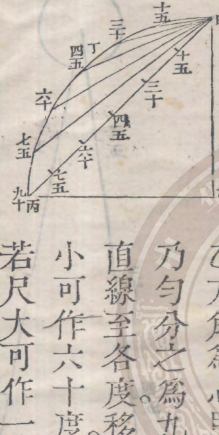
梅氏叢書輯要卷九

度算釋例二

第六分圓線即各弧之通弦也。舊名分弦線。亦曰分圈。

分法有二。一以量。一以算。

以量分　法作半方形如甲乙丙。令甲丙斜弦與本線等長。以乙方角為心。甲為界。作象限弧如甲丁丙。乃勻分之為九十度。各識之。次從甲點作直線至各度。移入斜弦上。識其號。若尺小可作六十度。即本線之長為六十度號。若尺大可作一百八十度。即本線之半為六十度號。

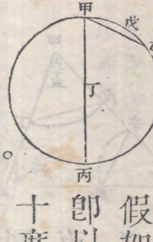


以算分　法查八線表正弦數倍之為倍度之通弦。假如求六十度通弦。即以三十度之弦五〇〇〇〇。倍之得一〇〇〇〇〇。即六十度之通弦。他皆若是。

試法。十八為半周十之一。即全圜二十之一也。三十六為半周五之一。即全

圈十之一。四十五爲半周四之一。卽全圈八之一。七十二爲半周五之二。卽全圈五之一。九十爲半周之半。卽全圈四之一。謂一象限。百二十度爲半周三之二。卽全圈三之一。

用法一　有圓徑求若干度之弧。以半徑當六十度取之。



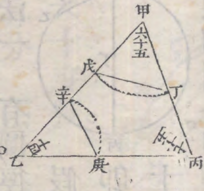
假如有甲乙丙全圈。有甲丙徑求五十度之弧。卽以甲丙徑半之于丁。以甲丁半徑爲本線六十度之底定尺。而取五十度之底。如甲乙直線。以切圓分。卽得甲戊乙弧爲五十度。如所求。

用法二　若以弧問徑。則反之。

如先有弧分如甲戊乙爲五十度。而問全徑法。從弧兩端聯之。作直線甲乙。用爲本線五十度之底定尺。而取六十度之底爲半徑甲丁。倍之得全徑甲丙。

用法三　直線三角形求量角度。

法以角爲心。任用規截角旁兩線。作通弦。如法得角度。

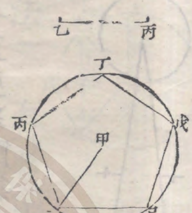


假如甲丙乙三角形。不知角法。任用甲丁度。以甲爲心。作虛圈。截甲丙線于丁。截甲乙線于戊。次作丁戊直線。次卽用甲丁原度。以乙爲心。如法截甲乙于辛。截丙乙于庚。作辛庚直線。末以甲丁爲六十度之底定尺。乃用丁戊爲底。進退求其等度之號。得甲角之度。用辛庚爲底。亦得乙角之度。合兩角減半周。得丙角度。

如甲角六十五。乙角四十。則丙角必七十五。

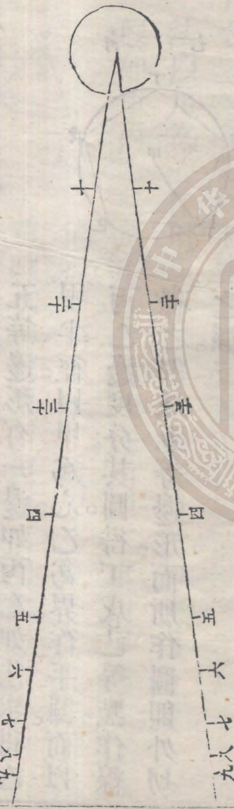
用法四　平面等邊形求其徑。

假如有五等邊平面形。欲求徑作圖。即對角輳心直線。法以設邊為分圓線七十二度之底。而取其六十度之底為半徑。以作平圓。末以原設邊為度分其周為五平分。即成五等面如所求。他等邊形並同。



五等邊形有一邊如丙乙。如法求得乙甲半徑。以甲為心。乙為界。作平圓。而以丙乙邊度分其圓。得丁。戊。己等點。作線聯之。即成五等邊形。而所作圓即外切之圓。

第七正弦線舊名節氣線。然正弦為用甚多。不止節氣一事。不如直言正弦以免掛漏。

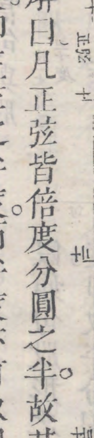


正弦線不平分。亦近樞心大而漸遠漸小。與分圓同。

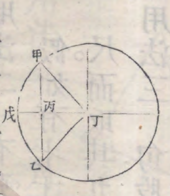
分法　全尺為一百平分。尺大可作一千。于正弦表取數。從樞心至各度分之。每十度加號。

簡法　第一平分線可當此線。其線兩旁一書平分號。一書正弦號。

又法　分圓線可當此線。以分圓線兩度當正弦一度。紀其號。假如分圓六十度斷。即紀正弦三十。但分圓之號直書。則正弦橫書以別之。



解曰凡正弦皆倍度分圓之半。故其比例等。然則分圓之一度。即正弦之半度。而半度亦可取用。爲尤便也。



如圖甲乙爲通弦。甲丙乙丙皆正弦。

用法一　有設弧求其正弦。法以九十度當半徑。

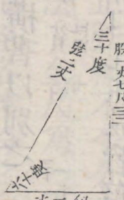
假如有七十五度之弧求正弦。即以本圈半徑爲九十度之

底定尺。而取七十五之底爲正弦。如所求。

用法二　有弧度之正弦數求徑數。則以前條反用之。

假如有七十五度之正弦數。即用爲本線七十五度之底定尺。而取其九十度之底。得半徑數。

用法三　句股形有角度有弦求句求股。法以弦當半徑。正弦當句與股。

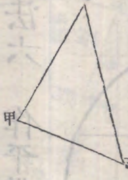


假如句股形之弦二丈。有對句之角三十度。即取平分線之二十當弦數。爲正弦線九十度之底。而取三十度之底。得一十。即其句一丈。

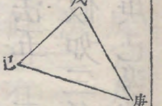
又于其角之餘弦即六十度正弦。取底。得一十七又三之二弱。即其股爲一丈

七尺三寸二分。
若以句求弦則反之。如句一丈。其勾與弦所作之角爲六十度。其餘角三十度。卽取一十數爲三十度之底定尺。而取九十度之底。得二十。命其弦二丈。

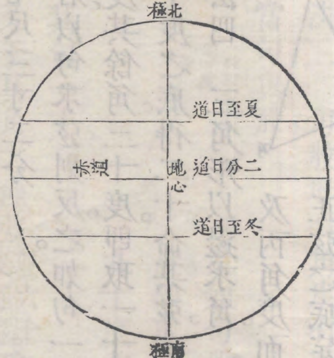
用法四　三角形以邊求角。　假如三角形有乙甲邊。甲丙邊。及丙角度。而求乙角。法以乙甲邊數爲丙角正弦之底定尺。而以甲丙邊數爲底進退求其等度取正弦線上號爲乙角度。如所求。



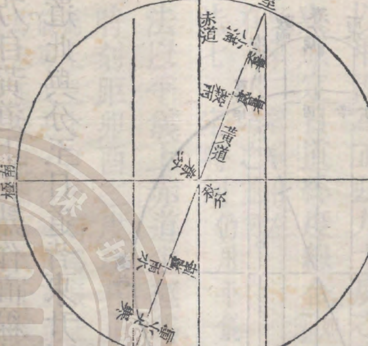
用法五　三角形以角求邊。
假如三角形有戊角度。已角度。及庚已邊。而求庚戊邊。法以庚已邊爲戊角正弦之底定尺。而取已角正弦之底。得數卽爲庚戊邊。如所求。　餘詳三角法舉要。



用法六　作平儀。求太陽二至日離赤道緯度。
如圖以十字分大圓直者爲兩極。橫者爲赤道。橫直交于圓心。卽地心也。赤道卽春秋分日行之道也。地心至兩極半徑爲正弦線九十度之底。定尺取二十三度半之底。于地心上下各作點于直線。于

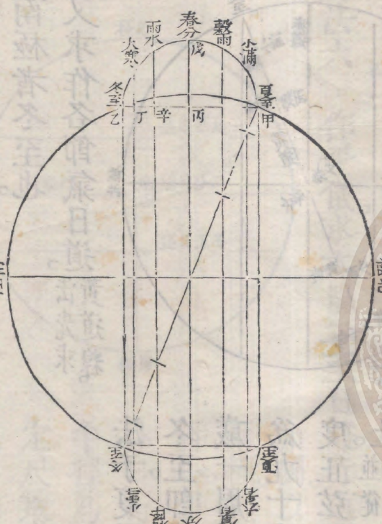


此點作橫線與赤道平行。即為二至日道。近北極者夏至。近
南極者冬至也。
又求作各節氣日道。法先求黃道線。



法于夏至作斜線過地心至
冬至。即成黃道日行其上。一
歲一周天者也。以黃道半徑
為九十度之底。定尺每十五
度正弦取底。移至黃道半徑
上。並從地心起度。于地心上下各識
之。即各節氣日躔黃道上度
也。或三十度取底。則所得皆中氣。

乃自黃道上各點作直線。並與赤道平行。即各節氣日行之
道。此與分至日道皆東升西沒。一日一周者也。其各線兩端

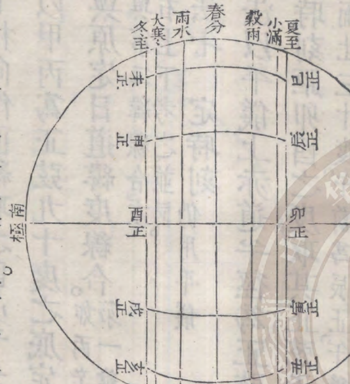


抵大圓處。即各
節氣赤道緯度
也。春分以後在
赤道北。秋分以
後在赤道南。
試法。于二至日
道兩端作橫線
聯之。如甲乙。次以
此橫線之半為

度如乙丙過赤道處如丙爲心。作半圈于大圜之上。如乙戊甲半圈。亦如法作半圈于下。下兩半圈各勻分十二分作識。若但求中氣可分六分。上下相向作直線聯之。即必于先所作日行道合爲一線。又以甲丙爲正弦九十度之底定尺。而于其各正弦取底。亦即與原定日道緯度線合。如丙辛三十度之正弦也。與赤道旁第一緯線合。丙丁六十度之正弦也。與第二緯線合。左右上下考之並同。

用法七　定時刻　仍用平儀

法以平儀上赤道半徑爲正弦線九十度之底定尺。而于各時刻距卯酉之度。取其正弦于赤道作識。過兩極軸線處。即卯正酉正也。距此而上三十度。午前爲辰正。午後爲申正。距此而下三十度。子前爲戌正。子後爲寅正。距此而上六十度。午前爲巳正。午後爲未正。距此而下六十度。子前爲亥正。子後爲丑正。至圓周處。上爲午正。下爲子正。即春秋分之時刻也。欲作各時初正及刻。準此求之。並以正弦爲用。每時分初正。各加距十五度。初正又加分四刻。每刻加距三度又四分之三。並取正弦。如前法。又以二至日道之半徑爲正弦九十度之底定尺。如法取各正弦作識。即二至之時刻也。



末以分至線上時刻作弧線聯之。即得各節氣之時刻。

準此論之。平儀作時刻。亦用正弦。此例規解以正弦名節氣線。切線名時刻線。區而別之。非是。

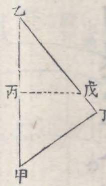
第八切線舊名時刻線今按平儀時刻原用正弦惟以日景取高度定時刻斯用切線耳又如渾蓋通憲等法亦皆切線其用甚多故不如直名切線

切線不平分先小漸大至九十度竟平行無界故只用八十度或只作六十度亦可

分法　簡切線表六十度之切線一七三卽取本尺度於平分線上一七三定尺爲底次簡切線表各十度之數取底加識

用法一　三角形求角

假如乙甲丁三角形求乙角任截角旁線于丙得乙丙十寸自丙作垂線戊丙量得七寸次用十數爲切線四十五度之底定尺而以戊丙七數爲底進退求等度得三十五度爲乙角

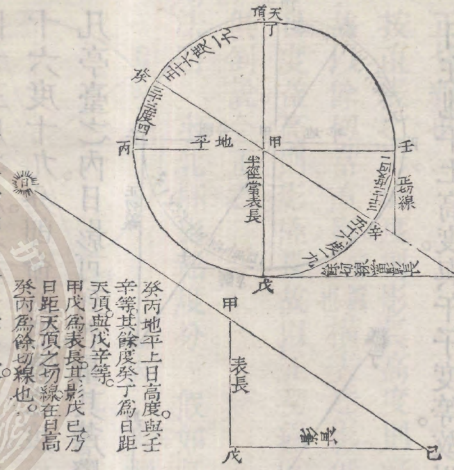


用法二　求太陽地平上高度用直表

法曰凡地平上植立之物皆可當表以表高數爲切線四十五度之底定尺而取表影數爲底進退求等度得日高度之餘切線

假如表高一丈影長一丈五尺法以一丈作十數當表高爲

切線四十五度之底。定尺次以一丈五尺作十五數當影長為底。進退求等度。得五十六度十九分。為日高之餘度。以減九十度。得日高三十三度四十一分。



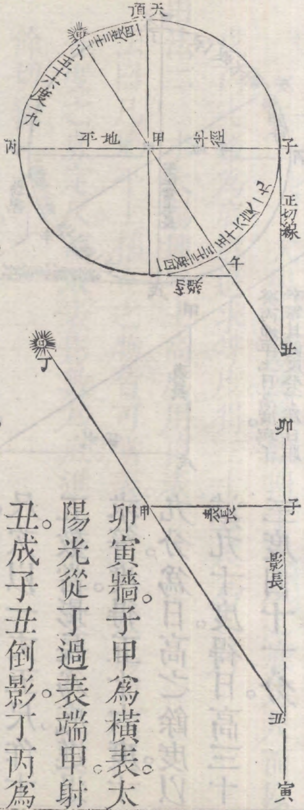
癸丙地平上日高度。與壬辛等。其餘度癸丁為日距天頂。與戊辛等。甲戊為表長。其影戊己。乃日距天頂之切線。在日高癸丙為餘切線也。

用法三 求太陽高度用橫表

植橫木于牆。以候日影。即得倒影。為正切線之度。

假如橫表長六尺。倒影在牆壁者長一尺五寸。法用橫表為四十五度之底。定尺次以十五數當影長。進退求等度。得五十六度十九分。即命為日高之度。

凡亭臺之內日影可到者。量其簷際之深。可當橫表。



卯寅牆。子甲為橫表。太陽光從丁過表端甲射丑。成子丑倒影。丁丙為日在地平上高度。與午子度等。故以子丑倒影為日高度之

正切線也

按直表之影低度則影長高度則漸短日度益高則影極短故以餘切當直影前圖是也橫表之影低度則影短高度則漸長日度益高則影極長故以正切線當倒影後圖是也比例規解乃俱倒說今正之

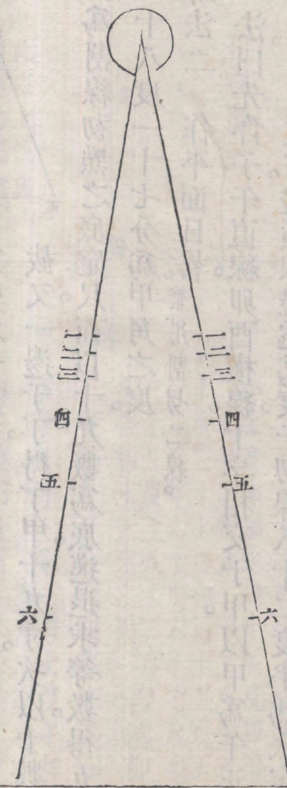
用法四 求北極出地度分 假如江寧府立夏後九日午正立表一丈測得影長爲二尺四寸法以一百數當表高爲切線四十五度之底定尺而以二十四數爲底進退求等數得一十三度半如法以減九十度得七十六度半爲日出地平上

高度簡黃赤距度表是日太陽北緯一十九度以減日高度得赤道高五十七度半轉減九十度得北極高三十二度半捷法以直表所得一十三度半加太陽北緯十九度卽得三十二度半爲北極高度 解曰直表所得太陽距天頂度也加北緯卽赤道距天頂度亦卽北極出地度

又如順天府立春後四日如法用橫表三尺得倒影二尺一寸依切線法求得日高三十五度簡表得本日太陽南緯一十五度以加日高度得赤道高五十度以減九十度得北極高四十度

第九割線

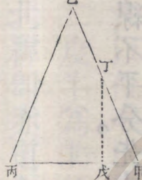
舊名表心線。今按割線非表心。又割線之用甚多。非只作日晷一事。故直名割線爲是。



割線不平分。先小後大。並與切線畧同。故亦只作八十度。或只作六十度亦可。

分法　用割線本表六十度之割線二○○○。以本尺度於平分線上二○○○定尺爲底。次取每十度之底加識與切線同。

用法一　三角形以割線求角。



假如有甲乙丙三角形。求甲角法。任于甲角旁之一邊截戊甲十寸。作垂線如戊丁。截又一邊于丁。得丁甲十九寸。次以十數爲割線初點之底定尺。而以十九數爲底進退求等數。得五十八度一十七分。爲甲角之度。

用法二　作平面日晷　兼用割切二線。

法曰。先作子午直線。卯酉橫線。十字相交于甲。以甲爲午正時。從甲左右儘橫線盡處爲度。于切線八十二度半爲底定尺。次于本線七度半取底。向卯酉橫線上識之。自甲點起爲

日晷圖

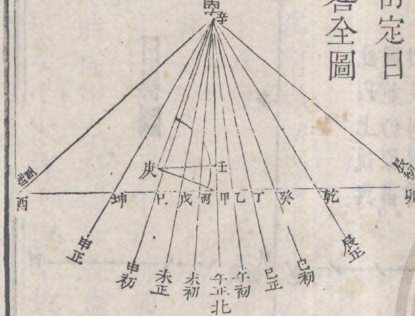
此以上說與圖。並仍原書。以後則原書有訛。今訂定。

第一時。如甲丙甲乙次每加七度半取底如前作識爲各時分。如七度半加之成十五度。即第二時。又遞加。如二十二度半。三十度。三十七度半。四十五度。五十二度半。六十度。六十七度半。七十五度。至八十二度半。合線末元定之點。若遞加三度四十五分而取底作識。即每時四刻全矣。按每七度半加點。乃二刻也。今每三度四十五分。則一刻加點。

訂定法曰。横線上定時刻訖。次取甲交點左右各十二刻之度。即元定四十五度之。爲割線上北極高度之底定尺而取割切線。亦即半徑全數。

線初點之底爲表長。如壬庚。次以表長當半徑爲切線四十五之底定尺。而檢北極高度之正切取底自甲點向南截之。如甲壬。以壬爲表位。又于北極高度之餘切線取底。自表位壬向南截之。如壬辛。以辛爲晷心。末自晷心辛向横線上原定時刻作斜直線。引長之。得時刻。時刻在子午線西者。乙爲午初。丁爲巳正。癸爲巳初。又加之。即辰正。又加之即辰初。在子午線東者。丙爲未初。戊爲未正。己爲申初。又加之即申正。

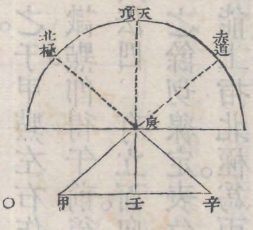
訂定日晷全圖



又加之卽酉初並遞加四刻。

謹按卯酉線卽赤道線也二分之日日躔赤道。日影終日行其上庚甲割線正對赤道正午時日影從庚射甲成庚甲影弦若巳末午初則庚點之影不射甲而射乙。而庚甲影弦如半徑乙甲如切線矣以庚甲爲切線上半徑而遞取各七度半之切線以定左右各時刻之點。並日影從庚所射也然此時庚甲之度無所取故卽用赤道線四十五度之切線代之用切線實用庚甲也。庚甲既爲切線之半徑則必與四十五度之切線同長。以四十五度當半徑而取切線以定時刻此天下所同也。然赤道高度。隨各方北極之高而變庚甲割線何以能常指赤道則必于表之長短及表位之遠近別之故以庚甲當北極高度之割線而取其初點爲表長初點者半徑也本宜以半徑求割線今先有割線故轉以割線求半徑也既以庚壬表長爲半徑庚甲爲割線則自有壬甲切線而表位亦定矣表位既定則庚甲影弦能指赤道矣何以言之表端壬庚甲角既爲極高度則甲角必赤道高度而庚甲能指赤道也故北極度高則庚角大甲角小而庚壬表短壬甲之距遠北極度低則赤道高甲角大而庚壬表長壬甲之距近比例規解乃以表位定于卯點失其理矣遂復誤以割線爲表長餘割線爲晷心而强以割線名爲表心線名實盡乖貽誤來學此皆習其業者原未深諳強爲作解而卽有毫釐千里之差立法

者之精意亡矣故特爲闡明之。



庚壬表上指天頂。下指地心。爲半徑。
壬表位。壬甲爲正切線。
辛晷心。辛壬爲餘切線。
甲角即赤道高度。
壬庚甲角即北極高度與辛角等。

用法三　先有表求作日晷。借用前圖可解。

法先作子午直線。任于線中定一點爲表位如壬。乃以表長數壬庚爲切線四十五度之底定尺。而取本方北極出地度之底得壬甲正切度。于表位北作點如甲。次于甲點作卯酉橫線與子午線十字相交。即赤道線春秋分日影所到也。又取

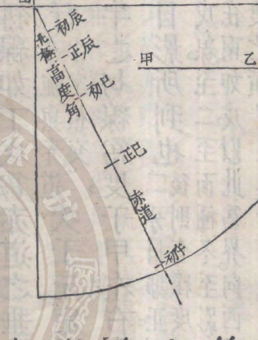
極高餘度之底得壬辛餘切線。于表位南作點如辛。即晷心也。若自表端庚作直線至晷心辛即爲兩極軸線。辛指南極。庚指北極也。次以表長庚壬與壬甲正切相連作正方角。則庚壬如句。壬甲如股。而取其弦線庚甲即極出地正割線也。次以庚甲爲切線四十五度之底定尺。而各取七度半之底累加之。于甲點左右作識于卯酉橫線上。末自晷心辛作線向所識點。即得午前後時刻並如前法。

用法四　有立面向正南作日晷。並同平面法。但以北極高度之餘切線定表位。以正切線定晷心。則自晷心作線至表端。能上指北極。爲兩極軸線。又立晷書時刻並逆旋。與平面反。然以立晷正立于北。與平晷相連成垂線。則其時刻一一相

符。

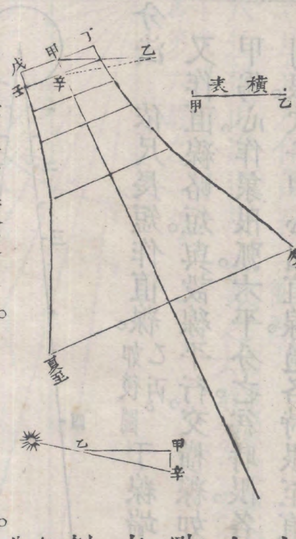
用法五　用橫表。作向東向西日晷。

假如立面向正東。法于近南作直線。上指天頂。下指地心。近



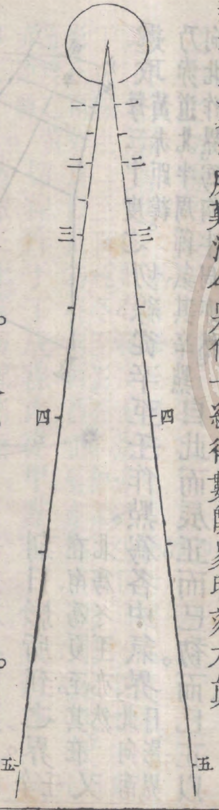
上作橫線。與地平相應。兩線相交于甲。以甲爲心。與兩線間作象限弧。自下起數至本方北極出地度止。自此向甲心作斜直線。以分弧度。此線即爲赤道。次以甲爲表位。用橫表乙甲之長數。爲切線四十五度之底定尺。遞取十五度切線。從心向赤道線累加之作識。定時。即春秋

分日影所到也。若分二刻。則遞取七度半。細分每刻。則遞取三度四十五分。次于甲心作橫斜線。如丁戊。爲赤道之垂線。其餘時刻點。各作線與丁戊平行。亦並與赤道十字相交。次于元定尺上。即以表長爲十五度所定。取二十三度半之切線爲度。于甲左右截之爲界。如丁甲。如戊甲。即二至卯正時日影所到也。二分日卯正。則乙甲表正對日光無影。分前後則有緯度。而影亦漸生。日日不同。然不離丁戊線。至二至而極。冬至影在北。如丁。夏至影在南。如戊。以此爲界。向西酉正時亦然。仍用元尺取十五度之黃赤距緯。切線作于丁戊線內。從甲點左右作識。得各節氣卯正日影。或取三十度切線。則所得每月中氣。酉正亦然。次以乙甲表長爲割線初點之底定尺。而取十五度之割線爲二分日在辰初刻之影弦。如乙辛。即天元赤道上日離午線十五度。其光過乙至辛所成也。就以乙辛割線爲切線四



十五度之底。而取二十三度半之底。自辛點左右截橫線。並如辛壬爲冬夏至辰初刻日影所到之界。辛壬在南。爲夏至。其在北爲冬至亦然。又遞取每三十度之黃赤距緯。切線。從辛至壬作點。爲各中氣界。此向南日影界。乃赤道北半周節氣。其辛點向北作界。爲南半周亦然。自此而辰正。而巳初而巳正。以至午初。並同。乃于節氣界作線聯之。即成正東日晷。其面正西立晷作法並同。但其時刻逆書。自下而上。最下爲未初。次未正。次申初。次申正。次酉初。而至酉正。則橫表正對日光而無影矣。此亦二分日酉正也。其餘節氣亦有短影。而不出本線與卯正同。

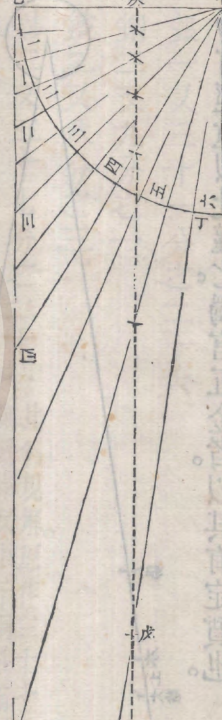
新增時刻線以切線分時刻。本亦非誤。但切線無半度。取度難清。今另作一線。得數既易。時刻尤真。



分法　依尺長短作直線。如後圖乙丙。于線端作橫垂線。如乙甲爲乙丙垂線。又作直線略短。與設線平行。交橫線如十字。如甲已線交橫線于甲。以甲爲心。作象限弧。六平分之。爲時限。各一分內四平分之。爲刻限。次于甲心出直線。過各時限至直線。成六時。過各刻限

者戊刻。乃作識紀之。並如後圖。

尺短。移直線近甲心取之。移進線並與原直線平行。以遇第六時第二刻爲度。如庚戊虛線。遇丁戊線于戊。卽戊爲第六時之二刻。



用法　凡作日晷。並以所設半徑置第三時爲底。定尺而取各時刻之底。移于赤道線上午前午後。並起午正左右爲第一時。依次加識。卽各得午正前後時刻。並如前法。

第十五金線　卽輕重之學。

物有輕重。以此權之。獨言五金者。以其有定質也。

五金之性情。有與七政相類者。因以爲識。

金太陽　水銀水星　鉛土星　銀太陰　銅太白　鐵火星　錫木星

分法　用各分率及立方線

比例率（先取諸色金造成立方體其大小一般無二乃權其輕重以爲比例。）

黃金一

水銀一又七十五分之三十八（儀象志作九十五分之三十八）

鉛一又二十三分之一十五

銀一又三十一分之二十六

銅二又九分之一

鐵二又八分之三

錫二又三十七分之二十一（比例規解。原作三十七分之一。則錫率反小于銅鐵。而輕重之序乖。今依儀象志。）

金體最重。故以爲準。自尺心向外。任定一度。爲金之根率。自此依各率增之。並以金度爲立方線上十分之底。定尺次依各率爲底。進退求等數。取以爲各色五金之根率。自心向金率點外作識。

解曰。此同重異積之率也。于立方線上求得方根。作識于尺。則同重異根之率也。金體重。則其積最少。（謂立方體積。）各色之金（謂銀鉛等。）體並輕于金。故必體積多。而後能與之同重。然立積雖有多少。非開方不得其根之大小。故必于立方線求之也。

又解曰。先以同大之立方權之。得各率者。同根異重之率也。而即列之爲同重異根之率。何也。蓋以根求重。則金最重。而他率輕。以重求根。則金最小。而他率大。其事相反。然其比例則皆等。假如金與銅之比例爲一與二強。若體同大。則金倍重于銅矣。若其重同者。則銅之體必倍大于金。其理一也。

又法　用立方根比例率

黃金一六六弱　若金立方根一百六十六。銀立方根

水銀一九一弱　二百〇四。則其重相等。他色倣此

鉛二〇二　今本線用此。以二二八爲末點。依各

銀二〇四　色之根作識。

銅二一三

鐵二二二

錫二二八

用法一　有某色金之立方體。求作他色金之立方體與之同重。或立圓及各種等面體並同。

假如有金球之徑。又有其重。今作銀球與之等重。求徑若干。法以金球徑數。置本線太陽號爲底定尺。而取太陰號之底數。作銀球之徑。卽其重與金球等。

用法二　若同類之體。其根同大。求其重。

假如有金銀兩印章。體俱正方。而其大等。旣知銀重。而求金重。法以銀圖章之根數。置太陰號爲底定尺。而取太陽號底數。次于分體線上。以銀章重數爲兩弦。太陽號底數爲底定尺。而轉以太陰底數（卽銀章根數。）進退求等弦得數。卽金章之重。

附輕重比例三線法

重學爲西法一種。其起重運重諸法。以人巧補天工。實宇宙有用之學。五金輕重。又重學中一種。蓋他物難爲定率。可定者獨五金耳。然比例規解雖載其術。而數多牴牾。未可全據。愚參以

靈臺儀象志其義始確因廣之為三線曰重比例曰重之容比例曰重之根比例既列之矩算復為之表若論以發其凡康熙壬戌長夏

重比例 異色之物體積同輕重異

水與蠟若廿二與廿一	一九八	一八九
與蜜若二十與廿九	一二○	一七四
與錫若五與三十七	○二五	一八五
與鐵若一與八	○二四	一九二
與銅若一與九	○二一	一八九
與銀若三與三十一	○一八	一八六
與鉛若二與廿三	○一六	一八四
與澒若七與九十五	○一四	一九○
與金若一與十九	○一○	一九○

解曰重比例者同積也積同而求其重則重者數多輕者數少若反其率則為容積比例矣

用法 假如有金一件不知重法以水盛器中令滿權其重乃入金其中則水溢溢定出金乃復權之則水之重必減于原數矣乃以所減之重變為線于比例尺置于水點為底乃于金點取大底即金重也 又如有玉刻辟邪今欲作銅者與之同大問用銅幾何法如前以玉器入水取水減重之數置水點為底取銅點大底即得所求若作諸器用蠟為模亦同或作蠟輕難入水者竟以蠟重于蠟點為底而取銅點大底更妙也

重之容比例。輕重同。則容積異。亦謂異色之物。

蠟與水若廿一與廿二	一八九	一九八
水與蜜若廿九與卅	一七四	一二〇
與錫若卅七與五	一八五	〇二五
與鐵若八與一	一九二	〇二四
與銅若九與一	一八九	〇二一
與銀若三十一與三	一八六	〇一八
與鉛若卅三與二	一八四	〇一六
與湏若九十五與七	一九〇	〇一四
與金若十九與一	一九〇	〇一〇

解曰。容比例者。同重也。同重而求其積。則重者積數少。輕者積數多。反其率。亦即為輕重之比例矣。

又解曰。容積比例以立方求其根。則為根比例矣。故輕重當為三線也。

用法 假如有水若干重。盛器中滿十分。有湏與水同重。盛此器中。問幾何滿。法以水滿十分之數作水點之底。而取湏點小底。則知湏在器中得幾分。

用法二 有同重之兩色物。欲知其立方根。法以容比例求其同重之積。再于分體線求其根。

用法三 有金或銅錫等。不知重。法如前入水求得水溢所減之重。變為線。乃以水重置金點為底。若銅錫。亦置銅錫點。于水點取大底。此借容比例求重。故反用其率。若用蠟模鑄銅器。亦以蠟重置銅點為底。

而于蠟點取大底。即得合用銅斤。

解曰有二法。三法則只須容比例一線足矣。葢反用之。可以求重。既得容。可以求根。用三線者取其便。用一線者取其簡。可任意爲之也。

又容比例 附

金與湏若五與七
與鉛若廿三與三十八
與銀若三十一與五十七
與銅若九與十九
與鐵若八與十九
與錫若三十七與九十五
與螽若廿九與三百八十。
與水若一與十九
與蠟若廿一與四百一十八

又容比例

金	○一○○○○○○
湏	○一四○○○○○○
鉛	○一六五二一七三
銀	○一八三八七○九
銅	○二一一一一一一
鐵	○二三七五○○○
錫	○二五六七五六七
螽	一三一○三四四八

水	一九○○○○○○
蠟	一九九○四七六一

解曰容比例有三率也其實一率而已第一率以水爲主取其便用也第二率以金爲主取其便攜也第三率平列乃立方之積數也其作線于尺則皆一率而已矣

此外仍有通分之法亦愚所演然其理皆具原表中故仍載原表而附之如後

輕重原表

	蠟	水	蜜	錫	鐵	銅	銀	鉛	澒	金
金	十九又廿一之十九	十九	十三又廿九之三	二又廿七之卅一	二又八之三	二又九之一	一又卅一之廿六	一又廿三之十五	一又九十五之卅八	一
澒	十四又二百四十七之卅二	十三又七之四	九又二百○三之七十三	一又二百五十五之二百廿一	一又五十六之卅九	一又六十三之卅二	一又二百七之六十八	一又二百六十一之廿九	一	
鉛	十二又廿一之一	十一又二之一	七又廿九之廿七	一又七十四之四十一	一又十六之七	一又十八之五	一又六十二之七	一		
銀	十又六十三之五十二	十又三之一	七又八十七之十一	一又二百十一之四十四	一又廿四之七	一又廿七之四	一			
銅	九又廿一之九	九	六又廿九之六	一又卅七之八	一又八之一	一				
鐵	八又廿一之八	八	五又廿九之十五	一又廿七之三	一					
錫	七又一百○五之八十九	七又五之二	五又廿九之三	一						
蜜	一又三百十○之二百○九	一又廿分之九	一							
水	一又廿一之一	一								
蠟	一									

右表靈臺儀象志所引重學一則也其法同重者以直推見容積同積者以横推見重重比例容比例皆在其中矣既得容可以求根則根之比例亦在其中矣比例規解五金線蓋

原于此原書金與蠟之比例訛廿一為廿九今改定。

通分法亦容比例之率。

分母

湏九五

鉛廿三乘得二一八五

銀三十一又乘得六七七三五

銅〇九又乘得六〇九六一五

鐵〇八又乘得四八七六九二〇

錫三十七又乘得一八〇四四六〇四〇為金率

以湏分母九十五除金率得一八九九四三二以乘分子三十八得七二一七八四一六加金率得二五二六二四四五六為湏率。

以鉛母廿三除金率得七八四五四八〇以乘子十五得一一七六八二二〇〇加金率得二九八一二八二四〇為鉛率

以銀母卅一除金率得五八二〇八四〇以乘子廿六得一五一三四一八四〇加金率得三三一七八七八八〇為銀率

以銅母九除金率得二〇〇四九五六〇以乘子一得如原數加金率二得三八〇九四一六四〇為銅率

以鐵母八除金率得二二五五五七五五以乘子三得六七六六七二六五加金率二得四二八五五九三四五為鐵率

以錫母卅七除金率得四八七六九二〇以乘子廿一得一〇二四一五三二〇加金率二得四六三三〇七四〇〇為錫

率。

金	一八〇四四六〇四〇	一八強 各取首三位	日	三六強 加倍
頊	二五二六二四四五六	二五少強	水	五〇半強
鉛	二九八一二八二四〇	二九太強	土	五九半強
銀	三三一七八七八八〇	三三少弱	月	六六少強
銅	三八〇九四一六四〇	三八強	太白	七六少弱
鐵	四二八五五九三四五	四二太強	火	八五太弱
錫	四六三三〇七四〇〇	四六少強	木	九二太弱

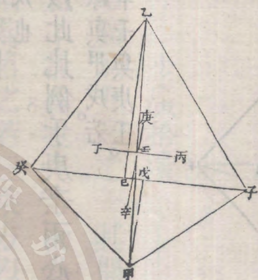
按自古歷算諸家。于尾數不能盡者多不入算。故曰半已上。收爲杪已下棄之。其有不欲棄者則以太半少強弱收之。假如一百分則成一整數。九十爲一弱。百一十爲一強。二十五爲少卽四分之一也。若二十爲少弱。三十爲少強。五十爲半。四十爲半弱。六十爲半強。七十五爲太卽四分之三也。七十爲太弱。八十爲太強。

重之根比例 異色同重之立方。

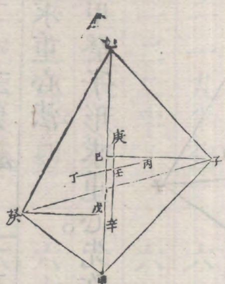
金	一〇〇	折半 五〇	四之三 〇七五
頊	一一二弱	五六	〇八四弱
鉛	一一九半強	六〇	〇八九半強
銀	一二二半	六一	〇九二弱
銅	一二八少強	六四	〇九六少弱
鐵	一三三半弱	六七	一〇〇少弱
錫	一三六太強	六八	一〇二半強
蜜	二三五太強	一一八	一七六太強

水二六六太強	一三三	二〇〇
蠟二七三弱	一三六	二〇四太弱

附求重心法



乙甲癸子形求重心。先作甲乙線。分爲乙子甲乙癸甲兩三角形。次用三角形求心術。求得乙子甲形之心在丙。乙癸甲形之心在丁。作丙丁線聯之。又作子癸線。分爲癸乙子癸甲子兩三角形。求癸乙子形之心在庚。癸甲子形之心在辛。作庚辛線聯之。此二線相交于壬。則壬爲本形心。卽重心也。試作乙巳正角線至子癸線上。又作甲戊線至子癸線上。此兩線之比例。卽兩形大小之比例也。法爲癸乙子形與癸甲子形之比例若乙巳與甲戊也。以此比例。于庚辛兩心距線上。求得壬點爲全形之重心。法爲乙巳線與甲戊。若辛壬與庚壬。



如圖子巳與癸戊之比例。若丁壬與丙壬也。餘並同前圖。

一 子巳與癸戊二線并
二 子巳
三 丁丙
四 丁壬

終

梅氏叢書輯要卷十

宣城梅文鼎定九甫著

男以燕正謀甫學
孫 瑴成循齋 玕成肩琳 重校錄
曾孫 鈖敬名 釴用和 同校字

少廣拾遺

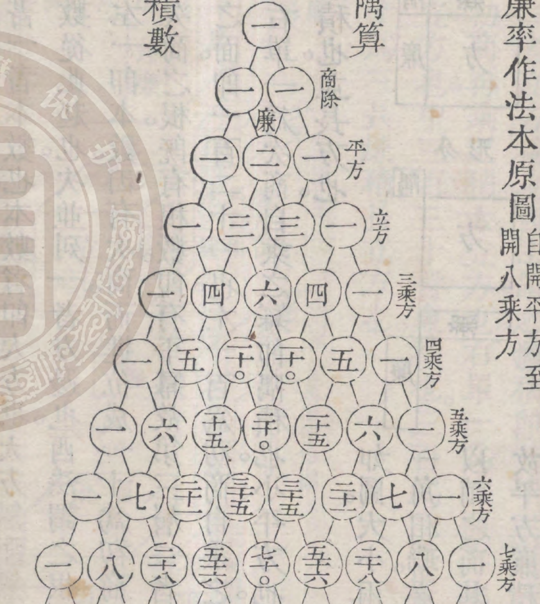
少廣爲九章之一。其開平方法爲薄海內外測量家所需。非隸首不能作也。平方而外有立方。以爲鑿築土方之用。課工作者猶能言之。若三乘方以上。知之者蓋已尠矣。嘗見九章比類歷宗算會算法統宗俱載有開方作法本原之圖。而僅及五乘。並無算例。同文算指稍變其圖。具七乘方算法。而不適于用。詮釋不無譌誤。西鏡錄演其圖爲十乘方。而舉數僅詳平立三乘一式而已。餘皆未及。康熙壬申余在都門。有友人傳遠問屬詢四乘方十乘方法。蓋諸乘方法。獨此二端不可以借用他法。而問者及之。竊喜朋儕中固自有留心學問之人。遂稍取古圖紬繹發其指趣。爲作十二乘方算例。頗覺詳明。然後知今日所用開平方法。迺算數家徑捷之用。而不及古圖之簡括精深也。

開方求廉率作法本原圖 自開平方至開八乘方

右爲隅算

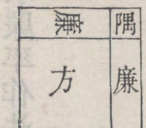
本積

左爲積數

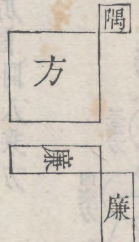


圖最上書一者本數也。本數者卽大方也。大方無隅。無乘除之可言。而數從此起也。次並列一一者方邊也。西法謂之根數。卽一十一也。左一卽本數。因有次商而進位。成一十爲初商之根。右單一爲次商之根。既有根數。卽有平冪。故第三層一二一者冪積也。西法謂之面。卽一百二十一也。左一百爲初商自乘之冪。卽大方積也。右單一爲次商自乘之冪。卽隅積也。小平方也。中二十則兩廉積也。並長方也。

平方總形

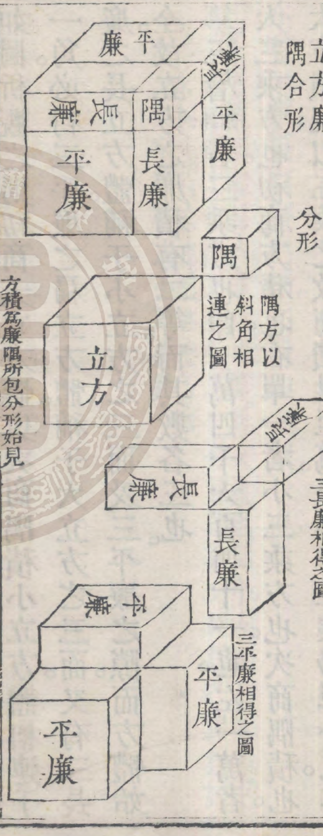


分形



如圖。大小兩方冪以一角相聯。必得兩廉以輔之。而其方始全。故平方廉積二也。

第四層一三三一者立方積也。西法謂之體積。即一千三百三十一也。左一千初商再乘之積大立方也。右單一為次商再乘之積隅積也。小立方也。中三百三十皆廉積也。三百為三平廉積扁立方也。三十為三長廉積長立方也。



方積爲廉隅所包分形始見

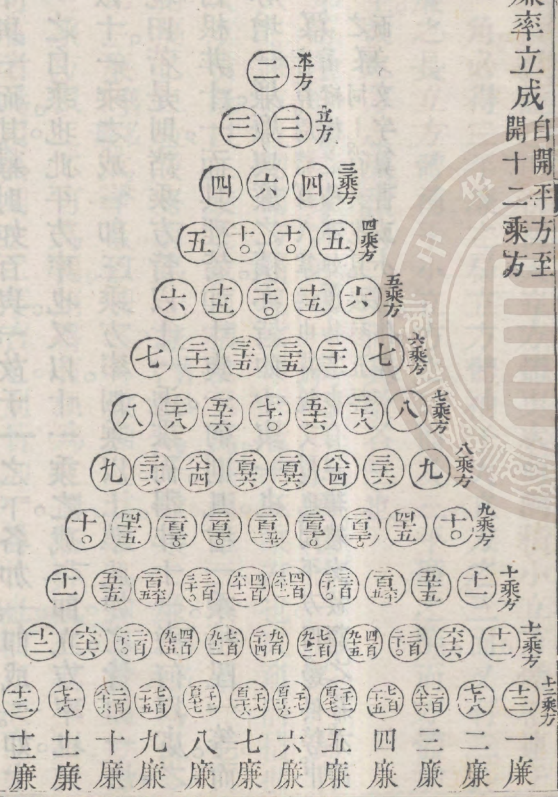
如圖。析觀之則初商大立方體與次商隅積小立方體相連于一角。必得三平廉之扁立方體補于大立方之三面。又有三長廉之長立方體補于小立方之三面及三平廉之隙而方體始全。故立方之廉積有二等。而其數各三也。

第五層一四六四一者三乘方也。即一萬四千六百四十一也。左一萬者大三乘方也。初商方積也。右單一者小三乘方也。次商隅積也。大方積既以三乘之故而積陞至萬。小隅雖三乘仍單一也。其相隔已三位。故必有第一廉舊名方法。爲千數。第二廉舊名上廉。爲百數。第三廉舊名下廉。爲十數。以補之。其數始足。其理亦如平方立方也。三乘方以上不可爲圖。諸書有强爲之圖者非也。然其理則有可言者焉。以其相生之序言之則皆加一算法也。初商次商如

十與一。而其冪則如百與一。故于一之下各加一。卽成一二一。如十一之自乘也。此平方率也。又以十一乘之。成一三三一。卽立方率也。又以十一乘之。成一四六四一。卽三乘方率。四乘以上準此加之。皆加一法也。曰若是則諸乘方皆以十一遞乘而得。非十一者何以處之。曰根非十一。而其理皆如十與一。何則凡增一乘。積陞一等。而亦增一廉。廉與廉之積。亦皆如十與一也。

冪音覓。周禮冪人掌供巾冪。說文。覆也。開平方四邊俱等。中函縱橫之積。亦如覆物之巾。有經緯縷文。故謂之冪。亦謂之面。冪文同上。省文也。見張參五經文字。算書或小寫作幂

廉率立成 自開平方至開十二乘方



廉率立成附說

凡開方一位除盡者無廉隅也。廉隅皆生于次商。次商之根必小于初商一等。而其小隅之體勢。必與初商之大方同狀。如再乘之隅卽小立方。三乘方之隅卽小三乘方。此可借初商表而降等求之。不必更立隅法也。廉法則不然。每增一乘。則廉增一等。如平方但有廉。立方則有平廉長廉。三乘方則有三種廉。四乘方則有四種廉。其廉之等並與其乘數同增。而廉亦加多。如平方只二廉。立方則平廉長廉各三。三乘方則三種廉。共有十四。四乘以上。則更增而多。如圖所列。此廉率所由立也。

問廉既有等。如平方廉爲十。立方廉爲十爲百之類。而今廉率只作單數用何也。曰此廉之數也。非廉之積也。廉積有等。則既于其次序分之矣。挨次乘之。其等自見。如第一廉。必小于初商大方一等。第二廉又小一等。其最末之廉必大于小隅一等。各乘方皆如是。若同一等中。應各有若干廉。必先知之而後可用。故立成中所列皆單數。

問古圖以右爲隅法。其序自左而右。今廉率之序自右而左。何也。曰既皆作單數用。則左右一也。今依筆算自右而左便于取用故也。廉法相生之序左右同數。如立方平廉三。長廉亦三也。三乘方第一廉四。第三廉亦四也。其近大方有若干廉。則其近小隅亦有若干廉。故左右並同。可以左爲初商大方。右爲小隅。亦可以右爲大方。而左爲小隅。此亦見古圖之妙也。

問舊有方法廉法之目。今概曰廉法何也。曰開方法有方有廉有隅。其初商自乘卽方也。次商自乘卽隅也。方與隅之間次商初商相乘而得者皆廉也。舊以立方之平廉有似扁方。故名之方法。而三乘方因之。遂又有上廉下廉之目。故不如一切去之但以一二三四爲序較畫一耳。

問平方之廉皆平冪也。立方之平廉長廉皆體積也。不知三乘

方以上之廉積亦能與方隅等狀乎曰凡諸乘方之廉積無不與方隅之乘數等也試以三乘方言之其第一廉有四皆初商之再乘積而又以次商根乘之是三乘也其第二廉有六皆初商自乘之平冪也而又以次商之平冪乘之第三廉有四皆初商之根數而又以次商之立積乘之皆三乘也又以四乘方言之其第一廉有五皆初商三乘積也又乘次商根是四乘也其第二廉有十皆初商再乘積也又以乘次商冪亦四乘也其第三廉亦十皆初商冪積也又以乘次商再乘積其第四廉有五皆初商根也又以乘次商之三乘積皆四乘也五乘方以上俱如是觀後算例自明

初商表 各以最上點截爲初商實。查表減積而得方根。即初商數也。

方根	平方 一乘	立方 再乘	三乘方	四乘方	五乘方
一	一	一	一	一	一
二	四	八	一六	三二	六四
三	九	二七	八一	二四三	七二九
四	一六	六四	二五六	一○二四	四○九六
五	二五	一二五	六二五	三一二五	一五六二五
六	三六	二一六	一二九六	七七七六	四六六五六
七	四九	三四三	二四○一	一六八○七	一一七六四九
八	六四	五一二	四○九六	三二七六八	二六二一四四
九	八一	七二九	六五六一	五九○四九	五三一四四一

方根	六乘方	七乘方	八乘方
一	一	一	一
二	一二八	二五六	五一二
三	二一八七	六五六一	一九六八三
四	一六三八四	六五五三六	二六二一四四
五	七八一二五	三九〇六二五	一九五三一二五
六	二七九九三六	一六七九六一六	一〇〇七七六九六
七	八二三五四三	五七六四八〇一	四〇三五三六〇七
八	二〇九七一五二	一六七七七二一六	一三四二一七七二八
九	四七八二九六九	四三〇四六七二一	三八七四二〇四八九

方根	九乘方	十乘方
一	一	一
二	一〇二四	二〇四八
三	五九〇四九	一七七一四七
四	一〇四八五七六	四一九四三〇四
五	九七六五六二五	四八八二八一二五
六	六〇四六六一七六	三六二七九七〇五六
七	二八二四七五二四九	一九七七三二六七四三
八	一〇七三七四一八二四	八五八九九三四五九二
九	三四八六七八四四〇一	三一三八一〇五九六〇九

方根	十一乘方	十二乘方
一	一	一
二	四〇九六	八一九二
三	五三一四四一	一五九四三二三
四	一六七七七二一六	六七一〇八八六四
五	二四四一四〇六二五	一二二〇七〇三一二五
六	二一七六七八二三三六	一三〇六〇六九四〇一六
七	一三八四一二八七二〇一	九六八八九〇一〇四〇七
八	六八七一九四七六七三六	五四九七五五八一三八八八
九	二八二四二九五三六四八一	二五四一八六五八二八三二九

諸乘方進位例

根	一	一〇	一〇〇
平方 積	一	一〇〇	一〇〇〇〇
立方	一	一〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇
三乘方	一	一〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇
四乘方	一	一〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
五乘方	一	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
六乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
七乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
八乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
九乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

十乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
十一乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
十二乘方	一	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

諸乘方根同而積不同。本易知也。惟根之一者積同爲一。似乎無別矣。然有羃積之一。有體積之一。有三乘以上諸乘方之一。雖曰積同爲一。其實不同也。今以方根之爲單一爲一十爲一百者爲例如右

初商又表

方根	一〇	二〇	三〇	四〇	五〇	六〇	七〇	八〇	九〇
一乘方	一〇〇	四〇〇	九〇〇	一六〇〇	二五〇〇	三六〇〇	四九〇〇	六四〇〇	八一〇〇
再乘方	一〇〇〇	八〇〇〇	二七〇〇〇	六四〇〇〇	一二五〇〇〇	二一六〇〇〇	三四三〇〇〇	五一二〇〇〇	七二九〇〇〇
三乘方	一〇〇〇〇	一六〇〇〇〇	八一〇〇〇〇	二五六〇〇〇〇	六二五〇〇〇〇	一二九六〇〇〇〇	二四〇一〇〇〇〇	四〇九六〇〇〇〇	六五六一〇〇〇〇
四乘方	一〇〇〇〇〇	三二〇〇〇〇〇	二四三〇〇〇〇〇	一〇二四〇〇〇〇〇	三一二五〇〇〇〇〇	七七七六〇〇〇〇〇	一六八〇七〇〇〇〇〇	三二七六八〇〇〇〇〇	五九〇四九〇〇〇〇〇
五乘方	一〇〇〇〇〇〇	六四〇〇〇〇〇〇	七二九〇〇〇〇〇〇	四〇九六〇〇〇〇〇〇	一五六二五〇〇〇〇〇〇	四六六五六〇〇〇〇〇〇	一一七六四九〇〇〇〇〇〇	二六二一四四〇〇〇〇〇〇	五三一四四一〇〇〇〇〇〇
六乘方	一〇〇〇〇〇〇〇	一二八〇〇〇〇〇〇〇	二一八七〇〇〇〇〇〇〇	一六三八四〇〇〇〇〇〇〇	七八一二五〇〇〇〇〇〇〇	二七九九三六〇〇〇〇〇〇〇	八二三五四三〇〇〇〇〇〇〇	二〇九七一五二〇〇〇〇〇〇〇	四七八二九六九〇〇〇〇〇〇〇

方根	七乘方	八乘方	九乘方	十乘方	十一乘方	十二乘方
一○	一○○○○○○○○	一○○○○○○○○○	一○○○○○○○○○○	一○○○○○○○○○○○	一○○○○○○○○○○○○	一○○○○○○○○○○○○○
二○	二五六○○○○○○○○	五一二○○○○○○○○○	一○二四○○○○○○○○○○	二○四八○○○○○○○○○○○	四○九六○○○○○○○○○○○○	八一九二○○○○○○○○○○○○○
三○	六五六一○○○○○○○○	一九六八三○○○○○○○○○	五九○四九○○○○○○○○○○	一七七一四七○○○○○○○○○○○	五三一四四一○○○○○○○○○○○○	一五九四三二三○○○○○○○○○○○○○
四○	六五五三六○○○○○○○○	二六二一四四○○○○○○○○○	一○四八五七六○○○○○○○○○○	四一九四三○四○○○○○○○○○○○	一六七七七二一六○○○○○○○○○○○○	六七一○八八六四○○○○○○○○○○○○○
五○	三九○六二五○○○○○○○○	一九五三一二五○○○○○○○○○	九七六五六二五○○○○○○○○○○	四八八二八一二五○○○○○○○○○○○	二四四一四○六二五○○○○○○○○○○○○	一二二○七○三一二五○○○○○○○○○○○○○
六○	一六七九六一六○○○○○○○○	一○○七七六九六○○○○○○○○○	六○四六六一七六○○○○○○○○○○	三六二七九七○五六○○○○○○○○○○○	二一七六七八二三三六○○○○○○○○○○○○	一三○六○六九四○一六○○○○○○○○○○○○○
七○	五七六四八○一○○○○○○○○	四○三五三六○七○○○○○○○○○	二八二四七五二四九○○○○○○○○○○	一九七七三二六七四三○○○○○○○○○○○	一三八四一二八七二○一○○○○○○○○○○○○	九六八八九○一○四○七○○○○○○○○○○○○○
八○	一六七七七二一六○○○○○○○○	一三四二一七七二八○○○○○○○○○	一○七三七四一八二四○○○○○○○○○○	八五八九九三四五九二○○○○○○○○○○○	六八七一九四七六七三六○○○○○○○○○○○○	五四九七五五八一三八八八○○○○○○○○○○○○○
九○	四三○四六七二一○○○○○○○○	三八七四二○四八九○○○○○○○○○	三四八六七八四四○一○○○○○○○○○○	三一三八一○五九六○九○○○○○○○○○○○	二八二四二九五三六四八一○○○○○○○○○○○○	二五四一八六五八二八三二九○○○○○○○○○○○○○

因有續商故方根以十數見例方積以尾○定位無次商者去尾○用之則方根只爲單數

方廉隅乘法圖以三乘方舉例

隅積	第三廉	第二廉	第一廉	方積
次商三乘	初商根	初商根	初商根	初商根
次商再乘	次商再乘	初商自乘	初商自乘	初商自乘
次商自乘	次商自乘	次商自乘	初商再乘	初商再乘
次商根	次商根	次商根	次商根	初商三乘

凡方積皆初商自乘。如三乘方即自乘三次。

凡隅積皆次商自乘。其自乘若干次一如初商。

凡廉積皆初商與次商相乘。但近大方者初商乘之次數多。如第一廉用初商立積。二廉則用初商冪。遞減以至三廉。則只用初商根。近小隅者次商乘之次數多。如第一廉只用次商根。第二廉則用次商冪。三廉則遞加而用次商立積。各乘方皆如是。

開諸乘方大法

諸乘方法惟平方為用最多。因有專法。今自平方立方。推之三乘以上至于多乘。而通為一法。是為大法。諸乘方大法可以開平方。而平方專法不可以開諸乘方。

總法　凡諸乘方皆先列實。次作點分段。次查表以定初商。次求廉隅以定續商。

列實之法。依筆算作平行兩直線。以設積紀于右直線之右。皆自上而下。至單數止。無單數者作〇存其位。

作點分段之法。皆于原積末位單數作一點起。凡減隅積必至單位。故分段之法以此為宗。同文算指但言起末位。殊混。依各乘方宜以若干位為一段。即隔若干位點之。或作實點、。或作虛點◦。俱可。然虛點尤便。以減商積時有借上位之點。免凌雜也。如平方以每

兩位爲一段則隔一位點之立方以三位爲一段則隔兩位點之乃至十二乘方以十三位爲一段則隔十二位點之並同一法

謹按作點分段其用有二一以定開方有若干次也如有一點則只開一次有兩點則開二次三點則開三次之類一以定開方所得爲何等數也如只有一點則初商卽單數二點則初商是十數三點則初商是百數之類是故初商減積必至于最上點而止也次商減積必至于次點而止也每開一次必減積一次而所減之數必各盡于其作點之位亦可以驗開方之無誤也又最上點以上初商實也次點以上次商實也每商皆以點位截實此法于初商尤爲扼要

又按開方分段古人舊法之精錢塘吳信民九章比類山陰周述學歷宗算會悉著其說而同文算指西鏡錄本其意以作點定之施于筆算爲極善也鼎于三十年前見同文算指作點之法驚嘆其奇後讀諸書始知其有所祖述非西人創也

初商之法 皆以最上一點截原積若干位爲初商實乃查初商表視本乘方下數有與實相同或較小于實者錄之紀于左線之左皆以表數末位對右線上原實最上點紀之是爲初商應減之積卽于本表旁行查方根紀于左線之右皆對所紀表數首位進一位紀之是爲初商數

以初商應減之積左行最上點所紀與初商實右行最上點所截原實對位相減皆以左減右須依筆算從小數減起如左行減數大右行實數反小而不及減則作點于上一位借十數減之減不盡者爲

餘實以待續商。

凡原實有二點。則初商爲十數而有次商。有三點初商爲百數而有次商及三商。以上倣論。如實只一點。則初商卽是單數無續商。

次商之法　皆以第二點截餘實爲次商實。

凡初商皆爲方積。次商以後則有廉積隅積。

先求廉率　查廉率立成本乘方廉率有若干等。等有若干數。平列之爲若干行。謂之定率。如平方只一種廉。其定率二。立方有二種廉。曰平廉。曰長廉。其定率並三。若三乘方則有三種廉。曰一廉。曰二廉。曰三廉。其定率曰四曰六曰四。詳後式。每增一乘。卽廉增一等。而定率增一行。有廉之等。有廉之數。如平方有二廉。立方有三平廉。三長廉。此廉之數也。平方之兩廉同積。共爲一等。立方之三平廉同積爲一等。三長廉同積爲一等。共爲二等。此廉之等也。廉率中兼此二義。

求廉汎積　以各廉定率乘初商應有各數。各依本乘方減小一等用之。廉多者又遞減挨次乘之。至根數止。是爲汎積。有初商數。卽各帶有自乘冪積。二乘立積。乃至三乘以上各積。是爲應有各數也。今求汎積。當依本乘方減小一等用之。如平方只用根數。立方用初商冪積。乃至十二乘方用初商十一乘。此爲減小一等也。至第二廉。則立方用初商根。三乘方用初商自乘。乃至十二乘方用初商十乘。此爲廉多者。二廉以上。又遞減挨次乘之也。遞減至初商根。則爲末後一廉矣。故曰至根數止。

求次商數。以汎積約餘實得之。

求廉定積　以各廉汎積乘次商數。廉多者遞增一等。挨次乘之。至本乘方減小一等止。是爲定積。凡第一廉汎積。皆乘次商根而得定積。有第二廉。則以次商自乘積乘之。有三廉。則以次商立方積乘之。是爲遞增一等也。然增不得至本乘方。但增至本乘方減小一等數。卽爲末後一廉矣。

求隅積　以次商數查初商表。各依本乘方取之。以次商對橫行根數。

乘方對直行。縱橫相遇得之。列于廉積之後一行。是爲隅積。小隅體勢並同初商大方。如平方則隅即小平方。立方則隅即小立方。三乘方之隅亦爲小三乘方。四乘以上並同。故可借初商表用之。

求廉隅共積　以所得各廉定積及隅積用併法併之。即得。

求次商定數。　以所得廉隅共積紀左線之左。又在表數之左。以末位對第二點紀之。爲次商應減之數。與次商實右行第二點所截。對位相減。以左減右。減不盡者。又爲餘實以待三商。遂紀次商數于初商之下。爲次商定數。如廉隅共積大于次商實。不及減則改次商。至及減而止。乃爲次商定數。

三商以後並同上法。

不論三商四商以至多商。其廉定率不變。但求汎積時。三商則並初商次商兩位商數合而用之。四商則併前三次商數皆取

其應有各數以乘定率而得汎積。亦如上法之用初商。其求定積則三商即用三商之數。四商即用四商之數。以乘汎積而得定積。亦如上法之用次商。餘法並同次商。

審〇位之法　凡廉泛積大于餘實。或僅相等而無隅。不能商一數。是次商爲〇位也。即紀〇位于先商之次。而併下一點餘實爲續商餘實。

次商單一之法　凡汎積與實僅同而有隅一。是商得一數也。即以汎積爲定積。不必更乘次商。惟單一則然。若商得一十一百一千。仍須如法乘之。

開平方 卽一乘方

設平方積三千三百四十四萬三千〇八十九。問方根若干。

答曰五千七百八十三。

三
八、九五、四六
三、三四、四三、〇八九
五七八三
二五四九八四八九
七九一四六
三

列實法 先作兩直綫。次以方積三三四四三〇八九列右綫之右。作點法于實末位單數作一點起。逆上每隔一位點之。有四點。宜商四次。初商是千。初商法曰。用最上一點三三爲初商實。查表有小于實三三者是二五。其方根五。卽以五爲初商。對實首上一位。書于左綫之右。却以表數二五。對實三三書左綫之左。與原實對減。餘八以待次商。

初商五千

求次商 用第二點上餘實八四四爲次商實。

定率二	以初商根五〇〇〇乘
得汎積一〇〇〇〇	又以次商根七〇〇乘
得定積七〇〇〇〇〇〇	

隅 次商自乘 四九〇〇〇〇

廉隅共積 併得 七四九〇〇〇〇

次商法曰。置廉率立成內定率二。乘初商五千。得一萬爲汎積。乃約實作七百。定爲次商。卽以汎積乘之。得定積七百萬。再用次商自乘爲隅。其積四十九萬。併定積成七百四十九萬。卽廉隅共積也。如式列之。將次商七續書初商五之下。又將共積七四九對實八四四書左綫之左。以減實。餘九五以待三商。求得次商七百。

求三商 用第三點上餘實九五三〇爲三商實。

定率二	以初商次商合數五七〇〇乘
得汎積一一四〇〇	又以三商根八〇乘
得定積九一二〇〇〇	

隅 三商自乘 六四〇〇

廉隅共積　併　得　九一八四〇〇

三商法曰。復置定率二。以乘初商次商合數五千七百。得一萬一千四百爲汎積。乃約實作八十爲三商。卽以汎積乘之。得定積九十一萬二千。三商亦自乘爲隅。得積六千四百。以併定積。成九十一萬八千四百爲廉隅共積。俱如式列之。再將三商八十挨書次商七百之下。而以其廉隅積九一八四。對實九五三〇。書于左綫之左。去減實。餘三四六卽改書之以待四商。求得三商八十。

求四商　用第四點上餘實三四六八九爲四商實。

定率二	以初商次商三商合數乘　五七八〇
得汎積	一一五六〇
又以四商根三乘	得定積　三四六八〇

隅　四商自乘　九

廉隅共積　併　得　三四六八九

四商法曰。用定率二。乘初商次商三商合數五千七百八十。得一萬一千五百六十爲汎積。乃約實。可商三。定爲四商。卽以泛積乘之。得定積三萬四千六百八十。四商三自乘。得九爲隅積。併定積成三萬四千六百八十九。是爲廉隅共積。各如式列訖。再將四商三挨書于三商八十之下。而以其廉隅積三四六八九。對第四點實書左線之左。就以減四商實。恰盡。求得四商單三。

凡開得平方根五千七百八十三。

還原　置方根五千七百八十三自乘。得積三千三百四十四萬三千〇八十九合原積。

開立方　卽再乘方

設立方積一千〇〇七萬七千六百九十六尺。問每面方若干。　答曰。二百一十六尺。

三八一六
一〇〇七七六九六

二一六
〇八二六二六九六
一八一六

列實作點　自末位單數作一點求起。每隔兩位點之。

初商　用最上一點一〇。爲初商實。查初商表有小于一〇者是〇八。其方根二。卽以二定爲初商。對實首上一位。書左綫之右。而以

初商二百尺

求次商　用第二點上餘實二〇七七爲次商實。〇八對實一〇。書左綫之左。對減餘二。

平廉	長廉
定率	
三	三
以乘	
初商平冪 四〇〇〇〇	初商根 二〇〇
得泛積	
一二〇〇〇〇	六〇〇〇
又乘	
次商根 一〇	次商冪 一〇〇
得定積	
一二〇〇〇〇〇	六〇〇〇〇

隅　次商　再乘　一〇〇〇

廉隅共積　併　得　一三六一〇〇〇

求得次商一十尺。書于初商二百之下。而以其廉隅共積一百二十六萬一千。減次商實。餘八一六。改書之以待三商。

求三商　用第三點上餘實八一六六九六爲三商實。

平廉	長廉
定率	
三	三
乘	
初次商平冪 四四一〇〇	初次商合數 二一〇
得泛積	
一三二三〇〇	六三〇
又三商根 六	乘三商冪 三六
得定積	
七九三八〇〇	二二六八〇

隅　三商　再乘　二一六

廉隅共積　併　得　八一六六九六

求得三商六尺。續書次商一十之下。而以廉隅共積八十一萬六千六百九十六。減三商實恰盡。

凡開得立方根二百一十六尺。

還原　置方根二百一十六尺自之。得四萬六千六百五十六尺爲平冪。又置平冪以方根乘之得一千〇〇七萬七千六百九十六合原數。

開三乘方

設三乘方積一億三千六百○四萬八千八百九十六。問方根若干。答曰一百○八。

術法列實 作點自末位單數作一點起逆上每隔三位點之。

求初商 用最上一點截實首位一為初商實。凡積一者其根亦一。不必查表竟以一為初商。其積與實對減恰盡

○一三六○四八八九六

一○八

○一三六○四八八九六

初商一百。

求次商 用第二點餘實三六○四為次商實。

一廉	二廉	三廉
定率		
四	六	四
以乘		
初商立積一○○○○○○	初商平冪一○○○○	初商根一○○
泛積		
四○○○○○○	六○○○○	四○○
又乘		
次商根一○	次商冪一○○	次商立積一○○○
定積		
四○○○○○○○	六○○○○○○	四○○○○○

隅 次商三乘 一○○○○

廉隅共積 併得 四六四一○○○○

求得廉隅共積四千六百四十一萬為次商一十之積。大于次商實不及減是無次商也。法于初商一百下書○。

求三商 用第三點合上第二點餘實三六○四八八九六共八位為三商實。三商減積至末位第三點故合八位為共實。

凡求三商當合初商次商兩數乘定率以求泛積。今次商○。故只用初商數。

	一廉	二廉	三廉
定率	四	六	四
以乘	初商立積一〇〇〇〇〇〇	初商平冪一〇〇〇〇	初商根一〇〇
得泛積	四〇〇〇〇〇〇	六〇〇〇〇	四〇〇
又乘	三商根八	三商平冪六四	三商立積五一二
得定積	三二〇〇〇〇〇〇	三八四〇〇〇〇	二〇四八〇〇

隅　三商自乘三次　四〇九六

廉隅共積　併　得　三六〇四八八九六

求得三商八。續書次商〇之下。而以其廉隅共積三千六百〇四萬八千八百九十六。與餘實相減恰盡。

凡開得三乘方根一百〇八。

開方簡法　置三乘方積一三六〇四八八九六。以平方法開之得一一六六四再置一一六六四以平方開之得方根一百〇八。合問。

還原　置方根一〇八自乘得一一六六四為平冪平冪又自乘得一億三千六百〇四萬八千八百九十六合原積。或以方根一百〇八自乘三次亦同。

開四乘方

設四乘方積一十三億五千〇一十二萬五千一百〇七。問方根若干。答曰六十七。

依法列實 作點 自末位單數作一點起。逆上每隔四位點之。

一、三、五、〇、一、二、五、一、〇、七

五七二五

六七

〇七七七六二五一〇七

五七二五

求初商 用最上一點截原實一三五〇一為初商實。查表有七七七六小于實。其根六。其積七七七六。即以六為初商。而以其積七七七六對減初商實。餘五七二五。改書之以待次商。

初商六十。

求次商 用第二點上餘實五七二五二五一〇七為次商實。

	定率	以乘	得汎積	又乘	得定積
一廉	五	初商三乘 一二九六〇〇〇〇	六四八〇〇〇〇〇	次商根 七	四五三六〇〇〇〇〇
二廉	一〇	初商立積 二一六〇〇〇	二一六〇〇〇〇	次商冪 四九	一〇五八四〇〇〇〇
三廉	一〇	初商平冪 三六〇〇	三六〇〇〇	次商立積 三四三	一二三四八〇〇〇
四廉	五	初商根 六〇	三〇〇	次商三乘 二四〇一	七二〇三〇〇

隅 次商四乘 一六八〇七

廉隅共積 併得 五七二五二五一〇七

求得次商七。書于初商六十之下。而以廉隅共積五億七千二百五十二萬五千一百〇七減次商實。恰盡。

凡開得四乘方根六十七。

還原 置方根六十七自乘四次得積一十三億五千〇一十二萬五千一百〇七合原數。

開五乘方

設五乘方積一兆七千五百九十六萬二千八百七十八億〇一百萬。問方根若干。答曰。五百一十寸。

一七五九六二八七八〇一〇〇〇〇〇〇

一九七一

一五六二五二八七八〇一

一九七一

五一〇

列實數以單位爲根。今原積尾位是百萬。故補六〇。列之。作點自末單位〇。上作一點起。逆上每隔五位點之。

求初商 用最上一點截原實五位一七五九六爲初商實。入表得五爲初商。對實首上一位錄左綫右。即以其積數對實列左綫左。相減餘一九七一。改書之以待次商。 初商五百。

求次商 用第二點上餘實一九七一二八七八〇。一爲次商實。

	定率	以乘		得汎積
一廉	六	初商四乘	三一二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一八七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二廉	一五	初商三乘	六二五〇〇〇〇〇〇〇〇	九三七五〇〇〇〇〇〇〇〇
三廉	二〇	初商立積	一二五〇〇〇〇〇〇	二五〇〇〇〇〇〇〇〇
四廉	一五	初商平冪	二五〇〇〇〇	三七五〇〇〇〇
五廉	六	初商根	五〇〇	三〇〇〇

	置泛積	又乘		得定積
一廉	一八七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	次商根	一〇	一八七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二廉	九三七五〇〇〇〇〇〇〇〇	次商平冪	一〇〇	九三七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三廉	二五〇〇〇〇〇〇〇〇	次商立積	一〇〇〇	二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
四廉	三七五〇〇〇〇	次商三乘	一〇〇〇〇	三七五〇〇〇〇〇〇〇〇
五廉	三〇〇〇	次商四乘	一〇〇〇〇〇	三〇〇〇〇〇〇〇〇

隅次商五乘　一〇〇〇〇〇〇〇〇

廉隅共積　併得　一九七三八七〇二〇〇〇〇〇〇〇

求得次商一十。書初商五百之下。再將廉隅共積一千九百七十一萬二千八百七十八億〇一百萬去減。次商實恰盡。

原實三點。宜有三商。而次商已減實盡。無可商。作〇于次商下。

凡開得五乘方根五百一十〇。

還原　置方根五百一十〇。自乘五次。復得一兆七千五百九十六萬二千八百七十八億〇一百萬。合原積。

開六乘方

設六乘方積三百四十三億五千九百七十三萬八千三百六十八。問方根若干。　答曰三十二。

列實　作點　自末位單數作點起。逆上每隔六位點之。

求初商　用最上點截原實三四三五為初商實。查表得三為初商。書左綫右。而以其積數二一八七書左綫之左。對減初商實。餘一二四八。改書之以待續商。

一二四八

三四三五九七三八三六八

三二

二一八七九七三八三六八

一二四八

初商三十。

求次商　用第二點上餘實一二四八九七三八三六八為次商實。

	一廉	二廉	三廉	四廉	五廉	六廉
定率	七	二一	三五	三五	二一	七
以乘	初商五乘七二九○○○○○○	初商四乘二四三○○○○○	初商三乘八一○○○○	初商立積二七○○○	初商平冪九○○	初商根三○
得汎積	五一○三○○○○○○	五一○三○○○○○	二八三五○○○○	九四五○○○	一八九○○	二一○
又乘	次商二	次商平冪四	次商立積八	次商三乘一六	次商四乘三二	次商五乘六四
得定積	一○二○六○○○○○○	二○四一二○○○○○	二二六八○○○○○	一五一二○○○○	六○四八○○	一三四四○

隅　次商六乘　一二八

廉隅共積　併得　一二四八九七三八三六八

求得次商二。書初商三十之下。再以廉隅共積與次商實對減。恰盡。

凡開得六乘方根三十二。

還原　置方根三十二自乘六次。得積三四三五九七三八三六八合原數。

開七乘方

設七乘方積一千一百○○億七千五百三十一萬四千一百七十六。問方根若干。答曰。二十四。

二四

一、一○、○七五三一四一七六、

八四四

二五六

八四四七五三一四一七六

列實　作點自末位單位起。逆上每隔七位再作一點。

求初商　用最上點截原實一一○○為初商實。查表得二為初商。即以二書左線之右。而以其積二五六書左綫之左。對減初商實。餘八四四。改書之以待續商。

初商二十。

求次商　用第二點上餘實八四四七五三一四一七六為次商實。

	二廉	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	隅
定率	八	二八	五六	七〇	五六	二八	八
以乘	初商六乘一二八〇〇〇〇〇〇	初商五乘六四〇〇〇〇〇	初商四乘三二〇〇〇〇〇	初商三乘一六〇〇〇〇	初商立積八〇〇〇	初商平冪四〇〇	初商根二〇
得泛積	一〇二四〇〇〇〇〇〇〇	一七九二〇〇〇〇〇〇	一七九二〇〇〇〇〇	一一二〇〇〇〇〇	四四八〇〇〇	一一二〇〇	一六〇
又乘	次商根四	次商平冪一六	次商立積六四	次商三乘二五六定	次商四乘一〇二四	次商五乘四〇九六	次商六乘一六三八四
得積	四〇九六〇〇〇〇〇〇〇	二八六七二〇〇〇〇〇〇	一一四六八八〇〇〇〇〇	二八六七二〇〇〇〇〇	四五八七五二〇〇〇	四五八七五二〇〇	二六二一四四〇

隅　次商七乘　六五五三六

廉隅共積　併　得　八四四七五三一四一七六

求得次商四。書初商二十之下。再將廉隅共積八四四七五三一四一七六與次商實對減。恰盡。

凡開得七乘方根二十四。

還原　置方根二十四自乘七次。復得一一〇〇七五三一四一七六。合原數。

或以根二十四自乘得五百七十六為平冪。平冪又自乘得三十三萬一千七百七十六為三乘方積。三乘方積又自乘得一一〇〇七五三一四一七六。亦合原數。

開方簡法　置設積一一〇〇七五三一四一七六。以平方開之得三三一七七六。又置為實。以三乘方法開之得方根二十四。

或置設積一一〇〇七五三一四一七六。用平方法連開三次。亦得方根二十四。

開八乘方

設八乘方積一千六百二十八萬四千一百三十五億九千七百九十一萬○四百四十九。問方根。答曰。四十九。

列實

一三六六二六九

一六二八四一三五九七九一○四四九。

四九

○二六二一四四五九七九一○四四九

一三六六二六九

作點自末位單數作點起。逆上每隔八位點之。

求初商用最上一點截原實一六二八四一三爲初商實。查表得八乘方積二六二一四四。其根四。即以四爲初商。書左綫右。而以其積數書左綫左。對減初商實。餘一三六六二六九。待次商。

初商四十。

求次商用第二點上餘實一三六六二六九五九七九一○四四九爲次商實

	一廉	二廉	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉
定率	九	三六	八四	一二六	一二六	八四	三六	九
以乘	初商七乘 六五五三六○○○○○○○○	初商六乘 一六三八四○○○○○○○	初商五乘 四○九六○○○○○○	初商四乘 一○二四○○○○○	初商三乘 二五六○○○○	初商立積 六四○○○	初商平冪 一六○○	初商根 四○
得沉積	五八九八二四○○○○○○○○	五八九八二四○○○○○○○	三四四○六四○○○○○○	一二九○二四○○○○○	三二二五六○○○○	五三七六○○○	五七六○○	三六○

	復置泛積	又以乘	得定積
一廉	五八九八二四〇〇〇〇〇〇〇〇	次商根 九	五三〇八四一六〇〇〇〇〇〇〇〇
二廉	五八九八二四〇〇〇〇〇〇〇	次商平冪 八一	四七七七五七四四〇〇〇〇〇〇〇
三廉	三四四〇六四〇〇〇〇〇〇	次商立積 七二九	二五〇八二二六五六〇〇〇〇〇〇
四廉	一二九〇二四〇〇〇〇〇	次商三乘 六五六一	八四六五二六四六四〇〇〇〇〇
五廉	三二二五六〇〇〇〇	次商四乘 五九〇四九	一九〇四六八四五四四〇〇〇〇
六廉	五三七六〇〇〇	次商五乘 五三一四四一	二八五七〇二六八一六〇〇〇
七廉	五七六〇〇	次商六乘 四七八二九六九	二七五四九九〇一四四〇〇
八廉	三六〇	次商七乘 四三〇四六七二一	一五四九六八一九五六〇

隅 次商八乘 三八七四二〇四八九

廉隅共積 併得 一三六六二六九五九七九一〇四四九

求得次商九。書初商四十之下。再將廉隅共積對減次商實。恰盡。

凡開得八乘方根四十九。

還原 置方根四十九自乘八次。復得一六二八四一三五九七九一〇四四九合原積。

開九乘方

設九乘方積八十三兆九千二百九十九萬三千六百五十八億六千八百三十四萬○二百二十四。問方根若干。

答曰。六十二。

列實作點。自末位單數作點起。逆上每隔九位點之。

二三四六三七六○
八三九、二九九、三六。五八六八三四○二二四。
六二
六○四六六一七六
二三四六三七六○

求初商。如法用最上一點原積八位截爲初商實。查表得九乘方根六。卽以六爲初商。而以其積數六○四六六一七六減初商實。餘二三四六三七六○。待續商。各如法書之。初商六十。

求次商。用第二點上餘實二三四六三七六○五八八六八三四○二二四爲次商實。

一廉	二廉	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉	九廉
一○	四五	一二○	二一○	二五二	二一○	一二○	四五	一○
	以					乘		
初商八乘 一○○七七六九六○○○○○○○○○	初商七乘 一六七九六一六○○○○○○○○	初商六乘 二七九九三六○○○○○○○	初商五乘 四六六五六○○○○○○	初商四乘 七七七六○○○○○	初商三乘 一二九六○○○○	初商立積 二一六○○○	初商平冪 三六○○	初商根 六○
	得			汎			積	
一○○七七六九六○○○○○○○○○○	七五五八二七二○○○○○○○○○	三三五九二三二○○○○○○○	九七九七七六○○○○○○○	一九五九五五二○○○○○	二七二一六○○○○○	二五九二○○○○	一六二○○○	六○○

	各置汎積	又以	乘	得各定積
一廉	一〇〇七七六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	次商根	二	二〇一五五三九二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二廉	七五五八二七二〇〇〇〇〇〇〇〇〇	次商平冪	四	三〇二三三〇八八〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三廉	三三五九二三二〇〇〇〇〇〇〇〇	次商立積	八	二六八七三八五六〇〇〇〇〇〇〇〇
四廉	九七九七七六〇〇〇〇〇〇〇	次商三乘	一六	一五六七六四一六〇〇〇〇〇〇〇
五廉	一九五九五五二〇〇〇〇〇〇	次商四乘	三二	六二七〇五六六四〇〇〇〇〇〇
六廉	二七二一六〇〇〇〇〇	次商五乘	六四	一七四一八二四〇〇〇〇〇
七廉	二五九二〇〇〇〇	次商六乘	一二八	三三一七七六〇〇〇〇
八廉	一六二〇〇〇	次商七乘	二五六	四一四七二〇〇〇
九廉	六〇〇	次商八乘	五一二	三〇七二〇〇
隅		次商九乘		一〇二四
廉隅共積		併得		二三四六三七六〇五八六八三四〇二二四

求得次商二。書于初商六十之下。乃以其廉隅共積二十三兆四千六百三十七萬六千〇五十八億六千八百三十四萬〇二百二十四減次商實。恰盡。

凡開得九乘方根六十二。

又法　置九乘方積八三九二九九三六五八六八三四〇二二四。以平方法開之得九一六一三二八三二。為四乘方積。再以四乘方法開之得方根六十二。

或置九乘方積以四乘方開之。得三八四四。再以平方開之。得方根六十二。並同。

還原　以方根六十二自乘九次得原積。

或以方根六十二自乘四次得九一六一三二八三二為四乘方積。再以四乘積自乘得原積。亦同。

開十乘方

設十乘方積七千四百三十〇億〇八百三十七萬〇六百八十八。問方根。答曰一十二。

二
六
七四三〇〇八三七〇六八八

一二
六
一四三〇〇八三七〇六八八

列實作點。數自末位單一點起。逆上每隔十位再作一點。

求初商。用最上點截實首位七爲初商實。查表得十乘方根一。定爲初商。即以其積一減初商實七。餘六。
改書之以待次商。

初商一十。

求次商。用第二點上餘實六四三〇〇八三七〇六八八爲次商實。

	一廉	二廉	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉	九廉	十廉
定率	一一	五五	一六五	三三〇	四六二	四六二	三三〇	一六五	五五	一一
以乘	初商九乘	初商八乘	初商七乘	初商六乘	初商五乘	初商四乘	初商三乘	初商立積	初商平冪	初商根
	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇	一〇〇〇	一〇〇	一〇
得汎積	一一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	五五〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一六五〇〇〇〇〇〇〇〇	三三〇〇〇〇〇〇〇	四六二〇〇〇〇〇〇	四六二〇〇〇〇〇	三三〇〇〇〇	一六五〇〇〇	五五〇〇	一一〇

	一廉	二廉	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉	九廉	十廉	隅
置各泛積	二○○○○○○○○○○	五五○○○○○○○○○	一六五○○○○○○○○	三三○○○○○○○○	四六二○○○○○○	四六二○○○○○	三三○○○○○	一六五○○○	五五○○	一一○	次商十乘
又以乘	次商根二	次商平冪四	次商立積八	次商三乘一六	次商四乘三二	次商五乘六四	次商六乘一二八	次商七乘二五六	次商八乘五一二	次商九乘一○二四	
得定積	三二○○○○○○○○○○	二二○○○○○○○○○○	一三二○○○○○○○○○	五二八○○○○○○○○	一四七八四○○○○○○	二九五六八○○○○○	四二二四○○○○○	四二二四○○○○	二八一六○○○	一一二六四○	二○四八

廉隅共積　併得　六四三○○八三七○六八八

求得次商二。書初商一十之下。再將廉隅共積減次商實。恰盡。

還原　置方根一十二自乘十次。復得七千四百三十○億○八百三十七萬○六百八十八合原積。

又法　置方根一十二自乘得一四四為平冪。平冪自乘得二○七三六為三乘方積。三乘方又自乘得四二九九八一六九六為七乘方積。再以根再乘之立積一七二八乘之。得十乘方積。

開十一乘方

設十一乘方積七千三百五十五萬八千二百七十五億一千一百三十八萬六千六百四十一。問方根。答曰。二十一。

三二五九

七三、五五、八二七五一一三八六六四一

二一

四〇九六八二七五一一三八六六四一

三二五九

列實 作點自末位單數作一點起。每隔十一位點之。

求初商 用最上一點截積四位為初商實。查表得十一

乘方根二為初商。以其積四〇九六減初商實。餘三二五九以待次商。

初商二十。

求次商。 用第二點上餘實三二五九八二七五一一三八六六四一為次商實。

	一廉	二廉	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉	九廉	十廉	十一廉
定率	一二	六六	二二〇	四九五	七九二	九二四	七九二	四九五	二二〇	六六	一二
以乘	初商十乘	初商九乘	初商八乘	初商七乘	初商六乘	初商五乘	初商四乘	初商三乘	初商立積	初商冪	初商根
	二〇四八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇	二五六〇〇〇〇〇〇〇〇	一二八〇〇〇〇〇〇〇	六四〇〇〇〇〇〇	三二〇〇〇〇〇	一六〇〇〇〇	八〇〇〇	四〇〇	二〇
得汎積	二四五七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	六七五八四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一一二六四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一二六七二〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一〇一三七六〇〇〇〇〇〇〇	五九一三六〇〇〇〇〇〇	二五三四四〇〇〇〇〇	七九二〇〇〇〇〇	一七六〇〇〇〇	二六四〇〇	二四〇 因次商是單一。即以所得汎積為各廉定積。不用更乘次商。

隅 次商單一。雖十一乘只得本數。 〡〡〡〢〢〡〢〢〡 〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇一

廉隅共積 併 得 三五九八〇七五二三八六六四一

求得次商一。書初商二十之下。其廉隅共積三千二百五十九萬八千二百七十五億一千一百三十八萬六千六百四十一。減餘實恰盡。

凡開得十一乘方根二十一。

還原 用方根二十一自乘十一次。復得原積。

又法 置方根自乘再乘得九二六一。為立方積。立方積自乘得八五七六六一二一。為五乘方積。五乘方積又自乘得十一乘方原積。

開方簡法 置設積三五五五八二七五一三八六六四一。以平方法開之。得五乘方積八五七六六一二八。又置為實。以五乘方法開之得根二十一。

開十二乘方

設十二乘方積一十五兆四千四百七十二萬三千七百七十七億三千九百一十一萬九千四百六十一。問方根若干。

答曰二十一。

七二五五

一五四四七二三七七三九一一九四六一

二一

八一九二

七二五五

列實作點自末位單數作點起。逆上隔十二位點之。

求初商用最上一點截原實一五四四七爲初商實。查表得十二乘積八一九二。其方根二。即以二爲初商。其減數與實對減。餘七二五五。再俟續商。

求次商。初商二十。用第二點上餘實七一五五五二三七七三九一一九四六一爲次商實。

一廉	二廉	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉	八廉
定							
一三	七八	二八六	七一五	一二八七	一七一六	一七一六	一二八七
以							
初商十二乘 四〇九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	初商十一乘 二〇四八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	初商十乘 一〇二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	初商九乘 五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇	初商八乘 二五六〇〇〇〇〇〇〇〇	初商七乘 一二八〇〇〇〇〇〇〇	初商六乘 六四〇〇〇〇〇〇	初商五乘 三二〇〇〇〇〇
得							
五三二四八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一五九七四四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	二九二八六四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	三六六〇八〇〇〇〇〇〇〇〇〇	三二九四七二〇〇〇〇〇〇〇〇	二一九六四八〇〇〇〇〇〇〇	一〇九八二四〇〇〇〇〇〇	四一一八四〇〇〇〇〇

初商四乘 汎

	九廉	十廉	十一廉	十二廉	隅
率	七一五	二八六	七八	三	
乘	初商三乘 一六〇〇〇〇	初商立積 八〇〇〇	初商平冪 四〇〇	初商根 二〇	次商單一。雖十三乘。只得本數。
積	因次商單一。卽以所得沉積爲各廉定積。不用更乘次商。 一一四四〇〇〇〇〇	二二八八〇〇〇	三一二〇〇	二六〇	一

廉隅共積　併　得　七二五五二三七七七三九一一九四六一

求得次商一。書于初商二十之下。再將廉隅共積七兆二千五百五十二萬三千七百七十七億三千九百一十一萬九千四百六十一。以減餘實。恰盡。

凡開得十二乘方根二十一。

還原　置方根二十一。乘十二次。復得原積。

或以方根二十一自乘。得四四一。再乘得九二六一。三乘得一九四四八一。爲三乘方積。卽以三乘方積自乘得三七八二二八五九三六一。再自乘得七三五五五八二七五一一三八六六四一。爲十一乘方積。又置爲實。而以方根二十一乘之。得十二乘原積。

又法　以方根自乘再乘得九二六一。爲立方積。就以立方積自乘三次。得七三五五五八二七五一一三八六六四一。爲十一乘方積。如前再以方根乘之。亦得原積。

又法　以根二十一自乘之平方四四一。爲法。自乘四次。得九乘方積一六六七九九八八〇九七八二〇一。再以根二十一再乘之立方九二六一乘之。得十二乘原積。並同。

論諸乘方簡法

凡開平方二次。即三乘方也。是謂方之方。開平方立方各一次。五乘方也。可名為立方之平方。亦可名為平方之立方。開平方三次。七乘方也。或三乘方平方各開一次。亦同。可名為平方之三乘方。亦可名為三乘方之平方。開立方二次。八乘方也。可名為立方之立方。開四乘方平方各一次。九乘方也。可名為四乘方之平方。開平方二次。立方一次。十一乘方也。或三乘方立方各一次。亦同。可名為三乘方之立方。亦可名為立方之三乘方。

按惟四乘方。六乘方。十乘方。不能借用他法。同文算指謂四乘方開二次為六乘方。又謂四乘方開三次為十乘方。非也。

且四乘方平方各一次。已為九乘方矣。安得有開四乘方二次而反為六乘。開四乘方三次而止為十乘乎。必不然矣。

演諸乘方遞增通法

平方積自乘為三乘方。 立方積自乘為五乘方。 三乘方積自乘為七乘方。 四乘方積自乘為九乘方。 五乘方積自乘為十一乘方。 六乘方積自乘為十三乘方。 七乘方積自乘為十五乘方。 八乘方積自乘為十七乘方。 九乘方積自乘為十九乘方。 十乘方積自乘為二十一乘方。 十一乘方積自乘為二十三乘方。 十二乘方積自乘為二十五乘方。 十三乘方積自乘為二十七乘方。 十四乘方積自乘為二十九乘方。 十五乘方積自乘為三十一乘方。以上並超兩位。

平方積再自乘爲五乘方。立方積再乘爲八乘方。三乘方積再乘爲十一乘方。四乘方積再乘爲十四乘方。五乘方積再乘爲十七乘方。六乘方積再乘爲二十乘方。七乘方積再乘爲二十三乘方。八乘方積再乘爲二十六乘方。九乘方積再乘爲二十九乘方。十乘方積再乘爲三十二乘方。以上並超三位。

平方積自乘三次爲七乘方。立方積自乘三次爲十一乘方。三乘方積自乘三次爲十五乘方。四乘方積自乘三次爲十九乘方。五乘方積自乘三次爲二十三乘方。六乘方積自乘三次爲二十七乘方。七乘方積自乘三次爲三十一乘方。以上並超四位。

平方積四乘爲九乘方。立方積四乘爲十四乘方。三乘方積四乘爲十九乘方。四乘方積四乘爲二十四乘方。五乘方積四乘爲二十九乘方。以上並超五位。

平方積五乘爲十一乘方。立方積五乘爲十七乘方。三乘方積五乘爲二十三乘方。四乘方積五乘爲二十九乘方。以上並超六位。

平方積六乘爲十三乘方。立方積六乘爲二十乘方。三乘方積六乘爲二十七乘方。四乘方積六乘爲三十四乘方。以上並超七位。

平方積七乘爲十五乘方。立方積七乘爲二十三乘方。三乘方積七乘爲三十一乘方。以上並超八位。

平方積八乘爲十七乘方。立方積八乘爲二十六乘方。三乘方積八乘爲三十五乘方。以上並超九位。

平方積九乘爲十九乘方。立方積九乘爲二十九乘方。並超十位。

自平方至十二乘方已有初商表。其十三乘以後不及詳列。惟以根之爲二爲三者演之至三十二乘如左。

	根二	根三
十三乘	一六三八四	四七八二九六九
十四乘	三二七六八	一四三四八九○七
十五乘	六五五三六	四三○四六七二一
十六乘	一三一○七二	一二九一四○一六三
十七乘	二六二一四四	三八七四二○四八九
十八乘	五二四二八八	一一六二二六一四六七
十九乘	一○四八五七六	三四八六七八四四○○
二十乘	二○九七一五二	一○四六○三五三二○三
二十一乘	四一九四三○四	三一三八一○五九六○九
二十二乘	八三八八六○八	九四一四三一七八八二七
二十三乘	一六七七七二一六	二八二四二九五三六四八一
二十四乘	三三五五四四三二	八四七二八八六○九四四三
二十五乘	六七一○八八六四	二五四一八六五八二八三二九
二十六乘	一三四二一七七二八	七六二五五九七四八四九八七
二十七乘	二六八四三五四五六	二二八七六七九二四五四九六

二十八乘	五三六八七〇九一二	六八六三〇三七七三六四八八三
二十九乘	一〇七三七四一八二四	二〇五八九一一三二〇九四六四九
三十乘	二一四七四八三六四八	六一七六七三三九六二八三九四七
三十一乘	四二九四九六七二九六	一八五三〇二〇一八八八五一八四一
三十二乘	八五八九九三四五九二	五五五九〇六〇五六六五五五五二三

附開多乘方求次商捷法

列實作點截實求初商。如常法。既得初商。減一等自乘爲廉積。如五乘方。則用四乘。以本乘方數加一爲廉數。如五乘方。則用六。廉數乘廉積爲法。以除餘實爲次商。乃合初商次商數。依本乘方數乘之。如五乘方卽自乘五次。得積合原數。定所得爲方根。如原積少不及減。則改次商。及減而止。

假如三乘方積五百七十六萬四千八百〇一。問方根若干。

答曰四十九。

三二〇
五七六〇四八〇一
四九
二五六

如法于初商表取三乘方積二五六減原實。定初商爲四十。餘實三二〇。四八〇一爲次商實。置初商四。自乘再乘。得六四〇〇〇爲廉積。本方三乘廉積減一等。故用再乘。又以四爲廉數。廉數比本乘方加一數。故用四。廉數乘廉積得二五六〇〇〇爲法。以除次商實得九爲次商。得數可進一十。因欲存第二廉以下廉隅積數。不得滿除。故只商九數。乃合初商次商共四十九。依法自乘得二四〇一。又自乘得五七六四八〇一。以較原實相同減盡。卽定四十九爲三乘方根。

終