

大學叢書

# 機械原理

下冊

劉仙洲著

商務印書館發行

1441  
93-2

大學叢書  
機械原理

下冊

劉仙洲著

國立清華大學叢書之三

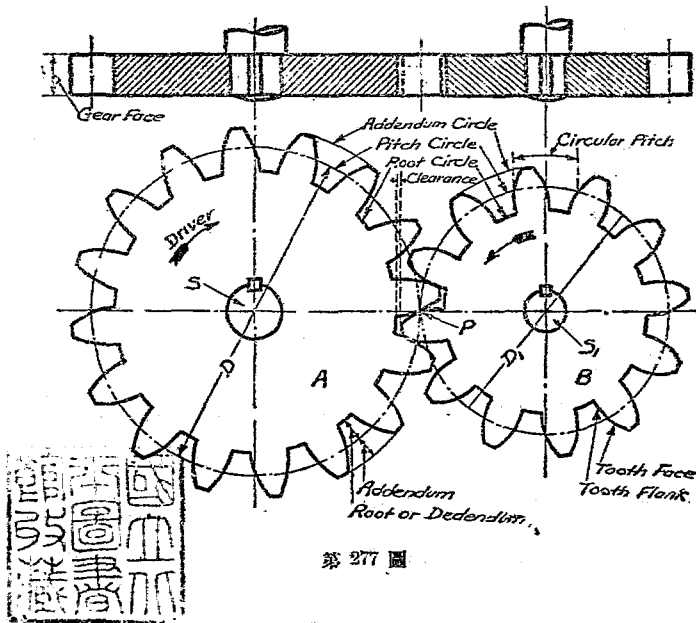


3 0606 3533 5

商務印書館發行

## 第十章 齒輪

179. 齒輪之應用 在第八章,知一軸之迴轉運動,可由兩磨擦輪之滾動接觸傳達於別一軸。惟此種傳達,係完全依賴磨擦力,且難免滑動發生,故當兩軸之速比須絕對確定或所擬傳達之動力較大時,即不適用,而別代以齒輪,使兩輪之周緣各備多數之齒,彼此互相銜接。當轉動時,齒與齒之間雖有相當滑動,而兩軸之速比則與理想上之兩磨擦輪無異。

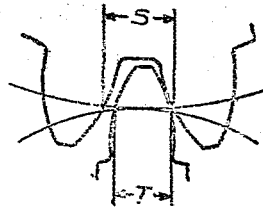


102570

如第 277 圖，設用虛線所表示之兩圓，仍相當兩磨擦輪，倘在 A 輪之周緣，沿輪軸平行之方向，備若干凸起部分，嵌入 B 輪周緣上之凹下部分，B 輪周緣上兩個凹下部分之間，亦備相當之凸起部分，嵌入 A 輪周緣上之凹下部分，則原來兩磨擦輪遂變為兩齒輪。若計畫得宜，不但傳達之動力可以增加，且與兩磨擦輪理論上之速比完全一致。

180. 齒輪各部之名稱 仍參看前圖，與原來兩磨擦輪相當之兩圓，謂之節圓 (Pitch circle)。兩節圓相切之點，謂之節點 (Pitch point)。包含各齒頂部之圓，謂之頂圓 (Addendum circle)。包含各齒根部之圓，謂之根圓 (Root circle)。頂圓之半徑減節圓之半徑，謂之齒頂距離 (Addendum distance) 或簡稱之曰齒頂 (Addendum)。節圓之半徑減根圓之半徑，謂之齒根距離 (Root distance) 或簡稱之曰齒根 (Root)。齒頂與齒根相加之和，謂之齒長 (Length of tooth)，或謂之齒高 (Height of tooth)。輪齒曲面在節圓以外之一部，謂之齒面 (Face of the tooth or tooth face)。輪齒曲面在節圓以內之一部，謂之齒腹 (Flank of the tooth)。與別一輪之齒面能實際接觸之一部齒腹，謂之作用齒腹 (Acting flank)。輪齒自齒輪一面至彼面之寬度，謂之齒寬 (Width of face of gear)。當兩輪互相銜接時，沿兩輪之中心線，自一輪之頂圓至別一輪之根圓之一段距離，謂之餘隙 (Clearance)。即相當一輪之齒根減別一輪之齒頂。一齒沿節圓所有之寬度，謂之齒厚 (Thickness of tooth)。兩

齒之間沿節圓所有之寬度謂之齒間 (Width of space)。沿節圓，齒間與齒厚之差，謂之齒隙 (Backlash)。如第 278 圖。沿節圓弧線， $S$  減  $T$  之差，即為齒隙。精製之齒，多不用齒隙。但粗製者或鑄造者，則須有相當之齒隙。



第 278 圖

181. 周節 (Circular pitch) 沿節圓自第一齒之中心至第二齒之中心之一段弧線距離，謂之周節。或沿節圓自一齒上之任一點至相鄰之齒上相同之一點之弧線距離。且恆等於齒厚與齒間相加之和。

就定義觀之，可知節圓全圓周之長，必等於周節乘齒數。或周節必等於齒數除節圓圓周。仍參看第 277 圖。設  $T$  代表  $A$  輪之齒數， $C$  代表周節， $D$  代表節圓之直徑，則

$$C = \frac{\pi D}{T} \dots\dots\dots (90)$$

又互相銜接之兩齒輪，須用同一之周節。

182. 徑節與節數 (Diametral pitch and pitch number)，模數 (Module) 徑節一名詞，有兩種定義，其一為節圓直徑每吋所有之齒數，即齒數對於節圓直徑之比例。如某齒輪之齒數為 24，其節圓之直徑為 8 吋，則此齒輪之徑節為 8 除 24，即等於 3，即齒輪節圓直徑每有一吋，其圓周上即備有 3 個齒也。此種齒輪，有時稱之曰三節齒輪 (3-Pitch gear)。又徑節有

時亦謂之節數(Pitch number)。

其二為每一齒節圓直徑所有之長度。即節圓直徑對於齒數之比恰為第一定義之反數。例如某齒輪之齒數為24,其節圓之直徑為8。則按第二定義,此齒輪之徑節為24除8即等於 $\frac{1}{3}$ 時又用第二定義所得之數。有時謂之模數(Module),設  $M$  代表模數,  $P$  代表節數或徑節,  $T$  代表齒數,  $D$  代表節圓之直徑;則得下列公式:

$$M = \frac{\text{節圓直徑}}{\text{齒數}} = \frac{D}{T} \dots\dots\dots (91)$$

$$P = \frac{\text{齒數}}{\text{節圓直徑}} = \frac{T}{D} \dots\dots\dots (92)$$

$$\text{故 } M = \frac{1}{P} \dots\dots\dots (93)$$

### 183. 周節與模數之關係    周節與徑節之關係

$$\text{按(91)式, } M = \frac{D}{T},$$

$$\text{按(90)式, } C = \frac{\pi D}{T},$$

$$(93) \div (94), \text{得 } \frac{C}{M} = \frac{\pi D}{T} \div \frac{D}{T} = \pi$$

$$\text{或 } C = M \times \pi \dots\dots\dots (94)$$

即周節恆等於模數乘  $\pi$  也。

$$\text{又按(93)式,得 } C = \frac{\pi}{P} \dots\dots\dots (95)$$

$$\text{或 } C \times P = \pi \dots\dots\dots (96)$$

即周節恆等於徑節除  $\pi$ ，或周節與徑節之乘積恆等於  $\pi$  也。

184. 一對齒輪之速比 (Speed ratio of a pair of gears) 仍參看第 277 圖，設  $A$  為原動輪，裝置於  $S$  軸上。 $B$  為從動輪，裝置於  $S_1$  軸上。 $N$  為  $A$  輪每分鐘之迴轉數。 $N_1$  為  $B$  輪每分鐘之迴轉數。 $D$  為  $A$  輪節圓之直徑， $D_1$  為  $B$  輪節圓之直徑。 $T$  為  $A$  輪之齒數， $T_1$  為  $B$  輪之齒數。 $C$  為兩輪之周節，因兩齒輪互相銜接，故兩輪之周節相同。且  $A$  輪節圓上任一點之線速，必與  $B$  輪節圓上任一點之線速相等。

但  $A$  輪節圓上任一點之線速  $= \pi D N$ ，

$B$  輪節圓上任一點之線速  $= \pi D_1 N_1$ ，

故  $\pi D N = \pi D_1 N_1$

$$\text{或 } \frac{N_1}{N} = \frac{D}{D_1} \dots \dots \dots (97)$$

即兩輪每分鐘之迴轉數與其節圓之直徑成反比也。

又  $A$  輪節圓之圓周  $= \pi D = C T$ ，

$B$  輪節圓之圓周  $= \pi D_1 = C T_1$ ，

$$\text{兩式相除，得 } \frac{D}{D_1} = \frac{T}{T_1} \dots \dots \dots (98)$$

即兩輪之直徑與其齒數成正比也。

又由 (97) 及 (98) 兩式，得

$$\frac{N_1}{N} = \frac{T}{T_1} \dots \dots \dots (99)$$

即兩輪每分鐘之迴轉數與其齒數成反比也。



185. 作用角與作用弧 (Angle and arc of action) 原動輪上之一齒推動從動輪上相當之一齒所迴轉之總角度，謂之原動輪之作用角，同理從動輪上之一齒被原動輪上相當之一齒推動，所迴轉之總角度，謂之從動輪之作用角。又無論就原動輪言或就從動輪言，當兩輪上之兩齒起始接觸，直至接觸點至節點時，所經過之角度，謂之原動輪或從動輪之進角 (Angle of approach)。當兩輪上之兩齒在節點接觸，直至彼此離開，所經過之角度，謂之原動輪或從動輪之退角 (Angle of recess)。無論就原動輪言或就從動輪言，作用角恆等於進角加退角之和。

如第 279 圖，用實線所表示之二齒，係原動輪上之一齒  $M$  方起始推動從動輪上之一齒  $N$ 。用虛線所表示者，仍為此二齒，惟其地位係  $N$  齒將起始離開  $M$  齒。當  $M$  齒推動  $N$  齒之時間內， $B$  輪上



第 279 圖

任一輻射線，例如經過  $M$  齒中心之線，必經過一角度  $K$ ，而  $A$  輪上任一輻射線則必經過一角度  $P$ 。故  $K$  即為  $B$  輪之作用角， $P$  即為  $A$  輪之作用度。

又在節圓上正對作用角之一段弧線，謂之作用弧 (Arc of action)。正對進角之一段弧線，謂之進弧 (Arc of approach)。正對退角之一段弧線，謂之退弧 (Arc of recess)。

因兩輪既互相銜接，傳達運動其作用弧恆屬相等，故其作用角須與其半徑成反比。但就前段之結果，知半徑與齒數成正比，故得下列公式

$$\frac{\text{原動輪之作用角}}{\text{從動輪之作用角}} = \frac{\text{從動輪之齒數}}{\text{原動輪之齒數}} \dots\dots (100)$$

作用弧永不能小於周節。因若使作用弧小於周節，則當第二對齒未至起始接觸以前，第一對齒即已離開，事實上必不能繼續運動也。

186. 接觸線 (Path of contact) 仍參看前圖，用實線表示之二齒彼此在  $a$  點接觸。此接觸點實係二齒之接觸線對於紙面之投射點。接觸線之長度，與齒寬相同。為簡單起見，多就一點加以研究。用虛線表示之二齒，彼此在  $b$  點接觸。如將二齒畫在一中間位置，則彼此必在別一點接觸。由此類推，當二齒彼此有作用之時間內，每在一不同之地位，即必有一不同之接觸點。連所有各接觸點所成之線（在此圖上，即  $aPb$  線）。謂之接觸線。按作成輪齒曲線之性質之不同，此接觸線或為直線，或為曲線。但所有製造合宜之齒，兩輪之節點  $P$  恆在此接觸線上。

187. 傾斜角或壓力角 (Angle of obliquity or pressure angle)

經過節點且與中心線垂直之一線，對於由節點至兩齒接觸點所畫之線中間所成之角，謂之傾斜角或壓力角。在某種輪齒此傾斜角係一定之大小。在別種輪齒，則隨兩齒接觸之

地位而變化。

原動輪齒及於從動輪齒之力，其方向恆沿由節點至兩齒接觸點之直線（見下段），故傾斜角或壓力角愈小時，原動力使從動輪迴轉之分力必愈大，使兩軸彼此遠離之分力必愈小。易言之，即較大之傾斜角結果使及於軸承之壓力較大也。

188. 齒輪之基本定律 (Fundamental law of gearing) 用齒輪傳達兩軸之運動，其最要之條件，即應使兩輪齒所具之曲線無論接觸點在何處，其兩軸迴轉之速比恆為一定，即應使兩軸迴轉之速比與理想上相當之兩磨擦輪毫無差異也。能達到此種條件之情形如下：——

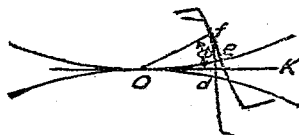
從兩輪節點至兩輪齒接觸點之直線，須恆與接觸點之切線垂直。即兩輪輪齒所具之曲線，須使所有接觸點之公法線永經過節點也。此謂之齒輪之基本定律。可由下列數法說明之。

(a) 按前章第 178 段之理，知倘接觸點之公法線劃分中心線兩部之長短恆為一定，則兩軸迴轉數之比即恆為一定。若兩輪輪齒所具之曲線，能使所有接觸點之公法線永經過節點，則所分中心線兩部之長短當然恆為一定。即恆為兩節圓之半徑，兩節圓之半徑其長短既恆為一定，故兩軸迴轉之速比亦恆為一定也。

(b) 如第 280 圖，設  $O$  為兩節圓之節點， $f$  為兩齒之接觸

點。當兩輪各繞其軸迴轉時，若假設兩軸之速比與理想上相當之兩磨擦輪無異，則兩輪節圓之節點  $O$  可視為其中一輪繞別一輪之瞬時中心。 $O$  點既為兩輪之瞬時中心，兩輪上任一點運動之方向，必係與該點至  $O$  點之直線垂直。 $f$  點既為兩齒之接觸點，故兩齒上在  $f$

處彼此接觸之兩點，其相對運動之方向必與  $Of$  垂直。但兩齒在接觸點之相對運動，須為完全滑動



第 280 圖

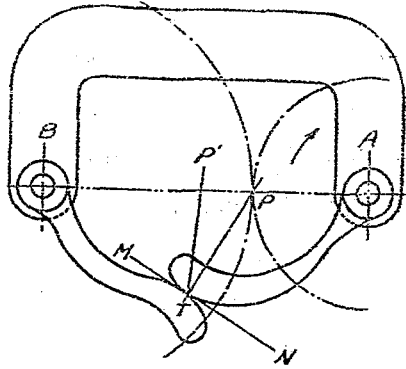
(即一齒沿別一齒滑動。不如此則不彼此相妨，即彼此不銜接)。易言之即相對運動之方向，恆沿接觸點切線之方向也。

由此觀之，可知與  $Of$  垂直之直線，即為兩齒接觸點之切線而  $Of$  即為兩齒接觸點之公法線也。故欲使兩軸迴轉之速比恆為一定，接觸點之公法線須永經過節點  $O$ 。

(e) 如第 281 圖，設  $A$  與  $B$  為兩輪之中心。 $P$  為兩輪之節點，並假定有兩齒在  $T$  點接觸。其輪齒曲線之情形，係使  $T$  點之公法線，經過節點  $P$ 。又  $MN$  為  $T$  點之公切線。

當兩輪迴轉時，不但兩輪有相對之運動。兩輪對於固定之輪架亦各有相對之運動。按相對運動言，若使一輪不動而使別一輪與輪架運動，必與使輪架不動而使兩輪運動，其結果相同。假設以  $B$  為中心之輪固定不動，而使以  $A$  為中心之輪按箭頭所指之方向迴轉，同時使輪架向  $B$  輪原來迴轉相反之方向迴轉以就之，則  $A$  輪之接觸點  $T$  運動之方向必與

$PT$  垂直, 易言之, 即沿  $MN$  之方向, 故能時與  $B$  輪之接觸部分為瞬時之接觸。(因運動之方向, 恆沿切線之方向, 故不致分離, 亦不致彼此衝突)。反而言之若兩輪之曲線, 其情形係使其公法線不經過節

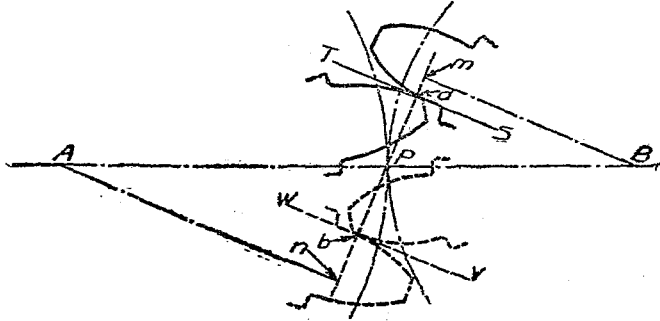


第 281 圖

點  $P$ , 而經過任意之一點  $P'$ , 並假設  $A$  輪仍按箭頭所指之方向迴轉, 則  $A$  與  $B$  必致分離, 因  $TP'$  既為公法線, 則  $B$  輪接觸部分之方向必係與之垂直,  $A$  輪之接觸點  $T$  必沿  $MN$  之方向, 向  $M$  運動也, 若  $A$  輪向箭頭相反之方向迴轉,  $A$  輪之接觸點  $T$  必向  $N$  運動, 而  $B$  輪接觸部分之方向則高於此 (因與  $TP'$  垂直), 故  $A$  與  $B$  必致衝突, 兩者既均屬不可能, 故接觸點之公法線須恆經過  $P$  點。

(d) 如第 282 圖, 設用實線所表示之二齒, 在  $a$  點相接觸, 即兩輪齒之曲線在  $a$  點相切, 畫  $ST$  線在  $a$  點與兩齒曲線相切, 此兩曲線之形狀, 必須使此切線與由  $a$  點至節點  $P$  之直線垂直。

同一方法, 用虛線表示之二齒, 其接觸點  $b$  之切線必須與由  $b$  點至  $P$  點之直線垂直。



第 282 圖

如欲使兩輪之速比恆為一定，則互相接觸之兩齒，無論在何地位，均須適合於此種條件。

茲證明之如下：

設  $An$  與  $Bm$  為  $AB$  兩中心至經過接觸點  $a$  之公法線之垂直線。

並設  $\omega_A = A$  輪之角速率 (以半徑角計)， $\omega_B = B$  輪之角速率則  $n$  點之線速率  $= \omega_A \times An$ ， $m$  點之線速率  $= \omega_B \times Bm$ 。就此時刻言， $m$  與  $n$  運動之方向，均係沿  $nm$  直線，且其動作與在  $nm$  兩點裝置一無伸縮性之繩，由  $A$  輪拽引  $B$  輪無異。即  $m$  點之線速率等於  $n$  點之線速率也。

$$\text{故 } \omega_A \times An = \omega_B \times Bm, \text{ 或 } \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{Bm}{An} \dots \dots (1)$$

但有同一線速率之兩點，其角速率恆與其半徑成反比。

$$\text{即 } \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{BP}{AP} \dots\dots\dots (2)$$

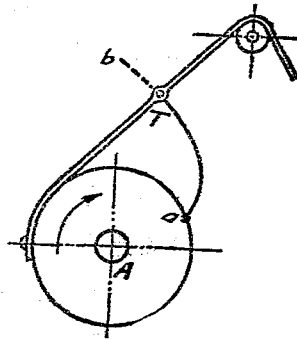
$$\text{由(1)與(2),得 } \frac{Bm}{An} = \frac{BP}{AP}.$$

故  $nm$  線須恆交中心線  $AB$  於  $P$  點也。

189. 漸開線制 (Involute system) 合於上段之定律且實際應用於輪齒者,計有兩種曲線,一為漸開線 (Involute),一為擺線。茲先就漸開線制研究之如下。

漸開線之畫法,前曾於第七章第 121 段論及之。若但就漸開線之畫出論,按第 121 段所言之方法,使一帶或一繩由一靜止之圓柱上,時時引直,向下撤退。與第 283 圖所示之情形,將帶或繩時時引直而使圓柱迴轉,結果實無差異。

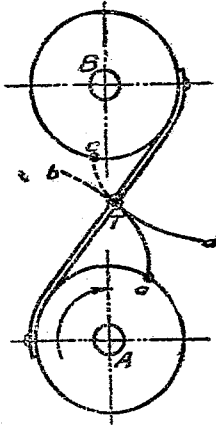
當圓柱  $A$  繞其心迴轉時,同時並時時將繩引直,若假定  $A$  之下部有一較大之平板與  $A$  同轉,則  $T$  處之筆必在其上畫出一漸開線  $ab$ 。反而言之,若使圓柱  $A$  向反對方向迴轉,則  $T$  處之筆,必在其上畫出一漸開線  $ba$ 。



第 283 圖

如第 284 圖,於  $A$  圓柱之上別設一圓柱  $B$ ,並將帶之一端固定於其上。若  $A$  與  $B$  同時向相反之方向迴轉,使帶一面由  $A$  撤退,一面向  $B$  纏繞,且時時使帶引直,更假設  $A$  與  $B$  之下

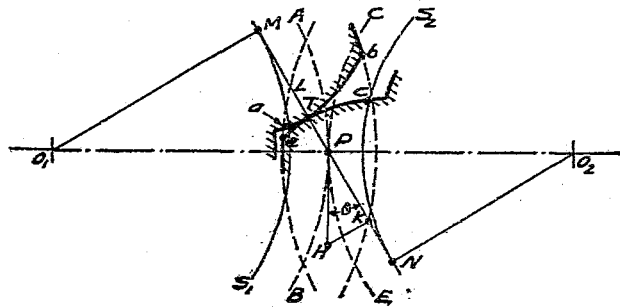
部各有共同迴轉之一平板，則當帶由  $A$  撤退時， $T$  處之筆必在  $A$  下部之平板上，畫出漸開線  $aT$ 。同時當帶向  $B$  纏繞時， $T$  處之筆必在  $B$  下部之平板上，畫出一漸開線  $dT$ 。曲線上虛線部分，係表示當  $A$  與  $B$  再繼續迴轉時，所應畫出之漸開線。



第 284 圖

曲線上任一點之法線，恆與其基圓相切，此為漸開線之一種特性。兩漸開線在接觸點  $T$  有一公法線，此公法線又恆為兩基圓之公切線，畫兩漸開線之  $T$  點，既恆在此公切線上，即接觸點恆在此公切線上。

190. 漸開線齒合於齒輪基本定律之證明 如第 285 圖，設  $APB$  與  $CPE$  為互相銜接且具有漸開線齒之兩輪之節圓。



第 285 圖



設  $a_1b_1$  與  $c_1e_1$  為兩齒表面在  $T$  點互相接觸，且此兩齒表面之曲線為  $S_1$  與  $S_2$  兩基圓之漸開線。

如前段所述，因漸開線之特性，從漸開線上任一點畫一法線，則此線即為基圓之切線。可知兩漸開線之接觸點  $T$  之公法線，必為兩基圓之公切線  $MN$ 。故兩齒接觸點恆在兩基圓之公切線  $MN$  上。

又就  $O_1PM$  與  $O_2PN$  兩相似三角形比較觀之，可知倘使兩基圓半徑之比與兩節圓半徑之比相同，且恆為一定，則互相接觸之兩齒，其接觸點之公法線，必永經過節點  $P$ 。即合於齒輪之基本定律也。

191. 法節 (Normal pitch) 沿接觸點之法線，自一齒上之一點至第二齒上相當之點之直線距離，謂之法節。如第 286 圖上之  $CC_1$ 。按漸開線之畫法，此距離恆一定，且恆等於相鄰之二齒在基圓上相當之兩點之弧線距離，如圖上之  $KK_1$ 。

192. 法節與周節之關係 (Relation between normal pitch and circular pitch) 仍參看 286 圖，設  $D$  代表節圓之直徑， $D_b$  代表基圓之直徑， $N$  = 法節， $C$  = 周節， $T$  = 齒數， $a$  為傾斜線與基圓相切之點， $\theta$  為壓力角，畫  $Sa$  並引長之，使遇節點  $P$  之切線  $NW$  於  $W$ 。則  $asP$  角 =  $aPW$  角 =  $\theta$ ，且  $aPW$  與  $asP$  為相似三角形。故  $\frac{as}{sp} = \cos\theta$ 。按法節之定義，得  $N = \frac{\pi D_b}{T}$ 。

$$\text{前(90)式，爲 } C = \frac{\pi D}{T}, \quad \text{故得 } \frac{N}{C} = \frac{D_b}{D} = \cos\theta \dots\dots(101)$$

即法節恆等於周節與壓力角之餘弦之乘積。

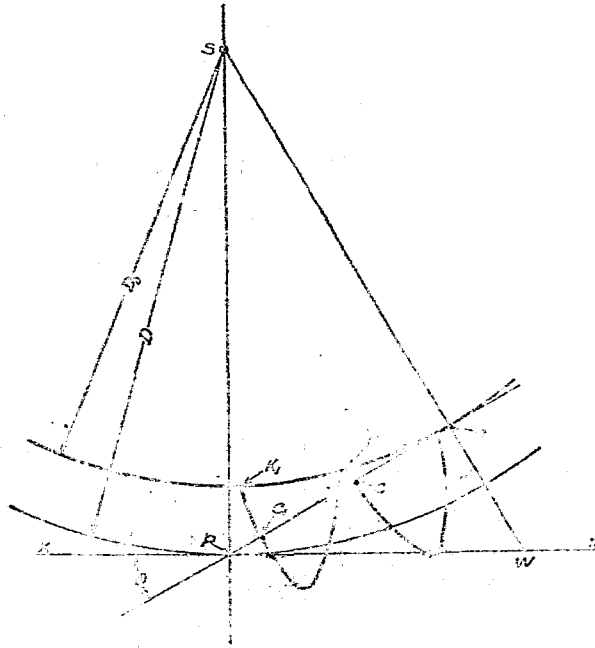


圖 286 圖

193. 接觸線之長度與作用弧之長度之關係 (Relation between length of path of contact and length of arc of action)

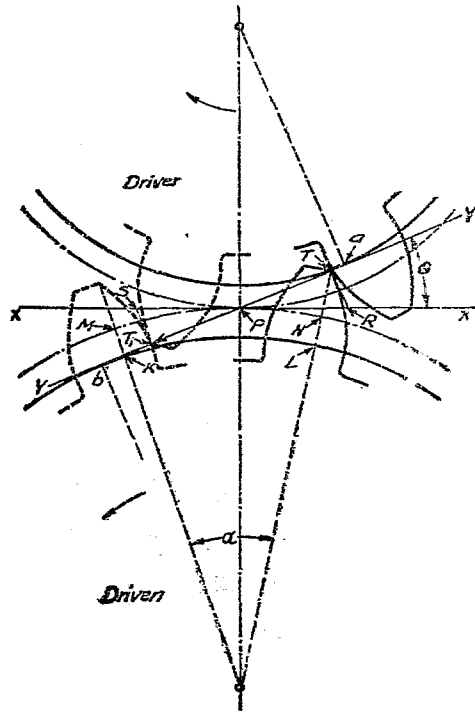
如第 287 圖，用實線所表示之兩齒，係兩齒起始在接觸線上接觸之情形，用虛線所表示之兩齒，係兩齒終止在接觸線上接觸之情形，故  $\alpha$  為從動輪之作用角，而  $NPM$  則為從動輪之作用弧，基圓上相當之弧為  $LK$ 。

根據前段之理得

$$\frac{\text{基圓之半徑}}{\text{節圓之半徑}} = \cos \theta,$$

$$\text{故 } \frac{LK \text{ 弧}}{NM \text{ 弧}} = \cos \theta.$$

又根據漸開線之性質,如想像  $ab$  線為兩個迴轉基圓之  
連接線,則接觸線  $TT_1$  之長等於  $LK$  弧之長。



第 287 圖

$$\text{故 } \frac{TT_1}{NM \text{ 弧}} = \cos \theta \dots \dots \dots (102)$$

即接觸線恆等於作用弧與壓力角之餘弦之乘積。

此種關係,更可用一種畫法求之如下:

畫  $XX$  線與兩節圓相切於  $P$  點。從  $T$  點與  $T_1$  點,畫  $TR$  與  $T_1S$ , 與  $TT_1$  垂直,並遇  $XX$  於  $R$  與  $S$  兩點。則  $RS$  即等於作用弧之長度。 $RP$  為進弧之長度。 $PS$  為退弧之長度。反而言之,如進弧與退弧之長度已知,則在  $XX$  上各畫出其距離,再各畫一線垂直於  $ab$ , 即可求出接觸線之兩端。

194. 漸開線正齒輪 (Involute spur gears) 如第 288 圖,設

$A$  與  $B$  為兩正齒輪之中心。 $AP$

與  $BP$  為兩輪節圓之半徑。至

基圓半徑之求法,則係先畫傾

斜線  $ab$ , 然後由兩圓心各向傾

斜線畫一垂線此兩垂線即為

兩圓基之半徑。畫基圓後,再由

基圓上畫漸開線。

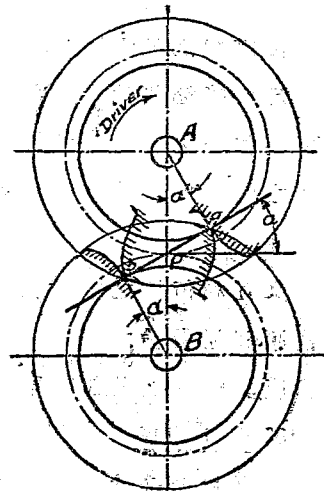
就圖上觀之,可知若傾斜

角愈大,則傾斜線  $ab$  愈長。即接

觸線與接觸弧可以延長之範

圍愈大。反之則可以延長之範

圍愈小。若傾斜度為零度,則基



第 288 圖

圓與節圓合而爲一，接觸線之長度不能不等於零，即兩輪之齒，只在節點相接觸（實際上無此用法，傾斜角普通在  $14\frac{1}{2}^{\circ}$  至  $22\frac{1}{2}^{\circ}$  之間）。若有一定之度數，接觸線即可規定一定之長度，惟亦有一定之界限，即最長不能超過  $ab$ 。

仍參看第 288 圖設  $A$  爲原動輪，並沿鐘表指針迴轉之方向迴轉，則  $AB$  兩輪之齒其起始接觸點，不能在傾斜線與基圓相切之點  $a$  以前，即在原動輪上漸開線起始點以前，不能有所接觸，節點彼邊接觸之界限，亦以傾斜線與從動輪之基圓相切之點  $b$  爲止。故兩齒接觸不能超過  $ab$  線以外，倘從動輪齒頂之長度能及於  $a$ ，原動輪齒頂之長度能及於  $b$ ，則兩齒接觸線之最大限度係起始於  $a$ ，終止於  $b$ 。若齒頂之長度不足使接觸起始於  $a$ ，終止於  $b$ ，則必以從動輪之頂圓與傾斜線相交之點，爲起始接觸點，以原動輪之頂圓與傾斜線相交之點，爲終止接觸點，在起始與終止兩點之間，兩齒須連續接觸。

又互相銜接之兩齒輪，其兩齒之接觸，恆起始於原動輪之齒腹，與從動輪之齒面，而終止於原動輪之齒面與從動輪之齒腹，其轉換之處，即在兩節圓之節點。

195. 最小齒輪其齒數之最低限度與其傾斜角之關係  
當兩輪互相銜接欲使其繼續迴轉，則每對齒將離開之前，即應別有一對齒起始接觸。易言之，即每當一輪迴轉一作用弧

之時間內，至少須有一對齒彼此接觸。

仍參看前圖，如進弧與退弧相等（普通多屬如是）。則每有  $2PAa$  角，即至少須有一齒，故就同周節或同徑節中最小之齒輪言，其齒數之最低限度  $T = \frac{360}{2PAa} = \frac{180}{PAa}$ 。

$$\text{或 } PAa \text{ 角} = \frac{180}{T}.$$

但  $PAa$  角等於傾斜角。

$$\text{故 } T = \frac{180^\circ}{\text{傾斜角}} \dots\dots\dots(103)$$

$$\text{或傾斜角} = \frac{180^\circ}{T} \dots\dots\dots(104)$$

如傾斜角等於  $15^\circ$ ，則最小齒輪之齒數  $T = \frac{180}{15} = 12$ 。

普通多用此數為標準。

若傾斜角等於  $20^\circ$ ，則  $T = \frac{180^\circ}{20^\circ} = 9$ 。

傾斜角等於  $22\frac{1}{2}$ ，則  $T = \frac{180^\circ}{22\frac{1}{2}} = 8$ 。

欲使齒輪工作之情形順利，則同時接觸之齒數，宜使多於一對，即使周節小於作用弧，如使同時接觸之齒，恆有兩對，則每有  $PAa$  角，即有一齒，故輪之齒數，最少須為  $\frac{360}{PAa}$ 。

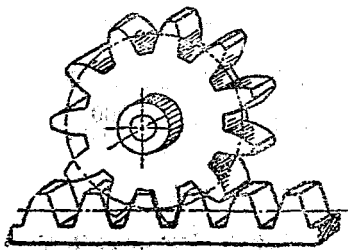
若  $PAa$  角仍為  $15^\circ$ ，則齒數  $= \frac{360}{15} = 24$ 。

因齒數絕對不能為分數或小數，故求得之數若不足一整數時，則恆用較高之整數。

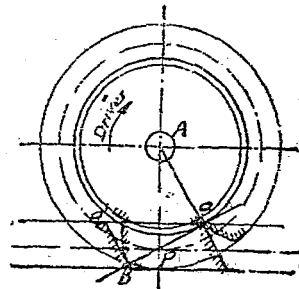
## 196. 漸開線齒桿與小齒輪 (Involute rack and pinion)

如一對齒輪，其中一輪之直徑增大至無限，則結果變為齒桿與小齒輪之組合。如第 289 圖所示。因一齒桿與直徑無限之正齒輪之一段相同也。

如第 290 圖，設  $AP$  為小齒輪節圓之半徑，齒桿之節圓因其直徑大至無限，故變為一直線，有時稱之為節線 (Pitch line) 設  $ab$  為傾斜線，則  $Aa$  垂線必為小齒輪基圓之半徑。設小齒輪為原動輪，並沿箭頭所指之方向迴轉。則小輪上之齒，未至小輪基圓與傾斜線相切之點  $a$  以前，不能與齒桿之齒相接觸。故齒桿上之齒，其長度遂有一定之限度。即不能超過經過  $a$  點且與齒桿節線平行之直線也。但齒桿之基圓與傾斜線相切於無限遠。故理論上小齒輪之齒，其長度似亦可無限，惟實際上至一齒兩面之曲線合為一尖點時，即不能再行延長，與正齒輪之理相同， $ab$  線上之一點可以畫出小齒輪與齒桿之曲線，當小齒輪沿箭頭所指之方向迴轉時，齒桿必向左運



第 289 圖



第 290 圖

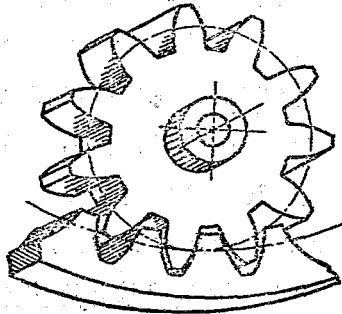
動。且其運動之線速率必與小齒輪節圓上之一點相同。故齒桿之線速率對於小齒輪基圓上一點之線速率之比與  $AP$  對於  $Aa$  之比相同。

當畫曲線之點沿傾斜線行至  $b$ ，齒桿上之  $a$  點將行至  $a'$ 。在  $PAa$  與  $aba'$  兩三角形，因  $ab$  與  $Aa$  垂直， $aa'$  與  $AP$  垂直，且  $\frac{aa'}{ab} = \frac{AP}{Aa}$  (因  $aa'$  可代表齒桿上一點之線速率， $ab$  可代表小齒輪基圓上一點之線速率)。故兩三角形為相似三角形，而  $a'ba$  角等於  $AaP$  角等於一正角。即齒桿齒面之曲線，係與傾斜線垂直之一直線也。

小齒輪與齒桿運動方向之關係，不能永久連續。視齒桿之長度，一定時間後即須回行。

197. 漸開線之環狀齒輪與小齒輪 (Involute annular gear and pinion) 輪齒由節圓向內伸之齒輪，謂之環狀齒輪。第 291 圖，即表示一環狀齒輪與一小齒輪之組合。

計畫環狀齒輪之方法與計畫正齒輪之方法，無甚差異。惟兩基圓與傾斜線之切點，不在傾斜線之兩邊而

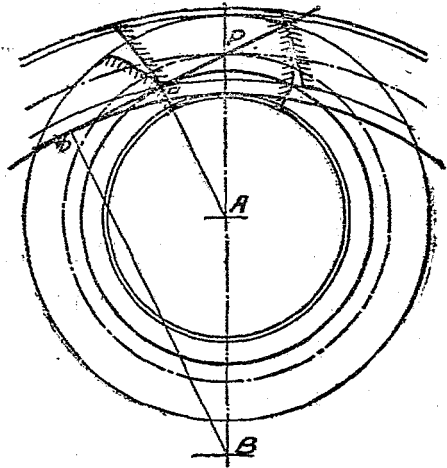


第 291 圖

落於一邊。如第 292 圖，設  $AP$  與  $BP$  為小齒輪與環狀齒輪節圓之半徑，並設  $aP$  為傾斜線，則  $Aa$  與  $Bb$  兩垂直線必為兩基圓



之半徑。設小齒輪為原動輪。因接觸點恆起始於原動輪之齒腹與從動輪之齒面。且起始接觸之點。不能在傾斜線與小齒輪基圓相切之點以前。即環狀齒輪之齒。不能超過  $a$  點以內。故  $Ba$  必為環狀齒輪頂圓之最短半徑。至小齒輪之齒。與前段同理。



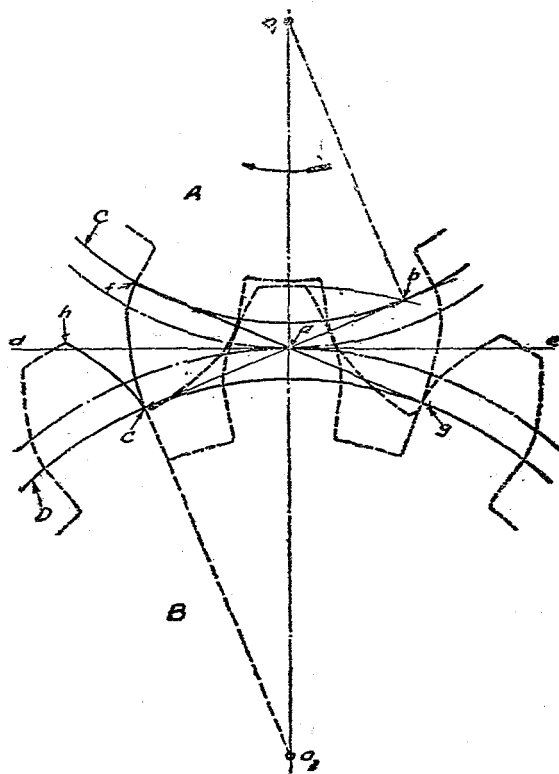
第 292 圖

其長度除一齒兩面之曲線變為一尖點外。理論上亦無限制。圖中所表示者。係以從動輪頂圓與傾斜線相交之點為接觸起始點。以原動輪頂圓與傾斜線相交之點為接觸終止點。

又在正齒輪。輪齒兩面之曲線。係向外凸。在環狀齒輪。輪齒兩面之曲線。則係向內凹。實際言之。除去齒頂與齒根之餘隙外。環狀齒輪之輪齒。完全與同一傾斜角。同一齒節。同一齒數之正齒輪之齒間相同。

198. 兩漸開線輪分離之可能性 (Possibility of separating two involute wheels) 漸開線輪最重要之特點。為在一定界限以內使兩輪微行遠離或微行接近。其迴轉之速比仍不受影響。即原來之兩節圓。不必一定互相接觸。而齒隙之大小。亦

可隨意稍加以變更。第 293 圖，表示兩漸開線正齒輪互相銜接之情形。第 294 圖，則係將兩輪重畫一次。其節圓，其基圓完全與前相同。惟使兩輪微行遠離，齒與齒仍行接觸。用切線  $bc$  連接兩基圓。此時如假定在  $bc$  線之  $e$  點置一筆，則彼必能對於兩基圓畫出  $de$  與  $he$  兩漸開線，與第 293 圖上之漸開線完



第 293 圖



此時之接觸線則較第293圖上之接觸線短，僅由  $k$  至  $e$ ，但仍較法節為長，故作用仍能繼續。若接觸線短至與法節同長時，則兩輪不能再行遠離，故接觸線與法節同長為兩輪遠離之極限。又壓力角為  $ban$  角，較第293圖大齒隙亦當然較前增加。

遠離以後，兩輪可想像有兩個新節圓，在  $a$  點互相接觸，並有較大之周節。且就圖上觀之，可知兩新節圓之半徑與兩基圓之半徑成正比，即與原來兩節圓之半徑亦成正比，又因新傾斜線或兩齒接觸點之公法線仍經過新節點  $a$ ，故與齒輪定律仍相合。

兩輪微行接近之結果，亦與此相同，故漸開線齒輪，兩中心微行遠離或微行接近，除遠至接觸線短於法節，或近至互相衝突之外，皆能照舊工作。僅接觸線稍變其長短，傾斜角稍變其大小耳，此種性質為他種曲線所無，在實際上頗關重要。因兩輪中心之距離，普通不易裝置準確，用他種曲線之齒輪，工作上必受相當影響，用漸開線齒輪則無妨礙也。

199. 互換漸開線輪 (Interchangeable involute gears) 欲使多數大小不同之漸開線齒輪或齒桿可以互相交換，即任一齒輪均可與其餘之齒輪或齒桿互相銜接，互相工作。其最要之條件，即齒節 (Pitch，無論就周節或徑節言) 與傾斜角須彼此完全相同。蓋齒節不同，則兩輪必互相衝突，傾斜角不同，則兩齒接觸點之法線，將不能在一直線之上也。

200. 輪齒各部之標準(Standard sizes of teeth for gears)

輪齒各部如齒節齒頂齒根餘隙等等。其彼此大小之關係，迄無一定之標準。各著名製造齒輪之工廠，往往彼此微有差異。茲擇數種最普通之標準列下，以備參考。

漸開線齒輪之標準。為 Brown and Sharpe 工廠所用。其各部之大小如下：

傾斜角(壓力角).....	$14\frac{1}{2}^{\circ}$
齒頂.....	等於模數。
餘隙.....	$\frac{1}{6}$ 模數。(約)
齒根.....	$1\frac{1}{6}$ 模數。(約)

美國機械工學會所提議之漸開線齒輪之標準。(A. S. M. E. standard)。

傾斜角(壓力角).....	$22\frac{1}{2}^{\circ}$
齒頂.....	$\frac{7}{8}$ 模數
餘隙.....	$\frac{1}{8}$ 模數
齒根.....	等於模數

又設  $C$  代表周節， $P$  代表徑節，則 Brown and Sharpe 標準，可表之如下：

傾斜角.....	$14\frac{1}{2}^{\circ}$
----------	-------------------------

$$\text{齒頂} = 0.3183C, \text{ 或 } \frac{1}{P}.$$

$$\text{齒根} = 0.3683C, \text{ 或 } \frac{1.157}{P}.$$

$$\text{餘隙} = 0.05C, \text{ 或 } \frac{0.157}{P}.$$

Grant's 標準。Grant's 標準除傾斜角為 15° 外，其餘完全與 Brown and Sharpe 標準相同。

Sellers 標準。Wm. Sellers and Co. 之標準，傾斜角為 20°，齒頂為周節之 0.3，餘隙為周節之 0.05。

Hunt's 標準。G. W. Hunt Co. 之標準，傾斜角為 14 $\frac{1}{2}$ °，其各部之比例如下：

$$\text{齒頂} = 0.25C, \text{ 或 } \frac{0.7854}{P}.$$

$$\text{齒根} = 0.30C, \text{ 或 } \frac{0.9824}{P}.$$

$$\text{餘隙} = 0.05C, \text{ 或 } \frac{0.157}{P}.$$

Fellow's 標準。Fellows Gear Shaper Co. 所選定之株狀齒 (Stub tooth) 其傾斜度為 20°，其各部之大小對於齒節之關係非係一律。計畫節圓直徑與齒數時，用一齒節，計畫齒頂與齒根時，則別用一數目較高之齒節，例如

實際齒輪之節	2	2 $\frac{1}{2}$	3	4	5	7	8	10	12	14
計畫深度時之節	2 $\frac{1}{2}$	3	4	5	7	9	10	12	14	18

分子之數目，係表示計齒節圓直徑及齒數之徑節，分母之數目，則係表示計齒齒頂齒根等深度之徑節。

英國通行之標準。

傾斜角 =  $15^\circ$

齒厚 =  $0.47C$ ，或  $0.48C$ 。

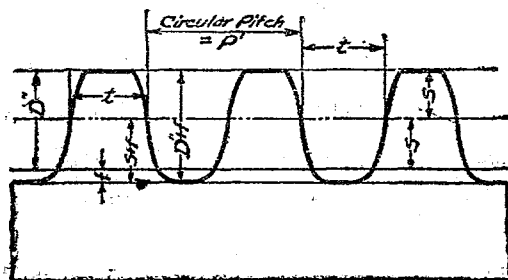
齒間 =  $0.53C$ ，或  $0.52C$ 。

齒頂 =  $0.3C$ 。

齒根 =  $0.4C$ 。

齒寬 =  $2C$  至  $3C$ 。

又如第295圖，設  $C$  代表周節， $P$  代表徑節， $t$  代表齒厚， $s$  代表齒頂， $D''$  代表齒輪之工作深度 (Working depth of tooth) 即當兩輪互相銜接時，一輪之齒吃入他一輪之深度， $S+f$  代表節線下之深度。  $D''+f$  代表全深度。則各部之比例，根據 Brown and Sharpe 標準如下表所列：



第 295 圖

第一表 徑節在第一行

徑 節	周 節	齒 厚	齒 頂	工作深度	節之 線下 深 度	全 深 度
½	6.2832	3.1416	2.0000	4.0000	2.3142	4.3142
¾	4.1888	2.0444	1.3333	2.6666	1.5428	2.8761
1	3.1416	1.5708	1.0000	2.0000	1.1571	2.1571
1½	2.5133	1.2566	.8000	1.6000	.9257	1.7257
1¾	2.0944	1.0472	.6666	1.3333	.7714	1.4361
1½	1.7952	.8976	.5714	1.4280	.6812	1.2326
2	1.5708	.7854	.5000	1.0000	.5785	1.0785
2¼	1.3922	.6981	.4444	.8888	.5143	.9557
2½	1.2566	.6288	.4000	.8000	.4628	.8628
2¾	1.1424	.5712	.3636	.7273	.4208	.7844
3	1.0472	.5236	.3333	.6666	.3857	.7190
3½	.8976	.4488	.2857	.5714	.3306	.6163
4	.7854	.3927	.2500	.5000	.2893	.5393
5	.6283	.3142	.2000	.4000	.2314	.4314
6	.5236	.2618	.1666	.3333	.1928	.3595
7	.4488	.2244	.1429	.2857	.1653	.3081
8	.3927	.1963	.1250	.2500	.1446	.2696
9	.3491	.1745	.1111	.2222	.1286	.2397
10	.3142	.1571	.1000	.2000	.1157	.2157
11	.2856	.1428	.0909	.1818	.1052	.1961
12	.2618	.1309	.0833	.1666	.0964	.1796
13	.2417	.1208	.0769	.1538	.0890	.1659
14	.2244	.1122	.0714	.1429	.0826	.1541
15	.2094	.1074	.0636	.1333	.0771	.1438
16	.1963	.0982	.0625	.1250	.0723	.1348
17	.1848	.0924	.0568	.1176	.0681	.1269
18	.1745	.0873	.0555	.1111	.0643	.1195
19	.1653	.0827	.0526	.1053	.0609	.1125
20	.1571	.0785	.0500	.1000	.0579	.1079
22	.1428	.0714	.0455	.0909	.0526	.0980
24	.1309	.0654	.0417	.0833	.0482	.0896
26	.1208	.0604	.0385	.0769	.0445	.0824
28	.1122	.0561	.0357	.0714	.0413	.0770
30	.1047	.0524	.0333	.0666	.0386	.0719



第二表 周節在第一行

周 節	徑 節	齒 厚	齒 頂	工作深度	節 線 下 度	全 深 度
2	1.5708	1.0000	.6866	1.2132	.7366	1.3732
1 $\frac{1}{8}$	1.6755	.9375	.5968	1.1937	.6966	1.2874
1 $\frac{1}{4}$	1.7952	.8750	.5570	1.1141	.6445	1.2016
1 $\frac{3}{8}$	1.9033	.8150	.5173	1.0345	.5985	1.1158
1 $\frac{1}{2}$	2.0944	.7500	.4775	.9549	.5525	1.0299
1 $\frac{5}{8}$	2.1855	.7187	.4576	.9151	.5294	.9870
1 $\frac{3}{4}$	2.2848	.6875	.4377	.8754	.5094	.9441
1 $\frac{7}{8}$	2.3562	.6666	.4244	.8488	.4910	.9151
1 $\frac{1}{2}$	2.3936	.6552	.4178	.8356	.4834	.9012
1 $\frac{3}{4}$	2.5133	.6250	.3979	.7958	.4604	.8583
1 $\frac{5}{8}$	2.6456	.5937	.3780	.7580	.4374	.8156
1 $\frac{1}{2}$	2.7225	.5825	.3581	.7182	.4143	.7724
1 $\frac{3}{4}$	2.9568	.5312	.3382	.6764	.3913	.7295
1	3.1416	.5000	.3183	.6366	.3683	.6866
1 $\frac{1}{8}$	3.3510	.4687	.2984	.5968	.3453	.6437
$\frac{7}{8}$	3.5904	.4375	.2785	.5570	.3223	.6007
1 $\frac{1}{4}$	3.8666	.4026	.2586	.5173	.2983	.5579
$\frac{1}{2}$	3.9274	.4000	.2546	.5092	.2946	.5492
$\frac{3}{4}$	4.1888	.3750	.2387	.4775	.2762	.5150
1 $\frac{1}{4}$	4.5696	.3437	.2189	.4377	.2532	.4720
$\frac{2}{3}$	4.7124	.3333	.2122	.4244	.2455	.4577
$\frac{5}{8}$	5.0265	.3152	.1989	.3979	.2301	.4291
$\frac{3}{5}$	5.2360	.3000	.1919	.3820	.2210	.4120
$\frac{1}{2}$	5.4978	.2857	.1819	.3638	.2105	.3923
1 $\frac{1}{6}$	5.5851	.2812	.1790	.3581	.2071	.3862
$\frac{1}{3}$	6.2632	.2500	.1592	.3183	.1842	.3434
$\frac{2}{5}$	7.0685	.2222	.1415	.2830	.1637	.3052
$\frac{1}{2}$	7.1808	.2187	.1393	.2785	.1611	.3003
$\frac{3}{4}$	7.3304	.2143	.1364	.2728	.1578	.2942
$\frac{2}{3}$	7.8540	.2000	.1273	.2546	.1473	.2746
$\frac{3}{8}$	8.3776	.1875	.1194	.2387	.1381	.2575
$\frac{1}{2}$	8.6394	.1818	.1158	.2316	.1340	.2498
$\frac{1}{3}$	9.4248	.1666	.1061	.2122	.1228	.2289
1 $\frac{1}{6}$	10.0531	.1562	.0995	.1989	.1151	.2146
$\frac{1}{2}$	10.4719	.1500	.0955	.1910	.1105	.2060
$\frac{1}{3}$	10.9956	.1429	.0909	.1819	.1052	.1962

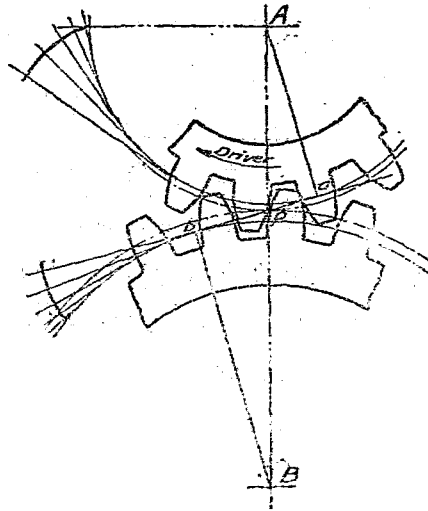
201. 一對標準漸開線正齒輪之畫法 畫一對漸開線正齒輪，一輪之齒數為24，一輪之齒數為16，徑節為2，傾斜角為15°。

大輪之齒數為24，徑節為2，其節圓直徑必為12吋。

小輪之齒數為16，徑節為2，其節圓直徑必為8吋。

如第296圖以4吋之半徑 $AP$ 與6吋之半徑 $BP$ 畫兩節圓，經過 $P$ 點畫傾斜線 $ab$ ，使與 $P$ 點兩節圓之公切線成15°度。從 $A$ 與 $B$ 兩中心，向傾斜線各畫一垂直線，使與傾斜線相交於 $a$ 與 $b$ 兩點，則 $Aa$ 與 $Bb$ 必為兩基圓之半徑，畫兩基圓。

在前段第一表中，查出頂圓根圓與工作深度圓對於節



第 206 圖

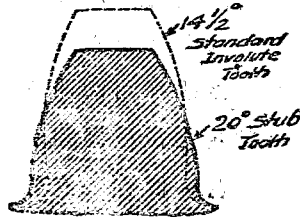
圓相差之距離。加減半徑，將各圓畫出。

將小齒輪之節圓，平分爲16等分。最好從節點起始，將大齒輪之節圓，平分爲24等分。每等分均等於周節。如不用齒隙，則齒厚與齒間在節圓上必彼此相等。將兩輪上之各周節，再等分之，則小輪節圓上必有32等分。大輪節圓上必有48等分。

在每輪之基圓上，任一點起始，各畫一漸開線，並在節圓之等分點上，每間一點，即將此漸開線在頂圓與基圓之間的一段畫上。（用畫出之線作標準，然後利用曲線板或自製模板均可）。如此則兩輪所有各齒之一邊，均行得出。至所有各齒之彼邊，則用所得漸開線之反面，經過其餘各點，畫於頂圓與基圓之間即得。各齒在基圓以下之部分，可畫直向中心之直線。齒根兩邊，根圓與工作深度圓之間，可畫一小弧形，以增加齒根之厚度。

202. 株狀齒輪 (Stub tooth gear) 在 Brown and Sharpe 標準，齒之深度失之長，齒之根部失之薄，在齒數較少之小齒輪，此種現象尤甚，故對於傳達較大動力或常有衝撞等動作時，不甚適用。矯正此弊之方法有二，其一係使齒之深度變短，以減小齒根處之彎曲率 (Bending moment)，其二係使傾斜角增大，因之齒根加厚。此種改變，雖對於輪軸之壓力或磨擦力比較增加爲一劣點，然對於傳達動力言則優點實多，1899年，Fellows Gear Shaper Co. 曾選定一種標準，其傾斜角爲20度，普通稱之爲株狀齒。

第 297 圖。即表示一株狀齒與一傾斜角  $14\frac{1}{2}$  度之漸開線標準齒之比較。可知其高度與齒根部之厚之差別。



第 297 圖

203. 株狀齒之計畫法 (Method of designating the stub tooth) 計畫株狀齒時。恆用兩徑節。如  $\frac{5}{7}$ 。分子之數目。係用以計畫節圓之直徑與齒數者。分母之數目。則係用以計算齒頂與齒根者。其意。即當計畫節圓之直徑與齒數時。以徑節為 5 之標準為標準。當計畫齒頂與齒根時。以徑節為 7 之標準為標準也。

在此制之餘隙。較標準制之餘隙稍大。恆使等於齒頂四分之一。

204. 株狀齒之優點 (Advantages of the stub tooth) 株狀齒之優點如下：

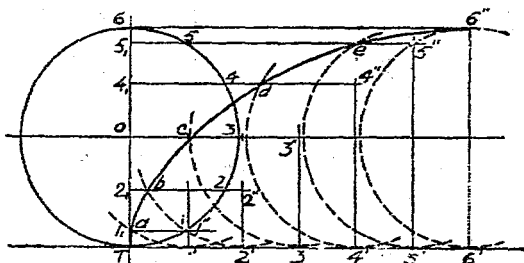
1. 力較強。
2. 因滑動之速率相差較少。故齒面之傷損較勻。
3. 使用之時間較長。
4. 當使之驟冷以增加堅固性時。因收縮而彎曲之結

果輕

5. 因切去之部分少,故製造易。

205. 擺線制(Cycloidal system) 擺線制齒輪,即所有輪齒之曲線皆係一種擺線。按齒輪之歷史言,此種曲線採用較早。後因漸開線有種種優點之故,採用漸開線者較多。採用擺線者,遂日見減少。茲先就常用之數種擺線,一述其畫法如下:

206. 擺線(Cycloid) 當一圓在一直線上沿一定之平面轉動,則圓周上任一點在空間所行之曲線(或稱之為圓周上任一點之軌跡)。謂之擺線。如第298圖,設以  $OT$  為半徑之圓,為擺線之轉圓(Rolling circle),沿  $T6'$  直線由左向右轉動,則圓周上任一點  $T$  所行之曲線,即為一擺線。其畫法如下:



第 298 圖

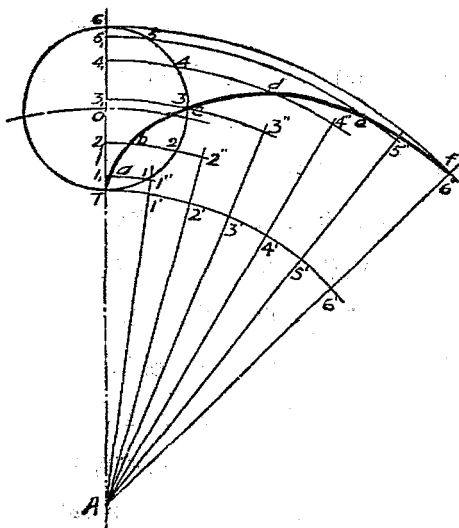
將轉圓之半圓周,任意平分為數等分,例如平分為六等分,並在直線截  $T1' = T1$ ,  $1'2' = 12$ ,  $2'3' = 23$ ,  $3'4' = 34$ ,  $4'5' = 45$ ,  $5'6' = 56$ , 經過  $1'2'3'4'5'$  與  $6'$  畫垂直於  $T6'$  之垂直線,並經過半圓上之  $1, 2, 3, 4$  與  $5$  等點,畫平行於  $T6'$  之平行線,使與半圓之

直徑相交於  $1_1, 2_1, 0, 4_1$  與  $5_1$  等點，並與垂直線相交於  $1'', 2'', 3'', 4'', 5''$  與  $6''$  等點。

在  $1_1 1''$  上，從  $1''$  點起，截  $1''a = 11_1$ ，在  $2_1 2''$  上，從  $2''$  點起，截  $2''b = 22_1$ ，其餘依此類推。再經過  $a, b, c, d, e$  及  $6''$  等點，畫一曲線。則此曲線即為轉圓在直線上轉動時  $T$  點所畫出之擺線。

207. 外擺線 (Epicycloid) 當一圓在別一圓之外緣轉動，則轉動之圓，圓周上任一點所畫出之曲線（或稱之為圓周上任一點之軌跡）。謂之外擺線，轉動之圓，仍謂之轉圓，別一圓則謂之導圓 (Directing circle)。其畫法如下：

如第 299 圖，設  $OT$  為轉圓之半徑， $AT$  為導圓之半徑，將



第 299 圖

轉圓之半圓周，任意平分爲數等分，例如平分爲 6 等分，得 1, 2, 3, ……6 等點，並由  $T$  點起，沿導圓之圓周上，截與各等分相等之長度，得 1', 2', 3', ……6' 等點，經過 1', 2', 3', ……6' 等點與導圓之中心，畫直線以  $A$  爲中心，以  $A1, A2, A3, ……A6$  爲半徑，畫弧線使與轉圓之直徑相交於  $1_1, 2_1, 3_1, ……5_1$  等點，並與直線相交於 1'', 2'', 3'', ……6'' 等點。

在  $1''1_1$  上，從 1'' 點起，截  $1''a=11_1$ ；在  $2''2_1$  上，從 2'' 點起，截  $2''b=22_1$ ；在  $3''3_1$  上，從 3'' 點起，截  $3''c=33_1$ ；其餘依此類推。

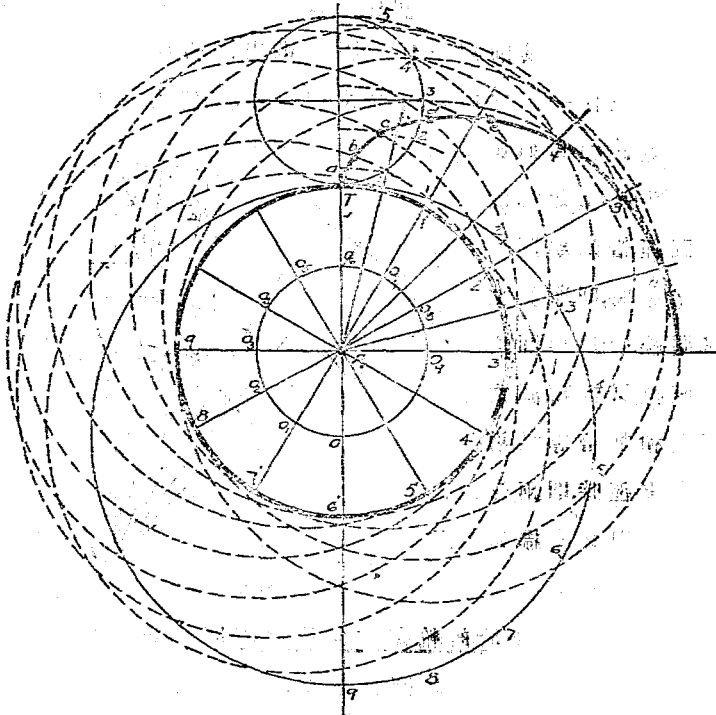
經過  $a, b, c, d, e$  與 6'' 等點，畫一曲線，即爲所求之外擺線。

又如轉圓直徑大於導圓之直徑，使轉圓圓周之裏面沿導圓圓周之外面轉動，亦可畫出外擺線，且大轉圓與小轉圓直徑之差若恰等於導圓之直徑時，則兩轉圓所畫出之外擺線恆相同。

如第 300 圖，設  $AT$  爲導圓之半徑， $OT$  爲大轉圓之半徑， $O'T'$  爲小轉圓之半徑，且使大轉圓之直徑爲導圓及小轉圓直徑之和，或導圓直徑恰等於兩轉圓直徑之差。

依照前法，用小轉圓畫出一外擺線  $abc, ……g$ 。

並在大轉圓上，截  $T1, 12, 23, ……$  使等於  $T1', 1'2', 2'3', ……$  然後以  $A$  爲中心，以大轉圓與導圓半徑之差  $AO$  爲半徑，畫一圓，當大轉圓之裏面沿導圓向右轉動時，則大轉圓之中心  $O$  必恆在此圓周上。引長  $1'A, 2'A, 3'A$  等分度線，使與此圓相交於  $O_1, O_2, O_3, ……$  等點。以  $O_1, O_2, O_3, ……$  等點爲中心，各畫一圓，

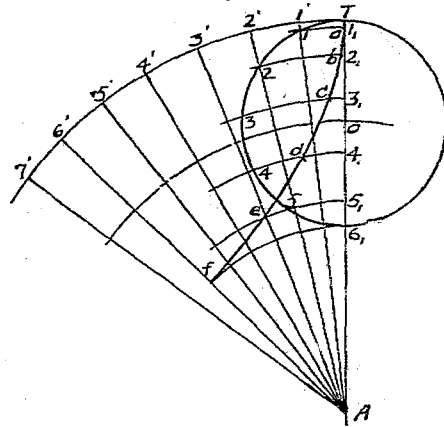


第 300 圖

代表大轉圓迴轉至各分度時所占之地位，然後以  $1'$  為中心，以  $T_1$  為半徑，在以  $O_1$  為中心之圓上截  $1'a$  一段得  $a$  點，以  $2'$  為中心，以  $T_2$  為半徑，在以  $O_2$  為中心之圓上截  $2'b$  一段得  $b$  點。由此類推得  $c, d, e, f$  及  $g$  等點，連各點所得之外擺線，與用小轉圓所得者完全相同，合而為一。此謂之外擺線之兩種畫成法 (Double generation of epicycloid)。

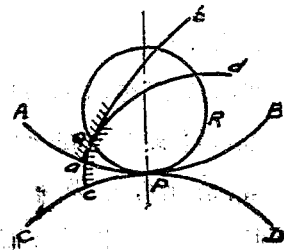


208. 內擺線 (Hypocycloid) 當一圓在別一圓之內緣轉動，則轉動之圓，其圓周上任一點所畫出之曲線（亦可稱之為圓周上任一點之軌跡）。謂之內擺線，其畫法大致與外擺線之畫法相同，如第301圖所示。如轉圓之直徑，恰為導圓直徑之半時，則所得之內擺線，適為導圓之一直徑，又兩轉圓之直徑相加恰等於導圓之直徑時，則兩轉圓所畫出之內擺線恆相同。



第 301 圖

209. 擺線齒合於齒輪基本定律之證明 如第302圖，設  $APB$  與  $CPD$  為兩齒輪之節圓，並設  $APB$  上一齒之齒腹，其表面係轉圓  $PQR$  在  $APB$  節圓內轉動時所畫出之內擺線  $aQb$  之一部。設  $CPD$  上一齒之齒面其表面曲線係轉圓  $PQR$  在  $CPD$  節圓外轉動時所畫出之外擺線  $cQd$  之一部。迴轉齒面  $cQ$  使與齒腹  $aQ$  相接觸，並設  $Q$  為其接觸點，則當轉圓  $PQR$  同時與兩



第 302 圖

節圓相切時，即與兩節圓之節點相切時，此 $Q$ 點必在轉圓之上。因轉圓畫 $Q$ 點之內擺線時，此內擺線在 $Q$ 點之法線必經過轉圓與 $APB$ 節圓之切點。同一理由，當轉圓畫 $Q$ 點之外擺線時，此外擺線在 $Q$ 點之法線，必經過轉圓與 $CPD$ 節圓之切點。因此兩法線在此點合而為一，即公法線必經過轉圓與兩節圓同時相切之點。因曲線 $aQb$ 與 $cQd$ 在其接觸點 $Q$ 之公法線經過兩輪之節點 $P$ ，故倘一輪所有之齒面與別一輪所有之齒腹，係同一轉圓所畫出之外擺線與內擺線，則彼此銜接，傳達運動，必與齒輪之基本定律相合，即所有接觸點之公法線恆經過節點 $P$ 也。

互相銜接之兩齒輪，其一輪之齒腹與他一輪之齒面，須用同一轉圓畫出。一輪之齒面與他一輪之齒腹，須由同一轉圓畫出。至兩輪之齒腹或兩輪之齒面，則無須定由同一之轉圓畫出。因兩輪之齒面或兩輪之齒腹實無接觸時也。

210. 擺線輪齒之接觸線 就前段之理觀之，知兩擺線輪齒之接觸點，恆在與節點相切之兩轉圓上。故兩齒之接觸線必為轉圓上之兩段弧線所組成，如第303圖，設 $APB$ 與 $CPD$ 為互相銜接之擺線齒輪之節圓，並設 $ade$ 為下面齒輪之齒頂圓， $bfg$ 為上面齒輪之齒頂圓，用虛線所表示者為兩轉圓均於節圓相切於節點。若上輪為原動輪，下輪



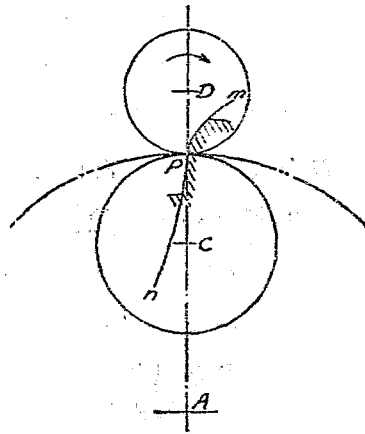
第303圖

爲從動輪，並按箭頭所指之方向迴轉，則兩頂圓與轉圓相交之點  $a$  與  $b$ ，卽爲接觸線之兩端，在  $a$  點原動輪齒腹上之一點，必與從動輪齒面上最高之點起始相接觸，再繼續運動，原動輪之齒腹對於從動輪之齒面滑動，其接觸點則恆沿  $aP$  弧線直至  $P$  點，此後則原動輪之齒面對於從動輪之齒腹滑動，其接觸點則恆沿  $Pb$  弧線直至  $b$  點。

$aP$  弧線，謂之前進線 (Path of approach)。  $Pb$  弧線，謂之後退線 (Path of recess)，如原動輪向反對方向轉動，則接觸線必爲  $a'P$  與  $b'P$  弧線也。

211. 擺線正齒輪 (Cycloidal spur gears) 如第 304 圖，設  $AP$

爲一輪節圓之半徑， $DP$  爲一轉圓之半徑，在節圓之外邊轉動，並畫出一外擺線  $Pm$ ， $CP$  亦爲一轉圓之半徑，在節圓之內邊轉動，並畫出一內擺線  $Pn$ ， $Pm$  之一段，卽用爲一輪齒之齒面， $Pn$  之一段，卽用爲一輪齒之齒腹，如影線部分所表示。



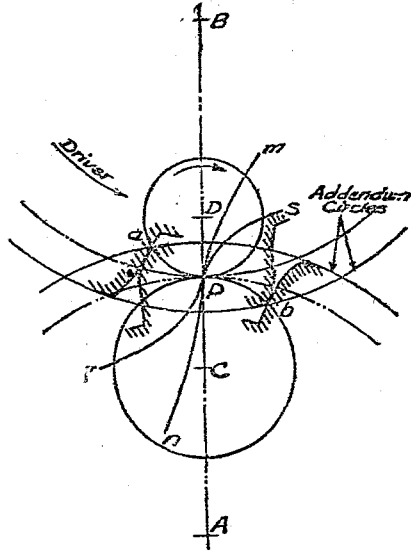
第 304 圖

又如第 305 圖設  $A$  與  $B$

爲兩正齒輪之圓心， $AP$  與  $BP$  爲其節圓之半徑， $CP$  與  $DP$  則爲兩轉圓之半徑。

以  $C$  爲中心之轉圓,當在下面節圓之內邊轉動時,畫出內擺線  $P_n$ 。當在上面節圓之外邊轉動時,則畫出外擺線  $P_e$ 。此兩曲線同時由一轉圓畫出,且一爲下面齒輪之齒腹,一爲上面齒輪之齒面。

以  $D$  爲中心之轉圓,當在上面節圓之內邊轉動時,畫出內擺線  $P_m$ 。當在下面節圓之外



第 305 圖

外邊轉動時,則畫出外擺線  $P_s$ 。此兩曲線亦同時由一轉圓畫出,且一爲上面齒輪之齒腹,一爲下面齒輪之齒面。

同時畫出之輪齒曲線,即爲該兩齒互相接觸之部分,即一齒之齒面,恆與互相銜接之別一輪上之齒腹,同時由一轉圓畫出。一齒之齒腹恆與互相銜接之別一輪之齒面,同時由一轉圓畫出。

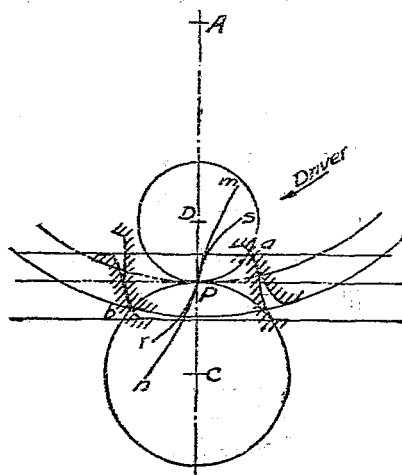
如上面之輪爲原動輪,且依鐘表指針相反之方向迴轉,則如圖上所示,從動輪之頂圓與上面轉圓相交之點  $a$ ,必爲兩輪輪齒起始接觸之點,接觸以後,繼續迴轉,則接觸點沿上

面轉圓上  $aP$  一段弧線進行，直至節點  $P$ 。經過此點，兩齒之接觸，將由原動輪之齒腹對於從動輪之齒面，易為原動輪之齒面對於從動輪之齒腹，仍繼續迴轉，則接觸點沿下面轉圓上  $Pb$  一段弧線進行，直至原動輪之齒頂與下面轉圓相交之點  $b$ ，兩輪齒即開始離開。

又就圖上觀之，可知退角之大小，由原動輪齒面之長度而定，進角之大小，則由從動輪齒面之長度而定，故如不須進角，則從動輪之齒可不備齒面，而原動輪之齒可不備齒腹，在鉋床上所用之小齒輪與齒桿，有時如此製法，又如轉圓之直徑，使恰等於節圓之半徑，則齒腹必為直向圓心之直線。

### 212. 擺線齒桿與小齒輪 (Cycloidal rack and pinion) 如第

306 圖，設  $AP$  為小齒輪節圓之半徑， $C$  與  $D$  為兩轉圓之中心，當上面轉圓在小齒輪之節圓內邊轉動時，畫出內擺線  $Pm$ 。小齒輪之齒腹，即為此內擺線之一部。當在齒桿之節線上轉動時，則畫出一擺線  $Ps$ 。齒桿之齒面，即為此擺線之一部。當下面轉圓



第 306 圖

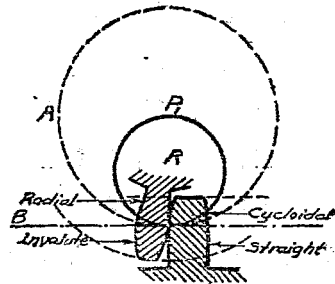
在小齒輪之節圓外邊轉動時，畫出一外擺線  $P_r$ 。小齒輪之齒面，即爲此外擺線之一部，當在齒桿之節線下轉動時，則畫出一擺線  $P_n$ 。齒桿之齒腹，即爲此擺線之一部。

如小齒輪沿鐘表指針迴轉之方向迴轉，如圖上所示，則起始接觸點必在齒桿之頂線與上面轉圓相交之點  $a$ 。起始離開點必在小齒輪之頂圓與下面轉圓相交之點  $b$ 。

213. 直線齒腹之擺線齒桿 (Cycloidal rack teeth with straight flanks) 如第 307 圖，如欲使齒桿之齒腹爲一垂直

於節線之直線，則齒桿之轉圓，其直徑須爲無限大，由此直徑無限大之轉圓所畫出之小齒輪曲線，必爲一漸開線。

此種齒之劣點，即齒桿上之傷損，皆在節線與頂線之間，節線之下無接觸機會因在擺線齒輪，接觸點恆沿轉圓之一段弧線，轉圓既與節線相合。故接觸點不能在節線以下也。

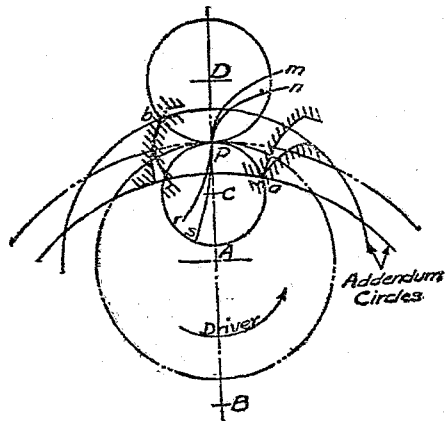


第 307 圖

214. 擺線制之環狀輪與小齒輪 (Cycloidal annular gear and pinion) 如第 308 圖，使  $AP$  爲小齒輪節圓之半徑， $BP$  爲環狀齒輪節圓之半徑，又設  $PC$  爲內轉圓之半徑， $PD$  爲外轉圓之半徑。當外轉圓轉動時，必畫出  $P_m$  與  $P_n$  兩外擺線。環狀輪之齒腹，與小齒輪之齒面，即各爲此兩外擺線之一段。當內

轉圓轉動時，必畫出  
 $P_r$  與  $P_s$  兩內擺線。  
 環狀輪之齒面與小  
 齒輪之齒腹，即各為  
 此兩內擺線之一段。

如小齒輪為原  
 動輪，其迴轉之方向  
 如箭頭所示，則起始  
 接觸點，必為環狀輪  
 之頂圓與內轉圓相



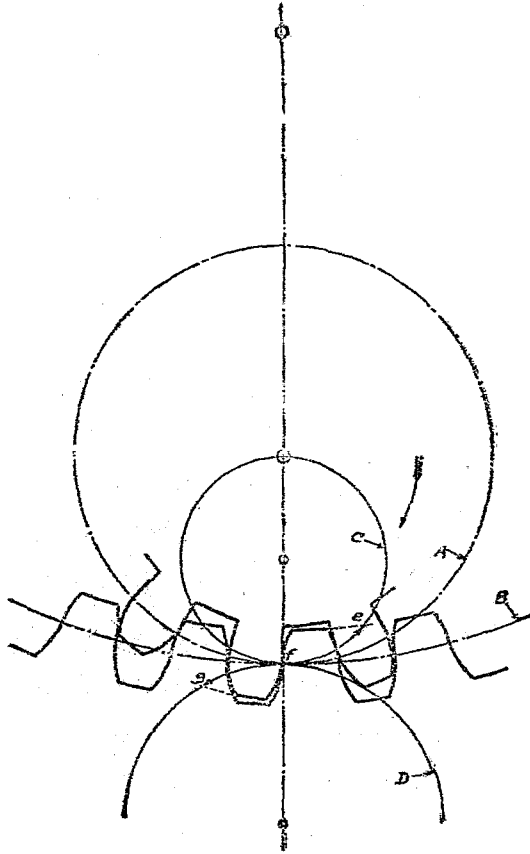
第 308 圖

交之點  $a$ 。接觸終止點，必為小齒輪之頂圓與外轉圓相交之  
 點  $b$ 。至齒輪各部之畫法，則與正齒輪無大差異。

又在此種組合，因以  $C$  為中心之轉圓，無論畫小齒輪之  
 齒腹，或環狀齒輪之齒面，恆在兩輪節圓之內。故謂之內轉圓  
 (Inside rolling circle)。以  $D$  為中心之轉圓，無論畫小齒輪之  
 齒面，或環狀齒輪之齒腹，恆在兩輪節圓之外。故謂之外轉圓  
 (Outside rolling circle)。

215. 擺線環狀輪之限制 (Limitation in the use of an annular  
 wheel of the cycloidal system) 如第 309 圖，如小齒輪為原動  
 輪，則在彼此遠離之一部，小齒輪之齒面對於環狀輪之齒面，  
 有互相接近之趨勢。(在彼此前進之一邊，其兩齒無作用之  
 邊亦然)。

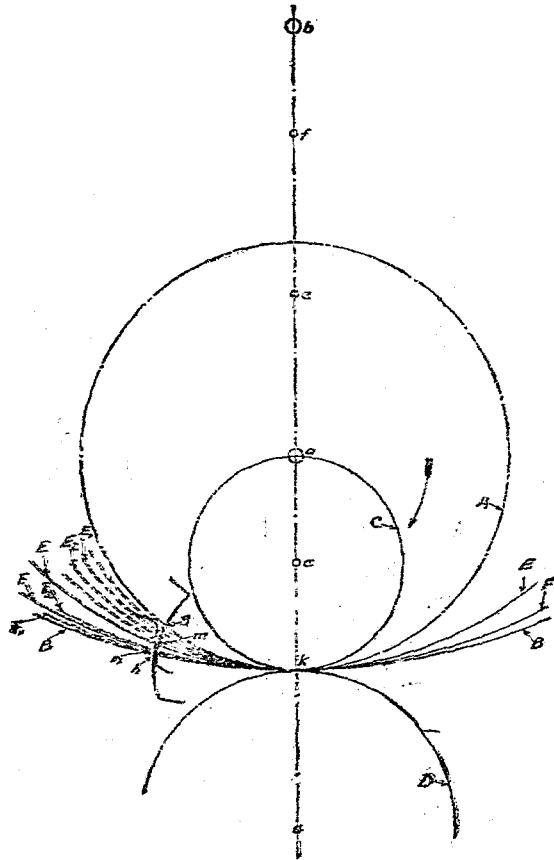
在普通情形之下,兩齒面雖互相接近,不致互相接觸,或即使互相接觸,在一定退弧以內,尚不致互相衝突,但若超過一定之程度,則兩齒輪之齒面,即互相衝突,致不能繼續工作



第 309 圖



欲判斷兩齒輪之工作,是否可能,應參考外擺線與內擺線之兩種畫成法,在第 309 圖,小齒輪之齒面,係外轉圓  $D$  所畫出,而環狀輪之齒面,則係內轉圓  $C$  所畫出。



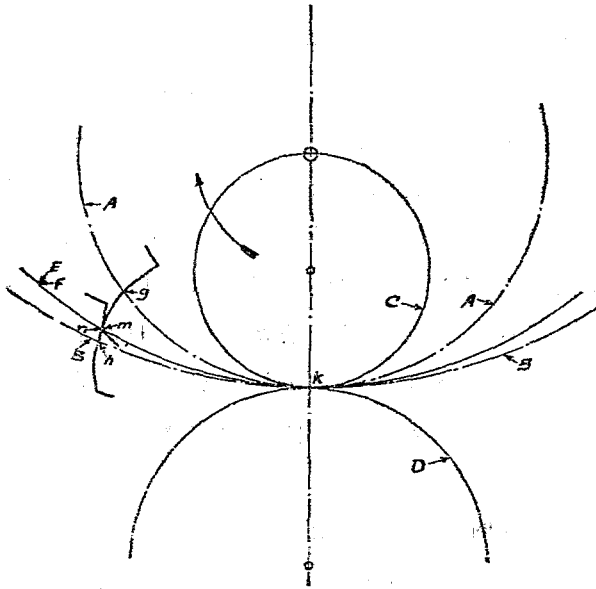
第 310 圖

第 310 圖，表示兩轉圓由距  $k$  點等距離之  $g$  與  $h$  兩點轉動時，所畫出之兩齒面。 $A$  輪之齒面，係  $D$  圓沿  $A$  輪節圓之外面向右轉動時之外擺線，但根據外擺線之兩種畫成法，若將  $AD$  兩圓直徑之和為直徑之圓用為轉圓，向同一方向轉動，則必能畫出同一之外擺線。此轉圓即由圖上之  $E$  圓表示之，謂之小齒輪之中間轉圓 (Intermediate describing circle)，又環狀輪之齒面，係  $C$  圓沿  $B$  輪節圓之內面，向左轉動時之內擺線，但根據內擺線之兩種畫成法，若將  $BC$  兩圓直徑之差為直徑之圓，用為轉圓，向相反之方向轉動，則必能畫出同一之內擺線。此轉圓即由圖上之  $F$  圓表示之，謂之環狀輪之中間轉圓。

$ABEF$  四圓同時轉動，使各圓所轉之一段弧線均等於  $kg$ 。則  $k$  點在各圓上之位置，必在  $ghmn$  四點。且在  $E$  圓上之  $k$  點畫出一外擺線  $gm$ 。在  $F$  圓上之  $k$  點畫出一內擺線  $hn$ 。

如欲判斷此兩齒面是否互相接觸，或是否互相衝突，則如第 311 圖，假定  $BF$  兩圓合而為一。

即  $A$  之直徑  $+D$  之直徑  $=E$  之直徑  $=B$  之直徑  $-C$  之直徑  $=F$  之直徑。此時如  $AB$  與  $(BF)$  三圓同時迴轉，則  $k$  點在  $A$  圓移至  $g$ ，在  $B$  圓移至  $h$ ，在公共之中間轉圓上則移至  $(mn)$ ，其意即公共之中間轉圓，可同時畫出兩齒之表面。故兩齒面在公共之中間圓上，恆彼此恰相接觸，直至一輪之頂圓與公共中間圓相交為止。



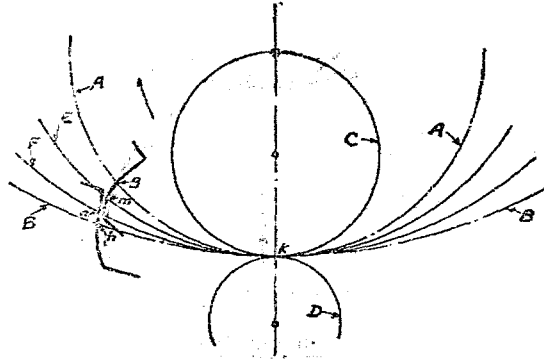
第 311 圖

以上結果，可述之如下：倘小齒輪之中間轉圓與環狀輪之中間轉圓合而為一，且小齒輪為原動輪則除原有之接觸線以外，兩齒之齒面在彼此遠離之一邊，將互相接觸。

若將第311圖中之外轉圓，易為直徑較小者，如第312圖，則小齒輪之中間轉圓必小於環狀輪之中間轉圓。但外轉圓較小時，小齒輪齒面之曲度必變大，即小齒輪之齒面  $gm$  將對環狀輪之齒面  $hn$  而遠離，故兩齒面不能互相接觸，如第312圖所示。即除原有之接觸線以外，不能再有其他之接觸

線也。且當四圓同時迴轉， $kg$ ， $km$ ， $kn$  與  $kh$  四弧線必恆相等。若  $D$  愈小（ $E$  當然隨之愈小），則兩齒面相離之空間愈大。

以上結果可述之如下：



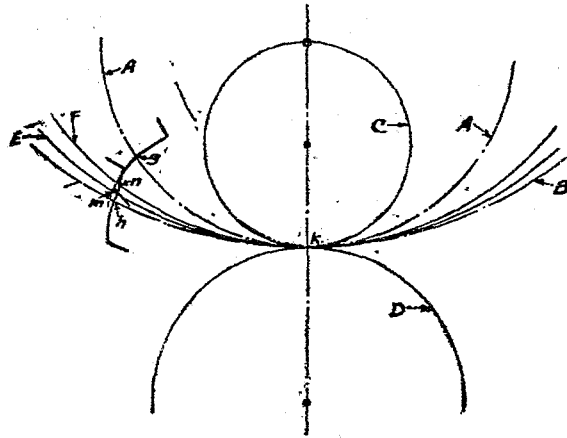
第 312 圖

倘小齒輪之中間轉圓小於環狀輪之中間轉圓，則兩輪之齒面不相接觸，且兩輪所有之動作均與外接齒輪相同。

若將第 311 圖中之外轉圓  $D$  易為直徑較大者，如第 313 圖所示，則小齒輪之中間轉圓  $E$  必大於環狀輪之中間轉圓  $F$ 。但使  $D$  之直徑增大，則小齒輪齒面之曲度必變小，即使小齒輪之齒面  $mg$  對於環輪之齒面互相交叉，如圖上所示，事實上實為不可能。

以上結果，可述之如下：

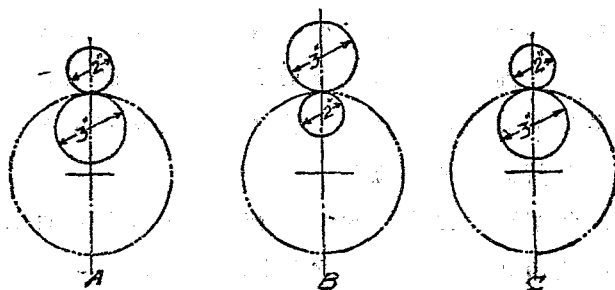
倘小齒輪之中間轉圓大於環狀輪之中間轉圓，則工作上為不可能。



第 313 圖

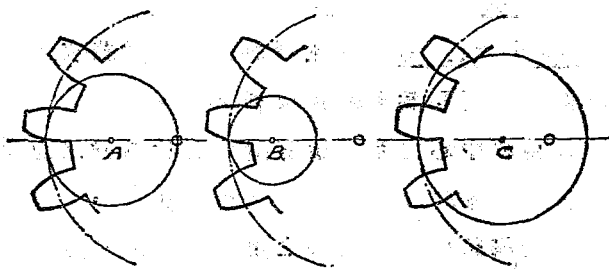
216. 互換擺線輪 (Interchangeable cycloidal gears) 以前所研究之擺線輪，其轉圓之直徑彼此不同，在實際上若只就互相銜接之兩齒輪言，但使其齒節相同，則兩轉圓之直徑雖彼此不同，原無妨於兩輪之工作，但若在多數之齒輪中，如欲使其中之任一輪，均可與其餘之輪隨意配合，工作圓滿，則除各輪之齒節須完全一律外，其所用轉圓之直徑，更須完全相同。

如第314圖， $ABC$  三輪所有之齒節完全相同，但其齒面與齒腹則由直徑不同之轉圓所畫出，其轉圓之直徑，如圖中所示，如此則  $B$  輪對於  $AC$  兩輪，雖能得適當之銜接，然  $A$  輪對於  $C$  輪，則不能互相銜接，故欲多數擺線輪，均能彼此互換，銜接適宜，非所有轉圓皆係同大不可。



第 314 圖

217. 擺線輪轉圓之標準直徑(Standard diameter of rolling circle for cycloidal gears) 按內擺線之性質言,如轉圓之直徑,恰為節圓直徑之半時,則內擺線為一通過圓心之直線,齒腹必為直向圓心之半徑線,如第 315 圖 A。結果使齒根較弱,如轉圓之直徑小於節圓直徑之半時,則內擺線離半徑線而彎曲,如第 315 圖 B。結果使齒根力強。若轉圓之直徑大於節圓直徑之半時,則內擺線將向反對方向彎曲,如第 315 圖 C。結果使齒根更弱。故欲選擇一組擺線輪轉圓之直徑時,最好



第 315 圖

以能使全組中最小齒輪之齒腹爲直向節圓圓心之半徑線，即最好使轉圓之直徑爲全組最小齒輪節圓直徑之半也。實際上多以能使12個齒之小齒輪之齒腹恰成直線之轉圓。其直徑即爲轉圓之標準直徑。

例如某齒輪之齒數爲64，徑節爲4，欲求其轉圓之標準直徑，因徑節爲4，齒數爲12之齒輪，其節圓之直徑爲 $\frac{12}{4}=3$ 吋。

其轉圓之標準直徑 $=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$ 吋。

又有以能使洗刀之程度爲標準者。就實際工作之情形察之，若轉圓之直徑爲節圓直徑 $\frac{5}{8}$ 吋，則齒根部之空間，其寬度恰能施用洗刀(Milling cutter)再寬則不能洗，故有時有以全組中12個齒之小齒輪其節圓直徑之 $\frac{5}{8}$ 爲轉圓之標準直徑者。或以15個齒之小齒輪之齒腹恰成直線之轉圓之直徑，爲標準直徑，其結果相同。如用此標準，齒根部雖微嫌力弱，然所差無幾。

218. 漸開線齒與擺線齒之比較 (Comparison of involute and cycloidal systems) 此兩種曲線，用爲輪齒表面之曲線，實以漸開線之優點爲多，茲擇要列下：

1. 兩輪中心之距離，微有變更。對於兩輪之速比，不生影響。
2. 接觸線係一直線，因之兩軸所受之壓力，不變恆爲等量。

3. 輪齒曲線之曲度簡單。
4. 漸開線齒桿之齒,其表面係一直線,故洗刀易於製造。
5. 漸開線齒之損傷較擺線齒均勻。
6. 製造一組齒輪時,所用之刀數較少(詳後)。

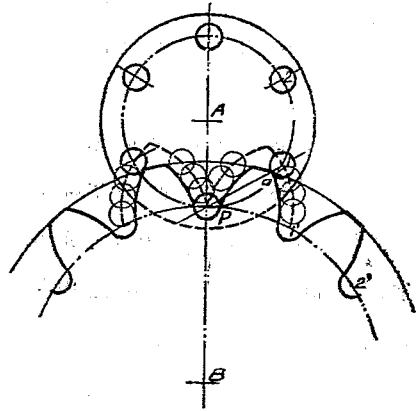
219. 針輪 (Pin gears) 當轉圓之直徑小於導圓直徑之半時,則直徑愈大,所畫出之內擺線愈長,然當轉圓之直徑大於導圓直徑之半時,則直徑愈大,所畫出之內擺線愈短,若轉圓之直徑大至與導圓之直徑相同時,按理論推之,其所畫出之內擺線必為一點。

參看前第305圖,倘以 $D$ 為中心之轉圓,大至與 $B$ 輪之節圓相等,則 $A$ 輪之齒,其齒面曲線,將為以 $B$ 輪節圓緣 $A$ 輪節圓轉動所畫出之外擺線,而 $B$ 輪之齒則變為一點。因理論上之一點,決不能傳達運動,故實際上多用有一定直徑之針以替之,而齒輪之齒,其實際曲線,亦須改為與原來外擺線互相平行之曲線,其相距之距離,則恆等於針之半徑。

在擺線齒輪,理論上雖可計畫齒數甚少之小齒輪(從略),惟齒根部恆失之甚弱,若用針輪,則與齒數相當之針數雖少,而無齒根部力量較弱之弊。第316圖表示一相當六個齒之針輪與一齒輪相銜接之情形,圖中虛線表示假設輪針無直徑時,齒輪輪齒應具之曲線,用實線所表示者,為輪針有一定直徑時,齒輪輪齒應具之曲線,兩曲線互相平行,相距之



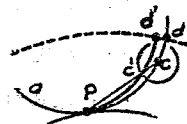
距離恆等於輪針之半徑又小齒輪之輪齒，雖易為針狀而輪之周節仍須彼此相等，即圖中齒輪節圓上之一段弧線  $P1'$ ，仍須與針輪節圓上之一段弧線  $P1$  相等也。



第 316 圖

假設輪針無直徑，則理論上之接觸線，係

沿針輪節圓上之一段弧線。若輪針有一定之直徑，則接觸線之求法，如第 317 圖所示。圖中  $Pcd$  為針輪節圓之一段弧線， $P$  為兩輪之節點，取  $Pcd$  弧線上之任一點  $c$ ，並連  $cP$  直線，沿  $cP$ ，截  $ce'$  一段，使等於輪針之半徑，則  $e'$  點即為接觸線上之一點。依同一方法，求得多數之點而連為一線，則實際之接觸線  $Pc'a'$  即行得出。



第 317 圖

齒輪頂圓之最小半徑，可求之如下：

從  $P$  點起，沿針輪節圓之圓周，截一周節  $P1$ ，連  $P1$  直線，此直線與代表輪針圓周之圓相交於  $a$  點，則  $Pa$  即為齒輪頂圓之半徑。

如欲使針與齒完全變為滾動，以減輕摩擦力，有時將針

上套一轉子。針之兩端各裝置一圓板以約束之。便不致滑出。此種裝置謂之燈輪(Lantern wheel)多用於鐘表之機件上。

又就理論言之。針輪可用為原動輪。亦可用為從動輪。惟因齒輪之輪齒並無齒腹之故。接觸之動作。只限於彼此前進之一段。或彼此遠離之一段。若齒輪為原動輪。則接觸之動作。只限於彼此遠離之一段。因齒輪在節點處。始與輪針發生接觸。若針輪為原動輪。則接觸之動作。只限於彼此前進之一段。因輪針至節點處即與輪齒停止接觸也。單就理論言之。無論用針輪或齒輪為原動輪。均無甚分別。惟就實際言之。用彼此遠離之一段較用彼此前進之一段。磨擦力小。動作順利。因之工作之消耗亦少。故實際上多用齒輪為原動輪。使推動針輪。即完全利用彼此遠離之一段也。

220. 階級輪(Stepped wheels)與螺線輪(Helical gears) 當兩齒輪互相銜接傳達運動時。若同時互相接觸之齒數愈多。則傳動之情形愈順利。聲音亦愈小。在普通漸開線齒。接觸弧(Arc of contact)約為周節之 $1\frac{3}{4}$ 倍至 $2\frac{1}{2}$ 倍。在擺線齒則接觸弧約為周節之 $1\frac{1}{4}$ 倍至2倍。按此種比例。同時接觸之齒數至多只有三對。

至同時互相接觸之齒數愈多。則傳動之情形愈順利之原因。約有下列數層：

(1) 在擺線齒輪。若同時接觸之齒數愈多。則兩輪之間

其壓力線之平均傾斜角必愈小，例如同時總有兩對齒互相接觸，則第二對齒起始接觸時，即壓力線傾斜角最大時，第一對齒之接觸點已至節點處，其傾斜角為零度。若多對齒同時互相接觸，則全壓力平均分配於多齒之上，其傾斜角則由零度至最大傾斜角度之間，如此則平均對於有效之分力，必因之增加，而沿兩軸中心線方向之分力，平均必因之減小，即軸承上之壓力，與磨擦力亦必因之減少。

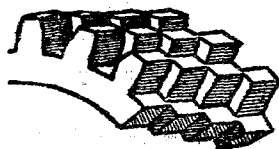
(2) 在漸開線齒輪，因接觸線之傾斜角恆為一定，故前述之利益，與之無關。惟無論何種曲線之輪齒，其接觸點滑動之速率，恆與由接觸點至節點之公法線之長度成正比。若同時有多數之齒互相接觸，則各接觸點至節點之公法線之平均長度必因之減小，即平均之滑動速率必因之減小，故戰勝磨擦力所須之工作，自亦因之減少，此亦為傳動順利之大原因。

欲使同時接觸之齒數增多，普通有兩種方法：

第一，齒節不變，增加齒之高度，因之作用角隨之增加，作用角增大，同時接觸之齒數必增多，而每齒上分配之壓力自然減少，惟齒高增加之程度，恆較作用角增加之程度大，且齒之形狀，就力量言，實為一控架（Cantilever 有譯懸桁者），高度增加，根部力弱，高度增加之程度既較作用角增加之程度大，即使齒根力量減弱之程度，較接觸齒數增加之程度大，故結果齒根變弱，利少弊多。

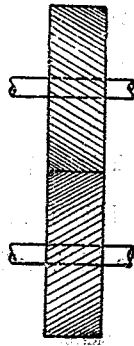
第二,作用角不變,減小齒節,同時接觸之齒數必增加,每齒上分配之壓力自然減少,惟減小齒節,齒厚必隨之減小,且齒厚減小之程度較之接觸齒數增加之程度亦大,故結果輪齒亦變弱。

用以上兩種方法,增加兩輪接觸之齒數,結果均使輪齒力量上,因之受相當損失,欲達到前述之目的,同時並無力量上之損失,則須用階級輪。其構造如第 318 圖所示,將多數同大同形之齒輪,並裝於一處,惟每輪均較相鄰之輪前進少許,其前進之度數,以重疊之輪數除周節之一段弧線距離為準,如此則齒節與齒高均不變,而同時接觸之齒數則因之增加。

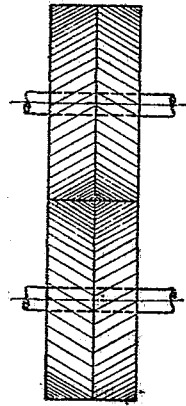


第 318 圖

若所分之階級數增至無限,則連各齒頂端之中心線,必爲一螺旋線,其各齒之情形即變爲第 319 圖所示之情形。謂之螺旋輪 (Helical gear) 或扭轉輪 (Twisted gear) 此種輪因輪齒係傾斜之故,恆有一部分分力,使一輪對於別一輪沿輪軸方向移動之勢,若所傳達之動力甚大時,此一部分分力往往失之甚大,欲矯正此弊,則在一軸上裝置大小相同螺旋線相反之輪,如第 320 圖所示,謂之鯊骨輪 (Herring bone gears) 又實際上階級輪與鯊骨輪多係由一件製成,非由兩輪以上裝置而成。



第 319 圖

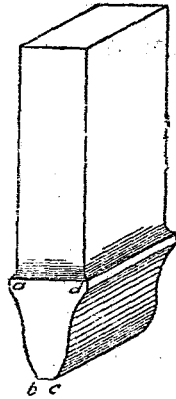


第 320 圖

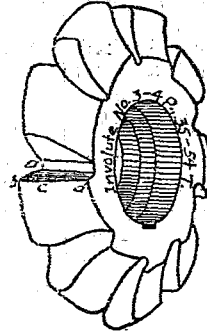
221. 正齒輪與環狀輪之製法 (Methods of cutting spur and annular gears) 製造此類齒輪, 普通係採用一種工具 (Tool), 稱之曰洗刀 (Milling cutter), 其橫面之形狀完全與兩齒中間之齒間相同如第 321 圖所示者, 可用於成形機 (Shaper) 或鉋床之上, 以製造正齒輪與環狀輪。

*abcd* 周緣之形狀完全與兩齒中間之齒間相同, 洗刀用鈍時, 可磨其前面, 其周緣之形狀並不改變。

第 322 圖則表示一迴轉洗刀, (Rotary cutter), 用於洗床之。洗刀橫斷面之周緣 *abcd*, 亦完全與兩齒中間之齒間相同。且用鈍時, 亦可沿與軸平行之平面磨其刀面, 周緣之形狀亦不改變, 惟此種洗刀用以製環狀輪時, 不若用第 321 圖所示者易。



第 321 圖



第 322 圖

222. 製造能互相配合之多數齒輪所用之洗刀 同一齒節(徑節或周節)之輪;如齒數不同則齒間各異。同一齒數之輪如齒節不同,則齒間亦各異。可知如欲用上述兩種洗刀之任一種製造齒輪,使之完全與理論相合,則各種齒節中各個齒數之輪,勢非各用一洗刀不可。故如欲製造任一齒節之全組齒輪,自齒數12直至齒棹,所用各個不同之洗刀數,當與所有之齒輪數相等。

但就實際考察之若對於同一齒節齒數極近之數齒輪,用同一洗刀製造之,則其精確之程度,實際上亦足資應用。且齒輪愈大時,如增多數齒,其齒間之變化愈較小。下表所列係 Brown and Sharpe 公司所用之洗刀與其所洗各輪之齒數。

漸 開 線 洗 刀		掃 線 洗 刀			
每 組 8 個		每 組 24 個			
洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數	洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數	洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數
No. 1 cuts	135 至齒桿	A cuts	12	M cuts	27 至 29
No. 2 cuts	55 至 134	B cuts	13	N cuts	30 至 33
No. 3 cuts	35 至 54	C cuts	14	O cuts	34 至 37
No. 4 cuts	26 至 34	D cuts	15	P cuts	38 至 42
No. 5 cuts	21 至 25	E cuts	16	Q cuts	43 至 49
No. 6 cuts	17 至 20	F cuts	17	R cuts	50 至 59
No. 7 cuts	14 至 16	G cuts	18	S cuts	60 至 74
No. 8 cuts	12 至 13	H cuts	19	T cuts	75 至 99
		I cuts	20	U cuts	100 至 149
		J cuts	21 至 22	V cuts	150 至 249
		K cuts	23 至 24	W cuts	250 以上
		L cuts	25 至 26	X cuts	齒 桿

晚近以來，欲使標準漸開線輪齒，更近於精確，一組洗刀之數目，增至15個。即於原來每兩號中間，各加一洗刀，而以半號表之。茲再列表於下。

漸開線洗刀 每組15個

洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數	洗 刀 號 數	齒 輪 齒 數
No. 1 cuts	135 至齒桿	No. 5 cuts	21 至 22
No. 1 $\frac{1}{2}$ cuts	80 至 134	No. 5 $\frac{1}{2}$ cuts	19 至 20
No. 2 cuts	55 至 79	No. 6 cuts	17 至 18
No. 2 $\frac{1}{2}$ cuts	42 至 54	No. 6 $\frac{1}{2}$ cuts	15 至 16
No. 3 cuts	35 至 41	No. 7 cuts	14
No. 3 $\frac{1}{2}$ cuts	30 至 34	No. 7 $\frac{1}{2}$ cuts	13
No. 4 cuts	26 至 23	No. 8 $\frac{1}{2}$ cuts	12
No. 4 $\frac{1}{2}$ cuts	23 至 25		

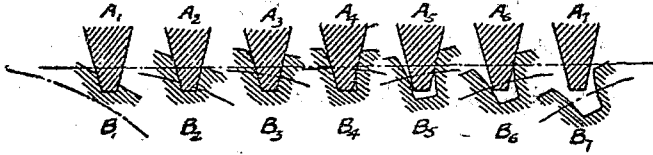
由以上兩表可知欲製造一組漸開線齒輪，只須用 8 個或 15 個洗刀即可。在擺線齒輪，欲製造全組，則須用 24 個。其原因，因在漸開線齒輪，輪齒外形之變化，不若擺線輪齒變化之甚也。

223. 用共軛法製造齒輪 如所用洗刀之形狀，不使與兩齒中間之齒間相同，而使與一齒輪之齒相同，則用一個洗刀即可洗一定齒節之全組齒輪，此種方法謂之共軛法 (Conjugate method)。其原理有時謂之範成原理 (Molding generating principle)，製造正齒輪時，恆多用之。

假想有一蠟製或其他柔軟物質所製之齒輪原型 (Blank) 與一齒桿相接觸，並使齒輪原型之節圓，與齒輪之節圓或齒桿之節線相切，彼此迴轉，不生滑動。則蠟製或柔軟物質所製之齒輪原型上，凡對於齒輪或齒桿之齒有妨礙之處，必悉被擠開，其遺留之部分即作成相當之齒。且必能與原來之齒輪或齒桿互相銜接，傳達順利。

惟實際上齒輪之原型，決不能用蠟或其他柔軟物質製成。欲得同一之結果，恆將上述之齒輪作成一輪形之刀，使上下運動以橫切齒輪原型之周圍。此輪形之刀與齒輪原型應有之迴轉運動，則於輪形刀已切一次重行退回預備將切第二次以前行之。如此繼續橫切，繼續迴轉，使所切之面不留顯著之痕跡，則結果原型上所餘之齒，即為所求之輪齒。如第 323 圖，設  $A$  代表一漸開線齒桿之一齒。 $B$  代表一欲切輪齒



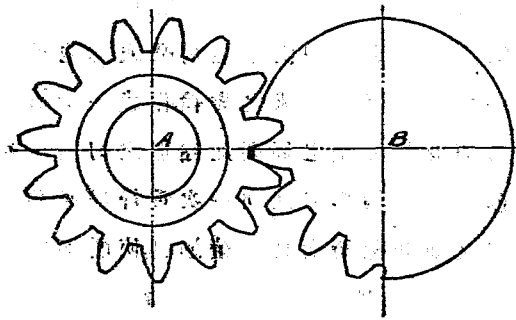


第 323 圖

之齒輪原型，並設齒桿與齒輪原型所有之運動，係齒桿之節線與齒輪之節圓彼此滾動且毫無滑動發生，齒桿之齒具一刀且使發生上下運動，以橫切齒輪原型之周圍，其各個不同之地位，表示切成一齒間之各步。由此理推之，倘齒桿具多數之齒，按同樣之運動，必能繼續切成一完全之齒輪。

如多數齒輪由此同一之齒桿形刀所切成，則必各能與之銜接，且必能彼此互相銜接。

第 324 圖，則表示一輪形之刀，切一齒輪原型之情形。輪形刀之各齒，亦具切刃迴轉以前，先使向原型接近一面使輪



第 324 圖

形刀上下運動。至切至一定之深度時，即兩節圓恰相接觸之時，然後於每次下切之前，使輪形刀與齒輪原型均迴轉少許，如此繼續工作，則全輪遂成。

224. Fellows 齒輪成形機 (Fellows gear shaper)：齒輪成形機，即完全根據前段所述之理，其刀即係一小齒輪，將輪形之刀與齒輪原型裝置於兩個垂直軸上。且使兩軸間接相連，務使當一軸有一部迴轉運動時，他一軸亦有一定之迴轉運動。兩輪節圓，當彼此迴轉時，恆係互相滾動，毫無滑動。又裝置輪形刀之軸能沿軸之方向上下運動，當向上運動時即橫切齒輪原型，與普通成形機工作之情形相似。

輪形刀之軸係裝置於可以移動之橫桿上，故此軸距齒輪原型之軸之距離，可以隨意變動。其工作之方法，大致如下：

將輪形刀與齒輪原型分別裝置於兩軸上。先均不令其迴轉，當輪形刀向上行時，切原型之一小部。輪形刀向下行時，兩軸均不動，落下以後，輪形刀之軸微行移近原型軸。再向上行，遂又切一小部分。此種繼續移近之動作，直至兩節圓相切為度，此後則每次輪形刀落下以後，兩輪均微行迴轉與兩節圓繼續作滾動接觸同。直至齒輪原型完全迴轉一周，則各齒均被切成。輪形刀上各齒之工作，亦係繼續更換，周而復始。

同一齒節所有之輪，均可由一輪形刀切成，切成之後，各輪不但均可與輪形刀互相銜接，且可彼此互相銜接。

225. 棒形刀製齒輪機 (Gear hobbing machine)：棒形刀製

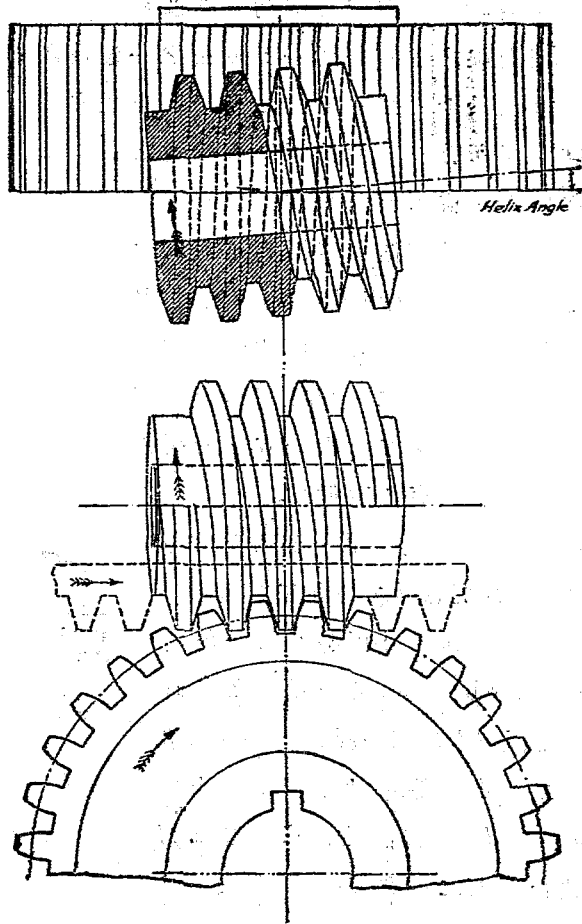
齒輪機亦係採用範成原理，惟其刀係一棒形，非一輪形。棒形刀之外形，如一螺旋桿，惟沿桿軸之方向，每隔一段即切去一部，使備相當之刀刃，與製螺旋錐(Tap)相彷彿，就原理言與採用齒桿之齒為切刀相同，惟易上下運動為迴轉運動，時間上比較經濟耳。

第 325 圖，即表示棒形刀與所製之齒輪之情形，惟棒形刀仍為原來螺旋桿之形狀，未表示切去之部分，與多數之刀刃，就圖上觀之，可知螺旋線之橫斷面，完全與一齒桿之齒相同，且當迴轉時，螺旋線繼續與齒輪原型接觸之情形，又與齒桿由左向右運動無異，如下圖虛線所示，故倘於螺旋桿上切出若干刀刃，使之向齒輪原型之周圍轉動，一面並使齒輪原型亦隨之迴轉，一如齒桿節線與齒輪節圓滾動接觸者然，則各刀刃能在原型周圍切出若干相當之齒。

又因棒形刀上之齒係螺旋線形與螺旋桿上之螺旋線情形相同，故如欲在齒輪原型上所切之齒其方向與輪軸平行，則棒形刀之方向，不能與輪軸之方向恰為垂直，應使所成之角度為 90 度減螺旋線之傾斜角(Helix angle)，如上圖所示。

工作時，先從原型之一邊起，切一整周後，再使原型微向一邊移動，直至棒形刀之中心線移至原型彼邊時，全輪即成。

226. 斜齒輪 (Bevel wheels) 當研究正齒輪時，為簡單起見，曾假設所有之運動，皆限於一平面之內，故一切研究，多係以點代線，以線代面，但實際上所稱之點多係垂直於紙面之



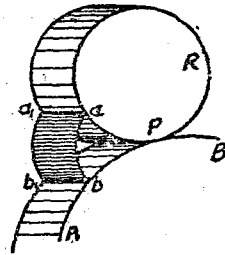
第 325 圖

線，所稱之線多係垂直於紙面之面也。

在漸開線齒輪基圓可視為一基圓柱 (Base cylinder) 之一端，畫漸開線之線可視為一柔軟帶之一邊，畫漸開線之點可視為垂直於紙面之一直線之一端。帶上垂直於紙面之一直線在空間所畫出之曲線面，實為輪齒之表面。即兩齒互相接觸，亦係沿一直線而非只在一點也。

在擺線齒輪，節圓與轉圓，實可視為兩圓柱之兩端。可稱之為節圓柱 (Pitch cylinder) 與轉圓柱 (Rolling cylinder)。兩圓柱接觸之處，亦係一直線而非係一點。當轉圓柱沿節圓柱迴轉時，轉圓柱上之一線，在空中所畫出之曲線面，實為輪齒之表面。兩齒接觸，亦係沿一直線。此種觀念，對於研究斜齒輪輪齒之形狀頗有相當助力。

如第 326 圖，設  $APB$  為一正齒輪之節圓， $aPR$  為畫外擺線  $ab$  之轉圓。正齒輪輪齒之表面，其一端即為外擺線  $ab$  之一部。齒輪之節面 (Pitch surface) 為一圓柱之表面。若假設轉圓  $aPR$  為別一圓柱之一端。且此兩圓柱之長度相等，中軸平行。則輪上一齒之齒面  $aa_1b_1b$  為轉圓柱沿齒輪節面轉動時，其表面上之一直線  $aa_1$  所畫成。



第 326 圖

若在斜齒輪，如第 327 圖，其節面係一圓錐  $OAB$  之截錐  $ABB_1B_1$  之表面。前圖之轉圓柱，在此亦變為一圓錐之截錐  $ab$

曲線，則變為一球體外擺線

(Spherical epicycloid) 輪上

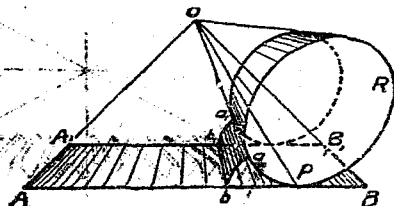
一齒之齒面，為一轉截錐體

沿齒輪節面之外面轉動時，

其斜面上之一直線  $aa_1$  所

畫成。其齒腹則為一轉截錐

體沿齒輪節面之內面轉動時，其斜面上之一直線所畫成。



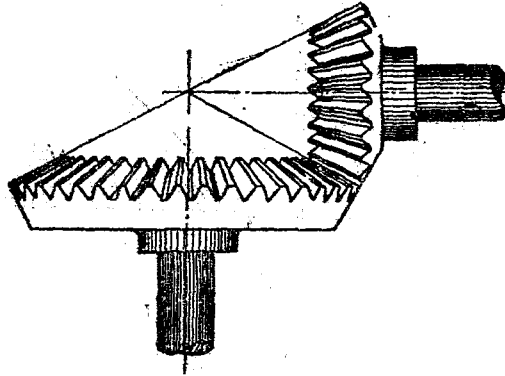
第 327 圖

仍參看第 327 圖，當  $OaPR$  圓錐，沿  $OAB$  圓錐轉動時，畫  $ab$  曲線之  $a$  點，距  $O$  點之距離，恆等於  $OAPB$  圓錐斜面之長度，故  $a$  點實係沿以  $O$  點為中心，以  $OA$  為半徑之球面轉動。其齒腹之畫法亦然，即齒腹最外端之曲線亦係沿以  $O$  點為中心，以  $OA$  為半徑之球面。故由此法所作成之斜齒輪輪齒之外端，實為球面之一部，且無法展開。

又在斜齒輪，同時只計畫互相銜接之一對，非似在平行軸上之正齒輪，可計畫多數齒輪互相配合。

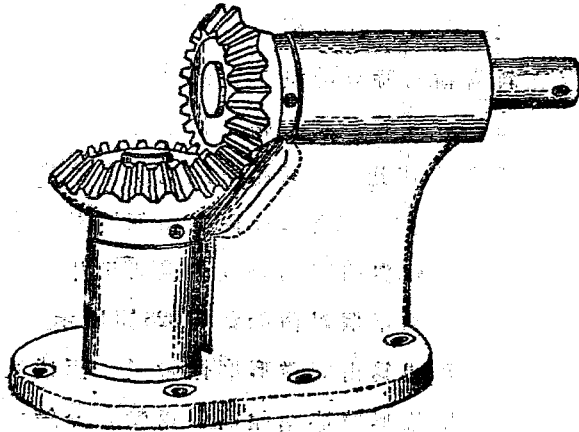
227. 斜齒輪之速比 斜齒輪可視為由圓錐形磨擦輪變化而成。如想像於第八章第 202 圖之兩個圓錐形磨擦輪上，各備若干凸起部分，與凹下部分，互相嵌入，則原來之兩個圓錐形磨擦輪，遂變為兩個斜齒輪，如第 328 圖所示。

斜齒輪既可視為由圓錐形磨擦輪變化而成，故其速比之關係，亦與兩圓錐形磨擦輪相同，即兩輪每分鐘之迴轉數，恆與其節圓錐底圓之半徑成反比也。



第 328 圖

228. Miter 輪 (Miter gear) , 大小相等且兩輪軸互成之角度為  $90^\circ$  之兩斜齒輪, 謂之 Miter 輪。如第 329 圖所示, 其速比恆為 1:1, 只能用之變換迴轉之方向。

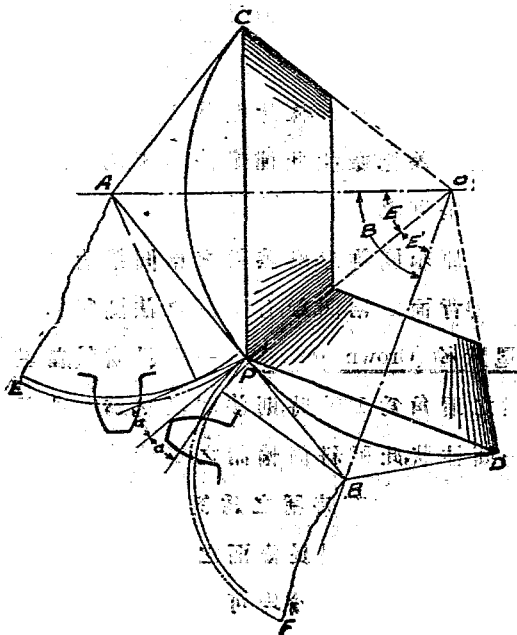


第 329 圖

229. Tredgold's 方法 (Tredgold's method) 就前數段所言, 可知欲計畫斜齒輪之輪齒, 使完全與理論相合, 則輪齒之外端須在球面上畫出。但因球面不能展開, 實際畫出, 異常困難, 故普通恆用一種近似法, 最普通者為 Tredgold's 方法。

如第 330 圖, 設  $OA$  與  $OB$  為兩圓錐  $COP$  與  $POD$  之中軸, 兩圓錐之底, 係同一之球面, 與兩圓錐之斜面垂直。

畫  $PAC$  與  $PBD$  兩圓錐, 此第三圓錐或背面圓錐之底圓, 與以前兩圓錐之底圓相合。



第 330 圖



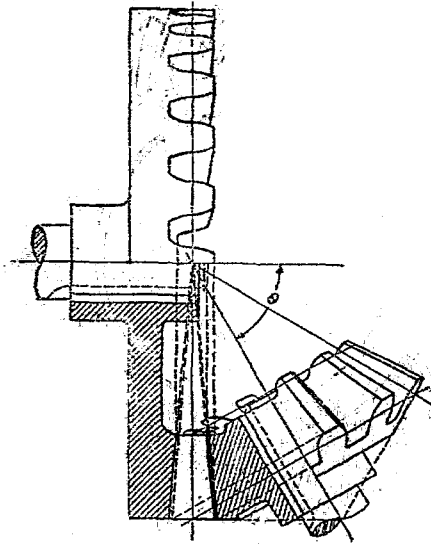
設此兩背面圓錐各沿其一斜面直線切開，並沿紙面向外展開，則上部圓錐所展開之面積，即以  $A$  為頂之面積，其半徑必為  $AP$ 。其展開之一段弧線之長度為  $PE=PC \times \pi$ 。下部圓錐所展開之面積即以  $B$  為頂之面積，半徑必為  $BP$ 。其展開之一段弧線之長度為  $PF=PD \times \pi$ 。

在  $PE$  與  $PF$  兩段弧線上，可畫輪齒之曲線，一如在半徑為  $AP$  與  $BP$  之兩節圓之兩正齒輪。所有齒節亦須使齒輪之齒數恆為一整數。當在展開之背面圓錐上，將齒之一端畫出後，然後假定仍行將展開之面積轉回其原來之位置，則輪齒即可畫於節圓錐上。

因輪齒所占之一部，恆比較甚小，就圖上觀之，可知對於原來之球面相差極微。故此種畫法就理論言，雖稍欠精確，實際上則無甚差別也。

又相當原來圓錐形磨擦輪之兩圓錐，有時謂之節圓錐 (Pitch cones) 背面之兩圓錐，有時謂之法圓錐 (Normal cones)。

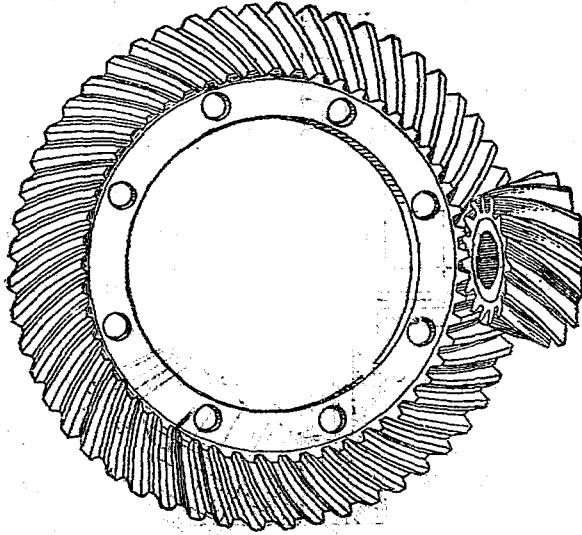
230. 冕狀輪 (Crown gears) 一對斜齒輪，當其中之一輪，其法圓錐之頂角為  $180^\circ$  時，則法圓錐變為一平盤，而節圓錐則變為一圓柱狀，此種斜齒輪謂之冕狀輪，其形狀與將一齒桿彎成圓形相類。故有時稱之為斜齒輪之齒桿。如第 331 圖所示。各齒均向內傾斜。引長齒面之各部，均聚於平盤之中心點。任意齒數之別一斜齒輪均可計畫之，與之互相銜接。惟兩軸間之傾斜度須按兩輪之齒數規定耳。



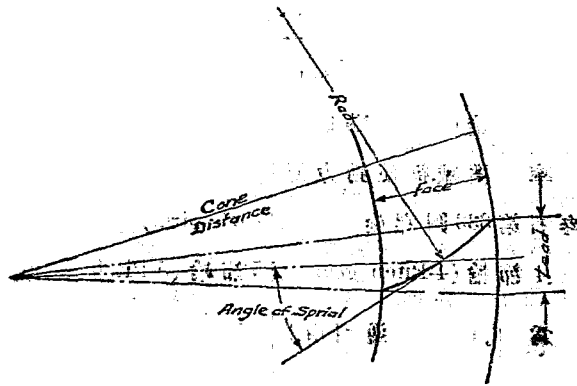
第 331 圖

231. 螺旋斜齒輪(Spiral bevel gears) 螺旋斜齒輪之形狀如第 332 圖所示,係 Gleason gear works 先行計畫製造,最初蓋欲採取螺旋輪之優點,以用於汽車上之斜齒輪,迨後則所有高速率之機械,欲使動力傳達順利亦多採用之。

參看第 333 圖,螺旋角(Angle of spiral)普通由  $20^\circ$  至  $35^\circ$  在汽車上 4 節輪(4-Pitch gear) 至 5 節輪(5-Pitch gear)。其螺旋角平均為  $30^\circ$ , 導程普通則由  $1\frac{1}{4}$  至  $1\frac{1}{2}$  周節。又螺旋線通常皆係一段弧線,引長之均至節圓錐之頂點。

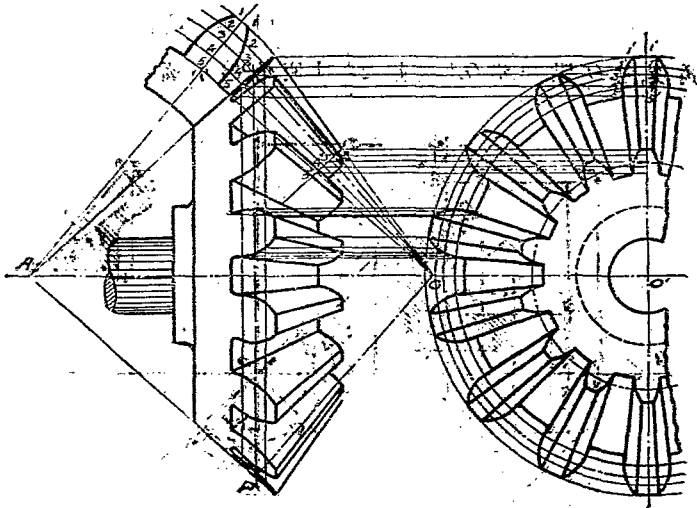


第 332 圖



第 333 圖

232. 斜齒輪之畫法 斜齒輪之畫法如第334圖所示。先用 Tredgold's 方法將輪齒之尖端畫出。然後用投影畫法畫於側視圖與正視圖。齒上各直線則按引長後應均聚於圓錐頂點之理畫出。如圖上所示。



第334圖

233. 製圖室中斜齒輪之畫法 (Shop drawing of bevel gears)

在工廠之製圖室中，欲製一斜齒輪圖，普通不必如前段之方法將輪齒曲線完全畫出。實際上用一種簡單畫法，將各部應有之角度及必須之尺寸畫出即可。茲就一例題研究之如下：

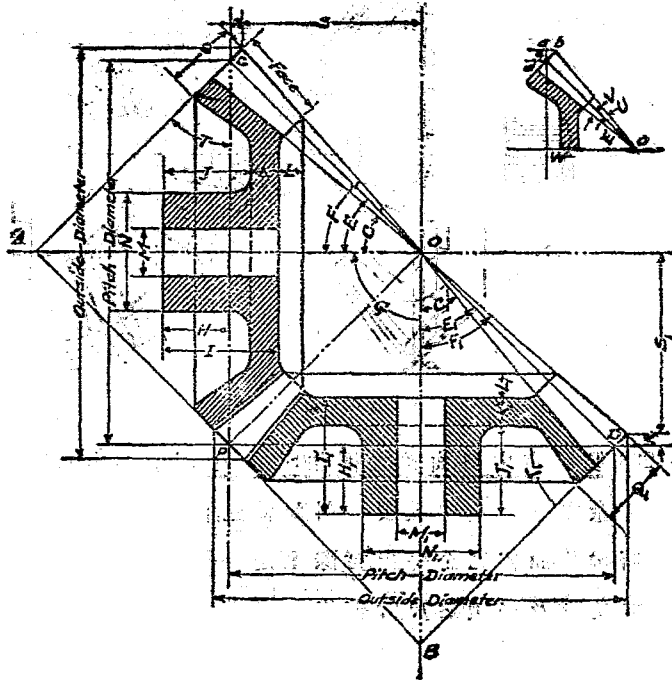
例題 34. 畫一對斜齒輪圖其齒數一為 26，一為 20。徑節

爲 4。漸開線齒，兩軸互成之角度爲  $90^\circ$ 。齒寬爲  $1\frac{1}{2}$  吋。軸之直徑爲  $\frac{3}{4}$  吋。輪頭之直徑爲  $2\frac{1}{4}$  吋。使大輪之位置水平。

齒數 26，徑節 4，則節圓錐底圓之直徑爲  $6\frac{1}{2}$  吋。

齒數 20，徑節 4，則節圓錐底圓之直徑爲 5 吋。

如第 335 圖，畫兩輪之中心線  $OA$  與  $OB$ ，使彼此成  $90^\circ$  之角度，從  $O$  點起，沿  $OA$  線截  $2\frac{1}{2}$  吋，使恰爲小齒輪節圓錐底圓



第 335 圖

之半徑，並畫  $CP$  線與  $OA$  垂直，再從  $O$  點起，沿  $OB$  線，截  $3\frac{1}{4}$  吋，使恰等於大齒輪節圓錐底圓之半徑，並畫  $PD$  線與  $OB$  垂直，完成兩個節圓錐  $POC$  與  $POD$ ，並畫法圓錐。  $E$  角與  $E_1$  角，謂之節角 (Pitch angles)，或心角 (Center angles)。按本章第 200 段第一表，查出齒頂與齒根之尺寸，並在  $C, P$  及  $D$  三處將其畫出，由畫出之各點連於節圓錐之頂點，並將齒寬截出。

齒頂線與輪之中心線所成之角度  $F$  或  $F_1$ ，謂之齒面角 (Face angle)。齒根線與輪之中心線所成之角度  $G$  或  $G_1$ ，謂之切角 (Cutting angle)。  $T$  謂之輪邊角 (Angle of the edge)。與節角或心角相等。

參看附屬之小圖，齒面角與節角之差  $U$ ，謂之增角 (Angle increment)。切角與節角之差  $V$ ，謂之減角 (Angle decrement)。如兩輪之軸互成正角，則各角之大小及斜齒輪之外直徑可求之如下：

仍參看附屬之小圖，

設  $Wc$  大輪節圓之半徑。

$OW$  小輪節圓之半徑。

$$\text{則 } \tan E = \frac{Wc}{OW} = \frac{\text{大輪節圓之半徑}}{\text{小輪節圓之半徑}} = \frac{\text{大輪之齒數}}{\text{小輪之齒數}}$$

(由此式可得  $E$  角)

$$Oc = \frac{Wc}{\sin E}, \quad (\text{由此式可得 } Oc)$$

$$\tan U = \frac{cb}{oc}, \quad (\text{由此式可得 } U)$$

$$\tan V = \frac{cd}{cu} \quad (\text{由此式可得 } V)$$

$cb$  與  $cd$  爲輪之齒頂與齒根, 可由本章第 200 段之表中查出。

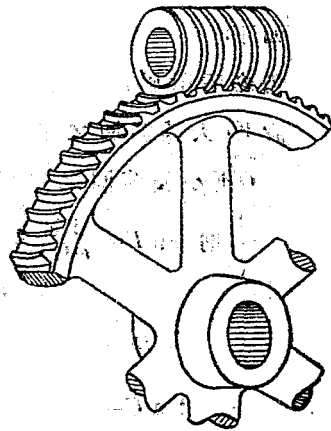
因  $acb$  角 =  $E$  角。

$$\text{故 } ac = cb \cos E$$

故大輪節圓之直徑  $+2ac$  = 大輪之外直徑 (Outside diameter)。用同一之方法,  $R$  之距離可以求出。

小齒輪之角度與各部之尺寸, 亦可用同一方法求之。

234. 螺旋桿與螺旋輪 (Worm and worm wheel) 當一螺旋桿之螺旋線與一齒輪之齒相銜接, 且使輪齒之形狀恰與螺旋線間之空間相同, 如此則當螺旋桿迴轉時, 螺旋線必推動齒輪之齒使之轉動, 此種組合, 謂之螺旋桿與螺旋輪, 多用以傳達互相垂直而不相交之兩軸之運動, 與普通正齒輪不同之點, 不但輪齒微行傾斜, 且中間向內彎曲, 使與螺旋桿上之螺旋線形狀相合接觸之表面遂由之增大, 其情形如第 336 圖所示。



第 336 圖

此種機件之優點, 第一能

傳達甚高之速比較之普通之正齒輪及斜齒輪均高若干倍。第二不易倒行。此種性質，當用於起重機上時，極屬重要。第三工作時所發聲音特小，有前述螺旋輪之優點。

235. 螺旋桿與螺旋輪之速比 螺旋桿與螺旋輪尚有與正齒輪不同之點，即速比與輪之直徑無關，只與螺旋輪上之齒數及螺旋桿上螺旋線之為單為複有關。

又螺旋桿通常皆用為原動部，若係單線螺旋，則螺旋桿每迴轉一週，只使螺旋輪前進一齒，若係雙線螺旋，則使螺旋輪前進二齒，其餘依此類推。

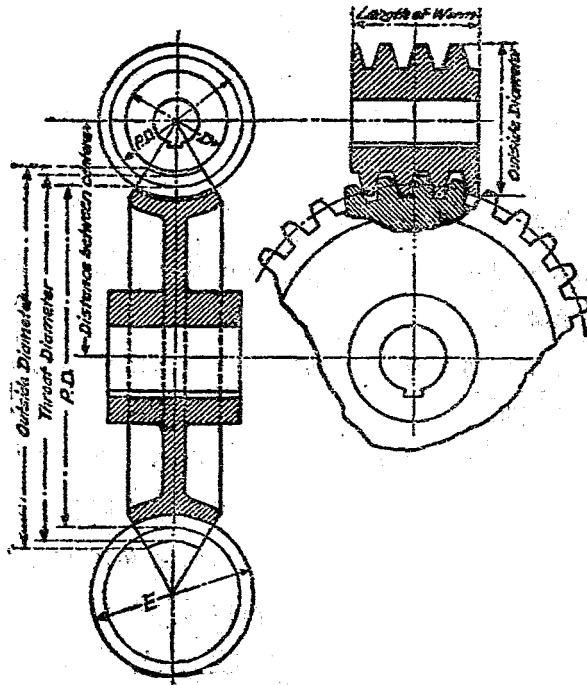
例如螺旋桿係單線而螺旋輪有48齒，則欲使螺旋輪迴轉一週，螺旋桿須迴轉48次，若螺旋桿係雙線，則欲使螺旋輪迴轉一週，螺旋桿須迴轉24次，若螺旋桿係三線，則只須迴轉16次即足，由此可知螺旋桿與螺旋輪節圓之直徑，對於速比並無直接關係。

如螺旋輪之齒節及齒數及兩軸中心線之垂直距離已經給出，則螺旋桿節圓直徑之大小須以兩節圓恰能相切為度。由螺旋輪之齒節及齒數，可算出節圓之直徑，再由兩中心線之垂直距離減去螺旋輪之半徑，即為螺旋桿節圓之半徑。

236. 螺旋桿與螺旋輪所用之輪齒曲線 在螺旋桿與螺旋輪，其輪齒曲線恆用漸開線，因用此線則螺旋桿上之螺旋線，即相當漸開線之齒桿，齒之兩面均係直線，在鑄床上易於製造也。



第 337 圖,表示一螺旋桿與一螺旋輪之側面與正面。左圖表示螺旋輪經過輪軸之切面圖,右圖表示螺旋桿經過桿軸之切面圖。就圖中觀之,可知螺旋桿之切面,與漸開線之齒桿完全相同,螺旋輪之切面,除輪齒中間向內彎曲外,與同一節圓直徑同一齒數之正齒輪相同。



第 337 圖

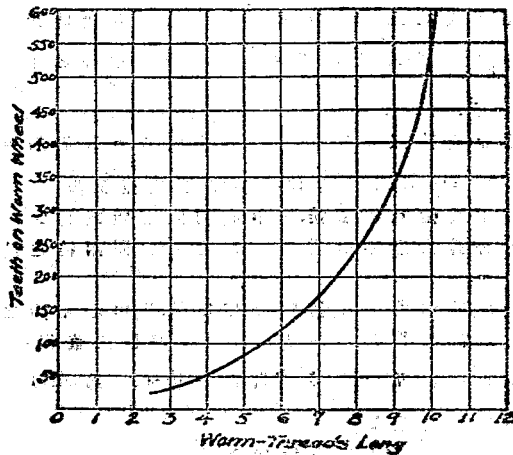
經過各齒最高點之圓,其直徑謂之外直徑(Outside diameter)。經過各齒表面向內彎曲之底部之圓,其直徑謂之內

直徑(Throat diameter 直譯應為喉直徑,因太不普通,故易之)。此圖與同齒節同齒數之正齒輪之頂圓相當。

在左圖下部所表示之直徑  $D$ , 即切螺旋輪之棒形刀(Hob)應有之直徑。

237. 輪齒接觸之情形 螺旋桿與螺旋輪接觸之情形,除在較大之螺旋輪,因齒面較直,偶或有一部分係面接觸外,大致均係線接觸,與正齒輪相似。為使接觸之範圍增大起見,故使螺旋輪之齒製成弧形,包圍螺旋桿,其包圍之角度,約由  $60^\circ$  至  $90^\circ$ 。

238. 螺旋桿之長度 (Length of worm) 螺旋桿之長度,本無一定之限度,但至短亦須使所有能與螺旋輪接觸之處,均



第 338 圖

使接觸，實際上恆使較此為長，以便桿齒一段因應用損傷（螺旋桿上之螺旋線因被磨擦之次數多，故損傷較重）而用其別一段。

第338圖，表示傾斜度為 $14\frac{1}{2}$ 時螺旋輪之齒數與螺旋桿之長度之關係。

## 習 題

- 試述齒輪之基本定律，並證明之。
- 設  $P$  = 徑節，  $C$  = 周節，  $T$  = 齒數，  $D$  = 節圓直徑。
  - $P=10$ ,  $D=5$ , 求  $T$ 。
  - $D=15$ ,  $C=2$ , 求  $T$ 。
  - $T=48$ ,  $D=1\frac{1}{2}$ , 求  $C$ 。
  - $C=1\frac{1}{4}$ ,  $T=30$ , 求  $P$ 。
- 兩正齒輪互相銜接，當原動輪迴轉 5 次時，從動輪迴轉 3 次，周節 =  $\frac{7}{8}$  吋，從動輪之齒數 = 30，試求兩輪中心之距離及原動輪之齒數。
- 兩正齒輪互相銜接，原動輪之齒數 = 60，周節 =  $1\frac{1}{2}$  吋，兩輪中心之距離 = 20 吋，試求從動輪節圓之直徑及齒數。
- 兩正齒輪互相銜接，其中心相距之距離為 20 吋，徑節為 4。如一輪每分鐘之週轉數為別一輪之 3 倍。問兩輪之齒數各為若干。
- 一環狀輪與一小齒輪互相銜接，其中心相距之距離為 8 吋，小齒輪之齒數為 36，徑節為 4，問兩輪節圓之直徑與其齒數。
- 兩正齒輪互相銜接，其齒數一為 50，一為 50，周節為  $1\frac{1}{2}$  吋，問兩輪中心相距之距離。
- 畫一對漸開線正齒輪，傾斜角及節圓頂圓之直徑可隨意設定，求接觸線，並於起始接觸處及終止接觸處各表示互相接

屬之兩齒。

9. 畫一漸開線之齒桿與一小齒輪,使齒桿為原動部,並由右向左運動。試求出其接觸線,傾斜角及頂圓或頂線(Addendum line)可斟酌設定。

10. 畫一漸開線之環狀輪與一小齒輪,使小齒輪為原動輪。按表針迴轉相反之方向迴轉。試表出其接觸線,傾斜角及頂圓可斟酌設定。

11. 試求一最小之三節齒輪之直徑與齒數,傾斜角為 $20^\circ$ 並使進弧等於退弧等於周節,畫節圓與頂圓,如用此小齒輪帶動一齒桿,問此齒桿之齒頂最大之限度為何。

12. 畫一對漸開線正齒輪,彼此互相銜接,並用木片或硬紙作齒形模板,試驗兩齒之接觸線,及起始接觸與終止接觸之情形,與件;兩齒輪之齒數為36與21。

徑節為 $1\frac{1}{2}$ , 傾斜角為 $15^\circ$ 。

小齒輪為原動輪,按表針迴轉相反之方向迴轉。

13. 畫一對漸開線之齒桿與小齒輪,彼此互相銜接,用硬紙試驗兩齒接觸線及兩齒起始接觸與終止接觸之情形。

與件;小齒輪之齒數為21。

徑節為 $1\frac{1}{2}$ , 傾斜角為 $15^\circ$ 。

小齒輪為原動輪,並沿表針迴轉相同之方向迴轉。

14. 畫一漸開線之環狀輪與一小齒輪,彼此互相銜接,與件與第12題相同。

15. 畫一對漸開線正齒輪,株狀齒,彼此互相銜接,傾斜角為 $20^\circ$ ,表示兩齒起始接觸與起始離開之情形。

與件;齒數為36與21。徑節為 $1\frac{1}{2}$ 。

小輪為原動輪,按表針迴轉相反之方向迴轉。

16. 畫一轉圓直徑3吋導圓直徑8吋之外擺線。

17. 畫導圓直徑12吋,轉圓直徑4吋及7吋之兩內擺線。

18. 下列各擺線齒輪之標準轉圓直徑為何。

齒數28, 徑節2, 齒數49, 徑節2。

齒數100, 節圓直徑 $12\frac{1}{2}$ 吋, 齒數86, 徑節4。

徑節 4。節圓直徑 20 吋。

19. 畫一對擺線正齒輪,互相銜接,用輪齒模數試驗接觸情形。表示兩齒起始接觸與起始離開之情形。

與件:兩齒之齒數為 36 與 21。

徑節為  $1\frac{1}{2}$ 。

轉圓之直徑為 4 吋。

小輪為原動輪,按表針迴轉之方向迴轉。

20. 畫一擺線齒桿與一小齒輪互相銜接。用輪齒模數試驗接觸情形。表示兩齒起始接觸與起始離開之情形。

與件:小齒輪之齒數為 21。

徑節為  $1\frac{1}{2}$ 。

轉圓之直徑為 4 吋。

21. 畫一擺線環狀輪與一小齒輪,互相銜接。與件與第 19 題相同。

22. 用第 19 題所有之與件,畫一對擺線正齒輪,(a)作用角要至最大限度。(b)進角要最小。(c)退角要最小。

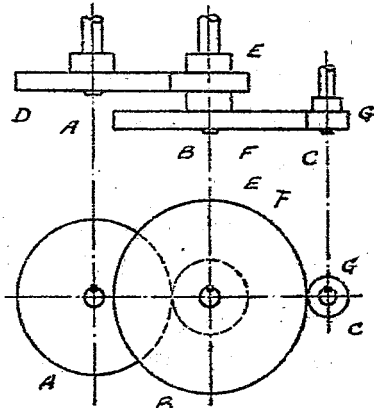
23. 畫一對斜齒輪。其齒數一為 36,一為 27。徑節為 3。傾斜角為  $15^\circ$ 。齒寬為  $2\frac{1}{4}$  吋,漸開線齒。

24. 畫一對漸開線斜齒輪,其速比為 1 比 2,兩輪互成之角度為  $90^\circ$ 。徑節為 2。傾斜角為  $15^\circ$ 。齒寬為  $2\frac{1}{4}$  吋。

## 第十一章 輪系 (Gear trains or wheels in train)

239. 輪系之定義 凡兩個以上之齒輪,互相關聯,為聯合動作,將一軸之運動傳達於別一軸者,統謂之輪系。

如第339圖,  $D$  為一齒輪,裝置於  $A$  軸上,  $E$  為一齒輪,裝置於  $B$  軸上並與  $D$  輪互相銜接。  $F$  為  $B$  軸上之另一齒輪,與  $C$  軸上之  $G$  輪互相銜接,如  $A$  軸迴轉,  $D$  輪必與之同轉,  $E$  輪亦必由之發生迴轉,因  $E$  輪係固定於  $B$  軸之上,故  $B$  軸與之同轉。  $F$  輪亦



第 339 圖

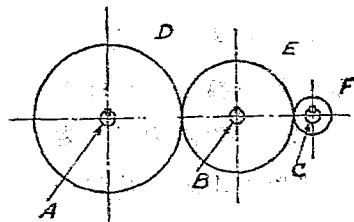
按同大之角速率與之同轉,而  $G$  輪與  $C$  軸自亦因之迴轉。即  $D$  帶動  $E$ ,  $F$  與  $B$  同轉而又帶動  $G$ 。結果  $A$  軸之運動,遂傳達於  $C$  軸也。

240. 原動輪與從動輪 (Driving wheel and driven wheel)

凡互相銜接之兩輪，當發生運動時，其原動者，謂之原動輪，其被動者，謂之從動輪，仍參看前圖，當  $D$  輪迴轉時， $E$  輪即隨之迴轉，故就  $DE$  兩輪言， $D$  為原動輪， $E$  為從動輪，同理，就  $FG$  兩輪言， $F$  為原動輪， $G$  為從動輪。

241. 惰輪 (Idle wheel) 或中輪 (Intermediate wheel) 如第

340 圖， $A$  軸上之  $D$  輪，帶動  $B$  軸上之  $E$  輪，而  $B$  軸上之  $E$  輪，同時又帶動  $C$  軸上之  $F$  輪，故  $E$  輪同時為原動輪與從動輪，此種輪與前後兩輪之速，比無關，故謂之惰輪，亦謂之中輪。



第 340 圖

242. 輪系之值 (Train value) 或輪系之速比 (Speed ratio)

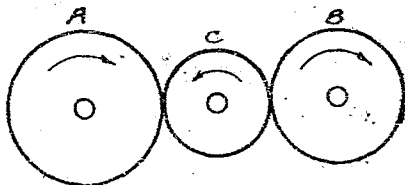
在同一時間內，一輪系最末一輪之迴轉數對於最初一輪之迴轉數之比，謂之此輪系之值 (Value of the train or train value)。或謂之此輪系之速比 (Speed ratio)。常用字母  $e$  代表之。

參看第 339 圖，設  $A$  軸每分鐘迴轉 25 次，按各輪之大小及齒數，結果可使  $C$  軸每分鐘迴轉 150 次，故此輪系之值為  $\frac{150}{25} = 6 = e$ 。又就圖上觀之，倘  $A$  軸向右迴轉， $B$  軸必向左迴轉， $C$  軸則又向右迴轉，即  $C$  軸迴轉之方向與  $A$  軸相同，此時輪系之值，謂之正號，而於輪系數值之前，添一 (+) 號以別之，如

中間所有之軸數或輪數，使最末之軸與最初之軸迴轉之方向相反，則輪系之值謂之負號而於輪系數值之前，置一(-)號以別之。

243. 單式輪系與複式輪系 凡一輪系中各軸上只有一輪者，謂之單式輪系，如前第 340 圖之輪系是，凡一輪系中除首末兩輪外，各軸上各有兩輪，或其中有一軸或數軸上有兩輪者，謂之複式輪系，如前第 339 圖之輪系是。

244. 單式輪系 如第 341 圖。設  $A$  為最初之原動輪， $B$  為最末之從動輪， $C$  為惰輪或中輪。



第 341 圖

$N_A, N_B, N_C$  依次為三輪每分鐘之迴轉數， $T_A, T_B, T_C$  依次為三輪之齒數。

則就  $A$  與  $C$  兩輪言，

$$\frac{N_C}{N_A} = \frac{T_A}{T_C} \dots\dots\dots (1)$$

就  $C$  與  $B$  兩輪言，

$$(2) \frac{N_B}{N_C} = \frac{T_C}{T_B} \dots\dots\dots (2)$$

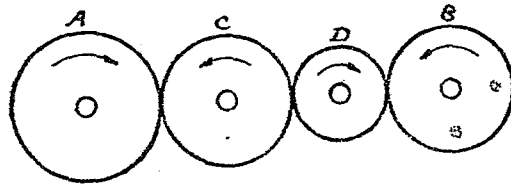
兩等式兩邊相乘，得：



$$\frac{N_C}{N_A} \times \frac{N_B}{N_C} = \frac{T_A}{T_C} \times \frac{T_C}{T_B}$$

$$\text{或 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} \dots\dots\dots(105)$$

又如第 342 圖，設  $A$  爲最初之原動輪， $B$  爲最末之從動輪， $C$  與  $D$  爲兩惰輪或中輪。 $N_A, N_B, N_C, N_D$  依次爲四輪每分鐘之迴轉數， $T_A, T_B, T_C, T_D$  依次爲四輪之齒數。



第 342 圖

則與前同理，得

$$\frac{N_C}{N_A} = \frac{T_A}{T_C} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{N_D}{N_C} = \frac{T_C}{T_D} \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{N_B}{N_D} = \frac{T_D}{T_B} \dots\dots\dots(3)$$

三等式兩邊相乘，得

$$\frac{N_C}{N_A} \times \frac{N_D}{N_C} \times \frac{N_B}{N_D} = \frac{T_A}{T_C} \times \frac{T_C}{T_D} \times \frac{T_D}{T_B}$$

$$\text{或 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} \dots\dots\dots(106)$$

由(100)與(106)兩式觀之，可知在單式輪系，所有中輪之

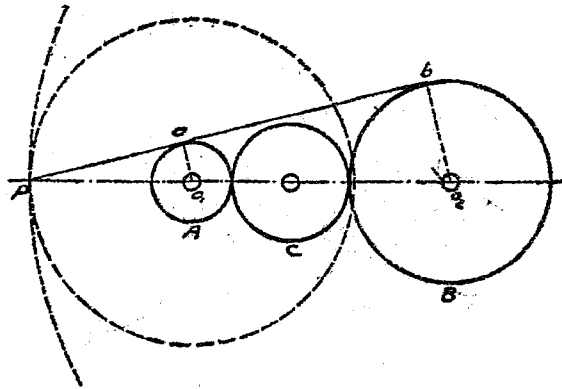
數目及各中輪之齒數對於輪系之值,不生關係,與首末兩輪直接互相接觸者相同。

245. 單式輪系用中輪之利 在單式輪系,中輪雖對於輪系之值無關,然對於首末兩輪迴轉之方向 (或輪系之值之爲正爲負)及其大小,則大有關係。

凡中輪之數爲一或任何奇數者,則首末兩輪迴轉之方向相同,即輪系之值爲正號,凡中輪之數爲二或任何偶數者,則首末兩輪迴轉之方向相反,即輪系之值爲負號。

又如首末兩輪迴轉之方向及其速比已經指定,則用中輪時,其首末兩輪較小,若首末兩輪直接銜接,則兩輪較大。

如第343圖,欲使 $o_2$ 軸對於 $o_1$ 軸之速比爲 $1:2$ 且使其迴轉之方向相同,則任意計畫兩輪 $A$ 與 $B$ ,使 $B$ 輪節圓之半徑 $o_2b$ 爲 $A$ 輪節圓之半徑 $o_1a$ 之二倍。再於中間置一適宜之中



第 343 圖

輪C,使彼此互相銜接即可,(C輪之軸是否在 $o_1o_2$ 線上均可).

若不用中輪既欲迴轉同向,則B輪須為一環狀輪至兩輪之大小,可求之如下:

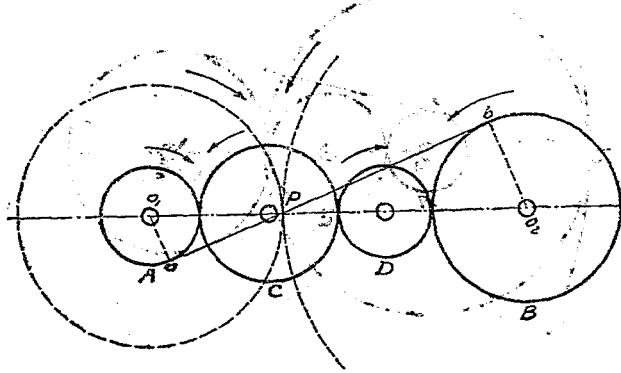
畫AB兩輪節圓之公切線 $ba$ ,並引長之,使與 $o_1o_2$ 引長線相交於P點,則 $o_1P$ 即為所求小齒輪節圓之半徑, $o_2P$ 即為所求環狀輪節圓之半徑.

因 $Pc_1o_1$ 與 $Pb_2o_2$ 兩三角形為相似三角形.

$$\frac{o_1P}{o_2P} = \frac{o_1a}{o_2b} = \frac{1}{2} = \text{所求之速比也.}$$

如第344圖,欲使 $o_2$ 軸對於 $o_1$ 軸之速比為1:2,且使其迴轉之方向相反,則任意計畫AB兩輪,使B輪節圓之半徑 $o_2b$ 為A輪節圓之半徑 $o_1a$ 之二倍,再於中間置兩中輪C與D,使彼此互相銜接即可.

若不用中輪則B輪節圓之半徑,須為 $o_1o_2$ 線之三分之



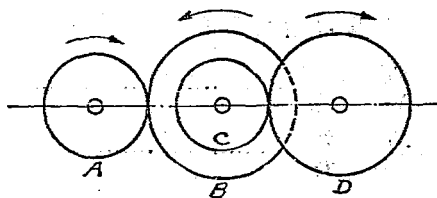
第 344 圖

二、 $A$  輪節圓之半徑須為  $o_1o_2$  線之三分之一，或與前圖之方法比照求之如下：

畫  $AB$  兩輪節圓之公切線  $ab$ ，與  $o_1o_2$  線相交於  $P$  點，則  $o_1P$  即為  $A$  輪節圓應有之半徑， $o_2P$  即為  $B$  輪節圓應有之半徑。因  $Pao_1$  與  $Pbo_2$  兩三角形，為相似三角形， $\frac{o_1P}{o_1P} = \frac{o_1a}{o_2b} = \frac{1}{2}$  所求之速比也。

兩圖上用虛線所表示者，為不用中輪時，兩輪節圓應有之大小，比較觀之，可知用中輪時與不用中輪時，輪之大小所差甚鉅，大小既差，則購置時之價值及所占之面積，均因之而異。

246. 複式輪系 如第 345 圖，設  $ABC$  四齒輪組成一複式輪系， $A$  為最初之原動輪， $D$  為最末之從動輪， $B$  與  $C$  為兩中輪，(在複式輪系中輪不能稱為惰輪)，並設  $N_A, N_B, N_C, N_D$  依次為四輪每分鐘之迴轉數， $T_A, T_B, T_C, T_D$  依次為四輪之齒數。



第 345 圖

$$\text{則 } \frac{N_B}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{N_D}{N_C} = \frac{T_C}{T_D} \dots\dots\dots (2)$$

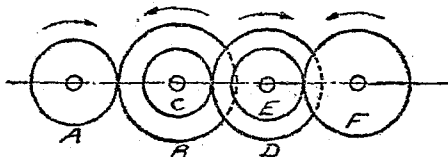
兩等式兩邊相乘得

$$\frac{N_B}{N_A} \times \frac{N_D}{N_C} = \frac{T_A}{T_B} \times \frac{T_C}{T_D}$$

但  $BC$  兩輪在一軸上, 故  $N_B = N_C$ ,

$$\text{故 } \frac{N_D}{N_A} = \frac{T_A \times T_C}{T_B \times T_D} \dots\dots\dots (107)$$

又如第 346 圖設  $ABCDEF$  六輪組成一複式輪系,  $A$  爲最初之原動輪,  $F$  爲最末之從動輪,  $BCDE$  皆爲中輪, 裝置於兩個中軸上。



第 346 圖

並設  $N_A, N_B, N_C, N_D, N_E, N_F$  依次爲六輪每分鐘之迴轉數,  $T_A, T_B, T_C, T_D, T_E, T_F$  依次爲六輪之齒數。

$$\text{則 } \frac{N_E}{N_A} = \frac{T_A}{T_B} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{N_D}{N_C} = \frac{T_C}{T_D} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{N_F}{N_E} = \frac{T_E}{T_F} \dots\dots\dots (3)$$

三等式兩邊相乘得

$$\frac{N_B}{N_A} \times \frac{N_D}{N_C} \times \frac{N_F}{N_E} = \frac{T_A}{T_B} \times \frac{T_C}{T_D} \times \frac{T_E}{T_F}$$

但  $BC$  兩輪在一軸上,  $DE$  兩輪在一軸上, 故  $N_B = N_C$ ,  
 $N_D = N_E$ .

$$\text{故 } \frac{N_F}{N_A} = \frac{T_A \times T_C \times T_E}{T_B \times T_D \times T_F} \dots\dots\dots(108)$$

又就兩圖觀之, 按  $AB$  二輪言,  $A$  爲原動輪,  $B$  爲從動輪, 按  $CD$  二輪言,  $C$  爲原動輪,  $D$  爲從動輪, 按  $EF$  二輪言,  $E$  爲原動輪,  $F$  爲從動輪, 故(107)與(108)兩式, 又可用下文表之。

在複式輪系, 其輪系之值或末輪每分鐘之迴轉數對於首輪每分鐘之迴轉數之比, 恆等於所有原動輪齒數連乘對於所有從動輪齒數連乘之比。

因齒輪節圓直徑與其齒數成正比, 故在複式輪系, 其輪系之值又等於所有原動輪節圓直徑連乘對於所有從動輪節圓直徑連乘之比。

全系中若有惰輪雜於其中, 最好置之不計, 或使一次爲原動輪, 一次爲從動輪。

又在複式輪系首末兩輪迴轉方向之關係, 可易言之如下。

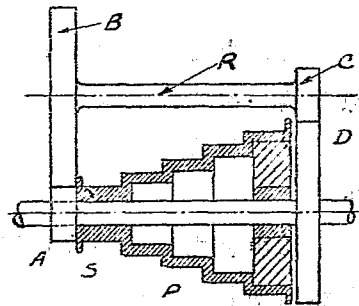
凡中軸之數爲一或任何奇數者, 則首末兩輪迴轉之方向相同, 即輪系之值爲正號。凡中軸之數爲二或任何偶數者, 則首末兩輪迴轉之方向相反, 即輪系之值爲負號。

247. 用複式輪系之利 就前段之結果觀之, 可知用複式輪系, 不但有變換方向及縮小所占面積之利, 且中輪之齒數

對於首末兩輪之速比，亦發生關係。倘備多數齒數不同之齒輪，由適宜之配合，則首末兩輪之速比，亦可任意變更。（在單式輪系無此結果），又在複式輪系，輪系之值，極易得到較大之數值，而各個輪之齒數或大小，則相去並不甚遠。若在單式輪系，倘輪系之值甚大時，則兩輪之齒數必相差太多，兩輪損傷之程度，必致太不平均。

248. 原動輪與從動輪在同心軸上 (Driving and driven gears having coincident axes) 如將一輪系最初之原動輪與最末之從動輪裝置於同心之兩軸上，則全輪系所占之面積尤小，普通鑄床之背輪 (Back gear) 卽其一例。如第 347 圖， $P$  爲鑄床之塔輪， $ABCD$  爲四齒輪， $A$  輪固定於塔輪上，與一平行軸  $R$  上之  $B$  輪相銜接。 $R$  軸上之  $C$  輪，復與工作軸上之  $D$  輪相銜接，工作軸與塔輪軸同心，但非係一軸。

$R$  軸對於  $S$  軸之位置，可以任意移動，移近之則輪系發生作用，遠移之則背輪不發生作用， $D$  輪對於塔輪，亦可由一螺旋分合之。



第 347 圖

當不用背輪時，將  $R$  軸遠移，一面將  $D$  輪管於塔輪上，工作軸之速率遂與塔輪之速率相同，如塔輪有四級，即可得四

種不同之速率。

當用背輪時，一面使  $D$  輪與塔輪分開，一面將  $R$  軸移近，使兩對齒輪均彼此銜接，塔輪之迴轉運動，先由  $A$  輪傳於  $B$  輪，再由  $C$  輪傳於  $D$  輪而達於工作軸。工作軸之速率遂與塔輪之速率不同，按(107)式，得

$$\frac{\text{工作軸之速率}}{\text{塔輪之速率}} = \frac{A \text{ 輪之齒數} \times C \text{ 輪之齒數}}{B \text{ 輪之齒數} \times D \text{ 輪之齒數}}$$

如塔輪有四級，又可得四種不同之速率，故利用背輪之裝置，工作軸之速率數，可加倍。又因  $R$  軸與  $S$  軸係平行，故  $AB$  兩輪節圓直徑之和，恆須與  $CD$  兩輪節圓直徑之和相等。

例題 35. 某銼床上之塔輪，共有四級，各級皮帶輪之直徑為  $3\frac{1}{4}$ "， $4\frac{1}{2}$ "， $6$ "， $7\frac{3}{4}$ "。對軸上之塔輪，其各級皮帶輪之直徑為  $8\frac{13}{16}$ "， $7\frac{3}{4}$ "， $6$ "， $4\frac{1}{2}$ "。對軸每分鐘之迴轉數為 275 次，其背輪輪系上各輪之齒數，計  $A=28$  齒， $B=84$  齒， $C=28$  齒， $D=84$  齒，問此銼床之速率各為何。

(a) 不用背輪，銼床每分鐘之迴轉數對於對軸每分鐘之迴轉數之比，與皮帶輪之直徑成反比，故能得之四種速率為

$$(1) 8\frac{13}{16} \div 3\frac{1}{4} \times 275 = 675 \text{ 次。}$$

$$(2) 7\frac{3}{4} \div 4\frac{1}{2} \times 275 = 474 \text{ 次。}$$



$$(3) 6 \div 6 \times 275 = 275 \text{ 次。}$$

$$(4) 8 \frac{1}{2} \div 7 \frac{3}{4} \times 275 = 160 \text{ 次。}$$

(b) 用背輪時，因背輪輪系之值為  $\frac{28 \times 28}{84 \times 84} = +\frac{1}{9}$ 。故齒床每分鐘之迴轉數對於對軸每分鐘之迴轉數之比較前均減至九分之一，故又得四種速率如下：

$$(5) 675 \times \frac{1}{9} = 75 \text{ 次。}$$

$$(6) 474 \times \frac{1}{9} = 53 \text{ 次。}$$

$$(7) 275 \times \frac{1}{9} = 31 \text{ 次。}$$

$$(8) 160 \times \frac{1}{9} = 18 \text{ 次。}$$

在每次計算時，所得結果只用較近之整數，因在此種問題，對軸每分鐘之迴轉數及齒床上塔輪每分鐘之迴轉數，因皮帶之滑動及皮帶之厚等，恆不能十分確定，精密計之，亦屬無用也。

249. 兩輪齒接觸之回數 (Frequency of contact between teeth) 設有兩齒輪  $G_1$  與  $G_2$  其齒數為  $T_1$  與  $T_2$ ，兩數之最大公約數為  $a$ 。

$$\text{並設 } T_1 = at_1, \quad T_2 = at_2.$$

$$\text{得 } \frac{G_1 \text{ 之迴轉數}}{G_2 \text{ 之迴轉數}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{at_2}{at_1} = \frac{t_2}{t_1}.$$

當一對齒互相接觸,至再行接觸,兩輪上各須經過之齒數為  $T_1$  與  $T_2$  之最小公倍數  $at_1t_2$ 。

故一對齒自第一次接觸至再行接觸,

$$G_1 \text{ 輪之迴轉數} = \frac{at_1t_2}{at_1} = t_2,$$

$$G_2 \text{ 輪之迴轉數} = \frac{at_1t_2}{at_2} = t_1.$$

故  $t_1$  與  $t_2$  之數值愈小,則同對齒在一定之時間內重行接觸之回數必愈多。

設兩軸每分鐘迴轉數之比,須約為 5 比 2。

$$\text{如 } T_1=80, \quad T_2=32.$$

$$\text{則 } \frac{T_1}{T_2} = \frac{80}{32} = \frac{5}{2}.$$

即每當齒數  $T_1$  之輪迴轉 2 次,齒數  $T_2$  之輪迴轉 5 次,同對之齒即重行接觸一次。

若使  $T_1$  之數值改為 81,則  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{81}{32}$  仍約等於  $\frac{5}{2}$ 。即兩軸每分鐘迴轉數之比,實際上可謂無顯著之改變,但齒數  $T_1$  之輪須迴轉 32 次,齒數  $T_2$  之輪須迴轉 81 次,同對之齒方能重行接觸一次。

依此種方法加入一齒足減少同對之齒重行接觸之次數,同時即能使全輪上各齒之傷損,比較均勻,此種作用,在鑄造或製造較粗之齒輪,頗有相當好影響。因在此種齒輪,倘某齒上有不規則之部分,則使其影響分配於大多數之齒上,較

之恆及於一二齒止者，傷損自較均勻也。

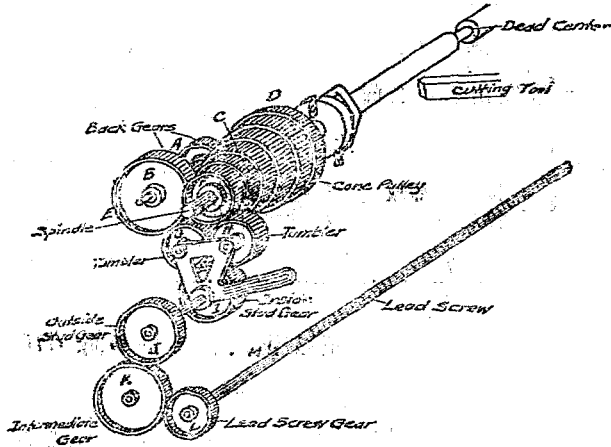
若兩輪之齒數恰為互質數時，結果最好，如前例  $T_1$  與  $T_2$  一為 81，一為 32，即其一例。

350. 銼床上之輪系 第 348 圖表示普通銼床上之輪系。在  $B$  軸上有  $F, C$  及  $D$  三齒輪與一塔輪， $D$  輪對於塔輪若由一栓管於一處，則同時迴轉，若不管於一處，則各自迴轉， $C$  輪裝置於塔輪上，恆與之共同迴轉， $A$  與  $B$  則為背輪 (Back gear)，裝置於與  $B$  軸平行之一軸上，可使與  $CD$  兩輪互相銜接，亦可使之分離，其作用如第 248 段所述。

$F$  輪裝置於  $B$  軸上，用以傳達  $B$  軸之運動於全輪系者， $G$  與  $H$  為兩個小齒輪，謂之翻轉輪 (Tumblers)。所以變換導螺旋 (Lead screw)  $M$  迴轉之方向者，在圖上所表示之情形，係  $F$  帶動  $H$ ， $H$  帶動  $G$ ， $G$  再帶動  $I$ 。然為變換  $M$  迴轉之方向起見， $H$  可離開  $F$  而使  $G$  直接與  $F$  相銜接，以減去一中軸之數目。 $F$  與  $I$  普通多係同大，如不係同大，則  $I$  多為  $F$  之兩倍。如此則  $I$  之迴轉數為  $B$  軸迴轉數之二分之一。

$I$  謂之內突出輪 (Inside stud gear)。在同軸上，復有一外突出輪  $J$  (Outside stud gear)。 $K$  謂之中輪 (Intermediate gear) 一邊與  $J$  輪相銜接，一邊與導螺旋上之齒輪  $L$  相銜接，齒輪  $L$  有時謂之導螺旋輪 (Lead screw gear)。如按上述之情形，即假定  $F$  與  $I$  同大，則當銼螺旋時，對於所銼螺旋每吋之線數有關係之輪，僅為外突出輪  $J$  與導螺旋輪  $L$ ，中輪  $K$  係裝置

於一活動架之長孔中故其軸可遠可近,可上可下,以便與大小不同之  $J$  輪與  $L$  輪均能相接。



第348圖

鑷刀係裝置於一刀架上,此刀架備有陰螺旋,裝置於導螺旋之上,依導螺旋迴轉之方向,或向左移動,或向右移動。

如導螺旋上每吋有 8 線,則每當迴轉 8 次時,鑷刀必向一邊移動一吋,在此時間內,如擬鑷之螺旋迴轉 4 次,則每吋必鑷出 4 線,如迴轉 6 次,則每吋必鑷出 6 線。

因  $G, H$  與  $I$  皆係惰輪,若  $F$  與  $J$  尚大,則  $J$  輪之迴轉數,即可代表  $B$  軸之迴轉數,亦可代表所鑷螺旋之迴轉數。 $L$  輪之迴轉數,當然與導螺旋之迴轉數相同。

故  $JL$  兩輪之齒數與所鑷螺旋及導螺旋迴轉數之關係,

可求之如下:

設  $N$  = 所鑽螺旋每吋擬出之線數。

$n$  = 導螺旋每吋之線數。

$T$  = 導螺旋輪  $L$  之齒數。

$t$  = 外突出輪  $J$  之齒數。

因迴轉數與齒數成反比。

$$\text{故 } \frac{J \text{ 輪之迴轉數}}{L \text{ 輪之齒數輪}} = \frac{L \text{ 輪之齒數}}{J \text{ 輪之齒數}}$$

$$\text{或 } \frac{N}{n} = \frac{T}{t} \dots\dots\dots(109)$$

若  $F$  與  $I$  之齒數不同,則須按複式輪系計算。除  $GH$  與  $K$  三惰輪不計外,得

$$\frac{N}{n} = \frac{L \text{ 輪之齒數} \times I \text{ 輪之齒數}}{J \text{ 輪之齒數} \times F \text{ 輪之齒數}} \dots\dots\dots(110)$$

若  $I$  輪之齒數,恰為  $F$  輪之二倍,則輪系中已有一比為  $2:1$ ,故求  $L$  與  $J$  兩輪之齒數時,將  $\frac{N}{n}$  之比值中,先劈出一  $\frac{2}{1}$  之因數(在一定之鑽床上,  $F$  輪與  $I$  輪之齒數多係一定)。

例如  $n=6$ , 欲鑽一每吋 3 線之螺旋,則

$$\frac{N}{n} = \frac{3}{6} = \frac{2 \times 3}{2 \times 6} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{12} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{1} \times \frac{16}{64},$$

$$\text{或 } = \frac{2}{1} \times \frac{18}{72},$$

$$\text{或 } = \frac{2}{1} \times \frac{20}{80},$$

即  $L$  輪之齒數可用 16, 或用 18, 或用 20,  $J$  輪之齒數可用 64, 或用 72, 或用 80, 均得同一之結果也。

如欲鑿一每吋 4 線之螺旋, 則

$$\frac{N}{n} = \frac{4}{6} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{1} \times \frac{20}{60} = \frac{2}{1} \times \frac{24}{72}.$$

例題 36. 參看前圖, 設導螺旋每吋之線數為 4,  $F$  輪之齒數為 20,  $I$  輪之齒數為 30,  $J$  輪之齒數為 27,  $L$  輪之齒數為 54, 問所鑿之螺旋每吋之線數若干。

按(110)式, 得

$$\frac{N}{4} = \frac{54 \times 30}{27 \times 20} = 3$$

$$\text{故 } N = 4 \times 3 = 12.$$

例題 37. 如導螺旋每吋之線數及  $F$  與  $I$  兩輪之齒數仍與前題相同, 如欲鑿一每吋 15 線之螺旋, 試求  $J$  與  $L$  兩輪之齒數。

仍按(110)式, 得

$$\frac{15}{4} = \frac{L \text{ 輪之齒數}}{J \text{ 輪之齒數}} \times \frac{30}{20}$$

$$\text{即 } \frac{L \text{ 輪之齒數}}{J \text{ 輪之齒數}} = \frac{20}{30} \times \frac{15}{4} = \frac{5}{2}.$$

即任擇適宜之兩輪, 但使  $L$  輪之齒數對於  $J$  輪之齒數之比為 5 比 2, 即可達到所求之結果, 如 50 與 20, 60 與 24 均可。

例題 38. 某鑿床導螺旋每吋之線數為 4, 附帶各齒輪之齒數為 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 69, 72, 78, 84,  $F$  與  $I$  兩輪之齒數

相同，如欲鏤一每吋 6 線之螺旋，試求  $D$  與  $J$  兩輪之齒數。

$$\text{按公式 } \frac{N}{n} = \frac{T}{t}$$

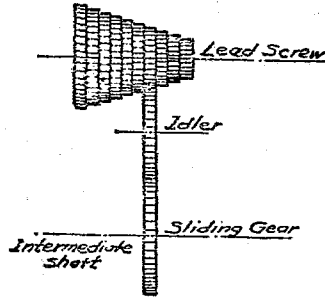
$$\text{得 } \frac{T}{t} = \frac{N}{n} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

即任擇適宜之兩輪，其齒數為 3 比 2 即可按所有之輪中察之，用 36 與 24, 54 與 36, 72 與 48, 均可得同一結果。

251. 自動變輪 (Automatic change gears) 用前段所述之方法，若工人對於鏤床配輪無相當之知識與經驗，往往發生差誤，或耗費時間，故新式鏤床多備一種自動變輪裝置，不必臨時運算。

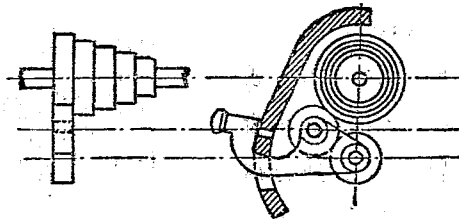
就(109)式觀之，可知倘導螺旋每吋之線數  $n$  及外突出輪  $J$  (Outside stud gear) 之齒數均一定不變，則所鏤螺旋每吋之線數恆依導螺旋輪之齒數而變化，若根據  $n$  之數值及  $J$  輪之齒數，計算普通常用之螺旋線數應用之導螺旋輪齒數，製多數齒輪，並裝置於導螺旋上。

如第 349 圖所示，並於外突出輪與導螺旋輪之間，置一中軸 (Intermediate shaft)，中軸上置一滑輪 (Sliding gear)。由一惰輪與導螺旋輪互相銜接，此滑輪與惰輪係裝置於可以左右上下運動之一柄上，以便改變導螺旋輪上大小不同之輪。此一部分裝置，多置於一箱中，箱之表面與各輪對照處，將應鏤螺旋每吋之線數，各記一數字，故鏤螺旋時，將柄移於正對。



第 349 圖

某數字處，所鑄螺旋每吋即出若干線數，其大致情形，如第 350 圖所示。



第 350 圖

252. 時鐘上之輪系 第 351 圖，表示一普通時鐘上之輪系。各輪附近之數字，皆係代表輪之齒數掣子 (Verge or anchor)  $O$  隨同擺  $P$  擺動，倘擺每秒鐘擺動一次，則每當擺動兩次或每經過兩秒鐘，掣子下之輪 (有時謂之逃輪 Escape wheel) 即迴轉一齒，故  $A$  軸每分鐘必迴轉一整周，用以帶動秒針  $S$  極為適宜。 $A$  與  $C$  兩軸間輪系之值為  $\frac{C \text{ 軸之迴轉數}}{A \text{ 軸之迴轉數}} = \frac{8 \times 8}{60 \times 64} = \frac{1}{60}$



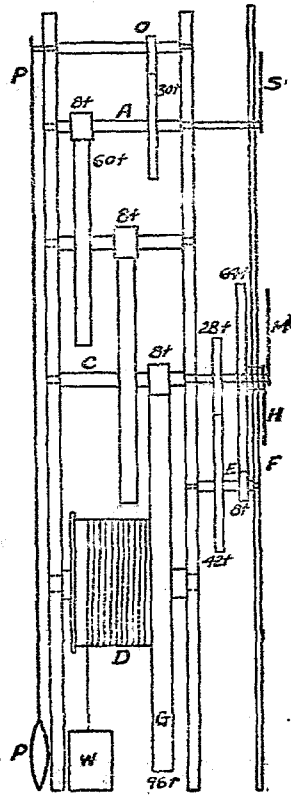
或  $A$  軸每當迴轉 60 周時,  $C$  軸即迴轉一周, 故  $C$  軸宜於帶動分針  $M$ 。

時針  $H$  與分針同心, 惟係用一空筒軸頭裝置於鬆輪  $F$  上 ( $F$  輪並未固定於  $C$  軸上)。 $F$  輪對於  $C$  軸係由一輪系及一中軸  $E$  連接之, 此輪系之值為

$$\frac{H \text{ 針之迴轉數}}{M \text{ 針之迴轉數}} = \frac{28 \times 8}{42 \times 64} = \frac{1}{12}$$

故  $F$  輪宜於帶動時針  $H$ 。

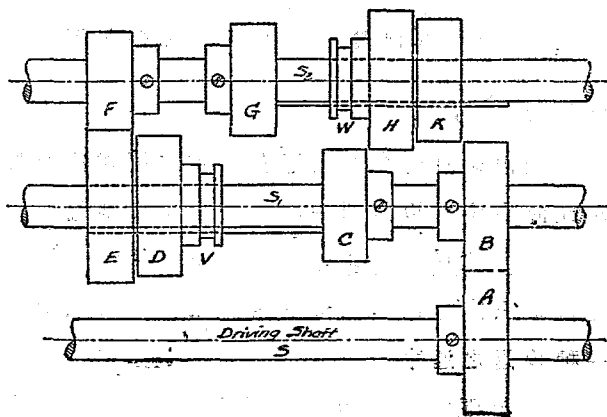
因  $D$  捲筒上所連之齒輪  $G$ , 其齒數為 96, 與  $C$  軸上 8 齒之輪相銜接, 故每當分針迴轉 12 周時,  $D$  筒即迴轉一周, 即每一晝夜,  $D$  筒即迴轉 2 周。若欲此鐘自行 8 日,  $D$  筒上之繩索, 至少須纏繞 16 周。



第 351 圖

253. 帶動鉋床之輪系 (Planer drive) 第 352 圖表示一帶動鉋床之輪系之一部。 $S_1$  軸被一電動機或一對軸帶動, 並由  $AB$  兩齒輪傳其運動於  $S_1$  軸。在  $S_1$  軸上有  $ED$  兩齒輪, 彼此固定於一處, 但能沿軸上之一長鍵 (Key) 左右移動, 故一面須隨

軸迴轉，一面可由一移動裝置，在  $V$  槽沿軸移動之。在  $S_2$  軸上亦有同樣裝置之一對齒輪  $HK$ 。至  $BC$  兩齒輪係固定於  $S_1$  軸上。 $FG$  兩齒輪係固定於  $S_2$  軸上。 $S_2$  軸之一端復裝置一皮帶輪（圖上未表示），由皮帶帶動鉋床之平台。此種組合，係使工人由  $S$  軸之一種速率，可在  $S_2$  軸上得出四種不同之速率，即使鉋床之平台得到四種不同之速率。



第 352 圖

使  $HK$  兩輪在圖上所示之位置，使  $DE$  兩輪向左移動，至  $EF$  兩輪互相銜接， $E$  輪即帶動  $F$  輪。輪系之值，或  $S_2$  軸對於  $S$  軸迴轉數之比為

$$\frac{A \text{ 輪之齒數} \times E \text{ 輪之齒數}}{B \text{ 輪之齒數} \times F \text{ 輪之齒數}}$$

其餘各輪如  $CDG$  等均無作用

如將  $DE$  兩輪向右移動，使移動之距離微長於  $E$  輪之齒寬， $EF$  兩輪互相離開，則全體位於中立之地位（Neutral

Position), 即運動不能傳達。如將  $DE$  兩輪再向右移動, 使  $DG$  兩輪互相銜接, 則  $S_2$  軸對於  $S$  軸迴轉數之比為

$$\frac{A \text{ 輪之齒數} \times D \text{ 輪之齒數}}{B \text{ 輪之齒數} \times G \text{ 輪之齒數}}$$

若仍將  $DE$  兩輪移於中立地位, 並向右移動  $HK$  兩輪, 直至  $K$  輪與  $B$  輪互相銜接, 則兩軸迴轉數之比為  $\frac{A}{B} \times \frac{B}{K}$ 。

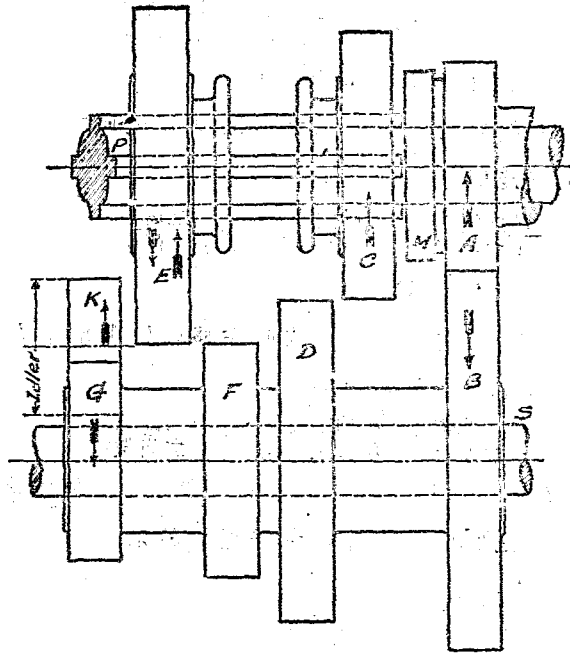
若向左移動  $HK$  兩輪, 使  $CH$  兩輪互相接觸, 則兩軸迴轉數之比為  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{H}$ 。

移動此兩組滑動輪之槓桿, 有一定之關聯, 務使當一組能向左或向右移動以前, 別一組必歸於中立地位。

254. 汽車上之輪系 (Automobile transmission) 第 353 圖, 表示普通汽車上傳達速率之輪系, 能由之得到三種前進之速率及一種後退之速率。

齒輪  $A$  裝置於直接由發動機帶動之套管之一端, 在  $P$  軸之一端自由迴轉, 在對軸  $S$  上, 有  $BDFG$  四齒輪, 彼此固定於一處, 恆發生同一之迴轉運動。全組之目的, 係使  $A$  輪按一定之速率迴轉, 而使  $P$  軸在同一方向能得三種大小不同之速率迴轉, 在相反之方向, 能得一種速率迴轉。

$B$  輪與  $A$  輪互相銜接, 故對軸迴轉之方向與  $A$  輪相反, 且對軸迴轉數對於  $A$  輪迴轉數之比等於  $A$  輪之齒數對於  $B$  輪齒數之比。



第 353 圖

*CB* 兩輪在圖上所示之位置時，對軸之迴轉，無甚作用，即全組位於中立之地位。*A* 輪左邊之軸頭 *M*，其周圍具有若干齒，*C* 輪右邊之內部，則具有相當之齒槽，當 *C* 輪向右移動時，能與 *M* 上之齒互相嵌合，結於一處，又因 *C* 輪係沿 *P* 軸上之長鍵滑向左右，故當 *C* 輪隨 *M* 迴轉時，*P* 軸即隨之迴轉，結果使 *P* 軸按 *A* 輪同一之速率迴轉，得傳動之高速 (High speed)。如將 *C* 輪由現在之地位向左移動，使與 *D* 輪互相銜接，則

$$\frac{P \text{ 之速率}}{A \text{ 之速率}} = \frac{A \text{ 輪之齒數} \times D \text{ 輪之齒數}}{B \text{ 輪之齒數} \times C \text{ 輪之齒數}}$$

得傳動之中速(Intermediate speed)。

如將  $C$  輪置於圖上所示之地位,將  $E$  輪向右移動,使與  $F$  輪互相銜接,則

$$\frac{P \text{ 之速率}}{A \text{ 之速率}} = \frac{A \text{ 輪之齒數} \times F \text{ 輪之齒數}}{B \text{ 輪之齒數} \times E \text{ 輪之齒數}}$$

得傳動之低速(Low speed)。

如將  $E$  輪由其中立之地位向左移動,使與惰輪  $K$  互相銜接, $K$  輪則係由  $G$  輪帶動,則

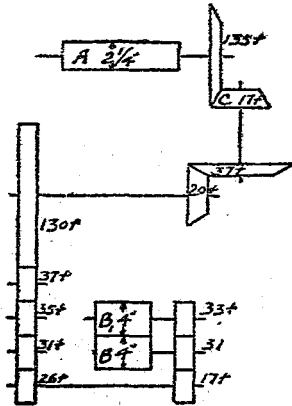
$$\frac{P \text{ 之速率}}{A \text{ 之速率}} = \frac{A \text{ 輪之齒數} \times G \text{ 輪之齒數}}{B \text{ 輪之齒數} \times E \text{ 輪之齒數}}$$

因  $GE$  兩輪,中間插入一惰輪,故  $E$  輪或  $P$  軸迴轉之方向與  $A$  輪迴轉之方向相反,即得到後退之結果。

255. 梳棉機上之輪系(Cotton card train) 第354圖表示一梳棉機上之輪系,各輪之齒數,如圖上所示,此輪系之值為

$$\begin{aligned} \frac{B \text{ 捲軸之迴轉數}}{A \text{ 捲軸之迴轉數}} &= \\ \frac{135}{17} \times \frac{37}{20} \times \frac{130}{26} \times \frac{17}{33} &= \\ +37.84. \end{aligned}$$

在此種機械,經過  $A$  捲軸下之棉層,當經過機械時,大被延長,



第 354 圖

故有時須計算  $AB$  兩捲軸之表面速率 (Surface speed), 以資比較。又因表面速率等於  $2\pi \times$  迴轉數  $\times$  半徑, 或迴轉數  $\times \pi \times$  直徑。

$$\text{故得 } \frac{B \text{ 捲軸之表面速率}}{A \text{ 捲軸之表面速率}} = \frac{B \text{ 捲軸之迴轉數} \times B \text{ 捲軸之直徑}}{A \text{ 捲軸之迴轉數} \times A \text{ 捲軸之直徑}} =$$

$$37.84 \times \frac{4}{2.25} = 67.27.$$

256. 起重機上之輪系 (Hoisting machine train) 正齒輪之輪系, 有時用於起重機上, 前曾於第二章述其一二實例, 由其輪系之值, 可求其作力對於所能起之重之關係, 第 355 圖即表示其簡單之組織, 此輪系之值為

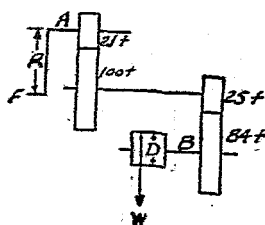
$$\frac{B \text{ 軸之迴轉數}}{A \text{ 軸之迴轉數}} = \frac{21 \times 25}{100 \times 84} = \frac{1}{16}$$

$$\text{設 } D = 15'', R = 1\frac{1}{4} = 15''.$$

$$\text{則 } \frac{W \text{ 之速率}}{F \text{ 之速率}} = \frac{1}{16} \times \frac{15}{30} = \frac{1}{32}$$

$$\therefore \frac{F}{W} = \frac{W \text{ 之速率}}{F \text{ 之速率}} = \frac{1}{32}$$

即倘不計磨擦力之消耗加一倍之作力, 可起 32 倍之重也。



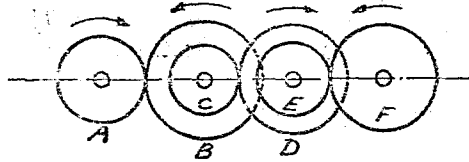
第 355 圖

習 題

1. 在單式輪系與複式輪系, 用中輪各有何利, 試分別述之。
2.  $ABCDEF$  六齒輪, 共組成一複式輪系, 其銜接之情形, 如

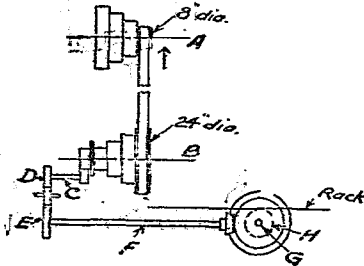
第 356 圖所示, 倘  $T_A, T_B, T_C, T_D, T_E, T_F$  依次為六輪之齒數,  $N_A, N_B, N_C, N_D, N_E, N_F$  依次為六輪每分鐘之迴轉數, 試證

$$\frac{N_F}{N_A} = \frac{T_A \times T_C \times T_E}{T_B \times T_D \times T_F}$$

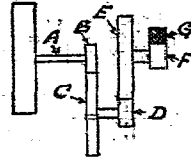


第 356 圖

3. 如第 357 圖, 設  $A$  軸每分鐘按箭頭所指之方向迴轉 120 次, 由一皮帶帶動  $B$  軸。皮帶在兩塔輪最右之一級,  $C$  軸由一對齒輪連接於  $B$  軸。兩齒輪之大小, 係使  $B$  軸每迴轉兩次時,  $C$  軸即迴轉三次。  $D$  輪有 26 齒,  $E$  輪有 78 齒。  $F$  輪之右端, 裝置一 12 齒之斜齒輪, 與  $G$  軸上一 120 齒之齒輪互相銜接,  $G$  軸上復裝置徑節為 4 齒數 16 之正齒輪  $H$ 。  $H$  輪更帶動一齒桿。問此齒桿每分鐘之速率為若干呎。又齒桿係向右移動抑係向左移動。



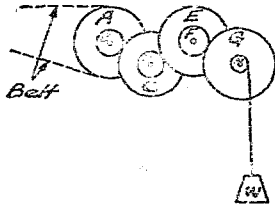
第 357 圖



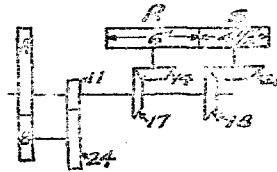
第 358 圖

4. 第 358 圖表示一鑽機上之輪系,  $A$  軸上裝置一直徑 24 吋之皮帶輪, 與對軸上直徑 12 吋之皮帶輪相連。對軸每分鐘之迴轉數為 150 次,  $BD$  兩齒輪各有 12 齒,  $CE$  兩齒輪各有 60 齒。  $E$  輪與  $F$  輪裝置於一軸上,  $F$  輪之齒數為 10, 周節為 1.047 吋。與一齒桿  $G$  相銜接,  $G$  之末端, 裝置鑽錐。問鑽錐工作之速率為每分鐘若干呎。

5. 參看第 359 圖，設皮帶上之有效拽引力為 250 磅， $T=7000$  磅， $A$  輪之直徑為 23 吋。 $BDF$  三齒輪各有 18 齒， $E$  有 63 齒， $G$  有 50 齒， $H$  之有效直徑為 20 吋。倘能力之消耗為百分之六十，問  $C$  輪之齒數應為若干。又皮帶之緊邊在上部抑在下部。



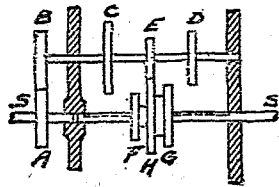
第 359 圖



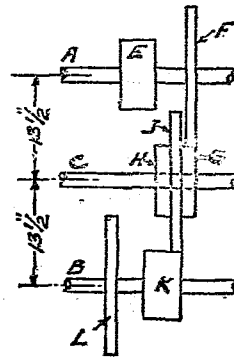
第 360 圖

6. 參看第 360 圖，設  $A$  為一環狀輪，其齒數為 77。帶動一小齒輪  $B$ ，其齒數為 2，其餘各輪之齒數或直徑，如圖上所示，倘  $A$  輪每分鐘迴轉 15 次，問  $P$  與  $S$  兩輪接觸點滑動之速率為每秒若干呎。

7. 參看第 361 圖， $S$  軸每分鐘迴轉 100 次， $FGH$  三齒輪裝置於一處，能沿  $S_1$  軸上之一長鍵滑動，但不能繞之迴轉。 $S_1$  軸需要三種不同之速率，即每分鐘 20 次，每分鐘 200 次，及每分鐘 860 次。 $H$  輪有 80 齒，如  $AB$  兩輪大小相等，且各輪之齒節相同，試求各輪應有之齒數。又  $S_1$  之速率最低時，係  $EH$  兩輪互相銜接。



第 361 圖



第 362 圖

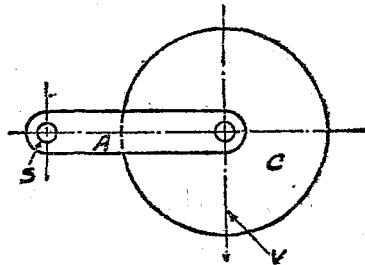


8. 參看第 382 圖,  $A, B$  兩軸上之各輪皆係固定。  $C$  軸上之三輪係裝置於一處, 且能沿  $C$  軸上之一長盤滑動,  $A$  軸每分鐘之迴轉數為 60 次,  $B$  軸上所需三種不同之速率為每分鐘 240 次, 60 次及 15 次。如各輪之徑節皆係 4。試求各齒輪應有之齒數。

## 第十二章 周轉輪系(Epicyclic gear train)

257. 周轉輪系 一輪系中,有一輪或數輪係繞固定之軸迴轉,其餘各輪,則繞自身亦有迴轉運動之軸迴轉,此種輪系,謂之周轉輪系。周轉輪系中之各輪,多由一桿連絡之,謂之系桿(Train arm)。此桿能繞輪系中一輪之軸迴轉。

如第 363 圖,設  $C$  為一輪,裝置於  $A$  桿上。並用一軸針固定之,使不能繞其自身之軸迴轉,若使  $A$  桿繞  $S$  軸迴轉一周,則  $C$  輪上垂直向下一標誌  $V$ ,當  $A$  桿繼續迴轉時,必繼續變更其所指



第 363 圖

之方向。俟  $A$  桿迴轉一整周。此標誌線亦仍舊歸其原來之地位,即亦可視為迴轉一周也。

如  $C$  輪與  $S$  軸上之別一輪相銜接,同時並使其能繞其自身之軸迴轉,則當隨  $A$  桿迴轉時,彼除去隨同  $A$  桿迴轉以外,同時並繞其自身之軸迴轉。且  $A$  桿迴轉一周之時間內,標

誌線指示原來方向之次數，必為  $A$  桿迴轉數與  $C$  輪繞其自身之軸之迴轉數之代數和。易言之，即  $C$  輪之速率恆等於  $A$  桿之速率與  $C$  輪繞自身之軸之速率之代數和也。

此結果總迴轉數謂之  $C$  輪之絕對迴轉數 (Number of absolute turns)。  $C$  輪繞其自身之軸之速率，則謂之相對速率 (Relative speed)。或  $C$  輪對於  $A$  桿之相對速率。

又任意之一迴轉方向如假定為正號，則其相反之方向即為負號。

如第 364 圖，設  $B$  為一輪，恆隨  $S$  軸迴轉。 $S$  軸之兩端則置於固定之軸承上。且由  $RK$  二輪帶動之。 $C$  輪與  $B$  輪互相銜接，套於  $T$  軸上。此  $T$  軸由  $A$  桿帶動之。 $A$  桿之軸頭上，固定一  $E$  輪，可由  $D$  輪帶動之。 $F$  輪一面與  $C$  輪連於一處，一面與  $G$  輪相銜接。 $G$  輪套於  $S$  軸上。對於  $S$  軸可迴轉自由，不與  $B$  輪同速率。

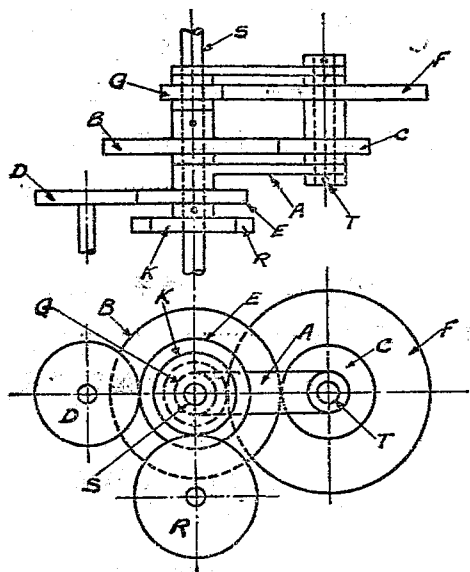
$D$  輪與  $R$  輪之迴轉，則源於外部之力。

$G$  輪之結果速率，由於  $B$  輪與  $A$  桿二者之合併。即先假定其一為靜止，其一為運動，再假定已運動者為靜止，原靜止者為運動，其結果速率，即為此兩種速率之代數和。

先假定  $D$  輪不動，因之  $A$  桿靜止。則可得下式：

$$\frac{G \text{ 輪之速率}}{B \text{ 輪之速率}} = \frac{B \text{ 輪之齒數} \times F \text{ 輪之齒數}}{C \text{ 輪之齒數} \times G \text{ 輪之齒數}}$$

或  $G$  輪之速率 =  $B$  輪之速率  $\times$  輪系之值。……………(1)



第 364 圖

其次假定  $B$  輪不動,  $D$  輪則依一定速率迴轉, 因之  $E$  輪與  $A$  桿必隨之轉動.  $T$  軸即繞  $S$  軸迴轉,  $C$  輪繞  $B$  輪迴轉, 結果亦使  $G$  輪轉動, 其速率之求法如下:

設  $A$  桿有一每分鐘向右迴轉  $a$  次之速率, 則  $C$  輪繞其自身之軸之速率, 必一如使  $A$  不動, 使  $B$  輪每分鐘向左迴轉  $a$  次時,  $C$  輪應行迴轉之速率, 即  $C$  輪應繞自身之軸或對於  $A$  桿每分鐘向右迴轉  $a \times \frac{B \text{ 輪之齒數}}{C \text{ 輪之齒數}}$ .

此速率應使  $G$  輪對於  $A$  桿每分鐘向左迴轉

$$a \times \frac{B \text{ 輪之齒數} \times F \text{ 輪之齒數}}{C \text{ 輪之齒數} \times G \text{ 輪之齒數}} = a \times \text{輪系之值}$$

但  $A$  桿自身有每分鐘向右迴轉  $a$  次之速率，

故由  $A$  桿之速率， $G$  輪所得之實際速率為  $a - a \times$  輪系之值 .....(2)

(1) 與 (2) 合併得

$$G \text{ 輪之速率} = B \text{ 輪之速率} \times \text{輪系之值} + \text{系桿之速率} - \text{系桿速率} \times \text{輪系之值} \dots\dots\dots(111)$$

設  $n$  代表一周轉輪系末輪之絕對迴轉數或速率(在此題即  $G$  輪之速率)。

$m$  代表一周轉輪系首輪之絕對迴轉數或速率(在此題即  $B$  輪之速率)，

$a$  代表系桿之絕對迴轉數或速率(在此題即  $A$  桿之速率)， $e$  代表輪系之值，則上式可表示之如下：

$$n = me + a - ae \dots\dots\dots(112)$$

(112) 式普通多易為

$$e = \frac{n - a}{m - a} \dots\dots\dots(113)$$

又如此寫法，更可用文字表示之如下：

$$\begin{aligned} \text{輪系之值} &= \frac{\text{末輪對於系桿之迴轉數}}{\text{首輪對於系桿之迴轉數}} \\ &= \frac{\text{末輪之絕對迴轉數} - \text{系桿之迴轉數}}{\text{首輪之絕對迴轉數} - \text{系桿之迴轉數}} \end{aligned}$$

關於周轉輪系之問題,均可由以上兩式解答之,或另用一方法,稱之曰表解法,亦係假定  $B$  輪與  $L$  桿之運動為彼此交替者,而非彼此同時者。即先假定各輪均固定於桿,故彼此無相對之運動,使桿依應有之速率,向一定之方向迴轉,各輪亦當然隨之迴轉。然後假定系桿靜止,並使一輪(在此題即  $B$  輪)向後或向前迴轉,務使於前次之迴轉數相合,恰等於應有之純迴轉數。兩次結果之代數和,即給出所餘之一輪或數輪應有之迴轉數或速率。

如  $m, n, a$  及  $e$  仍代表(112)及(113)兩式中相同之值,則上述之方法,可列表如下:

	系桿之迴轉	B輪之迴轉數	G輪之迴轉數
1. 各輪固定	$a$	$a$	$a$
2. 系桿固定	$0$	$m-a$	$(m-a)e$
3. 結果運動	$a$	$m$	$(m-a)e+a$

如所得  $G$  輪之結果迴轉數或速率仍使等於  $n$  則

$$n = (m-a)e + a,$$

$$\text{或 } e = \frac{n-a}{m-a}.$$

與(113)式相同,

各數之前,依其數之為正為負,須加 + 號或 - 號,此層對於計算上極關重要。

又無論用公式計算,或用表解法計算,只限於屬於周轉

輪系之一部之各輪，如第364圖中之  $DEB$  與  $K$  各輪，係只用以帶動周轉輪系之各部，而非包含於周轉輪系之中，故不列入公式或表解之中。

例題38. 在第364圖，設  $B$  有80齒， $C$  40齒， $F$  90齒， $G$  40齒，並設  $B$  輪每分鐘向右迴轉100次， $A$  桿每分鐘向左迴轉60次，試求  $G$  輪之速率。

解答一。用(112)式，設向右迴轉假定為+號，則

$$m = +100 \quad a = -60,$$

$$e = \frac{80}{40} \times \frac{90}{30} = 6.$$

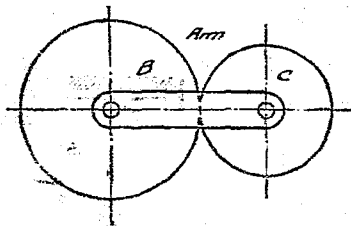
又  $A$  桿靜止時， $G$  輪與  $B$  輪迴轉之方向相同，故  $e$  之數值為正，即  $e = +6$ 。代入(112)式。

$$n = 100 \times 6 + (-60) - (-60 \times 6) = 600 - 60 + 360 = 900.$$

解答二。用表解法。

	桿	$B$	$G$
1. 各輪固定於桿	-60	-60	-60
2. 系桿靜止	0	+160	160×6
	-60	+100	960-60
			=900.

例題39. 如第365圖，設  $B$  輪有24齒， $C$  輪有18齒，並設不使  $B$  輪迴轉，而使系桿向右迴轉一周。試求  $C$  輪之絕對迴轉數。



第 365 圖

解答一。用(112)式

$$m=0, \quad e = -\frac{24}{18} = -\frac{4}{3}.$$

$a = +1$ 。(假定向右轉動爲正)。

代入(112)式,則

$$n = 0 + 1 - \left(-\frac{4}{3}\right) \times (+1)$$

或  $= \frac{7}{3}$ 。

解答二。用表解法。

	桿	B	C
1. 各輪固定於桿	+1	+1	+1
2. 系桿靜止	0	<del>-1</del>	<del><math>\left(-\frac{4}{3}\right)</math></del>
	+1	0	$1 + \frac{4}{3}$
			$= \frac{7}{3}$

例題 40. 如第 365 圖設 B 爲固定之環狀輪固定於機



架之上,不能迴轉, \$S\$ 爲 \$BE\$ 兩輪之軸,系桿 \$A\$ 可繞之迴轉, \$B\$ 輪有 24 齒, \$C\$ 輪有 20 齒, \$D\$ 輪有 16 齒, \$E\$ 輪有 96 齒,如欲使 \$B\$ 輪之速率每分鐘向左迴轉 75 次,試求 \$A\$ 桿之速率。

解答 假設 \$B\$ 輪爲全系之第一輪,並設向右迴轉爲 \$+\$ 號。

按(112)式,

$$n=0, \quad m=-75,$$

$$e = +\frac{24}{96} = +\frac{1}{4},$$

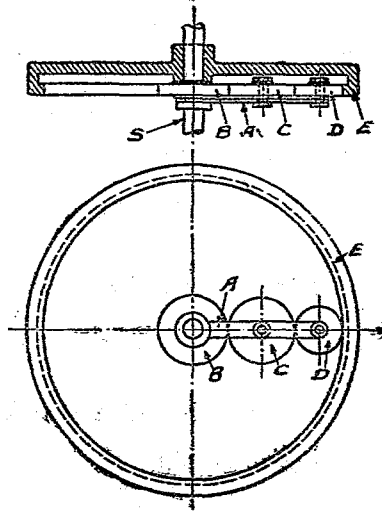
將各數值代入(112)式中,得

$$0 = -75 \times \frac{1}{4} + a - a \times \frac{1}{4}$$

$$\text{故 } a = +25$$

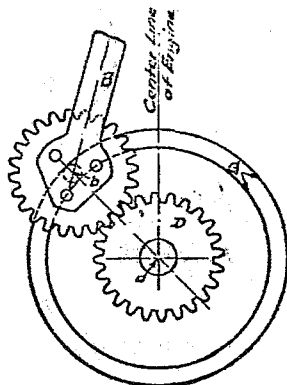
即欲使 \$B\$ 輪之速率,每分鐘向左迴轉 75 次,則 \$A\$ 桿每分鐘須向右迴轉 25 次。

253. 太陽與行星輪 (Sun and planet wheel) 第 367 圖表示一種兩輪之周轉輪系之應用。謂之太陽與行星輪,爲瓦特所發明,因其時曲柄尙有專利權,故用此種以代替之,惟在此發明,其周轉輪系之系桿代以固定之環狀槽 \$G\$, 約束兩輪,恆



第 366 圖

使銜接。 $a$  爲機軸，將  $D$  齒輪固定於其上， $B$  爲連桿，裝置於機器上下運動之橫梁上。齒輪  $C$  則固定於連桿之下端。如此裝置，齒輪  $C$  雖不得謂爲無相當之運動，然當系桿（即連  $CD$  兩輪之中心線）迴轉一整周時， $C$  輪對於  $D$  輪之作用實與未曾迴轉相同。因當系桿迴轉一整周時， $C$  之地位，完全與起始時相同也。



第 367 圖

假設  $CD$  兩輪之齒數相同，

則輪系之值  $= -1$ 。設系桿  $ab$ （相當之系桿）向右迴轉一周，試求  $D$  輪或機軸之迴轉數。

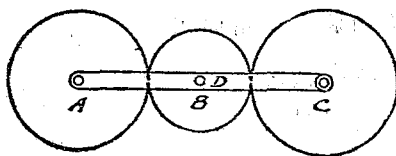
設  $m$  代表  $D$  輪之迴轉數， $a$  代表系桿之迴轉數， $n$  代表  $C$  輪之迴轉數。

解答 按(113)式得

$$-1 = \frac{0-1}{m-1}, \text{ 故 } m=2.$$

即當  $C$  輪繞機軸一周時，機軸即迴轉兩次。

例題 41. 第 368 圖，表示一三輪之周轉輪系，設  $A$  有 55 齒， $C$  有 50 齒， $A$  輪不迴轉，當系桿  $D$  迴轉 +10 次，試求  $C$  輪之迴轉數。



第 368 圖

解答

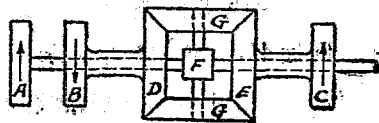
用表解法。

	A	C	D
1. 各輪固定於桿	+10	+10	+10
2. 系桿固定,各輪不固定	-10	$-10\left(\frac{55}{50}\right)$	0
結果運動	0	-1	+10

或當系桿  $D$  迴轉 +10 次時,  $C$  輪迴轉 -1 次。

如  $C$  輪之齒數與  $A$  輪之齒數相同, 則  $C$  輪將不迴轉。如  $C$  輪之齒數較  $A$  輪之齒數多, 則  $C$  輪將與系桿迴轉之方向相同。

259. 斜齒輪周轉輪系 第 369 圖, 表示一普通斜齒輪周轉輪系,  $D$  與  $E$  為兩斜齒輪, 各有一長軸筒, 一與  $B$  輪相連, 一與  $C$  輪相連, 中間貫一長軸, 長軸中間, 裝置一十字桿  $F$ , 為支持兩惰輪  $GG$  之用。(就動作言有一惰輪即足用, 若用兩個, 則動作比較均衡, 且磨擦力與損傷均減輕)。



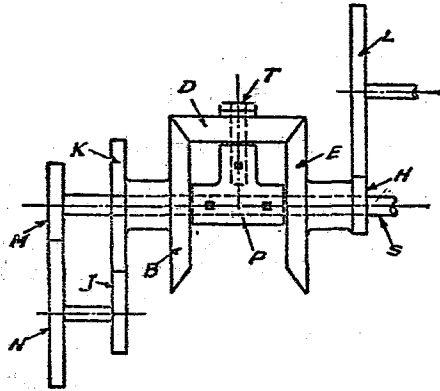
第 369 圖

長軸與十字桿，可由  $A$  輪迴轉之，隨意給予一種迴轉速率，同時斜齒輪  $D$  更可由  $B$  輪迴轉之，以求斜齒輪  $E$  之結果速率，此處長軸與十字桿即相當正齒輪周轉輪系之系桿。

當兩斜齒輪如此裝置，則  $D$  與  $E$  之齒數完全相同，其迴轉之方向則適相反，即其輪系之值為  $-1$ 。為清晰起見，斜齒輪迴轉之方向，亦規定正負號，如規定較近之邊向上運動時為正，則向下運動時即為負，或規定較近之邊向下運動時為正，則向上運動時為負。

例題 42. 如第 370 圖， $B$  與  $E$  為兩斜齒輪，均可在  $S$  軸上自由迴轉，惟均未固定於其上， $P$  為一軸套，由鍵固定於  $S$  軸上，並於突出之部分，

用螺旋釘管定一橫軸  $T$ 。上置惰輪  $D$ 。得自由繞  $T$  迴轉，並與  $BE$  兩輪互相銜接。 $BE$  兩輪之齒數完全相同。 $T$  軸之方向與  $S$  軸垂直。 $MNKJL$  及  $H$  為六個正齒輪，其連接之情形，如圖



第 370 圖

上所示， $M$  之齒數為 20， $N$  之齒數為 45， $K$  之齒數為 40， $J$  之齒數為 25， $L$  之齒數為 51， $H$  之齒數為 17，如  $J$  輪每分鐘之迴轉

數爲40,試求L輪之速率。

解答 第一步,先將屬於周轉輪系之各輪提出,在此輪系,屬於周轉輪系者,顯然爲B,D與B三輪。T爲系桿。假定B爲輪系之首輪,B爲輪系之末輪,並設m代表B輪之速率,n代表B輪之速率,a代表S軸或T軸之速率,e代表BB兩輪間之輪系之值。設J輪迴轉之方向爲正。

按照(112)式得

$$e = -1$$

$$m = -\frac{25}{40} \times 40 = -25.$$

$$a = -\frac{45}{20} \times 40 = -90.$$

代入(112)式得

$$= (-25) \times (-1) + (-90) - \{(-90) \times (-1)\}$$

$$= 25 - 90 - 90 = -155 = B輪之速率。$$

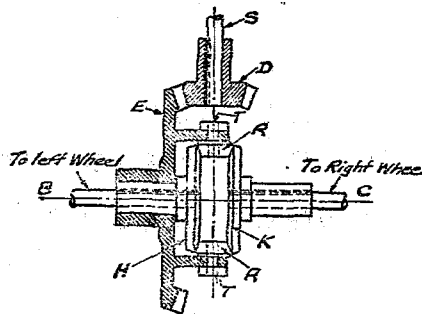
$$L輪之速率 = -155 \times \left(-\frac{17}{51}\right) = 51\frac{2}{3}.$$

故L輪有每分鐘迴轉 $51\frac{2}{3}$ 次之速率,其迴轉之方向與J輪同。

此問題亦可用表解法解答之,其方法與正齒輪周轉輪系同。

260. 斜齒輪分速裝置(Bevel gear differential) 第371圖,表示一種汽車上之斜齒輪分速裝置,S軸由發動機迴轉,D

爲一斜齒輪，由一鍵固定於  $S$  軸上，一面並與斜齒輪  $E$  相銜接。 $E$  輪可沿  $H$  輪之軸頭自由迴轉， $H$  輪則用一鍵固定於汽車左輪之軸上。又  $E$  輪上有一向外突出之架，裝置小軸  $T$ 。 $T$  軸上復裝置惰輪  $R$ 。 $R$



第 371 圖

輪之數目，恆係數個，分擔所負之載荷。又  $R$  輪一面與固定於左輪軸上之  $H$  輪相銜接。一面與固定於右輪軸上之  $K$  輪相銜接。當汽車向前直進時， $D$  帶動  $E$ ， $E$  傳於  $R$ ，再由  $R$  分配原動力於  $H$ 、 $K$  兩輪，而帶動汽車之兩輪。即自  $E$  以下之各輪，不啻合爲一體，彼此均無相對運動。但當汽車轉灣時，例如向右轉灣，則左邊之車輪迴轉須加速，即  $B$  軸迴轉須較  $C$  軸爲速，則各輪須起始發生相對運動，其動作即須爲一種周轉輪系之動作矣。

假想將車之左輪懸起，因之  $B$  軸與  $H$  輪均可自由迴轉，車之右輪則仍留於地上，並不使迴轉，結果  $K$  輪即不能迴轉。設  $K$  輪爲輪系之首輪， $E$  爲系桿，當  $E$  迴轉一次時， $(+)$ 。試求  $B$  輪之迴轉數。

解答 按照(113)式，得

$$-1 = \frac{n-1}{0-1},$$

或  $n=2$ 。

即左輪之迴轉數恰為  $E$  輪迴轉數之二倍也。

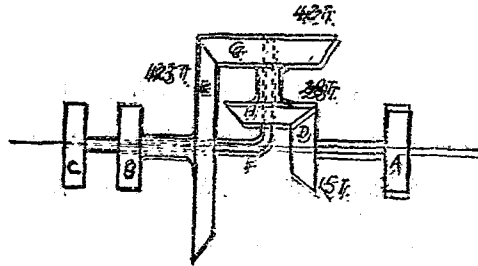
例題 43. 第 372 圖, 表示一斜齒輪之複式輪系, 如  $E$  輪為首輪,  $D$  輪為末輪, 則輪系之值不為  $-1$ , 而為  $-\frac{125}{42} \times \frac{28}{15} = -\frac{50}{9}$ 。

設  $m$  代表  $E$  輪之迴轉數,  $n$  代表  $D$  輪之迴轉數,  $a$  代表系桿之迴轉數, (與  $C$  輪之迴轉數同)。假設  $A$  輪迴轉  $+40$  次,  $B$  輪迴轉  $-10$  次, 試求系桿之迴轉數。

$$\text{按(113)式, 得 } -\frac{50}{9} = \frac{40-a}{-10-a}$$

$$\text{或 } = -\frac{140}{59}.$$

即  $C$  輪將與  $BE$  兩輪同一之方向迴轉  $\frac{140}{59}$  次。



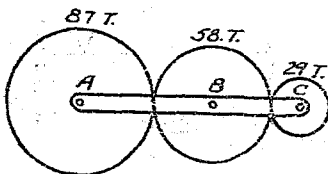
第 372 圖

習 題

1. 如第 373 圖,  $ABC$  為一周轉輪系上之三輪, 由一系桿聯絡之各輪之齒數如圖上所示。

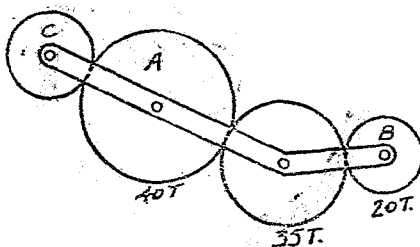
(a) 如  $A$  輪迴轉  $+4$  次, 系桿迴轉  $-3$  次, 試求  $BC$  兩輪之迴轉數。

(b) 如  $A$  輪不動,  $B$  輪迴轉  $+30$  次, 試求系桿之迴轉數。



第 373 圖

2. 如第 374 圖,  $A$  輪固定於一軸上, 系桿亦繞  $A$  輪之軸迴轉。 $AB$  兩輪及其中輪之齒數如圖上所示, 如擬使  $C$  輪之絕對迴轉數為  $B$  輪絕對迴轉數之三倍, 且迴轉之方向恰相反, 問  $C$  輪之齒數應為若干。



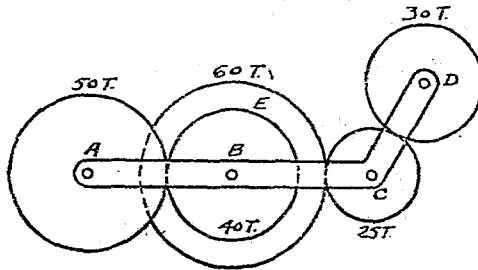
第 374 圖

3. 如第 375 圖,  $ABCDE$  五齒輪組成一複式周轉輪系, 其齒數如圖上所示。



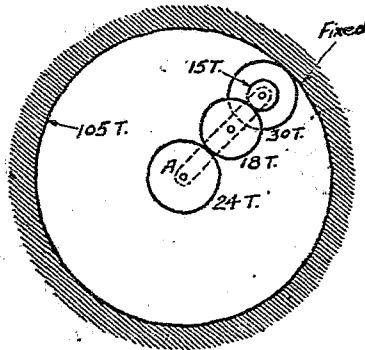
(a) 如  $A$  輪迴轉  $+3$  次, 系桿迴轉  $-5$  次, 試求  $BCD$  三輪之迴轉數。

(b) 如  $ED$  兩輪之間用兩個惰輪, 其餘均與前相同, 試求  $D$  輪之迴轉數。



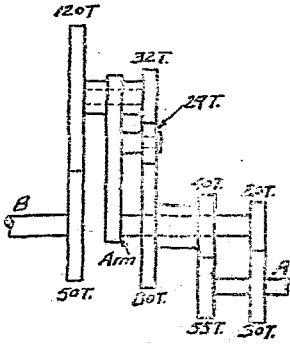
第 375 圖

4. 如第 376 圖, 倘  $A$  輪迴轉  $+38$  次, 問系桿迴轉若干次。

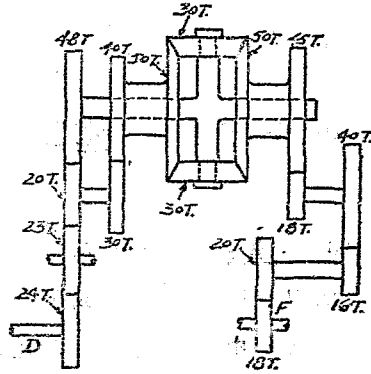


第 376 圖

5. 如第 377 圖, 倘  $A$  輪迴轉  $+20$  次, 問  $B$  輪之迴轉數與其迴轉方向。



第 877 圖



第 878 圖

6. 如第 878 圖, 倘 D 輪迴轉 -3 次, 問 F 輪之迴轉數與其迴轉方向。

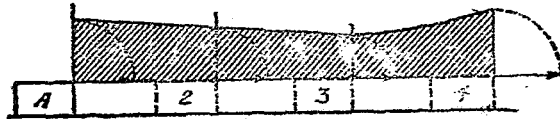
## 第十三章 速率圖 (Velocity Diagrams)

261. 速率圖 在第九章,曾研究一機構上任一點之速率之求法,但有時爲比較上或研究上之便利起見,每將某點運動之全循環中各時刻所有之速率完全表出,且多用一種圖示法,此種表示一機構上任一點全循環中各時刻所有之速率(加速率同此)之圖,謂之速率圖。

如所研究之點爲直線運動之點,則用一種直線速率圖 (Linear velocity diagram)。

如所研究之點,爲圓周運動之點,則用一種極線速率圖 (Polar velocity diagram)。

262. 直線速率圖 如第 379 圖,設  $A$  塊沿一平面由左向右運動,並設 1, 2, 3, 4 爲  $A$  塊四個不同之地位,在每個地位,沿  $A$  塊運動之方向各畫一直線,使代表  $A$  塊行至各地位時所有之速率,在每一地位各畫一垂直線,並將代表速率之各直

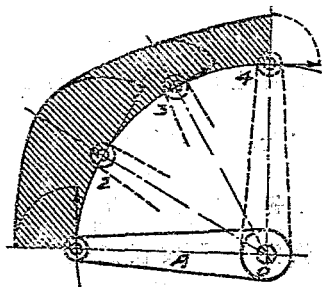


第 379 圖

線均迴轉於相當之垂直線上，連各線頂端畫一曲線，則此曲線即為所求之速率圖。

如欲求  $A$  塊在任一地位所有之速率，則於所在地位畫一垂直線，此垂直線在曲線下所有之長度，即代表在此地位應有之速率。

263. 極線速率圖 如第 380 圖，設  $A$  為一曲柄，繞  $O$  軸迴轉，並設 1, 2, 3, 4 為曲柄四個不同之地位，在每個地位，沿曲柄軸針運動之方向各畫一直線，使代表曲柄在各地位時，曲柄軸針所有之速率，在各地位，由  $O$  點起，各畫一半徑線，並引長之，將代表速率之各直線均迴轉於半徑引長線上。連各線之頂端畫一曲線，即為所求之速率圖。



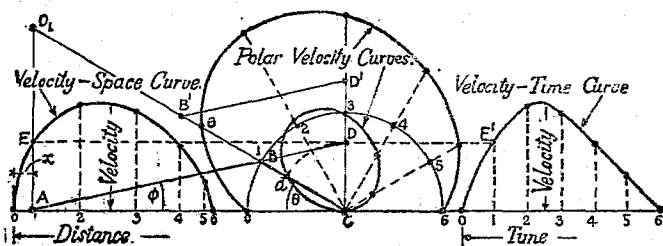
第 380 圖

如欲求曲柄軸針在任一地位所有之速率，則於所在地位畫一半徑引長線，此引長線在圓周與曲線之間之一段，即代表曲柄軸針在此地位應有之速率。

264. 活塞速率圖 (Piston velocity diagram) 在普通蒸汽機，活塞之往復運動，由曲柄 (Crank) 與連桿之作用，變為機軸之迴轉運動，因丁頭 (Crosshead) 之運動，完全與活塞之運動相同，故為簡單起見，在下列數段，專就丁頭之運動加以研究，

活塞之運動，即可完全由丁頭之運動代表之。

如第 381 圖，設  $A$  代表丁頭軸針之軸， $AB$  代表連桿， $BC$



第 381 圖

代表曲柄， $C$  代表機軸，並設活塞運動之中心線經過  $C$  點。

設  $O_1$  為連桿在圖上所示之位置時之瞬時中心， $V$  為曲柄軸針之線速率， $v$  為丁頭之線速率。（亦即活塞之線速率下仿此）。則  $\frac{v}{V} = \frac{O_1A}{O_1B}$ 。

經過  $C$  點，畫  $CD'$  線，與  $AC$  垂直，並沿  $CB$  引長線，截  $CB'$  一段，使代表  $V$ （按任意適宜尺寸）。畫  $B'D'$  與  $AB$  平行，遇  $CD'$  線於  $D'$  點，因  $O_1AB$  與  $C'D'B'$  為相似三角形，故

$$\frac{CD'}{CB'} = \frac{O_1A}{O_1B} = \frac{v}{V}$$

即  $CD'$  一段按  $CB'$  代表  $V$  同一之尺寸代表  $v$  也。

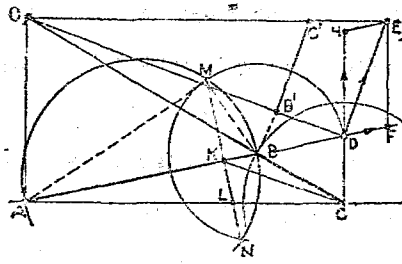
又因曲柄軸針之線速率，普通多係等量，故選擇速率之尺寸時，若即使曲柄之長度代表  $V$ ，則必比較方便。如此則引長  $AB$  線，使與  $CD'$  線相遇於  $D$  點，則  $CD$  一段，必恆按  $CB$  代表

$V$  同 -- 之尺寸代表  $v$ 。蓋  $DE$  線與  $CA$  平行。並使與  $A$  點之垂直線  $AE$  相遇於  $E$  點。則  $AE$  一段。即代表丁頭行至  $A$  點時。丁頭或活塞之線速率。多求數點連為一曲線。即得以活塞所行之距離為標準之活塞速率圖。如圖中左邊所示者。謂之速率空間曲線 (Velocity space curve)。若每次沿  $CB$  線。截一段  $Cd$ 。使等於  $CD$ 。或每次沿  $CB$  引長線。截一段  $Be$ 。使等於  $CD$ 。而連所得各點為一曲線。即得以機軸中心為標準之活塞速率圖。如圖中中間所示者。謂之極線速率曲線 (Polar velocity curve)。圖中右邊所示者。則係以曲柄所轉之角度或機軸迴轉之時間為標準之活塞速率圖。謂之速率時間曲線 (Velocity time curve)。

若連桿之長至無限。或就構造上言。相當一無限長之連桿。如前第 258 圖所示。則  $AB$  線恆與活塞運動之方向平行。 $BD$  必與  $CD$  垂直。若仍以  $CB$  之長代表曲柄軸針之線速率。並設  $CB$  對於  $AB$  所成之角度為  $\theta$ 。則代表活塞線速率  $v$  之  $CD$  必等於  $CB \cos \theta = V \sin \theta$ 。倘  $V$  為等量。則活塞之運動即為一種單弦運動。以活塞所行距離為標準與以機軸迴轉之時間為標準之速率圖。皆係一種正切曲線 (Sine curve)。而以機軸中心為標準之速率圖。則為以曲柄之長度為直徑之圓。

**265. 活塞之加速率 (Piston acceleration)** 參看前圖及第 332 圖。因倘  $CB$  代表曲柄軸針之線速率。則  $CD$  代表活塞之線速率。又因加速率係速率對於時間之增加率。 $D$  點沿  $CD$

方向之速率即為  $CD$  之增加率。故  $D$  點沿  $CD$  方向之速率即活塞之加速率也。設  $D$  點為  $AB$  引長線上之一點，則  $D$  點在此時刻運動之方向必與  $OD$  垂直。且其



第 382 圖

線速率之大小必等於  $V \times \frac{OD}{OB}$ ，此線速率可用圖解法求之如下。

在  $OD$  線上，截  $OB'$  一段，使等於  $OB$ 。畫  $E'C'$  線，與  $OD$  垂直並使等於  $BC$ 。連  $OC'$  線並引長之，使與  $OD$  垂直線  $DE$  相遇於  $E$  點。

$$\text{則 } DE = V \times \frac{OD}{OB}.$$

倘將  $DE$  分解為兩部，一  $DF$  沿  $AB$  線，一  $DH$  沿  $CD$  線。則  $DH$  即為  $D$  點沿  $CD$  之線速率，亦即代表活塞之加速率。畫  $CK$  與  $OD$  平行，遇  $AB$  於  $K$  點。畫  $KL$  與  $AB$  垂直，遇  $AC$  於  $L$  點，則  $CL$  一段可證明與  $DH$  相等。

$CKB$  與  $ODB$  兩三角形，為相似三角形，得

$$\frac{CK}{BC} = \frac{OD}{OB} = \frac{OD}{OB'} = \frac{DE}{B'C'} = \frac{DE}{BC},$$

故  $CK = DE$ 。

又因  $CKL$  三角形之三邊各與  $DEH$  三角形相當之邊

垂直，故兩三角形亦為相似三角形，即

$$\frac{CL}{CK} = \frac{DH}{DE}.$$

但  $CK=DE$ ，故  $CL=DH$ 。

由此結果觀之，可知倘  $O$  點之地位不甚遠時，則畫  $CK$  與  $OD$  平行，遇  $AB$  於  $K$  點，再畫  $LK$  與  $AB$  垂直，遇  $AC$  於  $L$  點，則代表活塞加速率之  $CL$  線即可求出。但在活塞運動之全距離內，有一大部， $O$  點所佔之地位甚遠，用上述之畫法多感不便。故有另求一種方法之必要。茲將 Klein 氏求  $LK$  之方法述之如下：

以  $AB$  為直徑畫一圓，以  $B$  點為中心，以  $BD$  為半徑，再畫一圓，與第一圓相切於  $M$  與  $N$  兩點，連  $MN$  線，則  $MN$  線，即與前法之  $KL$  線相合。

仍參看用前法所得之  $K$  點，

$$\frac{BK}{BD} = \frac{BC}{OB}, \text{ 因 } CBK \text{ 與 } OBD \text{ 為相似三角形,}$$

$$\text{又 } \frac{BC}{OB} = \frac{BD}{AB}, \text{ 因 } CBD \text{ 與 } OBA \text{ 為相似三角形.}$$

$$\text{故 } \frac{BK}{BD} = \frac{BD}{AB}, \text{ 或 } BK \times AB = BD^2.$$

再參看用 Klein 氏方法所求得之  $K$  點，

$$\frac{BK}{BD} = \frac{BK}{BM} = \frac{BM}{AB} = \frac{BD}{AB},$$

或  $BK \times AB = BD^2$ 。與前法之結果同。





又曲柄之角速率爲  $\frac{V}{r}$ ，A 點因此速率沿 AC 方向之加速率等於  $\frac{V^2}{r}$ 。故在此時刻 A 點沿 AC 方向之總加速率等於  $\frac{V^2}{r} + \frac{V^2}{l}$ 。

參看第 385 圖，在此時刻，連桿上 A 點沿 AC 方向之加速率仍爲  $\frac{V^2}{l}$ 。若就沿 CA 方向論，則爲  $-\frac{V^2}{l}$ 。A 點因曲柄角速率  $\frac{V}{r}$  沿 CA 方向之加速率則爲  $\frac{V^2}{r}$ 。故在此時刻 A 點沿 CA 方向之總加速率等於  $\frac{V^2}{r} - \frac{V^2}{l}$ 。

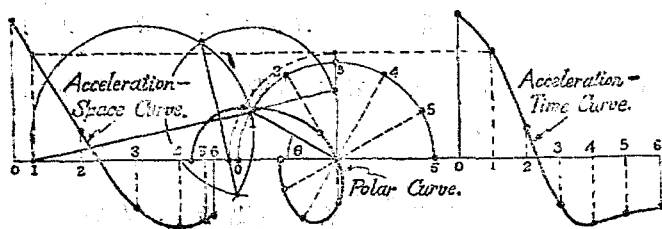
故總合論之，加速率  $f = V^2 \left( \frac{1}{r} \pm \frac{1}{l} \right) = \frac{V^2}{r} \left( 1 \pm \frac{r}{l} \right) = \frac{V^2}{r} \left( 1 \pm \frac{1}{n} \right)$ ，式中  $n$  爲連桿長度對於曲柄長度之比。正號者用於活塞在一衝程外端時。負號者用於活塞在一衝程內端時。

例如  $V =$  每秒 10 呎， $r = 10$  吋， $l = 50$  吋。

$$f = \frac{10^2 \times 12}{10} \left( 1 \pm \frac{10}{50} \right) = 144 \text{ 呎/秒}^2, \text{ 在一衝程外端。}$$

$$= 96 \text{ 呎/秒}^2, \text{ 在一衝程內端。}$$

267. 活塞加速率圖 (Piston acceleration diagram) 在前兩段已證明活塞在一衝程任一點之加速率之求法，若將活塞在一衝程上數點之加速率求出，亦可連爲一曲線，與前活塞速率圖相當之活塞加速率圖亦均可得出，第 386 圖即表示連桿長度爲曲柄長度  $2\frac{1}{4}$  倍時之各種活塞加速率圖，與前比照觀之，自易明瞭。



第 386 圖

268. 用算法求活塞之速率與加速率 活塞之速率與加速率可用畫圖法求出,已如前數段所述。但當曲柄在任何地位時,活塞之速率及加速率,更可用下列公式算出。

仍參看第 381 圖,設  $\theta$  代表曲柄對於衝程線 (Line of stroke) 所成之角度,  $\phi$  代表連桿對於衝程線所成之角度,  $n$  代表連桿長度對於曲柄長度之比。即  $n = \frac{l}{r}$ , 則

$$\frac{v}{V} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos \phi} = \frac{\sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi}{\cos \phi} = \sin \theta + \frac{\cos \theta \sin \phi}{\cos \phi}$$

$$(\text{因 } \angle DBC = \theta + \phi, \quad \angle BDC = (90^\circ - \phi).)$$

$$\text{但 } \sin \phi = \frac{r}{l} \sin \theta = \frac{\sin \theta}{n}$$

$$\cos \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \phi} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}$$

$$\text{故 } \frac{v}{V} = \sin \theta + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} = \sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}$$

$$\text{或 } v = V \left( \sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right) \dots\dots\dots (114)$$

就普通蒸汽機上  $n$  之數值研究之，若用  $n$  替代  $\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}$  所差極微，故可直寫為  $v = V \left( \sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2n} \right)$  ..... (115)

若用上式為  $v$  之公式，則加速率可求之如下：

$$\begin{aligned} f &= \frac{dv}{dt} = V \left( \cos \theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{2 \cos 2\theta}{2n} \frac{d\theta}{dt} \right), \quad V \text{ 係一常數} \\ &= V \left( \frac{V}{r} \cos \theta + \frac{V}{r} \frac{\cos 2\theta}{n} \right) \\ &= \frac{V^2}{r} \left( \cos \theta + \frac{\cos 2\theta}{n} \right) \dots\dots\dots (116) \end{aligned}$$

若用(114)式為  $v$  之公式，則加速率

$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{V^2}{r} \left\{ \cos \theta + \frac{\cos 2\theta + \frac{\sin 4\theta}{n^2}}{\left(1 - \frac{\sin^2 2\theta}{n^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \right\} \dots\dots\dots (117)$$

269. 活塞速率圖之另一求法 如第 387 圖，設  $O$  代表機軸， $OA$  代表曲柄， $AB$  代表連桿， $B$  點代表丁頭軸針。如曲柄每分鐘之迴轉數為  $n$ ，則曲柄軸針  $A$  每分鐘之線速率  $V = 2\pi \times OA \times n$ ，如  $n$  係一定數，即曲柄之角速率恆為一定，則  $V$  之數值亦係一等量。

畫曲柄軸針所行之圓周，並任意等分為若干等份，在此圖係分為 12 等份，以  $O$  為中心，以  $AB$  加  $OA$  及  $AB$  減  $OA$  為半徑，截丁頭軸針所行之直線，得丁頭軸針行至兩極端，應在之地點  $M$  與  $N$  兩點，以 1, 2, 3, 4, ..... 12 等點為中心，以連桿之長為半徑，截丁頭軸針所行之直線，得  $B, 2_1, 3_1, 4_1, \dots$  等點。



寸代表丁頭軸針之速率，即欲求丁頭軸針之速率，無須每次必求出  $F$  點。用同一方法，求出  $2_1 2''$ ,  $3_1 3''$ , ……等線，代表  $A$  點行至  $2, 3, \dots$  時，丁頭軸針應有之速率，連  $M, 1'', 2'', 3'' \dots$  等點，畫一曲線即得所求之活塞速率圖。

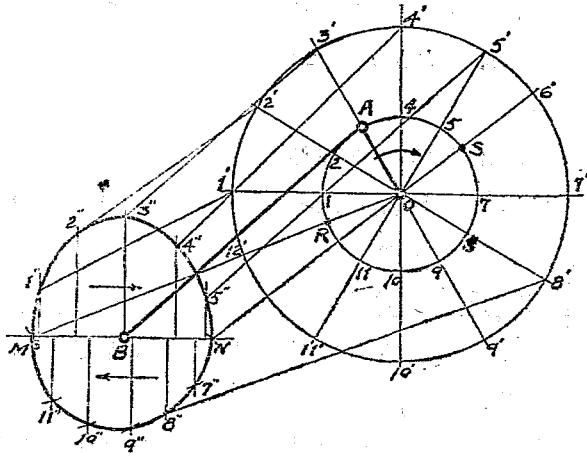
當丁頭軸針回行時，其速率圖完全與前行時相同，故下半圖完全與上半圖對稱。

270. 變速運動機構 (Variable motion mechanism) 如丁頭軸針所行之直線不經過機軸之中心，則活塞速率圖之上半與下半即不對稱。

如第 388 圖，設  $O$  為機軸之中心， $OA$  代表曲柄， $AB$  代表連桿， $MN$  代表丁頭軸針所行之中心線， $M$  與  $N$  兩點係以  $O$  為中心，以曲柄與連桿長度之和與較為半徑，各作一弧，截丁頭軸針所行之直線而得。

連  $MO$  線，遇曲柄軸針所行之圓於  $R$  點，連  $NO$  線，並引長之，遇曲柄軸針所行之圓於  $S$  點，則  $R$  與  $S$  兩點即為丁頭在一衝程兩端時，曲柄軸針所占之地位。

如曲柄按表針迴轉之方向迴轉，如箭頭所示，則當曲柄迴轉  $ROS$  角時，丁頭軸針由  $M$  行至  $N$ 。當曲柄迴轉  $SOR$  角時，丁頭軸針由  $N$  行至  $M$ ，但  $ROS$  角小於  $180^\circ$ ， $SOR$  角則大於  $180^\circ$ 。故倘曲柄按一種等角速率迴轉，則丁頭軸針由  $M$  行至  $N$  時，其速率必較高，由  $N$  行至  $M$  時，其速率必較低。其情形如圖上所示，圖之畫法，與前段相同，茲不贅述。



第 388 圖

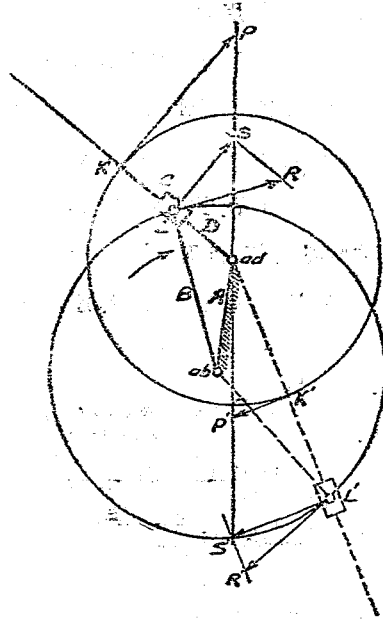
### 27. 變速迴轉運動機構 (Variable rotary motion mechanism)

仍用第 387 圖之組織，但將相當曲柄之一件，使之固定，相當機架之一件，使改為能運動之件，並將各件之大小，加以相當之變更，則可得到另一種變速機構。

如第 389 圖，設  $ABCD$  為組成此機構之四件， $A$  件靜止，迴轉桿  $B$  之上端，由活動軸裝置於滑塊上，假設  $B$  桿之上端按一定之速率迴轉，並設其速率之大小，由  $LR$  線所代表，當全機構位於圖上所示之地位時，試求  $D$  桿上之一點  $K$  之速率。

$B$  桿上端之速率與滑塊  $C$  之速率相同，故  $B$  桿上端之速率  $LR$  即代表滑塊  $C$  繞  $ad$  中心之速率，求  $C$  繞  $ab$  中心之速率，將  $LR$  分解為兩部，一部  $LS$ ，與  $D$  桿垂直，一部  $SR$  與  $D$  桿平

行。與  $D$  桿垂直之一部，代表滑塊繞  $ad$  中心之速率。與  $D$  桿平行之一部，代表滑塊沿  $D$  桿滑動之速率。 $K$  點繞  $ad$  中心之速率與滑塊  $C$  繞  $ad$  中心之速率，必與其距  $ad$  之距離成正比。故按相似三角形理，可求出  $K$  點之速率  $KP$ 。當  $BCD$  各件迴轉至別一地位，如圖上虛線所示，倘  $L'R'$  仍代表  $B$  桿上端或滑塊  $C$  繞  $ab$  中心之速率，其大小仍不變， $D$  桿上  $K$  點之



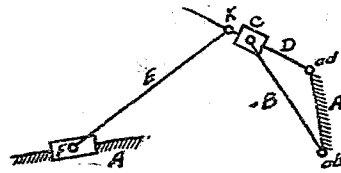
第 389 圖

速率，則為  $K'P'$  所代表較前為小。 $B$  桿謂之定徑桿 (Constant radius arm)。因其長度恆為一定，其迴轉之中心  $ab$ ，則謂之定徑桿心 (Constant radius arm center)。 $D$  桿謂之變徑桿 (Variable radius arm)。因滑塊距其迴轉中心  $ad$  之半徑，隨時變更，其迴轉之中心  $ad$ ，則謂之變徑桿心 (Variable radius arm center)。

272. Whitworth 急回運動機構 (Whitworth quick return motion mechanism) 在前圖所表示之機構上，如於  $D$  桿上裝置一連桿與一丁頭，或一撞桿 (Ram)，如第 390 圖所示。則又

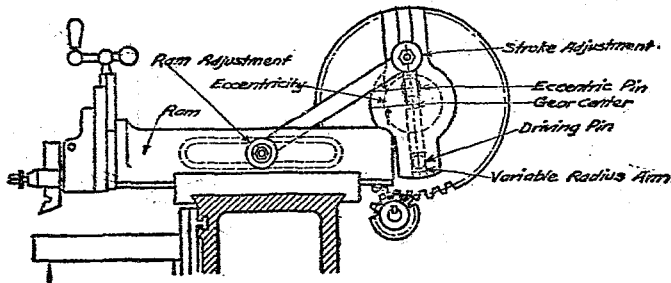


得到一種實用之機構，謂之 Whitworth 急回運動機構，多用於成形機上 (Shaper)。惟實際上之構造，微有變化，如第 391 圖所示。其原理則與第 390 圖所示無異。



第 390 圖

今就一例題研究其速率圖如下。



第 391 圖

例題 44. 計畫一成形機上應用之 Whitworth 急回運動機構，並將衝程最大時撞桿之速率圖畫出。

前進時對於後退時之速比為 1:2。

定徑桿心距變徑桿心之距離為 2 吋。

變徑桿心在撞桿運動之中心線以上  $2\frac{1}{2}$  吋。

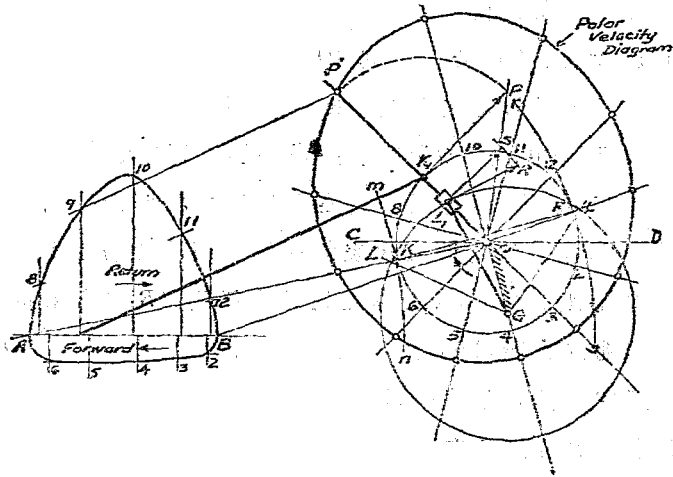
一衝程之長度——最大時， $5\frac{1}{2}$  吋。

一衝程之長度——最小時，4 吋。

連桿之長度——12吋。

如第392圖,先畫最大衝程線  $AB$ 。並畫一水平線  $CD$ , 使距  $AB$  線之距離等於變徑桿心在撥桿運動之中心線以上之高度,在此題即  $2\frac{1}{2}$  吋。

以  $A$  為中心,以連桿之長為半徑,畫  $mn$  弧線,再以  $B$  為中心,用同一之半徑,畫  $rs$  弧線。用試驗方法,在  $CD$  線上,求變徑桿心  $O$ 。即在  $CD$  線上試求一點  $O$ , 如用為圓心而畫一圓時,其圓周適能與  $mn$  及  $rs$  兩弧線相切為度。



第 392 圖

連  $AO$  線,與  $mn$  弧線相交於  $K$  點,連  $BO$  線並引長之,與  $rs$  弧線相交於  $K'$  點,則  $OK$  與  $OK'$  即代表當撥桿在衝程兩端  $A$  與  $B$  時,變徑桿所處之地位。

連  $KK'$  線經過  $O$  點，畫  $OG$  線與  $KK'$  垂直，沿  $OG$  線，截  $OG$  一段，使等於定徑桿心距變徑桿心之距離（在此題為 2 吋），則  $G$  點即定徑桿心之地位。

其次求撞桿在一衝程兩端時，定徑桿所在之地位。

因在此題，前進時對於後退時之速比為 1:2 即前進時一衝程所用之時間為後退時一衝程所用之時間之兩倍。又因定徑桿係按等角速率運動，故定徑桿迴轉  $240^\circ$  之時間，應為撞桿前進之衝程所占，定徑桿迴轉  $120^\circ$  之時間應為撞桿後退之衝程所占，由  $G$  點起，畫兩線，使對  $OG$  占對稱之地位，並彼此成  $120^\circ$  之角度，此兩線與  $AO$  及  $BO$  兩線相交於  $L$  及  $L'$  兩點，則  $GL$  與  $GL'$  即為撞桿在一衝程兩端時，定徑桿所在之地位，以  $G$  點為中心，以  $GL$  為半徑，畫一圓。此圓即為定徑桿外端之動路。 $K_1KK'$ ，將變徑桿與連桿相連之點所行之圓，平分為 12 等分，與  $OG$  線對稱，使代表變徑桿不同之地位，並以 1, 2, 3, …… 12 等點為中心，以連桿之長為半徑，截  $AB$  線以求撞桿相當之地位，並對於  $AB$  線各畫一垂直線。

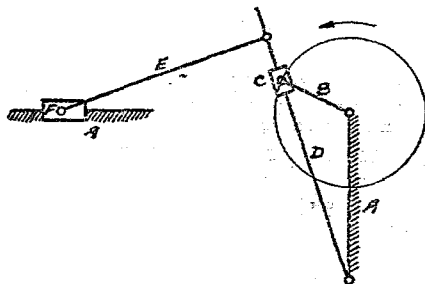
因定徑桿之速率係等量，故可由一定之長度代表之，畫  $L_1R$  線與定徑桿垂直代表定徑桿外端之速率，與前段同法，可求出  $K_1P$ ，以代表  $K_1$  點之速率。迴轉  $K_1P$  至變徑桿上，得  $P'$  點，則  $K_1P'$  亦即代表  $K_1$  點之速率。經過  $P'$  點畫一線與連桿平行，得撞桿速率圖上之一點 9。

用同一方法，得出撞桿速率圖上之各點，畫一曲線即得

出撞桿之速率圖如圖上所示,由圖上觀之,可知撞桿在前進之衝程中,其速率較小,且較均勻。

又就圖上觀之,可知在此機構,定徑桿與變徑桿皆係迴轉一整圓周。

273. 搖桿急回運動機構 (Oscillating arm quick return motion mechanism) 仍用 Whitworth 急回運動機構之件數,但變更其長短之比例,則可另得一種機構,謂之搖桿急回運動機構,如第 393 圖所示。



第 393 圖

就圖上觀之,可知此種機構,與 Whitworth 急回運動機構之情形,大致相同。所異者為兩中心相距較遠,變徑桿較定徑桿特長耳。因變徑桿特別較長,故當定徑桿迴轉一整周時,變徑桿只往復擺動一次。變徑桿往復擺動之角度,與撞桿前進衝程對於後退衝程所用時間之比,可求之如下:

以定徑桿心為中心,以定徑桿之長為半徑畫一圓,經過變徑桿心,畫兩直線與此圓之兩邊相切,此兩線所夾之角度

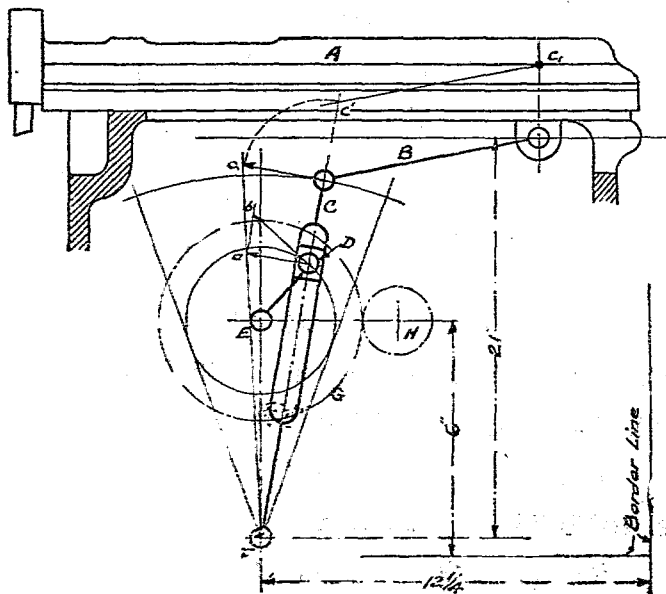
即為搖桿擺動之角度，將兩切點連於定徑桿心，此兩線分全圓為兩分，此兩分角度，大小之比，即為撞桿在前進衝程對於後退衝程所用時間之比。

至撞桿速率圖之畫法，則與前段無異。

### 習 題

1. 畫兩略圖，表示 Whitworth 急回運動機構與搖桿急回運動機構不同之點。

2. 第 394 圖，表示一搖桿成形機。試畫出撞桿 (Ram) 之速率圖，又如  $G$  輪之直徑為 12 吋， $H$  輪之直徑為 4 吋，如欲使鉋刀最大之速率達每分鐘 60 呎，問  $H$  輪每分鐘之迴轉數若干。

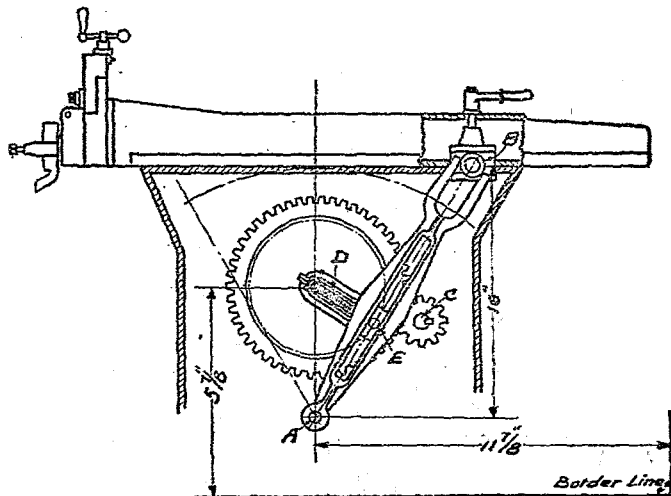


第 394 圖

與件;搖桿  $C$  之長度  $=20''$ ; 連桿  $B$  之長度  $=9\frac{1''}{2}$ ;  $DE$  最大之長度  $=4\frac{1''}{4}$  時間之比(最大衝程時)  $=5:3$ 。畫圖尺寸縮小一倍。代表  $D$  點速率之直線,使等於  $\frac{DE}{3}$ 。

3. 第 395 圖,亦表示一搖桿成形機。試畫出搖桿之速率圖,又如  $C$  輪每分鐘之迴轉數為 50 次,問鉋刀最大之速率為每分鐘若干呎。

與件;大齒輪之直徑  $=14''$ ; 小齒輪之直徑  $=4\frac{1''}{4}$ ;  $DE=5''$ ; 速比  $=1:2$ ; 畫圖尺寸縮小一倍。



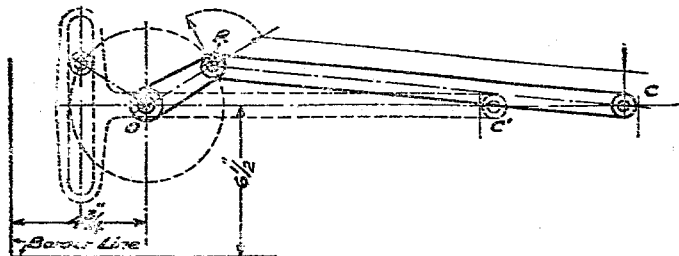
第 395 圖

4. 第 396 圖實線表示一普通蒸汽機之機構。虛線表示一 Scotch 丁頭機構。試畫出兩種機構丁頭軸針之速率圖,並重疊於同一之基線上以資比較。

與件;  $OB=3''$ ;  $RC=12''$ ;

$O$  處軸頭之直徑  $=\frac{5''}{8}$ ;  $E$  與  $C$  處軸頭之直徑  $=\frac{1''}{2}$ ;  $E$  與  $O$  處

軸針之直徑  $\frac{5''}{16}$ ; C 處軸針之直徑 =  $\frac{3''}{8}$ ; B 點之速率用  $1\frac{1''}{2}$  代表。

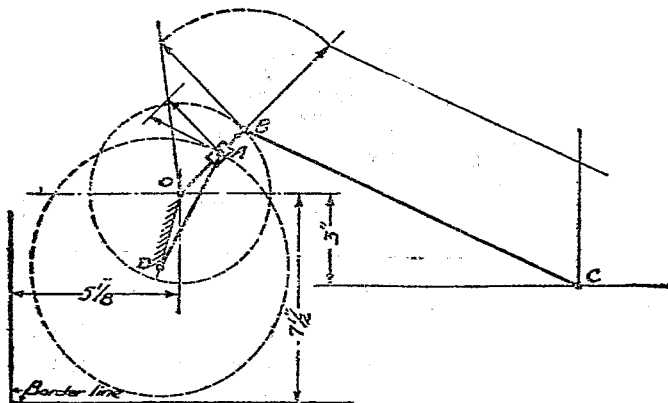


第 396 圖

第 397 圖表示一應用 Whitworth 急回運動之成形機之重要部分。試畫出撞桿之速率圖。

與件:  $OB=3''$ ;  $DA=4\frac{1''}{8}$ ;  $OD=2\frac{1''}{8}$ ;  $BC=12''$ 。

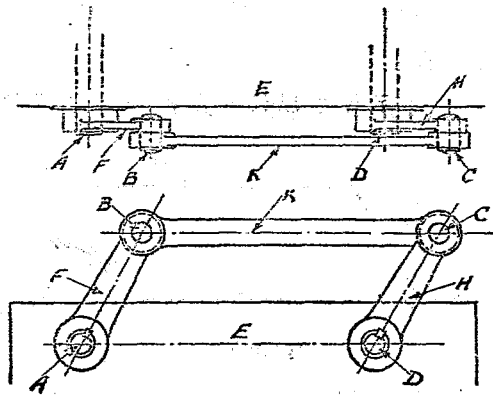
用  $1\frac{1}{2}$  代表 A 點之速率。



第 397 圖

## 第十四章 連動裝置或連桿工(Linkwork)<sup>①</sup>

274. 四桿連動裝置 (Four-bar linkage) 四桿連動裝置,如第398圖所示。 $E$  爲一固定之件如一機械之機架,  $A$  與  $D$  爲兩軸,其軸承係裝置於  $E$ 。連  $AD$  兩軸心之直線,謂之中心線 (Line of centers)。  $F$  謂之曲柄,由一鍵固定於  $A$  軸。 $H$  亦爲一



第 398 圖

① 蔚天佑華英工學字典,譯爲連桿工,日本英和工學字典譯爲連針工。



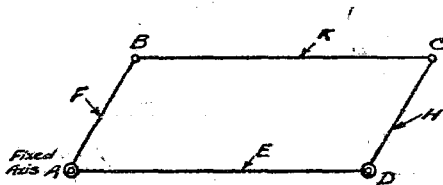
曲柄，由一鍵固定於  $D$  軸， $F$  與  $H$  之外端復由一連桿  $K$  及  $BC$  兩軸針連接之。軸針  $B$  可固定於  $K$  而自由迴轉於  $F$  之孔中，或固定於  $F$  而自由迴轉於  $K$  之孔中，軸針  $C$  亦然，可固定於  $K$  或  $H$ ，而自由迴轉於  $H$  或  $K$  之孔中。

如  $A$  軸迴轉，曲柄  $F$  必隨之迴轉。曲柄軸針  $B$  之中心沿一圓周運動，其中心，即  $A$  軸之中心。 $B$  之運動，由連桿  $K$  之傳達以帶動  $C$ 。又因  $C$  只能繞以  $D$  為中心之一圓周運動，故結果使曲柄  $H$  及  $D$  軸亦發生迴轉運動。

$B, F, K$  與  $H$  四件，各謂之一連動桿 (Link)。或簡稱之曰桿。全組織謂之一四桿連動裝置。

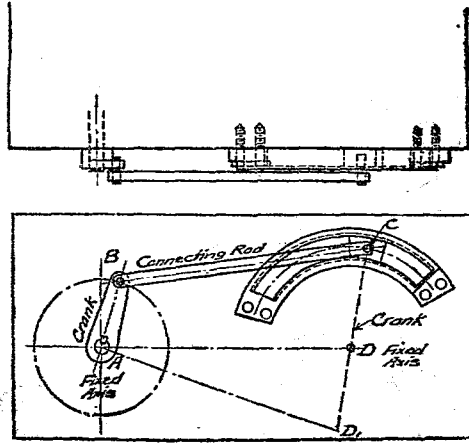
研究連動裝置時，為簡單起見，有時用各桿之中心線以代表各桿。

如第 399 圖所示可用以代表前圖同一之裝置。



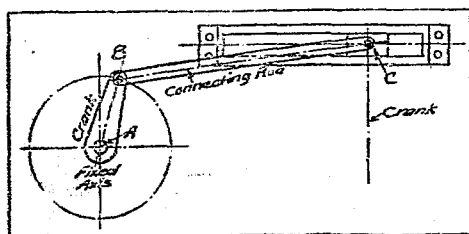
第 399 圖

275. 含一滑動副之四桿連動裝置 (Four-bar linkage with a sliding member) 如第 400 圖。在連桿之一端，由一軸針  $C$  裝置一滑塊。當曲柄  $AB$  迴轉時，滑塊沿一弧形槽往復滑動，弧形槽之中心在  $D$  點。就圖上觀之，可知如不用弧形槽，而將軸

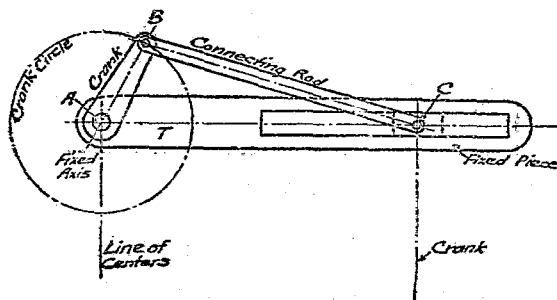


第 400 圖

針  $C$  連於一長度  $CD$  之曲柄上，並使此曲柄繞  $D$  迴轉，則當曲柄  $AB$  迴轉時， $C$  必發生同樣之運動。故此種機構實際上實為一四桿運動裝置， $AB$  與  $DC$  為兩曲柄之中心線。 $AD$  為兩軸之中心線。 $BC$  為連桿之中心線。如使弧形槽之半徑較圖上所示者增大，假設中心由  $D$  點移至  $D_1$  點，則相當之四桿運動裝置為  $ABCD_1$ ，仍與前述之理相合。依此類推，若使弧形槽之半徑增大至無限，則弧形槽變為一直形槽，如第 401 圖所示。然就原理言，此種機構，必仍相當一四桿運動裝置。 $AB$  為一實在之曲柄，經過  $C$  點與直形槽垂直之一線可代表另一曲柄。 $BC$  為連桿，經過  $A$  點與理想之曲柄平行之直線，代表兩軸之中心線。第 402 圖所示者，則為此種機構在實際上常



第 401 圖

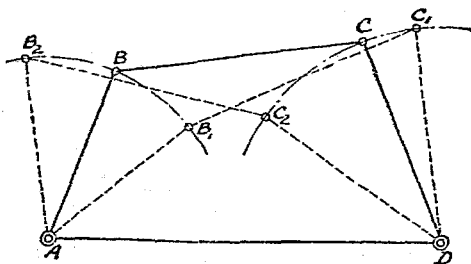


第 402 圖

被採用之形狀。直形槽之中心線經過  $A$  軸之中心。凡普通蒸汽機內燃機及唧筒等，多係採用此種機構。由機軸曲柄連桿丁頭及導路等部組合而成。

276. 各桿之相對運動 (Relative motions of the links) . 在第 403 圖所示之四桿連動裝置， $A$  與  $D$  為兩個固定軸。 $AB$  與  $DC$  為兩曲柄。 $BC$  為連桿。

如曲柄  $AB$  由實線所表示之地位迴轉至右邊虛線所表示之地位時，即迴轉  $BAB_1$  角時，軸針  $B$  移動  $BB_1$  一段弧線。



第 403 圖

結果使連桿推動軸針  $C$  達於  $C_1$  點。若曲柄  $AB$  由實線所表示之地位，迴轉至左邊虛線所表示之地位，且使  $BAB_2$  角等於  $BAB_1$  角，軸針  $B$  移動  $BB_2$  一段弧線。結果使連桿牽引軸針  $C$  達於  $C_2$  點。就圖上觀之，可知  $BB_2$  一段弧線與  $BB_1$  一段弧線相等，而  $CC_2$  一段弧線則大於  $CC_1$  一段弧線。故在四桿連動裝置，除兩曲柄之長度完全相等外（詳後），倘一曲柄按等角速率迴轉，則別一曲柄之迴轉速率恆時時變化。又在一四桿連動裝置，先動之曲柄，有時謂之原動曲柄 (Driving crank)，被動之曲柄，有時謂之從動曲柄 (Driven crank)。

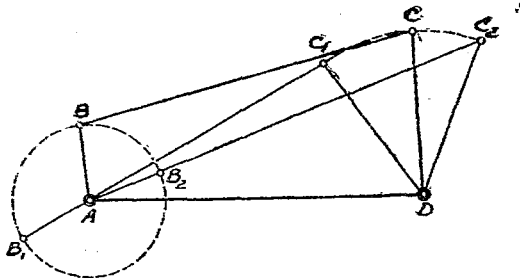
277. 死點 (Dead points) 一四桿連動裝置發生運動後，當從動曲柄行至與連桿成一直線時，則專由連桿所傳達之力，即不能使從動曲柄迴轉。此種地位，謂之死點。如從動曲柄迴轉一整圓周，則有兩個此種地位。

278. 曲柄與搖桿 (Crank and rocker) 如第 404 圖，設  $AD$  桿係固定， $AB$  曲柄能迴轉一整圓周。而  $DC$  桿則繞  $D$  軸往復擺

動,欲得到此種結果,須合於下列四種條件:

$$(a) AB+BC+DC > AD. \quad (b) AB+AD+DC > BC.$$

$$(c) AB+BC-DC < AD. \quad (d) BC-AB+DC > AD.$$

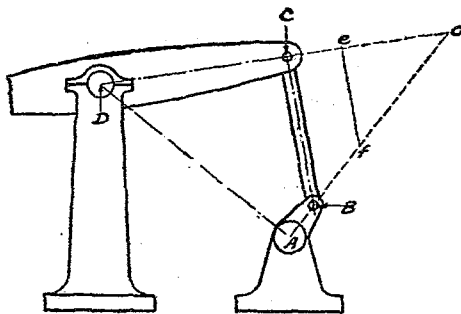


第 404 圖

(a)與(b)兩項爲顯然之事實,無待解釋,因不如此則運動之發生爲不可能。(c)項可由各桿在最右之位置  $AB_2C_2D$  時所作成之三角形  $AC_2D$  見之。因若欲使  $AB$  能迴轉一整圓周,  $DC$  桿只繞  $D$  軸往復擺動,則  $AB_2C_2D$  決不能使之成一直線也(意即必成一三角形,若必成一三角形,則(c)項之情形即爲必要)。(d)項可由各桿在最左之位置  $AB_1C_1D$  時所作成之三角形  $AC_1D$  見之。

在  $C$  點動路上之  $C_1$  與  $C_2$  兩點,搖桿變其運動之方向。倘用搖桿  $DC$  爲原動部,則行至此兩點時,若無其他輔助之件(如飛輪等),則不能使曲柄  $AB$  繼續迴轉,因當  $C$  點行至  $C_1$  與  $C_2$  時,  $AB$  與  $BC$  在一直線上,無論推力或挽力僅有壓力及於  $A$  軸,而無使  $AB$  迴轉之力也,若用曲柄  $AB$  爲原動部,則異是,

上述之連動裝置，曾應用於天秤機 (Beam engine) 如第 405 圖所示，固定桿  $AD$  為機架所代表， $AB$  相當前圖之曲柄， $BC$  相當前圖之連桿， $DC$  相當前圖之搖桿。在圖上所示之位置， $BC$  桿之瞬時中心在  $O$  點，且在此時刻  $B$  點之速率對於  $C$  點之速率之比，等於  $OB$  對於  $OC$  之比。或  $Bf$  對於  $Ce$  之比。  $ef$  為平行於  $Bc$  之直線。



第 405 圖

仍參看第 404 圖，如  $AB, BC, CD$  與  $DA$  之長度已知，則搖桿擺動之角度可以算出。

就  $AC_2D$  三角形言，

$$\cos ADC_2 = \frac{DC^2 + AD^2 - (BC + AB)^2}{2(DC \times AD)}$$

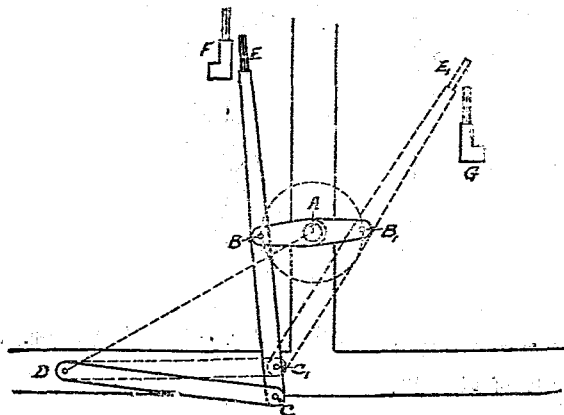
就  $AC_1D$  三角形言，

$$\cos ADC_1 = \frac{DC^2 + AD^2 - (BC - AB)^2}{2(DC \times AD)}$$

$$C_1DC_2 = ADC_2 - ADC_1 \dots\dots\dots(118).$$

$ADC_2$  與  $ADC_1$  兩角可以算出，兩角之差即為所求之角度。如使  $BC$  桿固定，使  $AD$  桿變為連桿，則機構仍與前相同，所異者，只連桿與固定桿相對之長度不同耳。

第 406 圖表示曲柄與搖桿應用於梳毛絨機上之情形，(Wool combing machinery) 曲柄  $AB$  按等角速率繞  $A$  軸迴轉， $CD$  桿則繞  $D$  軸擺動， $A$  與  $D$  兩軸均固定於機架上，故  $AD$  即代表固定桿  $AD$ 。連桿  $CB$  由  $B$  端延長，並於上端裝置一梳  $E$ 。

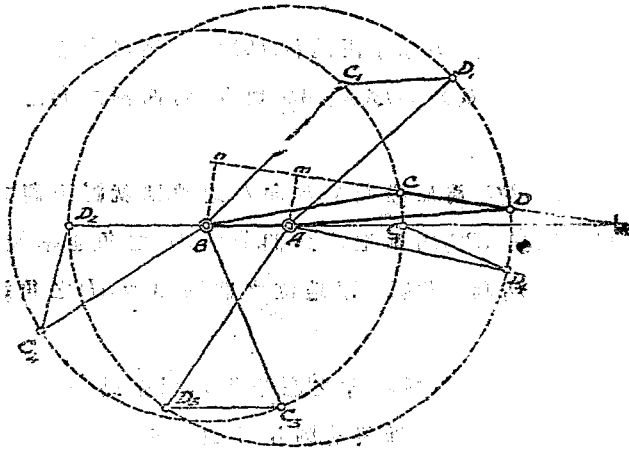


第 406 圖

在機架上復裝置兩梳  $F$  與  $G$ 。當工作時，曲柄每迴轉一周， $E$  梳即由  $F$  梳取毛絨一束而傳之於  $G$  梳。圖中實線表示  $E$  梳正經  $F$  梳上之毛絨向上升起，因之能分離其一部，圖中虛線則表示  $E$  梳將放置毛絨於  $G$  梳之情形。

279. 拉桿 (Drag link) 在第 404 圖之運動裝置，如使  $AB$  桿

固定， $BC$ 與 $AD$ 兩桿作為曲柄，分繞 $B$ 與 $A$ 兩軸迴轉， $CD$ 桿則變為連桿。如第407圖所示，則得一種新運動裝置，謂之拉桿，欲使兩曲柄均能迴轉一整圓周，且無死點，則須合於下列兩種條件：



第407圖

- (a) 每一曲柄均須長於兩軸之中心線，此不待解釋。
- (b) 較小之曲柄所畫之圓，分較大之曲柄所畫之圓為兩圓分 (Segment)，連桿  $CD$  須大於較小之圓分  $C_1f$ ，而小於較大之圓分  $C_2D_2$ 。

此種關係，更可表之如下：

$$CD > AB + AD - BC \quad (\text{見三角形 } AC_1D_1);$$

$$CD < AD + BC - AB \quad (\text{見三角形 } BC_2D_2).$$



引長連桿之中心線，使與兩軸中心線之引長線相交於  $e$  點，並由  $AB$  兩軸之中心，畫連桿引長線之垂線  $Am$  與  $Bn$ 。

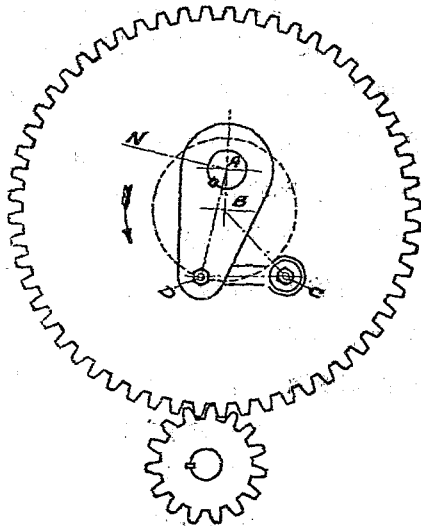
按第九章第 176 段之理得

$$\frac{AD \text{ 之角速率}}{BC \text{ 之角速率}} = \frac{Be}{Ae} = \frac{Bn}{Am}$$

在  $ABC_1D_1$  與  $ABC_3D_3$  兩地位， $CD$  與兩軸之中心線平行，因此  $Bn$  與  $Am$  兩垂線相等。故  $AD$  與  $BC$  兩曲柄之角速率亦相等。

又假設  $BC$  為原動曲柄，並向左迴轉，則就圖上觀之，可知在  $ABC_3D_3$  與  $ABC_1D_1$  兩地位之間，曲柄  $AD$  之角速率較  $BC$  為高，在  $ABC_1D_1$  與  $ABC_3D_3$  兩地位之間，則曲柄  $AD$  之角速率較  $BC$  為低。

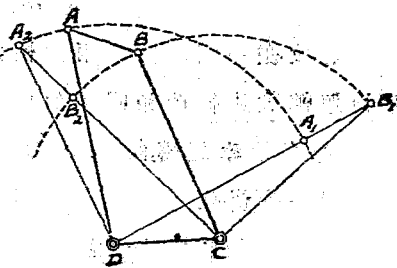
第 408 圖表示一種拉桿之應用，係用以帶動一 Dill slotte 之撞桿者，就圖上各字母與前圖比照觀之，可知何部相當何桿。大齒輪沿一固定之大軸頭迴轉，其中心在機架上之  $B$  點，輪上裝置一軸針  $C$ 。 $BC$  即相當前圖上之  $BC$  一桿。大齒輪即相當前圖上之原動曲柄， $A$  軸係在大軸頭上之一孔中迴轉，並由一鍵將  $AD$  曲柄固定於其上曲柄之  $D$  端，再由一連桿與軸針  $C$  相連， $A$  軸之一端，復有一曲柄，再由別一連桿以帶動撞桿 (Ram)。 $AN$  線代表  $A$  軸一端之曲柄之中心線，在圖上所示之地位，撞桿約行至向下衝程 (Downward stroke) 之中間。



第 408 圖

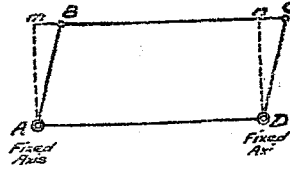
280. 雙搖桿 (Double rocking lever) 第 409 圖仍表不同

一之連動裝置惟使  $DC$  一桿固定，使  $AB$  變為連桿。在此情形之下， $CB$  與  $DA$  兩曲柄，只能各繞其軸  $C$  與  $D$  往復擺動，均不能迴轉一整圓周。其兩極端之地位，一為  $A_1B_1$ ，一為  $A_2B_2$ 。



第 409 圖

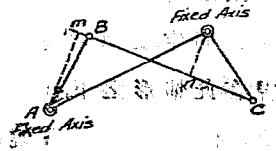
281. 平行曲柄之四桿運動裝置 (Parallel crank four bar linkage) 如第410圖設曲柄 $AB$ 與曲柄 $DC$ 之長度相等,兩軸中心線 $AD$ 亦與連桿 $BC$ 之長度相等,則兩曲柄向同一方向迴轉時,無論在何時刻,四桿之中



第 410 圖

心線恆為一平行四邊形,故自兩軸中心至連桿中心線之垂直線 $Am$ 與 $Dn$ 恆彼此相等。即兩曲柄迴轉之角速率恆相同。機關車上 (Locomotive)兩曲柄與平行桿即其一例。兩原動輪軸心之中心線即相當圖上之 $AD$ 。惟在機關車上,機構之全體亦有相當運動耳。

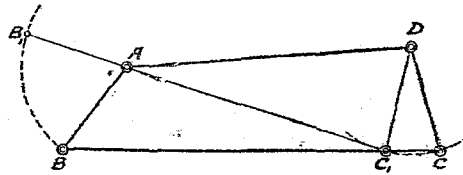
282. 兩個不平行等長曲柄之四桿運動裝置 (Non-parallel equal crank linkage) 如第411圖,設 $AB$ 仍等於 $DC$ , $AD$ 仍等於 $BC$ 。但兩曲柄迴轉之方向相反,如此則自兩軸中心線至連桿中心線之垂直線 $Am$ 與 $Dn$ 彼此不等,故在一定時間內,兩曲柄之平均迴轉數雖彼此相同,但如曲柄 $AB$ 按等角速率迴轉,曲柄 $DC$ 之角速率則時時變化。



第 411 圖

283. 由運動裝置發生之遲緩運動 (Slow motion by linkwork)

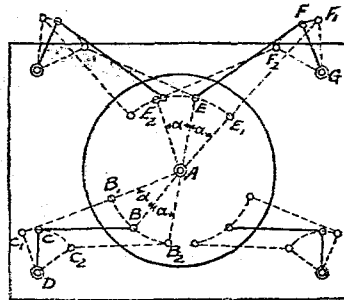
在一種四桿運動,如各桿之長短配合適宜,可使曲柄發生一種遲緩運動,如第412圖, $AB$ 與 $DC$ 兩曲柄沿 $A$ 與 $D$ 兩定



第 412 圖

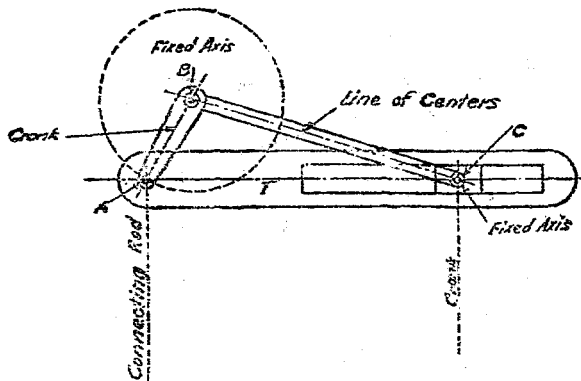
軸迴轉，並由連桿  $BC$  連其兩外端，倘曲柄  $AB$  向右迴轉，曲柄  $DC$  亦向右迴轉，但其迴轉之角速率特低，至曲柄  $AB$  達  $AB_1$  之地位，則曲柄  $DC$  之角速率等於零。如曲柄  $AB$  再向前運動，則使  $DC$  回其原來之地位，且起始時運動甚緩，迨後則逐漸加速，此種運動，在 Corliss 汽瓣上，曾採用之。如第 413 圖所示，運動裝置  $ABCD$  帶動一出汽瓣

(Exhaust valve)。當汽瓣關閉，即當  $C$  近於  $C_1$  時，使曲柄  $DC$  發生一極遲緩之運動，但當汽瓣正開或正關時，即  $C$  在  $C$  與  $C_2$  之間時，使運動特別增速，帶動入汽瓣之運動裝置，亦有同樣之運動，如運動裝置  $AEEFG$  所示。

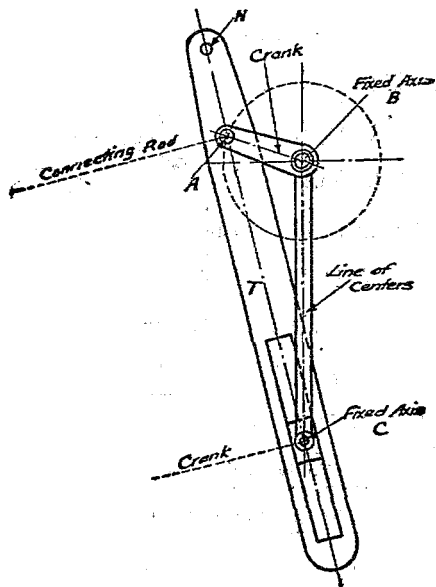


第 413 圖

284. 搖塊連動裝置 (Swinging or rocking block four bar linkage) 在前第 402 圖，係假設  $T$  桿為固定之件，當曲柄  $AB$  迴轉時，連桿  $BC$  與丁頭軸針  $C$  即隨之發生一定之運動。但若使  $BC$  一件固定，使  $T$  桿能運動，則又成一種機構，如第 414 圖

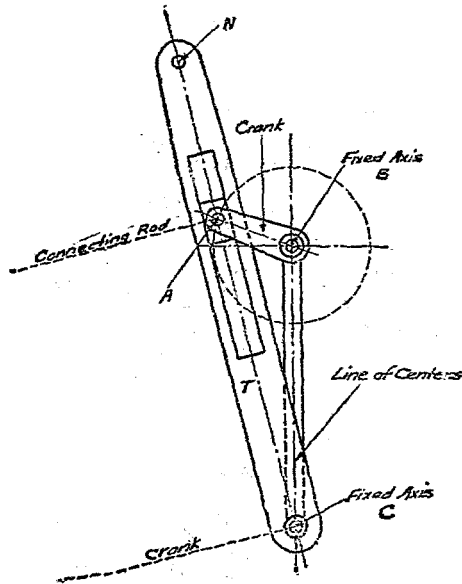


第 414 圖



第 415 圖

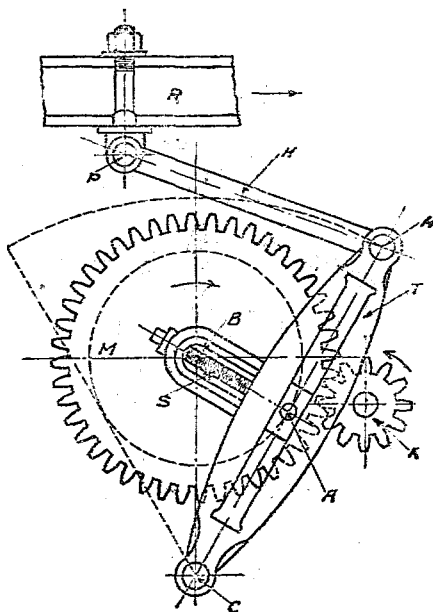
所示,  $BA$  仍為曲柄, 但  $A$  端為曲柄軸針,  $C$  針則改為一固定軸, 滑塊可繞之迴轉, 當曲柄  $BA$  繞  $B$  軸迴轉時,  $T$  桿發生擺動, 且同時沿滑塊往復運動, 此種機構曾在數種機械上, 用之發生急回運動, 在成形機上用之者尤多, 惟有時稍加以改變耳。如第 415 圖所示, 使  $BC$  之位置垂直, 並使  $T$  桿向上延長一段, 以便由一點  $N$  裝置一連桿以帶動成形機之撞桿, 此種機構如此用法顯然有一種缺點, 即當  $T$  桿擺動時, 同時  $N$  點發生上下運動。對於帶動撞桿之動作頗不適用, 但因  $T$  桿所以沿滑



第 416 圖

塊滑動之原因,完全係使曲柄 $AB$ 迴轉時, $A$ 點與 $C$ 點之距離可以隨之變動,若將滑塊裝置於軸針 $A$ ,而使 $T$ 桿繞一固定軸 $C$ 擺動,所得之結果相同。而 $N$ 點除擺動以外,遂無上下運動,如第416圖所示。

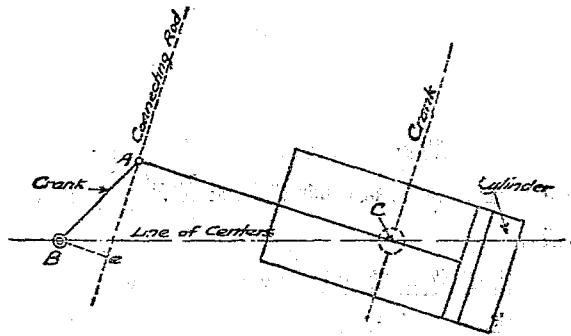
第417圖則表示此機構應用於成形機之實在情形,曲柄 $AB$ 裝置於大齒輪 $M$ 上,滑塊裝置於軸針 $A$ 上,並能沿撞桿 $T$ 上之槽中滑動, $M$ 齒輪被小齒輪 $K$ 帶動, $H$ 為一連桿,一端連於 $T$ 桿上之 $N$ 點,一端連於撞桿 $R$ 上,又 $AB$ 之長度(即由軸



第 417 圖

針  $A$  至  $M$  輪之中心) 可由螺旋  $S$  變更, 以變更撥桿或鉋刀之衝程。

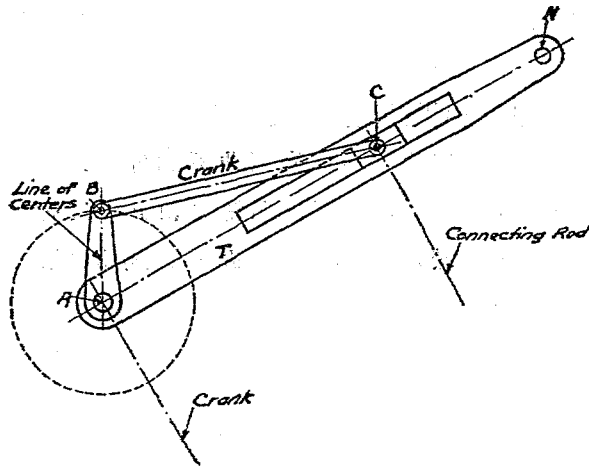
235. 擺動機 (Oscillating engine) 第 418 圖表示一種擺動機, 亦為搖塊連動裝置之一種應用, 曲柄軸針  $A$  直接連於活塞桿之一端, 汽筒則裝置於可以迴轉之軸上, 故汽筒恆隨活塞與活塞桿作同樣之擺動, 不但減去一連桿, 且曲柄所受之迴轉力亦較大。



第 418 圖

286. 迴轉塊連動裝置 (Turning block linkage) 在前第 402 圖, 如使曲柄  $AB$  固定而使  $T$  桿能隨滑塊運動, 則變為迴轉塊連動裝置, 如第 419 圖所示, 連桿  $BC$  在此變為一曲柄, 繞軸針  $B$  迴轉, 由滑塊之迴轉運動, 使  $T$  桿繞軸針  $A$  迴轉, 但迴轉之速率彼此不同耳。



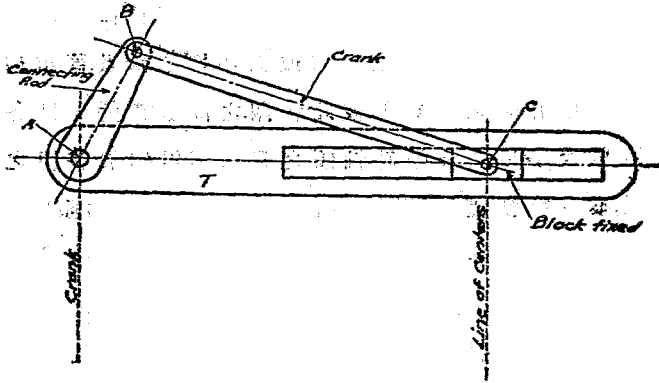


第 419 圖

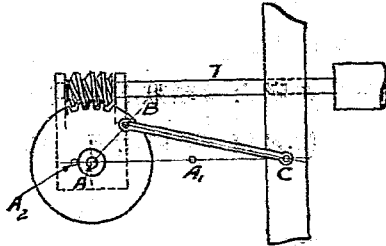
倘於  $N$  點裝置一連桿，則與前第 390 圖所示者無異 Whitworth 急回運動機構，即根據此種運動裝置製成，(參看第 272 段)。

287. 滑槽連動裝置 (Sliding slot linkage) 如將第 402 圖之滑塊固定，使  $T$  桿上之槽能沿之滑動，則變為滑槽連動裝置。如第 420 圖所示。連桿  $BC$  在此亦變為一曲柄，繞軸針  $C$  擺動。曲柄  $AB$  在此變為一連桿，能繞  $A$  軸迴轉一整周，惟同時  $A$  軸連同  $T$  桿發生一種直線運動。如  $AB$  繞  $A$  軸迴轉一整周， $T$  桿一衝程之距離等於  $2AB$ 。

第 421 圖表示此種連動裝置之一種應用連桿  $AB$  在此處膨大為一螺旋輪 (Worm wheel)，由  $T$  桿上之一螺旋桿 (Worm) 帶動之，可繞  $A$  軸迴轉，螺旋桿與螺旋輪由  $A$  軸之架保持其接觸，此桿即懸於  $T$  桿之一端，如圖上所示。



第 420 圖



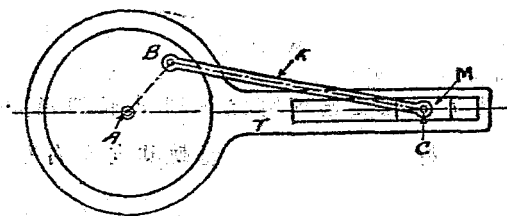
第 421 圖

如迴轉  $T$  桿，螺旋輪即隨之迴轉， $A$  軸即沿  $AC$  線之方向移動，因之  $T$  桿亦發生同樣之運動，其向左右移動之距離  $A_1A_2$  恆等於  $AB$  之兩倍。

238. 合一滑動副之連動裝置上一件之膨大 (Expansion of elements in the linkages with one sliding pair) 以前所研究之各種連動裝置，除於第 391 圖第 417 圖，及第 4 圖，曾大

略表示其實際應用之情形外，其餘對於各迴轉副 (Turning pair) 直徑之大小，及各桿之形狀或大小，均未論及，蓋就理論言，但使其中心線之長短與彼此相關之位置無變化，則各桿之形狀與大小以及各軸針軸頭之粗細不但對於各桿之相對運動，不生影響（當然以無礙彼此之相對運動為限）。且有時由一桿或數桿形式上適宜之變化，反使一種機構或一種運動裝置有實際見諸實用之可能，惟因一件或數件之膨大或變形，往往將全機構真實之性質隱去，驟觀之各件相關之情形，多不清晰，茲擇舉數例如下。

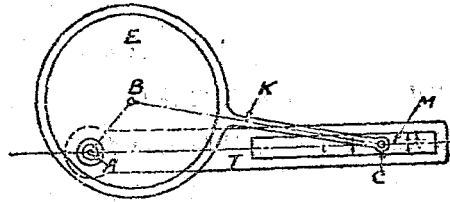
如第 422 圖所示，此機構就理論言之，與前第 397 圖所示者完全相同，惟將機軸  $A$  之直徑膨大，直至將曲柄軸針  $B$  包於其內， $T$  桿之左端亦膨大為環狀，包於其上。當  $A$  輪迴轉時，滑塊  $C$  所發生之運動，與第 402 圖所示者相同，多用於短衝程之唧筒。



第 422 圖

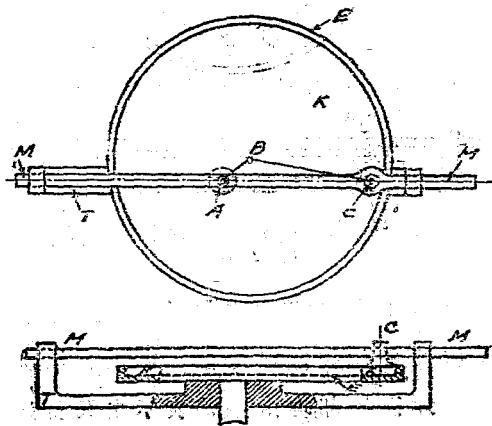
如將曲柄軸針之直徑膨大，直至將機軸  $A$  包於其內，則變為普通之偏心輪與偏心輪桿 (Eccentric and eccentric rod)。

如第 423 圖所示。



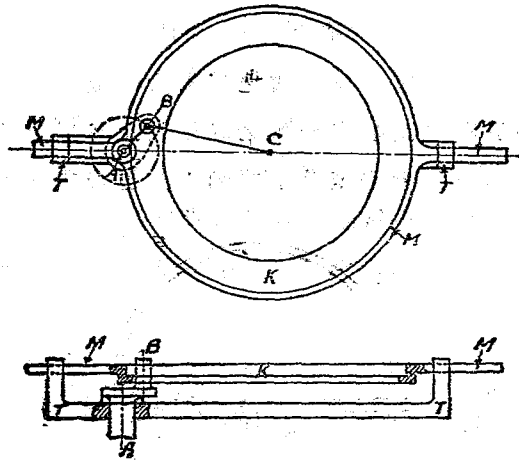
第 423 圖

$E$  爲偏心輪實際上即以  $B$  爲心之一圓盤裝置於  $A$  軸上，相當曲柄之距離  $AB$  謂之偏心距 (Eccentricity)。多用於蒸汽機之汽瓣裝置，因動作汽瓣之原動力恆取之於機軸本身，而汽瓣一衝程之距離與機軸之直徑相比多屬較小也。如使曲柄軸針再行膨大，直至將丁頭軸針亦包含在內，則得到第



第 424 圖

424圖之裝置,  $A$  仍相當機軸, 裝置於  $T$  架上之軸承內,  $B$  為以  $B$  為中心之空盤, 連桿  $BC$  在此處變為一偏心盤  $K$ , 其周緣恆與  $B$  之內緣接觸, 當  $B$  隨  $A$  軸迴轉時, 彼亦隨之迴轉, 並由短軸  $C$  以達於  $MM$  桿, 使發生相當之往復運動, 反而言之, 如不使曲柄軸針膨大, 而使丁頭軸針膨大, 直至將曲柄軸針包含在內, 則得到第 425 圖之裝置,  $BC$  桿在此處仍為一偏心盤或一偏心環  $K$ , 恆與  $MM$  桿中間環狀部分之內緣接觸, 當  $AB$  曲

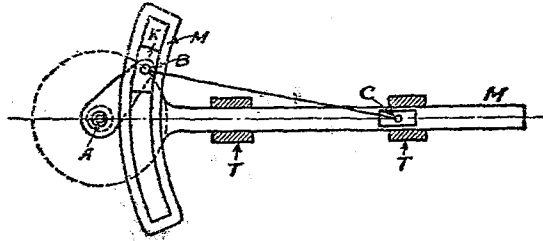


第 425 圖

柄迴轉時,  $K$  環隨曲柄軸針  $B$  之迴轉運動, 發生相當之擺動, 以達於  $MM$  桿, 使發生相當之往復運動, 又為清晰起見, 凡相當原來之曲柄連桿等部, 均由一線表示之, 又就前圖觀之, 偏心環  $K$  可由一包含曲柄軸針之一環代之, 而使擺動於  $MM$

桿中間相當之環狀槽中。但使環之中心相同，則所得結果必與前無異。

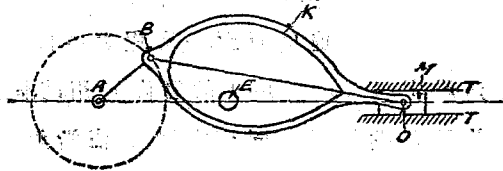
又因此環之運動僅係一種擺動，故此環之一部及環狀槽之一部已足應用，不必製備一全圓周，第 426 圖即可視為經過此種改變後之機構，與前圖相當之各部分，均用同一字母指示之，以資比較，連桿  $BC$  仍由  $K$  代替，其運動亦與前圖相同，環狀槽中心線之半徑即相當連桿之長度。



第 426 圖

又如環狀槽之半徑增大至無限，則變為第九章第 258 圖之機構。

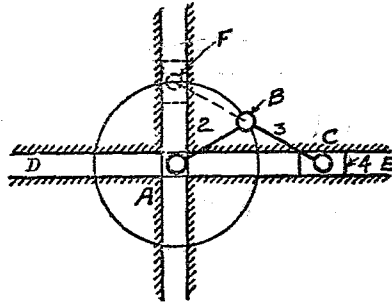
又在一種機構上，有時改變一桿之形狀，能使不可能之運動，變為可能，如第 427 圖所示，欲使曲柄  $AB$  迴轉一整周時



第 427 圖

$M$  發生一定之往復運動，倘  $B$  處有一橫軸，若用普通直形之連桿，事實上即屬不可能。然若將連桿改變為開口形如  $K$ 。使運動時恆包含  $B$  軸在內，則運動即無妨礙。

289. 兩等邊連動裝置 (Isosceles linkage) 在含一滑動副之四桿連動裝置，如使連桿之長度與曲柄之長度相等，則又得一種特別之連動裝置，如第 428 圖所示，在此種機構，因  $AB$  與  $BC$  兩桿對於滑動塊所行之直線  $DE$  恆作成一兩等邊三角形，故多稱之為兩等邊連動裝置。

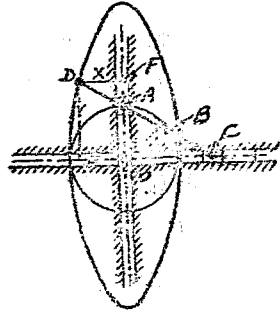


第 428 圖

就圖上觀之，可知當曲柄 2 迴轉一整周時，滑塊  $C$  所行之距離，即滑塊  $C$  一衝程之長度  $DE=4AB$ 。

因按此種裝置，當滑塊  $C$  行至一衝程之中間  $A$  時，不能得到確定之運動 (Positive motion)。故實際應用時，恆將  $CB$  桿延長至  $F$  點，並於  $F$  點裝置一同樣之滑塊，使沿與  $DE$  垂直之槽中滑動，如圖上所示。且如此裝置各桿之相對運動可離

$AB$  桿而獨立，故  $AB$  桿可以省去。畫橢圓器 (Ellipsograph) 即為兩等邊連動裝置應用之一種，其原理上各部相關之情形，略如第 429 圖所示，在  $AC$  桿之兩端各裝置一滑塊，沿互相垂直之兩導路滑動，則當兩滑塊在導路中滑動時，除  $AC$  兩點各畫一直線， $AC$  之中點  $B$  畫一圓周外（就理論言之，亦均可認為係一種橢圓）。其餘  $AC$  桿上之任一點如  $D$  皆畫出一橢圓。



第 429 圖

$$\text{設 } DC = b,$$

$$DA = a,$$

$$\text{則 } DE = y = b \sin \theta,$$

$$DF = x = a \cos \theta,$$

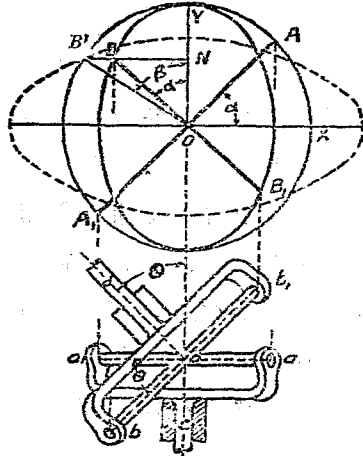
$$\text{得 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1.$$

恰為一橢圓之公式。

290. 通用聯結器或 Hooke's 聯結器 (Universal coupling or Hooke's joint) 當兩軸彼此相交，惟極近於在一直線時，則一軸之迴轉運動可由通用聯結器以傳達於別一軸，在兩軸原在一直線上，因軸架上支持兩軸之軸承在一迴轉中，或微變其地位，因之軸之中心線亦隨之微變其地位，尤多用之。



參看第 430 圖之下圖，設  $c$  與  $d$  為位置水平之兩軸，其中心線彼此相交於  $o$  點，兩軸間所成之銳角為  $\theta$ ，兩軸互相聯絡之端，各具一叉形部分，叉形部分之兩端，再由互成直角之兩組軸針組成一十字形架  $aa_1bb_1$ ，以聯絡之，十字形架之中心亦在  $o$  點。叉形部分與十字形架連接處，皆係迴轉副，故兩叉形部分可自由繞組成十字形架之兩軸迴轉。



第 430 圖

當兩軸迴轉時， $aa_1$  軸畫出一圓，其平面與  $c$  軸之中心線垂直， $bb_1$  軸亦畫出一圓，其平面與  $d$  軸之中心線垂直。因假定兩軸之位置均係水平，故兩圓之平面皆係垂直，參看第 430 圖之上圖，設十字形架之兩軸所畫之兩圓皆投射於垂直於  $c$  軸之一平面上，則  $aa_1$  所畫出之圓仍投射為一相等之圓  $AXA_1Y$ 。 $bb_1$  所畫出之圓則投射為一橢圓  $YB_1B$ 。如  $r$  代表畫出之圓之半徑，則橢圓之小半徑等於  $r \cos \theta$ 。

設  $OA$  為  $oa$  之投射線， $OB$  為  $ob$  之投射線，因  $oa$  與  $ob$  原係互相垂直，且投射於包含  $OA$  之平面內，故  $OB$  仍垂直於  $OA$ 。又當  $OA$  由水平之地位  $OX$  迴轉  $\alpha$  角度時， $OB$  亦必由垂直之

地位  $OY$  迴轉  $\alpha$  角度 (因兩投射線恆須互相垂直之關係), 但  $ob$  實際迴轉之角度, 則不為  $BOY$  角而為  $B'OY$  角。  $B'$  點係引長  $BN$  垂線與  $AXA_1Y$  圓相交之點, 設  $B'OY$  角為  $\beta$

$\alpha$  與  $\beta$  之關係可求之如下:

$$\text{因 } BN = B'N \cos \theta, \text{ 即 } \frac{BN}{ON} = \frac{B'N}{ON} \cos \theta.$$

$$\text{故 } \tan \alpha = \tan \beta \cos \theta.$$

$$\text{或 } \sec^2 \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \sec^2 \beta \frac{d\beta}{dt} \cos \theta.$$

$$\text{但 } \frac{d\alpha}{dt} \text{ 爲 } oa \text{ 之角速率 } \omega_a, \frac{d\beta}{dt} \text{ 爲 } ob \text{ 之角速率 } \omega_b.$$

$$\text{故 } \frac{\omega_b}{\omega_a} = \frac{\sec^2 \alpha}{\sec^2 \beta \cos \theta} = \frac{1}{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \alpha} \dots (119)$$

當  $\cos \alpha = 1$  或  $-1$  時, 即  $\alpha = 0^\circ$  或  $180^\circ$  時,

$$\frac{\omega_b}{\omega_a} \text{ 之數值最大, 等於 } \frac{1}{\cos \theta}.$$

當  $\cos \alpha = 0$  時, 即當  $\alpha = 90^\circ$  或  $270^\circ$  時,

$$\frac{\omega_b}{\omega_a} \text{ 之數值最小, 等於 } \cos \theta.$$

假設  $\omega_a$  係一種等角速率, 令其數值為一, 則速率之升降,

$$\text{對於平均速率之比爲 } \frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta = \sin \theta \tan \theta.$$

$$\text{又當 } \cos \theta = 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \alpha \text{ 時, 即當 } \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{1 - \cos \theta}}{\sin \theta}.$$

則  $\omega_a = \omega_b$ , 即兩軸之速率相等。

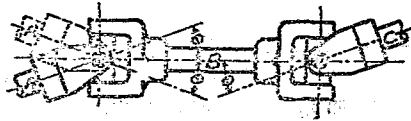
設  $\omega_a$  係一種等角速率,其大小用  $AXA_1Y$  圓之半徑代表,按照(119)式斟酌給予  $\alpha$  角度數個不同之數值,將  $\omega_b$  之數值算出,而畫於相當之半徑線或半徑引長線上,連所得各點為一曲線,則得圓上用虛線所表示之情形,又在圖上觀之,可知在一週轉中,有四個地位,兩軸之角速率相同,其餘則  $\omega_b$  有時較大,有時較小。

通用聯結器實際之形狀,變化甚多,最普通者如第 431 圖所示,謂之 Bocorselski's 通用聯結器 (Bocorselski's universal



第 431 圖

joint)。又如第 432 圖所示,倘同時用兩個通用聯結器,並使  $AC$  兩軸與中軸  $B$  位於同一之平面內,且對於中軸  $B$  所成之角

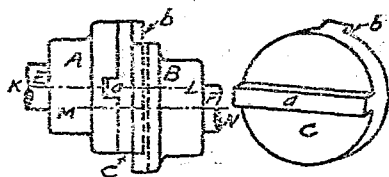


第 432 圖

度完全相等,則兩軸之角速率無論在何時刻均係相同。此種關係,就已證明之公式,極易瞭解,如就任一地位起,三軸迴轉之角度為  $\alpha, \beta$  與  $\gamma$ , 則  $\tan \alpha = \tan \beta \cos \theta = \tan \gamma$ , 故  $\alpha = \gamma$ 。但最要者,中軸兩叉形部分之軸,其中心線須恆在一平面之上,如圖上所示。

291. Oldham's 聯結器 (Oldham's coupling) 當兩軸之位

置平行,但相距之距離甚小或時有輕微之變動時,則兩軸之運動,可由一 Oldham's 聯結器傳達之,其形狀略如第433圖所示。



第 433 圖

KL與MN爲EF兩軸之中心, A與B爲兩軸端之擴大部, C爲中間圓盤,在兩邊各有一突起長方條,彼此互成正角,可沿AB兩部之長方槽中滑動,如圖中所示。

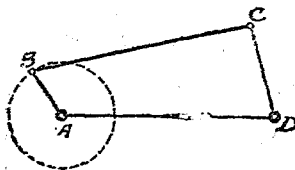
如此裝置,當A迴轉任何角度時, C必隨之迴轉同大之角度,當C迴轉任何角度時, B必隨之迴轉同大之角度,故無論在何時刻, ACB恆有同大之角速率。

習 題

1. 如第434圖,設AB桿固定,其長度爲10吋。  $BC=10\frac{1}{2}$ 吋。  
 $DC=4\frac{1}{2}$ 吋。  $AB=2\frac{1}{2}$ 吋。

倘AB迴轉一整周,問DC桿擺動之角度爲若干度。

2. 含一曲柄一連桿一丁頭及一導路之機構,係由一四桿連動裝置變化而來,試用圖說明之。



第 434 圖

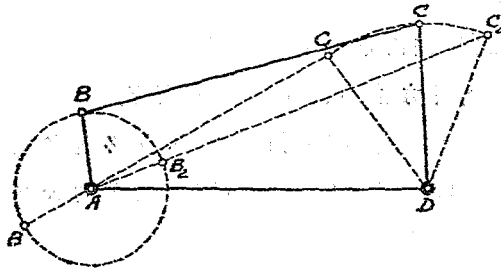
3. 如第 435 圖, 設  $AB$ ,  $BQ$ ,  $AD$  與  $DC$  四桿組成一四桿連動裝置, 倘擬由四桿組成一曲柄與搖桿之機構, 問四桿長短之關係, 須合於何種條件。

4. 偏心輪機構原理上與何種機構相同, 在何種情況下應用最宜。

5. 一等角速率運動之軸, 由一通用聯結器帶動別一軸, 兩軸所成之角度為  $20^\circ$ , 倘原動軸每分鐘迴轉 100 次, 問從動軸最大速率與最小速率各為何。

6. 兩軸互成之角度為  $\theta$ , 其迴轉運動由一 Hooke's 聯結器傳達, 試證兩軸角速率之比  $= \frac{\cos \theta}{1 - \cos^2 \alpha \sin 2\theta}$ 。

如  $\theta = 15^\circ$ , 試求最大速比與最小速比, 並求速比為一時, 原動軸迴轉之角度。



第 435 圖

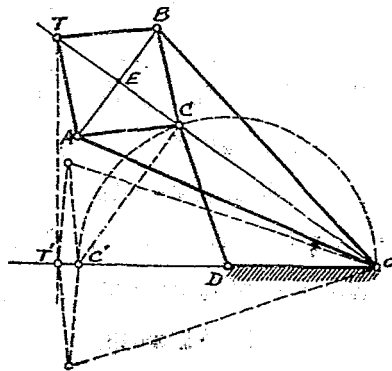
## 第十五章 直線運動與平行 運動機構

### 292. 直線運動機構 (A straight line motion mechanism)

凡一機構上有往復運動之一點，當計畫時能使免去導路上之磨擦力，即不賴直線導路之約束，即能發生直線運動者。謂之直線運動機構，所有直線運動機構，其所發之直線運動，有絕對在一直線上者，有只在一極近似之直線上者，凡只在一極近似之直線上時，多使運動範圍之中點及兩極端絕對在一直線，其餘各點亦相去極微。

### 293. Peaucellier's 直線

運動機構 此種機構之構造，如第 436 圖所示，包含七個運動桿與一個固定桿，各桿大小之比例，則  $AO=BO$ ;  $AC=BC=BT=AT$ ;  $CD=DO$ 。如此裝置， $O$ 、 $C$  與  $T$  三點恆在一直線之上。



第 436 圖



沿  $ac$  方向左右移動。滑塊與  $ab$  桿對於  $pc$  桿則各由一軸針連接之。如圖上所示。  $ab=bc=pb$ 。

又因  $P$  點上下運動之範圍多不甚大，故滑塊左右移動之距離，恆屬極微。

以  $b$  點為中心，以  $bc$  或  $pb$  為半徑，畫半圓周，則此半圓周亦必經過  $a$  點，且  $pac$  角係一正角。當  $pc$  桿在其他地位時，亦可得到同一之結果，即  $P$  點恆沿經過  $a$  點且與  $ac$  線垂直之一直線  $pp_1p_2$  運動也。

$a$  點須位於  $p$  點動路之中。又如  $ap$  代表  $P$  點由其動路之中點向上或向下移動之距離，則滑塊移動之距離，

$$CC_1 = CP - \sqrt{CP^2 - ap^2}$$

如不用滑塊與導路，完全由搖桿帶動  $Pc$  桿，可得到兩種近似之直線運動機構，與前述者極為相似。

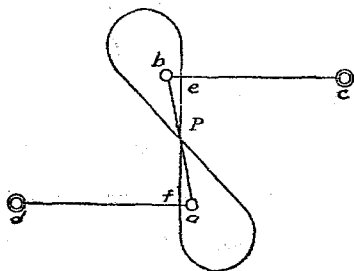
(a) 仍參看前圖，在  $CP$  桿上，選擇一適宜之點  $e$ 。當  $pe$  桿運動至中間之地位時，此點之地位為  $e_1$ 。當  $pe$  桿運動至兩極端之地位時，此點之地位為  $e$  與  $e_2$ 。經過此三點，畫一圓弧  $ee_1e_2$ ，其中心  $f$  必在  $ac$  線上。由  $pe$  桿  $ef$  連  $ef$  二點，並使能繞  $f$  處一固定軸擺動，則  $ab$  與  $ef$  兩桿即能帶動  $pe$  桿使其上之  $p$  點在其動路之中點及兩極端皆在  $PP_2$  直線之上。

(b) 仍參看前圖，倘於  $o$  點動路之中點畫一垂直線，並於此垂直線上，擇一適宜之點  $d$ 。如不用滑塊導路而代以  $cd$  搖桿，使其上端由一軸針連於  $pc$  桿，下端能繞  $d$  處一固定軸擺



動,因在此種裝置,  $e$  點之動路恆屬甚短,故極近於直線,即  $p$  點之動路亦極近於直線,且  $cd$  搖桿愈長時,所得之結果愈佳。

295. Watt's 直線運動機構 此種機構,只能得到一種極近似之直線運動,其構造略如第 438 圖所示。 $e$  為一固定軸,  $d$  為一固定軸,  $ad$  桿能繞  $d$  軸擺動,  $bc$  桿能繞  $e$  軸擺動,  $ab$  兩端復由一  $ab$  桿連接之。當  $ab$  與  $bc$  擺動時,  $ab$  桿上之一點  $p$  畫出一複雜之曲線,但如  $p$  點選擇適宜,則  $p$  點畫出一雙環曲線 (Double-looped curve)。其中有兩段為極近似之直線,當計畫此種運動

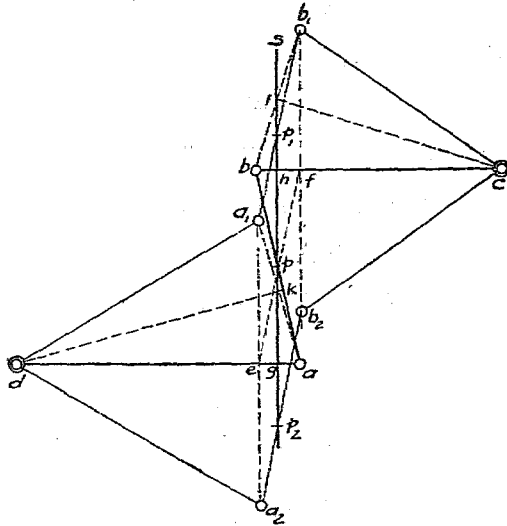


第 438 圖

時,普通只用其近似直線之一段,如圖中  $ef$ 。至各桿長短之比例,以當兩桿各在其中間地位時,即彼此恰為平行時,此一段上下兩端及中心  $epf$  三點相連之直線,恰與兩桿垂直,最為相宜。

如第 439 圖,設  $dabc$  表示三桿在中間之地位,  $da_1b_1c$  表示三桿在最上之地位,  $pp_1$  為  $p$  點一衝程距離之半。

如已給予兩桿在中間之地位,  $d$  與  $e$  兩固定軸之地位, 衝程線 (Line of stroke) 及所欲求之一衝程之長度,欲求  $ab$  兩點而連成  $ab$  線,並證明  $ab$  線與  $ss$  線相交之點  $p$ , 當兩桿向上擺動半衝程時,總在  $ss$  線上。



第 459 圖

設  $da$  與  $be$  兩桿與  $ss$  線相交於  $g$  與  $h$  兩點, 從  $g$  與  $h$  兩點, 沿  $ss$  線各截四分之一衝程之距離, 得  $k$  與  $l$  兩點, 將  $k$  點連於  $d, l$  點連於  $e$ , 畫  $aka_1, bbb_1$  兩線, 與  $dk$  及  $el$  垂直, 並使  $aa_1 = 2ak, bb_1 = 2bl$ 。

設以  $d$  為中心之桿若為  $ad$ , 則彼必能擺動至  $a_1d$  之地位  
以  $e$  為中心之桿若為  $eb$ , 則彼必能擺動至  $e b_1$  之地位,

畫  $a_1e$  線, 與  $kg$  平行, 交  $da$  於  $e$  點,

按作圖法,  $kg = \frac{1}{4}$  衝程,  $aa_1 = 2ak,$

故  $a_1e = \frac{1}{2}$  衝程,

依同法, 畫  $b_1f$  線與  $lh$  平行, 交  $be$  於  $f$  點,

$b_1f = \frac{1}{2}$  衝程, 即  $a_1e$  與  $b_1f$  平行且相等。

故  $ea_1b_1f$  爲一平行四邊形, 且  $a_1b_1$  必等於  $ef$ 。

但  $ef = ab$ , 因  $bh = hf$ ,  $ag = ge$ 。

故倘  $dabc$  爲原來三桿之地位, 必能使占  $da_1b_1c$  之地位。

又因  $ap = ep = a_1p_1$ ,  $pp_1 = ea_1 = \frac{1}{2}$  衝程, 即  $p_1$  點恰在  $p$  點之上二分之一衝程之地位也。

如給予  $dg, ch, gh$  及一衝程之長度  $s$ , 欲計算各桿之長度則依照下列各式:

因  $a$  點所經過之弧線之弦線(Chord)  $aa_1$  被  $dk$  線垂直平分, 故得

$$gh^2 = (ag)(a_1g) = \frac{s^2}{16}.$$

$$ag = \frac{s^2}{16dg}, \quad aa_1 = dg + \frac{s^2}{16dg}.$$

同理得

$$bc = ch + \frac{s^2}{16ch}.$$

$$\begin{aligned} ab &= \left[ gh^2 + (ag + bh)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[ gh^2 + \left( \frac{s^2}{16dg} + \frac{s^2}{16ch} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

求  $p$  點之地位, 就圖上觀之得

$$ap : bp = ag : bh \dots\dots\dots (120)$$

$$\therefore ap : bp = \frac{s^2}{16dg} : \frac{s^2}{16ch} = ch : dg.$$

由此得  $ap : ab = ch : ch + dg$ .

或  $bp : ab = dg : ch + dg$ .

由此式可算出  $p$  點之地位。

如  $ad = bc$ , 則

$$ad = bc = dg + \frac{s^2}{16dg}$$

$$bp : ab = dg : 2dg$$

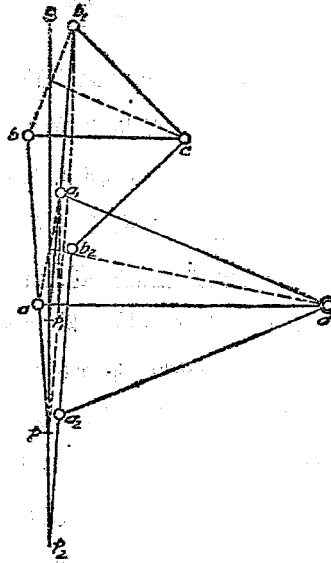
或  $bp = \frac{1}{2} ab$ .

即  $p$  點應在  $ab$  桿之中點也。

又此種機構, 更可按第 440 圖之情形裝置, 使兩固定軸  $c$  與  $d$  在運動線之一邊, 各步之畫法與前圖大致相同。惟  $p$  點落於  $ba$  引長線與衝程線  $ss$  相交之點。倘  $p$  點向上運動半衝程之距離, 亦可證明其地位仍在衝程線  $ss$  上。

又在第 439 圖, 設  $ada_1$  角  $= \theta$ ,  $bcb_1$  角  $= \phi$ , 則按 (120) 式, 得

$$\frac{ap}{bp} = \frac{ag}{bh} = \frac{ae}{bf} = \frac{ad(1 - \cos \theta)}{bc(1 - \cos \phi)} = \frac{ad^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{bc^2 \sin^2 \frac{\phi}{2}}$$



第 440 圖

$$\text{或 } \frac{ap}{bp} = \frac{bc}{ad} \times \frac{ad^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{bc^2 \sin^2 \frac{\phi}{2}}$$

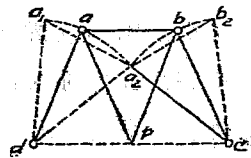
但  $ad \sin \theta = bc \sin \phi$ , 又因  $\theta$  角與  $\phi$  角超過  $20^\circ$  之時極少, 即可假設

$$ad \sin \frac{\theta}{2} = bc \sin \frac{\phi}{2}$$

$$\therefore \frac{ap}{bp} = \frac{bc}{ad} \text{ (近似) } \dots\dots\dots(121)$$

即  $p$  點分  $ab$  桿之兩段, 與其接近之搖桿之長度成反比, 當兩搖桿之長度相等時, 此種關係, 絕對符合, 若長度不相等, 亦多採用此種關係, 因由此所得之結果,  $p$  點在兩極端之地位時, 對於應在之直線相差極微也。

296. Robert's 近似直線運動機構 此種機構, 亦謂之 W 形直線運動機構。其構造略如第 441 圖所示,  $apb$  為一兩等邊三角形架, 即  $ap = bp$ 。在  $a$  與  $b$  兩點由軸針裝置於  $ad$  與  $bc$  兩搖桿上, 可繞  $d$  與  $c$  兩處之固定軸擺動, 且  $ad = bc = ap = bp$ 。



第 441 圖

如此則當兩搖桿擺動時,  $p$  點即極近似的沿  $dc$  直線運動。

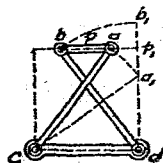
計畫此種機構時, 設  $dc$  直線為擬使  $p$  點所沿之直線,  $p$  為此直線之中點, 畫兩個兩等邊三角形  $dap$  與  $cbp$ , 連  $ab$  線, 此線當然與  $dp$  及  $pc$  均相等, 則  $apb$  即為兩等邊三角形架,  $p$  即

發生近似直線運動之點， $d$  與  $c$  即為兩搖桿所繞固定軸之中心。當  $p$  點在其兩極端之地位，即在  $d$  與  $c$  兩點之地位時，三角形架之地位，如  $da_1a_2$  與  $ca_2b_2$  所示， $a_2$  點為兩種地位之公同點。三角形每邊之長度如  $ap=da$  應不使小於  $1.186dp$ 。因如此則  $ca_2a_1$  三點與  $da_2b_2$  三點各將落於一直線上，再長則可任意。且愈長時，則  $p$  點之運動愈近於直線，又在此種機構  $p$  點在  $dc$  兩點及其中心點  $p$ ，皆完全在一直線上，其餘各點則微有變化。

297. Tchebicheff's 近似直線運動機構 此種機構，略如第 442 圖所示，各桿長度之比例如下。

倘  $cd=4$ ，則  $ac=bd=5$ ， $ab=2$ ，發生近似直線運動之點  $p$  則位於  $ab$  桿上  $ab$  兩點之中點。且距  $cd$  之距離等於

$$\sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$



第 442 圖

當  $p$  點運動至  $p_1$  點，即垂直位於  $d$  點之上時，則  $dp_1=db_1-b_1p_1=5-1=4$ 。當  $p$  點垂直位於  $c$  點之上時，其結果亦如此。故  $p$  點在其衝程線之中點及兩極端，皆在一直線上，其餘各點則微有差異，又欲使各桿之運動彼此不相妨礙， $ac$  與  $bd$  兩桿須互相離開，不在一平面之內。

298. 由平行四邊形所得之平行運動 平行運動多由一種平行四邊形之機構得出，有時雖外部形式微有變化，其原理則無甚差異。如第 443 圖，設  $ABCD$  為四桿組成之平行四邊

形架，並設  $AD$  與  $CD$  兩桿之軸針係固定在  $AB$  桿延長之一段上，取一點  $P$ ，並畫  $PD$  線，與  $BC$  桿相交於  $T$  點，則在  $PBT$  與  $PAO$  兩三角形得

$$\frac{BT}{AD} = \frac{PB}{PA}$$

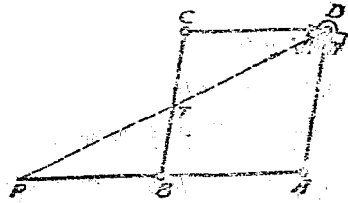
$$\text{或 } BT = \frac{PB}{PA} \times AD = \text{一常數}$$

即  $P$  點若在  $AB$  桿上之位置一定，則  $T$  點恆為  $BC$  桿上之一定點。

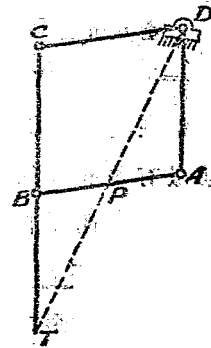
且無論四桿之位置如何， $\frac{DP}{DT}$  恆等於  $\frac{AP}{AB}$ ，恆等於一常數。故倘  $T$  點沿任意之一線運動， $P$  點必隨之沿一同樣之線運動，其運動之方向恆與  $T$  點運動之方向平行，惟較  $T$  點運動之範圍擴大。

又如第 444 圖，設將  $CB$  桿延長，並於延長之一段上取  $T$  點，則在  $AB$  桿上之  $P$  點遂落於  $D$  與  $T$  之間。此時若  $T$  點沿任意之一線運動， $P$  點亦必隨之沿一同樣之線運動，運動之方向仍係平行，惟  $P$  點運動之範圍較  $T$  點縮小。

就圖上觀之可知如沿  $BC$  桿上移



第 443 圖



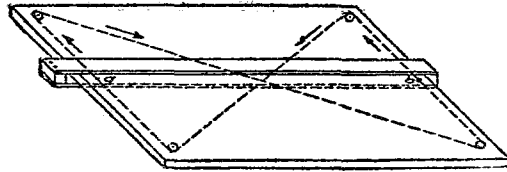
第 444 圖



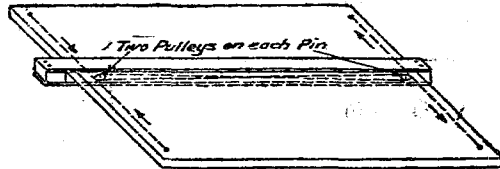


行運動，茲舉一二實例如下：

如第 447 圖，在圖畫板之底面四角上，各裝置一小滑車，由直尺底板  $a$  點，固定一繩之一端，經過對角之兩滑車後，復固定於底板  $b$  點。另一繩則由  $b$  點起始，經過其餘對角之兩滑車後，復固定於  $a$  點，如此則當直尺上下移動時，其位置恆係平行。又第 448 圖所示者，大致與前相同，所異者惟在直尺底板上裝置兩滑車，而繩之兩端則固定圖畫板底面之兩對角耳。

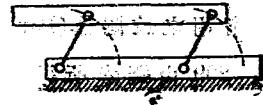


第 447 圖



第 448 圖

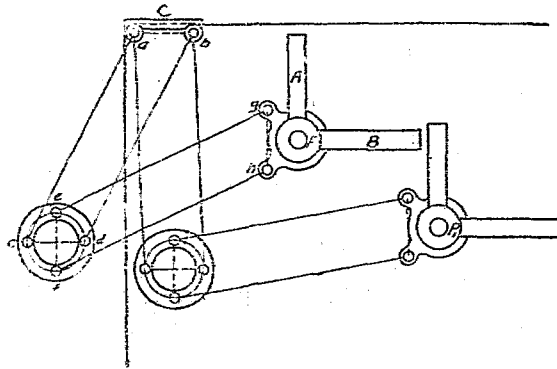
300. 由四桿連動裝置所得之平行運動 兩對邊等長之四桿連動裝置，可利用之得到平行運動機構，第 449 圖所示之平行尺 (Parallel



第 449 圖

rule) 即其一例。由平行且長度相等之兩連桿連接兩直尺，倘固定其下面之直尺，可由上面之直尺畫多數平行線。

第 450 圖則表示一通用畫圖機 (Universal drafting machine) 可視為由兩個對邊等長之四桿連動裝置所組成，在畫圖室中為用甚廣，可代替丁字尺與三角板之功用， $C$  為一螺旋夾，固定於畫圖板之左上角，用以支持第一連動裝置  $abcd$ ， $cedf$  為一環帶動第二連動裝置  $efhg$ 。第二連動裝置之右端，則連於  $P$ 。 $A$  與  $B$  為互成正角之兩直尺，可繞  $P$  軸轉動。由  $P$  軸周圍之圓尺及鬆緊螺旋，可使  $AB$  兩尺迴轉任意之角度，以便畫傾斜任何角度之傾斜線即具有分度器 (Protractor) 之功用。



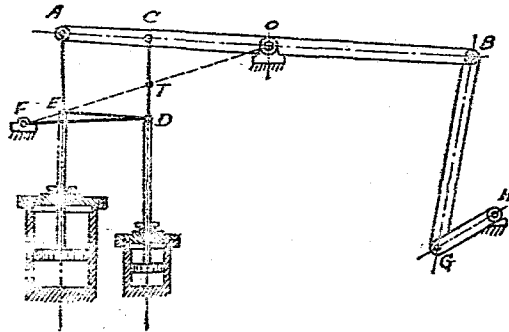
第 450 圖

因  $ab$  與  $cd$  永為平行， $ef$  與  $gh$  永為平行，而  $ef$  與  $cd$  垂直，倘  $ab$  之方向不變，其他部分無論如何移動， $cd$  之方向必不變。因

之  $ef$  與  $gh$  之方向亦不變。即  $AB$  兩尺之方向必不變。故將  $AB$  兩尺固定於一定之方向，無論如何變更地位，其方向恆不變。即可畫多數之平行線也。圖上僅表示兩個不同之地位。

301. Watt's 直線運動機構與一平行四邊形機構之合併

第 451 圖表示一 Watt 直線運動機構與一平行四邊形機構合併用於天秤機 (Beam engine) 上之情形， $O$  為橫梁之中軸， $F$  為機架上之一軸， $H$  為機軸， $OC$  與  $DF$  三桿組成 Watt 直線運動機構，結果使  $T$  點在一垂直之直線上運動。

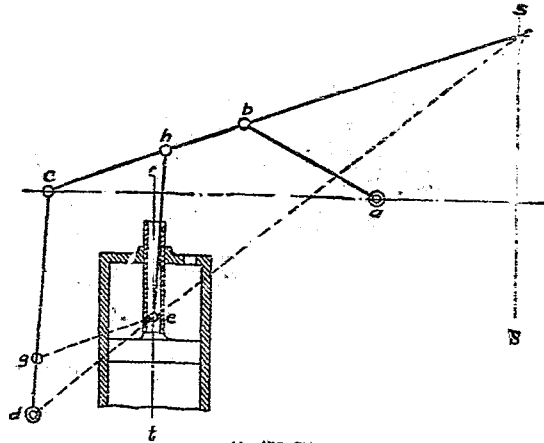


第 451 圖

$OA$ ,  $AE$ ,  $ED$  與  $DC$  四桿組成平行四邊形機構， $T$  點之地位按前第 298 段之方法求出， $E$  點則為  $OT$  引長線與  $AE$  桿之交點。在實際上  $OC$  與  $FD$  多為  $OA$  長度之半，活塞桿之上端連於  $E$  點，唧子桿之上端達於  $T$  點。當活塞上下運動時，唧子亦可發生同樣之上下運動，僅運動之距離按  $\frac{OC}{OA}$  之比縮小耳。

302. Thompson 示工器 (Thompson indicator) 上之直線運動機構 此種示工器上所採用之機構如第 452 圖所示,  $ss$  為捲紙筒之中軸,  $tt$  為汽筒之中軸,  $f$  為置筆處, 畫圖時應沿捲紙圓筒之外周, 發生對於捲紙筒中軸平行之直線運動, 且其運動之距離對於活塞在汽筒內沿  $tt$  所運動之距離, 恆有一定之比例。圖中  $abcd$  組成一 Scott-Russel 直線運動機構,  $he$  一桿係用以傳達活塞之運動於  $cb$  桿者,  $e$  點之位置係連  $fd$  線與  $t$  線之交點。

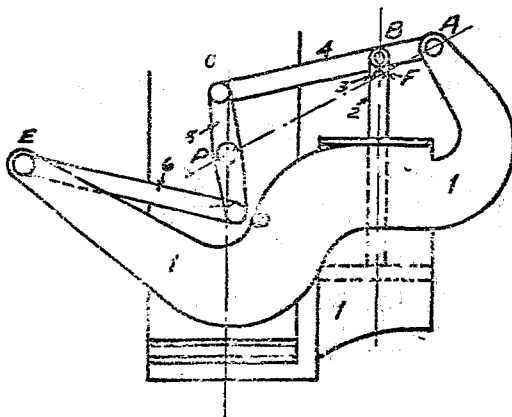
假定不用  $ab$  桿而能裝置一  $eg$  桿, 與  $bc$  平行, 則  $dc, ch, eg$  與  $ef$  四桿即組成一平行四邊形機構, 倘  $e$  點隨活塞發生直線運動, 則  $f$  點必發生絕對之直線運動, 且  $f$  點運動之距離對於  $e$  點運動之距離之比, 恆等於  $cf : ch$  或  $df : de$ 。



第 452 圖

但實際裝置上,  $eg$  一桿爲不可能,故採用  $ab$  一桿,變爲 Scott-Russel 直線運動機構,且因  $cd$  係一擺動桿,  $ab$  與  $cf$  等部之長度微有變更之故,  $f$  點不能發生絕對之直線運動,但所差極微。

303. Richards 示工器上之直線運動機構 此種示工器上所採用之機構略如第 453 圖所示,爲一 Watt 直線運動機構與平行四邊形機構合併而成,  $AC$ ,  $CD$  與  $DE$  三桿組成 Watt 直線運動機構,  $AC$ ,  $CP$  與  $BF$  則組成一平行四邊形機構,倘  $F$  點有直線之上下運動,則  $P$  點亦隨之發生直線之上下運動。且  $P$  點運動之距離點  $F$  點運動之距離等於  $AC:AB$  或  $AP:AF$ 。

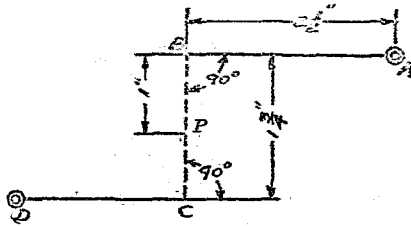


第 453 圖

習 題

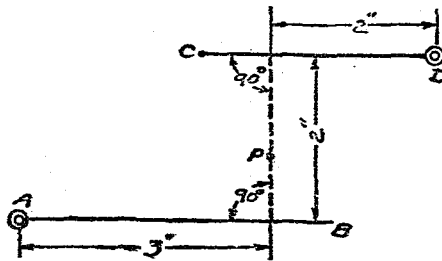
1. 試述 Peaucellier 直線運動機構之構造，並證明此機構能發生一絕對直線運動。

2. 如第 454 圖，倘  $P$  點一衝程之長度須為 3 吋，且在中點及兩極端時須在一直線上，試求  $D$  點之位置，並按應有之尺寸將此機構畫出。



第 454 圖

3. 如第 455 圖，倘  $P$  點一衝程之長度須為 2 吋，試求  $C$  與  $B$  兩點之位置，畫出  $BC$  桿，並算出  $P$  點之位置。

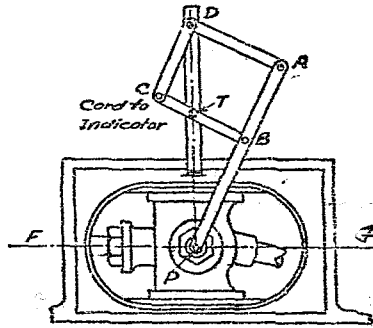


第 455 圖

4. 參看第 452 圖， $e$  點一衝程之距離，係由圖上所示之地位向下移動  $\frac{7}{8}$  吋，在同一時間內， $f$  處之筆沿  $ss$  畫一 4 吋長之直線， $f$  點最高之位置在  $ca$  線以上 2 吋， $ss$  與  $tt$  平行，且在其右邊之距離

爲  $4\frac{1}{2}$  吋,  $ca$  與  $tt$  垂直, 且在  $e$  點最高位置之上  $1\frac{1}{2}$  吋。  $ab$  桿之長度爲  $1\frac{3}{4}$  吋,  $de$  桿向經過  $d$  點且與  $tt$  平行之一直線之兩邊擺動同大之角度, 求  $d$  點之位置, 及  $fa$ ,  $do$ ,  $be$  及  $he$  之長度, 並求  $a$  點與  $h$  點之位置, 用算法或用畫法均可, 並按尺寸畫一略圖。

5. 如第 456 圖, 設某蒸汽機之丁頭, 其一衝程之距離爲 18 吋。定點  $D$  距丁頭軸針中心之垂直距離爲 19 吋, 計畫一平行運動機構, 將丁頭 18 吋之運動縮爲 4 吋, 以便傳其運動於示工器。

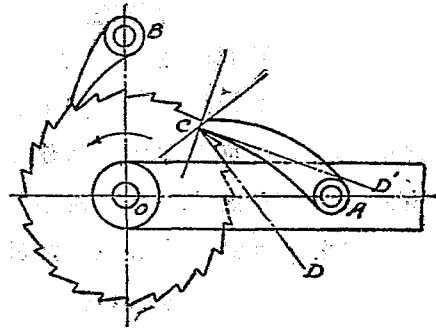


第 456 圖

## 第十六章 間歇運動(Intermittent Motion Mechanism)

304. 開輪(Ratchet wheel 有譯棘輪棘齒輪制輪等名稱者)。

開輪爲間歇運動機構中之最普通者,共含兩個主要部分,一爲開輪(Ratchet wheel 或 Pawl wheel)。二爲開(Pawl 有譯制條簧開,插銷等名稱者)。第457圖爲開輪中之最簡單者,  $O$  爲開輪之中心,  $OA$  爲一直桿,能繞開輪之軸自由轉動,  $A$  與  $B$  兩軸上各裝置一開,  $A$  軸上者爲起動開,  $B$  軸上者爲止動開,各由其自身之重力或另一彈簧之彈力,使恆與開輪之齒相接觸。



第 457 圖

如此裝置,當  $OA$  桿向上擺動時,起動開必按擺動之範圍推動開輪,使向箭頭所示之方向迴轉一定之角度。止動開之尖端則沿開輪之齒滑動,不生若何阻力。當  $OA$  桿向回擺

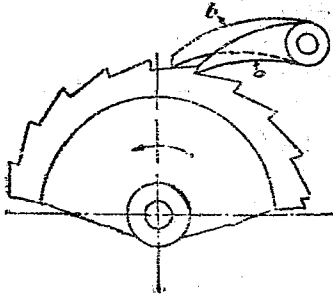


動時，起動閘之尖端則沿閘輪之齒滑動。止動閘之尖端則阻止閘輪，使不能向回轉動，故由  $OA$  桿之連續往復擺動，得出閘輪軸之問歇迴轉運動。

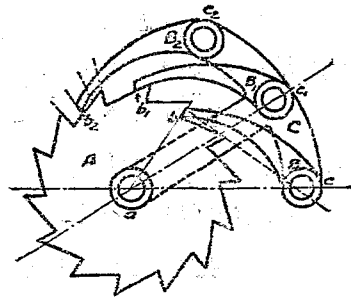
又閘輪之齒與閘之尖端接觸處之外形，須使當載荷 (Load) 加入時，閘之尖端不致與齒輪相離。欲得到此種結果，則閘之尖端與齒輪接觸點之公法線，須恆落於閘輪中心與起動閘中心之間，圖中  $CD$  線即為合此條件之公法線，若輪齒與起動閘接觸點之公法線不為  $CD$  而為  $CD'$ ，則當載荷加入時，起動閘有離開閘輪之勢，普通多使輪齒之立面為由中心向外之半徑線。

305. 多閘輪 (Multiple pawl ratchet) 如前段所述，倘只用一個止動閘，以阻止閘輪向回轉動，則有時閘輪須向回轉動一定之角度，至閘端之前面與齒面相接觸方可。此種向回轉動之限度，最輕時可為零，即閘輪停止前進時，恰遇閘端面與輪齒立面相接觸之時，最重時為閘輪輪齒之一周節。即閘輪停止前進之時，恰遇閘端由一齒之斜面將落下未落下之時，減輕此種向回轉動之方法，第一為減小周節，惟用此法輪齒之力必隨之減弱，如所負之載荷較大時，實屬不宜。第二即在同一軸上或同一桿上裝置數個長短不同之閘，若使各閘在輪齒上繼續相差之長度等於閘數除閘輪之周節，則閘輪向回轉動之限度，亦必按同一之比例減輕，如第 458 圖，倘  $a$  與  $b$  兩閘之長度，在輪齒上相差閘輪周節二分之一，則向回轉動

之限度，即減至原來二分之一。



第 458 圖



第 459 圖

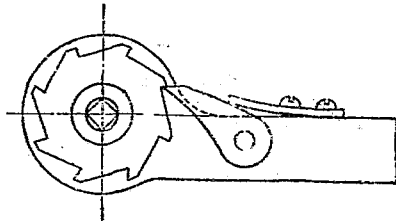
若起動閘亦用數個，使其在輪齒上繼續相差之長度，亦等於閘數除閘輪之周節，則前進之運動，不待減小齒節，即可變為細密，若只用一閘，則前進之運動，每次至少須退一周節。第 459 圖表示一三閘輪， $A$  為閘輪， $BB_1$  與  $B_2$  為三個起動閘，裝置於搖桿  $C$  上之  $c_1$  與  $c_2$  三軸。在輪齒上長度之差，各為周節之三分之一，如此裝置，則當  $A$  輪向前迴轉一齒三分之一時，或  $C$  桿向回迴轉三分之一時， $B_1$  閘即與  $b_1$  齒之立面相接觸，再迴轉三分之一，則  $B_2$  閘即與  $b_2$  齒之立面相接觸，再迴轉其餘之三分之一，則  $B$  閘即與  $b$  齒之立面相接觸。故迴轉之運動可變為細密，且搖桿每次退回再向前運動時，無效力之運動，亦按同樣之比例減輕。

若將三閘裝置於一軸上，則閘輪須增寬。

當所負之載荷甚大，迴轉之運動須細密者，用此種裝置，最為相宜，蓋輪齒之力不因之減弱也。

306. Weston 閘輪 第

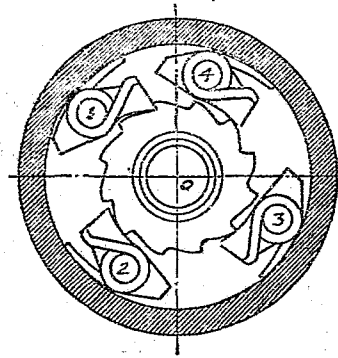
460 圖，表示一種應用於 Scotch 鑽上之閘輪只有起動閘而無止動閘，因鑽在鑽孔中之磨擦力，即能阻止閘輪使不向回轉動也。



第 460 圖

307. Armstrong 通用閘輪

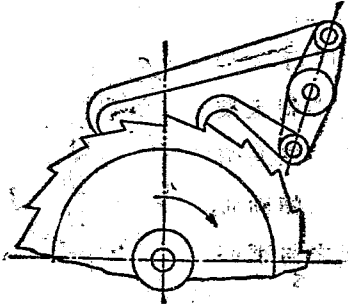
(Universal ratchet) 此種閘輪，如第 461 圖所示， $O$  為閘輪之中心，輪上共有十二齒，若只有一閘，則每次迴轉之角度至少須  $30^\circ$ 。若將搖桿變為一圓筒，內置四閘，並使每閘均較其前面之一個落後周節四分之一，如圖上所示，則每次迴轉之角度可減至  $\frac{30}{4} = 7.5^\circ$ 。



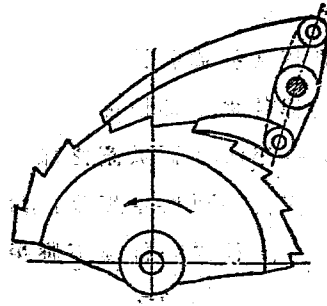
第 461 圖

308. 雙擊閘輪 (Double acting ratchet) 以前所述各種閘

輪，只搖桿向一方向迴轉時，閘輪發生運動，迨向回迴轉時，閘輪即歸靜止，若欲使搖桿無論向前或向後迴轉時閘輪均向同一方向運動，則可用第 462 及第 463 兩圖之裝置，在一兩臂長度相等之直槓桿或曲槓桿之兩端，各裝置一閘，使均與輪齒相接觸，如此則槓桿無論向何方向迴轉，閘輪均沿一定之



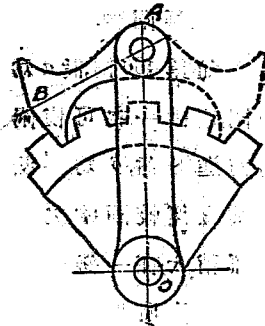
第 462 圖



第 463 圖

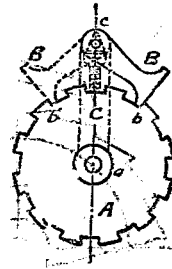
方向迴轉，此種開輪，謂之雙擊開輪。又第 462 圖，係用拉力。第 463 圖，係用推力。如傳達之力較大時，以用推力者為宜。此種開輪之運動，除槓桿變換方向之時刻，幾成為連續者。

309. 反轉開 (Reversing pawl) 開輪迴轉之方向，有時須於一定時間以內改變一定，如刨床上管理給工 (Feed) 之開輪即其一例，此時須用一種反轉開，如第 464 圖所示。開之形狀與開輪之齒均與前稍異，開之形狀須兩邊均能應用。輪齒表面亦須兩邊均能受力。如開在實線所表示之地位，則當搖桿擺動時，開輪即沿表針迴轉相反之方向迴轉，如開在虛線所表示之地位，則當搖桿擺動時，開輪即沿表針相同之方向迴轉。



第 464 圖

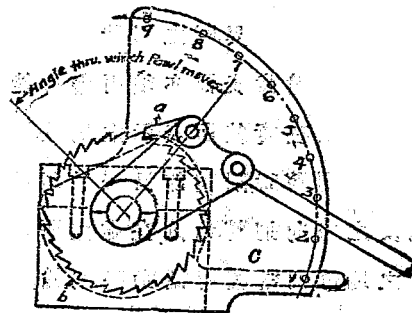
又如閘之重力不能利用，欲使閘之一端與輪齒接觸，則如第 465 圖所示，於搖桿  $U$  之上部鑿一孔，中置彈簧彈簧上裝置一平板，而於閘之軸上裝置一三角形柱，使其一面與平板緊接，當閘向上轉動時，三角形柱之一端遂下壓平板，使之向下移動，迨向上轉動之力一去，則由彈簧之力使之恢復原來之地位如將閘撥於別一邊時，其作用亦相同。



第 465 圖

310. 隱蔽閘輪 (Masked ratchet) — 以上所述閘輪之運動，恆以閘之運動為準，如閘之運動有變更，閘輪之運動即隨之變更，但有時欲使閘輪之運動變更而不變更閘之運動，即當閘照常運動時，使閘輪之齒有一個或數個被一種裝置所隱蔽，不使受閘之影響，如此則閘之運動不變，閘輪之運動即縮小矣。此種閘輪，謂之隱蔽閘輪。

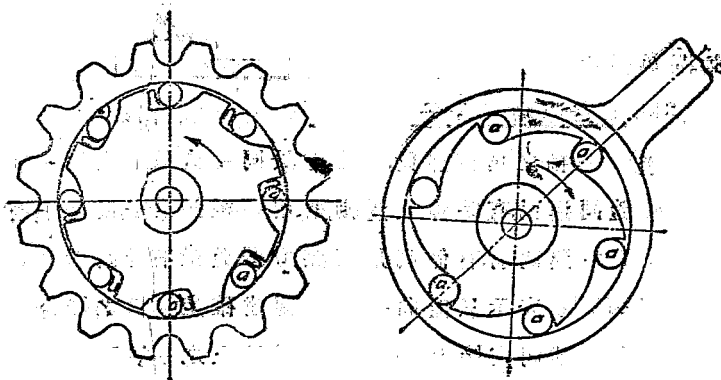
如第 466 圖，設  $a$  為一閘，運動一次可使閘輪前進 8 齒， $b$  為一凸輪，其直徑較閘輪之外直徑稍大，在一邊切去一部，且使所切去之部之大小包括閘輪之 8 齒，又此凸輪可繞閘輪



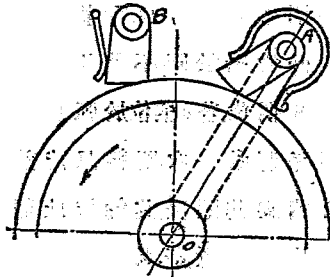
第 466 圖

之軸迴轉，復有一柄 $c$ ，可延一弧形板轉動，當 $c$ 柄位於弧形板上 1 之地位，則凸輪對於閘不發生任何影響，即閘每運動一次，閘輪即前進 8 個齒，若 $c$ 柄位於弧形板上 2 之地位，則有一齒為其隱蔽，閘每運動一次，閘輪只能前進 7 個齒，若位於 3 之地位，則有 2 齒為其隱蔽，其餘依此類推，直至位於 9 之地位時，則 8 個齒均為其隱蔽，又在此種閘輪，其閘之寬度，恆等於閘輪及凸輪寬度之和。

311. 無聲閘輪 (Silent ratchet) 以上所述各種閘輪，其輪齒與閘皆有一定之形式，且閘對於閘輪之地位，亦多係一定，運動時恆發出相當之聲音，但有數種閘輪，其閘與閘輪之外形，完全與以前不同，其起動與止動之力，完全係利用磨擦力，如第 467 第 468 及第 469 三圖。



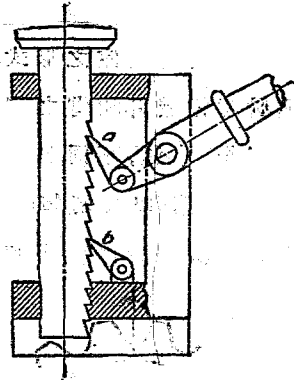
第 468 圖



第 469 圖

312. 起重閘輪(Jack ratchet)

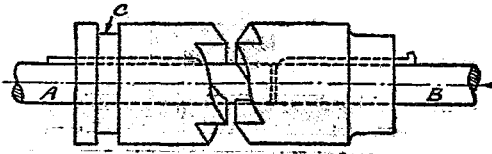
閘與閘輪一種機構，有時可利用之以傳達往復運動，第 470 圖所示者，即係利用閘輪之起重機， $a$  為起動閘， $b$  為止動閘，當  $a$  自第一次作用之末至第二次作用之始，中間之時間，全部載荷均由止動閘負擔。



第 470 圖

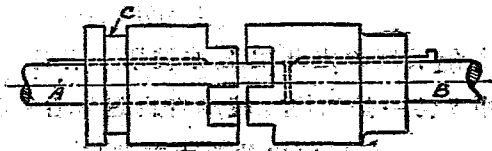
313. 確定運動接合子(Positive clutches) 一軸之迴轉運動，欲傳達於同一直線上之別一軸，使有時隨同運動，有時停止運動，則用一種接合子，接合子有能發生確定運動者，有係利用磨擦力，難免微有滑動者。

第 471 圖，表示只能向一方向傳達確定運動之接合子， $B$  軸上由一鍵固定接合子之一半， $A$  軸上之一半，則只由一鍵約束之，使不能沿軸迴轉，但可沿軸左右移動，當  $B$  軸由下



第 471 圖

向上迴轉時，如於  $C$  處沿軸之方向，用一搖桿由左向右推動  $A$  軸上之一半，則兩半接合， $A$  軸即隨  $B$  軸迴轉，如欲使兩軸恆由上向下迴轉，則各突出部之形狀，須與前適反，如欲使之任意向上或向下迴轉，則兩半之突出部，可製成方形，如第 472 圖所示。

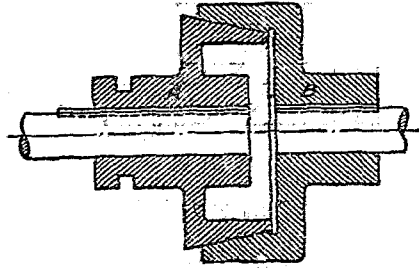


第 472 圖

314. 磨擦力接合子(Friction clutches) 磨擦力接合子，其一軸之運動傳達於他軸，係利用兩部接觸表面之磨擦力。

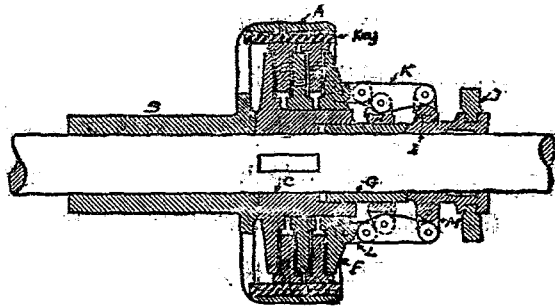
第 473 圖所示者，係磨擦力接合子之最普通者，謂之圓錐形接合子(Cone clutch)。B 軸上之一部，仍係由一鍵固定於軸上，中備一截圓錐形之槽，A 軸上之一部，則仍沿鍵左右移動，其表面亦係一截圓錐形。如使 A 軸上之一部插入 B 軸上之一部，則兩部接觸表面上之磨擦力，即可使 B 軸之迴轉運動傳達於 A 軸。





第 473 圖

若所欲傳達之力甚大時，則只此簡單之接觸面，其磨擦力往往失之過小，故多用一種多板式之接合子，(Multi-Plate clutches)。當接合時由一種肘形節(Toggle joint)之作用，使各組板同時接合，於壓力之分配上，亦較單一者為優。如第 474 圖所示。圖中  $S$  為一長軸筒，可繞軸自由迴轉，右端帶一環狀部  $A$ 。  $A$  之內部裝置數層向內伸張之環狀板  $BB$ 。  $C$  為一圓形盤，由一鍵固定於軸上，其左右伸張之軸筒上，裝置磨擦環板



第 474 圖

$BE$ , 此環板亦能沿軸筒左右移動。 $F$ 板則連於由  $K, L$  及  $M$  三部組成之肘形節上。又  $S$  筒上固定一皮帶輪, 欲使  $S$  軸筒與軸同時迴轉時, 則向左推動  $J$  部, 使肘形節發生作用,  $BE$  各環狀板即互相接觸, 由  $B$  及於  $A$  再及於  $S$ , 則  $S$  上之皮帶輪即同時迴轉。

又  $BE$  等環狀板有時全用生鐵製成, 有時  $BB$  等環板用木製成。

### 習 題

1. 多開輪較單開輪之優點為何, 試述之。
2. 何謂雙擊開輪。
3. 反轉開輪宜用於何種工作。
4. 試述隱蔽開輪之作用。
5. 試述接合子之應用及其種類。

## 第十七章 活塞與曲柄之作力圖 飛輪

(Piston and Crank Effort Diagrams Flywheel)

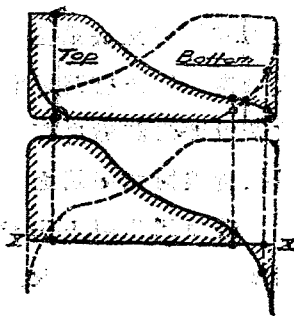
315. 活塞作力圖(Piston effort diagrams) 在各種往復運動之熱力機,其一衝程之中,工作物(Working substance)在氣缸內之壓力常有變化,此種變化可由工作圖得出,工作圖之高度代表工作物之壓力,其長度則代表一衝程之距離故活塞在一衝程之任一點,其氣缸內之壓力均可由工作圖表出。在單擊式(Single acting)之發動機,只取一圖,在雙擊式(Double acting)之發動機,則活塞兩邊須各取一圖。又工作圖上所表示之壓力,係只表示其強度,普通多用每方吋若干磅計。

設  $P_1$  與  $P_2$  為某時刻活塞前後兩邊所有壓力之強度,並設  $a_1$  與  $a_2$  為活塞前後兩邊之有效面積,則在此時刻活塞之作力為  $P_1 a_1 - P_2 a_2$ 。若  $a_1 = a_2 = a$ , 則作力為  $a(P_1 - P_2)$ 。在雙擊式,因活塞一邊有活塞桿之故,普通  $a_1$  與  $a_2$  不相等。

第 475 圖上部者,表示一立式蒸汽機汽缸內之工作圖。實線者係由汽缸上端取得,虛線者係由汽缸下端取得。

活塞上之有效壓力,恆為其兩邊壓力之差,故一衝程中之任一點,活塞上之有效壓力恆為該點一圖之頂端至別一

圖之底端之一段垂直距離表示之。如將一衝程中代表有效壓力之垂直距離多得若干點，再以一橫直線為基線而畫成一圖，則有效壓力或作力之表示更為清晰。第475圖下部者，即係以XX為基線之活塞作力圖。實線者表示活塞下行時之作力圖。虛線者表示



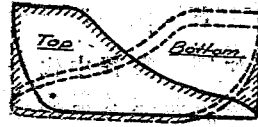
第475圖

活塞上行時之作力圖。當作力係負號時，則表示於基線之下。

316. 將工作圖改變為同一之作力尺寸 (Reduction of indicator diagrams to same effort scale) 在前段曾言活塞在一衝程中任一點之有效壓力或作力，恆為該點一圖之頂端至別一圖之底端之一段垂直距離表示之，惟此僅就活塞上下兩邊之有效面積及代表工作圖壓力之尺寸完全相等而言。倘代表壓力之尺寸相等，但有效面積不相等，則活塞面積較小之邊，其工作圖之高度應按小面積對於大面積之比減低之，或活塞面積較大之邊，其工作圖之高度，應按大面積對於小面積之比增高之，然後方能用兩邊同時代表壓力之高度差以代表活塞之有效壓力或作力。

第476圖即係就第475圖情形，對於活塞下面活塞桿所占之面積加以改正而得者。圖中細虛線表示原來之工作圖，粗虛線則表示改正後之工作圖，當活塞下行時，其在一點之

有效壓力，即該點自實線圖之頂端至粗虛線圖之底端之垂直距離所代表。當活塞上行時，其任一點之有效壓力即為該點自粗虛線圖之頂端至實線圖之底端之垂直距離所代表。



第 476 圖

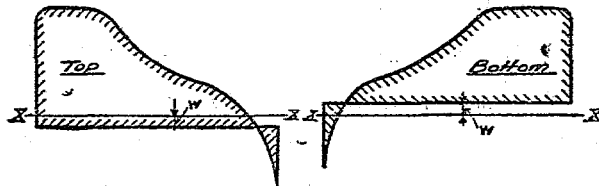
若原工作圖上代表壓力之尺寸，亦彼此不同，則除對於活塞上下面積加以改正以外，更須將代表壓力之尺寸改為一律，方能相減或比較。

在複式蒸汽機或三次膨脹之蒸汽機，由各汽缸所得之工作圖，代表壓力之尺寸多不相同。又各活塞一衝程之距離如相同，則活塞之面積恆彼此互異。如欲將一活塞上之作用力與別一活塞上之作用力圖互相比較，則代表壓力之尺寸必須改為一律，且其工作圖之高度均須改正，而求其相等面積之活塞上之相當壓力。

設  $A$  為活塞一邊之工作圖， $a_1$  為其有效面積， $P_1$  為代表工作圖上壓力之尺寸，以每吋高代表每方吋若干磅計。設  $B$  為活塞別一邊之工作圖，或別一活塞一邊之工作圖， $a_2$  為其有效面積， $P_2$  為代表工作圖上壓力之尺寸，亦以每吋高代表每方吋若干磅計。則當畫可以互相比較之活塞作用力圖時，或用  $\frac{a_2 P_2}{a_1 P_1}$  乘工作圖  $B$  之高度，或用  $\frac{a_1 P_1}{a_2 P_2}$  乘工作圖  $A$  之高度，方能彼此互相比較。

### 317. 在立式機活塞工作圖對於上下運動部分之重力效

正 在立式機活塞桿丁頭及連桿之一部，其重力等於一下行之力，當活塞下行時，其作力恆為重力所增加，當活塞上行時，其作力恆為重力所減少，其增加與減少之量即與上述各部之重相等，設  $w$  為上下運動各部分分配於活塞每方吋面積上之重力，則當活塞下行時，活塞每方吋面積上因工作物所生之作力，須增加  $w$  磅。故在作力圖上須加以相當改正，如第 477 圖，使  $XX$  基線按代表壓力之尺寸下移一段，使代表  $w$ ，活塞上行時，活塞每方吋面積上，因工作物所生之作力須減少  $w$  磅。如第 478 圖，將  $XX$  基線按代表壓力之尺寸上移一段，使代表  $w$  兩圖中畫影線之部分為改正後之作力圖。



第 477 圖

第 478 圖

又連桿之重量，普通多將其一半計算為上下運動部分。

318. 因上下運動部分之惰性所生之力 前在第十三章第 265 段，曾對於活塞之加速率加以研究，設  $f$  代表活塞之加速率，以每秒若干呎計。 $w$  代表上下運動之總重量，以磅計，並設  $P$  為發生此加速率所需之力，以磅計，則按動力學之理。

$$\frac{P}{w} = \frac{f}{g} \quad \text{或} \quad P = \frac{wf}{g}$$

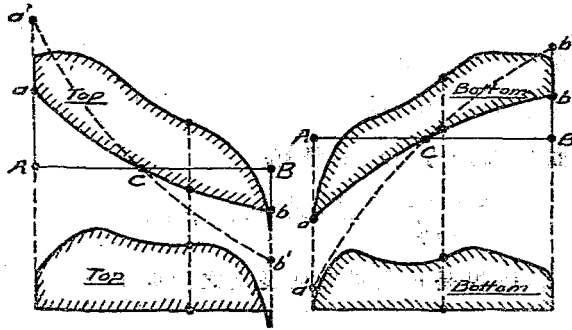
又在第 266 段，曾證明在一衝程之兩端  $f = \frac{v^2}{r} \left(1 \pm \frac{l}{n}\right)$ 。式中  $v$  係曲柄軸針之速率，以每秒若干呎計， $n$  為連桿長度  $l$  對於曲柄長度  $r$  之比，正號者，用於活塞在一衝程外端時，負號者用於活塞在一衝程內端時，故在一衝程之兩端， $P = \frac{wv^2}{gr} \left(1 \pm \frac{l}{n}\right)$ 。設  $w$  為上下運動各部分分配於活塞每方吋面積上之重力， $P$  為活塞發生  $f$  加速率時每方吋面積所需之力，以磅計，則  $P = \frac{wf}{g}$ 。且在衝程之兩端  $P = \frac{wv^2}{gr} \left(1 \pm \frac{l}{n}\right)$ 。當加速率為零之一點經過後，加速率即變為負號，發生加速率所需之力，當然亦改變方向，與前適反。

### 319. 活塞作力圖因往復或上下運動各部之惰力之改正

活塞自一衝程之一端至速率最高或加速率為零之點，活塞之作力必有一部為活塞及其他上下運動各部發生加速率所用，故此一部分作力即不能傳達於丁頭及曲柄軸針，然亦並非耗散，實係易為一種能力而蘊蓄於上下或往復運動各部，迨活塞經過最高速率點之後，其速率逐漸減低，即其加速率易為負號，此時上下運動各部所蘊蓄之動能力仍行給出，易為活塞之有效作力而傳達於丁頭及曲柄軸針。故在一衝程之前部，活塞之有效作力恆有一部為上下運動各部所吸收，增其速率，易為動能力，在一衝程之後部，各部之動能力，因速率減低，復行給出而易為活塞之有效作力。

活塞之作力圖，因上述之惰力 (Inertia force) 必須加以改正，其改正之結果，如第 479 及第 480 圖所示，圖中以  $AB$  直線

爲基線之實線圖，表示工作物對於活塞之作力圖。  $AaibB$  則爲仍以  $AB$  直線爲基線之加速力 (Accelerating force) 圖，即發生加速率時必須給予之力及發生負號加速率時，仍行給出之力也。



第 479 圖

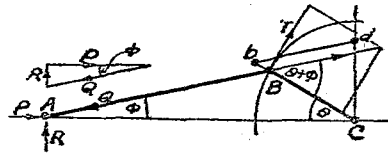
第 480 圖

$Aa$  之高度係用代表壓力或作力之同一尺寸，以表示活塞在一衝程起始時所有活塞每方吋面積相當之加速力，即按代表壓力或作力之同一尺寸以表示  $P = \frac{wv^2}{gr} \left( 1 \pm \frac{1}{n} \right)$ 。  $a'cb'$  曲線，係代表按 Klein's 畫法所求出活塞在一衝程上各點之加速率。  $acb$  曲線則係按  $a'cb'$  曲線上之各點，均依  $aA$  對於  $a'A$  之比所改算者。故  $acb$  曲線即爲對於惰力改正後活塞作力圖之新基線，如欲將基線仍改爲水平基線，則活塞作力圖經過惰力改正後之情形，如各圖下部所示。由上觀之，可知就全衝程之工作言，或全衝程之平均作力言，固不受上下運動各部惰力之影響，蓋前段所需用者，與後段所給出者完全相等也。



320. 曲柄作力(Crank effort)。參看第 481 圖，設  $P$  為由活塞桿傳達於丁頭軸針之作力，此作力傳達於連桿上之推力 (Thrust) 或挽力 (Pull)  $Q$

等於  $P/\cos \phi$ 。  $Q$  力在曲柄軸針可分解為兩部，一部  $T'$  沿曲柄軸針所行道路之切線等於  $Q \sin (\theta + \phi)$ 。



第 481 圖

一部沿曲柄軸針方向，直向機軸。

$$\text{故 } T = \frac{P \sin(\theta + \phi)}{\cos \phi} = P(\sin \theta + \cos \theta \tan \phi).$$

$$\text{設 } n \text{ 為連桿長度對於曲柄長度之比則 } \tan \phi = \frac{\sin \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}$$

$$\text{故 } T = P \left\{ \sin \theta + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right\} = P \left\{ \sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right\}.$$

.....(122)

此謂之曲柄軸針之作力(Crank pin effort)。  $T$  力繞機軸中心之力率為  $T_r$  ( $r$  代表曲柄之長度)。此謂之曲柄之作力(Crank effort)。因  $r$  係一常數，故曲柄作力恆與  $T$  成正比。

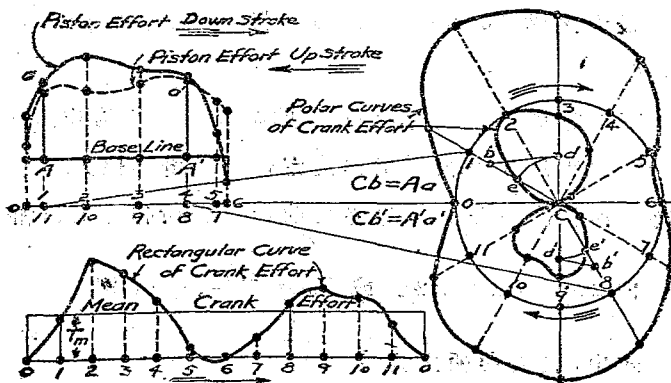
畫  $Cd$  線與  $AC$  垂直，沿  $CB$  線截  $Cb$  一段，使代表  $P$ 。並畫  $bd$  線與  $AB$  平行，與  $Cd$  線相交於  $d$ ，則

$$\frac{Cd}{Cb} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\sin(90^\circ - \phi)} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos \phi}.$$

$$\text{但 } \frac{T'}{P} = \frac{\sin(\theta + \phi)}{\cos \phi}, \text{ 故 } \frac{cd}{cb} = \frac{T'}{P}. \dots\dots(123)$$

即倘使  $Cb$  代表  $P$ , 則  $Cd$  一段必按同一之尺寸代表  $T$ . 故由活塞之作力或丁頭軸針之作力以求曲柄之作力, 實至為簡單, 且與第 264 段, 由曲柄軸針之速率以求活塞速率之作圖法之證明比照觀之, 可知此處之作圖法實完全與之相同。

321. 曲柄作力圖 (Crank effort diagram) 表示曲柄在任何位置之作力圖, 其畫法可參看第 482 圖, 在曲柄作力之極線曲線 (Polar curve), 則作力之大小先按畫法或算法求出, 然後或由機軸之中心起, 或由曲柄軸針所行之道路上起, 沿半徑線或半徑引長線, 截一段長度以代表之, 連接各段長度之外端, 畫一曲線, 即得曲柄作力之極線曲線, 最有用之曲柄作力圖, 為長方形圖 (Rectangular diagram), 此圖之基線係一直線, 用以代表曲柄軸針所行之圓周, 其垂直於基線之直線, 則用以代表曲柄作力。



第 482 圖

若使曲柄作力之長方形圖之基線恰等於曲柄軸針所行之圓周之長度，並不計磨擦力，則機軸每一週轉中，曲柄作力圖所有之面積必與兩個活塞作力圖面積之和相等（因按工作之定理言，兩種圖所代表之工作應相等）。但就實際言，基線之長短無大關係，蓋實際上欲得之於曲柄作力圖者，不外考察當曲柄在任何位置時，其作力之大小，曲柄之平均作力及作力在全周內之變化等等（即能力之變化）。基線無論長短，均可得出同一之結果也。

長方形曲柄作力圖之主要應用，為求能力之變化或能力之升降 (Fluctuation of energy)。當於下段詳論之，對於基線之長短無甚關係。

從極線曲線或長方形作力圖，其最大作力 (Maximum crank effort) 均極易得出，且曲柄作力最大之點，亦即機軸週轉力最大之點 (Maximum torque)。對於計畫機軸時，關係頗為重要。

在機軸週轉一週時，設  $T_m$  為曲柄軸針之平均作力， $P_m$  為活塞之平均作力，根據工作之定理，倘不計磨擦力，則在同一時間內，活塞所作之工作必與曲柄軸針所作之工作相等

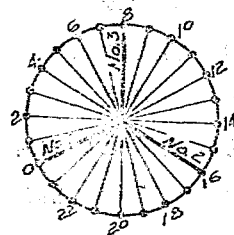
$$\text{即 } 2\pi r T_m = 2P_m \times 2r. \text{ 或 } T_m = \frac{2P_m}{\pi}. \dots\dots(124)$$

式中  $r$  代表曲柄之長度。

若一機軸上有兩個，或兩個以上之曲柄，則在任何時刻，

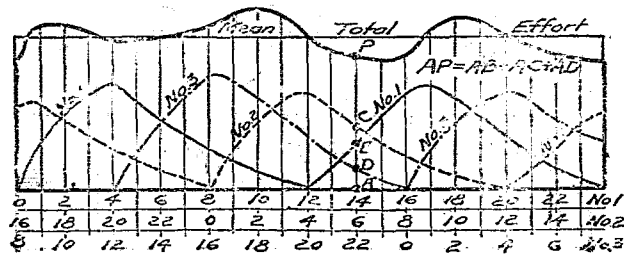
機軸之總迴轉力必等於在該時刻各曲柄迴轉力之和，且此總迴轉力可視為係加於任一曲柄之上，故將各曲柄作力圖相當之縱座標之高度，加於一曲柄之作力圖，即可得出總迴轉力圖。所謂相當之縱座標者，即在同一時刻各曲柄之作力之總座標也。

第 483 圖表示同一機軸上三個曲柄之相關位置，第 484 圖則表示三個曲柄之長方形曲柄作力圖，如何歸併於一圖，以得總迴轉力圖之畫法。



第 483 圖

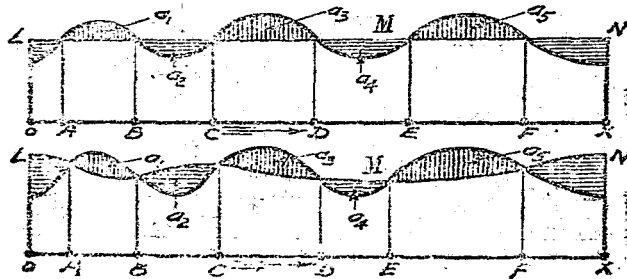
又就第 484 圖觀之，可知欲將相當之縱座標歸併於一處，則第二曲柄與第三曲柄之作力圖，各須向前移動一定之距離，其所移動之距離之長度，即分與第二第三兩曲柄對於第一曲柄所成之角度相當，又各作力圖合併以前，當然須改為同一尺寸，方能彼此合併。平均總作力與各曲柄平均作力之和相等。



第 484 圖

322. 能力之升降 (Fluctuation of energy) 各種熱力機若工作物所發之工作係由往復運動之活塞以傳達於機軸，且曲柄之數目只為一個時，則機軸迴轉力之變化極大。若用兩個或兩個以上之曲柄裝置於同一之機軸，彼此互成一定之角度，且分連於各個之活塞上，則機軸之迴轉力雖較近於均勻，然仍有相當之變化，此為各種有往復運動之活塞之熱力機所同具之特性，其結果除在極特別情形之下，機軸迴轉時所欲戰勝之阻力亦有同一之變化者外，則在一定之時間內，供給於機軸之能力較大於所欲戰勝之阻力，在其餘時間內，則供給於機軸之能力較小於所欲戰勝之阻力。發動機機軸之阻力，在一循環之內，普通均可視為等量，即傳達於曲柄軸針之阻力，可視為與曲柄軸針之平均作力相等。

第485圖，表示一長方形之曲柄作力圖。 $OX$ 為基線，並代表曲柄軸針所經之道路， $LMN$ 線之高度，則代表由機軸傳達於曲柄軸針之阻力。在上圖 $LMN$ 線係與 $OX$ 平行之一直



第 485 圖

線在下圖則  $LMN$  線係一曲線無論直線或曲線由曲柄作力所作之工作恆由作力曲線與基線間之面積所代表。消耗於阻力之工作則恆由阻力線與基線間之面積所代表。由圖上觀之可知在  $BCDE$  與  $F$  等點，作力與抵力皆相等。設  $K$  為曲柄軸針在  $A$  時各運動部分之動能力，則當曲柄軸針由  $A$  至  $B$ ，作力所作之工作大於抵力所需之工作，其大小由  $a_1$  面積所代表。故當曲柄軸針達至  $B$  時，各運動部分之動能力為  $K+a_1$ 。又當曲柄軸針由  $B$  至  $C$ ，作力所作之工作小於抵力所作之工作，其大小由  $a_2$  面積所代表。故當曲柄軸針達至  $C$  時，各運動部分之動能力為  $K+a_1-a_2$ 。同一理由，當曲柄軸針達至  $D$ 、 $E$  及  $F$  等點時，各運動部分之動能力必為  $K+a_1-a_2+a_3$ 、 $K+a_1-a_2+a_3-a_4$  與  $K+a_1-a_2+a_3-a_4+a_5$ 。在  $O$  與  $X$  之間，各運動部分動能力最大之點必為曲柄軸針速率最高之點，各運動部分動能力最小之點，必為曲柄軸針速率最低之點。在速率最高之點與速率最低之點，各運動部分所有動能力之差，謂之能力之升降。(Fluctuation of energy)。能力之升降對於全循環內之工作之比，謂之能力升降之係數。(Coefficient of fluctuation of energy)。在普通蒸汽機，機軸每週轉一週即為一循環。在採用四衝程循環之內燃機，則機軸每週轉兩週即為一循環。仍參看前圖，設  $OX$  代表一循環內曲柄軸針所行之距離，並設  $F$  為最高速率點， $C$  為最低速率點。又設作力曲線至基線之面積為  $a_5$ ，則能力之升降為  $a_3-a_4+a_5$  所代表。能

力升降之係數則等於  $\frac{a_3 - a_4 + a_5}{a}$ 。

323. 氣機能力之升降 在一單氣缸單擊式採用四衝程循環之氣機,其全循環之動作如下:

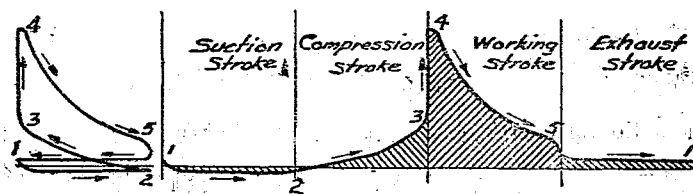
第一衝程。 活塞向外運動,將空氣與可燃氣體吸入,謂之吸入衝程。

第二衝程。 活塞向內運動,壓縮吸入之混合氣體,謂之壓縮衝程。

第三衝程。 將被壓縮之混合氣體燃着,爆炸發生,活塞被燃燒氣體之膨脹力所推出,謂之動力衝程。

第四衝程。 活塞向內運動,已燃燒之氣體被排除,謂之排除衝程。

第 486 圖,表示此種氣機之工作圖。但吸入與排除兩衝程之壓力,特為放大,以便辨認。第 487 圖則係將工作圖之四衝程展開之。



第 486 圖

第 487 圖

在全循環中,所有供給於機軸之工作,完全係於動力衝程中供給之,在其餘三衝程,則不但不能供給工作,其本身通

轉所需之工作,更須由飛輪供給之。

由長方形之曲柄作力圖,以得能力之升降,與在蒸汽機之方法相同,但須就全循環加以計算,對機軸上有用之抵力所作之純工作,及對機器本身磨擦力所作之工作恆為第486圖上動力衝程畫影線部分之面積減去其餘各衝程畫影線部分之面積所代表,機軸之最高速率約在動力衝程之末,其最低速率則約在動力衝程之始,故能力之升降約等於動力衝程所作之工作減去全循環純工作之 $\frac{1}{n}$ ,  $n$  為全循環所有之衝程數。

如氣機之調速裝置,係採用變數法(Hit and Miss method)即在一循環中,完全停止可燃氣體之加入,如此則至少在兩週轉中無爆炸,且無有效工作,計算全循環時其所含之週轉數須以二倍之。

324. 飛輪 (Flywheel) 各種發動機上所以用飛輪之理,即欲一循環內因能力之升降所生速率之升降,賴以減輕也,設在一定之時間內,發動機所能供給之能力超過外部之抵力,則各運動部分之速率,必因之增高,故其動能力亦因之增多,其增多之量適與超過之量相等,在別一段時間內,發動機能供給之能力,少於外部之抵力,則各運動部分之速率必因之減低,故其動能力亦因之減少,其減少之量,亦恰與不及之能力之量相等。

若於機軸上置一飛輪,則其餘各運動部分,因其重量比



較甚小之故，其動能力之變化多略而不計，只計飛輪之動能力即在任意之一段時間內，發動機所能供給之能力與外部所需要之能力之差，恆認為與飛輪動能力之差相等。

設  $R$  為飛輪之環動半徑 (Radius of gyration)，以呎計。

$V$  為距軸心  $R$  呎之一點之速率，以每秒若干呎計。

$\omega$  為飛輪之角速率，以每秒若干半徑角計。

$N$  為每分鐘之迴轉數。

$W$  為飛輪之全重量，以磅計。

$K$  為飛輪之動能力，以呎磅計。

$$\text{則 } K = \frac{WV^2}{2g} = M_1V^2 = \frac{WR^2\omega^2}{2g} = M_2\omega^2 = \frac{W \times 4\pi^2 R^2 N^2}{2 \times 60^2 g} = MN^2 \dots\dots\dots (125)$$

式中  $M_1$ ,  $M_2$  及  $M$ ，就一定之飛輪言，皆為常數。

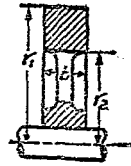
由上式觀之，可知飛輪之動能力，無論就線速率言，就角速率言，或就每分鐘之迴轉數言，皆等於速率之平方乘一常數。在一定之問題中，此公式已足資應用。

設  $I$  為飛輪之慣性率，以呎磅單位計，則  $I = WR^2$ ，與前式合觀之，則

$$\text{故 } K = \frac{IV^2}{2gR^2} = \frac{I\omega^2}{2g} = \frac{2\pi^2 IN^2}{60^2 g} \dots\dots\dots (126)$$

如第 488 圖，倘飛輪周緣之斷面為長方形， $r_1$  與  $r_2$  為飛輪之外半徑與內半徑，則環動半徑之平方等於  $\frac{r_1^2 + r_2^2}{2}$ 。又

周緣之容積為  $\pi(r_1^2 - r_2^2)b$ ，式中  $b$  為周緣之寬。設發動機在一循環之內，飛輪之最低速率與最高速率為每分鐘  $N_1$  與  $N_2$  次，則能力之升降為  $\frac{2\pi^2 I}{60^2 g}$   $(N_2^2 - N_1^2)$ 。最高速率與最低速率之差，謂之速率之升降 (Fluctuation of speed)。速率之升降對



第 488 圖

於平均速率之比，謂之速率升降之係數 (Coefficient of fluctuation of Speed)。設  $N$  為每分鐘之平均速率， $C$  為速率升降之係數。

$$\text{則 } C = \frac{N_2 - N_1}{N}$$

平均速率多假設為最高速率與最低速率之平均數故

$$2N = N_2 + N_1$$

$$N_2^2 - N_1^2 = (N_2 + N_1)(N_2 - N_1) = 2N \times CN = 2CN^2$$

設  $U$  代表每循環所作之工作，以呎磅計， $K$  代表能力升降之係數，則能力之升降為  $KU$ 。且  $KU = \frac{4\pi^2 WR^2 CN^2}{60^2 g}$

$\frac{4\pi^2 ICN^2}{60^2 g}$ 。設  $H$  為發動機之馬力數，則每週轉之工作為

$\frac{33000H}{N}$  式中  $N$  為每分鐘之週轉數。下表係就實際考察所得

之速率升降之係數  $C$  之數值。

唧筒及剪斷機穿孔機等 .....	0.05 至 0.03
麵粉機 .....	0.04 至 0.03
織布造紙及普通鐵工機器 .....	0.03 至 0.025

紡紗機	.....0.02至0.001
發電機	.....0.007

## 習 題

1. 某飛輪之重為4噸，環動半徑為5呎。倘每分鐘之迴轉數由50次增至101次，問多蓄之動能力為若干呎磅。

2. 某飛輪每分鐘之迴轉數由170次變至168次，發出之動能力為6500呎磅。問此飛輪每分鐘之迴轉數為172次時，所蓄之動能力為若干呎磅。

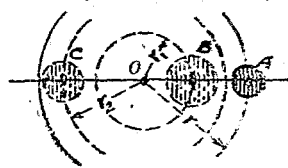
3. 一圓盤形鑄鐵飛輪，其厚為6吋，其直徑為4呎6吋，設鑄鐵每立方呎之重量為450磅，問此飛輪每分鐘之迴轉數為200次時所蓄之動能力為若干呎磅。

4. 某蒸汽機之指示馬力為10，平均速率為每分鐘100次，速率之升降為平均速率之 $\frac{1}{30}$ ，能力之升降為全循環所有能力之 $\frac{1}{10}$ 。倘環動半徑為 $2\frac{1}{2}$ 呎，問飛輪之重應為若干磅。

## 第十八章 均衡裝置(Balancing)

325. 自衡之必要 發動機運動之部分,有爲圓周運動者,有爲直線運動者,圓周運動之部分,皆發生一種離心力,直線運動之部分,如速率有變更,皆發生一種惰力,此離心力與惰力如分配不均,不能設法抵消時,則發動機之機架與其周圍接近之物體,必受其影響,在地面固定之發動機,其機架與附近之地面,多生震盪,在火車,輪船,飛艇,飛機等,則全機安全與乘客之舒適繫焉,故計畫發動機時,多設均衡裝置,使離心力與惰力之全體或一部歸於平衡,以消滅或減輕其及於外部之影響。

326. 迴轉物體之離心力,不同半徑之重量相當量 如第489圖,設  $A$  物體之重量爲  $W$ , 裝置於一直桿  $OA$  上,其距迴轉中心  $O$  之半徑爲  $r$ , 其迴轉之角速率爲  $\omega$ , 則所生之離心力爲  $\frac{W}{g}\omega^2 r$ 。若將  $A$  移去,設有別一物體  $B$ , 其重量爲  $W_1$ , 裝置於直桿  $OB$  上,其距迴轉中心  $O$  之半徑爲  $r_1$ , 迴轉之角速率亦爲  $\omega$ , 則所生之離心力必爲  $\frac{W_1}{g}\omega^2 r_1$ 。



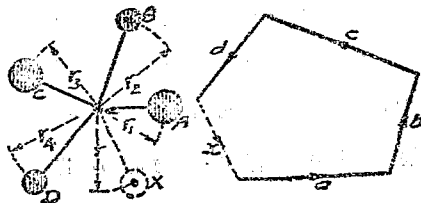
第 489 圖

如  $B$  之離心力與  $A$  之離心力相等。則  $\frac{W}{g} \omega^2 r = \frac{W_1}{g} \omega^2 r_1$ 。  
即  $W r = W_1 r_1$ 。如得到此種關係，則在半徑  $r_1$  之重量  $W_1$  與在半徑  $r$  之重量  $W$ ，謂之重量相當量 (Equivalent weight)。

327. 用一迴轉物體使與別一迴轉物體均衡 參看前圖。

物體  $A$  繞  $O$  軸迴轉所發生之離心力  $\frac{W}{g} \omega^2 r$ ，必在  $OA$  桿上生出一種牽力，且此牽力必傳達於軸承之上。又因  $OA$  桿係時時迴轉，故  $A$  物體所發生之離心力，其及於軸承之方向必時時變更，結果使機架發生震盪，且由機架而傳於機座及附近地面焉。然若於  $OA$  相反之方向置一物體  $C$ ，其重量為  $w$ ，其距中心  $O$  之距離為  $r_2$ ，且使  $w r_2 = W r$ ，則當全體迴轉時， $C$  物體所發生之離心力必與  $A$  物體所發生之離心力，大小相等，方向相反，故兩物體互相均衡，軸承上所受之影響互相抵消。

328. 用一迴轉物體使與在一平面內之多數迴轉物體均衡 如第 490 圖，設  $ABCD$  等等為在一平面內繞同一之中心  $O$  之多數迴轉物體， $w_1 w_2 w_3 w_4$  等等為其重量， $r_1 r_2 r_3 r_4$  等等為其迴轉之半徑， $\omega$  為角速率，茲欲求在同一平面內之一物體，使其所生之離心力與多數物體所生之離心力歸於平衡。



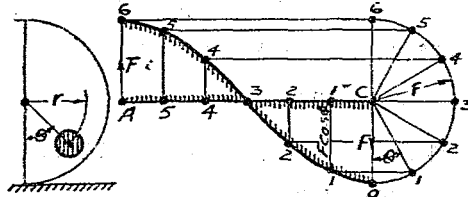
第 490 圖

設  $X$  爲所求之物體,  $w$  代表其重量,  $r$  爲其迴轉半徑, 則  $A, B, C, D$  等所發生之離心力爲  $\frac{w_1}{g} \omega^2 r_1, \frac{w_2}{g} \omega^2 r_2, \frac{w_3}{g} \omega^2 r_3, \frac{w_4}{g} \omega^2 r_4$ , 而  $X$  所發生之離心力爲  $\frac{w}{g} \omega^2 r$ 。因各力中  $\frac{\omega^2}{g}$  一因數均相等, 故研究均衡問題時, 多略去之, 使各力之大小爲  $w_1 r_1, w_2 r_2, w_3 r_3, w_4 r_4$  等所代表。如此則問題變爲簡單, 卽等於求一力  $wr$  使與各力  $w_1 r_1, w_2 r_2$  等相均衡。根據力之多邊形律, 倘畫一力之多邊形  $abcd$  使依次代表  $w_1 r_1, w_2 r_2, w_3 r_3$  與  $w_4 r_4$  之大小與方向, 則所餘之一邊  $x$ , 必代表  $wr$  之大小與方向。故設半徑  $r$  已定, 則  $w$  可以求出。設物體之重量  $w$  先行規定, 則半徑  $r$  可以求出, 且由  $O$  點畫一直線  $OX$ , 使與  $x$  邊平行, 則  $OX$  卽爲所求物體應在之方向。

329. 不平衡之車輪對於路上壓力之變化 如車輪本身之重與所負之重共爲  $W$ , 車軸上或車輪上不均衡之重爲  $w$ , 此不均衡之重對於輪心之半徑爲  $r$ , 輪之角速率爲  $\omega$ , 則不均衡之部分必發生一種離心力  $F = \frac{w}{g} \omega^2 r$ 。且其方向時時變化, 其垂直之分力必使車輪及於路上之壓力發生變化, 當離心力垂直向下時, 路上所受之壓力最大, 其值爲  $W + F$ 。當離心力垂直向上時, 路上所受之壓力最小, 其值爲  $W - F$ 。

如第 491 圖, 當離心力之方向, 對於其垂直向下時之方向所成之角度爲  $\theta$  時, 則  $F$  對於垂直方向之分解部爲  $F \cos \theta$ , 卽此時路上所受之壓力爲  $W + F \cos \theta$ 。

第 492 圖表示離心力垂直分解部在車輪迴轉半週時之變化，圖中  $OA$  基線代表車輪迴轉半週時輪心向前進之距離，縱座標則代表  $F \cos \theta$  之數值， $OF$  代表  $F$ 。



第 491 圖

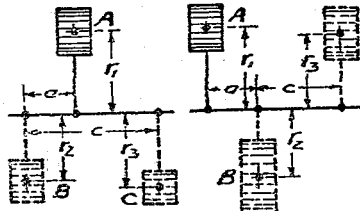
第 492 圖

又就  $W-F$  式研究之，倘不均衡之重量所生之離心力大於  $W$  時，則車輪每迴轉一週必離車軌一次，又下擊一次，且  $F$  之數值與車輪迴轉之速率有關，速率高時，其量加大，故火車在橋上經過時，其速率恆使減低。

如  $D$  為車輪之直徑，以呎計， $V$  為輪前進之速率，以每點鐘若干哩計，則每秒鐘車輪之迴轉數為  $\frac{5280V}{\pi D \times 60 \times 60} = \frac{44V}{30\pi D}$  車輪每秒鐘之角速率  $\omega = \frac{2\pi \times 44V}{30\pi D} = \frac{88V}{30D}$ 。

380. 用兩個迴轉物體與一個迴轉物體均衡，各物體之迴轉平面均不相同 如第 493 及第 494 兩圖，設  $A$  為一迴轉運動物體，擬用  $BC$  兩物體均衡之，設  $w_1, w_2, w_3$  為三物體之重量， $r_1, r_2, r_3$  為三物體之重心距迴轉中心之半徑。又設  $A$  與  $C$  兩物體迴轉之平面距  $B$  物體迴轉之平面之距離為  $a$  與  $c$ 。又三物體之重心位於包含迴轉軸之一平面內，在第 493 與第 494

兩圖上,即以紙面爲此平面。 $ABC$  三物體所生之離心力與  $w_1r_1, w_2r_2, w_3r_3$  成正比。且此問題實爲在一平面內之三平行力之平衡問題,其平衡之條件如下:



第 493 圖

第 494 圖

在第 493 圖所示之情形,但使  $w_1r_1 = w_2r_2 + w_3r_3$ , 又  $w_1r_1a = w_3r_3c$  即可。

在第 494 圖所示之情形,但使  $w_1r_1 + w_3r_3 = w_2r_2$ , 又  $w_1r_1a = w_3r_3c$  即可。

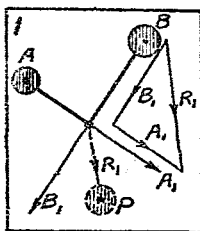
在每種情形,各有兩個方程式,故可求出兩未知數。

如  $BC$  兩物體之迴轉平面,恰爲一迴轉軸兩軸承之中心平面,且迴轉軸帶有一平衡之物體  $A$ ,則當  $A$  物體未被其他物體所平衡時,上邊所求出  $BC$  兩物體所發生之離心力,即爲軸承上因  $A$  物體之離心力所受之力。

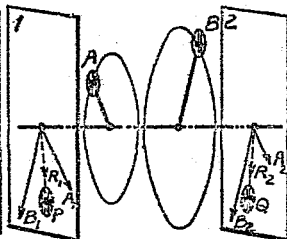
331. 用兩個迴轉物體與兩個或多個迴轉物體均衡,各物體之迴轉平面均不相同 如第 496 圖,設  $A$  與  $B$  爲兩個迴轉物體,欲用在 12 兩迴轉平面之兩物體  $P$  與  $Q$  均衡之。第 495 圖與第 497 圖爲 12 兩迴轉平面之側視圖,將  $AB$  兩物體及其連



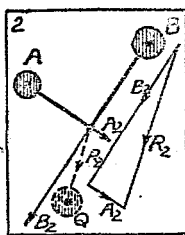
桿均投射於其上,根據前段之理,在12兩平面可求出 $A_1$ 與 $A_2$ 二力與 $A$ 物體之離心力相均衡,根據同理,在12兩平面可求出 $B_1$ 與 $B_2$ 二力與 $B$ 物體之離心力相均衡,再用力之三角形律,可求出 $A_1$ 與 $B_1$ 之結果力 $R_1$ 及 $A_2$ 與 $B_2$ 之結果力 $R_2$ , $R_1$ 與 $R_2$ 即代表 $P$ 與 $Q$ 兩物體之離心力,故設 $P$ 與 $Q$ 兩物體之迴轉半徑已定,則 $P$ 與 $Q$ 之重量即可求出。



第 495 圖



第 496 圖



第 497 圖

如所欲均衡之物體係三個或三個以上,則用同一方法爲之,但求 $R_1$ 與 $R_2$ 時,用力之多邊形律,不用力之三角形律。

又解答此種問題時,有時用一種表解法如下:

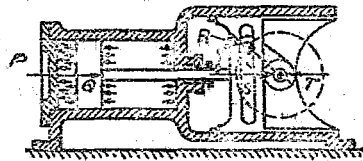
物 體	物體之重量 $W$	半 徑 $r$	離心力,當 $\omega^2=g$ 。 $Wr$	物體距 2 平面之距離 $x$	均 衡 力,當 $\omega^2=g$	
					在 平 面 1 $F_1 = \frac{Wr^2}{l}$	在 平 面 2 $F_2 = Wr - F_1$
A						
B						
C						
.....						
P	$W_1 = \frac{R_1}{r_1}$	$r_1$	$W_1 r_1 = R_1$	$l$	$R_1$	.....
Q	$W_2 = \frac{R_2}{r_2}$	$r_2$	$W_2 r_2 = R_2$	$0$	.....	$R_2$

對於末兩行之力之正負號，須特別注意，當第一行所有之各物體位於平面 1 與 2 之間時，則  $F_1$  與  $F_2$  同號。但若任一平面，位於物體與他一平面之間時，則  $F_1$  與  $F_2$  係異號。 $F_1$  與  $F_2$  係由 1 與 2 兩平面之力之多邊形得出。

如 1 與 2 兩平面恰為帶各迴轉物體之軸之軸承之中心平面。若不設法均衡之，則所求  $P$  與  $Q$  兩物體所發生之離心力，即為軸承，因各物體之離心力對軸上之力，亦即軸承所受各物體離心力之影響也。

332. 因往復運動部分之加速率所生之擾動力(Disturbing forces due to acceleration of reciprocating parts) 第 498 圖表

示一蒸汽機之機構，其連桿之構造與一長度無限之連桿相當，蒸汽對於汽缸一端之總壓力等於一力  $P$ 。此力欲使機架向左運動，蒸汽對於活塞之總壓力等於一力  $Q$ ，其大小與  $P$  相等。此力欲使活塞向右運動。



第 498 圖

如活塞靜止或按等速率運動，則對於曲柄軸針上必有一推力(Thrust)  $R$ ，與  $P$  及  $Q$  均相等，若假定有  $S$  與  $T$  二力，各等於  $R$ 。沿曲柄軸針迴轉之平面加於機軸之上，如圖上所示(大小相等方向相反故對於全機之運動不生影響)。則  $R$  與  $T$  成一作力偶力，其力率即等於機軸之迴轉力率 (Turning

moment)。且與抵力偶力互相平衡，所餘之一力  $S$  即變為機軸對於其軸承上之推力，亦間接傳於機架之上，故機架由一力  $S$  推之向右，同時並由一力  $P$  推之向左。二力大小相等方向相反，故結果機架並無對機座運動之趨勢，即無對外之攪動力。

然若活塞之速率增大或減小， $R$  力或  $S$  力必將小於  $P$  或大於  $P$ ，故對於機架將有一種結果力。使之有向左或向右運動之趨勢，且此結果力之大小恆為  $PS$  二力之差，亦即為使活塞增速或減速之力。不待借用汽缸內所有汽壓之關係，即可直接求出。

仍參看前圖，如機軸按等速率迴轉，則活塞與其他隨之作往復運動各部，必有一種單弦運動，當活塞距一衝程之中點之距離為  $x$  時，則使往復運動各部分發生加速率之力必為  $\frac{wv^2x}{gr^2} = \frac{w\omega^2x}{g} = \frac{w\omega^2r \cos \theta}{g}$  磅。式中  $w$  為往復運動各部之重量，以磅計。 $v$  為曲柄軸針之速率，以每秒若干呎計。 $\omega$  為曲柄之角速率，以每秒若干半徑角計。 $r$  為曲柄之長度，以呎計。 $\theta$  為曲柄對於衝程線所成之角度。

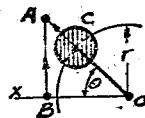
當一衝程之前半，活塞上發生加速率之力按等量變化，由最高值  $\frac{w}{g} \omega^2 r$  至於零，且其方向係沿活塞運動之方向，當一衝程之後半，發生加速率之力又由零變至  $\frac{w}{g} \omega^2 r$ ，且其方向係與活塞運動之方向相反，即發生加速率之力變為負號，

在任何時刻，欲使機架移動之力，恆與活塞上所需發生加速率之力大小相等，方向相反，故若機架未用螺旋釘管於機座，彼必向前後振動或擺動，每當機軸迴轉一週時，機架即作一全震動 (Complete oscillation)。若用螺旋釘管於機座，則振動仍未完全免去，不過稍減其振幅，其減小之程度，則視接連鬆緊之程度及機座重量之大小而定。

又對於機架之擾動力，於發生加速率之力之原因或方法無關，即無論係一種流體及於活塞之壓力，如在一蒸汽機，或由於機軸上所受之扭轉率，如在一唧筒或空氣壓榨機，均能發生同樣之擾動力。

333. 將往復運動各部之重量遷移至曲柄軸針處之結果

如第 499 圖，假設將往復運動各部分移去，而置一等重量之物體  $C$  於曲柄軸針處，則因在軸針處，迴轉所發生之離心力必等於  $\frac{w}{g} \omega^2 r$ 。設用  $OA$  代表此力之大小，並設  $OX$  代表原有之衝程線，畫  $AB$  線與  $OX$  垂直， $OA$  一力與加於  $O$  點之



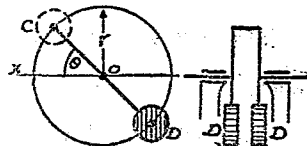
第 499 圖

$OB$  與  $BA$  兩力相當， $OB = \frac{w\omega^2 r}{g} \cos \theta$ ， $BA = \frac{w\omega^2 r}{g} \sin \theta$ 。在前段曾證明因往復運動各部之加速率，使機軸沿衝程線之方向發生一種推力，其大小為  $\frac{w\omega^2 r}{g} \cos \theta$ 。

故將一與往復運動同重量之物體置於曲柄軸針處，其沿衝程線對於機架所生之擾動結果，與往復運動各部本身

所生之結果相同。

334. 變換攪動力之方向 如第 500 圖，將曲柄向反對方向延長一段，並置重量  $DD$  於其上，使與前段所述之物體  $C$  相均衡。則在任何時刻， $DD$  所發生之離心力沿衝程線之分力必與  $C$  物體所發離心力沿此方向之分力相均衡。



第 500 圖

故若將  $C$  移去，仍將往復運動部分裝置於原來地位，則因往復運動各部之加速率沿衝程線對於機架所生之推力，必完全為  $DD$  所均衡，但  $DD$  所發生之離心力對於衝程線垂直之方向尚有一分力，其大小為  $-\frac{w\omega^2 r}{g} \sin \theta$ 。則未曾均衡。

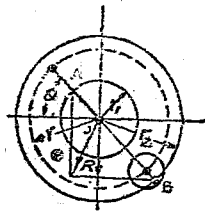
故均衡重量 (Balancing weight)  $DD$ ，係將沿衝程線之攪動力均衡之，而同時卻引出與衝程線垂直之別一攪動力，且第二攪動力與第一攪動力經過同一大小之變化。

第一攪動力在一衝程之始，其值為  $\frac{w\omega^2 r}{g}$ ，及至一衝程之中，則變為零，然後易為負號，至一衝程之末，其值為  $-\frac{w\omega^2 r}{g}$ 。第二攪動力則在一衝程之始，其值為零，及至一衝程之中，則變為  $\frac{w\omega^2 r}{g}$ ，然後逐漸減小，至一衝程之末，其值仍為零。

在第 500 圖，設在曲柄反對之方向，裝置重量  $DD$ ，使其半徑與曲柄之長度相等，使其重量相加之和小於往復運動各部

之重量而等於 $w_1$ ，則在衝程線之攪動力只有一部被均衡，所餘之攪動力，第一為沿衝程線之一部等於  $\frac{(w-w_1)\omega^2 r \cos \theta}{g}$ ，第二為與衝程線垂直之一部等於  $\frac{w_1 \omega^2 r \sin \theta}{g}$ 。如 $R$ 代表結果攪動力，則曲柄在任一位置時，其結果攪動力可用畫法求之如下：

如第501圖設 $r_1$ 代表  $\frac{(w-w_1)\omega^2 r}{g}$ ， $r_2$ 代表  $\frac{w_1 \omega^2 r}{g}$ 。用 $r_1$ 與 $r_2$ 為半徑各畫一圓。當曲柄行至任一位置 $OA$ 時，沿曲柄之方向畫一直線，與 $r_1$ 圓交於 $A$ 點，與 $r_2$ 圓交於 $B$ 點，則 $OA$ 沿衝程線之分力，必代表此時刻沿衝程線之攪動力， $OB$ 沿衝程線垂直方向之分力，必代表此時刻沿衝程線垂直方向之攪動力，兩力之結果力 $R$ ，即為結果攪動力。



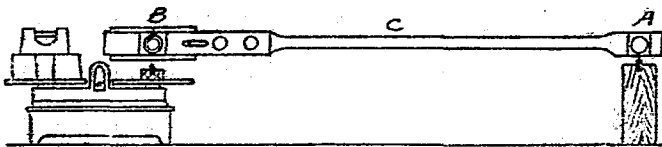
第 501 圖

此種均衡法，即在衝程之攪動力全部被均衡或一部被均衡，而同時在垂直之方向引出一等量之攪動力，有時認為比較有利，如機車之均衡是，有時則認為無差別即不必用此種均衡法也。

335. 連桿重量之分配法 在普通往復運動之發動機，其發生不均衡之力量之各部，有純係圓周運動者，如曲柄及曲柄軸針等是，有純係直線運動者如活塞活塞桿等是，惟普通有一定長度之連桿，其運動實兼二者而並有之，蓋連桿之為

物,本係由直線運動變為圓周運動,或由圓週運動變為直線運動之媒介,在丁頭軸針之一端,完全為直線運動在曲柄軸針之一端,完全為圓周運動,其中間各點,皆為橢圓運動,橢圓運動之大軸各處相同,惟愈近曲柄軸針則橢圓之小軸愈長,愈近丁頭軸針,橢圓之小軸愈短耳。普通多將其重量分為兩部,其分配法如下:

如第502圖,設 $AB$ 為一連桿, $A$ 為丁頭軸針之中心, $B$ 為曲柄軸針之中心。 $C$ 為全桿之重心。 $W$ 為全桿之重,則普通習慣,多將 $\frac{AC}{AB}W$ 之一部,算為與曲柄軸針有同樣圓周運動之重量,即無異假定有此重量,聚集於曲柄軸針之中心,其餘一部 $\frac{BC}{AB}W$ ,則算為與活塞有同樣直線運動之重量,即無異假定有此重量,聚集於丁頭軸針也(若假定如此,其證法如圖)。連桿重心之位置之求法可將連桿按水平位置,置於一刀刃上,視得到平衡之時,刀刃處即為重心所在之點,又算為圓周運動及算為直線運動之兩部分,更可用直接稱法得之,如第502圖所示,將連桿置於平行之兩刀刃上,刀刃之方向與連桿之中心線垂直,並經過兩端軸承之中心,將一刀刃置於一



第 502 圖

磅秤之平台上，別一刀刃則置於地上，當與曲柄軸針接連之一端在磅秤上時，秤上所指之重量，即應算為圓周運動之部分，當與丁頭軸針接近之一端在磅秤上時，秤上所指之重量，即應算為直線運動之部分。

實際上大多數係將連桿全重之三分之二算為圓周運動之部分，三分之一算為直線運動之部分。

336. 機車之均衡 (Balancing of locomotive) 在機車上圓周運動各部，擬使完全歸於均衡，尚非難事，惟欲使往復運動各部完全歸於均衡，則比較甚難，蓋若使沿水平方向因往復運動各部之加速率所生之攪動力，完全歸於均衡，如第 333 段所述之方法，則垂直方向所引出之攪動力，對於車軌橋梁及輪緣等處，或生甚烈之傷損也。故就多數機車工程師經驗之結果，實際上多將圓周運動各部完全使之均衡，往復運動各部，則只均衡其三分之二，即關於往復運動各部，使其由加速率所生之攪動力之三分之二用迴轉物體均衡之，但同時對於垂直方向所引出之攪動力，其大小實與所均衡者相等。

至均衡之重量，實際上多置於輪輻上近輪緣處。

以下數段，皆研究機車之均衡問題，活塞之運動，極假設為單弦運動。

337. 內汽缸不連結機車 (Inside cylinder uncoupled locomotive) 在此種機車，其汽缸位於機架之間，各有一曲柄，彼

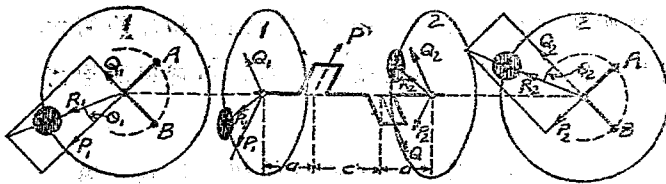


此互成 $90^\circ$ ，有迴轉運動之各重量，爲曲柄曲柄軸針及用前法所分配之連桿之一部，所有各重量均求出其在曲柄軸針處之重量相當量。

在每個曲柄軸針處之重量相當量上，再各加其往復運動各部之重量之三分之二，其迴轉半徑均假定等於曲柄之長度，然後即求一相當重量，置於輪緣附近，其半徑視輪之大小而定，以與在曲柄軸針處之重量相當量相均衡。問題至此，本與第 331 段所述者完全相同，且比較簡單，因其極關重要之故，故再將解答詳述如下：

在此問題，因所有迴轉物體之角速率均完全相同，故離心力可用各物體之重量與其重心迴轉之半徑之乘積代表之。

參看第 503 圖，設 1 與 2 爲所求均衡物體之重心所畫之圓。



第 503 圖

A 爲左邊之曲柄，B 爲右邊之曲柄，P 與 Q 則爲前述迴轉運動各物體之全重量與往復運動各物體重量之三分之二在曲柄軸針處所發生之離心力，又 P 與 Q 普通恆係相等。

在 1 與 2 兩圓平面內與  $P$  力均衡之二力  $P_1$  與  $P_2$  可由下列兩式求出。

$$P_1(2a+c) = P(a+c), \text{ 又 } P_2(2a+c) = Pa.$$

在 1 與 2 兩圓平面內與  $Q$  力均衡之二力  $Q_1$  與  $Q_2$  可由下列兩式求出。

$$Q_1(2a+c) = Qa, \text{ 又 } Q_2(2a+c) = Q(a+c).$$

$P_1$  與  $Q_1$  之結果力  $R_1$ ,  $P_2$  與  $Q_2$  之結果力  $R_2$  可求之如下。

$$R_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2}, \quad R_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2}.$$

$$\tan \theta_1 = \frac{Q_1}{P_1}, \quad \tan \theta_2 = \frac{P_2}{Q_2}.$$

$$\text{或 } \theta_1 = \tan^{-1} \frac{Q_1}{P_1}, \quad \theta_2 = \tan^{-1} \frac{P_2}{Q_2}.$$

如  $P=Q$ , 則  $P_1=Q_1$ ,  $P_2=Q_2$ ,  $R_1=R_2$ ,  $\theta_1=\theta_2$ .

設  $w$  每個曲柄軸針處之重量相當量, 包括一汽缸各迴轉物體之重量相當量, 與往復運動各部重量之三分之二。

$W$  = 每個均衡重量之重,  $r$  = 曲柄之半徑,  $R$  = 均衡重量之重心所行之圓之半徑。

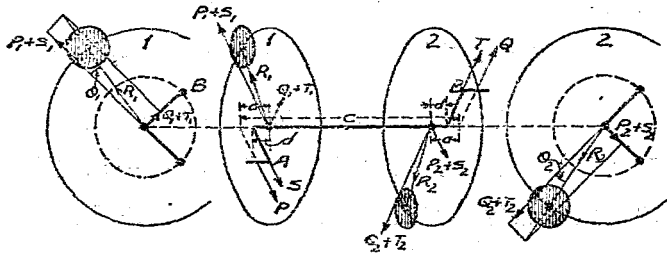
$$\text{則 } P=wr, \quad P_1 = \frac{wr(a+c)}{2a+c}, \quad Q_1 = \frac{wra}{2a+c}.$$

$$R_1 = WR = \frac{wr}{2a+c} \sqrt{(a+c)^2 + a^2}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{a}{a+c}.$$

motive) 此種機車,其兩汽缸位於機架之外邊,兩曲柄位於原動軸之兩端,互成 $90^\circ$ 之角度,且普通曲柄臂即附製於兩輪之上。

參看第 504 圖,設 1 與 2 為所求均衡重量之重心所畫之圓,普通恆在兩原動輪上,  $P$  與  $Q$  為假設在曲柄軸針  $A$  與  $B$  兩處所有迴轉運動物體所發生之離心力,此項重量係包括一汽缸往復運動各部總重量之三分之二,連桿重量中認為係迴轉運動之一部,連桿重量中認為係往復運動之一部之三分之二,及由曲柄臂伸出之一段曲柄軸針。



第 504 圖

設  $S$  與  $T$  為曲柄臂及曲柄臂上所包含之一段曲柄軸針所發生之離心力。

在 1 與 2 兩圓平面內與  $P$  力均衡之二力  $P_1$  與  $P_2$  可由下列兩式求出。

$$P_1(c-2a) = P(c-a), \text{ 又 } P_2(c-2a) = Pa.$$

在 1 與 2 兩圓平面內與  $Q$  力均衡之二力  $Q_1$  與  $Q_2$  可由

下列兩式求出。

$$Q_1(c-2a) = Qa, \text{ 又 } Q_2(c-2a) = Q(c-a)$$

在 1 與 2 兩圓平面內與  $S$  力均衡之二力  $S_1$  與  $S_2$  可由下列兩式求出。

$$S_1(c-2a) = S(c-2a+d), \text{ 又 } S_2(c-2a) = sd.$$

在 1 與 2 兩平面內,與  $T$  力均衡之二力  $T_1$  與  $T_2$  可由下列兩式求出。

$$T_1(c-2a) = Td, \text{ 又 } T_2(c-2a) = T(c-2a+d).$$

又就圖上觀之,可知  $P_1$  與  $S_1$ ,  $P_2$  與  $S_2$ ,  $Q_1$  與  $T_1$ ,  $Q_2$  與  $T_2$  均各在一直線內,且係同一方向。

$$\text{故 } R_1 = \sqrt{(P_1 + S_1)^2 + (Q_1 + T_1)^2},$$

$$\text{又 } R_2 = \sqrt{(P_2 + S_2)^2 + (Q_2 + T_2)^2},$$

$$\tan \theta_1 = \frac{Q_1 + T_1}{P_1 + S_1}, \quad \tan \theta_2 = \frac{P_2 + S_2}{Q_2 + T_2},$$

如  $P=Q$ ,  $S=T$ , 則  $P_1=Q_2$ ,  $P_2=Q_1$ ,  $S_1=T_2$ ,  $S_2=T_1$ ,  $R_1=R_2$ ,  $\theta_1=\theta_2$ 。與前段用同一符號並  $wc$  一曲柄臂與其所包含曲柄軸針之一段在曲柄軸針中心處之重要相當量,則

$$P = wr, \quad P_1 = \frac{wr(c-a)}{c-2a}, \quad Q_1 = \frac{wra}{c-2a}.$$

$$S = wr, \quad S_1 = \frac{wr(c-2a+d)}{c-2a}, \quad T_1 = \frac{wrd}{c-2a},$$

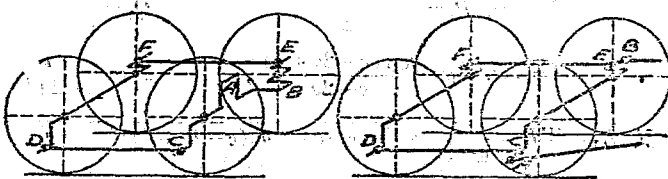
$$\text{又 } R_1 = WR = \frac{r}{c-2a} \sqrt{\{w(c-a) + w_c(c-2a+d)\}^2 + (wa + w_c d)^2},$$

$$\tan \theta_1 = \frac{wa + w_c d}{w(c-a) + w_c(c-2a+d)}.$$

339. 連結機車(Coupled locomotives) 欲增加車輪對於車軌之附着力或反抗滑動之磨擦力,使拽引力因之增大,可將兩對或三對車輪連結於一處,連結之方法,普通恆係用一種連結桿(Coupling-Rod)。連結兩輪上同長之兩個曲柄,有時兩曲柄亦可不製於輪上而裝置於輪軸上,又互相連結之兩車輪,其直徑恆須相等。

連結桿對於均衡上之影響與在曲柄軸針處一迴轉物體完全相同,其重量之大小,則與該軸針所負擔之一部連結桿之重量相等,故連結桿與其曲柄及曲柄軸針等,可完全用第 331 段之方法均衡之,在原動輪上,則連結桿之曲柄與其曲柄軸針及其所負擔之一部連結桿之重量應須之均衡重量,可與按前二段之方法,所求出之原動輪本身應須之均衡重量相合併而求其結果均衡重量,又此原動輪上之結果均衡重量,可於前兩圖上 1 與 2 兩平面上直接求出之。即將均衡連結桿之曲柄曲柄軸針及其所負擔之一部連結桿之重量,於求結果力時包括於其內即可。

第 505 圖,表示一內汽缸連結機車與兩對輪互相連



第 505 圖

第 506 圖

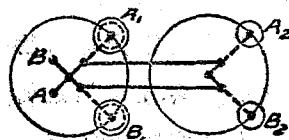
接各曲柄之排列法，連結桿  $OD$  所連結之兩曲柄與聯結桿  $EF$  所連結之兩曲柄彼此垂直，且曲柄軸針  $C$  與  $B$  對於汽機之曲柄軸針  $A$  與  $B$  適處於相反之地位。

在外汽缸連結機車，則原動曲柄同時亦作連結桿之曲柄，且在此曲柄上之軸針，其長度恆較長，使連桿及連結桿之一端均裝置於其上，又一邊之曲柄亦與別一邊之曲柄成  $90^\circ$  之角度，如第 506 圖所示。

又在內汽缸機關車，連結桿之曲柄，普通多較原動曲柄短，在外汽缸機關車，則各曲柄均係等長。

340. 連結機車往復運動各部之均衡 在連結機關車，其往復運動各部或在原動輪均衡之，或分配於各連結輪上分別均衡之。若分配於各連結輪，則須假設各軸均為原動軸，並於各軸上設有想像之曲柄，其方向與原來實在之曲柄平行，及想像之曲柄軸針，附帶一迴轉物體，其重量與分配於此輪上所欲均衡之一部往復運動重量相等，所想像之曲柄，其重量當然不計，另一方法，即假定欲在原動輪將往復運動各部之重量均衡之，而求出其所需之均衡重量，然後平均分配於各輪上相同之地位，如第 507 圖。

設  $A_1$  與  $B_1$  為左右兩原動輪上之兩物體，恰足與往復運動各部全重量之三分之二相均衡，若於  $A_1$  與  $B_1$  之中各分出等量之一部  $A_2$



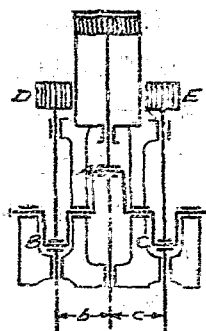
第 507 圖。

與  $B_2$  使移於左右連結輪上，且  $A_2, B_2$  之迴轉半徑與  $A_1, B_1$  之迴轉半徑平行相等，則如此分配之均衡重量，在水平方向對於往復運動各部所生之均衡效果，必與前此完全相同，但在垂直方向，則分配於各輪上之壓力變化較前減小，各輪上依此方法求出之均衡重量，只係均衡往復運動各部者，再與均衡迴轉運動之均衡重量相合併，結果均衡重量即可求出。

341. 有單弦運動之各往復運動部分之完全均衡 在第 334 段，曾證明因往復運動各部之惰力所生之攪動力，與聚於曲柄軸針重量相同之迴轉運動物體，沿衝程線所生之攪動力相同。惟此迴轉運動物體在衝程線垂直之方向又生出一同大之攪動力。

假設有數組往復運動物體，分連於一軸上同數之曲柄上，其次假設將所有往復運動物體移去，而在各曲柄軸針上聚集同重量之迴轉運動物體，則在各衝程線上之攪動力，必與前此相同，但倘使各曲柄上所想像之迴轉物體其大小及相對之地位等配置適宜，恰得均衡，則其結果，不但沿各衝程線之攪動力彼此互相均衡，其與各衝程線垂直方向之攪動力，亦必彼此互相均衡，故完全均衡數個往復運動重量之問題，易為均衡數個迴轉物體之問題，與第 331 段所研究者相同，惟所異者，此數個迴轉物體皆係想像者，故只能採用其理論與方法，實際上往復運動之物體非用其他往復運動之物體不能完全均衡之，茲再舉一二實例如下：如第 508 圖，一單

汽缸發動機之活塞，連於一曲柄軸針  $A$ ，其迴轉之半徑為  $r$ 。設  $B$  與  $C$  另為二曲柄軸針，其迴轉半徑為  $r_1$  及  $r_2$ ，迴轉之平面距軸針  $A$  迴轉平面之距離為  $b$  與  $c$ 。設與  $A$  相連往復運動各部之重量為  $w$ 。又設  $B$  與  $C$  兩軸針與  $A$  軸針及機軸之中心皆在同一之平面，且  $B$  與  $C$  恰在  $A$  之反方面，則在  $B$  與  $C$  兩處分置  $w_1$  與  $w_2$  兩迴轉重量，並使  $w_1 r_1 (b+c) = w r c$ ，及  $w_2 r_2 (b+c) = w r b$ ，必能均衡在  $A$  處之一迴轉重量  $w$ 。故若與  $BC$  兩曲柄軸針連接兩個往復運動重量  $D$  與  $E$ ，使等於  $w_1$  與  $w_2$ ，則  $D$  與  $E$  兩個往復運動重量，必與往復運動重量  $A$  完全均衡。此另加之往復運動重量  $D$  與  $E$ ，用以均衡其他往復運動重量者，謂之懸重 (Bob-weights)。除均衡效果外，無外應用。



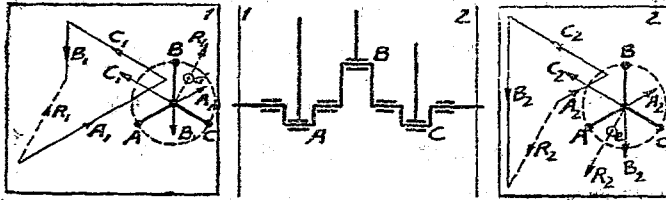
第 508 圖

若不用此種懸重  $D$  與  $E$ ，而用兩汽缸代之，使屬於兩汽缸之往復運動重量與前此之懸重相同，則三汽缸之往復運動各部分必彼此完全均衡。

如懸重衝程較小時，可用偏心輪代替曲柄。又懸重之全重量與  $w_2$  當然包括與其相連之各往復運動部分在內。

第 509 圖，表示一三汽缸發動機，三曲柄互成  $120^\circ$  之角度， $ABC$  為三曲柄軸針，試求在 1 與 2 兩平面內能與此三汽缸往復運動之重量，完全均衡之懸重。





第 509 圖

與前法同，先想像有與各往復運動同重量之迴轉重量聚於三曲柄軸針， $A$ 處重量所生之離心力，可由 1 與 2 兩平面內之二力  $A_1$  與  $A_2$  均衡之。在 1 與 2 兩平面內之  $B_1$  與  $B_2$  二力，及  $C_1$  與  $C_2$  二力，可均衡  $B$  與  $C$  兩重量所生之離心力。然後用力之多邊形律，可求出  $A_1B_1C_1$  之結果力  $R_1$  及  $A_2B_2C_2$  之結果力  $R_2$ 。

設  $w_1$  與  $w_2$  為所求懸重之重量，凡與相連之各往復運動部分均包括在內， $r_1$  與  $r_2$  為懸重應連接之曲柄軸針迴轉之半徑。則  $w_1r_1 = R_1$ ， $w_2r_2 = R_2$ 。各離心力之大小，均由重量與其迴轉半徑之相乘積代表之。

## 習 題

1.  $ABC$  三物體在同一平面內繞一軸迴轉，迴轉之平面與軸相切於  $O$  點。 $ABC$  之重心距  $O$  點之距離為  $15''$ ， $18''$  及  $20''$ 。 $AOB$  角為  $90^\circ$ 。 $A$  物體之重量為 80 磅， $B$  物體之重量為 50 磅，如欲使  $C$  物體對於  $AB$  兩物體完全均衡，問  $C$  之重量及  $BOC$  角之大小如何。

2. 今有兩物體，其重量一為 10 磅，一為 20 磅。同連於一軸上，彼此互成之角度為  $90^\circ$ ，距軸心之半徑一為 2 呎，一為 3 呎，如此輪每分鐘之迴轉數為 200 次，問兩物體施於軸上之結果力為何，又

如擬用一迴轉物體，使此兩物體完全均衡，其迴轉之半徑爲  $2\frac{1}{2}$  呎。問此物體之重量與位置各如何。

3. 今有  $ABCD$  四物體，其重量爲 80, 100, 120,  $W$  磅。同連於一軸上，其重心距軸心之半徑爲 15, 12, 14, 12 吋，各物體排列之距離均屬相等，如擬全體完全均衡，試求 (a)  $W$  之數值，(b)  $BCD$  三物體對於  $A$  物體所成之角度。

4. 今有  $ABCD$  四物體，同連於一軸上，其重心距軸心之距離均相等。 $BCD$  三物體之重量各爲 10 磅， $A$  距  $B$  3 呎， $A$  距  $C$  4 呎， $A$  距  $D$  5 呎，如擬使全體完全均衡試求 (a)  $A$  物體之重量，(b) 各物體互成之角度。

5. 在一直徑 6 呎之機關車車輪上，有一不均衡之重量 200 磅。其重心距軸心之距離爲 1 呎，車輪自身之重與其所負之重共爲 7 噸。倘機關車之速率爲每點鐘 60 哩。問車軌上所受之壓力最大之時與最小時各爲若干噸。又如欲使車軌上所受之壓力最小時恰等於零，問機關車之速率應爲每點鐘若干哩。

6. 某氣機之機軸上裝置  $AB$  兩飛輪，其迴轉平面相距 3 呎 6 吋，曲柄迴轉之平面在兩飛輪之間但距  $A$  之迴轉平面爲 1 呎 7 吋，曲柄臂與曲柄軸針相當在曲柄迴轉平面內重量 108 磅半徑 10 吋之一重量，如擬在兩飛輪上半徑 2 呎之處各置一重量使之完全均衡，問兩重量各爲若干磅。

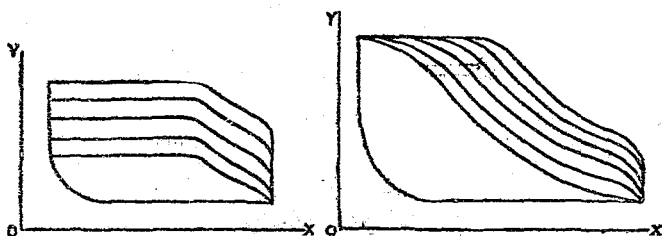
## 第十九章 調速器(Governors)

342. 調速器與飛輪功用之不同 一發動機速率上發生變化,普通有下列兩種原因:(1)在一循環(Cycle)內或一迴轉內,發動機所發之作力,有時較多於外部所需之抵力,有時較少於外部所需之抵力,因之速率上發生變化。(2)在較長之時間內,發動機之載荷(Load)增大或減小,因之速率上發生變化。在第一種普通恆用一飛輪調節之,已如第十七章所述,在第二種普通恆用一種調速器,使發動機所發之作力,隨外部所需載荷之大小而變化,因之保持其計畫時之速率。故飛輪與調速器雖均為調節發動機速率之裝置,而其功用實彼此不同也。

343. 調速器約束發動機所發作力之方法 在蒸汽機調速器約束所發作力之方法,可分為兩大類:(1)阻瓣調速器(Throttle valve governor),即變動進入汽缸內之蒸汽之壓力者;(2)自動調速器(Automatic governor),即變動蒸汽在汽缸內停汽點之早晚者。

第 510 圖表示用阻瓣式調速器之蒸汽機之工作圖。在輕載荷時,汽壓較低,在重載荷時,汽壓較高,停汽點則保持不

變,又就圖上觀之,可知在輕載荷時,膨脹後之汽壓,約落至與大氣壓力相等,在重載荷時,則膨脹後之汽壓仍甚高,故比較不經濟。第 511 圖表示用自動調速器之蒸汽機之工作圖,蒸汽之初壓保持不變,載荷變化時則變動停汽點之早晚,就蒸汽量之消耗言,比第一種經濟,故大蒸汽機多採用此種調速器。

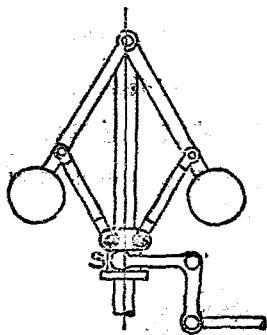


第 510 圖

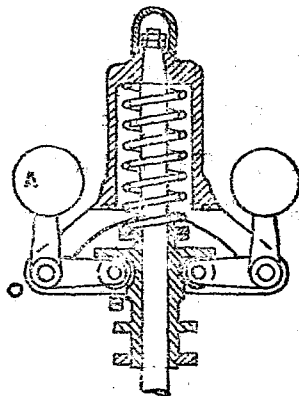
第 511 圖

至各種調速器動作之原理,則大致相同。即在發動機按計畫之速率迴轉時,調速器上,有一定之數力歸於平衡。速率一變,則平衡被攪動,調速器遂自行調節,按一種新地位,仍歸於平衡。當由原地位易為新地位時,利用其動作以變更蒸汽之壓力或蒸汽之停汽點,結果仍歸於原來平衡之地位為止。

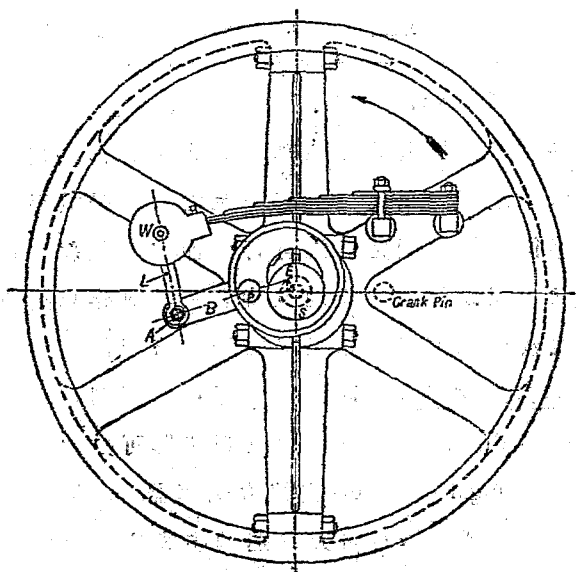
344. 調速器之種類 調速器變更地位所利用之力,普通不外兩種:一為離心力,一為惰力。故調速器可分為離心力調速器(Centrifugal governors)與惰力調速器(Inertia governors)兩大類。離心力調速器更可分為迴轉擺式(Rotating pendulum type),與彈簧約束式(Spring-controlled type)兩種。如第 512 圖



第 512 圖



第 513 圖



第 514 圖

與第513圖所示。惰力調速器有時稱之曰軸裝調速器 (Shaft governor), 如第514圖所示。

345. 調速器調整速率之限度 調速器調整速率之限度有二:第一,一定之調速器不能對於發動機之任何速率均能約束,只能約束平均速率上下一定界限以內之速率。速率如失於太低,所生之離心力(此處暫專就離心力調速器而言)不足與球之重力或彈簧之彈力相均衡,則套筒(Sleeve)必在一最低之地位對於一停止部而靜止。俟速率增至近於平均速率時,套筒始又浮起,此時之動作方可利用之為調整速率之用。反而言之。若速率繼續增加,至套筒已達到其最高地位而仍不能截斷或減少原動力之來源,使與外部之抵力相應,則調速器亦即失其作用。故調速器之作用,僅限於套筒運動範圍以內,計畫時使適與平均速率上下一定之速率相當。如擬使調速器完全約束原動力之供給,則計畫時須使套筒在最低之地位時,發動機須發生其全部之原動力,不能有再增之可能。套筒在最高之地位時,發動機須對外不發生原動力(即  $h_p=0$  之意)。第二無絕對完全之調速器,即無一調速器能使所約束之發動機之速度絕對一律。蓋所有調速器之構造,非待速率已有變更,不能發生作用。計畫最善者,只能使變化之範圍減小,或變更以後使恢復原來平均速率之時間減短,不能使速率絕對不發生變化也。

346. 調速器之約束力(Controlling force) 當一調速器迴

轉時，所生之離心力使球離迴轉軸向外移動，同時即有反對此力之一力，不使球遠離。此種沿迴轉軸垂直之方向反對每球向外移動之力，謂之調速器之約束力。在迴轉擺式，此種約束力原於各球之重力。在彈簧約束式，此種約束力，原於彈簧之彈力。在彈簧約束式，球之重量，按不同之位置有時反對本身向外移動，有時協助本身向外移動。又約束力之大小，說明時，只就一球之重量而言。

347. 靈敏度 (Sensitiveness) 當計畫一調速器時，在調速器之作用所限制之速率變化範圍以內，套筒沿垂直軸位置之變化愈大愈好。套筒沿垂直軸有一定之位置變化而速率之變化小者，則調速器謂之靈敏。反之，謂之不靈敏。故當速率有一定之變化時，若調速器愈靈敏，則球之地位必愈易變化。所發之原動力愈易約束，即結果發動機之速率，愈易保持一律。靈敏度之定義如下：

$$\text{靈敏度} = \frac{\text{調速器作用之平均速率}}{\text{調速器作用範圍內之總速率變化}} = \frac{N}{N_1 - N_2}$$

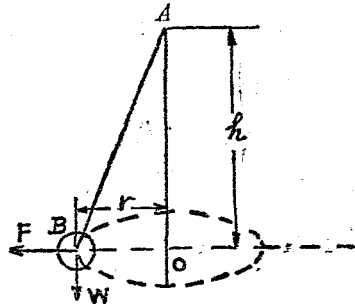
式中  $N$  為平均速率， $N_1$  為最高速率， $N_2$  為最低速率。

亦有稱此式之反數為靈敏度者，其不同之處，無甚關係。因所得之比值，只供給一調速器之靈敏度與他調速器之靈敏度作比較之用。知其原來之定義，即不難知其比較後之結果也。

一調速器若係無限靈敏 (Indefinitely sensitive)，則謂之

等時調速器(Isochronous governor)。其球無論在何地位,速率恆屬相同。在實際上不但因摩擦阻力之關係,等時性為不可能,且即使可能,亦不適於採用也。

348. 迴轉擺 (Revolving pendulum)。如第 515 圖,設  $AB$  為迴轉之桿,  $B$  端懸一重球,  $A$  端為活動關節。倘  $AB$  桿繞  $AO$  中軸迴轉時,則重球必生相當之離心力,遠離  $AO$  中軸,  $AB$  桿在空間畫出一尖錐形。



第 515 圖

設  $W$  = 球重,以磅計。

$F$  = 離心力,以磅計。

$h$  = 球距  $A$  軸之垂直高,以呎計。

$r$  = 球距迴轉中軸之半徑,以呎計。

$T$  =  $AB$  桿上所受之牽力,以磅計。

倘重球沿一定之周線而迴轉,則  $W, F$ , 與  $T$  三力必屬平衡。取三力繞  $A$  點之力率 (Moment), 得

$$F \times h = W \times r.$$

但  $F = \frac{W}{g} \omega^2 r$  ( $\omega$  為重球之角速率),

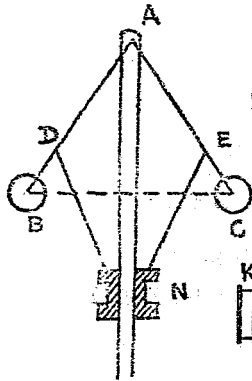
故  $\frac{W}{g} \omega^2 r \times h = W r.$

或  $h = \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (127)$

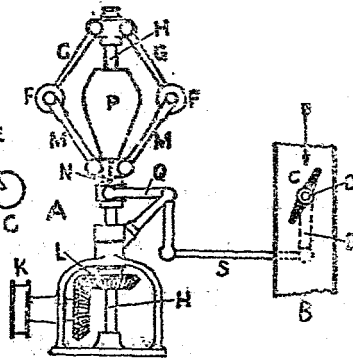


由上式觀之,可知重球之高,與其角速率之自乘成反比。

349. 瓦特調速器(Watt governor) 如第516圖,倘於 $AB$ 桿相對之面,再裝置一 $AC$ 桿,復於 $AB, AC$ 兩桿上之 $DB$ 二點,裝置 $DN, EN$ 二桿,用活動關節以連於套筒 $N$ ,則套筒 $N$ 必因重球之升降而升降,且其升降之程度,更因多加此二桿而放大焉。利用此升降之動作,由適宜之機構以達於阻汽瓣,即能變更進入汽缸內之蒸汽之壓力。其情形如第517圖所示。瓦特最初發明之調速器,其構造即如此,故此種裝置,謂之瓦特調速器。



第 516 圖



第 517 圖

又就  $\frac{g}{\omega^2}$  式推之,如  $N$  代表每分鐘之迴轉數,則  $\omega = \frac{2\pi N}{60}$ 。

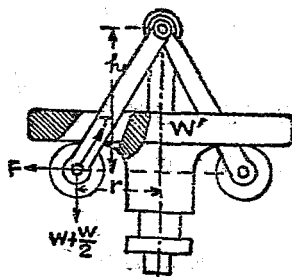
$$\text{故 } h = \frac{60^2 g}{4\pi^2 N^2} = \frac{900g}{\pi^2 N^2} \text{ 呎} = \frac{35235}{N^2} \text{ 吋。}$$

茲將  $h$  與  $N$  相對之數目列表如下:

每分鐘之迴轉數 $N$	球高之時數 $h$
60.....	9.788
80.....	5.505
100.....	3.524
150.....	1.566
200.....	0.811
250.....	0.564
300.....	0.392

由上表觀之,可知重球之高,不因迴轉數之增加為同比例之減少,迴轉緩時,同樣之速率變化,球高減少之距離大,迴轉急時,同樣之速率變化,球高減少之距離小。如迴轉速度超過每分鐘 300 次以上時,則球高之變化,幾不能利用之以達到調速之作用焉。

350. 載重調速器(Loaded governor) 欲矯正前段所述之缺點,於兩重球上加重  $W'$ 。則遇同一之速率變化,重球上升之距離較大,即調速器之靈敏度較高。此種調速器謂之載重調速器。其構造略如第 518 圖所示。



第 518 圖

設  $W$  = 球重,以磅計。

$W'$  = 載重,以磅計。

$F$  = 一球所生之離心力,以磅計。

$h$  = 球距擺動軸之垂直高,以呎計。

$r$  = 球距迴轉中軸之半徑,以呎計。

$T$  = 一桿上所受之索力,以磅計。

因載重係加於兩球之上,故每球重心處向下之重力各等於  $W + \frac{W'}{2}$  磅。取各力繞擺動軸之力率,得  $F \times h = \left(W + \frac{W'}{2}\right) \times r$ 。

$$\text{但 } F = \frac{W}{g} \times \omega^2 r.$$

$$\text{故 } \frac{W}{g} \omega^2 r \times h = \left(W + \frac{W'}{2}\right) \times r.$$

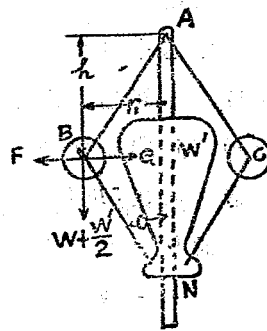
$$\text{或 } h = \left(\frac{2W + W'}{2W}\right) \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (128)$$

與(1)式比較觀之,可知在同一之速度,載重調速器之球高恆大於迴轉擺之球高,故調速器之靈敏度因之增高。

351. Porter 調速器 此種調速器,可視為載重調速器復加改良者。其構造略如第 519 圖所示。於二重球之下,各裝置一桿,由活動關節以連於套筒  $N$ 。  $N$  筒之上,置重  $W'$ 。茲為計算便利起見,假設上部二桿與下部二桿之長相等。則重球之高,可求之如下:

設  $W$  = 球重,以磅計。

$W'$  = 外加之重,以磅計。



第 519 圖

$F$  = 球所生之離心力,以磅計。

$T$  = 桿上所受之牽力,以磅計。

$Q$  =  $T$  力之水平分力,以磅計。

$h$  = 球之垂直高,以呎計。

$r$  = 球距迴轉中軸之半徑,以呎計。

$\theta$  = 桿之傾斜角。

因  $W'$  爲二牽力所支持,且牽力之方向對於中軸之傾斜角爲  $\theta$ 。

$$\text{故 } 2T \cos \theta = W'$$

$$\text{或 } T = \frac{W'}{2 \cos \theta}$$

$T$  力在  $B$  點,又可分解爲水平與垂直二部,水平方向者 =  $T \sin \theta = Q$ , 垂直方向者 =  $T \cos \theta = \frac{W'}{2 \cos \theta} \times \cos \theta = \frac{W'}{2}$ 。故加於  $B$  點之力有四:(一)垂直向下者 =  $\frac{W'}{2} + W$ , (二)水平向左者 = 球之離心力  $F = \frac{W'}{g} \omega^2 r$ , (三)水平向右者 =  $T$  力之水平分力  $Q = T \sin \theta = \frac{W'}{2} \tan \theta$ , (四)  $AB$  桿之牽力。

取各力繞  $A$  點之力率得

$$(F - Q)h = \left( \frac{W'}{2} + W \right) r,$$

$$\text{或 } \left( \frac{W'}{g} \omega^2 r - \frac{W'}{2} \tan \theta \right) h = \left( \frac{W'}{2} + W \right) r.$$

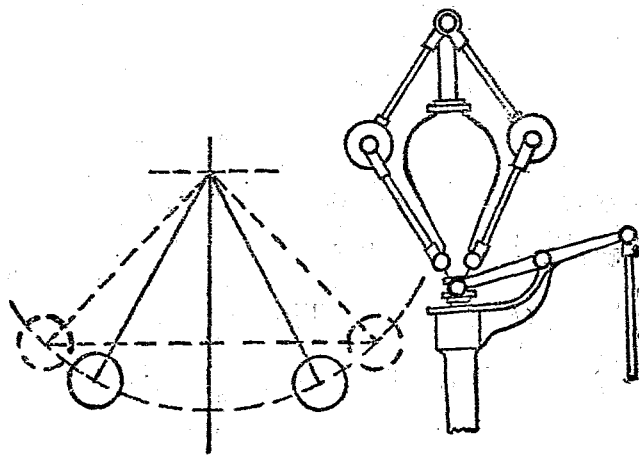
$$\text{但 } \tan \theta = \frac{r}{h} \text{ (假定上下桿等長),}$$

$$\begin{aligned} \text{故} \left( \frac{W}{g} \omega^2 r - \frac{W'}{2} \times \frac{r}{h} \right) h &= \left( \frac{W'}{2} + W \right) r, \\ \frac{W}{g} \omega^2 h - \frac{W'}{2} &= \frac{W'}{2} + W, \\ h &= \left( \frac{W' + W}{W} \right) \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (129) \end{aligned}$$

由(8)式觀之,可知 $\frac{g}{\omega^2}$ 之係數,由 $\frac{W' + 2W}{2W}$ 變為 $\frac{W' + W}{W}$ 。如在兩種調速器,  $W$  與  $W'$  之值假定相同,則後一係數之值恆較前一係數大。且因下部多加兩桿之故,套筒上升之距離,恆等於重球上升之距離之二倍,故靈敏度較前更大也。

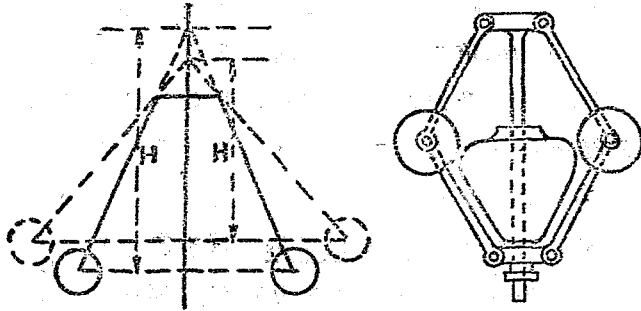
352. 上部兩桿連於中軸之方法 調速器上部兩桿連於中軸之方法有三:

(一) 兩桿皆連於中軸之中心線上,如第520圖。



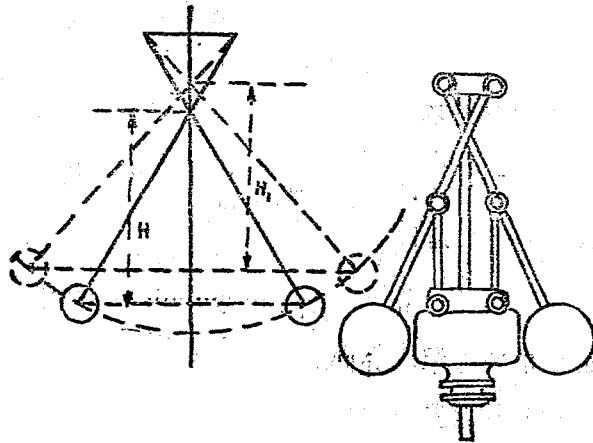
第 520 圖

(二) 兩桿上端距中軸各有一定之距離,如第521圖。



第 521 圖

(三) 兩桿上部交叉於中軸,其上端則超過中心線,在反對之方向距中心線各有一定之距離,如第 522 圖。



第 522 圖

以上三圖,實線者表示速率較低時重球之地位,虛線者

表示速率較高時重球之地位如  $H$  等於速度較低時重球之高,  $H_1$  等於速率較高時重球之高, 則第一種連法, 重球實升之高等於  $H-H_1$ ; 第二種連法, 重球實升之高小於  $H-H_1$ ; 第三種連法, 重球實升之高大於  $H-H_1$ 。故就靈敏度言, 第三種連法最優, 第一種次之, 第二種最下。惟就製造言之, 第二種連法最簡, 第一種次之, 第三種較難。

353. 摩阻力對於調速器之影響 調速器本身及其所帶動之機構之各連接部分之摩阻力, 可視為總合成一簡單之摩阻力  $R$ , 作用於套筒之上, 其方向恆與套筒運動之方向相反。當速率上升時, 即調速器之速率增加時,  $R$  作用之方向係向下。在載重調速器與 Porter 調速器, 均相當將所加之重由  $W'$  變為  $W'+R$ 。當速度下降時, 則恰與此相反, 即相當將所加之重由  $W'$  變為  $W'-R$ , 故

在載重調速器

$$h = \left( \frac{2W + W' \pm R}{2W} \right) \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (130)$$

在 Porter 調速器

$$h = \left( \frac{W + W' \pm R}{W} \right) \frac{g}{\omega^2} \dots \dots \dots (131)$$

正號用於速率上升時, 負號用於速率下降時。

354. 調速器之穩定 (Stability of Governor) 如不計摩阻力之影響, 在一定之速率下, 迴轉球所行之道路恆有一定之半徑, 速率一增高, 迴轉球所行之半徑即隨之增大, 速率一減

低，迴轉球所行之半徑，即隨之減小，如此則調速器謂之穩定 (Stable)。或用別一種說法如下：當一調速器按一定之速率迴轉時，如有一外力加於其上（假定加於套筒之上），使迴轉球所行之半徑發生變更，迨外力一去，迴轉球仍恢復其原來之地位，如此則調速器謂之穩定。

355. 等時性 (Isochronism) — Hunting 在一定之速率之下，迴轉球能在調速器所允許之範圍以內任意之地位迴轉，如速率微變，則迴轉球即移至兩極端地位之一。即速率若微行升高，迴轉球即立移至最上之地位，速率若微行降低，迴轉球即立移至最下之地位，此種調速器謂之有等時性，即理論上能使速率絕對不變也。此種性質在實際上因摩擦阻力之關係，不能實現，且顯然過於靈敏，實際上即能實現，亦不適於用，因迴轉球將在兩極端之地位往復擺動，交替使蒸汽按全量加入或完全停止也。調速器因過於靈敏，使迴轉球往復擺動之現象，謂之 Hunting。

356. 調速器之作力與工率 (Effort and Power) 當速率變更原來速率一定之百分數時，對於套筒所加之力，謂之速率之作力。當調速器按一定之速率迴轉時，套筒位於一定之高度，即套筒上所受各力之結果力等於零，當速率變更後，調速器因之又在一新地位歸於平衡，此時套筒上所受各力之結果力又等於零。惟當速率起始發生變化，調速器由原來平衡之地位，向新平衡地位變化時，對於套筒必有一種使之移動

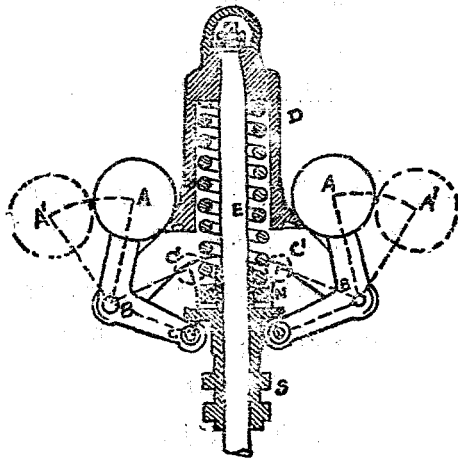


之力發生，此力即調速器之作力。調速器本身及帶動阻塞瓣之機構各部之惰力及摩阻力，非待調速器之作力能戰勝之之後，不能發生移動也。

當速率變更原來速率一定之百分數時，套筒移動所作之工作，謂之調速器之工率。工率之大小，以平均作力與套筒移動之距離之乘積表之。如速率發生變化後，能恢復原來之速率較速者，則作力與工率必均較大。反之，則必均較小。

357. 彈簧約束式調速器 彈簧約束式調速器之種類亦甚多。茲將 Hartnell 調速器述之如下：

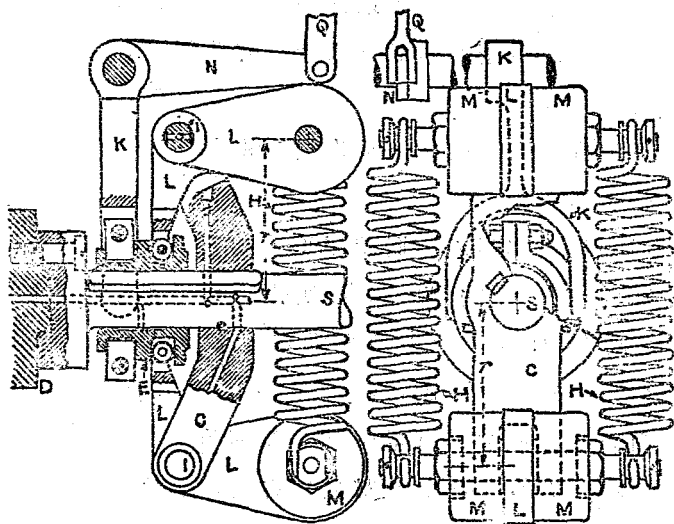
如第 523 圖，*A* 為重球，*ABC* 為曲槓桿，*D* 為彈簧，*E* 為中軸，*N* 為陰螺旋環，*S* 為套筒。如速率增高，則 *A* 球由離心力向



第 523 圖

外移動橫桿之  $C$  端遂反抗彈簧之彈力向上推動  $S$ ，因之達到調速之目的。若速率減低，則彈簧推動  $S$  筒使之下降。

又  $N$  螺旋係用以變更彈簧原來所受之壓力，以調節調速器之靈敏度者。第 524 圖，為彈簧約束式調速器之另一種，圖中  $S$  為裝置於機軸上之一段短軸， $C$  為固定於  $S$  軸上之橫桿， $I$  為曲橫桿  $L$  之轉軸。當速率上升時， $M$  重因離心力增大反抗彈簧之彈力遠離  $S$  軸，結果使套筒  $B$  向右移動。再由  $KNQ$  等桿以傳達其動作於阻塞瓣。



第 524 圖

358. 自動調速器或軸裝調速器 此種調速器多用於速率較高，工率較大之蒸汽機，因其作用係自動的變更停汽點

之早晚，故稱之曰自動調速器，又因此種調速器恆直接裝置於飛輪或機軸之上，隨同機軸迴轉，故又稱之曰軸裝調速器。惟就前段所述者觀之，知彈簧約束式調速器，亦有直接裝置於機軸上者，惟不列入軸裝調速器之一類耳。

在所有軸裝調速器，其迴轉之平面，恆垂直於機軸之中心。其所在之地位，由迴轉時所發之離心力與惰力（Inertia force）反抗固定於輪上之一彈簧或數彈簧之牽力之結果而定。在採用此種調速器之蒸汽機，其偏心輪不固定於機軸上，而連結於調速器上。當調速器因速率變更而改變地位時，偏心輪之中心亦隨之移動，結果改變停汽點之早晚，以適應外部所需之工作。

調速器變更地位之結果，有以下兩種：

- (a) 進角變更。
- (b) 進角與偏心距同時變更。

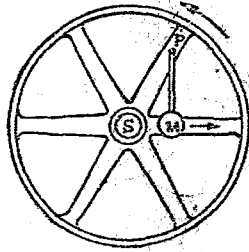
又按使調速器發生地位變更之力之性質，軸裝調速器，又可分為兩種：

- (a) 離心力軸裝調速器。
- (b) 惰力軸裝調速器。

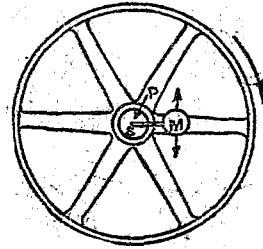
又在離心力軸裝調速器上，每有相當之惰力。在惰力軸裝調速器上，每有相當之離心力。

離心力軸裝調速器之原理，如第525圖所示。圖中 $S$ 為機軸， $M$ 為一重塊，由一彈簧固定於飛輪上之 $P$ 點，當飛輪迴轉

時,  $M$  發生相當之離心力, 反抗彈簧之彈力, 由機軸之中心向外移動。速率增高時, 向外移動之距離較大, 速率降低時, 由彈簧之彈力, 仍使之向內移動。利用此種內外之移動, 以變更偏心輪之地位。



第 525 圖

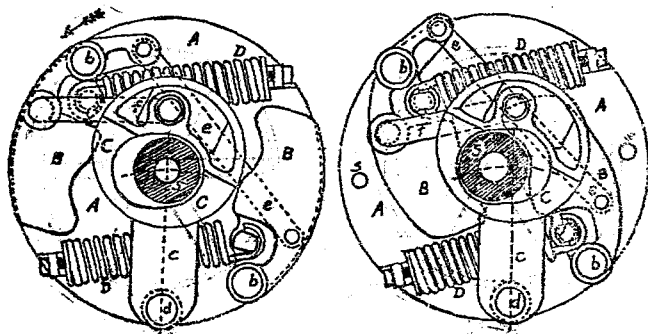


第 526 圖

惰力軸裝調速器之原理, 如第 526 圖所示, 重塊  $M$  裝置於軸上或輪上之點, 幾在軸之中心。當迴轉時所生之離心力, 對於調速器幾無甚影響。只在彈簧上或連桿上發生相當之牽力。但當速率忽而增高或忽而減低時, 則發生一種惰力, 亦反抗彈簧之彈力比較落後, 或比較趨前。利用此種前後之移動, 以變更偏心輪之地位。

359. Westinghouse 調速器 Westinghouse 調速器, 如第 527 圖所示。圖中  $A$  為一圓盤, 裝置於機軸上, 或即由飛輪代替之, 以支持調速器之各部。  $BB$  為兩重塊, 裝置於  $bb$  兩處之小軸上。偏心輪  $C$ , 固定於  $c$  桿。  $c$  桿則由小軸  $d$  裝置於圓盤上。  $DD$  為兩彈簧, 一端連於重塊  $BB$ , 別一端則由螺旋連於圓盤  $A$ 。

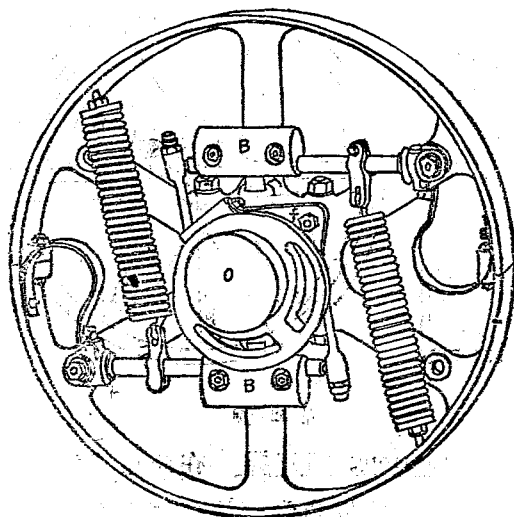
長桿  $e$  連接兩重塊  $BB$ 。其連接之法，係使兩重塊同時向外運動，或同時向內運動。短桿  $f$  一端連於偏心輪，別一端連於一重塊，當兩重塊向外移動時，使偏心輪沿機軸轉動。



第 527 圖

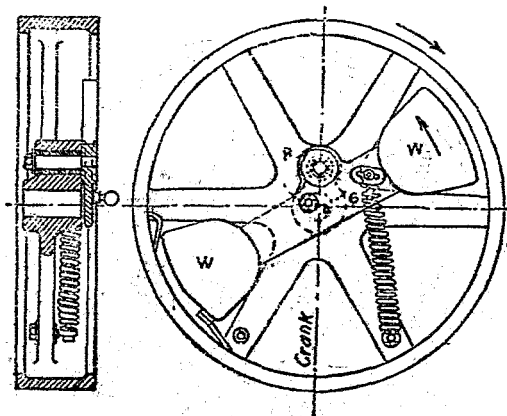
迴轉之方向如箭頭所示，由  $d$  點至偏心輪中心之距離長於由  $d$  點至機軸中心之距離，所長之一段，約等於汽瓣之外餘面。當偏心輪由左圖所示之地位，向右移至右圖所示之地位時，其中心距機軸中心較前遠，即如此移動之結果，係使汽瓣所行之距離增長，同時使進角減小，合併之結果足使停汽點變晚，而進汽點則不受多大影響。

360. Buckeye 調速器 Buckeye 調速器，如第 528 圖所示，大體與 Westinghouse 調速器相同，其主要差別之點，係當兩重塊向外移動，偏心輪之盤部繞機軸之中心  $O$  迴轉，結果只變更進角之大小，不變更偏心距。



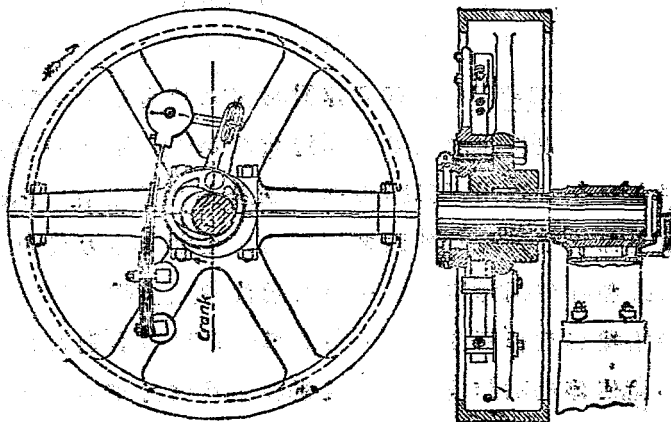
第 528 圖

361. Rites 調速器 此種調速器，為惰力調速器之一種。在高速蒸汽機上採用者頗多。其構造如第 529 圖所示。一重桿兩端各懸一重塊  $W$ ，裝置於一軸  $P$  上。全部之重心在  $G$  點，即想像全部之質量聚於  $G$  點，迴轉時其所生之離心力與彈簧之牽力相合，使調速器位於一定之地位。當載荷增加，速率減低時，重塊與重桿所生之惰力，使重桿繞  $P$  點向右迴轉，移動偏心輪，使停汽點變晚。反之，則使重桿繞  $P$  點向左迴轉，移動偏心輪，使停汽點變早。



第 529 圖

362. Robb-Armstrong 調速器 在此種調速器,大部係利用離心力,但同時亦助以相當之惰力,其構造如第 530 圖所



第 530 圖

示,無待詳述。

又在 Rites 與 Robb-Armstrong 調速器,均係同時變化偏心輪之偏心距與進角。

習 題

1. 瓦特調速器何以不能用於速率較高之發動機,試舉其理。

2. 在載重調速器,如  $W$  為球重,  $W'$  為載重,  $\omega$  為調速器每秒鐘之角速率,  $g$  為地心吸力之加速率,試證

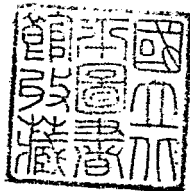
$$\text{球高 } h = \left( \frac{2W + W'}{2W} \right) \frac{g}{\omega^2}.$$

如  $W=4$  磅,  $W'=40$  磅,調速器之速率由每分 200 次變為每分鐘 210 次,問球所升之高為若干吋。

3. 在 Porter 調速器,設  $W$  為每球之重,  $W'$  為中間所加之重,  $\omega$  為調速器每秒鐘之角速率,  $g$  為地心吸力之加速率,試證

$$\text{球高 } h = \left( \frac{W + W'}{W} \right) \frac{g}{\omega^2}. \quad (\text{註:假設上下各桿之長均相等}).$$

某 Porter 調速器,上下各桿之長度均為 10 吋,上下裝置之軸假定均在立軸之中心線上,每球之重量各等於 5 磅,中間所加之重為 50 磅,起始發生作用時,各球中心距立軸中心之垂直距離為 4 吋,在調速器有作用之範圍以內,套筒上升之距離為 5 吋,試求此調速器之轉速率之範圍 (Range of speed)。即在此調速器有作用之範圍以內,其最低與最高速率各為每分鐘若干次。







中華民國二十四年五月初版  
中華民國三十五年六月九版

⊕(34478.1平)

大學叢書  
(教本)機械原理二冊

裝平每部定價國幣拾伍元

印刷地點外另加運費

\*\*\*\*\*  
\* 版 翻 \*  
\* 權 印 \*  
\* 所 必 \*  
\* 有 究 \*  
\*\*\*\*\*

著 者 劉 仙 洲

發 行 人 李 宣 龔

印 刷 所 商 務 印 書 館

發 行 所 商 務 印 書 館

(本書校對者 朱廣福 徐培生)

