



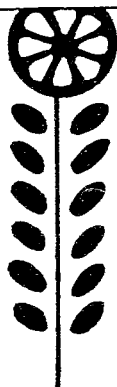
算學小叢書



算術  
整數及小數

林鶴一 淡中濟著

黃元吉 譯



商務印書館發行

119  
9602.36  
107

算學小叢書

算術

整數及小數

林鶴一 淡中濟著  
黃元吉譯

商務印書館發行



20377

## 目 次

	頁
第一章 整數及整數四則 .....	1
整數 .....	1
問題.一 .....	1
整數之名 .....	1
位,行 .....	2
英美整數之名 .....	2
問題.二 .....	3
中國數字 .....	4
阿拉伯數字 .....	4
數字之書法 .....	5
分句 .....	5
羅馬數字 .....	6
問題.三 .....	6
四則 .....	7
和,或 .....	7
和之原理 .....	7
括弧,等號 .....	7
加法之基礎 .....	8
加法之法則 .....	8
加法之檢算 .....	9
問題.四 .....	9
差 .....	10
差之原理 .....	10

減法之基礎.....	11
減法之法則.....	12
減法之檢算.....	12
問題.五.....	12
積.....	13
積之原理.....	14
乘法之基礎.....	15
乘法之法則.....	15
乘法之檢算.....	16
問題.六.....	16
商.....	17
商之原理.....	17
除法之基礎.....	18
除法之法則.....	18
除法之擴張.....	20
除法之檢算.....	20
問題.七.....	21
四則簡便法.....	22
加法之簡便法.....	22
問題.八.....	23
減法之簡便法.....	23
問題.九.....	24
乘法之簡便法.....	24
問題.十.....	26

---

除法之簡便法.....	26
問題。十一.....	26
四則之順序.....	29
式題之演草.....	29
問題。十二.....	30
<b>第二章 小數及小數四則.....</b>	<b>32</b>
小數.....	32
小數之名.....	32
位,行.....	32
英美小數之名.....	33
問題。十三.....	33
小數以中國數字記之.....	33
小數以阿拉伯數字記之.....	34
問題。十四.....	34
小數四則.....	35
小數和.....	35
小數加法.....	36
小數加法檢算.....	36
近似數.....	36
問題。十五.....	37
小數差.....	37
小數減法.....	38
小數減法檢算.....	38

問題.十六.....	38
小數積.....	39
小數乘法.....	39
小數乘法之檢算.....	40
問題.十七.....	40
小數商.....	40
小數除法.....	41
小數除法之檢算.....	42
問題.十八.....	43
小數乘法之擴張.....	43
問題.十九.....	44
小數除法之擴張.....	44
問題.二十.....	44
省略計算.....	45
省略加法.....	45
問題.二十一.....	47
其他之省略加法.....	48
省略減法.....	48
問題.二十二.....	49
其他之省略減法.....	49
省略乘法.....	50
問題.二十三.....	52
求積所需要之行數.....	52
其他之省略乘法.....	53

省略除法.....	54
問題.二十四.....	56
求商所需要之行數.....	57
其他之省略除法.....	58
問題.二十五.....	59
<b>第三章 名數及四則應用 .....</b>	<b>61</b>
數量,名數.....	61
單位之種類.....	61
名數之種類.....	62
名數之記法讀法.....	63
順序數.....	63
四則應用.....	64
加法應用.....	65
問題.二十六.....	66
減法應用.....	67
問題.二十七.....	67
乘法應用.....	68
問題.二十八.....	69
除法應用.....	70
問題.二十九.....	70
和之利用.....	71
差之利用.....	72
積之利用.....	78



---

商之利用.....	74
模範之問題及釋義.....	74
解法之間接注意.....	79
問題.三十.....	80
問題.三十一.....	84
問題.三十二.....	87
問題.三十三.....	90
問題.三十四.....	98
<b>解法指針.....</b>	<b>96</b>

# 算術 整數及小數

## 第一章

### 整數及整數四則

#### 1. 整數.

一者由常識而定為整數之基礎者也。

一或由一所集而成者皆為整數。

由一整數與一相集而成者不啻由一所集而成，故亦為整數，據此則由一整數遞次推及其他之整數，而整數因之存在於無限。

---

#### 問題 一

1. 由一整數與一又與一相集而成者是否為整數。

2. 由一整數與他整數相集而成者是否為整數。

#### 2. 整數之名.

整數始於一，一與一相集而成二，二與一相集而成三，三與一相集而成四，遞次至五，六，七，八，九，謂之基數。

九與一相集而成十。

十個十相集而成百，十個百相集而成千，十個千相集而成萬。

萬之萬相集而成億，億之萬相集而成兆，如是遞次以萬集爲京，該，棟，穰，溝，正，載，極。然在兆以上殆非必要也。

(例) 設其數含有二個億，四千個萬，五百個萬，七十個萬，三個萬，六個千，九個十，七個一，則稱之爲二億四千五百七十三萬六千九十七。

### 3. 位,行.

一,十,百,千,萬,十萬,百萬,千萬,億等稱爲第一位,第二位,第三位等。或一之位,十之位,百之位等,亦有不稱位而稱行者,如算盤之行,是也。

凡含有若干位之數,恒略稱之爲幾位數。

(例) 八百七十六,此數有第三位八第二位七第一位六,略稱之爲三位數。

### 4. 英美整數之名.

英美兩國一至九整數之名,順次列之如次:

one, two, three, four, five, six, seven, eight, nine

十至十九如次:

ten, eleven, twelve, thirteen, fourteen, fifteen, sixteen,

seventeen, eighteen, nineteen.

二十,三十至九十如次:

twenty, thirty, forty, fifty, sixty, seventy, eighty, ninety.

百,千,百萬,兆,百京,秭,如次:

hundred, thousand, million, billion, trillion, quadrillion,

但在美國則於 billion 以上爲前數之千倍,故其次第爲十億,兆,千兆。

(例 1) 二百七十三試依英語述之。

Two hundred and seventy-three.

(例 2) Ten thousand three hundred and five 試依華語述之。

一萬三百五。

---

## 問 題 二

1. 試就下列各數依英語述之。

(a) 三百四十九。 (b) 二千四百六十八。 (c) 三萬四千七百九十五。 (d) 三千四百八十九萬六千二百三十八。

(e) 二億三千六百五十二萬三千七百六十九。

2. 試就下列各數依華語述之。

(a) Five hundred eighteen thousand six hundred and eighty-nine.

(b) One million six hundred and thirty-two thousand and fifty-seven.

(c) One hundred and ninety-four million nine hundred and ninety-three.

(d) One thousand three hundred and thirty-five.

## 5. 中國數字.

紀明整數者爲數字。

現所通行之數字凡三種，中國數字，阿拉伯數字，羅馬數字，是也。

中國數字爲一至九及零(即0)

0爲表明空位之記號。

因0爲空位，故稱一至九爲有效數字。

以中國數字記整數其法如次：

I. 依各位之數自上而下記之。

II. 若有空位作0以存其位。

(例) 八萬六百三十七以中國數字記之如下。

八 〇 六 三 七	中國數字所記之數，讀之之法分正讀，略讀二種。
	正讀者并各位之名讀之略讀者僅讀各位之數，前數
	正讀之爲八萬六百三十七，略讀之爲八零六三七。

## 6. 阿拉伯數字.

阿拉伯數字初行於印度，經阿拉伯而傳於歐羅巴，如1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 及0是也。

1至9順次爲一至九，0表空位，今計算所用，率以此種數字爲主，

依通例此種數字單稱之爲數字。

以數字記整數其法如次：

I. 依各位之數自左而右記之。

II. 若有空位作0以存其位。

(例) 三萬五千十六以數字記之如次：

35016

數字所記之數分正讀略讀二法如前節。

### 7. 數字之書法。

數字雖當記述急速之時仍須不失其形之整正，十分練習爲要。不然，計算上誤謬之原因即在於是。而凡如書類，答案，其數字記述之不整正者，必感受非常之不利益也。

數字之書法略舉如次：

1234567890  
 1234567890      1234567890

### 8. 分句。

所記述之整數，爲便於讀法計，每三位作一分句。中國數字以「、」表之，阿拉伯數字以「，」表之。

實際則第一分句之上爲千之位，第二分句之上爲百萬之位，依此識即可也。

(例) 四百九十八萬五千八十七，標明分句如次：

四、 九 八 五、 〇 八 七	4,985,087
-----------------------------------	-----------

### 9. 羅馬數字。

羅馬數字如 I, V, X, L, C, D, M 順次爲一, 五, 十, 五十, 百, 五百, 千。

以羅馬數字記數其法如次:

I. 依數字之值順次自左而右記之, 取其值之和以表所記之數。但 I, X, C, M 複用至三個爲限, L, D 則祇限於單用。

(例) 三, 八, 十二, 三十七, 二千三百七十六, 順次記之如次:

III, VIII, XII, XXXVII, MMCCCLXXVI

II. 四, 四十, 四百, 九, 九十, 九百, 此六數以小值數字記於大值數字之左, 而以其差表之。

IV, XL, CD, IX, XC, CM

III. 數字之上加橫線表其值之千倍。

(例)  $\overline{V}$  爲五千,  $\overline{X}$  爲一萬,  $\overline{XVXV}$  爲一萬五千十五。

### 問題三

1. 試讀下列各數:

(a) MMCCXI (b) DLV (c) MIMCOCXXIII

(d) DCLXIV (e) CMXCVIII (f)  $\overline{LVIII}$

(g)  $\overline{XLIVCX}$

2. 試就下列各數以羅馬數字書之:

(a) 324 (b) 3567 (c) 4434 (d) 76895 (e) 85608

(f) 5788958

10. 四則.

四則者即以下所述加法，減法，乘法，除法，凡四法是也。

算術全體之計算，不外此四則及四則之所組合，故四則者殆足賅算術之全體，而於實用上亦以能翻四則之計算為已足，乃今者輒輕視四則之應用，忽於四則之計算，所以易蹈計算錯誤之通弊也。願讀是書者對於四則計算，以確實，敏捷為一大理想，斯得之矣。

### 11. 和式。

求由二整數以上相集而成一整數，謂之加此等之整數。

所加之諸數謂之被加數。其加得之結果謂之和，亦稱合計。

(+)為加號，讀作加，其用法如次：

$$732+62+826.$$

凡各數間附以計算之符號，如加號之類，謂之式。

### 12. 和之原理。

I. 被加數之次序任何變更，其和不變。

如  $3+8+6$ ， $8+3+6$ ， $6+3+8$ ，同為 17。

II. 被加數任取其部分之和變置之，其總和不變。

如  $3+4+5$ ， $3+9$ ，同為 12。

### 13. 括弧，等號。

括弧者係以式中之一部分括為一數之符號也。通常所用如 ( ) 及 { }，

$$4+\{(5+3)+8+5\}.$$

等號如「=」係兩邊結果相等之符號也。



$$3+5=5+3。$$

#### 14. 加法之基礎。

求二整數以上之和，謂之加法。

加法在實用上雖非常必要，然因其計算之便，往往重用珠算。顧當基礎練習之時，則無待珠算而自能得其運算之便捷。因列舉加法之基礎如次：

I. 須練習一位之數二個，直求其和之一數。

凡分二項如次：

(1) 二數明記以相加。

(2) 暗記一數以加於所記之一數。

II. 須練習二位之數與十以下之數，直求其和之一數。

III. 須練習一位數三個以上之和在十以下者，直求其和之一數。

凡分二項如次：

(1) 明記三個以上之數以相加。

(2) 暗記某數以加於所記之諸數。

#### 15. 加法之法則。

依和之原理，得加法之法則如次：

1. 備書被加數令同位之數字參相直，書畢，於其下作一橫線。
2. 從一之位起自上或下順次求和，記其數於橫線之下。若其和在十以上，則祇記一位之數，而以十位之數加於上位。
3. 各位皆如是以求其和，至最上位所得之和可直記之。



2.  $53,800 + 24,508 + 96,408 + 358,721$

3. $\begin{array}{r} 27,864 \\ 5,682 \\ 8,059 \\ 32,241 \\ \hline 5,782 \end{array}$	4. $\begin{array}{r} 87,456 \\ 17,433 \\ 2,589 \\ 53,224 \\ \hline 87,750 \end{array}$	5. $\begin{array}{r} 394,567 \\ 88,773 \\ 223,456 \\ 76,543 \\ \hline 88,732 \end{array}$
--------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------

6. $\begin{array}{r} 54,874 \\ 27,805 \\ 3,670 \\ 8,600 \\ 87,350 \\ 22,087 \\ 3,270 \\ 568 \\ 4,732 \\ \hline 33,740 \end{array}$	7. $\begin{array}{r} 78,746 \\ 3,288 \\ 24,553 \\ 4,566 \\ 774 \\ 55,470 \\ 3,008 \\ 74,505 \\ 7,754 \\ \hline 8,895 \end{array}$	8. $\begin{array}{r} 58,464,587 \\ 9,546,877 \\ 3,245,688 \\ 77,324,005 \\ 9,037,489 \\ 36,057,896 \\ 248,965 \\ 37,846 \\ 773,381 \\ \hline 95,684,300 \end{array}$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

9. $\begin{array}{r} \text{三} \text{七} \text{三} \text{五} \text{六} \\ \text{七} \text{二} \text{〇} \text{七} \text{二} \text{五} \text{九} \text{八} \text{六} \text{五} \\ \text{四} \text{二} \text{〇} \text{六} \text{八} \text{六} \text{九} \text{九} \text{七} \text{六} \\ \text{五} \text{五} \text{八} \text{五} \text{九} \text{四} \text{五} \text{四} \text{七} \text{五} \\ \text{六} \text{五} \text{九} \text{〇} \text{〇} \text{四} \text{六} \text{五} \text{八} \text{六} \\ \text{八} \text{六} \text{九} \text{〇} \text{五} \text{八} \text{四} \text{六} \text{〇} \text{四} \end{array}$	10. $\begin{array}{r} \text{九} \text{九} \text{二} \text{二} \text{二} \text{五} \text{二} \\ \text{六} \text{六} \text{五} \text{三} \text{六} \text{八} \text{三} \text{三} \text{六} \text{二} \\ \text{五} \text{六} \text{六} \text{〇} \text{五} \text{四} \text{七} \text{四} \text{七} \text{〇} \\ \text{七} \text{七} \text{四} \text{〇} \text{八} \text{五} \text{六} \text{四} \text{八} \text{〇} \\ \text{四} \text{四} \text{七} \text{六} \text{九} \text{七} \text{五} \text{五} \text{四} \text{八} \\ \text{八} \text{五} \text{〇} \text{四} \text{四} \text{二} \text{四} \text{二} \text{六} \text{四} \end{array}$
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 17. 差.

已知二整數之和及一被加數求他被加數者，爲由一整數減他整數。  
如是則和爲被減數。已知之被加數爲減數。其所求得之被加數。謂  
之差。亦稱殘餘。

「-」爲減號，讀作減。其用法如次：

328-89

## 18. 差之原理.

I. 減數與差之和，與被減數相等。

如  $8-3=5$ ，則  $3+5=8$ ，是也。

II. 由被減數減差，與減數相等。

如  $8-3=5$ ，則  $8-5=3$ ，是也。

III. 由一整數減若干整數，順次減之與以若干整數之和減之相同，

如  $15-3-6$  與  $15-(3+6)$  其結果同為 6，

IV. 被減數與減數，同以一整數加之或減之，其差不變。

如  $15-8$  與  $(15+3)-(8+3)$  或  $(15-4)-(8-4)$ ，其差同為 7。

V. 加減法混用者，於加者之和內減減者之和，其結果相同，

如  $16-3+6-5$  與  $16+6-(3+5)$ ，其結果同為 14。

## 19. 減法之基礎。

求二整數之差，謂之減法。

減法有三種：借用法，償還法，意大利法，是也。

今所通行者為借用法，以下所述悉依借用法。

I. 須熟練一位之數與一位之數直求其差。

(1) 就所記之二數以求其差。

(2) 就所記之被減數去 1 以求其差。

II. 須熟練二位之數與比其一位較大之一位之數，直求其差。

(1) 就所記之二數以求其差。

(2) 就所記被減數之一位上去 1 以求其差。

(3) 依(1)削十位之數即由十位數借 1 以求其差。

(4) 依(2)削十位之數即由十位數借 1 以求其差。

**20. 減法之法則。**

依減法之原理，得減法之法則，如次：

(1) 同位之數字參相直，減數書於被減數之下，畫一橫線，於其下作一橫線。

(2) 先從一位求其差，書於橫線下。若其位之減數大於被減數，則被減數加十，可也。

(3) 各位皆如是以求其差，若前位之被減數加十，則此位之被減數須去一。

凡求各位之差，須依基礎練習，十分活用，計算敏捷。

(例)  $5938 - 2749$ 。

$$\begin{array}{r} 5938 \\ - 2749 \\ \hline 3189 \end{array} \quad \begin{array}{l} 18-9=9, (18-1)-4=8, (9-1)-7=1. \\ 5-2=3 \text{ 依此運算可也。} \end{array}$$

**21. 減法之檢算。**

依原理得其檢算法如次：

減數與差相加，所得若與被減數相等，則其計算殆無誤也。

此法不與原計算相同，故可利用，凡與原計算之法相異者，用以檢算最為得宜。

**問題 五**

求下列諸式之結果。

1.  $4,326 - 2,347$     2.  $97,645 - 68,959$     3.  $84,058 - 78,861$     4.  $23,785 - 4,087$
5.  $453,867 - 138,790$     6.  $108,109 - 56,497$
7.  $125,255 - 27,564 - 7,777 - 2,222$
8.  $17,856 - 245 - 832 - 673 - 583 - 999$
9.  $23,560 - 4,500 - 3,302 - 5,066 - 3,784$
10.  $466,779 - 18,325 + 5,387 - 125,989$
11.  $123,892,008 - 8 - 8,950,081 + 215,895$

12. 差:  $\begin{array}{r} 二六、 \\ 二五、 \\ 四〇 \\ 三四、 \\ 九二、 \\ 八〇 \\ 〇〇 \end{array}$     13. 差:  $\begin{array}{r} 三七八、 \\ 九、九 \\ 八、九 \\ 四二八、 \\ 九、八、 \\ 五〇〇 \\ 〇〇 \end{array}$     14. 差和:  $\begin{array}{r} 二六、 \\ 七八九、 \\ 〇〇八 \\ 二八、一二八、 \\ 三九、三五五、 \\ 八四、八三六、 \\ 九〇、二八四、 \\ 二二、五九〇、 \\ 〇〇、二六〇〇、 \\ 〇〇、七〇〇 \end{array}$

15. 試求星標處之數字。

$$\begin{array}{r} 56^{*}2^{*} \quad 547^{**}3 \\ 23^{*}5 \quad 3^{*}45 \\ +^{*}1811 \quad +^{**}96^{*} \\ \hline 90922 \quad 135678 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3^{*}3^{*}7 \\ -^{*}937^{*} \\ \hline 19305 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5^{*}5^{*}9^{*} \\ -^{*}2^{*}8^{*}9 \\ \hline 57598 \end{array}$$

## 22. 積。

求一整數若干個相加所得之結果謂之乘。其個數於一整數。

此被加數之一謂之被乘數，亦稱實。所加之個數謂之乘數，亦稱法。

其結果謂之積。

被乘數及乘數同為整數。並無區別，故恒統稱之為因數。

「×」為乘號，故作乘。

$$456 \times 26 \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 895 \\ \times 38 \\ \hline \end{array}$$

就二整數之積以他整數乘之，得積又以他整數乘之，此爲連乘。各整數皆爲因數。

各因數相同者，於一因數之右肩以因數之個數記之。

如  $2^3, 3^5$  即  $2 \times 2 \times 2, 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ ，是也。

### 23. 積之原理。

I. 因數之次序任何變更，其積不變。

如  $3 \times 6 \quad 6 \times 3$  同爲 18。

又  $4 \times 5 \times 3, 5 \times 3 \times 4, 3 \times 4 \times 5$ ，同爲 60。

II. 任取因數一部分之積變置之，其全積不變。

如  $8 \times 9 \times 5, 8 \times (9 \times 5)$  即  $8 \times 45$ ，同爲 360。

III. 就若干因數之積，以一數乘之，與任乘其一因數無異。

如  $3 \times 4$  以 5 乘之，與  $(3 \times 5) \times 4$  或  $3 \times (4 \times 5)$  同爲 60。

IV. 就若干數之和或差，以一數乘之，與乘其各數而取其積之和或差，無異。

如  $(3+4) \times 5$  與  $3 \times 5 + 4 \times 5$ ，同爲 35。

又  $(6-4) \times 5$  與  $6 \times 5 - 4 \times 5$ ，同爲 10。

V. 二整數積之位數與二因數位數之和相等或少一。

如 35 比 10 大，比 100 小，又 123 比 100 大，比 1000 小。

故  $35 \times 123$  比  $10 \times 100$  即 1000 大。

比  $100 \times 1000$  即 100000 小。

即四位或五位之數。

## 24. 乘法之基礎.

求二數之積，謂之乘法。

欲求乘法之熟達，須注意於基礎之練習，如次：

I. 須熟練求一位數之積，即九九乘法。

II. 須練習就一位數之積加一至八，而直求其結果。

(1) 就  $3 \times 9 + 8$  作 3, 9; 35 之觀念。

(2)  $3 \times 9$  暗記其 8, 作 3, 9; 35 之觀念。

## 25. 乘法之法則.

依積之原理，得乘法之法則，如次：

(1) 同位之數字參相直，乘數書於被乘數之下，書畢，於其下作一橫線。

(2) 先以乘數一之位乘被乘數一之位，得積書於橫線下，若其積在十以上者，則以十之數併於次積。

(3) 次以乘數一之位，遞乘被乘數十之位以上，得積依次記於前積之左，若乘數之末位為零，則記零於一之位，以後須推升一位。

(4) 次以十以上之位，遞乘被乘數，得積書於前積之下，而遞進一位，若乘數之中有零者，則虛其位，以後須推升一位。

(5) 末乃求諸部分積之和。

(例)  $2887 \times 5909$

$$\begin{array}{r}
 2887 \\
 5909 \\
 \hline
 25593 \\
 8511 \\
 14185 \\
 \hline
 15061693
 \end{array}$$



## 26. 乘法之檢算。

乘法之檢算，有以法實倒置乘之得積相同者為無誤。然若得積不相同，則誰為誤算，無從測知，故未為得也。茲述其新法如次：

由被乘數之最上位起，以乘乘數之各位，與原計算相當部分之積遞減至無餘為不誤。

次更以諸部分積之和，依加法檢算檢之，可也。

(例) 依前節運算，檢一位 9 所乘之積，則於 25 內減 2, 9 之 18, 餘 7。於 75 內減 8, 9 之 72, 餘 3。於 33 內減 3, 9 之 27, 餘 6。於 63 內減 7, 9 之 63, 無餘為不誤。餘準此。

## 問題 六。

求下列諸式之結果。

$$1. \begin{array}{r} 3246 \\ \times 923 \\ \hline \end{array} \quad 2. \begin{array}{r} 4878 \\ \times 254 \\ \hline \end{array} \quad 3. \begin{array}{r} 7937 \\ \times 578 \\ \hline \end{array} \quad 4. \begin{array}{r} 4508 \\ \times 378 \\ \hline \end{array}$$

$$5. 56804 \times 508 \quad 6. 42589 \times 736 \quad 7. 97846 \times 3756$$

$$8. 38709 \times 7085 \quad 9. 46573 \times 6789 \quad 10. 49758 \times 9754$$

$$11. 58746 \times 3754 \quad 12. 65374 \times 7364 \quad 13. 293954 \times 736543$$

$$14. 7564837 \times 234567$$

$$15. (75434 + 8754 - 3536 + 9574) \times 145678$$

$$16. 7456 \times 8735 \times 56789 \times 3854$$

$$17. 34567^3 \quad 18. 58974^4$$

$$19. \text{求星標處之數字。}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{***6*} \\
 \underline{7} \\
 3*29*6
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{****} \\
 \underline{9*} \\
 \text{***1} \\
 \text{***7} \\
 \hline
 3330*1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 5378 \\
 \underline{2*3*} \\
 26*** \\
 \text{*****} \\
 \text{*****} \\
 \text{*****} \\
 \hline
 *41710**
 \end{array}$$

## 27. 商

已知二因數之積及一因數，求他因數者，謂之以一整數除他整數。此積謂之被除數，亦稱實。已知之因數，謂之除數，亦稱法。所求之因數謂之商。

「÷」爲除號，讀作除。

如 $24 \div 6$ ，謂24以6除之也。

有以橫線代除號者，於被除數之下作橫線，除數書於橫線下，如

$$\begin{array}{r}
 3+4+5 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

## 28. 商之原理

I. 除數與商之積，等於被除數。

$$8 \div 2 = 4 \quad \text{而} \quad 2 \times 4 = 8.$$

II. 以商除被除數，其結果與除數相等。

$$12 \div 3 = 4 \quad 12 \div 4 = 3.$$

III. 一整數以諸整數除之，與以除數之積除之相同。

$$42 \div 2 \div 3, \text{ 又 } 42 \div (2 \times 3), \text{ 同爲 } 7.$$

IV. 一整數以諸數除之，其除數之次序任何變更，其商不變。

$$32 \div 4 \div 2, \quad 32 \div 2 \div 4 \quad \text{同爲 } 4.$$

V. 諸數之積以一數除之，與任除其一因數後所得之結果相同。

$$6 \times 8 \div 2, (6 \div 2) \times 8, \text{即 } 3 \times 8; 6 \times (8 \div 2) \text{ 即 } 6 \times 4; \text{同爲 } 24.$$

VI. 被除數除數同以某數乘之或除之，其商不變。

$$54 \div 9, (54 \times 2) \div (9 \times 2) \text{ 即 } 108 \div 18,$$

$$(54 \div 3) \div (9 \div 3), \text{即 } 18 \div 3, \text{同爲 } 6.$$

VII. 若干數之和或差以一數除之，與除各數而取其商之和或差，相同。

$$(42 + 24) \div 3, (42 \div 3) + (24 \div 3) \text{ 即 } 14 + 8, \text{同爲 } 22.$$

$$\text{又 } (42 - 24) \div 3, (42 \div 3) - (24 \div 3) \text{ 即 } 14 - 8, \text{同爲 } 6.$$

## 29. 除法之基礎.

以一整數除他整數，謂之除法。

欲求除法之熟練，須注意於基礎之練習，如次：

I. 依九九乘法，就一因數以求他因數，

如見  $12 \div 2$ ，即直求其6。

II. 依九九乘法而有某數之加，就一因數以求他因數。

如見  $13 \div 2$  即求得6，其加於九九乘法之數爲1。

凡加於九九乘法之數謂之殘餘。

## 30. 除法之法則.

法爲一位數及多位數，分述如次：

I. 法爲一位數。

(1) 於被除數之左作小弧，又於其下作橫線，小弧之左記法數。

(2) 取實之左端一位，俟基礎練習求其商，記於橫線之下；若取一

位不能得商者，則取左端二位以求商；如是則商之首位適與實之相當部分同位。

- (3) 以此商與法相乘之積，由實之相當部分減去而求其殘餘。
- (4) 以此殘餘併入次位，如前求商；若不能得商，則於商之位作 0 以示空位。
- (5) 如是遞次求之，可得全商。

$$(例) \quad \begin{array}{r} 4) 4984 \\ \underline{1246} \end{array} \quad \begin{array}{r} 5) 15460 \\ \underline{3092} \end{array}$$

### II. 法為多位數。

法為多位數者，其法實商之位置各不相同，凡分三種，如次：

$$\begin{array}{c} \text{商} \\ \hline \text{法} \overline{) 實} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{法} \\ \hline \text{實} \overline{) 商} \end{array}$$

然位置雖異，方法則一，各從其便可也。

- (1) 任便記明法實之位置。
- (2) 以法左端一位換諸實左端一位(若比法小則取二位)以定其商，此為假商。
- (3) 以假商由法之左端次第乘之，視與實足減與否。
- (4) 如其足減，則此假商即真商之首位，而與減之末位為同位。
- (5) 如不足減，則由假商次第減一以試之。(如假商為一，即作為十。)
- (6) 以真商乘法，得積，向左記於與商同位之下，而求其殘餘。
- (7) 以此殘餘與實之殘餘部分之首位連記之，如前試得真商；若於此部不能得商者，則於商之位作 0 以示空位。
- (8) 如是遞次求之，可得全商。

如上所述之假商，宜注意勿忘。

754968 ÷ 24，運算如次：

$$\begin{array}{r}
 31457 \\
 24 \overline{)754968} \\
 \underline{72} \\
 34 \\
 \underline{24} \\
 109 \\
 \underline{96} \\
 136 \\
 \underline{120} \\
 168 \\
 \underline{168} \\
 \hline
 \end{array}$$

### 31. 除法之擴張.

以上所述之除法，其被除數適為除數與商之積；故法與商之各位相乘之積，次第由實減之，適盡無餘。

然若任取二數，由除法之形式以計算之，其相當於商之末位之處，必尚有殘餘；此雖亦為除法，仍用被除數、除數、商之名義，而於其計算最後之所餘者，則別稱之為剩餘，或稱殘餘。

如是則被除數 = 除數 × 商 + 剩餘。

$$\begin{array}{r}
 51 \\
 458 \overline{)23456} \\
 \underline{2290} \\
 556 \\
 \underline{458} \\
 98
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8 \overline{)756434} \\
 \underline{94554} \quad \text{殘}2
 \end{array}$$

### 32. 除法之檢算.

教科書中所列除法之檢算，有以商與法之積加剩餘，與實相比較；又有以商除實所得之商加剩餘，與原法加剩餘作比較；但若有未合，



### 33. 四則簡便法.

簡便法者較普通方法為簡便者也。雖多行於特別之處，然在實用上，亦頗有可趨簡便者，在人心思敏活耳。能通各種簡便法者所獲利益必多；因列舉之，如次：

### 34. 加法之簡便法.

#### I. 二位或三位一次加法.

- (1) 二位相加以第一數加第二數之十位，次加第二數之一位，依此遞加，可也。

$$\begin{array}{r} 34 \\ 56 \\ 88 \\ \hline 25 \\ 198 \end{array} \quad \text{例如 } 34, 84, 90, 173, 193, 198, \text{ 連續成句, 其尤熟練者更可簡之爲 } 34, 90, 173, 198.$$

- (2) 三位相加。以第一數加第二數之百位，次加十位，次加一位，依此遞加，可也。

$$\begin{array}{r} 385 \\ 649 \\ 338 \\ \hline 552 \\ 1924 \end{array} \quad \text{例如 } 385, 985, 1025, 1034, 1334, 1364, 1372, 1872, 1922, 1924, \text{ 連續成句, 如更熟練, 可再略去數節。}$$

以此例擴張之，凡任何加法，每三位作一句，以求總和，可也。

#### II. 依10, 100, 1000, 而用其不足數之加法.

$$\begin{array}{r} 238 \\ + 398 \\ \hline \end{array} \quad \text{例如 } 98 \text{ 爲 } 100 - 2, \text{ 故於 } 238 \text{ 加 } 400 \text{ 減 } 2, \text{ 即得 } 636.$$

#### III. 有定差諸數之加法.

- (1) 加數之個數為奇數者，以中央之數，依個數倍之。

如  $24+26+28=26\times 3=78$ ,是也。

(2) 加數之個數爲偶數者,任去一端之數,依前法倍之,仍以所去之數加之。

如  $35+40+45+50=40\times 3+50=120+50=170$ ,是也。

### 問題八.

試就下列諸式依簡便法計算之。

1.  $23+38+37+45+61$ .
2.  $56+47+87+56+67+82+76$ .
3.  $46+53+38+44+36+76+53+62+74$ .
4.  $365+732+822+366$ .
5.  $256+568+682+423$ .
6.  $762+369+793+862+533+343$ .
7.  $2896+87543+78564+3789$ .
8.  $456+7+29+289+98$ .
9.  $456+398+95+17+798$ .
10.  $58+98+97+58+87+39+84+98+65$ .

### 35. 減法之簡便法.

#### I. 償還法.

此法以被減數之某位,比減數相當之位爲小者,則於被減數加10以行減法,而於上位之計算,卻加1於減數以償還之。



$$\begin{array}{r} 234 \\ \underline{56} \\ 178 \end{array} \quad \begin{array}{l} (4+10)-6=8, (3+10)-(5+1)=7. \\ 2-1=1. \end{array}$$

II. 意大利法。

此法係虛空摹擬，而於減數之各位，求以若何之一位數加之，始與被減數相當之位或相當位加10，適相照合。

$$\begin{array}{r} 7564 \\ \underline{783} \\ 6781 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3+1=4, \quad 8+8=16, \quad 1+7+7=15, \quad 1+6=7, \end{array}$$

III. 依 10, 100, 1000 而用其不足數之法。

視減數為 10, 100, 1000 之倍數，既減以後，仍加還其不足數。

$$\begin{array}{r} 485 \\ \underline{289} \\ 146 \end{array} \quad \text{因 } 289=300-11, \text{ 故先減 } 300, \text{ 餘 } 135, \text{ 仍加還 } 11.$$

---

## 問題九

試就下列各式依簡便法計算之。

- |               |                 |
|---------------|-----------------|
| 1. 2385-758   | 2. 45689-18705  |
| 3. 10000-2873 | 4. 540000-87500 |
| 5. 283-192    | 6. 353-299      |
| 7. 725-595    | 8. 75489-7399   |

### 36. 乘法之簡便法。

I. 析乘數為一位之因數。

以所析各因數，依次乘被乘數。

$$3456 \times 56, \quad 56=7 \times 8.$$

$$\begin{array}{r} 3456 \\ \underline{7} \\ 24192 \\ \underline{8} \\ 193536 \end{array}$$

II. 乘數之一部爲他部之倍數。

- (1) 以 2 乘之者比以 4, 6, 8, 乘之爲易; 以 3 乘之者比以 6, 9 乘之爲易; 以 4 乘之者比以 8 乘之爲易。

故乘數之位含有 2, 4, 8, 者, 先以 2 乘得積, 以其積倍之, 卽 4 乘之積; 以 4 乘之積倍之, 卽 8 乘之積。

$$\begin{array}{r} 45678 \\ \underline{824} \\ 91356 \\ 182712 \dots\dots\dots 91356 \times 2 = 45678 \times 4 \\ 365424 \dots\dots\dots 182712 \times 2 = 45678 \times 8 \\ \hline 37683672 \end{array}$$

- (2) 乘數中某二位或三位爲他位之倍數者, 仍可依(1)計算之。

$$\begin{array}{r} 87654 \\ \underline{(36)(12)4} \\ 350616 \\ 1051848 \dots\dots\dots 350616 \times 3 = 87654 \times 12 \\ 3155544 \dots\dots\dots 1051848 \times 3 = 87654 \times 36 \\ \hline 3166413096 \end{array}$$

III. 乘數中有爲 1 者。

即以被乘數爲 1 乘之積而代用之。

$$\begin{array}{r} 483 \times 17 \\ 3381 \\ \underline{8211} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3896 \times 81 \\ 31168 \\ \underline{315576} \end{array}$$

IV. 以 5, 25, 125, 乘之者。

以 5 乘者, 於被乘數之右加 0, 而以 2 除之。

以 25 乘者，於被乘數之右加 00，而以 4 除之。

以 125 乘者，於被乘數之右加 000，而以 8 除之。

$$\begin{array}{r}
 4678 \times 5, \quad 7896 \times 25, \quad 37546 \times 125 \\
 \hline
 2) \underline{46780} \quad 4) \underline{789600} \quad 8) \underline{37546000} \\
 23390 \quad 197400 \quad 4693250
 \end{array}$$

### 問題十.

求下列各式之結果。

1.  $7256 \times 64$
2.  $12369 \times 63$
3.  $4378 \times 35$
4.  $35836 \times 963$
5.  $54968 \times 824$
6.  $37845 \times 848$
7.  $75356 \times 147$
8.  $54386 \times 714$
9.  $44895 \times 324$
10.  $783456 \times 32486$
11.  $556874 \times 25535$
12.  $57546 \times 6372$
13.  $73458 \times 801$
14.  $145449 \times 312$
15.  $37546 \times 61$
16.  $375438 \times 163$
17.  $3563 \times 5$
18.  $54632 \times 25$
19.  $56338 \times 125$
20.  $3754 \times 255$

### 37. 除法之簡便法.

#### I. 析除數爲一位之因數.

以除數中一因數除被除數，得商，再以他因數除之，如是遞次求之，若有殘數，則於每次得商後明記之。

$37548 \div 36$	$568374 \div 45$
$36 = 6 \times 6 (= 4 \times 9)$	$45 = 5 \times 9$
6) $\overline{37548}$	5) $\overline{568374} \dots \dots$ 殘 4
6) $\overline{6258}$	9) $\overline{113674} \dots \dots$ 殘 4
$\underline{1043}$	$\underline{12630}$
商 1043	商 12630

II. 除數爲11至19者。

此所得之商或與實之首位相等，或比實之首位小 1 至 5 可先注意於此，乃以所得之商由法之首位乘之，由實之左端次第減之，其殘記於相當之位，循是遞次求之，可也。

$\overline{20859}$	先以商 2 乘 18 之 10，由 37 減之。次以 2 乘 8 由
18) $\overline{375468}$	17 減之，殘 1。記於 7 之下。
$\overset{1}{10}$	
$\overset{16}{6}$	

循是遞次求之，得全商 20859，殘 6。

III. 依普通除法惟不記減積。

依普通除法，其以商之各位乘法所得之積，不明記而直減之，記其殘。

$\overline{394}$
345) $\overline{135986}$
$\underline{324}$
$\underline{143}$
$\underline{56}$

IV. 除數爲 5, 25, 125 者。

以 5 除者代以 2 乘，而於乘積右端去一位。

以 25 除者代以 4 乘，而於乘積右端去二位。

以 125 除者代以 8 乘，而於乘積右端去三位。

$$\begin{array}{r}
 3565 \div 5 \\
 \hline
 713
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 7548 \div 25 \\
 \hline
 301 \frac{18}{25}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 34589 \div 125 \\
 \hline
 276 \frac{719}{125}
 \end{array}$$

商 713      整數商 301      整數商 276

據此則削去之位爲零者，即是無剩餘。削去之位不爲零者，其剩餘即乘數除削去之部所得之商也。

#### V. 法實同以一數除之。

法數同以一數除之，所得之商，仍爲法實以除之。

$$\begin{array}{r}
 231000 \div 2000 \\
 \hline
 115.5
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{法實同以 1000 除之} \\
 234 \div 2 \\
 \hline
 117
 \end{array}$$

### 問題 十 一。

試就下列各式依簡便法計算之。

1.  $38954 \div 24$
2.  $74567 \div 27$
3.  $45786 \div 36$
4.  $324568 \div 63$
5.  $7458964 \div 72$
6.  $745689 \div 15$
7.  $4338905 \div 16$
8.  $334005 \div 17$
9.  $4400589 \div 18$
10.  $654780 \div 19$
11.  $8658716 \div 382$
12.  $11200597 \div 234$
13.  $258535 \div 5$
14.  $348562 \div 25$
15.  $338254 \div 125$
16.  $34500 \div 3400$
17.  $34565 \div 35$

### 38. 四則之順序.

一式中兼有四則之計算者，其應注意之處列舉之如次：

- I. 一式中兼有加減之計算者，先求諸加數之和及諸減數之和，然後求其差。
- II. 一式中兼有乘除之計算者，先求諸乘數乘乘數之積及除數之積，然後行除法。若除之無殘，則先除後乘亦可。
- III. 一式中兼有加減乘除之計算而無括弧者，則先乘除之計算，次加減之計算。
- IV. 式中有括弧者，先括弧內之計算。

### 39. 式題之演草，

研究式題或作答案，或以式之變化為主，或以運算為主，然此二者無分輕重，故凡式之變化及其運算，演之須極明晰。人當運算時輕因輕忽，而數字草率至不能辨，遂致誤認數字而運算亦誤，此大弊也，當引以為戒。

例 1.  $346 - 185 + 538 - 564$

$$\begin{aligned} & 346 - 185 + 538 + 564 \\ = & (346 + 538) - (185 + 564) \\ = & 884 - 749 \\ = & 135 \end{aligned}$$

$346$	$185$
$+ 538$	$+ 564$
$884$	$749$
$- 749$	
$135$	

例 2.  $12856 \div 284 \times 251$

$$\begin{aligned}
 & 13856 \div 284 \times 251 \\
 & = 13856 \times 251 \div 284 \\
 & = 3477856 \div 284 \\
 & = 12245 \quad \text{殘} 276
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 4) 13856 \times 251 \\
 \underline{346400} \\
 13856 \\
 284) 3477856 (12245 \\
 \underline{284} \\
 637 \\
 \underline{568} \\
 698 \\
 \underline{568} \\
 1305 \\
 \underline{1136} \\
 1696 \\
 \underline{1420} \\
 276
 \end{array}$$

## 問題 十二.

試就下列各式計算之。

1.  $564 - 273 + 645 - 232 + 598$
2.  $54568 - 2235 + 11235 - 9654 - 3756$
3.  $1335 \div 35 \times 456 \div 47$
4.  $7386 \times 25 \div 859 \times 321$
5.  $18 + 2 \times 10 - 8 \div 4 \times 2$
6.  $7856 \times 18 + 645 \times 783$
7.  $45637 \times 27 - 1548 \times 787$
8.  $(8899 - 5383) \div (1456 + 732)$
9.  $(3478 \times 6021 + 6135 + 2200) \div 3940$
10.  $1725 - \{670 - (146 + 372)\}$
11.  $\{61320 - (1378 + 1273)\} \div (634 - 337) \times 324$

- 
12.  $(35742 \div 37 + 23 \times 45) \div (1903 - 1816)$
13.  $(7365 \times 432 \div 491 - 879 \times 725 \div 1465) \div (37 \times 9 + 324 \div 18)$
14.  $(74710 - 279 \times 125) \div (306 + 278)$
15.  $\frac{(3754 - 354 + 864) \times 386}{54^2 + 32^2 - 55^2}$
16.  $39182 \times 4675 - 999141 \div 429 + 78649 \times 171$



## 第二章

## 小數及小數四則

## 40. 小數.

以一十分之，百分之，千分之，凡依此所分而任意集之，比一爲小者，謂之小數。

然以一十分之而十集之則仍爲一，故由一所集而成之整數，不啻一之十分之集也，且凡整數又不啻一之百分千分等之集也，故有時假整數以推勘小數。

整數與小數之集謂之帶小數，亦單稱小數。

整數及小數皆謂之數。

## 41. 小數之名.

以一十分之者謂之十分，百分之者謂之百分，以次千分，萬分。其十分之而八集之者謂之十分之八，又百分之而二十五集之者謂之百分之二十五，依此類推，可也。

又十分爲分，百分爲釐，(省作厘)千分爲毫，(書作毛)以次爲絲，忽，微，纖等。然忽以下於實用上鮮有用之者，此諸名稱所以表小數者，其例如次：

五分，三分五厘，五分六厘七毛，三分八毛。

## 42. 位，行.

又分，厘，毫，等。以次稱爲小數第一位，第二位，第三位，餘類推

或稱分之位，厘之位，毛之位，絲類推。

又有不稱位而稱行者，如小數第一行，第二行，或分之行，厘之行等類，是也。

小數第某位即稱之爲小數某位，或小數某行。

### 43. 英美小數之名。

十分爲 tenth，百分爲 hundredth，以次爲 thousandth， tenthousandth。

(例) 三分爲 three-tenths，四分六厘爲 four-tenths and six-hundredths，六分五厘七毛爲 six-tenths and five-hundredths and seven-thousandths。

## 問題十三

1. 千分之三百四十五及萬分之五千七百九十一，試易以他稱及英美小數之名。

2. 六分七厘及七厘八毛五絲，試易以他稱及英美小數之名。

3. Three-tenths and four-hundredths and one-thousandth and nine-hundredths and seven-thousandths and two-tenthousandths，試依華語述之。

### 44. 小數以中國數字記之。

以中國數字記小數，與記整數同；各位之數順次縱列，但分位之上

於其中央作點如「·」，謂之小數點。

小數不連整數者，作0以明整數為空位。

以中國數字記若干小數，須作0以補空位，俾末位歸於齊一；而其小數點則作一公共橫線以代之。

(例)

三	〇	一
二	八	三
七	九	七
五	〇	五
六	〇	〇

三	七	五	〇	四	〇
二	八	三	五	五	〇
五	〇	四	六	八	三
六	〇	〇	七	〇	二

讀所記之小數，亦如整數，分正讀，略讀二種。

正讀者，讀小數點為個，或加一又字；如二十三個七分五厘，或二十三又七分五厘。

略讀者以小數點或點加入讀之，如三小數點二五六，或七點八。

#### 45. 小數以阿拉伯數字記之。

以數字記小數，與中國數字所記同理，各位之數自左而右，其小數點「·」在一位與分位間之下方。

列記若干小數者亦如中國數字，令末位齊一，且作橫線以代小數點。

(列)

20.082	0.308	3   856
		0   038
		4   500

讀數字所記之小數，亦分二種，如中國數字之讀法。

### 問題十四。

1. 千分之二百七十九，萬分之七十八，試依兩種數字分別記之。
2. 四個二分八厘九毛，二百四十八厘七毛六絲，試依兩種數字

分別記之。

3. Four-tenths and five-hundredths and six-thousandths and eight-ten-thousandths,

Four-hundred ninety-five and three tenths and four-hundredths and six-thousandths.

試依兩種數字分別記之。

4. 456.8005, 25.805, 0.0054, 試正讀, 略讀, 並述其英美之名。

#### 46. 小數四則。

以下所述小數加減乘除, 謂之小數四則。

小數四則雖與整數四則大略相同, 然亦不無少異之處, 世之教科書鮮有言之者, 初學者所以不免誤解也。故宜十分注意, 就以下各節研究爲要。

小數係與整數同爲十進法, 故計算之形式殆與整數無異。

#### 47. 小數和。

求由十分或百分或千分等二個以上之數相集而成一數, 謂之加此等之數。

此與整數和, 同用被加數, 和, 等名稱, 並用加號。

被加數之末位不同者, 則依末位最小者之個數而求其和。

(例 1) 依百分加之者。

$$2.20 + 3.00 + 4.00 = 9.20$$

(例 2) 依十分加之者。

$$0.2 + 0.4 + 0.5 = 1.1$$

(例 3) 依千分加之者。

$$2.000 + 2.300 + 0.005 = 4.305$$

#### 48. 小數加法。

求二小數以上之和，謂之小數加法。

小數加法之規則如次：

(1) 同位之數字參相直，備書被加數，如整數加法，由右端加起，但末位不同者，無須一一補0。

(2) 和數之一位與分位間之下方，作小數點。

(例)  $0.85 + 3.456 + 0.053 + 28.8$

0.85	或	0   85	
3.456		3   456	
0.053		0   053	和數28.159
28.8		28   8	
28.159		28   159	

#### 49. 小數加法檢算。

與整數加法檢算同。

#### 50. 近似數。

小數計算之結果，小數位恆致無限連續。又雖有限，而於實際上無須用其全部，對於不用之小數位處分之法有三，如次：

- I. 捨棄。不用之部分盡行捨棄。
- II. 收入。不用之部分盡行捨棄，而於所用之末位加一以收之。
- III. 四捨五入。不用部分之首位為四以下者捨棄，為五以上者收入。

此在實用上，應用何法，從其規定及習慣而定，大概多行四捨五入

法。

無論依何法，截至某位，所得之結果，謂之近似數。蓋對於真數言也。

近似數由捨棄而得者，謂之不足之近似數，以弱字記之。由收入而得者，謂之有餘之近似數，以弱字記之。

近似數末位爲○者，其○不可棄去。

### 問題十五

試就下列各式計算之，依捨棄法求至小數第四位而止。

1.	25.00689	2.	75	968547
	3.238		0	0546
	11.05896		8	8995438
	8.03366		0	0556
	0.5938		18	954
	<u>+7.558896</u>		2	<u>385</u>

試就下列各式計算之，依收入法求至小數第三位而止。

3.	5.6454	4.	三	四	5.	7.8564
	2.3879		三七八四九六	七八九四五〇		2.80059
	4.83753		五五八六八〇	〇六九九三八		12.9054
	0.053		〇四八〇七三	〇〇九〇〇〇		8.96542
	<u>+28.954</u>					<u>+7.70059</u>

試就下列各式計算之，依四捨五入法求至小數第二位而止。

6.  $256.43 + 82.5008 + 2.38054 + 35.8054 + 6.008$

7.  $7563.25 + 0.0856 + 0.3564 + 8.5647 + 7.56 + 8.8964$

### 51. 小數差。

已知二小數之和及一被加數，求他被加數，謂之由一數減他數。

此與整數差同用被減數，減數，差，等名稱，並用減號。

被減數，減數之末位不同者，則依末位最小者之個數而求其差。

(例 1) 依千分求差者。

$$8.000 - 2.000 = 6.000$$

(例 2) 依百分求差者。

$$0.08 - 0.05 = 0.03$$

(例 3) 依百分求差者。

$$2.00 - 1.05 = 0.95$$

## 52. 小數減法。

求二小數之差，謂之小數減法。

小數減法之規則如次：

(1) 同位之數字參相直，減數書於被減數下，視如無小數點者以行減法，但末位不同者無須補 0。

(2) 差數之一位與分位間之下方作小數點。

(例)  $75.0082 - 28.156$ 。

$$\begin{array}{r} 75.0082 \\ - 28.156 \\ \hline 46.8522 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} 75.0082 \\ - 28.156 \\ \hline 46.8522 \end{array} \quad \text{差數 } 46.8522$$

## 53. 小數減法檢算。

與整數減法檢算同。

## 問題十六。

試就下列各式計算之，依捨棄法求至小數第四位而止。

1.  $12.01 - 7.564389$       2.  $5.849 - 0.74886$

試就下列各式計算之，依收入法求至小數第三位而止，

3.  $5.680054 - 3.49547$       4.  $1 - 0.058923$

試就下列各式計算之，依四捨五入法求至小數第三位而止。

5.  $0.053377 - 0.037548$       6.  $2 - 1.40056$

試就下列各式計算之。

7.  $725.4008 - 650.327$       8.  $56.87 - 37.584$

#### 54. 小數積。

求相同小數若干個相加所得之結果，謂之乘其個數於一小數。此個數為整數而其結果為整數或小數。

此與整數積同用被乘數，乘數，積，等名稱並用乘號。

#### 55. 小數乘法。

求小數積謂之小數乘法。

小數乘法之規則如次：

(1) 書乘數於被乘數之下，末位參直，視被乘數如無小數點者然。

以行整數乘法。

(2) 積數所取之小數位，與被乘數位數相同，依此定小數點可也。

(例)  $6.803 \times 234$

$$\begin{array}{r}
 6.803 \\
 234 \\
 \hline
 27212 \\
 20409 \\
 13606 \\
 \hline
 1591.902
 \end{array}$$



## 56. 小數乘法之檢算。

與整數乘法檢算同。

## 問題十七。

試就下列各式計算之。

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| 1. $5.4608 \times 283$   | 2. $0.0056 \times 4389$  |
| 3. $548.705 \times 6085$ | 4. $56.6547 \times 8786$ |
| 5. $9.504 \times 78905$  | 6. $7.3456 \times 26459$ |

## 57. 小數商

已知小數積及乘數或被乘數求被乘數或乘數，謂之以一數除他數。

此與整數商同用被除數，除數，商，等名稱並用除號。

因小數乘法所得之積，或為整數，或為小數，故其逆所得之小數商，

凡分四則如次：

I. 法為整數，實為小數，商亦為小數。

因  $0.6 \times 4 = 2.4$ ，其逆  $2.4 \div 4 = 0.6$ 。

II. 法為小數，實亦為小數，商為整數。

因  $0.6 \times 4 = 2.4$ ，其逆  $2.4 \div 0.6 = 4$ 。

III. 法為整數，實亦為整數，商為小數。

因  $0.5 \times 4 = 2.0$ ，其逆  $2.0 \div 4 = 0.5$ 。

IV. 法為小數，實為整數，商亦為整數。

因  $0.5 \times 4 = 2.0$ ，其逆  $2.0 \div 0.5 = 4$ 。

### 58. 小數除法.

求小數商謂之小數除法。

小數除法，因小數商之四則，分四法如次：

I. 法爲整數，實爲小數，商亦爲小數。

- (1) 以除數除被除數之整數部，而於其商之右下方作小數點。
- (2) 若不能得商，則作○以表空位。
- (3) 所殘之整數，併入被除數之分位，作爲十分之數，此時所得之商爲分位。
- (4) 若不能得商，則商之分位爲0，而以其實併於下位。
- (5) 以下仍如分位計算，遞求其商。
- (6) 相當於實之末位之商求得後，其實尚有殘餘者，則於實之末位遞加一0以遞求其商。

(例)  $32.476 \div 23$ 。

$$\begin{array}{r}
 1.412 \\
 23 \overline{) 32.476} \\
 \underline{23} \phantom{.} \\
 94 \phantom{.} \\
 \underline{92} \phantom{.} \\
 27 \phantom{.} \\
 \underline{23} \phantom{.} \\
 46 \phantom{.} \\
 \underline{46} \\
 0
 \end{array}$$

II. 法爲小數，實亦爲小數，商爲整數。

- (1) 去除數之小數點，而以被除數之小數點移下若干位，此若干位係與除數之小數位數相等。
- (2) 若被除數之小數位不足，則於右端加0以補之。
- (3) 如是則可供整數除法計算之。

(例)  $1405.08 \div 58.545$ .

$$\begin{array}{r} 58545 \overline{) 1405080} \quad (24 \\ \underline{117090} \\ 234180 \\ \underline{184180} \end{array}$$

III. 法爲整數,實亦爲整數,商爲小數.遞次加0,爲實之小數位,依第 I 節計算。

(例)  $20603 \div 88$ .

$$\begin{array}{r} 88 \overline{) 20603} \quad (234.125 \\ \underline{176} \\ 300 \\ \underline{264} \\ 363 \\ \underline{352} \\ 110 \\ \underline{88} \\ 220 \\ \underline{176} \\ 440 \\ \underline{440} \end{array}$$

IV. 法爲小數,實爲整數,商亦爲整數.

加0爲實之小數位,依第 II 節計算。

(例)  $20603 \div 234.125$ .

$$\begin{array}{r} 234125 \overline{) 20603000} \quad (88 \\ \underline{1837000} \\ 1437000 \\ \underline{1337000} \end{array}$$

## 59. 小數除法之檢算。

與整數除法檢算同。

問 題 十 八

試就下列各式計算之。

- |                           |                              |
|---------------------------|------------------------------|
| 1. $195321.976 \div 562$  | 2. $977262.6 \div 248$       |
| 3. $187269212 \div 4856$  | 4. $8554848.12 \div 788.24$  |
| 5. $6984860 \div 8501.25$ | 6. $5446761.54 \div 556.644$ |

60. 小數乘法之擴張。

以上整數積及小數積，其乘數皆為整數，今乘數若改為小數，其意義可定之如次：

凡以小數乘之者，視乘數之末位為十分，百分，千分，等，即以十分，百分，千分，等除被乘數，而升乘數為整數以乘之。

(例)  $75 \times 0.8 = 75 \div 10 \times 8 = 7.5 \times 8,$   
 $8.6 \times 2.34 = 8.6 \div 100 \times 234 = 0.086 \times 234.$

依此意義定小數乘法之法則如次：

- (1) 乘數，被乘數，視如整數以行乘法。
- (2) 所得之積，依乘數，被乘數之小數位數之和，以定積之數位，而以小數點標明之。
- (3) 若積之數字之數比乘數，被乘數之小數位數之和少，則於積之左作 0 以補之，俾小數點可依此而定。

(例)  $0.0548 \times 0.00568.$

$$\begin{array}{r}
 0.0548 \\
 0.00568 \\
 \hline
 4384 \\
 3288 \\
 2740 \\
 \hline
 0.00311264
 \end{array}$$

## 問題十九.

試就下列各式計算之，依捨棄法求至小數第四位而止。

1.  $2.564 \times 0.0856$       2.  $0.00568 \times 0.05784$

試就下列各式計算之，依收入法求至小數第五位而止。

3.  $48.3754 \times 0.456$       4.  $77.3385 \times 5.4732$

試就下列各式計算之，依四捨五入法求至小數第四位而止。

5.  $7.58678 \times 458.23$       6.  $0.8895 \times 3.3745$   
 7.  $0.095658 \times 0.2345$       8.  $9.87654 \times 0.12345$

## 61. 小數除法之擴張。

任取整數或小數作為被除數及除數，依小數除法除之，其計算輒不能消盡無餘，此亦稱為小數除法，惟其商則為近似數。

(例)  $38.50054 \div 3.436$

$$\begin{array}{r}
 11.205 \\
 3436 \overline{) 38500.54} \\
 \underline{3436} \\
 4140 \\
 \underline{3436} \\
 7045 \\
 \underline{6872} \\
 17340 \\
 \underline{17180} \\
 160
 \end{array}$$

## 問題二十.

試就下列各式計算之，依收入法求至小數第五位而止。

1.  $4.5 \div 3.856$       2.  $0.085 \div 25.84$

3.  $0.7568 \div 0.928$

4.  $2.0685 \div 35.45608$

試就下列各式計算之，依捨棄法求至小數第四位而止。

又就下列各式計算之，依四捨五入法求至小數第五位而止。

5.  $146.80057 \div 2.322$

6.  $75 \div 542.2109$

7.  $0.002254 \div 0.936$

8.  $3.663 \div 45.6654$

9.  $78.5478 \div 76458$

10.  $738959 \div 478964$

11.  $3454 \div 789678$

12.  $43 \div 896.547$

13.  $468.745 \div 8.7874$

14.  $378 \div 0.034578$

## 62. 省略計算。

於實用上小數之計算但求小數三四位已足。其末位之處分法已詳於前。

然進一步思之，結果所需之小數位數有限，若併求其不用之部分，則費時勞力，既迂且愚；雖或不遑迂愚，而依計算之原素，恆致小數位推衍無窮，此豈不惜工夫所能貫徹。於是有所省略計算法出焉。

省略計算法雖有多種，然大致相同，茲擇其方法最簡者，且於四則之間堪歸統一，是宜習之純熟，而以其他諸法作為參考，以振起比較研究之精神，可也。

## 63. 省略加法。

於實際計算，被加數之為若干個，鮮有在百以外者，因定省略加法如次：

(1) 依求時所定之位數，而於各被加數多取一位；但被加數在十



各被加數之所省略者，不比 0.0301 大，而被加數之數為 15，故其省略部分之總和不比  $0.0001 \times 15$  即 0.0015 大，即不比 0.01 大，故此諸數之和比 812.2046 大，不比 812.2146 大，故取近似數 812.21，其誤差之範圍為 0.01。

被加數之數不滿百者準此。

問 題 二 十 一。

試就下列諸式依省略算法求至小数第二位而止。

- |                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. <math>\begin{array}{r} 234.5642 \\ 28.00546 \\ 8.8542 \\ \hline 58.23894 \end{array}</math></p>                                                  | <p>2. <math>\begin{array}{r} 75.00822 \\ 6.4564 \\ 113.89053 \\ \hline 7.75569 \end{array}</math></p>                                                    |
| <p>3. <math>\begin{array}{r} 2.43785 \\ 7.0095467 \\ 0.0354 \\ 47.85467 \\ 0.005448 \\ 54.455689 \\ 9.38545 \\ \hline 17.854378 \end{array}</math></p> | <p>4. <math>\begin{array}{r} 789.6438 \\ 7656.41 \\ 887.32105 \\ 65470.3894 \\ 6643.2373 \\ 3446.994 \\ 300.985 \\ \hline 44.3366 \end{array}</math></p> |

試就下列各式依省略算法求至小数第三位而止。

- |                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>5. <math>\begin{array}{r} 32.06856 \\ 111.865547 \\ 32.32008 \\ 7.64327 \\ 8.35567 \\ 38.3845 \\ 6.65731 \\ 12.365695 \\ 8.643877 \\ 36.545464 \\ 0.008773 \\ 77.386464 \\ 5.783666 \\ 46.873963 \\ 3.387645 \\ 568.008745 \\ 36.478806 \\ 77.6481006 \\ 0.08686 \\ \hline 6.86868 \end{array}</math></p> | <p>6. <math>\begin{array}{r} 78.6654789 \\ 3.653784 \\ 0.008222 \\ 134.665873 \\ 3.73896 \\ 4.8736 \\ 0.38333 \\ 63.925353 \\ 3.71323 \\ 12.8473 \\ 6.66666 \\ 7.39899 \\ 0.76543 \\ 68.86956 \\ 5.33896 \\ 4.74886 \\ 38.38764 \\ 5.33565 \\ 9.87654 \\ \hline 3.09876 \end{array}</math></p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



$$7. \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \times 3} + \frac{1}{3 \times 3 \times 3} + \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} + \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$8. \quad \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9}$$

#### 64. 其他之省略加法。

其他省略加法，列舉之如次：

- I. 依前節之方法計算，最後不用收入法，而以捨棄法或四捨五入法定近似數。

依此法其誤差或比末位之一為大。

- II. 於被加數行四捨五入法，依前節之方法求之，其結果以收入法或捨棄法或四捨五入法定近似數。

依此法由捨棄法者，其誤差或比末位之一為大，由他二法者，其誤差比末位之一為小。

- III. 先就被加數，依前節之方法求之，而於其所多取之餘分，以比被加數之個數少一者加之，加後若與所求之末位不相干涉，則捨棄之，以定其結果。若加後涉及所求之末位者，則重行起算，比前所取者更多取一位，如前推衍，期於不涉及所求之末位，俾定結果。

依此法者，於所求之位甚為正確，而成為不足之近似數。然遇求精密，致失之指泥，似非省略算法之本旨。然欲求小數第幾位須極正確者，必依此法。而依此算法則為不足之近似數。

#### 65. 省略減法。

省略減法之法則如次：

於被減數，減數，截所求之位，依普通方法計算之。

依此法其結果之誤差比末位之一小。

(例) 求 38.465478 與 19.84567896 之差至小數第四位而止。

$$\begin{array}{r} 38.4654 \\ 19.8456 \\ \hline 18.6198 \end{array}$$

被減數，減數之省略部分，皆比 0.0001 小。故其差亦比 0.0001 小。

## 問 題 二 十 二。

試就下列各式，依省略算法，視括弧內所註求之。

1.  $3.8564285 - 1.878642$  (小數第四位)
2.  $73.345786 - 8.6543666$  (同 上)
3.  $856008734 - 28345678$  (萬 位)
4.  $2238567000 - 5678970$  (同 上)
5.  $278.543 - 1.347965$  (小數第二位)

### 66. 其他省略減法。

其他省略減法，列舉之如次：

- I. 於被減數，減數，行收入法或四捨五入法，截所求之位，依普通之方法計算之。

依此法，其誤差之範圍與前節同；蓋末位之一係由收入或四捨五入，故所差仍比此一為小也。

- II. 於被減數，減數，截所求之位，依普通之方法求其差。其捨棄部分之首位，被減數比減數大者，仍捨棄之；若比減數小，則於其所求得之差之末位減一以為答數。若不大不小

而為同數者，則重行起算，比前多取一位，如前推衍以定結果。

依此法，其誤差比末位之一小，而為不足之近似數，然求差至小數第幾位，欲其正確者必依此法。

### 67. 省略乘法。

省略計算之最有效者，惟乘法及除法，然其法稍覺錯雜，苟非十分習熟，不克迎機利用。

乘法於實際上，乘數乘位之數鮮有過百者，因定省略乘法之法則如下：

- (1) 被乘數依所求之積之末位，最低二位，(乘數乘位之數滿十者低三位)於其下書乘數一位之數字。
- (2) 乘數他位之數字，則逆之為自右至左列書之。
- (3) 乘數之各數字與被乘數之數字參直者，即自此乘起，向左徧乘之。
- (4) 所得各積，齊其末位以求其和。
- (5) 結果之末二位(乘數乘位之數滿十者三位)捨棄之，而加一於其上位，依所求積之小數位數以定小數點。

(例 1)  $5.786453 \times 743.854$ ，依省略算法，求至小數第三位而止。

$  \begin{array}{r}  5.786453 \\  458347 \\  \hline  405051710 \\  23145812 \\  1735935 \\  462912 \\  25330 \\  2312 \\  \hline  430427633 \\  7  \end{array}  $	<p>以 7 及 4 乘之，</p> <p><math>5.786453 \times 700 = 578.64539 \times 7</math></p> <p><math>5.786453 \times 40 = 57.86453 \times 4</math></p> <p>適合小數第五位，故無省略。</p> <p>至若以 3 乘之，則有不大大於 <math>0.00001 \times 3</math> 之省略。</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



## 問題二十三.

試就下列各式，依省略算法，視括弧內所註求之。

1.  $42.568047 \times 3.535678$  (小數第三位)
2.  $25.876464 \times 536.78264$  (小數第四位)
3.  $3.563789986 \times 0.005493764$  (同上)
4.  $2.3584 \times 3.141592$  (小數第二位)
5.  $7.054975 \times 0.892746$  (小數第三位)
6.  $684.00123 \times 67.000289$  (小數第二位)
7.  $9847.453 \times 33.8547$  (一之位)
8.  $268946 \times 0.004854$  (小數第一位)
9.  $1.745689 \times 7.451738$  (小數第四位)
10.  $78943.903 \times 7.63074$  (小數第二位)

## 68. 求積所需要之行數。

行省略乘法者，從實及法首位之有效數字起，至其所需要最後之位止；末雖為 0 亦算入，共需要行數若干，可研究得之。

以下諸例，係求至小數第三位，即研究求積所需要之行數也。

(例 1)  $3.245689 \times 7.6225$

$$\begin{array}{r|l} 3.24568 & 9 \\ 52367 & \end{array}$$

依省略乘法之法則，將法實按位記之；  
其在短線所括以內者，即所需用之行

數；其全行數為 7，今祇需 6；求此 6 者，係以所求之小數位數 3，餘分所取二位中之一；實及法之整數位各為一，相加，如  $3+1+1+1$  是也。

(例 2)  $0.0056478 \times 0.0275384$ 。

$$\begin{array}{r|l} 0.00 & 5 \ 6478 \\ 48357 & 3 \ 00 \end{array}$$

此所需之行數爲一，因所求之小數位數三，與餘分所取二位中之一相

加，內減法及實小數點下零之數爲二爲一，如  $3+1-2-1$  是也。

(例 3)  $0.0000325 \times 0.0000895$

$$\begin{array}{r} 0.0000325 \\ 59800000 \end{array}$$

此無需用之行數，其所求之積爲  $0.000\cdots\cdots$ 。

由以上諸例，定其求之之法，如次：

- (1) 於所求之小數位數加一，(但餘分取三位者加二)實及法兩方或一方爲帶小數者，加其整數之行數。純小數者減小數點下零之數，俟此求其結果，即所需之行數。
- (2) 但所減或與各數之和相等，或比各數之和，即無需要之行數，所求之積各位皆爲零。

### 69. 其他之省略乘法。

其他省略乘法列舉之，如次，但其部分積係在十個以下。

I. 依第 67 節之法，最後用捨棄法或四捨五入法。

依此法其誤差或比末位之一爲大。

II. 依第 67 節之法，以乘數之各數字乘之，兼及右位。以右位乘上之數併算，最後之結果，依捨棄法，收入法或四捨五入法。

依此法，由捨棄法者其誤差，或比末位之一爲大。由收入法或四捨五入法者，其誤差不大於末位之一。然以乘數右端之位乘其直上之右位，而欲明見其乘上之數者，則必以被乘數之末位在餘分以內爲不便矣。

III. 依第67節之法，於所求之末位下，(或祇一位)記乘數之一位，求各部分積。且乘及直上之右位，而於其積之一位行四捨五入，以加於部分積，循是以求各部分積之和，(若多取一位，則依收入法或捨棄法或四捨五入法。)

依此法其誤差或及於末位之六，若多取一位，其誤差比末位之一小。

IV. 於被乘數比所求之末位低三位之下，記乘數之一位，餘依第67節記之，以乘數右端之數字，乘直上之數字，如前得部分積，以乘及右位之積加之，但祇加其十位，乃截取其比所求之末位多二位者之積。

循是遞減各部分積，而於其和之末位，以部分積之個數加之，加後若與所求之末位不相干涉，則末二位捨棄之，以為答數。若加後涉及所求之末位，則更低一位，如前推演，期於不涉及所求之末位，俾定結果。

依此法，所求之位甚為正確，而為不足之近似數。然幾度計算，雖求精密，究失拘泥。

## 70. 省略除法。

省略除法之法則如次：

- (1) 移除法之小數點，使成為整數部一位之帶小數，其被除數之小數點亦移以應之。
- (2) 商為帶小數，則於整數部之下附小數點，商為純小數，其小數點下有零之行數者須求出之。
- (3) 所取被除數之末位，係比所求之商之末位低二位，其下悉抹去之。(商之首有效數字起，至末位止，其行數在十以上者低

三位。)

- (4) 所取除數之行數，係與被除數所取之行數或相等，或少一行，以商之首位乘之，與所取被除數之全部適足相減。
- (5) 若除數之行數不足，則以通例之除法行之，亦能與(4)相合。
- (6) 首商後每次求商，去除數之末位一個以為法，而以前殘為實，遞次除之。
- (7) 若商之某位為十，則加一於其上位，而以下各位皆為零。

(例 1) . 4.73089645 ÷ 0.745678, 求至小數第二位止。

彙列普通方法以為理解之助。

$  \begin{array}{r}  6.34 \\  745678 \overline{) 473089645} \\  \underline{447402} \phantom{00} \\  25687 \phantom{00} \\  \underline{22368} \phantom{00} \\  3319 \phantom{00} \\  \underline{2980} \phantom{00} \\  339  \end{array}  $	$  \begin{array}{r}  6.34 \\  745678 \overline{) 4730896.45} \\  \underline{4474063} \phantom{00} \\  2568234 \phantom{00} \\  \underline{2237034} \phantom{00} \\  3312505 \phantom{00} \\  \underline{2982712} \phantom{00} \\  329793  \end{array}  $
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

此除法，減者之總和  $7.45678 \times 6.34$  即省略乘法求至小數第二位為

$  \begin{array}{r}  7.45678 \\  \underline{436} \\  447402 \\  22368 \\  \underline{2680} \\  47.2750  \end{array}  $	<p>止之全部也。故其誤差為末位之 <math>0.0001 \times (6+3+4)</math> 即 <math>0.0018</math>。凡此減者之誤差，視商之位數不滿十者，比 <math>0.01</math> 小，故 <math>7.45678 \times 6.34 - 0.01 &lt; 47.2750</math>。</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

且  $7.45678 \times 6.34 > 47.2750$ 。又被除數 =  $47.2750 + 0.0339645$ 。

$$7.45678 \times 6.34 + 0.0339645 > \text{被除數。}$$

及  $7.45678 \times 6.34 - 0.01 + 0.0339645 < \text{被除數。}$

此二式之兩邊各以  $7.45678$  除之。

$$6.34 + \frac{0.0339645}{7.45678} > \text{正確之商。}$$



$$6.34 - \frac{0.01}{7.45678} + \frac{0.0339645}{7.45678} < \text{正確之商。}$$

而  $\frac{0.0339645}{7.45678} < \frac{0.0339645}{7.45}$ ，又此質之首部 0.0339 即以 7.45

除至小數第二位之殘，故  $\frac{0.0339645}{7.45}$  為不大於 0.01，故  $\frac{0.0339645}{7.45678}$

比 0.01 小。

故由 6.34 加小於 0.01 之數，比正確之商大。

由  $6.34 - \frac{0.01}{7.45678}$  加小於 0.01 之數，比正確之商小。

即正確之商比 6.34 所大者，不及 0.01，又比 6.34 所小者亦不及 0.01。故 6.34 為誤差範圍 0.01 之近似數也。

(例 1)  $13.8256433 \div 3.4567$ ，求至小數第二位而止。

$$\begin{array}{r}
 3.9(10) \\
 3.4567 \overline{) 13.8256433} \\
 \underline{103701} \phantom{00} \\
 34555 \phantom{00} \\
 \underline{31104} \phantom{00} \\
 3451 \phantom{00} \\
 \underline{3450} \phantom{00} \\
 1
 \end{array}
 \quad \text{答 } 4.00.$$

## 問題 二十四

試就下列各式，依省略法，視括弧內所註求之。

1.  $49.34645 \div 2.4563434$  (小數第三位)
2.  $3784.9385 \div 0.3845$  (同上)
3.  $30.00885438 \div 0.05338$  (同上)
4.  $1 \div 3.1415926535$  (小數第四位)

- |     |                               |         |
|-----|-------------------------------|---------|
| 5.  | $12.826954 \div 0.8574808034$ | (同 上)   |
| 6.  | $3.7845678 \div 894.5738$     | (小數第三位) |
| 7.  | $0.80645128 \div 7.8564$      | (同 上)   |
| 8.  | $0.012485162 \div 0.188974$   | (小數第二位) |
| 9.  | $395.487613 \div 37.004564$   | (小數第二位) |
| 10. | $789549800 \div 88547$        | (一 之 位) |

### 71. 求商所需要之行數。

依省略除法求商者，其所需要之行數，可依法實之原數求得之。

(例 1)  $3.45678 \div 23.725$ ，求至小數第三位而止。

$2.3725 \overline{)345678}$  計所需被除數為五行，求此行數者，以所求之小數位數 3 加餘分所取之位數 2 而多加 1 又加實之整數位數 1，減法之整數位數 2，如  $3+2+1+1-2$  即得 5。

(例 2)  $0.003456 \div 0.000732$ ，求至小數第二位止。

$7.3200 \overline{)345600}$  凡六行，求此行數者，以所求之行數 2 加餘分所取之位數 2 而多加一，又加法之小數點下零之數 3 減實之小數點下零之數 2，如  $2+2+1+3-2$ ，即得 6。

法或實一方為純小數者準此，爰定其求法如次：

- (1) 於所求之小數位數加 3，其被除數為帶小數者；加整數部之行數，又除數為純小數，而小數點下有零者，加其零之行數。若除數為帶小數者，減整數部之行數。又被除數為純小數，而小數點下有零者，減其零之行數。
- (2) 若加減適足相抵或減數反大者，皆為無需要之行數，其商為

等。

(5) 但除數所需之行數，有比此數少一者。

## 72. 其他之省略除法。

其他省略除法，列舉之，如次：

I 依第70節之法，略有二端不同，如次：

(1) 被除數之末位，比所求之商之末位，祇低一位。

(2) 各部分減數以乘及下位所乘上之數併入之。

故依此法者，殆與第70節之法無甚差異。

II 依觀察而定商之行數，其除數以比商之行數多一行者，為第一次之除數，以與此行數相應者截取被除數左方之部分，餘悉抹去之。其後之方法，則以前殘為被除數，以前除數抹去其末一位為除數，但抹去之數字，仍以此時之商乘之，而依四捨五入，併於部分減數。若於此法多商一行，依四捨五入以求結果，亦可。

依此法，其誤差或大於末位之一。但多商一行而依四捨五入，其誤差不大於末位之一。惟幾度四捨五入，究嫌繁雜。

III 依觀察而定商之行數，其除數以比商之行數多一行者（若此首位之有效數字，比商之行數為小者，取二位。）為第一次之除數，而被除數左方所取之行數，係與此數相應，餘悉抹去，乃依第70節之法計算之。

求此除數之行數，有如下之所述者。

於除數之左端，依商之行數，少則一倍，多則九倍，而截取其部分，更於其右依商之行數而截其行數。

又有如下之所述者。

於法之左端，以不小於商之行數九倍者截取其部分，更於其右依商之行數而少一者以截取其行數。

依此法，其誤差比末位之一小，而比 70 節所需之行數有少一行者。

## 問題二十五

試就下列各式計算之，但除不盡者依四捨五入法。求至小數第四位而止。

1.  $(74710 - 279 \times 125) \div (306 + 278)$

2.  $(2.4 \times 1.6 + 10.4 \div 0.26) \times 4.32 - 3.32$

3.  $2.9015 \times 0.01702 \div 0.005803$

4. 
$$\frac{9.5 - 8.625 + 1.75}{1.26 + 5.4}$$

5. 
$$\frac{0.321 \times 0.321 - 0.179 \times 0.179}{0.321 - 0.179}$$

6. 求下式之值，依四捨五入法，至小數第三位止。

$$6.7089 \times 5.1234 \div 3.1416$$

試就下列各式計算之，求至小數第四位，其末位之處分法不拘，惟須註明。

7. 
$$\frac{0.562^2 - 0.188^2}{0.562 - 0.188}$$

8.  $4.702 \times 2.9845 \div 0.005803$

9.  $0.125 \times 0.0484 \div 0.25 + 0.9085 \times 3.8$

10.  $5.48 - 3.2895 \times 0.489 + 3.344 \times 6.688$

11. 求  $\frac{310-106}{0.13 \times (115+0.3 \times 310-106)}$  之值至小數三行止。
12.  $\frac{(5 \times 10^4 + 2.7 \times 10^6) 23^2}{7.01 \times 10^3}$
13.  $1.35^3 + 4.05 \times 1.35^2 - 1.5325 \times 1.35 + 0.10375$
14.  $\frac{0.0316 + 5.2 - 3.73105}{1.23 \times 2.7}$  小數第三位止
15.  $(6.43 + 0.0172 - 0.65904 + 18) \times 60.625 \div 43.6$
16.  $\frac{0.85 \times 23 \times 126 \times 35 \times 12^2 \times 0.7854}{330000 \times 12}$
17.  $\frac{2.5 \times 1.007}{(0.03)^2}$  小數第二位止。
18.  $\frac{1234 - 411}{56789 + 66611} \times (5678 - 3827)$  小數第四位以下四捨五入。

試就下列各式依省略計算法計算之。

19.  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5}$   
 $+ \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}$  小數第四位止。
20.  $5.72896 \times 0.3709154$  小數第五位止。
21. 試就下式計算至小數點下六位止。
- $\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{5^5} + \frac{1}{5^6}$
22.  $3.42 \div 1.39$  至小數點下五位止。
23. 求以 0.453 除 3.567 所得之數之二乘積，至小數四位止。
24.  $3.05127 \times 0.48051 \div 7.6407562$ ，至小數點下五位止。
25. 試就下式計算之，至小數點下六位止。

$$\frac{111130}{2111109} \div \frac{1}{19}$$

## 第三章

## 名數及四則應用

## 73. 數量, 名數。

人之隻手, 由若干之指而成, 其指之形狀大小視如相等, 又一條之繩, 隨吾人所定, 而可以等長度之爲若干之部分。

凡由等分而成, 或得而等分之者, 皆謂之數量。

數量之各等分, 或各等分之者, 皆謂之單位。

故數量者單位之集也。

以此單位視如一, 因而成一整數者, 謂之計其數量。

於其所計得之數, 附以單位之名者, 謂之名數。如手五指, 繩七尺, 之類是也。

## 74. 單位之種類。

單位有種種之類別, 述之如次:

(一) 自然單位。

數量由自然之區分而成者, 其單位謂之自然單位。

如人之一人; 馬, 牛, 羊等之一匹; 魚之一尾; 書籍之一册; 之類是也。

(二) 人爲單位。

以人所定之標準, 而區分數量, 其單位謂之人爲單位, 此單位隨地而異, 其同一之數量, 容有異名之單位, 然因交通之盛, 從一鄉一國, 漸次成爲通用之單位, 至今日殆與世界共之矣。

- I. 長度。一里，一步，一丈，一尺，一寸，一分，  
一啟羅米突(杆)，一海克脫米突(柄)；  
一特卡米突(料)，一米突(米)；  
一特西米突(粉)，一生的米突(種)；  
一密理米突(耗)。
- II. 面積。一方里，一方丈，一方尺，一方寸，一方分；  
一方杆，一方米，一方種；  
一畝，一分，一盤，一毫，一方步。  
一(類)，一安，一(類)。
- III. 體積。一立方尺，一立方寸，一立方分。  
一立方米，一立方粉，一立方種；  
一石，一斗，一升，一合，一勺；  
一類，一葉，一研，一紛，一繩。
- IV. 重量。一斤，一兩，一錢，一分，一釐，一毫。  
一毫，一壯，一克，一殼，一麪。
- V. 時間。一年，一月，一日，一小時，一分，一秒。
- VI. 價額。一圓，一角，一分，一厘。  
一鎊，一先令，一辨士，一他拉，一生司，一馬克，一盧布，  
一佛郎，一生了。

## 75. 名數之種類。

名數分二種，單名數，複名數是也。

單名數者計算一數量，以一種之單位表之，如百五十人，三百畝之類是也。

複名數者計算一數量，以二種以上之單位表之，如四年六個月，十五圓九角八分之類是也。

本編係以單名數為研究之主旨，然於複名數單位間之關係為十進法者，則以整數或小數直接化為單名數，而併行研究之。

### 76. 名數之記法，讀法。

以中國數字記單名數者，不拘整數，小數，總以單位之名，附誌於單位數字之下右方，其例如次：

七 五 六圓	八圓 九 二
--------------	--------------

以數字記單名數者，其法不一，如記整數者則於單位之右，記小數者，於單位之右或右端數字之右，各明記單位之名，又或於其上部或下部附記單位之名，本編就刷印之便，不拘整數，小數均於數字之右端記單位之名。其例如次：

351石, 25.87 圓

讀所記之單名數，整數部正讀，小數部略讀，其單位之名則於整數之次或最後讀之，但以十進法之複名數化為單名數記之者，仍須依複名數讀之，其例如次：

47.76 里讀作四十七里七六，或四十七又七六里。

43.547 石讀作四十三石五斗四升七合。

### 77. 順序數。

就同類之若干者，附以各別之名稱，而隨其名稱，即可知其位置，故



恆用一二三等數以表之，此謂之順序數。

順序數雖但云一二三等數，然如兄弟之序，行一行二行三，實附行次之性質，他如等級號數，或公共或單獨，恆於數名之上冠以第字，舉其例如次：

第一，第二，第三；一號，二號，三號；一次，二次，三次；第一章；第二條；第三款；一等獎；二級俸；中華民國五年七月十六日午前八點鐘五十分。

然則順序數爲物之名，應如何入算之處，易致誤會，不可不注意。

## 78. 四則應用。

四則應用者，選擇四則之算法，應用適當以求問題之結果也。

此四則應用之性質，(1)學者之心力，藉以磨練，(2)爲日常生活與起數的關係之基本，(3)爲其他算術部分如分數，諸等數，比例，百分法，利息算，等問題之基本。由此三者觀之，其不可不深致研究也明矣。惟此算法之選擇，無一貫之原則，不免爲學者之所困難耳，然若就下列三者研究之，其於尋常問題，大約不致十分困難矣。

- (1) 視問題中某二數之和或差，或積，或商，與問題之關係若何而考慮之，即可得解法之頭緒。
- (2) 問題中之某數，爲若干數之和或差，或積，或商，注意於此，即可得解法之頭緒。
- (3) 問題中數之關係無論如何複雜，其主要部分大概與模範問題相似，故熟練若干模範問題，亦可得解法之頭緒。

以下致範，卽以此三者爲基本而詳述之者也。

## 79. 加法應用。

就言詞之意味乃將應用加法者述之，且舉模範性質之問題以證明之。

- I. 求總數，全距離，周圍等，凡冠以總，全，周，等詞者，則以其部分加之。

(例) 矩形橫 23 尺，縱 37 尺，求周圍若干。

因矩形之對邊相等，

故  $23 \text{ 尺} + 37 \text{ 尺} + 23 \text{ 尺} + 37 \text{ 尺}$  即 120 尺。

- II. 甲以某數增加或延長，問甲之結果若何，凡如此者，則以所增之數加於甲，即得其結果。

(例) 桶內儲水五升六合，更注入二升五合，問桶內有水若干。

$56 \text{ 合} + 25 \text{ 合}$  即 81 合。

- III. 甲比乙高或深，或厚，或長，或重若干。凡如此者，以比出之若干加於乙即得甲。

(例) 下米一升銅元十八枚，上米一升高四枚，問上米一升之價若干。

$18 \text{ 枚} + 4 \text{ 枚}$  即 22 枚。

- IV. 與 II 相反，為減或縮，若此者則於減餘之結果，以所減之數加之即得原數。

- V. 與 III 相反，為低，或淺，或少，或薄，或輕，若此者則於小者之數以所低之數加之即得大者之數。

- VI. 甲量為二倍，三倍，等，乙量因之亦為二倍，三倍，凡如此者，對於二甲量之和乙量，與對於各甲量之二乙量相等。

(例) 梨3個之價1角2分, 6個之價2角4分, 問3個與6個和之價若干。

因3個之價1.2角, 6個之價2.4角。

故3個+6個即9個之價為1.2角+2.4角即3角6分。

VII. 由某順序數, 求若干增進之順序數, 則於所設之順序數加相距之數, 其結果仍為順序數。

(例) 某生於中華民國五年, 其滿六歲時為中華民國何年。

由中華民國元年至五年, 其年數為5。

故由中華民國元年至此人滿六歲時其年數為5+6即中華民國十一年。

## 問題二十六。

1. 設書籍上卷價8角, 下卷價高5分, 問此書一部之價若干。
2. 二旅人每日速度乙比甲遲半里, 而為九里, 兩人同時同地出發, 甲向東, 乙向西, 計行一日, 問二人相距若干。(反向旅行問題)
3. 甲原有金15圓, 若於乙取8圓以與甲, 則兩人所有金相等, 問乙原有金若干。(等值問題)
4. 米一石之價比麥一石之價高2圓, 而比麥二石之價則少三圓, 問米麥各一石之價若干。(盈不足問題)
5. 設兵士一隊, 其長為二十五步, 渡長七十五步之橋, 由先頭兵上橋, 至後尾兵下橋, 其進行間, 先頭, 中央及後尾之兵所成之距離各若干。(距離問題)
6. 父長於母適足三歲, 滿6年前, 母年適足35歲, 問現時兩親年

齡各若干。

(年齡問題)

7. 川流速度每小時 6.4 里，以行於止水每小時 9 里之舟，由此川順流航行，其每小時能行若干里，又有一舟由此川逆流航行，其每小時能行 3.4 里，若以此舟行於止水，問每小時能行若干里。  
(航行問題)
8. 日本國紀元之元年，在西曆紀元前 660 年，而活版術之發明，則在西曆千四百四十年，問活版術發明之年，為日本紀元後何年。  
(順序數問題)

### 80. 減法應用。

減法為加法之逆，其應用之處，即依前節可推測而知之，故但列模範性質之問題於後。

## 問題二十七。

1. 以若干資本營商業，經年後獲利 450 圓，是時共計所有為 2500 圓，問初時資本若干。
2. 甲行一小時速度為 7.6 里，乙 7.2 里，丙 6.8 里，三人同時同處出發，依同向進行，問一小時後，三人相距各若干。(同向旅行問題)
3. 甲所有金為 25 圓，以 8 圓與乙，兩人所持相等，問乙原有金若干。  
(等值問題)
4. 以柑分給童子，每給 5 個餘 16 個，每給 6 個，餘 2 個，求兒童數。
5. 以金 75 圓分給甲乙丙三人，甲得 35 圓，乙比甲少 8 圓，餘給

丙，求丙數。 (差分問題)

6. 米麥各一石價之和爲 10.5 圓，麥大豆各一石價之和爲 8.8 圓，求米大豆各一石價之差。 (相消問題)
7. 驛路汽車對旅行者隨身物逾量之取費，若照一人算，須收費 2.34 圓，照 2 人算，祇收費 1.82 圓，如是則一人可免費若干。 (相消問題)
8. 設有人生於中華民國二年，其至中華民國九年，係滿幾歲。 (順序數問題)

### 81. 乘法應用。

乘法應用，以數之關係為主，茲併其模範性質問題述之如次：

I. 乙數爲甲數之若干倍，或甲數爲乙數之若干之一，如是求乙數者，即以若干乘甲數可也。

(例) 甲日給 4 角 5 分，而僅及乙之半，問乙日給若干。

$$45 \text{ 分} \times 2, \text{ 即 } 9 \text{ 角。}$$

II. 甲量二倍，三倍，……乙量因之亦二倍，三倍，……如是則甲之第二量爲第一量之若干倍者，乙之第二量亦必隨之爲第一量之若干倍。

(例) 農夫一日耕田二畝，八日耕若干。

$$2 \text{ 畝} \times 8, \text{ 即 } 16 \text{ 畝。}$$

(注意) 此非二畝  $\times$  8 日，乃謂二畝之 8 倍也，宜注意。

III. 甲量二倍，三倍，……乙量因之爲二分之一，三分之一，……如是則甲之第二量爲第一量之若干分之一者，乙之第二量必隨之爲第一量之若干倍。

(例) 某工程以五工人經十日而成,今若令一人爲之,問須幾日,又或限一日畢工,問須幾人。

$10 \text{ 日} \times 5$ , 即 50 日。

$5 \text{ 人} \times 10$ , 即 50 人。

IV. 已知矩形之橫縱, 求面積。先依橫縱同單位求積, 乃依其單位, 標明面積之單位名。

(例) 矩形橫 8 尺縱 7 尺, 求面積。

$8 \times 7$ , 即 56 平方尺。

V. 已知直六面體之縱橫高, 求體積, 先依縱橫高同單位求體積, 乃依其單位, 標明體積之單位名。

(例) 設有箱縱 7 尺, 橫 5 尺, 高 3 尺, 求內容。

$7 \times 5 \times 3$ , 即 105 立方尺。

---

## 問題二十八

1. 甲所有金爲乙之四倍, 丙爲乙之二分之一, 而丙所有金爲 5 圓, 問甲所有金若干。
2. 圓形之周圍爲其直徑之 3.1416 倍, 今圓柱之直徑爲 2.35 尺, 匝以繩五周, 問繩長若干。
3. 每一工人日給 7 角 5 分, 凡四人 15 日應共給若干。
4. 一米突合三尺一寸二分五厘, 今有 20 米突之鐵鏈, 每一尺價一角七分, 問此鏈值若干。
5. 某工程以 8 工人日作 10 小時, 經 5 日而畢, 今若令 1 人爲之,

問需時若何。

6. 金重爲鉛之1.7倍，鉛重爲水之11.3倍，問金重爲水之若干倍。
7. 設有宅地門面8步，進深12步，每一方步價5圓，問此宅地值若干。 (面積問題)
8. 設有包裹縱3尺，橫4.5尺，高2.8尺，託轉運公司轉送，其運費每一方尺銀元3分，問應出運費若干。 (體積問題)

## 82. 除法應用。

除法爲乘法之逆，故依前節可推知除法之應用，即如(1)就乘法之法以求之者，(2)就乘法之實以求之者，又(3)并注意於殘餘。

## 問題二十九

1. 甲所有金爲乙之四倍，丙爲乙之二分之一，若甲所有金爲40圓，問丙所有金若干。
2. 大木之周五尺，求直徑至寸位(以下捨棄)止。
3. 白米3.6斗價3.25圓，問白米一石價若干。(厘位以下捨棄)又每圓合米若干。(合以下四捨五入)
4. 6人15日共給工資108圓，問1人1日給若干。
5. 1人1日需米8合，今一家5人，買進米8斗，問可供若干日。
6. 赴358里遠之地，日行12里，問最後之1日，行若干里。
7. 矩形地一邊之長25.5步，每一方步價3圓，今其總價爲9486圓，問他邊若干。
8. 軋1000塊，疊成直六面體，橫10塊，縱25塊，問高若干。

### 83. 和之利用。

如已知二數之和，則須能知其相關之一數，即可求得其一原數或二原數，蓋如下列數則，誠能研究有得，則雖三數以上之和，亦可一一求其原數也。

I. 兼知原數之一者，則於和內減之，即得他原數。

(例) 一日 24 小時，某日之晝為 13 小時，問夜間為若干小時。

$$24 \text{ 小時} - 13 \text{ 小時} = 11 \text{ 小時。}$$

II. 兼知原數之差者，則由(和+差)÷2 得大數，由(和-差)÷2 得小數。 (和差問題)

(例) 兄比弟長三歲，兩人年齡之和為 25 歲，問兩人年齡各若干。

$$\text{兄之年齡} = (25 + 3) \div 2 = 14 \text{ 歲。}$$

$$\text{弟之年齡} = (25 - 3) \div 2 = 11 \text{ 歲。}$$

$$\text{或 } 25 - 14 = 11 \text{ 歲。}$$

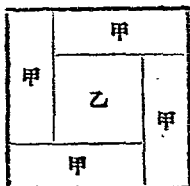
III. 兼和二數之積者，則於和之平方內減積之四倍，以其餘為平方器，求得方根，即二數之差，乃依和差問題解之。

(和積問題)

此雖為開平方之問題然差之平方器為數小者，亦得入四則應用算之。

(例) 設有矩形之宅地，門面及進深之和為 12 步，面積 32 方步，問門面及進深各若干步。





如圖，以和爲一邊，使成正方形，即四甲及乙之所集合也，甲即題之宅地，乙即以差爲一邊之正方形，其面積爲  $12^2 - 32 \times 4$ ，即 16 方步，即  $4^2$  方步。

故門面與進深之差爲 4 步。

故門面及進深爲  $(12+4) \div 2$  及  $(12-4) \div 2$  即 8 步及 4 步。

IV. 兼知一數爲他數之若干倍，即比者，（一數爲他數之幾分之一，知其逆比者理同。）則由和  $\div$  (1+比) 得一原數。

（和比問題）

（例）甲所有金爲乙之三分之一，其和爲 200 圓，問兩人所有金各若干。

因甲所有金爲乙之三分之一，

故乙所有金爲甲之三倍；

故甲所有金爲  $200 \text{ 圓} \div (1+3)$  即 50 圓。

乙所有金爲  $200 \text{ 圓} - 50 \text{ 圓}$ ，或  $50 \text{ 圓} \times 3$ ，

即 150 圓。

## 84. 差之利用。

由二數之差，求原數之一或二，列舉之如次：

I. 兼知原數中之大數者，則由大數減差得小數，兼知小數者，

則由小數加差得大數。

（例）甲乙丙三數，次第少 4，而乙數爲 12，求甲丙。

求得甲數爲  $12+4$  即 16，丙數爲  $12-4$  即 8。

- II. 兼知二數之和者，依前節 II 解之。
- III. 兼知二數之積者，依前節 III，得二數和之平方器，(積之四倍加差之平方器)求得方根，即二數之和，乃依和差問題解之。 (差積問題)

此亦為開平方之問題。

(例) 二數之差 8，其積 9，求各數。

二數和之平方器為  $9 \times 4 + 8^2$ ，即 100 即  $10^2$ ，故其方根為 10，

故各數為  $(10+8) \div 2$  及  $(10-8) \div 2$  即 9 及 1。

- IV. 兼知二數之比者(逆比理同)。

其比比一六者，由差  $\div$  (比-1) 得小數。

其比比一小者，由差  $\div$  (1-比) 得大數。 (差比問題)

(例) 父之日進為母之日進之三倍，但知其差為 6 角，又弟之日進為姊之日進之 0.7 倍，但知其差為 6 分，求各人日進若干。

母之日進為  $6 \text{ 角} \div (3-1)$  即 3 角，父之日進為  $3 \text{ 角} \times 3$  或  $6 \text{ 角} + 3 \text{ 角}$  即 9 角。

姊之日進為  $6 \text{ 分} \div (1-0.7)$  即 2 角。

弟之日進為  $2 \text{ 角} - 6 \text{ 分}$  或  $2 \text{ 角} \times 0.7$  即 1 角 4 分。

## 85. 積之利用。

由二數之積，求原數之一或二，列舉之如次，明乎此者，雖三數以上之積，亦得一一求其原數也。

- I. 兼知一原數者，以此原數除積，即得他原數。
- II. 兼知二原數之和者，依和積問題解之。

III. 兼知二原數之差者，依差積問題解之。

IV. 兼知二數之比者，則由積 $\div$ 比得一原數之平方器。

(積比問題)

此亦為開平方之應用。

(例) 矩形地進深為門面之 2.5 倍，其面積為 40 方步，問進深及門面各若干步。

門面之平方器為  $40 \div 2.5$  即 16 即  $4^2$  方步，

故門面為 4 步，

進深為 4 步  $\times 2.5$  即 10 步。

## 86. 商之利用。

由二數之商，求原數之一或二，列舉之如次：

- I. 兼知原數之一者，則由商 $\times$ 原數或原數 $\times$ 商得他原數。
- II. 兼知二原數之和者，依和比問題解之。
- III. 兼知二原數之差者，依差比問題解之。
- IV. 兼知二原數之積者，依積比問題解之。

## 87. 模範之問題及釋義。

模範性質之問題，已略舉若干於前矣，然皆淺近易解，茲就其稍複雜而有一種之工夫形式者，列舉之於下：

雖已能識問題之意義，知解法之順序，因以得其答數，若未明記述之法，則猶不足云得解法之要也；蓋記述簡明，實屬重要之事，如下列二則，即係其記述之精神者也。

(1) 由華理上而得問題中如何之點以為準據，如何計算而得

(結果)。

(2) 由記述之形式，分列幾多之準據結果，期於明顯；且特記答數於易見之處，如下列各模範問題，所以示解答之形式也。

1. 梨 18 個之價 4.5 角，而梨 6 個之價與林檎 5 個之價相等，求林檎 1 個之價。

因梨 18 個之價為 4.5 角。

故梨 1 個之價為  $4.5 \text{ 角} \div 18$  即 2 分 5 厘。

故梨 6 個之價為  $25 \text{ 厘} \times 6$  即 1 角 5 分。

而梨 6 個之價與林檎 5 個之價相等。

故林檎 5 個之價為 1 角 5 分。

故林檎 1 個之價為  $15 \text{ 分} \div 5$  即 3 分。

答 3 分。

2. 有人以鉛筆若干枝之半數又加一枝，給與長子，次以其殘數之半加二枝給與次子，如是尙餘三枝，問鉛筆總數若干。(還原問題)  
次子得長子給後殘數之半加 2 枝，而尙餘 3 枝，故若次子僅得長子給後殘數之半，則其所餘為 3 枝 + 2 枝即 5 枝。故當長子給後之殘數為 5 枝  $\times 2$  即 10 枝，而比總數之半少 1 枝，故總數之半為 10 枝 + 1 枝即 11 枝，故總數為 11 枝  $\times 2$  即 22 枝。

答 22 枝。

3. 每四十八步之間隔，植六十四根電線柱，與之同列者，植 253 株榆樹，係取等距離，而兩端與電線柱並植，問榆樹間之距離若何。 (植木問題)

64 根電線柱，柱與柱間之段數，比柱數少 1，故為  $64 - 1$  即 63。

故兩端之柱相距為  $48 \text{ 步} \times 63$  即 3024 步。榆樹 253 株，樹與樹間

之段數比樹數少 1, 故為  $253-1$  即 252, 而兩端之樹相距與電線柱兩端之相距同為 3024 步, 故榆樹間之距離, 為  $3024 \text{ 步} \div 252$  即 12 步。

答 12 步。

4. 三百里遠之地, 甲行二十五日乙行二十日而達, 今甲由一端出發, 四日後, 乙亦由其端出發而追甲, 問至若千里始追及。

(旅人問題)

甲乙赴 300 里地, 一則 25 日, 一則 20 日, 是其一日之速, 為於 300 里以 25 或 20 除之, 得商  $300 \text{ 里} \div 25$ ,  $300 \text{ 里} \div 20$ , 即 12 里及 15 里而甲先乙行四日,  $12 \text{ 里} \times 4$  即 48 里為甲多行之路, 然 1 日之程, 甲 12 里乙 15 里, 故每日乙比甲多行  $15 \text{ 里} - 12 \text{ 里}$  即 3 里, 以 3 里道 48 里, 其所需日數為  $48 \text{ 里} \div 3 \text{ 里}$  即 16 日, 而乙經此 16 日之行程, 為  $15 \text{ 里} \times 16$  即 240 里。

答 240 里。

5. 以柑若干個分給若干人, 先就三人每人給四個, 餘人各給三個, 如是則餘九個, 若先就二人每人給三個, 餘人各給五個如是則餘二個, 問柑數人數各若干。

(盈不足問題)

先 3 人人各 4 個, 餘人各 3 個, 餘 9 個, 故若均給 3 個, 則所餘為  $9 \text{ 個} + (4 \text{ 個} - 3 \text{ 個}) \times 3$  即 12 個。

次 2 人人各 3 個, 餘人各 5 個, 餘 2 個, 故若均給 5 個則  $(5 \text{ 個} - 3 \text{ 個}) \times 2 - 2 \text{ 個}$  為不足 2 個。

即平等給 3 個, 餘 12 個, 平等給 5 個, 不足 2 個。

即 1 人有 5 個 - 3 個即 2 個之差, 總盈有  $12 \text{ 個} + 2 \text{ 個}$  即 14 個之差, 故所求之人數, 為  $14 \text{ 個} \div 2 \text{ 個}$  即 7 人, 而所求之柑數, 依平等給 3 個餘 12 個, 則為  $3 \text{ 個} \times 7 + 12 \text{ 個}$  即 33 個。

答 7 人, 柑 33 個。

6. 甲缸儲水九石六斗, 乙缸儲水一石二斗, 若由甲缸漏入乙缸每小時六斗, 問何時間乙缸之水爲甲缸之水三倍。(總和不變問題)
- 兩缸水之總和爲 96 斗 + 12 斗即 108 斗, 由甲漏乙, 而乙缸之水量至爲甲缸之 3 倍, 其兩缸水量之和仍爲 108 斗, 而此總量爲甲貯水之 3 倍 + 1 倍即 4 倍, 故甲貯水爲  $108 \text{ 斗} \div 4$  即 27 斗, 甲由 96 斗減 27 斗, 則 96 斗 - 27 斗爲漏出 69 斗, 然甲 1 小時漏出 6 斗, 故漏出 69 斗所需之時間, 爲  $69 \text{ 斗} \div 6 \text{ 斗}$  即 11.5 小時。

答 11.5 小時。

7. 龜鶴共百頭, 其足數共三百五十, 求龜鶴各幾何。(龜鶴問題)
- 龜鶴頭數之和爲 100, 設鶴悉爲龜, 100 頭龜之足數爲  $4 \times 100$  即 400。
- 今實際之足數爲 350, 知混鶴於龜致增多  $400 - 350$  即 50, 然以鶴爲龜, 其足數增 2, 故所增足數 50 者乃於  $50 \div 2$  即 25 鶴爲鶴也, 故鶴數爲 25, 龜數爲  $100 - 25$  即 75。

答 鶴 25, 龜 75。

8. 父年四十一歲, 長男十二歲, 次男九歲, 三男六歲, 問何年父之年齡與兄弟三人之年齡和相等。(年齡問題)
- 本年父 41 歲, 三子之年齡和爲 12 歲 + 9 歲 + 6 歲即 27 歲。
- 故父子年齡之差爲 41 歲 - 27 歲即 14 歲, 經 1 年後, 父加 1 歲 3 子合加 3 歲, 故每經 1 年, 父子年齡之差, 當減 (3 歲 - 1 歲) 2 歲, 故由 14 歲  $\div 2$  歲得 7, 即自本年後經 7 年, 父之年齡與三子之年齡和相等。

答 7 年。

9. 設甲乙丙三人, 甲乙合計所有金爲 8 圓 9 角 4 分, 乙丙合計 7

圖3角4分，丙甲合計9圖7角6分，問各人所有金各若干。

(所有金問題)

甲乙所有金之和爲894分，

乙丙所有金之和爲734分，

丙甲所有金之和爲976分，

甲乙丙所有金之和爲(894分+734分+976分)÷2即1302分，  
由三人所有金之和減乙丙所有金之和，餘即爲甲之所有金，故甲爲  
1302分-734分得568分，依同理，

乙爲1302分-976分(或894分-568分)即326分。

丙爲1302分-894分(或976分-568分)即408分。

答甲5圖6角8分，乙3圖2角6分，丙4圖8分。

10. 米上白4升，中白2升，合價1圖1角6分，上白6升，中白1升，合價1圖3角8分，問此上中二種白米每升之價若干。

(米價問題)

上4升，中2升價之和爲116分，上6升，中1升價之和爲138分。

由上4升，中2升價之和116分及上6升×2即12升中1升×2即2升價之和138分×2即276分，得上12升-4升即8升之價爲276分-116分即160分，故上1升之價爲160分÷8即20分即2角，因之上6升之價爲20分×6即120分。且由上6升中1升價之和138分，而得中一升之價爲138分-120分即18分。

答上2角，中1角8分。

11. 蝸牛上一丈二尺之柱，晝上五尺，夜退三尺，問最後之晝間上若干。

(蝸牛問題)

因晝上5尺，夜退3尺。

故最後之晝間所上者必比前夜所退之 3 尺長，而不長於 5 尺。

又柱之全長為 12 尺，故幾晝夜之所上至最後之一晝前，所餘者，必比 12 尺 - 8 尺為少而不少於 12 尺 - 5 尺，即比 9 尺少，而不少於 7 尺，然一晝夜上 5 尺，退 3 尺，實際所上不過 5 尺 - 3 尺即 2 尺，故最後之一晝前所經晝夜之數，必比 9 尺 ÷ 2 尺即 4.5 尺小，而不小於 7 尺 ÷ 2 尺即 3.5 尺，而晝夜之數為整數，因其不小於 3.5 而比 4.5 小，故為 4 即 4 晝夜，此 4 晝夜所上為 2 尺 × 4 即 8 尺。

故最後之晝間所上者，為 12 尺 - 8 尺即 4 尺。

答 4 尺。

### 88. 解法之間接注意。

既於第 78 節略述四則應用之解法舉其所宜研究者三則，皆係屬於數的關係，而為直接之注意，茲乃就其屬於外形者致其研究，故謂之間接注意。

- (1) 將問題往復誦說，以期了解問題之意義，得解法之頭緒，而題意及數量有誤解者，亦可因此以覺悟之。
- (2) 作略圖，就數之大小，以線之長短表明之，此無論道里航路，即年齡，時間亦可以直線或圓弧，表示題意，因以得解法之理路。
- (3) 問題中之數，以 2, 3, 4 等簡單易明之數，換置之，此無論大數，小數，諸等數，分數，因其複雜而易以簡單易明者，俾無阻礙其思慮，因以得解法之理路。
- (4) 答數與問題中一切數之關係適合與否宜細檢之。此為人之所不經意，故其解法之當否須待人而決，甚或逆測答數以探取解法，此為惡習，必當戒除，而以獨立思慮之精神運化之，斯



可矣。

- (5) 通覽書籍，蓋復習者學問之關鍵，以適當之書籍通覽之，為熟練算術問題解法之一大要素，故雖不能熟讀全書，而但記其要義若何，亦足為隅反之助，此通覽書籍之收效大也。
- (6) 數之關係相似之問題並研究之，研究一問題，變其題中之某數如變和為差，變差為和，變積為商，變商為積，此於其所研究之問題，大可助其發明者也。
- (7) 詳求種種之解法，一問題非一解法所能限，故研究一問題者不當以一種之解法為滿足，必詳求其他之解法，即使苦索無效，而經此腦力之鍛鍊，自起非常之效力。

### 問題三十。

1. 甲乙二組，由乙組移 50 人於甲組，則甲組之人數為乙組人數之 3 倍，若由甲組移 50 人於乙組，則兩組之人數相等，求各組人數。

又此第二關係若為由甲組移 170 人於乙組，則乙組之人數為甲組人數之四倍。

2. 甲乙丙三組工人合計 162 人，每日工資總計 58 圓 5 分，而甲每工 4 角 5 分，乙每工 4 角，丙每工 3 角，其人數乙為甲之 2 倍，求各組人數。

又此人數若丙為甲之 3 倍，則若何。

3. 甲乙二工人，其日給甲比乙多 1 角，陽曆六月乙一日與十五日休息，甲此外又五日開臨時休息，故是月所得，乙比甲多 8 角 5 分，問甲乙日給各若干。

4. 槽容積 96 石, 由甲管注水歷 12 小時而滿, 由乙管注水歷 8 小時而滿, 又槽底漏水管漏 48 小時而盡, 問開此漏管而令甲乙二管同時注入, 歷幾時而滿。

又若限 12 小時注滿, 問乙管須注若干時。

5. 鵝鷓合計 99 頭, 其足數之差為 24, 求各頭數。

又頭數之和為 98, 足差 22, 則若何。

6. 鵝鷓頭數之差為 30, 足數之和為 270, 求各頭數。

又頭數之差 31, 足數之和 272, 若何。

7. 鵝鷓頭數之差 30, 足數之差 10, 求各頭數。

又足數之差若為 150, 若何。

8. 一萬二千噸之戰鬪艦, 八千噸之巡洋艦, 合造十艘, 總費九千七百六十萬圓, 但知每噸造費戰鬪艦一千圓, 巡洋艦八百圓求各艦艘數。

9. 清水一立方糧之重, 為一克, 而五十克為四錢, 問清水一升之重幾何, 但一升為方四寸九分深二寸七分之立體, 而百糧為三尺三寸。

10. 甲乙丙三人所持金合計一百圓, 甲為乙之二倍, 乙所有比丙多二十圓, 問三人所持金各幾何。

若乙比甲之二倍少二圓, 丙比乙之半數多一圓則若何。

11. 甲所有十圓紙幣之張數, 與乙所有一圓紙幣之張數相等, 甲所有一圓紙幣之張數與乙所有十圓紙幣之張數相等, 但甲所有金比乙所有金多 45 圓, 十圓紙幣一圓紙幣張數之和為 11, 問二人各有金若干。

又若改但甲以下為甲乙所有金之和為 131 圓, 甲所有十圓紙幣比乙所有十圓紙幣多 5 張, 則若何。

12. 甲軍艦所載巨砲之口徑為三十二糧 (Centimetre)。乙軍艦所

載巨砲之口徑爲十二吋(Inch)。試以尺度比較何砲之口徑爲大，但一種爲三分三厘，一吋爲二厘五四。

13. 甲乙二舟每小時靜水之速，甲23里，乙13里，今於相距180里之水程，甲逆流而上，乙同時順流而下，於途中相遇後7小時，甲始抵乙之所出發之處，問水流之速若何。

14. 有輪船往復於甲乙兩地之間，其速力逆流一小時六十里，順流九十里，往復費五小時，問兩地距離若何。

又若改往復句爲往復所需時間之差爲一小時，則若何。

15. 沿鐵道甲乙二停車場，甲石炭之價一噸七圓五角，乙六圓三角，其運費每噸每里二分五厘，今於甲乙中間丙停車場買進石炭，計比買自甲或買自乙，並無損益。問由丙至甲及乙之距離各幾何。但甲乙之距離爲百里。

16. 五角銀幣與五圓金幣合計九十二個，合金百圓，問金銀幣各若干。

17. 鸚鵡足數之和爲270，若其頭數鸚鵡互易，則足數之和爲330，求各頭數。

又若改足數之和270爲龜之足數多10，又改足數之和330爲龜之足數多190則若何。

18. 父年四十九歲，長子二十五歲，次子二十歲，三子十六歲，問幾年前父年等於三子年齡之和。

19. 兄7年前之年齡等於弟2年後之年齡，又兄3年後之年齡與弟5年前年齡之和爲33，問二人現年各幾何。

又兄3年後之年齡爲弟3年前之四倍則若何。

20. 兩地相距120步，甲乙二人相向同時出發，歷4分時相遇，若

各人每分之速加 5 步，則其相遇之處比前差 3 步，問各人每分之速若何。

又若每分之速減 5 步，則其相遇之處比前差 6 步，則若何。

21. 聲音一秒時之速為 330 分，今敵砲自見烟起歷 8 秒時始聞聲，更 3 秒而砲彈始到，問彈丸一秒時之速若何。

22. 兵士對於相距七百二十步之的發砲，發後 7 秒始聞彈丸中之之音，而兵士與的之中央有審判官者，則自聞發音後三秒始聞彈丸中之之音，問審判官須距的幾何，俾發砲中之之音，同時得聞。

又若改發後 7 秒為由的向發砲者 450 步之處有兵士者，聞發音後 4 秒始聞中之之音，則若何。

又若改發後 7 秒為於的與發砲者之直線上與發砲者成反對之側若干步處有人，聞中之之音後 1 秒始聞發砲之音，則若何。

23. 金 500 圓分給甲乙丙三人，甲乙所得之比為 6 與 5 而甲於所得之中用去 100 圓，乙亦用去 60 圓，如是則甲乙餘金之和與丙之所得相等，問三人所得各若干。

24. 兄 25 歲，弟 5 歲，父準與二人之年齡相應給金若干圓。又於兄年等於弟年 3 倍後 10 年，準與二人之年齡相應給金若干圓，計二次兄共得 160 圓，弟共得 50 圓，問每次各得金若干。

又二次所給金額第一次 120 圓，第二次 90 圓，則若何。

又二次所給金額，兄第一次所得比第二次多 40 圓，弟第二次所得比第一次多 10 圓，則若何。

又二次所給金額第一次兄比弟多 80 圓，第二次兄比弟多 30 圓則若何。

25. 甲乙二人由同地同向作旅行，甲於乙出發後 5 日而始出發，乙每日行程相同，甲第一日行 16 里，嗣後每日增 12 里，計自甲出發 10

日始遇乙，問乙每日行程若何。

### 問題 三十一。

1. 東倉米 459 石，西倉米 237 石，若東倉每日取出 9 石，西倉每日取出 15 石，問幾日後東倉石數等於西倉石數之 3 倍。

2. 一噸為 2240 磅，一磅等於 12 兩，今有六噸重之巨砲，問等於體重十四貫，(一貫百兩)之鐵條若干條。

3. 某人每日作工得資 6 角 5 分，若加夜業則增資 1 角 5 分，今此人作工 55 日得資 41 圓 9 角，問夜業若干次。

4. 某事以 48 人工作經 28 日而成，若最初以 48 人工作 6 日，以後增 7 人工作 8 日，問餘業依原限 28 日告成，須減若干人。

又若改增 7 人為減 7 人，此時應增若干人。

5. 以金 1500 圓買進米若干石，每一圓賺 5 合，共得利益 100 圓，問買進時每一圓合米若干。

又若改 100 圓為其利益等於買進時 8 石之價，則若何。

6. 米五石之價，比麥五石之價高十一圓，米三石與麥二石之和，其價三十七圓六角，問米麥每石價各若干。

又若改米三石云云為米三石比麥四石高四角，則若何。

7. 父年五十四，母四十，長男十五歲，次男十三歲，三男十一歲，四男九歲，五男七歲，問幾年後父母年齡之和等於子年齡之和。

8. 甲乙二人所持金，甲為乙之 5 倍，然若由甲給乙 20 圓，則乙為甲之 5 倍，問二人所持金各若干。

又若改然若云云爲甲加 10 圓乙加 15 圓，則甲比乙之二倍少 5 圓，則若何。

9. 米一石八斗之價等於麥二石七斗之價，今以此價買米麥兩種須等分，問其量各若何。

10. 某河之長，比甲乙兩地之距離多 97.5 里，行於甲乙兩地間依每小時 5 里之速，往復二次所需之時間，比每小時 2.5 里之速行於全河所需之時間多 89 小時，求此河之長及兩地之距離。

11. 新聞紙廣告登 350 字，占五號活字縱 22 橫 20 之面積，問酌用二號活字若干，俾可不留餘白，但二號活字，大於五號活字四倍。

12. 周圍 660 步正方形地面，於其周圍闢一步闊之道路，且於其中央闢一步闊之十字道路，問餘積若干。

13. 某數以 15 乘之，以 21 除之，加 135，得 155，問此數若干。

14. 甲乙兩日本汽船其船資甲 6 圓，乙 4 圓 8 角，行李則甲 25 貫（一貫百兩）免費，其餘每貫 3 角，乙 10 貫免費，其餘每貫 2 角，試就行李多少，以定甲乙何船乘之爲有利益。

15. 以五千七百圓分給甲乙丙三人，甲得乙之五倍，乙得丙之三倍，問三人各得若干。

又甲乙同用去若干，其餘額甲爲乙之七倍，乙丙同用去若干，其餘額乙爲丙之七倍，問各用去若干。

16. 由甲船埠下流 3 里有乙船埠，船之速率每小時上三里，五里，船資每人每里上三分二分，今乙船載 12 人，由乙埠上行，經二小時後；甲船載 15 人下行，至途中相遇，兩船交接乘客，各回原處，問兩船之貼價若何。

17. 二人年齡之和爲七十三歲，九年前年齡之比爲三與二，問二人

現年各若干。

18. 大小二數，大之三倍與小之二倍之和為三十一，大之四倍與小之五倍之和為五十三，求各數。

又若改大之四倍云云為大之五倍等於小之七倍，則若何。

19. 二輪車前輪之周圍為九尺五寸。後輪之周圍為六尺六寸八分，以此二輪車依某距離往復，其後輪比前輪多轉九百六十六次，求後輪旋轉之次數及往復距離。

20. 輪船由甲地行至乙地，若其速為每小時 21 里，則比豫定時刻遲到 3 小時，若增其速為每小時 35 里，則比豫定之時刻早 1 小時到。問依豫定之時刻到者其速若何。

21. 容積一升三合及九合之兩瓢，持以買上下酒兩種，若上酒多買則共價六角一分五厘，又若下酒多買則共價五角九分五厘，問各一合之價若干。

22. 甲乙二工人日給相等，甲工作六十五日得米五石金十四圓八角五分，乙工作一百五十五日得米五石金十一圓二角五分，求米每石之價及日給各若干。

23. 罽水於池，雇工八人，四小時而畢，雇工十人三小時而畢，若限二小時畢工者，問應雇若干人，但池水漏出之速度，始終一定。

又若改二小時云云為雇工 6 人，則需幾小時而畢。

24. 海水 60 立方呎，蒸發若干，以海水補之，得每立方呎 67 磅之鹹水，問蒸發水量若干。但海水一立方呎之重為 64 磅，清水一立方呎之重為 69.5 磅。

25. 甲由東村向相距三里半之西村出發，行半里後，乙以甲遺忘之物，依每小時二里之速度，追甲，追及付物，即返東村，計其到東村之

時即甲到西村之時，問甲每小時之速度若何。

## 問 題 三 十 二

1. 以厚一寸之板，作長四尺五寸闊三尺深二尺八寸之水瓶，問其容量爲幾石幾斗幾升幾合，但一升之容量爲 31.6 立方寸。

2. 甲乙二旅人，每日行程，甲 9 里，乙 12 里，今甲出發後 7 日，乙由同處出發，取同道追甲，然乙出發後 3 日增速 2 里，甲減速 1 里，問乙追及甲在乙出發後幾日。

3. 敵陣距我陣 5000 米敵砲兵始退却時，我騎兵追擊之，敵砲兵每一分時行 100 米，我騎兵每一分時行 400 米，如是 5 分時後敵兵折回彼我接近至相距 1000 米，敵兵始開砲，問敵兵自始退却時至開砲係歷若干分時。

4. 金 1800 圓買米若干石，先以其半，按一圓賺 5 合賣得 1000 圓，餘以 40 石按一圓隨市價若干賣出，所得利益，等於 8 石之賣價，末後盡其所餘，按一圓比前市價增 1 升 5 合賣出，問共得利若干。

5. 甲乙丙三人分金 133 圓，甲比乙多 5 圓，乙比丙多 7 圓，問各得若干。

又若改爲乙之三倍比甲之 2 倍多 35 圓，丙之 4 倍比乙之 2 倍多 62 圓，則若何。

6. 某鐵道行李每人若干斤免費，今有旅客二人計行李二件，共重 360 斤，其費一人 2 圓，一人 2 圓 8 角，若二件歸併一人，則須出費 6 圓，問行李免費者若干斤。



7. 以小麥若干石，換每石 2 圓 8 角之大麥，其石數增五，若換每石 4 圓之米，其石數減七，求小麥之石數及每石價若干。
8. 三人乘自轉車，每小時之速，甲 8 哩，乙 9 哩，丙 10 哩，甲乙由東市，丙由西市，相向同時出發，丙自過乙後 10 分時始遇甲，求兩市之距離。
9. 五分幣及一分幣合價一圓，其重 82.62 錢，但每枚之重，五分者 1.24 錢一分者 1.9 錢，問二種貨幣各若干枚。
10. 甲酒二斤乙酒三斤之價為三圓六角，甲酒三斤乙酒四升之價五圓七分，今取以混合使成每升七角七分酒三斗八升，問各需若干。
11. 汽車每人車價每里下等五分，上等一角，又行李每人下等二十斤，上等六十斤免費，逾此每十斤每里收費二分，如是則有乘下等不如乘上等之計較，問此計較由於行李重量若干。
12. 某工程每日男工百五十八女工七十五人，限百二十日告竣，若工作九十日，僅竣全工三分之一，餘工俟原日數自九十一日起應增男女工各若干人。
13. 水一立方呎之重，為 1 克，問水一立方尺之重，為幾兩幾錢，但一米為 33 尺，1 錢為 375 克。
14. 試就三百六十五平方米之面積，以日本坪數表之，但坪為 36 方尺，坪以下取小數二位。
15. 兵卒依正方形集合，取其 8 列，以置於餘列，每列適增 12 人，問兵數若干。
16. 以一小隊列成方陣，以七小隊編成一中隊，列為中空之方陣，厚四人，而自外觀之，此大方陣，為一小隊方陣之十六倍，求一小隊人數。

17. 某中學校之二年生比一年生少二十人，比三年生多三十人，又四年生比三年生少二十人，比五年生多十五人，而五年生爲生徒總數十分之一，問各學年生徒若干。

18. 甲乙二艇，由甲駛，接乙駛，至乙駛接甲駛，歷時 30 秒，若甲艇之速，每 60 秒增 12 步，則可短縮十秒，甲乙二艇之長相等問其長幾何。

19. 以輔幣五角二角一角各種改造之，五角者減原重 3.5942 錢爲 2.7 錢，二角者減原重 1.4377 錢爲 1.08 錢，若一角則其重不減，但改其式樣，如是則各幣全數約可得一千萬圓之增額，問原有五角及二角之金額約幾何。

20. 一升等於 1.8039 呎。1 呎等於 0.22010 加倫，問一加倫等於幾升，但由最初之數字起至五位，以下四捨五入。

21. 兔爲獵犬所追，兔僅以自己之步比犬先 25 步，而犬追 30 步後，兔比犬先 10 步，問犬更幾步乃追及兔。

22. 運玻璃箱 100 個，運費每個 3 分，但破損 1 個償 9 分，今除償淨得 240 分，問破損幾個。

又或反償 96 分則若何。

23. 算術書 16 冊，國語讀本 12 冊地理書 8 冊，共價 1760 分，各一冊之價共 146 分，而地理書一冊之價比國語讀本一冊之價高 30 分，問各一冊之價若干。

24. 甲面積 2016 方鏈每鏈六尺，乙面積 864 方鏈，其地面皆爲水平，甲地面比地面高八尺，今由甲地掘土壤高乙地，令甲乙兩地成同高之水平地面，問甲地須掘去若干尺，但甲乙各側面均係與地面成垂直。

25. 以 500 圓兌進 10 圓英金幣及 8 圓法金幣共 54 個，問各若干。  
又改 54 個為兩種金幣之差為 14 個則若何。

### 問題 三十三

1. 甲乙二人同時由 A 地向 B 地出發，甲於中途折回等於乙行三日之距離，乃再向 B 地進行，比乙先一日到，但甲之速每日十四里，其由 A 至 B 綜計 21 日，求 A, B 兩地之距離及乙每日之速。

2. 米商以每圓 6 升買入，以每圓 5 升 5 合賣出，得 18 圓 5 角之利益，求買賣米數。

又改每圓 5 升 5 合云云為因為貧民補助會助入 500 圓，遂以每元 7 升 5 合賣出，問買米數若干，但此買賣所需諸費由發起者負擔。

3. 甲乙二人由同處出發，以每分 36 步之速，行經 8 分時，甲因有遺物以每分 432 步之速折回，又逗留其間 2 分時，乃追乙，歷 15 分時追及，問甲速幾何。

4. 某人日工 95 分，夜增 25 分，凡 40 日，得資 41 圓 5 角，問夜業之數若干。

又若改 40 日云云為若罷畫業，每次罰誤工金 40 分，今 40 日間得資 42 圓 5 分，但夜業數比晝數少 11 日。

5. 甲米每袋 3 斗 5 升，乙米每袋 4 斗，若以甲袋數減 4 作為乙袋，則比甲總袋數米少 2 斗 5 升，問袋數及米數各若干。

6. 以汽車追越自轉車，但知汽車對於 1300 步之墜道，經 5 時全行通過，而自轉車之速 230 步，今歷 2 分時間追越，問汽車長及每分

之速各若干。

7. 甲乙二人各持若干圓買羊，甲 41 圓餘 6 圓，乙 33 圓不足 2 圓，而二人所持金合計 300 圓，求各數。

8. 某牧場牛馬羊合計 80 頭，馬比牛之 2 倍少 5 頭，羊比馬多 10 頭，求各數。

9. 以步兵一聯隊，列爲方陣，每邊若干人，餘 24 人每邊增 2 人，則不足 118 人，問此聯隊兵數幾何。

又若改增 2 人云云爲若增兵 165 人，作九列之中空方陣，其中空之方陣，適等於前之方陣。

10. 米 8 斗及麥 3 斗共價 14 圓，又米 4 斗麥 9 斗共價 13 圓，問米麥各 1 斗之價若干。

又若改共價 13 圓爲其價之差 1 圓 4 角則若何。

11. 設有二位之數，數字之和爲 11，其與轉位數差之 3 倍，比本數與轉位數又與轉位數之差凡三者之和少 31，問其數若干。

又改 11 爲數字之差爲 5 則若何。

12. 以若干金分給男 12 人女 20 人小孩 30 人，男總體之受取，等於小孩總體之受取，女一人之受取，比男一人小孩一人所受取之和多 10 分，而女總體之受取爲 72 圓，問男一人及小孩一人所受取各幾何。

13. 日人英人同由甲地向乙地旅行，每步英人二尺三寸，日人一尺八寸，但日人步度速，計到時比英人多跨八百四十步，問甲乙兩地之距離若何。

14. 於七小時內以自轉車往返某地，往路每小時二里徐行，返路每小時五里急行，問某地距離若干。

15. 米若干袋以若干人運之，若增四人則各人所運之袋數減一袋，

若減三人則各人所運之袋數增一袋，問袋數及人數各幾何。

16. 某寄宿舍米倉儲舍員 30 日之食米適滿，時適倉米出盡令馬車及牛車同往運米入倉，問連日食運滿此倉須若干日，但以馬車運滿此倉者需 6 日，牛車 5 日。

17. 陶器 50 件命人運送，每件運費 6 分，若有破損，非惟不給費，反須照運費 3 倍賠償，最後結算僅給 60 分，問破損之數若何。

18. 甲乙二罇器，甲罇 620 罇，乙罇 540 罇，今因疾害，甲乙同去死罇若干，計其所餘，甲為乙之 3 倍，問甲乙二罇存罇各幾何。

又或因疾害，計死罇甲為乙之 5 倍，所存甲乙兩罇之數相等則若何。

又或因疾害，計死罇甲為乙之 2 倍，所存乙罇為甲之 3 倍，則若何。

19. 男子一工日給 50 分，女子一工日給 30 分，男女合 15 人，若干日合計工資 28 圓 50 分，而男子全體之工資比女子全體之工資多 1 圓 50 分，問男女各幾人。

20. 二子各駕一舟循某島之周圍，每小時之速之和為 75 哩，今兩人同時由同處出依同方向經 20 小時相會，若改反對之方向，則經 96 小時相會，問島之周圍及各人之速各若何。

21. 甲驛向丁驛第一列車以平均每分 0.5 哩之速發車，同時由丁驛向甲驛第二列車以平均每分 0.45 哩之速發車，途中有乙丙二驛各驛間之距離，甲乙 12 哩，乙丙 9 哩，丙丁亦 9 哩，而兩列車至何驛守候，發時最少，試明其為何車何驛何時間。

22. 由甲地至乙地為一里半，由甲地向乙地每五分時發一馬車，每小時為二里半之速，今若於其間雜一人，亦如馬車例由甲地出發，每小時為一里之速，問此人在途中被幾輛馬車所道越。

又改今若云云為若此人到乙地，即由乙地以每小時一里之速，折回

甲地，問途中與幾輛馬車相遇。

23. 甲乙二人由丙家同時出發，同時至丁家，甲徒步，每分 50 步，乙騎馬每分 90 步，然乙上馬下馬，各要 5 分時，又每進行 10 分時後，必於馬上休息 5 分，問丙丁兩家之距離若何。

24. 甲徒步不休，每一分時間行 40 步，乙騎馬，每一分時間行 90 步，且每行 10 分必休息 5 分，今甲乙兩人由 A 至 B，乙比甲遲 8 分行，先 8 分到，問 A B 之距離若何。

25. 甲乙同時由 A 地出發，以同速向 B 地進行，甲行五分休息二分，乙行二百十步休息三分。今甲自出發後歷五十分時到 B 地，乙比甲遲十分到，而兩人最後休息之處，計其相距為七十步，問兩人之速及 A B 之距離各若何。

### 問 題 三 十 四。

以下諸題，不詳敘解法及答數者，意在引起讀者之研究，以期養成自信之力云爾。

1. 牧場牛五十八頭，其草七日食盡，若放牛五十頭，其草九日食盡，今此牧場之草六日食盡，問放牛若干頭，但草生長之力相等。

2. 由 A 處順流發舟同時投木片流出，又由 B 處向 A 逆流發舟，兩舟靜水之速相等，其木片每一小時比順流之舟遲 12 里，而其與逆流之舟相遇，則比順流之舟遲一小時，問 A B 之距離若何。

3. 甲乙丙三桶各有酒若干，先於甲桶依乙丙二桶之數汲出之，次於乙桶依汲後之甲桶及原丙桶之數汲出之，最後於丙桶依汲後之甲

乙二桶之數汲出之，如是則三桶所餘皆為十二斤，問各桶原有若干。

4. 汽車行李一等百斤，二等六十斤，三等三十斤免費，逾限則自五十哩以上百哩以下每一斤運費 2 分，今 89 哩之地，100 斤行李，其車資一等二圓四角，二等一圓八角，三等一圓二角，問乘何等為有利益。

5. 學校生徒配寢宿舍，每一室十二人，餘三十四人，每一室十四人，餘四室，求人數及室數各幾何。

6. 甲乙二船，甲由下流，乙由上流同時相向而行，各舟之速力，甲每分時 45 步，乙每分時 51 步，今經 9 分時於中流相距 243 步之下流甲乙相遇，問水流每分時之速若何。

7. 職工日給 2 圓，日曠日全休無給，土曜日半休給半額，問此職工於二月份之月給若何。

8. 籠中林檎之數為柿數之二倍，今每次取柿三個林檎四個，經若干次之後，柿全盡，林檎餘十六個，問籠中原有之數各若干。

9. 由今 12 年前，父年為子年 7 倍，又由今 13 年後，父年為子年之 2 倍，問父年子現年各若干。

10. 窗腔之闊九尺，窗格條之闊一寸，格條間明處之闊二寸五分，依此製成格條若干，內有一條折裂，如式另製一條駢附之，問格條間明處共計若何。

11. 陽曆一年 365.24225 日，四百年間置 97 閏，問經幾回 400 年，其誤差積成一日。

12. 東西之路與南北之路交叉，甲由東乙由南行進，乙至交叉處甲尚在交叉之東 288 步，其後 3 小時甲乙距交叉處相等，又其後 3 小時，兩人距交叉處，又相等，問二人每小時之速若何。

---

13. 甲乙二旅人每分時甲四十二步，乙三十五步，然甲每行百步休二分時，乙每行二百三十步休三分時，今兩人同時由同處出發，計其地為六百三十步，問到時時刻之差幾何。

14. 電報每十字以內二角，每加十字以內增一角，而至急報須作三倍計算，并須加至急二字，今有四十九字之電報，問依至急報及通常報計算各需費幾何。

15. 正三角形之一邊為 100 步，甲乙二人同時由一頂點出發，依同方向進行，甲每分五十步，乙每分四十六步，而二人每至三角形之頂點，必休息一分時，問自出發後幾分時兩人仍歸一處。

---



## 解法指針

## 第一章 整數及整數四則

本章中之問題，依一定之形式，即可得其答案，可無解法之煩，而人對於答數之正確與否，雖在勞作之中，亦當嚴密注意，并藉檢算法等之助力，以自致其解決，故除特別問題外，非惟不詳解法，並略答數，以絕研究者之依賴心。

## 問題一。

依一之所集計算可也。

## 問題五。

15 第一，第二星標處之數字，係從和內各數，所餘即星標處之數字。

第三以 \*937\* 與 19305 視如無星標令相加，得 28675，以與 3\*\*\*7 對照，其兩端係 7-5, 3-2 為減數星標處數字，中間 867 為被減數星標處數字。

第四與第三同。

## 問題六.

19. 第一, 先定被乘數之第一位, 因 7 所乘之積末位為 6 者, 其一位數必為 8, 由是  $7 \times 8, 60 \times 7$  其積之第二位必為 7, 依此以推定各星標之數字可也。

第二, 9 乘而末位得 7, 其一位數必為 3, 故被乘數之第一位為 3, 又 3 乘而末位得 1, 其一位數必為 7, 故乘數之第一位為 7, 乃由積二位 33 乘數首位 9, 知被乘數首位必為 3, 依此以定被乘數之第三位第二位可也。

第三, 由第一部分積首位 26, 被乘數首位 53, 知乘數之第一位必為 5, 乃作第一第二第四部分積, 取其和 10944280, 由  $*41710**$  內減之得第三部分積 32268, 依此可得其解答。

## 問題七.

25. 第一, 此即被乘數為  $*98*$ , 乘數為 7, 積為  $3*5*6$ , 故依問題六 (19) 解之可也。

$$\begin{array}{r} \text{第二,} \quad 4** \\ \quad \quad 8* \\ \hline \quad \quad 36** \\ \quad \quad *7* \\ \hline \quad \quad *** \end{array}$$

由第一部分積首位 36, 被乘數之首位 40, 知乘數之第一位為 9, 8 皆可。

姑先定為 9, 則被乘數之末二位必比 11 小, 而第二部分積末二位為  $7*$ , 乘數之首位為 3, 則被乘數之末二位又必比 23 大比 27 小, 且必比 56 大比 60 小, 比 89 大比 94 小, 兩方面條件不相容, 故乘數之一位必不為 9, 次定為 8, 則被乘數之末二位必為 50 以上 63 以下, 且

---

依第二部分積，則在 57, 58, 59 之內，依此驗其適否，以爲決定。

---

## 問題十二

此諸題中含除法者，其除法之計算，須在結束，已於四則順序中詳述之矣。

又除法之計算，不能整除者，本章但求商及殘，若入第二章則商必推及小數位，又或應用分數者，其適當以適宜之分數表之。

---

## 第二章

## 小數及小數四則

本章中之問題與前章問題性質同，故解法及答數皆從略。

## 問題二十一。

7. 本題雖為分數問題，然亦可作為小數除法乘法加法參錯並用，故無須用通分母之方法也，被加數不滿十者，求至小數第四位，可也。

$$\frac{1}{3} = 0.3333\cdots$$

$$\frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{3} \div 3 = 0.1111\cdots$$

$$\frac{1}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3 \times 3} \div 3 = 0.0370\cdots \text{餘類推}$$

8. 與前題相類。

### 第三章

#### 名數及四則應用

#### 問題二十六.

本集中之問題，雖爲加法之計算，亦得利用他法，故雖依他法解答，可也。

8. (解 1). 由乙取 8 圓與甲，是甲所有金爲 15 圓 + 8 圓即 23 圓，故乙原有金爲 23 圓 + 8 圓即 31 圓，

(解 2). 乙比甲多金 8 圓  $\times 2$  即 16 圓，故乙原有金爲 15 圓 + 16 圓即 31 圓。

7. 航力與水流之速力正相加者，雖不有順行之航力。於算術仍以加進爲正也，航力與水流之速力正相減者，雖不有逆溯之航力，於算術仍以減退爲正也。

#### 問題二十七.

本集中之問題，雖爲減法之計算，亦得利用他法，故雖依他法解答，可也。

#### 問題二十八.

本集中之問題，雖爲乘法之計算，亦得利用他法，故雖依他法解答，可也。

## 問題二十九.

本集中之問題，雖為除法之計算，亦得利用他法，故雖依他法解答，可也。

## 問題三十.

1. 由甲組移 50 人於乙組，兩組之人數相等，是甲組之人數比乙組多 50 人  $\times 2$  即 100 人，又由乙組移 50 人於甲組，則甲組之人數比乙組多 100 人  $+ 50$  人  $\times 2$  即 200 人，是時甲組為乙組之 3 倍，故此 200 人為乙組之 3 倍  $- 1$  倍即 2 倍，故是時乙組之人數為 200 人  $\div 2$  即 100 人，故乙原組之人數為 100 人  $+ 50$  人即 150 人，甲原組之人數為 150 人  $+ 100$  人即 250 人。

又由乙組移 50 人於甲組，則甲組為乙組之 3 倍，故甲組於加 50 人之外，再加 50 人  $\times 3$ ，計甲組共加 200 人，則為乙原組之 3 倍。

由甲組移 170 人於乙組，乙組為甲組之四倍，即甲組為乙組之四分之一即 0.25 倍，故甲組於減 170 人之後，再減 170 人  $\div 4$  計甲組共減 212.5 人，則為乙原組之 0.25 倍，故乙組之 3 倍  $- 0.25$  倍即 2.75 倍，為 200 人  $+ 212.5$  人即 412.5 人，依此解之，可也。

2. 與龜鶴問題，性質相似。以 162 人皆為丙，計其總交為 48 圓 6 角，與 58 圓 5 分相減得差，以丙 3 人之日給與甲 1 人乙 2 人日給之和相減餘 35 分，以除前差，即得甲組人數，計甲 27 人，乙 54 人，丙 81 人，又解以 162 人皆作為乙以求之，可也。

3. 甲 75 錢，乙 65 錢，

4. 各管每小時注入之量為 8 石，12 石，滿管每小時漏出之量為 2

石，依此求得每小時存儲之量，用除法而得答數 5.33 強小時，即 5 時 20 分。

又解 (1) 12 小時漏出之量為 24 石，甲之注入為 96 石，故乙之注入為  $96 \text{ 石} + 24 \text{ 石} - 96 \text{ 石}$  即  $12 \text{ 石} \times 2$ ，故乙之時間為 2 小時。(2) 依龜鶴問題，甲管漏管每小時存儲之量為 6 石，12 小時共儲 72 石，不足 24 石，因甲乙漏管每小時存儲 18 石，故所求之時間，為  $24 \div (18 - 6)$  即 2 小時。

5. 以下三題，世所稱龜鶴問題是也，最宜注意。

此題足數之差，為鶴所多，抑為龜所多，宜分別計算。

以 99 頭皆為鶴，其足數為 198，若鶴之足數多 24 者，則依龜數排列，為  $198 - 24$  即 174，又若龜之足數多 24 者，則依龜數排列，為  $198 + 24$  即 222，以鶴鶴各 1 頭之足數和  $4 + 2$  即 6 除之，得龜之數  $174 \div 6$  即 29，又  $222 \div 6$  即 37，因此得鶴之數 70 及 62。

又解祇有一解答。

6. 頭數之差 30 為鶴所多抑為龜所多，宜分別計算。

30 頭為鶴所多者，其足數為 60，依龜數排列為  $270 - 60$  即 210，求得龜之數為  $210 \div (2 + 4)$  即 35 頭，又 30 頭為龜所多者，其足數為 120，依鶴排列為  $270 - 120$  即 150，求得鶴之數為  $150 \div (2 + 4)$  即 25 頭，因此求得鶴 65 及龜 55。

又解祇有一解法。

7. 分四種計算如次：

(1) 鶴多 30 頭且足數多 10 者，鶴 30 頭之足數為 60，依龜數排列，為  $60 - 10$  即 50 求得得龜之數為  $50 \div (4 - 2)$  即 25 頭。

(2) 鶴多 30 頭而足數少 10 者，鶴 30 頭之足數為 60，依龜數排

列為  $60+10$  即 70。

(3) 龜多 30 頭且足數多 10 者，此不能成立。

(4) 龜多 30 頭而足數少 10 者，此亦不能成立。

又解亦祇兩解答。

8. 戰艦 6 艘，巡洋艦 4 艘。

9. 481.04 錢餘。

10. 乙比丙多 12 圓，甲為乙之二倍，則甲比丙之 2 倍多 24 圓，故 100 圓比丙之 1 倍 + 1 倍 + 2 倍即 4 倍多 12 圓 + 24 圓即 36 圓，故丙所持金為  $(100 \text{ 圓} - 36 \text{ 圓}) \div 4$  即 16 圓，依此求餘答，可也。

又解，乙之半數比甲少一圓，故丙與甲相等，依此求得甲 25.5 圓，餘答自明。

11. 兩人所持紙幣係合成一圓紙幣 11 張，十圓紙幣 11 張，故其金額為  $11 \text{ 圓} \times 11$  即 121 圓，而甲比乙多 45 圓，依和差問題計算之。可也。

又解，甲於十圓紙幣多 50 圓；必於一圓紙幣少 5 圓，故甲比乙多 45 圓，依和差問題計算之。

12. 甲比乙大 5 分 1 釐 6 毛。

13. 由出發至相遇所需之時間為  $180 \text{ 里} \div (23 \text{ 里} + 13 \text{ 里})$  即 5 節 5 小時，而  $7+5$  即 12 小時，水流之速為  $23 \text{ 里} \times 7 - 13 \text{ 里} \times 5$  即 96 里，故水流每小時之速為 8 里。

14. 此題為通例分數之問題，一小時之速，下流為上流之 90 里  $\div$  60 里即 1.5 倍，故上流所需之時間為下流時間之 1.5 倍，故下流所需之時間，為 5 小時  $\div (1+1.5)$  即 2 小時，故兩地之距離為  $90 \text{ 里} \times 2$  即 180 里。



又解如前求得上流所需之時間爲下流時間之 1.5 倍，故下流所需之時間，爲 1 小時  $\div (1.5 - 1)$  即 2 小時，以下同前。

15. 求由丙至甲及乙各距離，其和爲 100 里，兩地石炭價之差爲 75 角 - 63 角即 12 角，以運費除之，即得由丙至甲及乙距離之差爲 12 角  $\div 0.25$  角，即 48 即 48 里，依和差問題，知由丙至甲爲 26 里，至乙爲 74 里。

16. 五圓金幣 12 個，五角銀幣 80 個。

17. 龜鶴以總數爲各數，其足數之和爲  $270 + 330$  即 600，故龜鶴頭數之和爲  $600 \div (2 + 4)$  即 100，以下依通例龜鶴問題計算，又或依  $330 - 270$  計算亦可。

又解，龜鶴以總數爲各數，其足數之差爲  $10 + 190$  即 200，故龜鶴頭數之和爲  $200 \div (4 - 2)$  即 100，以下同前。

18. 6 年前。

19. 兄弟年齡之差爲  $7 + 2$  即 9，而知和爲  $23 + 5 - 3$  即 25，依和差問題解之。

又解，年差爲 9，兄 3 年後之年，爲弟 3 年前之四倍，故於兄年加  $3 + 3 \times 4$  即 15，爲弟年之四倍。故於弟年加  $9 + 15$  即 24，爲弟年之四倍，故弟年爲  $24 \div (4 - 1)$  即 8 歲，兄年 17 歲。

20. 每分之速之和爲  $120 \text{ 步} \div 4$  即 30 步，增後每分之速之和爲 30 步 + 5 步 + 5 步即 40 步，增後相遇所需之時，爲  $120 \text{ 步} \div 40 \text{ 步}$  即 3 分，而  $4 \text{ 分} - 3 \text{ 分}$  即 1 分之速之差爲  $3 \text{ 步} \times 2$  即 6 步，餘依和差問題計算。

併又解共答 12 步，18 步

21. 240 米。

22. 兵士與的之中央有審判官，聞發音後 3 秒始聞中的之音，是彈丸行於 720 步間所需之時為 3 秒。故傳音於 720 步間所需之時為 7 秒 - 3 秒即 4 秒，故每秒傳音之遠為  $720 \text{ 步} \div 4$  即 180 步，3 秒所傳之距離為  $180 \text{ 步} \times 3$  即 540 步，故由的向射手  $(720 \text{ 步} - 540 \text{ 步}) \div 2$  即 90 步之處，設有審判官，其於發砲中的之音，必可同時並聞。

又解(一)彈丸行於 720 步間所需之時為 3 秒，故音於 4 秒 - 3 秒即 1 秒所傳之遠，為  $450 \text{ 步} - (720 \text{ 步} - 450 \text{ 步})$  即 180 步，餘與前同。

又解(二)彈丸行於 720 步間為 3 秒，故音傳於 720 步間所需之時為 3 秒 + 1 秒即 4 秒，依此解答，可也。

23. 丙所得之 2 倍為  $500 \text{ 圓} - 100 \text{ 圓} - 60 \text{ 圓}$  即 340 圓，故丙為  $340 \text{ 圓} \div 2$  即 170 圓，甲乙所得之和為  $500 \text{ 圓} - 170 \text{ 圓}$  即 330 圓，而甲為乙之  $6 \div 5$  即 1.2 倍，故乙為  $330 \text{ 圓} \div (1 + 1.2)$  即 150 圓，甲為  $150 \text{ 圓} \times 1.2$  即 180 圓。

24. 兄弟年差為  $25 - 5$  即 20，第二次給金時弟年  $20 \div (3 - 1) + 10$  即 20，此時兄年為  $10 \times 3 + 10$  即 40，第一次所給之金兄為弟之  $25 \div 5$  即 5 倍，第二次所給之金兄為弟之  $40 \div 20$  即 2 倍，故若第二次所給，亦如第一次兄為弟之五倍則兄之總額為  $50 \text{ 圓} \times 5$  即 250 圓，實際比之少  $250 \text{ 圓} - 160 \text{ 圓}$  即 90 圓，此差即第二次弟所得之五倍 - 2 倍即 3 倍，故第二次弟所得為 30 圓，依此可得全答。

又解(一)第一次兄為弟之五倍，故是時弟所得為  $120 \text{ 圓} \div (1 + 5)$  即 20 圓，第二次兄為弟之二倍，故是時弟所得為  $90 \text{ 圓} \div (1 + 2)$  即 30 圓。

又解(二)第一次兄為弟之 5 倍，第二次兄為弟之 2 倍，故第一次弟之 5 倍比第二次弟之 2 倍多 40 圓，第一次弟之所得比第二次弟之所

得少 10 圓，因之第一次弟之 2 倍比第二次弟之 2 倍少 20 圓，故第一次弟之 5 倍 - 2 倍即 3 倍，為 40 圓 + 20 圓即 60 圓，注意於此，可也。

又解(三)第一次弟為 80 圓  $\div (5-1)$  即 20 圓，第二次弟為 30 圓  $\div (2-1)$  即 30 圓，注意於此，可也。

25. 甲 10 日間之行程為 16 里 + (16 + 1.5) 里 + (16 + 1.5  $\times$  2) 里 + ..... + (16 + 1.5  $\times$  9) 里即 227.5 里，乙經此里程所需之日數為 10 日 + 5 日即 15 日，故乙每日之行程為 227.5 里  $\div$  15 即 15.17 里弱。

### 問題 三十一。

2. (解 1) 西倉之米 237 石  $\times$  3，每日所出者為 15 石  $\times$  3 如是則東西所餘為相等，即可得其解答。

(解 2) 東倉之米 459 石  $\div$  3，每日所出者為 9 石  $\div$  3 如是則東西所餘為相等，即可得其解答。

2. 11616 條。

3. 41 次。

4. 此全工以 1 人為之，則需 28 日  $\times$  48 即 1344 日，6 日間之工作，以 1 人為之則需 6 日  $\times$  48 即 288 日，8 日間之工作以 1 人為之則需 8 日  $\times$  (48 + 7) 即 440 日，故其餘工以 1 人為之則需 1344 日 - 288 日 - 440 日即 616 日，而其所餘日數為 28 日 - 6 日 - 8 日即 14 日，故應需人數為 616 日  $\div$  14 日即 44 即 44 人，故應減人數 55 人 - 44 人即 11 人。

又答 11 人。

5. 8 升。

又解，所賺者為米  $0.005 \text{ 石} \times 1500$  即 7.5 石，其實價等於 8 石之買價，故所賺金額為 8 石 - 7.5 石以 0.005 石除之得 100 圓，注意於此，可也。

6. 米麥一石之價之差為 11 圓  $\div 5$  即 2.2 圓，故米 3 石比麥 3 石多 2.2 圓  $\times 3$  即 6.6 圓注意於此，可也。

又解米麥一石之價之差為 2.2 圓，故米 3 石比麥 3 石多 6.6 圓故麥 3 石比麥 4 石少 6.6 圓 - 0.4 圓注意於此，可也。

7. 父母年齡之和為  $54 + 40$  即 94，子年齡之和為  $15 + 13 + 11 + 9 + 7$  即 55，其差為  $94 - 55$  即 39，而每年之差為  $5 - 2$  即 3，故  $39 \div 3$  即 13 年後。

8. 乙得 20 圓後，為甲之 5 倍，故甲之所餘為  $20 \text{ 圓} \div (5 - 1)$  即 5 圓，故甲為 5 圓，故甲為 5 圓 + 20 圓即 25 圓，乙為  $25 \text{ 圓} \div 5$  即 5 圓。

又解乙加 15 圓，甲若加 15 圓  $\times 5$  即 75 圓，則甲仍為乙之 5 倍，實際  $75 \text{ 圓} - 10 \text{ 圓}$  即少 65 圓，今比乙之 2 倍少 5 圓，故甲若加 15 圓，即  $75 \text{ 圓} - 15 \text{ 圓}$  即少 60 圓，而甲適為乙之 2 倍，故是時乙之 5 倍 - 2 倍即 3 倍，為 60 圓，即是時之乙為  $60 \text{ 圓} \div 3$  即 20 圓，注意於此，可也。

又此解，若乙加 15 圓，甲亦加 15 圓，則甲為乙之 2 倍，是時乙去 15 圓，甲去  $15 \text{ 圓} \times 2$ ，即減  $(30 \text{ 圓} - 15 \text{ 圓})$  即 15 圓，而甲為乙之 2 倍，故 15 圓為乙之 5 倍 - 2 倍即 3 倍，故乙為  $15 \text{ 圓} \div 3$  即 5 圓。

9. 米 1 斗與麥 27 斗  $\div 18$  即 1.5 斗等價，米 1 斗麥 1 斗與麥 1.5 斗 + 1 斗即 2.5 斗等價，故以麥 27 斗之價，買米麥等分之量，為  $27 \text{ 斗} \div 2.5 \text{ 斗}$  即 10.8，即 10.8 斗。

10. 5里爲2.5里之2倍，故甲乙兩地間以每小時5里之速往復2次，與以2.5里之速往復1次，其時間相等，而此時間比以每小時2.5里之速行於全河所需之時間多89小時，故甲乙兩地距離之2倍比此河之長多2.5里 $\times$ 89即222.5里，故兩地之距離爲 $(222.5\text{里} + 97.5\text{里}) \div (2-1)$ 即320里，河長爲320里 $+97.5$ 里即417.5里。

11. 橫2縱22之五號活字面積爲22字 $\times$ 20即440字，故五號活字之餘白，爲440字 $-350$ 字即90字，以二號活字換取之，其餘白可減五號活字之4字 $-1$ 字即3字，故所求二號字數爲90字 $\div 3$ 字即30即30字。

12. 一邊之長爲660步 $\div 4$ 即165步，除築路外，所餘地面爲小正方形四，其邊爲 $(165\text{步} - 3\text{步}) \div 2$ 即81步，故其餘積爲 $81 \times 81 \times 4$ 即26244即26244方步。

13. 此係逆算之問題。答28。

14. 船資甲6圓，乙4圓8角，行李免費者甲25貫，乙10貫，故若行李爲10貫者，因其免費，以乘乙船爲有利益。然雖在10貫以上，而計其收費不在船資差額6圓 $-4$ 圓8角即12角以上者，仍以乘乙船爲有利益。於乙收12角行李費者，其量爲10貫以上加12角 $\div 2$ 角即6即6貫，故行李不滿10貫 $+6$ 貫即16貫者，乘乙船爲有利益。適滿16貫者，甲乙費同。若在16貫以上，而未至25貫者，則因乙收費，甲免費，故以乘甲船爲有利益。若更在25貫以上，則因乙須收費16貫以上至25貫之行李費2角 $\times (25-16)$ 即18角，而甲不收，故以乘甲船爲有利益。然此18角之行李費納銷於甲，則爲25貫以上加18角 $\div (3\text{角} - 2\text{角})$ 即18即18貫，故行李在25貫 $+18$ 貫即43貫以下，16貫以上，以乘甲船爲有利益。適滿43貫者甲乙費同。若更在

43 貫以上，則因 43 貫以上之部分，甲徵收大而乙徵收小，故常以乘乙船為有利益。

15. 5700 圓為丙之 1 倍 + 3 倍 + 3 倍  $\times$  5 即 19 倍，答甲 4500 圓，乙 900 圓，丙 300 圓。

又解，甲為乙之 7 倍，故甲乙所有金之定差為乙之 7 倍 - 1 倍即 6 倍，故是時之乙為  $(4500 \text{ 圓} - 900 \text{ 圓}) \div 6$  即 600 圓，甲乙所費金額為 900 圓 - 600 圓即 300 圓。依同理，乙丙所費金額為 200 圓。

16. 乙船 2 小時上行之距離為 3 里  $\times$  2 即 6 里，兩船相向而行，其距離為 80 里 - 6 里即 24 里，所需之時間為  $24 \text{ 里} \div (3 \text{ 里} + 5 \text{ 里})$  即 3 即 3 小時，是時甲船下行之距離為 5 里  $\times$  3 即 15 里，故得舟資 2 分  $\times$  15  $\times$  15 即 450 分，又甲船收受乙客應得舟資 3 分  $\times$  15  $\times$  12 即 540 分合計 450 分 + 540 分即 990 分，而甲船出發時所收總舟資為 2 分  $\times$  30  $\times$  15 即 900 分，故甲船應由乙船貼回 990 分即 900 分，即 9 角。

17. 9 年前年齡之和，為  $73 - 9 - 9$  即 55，此時年長者為小者之 3  $\div$  2 即 1.5 倍，故年小者在此時為  $55 \div (1 + 1.5)$  即 22，故現年為  $22 + 9$  即 31，長者為  $73 - 31$  即 42。

18. 小與大之 3 倍  $\div$  2 即 1.5 倍之和為  $31 \div 2$  即 15.5。

又小與大之 4 倍  $\div$  5 即 0.8 倍之和為  $53 \div 5$  即 10.6，故大之 1.5 倍 - 0.8 倍即 0.7 倍為  $15.5 - 10.6$  即 4.9，故大為  $4.9 \div 0.7$  即 7，小為  $15.5 - 7 \times 1.5$  即 5。

又解，小與大之 3 倍  $\div$  2 即 1.5 倍之和為  $31 \div 2$  即 15.5，又大為小之 7 倍  $\div$  5 即 1.4 倍，故小之 1 倍 + 1.4 倍  $\times$  1.5 即 3.1 倍，為 15.5，故小為  $15.5 \div 3.1$  即 5，大為  $5 \times 1.4$  即 7。

19. 後輪 966 次爲 628 分  $\times$  966 即 606648 分, 即前後兩輪每次旋轉之差 950 分  $-$  628 分即 322 分之所積也, 故大輪旋轉之次數爲 606648 分  $\div$  322 分即 1884 即 1884 次, 後輪旋轉之次數爲 1884  $\div$  966 即 2850 次, 故往復之距離爲 628 分  $\times$  2850 即 17898 尺。

20. 每小時之速 21 里, 則 21 里  $\times$  3 爲不及乙地 63 里, 每小時之速 35 里, 則 35  $\times$  1 爲過於乙地 35 里, 故由出發依豫定之時刻到者, 其時間爲 (63 里  $+$  35 里  $\div$  (35 里  $-$  21 里)) 即 7 即 7 小時, 故由甲地至乙地其距離爲 21 里  $\times$  (7  $+$  3) 即 210 里, 以 7 小時到, 其速爲每小時 210 里  $\div$  7 即 30 里。

21. 兩酒 13 合  $+$  9 合即 22 合, 價之和爲 615 釐  $+$  595 釐即 1210 釐, 故兩酒各 1 合價之和爲 1210 釐  $\div$  22 即 55 釐, 上酒多買則上酒 13 合  $-$  9 合即 4 合, 并上下酒各 9 合。

又下酒多買則下酒 4 合并上下酒各 9 合, 故價之差 615 厘  $-$  595 釐即 20 厘, 即上下酒各 4 合價之差, 故上下酒各 1 合價之差爲 20 釐  $\div$  4 即 5 釐, 依和差問題, 各一合之價爲 30 釐, 25 釐。

22. 甲工作 65 日得米二石金 14 圓 8 角 5 分, 故甲工作 65 日  $\div$  2 即 32.5 日, 得米二石  $\div$  2, 金 1485 分  $\div$  2, 即米 1 石金 742.5 分, 依同理, 乙工作 21 日得米 1 石金 225 分, 而甲乙日給相等, 故金額之差 74 25 分  $-$  225 分即 517.5 分, 爲 32.5 日  $-$  21 日即 11.5 日之日給, 故日給爲 517.5 分  $\div$  11.5 即 45 分, 而 21 日之日給爲 45 分  $\times$  21 即 945 分, 故米 1 石之價爲 945 分  $-$  22 分即 720 分。

23. 8 人工作 4 小時, 即 1 小時須 8 人  $\times$  4 即 32 人。

又 10 人工作 3 小時, 即 1 小時須 10 人  $\times$  3 即 30 人。同此池水, 而計工不同, 即因有 4 小時  $-$  3 小時即 1 小時之漏水也, 計 1 小時所漏

之水，與1小時32人—30人即2人之工作相等，故4小時所漏之水與1小時2人×4即8人之工作相等，故滿此池水，實與一小時32人—8人即24人之工作相等，注意於此，可也。

又解，6人中以2人抵所漏之水，就所餘之4人以求其時可也。

24. 60立方呎海水之重為64磅×60即3840磅，蒸發時補海水後之重為67磅×60即4020磅，故其重之差為4020磅—3840磅即180磅，而蒸發水一立方呎補以海水所增之重，為64磅—59.5磅即4.5磅，故蒸發水之量，為180磅÷4.5磅即40立方呎。

25. 由乙追及甲之地至西村之距離，與乙由追及甲之地至返東村之距離，費時相等，而乙由出發至追及甲之距離，與甲行半里後之地至被乙追及之地之距離，費時亦相等，故追及之地係3.5里—0.5里即3里之中央，其距西3里÷2即1.5里，注意於此，即知乙行1.5里+0.5里即2里，甲所行為1.5里，因之甲每小時之速為1.5里。

又乙往復間，甲所行為3.5里—0.5里即3里，乙往比甲多行0.5里，歸時亦然，故甲行3里，乙所行為3+0.5里×2里即4里，注意於此可也。

## 問題三十二。

1. 問題中之長四尺五寸等係外側之寸法，故依內法，其長為45寸—1寸即44寸，闊為30寸—1寸即29寸，深為28寸—1寸即27寸，容10石9斗強。

2. 乙出發後3日，甲所行為7日+3日即10日，其距離9里×10即90里，乙3日之行程為12里×3即36里，所差為90里—36里



即 54 里，兩人變速後，每日接近之距離為  $(12 \text{ 里} + 2 \text{ 里}) - (9 \text{ 里} - 1 \text{ 里})$  即 6 里，故由變速至相會，其日數為  $54 \text{ 里} \div 6 \text{ 里}$  即 9 日，故乙由出發至相會，其日數為 3 日 + 9 日即 12 日。

3. 追敵時，每分接近 400 米 - 100 米即 300 米，五分時接近之距離為 1500 米，敵兵折回，彼我之距離為 5000 米 - 1500 米即 3500 米，由此時至敵開砲，其彼我接近之距離，為 3500 米 - 1000 米即 2500 米，彼我每分接近之距離為 400 米 + 100 米即 500 米，故由敵折回至開砲，其時間為  $2500 \text{ 米} \div 500 \text{ 米}$  即 5 即 5 分，故所求之答數為 10 分。

4. 若全部賺 5 合賣出，則總賣價為  $1000 \text{ 圓} \times 2$  即 2000 圓，故其利益為  $2000 \text{ 圓} - 1800 \text{ 圓}$  即 200 圓，此利益即 5 合  $\times 1800$  即 9 石之賣價，故賣價一圓為  $9 \text{ 石} \div 200$  即 45 合，買入石數為 45 合  $\times 2000$  即 90 石，第一次賣後餘  $90 \text{ 石} \div 2$  即 45 石，第二次賣出 40 石，得 8 石賣價之利益，故 40 石之買價等於  $40 \text{ 石} - 8 \text{ 石}$  即 32 石之賣價，而買價比 45 合加 5 合，故為每圓 5 升，因之 40 石之買價為  $4000 \text{ 升} \div 5 \text{ 升}$  即 800 即 800 圓，故是時之賣價為  $3200 \text{ 合} \div 800$  即 40 合，第二次賣得價  $4000 \text{ 合} \div 40 \text{ 合}$  即 1000 即 1000 圓，最後賣出 45 石  $\div 40 \text{ 石}$ ，賣價每圓 55 合，計賣得之數約 90.909 圓，故其利益約 290.909 圓。

5. 答甲 50 圓乙 45 圓，丙 38 圓。

又解甲之 2 倍比乙之 3 倍少 35 圓，即甲乙之 1.5 倍少 17.5 圓，丙之 4 倍比乙之 2 倍多 62 圓，即丙比乙之 0.5 倍多 15.5 圓之差，注意於此，可也。

6. 實際收行李費者雖須分按其斤數，然在本題，則每斤收費相同，故可得其解答。

二人分別計算，則免費者為二人，共收 2 圓 + 2.8 圓即 4.8 圓，若非

一人計算則免稅者祇一人，其先所免一人之費，不可不收，計所收為 6 圓 - 4.8 圓即 1.2 圓，故 360 斤若皆收費，則其金額為 6 圓 + 1.2 圓即 7.2 圓，故 1 斤之費，為 720 分 ÷ 360 即 2 分，故免稅之斤數，為 120 分 ÷ 2 分即 60 即 60 斤。

7. 所換之大麥與米石數之差為 5 石 + 7 石即 12 石，以大麥價乘之 280 分 × 12 得 3360 分，因大麥與米總價相等，故米與大麥石數相同者，其價之差即為 3360 分，故米石數為 3360 分 ÷ (400 分 - 280 分) 即 28 即 28 石，故小麥之石數為 28 石 + 7 石即 35 石，其總價即米之總價為 4 圓 × 28 即 112 圓，因之小麥 1 石之價為 112 圓 ÷ 35 即 320 分。

8. 丙與甲相向而行，故每小時接近之距離，為 8 哩 + 10 哩即 18 哩，因之每分時接近之距離，為 18 哩 ÷ 60 即 0.3 哩，10 分時，丙甲接近之距離為 0.3 哩 × 10 即 3 哩，而甲乙不同速，由出發至乙丙相會，其間甲乙之差即此 3 哩，故由甲出發至乙丙相遇之時間為 3 哩 ÷ (9 哩 - 8 哩) 即 3 即 3 小時，因之兩地之距離為 (9 哩 + 10 哩) × 3 即 57 哩。

9. 若皆為 5 分幣，則其數為 100 分 ÷ 5 分即 20 枚，其重為 1.24 錢 × 20 即 24.8 錢，比現重 82.62 錢 - 24.8 錢即少 57.82 錢，故以 5 分幣一枚換 1 分幣五枚，其價不變，而重量則增 1.9 錢 × 5 = 1.24 錢即增 8.26 錢，故減五分幣之枚數 57.82 錢 ÷ 8.26 錢即 7 枚，則 1 分幣之數為 5 × 7 即 35 枚，而五分幣之數為 20 - 7 即 13 枚。

10. 因甲酒二升，乙酒三升，共價 360 分；甲酒三升，乙酒四升，共價 507 分；故甲酒六升，乙酒九升，共價 1080 分；甲酒六升，乙酒八升，共價 1014 分；故此兩種之價之差 1080 分 - 1014 分即 66 分，為乙酒

9升-8升即1升之價，於是乙酒3升之價，為66分 $\times$ 3即198分，因之甲酒2升之價，為360分-198分即162分，即甲酒1升之價為81分，以下依題問，求得甲酒22.8升，乙酒15.2升。

11. 參證問題三十一(14)答行李4.5擔以上。

12. 男工150人女工75人限120日竣工，今日90日僅畢三分之一，計其餘工為80日，即1日間男工150人 $\times$ 80即12000人，女工75人 $\times$ 80即6000人，而餘日為120日-90日即30日，故每日所需男工為12000人 $\div$ 30即400人，女工6000人 $\div$ 30即200人，因之應增男工250人，女工125人。

13. 答7420錢。

14. 1米為3.3尺，1坪為36方尺。答110.41坪。

15. 方陣減8列，以之置於餘列，每列適增12人，若更以12人 $\times$ 8即96人加之，則原方陣每列增12人即於原方陣增12列，故此96人，即原方陣之12列-8列，即4列之人数，因之1列之人数為96人 $\div$ 4即24人，故人数為576人。

16. 一中隊之中空方陣，為一小隊方陣之16倍，故一邊之長，為 $4\times 4$ (即16)即一小隊方陣之4倍，又中空方陣為一小隊方陣之16倍，其兵數為七小隊，則中空之方陣，為 $16-7$ 即9即9小隊方陣，其一邊之長為 $3\times 3$ (即9)即一小隊方陣之3倍，故中空方陣之厚4列之2倍，係此方陣之一邊與中空方陣之一邊之差，即一小隊方陣一邊之4倍與3倍之差，即一小隊方陣之一邊，故一小隊之人数為 $4\times 2$ 即8之自乘64人。

17. 四年生比五年生多15人，三年生比四年生多20人，即比五年生多35人，二年生比三年生多30人，即比五年生多65人，一年生比

二年生多 20 人，即比五年生多 85 人，故生徒總數比五年生之 5 倍多 15 人 + 85 人 + 65 人 + 85 人即多 200 人，而五年生為總數十分之一，故五年生之 5 倍與 200 人之和，為五年生之十倍，故五年生之 5 倍為生徒總數之半，故生徒總數為 200 人  $\times 2$  即 400 人，五年生為 400 人  $\div 10$  即 40 人，四年生為 40 人 + 15 人即 55 人，三年生為 75 人，二年生 105 人，一年生 125 人。

18. 人由甲艇之艦接乙艇之軸，至甲艇之軸離乙艇之艦，其間甲艇比乙艇多進之距離，為兩艇之長之和，故甲於 30 秒間比乙多進者為兩艇之長之和，今短縮 10 秒而為 20 秒，則兩艇之速之差必為 30  $\div$  20 即 1.5 倍，即兩艇之速之差，增 1.5 - 1 即 0.5 倍，而此所增為每分 12 步，則每分之速之差為 12 步  $\div$  0.5 即 24 步，30 秒間之速之差為 24 步  $\div 2$  即 12 步，即兩艇之長之和，因兩艇之長相等，故各艇之長為 12 步  $\div 2$  即 6 步。

19. 約一千萬圓之增額，係由五角及二角改造所致，而此二種之減量，詳列如次，(3.5942 錢 - 2.7 錢)  $\times 2$  即 1.7884 錢，(14377 錢 - 1.08 錢)  $\times 5$  即 1.7885 錢，大略相等。

又新造之幣無論五角二角，對於一圓之重，2.7 錢  $\times 2$  即 5.4 錢，1.08 錢  $\times 5$  即 5.4 錢，完全相等，故新造一千萬圓之重，5.4 錢  $\times 10000000$  即 54000000 錢，故原有五角及二角之金額約 3016 萬圓。

20. 化加倫為呷，1 加倫  $\div 0.22010$  加倫即  $(1 \div 0.22010)$  呷，化呷為升， $(1 \div 0.22010)$  呷  $\div 1.8029$  呷即  $\{1 \div (0.22010 \times 1.8029)\}$  升答 2.5187 升弱。

21. 兔雖以自己之步比犬先 25 步，而犬追 30 步間，併自己之逃，比犬先 10 步，則犬於 30 步間比兔所多進者，為兔之步 30 步 - 10 步

即 20 步，故犬欲比兔多進 1 步者，必為  $30 \text{ 步} \div 20$  即 1.5 步，故犬更進 1.5 步  $\times 10$  即 15 步乃追及兔。

22. 100 個完全運到，其運費  $3 \text{ 分} \times 100$  即 300 分，今僅得 240 分，計少  $300 \text{ 分} - 240 \text{ 分}$  即 60 分，其有破損者，非惟不能得 3 分之運費，且須任 3 分之賠償，即 1 個實受  $3 \text{ 分} + 9 \text{ 分}$  即 12 分之損失，故破損之數，為  $60 \text{ 分} \div 12 \text{ 分}$  即 5 即 5 個。

又解，非惟不能得 300 分反受 96 分之損失，計共損失  $300 \text{ 分} + 96 \text{ 分}$  即 396 分，故答 33 個。

23. 各 1 冊之價共計 146 分，各 16 冊之價共計  $146 \text{ 分} \times 16$  即 2336 分，算術書 16 冊，國語讀本 12 冊，地理書 8 冊，共計 1760 分，故其差  $2336 \text{ 分} - 1760 \text{ 分}$  即 576 分，為國語讀本 4 冊地理書 8 冊之價，故國語書本 0.5 冊地理 1 冊之價為 72 分，而地理書 1 冊之價比國語讀本 1 冊之價高 30 分，故國語讀本 15 冊之價為  $72 \text{ 分} - 30 \text{ 分}$  即 42 分，故國語讀本 1 冊之價，為 42 分，地理書 1 冊之價 58 分，算術書 1 冊之價 60 分。

24. 1 方總為  $6 \times 6$  即 36 方尺，甲土 8 尺之體積，因其側面與地面成垂直，故為  $36 \times 2016 \times 8$  即 580608 立方尺，甲乙兩地同高水平地面之面積為  $36 \times (2016 + 864)$  即 103680 方尺，此側面亦與地面成垂直，故乙地之填高為  $580608 \div 103680$  即 5.6 即 5.6 尺，因之甲地掘去  $8 \text{ 尺} - 5.6 \text{ 尺}$  即 2.4 尺。

25. 與烏龍問題相似，答英幣 34 個，法幣 20 個。

又解，參閱問題三十(6)。答同前。

## 問題三十三

1. 甲行21日之總距離為14里 $\times$ 21即294里,乙行此294里比甲多需之日數為3日 $\times$ 2+1日即7日,故乙每日之速為294里 $\div$ (21+7)即10.5里,故AB兩地之距離為231里。

2. 18圓5角,為每圓5升5合即5.5升 $\times$ 18.5即101.75升之價,且此利益即每圓6升-5.5升即0.5升之利益,故買入總數為101.75升 $\div$ 0.5升即203.5即203.5圓,因之賣買之米數為1221升。

又解,以每圓6升之原價,作7.5升之賣價,是每圓餘去7.5升-6升即1.5升,蓋施與貧民也,依原價500圓米而施與之,其米數為6升 $\times$ 500即3000升,每圓施與1.5升,故其賣得總數為3000升 $\div$ 1.5升即2000即2000圓,因之買入之原價為2500圓,故米數150石。

3. 初時3分所進之距離,為36步 $\times$ 3即108步,甲於此距離折回所需之時間,為108步 $\div$ 43.2步即2.5即2.5分,且甲逗留2分,故由出發至是凡經過3分+2.5分+2分即7.5分時間,而乙於此時間所進為36 $\times$ 7.5即270步,故甲於15分時間追乙,每分須比乙多進270步 $\div$ 15即18即18步,故甲速每分54步。

4. 與問題三十一(3)同類,答14日。

又解,夜業日數比晝業少11日,可知晝業日數比11日多,而11日晝業應得工資95分 $\times$ 11即1045分,故由總工資減去11日之工資所餘3160分,為晝夜業同日數之工資減去罰金之餘也,然40日-11日即29日晝夜業應得之工資為(95錢+25錢) $\times$ 29即3480分,計少3480分-3160分即320分,而晝業者非惟無工資且須出罰金,故1日之所沒為95分+25分+40分即160分,因之晝業之日數,為320

分 $\div$ 160分即2即2日，故夜業之數為40日 $-$ 2日 $-$ 11日即27日。

5. 於3斗5升之甲袋數減4袋作為4斗之乙袋數，比甲總米少2斗5升，故乙總米與同袋數之甲米其差為35升 $\times$ 4 $-$ 25升即115升，而每袋之差為40升 $-$ 35升即5升，故乙袋數為115升 $\div$ 5升即23即23袋，甲袋數為23袋， $+4$ 袋即27袋，其米數為35升 $\times$ 27即945升。

6. 凡追越通過背馳諸問題，須分兩項研究，(1)一為行動，一則靜止，或二者俱行動，此外又分同方向異方向，(2)二者俱作為無長短可計，或一有長，一無長，或二者俱有長，細審題意，分別研究可也。

本題，墜道汽車皆為有長，自轉車無長，此為問題之慣例，汽車通過墜道，一為行動，一為靜止，汽車追越自轉車，汽車自轉車皆係依同方向行動。汽車5分時全通過1300步之墜道，即汽車於5分時間以汽車之長走1300步，又每分230步之自轉車以2分時追越之，即汽車於2分時間以汽車之長走230步 $\times$ 2即460步，以此二者之結果比較之，則5分 $-$ 2分即3分時，汽車所走之距離為1300步 $-$ 460步即840步，故每分之速為280步，由5分之速減墜道之長即汽車之長為100步。

7. 甲41頭餘6圓，乙33頭不足2圓，且兩人所有金合計300圓，故羊41頭 $+33$ 頭即74頭之價為300圓 $-6$ 圓 $+2$ 圓即296圓，故羊1頭之價為296圓 $\div$ 74即4圓，因之兩人所有金甲為170圓，乙為130圓。

8. 馬比牛之2倍少5頭，羊比馬多10頭，故羊比牛之2倍少5頭又多10頭，即羊比牛之2倍多5頭，故馬牛羊之總數80頭，為牛之1倍，與其2倍少5頭又與其2倍多5頭三者之和，即牛之5倍，故牛為80頭 $\div$ 5即16頭，因之馬27頭，羊37頭。

9. 方陣一邊增 2 人，則比原方陣一面增 2 列又比其相隣之一面增二列，又於其交角增 4 人，而其人數除原方陣所餘 42 人外，不足 18 人，故其所增之二列與二列即四列，其人數為 42 人 + 118 人 - 4 人即 156 人，故原方陣之一邊之人數為  $156 \div 4$  即 39 人，總數為 1563 人。

又解，中空方陣為九列而適足容前之方陣，故此方陣為與前方陣之四面同列者各九行，其四隅各有九人一面之小方陣，其總人數比前方陣多 42 人 + 165 人即 207 人，即以前方陣抵 9 列  $\times 4$  即 36 列外，餘以之作四隅小方陣不足 207 人，故前方陣除 36 列外，其人數為  $9 \times 9 \times 4$  人 - 207 人即 117 人，方陣每列人數相等，前方陣既在 36 列以上，知其一列必在 36 人以上；今假定一列為 36 人，則 117 人為 3 列餘，列數不應有餘數，故知必為 3 列或 3 列以下，今姑取 3 列，則前方陣為 39 列，試之恰當，他俱不合，故答 1563 人。

10. 凡如本題之類已不一見，其解法視數之關係有二種，(1) 化一種之量為單位，理解易明；(2) 化一種之量為相同之量，與代數學聯立方程式之解法相似，二者之中，以取前法為爽利，本題兩關係之米量為 8 及 4，以行 (1) 法為便，答米 145 分麥 80 分。

又解，與前解相同化米為單位量，價差未言多在何方，故宜並算而得兩答，米 1 斗麥 0.375 斗價合計 1.75 圓，米 1 斗麥 2.25 斗價差 0.35 圓故麥 0.375 斗 + 2.25 斗即 2.625 斗之價為 1.75 圓 + 0.35 圓或 1.75 圓 - 0.35 圓，因之麥一斗之價為 80 分或 53 分 3 釐強，米一斗為 145 分或 155 分。

11. 二位數數字之和為 11，故本數與轉位數之和為十位之和 11，一位之和 11，即  $11 \times 11$  即 121，又本數與轉位數之差之 3 倍比本數



與轉位數又與轉位數之差，凡三者之和少 31，即本數與轉位數之差之 2 倍比本數與轉位數之和少 31，故本數與轉位數之差之 2 倍為  $121 - 31$  即 90，故本數與轉位數之差為  $90 \div 2$  即 45，乃依和差問題，答 88 或 38。

又解，數字之差為 5，故本數與轉位數之差，係從十位數則餘 50，從一位數則不足 5，故其全差為 45，其 3 倍  $45 \times 3$  即 135，則比本數與轉位數又與轉位數之差凡三者之和少 31，故本數與轉位數之和為  $135 - 45 + 31$  即 121，依和差法得 88 或 38。

12. 男總體即 12 人之受取等於小孩總體即 30 人之受取，故男 1 人之受取等於小孩 2.5 人之受取，女總體即 20 人之受取為 72 圓，故女一人之受取為 3.6 圓，而女 1 人之受取比男 1 人小孩 1 人之和多 10 分，故男 1 人小孩 1 人之和為 3.6 圓 - 0.1 圓即 3.5 圓，因之小孩 2.5 人 + 1 人即 3.5 人為 3.5 圓，故小孩 1 人為 1 圓，男 1 人為 2.5 圓。

13. 與問題三十一(19)同類，答 69552 寸。

14. 往路每小時 2 里，故 1 里所需之時為 1 小時  $\div 2$  即 0.5 小時，還路每小時 5 里，故 1 里所需之時為 1 小時  $\div 5$  即 0.2 小時，故一里往還間所需之時為  $0.5 + 0.2$  即 0.7 小時，因之 7 小時間往還之距離為 10 里。

15. 人數增 4 人，各人所運之袋數減 1 袋，故若不減，則其所多運者，必為由原人數之數加 4 之袋數也，而此袋數即 4 人所運之袋數也，又人數減 3 人，各人所運之袋數增 1 袋，若不增則其所少運者，必為由原人數之數減 3 之袋數也，而此袋數即 3 人所運之袋數也，故 4 人 - 3 人即 1 人，其所運之袋數，為 4 袋 + 3 袋即 7 袋，4 人所運則為 7 袋  $\times 4$  即 28 袋，即為由原人數之數加 4 之袋數，故原人數為  $28 \div 4$  即

24人,袋數為7袋 $\times$ 24即168袋。

16. 運30日食米,馬車6日,牛車5日,故馬車6日之所運須為36日之食米,牛車5日之所運須為35日之食米,故馬車1日之所運為6日之食米,牛車1日之所運為7日之食米,故兩車同運1日為13日之食米,除當日所食,其入倉者為12日之食米,故 $30\div 12$ 即2.5為所求之日數。

17. 與問題三十二(22)同類,答10個。

18.  $620-540$ 即兩器存蠶之差,注意於此,可也。答甲120乙40。

又解(一) $620-540$ 即兩器死蠶之差,注意於此,可也。答520。

又解(二)甲所餘為乙所餘之三分之一,故由甲原數之三倍1860內去乙死蠶2倍之3倍即乙6倍之死蠶餘與乙生蠶相等,故 $1860-510$ 即1320為乙死蠶之6倍-1倍即5倍,故甲所餘為92,乙所餘為276。

19. 女子全體之工資為 $(2850\text{分}-150\text{分})\div 2$ 即1350分,男子全體之工資為1350分+150分即1500分,女總工數為1350分 $\div$ 30分即45,男總工數為1500分 $\div$ 50分即30,故日數為 $(45+30)\div 15$ 即5日,故女子為9人,男子為6人。

20. 鳥之周圍為7.5哩 $\times$ 9.6即72哩,每小時之速之差,為72哩 $\div$ 20即3.6哩,每小時之速之和為7.5哩,故依和差問題,答人之速每小時5.55哩,1.95哩。

21. 第一列車由甲驛至乙驛所需時間為12哩 $\div$ 0.5哩即24即24分,又第二列車由丁驛至乙驛所需之時間為 $(9\text{哩}+9\text{哩})\div 0.45$ 哩即40即40分,故第一列車之守候為40分-24分即16分,依同理在丙驛必為 $(12\text{哩}+9\text{哩})\div 0.5$ 即42分,9哩 $\div$ 0.45即20分,故

第二列車之守候爲 42 分 - 20 分即 22 分，故當以第一列車在乙驛守候 16 分爲最少，爲合題意。

22. 由甲地至乙地 1.5 里，由甲地向乙地馬車之速，每小時 2.5 里，故馬車由出發到乙地所需之時爲  $1.5 \text{ 里} \div 2.5 \text{ 里} \text{ 即 } 0.6 \text{ 小時即 } 36 \text{ 分}$ ，而人則需 90 分，故比人遲 90 分 - 36 分即 54 分所發之馬車，係與人同時到於乙地，若在人出發後 54 分以內所發之馬車，皆比人先到者也，即在途中皆可追越人者也，故追越人之馬車數爲  $54 \text{ 分} \div 5 \text{ 分即 } 10 \text{ 餘，即 } 10 \text{ 輛}$ 。

又解，馬車由甲至乙所需之時爲 36 分，人由乙至甲所需之時爲 90 分，而人由乙出發，與到乙之馬車相遇以後至人到甲之時其間所發之馬車，皆與人相遇者也，故其與人相遇之馬車數爲  $(36 \text{ 分} + 90 \text{ 分}) \div 5 \text{ 分即 } 25 \text{ 餘，即 } 25 \text{ 輛}$ 。

23. 乙上馬下馬各五分，此時甲所行之距離爲  $50 \text{ 步} \times (5 + 5) \text{ 即 } 500 \text{ 步}$ ，乙行 10 分，休 5 分，故於最後休息之終，可求其每分平均之速，故乙最後休息後所行之時刻，至少比 0 分多，至多比 10 分少，而每分之速，甲 50 步，乙 90 步，故於此時間，乙比甲多行之數如次：

$$90 \text{ 步} \times 0 - 50 \text{ 步} \times 0 \text{ 即 } 0 \text{ 以上，}$$

$$90 \text{ 步} \times 10 - 50 \text{ 步} \times 10 \text{ 即 } 400 \text{ 步以下，}$$

故乙由馬開步出走至最後休息之終，所比甲多行之數如次：

$$500 \text{ 步} - 0 \text{ 步即 } 500 \text{ 步以下，}$$

$$500 \text{ 步} - 400 \text{ 步即 } 100 \text{ 步以上。}$$

乙由開步最後之休息之終，其間每 15 分時之速如次：

$$\text{甲 } 50 \text{ 步} \times 15 \text{ 即 } 750 \text{ 步，}$$

$$\text{乙 } 90 \text{ 步} \times 10 \text{ 即 } 900 \text{ 步。}$$

是其差為  $900 \text{ 步} - 750 \text{ 步}$  即  $150 \text{ 步}$ ，經幾度  $15 \text{ 分}$  以生  $500 \text{ 步}$  以下  $100 \text{ 步}$  以上之差，故  $100 \text{ 步} \div 150 \text{ 步}$  不得整數商，知乙於十五分以內，雖一次亦不得休息，而  $500 \text{ 步} \div 150 \text{ 步}$  則乙有四次以下之休息，因此可確定如次：

若乙無一次之休息，則乙於進行間比甲多行之距離，即乙上下馬間甲所進之距離  $50 \text{ 步} \times (5+5)$  即  $500 \text{ 步}$ ，而乙馬上進行之時間，必將為  $500 \text{ 步} \div (90 \text{ 步} - 50 \text{ 步})$  即  $12.5 \text{ 分}$ ，是乙不休息而所行在  $10 \text{ 分}$  以外矣，與題意相反，故存而不論，可也。

若乙休息一次，則乙於進行間比甲多行之距離，即乙上下馬間及  $5 \text{ 分}$  休息間甲所進之距離  $50 \text{ 步} \times (5+5+5)$  即  $750 \text{ 步}$ ，因之乙進行之時間，為  $750 \text{ 步} \div (90 \text{ 步} - 50 \text{ 步})$  即  $18.75 \text{ 分}$ ，與題並無不合，是乙休息一次，可也，於此則丙丁兩家之距離，為  $90 \text{ 步} \times 18.75$  即  $1687.5 \text{ 步}$ 。

若乙休息二次，則乙於進行間比甲多行之距離，為  $50 \text{ 步} \times (5+5+5 \times 2)$  即  $1000 \text{ 步}$ ，因之乙進行之時間為  $1000 \text{ 步} \div (90 \text{ 步} - 50 \text{ 步})$  即  $25 \text{ 分}$ ，與題並無不合，故乙休息二次，可也，於此則兩家之距離，為  $90 \text{ 步} \times 25$  即  $2250 \text{ 步}$ 。

若乙休息三次，則乙於進行間比甲多行之距離，為  $50 \text{ 步} \times (5+5+5 \times 3)$  即  $1250 \text{ 步}$ ，因之乙進行之時間為  $1250 \text{ 步} \div (90 \text{ 步} - 50 \text{ 步})$  即  $31.25 \text{ 分}$ ，與題並無不合，故乙休息三次，可也，於此則兩家之距離，為  $90 \text{ 步} \times 31.25$  即  $2812.5 \text{ 步}$ 。

24. 與前題同類，答  $1512 \text{ 步}$ ，又  $1872 \text{ 步}$ 。

25. 甲行  $5 \text{ 分}$ ，休  $2 \text{ 分}$ ，於  $AB$  兩地間需時  $50 \text{ 分}$ ，故甲休息之次數為  $50 \text{ 分} \div (5 \text{ 分} + 2 \text{ 分})$  即  $7 \text{ 餘}$  即  $7 \text{ 次}$ ，故甲實行之時間，為  $50 \text{ 分} -$

2分 $\times$ 7即36分，乙速與甲相等，故乙實行之時間亦與甲相等，而乙由A至B，比甲遲到10分，故為60分，因之乙休息之時間為60分 $-$ 36分即24分，故乙休息之次數為24分 $\div$ 3分即8次，故乙最後休息之處為距A210步 $\times$ 8即1680步之處，故AB兩地之距離必不小於1680步，而甲最後休息之所，必為距A1680步 $-$ 70步或1680步 $+70$ 步即1610步或1750步，甲於此間經行，為如5分時者7次，即35分，故甲乙每分之速為1610步 $\div$ 35或1750步 $\div$ 35即46步或50步，今設以每分之速為46步，則AB兩地之距離為46步 $\times$ 36即1656步，係小於1680步，與前所證明不合，故每分之速知必為50步，而AB兩地之距離為50步 $\times$ 36即1800步比1680步大，故兩地之距離為1800步，兩人之速每分50步。

(終)



民國二十一年一月二十九日  
 敝公司突遭國難總務處印刷  
 所編譯所書棧房均被炸燬附  
 設之涵芬樓東方圖書館尙公  
 小學亦遭殃及盡付焚如三十  
 五載之經營墮於一旦迭蒙  
 各界慰問督望速圖恢復詞意  
 懇摯銜感何窮敝館雖處境艱  
 困不敢不勉爲其難因將需用  
 較切各書先行覆印其他各書  
 亦將次第出版惟是圖版裝製  
 不能盡如原式事勢所限想荷  
 鑒原謹布下忱統祈 垂督

上海商務印書館謹啓

## 版 權 所 有 翻 印 必 究

中華民國十五年十二月初版  
 中華民國二十二年六月國難後第一版

(六三三)

算學  
 小叢書  
 算術—整數及小數一冊

每冊定價大洋叁角

外埠酌加運費匯費

原 著 者

林 淡 鶴 濟 一

譯 述 者

黃 元 吉

發 行 者 兼 印 刷 者

上海河南路  
 商務印書館

發 行 所

上海及各埠  
 商務印書館

