終局收支相償つて子の原子數が變化せぬときには

$$\lambda N h = \lambda' N' h$$

同様に孫の原子數も變化せずに

$$\lambda' N' h = \lambda'' N'' h$$

である。故に平衡狀態に於ては

$\lambda T = C$

$$\lambda N = \lambda' N' = \lambda'' N'' \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(90.1)$$

である。

故に此等の元素の半減期を T, T', T''...... とすれば (82.1) 式によつて

$$\frac{N}{T} = \frac{N'}{T'} = \frac{N''}{T''}$$

となるのである。

ラヂウムを母としエマナチオンを子とすれば前掲の半減期から

$$N : N' = 1580^{年} : 3.825^{日}$$

$$= 1 : 6.62 \times 10^{-6}$$

即ち母たるラヂウムが1瓦あると之と平衡してエマナチオンが 6.62×10^{-6} 瓦だけある。ラヂウム溫泉でその一リットルの水の中にこれだけのエマナチオンがあるのを1キューリーと云ふ。

我邦の溫泉でエマナチオンの最も多いのが伯耆の三朝(ミササ)溫泉で 517 キューリー冷鑛泉では甲斐の増富の 3012 キューリーである。

又溫泉のエマナチオン含有量を幾マッヘと云ふことがあるが,それは其水の一リットル中に 2.41×10^{-15} 瓦のエマナチオンがあるものを云ふ。即ち一マッヘは

$$\frac{2.41 \times 10^{-15}}{6.62 \times 10^{-6}} = 3.64 \times 10^{-10}$$

キューリーに等しい。

Weber

$\frac{dR}{R} = \frac{dE}{k}$

91 **フェヒネルの法則**　吾々の五感を刺戟すると其の刺戟の強さに應じて感覺に大小があるが刺戟と感覺とは正比例するものでは無い。眼で光を感ずるとき耳で音を聽くとき光の強さ,音の強さに正比例して感じないものである。心理學では此等の場合にフェヒネルの法則が成立つと云ふ。此の法則は

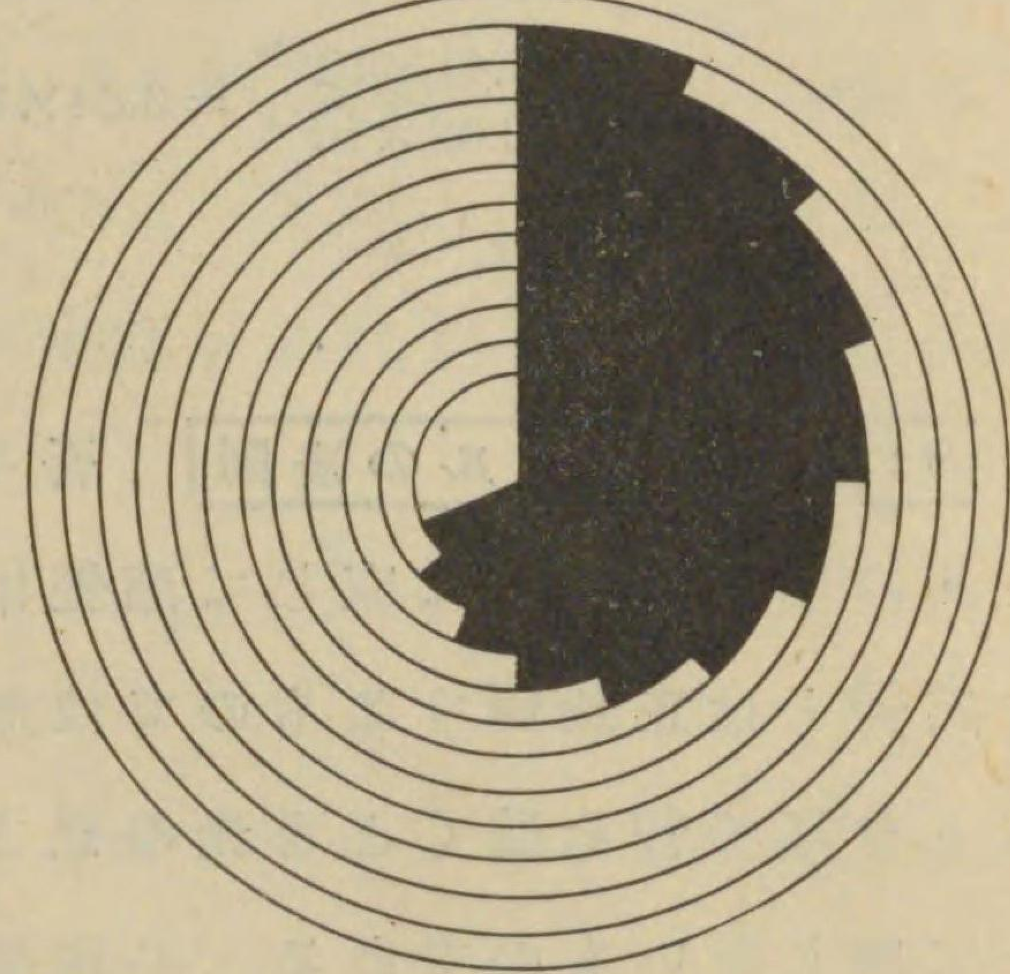
$E = k \log R + c$

> 刺戟が等比級數的に變化すると感覺は等差級數的に變化するものである。

と云ふのである。故に刺激は感覺の指數函數で表はされる。

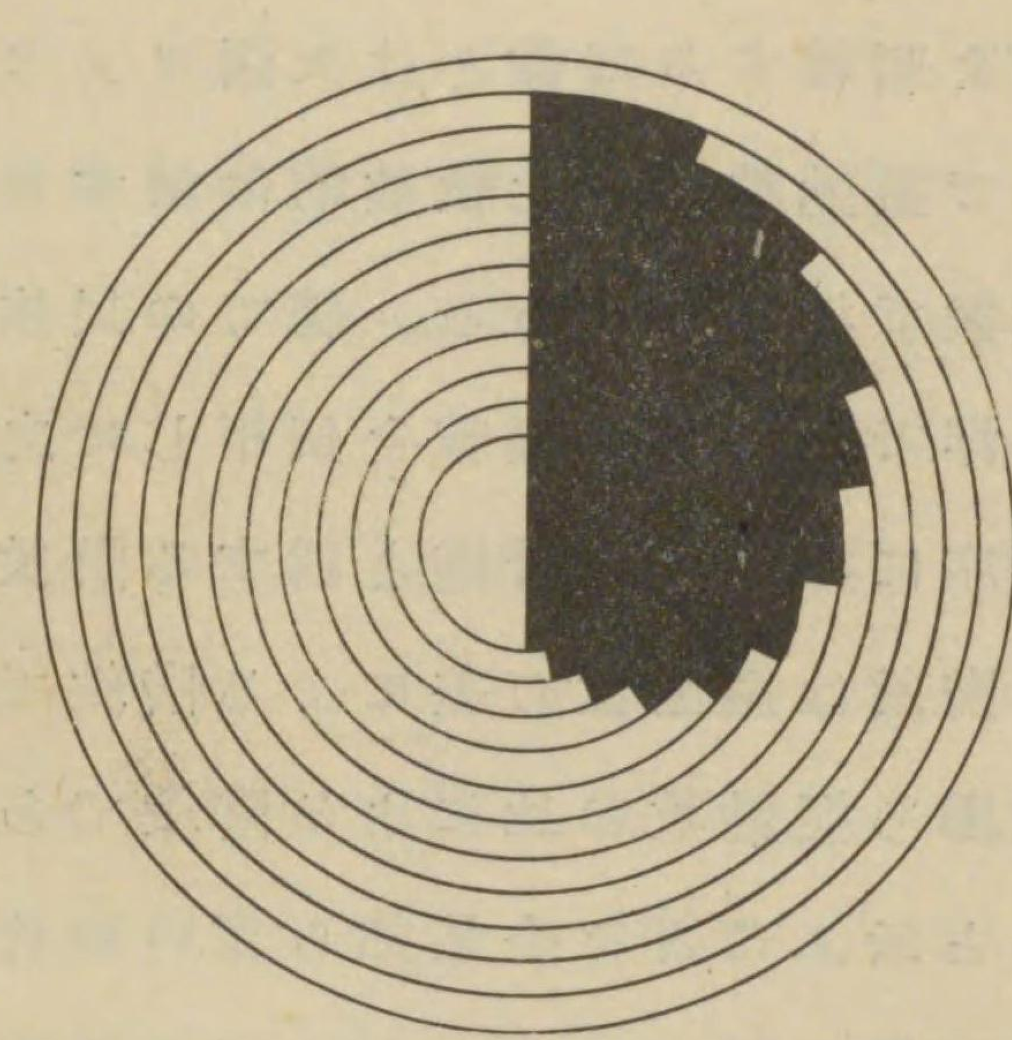
眼の場合に於て之を實驗するには一つの圓盤を取り之を數多の同心圓で環狀の區域に分かち最外環を

白色に塗り其の次を例へば$\frac{1}{16}$だけ黑く塗り其の次を$\frac{2}{16}$だけ黑く以下$\frac{1}{16}$づゝ多く黑くして(第67圖)此の圓盤を急速に廻轉して見ると内層程暗く灰色に見えるが此の際白の面積卽ち刺戟する光の强さが $\frac{16}{16}, \frac{15}{16}, \frac{14}{16}$ と等差級數を成すので明るさの感覺は等差級數を成さない。感覺をして等差級數ならしめんには白の面積が等比級數でなければならぬ。卽ち最外環を全部白くし其の次から順番に白の面積を其の前のもの$\frac{15}{16}$にして $1, \left(\frac{15}{16}\right), \left(\frac{15}{16}\right)^2, \left(\frac{15}{16}\right)^3$……の如き等比級數ならしめて(第68圖)之を廻轉して見るとその感覺は等差級數的に誠に心持ち良く外から内に向つて暗くなる。第67圖の者は中部が著しく黑過ぎる。之は實驗して實に面白いものである。



第 67 圖

此の實驗を行ふとき實は圖の如くせず黑い部分を全圓周上にまばらに散らした方が廻轉したとき白と黑とが良く混合してチラツクことが少なくて良い。



第 68 圖

92 寫眞乾板の感光度 寫眞乾板に光を投射して感光させ之を現象定着したときの乾板の黑さも亦刺戟する光を等比級數的に增加すると黑の濃度が等差級數的に增加する。故に寫眞を寫す適當な露出を求める目的で時間を變化して試驗撮影をなすには例へば露出時間を $\frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$, 1, 2, 4, 8 秒と云ふ工合に變じて試みるがよい。

93 **樂音の音階**　音樂には振動數の大小種々の音を使用するが振動數の大なるものは音の調子が高く少ないものは低い。而して音の高低の感覺と振動數卽ち聽覺を刺戟する囘數とは矢張フェヒネルの法則によるので振動數が等比級數的に增すと高さの感じが等差級數で增すのである。總ての民族の音樂は東洋でも西洋でも數個の樂音を使用して之を其調子の高低の順序に排列して**音階**と稱する階段を作つて居るが其の階段は振動數の差による階段でなくして感じの階段,卽ち振動數の比による階段である。音は振動によると云ふことを全然知らない時代,又知らない民族が皆感覺に訴へて此の如き階段を作つて居ることは面白い事實である。而して或音を標準として之を**主音**と唱へるとき其の二倍の振動數を有する音は――今之を**甲音**と呼ばう――主音とは調子に於て高低の差があるが耳の感覺に於ては全く同一で兩音を同時に奏するときは極めて良く融合して二音とは聞分けられない。又主音の二分の一の振動數を有する音――之を**乙音**と呼ばう――でも同樣區別が出來ぬ。故に音階は主音と其の甲音との間に設けられた

階段の如何で定められる。此の階段の工合が各民族によつて相異があり特徵があるが何れにしても振動數の比は極めて簡單なものから成つて居ると云ふ共通の事實がある。

洋樂の**自然長音階**に於ては *do* を主音としそれから高い方に向つて *re, mi, fa, sol, ra, si* の七階を經て *do* の甲音に至るので甲音のことを第八音と云ふ。第八音は主音の二倍の振動數を有し第五音の *sol* は $\frac{3}{2}$,第二音の *re* は $\frac{9}{8}$ である。

又洋樂には**十二平均率**と云ふものがあるが,これは和聲の必要から生れたものであつて主音と甲音との間を感覺に於て十二等分した階段に分けたものである。卽ち主音の振動數を 1 とし甲音を 2 とし之を十二乘根に開けば平均率の一階段の音程を得るので主音が $(\sqrt[12]{2})^0=1$ から始まると其の次が $(\sqrt[12]{2})^1$, $(\sqrt[12]{2})^2$ ……卽ち $2^{\frac{0}{12}}, 2^{\frac{1}{12}}, 2^{\frac{2}{12}} \ldots\ldots 2^{\frac{11}{12}}$ の十二階段を經て $2^{\frac{12}{12}}=2$ の甲音に達するのである。此の $2^{\frac{1}{12}}$ なる一階段の音程を**半音程**其の二倍の $2^{\frac{2}{12}}$ を**全音程**と呼ぶ。十二平均率と自然長音階とを比較すると *do* から *re*, *re* から *mi* が全音程, *mi* と *fa* の間が半音程, *fa, sol, la, si* の間が

全音程, *si* と *do* の甲音の間が半音程と見て著しい差がない。(第三十二表)

第三十二表

十二平均率	自然長音階	雅樂十二律
$2^{\frac{12}{12}}=2.0000$	*do*　2	壹越 $\frac{531414}{262142}=2.0273$
$2^{\frac{11}{12}}=1.8877$	*si*　$\frac{15}{8}=1.8750$	上無 $\frac{243}{128}=1.8984$
$2^{\frac{10}{22}}=1.7818$		神仙 $\frac{59049}{32768}=1.8020$
$2^{\frac{9}{12}}=1.6818$	*la*　$\frac{5}{3}=1.6667$	盤渉 $\frac{27}{16}=1.6875$
$2^{\frac{8}{12}}=1.5874$		鸞鏡 $\frac{6561}{4096}=1.6018$
$2^{\frac{7}{12}}=1.4983$	*sol*　$\frac{3}{2}=15.000$	黃鐘 $\frac{729}{512}=1.4238$
$2^{\frac{6}{12}}=1.4142$		鳧鐘 $\frac{729}{512}=1.4238$
$2^{\frac{5}{12}}=1.3348$	*fa*　$\frac{4}{3}=1.3333$	双調 $\frac{177147}{131072}=1.3515$
$2^{\frac{4}{12}}=1.2599$	*mi*　$\frac{5}{4}=1.2500$	下無 $\frac{81}{64}=1.2656$
$2^{\frac{3}{12}}=1.1892$		勝絕 $\frac{19683}{16384}=1.2013$
$2^{\frac{2}{12}}=1.1225$	*re*　$\frac{9}{8}=1.1250$	平調 $\frac{9}{8}=1.1250$
$2^{\frac{1}{12}}=1.0594$		斷金 $\frac{2187}{2048}=1.0679$
$2^{\frac{0}{12}}=1.0000$	*do*　1	壹越　1

本邦の雅樂及び支那の古樂でも**十二律**と稱して主音と其の甲音との間に十二段の音階を置いた。然かし其の音程の作り方は洋樂のとは異つて**順八逆六**の**法**と云ふもので出來て居る。その方法は或音から高い方へ八番目(順八)は振動數が 2:3 であり逆に高い方から低音へ六番目(逆六)は振動數が 4:3 である。卽ち第三十二表に雅樂の十二律が擧げてあるが主音の壹越(イチコツ)の振動數に $\frac{3}{2}$ を乘じて八番目の黃鐘(ワウシキ)を得,これに $\frac{3}{4}$ を乘じて逆に六番目の平調(ヒョウヂョウ)を得るが如きである。尤も之は本邦及び支那の音樂の理論であつて實際の奏樂は必ずしも此の通りでは無い。上の理論では壹越の甲音が 2 とならずに 2.0273 となるが實際には勿論 2 の方である。

洋樂では振動數の眞の價は la_3 のを每秒 435 とし我邦雅樂では壹越のを每秒 290 と取つて居る。

十二平均率も理論としては我邦に於ては元祿年間に中根元圭が之を發明し支那では我れに後れて明の朱載堉が始めて之を論したが實際の奏樂には使用することがなかつた。

一定の力で引張つた絃を彈したとき出る音の振動

數は絃の長さに逆比例するものである。故に琴柱を使用して長さを種々の比に變じて見ると上記の事柄を實證することが出來る。又笛の如き空氣柱の出す音でもその振動數は略その長さに逆比例する。支那では古代から此の事實を知つて適當なる長さに切つた竹管を作つて之を以て標準音を出す原器とし之を**律管**と稱した。一の律管より順八逆六の方法によつて他の律管を誘導するのに之を**三分損益の法**と稱した。即ち一の律管より順八の高い音を出すものを得るのを**上生**と云ひ其時に管長を三分して其一を損する即ち管長を 3:2 の比振動數を 2:3 の比にした,又逆六で低い音を得るのを**下生**と云ひ其の時には管長を三分して其の一を益して 3:4 の比即ち振動數を 4:3 の比にしたのである。而して主音たる律管を長さ九寸にして上生して六寸の律管を得る。この律管から再び上生すれば四寸になるが,これは九寸の甲音以上に高いから其の倍の長さの八寸にする爲めに六寸の律管から下生して八寸の律管を得,之を繰返して管長の順序に並べ直して十二律管を得たのである。

此所に又例の陰陽説が現はれて九寸の九は奇數だから陽として六寸の六は隅數だから陰として陰陽相生ずるものとした。又易の爻も同樣に陰陽と呼ぶ代りに九,六と呼び例へば第6節に述べた坎上離下の卦の最下位が陽であるから之を初九と云ひ,下から第二位が陰であるから之を二六と云ふて居る。

94 **建築と音響** 講堂劇場等で音聲が室内何所でも明瞭に聞取れるものと反對に音聲が噪しく鳴り響いて一向言語を聞き取れないものがある。又場合によつては或は一局所では音が特に良く聞えて他所では聞えぬ場合もある。後の場合は天井か壁かの形の工合で反射した音波が其所に焦點を作るのであつて建築としては感服すべきことではない。前の場合も同樣天井や壁の性質及び室の形,立積によるのであるが理想としては音源の音が止めば直ちに室内各所の音が止んで所謂**殘響**の無いか又は少ないことを要求する。音樂の演奏などでは余りに殘響が少なくては餘韻がなくて面白くないから音樂堂の設計には少しく殘響を有せしめるが講堂又は議事堂の如き所では殘響のないのがよい。殘響は主として天井,壁,床か

らの音の反射によるので鐵筋コンクリート造の家で天井其の他が皆堅い平面で出來てゐると四五尺離れて居ても談話が出來ない場合が多い。此の如き室では聞えぬと思ふて聲を大にすればする程却て聞えず寧ろ聲を少さくしたがよい。

室内各所同一の强さの音があるものとして此の殘響の問題に就て述べると大體次の樣である。先づ室の一點に於て其の單位體積中にある音のエネルギーを**エネルギー密度** E と名づけ之によつて其の點の音の强さを測るものとする。室の全內容積を V とし床や天井は面積 $S_1, S_2, \cdots\cdots$ 等であつて音が投射すると表面に於ける吸收や透過があつて投射音 1 に對して a だけ損失して反射するものは $1-a$ だけであるとし a を面の**損率**と名づけ $S_1, S_2, \cdots\cdots$ 等がそれぞれ $a_1, a_2, \cdots\cdots$ 等の損率を有すとする。コンクリート壁とか大理石の床などは a が少なくて絨毯を敷つめた床とか柔かいカンバスを張つた壁面とかカーテンなどは a が大きい。そこで aS の相乘積を總ての表面に就て作り之を加算したものを

$$A = a_1S_1 + a_2S_2 + a_3S_3 + \cdots\cdots$$

とする。室内に居る人の衣服の a, 一人の面積 S 其の人數等も A の計算に加ふべきである。

建築物内の音響の問題中で今は次の三件に就て研究の結果を記す。

（1）平衡狀態　室内に一定の强さの音源(樂器又は人聲)があつてそれは毎秒 P だけの音のエネルギーを送り出して居るとすると此の供給の爲めに室内各所のエネルギー密度は增大するが同時に天井壁等の吸收等の爲めにエネルギーを失ひつゝある。若し此供給と損失とが等しければ收支相償なつて平衡狀態になる。此の時のエネルギー密度を E_0 とすれば

$$E_0 = \frac{4P}{vA}$$

但し v は空氣中に於ける音の速度でるあ。

（2）音の減衰　次には密度 E_0 の音が室内に充滿させてあるのを或瞬間 $t=o$ に急に音源を停止せしめて音の供給を絕つとエネルギー密度は其の瞬間から減衰を始めることは明かであるが,それは丁度指數函數的で時刻 t に於ける密度は

$$E = E_0e^{-\mu t}$$

で與へられる。但し μ なる減衰率は

$$\mu=\frac{vA}{4V}$$

であつて室が大なればVに逆比例して小さく內壁が反射性なればAに正比例して小さいので殘響が長く續いて音源が止んでも暫時鳴り響く。其の音の强さが二分の一になる半減期Tは(83.2)により

$$T=\frac{0.6931}{\mu}=2.773\cdot\frac{V}{vA}$$

であるから室が大なる程壁面の材料其の他を適當に選んでAを大にして救濟しなければならぬ。

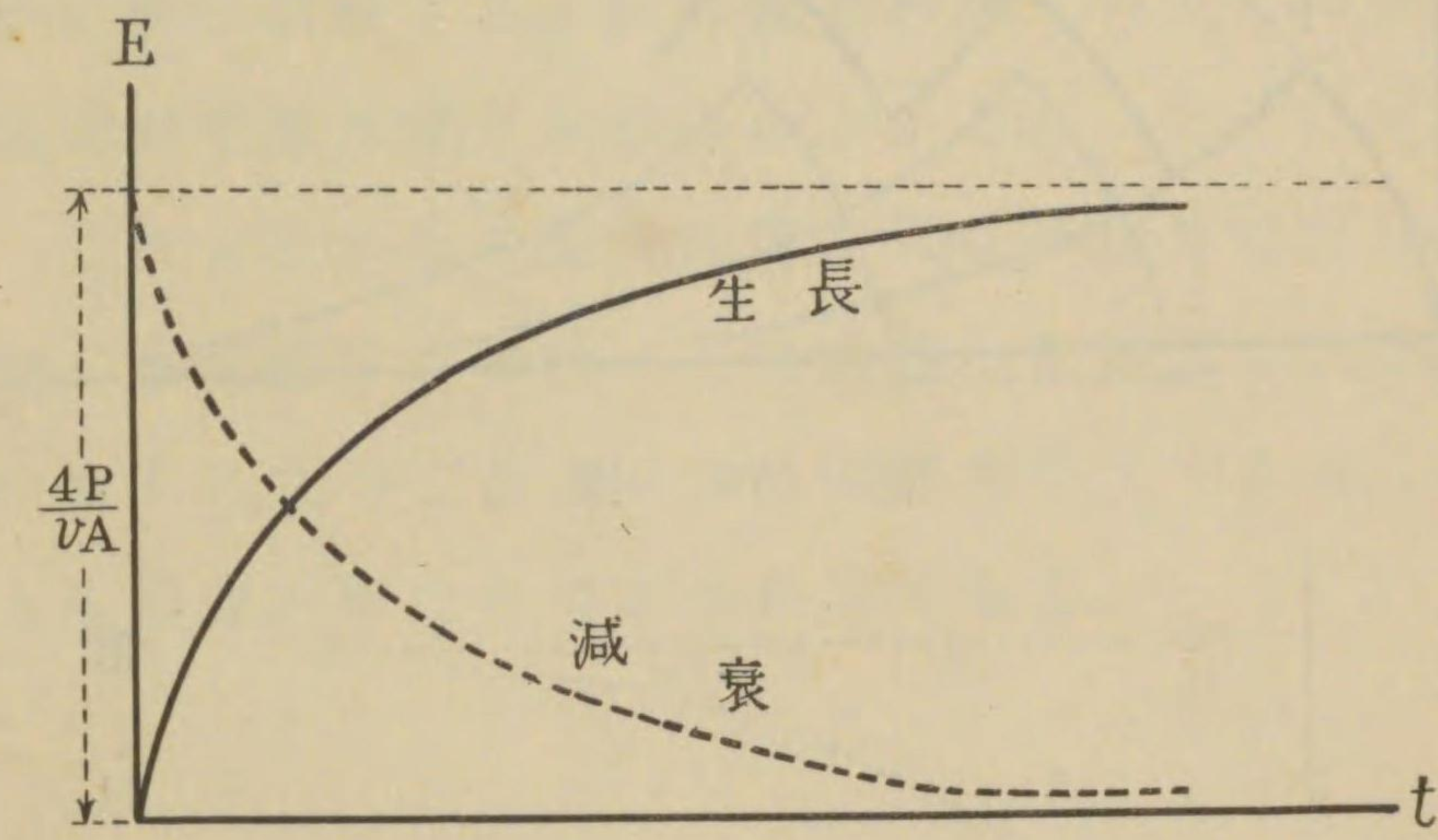
(3) 音の生長　次には今迄音のなかつた室內に每秒Pだけのエネルギーを出す音源を $t=o$ から働かせたならば如何に室內のエネルギー密度Eが增して行くか。これは次式で與へられる

$$E=\frac{4P}{vA}(1-e^{-\mu t})$$

$$\mu=\frac{vA}{4V}$$

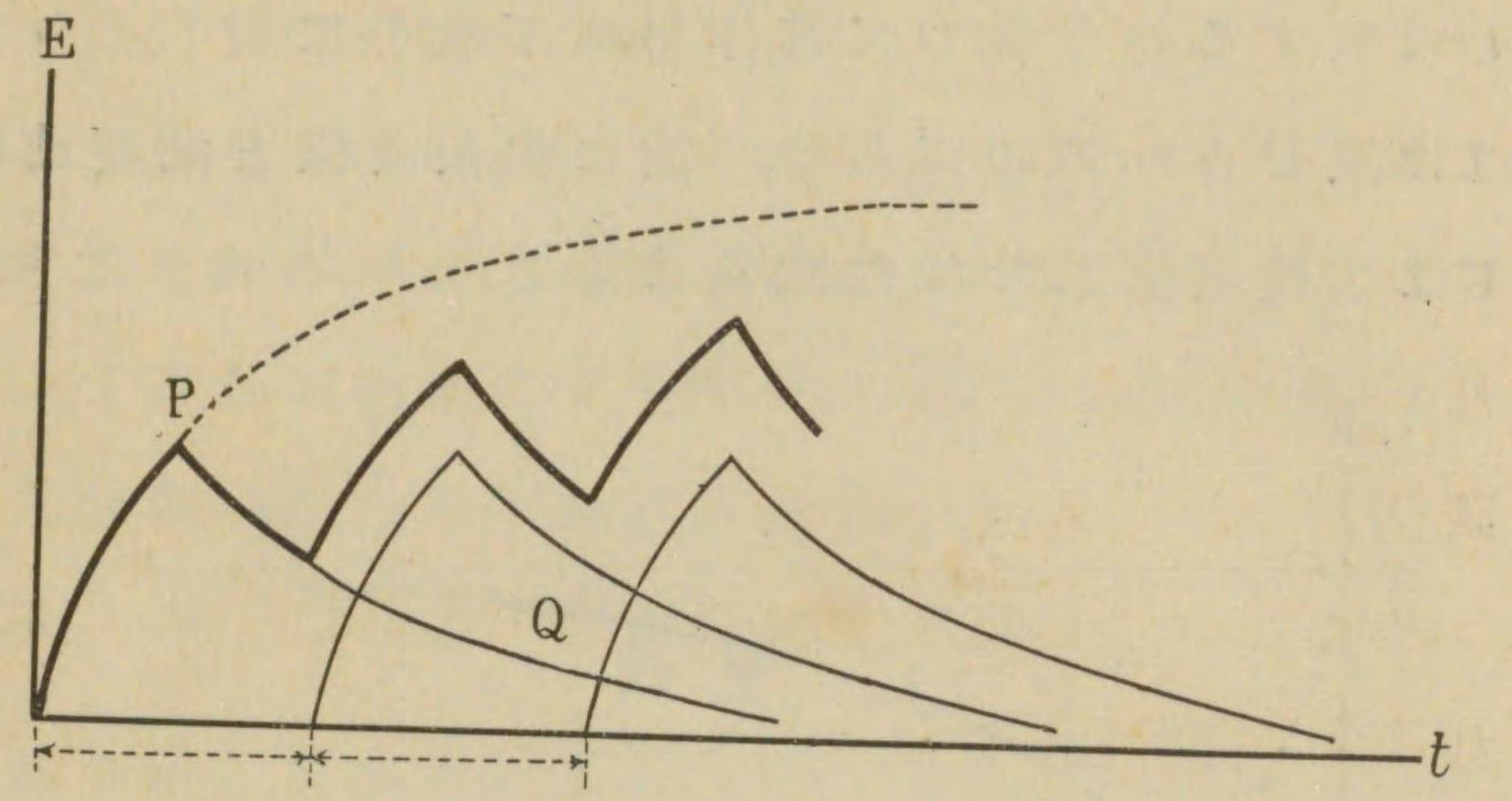
t が無限大になれば $e^{-\mu t}=o$ となりEの價は前記平衡狀態の $E_0=\frac{4P}{vA}$ になる。此の音の生長は既に第80節に述べた銀行預金の生長の如く利に利がつくのではなく音源から每秒Pのエネルギーを出して一定の傾斜で生長せんとするのを天井や壁等がエネルギー

を吸收するのであつて其作用が丁度一に對して e^{-ut} だけ減ぜられるのである。故に生長曲線と減衰曲線とは丁度裏返した樣な關係にある。

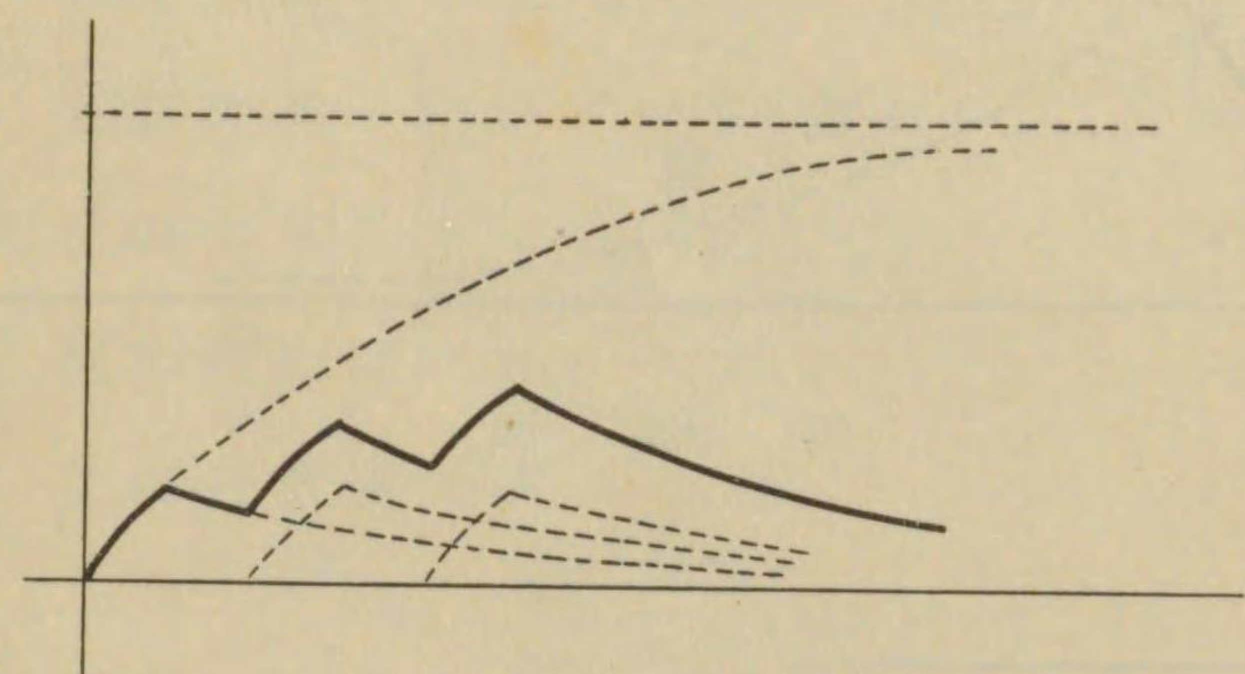


第 69 圖

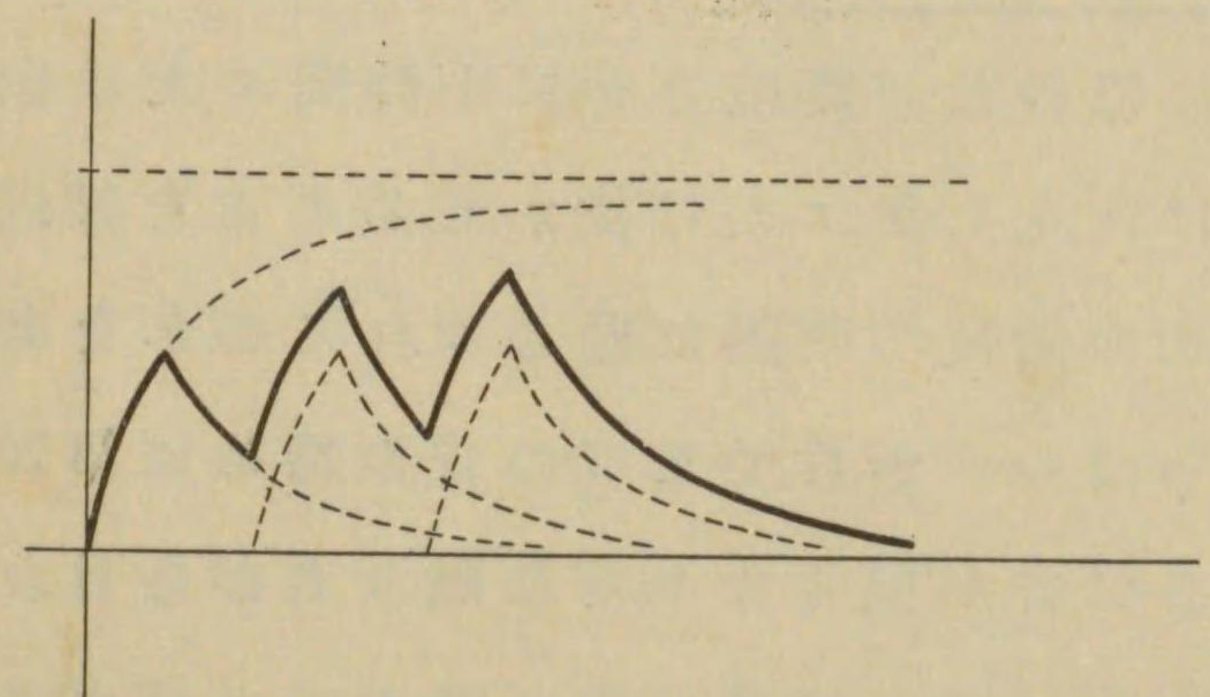
95 **談話の明瞭度**　今Pなる强さの音源を永く持續せずに每秒數回斷續させて小時間 τ だけ働かせ次の τ だけ休止し又 τ だけ働かせることを繰返したとする。此の斷續が明瞭に聽き取れる否かを考へるに最初の一回 $t=o$ から τ までの音の爲めに第70圖のOからPまで音が强くなり,それ限り音がなければ減衰曲線PQ上に沿うて音が衰へるのであるが次の



第70圖



第71圖



第72圖

$t=2\tau$ から 3τ までの音,又其の次の 4τ から 5τ まで等の音のために同様な作用があり之を加へたものになるから結局第70圖の太い線で表はした樣に鋸齒狀に音が消長する。此の鋸齒が深く入込んで居れば談話が明瞭に聽き取れるのである。

故に μ の小なる從て殘響の大なる室では第71圖の如く不明瞭で μ の大にして殘響小なる室では第72圖の如くになつて後者の方は明瞭度が大である。兩圖とも發音三回だけで止めた圖である。

終　言

上文に於て著者は可なり多くの事柄を述べたが,その目的は物事の見方と云ふことに就て讀者が何等かのヒントを得られる樣にと望んだのである。先づ第一に數の觀念の發展に就て説明に勉めた積である。數の觀念の始まりは正の整數であるが文化が進み思想が複雜になるに伴つて分數,小數それから正數,負數の必要を感じ更に進んでは無理數,虚數,複素數等の産物が現はれた。而して此の發展の道程を一貫して吾々を指導した根本原則は整數を支配して居た加減乘除の法則を敷衍して新らしい思惟の産物が現はれた時例へば虚數,無理數を考へる必要の起つた時に之を不都合なりとして思想の圏外に排斥することなく加減乘除の法則を此等の數に適應し得る樣に意味をつけて之を吾人の思想の系統内に取り入れ虚數虚ならず無理數無理ならざる樣にした。これを爲すことによつて吾人の思想體系が著しく擴大せられ吾々の眼界が頓に廣くなつたのを感ずるのである。整數の加

法から出發して代數量の加法,ヴェクトルの加法に及び乘除も亦不名數の乘除から出發して長さと時間との乘除の如き或はベェクトルやテンソルの乘除の如きものを考へ得ることにしたのである。

斯くの如き思想の發展は學術の進歩上極めて大切なことであつて原始的の考察法に糊着して頑固に之を守ることは極めて愚なことである。然し又それと同時に舊考察法を無造作に棄て去るのも愚である。例へば分子,原子の觀念に就て見るに物質には化合物と單體とあり,化合物は異種の分子,單體は一種の分子の集合であるし,分子は更に原子から成つて居て元素のある種類の數だけ原子の種類があつて之は物質の最小組成分にして不可分のものであると考へ之によつて化學の體系が出來て居た。然るに放射性元素の發見によつて一の元素が他の元素に變ずることが判明せられ之は原子が壞れて別種の原子に變成するのであることが知れた。そこで或人は化學の學說が根抵から覆された,化學の本は全然書き改めなければならぬとして『書き替へられた化學』と云ふ樣な表題の書物を出したりした。然かし本書の著者の考へで

は此の如き考へ方は不健全であると思ふ。今日まで知られて居なかつた新らしい現象があることを知つたから今迄の化學の體系に修正を施す必要が起つたが,それと同時に今迄の化學の學說の發達は正しい徑路を辿つて發展し來つたことを此の新現象の發現によつて却て裏書せられたので此の新現象を吾々の舊來の思惟の系統中に入れるには在來の學說を增補追加すればよい『書き替へられた化學』では無く『書き加へられた化學』で今迄の化學の生命は失はれずして却つて生長したのである。新らしい事實,新らしい現象に逢着したとき在來の思想と調和し得る樣に發展させて行き得るならば此の途に出づべきであつて敝履を棄て去る如き態度は面白からぬことである。

大地が平面であると考へた古代文明を信じた人が地球が丸いと云ふ新事實を知つたときに舊思想は全然虛妄なりとして棄て去るべきか。否。例へば狹い田地の測量等には平面の考で毫も不都合は無く球面の一部分なりとする必要は無い,卽ち此の種の問題には平面說が依然として眞である。然かし現代の戰爭に於ては大砲の射擊を爲すに當つて地球の丸いこと

や地球の自轉を忘れては射撃は全然無効である。アインスタインの相對律が出た時にニュートン力學は虚偽なりと罵倒し,力學及び物理學の書物は書き替へらるべきと論じた人は丁度田地の測量にも地球の丸いことを考へねばならぬと論ずる人である。要は學問上の思想の發展には新現象新智識を藥籠中に收め得る樣にするには如何に藥籠を大きくすべきかを考ふべきである。舊き藥籠の大さを固執するのが愚であると同時に之を棄て去るのも亦愚である。

物理量に就てはスケーラー量,ヴェクトル量及びテンソル量の三種に就て說き尚此の外に高次の方向量があるがそれは全然省略した。

次に函數に就て可なり多くを語つた。正比例,逆比例の如き極めて簡單なものから圓函數,指數函數を說き,又圓函數と複素數及び指數函數とが脈絡相通ずるものがあることを說いた。然かし指數函數を逆にした對數函數や圓函數を逆にしたもの及び高等な澤山の種々の函數に就ては全く記述しなかつた。これは著者の趣意が種々の現象が同一の函數的關係によつ

て支配されて居るを示すにあつたので函數と云ふ考へ方を說くのを主とし函數の種類を述べる意志はなかつた爲めである。又統計的現象には全然觸れなかつた。

微分及び積分も又函數を考へるに當つて有益な方法であるから簡單に述べて置いた。

最後に一言して置き度いのは全く異なつた現象が同一函數で表はされることに就てゞある。例へば熱膨脹の現象と單利法の貸借關係とが同一の一次式で表現せられ,フエヒネルの心理的法則が複利法の貸借關係と同一の指數函數で表現せられるの類である。此等は所謂**類例**であつて兩者が相似て居る。唯外觀が似て居るのみで其の根本內容が同じだと云ふのでは無い。夕陽が朱盆の樣だと云ふのは類例であり樣なのであつて唯似て居るのみである。蓋し此の場合には丸い事と赤い事とが似て居るのみで太陽が盆の如く扁平であるとか盆の樣に周圍に鍔がついてあると云ふのでは無い。似て居る件數が多ければ多い程,類例としては上等だが如何に上等な類例でも甲は乙

では無い。類例によつて事物の理を說明するに當つて此の事を忘れてはならぬ。類例を使用するのは便利だが上の注意を忘れると危險が伴ふ。原子の構造は小宇宙であると云ふのは類例であるが時として其の模型であることを忘れて居る人がある。著者が同一函數で表現せられる多くの現象を語つたとて,それは甲現象によつて乙現象の根本內容を研究せよと說くのでは無い,唯考察法を助ける爲めの手段として便利であることを述べたのであることを呉々も玆に斷つて置く。

昭和五年十一月

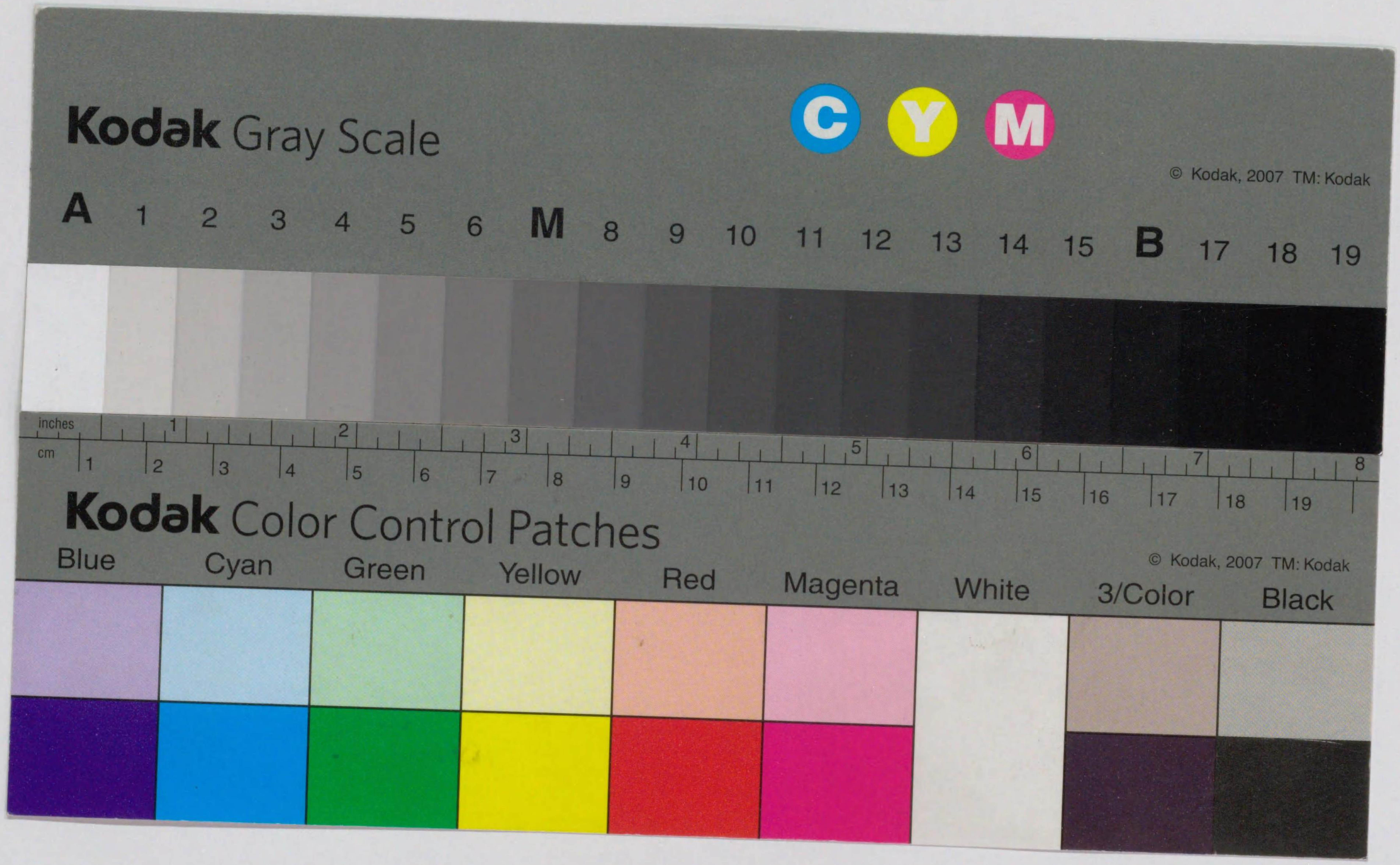
著　者　識

昭和六年四月十二日印刷
昭和六年四月十五日發行

〔自然と數理〕
定價壹圓五拾錢

著者　中村清二
發行者　橋本福松
東京市神田區駿河臺西紅梅町
印刷者　菊池眞次郎
東京市牛込區市ケ谷加賀町

發行所
古今書院
東京神田駿河臺西紅梅町拾壹
振替東京三五三四〇番
電話神田(25)三七五三番


Kodak Gray Scale
C Y M
© Kodak, 2007 TM: Kodak
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19
inches 1 2 3 4 5 6 7 8
cm 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
Kodak Color Control Patches
© Kodak, 2007 TM: Kodak
Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black