

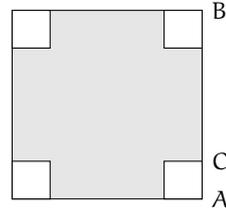
9.4 Esercizi

9.4.1 Esercizi dei singoli paragrafi

9.1 - Espressioni letterali e valori numerici

9.1. Esprimi con una formula l'area della superficie della zona colorata della figura qui a fianco, indicando con l la misura del lato AB e con b la misura di AC .

Svolgimento: l'area del quadrato è ..., l'area di ciascuno dei quadratini bianchi è ...
Pertanto l'area della superficie in grigio è ...



9.2. Scrivi l'espressione algebrica letterale relativa alla frase "eleva al quadrato la differenza tra il cubo di un numero e il doppio del suo quadrato".

Svolgimento: detto a il numero generico, il cubo di a si indica con ..., il doppio del quadrato di a si indica con ... e infine il quadrato della differenza sarà: ...

9.3. Traduci in parole della lingua italiana il seguente schema di calcolo: $(a - b)^3$

Svolgimento: "Eleva al la differenza tra"

9.4. Collega con una freccia la proprietà dell'operazione con la sua scrittura attraverso lettere:

Commutativa dell'addizione

$$a \cdot (x + y) = a \cdot x + a \cdot y$$

Associativa della moltiplicazione

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Distributiva prodotto rispetto alla somma

$$a + b = b + a$$

9.5. Scrivi la formula che ci permette di calcolare l'area di un trapezio avente base maggiore $B = 5\text{cm}$, base minore $b = 2\text{cm}$ e altezza $h = 4\text{cm}$.

9.6. Scrivi la formula che ci consente di calcolare il perimetro di un quadrato il cui lato misura l .

9.7. Determina l'altezza h relativa all'ipotenusa BC del triangolo rettangolo ABC .

Caso *numerico*: $\overline{AB} = 8\text{m}$, $\overline{AC} = 15\text{m}$.

Caso *generale*: Indica con x e y le misure dei cateti, e determina la formula per calcolare la misura di h .

9.8. Il volume della scatola della figura avente le dimensioni di 7cm , 10cm , 2cm è ...

Generalizza la questione indicando con a , b , c le misure delle sue dimensioni ...

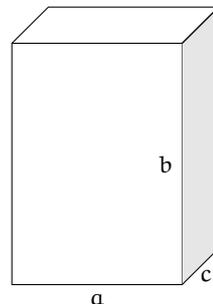
Se raddoppiamo ciascuna dimensione allora il volume diventa

A) $2abc$;

B) $a^2b^2c^2$;

C) $6abc$;

D) $8abc$.



9.9 (*). Scrivi sotto forma di espressioni letterali le seguenti frasi:

- moltiplica a per l'inverso di a ;
- sottrai ad a l'inverso di b ;
- sottrai il doppio di a al cubo di a .
- moltiplica a per l'opposto del cubo di a ;
- somma al triplo di a il doppio del quadrato di b ;
- moltiplica l'inverso di b per il quadrato dell'inverso di a ;

9.10. Scrivi sotto forma di espressioni letterali le seguenti frasi:

- somma al cubo di a il quadrato della somma di a e b ;
- dividi il quadrato di a per il triplo del cubo di b ;
- moltiplica il quadrato di b per l'inverso del cubo di a ;
- il cubo di un numero, aumentato di 2, è uguale al quadrato della differenza tra lo stesso numero e uno;
- il reciproco della somma dei quadrati di a e di b ;
- il cubo della differenza tra 1 e il cubo di a ;
- la somma dei quadrati di a e di b per il quadrato della differenza tra a e b .

9.11 (*). Scrivi con una frase le seguenti espressioni

- | | | |
|------------------------|---------------------|----------------------------|
| a) $3a$; | c) $2b - 5a$; | e) $(a + b)^2$; |
| b) $\frac{2a}{3b^2}$. | d) $a\frac{1}{a}$; | f) $\frac{3x + y}{2x^2}$. |

9.2 - Il valore numerico di un'espressione letterale

9.12. Consideriamo l'espressione letterale $E = -3a + 2(-a + 1)$.

Osserviamo che vi compare una sola variabile, la lettera a ; supponiamo che E rappresenti uno schema di calcolo tra numeri interi relativi. Determiniamo il valore dell'espressione per alcuni valori della variabile:

$$a = -2 \Rightarrow E = -3 \cdot (-2) + 2 \cdot (-(-2) + 1) = 6 + 2 \cdot (2 + 1) = 6 + 6 = 12$$

$$a = +1 \Rightarrow E = -3 \cdot (1) + 2 \cdot (-(-1) + 1) = -3 + 2 \cdot (-1 + 1) = -3 + 0 = -3$$

$$a = -1 \Rightarrow E = -3 \cdot (\dots) + 2 \cdot (\dots + 1) = \dots\dots\dots$$

Completa la seguente tabella.

a	-2	1	-1	0,1	$\frac{4}{5}$	$-\frac{7}{5}$	-11	0
$E = -3a + 2(-a + 1)$	12	-3						

9.13. Calcolare il valore numerico dell'espressione: $\frac{a}{a-3} + \frac{b}{3-b}$ per $a = -1$, $b = 0$.

Svolgimento: $\frac{-1}{-1-3} + \frac{0}{3-0} = \dots\dots\dots$

9.14 (*). Calcola il valore dell'espressione letterale $E = \frac{3}{7}ab - \frac{1}{2}(a - b) + a - b$ le cui variabili a, b rappresentano numeri razionali, per i valori assegnati nella tabella sottostante.

a	3	0	2	$-\frac{3}{2}$
b	-3	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$
$E = \frac{3}{7}ab - \frac{1}{2}(a - b) + a - b$				

9.15. Calcola il valore dell'espressione $E = \frac{x - y}{3x}$ costruita con le variabili x e y che rappresentano numeri razionali. L'espressione letterale assegnata traduce il seguente schema di calcolo: "la divisione tra la differenza di due numeri e il triplo del primo numero". Completa la seguente tabella:

x	$\frac{3}{4}$	$\frac{19}{3}$	$\frac{3}{4}$	-4
y	$-\frac{1}{2}$	0	0	-2
$E = \frac{x - y}{3x}$						

Ti sarai accorto che in alcune caselle compare lo stesso valore per E : perché secondo te succede questo fatto?

Vi sono, secondo te, altre coppie che fanno assumere ad E quello stesso valore?

9.16. Completa la tabella sostituendo nell'espressione della prima colonna i valori indicati.

Espressione	$x = 1$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 2$	$x = \frac{1}{2}$	$x = -\frac{1}{2}$	$x = 0, 1$	$x = \frac{1}{10}$
$2x + 1$								
$-(3x - 2)$								
$x^2 + 2x + 2$								
$x^2 - x$								
$-x^2 + x - 1$								
$x^3 - 1$								
$x^3 + 3x^2$								
$-x^3 + x^2 - x$								
$-(x + 1)^2$								
$\frac{x + 1}{1 - x}$								

9.17. Calcola il valore numerico delle seguenti espressioni algebriche:

a) $3x^2 - \frac{1}{4}x^2$ per $x = \frac{1}{2}$;

b) $5a^2b$ per $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{5}$;

- c) $\frac{3}{2}a^2 + \frac{1}{2}a - 1$ per $a = 0$, per $a = -1$ e $a = 2$;
 d) $2x^5 - 8x^4 + 3x^3 + 2 \cdot x^2 - 7x + 8$ per $x = +1$ e $x = -1$;
 e) $2a - b - 3ab$ per $a = -5$, $b = 2$ e per $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{3}$.

9.18 (*). Calcola il valore numerico delle seguenti espressioni algebriche:

- a) $(x + y - 2)(x + y + 2)(y - 2)$ per $x = -1$, $y = 2$;
 b) $a^3 + 4a^2 - 1$ per $a = -\frac{1}{4}$;
 c) $a(a - 3b) - (a - 4b)(a + b)$ per $a = \frac{3}{4}$, $b = -\frac{1}{2}$;
 d) $(a + 25) : (ab + 1 + c)$ per $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{1}{4}$ e $c = -8$;
 e) $(3 - 2x)^2 - (2 - x)(1 - 4x)$ per $x = \frac{3}{19}$.

9.19. Calcola il valore numerico delle seguenti espressioni algebriche:

- a) $(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x + 3)$ per $x = 0$, $x = -1$ e $x = 2$;
 b) $x^2 + 2x + 1$ per $x = 0$, $x = -1$ e $x = 1$;
 c) $-a^2 \cdot b \cdot c^3$ per $a = 1$, $b = -1$, $c = -2$ e $a = -1$, $b = \frac{9}{16}$, $c = \frac{4}{3}$;
 d) $-\frac{3}{2}a + 2b^2 + 11$ per $a = -20$, $b = -\frac{1}{2}$ e $a = \frac{2}{3}$, $b = 0$;
 e) $-a^2 + \frac{1}{a} - 3a^3$ per $a = \frac{1}{3}$, $a = -1$ e $a = +1$.

9.20 (*). Calcola il valore numerico delle seguenti espressioni algebriche:

- a) $4a + a^3$ per $a = 2$ e $a = 1$;
 b) $2a + 5a^2$ per $a = -1$ e $a = 0$;
 c) $3x + 2y^2(xy)$ per $x = 1$, $y = -\frac{1}{2}$ e $x = \frac{1}{3}$, $y = -1$;
 d) $a^2 - b^{-1} + ab$ per $a = 1$, $b = \frac{1}{2}$ e $a = 0$, $b = -1$;
 e) $3a^2b - 7ab + a$ per $a = 1$, $b = 3$ e $a = -1$, $b = -3$.

9.21 (*). Calcola il valore numerico delle seguenti espressioni algebriche:

- a) $3xy - 2x^2 + 3y^2$ per $x = \frac{1}{2}$, $y = 2$ e $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$;
 b) $\frac{2}{3}a(a^2 - b^2)$ per $a = -3$, $b = -1$ e $a = \frac{1}{3}$, $b = 0$;
 c) $\frac{xy}{x} + 3xy^3$ per $x = 2$, $y = -1$ e $x = -2$, $y = +1$;

- d) $\frac{1}{2} \frac{(a+b)^2}{a^2b^2} + 2a + 3b$ per $a = \frac{1}{4}, b = -2$ e $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$;
 e) $3x^3 + 2xy \left(\frac{x^2}{y}\right) + 2y^2$ per $x = -2, y = \frac{3}{4}$ e $x = -1, y = -1$.

9.22 (*). Calcola il valore numerico delle seguenti espressioni algebriche:

- a) $\frac{4a-7b}{(2a+3b)^3} \cdot ab^3$ per $a = -\frac{1}{2}, b = 1$ e $a = -\frac{1}{4}, b = \frac{2}{3}$;
 b) $\frac{4x^2 - 5xy + 3y}{6x + y^2}$ per $x = -1, y = 2$ e $x = 0, y = -2$;
 c) $\frac{x}{x+3} + y^2 - \frac{xy - 3x + y}{(xy)^2}$ per $x = 3, y = \frac{1}{3}$ e $x = 1, y = -1$;
 d) $\frac{(4a-2b) \cdot 2a^2}{3b^3} \cdot \frac{3}{4} ab + a^3$ per $a = 1, b = -1$ e $a = 0, b = -3$;
 e) $\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \frac{a+b}{a^2+b^2}$ per $a = -\frac{3}{2}, b = 2$.

9.23 (*). Calcola il valore numerico delle seguenti espressioni algebriche:

- a) $\frac{2a^2-1}{2a} \cdot \frac{4a^2}{4a^4-1} - 2a$ per $a = -\frac{1}{2}$;
 b) $\frac{b-a}{a+b} \cdot \left[\left(\frac{2ab}{a^2+b^2} + 1 \right) : \left(\frac{2ab}{a^2+b^2} - 1 \right) \right]$ per $a = \frac{1}{3}, b = -\frac{3}{4}$;
 c) $\left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b} \right) \cdot \frac{a-b}{a^2-b}$ per $a = -\frac{3}{2}, b = -2$;
 d) $\frac{y^2}{x} - \frac{x^2}{y} - \frac{y^2 - 2x^2 - xy}{x+y} + \frac{(x-y)(x^2+y^2)}{xy}$ per $x = -3, y = \frac{2}{3}$;
 e) $\frac{12a^4 - 12a^3b + 3a^2b^2}{20a^3b + 20a^2b^2 + 5ab^3} : \frac{6a^2 + 3ab}{10ab + 5b^2}$ per $a = \frac{3}{4}, b = -\frac{1}{2}$.

9.3 - Condizione di esistenza di un'espressione letterale

9.24. Sostituendo alle lettere i numeri a fianco indicati, stabilisci se le seguenti espressioni hanno significato:

- a) $\frac{x+3}{x}$ per $x = 0$ Sì No
 b) $\frac{x^2+y}{x}$ per $x = 3, y = 0$. Sì No
 c) $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ per $a = 1, b = 1$ Sì No
 d) $\frac{5x^2+3y-xy}{(x^2+y)^3}$ per $x = 2, y = -2$ Sì No
 e) $\frac{a^3+b+6a^2}{a^2+b^2+3ab-3a^2}$ per $a = 1, b = \frac{4}{3}$ Sì No

9.4.2 Esercizi riepilogativi

9.25. Sostituendo alle lettere numeri razionali arbitrari, determina se le seguenti uguaglianze tra formule sono vere o false

- a) $a^2 + b^2 = (a + b)^2$ V F
 b) $(a - b) \cdot (a^2 + a \cdot b + b^2) = a^3 - b^3$ V F
 c) $(5a - 3b) \cdot (a + b) = 5a^2 + ab - 3b^2$ V F

9.26. Se n è un qualunque numero naturale, l'espressione $2 \cdot n + 1$ dà origine:

- A ad un numero primo C ad un quadrato perfetto
 B ad un numero dispari D ad un numero divisibile per 3

9.27. Quale formula rappresenta un multiplo di 5, qualunque sia il numero naturale attribuito ad n ?

- A $5 + n$ B n^5 C $5 \cdot n$ D $\frac{n}{5}$

9.28. La tabella mostra i valori assunti da y al variare di x . Quale delle seguenti è la relazione tra x e y ?

x	1	2	3	4
y	0	3	8	15

- A $y = x + 1$ B $y = x^2 - 1$ C $y = 2x - 1$ D $y = 2x^2 - 1$

9.29. Verifica che sommando tre numeri dispari consecutivi si ottiene un multiplo di 3. Utilizza terne di numeri dispari che iniziano per 3; 7; 11; 15; 21. Per esempio $3 + 5 + 7 = \dots$ multiplo di 3? Vero. Continua tu.

9.4.3 Risposte

9.9. a) $a \cdot \frac{1}{a}$, b) $a - \frac{1}{b}$, c) $a^3 - 2a$.

9.21. a) $x = \frac{1}{2}; y = 2 \rightarrow \frac{29}{2}$, b) $a = -3; b = -1 \rightarrow -16$, c) $x = 2, y = -1 \rightarrow -7$, d) $a = \frac{1}{4}; b = -2 \rightarrow \frac{5}{8}$, e) $x = -2; y = \frac{3}{4} \rightarrow -\frac{311}{8}$,

9.11. a) Il triplo di a , b) Dividi il doppio di a per il triplo del quadrato di b .

9.14. $a = 3; b = -3 \rightarrow -\frac{6}{7}$, $a = 0; b = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4}$, $a = -\frac{3}{2}; b = -\frac{3}{2} \rightarrow -\frac{27}{28}$.

9.22. a) $a = -\frac{1}{2}; b = 1 \rightarrow \frac{9}{16}$, b) $x = -1; y = 2 \rightarrow -10$, c) $x = 3; y = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{149}{18}$, d) $a = 1; b = -1 \rightarrow 4$, e) $a = -\frac{3}{2}; b = 2 \rightarrow -\frac{4}{7}$.

9.18. a) $x = -1; y = 2 \rightarrow 0$, b) $a = -\frac{1}{4} \rightarrow -\frac{49}{64}$, c) $a = \frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2} \rightarrow 1$, d) $a = \frac{3}{2}; b = \frac{1}{4}; c = -8 \rightarrow -4$, e) $x = \frac{3}{19} \rightarrow 8$.

9.20. a) $a = 2 \rightarrow 16; a = 1 \rightarrow 5$, b) $a = -1 \rightarrow 3; a = 0 \rightarrow 0$, c) $x = 1; y = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{11}{4}$, d) $a = 1; b = \frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}$, e) $a = 1; b = 3 \rightarrow -11$.

9.23. a) $a = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3}$, b) $a = \frac{1}{3}; b = -\frac{3}{4} \rightarrow \frac{5}{13}$, c) $a = -\frac{3}{2}; b = -2 \rightarrow -\frac{4}{7}$, d) $x = -3; y = \frac{2}{3} \rightarrow -3$, e) $a = \frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2} \rightarrow 2$.