

九章算術
合刻
上海
上



蘇州府志

蘇州府志

蘇州府志

乾隆丙申新鐫

九章算術
海島算經
合刻

豫簠堂藏版

九章算術序

劉徽撰

昔在包犧氏始畫八卦以通神明之德以類萬物之情作九九之術以合六爻之變暨於黃帝神而化之引而伸之於是建歷紀協律呂用稽道原然後兩儀四像精微之氣可得而效焉記稱隸首作數其詳未之聞也按周公制禮而有九數九數之流則九章是矣往者暴秦焚書經術散壞自時厥後漢北平侯張蒼大司農中丞耿壽昌皆以善算命世蒼等因舊文之遺殘各稱刪補故校其目則與古或異而所論者多近語也徽幼習九章長再詳覽觀陰陽之割裂總算術之根源探賸索隱遂悟其意是以敢竭頑魯採其所見爲之作注事類相推各有攸歸故枝條雖分而同本幹者知發其一端而已又所析理以辭解體用圖庶亦約而能周通而不黷覽之者思過半矣且算在六藝

古者以賓興賢能教習國子雖曰九數其能窮纖入微探測無方至於以法相傳亦猶規矩度量可得而共非特難爲也當今好之者寡故世雖多通才達學而未必能綜於此耳周官大司徒職夏至日中立八尺之表其景尺有五寸謂之地中說云南戴日下萬五千里夫云爾者以術推之按九章立四表望遠及因木望山之術皆端旁互見無有趨邈若斯之類然則蒼等爲術猶未足以博盡羣數也徽尋九數有重差之名原其指趣乃所以施於此也凡望極高測極深而兼知其遠者必用重差句股則必以重差爲率故曰重差也立兩表於洛陽之城令高八尺南北各盡平地同日度其正中之時以景差爲法表高乘表間爲實實如法而一所得加表高卽日去地也以南表之景乘表間爲實實如法而一卽爲從南表至南戴日下也以南戴日下及日去地爲句股爲之求弦卽日去人也以徑寸之筩南望日日滿筩空則定筩之長短以爲股率以筩徑爲句率日去人之數爲大股大股之句卽日徑也雖夫圓穹之象猶曰可度又况泰山之高與江海之廣哉徽以爲今之史籍且畧舉天地之物考論厥數載之於志以闡世術之美輒造重差并爲注解以究古人之意綴於句股之下度高者重表測深者累矩孤離者三望離而又旁求者四望觸類而長之則雖幽遐詭伏靡所不入博物君子詳而覽焉

隋書經籍志九章算術十卷劉徽注唐書藝文志別有劉徽海島算經一卷及李淳風注九章算術九卷海島算經一卷唐之選舉立明算科九章海島共限習三年試九章三條海島一條九章卽周官大司徒保氏所教之九數漢初北平侯張蒼大司農中丞耿壽昌傳其學劉徽取而注之顧不題曰經而徽所自爲書乃稱之經殆非古也據徽序九章有云徽尋九數有重差之名凡望極高測絕深而兼知其遠者必用重差又云輒造重差綴於句股之下度高者重表測深者累矩孤離者三望離而又旁求者四望然則徽所撰者重差卽次之九章後隋志合爲十卷是也唐志列劉向九章重差一卷而隋唐皆有劉徽九章重差圖一卷劉向審爲劉徽之訛無疑其改重差曰海島者篇首以望海島設問故也予旣得東原氏定本九章有李籍音義

共十卷海島自為一卷以應唐人算經十書之二合鑄之用廣其傳徽魏晉間人晉書兩稱魏景元四年劉徽注九章宋元豐本亦題魏劉徽而注乃及晉武庫中王莽銅斛書蓋成於晉初矣常熟屈曾發

九章算術目錄

卷第一

方田 凡三十
八問

卷第二

粟米 凡四十
六問

卷第三

衰分 凡二十
問

卷第四

少廣 凡二十
四問

卷第五

商功 凡二十
八問

卷第六

均輸 凡二十
八問

卷第七

盈不足 凡二十
十問

卷第八

方程 凡十
八問

卷第九

句股 凡二十
四問

卷第十

音義

九章算術卷第一

今有田廣

里

魏

劉

徽

注



魏劉徽注釋 魏劉徽注釋

方田以御田疇界域

今有田廣十五步從十六步問為田幾何答曰一畝

又有田廣十二步從十四步問為田幾何答曰一百六十八步

方田術曰廣從步數相乘得積步

此積謂田冪凡廣從相乘謂之冪

臣淳風等謹按經云廣從相乘得積步注云廣從相乘謂之

冪觀斯注意積冪義同以理推之固當不爾何則冪是四方

單布之名積乃眾數聚居之稱循名責實二者全殊雖欲同

之竊恐不可今以凡言冪者據廣從之一方其言積者舉眾

九章算術一
步之都數。經云相乘得積步。卽是都數之明文。注云謂之爲
冪。全乖積步之本意。此注前云積謂田冪。於理得通。復云謂
之爲冪。繁而不當。今者注釋存善去非。畧爲科簡。遺諸後學。
畝法二百四十步除之。卽畝數百畝爲一頃。

臣淳風等謹按此爲篇端。故特舉頃畝二法。餘數不復言者。
彼此可知。一畝之田。廣十五步。從而疏之。令爲十五行。則每
行廣一步。而從十六步。又橫而截之。令爲十六行。則每行廣
一步。而從十五步。此卽從疏橫截之步。各自爲方。凡有二百
四十步。一畝之地。步數正同。以此言之。則廣從相乘得積步。
驗矣。二百四十步者。畝法也。百畝者。頃法也。故以除之。卽得
今有田廣一里。從一里。爲田幾何。荅曰三頃七十五畝。
又有田廣二里。從三里。問爲田幾何。荅曰二十二頃五十畝。

里田術曰。廣從里數相乘得積里。以三百七十五乘之。卽畝數。
按此術。廣從里數相乘得積里。方里之中有三頃七十五畝。
故以乘之。卽得畝數也。

今有十八分之十二。問約之得幾何。荅曰三分之二。
又有九十一分之四十九。問約之得幾何。荅曰十三分之七。
約分。

按約分者。物之數量不可悉全。必以分言之。分之爲數繁則
難用。設有四分之二者。繁而言之。可爲八分之四。約而言之。
則二分之一也。雖則異辭。至於爲數亦同歸耳。法實相推動。
有參差。故爲術者。先治諸分。

術曰。可半者半之。不可半者。副置分母子之數。以少減多。更相
減損。求其等也。以等數約之。

等數約之卽除也其所以相減者皆等數之重疊故以等數約之。

今有三分之一五分之二問合之得幾何答曰十五分之十一又有三分之二七分之四九分之五問合之得幾何答曰得一六十三分之五十。

又有二分之一三分之二四分之三五分之四問合之得幾何答曰得二六十分之四十三。

合分。

臣淳風等謹按合分者數非一端分無定準諸分子雜互羣母參差麤細旣殊理難從一故齊其衆分同其羣母令可相并故曰合分。

術曰母互乘子并以爲實母相乘爲法。

母互乘子約而言之其分麤繁而言之其分細雖則麤細有術然其實一也衆分錯雜非細不會乘而散之所以通之通之則可并也凡母互乘子謂之齊羣母相乘謂之同同者相與通同共一母也齊者子與母齊勢不可失本數也方以類聚物以羣分數同類者無遠數異類者無近遠而通體者雖異位而相從也近而殊形者雖同列而相違也然則齊同之術要矣錯綜度數動之則諧其猶佩觿解結無往不理焉乘以散之約以聚之齊同以通之此其算之綱紀乎其一術者可令母除爲率率乘子爲齊。

實如法而一不滿法者以法命之其母同者直相從之。

今欲求其實故齊其子又同其母令如母而一其餘以等數約之卽得所謂同法爲母實餘爲子皆從此例。

今有九分之八減其五分之一問餘幾何答曰四十五分之三十一

又有四分之三減其三分之一問餘幾何答曰十二分之五減分

臣淳風等謹按諸分子母數各不同以少減多欲知餘幾減餘為實故曰減分

術曰母互乘子以少減多餘為實母相乘為法實如法而一

母互乘子者齊其子也以少減多者齊故可相減也母相乘為法者同其母也母同子齊故如母而一即得

今有八分之五二十五分之十六問孰多多幾何答曰二十五分之十六多多二百分之三

又有九分之八七分之六問孰多多幾何答曰九分之八多多六十三分之二

又有二十一分之八五十分之十七問孰多多幾何答曰二十一分之八多多一千五十分之四十三

課分

臣淳風等謹按分各異名理不齊一較其相多之數故曰課分也

術曰母互乘子以少減多餘為實母相乘為法實如法而一即相多也

臣淳風等謹按此術母互乘子以少分減多分與減分義同惟相多之數意與減分有異減分知其餘數有幾課分知其餘數相多也

今有三分之二三分之二四分之三問減多益少各幾何而平

答曰減四分之三者二。三分之二者一。并以益三分之一。而各平於十二分之七。

又有二分之一。三分之一。四分之三。問減多益少各幾何而平。答曰減三分之二者一。四分之三者四。并以益二分之一。而各

平於三十六分之二十三。

平分。
臣淳風等謹按平分者諸分參差欲令齊等減彼之多增此之少故曰平分也。

術曰母互乘子。齊其子也。

副并為平實。
臣淳風等謹按母互乘子副并為平實者定此平實立限衆

子所當損益如限為平。

據首問第二數母三第三數母四互乘第一數子二得二十四第一第一第二數母三

第三數母四互乘第二數子二得十七并之共六十三為平實母三

三互乘第三數子三得二十六為法列數凡三即以一三乘十二

三相乘又與四乘得三十六為法列數凡三即以一三乘十二

得三十六乘三得三十四得七十六為法列數凡三即以一三乘十二

亦以三乘法三十四得七十六為法列數凡三即以一三乘十二

少二為二十七減七得二十餘九減八十一餘十八約之九為一則

二命為十二分之二設以十二實六十三為法列數凡三即以一三乘十二

分之二則八也四分之二設以十二實六十三為法列數凡三即以一三乘十二

減二皆七所減之一二益於四亦七損多益少適如其限故

云定此平實立限又云如益於四亦七損多益少適如其限故

本立訛作主如訛作知遂不可通。

母相乘為法。

母相乘為法者亦齊其子又同其母。

以列數乘未并者各自為列實亦以列數乘法。

此當副并列數為平實若然則重有分故反以列數乘同齊。臣淳風等謹按問云所平之分多少不定或三或二列位無

九章算術一
五
常平三者置位三重平二者置位二重凡此之例一準平分不可豫定多少故直云列數而已

以平實減列實餘約之爲所減并所減以益於少以法命平實各得其平

今有七人分八錢三分錢之一問人得幾何荅曰人得一錢二十一分錢之四

又有三人三分人之一分六錢三分錢之一四分錢之三問人得幾何荅曰人得二錢八分錢之一
經分

臣淳風等謹按經分者自合分已下皆與諸分相齊此乃直求一人之分以人數分所分故曰經分也

術曰以人數爲法錢數爲實實如法而一有分者通之

母互乘子者齊其子母相乘者同其母以母通之者分母乘全內子散全則爲積分積分則與分子相通故可令相從凡數相與者謂之率率者自相與通有分則可散分重疊則約也等除法實相與率也故散分者必令兩分母相乘爲法也重有分者同而通之

又以法分母乘實實分母乘法此謂法實俱有分故令分母各乘全分內子又令分母互乘上下

今有田廣七分步之四從五分步之三問爲田幾何荅曰三十五分步之十二

又有田廣九分步之七從十一分步之九問爲田幾何荅曰十分步之七

又有田廣五分步之四從九分步之五問爲田幾何荅曰九分

步之四。乘分。臣淳風等謹按乘分者分母相乘為法子相乘為實故曰乘

分。

術曰母相乘為法子相乘為實實如法而一。

凡實不滿法者乃有母子之名若有分以乘其實而長之則亦滿法乃為全耳又以子有所乘故母當報除報除者實如法而一也今子相乘則母各當報除因令分母相乘而連除也此田有廣從難以廣論設有問者曰馬二十四直金十二斤今賣馬二十四匹三十五人分之入得幾何答曰三十五分斤之十二其為之也當如經分術以十二斤金為實三十五人為法設更言馬五匹直金三斤今賣四匹七人分之入得

幾何答曰人得三十五分斤之十二其為之也當齊其金人之數皆合初問入於經分矣然則分子相乘為實者猶齊其金也母相乘為法者猶齊其人也同其母為二十馬無事於同但欲求齊而已又馬五匹直金三斤完全之率分而言之則為一匹直金五分斤之三七人賣四馬一人賣七分馬之四分子與人交互相生所從言之異而計較則三術同歸也今有田廣三步三分步之一從五步五分步之二問為田幾何答曰十八步

又有田廣七步四分步之三從十五步九分步之五問為田幾何答曰一百二十步九分步之五

又有田廣十八步七分步之五從二十三步十一分步之六問為田幾何答曰一畝二百步十一分步之七

大廣田。

臣淳風等謹按大廣田者初術直有全步而無餘分次術空有餘分而無全步此術先見全步復有餘分可以廣兼三術故曰大廣

術曰分母各乘其全分子從之

分母各乘其全分子從之者通全步內分子如此則母子皆爲實矣

相乘爲實分母相乘爲法

猶乘分也

實如法而一

今爲術廣從俱有分當各自通其分命母入者還須出之故令分母相乘爲法而連除之

今有圭田廣十二步正從二十一步問爲田幾何答曰一百二十六步

又有圭田廣五步二分步之一從八步三分步之二問爲田幾何答曰二十三步六分步之五

術曰半廣以乘正從

半廣者以盈補虛爲直田也亦可半正從以乘廣按半廣乘從以取中平之數故廣從相乘爲積步畝法除之卽得也

今有邪田一頭廣三十步一頭廣四十二步正從六十四步問爲田幾何答曰九畝一百四十四步

又有邪田正廣六十五步一畔從一百步一畔從七十二步問爲田幾何答曰二十三畝七十步

術曰并兩邪而半之以乘正從若廣又可半正從若廣以乘并

畝法而一。

并而半之者，以盈補虛也。

今有箕田，舌廣二十步，踵廣五步，正從三十步，問爲田幾何？答曰：一畝一百三十五步。

又有箕田，舌廣一百一十七步，踵廣五十步，正從一百三十五步，問爲田幾何？答曰：四十六畝二百三十二步半。

術曰：并踵舌而半之，以乘正從畝法而一。

中分箕田，則爲兩邪田，故其術相似，又可并踵舌半正從以乘之。

今有圓田，周三十步，徑十步。

臣淳風等謹按：術意以周三徑一爲率，周三十步合徑十步，今依密率，合徑九步十一分步之六。

問爲田幾何？答曰：七十五步。

此於徽術，當爲田七十一步一百五十七分步之一百三。

臣淳風等謹按：依密率爲田七十一步二十二分步之一十三。

又有圓田，周一百八十一步，徑六十步三分步之一。

臣淳風等謹按：周三徑一，周一百八十一步，徑六十步三分步之一，依密率，徑五十七步二十二分步之一十三。

問爲田幾何？答曰：十一畝九十步十二分步之一。

此於徽術，當爲田十畝二百八步三百一十四分步之一百一十三。

臣淳風等謹按：依密率，當爲田十畝二百五步八十八分步之八十七。

術曰半周半徑相乘得積步

按半周為從半徑為廣故廣從相乘為積步也假令圓徑二

尺圓中容六觚之一面六觚原本訛作六弧考六角形其平

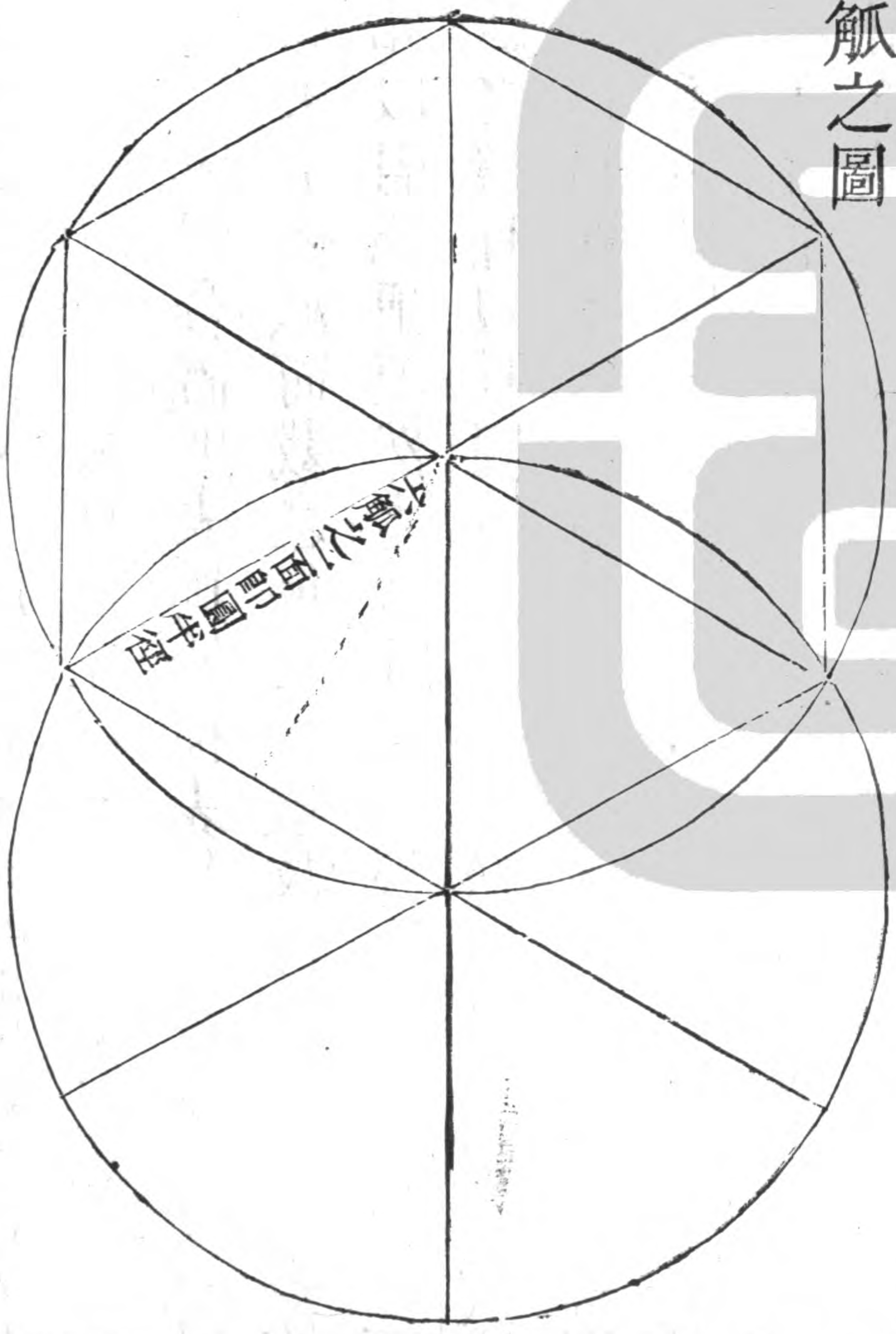
人謂之六觚八觚若截圓形為六古人謂之弧背其弧即圓

周不得云圓中容六弧之一面後或言弧或言觚義各不同

原本觚皆訛作弧遂蒙混不可通與圓徑之半其數均等合徑率一而外周

率三也

圓內容六觚之圖



劉徽以圓田用周三徑一之率周三者從其六觚之環耳
以推圓規多少之較乃弓之與弦也六觚之一面與圓徑
之半其數均等疊兩圓觀之疎密顯然矣

又按爲圓以六觚之一面乘半徑三之得十二觚之冪若又割之次以十二觚之一面乘半徑六之則得二十四觚之冪割之彌細所失彌少割之又割以至於不可割則與圓周合體而無所失矣觚面之外又有餘徑以面乘徑則冪出觚表若夫觚之細者與圓合體則表無餘徑表無餘徑則冪不外出矣以一面乘半徑觚而裁之每輒自倍故以半周乘半徑而爲圓冪此以周徑謂至然之數非周三徑一之率也周三者從其六觚之環耳以推圓規多少之較乃弓之與弦也然世傳此法莫肯精覈學者踵古習其謬失不有明據辨之斯難凡物類形象不圓則方方圓之率誠著於近則雖遠可知也由此言之其用博矣謹按圓驗更造密率恐空設法數昧而難譬故置諸檢括謹詳其記注焉

割六觚以爲十二觚術曰置圓徑二尺半之爲一尺卽圓裏六觚之面也令半徑一尺爲弦半面五寸爲句爲之求股以句冪二十五寸減弦冪餘七十五寸開方除之下至秒忽又一退法求其微數微數無名者以爲分子以下爲分母約作五分忽之二故得股八寸六分六釐二秒五忽五分忽之二以減半徑餘一寸三分三釐九毫九秒四忽五分忽之三謂之小句觚之半面又謂之小股爲之求弦其冪二千六百七十九億四千九百一十九萬三千四百四十五忽餘分棄之開方除之卽十二觚之一面也

割十二觚以爲二十四觚術曰亦令半徑爲弦半面爲句爲之求股置上小弦冪四而一得六百六十九億八千七百二十九萬八千三百六十一忽餘分棄之卽句冪也以減弦冪

其餘開方除之得股九寸六分五釐九毫二秒五忽五分忽之四以減半徑餘三分四釐七秒四忽五分忽之一謂之小句觚之半面又謂之小股為之求小弦其冪六百八十一億四千八百三十四萬九千四百六十六忽餘分棄之開方除之即二十四觚之一面也

割二十四觚以為四十八觚術曰亦令半徑為弦半面為句為之求股置上小弦冪四而一得一百七十億三千七百八萬七千三百六十六忽餘分棄之即句冪也以減弦冪其餘開方除之得股九寸九分一釐四毫四秒四忽五分忽之四以減半徑餘八釐五毫五秒五忽五分忽之一謂之小句觚之半面又謂之小股為之求小弦其冪七百七十一億一千二十七萬八千八百一十三忽餘分棄之開方除之得小弦一寸三分八毫六忽餘分棄之即四十八觚之一面以半徑一尺乘之又以二十四乘之得冪三萬三千三百九十三億四千四百萬忽以百億除之得冪三百一十三寸六百二十五分寸之五百八十四即九十六觚之冪也

割四十八觚以為九十六觚術曰亦令半徑為弦半面為句為之求股置次上弦冪四而一得四十二億七千七百五十六萬九千七百三忽餘分棄之即句冪也以減弦冪其餘開方除之得股九寸九分七釐八毫五秒八忽十分忽之九以減半徑餘二釐一毫四秒一忽十分忽之一謂之小句觚之半面又謂之小股為之求小弦其冪四十二億八千二百一十五萬四千一十二忽餘分棄之開方除之得小弦六分五釐四毫三秒八忽餘分棄之即九十六觚之一面以半徑一

尺乘之。又以四十八乘之。得冪三萬一千四百一十億二千四百萬忽。以百億除之。得冪三百一十四寸六百二十五分寸之六十四。卽一百九十二觚之冪也。以九十六觚之冪減之餘六百二十五分寸之一百五。謂之差冪。倍之爲分寸之二百一十。爲分寸者蒙上省文。謂六百二十五分寸之二百一十也。卽九十六觚之外弧田。所謂以弦乘矢之凡冪也。加此冪於九十六觚之冪。得三百一十四寸六百二十五分寸之一百六十九。則出圓之表矣。故還就一百九十二觚之全冪三百一十四寸。以爲圓冪之定率。而棄其餘分。以半徑一尺除圓冪。倍之得六尺二寸八分。卽周數。令徑自乘爲方冪四百寸。與圓冪相折。圓冪得一百五十七爲率。方冪得二百爲率。方冪二百。其中容圓冪一百五十七也。圓率猶爲微少。按弧田圖。令方中容圓。圓中

容方。內方合外方之半。然則圓冪一百五十七。其中容方冪一百也。又令徑二尺與周六尺二寸八分相約。周得一百五十七。徑得五十。卽其相與之率也。周率猶爲微少也。晉武庫中。漢時王莽作銅斛。其銘曰。律嘉量斛。內方尺而圓其外。庖旁九釐五毫。冪一百六十二寸。深一尺。積一千六百二十寸。容十斗。以此術求之。得冪一百六十一寸有奇。其數相近矣。此術微少。而斛差冪六百二十五分寸之一百五。以十二觚之冪爲率。消息當取此分寸之三十六。取此分寸亦蒙上省文。謂六百二十五分寸之三也。以增於一百九十二觚之冪。以爲圓冪三百一十四寸二十五分寸之四。置徑自乘之方冪四百寸。令與圓冪通相約。圓冪三千九百二十七。方冪得五千。是爲率。方冪五千。中容圓冪三千九百二十七。圓冪三千九百二十七。中容方

冪二千五百也。以半徑一尺除圓冪三百一十四寸二十五分寸之四，倍之，得六尺二寸八分二十五分寸之八，卽周數也。全徑二尺，與周數通相約，徑得一千二百五十，周得三千九百二十七，卽其相與之率。若此者，蓋盡其纖微矣。舉而用之，上法仍約耳。當求一千五百三十六觚之一面，得三千七十二觚之冪，而裁其微分數，亦宜然，重其驗耳。

臣淳風等謹按舊術求圓，皆以周三徑一爲率。若用之求圓周之數，則周少徑多用之，求其六觚之田，乃與此率合會耳。何則？假令六觚之田，觚間各一尺爲面，自然從角至角，其徑二尺可知。此則周六徑二，與周三徑一已合。恐此猶爲難曉，今更引物爲喻。設令刻物作圭形者六枚，枚別三面皆長一尺，攢此六物，悉使銳頭向裏，則成六觚之周角。徑亦皆一尺，更從觚角外畔圍繞爲規則，六觚之徑盡達規矣。當面徑短，不至外規。若以六觚言之，則爲周六尺，徑二尺，面皆一尺，面徑股不至外畔，定無二尺可知。故周三徑一之率，於圓周乃是徑多周少。徑一周三，理非精密。蓋術從簡要，舉大綱畧而言之。劉徽特以爲疎，遂改張其率。但周徑相乘數難契合。徽雖出斯一法，終不能究其纖毫也。祖沖之以其不精，就中更推其數。今者修撰，攬摭諸家，考其是非，沖之爲密，故顯之於徽術之下。冀學者知所裁焉。

又術曰：周徑相乘，四而一。

此周與上觚同耳。周徑相乘，各當一半。而今周徑兩全，故兩母相乘爲四，以報除之。於徽術以五十乘周一百五十七而一，卽徑也。以一百五十七乘徑五十而一，卽周也。新術徑率

猶當微少據周以求徑則失之長據徑以求周則失之短諸
據見徑以求冪者皆失之於微少據周以求冪者皆失之於
微多

臣淳風等謹按依密率以七乘周二十二而一即徑以二十
二乘徑七而一即周依術求之即得徑七周二十二乃祖氏
等以為密率失其實矣微率與祖氏之約率相較則微率密於約率

又術曰徑自相乘三之四而一

按圓徑自乘為外方三之四而一者是為圓居外方四分之
三也若令六觚之一面乘半徑其冪即外方四分之一也因
而三之即亦居外方四分之三也是為圓裏十二觚之冪耳
取以為圓失之於微少於微新術當徑自乘又以一百五十
七乘之二百而一

臣淳風等謹按密率令徑自乘以十一乘之十四而一即圓
冪也

又術曰周自乘十二而一

六觚之周其於圓徑三與一也故六觚之周自相乘為冪若
圓徑自乘者九方九方凡為十二觚者十有二故曰十二而
一即十二觚之冪也今此令周自乘非但為圓徑自乘者九
方而已然則十二而一所得又非十二觚之類也若欲以為
圓冪矣失之於多矣以六觚之周十二而一可也於微新術
直令圓周自乘又以二十五乘之三百一十四而一得圓冪
其率三百一十四者周自乘之冪也置周數六尺二寸八分
令自乘得冪三十九萬四千三百八十四分又置圓冪三萬
一千四百分皆以一千二百五十六約之得此率

臣淳風等謹按方面自乘即得其積圓周求其冪假率乃通
 但此術所求用三一為率圓田正法半周及半徑以相乘今
 乃用全周自乘故須以十二為母何者據全周而求半周則
 須以二為法就全周而求半徑復假六以除之是二六相乘
 除周自乘之數依密率以七乘之八十八而一

今有皖田下周三十步徑十六步問為田幾何答曰一百二十
 步

又有皖田下周九十九步徑五十一步問為田幾何答曰五畝
 六十二步四分步之一

術曰以徑乘周四而一

此術不驗故推方錐以見其形假令方錐下方六尺高四尺
 四尺為股下方之半三尺為句正面邪為弦弦五尺也令句

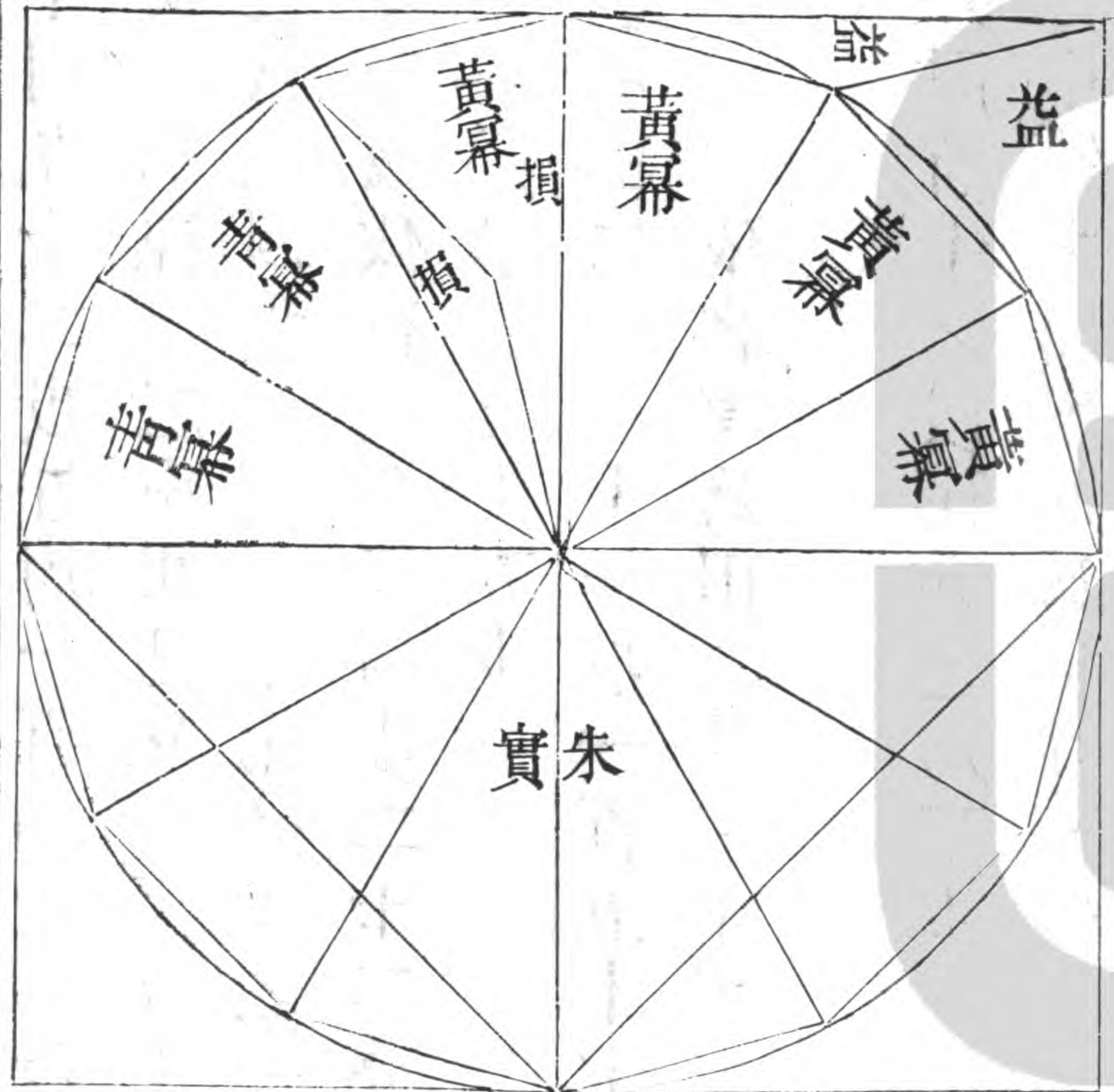
弦相乘四因之得六十尺即方錐四面見者之冪若令其中
 容圓錐圓錐見冪與方錐見冪其率猶方冪之與圓冪也按
 方錐下六尺則方周二十四尺以五尺乘而半之則亦方錐
 之見冪故求圓錐之數折徑以乘下周之半即圓錐之冪也
 今皖田上徑圓穹而與圓錐同術則冪失之於少矣然其術
 難用故畧舉大較施之大廣田也求圓錐之冪猶求圓田之
 冪也今用兩全相乘故以四為法除之亦如圓田矣開立圓
 術說圓方諸率甚備可以驗此

今有弧田弦三十步矢十五步問為田幾何答曰一畝九十七
 步半

又有弧田弦七十八步二分步之一矢十三步九分步之七問
 為田幾何答曰二畝一百五十五步八十一分步之五十六

術曰以弦乘矢矢又自乘并之而一。方中之圓圓裏十二觚之冪合外方之冪四分之三也。方中合外方之半則朱實合外方四分之一也。弧田半圓之冪也。故依半圓之體而為之術以弦乘矢而半之則為黃冪矢自乘而半之為二青冪青黃相連為弧體弧體法當應規今觚面不至外畔失之於少矣。圓田舊術以周三徑一為率俱得十二觚之冪亦失之於少也。與此相似指驗半圓之弧耳。若不滿半圓者益復疎濶宜依句股鋸圓材之術以弧弦為鋸道長以矢為句深而求其徑。此謂弧矢形求圓徑其術以弧弦折半自乘矢除之加矢為圓徑。既知圓徑則弧可割分也。割之者半弧田之弦以為股其矢為句為之求弦即小弧之弦也以半小弧之弦為句半圓徑為弧為之求股以減半徑其餘即小弦之矢也。割之又割使至極細但舉弦矢相乘之數則必近密率矣。然於算數差繁必欲有所尋究也。若但度田取其大數舊術為約耳。

弧田圖



據注意取半圓
驗之黃冪令損
益相補適滿大
方四分之二則
青冪適八分之
一也合青黃冪
為半外方四分
之三等實與黃
冪相等舊以十
觚之冪為圓冪
又立法之疎顯
然

今有環田中周九十二步外周一百二十二步徑五步

此欲令與周三徑一之率相應故言徑五步也據中外周以徽術言之當徑四步一百五十七分步之一百二十二也

臣淳風等謹按依密率合徑四步二十二分步之十七問爲田幾何答曰二畝五十五步

於徽術當爲田二畝三十一步一百五十七分步之二十三臣淳風等謹按依密率爲田二畝三十步二十二分步之十

五

術曰并中外周而半之以徑乘之爲積步

此田截齊中外之周周則爲長并而半之者亦以盈補虛也此可令中外周各自爲圓田以中圓減外圓餘則環實也

又有環田中周六十二步四分步之三外周一百一十三步二分步之一徑十二步三分步之二

此田環而不通而故徑十二步三分步之二若據上周求徑者此徑失之於多過周三徑一之率蓋爲疎矣於徽術當徑八步六百二十八分步之五十一

臣淳風等謹按依周三徑一考之合徑八步二十四分步之一十一依密率合徑八步一百七十六分步之一十三

問爲田幾何答曰四畝一百五十六步四分步之一

於徽術當爲田二畝二百三十二步五十二分步之七百八十七也依周三徑一爲田三畝二十五步六十四分步之三十五

臣淳風等謹按密率爲田二畝二百三十一步一千四百八分步之七百一十七也

術曰置中外周步數分母子各居其下母互乘子分母相乘通全步內分子并而半之又可以中周減外周餘半之以益中周徑亦通分內子以乘周為實分母相乘為法除之為積步餘積步之分等數約之以畝法除之即畝數也

按此術置中外周步數於上分母子於下母乘子者為中外周俱有餘分故以互乘齊其子母相乘同其母子齊母同故通全步內分子并而半之者以盈補虛得中平之周周則為從徑則為廣故廣從相乘而得其積既合分母還須分母出之故令周徑分母相乘而適除之即得積步不盡以等數除之而命分以畝法除積步得畝數也

九章算術卷第二

魏劉徽注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

粟米以御交質變易
粟米之法

凡此諸率相與大通其特相求各如本率可約者約之別術然也

粟率五十

糲米三十

稗米二十七

粳米二十四

御米二十一
詩大雅鄭箋云米之率糲十稗九粳八侍御七疏云九章粟米之法粟率五十糲米三十稗二十七

繫二十四，御二十一，言粟五升為糲米三升，已下則米漸細，故數益少。

小麵十三半。

大麵五十四。

糲飯七十五。

稗飯五十四。

繫飯四十八。

御飯四十二。

菽荅麻麥各四十五。

稻六十。

豉六十三。

飡九十。

熟菽一百三半。

蘖一百七十五。

今有。

此都術也。凡九數以為篇名，可以廣施諸率。所謂告往而知來，舉一隅而三隅反者也。誠能分詭數之紛雜，通彼此之否塞，因物成率，審辨名分，平其偏頗，齊其參差，則終無不歸於此術也。

術曰：以所有數乘所求率為實，以所有率為法。

少者多之始，一者數之母，故為率者必等之於一。據粟率五糲率三，是粟五而為一，糲米三而為一也。欲化粟為米者，粟當先本是一，一者謂以五約之，令五而為一也。訖乃以三乘之，令一而為三，如是則率等於一，以五為三矣。然先除後乘，或有餘分，故術反之。又究言之，知粟五升為糲米三升，分言

之知粟一斗爲糲米五分斗之三以五爲母三爲子以粟求糲米者以子乘其母報除也然則所求之率常爲母也

臣淳風等謹按宜云所求之率常爲子所有之率常爲母今乃云所求之率常爲母知脫錯也

實如法而一

今有粟一斗欲爲糲米問得幾何答曰爲糲米六升

術曰以粟求糲米三之五而一

臣淳風等謹按都術以所求率乘所有數以所有率爲法此術以粟求米故粟爲所有數三是米率故三爲所求率五是粟率故五爲所有率粟率五十米率三十退位求之故惟云三五也

今有粟二斗一升欲爲稗米問得幾何答曰爲稗米一斗一升五十分升之十七

術曰以粟求稗米二十七之五十而一

臣淳風等謹按稗米之率二十有七故直以二十七之五十而一也

今有粟四斗五升欲爲繫米問得幾何答曰爲繫米二斗一升五分升之三

術曰以粟求繫米十二之二十五而一

臣淳風等謹按繫米之率二十有四以爲率太繁故因而半之半所求之率以乘所有之數所求之率旣減半所有之率亦減半是故十二乘之二十五而一也

今有粟七斗九升欲爲御米問得幾何答曰爲御米三斗三升五十分升之九

術曰以粟求御米二十一之五十而一
今有粟一斗欲為小麴問得幾何答曰為小麴二升一十分升
之七

術曰以粟求小麴二十七之百而一

臣淳風等謹按小麴之率十三有半半者二為母以二通之
得二十七為所求率又以母二通其粟率得一百為所有率
凡本率有分者須即乘除也他皆倣此

今有粟九斗八升欲為大麴問得幾何答曰為大麴一十斗五
升二十五分升之二十一

術曰以粟求大麴二十七之二十五而一

臣淳風等謹按大麴之率五十有四因其可半故二十七之
亦如粟求繫米半其二率

今有粟二斗三升欲為糲飯問得幾何答曰為糲飯三斗四升
半

術曰以粟求糲飯三之二而一

臣淳風等謹按飯之率七十有五粟求糲飯合以此數乘之
今以等數二十有五約其二率所求之率得三所有之率得
二故以三乘二除

今有粟三斗六升欲為稗飯問得幾何答曰為稗飯三斗八升
二十五分升之二十二

術曰以粟求稗飯二十七之二十五而一

臣淳風等謹按此術與大麴多同
今有粟八斗六升欲為繫飯問得幾何答曰為繫飯八斗二升
二十五分升之一十四

術曰以粟求繫飯二十四之二十五而一

臣淳風等謹按繫飯率四十八此亦半二率而乘除

今有粟九斗八升欲爲御飯問得幾何荅曰爲御飯八斗二升二十五分升之八

術曰以粟求御飯二十一之二十五而一

臣淳風等謹按此術半率亦與繫飯多同

今有粟三斗少半升欲爲菽問得幾何荅曰爲菽二斗七升一十分升之三

今有粟四斗一升大半升欲爲荅問得幾何荅曰爲荅三斗七升半

今有粟五斗大半升欲爲麻問得幾何荅曰爲麻四斗五升五分升之三

今有粟一十斗八升五分升之二欲爲麥問得幾何荅曰爲麥九斗七升二十五分升之一十四

術曰以粟求菽荅麻麥皆九之十而一

臣淳風等謹按四術率並四十五皆是爲粟所求俱合以此率乘其本粟術欲從省先以等數五約之所求之率得九所有之率得十故九乘十除義由於此

今有粟七斗五升七分升之四欲爲稻問得幾何荅曰爲稻九斗三十五分斗之二十四

術曰以粟求稻六之五而一

臣淳風等謹按稻率六十亦約二率而乘除

今有粟七斗八升欲爲豉問得幾何荅曰爲豉九斗八升二十五分升之七

術曰粟求豉六十三之五十而一

今有粟五斗五升欲爲飧問得幾何答曰爲飧九斗九升
術曰以粟求飧九之五而一

臣淳風等謹按飧率九十退位與求稻多同

今有粟四斗欲爲熟菽問得幾何答曰爲熟菽八斗二升五分
升之四

術曰以粟求熟菽二百七之百而一

臣淳風等謹按熟菽之率一百三半半者其母二故以母二
通之所求之率既被二乘所有之率隨而俱長故以二百七
之百而一

今有粟二斗欲爲麩問得幾何答曰爲麩七斗

術曰以粟求麩七之二而一

臣淳風等謹按麩率一百七十有五合以此數乘其本粟術
欲從省先以等數二十五約之所求之率得七所有之率得
二故七乘二除

今有糲米十五斗五升五分升之二欲爲粟問得幾何答曰爲
粟二十五斗九升

術曰以糲米求粟五之三而一

臣淳風等謹按上術以粟求米故粟爲所有數三爲所求率
今五爲所有率今此以米求粟故米爲所有數五爲所求率三
爲所有率準都術求之各合其數以下所有反求多同皆準
此

今有粳米二斗欲爲粟問得幾何答曰爲粟三斗七升二十七
分升之一

術曰以粳米求粟五十之二十七而一
今有粟米三斗少半升欲爲粟問得幾何答曰爲粟二斗三升
三十六分升之七

術曰以粟米求粟二十五之十二而一
今有御米十四斗欲爲粟問得幾何答曰爲粟三十三斗三升
少半升

術曰以御米求粟五十之二十一而一

今有稻一十二斗六升一十五分升之一十四欲爲粟問得幾
何答曰爲粟一十斗五升九分升之七

術曰以稻求粟五之六而一

今有糲米一十九斗二升七分升之一欲爲粳米問得幾何答
曰爲粳米一十七斗二升一十四分升之一十三

術曰以糲米求粳米九之十而一

臣淳風等謹按粳米率二十七合以此數乘糲米術欲從省
先以等數三約之所求之率得九所有之率得十故九乘而
十除

今有糲米六斗四升五分升之三欲爲糲飯問得幾何答曰爲
糲飯一十六斗一升半

術曰以糲米求糲飯五之二而一

臣淳風等謹按糲飯之率七十有五宜以本糲米乘此率術
欲從省先以等數十五約之所求之率得五所有之率得二
故五乘二除義由於此

今有糲飯七斗六升七分升之四欲爲飧問得幾何答曰爲飧
九斗一升三十五分升之三十一

術曰以糲飯求飡六之五而一

臣淳風等謹按飡率九十為糲飯所求宜以糲飯乘此率術欲從省先以等數十五約之。所求之率得六。所有之率得五。以此故六乘五除也。

今有菽一斗欲為熟菽問得幾何。答曰為熟菽二斗三升。

術曰以菽求熟菽二十三之十而一。

臣淳風等謹按熟菽之率一百三半。因其有半各以母二通之。宜以菽數乘此率。術欲從省先以等數九約之。所求之率得一十一半。所有之率得五也。

今有菽二斗欲為豉問得幾何。答曰為豉二斗八升。

術曰以菽求豉七之五而一。

臣淳風等謹按豉率六十三為菽所求宜以菽乘此率。術欲從省先以等數九約之。所求之率得七。而所有之率得五也。今有麥八斗六升七分升之三。欲為小麴問得幾何。答曰為小麴二斗五升一十四分升之一十三。

術曰以麥求小麴三之十而一。

臣淳風等謹按小麴之率十三半。宜以母二通之。以乘本麥之數。術欲從省先以等數九約之。所求之率得三。所有之率得十也。

今有麥一斗欲為大麴問得幾何。答曰為大麴一斗二升。

術曰以麥求大麴六之五而一。

臣淳風等謹按大麴之率五十有四。合以麥數乘此率。術欲從省先以等數九約之。所求之率得六。所有之率得五也。今有出錢一百六十買甌甃十八枚。

九章算術二
今甌甓甄也。

問枚幾何。答曰：一枚八錢九分錢之八。

今有出錢一萬三千五百，買竹二千三百五十箇，問箇幾何。答曰：一箇五錢四十七分錢之三十五。

經率術曰：以所買率爲法，所出錢數爲實，實如法得一。此術猶經分。

臣淳風等謹按：今有之義，以所求率乘所有數，合以甌甓一枚乘錢一百六十爲實，但以一乘不長，故不復乘，是以徑將所買之率與所出之錢爲法實也。又按此：今有之義，出錢爲所有數，一枚爲所求率，所買爲所有率，而今有之，卽得所求數，一乘不長，故不復乘，是以徑將所買之率爲法，以所出之錢爲實，實如法得一枚，錢不盡者等數而命分。

今有出錢五千七百八十五，買漆一斛六斗七升太半斤，欲斗率之，問斗幾何。答曰：一斗三百四十五錢五分錢之一十。

五。今有出錢七百二十，買縑一匹二丈一尺，欲丈率之，問丈幾何。答曰：一丈一百一十八錢六十一分錢之二。

今有出錢二千三百七十，買布九匹二丈七尺，欲匹率之，問匹幾何。答曰：一匹二百四十四錢二百二十九分錢之一百二十四。

四。今有出錢一萬三千六百七十，買絲一石二鈞一十七斤，欲石率之，問石幾何。答曰：一石八千三百二十六錢一百九十七分錢之一百七十八。

術曰：以所求率乘錢數爲實，以所買率爲法，實如法得一。

九章算術二

九

臣淳風等謹按今有之義一斗為所求率出錢為所有數故以一斗乘錢數有分者通之又以分母乘之為實所買通分內子為所有率故以為法實如法而一得錢數不盡而命分者因法為母實餘為子實見不滿故以命之

今有出錢五百七十六買竹七十八箇欲其大小率之間各幾何答曰其四十八箇箇七錢其三十三箇箇八錢

今有出錢一千一百二十買絲一石二鈞十八斤欲其貴賤斤率之間各幾何答曰其二鈞八斤斤五錢其一石一十斤斤六

錢

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤鈞率之間各幾何答曰其七斤一十兩九銖鈞

二千一十二錢其一石二鈞二十斤八兩二十銖鈞二千一十三錢

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤斤率之間各幾何答曰其一石二鈞七斤十兩

四銖斤六十七錢其二十斤九兩一銖斤六十八錢

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤兩率之間各幾何答曰其一石一鈞一十七斤

一十四兩一銖兩四錢其一鈞一十斤五兩四銖兩五錢

其率術曰各置所買石鈞斤兩以為法以所率乘錢數為實實如法而一不滿法者反以實減法法賤實貴其求石鈞斤兩以積銖各除法實各得其積數餘各為銖

其率如欲令差分按出錢五百七十六買竹七十八箇以除錢得七實餘三十是為三十箇復可增一錢然則實餘之數

卽是貴者之數故曰實貴也本以七十八箇爲法今以貴者減之則其餘悉是賤者之數故曰法賤也其求石鈞斤兩以積銖各除法實各得其積數餘各爲銖者謂石鈞斤兩積銖除實又以石鈞斤兩積銖除法餘各爲銖卽合所問

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤銖率之問各幾何答曰其一鈞二十斤六兩十一銖五銖一錢其一石一鈞七斤一十二兩一十八銖六銖一

錢

今有出錢六百二十買羽二千一百猴

猴羽本也數羽稱其本猶數草木稱其根株

欲其貴賤率之問各幾何答曰其一千一百四十猴三猴一錢其九百六十猴四猴一錢

今有出錢九百八十買矢幹五千八百二十枚欲其貴賤率之

問各幾何答曰其三百枚五枚一錢其五千五百二十枚六枚

一錢

反其率術曰以錢數爲法所率爲實實如法而一不滿法者反以實減法法少實多二物各以所得多少之數乘法實卽物數

按其率出錢六百二十買羽二千一百猴反之當二百四十

錢一錢四猴其三百八十錢一錢三猴已上并誤不可通參

錢多物少反之錢少物多出錢六百二十買羽二千一百猴當以除羽得三實餘二百四十是謂三猴復可增一猴然則實餘之數卽是多者之錢故曰實多本以六百二十錢爲法今以多者減之則其餘三百八十悉是少者之錢故曰法少也二百四十錢一錢四猴乘得一千一百四十其是錢有二價物有貴賤故以羽乘錢反二率也

臣淳風等謹按其率者錢多物少反其率者錢少物多多少

九章算術二
相反故曰反其率也其率者以物數爲法錢數爲實反之者以錢數爲法物數爲實不滿法者實餘也當以餘物化爲錢矣法爲凡錢而今以化錢減之故以實減法法少者經分之所得故曰法少實多者餘分之所益故曰實多乘實宜以多乘法宜以少故曰各以其所得多少之數乘法實卽物數

九章算術卷第三

魏 劉 徽 注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

衰分以御貴賤稟稅

衰分

衰分差也

術曰各置列衰

列衰相與率也重疊則可約

副并爲法以所分乘未并者各自爲實實如法而一

法集而衰別數本一也今以所分乘上別以下集除之一乘一除適足相消故所分猶存且各應率而別也於今有術列衰各爲所求率副并爲所有率所分爲所有數又以經分言

之假令甲家三人乙家二人丙家一人并六人共分十二爲
八得二也欲復作逐家者則當列置人數以一人所得乘之
今此術先乘而後除也

不滿法者以法命之

今有大夫不更簪裏上造公士凡五人共獵得五鹿欲以爵次
分之問各得幾何荅曰大夫得一鹿三分鹿之二不更得一鹿
三分鹿之一簪裏得一鹿上造得三分鹿之二公士得三分鹿
之一

術曰列置爵數各自爲衰

爵數者謂大夫五不更四簪裏三上造二公士一也墨子號
令籍以爵級爲賜然則戰國之初有此名也

副并爲法以五鹿乘未并者各自爲實實如法得一鹿

於今有術列衰各爲所求率副并爲所有率今有鹿數爲所
有數而今有之卽得

今有牛馬羊食人苗苗主責之粟五斗羊主曰我羊食半馬馬
主曰我馬食半牛今欲衰償之問各出幾何荅曰牛主出二斗
八升七分升之四馬主出一斗四升七分升之二羊主出七升
七分升之一

術曰置牛四馬二羊一各自爲列衰副并爲法以五斗乘未并
者各自爲實實如法得一斗

臣淳風等謹按此術問意羊食半馬馬食半牛是謂四羊當
一牛二羊當一馬今術置羊一馬二牛四者通其率以爲列

衰

今有甲持錢五百六十乙持錢三百五十丙持錢一百八十凡

九章算術卷之三
三人俱出關關稅百錢欲以錢數多少衰出之間各幾何答曰
甲出五十一錢一百九分錢之四十一乙出三十二錢一百九
分錢之一十二丙出一十六錢一百九分錢之五十六
術曰各置錢數爲列衰副并爲法以百錢乘未并者各自爲實
實如法得一錢

臣淳風等謹按此術甲乙丙持錢數以爲列衰副并爲所有
率未并者各爲所求率百錢爲所有數而今有之卽得

今有女子善織日自倍五日織五尺問日織幾何答曰初日織
一寸三十一分寸之十九次日織三寸三十一分寸之七次日
織六寸三十一分寸之十四次日織一尺二寸三十一分寸之
二十八次日織二尺五寸三十一分寸之二十五

術曰置一二四八十六爲列衰副并爲法以五尺乘未并者各
自爲實實如法得一尺

今有北鄉算八千七百五十八西鄉算七千二百三十六南鄉
算八千三百五十六凡三鄉發徭三百七十八人欲以算數多
少衰出之間各幾何答曰北鄉遣一百三十五人一萬二千一
百七十五分人之一萬一千六百三十七西鄉遣一百一十二
人一萬二千一百七十五分人之四千四南鄉遣一百二十九
人一萬二千一百七十五分人之八千七百九

術曰各置算數爲列衰

臣淳風等謹按三鄉算數約可半者爲列衰

副并爲法以所發徭人數乘未并者各自爲實實如法得一人
按此術今有之義也

今有稟粟大夫不更簪裏上造公士凡五人一十五斗今有大

夫一人後來亦當稟五斗倉無粟亦以衰出之問各幾何答曰
大夫出一斗四分斗之一不更出一斗簪裏出四分斗之三上
造出四分斗之二公士出四分斗之一

術曰各置所稟粟斛斗數爵次均之以爲列衰副并而加後來
大夫亦五斗得二十以爲法以五斗乘未并者各自爲實實如
法得一斗

稟前五人十五斗者大夫得五斗不更得四斗簪裏得三斗
上造得二斗公士得一斗欲令五人各依所得粟多少減與
後來大夫卽與前來大夫同據前來大夫已得五斗故言亦
也各以所得斗數爲衰并得十五而加後來大夫亦五斗凡
二十爲法也是爲六人共出五斗後來大夫亦俱損折於今
有術副并爲所有率未并者各爲所求率五斗爲所有數而

今有之卽得

今有稟粟五斛五人分之欲令三人得三二人得二問各幾何
答曰三人人得一斛一斗五升十三分升之五二人人得七斗
六升十三分升之十二

術曰置三人人三二人人二爲列衰副并爲法以五斛乘未并
者各自爲實實如法得一斛

今有大夫不更簪裏上造公士凡五人共出百錢欲令高爵出
少以次漸多問各幾何答曰大夫出八錢一百三十七分錢之
一百四不更出一十錢一百三十七分錢之一百三十簪裏出
一十四錢一百三十七分錢之八十二上造出二十一錢一百
三十七分錢之一百二十三公士出四十三錢一百三十七分
錢之一百九

反衰術曰列置衰而令相乘動者為不動者衰置爵數各自為衰而反衰之副并為法以百錢乘未并者各自為實實如法得一錢

以爵次言之大夫五不更四欲令高爵得多者當使大夫一人受五分不更一人受四分人數為母分數為子母同則子齊齊即衰也故上衰分宜以五四為列焉今此令高爵出少則當大夫五人共出一人分不更四人共出一人分故謂之反衰人數不同則分數不齊當令母互乘子母互乘子則動者為不動者衰也亦可先同其母各以分母約其子為反衰副并為法以所分乘未并者各自為實實如法而一

今有甲持粟三升乙持糲米三升丙持糲飯三升欲令合而分之問各幾何答曰甲二升一十分升之七乙四升一十分升之五丙一升一十分升之八

術曰以粟率五十糲米率三十糲飯率七十五為衰而反衰之副并為法以九升乘未并者各自為實實如法得一升

按此術三人所持升數雖等論其本率精麤不同米率雖少令最得多飯率雖多反使得少故令反之使精得多而麤得少於今有術副并為所有率未并者各為所求率九升為所有數而今有之即得

今有絲一斤價值二百四十今有錢一千三百二十八問得絲幾何答曰五斤八兩一十二銖五分銖之四

術曰以一斤價數為法以一斤乘今有錢數為實實如法得絲數

按此術亦今有之義以一斤價為所有率一斤為所求率今

有錢爲所有數而今有之卽得

今有絲一斤價值三百四十五今有絲七兩一十二銖問得錢幾何答曰一百六十一錢三十二分錢之二十三

術曰以一斤銖數爲法以一斤價數乘七兩一十二銖爲實實如法得錢數

按此術亦今有之義以絲一斤銖數爲所有率價錢爲所求率今有絲爲所有數而今有之卽得

今有縑一丈價值一百二十八今有縑一匹九尺五寸問得幾何答曰六百三十三錢五分錢之三

術曰以一丈寸數爲法以價錢數乘今有縑寸數爲實實如法得錢數

臣淳風等謹按此術亦今有之義以縑一丈寸數爲所有率價錢爲所求率今有縑寸數爲所有數而今有之卽得

今有布一匹價直一百二十五今有布二丈七尺問得錢幾何答曰八十四錢八分錢之三

術曰以一匹尺數爲法今有布尺數乘價錢爲實實如法得錢數

按此術亦今有之義以一匹尺數爲所有率價錢爲所求率今有布爲所有數今有之卽得

今有素一匹一丈價直六百二十五今有錢五百問得幾何答曰得素一匹

術曰以價直爲法以一匹一丈尺數乘今有錢數爲實實如法得素數

按此術亦今有之義以價錢爲所有率以丈尺數爲所求率

今有錢為所有數今有之即得

今有與人絲一十四斤約得縑一十斤今與人絲四十五斤八兩問得縑幾何答曰三十二斤八兩

術曰以一十四斤兩數為法以一十斤乘今有絲兩數為實實如法得縑數

按此術亦今有之義以一十四斤兩數為所有率一十斤為所求率今有絲為所有數而今有之即得

今有絲一斤耗七兩今有絲二十三斤五兩問耗幾何答曰一百六十三兩四銖半

術曰以一斤展十六兩為法以七兩乘今有絲兩數為實實如法得耗數

按此術亦今有之義以一斤為十六兩為所有率七兩為所求率今有絲為所有數而今有之即得

今有生絲三十斤乾之耗三斤十二兩今有乾絲一十二斤問生絲幾何答曰一十三斤一十一兩十銖七分銖之二

術曰置生絲兩數除耗數餘以為法餘四百二十兩即乾絲率

三十斤乘乾絲兩數為實實如法得生絲數

凡所謂率者細則俱細麤則俱麤兩數相推而已故品物不同如上縑絲之比得相與乘焉三十斤凡四百八十兩今生絲率四百八十兩乾絲率四百二十兩則其數相通可俱為銖可俱為兩可俱為斤無所歸滯也若然宜以所有乾絲兩數乘生絲兩數為實今斤兩錯互而亦同歸者使乾絲以兩數為率生絲以斤數為率譬之異類亦各有一定之勢

臣淳風等謹按此術置生絲兩數除耗數餘卽乾絲之率於今有術爲所有率三十斤爲所求率乾絲兩數爲所有數凡所謂率者細則俱細麤則俱麤今以斤乘兩者乾絲卽以兩數爲率生絲卽以斤數爲率譬之異物各有一定之率也今有田一畝收粟六升太半升今有田一頃二十六畝一百五十九步問收粟幾何荅曰八斛四斗四升一十二分升之五術曰以畝二百四十步爲法以六升太半升乘今有田積步爲實實如法得粟數

按此術亦今有之義以一畝步數爲所有率六升太半升爲所求率今有田積步爲所有數而今有之卽得

今有取保一歲價錢二千五百今先取一千二百問當作日幾何荅曰一百六十九日二十五分日之三十三

術曰以價錢爲法以一歲三百五十四日乘先取錢數爲實實如法得日數

按此術亦今有之義以價爲所有率一歲日數爲所求率取錢爲所有數而今有之卽得

今有貸人千錢月息三十今有貸人七百五十錢九日歸之問息幾何荅曰六錢四分錢之三

術曰以月三十日乘千錢爲法

以三十日乘千錢爲法者得三萬是爲貸人錢三萬一日息三十也

以息三十乘今所貸錢數又以九日乘之爲實實如法得一錢以九日乘今所貸錢爲今一日所有錢於今有術爲所有數息三十爲所求率三萬錢爲所有率此又可以一月三十日

約息三十錢為十分一日以乘今一日所有錢為實千錢為法為率者當等之於一也故三十日或可乘本或可約息皆所以等之也

九章算術卷第四

魏劉徽注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

少廣以御積冪方圓

少廣

臣淳風等謹按一畝之田廣一步長二百四十步今欲截取其從少以益其廣故曰少廣

術曰置全步及分母子以最下分母徧乘諸分子及全步

臣淳風等謹按以分母乘全步者通其分也以母乘子者齊其子也

各以其母除其子置之於左命通分者又以分母徧乘諸分子及已通者皆通而同之并之為法

臣淳風等謹按諸子悉通故可并之爲法亦宜用合分術列數尤多若用乘則算數至繁故別製此術從省約

置所求步數以全步積分乘之爲實實如法而一得從步

此以田廣爲法以畝積步爲實法有分者當同其母齊其子以同乘法實而使齊於法今以分母乘全步及子子如母而一並以并全法則法實俱長意亦等也故如法而一得從步數

今有田廣一步半求田一畝問從幾何答曰一百六十步

術曰下有半是二分之一以一爲二半爲一并之得三爲法置田二百四十步亦以一爲二乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一求田一畝問從幾何答曰一百三十步一十一分步之一

術曰下有三分以一爲六半爲三三之一爲二并之得一十一爲法置田二百四十步亦以一爲六乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一求田一畝問從幾何答曰一百一十五步五分步之一

術曰下有四分以一爲一十二半爲六三之一爲四四分之一爲三并之得二十五以爲法置田二百四十步亦以一爲一十二乘之爲實實如法而一得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一求田一畝問從幾何答曰一百五步一百三十七分步之一十五

術曰下有五分以一爲六十半爲三十三三之一爲二十四分之一爲一十五五分之一爲一十二并之得一百三十七以爲

法置田二百四十步亦以一爲六十乘之爲實實如法得從步
今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分
步之一求田一畝問從幾何荅曰九十七步四十九分步之四
十七

術曰下有六分以一爲一百二十半爲六十三分之一爲四十
四分之一爲三十五分之一爲二十四六分之一爲二十并之
得二百九十四以爲法置田二百四十步亦以一爲一百二十
乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分
步之一七分步之一求田一畝問從幾何荅曰九十二步一百
二十一分步之六十八

術曰下有七分以一爲四百二十半爲二百一十三分之一爲
一百四十四四分之一爲一百五十五分之一爲八十四六分之一
爲七十七分之一爲六十并之得一千八十九以爲法置田二
百四十步亦以一爲四百二十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分
步之一七分步之一八分步之一求田一畝問從幾何荅曰八
十八步七百六十一分步之二百三十二

術曰下有八分以一爲八百四十四半爲四百二十三三分之一爲
二百八十四四分之一爲二百一十五分之一爲一百六十八六
分之一爲一百四十七分之一爲一百二十八八分之一爲一百
五并之得二千二百八十三以爲法置田二百四十步亦以一
爲八百四十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分

九章算術四
步之一。七分步之一。八分步之一。九分步之一。求田一畝問從幾何。答曰。八十四步。七千一百二十九分步之五千九百六十四。
四。

術曰。下有九分。以一爲二千五百二十。半爲一千二百六十。三分之一爲八百四十。四分之一爲六百三十。五分之一爲五百四。六分之一爲四百二十。七分之一爲三百六十。八分之一爲三百一十五。九分之一爲二百八十。并之得七千一百二十九。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲二千五百二十。乘之爲實。實如法得從步。

今有田廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。九分步之一。十分步之一。求田一畝問從幾何。答曰。八十一步。七千三百八十一分步之六千九百三十九。

術曰。下有一十分。以一爲二千五百二十。半爲一千二百六十。三分之一爲八百四十。四分之一爲六百三十。五分之一爲五百四。六分之一爲四百二十。七分之一爲三百六十。八分之一爲三百一十五。九分之一爲二百八十。十分之一爲二百五十二。并之得七千三百八十一。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲二千五百二十。乘之爲實。實如法得從步。

今有田廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。九分步之一。十分步之一。十一分步之一。求田一畝問從幾何。答曰。七十九步。八萬三千七百一十一分步之三萬九千六百三十一。
術曰。下有一十一分。以一爲二萬七千七百二十。半爲一萬三

千八百六十，三分之一為九千二百四十，四分之一為六千九百三十，五分之一為五千五百四十四，六分之一為四千六百二十，七分之一為三千九百六十，八分之一為三千四百六十五，九分之一為三千八十，十分之一為二千七百七十二，十一分之一為二千五百二十，并之得八萬三千七百一十一，以為法置田二百四十步，亦以一為二萬七千七百二十，乘之為實，實如法得從步。

今有田廣一步半，三分步之一，四分步之一，五分步之一，六分步之一，七分步之一，八分步之一，九分步之一，十分步之一，十一分步之一，十二分步之一，求田一畝，問從幾何，答曰：七十七步八萬六千二十一分步之二，萬九千一百八十三。

術曰：下有一十二分，以一為八萬三千一百六十，半為四萬一千五百八十，三分之一為二萬七千七百二十，四分之一為一萬七千九百五十，五分之一為一萬六千六百三十二，六分之一為一萬三千八百六十，七分之一為一萬一千八百八十，八分之一為一萬九千九百五十九，九分之一為九千二百四十，十分之一為八千三百一十六，十一分之一為七千五百六十，十二分之一為六千九百三十，并之得二十五萬八千六十三，以為法置田二百四十步，亦以一為八萬三千一百六十，乘之為實，實如法得從步。

臣淳風等謹按：凡為術之意，約省為善，宜云：下有一十二分，以一為二萬七千七百二十，半為一萬三千八百六十，三分之一為九千二百四十，四分之一為六千九百三十，五分之一為五千五百四十四，六分之一為四千六百二十，七分之一

一爲三千九百六十，八分之一爲三千四百六十五，九分之一爲三千八十，十分之一爲二千七百七十二，十一分之一爲二千五百二十，十二分之一爲二千三百一十，并之得八萬六千二十一，以爲法置田二百四十步，亦以一爲二萬七千七百二十，乘之爲實，實如法得從步，其術亦得知不繁也。今有積五萬五千二百二十五步，問爲方幾何？答曰二百三十五步。

又有積二萬五千二百八十一步，問爲方幾何？答曰一百五十九步。

又有積七萬一千八百二十四步，問爲方幾何？答曰二百六十八步。

又有積五十六萬四千七百五十二步，四分步之一，問爲方幾何？答曰七百五十一步半。

又有積三十九億七千二百一十五萬六千二百二十五步，問爲方幾何？答曰六萬三千二十五步。

開方。

求方冪之一面也。

術曰：置積爲實，借一算步之超一等。

言百之面十也，言萬之面百也。

議所得以一乘所借一算爲法而以除。

先得黃甲之面，上下相命，是自乘而除也。

除已，倍法爲定法。

倍之者，豫張兩面，朱冪定表，以待復除，故曰定法。

其復除折法而下。

九章算術四
欲除朱冪者本當副置所得成方倍之爲定法以折議乘而
以除如是當復步之而止乃得相命故使就上折下
復置借算步之如初以復議一乘之

欲除朱冪之角黃乙之冪其意如初之所得也
所得副以加定法以除以所得副從定法

再以黃乙之面加定法者是則張兩青冪之衰

復除折下如前若開之不盡者爲不可開當以面命之

術或有以借算加定法而命分者雖粗相近不可用也凡開
積爲方方之自乘當還復其積分令不加借算而命分則常
微少其加借算而命分則又微多其數不可得而定故惟以
面命之爲不失耳譬猶以三除十以其餘爲三分之一而復
其數可舉不以面命之加定法如前求其微數微數無名者

以爲分子其一退以十爲母其再退以百爲母退之彌下其
分彌細則朱冪雖有所乘之數不足言之也

若實有分者通分內子爲定實乃開之訖開其母報除

臣淳風等謹按分母可開者並通之積先合二母既開之後
一母尙存故開分母求一母爲法以報除也

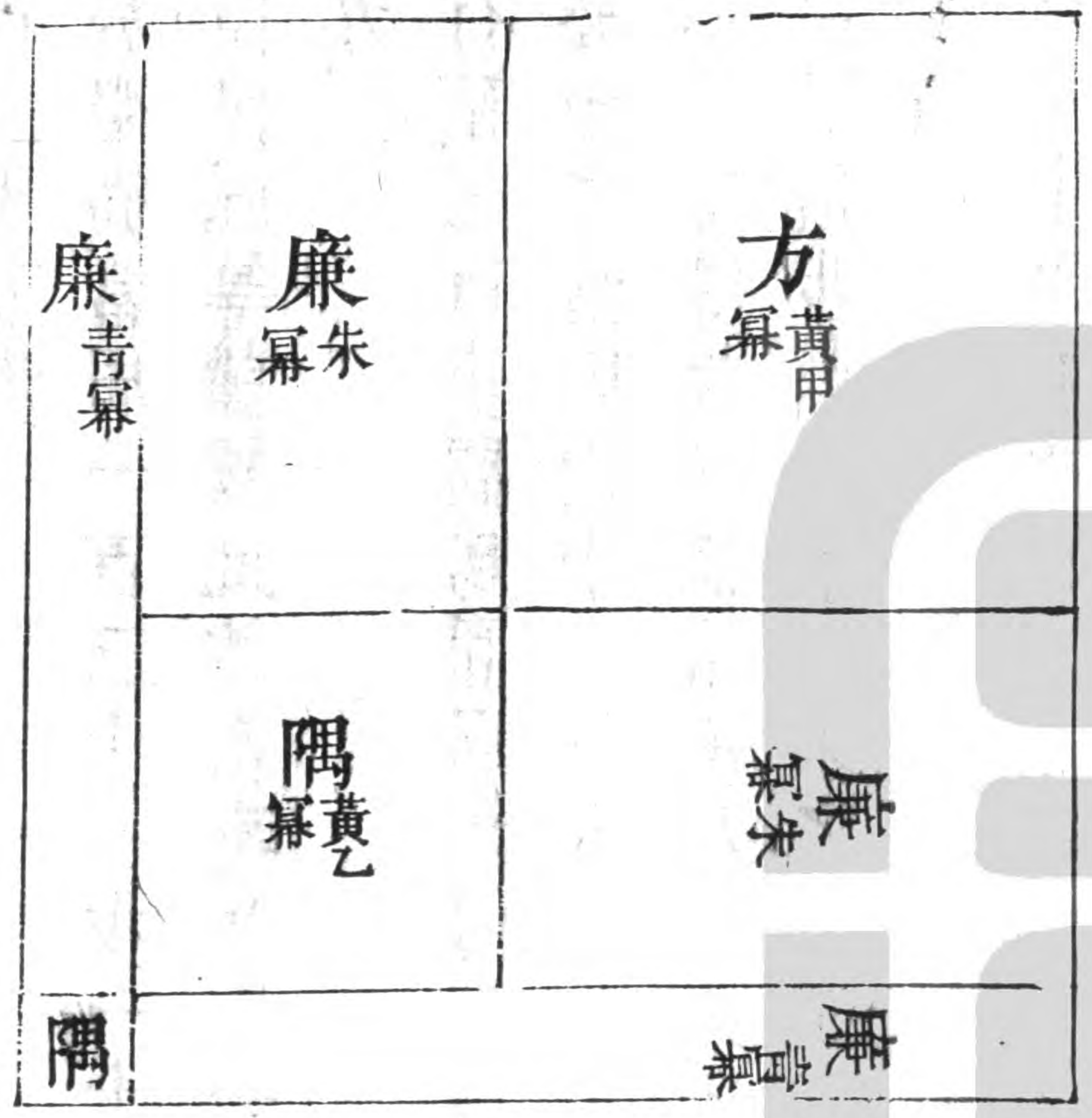
若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一

臣淳風等謹按分母不可開者本一母也又以母乘之乃合
二母既開之後亦一母存焉故令如母而一得全面也

又按此術開方者求方冪之一面也借一算者假借一算空
有列位之名而無除積之實方隅得面是故借算列之於下
也步之起一等者方十自乘其積有百方百自乘其積有萬
故超位至百而言十至萬而言百也議所得以一乘所借一

算為法，而以除者，先得黃甲之面，以方為積者，兩相乘，故開方除之，還令兩面上下相命，是自乘而除之也。除已，倍法為定法者，實積未盡，當復更除，故豫張兩面朱冪，定表以待復除，故曰定法也。其復除折法而下者，欲除朱冪，本當副置所得成方，倍之為定法，以折議乘之，而以除，如是當復步之而止，乃得相命，故使就上折之而下也。復置借算步之，如初以復議一乘之，所得副以加定法，以除者，欲除朱冪之角黃乙之冪，以所得副從定法者，再以黃乙之冪加定法，是則張兩青冪之表，故如前開之，即合所問。

開方圖



注內稱黃甲冪者，即初商所除方冪，稱黃乙冪兩朱冪者，即次商所除隅冪及兩廉冪，稱兩青冪者，即三商所除兩廉冪。凡次商以下，皆有隅有兩廉。

今有積一千五百一十八步四分步之三。問爲圓周幾何。答曰一百三十五步。

於徽術當周一百三十八步一十分步之一。

臣淳風等謹按此依密率爲周一百三十八步五十分步之九。

今有積三百步。問爲圓周幾何。答曰六十步。

於徽術當周六十一步五十分步之十九。

臣淳風等謹按依密率爲周六十一步一百分步之四十一。術曰置積步數以十二乘之。以開方除之。卽得周。

此術以周三徑一爲率。與舊圓田術相反覆也。於徽術以三百一十四乘積。如二十五而一。所得開方除之。卽周也。開方除之。卽徑。是爲據見冪以求周。猶失之於微少。其以二百乘

積一百五十七而一。開方除之。卽徑。猶失之於微多。

臣淳風等謹按此注於徽術求周之法。其中不用開方除之。卽徑六字。今本有者衍賸也。依密率八十八乘之。七而一。按周三徑一之率。假令周六徑二。半周半徑相乘得冪三。周六自乘得三十六。俱以等數除。得冪一周之數十二也。其積本周自乘。合以一乘之。十二而一。得積三。術爲一乘不長。故以十二而一。得此積。今還原置此積三。以十二乘之。復其本周自乘之數。凡物自乘。開方除之。復其本數。故開方除之。卽周。今有積一百八十六萬八百六十七尺。

此尺謂立方尺也。凡物有高深。而言積者曰立方。

問爲立方幾何。答曰一百二十三尺。

今有積一千九百五十三尺八分尺之一。問爲立方幾何。答曰

九章算術四
九
一十二尺半。

又有積六萬三千四百一尺五百一十二分尺之四百四十七問爲立方幾何。答曰三十九尺八分尺之七。

又有積一百九十三萬七千五百四十一尺二十七分尺之一十七問爲立方幾何。答曰一百二十四尺太半尺。

開立方。

立方適等求其一面也。

術曰置積爲實借一算步之超二等。

言千之面十言百萬之面百。

議所得以再乘所借一算爲法而以除。

再乘者亦求爲方冪以上議命而除之則立方等也。

除已三之爲定法。

爲當復除故豫張三面已定方冪爲定法也。

復除折而下。

復除者三面方冪已皆自乘之數須得折議定其厚薄耳開

平冪者方百之面十開立冪者方千之面十據定法已有成

方之冪故復除當以千爲百折下一等也。

以三乘所得數置中行。

設三廉之定長。

復借一算置下行。

欲以爲隅方立方等未有定數且置一算定其位。

步之中超一下超二位。

上方法長自乘而一折中廉法但有長故降一等下隅法無面長故又降一等也。

復置議以一乘中。

爲三廉借冪也。

再乘下。

令隅自乘爲方冪也。

皆副以加定法以定法除。

三面三廉一隅皆已有冪以上議命之而除去三表之厚也除已倍下并中從定法。

凡再以中三以下加定法者三廉各當以兩面之冪連於兩方之面一隅連於三廉之端以待復除也言不盡意解此要當以基乃得明耳。

復除折下如前開之不盡者亦爲不可開。

術亦有以定法命分者不如故冪開方以微數爲分也。

若積有分者通分內子爲定實定實乃開之訖開其母以報除臣淳風等謹按分母可開者並通之積先合三母既開之後一母尙存故開分母求一母爲法以報除也。

若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一。

臣淳風等謹按分母不可開者本一母也又以母再乘之今合三母既開之後一母猶存故令如母而一得全面也。

又按開立方者立方適等求其一面之數也借一算步之超二等者立方求積方再自乘就積開之故超二位言千之面十言百萬之面百也議所得以再乘所借一算爲法而以除者求爲方冪以議命之而除則立方等也除已三之爲定法者爲積未盡當復更除故豫張三面已定方冪爲定法也復除折而下者三面方冪皆已有自乘之數須得折議定其厚

薄據開平方百之面十其開立方則千之面十而定法已有成方之冪故復除之當以千爲百折下一等也以三乘所得數置中行者設三廉之定長也復借一算置下行者欲以爲隅方立方等未有數且置一算定其位也步之中超一下超二者上方法長自乘而一折中廉法但有長故降一等下隅法無面長故又降一等也復置議以一乘中者爲三廉借冪也再乘下者當令隅自乘爲方冪也皆副以加定法以定法除者三面三廉一隅皆已有冪以上議命之而除去三衰之厚也除已倍下併中從定法者三廉各當以兩面之冪連於兩方之面一隅連於三廉之端以待復除也其開之不盡者折下如前開方卽合所問有分者通分納子開之訖開其母以報除可開者並通之積先合三母旣開之後一母尙存故開分母者求一母爲法以報除若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一分母不可開者本一母又以母再乘今合三母旣開之後亦一母尙存故令如母而一得全面也

今有積四千五百尺

亦謂立方之尺也

問爲立圓徑幾何答曰二十尺

臣淳風等謹按依密率立圓徑二十八尺計積四千一百九十尺二十一分尺之一十

又有積一萬六千四百四十八億六千六百四十三萬七千五百尺問爲立圓徑幾何答曰一萬四千三百尺

臣淳風等謹按依密率爲徑一萬四千六百四十三尺四分

尺之三

開立圓術曰置積尺數以十六乘之九而一所得開立方除之即丸徑。

立圓即丸也爲術者蓋依周三徑一之率令圓冪居方冪四分之三圓困居立方亦四分之三更令圓困爲方率十二爲丸率九丸居圓困又四分之三也置四分自乘得十六三分自乘得九故丸居立方十六分之九也故以十六乘積九而一得立方之積丸徑與立方等故開立方而除得徑也然此意非也何以驗之取立方基八枚皆令立方一寸積之爲立方二寸規之爲圓困徑二寸高二寸又復橫規之則其形有似牟合方蓋矣八基皆似陽馬圓然也按合蓋者方率也丸居其中即圓率也推此言之謂夫圓困爲方率豈不闕哉以

周三徑一爲圓率則圓冪傷少令圓困爲方率則丸積傷多互相通補是以九與十六之率偶與實相近而丸猶傷多耳觀立方之內合蓋之外雖衰殺有漸而多少不揜判合總結方圓相纏濃纖詭互不可等正欲陋形措意懼失正理敢不闕疑以俟能言者。

黃金方寸重十六兩金丸徑寸重九兩率生於此未曾驗也周官考工記桌氏爲量改煎金錫則不耗不耗然後權之權之然後準之準之然後量之言鍊金使極精而後分之則可以爲率也令丸徑自乘三而一開方除之即丸中之立方也假令丸中立方五尺五尺爲句句自乘冪二十五尺倍之得五十尺以爲股冪謂平面方五尺之弦也以此弦冪爲股亦以五尺爲句并句股冪得七十五尺是爲大弦冪開方除之

則大弦可知也。大弦卽中立方之長邪。邪卽丸徑也。故中立方自乘之冪於丸徑自乘之冪三分之一也。令大弦還乘其冪卽丸外立方之積也。大弦冪開之不盡。令其冪七十五再自乘之爲面。命得外立方積四十二萬一千八百七十五尺之面。又令中立方五尺自乘。又以方乘之。得積一百二十五尺。一百二十五尺自乘爲面。命得積一萬五千六百二十五尺之面。皆以六百二十五約之。外立方積六百七十五尺之面。中立方積二十五尺之面也。

張衡算又謂立方爲質。立圓爲渾。衡言質之與中外之渾六百七十五尺之面。開方除之。不足一。謂外質積二十六也。內渾二十五之面。謂積五尺也。今徽令質言中渾。渾又言質。則二質相與之率。猶衡二渾相與之率也。衡蓋亦先二質之率。

推以言渾之率也。衡又言質六十四之面。渾二十五之面。質復言渾。謂居質八分之五也。又云。方八之面。圓六之面。圓渾相推。知其復以圓困爲方率。渾爲圓率也。失之遠矣。衡說之。自然欲協其陰陽奇偶之說。而不顧疎密矣。雖有文辭。斯亂道破義病也。置外質積二十六。以九乘之。十六而一。得積一十四尺八分之五。卽質中之渾也。以分母乘全內子。得一百一十七。又置內質積五。以分母乘之。得四十。是爲質居渾一百一十七分之四十。而渾率猶爲傷多也。假令方二尺。方四面并得八尺也。謂之方周。其中令圓徑與方等。亦二尺也。丸半徑以乘圓周之半。卽圓冪也。半方以乘方周之半。卽方冪也。然則方周知方冪之率也。圓周知圓冪之率也。按如衡術。方周率八之面。圓周率五之面也。令方周六十四尺之面。則

圓周四十尺之面也。又令徑一尺，方周四尺，自乘得十六尺之面，自為圓周率十二之面，而徑率一之面也。衡亦以周三徑一之率為非，是故更著此法，然增周太多，過其實矣。

臣淳風等謹按祖暅之謂劉徽張衡二人皆以圓困為方率，丸為圓率，乃設新法。祖暅之開立圓術曰：以二十一乘積，十一而一，開立方除之，即立圓徑。其意何也？取立方棊一枚，令立樞於左後之下隅，從規去其右上之廉，又合而橫規之，去其前上之廉，右前之廉，於是立方之棊分而為四，規內棊一，謂之內棊，規外棊三，謂之外棊，更合四棊，復橫斷之，以句股言之，令餘高為句，內棊斷上方為股，本方之數其弦也。句股之法，以句冪減弦冪，則餘為股冪。若令餘高自乘，減本方之冪，餘即內減棊斷上方之冪也。本方之冪，即外四棊之斷上

冪，然則餘高自乘，即外三棊之斷上冪矣。不問高卑，勢皆然也。

以上借立方棊以論立圓，而所言僅及句股弦與平冪不足見圓術，當有脫誤。然固有所歸同而

途殊者耳。而乃控遠以演類，借況以析微，按陽馬方高數參

等者，列而立之，橫截去上，則高自乘，與斷上冪數亦等焉。夫

疊棊成立，積緣冪勢既同，則積不容異。由此觀之，規之外三

棊，旁蹙為一，即一陽馬也。三分立方，則陽馬居一，內棊居二，

可知矣。合八小方成一大方，合八內棊成一合蓋，內棊居小

方三分之二，則合蓋居立方亦三分之二。較然驗矣。置三分

之二，以圓冪率三乘之，如方冪率四而一，約而定之，以為丸

率。故曰丸居立方三分之一也。

此句舛誤，據上言置三分之一，居立方二分之一，非三分之一。况以上明祖氏圓術，其率乃

丸居立方二分之一，非三分之一。况以上明祖氏圓術，其率乃

二居立方二分之一，非三分之一。况以上明祖氏圓術，其率乃

解祖氏說自祖暅之開立方圓術曰至此似因傳寫既訛後
 人妄加竄改遂不可通今考立方與圓猶之平方與圓
 也其率亦方積十四圓積十一而九居圓困三分之二與
 二十四分之十一通之方母乘分母得四十二分之二即三十一
 分之二是為九居立方四十二分之二法本條貫為一等數
 既密心亦昭晰張衡倣舊貽晒於後劉徽循故未暇校新夫
 豈難哉抑未之思也依密率立此圓積本以圓徑再自乘十
 一乘之二十一而一約此積今欲求其本積故二十一乘之
 十一而一凡物再自乘開立方除之復其本數故立方除之
 即丸徑也

九章算術卷第五

魏劉徽注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

商功以御功程積實

今有穿地積一萬尺問為堅壤各幾何答曰為堅七千五百尺

為壤一萬二千五百尺

術曰穿地四為壤五

壤謂息土

為堅三

堅謂築土

為墟四

墟謂穿坑此皆其常率

以穿地求壤五之求堅三之皆四而一

今有術也

以壤求穿四之求堅三之皆五而一以堅求穿四之求壤五之皆三而一

臣淳風等謹按此術並今有之義也重張穿地積一萬尺爲所有數堅率三壤率五各爲所求率墟率四爲所有率而今有之卽得

城垣隄溝塹渠皆同術

今有城下廣四丈上廣二丈高五丈袤一百二十六丈五尺問積幾何答曰一百八十九萬七千五百尺

今有垣下廣三尺上廣二尺高一丈二尺袤二十二丈五尺八寸問積幾何答曰六千七百七十四尺

今有隄下廣二丈上廣八尺高四尺袤一十二丈七尺問積幾何答曰七千一百一十二尺

冬程人功四百四十四尺問用徒幾何答曰一十六人一百一十一分人之二

術曰并上下廣而半之

損廣補狹

以高若深乘之又以袤乘之卽積尺

臣淳風等謹按此術并上下廣而半之者以盈補虛得中平之廣以高若深乘之得一頭之立冪又以袤乘之者得立實之積故爲積尺

以積尺爲實積功尺數爲法實如法而一卽用徒人數

今有溝上廣一丈五尺下廣一丈深五尺袤七尺問積幾何答

曰四千三百七十五尺。

春程人功七百六十六尺并出土功五分之四定功六百一十二尺五分尺之四問用徒幾何荅曰七人三千六十四分人之四百二十七。

術曰置本人功去其五分之一餘為法。

去其五分之一者謂以四乘五除也。

以溝積尺為實實如法而一得用徒人數。

臣淳風等謹按此術置本人功去其五分之一者謂以四乘之五而一除去出土之功取其定功乃通分內子以為法以分母乘溝積尺為實法裏有分實裏通之實如法而一即用徒人數此以一人之積尺除其眾尺用徒人數不盡者等數約之而命分也。

今有塹上廣一丈六尺三寸下廣一丈深六尺三寸袤十三丈

二尺一寸問積幾何荅曰一萬九百四十三尺八寸此積以立方一尺者

計之餘有方尺而深八寸二分四釐五毫實八十二萬四千五百分也。

八寸者謂穿地方尺深八寸此積餘有方尺中二分四釐五毫棄之文欲從易非其常定也。

夏程人功八百七十一尺并出土功五分之一沙礫水石之功作太半定功二百三十二尺一十五分尺之四問用徒幾何荅曰四十七人三千四百八十四分人之四百九

術曰置本人功去其出土功五分之一又去沙礫水石之功太半餘為法以塹積尺為實實如法而一即用徒人數。

按此術置本人功去其出土功五分之一者謂以四乘五除又去沙礫水石作太半者一乘三除存其少半取其定功乃

通分內子以爲法以分母乘壘積尺爲實法裏有分實裏通之實如法而一卽用徒人數不盡者等數約之而命分也

今有穿渠上廣一丈八尺下廣三尺六寸深一丈八尺袤五萬

一千八百二十四尺問積幾何答曰一千七萬四千五百八十五尺六寸

此六寸亦方尺而深六寸實積六百寸也

秋程人功三百尺問用徒幾何答曰三萬三千五百八十二人功內少一十四尺四寸

一千人先到問各當受袤幾何答曰一百五十四丈三尺二寸八十一分寸之八

術曰以一人功尺數乘先到人數爲實以一千人一日功爲實

并渠上下廣而半之以深乘之爲法

以渠廣深之立冪爲法

實如法得袤尺

今有方堞

堞者堞城也塹謂以土擁木也

方一丈六尺高一丈五尺問積幾何答曰三千八百四一十尺術曰方自乘以高乘之卽積尺

今有圓堞塹周四丈八尺高一丈一尺問積幾何答曰二千一百一十二尺

於徽術當積二千一十七尺一百五十七分尺之一百三十一

臣淳風等謹按依密率積二千一十六尺

術曰周自相乘以高乘之十二而一

此章諸術亦以周三徑一爲率皆非也於徽術當以周自乘以高乘之又以二十五乘之三百一十四而一此之圓冪亦如圓田之冪也求冪亦如圓田而以高乘冪也

臣淳風等謹按依密率以七乘之八十八而一

今有方亭下方五丈上方四丈高五丈問積幾何荅曰一十萬一千六百六十六尺太半尺

術曰上下方相乘又各自乘并之以高乘之三而一

此章有塹堵陽馬皆合而成立方蓋說算者乃立棊三品以效高深之積假令方亭上方一尺下方三尺高一尺其用棊也中央立方一四面塹堵四四角陽馬四上下方相乘爲三尺以高乘之約積三尺是爲得中央立方一四面塹堵各一下方自乘爲九以高乘之得積九尺是爲中央立方一四面

塹堵各二四角陽馬各三也上方自乘以高乘之得積一尺又爲中央立方一凡三品棊皆一而爲三故三而一得積尺用棊之數立方三塹堵陽馬各十二凡二十七棊十二與三更差次之而成方亭者三驗矣爲術又可令方差自乘以高乘之三而一卽四陽馬也上下方相乘以高乘之卽中央立方及四面塹堵也并之以爲方亭積數也

今有圓亭下周三丈上周二丈高一丈問積幾何荅曰五百二十七尺九分尺之七

於徽術當積五百四尺四百七十一分尺之一百一十六也臣淳風等謹按依密率爲積五百三尺三十三分尺之二十六

術曰上下周相乘又各自乘并之以高乘之三十六而一

此術周三徑一之義合以三除上下周各爲上下徑以相乘又各自乘并以高乘之三而一爲方亭之積假令三約上下周俱不盡還通之卽各爲上下徑令上下徑相乘又各自乘并以高乘之爲三方亭之積此合分母三相乘得九分母各自乘亦得九爲法除之又三而一得方亭之積從方亭求圓亭之積亦猶方冪中求圓冪乃令圓率三乘之方率四而一得圓亭之積前求方亭之積乃以三而一今求圓亭之積亦合三乘之二母旣同故相準折惟以方冪四乘分母九得三十六而連除之於徽術當上下周相乘又各自乘并以高乘之又二十五乘之九百四十二而一此方亭四角圓殺比於方亭二百分之一百五十七爲術之意先作方亭三而一則此據上下徑爲之者當又以一百五十七乘之六百而一也

今據周爲之若於圓塚壙又以二十五乘之三百一十四而一則先得三圓亭矣故以三百一十四爲九百四十二而一并除之

臣淳風等謹按依密率以七乘之二百六十四而一今有方錐下方二丈七尺高二丈九尺問積幾何答曰七千四十七尺

術曰下方自乘以高乘之三而一

按此術假令方錐下方二尺高一尺卽四陽馬如術爲之用十二陽馬成三方錐故三而一得陽馬也

今有圓錐下周三丈五尺高五丈一尺問積幾何答曰一千七百三十五尺一十二分尺之五

於徽術當積一千六百五十八尺三百一十四分尺之十三

臣淳風等謹按依密率爲積一千六百五十六尺八十八分尺之四十七。

術曰下周自乘以高乘之三十六而一。

按此術圓錐下周以爲方錐下方方錐下方令自乘以高乘之合三而一得大錐方之積大錐方之積合十二圓矣今求一圓復合十二除之故令三乘十二得三十六而連除於徽術當下周自乘以高乘之又以二十五乘之九百四十二而一圓錐比於方錐亦二百分之一百五十七令徑自乘者亦當以一百五十七乘之六百而一其說如圓亭也。

臣淳風等謹按依密率以七乘之二百六十四而一。

今有壅堵下廣二丈袤一十八丈六尺高二丈五尺問積幾何
答曰四萬六千五百尺。

術曰廣袤相乘以高乘之二而一。

邪解立方得兩壅堵雖復橢方亦爲壅堵故二而一此則合所規冪推其物體蓋爲壅上壘也其形如城而無上廣與所規冪形異而同實未聞所以名之爲壅堵之說也。

今有陽馬廣五尺袤七尺高八尺問積幾何
答曰九十三尺少半尺。

術曰廣袤相乘以高乘之三而一。

按此術陽馬之形方錐一隅也今謂四柱屋隅爲陽馬假令廣袤各一尺高一尺相乘得立方積一尺邪解立方得兩壅堵邪解壅堵其一爲陽馬一爲鼈臙陽馬居二鼈臙居一不易之率也合兩鼈臙成一陽馬合三陽馬而成一立方故三而一驗之以冪其形露矣悉割陽馬凡爲六鼈臙觀其割分

則體勢互通蓋易了也其基或修短或廣狹立方不等者亦
剖分以爲六鼈臙其形不悉相似然見數同積實均也鼈臙
殊形然陽馬異體則不純合不純合則難爲之矣何則按邪
解分基以爲壘堵者必當以半爲分解邪壘堵以爲陽馬者
亦必當以半爲分一從一橫耳設陽馬爲分內鼈臙爲分外
基雖或隨修短廣狹猶有此分常率如殊形異體亦同也者
以此而已其使鼈臙廣袤高各二尺用壘堵鼈臙之基各二
皆用赤基又使陽馬之廣袤高各二尺用立方之基一壘堵
陽馬之基各二皆用黑基基之赤黑接爲壘堵廣袤高各二
尺於是中效其廣又中分其高令赤黑壘堵各自適當一方
高二尺方二尺每二分鼈臙則一陽馬也其餘兩端各積本
體合成一方焉是爲別種而方者率居三通其體而方者率
居一雖方隨基改而固有常然之勢也按餘數具而可知者
有一二分之別則一二之爲率定矣其於理也豈虛矣若爲
數而窮之置餘廣袤高之數各半之則四分之三又可知也
半之彌少其餘彌細至細曰微微則無形由是言之安取餘
哉數而求窮之者謂以情推不用等算鼈臙之物不同器用
陽馬之形或隨修短廣狹然不有鼈臙無以審陽馬之數不
有陽馬無以知錐亭之數功實之主也
今有鼈臙下廣五尺無袤上袤四尺無廣高七尺問積幾何答
曰二十三尺少半尺

術曰廣袤相乘以高乘之六而一

按此術臙者臂骨也或曰半陽馬其形有似鼈肘故以名云
中破陽馬得兩鼈臙鼈臙之見數卽陽馬之半數數同而實

九章算術三
據半故六而一卽得

今有羨除下廣六尺上廣一丈深三尺末廣八尺無深袤七尺
問積幾何答曰八十四尺

術曰并三廣以深乘之又以袤乘之六而一

按此術羨除實隧道也其所穿地上平下邪似兩鼈臙夾一
壑堵卽羨除之形假令用此基上廣三尺深一尺下廣一尺
末廣一尺無深袤一尺下廣皆壑堵之廣上廣者兩鼈臙與
一壑堵相連之廣也以深袤乘得積五尺鼈臙居二壑堵居
三其於本基皆一爲六故六而一合四陽馬以爲方錐邪畫
方錐之底亦令爲中方就中方削而上合全爲中方錐之半
於是陽馬之基悉中解矣中錐離而爲四鼈臙焉故外錐之
半亦爲四鼈臙雖背正異形與常所謂鼈臙參不相似實則
同也所云夾壑堵者中錐之鼈臙也凡壑堵上袤短者連陽
馬也下袤短者與鼈臙連也下兩袤相等者亦與鼈臙連也
并三廣以高袤乘六而一皆其積也今此羨除之廣卽壑堵
之袤也按此本是三廣不等卽與鼈臙連者別而言之中央
壑堵廣六尺高三尺袤七尺末廣之兩旁各一小鼈臙皆與
壑堵等令小鼈臙居裏大鼈臙居表則大鼈臙出橢皆方錐
下廣三尺袤六尺高七尺分取其半則爲袤三尺以高廣乘
之三而一卽半錐之積也邪解半錐得此兩大鼈臙求其積
亦當六而一合於常率矣按陽馬之基兩邪基底方當其方
也不問旁角而割之相半可知也推此上連無成不方故方
錐與陽馬同實角而割之者相半之勢此大小鼈臙可知更
相表裏但體有背正也

今有芻蕘下廣三丈，袤四丈，上袤二丈，無廣，高一丈，問積幾何？
答曰：五千尺。

術曰：倍下袤，上袤從之，以廣乘之，又以高乘之，六而一。

推明義理者，舊說云：凡積芻蕘，有上下廣，曰童蕘，謂其屋蓋之茨也。是故蕘之下廣，袤與童之上廣，袤等。正斬方亭，兩邊合之，卽芻蕘之形也。假令下廣二尺，袤三尺，上袤一尺，無廣，高一尺，其用基也。中央漸堵二，兩端陽馬各二，倍下袤，上袤從之，爲七尺，以高廣乘之，得冪十四尺。陽馬之冪各居一，漸堵之冪各居三，以高乘之，得積十四尺。其於本基也，皆一而爲六，故六而一，卽得。亦可令上下袤差乘廣，以高乘之，三而一，卽四陽馬也。下廣乘上袤而半之，高乘之，卽二漸堵并之，以爲蕘積也。

芻童、曲池、盤池、冥谷，皆同術。

術曰：倍上袤，下袤從之，亦倍下袤，上袤從之，各以其廣乘之，并以高若深乘之，皆六而一。

按此術，假令芻童上廣一尺，袤二尺，下廣三尺，袤四尺，高一尺，其用基也。中央立方二，四面漸堵六，四角陽馬四，倍下袤爲八，上袤從之爲十，以高廣乘之，得積三十尺。是爲得中央立方各三，兩邊漸堵各四，兩旁漸堵各六，四角陽馬亦各六，復倍上袤，下袤從之爲八，以高廣乘之，得積八尺。是爲得中央立方亦各三，兩端漸堵各二，并兩旁三，品基皆一而爲六，故六而一，卽得。爲術又可令上下廣袤差相乘，以高乘之，三而一，亦四陽馬。上下廣袤互相乘，并而半之，以高乘之，卽四面六漸堵與二立方并之，爲芻童積，又可令上下廣袤互相

乘而半之。上下廣袤又各自乘，并以高乘之，三而一，卽得也。其曲池者，并上中外周而半之，以爲上袤，亦并下中外周而半之，以爲下袤。

此池環而不通，形如盤蛇而曲之，亦云周者，謂如委穀依垣之周耳。引而伸之，周爲袤，求袤之意，環田也。

今有芻童，下廣二丈，袤三丈，上廣三丈，袤四丈，高三丈，問積幾何。答曰：一萬六千五百尺。

今有曲池，上中周二丈，外周四丈，廣一丈，下中周一丈四尺，外周二丈四尺，廣五尺，深一丈，問積幾何。答曰：一千八百八十三尺三寸少半寸。

今有盤池，上廣六丈，袤八丈，下廣四丈，袤六丈，深二丈，問積幾何。答曰：七萬六千六百六十六尺大半尺。

負土往來七十步，其二十步上下棚除，棚除二當平道，五踟躕之間，十加一。載輸之間三十步，定一返，一百四十步土籠積一尺六寸。秋程人功行五十九里半，問人到積尺及用徒各幾何。答曰：人到二百四尺，用徒三百四十六人，一百五十三分人之六十二。

術曰：以一籠積尺乘程行步數爲實，往來上下棚除二當平道五。

棚閣除邪道有上下之難，故使二當五也。

置定往來步數十加一，及載輸之間三十步，以爲法除之，所得卽一人所到尺，以所到約積尺，卽用徒人數。

臣淳風等謹按：此術棚閣除邪道有上下之難，故使二當五。置定往來步數十加一，及載輸之間三十步，是爲往來求一。

返凡用一百四十步於今有術爲所有行率籠積一尺六寸爲所求到土率程行五十九里半爲所有數而今有之卽人到尺數以所到約積尺卽用徒人數者此一人之積除其衆積尺故得用徒人數爲術又可令往來一返所用之步約程行爲返數乘籠積爲一人所到以此術與今有術相反覆則乘除之或先後意各有所在而同歸耳

今有冥谷上廣二丈袤七丈下廣八尺袤四丈深六丈五尺問積幾何答曰五萬二千尺

載土往來二百步載輸之間一里程行五十八里六人共車車載三十四尺七寸問人到積尺及用徒各幾何答曰人到二百一尺五十分尺之十三用徒二百五十八人一萬六十三分人之三千七百四十六

術曰以一車積尺乘程行步數爲實置今往來步數加載輸之間一里以車六人乘之爲法除之所得卽一人所到尺以所到約積尺卽用徒人數

按此術今有之義以載輸及往來并得五百步爲所有行率車載三十四尺七寸爲所求到土率程行五十八里通之爲步爲所有數而今有之所得卽一車所到欲得人到者當以六人除之卽得六人乘五百步爲行率也又亦可五百步爲行率令六人約車載尺數爲一人到土率術恐有分故令乘法而并除以所到約積尺卽用徒人數者以一人所積尺除其衆積故得用徒人數也

今有委粟平地下周一十二丈高二丈問積及爲粟幾何答曰積八千尺

九章算術五
於徽術當積七千六百四十三尺一百五十七分尺之四十
九。

臣淳風等謹按依密率爲積七千六百三十六尺十一分尺
之四。

爲粟二千九百六十二斛二十七分斛之二十六。

於徽術當粟二千八百三十斛一千四百一十三分斛之一
千二百一十。

臣淳風等謹按依密率爲粟二千八百二十八斛九十九分
斛之二十八。

今有委菽依垣下周三丈高七尺問積及爲菽各幾何答曰積
三百五十尺。

依徽術當積三百三十四尺四百七十一分尺之一百八十

六也。

臣淳風等謹按依密率爲積三百三十四尺十一分尺之一
爲菽一百四十四斛二百四十三分斛之八。

依徽術當菽一百三十七斛一萬二千七百一十七分斛之
七千七百七十一。

臣淳風等謹按依密率爲菽一百三十七斛八百九十一分
斛之四百三十三。

今有委米依垣內角下周八尺高五尺問積及爲米幾何答曰
積三十五尺九分尺之五。

於徽術當積三十二尺四百七十一分尺之四百五十七。

臣淳風等謹按依密率當積三十三尺三十三分尺之三十

一。

爲米二十一斛七百二十九分斛之六百九十一

於徽術當米二十斛三萬八千一百五十一分斛之三萬六千九百八十

臣淳風等謹按依密率爲米二十斛二千六百七十三分斛之二千五百四十

委粟術曰下周自乘以高乘之三十六而一

此猶圓錐也於徽術亦當下周自乘以高乘之又以二十五乘之九百四十二而一也

其依垣者

居圓錐之半也

十八而一

於徽術當令此下周自乘以高乘之又以二十五乘之四百七十一而一依垣之周半於全周其自乘之冪居全周自乘之冪四分之一故半全周之法以爲法也

其依垣內角者

角隅也居圓錐四分之一也

九而一

於徽術當令此下周自乘而倍之以高乘之又以二十五乘之四百七十一而一依隅之周半於依垣其自乘之冪居依垣自乘之冪四分之一當半依垣之法以爲法法不可半故倍其實又此術亦用周三徑一之率假令以三除周得徑若不盡通分內子卽爲徑之積分令自乘以高乘之爲三方錐之積分母自相乘得九爲法又當三而一約方錐之積從方錐中求圓錐之積亦猶方冪求圓冪乃當三乘之四而一得

九章算術五
圓錐之積前求方積乃以三而一今求圓錐之積復合三乘之。二母既同故相準折惟以四乘分母九得三十六而連除圓錐之積其圓錐之積與平地聚粟同故三十六而一。臣淳風等謹按依密率以七乘之其平地者二百六十四而一。依垣者一百三十二而一。依隅者六十六而一也。程粟一斛積二尺七寸。

二尺七寸者謂方一尺深二尺七寸凡積二千七百寸。其米一斛積一尺六寸五分寸之一。

謂積一千六百二十寸。

其菽荅麻麥一斛皆二尺四寸十分尺之三。

謂積二千四百三十寸此爲以精麤爲率而不等其槩也。粟率五米率三故米一斛於粟一斛五分斛之三。菽荅麻麥亦

如本率云故謂此三量器爲槩而皆不合於今斛當今大司

農斛圓徑一尺三寸五分五釐正深一尺於徽術爲積一千

四百四十一寸排成餘分又有十分寸之三王莽銅斛於今

尺爲深九寸五分五釐徑一尺三寸六分八釐二毫以徽術

計之於今斛爲容九斗七升四合有奇周官考工記。卓氏爲

量深一尺內方一尺而圓外其實一鬴於徽術此圓周積一

千五百七十六寸左氏傳曰齊舊四量豆區釜鍾四升曰豆

各自其四以登於釜釜十則鍾鍾六斛四斗釜六斗四升方

一尺深一尺其積一千寸若此方積容四斗二升則通外圓

積成旁容十斗四合一龠五分龠之三也以數相乘之則斛

之制方一尺而圓其外。庖旁一釐七毫竊一百五十六寸四

分寸之一深一尺積一千五百六十二寸半容十斗王莽銅

斛與漢書律歷志所論計同

今有穿地，袤一丈六尺，深一丈，上廣六尺，為垣積五百七十六尺。問穿地下廣幾何？答曰：三尺五分尺之三。

術曰：置垣積尺，四之為實。

穿地四為堅，三垣堅也。以堅求穿地，當四之三而一也。

以深袤相乘。

為深袤之立實也。

又三之為法。

以深袤相乘之立實，除垣積，即阡廣。又三之者，與堅率并除之。

所得倍之。

凡有兩廣，先并而半之，即為廣狹之中平。今先得其中平，故

又倍之，知兩廣全也。

減上廣餘，即下廣。

臣淳風等謹按：此術穿地四為堅，三垣即堅也。今以堅求穿地，當四乘之三而一，深袤相乘者為深袤立冪，以深袤立冪除積，即阡廣。又三之為法，與堅率并除，所得倍之者為阡，有兩廣，先并而半之為中平之廣。今此得中平之廣，故倍之，還為兩廣，并故減上廣餘，即下廣也。

今有倉廣三丈，袤四丈五尺，容粟一萬斛。問高幾何？答曰：二丈。術曰：置粟一萬斛，積尺為實，廣袤相乘為法，實如法而一，得高尺。

以廣袤之冪除積，故得高。按此術，本以廣袤相乘，以高乘之，得此積。今還元，置此廣袤相乘為法，除之，故得高也。

今有圓困

圓困廩也亦云圓囤也

高一丈三尺三寸少半寸容米二千斛問周幾何答曰五丈四尺

於徽術當周五丈五尺二寸二十分寸之九

臣淳風等謹按依密率為周五丈五尺一百分尺之二十七術曰置米積尺

此積猶圓塚塿之積

以十二乘之令高而一所得開方除之即周

於徽術當置米積尺以三百一十四乘之為實二十五乘困高為法所得開方除之即周也此亦據見冪以求周失之於微少也晉武庫中有漢時王莽所作銅斛其篆書字題斛旁

云律嘉量斛方一尺而圓其外庀旁九釐五毫冪一百六十

二寸深一尺積一千六百二十寸容十斗及斛底云律嘉量

斗方尺而圓其外庀旁九釐五毫冪一百六十二寸深一寸

積一百六十二寸容一斗合龠皆有文字升居斛旁合龠在

斛耳上後有讚文與今律歷志同亦魏晉所常用今麤疏王

莽銅斛文字尺寸分數然不盡得升合勺之文字按此術本

周自相乘以高乘之十二而一得此積今還元置此積以十

二乘之令高而一即復本周自乘之數凡物自乘開方除之

復其本周自乘之數故開方除之即得也

臣淳風等謹按依密率以八十八乘之為實七乘困高為法實如法而一開方除之即周也



田

