

## ESTADÍSTIKA II: PROBABILITATEA ETA INFERENTZIA

Irakaslea: Josemari Sarasola Ledesma

2005-II-8

*Siempre me ha interesado esa jerga que emplean los rastas:  
hablan de batallas que no puedes encontrar en los mapas. (Kortatu, En la línea del frente)*

**EBAZKIZUNA I** (i: Poisson-en eredua, ii: probabilitate kalkulua)

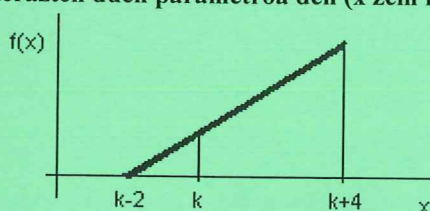
Lenteja biologikoak paketatzen dituen enpresa batek 1000 aleko batezbestez eta zoriz 2 ale harri koskorak direla zenbatetsi du. Paketeak kilo banakoak dira eta bertan 2000 ale (kopuru ziurtzat jo daiteke) izaten direla pentsatzen da. Pakete txikiagoak saltzen pentsatzen hasi da: bere helburua paketeko ale guztietatik 0 harri koskor izateko probabilitatea 0.5 baino handiagoa izatea da. Zein pisuko paketeak saldu behar ditu horretarako? (Analitikoki bila ezazu erantzuna)

4 harri koskor dituen kiloko pakete batetik itzulerarik gabe, 6 ale erauzten badira, zenbatekoa da gutxienez bat harri koskorra izateko probabilitatea?



**EBAZKIZUNA II** (i: Ereduen interpretazioa, ii eta iii: Itzaropena eta bere propietateak)

Emakume bat haurdun geratzen den adina (X) zorizko aldagaitzat hartu da. Honela banatzen dela uste da, non k ezkon adina adierazten duen parametroa den (x zein k urtetan):



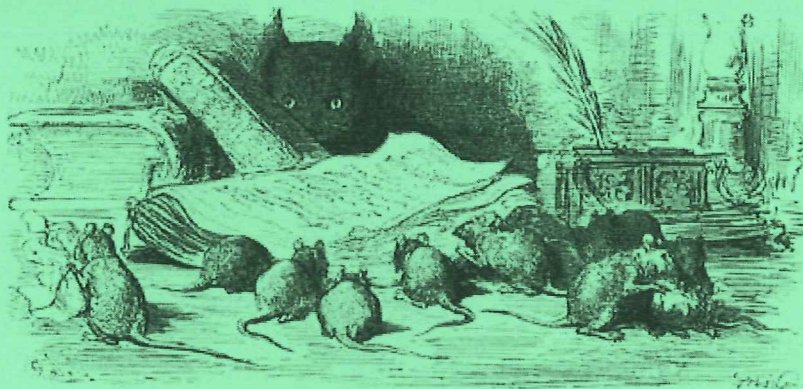
Haurdunaldia arrakastaz burutu eta haurra bizirik jaiotzeko probabilitatea (Y) beste aldagai bat da. Ezkon adinarekin eta emakumea haurdun geratzen den adinarekin honela lotzen dela uste da:

$$Y=0,8+0,2(k-X) \quad x>k \text{ denean} \quad \text{eta} \quad Y=0,4-0,1(X-k) \quad x<k \text{ denean}$$

i: Haurdunaldia ezkon adina baino lehenago hasten bada, ezkondu arte zenbat denbora pasatzen da gehienez? (Labur arrazoitu behar da)

ii: Ezkon adina eman ezazu, haurdunaldiaren batezbesteko adina 32 urtekoa izan dadin (soluzio ateratzeko ekuazioa bakarrik planteatu, soluzio zehatza eman gabe)

iii: Ezkon adina eman ezazu, haurdunaldia arrakastaz bukatzeko probabilitatearen batezbestekoa,  $E(Y)$  alegia, maximoa izan dadin (maximotu beharreko funtzioa bakarrik planteatu)



**Etzazu kopiatu: zelatan nago!**

### EBAZKIZUNA III (Zenbatesleen propietateak)

LAURA markako panpina bat montatzeko denbora Gamma banakuntzaren arabera dela uste da,  $\lambda=4$  eta  $p$  parametroa ezezaguna izanik. Parametro ezezaguna zenbatesteko bi zenbatesle hauek proposatu dira, zorizko laginketa sinpleaz jasotako datu kopurua 2 izanik:

$$\hat{p}_1 = 2\bar{x} \qquad \hat{p}_2 = (2x_1 + x_2) / 2$$

Alboragabeak diren,  $p$  parametroari buruz, azter ezazu. Alboratuak izatekotan, norako alborapena duten (pasa/falta) ezar ezazu.

Ohizko BEK irizpidearen arabera, azter ezazu zenbatesle bat bestea baino hobea den, BEK grafikak marraztuz.



### EBAZKIZUNA IV (Kontraste parametrikokoak)

Diamanteen tailuak egiten dituen enpresa batean gizonen eta emakumeen produktibitate tasak betidanik izan dira handiagoak, baina azkenaldi honetan emakumeen produktibitatea jeisten hasia dela nabaritzen hasi gara. Zehaztasunez erabaki bat hartzeko, zoriz aukeratutako emakumezko zein gizonzko batzuetarako urteko ekoizpen datuak jaso dira (kilatetan):

Gizonzkoak	54	52	57	59	60
Emakumezkoak	52	50	56	48	

Emakumezko zein gizonzkoen ekoizpenak banakuntza normalaren arabera direla ezarri da, emakumezkoen eta gizonzkoen desbidazioak 6 eta 5 kilatekoak izanik, hurrenez hurren.

Bi sexuen populazioen batezbestekoak berdina diren kontrastatu behar duzu, adierazgarritasun maila %10 hartuta, horretarako pauso hauek jarraituz: hipotesi hutsa egoki planteatu, zein den erabiltzen duzun zenbateslea, zenbatesle honen lagin banakuntza eta, nahi duzun metodoa erabiliz (maila kritikoa edo eskualde kritikoa), erabakia har ezazu azkenik, kontrastearen grafikoa ere gaineratuz.



### EBAZKIZUNA V (Balidazioa: doitasun kontrasteak)

Egunero populazio bateko emakume gazteak (18-23 urte) kontsumitzen duten batezbesteko kaloria kopuruari buruzko konfidantza tarte eratzeko, eguneko kaloria kopurua normal banatzen dela pentsatu da. Konfidantza tarteaz gainera, ereduaren batezbestekoaren eta desbidazioaren zenbatespen puntualak ere egin dira:  $\mu^*=3000$  kaloria,  $\sigma^*=200$  kaloria. Azterketarako erabili ziren datuak hauek izan ziren:

2700    2200    3800    4000    2400

Kolmogorov-Smirnov kontrastea erabiliz, aukeratutako ereduaren, zenbatetsitako parametroekin batera, onargarria den azter ezazu, adierazgarritasun maila %10 hartuta.



ESTADÍSTIKA II: PROBABILITATEA ETA INFERENTZIA

Irakaslea: Josemari Sarasola Ledesma

2005-II-8

TESTA

Denbora: 35'

*Oroimenaren etxean ez da leihorik ez aterik, ez zirrikiturik ez tximiniarik, ispiluak besterik ez. Izan ez garenaren irudi zorrotza itzultzen dute. (Felipe Juaristi: Begi-ikarak)*



I:  $A \subset B$  betetzen da, zein da  $A \cup B$  gertakizunaren berdina?

1. A
2. B
3. Hutsa
4. Beste bat da erantzun zuzena

II: Ontzi batean 4 pieza akastun eta 6 pieza akasgabe daude. Zenbatekoa da, aldi bakoitzean pieza itzuli gabe, erazutako bigarren pieza akastuna izateko probabilitatea?

1.  $(4/10) \cdot (3/9) + (6/10) \cdot (4/9)$
2.  $(6/10) \cdot (3/9)$
3.  $(4/10) \cdot (3/9)$
4. Beste bat da erantzun zuzena

III:  $E[X]=100$ ,  $\sigma(X)=20$ ,  $Y=2X+100$  izanik, hurbil ezazu  $P(Y < 600)$ :

1. Ikasitako tresnak hartuta, ezin da eman.
2. 0,5 baino handiagoa
3. 0,75 baino handiagoa
4. Beste bat da erantzuna

IV: Kaxa batetik ateratzen den bezero kopurua erabat zorizkoa da 10 minutuko 4ko tasa batez. Zenbatekoa da lambda parametroa orduko? Eta bezero batetik besterako batezbesteko denbora?

1. 24 bezero eta 0,4 minutu hurrenez hurren
2. 40 bezero eta 2,5 minutu hurrenez hurren
3. 40 bezero eta 0,4 minutu hurrenez hurren
4. 24 bezero eta 2,5 minutu hurrenez hurren

V: Hauetatik zein da zuzena?

1. Beta ereduak 0tik k-ra bitarteko balioak hartzen ditu
2. Gamma ereduak 2 parametro ditu. Bietako batek ereduaren balio maximoa ematen du.
3. Pareto-ren ereduaren ibiltartea 0tik k balio jakin batera doa.
4. Benford-en legea balio sozioekonomikoen lehen digitoari buruzkoa da.

VI: Zein banakuntza ez da ugalkorra?

1. Normala
2. Gamma
3. Poisson
4. Uniformea

VII: Zein da zuzena hauetatik guztietatik, zenbatesle alboragabeetara mugatzen bagara?

1. UMVUE zenbatesleak zenbatesle efizienteak dira beti
2. CR mugarekin bat datorren bariantza duten zenbatesleak UMVUE zenbatesleak izan daitezke
3. Zenbatesle efiziente batek CR muga baino bariantza txikiagoa izango du
4. Zenbatesle efiziente guztiak UMVUE zenbatesleak dira

VIII: Ceteris paribus, zein da zuzena?

1. Zenbat eta alfa handiagoa jarri, hipotesi hutsarekin orduan eta fede handiagoa dugu
2. Zenbat eta alfa handiagoa jarri, orduan eta zailagoa izango da hipotesi hutsa ukatzea
3. Lagin tamaina zenbat eta handiagoa, orduan eta konfidantza tarte estuagoa suertatzen da
4. Konfidantza maila zenbat eta handiagoa, hainbat eta tarte estuagoa suertatzen da

IX: Datu hauek orden honetan jaso dira:

11    12    85    14    95    67    65    26    28    34    42    49

Bolada kontrastea erabiliz, alfa=%10 harturik, zorizkotasuna ukatu behar da?

1. Bai
2. Ez

X: Emakumezkoen datuak: 12-14-16-18. Gizonezkoen datuak: 15-17-19-22. Wald-Wolfowitz-en kontrastea burutuz, alfa=%20, sexuen homogenotasuna onargarria al da ?

1. Bai
2. Ez

# *Testerako erantzun orria*

*Zure izena eta bi abizenak: .....*

	1	2	3	4
I				
II				
III				
IV				
V				
VI				
VII				
VIII				
IX				
X				