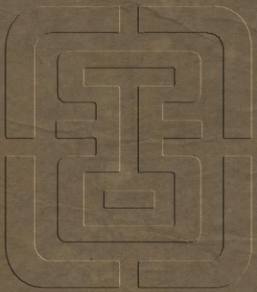


Handwritten numbers and characters in blue ink, possibly a library or collection number, including "5558" and "7200".



25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36

虞山屈曾發省園氏輯

九章名義歌

數學從來有九章。方田粟布易推詳。衰分辨別多和寡。少廣開除圓與方。商度功程術最妙。均平輸送法尤良。盈胸隱互須列位。方程正負要排行。若算高深并廣遠。好將勾股細思量。

算學提要訣

學算之人須努力。加減乘除時時習。觀其發問果何如。仔細斟量分法實。若然法實既能知。次求定位最爲急。再考諸分母子名。商除之法細尋繹。有能致志用工夫。算學雖深可盡識。

九九合數

少數在上。多數在下。加減乘除皆呼此數。

一一如一

一二如二

二二如四

一三如三

二三如六 三三如九 一四如四 二四如八

三四一十二 四四一十六 一五如五 二五一十

三五一十五 四五二十 五五二十五 一六如六

二六一十二 三六一十八 四六二十四 五六三十

六六三十六 一七如七 二七一十四 三七二十一

四七二十八 五七三十五 六七四十二 七七四十九

一八如八 二八一十六 三八二十四 四八三十二

五八四十 六八四十八 七八五十六 八八六十四

一九如九 二九一十八 三九二十七 四九三十六

五九四十五 六九五十四 七九六十三 八九七十二

九九八十一 右法遇十本身改逢如下位加

九歸歌 多數在上少數在下歸法乎此歌

歸一 不須歸 其法故不立 逢一進一十至逢九進九十是也

歸二 一添作五 逢二進一十 逢四進二十逢六進三十逢八進四十

歸三 三一三十一 三二六十二 逢三進一十 逢六進二十七逢九進三十

歸四 四一二十二 四二添作五 四三七十二 逢四進一十 逢八進二十

歸五 五一倍作二 五二倍作四 五三倍作六 五四倍作八

逢五進一十

歸六 六一下加四 六二三十二 六三添作五 六四六十四

六五八十二 逢六進一十

歸七 七一下加三 七二下加六 七三四十二 七四五十五

七五七十一 七六八十四 逢七進一十

歸八 八一下加二 八二下加四 八三下加六 八四添作五

八五六十二 八六七十四 八七八十六 逢八進一十

九隨身下 逢九進一十九九一下加一至九

解曰三歸云三一三十一謂如三人分銀一兩各得三錢共

除九錢餘存一錢再用三歸又除九分餘存一分也又

云三二十六十二謂如三人分銀二兩各得六錢共除一

兩八錢餘存二錢再用三歸又除一錢八分餘存二分

也又云逢三進一十謂如三人分銀三兩各得一兩也餘做此

分法實訣凡因乘不必拘惟歸除不可

一曰以所有總數為實以所求每數為法

一曰有總物而又有總價或云每物即以物為法以價為實或

云每價即以價為法以物為實餘做此

定位訣

數家定位法為奇 因乘俱向下位惟但用因乘法實後定位故曰乘法雖

加減只須認本位數日只須認本位

歸與歸除上位施但用歸除法實前定位故曰除法雖

法多原實逆上法此謂法多實少者蓋法數多而實數少也

法前得令順下宜再進前一位得令者斤兩石斗丈尺貫

法少原實降下數此謂法少實多者蓋法數少而實數多也

法前得令逆上知却進前一步得令逆上則十百千萬逐

又十二字訣 乘從每下得術術者乃法首位每下該得之名也從實首位數

起降下至法首每數則止再下一位得法首每

歸從法前得令注見

加減乘除總說

算法以加減乘除為入門然究其終雖至於千變萬化總不出

乎此但用法不同耳或應取其相和之數則用加或應取其相較之數則用減或應聚而總其積則用乘或應散而取其分則用除又有先加而後減者或先減而後加者有先乘而後除者或先除而後乘者又有加減與乘除先後互用者古來九章命算自方田以至句股數有煩簡理有顯晦法有深淺算有難易然何一不從加減乘除而得故淺言之則算法之入門究言之實算法之全體也

加法訣

加法須從下位先法首有一姑舍癩十加本位零加次

一外添如法更立用減法還原。又有幾數相併亦曰加所謂取其相和之數也

減法訣亦曰定身除從實首位起

減法須知先定身得其身數始爲真法中有一何曾用

身外除零妙入神用加法還原。又有幾數相較水曰減所謂取其相較之數也

因法訣因與乘一也單位法謂之因法位數多謂之乘特以此而異其名耳又總名之止曰乘

因法須呼九九數起手先從末位推言十就身如下位

若要還原用九歸

歸法訣歸與除一也單位法謂之歸法位數多謂之歸除又總名之止曰除

學者如何算九歸先從實上左頭推逢進起身須進上

下加不動下施爲用因法還原

乘法說

乘者兩數相因而成也蓋有兩數視此一數有幾何彼一數有幾何將此一數照彼一數加幾倍則兩數積而復成一數故謂之相因而成然不用加而用乘者何也蓋加須層累而得乘則一因卽得此立法之精而理則實相通也如有六與十兩數以

十為主而加六次得十六為主而加十次亦得十六今以十為主而六乘之或以六為主而十乘之皆得十六其數無異而用爲捷矣。

乘法訣

下乘之法留頭真 起手先將法二因 三四五來乘遍了

却將法首破原身 用歸除還原。原有破頭乘掉尾乘。留位乘諸法。總不如留頭乘之妙。

除法說

除者兩數相較而分也。蓋視大數內有小數之幾倍。將大數照小數減幾次。則大數分而復爲一小數。故謂之相較而分。然不用減而用除者。何也。蓋減必遞消其分。除則一歸即得。除之與減。卽猶乘之與加。正相對待者也。如有大數一十二。小數四。若用一十以四減之。三次而盡。卽知一十二爲四之三倍也。今用除法呼四一二十二逢四進一十卽知一十二爲四之三倍矣。此除之與減理相通而用較捷也。

歸除訣

惟有歸除法更奇 將身歸了次除之 先將法首對實首呼九。歸歌歸之。次將歸見數。

對法次位以下呼九九數挨次除之。

有歸若是無除數 起一還將原數施 若本位有子可歸。次位無子可除。或雖有子不

殼除也。則用後起一還原法。

或遇本歸歸不得 撞歸之法莫教遲 如一歸只一子。二歸只

故不能歸也。則用後撞歸法。如撞歸訖。仍不殼除。則再用起一還原法。

若人識得中間意 算學雖深可盡知

撞歸法

歸一無除作九一 二見二無除作九二 三見三無除作九三

四見四無除作九四歸五見五無除作九五歸六見六無除作九六歸七見七無除作九七歸八見八無除作九八歸九見九無除作九九

起一還原法

一 起一下還一歸二起一下還二歸三起一下還三歸四起一下還四歸五起一下還五歸六起一下還六歸七起一下還七歸八起一下還八歸九起一下還九

命分說

凡歸除分至最細而可以恰盡無餘者謂之無奇零數若分至最細而屢除不盡者謂之有奇零數其零數若畧去之則不能復還原數此命分之所以立也其法命為分母分子分母者即歸除之法數也分子者即除不盡之實數也凡不盡之數得分母中之幾分者即命為幾分之幾是以命分之一法所以濟歸除之不逮也

約分說

約分者以所命之分約之以就整分也蓋命分是就其數之多寡全而紀之而約分則即其多寡之數從而約之以求簡易焉其法以分母分子兩數輾轉相減務期減餘兩數相同是為度盡兩大數之一小數乃以此數為一分以除分母得幾分者即約分母為幾分又除分子得幾分者即約為分母幾分中之幾凡諸法中有帶分者皆由約法而得則約分實帶分之根也若夫數之不可約者兩數互轉相減必至於一始可以減盡一之外別無他小數可以度盡此兩數也即不用約分用命分誌之可也

約分訣

約分須分子母名 更相減損至同成 就把其同爲法則
除來各數自無零

設如古歷歲實命爲三百六十五日又一百分日之二十五問
約得幾何答曰四分日之一 法置母百以子二十五減三次

餘亦

二十

謂之子母相同就以此爲法以除母數得

四

分以除

子數得

分

即約得四分日之一也

蓋將一曰割作四分而得其一

分也

凡約分法以分母分子相減必得相等之數然後用之蓋因
此數可以度盡分母又可以度盡分子也今以相等之數二
十五爲一分則分母一百有四倍二十五而餘數二十五又
恰足一分之數故爲四分日之一 一百與二十五之比即同
於四與一之比是四與一即爲一
百與二十五之相當最小數也

設如有絲二百五十二斤賣過一百四十四斤問約得幾何答

曰七分斤之四

法置母

二百五

減去子

一百四 餘母

一百

反將子

一百四

減去餘母

一百

餘子

三十

又將餘母

一百

減去餘子

三十

八

法以除原母得

七

以除原子得

四

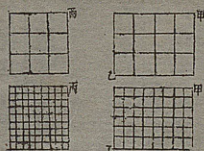
即約得七分斤之四也

通分說

凡奇零數目不以十遞析者難以立算則用通分如斤通爲兩
宮通爲度度通爲分之類是也又有整數而帶零分者則必通
之以從其類如化整爲零收零作整之類是也或有零分而分
母不同者則必通之以同其母如互乘之類是也通分之法立
然後奇零數目得以歸有餘齊不足而帶分之法皆根於此矣
又說

凡有大分以分母乘之通爲小分則爲通分法也然不曰乘而
曰通者何也蓋乘則積少成多其得數溢於原數之外通則變
大爲小其得數仍含於原數之中也如甲乙長方形圖原大分

一十二其分母為四今通為小分則以分母四乘大分二得小分八其數雖比原大分加四倍然其每分之分只得原數



四分之一故仍含於甲乙方形之內而未嘗溢
 出原數之名也又如丙丁方形圖原大分九其
 分母為九今通為不分則以分母九乘大分九
 得小分八十一其數雖見原大分加九倍然其每
 分之分只得原數九分之一故仍函於丙丁方
 形之內亦未嘗溢出原數之外也推之每分之

母或為八或為十二或為數十亦皆做此通之其所通之數雖至千萬而要皆未有溢於所通原分之外者矣。

互乘說

凡有兩數其分母分子俱不同則紛紜難御無可置算故必依此數之分將彼數加為幾倍又依彼數之分將此數加為幾倍則兩分數既同而比例亦同矣如甲乙三數甲為三分之二乙為四分之三欲辨其孰大則先以分母四相乘得二為其母數再以甲分母三互乘乙分子三得九為乙數化一十二分之九又以乙分母四互乘甲分子二得八為甲數化一十二分之八故法用互乘者所以齊其分母也夫以兩分母相乘得一十二者乃以兩分母俱變為十二分也以甲分母互乘乙分子得九者乃以乙分子變為十二分中之九也以乙分母互乘甲分子得八者又以甲分子變為十二分中之八也蓋兩分母既變為同等則兩分子亦俱為同分母之子矣若子母分有幾數而子數同為一者先以各母連乘得數次以各母除之則為各子數也如甲乙丙三數甲為二分之一乙為三分之一丙為四分

之一則先以三母連乘得^四十為甲乙丙共母數又以甲母^二
 除之得^二十為甲之子數以乙母^三除之得^八為乙之子數以
 丙母^四除之得^六為丙之子數也若子母分有幾數而子母數
 俱不同者亦先以各母連乘得數次以各母除之得數復以各
 子乘之即為各子數也如甲乙丙三數甲為三分之一乙為四
 分之三丙為五分之四則先以三母連乘得^六十為甲乙丙共母
 數又以甲母^三除之得^二再以甲子^二乘之得^四十為甲之子數
 以乙母^四除其母得^一十再以乙子^三乘之得^五十為乙之子
 數以丙母^五除其母得^二十再以丙子^四乘之得^八十為丙之子
 子數也若大分下又帶小分者則以小分母通大分母為母數
 又以小分母通大分子加入小分子為子數然後以所變之兩
 母數兩子數算之如甲乙兩數甲數四分之三又帶此一分之
 七分之二乙數九分之五又帶此一分之三之二一則先以甲
 小分母^七通甲大分母^四得^{二十}仍以甲小分母^七通甲大分
 子^三得^{二十}加入甲小分子^二得^{三十二}共得二十八分之二十
 三為甲大小分所變之數次以乙小分母^三通乙大分母^九得^{三十}
 仍以乙小分母^三通乙大分子^五得^{一十五}加入乙小分子
^一得^{一十六}共得二十七分之一十六為乙大小分所變之數然
 後以所變之子母乘除加減隨其宜而用之可也今再分加減
 乘除之法於左。

帶分加法

凡零數相加兩分母同者即併兩分子為得數如九分丈之七
 與九分丈之五相加兩分母同為九分則兩分子亦同為九分
 中之零分故不用互乘徑併兩分子得^二十又以滿母數^九收

爲一丈所餘^三仍爲九分中之三分故相加得一丈零九分丈之三也此分母相同之加法也

凡零數相加兩分母不同者則用互乘法以所變兩子相加爲得數前說論之詳矣此分母不同之加法也

又或分母不同可以加減之使同者則變而同之可省互乘如八分兩之一與十二分兩之三則將一十二分兩之三各減三分之一變爲八分兩之二則兩分母同爲八分亦徑併兩分子二得^三爲相加之數矣又如六分石之五與三分石之二則將三分石之二各加一倍變爲六分石之四則兩分母同爲六分亦徑併兩分子^四得^九內以滿母數^六收爲一石餘^三爲六分石之三即相加之數矣

凡子母數有三四種相加者其分母分子俱不同則用互乘法三種者以第一數與第二數互乘相加得數又與第三數互乘相加四種者以第一數第二數互乘相加得數與第三數互乘相加得數復與第四數互乘相加如兩分母相同者即併其兩分子而與所餘之分母不同者用互乘以加之又或有兩分母相乘後所得之數與所餘之分母相同者則直以所得之分子與所餘之分子相加爲得數即不用互乘矣如三分斤之一又四分斤之二又五分斤之三相加求總數法以前二數案互乘法相加得^{二十}斤之^十乃以^{二十}斤之^七與第三數用互乘法相加得^{六十}斤之^八因子數大於母數乃收六十爲一整數餘二十六爲零數即得^十斤零^六之^六爲三數相加之總數也凡子母分有四五種相加者做此又如五分丈之三又四分丈之一又五分丈之一相加求總數法以五分丈之三與五分

丈之一兩分母相同則以此二數併爲五分之二與四分之一

依互乘法相加得分丈之二十因于數大於母數乃收二十爲

一整數餘一爲零數即得分丈之二十爲總數也又如三分

兩之二又四分兩之三又十二分兩之四相加求總數法以

前二數案互乘法相加得分兩之十二與三分母適相同

即以所得之分子七與第三分子四相加得二十因于數大

於母數乃收一十二爲一整數餘九爲零數即得分兩之十二

爲總數也

帶分減法

凡零數相減兩分母同者即將兩分子相減爲餘數如一十一

分丈之七減一十一分丈之五求餘數法以兩分母同爲一十

一伏則兩分子亦同爲一十一分中之零分故徑將兩分子七

相減餘二爲兩數相減餘數得分丈之一此分母相同之減

法也

凡零數相減兩分母不同者則用互乘法以所變兩子相減得

餘數如加法例此分母不同之減法也如兩分母不同可加減

之使其相同者亦如加法中例故不重設

凡零數與整數相減者即以分子與分母相減得餘數如米一

石內減七分石之五求餘數法以米一石通爲分爲分母與分

子五相減餘二即得七分之二爲餘數也此整數中減零數法

也

凡整數帶零分相減者將兩零分互乘變爲同母然後減之如

銀八兩零五分兩之四內減五兩零七分兩之三求餘數法以

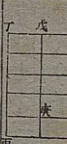
兩零分互乘變爲八兩零三之二內減五兩零三之一得

三兩零三之一十為餘數也此整數帶零分相減之法也
 十五分兩之三
 凡子母數三四種相減者其分母分子俱不同則用互乘以齊
 其分母按前法減之如兩分母相同者即將其兩分子相減而
 與所餘之分母不同者用互乘以減之又有兩分母相乘後所
 得之數與所餘之分母相同者則直以所得之分子與所餘之
 分子相減即得餘數其理俱與加法同。

帶分乘法

零分與零分相乘者兩分母兩分子各相乘所得之數即乘出
 之分也如三分丈之二與五分丈之四相乘法以兩分母三
 乘得一十又以兩分子四相乘得八即定為分丈之八為乘

出之數也試作圖以明之如甲乙為一丈甲丁亦為一丈作一
 甲乙丙丁正方形將甲丁分為三分甲乙分為五分內共容一
 十五分即兩分母乘出之共母數也甲丁三分
 之二為甲戊甲乙五分之四為甲己二數相乘
 得甲己庚戊長方形內容八分即兩分子乘出
 之共子數也正方與長方相較即知長方為正方一十五分之
 八矣此零分乘零分之法也



零分與整數相乘者分子乘整數而以分母除之即所得之數
 也如有七人每人賞銀五分兩之二法以分子二乘七人得十
 四以分母五除之得八錢即七人共該之數也蓋五分兩之二
 是一兩分為五分而得其三分也一人得二分則七人必共得
 一十四分既以一兩分為五分今滿五分收為一兩故一十四
 分為二兩八錢也此零分與整數相乘之法也

整數子因共
 物母除之也

此即後歌訣所
 云一邊子母無

整數帶零分與整數乘者先將此帶分之整數以分母通之加
 八分子與彼整數相乘却以分母除之即得總數也如一百九
 十人每人支銀一兩又一十九分兩之二求共該銀數法以分
 母九通銀一兩為九十加入分子一共二以乘共人一百得
 八千以分母九除之得二兩即共該銀數也此整數帶零分
 與整數相乘之法也此即後歌訣所云一邊子母帶整數母乘
法除之也整分子納之以乘共物為之實却將分母

整數帶零分與零分乘者先將整數通為零分相乘得數以分
 母自乘之數除之即得如有整數二丈又五分丈之四與零分
 五分丈之三相乘求總數法以整數二丈用分母五通為十分
 加入分子四得十分乃與零分分子三相乘得二以分母
 五乘得二之法也得一百六即所求之數也此整數帶零分
 與零分相乘之法也則用互乘法齊其分母乃以所變之分母
 化整為零再與彼所變分子相乘得數
 以所變分母自乘之數除之即得也

整數帶零分與整數帶零分相乘而分母不同者則用互乘法
 齊其數然後以相同之分母各化整為零加入分子相乘得數
 再以同母自乘之數除之即得如長方田濶二丈又四分丈之
 三長三丈又三分丈之二求積法以兩分母三相乘得一十以
 前分母四乘後分子得八以後分母三乘前分子得九乃
 以共母數二通濶一丈為二十分加入分子九得三十分為
 濶分數又以二通長三丈為六十分加入分子八得四十分為
 為長分數爰以兩數相乘得五十二分乃以同母二自乘之
十四歸除之得一十丈〇八尺又三分尺之一為所得之積

也此整數帶零分與整數帶零分相乘之法也此即後歌訣所
云兩邊子母帶

整數照前乘納相乘之同母自乘爲法則法除實分不差池也蓋有一法不用五乘得數亦同更爲直捷以前分母四逼滿二丈爲八加分子三得滿一十一分以後分母三通長三丈爲九加分子二得長亦一十一分兩數相乘得一百二十一分乃以兩分母四三相乘得一十二爲法除之卽得積

帶分除法

零分歸除零分者兩分母兩分子各自除之所得之數卽除出之分也如有奇零不盡者用互乘法代除卽得分數其比例與除出之法同如九分丈之三以三分丈之一除之求得幾何法以九分丈之二爲實三分丈之一爲法以法分母三除實分母九得三又以法分子一除實分子二仍得二卽定爲三分丈之二爲所得之數也若用互乘法代除法則以實分母九乘法分子一得九爲除出之分母又以法分母三乘實分子二得六爲除出之分子則定爲九分丈之六爲所得之數也此法與前法所得之分母分子數雖不同而理則一蓋三分之二與九分之六其比例實同也前法以法除實其得數爲減分之比例此法兩數互乘其得數爲加分之比例耳

設如有米六分石之二每斗價四分錢之三問該銀幾何答曰

二錢五分 法以兩分子

二相乘得六

爲實以兩分母

乘得

二十

爲法除之得

二錢五分

卽所求之數也

此卽後歌訣所云兩邊子母無

實乘母除也

設如有銀買羽絨每三分丈之一價四分兩之三今欲買八分

丈之七問該銀幾何答曰一兩九錢六分八釐七毫五絲

法以原價分母

四

乘今羽絨分母

八得三十

爲乘出之分母

以原價分子

三

乘今羽絨分子

七得二十

爲乘出之分子是

爲三十二分之二十一乃以原羽絨三分丈之一爲法除之

因分母除不盡變用互乘法代除以乘出之分母三十乘法

分子仍得三十為除出之分母以乘出之分子二十乘法

分母三得三十為除出之分子即得三十二之六十三滿分母

三十收為整數兩餘三十如求真數以分子三十乘整數一

兩得三十兩以分母三十除之得九毫六分八加整數一兩

即得所求之數也

整數歸除零分者分母通整數以除分子即得所求之數如五

分丈之三以八丈除之求得幾何法以分子三為實以分母五

通整數八丈得四為法除之得七寸五分即所求之數也此整數除

零分之法也

零分歸除整數者分母通整數以分子除之即得所求之數如

六丈以三分丈之二除之求得幾何法以分母三通整數六丈

得八為實以分子二為法除之得九寸即所求之數也此零分除

整數之法也

整數帶零分歸除整數者先將法實之兩整數俱通為零分而

於法中加入分子除之即得如二十四丈以二丈零三分丈之

二除之求得幾何法以分母三通二丈得七寸七分十為實又以分

母三通二丈得六寸加入分子二得八為法除之得九寸即所求之

數也此法以分母三通法實之兩整數者是將兩整數之每丈

俱通為三分也兩整數既化為同等則法實一體故法除實而

得所求之數也此整數帶零分除整數之法也

整數歸除整數帶零分者先將法實之兩整數俱通為零分而

於實中加入分子以法除之即得如前二丈零三分丈之二以

二十四丈除之求得幾何法以分母三通二丈得六寸加入分子

通分

二得八為實又以分母三通四丈得七十為法除之得一丈
分一不盡約為九分之一即所求之數也蓋七十二與八之比即
 同於九與一之比故約為九分之一此整數除整數帶零分之
 法也

整數帶零分歸除零分者先將整數通為零分加入分子除之

即得如五分丈之四以三文零八分丈之一除之求得幾何法

以五分丈之四為實以法分母八通三文為四加入分子一

得二十共得八分之二十為法用第一條兩分母兩分子各自

除之之法以法分母八除實分母五得六為除出之分母以

法分子二除實分子四得一六為除出之分子乃以所得之分

母除所得之分子得十六分即所求之數也蓋法之三丈又八

寸丈之六乃尺丈五寸五分即實之五分丈之四乃八尺

除一六得數亦同者六二五與三丈一尺二寸五分之比即同

於一六與八尺之比為加倍之比例也此整數帶零分除零分

之法也若數有奇零歸除不盡者則用互乘法代除如前數已

將整數通為八分丈之二十五為法乃以實分母五乘法分子

五得一百二為除出之分母又以法分母八乘實分子四得

三十為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子亦得二

尺五分蓋一百二十五與六二五之比又即同於三十二與一六

○之比亦皆為加倍之比例也

零分歸除整數帶零分者先將整數通為零分加入分子以法

除之即得如四丈又三分丈之二以七分丈之四除之求得幾

何法以實之分母三通整數四丈為一十加入分子二得一十

共得三分之四一十為實以七分丈之四為法用互乘代除之法

以實分母三乘法分子四得二十為除出之分母以法分母七

乘實分子四得九十為除出之分子乃以所得之分母除所

得之分子得八尺二不盡約為六分一此八尺零六分尺之一

即所求之數也此零分除整數帶零分之法也

整數帶零分歸除整數帶零分者先各以整數通為零分加入

分子以法除實即得始有田五畝又三分畝之二其租銀五兩

又二十七分兩之一每畝求得幾何法以銀分母七通五兩

為一百三加入分子一得一百三其得二十七一百三為實

又以田分母三通五畝為五加入分子二得七共得三分

之一十為法用互乘代除之法以銀分母七乘田分子七

得四百五為除出之分母以田分母三乘銀分子一百三得四

八〇為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子得八錢八

又四百五十九分八即每畝所出租銀數也此整數帶零分除整

數帶零分之法也

設如城守兵一營其糧可支一年又七分之二今欲去兵三

分之一求應支年數幾何答曰一年又七分之二今欲去兵三

法以年分母七通一年為七分加入分子二得七分之二九

又以兵分子一減分母三餘二為現存兵三分之二因兩分

母不同故用互乘以齊之以兩分母七相乘得二十為其母

分即原兵分以年分母七乘兵分子二得四十為現存兵分

以兵分母三乘年分子九得七十為原年分即以所通現存

兵分四十為法以原年分七乘原兵分二十得五百六以

法除之得四十分半滿母數二十收為一年餘數為一年又二十一

分

之分半十九用法約之得年又年之七分六分為今應支之年數

也蓋現存兵比原兵少三分之一則支糧年數必多三分之

一故現存兵一十四與原兵二十一之比即同於原年分二

十七與今年分四十分半之比也

通分訣

一邊子母無整數 子因共物母除之 兩邊子母無整數

乘子為實乘母除 一邊子母帶整數 母乘整兮子納之

以乘共物為之實 却將分母法除之 兩邊子母帶整數

照前乘納相乘之 同母自乘為法則 法除實兮不差池

異乘同除說

數有應先除後乘者但用除法多有奇零不盡之數則無由而

除之而得今所求彼一件之數故曰同除

又訣

異乘同除法何如 物賣錢來作例推 先用原錢乘只物

却將原物法除之 算者留心能善用 一絲一忽不差池

設如原有麥三斗五升磨麪二十五斤今要麪一百七十五斤

問該麥幾何答曰二石四斗五升 法以原麥三斗乘今用

麪一百七得六十一石為實以原磨麪二十斤為法除之即得

設如原有麥八斗六升磨麪六十四千半今有麥三十五石四

斗八升問該磨麪幾何答曰二千六百六十一斤 法以原

磨麪乘今麥得二萬二千八百為實以原麥八斗除之即得

同乘異除訣

同乘異除法可識 原物價相乘為實 今物除實求今價
今價除實求今物

設如有田一畝原闊八步長三十步今闊要二十二步求得長
幾何答曰二十步 法以原闊八步原長三十步得二十四為

實以今闊二十步為法除之即得按異乘同除法以原有之兩

件為一率二率今有之一件為三率今所求之一件為四率

俱以原有之一件與今有之一件相乘其積相等同乘異除

法則以原有之兩件為二率三率今有之一件為一率今所

求之一件為四率是原有之兩件相乘今有之兩件相乘其

積相等此兩法異同之故也

設如原有小珍珠五十顆重一兩價一十二兩今有大珍珠三

兩價一兩兩項重一兩問該價幾何答曰二十兩 法以原珠五乘原

價二兩得十兩為實以今珠十為法除之即得
異乘同乘法 謂如以四乘之又以五乘之再以七乘之者
就變法以四乘五得二十再以七乘之得一

百四十就以一百四十為法乘
之以代三次相乘而數一轍也

設如每人日織錦八尺二寸五分今有五十六人共織二十七

日問該織錦幾何答曰二千二百四十七丈四尺 法以十五

六乘二十得一千五百再以日織八尺二乘之即得

異除同除法

謂如用四除之又用五除之再用一十二除
之者就變法以四乘五得二十再以一十二
乘之得二百四十就以二歸四
除以代三次歸除而數一轍也

設如有客一十五人住一十二日共用米三石六斗問每客日

用米幾何答曰二升 法以米三石六斗為實以五人乘二十得

一百八為法除之即得

同乘同除法

謂應一除一乘再除再乘又除又乘多有不
盡之數今變法總乘為實總乘為法除之
異乘同乘 異除同除

設如以夏布換棉布但知每夏布三丈價銀二錢每棉布七丈價銀七錢五分今有夏布四十五丈問換棉布幾何答曰二

十八丈法以夏布價銀二錢乘棉布七丈得一兩四錢再以夏布四十五丈

乘之得六十分為實以棉布價七錢五分乘夏布三丈得二兩二錢五分為法

除之即得此法乃合兩比例為一比例也如分作兩比例明

之每夏布三丈價銀二錢今夏布四十五丈則價銀應得三

兩此一比例也棉布價銀七錢五分得棉布七丈今夏布四

一率夏布三丈

二率二錢

一比例也去銀三兩原為夏布四十五丈之價

則夏布四十五丈所換之棉布二十八丈價銀

亦應三兩可知矣蓋兩比例中一以三丈作一

率一以七錢五分作一率故以三丈與七錢五

分相乘得二兩二錢五分而為一率是合兩一

率而為一一率也一以二錢作二率一以七丈

作二率故二錢與七丈相乘得一兩四錢而為

二率是合兩二率而為一二率也而後比例之

三率即前比例之四率如以兩三率相乘為三

率則所得四率亦為兩四率相乘之數必須以

前比例之四率除之方得後比例之四率故即

以夏布四十五丈為三率而得棉布二十八丈為四率也

設如原有鷺八隻換雞二十隻每雞三十隻換鴨九十隻每鴨

六十隻換羊二隻今却有羊五隻換鷺問該幾何答曰換鷺

二十隻法先用異乘同乘法以原鷺八乘原雞三十得二百

又以原鴨十六乘之得一萬四再以今有羊五乘之得七萬為

實又用異除同除法以換雞二乘換鴨九得八百又以換羊

二乘之得三千六百為法除實即得此法乃合三比例為一比例

也如分作三比例明之羊二隻換鴨六十隻則羊五隻必換

鴨一百五十隻此一比例也鴨九十隻換雞三十隻則鴨一

百五十隻必換雞五千隻此二比例也雞二十隻換鴨八隻

則雞五十隻必換鴨二十隻此三比例也夫雞五十隻原為

鴨一百五十隻之所換而鴨一百五十隻又原為羊五隻之

所換則雞五十隻所換之鴨二十隻即為羊五隻之所換可

知矣今以三比例之各一率連乘之為一率又以三比例之

各二率連乘之為二率者正合三比例為一比例也

設如原有麥一萬二千石車二十二輛每車載三石日行八十

里四十日運完今有麥三萬石車一十六輛每車載四石以

行六十里問運完日數幾何答曰七十五日法以原有麥

一萬二千石乘今車一十得二十九萬

七十六萬又以今行六十乘之得四千六百為法以今有麥

三萬互乘原車二十得三十六又以原車載三乘之得一百

石又以原行八十乘之得四千六百又以原運日四十乘之得

三十六萬五為實以法除實即得此法乃合四比例為一比

例也如分作四比例明之則先以麥數為比例原麥一萬二

千石四十日運完今麥三萬石則應運一百日此一正比例

也然車數不同故次以車數為比例原車一十二輛應運一

百日今車十六輛則應運七十五日此一轉比例也然每車

所載石數又不同故次以石數為比例原車載三石應運七

十五日今車載四石則應運五十六日四分日之一此又一

轉比例也。然日行里數又不同。故次以里數為比例。原行八十里。應運五十六日四分日之一。今行六十里。則應運七十五日。此又一轉比例也。今以四比例之。各一率。連乘之。為一率。以四比例之。各三率。連乘之。為三率者。正合四比例為一比例也。

虞山屈曾發省園氏輯

方田章第一

此章以邊線之長短求而積之多寡。而丈量田地之法。本此矣。以面形之大小求體積之多寡。而盤量倉窖之法。本此矣。其方圓束法各樣堆探量木捆算法。相同。故悉隸焉。

各面形總論

面之為形成於方圓直線所成。皆方之類。曲線所成。皆圓之類。立法則方為圓之本。度圓者必以方。而度方者必以矩。所謂方有盡而圓無盡也。論理則圓又為眾界形之本。蓋眾界形或函圓。或函於圓。其邊皆當弧線之度。故求眾界形者。必以圓界為宗也。因有方圓眾界之各異。故邊線等者。面積不等。如眾界形之每一邊與圓徑俱設為一。○○○○。則方面積為一。○○○○。而圓面積為七八五三九八一六。三等邊形面積

設如圓徑一尺二寸問周幾何答曰三尺七寸六分九釐九毫
 一絲一忽一微八纖 法用周徑定率比例以徑數一〇〇
 〇〇〇〇〇〇爲一率周數三一四一五九二六五爲二率
 今所設之徑二寸爲三率推得四率卽所求之周數也蓋圓
 之數奇零不盡立法必自方數始是故圓內容形屢求句股
 至億萬邊圓外切形屢求句股至億萬邊內外奏集使圓周
 變爲直線較之古法精密已極始爲得之爰設圓徑爲一而
 圓周得三一四一五九二六五有餘是爲定率故以圓徑一
 與圓周三一四一五九二六五之比卽同於今所設之徑與
 今所求之周之比也

設如圓周一丈五尺問徑幾何答曰四尺七寸七分四釐六毫

四絲八忽二微有餘 法用周徑定率比例以周數三一四

一五九二六五爲一率徑數一爲二率今所設之周一丈爲

三率推得四率卽所求之徑數也蓋前法徑求周故以徑定

率與周定率爲比卽如今所設徑與今所求周爲比此法用

求徑故以周定率與徑定率爲比卽如今所設周與今所求

徑爲比也

圓內容各等邊形圓外切各等邊形求邊及積法

設如圓徑一尺二寸求內容三等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊一尺〇三分九釐二毫三絲有餘積四十六寸七

十六分五十三釐有餘 法以圓徑一尺爲弦

如甲半徑六寸爲句如丁戊卽如丁乙爲圓內求

得股一尺〇三分九釐二毫三絲有餘爲內容三等邊形之每

一邊如甲爰以每一邊爲弦如甲半邊爲句如丁



日求得股九或取圓徑四分之三亦得九寸如為三等邊形之中垂線乃以每一邊線與中垂線相乘得九十三寸五十分半得三等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求外切三等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊二尺七分八釐四毫六絲有餘積一尺八十七

寸六分一十四釐有餘法以圓徑二寸為弦如甲乙即

半徑六為句如已求得股尺三分九釐二倍之如丙為

外切三等邊形之每一邊爰以每一邊為弦如丙

半邊為句如丁求得股一尺八寸或以半徑

六三倍之亦得一尺為三等邊形之中垂線乃

以每一邊線與中垂線相乘得三十七寸四分二十

入釐折半得三等邊形之面積

設如圓徑一尺二寸求內容正方形之每一邊及面積幾何答

曰每邊八寸四分八釐五毫二絲八忽有餘積七十二寸

法以圓徑折半得六寸自乘得三十六寸如甲戌

積倍之得七十二寸即正方形面積開方得正方形

之每一邊或以圓徑自乘折半亦得正方形面積

開方亦得邊此即斜求方法

設如圓徑一尺二寸求外切正方形之每一邊及面積幾何答

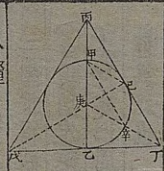
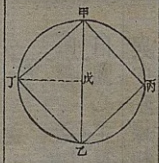
曰每邊一尺二寸積二百四十四寸法因圓

徑即方邊徑自乘即外切正方形之面積故他

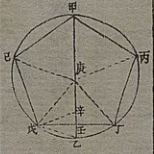
法皆不設止存一題以備體焉

設如圓徑一尺二寸求內容五等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊七寸五分五釐三毫四絲二忽有餘積八十五寸五



十九分五十釐有餘 法以圓徑折半得寸為首率。如庚用
 理分中末線。詳後三有首率求中率末率使中率末率相加。
 與首率等之法求得中率。三寸七分。八毫二絲有餘。如庚
角法中



等邊形之
 每一邊
 為末率。如辛折半得一寸一分四釐五毫九絲為半末率。
如辛乙即以此半末率為勾中率為弦求得股。
與王乙即以此半末率為勾中率為弦求得股。
三寸五分二釐六毫七倍之得內容五等邊形。
絲一忽有餘。如庚壬

之每一邊。如庚又以中率半末率相加得四十八分五釐為
 自圓心至每一邊之中垂線。如庚乃以每邊折半之數。如庚
 與中垂線相乘得十七寸一分九釐有餘。五因之得類。
餘為庚丁戊一三角形積。

丁戊五二 角形積 卽五等邊形面積。

設如圓徑一尺二寸求外切五等邊形之每一邊及面積幾何。
 答曰每邊八寸七分一釐八毫四絲八忽有餘積一百三十

寸七十七分七十二釐有餘 法以圓徑折半得寸為首率。
 乙如辛 亦用理分中末線法求得中率。三寸七分。八倍之得
七寸四分一釐為自圓心至每一角之分角線。
六毫四絲有餘乃以分角線為弦圓半徑為股。如辛求得
如辛乙



形之每一邊。如庚爰以每邊之半與半徑。即五三角形之相
乘得二十六寸一分五釐五十四釐五因之得三。角形積。
有餘如辛戊巳一三角形積。

卽五等邊形面積。

設如五等邊形每邊一尺二寸問面積幾何答曰二百四十七

寸七十四分八十七釐有餘 法用邊線相等面積不同之
 定率比例以定率之正方面積一。為一率。如午寅
卯巳正



方五等邊形面積一七二〇四為二率如子
積卯辰五等今所設之五等邊形之邊一尺自乘
邊形積十四寸為三率如庚丙丁巳求得四率即面
積如甲乙丙丁戊若有積求邊則以二率為一率以一率
為二率今所設之積為三率求得四率十四寸開方即得邊
也其六等邊至十等邊形有邊求積有積求邊之法俱與此
同故後不再設

設如圓徑一尺二寸求內容六等邊形之每邊及面積幾何答
曰每邊六寸積九十三寸五十三分〇四釐有餘 法以圓
徑折半得六寸即內容六等邊形之每一邊爰以半徑六寸為弦
如甲 每邊折半三寸為勾如甲求得股五寸一分九釐六毫一
庚 為自圓心至每一邊之中垂線乃以每邊之半
與中垂線相乘得釐有餘如甲丙庚一三角形
積六因之得類甲丙庚六即六等邊形面積



設如圓徑一尺二寸求外切六等邊形之每一邊及面積幾何
答曰每邊六寸九分二釐八毫二絲有餘積一尺二十四寸
七十分七十六釐有餘 法以圓徑折半得六寸自乘得六寸
為中垂線
自乘之方三歸四因得四十八寸為每邊線自
方為每邊線自乘方四乘之方凡中垂線自乘
於之三故用三歸四因開方得外切六等邊形
之每一邊如丙乃以每邊之半如丙與半徑如甲
相乘得二十寸七十八分四十六釐
有餘如丙辛壬一三角形積六因之得類丙辛壬
積即六等邊形面積



設如圓徑一尺二寸求內容七等邊形之每一邊及面積幾何
答曰每邊五寸二分〇六毫六絲有餘積九十八寸五十一

分○三釐有餘 法以圓徑折半得寸六為一率用理分中末

線有一率求二率三率四率使一率與四率相加與二率兩

倍再加一三率等之法求得二率寸六分七釐。二率五

忽有餘為圓內容十四乃以半徑寸六分為底乙。

邊形之每一邊如乙丙用三角形求中垂線

一率二率為兩腰如壬乙丙用三角形求中垂線

之法算之求得二寸六分。三毫倍之如丙為

內容七等邊形之每一邊爰以半徑寸六分為弦壬每邊之半

為句如丙求得股五寸四分。五毫八

之中垂線乃以每邊之半與中垂線相乘得一十四寸。七

餘如壬戊已庚一三角形積乙即七等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求外切七等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊五寸七分七釐八毫八絲有餘積一尺二十一寸三

十五分六十二釐有餘 照前法求得內容七

等邊形之每邊為五寸二分。六求得自圓心

至每一邊之中垂線為五寸四分。五毫八絲

與癸子之比即如丑乙與己 乃以中垂線數為一率每邊之

數為二率今所設之半徑寸六分為三率如丑求得四率為外切

七等邊形之每一邊庚爰以每邊之半與半徑相乘得十

七寸十三分六釐有餘 七因之得類丑已庚七 即七等

邊形面積

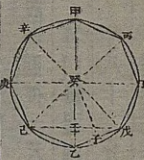
設如圓徑一尺二寸求內容八等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊四寸五分九釐二毫一絲九忽有餘積一尺○一

寸八十二分二十四釐有餘 法以圓徑二寸求得內容四

等邊形之每一邊為八寸四分八釐五毫二絲八忽有餘 折半得四寸二分四釐二毫六絲





四忽為股如戊壬又以此數與半徑六相減餘

有餘七分五釐七忽為句如壬求得弦四十五分

毫三絲六忽有餘為內容八等邊形之一邊爰以

餘如戊乙為內容八等邊形之一邊爰以

半徑六寸五分四釐三毫二忽為自圓心至每一

邊之中垂線乃以每邊之半與中垂線相乘得十二分七

八釐有餘如癸戊八因之得類癸戊乙八即八等邊形面積

乙一三角形積

設如圓徑一尺二寸求外切八等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊四寸九分七釐○五絲六忽有餘積一尺一十九

寸二十九分二十八釐有餘 法以圓徑一尺二寸自乘得一百

四倍之得二百八十八寸開方得一尺六寸九分七釐內減圓徑

一尺二寸餘五絲六忽有餘如子寅與巳寅兩

角形積得一十四寸九分一釐二絲八忽與午寅兩八因之得類

設如圓徑一尺二寸求內容九等邊形之每一邊及面積幾何

答曰每邊四寸一分○四毫二絲二忽有餘積一尺○四寸

一十三分○九釐有餘 法以圓徑折半得六寸為一率如子

用理分中末線有一率求二率三率四率使一率與四率相

加與二率三倍等之法求得二率二寸○八釐三毫七絲七

形之每一邊如子乃以半徑六寸為底如子以一率如子二率如子為

兩腰用三角形求中垂線法算之得二寸○五釐二毫一忽倍

之得內容九等邊形之每一邊如子爰以半徑六寸為弦如子

每邊之半為句如子求得股五寸六分三釐八毫一忽為自圓



丙丁八三 即八等邊形面積



心至每一邊之中垂線乃以每邊之半與中垂線相乘得一十一寸五十七分。一釐九因之。
得類子已庚九 卽九等邊形面積。
得類子已庚九 卽九等邊形面積。

設如圓徑一尺二寸求外切九等邊形之每一邊及面積幾何
 答曰每邊四寸三分六釐七毫六絲二忽有餘積一尺一十七寸九十二分五十七釐有餘 照前法求得內容九等邊

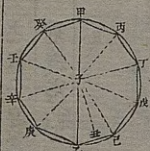


之每一邊爲四寸一分。四毫二絲二忽有餘如丑寅
 中垂線爲五寸六分三釐八毫一絲五忽有餘
與庚辛之比爲 如卯辰卯辰與丑寅之比卽如卯乙
相當比例四率 乃以中垂線數爲一率每一邊
 數爲二率今所設之半徑六寸爲三率如卯求得

四率爲外切九等邊形之每一邊如庚爰以每邊之半二寸八釐三毫與半徑六寸相乘得一十三寸一十分二十八釐九
因之得三角形積 卽九等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求內容十等邊形之每一邊及面積幾何
 答曰每邊三寸七分〇八毫二絲有餘積一尺〇五寸八十分一十釐有餘
 法以圓徑折半得六寸爲首率如子用理分

中末線有首率求中率末率使中率末率相加與首率等之
 法求得中率三寸七分〇八毫二絲有餘如己乙卽內容十等邊形之每一邊
爰以半徑六寸爲弦 如子每邊之半一寸八分五



有餘爲句 求得股五寸七分〇六毫三絲四毫一絲
如丑乙 心至每一邊之中垂線乃以每邊之半與中垂線相乘得一十寸五十八分。一釐有十因之。
餘如子已乙 卽十等邊形面積

設如圓徑一尺二寸求外切十等邊形之每一邊及面積幾何
 得類子已乙十 卽十等邊形面積

答曰每邊三寸八分九釐九毫○三忽有餘積一尺一十六寸九十七分一十二釐有餘 照前法求得內容十等邊形

之每一邊為 三寸七分。八毫 求得自圓心至每一邊之中

垂線為 五寸七分。六毫三絲三忽有餘如辰巳辰巳與寅卯之 比即如辰乙與庚辛之比為相當比例四率

乃以中垂線數為一率每一邊數為二率今所

設之半徑 六寸 為三率 如辰 求得四率為外切十

等邊形之每一邊 如庚 爰以每邊之半 一寸九分

九毫五絲一忽五微有餘與半徑 六寸 相乘得一 十一寸六分九釐

十因之得 類辰庚辛十 即十等邊形面積



丈量田地訣

方自乘之積步明 直田長濶互相乘 勾股圭稜長乘濶

將來折半步分明 梯對兩頭濶相併 折半乘長見積分

三層倍中加二濶 四歸得步以長乘 圓田半周乘半徑

周徑相乘四歸明 橢圓小徑乘大徑 比作長方定率分

環田內外周相併 折半須將徑步乘 半弧將矢乘弧背

折半將來見積分 田形不一須推類 分截裁量術始精

却將積步為之實 二四歸除畝數明

設如方田長濶各六十步問積及稅畝各幾何答曰積三千六

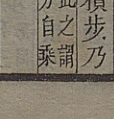
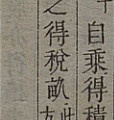
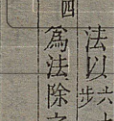
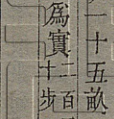
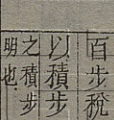
百步稅一十五畝 法以 六十 自乘得積步乃

以積步為實 二百四 為法除之得稅畝 此之謂

設如長方方田 即直 長六十步濶三十步問積及稅畝幾何答曰

積一千八百步稅七畝五分 法以長 六十 濶 三十

相乘得積步 四 除之得稅畝 此之謂直田長



設如甸股田股長六十步勾濶三十步問積及稅畝幾何答曰

積九百步稅三畝七分五釐 法以股^六句^三

相乘折半得積步^四除之得稅畝



設如圭田

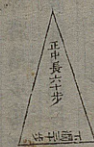
^卽兩等邊
三角形

一法將半股乘句或半句乘股亦得積步^{下三}
形同
正中長六十步^{卽中}下濶三十步問積及

稅畝幾何答曰積九百步稅三畝七分五釐

法以中長^六下濶^三相乘折半得積步^四除之

得稅畝



設如斜圭田

^卽不等邊
三角形

長六十步正濶三十步^{卽中}問積及稅

畝幾何答曰積九百步稅三畝七分五釐 法

以長^六正濶^三相乘折半得積步^四除之得稅

設如梯田中長六十步上濶三十步問積及稅畝幾何答曰積

九百步稅三畝七分五釐 法以中長^六中濶

三^二相乘折半得積步^四除之得稅畝^{以上四形}

^{皆居直田}
之半故皆用折半法所謂句股主

校長乘濶將來折半步分明也



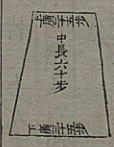
設如梯田中長六十步上廣二十五步下廣三十五步問積步

及稅畝幾何答曰積一千八百步稅七畝五分 法併上下

廣共^六折半得^三以乘中長^六得積步^四除之

得稅畝 一法併二廣以乘半長或併二廣以

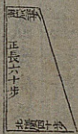
乘長折半俱得積步^{形同}



設如斜田正長六十步南廣二十步北廣四十步問積步及稅

畝幾何答曰積一千八百步稅七畝五分 法併南北二廣

共^七折半得^三以乘正長^六得積步^四除之得稅畝^{以上二}



潤廣之有餘以補狹廣之不足適成長方形故用折法所謂撈斜兩頭潤相併折半乘長見積也

設如兩兩等邊無直角斜方形目形小邊皆二十五丈大邊

皆三十九丈對兩小角斜線五十六丈問積及稅畝幾何答

曰積八百四十丈稅一十四畝 法以兩三角形算之以對

角斜線為底大小兩邊為兩腰用三角形求中

垂線法求得中垂線一十五丈如乃以對角斜

線五十六丈相乘得八百四十丈每爰以四因

之得三千五百以二除之得稅畝此法因斜線

與中垂線相乘所得比一三角形積大一倍恰合斜方形積

故不用折法即得面積也此法畝

設如三廣田正長六十步南廣二十七步中廣十九步北廣五

十五步問積及稅畝幾何答曰積一千八百步稅七畝五分

法倍中廣併南北二廣共一百二十四歸得三十

與長六十相乘得積步四除之得稅畝此之謂

中加二潤四歸一法併南北二廣折半加中廣

得步以長乘也三廣相去俱符法可用此法或兩

共以乘長折半亦得積步按三廣田卽二段樹田之併必其

段長短不等俱不可用必以三廣相去俱符法可用此法或兩

二梯算而併之乃為無雙

設如方環田外周二十八丈內周一十二丈問積及稅畝各幾

何答曰積一百六十步稅六分六釐三分釐之

二 法以外周二丈四歸之得七丈如自乘得

四丈又以內周二丈四歸之得三丈如自乘得

設如無直角四不等邊形田甲乙邊十尺甲丁邊十七尺丁丙邊二十八尺乙丙邊三十五尺自丁角至乙角斜線二十一

尺問積及稅畝幾何答曰積一十五步一分二釐稅六釐三毫

法以丁乙斜線分為甲乙丁丁乙丙兩三角形算之先求得甲戊垂線尺與乙丁尺相乘折半得尺為甲乙丁

三角形積又求得丁乙垂線尺與乙丙尺相乘折半得尺為丁乙丙三角形積兩積相併得尺每步積

得尺再尺以五除之得積步以四除之得稅畝凡

無法多邊形皆任以兩角作對角斜線分為幾

三角形算之舊術四不等邊形分一句股一斜

方算必有二平行線然後可若此形無二平行

線者則必分為丁巳兩丁甲庚二句股形庚甲乙巳一斜方

形然後可算不如分兩三角形算為簡捷而密合也法畝畝

載未

設如圓田徑八步問積及稅畝幾何答曰五十步二分六釐五

毫四絲八忽二微四纖稅二分〇九毫四絲三忽九微五纖

一沙

法以圓徑八步用徑求周法求得用十

五步一分三釐二毫七絲四忽一微二纖折半得一十二步五分六釐六

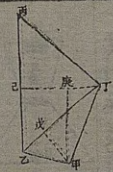
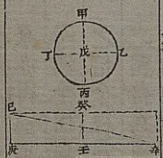
步相乘得積步四除之得稅畝蓋圓之半徑線丙若與直

角三角形之小邊線度等庚而圓之周界甲

又與三角形之大邊線度等庚則此三

角形之面積庚如巳與圓田面積等是故以戊丙

半徑相等之已庚與乙丙丁半周相等之庚壬



田面積也。若以周求積，則用周求徑法求得半徑，與半周相乘，亦得面積。此之謂圓田半周乘半徑也。

一法：全周與全徑相乘，以四歸之，亦得面積。蓋全周為半周之倍，全徑為半徑之倍，則所乘之積必為半與半相乘之積之四倍。為連比例，隔一位相加之比例，故必用四歸而得積也。此之謂周徑相乘四歸明也。

又徑求積法：以徑自乘得數，與圓積定率七八五三相乘得積。舊術以圓積得方積四分之一，故徑自乘數用七五乘，此

仍以周三徑一立法，故徑求積得數必小。積求徑得數必大也。

又周求積法：以周自乘得數，與圓積定率七九五七相乘得積。舊術圓積為周自乘方積十二分之一，故周自乘數用十

二除，此仍以徑一圓三立法，故周求積得數必大。積求周得數必小也。此二法歌訣未載。

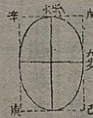
設如橢圓田。一名鴨蛋形。大徑九步，小徑六步，問積及稅畝幾何？答

曰：積四十二步四十一分一十五釐。六十四絲，稅一分七釐六毫七絲。忽四微五纖八沙六塵。法以大徑九步

徑六步相乘得五十四步為長方積。如戊己庚辛乃用方邊

圓徑相等方積，圓積不同之定率比例，以方積

一〇〇〇〇〇為一率，圓積七八五三為二率，今所得之長方積五十四步為三率，求得四率，即面積。



二除之得稅畝。此之謂橢圓大徑乘小徑此作長方定率分也。

設如圓環田，外周一百八十步，內周九十步，徑十五步，問積及稅畝幾何？答曰：積二千。二十五步稅八畝四分三釐七毫。



作濶乘之得積步也。此之謂環田內外周相併折半須將徑步乘也。

五絲 法併外內二周折半得一百三以徑五步乘之得積步以四除之得稅畝此法併內外二周而折半之者是減外周之長以補內周之短適得兩周中間一路之長恰成直形故以徑

如有外周內周求積則先以外周求得外徑次以內周求得內徑乃以兩徑相減餘數折半得環田徑依前法算之得積如有外徑內徑求積則先以外徑求得外周次以內徑求得內周乃以兩徑相減餘數折半得環田徑依前法算之得積
設如平半圓弧矢田弦長六十步矢濶三十步問積及稅畝幾何答曰積一十四百一十三步七十一分六十六釐九十二毫五十絲稅五畝八分九釐。四絲八忽六微二纖一沙八塵七埃五渺。法以弦長四圓徑用徑求周法



求得全周一百八十八步四分九厘折半得九十四步二分四釐五毫七絲七忽九微五纖即弧背與矢濶三十步相乘即得二千八百二十七步四十三分得三十三釐八十五毫為全圓積折半得平半圓弧矢田積四除之得稅畝。此之謂半圓積將矢乘弧背折半將來見積分也。

設如細半圓弧矢田弦長八十步矢濶二十步問積及稅畝幾何答曰積一千一百十八步二十四分五十釐稅四畝六分

五釐九毫三絲五忽有餘。法先用弧矢形有弦矢求圓徑法。見少廣章分田積類。求得圓徑一百步如丁戊折半得半徑五十步如丁己為一

率半弦四十步為二率以半徑五十步為三率求得四率八萬即甲為甲丁半弧之正弦檢表得五十三度七分倍之得甲

丁丙全弧一百六度十分此先比例得正弦檢表而得弧度

也乃以全圓三百六十度 化作一百二十九為一率全弧一百。

五分三十分 化為五百三十八步為二率全徑一百 求全周得三百

十四步一分五釐 為三率求得四率九十二步七分二釐為全

弧之數此以度分比例得步數也乃以全弧數與半徑五

相乘折半得二千三百十八步為自圓心所分弧背三角形

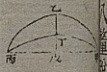


積如甲己又於半徑步五十 丙減矢如丁乙餘三十

角形積相減餘即弧矢田積二除之得稅畝

設如眉形田兩尖相距如弦長二十四步外弧距弦九步內弧距

弦四步 俱如 問積及稅畝幾何答曰九十三步七十四分五



得內弧矢虛積六十五步三十七分六釐相減餘

即眉形田積如甲丁以二除之得稅畝

設如錢形徑一尺二寸間積幾何答曰八十二寸一十九分四

十六釐 法以徑二寸求得圓面積一尺七十三寸。又求

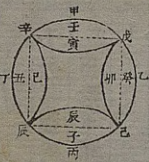
得內容方積二十七寸兩數相減餘四十一寸。九 倍之得錢形

積如圖甲乙丙丁錢形作戊己庚庚辛辛戊

四線則分為壬癸子丑寅卯辰巳八弧矢形故

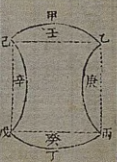
先求得圓積減去內容方積餘壬癸子丑四弧

矢積倍之併得寅卯辰巳四弧矢積即為錢形



積也

設如錠形徑一尺二寸間積幾何答曰七十二寸 法以徑一

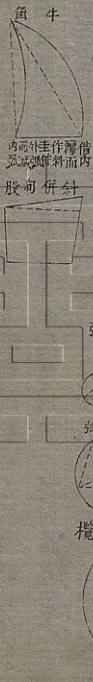
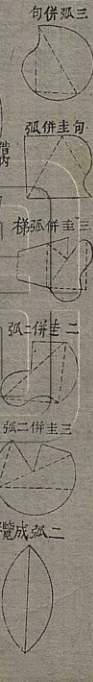
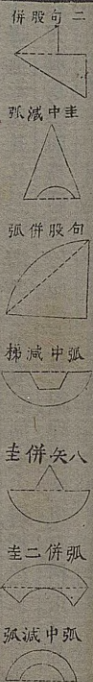
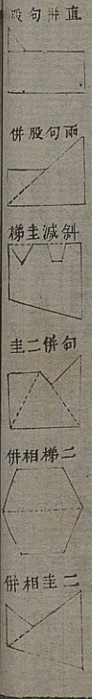
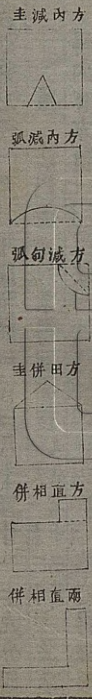


二自乘得一尺四寸折半即得如圖甲乙丙丁戊
 已銀錠形以甲丁徑自乘折半則得乙丙戊己
 正方形容方理其所虛庚辛二弧矢積與所盈

壬癸二弧矢積等故乙丙戊己正方形積即與銀錠形積等也

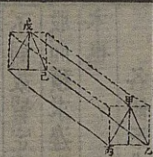
田形推類

此之謂田形不一須推類分裁裁量衡始精也
 凡圖中用連點者以為丈量時用繩裁補之



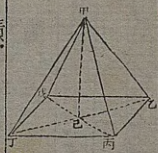
為句股形一為甲乙丙一為丁戊己俱平行為長方體對角斜線平分之一半故折半而得積也

一法以高與闊相乘折半得一十七尺五寸如甲再以長乘之即得



設如芻蕘體形闊四尺高四尺長一十二尺問積幾何答曰九十六尺
兩法皆同前蓋有直角者為塹堵形無直角者為芻蕘形塹堵形為平行兩句股形之三稜長體芻蕘形為平行兩三角形之三稜長體故求積法同也

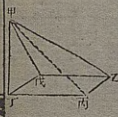
設如方底尖體形底方每邊五尺自尖至四角之斜線皆六尺問自尖至底中立垂線之高併積幾何答曰垂線高四尺八寸三分有餘
法以底方每邊五尺用方求斜法求得底面對角斜線七尺七分一釐折半得三尺五寸五分五釐五毫為句如乙以自尖至角之斜線六尺為弦如甲用句弦求股法求得股如甲即中立垂線之高乃以底方邊五尺自乘得二十五尺如乙



又以垂線之高再乘得一百二十一尺一百九十二寸三

歸之得方底尖體形積蓋凡方底尖體之積皆居同高同底立方積三分之一也

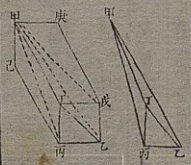
設如陽馬體形底方每邊六尺高亦六尺問積幾何答曰七十



二尺法以底方每邊六尺自乘得三十六尺如方面又以高六尺乘之得二百一十六尺如平積歸之得陽馬體形積蓋陽馬體形與尖方體同

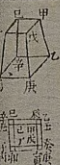
理尖方體形尖在正中陽馬體形尖在一隅皆居同底同高
立方體三分之一故其算積亦同也。

設如鼈臙體形長與濶俱四尺高九尺問積幾何答曰二十四



尺法以長四尺如濶四尺如相乘得一十六
 兩丁戊正再_{于丙}以高九尺如乘之得一百四十四
 方面積_{甲丁}再_{乙丙}以高九尺如乘之得一百四十四
 方面積_{甲丁}再_{乙丙}以高九尺如乘之得一百四十四
 方面積_{甲丁}再_{乙丙}以高九尺如乘之得一百四十四
 馬體之一半即為同底同高長方體六分之一
 故以六歸之而得積也。

設如上下不等正方體形上方每邊四尺下方每邊六尺高八



尺問積幾何答曰二百〇二尺六百六十六寸
 有餘 法以上方四尺自乘得一十六尺如甲戊
 相乘得二十五尺防六自乘得三十六尺如乙庚上下方四尺
 六百八尺如三歸之得上下不等正方體積蓋三長方體
 其一上下方面俱如甲戊丁己其一上下方面俱如乙庚丙
 辛其一上下方面俱如壬癸子丑而乙庚丙辛長方體比甲
 戊丁己長方體多壬癸戊甲戊寅卯丁己丁子丑辰甲己已
 四方廉體又多乙壬甲辰癸庚寅戊丁卯丙子己己丑辛四
 長廉體而壬癸子丑長方體比甲戊丁己長方體多壬癸戊
 甲己丁子丑二方廉體若將其多之六方廉體四長廉體俱
 截去則此三長方體之上下方面必皆如甲戊丁己乃以每
 一方廉體變為二塹堵體每一長廉體變為三陽馬體共得
 十二塹堵體十二陽馬體將甲戊丁己類三長方體各加四
 塹堵體四陽馬體則皆成上下不等三正方體故三歸之而

得一體之積也。

設如上下不等長方體形上方長四尺濶三尺下方長八尺濶

六尺高十尺問積幾何答曰二百八十尺法以上長四尺乘

上濶三得二十尺下長八尺乘下濶六得四十八尺又以上長四尺乘下

濶六尺下長八尺乘上濶三其得四十八尺折半得二十三數相併得

四尺以高十尺乘之得四十三三歸之得積此法與前法同但

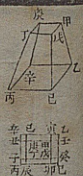
正方體上下俱係正方面故止用上下方邊各自乘上方邊

與下方邊相乘此則上下方面各有長濶既用上方長濶相

乘下方長濶相乘又必以上長乘下濶下長乘上濶相加折

半以取中數乃可相併以乘高三歸之而得體積也

一法以上長四尺乘上濶三得數倍之得二十尺下長八尺乘下濶



六得數倍之得九十尺以上濶三乘下長八尺得二十四尺與高十尺相乘得一千六百六歸之得積此法四數相併

戊丁庚其二上下方面俱如乙己丙辛其一上下方面俱如甲

壬癸子丑其一上下方面俱如寅卯辰巳而二乙己丙辛長

方體比二甲戊丁庚長方體多二壬癸戊甲二戊卯辰丁二

庚丁子丑二寅甲庚巳八方廉體又多二乙壬甲寅二癸巳

卯戊二丁辰丙子二巳庚丑辛八長廉體而一壬癸子丑長

方體比一甲戊丁庚長方體多一壬癸戊甲一庚丁子丑二

方廉體而一寅卯辰巳長方體比一甲戊丁庚長方體多一

寅甲庚巳一戊卯辰丁二方廉體若將其多之十二方廉體

八長廉體俱截去則此六長方體之上下方面必皆如甲戊

九數通考卷之三 各體形求積法

丁庚乃以每一方廉體分為二塹堵體每一長廉體分為三陽馬體共得二十四塹堵體二十四陽馬體將六長方體各加四塹堵體四陽馬體則皆成上下不等六長方體故六歸之而得一上下不等長方體積也

又法倍上長得八加下長共六十乘上濶三得四十倍下長

得六尺加上長共二十乘下濶尺得一百二兩數相併共百

六十與高十相乘得一千六百六歸之亦得此法與前法同

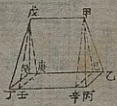
此法之倍上長加下長乘上濶之數即前法之上長上濶相

乘倍之又加上濶乘下長之數也此法之倍下長加上長乘

下濶之數即前法之下長下濶相乘倍之又加下濶乘上長

之數也圖解並同按商功章築臺試即此法

十二尺問積幾何答曰三百八十尺法以上長尺乘下濶



數相併即上下不等芻蕘體積

設如兩兩平行邊斜長方體形長二尺四寸濶八寸高三尺七

寸問積幾何答曰七尺一百〇四寸法以長二尺四寸乘

濶八寸如得丙丁庚長方面積再以上高七寸

如戊乘之得積凡平行平面之間所有立於等

積底之各平行體其積必俱相等故斜倚之長

方體積同於正立之長方體積也



設如大小二正方體共邊二十四尺共積四千六百〇八尺問

兩體之每邊及積各幾何答曰大方邊十六尺積四千〇九

十六尺小方邊八尺積五百十二尺 法以其邊四尺自乘

再乘得一萬三千八百二十四尺 法以其邊四尺自乘

六百〇八尺如甲乙丙丁戊 餘九千二百一十

三廉體積三歸之得三千〇七十二尺如

積體以其邊二十四尺除之得一百二尺為長方

面積如未壬乃以其邊四尺為長濶和其未壬

甲等其壬乙為長濶和用帶縱和數開平方法

算之得濶八尺即小方邊如未 與共邊長濶和相

減餘一十即大方邊如壬 各以大方邊自乘再

設如圓球徑二尺問外面積幾何答曰一十二尺五十六寸六

十三分七十釐有餘 法以徑二尺用徑求周法求得周六尺

八分三釐一毫 與徑二尺相乘即得蓋凡圓面半徑與球體半

徑等者其圓面積為球體外面積四分之一而圓面半徑與

球體全徑等者其圓面積與球體外面積等故圓球全徑與

全周相乘即得球外面積也

設如圓球徑一尺二寸問積幾何答曰九百〇四寸七百七十

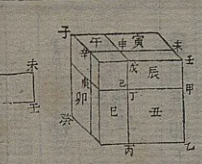
八分六百八十二釐有餘 法以徑二寸用徑求圓面積法

求得圓面積一尺一十三寸〇九分七十三釐

再以徑二寸為高乘之得一尺一百六十八分

〇二十四釐有餘如三歸二因即得蓋凡球體

與長圓體同徑同高者其球體積為長圓體積



三分之二故以長圓體積三歸二因而得球體積也

設如橢圓體大徑六寸小徑四寸問積幾何答曰五十寸二百

六十五分四百八十二釐有餘 法以小徑四寸用徑求圓面

積法求得圓面積一十二寸五十分六十三釐七十毫六十分六十三

辛再以大徑六寸為高乘之得七十五寸三百

丙二十三釐有餘如壬三歸二因即得解同前

一法以小徑四寸乘得六寸再以大徑六寸乘之得六寸為長

方體積乃用方積球積不同方邊球徑相等之定率比例以

方積一〇〇〇〇〇〇為一率球積五二三九五為二率今所得

之長方體積六十為三率求得四率即橢圓體積也

設如上下不等圓面體上徑四尺下徑六尺高八尺問積幾何

六釐有餘 法以上徑四尺用徑求圓面積法求得上圓面積

一十二尺五十六寸六十分七寸十釐六十毫有餘 又以下徑六尺用徑求圓面積法求

得下圓面積二十八尺二十七寸四十分三釐八十五毫有餘 又以上下徑相乘

得二十開方得中徑四尺八寸九分八釐有餘 用徑求圓面

積法求得中圓面積一十八尺八寸四分八釐有餘 三數相併

得五十九尺六寸九寸〇 與高八尺相乘得四百七十二尺

八十二分四 三歸之得積蓋上下不等圓面體立法與上下

不等正方體同理但彼上下俱係方面故求得上下三方

面積相併與高相乘三歸之而得體積此上下



相乘三歸之而得體積也

設如上下不等橢圓面體上大徑四尺小徑三尺下大徑八尺

小徑六尺高十尺問積幾何答曰二百一十九尺九百一十

一寸四百八十五分六百三十三釐有餘 法以上大徑

乘上小徑三得二尺十以下大徑八乘下小徑六得四又以

上大徑四乘下小徑六下大徑尺乘上小徑三共得四十八折

半得四尺三數相併得四尺十乃用方積圓積之定率比例以

方積一〇〇〇〇為一率圓積八七五三九為二率今所得

之八十為三率求得四率六十五尺九寸三十四與高

十相乘得六百五十九尺七百三十四寸三歸之得積蓋上

下不等橢圓面體立法與上下不等圓面體同但彼上下俱



係圓面故求得上下中下三圓面積相併與高相乘三歸之而得體積此上下俱係橢圓面故必

設如長圓體徑與高皆七尺問積幾何答曰二百六十九尺三

餘 法以徑七尺用徑求圓面積法求得圓

面積三十八尺二寸五分九釐九

以高七尺乘之得積

百四十八寸六百六十七分七百釐有餘 法

以底徑六尺用徑求圓面積法求得圓面積二十八尺

二十七寸四分三分三釐 以高六尺乘之得

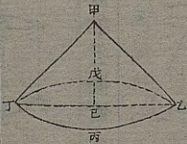
一百六十九尺六百四十六寸三分三釐 三歸之得積

蓋上下面平行各體與平底尖體同底同高者其平底尖體



皆得上下面平行體三分之一故以長圓體積三歸而得尖圓體積也。

設如尖圓體底周二十二尺自尖至底周之斜線五尺問中垂線之高幾何答曰三尺五寸六分九釐三毫三絲三忽有餘。法以底周二十二尺如用周求線三忽有餘。法以底周二十二尺如用周求徑法求得徑七尺。二釐八毫一折半得三尺五寸。一釐四毫。入以自尖至底周斜線尺五寸。忽有餘如乙丁。折半得三尺。忽有餘為句如乙巳。入以自尖至底周斜線尺為弦如求得股即中垂線之高也。



設如空心金球一箇外徑一尺二寸厚三分問重幾何答曰二千一百六十七兩九錢四分有餘。法以外徑一尺自乘再

乘得二十八寸七釐乃用方邊球徑相等方積球積不同之定率

今所得之正方體積二十八寸七釐為三率求得四率九百七十九

十八分六百八釐為球全體積又以厚三分之得六分與外徑一

寸相減餘四分一為空心徑自乘再乘得寸五百四十四分

仍以方積一〇〇〇〇為一率球積八七七五為二率今

所得之正方體積寸五百四十四分為三率求得四率七十七

五寸七百三十四分有餘為球內空心虛積兩積相減餘一百二

六寸釐有餘為空心球體積乃以寸為一率金寸方重十

六兩為二率空心球體積為三率求得四率即空心金球體

之重也

設如截球體一段高二寸底徑九寸六分問積幾何答曰七十

六寸五百七十一分八十八釐有餘。法以高甲丁為首

率如底徑折半得如乙丁為中率如用矢弦求圓徑法求

得球之截徑一尺一寸五分加高二尺得一尺三寸五分為球

全徑庚辛乃用徑求周法求得圓周四尺二寸四分七釐四

庚癸與高二相乘得八十四寸九十四分八十六釐有餘如王

與甲乙丙截球體一段之外面積等蓋球體全徑與長圓體

底徑高度相等者其相當每段之外面積皆相等故也既得

截球體一段外面積乃與圓球半徑六寸七分六釐相乘得數

三歸得一百九十一寸四百一十一釐有餘為白圓球中心所分球面

尖圓體積甲乙又以底徑九寸六分用徑求圓面積法求

得底面積七十二寸三十八分乃於圓球半徑六寸七分六釐內減去截球體之高二寸餘四分七分六釐與

底面積相乘得數三歸得四十六分四寸八分與

與球面尖圓體積相減餘即截球體積也

設如四面體每邊一尺二寸問積幾何答曰一百〇三寸六分

四十六分七百三十七釐有餘法以每邊一尺為弦如乙丙

每邊折半得六寸為句如丙求得股一尺〇三分九釐二毫三

戊如甲為每一面之中垂線與每邊如丁丙相乘折半得六

八釐三十四毫有餘為每一面之面積如乙丙又以每邊二寸

為弦如甲取中垂線三分之二得六寸九分二釐八毫為句

如己求得股九寸七分九釐七為自尖至底中心之立垂線

如甲或以每二面之中垂線為弦如甲取中垂線三分之一

得三寸四分六釐四毫為句如乙亦得股如甲

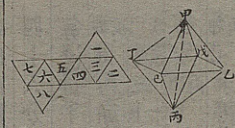
為立垂線以此立垂線與每一面之面積相乘

得數三歸之即得四面體之積也按四面體其



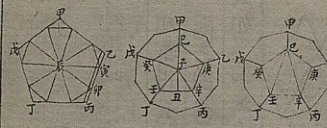
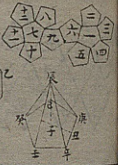
鋪之面亦成
四三角形

設如八面體每邊一尺二寸問積幾何答曰八百一十四寸五
百八十六分九百七十六釐有餘 法以八面體自體正中
對四角上下平分截之則成甲乙巳丁戊丙乙戊丁巳二尖



方體故用二尖方體算之以每邊二寸自乘如
乙得一尺四十四寸 爲二尖方體之其底面積
如戊乙巳丁 爲二尖方體之其底面積
倍之開方得一尺六寸九分七釐五 爲二尖
方體之其高卽八面體之對角斜線以此斜線
與其底面積相乘三歸之卽得八面體之積也
披八面體其稜十二角六
平鋪之面亦成八三角形

設如十二面體每邊一尺二寸問積幾何答曰一十三尺二百



二箇五角分體算之以每邊二寸求得五等邊
形之分角線爲一尺二寸二分七毫八 自中心
至每邊之垂線爲九寸二分五釐八毫二絲
積爲二尺四十七寸七分七釐四分八厘七毫三十
乃用理分中末線之大分三六一八 爲一率如
壬全分一〇〇〇 爲二率如巳
比全分一〇〇〇 爲三率如辛
邊二寸爲三率如辛 求得四率一尺九寸四分
有餘 爲每一面兩角相對之斜線如乙辛卽
又用理分中末線之大分三六一八 爲一率如
卯全分一〇〇〇 爲二率如辰
比全分一〇〇〇 爲三率如辰 今所得之兩
角相對斜線如乙 折半得九寸七分八毫爲
三率如卯 求得四率一尺五寸七分八毫爲十
毫二絲〇二微有餘爲十

各體形求積法

二面體之中心至每邊正中之斜線如辰乃以此斜線為弦

如辰寅卽如辰中心至每邊之垂線為句如子求得股一尺三寸

忽六微有餘二毫一絲九為十二面體之中心至每一面中心之立垂線

子如辰爰以此立垂線與每一面積二尺四十七寸七十四分

相乘得數三歸得一尺一百二十九釐有餘為一角尖體積十二

因之卽得十二面體之積也按十二面體其積三十角二十

設如二十面體每邊一尺二寸問積幾何答曰三尺七百六十

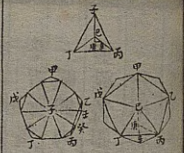
九寸九百六十八分三百釐有餘法分作二

十箇三角尖體算之以每邊一尺求得三等邊

形之分角線為六寸九分二釐八毫一自中心

至每邊之垂線為三寸四分六釐四毫一面積

分中末線之大分三三九九為一率全分



○。○。為二率今所設之每邊折半得寸為三
率如壬求得四率九寸七分八毫二絲為二
十面體之中心至每邊正中之垂線乃以此斜
線為弦如子壬卽中心至每邊之垂線為句如庚

辛求得股九寸六釐九毫一為二十面體之中心至每一

面中心之立垂線加子爰以此立垂線與每一面積六十二

五分三十八釐有餘相乘得數三歸得八分四角八分九

為一三角尖體積因之卽得二十面體之積也按二十五面體其

平鋪之面亦成二十三角形

球內容外切各等面體求邊及積法

設如圓球徑一尺二寸求內容四面體之每一邊及體積幾何

答曰每邊九寸七分九釐七毫九絲五忽八微有餘積一百一十寸八百五十一分三百五十釐有餘 法以球徑一尺



如甲 三歸二因得八為球內容四面體自尖至每面中心之立垂線如甲乙丙丁戊己庚辛壬癸 乘得六十二歸三因得六寸開平方得內容四面體之每一邊

如丙 乃用等邊三角形中垂線法求得每面中垂線八寸八釐五毫二絲七忽九微有餘如丙壬與甲壬 與每邊相乘折半得四十一寸五十分一十九釐為每一平面積如丙戊 以中心立垂線八寸相乘得數三歸即內容四面體之積也此法以全徑三歸二因而得立

垂線者如命甲乙全徑為六分則甲辛半徑為三分辛已為一分相加得甲已立垂線為四分是立垂線為全徑六分之一如丙壬與甲壬 者凡四面體立垂線自乘方為每邊自乘方三分之一也

設如圓球徑一尺二寸求外切四面體之每一邊及體積幾何
答曰每邊二尺九寸三分九釐三毫八絲七忽六微有餘積二尺九百九十二寸九百八十三分七百七十六釐有餘



法以球徑倍之得四尺為球外切四面體自尖至每面中心之立垂線如丙乙 自乘得五尺七寸歸三因得八尺六寸開平方得外切四面體之每一邊乃用等邊三角形求面積法求得每一

平面積三尺七寸四分七厘二分 與中心立垂線二尺四寸 相乘得數三歸即得外切四面體之積也

設如圓球徑一尺二寸求內容正方體之每一邊及體積幾何
答曰每邊六寸九分二釐八毫二絲〇三微有餘積三百三



十二寸五百五十三分七百四十四釐有餘

法以球徑一尺自乘得一百四十四寸三歸之得八寸

開平方得球內容正方形之每一邊以一邊自

乘再乘即得體積也試以丙丁一邊為股丁乙一邊為句求

得丙乙弦即每一面之對角斜線句與股既相等則丙乙自

乘方為丙丁或丁乙自乘方之二倍矣又試以丙乙斜線為

股甲丙一邊為句求得甲乙弦即圓球徑則甲乙自乘方又

為甲丙類自乘方之三倍矣故以球徑自乘三歸開方而得

一邊也

設如圓球徑一尺二寸求外切正方形體之每一邊及體積幾何



不設止存一題以備體焉

答曰每邊一尺二寸積一尺七百二十八寸

設如圓球徑一尺二寸求內容八面體之每一邊及體積幾何

答曰每邊八寸四分八釐五毫二絲八忽一微有餘積二百

八十八寸 法以球徑二尺自乘得十四寸折半得七寸開

平方得內容八面體之每一邊自乘得二十寸與

球徑二尺相乘得數三歸即八面體之積也此

法亦以二尖方體算之甲乙球徑為二尖方體

之共高即甲丙乙丁正方面之對角斜線試以

甲丙一邊為股乙丙一邊為句則甲乙球徑為弦句與股既

相等則甲乙自乘方為甲丙自乘方之二倍故以球徑自乘

折半開方而得甲丙之一邊也以甲丙類之戊丙一邊自乘

得戊丙已丁二尖方體之共底面積與甲乙共高再乘三歸



九數通考 卷二 球內容外切各體求邊積

之得二尖方體積卽八面體之總積也。

設如圓球徑一尺二寸求外切八面體之每一邊及體積幾何

答曰每邊一尺四寸六分九釐六毫九絲三忽八微有餘積

一尺四百九十六寸四百九十一分八百八十八釐有餘

法以球徑折半得六寸為外切八面體中心至每

面中心才立垂線如子自乘得三十六寸因之得

二百一十六寸開平方得外切八面體之每一邊乃用

等邊三角形求面積法求得每一面積九十三寸五十三分

餘如丙丁與半徑六寸相乘三歸之得一百八十七寸八

分有餘子癸為一三角尖體積如子丙八因之卽八面體之總積

也如圖外切八面體自丁辛已庚四角平分之則成丙丁辛

已庚戌已庚丁辛二尖方體將二尖方體自尖依各稜直剖

之則又得子丙丁庚癸八三角尖體圓球之外面皆切於各

面之中心圓球之半徑卽八面體中心至每面中心之立垂

線其以立垂線自乘六因開方而得每邊者蓋癸壬為丙壬

一面中垂線三分之一則癸壬自乘方必為丙壬自乘方九

分之一而丙壬自乘方原為丙丁每邊自乘方十二分之九

則癸壬自乘方必為丙丁自乘方十二分之一又子壬為每

邊之半則其自乘方必為每邊自乘方四分之一今命為十

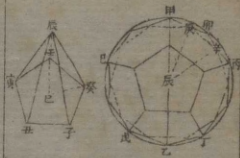
二分之二癸壬為句自乘方既為邊自乘方十二分之二子

壬為弦自乘方又為邊自乘方十二分之三則子癸為股自

乘方必為邊自乘方十二分之二卽六分之一故用六因也

設如圓球徑一尺二寸求內容十二面體之每一邊及體積幾何答曰每邊四寸二分八釐一毫八絲六忽五微有餘積六





百〇一寸五百九十五分二百二十釐有餘

法以理分中末線之全分一〇〇〇〇為股與如

比辰小分三八一九為句如甲求得一〇七

六為一率辰如甲小分三八一九為二率庚比今

所設球徑二寸為三率乙如甲求得四率即內容

十二面體之一邊比同於甲乙與甲甲之比乃

用五等邊形求面積法求得每面積三十一寸四分三

如壬癸子丑寅而積又求得分角線即外切圓半徑三寸四分有餘

如己球半徑六寸為弦甲辰癸與求得股四寸七分六釐七毫

為自球中心至每面中心之立垂線如辰與每面積相乘得

一百五十寸三百九十三歸之得五十九寸三十三釐為一

八分八百七釐有餘七釐有餘分九百三十三釐為一

五角尖體貴如辰壬癸十二面體之每邊及體積幾

設如圓球徑一尺二寸求外切十二面體之每一邊及體積幾

何答曰每邊五寸三分八釐八毫三絲三忽六微有餘積一

尺一百九十八寸八百六十二分六百一十六釐有餘法

以理分中末線之全分一〇〇〇〇為二率大分三三九

為二率今所設之球徑折半得六寸為三率求得四率三寸七

垂線如辰為外切十二面體每面中心至邊之

分七六三九為二率今所設之圓球半徑六寸為

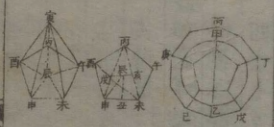
三率求得四率四寸五分八釐三毫為每面中

心至角之分角線甲辰乃以分角線為弦邊垂

線為股求得句二寸六分九釐四毫倍之得五

三分八釐八毫三絲六忽八微有餘倍之得五

絲三忽六微有餘即外切十二面體之每一邊



球內容外切各體求法

如甲 乃以每邊與邊垂線 如辰 相乘得數折半五因之得十

六釐九毫有餘 為十二面體之每一面積 如丙午 與球

半徑相乘三歸之得 二百一十八釐有餘 為每一五角

尖體積 如寅丙午 十二因之即得外切十二面體之總積也

設如圓球徑一尺二寸求內容二十面體之每一邊及體積幾

何答曰每邊六寸三分〇八毫七絲七忽三微有餘積五百

四十七寸八分四百二十釐有餘 法以理分中末

線之全分 〇〇〇〇 為股 如庚 大分 六一八

九為句 如甲 求得弦 七一七五五 為一率 如甲

大分 六一八 為二率 如甲 今所設之球徑一

寸為三率 如甲 求得四率 六寸三分〇八毫七



三角形求面積法求得每一面積一釐七寸二分三釐四分四

面一 又用等邊三角形求外切圓徑法求得半徑 即分 為三

六分四釐二毫三 為句 如未 球半徑 寸六 為弦 如壬 求得

股 四寸七分六釐七毫 為自圓球中心至每面中心之立垂

線 如壬 與每一面積相乘得數三歸得 二十七寸三百九十

餘 為一三角尖體積 如壬 因之即得內容二十

面體之總積也

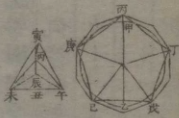
設如圓球徑一尺二寸求外切二十面體之每一邊及體積幾

何答曰每邊七寸九分三釐九毫〇一忽四微有餘積一尺

九十一寸六百七十六分有餘 法以理分中末線之全分

折半得寸 六 為三率求得四率 七寸九分三釐九毫〇一忽四微有餘 為外切二

面體之總積也



十面體每面中心至邊之垂線如辰三因之得

六寸八分七釐五毫三絲八忽八微有餘為每面自一角至對邊之

中垂線如丙自乘三歸四因開平方得外切二

十面體之每一邊如午未凡中垂線自乘方為

四歸四乃以每邊因等邊三角形求面積法求得

每四面積二十七寸九分一釐與球半徑六相乘如寅三

歸之得五十四寸八分為一三角尖體積如寅丙二十

因之即得外切二十面體之總積也

盤量倉答歌

方倉長濶互相乘 高再乘之見積分 圓周自乘求面積

復以高乘總積明 尖堆底周求底積 與高乘見三歸分

四而取一乘高身 外角三歸四因是 有積四歸復三因

再將高數相乘畢 三法皆用三歸明 若還方窖併圓窖

上下方周各自乘 乘了另將上乘下 併三取一再乘深

圓法三周求三面 相併三歸與高乘 都將二五除積數

一升一合不差爭

設如方倉一座長十五尺濶十五尺高十五尺問積米幾何答

曰一千三百五十石 法以長濶相乘得二百二十五尺再以高乘

之得三千三百以斛法二百除之即得此之謂方倉長濶

見積分也長倉法同

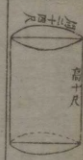
設如圓倉一座周二十四尺高十尺問積米幾何答曰一百八

十三石三斗四升六合四勺有餘 法以周四尺用圓周求

面積法求得圓面積四十五尺八寸三分六釐與高十尺相乘得

面積法求得圓面積四十五尺八寸三分六釐與高十尺相乘得

面積法求得圓面積四十五尺八寸三分六釐與高十尺相乘得



四百五十八尺三百六十寸之謂圓周自乘求面積復以高乘總積明也

以斛法二除之即得

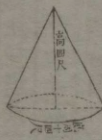
一法以周乘高取徑四分之一乘之以斛率

二除之亦得

按

設如平地淋尖米一堆底周十四尺高五尺問積米幾何答曰一十石○三斗九升八合一勺有餘

法以底周十四尺用周

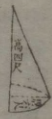


求面積法求得底面積一十五尺五十九寸七分八十四釐一十有餘與高五尺相乘得九十七尺九百八十五寸三歸之得二十五尺九百九十五寸三以斛法積與高乘見三歸分也

二除之即得一法以周乘高取徑四分之一乘之再三歸之以斛率

設如倚壁米一堆底周六尺高四尺問積米幾何答曰三石○

五升五合七勺七撮有餘



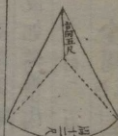
用周求面積法求得全面積一十一尺四分五寸九釐折半得倚壁堆底面積五尺七分二寸九釐有餘與高四尺相乘得二十二尺九百一十八分三歸之即得

之得七尺六寸三分有餘以斛法二除之即得倍周底積見

一法倍周乘高取徑四分之一乘之再三歸之以斛率

設如倚壁內角米一堆周十二尺高五尺問積米幾何答曰三十石○五斗五升七合七勺有餘

法以周二尺四因之得全周八尺用周求面積法求得全面積一百八十三尺三寸六分十四釐九分

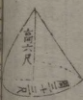


除之即得此積四而取一乘高身也

餘有 四歸之得內角尖圓堆底面積四十五尺
六十六分二 與高五尺相乘得二百二十九尺一
十二 蘆有餘 四尺相乘得百八十三寸九尺一
分 十三歸之得七十六尺三百九十九寸以斛率二
百七十寸

一法四因下周乘高取徑四分之二乘之再十二除之以斛
率二除之亦得 按內角是尖圓四分之二故
周用四因而歸用二也

設如倚壁外角米一堆底周三十三尺高六尺問積米幾何答
曰九十二石四斗三升七合一勺八撮有餘 法以周三歸
四因得全周 四尺用周求面積法求得全面積 尺六寸一十
九分八十一毫有餘四歸三因得外角尖圓堆底面
積 四尺八寸六分四厘有餘四寸六分六厘有餘與高六尺相乘
積 四尺八寸六分四厘有餘四寸六分六厘有餘與高六尺相乘



七十二分八厘有餘四歸復三因再將
高數相乘畢三法皆用三歸明也
一法以周三歸四因乘高取徑四分之二乘之再四歸三因
之再三歸之以斛率二除之亦得 按外角是尖圓四分之三
故周用三歸四因乘畢又
用四歸三因
復以三歸也

設如方窖一座上方六尺下方八尺深十二尺問積米幾何答
曰二百三十六石八斗 法以上方自乘得六尺下方自乘
得 四尺上下方相乘得 八尺併三數共一百四十八尺三歸之得十
九尺三寸三分有餘再以深乘之得五十二尺以斛法五除
之即得此之謂上下方周各自乘乘了另
將上乘下併三取一再乘深也

設如圓窖一座上周一十八尺下周二十四尺深十二尺問積米
幾何答曰一百六十九石五斗九升五合六勺九撮六抄



幾何答曰一百六十九石五斗九升五合六勺九撮六抄

六粟有餘 法以上周自乘得三百二求得上面積二十七尺

八寸三十一分 下周自乘得五百七求得底面積四十五尺

六十七分四寸 上下周相乘得四百三求得腰面積三十四

二釐七十二毫 七寸七分四厘六毫 二面積相併共一百零五尺

八毫再以深尺三乘之得四百二十三尺九百八十九釐以斛率

二除之即得 此之謂圓法也 手周求三 面相併三歸與高乘也

設如船倉一隻南頭面廣六尺腰廣六尺五寸底廣五尺北頭

面廣七尺腰廣七尺五寸底廣六尺深二尺四寸長九尺問

積米幾何答曰五十六石一斗六升 法倍南頭腰廣併入

面廣底廣共四尺四歸之得六尺另倍北頭腰廣併入面廣底

廣共八尺四歸之得七尺併二數折半得六尺以深乘之得一

六寸再以長乘之得八十四寸以斛率五除之即得

設如有席二領長闊相同先以一領作圓較之盛米二石五斗

問席二領作圓盛米幾何答曰一十石 法以蘆席二石五斗

得四領以較固米五斗乘之即得若問三四以外俱做此例自

乘再以較數乘之即得蓋凡面加一倍者積必加四倍為連

比例隔一位相加之比例如面二尺則積得四尺若面加一

倍為四尺則積必加四倍而為十六矣

束法歌

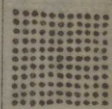
四方之束添八乘 十六歸除數得明 圓束外周加六乘

乘來十二法除清 三角加九乘周數 十八歸除不差爭

各要臨時添一數 束積推詳數可成

設如方束外周四十問積幾何答曰一百二十一 法以外周

凡數題考 卷二 盤量倉管 束法



加四得四十四歸之得每邊一十自乘即得蓋四隅之四各為兩邊所同用故必以外周加四以四歸之始得每邊之數也

一法以外周加八得四十八與外周四相乘得一千九百二十以十除

之得二百加中心一亦得蓋方束以八包一每層皆遞加八為趨位平加之數試引而長之成一梯形外周四十即梯底

層內周八即梯上層併之以乘層數即得長方形折半即可得積然其層數之五乃係八歸外周所得今以內周八與外

周四十相加即與外周四十相乘是未用八歸故將相乘所得之數必以八歸又以二歸始能得積夫先用八歸後用二

歸即與用十六歸除等故以十六歸除加中心一而得積也

設如圓束外周三十問積幾何答曰九十一 法以外周六歸

之得五為一面三角尖堆之每邊用三角尖堆有邊求積法以每邊五加得六與每邊五相乘得十折半得五為每一

三角尖堆積六因之得九加八中心一即得

一法以外周加六得三十六與外周相乘得八十以十除之



得九加中心一亦得蓋圓束以六包一每層皆遞加六為趨位平加之數故外周加六其用十二除者本應以六除之再以二除之今亦用異

除同除法

設如三稜角外周二十七問積幾何答曰五十五 法以外周

加三得十三歸之得十為三稜束每邊之數用一面三角尖



堆有邊求積法以每邊十一加一得一十與每邊十相乘得一百折半即得蓋三隅之三各為兩邊所用同故必加三以三歸之始得每一邊之數

一法以外周加九得三十與外周相乘得九百七以十除之得五十加中心一亦得蓋三稜束以九包一每層皆遞加九為趨位平加之數故外周加九其用十八除者本應以九除之再以二除之今亦用異除同除法

堆塚法

設如一面直角尖堆底十二問積幾何答曰七十八 法以底

二加尖上一得十三為濶與層數二十為高相乘得二百五十六

折半即得 一面三角尖堆同此法與句股求積異者句股

設如一面梯形堆上五下九問積幾何答曰三十五 法以上

五與下九相併得十四為濶又以上五與下九相減餘四添一

得五為高相乘得七十如折半即得如止有上濶或止有下

濶與層數求積者則於層數內減一餘為上下濶之較與上

濶相加得下濶與下濶相減得上濶皆用有上下濶法算之

設如一面六角堆每邊六問積幾何答曰九十一 法分作六

三角尖堆算之以每邊六減一餘五為底與每邊六相乘折

半得十為每一面三角尖堆積六因之加中心一即得與圓

理

堆塚訣

缶瓶堆塚要推詳 底脚先將濶減長 餘數折來添半箇

併入長內濶乘長 再將濶搭一乘實 以三除之數相當

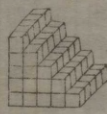
九數通考 卷二 求法堆塚

三角果垛亦堪知 底脚先求箇數齊 一二添來乘兩遍

六而取一不差池 要知四角盤中果 添半仍添一箇隨

乘此數來以為實 如三而一法求之

設如壘堵堆底五間積幾何答曰七十五 法以底五自乘得



五為底面積又以層數五加一得六與底面積相乘得三十如兩壘垛折半即得此題

設如三角尖堆每邊五間積幾何答曰三十五 法以每邊加

一得六與每邊五相乘得三十折半得十五為底面積又以層數

五加二得七與底面積相乘得三十五如上下相等平行

倍三歸之即得試作點排之第一層為一第二層為三第三

層為六第四層為十第五層為十五為每大較位相加之數

其以層數加二為高者蓋兩三角面相合比原層數多一層

今三三角體相湊乃成上下相等平行面之三棱體其高必

比原層數多二層也 此與歌訣法雖小異其理則同

設如四角尖堆每邊五間積幾何答曰五十五 法以每邊加

半得五與每邊五相乘得二十五又以每邊加一得六乘

之得一百六十五如上下相等之三歸之即得試按層作點

排之第一層為一第二層為四第三層為九第四層為十六

第五層為二十五為每次按位自乘相加之數其以邊數加

半為長以層數加一為高者蓋以三四角尖體相湊乃成上

下相等之長方體其底必比原有之面多半行其高必比原

有層數多一層也 此即歌訣法 設如長方堆底長九闊七上一行收頂問積幾何答曰一百九

十六 法以長濶相減餘二折半得一添半得一箇併入長

內共十箇以乘濶得七十三又以濶加一為八乘之得五百

入為三長方堆相濶所成之長方體積三歸之即得此亦歌訣法

一法以底濶為方堆之底用四角尖堆有邊求積法求得四

角尖堆積四又以底濶用二面三角尖堆有邊求積法

求得一面三角尖堆積六因長濶相減餘二故以二因之

得五十六為兩一面三角尖堆積與前所得四角尖堆積相加

即得此法歌訣所無

半堆訣

半堆梁法另推詳 上長倍之加下長 却用上濶乘見數

下長仍倍加上長 別以下濶乘見積 下長另減上頭長

上六兩取一積該當

設如長方半堆酒瓶一棧上長二十五濶一十二下長三十濶

一十七高六層問積幾何答曰二千四百一十箇 法倍上

長加下長以乘上濶得九百另倍下長加上長以乘下濶得

一千四百 又以下長減上長餘五三數相併共二千四以層

乘之得四萬四千六歸之即得此即歌訣

一法以底長濶用長方堆求積法求得全長方堆積三千七

四 又以上長濶各減一得長四濶一十為上所虛小長方

尖堆底亦用前法求得小長方尖堆虛積一千三百與前所

得全積相減即得○三角半堆四角半堆求積俱同此法

量木捆訣 若量方圓束木即以前來法算之

捆有封書模樣 捆法不一一名一深濶各倍相乘以五十為一 封書一名方捆 根故深濶皆

用倍法然丈五除長再乘行如長若干以每根長一丈五尺除之餘數再乘書捆加深

後相乘又照原深若干加之是也

為定又照原深若干加之是也

照原深若干荒深三折倍放又各荒排卷異前二形即以深三根加之是也

也闊長皆是照前因雖荒排闊亦倍之與三歸深者相乘三折一

加有準凡荒排深闊長俱乘說

設如一封書捆深七尺五寸闊四丈七尺長九丈問木幾何答

曰一萬四千八百〇五根法倍深得五寸倍闊得九十根相

乘得一千四百為實另置長九丈以每根五尺除之得六百以乘

實得八千四百再以深七尺加之或用五乘之即得

設如方捆深七尺闊五丈長六丈問木幾何答曰八千四百根

法倍深得四十倍闊得一百相乘得四千為實另置長六丈

設如荒排深二丈一尺闊四丈四尺長六丈問木幾何答曰八

千三百七十七根六分法以深二丈三歸之得七尺倍之得

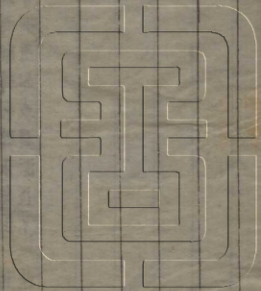
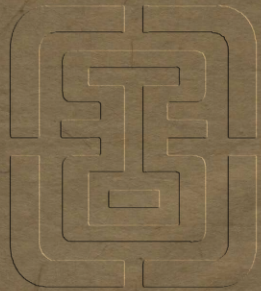
四十一倍闊得八十相乘得一千二百為實另置長六丈以一丈

除之得四以乘實得四千九百再以前三歸深所得之七加

之即得

右捆法雖設而嚴辨客辨未免也一封書併荒排法無異惟方捆所加或闊深長不一並難必耳





九
通

卷

