

萬有文庫

第一二集合編五百種

王雲五主編

統計學原理

(一)

鮑 葉 著

李植泉譯

商務印書館發行

省立新竹高中圖書館



00010734

萬有文庫

第一二集簡編五百種

總編纂者
王雲五

商務印書館發行

統計學原理

(一)

鮑 茂 著
李 桓 泉 譯

世界名著譯漢

010734

劉序

記得二十餘年以前，我在美國學統計學的時候，教科書很少。現在許多有名的統計學者彼時還未著書，甚或也尚在求學時代。在那時所有的教科書中，鮑萊教授的一本要算數一數二的了。記得當時此書只有一冊，以後歷次增補，現在乃成爲兩冊。數十年來，新書出版雖多，統計學也有很大的發展，而此書價值始終維持不墜，著者在統計學界的聲望上日益增高，足見他精益求精，鍥而不舍的毅力。一九三〇及一九三一年國際統計學會開會，我兩次代表我國政府前往參加，皆曾與這位老先生晤談。他鬚眉雖已皓白，而討論學術，及參加學會的一切工作，全不後人，足表示他的精神。李君現將此書譯成中文，對於我國研究統計學的人貢獻不少。我希望學者不獨學鮑萊先生的學術，更要景仰他們老前輩的求學精神，真像荀子所說『學至於死而後已』，如只讀此書，稍能應用統計方法，便自以爲滿足，那就是不善讀書了。

劉大鈞二六年一月五日

原著者序

本書初版於一九〇一年，彼時係根據在倫敦大學經濟學院自一八九五年該院成立之日起五年中所用之講義作成者。其後曾再版兩次，原文雖有修正，然無重要改纂，並增附錄一，討論求差誤常態曲線之第二次近似值，於是數頁附錄遂得流行。現此一版，本質上與一九〇一年舊版無殊；惟第三章第三節，易以一新例解，論平均數之一章，重新加以整理，舊版之第五章，另以一論度量離散度之章代替之，第九章零售物價指數之論述，又重新加以考量，至第十章第二節則已重行改作，同時，文中凡不合時之部分，均易以近代之材料，而整個加以修正，但以對於原文儘可能不加篡改為準，蓋修正本若於細節過於注意，每或破壞原文之均衡也。然在第二編，則係完全重作，並大加擴充，蓋一方對於理論之檢討愈形詳盡，復又加以擴張，一方又增加若干實例，以解釋公式在算術上之應用，而示知理論應用之範圍。為便於手中存有舊版之人士計，此修正版之第一編，既甚少新穎之處，故第二編乃單獨印行。而為謀彼數學知識尚淺未能瞭解呈新形式之第二編者之便利計，第一編乃亦另行出版。但此二編根本乃為一書，故二編共用一索引，彼此並互有參證之處。

全書之主旨，在對於統計學之理論及實踐，作一般之介紹，以供彼在業務上必須運用統計，或對於統計結果之利用及統計調查之限制不能不有普遍之瞭解者之用。本書意旨決非欲成爲若干事實之一部概論，而所插入各表，不過供解明方法之用耳，內容並非僅包羅何種業經發表之統計材料已也。但願讀者對於官方或其他方面所發表關於任何題材（凡其中事實之數字知識及其相互關係甚爲重要者）之表格及得數，能自瞭解，尤盼能加以評價並給予批評。關於統計學之歷史及書目，本書並無述及之動機。蓋在英文，法文及德文統計學中，特闢極大篇幅，以論統計學方法與實踐之史的發展，並附有參考書目者甚多；故在本書與其加以疎略之論述，似不若完全省略之爲愈。除此種種限制而外，吾人希望在第一編中之論述，能以儘量包括通常統計工作中所需之方法及技術之大部，而此則只以應用最淺顯之數學者爲限。插補法一章，所用符號，初視之對於非數學家似覺可怕，固矣；但事實上，有限相差及牛頓插補公式之運用，極爲簡單，所包括之算術，亦極簡易，而全章之大部，應爲在學校對於圖解代數學受有訓練者所易於瞭解也。

第二編，則對於預先之初步訓練，及略含抽象推理之理解力，有強烈之需要。所假定之實際知識，可由研究院微積分課程而得，至普通不爲此種學科所包括之定理，則在附錄中（以簡略式）

證明之。在第一版中，曾謀力避應用微積分而求出主要之得數；但以過去二十年中，統計學已有長足發展之故，現已有放棄此種企圖之必要矣。僅用代數方能求出之得數，其為重要而有用，自無疑義可言。但若在開始對數理統計作深刻研究之前，先行熟知微積分學之原理，乃有極多至少亦為相等之效用，蓋學生可以節省光陰也；惟此種效用須在研究較深之數學後始能領略之耳。此一見解，已為一種非常鬆懈之推理所證實。此種推理即往往為彼過於輕用標準差，類數曲線，尤其相關係數之著作家所運用者即是。在第二編第六章，曾予以絕大之注意，期能對於以此係數度量相關之意義及此係數之含義，加以儘量精確之說明。而在此學科經過十分深刻研究之前，本可多加論述。蓋吾人除非在精密研究其中原理之後，絕不可企圖度量相關也。

雖本書第二編論述之主旨，一則在對於數理作一般之概論，而不論統計所施用之主體為何，二則對於普通常用之名詞及度量，加以定義與解釋，使之足為各科（凡含有羣類度量之科學）學生之一助，然於論述之次序，特別是試驗之實例，在選擇時，主要均以與社會學及經濟學調查中所生之問題有關者為主。而許多例證，實際上乃均係取給於余個人所作之研究，至此種研究中所引用之數學論述，則一以研究項目所需要，始行加入也。職是之故，本書讀者，凡熟知皮爾生（Karl Pearson）教授，艾得頓

(Elderton) 先生，哈地(Hardy)先生，及格林吳得(Greenwood)博士之著述者，必將見及本書對於生物學上問題，或保險精算學上問題之應用，並不注重，而於為人向少注意之公式及方法，則重視有加焉。

惟關於論述之最佳方法，及以數學機率原理應用於統計觀察之基本概念，已引起甚多之爭論。余不克希望已將有爭論之問題，力避而不談（蓋誠如將此種問題一律屏除，則所餘已無幾矣），但余已盡力之所能，在前景中收納為一般所公認之方法及原則，而凡為爭論題材且不重要者則均捨棄之。雖然，在某一方面，有一定之路綫雖未必得普遍之公認，但仍遵行不輟。依余所見，標準差一者，設非與機率表連用，其效用至為有限，蓋此種機率表，可用以計算超過此標準差若干倍數之機率也。故余對於由樣本而來之平均數及其他函數之分配之常態性，甚為注重。關於此點，吾人必須由正機率，進而至於所謂逆機率，而此則余遠勝於其他若干著作家者也。吾人若用樣本，以判定一範圍，則吾人得不到任何確定之結果，直至吾人能作出下述陳述：

『範圍中最或然之平均數（或任何所論及之數量）

為 A，此平均數與 A 相差有 $d_1, d_2 \dots \dots$ 之多之機率，為 $p_1, p_2 \dots \dots$ 。』

此即包含逆機率及機率表之確定用途也。而僅僅陳說標準

差，則所昭告吾人者極鮮。

本書之定理及公式，絕少完全由余創作者。對於愛基華斯(Edgeworth)教授，皮爾生教授，薛伯(Sheppard)博士，余當表示特別歉意，而於猶爾(Yule)先生，余當再三感謝不置者也。然余雅不欲將余所叨於此等著作者之一切，一一明白列舉，蓋論述之次序，有時須將彼等著作，加以修改及整理，而其修改及整理之法，當非為彼著作者所同意。但余已盡力承認所取得材料之來源，並註明參考書籍，庶使讀者能得讀原本。

克萊特華基(J. P. Clatworthy, of University College, Reading)先生，可文(H. Curwen)先生，及郝格女士(M. Hogg, 經濟學院)，與門茲樂爾(Menzler)先生，對於第二編證解之校正，與若干部分算術之證明，均予以極大之助力。而於余最先名舉者，且更感惠非淺，蓋彼對於數理研究之細節，曾賜以有價值之批評也。

A. L. Bowley.

倫敦大學經濟政治學院

一九二〇年九月

第四版附言

「統計原理」一書之第二編，乃為對於統計數理之概述，而以在經濟學社會學之研究上有特殊用途之方法，作為特別之補充。在第一編，除對於敍述統計作一概略而不含數學之論述外，復以一章論初級之內插補法，並就於指數作一代數的分析，故在本質上與以前各版並無差別。至第二編，已前各版所有者既幾全部包括在內，實則係完全重作並加擴充，實際上乃係一部新書，故兩編固可分別出版，亦可以兩編合為一部而印行之。

一九二〇年九月，著者識

第一編

目 錄

第一章 統計學之意義及其範圍.....	1
第二章 統計調查方法	15
第三章 單位之定義與資料之搜集	21
第一節 單位之定義.....	21
第二節 資料之搜集.....	24
第一目 人口普查.....	24
第二目 工資調查	39
第三目 私人舉辦之調查.....	50
第四目 英國國外貿易統計.....	55
第四章 表列法.....	67
第一節 總論.....	67
第二節 布斯氏對於人口普查資料之應用.....	73
第三節 農村工資統計之表列法.....	79
第四節 美國工資統計之表列法.....	84
第五節 工資調查之表列法.....	91

第六節 工資變動統計之表列法.....	97
第五章 平均數.....	107
第一節 算術平均數.....	107
第二節 加權平均數.....	114
第三節 統計係數.....	125
第四節 衆數.....	127
第五節 中位數.....	137
第六節 幾何平均數.....	146
第七節 總論.....	148
第六章 離散度與偏斜度之測量及平均數之應用.....	151
第一節 離散度.....	151
第二節 偏斜度.....	162
第三節 平均數之應用舉例.....	163
第四節 第三類表列法.....	168
第七章 圖示法.....	175
第一節 總論.....	175
第二節 歷史圖.....	204
第三節 數列之比較.....	213
第四節 循環數字.....	232

第五節 對數曲線.....	249
第八章 確度.....	265
第一節 引論.....	265
第二節 計算相對差誤之效果之定則.....	270
第三節 偏誤及非偏誤.....	282
第九章 指數.....	291
第十章 插補法.....	317
第一節 總論.....	317
第二節 代數方法.....	329

插表目錄

第一表 一九一一年英格蘭及威爾士人口普查.....	23
第二表 紡織業.....	35
第三表 工資調查.....	41
第四表 空白調查卡片.....	51
第五表 進口船貨報告表.....	57
第六表 免稅貨物報告表.....	59
第七表 出口貨物報告表.....	62
第八表 三項表（貧民依年齡性別及地域之分類）.....	72
第九表 四項表（一八八一與一八九一年大不列顛島數種職業各年齡之男女人數）.....	73
第十表 就業情形.....	75
第十一表 男工每年工資及家屬附屬收入.....	80
第十二表 夏季工資與冬季工資.....	83
第十三表 美國工資統計.....	85
第十四表 十分位工資.....	90
第十五表 工資率——絲織業.....	92
第十六表 各級工資人數及百分數.....	96

第十七表 工資變動表列甲.....	98
工資變動表列乙.....	99
工資變動表列丙.....	99
工資變動表列丁.....	101
工資變動表列戊.....	102
工資變動表列己.....	103
第十八表 一九一一年英格蘭及威爾士已婚男子之年齡.....	113
第十九表 加權方法不同而平均數變動數甚小之例證.....	118
第二十表 一八六九至一八七〇年之農村工資 —— 各種加 權方法及得數之例證.....	121
第二十一表 求衆數法.....	129
第二十二表 十三歲至十五歲兒童之體格測量.....	141
第二十三表 求中位數及四分位數之公式.....	145
第二十四表 英格蘭及威爾士各大城市一九二〇年中五十 二個星期每週之死亡率合計數.....	152
第二十五表 英國工程人員聯合會若干分會一八六二及一 八九一年之每週工資（加工不計）.....	165
第二十六表 文字答語之表列.....	169
第二十七表 一八八六年英國工商業蕭條問題調查委員會 所發問題之答覆.....	171

第二十八表 僱傭情形提要.....	172
第二十九表 現行工資.....	172
第三十表 一八六五至一八八五年間之工資變動.....	173
第三十一表 據公布之英國國產貨物出口真實價值.....	193
第三十二表 英國之租稅.....	
第三十三表 一八六二至一九〇六年輸入英國之小麥及麵 粉.....	209
第三十四表 一八六二至一九〇五年英國之出入口貨值....	217
第三十五表 英國之結婚率出入口總貨值平均每人負擔額 及小麥每夸特 (quarter) 平均價格.....	225
第三十六表 時間數列表.....	234
第三十七表 對數尺度表.....	
第三十八表 自然數字.....	257
第三十九表 對數.....	258
第四十表 對數表.....	260
第四十一表 一八八八年英國協會經濟組所派委員會建議 之指數加權基礎.....	306
第四十二表 都市勞動階級家庭預算.....	310

插圖目錄

第一圖 求算中位數四分位數十分位數之圖示法.....	143
第二圖 工資統計圖.....	179
第三圖 每千人口中之年齡分配.....	183
第四圖 一九一一年英格蘭及威爾士已婚男子之年齡分配	185
甲 方柱圖.....	185
乙 累積圖.....	185
第五圖 各種尺度及錯誤底線表示同一數字.....	190
甲,乙,丙,丁,戊。.....	190
第六圖 英國國產貨物出口總值.....	192
第七圖 決定中位數與衆數之圖示法.....	198
第八圖 長方形圖.....	202
第九圖 歷史圖.....	205
第十圖 一八六二至一九〇六年輸入英國之小麥及麵粉....	208
第十一圖 比較圖.....	216
第十二圖 英國與其屬地及外國間之貿易價值.....	218
第十三圖 英國人口平均每人負擔之進口出口貨值與結婚率及小麥平均每夸特之價格.....	226

甲，乙，丙，	226
第十四圖 英國鑄鐵工人協進會每月失業會員數及每年平均數	238
甲，乙；丙；丁；戊；己；庚；辛。	238
第十五圖 曲線圖	242
第十六圖 曲線圖	243
甲；乙；丙。	243
第十七圖 剔除季節變動後趨勢圖	245
第十八圖 各種平均數	246
甲；乙；丙；丁。	246
第十九圖 英國十九世紀間進出口貿易之進展	251
甲 用自然尺度	251
乙 用對數尺度	252
第二十圖 結婚率及僱傭情形	259
甲 用自然尺度	259
乙 用對數尺度	259
丙 用對數尺度	259
第二十一圖 插補法圖示	326
甲，乙，	327
第二十二圖 抛物線	345

統計學原理

第一編 基本統計方法

第一章 統計學之意義及其範圍

《統計學之定義》統計學一詞，各方所下定義甚多，對於統計學之範圍，統計學著作家，復各有不同之見解。依本書之主旨，雖無區文別字之必要，但顧其名而思其義，理應加以解釋，統計學研究之範圍如何，亦應討論及之。茲為便於研究計，請就常見之定義討論始。

《計數學》舉例言之，統計學亦可名之為『計數學』(Science of Counting)。吾人初聞此言，必以為計數者，本為輕而易舉之事，任人皆優為之，即用機械之力，亦能自動算出，何待乎學？詎知事實上，使遇極大之數，如一國之人口者，則計數初非易易，個人力量絕難應付裕如；時間也，空間也，無往不為計數之障礙，且數目過大，逾某種限度時，欲求絕對之確實，勢乃有所不能矣。

《算學與統計學之分野》極大之數，枚計之時，欲求每一單位

各個均確實無誤，乃不可能，實則只有大略估計一途。由此一點，吾人可知算術與統計學之分野：用算術得來者，鑿確無疑，統計則僅事估計而已，統計雖有時，亦頗確實，足供其用途之需，然確實程度，去數學遠甚。

統計乃合作之計數 統計所涉及之數目，大都甚巨，即用估計方法，亦斷非一人之力，所能勝任，必也憑藉有組織之團體，集多數人之合作，始克有功。數字之搜集，加入工作者，雖有多人，得來數字之計算，雖僅為算術問題，然實際進行之時，必遭遇兩種困難。第一，調查事項之定義，不易解說明白，使調查員在訪問之時，何者應加詢問，何者應行放棄，有一定之原則，可資遵循也。蓋單簡之調查對象，如房間數，如年齡數，甚或以個人為對象，其定義若何，均不免有疑問發生，調查表上雖有寥寥數語關於類別之說明，但一類之內，究包括何等項目(item)，殊難解釋明白也。第二，工作人員衆多，數字上之錯誤，必所難免也；蓋人數一多，則疏忽者有之，愚魯者有之，謄錄之筆誤，列表之誤謬，在所不免也。由此觀之，經多數人之合作，得出之總數，欲求其精確無疵，是誠難矣。雖然，如上所述之估計，固有時亦併入統計學一詞之內，然如謂估計即為統計學之定義，實亦無乃失之過濫，且此一定義，並未將統計方法之特殊性質說明也。

統計學乃一種方法 實際上，統計學之定義，不妨用歸納法

(*aposteriori*) 規定之。在遇有大量數字，描寫羣類之大數，以及關於異時異地之總計數或平均數之數列時，均不得不用特殊之方法——此種方法，一則須以大數之特別性質為依據，一則須能論敍複雜之羣類，以便使人領會，三則須能分析結論之確度 (accuracy)，四則須能測量相差之重要性 (significance of difference)，五則須能將估計之數，彼此互作比較。適用此種方法之估計，乃即屬於統計學之範圍；本書之主旨，即在研究此等方法也。

《統計方法應用之普遍性》在此定義之下，須知統計學，既非經濟學之分支，更非任何學科之附屬物。統計學一科，其地位恰似外國語或代數學：在任何時間任何環境之下，均有其效用。

《在自然科學上之應用》論及統計方法與各科學術之聯繫，乃至有興趣之問題。試先就自然科學方面論之：統計方法與天文學有接觸者兩點。第一，天文學家為測量某星位，從若干微有差異之觀察中，急於求得其最優值，因而採用最小二乘法 (the least square method)。蓋物體測量，每一數量必須觀察若干次數，然各個觀察不論如何謹慎，終不能使其絕對相合。物體測量如此，社會學上之觀察亦然，雖數字來源相同，而各統計家所求得之平均數，彼此一律甚難。對於此類之數量，必須就其最或然值歸納之；惟其如此，乃不得不應用差誤律 (Law of error)，而此則又

非藉重最小二乘法不可者也。

逐步改進之確度：第二，統計方法與天文學方法之相似點，及其與地質學及與其他實用科學所用方法相似之點，大致相同。科學測量之研究，須先就一數量，作草率之觀察，如地球與太陽之距離也，地質層之厚度也，元素之原子量也，物體之比重也，莫不皆然。既有多次關於數量之觀察，更進而求工具之精確，方法之改良，於是觀察之數量，乃逐漸達於確實。如此由粗而細，由細而精，逐步進展之過程，甚為重要，蓋以吾人今日之知識階段，許多統計測量，往往因資料缺乏，以致不能精確作成，故批評者因此而否認先事估計之價值；惟自科學觀點論之，此種批評不無相當錯誤，蓋測量既依據論理原則，與其一無所有也，何妨有錯誤之測量？況且測量之差誤，果有限度可尋，仍不難逐步改進也。

統計學與生物學：統計調查與一切之科學實驗，相似情形，上已略述一二，現請更進而考查統計在生物學上之應用。在皮爾生(Karl Pearson)教授，未發表其所作之調查(註一)以前，進化與遺傳之全部理論，謂其有統計基礎之實在性，尚未為人所公認。但自彼之調查發表以後，數理統計方面極重要之新貢獻，乃相繼出現於此途矣。然此問題之性質如何？茲請略一言之。設有許多觀察於此，譬如以人體之身長為喻，從此觀察數字得出一代表形態，即平均數，以此平均數為中心，將所有數量，依一定之法則，

組成羣類。然則吾人現在之間題，即在考察平均數，或依平均數組成之羣類，二者何一發生變動耶？其變動為何如耶？例如生物界之變化，歷經若干年代之考查，始知差異之所在，由此差異之點，乃構成進化論所根據之資料。此乃應用統計方法之效果，如動物植物之化石，如動物之種族，以及其他多種之羣類，亦莫不恃此以研究之。設無此種工具，許多已成立之論辯，大部之力量，必將為之失去，然則所謂學理者，將僅以個人對現象之印象為基礎矣，尚有何科學測量可言哉！故在此方面應用之方法，可轉為研究社會問題之一助。平均工資，依平均工資組成之羣類，以及此種數量之變動，亦成完全相似之間題矣；各種因素之效果，彼此所成之相關，亦可用一數學公式計算之矣；實際上，除此之外，欲測量複雜羣類之數字變動，恐更無其他確實之方法矣。關於人體測量學之試驗，幾多有價值之資料，均恃統計方法，為之搜集，於是統計學家對事實之知識多有增加，若干重要之原理乃因是而出現矣。

統計學與氣象學：氣象學與統計學相似之處甚多。所有關於氣象學之測量，不外溫度、氣壓、空氣溼度、及風力數種。研究此問題，必須集多量之觀察，查其代表形態——平均數，並測量其變動之情況。夫用以記載各年平均溫度之表格，與英國人事登記總監(Registrar-General)發表之出生、死亡、結婚數字，本多

相同。設無統計方法可資應用，各種數列之平均數雖可求出，然亦不過仍為數字而已，焉能引出合理之結論乎？今有統計學，各年數字之變動，其為偶然，抑甚重要，其為體長增高，抑或週期變化，以及是否合乎何種法則，均不難應刃而解矣。然則由此推而論之，欲進而用以預測將來之人口數變動，及其他類似之問題，甚為重要，誠昭然若揭矣。

統計學與人口學：即以統計學與人口學 (demography) 而論，設人口學之內容，不僅限於人口數、出生率、結婚率、死亡率，以及依年齡、性別、地域分之分配——即人口普查及人事登記總監之報告數字——且包括所有產業及社會調查，即依業別分之人口分配，與依所得、工資、物價、生產、國外貿易，以及運輸等等之分配數字而言，則所謂人口學者，凡治社會學經濟學者有直接關係之大部統計調查，均將包括在內。人口學之正確範圍如何，姑置不論，於此可另得一統計學之定義曰：統計學者，乃測量整個社會有機體而從各方表明之之科學也。

統計學對於整個社會有機體之關係：嘗閱一論文，文中依勒布雷 (Le Play) 之方式，曾作一家庭之調查，記載家中每人之職業及收入，消費之方式，此一家庭之經濟地位，但此項研究，實不合統計原則。人口學之研究，乃集多類之家庭，作一種數量之觀察，從事某一產業之家庭，共有若干？其平均進款、消費、儲蓄、

幾何？此統計學之所事也。論文所用方法，以個體為萬物，而統計方法，視個體若無物，性質所限也。當吾人測量羣類之時，個體之特質如何，概不過問，然若特質為多人所同具，斯乃變為重要矣。統計學直可謂之平均數學。測量繁雜之羣類，例如收入與工資，藝術家以一夕之工作，能得百鎊之金，而拙笨之勞工，一日之所得，僅為六便士，然對一般平均數，影響甚微，彼等屬於一組類也；惟在一九一四年之前，有技能之工匠，大部每星期能得四十先令之收入，而大部無技能之勞動者，每星期所得尚不足十五先令，此二種收入之統計，必須作各別之觀察。至於確切之分類，乃為一程度問題。二者之不同，乃所作特種調查之性質有異也。總之，遇有繁雜之羣類，欲以統計方法，而加以估計時，其目的乃在舉示其概略，期以一隅而概其全體意義而已。其表示之法，切忌細述情節，只須如畫家之繪一樹木，用烘托方法已足，無須分清枝葉也。用概略舉示方法，固每有含糊不清及稍欠準確之弊，然詳細情形，有成竹在胸，或一目可以瞭然，所得印象，必無錯誤之虞。蓋此種方法，其中含有重要原理：羣類之各個分子，變化者漸，全類變化者亦必緩。各個原子之運動，測驗固甚困難，一固體之運動法則，判明當較易易。多量數字，以及由數字得來之平均數，例如社會現象之量數，均有極大之惰性，存乎其中。人口總數，收入總數，出生及死亡率，平均工資等等之變化，莫不甚微，而關於

一家一戶之類似數量，則更動甚劇。統計測量之所以有效者，即恃此大量數字之恆性，而統計測量之應用，亦唯對於大量數字，統計方法始能有所發揮也。

統計學與經濟學：統計學與經濟學之關係，至為單純，誠如

馬夏爾(Marshall)教授所云，『統計資料為經濟學家之根據』。統計學家供給事實，而經濟學家乃以之為學說之測驗，或竟以之為基礎。蓋經濟學家從事者，為關於羣體之現象，個體事實乃羣體之一分子，欲得其研究之材料，非藉重平均數學——統計學——不可也。討論國家經濟之時，凡貿易量，貨幣購買力等問題，欲充實純粹之理論，又非大數科學——統計學——供給事實不可也。化學之實驗，類乎統計，化學原理之研究，猶之經濟學。故統計家負搜集排列整理分析之責，而不當歸納之任；即在調查關於因果現象之時，亦只舉出證據而已，結論無須求也。然若以統計學家而兼經濟學家，則舉行實驗，配合學理，二者集於一人之身，設非徹底明瞭實驗方法，及其難點所在，或本人缺乏機巧，不能卒底於成，則只研究理論，必難期以成功，故研究經濟學者，一則非精通統計方法；二則須洞悉難點為何；三則可決定數字何處方可正確；四則能以批評統計證據；五則鑑別估計之信度不為功。

統計學與個人經驗：統計之功能，即在擴大個人之經驗，蓋

個人所見至為有限，僅為社會有機體某一部門之一小部；聽聞固

能增長知識，然所聞亦不外於友朋談話間，閱報章雜誌，或專家著作幾途。即使依判斷力，亦能就人羣或物類，得知數字之重要；然欲其不受環境之支配，而免其偏頗之見，乃絕不可能，且其所得資料，欲求分析正當，而期確實，亦大為不易也。故苟欲就之而加以詳盡之考查，乃即入於統計調查之範圍，即進行中間所不可免之難題，則亦非統計學不能解救。統計學之用途，否認者固多，於此大可打破其固執。統計之估計，或善或劣，或確或僞，固不敢必，然勿論如何，統計數字必較之觀察之偶然印象，確實多多，而事實之性質，亦惟用統計方法，始能發抉真象也。

{統計學爲比較的} 統計學主要實際用途之一，即在示事實之相對重要性，而個人則只能妄加臆斷者也。統計學之特質，即在便於比較。某一數量之絕對數值，本無意義可言，必有數種相似之數量，然後乃可加以比較，於是乃有意義發生矣。例如英國之乞丐若干，並無陳說之價值，今若知英國全人口數，乃大不相同矣。又如倫敦東區每人飲水供給加命數一言，設無其他市鎮之給水量，殊無些須之意義。即以工資調查之平均工資而言，亦須另有空間不同或時間不同之其他工資數，全部意義始能釋然；可見統計數字，無往不需其他之比較；非然者，雖有一種數量，其作用如何，殊難領略也。

{公務統計} 設欲測量之物件，羣類甚廣，非吾人獨力，或某

一機關，所可舉辦。固然，私人團體，舉辦之調查，昭著成效者，所在多有——例如布斯(Booth)氏之『人民之生活及勞動』(Life and Labour of the People)，里昂萊維(Leone Levi)氏之『工資與收入』，朗垂(Rowntree)氏之『貧乏』(Poverty)，即本著者及倍乃提赫斯特(Burnett-Hurst)，亦曾用抽樣方法（例如在『生計與貧乏』(Livelhood and Poverty)），研究可以控制之數量——然就一般而論，測量一部社會或工業團體，苟欲求結果完好，必須由中央政府或地方政府舉行之，而此亦即統計事業之龐雜與不全所由起也。蓋數字資料之收集，乃政府本身職責所關，人口幾何，土地面積總數若干，細數若干，各級政府，為其本身目的計，不可不知；多量之數字羣類，由官廳登記即可得之。故政府之數字，均另有其主要之目的，至於用作統計之研究，乃其副作用耳；政府經手事項，均須分別記載之，以為管理備查之需，產業之登記，亦有其特別管理之用，凡此種種數字，大部多須公布也。於是用此公布之數字，吾人乃得個人收入統計、教育統計、進口貿易統計、鐵路統計、礦產統計、工廠統計等等。雖有少數數字，純為科學研究，而搜集得來，然多有為行政目的而頒布之表冊，同時亦可為他種研究之用，研究社會學者尤不可少，即人口普查之材料，亦多由此項得來。如就英國而論，試一翻閱各年「英國統計一覽」(Statistical Abstract for the United Kingdom)，

「勞工統計年報」(Annual Abstract of Labor Statistics)，及人事登記總監(Registrar-General)之常年報告；各種刊物，非由公務統計撮要而成，即係以公務統計作參考也。

公務統計之不完善 為行政目的而搜集之數字，不若研究社會學與經濟學者所用資料之精確，事乃至為顯然。即使政府與學者之願望，大致相同，其分類與列表，依然未必適合科學之條件。近年以來，非純為行政目的而調查之資料，確已進步多多，例如商業部之勞工局(現已併歸勞工部)之統計，即屬此類。然尚待改進之處，猶有極多，因如此雖不免多所耗費，而以與全國收入相比，實微末不足道也。第一應改進者，人口普查(Census)——至少一部工作——應改為五年舉行一次；第二，工作人員，已往均十年組織一次，統計整理就緒，發表報告以後，即行解散，今後應改為常設機關，使承辦大規模之全國他種調查。如是，多種主要商品之批發價格與零售價格，不難列表加以分析而發表矣；國內陸路運輸，亦可與國外水路貿易，同樣列成表格；不致只知國外貿易而不知國內貿易矣；國內生產統計，亦不致僅拘拘於農業、礦業、鋼鐵業，而擴張及於一九〇七年生產統計所列之全部，於是全國重要產業之每年出產量，均不難得知矣。

中央統計機關 總而言之，欲求調整所有現行統計，或直接舉行調查，或指派相當機關執行，以期完成全國連續統計記載。

非設立中央統計機關不為功。其實，經調整之調查，必須使其精益求精，並推廣其範圍，此種迫切之需要，不待深通經濟學與統計學而後知，中央調整機關之有無，利害昭彰，例證甚多，俯拾即是。當研究國民所得之時，吾人可得者，只有工資統計，應納稅之所得統計；但屬於免稅之薪金，以及在國外投資所得之一部，則無從探悉，有之，只得藉助於估計方法而已。對於貨幣購買力之變動，固可由「經濟雜誌」(Economist) 及商業新聞，得知批發價格之情況，但因零售價格記錄不全，許多有趣之研究，只得付之闕如。關於工資狀況，尚可推算實際標準及平均工資，但因產業普查之缺乏，既未能曉其某級工資共有若干人數，復難得知僱傭階級與被僱傭階級之相對人數。設將來有公衆需要此種資料之一日，必須有極開明之政府，犧牲時間，不避煩難，提供為數並不為多之金錢，以便以有計劃之嘗試，以補今日之不足；但所謂開明，並不全賴政府，任何人均有其應盡之職責，而欲促進此需要，又非借鏡他國之成規，並建立統計學識不可也。

統計之不能使人盡信 現今需要之所以未為大眾所感覺者，夷考其故，未嘗非由於統計之已失人信仰之結果，此種情形，雖甚普遍，但未見其盡不合理，由俗諺『萬事萬物，統計皆能證之』一語可見一斑。惟此乃一般批評者之本身錯誤：蓋大眾所根據之資料，供給者為新聞紙。

{不可信之原因} 但新聞紙上之統計，並非完善之統計；報告者既恃不正確之估計，大眾又無辨別之能力，既不知其是否用恰當之資料而估計得來，亦不知何者確可用統計估量方法。且也，報紙有時斷章取義，以工資調查平均數，及「勞工公報」(Labour Gazette) 失業人數等等資料之一部，作全體事實看待；殊不知估計之數字，本有其用途，必須適合其目的，乃可謂之正確而完全；若以此不可靠之前提，雖於選擇資料時，已盡精審機敏之能事，然亦不宜任意用為發表主張之根據。總之，統計學家所得之結果雖被人用為發表主張之基礎，但因此而認為統計學家之過失，無乃失之過當。蓋以統計為論據之錯誤主張，普通多由於：（一）忽略數字之上下文，不顧材料之是否完全，竟然斷章取義，或取某一羣類之數字，強用於現象完全不同之另一羣類；（二）以對於羣類一部之估計，視為全部之數字；（三）僅採用合乎主張之片面數字，而忽略其餘；（四）自效果立即論及原因，不問事實，此項差誤，統計學上最常發生。綜觀以上四種，均為論理上之基本錯誤，統計學亦應加注意者也。

{統計上之限制} 統計工作上有若干限制，恐統計學家未必當能深切認識。一現象，最多只能就現象之數字部分，加以度量；至度量事實之時，更不應以將所欲度量者加以度量為滿足，其相聯之數量，亦須度量之。例如，欲度量貧乏現象之緩急伸縮，因貧

乏二字，無從下以定義，更無從加以度量，而貧民之人數，又不能計數，吾人所能為力者，只能就官方所認定之貧民人數，加以私人方面之估計，從事說明之；然貧民人數之密度，仍不得而知也。又如欲從事健康統計；所能着手之主要數量，僅有死亡率，平均壽長，及最流行之數種疾病，數項均為互不相連之問題。統計學家對社會學之貢獻，即為客觀之度量，而此又係資料中較不重要之部分，然此較不重要之部分，對於解決社會問題，其功用恰與建築房屋所用之度量，同為確實之度量也。

(註一) 參閱科學綱要(The Grammar of Science)一九〇〇年版，自第十一章起，參考書目，亦見該書。

第二章 統計調查方法

統計調查，舉觀之似無共同之方法，而實際上各種程序又相差甚遠，欲舉出一致之綱領，概括一切，自非易易，下列所舉（註一），僅為一般所用，但至少尚能將各種方法，通盤加以研究也：

- （一）材料之搜集，
- （二）材料之列表，
- （三）提要，
- （四）結果之評判。

前三項，容俟以下分章詳細討論之。

應具之預備智識：現請先論學習統計方法者，應有之要件。搜集材料與製列表格之時，常識量為緊要，而經驗尤為主要之導師；簡單之算術，實際應用之時，熟練最為緊要；但調查之各個部分，彼此因有連繫，在進行一部之時，應對整體了解為宜。提要之時，各項算法，雖無須代數符號，但代數平均數，仍以善於利用為便，且為解說曲線計，對幾何亦應有充分之認識。估計數字之評判，與整理結果之解說，必須應用較高深數學之公式，於是公式之來源及應用，自以明瞭為宜。此種公式，於（1）比較複雜羣類，（2）估量對平均數差度之重要性，或時間數列之離中差量時，需

用特多，而研究相關時，尤為緊要。

{(一)搜集材料：空白表格} 搜集材料，普通多用散發空格調查票辦法，空白票或由調查員代填，或由被調查者自填，而空白票內容之適當籌劃，乃即一完善調查中主要難題之一。在未發出調查票之先，必須釐定全部之工作計劃，且調查結果將得何等數字，事先亦應熟加籌慮，以期規定編制細節，可以正確適用，並調整應用工具，庶免臨時有誤。前已論及，吾人所欲度量之物體，未必全可施以度量，必也求出其關係最切近，而可以度量之數量，例如欲問勞動階級之每年平均收入，其每週平均工資，乃不可不首先度量之。次在研究某一特別問題，其要件須具有相當之專門知識；不然，為測驗調查方法以增經驗計，必須事先舉行小規模調查。所欲調查之人物，務須窮極搜索，巨細靡遺，並事先即加詢問。詢問之問題，以能使得來之答案，立即可供列表之用為宜，故列表計劃，事先亦應規定妥貼。問話之決定，以明瞭易答不致誤解為主，答案必使十分確定，庶答者可以『然』『否』作答，而免含混之弊。又問時不可觸人之所忌，以免引起反感，不可有窮究查問語氣，以免引人猜疑，問話務能斬釘截鐵，以免答非所問，必須包羅周詳，以免掛一漏萬。票上須附必要之說明，以為問答之標準，而免發生錯誤，但又不可過繁；俾免不便遵循。確切之程度如何，尤須先事定奪，時日之問題，答案以至月數為止境乎？

抑日數為止境乎，工資收入等問題，答案以至元為止境耶？抑以角分為止境耶？此外，甚至空白票上之文字及空間大小，雖一小至每方寸之地位，或一字之微，亦須煞費考量，蓋不慮於始，鮮克有成，與其事後無法補救，無寧籌議於事先，故調查表格事先妥為制定，乃一勞永逸之計也。

○(二)列表法○ 列表方法，不一而足，須視問題之性質而定。並在各欄填列相當之總計數，以針對問題之要領。所調查之問題，人數若干，工資幾何，價格多寡，性質不一，列表方法，乃不得不隨之而異。人口普查，製表多藉機械之力；工資調查，重在各業對平均工資之散佈情況，故須用特別方法；貿易統計，採用組類極多，各類又均有煩難之問題，不可一概而論。總而言之，調查之計劃，各類各有其特點，不可不知；而列表結果所示之總計數，必須表示各項之數目，蓋唯有藉重表列法，乃可將備極混雜之變動事件，以簡取繁，條分縷析，於是全類現象，乃可瞭如指掌也。

○(三)平均及扼要○ 原始資料，整理至此，即可從事分析工作。分析之時，第一須從所得數中，提出有效數字；第二求出其總數及平均數，以便得其全部概念；第三以簡短語句，總扼資料之精華；第四一則須用全部資料歸納得出幾個平均數，二則須將所得少數平均數之含義，以簡要明達之文字一表而出之，此總括之結論，即為一般所引用者也。以上分析工作，欲期其精巧，必須熟知

平均法則，並利用圖式。第五，欲補充數字之缺陷，插補中間年份之估計數字，必須應用內插補法，惟此法危險性大，用時不可不慎。第六，最後即用文字敍明其過程——發端及結局，並估計其確度，然後調查工作，乃告完全矣。

(四)結果之評判 實習統計者，請勿以既得調查結果為滿足，務須洞悉方法之種種步驟。在未評判一調查結果之前，一則須備悉數字之來源，是否包括全部數字；再則須知表列之資料，究自何處得來；三則須知調查之時，是否有偏見之存在；四則須知各個答案正確至何種程度；五則須知被調查者有關之事實，其本人是否確知無疑，且即使所知確實，能否據實以告。故調查結果作成報告發表之時，應將蒐集資料全部計劃，逐步敍明，尤須附列原始空白調查票樣張，以便據以評判，而斷定列表結果，是否確由原始答案而來。蓋極為有用之評判，常以內在證據(internal evidence)為有效。各類實得之數，是否與其他位之重要性成比例，特別重要之數字，是否並無充分之證據，均不難探知；數字之連續性，可以檢查，驟然中斷之原由，亦可察出；已填妥之調查表格，可以依樣本分為數類，然後考查各類與整個結論適應程度，則調查表格是否代表甚為普遍之數字，從是可知矣；精審研究詳細之表格，最末數字之正確至何程度，可以揭曉。故以評判態度為此等檢查，則所得資料，是否足以求出精確之結果，吾人

不難得知，於是省略數字之影響，資料之不足，欲行估計其效果之重輕，吾人不可不加之意矣。

統計之最重要功能，在舉表明各類現象相互關係之證據；蓋所得之消息，可謂為行動之指南針，欲知行動必如何而後可產生期望之後果，不能不用此指南針，而欲用此指南針，則唯有探討既往所生效果之緣由也。因此之故，一量數之變動，是否引起其他數量之變動，此乃必須決定之問題，此問題雖不必易於解答，但自應用數學即機率數學 (mathematics of probability) 方法，以研究統計學以來，此問題之解決，並非絕無辦法，實際言之，近年統計學之進步，主要實受此門數學之賜也。

此種問題，重要固重要矣，然深奧難解，普通學生無相當專門學識者，曷克勝解決之任。故本書編訂計劃，擬將需用專門或數學學識之各種問題，留待第二編討論，本編所研究者，乃無需特別高深訓練者也。

(註一) 例如白秋雍博士 (Bertillon) 著『統計學初級教本』(Cours élémentaire de Statistique)，即係如此，本書下文所論採用之處頗多。

第三章 單位之定義與資料之搜集

第一節 單位之定義

調查伊始，第一問題，『將計數者何』，迨列表既成，最後又有一問題『已計數者何』。前一問題之答案，即開端之定義，後一問題之答案，示定義應用時必有之變更。立一定義，其事甚難，基本困難，一則由於需要將尋常用語所含（分明或不分明）概念，解釋為可以枚舉之實體；二則由於擇定可以計數之事物，何者與實體最為接近，而可得吾人所欲知之消息也。

問題焦點所在與所得資料。例如，吾人欲調查失業現象中之龐聚雜居及工作損失問題。龐聚雜居現象，以數字表示之，惟有查房間數或空間對人數之關係，而此問題，又往往因家屬之性別及年齡而異，且因房間之通風及光線而有不同。實際上，可以計數者僅有（與其需要並無密切關係）人數，至房間（房間定義只能武斷規定之）數，或其立體空間，尚能筆之於記錄。工作損失，現之於數字，須查現未作工之尋常工作日數。實際上，所計數之失業人數，乃指在工團或勞工交易所完成某種手續——如定在每日某時簽名於簽名簿——者而言。『失業人數』之定義，親

登記之規章而定，且在失業羣中加入登記者，亦僅該團體所轄範圍內之一部失業者而已。人口普查報告所用之『廢聚雜居』，意指一住宅內人數超過房間數兩倍以上之人數而言，至所謂房間也者，乃已將浴室、洗濯室等等除外也。

講述統計上總數及平均數之字眼，如人口、進口貨、進口船噸數、平均價格、生活費用、有業人數、工資、所得、資本等，均為專門術語，較之言談或文字中所指，意義確定多多，即用法亦與普通應用者有基本之區別。此等名詞，均可給以確定之定義，而其定義只於已列有總計數字之原始報告中始能確定之，然即在此種報告中意義仍有極為曖昧之事也。茲為示明如何可以確定所得總計數字之意義起見，特將調查原始資料之檢查方法，於下節分述之。

報告之明確要件。陳述總計數及平均數之時，務須儘量求其清晰明確，切忌冗長之語句，表格上之簡要標題，內容過於複雜者，則應列以定義。例如考察英國煤礦生產時，吾人不可以『每人生產量』一詞為了事，而應審如『大不列顛全部煤礦，一九二〇年，一月二十五日起，一週之出煤噸數，而以該週掘煤工人平均人數除之』；如嫌此言過於繁累，則或於前後文中，或於小標題，抑於底註內，列舉上述要點，並將僱工平均人數之計算，加以說明。

欲用百分數，必須表明計算之根據，不然則絕不可用。例如某種商品，前些日之價格，為八十鎊，今日忽高至一百鎊，則其增價為『前日價格』之百分之二十五，為『現在價格』之百分之二十。今如降低『現在價格』之百分之二十五，則必成為七十五鎊；但如降低前日價格之百分之二十五，則必復原為八十鎊矣。執此以言工資，如工資對『一定標準』按四次各提升百分之十，則該標準百分之一〇〇，一一〇，一二〇，一三〇，一四〇，即為各種之工資；但如以各該期起始日工資之百分數計算，則各期中之增價，不過分別為一〇，九·一，八·三，七·七而已。

複雜之定義，保持明晰之有效方法，在設計製表程序中，尤有特別之重要性，茲特例釋如下。

屬性及特質 茲取英國所得稅委員會表格之一為例，在此表中，應課稅之所得總數，達一十九億七千萬鎊，其意義，見於該會之編制則例中。茲特將此總數之定義列下：

- A. 所得
- B. 據所得稅委員會之所知
- C. 合乎課稅法令之規定
- D. 減除折舊準備及其他
- E. 為英國私人或公司所有，不住於管轄區內而有納稅義務之人所有亦同

F. 在一九一八至一九一九會計年度應課稅者。

以上六則：各示一特質，總數中每一單位，無不畢具之；由此等性質之確切定義，所謂總計數之命義，乃得表明，且『所計數者何』一問題之答案，亦在其中矣。

記錄之事實(B)，時間(F)，及空間(E)，數項特性，任何一者均萬不能少者也。

第二節 資料之搜集

第一目 人口普查

人口普查。前章所論之原則，最佳之例證，莫過於人口普查，蓋一則其計劃、宗旨及細目，人所共知；二則用以搜集原始資料之調查表格，可以顯示詳密調查上之困難也。

人口普查之目的。第一請論舉行人口普查之正確目的：人口普查之目的，乃供人口學之研究，惟有人口普查，乃可得知人口之總數及地域上之分佈情況，惟有人口普查，乃可得知兩性及各級年齡之人數，以及關於獨身、已婚、寡居等等之人事情況(civil condition)，亦惟有人口普查，乃可得知人民之國籍，此乃行政上所需消息之最少限度也。除此之外，尚有政治家及經濟學家，諸多欲知關於每一人民之事實，而欲蒐集普遍之資料，就英國而論，惟人口普查實優為之。

問題之選擇 然欲知之事項既夥，所必調查之問題，亦因之而繁，各項問題，何取何捨？此宜以便利為主，不可斤斤於理論。欲問之事項雖多，大要不外下列數則：（一）家庭之組織及人數，家庭在社會上之地位，家長經濟上之能力；（二）家中各人之就業性質，各人及全家之工資或收入，房屋之規模及租金，各人所受教育之程度，開始或就業退休之年齡，遷徙之情形，加入宗教或他種團體否，家中各人有何殘疾。如此種種之訪問，如欲免除調查表格項目之煩瑣，並期於適當期間內可將表列整理就緒，若干事項殊有刪略之必要，至於究竟如何選擇之法，則非將欲行調查之問題，逐一考查其大概性質不可也。

回答問題之能力 選擇標準，第一須以被訪問者能以答復之問題為限。蓋此項問題，如用以調查受過教育而謹謹守法之人士，自可訪得家庭遷移情形，及何年齡開始工作等等之全部消息；不知人口普查之特點，乃即在其範圍之普遍化，故所訂問語，務求知識程度最低之貧苦民衆，能以了解而能答復為要；然惜此多為人所遺忘而忽略之耳。

確定 第二，問語性質務須能以完全確定，庶答者不致有答話是否對題之懷疑。統計家認為最有價值之答案，莫過於『是』『否』二字或一單簡之數目，確定之時間與空間，或用有確實意義之字句。諸如『許多』，『時常』，及『一部分』等等形容詞

及副詞，所含之數目意義，各人感覺不同；且用此等字義，描寫一人物情狀，雖亦頗能表示清楚，但製表時乃全歸無用，而人口普查中徵求答案之用途，乃惟在用以製表也。例如，問及教育程度，則所問者非『曾受良好教育乎，抑受中常教育，或毫無教育乎？』吾人所希望者，惟求其『報明停止求學時之年齡，讀書幾年』而已。但此項含糊之問題，有時由於首次嘗試之缺乏經驗，或由於被調查者之疏忽，於是所得之文句，全失其實用之價值，反或引起重大之錯誤。調查工資及收入之時，問題若不具有一定之意義，結果必難期十分確實，例如工資調查，即需要精密之定義，並須有若干附帶問題，方可查得適當之估計數字；蓋問題之簡單如『君之每週或每年工資若干』者，答法亦有若干種，然答數之毫無價值，則無可疑義矣（註一）。

忠實 第三，規定問題尚有一要件，一則必須能得忠實之答復；二則必須能以避免偏頗之答復。此一準則，如欲嚴格恪遵，則對人口調查票之款式中，『何者勿得遺漏』之懷疑，幾已無須乎此。關於此點，問案之最難者莫過於問『君為僱主抑為被僱傭者』？固然，身兼僱主而同時又有被僱傭者之身分者，所在多有，故在第一次發現之後，以後如再舉行調查，應將此項問案捐除，蓋即使有此問案，然一般心理，多欲自擡身價，因而調查所得答復，未必足以信賴；反之，無中生有，錯誤必多，是以在求『忠實』之原

則下，此關於社會階級之間案，應行剔出也。

『樂於答復』第四原則，設問須使人樂於答復；反之，有究查語氣之間話，或使人易慮及有變更法律及徵課新稅之可能者，均宜力圖諱避。關於工會，財團等會員身分，或關於保險之問題，均足使人認為有查究性質。多數之人，以為追款若干，純為個人私事，與外人無干，因而不肯說出。問及房租時，被問者則以為此或乃加稅之先聲，因而引起彼等之疑懼。關於宗教之問題，彼等答案殊難引為滿意，此觀一八九〇年戶口普查委員會所得結果（註二）可知，故在英國而舉行調查，依以上四條定則，應以不問宗教問題為是，蓋若干人所奉宗教，作何名稱，一遇詰問，瞠然莫對之事，屢見不鮮，有者以為問題太大，茫然不知所措，此事既所在多有，而有人故弄玄虛，與事實恰相反對，或全然不肯回答者，尤比比皆是也。

次頁所附人口普查表，其問題一、二、三、四、十四及十五，依上述理由，皆不屏除，因問題均頗確定，一般戶主，大都能以答復，且均樂於答復，而答復乃可無誤。惟第五問題，遇有離婚，分居，或不合法之結合，則不免有欠確實之答復。至問題第六、七、八、九，在一九一一年，始行加入，雖亦多欠確實，但許多重要之新穎消息於此而得。至於第十及十一兩問題，對於職務分類（例如書記或木匠）及職業分類（例如紡織業所用之書記及木匠），區別

一九一一年英格蘭及威爾士人口普查

性名	對戶主之關係	年齡(截至最近生日為止)及性別	結婚情況						
			男性年齡	女性年齡	凡在十五歲或十五歲以上之人口，在名下宜註明「未婚」、「已婚」、「經夫」、「寡居」	現有已婚者，如若已婚未滿一年者請註明「一年以下」	現有已婚者所生兒童人數	出生時現有生存在之兒童人數	死亡之兒童人數
不論自家人，來訪親友，寄膳者，或僕役，凡(一)於一九一一年四月二日(星期日)夜宿於本宅，而在半夜生存者，或(二)於四月三日(星期一)早晨到達此宅而未經別處查過者均須填報，除此以外之人則不得計算在內	註明是否為戶主「妻兒」或「女僕」關係其他親屬下，即為「戚友」「寄膳者」或「僕役」	一歲以下之嬰兒年齡，以月計，如「一月」、「一月半」等							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2									
3									

(第一表)

一九一一年英格蘭及威爾士人口普查（續）

十歲以上者之職業				出生地	生於外國者之國籍	殘疾
個人職業	所在機關	役人者或役於人者，抑係自役者	是否在家工作	(1) 如在英國聯合王國 落生者請註明出生 地名或教區名 (2) 如生於英 帝國其他各部 者，請註明屬 地，殖民 地，..... 以及邦名 或者省名 (3) 如生於外 國，請書其國 名 (4) 如在航程 中出生者，請 書明『生在海 中』	請照下列 各項擇一 填報： (1)『世為英國 臣民』， (2)『歸化之英 國臣民』並註 歸化年月 (3)如屬外國，應 帶屬『法』『德』『俄』 或其他 (4)『全體』或 『聲咗』， 『全瞎』 『瘋狂』 『白癡』或 『意志薄弱』	本表所填 之人如有 下列殘疾 者，須在 各該名項 上填註明 白，並記 發生廢疾 之年歲：
10	11	12	13	14	15	16
此條須填答 工作之機關 凡在工商業 者，在商業而 中者，請註明 其名下，如第 十條已填註明 (1)僱用他人工 作者，此條 可勿須再填 此條僅註明 私人所用僱 役，此條 可無須填 此條須填明 惟在公共團 體(如政府、 市政廳..... 等)工作之 僱役仍須說 明所在團體 機關名稱	此條須填答 工作之機關 凡在工商業 者，在商業而 中者，請註明 其名下，如第 十條已填註明 (1)僱用他人工 作者，此條 可勿須再填 此條僅註明 私人所用僱 役，此條 可無須填 此條須填明 惟在公共團 體(如政府、 市政廳..... 等)工作之 僱役仍須說 明所在團體 機關名稱	從事工 業而中者 請註明 其名下， 如第 十條已填註明 (1)僱用他人工 作者，此條 可勿須再填 此條僅註明 私人所用僱 役，此條 可無須填 此條須填明 惟在公共團 體(如政府、 市政廳..... 等)工作之 僱役仍須說 明所在團體 機關名稱	從事工 業而中者 請註明 其名下， 如第 十條已填註明 (1)僱用他人工 作者，此條 可勿須再填 此條僅註明 私人所用僱 役，此條 可無須填 此條須填明 惟在公共團 體(如政府、 市政廳..... 等)工作之 僱役仍須說 明所在團體 機關名稱	附註：——凡 非生於英 格蘭及威 爾士者， 請報名『 常住』或 『暫居』		

須由，或代，戶主，或住所之主持人填寫之項：

填表人保證，填答時確盡所知，正確報告，
並無虛偽。

卷之三

通信處二

本住所（包括家宅、共同住屋，或分租等）之房間數請填註於下。廚房作為一間，但洗滌間、拖項臺、接待室、藏衣室、浴室，以及貨棧、寫字間、店房，等處不得作為面數計算。

不無困難，惟自一九一一年以來，此兩問題，業已加以改訂，以便製定二項表格，然第十二問，對於有工作者之情形，並不能完全訪明，而十三問復多欠確實。兼任兩個同等重要職務之人，迄無釐定條文。此外，尚有第十六問題，尚不完全確定，而答案亦無大用。至若其他各項之優點，人口普查委員會之報告書，曾有詳盡議論（註三）可以參閱，此時所論不過在表明問題取捨之理由而已。

填表人員：關於填寫表格之人員，乃為一重要問題，而為前此所未暇論及者。表格由戶主填報者，英國人口普查即行之，此須設問性質簡單，文字淺鮮，與用指派調查員查詢代填者不同。但後者一法，表格可較複雜，設問不妨詳盡，且問題為一部無知人民有答非所問之可能者，亦無妨礙，蓋調查員可以儘量研詰，必能得一答復，答復之顯有錯誤者，乃可隨時排除，且為製表便利計，更可反復詢問，至答復對題而後已也。規模宏大，問題複雜之調查，如人口普查之類，必須集合衆多之調查員，加以短期之訓練，指導事項及通盤計劃，必須儘量單純；至調查範圍縮小時，訓練則不厭求詳，問題則不妨稍繁，此在第十，十一，十二及十三等項，尤關重要者也。

表格之款式：調查表格之一般形式，頗有加以注意之必要。目的如在欲知家庭之結構，答案以能在一張上填答為最佳，

故表格之地位，應充分寬裕，庶足以爲最大家庭之用，以免黏合多張表格之煩，而製表尤爲便利。又表格必須預備充分之空間，以便不善寫字者填答問題之用，但紙張仍不可過大，以能以展鋪寫字臺上爲宜。至於說明，務應清楚，不可模糊，並須貼近填答案之處；爲達此目的，不妨善用大寫字，斜體字，各種不同字體。第一表所舉人口普查表，所用者即其概略之縮影也。

調查目的之宣示：調查表格上，須將舉行調查之目的，及搜得數字之應用，加以說明，以期邀得被調查者之贊助，而消除一般之誤解。至於說明之範圍，程度不一，大部繫於調查之是否強迫，如人口普查，抑爲情願，如工資調查。上文所舉之人口普查，因人民已知其一般形態，而樂於完成其任務，故無須再加序文，但調查之已爲國會批准，人民有服從之義務一節，仍有宣布之必要。宣示之法，須印於表格摺疊之後面，庶表格不必展開，即可入覽，此外一方面固須將不肯填繳表格或虛偽謊報者之罪名，以及前次違犯規則者之處罰，印揭背面，以資恐嚇，一方復須聲明，準代填答者保守秘密，以免他人之利用或加害。但訪問如非屬強迫性質，必須附印信函，隨表格遞送，請求填答者熱心贊助，以底於成。

附帶訪問：表格之主要部分歸戶主填報，其餘部分，可由調查員填寫，如此則費事不多，而若干之附帶消息，可以搜集得來。

在表格之外角，註明人事登記區、分支區、調查區、及通信處等，以便依號次製列成表，各區域之材料，隨手可以翻出也。調查員攜帶空白表格，親往各家訪問，此乃為英國人口普查所不能，然用此辦法，關於房屋式樣及街道情形，乃一覽而知，若在嚴重調查之時，更可僱用專門助手，每至一家，瀏覽一過，該戶之詳細種切，即能書成若干有趣味之記載矣。

縱橫行列：現依上述準則，進而批評表格之細節。第一點，表格之行列，安排上有時竟不能完善。蓋勞動者，既根本不能執筆，甚至雖一點一劃之微，亦須經人指教，調查表格行列縱橫，自難期其領悟，故若非有人從旁協助，即將有失措之虞也。下列問題：

請告知君之姓名_____

請告知君之年齡_____

請告知君之性別_____

未婚，已婚或喪偶_____

等等。

答語緊隨問題之後，填註自較容易，然如此則調查表格，不論成人或兒童，必須人一各張，如法國所行者即是。

問題之評判：表中第一問題，本為人口普查之一般目的，應如何確切肯定為宜，然若略一考察，乃不容不有所懷疑。蓋所謂

夜宿云者。設有一在晨四時，始行回家之打更人，或晨二時始歸之印刷工人，將何以置之耶？戶主又何能盡知住所內有何人改宿於別處耶？關於此點，若一一加以說明，將不勝其煩，而填答者尤感頭緒紛亂，莫明所以，故究竟如何答法，必須對調查員講授明白。

《人口之意義》。再就『某區之人口』一詞而論，其意義何如，亦不無可疑。蓋在法國，有所謂『事實人口』(*la population de fait*)，即某一瞬間某一地域所發現之人口，與『法律人口』(*la population de droit*)，即某一地域之常住人口，加上隨時他往減去臨時來住之人口；事實人口與法律人口，二者迥不相同。例如市區人口，乃即法律人口減去監獄囚犯，醫院病人，住校學生，寺院僧尼，以及軍人等(註四)，而英國人口普查，所查則僅為『事實人口』也。又在美國，一八九〇年，有所謂『憲法人口』(*constitutional population*)，乃將印地安人保留地(*Indian Reservation*)特區(*territory*)，及哥倫比亞區之居民除外；有所謂『普通人口』，即將特區包括在內(印地安人保留地，印地安特別區，及阿拉斯加仍除外)；更有所謂『總人口』(*Total population*)，即除印地安人保留地外，其餘各地一概包括在內(註五)。在一九一〇年時，普通所指之美國人口，即僅就美國大陸而言，即四十八州〔向為特區之亞里綜那(Arizona)及新墨西哥(New Mexico)包括在

內) 及哥倫比亞區也。若再加上阿拉斯加、夏威夷、及波特里哥(Porto Rico)，海外之陸海軍人，可謂之總人口，但此外尚有一總人口數，即尚須包括菲律賓、幾亞穆(Guam)、沙謨亞(Samoa)、及巴拿馬運河區域等地之人口估計數字在內。因哥倫比亞區及印地安保留地之人口，不在攤派稅捐範圍之內，故尚須從大陸人口中減去。須知錢奈爾島(Channel Island) 曼島羣島(Isle of Man) 之人口，本在英國人口普查挨戶清查之列，但普通所提之英國總人口，此兩處之人口不與也。又海上或海外之陸海軍人人數，亦係單列一表，亦不在總人口之內也。

年齡 表中第三第四兩行填錯之原因有二：一則因年歲較大之人，有時並不知其確實之年歲為幾何，乃隨手填為相近之整略數，於是填完送回之表格，年齡多為四十，五十，或六十。欲免此中差誤，製表時應按 35-45, 45-55……等歲分組，如欲製更詳之表，最好依 3-7, 8-12, 13-17……等歲分組；二則多數婦女慣於低報年齡，在此情形之下，補救之法，可對照人事登記簿冊，以求較近之總計數也。

尚有須加注意者，報告年齡，既以『上次生辰』為準，則年齡平均必較實在年齡，低六個月，而在事實上，如有報十七歲者，則其實在年齡，確亦較十七歲多數月不等其分配均勻一致，最多至十八歲為止也。

職業 表中第十，十一，十二，及十三等四欄，有極重要而應加批評之點，但人口普查委員會關於產業調查上所有一切問題，一時不便討論；惟可得而言者，一職業調查，欲求其完善，最好單獨舉行並與人口普查稍異其原則。此蓋無可疑，但在改弦更張之意見未一致前，則與其因不能得到確實答案而放棄之，反不若於現有人口普查表格中添加適當關於職業問題之為愈。總而言之，職業調查理應與人口普查，合併舉行，非然者，解釋之巨大困難，將層出不窮矣。困難之點何在，此則觀於『生產調查報告』中之服役人數統計，與人口普查有業人數統計，對照鉤稽時可知之。

吾人批評特殊問題時，必須將目的物，常存於心目中，茲所

紡 織 業

	綿 織 業	毛 織 業	麻 織 業	總 計
監督者				
工 職 員				
工 職 員				
工 職 員				
工 職 員				
工 職 員				
總 計				

(第二表)

討論者，目的物有二：一查各工業各部門服務人數，即縱的區分也；二查各級職務（如勞動者、工頭、僱主……等，或鐵匠、木匠、織工……等）上分類之人數，即橫的區分也，於是列成表格，結果如上。

訪問之最低限度，必須能得下列回答：

法律業——律師業——司事員

礦業——煤炭業——挖煤工人

金屬業——鐵業——打鐵匠

執此以論，僅一『請告知君之職業』問題，必不能得到此類消息。挖煤工人，僅云礦工而已；打鐵匠，亦不過提一鐵匠而已，而為書記者，則將云為司事員而已，挖煤工人，僅言礦工而已矣。故欲將所需要者，加以解釋，錯誤之事，欲求避免，必須在空白表格背面印成填表須知，以便填答者有所遵循。而填表須知必須標列特別字體，以期清楚明瞭，尤須簡短切題。如回答者有正確填註之心，並有相當教育程度，足以瞭解簡單之說明，填寫錯誤之事，每不易有，惟恐填答者多未之見，或閱而不行耳，此乃與研究空白調查表格，大有關係者也。表格發交被調查人，令其自填，人力時間，節省甚多。故填報之法，可有兩種途徑，一將表格盡力化至最簡，而結果可期最良，否則，不必令被調查人填寫，僅由其報告所知而由調查員代填，蓋調查員深諳填表須知，調查之法律強迫

效力，亦所熟知也。然後者一途，時間費用兩不經濟耳。

現在之調查制度，加以製表之方法錯誤（或亦爲事實所不可免），均足爲英國迄未有可靠職業調查之原因。現存之數字，一則由於資料之不確實，二則由於製表之不良，已大失其價值，而吾人若干重要計算，尚以之爲根據，夫人皆知其不可也。

『新問題之結果』在一八九一年，曾有一番努力，企圖分清有無技能工人，僱主與被僱者之相對數字，即現在第十二欄之問題也。第十二欄之標題，本不足爲清晰之規範，文字既無『請告知』，『請填寫』等平常字眼，而填答方法，究係用『是』『非』，抑在相當欄內填註記號，在表格前面，亦無說明，至三個項目，界限亦復有欠明確；然則在一八九一年之企圖，由下列報告書中（註六）看來，始終未能作到也：

『填回之表格，內有極多，根本並無記號；更有甚多，二欄乃至三欄，同時均有十字號，即其中只有一欄記十字號者，亦有充分之理由，足以判定十字號已錯置欄數也。誤置他欄之事，除填答者有意點錯外，似幾難有他種原因，蓋性質愚魯，頭腦庸俗之人，往往以擡高職務地位爲榮，且據以教唆他人。因此之故，填表之時，一人之見如此，有聯帶關係之多數人，亦由僱員地位，而填入僱主階級矣。蓋收回之表格，內中若干項目下，填僱主者較填僱員者爲多，填店主者，比填店員者爲多……也。此種令人不

解之情形，若非特此僅有之假設，必難得有解說。故此項答案，吾人認為大不可靠，無論何張表格，均不便有所利用也』。

雖然如此，此種問題仍行列入如故，製表亦如故，而統計家居然予以相當信仰，竟行採用之矣。

此種企圖，及其結果，對於設計調查表格者，關係何等重要，不言可喻，此吾人所以一再提及，不憚詞費者也。

在未結束本題之先，尚有一事，不容忽略者，即在英國欲由英國人口普查中，將依賴某一產業生活之人數，換言之，某業之僱主人數，及其家中人數（如尚未調查得來）與所用僕役人數，以及僱員及其依賴者之總人數，直接歸納起來，斯時尚不可能。但此乃在考查一國中各種產業之比較重要性時所必需，在其他各國雖已不無適當辦法，而在英國迄無可用之表格，故只得靠統計家之估計，始能求得總計數字也（註七）。

欲知人口普查表格答覆所給之消息，如何可以作成詳細分類數字，只須查閱布斯氏編『人民之生活及勞動』(Life and labor of the people)一書中，第五編第四十六頁所列者即是。

就一般論之，統計家之工作，必須利用既得之資料，故先決問題，必須了解蒐集資料時所用之定義，以及已發表表格所受之限制。蓋極荒謬之編製，一經妙手整理，亦常能得出有價值而正確之結果也。

第二目 工資調查

工資調查（如於一八八六及一九〇六年所舉行者是），與一般人口普查，不同之點甚多，舉其重要者，約有二端：（一）工資調查表格之填答，屬於自由性質，而人口普查，則有強迫效力；（二）工資調查，填答須具有較高之知識程度。

《工資調查之主旨》與前相同，欲舉行工資調查，必須先研究其主旨何在。其主旨云何？一則表明英國人民之收入；二則比較各業之工資率；三則調查各級工資率上之比較人數。

《時間單位》為達此目的，計算之數量，以何者為最佳？就先決問題而論，時間單位將用一日乎？一週抑一年乎？如所得之資料，為每日之工資，則一週之間，各種職業，日數自四天至七天不等，必難據以核算每週之工資。至每週工資可謂為較確定之日數矣，然因各業多受季節影響，一季工作異常忙碌，而他季則不然，更有若干之產業，各季節工作相差甚大者，故在某一星期，恰為一業營業最盛之季，而為另一業生意最淡之時，二者用相比較，其間相去，豈可以道里計耶？為今之計，一則為避免此種差誤，二則因一年工作若干全星期(full week)，除在少數向不停工之產業外，多甚難以計算，最佳莫過於用一年為時間單位，惟惜直接推算個人之每年收入，實際上又不可能耳。蓋在大工業中，人員更換，時日靡常，一人所領工資，一年恆三易其僱主，各人工資總

數若干，雖僱主亦不得而知；即就當年不更動人員之廠家而論，每週發放工資總額，一般並無表格之製列，似難期收綜計便利之效；若重新加算，則卷帙浩繁，計算人工又將大至驚人矣。至若工人方面，一年中收入數字，大多數並無詳確之記載，所能為力者，只有藉重個人之精審研究，加以估計，然謂其欠有確實性，則無可疑；在最多情形下，欲使工人自述其過去十二個月間有關收入數字，如其不願，固無待言，即使情願，恐亦有所不能也。

由此觀之，舉行工資調查，必須採用較短時間之單位也，昭然明甚，惟大多數之工資既按星期發放，則最自然之單位，莫過於用一星期矣。用星期計算，其每週工資，用以估計當年收入所引起之附帶問題，可暫置勿論，惟對於第一問題，即調查之最優數量，乃只得一間接之答復；唯一之直接的個個數量，乃為每週工資，而此只可用大量估計方法，加以補充也。

調查僱主與僱員。先決問題，討論既如上述，現又有一第二問題：需向之訪問者為何人？供給資料者，乃為僱主與僱員，而在一理想之調查中，二方面之消息同須求得答復，固矣；然為求手續之單簡，費用之節省，資料之確實，唯有訪問僱主時，方能收效，訪問僱員時，則有所不能也。

訪問僱員時，程序有如下列：（一）籌擬一類似人口普查表格之調查票，一面將調查之目的，作一簡短之敘述，一面擬列若

干簡要清晰，單簡適當之問題，每一問題之後，各留適宜之空白，以足以填答最少限度之報告為合格；（二）表格發交調查員取用，填畢交回集齊之後，預備相當時間，使調查員有審查改正機會。此法所需之組織廣大，費用浩繁，較之人口普查，有過之無不及，事乃至屬明顯，然其舉行結果，所可求得之確實消息之最高量，能否足供應用之最小量，尚在可疑之列。雖然，調查之一部分工作，藉用工會之力舉辦之，亦無不可也。

訪問僱主之方法列下：就所欲調查之範圍，抽選若干產業，分別查得各僱主之住址，將適當之空白表格，備具解釋函件，逕行寄交所有僱主，請其填畢寄回。用此方法，較之前論調查工人之計劃，簡易多多，省費多多，且所用表格，大為減少，整理人員，數亦至少，蓋在商人方面，表格填畢寄還，較留存待人走取，反覺簡便。惟調查之時，既無當面之接洽，表中設問，尤須特別清楚，因事後改正錯誤，往返通信，雙方均感煩擾也。一八八六年，所用之表格，茲節錄一部分分列於下。

工資調查

統計工資率報告

廠名或店名

地 址

注意——經理與職員之薪金，可請勿庸填列，本表所調查者，僅為工人工資。

一八八六年——僱之人數.....人數

一八八五年全年所付之工資.....金額

一八八五年所付最高之每週工資.....金額 日期

該一星期領工資之人數.....人數

一八八五年全年所付最低之每週工資.....金額 日期

該一星期領工資之人數.....人數

請示現時加工時間之平均工資率：換言之，加工時間，按一時一刻計算，抑按

一小時半計算.....等，或用其他方法，請書明其方法

請示知，現時有否加工之工作，如有，有若干；或現時有無少於規定時間之工

作，如有，少多少

一八八六年一月一日各家絲廠所僱工人，

現行每週工資率及工作時間

職務分類

注意——下列職務分類表，如不適用，必要時，可請斟酌改動。

工作全星期時，現行每週工資率及工作時間數，但加工時間不在此限。

注意——請告知每星期工作時間數，工資按時計算，押按件計算，如以件計，請說明每星期所得工資之總額，加工不計。

	男 性						女 性					
	男 子			幼 童			婦 女			幼 童		
	工 人 人 數	工 資 率	工 作 時 間									
織 織 部												
分絲工	時工 件工											
捲絲工	時工 件工											
洗絲工	時工 件工											
紡絲工	時工 件工											
雙線工	時工 件工											
其 他												
紡 織 部												
選絲工	時工 件工											
鍋爐工	時工 件工											
修整工	時工 件工											
梳刷工	時工 件工											
其 他												
織 紗 部												
捲絲工	時工 件工											
排經工	時工 件工											
揀經工	時工 件工											
摺疊工	時工 件工											
裝填工	時工 件工											
其 他												

『全年工資』計量工人階級之全年工資，為調查最終目的之一。全年工資，包括之項目頗多，重要事項，不外如下所列：尋常每週工資，加工工資，特別工作（例如派赴遠地工作之建築工人），或特別季節（例如農場收穫期）所給之特別償付；與非現金之付款，例如房屋之免租或減租，免費或廉價之煤炭，以及以批發價格或廉價優待售與之特種貨物（如紡織工廠之布疋，農場工人所買之番薯）等是也。

如用實物償付工資之事實，果為普遍之現象，或佔重要之部份，則進行調查，必須以勞工委員會附屬之農業委員為前例，另用一徹底不同之方法。但如所關僅為一單純之科目，例如房租免付，則無須改弦更張，只於前列之調查表格上填一項問題已足。此種情形，織絲工業，尚屬少見。總之，以上數點，指示吾人，在未擬定妥善調查表格時，主持調查人員，對於實際情形，必須有充分瞭解，方能擬定恰當之表式也。

上文曾提及每週工資，加工工資及特別償付等問題，茲以加工工資與特別償付二者與每週工資合併討論之。平常每週工資，在大多數產業中，大多數部門內，乃為普遍而意義確定之數量，任何工頭一人，手下管轄工人若干，每人在平常全週工資幾何，大概均能報告。在許多方面，工團（如建築業是）均曾對於每小時或每星期之工資，有所規定。在另外若干方面，如在紡紗業，件

工工資數額，亦曾加以規定，庶因工作之難易，使每週工作之工資，可以得到確定數額；就一般情形而論，苟取工資薄，略加涉獵，即可知每部門之工人，所得工資，均有傾向平均數之趨勢。由此進行，平常整個星期之平均每週工資，必可從而求得，並可具有頗大之確度。然行程並非止此而已，此乃為計算全年收入之一部工作，此外尚非求得一年共工作若干全週不可。關於此層，前列表式中所用之方法；尚有研究之餘地。所欲探問之問題，已見於前列工資調查表格上，由此諸項問題，可以查考問題焦點所在與所得資料之差別。

問題焦點所在及資料。問題焦點之所在：全年工資減去停頓之星期工資並加上加工之期間工資，等於若干全週工資？於此，第一待決之問題為：吾人將一律減去因病假而損失之工作時間兩個星期耶？抑按實在不能作工之時間據實計算耶？患病原為個人之不幸，並非一般之損失，在可能範圍之內，自以屏除不計為宜。至某一季節之加工，雖在一年間未必有多過於常態星期之工資，加入平均計算，但與其他季節之停頓期間，終有立趨平衡之趨勢，而以在採取一小時作一點十五分，或一小時半計算之基礎時為尤甚。故估計一年之收入，以如是之多之常態星期工資為準，不唯得手續之便利，抑且有論理之根據。舉例言之，如一方病假日期為二星期，工廠停閉之日期為三星期，另一方面，某一忙迫

之月份中，加工之工資，恰等於常態星期兩星期之所得，結果一年即有四十九個全週之工資。由此得來之數字，即為一年工廠以工資形式而付出之總額，再用特工廠為生者（假設全行加入工作）之常態星期工資總額除之。譬如，在常態星期，一千二百工人（男工、女工及童工），如全行加入工作，可賺工資一千鎊，此數即為依賴某一紗廠生存之平均人數，又如全年以工資形式付出之數額為四萬八千鎊，則全年工資即等於四十八個常態星期之工資，而工資平均，必為四十鎊矣。然工廠所付工資之總數，多有帳簿可稽，依賴工廠作工為生之人數，常不能確實查出；蓋一大規模之產業中，人員不斷變動，設有工人離此他去，彼究已入他廠工作，抑從此即告失業，雖身為經理者，亦難得知。故如以一年中曾在廠工作之總人數為基準，既失之誇大，但如以常態星期之工作人數，又未免失之過小。唯一可用者，似只有一年中工作最忙之星期，所有作工人數而已；蓋工廠工作忙碌之時，除因病缺席者外，其他未能到廠工作之人，絕不能謂之賴工廠而生存，反之，如其同時並未在他廠工作，則彼加入永久失業羣中，乃可斷言矣；夫工廠生意繁忙之時，請假遊玩者，實乃絕無此人，且同業工廠，生意閒忙，大都一致，此廠忙時，彼廠未必忙，而彼廠閒時，此廠亦未必忙也。印就之問題——全年共計工資若干；工作最忙之星期，共用工人若干——既得答覆，假設答覆適當，則吾人所

欲得知之消息，即可全然明瞭；因全年付出工資總數，用工作最忙之星期所僱工人人數之最高額除之，即可得出平均全年工資也。如欲求常態星期之等量週數 (equivalent number of normal weeks)，即用賺平均工資之工人人數最高量（可由調查表格第二面得之）乘之，則所得乘積乃表示每週工資之總量（假設全體工人全行被僱加入工作），然後用此乘積，除全年所付工資總數即可矣。

爲例釋上項手續起見，不妨用最近所舉行工資調查之資料，與一九〇六年所得者比較，蓋最近所得消息，較一九〇六年之調查，詳備甚多也。

『全年工資與每週工資』。一九〇六年工資調查，所得之種切，如下所列。惟須聲明者，此處所舉，乃僅就英國之紗廠爲例，且下列數字，又僅指有答復寄回之廠家而言。

$$T = \text{一九〇六年之工資總計} = £10,195,229.$$

$$W = \text{工資總額之每週報告十二個星期(註八)之平均數}$$

$$= £204,173.$$

$$N = \text{工人總人數之每週報告，十二個星期之平均數} = 212,503$$

$$M = \text{十二個星期中工人總人數最高額} = 213,472.$$

$$A_o = \text{某一星期所僱工人之平均工資} = 19.43\text{先令}.$$

$$A_f = \text{某一星期工人未曾加工亦未停工者之平均工資}$$

= 19先令7便士。

由此可得結果如下：——

$$A = \frac{W}{N} = \text{十二個標準星期每星期平均工資} = 19.21 \text{先令}$$

$$E_a = \frac{T}{N} = \text{平均人數之平均全年工資} = £47.98$$

$$n_1 = \frac{E_a}{A} = \text{一年中實得平均工資時之星期數} = 49.95 \text{星期。}$$

一年共有五十二個星期，茲實得四九・九五個星期，相差有二・〇五個星期；以意度之，此數乃即放假之日數，約合工作日數八日至十五日，惟此中未必全為假期，此外工廠因故停工之日數，亦當包括在內也。

$E_m = \frac{T}{M} = £47.79 = \text{總人數最高額之平均全年工資}$ ，所謂最高額即恃工廠為生之人數，至相差數額，乃由於失業關係也。

$$n_2 = \frac{E_m}{A} = 49.73 = \text{總人數最高額賺平均工資之星期數。}$$

$n_1 - n_2 = 0.21 = 一九〇六年因失業而損失之星期估計數。$ 此外，尚須加上在工作最忙之星期中，仍係未找得工作之失業者，所損失之星期估計數。

$\frac{A_t}{A_e} = 1.008$ ，在此情形之下，就全般情形而論，加工之時間乃較停工之時間為多，故工資較之純為全時工作（full-time work）所得者尚多得千分之八。

以此千分之八，加於 n_2 上，則所僱工人數最高量，在一年

中，能賺全時工資之星期數，為五〇·一。

在一八八六年，查得記錄上一八八五年工資總數為 $T = £3,146,566$ 。

一八八六年常態星期之平常工資，為 $A_f = 15\cdot 2$ 先令。一八八五年記錄上最高之總人數，為 $M = 87,887$ 。故最高總人數之平均全年工資，為 $E_m = \frac{T}{M} = £35.8$ ；又如 A_f 等於 A （一年中平均每週工資），則 $n_2 = E_m \div A_f - 47.1$ ，此即最高總人數賺平均工資之星期數。至 A_f 與 A_e 二者，以缺乏資料之故，此時殊不能加以比較也。

總而言之，無論持如何觀點，此種方法均不無堪以批評之餘地，事實昭然若揭，無待繁舉，上文所論，與其謂為常態工資對全年工資相互關係之通盤記述，毋寧視同一種例釋，目的僅在舉示中心問題及資料之性質也。

關於工作時間之損失，除因放假日及在工作最忙時仍係失業者外，尚有因病請假對於工作時間之犧牲一項，據人估計結果（註九）此項損失，平均每年有一·七個星期云。

法國方法 法國之工資調查，據一八九八年（註一〇）所發表之調查結果報告觀之，其所用工作日數估計方法，與英國迥不相同。查法國蒐集之資料，有下列數項。

（一）各門工業每月人員之更動，查得平均在一年中佔有

百分之四。換言之，每一廠家，在所僱一百人中，繼續工作經過十二個月之久者，只有九十六人。

(二) 在一年行程中，每一廠家，各月所僱人數之最高額最低額之相差，查得佔平均人數中之百分之一九。由此可見，按平均計算，陷於失業者，至少當得此數之半。

(三) 在一年中，每一廠家隨時僱用之工人人數，據查在長期僱用人數一百人中，為一百四十，由此得一當然之結論：失業者之平均人數，至多不過一百四十分之四十，換言之，即百分之二十八。然則所謂百分之九，所謂百分之二十八，乃即平均工作之缺乏(Lack of work)之上下限(limit)。是以如用此方法，所得之資料，較之用英國式方法，多為詳盡，或且較為可靠，亦未可知。又由法國工會團體得來之資料，得知平均工作之缺乏，數為百分之二十，至英國應用前述方法所得之數字，據一八八六年之全部工資調查所示，則為百分之十二也。

僅一工資調查表格之第一頁，設問問題雖不甚多，而必須之考慮，上文已作冗長之討論，足見在空白調查表格，尚未籌擬妥貼之前，先決事項之智識，誠乃必不可少，於此已有良好之證明矣。關於表格上其他各點，現為篇幅所限，不克多所評論，惟不容已於言者，即一八八六年關於工人個人工資之問題，頗有欠於詳盡之感也。舉在各工廠『紡絲工，件工』(見前第三表工資調查

表格)之例言之,所填答之工資,乃為僱用工人之平均工資,因而各個工人之工資,並無記錄可尋。而工資之一般分配情形,亦僅一概略之報告而已也。至一九〇六年之時,填表須知,曾有『賜同額工資者,可以歸併填答;如非屬同額工資者,每一行只得填列一人』之規定,於是每一種工業每一種職業(occupation)之實際變動情形,乃得完全表現矣。

兩年份所用之表格,頗可作比較之研究,蓋非如此,不足以體驗擬定設問問題時之困難也。

第三目 私人舉辦之調查

非公家主辦之調查,與官方舉行者,苟後者並無強迫填答性質(如工資調查是),二者在本質上並無可以區別之點;惟私人所作調查,以缺乏組織或基金之故,調查之範圍,大多受若干之限制,然惟其如此,於是乃有施行抽樣方法(method of samples)(見本書第二編第二章)之自由,故爾在適當地域之內,儘可充分利用之也。

勞動階級概況 為舉例起見,茲就某某數城鎮之工人階級經濟概況調查討論之,此項調查結果,在『生計與貧乏』(Livelihood and poverty) (註一)中,所發表者即是。惟現所討論者,並非前文所予確切定義之問題;此時之目的,簡括言之,在討論關於工人人數,工人家庭中依賴生存者之人數,及其工作收入與生活所

(第四集)

需，種種資料，如何可以求得而在實際上並不致發生困難之問題並在將各部資料付諸審查之後，如果恃為可信，即用以製表之問題也。

在舉行此項調查之時，因被調查者，若無任何強烈之引誘力（例如被調查者，可得糖果），必不願填寫表格，答覆問題，故一般只得用派員訪詢之法。是以所用表格，只須有簡略之說明，以調查員已經過選擇與訓練故也。至於應用薄紙表格，不如用卡片之便利，卡片之式樣，如上面附列者即是。

《空白卡片》 次須考慮者，戶主或戶主之妻，實在所知之事實為何，且當調查員反覆詰問時，答者將用何詞以對之。苟能得與主婦接談，則關於家中人等之消息，未滿二十歲者之真實年齡，在外工作者之職業等等項，均不難誘出答覆；房屋之租金及形式自亦易載之記錄（必要時且須加以核對）。由此項消息，直接即可製成有價值之表格，表示各家庭之結構及收入能力，並可由此得出絕大之變動，不受標準型式之拘束，而為人口普查及其他官方調查所不及也。

無如在徵課家庭所得稅時，竟發現諸多之困難。各家主婦，對於丈夫或年長兒童之工資，常多茫然不知，故在極多情形之下，不能即時訪得。如能得有答覆，必要時可向僱主方面復查，以證明之，庶免有多報少報之弊。如所報職業屬實（一般亦確係如此），

即可依各該城鎮之已知標準，估計常態星期之工資，則結果必能十分準確。卡片上所謂『上一星期工資』及『全時工作時間之工資』，二者必須分清，因前者乃可詢得確定之答覆，而後者時常僅為一種估計而已。調查人員，既有兩項之報告，務設法尋求二項相差之理由，然後據以核正後者一項（因製表所用唯此一項），使得確定之數字。用以製表者，僅為有全週工作下之情形，關於病假及失業之情形，概非所問。在『其他收入』一問題下，答案鮮有完全者；惟若干家庭工資收入顯有不足者，生活既已維持至今，必能指明其維持生計之進款，且因填答者所以致誤之處，僅屬漏填一種情形，故答案已示正面消息。勞動階級之家庭，大多數均有微末收入之生利財產，此項收入之主要來源，據一般之報告，即住房餘屋或他處房屋出租也。

與最低生活程度之關係 工作收入之估計數字，固不能用以準確列成表示因全年收入不同而分級之各級人數表，然就其主要用途而論，亦尚足以完成其原來之使命。主要之用途為何？曰在查明工人家庭中收入（慈善機關之賑給除外），足以維持某一生活水準之比例，究有若干，所謂某一水準，如郎特利(Rowntree) 氏在『生計與貧乏』中所計算之最低生活程度者即是。關於各家依賴生活者之性別與年齡及人數，與在外作工者之工作性質，全家人口所處之水平地位如何，在大多數情形之下，並無

可以置疑之點。遇有可疑之情形（列表時不用之），可藉重調查員之附註（在調查卡片之背面，留有空餘地位，即備調查員填註解說之用），而為合理之判断。

調查片並不交與被調查之人，須由調查員於詢問之後隨時填註。如恐各家調查片有混淆雜亂之弊，應在各片上排訂調查號碼。在分類之初步手續完成後，並應訂定歸檔號碼。然後將各卡片，付諸審查，其列表應用之數字，復須作精密之核算。登記所用之表格究應預備幾許行數，此須將卡片分為數札，然後分別枚計之；此步手續，甚為簡捷，然亦需繼續不斷而謹慎精密之核對。

調查範圍之指定：每作一種調查（如某一城鎮之勞動階級），其範圍如何，務須有精審之限定。由經濟觀點上之分區，是否與行政目的上之區域相合？如其不然，遠在郊外之人家，究竟包括在內與否？均應加以確切之指定。範圍既定，次須覓得全區內之確實戶數名單，並按此名單用抽樣方法，選舉若干戶數；舉行調查之時，即以名單所載者為準，而名單所列亦即為『範圍』之定義。至於所謂『勞動階級』，尚無公認之定義，而實際應用者，必須有待於辦理卡片時之決定。故在選擇戶數之先，凡各家租金在某一定數額之上，或住宅載在主要居留人名簿上者，均須屏除於調查範圍之外。即在被選而前往調查之時，如發覺戶主為職員、教員或經理人者，即應放棄之。至於其他如商店助理員、佣金經

紀人、旅店店主、小商店主，在發現之時，即須有所決定，並須特別註明。由此論之，所謂勞動階級家庭之最終定義，乃由劃定界限方法得知，苟如予以整個文字上之定義，則有如下列所示：凡各戶房租每週不超過十二先令，而戶主非為職員、教員……等等者，均為勞動階級之家庭。如此規定界限之方法，在製成表列時，必須極為一致；在寫作報告時，事先已有規定之事項，必須明白敘及，在處理邊際情形下之取捨問題，尤須特別重視也。

第四目 英國國外貿易統計

由原始表格，可做成其他極多之統計，研究此等原始表格，極有興趣，惟以限於篇幅，不能逐一討論，現在只得就較為特異之調查研究之，此即用作國外貿易統計之調查也。

人口普查之時，答覆表格具有強迫性質，並由戶主自行填答；在舉行工資調查之時，答覆一隨各人情願，僱主即允填答，亦只填答一次即足；勞工局 (Department of Labour) 主持之調查，被調查者雖有答覆與否之自由，惟調查次數多屬按期性質，因有變為『準官式』(quasi-official) 之傾向。至出入口貿易統計資料之蒐集，則將此三種調查之性質合於一爐。

○供給消息者○ 國外貿易統計，所欲調查之事項，可以供給消息者，可以分為三種：一為貨物出售商；二為經手放行貨物之海關官吏；三為貨物收受者或其代理商。以英國之出口貿易而論，

因環境之許可，出口商或出口代理人，在發出貨物之時，例須將貨物之數量、價值、與售往之地點，報告於海關之統計科；在進口貿易方面，領貨代理商，須將行將登陸之貨物擬具報告文件，呈交海關官吏，然後海關官吏，視其貨載之性質，而分別決定辦理，如屬免稅類者，大略檢查通過，必行課稅者，即須詳細檢查；至遇有轉口情形，則在登陸之口岸，一如進口之貨物手續辦理，並在必要時，上船之口岸，亦須加以檢查也。

此項空白表格，既由海關官吏視為主管責任之一部而查核之，同時又為代理商人專為此事而填者，故無須附具信函，復隨事實之需要，可使內容儘量複雜；表上並無任何問話，僅為空白表格而已。取得此項表格之後，即加以審查，以便得出商業部之出入口貨物總計數，並擇其可用之資料，列成表格也（註一二）。

問題主旨所在與資料。此種調查中，吾人所欲測量之數量，為凡有交換價值，自本國輸出，或由國外輸入，依商品品目及輸往地與來源地而分類之貨物容量或重量；在裝船或卸貨時之當時價值。惟當實際調查之時，吾人所能測量者；與此迥不相同，而為商業部所收得之價值與容量記錄數字也。故吾人須將表格，加以審查，以便決定（一）出入口貨何部會有登記；（二）所填價值是否正確；（三）所載數量是否確實；（四）商品名目是否確

是帆船
抑汽輪

汽 輪

官定噸數
登記號數
登記日期第一號
某港口

第九八〇號報告(註一三)

船名	噸數	英國船或外國船。 如為英國船，註明 註冊港；如為外 國船，註明屬於何 國。	海員人數	船主姓名 是英國人 抑係外國人	自何處來
		英 國	12	亨 滕 (H. Hind)	法國阿維爾 (Havre)

載 貨 情 形

一 裝貨之地 點名稱以 時間先後 列下	二 各號	三 數目	四 貨物之包裝情形， 輸往英國其他 數包貨物之情形， 及意欲在本港口輸 入煙葉，雪茄烟，或 鼻煙每包內容大植物，此項免填) 單位。	五 將轉往他口， 或存船預備出貨物者之 口之貨物	六 受託寄售 姓名	七
法國 阿維爾	自 COK AE KG FOT AJ CK KC ACD WD O&D	巴黎 1592 495/8 540/9 1/50 3/6 1 40 20 166 1	至倫敦——包裹六〇〇件，鮮貨水果 包裹六八件，貨物 七〇箱酒 毛鐵品運利物浦港 白蘭地酒	斯密士		

庫 藏 貨 物

船上餘存之物品，有
三磅雪茄烟
四磅烟葉
無外籍旅客
航師姓名
泊船碼頭
代理人姓名及住址.....

南岸 (South Quay)

C. J. C.

余保證以上所填，確為本輪及輕貨之實在情形，余已盡余之所知，報告詳情如上，並保證並無打破包裹情事，且自離開最後外國裝載口岸阿維爾後，並無中途卸貨情事。

船主亨德具結一八九六年十月十三日
海關外收發 會簽

實；（五）表格上所填輸往地點與來源地點是否確實分清。

填表舉例：貨船靠岸之時，船主必須送呈一紙報告，茲為舉例計，特將縮小之樣品，摘錄於上。

課稅貨物：急於轉運之貨物，一經按照類似上列之特別款式，填報交與海關，可以立即開行。其餘貨物，一概分按徵稅及免稅辦理。在上列第五表中，設有十箱之酒，係備家中自用，只須繕具報告送去即可；下餘六十箱，乃送儲倉庫者，必須另作報告，說明品質，數量及價值；但七十箱全部則均視作進口貨。又設儲存於倉庫之酒，有二十箱，將轉運往他口，然後復行出口；是須繕報告，乃歸入復出口之外國貨一類矣。在駛進之海口靠岸之輪船上，船中尚自有酒二十箱，其中十箱，尚須留存至轉往他口時應用，則亦須作一報告呈上；餘下之十箱，提出移存別家倉庫，仍屬保稅倉庫性質，並無須作報告，但若提貨時則應依其情形如何照上述四種手續辦理。此雖指酒類而言，然其他課稅之物品，手續亦不外此，換言之，仍當遵循同一程序也。

貨物之檢查：貨物報告情形不明，或與報告文字不符者，須開包檢視，內中何物逐一開列檢驗單（bill of sight）中，並作一報告送進。私人所有物，亦須分別加以檢查，記錄於特許證（sufferance form）上；此種私人用品，如果真實屬於個人所有品，可無須作何登記，但若有應行徵課關稅者，則一視為普通進口貨

辦理矣。至如應課稅之物品，不論藏在所有品或商品中，一經查出，即行沒收，並不視為進口貨也。

免稅貨物報告(註一四)

港口_____

船場或碼頭_____

進口商店名_____ (第 號)

檢查情形	船名	船主姓名	進口船號數	報告日期 一八九六年 十月十三日	自何處來		
					法國阿維爾	數量	價金 值錢
	符號及號碼	包件數貨物情形，按照官定進口貨單 名目分類					
COK 1392		一件機製貨物N.O.E.彈子棒尖頭					28
AF 495/6		二件皮鞋.....		十打			58
KG 340/9		十件機製棉製品，裝飾物 花邊					140
FOT 1/10		布疋，並非洋紗.....		三百疋			.280
" 11/5		十件皮手套.....		一萬一千二百四十打			12,316
" 16/20		五件寬面絲織品					10,400
"		五件美術作品 石膏模型					350
" 21/5		雕像					1,280
" 26/30		繪圖.....		三張			10,200
" 31/5		五件成包書籍.....		四百磅			300
" 36/40		五件青銅裝飾物.....		三百磅			38
" 41/50		五件機製五金作裝飾用黃銅頭洋釘		四百磅			
AJ 3/6		五件機製珠織衣服，斗篷，裝飾品					24
CK 1		十件機製貨物 N.O.E. 零星裝飾品					1,816
		不帶馬之馬車					110
		毛刷					160
		膠					78
		彈子棒粉					110
		鐵器					12
		四件文房用墨水					116
		一件機鋼鐵機器退回英貨.....		三百磅			48
							24

謹填報免稅貨物如上，並宣言所陳各節，悉無虛偽。

具結人（進口商或代理商）瓊士(J. Jones)

生金銀須另用一特別表單填報，與普通報告情形不同，須單獨辦理之。

免稅貨物，如欲轉運其他口岸，即用原包封印輸送，普通罕加檢查，但統計方面，在海關中央機關，對於此種貨物，則視同應課稅之貨物，如法辦理也。

《免稅貨物》課稅貨物之統計資料，取得之程序，既如上述；至免稅貨物就一般情形而論，乃佔貨物之大部，其報告之款式，既為英國國外貿易數值之原始資料，頗有加以注意之必要，茲覓得資料樣本如上。

《資料之核證》如此得來之資料，平時即由主持統計事務之中央機關收下，並不再行詢問。惟代理商填寫表格，往往多有不當，價值常有遺漏之事。遇有此種情形時，乃須責成輪船駛進之港口海關職員，飭令代理人補填完全，如所填仍欠妥當，並須以其所備現行市單核正之。至在表格中發現有顯著之錯誤，或內容有脫落，或價格迥異常度時，須由中央機關發出詢問書，交與當地海關：例如就上列之表格，可以引起下列之通訊：

(1)繪畫，價值十萬零二百鎊，價值過昂。請解釋。答：查對無誤；曾見其發票，圖畫為米萊(Millet)所繪。

(2)成包書籍；重量與價值有誤否？答：兩項均無錯誤；曾見其通知書(advice)；均為古本珍貴書籍。

(3)列為『機製貨物，木片辦』之貨物：性質如何？請解釋，填寫有誤否，請說明。答：無誤；成辦之木片，有時摻雜馬尾及其他等物。

(4)番薯，四千磅，價六十二鎊。重量與價值有誤否？答：價值無誤。重量應為四萬磅。

於是任何異常之項目，均可核對而加以核證矣。

差誤之可能性。遇有不易估價之貨物，或不易列表之雜項貨物，種種錯誤，必從中層出不窮矣；除此之外，差誤發生之本源，尚有一種情形，係當填寫表格之代理人或海關職員，為避免中央機關詢問之煩起見，以特別價值之貨物，填為平常之價碼；然涉及主要商品及大量貨物時，凡接頭之人員，均熟知其價值之何若，填寫必不致有極大之出入，因此在重要之事項，即有錯誤，亦可減至最小限度。由此論之，進口總價值，為確實程度不同之極多數量之總和，凡稍一檢閱統計年報之項目者，即可查出何項特別有陷於錯誤之可能。計此種貨物，有古書、有美術作品、有因時尚不同而變動之貨品、有賽馬用之跑馬等等，因其價值隨日俱變，輸出入差額中，甚難確定其確實價值也。

以寄售之貨物而論，寄售之羊毛佔進口羊毛之大部，代理人並不能報出其價值。此種貨物，乃隨流動之市價而定，如就羊毛而言，其價格若干，即全視下次售毛開價幾何。因寄售之貨品，

每批未必確能定妥應時價格，於是常有發生錯誤之可能：且因售賣之羊毛，乃以登陸及存入倉庫後之價值為準，而登記為進口貨值之價值，乃須不計卸貨及搬運費，是以恆有高估羊毛價值之事。

出口貿易資料。出口貨物之數量與價值，或由代理人填妥，或由承運輪船公司代填，表格填畢後，在開船離岸後六日內，送呈海關職員代轉或直接送呈中央統計機關。茲覺得現行格式樣本，節錄如下：

英國貨物列舉表(註一五)

某港 船名——『馬利安尼』船主亨德，開往阿維爾
(注意) 依海關法，出口貨列舉表，須於開船之日起，六日內送交海關主管人員。

符號	號碼	包裝情形及件數	英國貨物之數量及說明，遵照公布出口貨物單之規定	價值
KCL	641/2	二捆	耗原呢一，四〇〇疋	£340
CKD	140/1	二箱	機製鋼刀片三〇〇磅	24
RMO	10/12	三板條箱	機製鋼鐵打稻機一架	380
CL	140	一箱	棉織印花布疋一，八〇〇疋	50
				£794

謹填列如上並無虛言。

填報人(出口商或代理商) _____

地 址 _____

會簽者(海關職員) _____

一八九六年，十月十三日。

爲英國貨物所用表格，與爲外國——包括課稅及免稅——貨物所用者不同；轉運他口（transhipment）之出口貨物，因曾登記爲進口貨，斯時所用表格，亦有區別。在此情形之下，貨物之列舉及數量，大致可以無誤，惟價值之虛報，依然有其存在之動因。蓋貨物之須納從價稅者，價值每多低估；貨物之摻雜他物者，每多冒爲真貨，因而價值高估。此種差誤之計算，大爲不易也。

進口貨出口貨在統計上之定義 討論至此，更請就商業部報告（Board of Trade Returns）上出入口貨物之意義，給以確切之定義。例如在一九一三年之統計表上，進口貨價值達七萬六千九百萬金鎊，出口貨價值達六萬三千五百萬金鎊，就中有一萬一千萬鎊爲外國或殖民地之復出口貨。茲將定義條舉於下：

在進口貨之下，包括所有經過海關登陸之貨物，並包括甫經運到而留存船上備用之物品，或買主未曾用過之退貨，但以下乃爲例外：

(a) 本國人所捕之魚，用本國船隻，自漁場直接運到者；外國派駐本國之大使或公使直接攜來之貨物；自外人手中購來之舊船。又

(b) 箱，袋及其他等等用爲包裹，行李包，船中存儲品，壓船重物，國有船隻上海陸軍用儲備品之用者；在保稅倉庫範圍之內，轉移之貨物；輸送之貨物，經過一國而有直達貨物提單（through

bill of lading)者(但仍須分作報告);及貨物不下船而事先有聲明者。

在出口貨之下,包括所有在船貨提單上載明之貨物,但上段(b)項所列之各類,則不在此項範圍之內;自一八九九年起,自本國開出售與外國之新船,亦謂之出口貨。

貨物到達港口之後,即在本港口或他港口立即重新載回,或存入保稅倉庫而又運出者,仍謂之進口貨,但在出口貨方面,則別立名目而謂之『外國與殖民地產品之出口貨』(Exports of Foreign and colonial produce)。

生金銀與錢幣之輸出與輸入,不列為出口貨或進口貨總值之內,須另作一表登記之。至私人攜帶之錢幣,以及進口或出口之大部金剛石(乃一極重要之項目),均未曾有何記錄也。

關於煤炭,處理方法,可為上文所論各節說明之一助。預備作為航程上應用之煤,只予以登記,並不記為出口貨之列;但如作為載貨之一種,則應包括於出口貨之內矣。

價值 進口貨之價值,乃以未及登岸之時之書面交換價值為準,故凡付與外國商人之底價,付與輪船公司之水腳,付與保險公司之保險費等等費用,均包括在內,但貨物搬卸腳夫費並不計及也。出口貨物之價值,即為『在船上交貨』(free on board)之價值。此項價值之正確定義,乃為任何國家研究貿易差額上,

極端重要者。

經驗告知吾人，依貨物之輸往國家（country of destination）作出口貨之分類，與以輸自國（country of origin）作進口貨物之分類，均有莫大之困難。自一九〇四年以來，因不斷之努力，關於此等問題，確實程度，已有增進。在貿易報告中，自一九〇四年後，已用兩組表格，其中較新之一種，即關於委託寄售貨物之國別表，現時猶佔較大之重要性。

應用戰爭時之國外貿易記錄，務須持以極大之謹慎。蓋上文所謂『國有船隻上海陸軍用儲備品』之一類，在戰時雖佔浩大之數量，而記錄上則付闕如也。

以上所論已多，而公家舉行之調查，尙未加以討論，一九〇七年之『生產調查』，可以作為良好之例證，此項調查之結果，於一九一二年發表者即是。總而言之，調查最後之目的，確可搜得之資料，與夫設問問題之調整，期使各業之僱主樂於確實填答，三者乃有連鎖之關係，此吾人不可不特別加以注意者也。

（註一） 請參閱第二十六表。

（註二） 見英國人口普查委員會一八九〇年報告書。

（註三） 並請參閱統計學報（Statistical Journal），一九〇八年號，第四頁九十六頁，及一九二〇年號，第一百三十四頁。

（註四） 參閱白狄雍著統計學初級教本第一頁四十六頁。

（註五） 參閱威爾考克斯（Willcox）著『第十一次人口普查下之美國人口與

土地面積』(Area and Population of the United States at the XI. Census)

- (註六) 英國一八九一年人口普查總報告。
- (註七) 參閱統計學報第四十九卷,布斯氏(Booth)一文。
- (註八) 每月最末而屬於常態之一星期。
- (註九) 參閱本書原著者所著之『工業生產品之分配』(Division of the Product of Industry)第三十頁,及斯歌(Snow)博士,在統計學報(Statistical Journal),一九一二及一九一三年,第四百七十七頁,所載一文。
- (註一〇) 一八九七年工資及工作時間(Salaires et durée du Travail)第十五,十六頁。
- (註一一) 辣旦達達(Ratan Tata)基金會所發表,一九一五年版。
- (註一二) 以下數節,係就一九一四年以前之情形而言,厥後有何變動,姑不論之。
- (註一三) 即自當年一月一日起,在某港口進口第九百八十艘船隻。
- (註一四) 於一九〇四年,為區別『裝載貨物之地點』(即上表末行『自何處來』之代替標目,及『委託寄售貨物之地點』(place whence goods consigned)起見,特將表格改變,以後者一項,另添設一欄,作為新標目。
- (註一五) 自一九〇四年,新增一欄,標目定為『貨物之最終目的地』。

第四章 表列法

空白調查表格，既已討論如上，現請進而研究用表格上所貯積之資料，列成表式之方法。在驥觀之下，以無數萬張之人口普查表格，以如是之多之工資調查表，以若干張數之進口貨物單，製列表格，似僅為可用機械之力，只須求其準確，而無待於作科學研究之內部工作。確然，製表應用自動力量之處甚多；然以言擬定正確表格形式，選擇足與總計相符之標目（heading），則為統計主腦人員，煞費心思之工作，亦頗有深密研究之價值者也。

第一節 總論

表列之功能。表列在一統計調查之全盤計劃上，原有頗為確定之功能；其目的在將調查所得之答案，列成便於利用之表式。例如，今欲查明全國各區之性別及年齡別之人數，則表列之數字，必須示明此等之人數。又如就一較為籠統之問題而論，設吾人意欲盡力之所能，調查關於工人全年收入之資料。試取工資調查之調查表而研究之，即知所能得來之資料，未必恰應吾人之所需。然則吾人當前之問題，即須用既得之資料，製成適當之表格，以

期表中所得之總數，雖不能完全合乎吾人之要求，確已盡竭力適應之能事，然達此目的之途徑，並非顯明之途徑，稍經試驗者，即可知其困難也。

所得之數字，不特須彙總歸類，以應原定計劃之所需，而於所得之材料，牽涉甚廣，性質多有不同時（一切調查莫不皆然），且須將資料作多方面之研究，並使列成之表，足為一切學科之學者採用；彼等所需要者雖各有不同，而吾人之表，則皆足以應付之。例如，人口普查，既為理財家、立法家、商人及商業旅行家所習用；政治經濟學者，以之持為發展工業之見地，並為各種商業數目變動之說明；彼對社會問題有興趣者，以之為研究各區域各職業之年齡與性別分配之根據；社會學家與生物學家，又將視為準確之資料，因而在人口發展趨勢與年齡分配之變化上，有所發現矣。

茲就特殊方面而言，國外貿易統計表冊，可以用查本國與各國貿易發展之情狀：在國外市場，本國尚能保持原有地位耶？抑別有進展耶？本國之原料供給已有窮竭之象耶？抑另有新商品起佔重要地位耶？惟吾人須知，一則原始資料不便於一般人士之需用，必須由原始資料中，理出適於彼等之消息，二則由所有調查表中，雖可提供特殊之資料，然因此所需之工作，乃至極為繁重，同時若製列表格稍形瑣碎，即足以隔蔽有用之消息也。

○表列與特質○ 表列如何製法，須就前述（見第三章第一節屬性及特質一段）特質之概念論之。某一羣類（group）之各個人物，均具有充分限定之特質，譬如A，B，C，D是。有時各個分子，不只具有一種特質，一方既有E₁，E₂，E₃，……等等特質中之一，二，同時復具有F₁，F₂，F₃……幾種特質中之若干。單項表（a table in single tabulation），用以分別表現E₁，E₂，……等等特質，各該項之總計，已克盡厥職。然有時一表之標目，用直接方法或用備考方法，陳明A，B，C及D四種特質之定義，而另以E表示諸如『地域別』（in each locality）之詞字（假如E為地域）。於是在第一縱行（column）之各列均謂之E。雙項表式（double tabulation）之作用，在表示E之分類，同時又表示F之分類，每一縱行之標目，即指明F之定義，於是每項（entry）即所以表示具有A，B，C，D，E₁及F₃特質者之人數。橫行之合計表示具有E₁，E₂，……等特質者之總數，縱行之總數，即表示具有F₁，F₂，……等特質者之總數也。

○三種表列法○ 為簡便起見，列表方法，可分為三種：甲、僅對於適合某種條件之人或物，為單簡之陳述者，如一城鎮居住之人數，或由法國進口貨值之總數量；乙、將公具同種性質之若干單位，歸併為一類，其目的不在回答指定之問題，而實在將資料列為表格，便於進一步之調查時應用也。例如，依年齡分類之人口

數，依工資高低分類之貨銀勞動者人數；丙、為鋪敍整個狀態，將非屬於數字之答覆，依適當之羣類，而列成之表格。例如，罷工之起因，及服役狀態等是也。以上三類，甲乙二種並非絕對之區分，分界當時難於確定。

製列表格，應力求讀者之便利。表上之排列，應以醒目為要，任何總計數字，一望即知。論及此點，實乃屬於排版問題，數字及標目所用活字之號數大小，如何配置適宜，紙張形式及篇幅，如何適得其當，均視排版之技術若何。凡此種種，苟能精當無比，則在一定篇幅之內，可以容納最大量之材料。

表列之分類：第一類：單項表式，只能答一個或數個各自獨立之事，例如：——

職工組合數及其會員數

歲次	截至年底止之職工組合數	截至年底止之職工組合會員總數
1896	1,317	1,493,375
1897	1,307	1,611,384
1898	1,267	1,644,591

雙項表式，將一總計數再按兩類細分之，茲舉例如下：——

愛爾蘭貧民之分類：一八九二年，至婦女節日止

所賑濟之總數

受賑濟之人數	男	女	總計
十六歲以下者.....	44,391	43,648	88,039
滿十六歲及以上與六十五歲以下者	132,370	79,045	211,415
滿六十五歲及在六十五歲以上者	35,121	45,668	80,789
總計	211,882	168,361	380,243

如欲將更多之消息，包括於表內，則應如下式：——

英格蘭及威爾士貧民之分類——一八九二年截至婦女節止

受賑濟之總人數

受賑濟之人數	在室內者	室外流浪者	總計	在大都會者	在英格蘭及威爾士其他各地者
不滿十六歲者	111,782	441,805	553,587	100,671	452,916
滿十六歲及以上而不滿六十五歲者.....	232,284	385,299	617,583	148,066	469,517
滿六十五歲及以上者.....	114,144	287,760	410,904	64,779	337,125
總計	458,210	1,114,864	1,573,074	313,516	1,259,558

三項表(treble tabulation) 之用途，在將總數分列為三類，而計每類之總數。例如下列一表，除依年齡、性別及地域各分為一類外，更介紹一特別之形式，將各類之百分數，一併列入。——

依年齡、性別及地域之貧民分類——一八九二年截至婦女節止，在英格蘭及威爾士受賑濟之總人數

西
班
牙
法
國
德
國
英
國

受賑濟之人數	在大都會者			在士其蘭及威爾士者			在英格蘭及威爾士總人數		
	男	女	總計	各年所佔百分比			男	女	總計
				各齡所佔百分比	男	女			
不滿十六歲者	100,671,32.1	452,916	35.9	...	553,587
滿十六歲以 上而不滿六十 五歲者.....	74,207	73,859	148,066,47.2	202,180	267,337	469,517	37.5	276,387	341,196
滿六十五歲及 以上者.....	27,288	37,541	64,779,20.7	136,302	200,733	357,125	26.8	165,630	238,274
性別百分數	42.0	58.0	100	...	40.4	59.6	100	...	40.7
總計	313,516	100	...	1,259,558	100	...	1,573,074

依此方法，更進一步擴張之，可成為下例依地區、日期、性別、業別、分類排列，並附以附帶消息之四項表式 (Quadruple tabulation)；但此並非妥善之辦法，除必須將數類貼近以顯示關係之密切外，與其不斷增長其繁雜性，實不如單用數個以上之表格之為愈。然形式之變換，苟能運用得當，在一極複雜之表式內，確亦多易收比較之效也。

第二節 布斯氏對於人口普查資料之應用

{人口普查所得資料之製法表} 現請翻閱前於第三章第二節第一目所舉之人口普查表（第一表），可知表中調查每人之消息，有十三項之多：區域、對戶主之關係、結婚情況、所生兒女、及性別、年齡、職業、所在機關、工業情況、殘疾、出生地點、所屬國籍、房間數。項目如此之多，製表時可以製成七十八個雙項表，二百八十六個三項表，或七百一十五個四項表，是以範圍大小不同者種類甚多，足供選擇之用。

{布斯氏製表法} 為求選擇意旨之決定，即以職業為主體而分類，並就布斯(Booth)先生對於人口普查結果之利用研究之；茲為單簡起見，只舉其於『人民之生活與勞動』(Life and Labour of the People)第六卷第一百八十九頁之倫敦印刷工人為例如下。

第一，布斯先生利用相當於一九一一年人口普查表之，第三、

一八八一與一八九一年英格蘭威爾士及蘇格蘭數種職業各年齡之男女性別人口數

	英 格 蘭 及 威 爾 士						蘇 格 蘭						總 數									
	男			女			男			女			(以千人為單位)									
	一八八一	一八九一	一八八一	一八九一	一八八一	一八九一	一八八一	一八九一	一八八一	一八九一	一八八一	一八九一	一八八一	一八九一	男	女	共計	男	女	共計		
	僱用人口數(千人以下不計) (1)	每萬人中十歲以上之男工人數(2) (1)	每萬人中十歲以上之女工人數(2) (1)	僱用人口數(千人以下不計) (1)	每萬人中十歲以上之男工人數(2) (1)	僱用人口數(千人以下不計) (1)	每萬人中十歲以上之女工人數(2) (1)	僱用人口數(千人以下不計) (1)	每萬人中十歲以上之男工人數(2) (1)	僱用人口數(千人以下不計) (1)	每萬人中十歲以上之女工人數(2) (1)											
純鐵工人…	185	199	212	201	303	303	332	290	3	23	6	42	26	175	13	82	188	329	517	218	345	553
毛織工人…	93	100	102	96	123	123	132	115	14	104	14	94	16	111	18	115	107	139	246	116	150	266
機葛工人…	4	4	3	3	8	8	6	5	8	67	7	48	20	136	19	120	12	28	40	10	25	35
靴鞋工人…	188	202	202	191	36	36	46	40	22	170	19	129	2	14	3	19	210	38	248	221	49	270
所有各業 工人總計…	7,753	8,324	8,805	8,314	3,402	3,405	3,945	3,442	1,002	8,302	1,204	8,325	484	3,313	544	3,400	8,845	3,886	12,731	10,009	4,489	14,498
十歲以上 之人口……	9,314		10,592		9,992		11,461		1,313		1,446		1,462		1,599		10,627	11,454	22,081	12,038	13,060	25,095

四及十縱行之資料，作成三項分類——職業，性別及年齡——

……

一八九一年 人口普查分類	女 性	男 性			總 數
	所有各級年齡	-19	20-54	55-	
1. 印刷工人	1,316	9,988	21,784	1,921	35,009
2. 石版工人	809	757	3,037	437	5,040
總 計	2,125	10,745	24,821	2,358	40,049

復用人口普查表背面之消息，列成單項表，以示區域與人數

東 區	北 區	西區與中區	南 區	總 計
5,884	9,835	7,577	16,753	40,049

更就第二、三、及第四縱行（性別），第二及第十四縱行（出生地），與第二及第十二縱行（工業情況）等項，製列三種關於戶主之單項表式。茲將其第二種，即用第二及第十兩欄作成者，錄之於下：

所 有 有 關 之 人 口					
	戶 主	其他有職業者	無職業者	僕役	總 數
總 計	18,048	16,060	47,257	854	82,219
平 均 每 家	1	.89	2.62	.05	4.56

復次所製之表（此處未曾附列），係按房間數與僕役人數，作一簡單之分類，斯乃為調查表資料最為擴大之間接用法。最後一表，為四項表式——職業、工業情況、年齡、性別——之合法應用，茲附列於後：——

僕用狀況（根據人口普查）

一八九一年 人口普查分類	僕主		僕員		非僕主 亦非僕員者		總計	
			男性		女性	所有各級年齡		
	男性	女性	未滿二十歲者	滿二十歲者	所有各級年齡	男性	女性	
1. 印刷工人	827	39	9,988	22,565	1,266	313	11	35,009
2. 石印、銅印及銅版印刷工人，地圖印製工人，印刷勞工及售賣者，票券及簽條編寫人	177	2	506	2,571	88	153	6	3,503
	17	...	49	175	72	62	12	387
	36	3	202	169	619	114	7	1,150
總計	1,101	44	10,745	25,480	2,045	642	56	40,049
			僕主對僕員之比：			1比35		

(第十表)

○人口普查資料之製表○欲將無量數之詳細項目，均製列成表，以供特別用途之需者，覓得較佳之例，事乃至難。人口普查當局，在許多之情形下，均未將必需之細節，製出表列，吾人如有所

需，不得不翻查原始表格，始能得出事實。對於此種工作，製表之功用，僅在解答限定之問題。例如人口普查報告，即表示某地方某門工業依性別與年齡分類之人數各有若干，列入接連許多頁數之四項表中（每頁敍一區域）。此表可以適用於若干不同之用途，每一項目已有一立可採用之總數。人口普查之調查表上，所有各項之記述，欲逐項製列表格，即為事實所需要，然為時間及篇幅所限，乃亦勢所不能；一良好之表式，只供給實際有用之事項而已。僅為敍述性質之總數，已有若干——如英國各教區依性別及年齡分類之人數是——其主要用途，即為供行政目的之需；又有許多堪供經濟學家及社會學家考查工業進步情況，研究各種職業工作人員之年齡，觀察一國各級年齡之變化；更有其他表格，可為對於特別問題研究之一助者。總之，每一度舉行人口普查，必有新表格發現也。

『次要之細目』試展開任何此種數字表之一，任意抽出一數，然後查問：『此一數字，何為而印出之？所解答者，為何問題？可供給何人之用？』舉例言之，在『職工組合第八次報告』（第二百五十七頁），可查出聯合造磚工人會，及運磚碼頭勞動者組合，在一八九四年之時，葬喪費一項，耗金二十鎊，平均每一會員，須費三先令七又四分之一便士。此一數字，單獨陳述，引起注意者必少，然此少數之人，即可據以促成將關於工會之數字，製成表

格，列之普通公家刊物中；如在同一頁上，查得鍋爐製造工人所耗之五千四百八十一磅，則二十磅雖小，亦同樣能引人之注意矣。由此觀之，諸如此類之微末節目，是否一併搜羅加入，純為篇幅之問題。如篇幅有限，只得就所關人數較衆之較大數量，斟酌選定之。

原始資料之重要性 然此亦不可一概而論，諸如此類之細目。在另一性質上，又殊有加入付印之理由。蓋此種表格之總計數，均係根據原始資料而來，而原始資料，初學之人，設非藉助該項報告 (Report)，難期瞭解應用。今編製此種統計者，並不知用資料作研究者，究竟持何觀點。吾人固可將各工會加以分析，並按其各項費用，彙分類別，然後考察其歷史，分為鬭爭組織與互助會性質等類別。一般所需要之表式，事先並不能完全明瞭，故對於資料只能供給其概略，以便有何需要者，各自製列其適當之表格。同時，足供參考之總計數，於此製表法中，即可出現；並於報告之總綱中，將各項重為製表，原始資料，即行取銷，至究應如何整理，則一視編輯人之思索，擇其最為有用者決定之可也。

原始資料之選擇 當發表時，篇幅過狹，不能容納所有各項時，何者當付印，何者不當付印，必須慎為選擇；而選擇之當否，即普通最易引人批評之所在也。

一九一一年，英國人口普查之科文垂（Coventry）郡邑（County Borough），可作一良好之例證，該邑一百一十五人之事實，詳細情形如下：——

磚、三合土、陶器及玻璃業，男性人數

年齡	10.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	25.	35.	45.	55.	65.	總計
製造工人	—	—	2	3	2	3	1	4	12	36	23	17	4	—	107
售賣員	—	—	—	—	—	—	—	—	1	4	—	1	1	1	8

至在腳踏車及汽車業服務之男性——廠主、工頭、有技能工人，粗工工人及僮僕——所敍細目除下列一表外，恐無有再細於此者：

車輛

年齡	10.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	25.	35.	45.	55.	65.	總計
腳踏車及 汽車製 造工人 及機械 工人	—	1	912	271303	325371372	2,0033,872	2,488	1,122	379	76	11,775				
汽車 製造工 人及機 械工人	—	—	70	108	143	160	319	208	1,299	2,524	1,376	537	158	36	6,858
其他	—	—	—	2	1	4	8	7	31	62	49	24	21	4	213

據該書序言第三頁所述，每區較為重要之職業人數，全部節目，均用斜體字標出云。

地位之節省。在此情形之下，有二條極有效之準則，可以實施：第一，將不滿五百之數略去，可以少印一橫行，第二，數在一萬以上者，取至百位為止，其他數字以比例類推，如此則排印之時，各縱行寬度可以縮小。例如，如取至百位為止，各區域及各職業之確實數，受僱用者有一千人，則吾人所得之消息，亦頗滿足吾人之需要，且如此製成之表，所佔地位，是否較業已全行包括者為多，事乃頗堪懷疑。雖然，在許多情形下，原始材料務須保持原狀，不必任意變動。各種表列固各有其優劣也。

第三節 農村工資統計之表列法

一八三三年恤貧律調查結果之表列。吾人講求有效之程序，必須提出某類問題，然後考慮表式之何若，換言之，必何如列表，對於有關之問題，可收明瞭之效果。一八三三年之恤貧律委員會 (the Poor Law Commissioners)，自英格蘭及威爾士一千個農村中，收集之消息，主要之問題，只有六點；每一農村勞動者在冬日夏日之工資，麥酒作為一部工資與否，其全年收入若干，及其妻與兒女之補助工作收入。可以斷言者，該委員會之主旨，在調查勞動者家庭之收入，是否足供其生活之所需，及妻子兒女之工作收入，佔何等比例也。

各郡(County)之貧窮勞動者，可由下列表樣示明之：——

郡名	平均全年收入		
	男子	家屬	共計

各郡郡名，不妨按字母（指西文字——譯者註）次序排列，以便參考，或按地理順序排列，以便將一組各予一平均數（例如，東區：腦富克、沙富克、愛寒克斯；否則可按收入總數多寡次序排列，以便表示最為窮困之勞動者係在何郡。

如按各郡之次序，宣示工作收入低於某一最低限度，或未超過某種範圍之各農村數，可用下列一表：——

男子與家屬之全年工作收入

	全年收入已加平均之農村數							各郡平均全年收入			家屬工人收入佔總數之百分比
	金二十 鎊	已超 過二 十五 而未 達三 十金	已經 過三 十而 未及 三十五 鎊	超過 三四十 而未及 三十四 鎊	超過 四四十 而未及 四十五 鎊	超過 四十 而未及 五十 鎊	五十 鎊以上	男子	家屬	總計	
腦富克 對全部農村 之百分比	0	1	3	6	4	3	2	£30	£11	41	27
沙富克 對全部農村 之百分比	0	5	16	31½	21	16	10½
	0	3	4	5	3	2	£28	£11	£39	28	
	0	16	21	26	16	10½	10½

愛塞克斯 對全部農村 之百分比	1	3	6	7	10	3	1	£28	£10	£38	26
	3	10	19	23	32	10	3
郡各縣 對全部農村 之百分比	1	7	13	18	17	8	5	£28	10	£10	£39
	1	10	19	26	25	12	7	27

(第十一表)

此表列爲如上之複雜形式，固無不可，但如使變爲簡單化，亦屬可能。關於錢數之分組，初無一定標準，一方須視地位之大小，一方又須視各組所包含之農村數。設列成之表，多數行列，內容只有一或〇，最易引人批評。即以上表面論，農村數亦已過少，在百分比上，難期準確也。

表示相關之表列法。此一表格，令人一見，即可信其對全年收入總數所能引起之任何問題，此表幾全可解答之。例如，設吾人欲考查收入總數對家屬補助收入之關係，即須檢閱上表倒數，第二縱行之最小總計數，視其是否與家屬收入所佔之最大百分數相合。如其然也，吾人即將諸郡依此補助收入之多寡次序重新排列，然後查視其能否與以收入總數爲次序而排列者略相符合。此爲用表列法表示相關 (correlation)——兩組現象出現之相應性——之一例也。

每週工資與全年工作收入。此種表式論述至此，另外一組之重要問題，必因之引起：每週工資與全年工作收入之關係若何？

就一般情形而論，以實物償付工資，佔工資若干成？至關於家屬輔助收入，姑置不論。查農村工資之記錄，最普遍之記述，為『本區工資每週自十先令至十二先令不等』。然因日光不足之時，所需之工作量較少，而工資亦不得不隨之減低，故農村勞動者在冬日勞動之所得，一般均不若在夏日所得之多；職是之故，如每週工資以五十二乘之，得數必較全年收入為多。惟在收穫之時，除額定工資外，多可獲得特別賞錢，即在平時亦有實物償付之事，諸如每日之麥酒，沛收租金之房屋場院及其他特別權益等等。是以最善之法，莫過於將此等價值估計於內，而計算其全收入如下：——

	鎊	先令	便士
每週十先令共三十八週	九	○	○
每週十二先令，共九週（夏季）	五	八	○
割禾一星期	○	一五	○
割麥四星期	五	○	○
麥酒每週一先令	二	一二	○
茅舍及場院	五	○	○
其他協賞	一	五	
	三九	○	○ = 每週十五先令。

由此觀之，全年收入較之普通每週工資，增多百分之五十。類此性質之估計，已故立特路（Little）先生，曾為各郡自一八六

七年起至一八七〇年止，及一八九二年，完全算出。

冬日工資與夏日工資 尚有一問題：冬日工資一般均較夏日工資為低乎？低幾何耶？可由下列表式——所用資料，乃為前列諸表所未有——解答之：

都 別	平均每週工資				夏季工資較冬季為多之農村數						
	夏 季		冬 季		並不多	多六 便士	多一 先令	多一 先令半	多二 先令	多二 先令以上	
蘭 富 克	先令 11	便士 2	先令 10	便士 3	13	2	3	2	5	3	
所包括村數之百分數					46	7	11	7	18	11	
沙 富 克	10	2	9	8	24	0	6	1	2	1	
所包括村數之百分數					70	0	18	3	6	3	
愛 塞 克 斯	10	9	9	10	22	0	11	0	5	4	
所包括村數之百分數					52	0	26	0	12	10	
東 部 各 種	10	6	9	11	59	2	20	3	12	8	
所包括村數之百分數					57	2	19	3	12	8	

(第十二表)

以上所舉各例，未足以盡表列此等數字之妙用，因未曾對於工資之分佈——按高低不等之定率，給付工資之比較人數——加以分析也。然此乃缺乏個人工資率之調查而僅有各村通行工

資率之故，可見此項調查結果，用作例證，以明表列之功用，實有未見完善之感。

第四節 美國工資統計之表列法

第二類表列 茲以工資分組，作為第二種表列法之例證。現時吾人並無需要解答之特定疑問，與已討論甚多之方法相同，僅一較為普遍之問題而已：已有一批資料，吾人須用之列成表式，以期表現有用消息之最高量。原始資料既有萬千，各自不相關涉，故須使之集中，表示特定之意義，並加以整理以為將來比較之用。

用途不定之統計資料 有數種調查，舉行之目的，既不為解答任何特定之疑問，亦非用為研究某項問題之一助，僅為收集消息而已，此項消息，雖無迫切之需用，然遇有懷有諸多疑難欲舉行調查者，則此項資料，恰能滿足其所需。工資調查，即屬此類。當吾人未能求得充分工資記載之時，工資調查雖為社會團體測量最重要者之一，而所得消息，不堪應用，於是經濟學家與統計學家，竟以缺乏重要資料之故，工作常受阻撓，然工資調查，並無急切之實際用途，蓋既知其工資之高下，亦無助於吾人對工資數額有所管理也。故對於此種調查，吾人之目的，即在將數字加以分析，並將其分組與平均，以求任何用途皆可適用；吾人之工作

如此，則在進行之時，無形中將渡入一類完全不同之調查事業中矣；種類萬千之詳細節目下，吾人將查出其結構之何若矣；數字在驟觀之下，所呈之混亂，將亦發覺其並不背乎定律矣；此時吾人可以作成現諸文字之綱領，並對於顯然並無特定色彩之大批資料，亦查出其確定之形式矣。

關於此一問題之整體研究，乃屬下章範圍之內，惟表列法無須專門之技術，此時不妨開始討論之。以下所舉之例，概以關於工資者為主，惟列表方法，仍極為普通也。

粗距之選擇 在美國『一八九一年批發價格、工資及運輸之報告』一文中，曾敍有數約千人之工資詳細情節。茲假設其為同質之羣類，而討論表列之方法。其表式如下：—

工資表式——美國數字，一八九一年

1. 每日工資 自此 數起	2. 人數 自此 數起	3. 不滿 此數	4. 人數 自此 數起	5. 不滿 此數	6. 人數 自此 數起	7. 百分 數	8. 各組平均 工資
元		元		元			
.25 .35 .35 .45 .45 .55 .55 .65 .65 .75 .75 .85 .85 .95 .95 1.05 1.05 1.15 1.15 1.25	11 15 59 85 157 113 169 201 304 685		.25 .45 .45 .65 .65 .85 .85 1.05 .75 1.25 1.05 1.25	16 144 270 370 .75 1.25 989		317 6.2 .26非.50 1,472 28.7 1.09 1.00	

1.25	1.35	99	1.25	1.45	557							
1.35	1.45	458	1.45	1.65	538	1.25	1.75	1,297	25.31	1.49	1.50	
1.45	1.55	466	1.45	1.65	538							
1.55	1.65	72										
1.65	1.75	202	1.65	1.85	531							
1.75	1.85	329										
1.85	1.95	58	1.85	2.05	331	1.75	2.25	970	18.91	1.99	2.00	
1.95	2.05	273										
2.05	2.15	45	2.05	2.25	310							
2.15	2.25	265										
2.25	2.35	33	2.25	2.45	134							
2.35	2.45	101										
2.45	2.55	196	2.45	2.65	209	2.25	2.75	506	9.92	2.53	2.50	
2.55	2.65	13										
2.65	2.75	163	2.65	2.85	165							
2.75	2.85	2										
2.85	2.95	15	2.85	3.05	144	2.75	3.25	198	3.93	3.04	3.00	
2.95	3.05	129										
3.05	3.15	5	3.05	3.25	52							
3.15	3.25	47										
3.25	3.35	12	3.25	3.45	12							
3.35	3.45	0										
3.45	3.55	221	3.45	3.65	226	3.25	3.75	254	5.03	3.51	3.50	
3.55	3.65	5										
3.65	3.75	16	3.65	3.85	27							
3.75	3.85	11										
3.85	3.95	0	3.85	4.05	82	3.75	4.25	96	1.94	4.00	4.00	
3.95	4.05	82										
4.05	4.15	0	4.05	4.25	3							
4.15	4.25	3										
4.25	4.35	0	4.25	4.45	0							
4.35	4.45	0										
4.45	4.55	3	4.45	4.65	4	4.25	4.75	4	0.45	4.50	4.50	
4.55	4.65	1										
4.65	4.75	0	4.65	4.85	0							
4.75	4.85	0										
4.85	4.95	0	4.85	5.05	8	4.75	5.25	8	.25	4.00	5.00	
4.95	5.05	8										
5.05	5.15	0	5.05	5.25	0							
5.15	5.25	0										
5.25	5.35	1	5.25	5.35	1	在5.35		1	5.35	5.25		
總計		5,123			5,123			5,123	100			
平均工資		\$1.731								平均工資	\$1.70	

(第十三表)

原來發表之件，工資尾數至五釐為止；在上表之第二欄，即

銀勞動者之人數，按一角為一組，即自二角五分至三角四分，三角五分至四角四分，餘類推，至所賺工資恰在分界騎縫中間者，即視作下一組之數。惟須注意，二元一角五分至二元二角四分一組之平均工資，如賺工資者之人數，以分為單位分組，必非為二元二角，而為二元一角五分，二元一角六……二元二角四分之平均數——即二元一角九分五釐。

試閱第二欄，數字並無次序，亦無一定之準則；結構如何，未能查出，可知分組過狹，資料不甚適用也。

現請將組距放寬，重將工人分組，即如第六欄所定，將人數按半元為一組，乃可見人數順序似尚整齊，且隨第二欄之最高量而出現。返觀較小組距之分組，究竟用何等分組時，最初發現此種整齊性，則於第四欄以二角為一組者，即已顯示，雖非絕對，卻亦甚為可觀之有規則性矣。以三角為一組者之人數，依次為75, 355, 674, 1242, 740, 660, 343, 310, 180, 181, 233, 32, 82, 3, 4, 8, 1，除三元二角五分至三元五角五分一大組外，幾已全部呈現有規則形態矣。

至於擇用何種分組問題，須視各項項數可以一目瞭然為定。一角為一組之五十一組，或二角一組之二十六組，驟觀之下，只有數字一堆，意義已全失去（一切細目固可用圖式正當表明），就中只有五角一組之十一組，頗易使人領會也。

上表第七欄之結果，以文字述之，乃為貨銀勞動者，工資自二角五分至七角四分，佔百分之六，自七角五分至一元二角四分，佔百分之二十九，其他以此類推。

實際製表法 由原始數字製成表格之實際工作，須用方格紙，順序於各欄之首，分列工資之組距，然後以每項工資之大小，於各該分欄內，劃一直線，隨手以五線或十線為一束以代加法。

依上文各節所論，可知由二角五分起至五元三角五分止，無須以一分為一組，而分列一欄記錄之，然為求得正確平均數起見，組距應分至何種細密程度，仍有略加考慮之必要。

設以一分為一組之各項如下

\$1.70	\$1.71	\$1.72	\$1.73	\$1.74
11111 1	11111 11111 11111 11	11111 11111 111	11111 11111	11111

如此列入之工資，平均數可立時算出，乃為一元七角一分八釐。

然若吾人將此五十一項，定為『一元七角至一元七角四分』，或用較確實之語句言之『自一元七角而不及一元七角五分』，所有各項均為此組之中心點，換言之，即一元七角二分也。

如有項數甚多，則假設之平均數，與各組所算出之平均數，

二者必相差甚微。此於第十三表可以見之；第八欄所列為一角一組各項算出之平均數，而第九欄為基於一假定——為平均計，半元各組之數，均作為在各該組之中點——之平均數。第一及最末之相差為最大。由第九欄所得之總平均數為一元七角，即為對真實平均一元七角三分之最近似整略數 (round number)。故為總分組及平均計，僅取半元為一組之欄十一項即可。

為其他目的，不妨作更詳盡之分組；蓋於最低之一組，吾人欲知賺二角五分者有幾人，賺三角者有幾人，三角五分者有幾人，而五分對二角五分而言，其差甚顯而易見也。至在上端，用此法，亦可求知確切工資為若干也。

高爾頓式 (Galtonic) 法 表列第二法，對於較詳細之項目，亦有其需要之處。設吾人將工人依其工資之數額排列之，一端為二角五分，一端為五元七角五分。則請注意橫行各點之工資，工資最低者為二角五分；自此以往，十分之一處，第五百一十二個工人之工資，為自八角五分至九角九分，……進至中途工資為一元五角。每至十分之一之數字，列表於下。由此吾人對於依工資之分配，可以思過半矣。

此等數字，在按半元分組時，必難確實相合，惟在一角一組時乃可實現，故以一角為分組之法，殊有採用之價值。吾人於此必須首先決定在何一小組中為十分之一工人，十分之二工人…

十分之一工人之工資		平均工資	一千工人 之同等數
工人工資	最低工資.....	\$.25	.79
	往上第十分之一組.....	.89	1.00
	往上第十分之二組.....	1.12	1.24
	往上第十分之三組.....	1.22	1.50
	往上第十分之四組.....	1.39	1.50
	往上第十分之五組.....	1.49	1.88
	往上第十分之六組.....	1.75	2.00
	往上第十分之七組.....	1.99	2.22
	往上第十分之八組.....	2.36	2.58
	往上第十分之九組.....	2.98	3.55
最高工資.....		5.35	
		總平均數	1.731
			1.82

(第十四表)

所在，然後計算其在更小組之位置。例如設吾人欲求較『八角五分至九角五分』尚為準確之數字，其程序如下：——自底端之五百一十二人，為八角五分至九角五分一組之第八十二人，因工資低於八角五分者，已有四百三十人，而本組共有一百六十九人，如人數分配果甚整齊，每一分各佔十七人，則第八十二人，即在八角九分至九角一小組之中間。均勻分配之假定，在若干用途之下，頗有充分之正確性，而此法用於以十分之一地位決定工資，亦足供為確實之工具。算出之結果數字，已列表於上。雖然，設吾人欲確知中間一人之工資，則由一元二角五分至一元七角五分

之半元一組中，可知其乃或在一元四角五分至一元五角五分之內，然後即速查原始之資料，將工資分隔為一元四角六分，一元四角七分……乃至一元五角五分。（註一）

此法若略加變動，亦甚便利。取最低之五百一十二（或十分之一），其平均數為七角零五釐；次一十分之一，則為一元零三分；其他以此類推（見第十四表）。觀此數字，亦頗足予吾人以深刻之印象，且用之以與他類相比較，亦極為便利也。

以上所提之數字，只為原來報告材料之一半。適繼所列之表，即係各級十分之一之平均工資。將如此得出之兩組加以比較，可以看前半部足為全部之代表。

第五節 工資調查之表列法

一八八六年之工資調查，以如下之款式，搜集得來之資料而列成之表格，可以用為解釋各種困難之例證。

工 資 率（註二）

絲 織 業

一八八六年十月一日各區絲織業僱工平均工資率

第一區：——且舍爾，斯塔夫，脣次，戴爾具，及窩維克

見附表，五，二七九人

見附表，一二九，五八八錢

職位	僱工人數另詳報告	各職位上有輕告之全體有輕告之人數之百分比	平均每週工資率	工資平均數下不出十分之一有輕告人數	每週工資率之平均數	平均最高工資率所據人數	每週工資率之平均最低數	平均最低工資率所根據人數
			男工	總數一〇八五	每週工作時間五六又二分之一			
絲綿部			先令便士		先令便士		先令便士	
監工員及執事員								
時工	79	1.5	23	3	35	31	3	4
監工助理員								
時工	9	.2	17	3	6	19	0	...
紡絲工人	24	.5	11	9	15	13	0	5
時工	100	2.1	17	7	68	20	11	18
搓絲工人	9	.2	18	8	7
{時工}								
{件工}								

(第十五表)

此表格之大部，即在表明下列事象：

人數 平均工資

紡絲工人——時工：六 十二先令 五十六小時半

{工資調查所用之表列法} 如此得來之報告，並非完全確定，

因如同一職位同時僱用多人，則工人工資率有多寡不同之可能。即以六人之項而論，所列之十二先令，則有下列兩種途徑之可能：一為六人每人各賺十二先令，一為賺十先令者二人，十二先令者二人，十四先令者二人（平均恰為十二先令）；如不用平均數，而言一般工資率，則或為賺十二先令者四人，賺十五先令者一人。

賺十一先令者一人；或為賺十二先令者五人，十八先令者一人。工資調查之目的，既在對工資為綜合之研討，以備一切調查之採用，故各業之人數，僱工依年齡性別與區域之分組，各組工資之一般工資率及平均工資率；在在均須示明，且關於各組對平均數之分配，亦須詳細為充分之敘述，否則僅一平均數，對於特高或特低工資之真象，往往蒙蔽不見也。

關於原始資料是否較上述形式詳備，又特異之處是否可以遮蔽，經著者向勞工局查詢，查知職位之分組，實際計算上，在一標目之下，工人之工資，已有甚大之變動，故不如將標目分裂為數個，將各組分別登列，否則即須在一標目之下，各組應行分列使易辨別；但由其他調查報告觀之，此層並未作到，幸尚有補充之調查，以補其不足，故原始資料，已甚為詳盡，勿論列成何種精細之表式，均能措置裕如。

然則現在之問題，即須將一區域內各工廠之調查報告，列簡而明之表式，表示各組與全體之工資分配情形。由此觀之，第十五表例舉工資率調查表式樣，所用方法，謂之盡美盡善，實難令人置信也。

吾人為求切實明瞭起見，茲假設關於搓絲工人（時工），所根據之詳細內容，係如下所列：

三人賒 十四先令………『平均最低工資率』

十四人賺 十五先令

六人賺 十五先令六便士

二十人賺 十六先令

一十人賺 十七先令六便士

二十人賺 十八先令

八人賺 十八先令

十人賺 十九先令

十人賺 二十先令六便士

八人賺 二十一先令五便士

六十八人在全體平均數，即十

七先令七便士，百分之十以內。

十八人平均賺二

十先令十一便士

各種應有之處置：列表時所用之程序，假設已將一小部賺工資遠較平均數為低之老弱工人，由全部調查表中剔出，另列為最低工資一類，同時並將特別優異之有技能工人提列為最高工資一類。此種辦法，較之僅將各個工資之最高最低額標明，自為佳妙，蓋最低最高二者，均可有特別之情形，以致付與他人之工資，相差甚遠也。至此等極端項之大小，仍以原來報告為準。經此移提單列之後，所餘之工資，仍未必即能密接成為一類，如上例工資自十五先令起，至十九先令止，散佈仍甚廣。關於此種分配情況，可為解決疑難之線索者，幸以工資在平均數十分之一以內者之人數尚有標明也；僅用一欄即可標列，尚不失為一最佳妙之途徑，惟十分之一，範圍仍嫌甚廣耳。此外尚有一法，亦可圈定一

範圍，在此範圍之內，凡工人人數十分之一之工資在平均數之上，及人數之十分一在平均數以下者均包括之：即為十六先令及十八先令是也。

雖然，設每一羣類佔用不及八欄，下列七則，即足供給較多之消息，且即用既得材料，已足應付一切，雖用途有所不同，亦可隨其需要，適當取材也。

所僱人數	一〇九
每週平均工資	一七先令七便士
工人十分之一人數所賺不過一五先令	
工人四分之一人數不過一六先令	
工人二分之一人數不過一八先令	
工人四分之一人數所得在一九先令以上	
工人十分之一人數所得在二十先令六便士以上	

此即為一九〇六年工資調查結果發表之報告中所用之法，惟內中並無十分之幾之項而已。

一經讀畢本書第五章及第六章，讀者自然可以不用上文所用之詞句，而用中位數(median)四分位數(quartile)及百分位數(decile)等名詞，然後可以對於用一測量離散度方法，是否較之頃已提及之細節，較為適用一問題，加以討論矣。

提要。以上所論之表列法，只為其中之一種，舍此而外，並

非無他法可尋，例如一八八六年（註三）全般工業之工資，亦曾列製成表；該種所用之格式最適於比較用途，茲將原式列下：——

各級工資之僱工人數及百分數

下表示一八八六年十月各業僱工之每週平均工資，及各級工資上之人數及百分數。

	十先 令以下	自十 先令以下	十五先 令以下	二十先 令以下	二十五 先令以下	三十先 令以下	三十五 先令以下	四十 先令以上	總 計	平均 每人 工資
棉織工業 {人數 百分數	2 ...	370 1.2	8,793 27.3	8,822 27.4	4,525 14.1	7,283 22.6	1,582 4.9	812 2.5	32,189 100	25.3
呢呢工業 {人數 百分數	...	146 1.2	3,377 27.6	5,559 45.4	1,725 14.1	705 5.7	392 3.2	344 2.8	12,248 100	23.2
機織及織品工業 {人數 百分數	...	835 11.9	1,705 24.3	909 13.0	2,635 37.6	879 12.6	28 0.4	14 0.2	7,005 100	23.4
葛布工業 {人數 百分數	192 2.8	780 11.4	2,952 43.4	2,070 30.4	416 6.1	290 4.3	39 0.6	68 1.0	6,807 100	19.9
黃麻工業 {人數 百分數	...	565 20.2	1,038 37.1	964 34.4	127 4.5	53 1.9	52 1.9	...	2,799 100	19.4
大蔴工業 {人數 百分數	...	25 2.0	300 24.4	581 47.2	168 13.6	39 3.2	94 7.6	25 2.0	1,232 100	23.6
絲織工業 {人數 百分數	...	324 14.4	881 39.2	367 16.3	278 12.4	121 5.4	273 12.1	4 0.2	2,248 100	22.3
毛氈工業 {人數 百分數	130 10.1	183 14.2	834 64.5	100 7.7	15 1.2	30 2.3	1,292 100	26.7
鐵礦工業 {人數 百分數	296 27.7	458 42.8	51 4.8	190 17.7	75 7.0	...	1,070 100	24.8

列百分數之各行，應用之處極多。各種工業之工資水準如何，一望而知。例如，棉織工業之平均工資，較毛織工業，高出二先令；且棉織業中，程度甚高之有技能工人，賺工資自三十先令至三十五先令者極多，而毛織業工資接近平均數者幾佔全數之半，大約多在二十至二十五先令之間也。黃麻及葛布工業中，其平均數大致相同，然前者則有賺十五先令以下者甚多。絲織業中，與棉織業同有其特殊階級，惟絲織業之高級工人人數既少，報酬又無棉織業之高，計工資在三十五先令以上者，只有百分之十二。由此觀之，此一表式，何等緊湊，何等清晰，謂之為集中及明顯之傑作，誠非過言。

第六節 工資變動統計之表列法

工資變動數字之列表法。現請就英國勞工局所搜集與工資率之變動有關數字，討論其表列之方法。下舉一例係用舊日之報告，嗣後表式業已經過多番改革，吾人將其加以研究比較，然後查閱歷年報告案卷，必能獲益不少。據查，舊日之空白表格，所搜集之情節，包括有關工人之職位，及人數，發生變動之日期，及變動前後全時工作星期中之每週工資與工作時間，惟加工時間及工資（加工之意義，與工資調查所用相同）不計之。

一八九四年英國各區普通農村勞動者之工作時

間及工資率變動情形表（根據商業部所收到之報告製成者）摘錄（註四）

區域	夏日工資變動情形 (一八九四與一八九三比較)		冬日工資變動情形 (一八九四與一八九三比較)		一八九一年，農村勞動者，田莊常工，牧畜人，馬夫，騎士，御夫，駕車夫之人數
	增	減	增	減	
	每週	每週	每週	每週	
林肯諾爾					
根茲伯裏	L/6(15/至13/6)	2,466
老斯	L/6(13/6至12/)	3,932
斯皮爾斯拜	L/6(13/6至12/)	3,288
福富克					
阿靈山姆	...	1/(12/至11/)	2,576
大萊哥東區	...	6d.(12/6至12/)	1/(10/-11/)	...	2,487
西區	...	1/(12/至11/)	...	1/(11/至10/)	1,108
佛爾候	1/(11/至10/)	1,448

（第十七表甲）

根據英國商業部所收到報告製成之一八九五年
夏英國各區普通農村勞動者工資率變動情形表摘錄（註五）

鄉名	一八九一年，農村勞動者，田莊常工，牧畜人，馬夫，騎士，御夫，駕車夫之人數	夏日工資變動情形 (一八九五年與一八九四年比)	夏日每週工資率	
			一八九四	一八九五
得由漢姆 斯他克頓		每週 減六便士	先令 17 6	先令 17 0
	437			

提斯得爾 (把拿山寨鄉村區)	669	增六便士	17	6	18	0	
牛津 亥丁頓 亨累 (漢布爾頓鄉村區)	1,118 1,587	減一先令 減一先令	12 12 14	0 0至 0	11 11 13	0 0至 0	
羅富克 大萊哥東西兩區 佛羅侯 亨斯台得 密提佛與恩第斥 斯毛爾白爾夫 斯溫夫漢姆 魏蘭	1,108 1,448 1,504 3,622 2,264 1,942 1,535	減一先令 減一先令 減一先令 減一先令 減一先令 減一先令 減一先令	11 11 11 11 11 11 11	0 0 0 0 0 0 0	10 10 10 10 10 10 10	0 0 0 0 0 0 0	
卡那文斯爾 卡那文 (歸費鄉村區)	1,124十	不供膳者增一 先令 供膳者增一先令	19 11	0 0	20 12	0 0	

(第十七表乙)

農村工資變動之表列法：以上兩表，指示吾人第二及第三次工資率變動及工作時間報告中，對於農村工資之變更，製表方法之不同。第十六表甲中，為『增』『減』各設專欄，以資識別，因而所佔地位甚多，用意原為甚善，然『所謂一八九四年冬』，究竟係以冬季起耶，抑至冬季止耶，並未明白指示。

第十六表乙，僅言夏日工資一端，各欄排列亦大不相同；增減列於一欄，可以不同字體排印以別之。然至第五次報告中，內容愈形清楚矣，例如：

冬日工資(註六)

區域別	人數	每週工資率				一八九七年每週之增減			
		一八九六年正月		一八九七年正月		增	減		
		先令	便士	先令	便士	先令	便士	先令	便士
香道令	3,113	10	0	11	0	1	0

(第十七表丙)

此表係表示冬日之工資，至夏日工資之表列亦同。

{所關人數} 是項農村表格中之人數欄內，尚有缺點，殊為美中不足。蓋所調查者如為其他產業，則報告上之人數，必均為確實有關者，而此處所報之數，欲求其正確無誤，勢乃有所不能；且在一八九一年之人數，乃指『農村勞動者』而言，然如上表所列該欄包括各色人等甚雜，非全為農村勞動者也。夫鄉村之工資一有變動，雖在減低工資時，遇有善良之僱主，未必一律施行，但吾人假定其必為普遍現象，似並無不可，且在一星期內，工資之變動，雖未必普及於全區，但在此方面大半似不致有甚大之出入。蓋工資更動之時，多在冬季工資改為夏季工資，或夏季工資改為冬季工資之際；工資之增減，不必有形式之舉動，應減為冬季工資，或增為夏季工資之時，略行拖延數日，則事實上工資已有輕微之增減矣。就一般而言，如認為每一變動即足影響全區內所有之成年農村勞動者，自不免產生少許之錯誤，且除工資較普通為低之老弱工人，情形容有不同外，其他若馬夫若牧人等等之工資只有依比例之變動，亦大有可能。（註七）調查表格上有『本區強壯勞工之約略數』一問題，惟答案既無所用，所報告之數，謂其不甚確正，似可為斷言也。

{資料之缺乏} 全部表式之目的，在示明全國每週工資之變動，惟以缺乏若干詳細事項之故，致不能作全部之計算。即以農

村勞動者而論，吾人所需要之資料，除上文所論等項外，尚有額外收入，特別報酬及實物償付數端之變動報告。就全般情形而言，全部工資及變動情形之報告，均應不厭求詳。至關於農村勞動者之資料，英國勞工局年有發表；四季工資，有無變動情形，工會團體六百家中，按年多有報告呈交該局也。

各郡工資率之變動 關於人數一項，調查表格填答雖欠精確，但此於各郡各鄉工資率變動之計算，並無妨礙，蓋每一區域受工資變動影響之人數，其對於人口普查所報告之人數，所成之比例，必與全郡或全鄉同類農業勞工人數，對於人口普查所報告之人數比例同。故吾人可藉下章所論加權平均數之原則以解決之。

茲計算第十七表乙得由漢姆一郡一八九四至九五年，夏季工資之變動情形，如下所列：

	變動前之平均數	變 動	受影響者之比例數	工資單上變動之總金額
斯他克頓 提斯得爾	先令一七 一七	便士六 六	減六便士 增六便士	四七 先令一 共減二 共增三 六

(第十七表丁)

全郡變動總計，增一先令六便士

佔全郡之比例數，73.

對於全郡平均數之影響， $\frac{1/6}{73} = \frac{1}{4}$ 便士。

茲為計算簡便起見，受影響之人數，以百人為準，如此計算，對平均數，不致發生顯而易見之影響。此一簡略方法，只能就原始資料之可能，得出相當確實之得數。將此方法，適當加以修改，即可用以計算其他產業之工資變動。現先將各郡農村工資變動調查結果，總括列表於下：

英格蘭及威爾士數區，一八九六及一八九五年

所付每週現金工資變動純淨效果之比較（註八）

區域別	一八九六年工資與一八九五年者之比較				一八九五年工資與一八九四年者之比較			
	總數	工資變動對每週工資之純淨效果			總數	工資變動對每週工資之純淨效果		
		增(+)減(-)	總額	每人		增(+)減(-)	總額	每人
英格蘭		金鎊	先令	便士		金鎊	便士	
北部各郡	5,662	-43	-0	1½	3,766	+44	+2½	
約克、諾福、蘭加、約爾及奇、約爾	2,897	+100	+0	8½	3,942	-126	-7½	
東部中部各郡	69,869	+666	+0	8½	89,576	-2,045	-5½	
南部西部各郡	20,901	-340	-0	4	20,441	-575	-6½	
威爾士		2,165	+73	+8½	
總計	99,329	+383	+0	1	119,890	-2,629	-5½	

* 此數即在一八九一年，各恤貧聯合區 (Poor-Law-Union) 之男性農村勞動者，田莊常工、牧人、馬夫之總數。

對總括表之批評。上列之總括表，其價值若何，並不顯然。用之可以查知，在一八九六年，增加工資者有五萬八千五百七十八人，減少工資者有四萬零七百五十一人，固不無些須價值，然受工資變動者之總數，並無從表現之必要。表中，恒列有受影響者之總數；設有一人在某一月中增加工資一先令，而在下月又被減去，則此人即作為二人計算，惟其對於下一欄（工資變動之純粹效果）之影響則為零。此一『減四十五鎊』所含意義，可謂為每人各減一先令者二千人，每人各增三又四分之三便士者三千六百六十二人（同屬一人或不同屬一人），亦可謂為其他任何之數字，凡足以拼成同一總數者，均有成立之可能。第二欄之每人之變動量，僅為一算術商數，並無可以形諸文字之具體意義，絕無重要價值可言。但如另以別一商數 $\frac{\text{£}43}{n}$ 為北部各郡農村勞動者之人數——取而代之，則吾人可以查見對於平均工資之效果矣。故在實際上，欲求表列用途較大，應從下式：——

區名	增		減		變動淨數	僱工總人數	變動平均量
	有關之人數	增加總額	有關之人數	減少總額			

(第十七表己)

如用前表所列之數字，乃又蹈原以錯誤數目作成之計算而又加詳細推算之通常覆轍，茲者，僱工總人數，即為本已有誤之一端，故如據以演算，必致通盤謬誤也。但在未用平均數前，僱工總人數雖有差誤，尚不致發生有害之後果。如上所述，此處所舉之平均數，可以其他有用之數相代，而此另一數如在限定範圍之內尚可不致錯誤，且足供大多數用途之需也。

抑有進者，有關人數一欄，既有謬誤，則人數當以千人為準，不能以一單位論，故與其謂『一八九一年五千六百六十二人屬於一類，而與一八九六年之人數，有鬆弛之連帶關係』，無寧僅言『有關人數五千至六千』之為有用而正確也。

自英國農村施行最低工資制以來，全部問題已大經修改而單簡多多矣。雖然，上文之研究，仍用表列方法，以適應難辦且不全之資料，兼以敘述約二十年來，英國一般工資變動之記錄，官方辦理之情形也。

以上表列之第一類及第二類均已論及，至第三類非為數字之答案製表方法，此時尚難討論，須俟將平均數之用途及性質加以研究之後，方能着手也。

(註一) 關於此法，參閱第五章第五節中位數。

(註二) 見『小紡織工業之工資』。

(註三) 詳見一九〇六年工資調查報告。

- (註四) 節錄於第二次「工資變動年報」。
- (註五) 節錄第三次「工資變動年報」。
- (註六) 節錄第五次「工資變動年報」。
- (註七) 關於此點，請參閱威爾遜·福克斯(Wilson Fox) 氏『農村勞動者之工資報告』一九〇〇年出版。
- (註八) 見英國第四次「工資變動年報」。

第五章 平均數

本書爲專研究統計學之書，對於平均數 (average)，自當予以充分之地位。蓋惟用平均數，複雜之羣類 (group) 及極大之數目，用一二有效文字或數字即可表現之；且惟有平均數也，統計學之二種定義——平均數學 (Science of Averages) 及大數學 (Science of Large Numbers)——乃可符合一致矣。

〔平均數與均數〕 有若干著作家企圖劃清平均數 (average) 與均數 (mean) 之界限，惟二名詞分途應用之確切意義，迄未得有共同之結論（註一）。依吾人之意，最善之區別，莫過於將平均數定爲純爲算術上之概念，例如言變動人口中之平均壽長 (average length of life) 並非指某一特定羣類，不過爲一算術得數之簡便表明方法而已；至於均數，則於解釋物體數量 (objective quantity) 時用之，例如言英國人之身長均數，乃表示一種數量，一切關於身長之量數，均將以之爲確定之分類標準也。如援用此種術語，則下文所論之第一節第二節第三節，大半均屬平均數一類，而第四第五第六等節則爲均數也。

第一節 算術平均數

平均數一詞通俗之用法，本可勿須多論，惟通常用語中，亦有統計學中常用者，茲擇要討論之。第一、平均數有僅為避免極大數目而用之者。例如，一校之學生平均體重，據云為一百七十五磅，所以不言十人之體重，共為一千七百五十磅者，以前者較為習用，且易使人聯想及於一般之人體重量也。同理，設吾人欲比較十年一期兩期中數種出口商品之價值，必須言在一八七〇至一八七九年一期中，每年平均數為一千萬金鎊，一八八〇至一八八九一期中。每年平均數為一千一百萬金鎊，而不云總額為一萬萬金鎊對一萬一千萬金鎊也。

公分母。由此所論，乃引起普通之第二種用法。設吾人欲比較一八七〇至一八七九之十年，與一八八〇至一八九〇之十一年。並設前者一期總數為一萬萬金鎊，後者一期總數為一萬三千二百萬金鎊，在此情形之下，苟非用年數除之，化為公分母，並求出二期之平均數，一為一千一百萬金鎊，一為一千二百萬金鎊，則二期之差別，必不得而知。此種之平均數，在板球戲 (cricket) 中應用最廣，盤數 (run) 及輪值數 (wicket) 之總數，雖有時亦有記錄，惟此乃統計上之奇玩，(curiosity) 對於球員之技巧及運氣，並無作用也。至各季舉行比賽時，用以評判優劣者，為進門數 (inning) 除盤數之商數，盤數除輪值數之商數，以及其他等等。如是則所有數量均化為公分母矣。如此含義之平均數，在機械學

上應用之處極多。例如每方吋之平均壓力，一引擎每分鐘所作平均工作量，一列火車之平均速度，均為常見之數量。至所謂平均率(average rate of interest)之用法，與此則完全相同也。

{平均數與百分率} 百分數者即平均數之一特別用法也。比較人口或貿易之發展時，僅列其全數，毫無用處可言。以倫敦之人口而有五萬人之增加，實不如以一哈羅(Harrow)小村，增加一千為有意義；欲求其命意令人能以領會，則非以增加之百分數說明，謂一則增加百分之一，一則增加百分之六十不可，如此說明意即表示每百人中平均增加若干也。基於此種理由，出生數，死亡數，及結婚數，均以百分率或千分率表示之，意即每千人中各有若干也；且在此種情形之下，乃有雙重平均計算之情形，即言每年每千人中之若干是也。

將此用法，擴而充之，又有人口中每人各有若干之說，是則將數量變為每人之比率也。此乃完全為比較之用，其所依據之原理，與公分母相同。如論英國飲酒每年消耗金額，在一八六〇年為一萬萬金鎊，在一八九〇年為一萬一千萬金鎊，出言何等乏味！今言一八六〇年每人耗金三鎊半，至一八九〇年時，則每人耗金二鎊又十五先令，於是就可以作比較觀矣。但用此類平均數，不可失之於濫，在預備總結比較數字時，是否有採用此種平均之必要，必須有充分之考慮也。

定義。由此觀之，平均數乃純屬算術性質，其定義如何，可由下式表示之：——

$$\text{平均數} \times \text{個數} = \text{所關數量總數} ,$$

$$\text{例如，平均體重} \times \text{人數} = \text{全體人數之總體重}$$

定義之不能適用。雖然，此定義未必即可完全適用，試解下一問題，可知其詳。一八九二年，英國西南部威爾次、道塞特、戴溫、靠恩華爾、及梭梅塞特五地方之平均每週工資，分別為十先令，十先令，十三先令六便士，十四先令，十一先令。然則英國西南部之平均數如何？

最簡單之答覆，平均數為

$$\frac{10\text{先令} + 10\text{先令} + 13\text{先令}6\text{便士} + 14\text{先令} + 11\text{先令}}{5}$$

$$= \frac{58\text{先令}6\text{便士}}{5} = 11\text{先令}8.4\text{便士}.$$

此一答數，已足為許多用途之需，惟與上列定義，則不能適合耳。何則？蓋『十一先令八.四便士被何數乘？將得何數？』之問題，只有以『十一先令八.四便士用項數乘之，即等於各項數目之和』一語答復之一途也。

請更進而研究『一部之平均工資』，及『五郡平均工資』之意義。

假設威爾次之平均工資，係由各鄉村之報告編製而成，今各村之工資，為十二先令，十一先令，九先令，九先令六便士，九先

合，九先令，如將各數相加，然後以村數除之，固可得平均工資矣。無如仍不能適合上列之定義何？且也每村之平均工資為何？使其能滿足定義上之條件，則所謂各村平均工資者，必為各該村所付工資之總數，而被工人數除之也。惟事實上，舉行調查時，此一總數，根本無從覓得，有之，乃由觀察或藉猜想而得，非由計算而來也。

每村之平均工資之正確與否，姑置不論，即使其為正確無誤，且各村報告之人數，亦已查明，則一郡之平均工資，當如下式所列：

$$\frac{12\text{先令} \times 200 + 11\text{先令} \times 150 + 9\text{先令} \times 300 + 9.5\text{先令} \times 150}{200 + 150 + 300 +} + \frac{10.5\text{先令} \times 400 + 9\text{先令} \times 200 + 9\text{先令} \times 200}{150 + 400 + 200 + 200} = 9\text{先令} 11.8$$

便士

式中，分母各數為各村之勞動者人數。如此演算，與假設已知全郡所有工人之工資，一一相加，然後以全人數除之，所得之結果完全相同，且所求得之平均數，與上文之定義，亦能適合也。

此中算術工作，可以化簡，理至顯然，蓋如將人數各以 50 除之，得數仍不變；猶之各村勞動者，分別有四，三，六……人不等，不必言其有 200, 150, ……也。斯時，只取各村人數對總數之比例即可，不用實在人數，而得數可相同。此一計劃之優點有二：第一，

吾人欲查知勞動者之人數雖不可能，惟欲求其近似之比例數則未為不可，直言之，人口普查報告關於農業之標目下，可供給之也；第二，查數字原亦無須絕對之準確；例如上文所提之各村工人數，無妨視為替代213, 145, 320……之整略數(round numbers)；諸數雖小有相差，然與平均數並無妨礙，理至淺顯，不待言也。總而言之，將各村之人數，權作為整略數；然後為求數字計算上簡便起見，各以與此整略數成比例之簡單數字代之。

依此方法得出之平均數，與所舉之定義，未能絕對適合，惟與能滿足條件者之相差，實為無幾。由此觀之，根據同一原理，英國西南各郡之平均數，不難求得矣。

分組之資料。有一極普通之情形，資料分成若干組(grade)，每組各有若干次數 (instances)，如下列之表，第一，第三兩欄即是。在此情形之下，欲求其算術平均數，必須對於各組內次數之分配情形，設立某種之假定。在平常情形下——尤以兩極端(extremity)之數漸趨減少之時為甚——假設各組之數目，均集中於各該組之中心，以便計算平均數，頗能求得極高之確度(degree of accuracy)；就實際言之，各組之平均數，與其謂之接近各該組之中點，毋寧謂之更接近於全類之中心，惟全類中心上下兩邊，各有相當之差誤(error)，恰可互相對銷。為求工作手續簡便起見，可以組距(breadth of the grade)——下表之組距為五

年——作單位，然後擇項數最緊之一組(40-45年一組，中心點為 $42\frac{1}{2}$ ，見下表)中心為原點以測量之。由此原點(以總件數除第四欄之總數即得)之平均距離，即以單位表示平均數距原點之距離，由此單位，平均數可立即用原來單位算出也。

一九一一年英格蘭威爾士已婚男子之年齡

年齡分組	以 $42\frac{1}{2}$ 歲為原點起算之各組中心點，單位為5歲	一千人中之已婚男子數	(2)與(3)之乘積	累計數	
				年齡組限	第五欄人數累計
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
15-20	-5	0	0	15	1,000
20-25	-4	33	-132	20	1,000
25-30	-3	112	-336	25	967
30-35	-2	152	-304	30	855
35-40	-1	154	-154	35	703
40-45	0	136	0	40	549
45-50	1	118	118	45	413
50-55	2	98	192	50	295
55-60	3	74	222	55	199
60-65	4	54	216	60	125
65-70	5	37	185	65	71
70-75	6	21	126	70	34
75-80	7	9	63	75	13
80-85	8	3	24	80	4
85-90	9	1	9	85	1
90-95	10	0	0	90	0
		<hr/>	<hr/>		
		1,000	+1,155		
			-926		
			<hr/>		
			229		

(第十八表)

$$\text{平均數: } 42\frac{1}{2} + \frac{229}{1000} \times 5 = 43.645 \text{ 歲。}$$

第二節 加權平均數

此項討論，已例示一極為重要之統計方法，此即所謂『加權平均』（weighting the average）者是。茲請更進一步，仍用例釋方法，藉用原來數字，討論英國西南各郡之平均數，應加以何等之權數。既知各郡之農村勞動者人數，乃可求出其平均數如下：

$$\frac{10\text{先令} \times 20,000 + 10\text{先令} \times 30,000 + \dots}{20,000 + 30,000 + \dots}; \text{然吾人既無從得知勞}$$

動者之確數，只有根據某種觀點，依照各郡地位之輕重，妥為規定權數（weight），如 20,000, 30,000……是。至代表此種數量之數，作為小麥收穫量可，作為面積亦可，即作為人口增加率亦無不可。在此特別情形之下，方法或有謬誤，但其他問題所用，權數之意義，尚無如此明顯。例如，設吾人討論倫敦對四鄉居民之引誘力一問題，並設已知自愛塞克斯，腦富克，沙富克，移居倫敦者有若干，自斯他福特及華塞斯特移來者有若干，於是即根據此種數字，比較對於農業區與對於工業區，以查引誘力究竟對何處為大。然則吾人將用何者為權數；以有關各郡之居民總數耶，用各該郡距倫敦之距離耶，抑用另由此種數量推出之其他數字耶？

{機械學上之例釋} 欲求明瞭，宜自研究『權衡』（weight）字義始。設有一無重（weightless）之直桿，桿上分為一百等分，

自一端起依次分在第四十，第五十，第六十，第七十，及第八十等分上，懸一等重之物；則此桿將在相當於不加權平均數 (unweighted average) 之點上，現平衡之象，此點即為第六十等距 (interval)。復次，設不用等重之物，而分用七，一，三，四磅之重量，則此桿呈現平衡之點，乃為加權平均數 (weighted average) 即第五七·一等距之處也。該項物體移置愈遠，或位置不變，而物體重量變多，則重心 (center of gravity) 亦必隨之推遠；此即統計問題上各級工資應行加權之理由，乃昭然若揭，不待贅述者也。至靜力學 (Statics) 上所用之公式， $\bar{x} = \frac{S_{mx}}{S_m}$ ，與上文所述之算術問題相同，統計學上亦多應用之處焉。

加權之效果並非甚巨。無論上文所論之平均數，抑或其他各種平均數，其所用之加權，在已往之統計論著中，已有極多之討論，實則其所佔篇幅與其重要極不相稱，蓋權數之選擇，並無若干之重要性。統計原理上有一極簡便之事實，即：苟合於某種條件，則不論所採權數為何，所得結果，必能大致相同。故此假設之數理的研究，可姑置不論，惟對數項代數公式及演算步驟，則頗可論列於下也。

設以 W_1, W_2, \dots, W_n 為 M_1, M_2, \dots, M_n 共有 n 個數量之權數。

則加權平均數為 $M_w = \frac{W_1 M_1 + W_2 M_2 + \dots}{W_1 + W_2 + \dots}$

以 \bar{m} 為 M 各數量之平均數，並以 $M_1 = \bar{m} + m_1, M_2 = \bar{m} + m_2,$

則 $n\bar{m} = M_1 + M_2 + \dots = n\bar{m} + m_1 + m_2 + \dots$, 故 $m_1 + m_2 + \dots = 0$

同理, 如以 w 為 W 各數量之平均數, 又 $W_1 = \bar{w} + w_1, \dots$ 餘可推, $n\bar{w} = W_1 + W_2 + \dots$ 且 $w_1 + w_2 + \dots = 0$

於是 $(W_1 + W_2 + \dots) M_w = (\bar{w} + w_1)(\bar{m} + m_1) + (\bar{w} + w_2)(\bar{m} + m_2) + \dots$,

$\therefore n\bar{w} \cdot M_w = n\bar{w}\bar{m} + \bar{m}(w_1 + w_2 + \dots) + \bar{w}(m_1 + m_2 + \dots) + w_1m_1 + w_2m_2 + \dots$,

$$\therefore M_w - \bar{m} = \frac{1}{n} \left\{ \frac{w_1}{\bar{w}} m_1 + \frac{w_2}{\bar{w}} m_2 + \dots \right\}.$$

故加權平均數 (M_w), 與不加權平均數 (\bar{m}) 之差額, 乃視諸如 $\frac{w_1}{\bar{w}} \cdot m_1$ 等各項之平均數而定。 w 各數量之和為零, m 各數量之和亦為零, w 各數之中若干為正數, 若干為負數, m 各數亦然。 m 及 w 兩種數量, 同號較異號出現多時, 則 M_w 與 \bar{m} 之差額必甚大。

次頁所列關於工資調查之表格中, \bar{m} 為二四先令二便士, $M_w =$ 二四先令七便士, $n = 38$, $\bar{w} = 96^{\text{sh}}$, 茲將權數取至一百為準, 工資至便士為準, 則求得各數值如下, 各業仍依次頁表格之次序排列之:

w.	m.	wm.	w.	m.	wm.
+226	+13	+2,938	+431	+ 41	+17,671
+26	-12	- 312	+147	- 41	- 6,027
-26	-10	+ 260	+184	+ 36	+ 6,624
-28	-53	+1,484	- 44	+ 7	- 308
-68	-58	+3,944	- 34	+ 4	- 136
-84	- 8	+ 672	+321	+ 19	+ 6,099
-74	-23	+1,702	+ 11	+ 61	+ 671
-83	+29	-2,407	+ 19	+111	+ 2,109
-85	+ 3	- 255	- 75	+ 1	- 75
-90	+37	-3,330	- 78	+ 65	- 5,070
-69	-48	+3,312	- 91	+ 50	- 4,550
-95	-36	+3,348	- 93	+ 75	- 6,975
+578	-15	-8,670	- 79	+ 28	- 2,212
-46	-90	+4,140	- 67	+ 1	- 67
-66	-10	- 600	- 12	+ 1	- 12
-27	-25	+ 675	- 78	- 46	+ 3,588
-73	-27	+1,971	- 64	- 16	+ 1,024
-56	- 4	+ 224	- 85	- 14	+ 1,190
-91	-66	+6,006	- 74	+ 12	- 888

二十一個正號乘積之和: +69,652。

十七個負號乘積之和: -41,954。

三十八個乘積之和: 17,698 = $w_1 m_1 + \dots$

$$\begin{aligned}
 M_w &= \bar{w} + \frac{1}{n\bar{w}} \times 17,698 \\
 &= 24 \text{ 先令 } 2 \text{ 便士} + \frac{17,698}{38 \times 96} \text{ 便士} \\
 &= 24 \text{ 先令 } 6.8 \text{ 便士}
 \end{aligned}$$

- 24先令7便士 (依上表之例，工資取至便士為準)

{工資調查上之例證} 次頁所列之表格，可用為解釋上述原

加權方法不同而平均數變動甚小之例證

根據一八八六年工資調查之資料			人口普查所 示各業僱用 之人數	武斷規定之 權數	均等權數
業別	平均工資 (男工)	調查得來 之人數			
紡織業	先令便士				
	25	3	32,189	142	144
絲呢業	23	2	12,248	54	172
毛線業	23	4	7,005	38	219
製葛業	19	9	6,807	22	96
黃麻製品業	19	4	2,799	9	23
大麻製品業	23	6	1,232	3	78
絲織業	22	3	2,248	10	189
毛織業	26	1	1,292	0	213
蠟織業	24	5	1,070	8	287
花邊業	27	3	593	8	51
零星用品業	20	2	2,734	0	225
鬃毛業	21	2	330	2	200
煤礦礦	22	11	67,429	57	142
金屬礦	16	6	5,046	0	190
泥板石礦及石蠟油業	25	0	3,021	0	207
石板礦	22	1	6,933		232
花崗石礦及製造業	21	11	2,315	12	206
石礦業	23	10	3,956		34
瓷器業	18	8	499	0	39
醫療	27	7	52,682	58	224
空路及鐵道	20	9	24,276	0	29
煤氣事業	27	2	25,965	0	40
自來水業	24	9	5,187	0	151
鍛鐵(冶鐵磨)	24	6	6,234	0	128
鋼鐵製造及機器工程業	25	9	41,658	200	173
鋼鐵造船業	29	3	10,661	80	228
鍋器製造業	33	5	11,514	0	178
木板業	24	3	2,088	0	174
銅器五金業	29	7	1,838	0	222
大質造船業	28	4	454	0	79
木桶製造業	30	5	327	0	165
車輛製造業	26	6	1,664	0	28
靴鞋製造業	24	3	2,902	0	142
醸酒業	24	3	8,366	0	46
蒸餾業	20	4	1,795	0	129
磚瓦製造業	22	10	3,188	0	55
化學肥料業	23	0	1,054	0	210
火車車輛製造業	25	2	2,239	0	233
平均數	先令便士	先令便士	先令便士	先令便士	先令便士
	...	24 7	25 3	24 5½	24 2

(第十九表)

理之例證（註二），頗有詳細研究之價值。着手舉行工資調查之時，先須散發調查表格，凡位址適中之大廠家，均向之作關於工資詳情節之調查。發出之表格，未必全能收回，故最後作成之報告上，所列之廠數，並非全國各業實有之全數，反之，不過僅為有表格寄回之數家而已。是以所得之平均數，並非依據前述之平均數定義，而得出之全國各業之算術平均數，反之，乃為有表格填畢寄回之各業平均工資以各該業人數為權數之平均數而已；然則假如各業填報表格如數寄回，茲以不完全之資料所算出之平均數，必與所有各業之實在工資平均數，多少有所不同。然就以往之經驗論之，二者相差，並非大相懸殊。下列之表，採用數種加權方法；第一欄為用調查表格上所列之數作為權數，得平均數為二十四先令七便士；第二欄為根據人口普查用超過某種最低限度以上所求得之各業之數為權數，其平均數為二十五先令三便士；第三欄之權數，乃用武斷方法規定者，數字之來源，與工資並無關聯可言，其平均數為二十四先令五又四分之一便士；最末一欄，為不加權之平均數，亦即權數相同之平均數，其平均數得二十四先令二便士。凡此種種明示吾人，雖原來數字，低自十六先令六便士，高至三十先令五便士，變動甚大，而平均數則結果甚近，真實權數如何，此處雖未指明，惟因此故，吾人置之不問可也。

各種加權制度下平均數始終一致。下列一表，所討論之間

題，在以英格蘭及威爾士於一八六九年九月二十九日密凱爾(Michael)聖誕節，及一八七〇年婦女節所舉行之調查，求出農村平均每週工資，此二年之數字，分列於第一二欄者即是。此項平均數得出之方法甚多，茲擇要述之於下：先求出各郡之夏秋兩季之平均數，列於第三欄，然後計算四十五個數之平均數，而得十二先令七便士。次須假設付出夏季工資之時間，當秋季工資施行日期之二倍，列於第四欄。然後依上項程序求其平均數，得知為十二先令五又二分之一便士；二數有少許之差額，乃因密凱爾聖誕節日之調查，已包括秋收犒賞在內，故全數較夏日工資為高也。再次，將各郡依地理順序分為數組，求各組之簡單平均數(Simple average)——第三欄之數字標註 a 字，第四欄標 b 字——然後用第五欄標有 c 字之數，即各組之農村勞動者人數，將其加權；乃知 a 列數字用 c 列為權數時平均數為十二先令五便士， b 列數字用 c 列為權數時平均數為二先令四先令。復次，用第五欄為權數，乘第四欄之各郡工資數。乃為最淺近之方法，得平均數為十二先令四便士。更次求各區平均數(a 與 b)之簡單平均數，換言之，即將此八區各加以均等之權數，則得平均數 a 為十二先令四又四分之三便士， b 為十二先令三又四分之一便士。否則以約克協爾及威爾士各作一郡論，計算第三欄之簡單平均數，即十二先令八便士是也。

一八六九至一八七〇年之農村工資——各種加權方法及其
結果之例證

	1. 一八六九年 密凱爾聖誕 節	2. 一八七〇年 婦女節	3. 第一、二 兩欄之平 均	4. 以第二欄作 第一欄之四 倍，然後平 均之	5. 各郡農村勞 動者人數以 千人為單位	6. 各組地方之 人口全數以 千萬人為單 位
	先令便士	先令便士	先令便士	先令便士	先令便士	先令便士
蘇塞克斯	12 3	12 0	12 1½	12 1	34	...
西瑞	14 0	13 6	13 9	13 8	16	...
肯特	14 6	14 0	14 3	14 2	44	...
赫次	11 0	10 6	10 9	10 8	32	...
布爾克斯	12 0	10 0	11 0	10 8	22	...
平均數	a 12 4½ b	12 3	c 148	d 22
何爾次	14 7	11 10	13 2½	12 9	20	...
薩贊次	12 6	11 6	12 0	11 10	23	...
亨次	16 0	11 0	13 6	12 8	9	...
拜得福特	13 0	12 0	12 6	12 4	17	...
劍橋	11 0	12 0	11 6	11 8	24	...
平均數	a 12 6 b	12 3	c 93	d 14
愛塞克斯	12 6	11 0	11 9	11 6	45	...
薩富克	10 6	11 0	10 9	10 10	41	...
薩富克	11 6	11 6	11 6	11 6	44	...
平均數	a 11 4 b	11 3	c 130	d 12
威爾次	11 0	10 3	10 7½	10 6	26	...
道塞持	9 6	10 3	9 10½	10 0	17	...
得旺	10 0	10 3	10 1½	10 2	34	...
考恩華爾	11 0	11 0	11 0	11 0	17	...
索梅塞特	11 0	10 6	10 0	10 8	31	...
平均數	a 10 6 b	10 6	c 125	d 19
斯他福特	13 0	13 0	13 0	13 0	19	...
牙老色斯特	11 9	10 9	11 3	11 1	22	...
西爾福特	10 3	10 0	10 1½	11 1	12	...
沙拉堡	11 0	11 6	11 3	11 4	21	...
華而色斯特	13 6	11 0	12 3	11 6	15	...
華維克	11 6	12 0	12 9	12 6	20	...
平均數	a 11 9 b	11 7	c 109	d 27

雷色斯特	14 0	13 0	13 6	13 4	15	..
如特蘭	12 6	12 0	12 3	12 2	3	..
林肯	14 0	13 6	13 9	13 8	49	..
薩次	13 6	13 0	13 3	13 2	16	..
得爾邦	13 6	14 0	13 9	13 10	8	..
平均數	a 13 3½ b	13 3	c 91	d 14
葛底爾	13 6	13 6	13 6	13 6	18	..
蘭斯	15 0	15 0	15 0	15 0	30	..
約克北區	19 0	15 3	17 1½	16 6	30	..
約克西區	17 4	13 6	15 5	14 9½	16	..
得由漢姆	16 6	16 0	16 3	16 2	8	..
腦賀倍蘭	19 6	16 6	18 0	17 6	12	..
可信蘭	15 0	15 0	15 0	15 0	10	..
外斯他摩蘭	16 3	15 6	15 10½	15 9	3	..
平均數	a 15 9 b	15 6	c 127	d 72
都毛斯	12 6	13 9	13 1½	13 4	6	..
哥拉摩根	14 6	14 6	14 6	14 6	5	..
可兒馬贊	12 4	11 6	11 11	11 9½	4	..
排姆布老克	11 0	10 0	10 6	10 4	4	..
加地幹	9 0	8 8	8 9	8 8	5	..
布來克蘭克	12 0	12 0	12 0	12 0	4	..
來得蘭軍	10 0	10 0	10 0	10 0	2	..
加那文	12 0	12 0	12 0	12 0	5	..
平均數	a 11 7 b	11 7	c 35	d 14

(第二十表)

除此之外，如欲另組成新羣類，可不用農村勞動者之人數，而用各區之總人口——即標有d字之數——作權數。但倫敦人口數字龐大且與農村無關，應除去之。惟討論至此，乃又有一新因素發生，緣工業區之人口最大，而內中之農村勞動者，雖不佔重要之地位，但工資則甚高；有此高度之工資，以最多之人口加權，於是將d數為權數之b數平均數，乃達十三先令一又四分之三便士之多，可見此項加權，頗有不當之處。次將第四欄之數改正近至

一先令為準，而將第五欄之數，以一萬人為單位，則加權平均數，必為十二先令五便士。復次，假如將第三欄之數，以任意抽來與本題無關之數作權數，質言之，即用對數表中，自二起至四十六止，第三位小數加權，則加權平均數，乃得十二先令十又四分之三便士。讀者亦可試用任何權數，勿論合理與背理，除非選擇權數時先有偏見，或對於少數之郡區，特別加重，否則所得之平均數，並無甚大之影響也。

然則真實權數，凡得出之平均數，能適合前述之定義者，必與前此所採用者，相去無幾，且用其所得之平均數，即使與十二先令四便士相差，亦不致比現時所用者為更遠，故真實平均數 (true average)，與此數相差，不致超出三便士之外，必無可疑。原始各項之全距，既低自八先令六便士起，高至十九先令止，雖用極端離奇之方法，平均數亦必不致出乎十二先令至十三先令一又四分之三便士界限之外。

權數尚難取消，惟計算權數時之差誤，則可不計。 上文討論雖或過緊，然若無如此之論辯，因加權乖錯而生之差誤，大小若何，必無從注意及之。雖然，關於加權問題，基於以上之觀察，未及考查羣頗之性質，但經用各種加權方法之後，算得之平均數，視之並無變動，因而即謂權數可以取消，竟採用不加權之平均數，斯亦未免失之過當。蓋此種情形，僅於數量之巨細，與權數之真

正大小度(magnitude)，並無關聯時，始有之。例如研究城市之工資，將所有各城市合併計算，求出其平均數，如吾人取消權數，各城市以均等視之，則結果之影響，確為無幾，其故無他，乃因較高之工資，乃出之於大城市也。試觀第六章第二節，工程聯合會一百一十七處分會之認可工資平均數，如將各分會一律看待，則在一八九一年為三十二先令四便士；但如以各該分會之會員人數為權數，將各分會之工資施行加權，則同年之工資平均數，乃高達三十三先令四便士矣。雖然，在此種情形之下，權數不得完全取消固矣，惟在內中少數地方，並無特著關係時，則仍不妨為粗率之計算。以倫敦一城而論，其他之工資，除達蒂福特及恩費爾德、勞克二處外，較他區均高，且該會會員幾有全數六分之一，均受此種影響。茲按倫敦所佔之恰當重要性計算之，以各分會會員人數（百人為單位即取其最近於一百之數為準）為權數，則得平均數為三十三先令六便士，事實上與前所求得之數，乃甚相同也。總而言之，每一羣類，苟欲計算其平均數，須按其本身之情形，為決定之標準；在多數情形之下，權數竟可不用；至當羣類所包括之項數甚多時，即使施行加權，其因加權而起之差誤，雖大至相當程度，在一切之情形下，幾全可置諸不問。若欲查視此種差誤之重要，則須檢閱資料也。

此一原則，至為重要。在若干情形下，真實權數，乃竟無從計

算，甚且不能加以解釋；然據吾人所知，在某種條件之下，並無計算或釋明之必要；又有時雖有權數，而不能得其確數，然亦無須求其確切也。雖然，如各項原有共同之偏性（bias），無論用何種方法，均非加權所能免除。例如工資，實在工資數全部均較調查得來者少一先令，則平均數雖然得出，亦必較實在情形高出一先令。由是吾人可得要訣如下：計算平均數之時，應儘量防範各項之偏性，惟對於加權程序上，則無須斤斤較量確度之何若也。

第三節 統計係數

統計係數（statistical coefficient）者，乃一整數或一分數，以之乘一總數（例如人口數），可得另一有關之數（如嬰兒出生數）者也。如言出生率為千分之二十八，則統計係數乃為 .028。統計係數，在普通統計學領域中，應用之處極多，較之差誤律（Law of error）在人口學（demography）上之應用，尤佔極重要之地位。人口有增有減，而關於某某數種數目之係數，變動終屬甚小，必也經過長久之期間，且無非常之因素，足以發生特別之影響時，統計係數乃呈現顯著之變動。欲比較若干國家之統計數字，尤非用統計係數不為功，又為推測將來之數字，用此係數，有時亦頗能具有驚人之確實性（accuracy），然在有特殊之意外事變時，固在例外也。統計係數施用之處甚繁，出生率（各區域中）也，死

亡率（依年齡，職業或死因分類）也，結婚率（分各年齡）也，其他若自殺案件也，犯罪案件也，意外災害也，各種商品之消費也，莫不用之；推而廣之，如能覓得原始資料，則每年經過西敏大橋（West Minster Bridge）者人數若干，紀念塔前臨弔先賢者年有若干人，遺忘車上之傘，以及其他等等，無不可以應用之也。凡文明國家，大多均有重要係數之計算，並發表於統計報告中。至欲舉行統計調查者，此等之係數尤須有成竹在胸也。

雖然，所謂統計係數，無非某種算術平均數之另一說法，事實甚為顯然。茲請以此為參考，再將本章第一節所舉之平均數定義，重作概括之討論如下：——

平均數(A) \times 個數(N) = 所關數量總數(Q)，換言之

$$A = \frac{Q}{N}, \quad Q = N \times A.$$

以出生數為例， A 為統計係數， N 即人口， Q 乃出生嬰兒數也。

Q 一數在事實可能範圍之內，必受一因素變動之影響而隨之發生變動。例如人口數為 N ，苟人口之性別及年齡分配有變化， Q 亦必受其影響，至結婚數及結婚年齡，以及多產 (fecundity) 等，自同為重要之因素也。關於出生率，結婚率及死生率之分母，為求便於嚴格比較起見，已訂有一致之方法（用修正因素 correcting factors）（註三）。在未能應用此種方法之前，可請遵用白秋雍（統計學初級教本第九十四頁以下）之準則：效果 (Q)

必須與其產生之近因 (N) 比較；如就結婚數言，吾人可舉問『何人可以結婚？』回答必為成年未婚者，或已失配偶者，然則凡此人等之總數，即為 N 矣。將此準則推而廣之，包羅所有間接有關之人或物；例如論及產煤量，其直接之有關係人數為掘煤工人，次為所有煤礦之工人，論及家用煤炭之出產量，則與用煤家數有關（註四）。各個因素，只須保留一個，其餘概行屏除淨盡，分子分母中之各項，必須具有同一性質，同時分子所指人或物，對於分母中人物之潛在關係，必須協和一致。例如，全人口平均每人所攜之出口貨值一言，即與上舉種種條件不合；出口貨所包內容龐雜，而人口又有性別及年齡之不同，所表示者只對國外市場上本國生產力之一部而已。

惟其如此，粗略之係數及平均數，自亦有其相當之用途；如係數或平均數有變，必由於一或數因素業已有變動也，苟能知衆因素之中，除一因素外，其餘幾為不變之數量，則係數必隨此常變之因素同變。例如人口數為 N ，可以結婚之人數為 n ，結婚數為 M ，則粗率之係數，即為 $C = \frac{M}{N} = \frac{M}{n} \times \frac{n}{N}$ ；如 $\frac{n}{N}$ 為常數，則 C 將隨 $\frac{M}{n}$ 而變動， $\frac{M}{n}$ 即為較為合乎論理之係數也。

第四節 衆數

現所討論之其他二種均數 (mean)，均為統計學家常用者，

惟普通言談之間，尙少爲有意識之採用，殊爲可惜。然一般常用之習語中，頗有若干字眼（如其有確定之意義），與吾人所謂平均數之意義，頗相近似。

《平均人》 一般常有『平均職員』(average clerk),『平均工人』之習語，意何所指，解釋大有不同。有時，乃表示各該門類之典型。所謂中常職員者，意或指其所得，與一切職員之平均收入略同，對於必需品及奢侈品之開支，與彼同一階級之平均數相近，如彼之能力平平，年齡中常，則彼之工作任務，亦必極爲普通。須知此一職員，乃爲理想之人物，在任意選來之六人中。求能如此人者，未必得其一；蓋六人必各有其特點，且有數種個性，必與一般有所不同也；『平常之新聞記者』，不能謂之爲生存而生活，實亦爲一合乎理想之人物，必有某種特性存乎其人也。

《哥得雷氏之『中常人』》 哥得雷(Quetelet)氏所稱之『平均人』(average man)(註五)，已爲一般所習知矣；所謂『平均人』者乃一具有平均身長，體重，體力，肺量，而有正常視距及中等色質之眼睛之人也。此一『平均人』，較之『報章上之平均數』，乃爲更爲滿意之模範，其他一般人均與之有不同之點；如將所有之障礙原因排除，出生者將全爲此標準之人物矣。然現有之人類，欲求其與此種種標準吻合，乃絕不可能之事也。

葛得雷氏所指者，既非算術平均數，亦非中位數(median)

求衆數法

美國一八九三年參議院報告中之工人人數

		以二角爲組 距之分組	以三角爲組 距之分組	以五角爲組 距之分組	
自	\$.25	.34	1 } 16 }	74 }	
"	.35 "	.44	15 } 144 }	55 }	
"	.45 "	.54	59 } 242 }	159 }	201 }
"	.55 "	.64	85 }	355 }	317 }
"	.65 "	.74	157 }		
"	.75 "	.84	113 }		
"	.85 "	.94	169 }	439 }	483 }
"	.95 "	1.04	201 }	674 }	1,472 }
"	1.05 "	1.14	304 }	1,190 }	1,088 }
"	1.15 "	1.24	685 }	1,242 }	2,012 }
"	1.25 "	1.34	99 }		
"	1.35 "	1.44	458 }	1,023 }	996 }
"	1.45 "	1.54	466 }		1,297 }
"	1.55 "	1.64	72 }	740 }	
"	1.65 "	1.74	202 }	603 }	589 }
"	1.75 "	1.84	329 }		
"	1.85 "	1.94	58 }	376 }	583 }
"	1.95 "	2.04	273 }	399 }	330 }
"	2.05 "	2.14	45 }	310 }	506 }
"	2.15 "	2.24	265 }	343 }	
"	2.25 "	2.34	33 }	399 }	640 }
"	2.35 "	2.44	101 }		
"	2.45 "	2.54	196 }		
"	2.55 "	2.64	13 }		
"	2.65 "	2.74	163 }	372 }	178 }
"	2.75 "	2.84	2 }	110 }	322 }
"	2.85 "	2.94	15 }	146 }	149 }
"	2.95 "	3.04	129 }		198 }
"	3.05 "	3.14	5 }	181 }	
"	3.15 "	3.24	47 }	64 }	
"	3.25 "	3.34	12 }	221 }	
"	3.35 "	3.44	0 }	233 }	
"	3.45 "	3.54	221 }	226 }	254 }
"	3.55 "	3.64	5 }		
"	3.65 "	3.74	16 }	32 }	
"	3.75 "	3.84	11 }	27 }	
"	3.85 "	3.94	0 }	82 }	93 }
"	3.95 "	4.04	82 }	82 }	96 }
"	4.05 "	4.14	0 }	3 }	
"	4.15 "	4.24	3 }	3 }	
"	4.25 "	4.34	0 }	3 }	
"	4.35 "	4.44	0 }	3 }	
"	4.45 "	4.54	3 }	4 }	4 }
"	4.55 "	4.64	1 }	4 }	
"	4.65 "	4.74	0 }	0 }	
"	4.75 "	4.84	0 }	1 }	0 }
"	4.85 "	4.94	0 }	8 }	8 }
"	4.95 "	5.04	8 }	8 }	8 }
"	5.05 "	5.14	0 }	1 }	
"	5.15 "	5.24	0 }	1 }	
"	5.25 "	5.34	1 }	1 }	

(第二十一表)

或衆數 (mode) ——乃爲另一之均數，用之將所有同樣數量依一定之規律彙分類別者；該定律爲何？乃謂宜遵從人體測量 (anthropometrical) 之數量，即氏之精彩論文之所論也。

衆數。然則報章上之平均數似爲衆數之意矣。然衆數者密度最大之地位也，其意究何所指？茲請解釋於下；試閱上列之第二十一表，或翻閱前於第四章第四節所列之美國工資統計表（第十三表），可知在第二欄自上而下，數目漸增，至六百八十五（在 1.15 至 1.24 一組）之數後，數乃參差不齊漸至於消滅。此六八五在組距爲一角之各組中爲最大數。

一統計羣類（不論爲工資，或身長，或爲其他之可量之數）中，分組之數值，而有最多之次數者，謂之衆數，換言之，亦即密度最高之地位，或佔最多數之數值。如就以連續曲線代表之羣類言之，則此一數值即爲最高縱坐標 (ordinate) 下之橫坐標 (abscissa) 也。

求衆數法。依修正後之字義，上表第二欄最大數有十四個之多，各數之起伏無定，但在此十四枚衆數之中，一元一角五分至一元二角四分一組之數，最稱顯著。至分組較寬時，在第六欄之五角分組下，衆數只餘三枚，惟如略去五元處數僅爲八之小羣，則所餘僅二枚。具有一四七二者乃爲最大之羣，但此羣之位置，不能確實指定僅可謂之介乎七角五分與一元二角五分之間。

此外，求衆數之近似值，尚有一法，茲舉例釋之如下：一如第二十一表所列美國工資統計中，在一角分組之下，所列之數，何者爲衆數，不能立時決定。在二角分組之下，自 .25-.44 一組起，其頻數順序爲十六，一百四十四，二百七十，三百七十，九百八十九，五百五十七，五百三十八，五百三十一……等等，則九八九（在 \$1.05-\$1.24 一組）之爲衆數，事乃彰然自明；如在二角分組中，自 .35-.54 一組順數之，則有七四，二四二，二八二，五〇五，七八四，九二四，二七四……等，在 1.35-1.54 一組之九二四，乃爲衆數；用此複式表列法，可見二角分組不能決定衆數。在三角分組中，自 \$.55-\$.84 一組起，數爲三五五，六七四，一二四二（在 \$1.15-\$1.44 組內），及七四〇……等；自 \$.65-\$.94 一組起，數爲四三九，一一九〇（在 \$.95-\$1.24 一組中）及一〇二三……等；如自 \$.75-\$1.04 一組起，則有四八三，一〇八八（在 \$1.05-\$1.34 一組），及九九六……等數：凡此種種分組，衆數終在 \$1.15-1.24\$ 一組中；反之，此一小組必含有衆數，而衆數果亦即在一或臨近一元二角也。此例所用數字，極不整齊，惟其如此，乃可特別舉示困難之所在。茲復將全部程序，擇要概述如下：

(1) 將分組組距漸次擴展，重行排列數字，一而再，再而三至數字排列齊整時為止。

(2) 然後再察視組距業已放寬之羣叢，審查核在分組之低

限(lower limit)移動時，衆數是否亦隨之轉移；如其移動也，則組距尚須再行放寬；否則，衆數乃在最狹組，如將組距放大，則較寬之組凡包括該狹小之組者，亦必同時為衆數之所在。至求衆數之圖示法，當在第七章第一節（見第七圖求衆數及中位數圖示法）敍及之。

衆數位置之無定 求衆數之程序，至為繁難，即使初步數字，原已呈現整齊狀態，欲確切求得衆數，亦非甚易之事。茲為指示困難之情形計，特舉一例如下；假設某經測驗多人之身體，得其身長為

67 小時	455
67½ 小時	475
67¾ 小時	490
67½ 小時	500
68 小時	485
68½ 小時	467
68¾ 小時	445

驥視之，衆數似確在六十七又四分之三小時；惟吾人須知，雖極精確之測量，如單位以至一小時之四分之一為準時，身長六七又四分之三小時零八分之一小時，即當六十又四分之三小時論，必至測量更形精確時，乃能用六七又八分之七小時表示之。故就現在而論，

所謂六七又四分之三者，乃實指自六七又八分之五起至六七又八分之七時也。設上列干〇〇人之身長，在該組中成均勻之分配，則以六七又四分之三為衆數，已盡確實之能事；惟就數字情形觀之，衆數當尚在此數之下方也。設上列數字，實際測量時，分配情形如下：

自 $67\frac{1}{4}$ 至 $67\frac{3}{8}$ 時	288	} 483 (身長 $67\frac{3}{8}$ 時)
自 $67\frac{3}{8}$ 至 $67\frac{1}{2}$ 時	245	
自 $67\frac{1}{2}$ 至 $67\frac{5}{8}$ 時	245	} 495 (身長 $67\frac{5}{8}$ 時)
自 $67\frac{5}{8}$ 至 $67\frac{3}{4}$ 時	250	
自 $67\frac{3}{4}$ 至 $67\frac{7}{8}$ 時	250	} 493 (身長 $67\frac{7}{8}$ 時)
自 $67\frac{7}{8}$ 至 68 時	243	
自 68 至 $68\frac{1}{8}$ 時	242	

並設諸數已列如上行之式，則衆數必在六七又八分之五時；而上行之排列，衆數乃為六七又四分之三時。此種移動之或然性，於原來分類中，已可見之，蓋在六七又二分之一時者人數較在六八時者為多也。總之，就以上所論，可知衆數頗有欠於確定之弊，確定性之深淺，尚須視分組之寬狹，及各組距之確實位置而定。在各組項數甚多之時，如將分組縮小，即可現露其有規則之形狀，於是求得之衆數，確度必較大也。

用數學方法，求算衆數（見第十章第二節第五款），以上列

身長數字言之，須依照含有衆數之組（ $67\frac{1}{2}$ 至 $67\frac{3}{4}$ 時）之項數，對其上下各組項數相差之比例，將此含有衆數之組加以配分。例如相差之比例為： $500-490$ ； $500-485=10:15$ ，衆數乃為 $(67\frac{1}{2} + \frac{10}{10+15} \times \frac{1}{4})$ 時 $=67\frac{29}{40}$ 時。用此方法，設如最大者有兩組，其項數完全相同，則衆數即在二者之中間；又如一最多之組，臨近之上下兩方各一組，項數亦係相等，（假如分配為對稱形式），則衆數必在中間一組之中心。凡此兩者皆如演繹法（*a priori*）之所指示。

『所謂『平均人』』。討論至此，然則所謂『平均工人』者究何所指：意為每日賺工資一元七角三分（第四章第四節第十三表所列美國工人工資之簡單平均數）之工人乎，抑為賺衆數一元二角工資之工人乎？普通之語法，乃指後者而言。所謂『平均職員』一詞，其意並非指一身具有可以測量之性質恰為同類性質之算術平均數之人，而指具有性質而為同等人物大多數所同有之職員也。職員之階級中，喜讀消閒報紙，較讀荷馬（Homer）史詩者為夥焉，涉身游藝場者，較往聆聖樂（oratorios）者為多焉，月進百元者較月有五百元收入者為衆焉，住於郊外四里，較住於郊外一里或二十里者為多焉。解釋雖然如此，但『平均人』並非實有其人，蓋秉性各有不同也。平均數為純粹抽象之名詞，吾人實際應用統計時，不可不知；前言之美國工人大衆，不能即

更全賺一元二角之工資，即使賺相同之工資，亦不能認為其他方面無以異；反之，即得同等之工資，而工作量數乃大有出入也。

衆數之重要性 為完全表明一羣工人之經濟狀況，無單獨勝任之一數，有之，即衆數是也。吾人所想像之最大幸福之最大多數人可於衆數中求之。算術平均數與中位數(median)——定義見下——所表示者，並非實在，不過數字上之概念而已，而精確表白最常發見之數目者，惟有衆數一端。衆數為最常得到之普通結果，且有極普通之用途。某段間之火車或公共汽車，求出意欲搭乘者之平均人數，不如得知其最常見人數之為愈。成件出售之衣服店，與其量得多人胸寬尺寸之平均數，無寧得出衆數為適宜。一郵局之成立，一商店之開設，應以求得購買匯票金額或茶葉價格之衆數，為當務之急，其他平均數，需用甚少也。即在集藏之泉幣中，其中受人賞鑒者，每每表示整羣之風氣，勝於各個特色之算術平均數，且就此最後一項事例而論，其衆數頗為確定焉。

衆數之優點 衆數之一特點，即在完全不受極端項之影響。故解款項，每因發現一千金鎊之一支票，而動搖算術平均數，但衆數乃不因之而受波及。少數之百萬富豪及極大多數貧無立錚之人民，二者收入之算術平均數，或許與一發展平均全為家裕戶足之國家中所得之數相同，然衆數則二者將迥有不同也。吾人論

及一類數字，如極多工人之工資者之歷年變動情形，設以算術平均數為判別之標準，則工資增加情形，由於工資低者提高至水平線耶？抑係由於已有甚高待遇者又急劇增薪耶？吾人竟無從答覆，然衆數則可表明大部人數地位之變動，因而可以答覆之也。布斯(Booth)氏之『倫敦(London)』一書，應用衆數之處甚繁。每一年齡圖，必有一分業別之年齡之衆數；每一工資表，必有各級工資之衆數，固不待言；即彼對於第五類——現代城市之標準工人——之論述，亦係根據同一原則。至彼對於社會情況之測量，既以住房間數及僕役人數為基準，則用衆數（每戶住四間，並無僕役），當較用其他平均數為利便。

衆數之劣點 雖然，衆數受人反對之所在，乃因其不能適用於多種之羣類。設有一極不規則之數字羣類，並無一定之典型，例如英國各城市之人口，其衆數極不穩定，對於人口數之重要性則不能給予吾人以重要之消息。蓋衆數之為用，主要乃在其能指示一典型之數字，其他數字均與之分歧也。例如在上列第二十一表之工資數字，典型之工資為一元二角，其他在兩方之工資，則為技能或機會以或種原由，較正常程度為高或較低之人所得。如葛得雷氏之著作所示，凡有一種典型之數字，必有衆數能表示之，衆數告吾人者，乃對於每一典型之一事實，故他種平均數，亦不可不特為補充之用也。

第五節 中位數

設有一羣人或物於此，其中各有可以測量之屬性，例如身長或工資，吾人為謀論述全羣類之簡捷起見，頗可擇用某一數量扼要說明之。茲設此種屬性之數量，依數值之大小，由小而大，排為漸升之序列；由此序列向上察其恰在中途一項之所在，當此中間項目之數量，即謂之中位數 (median) (註六)。譬如有一羣貨銀勞動者，工資不及二十先令三便士為二百人，恰為二十先令三便士者一人，超過二十先令三便士以上有二百人，則二十先令三便士即為工資之中位數。蓋在此假設之例中，不及二十先令三便士者，與超過該數者，人數完全相等也。中位數如此，其他以此類推，在序列上四分之一及四分之三處之數量，謂之四分位數 (quartile) (註七)；在序列上十分之一，十分之二，乃至十分之九之數量，謂之十分位數 (decile)；在百分之一，二乃至九十九之數量，謂之百分位數 (percentile)。

中位數之位置，較衆數為穩定。欲求確切之計算，則在項數為奇數時，中間之數即為中位數，在項數為偶數時，中位數即在兩中間數之中間，此兩中間數一般多連接甚近，如二數相等時，則二數均為中位數矣。但若序列中數量不甚準確，而分為小組時，則以本章末節圖示法（第一圖）對其確實數值，可作一良好之

推算。

中位數之優點，在絕對不受特異項目之牽動；勿論若干人數之百萬富翁之收入，對於全類序列之收入中位數，所給予之影響若何，絕不致較收入在中位數以上之其他相等人數為重。對於此種極端項，在許多目的下，固有較之近於平均數之項目，有特別加以重視之必要，無如算術平均數，對於特別項目，重視已超出正當範圍之外，蓋當此民治之時代，以一百萬之富翁，而與萬千之普通工人，等量齊觀，殊不若中位數較為適當也。除此而外，中位數尚有一易於計算之特長，故不需甚多之算術工作，以吾人對於距平均數甚遠之數，無須逐一檢算之勞，只將臨近平均數之項目，精密查核即可也。

無全部訪查之必要：中位數之應用，尚有頗為重要之優點；蓋對於諸項事物之訪問，若不確實並欠完全時，仍不難將中位數求出也。茲舉一二實例以明之。在舉行工資調查時，或許有工資距平均數甚遠之十萬工人，並未及調查，然則欲查問如此多數工人之工資，對於算術平均數之影響如何，必因缺乏關於彼等收入之消息之故，感受極大之困難；但如求中位數則不然，吾人所需求知曉者，只為彼等之人數，不問彼等工資確數為幾何，亦能確定人數之最高額，仍能將中位數查出，不過有極微之出入耳。試取英國『一八八六年工資調查總報告』第四百七十頁之總數，三

十五萬六千人，加上工資在十五先令以下者十萬人，則中位數仍在二十先令至二十五先令一組，此原來之中位數也。惟在最低十分位數及下四分位數，變動則極顯著，然算術平均數，因此降低至少有二先令一便士之多。如就所得問題而論，此說亦有成立之理由；蓋消息既極貧乏，有極多之人，其確實所得數，無從得知，然在多數情形之下，不難斷言其所得乃在某一數額之上，或在某兩限度之間，而此如在低限之下方，即吾人對於其所有人數所需探知而據以決定中位數之數也。

復次，溯觀十九世紀以來之工資發展史，欲求一正確之平均數而不可得；但吾人既知一大類工人，每週工資在十五先令之下，另有工資在三十先令以上而確實不得而知者極多人，並知工資在十五至二十先令，及自二十五至三十先令者，各有確數若干，則不難求其中位數；為求中位數，如測知中位數乃在二十至二十五先令一組，應將該組人數加以確實調查；即使手中缺乏完備之資料，吾人仍不妨發言，謂中位數必不出某兩狹小限度之外焉。

{不可量之數量 (incommensurable quantities)} 中位數之另一優點，亦即其較重要之一用途，乃在其對於完全不可測量之數量之應用。此種應用，以賴高爾頓 (Galton) 氏（註八）倡導之力者為多。茲為舉例起見，設吾人欲求多數兒童之平均智力。智力並不可以測量，事乃至為顯然，即使用精妙之號碼，亦難求

得其算術平均數。然在另一方面，設將一羣二十名之兒童，依其智力之高下，排成序列，不必謂甲童之智力，比乙童高二十分，惟云第十或第十一名兒童，乃為全組之典型人物，至低限度亦較其他各種之平均數為佳也。

{中位數之劣點} 中位數既具有上述之優點，然其所以不能普遍採用之故何在？此無他，一組數量之中位數，或可全然與典型不符，且在事實上或可不近於實在觀察得來之事物中也。例如，設有兩類工資數字，每類各包括一千人之工資，一類之工資為十五先令至二十五先令，一類在三十五先令至四十五先令，今吾人求得之中位數，竟在二十五至三十五先令之間，而該類中事實上並無一人。由是觀之，中位數之主要用途只能限於主體之若干事物連接甚為密切之情形下；至於少數之極端項，尚不致有何影響也。

如以 m 代表 x_1, x_2, \dots, x_n 共有 n 個數量之中位數， a 代表同數量之算術平均數，以 $x_1 - z, x_2 - z, \dots$ 為 x 各數量與任一數量 z 之離中差（deviation），則 m 即為能使離中差量（全作正數計算）之和成為最小之值，而 a 即為使離中差之平方之和或最小之數值。

欲明離中差（全作正數計算）之和成為最小值一語，請比確如下：設有 $2n+1$ 處地方，在一條直線上，各處各由某盡端數起之第 n 處地方之接線機，單獨各通一條電話線；電話線之長度，即相當於上言之離中差；今設接線機自第 n 處，移至 $\overline{n+1}$ 處（或中心點），則必有 $\overline{n+1}$ 條線，因之以相等之距離而縮短，有 n 條線因之以相等之距離而加長，然則電話線之總和，必為之消滅；如地方之數為偶數，則自任一端數起，凡地位在，或介乎，第 n 處及第 $n+1$ 處之間者，均可達到使成為最小數之目的。

關於第二段，相差數之平方和為最小數，只觀： $\Sigma z = na$ ，及 $\Sigma (x-z)^2 = \Sigma x^2 - na^2 + n(a-z)^2$ ，便知，適當 $z = a$ 時， $\Sigma x^2 - na^2 + n(a-z)^2$ ，即成為最小也。

茲有七十二項數量，特用各種平均數論述之如下：

十三歲至十五歲兒童之體格測量

號次	年齡	身長	體重	號次	年齡	身長	體重	體重表之分析	
								歲	月
1	14.1	4.11 $\frac{1}{2}$	6.0 $\frac{1}{2}$	39	14.7	4.11 $\frac{1}{2}$	6.3 $\frac{1}{2}$		
2	14.9	4.10	5.7	40	15.1	4.11 $\frac{1}{2}$	5.7		
3	14.7	5.5 $\frac{1}{2}$	7.5	41	14.3	4.11	6.4 $\frac{1}{2}$		
4	13.11	5.0	6.5 $\frac{1}{2}$	42	13.3	4.4 $\frac{1}{2}$	4.11 $\frac{1}{2}$		
5	14.11	5.3 $\frac{1}{2}$	8.0 $\frac{1}{2}$	43	14.3	5.3	6.7 $\frac{1}{2}$		
6	14.7	4.10	5.0	44	13.6	5.1 $\frac{1}{2}$	6.1 $\frac{1}{2}$		
7	14.3	4.10	6.7	45	14.2	4.8 $\frac{1}{2}$	6.0 $\frac{1}{2}$		
8	14.9	5.5	8.5 $\frac{1}{2}$	46	13.5	5.2	7.4		
9	14.11	4.9 $\frac{1}{2}$	5.12 $\frac{1}{2}$	47	13.8	5.2 $\frac{1}{2}$	6.11		
10	14.3	4.11 $\frac{1}{2}$	6.11 $\frac{1}{2}$	48	14.6	5.4	7.4 $\frac{1}{2}$		
11	13.4	4.7	5.1 $\frac{1}{2}$	49	14.8	5.1 $\frac{1}{2}$	6.10		
12	14.7	5.3 $\frac{1}{2}$	7.8 $\frac{1}{2}$	50	13.3	4.8 $\frac{1}{2}$	5.0		
13	13.8	4.7 $\frac{1}{2}$	5.3	51	13.0	5.1 $\frac{1}{2}$	6.7		
14	14.5	5.2 $\frac{1}{2}$	7.8 $\frac{1}{2}$	52	13.10	4.11 $\frac{1}{2}$	7.5 $\frac{1}{2}$		
15	14.4	5.0	6.0	53	14.8	4.11 $\frac{1}{2}$	6.9 $\frac{1}{2}$		
16	13.6	4.9	5.6	54	13.8	4.5 $\frac{1}{2}$	4.9 $\frac{1}{2}$		
17	14.0	5.2 $\frac{1}{2}$	7.7 $\frac{1}{2}$	55	14.8	5.4 $\frac{1}{2}$	7.0		
18	13.0	4.8 $\frac{1}{2}$	5.3	56	14.0	4.10	6.2 $\frac{1}{2}$		
19	14.7	4.11	6.12 $\frac{1}{2}$	57	13.10	4.9	5.5		
20	14.10	5.1	6.9	58	13.2	5.0 $\frac{1}{2}$	6.4		
21	13.9	4.11	5.11	59	13.6	4.7	5.2 $\frac{1}{2}$		
22	14.10	4.8 $\frac{1}{2}$	5.11	60	13.0	4.9	5.9 $\frac{1}{2}$		
23	13.4	4.9 $\frac{1}{2}$	5.8 $\frac{1}{2}$	61	13.3	4.8 $\frac{1}{2}$	5.5 $\frac{1}{2}$		
24	13.1	5.2 $\frac{1}{2}$	6.1	62	13.5	4.8 $\frac{1}{2}$	6.5 $\frac{1}{2}$		
25	14.0	4.6 $\frac{1}{2}$	5.6 $\frac{1}{2}$	63	13.10	5.5 $\frac{1}{2}$	7.10 $\frac{1}{2}$		
26	14.6	5.3 $\frac{1}{2}$	7.6 $\frac{1}{2}$	64	13.1	4.8 $\frac{1}{2}$	6.2 $\frac{1}{2}$		
27	14.3	5.0 $\frac{1}{2}$	5.11 $\frac{1}{2}$	65	13.10	5.4	7.2		
28	13.9	4.9	5.11	66	14.0	4.9	5.0 $\frac{1}{2}$		
29	13.4	5.1 $\frac{1}{2}$	5.9	67	13.3	4.7	5.0		
30	14.4	5.1	6.8 $\frac{1}{2}$	68	13.8	4.11	6.1 $\frac{1}{2}$		
31	14.10	4.9	4.7 $\frac{1}{2}$	69	13.7	4.41 $\frac{1}{2}$	6.4 $\frac{1}{2}$		
32	13.2	4.9 $\frac{1}{2}$	5.13 $\frac{1}{2}$	70	13.11	4.8	4.4 $\frac{1}{2}$		
33	14.1	4.8 $\frac{1}{2}$	5.8 $\frac{1}{2}$	71	13.11	4.8	4.4 $\frac{1}{2}$		
34	15.10	5.2 $\frac{1}{2}$	6.8 $\frac{1}{2}$	72	13.2	4.7 $\frac{1}{2}$	4.10		
35	14.0	4.11 $\frac{1}{2}$	5.7	73	14.0	4.11	6.5		
36	14.4	4.11	6.5	74	13.3	4.3 $\frac{1}{2}$	4.1 $\frac{1}{2}$		
37	14.8	4.11	6.0 $\frac{1}{2}$	75	13.3	5.0	7.2 $\frac{1}{2}$		
38	13.7	5.0 $\frac{1}{2}$	6.2	76	13.7	4.8 $\frac{1}{2}$	5.6		

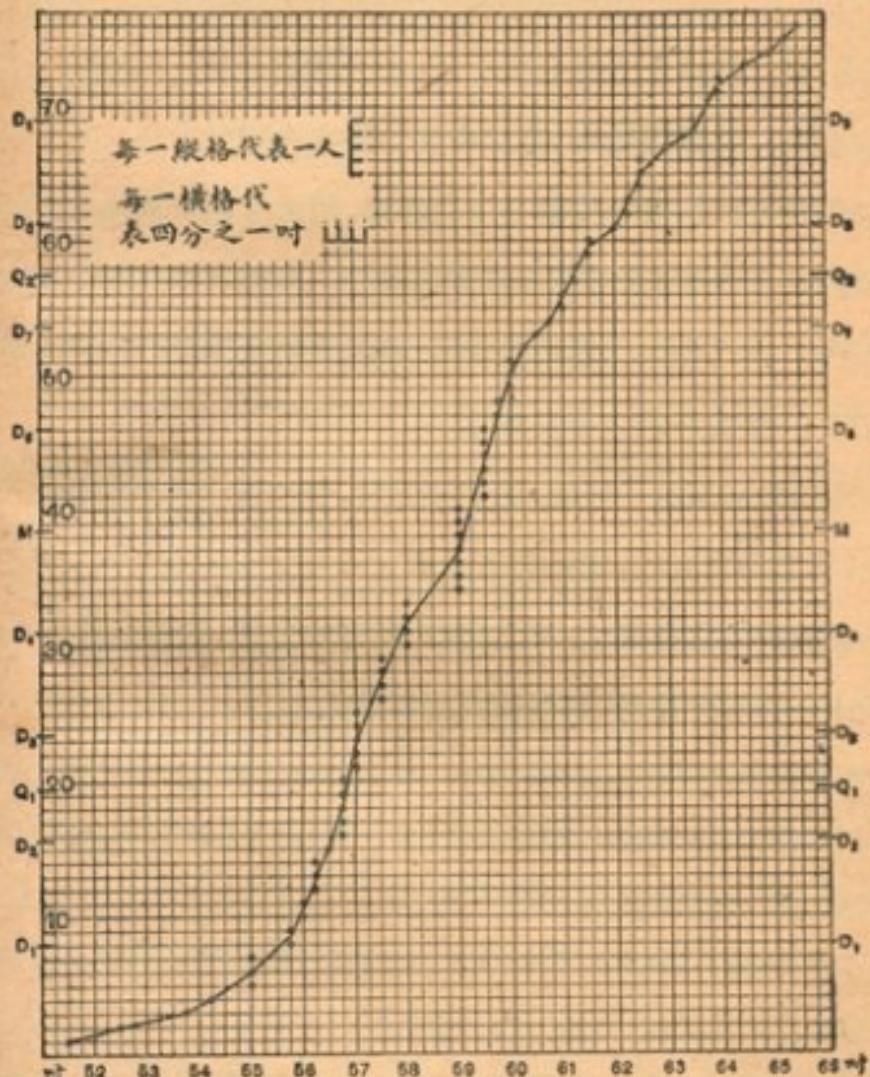
身長之數量（以呎為單位）依次排列如下：——

$51\frac{1}{2}, 52\frac{1}{2}, 53\frac{3}{4}, 54\frac{1}{4}, 55, 55, 55, 55\frac{3}{4}, 55\frac{3}{4}, 56,$
 $56, 56\frac{1}{4}, 56\frac{1}{4}, 56\frac{1}{4}, 56\frac{1}{2}, 56\frac{3}{4}, 56\frac{3}{4}, 56\frac{3}{4}, 56\frac{3}{4};$
 $56\frac{3}{4}, 57, 57, 57, 57, 57, 57\frac{1}{2}, 57\frac{1}{2}, 57\frac{1}{2}, 57\frac{1}{2},$
 $58, 58, 58, 58, 59, 59, 59, 59, 59;$
 $59, 59, 59\frac{1}{2}, 59\frac{1}{2}, 59\frac{1}{2}, 59\frac{1}{2}, 59\frac{1}{2}, 59\frac{1}{2}, 59\frac{3}{4}, 59\frac{3}{4},$
 $60, 60, 60, 60\frac{1}{4}, 60\frac{1}{2}, 60\frac{3}{4}, 61, 61, 61\frac{1}{4},$
 $61\frac{1}{4}, 61\frac{1}{2}, 61\frac{1}{2}, 62, 62\frac{1}{4}, 62\frac{1}{4}, 62\frac{1}{2}, 62\frac{1}{2}, 62\frac{1}{2}, 63,$
 $63\frac{1}{2}, 63\frac{3}{4}, 63\frac{3}{4}, 64, 64, 64\frac{1}{2}, 65, 65\frac{1}{4}, 65\frac{1}{2}。$

中位數之圖示法 高爾頓氏在一八八一年英國協會之人體測量委員會 (The Anthropometric Committee of the British Association) 報告中第二百四十七頁，曾用圖示法，求身長數量之中位數，結果頗稱精密，茲為舉例起見，用將圖式列於第143頁。

在下圖之橫標尺上，劃分為均等之距離，每一距離代表一單位，此處之單位即為一吋。於縱標尺上，亦分為等距，每一等距代表一項，此處之一項即為所量之一人。自底線最低之五又二分之一吋起，對橫行之身長尺寸，依在該尺寸上之人數，在格上記一點，有若干人即記若干點（本圖每處只有一人），使每一點即代表一人。由此記成之點最前一個止，想像中假設劃一直線平行於底邊，直至第二個點所在之縱線上，即為五十二又二分之一吋。

求算中位數，四分位數，十分位數之圖示法。
 (根據英國協會人體測量委員會高爾頓氏之法)
 年齡在十三至十五歲之兒童七十六人之身長



(第一圖)

中位數: 59.5吋

四分位數: 56.8
61.2四分位差 half inter-quartile distance 2.2,
十分位數: 55.6, 56.6, 57.5, 57.9, 63.6, 62.0, 60.7,
59.7。

算術平均數: 59.095

最深密度: 57或59。

修匀曲線上之最深密度: 約為58.
幾何平均數: 58.98。

然後復自第二點起，仍照前法，依次進行，以尋在五十二又二分之一時上面之點。次即連結成爲一線，自上下成貫各點之中間一點經過，在一數量上同時有數人時，如人數爲奇數，則中間一人即作爲中心，如爲偶數時，則以中間二數之中間爲中心。

欲求中位數，四分位數及其他等等，即須將縱行依代表項數之距離，分爲二等分，四等分及其他等分，並劃一平行線經過各該分割點，與已劃成之連結線交叉。各線之交叉點，向下直看，在橫標尺上，即爲所求之身長數量。

終於此必須有一假定：假定某數量，譬如五十八又四分之三時上，所量得之人數，實係自五十八又八分之五至五十八又八分之七止成均勻之分配；上列之作圖，所示中位數，四分位數，十分位數……等等之位置，即係依此假定而成也。

如項數過少，四分位數，及十分位數……等之位置不甚顯明時，應作如後之分析：於此有兩種情形，第一種情形，觀察所得之數量，即各項確實之數字，第二種情形，觀察所得之數量，作分組表示，或按組距中點計算。

(1) 茲根據火車時間表，將四十五次車，經過某一距離所耗之分數(minutes)，列之如下：

45, 46, 47, 48, 48, 51, 53, 54, 55, 58; 61, 61, 62, 65, 65, 69, 69, 71, 76; 76,

76, 77, 77, 78, 80, 81, 81, 82, 82; 83, 83, 84, 85, 85, 85, 85, 87, 88, 89; 90, 92, 94, 101,

中位數在第二十三項，即為七十七分鐘。

欲求四分位數，須將四十五項，均分為四等分。假設將前圖以二分之一起，經一又二分之一……以至四十四又二分之一，分為尺度，縱長之全部分為四十五個等分，則四分位數分別為十一又二分之一，及三十三又四分之三。十一又二分之一，乃介乎在十又二分之一之第十一項（六十一），及在十一又二分之一之第十二項（亦為六十一）之間。故下四分位數，乃為六十一。三十三又四分之三，乃在第三十四與三十五項之間，二者均為八十五。如各不相等，可取較近之項（第三十四項）之四分之三，加第三十五項之四分之一即成。

同理，十分位數乃在縱標尺上之四又二分之一，九，十三又二分之一……等處。最低一數，乃在第五項（四十八分鐘），次一數乃在第九與第十（五十六又二分之一分鐘）之中間，其他以此類推。

上圖之D, Q, M各數之位置，即係此原理而指出者。

茲將中位數及四分位數之求法，列之如下：

項 數	中 位 數	下 四 分 位 數	上 四 分 位 數
$4n$	$\frac{1}{2}(\text{第 } 2n \text{ 項} + \text{第 } 2n+1 \text{ 項})$	$\frac{1}{2}(n^{\text{th}} + n+1^{\text{th}})$	$\frac{1}{2}(3n^{\text{th}} + 3n+1^{\text{th}})$
$4n+1$	$\frac{1}{2}n+1^{\text{th}}$	$\frac{1}{4}n^{\text{th}} + \frac{3}{4}n+1^{\text{th}}$	$\frac{1}{4}3n+1^{\text{th}} + \frac{1}{4}3n+2^{\text{nd}}$
$4n+2$	$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}n+1^{\text{th}} + \frac{1}{2}n+2^{\text{nd}})$	$\frac{1}{2}n+1^{\text{th}}$	$\frac{1}{2}3n+2^{\text{nd}}$
$4n+3$	$\frac{1}{2}n+2^{\text{nd}}$	$\frac{1}{4}n+1^{\text{th}} + \frac{1}{4}n+2^{\text{nd}}$	$\frac{1}{4}3n+2^{\text{nd}} + \frac{1}{4}3n+3^{\text{rd}}$

（第二十三表）

至計算十分位數之方法，理與上同，茲從略。

(2) 各數分組排列（或自五十三至五十四時，或五十三而以四分之一為組距，

即自五二又八分之七至五十三又八分之一），則可假定各組之數分佈甚為均勻，而照第一種情形辦理。

茲以本章第一節所列之已婚男子年齡（第十八表）為例，闡明此法。該表中，年齡在四十歲以上者五百四十九人，四十五歲以上者四百一十三人，第五百人當屬於四十至五十歲一組中一百三十六人之一，事實上乃為該組之第四十八或第四十九人也。如該組之分配情形，果係甚為均勻，則五歲組距，可分為一百三十六等分，所謂第四十九人，即在該組之第四十九等分。故中位數即為 $40 + 5 \times \frac{549 - 500}{136} = 41.80$ 歲。此數已盡確實之能事。若欲再求進一步之精確，似已無此必要。同理，下四分位數即為第七百五十人之年齡，約在三十歲至三十五歲一組內，故可作為 $30 + 5 \times \frac{855 - 750}{152} = 33.45$ 歲，而上四分位數為 $50 + 5 \times \frac{295 - 250}{96} = 52.34$ 歲也。

以此等數量，用圖示法，對於上舉二種情形，甚易求出。

第六節 幾何平均數

如有 a_1, a_2, \dots, a_n 共 n 個數量， G ，幾何平均數 (geometric mean)，或名對數平均數 (logarithmic mean)，可用下式求之：

$$G = \sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n}$$

$$\text{及 } \log G = \frac{1}{n} (\log a_1 + \log a_2 + \cdots + \log a_n)。$$

同一之若干數量，其幾何平均數，必比算術平均數為小。若吾人重在兩數量間之比率，而不重視其絕對差數，自以用幾何平均數為宜。如八與十三之差，與十三與十八之差，有同等之重要

性，則八與十八之平均，即為十三，於是十三距八與十八，距離乃相等；但八對十二之比率，與十二對十八之比率，若同其重要，則八與十八之平均，乃等於 $12 = \sqrt{8 \times 18}$ 。

茲為明瞭起見，更作比喩如下：設有 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 五數，就中 a_1, a_2 比 A（五數之算術平均數）及 G 為小； a_3, a_4, a_5 則比 A 及 G 為大。

$$\text{則 } 5A = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

$$(A - a_1) + (A - a_2) = (a_3 - A) + (a_4 - A) + (a_5 - A)$$

$$G^5 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

$$\frac{G}{a_1} \times \frac{G}{a_2} = \frac{a_3}{G} \times \frac{a_4}{G} \times \frac{a_5}{G}$$

由此觀之，一方，多過平均數之部分之和，等於缺少部分之和；一方，平均數對少於平均數之數之比率之積，等於平均數對多於平均數者之比率之乘積。

此平均數之重要用途，乃對於物價之計算。物價自 100 升至 120，其意義與自 120 升至 144 之情形相同，但較自 120 升至 140 之高漲程度為大。翟翁士(Jevons) 在其指數（金價之跌落）之第一步論述中所以施用幾何平均數者，或即以此之故。

最後一點，吾人不可不注意者，幾何平均數，較之算術平均數，常將小數之重要性稍擡高，將大數稍抑低。

第七節 總論

{平均數之功能} 平均數之功能如何，吾人不可不知，其功用在以簡短之單純數字，表明甚繁之羣類。萬千之項目當前，欲吾人立時領會若是其多之數量，勢乃有所不能，必也彙成組類，化為簡單，然後施以平均。各種平均數，以選用何者為適宜？此須視其是否能揭示醒目之形態，及顯露該類之主要特質而定。羣類有種種之不同，方法自亦隨之而異，此宜就各個之所長，而善為利用之者也。凡一良好而適宜之平均數，須具下述之特質：如羣類有一型態存乎其間，平均數須能表明之；對於極端之項目，應給予公平之待遇；應不致輕易受差誤之影響，或因計算方法稍變，而地位移動甚烈之情事，應不易發生；且須易於計算。

各種平均數，不妨同時算出，以比較其位置，而藉以明瞭羣類之全部性質。在對稱之羣類中，算術平均數，中位數及衆數，必相合於一處。如羣類甚小而數目甚大時，算術平均數大多在中位數之上方。如數並不小，則算術平均數，必在中位數之下方，但項數集中時，則算術平均數，仍將位於中位數之下首。應用衆數之要件，必須羣類係為同一體質之物所組成，否則雖求出衆數，則斯衆數乃亦毫無意義。如羣類甚小，但每項之數目甚大時，衆數多位於算術平均數之下。如羣類之分配，甚為均勻時，衆數之位

置，甚為顯明——凡此種種定則，乃就一般之羣類分配而言，如遇有特殊情形，只能用之作爲試驗，但大多均易失其效用也。

(註一) 請參閱醫學百科詞典(Dictionnaire encyclopédique des Sciences Médicales)白狄雍(Bertillon)博士之平均數(Moyenne)一章。

(註二) 原文見統計學報(Statistical Journal)之一八九七年十二月份，茲已加修改。

(註三) 參閱本書原著者所作『統計學概要』(Elementary Manual of Statistics)第一百零五至一百零七頁，及統計學報一九〇六年號第三十四至一百四十七頁。

(註四) 參閱統計學報一九〇八年號第四百六十三至四百六十八頁，關於討論同質性(homogeneity)，可比較性(comparability)及相對性(relativity)一文。

(註五) 見葛得雷氏著社會物理學(Physique Social)及愛基華斯氏(Edgeworth)在統計學報一八九三年號所發表一文。

(註六) 此等數量，前於第四章第四節論表列法業已論及，請參考(見第十四表)。

(註七) 見高爾頓氏之『自然遺傳性』(Natural Inheritance)第四十七頁。

(譯者註) 磅(stone)等於一百一十二磅。

第六章 離散度與偏斜度之測量及平均數之應用

統計羣類：前於第五章討論平均數時，時以考查統計羣類 (statistical group) 之中心位置為言，所謂統計羣類者，乃指一羣人或物，各具有某種一定之性質（一九一一年英格蘭及威爾士挨戶調查之男子人數），依另一變動之性質（年齡），能分類別也。關於此一羣類，表白之法不一，用分組表列法固可，用他種之表列法（如第四章第四節之美國工資表（第十三表））亦可，即用圖示法（如第七章第一節第二圖工資統計圖）亦無不可，惟為簡捷，或便於與其他羣類比較起見，頗有將關於該羣類之數量，加以限定並計算之，以表現羣類特質之必要。為達到此目的，最簡便之法，莫過於選擇（一）足以代表中心位置之平均數（mean），（二）離散度（dispersion），即觀察項數之分散情形，並（三）偏斜度（skewness）。茲請就離散度及偏斜度二者討論之。

第一節 縮散度

離中差：一羣類中各項數量與平均數或其他固定點之相差，謂之離中差（deviation）。在下列第二十四表中，所列羣類，內容

包括英格蘭及威爾士各大城市一九〇二年中五十二個星期按週之死亡率合計數。第一欄由上面下，第二欄由下而上，依數值之

英格蘭及威爾士各大城市一九〇二年

中五十二個星期每週之死亡率合計數

每萬人中每週死亡率 a (一)	b (二)	求對中位數之平均差		求標準差		求均互差		
		a列少於 173 者 (三)	b列多於 173 者 (四)	與 73 差額之平方 (五)	73 差額之平方 (六)	a與b之乘數 (七)	乘積 (八)	乘積 (九)
244	136	71	37	5,041	1,369	108	51	5,508
233	139	60	34	3,600	1,156	94	49	4,606
226	141	53	32	2,809	1,024	85	47	3,995
209	143	36	30	1,296	900	66	45	2,970
206	144	33	29	1,089	841	62	43	2,666
201	145	28	28	784	784	56	41	2,296
196	149	23	24	529	576	47	39	1,833
196	150	23	23	529	529	46	37	1,702
196	151	23	22	529	484	45	35	1,575
191	152	18	21	324	441	39	33	1,287
183	154	10	19	100	361	29	31	899
182	155	9	18	81	324	27	29	783
182	159	9	14	81	196	23	27	621
181	160	8	13	64	169	21	25	525
179	164	6	9	36	81	15	23	345
177	165	4	8	16	64	12	21	252
177	166	4	7	16	49	11	19	209
177	166	4	7	16	49	11	17	187
176	167	3	6	9	36	9	15	135
176	169	3	4	9	16	7	13	91
176	169	3	4	9	16	7	11	77
174	169	1	4	1	16	5	9	45
174	170	1	3	1	9	4	7	28
174	170	1	3	1	9	4	5	20
173	172	0	1	0	1	1	3	3
173	172	0	1	0	1	1	1	1
<hr/>		9,029	434	401	26,491			32,659
<hr/>		+13	$\underbrace{-13}$					
		835						

(第二十四表)

算術平均數： $9029 \div 52 = 173.63$

中位數： $172\frac{1}{2}$

四分位數： $159\frac{1}{2}, 181\frac{1}{2}$

對於中位數之平均差 (mean deviation)： $\eta = 885 \div 52 = 16.06$ 。

對於算術平均數之平均差： $\eta = 16.11$ 。

四分位差 (quartile deviation) 或 機誤 (probable error)， $r = \frac{1}{2}(181\frac{1}{2} - 159\frac{1}{2}) = 11$ 。

全部羣類項數之中，在 $170\frac{1}{2} \pm 11$ 以內。

標準差 (standard deviation)： $\sigma = \sqrt{\left\{ \frac{1}{52} \times 26,491 - (173.63)^2 \right\}} = 22.56$ 。

離中係數 (coefficient of variation)： $= \frac{100\sigma}{173.63} = 13.0$ 。

均互差 (mean difference)： $g = 32.659 \div \frac{1}{2} \times 52 \times 51 = 24.63$ 。

大小度，順序排列。中位數為 $172\frac{1}{2}$ ，茲取近於此數之 173 為中心而計算離中差，分列於三、四兩欄。據第五章第五節之論述，如以中位數為中心點，而計算離中差，則各離中差（均作正數計算）之總合與平均，必成為最小數；茲為求得若是之離中差，必須將第三欄各項各加 $\frac{1}{2}$ ，而自第四欄各項各減去 $\frac{1}{2}$ ，換言之，即將第三欄之總計數加上 13 ，而由第四欄之總計數內減去 13 也。由此觀之，對於中位數之正離中差之總數為 447 ，負離中差之總數為 388 ，全部五十二個離中差之總合為 885 。離中差之平均為 $885 \div 52 = 16.06$ ，又羣類之算術平均數為 173.63 。欲求由算術平均數計算之離中差之總合，須將小於 174 之二十八個數量對假定中位數 173 之各離中差，各加上 0.63 ，並由其餘二十四個離中差，各減去 0.63 ；於是對於算術平均數之離中差之總合，為 837.52 ，平

均為 16.11。

平均差 各數量與其算術平均數相差之平均數(此處為 16.11), 謂之該羣類之『平均差』(mean deviation); 普通多以希臘字母 η 表示之; 『對中位數之平均差』(此處為 16.06)一詞, 亦多有應用之者。平均差用以測量一羣類之離散度, 意義甚為明顯, 手續亦極簡便, 當數量各自獨立不成組時, 算之尤易。

由上表之第三四兩欄, 欲求算術平均數, 只須作如下之計算:
多於 173 者之平均數 = 第三欄之總數 (434) 減第四欄之總數
(401) 被 52 除 = $33 \div 52 = 0.63$, 即可求得算術平均數 = 173.63。

標準差 然諸如此類之絕對差, 如欲用數學方法, 研究統計羣類時, 因在代數程序中有須成為正數者, 有須成為負數者, 用之至感不便, 且如應用機率(probability)原理, 則離中差之所以成為重要者, 乃在於離中差之平方, 而不在其第一次方, 故吾人乃用對於算術平均數之離中差之平方之平均, 即均方差, 而不用上述之平均差。此均方差(average of the squares of the deviation)之平方根, 即名之曰該羣類之『標準差』(standard deviation), 即一般所習用而用希臘字母 σ 代表之者也。計算標準差之方法, 必須逐一計算各數之離中差, 但如照下述之程序, 則頗收簡單化之效:

設 x_1, x_2, \dots, x_n 代表各數量, x_0 代表最便於計算離中差之

中心數量。以 $d_1 = x_1 - \bar{x}_0, d_2 = x_2 - \bar{x}_0, \dots, d_n = x_n - \bar{x}_0$, 此即為上表所列之離中差。並設 \bar{x} 為該羣類之算術平均數，於是 $n\bar{x} = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ ；又以 $d_0 = \bar{x} + x_0$ ，則 $nd_0 = (x_1 - \bar{x}_0) + (x_2 - \bar{x}_0) + \dots + (x_n - \bar{x}_0) = d_1 + d_2 + \dots + d_n$ 。

但標準差之定義，則為

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2\} \div n \\ &= \{(d_1 - d_0)^2 + (d_2 - d_0)^2 + \dots + (d_n - d_0)^2\} \div n \\ &= \{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 - 2d_0(d_1 + d_2 + \dots + d_n) + nd_0^2\} \div n \\ &= \{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 - nd_0^2\} \div n, \text{因為 } d_1 + d_2 + \dots + d_n = nd_0,\end{aligned}$$

於是 $\sigma = \sqrt{\left\{\frac{Sd^2}{n} - d_0^2\right\}}$ ，至 Sd^2 則代表 $d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2$ 也。

上表中， $\bar{x} = 173.63, x_0 = 173, d_0 = 0.63$ 。

d_1^2, d_2^2, \dots 等數分列於第五六兩欄，其 $Sd^2 = 26.491$ 。

$$\therefore \sigma = \sqrt{26.491 \div 52 - 0.63^2} = 22.56.$$

標準差之計算，均以算術平均數為基準，與中位數不生關係。

四分位差。測量離散度之法，除此之外，尚有更為簡單者，即採用四分位數。上下兩四分位數之相差，與離散度之大小，關係至為顯然。但如彼一羣類之四分位數，與此一羣類之四分位數相同時，則不論上下兩四分位數之間，數量之分配情形如何，亦不論極端數量距四分位數之遠近，而所得之四分位相差數，終屬

相同，此乃四分位相差數之缺點。故就對於適應資料離散情形之感覺一點而言，四分位相差數遠不若平均差或標準差之靈敏。茲為補救此一缺憾起見，特用上下兩四分位數間距離之一半，而不用其全部距離，即以距離之一半名之為四分位差（quartile deviation），通常多以 r 表示之者是也。 r 之數值約略與所有離中差之中位數相等，但就一般情形而論，並非完全相等。在上表中，下四分位數為 $159\frac{1}{2}$ ，上四分位數為 $181\frac{1}{2}$ ，二者相距為 22，於是 $r = 11$ 。

中位數之位置，未必即在上下兩四分位數之中點。即以上列一表而言，上下兩四分位數之中間，為 $\frac{1}{2}(159\frac{1}{2} + 181\frac{1}{2}) = 170\frac{1}{2}$ ，而上下兩四分位數，則為 $170\frac{1}{2} \pm 11$ 。討論至此，請以極簡單之語句，敘述該一羣類之情形如次：其算術平均數為 173.6（或云中位數為 173），全部觀察數量之半，乃在 $170\frac{1}{2} \pm 11$ 範圍之內。

在成對稱(symmetry)形式之羣類，算術平均數與衆數相合於一點時， r 又名為機誤(probable error)；機誤一詞，有時應用之，頗收簡便之效，惟有時往往有令人誤解之虞也。

分組之資料。資料分組排列時，求離散度之方法，與不分組之資料，略有不同，且所求出之離散度，又不能十分準確。例如第五章第一節所舉之第十八表英格蘭及威爾士已婚男子之年齡，其中位數及四分位數，經在同章第五節之計算，得知中位數為

41.80 歲，下四分位數為 33.45 歲，上四分位數為 52.24 歲。然則其四分位差，必為 $\frac{1}{2}(52.24 - 33.45) = 9.45$ 歲，可知全部項數之半，均不出 42.90 ± 9.45 歲範圍之外。在同表之第二欄，已將各項對於 42 $\frac{1}{2}$ 之離中差算出。假定每組之所有各項，均集聚於各該組之中心點，則同表第四欄所列，即為各該組離中差與項數相乘之總合離中差，此列總合離中差，如不計其符號之正負，則其總和為 $1155 + 926 = 2081$ ，亦即為全部離中差之總數。於是各項對 42 $\frac{1}{2}$ 歲之平均差，大約將等於 $\frac{2081}{1000} \times 5$ 歲，即等於 10.40 歲。茲如計算對於中位數或對於算術平均數 (43.645) 之平均差，須加以少許之修正。惟頗感煩難者，即假定為中心而作為零點之組有一百三十六項，須將其離中差算出合併於離中差總數之內，同時各組之項數，既已假定均集聚於各組之中心，則斯時亦須將此假定加以修正。在各組分組甚狹（如就同表而論，苟年齡分組以一年為組距，則可謂之甚狹）時，此項修正，可以作罷，惟在此情形之下，如欲計算分組資料之離散度，則不可不用平均差。在計算平均差之時，須以包含中位數或算術平均數之一組中心為原點，然後計算對於中位數或算術平均數之離中差，至究以中位數抑以算術平均數為出發點，則仍須視吾人之決定如何也。

關於上述種種理論，如計算標準差，只須分組甚狹，則原理亦全相同。例證見第二編第一章。

吉尼教授(Corrado Gini)對於差度(variation),曾介紹一新穎之方法(見 Variabilità e Mutabilità)。彼之主張,以爲在人口統計學上、人類學上、生物學上、或經濟學上對於變量之研究,所引起之問題,乃爲『各個量數彼此差異之程度如何』?並非求其『各個量數對於算術平均數之相差若干』也。第二問題,對於自然科學方面,頗有其存在之理由,但對於論述羣類時,則又非盡然如此。

{均互差} 吉尼氏依彼之見地,提出一種測量離散度之方法,在此方法之下,第一須先求出 n 個數量相互間之 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 個相差量;第二計算相差量之算術平均數,然後即以此算術平均數,表示離散度。此一離散度,吾人可名之曰均互差 (mean difference),而以字母 g 代表之。均互差一詞,迄未爲一般所採用,此或因計算方法乃爲間接且極繁重之故(極爲單簡之羣類中,自爲例外),然吾人殊不能因此而否認其存在之價值,謂其過於單純且不合論理也。

設有 a_1, a_2, \dots, a_n 共有 n 個之數量,由小而大依次上升排列之,則

$$\begin{aligned} g \times \frac{1}{2}n(n-1) &= (a_n - a_1) + (a_n - a_2) + \dots + (a_n - a_{n-2}) \\ &\quad + (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_1) + (a_{n-1} - a_2) + \dots + \\ &\quad (a_{n-1} - a_{n-2}) \end{aligned}$$

: : : :

$$+ (a_3 - a_1) + (a_3 - a_2)$$

$$+ (a_2 - a_1)$$

$$= (n-1)a_n + (n-3)a_{n-1} + (n-5)a_{n-2} + \dots$$

$$+ (1-n)a_1 + (3-n)a_2 + (5-n)a_3 + \dots$$

$$= (n-1)(a_n - a_1) + (n-3)(a_{n-1} - a_2)$$

$$+ (n-5)(a_{n-2} - a_3) + \dots$$

此種計算，已見於本章本節之每週死亡率即第二十四表之第七，第八，第九三欄；但此為當 n 為偶數之例，在 n 為奇數時，則將中心之數以零乘之。

至於 g （均互差）與 η （平均差）之關係，可示之如次：

設 a_1, a_2, \dots, a_n 各個與中位數之差量，為 d_1, d_2, \dots, d_n ，負號均作正號計，則

$$a_n - a_1 = d_1 + d_n; a_{n-1} - a_2 = d_2 + d_{n-1}; \text{其他依此類推，}$$

$$\begin{aligned} g &= \frac{1}{n} \left\{ 2(d_1 + d_n) + 2 \cdot \frac{n-3}{n-1} (d_2 + d_{n-1}) \right. \\ &\quad \left. + 2 \cdot \frac{n-5}{n-1} (d_3 + d_{n-2}) + \dots \right\} \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{1}{n} \left\{ d_1 + d_n + d_2 + d_{n-1} + d_3 + d_{n-2} + \dots \right\}.$$

g 對於極端之差度，均予以均等之重視，而 g 又永大於 η 。例如，設觀察數量，均分為均等之間距(interval)，並以 k 代表間距，

則可示明 g 約略等於 $\eta \times \frac{1}{2}$ ；蓋在此情形之下，苟如 $n = 2m + 1$ ，則 $g = \frac{2}{3}(m+1)k$, $\eta = \frac{m(m+1)}{2m+1}k$, $g \div \eta = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{1}{2m}\right)$ ；同理， $g - \eta$ 亦約略等於 $\frac{1}{6}mk$ 。

又各數量之次數，如每一數量不只有一個，但在 a_1 處有 y_1 個，在 a_2 處有 y_2 個，……在 a_t 處有 y_t 個，而 $y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_t$ 相加之和等於 N ，則計算手續，必將愈加煩瑣。茲示明之如下：

$$\begin{aligned} g \times \frac{1}{2}N(N-1) &= \\ y_1 d_t(N-y_t) + y_{t-1} d_{t-1}(N-2y_t-y_{t-1}) & \\ + y_{t-2} d_{t-2}(N-2y_t-2y_{t-1}-y_{t-2}) + \dots & \\ + y_1 d_1(N-y_1) + y_2 d_2(N-2y_1-y_2) + y_3 d_3(N-2y_1-2y_2 & \\ - y_3) + \dots & \end{aligned}$$

式中，第一及第二行之 d ，乃分別為位在中位數之上之數量，與在中位數下之數量，相減之差量。各因子之計算，依照上式，頗為易易，然後列成表格（註一）。

又如各數量之分配，成為差誤常態曲線 (normal curve of error 見第二編第二章) 形式時，則可得下述之關係： $\eta = \sigma \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ $= \sigma \times .798 \dots$, $r = \sigma \times .6745$, $g = \eta \sqrt{2} = \eta \times 1.414 \dots$ 。此種關係，即在非常態之分配中，亦時常得出約略相近之數。例如在

本章本節第二十四表每週死亡率下， $\eta = .7\sigma$, $g = \eta \times 1.41$, 但，則僅等於 0.5σ 。

如遵照吉尼教授原意，採用所有相互差量平方之平均數之二次方根，則不論分配所現之形式是否合於常態，仍可得 $\sigma\sqrt{2\left(\frac{n}{n-1}\right)}$, 即作爲 $\sigma\sqrt{2}$, 亦極相近。

離散度之數量，既如上述，但離散度數量，如成爲名數，而言若干先令，幾歲，或標尺之若干格時，吾人須以之表示對於平均數之關係。例如，在一工資羣類，中位數爲四十先令，下四分位數爲三十先令，上四分位數爲五十先令，四分位差爲中位數之四分之一，但在另一羣類，中位數爲四十五先令，下四分位數爲三十五先令，上四分位數爲五十五先令，則四分位差乃爲中位數之九分之二；由此可作一合理之論斷：二羣類之四分位差雖相同，但仍可認爲第二羣類之離散程度，較之第一羣類爲輕。

離中係數 為達到比較目的計，可用下列三種算法：

$$(a) \frac{\text{四分位差}}{\text{上下四分位數之平均數}} \quad (\text{註二})$$

$$(b) \frac{\text{平均差}}{\text{中位數}}$$

$$(c) \frac{\text{標準差}}{\text{算術平均數}}$$

但一般所應用者，乃用標準差作爲算術平均數之百分比，換言之，即用 $\frac{\text{標準差}}{\text{算術平均數}} \times 100$ ，此即名爲離中係數 (coefficient of

variation) 者是也。如用第二十四表每週死亡率表之數字，算出之離中係數，為 $(22.56 \div 173.63) \times 100 = 13.0$ 。

第二節 偏斜度

一個分配曲線之偏斜度 (skewness)，或名為不對稱 (asymmetry)，可在衆數，中位數與算術平均數三者不能相合於一點時，判定之。但以此為判斷之標準，尚嫌不能十分準確，欲求更為確定之表現，則須視對於中位數計算之正號離中差之和，是否與負號之離中差之和，數值完全相等，如其不相等也，則知羣類有偏斜之形狀，而可以作計算偏斜度之根據矣；又當上四分位數與下四分位數，或十分位數與十分位數，與中位數之距離不相等，則亦可視為羣類有偏斜之表示。所謂偏斜度者，乃指一曲線之形式，非言曲線之大小也，但用一絕對之數量 (absolute quantity) —— 類似一橢圓形之離心率 (eccentricity) —— 測算之，結果亦頗切合，故求用作測量之用，必須覓得一種由兩個具體數量而成之比率。計算之法為簡單者，乃如下述：

設以 q_2 代表上四分位數超出中位數之部分，以 q_1 代表中位數超出下四分位數之部分，則 $s = \frac{q_2 - q_1}{q_2 + q_1}$ 即為求得之偏斜度 (共三)。

曲線如為對稱形式，則 $q_2 = q_1$ ，而 $s = 0$ ；如 q_2 大於 q_1 ，則 s 為正數，如 q_2 小於 q_1 ，則 s 為負數。又如 q_1 等於零，則 s 變為 $+1$ ，

如 q_2 等於零，則 s 變為 -1 ；換言之，如中位數與下四分位數相合於一點，則 s 為正一，如中位數與上四分位數相合於一點，則 s 為負一。故 s 一數量，永無大於一之可能，且於等於 $+1, -1$ 或等於零時，其意義均有一定也。返觀本章第一節之每遇死亡率表，其 $q_2 = 9, q_1 = 13$ ，則 $s = \frac{-4}{22} = -0.19$ 。又查第五章第一節之已婚男子年齡表，其 $q_2 = 10.54, q_1 = 8.35$ ，則 $s = 0.12$ 。至 s 之值大小，所含意義若何，非集成經驗，不易領會，惟在 $s = .1$ 時，不妨謂其偏斜度甚微， $s = 0.3$ 時，則其偏斜度較大也。

最後吾人須加注意者，一羣類之中心地位，離散度及偏斜度，三種表徵數(characteristics)，只須用中位數及四分位數即可求出；中位數代表中心之位置，四分位差表示離散度，而上述之數量，即表明偏斜度者也。

第三節 平均數之應用舉例

平均數之應用 平均數之性質及用途，前已討論及之，如前所研究者尚不完全則已，如其果為透澈，而平均數之應用範圍果為甚廣也，茲請應用慎為選擇具有確定意義之少數數目，進而表明任何之數字羣類。

對於行車時刻之應用 請先作一嚴重之試驗，舉一日常生活事項為例，即就郊外商人之觀點，考察兩條火車路線之優劣，

以便決定在買季票時，究以購買何綫者為宜。

茲將一八九八年英國自萊仔亥德(Leatherhead)至倫敦之火車行車時刻，列表於下：

萊仔亥德至倫敦火車行車時刻
行車所用之分數

華威爾站

下行車——60, 50, 52, 48, 47, 61, 50, 44, 48, 53, 45, 42, 45, 49, 43, 48, 42, 43。

星期日——50, 50, 47, 49, 50。

上行車——51, 46, 51, 48, 43, 44, 48, 48, 64, 45, 48, 47, 45, 47, 46, 47。

星期日——48, 48, 51, 51, 51。

倫敦橋站

下行車——67, 65, 65, 61, 74, 51, 56, 66, 65, 53, 59, 41, 49, 44, 58, 57, 56, 67, 80。

星期日——67, 52, 66, 68, 88, 65, 65, 68, 65。

上行車——69, 57, 53, 58, 54, 41, 58, 52, 42, 40, 55, 67, 79, 98, 69, 68, 68, 64, 71。

星期日——72, 71, 69, 70, 62, 81, 73, 73。

維多利亞站

下行車——77, 65, 55, 76, 77, 88, 48, 53, 46, 69, 89, 54, 82, 71, 90。

星期日——92, 45, 81, 84, 78, 61, 85, 83, 85。

上行車——87, 65, 69, 69, 47, 48, 51, 83, 101, 58, 62, 61, 76, 103,

星期日——81, 76, 80, 85, 85, 82, 94。

各站間之必要數量，列表於後：——

	倫敦橋站 (分鐘數)	維多里亞站 (分鐘數)	華鐵廬站 (分鐘數)
四次特別快車之平均數	41	46½	42½
最低十分位數	47½	48	43
中位數	65	77	48
衆數	65	...	48
星期一至六，開車次數	38	20	34
總平均數	63	73	48

(第二十五表)

於此須加聲明者，統計方法之施用，一般只限於一問題之一面，準時行車之問題，固可作統計之研究，但車上設備是否舒適，及沿路風景等問題，均不在吾人研究範圍之內也。

下舉一例，示明一關於社會學之資料，所組成標準羣類之表徵數。

《工資調查表列》。下表所列，為一八六二年及一八九一年，英國工程人員聯合會認可之工資數。

英國工程人員聯合會若干分會一八六二年 及一八九一年之每週工資（加工不計）（第一）

	一八六二		一八九一			一八六二		一八九一	
	先令	便士	先令	便士		先令	便士	先令	便士
亞克令頓	27	0	31	0	布來克倍兒凱	27	6	32	0
阿石福特	33	6	30	0	波爾頓	27	6	{ 28	0
阿石頓恩得爾休	29	3	34	0	布里治華德	24	6	{ 32	0
拔可羅	26	1	28	0	布來頓	24	8½	29	0
拜柔音份爾奈斯	31	0	34	0	布里斯托爾	31	0	32	0
巴斯	29	0	31	0	伯爾恩累	27	0	30	0
白·福特	27	0	29	0	伯爾春昂春特	25	0	30	0
必爾斯頓	28	0	30	0	伯瑞	28	3	{ 30	0
賓果	24	0	29	0	卡地夫	31	0	{ 32	0
倍兒京亥得	29	0	35	6					
伯明漢	32	0	36	0					

英國工程人員聯合會若干分會一八六二年

及一八九一年之每週工資(加工不計)(第二)

	一八六二 先令	一八九一 便士	一八六二 先令	一八九一 便士	一八六二 先令	一八九一 便士	
卡里斯羅	24	6	30	0	魯累	22	0
卡布斯頭	30	0	34	0	麥克爾費爾德	24	0
卡斯特	30	0	32	0	曼寧斯特	29	7
抽奔特	26	0	32	0	麥克斯巴裏	25	0
寇恩	25	0	31	0	密得爾頓	29	5
康里頓	24	0	28	0	密爾頓文愛爾斯加	28	0
寇文特利	28	0	34	0	尼斯	32	0
克里山	29	4	30	0	紐阿爾克	25	0
達林頓	25	0	31	6	紐卡斯爾	25	0
達特福德	34	0	38	0	紐荷蘭	30	8
達爾文	27	0	32	0	紐浦特	30	0
得爾拜	26	0	29	0	紐唐(新他科浦特)	29	0
當卡斯特	28	6	31	6	牛頓阿巴特	33	0
賓桂爾	35	6	36	0	諾賓布頓	26	0
昂費爾得洛克	36	0	40	6	諾殊夫里特	36	0
愛塞斯持爾	23	0	{ 28	0	南北歇爾次	26	0
費維山	34	0	{ 32	0	南爾維支	32	0
佛克斯東	34	0	{ 32	0	醫廷漢	27	5
佛婁木	24	0	{ 27	0	奧爾得拜瑞	28	0
根斯巴裏	27	6	{ 30	0	奧爾得漢木	29	0
哥老波波	27	2	{ 32	0	彼得巴裏	28	6
哥老塞斯持	28	0	{ 32	0	浦來毛斯	32	0
哥藍仔木	28	6	{ 30	4	勞堤浦來得	24	0
哥里木斯白	28	0	{ 32	0	浦爾特毛斯	35	0
哈里發克斯	23	1	{ 31	0	浦來斯頓	27	0
漢累	28	3	{ 32	0	拉得克里夫布里治	27	0
哈特爾浦	26	0	{ 34	10	里丁	28	0
里物得	27	0	{ 30	0	里浦累	26	0
侯里亥得	32	0	{ 34	0	拉則漢木	27	6
赫得斯費爾得	26	0	{ 26	0	拉哥白	32	0
赫爾	27	6	{ 34	0	拉治累	24	11
亥得	{ 30	0	{ 30	0	聖海倫斯	28	0
伊布斯維治	28	6	{ 28	0	西費爾得	28	0
克爾恩累	23	0	{ 27	0	西浦累	25	9
可以得敏士得	28	0	{ 30	0	市盧白德	30	6
藍加斯得	25	0	{ 32	0	斯麥斯維克	28	0
里茲	25	0	{ 30	0	福爾頓	32	0
雷塞斯持	26	0	{ 31	6	福爾頓	28	0
雷	27	9	{ 31	6	福爾頓	32	0
林肯	26	7	{ 28	6	福爾頓	24	6
利物浦	29	0	{ 34	0	斯塔里布里治	38	3

英國工程人員聯合會若干分會一八六二年

及一八九一年之每週工資(加工不計)(第三)

	一八六二		一八九一		一八六二		一八九一	
	先令	便士	先令	便士	先令	便士	先令	便士
斯塔克浦爾特	28	0	{ 32	0	華爾塞斯特	31	0	30
斯塔福特	28	0	34	0	倍爾蒙特賽	35	4	0
斯他克昂布里治	24		36	0	布來克華爾	34	0	
斯頭克昂春特	29	0	32	0	鮑	36	0	
斯特拉德及斯拉浦	26	0	30	0	哥林維支	34	0	
孫頓	31	6	31	0	京斯克拉斯	36	0	
梯得毛爾頓	26	0	28	0	藍白斯	35	8	
維克費爾德	25	0	30	0	倫敦東區	35	0	
瓦林吞	28	0	24	0	倫敦北區	35	10	38 0
瓦特福特	35	0	36	0	倫敦南區	35	0	
溫斯布理	26	0	31	0	倫敦西區	35	6	
懷得黑文	25	0	{ 28	0	馬利爾崩	33	0	
維甘	28	0	34	0	斯特拉得福特	35	0	
維爾費漢普頓	28	0	33	0	{ 桃爾漢木來次	33	6	
維爾費芬	29	2	29	0	吳爾維治	36	0	

由此可得簡括之表徵數如下：

	一八六二年 (一分會作一計) 先令(一)便士		一八九一年 (一分會作一計) 先令(二)便士		一八九一年 按各分會會員計算) 先令(三)便士	
最高工資	36	6	40	6	...	
最高十分位數	35	0	38	0	38	0
上四分位數	31	4	34	0	36	0
中位數	28	0	32	0	34	3
算術平均數	28	10	32	4	33	4
衆數	28	0	{ 30 32	0	...	
下四分位數	26	0	30	0	31	6
最低十分位數	24	6	28	6	30	0
最低工資	22	0	24	0	...	
四分位差	2	8	2	0	2	3
偏斜度(用四分位數計算)	.25		0		-.22	

上表第三欄之計算，乃以會員實在所得之工資為基準，假若各分會會員之工資，並非實在之數，而為會員實在工資平均數，雖實在工資與其平均數相差不遠，但表中第三欄之數字，必因之而有變動。

以第二欄與第三欄比較，可知不僅所有各種平均數，均有增加，而且因最低十分位數及下四分位數之增加，較最高十分位數及上四分位數之增加為尤速，可知下半部有逼近上半部之勢。再者，第二欄之工資，較第一欄者為緊湊。

第四節 第三類表列法

文字答語之表列法：非數字或文字敘述性質之答語，表列之方法，在未將平均數討論完竣之前，不得不暫行從緩。茲既討論至此，特舉例如下，以示用形容詞之答語，所組成之羣類，如用中位數四分位數等論述之，亦頗能收簡捷之效。

一八九一年，英國工程人員聯合會，經向各分會調查『加工工作幾許』？一問案，茲將各分會書記之答語，列表於下：

表格之解釋：將下表加以檢查，即足示明列表之方法。答語之大部，用想像之尺度，審定其位次，可謂已有十分確定，惟惜數字之答案，如何安插，反覺不甚明顯而已；然此則須視內證(internal evidence)決定之，否則即須熟知該業之情形也。各分會之答覆，既由各該分會之書記所填報，然則各人所用之形容詞，

(第二十六表)

答語	分會數	會員數
絕無	4	140
未有	1	78
極少	23	4,836
微有少許	1	63
偶爾有之，但極少	1	350
對於修繕工作有一點	1	500
有一點	2	73
必要時有二小時	1	80
少有	1	59
有少許	1	16
除修繕工作外少有之	1	66
僅修繕工作有之	2	216
不多	6	1,125
修繕工作有之	1	500
並不多	3	644
並不甚多	2	162
不大有	1	7
不一定何時有	2	43
有損壞或緊急之時	7	606
例為二小時	1	136
主要為修繕工作	1	20
偶爾有之	2	90
必要時	1	348
臨時加工	2	142
修繕工作上甚多	1	23
四至星期多十八小時	1	1,000
中常	3	262
生意盛者習以爲常	1	200
平均一星期五小時	1	96
濟洋船上頗夥	1	400
船場工作習以爲常	1	650
大都有之	2	146
習以爲常	1	693
多量	1	263
甚多	1	72
極多	1	550
一星期九小時	1	39
一星期十小時	1	106
一星期十二小時(最高量)	1	700
一星期十四小時(忙時)	1	106
一星期十至十八小時	1	5,000
	88	20,606
未另類者:		
未答	56	5,114
少極	1	250
近來已不多	1	160
機械工廠中每年有六個月	1	60
鋼鐵工廠有之	1	348

在各人心目中，對於數目之意義，未必盡人皆同，然上表所列，所表示之情形，已盡清晰之能事，故應用中位數及四分位數，亦頗適宜也。茲如以各分會之會員為單位，除未曾分類者可以不計外，其中位數乃為『四星期至多十八小時』，或『中常』，下四分位數乃為『極少』，上四分位數乃為『忙時每星期十四小時』。如以分會為單位，中位數為『不多』，下四分位數為『極少』，上四分位數為『必要時』，或『偶爾有之』。

此法結果之精度 (precision)，雖大有出入，但應用者極廣，蓋遇文字答語組成之兩種羣類，非用此法，不足以言比較也。然所謂精度，測量之法何如？此則須在列表時，將序列加以合理之變更，再求出其中位數；然後以此中位數與未變更前之中位數相比。而查二次中位數之位置有無移動，如有移動也，則移動之距離，即為精度之測算根據矣。

總括敘述。現既有平均數方法，供吾人任意之應用，則請即用之將一數字羣類列成表格並為總括之敘述。

試舉一例，請就一八八六年英國工商業蕭條問題調查委員所發問題之答案討論之。問題甚多，茲擇四則列下：

- (1) 入會工人人數；
- (2) 一八八五年失業者之人數；
- (3) 一八八五年之每週工資；

區名 (一)	一八八五年 各區人數 (二)	一八八五年 失業人數 (三)	一八八五年 現行工資 (四)	一八六五與一八八五年間工資之變動 (五)
白爾發斯特	1,100	130	二八先令至 三六先令 三一先令六 便士	略有增加
寇文特利	2,500	230	三一先令六 便士	定合同之工作，減百分之五十
杜京費爾德	170+	20+	有技能工人 二五先令 無技能工人	略有增加 計時工資——一八六五年二二先令； 一八七二年，二四先令；一八八〇年， 二六先令；一八八三年，二四先令；一 八八五年，二五先令；
當第	1,400	45%	一五先令 二六先令	計時工資——一八六五年二二先令； 一八七二年，二四先令；一八八〇年， 二六先令；一八八三年，二四先令；一 八八五年，二五先令；
哥拉斯告	28,000	4,000	三一先令六 便士	計時工資，比一八六四年高百分之五； 一八七二至一八七三年增加百分之十 五，一八八五年與一八六五年相同。
哥拉斯告(聖 麥拉克斯)	1,600	250	三二先令 XX	增三先令
哈特爾浦	1,200	400	二一先令	XX XX XX XX
哥老梭波	135	10	XX	在一八七二至一八七三年，升級百分 之七又二分之一，一八八五年與一八 六年相同。
利物浦	280	38	XX	有技能工人——一八六五年二四先令； 一八七六年二七先令；一八七八年二 五先令；一八八三年，二八先令；一八 八五年，二五先令。
蒙尼費斯	114	18	XX	一八六五年，二八先令；一八八五年三 四先令。
羅廷漢	4,000	600	最低三四先 合	增百分之五。
奧署得漢木	1,600	96	平均三三先 合	XX XX XX XX
牛津	45	XX	二三先令	一八六五年二六先令；一八八五年二 八先令六便士。
贊斯累	800	XX	二八先令六 便士	無變動
浦來斯頓	630	40	二八先令	無變動
浦來斯頓	900	120	二八先令	一八六五年二六便士；一八六九至一 八七三年三二先令；一八八五年；二八 先令六便士。
西浦累	201	15	二八先令六 便士非會員 工人，二四 先令	一八六五至一八七五年二五先令六便 士；一八七五至一八八五年二八先令。
福爾拜布里治	1,120	43	二八先令	一八六四年二七先令；一八七四年，三 四先令；一八七五年至一八八五年，自 三一至三七先令不等。
桑得蘭	3,200	400	三三先令	XX XX XX XX
孫頓	6,050	2	三一先令六 便士	一八六五年二六先令；一八七五年三 先令。
俄爾維爾頓	45	XX	三一先令	增二先令。
溫斯布瑞	400	30	三〇先令	增百分之三十。
華京頓	170	70	二八至三六 先令不等	

(4)一八六五年與一八八五年間工資之變動。

次將英國工程人員聯合會各分會之書記所給之答覆，列如上表。

將表格整理就緒擬成報告之時，須併入下列之提綱表。茲為舉例起見，下列之表，只列一分會之數字，其餘從略。

第一表 僱傭情形提要

分會會名	調查所得之各分會會員人數	失業人數	失業人數之百分數	各分會失業人數百分數之中位數
A.S.E.	55,170	7,142	13	12
O.S.B.				
其他從略				

(第二十八表)

第二表 現行工資

分會會名	各分會之平均工資		各分會工資之四分位數	離散度	
	不加權	加權			
A.S.E.	先令 30 便士 0	先令 29 便士 7	先令 28 便士 0	先令 32 便士 0	1 15
O.S.B.					
其他從略					

(第二十九表)

第三表(甲)

一八六五至一八八五年間之工資變動

分會會名	各分會數				增加之百分數之中位數	各分會會員所佔之百分數			
	無答覆者	減低者	無變動者	增加者		無答覆者	減低者	無變動者	增加者
A.S.E.	4	1	5	13	10	11	4	6	79
O.S.B.									
其他從略									

(第三十表)

文字提綱——『就全部情形考察，絕大部分均在一八六五至一八八五年間有顯著之增加，約等於全部增高百分之十。因數字不完全確定，故不能求得確實之平均數』。

第三表乙，一八六五與在一八七三年左右最高額之工資變動情形。

第三表丙，一八七三年左右之最高額與一八八五年之工資變動情形。

(註一) 上列公式之計算，與古尼氏原用之法，微有不同，請參閱古尼氏同書第三十頁及二十九頁底註。

(註二) 本書原著者，於本書之前數版中，名此數量為離散度 (dispersion)，以該數有永不不大於 1 之便利在也。

(註三) 並請參閱第二編第一章第三節

14188



新竹中學