

書叢學哲

理原底輯邏

著斯倚邏

譯黃學唐

哲 學 叢 書

邏 輯 底 原 理

邏 倚 斯 著
唐 學 黃 譯



商 務 印 書 發 館 行

翻譯例言

一、這篇論文是邏倚斯 (Josiah Royce) 教授投獻於哲學各科論匯 (Sir Henry Jones, ed., *Encyclopedia of the Philosophical Sciences*, London, 1913) 底第一冊中。底第一冊含着七十著名邏輯家底貢獻——這篇論文是那七篇中之一。這一冊有兩種本：一種是德文本，一種是英文本。英文本是由 B. Ethel Meyer 從德文本翻出，并經 Sir Henry Jones 校訂過。它是正式的英文本。本文是根據這一本 (Pages 67-136) 譯來底。它的原題是 *The Principles of Logic*。

二、本譯文底主要名詞，或是新譯，或是採用舊譯，都經過好久的斟酌。所採用底邏輯的名詞不專限於一家的。例如，*syllagism* 譯作「連珠」，是大體採取嚴譯；但因爲連珠本來是文體底名稱，因此加一個「式」字以便區別。「演繹」、「歸納」，明是採取日本傳來底漢譯。這兩個名詞，雖則不妥適（尤其是「歸納」兩個字易生誤會），但太通行

了，祇好沿用。算學的名詞大體採用科學名詞審查會新近審定底。有時不沿用，總有點理由：如 *complex number*，原定作『複數』，但『複』字單用，祇有『重複』底意義，或者不甚妥當，因此改譯『複雜數』。對於一切主要名詞，特作一個英漢名詞對照表，附載卷末，以便檢查。

三、雖非主要名詞而是本文中比較常用底字，如沒有特種譯法，往往有許多不便當。例如 *characterize*，倘若每回譯作『表狀……底特性』，殊覺累贅，因此譯作『標別』。像這樣的少數的字，也附列入卷末英漢名詞對照表中。

四、本文所有西文固有名詞，也列作西中文對照表，載在卷末。

五、上三節所指底西文名詞，本文中都於第一次見時夾註西文原字。

六、原文中許多地方用（1）斜體字，或（2）頭字母大寫底字，或（3）頭字母大寫底斜體字。譯文中遇這三種字，大都於字底右旁加圈。但（2）種，原文用得太多，如 *chemistry*, *geology* 之類，譯文中多不加圈。原文中書籍雜誌底名詞，也用斜體字；譯文中因另有符號，當然不加圈。原文用這三種字，有時很不規則；遇此等處，譯文酌加或酌

省右旁的圖。

七、原文中很有長句子，假如把它分作幾句，難免各部份底語氣輕重，與原來的不對。因此，除了非拆開不可底時，大都不拆開。長句中自成一個名詞，形容詞，或狀詞底詞語，有時加以單括弧，使與句中底別部份稍隔，以便閱讀。

八、代名詞底譯法如下：*he, they* 譯作「他」，「他們」；*it, they* 譯作「它」，「它們」。

九、領有位代名詞和形容詞尾用「的」字，例如「他的理論」，「邏輯的效性」。狀詞尾用「地」字，例如「這樣地做」。此外舊時用「的」字底地方，大都改用「底」字，有時用「之」字。凡遇一句中「底」字太多底時候，多用「之」字表示較疏遠的介系，例如「關於幾何學的問題底討論之多人加入底爭執」。

十七，八，二十，譯者識

邏輯底原理

目次

第一章	方法論底邏輯對於倫序論底邏輯之關係	一
第二章	對於倫序底區型之普通察閱	四三
第三章	倫序型底邏輯的產生	九〇
	英漢文名詞對照表	
	固有名詞中西文對照表	

邏輯底原理

第一章 方法論底邏輯對於倫序論底邏輯之關係

(第一段) 對於邏輯底職務之很常有的說法大要如下：『邏輯是一個規範的科學 (a normative science)。這就是說：他討論稅健的或正確的思想所以別於不正確的思想之規範。邏輯有兩個部份——一個普通的部份，叫做形式邏輯 (formal logic)，那是界定 (define) 一切正確思想所必須遵循底普遍的或形式的規範的原理，還有一個特別的而且很廣大的部份，叫做應用邏輯 (applied logic)，或方法論 (methodology)，那是從思想底規範之應用於各特殊科學所行使底方法上面討論這些規範。』

對於這種習例的說法，我們這個略說要存心地立異。關於方法論底比較重要的問題中某些問題之討論，本文底第一章雖是要含有；可是，本文底其餘許多部份專要很概



略地指示一種學理——傳統的普通的或形式的邏輯僅佔其一部份，（實是一個很次要的部份）底學理——之性質。這種學理，可以給它『倫序底科學（the science of order）』之名稱。這個科學固然是在附帶的方面有關於思惟作用底規範，但他所具規範的學理之性質，對於別的特點（使他在哲學上具有極根本的重要之特點）是完全附屬的。他現在是很駸駸日進的。在某些可注意的方面，他是新的。他貢獻無數的機會供將來發展。

（第二段）人人都承認邏輯在他的歷史底全程中都是關心於思惟作用之指探和這作用底結果。說到思惟作用，他固然是祇就他的本質看就是有方法的（methodical）。人類的科學，人類的藝術，祇要有一點可以教授底，其中沒有一個，思惟作用不是那些標別（characterize）這個科學或藝術底方法之創造者或指導者，否則就是他們的型定者（formulator）或分析者。一個藝術，縱使是社會的需要底和個人的材力底產品，不知不覺地生長，可是對於教授這個藝術使他可以由師父傳到徒弟底企圖早晚要引起對於熟練的作者所用那些方法之分析和細心的型定。假如一個藝術或科學是單個研究家或發

見家自覺的技巧經熟思而創造或促進底，那末，所用手續不是含着把已知的方法有意地應用於新的工作，就是含着創立新方法底企圖。這樣，無論在什麼地方，思想在人類生活底組織上履行勝利的職務到什麼程度，對於方法底自覺就發展到那程度。

雖是這樣，但因爲所用方法，一面隨各科學和各藝術而不同，一面又有某些重要特點爲這些科學和藝術中工作底全數或多數所公有的，所以對於各種方法底比較的研究變成一個多少是獨立的學理體系，這是自然的事。並且，無論普通的或形式的邏輯和應用的邏輯之分別曾不曾經注重，實際上，這樣的方法論，這麼一個『規範的學理』這種把一切人，或這大隊或那大隊細心的工作者所用底方法測勘并統系化之努力曾經屢次作爲派給邏輯底注要事業。當各哲學家間意見底差異，當埃里亞派 (The Eleatic School) 所提出辯證法的問題 (dialectical problems)，當哲士派 (The Sophists) 對於爭辯和勸誘底技術之多少實用的探討使人們了然地覺得關於正當思惟底方法底普通研究之需要之時，成哲學底一部份底邏輯才開頭。這是人們知道得清楚的。在亞里士多德 (Aristotle) 方面，他測勘并一部份創立，一個各科學底有統系的體系之工作是用力

於思惟作用底普通方法論之格外一個理由。自從亞氏以後，以爲邏輯底一個主要目的，是在說明『思惟底藝術』之意見，或是依某種別的多少完全方法論的形式對邏輯而下定義，在邏輯底歷史上，佔了重大的地位。這是認邏輯爲規範的科學底定義，所以還是常見，並且在他的範圍內是有用的之理由。

雖是這樣，但其實，方法論，就他的通常意義看，即視爲對於各藝術各科學所用底思想底規範和方法之一種研究，是此後所要說明底別意義的邏輯之源頭。因爲方法論的工作引到某些特殊問題，如柏拉圖 (Plato) 和亞氏已經開始研究底，以及近代考索使之漸漸更加繁賾而重要的那些問題之類。這些問題，若是就他們自身討論，就具有某一種方式，使他們從方法論本身底問題很分明地自別出來。這些問題不是關於思想家所由成功底方法，也不是當規範看底正確思惟底規範，乃是關於標別一個思想家用他的方法已曾宰制，或有宰制底可能之任何界事物底形式 (forms)，範疇 (categories)，倫序底區型 (types of order)。就這個意義說，邏輯是關於倫序底普通科學，對於任何有倫序的界域底實在的或理想的對象之形式之理論。

就是因爲邏輯，當這種理論看，是從對於型定 (formulate) 思惟底規範和方法之努力而出，所以在這個開頭一章底下文必須對於「當方法論底邏輯怎樣一面與認爲倫序學底邏輯有別，而一面又產生倫序學底邏輯」這個問題簡括地指明。爲此起見，我們必須考慮方法論底重要問題中底某些問題。

(第三段) 這樣，讓我們先簡單地說一說標別邏輯研究底初期而關於方法底問題中某些問題，如常見於柏拉圖問答內底議論所例示的。

柏拉圖問答中底『可陶鑄的青年』是要受梭格拉第 (Socrates) 教以思惟底

正當方法，而且他要被警告以哲士們底假藝術底危險。這個青年最常受底教訓是關於(1) 界定底適當方法；(2) 有統系的類分底工作，常用兩分法 (dichotomy) 去把一個大類分作他所含底各種；(3) 對繫屬於某些著名命辭 (propositions) 底證據之細密研究；(4) 對推論 (inference) 底模式之刻意的考察。柏氏問答各篇中那樣常常複述關於這些事情中各個底特別考慮，在任何細節上，我們在這里不必提起；祇提出幾個事實就夠了。試舉一例。界定依蘇氏的和柏氏的方法論，固然是靠着收集所要界定底概念之註

個例子。但是，恰如蘇氏所屢次指出，例子，僅僅他們本身，不成爲定義 (definition)。因爲我們不能穀由僅僅記得或歷舉幾個不同類的埴土而悟到埴土是什麼東西。我們必須以普遍的方式概擬 (conceive) 這些類的埴土所共有之點。假如我們要界定正義、美德，或知識，也須這樣。界定要得到特種事件所例示底精髓 (essence) 範念 (idea)，區型 (type)，界定靠着拿到普遍相 (the universal) 自身，靠着清楚地知道這個普遍相。經過一次這樣根據最初採取底事例而型定底定義，還待此後的試驗。依這個方法的理論，要檢驗定義，是要把這個定義應用於新的事例，并且要存心搜求可有的不一貫 (inconsistencies)。因爲對一個概念底確然普遍的說明必須包括一切照理要歸屬於這個概念底事例，并且必須排擯一切不屬於這個概念底事例。假如由初下的定義包括太多或太少而發見某些的不相容，這個初次的定義必須加以修改。在這種對於正確定義底考慮，假如我們記得普遍的區型沒有孤立存在，就有了好些幫助。并且於此可見柏氏方法論底一個很重要的特色。諸多普遍相，範念，成爲一個統系 (The universals, the ideas, form a system)。有包括較多的，有包括較少的普遍相。顯似具互不相容的特性底那些

事例或那些類的事例，還可以視爲同一更大的類之支部，並且在這範圍內，可視爲解示 (illustrate) 同一普遍相，祇要這些事例合於以下條件，就是，我們能數指明這些事例，由一種類分法所規定而至於那樣有分別，而且由這樣的類分法，那個包括更多的普遍相底精髓實是比僅僅抽象的定義描摹得更清楚。我們知道把數目分作偶的與奇的，完全的平方或非完全的平方，等等，就知道數目的普遍的精髓更透澈。這種的類分，在許多時會，是以取兩分法 (dichotomies) 底形式爲最好。

A類可以分爲是B底A，和非B底A。由重複地用這種方法，可以排成各行隊底類與子類。此後，由考慮最初A（我們可以用後期邏輯底名詞稱爲某個「最高類」(“highest genus”)），其次B，包含任何具B特性底A；後次C，包含任何具特點C底B，仿此進推，可把其性質甚爲特殊的底子類加以定義。這樣，定義可以變爲一貫的而且有統系的，並且普遍相底統系或真正倫序，縱使不能完全抓到，至少可以逼近。

至於屬於各單個命辭的根據，也必須對照特個檢驗例 (test-cases) 底結果加以考慮，必須受一貫 (consistency) 標準底制裁，且必須屢次考核使成爲熟習的。在這樣地把

最引起哲學者底興味底信條考核又考核底歷程中，人們往往看出「對正確推論底性質要有明了的見解」是重要的事體。人明白他自己推論不錯，不在他被哲士奔流似的善誘人的演講所沖盪去底時候，乃在他覺察出從一個思想到次個思想其間逐一的遞嬗都是必然的。假如他相信『凡A是B』（“All A is B.”），更細密的考察很容易顯示一個普通真理，就是，不可以因此就推斷『凡B是A。』然而在倉卒的討論中，或是在一個哲士演講底魔力之下，人們或許讓這樣的一個假推論混過去而沒有覺察到。

（第四段）這些想頭，在現在似乎是方法論的『常談』，但在那個邏輯歷史底初期，乃是對於此科底未來之全程上極關重要的。這里對於這些想頭，不過要暗示，提醒一下，所以說這麼多也就够了。現在初步的教科書還在重述這些觀察底大體，縱使這些觀察底背景已經不是見於柏氏問答各篇中底情境。

顯而易見的：這樣的一個方法論自然然而地引到對真理界底性質和構成態（*constitution*）底一特個見解，這個見解的義蘊，至少在柏氏的意中，遠出於這些訓條可作思想術底學生底嚮導之價值之外。這是說：在柏氏的意思，假如這些事情是如此，那末，（1）

普遍相或範念的世界本質上是一個統系，這統系的統一性和倫序，在哲學者看來是居於首要的地位底；（2）推論（inference）所以可能，是因為真理有緊要的客觀關係，這些關係可以界定底程度，恰如推論作用可以界定底程度一樣；（3）我們理性的作用底『倫序和繫聯』（“order and connection”），假如我們是遵用正當的方法，是各個思惟者所找到，而非造作底倫序和繫聯之一種摹本。人動手去型定正當的方法；而就從這種努力，他發見一個新世界——區型底，形式底，關係底世界。這些關係等等，都似乎和物質世界底事實至少一樣實在。由是，柏氏被方法論引到一個新的本體論（ontology）形式底世界變成柏拉圖的範念底世界，而辨證學（Dialectic），夾着他的方法，在柏氏，就成爲入於形上學（metaphysics）之門徑。在這裏，他找到開發本體（being）底祕奧底鑰匙。

柏拉圖的形上學，這樣僅僅暗示出來底理論他的對不對，或許併他的歷史的重要，我們在這裏討論中，用不着去估計。我們祇要注意到以下的事實就够了；這事實就是，縱使我們認一切柏氏底主要的形上學的結論（conclusions）爲虛妄或不切題而置諸不

理，我們總覺得無論如何，邏輯家底方法論，就是在他底這個初期，已經不得不發生關於「方法論家型定他的手續時所仰託底那些思想對象比較地客觀的秩序和統系」之問題。柏氏底範念論，亞氏的後些的形式論，以及後些思想史所呈底柏氏傳統底許許多多的變形——一切這些，對於型定一個稅健形上學，或許有用，或許無用。但是，假如邏輯家真有點能毅規定一種稅妥的方法，而有普通的效力，他所以能毅這樣，祇是因為他思想時所考慮底某些對象——無論他們是定義，類，區型，關係，命辭，推論，數目，或其他『要素』（“principles”）——成了一個多少有倫序的統系，或統系羣；這些統系底構成態預定他思想時必須遵用的方法；這個事實是明白的，無論那些柏氏等等的理論有用沒有用。這個統系，或這些統系，和他們的構成態，就某個意義說，是多少客觀的。那就是說：構成倫序，和使有倫序的方法成爲可能底那個，不是思惟者個人的及私有的怪想底產品。他也不能毅由故意執拗地立想而改變他的方法所依據底最主要的事實和關係。假如對於普通種類的事物底有倫序的分類是可能的，那末，無論一個人類分底原則怎樣主觀的，一定有關於類底，及種底，任何這種倫序和統系底普通性質底某個東西——那

個東西，在一切思惟者，都是一樣的，並且比私人的怪想和常常變換底對於事物及類分模式的取捨更是經久。

同時，（我們這里附說，作為一般的評論）倫序性和統系，無論他們見於一篇柏拉圖的問答，或見於一本近代的植物學教科書，或見於一個營業公司底交易行為，或見於一個軍隊底布置與訓練，或見於一個刑律典，或見於一個美術品，或竟是見於一個跳舞或一個大餐底布置，就他們最普通的性質看，是很相同的。倫序總是倫序。統系總是統系。在一切統系底，倫序底，變相中，可以追尋出某些普通的區型和特徵的關係。假如方法論家企圖去按任何有倫序的方式運用思想，他不得不靠着從他所想底對象上找出使某些確定方法成為可能底那些特點，關係，及有倫序的特性。所以一個人的形上學無論是怎樣，他必須知道我們的思想底，及我們所思惟底事物底，倫序上有客觀的東西；並且他必須承認無論那一種有成效的方法論，都靠着領會真是一個事實界底那界內有倫序的構成態之某些特色而考察他們。

（第五段）這種對於梭氏的和柏氏的方法論那麼早引到底結果之簡單引述已

經足以暗示純正方法論和我們所謂倫序學中間有一個深切的繫聯。假如我們由「在柏拉圖問答篇中方法論的討論內有過擔當底那些基本的而現在已成老話的論點」移到「祇須對現時科學的思想底短時注意就可以使任何中等的學人都會想起底那幾個觀察」那種方法論與倫序學底繫聯祇有更加動人心目。

讓我們就從邏輯底最初轉到他底最近期。我們在這裏不想說明亞里士多德的邏輯，或估定他的方法論的價值，或敘述他的後期歷史。我們還要略過屢經重說底培根（Bacon）對科學方法底改革，以及伽利略（Galileo）和他的並世者新輸入近世科學中底實驗方法底更重要得許多的結果。我們要立刻說到現在；我們要先重提近世科學方法論底最熟悉的理論中底幾個理論，然後再看這些理論怎樣引到需要特別處理底問題；這些問題又迫着我們去界定一個倫序學——一個與方法論本身有分別而為要真正了解方法論時所必需底科學。

我們對自然界底知識是由歸納（induction），並且根據經驗得來，這是近世方法論底一個常談。科學的歸納不是僅僅把粗糙經驗底事實底紀錄堆積而成，這也一樣是常

談。科學終不是僅僅知識；他是有倫序的知識。科學是志在支配事實底統系。在各科學現在所底許許多多的方法中間有些方法尤分明是達到這個志願底普遍的而且特徵的手段。讓我們提出這些方法中底最顯著的。這樣一提出就使我們又與這裏想要闡明其性質底根本問題相接觸。

惟其如是，第一層，個個科學處理經驗底事實均用類分方法 (methods of classification)，而在這限度內，還是把梭氏所傳授底教訓供他獨自有的用法。在每一個新的自然科學底發展中，總有一個階級，因為對於各事實所依從底法則沒有更深造的識鑒，類分就是這科學底最顯著的特點。植物學和動物學，在他們發展底初期，經過好久時間，都是類分大佔優勢底科學。人類學 (anthropology) 在他處理人類種別底問題這方面，還大部是在類分的階級；同時在他的工作底別部份，例如關於人類文化底形式和結果底比較研究，他現在用底方法已把類分作更高級的方法底附屬了。在醫學各科中，心病學 (psychiatry) 正要脫離醫案底，症象底，病態底類分作此科底主體底階級，而開始依賴高等的方法。在各種有機的科學，類分底階級（如上舉諸例所提醒）很常是經久，并且

要歷艱難才能超脫。任何有機的或無機的科學，要了解底事實越複雜，就越難超脫這個最初階級。有的科學，雖則他所用底實驗方法尤是適宜於得到很普通的和很精密的法則底知識，但事實底複雜卻迫他許久都以對元素，化合質效性，及反應底枚舉和類分爲其學之大部；化學就是一個顯著的例子。然而近年化學已經超過這僅僅類分底階級很遠了。

在一個科學由這種初級跨到更高的識鑒底階級之場合，有兩個多少分明地不同種的方法——或是各自單獨地，或是（更屢見的）相聯合地——在影響這種過渡上有大貢獻。這些是（1）那類含着把本科所要處理那些自然的演化底各種作用或產品中相當的階級互相比較之方法，和（2）統計方法自身，就是用準確的枚舉（enumerations）爲歸納底根據之方法。

（第六段）在全是或部份是有機的科學中，剛才說底比較方法佔很重大的地位。這種方法怎樣引導科學由類分階級進到更高級的知識，可以拿地質學（geology）爲好例證。地質學的起始不過把岩石和岩石系類分。但差不多這個科學一開頭，地質學者，就

覺得「這些岩石系不是突然的創造，乃是需要長期待作用底結果」是顯然可見的。火山論者 (Vulcanists) 和火成說者 (Plutonists) 初時想用多少是簡單的名色，呈示關於這些作用底適當的普遍的學說之企圖，已經證明必須用其他方法。把地殼各不同部份所有岩石系比較地研究，就是開發這個新科學要探底神秘底一部份之鑰匙。例如，這種比較指示帶化石底地層彼此有相當的繼列，就對地球歷史上得了新了解。當然，這種關於岩石系和化石底比較研究，不過是地質學方略之一部份；其他方法，并且很不相同的方法，在動力地質學 (dynamic geology) 中，也有他們的職務。然而關於相當的岩石系底比較研究，在地史學 (historical geology) 上底重要，可以作為一個例子，使我們知道種種相類的比較方法，所以在許多科學研究有意義底道理。」

假定我們所要研究底是隨便什麼演化作用底階級或結果。因一個行星外殼底漸老或受天氣底剝蝕，或者因一個文化底結果底慢慢的增殖，生成了什麼事物。例如要了解岩石系，或各種生體底解剖上結構，或如法律，風俗，民謠，語言等等社會制度，都先要類分。但科學開始於類分，不是成熟於類分；因為所要領悟底是演化作用，自身，或許多演化

作用底統系。比較底手續最初把許多同功的 (analogous) 或同體的 (homologous) 演化作用和產品底各相當階級互關起來，這樣使我們看到極不相同的現象可以是某一個廣大作用底表現底各階級，因而不特能彀類分，并且能彀貫串許多事實。

(第七段) 和比較方法比肩底就是統計方法。其實，這兩種方法絕不是總可以分得很清楚底。二者之間有許多過渡。對於許多演化作用，或這種作用底產品底比較當然每一個含有一些對於所拿來比較底事例之多少準確的枚舉。

但是這種枚舉不定是主要目的。很多統計學的枚舉底明定的用意是要藉此能彀精密地運用比較方法。然而，如大家知道底統計方法在保險業和其他極關實用的事業上底應用所證明，統計法底最大特色與地質學者把相當的岩石系互關起來，或比較語言學者把各有關的語言中相當的文法形式分析出來底旨趣無關。有些自然底一律性 (uniformities of nature) 其真正的基礎和更深的法則為我們所不知道，統計方法往往用為找到這些一律性底捷徑。例如，縱使對於死亡底許多原因之醫學知識還是很淺陋，死亡率表還是保險公司底好指南；縱使現在還沒把這科弄到任何準確的形式底希望，結

婚離婚底，自殺底，犯罪底，商業底，工業底統計還能供給社會學研究底根據。

無論統計方法底用途是什麼，這些方法牽涉到有關於些個纏列底現象底互關 (correlation of series of phenomena) 之某些問題。祇要對任何稍大堆的統計結果一瞧，就知道僅僅把各類事實底枚舉堆積起來差不多和僅僅把紛亂的事實聚攏而沒有枚舉一樣地無用。其實，統計方法，假如使用得當，可用以描狀某種對象底構成態；這種對象底普通區型，就是費希納 (Fechner) 界定他的『總合對象』(“Collectivgegenstand”) 所注意底。這種的一個總合對象是一個概念的對象，由我們認許多各個的經驗底事實受某一種思想作用底制裁而得之對象；這裏可以舉出這種思想作用底如下的階級：——

(a) 這些個事實，關照他們於其上面變異底那些方面而加以類分。這種的方面底例如生物體底和他們的各官器底大小，所研究某些個物底各有趣的部份所包支員 (members) 底多少，某些關於一個物質量底紀錄的觀察與別的觀察差異底程度，等等。

(b) 把這些事實關照他們的變異底類分大體成功之後，統計方法就枚舉各

類所含底支員，在這種枚舉是可能或有用的範圍內這樣做。

(c) 做成底各項枚舉，要關照我們想要解答底關於這些變異所遵行底法則之問題而排成有倫序的纏列。這種纏列，若是他們在性質上是夠一定够精確的，每會指示所研究底現象底兩個或兩個以上底方面怎樣地趨於共同變化——例如，人類死亡率怎樣隨年齡而變動；地面底一個地方底平均溫度怎樣隨他的緯度和一年中底時季而變化；一個官器或一個生物體底大小怎樣隨我們知道是為遺傳和環境所支配底那些條件而變動等等。

(d) 各種不同的纏列，經過關照這種特點而一次界定之後，再用某些方法彼此互關起來。這些方法就是各種統計的學科底方法論所還要考慮底。

(e) 由這些方法底結果，統計學者進而處理事實底結集或團塊。這些結集或團塊，認為高級底單位時，顯然具有一種結構，披露並且實示自然界的法則。這種有倫序的團集，認作高級底單位，就是總合對象。

這種有方法的手續，一步一步均預設 (presupposes) 并使用數 (number)，纏列

(series)，及各纏列之互關那些概念，這手續的全部，假如成功，結果就成立一個有倫序的思想對象底行隊，並且由這倫序底創立和描狀就披露自然底法則：這都是顯而易見的。這樣，倫序底概念是各種比較方法及各種統計方法底一個基本概念。

(第八段) 比較方法和統計方法，在用他們底比較發達的科學中底使用，與又一方法有極密切的關係。在物質科學底最發達的部份，這個第三方法有完全取比較和統計方法而代之底趨勢。這個方法在於理論 (Theory) 與經驗之有組織的聯合。在物質科學底最詳悉的部份，這種聯合達於極點。他的各階級是人們所熟悉，至少他們的普通性是這樣。但是，所含底方法論的問題是很複雜；要了解這些問題，就特別直接地引到倫序底普通科學底工作之界定。讓我們簡單地說明何以這樣。因要說明這個，不得不注意到還沒提到底一個著名的關於方法底普通問題。

由統計方法和比較方法所發見底自然底定律，不能設有任何絕對的必然性，不過有某程度的殆然性 (probability)。所含底殆然度靠着 (一) 應用這些方法時所實際觀察過底，并所比較過或統計過底事例之多少，和 (二) 選擇這些事實底公正的程度。

因爲每一歸納均以一有限數目的經驗材料爲根據，并且通常，所根據底數目，比起所研究底自然事實之全部來，是極少的；所以由比較或統計方法所得底任何結果，當人類經驗推廣底時候，都得加以改正。關於經驗科學底普通方法論底一個重要問題就是我們是否可以由一個有限的組織材料通概 (*generalize*)，因而推到含着我們的材料底那較大的或無限的組底事實。由比較方法，我們知道這樣幾個纏列底事實有這樣的互關，例如，在地面某部域所已觀察到底地層顯示他們從前是按某個次序成立，帶有這些整合和不整合 (*conformities and non-conformities*) 斷層 (*faultings*)，皺曲 (*foldings*) 等等。到什麼範圍和在什麼意義上，我們可以由所謂擴推法 (*extrapolation*) 把這個倫序系推到多少鄰近的部域而說這些別的部域底任何未見底地質狀態，在特性和次序上，要與我們所已見底屬於一類呢？其次，由統計方法，我們知道某些事實使我們能覈界定某一類的總合對象。到什麼範圍，我們可以擴推而把所已得底統計曲線或別的統計的倫序型 (*order-type*) 推到還沒經枚舉底那些類底事實呢？例如，到什麼程度，我們可以利用根據前此死亡記載而成底死亡率表去替人家保壽險（我們所要保險底人口至

少在某些方面不得不與已作古底并且死數已記在死率表上底人不同)呢?

對這個問題，方法論家曾屢次嘗試答覆；這些答覆通常是說這種擴推在邏輯上不是根據『自然是一律的』(“Nature is uniform”)底原理，就是根據更普遍的原理——『每一件事變(或有時人們說『每一件事實』)有他的充足理由』所以普通假定我們所以可以由有限的一組底材料通概到有些爲我們所未觀察底那大宗底自然事實底根據可以取下列中底一說。第一，『這好些事實經觀察過，知道他們例示某種倫序系。但自然是一律的。那就是說，自然底各種倫序系都是例示一個不變的區型或是一定數目的可界定的不變的區型。因此，已觀察的事實底區型，經過正當的通概，可以推廣到未觀察的事實。』第二，用所謂『充足理由原理』(“principle of sufficient reason”)去說明擴推底保證，大要往往是如下：『已觀察的事實所以如此并所以合於他們自己的倫序系不是偶然，乃是因爲某個充足理由。但是，一個充足理由，按他的本質，是普通的東西，并且是可以型定爲一個自然定律的。因此，還未經觀察的事實將要依照這同一的倫序型(將要例示這同一的定律)除非有某個充足理由使他們不會依照這個區型。

這個理由，假如存在，也可以用普通的方式表爲另一個自然定律，而且無論如何總要與已觀察的事實所實示的理由一貫。因爲定律這樣地普遍統轄自然界，因爲一切是必然的，並且因爲已觀察的事實不特是如他們那樣，而且，因充足理由，一定是如他們那樣，我們應該視已依其方式而型定已觀察的事實底那些定律可以應用於未觀察的事實，除非有一個已知的和殆然的理由使他們不會依照那些定律。固然，我們在這樣擴推底任何一例中底結論不過是殆然的，因爲定要承認「也許有一個充足理由使未觀察的事實中至少有些是依照現在未知的定律」是一個可能。但是，除非已經知道不應該企圖擴推底充足理由，殆然的假定是贊成擴推的。」

（第九段）這樣的表叙通概和擴推底保障之模式雖是熟習的，但祇用一點反省就見到才剛所述底型定方式並沒有涉到正是他們要解決底那個問題之最重要的方面。讓我們設想一個對於某一個科學研究底領域是外行的人聽見一個專家敘說在該領域中曾經觀察到底基料（*substance*）中某些一律性。到這點，外行自然，是靠著專家以得報告底真確。假如這個疑問——有什麼理權可以由這些已觀察的一律性這樣通概而應

用這些一律性於同一領域中底未觀察的事實——發生，這個外行現在能不能用一個普通原理「自然是一律的」去解決這事呢？！不！這個外行，假如正當地具批評的態度，通常知道這個疑問須要讓專家決定底程度，正和去觀察或估計他專治領域中觀察到的一律性是專家底事務一樣。例如，在地質學，已經探索的巖石系底某些特性是否會重見於未經地質的研究底部域，這個疑問自身就是地質學家應對答底疑問。他不能以申訴於所謂「自然底一律」底普通原理而定奪。那個原理，依他的抽象的型定方式，正在我們最需要幫助底時期和地點，卻不能幫助我們。

在事實上，自然確是充滿一律性的。但是這些一律性是什麼就是要觀察底事情。並且，每當我們要想從已觀察的一律性通概到未觀察的一律性底時候，惟有正是替我們證實某些已觀察的一律性底那種經驗能做我們的嚮導。有時，某些一律性已經看到底事實給我們很好的保障，以期望他們依確定樣子於別些經驗部域內重現。有時，一出了某個很有限的範圍以外，就不是這樣。譬如，某個人已經活著九十歲了，這個事實，根據普通的「自然底一律」並不賦予「他將來還要活著長久底推測」以殆然性。反之，我們

慣說正因為如我們現所知道底『自然底一律』他大約不久就要死，因為，在九十歲，每當一個特別的人偶然達到這個年齡底時候，普通死亡率，與九十歲人底全數比例，大約是高的。

所以假如有人用『自然一律』底原理作為他擴推和通概底根據，他即要對付『正在討論底領域中什麼一律性是重要的？』之問題。對於這個問題，一律底普通原理不給出任何答案。這個答案祇能由對於每個自然部域所呈現底一律性底經驗的研究得出來。

在幫助我們關於我們通概和擴推底理權作任何一個斷定這上頭也一樣地無用的，就是『充足理由底原理』底直接應用。我們怎樣能在經驗之先判定何以在某研究領域內未觀察的事實，於他們的倫序系上頭，應與已觀察的事實相符合呢？無疑，僅僅『充足理由底原理』縱是完全承認，不過替我們擔保個個事實，因而（自然地）個個底事實底倫序系是因某個充足理由而然——那個理由自然是可用普通名色表為某種定律底。但是，要爭論的問題正是任何探討領域內那些未觀察的事實是否與此刻前

已觀察的基料遵循這些相同的定律，因而有這些相同的『充足理由』。這個疑問，祇在現未觀察的事實被觀察到底時候，才能的確地答覆；這是曾經承認底。未到那個時候，一切說法，至好，不過是『殆然的』（“probable”）。『充足理由底原理』自身並不說出任何理由，以致大約祇有少的幾個定律，或少的幾種充足理由應視為統御自然界底。因此，他自身，對於「何以不應真有一個充足理由使未觀察的事實遵循新的定律」之揣想，並不限定任何可界定的殆然度。

這樣，『自然一律』底抽象的原理，更抽象的『充足理由』底原理都不足替「已觀察的一律性保證那展到未觀察的部域底某個通概或某個擴推這種揣想」向我們擔保任何確定的殆然性。『那些已觀察的一律性具有能數保證某領域內一個殆然的通概底性質？』這個疑問，他的答覆不靠着上列兩個原理中那一個之任何種普通應用。這些原理可以在一個事實界中一樣地真實，而同時那界底事實可以具有對於「我們要找出所求底一律區型是什麼和所遇底事實有什麼充足理由底努力」作挑戰底性質。

(第十段)那末,到底是什麼種考慮使根據已觀察的一律性而作底通概和擴推成爲殆然的呢?對這個疑問,美國的邏輯家珀兒斯先生(Peirce, Charles S.) (原註一)曾給過答案。這裏將要述他答案底概要。

何以比較底各方法和統計底各方法,每在他們成功底當兒,就免不了走到另一個科學底階級——有組織地聯合理論與觀察底方法成爲首要的方法底階級——珀兒斯的答案將要特別幫助我們了解這個問題。這答案也幫助我們見到何以那些個倫序底區型——其有條理的應用標別自然科學底最高階級底——是一個專門科學底正當題目,這個專科應該研究那些區型底邏輯的根源和他們底形式。

設想有任何有限的一組其性質是人類經驗底可能的對象底事實,就是,設想有一個有限的組底屬於康德(Kant)所謂可能的經驗 (*Mögliche Erfahrung*) 底界域底事

(原註一)參看珀兒斯在「赫樸欽斯約翰斯大學各教授邏輯研究」(“Studies in Logic by Members of the Johns Hopkins University,” 1888)中論歸納底邏輯那篇,及他在波爾溫心理與哲學辭典(Baldwin's Dictionary of Psychology and Philosophy)中論「一律性」條和他的旁的條中某些段。

實。關於這些事實，我們爲辨論起見，可以作一個預設 (presupposition)；此刻暫不企圖去批評這個預設。這個就是下示最簡單的預設：這些事實，因而他們底全族，無論是什麼，具有某種確定的構成態。就是，按我們的預設，關於這些事實，有些可能的主張——對於這一組中各一個事實或是信的或是妄的 (either true or false) 底主張——可以提出。并且，在可能的主張底某個範圍（這個範圍，我們這裏用不着再細爲界定）可以預設『這樣的主張底個個，假如針對那些個事實底任一個說，并假如曾經界定使有精確的意義，對於那一個事實，或是信的，或不是信的。』譬如，假如這個『可能的經驗底對象』底領域是一個可以設想含有人底界域，并假如人。這個名詞有精確的意義，那末，對於那個界域底任何個對象 A 底主張，『A 是一個人，』對於 A 或是信的，或不是信的。假如這個對象底界域設想是放在一個囊內底黑球白球所構成底界域，『A 是一個白球』底主張，針對囊內一個球說，或是信的，或是妄的。

這個假定「受歸納的探究底那類底事實底任何一組有確定的構成態」之預設絕不是一個簡單的，且還不是一個『自明的』（“self-evident”）預設這一層，實則我們

於下文將有機會看到。但是，這個預設，如珀兒斯所已明示，是惟一在一切歸納的探討中底自然的而且不可少的預設。把常識在用於市場上或任何旁的實際生活界底通常歸納的推理中所隱隱地行使底一個考慮弄得明顯，這也是歸納的方法論家珀兒斯底功績。這個考慮是祇要我們承認「可能的經驗底事實中任何有限的一組有確定的構成態之惟一原理，我們就能對於這樣的一組事實底構成態下殆然的結論，假如我們選出這個團簇底『公正的榜樣』(“fair samples”)，并觀察他們的構成態，而後以應有的慎重去通概。并且，要這樣由榜樣通概到全體，除了「所由取樣底團簇，依如方才所示底意義上，有一種確定的構成態」那個主張所直接含着『一律』原理以外，我們用不着預設「我們以那些榜樣判斷底那一團事真有一種爲別的『一律』原理所支配底構成態。」換言之，設有一個有限的團簇底事實有任何確定的構成態——無論這種構成態是多少『一律的』，無論這個構成態底『充足理由』是某一個定律或任何可能的雜性的『理由』底集合——說「我們，縱使團簇甚大而榜樣比較地小，還能帶殆然性地（雖則，自然，祇帶殆然性）按那爲全體底『公正的榜樣』底部份去判定那團簇

全部底構成態。」這個話是對的。

我們，在日常事務中，都作過使用「公正取樣」(“fair sampling”) 原理底歸納：這是易見的。「公正的榜樣」這個概念不是需要假定所由取樣底團簇底一律的構成態之任何特殊預設。這個事實，珀兒斯曾注重地說過。用榜樣去判斷在別方面不知道的大宗底小麥或煤炭底殆有的構成態，土壤底，森林底，大羣底人底，礦苗底，垃圾堆底，恆星團底，或具有極變化的構成態底團簇底普通性質：是可能的。祇要我們從要取樣底大團簇中選出數目够多的代表的例子，一羣暴徒或一堆垃圾可以用「榜樣」判定，差不多與這樣地判定一個組織的軍隊或成一個秩序井然的行隊底東西一樣有成績。並且在商業上有用的貨樣，用於要鑒定大宗的貨物時底，比起要用那貨樣去鑒定貨色底全體底數量，常常是小到可驚。

(第十一段)何以這樣的手續產生好的結果，可以便捷地舉例解示。讓我們取最簡單的可能的例子中底一個。設想某一個團簇由四個東西組成；這些東西，我們稱他們 a, b, c, d。把我們的例子弄成更具體些，設想這四個東西其實就是四個木塊各各

地有一個字母爲記(a, b, c, d)。又設想這些木塊嚴格地一樣，除了有的漆紅，有的漆白。讓我們現在設想要某人用下列方法去判斷一切這四個木塊是怎樣地着色的：其法，由藏着這些木塊底一個口袋內隨手取出兩個，而後假定在這四塊底全組中這兩種顏色存在并分佈，恰恰像白紅兩色在他所取出底那兩塊中分佈底情形一樣樣。換言之，假如他取得二個白木塊，他須要通概而說：『四個木塊都是白的。』假如他拿出一個白的和一個紅的木塊，他須要說：『木塊底一半（就是，兩個）是紅的，其他是白的。』

其次設想事實上木塊a和b是紅的，c和d是白的。讓我們考慮這樣用一個含着全體中兩個東西底榜樣去判斷四個東西底全體之辦法，在這約定的條件下，有那些結果是可能的。四個木塊(a, b, c, d)中有六對——

(a, b)(a, c)(a, d)(b, c)(b, d)(c, d)

那末，在這些設想的條件下，由這一團木塊能彀作出六個不同的榜樣。在這六個可能的榜樣中，一個（就是a, b底樣），按假設，是兩個紅塊。隨便什麼人偶然取得那個樣，因而依約定要用那對去判斷全組將要誤斷；因爲他要說：『四個木塊都是紅的。』隨便什麼

人偶然拿出 c, d 那一對，將要說：『那些木塊都是白的。』他也要錯。但是，隨便那一個取得這四個樣 (a, c) (a, d) (b, c) (b, d) 之任何一個底人將要按約不得不說：『木塊中兩個是紅的，兩個是白的。』因為他按約不得不斷定全組四個中白和紅底分佈與現於他所已取出底兩個中底一樣。所以，假如一切可能的兩塊組被先後的判斷者各自獨立地取出——每個判斷者取出藏着這四個木塊底口袋中六個可能的兩塊組中底一組——那末，在這設想的約定之下，判斷者中兩個人將要斷錯，而四個人將要斷對。

這個簡單的事例說明珀兒斯用於他的歸納手續論中底原理。普通言之，假如我們由一個大團簇中選出部份的團簇，并注意於可界定的性質是否存在於部份的團簇中而從所選部份底構成態去判斷全團簇底構成態，我們得下示事實底幫助而趨到殆然的推論，這事實是：可能的『榜樣』就部份的團簇，其構成態至少近似地與全體底構成態相符合，比與全體構成態相差甚遠底更多。在上舉簡單的例，可能的榜樣中，在所論底性質上，兩個與按約應用榜樣去判斷底全團簇不相符，四個相符。就是，在這例，成功的取

樣底可能的方式比可能的不成功的方式兩倍多。

在這簡單的例子有得底情形，在所從取樣底團簇很大底場合，有得更動人得多多。不過，在那些場合，無疑地，殆然的推論，普通說，僅是幾近值 (approximations)。設想一個大團簇包有 β 個東西。設想這些東西底百分之 α 實有 α 性，其餘沒有這性。設想這個 β 個東西底大團簇全體，關於有沒有 α 性上頭，須要用某個比較小的榜樣，祇含 α 個這些東西底，去判斷。這種判斷底成績靠着關於 α 個東西中百分之 α ，具有 α 性這樣比例那一點，偶然選出 α 個東西底榜樣與全團簇相差或相符到什麼程度。自然， α 等於 α 是可能的。

在大的團簇和稍大的榜樣，這話不常是恰恰對的。但是，縱使 α 是一個比較小的數目， β 是比較大的數目，假如我們考慮到由 β 個東西底團簇中各含 α 個東西底一切可能的選擇，直接計算將要很便捷地，示明各含 α 個東西底可能的各組『榜樣』在他們的構成態上，關於有沒有 α 性這一點，與全團簇稍密切地相似底比在構成態上與那全團簇相差很大底斷然地多些。在這場合，普通說，所論底是就幾近值說，不是就準確的結

果說，假如百分之 α 代表某個 α 東西底榜樣中 α 性的分子底比例，而百分之 β 是全團簇中有這同一 α 性底分子底比例，那末，去算出各含 α 東西底可能的榜樣，即其 α 比 β 相差不少於或不多於某個定量 \times 底榜樣底數目是可能的事。這樣計算將要示明這個相差量越增加，相當的可能的榜樣底數目要更快地減少。

結果，如珀兒斯所指出底，我們歸納的推論，在他們含着從團簇取樣底直接辦法底範圍內，普通可以陳說如下：

『這些 P 中百分之 α 有 α 性。這些 P 是大團簇 K 底一個「公正的榜樣。」所以，殆然地并幾近地，大團簇 K 中百分之 α 有 α 性。』

這個殆然性底根據，這樣說，不是靠着 K 團簇底一律性，乃是靠着可能的『公正的榜樣』與全體幾近地相符底比與他大相差異底較多。

大團簇 K 底一個『公正的榜樣，』我們沒有理由設想他們用『隨便』地（*at random*），或代表地（*in a representative way*）由所要判斷底大團簇那種東西取得底方法以外底方法選出來。

這樣，歸納的通概底方法論，在其關於統計的和比較的方法上頭，不過靠着這個原理：我們所研究底事實有一種有定的構成態，這種構成態，我們能殼用由全體選出部份以得全體底公正榜樣之方法而殆然地幾近。所以，在一切這種場合中所用底手續，按其性質自身，根本上是試作的 (tentative)，是到了比較和統計的枚舉由初期進於後期就要加修改底，是易於產生幾近地真確的結果，並且，普通說，是祇會產生幾近值底。

從這個觀點，我們見到何以經驗可以說是「不特指教一門的專家在那門內已經觀察過什麼一律性，並且指教他有何麼幾近的和殆然的理由可以由已觀察的一律性通概到恰恰在那個經驗的部域內未觀察的一律性。因為取樣底過程畢竟趨於修正並改進他自身，因而指示給專家（雖則，普通說，不給外行人）應用於某一個事實底部域什麼樣底取樣是『公正』的。因為專家就是在他的本門內有過關於各種取樣法子底許多例子底經驗底人。

（第十二段）此際，我們有了準備可以了解方法的手續中更進一步——這一步在物理學史中早已達到，並且隨後在科學底很不相同的部域中也成爲可能的。這樣

的一步可以預期它是關於在選出『公正的榜樣』應該弄成可能底各部域之揀擇和界定上之某種改良。如珀兒斯已經指出底，在歸納法取「從關於自然現象底某界域底構成態或定律之某些假設之可能的結果中取樣」之形式，或「從在其與這類假設底關係上加以注意底事實中取樣」之形式底當兒，正是這樣的改良就出現了。

在試驗假設底當兒，所用底推理屬於頗為習知的區型。牛頓 (Newton) 所提出近地面底一個落下物體和在軌道中底月球一樣，受一種遵循『反平方』(“inverse squares”) 律底力底支配之假設，所給底例子，屢經用作歸納邏輯底教科書中一個說明。我們這裏不必申論『試用假設』 (“working hypothesis”) 底方法和它的順利的證實，或它的憑藉觀察底光明而修改等等底比較熟知的方面。我們的旨趣在於這事全部，對於倫序論 (theory of order) 底關涉。這種關涉，在大多數心上并不是熟悉的，也不是一目了然的。

因此，我們定須略述在更準確的自然科學中理論與觀察底聯合所由成功底普通方式，并且定須嘗試指明要把這個聯合弄得頂有效底，靠着以某些概念的倫序系 (con-

conceptual order-systems) 其構造底準確，在理想上，比我們對物質的觀察，自身所能得到底那個準確程度，遠勝底倫序系——去界定所提假設之可能。

這裏所說底歸納法，在他的最簡單的形式，顯然是由想像地預期自然的過程，構造，或定律或許是什麼樣，并由以後來的經驗考驗這些預期這兩個法子而發現那些過程，構造，或定律。這樣地預期可觀察的事實底假設底第一并最顯而易見的用處，自然是在乎他的引發的效力 (heuristic value)。他指引觀察家去尋討他，如沒有假設或許不會去找底事物。假設指揮他的注意。

然而這個用處，畢竟是一個好假設對於科學底助力中最小的。他的更大的助力是：在一個假設對於要用他底那一門真是一種好假設底當兒，他可以作為一個多少廣博的演繹的理論——這種理論，使研究家遇着直接考驗假設底方法失敗底時候，能發覺間接的方法去考驗他。我們往往聽見人說科學的假設定須是多少完全地可以受經驗底證實或推翻。這個說法是不錯的。但假如說一個假設——就像他提出那個樣子，未經更進的演繹的推理，就能數受推翻或證實底假設——比起別一個假設——其證實，

倘若實現，要間接地并要經一個頗多的演繹的理論底居間（因而這假設底結果先預計出來，然後加以試驗）纔成爲可能的那個假設——不是差不多那樣地對於任何科學上有價值的也一樣不錯。假如泰理斯（Thales）預料一個蝕（eclipse）而成功，他是提出并證實一個假設。然而，假如這個假設不過根據於對前此諸蝕底循環底經驗的知識，他的天文學沒有超過統計的階級，并且就是經過多數的這樣證實也不能超過這個階級，但是，方當一個近代的天文家討論月球說（lunar theory），并用理論與觀察底比較作爲（在這例）考驗牛頓反平方律假設「認作一個引力場所循底定律時」所有底準確度，他的工作底價值靠着在這裏把原有牛頓的假設從所觀察底事實隔開底那個大規模的演繹的理論。經記載底月亮底位置和運動，有古人所記經知道底日月蝕底紀錄補充，成爲關於月球運動底物理的事實底一個很大的『榜樣。』因月球說而纔可能底計算組成應用於月球底牛頓說底特殊結果底更大的『榜樣。』假如牛頓引力說對於月球底可察見的運動祇有一種偶然的，或暫時的，或膚淺的關係，那末，這說底結果底一個大的榜樣與觀察底結果那麼大的榜樣會這樣幾近地相合底機會是極小的。因

爲，在這例，一個由可觀察的物理現象底一界域選來底事實底榜樣，另一個由牛頓引力說底理想的結果那界域選來底事實底榜樣，兩個榜樣不特在大體上，並且在細節上加以比較，所以理論與觀察底相應乃是這兩個榜樣（如可用這話）分子對分子底相應——這兩個榜樣每一個中每一元素與別一個中如牛頓原假設不錯應該相應底那一元素幾近地相應。

（第十三段）在這例所遇底情形，如把必須改底改過，與構成假設，理論，和觀察底任何有成績的并甚有組織的聯合之最要方面底情形同一。這個過程底各階級如下：

（1）對於物質的事實底某一部域底構成態或定律提獻一個假設。

（2）這個假說，在性質上是這樣，可以容許對關於如這假設不錯該部域中應有什麼之問題作廣博并準確的演繹的理論。假如這樣弄成可能的理論確是更加廣博，準確，并有統系，那末，『這假設底後效』底可能的榜樣可以作與那物質的事實比較之用底（在需要這些榜樣底任何場合）就更大。

（3）由容許觀察和實驗底一個部域中選出事實底榜樣，把這些榜樣與那個

理論底後效比較。這理論越完備，可以弄來供比較底需要底事實之範圍就越大。

(4) 這種比較不是還(如用相似的統計的與比較的方法底場合)僅限於考察一個榜樣底分子中多大部份(百分之 x)有比較簡單的性質 q 。反之，假如該演繹的理論是很發展的且有統系的，那末，可供比較底理論底後效之榜樣不特是複雜的，而且有一個他特有底精確的倫序系(例如是理想地準確的物質的量底一個統系)——那個倫序系，假如原假設不錯，定要在細節上可以幾近地證實底。因此，在這例，理論和事實底比較簡直是可能到在各個細節上那樣瑣屑，因而若是證實成功，可使「假如該實有的物質事實底統系有隨便那一種有定的構成態，他的構成態與該假設所需要底統系相合得很密切」之說得有甚高的殆然度。

這樣，這裏所論底方法底價值靠着把來界定那樣間接地考驗底假設底那些概念之準確性，倫序，和有統系性，靠着到很大的程度：這弄成顯而易見了。假如這些概念是這樣準確的，并有統系的，他們可供作廣博而精確的演繹；結果就是一個假設底準確的後效底大榜樣，在性質上，是可以把來與觀察和實驗底事實底相當地大的榜樣相比較底。

兩個這種的榜樣底比較，因而不特可以在大體上作；而且可以對於所提示而設想底倫序上逐一元素地，詳細地作；並且可以那樣地作，使理論與事實偶然相合底機會弄得極低。

結局將是：所考驗底假設底真實還是頂好也不過殆然的而幾近的，然而如理論在演繹的發展上越準確而完滿並且如理論得越大範圍底觀察底證實，這種幾近值就越逼近；在這當兒，這項殆然性就趨於成爲越大越大到可能底極限爲止。

演繹的理論與大規模底觀察底幾乎理想的結合可以在近代底能力（energy）學說中見到。

（第十四段）從上文底考慮說來，我們現在可以容易見到：這個，科學方法中最完美的，就是理論與觀察底有組織的結合，要使他自已完美化，需要可容許作精確而廣博的演繹的推理之概念和概念底統系——如牛頓引力說和近代能力說所例示底。以在量上精確的各色表敘底假設，在現時，特別應合這個資格而引到所欲望底物質的學說：這是方法論中一個常談。我們遵用珀兒斯對歸納底見解而作底說明以示何以，一般說，

這種理論對於自然底研究是那麼重要。這些理論所供給底『可能的後效底榜樣』特別宜於應付「與用以考驗這理論底觀察的事實底榜樣」一元素對一元素地細細的比較」之需要。

同時，我們對於倫序底普通理論底略說在下文將要明示我們量的概念所以在演繹的理論的用場上重要，不過因為量底倫序系 (*order-system*) 是一個那麼精確的且可制裁的統系。無疑，在概念的對象中，量在這一點上并非孤立的；我們後此的略說一部份的職務是要明示準確的演繹的理論與量的理論這兩個概念絕非範圍相同的。在我們現在物質理論中量的概念底卓越并不是我們能覈視為絕對必然的事情。或許在將來有很理論的而不以量的概念為他們的主要概念底物質科學。然而他們定要用某一種準確的概念的倫序系，那是一定的。

但是，無論這層怎麼樣，我們說到這裏底結果是如下：

在比較的，和統計的各方法，和聯合觀察與理論底方法底場合，方法論底略說已經明示一切這些方法使用并倚賴有倫序的行隊 (*ordering array*) 底思想對象這個普

通概念，與他的從屬概念——繼列 (*series*)，繼列底互關 (*correlation of series*)，和特別倫序系，例如量 (*quantities*) 底倫序系。要了解思想所用以對付他的對象底方法，一切這些概念都是主要的。這樣，對方法論底普通的審查引我們到倫序學 (*science of order*) 底各問題。

第二章 對於倫序底區型之普通察閱

(第十五段) 在任何較準確的物質科學底有條理的手續曾經得了成績底當兒，結果是一個如頗喜河甫 (Kirchhoff) 對力學 (mechanics) 下底那個耳熟的定義所例示底。就是這樣的一種科學底事實『被描狀』(“described”) 到某個完備底程度，并且依儘量『簡單的』即『有倫序的』樣子。在這樣的描狀中所用底倫序型一面是『思想底形式』(“forms of thought”)——如我們一會到列舉他們時候就要見到——一面，在我們以這些名色對『可能的物質的經驗』底事實底世界作底描狀『幾近地』而『殆然地』真確底範圍內(且僅在這樣範圍內)，又是我們物質經驗底世界底形式。關於照什麼樣子并爲什麼理由物質的經驗底某些事實那樣差不多地依照我們思想底形式如他們實際依照底程度——這個問題是祇在秩序型自身曾經恰恰視爲思想底形式而加討論之後，才能覈正當地考慮；所謂視爲思想底形式，就是視爲『建造』或『發明』或『創造』(“constructions” or “inventions”, or “creations”)，換言之，視

爲可以說是我們思惟作用所『建造』底，或於我們不考慮物質界而祇考慮邏輯界，即不管物質界是否例示這些倫序型而單研究倫序型自身時，所『尋到』(“find”)底『邏輯的有元』(“logical entities”)。

這式的手續，即撇開我們的物質的經驗而對倫序型作研究，於我們(被視爲其對於自然底科學的或慎思的闡明正待討論之生存物時)對我們的邏輯的情境底全部了解上具有重要。這個事實尤爲我們結束方法論底略說底那些考慮所明示。因爲可注意的是一切高度發展的科學的理論使用「其邏輯的準確達於簡直不容在物質的名色上面絕對地精確的證實底階級之概念」——例如量的概念。譬如，牛頓的引力說永不能較精確地證實。因爲一種與距離底平方反比例而變底力(Force)這個概念，并其使用物質的小點(material particle)底概念含有帶下示性質底效果——即對他們精確的計算(縱使這說本身沒有又含着熟知的而還是不能解決的關於「三個或三個以上互相吸引底物體底引力作用之問題」之演繹的困難)要弄到須要界定按這說普通要用無理數(irrational numbers)表出底物質的量。但是，實際上物理的計量，祇要似

乎證實除有理數所表底數值以外底數值，也總不能數的。總而言之，在這些事例中，理論要求對某些理想的有元之界定要絕對精確；而計量，按他的經驗的方面說，永遠不過是一種幾近，並且與理想就絕對方面比較時，至好，也不過是一種粗略的幾近。

何以這樣的總不能證明他準確地代表任何物質的事實底概念，仍然於物質的科學上有這樣的價值，我們方法論的研究此刻明示給我們了。他們作爲關於物質界底準確界定底概念時之不能證實正是他們作爲幾近的物質的觀察底引導時之多成效之根源。因爲觀察家所證實底是經驗的基料底很大的榜樣與假設底後效底榜樣間詳細的（縱是不過幾近的）相應；理論的概念底準確使假設底後效能數運算出來，就是，演繹地預定出來到了繁富與變化遠過了精確的物質的證實底地位；但正因爲這個緣故，這個繁富和變化常常要求并預期那樣的可供相對的并幾近的證實底經驗的事實之越大越大的榜樣。關於理論的科學如關於行爲一樣。合理地指導他底理想越是不可達到的，能數作底「把我們到此刻所保有底或所支配底弄到與理想相合之工作」也越多。

因此，視爲我們的思想在一方面『創造』，在另一方面見爲一個純粹邏輯的（而非物質的）世界底事實或『有元』而『尋到』底理想之倫序系，祇在我們把他們從他們在物質界所得底『殆然的』并『幾近的』示例抽攤開而施考慮底當兒，纔可以以真實的見解加以研究。

（第十六段）惟是，邏輯家，考慮他的倫序系，也不是從一切經驗抽攤（abstracting）開他的世界，接某一個完全真實的意義，也是經驗的。我們稱他的事實的或是他的『創製』或是他的『尋獲』，乃是故意用了模稜的言語。因爲假如我們說按某一義他顯似『創造』他的倫序系（例如正像戴德欽 Dedekind 稱整數 whole numbers 爲『人心底自由的創製』 *freie Schöpfungen des menschlichen Geistes*），他的所謂『創造』在這例，是對於當他思惟時他的合理的意志自己表現底方式之一種經驗。他的所謂『創造』他的倫序系其實是尋獲恰恰在活動是有倫序的那限度內標別一切有倫序的活動底形式，因而并不是他的私有的或個人的幻想或欲望底任情的創造。在他的對倫序學底研究，邏輯家經驗到這個事實——這些形式存在於他的邏輯的世界中，而

且正因他們實是一切合理的活動底形式，就構成那個世界。這個『創造』與『發見』底綜合的聯結，如我們下文得見到底，是『純粹形式』（“pure forms”）底世界底主要特性。

所以，對倫序底形式底察閱很宜於從經驗的方面審察他們入手，就是，視他們為科學底理論的或演繹的方面給與「任何考慮人類思想底成績者」底經驗所呈獻於邏輯家底一組現象。這樣的經驗底最可注意的來源自然是算理科學（mathematical sciences）底界域所供給——算學的各科底一般職務就是從任何組充分地精確的假設推出準確的演繹的結論。假如一個人考慮算學底工作——分析那個工作，例如，像貝^Y諾（Peano）與其同道近年所做底——他將要見到各門算理的科學使用某些基本的概念和倫序系，並見到他們靠着這些概念和倫序系底效性（properties）以得他們的結果。讓我們就簡單地用一個提綱的略說報告這些概念和統系其中些個是什麼。

（第十七段）關係（relations）。一個『概念』一個『邏輯的有元』或（用羅素先生 Bertrand Russell 在他的算學底原理 Principles of Mathematics 中所用的名

詞)一個『邏輯的常項』(“logical constant?”),在倫序論全部極關重要底,就是由關係這個名詞表示。我們如沒有這個概念,不能設在這個題目上作任何進展。然而不用別的名詞,就是,定要回過來預設有對關係是什麼底知識纔可以界定底名詞,就沒有界定關係這個名詞底法子。那末,爲免卻在倫序學底門外無窮期地老等個能設領我們入門底『不需預設的』(“presuppositionless”)概念,我們不如從能設幫助我們在說到關係時領會他的意義底某些觀察下手。每當我們討論在哲學上具根本的重要底任何名詞,要得到一個『不需預設的』正式的定义是不可能的。

任何物質的,心的,或邏輯的對象,爲我們所能思量底,就具有特性,特色,或特點(*characters, traits, features*)——使我們能設用他們把這個對象從別的對象分別出來底特性。這些特性中有的是品相(*qualities*),如我們通常用形容詞(*adjectives*)表示底,例如硬,甜,苦等。這些品相,在我們通常想到他們底當兒,往往像是屬於他們的對象而沒有對於別的對象底明顯的關照。無論如何,他們可以供這樣的看法。在我們想到品相底本質,我們是從具這些品相底東西和這些品相自身以外底東西抽離開。但是,任何對象所

在底關係，與品相相反映，卻是視爲當把他明顯地關照別一個對象或好幾個別的對象（卽視爲與別一個對象或好幾個別的對象爲理想的或實際的伴侶）而加考慮時屬於這個對象底特性。被視爲一個父親就是被把來對這個人爲其父親底那個孩子（child）作明顯的關照而加考慮；做一個均等者就是具有祇當這個對象與和他均等底那別一個對象共同存在時纔屬於這個對象底一個特性；餘可類推。

簡言之，一個關係是一個對象作一個團簇（一雙，一個三員團 triad，一個 n 數員團 n -ad，一個俱樂部，一個家屬，一個家族等）底一個支員時所具底特性，并這個特性，假如這個對象不是這樣的一個支員（如人們可以想到底）就不屬於他。假如說一個關係是當一組底諸支員被一起地考慮或被與別組底支員攔在一起考慮時屬於這一組底一個特性，我們可以把這個定義從任何一個對象推用於任何一組底對象。

曾經屢次有人假定說關係，在性質上，根本是兩員團的（dyadic），就是，是作一雙底一個支員時屬於這一個支員底，或作一雙時屬於這一雙底特性。父親底關係，均等者底關係，或一雙均等者可以視爲這樣的一個兩員團的關係。但是，實際上，有無數的關係

是三員團的，四員團的 (*tridic, tetradic*) —— 依任何可能的方式而多員團的 (*poly-adic*)。例如，在什麼當兒一個東西是一個禮物 (*gift*) 呢？在，並且祇在有給與者，被給與某個東西底人或別的事物，和給與底東西這樣的一個三員團底當兒。在什麼當兒一個對象是一個法律上的債務？通常，祇當債權者，債務者，債務，並所為舉債底法律上理由 (*consideration*) 或別的原故存在底時候。因而債務者關係是：『*a* 因 *c* 對 *b*』通常是一個四員團的關係。在準確的科學底全部中含着更多的相關係底對象或項目 (*terms*) 底關係是常有的。

假如一個關係是兩員團的，我們可以便捷用 (*aRb*) 這個符號，意思是『有元 *a* 對有元 *b* 位於 *R* 底關係』表示主張這個關係底命辭 (*proposition*)。每當 (*aRb*) 這個命辭是對底時候，總有一個 *b* 對 *a* 所居底關係，往往以 *R* 表他。這個可以叫做 *R* 關係底倒轉關係 (*inverse relation*)。例如，假如『*a* 是 *b* 的父親』，『*b* 是 *a* 的兒子』，並且假如我們用這個話表示『一個父親的孩子』底意思，那末，『的孩子』這個關係，在這限度內，是『的父親』這個關係底倒轉。

假如一個是多員團的，那末，如 R (ahead……) 這樣的符號表示『a, b, c, d 等（按指示每個在所討論底關係的 \square 員團內底位置之一個有定的次序或方式）位於 \square 這一個（多員團的）關係。』所以，假如把各項目加以正當的界定， R (ahead) 可以用去表示『a 因（或因理由）b 對 c 欠 d』那個斷說；餘類推。

（第十八段）關係底邏輯的效性 關係所以在倫序論上具如他們所實有底那樣重要，主要是因為：在某些例內，他們受可供一個大規模的演繹的推論底準確的定律所支配。我們須要立刻對這些定律中底某些個加以注意。他們使我們能毅按各種邏輯的效性把關係類分一切演繹的科學都靠着關係底這樣的效性。關於演繹的推理底規範之理論不過是關於這些關係的效性被視為「能指導我們作推論底那些關係底合法的性徵」時之理論；所以邏輯作為對於演繹的推論底「規範的科學」時，不過是倫序論底一個附帶的部份。

兩員團的關係可以，第一，分為對稱的 (symmetrical) 與非對稱的 (non-symmetrical) 關係。對稱的兩員團的關係有時被界定為與他自己的倒轉關係相同一底關係。或

說：假如 ϕ 是一個對稱的關係，那末，無論 a 和 b 是什麼對象，每當 $(a\phi b)$ 這個斷說對時， $(b\phi a)$ 這個斷說也對。均等 (*equality*) 底關係，用 \parallel 符號表底，是具這個性質底關係，因為假如 $(a \parallel b)$ ，那末，永遠 $(b \parallel a)$ 。

假如一個關係是非對稱的，還有各種各樣的可能。例如，假如 R 是一個非對稱的關係，並且假如 (aRd) ， R 這個關係或許是這樣—— (dRe) 這個斷說永遠為 (aRd) 這個命辭所排除 (*excluded*)，因而並不是無論什麼 (c, d) 用作這個關係底『項目』，兩個命辭不會同時對的——在這例， R 這個關係是完全非對稱的。羅素提議把這樣的關係叫做不對稱 (*asymmetrical*)。在量底界域中，『大於』 (*“greater than”*) 是這類的。但是在旁的場合中， R 這個關係許是這樣—— (aRd) 不是在個例內排除 (dRe) ，而是不過在某些例內這樣排除。如有不同的關係時，除外的例，在某一個 R ，可以是惟一的，或可以是衆多的；而在某些場合，可以為他們特有的精確的附屬定律所決定。例如，這個定律或許是如下：除非某個別的關係的命辭 $(aR'c)$ 是對的， (aRd) 排除 (dRe) ；而且假如 $(aR'c)$ 是對的，那末， (aRd) 必致 (dRe) ，餘類推。

不關上文說底對稱底概念，兩員團的關係又可以按另一獨立的原理分爲跨越的和非跨越的 (transitive and non-transitive) 關係。這個新的分別根據於當我們關照某一個關係 R 而考察不同的各雙底對象時底考慮。假如，在特例，(aRb) 并 (bRc)， R 這個關係許是這樣——無論 (a, b, c) 這些對象是什麼，(aRc) 在所假定底條件下，永遠是對的——那末，在這例， R 這個關係是跨越的。假如這樣的一個定律，不普遍適用， R 這個關係就是非跨越的。按各不同的準確的科學中所用底一切對均等底定義，『等於』這個關係是一個跨越的關係。『等於同一東西底東西彼此相等』這個所謂『公理』(“axiom”) 實際上是對這個跨越性底一個頗笨拙的說法——這個跨越性，在任何準確科學中，依界定，永遠賦與 \parallel 這個關係的。這個說法何以是笨拙的；是因爲，因用『相』(“each other”) 這個話於這個所謂公理中， \parallel 這個關係底跨越性說得與也屬於這個同一關係底對稱性不可以分別得清楚。然而跨越性與對稱性是互相獨立的關係的特性。『大於』、『優於』等類關係，如 \parallel 這個關係一樣，是跨越的；但他們是完全非對稱的。『反對於』(“opposed to”) 和『矛盾於』(“contradictory of”) 都是對稱的，但也是

非跨越的。

這個普通類底型定方式中比較少數曾經比『等於同一東西底東西彼此相等』這個熟習的『公理』在淆亂未經訓練的人心上有更多的成績，因為所用底表示式暗示：『這個關係具有跨越性是因為他有對稱性。』個人容易覺得：『這個關係底對稱性。』個人承認（雖則通常不知道這事是關於定義底，或是關於某一個客觀地必然的實在界底定律，——不靠着我們的定義而本是真實的）『這個關係是跨越的。』這個『公理』因他的表示式暗示這個對稱性與這個跨越性至少在這例是必定聯在一起的。結果，起了一個廣佈的印象以為一個關係底對稱性永遠隱含着這個同一關係底某一種跨越性底意義——這一個印象有時發現於哲學的討論裏頭。但無論在什麼地方沒有比在我們要設想這兩個特性於某種底例中必定相聯合（或由隨意的定義或由於事物底本性）底場合更需要對這兩個特性作明劃的分別。

假如某一個兩員團的關係，姑說是 X ，是非跨越的，那末，至少有一個例——在其中， (dX_e) 和 (eX_f) 在於某些對象 (d, e, f) 是對的，但 (dX_f) 是不對的。也如在非對稱

的關係一樣，在非跨越的關係，這個非跨越性，像上說底非對稱性，或許現為一個普遍的定律，使一切跨越性不屬於某一個關係 R ；否則現為一個或一個以上的特例——在其中，某一個關係不遵循跨越性底原理所需要底定律。這些特例或許他們自己受特種定律底制裁。假使 (aTb) 和 (bTc) 這兩個斷說，如其同時都對，就排除 (aTc) 是對的底可能，「這個關係是完全非跨越的。例如，假使『 a 是 b 的父親，』并『 b 是 c 的父親，』要『 a 是 c 的父親』這個話是對的是不可能的。『的父親』這個關係不特是完全非對稱的，而且是完全非跨越的。命辭與命辭間為『翻駁』(“contradicts”)這個動詞或『是矛盾於』(“is contradictory of”)這個話所表示底關係是對稱的，但是完全非跨越的；因為矛盾於同一個命辭底命辭是互相等值的命辭。『大於』這個關係，如我們所已見到，是跨越的，但是完全非對稱的。這樣，跨越性與對稱性作為關係的效性時底互相獨立弄得充分地明白了。

還有第三，而又是獨立的關於兩員團的關係底類分發生，假如我們考慮兩個相關係底項目中一個在某一個關係 R 上或在倒轉關係 R 上可以對立着或實是對着底對象

底數目。假如『a是b的父親』說有幾個別的生存物，c, d等——在他們，a也是父親——是可能的，而且是常見的。假如『b是c的孿生弟兄』那末，按這個關係底定義自身，b對着他可以位於這個關係底生存物祇有一個。假如『e是f的孩子』就有兩個生存物，即那個父親和那個母親——對於他們，e位於這個關係在一個倒賬的債務者底財產該受處理并且債務者是一個單人（不是一個合資經營，也不是一個法人）之場合，那末，在這一個處理所須考慮底事務可以關涉多數債權者，但是，依假設，在祇考慮這個倒賬者的財產時，祇關涉一個債務者。那末，在這裏，有好幾個生存物（b, c, f等）——對於他們中任何一個都可以說『b是x的債權者』但在祇考慮這個倒賬案時，所說底一切債權者被視一個多數（a many）——對於他們，祇有一個債務者，即這里所說這一個債務者，與之相當。

這樣的例所提示底問題分明是可以按所關涉底關係的統系而得很不同的多方面的答覆的。最關重要的就是下種的例——在其中，某個普通定律這樣地標別某一個關係c，使如上引各例所發生底問題可以依普遍的名色答覆。這樣的定律所取底主要

形式，由下示三類底例充分地指明——

(1) R 這個關係許是這樣，因而假如對於某雙底對象 (a, b), (aRb) 是對的，那末，設使我們考慮這些對象中一個如 b，除 a 以外有，或有可能的，別的對象——對象 P，Q 等——在於他們，(aRb), (aRQ) 等這些話是對的，同時，設使我們注意這一雙底那一分子 a，有這樣的別的對象 (b, q, r)——或是實在的，或根於 R 關係底性質，而可能的——使 (aRb), (aRq) 等都成爲真實的命辭。R 這樣的一個關係經羅素和其他叫做一個『多與多』(many-many) 的關係。規定關係使成這樣底定律可以是很準確的，普遍的，并重要的，或是不甚準確，不甚普通，不甚重要。例如，『在……朝南一緯度』(“1° of latitude south of”) 是受準確的普通的定律支配底這樣的一個『多與多』的關係。

(2) R 這個關係許是這樣，因而假如在與某一雙 (a, b), (aRb) 是對的，a 底選出爲 b 底選出一定不移地 (uniquely) 決定，同時，a 定了之後，某個多少精確地決定底一組對象中任何一個可以代替 a。例如，假使在 (a, b) 這一雙是兩個人，并「的統治者」這個關係是屬於某一個完全獨立的王國（他的王的統治權不受對別的統治

者底諸侯的或聯邦的或帝國的關係底羈束底，)那末，按法律，祇有一個 α ——在他，說『 α 是 D 的統治者』是對的。但是，若使我們先選出 α ，就有許多生物物可以選出來代替 α 而不影響這個話底真實。在準確的科學中這樣的一個關係底例是：『 α 是 D 圓的中心。』在這例， D 圓一選定，他的中心就一定不移地決定了。但任何一點可以做一個無限數底圓中任何一個圓底中心。這樣的一個關係叫做一個『一與多』關係。他的倒轉 R 叫做『多與一』關係。

(3)：一個關係 R 許是這樣，因而（無論有沒有多數不同的各雙例示他，）假如 (aRb) 在於任何一雙是對的， α 底選出一定不移地決定在於那一個 b ，說 (aRb) 是對的，同時， b 的選出也一定地決定在於那一個 α ，說 (aRb) 是對的。這樣的一個關係叫做一個『一與一』關係。辜除哈(Courrat)以為在這地方『兩單旨的』(“bi-univocal”)關係那個名號較好。『一與一』關係，或（如他們往往被稱底）『一與一底相當』，在準確的科學底倫序系中是有不可勝計的價值底。他們便極重要的演繹的推論——例如，近代『集論』(“theory of assemblies”) [按是算學底一門]底一大部份所靠着

底演繹的推論——成爲可能的。

前此界定底對兩員團的關係底各種類分法，如加以相宜的改變，可以應用於三員團的，四員團的，和其他多員團的關係。不過，相關的項目底組如增加，一般說，可能的類分法就更有變化并更複雜。這里祇能說幾句話去指明對多員團的關係底這樣的類分法成爲可能底情形。

若使 $S(abcd\dots)$ 這個符號表示『a, b, c, d 等對象位於 S 這個對稱的多員團的關係』那末，該對象等能穀——互相替代，就是，在上示表示中 a, b, c 等符號可以互換而不變動所含底關係，也不影響該斷說底真實。例如，假如 $S(abcd\dots)$ 表示『a, b, c, d …是某一個俱樂部底會員』或『是在同一直線上底點』在除了所說底關係以外不考慮『會員』底或『點』底任何其他關係底時期內，就是這種情形。在這樣的各例中， $S(abcd\dots)$, $S(bcda\dots)$ 等等是等值的命辭。 S 這樣的關係是多員團的并對稱的。假如在斷說 $R(abcd)$ 底各例中有一例，或有好多的例，或一切的例，在其內有那些「項目底或對象底某一種互換——某一種這一個與別一個底交替——非把 R 這個關係變更或

把最初所提底關係的命辭底真實或許弄到破壞，是不可以的，那末， \equiv 這個關係是非對稱的（部份地或完全地。）若使 $R(abcd)$ 表示『 a 因 d 底理由對 c 欠 b 』或在特例『 a 因一星期底工資對 c 欠 b 』就是這樣情形。這樣的一個關係是非對稱的。所用項目底多數把關於每回牽涉什麼種底非對稱性底種種可能底範圍大增加；因為在有些地方，某一個對多員團的關係底斷說所含項目中某些可以互換，同時別些項目不能互換而不使意義改變或不使對的斷說成爲不對的斷說。例如，若使 $R(abcd)$ 這個斷說表示『 e 和 d 是在兩端爲 c 和 b 底那一條直線底某一段上』那末， e 與 d 可以互換，並且 c 與 b 可以互換，而不影響這個斷說底真妄；但假如把 (a, b) 這一雙代替 (c, d) 那一雙，并把 (c, d) 轉換過來，那末，普通，這個斷說在意義上要受改變，而且或許在一個方式上是对的，但項目這樣互換後而變成不對。因此，通常，我們必須說某一個多員團的關係 \equiv 關於他的項目中底這一雙或這一個三員團，或別的部份的組，或那一雙或那一個三員團或別的小組，或是關於他的項目中這一雙或那一雙底兩員團，或這一雙或那一雙底三員團，等類，是對稱的或非對稱的。假如是繁曠的倫序系，如算學底各部中函數

(functions) 底倫序系，或幾何學中點底、線底、其他底組底倫序系，所得底繁曠方式可以同時是極準確而可界定的，又是很精緻的，而且可供作成極可注意底演繹的推論底統系。

代替跨越性這個比較初步的概念有一個更普遍而同時又更富可型性底概念，可以用其方式以界定多員團的關係某些效性底概念，由在算學各科中演繹的推論內那樣熟習底消革 (elimination) 作用暗示出來。設想 $R(abc)$ 是一個四員團的關係，對稱的或非對稱的；又設想這個關係是這樣，因而假 $R(abc)$ 和 $R(cdef)$ 這兩命辭是同時信的， $R(abc)$ 必定是信的。這樣的一個關係底一個很可注意的例見於『純粹邏輯底有元』(“entities of pure logic”) 中——這個，我們以下將要說到。在這裡，我們可以容易地把跨越性這個概念通概而說 R 這個關係是『按雙地跨越』(“transitive by pairs”)。但是這個跨越性，并一個兩員團的關係底跨越性均是一個普通的關係的效性底特例——這個普通的效性使兩個或兩個以上關係的命辭共有底某些項目可以那樣地消革掉，因而假如我們起手所舉出底命辭是信的，對剩餘的項目底某一個有定的關係的

命辭可以斷說是信的。讓符號 α 代表任何確定的雙二員團，或 β 數員團底對象，不定是單個對象。讓 γ 代表代表另一個確定的組底對象， δ 第三組底對象。讓 ϵ 和 ζ 代表這樣的多元團的關係，因而 $R(\alpha\beta)$ 并 $R(\beta\gamma)$ 。這兩符號底前者表示『由 α 組和 β 組（按某個有定的模式或順序）併合底那一組對象是位於 δ 關係底一組對象』這個斷說。第二個符號，即 $R(\beta\gamma)$ 有同類的意義。然後設想或永遠或在某個確定的組底例內， $R(\alpha\beta)$ 和 $R(\beta\gamma)$ 這兩個命辭，假如同是信的，隱含着 $R(\alpha\gamma)$ ——在這裏頭， $R(\gamma\delta)$ 是某第二個多元團的關係，有時許是與上示 R 和 R 那兩個關係中一個或兩個同一。在這樣的例， $R(\alpha\beta)$ 和 $R(\beta\gamma)$ 所示底知識是這樣，因而容許把 β 這一組或團簇消革掉，以便從這個消革得出一個有定的關係的命辭。依上文界定底跨越性是就中這樣的消革是可能之一個特例：這是明白的。（原註二）

（原註二）詹姆士教授（Wm. James）在他的心理學〔譯者按是心理學原理〕底結尾一章，於對科學的思惟底心理方面之精美的略說內，用下述的話標別屢見於自然科學底那些兩員團的關係底跨越性：就是說具這一類跨越性底關係底對象遵依他所謂『被躍越底中介底公理』（“the axiom of skipped

關於對兩員團的關係底『一與一』、『多與一』和『多與多』的分類，我們在這里最後可以指出這個事實：準確的科學底『運作』(“operations”)——通常經驗界有許多與他們多少近似的同例的運作在三員團上，并且普通在多員團上，呈示大規模底由所說底這些概念出來底通概和變化。這些運作使應用範圍無窮竭底演繹的推論成爲可能。

一個『運作』如『加』或『乘』是（在用於準確的科學底最熟習的例內）根據於一個三員團的關係。假如 $R(a,b,c)$ 表示 a 與 b 底和是 c ，或用尋常符號的形式 $a + b = c$ ，那些該三員團的關係是兩個數或量對第三個數或量，叫做他們的『和』底，之關係。如所熟知，在通常的加，這些元素中底兩個底選出，即待加在一起底 a 和 b

“intermediaries”)。這是表說「爲關係的效性底跨越性之一個主要演繹的用處在乎它容許帶些熟知的消革」那個事實之一個有特色地具體的方式。就是假如「 a 大於 b 」而「 b 大於 c 」，我們可以消革掉「 a 大於 c 」這個中介而斷結說「 a 大於 c 」。這里，在本文中，我們所關心底是：兩員團的跨越性不過是「普通使消革成爲可能底并規定一類底演繹的推論底全部底那些條件」之一個特例。

(「被加項」“summands”)一定不移地決定 c 。就是，假如 $R(abc)$ 是信的， (a, b, c) 這個三員團底第二元素與 (a, b) 這一雙一定不移地相當 (*uniquely corresponds*)。在別方面說，祇指定了 c 這個「和」，普通有各不相同的，往往無數的，雙 (d, e) (f, g) 等等——在他們， $r+c=e$, $t+g=c$ 等等命辭是對的。但是，在通常的加，若使先指定了「和」 c ，并再指定了「被加數」中底一個，姑就是 a ，那末，別個被加數 b 永遠能覓找得出來（假如在我們所論底統系中可以用「負的」數或量）并且，假如找到，就一定不移地決定了。因此，三員團的關係，如標別加法底，可以受下種精確得定律制裁——按這些定律，有一個或多個完成這個三員團底方法與參加一個三員團底一個元素或兩個元素相當；這些可能的的方法隨「在某一例內誠信性 (truth) 要待肯定或否定，或每當把某一個三員團已有底對象換了各種新的對象時誠信性還是不變底那些關係的命辭」而變化。

準確的科學底「運作」對於一切用以界定精確理論并描狀事實底倫序系具有不可勝計的重要。他們，在關係的效性上，不必嚴格地像通常的數或量底「乘」或「加」。

祇要對他們的可能的門類（當他們由與近代『羣論』“group-theory”相關，或作為較新的算學常常發展底各種代值學（“algebras”）底討論底一部份而加考慮時）看了一眼，就要便捷地使任何慎思的觀察者見到『算學是量底科學』（“Mathematics is the science of quantity”）這個通俗的，而且是還往往為研究哲學者所懷抱底，見解之不合理。『量』固然甚關緊要的對象。他們的『倫序系』可以用某些兩員團的和三員團的幾個重要的效性來界定。我們關於量底演繹的推理底一切能力靠着這少數的關係的效性——但他們的結果卻是豐富到『用之不竭』。唯是，在無數的其運作可以用三員團的關係界定底代值學中量底代值學不過是一個。并且沒有任何理由說別的運作不會用四員團的，乃至 n 數員團的關係界定。如懇泊君（Kemppe）所已示明，『純粹邏輯底代值學』（“algebra of pure logic”）實際上是其運作表面看似是二員團的，而實則根據於四員團的，關係（參看下文第二十四段）底一個統系之符號學。并且算學於他的範圍內包括在一切這些倫序系中可能底并可用一切這些代值學表記底演繹的推理。

(第十九段)類(*classes*)。在描狀關係和他們的效性時，我們已不免預設一個組(*set*)或團簇(*collection*)底對象底概念，即假定一類(*class*)底對象底概念已經知道。除非有類，關係是不可能的。然而假如我們企圖去界定類底概念，我們祇在預設關係底概念已經了解時才能設作這事。在討論一切基本的哲學的概念時，這樣的一個『界定底循環』是免不了的。這，我們已曾指出。

一類，或組，或團簇，或集(*class or set or collection or assemblage*)底對象底概念一面是人類的建造中最初步的中底一個，一面又是最複雜的而最困難中底一個。梭格拉第的并柏拉圖的方法論底顯似常談底主張，和他們與柏拉圖的形上學(*Platonic Metaphysics*)底深奧的問題之密切的關係，我們在第三段已提到底，最初就明示我們最淺顯的和最深微的考慮怎樣在這個問題內結合起來底情形。發現於現代最近邏輯的算學的研究中關於新的『集論』底『熱爭的問題』指示這個同一的託始上古底題目之可驚地新鮮的方面。

類底概念，在邏輯的意義，(1)靠着屬於或不屬於某一類底一個對象，或元素，或

個體 (object, or element or individual) 底概念；(2) 靠着「屬於」一類，即爲一類底一個支員，或「不這樣屬於」底關係底概念；(3) 靠着斷說一個對象是或不是某一類底支員底（信的或妄的）主張 (assertions) 底概念；(4) 靠着使我們能設決定這些主張中那些是信的，那些是妄的之一個原理，規範或普遍相 (principle, norm, or universal)。

這些概念中第一個，在多數方面說，是一切用於準確科學內底概念中最成問題的。什麼構成一個個體，『個體化底原理』(“principle of individuation”) 是什麼，怎樣知道總算有個體，個體與普遍的區型怎樣相關，在我們的研究中，個體怎樣地可以被認識，或個體怎樣可以互相分別，他們是否可以『在數目上分清』(“numerically distinct”) 而又是完全地或部份地相似或相同，這些都是哲學底中心問題——我們枉然企圖用按通常樣子斷說『個體是由我們的感官呈現爲經驗的對象於我們』(“Individuals are presented to us as empirical objects, by our senses”)。隨便那一個有機會研究「關於任何個體底可懷疑的或在爭論的同一之任何問題」者知道，在我們把我們認爲同

一底作用受準確的規律和考驗底甄別時，沒有一個直接的感官經驗會僅僅把如我們所設想底那麼個個體呈現於我們。

爲邏輯的用場，一個個體的對象 (individual object) 是一個具下示那麼樣特性底對象——當我們以爲我們實曾找到任何個體的對象時我們提議把他視爲一面在某個研究的過程中始終可以被認識或可以被認爲同一的，一面在那個研究底範圍內是惟一無二的，因而沒有別的爲經驗所提示底任何僅僅是對象底一種類底例子能代替任何一個個體。這樣地提議視一個對象爲在某些條件下永遠是可認識的，并視爲在我們視他爲這一個個體底範圍內他不能覈有任何「替身」(substitute)：一切這些含着某一種意志底態度——這種態度，我們的感官經驗能覈示例，并且能覈多少維持，但終不能覈證明爲必然的或呈現爲「被基料自身所順利地而決定地保證底態度。」

這樣看，個體底概念是一個其來源和意義乃由於我們的意志，由於我們的趣味，由於所謂實效的 (pragmatic) 動機底概念。我們主動地公同假設 (postulate) 個體和個性。我們不是僅僅找到他們。然而這不是說引導我們作這個公設 (postulate) 底動機是完

全任意的或是祇有僅是相對的價值。有些對我們的經驗底主動的和立意的態度，爲我們所不能設想不採取而不使我們失掉設想我們的世界中有任何種倫序底能力底。沒有視爲惟一無二的個體底對象，我們不能設有什麼類。沒有類，我們不能設（如已見到底）有關係；沒有關係，我們不能設有倫序。但是，要爲合理的是要設想到實在的或理想的倫序系。因此，我們有一個絕對的邏輯的需要要設想個體的對象爲我們理想的倫序系底元素。這個公設是要清楚地界定任何種理論的概念之條件。個體底概念底其他形上學的方面，我們這裡可以忽視。設想有個體是一切有秩序的活動底一個必要的預設。

一個個體，經公同假設爲有的之後，可以與別的個體歸一類。假如所論底各個體被視爲儼若己有，那末，把他們這樣地類分（即主張這些個體屬於同一類）底行爲又是一個意志底行爲。他的價值，到此刻，祇是實效的。由這種方法，我們達到我們自己底某一個目的，即視東西爲因某種理由分清，而一面又是不分清的之某個目的。按這個意義，一切類，由立意地選擇來底規範，或我們所用以類分底原理，從別些類主觀地分別開。離開某一個類分底意志，我們的世界沒有類。然而沒有類分，我們不能設進行理性的活

動底過程，不能設界定任何種實在的或理想的有倫序的世界。在這個意義上，界定至少某些規範或類分原理底行為是一個「其邏輯的價值不特是實效的而且是絕對的之行為。」因為一個我們或可設想為完全沒有類底世界不過是絕無世界罷了。我們不能設把他或在他內做什麼。因為無論怎樣自覺地并立意地行為就是把個體分為實。關涉，應付，利助，相當於，激起，或起源於每一種的活動底對象與不。這樣底對象。所以類在一個意義上是『創製』在別個意義上，又是一切我們的立意的活動底絕對的先決條件，因而就是一切我們的理論底絕對的預設。

假如我們想到某一個規範或類分原理，這個規範免不了界定至少一雙底類，即某一類與他的負的或矛盾的 (negative or contradictory) 類。因為假如某一個規範界定×類，那末，同一規範界定任何非×底對象合成底類——這一類，這里以×符號表他。

在我們動手把我們的實在的或理想的世界底任何部域加以類分底任何時候，我們這樣做，自然總是因為我們知道，或至少公設：在那個待類分底部域中有一些 (some) 個體。并且關照界定一個類×底某一個規範而施考慮，這些個體屬於×，否則屬於×。但

是，自然我們的規範不能教自個兒告訴我們在那待類分底部域中有沒有屬於×類底個體。我們因之可以爲×類界定一個規範，而此後發現「個個物是×」，因而「沒有×」。那末，通常，在我們用×類底規範界定這一類時，兩個主張中或這個或那個許對於×是信的。就是，或是（1）「×沒有支員」或是（2）「×至少有一個支員」。這兩個主張，當對任何有定的類×說底時候，其中一個是信的，還有那一個是妄的。就是這兩個主張是互相矛盾的（*mutually contradictory*）。

一個很大範圍底準確科學底斷說可以說是屬於這兩個比較簡單區型中底這一個或那一個。一個沒有支員底類，一個「無何有類」一個「空類」或「零類」（“zero-class”）可以用α符號代表他。在這場合，他是一個受其規範明劃地界定底類，但爲我們知道不含着我們決心認爲或界定爲我們所論底那個（實在的或理想的）世界底個體中之任何一個。假如一個類×沒有支員，那末，他的負類，即×，包羅屬於我們所論底部域或（用英國邏輯家第摩根 De Morgan 底詞語）「討論界」（“universe of discourse”）底一切有（*everything*）。一切有這類，可以用1代表他。視α與1爲兩類，并在本例用

爲任何兩類間邏輯的等值或同一 (*equivalence or identity*) 底關係底符號，我們可以主張對於我們爲任何理由能設類分底任何世界。

$$(1) 0 = \bar{1}; (2) \bar{0} = 1$$

是形式上信的。那就是說，「無何有」類與「一切有」類，每當這兩個名詞用於曾經應用一個確定的類分底任何一個『討論界』時，是彼此互爲負類底。

有了由不同的規範或類分原理界定底任何兩個不相混的類， x 和 \bar{x} ，免不了地而且不管 x 和 \bar{x} 有一個或兩個是『零』（即『空』類）， x 的和 \bar{x} 的定義自身就要求在經我們類分底世界中有兩個新的產出的或有或沒有支員底類。這新類是：(1) x 類和 \bar{y} 類底邏輯積 (*logical product*)，即在我們的『討論界』中同時合於 x 的和 \bar{y} 的規範因而同時屬於 x 類和 \bar{y} 類底那些對象底類；(2) x 類和 y 類底邏輯和 (*logical sum*)，即或合於 x 底規範或合於 y 底規範因而屬於兩類 (x, y) 中至少一類底那些對象底類。我們用 $x \bar{y}$ 符號代表 x 和 \bar{y} 底邏輯積，用 $x + y$ 符號代表他們的邏輯和。在個個長的對於類底討論中，一定會碰着邏輯和與邏輯積。

在 \neg 與 \square 兩類間，或有或沒有某一個對一切關於類的研究因而對一切準確科學具根本的重要底關係。這個就是籠攝 (subsumption)。他是一個非對稱的，但不完全非對稱的。我們可以用人這個符號代表這個關係。假如 $p \rightarrow q$ ，那末，凡是合於 \square 底規範底也合於 \square 底規範，或如我們也可以說底， \square 類被包括於 \square 類。假如 $(\neg p) \rightarrow (\neg q)$ 和 $(\neg p) \rightarrow (\neg q)$ 同時是對的，那末， $(p \rightarrow q)$ 若使 $(p \rightarrow q)$ 是對的， p 與 \square 底邏輯積沒有支員，或表以符號，即 $p \cdot q = 0$ 。籠攝關係是跨越的，就是。

『設 $(p \rightarrow q)$ 并 $(q \rightarrow p)$ 。那末， $(q \rightarrow p)$ 』

如近代對這個題目底研究所已示，傳統的『連珠式底理論』 ("theory of the syllogism") 底全部可以表敘為籠攝關係底這個跨越性底一種註釋，并比較簡單的應用。這樣，關於『思想底規範』底理論不過成爲邏輯的倫序底理論底一個次要部份。

還有一個關係要在這里明白地標別——這個關係往往與籠攝關係相混，但在近時經伏雷格 (Frege)，貝 γ 諾，和羅素把他從籠攝關係細心地分別開。這個是一個個體對他所屬於底，并他爲支員底，類所立着底關係。貝 γ 諾派以 \in 符號表這個關係。例如，擬

想 γ 是一個個體底名稱，($\gamma \in X$) 這個符號意謂『 γ 是 X 類底一個支員，即屬於 X 類。』因為一個類自身可以，並有時在邏輯上被視爲一個個體，假如這個類被視爲一組底類中底一個支員（例如，人說：『 2 底自乘數，如 2^2 ， 2^3 等等合成一類——這一類爲各類整數合成底類中一個支員，』）我們可以擬想 $X \in Y$ 這個關係對於某一類 X 是信的， γ 是一個諸多類底類。但是，在這樣的例，假如($\gamma \in X$)并($X \in Y$)，通常，($\gamma \in Y$)這個主張是妄的。所以，關係是非跨越的，而 γ 關係，即籠攝關係則是跨越的。那末，他們是十分不同的關係。

任何一類 X ，有各個體 $\gamma, \gamma', \gamma'' \dots$ 合成，對這些個體，相當的主張($\gamma \in X$)，($\gamma' \in X$)等等是信的。這樣，從形式的觀點看，我們可能，實則爲某些邏輯的目的起見，我們必須根據『命辭底理論』(“theory of propositions”)去發展『類底理論』(“theory of classes”)。命辭自身有某些特具的邏輯的關係，矛盾，隱含(*contradiction, implication*)等等。命辭底這些關係，有那些我們說過底類底關係，即轉負，籠攝(*negation, subsumption*)等等按某些準確的方式與之相當。因此，一個『類底推算學』(“calculus of classes”)是可能的，雖則這兩個理論，關於在他們各自範圍內可供演繹之用底原理上，有某些可

注意的差別。

屬於 (E₁) 這模式底斷說，可以說是各種類分底根據底，有上文述過底那種貌似怪誕底性質。就是，他們是公設，或立意的行爲底表現，因爲一切類分含着一個多少意造的規範或類分原理。然而這樣的命辭，并任何個類底邏輯的統系所遵循底定律仍然是準確的，是（如我們所已見）可用精確的兩員團的，三員團的，和四員團的關係界定底，并沒有半點意造。其實，每一個類分雖是任意的，邏輯底普通定律具有一種不能設想可以被超越底絕對性，并處於一切倫序系底，和一切理論底基礎地位。

對於「邏輯的原理底絕對性怎樣能設與我們所作每個類分底意造性這樣相容這個疑問」之惟一可能的答覆在乎說邏輯的原理把『依有倫序的樣子去行爲底意志』換言之，『要爲合理的底意思』（“will to be rational”）精確地加以界定。

（第二十段）倫序底區型 (*types of order*)。上說底關係，關係的效性，和類底概念會使近代算學家及其他研究邏輯者能設以準確的名色界定可驚地廣大的範圍底倫序系。在上文略說中或許似乎那麼各異的，不相連的，并抽象的那些考慮，一經適當地

結合，陡然（差不多「驚心動魄」地陡然）使我們對於數的，量的，幾何學的，并一般說，理論的自然科學底世界所有底倫序之恰恰極關重要底方面有所洞悟。

因爲，第一層，每在世界內有任何倫序底場合，什麼倫序型是普遍存在？答案是，纒列的倫序（*serial order*）。一個纒列（*series*）是什麼？任何行，隊，等級，先後底次第，數的或量的價值底組，任何一條直線，任何一個用直線底幾何的圖形，其實一切空間，一切時間——任何這樣的對象含着纒列的倫序。纒列的倫序可取兩個主要區型，『開放的』（“*open*”）纒列，與『閉合的』（“*closed*”）纒列或環纒（*cycle*）。因爲後種底倫序可以按某些熟知的法子化爲前種底倫序，這里祇標別任何『開放的』纒列，卽不回轉到本身的，纒列就够了。這樣看，一個纒列是一類底個體或元素有這樣的性質因而祇有一個兩員團的，跨越的，并完全非對稱的關係 β ，而同時 β 這個關係是這樣的——使無論該類中那一雙（ a, b ）底各異的元素選出來，或是（ $a\beta b$ ）或是（ $b\beta a$ ）必有一個是信的。因爲這 β 關係按界定是完全非對稱的，對於屬於以 β 界定底纒列中任何被選出底一雙底對象，（ $a\beta b$ ）與（ $b\beta a$ ）不能都是信的。假如從某一纒列任何雙（ a, b ）元素起手，任何

其他元素 a 或 a 底『位置』可以用如 (aRc) (aRg) (gRb) 等等底主張而關照 c 與 b 底位置加以決定，同時 R 關係底跨越性使我們每當有具一個共同元素底兩雙出現於我們決定工作底歷程中底時候能啟用這樣的主張作個演繹的推論底根據。結果就是推論底鏈串，消革，等等。這樣，又是，演繹的推論底某些規範爲關係的效性所決定。

用這個對纏列底定義使一纏列所包的類和子類 (sub-classes) 中可以有底變異，無數種底各不同底纏列型可以根據剛纔所舉那單個定義并類底邏輯的效性而加界定。(原註三)

例如，正的整數 (positive whole numbers) 底纏列乃爲下列事實所標別：一來，該類中祇有一個支員，即第一個，對別的整數中底個個立於 R 關係， R 是『前項』(“predecessor”)。

(原註三) 上列定義底應用，并這定義所容許底對可能的纏列型底分類至今已成了公有的資產。這個定義底精義，并可以用它表現底序數的效性 (ordinal properties) 底豐富在十九世紀底後半由珀兒斯，戴德欽，甘菜兒 (Cantor)，及其他邏輯的與算學的著作家底探討漸漸闡明出來。這些結果，羅素的算學底原理中會撮要，并加以各種新解釋。

那個跨越的并完全非對稱的關係，同時沒有正的整數對這個第一數立於 \preceq 關係；二來，無論選出那一個數（姑說是 2 或 n ），有一個數（姑說是 3 ，或 $n+1$ ），且祇有一個數具這樣的性質使假如 $\{nR(n+1)\}$ 是信時，沒有使 $\{nRm\}$ 和 $\{mR(n+1)\}$ 同時信的之整數 m 。在這例 $(n+1)$ 叫做 n 底最近後項 (*next successor of n*)。這樣，『最近後項』這個關係是用 \preceq 關係并沒有中介底條件去界定。整數還有一個性徵就是：假如任何效性 \circ 屬於第一整數，并假如 \circ 是這樣的因而倘若 \circ 屬於任何整數 n ， Q 也屬於 n 底『最近後項』（姑說屬於 $n+1$ ），那末， \circ 屬於一切整數。整數纏列底這個特性是結合這個纏列底其他關係的效性與類底邏輯的效性而界定并應用，而是對算學的理论底全程中底演繹具有極根本的重要底。這樣又有一個適用於某一類底例之別的演繹的推理底規範成立了。

這樣的關於類與關係底簡單的考慮把整數底纏列界定，而且預定整數論 (*theory of whole numbers*) 之具有「無盡藏」這個情形。把這樣的一個序數的纏列 (*ordinal series*) 『向後』伸展使我們有了負的整數 (*negative whole members*)。『有理數』

(“rational numbers”) 底纏列關於他的序數型可用下法標別：即爲那個纏列界定 R 關係，并且這樣地選定這纏列中底元素使如有無論什麼雙 (i, j) 底各不相同的有理數具使 (iRj) 爲信的之性質就有與 i 與 j 各不同底 j 具使 (iRj) 和 (iRk) 都爲信的之性質。這個區型底纏列現在叫做『緊密的』 (“dense”)。根據有理數中緊密纏列，我們能數界定別一個纏列，即有理數中底『截斷』 (“cuts” or *Schnitte*)。這個新的纏列，按戴德欽的意義，是『綿續的』 (“continuous”)。他是用某一種類分與所已論底關係的效性底另一種結合去界定。這個有理數中『截斷』底纏列就是『真數』 (“real numbers”)。底纏列甘朵兒曾把這樣的一個纏列所包底某些子類底效性與用以決定這纏列全體底那個 \subseteq 關係底普通效性作又一種綜合而對於這個『真數』底綿續纏列 (所謂『數學的綿續系』 “arithmetical continuum”) 底效性弄出一個更精確的標別來。

結果，算學現在有對『數學的綿續系』依純粹序數的名色而下底一個完滿的定義。

但是數不祇是受制於兩員團的序數的關係。在通常用於數學和代數學底場合，他也受制於三員團的關係——通常加法 ($a + b = c$) 底，和乘法 ($a \cdot b = c$) 底運作是以三員團的關係界定底。現在最關緊要的問題發生了，就是這些三員團的關係他們自己與數底纏列底兩員團的序數的關係怎樣地相關。這個問題，曾經近代研究算學底基礎者致力而得完滿的成績。第一層，曾經明示如上文界定底簡單底整數纏列是怎樣的使我們能覈根據「祇含着這個整數纏列在原狀時底兩員團的關係的效性之考慮」而為那個纏列界定他自己的各項相加與相乘底運作。就是在如正的或負的整數這樣的纏列，加法與乘法中含着底三員團的關係可以用那個纏列所由有倫序底那些兩員團的關係去界定。但是，在有理數底緊密纏列，更是在「真數」底「數學的綿續系」尤其是代數學底「複雜數」(“complex numbers”) 上願，這樣的把這些數底三員團的關係化為整數底兩員團的關係祇能間接地作成，即是用特別定義——那些定義使我們能覈把這些別的纏列，實則「複雜數」底全系，視為由一種「邏輯的產生」(“logical genesis”)，用一個纏列底「含着原有整數纏列底項目，類，關係底結合」并用「這些初

次結合底結果底更進的結合，「從整數纏列引伸出來。一切這種『產生』我們這里沒有篇幅去推尋。祇說以下的話就够了：這種探討底結果是指明使通常代數學可容變化無窮的計算 (calculation) 的運作底一切效性可以化爲根據於兩件底效性；這兩件就是 (1) 行於整數系自身底兩員團的順序的關係，并 (2) 某些引伸出來的邏輯的有元 (整數雙，這些雙底類，真數雙等等) 底效性和他們的序數的關係。簡短地，我們可以說：用於通常代數學底數底一切效性是他們的倫序系底效性，同時這個倫序系是可以根據整數系底效性并「整數系使我們能數界定底對象底某些類和關係底效性」去間接地界定。

通常代數學底數系一經界定，就可以有統系地討論算學的理论那樣屢屢應付底物質的和理想的量所呈獻底問題。量是由大於和小於那種的關係而成爲纏列之物質的或理想的對象。因此，他們有他們的纏列的倫序系。通常，他們也受制於均等 (equality) 底關係。假如他們是內充的量 (intensive quantities)，他們的倫序系祇要這樣的兩員團的關係就可以界定，就是祇要「大於」「小於」底關係，并「均等」底對稱的關係。

外充的量 (extensive quantities) 是這樣的：在受制於「大於」、「小於」、「等於」這些兩員團的關係之外，又受制於某些三員團的關係——用那些三員團的關係，屬於同一個量底統系底任何兩個外充量底和，就可以界定。但是，在量底界域內，沒有普通式的「邏輯的產生」使我們祇要根據「大於」、「小於」及「等於」這些兩員團的關係就能數界定 ($a + b = c$) 這一類底三員團的關係底。在這點，視為邏輯的對象底量與以純粹代數學底觀點看待底數底纏列有不同。有理數底和「真數」底「邏輯的產生」——我們剛剛說過——在量底世界中沒有精確而普通的相當的過程。因此，大多數組底外充量相加時所靠着底他們的那些三員團的關係是由下列三種根據而界定底：或是 (1) 根據於經驗的歸納（如在物質的重量，在能力 energy 底量等等）或是 (2) 根據於立意地假定底公設（如在多數理想的量底統系，例如純粹數量的幾何學 (pure mathematical geometry) 中以常法處理底外充的量）或是 (3) 根據於公設與物質的經驗底某種聯合（如常見於幾何學底應用，并常見於像力學 mechanics 那樣的科學底）。

(原註四)

唯是，有了對加法運作可以根據底一個三員團的關係之某一個可用的而够普通的定義，數底統系可以立刻引用於任何個量底統系底理論裏頭。關於這樣的一組底量底物理的理論底準確性靠着這樣的引用。這樣的一個界域底外充量底倫序系變爲與數底一部份底，或真數底或複雜數底全局底倫序系相當。這樣，使量底界域內演繹的推論成爲可能的是專靠着這個界域底序數的效性。

上敘關於纏列的倫序型底原理在更繁曠的倫序系底理論和描狀上之應用含着
一組過程——這，我們已經屢屢指到底，就是纏列底互關 (*correlation of series*)。算學的函數 (*mathematical functions*) 底理論——一個可供作無數的變化和應用底并在
一個個廣博而準確的理論的科學有功勞底理論——底全部靠着這樣的互關。在這個地方可以界定底關於演繹的推論底規範繁多而複雜，但真是重要。

(註原四) 在幾何學的理论底甚著名的例，也有一個特種把空間形式底「數量的」效性化爲「序數的」效性——由這種轉化，數量的幾何學底基礎可以間接地化爲可以完全以投影的 (*projective*) 即
以序數的名色表示底原理。這例對幾何學底邏輯甚關重要，但這裏不能夠再討論下去。

最簡單的一種底互關是當在兩纏列底支員間，或在這兩纏列底某可界定的部份底支員間能設成立一個『一與一底相當』（“one-one correspondence”）底關係時而有底互關。在某些別的例，能設成立一個『一與多』底關係——依這關係，某一個纏列 α 底個個支員（姑說是 α ）有由某別一個纏列， α 選出來某個有定數，一雙 (q, r) 或一個三員團 (r, r, s) 底元素與之相當，否則 α 屬於 α ， r 屬於 α ，餘類推；同時，有了 $(q, r$ 等等）， r 就一定不移地被決定了。這樣地呈示底可能還可以再變化而不是必要犧牲定象底準確性。在很多的例，尤其是在關涉數與量內可能的運作底場合，我們或許成立一個這樣的纏列底相當和互關，即是一組底雙 (p, q) ，或三員團 (p, q, r) 等等（那里底 α 應選自一個纏列， α 選自別一個或同一個纏列，餘類推）中個個團，有某一個確定的元素， x 或某一組底元素 (x, y, z, \dots) 與之相當；同時，元素 x （或 x, y, z 等等底組）可以界定某一個具下示性質底纏列或倫序系——這一種纏列或是產自其定律為該種互關底基礎之『函數的關係』或是可以用那個函數的關係界定底。普通說，擬想 α, β, γ 現在不是僅僅單立個體，而是雙，三員團，或別種的組底對象。擬想 α, β, γ

三組中每組所由構成底元素一起依一個確定的方法由某些纏列底已界定底對象（數底纏列，線上底點，線底或別的幾何圖形底纏列，物質的量，等等）選出來。又擬想有一個我們可以用『假如 $R_1(\alpha)$ 和 $R_2(\beta)$ 兩個都是信的， $R_3(\gamma)$ 也是信的』這個形式表示底一個普通定律。那末，這樣的一個定律建立 R_1 底， R_2 底， R_3 底元素各各地所從選出底各纏列間底一個函數的關係，或一個函數的關係底統系。

例如， $R_1(\alpha)$ 可以代表各種物質能力（燒底煤炭，供給底水力，等等）底量之某種結合。這些種底能力在製造某些工業的產品時許是結合在一起。這些量中個個，在一特例內，是他自己的那纏列（煤炭底重量，在某一種『源頭高度』（“head”）使用底水量，等等）之一個支員。 $R_2(\beta)$ 許是當在某些條件取來能力時這些各種能力底代價底總合。這些代價底元素又是在他自己的纏列中有他的位置——這個纏列由一個貨價單（每噸煤炭，每立方米底突水，等類底價錢）所決定。由是，按爲製造底法式，能力底白費掉或使用等等所決定底情形，某一個結合 $R_1(\alpha)$ 和某個結合 $R_2(\beta)$ ，有某一組屬於一組工業品底代價，表以 $R_3(\gamma)$ 底與之相當。在這樣的例，產品底代價將要現爲對所

用能力底來源并對這些來源中個個底代價居於『函數的關係。』在這樣的一個纏列底，或纏列底統系或組底互關發現之時，結果是一個爲諸互關所決定底倫序。

如克來因 (Klein) 好久以前已明示，各種幾何的科學，各不同的幾何學（數量的，投影的，等等）可以用各種幾何學的『變換』（“transformations”）所遵循底那些『不變件』（“invariants”）（即對於互關底結果之不變底定律）去類分。并且幾何學的『變換』（投影，統系的扭變 deformations, 對偶 dualities, 反轉 inversions, 等等）含着這樣的纏列組底互關——其性質俾（按上示所用符號底定義） $R'(a)$ 和 $R''(b)$ 等等依「幾何學的世界底關係的效性使幾何學者能覈界定底方式。」隱含 $R''(a)$ 爲他們聯合的結果。通常，算學的『變換』意謂用「與別的統系底關係和相關項之相當」去界定所討論底那一個統系底關係。他的『不變件』是爲一一的并一切的互關的統系所例示底一個定律或關係的效性或『建造』。

「在其中這樣的『函數的關係』并這樣的『變換』成爲可能底那些統系」底有倫序性之一個極重要的條件是具有屬於在我們對關係底普通說明內所討論底那

一類底關係的效性，可供作消革底（第十八段，近末尾。）可容作消革底較普通的關係的效性，在「界定那些容有確定的并依規則地重複的互關和變換之複雜的幾何學的并物質的倫序系這一事」上頭，恰象跨越性在界定單個纏列那一事上頭一樣。

還有一句話要說，就是關於對稱的關係在一切這樣的倫序型底構成上底精義。假如 $a = b = c = d$ 等等，這些就中任何兩個關係有如「這樣的一個對稱的跨越的關係之一組對象可以叫做一個平層 (level)」。在一個地形圖上，指示平層底線，即『等高線』(“contour-lines”)，經過某些點——那些點中，任何兩點代表在所圖示底地面上位於某個『底平層』(“base-level”) (通常，海面) 上相等的高度的兩個物質的點。等溫線 (isothermal lines)，等壓線 (isobars)，緯度線，并無數別的代表平層底符號是用以表狀實在的或理想的對象底有秩序的特色之圖式。但是這樣的一個平層底支員并不是由它們的對稱的跨越的平層化的 (levelling) 關係而具倫序。它們是由纏列的關係，或上示底纏列系底互關，而具倫序，假如它們至少可算有倫序。然而平層化作用和關係不斷地用以界定倫序系。地形圖和『氣候圖』(“weather map”)，示這事實底例。并且

方程式 (equation) (譯註) 在算學上有那麼大規模底用場是那個科學底最著名的特色中底一個。爲什麼自己不生倫序底關係在定界倫序型上這麼樣有用呢？

對於這問題底答覆有三層——

(1) 對稱的關係，尤其是對稱的跨越的關係，使我們能彀類分，因而成爲倫序學底一切最準確地界定的類分之基礎。

(2) 正因爲這個理由，理論的各科學中最重要的纏列中多數是平層底纏列 (series of levels)。例如，在圖上底等高線等壓線等等底纏列就是這樣的。

(3) 復次，因爲同一理由，一個具倫序的世界底最重要的定律中多數是以(譯註)此字原義爲相等化。

平層底名色界定。通常，一個統系底『變換』底『不變件』成立這樣的平層。就是在兩個或兩個以上統系由一種『變換』而互關，這樣的互關容許屬於每一個統系底某些關係不因由這一系轉到那一系而變動。這樣，一個平層就成立了。例如，能力不減律 (conservation of energy) 是以這個話——在物質世界內某一個『封閉統系』(“closed

system'），底任何兩狀況A和B間有某一個對稱的跨越的關係——表示底一個定律；這個關係就是以下示的話表示底：『在A狀況時這一統系所有全能力在量上等於在B狀況時這一統系所有全能力』換言之。能力全量，經過這個變換，還是不變。這樣，對任何統系底互關或變換底『不變』律底敘述總包括些個可以用對稱的跨越的關係表示底元素。這個完全是那同一底類與關係這兩概念底不可解的聯合之結果——這種聯合，我們從我們對倫序底略說底起頭以來已曾舉例解示。

我們此刻回顧，就要見到演繹的推論底各種規範，在一切這里所論底例中，靠着正加考慮底倫序系底關係的效性，因而，按徹底的分析，靠着各單個關係底效性。這樣看來，形式的邏輯，視爲一個『規範的科學』時，不過是由於把倫序論 (theory of order) 在演繹的推論底這個或那個過程上應用時所附帶發生底。

第三章 倫序型底邏輯的產生

(第二十一段) 在我們的第一章，關於方法論上底研究指示給我們一切科學的手續對倫序論底關係。在我們的第二章，我們曾經，依很經驗的樣子，摹寫那些標別準確的科學底倫序型。絕對地在倫序論為精髓的概念中兩個，我們已經討論，實則那樣地討論，因以指明它們何以是必須的。這兩個是關係底，并類底概念。因為這些概念不特真用以界定個個倫序型，而且，如我所已見到，它們所以為必須的靠着這個事實，即是：沒有他們，任何種類底理性的活動不是可能的底事實。因之我們曾經力持這些概念依一種很特有的樣子把『創造』和『發見』——一個適然性(contingency)底元素和一個絕對性底元素——聯結起來。一個特種物質的或心的關係，如父子關係會存在於這個世界上，是一個「其為經驗之程度與顏色或樂音底存在一樣」之一個事實。會有物質的對象可供類分，這也是一個經驗的事體。并且，對實在的或理想的對象底類分中種種，在任何特例，乃被我們所主意選定底一個規範或類分原理所決定。在這限度內，類分

是隨意的，並可以說是『創造』或『建造』。但是，無論這世界含有什麼種別的東西，祇要他含有一位知道並決定他的行為爲底合理的生存物，那末，這一位就覺得某一個關係——「實行任何他在未行爲之先所考慮底行爲」與「不實行這行爲」底關係。這樣，行爲間底關係是必然的事實到這麼樣，使「無論任何祇是實行半點行爲底人」或「任何就是祇在理想中預計各可能的行爲途徑底人」，定要以爲在他所設想底行爲模式底世界至少有這些關係底某些個。依相似的樣子，如我們所已見到，每種底行爲決定對某個物質的或理想的世界底一種類分。因此，在通常關係底和類底性質決定有倫序的活動底各區型之存在和意義這個範圍內，這些倫序的活動底區型，並表示其性質底倫序系一面是經驗的對象，『被找見的』（“found”）（因爲我們經驗它們存在於我們的世界，）而一面也是必然的對象，因爲假如我們嘗試設想它們不存在於這世界，正是我們這個設想就含有行爲底模式，因而把這些必然的關係與類又恢復到「我們把他們攆逐於其外底那個世界」之內來了。我們『建造』我們的理想的界內底關係系及類。但是我們也『找到』這些建造中至少有些是必然的。

一個屢見主張近代見解，我們在上文已提到底，即稱爲實效主義 (pragmatism) 底，主張一切真理，包括邏輯的真理，都根據於這個事實——我們的假設或別的主張證明爲成功的 (successful)，或由他們經驗的應用示明它們適應原要他們適應底需要。按這個觀點，『實有類，關係，和倫序系』這個邏輯的假設，祇在「設想這種對象底，并視它們爲真的底行爲，於我們就中進行我們的思惟底經驗的情境之下，有一個成功的結果。」這個範圍的。這樣，邏輯的真理，并類底，關係底，以及各倫序型底，邏輯的存在將要立於一個經驗的科學底一切『試用假設』所處的地位。這些倫序系，恰恰祇在「這樣地主動設想世界有成功的作用」底範圍內，是會有的；并且它們的定律也祇在這範圍內會有效的。

但是，在上文，我們已經指明如祇問通常類底，和關係底存在，并在關涉某些邏輯的定律底效力底限度內，我們不得不持守一個我們可以用絕對的實效主義 (absolute pragmatism) 這個名詞標別底見地。這個見地與現在極流行底實效主義者的見地不同。有些個真理，披露於我們不是因爲這個或那個假設在特例內所得底特殊成功，乃是

因爲下示事實，就是，有某些活動底模式，某些合理的意志底定律，假如我們企圖假定這些模式不存在，或這些定律不是有效的，正是由於這樣的企圖，我們反而把它們起復并證實了。這樣，任何說他的世界中沒有任何項的類底人，不免分類了。任何人——主張在他看，沒有實在的關係，并特別是沒有肯定和否定間底邏輯的關係因而在他看「唯」(yes)與「否」(no)意義相同底人——一面他自己主張并否認，因之以爲「唯」與「否」間有一個不同；一面恰恰在否認「唯」與「否」間底差別上肯定有一種關係的相同 (sameness)。

簡言之，無論什麼行爲，無論什麼行爲底區型，無論什麼行爲底結果，無論什麼概念底建造，凡是恰恰是排除它們或設想它們沒有底行爲在邏輯上反而隱含着它們底存在底，固然是按經驗的并實效的方式披露給我們（因爲我們由行爲纔見到它們底存在并得關於它們底知識），然而它們也是絕對的。并且任何能說說明它們是什麼而成功底敘述具有絕對的真理。這樣的真理是一個『建造』或『創造』，因爲活動決定他的性質。他又『被尋到的』，因爲我們在行爲時察見到它。

唯其如是，所以無論那一個企圖辯護我們在上章所摹狀底較繁賾的倫序系中任何系是實有底人有理權去尋求某個絕對的標準，使他可以分別出什麼倫序系是在這世界內（即在這個邏輯家有理權視為必然的世界內）必然的事實，并在這些形式中那些（假如有些）是無常的并非必然的，或是為特種經驗的事實這樣地呈示因而使他們終是僅僅適然的底。

邏輯家的世界是假設底，理論底，并用於這些理論和假設中底理想的建造。理論和假設許是不過為物質的現象所呈示於我們，因而假如我們有了與我們此刻的感覺不同底感覺，或假如我們的知覺 (perceptions) 循着與現所觀察者不同底定程，我們就要用不着這些假設和它們所產生底理論。在這範圍內，假設是適然的，而理論祇有有條件的價值。不特如此，我們的活動中有些實是隨意的，因而我們可以如通常的說法，『隨我們的高興做』(“do as we like”)。并且在這樣的活動模於「選擇及界定我們的假設這一事」上出力底時候，邏輯家不能覈視它們為必然的。但是，如「唯。」與「否。」間底不同等類邏輯的事實不是靠着我們感覺底適然的方面，乃是靠着我們對我們打定主

意做或不做底事情底理性的省覺。這樣的事實沒有感覺底經驗的特殊項底適然性。而且行爲模中有些，如肯定和否認那樣，是絕對的模式。

我們固然能設停止肯定和否定底過程，但祇好把對我們自己立意要做底事底一切理性的省覺遏止纔行。某個特殊的事業許是任意的，但剛經呈示底絕對的行爲模不是任意的。我們不能設擇定不要這些行爲模而不同時正在企圖擇定，因爲擇定就是行爲，并且含着（隨舉一例）上文說底肯定我們要這樣這樣做和否定這個主意間底差別。

（第二十二段）這種的考慮指示給我們倫序論定須擔任某一種工作——這一種工作上文不過暗示到。邏輯家的世界中有些個必然的元素和定律，倫序系可以根據之而建立底。現在顯然是這樣了。但是，這個事實，就它自身，還够不上告訴我們知道算學底極繁曠的倫序系中那些個包有適然的并隨意的元素，與那些個實是這樣地必然的，因而任何知道他自己的有倫序的活動爲何底人定須承認這些倫序系屬於他的邏輯的世界。讓我們舉例說明這樣地獻於我們注意底爭點。

在物質世界，我們碰到較大的重，和較小的重。我們由經驗碰到這個差別，而以實驗檢核他。結果是我們得到各種檢核法，例如天平（balance）——按這些法子，我們能覈把物質的重排佈成一個由平層而成底纜列，每一平層爲就中任何兩個都相等底經驗察的重量所合成，同時這些平層所成底纜列是被「大於」和「小於」這兩個跨越的而完全非對稱的關係決定。人所熟知底「把兩個重量放在天平底一個稱盤上并找到一個放在別的稱盤會與它均衡底重量這個動作」使我們能覈對重量界定總計（sum-mation）——重量底三負團的關係——底運作。這個運作在經驗上遵循量底相加底定律。由是，用某些（在這個討論內不再去追究底）過程，我們建立物質的重與數學底數底統系間底一個理想的并假設的互關；因此，物質世界，單就重量說，是按一種使許多物質的理論在邏輯上成爲可能底方式而以有倫序的名色概擬之。

分明明地，物質的重之存在，并一切上述的關係，就它們是物質的關係那點說，從我們人類的觀點看，是經驗的，并適然的。我們能覈容易地設想起一個沒有任何這樣的現象底物質世界。因爲倘若我們的一切知識祇由視官和嗅官，取顏色，氣味，等底形式，而呈

現於我們，并倘若我們沒有看見任何現象會暗示我們以重底比較，自然我們將要不知道有任何物質的事實，會替我們界定這個倫序系底。

從別方面說，在界定重量底統系如在任何別的外充的量底例，我們使用我們的經驗的事實以建立在我們的物質世界底那些量及數底統系底那些事實和定律間之某種互關。但對於數系本身，我們將要說什麼話呢？數系是一個其最初原理能彀表示爲「關於可以分別，編號等等底對象底很普通的假設」之統系。我們對這樣的對象底存在之經驗完全像我們對物質界重量底存在之經驗那樣地適然的嗎？一個顯而易見的答覆由我們能彀應用整數底統系去標別我們自己的行爲這個事實暗示出來。「於其中我們從一個移到次一個之行爲底任何有倫序的一宗系底行爲」具有序數的整數底纏列之特性中某些性。在我們起頭底任何有倫序的活動中，我們經驗到一個第一行爲繼以一個第二行爲，以次繼以第三行爲等等。因此，我們的至少關於整數底知識，如我們的對於「唯。」與「否。」之不同之知識一樣，許是根據於對我們自己的活動和他的必然的特性中某些性之省覺——這個感想會起於我們心上了。但是，這個見解，當剛宣

布時，碰到一個很易見的困難，即當我們實在生活底全程，我們頂好也不過做出一個很有限的數目底不同的行爲，而整數纒列，如算學家所設想底，是一個無窮的 (*infinite*) 次第。并且，我們「在爲人性的生存物方面底活動」之經驗的性質沒有任何點顯似乎決定我們在我們的短期生活中要做底行爲底數目。但是，算學家底整數，自呈爲「於其中個個支員定要有它的最近後項底一個倫序系。」因之，僅僅對我們自己的經驗的行爲底適然的次第之觀察不能毅獨自保證整數底無窮的次第必定在邏輯家的世界總算有個位置。

然而這個考慮又不過是暗示一個困難，但不是無疑義地證明整數纒列是絕無絕對的必然性。因爲或許我們的活動，在它是合理性的那個範圍內，其性質上有某一點使在曾經實行底任何行爲之後必定一個可能的次一個行爲。而且這個可能許真是有它的某個絕對的之點。這樣的考慮至少值得一番再進的研究。

總而言之——算學底倫序系在某些場合是由適然的經驗的現象隱示出來。在別的方面，這些倫序系經過分析也許真是絕對地必然的事實——依與「某種底類及關

係之存在在我們的世界是必然的」那個話一樣的意義而絕對地必然的事實。而且倫序論底中心問題。可以這樣地表敘。這個問題是：什麼是必然的『邏輯的有元』？並什麼是它們的必然的定律？邏輯家的世界必須含有什麼對象？什麼倫序系，他定須概擬爲非是適然的並隨意的，而是那樣地隱含於我們的理性的活動底性質內使要攢它們於我們的世界之外之企圖免不了隱含着它們底復位，恰像要想攢關係及類於這世界之外之企圖定要弄到承認類及關係取某一個新的方法而存在？

恰恰是依這個形式，倫序論底問題，在現時，顯然正遭受極富進步性的一串底變化，擴大，並增裕。『範疇底演繹』（“Deduction of the Categories”）在近年的討論中，正取得決然新鮮的形式。將要使我門能覈在將來把這科內底無可疑的無窮的進步弄成至少可能的之原理還待於我們這個略說結束時很簡短地考慮一番。

（第二十三段）「曾經認真考究過這樣地界定底問題之一切近年邏輯家」所共有底是這一種趨勢，即是要把算學底一切倫序系簡化到儘量使用「少數的幾個簡單的並必然的『邏輯的有元』」以及對關係的效性並對其關係待究底對象之『基本

的假設』加以界定之形式。

在要標別有倫序的算學的統系之一切較舊的企圖，大注重是加於所謂『自明的』公理（“self-evident” axioms）之假定。歐几里得（Euclid）在他的幾何學中底例，和亞里士多德關於「一切證明必須根據於『直接的』確然理」（“immediate” certainties）那個邏輯的理論——這些是在決定這個趨勢底最高勢力。但是邏輯家對較老式的算學的表述之所謂『自明的』原理，考究得越厲害，他見到有越多的理由排斥被認為獨自可爲合用的邏輯的指導之自明性。在我們稱一個主張爲自明的之時，我們通常是因爲我們還未曾充分地考究所含關係底複雜而這樣稱說。並且許多命辭曾經被假定爲自明的真理，一到有了更親切的知識，就現形爲在它們的意義上不準確的，甚至完全不對的。

在上文討論中，在兩例內，我們曾有機會指明爲邏輯的用場起見關於算學底并別的科學底較老式的假定怎麼樣不適當。第一例是歸納法底預設獻給我們底——這個主張說可能的經驗底對象之世界在它的事實底那些個團簇中任何一個有一種確定

的構成態。在提到這個預設於第十段中時，我們說它不是自明的。在第十九段，這個預設取「有個體」這個公設底形式而出現。這兩個公設之實質上同一經相當的省思就被見到。但是，如我們所已說（在第十九段，）「有個體」這個公設是還太複雜，够不上做自明的；雖則，在別方面，個體底概念之研究引我們作「這個公設實同時是實效的而絕對的」底主張（這，在這個略說中沒有詳細地討論。）如我們在前文已說底，該原理有這里不能較討論底形上學的方面。

唯是，無論如何，我們假如把個體性底公設不視為『自明的，』而視為合理的意志底一個極複雜的，但同時基本的要求——非有它，我們的活動成爲在理性上毫無意義的之一個要求——我們還是「獲利，」并不「虧本。」

所謂『公理』底另一個例在第十八段中提到；在那里我們說到「等於同一東西彼此相等」底原理。當這個原理不再像是自明的之時，我們也是佔便宜而不吃虧，因爲我們曾觀察到這個原理含着跨越性和對稱性那兩個邏輯地獨立的特性之綜合——永遠須要用經驗，或用界定，或用證明，或最後，如其可能，用「我們已用以對付類及關係

底概念之方法」去辯護他是正當的一種綜合。

因此事實上，大多數近代研究倫序論者已經放棄「倫序底基本的區型可以用僅僅『自明的』公理去界定」之見解。這些研究者由是弄得分成（大體地）兩類：（1）那些與實效主義者聯合，傾向於把最大限度底經驗的及適然的讓進倫序論裏頭底人，和（2）那些，像本作者，傾向於把邏輯的基本原理視爲够得上要求一個由具有下列性質底理想的，即可能的，對象而成底世界之存在——這些可能的對象是無限地豐富的，且包括如數底倫序系那樣底統系，并遵循根本上與一個人當他分別「唯。」與「否。」時及當他界定類與關係底邏輯的效性時所遵循底定律相同之定律。

例如，第一類底著作家要主張說無論如「唯。」與「否。」間區別那樣底區別有沒有一屬於物質的對象底必然的效力以外之必然的效力，像序數的整數那類底統系不過是從經驗來假設的通概，祇在我們計數底作用所及底限度內，由經驗知道是有效的，并且在算學被視爲絕對的，可以比方說，是由於『對它客氣』（*by courtesy*）。這樣的邏輯的經驗論者很自然地找到他們的頂動聽的例子底部域，就是幾何學的理论所呈獻底

領域。幾何學是就中純然邏輯的考慮與很大適然的物質的事實和關係在前此曾經成立極非常的聯合（這聯合，祇是近年的探討纔開始分解）底一個領域。幾何學根本上是一個物質的科學呢？或許，它寧可是純粹邏輯底一部，對於「具有一種邏輯地理想的必然性底一個或多個倫序系」底討論近代對幾何學底原理底討論固然會大大地着重於純然邏輯的倫序論在幾何學底發展上所履行底重大職務。但這樣的一種理論究竟靠着假定。這些假定中某些，如著名的歐几里得的關於平行線底公設，在該著作家等看來，顯然有一個分明地經驗的基礎——如關於引力底物理定律一樣適然的，并且與那定律同程度地僅可容有祇是幾近的證實。

與這些邏輯的經驗論者對映底有那些無論他們怎樣分析「如幾何學等類底特例」還與羅素君（在他的算學底原理）同意視純粹倫序論為倚賴於某些「邏輯的常項」底人。這樣的「邏輯的常項」羅素君假定是「一個擬想為實在的之純然邏輯的有元底世界」之基本的并免不了的事實——它們對於我們的意志或活動底關係，羅素君簡直要宣言是造作的并無關題旨的。有了「邏輯的常項」羅素認倫序系為界

「定底創品 (creatures of definition), 雖則, 從他的觀點, 界定也顯是一個用以報告」在邏輯家的世界內有某些有元, 卽如我們上邊略說所摹狀底那些個複雜程度底類, 關係, 纏列, 倫序之手續。」倫序論, 在羅素君, 是對這些界定底創品加以有統系的標別。這論主張這些統系底效性是跟它們的定義而來。并且純粹算學由“ p 隱含 q ” (“ p implies q ”) 這一區型底命辭而成—— p 和 q 這兩個命辭是以邏輯的常項界定, 而且這樣地界定, 使無論所有底任何種以 p 命辭界定底那些有元 (羅素君的「變項」“variables”) 也具有使 q 命辭適用於它們底性質。大體, 羅素君的手續把貝 γ 諾派已發展底觀念大大完美地實施。那末, 羅素君的學說可充作「按通常意義不是經驗論的之邏輯的意見」之實例。

已經提過底在近年邏輯的理論中甚爲顯著的那些「熱爭的問題」曾指示某一種情形。這個情形就是要想把羅素君的理論, 德國底伏雷格的有些相仿的見地, 和貝 γ 諾派底方法清晰地表示, 而同時不把關於「當倫序論從物質的經驗抽離而自限於可

以祇用「邏輯的常項」界定底有元和有元底統系時什麼類, 纏列, 倫序型, 及統系應視

爲無疑地存在於這論所研究底世界中」之問題弄得比前此任何時都更「逼急」是多麼困難的事情。這一派的著作家近時對於「當某些公設一經用以界定一個統系時實行推演出這些公設底演繹的效果」這一事上曾有大進步，是沒有疑問的。并且這樣的推演中個個都是對於倫序論底一個有永久重要底發見。例如，根據多少類似于，或更普通或更不普通于，歐几里得的公設底原理去界定所謂理想的『空間形式』（'space-forms'），就是達到對一切未來的倫序論都有效底實在的并積極的結果。但是，如集論底現狀所明示，在任何一個事例，關於這種的定義和公設是否含着潛在的矛盾——使該組理論够不上告訴我們「什麼倫序系實是必然的倫序系」并「什麼是那些有元（其存在可以有如我們在說到通常的類與關係時所已用底考慮那樣根本的考慮去保證底那些有元之範圍」之盾矛——這個問題上，嚴重的懷疑許會發生。

（第二十四段）逃脫這樣提示底難點底一個方法是一個在原理上已爲英國邏輯家懇泊君（A. B. Kempe）於好多年前前指出底法子。一八八六年，在皇家學會的哲學的紀錄（*Philosophical Transactions of the Royal Society*）中，懇泊君發表對於「算

學的形式底理論』(“theory of mathematical form”) 底一個筆錄，在其中，夾在別的問題中間，他曾討論符號的邏輯(symbolic logic)底并幾何學底基本的概念過程。那里所略示底觀念又在見於一八九〇年倫敦算學會底紀事(Proceedings of the London Mathematical Society)底『論類底邏輯的理論與點底幾何學的理論間底關係』(“On the Relation between the Logical ‘Theory of Classes and the Geometrical Theory of Points”) 長篇文中更加發展。後此雖有過獻於幾何學底基礎底研究之切實的注意，懇泊君的見解仍然差不多沒經瞧到。無論如何，這些見解牽涉及近年探討使我們能較越看越增加興味底某些事題。

一九〇五年，本作者在美國算學會紀錄(*Transactions of the American Mathematical Society*) 發表一篇文，題爲『邏輯底原理對於幾何學底基礎之關係』(“The Relation of the Principles of Logic to the Foundations of Geometry”)。這篇企圖指明：(1) 懇泊君發展底諸原理可以用別的方式，并且如本作者所信，更精確些須的方式，表叙出來；(2) 該組原理，即含於對邏輯的類與其關係底性質之任何說明中之原

理，可容作又一種表敘——我們能覈用其方式以界定一個極普通的倫序系底表敘。這個倫序系就是懇泊君已曾部份地界定底，但本作者的論文企圖依一個新鮮些的方式把它標別并推展。那篇的主腦，會同懇泊君的結果，可以重敘如下：——

類與命辭都是沒有它們，邏輯家不能覈挪動一步底對象。它們的關係和定律因之有，在上示意義上，一種絕對的效力。但是，倘若我們把這些關係依確定的方式表為定律，并倘若我們因之界定了關於「在許多方面像類與命辭底某些邏輯的有元之存在」之另一個原理——一個前此未經邏輯家明白地考慮底原理——我們由是就覺得我們不得不設想有一個在一九〇五年底文中稱為 M 系（『息格馬』系 “The system M”）底統系存在。這個統系有一個完全為邏輯底基本的定律并為這樣提及底又一個原理所決定。該新原理是恰恰與在幾何學的理論上是根本的底一個原理類似。這個就是在：在一線上底任何兩點間，有一個中間點，因之一線上諸點，在幾何學的理論，構成至少一個緊密的繮列。在應用於純粹邏輯底有元的，這個原理乍看固然似乎是外來的并意造的。因為與界定是緊密的點繮列底幾何學的原理相當底那個原理絕不適用於命辭

底邏輯的世界。而且他也不能以絕對的普遍性適用於號爲類底對象。但是，它卻實是適用於在上文屢經提到底一組底對象。這一組底對象可以界定爲「任何可算能敷衍爲并能敷衍省他自己可能的行爲底模式底合理性的生存物」所可做得到底某些可能的行爲模。』如『行爲模』(“modes of action”)。這樣的對象前此絕不曾按「類與命辭被視爲邏輯的有元」那個意義而被視爲這樣的有元。但是，其實我們的行爲模是受制於命辭及類所遵循底那些相同的普通定律。這些定律，就是——

(1) 對任何『行爲模』如『唱』(“to sing” or “singing”)，在英語或以動詞底不定式 (infinitive) 或以其現在分詞 (present participle) 表示 (譯註) 有一個爲第一個底矛盾 (the contradictory) 底行爲模相當，例如『不唱』(“not to sing” or “not singing”)。這樣，在這個界域，對個個 x ，有一個，且根本上祇一個， \surd 相當。

(2) 任何一雙底行爲模，如『唱』與『舞』那樣，有它們的『邏輯積』，恰恰如類有一個積那樣；又有它們的『邏輯和』，也恰恰如類有一個和那樣。這樣以『唱

(譯註) 按中國語沒有這兩種的分別，因此祇譯作『唱』。

連舞』這個短語表示底行爲模是『唱』與『舞』這兩個行爲模底邏輯積。以『或是唱或是舞』表示底行爲模是『唱』與『舞』底邏輯和。這加與乘底邏輯的運作靠着行爲模底三員團的關係——恰恰與類底三員團的關係相類似。那末，在這個界域，任何 \times 和 \vee 有 $\times\vee$ 與 $\times+\vee$ 與之相當。

(3) 在任何兩個行爲模間有或沒有某一個兩員團的，跨越的，并不完全對稱的關係。這個關係可以用動詞『隱含』(“implies”)表示。它有與一類或一命辭對於別的類或命辭底人關係恰恰一樣的關係的效性。例如以『唱連舞』表示底行爲模隱含以『唱』字表示底行爲模。換言之，『唱連舞』隱含『唱』。

(4) 有一個行爲模可以用 \circ 符號表示。這個行爲模在語言中可以用『毫不做事』或『一事不做』(“to do nothing” or “doing nothing”) 底短語表示。還有另一個行爲模可以用 \setminus 符號表示，這個就是在語言中以『做些事』(“to do something”) (即積極地按任何種含着『毫不做事』“not doing nothing”) 底樣子行動) 表示底行爲模。與 \setminus 這兩行爲模是彼此互爲矛盾底。

因爲這些考慮，諸行爲模是在任何場合遵循與類及命辭所遵循底定律一樣底定律之一組有元。所謂『邏輯底代值學』(“algebra of logic”)可以應用於它們。由是一組行爲模可以視爲「在其中邏輯的倫序底原理定要認爲可應用底一個統系。」

企圖界定『一切可能的行爲模底全體(*totality*)』到任何準確的程度實是不可能的。這樣企圖將要碰着「集論近年在它的要界定某些極廣包的類底企圖時所碰着底一切困難。」這樣，正如『一切類底類』(“to class of all classes”)、經羅素君明示是含着頗易見的并基礎的矛盾，并正如在甘朵兒的純數論(Cantorian theory of cardinal numbers)中『最大的可能的純數』(“the greatest possible cardinal number”)、與『最大的可能的序數』(“the greatest possible ordinal number”)一樣經人明示其含着邏輯的矛盾，『一切可能的行爲模』底概念也(并且無疑問地)含着矛盾。事實上沒有這麼個全體。

從別方面說，去界定某一組或某一『邏輯的世界』底行爲模，界定得如下情形：即倘若有一個理性的生存物——能設施行某一單個可能的行爲，并能設依某有定的

法子把凡是他所真能做底，并是「其可能爲用以界定這系底行爲模底那單個行爲模所要求（即使在邏輯上成爲一個必然的有元）」之行爲模都加以注意，觀察，記載底生存物——那末，這組底一切支員就都是「可能的行爲模」。這樣界定是完全可能的。這樣的一個特系可能的行爲模可以由稱舉某一個行爲模——假定該理性的生存物能設想到底并任何一個行爲模一經認爲可能的就能設依某種反省底方式去注意并記載行爲模——這個手續去精確地加以決定。結果是：任何這樣的統系將要有它自己的邏輯的倫序系。并且任何「自己是一個理性的生存物者」定須承認或種這樣的統系爲屬於真正有效的可能底界域。因此這系底倫序型將要有一種真實的效力，一種『邏輯的實在性』（“logical reality”）——人家不能設懷疑而不同時恰恰把理性的活動底概念自身都放棄了。因爲這裏問題不是：有沒有真正實現這些行爲像人類界實現『唱連舞』底樣子一樣底任何生存物。這裏邏輯的問題是：這些特組底行爲模——（倘有任何一個能設想任何一個行爲模底理性的生存物，）其存在爲一組可能的行爲模是必需的底行爲模——是不是一個本身有邏輯的存在之真正有效的統系。

這種的行爲模底邏輯的統系可以作例說明一個剛纔認爲不適用於命辭底推算學 (*calculus of propositions*) 底原理。這個原理也不能以完全的普通性適用於類底推算學。但是我們可以叫做行爲模底推算學底，既利用邏輯底代值學底一切那些定律，也容許我們應用這裏所論底原理，並且事實上，倘若如剛纔指示底一系底行爲模要加半點界定，還要求我們應用這個原理。該原理可以武斷地表敘如下：『倘若兩個不同的行爲模 ρ 和 τ ，其性質是使 $\rho \vdash \tau$ 底，那末，總有一個行爲模 σ ，其性使 $\rho \vdash \sigma$ 底，同時 τ 與 σ 是不同的行爲模，並且 σ 與 τ 一樣是不同的行爲模。這個原理可以換個樣子表敘：『在任何能穀反省并記載他自己的行爲模底理性的生存物，倘若有了兩個行爲模，其性質使其中這一個隱含那一個底，那末，至少總有一個確定的行爲模，爲這兩行爲模底前者所隱含而又隱含後者，但又與它們倆不同底。』這個原理，對於「任何一個行爲模，在他是可做到底任何一個理性的生存物」所得到底行爲模，是適用的。這可以由某些考慮指明——這些考慮，這裏沒有篇幅討論，但是帶這篇中前此所屬經界定底性質。因爲這裏問題不是：是否真有任何真做一切這些事情底人生存着。那，由於這事例底

本性，是不可能的。問題是關於對可精確地界定底一組底行為模底界定作用。而且這個原理在可能的行為模是適用的，因為，如能證明示底，在一個屬於該區型底理性的生存物，否認這樣的一個原理定要至於自相矛盾。

懇泊發展底，且於一九〇五年底論文更加錘鍊底考究，上文引過底，可以應用，實則必定應用，於這樣的一個有限的行為模世界底統系。這樣的一個世界事實上是具上提M系底形式。把懇泊的結果與作者的後些作底論文所發展底更新結果比較由是就明
示：——

(1) 構成 Σ 這個邏輯地必然的統系底支員，元素，或『行為模』成爲類目有限的及無限的底組，並且爲『緊密的』纏列，爲『紓續的』纏列，其實，爲一切可能的纏列型。

(2) 如整數纏列，有理數，真數，等等底纏列那樣的統系因之都加入構成這個統系。例如，數學的綿續系是M系底一部份。

(3) 這個統系也包括，在它所有底複雜物內，一切顯然爲現在公認底投影的

和數量的幾何學的理論所需要底那些倫序型。

(4) 這一堆邏輯的有元，即合成 \mathcal{M} 系底那些行爲模，其間底關係，不特是兩員團的，而且在多數例內是多員團的到極各色各樣底地步。懇泊，事實上，大明確地示明用於界定『和』及『積』底普通邏輯底三員團的關係實靠着 \circ 或 \wedge 中一個或兩個許加進去底四員團的關係。於這些四員團的關係之外，邏輯的倫序系，關於他的頂可注意的效性，靠着一種完全對稱的四員團的關係，依第十九段所摹狀底意義是一雙一雙地跨越的。邏輯的有元底統系底這些特殊的性狀在這里提到，因為要僅僅暗示這個倫序系是多麼大大地複雜的。這個事情在這裏不能毅就它的專門的細節上再加討論。這些考慮底結果是：要根據純然邏輯的關係，并根據於關於理性的活動之上示底原理去界定一個由有元構成底倫序系——不特包括具數系底關係底對象，而且包括例示幾何學的倫序型底對象，因而顯然包括（至少在現時）各個理論的自然科學爲要它們的演繹底成功所倚靠着底一切倫序系——這事在現時顯然是可能的。

并且，在這裏，這麼一點定須充作對倫序論底問題底一個僅僅的指標；這些問題，在今日，迅速地遭受重新考究，并且成爲將來探討底「無盡藏」的題目。這種的問題有根本的哲學的重要：這是沒有研究範疇 (categories) 者，沒有了解康德的偉大任務底義蘊者，沒有對真理 (truth) 認真地看待者，應該懷疑底倫序論在未來的哲學中將要成爲一個基本的學科。

固有名詞中西文對照表

Aristotle 亞里士多德	Kant 康德
Bacon 培根	Kempe 恩泊
Baldwin 波爾溫	Kirchhoff 諷霍甫甫
Cantor 甘采兒	Klein 克來岡
Contarati 華除哈	Newton 牛頓
Dedekind 戴德欽	Peano 貝爾諾
De Morgan 第摩根	Peirce, Charles S. 珀兒斯·查理斯
Eleatic School, The 埃里亞派	Plato 柏拉圖
Euclid 歐九里得	Royce, Josiah 羅倚斯·約西亞
Fechner 費希納	Russell, Bertrand 羅素·柏圖朗
Frege 伏雷格	Socrates 梭格拉第
Galileo 伽利略	Sophists, The 哲士派
John Hopkins University, The 郝模欽 斯約翰斯大學	Thales 泰理斯

True 信的 (對)
Type 區型, 型

U

Uniformity of Nature 自然底一律
Unique 惟一的
Uniquely 一定不移地
Universal, The 普遍相

V

Variable 變項

Verb 動詞
Verify 證實
Volcanist (地質學) 火山論者

W

Warrant 保證

Z

“Zero-class” 零類

“Nothing-class” (無何有) 類

Number 數
 Number, Cardinal 純數
 Number, Complex 複雜數
 Number, Imaginary 虛數
 Number, Irrational 無理數
 Number, Ordinal 序數
 Number, Rational 有理數
 Number, Real 實數
 Number, Whole 整數
 Number-system 數系

O

Object 對象
 “Operation” 運作
 Order 倫序
 Order, Science of 倫序學
 Order, Theory of 倫序論
 Order type 倫序型

P

Plutonist (地質學) 火成說者
 Polyad 多員團
 Postulate 公設
 Pragmatism 實效主義
 Absolute Pragmatism 絕對的實效主義
 Presupposition 預設
 Probability 殆然性
 Proposition 效性
 Proposition 命辭
 Propositions, Calculus of 命辭推算學
 Psychiatry 心病學

Q

Quality 品質
 Quantity 量
 Quantity, Extensive 外充量
 Quantity, Intensive 內充量

R

Relation 關係
 Relations, Calculus of 命辭推算學
 Relation, many-many 多與多關係
 „ many-one 多與一關係
 „ one-many 一與多關係
 „ one-one 一與一關係

S

Sample 榜樣
 Sample, Fair 公正榜樣
 Sampling 取樣
 Self-evident 自明的
 Series 羅列
 Series, Closed 閉合羅列
 Series, Dense 緊密羅列
 Series, Open 開放羅列
 Set 組
 Sub-class 子類
 Subsumption (Subsume) 籠攝
 Successor 後項
 Sufficient Reason, Principle of 充足理由原理
 Syllogism 連珠式
 Symbol 符號
 Symmetrical 對稱的
 System 統系, 系
 System Σ , The “息格瑪” 系
 Symmetry 對稱性

T

Term 項目
 Tetrad 四員團
 Theory 理論, 論 (說)
 Thinking 思惟
 Thought 思想
 Transformation (算學) 變換
 Transitive 跨越的
 Transitivity 跨越性
 Triad 三員團

Entity 有元
 Entity, Logical 邏輯的有元
 Enumeration 枚舉
 Equality 均等
 Equivalent 等值的
 "Everything-class" 一切有類
 Exemplify 例示
 Extrapolation 擴推

F

False 妄的, (不對)
 Faulting (地質學) 斷層
 Folding (地質學) 皺曲
 Force 力
 Formation (地質學) 巖石系
 Formulate 型定
 Formulation 型定方式
 Function (算學) 函數

G

Generalize 通概
 Genus, Highest 最高類
 Geology 地質學
 Geology, Dynamic 動力地質學
 Geology, Historical 地史學
 Geometry 幾何學
 Geometry, Metrical 數量的幾何學
 Geometry, Projective 投影的幾何學
 Gravitation, Theory of 引力說
 Group (算學) 羣
 Group Theory (算學) 羣論

H

Homologous 同體的
 Hypothesis 假設

I

Idea (柏拉圖的) 理念
 Implication (Imply) 隱含

Inconsistency
 Individual (名詞) 個體
 Individuation, Principle of 個體化原理
 Induction 歸納
 Inference 推論
 Invariant 不變性
 Inverse (relation) 倒轉 (關係)
 Inversion (幾何學) 反轉
 Isobar 等壓線
 Isothermal line 等溫線

L

Law 定律
 Level 平層
 Logic 邏輯 (漢譯名學, 論理學)
 Logic, Algebra of 邏輯代值學
 Logical product 邏輯積
 Logical sum 邏輯和
 Logic, Applied 應用邏輯
 Logic, Formal 形式邏輯
 Logic, Symbolic 符號邏輯
 Lunar Theory 月球說

M

Mathematics 算學
 Mechanics 力學
 Member 支員
 Metaphysics 形上學
 Methodology 方法論
 Modes of Action 行為模
 Modes of Action, Calculus of 行為模推
 算學

N

Necessary 必然的
 Negation 轉負
 Non-symmetrical 非對稱的
 Non-transitive 非跨越的
 Norm 規範

英 漢 文 名 詞 對 照 表

A

Abstract (動詞) 抽離
 Abstract (形容詞) 抽象的
 Adjective 形容詞
 Analogous 同功的
 Anthropology 人類學
 Approximate (動詞, 形容詞) 幾近
 Approximation 幾近值
 Arithmetic 數學
 Array 行隊
 Assemblage (算學) 集
 Assertion 主張, 斷說
 Asymmetrical 不對稱
 Axiom 公理

B

Bi-univocal 兩單旨的

C

Category 範圍
 Character 特性
 Characteristic (名詞) 性徵
 Characteristic (形容詞) 特徵的
 Characterize 標別
 Child 孩子
 Class 類
 Classes, Calculus of 類底推算學
 Classification 類分
 Collection 團簇
 Concept 概念
 Conditional 有條件的
 Conformity (地質學) 整合

Consequences (of a hypothesis) 後效
 Constitution 構成態
 Contingency 適然性
 Contingent 適然的
 Construction 述造
 Continuity 連續性
 Continuum 統線系
 Contour-line 等高線
 Contradict 翻駁
 Contradictory of 矛盾子
 Correlation (Correlate) 互關
 Correspondence 相當
 Creation 創造
 Creature 創品
 "Cut" (算學) 截斷
 Cycle 環圖

D

Data 基料
 Deduction 演擇
 Deductive 演擇的
 Define 界定
 Definition 定義
 Deformation (幾何學) 扭變
 Describe 描狀
 Dialectic 辨證學
 Dichotomy 兩分法
 Duality (幾何學) 對偶
 Dyad 兩員團

E

Elimination 消革
 "Empty-class" 空類

哲學叢書
邏輯底原

此書作者博翻印必究

中華民國十九年十月初版

每冊定價大洋壹元貳角

外埠酌加運費匯費

原著者 邏 倚 斯

譯述者 唐 肇 黃

發行兼印者 上海商務印書館

發行所 上海及各埠商務印書館

Library of Philosophy
THE PRINCIPLES OF LOGIC

By
JOSIAH ROYCE

Translated by
TANG PI WANG

1st ed., Nov., 1930

Price: \$1.20, postage extra

THE COMMERCIAL PRESS, LTD., SHANGHAI

All Rights Reserved

商務印書館出版

科學叢書

邏輯與數學邏輯論

汪奠基著 一册 二元五角

內容約爲二部：第一部爲邏輯學，分爲四篇，說明邏輯普通觀念和科學作用的分別，及邏輯問題的歷史研究；第二部爲數學邏輯，分爲三篇，發揮近代邏輯革新的原理，同時與第一部批評的傾向合而爲一科學邏輯的新形式，表現對於數學演繹的基本原理，特別詳明，結果認數學科學思想，實握哲學思想的樞能。

電和物質論

葛毓桂譯 一册 一元五角

近二十年來物質之究極的組織之學，已有很大的進步，用比較淺近的言詞陳述這些高深學理的書，要推 Comstock 和 Toland 二氏合編的「電和物質論」爲最好。此書計分兩篇：第一篇爲問題易覽，敘述原子、電子、放射作用等等的根本觀念；第二篇分爲五十六章，就上編所述各項而詳論之。此書於一般讀者，都能了解，即專家讀之，亦能感到興趣。

商務印書館發行

叢	哲
書	學

已出
下列
多種

- | | | |
|----------------------------------|--------------|--------|
| 中國哲學史..... | 繆荃著 | 定價一元 |
| 中國哲學史概論..... | 劉侃元譯 | 定價二元五角 |
| <small>日本渡邊秀方著</small> | | |
| 西洋哲學概論..... | 陳正謨譯 | 定價一元二角 |
| <small>奧國 W. Janssen 著</small> | | |
| 中國倫理學史..... | 張宗元
林科棠合譯 | 定價二元四角 |
| 西洋倫理學史..... | 謝晉青譯 | 定價一元 |
| <small>以上二書均日本三浦森作著</small> | | |
| 邏輯概論..... | 劉奇譯 | 定價二元五角 |
| <small>J. M. Creighton 著</small> | | |
| 中國先哲人性論..... | 江恆源著 | 定價一元五角 |
| 近世六大家心理學..... | 崔載揚編 | 定價一元三角 |
| 心理學概論..... | 王國維譯 | 定價二元 |
| <small>H. Haldane 著</small> | | |
| 現實主義哲學的研究..... | 蔣徑三譯 | 定價一元 |
| 現代理想主義..... | 蔣徑三譯 | 定價一元二角 |
| <small>以上二書均日本金子博士著</small> | | |

商務印書館出版

邏輯概論(哲學叢書)

J. E. Cochrane: An Introductory Logic

劉奇譯 一册 二元五角

此書爲美國著名哲學教授枯贊純氏所作，用爲大學教本者。書分四部：(一)緒言，(二)演繹推理，(三)歸納推理，(四)思想之性質。討論既詳，編制亦非井井有條，且全書注重實例，一掃乾枯無味之病。譯者劉君凡兩易其稿而始成書，譯文其爲整潔，又新增較切本國之例證多條，更裨益讀者不少。

名學綱要(學藝叢書)

屠孝實著 一册 九角

是書對於名學，網羅諸說，折衷衆長。內容分緒引、思維、懸擬、引申、實證、謬誤等篇。著者致力名學有年，自謂本書之目的在於藉思維之德用以明其體構之價值，經說明問探從說，取其易喻，而全書重心實在機能，故前後章節次第頗異他書，其價值可知。

邏輯歸納法和演繹法(尙志學叢書)

A. I. Jones: Logic, Inductive and Deductive

潘梓年譯 一册 一元

瓊斯爲美國有名之邏輯學者，其著此書，取課本體裁，以簡要爲主，排列材料，頗有條理，恆於讀者。書分三篇：第一篇論科學方法綱要，第二篇論歸納法，第三篇論系統的組成。每章附有習題，以令學者反復研求，窮其枝葉，譯筆亦極明暢。

