方程論五

以方程御襍法

算術之有方程。猶量法之有句股。必深知諸算術而後能言方程。猶之必深知諸量法而後能治句股也。

諸方田少廣凡屬量法者往往有可以句股立算而諸法不能治句股。方程之于粟布衰分也亦然。故襍法不能御方程而方程能御襍法。例如後。

假如有糧一萬九千石派與甲乙丙三縣。各以其人戶多少米價貴賤僦值遠近舟車險易而均輸之。。 甲縣戶三萬。米價每石一兩四錢。遠輸二百里。用車載二十石。行一里僦值一錢三分。 乙縣戶二萬。米價一兩二錢。遠輸五百里。用舟載二十五石。行一里僦值三分。 丙縣戶一萬。米價一兩二錢。遠輸二百里。用負擔每負六斗。行五十里顧值一錢八分。

法曰各以其縣米價併僦值之數命其戶以方程較數列之

以甲縣車載二十石除其僦值一錢三分得六釐五毫。每載一石行一里數也。以乘二百里得一兩三錢。併米價一兩四錢共二兩七錢。 以乙縣舟運二十五石除其僦值三分得一釐二毫。以乘五百里得六錢。併米價一兩二錢共一兩八錢。 以丙縣負擔六斗除其顧值一錢八分。以乘一石得三錢。又以五十里除之。二百里乘之得一兩二錢。併米價共二兩四錢。

原法以各縣米價并僦值之數以除其戶爲衰列而併之。併

衰爲法。各衰乘總米爲實。法除實。得各縣米。

今用方程。則不須爾。竟以二兩七錢命甲縣之衰爲二十七戸。以一兩八錢命乙縣之衰爲一十八戸。以二兩四錢命丙縣之衰爲二十四戸。以三縣衰命爲適足而列之。

和　甲三萬戸正三　乙二萬戸正二　丙一萬戸正一　共三萬九千石正三石九斗

用省算。以右行萬之一。中行九之一。相減。

較　甲正廿七戸正三　減盡　乙負十八戸負二　併四　○　適足

較　乙正十八戸正三　減盡　丙負廿四戸負卅六　併百四　適足

和重列減餘　乙四戸正三　減盡　丙一戸正十八　共三石九斗正三十四石二斗

如三色有空法乘減餘。丙縣異併一百一十四戸爲法。正三十四石二斗爲實。法除實。得丙縣每戸糧三斗。以丙一戸三斗減共一石九斗。餘一石六斗。乙縣四戸除之。得每戸糧四斗。以乙二戸八斗。甲縣三戸除之。得每戸二斗。又三分斗之二。各以每戸率乘其縣之戸總得各縣糧。

計開

甲縣三萬戸。　共糧八千石。　共僦值一萬〇四百兩。

每戸糧二斗六升六合又三之二。　每三戸糧八斗。

每戸僦值三錢四分又三之二。　每三戸僦值一兩〇四分。

總計米價與其僦值每戸共銀七錢二分。

乙縣二萬戸。　共糧八千石。　共僦值四千八百兩。　每戸糧四斗。　僦值二錢四分。

總計之。每戸亦七錢二分。

丙縣一萬戸。　共糧三千石。　共顧擔夫銀三千六百兩。　每

戶糧三斗。餉值三錢六分。

總計之每戶亦七錢二分。

以米言之。甲縣二十七戶。乙縣一十八戶。丙縣二十四戶皆七石二斗故命之適足。

論曰此因米價不等。加以餉值不同故以法均之。糧雖不均而每戶所出之銀數則均。若但均其米乃不均矣。是故均之以不均。斯謂能均。

問官米二百六十五石。令三等人戶出之。甲上等二十戶每戶多中等七斗。乙中等五十戶每戶多下等五斗。丙下等一百一十戶共則倒各若干。

法以和較列位。依省算以和數十之一列之。

和 甲二十戶 正二十 乙五十戶 正五十 丙十一戶 正十一 共二十六石五斗 正二十六石五斗

較 甲正二十戶 正二十 乙負二十戶 負二十 併七 ○ 正七斗 正一石四斗 餘二十五石一斗

較 ○ 乙正五十戶 正五十 丙負五十戶 負五十 減盡 併八 正五斗 正二石五斗 餘二十二石六斗

和重列減餘乙七十戶 正七十 丙二十一戶 正二十一 共二十五石一斗 正二十五石一斗

加法乘減得丙戶十八為法。二十一石六斗為實。法除實得一石二斗為下等。則加五斗為中等。則又加七斗為上等。則

計開

甲上等每戶二石四斗。二十戶共四十八石。

乙中等每戶一石七斗。五十戶共八十五石。

丙下等每戶一石二斗。一百一十戶共一百三十二石。

合計之共二百六十五石。

問有米六百七十四石。以四等里甲輸納。乙為甲十之八。丙為

乙十之七。丁爲丙十之六。其甲乙各八十戶。丙丁各七十戶。
問各若干。
解曰十之八。卽非二八差分。十之七十之六。卽非三七四六
差分。故與帶分條不同。合觀自見。以和較列之。

和一 甲一 正一八 乙一 正一八 丙一 正一八 丁一 正一八 共六百七十四石 正五千三百九十二石
較二 甲正八 減盡 乙負十 併十八 ○ ○ 適足
三 乙正七 丙負十 ○ 適足
四 丙正六 丁負十 適足

如法乘減。而重列其餘。與三行對
和減餘乙十八 正一百二十六 丙八 正五十六 丁八 正五十六 共五千三百九十二石 正三萬七千七百四十四石
較三行乙正七 正一百二十六 減盡 丙負十 負一百八十 併二百三十六 ○ 適足

減餘數益多。四除減餘。然後與四行列之。
和減餘丙五十九 正三百五十四 丁十四 正八十四 共九千四百三十六石 正五萬六千六百一十六石
較末行丙正六 正三百五十四 減盡 丁負十 負五百九十 併六百七十四 適足
如法乘減餘丁六百七十四爲法 五萬六千六百一十六石爲實。法除實得八十四石爲丁共數。十因丁數六除之爲丙共數。十因丙數七除之爲乙共數。十因乙數八除之爲甲共數。

計開
甲八十戶共數二百五十石 共每戶三石一斗二升五合
乙八十戶共數二百石爲甲十之八 共每戶二石五斗
丙七十戶共數一百四十石爲乙十之七 共每戶二石

丁七十戶共數八十四石爲丙十之六其每戶一石二斗

總計之共六百七十四石

論曰此所問是總數相差非每戶相差也。故原列者總戶。而得亦總戶之米若問每戶之差。則當以每戶列之而所得者亦每戶米也。

問有均分兩銀庚以其五之二與甲。則甲之數多于庚一百六十八兩。若以甲二十一之九與庚。則庚之數多于甲一百八十兩。原數幾何。

法以所用益彼之分與此所存之餘分相減而列之。

庚與甲五之二。庚自存五之三。相減餘五之一。是爲以庚五之一較甲全分而甲多一百六十八兩也。

甲與庚廿一之九。甲自存廿一之十二。相減餘廿一之三。是爲以甲二十一之三較庚全分而庚多一百八十兩也。

庚雖自存五之三而甲股內有庚所與之二故以相減而以所餘之一分與甲相較。

甲雖自存二十一之一十二。而庚股內有甲所與之九。故以相減而以所餘之三分與庚相較。

庚正一分　正五分　甲負二十一分　負一百○五分　負一百六十八兩　負八百四十兩

減盡　餘一百○二分　幷一千○二十兩

庚正五分　甲負三分　正一百八十兩

甲一百○二分爲法。除實一千○二十兩。得十兩。爲甲之一分。二十一分共二百一十兩。減負一百六十八兩。餘四十二兩爲庚之一分。五分亦共二百一十兩。

計開

庚甲各原銀二百一十兩。庚五之二計八十四兩。共五之三乃一百二十六兩。甲二十一之九計九十兩。其二十一之十二乃一百二十兩。

庚以八十四與甲。甲共有二百九十四。庚仍餘一百二十六。相較。甲多一百六十八也。

甲以九十與庚。庚共有三百。甲仍餘一百二十。相較。庚多一百八十也。此設問之意也。

以庚之一分四十二與甲全分二百一十相較。甲亦多一百六十八。以甲之三分計三十與庚全分二百一十相較。庚亦多一百八十。此列位之理也。

論曰。右例以此之分益彼。而轉與此之餘分相較。與帶分條所設不同。帶分條此之分較彼全分。其全分即是原數。今則一損一增以相較。非原數也。故曰不同。及其相減而列為較數也。則亦是此之分較彼原數矣。是之謂尾同而首異。相減列位亦有變為和數。如後所設。

問有兩銀。庚以其五之三與甲。則甲之數多于庚二百五十二兩。若以甲廿一之十三與庚。則庚之數多于甲二百六十兩。

法亦以所與彼之分與其餘分相減列之。

庚與甲五之三。自存五之二。相減餘五之一。此為所用之分多于存分。是變和數也。　庚五之一借甲全分。共二百五十二兩也。

甲與庚二十一之十三。自存二十一之八。相減。餘二十一之五。此亦用分多存分少。是變和數也。甲二十一之五。借庚全分。共二百六十兩也。

甲所以多如許者。不惟其全數之故。其所得于庚之分。又多於庚之餘分者一也。故甲所多之數。乃是甲全數借庚之一分所共也。

庚所以多如許者。亦不惟其全數之故。其所得甲之分。又多于甲之存分者五也。故庚所多數。亦是庚全數借甲之五分所共也。

庚一分 五分 甲二十一分 一百○五分 共二百五十二兩 一千二百六十兩
庚五分 減盡 甲五分 餘一百分 共二百六十兩 餘一千兩

甲一百分爲法。除實一千。而得十兩爲一分。以甲五分計五十兩。減共二百六十兩。餘二百一十兩爲庚原數。五除之。得四十二兩爲一分。以減共二百五十二兩。亦得二百一十兩爲甲原數。

庚五之三。計一百二十六兩。以加甲共三百三十六兩。內減庚自存五之二。計八十四兩。仍多二百五十二兩。即是甲全數借庚一分之數也。

甲二十一之十三。計一百三十兩。以加庚銀共三百四十兩。內減甲自存二十一之八。計八十兩。仍多二百六十兩。即是庚全數借甲五分之數也。

論曰。右例以此之分借彼全分而爲和數。亦與帶分和數同。然

以相減而得之。亦是尾同首異帶分條和數較數據問而分。今則設問只是較數相減列位。乃有和較之分。

依例推之。亦有變爲一和一較者。皆以所用之分與所存分相減而得之。列位時已變不待其重列減餘也故又與尋常較變和者異。

問金九錠銀一十錠。其重適等。若交易其一。則銀多十三兩。其原重若干。

法以相差十三兩半之得六兩五錢爲一錠之較。

解曰。交易一錠而差是一多一少。故半之爲一錠之較。 銀得較而增重故與金同名。

金正一 正九 銀負一 負九 正六兩五錢。正五十八兩五錢
金正九 減盡 銀負十一 餘二錠 適足

銀二錠除實得銀每錠重二十九兩二錢半。加正六兩五錢得金每錠三十五兩七錢半。

計開

金每錠三十五兩七錢五分。 金九錠得三百二十一兩七錢五分。

銀每錠二十九兩二錢五分。 銀十一錠亦得三百二十一兩七錢五分。

論曰。此條舊列差分。同文算指改立借衰互徵之法。皆不知宜入方程也。

凡以兩家之數相交易而差若干。皆半其所差而列之爲所交易之較。何也。一增一減而差若干。則原所差者其半也

問甲有硃砂銀七錠。壬有鑛銀九錠。相較。甲原多十五兩。今以
甲二錠易壬三錠。則甲多二十七兩。
法以甲原多十五兩與今多二十七兩相減餘十二兩半之得
六兩。爲甲二錠與壬三錠之較。甲得較而增重故與壬同名。

甲正七　壬負九　負十八　正十五兩　正三十兩
各正十四減盡。　餘三錠　併七十二兩
甲正二　壬負三　負二十一　負六兩　負四十二兩

壬三錠除七十二兩。得壬每錠二十四兩。以九錠乘得二
百一十六兩加正一十五兩共二百三十一兩甲七錠除之
得每錠三十三兩。
計開
甲每錠三十三兩。七錠共二百三十一兩。　壬每錠二十四兩。

九錠共二百一十六兩。相較甲多十五兩。
甲以二錠與壬餘五錠一百六十五兩加易得壬三錠七十二
兩。共二百三十七兩。
壬以三錠與甲餘六錠一百四十四兩。加易得甲二錠六十六
兩。共二百一十兩。相較甲多二十七兩。此問意也。
甲二錠六十六兩　相較壬多六兩。此列位之理也。
壬三錠七十二兩
問甲銀七錠壬九錠相較壬原少十五兩。今以一錠相交易而
壬多三兩。
法以原少十五兩。今多三兩。併得十八兩。而半之得九兩爲一
錠之較。壬得之而變輕爲重故與甲同名。

甲正七　　壬負九　　正十五兩
甲正一　正七　減盡　壬負一　負七　餘二錠　正九兩　正六十三兩　餘四十八兩
壬二錠除四十八兩。得每錠二十四兩。加九兩。得甲每錠三十三兩。
計開
甲六錠一百九十八兩。加壬一錠二十四兩。共二百二十二兩。壬八錠一百九十二兩。加甲一錠三十三兩。共二百二十五兩。相較壬多三兩。此交易一定之數。餘同前問。
論曰。此三問皆同法。第一問盈。借適足。故即用原數。第二問兩盈。故相減。第三問盈借不足。故相併。其半之爲較則同也。又按于七錠中取一。即七之一。同帶分之理。故又作問明之。

問有金不知總。任意分爲二而較之。則庚多八兩。須令辛以金還庚。如庚存數三之二。庚亦以金還辛。如辛存數四之三。則其數適均。
法以庚自存三分。今添二分。共五。以辛自存四分。今添三分。共七。通爲兩家適足數之分。又以多八兩半之四兩。命爲庚所添二分與辛所添三分之較。辛失之而減重。故與辛同名。
解曰。合而觀之。庚以五之二辛以七之三相交易。則庚多八兩。若還其原數。庚仍爲五分。辛仍爲七分。則適足也。
庚正五　各正十減盡　辛負七　負十四　餘一分爲法　適足　無減即爲實
庚正二　辛負三　負十五　負四兩　負二十兩

法除實得二十兩。爲辛之一分。七分共一百四十兩。五除之。得庚之一分二十八兩。

計開

庚原自存三分八十四兩。加未還辛三分六十兩。共一百四十四兩。辛自存四分八十兩。加未還庚二分五十六兩。共一百三十六兩。此任分數庚多八兩。

庚得所還二分五十六兩。湊原存三分八十四兩。共一百四十兩。辛得所還三分六十兩。湊原存四分八十兩。共一百四十兩。其數適均。

總論曰。此皆兩相交易也。又與庚甲損一益一者不同。凡損一益一者。損庚之幾分與甲。則甲有增數。而轉以甲之既增

者與庚之餘數相較也。損庚益甲以相較。是明有增損。今兩相交易。則損庚之分與辛。亦損辛之分與庚。然後以既損且增之庚與亦損亦增之辛相較也。兩相交易。則未嘗明有增損。但以相易之數不同。而增損隱寓于其中。以上四條皆同此論。

問兩數不知總。但云取甲之九加乙。則乙與甲等。若取乙之九加甲。則甲倍于乙。其原數若干。　答曰。甲六十三。乙四十五。

解曰。此云取甲之九加乙。是損甲之九而益乙以九也。取乙之九加甲。是損乙之九而益甲以九也。與刊誤條所舉甲乙二倉法不同。彼是取甲倉幾何以益乙。而共得幾何。不言與甲倉較。取乙倉幾何以益甲。而共得幾何。亦不言與

乙倉較是所益者有增數而所取者無損數如云以此之全數借彼之幾分而共得幾何乃和數也今所列者乃較數也益此損彼則相較幾何故不同也

然又與帶分條較數不同彼是取彼幾分與此全數較今所列者是取彼幾數加此而轉與彼之餘數較當細辨之

又此是以數相增損而得其相較之分前數條則是以分相增損而得其相較之數二者大異不但與帶分條別也

法以所加之九數命甲乙所相當之數乘之爲較數列位

甲倍乙是甲二乙一合之則三以乘九得二十七爲較甲得此而當倍一故與乙同名

甲乙等是各一也合之則二以乘九得十八爲較乙得此而與甲等故與甲同名

甲正一　乙負二　負二十七　併四十五
減盡　餘一
甲正一　乙負一　正一十八

餘乙一爲法併四十五爲實法一即以四十五命爲乙數與加十八得六十三爲甲數

試更列之

乙正二　甲負一　正二十七　併六十三
減盡　餘一
乙正一　甲負一　負一十八
正二　負二　負三十六

甲減餘一爲法與併六十三爲實法一即以六十三爲甲原數與加正二十七共九十乙二除之得四十五爲乙原數

論曰此難題設問也算法統宗收入均輸另有求法算海說詳推論借銀相當加半倍者不可通用因別立術然復未確不如用方程之為無弊

又論曰甲與乙九而等是甲多于乙者二九也甲得乙九而倍於乙是倍乙多於甲者三九也何也甲得乙九數而後當倍乙則倍乙中各除九數共二九而甲又添九數豈非三九乎

問甲乙銀不知數但云甲借乙六錢五分則比乙一有半乙借甲六錢五分則乙與甲等各原銀若干

法以甲一乙一有半併之共二半以乘六錢五分得一兩六錢二分半為乙一有半多于甲之較

以甲乙相等各一併之共二以乘六錢五分得一兩三錢為

甲多于乙之較乃列之

甲正一 乙負一半 負二兩六錢二分半

減盡 餘半 併二兩九錢二分半

甲正一 乙負一 正一兩三錢

同減餘半乙為法異併二兩九錢二分半為實 法除實得五兩八錢五分為乙銀 異加正一兩三錢共七兩一錢五分為甲銀

計開

甲原銀七兩一錢五分 乙原銀五兩八錢五分 相差一兩三錢

若損甲之六錢五分以加乙則各得六兩五錢是相等也

若損乙六錢五分餘五兩二錢益甲六錢五分得七兩八錢是甲之數加乙一有半也 若以乙原銀加半得八兩七錢

七分半以與甲原銀相較則多一兩六錢二分半。

論曰甲以銀六錢五分借與乙而相等是甲銀原比乙多兩个六錢五分也乙以銀六錢五分借與甲而甲如乙一有半是一个半乙原多于甲兩个半六錢五分也何也甲取乙銀六錢五分而後能當乙有半則此一个半乙共減去一个半六錢五分甲又加一个六錢五分豈非共差兩个半六錢五分乎。

又論曰此即算海說詳所設之問以駁統宗者彼自立術以爲當矣不知其宜用方程也

試更設問以明之

今有二數不知總但丙與丁二數則相等若丁與丙二數則丙如三丁問原數各若干。

依前術列位較。合丙丁各一共二。以乘二得四。爲丙多于丁之 合丙一丁三共四。以乘二得八。爲三丁多 于一丙 之較。

丁正一 正三　丙負一 負三　負四 負十二

減盡　　餘二　　併二十

丁正三　丙負一　正八

同減餘丙二爲法。　異併二十爲實。　法除實得一十爲丙數。　同減負四餘六爲丁數。

計開

丙原數十多于丁者四。　丁原數六三之則十八多于丙者八。　若損丙之二以益丁則各得八故相等　若損丁之二以益丙則丙得十二丁得四故丙如三丁。

論曰丙以二與丁而等是丙多于丁者兩个二也丁以二與丙而丙如三丁是三丁之數共多于丙者四个二也何也丙增一个二共三个丁各少一个二共四个二也

又論曰因算海說詳立術未確故復設此以相攷用方程能合彼問而彼所立術殊不能通之此問

問香爐二座不知重有一蓋重百兩以加甲爐則甲多于乙兩倍以加乙爐則乙多于甲一倍其爐各重若干

解曰多乙兩倍是三倍也甲得蓋如三乙也多甲一倍是兩倍也乙得蓋如兩甲也

法以蓋重爲較而列之　甲得蓋如三乙是三乙之重于甲者如蓋也故與乙同名　乙得蓋如倍甲是兩甲之重于乙者如蓋也故與甲同名

甲正一　正二　乙負三　負六　負一百兩　負二百兩

甲正二　減盡　乙負一　餘五　正一百兩　併三百兩

爐同減餘乙爐五爲法　較異併三百兩爲實　法除實得六十兩爲乙爐重異加一百兩共一百六十兩甲二除之得八十兩爲甲爐重

計開

甲爐八十兩加蓋共一百八十兩則如乙爐重者三

乙爐六十兩加蓋共一百六十兩則如甲爐重者倍

論曰或言此如戊已銀數以五十兩損戊益已而已倍于戊以五十兩損已益戊而戊如二已今用法不同何也曰以五十

兩損彼益此雖亦相差一百兩然非眞有一百兩之益乃因彼之所損而合成其數耳此之加蓋則實增一百兩矣而於彼又無所損因爐蓋乃兩家公物非若戊已之銀必取諸彼以與此也故其法不同若改問各鑄爐而均鑄蓋則必于爐重各加半蓋乃合原金得數與戊已銀同矣

問調兵征倭內有南北西三處兵馬南兵已知四萬其北兵爲南兵與西兵二之一西兵爲南兵與北兵三之一各若干

法以南兵爲西北之較而列之

西兵得南兵而數倍于北是倍北數而多于西兵者數如南兵也　北兵得南兵而數如三西兵是三其西兵而多于北者亦如南兵也

西兵正一 正三　北兵負二 負六　負四萬 負十二萬

西兵正三 減盡　北兵負一 餘五　正四萬 并十六萬

餘北兵五爲法　併十六萬爲實　法除實得三萬二千爲北兵數異加正四萬共七萬二千西兵三除之得二萬四千爲西兵數

計開

南兵四萬

西兵二萬四千偕南兵則六萬四千其二之一則如北兵也

北兵三萬二千偕南兵則七萬二千其三之一則如西兵也

論曰此與香爐借蓋爲較同　其所用較乃是南兵而非取于西北兵故得之有增而不得者無損與借物于彼而轉與其

所借之餘物相較者不同。

問二人攜銀不知數但減乙六兩與甲則甲倍於乙。減甲三兩與乙。則相等。其原數若干。

解曰此所損益又是不同之數。然其理則一。故亦依前術乘其較數而列之。合甲一乙二共三。以乘六兩得十八兩。為倍乙多于一甲之較。合甲乙各一共二。以乘三兩得六兩。為甲多于乙之較。

甲正一	乙負二	負十八兩
甲正一	乙負一	正六兩
減盡	餘一	併二十四兩

同減餘乙一為法。異併二十四兩為實。法一即以實為乙數。異加六兩得三十兩。為甲數。

甲三十兩原多于乙六兩。倍乙二十四兩得四十八兩。多于甲

一十八兩。

若損乙六兩得十八兩。加甲六兩得三十六兩。是甲如乙之倍。

若損甲三兩加乙三兩。各得二十七兩。則相等。

問有兩數不知總但損甲六數與己則甲如己四之三而多二數。若以己之二十損與甲則己如甲四之三而少五數。其原數各幾何。

法以四甲三己共七乘六得四十二。又以四甲乘多二數得八而益之共五十。為四甲多于三己之較。損甲六益己。故較與甲同名。其二數甲所多也。故以之益較。以四己三甲共七乘二十得一百四十。又以四己乘少五數得二十以相減餘一百二十為四己多于三甲之較。損己二十益甲。故較與己同名。共五數己所少也。故以之減較。

甲正四　正十二　已負三　負九　正五十　正二百五十
減盡　餘七　併六百三十
甲正三　正十二　已負四　負十六　負百二十　負四百八十

已同減餘七為法。異併六百三十為實。法除實得九十為已原數。四因已數同減一百二十。餘二百四十甲三除之得八十為甲原數。

甲四共三百二十。已三共二百七十。是甲多五十。甲三共二百四十。已四共三百六十。是已多一百二十。此列位之理也。甲損六數餘七十四。已加六數共九十六。以九十六四分之而取其三得七十二。是為甲如已四之三而多二數。已損二十餘七十。甲加二十共一百。以一百四分之而取其三得七十五。是為已如甲四之三而少五數。此設問之意也。

論曰。以甲當已四之三。是四甲當三已也。然必以六數減甲增已而成。則是四甲中各減六。而三已中各增六。共四十二也。以甲當已四之三而多二數。則以四甲當三已而共多八數也。合而觀之。此四十二者。四甲多于三已之數也。此八數者亦四甲多于三已之數也。故皆與甲同名。而列其較為五十也。以已當甲四之三。是四已可當三甲也。然必以二十減以增甲而成。則是四已中各減二十。而三甲中各增二十共一百四十也。以已當甲四之三而少五數。則以四已當三甲而共少二十也。合而觀之。此一百四十者。四已多于三甲之數也。而其二十者。則四已少于三甲之數也。故以相減而餘者列為已同名之較也。

損甲六數與己。而甲如己四之三仍多二數。若原數。則以四甲當三己而共多五十矣。損乙二十與甲而己如甲四之三。却少五數。若原數。則以四己當三甲而共多一百二十矣。
問有三數。損甲一百益己。則甲如己六之二。若損乙五十益丙。則乙如丙十五之九。若損丙三十益甲。則甲如丙二之一而少五數。各若干。
法以甲六乙二共八以乘一百。共八百爲六甲當二乙之較。損甲益乙。故與甲同名。 以乙十五丙九共二十四而乘五十得一千二百爲十五乙當九丙之較。損乙益丙。故與乙同名。 以丙一甲二共三乘三十得九十。又以甲二乘少五數共十而加之。共一百爲一丙當二甲之較。損丙益甲。故與丙同名。其甲所少五數。即丙所多也。故亦與丙同名。

甲正六 正十二 乙負二 負四 正八百 正一千六百
併二千二百
甲正二 正十二 減盡 ○ 丙負一 負六 負一百 負六百
乙正十五 正六十 丙負九 負三十六 正一千二百 正四千八百
餘五十四 併三萬七千八百
重列減餘乙正四 正六十 減盡 丙負六 負九十 負二千二百 負三萬三千

如法乘減。餘丙五十四爲法。 異併三萬七千八百爲實法。除實得七百爲丙數。 丙數同減一百餘六百。甲二除之得三百爲甲數。 六因甲數一千八百同減八百餘一千。乙二除之得五百爲乙數。 十五乘乙數得七千五百同減一千二百餘六千三百。丙九除之仍得七百。反覆相求。列位之理著矣。
甲損一百餘二百。乙增一百得六百。是甲爲乙六之二。 乙損五十餘四百五十。丙增五十得七百五十。是乙爲丙十五之

九。丙損三十。餘六百七十。其二之一則三百三十五。甲增
三十。得三百三十。是甲爲丙二之一而少五數。
問二人共數一百。原所得之數不均。今以甲三之一與乙五之
一相易。則適均。其原所得若干。
法以三分通甲數。損其一與乙而存其二分。又以五分通乙數。
損一與甲而存其四分。

甲三之二　減盡　乙五之一　餘七　共五十　餘五十
甲三之一　得二　乙五之四　得八　共五十　得一百

乙七爲法。餘五十爲實。法除實得七又七之一爲乙之一
分。以乙分母五乘之得三十五又七之五。爲乙數。以減一百
得六十四又七之二爲甲數。

甲六十四又七之二。其三之一。爲二十一又七之三。其三之二。
爲四十二又七之六。乙三十五又七之五。其五之四爲二
十八又七之四。其五之一爲七又七之一。以甲三之一加乙
五之四。五五十也。以乙五之一加甲三之二。亦五十也。
論曰。此以分相增損而爲和數。亦與刊誤條甲乙二分異。彼是
以其全數借彼幾分。此則以所存之餘數借彼幾分也。既云
相易。則實有增損。非如甲乙倉虛借增率而無損也。
問二人物數不均。若于甲取三之一。于乙取四之一。以和合而
平分之。以湊原存數。則各五十而適均。其原數各若干。
法以三分通甲數而倍之爲六分。損其一與乙餘五分。
以四分通乙數而倍之爲八分。損其一與甲餘七分。

解曰。以四之一與三之一和合而平分之。是各取其數之率也。於三之一取其半是六之一。以與乙而甲餘其五也。於四之一取其半是八之一。以與甲而乙餘其七也。

甲六之五 ╳ 減盡 乙八之一 共五十 餘二百
甲六之一 五 乙八之七 三十五 餘三十四 共五十 二百五十

偏乘對減以得法實。法除實得五又十七分之十五為乙八之一。以乙分母八乘之得四十七又十七分之一為乙原數。以兩五十共一百減乙原數餘五十二又十七分之一十六為甲原數。

甲原數五十二又十七分之十六。三除之得十七又十七分之十一。為甲三之一以三之一轉減甲餘三十五又十七分之五。為甲所存三之二。

乙原數四十七又十七分之一。四除之得十一又十七分之十三。為乙四之一。以四之一轉減乙餘三十五又十七分之五。為乙所存四之三。以甲二之一乙四之一和合之共二十九又十七分之七。半之得十四又十七分之十二。為和合平分之數。以加甲乙存數各得五十。

論曰。甲去三之一乙去四之一所存之數已均矣。故以平分之數加之而適均。

又法以甲母三通甲為三分以乙母四通乙為四分。又總計各得五十共一百為和數。以甲取三之一餘三之二乙取四之一餘四之三命為適足。甲三之一。乙四之一。和合平分而等則所存者亦等也。

甲三分 正六分 ╳ 減盡 乙四分 正八分 并十七分 共一百 正二百
甲正之二分 正六分 乙負之三分 負九分 適足

如法乘減甲同減盡。乙異併一十七分爲法。正二百無減就爲實　法除實得一十一又十七分之十三爲乙之一分以分母四乘之得四十七又十七分之一爲乙原數。以乙原數減共數一百餘五十二又十七分之十六。　按此所得與前無異而較捷故並存之。

問甲乙丙三人共博甲贏乙金二之一乙贏丙金三之一丙又贏甲金四之一事畢各剩金七百其原攜金若干

法以各分母通其原數又各減其贏去之一而列之以七百爲和數。

甲四之三　乙二之一　○　共七百兩　餘一千四百

甲四之一　三　○　減盡　丙三之二　六　共七百兩　二千一百

○　乙二之一　正　丙三之一　正　共七百兩　正

重列減餘

乙正二之二　減盡　丙負三之六　併七　負一千四百兩　併二千一百

如法減併。丙七分爲法。二千一百爲實。法除實得三百爲丙之一分。以丙分母三乘之得九百爲丙原金。以丙之一分減乙剩七百餘四百爲乙所餘二之一。二因之得八百。爲乙原金。以乙二之一減甲剩金七百餘三百爲甲自剩四之三。三除之得一百爲甲三之一。四乘之得四百。爲甲原金。

甲原金四百加贏乙四百二之一也共八百除丙又贏去甲一百四之一也。仍餘七百　乙原金八百加贏丙三百三之一也。共一千一百甲贏去四百乙二之一也仍餘七百　丙原金九百贏甲一百四之一也。共一千乙贏去三百丙三之一也。亦仍餘七百

論曰此與刊誤條騾馬遞借一匹同但馬一騾二驢三即是原

物借所借之一而爲和數今乙一丙二甲三却是各所存之餘分借所羸之一分而爲和數也得數大異者馬騾卽是全數今則用分故丙之全數轉多于乙若以一分計則乙之分自多于丙如馬力之於騾矣

又論曰此三條皆是兩相交易而又是和數與前數條金銀交易幾錠不同

難題歌曰一條竿子一條索索比竿子長一托雙折索子去量竿却比竿子短一托一托者五尺也

法以零整襍列位因雙折是二之一故以二通索

竿正一　縄負一分　正五尺
減盡
竿正一　縄負二分　負五尺
餘一分　併一丈

法一卽以實一丈命爲縄之一分分母二因之得縄長二丈　減負五尺餘得竿長一丈五尺

假如有縄不知長但云比竿長六尺若三折則短于竿八尺

縄正三分　竿負一　正六尺
減盡
縄正一分　正三分　竿負一　負三　負八尺　負二丈四尺
餘二　併三丈

法二除實三丈得竿長一丈五尺　加正六尺得縄長二丈一尺

論曰原法別有求法然不如方程穩捷故作此問以明之若用難題法不能通矣故方程能御雜法而雜法不能御方程

此條統宗原入均輸今改正

問井不知深先將縄折作三條入井汲水縄長四尺復將縄折

作四條入井亦長一尺其井深繩長各若干。三折卽三之一。四折卽四之一。
法以三四折相乘得十二分爲總母。又以三四互乘之一得四分三分。是爲以繩十二分之四汲水而長四尺。以繩十二分之三汲水而長一尺也。爲較數而列之。

井正一　繩負之四分　負四尺
減盡　餘一分　餘三尺
井正一　繩負之三分　負一尺

餘一分爲法。卽以實三尺命爲繩十二分之一。以十二分乘一分得三十六尺爲繩長。以繩之三分計九尺同減負一尺得八尺爲井深。三折繩長得十二尺比井多四尺。四折之得九尺比井多一尺。

論曰。此條原屬盈朒。今以方程御之尤簡易。

今有絹一疋欲作帳幅。摺成六幅比舊帳長六寸。折作七幅又短四寸。其絹并舊帳幅各長若干。折作六幅卽六之一。七幅卽七之一。
法如前以六七幅相乘得四十二分爲總母。以六七互乘其子之一得七分六分爲所用之分而列之。以絹四十二之七則長于帳六寸。以絹四十二之六則短于帳四寸。爲較數而列之。

舊帳幅正一　絹負之七分　負六寸
減盡　餘一分　併一尺
舊帳幅正一　絹負之六分　正四寸

法一　實一尺卽爲絹之一分。以分母四十二乘之得絹長四丈二尺。以絹之七分計七尺減負六寸餘六尺四寸爲舊帳之長。均作六幅得七尺比帳長六寸。均作七幅得六尺比帳短四寸。

論曰。此與井不知深。皆是以一物之細分與一整物較。皆零整雜用之法也。

又以上三條盈朒章舊有求法。然皆因所較之井深與舊帳幅皆爲一數而不變。故可用盈朒之法。若有分數不同。則非盈朒所能御。此方程能包盈朒諸法。而諸法不能御方程也。

今有臺不知高。從上以繩縋而度之。及臺三之二而餘六尺。雙折其繩度之。及臺之半而不足三尺。問臺之高及繩之長若何。

法以臺三之二用母相乘爲母之法。通臺爲六分。又用母互乘子爲子之法。變臺三之二爲六之四。臺之半爲六之三。又以雙折通繩爲二。皆以化整爲零而列之

臺正四分 正十二分 繩負二分 負六分 負六尺 負十八尺
減盡 餘二分
臺正三分 正十二分 繩負一分 負四分 正三尺 正十二尺 併三十尺

餘繩二分爲法。併三十尺爲實。因二爲分母與法同。省除與乘徑以實三十尺爲繩長。減負六尺餘二十四尺。以臺之四分除之。母六乘之。得三十六尺爲臺高。

臺三之二高二十四尺。以繩度之餘六尺。

臺之半高一十八尺。以半繩一十五尺比之短三尺。

今有井不知深。以乙繩汲之餘繩二尺。以庚繩汲之亦餘四尺。雙折庚繩三折乙繩。以相續而汲之適足。問井深及繩長各若干。

法以乙繩通爲三。庚繩通爲二。井整數乙庚用分。

井正一　減盡　乙負三　○　負二尺　餘負二尺
井正一　○　庚負二　負四尺
井正一　減盡　乙負一　庚負一　餘一　適足
以隔行之同名。仍爲較數列之。　餘較皆與庚同名。
乙正三　減盡　庚負二　負二尺　餘一分　餘一丈
乙正一　正三　庚負一　負三　負四尺　負一丈二尺
餘庚一分爲法。　卽以實一丈命爲庚二之一。倍之得庚繩二丈。　減負二尺得乙繩一丈八尺。用減餘之右行。蓋乙正三卽全數也。
又減負二尺得井深一丈六尺。用原列之右行。亦以乙負三卽全數故。
乙繩一丈八尺。比井多二尺。　庚繩二丈。比井多四丈。　三折乙繩六尺。加雙折庚繩一丈。六尺卽同井深。

論曰。此二條與前井深綆帳同理。然卽非盈朒所能御。
又按田之横直。亦可以繩折比量。水面亦然。
今有直田欲截一段之積。只云截長六步。不足積七步。截長八步。又多積九步。問所截之積及原濶。其原濶卽截長每一步之積。
截積正一　截長負六步　正七步
截積正一　減盡　截長負八步　負九步
餘二步爲法　併十六步爲實
長二步除積十六步。得原濶八步。　以截長六步乘濶得四十八步。加不足七步。得截積五十五步。
論曰。此盈朒中方田也。不知宜入方程。
今有方田欲截積。但云截濶五步。則不足十二步。截濶九步。則如所截之積一有半。問所截直田積并原田之方。　答曰原

田方十二步。積一百四十四步。宜截濶六步。積七十二步。

直截正一　乘半　截濶負五步　負七步半　正積十二步　正十八步

直截正半　減盡　截濶負九步　餘一步半　積適足

濶一步半為法。積十八步為實。法除實得原方一十二步。以濶五步乘之得六十步。加不足十二步得截直田積七十二步。若此係則盈朒不能御。

今有米換布七疋多四斗。換九疋適足。問原米若干及布價。

米正一　布負七疋　正四斗

米正一　減盡　布負九疋　餘二疋　適足

布二疋為法。四斗為實。法除實得布價每疋二斗。以九疋適足乘布價得原米一石八斗。此盈朒中粟布法也。

今有穀換絹十疋餘三石。以穀之半換絹六疋不足五斗。問原穀若干及絹價。

穀正一　乘半　絹負十疋　負五疋　正三石　正一石五斗

穀正半　減盡　絹負六疋　餘一疋　負五斗　併二石

法一免除。得絹每疋價二石。以十疋乘價加餘三石得原穀二十三石。此係亦非盈朒所能御。

論曰。直田截積及米換布。盈朒本法也。愚所設方田截積及穀換絹。非盈朒本法也。乃帶分盈朒之變例也。雖盈朒亦有求法。頗多轉折。非其質矣。不如用方程之省約。如舊法芝蔴糶銀。是其例也。

今有芝蔴不知總。但云取蔴八分之三糶銀十兩不足二石。取麻三分之一糶銀八兩適足。問原麻總數及每銀一兩之麻。

法先以麻三之一八之三用毋相乘得二十四為毋毋五乘之得九之
八之為所用之分而列之。依省算左加九之一而徑減。

麻正九分　銀負十兩　負二石

麻正八分　減盡　銀負八兩　餘一兩　適足

正九分　負九兩

法一兩省除即以麻二石命為銀每兩之麻。以銀八兩麻八分適足省乘除徑以二石為麻之一分以二十四分乘得原麻四十八石。

其八之三計一十八石。銀十兩該二十石。故不足二石。

其三之一計十六石。銀八兩恰該一十六石。故適足。

若問麻每石之銀則以二石為法轉除一兩得每石價五錢。

按此條宜入方程舊列帶分盈朒之末。

問者若云有銀買麻以麻八之三與之則餘二石以麻三之一與之適足問原麻及銀所買

如前以通分齊其分。總毋二十四　八之三得九分　三之一得八分

然後列之

銀正一　麻負九分　負二石

銀正一　減盡　麻負八分　餘一分　適足

依法求得二石為麻之一分。以總毋二十四分乘之得原麻四十八石。以九分乘二石減負二石得銀所買麻一十六石。

論曰此所設問則盈朒帶分本法也。然不能知每價以方程法求之亦同。觀此益見前條之宜入方程也。

今有黃連木香不知數。但云取連三之一換木香七之二。則連多二斤。取連四之三換木香五之四。則連少一斤。若于五之四內減去木香三斤。則連多一斤。

法先以通分齊其分而後列之

黃連十二分　三之一 互四分 ╳ 四之三 互九分　木香三十五分　七之二 互十 ╳ 五之四 互二十八

連正四分 正三十六 ╳ 香負十分 負九十　正二斤 正十八斤

連正九分 正三十六 減盡 香負二十八分 負百一十二　負一斤 負四斤

餘二十二分　併二十二斤

如法乘減。餘木香二十二分爲法。異併黃連二十二斤爲實。法除實得每木香一分即三十五分之一。換黃連一斤。以木香十分換黃連十斤。異加正二斤。共十二斤。以黃連正四分除之。得黃連每三斤爲一分。以分母十二乘之。得總黃連三十六斤。另併黃連多一斤少一斤共二斤爲法。除減木香三斤。得每黃連一斤換木香一斤半。原少連一斤。減木香三斤而轉多連一斤。故知其數。

此連所換之木香一斤半。即其三十五分之一分也。以三十五分乘之。得木香五十二斤半。

三分三十六斤而取其一得一十二斤爲黃連三之一。七分五十二斤半而取其二得十五斤爲木香七之二。該換連十斤。今連有十二斤。是連多二斤也。四分三十六斤而取其三得二十七斤爲黃連四之三。五分五十二斤半而取其四得四十二斤爲木香五之四。該換連二十八斤。今連只二

十七斤。是連少一斤也。 若干木香五之四減三斤。餘三十九斤。該換連二十六斤。今連有二十七斤。是連多一斤也。

論曰。凡較數方程有若干物共幾色。又有其數較之價銀若錢之類。今較數卽其物之斤兩而無銀若錢。微有不同。乃古者貿遷交易之術也。專用銀若錢以權物價。後世事耳。

問綾每尺多羅價三十六文。今買綾六尺羅八尺。共價綾比羅少三十六文。

綾正一尺 正六尺　羅負一尺 負六尺　正三十六文 正二百一十六文

減盡　餘二尺　并二百五十二文

綾正六尺　羅負八尺　負三十六文

羅二尺除二百五十二文。得羅價每尺一百二十六文。 加多三十六文。得綾價每尺一百六十二文。

問銀二千九百二十八兩。買綾一百五十疋。羅三百疋。絹四百五十疋。只云綾每疋比羅多四錢七分。羅每疋多絹一兩三錢五分。

綾一百五十 正　羅三百 正　絹四百五十 正　共二千九百二十八兩 正

綾正一 正一百五十　減盡　羅負一 負一百五十　并四百五十　○　正四錢七分 正七十兩〇五錢　餘二千八百五十七兩半

○

羅正一 正四百五十　絹負一 負四百五十　正一兩三錢半 正六百〇七兩半

羅四百五十　減盡　絹四百五十 正　并九百　共二千八百五十七兩半 正　餘二千二百五十兩

○

重列減餘

絹九百疋為法。除實二千二百五十兩。得絹價二兩五錢。

加多一兩三錢半。得羅價三兩八錢半。 又加多四錢七分。得綾價四兩三錢二分。

今有兄弟三人不知年。小弟謂長兄曰。我年比兄四之三。次兄

比兄六之五。比我多八歲。

法以帶分列之。皆變零從整。

伯正五 正十五 仲負六 負十八 ○ 季負四 負二十 適足

伯正三 正十五 減盡 ○ 仲正一 正六 季負一 負六 正八歲 正一百四十四歲

無減無乘仍爲適足

重列減餘 仲正十八 減盡 季負二十 餘二 適足

季弟二除一百四十四歲得年七十二歲。加八歲得仲兄年八十。六因仲年五除之得伯年九十六歲。

今有四人分錢。但云乙得甲六之五。丙得甲四之三。丁得甲二十四之十七。其丁與丙差四文。

甲正五 乙負六 ○ 適足 此行不用。乙無對故也。

甲正三 正五十一 ○ 丙負四 負六十八 ○ 丁負二十四 負七十二 適足

甲正十七 正五十一 減盡 ○ 丙正一 正六十八 丁負一 負六十八 正四文 正二百七十二文

重列減餘 丙正六十八 減盡 丁負七十二 餘四 適足

丁四除二百七十二得丁錢六十八文。加四文得丙錢七十二文。四乘丙錢三除之得甲錢九十六文。五乘甲錢六除之得乙錢八十文。

甲六之一得一十六。以五因得八十文。爲六之五乙數也。

甲四之一得二十四。以三因得七十二。爲四之三丙數也。

甲二十四之一得四。以一十七因得六十八。爲二十四之一十七。丁數也。此雖四色。實三色也。故徑以三色取之。

今有七人遞差分錢。但知首二人共七十七文。次二人共六十五文。不知各數。亦不知餘人數。
法以遞差。故知倍乙當甲丙。倍丙當乙丁。而列之。
甲一 正 乙一 正 ○ ○ 共七十七文 正
甲正二 減盡 乙負二 并三 丙正一 ○ 適足
○ 乙正一 丙負二 丁正一 適足
○ ○ 丙一 丁一 共六十五文 三行無甲存對減餘
重列減餘乙正三 減盡 丙負一 餘五 ○ 正七十七文
重列三行乙正一 正三 丙負二 負六 丁正一 正三 適足
重列減餘丙正五 減盡 丁負三 并八 正七十七文
重列末行丙一 正五 丁一 正五 共六十五文 正三百二十五文 餘二百四十八文

丁八爲法。除實二百四十八文。得三十一文爲丁數。倍丁數與六十五文相減。得遞差三文。以差遞加得甲乙丙數。以差遞減得戊己庚數。皆減丁數得之。
計開
甲四十文。乙三十七文。
丙三十四文。丁三十一文。
戊二十八文。己二十五文。
庚二十二文。
今有米二百四十石。五人遞差分之。其甲乙二人與戊丁丙三人共數等。
如前法列位。依省算例中位自下而上。

戊一正 丁一正 丙一正 ○ ○ ○ 共一百廿石
戊正二 減盡 丁負二 倂三 丙正一 ○ ○ 適足
○ 丁正一 丙負二 乙正一 ○ 適足
○ ○ 丙正一 乙負二 甲正一 適足
○ ○ ○ 乙一 甲一 共一百廿石

重列減餘丁三正 ○ ○ ○ 共一百廿石正
重列三行丁正一 正三 減盡 丙負二負六 乙正一正三 適足
重列減餘丙正六 減盡 乙負三 ○ 正一百廿石
重列四行丙正一 正六 乙負二負十二 餘九 甲正一正六 適足
重列減餘乙正九 減盡 甲負六 倂五 正一百廿石
重列末行乙一 正九 甲一正九 共一百廿石正一千○八十石 餘九百六十石

甲十五除九百六十得甲數六十四石。倍甲數減一百廿石餘得遞差八石。以差遞減各數得乙丙丁戊數。

計開。
甲六十四石。乙五十六石。
丙四十八石。丁四十石。
戊三十二石。

終

梅氏叢書輯要卷十六

方程論六

測量

測量非方程事也。方程者算術。算術特計測量。特目實惟兩途。測量之不能兼算術。猶算術之不能兼測量。雖曰能兼。非其粹矣。今畧具其所兼。其不能兼者。有句股諸法在。

一曰陰雲測量。陰雲者不見宿度。而雲影微薄之處。猶能見五緯。若見二星。則有其相距之度。而可以方程取之矣。

一曰宿度測量。宿度者雖無陰翳。而無儀器。故借宿距一定之度以取之。必有二星同見。或星與太陰同見。則成方程之算矣。

假如陰雲不見宿次。但於雲隙測得辰星在太白後一度。又二日熒惑與二星同在一度。又三日太白在熒惑前三度。而辰星雲翳。又一日辰星在房初度。餘不可見。又十二日熒惑始至房初。問各行率若干。答曰。辰星每日行二度。太白每日行一度有半。熒惑每日行半度。

解曰。此辰星行二日。太白亦二日。而辰星多一度。熒惑與太白同行三日。而太白多三度。辰星行四日。熒惑十六日。而行度相當也。法以較數列位。

辰星正二日　太白負二日　○　正一度

○　減盡 太白正三日　熒惑負三日　正三度　無減

辰星正四日 正二日　○　熒惑負一十六日 負八日　適足

依法以左行半之。與右對減、辰星減盡。太白二日、右負熒惑八日左負。皆無減。分正負。同名在隔行。卯異名也。正一度亦無減。與熒惑同名。

重列減餘與中行對

減餘太白正二日　熒惑負八日　負一度

中行太白正三日　熒惑負三日　正三度

正三日　減盡　正三日　餘五日　正三度　併三度

依法以左行減三之一。乃對減。太白減盡。熒惑同減餘六日為法。行度異併三度為實。法除實得半度為熒惑每日行率。以右減餘八日乘之得四度同減負一度餘三度。以太白二日除之得一度半為太白日行率。以右行太白二日行三度。異加正一度共四度。以辰星二日除之得二度為辰星每日行率。

假如甲子日金星夕見。乙丑日水星夕見。至丁卯日水星行及金星。但不及半度。至戊辰日二星同度。皆以陰晦不能細知宿次。問各率若干。　答曰。金星日行一度半。水星日行二度。

解曰。此金星行四日。水星三日。相當金星行三日。水星二日。則水星不及半度。法以較數列位。

水正三日　金負四日　適足

水正二日　金負三日　負半度

正三日　減盡　負四日半　餘半日　負空度七分半

依法左行二分加一。水同減盡。金同減餘半日為法。空度七分半為實。法除實得金星日行一度半。金三日行四度半。同減負半度。餘四度。以水星二日除之得日行二度。

假如甲乙二船哨海。同泊一山。同用正卯酉字風東行。但甲船

先發解纜七日乙船後行解纜五日追及于一島又自此島用正子午字風南行但甲又先發解纜九日泊于南洋乙後發解纜七日亦泊于南洋兩洋相距二百里問道里各數

法以較數列位

甲船正七日　正六十三日　乙船負五日　負四十五日　適足

減盡　　餘四日

甲船正九日　正六十三日　乙船負七日　負四十九日　負二百里　負一千四百里

甲船減盡　乙船餘四日爲法　負一千四百里爲實法除實得三百五十里爲乙船率　以甲船七日除乙船五日所行一千七百五十里得二百五十里爲甲船率　其一千七百五十里卽山島相去之程　以甲船九日行二千二百五十里爲島去南洋之程　又加二百里爲又南洋之程合問

凡測量之法有測器又有水漏則雖陰雲可以所見者得其度若但有測器而無水漏可以所見兩星之距度取之如前所列陰雲不知宿度之法是也乃又無測器而但據目見則當以宿度取之蓋宿有一定之度借以爲兩星之和度較度因所知以求不知此則方程之法可爲測量者助也至于諸星行率古今歷術不同學者通其意無拘其數焉其可

若一星單行非儀器比量莫知其遲疾之度然晴雨難期則亦有因所見以測所不見之時故算術不可廢也

五星錯行多有相遇則和度較度可施若太陰每月經行廿八宿一次與五星相遇亦每月有之精于推步者雖非假此定星然用與歷術相參有不藉儀器而知遲疾使學者引驗見

効亦算家之樂也。
其五星各有遲疾留逆。故測量比例。當于相近日數內求之。則
所差亦不多也。其遲疾變行。須查七政歷以約其日。則一
星單行。亦自可考其進退之數。
假如兩宿原有定距如房心距若干度。有一緯星在其間。如金在房心間以
旁星記之。越若干日緯星行至東宿。如心又别一緯星如火星在
西宿。如房越若干日。行至先所記旁星之處。
此因無儀細測。故借宿度用之。如上所舉。乃以宿距爲二星
和度也。一緯星若干日。如金一緯星若干日。如火共行天若干度。
如房度故曰和度。
又如以一宿爲主。如心有緯星在其西。如木以旁星記之。越若干日

卷十六　方程六
四

緯星行過宿東至後一宿。如尾又或異日别一緯星如土亦在前
記緯星處所。越若干日行至所借爲主之宿。如心
此則以宿距爲二星較度也。一緯星若干日。如木一緯星若干
日。如土相差若干度也。如心度故曰較度。
凡此皆可以方程御之。若得兩較度。或兩和度。或一和一較。即
二色方程術也。若三星四星以上。各得三兩宗測數。以三色
四色等方程求之。無不可見。
如木星在一宿之西。如井鬼間越若干日行至其宿。如鬼火星原在木
星西。越若干日行至木星原處。金星又在火星西而恰當西
宿。如井越若干日行至火星原處。又若干日亦至木星原處。
此亦借宿度爲用。而中有二和一較。如云金星若干日。火星

若干日木星若干日共行若干度也。如井度。又金星若干日木星若干日火星若干日。而其行適等。用火星至木星原處之日。及金星自火星原處至木星元處之日。此則較度也。適足卽較數也。度無較其日則有較。

又如火星在房宿之西越若干日行過房抵心宿而木星自火星元處越若干日至房宿又有金星或先或後亦自火星元處越若干日行至房又若干日逐及木星于房心之間。

此以宿距爲較度者三。如云以火星若干日較木星若干日而火星之行多一房度也。以火星若干日較金星若干日而火星亦多一房度。以金星若干日較木星若干日而行度相等。用兩星逐及于房心之間日數。

此上二則以三色取之。凡所測不必兩星同在一度。但欲有傍星可記異日有他星復至所記旁星之處卽成同度之算。

又如一星順行自房行幾日一星逆行自心行幾日相遇同度於房心間自此分行又幾日其逆行星至氐。

此用一較度一和度也。順行星幾日逆行星幾日共行房宿度。此爲和度。順行星幾日逆行星幾日而逆行星多一氐宿度此爲較度。用逆行星相遇後至氐宿之日數。

又如一星自建星順行至幾日遇逆行星又幾日至牛宿其逆行星自相遇處行幾日至建星又幾日至斗宿距星。

此亦一和一較。順行星幾日逆行星幾日而行度相當。用二星兩相遇處至建星之日數。此較度也。順行星幾日逆行星幾日而共行斗宿度。用兩相遇後順行星至牛逆行星至斗之日數。此和度也。

髙金火二星在房宿之西同度越九日金星行過房東至一處有星可記又一十日金星行至心宿又八日火星始至房又九日火星始至前所記金星之處其二星行度各若干

解曰此金星行九日火星廿七日而行度相等金星行十日火星十八日而金星多六度 房宿六度故也 法以較數列位

金正九日 正百 火負廿七日 負二百 適足

減盈

金正十日 火負十八日 餘十二日 正六度

倂省算以右行加九之一 乃對減 餘火星一十二日爲法 六度無減爲實 法除實得半度爲火星率 以金九日除火廿七日行十三度半得一度有半爲金星率

假如太陰自尾宿初度行三日遇木星于斗牛間又三十日木星行至牛 此太陰三日木星三十日共行四十五度 借尾至牛之度約畧其數後倣此

木星自牛初行三十日與羅睺遇于牛女間又一百二十日羅睺退至牛 此木星行三十日羅睺一百二十日而度等 羅睺計都月孛有數無形借顯逆行之用

羅睺自牛初退行一百日遇土星于箕斗間又五十日土星行至牛 此羅睺一百日土星五十日行度等

土星自牛初行三十日火星逐及遇于牛女間又三十日火星行至虛 此土星三十日火星三十日而共行十八度

火星自虛初行五十日水星逐及遇于危室間又十日水星行至奎 此火星行五十日水星十日共行四十五度

水星自奎初行十五日逐及金星遇于昴畢間又十七日金星

行至畢。此水星十五日金星十七日共行五十五度半。

金星自畢初行二十日遇計都于井鬼間又四十日計都退至井。此金星二十日計都四十日而金星多二十八度。借畢至井之距爲兩星之較。

計都自井初逆行二十日遇月孛于參井間又十日月孛行至井。此計都二十日月孛十日而行度等。

月孛自井初行八十日太陰逐及遇于井鬼間又二日。太陰行至柳。此月孛八十日太陰二日共行三十四度。

問各行率若干。凡此所設不必其同日在一度謂之相遇但與宿值或有星可記即如同度之理。

如法列位。九色和較之雜。

甲太陰正二日孛正二十日〇〇〇〇〇〇〇共四十五度

乙〇孛正廿日羅負二十日〇〇〇〇〇〇〇適足

丙〇〇羅正二十日計負十日〇〇〇〇〇適足

丁〇〇〇計正二十日計正四十日〇〇〇〇共十八度

戊〇〇〇〇正十五日正十七日〇〇〇共四十五度

己〇〇〇〇〇正五十日金正十日〇〇共五十五度半

庚〇〇〇〇〇〇金正二十日計負四十日〇正二十八度

辛〇〇〇〇〇〇〇計正二十日孛負十日適足

壬太陰正二日〇〇〇〇〇〇〇孛正八十日共三十四度

因九色行中擠迫既多空位取出其行次相對者列而先乘。

此捷法也。

先以甲壬太陰對減。兩行相對。只三色。餘俱兩空。省不書。俟重列時。以次添入。

甲太陰一日 減盡 木十日 ○ 共十五度
壬太陰一日 ○ 孛四十日 共十七度 餘二度

用省算法以甲行三之一。壬行二之一列之。因甲行可三除。壬行可二除。而除之。則太陰皆一日。故除而列之。徑對減。太陰盡。餘木星十日。右月孛四十日。左減餘二度。左分正負。太陰減去。尋原列乙行有木星徑與減餘對列

減餘木正十日 減盡 ○ 孛負四十日 負二度
乙行木正十日 羅負四十日 ○ 適足

用前法以左乙行三之一。與減餘列之。木星徑同減。羅四十日。左負孛四十日。右負負二度。右負皆無減。以各行同名。仍分正負。木星減盡。尋丙行有羅睺徑與減餘重列。

減餘羅正廿日 減盡 ○ 孛負廿日 負一度
丙行羅正廿日 土負十日 ○ 適足

用前法以減餘二之一。丙行五之一列之。羅睺同名徑減。餘土負十。左孛負廿。右負二度。右三位無減。以隔行皆負分正負而孛與較同名。羅睺減盡。尋丁行有土星徑對餘數。

減餘土正十日 減盡 ○ 孛負廿日 負一度
丁行土十日正 火十日正 ○ 共六度 併七度

用前法以丁行三之一列之。而命之爲正。土同減盡。餘無減。度異併七度。皆左正右負。復變和數。土星減去。尋戊行有火星徑對餘數。

減餘火十日 減盡 ○ 孛二十日 共七度
戊行火十日 水二 ○ 共九度 餘二度
用前法以戊行五之一列之。○ 火徑減。 水左孛右無減。分
正負復爲較。 餘二度。左與水星同名。
火星減盡尋已行有水星以對餘數。又因已行不便省算。改用辛行月孛相對。
減餘月孛正十日 水負一日 負一度 負一度
辛行月孛正十日 減盡 ○ 計負廿日 適足
如前半減餘列之。○ 孛同減。 餘無減。 隔行同名仍爲較。
月孛減盡尋庚行有計都以減餘數。水與較度皆右行負。同名。
減餘計正廿日 減盡 水負一日 ○ 負一度
庚行計正廿日 ○ 金負十日 負十四度 餘負十三度

用前法以庚行半而列之。計同減。 水右負 金左負 無減仍爲
較。 餘十三度。左負與金同名。
計都減盡尋已行恰皆二色以相對。
減餘水正一日 正十五日 減盡 金負十日 負百五十日 負十三度 負百九十五度
已行水十五日 正 金十七日 正 併百六十七日 共五十五度半 正 併二百五十度○半
如法乘減水同減盡。 金餘異併一百六十七日爲法。 度
異併二百五十度半爲實。 法除實得每日一度半爲金星
率。
以已行金星十七日行二十五度半減共五十五度半餘三
十度。以水星十五日除之得每日二度爲水星率。
以戊行水星十日行二十度減共四十五度餘二十五度以

火星五十日除之得每日半度爲火星率。
以丁行火星三十日行十五度減共十八度餘三度。以土星三十日除之得每日十分度之一爲土星率。
以丙行土星五十日行五度以羅睺一百日除之得每日二十分度之一爲羅睺率。
以乙行羅睺一百二十日行六度以木星三十日除之得每日五分度之一爲木星率。
以甲行木星三十日行六度以減共四十五度餘三十九度。以太陰三日除之得每日十三度爲太陰率。
再以庚行金星二十日行三十度同減去正二十八度餘二度以計都四十日除之得每日二十分度之一爲計都率。

與羅睺同。
以辛行計都二十日行一度以月孛十日除之得每日十分度之一爲月孛率。
以壬行月孛八十日行八度減共三十四度餘二十六度太陰二日除之仍得每日十三度爲太陰率。
論曰各星遲疾留逆每段不同然其各段中行率大約相等故可以方程立算亦須稍查時歷以知其變。若太近留段其行率甚微難見其在合伏之左右則行又甚疾。每日不同難與他星相較則以一星遲疾之較取之其例如後。
一星遲疾相較例

凡木火土三星雖有遲疾之行大約皆在一度以下而土木之變尤緩其數十日中行率僅差秒忽兩星相較之法頗可施用惟金水二星遲疾之差懸遠其疾也有在一度以上而水星有二度其遲也不及一度遲之甚則留故可以其遲疾而自相較也

假如金星晨疾測得甲日之寅距地平一度至丙日之卯距地平三十度〇七十五分至巳日之卯距地平三十度問各日行率

解曰此是甲乙丙日共行二度二十五分丙丁戊三日共行三度七十五分也

法以丙日距三十度〇七十五分減寅之卯差三十度餘〇度七十五分與甲日距一度相減餘〇度二十五分爲金星疾行過平行一度之數加甲乙丙日太陽行二度是爲丙日內金星行二度二十五分

又以巳日距三十度與丙日距度相減餘〇度七十五分爲金星疾于平行之度加丙丁戊三日太陽行三度是爲三日金星行三度七十五分

論曰此因陰雲不能細測其每日之行度故五日之中僅能有此三測也或雖無陰雲而儀器不具惟此三日有所當宿次可借以爲行度之據則所得者皆爲前兩日後三日之和度也

如法以兩和三較列位因遲差補作三適足而列之

一 甲一日正 乙一日正 ○ ○ ○ 共二度二十五分正

二 甲正一日 減盡 乙負一日 借一日 丙正一日正 ○ ○ 適足

三 乙正一日 負一日 減盡 丙負一日 正一日 餘五日正 丁正一日 負一日 ○ 適足

四 丙正一日 正一日 減盡 丁負一日 負一日 餘一日 戊正一日 正一日 適足 負二度七十五分無減

五 丙一日正 減盡 丁一日正 借一日 戊一日正 減盡 共三度七十五分無減

如法乘減。得丁三日爲法。共三度七十五分爲實。法除實。得一度二十五分爲丁日行率。此因末兩行減餘三日。減去二日。只一法一實。故徑用以求也。

以丁減餘七日行八度七十五分。同減負二度二十五分。餘六度五十分。以戊減餘五日除之。得一度三十分。爲戊日行率。此用三四兩行減餘。

以丁率兩日行相減。餘○度○五分爲日差。

以日差減丁日行率。得丙日行率。累減之。得甲乙日行率。

計開

甲日行一度十分。乙日行一度十五分。兩日共行二度二十五分。丙日行一度二十分。丁日行一度二十五分。戊日行一度三十分。三日共行三度七十五分。合計之。五日共行六度三十分。

此六度者。乃金星行于黄道之度實數也。實數者。以宿度徵之。如甲日之晨在某宿某度。至巳日之晨巳進六度也。

其距太陽之數。則五日共差一度。此一度者乃金星漸近太

陽之距亦即漸近于地平之距也目所見也謂之視差則以儀器度而知之如甲日之卯距地平三十一度至巳日之卯刻則距地平三十度爲較前相近一度也

今所測爲甲日之寅寅與卯相差三十度故寅之星距地平一度者至卯則距三十一度也 其時刻以水漏或中星得之 若寅正與卯初則只差十五度每刻則差三度太此以儀測星者所當知

論曰凡加減日差須明進退之理如戊日之行率多于丁日則其疾爲進也而先得末日則以日差累減之而得初日 若先得初日則當以日差累加之而得末日

如前一例庚日之率少于己日則其疾爲退也而先得庚日則以日差累加之而得初日 若先得甲日則當以日差減之而得末日 其遲段則皆反之 如末日多于初日其遲爲退也則減末加初 若初日多于末日其遲爲進也則減初加末

論曰凡七政盈縮古今歷術綦詳所設立差平差之術尤密至于太陰遲疾時刻逈異授時立法以三百三十六限更非遞加挨減所能定惟五星既得段日定星其日差可循次加減而方程測量之法可施也

又方程測量爲草澤不能具儀器而偶有所見設此御之使獨見者可以共曉若從事推步則有歷學諸書幸勿以管窺爲誚

終

梅氏叢書輯要卷十七

宣城梅文鼎定九甫著

孫　瑴成循齋甫　同校輯
　　玕成肩琳甫

曾孫　釴用和
　　　鉁二如　同校字
　　　鈁導和

勾股舉隅

勾股名義肇見於周髀算經。其曰折矩以爲勾廣三。股修四。徑隅五者。著其名也。又曰偃矩以望高。覆矩以測深。臥矩以知遠者。致其用也。迨後劉徽祖冲之割圓以求密率。西人六宗以求八線。可謂精義入神矣。要皆不能外勾股以立算。此其所以居九數之終。而曰以御高深廣遠。良不誣焉。勾股之相求者約有四端。曰勾。曰股。曰弦。曰積。四者知其二。即可以得其餘。而以勾股弦三者相併相減以生和較。相併爲和。相減爲較。參伍錯綜。遂如五花八門。然要皆知其二。即可得其餘也。茲編不過畧舉數端以示塗徑。學者由此而深造焉可已。瑴成謹識

和較名義

勾股和　即勾與股相併之數

勾股較　即勾與股相減之餘

勾弦和　即勾與弦相併之數

勾弦較　即勾與弦相減之餘

股弦和　即股與弦相併之數

股弦較　即股與弦相減之餘

弦較和　即弦與勾股較相和之數　加勾即股弦和　減股即勾弦較

弦較較　即弦與勾股較相較之數　減勾即股弦較　加股即勾弦和

弦和和　即弦與勾股和相和之數　減勾即股弦和　減股即勾弦和

弦和較即弦與勾股和相較之數　加勾弦較即股　加股弦較即勾

加勾弦較股弦較即弦

勾較和即勾與股弦較相和之數　加勾股較即弦　加勾弦較減股弦較即股

勾較較即勾與股弦較相較之數　加勾股較股弦較即股

勾和和即勾與股弦和相和之數　減弦即勾股和　減股即勾弦和

勾和較即勾與股弦和相較之數　減弦即勾股較　減股即勾弦較

勾股較勾弦較相和即股弦和內減兩勾　相較即股弦較

勾股較股弦較相較即勾弦和內減兩勾又兩股弦較　相和即勾弦較

勾弦較股弦較相和即兩弦內減勾股和　相較即勾股較

勾股和勾弦和相和即兩勾與股弦和相和　相較即股弦較

勾股和股弦和相和即兩股一弦一勾　相較即勾弦較

勾弦和股弦和相和即兩弦一勾一股　相較即勾股較

勾股較勾股和相和即兩股　相較即兩勾

勾股較勾弦和相和即股弦和　勾股較股弦和相較即勾弦和

勾弦較勾弦和相和即兩弦　相較即兩勾

勾弦較勾股和相和即股弦和　勾弦較股弦和相較即勾股和

弦和較弦和和相和半之爲勾股和　相較半之爲弦

弦和較弦較和相和半之爲股　相較半之爲勾弦較

弦和較弦較較相和半之爲勾　相較半之爲股弦較

弦和較勾較和相和半之爲勾　相較半之爲股弦較

弦和較勾和較相和半之爲勾　相較半之爲股弦較

弦和較勾較較相和半之仍爲弦和較　相較即減盡

弦和和弦較和相和半之爲股弦和　相較半之爲句

弦和和弦較較相和半之爲勾弦和　相較半之爲股

弦和和勾較和相和半之爲勾弦和　相較半之爲股

弦和和勾和較相和半之爲股弦和　相較半之爲勾

弦和和勾較較相和半之爲勾股和　相較半之爲弦

弦較和弦較較相和半之爲弦　相較半之爲勾股較

弦較和勾較和相和半之爲弦　相較半之爲句股較

弦較和勾和較相和半之爲股與勾弦較或弦與勾股較　相較恰盡

弦較和勾較較相和半之爲股　相較半之爲勾弦較

弦較較勾較和相和半之爲勾與股弦較　相較恰盡

弦較較勾和較相和半之爲弦　相較半之爲勾股較

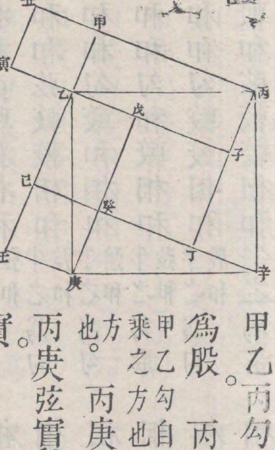
弦較較勾較較相和半之爲勾　相較半之爲股弦較

勾較和勾和較相和半之爲弦　相較半之爲勾股較

勾較和勾較較相和半之爲勾　相較半之爲股弦較

勾和較勾較較相和半之爲股　相較半之爲句弦較

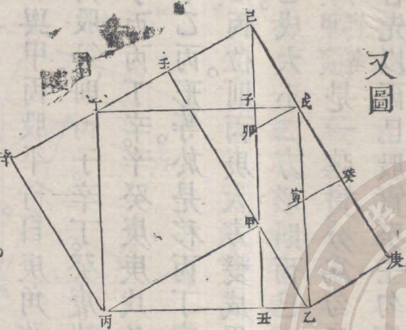
弦實兼句實股實圖



甲乙丙勾股形。甲乙爲勾。甲丙爲股。丙乙爲弦。甲寅方爲勾實。甲乙勾自乘之方也。丙已方爲股實。甲丙股自乘之方也。丙庚方爲弦實。丙乙弦自乘之方也。丙庚弦實內兼有甲寅句實丙已股實。

論曰試自弦方之乙角作乙子線與甲丙股平行而等又自丙角作丙丁線與甲乙句平行而與甲丙股等又自辛角作辛癸線與甲丙股平行自庚角作庚戊線與甲乙勾平行而皆與甲丙股等則丙子辛丁癸庚戊乙四線必皆與甲乙句等而成乙子丙丙丁辛辛癸庚庚戊乙四勾股形于弦實內皆與原設之甲乙丙形等於是移丙丁辛形於乙壬庚位移辛癸庚形於甲乙丙位則丙庚大方變成甲丙丁癸庚壬磬折形末從癸巳截之成大小二方形則丙巳大方卽股實癸壬小方卽勾實癸壬小方與甲寅勾實等是一弦實分為勾股二實也若先以丙巳股實癸壬勾實聯為磬折形而移乙壬庚勾股形於丙丁辛之位移甲乙丙勾股形於癸辛庚之位卽復成丙巳弦實矣

又圖



甲乙丙勾股形乙丙弦其冪卽實也戊乙丙丁甲丙股其冪甲壬辛丙甲乙勾其冪乙庚癸甲

論曰從甲角作巳甲丑垂線與乙丙弦成十字分弦冪為大小兩長方一為子丙大長方準股冪一為戊丑小長方準勾冪試移甲丑丙勾股形補巳子丁虛形又移巳壬甲勾股形補丁丙辛虛形則子丙大長方卽移為甲辛股冪次移甲丑乙勾股形補巳子戊虛形再移巳戊卯勾股形補戊癸寅

虛形末移戊卯甲癸形補癸寅乙庚虛形則戊丑小長方卽移爲庚甲勾冪矣

勾股求弦

假如勾六尺股八尺求弦

法以勾六尺自乘得三十六尺爲勾實股八尺自乘得六十四尺爲股實併之得一百尺爲實平方開之得一十尺爲弦也

論曰勾實股實併之與弦實等故開方得弦也觀前圖自明

勾弦求股

假如勾八尺弦十七尺求股

法以弦十七尺自之得二百八十九尺爲弦實勾八尺自之得六十四尺爲勾實於弦實內減去勾實餘二百二十五尺爲實

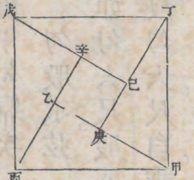
平方開之得一十五尺爲股也若有弦有股而求勾者卽於弦實內減股實餘開方得勾其法並同

勾股積與弦求勾股

假如勾股積六十尺弦一十七尺求勾股

法以勾股積六十尺四因之得二百四十尺又以弦十七尺自之得二百八十九尺內減四因積餘四十九尺爲實平方開之得七尺爲勾股較乃以勾股積倍之得一百二十尺爲實較七尺爲縱用帶縱平方開之得八尺爲勾句加較得十五尺爲股

論曰弦實內有勾股積四較積一如圖甲乙

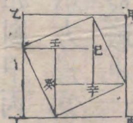


丙勾股形丁丙大方爲弦冪內容甲丁庚丁戊巳戊辛丙乙甲丙四勾股積辛巳庚乙一勾股較自乘積故於弦冪內減去四勾股積餘數開方即得勾股較也

勾股積與勾股和求勾股

假如勾股積三十尺勾股和一十七尺求勾股

法以勾股積三十尺八因之得二百四十尺勾股和十七尺自之得二百八十九尺內減八勾股積餘四十九尺爲實平方開之得七尺爲勾股較以較減和餘十尺半之得五尺爲勾以較加和得二十四尺半之得十二尺爲股



論曰勾股和自乘方內有勾股積八勾股較積一

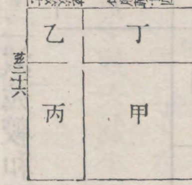
如圖甲丙丁乙爲勾股和自乘方內容八勾股積一巳辛癸壬小方形爲勾股較積故於和內減八勾股積餘數開方而得勾股較也

勾股積與弦較較求諸數

假如勾股積一百二十弦較較十二

法以積四之得四百八十弦較較自之得一百四十四兩數相減餘三百三十六折半一百六十八爲實弦較較十二爲法除之得勾股較十四以加弦較較十二共得二十六爲弦有弦有勾股較即諸數可求

論曰丁甲乙丙合形爲弦白乘大方冪甲小方爲勾股較冪弦冪內減勾股較冪所餘丁乙丙磬折形原與四勾股積等於中



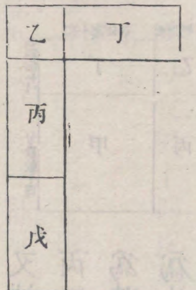
又減去乙小方爲弦較較自乘冪仍餘丁丙二長方並以勾股較爲其長以弦較較爲其濶故折半而用其一爲實以弦較較爲法除之而得勾股較也

又法置四勾股積四百八十與弦較較冪一百四十四相加得六百二十四折半得三百十二爲實弦較較十二爲法除之得二十六爲弦弦內減去弦較較十二得餘十四爲勾股較

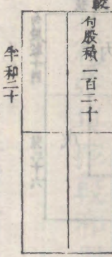
論曰乙丙丁磬折形原與四勾股積等今加一小方形如巳爲弦較自乘冪與乙等又丁丙二長方原相等於是合丁巳爲一長方合乙丙爲一長方必亦相等矣並以弦較較爲濶以弦爲長故折半而用其一爲實以弦較較爲法除之卽得弦矣

又法置四勾股積四百八十爲實弦較較十二爲法除之得四十爲弦較和以加弦較較得五十二折半二十六爲弦以弦較較十二減弦較和四十得二十八折半十四爲勾股較

於前圖乙丙丁磬折形卽四勾股積移丁長方置於戊爲乙丙戊長方其長如弦較和其濶如弦較較故以弦較較除之而得弦較和



又簡法置勾股積一百二十爲實以弦較較十二半之得六爲法除之得二十爲半弦較和以加半弦較較六得二十六爲弦又以半較六減半和二十得十四爲勾股較



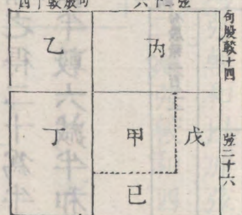
論曰長方形濶十二如弦較較長四十如弦較和其積如四勾股今只用一勾股積是四之一也積四之一者其邊必半觀圖自明

勾股積與弦較和求諸數

假如勾股積一百二十弦較和四十

法以積四之得四百八十弦較和自之得一千六百兩數相減餘一千一百二十折半得五百六十爲實弦較和四十爲法除

之得十四爲勾股較以減弦較和得二十六爲弦弦自乘得六百七十六加四勾股積四百八十得一千一百五十六平方開之得三十四爲勾股和以與勾股較十四相加得四十八折半二十四爲股又相減得二十折半得一十爲勾



論曰總方爲弦較和四十自乘之冪內分甲戊已方爲弦自乘冪乙小方爲勾股較自乘冪於甲戊已弦冪內減去戊已磬折形即四勾股積則所餘者甲小方即勾股較冪與乙方等以甲小方合丁長方即與乙丙長方等以丁丙小長方原相等故此二長方並以勾股

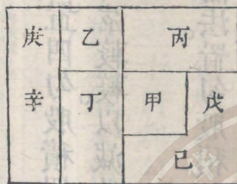
較十四爲濶。以弦較和四十爲長。故折半而用其一。爲實。弦較和四十爲法除之。卽得勾股較也。

又法。弦較和自乘得一千六百。與四勾股積四百八十相加。得二千。八十折半一千。四十爲實。弦較和四十爲法除之。得二十六爲弦。與弦較和四十相減。得十四爲勾股較。餘如前。觀後圖自明。

又法。置四勾股積四百八十爲實。弦較和四十爲法除之。得十二爲弦較較。以減弦較和四十。得二十八。半之得十四爲勾股較。

又簡法。置勾股積一百二十爲實。弦較和四十半之。得二十爲法除之。得六爲弦較較之半。餘並同弦較較簡法。

論曰。丙戊甲已乙丁合形。爲弦較和四十自乘之大方。外加一庚辛長方。爲四勾股積。與戊已磬折形等。於是中分之爲兩長方。乙丁庚辛合爲左長方。丙戊甲已合爲右長方。並以弦二十六爲濶。弦較和四十爲長。故折半爲實。以弦較和除之。得弦。



借此圖可解第二又法之理。何則。庚辛長方形旣爲四勾股積。而其濶十二如弦較較。其長四十如弦較和。是十二與四十相乘之積也。故以弦較較除之。得弦較和。若以弦較和除之。卽復得弦較較。

若庚辛長方橫直皆均剖之。成四小長方。則其濶皆六如半較。

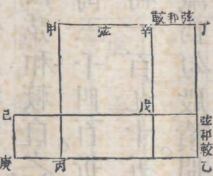
其長二十如半和而其積皆一百二十爲一勾股積矣此又簡法之理也

勾股積與弦和較求諸數

假如勾股積六千七百五十弦和較六十

法以弦和較自之得三千六百與四勾股積二萬七千相減餘二萬三千四百折半一萬一千七百爲實弦和較六十爲法除之得一百九十五爲弦加較六十得勾股和二百五十五弦冪內減四勾股積開方得勾股較以加勾股和折半得股以減勾股和折半得勾

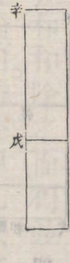
又法以弦和較自乘得三千六百與四勾股積二萬七千相加得三萬六百折半一萬五千三百爲實弦和較六十爲法除之得二百五十五爲勾股和內減弦和較六十得一百九十五爲弦



論曰丁丙方爲勾股和自乘方冪內減甲戊方爲弦自乘冪其餘丁戊丙乙磬折形四勾股積也內減戊乙小方爲弦和較自乘積則所餘丁戊長方與戊丙長方等而並以弦爲長弦和較爲濶故以弦和較除之得弦此第一法減四勾股積之理也若於磬折形外加己丙小方與戊乙等卽成庚戊長方與辛乙等並以勾股和爲長弦和較爲濶此卽前第二又法加四勾股積之理也

又法置四勾股積二萬七千爲實弦和較六十除之得四百五

十爲弦和和以與弦和較相加折半爲勾股和又相減折半爲弦
此如有勾股積有容圓徑而求勾股弦乃還元之法也求容圓法詳後
論曰前圖中辛乙長方并戊丙長方是
四勾股積聯之爲辛丙長方則其濶丁
辛弦和較也其長丁丙弦和和也

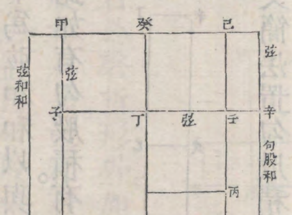


又簡法置勾股積六千七百五十爲實半弦和較三十除之得
二百二十五爲半弦和和以與半弦和較相加得二百五十五
爲勾股和又相減得一百九十五爲弦　此如有容圓半徑以
除勾股積而得半弦和和

勾股積與弦和和求諸數

假如勾股積六千七百五十弦和和四百五十

法以積四之得二萬七千弦和和自之得二十○萬二千五百
兩數相減餘十七萬五千五百折半得八萬七千七百五十爲
實弦和和四百五十爲法除之得一百九十五爲弦以減弦和
和得二百五十五爲勾股和
又法以四勾股積與弦和和冪相加得二十二萬九千五百折
半得十一萬四千七百五十爲實弦和和
四百五十爲法除之得二百五十五爲句
股和以減弦和和得一百九十五爲弦
論曰甲乙大方弦和和自乘也內分甲丁
方弦自乘也與丁丙方等丁乙方勾股和
自乘也於丁乙內減去丁丙弦冪則所餘



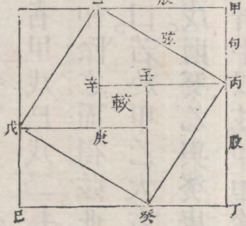
者四勾股積即壬乙丙戊二小長方也。而巳辛小長方與丙戊等。則巳乙長方亦四勾股積也。今於甲乙大方內減去巳乙。則所餘者甲戊巳戊二長方。並以弦為濶。弦和和為長。故折半以弦和和除之而得弦。此第一法減四勾股積之理也。

又論曰。若於甲乙大方外增一甲庚長方與巳乙等。而中分之於癸戊。則癸乙與癸庚兩長方等。並以勾股和為濶。弦和和為長。故折半以弦和和除之而先得勾股和。此第一又法加四勾股積之理也。

又法置四勾股積二萬七千為實。弦和和四百五十除之。得弦和較六十。

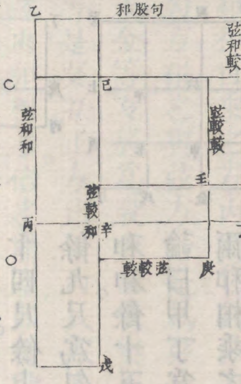
此如併勾股弦除四倍積而得容圓徑。

又簡法置勾股積六千七百五十為實。半弦和和二百二十五除之。得半弦和較三十。此如合半勾半股半弦除積得容圓半徑。欲明加減用四勾股之理。當觀古圖。



甲乙丙勾股形。　甲丙勾六。　甲乙股八。　乙丙弦十。　甲丁勾股和十四。　壬辛勾股較二。　甲巳大方勾股和自乘冪也。其積一百九十六。　丙戊次方弦自乘冪也。其積一百。　壬庚小方勾股較自乘冪也。其積四。　甲巳和冪內減弦冪所餘者四勾股也。　弦冪內減較冪所餘者亦四勾股也。　勾股之積並二十四。

又圖



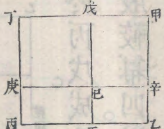
甲丁勾股和十四。癸丁弦十。子丁勾股較二。甲丙方爲勾股和冪一百九十六。內減癸辛弦冪一百。餘九十六爲甲巳丙磬折形。亦即四勾股積。內分甲巳直形移置於丙戊成乙戊長方。卽爲弦和較乘弦和和。又壬丁小方爲勾股較冪四。以減弦冪餘九十六爲癸壬辛巳磬折形。亦即四勾股積。內分癸壬直形移置於辛庚成巳庚長方。卽爲弦較較乘弦較和。

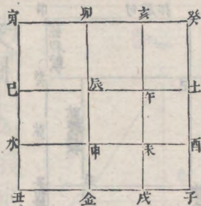
總論曰。弦較較乘弦較和之積與弦和較乘弦和和之積等爲四勾股。乃立法之根也。而其理皆具古圖中。學者所宜深玩。

勾弦和股弦和求諸數

假如勾弦和二十四尺。股弦和二十七尺。

法以勾弦和二十四尺與股弦和二十七尺相乘得六百四十八尺。倍之得一千二百九十六尺爲實。平方開之得三十六尺爲弦和和。內減勾弦和二十四尺餘十二尺爲股。減股弦和二十七尺餘九尺爲勾。勾股相併得二十一尺以減弦和和。餘十五尺爲弦也。





論曰。甲丁爲股弦和。甲乙爲勾弦和。甲丙爲兩和相乘之長方。內戊庚爲弦自乘之方。辛壬爲勾股相乘之長方。甲巳爲股弦相乘之

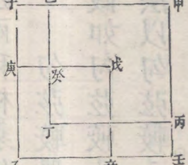
長方已丙爲勾弦相乘之長方倍之則如第二圖之癸丑爲弦和和自乘之方内卯已爲弦方午申爲股方酉戌爲勾方股方勾方併之與弦方等是爲弦方者二矣又土未爲勾股相乘與未金等亥辰爲股弦相乘與辰水等癸午爲勾弦相乘與申五等是癸丑正方比甲丙長方之各積俱加一倍也故以勾弦股弦兩和相乘倍之開方即得弦和和也

勾弦較股弦較求諸數

假如勾弦較八尺股弦較四尺

法以勾弦較八尺與股弦較四尺相乘得三十二尺倍之得六十四尺爲實平方開之得八尺爲弦和較以加股弦較四尺得十二尺爲勾以加勾弦較八尺得十六尺爲股股加股弦較四尺得二十尺爲弦也

論曰甲乙爲弦自乘之方甲丁爲股自乘之方兩方相減餘丙壬辛乙庚子已磬折形與勾自乘戊乙方等而丙辛爲股弦較丙壬乘勾弦較壬辛之長方與已庚等此兩長方必與戊丁正方等戊丁方者弦和較自乘也戊庚句内減去癸庚股弦較餘戊癸爲弦和較故倍勾弦股弦兩較相乘爲實開方而得弦和較也

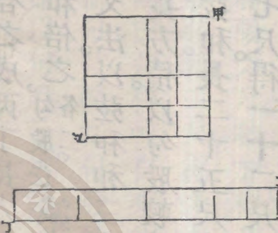


勾股較弦和和求諸數

假如勾股較七尺弦和和三十尺

法以勾股較七尺減弦和和三十尺餘二十三尺爲兩句一弦自之得五百二十九尺又以勾股較七尺自之得四十九尺相減餘

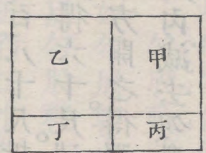
四百八十尺折半得二百四十尺爲長方積乃倍弦和和三十尺得六十尺減勾股較七尺餘五十三尺爲長濶和用帶和縱平方開之得濶五尺爲勾加較得十二尺爲股於弦和和三十尺內減去勾股餘十三尺爲弦也



論曰弦和和內減去勾股較餘爲一弦兩勾自乘成甲乙正方內函弦方一勾方四句乘弦之長方四而弦方內有勾乘股之兩長方即四勾股積一勾股較自乘方今於甲乙方內減去較自乘方則餘勾方四句乘股之長方二勾乘弦之長方四半之則句方二句乘股之長方一句乘弦之長方二

合之成丙丁長方其長爲一股兩弦兩勾其濶爲句故以弦和和倍之勾股弦各二減去勾股較餘一股兩弦三句爲長濶和也

又法以弦和和三十尺自乘得九百尺折半得四百五十尺爲長方積以勾股較爲縱用帶縱平方開之得濶一十八尺爲句弦和長二十五尺爲股弦和以減弦和和餘五尺爲句加較七尺得一十二尺爲股也



論曰弦和和自乘方內有勾股弦各自乘之方一而句方股方併之與弦方等是爲弦方者二又股乘弦句乘弦句乘股之長方各二今各用其一而合之成甲丙乙丁長方形乙爲弦自乘甲爲股乘弦丁爲勾乘弦丙爲勾乘股其濶爲勾弦和其長爲股弦和其

長多於濶之數卽勾股較也。

勾股較弦和較求諸數

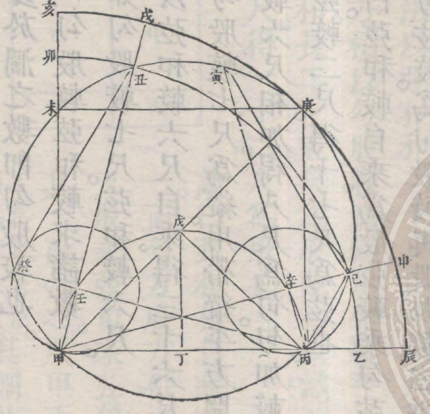
假如勾股較七尺。弦和較六尺。

法以弦和較六尺自乘得三十六尺。半之得十八尺爲長方積。以勾股較七尺爲縱。用帶縱平方開之。得二尺爲股弦較。與弦和較六尺相加。得八尺爲句。句加較七尺得十五尺爲股。股加股弦較二尺得十七尺爲弦也。

論曰。弦和較自乘爲股弦較乘勾弦較之倍數。圖見前句弦較股弦較題。而句弦較爲句股較與股弦較之併數。故半弦和較自乘爲實。而以句股較爲縱也。

右四題原稿各具三法。而兼濟堂刻本逸去原稿。又未帶行箋。今各題擬補一法。未能備也。瞉成敬識

弦與句股和求句股用量法



乙甲句股和。丙甲弦。

原法。以甲爲心。作乙巳卯象限。又以丙甲弦半之於丁。以丁爲心。作甲戊丙半圓。

次於丙戊半圓上任以辛爲心。丙爲界。作丙巳小員。屢試之。令小圓正切象限如巳。乃作巳辛甲及辛丙

二綫則辛丙爲句辛甲爲股如所求按此法不誤但已點正切處難眞今别立法求已點

法曰自丁點作垂線分半員於戊以戊爲心用丙爲界作丙已庚丑甲全圓全圓與象限相割於已從已向甲作直線割半圓於辛乃作辛丙爲句即辛甲爲股合問

如此則徑得辛點不用屢試得數既易且眞確矣

論曰凡半圓內作兩通弦至圓徑兩端必爲句股而圓徑常爲弦今既以丙甲弦爲半圓徑則其辛丙與辛甲兩通弦必句與股也而已辛甲線與乙甲等即勾股和也今以辛爲心作小圓而其邊正切已則已辛與丙辛等爲小圓之半徑即等爲勾線矣於已甲句股和內截已辛爲句則辛甲必爲股故此法不誤

也

又論曰半圓內所容句股形以半方形爲最大即甲戊丙也其餘皆半長方形之句股故小其勾股和亦最大丙戊句甲戊股相等其和最大其餘股長者勾反甚小故其和皆小於甲戊庚即弦上方冪之斜徑也甲未庚丙爲弦上平方冪甲戊庚爲其斜徑象限之半徑如辰庚亥象限其半徑辰甲及亥甲並與庚戊甲等則能容弦上平方如甲未庚丙平方必在辰庚亥象限內又戊心所作平方外切之平圓亦能容弦上平方此員以戊爲心以平方四角爲界其全徑甲戊庚即平方之斜徑也三者相切於庚點惟相切不相割其餘勾股和並小如乙甲和小於辰甲必不能包平方之角即不能外切平圓而與之相割矣如乙甲和爲半徑作乙已卯象限不能包庚點即與平圓相割如已其自庚至丙並可爲相割之已點而四十五度之勾股具焉八線表所列之句股只四十五度互相爲正餘勾爲正弦股即餘弦也分言正弦則初度小而九十度最大也若合正弦餘弦爲和

數。則初度與九十度皆最小。惟四十五度最大。已足以盡勾股之變態矣。若過庚向未亦四十五度已點至此。其和數反小。而與前四十五度爲正餘。勾股和之最大者。以略小於弦上斜線而止。凡句股有和有較。皆長方形之半。非正半方也。若半方形。則有和無較。可無用算。非句股所設。其最小者。以稍大於弦線而止。若同弦線。即無句股。無有不割平圓。故可以已點取之也。

又論曰。以方斜爲半徑。作象限。則能容平方。以方斜爲半徑作半圓。則能容方斜上平圓。如庚已丙甲未平圓。其徑甲戊庚方斜。是即方斜上之平圓也。若以甲戊庚半徑作大半圓。即能容之。凡半圓內所容之圓度。每以兩度當外周半圓之一度。何則。論度必以角。惟在心之角。一度爲一度。若在邊之角。則兩度爲一度。如辰庚亥半圓。從甲心出兩線。一至庚。一至辰。作辰甲庚角。其度辰庚四十五度。是一度爲一度也。若庚已丙甲未圓。從甲邊出兩線。一過戊至庚。一至丙。作庚甲丙角。其度庚已丙象限。只作四十五度。是兩度當一度。以同用甲角故也。準此論之。則弦上半圓所作之戊甲丙角。亦必四十五度矣。既同用甲角。則戊辛丙象限。亦兩度當一度。若是則庚已丙之度。與戊辛丙等。並同用甲角。以庚辰爲度故也。而已點所割之已丙弧。及辛丙弧。亦必等度矣。已丙爲方外切圓之度。辛丙爲方內切員之度。大小不同。而同用甲角。以已乙爲其度。角等者度亦等。又引辛丙至寅。則寅丑甲與辛戊甲兩弧。亦必等度。以同用丙角故也。而同爲甲角之餘。丙角原爲甲角之餘。乃甲角減象限。是以甲已乙減象限得已甲卯角。與辛丙甲角等也。其度則兩度爲一度。乃甲角之倍度減半周。是以寅庚減半周得寅丑甲。以丙辛弧減半周得辛戊甲也。又已庚丑未弧原爲已丙減半周之餘。即與寅丑甲等。於此兩弧內各減寅丑未。則已庚寅與未癸甲亦等。於是作已寅線。與未甲等。亦即與丙甲等。而寅已丙與甲丙已又等。於寅已及甲丙。各加一已丙。則丙辛寅及已辛甲兩直線亦等。皆勾股和也。兩和線相交於辛則交角等。皆十字正角。

又作巳丙線。成巳辛丙三角形。而巳角丙角等。巳甲丙三角形與巳寅丙等。則對丙甲之巳角。對巳寅之丙角亦等。則角所對巳辛邊丙辛邊亦等矣。準上論巳辛與丙辛必等。故用巳點以求辛點。而和數中。句股可分也。

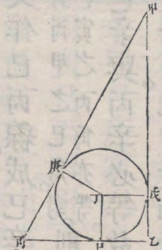
又論曰。凡句股和所作象限與斜方上平圓相割。有二點。其一為巳。其一為丑。自丑作直線至甲心。象限心也。割半圓於壬。作丙壬線。即成丙壬甲勾股形。與甲辛丙等。丑甲丙角。為丙甲壬角之餘。與壬丙甲角等。而其度丑卯與巳乙等。是丙甲辛角與壬丙甲等也。辛壬又皆正角。又同以丙甲為弦。是兩句股形等也。準此論之。凡半圓內所作句股。皆兩兩相似。勾股之正角必負員周。亦兩兩相對。如辛點在戊丙象限內。即有壬點在戊甲象限與之相對。皆與象限上巳點丑點相應。其所作句股形亦兩相似。故四十五度能盡句股之變也。戊丙與戊甲兩象限並。兩度當一度。其真度在庚辰及庚亥兩半象限中。故皆四十五度。試以壬為心。丑為界。作圓界。必過丙。是丙壬股即丑壬。而丑甲

為和也。丑壬股大於戊丙。而丑甲和小於庚甲。以是知和數之大至庚甲而極也。準上論。又足以證巳庚丑癸圓能盡割圓句股之理。

句股容圓

假如句八尺。股十五尺。弦十七尺。問內容圓徑。

法以句八尺與股十五尺相加。得二十三尺。內減弦十七尺。餘六尺為容圓全徑。

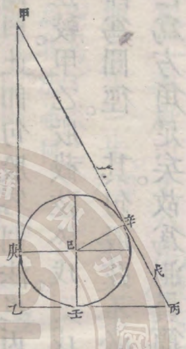


論曰。弦和較即容圓徑也。如甲乙丙句股形。內容戊巳庚圓。而圓周切弦於庚。切股於戊。切句於巳。各作線至圓心丁。則丁戊丁巳皆半徑。各與戊乙乙巳等。而戊乙乙

已者皆弦和較之半也。甲丙弦分為甲庚庚丙。於甲乙股內截甲戊如甲庚。餘戊乙。於乙丙句內截巳內如庚丙。餘乙巳。此戊乙與乙巳皆為弦減句股之餘。與句股和內減弦之餘無異。豈非弦和較乎。半徑既與半較等。則全較為全徑無疑矣。餘詳三角舉要。

測圓簡法

假如有圓池欲知其徑。



法於池邊直牽一繩。切池於庚。如甲乙。又橫牽一繩。切池於壬。如丙乙。其乙角務令正方。又自丙斜牽一繩至甲。而切池於辛。乃自丙取丙乙之度。截斜繩于丁。又自甲取甲乙之度。截斜繩於戊。末量丁戊之度有若干尺。即圓池徑也。

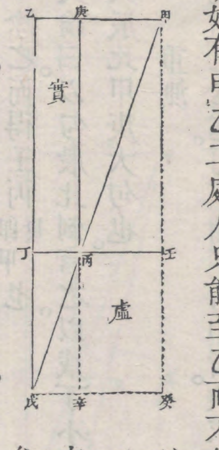
論曰。此即句股容圓法也。丙乙句截甲丙弦於丁。則丁甲為句弦較。甲乙股截弦於戊。則戊丙為股弦較。而丁戊為弦和較。故即為圓徑。其句股弦不必問其丈尺。但取三直線並切圓而乙為方角足矣。故為測員簡法。凡城堡墪臺錐塔員柱之類。形正員者。並同一法也。

句股測量

測量之術。因卑以知高。即近以見遠。而勾股之用於是乎神。言測量至西術詳矣。究不能外句股以立算。故三角即句股之變通。八線乃勾股之立成也。然三角非八綫不能御。而句股則無藉於八綫。古書雖不盡傳。而海島量山之算猶存什一於千百。故論測量而并錄其要。以存古意焉。

測遠

假如有甲乙二處。人只能至乙而不能至甲。今問甲乙之距。



法於戊立表。距乙三十步。又前行十二步至丁。復立表望乙。令戊丁兩表與乙參直。又自丁至丙立表。從戊望甲。令戊丙兩表與甲參直。而丙丁乙戊如十字。復與甲乙平行。量其距得三步。丙距丁也。乃以戊丁十二步爲一率。丙丁三步爲二率。庚丙十八步。庚丙與乙丁等。爲三率。求得四率四步半。爲甲庚。加丙丁三步。卽庚乙。共七步半。爲甲乙之距。若甲爲高處。則止立丁戊兩表。而丙丁之距爲丁表之高。其法並同。

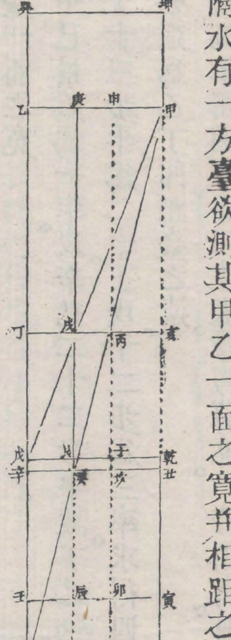
論曰。此因二率丙丁三率庚丙相乘之庚丁長方。與一率丙辛卽丁戊。乘四率壬丙卽甲庚。之壬辛長方等積也。試作甲癸癸戊兩平行線。成甲癸戊乙長方形。爲甲戊對角綫所分成相等之兩大句股形。又爲庚辛壬丁十字綫所分成兩兩相等之四勾股形及兩長方形。此兩長方形雖不相似。其積必等。於相等之兩大勾股形內各減去相似之兩小句股形。則各餘一長方形。其減去者既相等。則所餘者必等無疑矣。兩長方既等。一庚丁。一壬辛。故以丙丁二率乘庚丙三率之庚丁長方亦卽壬辛長方。爲實。以戊丁卽丙辛。一率除之。而得壬丙卽甲庚也。

又論曰。以勾股比例言之。以戊丁小股比丙丁小句。同於庚丙大股比甲庚大句也。

重測

凡高遠之處。可望而不可卽者。欲求其距。須用重測。

假如隔水有一方臺欲測其甲乙一面之寬并相距之遠。



法立表於丁望乙至東南角巽使丁乙巽成一直綫。再從丁橫過於戊於丙各立一表使丙戊丁成一直綫而丁角正方。又從丁退行至戌（亦與丁乙成直綫。）從戌望戊表至甲而相參直量得戊丁之距四步丁戌之距十二步。又退行至巳（亦與戌丁成直線）從巳望丙表至甲而相參直量得丙丁之距六步四分巳丁之距三十六步。

乃以丙丁六步四分爲一率丁巳三十六步爲二率癸辛四步（即戊丁）爲三率求得四率二十二步半爲辛巳內減丁戌十二步餘十步半爲壬巳是爲景差。次以景差十步半爲一率戌丁十二步爲二率又以戊丁四步減丙丁六步四分餘丙戊二步四分爲三率求得四率二步七分半弱爲甲申加申乙六步四分（即丙丁）共九步一分強爲甲乙。即方臺一面之寬。

又以壬巳景差爲一率以辛巳二十二步半減丁巳三十六步。餘辛丁十三步半爲二率丁戌十二步爲三率求得四率十五步四分強爲乙丁。即距臺之遠。

論曰重測本用四表今用三表乃巧算也。若測高與重測本

用前後二表者亦可用一表故當先知本法然後明其所以然下文詳之。

先詳四表本法

欲測甲乙之濶。先立丁表。從戊戊爲人目。望丁表至乙。乙遠物之末端。三者參相直。 次於丁表橫過與甲乙平行作戊丁乙直線之橫綫。於此綫戊處立表。人目從戊過戊表窺甲遠物之西端。亦參相直。則與甲乙戊兩線成甲戊乙勾股形。 量得戊丁兩表橫距四步。丁戊直距十二步。 次從丁戊直綫退行至巳。又自戊表作戊艮癸直綫。與丁戊平行。此平行綫上取癸立表。人目從巳過癸至甲參相直。成巳癸甲斜弦。 亦從癸橫行至丁巳綫尋辛立表。此癸辛兩表之距。與戊丁等。四步 又量得辛表距人目巳二十二步半。內減丁戊十二步。餘壬巳十步半爲景差。末以巳辛二十二步半。減巳丁三十六步。餘辛丁十三步半爲前後表間之距。以表橫距四步乘之。得五十四步爲表間積。即丁癸長方。 置表間積爲實。以景差爲法除之。得五步一分強爲甲庚。加庚乙四步。共九步一分強。爲所測遠物甲乙之濶。

論曰。前表戊乙甲勾股形內有戊乙餘方。與形外戊乾餘方等積。 後表戊巳乙甲句股形。有癸乙餘方與形外癸酉餘方等積。於癸乙內減戊乙。於癸酉內減寅癸。即乾戊 則所餘之癸丁及辰酉兩餘方。亦必等積也。故以丁癸長方變爲辰酉長方。而得辰寅。即甲庚也。

次明用三表之理

用三表者於戊丁兩表外增一兩表也前增一表而無後表則無從而得景差故以三率法求而得之其實癸辛即後表也其理與四表同

然不用癸卯形而用戊子形何也曰准前論辰酉形與丁癸形等積而午癸形與丁癸形亦等積（兩餘方在已丙丁句股形內外故等）則辰酉與午癸亦等積矣各減同用之卯未則所餘之酉卯與卯癸二形亦自相等積而卯癸原與戊子等故用戊子長方變為卯酉長方而得卯寅即得甲申矣

其以辛丁乘戊丁為實何也曰此三率法也丁乙加丁辛前後兩測之表距故辛壬（即戊丁）亦加壬已兩測之景差法為壬已與辛丁若戊丁與丁乙也

測高可用一表而成兩測

假如前圖之甲乙為高下豎立之物乃立丙丁表人目在戊測之則表之端不相值而參相直於表之若干度如戊退若干度至已測之正對表端丙其法並同但皆以橫為直

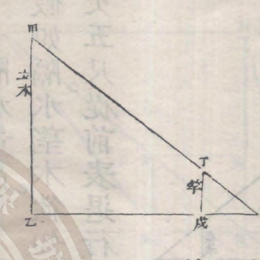
窺望海島

程賓渠著算法統宗頗能備九章其句股章言劉徽註九章立重差之法以窺望海島為篇目迨後唐李淳風宋揚輝釋名圖解以彰前美其書繁衍難於引證而孫子度影量竿之術頗足以誘進後學因各具一問云云今觀程書算例圖解畧具而殊欠詳明劉李諸君之書必有精義而世不多有恐古人立法之深意遂致泯沒故因其問例而各加剖晰焉

度影量竿　原問

假如有立木不知高。日影在地長五丈。隨立一竿長一丈。在邊影長一丈二尺五寸。問立木高若干。答曰木高四丈。

法置立木影五丈爲實。以竿影一丈二尺五寸爲法除之。合問。

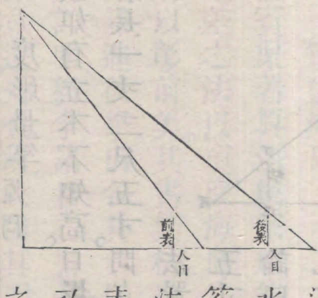


論曰此勾股比例也。甲乙立木爲大股。丙乙木影爲大句。丁戊竿爲小股。丙戊竿影爲小句。法爲丙戊小句比丁戊小股。同於丙乙大句比甲乙大股也。本宜以丁戊乘丙乙爲實。因丁戊係一丈。故省乘耳。

又論曰竿不必定立影邊。隨便立之皆可。蓋太陽之高度未移。則其影所成之句股皆同式也。

隔水量高

假如隔水望木。欲知其高。立二表各長一丈。前後參直相去一丈五尺。從前表退行五尺。人目四尺望表與木齊平。復從後表退行八尺。窺望亦與木齊平。問木高隔水各若干。原問

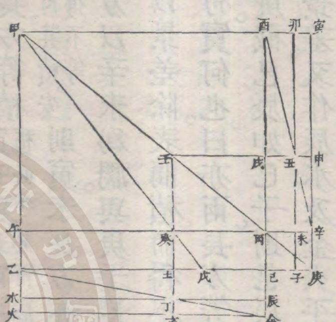


答曰木高四十尺。隔水遠二丈五尺。

法置表十尺。減人目四尺。餘六尺。以兩表相去一十五尺乘之。得九十尺爲實。又以前後退行步相減。餘三尺爲法。除之得三十尺。加表高十尺。得木高四十

尺。

另置兩表相距一十五尺以前表退行五尺乘之得七十五尺爲勾實。原名股實。按修爲股。廣爲句。今所求者係相距之遠。乃句也。原名股實者非是。仍以前法三尺除之得木距前表二十五尺。即隔水之遠。



論曰。癸土爲前表減人目之餘。六尺丙已爲後表減人目之餘。亦六尺。丙癸爲兩表相距。十五尺已土同。以丙已或癸土乘已土。得丙土長方。即表間積也。於後表退行之已庚。八尺內減去前表退行之戊土。五尺即已子。餘庚子三尺。即景差也。其以景差除表間積而得木高何也。因寅未長方與丙土長方等積也。蓋丙土長方與申丙長方等積。居申庚土壬方內句股之兩旁故。而申丙長方又與寅未長方等積。寅丑與丑丙兩長方。居寅辛丙酉方內勾股之旁。其積必等。於兩形內各加同用之申未。則成寅未與申丙。其積安得不等。則寅未長方亦必與丙土長方等積可知矣。寅未長方以辛未爲濶。與庚子景差等。以寅辛爲長。與甲午木高等。故以景差除表間積。而得木高也。其以前表退行乘兩表相距爲句實何也。曰亦兩長方等積故也。試引丙已至金。截已金如已庚。截已辰如已子。則已辰即戊土。已子即戊土。度已辰既如已子。故即戊土。辰金即景差。又作辰水及金火平行綫。引乙至火。聯爲已火長方形。又引土至亥。復作乙金斜綫。則其理著矣。

假如海島在望。欲測其高遠。立前後兩表各長三丈。相去五百丈。乃從前表退行六十丈。又立三尺短表。人目之高。窺望二表與島

峯參合復從後表退行六十二丈亦立三尺短表窺望二表與島峯參合問海島高遠各若干

答曰島高三里一百三十八丈　遠八十三里六丈

法置表三丈減去短表三尺即人目餘二丈七尺以乘兩表相去五百丈得一千三百五十丈爲實又以兩退行步相減餘二尺爲法除之得六百七十五丈加表高三丈共六百七十八丈以里法一百八十丈收之得三里零一百三十八丈爲島高

又置表間相去五百丈以前表退行六十丈乘之得三萬丈爲句實亦以所餘二丈爲法除之得一萬五千丈以里法收之得八十三里零六丈爲距島之遠也圖解同前