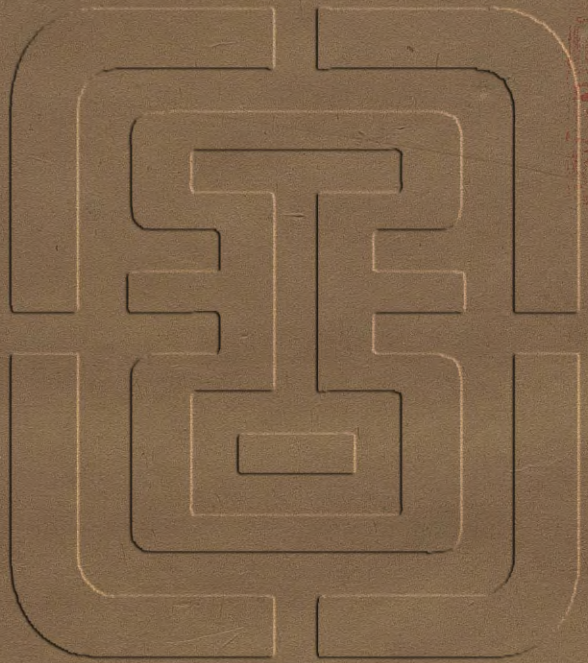
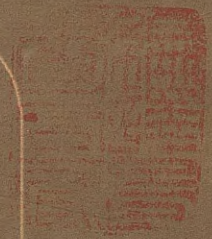
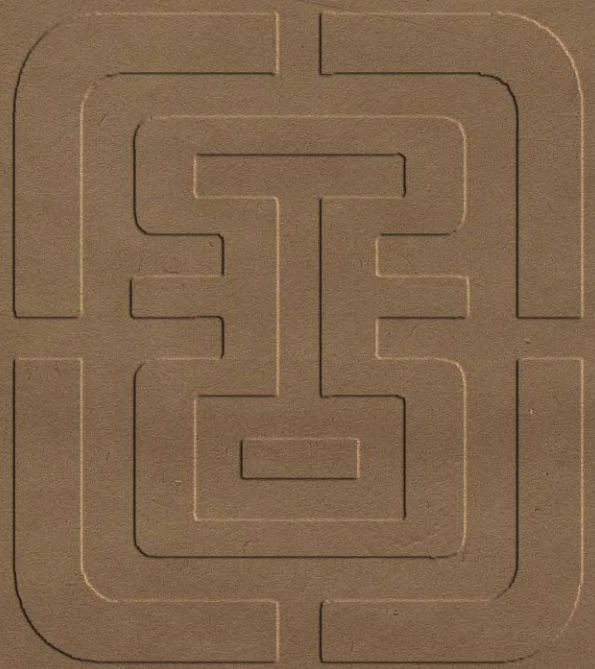
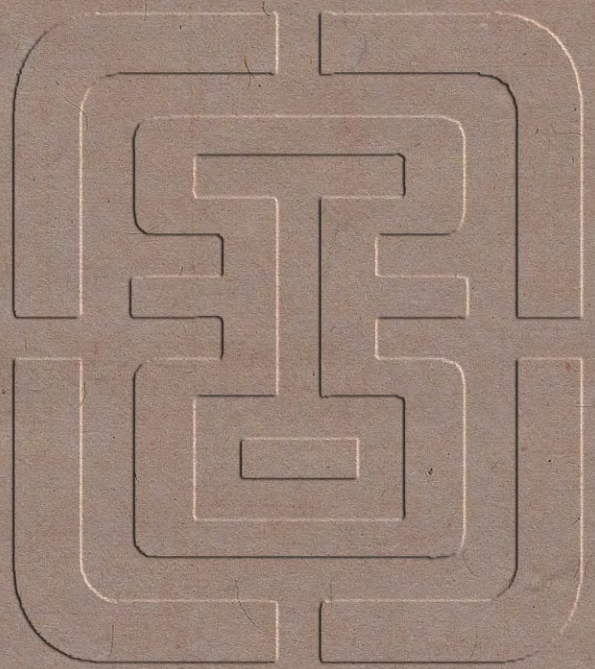


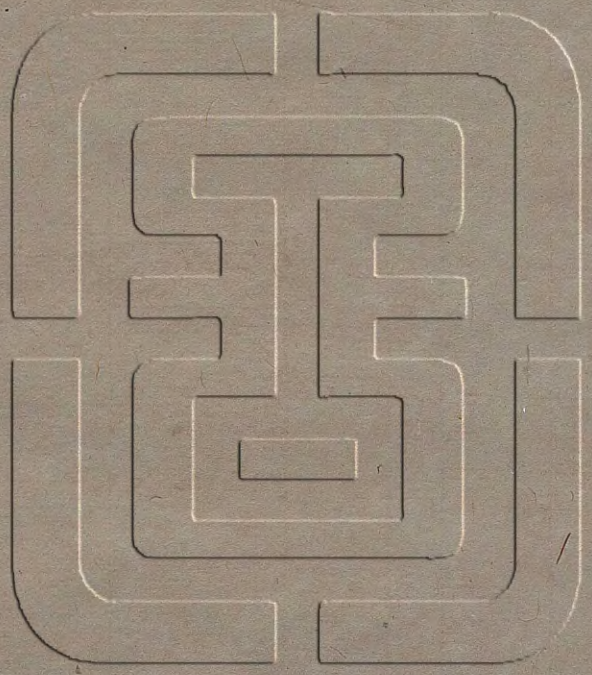
100  
845-3  
3



17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43



數學精詳卷十一



虞山屈曾發省園氏輯

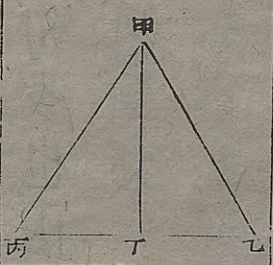
三角形法

三角說

凡三角形立於圓界之一半者為直角，即句股過圓界之一半者為銳角，不及圓界之一半者為鈍角。此過不及指兩角所立之底而言。然不拘銳角鈍角，自一角至底邊作垂線，即分為兩直角，是仍不離乎句股也。兩腰等者，垂線即當底之一半；而兩腰不等者，所分底界則有大小不同，故和較相比之法，因之而生。蓋和求較較求和，要必歸於句股相求之理。由句股而得垂線，則凡面積及內容方圓等形，皆無不可得矣。

設如有等邊三角形，每邊十尺，求中垂線及積幾何？答曰：中垂

線八尺六寸六分〇二毫有餘積四十三尺三十寸十分有餘。法以底邊<sup>十尺</sup>折半得<sup>五尺</sup>為句<sup>如乙</sup>任以兩腰之一邊<sup>十尺</sup>



為弦<sup>如甲</sup>用句弦求股法得股<sup>如甲</sup>即中垂線也。乃以中垂線<sup>八尺六寸六分〇二毫</sup>與半底<sup>五尺</sup>相乘即得積。

又法以底邊折半得<sup>五尺</sup>自乘得<sup>二十五尺</sup>如句自乘數三因之得<sup>七十五尺</sup>如股自乘數開方得股即中垂線乃以中垂線與底邊<sup>十尺</sup>相乘折半即得積。蓋弦比句大一倍則弦自乘數比句自乘數大四倍<sup>為連比例隔一位相加之比例</sup>於弦自乘數四倍內減句自乘數一倍餘三倍即股自乘數故將句自乘數三因即得股自乘數開方而得股也。既得股為中垂線則以底邊十尺乘之而折半與前法以半底五尺乘之其求積之理一也。

設如有銳角三角形大腰一百二十二尺小腰一百一十二尺

底一百五十尺求中垂線及積幾何答曰中垂線八十九尺

六寸積六千七百二十尺法以底<sup>一百五十尺</sup>為一率<sup>如乙丙</sup>

和以兩腰相加得<sup>二百二十四尺</sup>為二率<sup>如乙丙</sup>兩腰相減餘<sup>十尺</sup>

為三率<sup>如庚乙</sup>求得四率<sup>十五尺六寸</sup>與底<sup>一百五十尺</sup>相

減餘<sup>四尺四寸</sup>折半得<sup>六寸七分</sup>為句<sup>如丁</sup>以小

腰<sup>一百一十二尺</sup>為弦<sup>如甲</sup>求得股<sup>八十九尺六寸</sup>為中

垂線乃以中垂線與底相乘折半得積蓋甲乙

丙三角形試以甲為心丙為界作一圓截大腰於庚截底於

戊又將大腰引長至己作甲己線與甲丙小腰相等則以乙

丙底邊和與乙己兩腰和為比即同於乙庚兩腰較與乙戊

底邊較為比為轉比例四率也既得四率則於乙丙底內減



去乙戊餘戊丙折半得丁丙為句甲丙為弦求得股為中垂線也其求積之法與前同

又法以大腰自乘得一萬四千八百八十四尺小腰自乘得一萬二千五百四十四尺兩數相減餘二千三百四十尺以底一百五十尺除之亦得底邊較十五尺六寸

既得底邊較照前法算之亦得其鈍角求積法同

設如有斜立鈍角三角形大腰二十一尺小腰十七尺底十尺

求形外垂線及形內積幾何答曰形外垂線十六尺八寸形

內積八十四尺法以底十尺為一率如乙丙為底邊較兩腰相減餘

四尺為二率如庚乙為兩腰相加得三十尺為三率如乙己為求

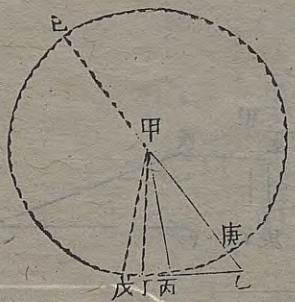
得四率十五尺二寸如乙戊為底邊和內減去底十尺餘五尺二寸折半得二尺六寸為

句如丙以小腰十七尺為弦如甲求得股十六尺八寸為中垂線如甲

丁乃以中垂線與半底五尺相乘得積如甲乙丙三角形試以

甲為心丙為界作一圓截大腰於庚又將大腰引長至己作

甲己線與小腰等復將底引長至戊作乙戊線則成甲乙戊



三角形凡自圓外一點至圓內所作兩線之比

例同於圓外兩段轉相比之比例則圓外兩段

之比例亦必同於兩全線轉相比之比例故乙

丙與乙庚之比同於乙己與乙戊之比為轉比

例四率既得乙戊則減乙丙餘丙戊折半得丙丁為句甲丙

為弦求得股為甲丁即形外垂線也求積法同前

又法以大腰自乘得四百四十一尺小腰自乘得二百八十九尺兩數相減

餘一百五十二尺以底十尺除之亦得底邊和二十五尺既得底邊和照

前法算之亦得蓋前題兩法為和求較此題兩法為較求和

其理一也

設如有鈍角三角形大腰三十七尺小腰十五尺底四十四尺  
求內容方邊幾何答曰九尺四寸二分八釐五毫有餘 法

先用求中垂線法求得中垂線十二尺與底四十四尺相加得五十六尺

如乙為一率中垂線十二尺為二率底四十四尺如乙丙為三率求

得四率己如戊即內容方邊如圖試依甲丁中垂線度將乙丙

線引長至癸作乙癸線又與甲丙線平行作壬

癸線又將甲乙線引長作壬乙線遂成壬癸乙

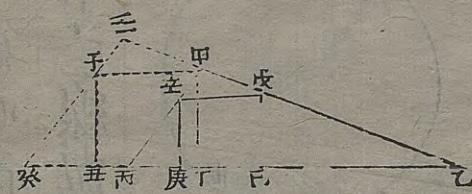
三角形與甲丙乙為同式復與底線平行作甲

子線與甲丁平行作子丑線則甲丁丑子正

形即為壬癸乙三角形內容之正方形矣故壬

癸乙之乙癸底與甲丁方邊之比同於甲乙丙

之乙丙底與戊己方邊之比也



設如有銳角三角形大腰三百三十八尺小腰三百尺底四百

一十八尺求內容圓徑幾何答曰一百九十尺 法先用求

中垂線法求得中垂線二百四十尺與底四百十八尺相乘得十萬

甲丙乙丙三長方積如甲乙併大腰小腰底三邊數共一千〇五

三長方除之得九十五尺為即內容圓半徑倍

之得全徑如圖試自圓之中心至甲乙丙三角

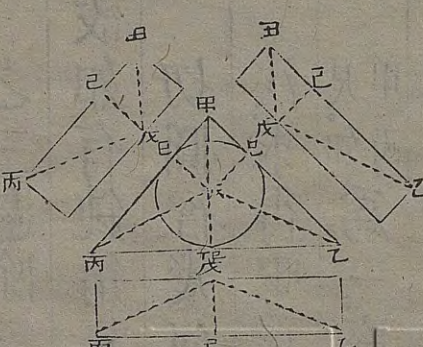
各作戊甲戊乙戊丙三線遂分甲戊乙甲戊丙

乙戊丙三三角形其三邊皆為三形之底而戊

己半徑皆為三形之垂線今乙丙底與甲丁中

垂線相乘所得之長方積原比甲乙丙三角形

積大一倍即如將三形之垂線各乘其底所得



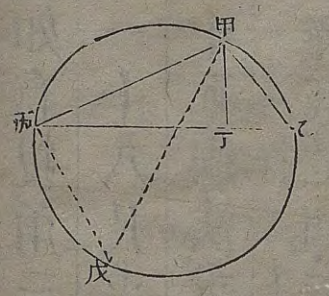
同而濶則一故各以長除積而得濶即半者即如合三角形之三邊除三角形之倍積而得半徑也。

設如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十一尺求外切圓徑幾何答曰二十一尺二寸五分 法先用求中垂線

法求得中垂線八尺如為一率小腰十尺如為二率大腰十七尺如

尺如為三率求得四率如甲即外切圓徑如圖甲乙丙三角

形作切三角一圓自甲角至圓對界作甲戊全徑線又自丙角至戊作丙戊線則甲丙戊之丙角立於圓界之一半必為



直角與甲丁垂線所分甲丁乙之丁角等而戊角與乙角皆對甲丙弧其度又等故甲丙戊與甲丁乙兩形為同式而甲丁與甲乙之比同於甲丙與甲戊之比也。

設如三角形底二丈八尺小腰與中垂線之較二尺大腰與中

垂線之較六尺問兩腰各幾何答曰小腰二十六尺大腰三

十尺 法借一差為中垂線則小腰為一多尺小腰與中垂線

之和為二多尺與小腰較二尺相乘得四多尺為小分底自乘

方積大腰為一多尺大腰與中垂線之和為二多尺

與大腰較六尺相乘得十二多尺為大分

底自乘方積以兩方積相較則大分底方為小

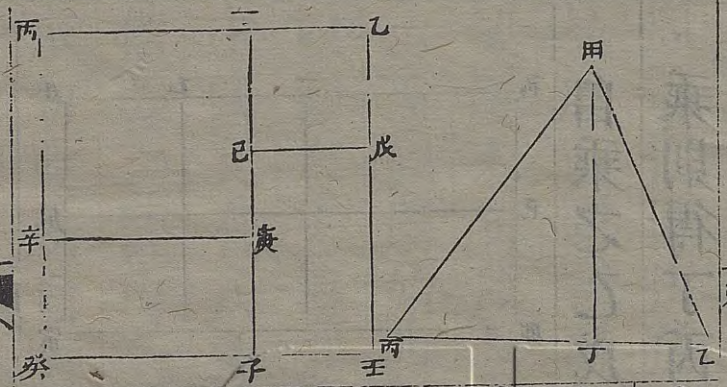
分底方之三多倍七乃以底八自乘得七百

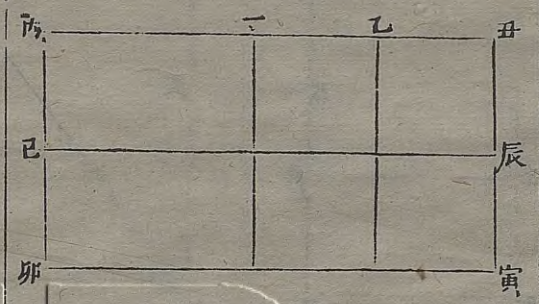
尺內減所多之四尺餘七百六尺為小分底自乘

四正方小分底乘大分底二長方積折半得三百

尺八十為小分底自乘二正方小分底乘大分底

一長方積共成一大長方底八尺為長濶之較





用帶縱較數開方法算之得濶尺十為小分底自  
 乘得尺一百以尺二小腰較尺二除之得尺五十為小腰與  
 中垂線之和內加較尺二折半得尺二十即小腰又  
 以兩腰較尺四與小腰相加得尺三十即大腰如圖  
 甲乙丙三角形作甲丁垂線遂分兩句股形以  
 甲乙甲丁股弦和與股弦較相乘則得乙丁句  
 自乘之乙戊己丁正方形以甲丙甲丁股弦和與股弦較相  
 乘則得丁丙句自乘之丁庚辛丙正方形丁庚辛丙形既為  
 乙戊己丁形之三倍多二十四尺故於乙壬癸丙大正方形  
 丙減去二十四尺餘與三乙戊己丁形等是共得乙戊己丁  
 類四正方形戊壬子己類大分底乘二長方共成丑寅卯丙大  
 長方折半得丑辰己丙長方形乙丙即長濶之較故用帶縱

較數開平方法算之得濶為乙丁小句自乘以股弦較除之  
 得股弦和故加較折半得甲乙為弦也既得甲乙而甲丙亦  
 可推而得矣

割圓說

周髀曰圓出於方方出於矩矩者所謂直角即句股也蓋因方  
 易度而圓難測方有盡而圓無盡故古人用割圓之法內弦外  
 切屢求句股為無數多邊形以切近圓界使弧線直線漸合為  
 一而圓周始得是則推圓者以方推方者以矩矣劉宋祖冲之  
 以圓容六邊起算无趙友欽以圓容四邊起算自明末西法入  
 中國又有八線六宗三要等說而圓度內外諸線相求之法始  
 備要之圓內六邊起算者圓徑折半即圓內六邊之一乃用屢  
 求句股法自六邊而十二邊自十二邊而二十四邊自二十四



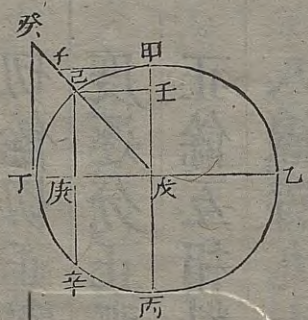
邊而四十八邊如是累至億萬邊設徑爲一而周得三一四一五九二六五三有餘圓內四邊起算者則以圓徑爲內容正方形之斜弦自乘折半開方而得四邊之一亦用屢求句股法自四邊而八邊自八邊而十六邊自十六邊而三十二邊如是累至億萬邊設徑爲一而周亦得三十四一五九二六五三有餘圓外四邊起算者圓徑卽四邊之一圓徑自乘倍之開方卽圓外正方之斜弦減去圓徑卽圓外兩角之餘又卽圓外八邊之一以八邊之一折半爲句半徑爲股求得弦與半徑相減餘卽股弦較又卽小同式形之句乃以八邊之一折半之句爲一率半徑之股爲二率小同式形之句爲三率推得四率爲小同式形之股倍之卽十六邊之一如是累至億萬邊設徑爲一而周亦得三一四一五九二六五三有餘圓外六邊起算者圓徑爲弦

半徑爲句求得股倍之卽圓外三邊之一取其三分之一爲圓外六邊之一以六邊之一折半爲句半徑爲股求得弦與半徑相減餘卽股弦較又卽小同式形之句乃以六邊之一折半之句爲一率半徑之股爲二率小同式形之句爲三率推得四率爲小同式形之股倍之卽十二邊之一如是累至億萬邊設徑爲一而周亦得三十四一五九二六五三有餘此兩法者或自圓內容形之邊爲句股法使無數句股小弦逼近圓周將與圓周合而爲一或自圓外切形之邊爲句股法使無數句股小股逼近圓周亦將與圓周合而爲一二法旣立故凡圓周圓徑諸法皆可以互相比例矣割圓八線則將圓周分爲三百六十度先求弧度通弦折半爲正弦旣得正弦而圓內之正矢圓外之正切正割由之而生至於餘弦餘矢餘切餘割則又由正而得

名三百六十度。平分四象限。每一象限九十度。九十度之中。得其正角為正。餘角為餘。是以正餘相對而割圓八線之表以立。一象限中。成句股形者。五千四百。故凡句股三角測量諸法。皆可以互相比例矣。自圓內容形。屢求句股。而得無數多邊。自圓外切形。屢求句股。而得無數多邊。內外湊集。則圓周漸變為直線。而設圓界為度分者。內而正弦。外而切線。至於無數。則圓周亦漸變為直線。二者互相參考。俱為相符。可見理之至者。先後一揆。法之精者。中外一理。然則句股即割圓之體。而割圓即句股之用。二者交相成而兩相得乎。

割圓八線

圓周定為三百六十度。大而周天。小而寸許。皆如之。蓋圓有大小而度分隨之。其為數則同。自圓心平分圓周為四分。名曰四象限。每一象限九十度。一象限之中。設為正弦。餘弦。正矢。餘矢。正切。餘切。正割。餘割。名之曰割圓八線。



設如甲乙丙丁圓。自圓心戊平分全圓為四象限。乃自戊任作一戊己半徑線。則將甲丁九十度之弧。分為甲己己丁二段。己丁為己戊丁角所對之弧。甲己為甲戊己角所對之弧。如命己戊丁為正角。則己丁為正弧。而甲戊己即為餘角。甲己即為餘弧。又自己與甲丙全徑平行。作己辛線。謂之通弦。其對己丁正弧。而立於戊丁半徑者。曰正弦。如己庚又與戊丁半徑平行。作壬己線。謂之餘弦。以其為甲己餘弧所對也。於戊丁半徑內減戊庚。與壬己等餘庚丁曰正矢。於甲戊半徑內減壬戊。與己庚等餘甲壬。謂之餘矢。自圓界與甲戊半徑平行。立於戊丁半徑

之末作垂線如癸仍與己戊丁角相對者曰正切將己戊半

徑引長與正切相遇於癸成戊癸線曰正割又自圓界與戊

丁半徑平行作甲子線謂之餘切戊癸正割被甲子餘切截

於子所分戊子謂之餘割每一角一弧即有正弦餘弦正矢

餘矢成四線於圓界之內復引出半徑於圓界之外而成正

切餘切正割餘割之四線內外共為八線故曰割圓八線逐

度逐分正弧之餘即為餘弧之正是以前四十五度之八線

正餘互相對待為用不必復求後四十五度之八線也凡此

八線皆九十度以內銳角之所成若直角九十度者則不能

成八線蓋因半徑即九十度之正弦如甲戊即甲而切線割

線為平行終無相遇之處也若鈍角過九十度外者則於半

周一百八十度內減其角度用其餘度之八線如己庚為己

丁弧之正弦亦即乙己弧之正弦也要之八線以正弦為本

有正弦則諸線皆由此生故六宗三要皆係正弦之法

六宗三要二簡法說

西洋歷算家作割圓八線表始自圓內容六邊四邊十邊三邊

五邊十五邊名曰六宗蓋用圓徑求各等邊形之一邊為相當

弧之通弦以為立表之原故謂之宗然六者實本於三如六邊

形之一邊即圓之半徑不藉他求數無零餘而理最易見此其

一也四邊形之一邊則為半徑所作正方形之對角斜弦此又

其一也十邊形之一邊則為半徑所作連比例三率之中率西

法謂之理分中末線此又其一也至於三邊形則出於六邊五

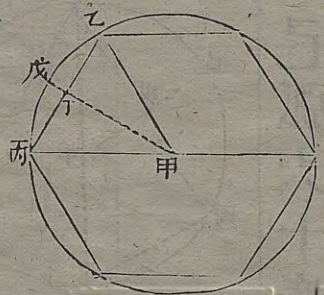
邊形則出於十邊十五邊形則又出於三邊及五邊非別自立

一法也既得此六種形之一邊各半之即得六種弧之各正弦

爰命此六種弧為本弧按法可求本弧之餘弦可求倍本弧之  
 正弦餘弦亦可求半本弧之正弦餘弦是為三要又以不等兩  
 弧之正弦餘弦求相加相減弧之正弦又兩弧距六十度前後  
 之度等得其兩正弦之較即得距弧之正弦是又名為二簡法  
 由此錯綜之可得正弦一百二十其中最小者為四十五分之  
 弦其自一分至四十四分之弦則以比例求之因弧分甚微與  
 直線所差無幾故以弦求弦而得之此西法立割圓八線表之  
 大綱也邇來西法又設連比例四率以求圓內容九邊七邊二  
 法因推廣其理於六宗之外增求圓內容十八邊十四邊形之  
 法俱以半徑為首率求連比例四率之第二率即十八邊形十  
 四邊形之一邊而九邊七邊又因之以生亦猶三邊之出於六  
 邊五邊之出於十邊也有此二形與六宗相參伍可得正弦三  
 百六十其中最小者為十五分之正弦又增一法求十五分之  
 三分之一五分之正弦所少者止一分至四分之正弦較之四  
 十五分為尤密可知矣今以六宗三要二簡法理分中末線并  
 新增數法皆按類具例於左

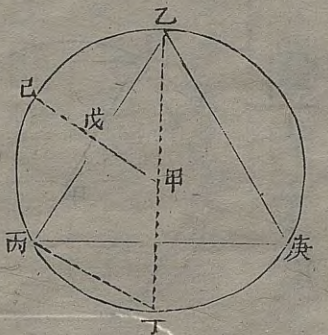
六宗

設如圓徑二十萬求內容六邊形之一邊幾何答曰十萬法

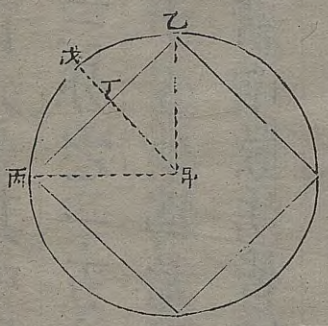


見方田章圓內容各形類如圖甲乙丙等邊三  
 角形甲角所對之弧得圓周六分之一為六十  
 度而邊既等者角亦相等則乙角丙角亦各為  
 六十度夫乙丙弧既為六十度則乙丙邊十萬

為六十度之通弦折半得乙丁五萬即乙戊弧三十度之正  
 弦也



設如圓徑二十萬求內容三邊形之一邊幾何答曰十七萬三千二百〇五。法見方田章如圖乙丙庚等邊三角形每邊所對之弧各得圓周三分之一皆一百二十度則乙丙邊即乙丙弧一百二十度之通弦折半得乙戊八萬六千六百〇二即乙己弧六十度之正弦也。



設如圓徑二十萬求內容四邊形之一邊幾何答曰十四萬一千四百二十一。法見方田章如圖甲乙丙三角形甲角所對之弧得圓周四分之一為九十九度則乙丙邊即乙丙弧九十度之通弦折半得乙丁七萬〇七百十即乙戊弧四十五度之正弦也。

理分中末線

設如以十萬為首率作相連比例三率使中率末率相加與首率等求中率末率各幾何答曰中率六萬一千八百〇三末

率三萬八千一百九十七

法以十萬自乘得一億如甲乙

為丁戊己庚長方積以十萬為長濶較如乙用帶

縱較數開平方方法算之得濶為中率如丙以中

率與首率相減餘為末率如甲即相連比例三

率也此法蓋因首率末率相乘之長方積如甲

與中率自乘之正方積等如丁戊故首率自

乘之正方積

如甲乙即同於丁戊己庚長方積而首率之中

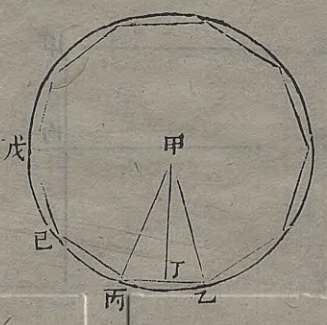
如甲有一中率如丙一末率如甲之數故首率自乘之正方

積中有首率中率相乘之一長方如丙乙又有首率末率相

乘之一長方。如甲丙庚辛是以丁戊己庚長方形之濶即中率其

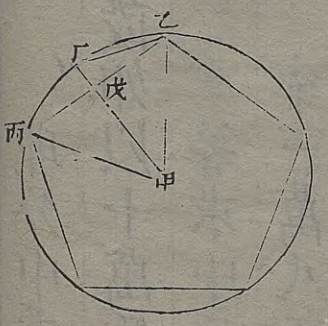
長比濶之較即首率中率與首率相減餘即末率也。

設如圓徑二十萬求內容十邊形之一邊幾何答曰六萬一千



八百〇三。法見方田章如圖甲乙丙三角形甲角所對之弧得圓周十分之一為三十六度則乙丙邊即三十六度之通弦折半得丁丙三萬九百〇十即十八度之正弦也。

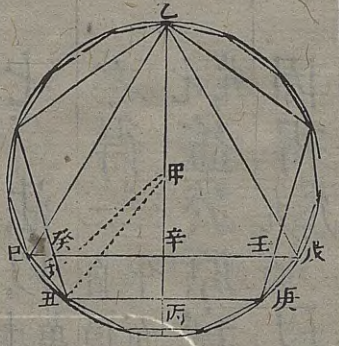
設如圓徑二十萬求內容五邊形之一邊幾何答曰十一萬七



千五百五十七。法見方田章如圖甲乙丙三角形甲角所對之弧得圓周五分之一為七十二度則乙丙邊即七十二度之通弦折半得乙戊五萬八千七百七十八即乙丁弧三十六度

之正弦也。

設如圓徑二十萬求內容十五邊形之一邊幾何答曰四萬一



千五百八十二。法以半徑十萬為弦。如甲丙為五邊形之半。五萬八千七百七十八為句。如丁丙求得股八萬〇九百。內減半徑之半。五萬如餘三萬九百。如甲丙。次以圓內容三邊形之一邊七

萬三千二百。內減圓內容五邊形之一邊十一萬七千五百。如戊己。折半得二萬七千八百。為句求得

餘五萬五千六百四十八。折半得二萬七千八百。為句求得

弦四萬一千五百。即圓內容十五邊形之一邊。如圖甲圓內

作一內容三邊形又作一內容五邊形將三邊形之每邊弧

分五段五邊形之每邊弧分三段即得十五邊形之一邊弧。

如甲丁己三角形甲角所對之弧得圓周十五分之一為二

十四度則己丁邊即二十四度之通弦折半得丁子二萬七千七百九  
十即丁丑弧十二度之正弦也。

按分作相連比例四率法

設如以十萬為一率作相連比例四率使一率與四率相加與  
二率三倍等問二率三率四率各幾何答曰二率三萬四千  
七百二十九三率一萬二千〇六十一四率四千一百八十  
七法以十萬自乘再乘得一十兆為實又以十萬自乘三因  
之得三百億成三平方積為法以法除實得三萬乃以三萬自乘再乘得十  
兆益於原實一十兆內為共實按除法以所得三萬與法三百  
兆相  
因得九百兆以減其實餘一十七兆為第二位實以法三百  
兆除之  
得四兆乃併首位次位所得共三萬四千自乘再乘得三十九兆三  
千仍益於原實一十兆內為共實按除法減首位所得三萬  
兆與法三百

億相因之九百兆又減次位所得四兆與法三百  
兆相因之一十兆

餘一十九兆三  
千為第三位實以法三百  
兆除之得六萬所餘太多

因益積取畧大之數為七萬乃併前兩位所得共三萬四千  
七自乘

再乘得四十一兆七千八百一  
十九億仍益於原實一十兆內為共實

按除法減首次位所得三萬  
四與法三百  
兆相因之一十兆又減

三位所得七億與法三百  
兆相因之二兆餘七千八百一十九  
億為

第四位實以法三百  
兆除之得三萬乃併前三位所得共三萬四  
千

二自乘再乘得四十一兆八千五百四十  
二億仍益於原實一十兆

內為共實按除法減前三位所得三萬四  
千與法三百  
兆相因之

一千〇四又減四位所得二兆與法三百  
兆相因之六千餘二千  
五百

四十二億一千為末位實以法三百  
兆除之得八萬所餘亦太多  
因益積取畧大之數為九萬乃併前四位所得共三萬四千七  
百二十九

自乘再乘得四十一兆八千八百六十七億六千仍益於原

實兆一千內為共實按除法以前四位與末位所得之數與法

相因之數遞減之仍餘一百六十七億六千六百四是共除

得三萬四千七百二十九為相連比例二率也以二率自乘以一率除

之得三率以三率自乘以二率除之得四率矣此為益實歸

除之法蓋因此法止有一率之數作相連比例四率而連比

例四率之理一率自乘用四率再乘與二率自乘再乘之數

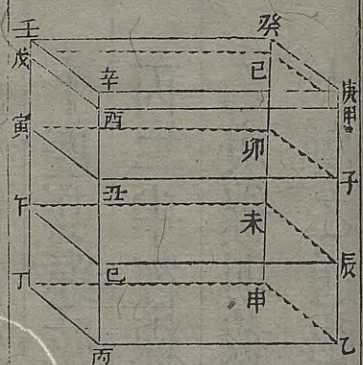
等今立法以一率自乘再乘為原實較之三倍二率與一率

自乘之面積相乘之數却少一二率自乘再乘之數故以累

除所得之數屢次自乘再乘益入原實然後按法除之始足

二率三倍之數也如圖甲乙為一率庚子子辰辰乙皆為二

率庚甲為四率庚乙為一率四率之共數又為二率之三倍



甲乙丙丁戊己為一率自乘再乘之正方體庚

乙丙丁壬癸為三倍二率與一率自乘面積相

乘之長方體比一率自乘再乘之正方體多一

庚甲酉戊壬癸扁方體此扁方體即一率自乘

用四率再乘之數與二率自乘再乘之數等若於一率自乘

再乘之正方體內加入二率自乘再乘之正方體即如於甲

乙丙丁戊己正方體上加一庚甲酉戊壬癸之扁方體成庚

乙丙丁壬癸長方體而以一率自乘之乙丙丁申方面除之

必得庚乙為二率之王倍苟舍乙丙丁申與辰己午未及子

丑寅卯三方面除之必得庚子或子辰或辰乙為二率若不

加積止以三方面除之則所得仍為一率三分之一比二率

數必小故以屢除所得之數屢次自乘再乘益入原積則積



漸增而得數亦漸大遞及末位則所少之積已足而除得之數即為二率之全數也。

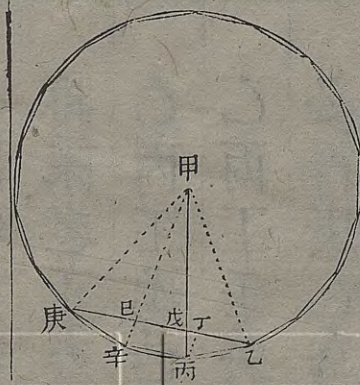
設如圓徑二十萬求內容十八邊形之一邊幾何答曰三萬四

千七百二十九。法用連比例四率以半徑十萬

為一率自乘再乘得一千為實又以十萬自乘三

因之得三百億為法按益實歸除之法除實得三萬

四十七百二十九為二率即圓內容十八邊形之一邊



如甲圓內容十八邊形每邊之弧得圓周十八分之一皆二

十度其通弦即圓內十八邊形之一邊試自圓心作甲乙甲

丙二半徑線遂成甲乙丙三角形復自圓界乙至圓界庚作

乙庚線則截甲丙線於戊又成乙丙戊三角形而乙庚為六

十度之通弦復自圓界丙按丙戊線度至乙庚線之丁作丙

丁線又成丙丁戊三角形此三形皆為同式其相當各邊俱

成相連比例故甲乙與乙丙之比同於乙丙與丙戊之比乙

丙與丙戊之比又同於丙戊與戊丁之比為相連比例四率

而甲乙為一率乙丙為二率丙戊為三率戊丁為四率也又

乙庚為六十度之通弦與甲乙一率等而乙戊丁己己庚三

段皆與乙丙二率等是乙庚一率中有乙丙二率之三倍而

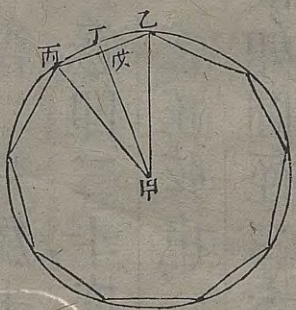
少一丁戊四率也必以乙庚一率與丁戊四率相加方與乙

丙二率之三倍等故用連比例四率有一率求二率法算之

得二率為十八邊形之一邊也乙丙弧既為二十度則乙丙

邊即二十度之通弦折半得一萬七千三百六十四即十度

之正弦也。設如圓徑二十萬求內容九邊形之一邊幾何答曰六萬八千



四百〇四。法見方田章如圖甲乙丙三角形  
 甲角所對之弧得圓周九分之一為四十度則  
 乙丙邊即四十度之通弦折半得三萬四千二  
 百〇二即二十度之正弦也。

按分作相連比例四率又法

設如以十萬為一率作相連比例四率使一率與四率相加與  
 二率兩倍再加一三率之數等問二率三率四率各幾何答  
 曰二率四萬四千五百〇四三率一萬九千八百〇六四率  
 八千八百一十四。法以十萬自乘再乘得一十兆成  
 以十萬自乘二因之得二百億成為法以法除實得五萬為盡數  
 因減實大於益實取畧小之數為四萬乃以四萬自乘再乘得十六  
 兆益於原實一十兆內為益實復以所得四萬自乘得六億以一  
 率十萬再乘得一十兆以減益實餘九百〇為正實按除法以  
 所得四萬與法一十兆相因得八兆以減正實餘四兆為第二  
 位實以法一十兆除之得千五仍取畧小之數為千乃併首位次  
 位所得共四萬自乘再乘得八百四十五兆一千益於原實一十  
 內為益實復以所得四萬自乘得一千六百九十一兆五為正實按  
 乘得一百九十三兆以減益實餘八百九十一兆五為正實按  
 除法減首次兩位所得四萬與法一十兆相因之八百八餘十  
 一兆五千八為第三位實以法一十兆除之得五百五乃併前兩位  
 所得共四萬四自乘再乘得八十一億二千五百萬益於原  
 實一十兆內為益實復以所得四萬四自乘得〇二十九億八千  
 以一率十萬再乘得〇二百九十八兆以減益實餘〇八百九十兆  
 一億二千為正實按除法減首次三位所得四萬四與法一十  
 五百萬為正實按除法減首次三位所得四萬四與法一十

億相因之八百九十兆餘九百六十一億二千五百萬為第四位實以法二百

除之實不足法乃以第四位為空位而第五位得四故以四

為末位乃併前三位所得共四萬四千五百自乘再乘得兆一千

四百四十八億九千一益於原實兆一千內為益實復以所

得四萬四千自乘得一十九億八千以一率再乘得

一百九十八兆以減益實餘八百九十兆以一率再乘得

六億以減益實餘十二億八千八百五十

三萬六千為正實按除法以五次所得之數與法相因之數

六十四為正實按除法以五次所得之數與法相因之數

遞減之仍餘四十二億八千八百五十是共除得四萬四千

為相連比例之二率也以二率自乘以一率除之得三率以

三率自乘以二率除之得四率矣此為益實兼減實歸除之

法蓋因此法止有一率之數作相連比例四率而相連比例

四率之理一率自乘用四率再乘與二率自乘再乘之數等

又一率自乘用三率再乘與二率自乘用一率再乘之數等

今立法以一率自乘再乘為原實較之二率加倍與一率自

乘之面積相乘之數却少一一率自乘四率再乘之數又多

一一率自乘三率再乘之數故以屢除所得之數屢次自乘

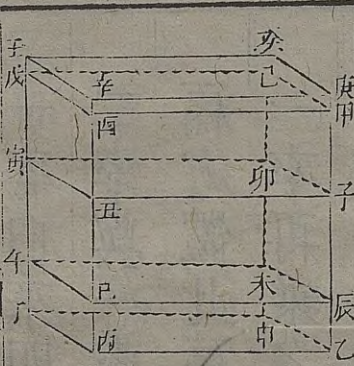
再乘益入原實又以屢除所得之數屢次自乘以一率再乘

與益實相減然後按法除之始足二率兩倍之數也如圖甲

乙為一率庚子子辰皆為二率辰乙為三率庚甲為四率庚

乙為一率四率之共數又為二率兩倍再加一三率之共數

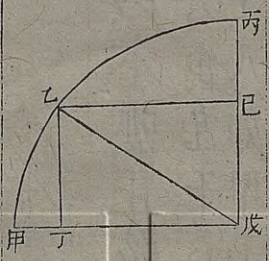
甲乙丙丁戊己為一率自乘再乘之正方體庚乙丙丁壬癸為兩倍二率併一三率與一率自乘面積相乘之長方體比一率自乘再乘之正方體多一庚甲西戊壬癸扁方體此扁方體即



一率自乘四率再乘之積與二率自乘再乘之積等比兩倍  
 二率與一率自乘面積相乘之扁方體多一辰乙丙丁午未  
 扁方體此扁方體卽一率自乘三率再乘之積與二率自乘  
 一率再乘之積等若於一率自乘再乘之正方體內加入二  
 率自乘再乘之數再減去二率自乘一率再乘之數卽如於  
 甲乙丙丁戊己正方體內加入庚甲酉戊壬癸之扁方體減  
 去辰乙丙丁午未之扁方體成一庚辰巳午壬癸扁方體而  
 以一率自乘之辰巳午未方面除之必得庚辰爲二率之兩  
 倍苟合辰巳午未子丑寅卯二方面除之必得庚子或子辰  
 爲二率若不益少減多而以二方面除之則所得仍爲一率  
 二分之一比二率數必大故以屢除所得之數屢次自乘再  
 乘益入原積復以屢除所得之數自乘用一率再乘逐層與  
 原積相減遞及末位則所少之積漸足所多之積漸消而除  
 得之數卽爲二率之全數也。

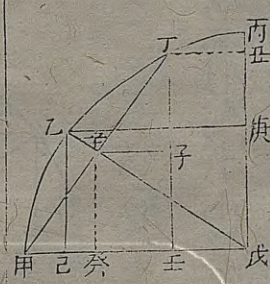
三要

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八求餘弧五  
 十四度之正弦幾何答曰八萬〇九百〇一 法以三十六  
 度之正弦爲句如乙半徑十萬爲弦如乙求得股  
如丁戊卽爲三十六度之餘弦卽五十四度之  
如乙己正弦也如圖甲乙丙九十度一象限甲乙本弧  
 三十六度乙丙餘弧五十四度乙丁爲本弧正弦試自乙至  
 象限中心戊作乙戊半徑線遂成乙丁戊句股形故用句弦  
 求股法得乙己也。



設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八餘弦八萬

○九百○一求倍弧七十二度之正弦餘弦各幾何答曰正  
弦九萬五千一百○五餘弦三萬○九百○一 法以半徑



萬為一率如戊 本弧正弦為二率如乙 本弧餘  
弦為三率如庚乙即如戊 求得四率如丁 求餘弦則  
二如辛癸 即如子壬 倍之即倍弧之正弦如壬  
即如子壬 倍之即倍弧之正弦如壬 求餘弦則

以本弧正弦自乘以半徑十除之得三萬四千五百  
倍之得

六萬九千○九 與半徑十萬如 相減餘即倍弧之餘弦如戊  
十八如甲壬 甲戊 相減餘即倍弧之餘弦如戊  
王即

如丁 如圖甲乙丙九十度一象限甲乙弧三十六度倍之為  
甲丁弧七十二度乙己為本弧之正弦庚乙為本弧之餘弦

與戊辛等 蓋辛甲與乙己等則戊辛必 丁壬為倍弧之正弦  
與戊己等戊己即庚乙也

丁丑為倍弧之餘弦試與乙己平行作辛癸線遂成戊乙己  
戊辛癸同式兩句股形戊乙與乙己之比同於戊辛與辛癸

之比為相當比例四率而辛癸與子壬等為丁壬之半 蓋辛  
甲為

丁甲之半則辛癸 故倍之得丁壬為倍弧之正弦又如求餘  
亦為丁壬之半

弦甲辛戊甲癸辛同式兩句股形甲戊與甲辛之比同於甲

辛與甲癸之比為連比例三率既得甲癸倍之得甲壬 蓋甲  
丁為

甲辛之倍則甲壬 與甲戊半徑相減餘壬戊與丁丑等即倍  
亦為甲癸之倍

弧之餘弦也

設如本弧四十五度之正弦七萬○七百一十餘弦亦七萬○

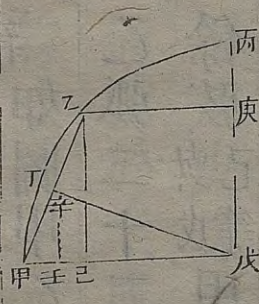
七百一十求半弧二十二度三十分之正弦餘弦各幾何答

曰正弦三萬八千二百六十八餘弦九萬二千三百八十七

法以本弧正弦為股如乙 本弧餘弦如庚乙  
即如戊

己 與半徑十萬如 相減餘二萬九千二百  
甲戊 八十九如甲己 為句

求得弦七萬六千五百 折半即半弧之正弦如  
三十六如乙甲 乙



辛 如圖甲乙丙九十度一象限甲乙弧四十五度折半為丁

乙弧二十二度三十分乙己為本弧之正弦庚乙為本弧之

餘弦與戊己等甲己乙成句股形故用句股求弦法求得乙甲為

本弧之通弦折半得乙辛為半弧之正弦如求餘弦則以本

弧餘弦與半徑相減餘二萬九千二百折半得一萬四千六

萬與本弧餘弦相加得八萬五千三百與半徑

至壬作辛壬垂線遂成甲辛戊辛壬戊同式兩

句股形甲戊與戊辛之比同於戊辛與戊壬之比為連比例

三率故首率戊甲與末率戊壬相乘開方得中率戊辛為半

弧之餘弦也

設如本弧三十六度之正弦五萬八千七百七十八求其三分

之一十二度之正弦幾何答曰二萬〇七百九十一 法用

連比例四率倍本弧之正弦得十一萬七千為七十二度之

通弦乃以半徑十萬自乘得一百用七十二度之通弦再乘得

一千一百七十五兆五千七百為實又以半徑十萬自乘三因

之得三百為法按益實歸除之法除實得四萬一千五為二

十四度之通弦折半即十二度之正弦如甲乙

丙九十度一象限甲乙弧三十六度甲丁為其

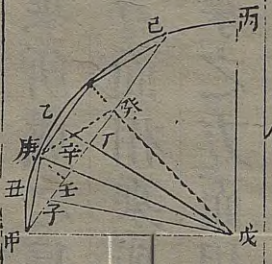
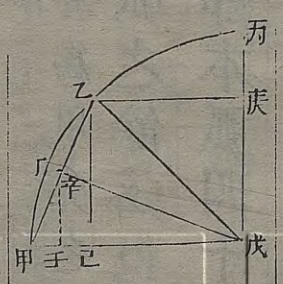
正弦倍之得甲己即七十二度之通弦試以七

十二度取其三分之一二十四度為甲庚弧其通弦甲庚與

甲戊庚戊兩半徑成一戊甲庚三角形又庚戊半徑截甲己

通弦於辛成庚甲辛三角形又依庚辛度向辛甲邊作庚壬

線成庚辛壬三角形此三形俱為同式其相當各邊俱成相



連比例故戊甲為一率甲庚為二率庚辛為三率辛壬為四率也今甲己七十二度之通弦內有甲庚二率之三倍而少一辛壬四率蓋己癸癸壬辛甲三段皆與甲庚二率等而癸壬辛甲兩段內却重辛壬一小段是通弦內有三二率少一四率也若以甲己通弦為高與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體則比三倍二率為高與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體必少一四率為高與一率半徑自乘之方面相乘所成之扁方體此扁方體與二率自乘再乘之正方體等故以一率半徑自乘之三方面為法除實每次所得二率之數自乘再乘益八原積則積漸增與三倍二率與一率半徑自乘之方面相乘所成之長方體合而除得之數即為二率既得甲庚二率為二十四度之通弦半之得甲子即甲丑弧十二度之正弦也

二簡法

設如四十五度之正弦七萬〇七百一十餘弦亦七萬〇七百

一十又有二十四度之正弦四萬〇六百七十三餘弦九萬

一千三百五十四求兩弧相加六十九度之正弦及兩弧相

減二十一度之正弦各幾何答曰六十九度之正弦九萬三

千三百五十八二十一度之正弦三萬五千八百三十六

法以半徑十萬為一率如乙四十五度之正弦為二率如乙二

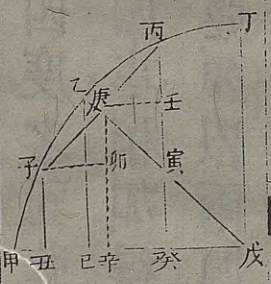
十四度之餘弦為三率如庚求得四率六萬四千五百九十

又以半徑為一率如乙四十五度之餘弦為二率如己二十

四度之正弦為三率如丙求得四率二萬八千七百乃以兩

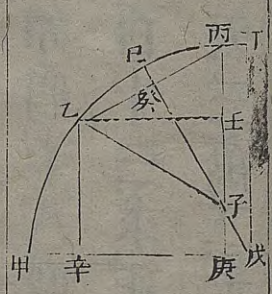
四率相加得九萬三千三百即相加弧如丙六十九度之正

弦如以兩四率相減餘三萬五千八百三十即相減弧如子



二十一度之正弦也。如甲乙丙丁九十度一象限乙甲弧四十五度丙乙弧二十四度相加為丙甲弧六十九度相減餘子甲弧二十一度乙己戊與庚辛戊為同式句股形故乙戊與乙己之比同於庚戊與庚辛之比又乙己戊與丙壬庚亦為同式句股形故乙戊與己戊之比同於丙庚與丙壬之比既得庚辛與壬則加減而得相加相減弧之正弦矣。

設如八十四度之弧距六十度二十四度正弦九萬九千四百五十二又有三十六度之弧距六十度亦二十四度正弦五萬八千七百七十八求距弧二十四度之正弦幾何答曰四萬〇六百七十三。法以八十四度之正弦如丙內減三十六度之正弦如壬庚餘四萬〇六百七十三即距弧二十四度之正弦如乙辛即餘四萬〇六百七十三即距弧二十四度之正弦如壬庚餘四萬〇六百七十三即距弧二十四度之正弦如丙壬即如乙癸。



四度之正弦如有距六十度前二十四度為三十四度其正弦五萬八千七百七十八距弧二十四度之正弦四萬〇六百七十三求距六十度後二十四度為八十四度之正弦如乙辛即與距弧二十四度之正弦如丙壬相加即得八十四度之正弦九萬九千四百五十二又如距六十度後二十四度為八十四度其正弦九萬九千四百五十二距弧二十四度之正弦四萬〇六百七十三求距六十度前二十四度為三十六度之正弦則以八十四度之正弦如丙與距弧二十四度之正弦如壬相減餘即三十六度之正弦五萬八千七百七十八如甲乙丙丁九十度一象限其己甲弧六十度丙甲弧八十四度丙距己二十四度乙甲弧三十六度乙距己亦二十四度試自己至象限中心作己戊線又自丙



至乙作乙丙線又自乙至子作乙子線又自丙與丁戊平行  
 作丙庚線遂成丙子乙等邊三角形丙壬為丙子之半丙癸  
 為丙乙之半丙子既與丙乙等則丙壬亦必與丙癸等有此  
 法凡有六十度以前各弧之正弦則以各距弧之正弦與之  
 相加可得六十度以後三十度各弧之正弦若有六十度以  
 後各弧之正弦則以各距弧之正弦與之相減可得六十度  
 以前三十度各弧之正弦六十度前後三十度之正弦用加  
 減而即得較之句股比例諸法尤為簡便也

八線相求法

設如四十八度之正弦七萬四千三百十四餘弦六萬六千九  
 百十三求正矢正切正割及餘矢餘切餘割各幾何答曰正  
 矢三萬三千〇八十六正切十一萬一千〇六十一正割十

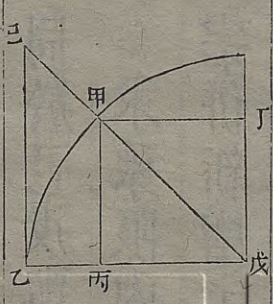
四萬九千四百四十七餘矢二萬五千六百八十五餘切九  
 萬〇四十餘割十三萬四千五百六十三法以半徑十萬內

減去餘弦餘即正矢如乙以餘弦為一率如丁甲即正

弦為二率如丙半徑為三率如乙求得四率如己即正切以餘弦

為一率如丙半徑為二率如甲仍以半徑為三率如乙求得

四率如己即正割如圖甲乙弧四十八度甲丙戊己乙戊兩

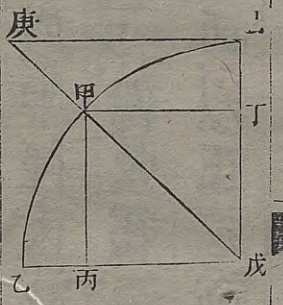


句股形為同式故戊丙與甲丙之比同於戊乙  
 與己乙之比而得正切又戊丙與甲戊之比同  
 於戊乙與己戊之比而得正割也若求餘線則

以半徑內減去正弦餘即餘矢如己以正弦為一率如甲丙

餘弦為二率如丁半徑為三率如己求得四率如己即餘

切以正弦為一率如丁半徑為二率如戊仍以半徑為三率



如己 求得四率 如戊 卽餘割蓋甲丁戊庚己戊  
 兩句股形爲同式故丁戊與丁甲之比同於己  
 戊與己庚之比而得餘切又丁戊與戊甲之比  
 同於己戊與戊庚之比而得餘割也。

求象限內各線總法

六宗併新增十八邊形及九邊形之每邊各半之得八弧之正  
 弦用要法之一各求其餘弦次取十二度 十五邊 用要法之三  
 折半四次得六度三度七度三十分及四十五分之正弦復用  
 新增法求其三分之一得十五分之正弦復求其三分之一卽  
 得五分之正弦既得五分之正弦乃用簡法之一求六十度以  
 內之正弦每越五分而得一弦可得七百二十又用簡法之二  
 求六十度以外之正弦亦越五分而得一弦又得三百六十 如

一度之弦與五十九度之弦相加卽六十一度之弦以二度之  
 弦與五十八度之弦相加卽六十二度之弦以至二十九度之  
 弦與三十一度之弦相加  
 卽得八十九度之弦也 總而計之一象限中共得正弦一千

○八十已居全表五分之一 象限中逐分計之共正弦五千四百  
 百故一千○八十爲五分之一也

再以五分之弦用要法之三得二分三十秒之弦復用新增法  
 求其三分之一得五十秒之弦乃以五十秒之弧爲一率五十  
 秒之弦爲二率一分之弧化六十秒爲三率得四率爲一分之  
 弦既得一分之弦卽用簡法之一簡法之二錯綜加減之則一  
 象限中每度每分之正弦悉得矣既得每度每分之正弦則用  
 前八線相求之法卽得每度每分之切割諸線矣如於一分之  
 中欲析爲六十秒則以比例四率求之卽得每秒之八線也

八線表上

八線內有正矢餘矢二線正矢即半徑減餘弦之數餘矢即半徑減正弦之數表內雖不列而數已寓矣

正	
四九〇五七五三〇五二〇七一〇四七〇二一九六一六三一五六六〇一三〇九四三〇五四六〇六四四八	二九六六五八九三四八九一一一九七七一七八〇七六一六八一〇一九〇八九九二六五五〇七九〇八八六
五九三三五二六七三〇〇一五二一三七七二六二六〇三三三三七九七〇〇三三九七七八一六二八五三九五〇	四八三七一五八一四六八九九九八六三〇五〇三六七七六二九九四八〇〇九六一五七八六二七〇一九六一
七四二九七四一九六三〇七四一八五七九五二八四〇六二八三九九四〇五九九三七一五九二六九一四七	一三五六八〇二三五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇

正切線	
一八八八七二六八四〇三三二〇二四七七六二〇二九七七七六四四〇三六四六五五六〇六〇六八一八〇	五〇七六八八四四〇四七〇六八八八九五〇九七〇四六四八七二五九九〇〇九七七八七二四五四九六四一八〇
五二〇二八〇八四八二八五六二四四三一二七六二七二〇三二〇五五六〇〇四五六〇〇四五六〇〇四五六〇	四九四九九四一七五三三三五八五九九七七九三九八〇南二三七五七三三八八四五二五五二七〇二四五六〇
七四二九九七五二〇八六四二〇九七六五五四四三三四四五六七九一四七〇四九四〇六三一九九九〇二五〇	一三五六八〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇二四五七九〇

正割線	
三五三九八二九六一七七八九五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五	二九二一九八九七五五六〇三三六九九一二〇七五四〇六七一六〇四〇三三八四八五八九七三二七三三
五〇七四一〇二六二一四〇一七九九六二七四三三三七〇二七五〇三三六七一六〇三三六七一六〇三三六七一六〇	一六三四八五五八四四七三三六二二六四六一一五三六三三三三七〇二七五〇三三六七一六〇三三六七一六〇
〇〇〇	〇〇〇

餘弦	
七八五〇七八二〇三七一六一七七八八五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五	七〇九四四一六八八七七七〇五五二四六八二〇三四七九二六〇五一九八八〇三四五七四六七九五七八〇七二七五〇
八三六五五五二六八六一三二九二二〇五九二二〇五九二二〇五九二二〇五九二二〇五九二二〇五九二二〇五九二二〇	九九八七六四二〇七四一八四〇五一六一五九三三七〇三六八一二四六七八八九九八八八八八八八八八八八八
九九	九九

餘切線	
〇八一二九五四七五八〇一九九九八四六五九四一九四八八八五五八八五五〇〇〇九八六二六四四七三〇	三九〇〇七四六九一四〇五〇
八四二六五六四六五八五三三七八五八一七八八五三〇〇七九六二六六三〇六七〇九四五一八一四一七三三八二八〇	九二一六〇三三三七二五五八四七〇四八六二四〇〇八〇五三六七〇〇二三八五七三六四八四四九五六一六三〇
九六一〇〇四四五一二四四一〇二七〇七四七五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五	八三八〇三一四一七四〇三三三三七七〇四〇七五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五

餘割線	
九九〇〇八二〇五二五一一三五五三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三	九四六一八二九六三〇三四一五三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三
〇〇〇八一七〇九五七四三六一〇六五〇六五〇六五〇六五〇六五〇六五〇六五〇六五〇六五〇六五〇六五〇六五〇	七七三五七七五二四七七八七四四九三〇五八四四三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三三
八三七五三六五五二八〇九五三三七〇六一三〇九九八六一二〇六〇六〇六〇六〇六〇六〇六〇六〇六〇六〇六〇	九五〇三七六〇八九五四〇四三六二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二二

度數	
一二三四五六七八九十一二三四五六七八九十一二三四五六七八九十一二三四五六七八九十一二三四五六七八九十一	十十十

八線表下

八線表下  
 八七八六四〇八五〇〇六六一三四七六五〇八五九九四六五五八七七一六一七三〇二八七〇五八七〇  
 九三四九四六〇五七二七〇八七五九七六四七五四三〇二八六四一五五〇七七七八八六一四四九〇七〇  
 三五四〇四四一三一五三七四六二一四〇九〇四〇八八九一五〇六二九七四二〇八六四二九六二九四〇  
 三三一七〇一〇六〇一〇六〇一〇六〇一〇六〇一〇六〇一〇六〇一〇六〇一〇六〇一〇六〇一〇六〇一〇六〇  
 九一三四六七八八九九〇一三三四五六七八八九〇一二三三四五六七八八九〇一二三三四五六七八八九〇  
 一三四五六七八八九〇一三三四五六七八八九〇一二三三四五六七八八九〇一二三三四五六七八八九〇  
 七七七七七七七七七八八八八八八八八九九九九九九九九九九九九九九九九九九九九九九九九九九九

正 弦  
 三七五四六二六八九〇〇五五八八八五五八八九九一四九五八四八九九一〇八五七四四九二一八〇  
 〇八二八三七一四一八一五五四九〇七六〇三六六二六八九七〇三二四〇〇五〇四一〇九六四七〇〇九三  
 三六一六五九四四八四六六三七五四二一〇〇三五八八七〇八五八七三三五八七三三三三〇六一二四八  
 五三六三七八九〇三一五八三二〇〇七六三三五〇八〇四三六八四〇七四六五二七三三三〇六一二四八  
 五二〇〇一四九七六八二九〇四二四〇二〇四六五五五七四七〇七三〇一四四一三五四四〇〇六一二四八  
 三七一五九三七二七二八三〇六三〇八六五四四四七〇七三〇一四四一三五四四〇〇六一二四八  
 〇〇一一一三三三四四五六七八八九〇一二三三四五六七八八九〇一二三三四五六七八八九〇一二三  
 一一

正 割 線  
 五二五一一八七二一六八六四九〇〇三三五〇六三七七一四四五〇六三三五五三一五二五〇二八〇九九  
 六九六三三三  
 五七七五二一六四〇四九七七〇〇六五八七〇九〇六二〇五六〇六一四三三三三三三三三三三三三三三三  
 五二四二七〇二六三四二〇〇六〇六〇六一二五三四四八五〇三九七五五九〇八二五五五五五五五五  
 九六四四  
 三六九二五八二六〇四八八七一一〇二二〇八六五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五五  
 四四  
 一一

餘 弦  
 四四六〇六四五〇三四九〇三一〇六六五一一三六一六九一二〇七四〇九一七〇二五〇三五七五〇五四  
 八八〇九七〇一五五六二九九八〇九一〇一八六一六七〇八七一七九一一一九八四三九九八五五九九  
 九九三三八二六一八七九三三〇〇七九七一一三三〇六二六一七三二五一一〇四三七七六二五五三九九  
 六九一〇七三六八七五〇〇八四九三三六七七六三〇五〇三六八九九九八六四一八五二七三三八四  
 四一九六二九五〇七三九九四九五〇四九三三八二六〇四八二五九二五八一四七〇三六九一四七九二四七  
 九八六五四二一〇八七五四二一〇八六五三二〇九七五四二〇九七五四二〇九七五四二〇九七五四二〇九  
 六六

餘 切 線  
 八一一八六〇六〇六五五六四六三〇四四六七七九二〇二六七七四二〇二五三〇四八六二七七八八一  
 八五四六九四五四二七〇七九〇〇九九五二七八四六四〇七九〇五九八八六〇七四〇四八六六七〇五  
 八一〇八九八八五四〇〇六六五〇〇二二〇二七二六七二一三四四二六五八二八四八〇八二〇二五  
 六五四二〇七二五五二五四八三三七五七三二四〇八九三九九七九三八五三三三五七一九四九九四  
 五二〇九九九一三六〇四九四〇七四一九七六五四四三三四四四五六七九〇二四六八〇二五七九二四七  
 六三〇六三〇八五二〇七四二〇七五三〇八六四二〇八六四二〇八六四二〇八六四二〇八六四二〇八  
 九九九八八七七七七六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六六

餘 割 線  
 六五七〇三六二七〇六〇三四四五二二九九三三四七〇八七二八四二五九七七八七一六九九二八九三五三  
 三七二三七九八五八四八三八三〇四〇六一七六〇四四七〇二一九六三三〇六六五七九八九一二九二  
 六二二一〇五二一〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇  
 一三六〇四七〇一〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇七三三〇  
 〇七五五五六九二〇六二九九六四三三二二二三四六三一六四六一四七五〇六二二八五二四八五五八  
 九六四二〇八六五三三〇九七六五四三二二二三四六三一六四六一四七五〇六二二八五二四八五五八  
 三三三  
 一一

數 度  
 六七八九十一二三四五六七八九十一二三三四五六七八九十一二三三四五六七八九十一二三三四五六七八九十  
 四四  
 五五五  
 五五五  
 五五五  
 五五五  
 五五五  
 五五五

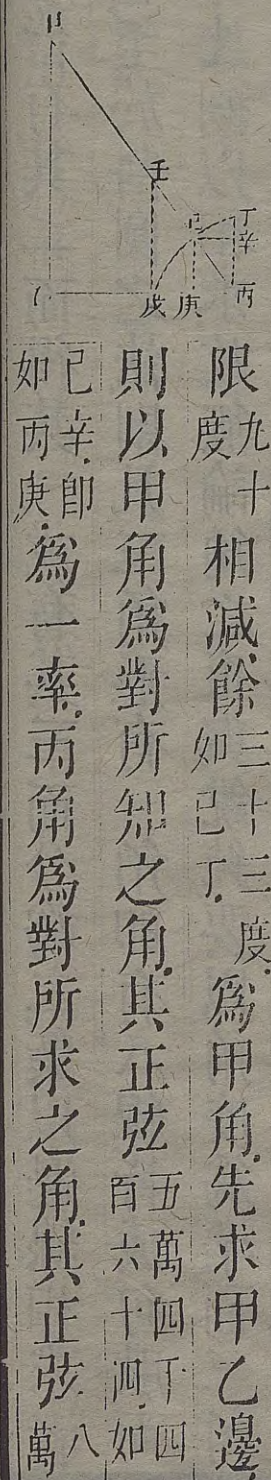
謹按數理精蘊八線表每度每分每十秒逐層遞析各列八線用以推測步算杪微皆為密合誠超前軼後之作茲刻限於卷帙第就一象限內九十度逐度列之若求分杪可用中比例法以求正弦如求一度二十分之正弦則以每度<sub>六十</sub>為一率以一度<sub>二</sub>度之正弦相減餘<sub>一七四</sub>為二率<sub>四</sub>為三率求得四率<sub>五八</sub>與一度之正弦相加得<sub>二八</sub>即一度二十分之正弦蓋多六十分則正弦多一七四七一今多二十分則正弦應多五八一五七既得正弦用八線相求法其餘諸線亦可粗得其梗概矣若求其分杪零數釐毫不爽須將全表查之

三角形邊線角度相求法

三角形有直角者為句股無直角者作中垂線則亦成兩句股也皆有其二而得其一或有其三而分為二槩以邊線相求者也至於割圓之法則凡三角形有一角即有八線皆成句股而可比例以相求故無論角之直與銳鈍要以角度為準而三角之度必與兩直角之度等<sub>即兩象限</sub>角之大者所對之邊亦大角之小者所對之邊亦小凡三角三邊但知其三而餘三者悉可得若直角則惟知其二而其餘者亦可得此三角之法所由立而測量之用所由廣也如知兩角一邊求又一邊者以對所知之角與對所求之角為比即如所知之邊與所求之邊為比也知兩邊一角求又一角者以對所知之邊與對所求之邊為比即如所知之角與所求之角為比也或所知之一角在所知兩邊之間而求又一角者則角無所對之邊而邊無所對之角必用兩邊之和較與所知角之外角半弧之切線為比而得所求兩

角與所知角之外角半弧之較既得較而角度亦得矣又如知三邊而求三角者則以三角形求中垂線法分為兩直角形而三角自隨之而得若止有三角則三邊無所約束故不成法蓋角度為虛率而邊線為實數有實數而虛率可御總以比例四率展轉用之惟在分合有法相度得宜耳

設如甲乙丙直角三角形乙角為直角九十度知丙角五十七度丙乙邊五丈求甲乙邊甲丙邊各幾何答曰甲乙邊七丈六尺九寸九分三釐有餘甲丙邊九丈一尺八寸〇三釐有餘 此知兩角一邊求又一邊者法以丙角 五十七度 與象



三千八百六十七 如己庚 為二率丙乙為所知之邊 五丈 為三率求得四率

七丈六尺九寸九分三釐有餘 即甲乙為所求之邊若求甲丙邊則以乙角

為對所求之角其正弦即半徑 十萬如己丙 為二率求得四率 九丈

一尺八寸〇三釐有餘 即甲丙為所求之邊蓋己庚丙與甲乙丙兩句

股形為同式故丙庚與己庚之比同於丙乙與甲乙之比而

丙庚與丙己之比又同於丙乙與甲丙之比也

又法以半徑 十萬如丙戊 為一率丙角正切 十五萬三千九百八十六如壬戊 為

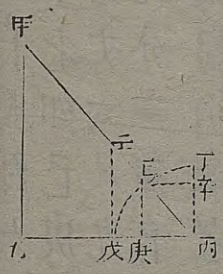
二率丙乙邊 五丈 為三率求得四率亦即甲乙邊若以丙角正

割 十八萬三千六百〇七如壬丙 為二率求得四率亦即甲丙邊蓋壬戊丙

與甲乙丙兩句股形亦為同式故丙戊與壬戊之比同於丙乙與甲乙之比而丙戊與丙壬之比又同於丙乙與丙甲之

比也

設如甲乙丙直角三角形乙角為直角九十度知丙角五十一  
 度五十一分甲丙邊八十九丈〇二寸二分求甲乙邊丙乙  
 邊各幾何答曰甲乙邊七十丈〇〇六分有餘丙乙邊五十  
 四丈九尺九寸有餘 此亦知兩角一邊求又一邊者法以  
 丙角如己戊與象限相減餘三十八度九分如己丁為甲角先求甲乙邊  
 則以乙角為對所知之角其正弦即半徑十萬如丙己為一率丙  
 角為對所求之角其正弦七萬八千六百四十如己庚為二率甲丙為所  
 知之邊八十九丈〇二寸二分為三率求得四率即甲乙為所求之邊  
 若求丙乙邊則以甲角為對所求之角其正弦六萬一千七百  
 如丙庚辛巳即為二率求得四率即丙乙為所求之邊  
 蓋已庚丙與甲乙丙兩句股形為同式故己丙  
 與己庚之比同於甲丙與甲乙之比而已丙與



庚丙之比又同於甲丙與乙丙之比也。

又法求甲乙邊以丙角正割十六萬一千八百八十五如壬丙為一率正切

十二萬七千三百〇六如壬戊為二率甲丙邊數為三率求得四率亦即甲

乙邊若求丙乙邊則以半徑十萬如丙戊為二率求得四率亦即

丙乙邊蓋壬戊丙與甲乙丙兩句股形亦為同式故壬丙與

壬戊之比同於甲丙與甲乙之比而壬丙與戊丙之比又同

於甲丙與乙丙之比也。

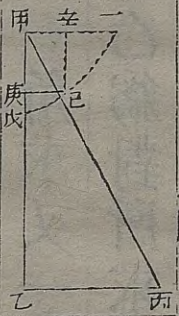
設如甲乙丙直角三角形乙角為直角九十度知甲丙邊一百

〇二丈二尺丙乙邊四十八丈求甲角丙角各幾何答曰甲

角二十八度〇一分丙角六十一度五十九分 此知兩邊

一角求又一角者法以甲丙為對所知之邊其數為一率丙

乙為對所求之邊其數為二率乙角為所知之角其正弦即



半徑十萬如為三率求得四率如庚為甲角正  
弦檢表得二十八度一分即甲角為所求之角甲角之

正弦即丙角之餘弦如檢餘弦數得六十一度五十九分即丙角蓋甲

乙丙與甲庚己兩句股形為同式故甲丙與乙丙之比同於

甲己與庚己之比也

又法以丙乙邊數為一率甲丙邊數為二率半徑十萬如為

三率求得四率二十一萬二千九百十六如己丙為丙角之正割檢表得六

一度五十九分即丙角丙角之正割即甲角之餘割如

檢餘割數得二十八度一分即甲角蓋甲乙丙與己戊

丙兩句股形亦為同式故乙丙與甲丙之比同於戊丙與己

丙之比也

設如甲乙丙直角三角形乙角為直角九十度知甲乙邊二十

丈丙乙邊三十四丈六尺四寸一分求甲角丙角各幾何答

曰甲角六十度丙角三十度此即所知之一角在所知兩

邊之間角無所對之邊邊無所對之角而求又一角者法以

兩邊數相加得五十四丈六尺四寸一分為兩邊和為一率兩邊數

相減餘十四丈六尺四寸一分為兩邊較為二率以乙角之外角九十

度如甲折半得四十五度為半外角其正切為半徑十萬如為三

率求得四率二十六萬七千九百四十八如己戊為半較角之正

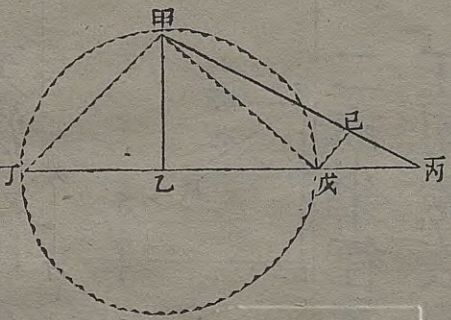
切檢表得五十五度為半較角與半外角相減餘十三

度即丙角與半外角相加得六十九度即甲角蓋丙

丁甲與丙戊己兩三角形為同式故丙丁與甲

丁之比同於丙戊與己戊之比也既得己戊加

減而得餘二角矣





又法以甲乙邊為一率丙乙邊為二率半徑千為三率如甲

求得四率十七萬三千二百為甲角之正切檢表

得六十即甲角與象限九十相減餘三十即丙

角如先求丙角則以丙乙邊為一率甲乙邊為

二率半徑為三率如丙求得四率五萬七千七百為丙角之

正切檢表得三十即丙角與象限相減餘六十即甲角蓋甲

戊庚與甲乙丙兩勾股形為同式故甲乙與丙乙之比同於

甲戊與庚戊之比而丙丁辛與丙乙甲兩勾股形亦為同式

故丙乙與甲乙之比同於丙丁與辛丁之比也

設如甲乙丙銳角三角形知乙丙邊三十二丈乙角六十度丙

角四十六度求甲乙邊甲丙邊各幾何答曰甲乙邊二十三

丈九尺四寸六分有餘甲丙邊二十八丈八尺二寸九分有

餘 此知兩角一邊求又一邊者法以乙角丙角度相加得

一百〇與半圓一百八相減餘七為甲角先求甲丙邊則

以甲角為對所知之角其正弦九萬六千一百二十六如為

一率以乙角為對所求之角其正弦八萬六千六百〇為二

率乙丙為所知之邊三十二為三率求得四率甲丙為所求之

邊若求甲乙邊則以丙角為對所求之角其正弦七萬一千

四如甲乙為二率求得四率甲乙為所求之邊如圖甲乙丙

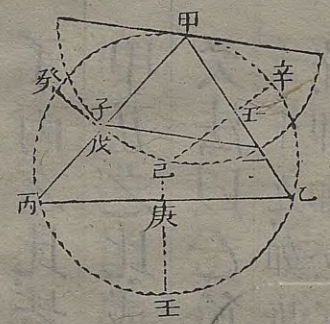
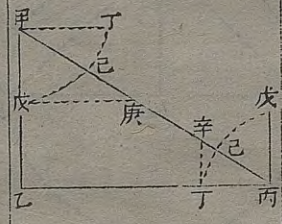
三角形作含三角形之圓則三角皆切圓邊其所對之弧皆

為本角之倍度若再作一以甲角為心之半圓

則甲角所對之丁己戊弧即居乙壬丙弧之半

凡量角度必以角為圓心真度乃見斯為真度其乙丙二角亦然

故求甲丙邊者以乙庚與甲子之比或庚丙與



子丙之比皆同於乙丙與甲丙之比求甲乙邊者以乙庚與甲丑之比或庚丙與丑乙之比皆同於丙乙與甲乙之比也

又法以乙角餘切

五萬七千七百三十

五如戊己即如壬癸

與丙角餘切九萬六千五百

六十九如庚辛即如癸子

相加得

十五萬四千三百

為一率乙角餘割

十一萬五

千四百七十

如甲壬

為二率丙乙邊為三率求得四率即甲乙邊

若以丙角餘割

十三萬九千

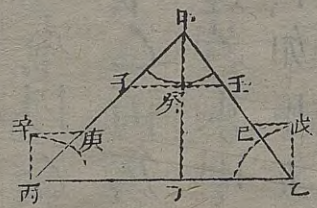
十六

為二率則

得四率即甲丙邊此法蓋以三角形分為兩句

股如乙角六十度與象限相減餘三十度為甲

丁乙形之甲角又丙角四十六度與象限相減



丁乙形之甲角又丙角四十六度與象限相減餘三十度為甲

餘四十四度為甲丁丙形之甲角乙角之餘切戊己即甲丁

乙形甲角之正切壬癸乙角之餘割己乙即甲丁乙形甲角

之正割甲壬而丙角之餘切庚辛即甲丁丙形甲角之正切

癸子丙角之餘割庚丙即甲丁丙形甲角之正割甲子乙角

丙角兩餘切相加之數即兩甲角正切相和之數壬子蓋甲

癸壬與甲丁乙甲癸子與甲丁丙俱為同式句股形而甲壬

子與甲乙丙亦為同式三角形故求甲乙邊者壬子與甲壬

之比同於乙丙與甲乙之比求甲丙邊者壬子與甲子之比

同於乙丙與甲丙之比也

設如甲乙丙鈍角三角形知乙角二十四度丙角三十六度三

十分乙丙邊七十九丈○一寸求甲乙邊甲丙邊各幾何答

曰甲乙邊五十三丈九尺九寸七分甲丙邊三十六丈九尺

二寸三分有餘此亦知兩角一邊求又一邊者法以乙角

度與丙角度相加得

六十度

與半圓相減餘

一百十九度

為甲

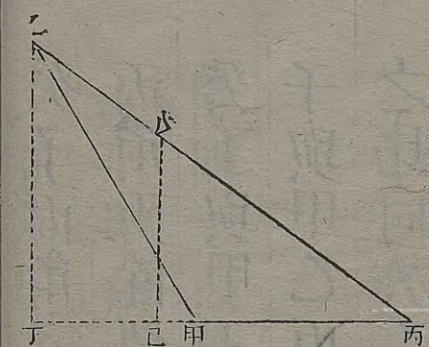
鈍角先求甲乙邊則以甲鈍角為對所知之角夫甲角既為

鈍角過九十度乃用其外角將甲角度與半圓相減餘六十度三十分為甲外角其正弦八萬七千三百六十六為一率凡鈍角之外角正弦即鈍角之正弦也

丙角為對所求之角其正弦五萬九千四百八十二為二率乙丙為所

知之邊其數為三率求得四率即甲乙為所求之邊若求甲丙邊則以乙角為對所求之角其正弦四萬六百七十四為二率求

得四率即甲丙為所求之邊此法亦有兩角一邊但甲為鈍角故用外角正弦求法畧異試以求甲乙邊言之則甲乙邊



為半徑於甲角之外作乙丁垂線則成乙甲丁之外角其乙丁垂線即外角正弦又按甲乙邊度截乙丙邊於戊使戊丙與甲乙半徑等作戊己垂線即丙角之正弦夫戊己丙與乙丁丙兩句股形為同式故乙丁與戊己之比同於乙丙

與等甲乙之戊丙之比也其求甲丙邊用外角正弦理亦同若用前題第二法求之亦得

設如甲乙丙鈍角三角形知乙角三十三度三十八分四十秒

丙外角五十五度五十三分乙丙邊十六丈求甲角甲乙邊

甲丙邊各幾何答曰甲角二十二度一十四分二十秒甲乙

邊三十五丈甲丙邊二十三丈四尺二寸二分有餘此法

亦有兩角一邊但先有外角其求角法稍異以乙角度與丙

外角度相減餘即甲角度丙外角與乙甲二內角相併之度等故也其求邊之法

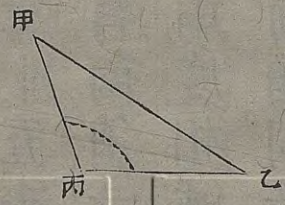
與前題同若用第二法求之亦得但一率須用乙角餘切與

丙外角餘切相減所餘之數耳

設如甲乙丙鈍角三角形知丙角一百一十度甲乙邊二十二

丈五尺五寸甲丙邊十二丈求甲角乙角及乙丙邊各幾何

答曰甲角四十度乙角三十度丙邊十五丈四尺二寸七分  
 此知兩邊一角求又一角者法以甲乙邊為對所知之  
 邊其數為一率甲丙邊為對所求之邊其數為二率丙角為



所知之角其外角七十度正弦九萬三千九百六十九為  
 三率求得四率五萬為乙角正玄檢表得三十度即  
 乙角與丙角相加得一百四十度與半圓相減餘四十度  
 即甲角既得甲角其求邊法亦同前。

設如甲乙丙銳角三角形知甲乙邊一百二十二尺甲丙邊一  
 百一十二尺乙丙邊一百五十尺求甲乙丙角各幾何答曰  
 甲角七十九度三十六分五十秒乙角四十七度一十五分  
 三十秒丙角五十三度七分四十秒 此知三邊而求三  
 角者法以乙丙邊為底其數為一率甲乙甲丙為兩腰兩數



相加得二百三十四尺為二率相減餘十尺如為  
 三率求得四率十五尺六寸為分底之較與全底  
 如乙相減餘一尺三寸四分折半得六寸七分如丁  
 丙

丙為分底之數乃以甲丙邊為對所知之邊其數為一率丁  
 丙分底為對所求之邊其數為二率丁角為所知之角其正  
 弦十萬為三率求得四率六萬為甲丁丙形甲分角之正玄即丙  
 角之餘弦檢表得五十三度七分四十秒為丙角既得丙角則以甲乙  
 邊為對所知之邊其數為一率甲丙邊為對所求之邊其數  
 為二率丙角為所知之角其正玄七萬九千九百九十七為三率求得  
 四率七萬三千四百四十七為乙角之正玄檢表得四十七度十分為乙角  
 乃併乙丙二角共一百度二十三分十秒與半圓相減餘七十九度三十分  
 即甲角如圖以甲角為心甲丙小邊為半徑作一戊丙己

庚圓截甲乙邊於庚截丙乙底於戊將甲乙引長至圓界己  
 則甲己與甲丙等乙己即兩腰和乙庚即兩腰較乙戊即乙  
 丁丁丙兩分底之較故底和乙丙與邊和乙己之比即同於  
 邊較庚乙與底較乙戊之比為轉比例四率也。

又法先求丙角以甲丙邊與乙丙邊相乘得一萬六千八百尺如丙癸丑子

一長倍之得三萬三千六百尺如癸丙卯寅一大長方為一率以甲丙邊乙丙邊

各自乘相加得三萬五千〇四十四尺如甲丙戊己及乙丙癸壬二正方又以甲乙邊自

乘如甲乙辛庚一正方與之相減減去等辰巳午甲之甲丙戊己一正

之乙壬申未餘二萬〇一百六十八尺為二率半徑十萬為三率

一小長方如未申癸丙一長方為二率半徑十萬為三率

如丁求得四率六萬為甲分角之正弦即丙角之餘弦檢表而

得丙角若求乙角則以甲乙邊與乙丙邊相乘得數倍之為

一率以甲乙邊乙丙邊各自乘相加內減甲丙邊自乘之數

餘為二率半徑為三率求得四率六萬七千八百六十九

為甲分角之正弦即乙角之餘弦檢表而得乙

角此法蓋以三邊面積互相加減使面與面比

而得線與線之比也如甲乙丙三角形作一甲

丁垂線遂分為兩句股形又作三邊之各正方

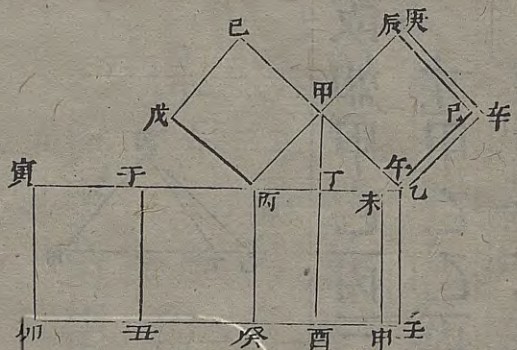
復作兩邊相乘之長方則丙癸卯寅之長方與

未申癸丙之長方之比即同於丙寅邊與未丙

邊之比也又比例之理全與全半與半之比例相同故丙癸

卯寅之長方與未申癸丙之長方相比又即同於丙子邊與甲

丙邊為丁角正與丁丙邊之比也



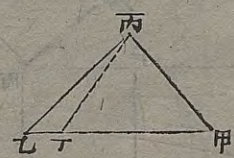
設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分乙丙邊一丈二尺二

寸甲乙甲丙兩邊較三尺八寸求乙角丙角各幾何答曰乙

角四十七度十六分丙角七十九度三十六分 法依甲丙  
邊度截甲乙邊於丁餘乙丁即兩邊較自丙至丁作丙丁線

成乙丁丙鈍角形乃以乙丙邊數為一率乙丁邊較為二率

甲角度與半圓相減餘一百二十六度五十二分折半得六十三度二十六分即丁  
鈍角之外角與丙角等其正弦八萬九千四百一十一為三率求得四率



二萬七千八百五十八為丙分角正玄檢表得十六度十分為  
丙分角與丁丙甲角六十三度二十六分相加得七十九度三十六分  
為丙角以丙分角與丁外角相減餘四十七度十六分為乙角

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分甲丙邊一丈二尺二  
寸甲乙乙丙兩邊較二尺八寸求乙角丙角各幾何答曰乙  
角四十七度十六分丙角七十九度三十六分 法依乙丙

邊度截甲乙邊於丁餘甲丁即兩邊較自丙至丁作丙丁線

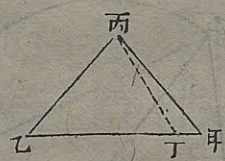
成甲丁丙鈍角形乃以甲丁較與甲丙邊相加得一丈四尺為一

率相減餘八尺四寸為二率甲角半外角六十三度二十六分之正切十九萬九千九百九十九

八十六為三率求得四率九百九十九為半較角正切檢表

得五十二度十二分為半較角與半外角相減餘十三度四分為丙分角倍

之與甲角相加即丙角併甲角丙角與半圓相減餘即乙角



蓋以丙分角與甲角相加則得丙丁乙角與丙  
大分角等是丙大分角與一丙小分角一甲角  
之度等故倍小分角與甲角相加得丙全角也

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分乙丙邊一丈二尺二

寸甲乙甲丙兩邊和二丈六尺二寸求丙角乙角各幾何答

曰乙角四十七度十六分丙角七十九度三十六分 法以

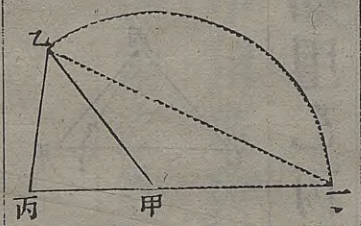
甲乙與甲丙相加得丙丁自乙至丁作乙丁線成丁乙丙三  
角形乃以乙丙邊數為一率丁丙兩邊和為二率甲角折半

得二十六度即丁角與甲乙丁角等其正弦四萬四千

四為三率求得四率九萬六千為丙乙丁角正

弦檢表得七十三度為丙乙丁角丙減半甲角

二十六度餘即乙角併甲角乙角與半圓相減



餘即丙角

設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分甲乙邊一丈五尺甲

丙乙丙兩邊和二丈三尺四寸求乙角丙角各幾何答曰乙

角四十七度十六分丙角七十九度三十六分法以甲丙

與乙丙相加得甲丁自乙至丁作乙丁線成甲乙丁三角形

乃以甲丁兩邊和與甲乙邊相加得三丈八尺四寸為一率相減餘

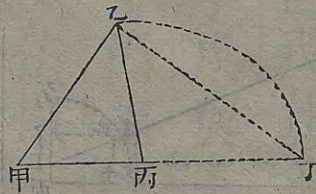
八尺為二率甲角與半圓相減餘一百二十六度折半得半外

角六十三度其正切十九萬九千為三率求得

四率四萬三千七百為半較角正切檢表得二十

三分為半較角與半外角相減餘為丁角倍之

即丙角併甲角丙角與半周相減餘即乙角



二角測量說

周髀曰偃矩以窺高覆矩以測深臥矩以知遠蓋以矩度或表  
竿相度窺測立者則取其直平者則取其方必使成直角以大  
小句股為比例以在器之句股比所測之句股彼此相形而得  
之者也然句股必為直角而三角形則惟變所適而無定形要  
以角度為準而用割圓八線以為比例凡求角求邊皆以三角  
形之法為本總以對所知為一率對所求為二率所知為三率

得四率即所求也。或一測或屢測，惟在隨時而致用。或用正或  
用餘，惟在比例之相當。不特凡物之高深廣遠，可得而推，即七  
政之躔度、天地之形體，俱可得而測也。度數測量，必取資於儀  
器，全圓儀、半圓儀、象限

儀雖為體不同，其為用則一。以九十度為準，以定  
表遊表為二。視線其相距之度，即為所測之角。

設如一塔，不知其高，但知距塔之遠為三十丈，欲測其高幾何。

答曰：十三丈三尺五寸七分。再加儀器  
距地之高

法先以儀器定準

墜線以定表看地平，遊表看塔尖，得兩表相距二十四度，乃

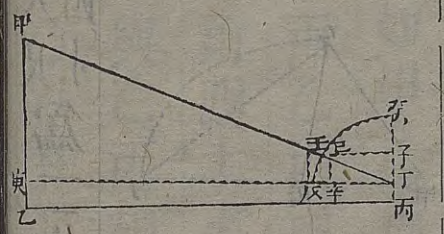
以半徑十萬，如  
丁戊為一率，二十四度之正切四萬  
四百

五百二十為二率，距塔之遠三十  
丈為三率，求得

四率，再加儀器距地之高，即塔之高也。如圖甲

乙為塔之高，丙乙為距塔之遠，儀器中心為丁。

丁丙為儀器中心距地之高，丁戊為定表所對



地平為庚，丁己為遊表看塔尖，甲得兩表距弧二十四度為

己戊，其正切為壬戊，壬戊丁與甲庚丁兩句股形為同式，故

丁戊與壬戊之比，同於丁庚與甲庚之比也。既得甲庚，加與

丁丙相等之庚乙，即得塔之高矣。此與句股測量  
第一題同法。

又法以丁角二十四度  
如己戊與象限相減，餘六十六度  
如己癸，即甲角之

正弧，為對所知之角，其正弦九萬一千三百五十  
五，如子己，與丁辛等，為一率，儀

器上二十  
四度為對所求之角，其正弦四萬○六百七  
十四，如己辛，為二率，距

塔之遠三十  
丈為所知之邊，為三率，求得四率，亦即甲庚，蓋己

辛丁與甲庚丁兩句股形亦為同式，故丁辛與己辛之比，亦

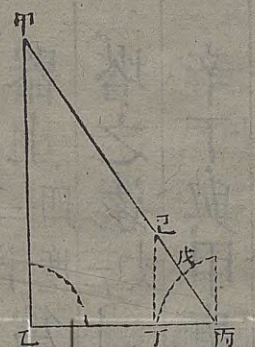
同於丁庚與甲庚之比也。此三角測量通法，  
後各題俱可用。

設如一樹，欲知其遠，取一直角，橫量十五丈，測之，問得遠幾何。

答曰：二十五丈九尺八寸。法以儀器定游表於九十度，取  
直



也。定表看樹對游表立兩表竿取直橫量十五丈復安儀器於此以定表看原處游表看樹得兩表相距六十度乃以半徑十萬如為一率丙角六十度之正切十七萬三千二百〇五如己丁為二

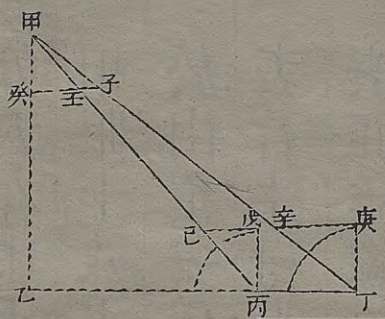


率橫量十五丈為三率求得四率即所測樹之遠二十萬如丙己若求甲丙斜距則以六十度之正割三十丈即甲丙斜距之遠如圖甲二率推得四率三十丈即甲丙斜距之遠

為樹甲乙為距樹之遠乙為所定直角丙乙為橫量十五丈丙為儀器中心丙丁為定表看原處乙丙戊為游表看樹甲得兩表距弧六十度為戊丁丙丁為半徑己丁為正切丙己為正割故丙丁與丁己之比同於丙乙與乙甲之比而丙丁與丙己之比同於丙乙與甲丙之比也此與句股測量第二題同法

設如一山欲知其高用重測之法測之退步十丈問山高得幾何答曰二十八丈三尺五寸法先安儀器定準墜線以定

表看地平遊表看山頂得兩表相距五十度又退行十丈復安儀器定準墜線以定表看原地平處遊表看山頂得兩表相距四十度乃以前測所得五十度之餘切八萬三千九百一十如戊己即如與後測所得四十度之餘切十一萬九千一百七十相減餘三萬五千二百六十五如子壬為一率半徑十萬如甲癸為二率退行十丈為三率求得四率即山之高也如圖甲乙為山之高丙丁為退行



十丈前測得丙角五十度後測得丁角四十度甲癸壬與甲乙丙兩句股形為同式而甲癸壬與甲乙丁兩句股形亦為同式故甲壬子與甲丙丁兩三角形亦為同式而子壬與甲癸之比同於丁丙與甲乙之比也此與句股測量第三第四第五題同法

設如人在山上欲測山之高但知山前有二樹與山參直二樹相距十八丈問山高得幾何答曰四十八丈七尺七寸法

於山頂安儀器定準墜線以定表向空中取一平線先以遊

表看遠樹得遊表距垂線四十九度次以遊表看近樹得遊

表距垂線三十八度乃以四十九度之正切十一萬五千〇

與三十八度之正切七萬八千一百相減餘三萬六千九百

為一率半徑十萬如為二率二樹相距十八為

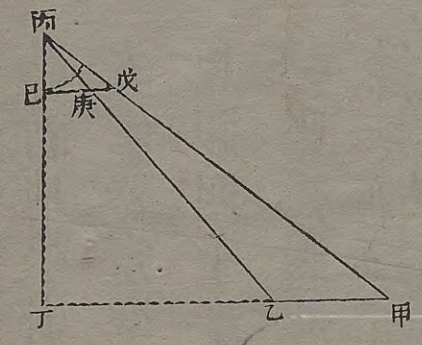
三率求得四率即山之高如圖甲乙為二樹相

距丙丁為山之高甲丙丙丁角為看遠樹所得四

十九度乙丙丁角為看近樹所得三十八度兩

數相減餘十一度為甲丙乙角故戊庚與丙己

之比同於甲乙與丙丁之比也此題句股測量所無然即前題之法耳



設如一石欲知其遠不取直角於左右兩處橫量五十丈測之

問兩處各距石幾何答曰左距石遠五十六丈五尺三寸右

距石遠六十一丈三尺三寸法先平安儀器於左以定表

看右儀器中心遊表看石得兩表相距七十度次平安儀器

於右以定表看左儀器中心遊表看石得兩表相距六十度

乃以七十度之餘切三萬六千三百九十與六十度之餘切

五萬七千七百三十相併得九萬四千一百為一率右六十

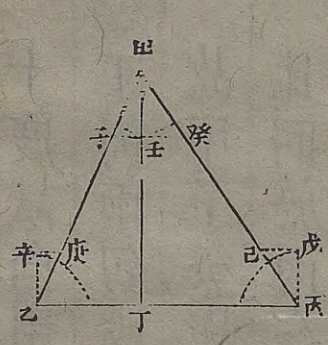
度之餘割十一萬五千四百三為二率左右相距五十為三

率求得四率即右邊距石之遠若以左七十度

之餘割十萬六千四百十八為二率求得四率

即左邊距石之遠如圖甲為石乙丙為左右相

距五十丈乙角為左測七十度丙角為右測六





尺三寸。法以儀器斜對山頂。隨定表橫量一百丈。任記一處。遊表看山頂。得兩表相距八十六度五十分。如乙角。又於原記處復

安儀器斜對山頂。以定表看原處。遊表看山頂。得兩表相距

七十八度七分。如丙角。乃以兩角度相併。與半圓相減。餘十五度。為對

所知之角。其正弦二萬五千八百八十二。為一率。丙角為對所求之角。

其正弦九萬七千八百五十七。為二率。橫量一百丈。為所知之邊。為三率。

求得四率三百七十八丈。為先安儀器至山頂之斜距。次

以儀器安於原處。定準墜線。定表看地平。遊表

看山頂。得兩表相距五十一度。如乙角。乃以山頂垂線

與地平所成直角。如丁角。為對所知之角。其正弦

即半徑十萬。為一率。乙角為對所求之角。其正弦

七萬七千五百七十五。為二率。儀器至山頂之斜距三百七十八丈

十。為所知之邊。為三率。求得四率。即所求山之高也。如圖

甲為山頂。甲乙為先安儀器至山頂之斜距。乙丙為橫量一

百丈。甲丙為後安儀器至山頂之斜距。遂成甲乙丙銳角三

角形。今有乙丙二角。與乙丙邊。求甲乙邊。即先安儀器至山

頂之斜距。又甲丁為山之高。甲乙為儀器至山頂之斜距。丁

角即山頂垂線與地平所成直角。復成甲丁乙句股形。今有

乙丁二角。與甲乙邊。求甲丁邊。即山之高也。以下句股測量所無

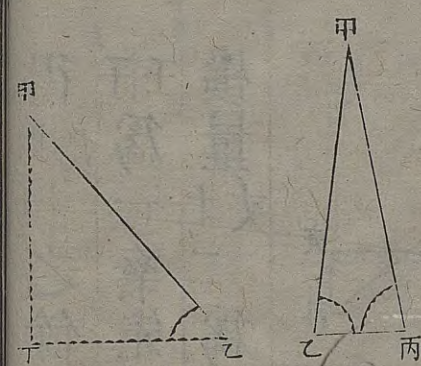
設如人在山坡測山之高。前後不得地平。爰取斜坡前後兩處

相距一百丈。測之。問山之高。得幾何。答曰。二百九十八丈七

尺六寸。法於山坡先安儀器。定準墜線。以定表空取一地

平。如遊表看山頂。得兩表相距四十度。如甲丙戊角。於是向後就斜坡

直量一百丈。復安儀器。定準墜線。以定表空取一地平。如遊



表看山頂得兩表相距三十五度如甲丁乙角又以遊表看前儀器中

心得兩表相距十三度如丙丁乙角乃以前所得四十四度內減後所得十三度

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

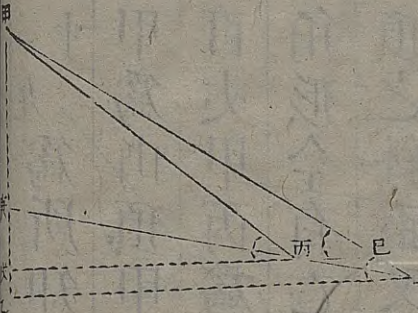
所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲

所得四十四度內減後儀器看前儀器中心所得十三度餘二十七度如甲



角四十四度內減甲丁乙角三十五度餘五度為丁甲丙角此即前題退步兩測之理

又試將丁丙線引長至庚則庚丙戊角與丙丁乙角亦為二

平行線之內外角其度亦等故於甲丙戊角四十四度內減與庚

丙戊相等之丙丁乙角十三度餘二十七度為甲丙庚角乃甲丙丁

鈍角之外角故先用甲丙丁鈍角形求甲丁邊為後儀器至

山頂之斜距次用甲乙丁直角形求甲乙邊為山之高也

設如南北二橋欲知其相距之遠測處距南橋九十丈距北橋

一百二十丈問二橋相距幾何答曰一百八十二丈四尺九

寸法以儀器定表看北橋如乙遊表看南橋如甲得兩表相距

一百二十度乃以測處距南橋距北橋之兩數相加得二百二十度如丙角

為一率兩數相減餘三十度如乙戊為二率兩表相距一百二十度與

半圓相減餘數折半得三十度如丙甲戊即同於甲丙丁之

半外角其正切 五萬七千七百 為三率求得四率 八千二百

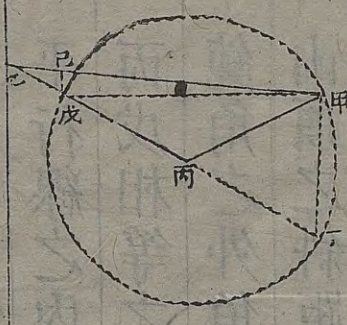
己 為半較角之正切檢表得 四度四分 與半外角相減餘 二十五

十七分 為小角與半外角相加得 三十四度四十分 為大角既

得二角則以乙角為對所知之角其正弦 四萬二千九百 為一率

丙角為對所求之角其外角 六十度 之正弦 八萬六千 為二率

丙甲為所知之邊其數 九十丈 為三率求得四率 甲 即南北二



橋相距之遠如圖丙為儀器中心甲丙為距南

橋九十丈乙丙為距北橋一百二十丈今以丙

角為心甲丙小邊為半徑作一甲丁戊圓截乙

丙大邊於戊將乙丙引長至圓界丁則乙丁為

兩邊和乙戊為兩邊較試自甲至戊作甲戊線成丙甲戊三

角形其丙甲戊與丙戊甲二角相併與甲丙丁外角度等今

折半用其正切即如用丁戊甲角之正切故自甲至丁作甲

丁線即丁戊甲角之正切又戊甲乙角即甲角大於丙甲戊

角之較亦即乙角小於丙戊甲角之較故自圓界戊至甲乙

邊作己戊線與甲丁平行即戊甲乙角之正切且乙甲丁與

乙己戊為同式形故乙丁與乙戊之比同於甲丁與己戊之

比為轉比例四率也

設如隔河東西二樹欲知其相距之遠爰對一樹取一直角左

右橫量十三丈測之問二樹相距幾何答曰十八丈二尺

法先對西樹 甲 安儀器於右 丙 定遊表 九十九度 取以定表看

西樹隨遊表橫量 十三丈 乃以遊表看東樹 乙 得西樹視線

距橫量邊線 九十度 如 甲丙丁 角東樹視線距橫量邊線 三十八度 如 甲丙丁 角

於左以定表看右儀器中心遊表看東樹得東樹視線距橫  
量邊線乙丁丙角復以遊表看西樹得西樹視線距橫量

邊線甲丁丙角乃先求右儀器距西樹之遠以甲丁丙角

與象限相減餘四十五度如丁甲丙角為對所知之角其正弦七萬七千

一為一率以甲丁丙角為對所求之角其正弦七萬七千為

二率丙丁十三丈為所知之邊為三率求得四率十三丈為右儀

器距西樹之遠如丙甲次求右儀器距東樹之遠以乙丙丁角

與乙丁丙角相併得七百四十八度與半圓相減餘三十二度如丙乙丁角為

對所知之角其正弦五萬二千九百九十二為一率以乙丁丙角為對

所求之角其外角七十度之正弦九萬三千九百六十九為二率丙丁三十

丈為所知之邊為三率求得四率二十三丈為右儀器距東

樹之遠如丙乙末求東西二樹相距之遠以丙甲邊丙乙邊相

加得二十六丈五寸為一率相減餘十丈五寸為二率以甲丙乙角

與半圓相減餘一百二十八度為外角折半得六十四度為半外角其正

切二十萬〇五為三率求得四率五萬七千一百五十八為半較角之

正切檢表得二十九度四十五分與半外角相減餘三十四度為小角

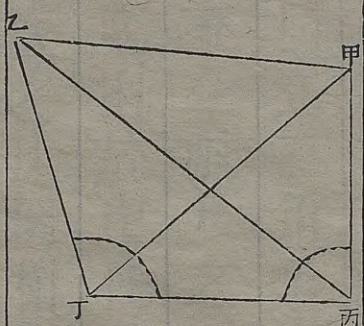
如乙與半外角相加得九十三度四十五分為大角如甲乃以小角為

對所知之角其正弦五萬六千八百八十為一率甲丙乙

角為對所求之角其正弦七萬八千八百〇一為二率甲

丙十三丈為所知之邊為三率求得四率甲乙即東

西二樹相距之遠也



數學精詳卷十一終

南海鄒仲庸初校

鄒鏡淵覆校

數學精詳卷末

虞山屈曾發省園氏輯

比例規解

比例尺代算凡點線面體乘除開方皆可以規度而得然於畫  
 圖製器尤所必需誠算器之至善者焉究其立法之原總不越  
 同式三角形之比例蓋同式三角形其各角各邊皆為相當之  
 率今張尺之兩股為三角形之兩腰其尺末相距即三角形之  
 底則於中任截兩邊相等之各三角形其各腰之比例必與各  
 底之比例相當也一曰平分線以御三率一曰分面線一曰更  
 面線以御面幕一曰分體線一曰更體線以御體積一曰五金  
 線以御輕重一曰分圓線一曰正弦線一曰正切線一曰正割  
 線以御測量併製平儀諸器凡此十線或總歸一尺或分為數

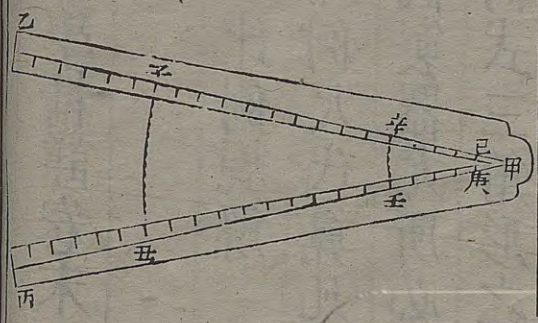


尺任意俱可今將各線之分法用法併著於篇

平分線

作比例尺平分線法自甲樞心至乙丙兩股之末作甲乙甲丙二線俱平分為二百分即為平分線也尺之長短不拘短則平分一百分長則平分四五百分分愈多而用愈便也

設如一丁戊線一寸二分欲加五倍問得幾何答曰六寸法



以尺上平分線第十處依一寸之度展開勿令移動次取第五十處相離之度量之得六寸即丁戊線之五倍也蓋十處為己與庚五十分處為辛與壬甲已庚與甲辛壬兩形為同式故甲庚與己庚之比同於甲壬與辛壬之比而甲庚與甲壬之比亦同於己庚與辛壬之比甲壬既

為甲庚之五倍則辛壬必為己庚之五倍矣丁戊線即若欲

將丁戊線加十五倍則取第十一百五處相離之度量之得尺

八也若欲將丁戊線加三分之二則將第三三十處照二寸之

度展開而取第五處相離之度量之得二寸若有丁戊二分

丁癸六二線欲定其比例之分數則將第一處依六寸展

開次取二寸線度尋至第二十處其相離之度恰合即定為

一百之二十約為五之一也要之用尺之法不外於三率求四

率如以一率為腰二率為底而定尺則三率復為腰而其底

即四率也以一率為腰二率為底而定尺則二率復為腰而

其底亦即四率也若以一率為底二率為腰而定尺則三率

復為底而其腰則四率也諸線之用雖各不同其比例之理

則一耳

設如一丁戊線四寸八分欲分爲六分問每分幾何答曰八分

法以平分線第<sub>分</sub>六十處依<sub>分</sub>四寸八分之度展開勿令移動次取

第<sub>分</sub>十處相離之度量之得<sub>分</sub>八即丁戊線六分之一也若欲分

爲八分則於第<sub>分</sub>八十處照<sub>分</sub>四寸八分之度展開仍取第<sub>分</sub>十處相離

之度量之得<sub>分</sub>六即丁戊線八分之一也又若欲取七分之三

則於第<sub>分</sub>七十處照<sub>分</sub>四寸八分之度展開次取第<sub>分</sub>三十處相離之度

量之得<sub>分</sub>二五毫即丁戊線七分之三也

設如有十三人每人給銀七兩問共銀幾何答曰九十一兩

法於平分線第<sub>分</sub>十處依分釐尺<sub>釐</sub>七之度展開勿令移動次取

第<sub>分</sub>一百三處相離之度量之得<sub>分</sub>九一釐即得共銀<sub>分</sub>九十一兩也蓋以

十分當一人故以一百三十分當十三人以七釐當七兩故

以九分一釐當九十一兩其十分與一人之比同於一百三

十分與十三人之比而七釐與七兩之比亦同於九分一釐

與九十一兩之比也

設如每官一員每月給公費錢二千二百文今共給錢八千八

百文問官幾員答曰四員法於平分線第<sub>分</sub>二十處依分釐

尺<sub>分</sub>一之度展開勿令移動次取第<sub>分</sub>八十處相離之度量之得

第<sub>分</sub>四即得官<sub>分</sub>四也蓋以二十二分當錢二千二百故以八十八

分當錢八千八百以一分當官一員故四分即爲官四員其

二十二分與二千二百之比同於八十八分與八千八百之

比而一分與一員之比亦同於四分與四員之比也

設如原有粟五斗易布二疋今有粟三石問易布幾何答曰十

二疋法於平分線第<sub>分</sub>二十處<sub>分</sub>四倍五斗之數因五分近

分釐尺<sub>分</sub>二之度展開勿令移動次取第<sub>分</sub>一百二處相離之度

量之四倍三石之數三石為三十得一寸即得布十二也蓋以二十分當五斗為四倍之數故以一百二十分當三石亦為四倍之數以二分當二疋故一寸二分即為十二疋其二十分與五斗之比同於一百二十分與三石之比而二分與二疋之比亦同於一寸二分與十二疋之比也

設如有二十七及十八之兩數問相連比例之第三數幾何答曰十二法於平分線第七分處如甲依分釐尺一分之度展開如丁勿令移動次取第十八分處如甲相離之度量之得一分二釐即相連比例之第三數為二也蓋丁戊與甲庚既同為十八即連比例之中率則己庚十二為第三率無疑矣

設如有句五尺股十二尺問弦幾何答曰十三尺法於平分線一股第三十一股第四十分處依本線五十分之度展開勿令

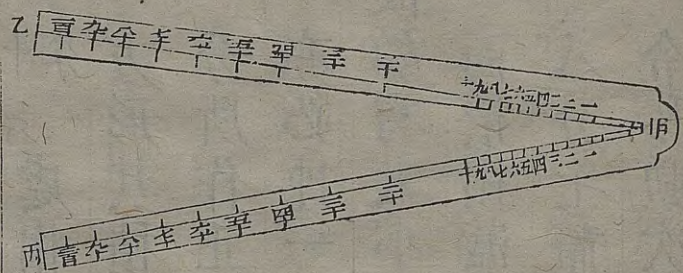
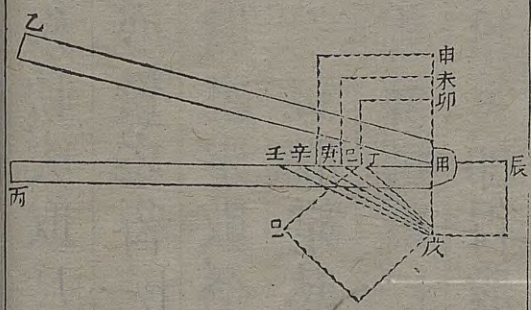
移動次取尺上一股第五十分當句數一股第一百分當股數處相離之度量之得一百三十分即得弦十三尺也蓋句三股四弦五為正句股之定數今照此數定尺則樞心甲角必為直角故以今有之句股定尺即得所求之弦數也若有句五尺弦十三尺而求股則取一百三十分之度自五十分尋至一百二十分處其相離之度恰符即得股十二尺矣

設如有圓徑三十五寸問圓周幾何答曰一百十寸法以平分線第一十分處徑率七之三倍也因七依分釐尺三分之度展開勿令移動次取第六十分處相離之度周率二十二之三倍也因徑率用三亦三倍之量之得一寸即得圓周一百寸也蓋二十一與六十六分既為徑與周之比例則三分五釐與一寸一分亦必為徑與周之比例矣而三分五釐以一寸釐當一寸故一寸一

分亦以一釐當一寸也

分面線

作比例尺分面線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線  
 自甲截甲丙線於丁照甲丁度於甲心作一甲戊垂線自戊至  
 丁作一丁戊線又照戊丁度自甲截甲丙線於己自戊至己作  
 一戊己線又照戊己度自甲截甲丙線於庚自戊至庚作一戊  
 庚線又照戊庚度自甲截甲丙線於辛自戊至  
 辛作一戊辛線又照戊辛度自甲截甲丙線於  
 壬自戊至壬作一戊壬線照此累累截之至丙  
 末又將甲丙線所截各度移置甲乙線即成分  
 面線也何則於甲丁戊三角形之三界作三正  
 方形其卯丁辰戊二形為相等界度所作故積



相等而戊己一形亦必與二形之共積相等次  
 於甲己界作未己正方形甲己界原與戊丁等  
 則未己方形即與戊己方形等又必與卯丁辰  
 戊兩形等而亦與卯丁形之倍數等矣夫甲己  
 界即大於卯丁形之一倍為未己形之一界也  
 倣此論之則甲庚界即為比卯丁形大二倍形  
 之界而甲辛甲壬等界即為比卯丁形大三倍  
 四倍形之界矣或設正方面一百釐其積一萬

釐以二因之得二萬釐開平方得一百四十一釐又以三因之  
 得三萬釐開平方得一百七十三釐照此屢倍積數開平方將  
 所得之數於分釐尺上取其度按度截於甲乙甲丙二線亦成  
 分面線也

設如有甲乙丙三正方形甲形每邊一寸其積則甲為一分乙為六分丙為九分今欲作一大正方形與三形之積等問該邊幾何答曰四寸法以分面線第一處因甲方積為一分故用一分也依甲方邊<sup>十一</sup>之度展開勿令移動乃併三形積共<sup>十六</sup>即取第<sup>十六</sup>處相離之度量之得<sup>四</sup>即所求大形之邊用其度作正方形其積與三形之積等矣蓋十六分所作正方形原比一分所作正方形大十六倍則十六分相距之度所作正方形亦必比一分相距之度所作正方形大十六倍矣

設如有大小等邊三角形小形邊一寸大形邊四寸今欲將兩面積相減取其餘積作同式三角形問其邊幾何答曰三寸八分七釐法以分面線第一處依小形邊一寸之度展開勿令移動次以大形邊<sup>四</sup>之度尋至第<sup>十六</sup>處其相離之度恰

合即大形與小形之比例為<sup>十六</sup>與<sup>一</sup>相減餘<sup>十五</sup>為較積即取第<sup>十五</sup>處相離之度量之得<sup>三寸八分七釐</sup>即所求較形之每一邊蓋大小同式多邊形之比例同於相當界所作正方形之比例今大小兩距度即大小兩形之相當界所作兩正方形之比例既為<sup>十六</sup>與<sup>一</sup>則大小兩三角形之比例亦必為<sup>十六</sup>與<sup>一</sup>既得兩形之比例乃相減以得較既得較積之比例復用積以求邊即得所求之邊數也

設如有五等邊形每邊二尺今欲三倍其積作同式形問每邊幾何答曰三尺四寸五分法以分面線第一處依分釐尺<sup>二</sup>之度展開勿令移動次取第<sup>三</sup>處相離之度量之得<sup>三寸</sup>釐<sup>五</sup>即所求大形之邊為<sup>三尺四寸五分</sup>用其度作五等邊形其積為原形之三倍矣蓋以二寸當原邊二尺故三寸四分五釐即

為三尺四寸五分也。

設如有六等邊形每邊三尺今欲取其積四分之三作同式形

問每邊幾何答曰二尺六寸。法以分面線第四分處依分釐

尺三寸之度展開勿令移動次取第三分處相離之度量之得二寸

六分即所求小形之邊為六寸用其度作六等邊形其積即為

原形四分之三矣蓋以三寸當原邊三尺故二寸六分即為

二尺六寸也。

設如有三率相連比例數首率二尺末率八尺問中率幾何答

曰四尺。法以分面線第二分處依分釐尺二寸之度展開勿令

移動次取第八分處相離之度量之得四寸即四尺為中率也蓋

連比例三率首率所作正方形與中率所作正方形之比同

於首率與末率之比故以二分相距之度為首率之數則八

分相距之度必為中率之數矣又以二寸當二尺故四寸即

為四尺也。

設如有正方面積一千六百尺問每邊幾何答曰四十尺。法

以分面線第一分處依分釐尺一十寸之度展開勿令移動乃以

之十分作尺一十自乘得尺一百與面積一千六相較其比例如一與

六十分即取第十六分處相離之度量之得四寸即四十尺為正方邊也

蓋一分之積既為一百尺則十六分之積必為一千六百尺

而一分相距之度既為方積一百尺之一邊則十六分相距

之度必為方積一千六百尺之一邊矣又以一寸當十尺故

四寸即為四十尺也。

設如有正方面積九千〇二十五尺問每邊幾何答曰九十五

尺。法以分面線第一分處依分釐尺一十寸之度展開勿令移

動乃以寸之一釐作一百尺自乘得一萬尺與面積九千〇二相

較其比例如百與十九有餘即取第九十處相離之度量之得

九分五釐即九十分五釐為正方形邊也其解同前此以一寸當一百尺故

九分五釐即為九十五尺也

更面線

作比例尺更面線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線

設積數一億用面積相等邊線不同之定率比

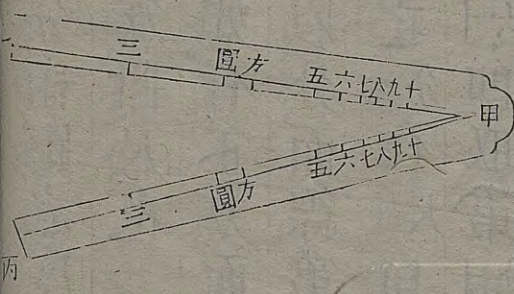
例得各形之邊線其方邊一萬圓徑一萬一千

二百八十四三等邊一萬五千一百九十七五

等邊七千六百二十四六等邊六千二百〇四

七等邊五千二百四十六八等邊四千五百五

十一九等邊四千〇二十二十等邊三千六百



○五將各形邊數於分釐尺上取其度截於甲乙甲丙二線即成更面線也

設如有甲圓形徑一尺二寸欲作一面積相等之正方形問每

邊幾何答曰一尺〇六分法以更面線處依分釐尺

二分之度展開勿令移動次取方處相離之度量之得一寸

即一尺〇六分為正方形之一邊用其度作正方形其積與圓積

等也蓋圓號與方號之比例原為同積之圓徑與方邊之比

例則其兩距度之比例亦必為圓徑與方邊之比例矣又以

一寸二分當圓徑一尺二寸故一寸〇六釐即為方邊一尺

〇六分也

設如有甲三邊形每邊十五尺又有乙五邊形每邊十尺欲併

作一正方形問每邊幾何答曰十六尺四寸法以更面線

三邊號處依五分<sup>一</sup>之度展開勿令移動次取<sup>方</sup>處相離之度量

之得<sup>九分八</sup>即<sup>九尺八</sup>為正方形之一邊用其度作正方形

其積與甲形等又以<sup>五</sup>號處依<sup>十</sup>之度展開次取<sup>方</sup>處相離

之度量之得<sup>一分一釐</sup>即<sup>一十三尺</sup>為正方形之一邊用其度作

正方形其積與乙形等乃將兩正方形用分面線求其積之

比例以分面線第<sup>十</sup>處依小方邊<sup>九分八</sup>之度展開復以大

方邊<sup>一分一釐</sup>之度尋至第<sup>十七</sup>處其相離之度恰合即

兩方形之比例為<sup>十</sup>與<sup>十七</sup>併之得<sup>二十七</sup>即取第<sup>二十七</sup>

<sup>六</sup>處相離之度量之得<sup>一分四釐</sup>即<sup>四寸</sup>為所求正方形之

一邊用其度作正方形其積與甲乙兩形等也蓋甲乙兩形

不同類不能得其比例即不能相加故先用更面線將甲乙

兩形俱變為正方形復用分面線求其比例而併之即得所

求大正方形之邊也

設知有甲八邊形每邊十二尺又有乙六邊形每邊六尺今將

兩面積相減用其餘積作一七邊形問其邊幾何答曰十三

尺法以更面線<sup>八</sup>處依<sup>一寸二分</sup>之度展開勿令移動次取

<sup>七</sup>邊<sup>號</sup>處相離之度量之得<sup>一分八釐</sup>即<sup>八寸</sup>為七邊形之一

邊用其度作七邊形其積與甲形等又以<sup>六</sup>邊<sup>號</sup>處依<sup>六</sup>之度

展開次取<sup>七</sup>邊<sup>號</sup>處相離之度量之得<sup>五分七毫</sup>即<sup>五尺</sup>為七

邊形之一邊用其度作七邊形其積與乙形等乃將兩七邊

形用分面線求其比例以分面線第<sup>十</sup>處依小七邊形<sup>五分</sup>

<sup>毫</sup>之度展開復以大七邊形<sup>一分八釐</sup>之度尋至第<sup>十七</sup>處

其相離之度恰合即兩七邊之比例為<sup>十</sup>與<sup>十七</sup>相減餘<sup>六</sup>

<sup>八</sup>即取第<sup>六</sup>處相離之度量之得<sup>一分三釐</sup>即<sup>三寸</sup>為所求七



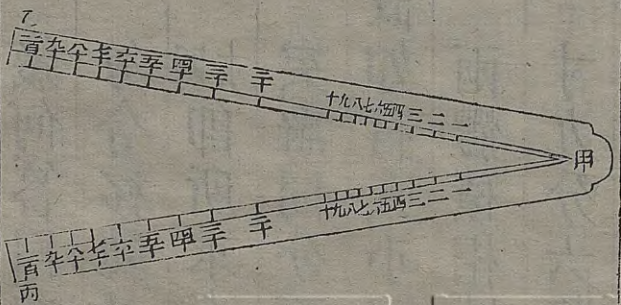
邊形之一邊用其度作七邊形其積與甲乙兩形相減之餘積等也此法亦先用更面線將甲乙兩形俱變為七邊形復用分面線求其比例而後相減即得所求七邊形之一邊也

設如有十等邊形積四千四百四十五尺問其一邊幾何答曰二十四尺

法以分面線第一處依十之度展開勿令移動乃以寸之分作尺自乘得尺一百與積四千四百四十五相較其比例如一與九之五即取第四十九之五處相離之度量之得六分之二即三十六尺又為正方形之一邊用其度作正方形其積與十邊形積等乃以更面線友處依六寸六分之二之度展開次取十邊處相離之度量之得四分即四尺為所求十邊形之一邊也蓋正方形為各面形比例之宗故凡有積求邊者必先用分面線求得方形之邊然後用更面線使方號處相離之度與方邊等而取所求形之號處相離之度即所求形之一邊也自圓形三角形以至九邊形皆同一法

分體線

作比例尺分體線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線乃設正方形體界一百釐其積數一百萬釐以二因之得二百萬釐立方開之得界一百二十六釐又以三因之得三百萬釐立方開之得界一百四十四釐又以四因之得四百萬釐立方開之得界一百五十九釐照此屢倍積數開立方將所得之界於分釐尺上取其度案度截於甲乙甲丙二線即成分體線也



設如甲乙丙三正方形體甲形每邊二寸其積則甲為一分乙為

三分丙為四分今欲作一大正方體與三體之積等問該邊幾何答曰四寸 法以分體線第一處依甲邊<sub>二</sub>之度展開勿令移動乃併三體積共<sub>八</sub>分即取第<sub>八</sub>處相離之度量之得<sub>四</sub>寸即所求大體之邊用其度作正方體其積與三體之積等矣解同分面線第一題

設如有大小兩四面體小體每邊一寸大體每邊三寸今欲將兩體積相減取其餘積作同式四面體問其邊幾何答曰二寸九分六釐 法以分體線第一處依小體邊<sub>一</sub>之度展開勿令移動次以大體邊<sub>三</sub>之度尋至第<sub>七</sub>處其相離之度恰合即大體與小體之比例為<sub>七</sub>與<sub>一</sub>相減餘<sub>六</sub>為較積即取第<sub>六</sub>處相離之度量之得<sub>六</sub>釐即所求較體之每一邊也解同分面線第二題

設如有八等面體每邊一尺今欲四倍其積作同式體問每邊幾何答曰一尺五寸九分 法以分體線第一處依<sub>一</sub>之度展開勿令移動次取第<sub>四</sub>處相離之度量之得<sub>一</sub>寸五<sub>九</sub>分<sub>五</sub>釐為所求大體之邊用其度作八等面體其積為原體之四倍矣解同分面線第三題

設如有圓球徑三尺今欲取其積五分之二作同式體問其徑幾何答曰二尺二寸一分 法以分體線第五處依<sub>三</sub>之度展開勿令移動次取第<sub>二</sub>處相離之度量之得<sub>二</sub>寸<sub>二</sub>分<sub>一</sub>釐即<sub>二</sub>分<sub>一</sub>釐為所求小體之徑用其度作圓徑其積為原體五分之二也解同分面線第四題

設如有四率相連比例數一率八尺四率二十七尺求二率三率幾何答曰二率十二尺三率十八尺 法以分體線第八

處依<sup>八分</sup>之度展開勿令移動次取第<sup>二十七分</sup>處相離之度量之  
 得<sup>一寸二分</sup>即尺<sup>十二</sup>為第二率既得二率乃用平分線有一率二  
 率求連比例第三率之法以平分線第<sup>八分</sup>處依<sup>一寸二分</sup>之度展  
 開次取第<sup>十二分</sup>處相離之度量之得<sup>一寸八分</sup>即尺<sup>十八</sup>為第三率  
 也蓋相連比例四率其一率所作正方體與二率所作正方  
 體之比同於一率與四率之比故以八分相距之度為一率  
 之數則二十七分相距之度必為二率之數矣至於求第三  
 率之法即平分線求連比例三率之理也

設如有正方體積二萬七千尺問其邊幾何答曰三十尺法  
 以分體線第<sup>一分</sup>處依<sup>一寸</sup>之度展開勿令移動乃以<sup>一寸十分</sup>作  
 尺自乘再乘得<sup>尺一千</sup>與體積<sup>二萬七千尺</sup>相較其比例如一<sup>與十二</sup>  
 七即取第<sup>二十七分</sup>處相離之度量之得<sup>三十</sup>即尺<sup>三十</sup>為正方體邊

也解同分面線第六題

設如有正方體積八十三萬〇五百八十四尺問其邊幾何答  
 曰九十四尺法以分體線第<sup>一百</sup>處依<sup>一寸</sup>之度展開勿令

移動乃以<sup>一寸</sup>之<sup>一百</sup>作尺<sup>一百</sup>自乘再乘得<sup>萬尺一百</sup>與體積<sup>八十三萬</sup>  
<sup>〇五百八十四尺</sup>相較其比例如一<sup>與八十三</sup>即取第<sup>八十分</sup>處相離

之度量之得<sup>九分</sup>即<sup>四尺</sup>為正方邊也解同分面線第七題  
 設如有銀正方體每邊二寸問重幾何答曰七十二兩法以

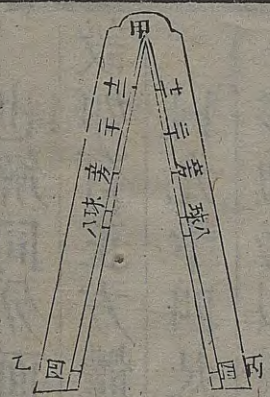
分體線第<sup>九分</sup>處銀<sup>寸方重九兩</sup>故用<sup>九分</sup>度依<sup>一寸</sup>之度展開勿令移動次  
 取<sup>二寸</sup>之度尋至第<sup>七十二分</sup>處其相離之度恰合即得銀重<sup>七十二兩</sup>

蓋各體重數之比例與積數之比例等相距之度一寸其積  
 為九分相距之度二寸其積則為七十二分今相距一寸之  
 九分既為正方一寸銀體之重數則相距二寸之七十二分

必為正方二寸銀體之重數矣。又以九分當九兩，故七十二分為七十二兩也。

設如有大銅球體，徑二寸，重三十一兩四錢一分。今有小銅球體，徑一寸二分，問重幾何？答曰：六兩七錢有餘。法以分體線第三十一分之處，依大球徑二寸之度展開，勿令移動。次取小球徑二分之度，尋至第六分七釐有餘之處，其相離之度恰合，即有餘為小球之重也。其解同前。

更體線



作比例尺更體線法：自甲樞心至乙丙二末，作甲乙甲丙二線，設積數一兆，用體積相等邊線不同之定率比例，得各體之邊線。其立方邊一萬球徑一萬二千四百〇七，四面體邊二萬〇

三百九十七，八面體邊一萬二千八百四十九，十二面體邊五千〇七十二，二十面體邊七千七百十。將各體邊數於分釐尺上取其度，按度截於甲乙甲丙二線，即成更體線也。

設如有甲球體，徑二尺，欲作一體積相等之正方體，問每邊幾何？答曰：一尺六寸一分。法以更體線球處，依二寸之度展開，勿令移動。次取立方處相離之度量，得一分一釐，即一尺六寸。為正方體之一邊，用其度作正方體，其積與球體等也。解同更面線第一題。

設如有甲四面體，每邊三尺，又有乙八面體，每邊四尺，欲併作一正方體，問每邊幾何？答曰：三尺二寸。法以更體線四面

處，依三寸之度展開，勿令移動。次取方號相離之度量，得寸四分，即一尺四寸六分。為正方體之一邊，用其度作正方體，其積與

甲體等又於八面處依四寸之度展開次取方號處相離之度量  
 之得三寸一分即三寸一分為正方體之一邊用其度作正方體  
 其積與乙體等乃將兩正方體用分體線求其比例以分體  
 線第一處依小方體一寸四分之度展開復以大方體三寸一分  
 之度等至第九分處其相離之度恰合即兩方體之比例為  
 一與九分併之得十分即取分體線第十分處相離之度量  
 之得三寸二分即三寸二分為所求正方體之邊用其度作正方體其  
 積與甲乙兩體等也解同更面線第二題

設如有甲正方體每邊二尺又有乙球體徑亦二尺今將兩體  
 積相減用其餘積作十二面體問其邊幾何答曰七寸九分  
 法以更體線方號處依二寸之度展開勿令移動次取十二面號處  
 相離之度量之得一寸一分即一寸一分為十二面體之一

邊用其度作十二面體其積與甲體等又於球號處依二寸之度  
 展開次取十二面號處相離之度量之得八分一分即八分一分為十  
 二面體之一邊用其度作十二面體其積與乙體等乃將兩  
 十二面體用分體線求其比例以分體線第十分處依小十二

面體八分一分之度展開復以大方體一寸一分之度等  
 至第十分處其相離之度恰合即兩十二面體之比例為十分  
 與九分相減餘九分即取第九分處相離之度量之得七分即七分  
九分為所求十二面體之邊用其度作十二面體與甲乙兩體  
 相減之餘積等也解同更面線第三題

設如有二十面體積一萬七千四百五十五尺問每邊幾何答  
 曰二十尺法以分體線第一分處依一寸之度展開勿令移動  
 乃以一寸之十分作十尺自乘再乘得一千與積一萬七千四百五十五尺相較

數學精義

卷末

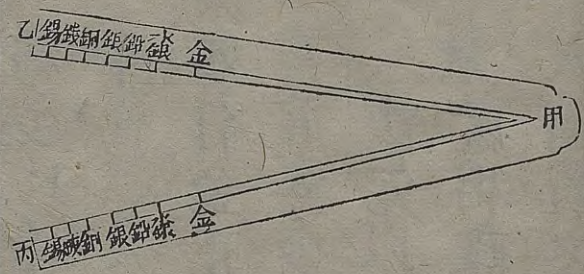
更體線

三

其比例如 一與九之五 即取第 九之五 處相離之度量之  
得二十寸五分九釐即尺九寸 為正方體之一邊用其度作正方體其  
積與二十面體積等乃以更體線 方處依二十寸五分九釐 之度展開  
次取 二十面號 處相離之度量之得 二十寸 即尺 二十寸 為所求二十面體  
之一邊也解同更面線第四題

五金線

作比例尺五金線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線  
用各體權度比例定率數金重十六兩八錢水銀重十二兩二  
錢八分鉛重九兩九錢三分銀重九兩銅重七兩五錢鐵重六  
兩七錢錫重六兩三錢為各體正方一寸輕重之比例 定率數有三  
餘種尺不能盡載惟此數 者其用為多故止載此 若重數相等則其積數必不同故又  
用轉比例法求其體積之比例命金積為十億則與金同重之



水銀積為十三億六千八百〇七萬八千一百

七十五 水銀重十二兩二錢八分為一率金重十六兩八錢為二率金積十億為三率

求得四率即水銀積餘做此 鉛積為十六億九千一百八十

四萬二千九百銀積為十八億六千六百六十

六萬六千六百六十六銅積為二十二億四千

萬鐵積為二十五億〇七百四十六萬二千六

百八十六錫積為二十六億六千六百六十六

萬六千六百六十六既得各體之積數乃開立方則金之邊數

為一千水銀數為一千一百一十鉛數為一千一百九十一銀

數為一千二百三十一銅數為一千三百〇八鐵數為一千三

百五十八錫數為一千三百八十六爰將各數於分釐尺上取

其度按度截於甲乙甲丙二線即成五金線也

設如有金球徑二尺欲作一銀球其重與金球等問徑幾何答曰二尺四寸六分 法以五金線號處依二寸之度展開勿令

移動次取號處相離之度量之得分二十四即分二十六為銀球

徑用其度作銀球即與金球重等也蓋金號與銀號之比例

原為同重之金體邊與銀體邊之比例今金號相距之度既

為金球徑則銀號相距之度必為銀球徑矣又以二寸當金

球徑二尺故二寸四分六釐即為銀球徑二尺四寸六分也

設如有金正方體每邊一寸重十六兩八錢今欲作銀八面體

其重與金正方體等問每邊幾何答曰一寸五分八釐有餘

法先以更體線號處依一寸之度展開勿令移動次取號處相離之度量之得分八釐有餘即為金正方體等重之金

八面體之每邊數乃以五金線號處依一寸二分分八釐有餘之度展開

次取號處相離之度量之得分八釐有餘即為銀八面體之一

邊用其度作八面體其重與金正方體等也蓋兩體不同類

不能得其比例故先用更體線變正方體為八面體而後用

五金線比例之其法與前同也

設如有銅正方體每邊二寸重六十兩今有鉛一百兩欲作球

體問徑幾何答曰二寸六分八釐 法先以分體線第分六十

處依二寸之度展開勿令移動次取第分一百處相離之度量之

得分二十七釐即重一百兩之銅正方邊又以更體線號處依二

寸分三釐之度展開次取號處相離之度量之得分二十四釐即重一

百兩之銅球徑復以五金線號處依二寸九分四釐之度展開次取

號處相離之度量之得分二十六釐即重一百兩之鉛球徑也蓋

兩重數不同而兩體又不同不能得其比例故先用分體線

變為同重之銅正方體。又用更體線變為同重之銅球體。乃用五金線銅與鉛之邊線以比例之。而後得鉛球徑也。

設如銀正方一寸重九兩。問銅正方一寸重幾何。答曰：七兩五錢。法以五金線銀號處依一之度展開。勿令移動。次取銅號處

相離之度量之得一寸○五釐。即為重九兩之銅正方邊數。乃以分體線九寸○五釐處依一寸○五釐之度展開。而以今銅正方

之度等至七寸○五釐處。其相離之度恰合。即七兩○五錢。為銅寸方之重也。蓋銀重九兩。其邊一寸。則銅重九兩。其邊必為一寸○五

釐二毫。又銅方邊一寸○五釐二毫。其重九兩。則銅方邊一寸。其重即為七兩五錢也。

設如有銀正方體。每邊二寸。重七十二兩。今欲作一銅二十面體。其邊與正方體等。問重幾何。答曰：一百三十兩。法先以

更體線方處依二寸之度展開。勿令移動。次取二十面號處相離之度量之得一寸○五釐。即為銀正方體同重之銀二十面體之

邊。乃以五金線銀號處依一寸○五釐之度展開。次取銅號處相離之度量之得一寸○六釐。即為銀二十面體同重之銅二十面體

之邊。復以分體線二寸處依一寸○六釐之度展開。而以今所作銅二十面體邊二寸之度等至第一○三○寸處。其相離之

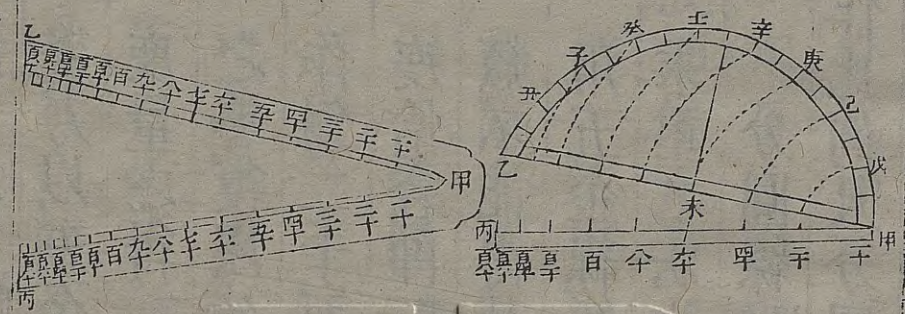
度恰合。即一百○二○寸為銅二十面體之重數也。蓋面體不同類。不能得其比例。故先用更體線變正方體為二十面體。又

用五金線變銀二十面體為銅二十面體。復用分體線有邊求重之法。比例之。然後得其重數也。

分圓線即圓內之通弦線

作比例尺分圓線法。自甲樞心至乙丙二末。作甲乙甲丙二線。





乃平分甲乙線於未以未為心以甲乙二末為界作一半圓於是分圓界為一百八十度復以甲為圓心至所分圓界戊己庚辛壬癸子丑等處作各弦線又將諸弦線度移於甲乙甲丙二線即成分圓線也或用八線表三十分之正弦倍之即一度之通弦一度三十分之正弦倍之即三度之通弦至於九十度之正弦倍之即一百八十度之通弦以所得通弦之數於分釐尺上取其度按度截於甲乙甲丙二線亦成分圓線也

設如甲乙半徑六寸丙乙弧二十九度問丙乙通弦幾何答曰三寸  
 法以分圓線六十度處依半徑六寸之度展開勿令移動

次取二十度處相離之度量之得三寸即丙乙通弦數也蓋圓之半徑與六十度之通弦等六十度之通弦既為六寸則二十九度相距之三寸即為二十九度之通弦矣

設如甲乙半徑六寸丙乙通弦三寸問丙乙弧幾何答曰二十九度  
 法以分圓線六十度處依半徑六寸之度展開勿令移動次取通弦三寸之度尋至二十九度處其相離之度恰合即丙乙弧為二十九度也蓋圓之半徑與六十度之通弦等通弦六寸相當之度為六十度則通弦三寸相當之二十九度即為丙乙弧矣

設如丙乙弧三十一度丙乙通弦一寸○三釐問甲乙半徑幾何答曰二寸  
 法以分圓線三十度處依一寸之度展開勿令移動次取六寸處相離之度量之得二寸即甲乙半徑也蓋

六十度之通弦與圓之半徑等三十一度之通弦為一吋○  
三釐則六十度之通弦二吋即為圓之半徑矣。  
設如圓徑六寸內容五等邊形問每邊幾何答曰三寸五分有

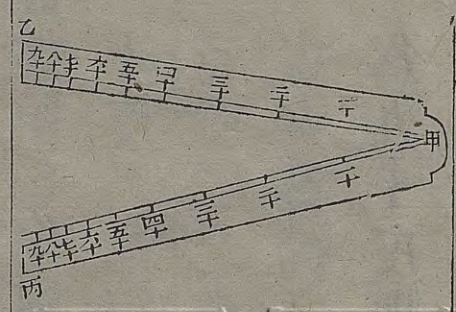
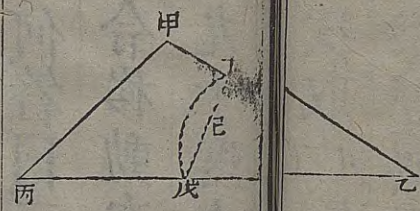
餘。法以分圓線六十度處依半徑三寸之度展開勿令移動次以圓周三百六十度五歸之得七十二度即五等邊形每邊相當之弧乃取七十度處相離之度量之得三寸五分即五等邊形之一邊也蓋圓內容五邊形之一邊即七十二度之通弦今六十度之通弦為三寸則七十二度之通弦三寸五分有餘即五邊形之一邊矣。

設如有甲乙丙三角形問乙角之度幾何答曰三十度。法以

乙角為心任作丁戊弧則乙丁乙戊皆為半徑  
丁己戊為乙角之通弦乃以分圓線六十度處依

乙丁半徑之度展開勿令移動次取丁己戊度  
尋至三十度處其相離之度恰合即乙角為三十度也。

正弦線



作比例尺正弦線法自甲樞心至乙丙二末作  
甲乙甲丙二線用八線表正弦線自一度至九  
十度之數自八十至九十度正弦每度之較甚  
於分釐尺上取其度案度截於甲乙甲丙二線  
即成正弦線也。

如甲乙半徑六寸丙乙弧二十一度問丙丁正弦幾何答曰

二寸一分五釐。法以正弦線九十度處依半徑六寸之度展開

勿令移動次取二十度處相離之度量之得二寸一分五釐即丙丁正

弦數也蓋圓之半徑與九十度之正弦等九十度之正弦既  
為六寸則二十一度相距之二寸一分五釐即為二十一度  
之正弦矣。

設如甲乙半徑六寸乙丁正弦三寸問乙丙弧度幾何答曰三

十度法以正弦線九十度處依六寸之度展開勿令移動次取

正弦三寸之度尋至三十度處其相離之度恰合即乙丙弧為三十

度也蓋圓之半徑與九十度之正弦等正弦六寸相當之度

為九十度則正弦三寸相當之度為三十度即乙丙弧矣。

設如甲乙弧三十二度甲丙正弦一寸○六釐問乙丁半徑幾

何答曰二寸法以正弦線三十度處依一寸○六釐之度展開勿

令移動次取九十度處相離之度量之得二寸即乙丁半徑也蓋

九十度之正弦與圓之半徑等三十二度之正弦為一寸○

六釐則九十度之正弦二寸即為圓之半徑矣。

### 正切線

作比例尺正切線法自甲樞心至乙丙二末作甲乙甲丙二線

用八線表正切線自一度至四十五度之數於

分釐尺上取其度案度截於甲乙甲丙二線即

成正切線也至於四十五度以後則與四十五

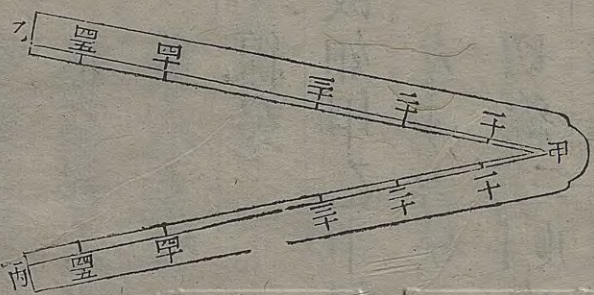
度以前相為正餘蓋四十五度之正切線與半

徑等四十五度以前之正切線即四十五度以

後之餘切線而半徑與正切之比同於餘切與

半徑之比故切線止用四十五度即足九十度

之用也。



設如甲乙半徑六寸乙丙弧三十五度問丁乙切線幾何答曰

四寸二分。法以正切線四寸處依半徑六寸之度展開勿令移動次取三寸處相離之度量之得四寸即丁乙切線之數也。蓋圓之半徑與四十五度之切線等。四十五度之切線既為六寸則三十五度相距之四寸二分即為三十五度之切線矣。

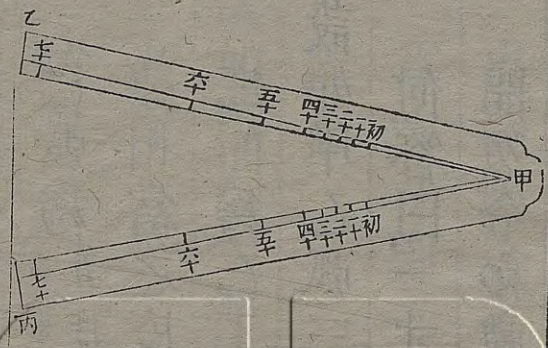
設如甲乙半徑六寸丙弧五十八度問丁乙切線幾何答曰九寸六分。法以五寸與九寸相減餘三寸為餘弧乃以正切線三寸處依半徑六寸之度展開勿令移動次取四寸處相離之度量之得九寸即丁乙切線之數也。蓋圓之半徑與四十五度之切線等而三十二度之正切即五十八度之餘切。夫半徑與正切之比既同於餘切與半徑之比故以三十二度相距之六寸當半徑而四十五度相距之九寸六分即為五十八度之切線也。凡過四十五度者皆倣此。

設如甲乙半徑六寸丙乙切線四寸二分問丁乙弧幾何答曰三十五度。法以正切線四寸處依半徑六寸之度展開勿令移動次取四寸之度尋至三寸處其相離之度恰合即丁乙弧為三寸也。蓋圓之半徑與四十五度之切線等切線六寸相當之度為四十五度則切線四寸二分相當之三十五度即為乙丁弧度矣。

設如甲乙弧三十五度丙乙切線一寸○五釐問丁乙半徑幾何答曰一寸五分。法以正切線三寸處依一寸之度展開勿令移動次取四寸處相離之度量之得一寸即丁乙半徑也。蓋四十五度之切線與圓之半徑等三十五度之切線為一寸○五釐則四十五度之切線一寸五分即為丁乙半

徑矣。

正割線



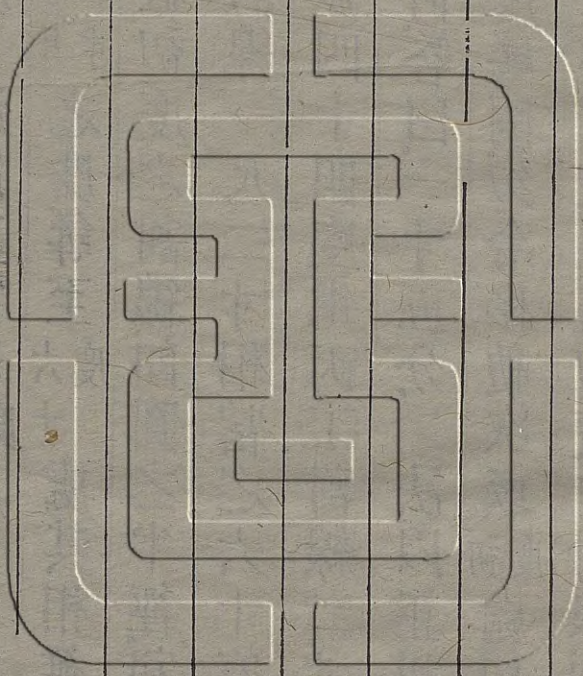
作比例尺正割線法自甲樞心至乙丙二末作  
 甲乙甲丙二線用八線表正割線自初度至七  
 十度之數初度割線即圓之半徑自一度至十  
 度其較甚微尺不能分可隔五度作  
 點自七十度以上漸與切線平行其  
 數甚大尺不能容故止取七十度也於分釐尺  
 上取其度按度截於甲乙甲丙二線即成正割  
 線也。

設如甲乙半徑六寸乙丙弧四十一度問甲丁割線幾何答曰  
 七寸九分五釐 法以正割線初處依半徑六寸之度展開勿  
 令移動次取四十一度處相離之度量之得七寸九分五釐即甲丁割線  
 之數也蓋初度尚無切線故其割線即圓之半徑初度之割  
 線既為六寸則四十一度相距之七寸九分五釐即為四十  
 一度之割線矣

設如甲乙半徑六寸甲丙割線一尺二寸問丁乙弧度幾何答  
 曰六十度 法以正割線初處依半徑六寸之度展開勿令移  
 動次取一尺二寸之度尋至六十度處其相離之度恰合即丁乙弧  
 為六十度蓋初度之割線即圓之半徑割線六寸相當之度為  
 初度則割線一尺二寸相當之六十度即為丁乙弧度矣  
 設如甲乙弧四十四度半丙丁割線二寸一分○三毫問丁乙  
 半徑幾何答曰一寸五分 法以正割線四十四度半處依二寸  
 ○三毫之度展開勿令移動次取初處相離之度量之得一  
 寸五分即丁乙半徑之數也蓋初度之割線即圓之半徑四十四度  
 半之割線為二寸一分○三毫則初度之割線一寸五分即

正割線

為丁乙半徑矣。



南海鄒仲庸初校

鄒鏡瀾覆校

粵東省城西湖街富文齋承接刊印

數學精詳卷末終四十一

常熟屈省園所著算書原名數學精詳戴東原氏為之序且改名九數通考此書大有功於學算者流布海內久矣自兵燹之後粵中書肆遂無其書仲贊所藏舊本乃未改為九數通考者且未有戴氏序此屈氏初印之書也竊欲更為流布乃送學海堂覆刻之并錄九數通考戴氏序刻於卷首任校讐之勞者南海孔君繼藩鄒君仲庸鏡瀾三君皆精算學算得其誤處數條雖仍而不改然不可不記也卷二圓徑一尺二寸外切七等邊形每一邊五寸二分六毫六絲當作五寸七分七釐八毫八絲又圓田徑八步稅二分九毫四絲三忽九微五纖七沙又三分沙之二七沙當作一沙三分沙之二當作〇二一卷五三角田三面各一十四步平分作三段其小注云二步二釐一毫一絲當作二步二釐六絲五忽且所用鈍角三角形求中垂線法亦

誤此乃直角三角形當用勾股求中垂線法卷十有勾八尺股十五尺弦十七尺求得容圓全徑當作半徑此皆其偶誤者卷二環田外周一百八十步內周九十步徑十五步卷五環田外周七十二步內周二十四步徑八步此皆用古率當改用密率至卷四狐一頭九尾鵬一尾九頭以頭尾相減餘爲二物共數此本於算法統宗乃偶合之數梅文穆公赤水遺珍已辨之可不贅述原書之圖亦稍有誤者此當日刻工之誤今已改正矣自今以往學算者皆得讀此書於算學豈曰小補哉同治十年七月順德伍仲贊跋

校記附

辛巳壬午間蘊叔嘗語斯曰屈書之跋但據所校者著於篇其他當否未之知惟句股弦容圓全徑謂全字應作半竊以爲不然蓋取原書覆校之當時諾之未暇也歲己丑有事代數術冬杪歲事始取原書細繹之果半字誤全字不誤蓋句股容圓以總和除直積者所得爲圓半徑若先倍直積而後除之則所得即全徑矣校者或未細審耶由是續校此中仍有缺誤者如卷二圓內容五邊形每邊七寸零五釐三毫四絲一忽有餘是四絲一忽非二忽作二忽誤積八十五寸五十九分四十六釐有餘是四十六釐非五十釐作五十釐誤法內求得股三寸五分二釐六毫七絲六微有餘是六微非一忽作一忽誤半邊乘垂線得十七寸一十一分九十釐有餘釐下當有三十三毫四字

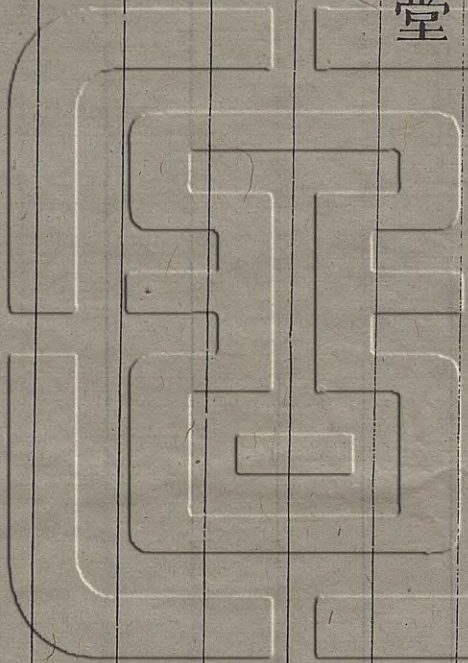
此宜補圓外切五邊形法內半邊乘半徑得二十六寸一十五分五十四釐有餘釐下當有四十毫三字又宜補圓內容六邊形積九十三寸五十三分零七釐有餘是七釐非四釐作四釐誤法內半邊乘垂線得一十五寸五十八分八十四釐有餘釐下當有五十毫三字又宜補圓內容七邊形積九十八寸五十分零五釐有餘是五釐非三釐作三釐誤法內求得三角垂線二寸六分零三毫三絲三毫三絲無餘矣有餘二字是衍文半邊乘垂線得一十四寸零七分二十九釐有餘釐下當有四十五毫四字又宜補圓外切七邊形每邊是五寸七分七釐八毫八絲九忽有餘非五寸二分零六毫六絲有餘前跋據校者謂應作五寸七分七釐八毫八絲有餘亦未盡合也積一尺二十一寸三十五分六十六釐有餘是六十六釐非六十二釐作

六十二釐誤法內每邊五寸二分零六毫六絲是六毫六絲非六毫有餘有餘二字誤半邊乘半徑得一十七寸三十三分六十六釐有餘釐下當有七十毫三字又宜補圓內容八邊形積一尺零一寸八十二分三十二釐有餘是三十二釐非二十四釐作二十四釐誤法內求得弦四寸五分九釐二毫二絲有餘是二絲非一絲作一絲誤九忽二字是衍文求得股五寸五分四釐三毫二絲七忽有餘是七忽非八忽作八忽誤半邊乘垂線得一十二寸七十二分七十九釐有餘是七十九釐非七十八釐作七十八釐誤圓外切八邊形積一尺一十九寸二十九分三十四釐有餘是三十四釐非二十八釐作二十八釐誤法內半邊乘半徑得一十四寸九十一分一十六釐有餘釐下當有八十毫三字又宜補圓外切十邊形積一尺一十六寸九十



七分有餘一十二釐四字是衍文圓田徑八步稅二分零九毫四絲三忽九微五纖一沙是一沙非七沙作七沙誤又三分沙之二六字是衍文前跋據校者謂七沙應作一沙零二一亦未盡合也平地淋米法內三歸之得二十五尺九百九十五寸三百零六分八百六十六釐有餘是八百六十六釐非八百二十釐作八百二十釐誤卷十一銳角形有三邊求角甲角七十九度三十六分四十九秒是四十九秒非五十秒作五十秒誤乙角四十七度一十五分二十三秒是二十三秒非三十秒作三十秒誤丙角五十三度零七分四十八秒是四十八秒非四十九秒作四十九秒誤銳角形有一邊一角及二邊較求餘角所知甲丙邊是一丈一尺二寸非一丈二尺二寸作一丈二尺二寸誤

附後以告世之好讀是書者風俗通引劉向別錄謂一人讀書校其上下得謬誤爲校一人持本一人讀書若怨家相對爲讐校書之詳審且慎若此哉茲之所糾詎敢謂然伏望當代君子覽其是非大加匡正幸甚幸甚光緒十六年始雨水伍斯記於訶林東華堂



隨林東華

數學精詳校記畢

