

Published for the Educational Department.



A

# TREATISE ON ARITHMETIC

BOTH

IN THEORY AND PRACTICE.

ARRANGED AND CHIEFLY DESIGNED

BY

KERO LUXUMAN CHATREY,

PROFESSOR OF MATHEMATICS, DECCAN COLLEGE.

FOR THE USE OF

GOVERNMENT VERNACULAR SCHOOLS.

---

SIXTH EDITION.

---

*Registered under Government of India's Act XXV. of 1867.*

Bombay:

GOVERNMENT CENTRAL BOOK DEPOT.

1870.

*Price Ten Annas.*

**BOMBAY:**

PRINTED AT THE EDUCATION SOCIETY'S PRESS, BYCULLA.

# अंकगणित.

उपपत्ति व उदाहरणे

द्व्यांसहित.

मुख्यत्वेकरून सरकारी मराठी शाळांच्या उपयोगाकरितां

केरो लक्ष्मण छत्रे यांणीं केलें

तें

मेहेरवान दैरेक्टर आफ् पब्लिक् इन्स्ट्रक्शन्

द्व्यांच्या हुकुमावरून छापिलें.

---

आवृत्ति साहायी.

---

सन १८६७ चा आक्त २५ प्रमाणें या पुस्तकाची मालकी नोंदली आहे.

मुंबई:

गवन्मेन्त सेन्त्रल बुक डिपो.

सन १८७० इ०

किंमत दाहा आणे.

मुंबईमध्ये

एज्युकेशन सोसायटीच्या छापखान्यांत छापिलें.

## प्रस्तावना.

आजपर्यंत मराठी भाषेत अंकगणिताविषयी जी पुस्तके झाली आहेत, त्यांहून ह्या पुस्तकाची पद्धति काही निराळे तऱ्हेची आहे, ह्मणून तिजविषयी काही सूचना करणे आवश्यक आहे.

व्यवहारांत अनेक जातींचे हिशेब येतात, आणि अनेक जातींच्या परिमाणांची घडामोड करावी लागते, ती, ह्या परिमाणांचा एकमेकांशी कसा संबंध आहे, हें समजल्याशिवाय नीट करतां येत नाही. ती घडामोड मुख्यत्वेकरून दोन प्रकारची आहे, वाढविणे आणि कमी करणे. ह्मणून अंकगणितांतील वीज हेंच आहे की दिलेल्या परिमाणांची संख्या त्या परिमाणांच्या संबंधानें वाढविणे किंवा कमी करणे. संख्या वाढविण्याचे प्रकार तीन आहेत—एका संख्येत दुसरी संख्या मिळविणे, सांगितल्या संख्येची काही पट करणे, आणि कोणत्याही संख्येची त्या संख्येइतकी पट करणे. ह्यांतील पहिल्या प्रकारास मिळवणी म्हणतात, दुसऱ्यास गुणाकार, आणि तिसऱ्यास घात असें म्हणतात. ह्याच प्रकारें संख्या कमी करण्याचे तीन प्रकार आहेत—वजाबाकी करणे, भागाकार करणे आणि मूळ काढणे. हे साहाही प्रकार अंकगणितांतील प्रत्येक हिसाबास लागतात असें नाही. परंतु अंकगणितांतील पडला हिसाब करण्यास ह्याटली म्हणजे या साहाही प्रकारांची माहिती आवश्यक आहे. तथापि त्रैराशिक म्हणून जे काही प्रकारचे हिसाब आहेत त्यांस मिळवणी, वजाबाकी, गुणाकार आणि भागाकार, या चार प्रकारां पक्षां अधिकांची गरज लागत नाही, म्हणून ते मात्र हे चार प्रकार झाल्यावर लागलेच सांगितले आहेत.

दृढभाजक आणि लघुतम साधारण भाज्य यांजविषयी पूर्वी माहिती करून देऊन नंतर अपूर्णाक प्रकरण दिलें आहे.

रेषांचे अपूर्णांक म्हणून एक वेगळेंच प्रकरण केलें आहे. आजपर्यंत जीं गणिताचीं पुस्तकें मराठींत झालीं आहेत, त्यांत रेषांचे अपूर्णांकाविषयीं मुळींच उल्लेख नाहीं, परंतु ह्या देशातील सर्व प्रकारच्या व्यवहारांत रेषांचे अपूर्णांक येतात, म्हणून त्यांची माहिती ह्या पुस्तकांत करून दिली आहे.

विविध परिमाणांच्या मोडणींत कोठें कोठें अपूर्णांकांची गरज लागते, ह्यासाठीं ह्या पुस्तकांत अपूर्णांकांची मोडणी सांगितल्यानंतर विविध परिमाणांची मोडणी सांगितली आहे.

तोंडचे हिशेब, व हिस्सेरशीचे हिशेब, ह्या प्रकरणांची व्यवहारांत विशेष गरज लागत्ये, म्हणून त्यांविषयीं थोडेंसें लिहिलें आहे. हे हिशेब करतांना फारसा विचार करावा लागत नाहीं, आणि शिकणारालाहि हिशेबांची काहीं माहिती होते, ह्यामुळें पुढें जें त्रिराशि प्रमाणाविषयीं सांगितलें आहे तें समजण्यास सोपें पडतें, म्हणून ते अगोदर सांगितले आहेत.

तसेंच प्रमाण गणिताविषयीं सांगतांना पहिल्यानें साधारण संख्यांचे संबंध दाखवून नंतर विशेष परिमाणांचे संबंध कसे कसे असतात, हें दाखविलें आहे.

सरकारी पेढी, सावकारी पेढी, आगीच्या गाडीचा कारखाना, सुताचा कारखाना, वगैरे अनेक पेढ्या व कारखाने आहेत, त्यांत लोक आपला पैसा भरतात, आणि त्या पैशाचें जें व्याज त्यांस मिळतें तें, व्यापाराचे किंवा कारखान्याचे भरभराटीप्रमाणें तेथील मिळालेल्या रोख्यांच्या भावांत फेरफार झाल्या अन्वयें कमजास्ती होत असतें, त्याविषयीं पुरी माहिती असावी म्हणून ह्या जातीचे हिशेब समजण्याची व करण्याची पद्धति ह्या पुस्तकांत सांगितली आहे.

घातप्रकरण, मूळप्रकरण, आणि श्रेढी, यांविषयीं कामापुरतें विवेचन करून नंतर गंवडी, सुतार, रंगारी, वगैरे कारागीर लोकांच्या

कामाचा आकार कसा करावा, ह्याविषयीं कांहीं प्रकार ह्या पुस्तकांत सांगितले आहेत. हार्नर साहेबाची घनमूळ काढण्याची रीति फार सोपी आहे ती पद्धतवार या पुस्तकांत दाखविली आहे. शेवटीं संख्यावाचन, संख्यालेखन, व संख्यांचे दुसरे प्रकार, ह्यां-जविषयीं कांहीं विशेष सांगून हा ग्रंथ पुरा केला आहे.

हा ग्रंथ करतांना बहुतेक विषयांतील उदाहरणें व उपपत्ति जी दिली आहे ती, इंग्रजींत कोलेन्सो साहेबांचें जें अंकगणिताचें बूक आहे, त्यांतून घेतली आहे ; कोठें कोठें मराठी अंकगणिताचे बुका-चाही आश्रय घेतला आहे.

विषय जेथचे तेथें यथाक्रमानें यावें, व व्यवहारांत ज्या ज्या हिशेबांची विशेष गरज लागते, त्या सर्वांचा समावेश ह्या पुस्तकांत भसावा, असा हेतु धरून हें पुस्तक तयार केलें आहे.

केरो लक्ष्मण उत्रे.

## अनुक्रमणिका.

	पृष्ठ.
संख्या लेखन .....	१
संख्या वाचण्याची रीति .....	३
कार्यप्रकाशक चिन्हें .....	४
मिळवणी .....	५
वजाबाकी .....	७
गुणाकार .....	९
भागाकार .....	१४
साधारण प्रश्न .....	१८
त्रिराशि .....	२०
पंचराशि व बहुराशि प्रमाण .....	२६
दृढभाजक .....	३०
लघुतम साधारण भाज्य .....	३१
अपूर्णांक गणित .....	३५
रेखांचे अपूर्णांक .....	३६
मिळवणी .....	३८
वजाबाकी .....	३९
गुणाकार .....	४०
भागाकार .....	४२
व्यवहारी अपूर्णांक .....	४३
रूपांतर .....	४५
मिळवणी .....	५३
वजाबाकी .....	५५



	पृष्ठ.
गुणाकार .....	५६
भागाकार .....	५८
दशांश अपूर्णांक .....	६०
मिळवणी व वजाबाकी .....	६३
गुणाकार .....	६४
भागाकार .....	६५
व्यवहारी अपूर्णांकास दशांश अपूर्णांकाचें रूप देण्याचा प्रकार .....	६८
आवर्त दशांशाविषयी विशेष विचार .....	७०
दशांश अपूर्णांकास भागजाति अपूर्णांकाचें रूप देण्याचा प्रकार .....	७२
मिश्र आवर्त दशांशास भागजाति अपूर्णांकाचे रूप देण्याची रीति .....	७३
कसर .....	७५
संक्षिप्त गुणाकार .....	७८
विविध परिमाणें—कोष्टकें .....	८१
विविध अंक लिहिण्याची रीति .....	९१
भांजणी .....	९२
विविध परिमाणांची बेरीज .....	१०२
वजाबाकी .....	१०४
गुणाकार .....	१०५
भागाकार .....	१०८
हिस्सेरशांचे हिशेब .....	१११
तोंडचे हिशेब .....	११६
परिमाण परिमाणांचा गुणाकार .....	१२०
सजातीय परिमाणांचा गुणाकार .....	१२१

	पृष्ठ.
विजातीय परिमाणांचा गुणाकार .....	१२३
प्रमाण गणित .....	१२४
विविध परिमाणांचें प्रमाण .....	१२८
व्यस्त प्रमाण .....	१३८
त्रिराशि गणित मांडण्याची साधारण रीति .....	१४१
बहुराशि प्रमाण .....	१४५
<b>व्याज</b> .....	१५१
सरळ व्याज .....	१५१
चक्रवाढ व्याज .....	१५४
व्याजाचा दुसरा प्रकार .....	१५९
विमा, कमिशन, वगैरे .....	१६२
ठेव .....	१६५
नफा तोटा .....	१६९
सर्कत वांटणी .....	१७२
<b>घातप्रकरण</b> .....	१७९
<b>मूळप्रकरण</b> .....	१८१
वर्गमूळ काढण्याची रीति .....	१८२
घनमूळ .....	१८६
<b>श्रेढी</b> .....	१८९
गणित प्रमाण श्रेढी .....	१९०
भूमिति श्रेढी .....	१९४
क्षेत्रफळ व घनफळ .....	१९६
प्रश्नसमुदाय .....	२००
हार्नर साहेबाची घनमूळ काढण्याची रीति .....	२१८
संख्यालेखन व संख्यावाचन .....	२२२
संख्येविषयी विशेष विचार .....	२२५

# अंकगणित.

## संख्यालेखन.

अंकगणितामध्ये संख्या दाखविण्याकरिता दहा चिन्हे घेतली आहेत तीं हीं.

चिन्हें.	नावें.	चिन्हें.	नावें.
०	शून्य.	५	पांच
१	एक	६	साहा
२	दोन	७	सात
३	तीन	८	आठ
४	चार	९	नऊ

या दहा चिन्हांचे योगानें पाहिजे ती संख्या दाखवितां येथे. नवांपर्यंत कोणतीही संख्या दाखविणें तर या चिन्हांपैकीं तिचें जें चिन्ह असेल तें लिहिलें ह्मणजे झालें. परंतु नवांपुढची संख्या दहा ही दाखविणें झाल्यास एकाचें चिन्ह ( १ ) काढून त्याजवर शून्य दिलें असतां दहा होतात. तसेंच वारा काढणें तर एक काढून त्याजवर दोन काढावे. याप्रमाणेंच पंधरा, वीस, किंवा कोणतीही संख्या या चिन्हाचे संयोगानें मांडतां येईल.

आतां दहांपासून पुढची संख्या मांडण्याची जी रीत सांगितली तिजवरून उघड आहे कीं एका अंकावर दुसरा अंक काढला असतां प्रथम मांडलेला अंक आपली दसपट दाखवितो ; म्हणजे १० यांत एकावर शून्य दिलें आहे. यांत एक यानें बोधित संख्या एक असतां तो त्याची दसपट दाखवित

आहे. तसेंच पंधरा (१५) यांत एकावर पाच काढले आहेत व एक हा त्याच्या दसपटीवदल आहे, कां कीं एकाची दसपट दहा आणि पांच मिळून पंधरा हे एकावर पांच काढल्याने झाले. याचप्रमाणें एका अंकावर एक मांडून त्यावर आणखी दुसरा एक मांडला तर प्रथम मांडलेला अंक आपली शंभरपट दाखवितो, दुसरा हा आपली दसपट, आणि शेवटचा आपली एकपट दाखवितो. जसें १४९ यांत प्रथम मांडलेला एक याची शंभरपट (१००) दुसऱ्यानें मांडलेला चार याची दसपट चाळीस, शेवटला मांडलेला नऊ याची एकपट नऊ मिळून एकशें एकूणपन्नास झाले. याप्रमाणें एकावर एक, एकावर एक असे अनेक अंक मांडले आणि उजवेकडून आरंभ करून प्रत्येक अंक काय दाखवितो, हें पाहिलें तर पहिला अंक आपली एकपट दाखवितो, दुसरा दसपट, तिसरा शतपट, चौथा हजारपट, पांचवा दहाहजारपट. यावरून कोणत्याही संख्येवरील उजवेकडील पहिल्या अंकास एक असें नांव दिलें आहे. दुसऱ्यास दहं, तिसऱ्यास शतं याप्रमाणें नांवें दिलीं आहेत. त्यांच्या योगानें संख्या वाचणें किंवा लिहिणें हें फार सुगम झालें आहे.

आपल्या मराठी रीतीनें संख्येंतील अंकस्थानांस अठरा पर्यंत नांवें आहेत, पुढे नाहीत, तथापि अठरा अंकस्थानांपर्यंत संख्या त्रिनचूक वाचतां लिहितां आली म्हणजे आणखी कितीही अंकस्थानांची संख्या लिहिण्यास किंवा वाचण्यास विशेष अडचण पडेल असें नाही. या अंकस्थानांचीं नांवें हीं आहेत.

एकं	दहं	शतं	सहस्र	दशसहस्र	लक्ष	दशलक्ष	कोटि	दशकोटि	अब्ज	खर्व	निखर्व	महापद्म	शंकु	जलधि	अन्य	मध्य	परार्ध
...	(दशक)	(शेकडे, शतक)	(हजार)	(अयुत)	(शतसहस्र)	(प्रयुत)	(शतलक्ष)	(अर्बुद)	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
पहिलें	२	३	४	५	६	७	८	९	१०	११	१२	१३	१४	१५	१६	१७	१८
स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान	स्थान	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.	स्थान.

**सख्या वाचण्याची रीति.**

वर सांगितलेंच आहे की कोणत्याही रकमेतील उजवे-कडचा पहिला अंक एक आहे, दुसरा दहं, तिसरा शतं, याप्रमाणें डावेकडे मोजीत गेलें असतां शेवटच्या अंकाला जें नांव येईल तें त्या अंकासहित उच्चारवें; पुढें त्या अंकाचे जवळचा उजवेकडचा एक किंवा एकदम दोन अंक उच्चारून त्यांचे नांवाचा उच्चार करावा. याप्रमाणें उजवेकडच्या प्रथम अंकापर्यंत करीत आलें ह्मणजे इट संख्येचें वाचन झालें. उदाहरणें.

- ५ पांच.
- १२ बारा.
- २९ एकुणतीस.
- ३२५ तीनशें पंचवीस.
- १२६७ एक हजार दोनशें सदुसष्ट, अथवा बाराशें सदुसष्ट.
- ३४५८५ चौतीस हजार पांचशें पंच्यायशीं.
- ६३७७८२ सहा लक्ष सदतीस हजार सातशें व्यायशीं.
- ७२९४४३२१५ बाहान्तर कोटि चवऱ्याणव लक्ष त्रैचाळीस हजार दोनशें पंधरा. अथवा ७ अर्बुद २ कोटि ९ प्रयुतें ४ लक्ष ४ अयुतें ३ सहस्र २ शें १५.

१३०२१ तेरा हजार एकवीस.

१०६३०२० दाहा क्षल त्रेसष्ट हजार वीस.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

पुढील संख्या मांडून दाखीव.

- १ उदा. पांचशें बारा; सातशें पंचाशशी; बाराशें सत्याहत्तर; एक हजार; सातशें सत्याहत्तर; चौवीसशें तेरा; तीनशें सात.
- २ उ. अकरा हजार दोनशें पंधरा; सत्तवीस हजार पांचशें वीस, दोन हजार सात; दोन लक्ष सात; दोन कोटि दोन लक्ष वीस.
- ३ उ. एक हजार बाराशें पंधरा; पंचवीस हजार सातशें पांच; पांच कोटि पांच लक्ष पांच हजार पांचशें पांच; पंधरा लक्ष.
- ४ उ. एकशें बारा\* लक्ष; एक कोटि बारा लक्ष; दोनशें बारा\* हजार; दोन लक्ष बारा हजार; सातशें पंधरा\*लक्ष तीनशें बारा.
- ५\* उ. तीन हजार पांचशें सतरा कोटि एकशें बारा लक्ष; दोनशें सतरा हजार सत्राशें सत्तावीस.
- ६\* उ. नव्यांणव कोटि नव्यांणव लक्ष नव्यांणव हजार नव्यांणवशें-नव्यांणव.

पुढील संख्या वाचून दाखीव.

७ उ.	३१२; ५०७; ९००; ११०; १०१; ९१९; १;
८ उ.	१३१२; २७२८; २००९; ५०१८; ६०१०;
९ उ.	१०००५; १००१; ००१; ९९९९९९९; १००१;
१० उ.	१७०००००१४; १७००१७००१७; ५०५०५०५०;
११ उ.	३८१७४५८७१२२३; ७७८८९९१२२१२७८७;
१२ उ.	८१७५४३२८९४३५२१४७१५२४;

### कार्यप्रकाशक चिन्हे.

गणितांत संख्यांचा संबंध शब्दांनीं लिहिण्यास फार

\* शिक्षकानें ह्या जातीचीं उदाहरणें विद्यार्थ्यांस घालून संख्येची चांगली माहिती करून द्यावी, परंतु ह्या प्रकारचीं उदाहरणें बेरीज व वजाबाकी शिकल्यावर मग घालवीं, ह्या गजे बरें पडेल.

लांब पडतो, ह्यास्तव तो संबंध दाखविण्याकरितां काहीं चिन्हें योजिलीं आहेत, त्यांस कार्यप्रकाशक चिन्हें ह्मणतात. हीं शिकणारांनीं समजून घ्यावीं.

+ (अधिक). हें चिन्ह जेव्हां दोन संख्यांच्या मध्ये असतें तेव्हां त्यांची बेरीज करावयाची आहे असें समजावें. उ. ३ + ४.

—(उणे). हें चिन्ह जेव्हां दोन संख्यांच्या मध्ये असतें तेव्हां डावेकडील संख्येंत उजवेकडील संख्या वजा करावयाची आहे असें समजावें. उ. ४-३.

× (गुणाकार). हें चिन्ह ज्या संख्यांच्या मध्ये असतें त्यांचा गुणाकार करावयाचा आहे असें समजावें. ३ × ४.

÷ (भागाकार). हें चिन्ह जेव्हां दोन संख्यांच्या मध्ये असतें तेव्हां डावेकडील संख्येस उजवेकडील संख्येनें भागावयाचें आहे असें समजावें. उ. १५ ÷ ३.

= (बरोबरी). हें चिन्ह ज्या दोन पदांच्या मध्ये असतें तीं दोन पदे बरोबर आहेत असें समजावें. उ. ३ + ४ = ७.

### मिळवणी.

एकाच जातीच्या अनेक रकमा एके ठिकाणीं करणें त्यास मिळवणी, आणि मिळवणी करून जी रकम येती तीस बेरीज, असें ह्मणतात.

मिळवणीच्या रकमा एकाखालीं एक अशा मांड कीं एक खालीं एक, दहं खालीं दहं, ह्याप्रमाणें येतील.

सर्व रकमा मांडल्यावर त्यांचे खालीं रेष ओढून प्रथम एकंचे अंकांची बेरीज करावी, आणि त्या बेरजेत एक असतील ते रेषेखालीं मांडून दहं असतील ते हातचे घ्यावे आणि दहंचे ओळींत मिळवून त्या ओळीची बेरीज करावी; पुन्हा तींतील दहं पूर्वी लिलिलेल्या एकंचे मागे दहंचे स्थानीं लिहावे आणि शत हातचे घेऊन ते शतच्या ओळींत

मिळवून त्या ओळीची बेरीज करावी ह्याप्रमाणे शेवटपर्यंत करीत जावे. परंतु शेवटल्या ओळीची बेरीज मात्र, जी येईल तीच मांडावी. जसे,

उ. $\begin{array}{r} २४१६३ \\ ७८१२३ \\ ३५६४७ \\ ४८९५ \\ \hline १६५०६४ \end{array}$	}	ह्यांची बेरीज कर. आतां ५ आणि ७ बारा, १२ आणि ३ पंधरा, १५ आणि २ सतरा, १७ आणि ४ एकवीस, २१ आणि ३ चोवीस, झणजे ४ एक आणि २ दहं आले, ह्यांतील ४ एक हे एकंच्या
--	---	---

ओळीखाली मांडावे, आणि २ दहं हे दहंच्या ओळींत मिळवावे, झणजे २ आणि ९ अकरा, ११ आणि ४ पंधरा, १५ आणि ९ चोवीस, ह्या प्रमाणे मिळवात वरपर्यंत गेलें, म्हणजे ह्या ओळीची बेरीज ३६ झणजे ३ शतं आणि ६ दहं आली, ह्यांतील ६ दहं हे दहंच्या ओळीखाली लिहून ३ शतं हे पूर्ववत् शतंच्या ओळींत मिळवावे. ह्याप्रमाणे शेवटपर्यंत करावें. झणजे एकंदर १६५०६४ बेरीज येईल.

**ताळा पाहण्याची रीति.** पहिल्याचे उलट वरून खाली किंवा खालून वर अंक मिळवात जावे; बेरीज तेवढीच आली तर बरोबर आहे, असें समजावें.

**दुसरी रीति.** दिलेल्या रकमांतील कोणतीही एक रकम सोडून बाकीच्या रकमांची बेरीज करावी, आणि तींत सोडलेली रकम मिळवावी; ही बेरीज मूळचे बरेजेबरोबर आली तर ती खरी आहे, असें समजावें.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

१ उ. १४१७, १८२५, २५, ३४७८, ११२, १७८९६, ८८८८, १००००१, ह्यांची बेरीज कर.

२ उ. ३४४७, ७, १८, २१५, ३४३८, ८५४३२, १८२५३७, ३१२, ८, ह्यांची बेरीज कर.

३ उ. १५, २७, ३८, ९१८, ३००१, ५०००, १२, ह्यांची बेरीज कर.



- ४ उ.  $१४५६७८९१२३ + ५६७८९५६७८९ + १७ =$  काय?
- ५ उ.  $१ + ११ + १११ + ११११ + १११११ + ११११११ =$  काय?
- ६ उ. एका घरांत १२ पुरुष, ११ बायका, १७ मुलगे, ९ मुली, आणि २५ चाकर होते, तेव्हां एकंदर माणसांची संख्या काय?
- ७ उ. एका काळे पलटणींत १ कर्नल, १ लेफ्टेनेन्ट कर्नल, १ मेजर, ५ क्याप्टन, १० लेफ्टेनेन्ट, ५ इनसाईन, १ डाक्टर, १ आसिस्टंट डाक्टर, १० सुभेदार, १० जमादार, १ सर्जटमेजर, १ कार्टर मास्तर, १० कलर हवालदार, ४० हवालदार, ५० नाईक, २० द्रमर, ८०० शिपाई, १० भिस्ती, २५ मुलगे शिपाई, इतके असामी होते तेव्हां एकंदर किती मनुष्ये झालीं?
- ८ उ. आझी बाजारांत गेलों तेव्हां पुष्कळ जातींचीं फळे आलीं होतीं, त्यांत ५२५ फणस, १७ कांकड्या, २७८८७ केळीं, ५६७८ शिताफळें, ३८६७ नारिंगें, ९९१२ जांब, ३१२ भोंपळे, ४४४४४ अंजीर, अशीं होतीं, तेव्हां एकंदर फळें किती झालीं?
- ९ उ. माझा जन्म शके १७४३ त झाला, आणि १७ वे वर्षीं माझें लग्न झालें, व पुढें ८ वर्षांनीं मुलगा झाला, तेव्हां तो कोणते सालीं झाला तें साग.

### वजाबाकी.

एका संख्येपेक्षां दुसरी त्याच जातीची संख्या किती लहान किंवा किती मोठी आहे हें पाहणें अथवा मोठींतून धाकटी काढून टाकणें यास वजाबाकी म्हणतात.

रीति—मोठ्या रकमेखालीं लहान रकम मांड, अशीं कीं, एक खालीं एक, दहंखालीं दहं याप्रमाणें एकाखालीं एक अशीं स्थानें येतील. नंतर त्याचे खालीं रेष काढून वजाबाकीस आरंभ करावा.

प्रथम वरच्या रकमेतील एकंतून खालच्या रकमेतील एक, वजा करून अंतर येईल तें रेषेखालीं मांडावें. नंतर ह्याच प्रमाणें दहं, शतं, सहस्र, इ० ह्यांचीं अंतरें रेषेखालीं मांडावीं, जर खालचे ओळींतील अंक वरच्या ओळींतील अंकापेक्षां मोठा

असला, तर वरच्यांत दहा मिळवून मग त्यांतून खालचा अंक वजा करावा ; व त्याचे पाठीमागील अंकांची वजा. बाकी करते वेळेस खालच्या अंकांत एक मिळवून मग तो अंक वरच्या अंकांतून वजा करावा. जसे,

७९४३२७ ह्यांतून  
३४२८१४ ही वजा करावयाची.  
४५१५१३ अंतर.

एक स्थानाचे ७ ह्यांतून ४  
गेले, तेव्हां बाकी उरले तीन,  
ह एकचे स्थळाखाली लिही,

पुन्हा २ दहं ह्यांतून १ दहं गेला, तेव्हां बाकी राहिला १ दहं तो दहंखाली लिही; याचप्रमाणे शतंतून शतं वजा करावयाचे परंतु येथे ३ ह्यांतून ८ वजा जात नाहीत म्हणून मागचे चार सहस्रांतून एक सहस्र उसना घ्यावा; आतां १ सहस्राचे १० शतं आणि हे ३ मिळून १३ शतं ह्यांतून ८ गेले, तेव्हां बाकी राहिले ५ हे शतंचे स्थळी लिही, आतां, ही वजाबाकी करतांना मागचे ४ पैकीं १ उसना घेतला तेव्हां त्या ठिकाणीं आतां ३ राहिले म्हणून पुढे वजा बाकी करतांना ३ ह्यांतून २ गेले असें म्हटलें पाहिजे, परंतु चाल\* अशी नाही. उसना घेतलेला अंक वजा करावयाचे अंकांत मिळवितात, आणि नंतर तो अंक वरच्या अंकांतून वजा करितात, म्हणजे खालचे ओळींतले २ आणि उसना घेतलेला १ मिळून ३ हे ४ ह्यांतून गेले, तेव्हां बाकी राहिला १ तो सहस्रस्थानीं लिही. ह्याप्रमाणे शेवटपर्यंत करावें, म्हणजे उत्तर ४५१५१३ येईल.

**ताळा पाहाण्याची रीति.** बाकीमध्ये वजा केलेली रकम मिळवावी ; वरची रकम आली म्हणजे वजाबाकी बरोबर आहे असें समजावें. अथवा बाकी वरचे रकमेंत वजा करावी, खालची रकम आली म्हणजे वजाबाकी खरी.

\* ३-२=४-३ आहेत.

† उसना घेतलेल्या अंकास हातचा असें झणतात.

अभ्यासाकरितां उदारणे.

१	उ.	$\frac{७६५४३२१}{३४३४१८}$	$\frac{६९७४३८}{६३५०३६}$	$\frac{७५८४५२}{४१८२३४}$
२	उ.	$\frac{५४३६२५}{४९२७०८}$	$\frac{६८३१२५}{४९२८१६}$	$\frac{७१२३४५}{५३८१५९}$
३	उ.	$\frac{५६४३०७}{४७११७६}$	$\frac{७०२३०६}{४७५४२९}$	$\frac{५००००४}{३००००९}$

४ उ. एका जिल्ह्यांत ७२३४५९ मनुष्ये आहेत, त्यांत २५७८९१ बायका आणि १०५७८१ पोरें आहेत; तेव्हां पुरुष किती तें सांग.

५ उ. माझे जवळ ११५७१ रुपये होते, त्यांतून पहिले वर्षी १५७८ रुपये खर्चिले; दुसरे वर्षी ३५७८ खर्चिले; व तिसरे वर्षी ४५७५ खर्चिले; तेव्हां मजजवळ बाकी किती राहिले?

६ उ. एक मनुष्य शके १५६८ त जन्मला; आणि शके १६४० त मरण पावला; तेव्हां त्याचें वय किती होतें?

गुणाकार.

गुणाकार म्हणजे एका प्रकारच्या मिळवणीचा संक्षेप आहे. म्हणजे जर कोणत्याही अंकांत किंवा रकमेंत तोच तो अंक किंवा रकम पुष्कळ वेळां मिळावयाची आहे, तर जितके वेळां मिळावयाची असेल तितकी पट त्याची किंवा तिची करावी. जसें, ७ हे साहा वेळां एकमेकांत मिळविले तर

$$७ + ७ + ७ + ७ + ७ + ७ = ४२ \text{ होतात ; परंतु}$$

हें काम पाह्यांच्या योगानें एकदम होते, जसें सातसक ४२.

आतां, साहांची सातपट केली तरी ४२ होतात. तव्ह ह्यावरून असें लक्षांत येतें कीं जेव्हां दोन \*संख्यांचा गुणाकार करावयाचा आहे, म्हणजे एका संख्येची दुसरे संख्ये

\* ह्या दोन संख्या सजातीय पाहिजेत अथवा त्यांतील एक संख्या अधिक असली पाहिजे.

इतक्रीपट करावयाची आहे, तेव्हां पाहिजे ती संख्या गुप्य व पाहिजे ती गुणक, मानावी. ज्या संख्येस गुणावयाचें तीस गुप्य, व जिनें गुणावयाचें तीस गुणक, व गुणून जी संख्या येती, तीस गुणाकार, असें म्हणतात.

गुप्य व गुणक ह्यांस गुणाकाराचे अवयव, किंवा पोट्यांतील भाग, असें म्हणतात.

गुणक संख्या गुप्य संख्येच्या खाली उजवे वाजूस लिहावी. जेव्हां गुणक संख्या जे पाढे आपणास पाठ येत आहेत त्यांचे आंत आहे, तेव्हां तिनें गुप्य संख्येंतील उजवेकडून एक एक अंक गुणून गुणाकार येईल तो रेषेखाली लिहावा. गुणाकार ९ ह्यांहून जास्ती आल्यास त्यांतील उजवेकडचा शेवटला अंक रेषेखाली लिहून बाकीचे अंक हातचे घेऊन ते गुण्यांतील पहिल्या अंकाच्या मागील अंकाच्या गुणाकारांत मिळवावे. ह्याप्रमाणें शेवटपर्यंत करावें. शेवटल्या अंकाचा गुणाकार जो येईल तो सर्वच मांडावा. जसें,

३४६७ हे गुप्य	}	ह्या उदाहरणांत २ सत्तीं १४, द्वणजे ४ एक व १ दशक, ह्यांतील ४ एक हे एक स्थानीं लिहून १ दशक हातचा घेतला.
२ हे गुणक		
६९३४ हा गुणाकार.		

पुन्हा २ सक १२ दशक, आणि हातचा १ मिळून १३ दशक, म्हणजे १ शतक, आणि ३ दशक. ह्यांतील ३ हे दशकस्थानीं लिहून १ शतक हातचा घेतला. नंतर २ चौक ८ शतक आणि हातचा १ मिळून ९ शतक हे शतक स्थानीं लिहिले. पुन्हा २ त्रीक ६ सहस्राचे ६ हे सहस्र स्थानीं मांडले. मिळून सर्व गुणाकार ६९३४ आला.

परंतु जेव्हां गुणकांक दोन किंवा अधिक स्थळांचा असतो तेव्हां तो पूर्वीप्रमाणें गुण्य संख्येखालीं लिहून त्यांतील एक एक अंक घेऊन त्यानें पूर्ववत् गुणून गुणाकार करावा. जसें,

३४६७ गुण्य ह्यास

६९२ गुणकांनै गुण.

६९३४

३१२०३

००१०२

२३९९१६४ हा गुणाकार.

ह्यांत पहिल्यानें पूर्वीप्रमाणें गुणकांकांतील २ ह्या अंकांनै गुण्यांक गुणून तो गुणाकार रेघेखालीं लिहावा. नंतर दहं स्थानीं ९ आहेत त्यांनीं पुन्हा वरचे अंक गुणावे, म्हणजे दशक ९ सत्ते ६३ दशक, म्हणजे ६ शतक

आणि ३ दशक ह्यांतील ३ दशक हे दशकांकाखालीं यावयास पाहिजेत म्हणून ओळीच्या दुसऱ्या अंकाखालीं म्हणजे दहं खालीं लिहून पुढें गुणाकार पूर्वी सांगितल्या रीतीनें करावा. ह्याचप्रमाणें शतंचे अंकाचा गुणाकार शतंचे अंकापासून (वरच्या गुणाकारांतील एक अंक सोडून) मांडावा, ह्याप्रमाणें सर्व गुणकांकांचे गुणाकार एक एक अंक मागे सारून लिहावे, आणि शेवटीं सर्वांची बेरीज घ्यावी.

जर गुणकांकांचे गुण्यगुणकरूपानें दोन किंवा अधिक तुकडे झणजे अवयव, करतां आले तर सर्व गुणकांकांनै गुणण्यात्रदल प्रथम एका अवयवानें गुणून जो गुणाकार येईल त्यास दुसरे अवयवानें गुणावें. जसें,

३७२१६

२२३३०६

१५३३१५६

ह्यांस ४२ ह्यांनीं गुणावयाचें आहे. आतां

४२=६ × ७ झणून प्रथम ६ नीं गुणून नंतर त्या

गुणाकारास ७ नीं गुणावें, म्हणजे १५६३१५६ हा

इच्छिला गुणाकार येईल. अथवा २ × ३ × ७ ह्यांत पहिल्यानें दोहोनीं मग तिहोनीं मग सातांनीं गुणावें. गुण्य व गणक यांवर काहीं शून्यें असल्यास, गुणाकार करितांना तीं पहिल्यानें लक्षांत आणूं नये. गुणाकार झाल्यावर तीं सर्व मोजून तेवढीं त्यावर लिहावीं म्हणजे झालें.

उदा. ३४५७००० गुण्य.

१२०० गुणक.

४१४८४००००० गुणाकार.

पहिल्यानें ३४५७ आणि १२ यांचा गुणाकार केला तो ४१४८४ झाला. नंतर गुण्यांकांवरचीं तीन, गुणकांकांवरचीं दोन, मिळून पांच शून्यें झालीं तेवढीं गुणाकारावर ठेवलीं म्हणजे ४१४८४००००० हा इच्छिला गुणाकार झाला.

ताळा. गुणाकाराचा ताळा पाहणें झाल्यास गुण्य आहेत ते गुणक करावे. आणि गुणक आहेत ते गुण्य करावे. यांचा गुणाकार पहिल्या इतका आला म्हणजे खरा आहे, असें समजावें.

९ टाकून ताळा पाहण्याची एक रीत आहे, ती अशी कीं गुणाकाराचे एके आंगास  $\times$  अशा दोन रेखा काढव्या, नंतर गुण्यांक संख्येंतील सर्व अंकांची बेरीज घेऊन तींतून नऊ जितके वेळां जातील तितके वेळां टाकून बाकी राहिल ती त्या दोन रेखांच्या एका कोनांत लिहावी. पुन्हा गुणकांकांची बेरीज घेऊन तींतील ९ पूर्ववत् टाकून बाकी राहिल ती पूर्वी लिहिलेल्या बाकीचे समोरचे कोनांत लिहावी. नंतर ह्या दोन्ही बाक्यांचा गुणाकार करून त्यांतील ९ वर सांगितल्याप्रमाणें टाकून बाकी राहिल ती तिसरे कोनांत लिहावी; आणि मग गुणाकारांतील सर्व अंकांची बेरीज करून तींतील ९ टाकून बाकी राहिल ती

राहिलेल्या चवथ्या कोनांत लिहावी. ही व हिच्या समोरची बाकी ह्या सारख्या आल्या ह्मणजे गुणाकार खरा\* आहे असे समजावे. जसे,

मागील उदाहरणातील गुण्यांक ३४६७ ह्यांची बेरीज २० ह्यांतील सर्व ९ टाकून बाकी राहिले २ ते उजवेकडील कोनांत लिहिले, ह्याचप्रमाणें गुणकांक ६९२ ह्यांची बेरीज १७ ह्यांतील ९ जाऊन बाकी ८ राहिले ते डावेकडील कोनांत लिहिले, नंतर  $८ \times २ = १६$  ह्यांतील ९ टाकून बाकी ७ राहिले ते तिसरे कोनांत लिहिले, आणि गुणाकारांतील सर्व अंक २३९९१६४ ह्यांची बेरीज ३४; ह्यांतील सर्व ९ टाकून बाकी ७ राहिले ते चवथे कोनांत लिहिले, आतां वरच्या व खालच्या कोनांतील अंक एकच आले म्हणून गुणाकार बरोबर आहे.

पुढे जीं अभ्यासाकरितां उदाहरणें दिलीं आहेत, त्यांचा ताळा शिकणाऱ्यांनीं कोणते तरी एक रीतीनें किंवा दोन्हीं रीतींनीं करून पाहावा.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ.	३४५६७३	×	२,	४५७६३२	×	३.
२ उ.	४१५७६३	×	४,	३७१२८१	×	५.
३ उ.	६३५४३२	×	६,	४२१३७५	×	७.
४ उ.	३७८९१४	×	८,	४७६५३९	×	८.
५ उ.	४३५९७६	×	९,	९७८५६४	×	११
६ उ.	४२६७८२	×	१२,	८७६५४९	×	१२.
७ उ.	३७८१८५	×	१६,	४५६९३२	×	१८.
८ उ.	७१२४३६	×	२४,	५४३८१७	×	२७.
९ उ.	५९३६५४	×	३०,	६९२७२८	×	३६.
१० उ.	७६५४३८	×	४०,	५९६४३७	×	४५.

\*गुणाकाराच्या रकमेपैकीं एकाद्या अंकांत एक अंक जास्ती झाला आणि दुसऱ्यांत एक कमी झाला, तर गुणाकारांत चूक असतांनाही ताळा बरोबर मिळतो. कारण असें झाल्यानें गुणाकारांच्या अंकांच्या बेरीजेत भेद पडत नाहीं. परंतु अशी चूक क्वचित् होते.

११ उ.	६४२१९८ × ६०,	७५६३२८ × ७२.
१२ उ.	९१३७४८ × ९६,	८१४७६५ × ८४.
१३ उ.	२३४९१५ × १२३,	७०४७४५ × ६१५.
१४ उ.	४६९८३० × ३६९,	३९१५२५ × ८६१.
१५ उ.	११७४५७५ × २२१४,	३५२३७२५ × २५८३.
१६ उ.	१६४४४०५ × ७७४९,	२३१५४९ × ८८५६.
१७ उ.	४६३०९८ × ७३८०,	१३८९२९४ × ८९००.
१८ उ.	९२६१९६ × ७८९६,	२७७८५८८ × ९८६७.

### भागाकार.

भागाकार हा एका प्रकारच्या वजावकीचा संक्षेप आहे, ह्यणजे एका संख्येत दुसरी संख्या किती वेळां वजा जाईल हे काढणे झाल्यास भागाकाराने काढता येते. भाज्यांतून भाजक एकदां दोनदां तीनदां ह्याप्रमाणे वजा करित करित शून्य अथवा भाजकापेक्षां कमी वाकी उरेपर्यंत वजा केला तर तो किती वेळां वजा केला हे भागाकाराने समजते.

भागाकारांत ज्या संख्येस भागावयाचे तीस भाज्य, जिने भागावयाचे तीस भाजक, आणि भागून जाी संख्या येईल तीस भागाकार, असे ह्यणतात.

लहान लहान भागाकार करण्याचे काम पाढ्यांनीं लौकर होतें, जसे ६३ ह्यांत ७ हे किती वेळां वजा जातील? असा प्रश्न केला तर, ७ नवे ६३, ह्यणजे ९ वेळां वजा जातील हे लागलेच लक्षांत येते.

ह्यापेक्षां कठिण प्रश्न असल्यास पुढील रितीने उत्तरें काढावीं.

जर भाजक दहांपेक्षां कमी, किंवा आपणास जे पाढे येत आहेत त्यांचे आंत आहे, तर भाज्य संख्येच्या डावे वाजूस एक कोंस करून त्याचे मागे भाजकांक लिहावा. नंतर खालीं रेघ काढून तिच्या खालीं भागाकाराचे अंक लिहावे. भागण्यास भाज्यांकाचे डावेकडून आरंभ करावा.



भाजकांकापेक्षां भाज्यसंख्येंतील पहिला अंक लहान असला तर भाजकसंख्या वजा जाईल इतके त्याच्या पुढचे अंक त्यावर घेऊन त्यांतून भाजकसंख्या किती वेळा वजा जाईल तें पहावें ; नंतर तो वेळांक रेघेखाली मांडून त्यानें भाजकसंख्या गुणून तो गुणाकार भाज्यसंख्येंतील घेतलेल्या अंकांतून वजा करावा, बाकी राहिल तिजवर आणखी भाज्यसंख्येंतील अंक घ्यावा. हा नवा भाज्य झाला. नंतर पुन्हा पहिल्याप्रमाणें करून बाकी काढावी. ह्याप्रमाणें भाज्यसंख्येंतील सर्व अंक संपत तोंपर्यंत करावें, जसें,

४)२३७९ } ह्या उदाहरणांत पहिल्यानें भाज्यांकांतील २ घेतले  
५९४ $\frac{३}{४}$  } परंतु त्यांत ४ हे वजा जात नाहींत म्हणून दोन अंक  
 २३ घेतले. आतां ४ पंचें २० आणि ३ तेवीस म्हणजे तेविसांत  
 ४ हे पांच वेळा वजा जाऊन बाकी ३ उरले. भाग पांच आला तो  
 रेघेखाली लिहिला. बाकी ३ शतक उरले त्यांवर ७ दशक घेतले, तेव्हां  
 ३७ दशक झाले. आतां ३७ त ४ हे ९ वेळां जाऊन बाकी १ दशक  
 उरला. ९ हे रेघेखाली पांचांवर लिहिले. बाकी १ दशक उरला त्यावर  
 ९ एकं घेतले तेव्हां १९ एकं झाले ह्यांतून ४ हे ४ वेळां वजा जाऊन  
 बाकी ३ उरले.

बाकी भागाकाराच्या पुढें लिहावी, ती अशी कीं प्रथम बाकी लिहून तिचे खालीं रेघ काढून त्या रेघेखालीं भाजकांक लिहावा, जसें ५९४ $\frac{३}{४}$  बाकी अशी कां लिहितात हें पुढें अपूर्णांकांत समजेल.

जेव्हां भाजक, आपणास पाडे येतात त्यांहून मोठा असतो तेव्हां भाजक डावे बाजूस पहिल्याप्रमाणें लिहून भाज्यांकाचे उजवे बाजूस एक कोंस करून त्याचे बाहेर भागाकार लिहावा.

$$\begin{array}{r}
 २३.४२)३७९५४३(९०३६\frac{३१}{२} \\
 \underline{३७८} \\
 १५४ \\
 \underline{१२६} \\
 २८३ \\
 \underline{२५२} \\
 ३१
 \end{array}$$

द्व्या उदाहरणांत पूर्वीप्रमाणें  
आरंभ करून पाहिलें तों ४२ हे  
३ ह्यांत वजा जात नाहींत, व ३७  
तही जात नाहींत परंतु ३७९

ह्यांत जातात. आतां ३७९ ह्यांत ४२ हे ९ वेळां वजा गेले, म्हणजे ४२  
नवें ३७८, हे ३७९ ह्यांत वजा जाऊन बाकी १ राहिला, भागाकार ९  
आला तो उजवेकडील कोंसाबाहेर लिहिला. बाकी राहिला १ त्यावर  
घेतले ५, म्हणजे झाले १५, ह्यांत ४२ वजा जात नाहींत म्हणून भागं  
नास्तित् लभते शून्यं, म्हणजे भागाकारांत नवांवर ० दिलें. पुन्हा १५वर  
घेतले ४ तेव्हां १५४ झाले, ह्यांत ४२ हे ३ वेळां म्हणजे ४२ व्रीक  
१२६ गेले. बाकी राहिले २८ त्यांवर घेतले ३ तेव्हां झाले २८३, ह्यांत  
४२ हे ६ वेळां म्हणजे ४२ सक २५२ गेले, तेव्हां बाकी राहिले ३१  
ते पूर्वी सांगितल्याप्रमाणें भागाकाराच्या पुढें लिहिले. भागाकार  
९०३६ $\frac{३१}{२}$  हें उत्तर.

भाजकांकाचे अवयव करितां आले तर गुणाकारांत सांगि-  
तल्या रीतीच्या उलट करावे, म्हणजे प्रथम एका अवयवानें  
भागून जो भागाकार येईल त्यास दुसरे अवयवानें भागावें.

अवयवांनीं निरनिराळें भागनांनां जर शेष अंक राहिले तर ते एकी-  
कड मांडावे. नंतर शेवटचे जे शेष राहिले असतील त्यांस शेवटील  
अवयवाचे वरील भाजकानें गुणून त्या गुणाकारांत त्या समोरचे राहि-  
लेले शेष अंक मिळवावे, याप्रमाणें सर्व शेषांक मिळवित जावें, शेवटीं  
जी बेरीज येईल ते पूर्ण शेषांक असैं समजावें.

७३१ यांस ८४ यांणीं भागावयाचें. येथें यांचे दोन अवयव  
१२ आणि ७ हे होतात म्हणून.

$$\left. \begin{array}{r}
 ७७३१ \\
 १२)१०४.३ \\
 \underline{८४}
 \end{array} \right\}$$
 ७३१ यांस पहिल्यानें ७ नीं भागिलें तेव्हां बाकी  
 ३ उरले. नंतर १०४ यांस १२ नीं भागिलें तेव्हां बाकी  
 ८ उरले म्हणून ८ गुणिले ७ बर.बर ५६ यांत पहिले शेषांक ३

मिळविले म्हणजे ५९ येतात. हे पूर्ण शेषांक झाले, आणि भागाकार ८ आला.

भाज्य व भाजक यांवर कांहीं शून्ये असल्यास भाजकावरचे शून्यांइतकीं भाज्यावरचीं शून्ये छेकून टाकावीं नंतर भागाकार करण्यास आरंभ करावा.

उदाहरण ६०० यांस जर १२० यांणीं भागावयाचें आहे तर ६०यांस १२ नीं भागून भागाकार ५ सांगावा.

ताळा० भागाकारास भाजकांकानें गुणून त्या गुणाकारांत बाकी राहिली असल्यास मिळवावी; बेरीज भाज्य संख्येबरोबर आली तर भागाकार खरा आहे, असें समजावें.

अथवा, गुणाकारांत सांगितल्याप्रमाणें ९ टाकून ताळा पहावा.

पुढें अभ्यासाकरितां उदाहरणें दिलीं आहेत त्यांचे ताळे दोन्ही रीतींनीं शिकणाऱ्यांनीं करून पहावे.

अभ्यासकारितां उदाहरणें.

१ व.	४३२५१६ ÷	२,	३५१७०९ ÷	३.
२ व.	५४३७५३ ÷	४,	७१३९१५ ÷	५.
३ व.	३०५७३४ ÷	६,	५१६०२४ ÷	७.
४ व.	४३५७२० ÷	८,	३९५४२४ ÷	८.
५ व.	५६७०३५ ÷	९,	४५७०४० ÷	११.
६ व.	७१६०५५ ÷	१२,	९३६५७१ ÷	१२.
<hr/>				
७ व.	२३६६७४५ ÷	१५,	७९५४३२६ ÷	१८.
८ व.	६३४२५७६ ÷	२४,	६५४९३७२ ÷	३६.
९ व.	४७३३४९१ ÷	४५,	५३७४३३१ ÷	६०.
१० व.	७८२५६०७ ÷	६४,	३७९५४६९ ÷	७०.
११ व.	३७५४३२९ ÷	८०,	६५९०७३९ ÷	८४.
१२ व.	८७९१६०५ ÷	८८,	७६५४३२५ ÷	९६.
<hr/>				
१३ व.	३७६५०९७ ÷	२३,	४६१३५७० ÷	३७.
१४ व.	५१२३४२५ ÷	४१,	२९५४३७१ ÷	४७.
१५ व.	३७५५१२३ ÷	२३४,	५७३४१२३ ÷	३३४०.
१६ व.	३४५३०१३५ ÷	३५७,	७६५४९१३९ ÷	५४३.
१७ व.	२९०७३५३२ ÷	६९३०,	५६०५४३२७ ÷	७३२३.
१८ व.	९५६२४३७१ ÷	८७९०,	३४५६०७९५ ÷	९८९७.

संख्यापरिमाण, मिळवणी, वजाबाकी, गुणाकार, व भागाकार, ह्या सर्वांवर साधारण प्रश्न.

- १ उ. १२ लक्ष १२ हजार १२ शें १२ ही संख्या मांडून दाखीव!
- २ उ. ९९ लक्ष ९९ हजार ९९ शें ९९ ही संख्या मांड!
- ३ उ. ११५ लक्ष ११५ हजार ११५ शें ११५ ही संख्या मांडून दाखीव!
- ४ उ. २ लक्ष १४ कोडी\* हजार १५ दस्ते † व ११२ पानें मिळून सर्व कागदांचीं पानें किती झालीं?
- ५ उ. एका शहरांत ११२५ घरे होती, आणि दर घरांत ४ पुरुष ३ बायका व ६ पोरें ह्याप्रमाणें होती; त्यांतून दुसरे गांवीं यात्रेकरितां एकंदर ५६१२ माणसें गेलीं, तेव्हां शहरांत बाकी किती माणसें राहिलीं तें सांग!
- ६ उ. एका मनुष्यास ५ पुत्र होते, आणि प्रत्येक पुत्राचें वय ३ वर्षीच्या अंतरानें होतें, पहिला मुलगा त्यास त्याचे २० वे वर्षी झाला, तेव्हां शेवटचे मुलाचे २५ वे वर्षी त्यांचे वय किती होतें?
- ७ उ. एका गृहस्थाचें लग्न २६ वर्षी झालें, व बायकोचें वय पंधरा वर्षीचें होतें तेव्हां त्यास मुलगा झाला, तो आतां २० वर्षीचा आहे आणि त्या गृहस्थाचें वय ५३ वर्षीचें आहे, तेव्हां लग्नांत बायको किती वर्षीची होती तें सांग!
- ८ उ. शके १७६८ सालीं एका मनुष्याचा जन्म झाला, पुढें २० वर्षीनंतर त्याचें लग्न झालें, व लग्नानंतर पुढें १० वर्षीनीं त्यास पुत्र झाला. तेव्हां पुत्राचा जन्म कोणते शकांत झाला ?
- ९ उ. एका कुटुंबांत १० पुरुष १२ बायका व १६ पोरें होती; आणि पुरुषास ४ रुपये, बायकोस ३ रुपये व पोर्यास २ रुपये, ह्याप्रमाणें दरमहा खर्च लागत असे, तेव्हां सर्व कुटुंबाचा दरमहा किती रुपये खर्च होता हें सांग!
- १० उ. वर्षाचे माहिने १२ त्यांत एप्रिल, जून, सप्टेंबर, व नोवेंबर, हे तीस तीस दिवसांचे माहिने आहेत, फेब्रुवारीचे दिवस २८, व

\* २० झणजे १ कोड. † २४ कागदांचा १ दस्ता.

बाकीचे सर्व महिने एकतीस एकतीस दिवसांचे आहेत, तेव्हां वर्षाचे एकंदर दिवस किती!

११ उ. पुणे शहरांत एकंदर ९१२५० लोक आहेत, आणि दर वर्षास सुमारे १८२५ मनुष्ये जन्मतात, तेव्हां दररोज किती जन्मतात तें सांग! तसेंच एका वर्षांत १ उत्पन्नास किती लोक पडले तें सांग. वर्षाचे दिवस ३६५.

१२ उ. एका पैशाचे चार आंबे प्रमाणें २०० आंबे घेतले, व एका पैशाचे ६ पेरू प्रमाणें ६० पेरू घेतले, आणि पैशाचे ५ अंजीर प्रमाणें ४० अंजीर घेतले, तेव्हां सर्व मिळून फळें किती झालीं व त्या सर्वांस पैसे किती पडले तें सांग!

१३ उ. दररोज ८ फळांचा धर्म केल्यास चतुर्मासांत एकंदर किती फळें लागतील! महिन्याचे दिवस ३०.

१४ उ. सन १८५३ सालांत इंग्रज सरकारास हिंदुस्थानांत खाली लिहिल्या प्रमाणें उत्पन्न झालें, तेव्हा तें सर्व मिळून एकंदर किती उत्पन्न झालें तें सांग!

जमिनीचें उत्पन्न .....	पौंड १२५४४१७८
जळमार्गावरची जकाद .....	" ११८२२९५
मिठागराचें हाशील .....	" १९४२०६४
अफूची विकरी .....	" ३४८५५६१
तंबाखूची विकरी .....	" ५१३९४
टपालचें उत्पन्न .....	" २२६४७
छापील कागदाचें उत्पन्न .....	" ४३५६५३
टांकसाळेचें उत्पन्न .....	" १४०३६२
दर्यावर्दी ..	" ९९६२२
न्यायखातें दंड वगैरेची जमा .....	" १४०६९२
सिंगापूर वगैरे ठिकाणचें उत्पन्न .....	" ६१६८९
कुर्गाचें राज्याचें उत्पन्न .....	" १५२४
नजर नजराणा .....	" १०८२४
व्याज .....	" ५४१०
इतर किरकोळ जमा .....	" ३४१९१

१५ उ. दर पौंडाम १० रुपये प्रमाणें वरील उदाहरणांतील सर्व

पौंडांचे किती रुपये झाले? आणि ह्या उत्पन्नांतून सरकारखर्चाबदल १९९२७०२२० रुपये वजा करून बाकी सरकार तिजोरींत शिलक किती राहिले, तें सांग?

### त्रिराशि.

अथवा प्रमाण गणित.

या गणितांत उत्तर काढण्यास तीन परिमाणें अथवा राशी दिल्या असतात, ह्मणून या गणितास त्रिराशि अथवा प्रमाण गणित ह्मणतात.

क्रियेक परिमाणें एकमेकांचे प्रमाणांत वाढतात किंवा कमी होतात, जसें बाजारांत किंमत अधिक किंवा कमी द्यावी त्याप्रमाणें जिन्नस अधिक किंवा कमी येतो, तेव्हां जिन्नस किमतीचे प्रमाणांत आहे असें ह्मणावयास काय चिंता आहे.

पहा बरें, एकपैशाचे चार आंबे मिळत असले तर २ पैशांचे ८, ३ पैशांचे १२, याप्रमाणें मिळतील हें उघड आहे.

त्रिराशि गणितांत तीन राशि दिल्या असतात; त्यांत दोन एक जातीच्या असतात आणि तिसरी वेगळ्या जातीची असते; उत्तर यावयाचें तें तिसऱ्या राशीचे जातीचें असतें.

त्रिराशांत पहिलें व दुसरें हीं दोन्हीं पदें किंवा राशि एका जातीचीं असतात आणि उत्तर यावयाचें त्या जातीचें तिसरें पद असतें. पहिले दोन पदांस प्रमाण पदें, तिसरे पदास इच्छांक व उत्तरास इच्छाफळ म्हणतात. पहिले पदास आदिपद आणि दुसरे पदास मध्यांक अशाही संज्ञा आहेत.

पहिले दोन पदांत जें प्रमाण असतें त्याप्रमाणें तिसरें पद आणि इच्छाफळ यांजमध्ये असतें.

एकापैशाचे ४ आंबे मिळत असले तर एकपैशाचे ठिकाणीं ५ पैसे दिले तर ४ आंब्यांबदल किती आंबे मिळतील? या हिशोबांत एका

पैशाची पांचपट केली तर ४ आंब्यांची पांचपट किती होईल हा प्रश्न आहे, हें संक्षेपानें लिहिण्याची चाल खाली दाखविली आहे.

पै.	पै.	आं.	आं.
१	५	४	२०

उदाहरणांत पहिलीं दोन पदें एका जातीचीं नसलीं तर हिशेब व्हावयाचा नाही. तसेंच तिसरे स्थानीं जें पद असतें त्या जातीचें जर उत्तर मागितलें नाही तरीही हिशेब व्हावयाचा नाही.

कारण पैसा व्हावयाचा त्याच्या ठिकाणीं एका पैशाबदल २ केलीं दिलीं तर विकणारा त्या दोन केळ्यांचे किती आंबे देईल? या प्रश्नांत कांहीं अर्थ नाही. तसेंच एका पैशाचे ४ आंबे मिळत असले तर पांच पैशांचे जेवढे आंबे मिळतील त्या आंब्यांबद्दल केलीं किती येतील या प्रश्नांतही कांहीं अर्थ नाही.

जां परिमाणें सरळ प्रमाणानें वाढतील किंवा कमी होतील त्यांचेच हिशेब त्रिराशि गणितानें होतील. परंतु तशा तऱ्हेचें प्रमाण नसून पहिलीं दोन पदें सजातीय आलीं तथापि उत्तर मिळावयाचें नाही.

उदाहरण. एक मनुष्य मुंबईहून ठाण्यास १२ तासांत जाईल आणि दुसरीं दोन, चार, किंवा पुष्कळ मनुष्यें मुंबईहून निवालीं तरी त्या सर्वास ठाण्यास पांचण्यास १२ च तास लागतील. अधिक मनुष्यें झालीं म्हणून मजल लवकर खेडतां येईल असें नाही.

उदाहरणांत क्रियेक गोष्टी उगीच सांगितलेल्या असतात; त्यांस गणितांत उपयोगांत आणण्याची कांहीं गरज पडत नाही.

बाजारांत आंब्यांच्या ७ टोपल्या भरल्या होत्या. त्यांतील सर्व आंबे २०० हांते ते आम्ही, पैशाचे चार या दरांनें ठरावून घेतले. तर सर्व आंब्यांची किंमत काय झाली? या हिशोबांत ७ टोपल्या उगीच सांगितल्या, त्यांची हिशोबांत कांहीं गरज नाही.

त्रिराशि पदांतील प्रमाण दोन प्रकारचें असतें, एक सरळ किंवा सम प्रमाण; दुसरें व्युत्क्रम किंवा व्यस्त प्रमाण.

परिमाणें अशा प्रमाणांत असलीं कीं त्यांतील एकादें वाढलें असतां दुसरें वाढेल आणि एक कमी झालें असतां दुसरें कमी होईल तर तें सम प्रमाण. जसें किंमत अधिक दिली असतां बाजारांत मालही अधिक मिळेल, आणि कमी दिली असतां कमी मिळेल.

परंतु एक परिमाण वाढलें असतां जर दुसरें कमी होईल आणि एक कमी झालें असतां दुसरें जर वाढेल तर तें व्यस्त प्रमाण. जसें कोणतेंही काम करण्यास माणसें अधिक लावलीं तर तें कमी दिवसांत संपेल, परंतु कमी लावलीं असतां त्यांस तें संपविण्यास अधिक दिवस लागतील.

टीप. शिक्षकांनं विद्यार्थ्यांस अनेक जातींचीं उदाहरणें घालून सम प्रमाण कोणतें व व्यस्त प्रमाण कोणतें, व उदाहरणांत व्यर्थ गोष्टी कोणत्या असतात व खोटीं उदाहरणें कोणतीं यांचा चांगला बोध करून द्यावा.

**दिलेल्या तीन राशीपासून चवथें पद ह्मणजे इच्छाफल काढण्याचें.**

रीति, उदाहरणांत सांगितलेल्या तीन पदांपैकीं उत्तर ज्या जातीचें मागितलें असेल त्या जातीचें जें असेल तें पद तिसरे स्थानीं मांडावें. नंतर प्रमाण सम किंवा व्यस्त असेल त्याप्रमाणें उत्तर अधिक किंवा कमी येणारें आहे याविषय अनुमान करून त्याप्रमाणें राहिले दोन समजाति पदांपैकीं मोठें किंवा धाकटें पद मध्य स्थानीं लिहावें आणि राहिले पद आदि स्थानीं लिहावें.

नंतर मध्यपद आणि इच्छांक यांचा गुणाकार करून त्यास आदि पदानें भागावें ह्मणजे इच्छाफल काय असावें हें समजतें उदाहरण १ लें. बाजारांत ४ पैशांचे ९ आत्रे विकत



मिळतात; तेव्हां एक रूपयाचे किती आंबे येतील? एक रूपया ह्यणजे ६४ पैसे.

या ठिकाणीं पैसे अधिक आहेत तेव्हां आंबेही अधिक येतील हें समप्रमाण झालें. उत्तर आंबे मागतो ह्यणून तृतीय स्थानीं आंबे आले, उत्तर अधिक येणारें सबब अधिक पैसे मध्यस्थानीं आले. आणि कमी पैसे आदिस्थानीं आले.

पै.            पै.            आंबे.

४            : ६४            :            : ९

६४

४)५७६

१४४ आंबे.

रीतीप्रमाणें मध्य व अंत्य या पदांचा गुणाकार ५७६ आला यास आदिपदानें भागून १४४ आंबे इच्छाफळ आहे.

२ रें उदाहरण, आमचे घरांत १० मनुष्ये आहेत त्यांचे पोटास रोज २ पायली तांदुळांचा भात लागतो. आमचे जवळ १ फरा ह्यणजे १६ पायली तांदूळ आहेत ते त्यांस किती दिवस पुरतील?

पुष्कळ दिवस पुरतील. तृतीय स्थानीं दिवस आले, मध्यस्थानीं १६ पायली आल्या आणि आदिस्थानीं २ पायल्या आल्या. उदाहरणांत १० मनुष्ये उगीचें सांगितलीं तीं हिशेबांत येत नाहींत.

पा.            पा.            दि.

२            : १६            :            : १

१६

२) १६

८ दि. हें उत्तर.

३ रें उदाहरण. एक फराभर अन्न आमचे घरांतील १० मनुष्यांस २० दिवस पुरतें. परंतु अकस्मात् आमचे घरीं

आखखीं १० पाहुणे आले तर तेंच अन्न आह्यां सर्वास  
क्रिती दिवस पुरेल ?

१०. मनुष्यांबद्दल आतां खाणारीं २० मनुष्यें झालीं. माणसें  
वाढलीं तर अर्थात अन्न कमी दिवस पुरेल हें व्यस्त प्रमाण झालें.  
तिसरे स्थानीं २० दिवस आले, मध्यस्थानीं १० माणसें आलीं,  
आणि आदिस्थानीं २० माणसें आलीं. म्हणून रीतीप्रमाणें,

$$\begin{array}{r} \text{मा.} \quad \text{मा.} \quad \text{दि.} \\ २० : १० : : २० \\ \quad \quad \quad १० \\ २०) \underline{२००} \\ \quad \quad १० \text{ दि. हें उत्तर.} \end{array}$$

४ ये उदाहरण. आमचे घरापासून ८ कोसांवर एक गांव  
आहे त्या ठिकाणीं जाऊन परत आमचा गडी १० तासांत  
येतो. आह्या ५ असामी निघालीं आणि गड्याचे दुप्पट चाली-  
नें चाललीं, तर त्या ठिकाणीं पोचून परत क्रिती वेळांत येऊं ?

या उदाहरणांत गांवचें अंतर ८ कोस आहे म्हणून सांगितलें,  
याची हिशेबांत कांहीं गरज नाही. आम्हीं पांच असामी आहों  
म्हणून सांगितलें, त्या आम्हा पांचांचीही हिशेबांत कांहीं गरज नाही,  
फक्त आम्हीं दुप्पट चालीनें चाललीं एवढें मात्र लक्षांत घेण्याजोगें  
आहे. लवकर चालण्यानें परत लवकर येऊं हें व्यस्त प्रमाण  
झालें. तृतीय स्थानीं १० तास आले, मध्यस्थानीं १ चाल आली  
आणि आदिस्थानीं २पट चाल आली. म्हणून रीतीप्रमाणें,

$$\begin{array}{r} \text{चा.} \quad \text{चा.} \quad \text{ता.} \\ २ : १ : : १० \\ \quad \quad \quad १ \\ २) \underline{१०} \\ \quad \quad ५ \text{ तासांत येऊं हें उत्तर.} \end{array}$$

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१. ७ कवड्या देऊन १० बोरें विकत मिळतात, १४ गंडे म्हणजे  
५६ कवड्या दिल्या तर बोरें क्रिती येतील ?

२. दोन आण्यांचे कागद, खडे लिहावयास ३ महिने पुरतात, तेव्हां १ वर्ष किंवा १२ महिन्यांत किती आण्यांचे कागद लागतील ?

३. आमचे शाळेत ६४ मुलें आहेत त्यांची फी दर महिना ४ रुपये उत्पन्न होत्ये, त्याच शाळेत फीचें उत्पन्न १० रुपये झालें तर मुलें किती असावीं बरें ?

४. आमचे घराचे मागे एक नळ आहे त्यावाटे पाणी ३ तासांत २५ घागरी बाहेर येतें. तोच नळ जवळचे एका हौदांत सोडला तर तो हौद २ दिवसांत म्हणजे ४८ तासांत पूर्ण भरतो. तर तो हौद किती घागरींचा असावा ?

५. दर हातास दोन आण या दरानें २५ माणसांनीं ८० हात भित घातली असतां १० रुपये मिळतात. तर त्याच दरानें १० माणसांनीं दुसरी भित घालून १०० रुपये मिळविले तेव्हां त्यांनीं किती हात भित घातली असावी बरें ?

६. एका घराचें भाडें दर महिन्यास २ रुपये पडतें, तर त्याच घराचा १० महिन्यांचा आकार किती होईल ?

७. एका मुलाच्या स्लेट, पाठी, व बुकास ३ रुपयांचा खर्च पडतो. आतां कोणी एका गृहस्थानें गरीब मुलांकरितां ६० रुपये बक्षीस दिले आहेत. तर तेवढ्यांत किती मुलांपुरत्या स्लेटी, पाट्या व बुकें मिळतील ?

८. एका पूर आलेल्या नदींत एक लांकूड टाकलें असतां तें एका तासांत २ कोस लांब जातें, तेंच लांकूड एके दिवसांत म्हणजे २४ तासांत किती लांब जाईल ?

९. एका २४० घागरींच्या हौदास दोन नळ आहेत. एकांतून पाणी आंत येतें, तो सोडला तर तो हौद १० तासांत भरतो व दुसऱ्या नळांतून पाणी बाहेर जातें. तो सोडला तर २० तासांत हौद रिकामा होतो. ते दोन्ही नळ मोकळे असले तर तो हौद किती वेळांत भरेल ?

१०. पैजेचे घोडे ३ मिनिटांत म्हणजे १८० सेकंदांत एक सगळा फेरा फिरून येतात, व त्यांचे धांवण्याचा वेग दर सेकंदांत ३० हात जाण्याचा आहे, तर एका फेऱ्यांत त्या घोड्यांस किती हात लांब धांवावें लागतें तें सांग ?

११. अमुक वेळीं माझी सावली ५ विती लांब पडली आहे व माझी उंची ८ विती आहे, त्याचसमयीं एका घराची सावली मोजली ती १० हात लांब भरली तर तें घर किती हात उंच असावें ?

या जातीचे अनेक प्रश्न शिक्षकानें विद्यार्थ्यांस घालून त्यांस त्रिराशि गणिताची चांगली माहिती करून द्यावी.

### पंचराशि व बहुराशि प्रमाण.

जेव्हां एकादें परिमाण दोन किंवा अधिक परिमाणांशीं प्रमाणांत असतें तेव्हां ज्या प्रमाणानें त्या परिमाणांचा परस्पर संबंध असेल त्याप्रमाणें पंचराशि किंवा बहुराशि प्रमाण उत्पन्न होईल.

उदाहरण. एकादें शेताचें क्षेत्र किंवा जमीन लांबी प्रमाणें वाढते आणि रुंदी प्रमाणेंही वाढते. त्याचप्रमाणें आपणास एक ओटा घालणें आहे तर, त्याची लांबी रुंदी आणि उंची ज्याप्रमाणें जाती घ्यावी त्याप्रमाणें त्याचे कामाचा आकार अधिक होईल.

पंच किंवा बहुराशि प्रमाणाचे हिशेब मांडण्याची तऱ्हा त्रिराशि प्रमाणेंच आहे, परंतु दोहोंत फेर इतकाच कीं बहुराशींत पहिले व दुसरे स्थानीं अनेक एकमा येतात, आणि उत्तर अधिक किंवा कमी येत आहे हें दर परिमाणाशीं वेगळालें पाहून त्या प्रमाणें भारी किंवा हलका अंक मध्यस्थानीं मांडावा लागतो.

पुढें एक दोन उदाहरणें करून दाखविलीं आहेत त्यांवरून वर सांगितलेली गोष्ट चांगली लक्षांत येईल.

उदाहरण. ३६ हात लांब, व १२ हात रुंद अशी सत्रंजी काढावयास ५० रूपये पडतात ; तर ६० हात लांब व ८ हात रुंद अशी सत्रंजी काढावण्यास किती रूपये पडतील ?

अधिक लांबीस अधिक रूपये पडतील, म्हणून लांबीपैकी मोठी लांबी मध्यस्थानीं येईल.

कमी रुंदीस कमी पैसा पडेल, म्हणून कमी रुंदी मध्यस्थानी येईल म्हणून,

	हा.	हा.	रु.
लां.	३६	: ६०	:: ५०
रुं.	१२	: ८	::

या उदाहरणांत मध्यस्थानी ६० आणि ८ हीं दोन पदें आलीं त्यांचा गुणाकार ४८० आला, त्यास तृतीयस्थानीचे ५० रुपयांनीं गुणिलें तेव्हां गुणाकार २४००० आला, त्यास आदिस्थानचे ३६ आणि १२ यांचे गुणाकारानें द्व० ४३२ यांनीं भागिलें तेव्हां भागाकार ५५ $\frac{५}{६}$  इतके रुपये आले. हें उत्तर आलें.

२ रें उदाहरण. १०० हात भित, ४ माणसें ५ दिवसांत रंगवितात, तर २०० हात भित २० मनुष्यें किती दिवसांत रंगवितील ?

या उदाहरणांत भित अधिक हात लांब रंगवावयाची आहे ती रंगविण्यास अधिक दिवस लागतील, हें सम प्रमाण आहे म्हणून मध्यस्थानी २०० हात आले.

परंतु जर काम करण्यास मनुष्यें अधिक लाविलीं तर तीं तें काम लवकर संपवितील, हें प्रमाण व्यस्त आलें आणि मध्यस्थानी ४ माणसें आलीं. म्हणून रीतीप्रमाणें मांडून.

	हा.	हा.	दि.
भि.	१००	: २००	:: ५
म.	२०	: ४	
	२०००	८००	
		५	

२०००)४०००

२ दिवस हें उत्तर.

३ रें उदाहरण. ४ हात लांब, ३ हात रुंद आणि २ हात ओंड असा खाडा खणावयास २ रुपये पद्धतात,

तर १६ हात लांब, १२ हात रुंद, ८ हात ओंड असा खाडा खणावयास किती खर्च होईल ?

येथें रीतीप्रमाणें सर्व परिमाणें सम प्रमाणांत आहेत ह्मणून,

	हा.	हा.	रु.
लांब	४	१६	२
रुंद	३	१२	
ओंड	२	८	

$$\frac{१६ \times १२ \times ८ \times २}{४ \times ३ \times २} = १२८ \text{ रुपये. हें उत्तर.}$$

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. बाजारांत १ हात रुंद व २ हात लांब इतके कापडास २ आणे पडतात, आणि आमचे एका खोलीस जाजम करावयाचें आहे ती २० हात लांब आणि १० हात रुंद आहे, तर त्या जाजमाचे कापडास काय पडेल ?
- २ उ. २ हात लांब २ हात रुंद आणि १ हात उंच इतक्या कामास १ रुपया खर्च होतो, तर २० हात लांब, व तितकाच रुंद व तितकाच उंच इतक्या ओठ्याचे कामास किती खर्च येईल ?
- ३ उ. एका भटारखान्यांत ३ मनुष्यांस दोन दिवसांत १ रुपया खर्च होतो, तर १० मनुष्यांस १५ दिवसांत किती खर्च होईल ?
- ४ उ. १ हात लांब, १ हात रुंद, १ हात ओंड इतक्या खाड्यांत १ हांडा पाणी मावतें, तर १० हात रुंद, १० हात लांब, १० हात ओंड इतक्या खाड्यांत किती हांडे पाणी मावेल ?
- ५ उ. शंभर रुपयांस १ वर्षाचें ५ रुपये व्याज पडतें तर ५०० रुपयांस ३ वर्षांचें किती व्याज पडेल ?
- ६ उ. शंभर रुपयांचे ५ रुपये व्याज मिळाय्यास एक वर्ष लागतें, तर ५०० रुपयांचें तितकेंच व्याज येण्यास ते सावकाराकडे किती दिवस ठेवावे ?
- ७ उ. अकरा अकरा बंदांच्या ३००० वह्या तयार करण्यास

६६ रिमें कागद लागतात; तर १२<sup>३</sup> बंदी वद्या १००० तयार करण्यास किती कागद लागतील ?

८ उ. कोणी मनुष्य दररोज ८ तास प्रमाणे चालत असतां ३ दिवसांत ९० मैल जमीन चालतो; तर तोच ६ तास प्रमाणे चालला तर ५४० मैल जाण्यास किती दिवस लागतील ?

९ उ. ८ माणसें ९ दिवसांत १०० फूट लांब ३ फूट रुंद ४ फूट ६ इंच खोल असा चर खणितात; तर ८० फूट लांब ५ फूट रुंद आणि २ फूट खोल असा चर ५<sup>३</sup> दिवसांत तयार करण्यास किती माणसें लागतील ?

१० उ. लोखंडाच्या ६ कांबी, एकेक ४ फूट लांब ३ फूट रुंद व २ फूट जाड असली तर २८८ पौंड वजन भरतात; तर १५ कांबी दरएक ६<sup>३</sup> फूट लांब ४ फूट रुंद, आणि ३ फूट जाड असल्या तर त्या किती वजन भरतील ?

११ उ. ७ मनुष्ये रोज ८ तास मेहनत करित असतां १००० पौंड भांडवलावर ७ महिन्यांत १०० पौंड नफा मिळवितात; तर २१ मनुष्ये दररोज ११ तास मेहनत करित असतां एक वर्षांत किती नफा मिळवितील ?

१२ उ. ३० पुरुष ४५ बायका दररोज १२ तास प्रमाणे काम करित असतां, २० दिवसांत एक शेत कापितात, तर त्यांनीं १२ दिवस काम करून बाकी राहिलेलें काम दररोज १० तास प्रमाणे करून ४ दिवसांत संपविणें आहे, तर किती मनुष्ये जास्त लाविली पाहिजेत; २ पुरुषांचें काम ३ बायकांच्या कामा बराबर आहे.

१३ उ. एका किल्यांत १७५० मनुष्ये आहेत, व दर मनुष्यास दररोज २॥ शेर प्रमाणे सर्व मनुष्यांस पुरे इतकी सामग्री आहे, परंतु न्या किल्यांत १५० मनुष्ये जास्त आलीं, व शत्रूचा वेढा पडल्यामुळे बाहेरील सामग्री येण्याचें बंद झालें, त्यामुळे ती सामग्री त्या मनुष्यांस ९ महिने पुरविणें आहे, तर दरमनुष्यास दररोज किती शेर अन्न द्यावें म्हणजे पुरेल ?

१४ उ. १४ मनुष्ये दर मिनिटांत एक बंब ५ वेळ दाबीत असतां ३ दिवसांत दररोज ६ तास प्रमाणे ३६०० ग्यालन पाणी का.

ढितात तर ११ मनुष्ये दर मिनिटांत ७ वेळ दाबीत असतां ७४०० ग्यालन पाणी किती दिवसांत काढिताल? दुसरा बंब पहिल्या बंबाच्या दीडपटीने मोठा आहे.

### दृढभाजक.

एका संख्येने दुसरी संख्या निःशेष भागली जात आहे तर त्या संख्येस दुसरीचा भाजक म्हणतात, आणि दुसरीस पहिले संख्येचा भाज्य म्हणतात, जसें, २ हे १२ चे भाजक आहेत, आणि १२ हे २ चे भाज्य आहेत.

कित्येक संख्या अविभाज्य आहेत, झणजे त्यांस दुसरे कोणतेही संख्येने भागिले असतां त्या निःशेष भागल्या जात नाहींत.

उ. ३, ५, ७, ११, १३, १७, १९, २३, २९, ३१, इ०.

ज्या संख्या दुसऱ्या संख्यांनीं निःशेष भागल्या जातात त्या भाज्य आहेत. उ० २, ४, ६, ८, १०, इ०.

२४ ही संख्या २, ३, ४, ६, ८, १२, इतक्या संख्यांनीं निःशेष भागली जाते म्हणून २४ ही संख्या त्यांचा भाज्य आणि त्या २४ च्या भाजक आहेत. ह्या सर्व भाजकांत १२ ही संख्या मोठा भाजक आहे म्हणून तीस २४ ह्या संख्येचा दृढभाजक म्हणतात.

कित्येक संख्या दोन किंवा अधिक संख्यांचे साधारण भाजक असतात.

उ. १२ चे भाजक, १२, ६, ४, ३, २, हे आहेत.

तसेंच १८ चे भाजक, १८, ९, ६, ३, २, आहेत.

ह्यांत २, ३, ६, हे अंक १२ आणि १८ ह्या दोन्ही संख्यांचे साधारण भाजक आहेत, परंतु ह्यांत ६ ही संख्या त्यांचा दृढभाजक आहे.

दृढभाजक काढण्याची रीति. दोन संख्यांचा दृढभाजक काढणे झाल्यास, मोठे संख्येस लहान संख्येने भागावे, भागून बाकी उरेल तिने भाजकास भागावे, ह्याप्रमाणे करीत करीत शेवटीं भाग बरोबर तुटपर्यंत करावे. शेवटचा जो भाजक तो त्या संख्यांचा दृढभाजक होय.



ह्या रीतीची सिद्धता बीजगणित शिकल्यावर कळेल. अपूर्णा-  
कांस अति सरळरूप देण्यांत दृढभाजकाचा फार उपयोग पडतो.

विद्यार्थ्यांस ही रीत चांगली समजावी म्हणून खाली एक  
उदाहरण करून दाखविलें आहे.

उ० ३५७५ आणि १२५४५५ ह्यांचा दृढभाजक काढ.

$$\begin{array}{r}
 3575 \quad 125455 \quad (35 \\
 \underline{10725} \\
 16205 \\
 \underline{13875} \\
 330 \quad 3575 \quad (10 \\
 \underline{330} \\
 275 \quad 330 \quad (1 \\
 \underline{275} \\
 55 \quad 3575 \quad (5 \\
 \underline{275} \\
 000
 \end{array}$$

शेवटीं ५५ ह्यांनीं भाग बरोबर तुटला म्हणून दिलेल्या दोन्ही  
संख्यांचा ५५ दृढभाजक आहे.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

- १ उ. २२४ आणि ३३६; ३४८ आणि १०२४; १७२ आणि २०४२;  
१२२५ आणि ६२५; २१२१ आणि १३१३ ह्यांचे दृढभाजक काढ.
- २ उ. ४२९ व ७१५; ३७७ व ११३१; २४३१ व ७७०; ९००  
व ३४७४; १३३९ व २४०१, ह्यांचे दृढभाजक काढ.
- ३ उ. २३१४ व ३७२१; ७००७ व ७३९२; ४१६५ व ६८६;  
१७९३ व २६६० ह्यांचे दृढभाजक काढ.
- ४ उ. ५३२५ व ८३०७; ३७७५ व १००००; ७०५६ व  
७३९९२; ६३२७ व २३९९७ ह्यांचे दृढभाजक काढ.
- ५ उ. १२३२१ व ५४३४५; २४७२० व ४१५५ ह्यांचे दृढभा-  
जक काढ.

### लघुतम साधारण भाज्य.

ह्या प्रकरणास कर्नल जॉर्जिस साहेब ह्यांनीं हट्टनकृत

गणिताचे वुकाचे भाषांतरांत लघुतम साधारण गुणाकार हें नांव दिलें आहे, परंतु त्यास लघुतम साधारण भाज्य हें नांव असावें हें योग्य आहे, हें पुढील उदाहरणावरून सहज लक्षांत येईल.

२, ३, ४, ६, ह्यांची १२ ही संख्या भाज्य आहे, कारण ह्या सर्वैनी ती निःशेष भागिली जाते.

२४, २६, ४८, इ० ह्याही संख्या वरील अंकांचे भाज्य आहेत, परंतु ह्यांत १२ हीच संख्या लघुतम साधारण भाज्य आहे कां की १२ पेक्षा लहान कोणतीही संख्या त्या भाजकांनी निःशेष भागिली जात नाही, म्हणून १२ ही संख्या २, ३, ४, ६, ह्यांचा लघुतम साधारण भाज्य आहे.

दिलेल्या संख्यांचा साधारण भाज्य काढणें झाल्यास त्या सर्वांचा गुणाकार करावा म्हणजे तो भाज्य झाला. परंतु लघुतम साधारण भाज्य काढणें झाल्यास पुढील रीतीने काढावा.\*

### लघुतम साधारण भाज्य काढण्याची रीत.

दिलेल्या संख्या एका ओळींत मांडाव्या, नंतर त्यांतील कांहीं संख्या जर त्यांतीलच कित्येक संख्यांच्या भाज्य असल्या तर त्या भाजक संख्या मोडून टाकाव्या, नंतर राहिलेल्या संख्यांतील अंकांस निःशेष भाग जाईल असा एक भाजक घ्यावा, आणि त्यानें जितक्या संख्या भागिल्या जातील तितक्या भागाव्या; नंतर ह्या घेतलेल्या भाजकाचे प्रभाग मनांत करावे, आणि त्यांनीं ज्या संख्या भागिल्या जातील त्या भागाव्या. हे सर्व भागाकार दिलेल्या संख्यां-

\* व्यवहारी अपूर्णाकांतील मिळवणीचे व वजाबाकीचे रकमांचे समच्छेद करण्याकरिता ह्या रीतीची गरज लागते.

खालीं रेघ ओढून तिचे खालीं त्या त्या संख्यांखालीं लिहावे. आणि घेतलेला भाजक व त्याचे प्रभाग ह्यांतून एकानेही भागल्या जात नाहीत अशा कांहीं संख्या असतील त्याही रेघेखालीं लिहाव्या. म्हणजे ही दुसरी ओळ तयार झाली. हीसही वरचेच प्रमाणें करावें. ह्याप्रमाणें करितां करितां शेवटीं अविभाज्य संख्या खालीं राहतील. आतां ह्या अविभाज्य संख्या आणि मागें घेलेले भाजक ह्यांचा गुणाकार करावा, म्हणजे ती दिलेल्या सर्व संख्यांचा लघुतम साधारण भाज्य होईल. जसें,

२४, १६, ६, २०, ४, ८, १०, ३०, १२, २५, ह्या संख्यांचा लघुतम साधारण भाज्य काढावयाचा.

आतां दिलेल्या संख्या एके ओळींत लिहिल्या.

१२ २४. १६. ६. २०. ४. ८. १०. ३०. १२. २५

---

$१२ \times ४ \times २५ = १२००$  लघुतमसाधारण भाज्य. हें उत्तर.

आतां पहा कीं २४ ह्या संख्येनें जे भाज्य निःशेष भागले जातील ते ६, ४, ८, १२ ह्यांनींही भागले जातील, म्हणून त्या संख्या मोडून टाकल्या. तसेंच २० ह्या संख्येनें जे भाज्य भागले जातील ते १० नींही भागले जातील, म्हणून १० मोडले. आतां आपणास विचार करण्याजोग्या संख्या २४, १६, २०, ३०, २५, ह्या मात्र राहिल्या. आतां ह्या संख्यांस १२ हा भाजक घेतला तेव्हा पहिल्यानें २४ ह्या संख्येस २ चा भाग गेला, ते २ रेघेखालीं लिहिले. आतां १२ चे अवयव २, ६ आणि ३, ४, इतके आहेत, कारण  $२ \times ६ = १२$  आणि  $३ \times ४ = १२$  म्हणून ह्यांतील ४ आणि ६ हे अवयव भाजक घेऊन १६, २०, ३०, ह्या संख्या अनुक्रमें भागून भागाकार रेघेखालीं लिहिले. २५ ही संख्या १२ किंवा १२ चे अवयव २, ६, ३, ४ ह्यांतून एकानेही निःशेष भागिली जात नाही म्हणून तशीच रेघे खालीं मांडली.

आतां दुसरे ओळींत २, ४, ५, ५, २५, ह्या संख्या आल्या. ह्यांत

पुनः पूर्ववत् पाहतां ४ ह्यांनी ज्या संख्या निःशेष भागल्या जातील त्या २ ह्यांनीही भागल्या जातील, व ह्याचप्रमाणें २५ आणि ५ ह्यांचा संबंध आहे, म्हणून २ आणि ५ मोडून टाकले; तेव्हां बाकी राहिले ४ आणि २५ ह्या दोहोंस साधारण भाजक नाही, ह्यासाठी हें कृत्य येथें पुरें झालें. आतां ह्या कृत्यावरून असें लक्षांत येईल कीं १२, ४, आणि २५ ह्यांचा जो भाज्य येईल तो दिलेल्या सर्व संख्यांचा भाज्य आहे. कारण  $१२ \times ४ = ४८$  ह्यांस २४, १६, ६, ४, ८, १२, ह्या सर्वांनी निःशेष भाग जातो. व  $४८ \times २५ = १२००$  ही संख्या तर दिलेल्या सर्व संख्यांनी निःशेष भागली जाते, म्हणून राहिलेल्या संख्या व भाजक ह्यांच्या गुणाकारापासून १२०० ही संख्या आली ती सर्वांत लघुतम साधारण भाज्य आहे.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

खाली दिलेल्या संख्यांचे लघुतम साधारण भाज्य काढ.

- १ उ. ५५ आणि २०; १४ आणि २१; ८, ४, आणि १६.
- २ उ. ३ ९ २२; १२ १५ १६; ८ १६ २०.
- ३ उ. ९ १५ १८ २०; १६ ९ १२ १८.
- ४ उ. ८ १२ १५ २०; ३४ ६८ १७ २.
- ५ उ. ६ १२ १६ १८ २४; ८ १२ १८ २४ २७.
- ६ उ. २ ४ ८ १६ १० ४ ८; १२ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९.
- ७ उ. ७ १२ १५ २७ ३५ ४० ४५; ९ १४ २६ ३ २१ १४ ७ २.
- ८ उ. ४ ९ १० १५ १८ २० २१.
- ९ उ. ७ १५ २१ २८ ३५ १०० १२५.
- १० उ. ८ ९ १० १२ २५ ३२ ५५ ८०.
- ११ उ. १५ १६ १८ २० २८ २५ २७ ३०.

### कित्येक साधारण प्रश्न.

१ उ. एका टोपलींत कांहीं आवे होते ते सर्व दोन दोन, तीन तीन, चार चार, किंवा पांच पांच, काढले तर शिलक राहत नसत, तेव्हां सर्व आवे किती होते?

२ उ. एका शत्रूचें सैन्य किल्ल्यांत शिरूं लागलें, तेव्हां दरवाजा लहान होता म्हणून एकेका रांगेंत चार चार शिपाई ह्या प्रमाणें

आंत शिरले; पुढें तें सैन्य ५१ चौक्यांवर बरोबर वांटलें गेलें; व दुसरे दिवशीं कंधाईत करतांना २१ शिपाई दर रांगेंत उभे होते, तेव्हां सैन्य किती होतें तें सांग!

- ३ उ. एक २२४ हात लांब व दुसरी ३३६ हात लांब अशा दोन कनाती करावयाच्या आहेत, परंतु त्यांस खाद्या सारख्या लांबीच्या व जितक्या कमी लाववतील तितक्या कमी लावावयाच्या, तेव्हां खादीची लांबी किती, व प्रत्येक कनातीस किती लावाव्या ?
- ४ उ. २, ३, ४, ६, १०, ह्यांचा लघुतम साधारण भाज्य आणि ३, ५, १७, २४, ह्यांचा लघुतम साधारण भाज्य ह्याचा दृढ-भाजक काय तो सांग!
- ५ उ. ब्रह्मगिरि पर्वतास प्रदक्षिणा घालण्यास ५ ब्राह्मण एका काळीं निघाले, ती प्रदक्षिणा एक ३ तासांत, दुसरा ७ तासांत, तिसरा १२ तासांत, चवथा २१ तासांत, आणि पांचवा १४३ तासांत, पुरी करतो, तेव्हां अशा प्रदक्षिणा घालतां घालतां फिरून ते सर्व ब्राह्मण एके ठिकाणीं होतील तेव्हां प्रत्येकाच्या किती प्रदक्षिणा होतील तें सांग!

### अपूर्णांकगणित.

जो अंक पूर्ण नाही तो अपूर्णांक. जसें पाव, अर्धा, पाऊण इत्यादि.

अपूर्णांकाचे चार प्रकार आहेत. रेषांचे अपूर्णांक, दशांश अपूर्णांक, व्यवहारी अपूर्णांक, आणि विविध अपूर्णांक.

रेषांचे अपूर्णांक ह्यणजे पहिल्यानें एका वस्तूचे चार भाग करावयाचे, नंतर त्यांतील एका भागाचे पुन्हा चार भाग करावयाचे, ह्याप्रमाणें जितके जितके वारीक भाग करवतील त्याप्रमाणें दर एका भागाचे चार चार भाग करीत जावयाचे.

दशांश अपूर्णांक ह्यणजे प्रथम एका वस्तूचे १० भाग

करावयाचे, नंतर त्यांतील प्रत्येक भागाचे १० भाग करावयाचे, ह्याप्रमाणे भाग करीत जावयाचे.

व्यवहारी अपूर्णांक म्हणजे वस्तूचे पाहिजे तितके भाग करून त्या भागाचे पाहिजे तितके प्रतिभाग करावयाचे.

विविध अपूर्णांकांत एका वस्तूचे नियमित भाग ठरविलेले असून त्यांतील प्रत्येक भागाचे आणखी नियमित प्रभाग ठरविले असतात.

### रेधांचे अपूर्णांक.

ह्या अपूर्णांकाचा प्रकार त्रिद्वार्थ्यांस चांगला समजावा, म्हणून त्यांचे माहितीचे उदाहरणानें सांगतों.

- एका रूपयाचे चार भाग केले तर त्यांतील एका भागास पावला किंवा पाव रूपया, दोन भागांस अर्धा रूपया, आणि तीन भागांस पाऊण रूपया, म्हणतात. हे भाग लिहिण्याचीं चिन्हे ह्याप्रमाणें आहेत.

एक भाग म्ह० पाव ह्यांचें चिन्ह .....	०।०
दोन भाग ,, अर्धा .....	०।१
तीन भाग ,, पाऊण .....	०।३
चार भाग ,, पूर्ण .....	१

पाव रूपयाचे आणखी चार भाग केले तर दर भागास आणा म्हणतात. एक आणा म्हणजे पावाचा पाव, अथवा रूपयाचा १६ वा हिस्सा.

आण्याचें चिन्ह ०- असें आहे.

पावाचा पाव म्हणजे एक आणा ह्यांचें चिन्ह .....	०-
अर्धा पाव ,, दोन आणे .....	०-
पाऊण पाव ,, तीन आणे .....	०-
पूर्ण पाव ,, चार आणे .....	०।

एका आण्याचे चार भाग केले तर त्यांतील एका भागास पाव आणा किंवा पैसा म्हणतात. पाव आण्याचें चिन्ह .. ०।

पावाच्या पावाचा पाव द्व० पाव आणा	.....८।
अर्धा पावपाव	.....अर्धा आणा
पाऊण पावपाव	..... पाऊण आणा
पूर्ण पावपाव	..... एक आणा

ह्याप्रमाणें पुढेंही चार चार प्रमाणें पाहिजे तितके भाग करतां येतील.

वर जी अपूर्णाक लिहिण्याची रीत सांगितली तिजवरून मुख्यत्वे हें लक्षांत येईल, कीं पाव किंवा चतुर्थांश नेहमीं उभे रेघेनें (।) लिहितात; पावाचा पाव किंवा १६ वा हिस्ता (—) आडवे रेघेनें लिहितात; आणि ६४ वा हिस्ता फिरून (८।) उभे रेघेनें लिहितात. ही उभी रेघ आणि चतुर्थांशाची उभी रेघ ह्यांत घोंटाळा होऊं नये ह्मणून हिच्या मार्गें आळें (८) घालतात.\*

पुढील उदाहरणावरून रेघांचे अपूर्णाक कसे लिहितात हें समजेल.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.†

सव्वा पंधरा	.....	१५।
सत्तावीस आणि एक सोळांश	.....	२७४—
साडे सत्तावन आणि अर्धा पाव	.....	५७।=
व्याहत्तर आणि एक चौसष्टांश किंवा पावाचा १६ वा अंश.		७३८।
१२ रुपये साडेतेरा आणे	.....	१२।।।-।।
सव्वापस्तीस रुपये आणि तीन पैसे किंवा तीन चौसष्टांश.		३५।।।।

\* ही रीत व्यवहारांत कांहीं ठिकाणीं लागू पडत नाही तरी जेथें जेथें पाव, अर्धा, पाऊण, हे हिस्से व्यवहाराचे रीतिनें व ह्या रीतिनें बरोबर जमले तेथें व्यवहारांत ही रीत घेतली आहे.

† ह्यांतील कित्येक उदाहरणें वाईट दिसतील परंतु तीं बुद्ध्या मुलांस ह्या रीतीचा अभ्यास चांगला होण्याकरितां दिली आहेत.

- १ उ. दोनशें सोळा रूपये, तीन पावले, अडीच आणे. अकराशें तेरा रूपये, दोन पावले, तीन आणे. पंचवीस रूपये, तीन आणे, तीन पैसे. एक रूपया अडीच पैसे.
- २ उ. दोनशें पंधरा, दोन चतुर्थांश, तीन अष्टमांश आणि २ षोडशांश; पंचवीस, पांच अष्टमांश, दोन षोडशांश, बारा चौसष्टांश; एक चतुर्थांश, एक अष्टमांश, एक षोडशांश, तीन चौसष्टांश.
- ३ उ. १२ चौसष्टांशांचे किती सोळांश होतात तें सांग! ४ अष्टमांशांचे किती चतुर्थांश होतात तें सांग! ५ सोळांशांचे किती चतुर्थांश व सोळांश होतात ?
- ४ उ. सव्वादोन आणि तीन षोडशांश. पावणे पांच आणि ३ चौसष्टांश. साडेसतरा आणि अर्धा पाव. सव्वाबावीस आणि पावपाव. पाऊण पाव आणि सव्वापाव.\*

खाली लिहिलेली उदाहरणे वाचून दाखीव.

१ उ. १२५ = ; १३॥० ; १०२८ = ; १५८॥०

२ उ. ०॥॥० ; ८॥॥ = ; ८८० ; ॥ = ०

३ उ. १११०॥० ; १०१०॥० ; २८-८-० ; २८॥८०

४ उ. ८०॥ = ; २५० ; १२॥० ; ५३॥०

५ उ. ०॥३॥ ; ०-० ; ० = ० ; १०-०-०

६ उ. १३८८० ; १६८- ; १३८८- ; ८८ =

७ उ. ०॥॥ ; ८- ; ८८- ; ८०॥॥ ; ८-०

- १ उ. १५ रूपये, ७ आणे ५ पैसे कसे मांडावे?
- २ उ. १ रूपया, १५ आणे, ३ पैसे कसे मांडावे?
- ३ उ. ३२ पैसे कसे मांडावे, ६३ पैसे कसे मांडावे?

### रेषांची मिल्वणी.

दिलेल्या रकमा अशा मांडाव्या कीं अंकांखाली अंक, उभ्या रेषांखाली उभ्या रेषा, व आडव्या रेषांखाली आडव्या रेषा येतील. नंतर पुढे दाखविल्याप्रमाणे बेरीज करावी.

\* ह्यांत पाव ह्याजें चतुर्थांश, आणा ह्यां षोडशांश आणि पैसा ह्यां ६४ वा अंश असें समजावें.



उ. १३५॥॥=॥॥. } प्रथम उजवेकडील उभे रेधांची बेरीज केली  
 २७८८॥. } ती ९ आली ( ह्या उभ्या रेधा ४ म्हणजे १  
 ५८८-१. } आडवी रेध ) म्हणजे २ आडव्या रेधा आणि  
 २१२८८॥॥. } एक उभी रेध आली, उभ्या रेधांखाली उभी  
 ४३३८-१. } रेध लिहून २ आडव्या रेधा आडव्या रेधांत  
 मिळवून त्यांची बेरीज केली ती ५ आली. ( ४ आडव्या रेधा  
 म्ह० एक उभी रेध व एक आडवी रेध आली ) आडवे रेधांखाली  
 आडवी रेध लिहून उभी रेध तिच्या जातीच्या रेधांत मिळवून  
 त्यांची बेरीज केली, ती ४ आली ( ४ ह्या उभ्या रेधा म्हणजे पूर्ण  
 एक आला. ) म्हणून उभ्या रेधांचे जागी आळें लिहून एक आला  
 तो अंकांत मिळवून त्यांची बेरीज पूर्णांकांत सांगितल्याप्रमाणें केली  
 ती ४३३ आली, मिळून एकंदर बेरीज ४३३ ८-१ झाली.

अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

१ उ.	६॥	५८-	२८१.	२॥-
	८१.	३८=	५८॥॥.	३॥॥=
	२॥॥.	८८=	८८॥.	४॥=
	७	९८-	४	५८=
२ उ.	५८-	१५१	११॥॥=॥॥.	९८-
	७८=	१७८-	१२१-१.	१०८१.
	३॥.	१८८=	१३८=॥.	१५८-१.
	५॥॥-	१६॥॥.	१४८=॥.	१७८=
३ उ.	१५८१.	२१८-१.	५॥॥.	०॥=॥.
	१०८॥.	२५१-१.	७८१.	०॥॥=॥॥.
	१९८-॥.	१८॥॥॥.	८८-१.	०-१.
	२०८=॥॥.	१८॥॥.	१०॥॥=॥॥	८=॥॥.

रेधांचो वजाबाकी.

सांगितलेल्या रकमांतील वजा करावयाची रकम दुसऱ्या रकमेखाली अशी मांडावी कीं रेधांखाली रेधा आणि अंकां



आणि हातच्या तीन मिळून ८ आडव्या रेषा, म्हणजे उभ्या दोन रेषा आल्या त्या हातच्या घेतल्या, आडव्या रेषा बाकी राहिल्या नाहीत म्हणून त्यांजबद्दल शून्य मांडलें; नंतर ५ त्रिक १५ आणि हातच्या दोन मिळून १७ उभ्या रेषा म्हणजे ४ पूर्णांक आणि एक उभी रेषा. उभी रेषा रेषे खाली मांडून ४ हे हातचे घेऊन अंकाच्या गुणाकारांत मिळविले, म्हणजे पांचापांचा पंचवीस आणि हातचे ४ मिळून २९; पुढे अंकांचा गुणाकार पूर्णांकांत सांगितल्या रीतीप्रमाणें केला. सर्व गुणाकार ६७९।।।। झाला.

अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

१ उ.	१५॥	×	२;	२५०≡	×	१०
२ उ.	७।।।।।।	×	११;	११०≡।।।	×	२५
३ उ.	०।।।।।।	×	१५;	०।-०	×	५
४ उ.	१००।।।	×	२५;	१२५०।।।	×	५५
५ उ.	१।-०	×	१००;	११०-	×	१६

गुणांकांत रेषा असल्या तर गुणाकार करतांनां हें पुढील कोष्टक लक्षांत ठेवावें.

गुण्यास ०। ने गुणावयाचें म्हणजे त्याचा चतुर्थांश ध्यावयाचा अथवा त्यास चहूंनी भागून भागाकार येईल तो ध्यावयाचा.

गुण्यास ०।। ने गुणावयाचें म्हणजे त्याची निम्पट अथवा दोहोंनीं भागून भागाकार येईल तो ध्यावयाचा.

गुण्यास ०।।। ने गुणावयाचें म्हणजे त्याची पाऊणपट अथवा निम्पट आणि पावपट ध्यावयाची.

गुण्यास ०- ह्यानें गुणावयाचें म्हणजे त्याचा षोडशांश ध्यावयाचा अथवा पावाची पावपट ध्यावयाची.

गुण्यास ०।० ह्यानें गुणावयाचें म्हणजे त्याचा चौसष्टांश ध्यावयाचा अथवा पावाच्या पावाची पावपट ध्यावयाची.

ह्या प्रकरणाविषयीं पुढील उदाहरणांवरून चांगलें लक्षांत येईल.



शेवटील अंक दसपटींत मिळविते वेळेंस तो यावरील रेखांचा सुद्धां मिळवावा.

उ. १५२४१-॥. ह्यांस ४॥=॥. ह्यांनीं भाग.

$$\begin{array}{r}
 ४॥=॥.)१५२४१-॥.(३२७= \\
 \underline{१२॥॥=॥.} \\
 १५॥. \\
 \times \quad १० \\
 \hline
 १०॥- \\
 २ \\
 \hline
 १२॥- \\
 ९॥- \\
 \hline
 ३ \\
 \times \quad १० \\
 \hline
 ३० \\
 ४॥-॥ \quad \text{उत्तर } ३२७= \\
 \hline
 ३४॥-॥. \\
 ३२॥-॥. \\
 \hline
 १॥॥. \\
 १५=॥= \\
 \hline
 ०॥-॥= \\
 ०॥-॥- \\
 \hline
 ६५-
 \end{array}$$

अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

$$\begin{array}{l}
 १ उ. १२०१॥-॥ \div १६॥=॥. \\
 ३३१७०॥. \div १२॥॥-॥. \\
 १५१॥॥-॥. \div ९५=॥. \\
 २ उ. १३१९१५= \div ४८॥॥. \\
 ५५२५॥॥-॥ \div ६२॥-॥. \\
 १९८४॥. \div १२४॥-
 \end{array}$$

व्यवहारी अपूर्णांक.

एका वस्तूचे पाहिजे तितके भाग केले व यांतून हवे तितके घेतले, हें लिहिण्याची चाल अशी आहे कीं, एक

भाडवी रेघ ओढून तिचे खालीं त्या वस्तूचे केलेल्या भागांची संख्या लिहितात. आणि वरतीं, घेतलेल्या भागांची संख्या लिहितात. जसें, एका वस्तूचे ४ भाग करून त्यांतून ३ घेतले तर ते  $\frac{३}{४}$  ह्याप्रमाणें लिहितात.

रेघेवरील अंकांस अंश म्हणतात, आणि रेघेखालचे अंकांस छेद म्हणतात.

एका वस्तूचे चार भाग केले तर त्यांतील एका भागास पाव (  $\frac{१}{४}$  ) असें म्हणतात. व्यवहारी अपूर्णाकांत पाव ( $\frac{३}{४}$ ) असा लिहितात.

ह्या पुढील उदाहरणांत रेघांचे अपूर्णाक व्यवहारी अपूर्णाकांत कसे लिहावे हें दाखविलें आहे.

$$\begin{aligned} \cdot 1 &= \frac{१}{४}; \cdot 11 &= \frac{३}{४}; \cdot 111 &= \frac{३}{४} \\ ० \cdot &= \frac{३}{४}; ० \cdot &= \frac{३}{४}; ० \cdot &= \frac{३}{४} \\ ० 1 &= \frac{३}{४}; ० 11 &= \frac{३}{४}; ० 111 &= \frac{३}{४} \end{aligned}$$

$\frac{३}{४}$  ह्यांचा अर्थ, एकाचे ४ भाग करून त्यांतील तीन भाग घेतले, असा होतो; अथवा तिहींचे ४ भाग करून त्यांतून ३ भाग घेतला असाही होतो. जसें, १ रुपयाचे ४ भाग करून तीन घेतले, तर पाऊण रुपयाच घेतला असें होतें, व ३ रुपयांचे ४ भाग करून एक भाग घेतला तरी पाऊण रुपयाच घेतला असें होतें.

म्हणून अपूर्णाकांत छेद अंशाचे भाजक असतात असें म्हणावयास चिंता नाही.

जेव्हां छेदांकापेक्षां अंशांक कमी असतो, तेव्हां त्या अपूर्णाकास सम अपूर्णाक म्हणतात. (उ.  $\frac{३}{४}$ )

जेव्हां छेदांकापेक्षां अंशांक अधिक असतो, तेव्हां त्यास विषम अपूर्णाक म्हणतात. कारण तो खरा अपूर्णाक नव्हे, अंशांक अधिक असल्यामुळे ते छेदांकांनीं भागले असतां भागाकारांत कांहीं पूर्णांक येतात. (उ.  $\frac{९}{३}$ )

अंश व छेद बरोबर असले तर तोही विषम अपूर्णाक होय कारण तो पूर्णांकच आहे. (उ.  $\frac{५}{५}$ ,  $\frac{९}{९}$ ,  $\frac{३१}{३१}$ )

अंश छेदांशकां कमी असोत किंवा अधिक असोत किंवा बरोबर असोत, वर अंश आणि खालीं छेद असला ह्यणजे तो भागजाती अपूर्णांक आहे असें समजावें.

पूर्णांक लिहून त्याचे पुढें अपूर्णांक लिहिला ह्यणजे त्यास भागानुबंध पूर्णांक ह्यणतात. ( उ.  $२\frac{१}{२}$  )

भागाचे जे प्रतिभाग ते प्रभाग, ह्यणून अपूर्णांकाचा जो अपूर्णांक त्यास प्रभागजाती अपूर्णांक ह्यणतात.

उ.  $\frac{१}{२}$  चा  $\frac{१}{४}$ ;  $\frac{३}{५}$  चे  $\frac{७}{८}$  इ.

जेव्हां अंश व छेद हे दोन्हीही अपूर्णांक असतात तेव्हां त्यांस मिश्र अपूर्णांक ह्यणतात.

उ.  $\frac{३}{५}$      $\frac{११}{१५}$      $\frac{२११}{३१}$      $\frac{५\frac{३}{४}}{४\frac{३}{४}}$  इ.

पूर्णांकाखालीं छेद १ लिहिला ह्यणजे त्यास अपूर्णांकाचें रूप येतें.

(उ.  $\frac{७}{९}$ ,  $\frac{६}{९}$  इ.)

### व्यवहारी अपूर्णांकाचें रूपांतर.

व्यवहारी अपूर्णांकाचें रूपांतर करण्याचे प्रकार ९ आहेत. ह्या रूपांतराचा उपयोग अपूर्णांकाची मिळवणी, वजावाकी इत्यादिकांत फार करितात.

**पहिला प्रकार.** पूर्णांकास इच्छिले अंक छेदस्थळीं येत असें अपूर्णांकाचें रूप दावयाचा.

**रीति.** इच्छिले छेदांकानें पूर्णांकास गुणून तो गुणाकार अंशस्थळीं लिहावा, व इच्छिलेला छेदांक छेदस्थळीं लिहावा.

उ. ५ ह्या पूर्णांकास छेदस्थळीं ६ येत असें अपूर्णांकाचें रूप दे.

$$५ = \frac{५ \times ६}{६} = \frac{३०}{६} \text{ हें उत्तर.}$$

## अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

- १ उ. ८ आणि २७ ह्यांस अनुक्रमें ५ आणि २७ हे छेद येतील अशीं अपूर्णांक रूपें दे.
- २ उ. ३४ आणि १३५ ह्यांस अनुक्रमें ११ आणि १७ हे छेद येतील अशीं अपूर्णांक रूपें दे.
- ३ उ. ६, ९, १२ आणि २०, ह्यांच्या अपूर्णांकरूपांत सर्वांस १५ छेद येतील असें कर.
- ४ उ. २५, ३४, १७, १११, ह्यांस ३४ हे छेद येतील अशीं अपूर्णांक रूपें दे.

दुसरा प्रकार. भागानुबंध पूर्णांकास विषम अपूर्णांकाचें रूप दावयाचा.

रीति. पूर्णांकास अपूर्णांकाच्या छेदानें गुणून त्या गुणाकारांत अंश भिळवावे आणि त्या वेरजे खालीं अपूर्णांकाचा छेद लिहावा.

१ उ.  $७\frac{२}{३}$  ह्यांत विषम अपूर्णांकाचें रूप दे.

$$७\frac{२}{३} = \frac{७ \times ३ + २}{३} = \frac{२१ + २}{३} = \frac{२३}{३} \text{ हें उत्तर.}$$

उ. २॥ ह्यांस विषम अपूर्णांकाचें रूप दे.

$$२॥ = २\frac{१}{२} = \frac{२ \times २ + १}{२} = \frac{४ + १}{२} = \frac{५}{२} \text{ हें उत्तर.}$$

## अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

१.	$३\frac{६}{७}$	८.	$१५५\frac{३}{४}$	१५.	२॥
२.	$१०\frac{३}{४}$	९.	$१२८\frac{१}{२}$	१६.	३॥
३.	$२२१\frac{५}{६}$	१०.	$३७\frac{३}{४}$	१७.	४॥
४.	$१३\frac{७}{९}$	११.	$२००\frac{३}{४}$	१८.	५५-
५.	$३२\frac{१}{२}$	१२.	$१२५\frac{३}{४}$	१९.	७५=
६.	$२००\frac{१}{१०}$	१३.	$५१४\frac{३}{४}$	२०.	१०॥
७.	$७१\frac{१}{२}$	१४.	$१०१\frac{१}{२}$	२१.	९५॥

तिसरा प्रकार. विषमअपूर्णांकास पूर्णांकाचें, अथवा भागानुबंध पूर्णांकाचें रूप दावयाचा.



रिति अंशास छेदाने भागावै, भाग बरोबर तुटल्यास भागाकार येईल तो पूर्णांक झाला. बाकी राहिल्यास तो पूर्णांक व बाकी मिळून भागानुबंध पूर्णांक झाला.

$$\begin{array}{ll} १ \text{ उ. } \frac{४५}{६} = ७. & २ \text{ उ. } \frac{११३}{१५} = ७\frac{८}{१५} \\ ३ \text{ उ. } \frac{५}{४} = १. & ४ \text{ उ. } \frac{७}{२} = ३\frac{१}{२} \end{array}$$

अभ्यासाकरिता उदाहरणे.

१.	$\frac{३७}{६}$	८.	$\frac{२२९१}{८७}$	१५.	$\frac{४१}{४}$
२.	$\frac{७९}{११}$	९.	$\frac{१२४७}{७७}$	१६.	$\frac{३०}{२}$
३.	$\frac{३१३}{१३}$	१०.	$\frac{३१३६}{९५}$	१७.	$\frac{८१}{१६}$
४.	$\frac{३२९०}{२३}$	११.	$\frac{३०००}{७५}$	१८.	$\frac{८२}{१६}$
५.	$\frac{१०२३}{२५}$	१२.	$\frac{३५७७}{१०२}$	१९.	$\frac{१३१}{६४}$
६.	$\frac{३१२७}{७५}$	१३.	$\frac{४१४८}{११७}$	२०.	$\frac{१९}{८}$
७.	$\frac{६०००}{३७५}$	१४.	$\frac{४६४१}{२२१}$	२१.	$\frac{५१}{६}$

चवथा प्रकार. अपूर्णाकास पूर्णाकाने गुणावयाचा.

रिति, गुणकांकाने अंशास गुणून त्या गुणाकाराखाली अपूर्णाकाचा जो छेद असेल तो मांडावा. अथवा छेदास भागून भागाकार येईल तो त्या अपूर्णाकाचे अंशास छेद लिहावा.

१ उ.  $\frac{३}{१५}$  ह्यांस ७ ह्यांनी गुणावयाचे.

$$\frac{३}{१५} \times ७ = \frac{१४}{१५}$$

२ उ.  $\frac{७}{१६}$  ह्यांस ४ ह्यांनी गुणावयाचे.

$$\frac{७}{१६} \times ४ = \frac{७}{४} = १\frac{३}{४} \text{ हे उत्तर.}$$

ह्यांत सातांचे एकदा १६ भाग केले आणि एकदा ४ भाग केले तर सोळावे अंशापेक्षा चतुर्थांश चौपटीने अधिक आहे हे उघड आहे.

$$३ \text{ उ. } \frac{३}{९} \times ९ = \frac{३७}{९} = ५\frac{२}{९}; ५ \text{ उ. } \frac{१३}{९} \times ९ = \frac{१३}{१} = १३$$

$$४ \text{ उ. } \frac{७}{१६} \times ४ = \frac{२८}{१६} = १\frac{३}{४}; ६ \text{ उ. } \frac{१६}{३४} \times ६ = \frac{१६}{४} = ४$$

**पांचवा प्रकार.** अपूर्णाकांस पूर्णांकानें भागावयाचा.

**रिति.** वरील प्रकारचे उलट, ह्यणजे भाजकांकानें अंशांस भागून जो भागाकार येईल तो अंशस्थळीं लिहून त्याचे खालीं छेद लिहावा. अथवा छेदांस गुणून तो गुणाकार छेदस्थळीं लिहावा, आणि अंशस्थळीं अंश लिहावे.

$$१ \text{ उ. } \dots \frac{१२}{१३} \div ६ = \frac{२}{१३}; ३ \text{ उ. } \dots \frac{२}{३} \div ५ = \frac{२}{१५}$$

$$२ \text{ उ. } \dots \frac{१५}{२८} \div ५ = \frac{३}{२८}; ४ \text{ उ. } \dots \frac{७}{६} \div ६ = \frac{७}{५४}$$

**अभ्यासाकरितां उदाहरणें.**

१ उ.  $\frac{३६}{३६}$  ह्यांस ९, १२, १८, २५ ह्यांनीं गुण व ५, ७, ८, १२, ह्यांनीं भाग.

२ उ.  $\frac{३३६}{४४४}$  ह्यांस ७, ८, ९, १६, ह्यांनीं गुण व ५, ८, १२, २५, ह्यांनीं भाग.

३ उ.  $\frac{३२०}{६२३}$  ह्यांस २, ३, ४, ५, ७, ह्यांनीं गुण व ६, ९, ह्यांनीं भाग.

४ उ.  $\frac{३२०}{६२३}$  ह्यांस ७, ८, ९, १०, ११, ह्यांनीं भाग व ३, ४, ह्यांनीं गुण.

**सहावा प्रकार.** अंश व छेद ह्या दोहींस एकाच संख्यन गुणलें किंवा भागलें तर त्या अपूर्णाकाची किंमत बदलत नाहीं.

$$१. \text{ उ. } \frac{५}{७} = \frac{५ \times २}{७ \times २} = \frac{१०}{१४} = \frac{२०}{२८} \text{ इ.}$$

$$२ \text{ उ. } \frac{३६}{४८} = \frac{३६ \div २}{४८ \div २} = \frac{१८}{२४} = \frac{१२}{१६} = \frac{३}{४} \text{ इ.}$$

कारण, काणतेही संख्येनें अंशास गुणलें ह्यणजे अपूर्णाकांस गुणल्याप्रमाणें होतें; आणि छेदास गुणलें म्हणजे भागल्याप्रमाणें होतें हें चवथ्या व पांचव्या प्रकारावरून लक्षांत आलेच असेल, ह्यणून अपूर्णाकांस ज्या अंकानें गुणलें, त्याच अंकानें भागलें, तर अपूर्णाकाची किंमत बदलणार नाहीं हें उघड आहे.

**सातवा प्रकार.** अपूर्णाकांस अतिसंक्षेपरूप द्यावयाचा,

**रिति.** अंश व छेद ह्यांस जो साधारण भाजक असेल, त्यानें ते अंश व छेद भागून जो अपूर्णाक येईल त्यास पुन्हा त्याचे अंश व छेद ह्यांस जो साधारण भाजक असेल, त्यानें भागावें. ह्याप्रमाणें करीत करीत शेवटीं दोहींस साधारण भाजक नाहींसा होई तेंपर्यंत भागीत जावें.

अंश व छेद ह्या दोहोंस एकाच संख्येनें भागलें असतां त्या अपूर्णाकाची किंमत बदलत नाही, हें साहाय्ये प्रकारावरून लक्षांत आलेच असेल.

उ.  $\frac{३७०}{३७६}$  ह्यांस अतिसंक्षेपरूप द्यावयाचें.

५ )  $\frac{३७०}{३७६} = \frac{९५}{९४}$ ; पुन्हा ३ )  $\frac{९५}{९४} = \frac{३८}{३६}$  हें उत्तर.

**अभ्यासाकरितां उदाहरणे.**

१ उ.	$\frac{३२४}{७२०}$	$\frac{७२०}{८५६}$	$\frac{३२४}{३२२}$	$\frac{१५८४}{५९४०}$
२ उ.	$\frac{१२९६}{१६२०}$	$\frac{१४५२}{२१७८}$	$\frac{४९५}{१२१०}$	$\frac{१२९६}{१७२८}$
३ उ.	$\frac{१८७२}{२०१६}$	$\frac{९१०}{१९३५}$	$\frac{३०००}{३३७५}$	$\frac{२५९२}{३४५६}$
४ उ.	$\frac{१४८५}{२१६०}$	$\frac{८६४}{३०७२}$	$\frac{३३००}{४२३५}$	$\frac{५९३०}{८११८}$
५ उ.	$\frac{५५४४}{६५५२}$	$\frac{७०४०}{७३९२}$	$\frac{११३८५}{१६३३५}$	$\frac{२२१७६}{२३३२८}$

अंश व छेद ह्यांचा दृढभाजक काढून त्यानें ते भागून अतिसंक्षेपरूप एकदम देतां येतें. परंतु ह्या रीतीनें फार लांब पडतें, झणून लोक दृढभाजक काढण्याच्या खटपटींत बहुधा पडत नाहींत. परंतु एकाद्या अपूर्णाकास अतिसंक्षेपरूप देतां येईल किंवा नाहीं ह्याचा अजमास समजत नाहीं, तेथें दृढभाजकाचा उपयोग करितात. उदाहरण  $\frac{३६९३}{४९८२}$  ह्यांत अंश व छेद ह्यांस ११३ ह्यांनीं भागून  $\frac{३३}{३८}$  हें अतिसंक्षेपरूप येतें, परंतु ही भाजक संख्या दृढभाजक काढल्यावांचून समजणें कठीण, झणून अशा ठिकाणीं दृढभाजकच काढावा लागता.

१ उ.  $\frac{४११७}{६४७८}$  ह्यांस अतिसंक्षेपरूप द्यावयाचें.

आतां ४११७ आणि ९४७८ ह्यांचा दृढभाजक १७९ आहे.

झणून १७९)  $\frac{४११७}{६४७८} = \frac{२३}{३३}$  हें उत्तर.

२ उ.  $\frac{१३६३६}{२७४८४}$  ह्यांस अतिसंक्षेपरूप द्यावयाचें.

अंश व छेद ह्यांचा दृढभाजक ५६४ आहे झणून.

५६४)  $\frac{१३६३६}{२७४८४} = \frac{२४}{३६}$  हें उत्तर.

**अभ्यासाकरितां उदाहरणे.**

पुढील अपूर्णाकांस अतिसंक्षेपरूप दे.

१ उ.  $\frac{३२१}{७४९}$  ;  $\frac{५१०}{११२२}$  ;  $\frac{२९९}{५२९}$

२ उ.	$\frac{१४०७}{४३३२}$	;	$\frac{१९०५}{३१७५}$	;	$\frac{८२५१}{१४७१८}$
३ उ.	$\frac{६५०९}{७८८९}$	;	$\frac{१५८९}{२२७०}$	;	$\frac{१७१५}{२६१५}$
४ उ.	$\frac{३५७५}{४७१९}$	;	$\frac{१२६१}{४४२३२}$	;	$\frac{१०७५९}{२०४०५}$

**भाठवा प्रकार.** प्रभागजाति अपूर्णाकास भागजाति अपूर्णाकाचें रूप द्यावयाचा.

**रीति.** सर्व अपूर्णाकांचे अंश परस्पर गुणून अंशस्थानीं तो गणाकार लिहावा व छेदस्थानीं छेदांचा गणाकार लिहावा, द्वणजे तो इच्छिला अपूर्णाक झाला.

उदाहरण करण्यापूर्वी त्यांत जर भागानुबंधपूर्णाक किंवा पूर्णाक असले, तर त्यांस विषम अपूर्णाकांचीं रूपें द्यावीं.

प्रभागजाति अपूर्णाकांत कोणताही अंश व कोणताही छेद छांत संक्षेप गेल्यास द्यावा.

१ उ.  $\frac{३}{३}$  चे  $\frac{५}{६}$  =  $\frac{५}{६}$  हें उत्तर.

२ उ.  $\frac{२३}{४}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{३३}{३}$ . प्रथम सर्वास विषम अपूर्णाकांचीं रूपें दिलीं तेव्हां.  $\frac{११}{४}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{३}{२}$  =  $\frac{११ \times ५ \times ६}{४ \times ६ \times २}$  =  $\frac{३८५}{८}$  =  $४८\frac{१}{८}$  हें उत्तर.

३ उ.  $\frac{३}{४}$  चे  $\frac{६}{६}$  चे  $\frac{३७}{१०}$

$$\frac{३}{४} \text{ चे } \frac{६}{६} \text{ चे } \frac{३७}{१०} = \frac{३}{१} \text{ चा } \frac{१}{१} \text{ चे } \frac{३७}{१०}$$

$$= \frac{३ \times १ \times ३७}{१ \times १ \times १०} = \frac{३७}{१०} = ३\frac{७}{१०} \text{ हें उत्तर.}$$

४ उ. २॥ चा  $\frac{१}{१}$  चे  $\frac{४८}{१०}$  हे व्यवहारी अपूर्णाकांत नेल्यानें  $\frac{३}{३}$  चा  $\frac{१}{१}$  चे  $\frac{६६}{१६}$  =  $\frac{३३६}{१६}$  =  $२१\frac{९}{४}$  हें उत्तर.

**अभ्यासाकरितां उदाहरणें.**

पुढील प्रभागजाति अपूर्णाकांस भागजाति अपूर्णाकांचीं रूपें दे.

१ उ.  $\frac{१}{२}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{४}{३}$ ;  $\frac{३}{३}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{६}{३}$ ;  $\frac{३}{४}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{३}{३}$ .

२ उ.  $\frac{३}{३}$  चा  $\frac{१}{१}$  चे  $\frac{३३}{३}$ ;  $\frac{३}{३}$  चे  $\frac{३}{३}$  चे  $\frac{५}{६}$ ;  $\frac{३}{३}$  चे  $\frac{३१}{११}$  चे  $\frac{९१}{९}$ .

- ३ उ.  $\frac{३}{३}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{३}{१०}$ ;  $\frac{३}{६}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{३}{२}$ ;  $\frac{४}{५}$  चे  $\frac{३}{३}$  चे  $१०$ ,  
 ४ उ.  $\frac{२}{२}$  चे  $\frac{३}{३}$  चे  $\frac{७}{३}$ ;  $\frac{३}{३}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{७}{६}$ ;  $\frac{३}{६}$  चे  $\frac{१}{६}$  चे  $\frac{३}{३}$ .  
 ५ उ.  $\frac{६}{६}$  चे  $\frac{११}{१२}$  चे  $९$  चे  $\frac{६}{६}$ ;  $\frac{१३}{१३}$  चे  $\frac{२३}{३}$  चा  $\frac{१}{२५}$  चे  $\frac{११}{६४}$ .  
 ६ उ.  $\frac{४}{१५}$  चे  $\frac{२}{१}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $७$ ;  $\frac{३}{६}$  चे  $\frac{६}{२}$  चे  $\frac{१३}{१४}$  चे  $\frac{७}{२६}$ .  
 ७ उ.  $\frac{३}{११}$  चे  $\frac{१}{२}$  चे  $\frac{५}{३}$  चा  $\frac{१}{४}$ ;  $\frac{१}{२}$  चे  $\frac{२}{३}$  चे  $\frac{३}{३}$  चे  $\frac{४}{५}$ .  
 ८ उ.  $\frac{३}{६}$  चे  $\frac{२}{४}$  चे  $\frac{३}{६}$  चे  $\frac{७}{१५}$ ;  $\frac{७}{११}$  चे  $\frac{२}{२}$  चे  $\frac{३}{६}$  चे  $\frac{१०}{२}$ .  
 ९ उ. २॥ चे ३॥॥ चे  $\frac{२३}{३}$  चे  $७$ ; ५॥ चे ३- चे  $\frac{२}{५}$  चे  $७$ .  
 १० उ. १३= चे ८= चे १= चे ५; १॥ चा ८- चा १० चा ८-  
 ११ उ. ५५॥ चे ३ चे ७॥; ८- चा ८- चा ८- चे ५॥.

नव्वा प्रकार. अपूर्णांकांस समच्छेदरूप देण्याचा ह्मणजे दिलेल्या अपूर्णांक रकमांचे छेद सारखे करण्याचा.

रीति. दिलेल्या सर्व छेदांचा लघुतम साधारण भाज्य काढावा, नंतर प्रत्येक छेदानें त्या भाज्यास भागून भागाकार येईल त्या संख्येनें त्या त्या अंशास गुणून ते गुणाकार अंशस्थानीं लिहावे; आणि तो लघुतम साधारण भाज्य त्या सर्वांस छेद लिहावा.

उ.  $\frac{५}{६}$ ,  $\frac{११}{१२}$ ,  $\frac{७}{१८}$  ह्यांस समच्छेदरूप दे.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{५}{६} = \frac{५ \times ९}{६ \times ९} = \frac{४५}{५४} \\ \frac{११}{१२} = \frac{११ \times ६}{१२ \times ६} = \frac{६६}{७२} \\ \frac{७}{१८} = \frac{७ \times ४}{१८ \times ४} = \frac{२८}{७२} \end{array} \right\} \text{ ह्या उदाहरणांत ८, १२, १८, ह्यांचा लघुतम साधारण भाज्य ७२ आहे, ह्यांस दिलेल्या अपूर्णांकांच्या छेदांनीं, म्हणजे ८, १२, १८ ह्यांनीं भागून भागाकार ९, ६, ४ हे आले, ह्यांनीं त्या त्या अपूर्णांकांच्या अंशास गुणून गुणाकार अंशस्थळीं लिहिले, आणि लघुतम साधारण भाज्य ७२ हा छेदस्थळीं लिहिला.}$$

चवथे प्रकारांत सांगितल्याप्रमाणें ह्या कृत्यांत अंश व छेद ह्यांस एकाच संख्येनें गुणल्यासारखें होतें; आणि

चवथे प्रकारांत सांगितल्याप्रमाणें ह्या कृत्यांत अंश व छेद ह्यांस एकाच संख्येनें गुणल्यासारखें होतें; आणि

दिलेल्या अपूर्णाकांच्या मूळ किंमतींत कांहीं भेद न पडतां अंशांनीं दाखविलेले तुकडे सारखे वजनाचे ह्यणजे सारखे किंमतीचे होतात. कारण प्रत्येक अपूर्णाक रकमेचे छेद सारखे असल्या अन्वये वस्तूचे भाग सारखे केले आहेत असें होतें. आणि छेदस्थानीं दाखविलेल्या तुकड्याचे जातीचे अमुक तुकडे घेतले हे अंश दाखवितात, ह्यणून छेदस्थळीं एकच संख्या असल्यामुळें समच्छेद असणाऱ्या रकमांचे अंशात्मक तुकड्यांत सारखेपणा येतो.

दुसरी रीति. प्रत्येक अपूर्णाकाचा अंश, व त्याचे छेदा-  
वांचून दुसऱ्या सर्व अपूर्णाकांचे छेद हे परस्पर गुणावे;  
ह्याप्रमाणें जितके अपूर्णाक आहेत तितके वेगळाले गुणा-  
कार करावे, व ते अंशस्थळीं लिहावे. आणि सर्व अपूर्णाकांचे  
छेद परस्पर गुणावे, व तो गुणाकार सर्वांचे छेदस्थळीं लिहावा.

उ.  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ , ह्यांत समच्छेदरूप दे.

$$2 \times 4 \times 5 = 40$$

$$3 \times 3 \times 5 = 45$$

$$4 \times 4 \times 3 = 48$$

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

} हे सर्व अंश झाले आणि,

हा छेद झाला तेव्हां,

$\frac{40}{60}, \frac{45}{60}, \frac{48}{60}$  हें उत्तर.

अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

पुढील अपूर्णाकांस समच्छेदरूप दे.

१ उ.  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$

२ उ.  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$

३ उ.  $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}, \frac{10}{11}$

४ उ.  $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$

५ उ.  $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$

$$६ उ. \frac{४}{७}, \frac{३}{१०}, \frac{५}{१२}, \frac{१७}{३५}, \frac{४}{६३}, \frac{१५}{२८}.$$

$$७ उ. \frac{११}{२७}, \frac{१७}{२४}, \frac{५}{६}, \frac{७}{१५}, \frac{२}{६}, \frac{३५}{३६}.$$

$$८ उ. \frac{३}{५}, \frac{७}{१०}, \frac{६}{२५}, \frac{११}{३०}, \frac{१३}{४५}, \frac{२३}{६०}.$$

$$९ उ. \frac{५}{७}, \frac{११}{१२}, \frac{६}{२७}, \frac{९}{३६}, \frac{१७}{४०}.$$

$$१० उ. ३\frac{१}{२}, \frac{१}{३}, \frac{५}{६}, ७\frac{१}{४}, ८॥, ९०-.$$

$$११ उ. ३॥, ५०-, \frac{५}{६}, ३\frac{१}{४}, ६०=, २१-.$$

$$१२ उ. २\frac{१}{६}, ३\frac{६}{१५}, २\frac{१}{२४}, ७॥, ५॥=, ४\frac{४}{५}.$$

### व्यवहारी अपूर्णाकाची मिळवणी.

दिलेल्या रकमा सजातीय नसल्या तर त्या रकमांची मिळवणी, वजाबाकी, गुणाकार आणि भागाकार व्हावयाचा नाही.

व्यवहारी अपूर्णाकांची मिळवणी, वजाबाकी करितांना रकमांत समच्छेदरूप अशाकरितां देतात कीं त्या सर्व रकमांनीं दाखविलेल्या तुकड्यांत सारखेपणा अथवा साम्य असतें.

दिलेल्या अपूर्णाकांस समच्छेद रूप द्यावें, नंतर अंशांची बेरीज करून ती अंशस्थानी लिहावी, आणि तिच्या खाली समच्छेद लिहावा ह्मणजे ती मिळवणी झाली.

१ उ.  $\frac{३}{५}$  आणि  $\frac{१}{५}$  ह्यांची बेरीज कर.

ह्या उदाहरणांत दिलेले अपूर्णाकांचे समच्छेद आहेत.

ह्मणून  $\frac{३}{५} + \frac{१}{५} = \frac{४}{५}$  हें उत्तर.

२ उ.  $\frac{३}{५}$ ,  $\frac{३}{४}$  आणि  $\frac{४}{५}$  ह्यांची बेरीज कर.

$\frac{३}{५} + \frac{३}{४} + \frac{४}{५} = \frac{४०}{४०} + \frac{४५}{४०} + \frac{४८}{४०} = \frac{१३३}{४०} = २\frac{१३}{४०}$  हें उत्तर.

उदाहरणांत कांहीं भागानुबंध पूर्णांक व कांहीं पूर्णांक असले तर, पूर्णांक व अपूर्णांक ह्यांच्या बेरजा वेगळ्या करून मग त्या दोन बेरजा एक कराव्या.

$$३ उ. २\frac{३}{४} + ३\frac{१}{१०} + ५\frac{५}{१२} + ४.$$

$$\text{पूर्णांकांची बेरीज } २ + ३ + ५ + ४ = १४$$

$$\text{अपूर्णांकांची बेरीज } \frac{३}{४} + \frac{१}{१०} + \frac{५}{१२} = \frac{३६ + ५४ + २५}{६०}$$

$$= \frac{११५}{६०} = १\frac{५५}{६०} = १\frac{११}{१२}$$

आतां दोन्ही बेरजा एक केल्या, तेव्हां  $१४ + १\frac{११}{१२} = १५\frac{११}{१२}$  हें उत्तर.

उदाहरणांत विषम अपूर्णांक असल्यास त्यांस भागानुबंध पूर्णांकाचें रूप द्यावें; व प्रभागजाति अपूर्णांक असले तर त्यांस भागजाति अपूर्णांकाचें रूप द्यावें, आणि मग समच्छेद करून मिळवणी करावी.

$$४ उ. \frac{११३}{८} + \frac{३}{४} \text{ चे } \frac{१०}{९} + २\frac{३}{४} \text{ चे } २\frac{२}{११} \text{ चे } \frac{५}{८} + ५.$$

$$\text{आतां } \frac{११३}{८} = १४\frac{१}{८}.$$

$$\text{व } \frac{३}{४} \text{ चे } \frac{१०}{९} = \frac{३०}{३६}.$$

$$\text{आणि } २\frac{३}{४} \text{ चे } २\frac{२}{११} \text{ चे } \frac{५}{८} = ३\frac{३}{४}.$$

$$\text{द्वयून } १४\frac{१}{८} + \frac{३०}{३६} + ३\frac{३}{४} + ५ = १४ + ३ + ५ + \frac{१}{८} + \frac{३०}{३६} + \frac{३३}{३६}.$$

$$= २२ + \frac{३ + १६ + १०}{३६}.$$

$$= २२ + १\frac{१३}{३६}.$$

$$= २३\frac{१३}{३६} \text{ हें उत्तर.}$$

उदाहरणांत काहीं रेषांचे अपूर्णांक असल्यास त्यांस व्यवहारी अपूर्णांकांचें रूप द्यावें.

$$५ उ. २॥ + \frac{३}{८} = २\frac{१}{२} + \frac{३}{८} = २ + \frac{१}{२} + \frac{३}{८} = २\frac{७}{८} \text{ हें उत्तर.}$$

### अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

$$१ उ. \frac{५}{६} + \frac{२}{६} + \frac{६}{६} + \frac{५}{६} + \frac{३}{६}.$$

$$२ उ. \frac{१}{२} + \frac{१}{३} + \frac{७}{८} + \frac{५}{१२}; \frac{१}{२} + \frac{३}{४} + \frac{५}{६} + \frac{७}{८}.$$

$$३ उ. \frac{१३}{१८} + \frac{१५}{१८} + \frac{११}{२०} + \frac{१३}{३०}; \frac{३}{३} + \frac{१}{६} + \frac{५}{६} + \frac{११}{१२}.$$

$$४ उ. \frac{७}{८} + \frac{७}{१२} + \frac{७}{१६} + \frac{७}{१८}; \frac{३}{१०} + \frac{१३}{१५} + \frac{१}{५} + \frac{४}{६}.$$



- ५ उ.  $२\frac{१}{४} + \frac{११}{७०} + \frac{५}{२१} + \frac{१}{५} + \frac{१७}{२२}$ ;  $२\frac{१}{२} + ३\frac{१}{३} + ४\frac{१}{४} + ५$ .
- ६ उ.  $३\frac{३}{४} + २\frac{५}{६} + \frac{७}{१२} + ३\frac{५}{६}$ ;  $२\frac{२}{३} + ३ + ४ + ५\frac{५}{६}$ .
- ७ उ.  $१\frac{३}{४} + \frac{१}{६} + \frac{५}{१०} + २\frac{१}{१२}$ ;  $२\frac{२}{७} + ११ + \frac{५}{४४} + २\frac{७}{४५} + \frac{१}{१०}$ .
- ८ उ.  $\frac{११}{१२} + \frac{१४}{१५} + \frac{२६}{२७} + \frac{३९}{४०}$ ;  $३\frac{१}{४२} + \frac{५}{२१} + \frac{३१}{६३} + १\frac{११}{१४}$ .
- ९ उ.  $१७\frac{१}{३५} + \frac{३}{७} + २\frac{४}{१} + १\frac{७}{१५}$ ;  $\frac{३}{७}$  चे १८ +  $\frac{२}{६}$  चे  $१२\frac{१}{१}$ .
- १० उ.  $\frac{११}{१२} + १\frac{२}{१५} + \frac{७}{१६} + २\frac{११}{१८} + \frac{१}{२०}$ ;  $१\frac{१५}{१६} + २\frac{२३}{२४} + ३\frac{२४}{२५} + ४\frac{२९}{३०}$ .
- ११ उ.  $५\frac{३}{४} + \frac{३}{६}$  चे  $७\frac{१}{२} + ८\frac{३}{१०}$ ;  $\frac{३}{३} + ७\frac{२}{११} + \frac{४}{६}$  चे  $\frac{३}{७}$  चे  $१०\frac{१}{२}$ .
- १२ उ.  $२\frac{३}{४}$  चे  $३\frac{२}{३} + \frac{१११}{१६} + २\frac{५}{६}$  चे  $४\frac{१}{६}$  चे  $१\frac{३}{६} + ४\frac{२}{३}$  चे  $\frac{२}{१५}$  चे  $२\frac{१}{६}$  चे  $१\frac{३}{७}$ .
- १३ उ. २१ चे ३॥ +  $५\frac{१}{२} + ७\frac{३}{६}$  चे ३॥ + ५.
- १४ उ. १० चा ८- +  $३\frac{३}{४} + ७\frac{७}{६} + ६$ .
- १५ उ. ५१० + २१ = +  $३\frac{३}{४} + \frac{११}{१६}$ .

### व्यवहारी अपूर्णांकाची वजाबाकी.

मिळवणींत सांगिल्याप्रमाणें दिलेले अपूर्णांक समजाति व समच्छेद करावे, आणि मग अधिक अंशांत थोडे अंश वजा करून बाकी राहिल तिच्या खालीं समच्छेद लिहावा.

उदाहरणांत कांहीं पूर्णांक असल्यात त्यांची वजाबाकी वेगळी करावी, व अपूर्णांकांची वेगळी करावी.

- १ उ.  $\frac{५}{६}$  आणि  $\frac{१}{६}$  ह्यांची वजाबाकी करावयाची, आतां  
 $\frac{५}{६} - \frac{१}{६} = \frac{३}{६}$  हें उत्तर.
- २ उ.  $\frac{१०}{१०} - \frac{७}{१५} = \frac{२७}{३०} - \frac{१४}{३०} = \frac{१३}{३०}$  हें उत्तर.
- ३ उ.  $५\frac{५}{६} - २\frac{१}{२} = ३ + \frac{५}{६} - \frac{१}{२}$ .  
 $= ३ + \frac{५-४}{६} = ३ + \frac{१}{६}$ .  
 $= ३\frac{१}{६}$  हें उत्तर.
- ४ उ.  $५\frac{३}{६} - २\frac{१}{२} = ५ - २ + \frac{३}{६} - \frac{१}{२} = ३ + \frac{३}{६} - \frac{४}{६} = ३ + \frac{३-४}{६}$ .

आतां ३ ह्यांतून ४ वजा जात नाहीत म्हणून पूर्णांकांपैकी एक पूर्णांक झणजे  $\frac{६}{८}$  अपूर्णाकांत नेले. तेव्हां,

$$३ + \frac{३-४}{८} = २ + \frac{११-४}{८} = २\frac{७}{८} \text{ हें उत्तर.}$$

$$५ उ. ६ - ४\frac{३}{८} = २ - \frac{३}{८} = १\frac{५}{८}.$$

$$६ उ. \frac{५}{२} \text{ चे } २\frac{१}{२} \text{ चे } १६ - १\frac{३}{८} \text{ चे } ५\frac{१}{२} = ८ - ७\frac{६}{८} \\ = ७\frac{७}{८} - ७\frac{६}{८} \\ = \frac{१}{८} \text{ हें उत्तर.}$$

### अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

$$१ उ. \frac{११}{२} - \frac{६}{२}; \frac{१३}{२०} - \frac{७}{२०}; \frac{१६}{१५} - \frac{२०}{१५}; \frac{१}{२} - \frac{१}{३}.$$

$$२ उ. ३\frac{३}{४} - १\frac{१}{४}; ३\frac{३}{४} - २\frac{५}{८}; ५ - २\frac{६}{८}; १०\frac{३}{५} - \frac{११}{६०}.$$

$$३ उ. १\frac{५}{२५} - \frac{३}{४}; ९ - ३\frac{५}{२५}; ९\frac{७}{२} - ४\frac{५}{६}; ५\frac{३}{१४} - २\frac{१०}{११}.$$

$$४ उ. १३\frac{७}{२५} - ३\frac{३}{२५}; ४\frac{१}{२१} - ३\frac{१}{२१}; ३\frac{२}{२१} - \frac{६१}{१३}; २४\frac{१}{२४} - २१\frac{१}{२३}.$$

$$५ उ. १\frac{५}{२५} - \frac{५}{६}; १७\frac{१}{२५} - \frac{५}{२१}; ४\frac{३}{२} - \frac{१}{४} \text{ चे } \frac{३}{३}; \frac{१०}{१०} - \frac{१}{२} \text{ चे } \frac{६}{११}.$$

$$६ उ. १\frac{३}{३} \text{ चे } २\frac{७}{१०} - ३\frac{१७}{१०}; ५\frac{१}{२} \text{ चे } ४\frac{१}{२} - ३\frac{१}{४} \text{ चे } ३\frac{१}{५}.$$

$$७ उ. ३\frac{१}{४} + ४\frac{२}{४} - ५\frac{१}{२} + १६\frac{५}{८} - ७\frac{११}{४} + १० - १४\frac{५}{८}.$$

$$८ उ. ५\frac{१}{२} - २\frac{५}{६} - ३\frac{३}{१०} + \frac{१३}{२} - १६\frac{१}{४} + ३\frac{१}{२} + ८\frac{१}{६}.$$

$$९ उ. ५। - २\frac{१}{३}; ८\frac{३}{३} - ७५ = ; \cdot || = - \frac{११}{४८}.$$

$$१० उ. ५।। \text{ चे } \frac{२}{३} + \frac{५}{६} - २।।। \text{ चे } \frac{५}{२} + \frac{३}{६} - २।। =$$

$$११ उ. २\frac{३}{४} + ३\frac{१}{२} + १\frac{३}{४} \text{ चे } \frac{२}{३} \text{ चे } १०.$$

### व्यवहारी अपूर्णाकांचा गुणाकार.

अंशाअंशांचा गुणाकार आणि छेदांछेदांचा गुणाकार कर. जसें,  $\frac{२}{३} \times \frac{५}{६} = \frac{१०}{१८}$  हें उत्तर.

प्रभागजाति अपूर्णाकांचे भागजाति अपूर्णाक करण्याची जी रीत सांगितली, तीप्रमाणेच ही गुणाकाराची रीत आहे. आणखी शिकणारानें लक्षांत ठेवावें, कीं जेव्हां कोणतेही पूर्ण संख्येची पट करावी म्हणून सांगावें, तेव्हां गुणाकार करावयाचा आहे, असें सुचविलें आहे. तसेंच जेव्हां अंश घ्यावयाचा आहे, तेव्हांही गुणाकारच

समजावा. उ.  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{३}{४}$  किती आहेत, असें जेव्हां द्वयणतो तेव्हां  $\frac{५}{६} \times \frac{३}{४}$  काय आहेत? हे विचारतो असें समजलें पाहिजे. तेव्हां दोहोंतही एकच रीत आली.

आणखी असें पाहावें, कीं जेव्हां  $\frac{३}{४} \times ५$  ह्यांची किंमत काढावयास इच्छितों, तेव्हां  $\frac{३}{४}$  ची ५ पट किती आहे असें पाहातो.  $\frac{३}{४} \times ५ = \frac{१५}{४} = ३\frac{३}{४}$ . पूर्णांकांतील रीतीनेंही गुणाकार इतकाच येतो. आतां कोणतेही संख्येचा अमकावा अंश ध्यावयाचा म्हणजे तिचाच एके प्रकारचा गुणक काढावयाचा; द्वयणून गणितकर्त्यानीं, पूर्णांकाचे गणितावरून जें नांव मिळालें, तेंच अपूर्णांकांतील गुणाकारास दिलें आहे.

द्वयणून प्रभागजाति अपूर्णांकास भागजाति अपूर्णांकाचें रूप देण्याची जी रीत आहे, तीच रीत अपूर्णांकाचा गुणाकार करण्याची आहे. कारण, प्रभागजाति अपूर्णांक द्वयणजे अंश ध्यावयाचा, आणि अंश ध्यावयाचा द्वयणजे गुणाकार करावयाचा; म्हणून उदाहरणांत भागानुबंध पूर्णांक किंवा नुसते पूर्णांक असल्यास त्यांचे विषम अपूर्णांक करावे. आणि मग गुणाकारास आरंभ करावा. अंश छेदांस संक्षेप गेल्यास यावा.

उ.  $२\frac{३}{४} \times ३\frac{१}{२} \times १\frac{३}{४}$  चे  $\frac{३}{४}$  चे १०.

$$\frac{११}{४} \times \frac{७}{२} \times \frac{५}{४} \times \frac{३}{४} \times \frac{३}{४} = \frac{११}{१} \times \frac{७}{१} \times \frac{३}{४} \times २$$

$$= \frac{३०६}{४} = १०२\frac{३}{४} \text{ हें उत्तर.}$$

### अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

१ उ.  $\frac{५}{१२} \times \frac{१}{१६} \times २\frac{३}{११}$ ;  $२\frac{१}{१६} \times \frac{३}{११} \times १\frac{७}{९}$ ;  
 $२\frac{५}{११} \times २\frac{१}{६} \times \frac{६}{३६}$ .

२ उ.  $\frac{११}{३५} \times २\frac{१}{२} \times १००$ ;  $१३\frac{१}{३} \times ३\frac{५}{६} \times १\frac{७}{३६}$ ;  
 $६\frac{३}{४}$  चे  $२\frac{६}{४}$  चे २१.

३ उ.  $२\frac{१}{२}$  चे  $३\frac{३}{४} \times ४\frac{३}{४}$  चे  $१\frac{७}{६}$ ;  $२\frac{१}{६} \times १\frac{५}{६}$  चे  $१\frac{३}{३}$   
 $\times \frac{३}{४}$  चे  $१\frac{५}{११}$ .

४ उ.  $\frac{१}{२}$  चे  $\frac{७}{१२}$  चे  $\frac{३}{४} \times \frac{५}{११}$  चे  $३\frac{७}{६}$ ;  $१\frac{३}{४}$  चे  $\frac{५}{६}$  चे  $\frac{५}{१६}$  चे  
 $२\frac{१}{२}$  चे ८.

$$५ \text{ उ. } \frac{3}{4} \times 1\frac{2}{3} \text{ चे } 1\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4} \text{ चे } \frac{3}{8}; \frac{3}{4} \text{ चे } 1\frac{1}{3} \times 2\frac{2}{3} \text{ चे } 8\frac{3}{4} \text{ चे } 2\frac{2}{3}.$$

$$६ \text{ उ. } 211 \times 3 + 2\frac{2}{3}; 311 \times 21 \times 1\frac{1}{2} -; 1\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3}.$$

$$७ \text{ उ. } ५१ \text{ चे } \frac{५}{६} \times २११; ३\frac{३}{४} \text{ चे } २१११ \times \frac{१४}{५}; ३\frac{३}{४} \text{ चे } \frac{१४}{५} - ५१ =.$$

$$८ \text{ उ. } ७१३ \text{ चे } ६१ \text{ चे } \frac{३}{४} + ३ \text{ चे } \frac{५}{६} - ७११ \text{ चे } \frac{३}{४} \times \frac{११}{५}.$$

### व्यवहारी अपूर्णाकाचा भागाकार.

भाजकांकाचे अंश छेदांची व्युत्क्रम स्थिति करून, ह्यणजे छेद अंशस्थानीं आणि अंश छेदस्थानीं लिहून, मग त्यानें भाज्यास गुणावें. कारण एका संख्येनें दुसरे संख्येस भागणें ह्यणजे एकीचे दुसऱ्ये संख्येनें इतके भाग करणें; आणि भागाकार करणें ह्यणजे भाज्य संख्येचे भाजक संख्ये इतके भाग केले असतां किती भाग होतील हें पाहणें. अपूर्णाक संख्येंत छेदस्थळीं असणारे अंक अंशस्थळीं असणाऱ्या अंकाची किंमत दाखवीत असतात, आणि अंशस्थलाचे अंक घेतलेल्या भागांची संख्या दाखवीत असतात. ह्यणून अपूर्णाक संख्येनें भागणें झाल्यास त्या संख्येचे अंश भाज्य संख्येचे छेदस्थळीं नेतात; म्हणजे भाज्य संख्येचे अंशाइतके तुकडे करावे असें होतें आणि भाजक संख्येचे छेदांनीं भाज्य संख्येस गुणितात त्या योगानें भाज्य संख्येचे तुकडे भाजक संख्येचे छेदांनीं बोधित केलेल्या किमतीचे होतात. भाजक संख्येनें दाखविलेल्या किमतीचे भाज्यसंख्येचे तुकडे या प्रमाणें करणें म्हटलें म्हणजे सहजच भाजक संख्येचे अंश छेदांची व्युत्क्रम स्थिति झाली.

उ.  $\frac{3}{4}$  ह्यांस  $\frac{5}{6}$  ह्यांनीं भागावयाचें.

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \frac{3 \times 6}{4 \times 5} = \frac{18}{20} \text{ हें उत्तर.}$$

येथें देखील भागाकाराचा अर्थ फार खोल आहे. भागाकार करणें ह्मणजे अशी संख्या शोधून काढणें, कीं जिनें भाजकास गुणलें असतां तो गुणाकार भाज्याइतका येईल. तेथें गुणाकाराचा अर्थ मागील प्रकरणांत सांगितल्याप्रमाणेंच समजावयाचा, ह्मणजे पट करावयाची किंवा अंश काढावयाचा.

वरचे उदाहरणांत भाज्य  $\frac{3}{4}$  आणि भाजक  $\frac{2}{3}$  आहे. तेव्हां ह्यांचा भागाकार असा आला पाहिजे कीं,

$$\text{भागाकार} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{म्हणून भागाकार} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8}.$$

भागानुबंध पूर्णांक, किंवा पूर्णांक, किंवा रेखांचे अपूर्णांक हे उदाहरणांत असल्यास, भागाकार करण्यापूर्वी त्यांस भागजाती अपूर्णांकांचें रूप द्यावें.

$$२ \text{ उ. } २\frac{३}{४} \div ३\frac{३}{४} = \frac{६}{४} \div \frac{१५}{४} = \frac{६}{४} \times \frac{४}{१५} = \frac{३३}{४५}.$$

$$३ \text{ उ. } २\frac{३}{४} \text{ चे } ३\frac{३}{४} \div ४\frac{१}{२} \text{ चे } \frac{५}{४} \text{ चे } \frac{४}{४५}.$$

$$\therefore १० \div \frac{३}{४} = \frac{१०}{१} \times \frac{४}{३} = \frac{४०}{३} = १३\frac{१}{३}.$$

$$४ \text{ उ. } \frac{\frac{३}{४} \text{ चे } ५}{\frac{३}{४} \text{ चे } १\frac{४}{५}} = \frac{\frac{३}{४} \times ५}{\frac{३}{४} \times १\frac{४}{५}} = \frac{३५}{३\frac{४}{५}} = \frac{३५}{\frac{१६}{५}} = \frac{३५ \times ५}{१६} = १३\frac{३}{१६}.$$

ह्या वरील उदाहरणावरून मिश्र अपूर्णाकास भागजाति अथवा सरळ अपूर्णाकांचें रूप देण्याची रीत सांपडती. ती अशी, कीं अंशस्थळींच्या अपूर्णाकाचा अंश, व छेदस्थळींच्या अपूर्णाकाचा छेद ह्यांचा गुणाकार अंशस्थानीं येतो. आणि अंशस्थळींच्या अपूर्णाकाचा छेद व छेदस्थळींच्या अपूर्णाकाचा अंश, ह्यांचा गुणाकार छेदस्थळीं येतो. जसें,

$$५ \text{ उ. } \frac{\frac{३}{४}}{\frac{३}{४}} = \frac{३ \times ५}{४ \times ४} = \frac{१५}{१६} \text{ हें उत्तर.}$$

दोन्ही अपूर्णाकांतील अंशा अंशांत किंवा छेदा छेदांत संक्षेप गेल्यास द्यावा.

$$६ उ. \frac{2\frac{4}{6}}{3\frac{3}{6}} = \frac{2\frac{4}{6}}{3\frac{3}{6}} = \frac{3}{3} = 1 \text{ हें उत्तर.}$$

$$७ उ. \frac{4}{3\frac{3}{4}} = \frac{4}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{1} \times \frac{4}{15} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15} \text{ हें उत्तर.}$$

$$८ उ. \frac{1\frac{6}{10}}{1\frac{1}{10}} = \frac{\frac{16}{10}}{\frac{11}{10}} = \frac{16}{11} \text{ हें उत्तर.}$$

### अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

$$१ उ. २ \div \frac{2}{3}; \frac{2}{3} \div \frac{3}{4}; \frac{2}{3} \div \frac{3}{2}; २\frac{1}{2} \div ३\frac{1}{3}.$$

$$२ उ. १६\frac{2}{3} \div १२\frac{1}{2}; \frac{32}{3} \div \frac{6}{5}; ११\frac{4}{5} \div \frac{3}{4}.$$

$$३ उ. ७ \div १४; \frac{3}{4} \text{ चे } \frac{1}{2} \div \frac{6}{7} \text{ चे } \frac{3}{4}.$$

$$४ उ. ४\frac{1}{2} \text{ चे } \frac{5}{20} \div ५\frac{3}{4} \text{ चे } १\frac{3}{4}; २०९ \div \frac{1}{4} \text{ चे } २०.$$

$$५ उ. \frac{2}{6} \text{ चे } \frac{6}{6} \div \frac{3}{8} \text{ चे } \frac{1}{3} \text{ चे } ५; ४\frac{1}{2} \text{ चा } \frac{1}{3} \div २\frac{1}{4} \text{ चे } ६\frac{4}{9}.$$

$$६ उ. \frac{५२}{३४}; \frac{३३}{५}; \frac{१४}{४५}; \frac{११}{१२}; \frac{११}{७\frac{१}{६}}.$$

$$७ उ. \frac{९७}{२२७}; \frac{५३}{२११}; \frac{८३}{५५}; \frac{१५३}{७५}.$$

$$८ उ. \frac{३२}{२\frac{2}{3} + \frac{३}{५}}; \frac{३\frac{1}{3} \text{ चा } १\frac{1}{५}}{१\frac{1}{५} \text{ चा } १\frac{1}{४}}; \frac{३७ \text{ चे } २\frac{११}{१२}}{\frac{1}{3} \text{ चे } ८\frac{१}{४}}.$$

$$९ उ. \frac{२\frac{1}{२} + १\frac{२}{३}}{३\frac{२}{३} - २\frac{१}{२}}; \frac{४\frac{४}{५} \text{ चे } २\frac{५}{६}}{५\frac{१}{५} - ४\frac{२}{३}}; \frac{४॥ \text{ चे } ३\frac{१}{५}}{१२१ - ३५}.$$

### दशांश अपणांक.

पूर्णांक संख्येंत स्थानाप्रमाणें प्रत्येक अंकाची किंमत फिरते. कोणताही अंक त्याच्या स्थानापासून डावेकडे जवळच्या स्थानी नेला, तर त्याची किंमत लागलीच दशगुणित वाढते. उदाहरण, ३०४५ ही संख्या तीन हजार, ० शें,

४ दशक, आणि ५, अथवा  $३००० + ० + ४०$   
 + ५ ह्यांचे वरोवर आहे. ह्यांत प्रत्येक अंकाची किंमत  
 त्याचे डावेकडील, स्थानाप्रमाणें १०, १००, १००० इ.  
 ह्यांनी गुणून काढतां येते.

ह्याच रीतीप्रमाणें आतां जर पूर्णांकांपलीकडे ह्यणजे  
 उजवेकडे आपण अंक घालीत गेलों, आणि प्रत्येक उजवे  
 स्थानाकडे अंकांची किंमत दाहापट कमी होते असें  
 मानिलें, तर आपणास दशांश रीतीनें अपूर्णांक मांडतां  
 येतील. पूर्णांक व अपूर्णांक ह्यांचा भेद दाखविण्याकरितां  
 पूर्णांकांचे शेवटीं, ह्यणजे एक स्थानापुढें (.) एक टिंब  
 देतात. त्यास दशांश चिन्ह ह्यणतात. ह्या रीतीनें  
 $३.०४५$  ह्यांचा अर्थ पुढें दाखविल्या प्रमाणें होईल.  $३ +$   
 $\frac{०}{१०} + \frac{४}{१००} + \frac{५}{१०००}$  ह्यांतोळ प्रत्येक अंकाची किंमत  
 काढणें आहे तर दशांश चिन्हापुढें उजवेकडे अंकाचें दुसरें  
 तिसरें इत्यादि—जें स्थळ असेल त्याप्रमाणें त्यास १०,  
 १००, १०००, इ० ह्यानें भागावें.

ह्यावरून दशांश अपूर्णांकांची व्याख्या अशी होत्ये;—तो  
 दशांश अपूर्णांक होय कीं ज्याचा छेद १० किंवा दाहांचा  
 कोणताही घात १००, १०००, इ० हा आहे अशी  
 करावी. व्यवहारी अपूर्णांकांप्रमाणें दशांश अपूर्णांकांत  
 छेद अंशाखालीं मांडीत नाहीत, तर छेदावर जितकीं शून्यें  
 असतात तितकीं स्थळें अंशांत उजवेकडून डावेकडे मोजून  
 तेथें दशांश चिन्ह करतात; स्थळें पुरीं नसलीं तर अंका-  
 मार्गे शून्य देऊन पुरीं करतात.

१ उ  $\frac{३४७}{१०००}$  ह्यांत छेदांत दोन शून्यें आहेत म्हणून ७ पासून दोन

स्थळें मोजून दशांश चिन्ह केलें म्हणजे ३.४७ हे वरच्या व्यवहारी अपूर्णाकाबरोबर आहेत.

$$२ \text{ उ. } \frac{१३}{१०००} = \frac{१०+३}{१०००} = \frac{१}{१००} + \frac{३}{१०००} = .०१३.$$

$$३ \text{ उ. } \frac{२१२६}{१०००} = २.१२६; \frac{११९}{१०००} = .११९; \frac{३७}{१०००००} = .०००३७.$$

दशांश अपूर्णाकांस व्यवहारी अपूर्णाकांचें रूप दाखयाचें झाल्यास, प्रत्येक अंकाखालीं त्याचे स्थानांइतका म्हणजे १०, १००, १०००, इ० छेद लिहावा. ह्याप्रमाणें संख्येंतील प्रत्येक अंक अपूर्णाकरूपानें लिहून मग त्या सर्व अपूर्णाकांची बेरीज घ्यावी.

### उदाहरणें.

$$२.०३ = २ \frac{३}{१००} = \frac{२०३}{१००}.$$

$$.३७९ = \frac{३}{१०} + \frac{७}{१००} + \frac{९}{१०००} = \frac{३००+७०+९}{१०००} = \frac{३७९}{१०००}.$$

$$४२.०३७ = ४२ \frac{३७}{१०००} \text{ अथवा } \frac{४२०३७}{१०००}.$$

$$.००२९ = \frac{२९}{१०००००}.$$

$$१५.००१ = १५ \frac{१}{१००००} \text{ अथवा } \frac{१५००१}{१००००}.$$

$$१३.७५ = १३ \frac{७५}{१००} = १३ \frac{३}{४} \text{ अथवा } १३|||.$$

$$२३.०६२५ = २३ \frac{६२५}{१००००} = २३ \frac{५}{१६} = २३\frac{५}{१६}$$

दशांश अपूर्णाकांत आणखी एक गोष्ट लक्षांत ठेवण्याजोगी आहे, ती ही कीं, दशांश अपूर्णाकाचे उजवे बाजूस कितीही शून्यें दिलीं, तरी त्या अपूर्णाकाची किंमत बदलत नाहीं, परंतु जर डावेकडे शून्यें दिलीं तर त्यास १०, १००, १०००, इ० ह्यांनीं भागल्याप्रमाणें होतें.

$$.३ = \frac{३}{१०}$$

$$.३० = \frac{३०}{१००} = \frac{३}{१०}$$

$$.३०० = \frac{३००}{१०००} = \frac{३}{१०}$$

लक्ष  
शत  
ला

$$.०३ = \frac{३}{१००}.$$

$$.००३ = \frac{३}{१०००}.$$

$$.०००३ = \frac{३}{१००००}.$$

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

पुढील व्यवहारी अपूर्णाकांस दशांश अपूर्णाकांचीं रूपें दे.

$$१ \text{ व. } \frac{७}{१०}; \frac{११७}{१०}; \frac{२३}{१००}; \frac{१०१६}{१०००}.$$

$$२ \text{ उ. } \frac{१}{१००}; \frac{२१}{१०००}; \frac{११७}{१००००}; \frac{६}{१०००००००}.$$

$$३ \text{ उ. } २ \text{ दशांश } + ३ \text{ शतांश } + ३७ \text{ दशलक्षांश}.$$

$$४ \text{ उ. } ११ \text{ दशांश } + ११ \text{ सहस्रांश } + ११ \text{ लक्षांश}.$$



५ उ. १३ + ३ सहस्रांश + ५ दशलक्षांश.

६ उ. १०१ दशांश + १० सहस्रांश + १०१ दशलक्षांश.

पुढील दशांश अपूर्णांकांस व्यवहारी अपूर्णांकांचीं रूपें दे.

७ उ. .०३७; .०००२; .२५; .३७५.

८ उ. .००७५; १.२२५; .१८७५; ३.२२५.

९ उ. .०००६८७५; .०००९३७५; २३.०३८१२५.

१० उ. १५.२०३१२५; .००२३४३७५; ४.००७८१२५.

**दशांश अपूर्णांकांची मिळवणी व वजाबाकी.**

सांगितलेल्या रकमा अशा मांड, कीं सर्व रकमांचीं दशांशचिन्हें एके उभ्या ओळींत येतील, व दशक स्थळा-खालीं दशक स्थळ, शतकस्थळाखालीं शतकस्थळ, ह्याप्रमाणें येतील; रिकाम्या जागा राहिल्या असतील त्या शून्यें देऊन भराव्या नंतर बेरीज किंवा वजाबाकी जी करणें असेल ती, मध्ये दशांश चिन्ह नाहीं असें मानून पूर्णांकाप्रमाणें करावी. उत्तरांत दशांशचिन्ह करावयाचें तें सांगितल्या रकमांपैकी जींत दशांशस्थळें फार असतील तींत जितक्या स्थळांमागें दशांशचिन्ह असेल तितक्या स्थळांमागें आलेल्या रकमेवर करावें.

उदाहरण पहिलें.

२.८१४६, .०९३८, ८, .८७५, ३१.२७८८, ४.००८७

ह्यांची बेरीज कर.

२.८१४६

.०९३८

८.००००

८७५०

३१.२७८८

४.००८७

---

४७.०७०९

उदाहरण दुसरें.

२.४१८ भाणि १.२२३४ ह्यांची वजाबाकी कर.

२.४१८०

१.२२३४

---

१.१९४६

## अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

- १ उ. ११२७५+३४१३२+००४१४+०००१+२३००१.  
 २ उ. ३२१०४+१२+३१६१५४+०१+२२१४+४१५०६२.  
 ३ उ. ००१२१३+४५०६१३+२३४००१२+१४१०००५६.  
 ४ उ. १००००१२३+३११+११७१५४+२३४३०००८+०००२.  
 ५ उ. ३२००१-१२९९९; ३४५-०००९८.  
 ६ उ. २३१४१५-२००८; ३४१२-२९९९८७.  
 ७ उ. २२०००१-२९९९९; २४१५०६-२४१४५९८७.  
 ८ उ. ००१-०००९९८७; २४००४-९८७५१६५.  
 ९ उ. १०३७४२-०३७४२; ३०५४-३०५४.  
 १० उ. ०१२३-००९०८७; ३३३-२९८७६५.

## दशांश अपूर्णाकांचा गुणाकार.

दशांश चिन्ह नाही, असें मानून पूर्णाकांतील गुणाकारप्रमाणें गुणाकार करावा. आणि गुण्य व गुणक ह्यांतील दशांशस्यळें मोजून एकंदर जेवढीं भरतील तितक्या स्यळ्यांचे मागें गुणाकारांत दशांश चिन्ह करावें, कदाचित् स्यळें कमी असल्यास मागें शून्यें देऊन स्यळसंख्येची भर करावी, आणि दशांश चिन्ह करावें.

उदाहरण पाहिलें. $  \begin{array}{r}  १.००२५ \\  १.००२५ \\  \hline  २.५ \\  \hline  ५०१२५ \\  २००५० \\  \hline  २.५०६२५  \end{array}  $	ह्यास २.५ ह्यांनीं गुण. व्यवहारी अपूर्णाक रीतीनें. $  \begin{array}{r}  १.००२५ \times २.५ = \frac{१००२५}{१००००} \times \frac{२५}{१०} \\  = \frac{२५०६२५}{१०००००} \\  = २.५०६२५  \end{array}  $
--	---

## उदाहरण दुसरें.

$  \begin{array}{r}  ००४८ \text{ ह्यांस } ००००१२ \text{ ह्यांनीं गुण.} \\  ००४८ \\  \hline  ००००१२ \\  \hline  ००००००५७६ \text{ हें उत्तर.}  \end{array}  $	
---	--

उदाहरण तिसरें.

$$\begin{array}{r}
 1.004 \times .004 \times .0068 \\
 \quad \quad \quad 1.004 \\
 \quad \quad \quad .004 \\
 \hline
 1,004024 \\
 \quad \quad .0068 \\
 \hline
 20100 \\
 30140 \\
 \hline
 \end{array}$$

.0000321600 = .00003216 उत्तर.

दशांश चिन्ह उजवेकडे एक, दोन, तीन, इ० स्थळें सारलें असतां त्या दशांश अपूर्णांकास १०, १००, १००० इ० कानीं गुणल्याप्रमाणें होतें.

उदाहरण.

$$\begin{array}{l}
 3.289 \times 10 = 32.89. \\
 .0023 \times 100 = .23. \\
 3.289 \times 100 = 328.9. \\
 2.3 \times 1000 = 2300.
 \end{array}$$

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. २२.५ × ३२.१६; ४.४१ × ३३.२१.
- २ उ. .०००१ × .००१; ३२.१ × २.३१.
- ३ उ. .००३२ × २३.४५; .०००२ × ३०१.
- ४ उ. २२.५ × .०२४१ × .००२४; .०००३ × .०१ × ५०००००.
- ५ उ. २.७ × २.७ × .०२७ × २७०.
- ६ उ. ,२ × .०४ × .००८; × ६४०००.
- ७ उ. १.१ × .०११ × १.०१ × .०१०१.
- ८ उ. .०१३ × १.६ × .००७ × ३.०५.

दशांश अपूर्णांकाचा भागाकार.

भाज्य व भाजक ह्यांत दशांश स्थळें नाहींत असें मानून पूर्णांकांतील भागाकाराप्रमाणेंच हा भागाकार करावा.

जर भाज्य आणि भाजक ह्यांतील दशांश स्थळांची संख्या सारखी असली तर भागाकारांतील सर्व अंक पूर्णांक येतील.

भाजकापेक्षां भाज्यामध्ये दशांश स्थळें जितकीं अधिक असतील तितकीं भागाकारांत उजवेकडून डावेकडे मोजून तितक्या स्थळांमागें भागाकारांत दशांश चिन्ह करावें.

भाजकापेक्षां भाज्यांतील दशांशस्थळें कमी असलीं तर जितकीं कमी असतील तितकीं स्थळें भागाकारावर डावेकडून उजवेकडे मोजून दशांश चिन्ह करावें, अथवा तितकीं शून्यें भागाकारावर द्यावीं.

उदाहरण पहिलें.

०.८०५ ह्यांस २.३ ह्यांनीं भाग.

२.३) ०.८०५ (.३५ हें उत्तर.

$$\begin{array}{r} ६६ \\ ११५ \\ ११५ \\ \dots \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{आतां } ०.८०५ \div २.३ &= \frac{०.८०५}{१०००} \div \frac{२३}{१०} = \frac{०.८०५}{१०००} \times \frac{१०}{२३} \\ &= \frac{०.८०५}{२३} \times \frac{१}{१००} = \frac{३५}{१००} = .३५. \end{aligned}$$

उदाहरण दुसरें.

८.०५ ह्यांस २३ आणि ००२३ ह्यांनीं भाग.

$$\frac{८.०५}{२३} = ३५, \frac{८.०५}{००२३} = ३५००.$$

$$\text{कारण } \frac{८.०५}{२३} = \frac{८०५}{१००} \div \frac{२३}{१००} = \frac{८०५}{१००} \times \frac{१००}{२३} = \frac{८०५}{२३} = ३५.$$

$$\text{तसेंच } \frac{८.०५}{००२३} = \frac{८०५}{१००} \div \frac{२३}{१००००} = \frac{८०५}{१००} \times \frac{१००००}{२३} = \frac{८०५}{२३} \times १०० = ३५००.$$

भागाकार करतांना जेव्हां भाग बरोबर तुटत नाही, तेव्हां भाज्यांकावर आणखी शून्यें द्यावीं, व तीं भाज्यांकांतील दशांश स्थळांतलींच आहेत असें मानावें.

उदाहरण तिसरें.

२.५ ह्यांस ३२ ह्यांनीं भाग, आणि १ ह्यास .०१३ ह्यांनीं भाग.

.३२)२.५०००००(७.८१२५      .०१३)१.००००००(७६.९२३

२२४

९१

२६०  
२५६

९०  
७८

४०  
३२

१२०  
११७

८०  
६४

३०  
२६

१६०  
१६०

४०  
३९

०००

१

उत्तर. ७.८१२५.

उत्तर. ७६.९२३.

कित्येक भागाकारांत भाग बरोबर तुटत नाहीं, तशा ठिकाणीं इच्छा असेल तेथपर्यंत भाज्यांकावर शून्ये घेऊन भागाकार वाढवावा, परंतु दशांश स्थळें मोजतांनां जितकीं शून्ये घेतलीं असतील तितकीं लक्षांत ठेवावीं.

भागाकार करतांनां भाज्यभाजकांचे पूर्णांकांकडे थोडें लक्ष दिलें तर भाज्यभाजकांतील दशांश चिन्हें मोजण्याची गरज लागत नाहीं.

उदाहरण.

१५.९५ ह्यांस २.७५ ह्यांनीं भाग.

२.७५)१५.९५०(५.८

१३७५

२२००  
२२००

०००

ह्यांत थोडासा विचार केल्यानें लागलेंच लक्षांत येतें कीं भागाकारांत दशांश चिन्ह पांचांच्या पुढें असावें कारण भाज्य १५ पेक्षां कांहीं अधिक आहे, त्यांत भाजक २ पेक्षां कांहीं अधिक, हा ५ वेळा वजा जाईल.

भाज्यांतील दशांश स्थळ एक, दोन, तीन इ० स्थळे मागे सारल्याने त्यास १०, १००, १००० इ० कार्ती भागल्याप्रमाणे होते.

## उदाहरण.

$$३.२४७ = \frac{३२४७}{१०००}$$

$$३.२४७ \div १० = \frac{३२४७}{१००००} = .३२४७$$

$$३.२४७ \div १०० = .०३२४७$$

$$२.३ \div १०० = .०२३$$

$$२.३ \div १००० = .००२३$$

## अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

१ उ. १५.६२५  $\div$  २५; .०१५६२५  $\div$  २५,

२ उ. १५६२.५  $\div$  .०००२५; १.५६२५  $\div$  २५०००.

३ उ. १८१.३  $\div$  .०००३७; १७१.९९  $\div$  २७.३

४ उ. ९.०६५  $\div$  .०४९; .०३  $\div$  .००१.

५ उ. ८  $\div$  .००२; ६७.५  $\div$  ७.६८.

६ उ. १५  $\div$  ६.२५; १७.२८  $\div$  .०१४४,

७ उ. .००१२८  $\div$  ८.१९२; १७०८.४५९२  $\div$  .०००२४,

८ उ. .०००२  $\div$  .०१६३; ४  $\div$  .००२५५.

९ उ. ११.१  $\div$  ३२.७६; .०१२३  $\div$  ३२.१,

१० उ. २.११७  $\div$  .००७३; .०३२  $\div$  २.१३७,

### व्यवहारी अपूर्णाकास दशांश अपूर्णाकाचे रूप देण्याचा प्रकार.

दशांश भागाकाराच्या रीतीप्रमाणे अंशास छेदाने भागावे, भागून येईल ते दशांश रूप होय. भाग बरोबर न तुटल्यास भाज्यावर पाहिजे तितकीं शून्ये देऊन भागाकार पुढे वाढवावा.

## उदाहरण.

$$\frac{१}{४००} = \frac{०.१}{४} = .००२५$$

$$\frac{३७}{८०} = \frac{३.७}{८} = .४६२५$$

कधीं कधीं भाग वरोवर तुटत नाही व भागाकारांत तेच ते अंक पुनःपुनः फिरून येतात.

उदाहरण.

$$\frac{१५}{१०} = \frac{१५}{१०} = १.०५५५५५ \text{ इ.}$$

$$\frac{३}{११००} = \frac{०३}{११} = .००२७२७ \text{ इ.}$$

$$\frac{५}{६} = .५७१४२८५७१४२८ \text{ इ.}$$

अशा जातीचे दशांशांस आवर्त दशांश ह्मणतात, आणि फिरून फिरून येणारा जो भाग त्यास आवर्त प्रदेश ह्मणतात.

असे अंक फिरून फिरून येऊं लागले, ह्मणजे जितके अंक फिरून येणारे आहेत तितके लिहितात; आणि ह्या आवर्त प्रदेशाच्या आदि व अंत अंकांवर टिबें देतात. जसें,

१.०५

०.००२७

०.५७१४२८

ज्या आवर्त दशांशांत आवर्त प्रदेशास दशांस चिन्हापासूनच आरंभ होतो, त्यास शुद्ध आवर्त दशांश ह्मणतात. आणि ज्यांत दशांश चिन्हापुढे काहीं अंक आल्यावर मग आवर्त प्रदेशास आरंभ होतो, त्यास मिश्र आवर्त दशांश ह्मणतात.

अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

पुढील अपूर्णांकांस दशांशरूपें दे.

१ उ.  $\frac{३}{५०}$ ;  $\frac{१३}{२५०}$ ;  $\frac{४२}{८}$ ;  $\frac{१०००}{६२५}$ .

२ उ.  $\frac{१०६}{१२५}$ ;  $११\frac{१७}{१२५०}$ ;  $\frac{४०००}{२५६}$ ;  $५\frac{३}{१६}$ .

३ उ.  $\frac{७१३}{६४}$ ;  $\frac{१७}{१२८}$ ;  $\frac{१}{६४००}$ ;  $११\frac{५३}{१२५०}$ .

४ उ.  $\frac{१}{५१२}$ ;  $\frac{१०२५}{१०२४}$ ;  $\frac{१३}{१४००}$ ;  $\frac{७}{५१२०}$ .

५ उ.  $\frac{१५३}{१६}$  चे  $\frac{११}{६२३}$ ; ७॥ चे  $\frac{१८}{६२५००}$ ;  $१\frac{३}{१६}$  चे  $१\frac{१}{७५}$  चे  $\frac{३}{७}$ .

### आवर्त दशांशांविषयीं विशेष विचार.

ज्या अपूर्णाकास दशांशरूप द्यावयाचें आहे, त्यास पहिल्याने अतिसंक्षेपरूप द्यावें; नंतर छेदाचे प्रभाग जर २ आणि ५ ह्यांचे कोणतेही घात आहेत, तर दशांशरूप सांत होईल ह्मणजे त्यांत आवर्त दशांश यावयाचे नाहीत.

कारण दशांशरूप देतांनां आपण अंशांवर दशांश शून्यें भाग बरोबर तुटपर्यंत घेतों. (दशांश चिन्हाचा विचार येथें करावयास नको, कारण त्यापासून भागाकार करण्यांत भेद पडत नाही.) हीं शून्यें घेण्याचा अर्थ इतकाच कीं अंश १० चे घातांनीं म्हणजे १०, १००, १०००, इ० ह्यांनीं गुणल्याप्रमाणें होऊन तो छेदानें भागला जावा, आतां पहिल्यानें अपूर्णाकास अतिसंक्षेपरूप दिलें आहे, परंतु अंशांवर शून्यें घेतल्यानें जर तो छेदानें बरोबर भागला जाईल, तर १० चा किंवा १० चे घाताचा एकादा अवयव छेदाच्या अवयवांत आहे, असें द्वाटलें पाहिजे; परंतु १० चे अवयव २ आणि ५ हे आहेत, म्हणून छेदानें १०चे एकादे घातास भाग बरोबर तुटत आहे तर त्या छेदांत २ आणि ५ ह्यांचे घात असलेच पाहिजेत, व असतील तरच भाग बरोबर तुटेल. आतां छेदाचे जर ३, ७, ११, इ० अशा प्रकारचे अवयव असले तर अंश १० नें किंवा १० च्या कोणत्याही घातानें गुणला तरी तो छेदानें निःशेष भागला जाणार नाही.

म्हणून अतिसंक्षेपरूप दिलेल्या अपूर्णाकाच्या छेदाचे अवयव २ आणि ५ ह्यांच्या कोणतेही घाताबरोबर नसले, तर त्या अपूर्णाकाचें दशांशरूप आवर्त दशांश होईल, आणि आवर्तस्थळें छेदांकापेक्षां कमी येतील.

कारण भागाकार करतांनां बाकीवर शून्यें घेऊन भाग बसवून वजाबाकी करतां करतां शेष उरलेल्या अंकापैकीं जर फिरून एकादा अंक आला, तर भागाकारांतही तेच ते अंक फिरून येतील, आणि आपण जर द्वाप्रमाणें भागाकार करीत गेलों, तर मागे उरलेला अंक फिरून आल्याशिवाय राहावयाचा नाही. भागाकारांत बाकी जी उरते ती तर भाजकापेक्षां (म्हणजे छेदापेक्षां) कमी असली पाहिजे, तर मग जे वेगळाले शेषांक उरतात त्यांची क्रमसंख्या ही छेदांकापेक्षां कमी असली पाहिजे; जसें;



उदाहरण पहिलें.

६ ह्यास दशांशरूप दे.

७) ६.०००००० (०.८५७१४२ ह्या भागाकारांत वेगळाले शेषांक ६,४,५,१,३,२ हे आहेत व हे सर्व ७ ह्या भाजकापेक्षां कमी आहेत. व आतां पुढें जो शेषांक येणार तो ह्या आलेल्या शेषांकांतलाच कोणता तरी एक आला पाहिजे, आणि त्याप्रमाणें

$$\begin{array}{r} ५६ \\ \underline{४०} \\ १६ \\ \underline{१४} \\ २ \\ \underline{१०} \\ १० \\ \underline{७} \\ ३० \\ \underline{२८} \\ २ \\ \underline{१४} \\ ६ \end{array}$$

ह्या उदाहरणांत पुढचा शेषांक ६ हा आहे. व शेषांकावर वारंवार शून्यच घ्यावयाचें आहे, म्हणून शेषांकांचा क्रम फिरून पहिल्याप्रमाणें येईल. ह्या उदाहरणांत भाजकापेक्षां कमी अंक जितके आहेत, तितके सर्व शेषांकांत आले आहेत, म्हणून आवर्त होणारे अंक येण्याचे जितके शक्य होते तितके आले आहेत.

उदाहरण दुसरें.

६२ अथवा ३२३ ह्यास दशांशरूप दे.

२२) ३० (०.१३६

$$\begin{array}{r} २२ \\ \underline{४४} \\ ६६ \\ \underline{१४०} \\ १३२ \\ \underline{८} \end{array}$$

आवर्त होणारे अंकांची संख्या फार असल्यास ती पुढील संक्षेप रीतीने थोडक्यांत काढतां येते.

उदाहरण तिसरें.

१२ ह्यास दशांश रूप द्यावयाचें.

१२) १.०००००० (०.०५२६३१०.

$$\begin{array}{r} १५ \\ \underline{५०} \\ ३० \\ \underline{१२०} \\ ११४ \\ \underline{६०} \\ ६० \\ \underline{३} \end{array}$$

$$\text{म्हणून } \frac{1}{2} = .०५२६३\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = .१५७८९\frac{1}{2}$$

$$\text{म्हणून } \frac{1}{2} = .०५२६३१५७८९\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = .४७३६८४२१०१\frac{1}{2}$$

$$= .४७३६८४२१०५\frac{1}{2}$$

$$\text{म्हणून } \frac{1}{2} = .०५२६३१५७८९४७३६८४२१०५\frac{1}{2}$$

ह्याप्रमाणे पुढे करित गेले असतां दर खेपेस अंक दुपटीने वाढत जातात.

वरच्या उदाहरणांत १८ स्थळांपलीकडे फिरून तेच ते अंक येऊ लागले, म्हणून भागाकारांत शून्ये खाली दाखविल्याप्रमाणे द्यावी,  $\frac{1}{2}$   
 $= .०५२६३१५७८९४७३६८४२१.$

अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

पुढील अपूर्णाकांस दशांशरूपे दे.

- १ उ.  $\frac{13}{100}$ ;  $\frac{103}{100}$ ;  $\frac{129}{100}$ ;  $\frac{17}{100}$   
 २ उ.  $\frac{49}{100}$ ;  $\frac{111}{100}$ ;  $\frac{22}{100}$ ;  $\frac{333}{100}$   
 ३ उ.  $\frac{899}{100}$ ;  $\frac{21}{100}$ ;  $\frac{178801}{100}$ ;  $\frac{4999}{100}$   
 ४ उ.  $\frac{3300}{100}$ ;  $\frac{296}{100}$ ;  $\frac{396}{100}$ ;  $\frac{9936}{100}$   
 ५ उ.  $\frac{17}{100}$ ;  $\frac{23}{100}$ ;  $\frac{29}{100}$ ;  $\frac{35}{100}$

दशांश अपूर्णाकांस भागजाति अपूर्णाकांचे रूप देण्याचा प्रकार.

शुद्ध आवर्त दशांश आहेत तर त्यांस भागजाति अपूर्णाकरूप देण्याची रीति.

$$\text{आतां } \frac{1}{11} = .११११११११ \text{ इ.}$$

$$\frac{2}{11} = .२२२२२२२२ \text{ इ.}$$

$$\frac{3}{11} = .५५५५५५५५ \text{ इ.}$$

ह्यावरून असे सिद्ध होते, कीं जेव्हां फिरून फिरून येणारा अंक एकच आहे, तेव्हां त्याचे अपूर्णाकरूप लिहिणे झाल्यास तो आवर्तीक अंशस्थानी लिहून छेदस्थानी ९ लिहावे.

$$\text{पुन्हा } \frac{1}{11} = \frac{1}{11} \div 11 = .०१०१०१०१ \text{ इ.}$$

$$\frac{2}{11} = .०५०५०५०५०५ \text{ इ.}$$

$$\frac{3}{11} = .२२२२२२२२२२ \text{ इ.}$$

तेव्हां दोन अंक भ्रमण करणार असले, म्हणजे ते अंशस्थानीं लिहून ९९ छेदस्थानीं लिहावे.

$$\text{पुन्हां } \frac{३}{९९९} = ००३००३००३ \text{ इ.}$$

$$\frac{३३}{९९९} = ००३०३०३०३३ \text{ इ.}$$

$$\frac{३३३}{९९९} = ०३३३३३३३३३ \text{ इ.}$$

ह्यावरून तीन अंक भ्रमण करणारे असले, म्हणजे ते अंशस्थानीं लिहून छेदस्थानीं ९९९ लिहावे.

ह्यावरून एक साधारण रीति अशी निघते कीं शुद्ध आवर्त दशांशास व्यवहारी अपूर्णांकाचें रूप दावयाचें झाल्यास ते आवर्तीक अंशस्थानीं लिहून त्याच्या स्थलसंख्ये-इतके ९ छेदस्थानीं लिहावे.

उदाहरण.

$$०.३७८ = \frac{३७८}{९९९}$$

$$०.०३७८ = \frac{३७८}{९९९९}$$

$$०.००३७८ = \frac{३७८}{९९९९९९}$$

मिश्र आवर्त दशांशास भागजाति अपूर्णांकाचें रूप देण्याची रीति.

शुद्ध आवर्त दशांशाचे शेजारीं दशांश चिन्हाच्या आलीकडे एकादा अंक (पूर्णांक) असला, तर तो भागानुबंध पूर्णांकाप्रमाणें मांडावा.

उदाहरण.

$$३.४ = ३\frac{४}{९}; ५.४३ = ५\frac{४३}{९}$$

अथवा सर्व दिलेले अंक उणा दशांश चिन्हाच्या आलीकडे अंक, म्हणजे पूर्णांक, हे अंशस्थानीं लिहून छेदस्थानीं आवर्तीक स्थलांइतके ९ लिहावे.

उदाहरण.

$$३.४ = \frac{३४-३}{९} = \frac{३१}{९} = ३\frac{४}{९}$$

$$५.४३ = \frac{५४३-५}{९} = \frac{५३८}{९} = ५\frac{४३}{९}$$

ही रीति कशी निघाली हें पुढील लिहिण्यावरून समजेल.

$$३४ = \frac{३ \times ९ + ४}{९} = \frac{३(१०-१) + ४}{९} = \frac{३० + ४ - ३}{९} = \frac{३४ - ३}{९}.$$

$$५४३ = \frac{५ \times ९९ + ४३}{९९} = \frac{५(१००-१) + ४३}{९९} = \frac{५०० + ४३ - ५}{९९} = \frac{५४३ - ५}{९९}.$$

मिश्र आवर्त दशांशांत दशांश चिन्हापुढें कांहीं अंक येऊन मग आवर्तक येतात त्यांत, आणि वर जीं शुद्ध आवर्तकांचीं उदाहरणें सांगितलीं त्यांत, भेद इतकाच कीं त्यांचे मिश्र आवर्तक करावयाचे असल्यास त्यांस १०, १०० इ० ह्यांनीं भागलें पाहिजे. म्हणून वर सांगितलेले रीतीप्रमाणें दशांश चिन्हापासून आवर्त अंकांपर्यंत जितकीं स्थळें असतील तितकीं शून्यें छेदावर द्यावीं. म्हणजे मिश्र आवर्त दशांशास व्यवहारी अपूर्णाकांचें रूप आलें.

उदाहरण पहिलें.

$$\text{शुद्ध आवर्त } ३.४ = \frac{३४ - ३}{९} = \frac{३१}{९} = ३\frac{४}{९}.$$

$$\text{मिश्र आवर्त } .०३४ = \frac{३४ - ३}{९००} = \frac{३१}{९००}.$$

उदाहरण दुसरें.

$$\text{शुद्ध आवर्त } ५.४३ = \frac{५४३ - ५}{९९} = \frac{५३८}{९९} = ५\frac{४३}{९९}.$$

$$\text{मिश्र आवर्त } .५४३ = \frac{५४३ - ५}{९९०} = \frac{५३८}{९९०} = \frac{२६९}{४९५}.$$

मिश्र आवर्त दशांशांत कांहीं पूर्णांक असले तर ते भागानुबंध पूर्णांकांप्रमाणें लिहावे म्हणजे बरें.

उदाहरण.

२.४६ यांस अपूर्णाकरूप देणें आहे तर—

$$२.४६ = २\frac{४६-४}{१०} = \frac{२४२}{१०} = २\frac{७}{१५}.$$

कोणत्याही आवर्त दशांशास अपूर्णाकरूप कसें द्यावें, ही रीत थोडक्यांत दाखविली आहे.

दशांश चिन्हाच्या आलीकडील पूर्णांकांस भागानुबंध पूर्णांकांप्रमाणें पूर्णांकस्थानीं लिहावे.

दशांश चिन्हापलीकडील सर्व अंक अंशस्थानीं लिहून त्यांत आवर्त न होणारे अंक वजा करावे.

छेदस्थानीं, आवर्त होणारे जितके अंक असतील तितके वेळ ९ लिहावे, आणि आवर्त न होणारे अंकस्थानां-इतकीं त्यांवर शून्यें द्यावीं.

उदाहरण २. ४६ यांस जर व्यवहारी अपूर्णांकांत लिहिणें आहे तर

$$२.४६ = २\frac{४६-४}{१०} = २\frac{४२}{१०} = २\frac{२१}{५}.$$

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. .३; .०५; .५४; .७२९.

२ उ. .०२४; .०४३२; ३.००६७५; २.०४३२.

३ उ. ३.४१८; .०४४३. १.१४५; ००४४९.

४ उ. ४.०५३१; .७६५३१; २.३४५; .०९३१८.

५ उ. २.०९०९; .५४९५०; १.०४२८५७१.

६ उ. २.६४२८५७१; ५.१९३१८; ११.२८७.

### कसर.

वर जी आवर्त दशांश अपूर्णांकास व्यवहारी आपूर्णांका-चें रूप देण्याची रीत सांगितली, तीवरून असें येतें कीं, जर आवर्तीक. ९ हा आहे तर  $\frac{९}{९} = १$  होईल. आतां ह्याच्या उलट कृति केल्यानें  $१ = .९९९९$  इ० आणतां येत नाहींत हें खरें; परंतु थोडेंसें लक्ष दिलें तर .९९९ इ० पुष्कळ आवर्तीक घेतले तर त्यांपासून जो दशांशांक येईल त्यांत आणि १ ह्यांत जें अंतर पडणार तें लक्षांत आणण्याजोगें नसतें, ह्मणजे फारच थोडें असतें.

पाहा १ — .९ = .१ =  $\frac{१}{१०}$ .

१ — .९९ = .०१ =  $\frac{१}{१००}$ .

१ — .९९९ = .००१ =  $\frac{१}{१०००}$ .

१ — .९९९९९९९९९९ = .००००००००००१ =  $\frac{१}{१०००००००००००}$ .

ह्यावरून स्पष्ट लक्षांत येईल, कीं ९ जितके जितके अधिक घ्यावे तितकी तितकी कसर कमी होत जाते, तेव्हां हे उघड आहे कीं शेवटीं कसर शून्य होईल.

याप्रमाणें शेवटीं कसर शून्य होते ह्मणून १ = ९ हा आवर्त दशांश आहे असें ह्मणावयास चिंता नाहीं, आणि ह्याचप्रमाणें कोणताही आवर्ताक जर शेवटीं कोणत्या एखाद्या अपूर्णाकाबरोबर होत आहे तर तो अपूर्णाक त्या दशांशाबरोबर आहे असें ह्मणतां येईल. कारण आवर्ताक पाहिजे तितके वेळां घेऊन कसर हवी तितकी कमी करतां येईल.

ह्मणून जेव्हां दशांशांत ९ हा आवर्ताक येतो तेव्हां तो पुसून टाकून मागच्या अंकांत १ मिळविण्यास चिंता नाहीं. जसें  $.४९९९९ इ० = .५$  हे रीतीप्रमाणें करून पाहिले तरी येतील.

$$.४९ = \frac{४९-४}{९०} = \frac{४५}{९०} = \frac{५}{१०} = .५$$

आवर्त दशांशाचे हिशेब करतांना उत्तर बिनकसर तर मिळत नाहींच, परंतु व्यवहारापुरतें जवळ जवळ आणतां येतें.

उ. १३.५; २.०२५; १११.०००४; ३.१४१५९; २.०२४;  
ह्यांची बेरीज साहा दशांश स्थळांपर्यंत बरोबर येई अशी कर.

$\begin{array}{r} १३.५५५५५५५५५ \\ २.०२५२५२५२ \\ १११.०००४४४४४ \\ ३.१४१५९१५९ \\ २.०२४०२४०२ \\ \hline १३१.७४६०६०१२ \end{array}$	ह्या उदाहरणांत दशांशस्थळें आठ घेतलीं ह्मणजे साहा स्थळांपर्यंत उत्तर बरोबर येईल; कारण बेरजेतील शेवटले दोन अंक बिनकसर नाहींत, आणि दशांशस्थळें आ-
--	--

णखी घेतलीं असतीं तर जे अंक आले आहेत यांहून ते वेगळे आले असते, हें खरें, परंतु थोडासा विचार केला तर असें लक्षांत येईल, कीं दशांशस्थळें पुष्कळ घेतलीं तथापि साहा दशांशस्थळांपर्यंत बेरीज जी आली आहे तीच आली असती.

यात्रवरून जितके दशांशस्थळांपर्यंत बेरीज बरोबर पाहिजे, त्यापेक्षां दोन किंवा तीन स्थळे वाढाविलां म्हणजे बहुधा चूक पडणार नाही.

उदाहरण.

१.०२३४१ ह्यांतून ६२८ हे वजा कर. बाकी साहा दशांश स्थळांपर्यंत खरी असावी असें कर.

$$\begin{array}{r} १.०२३४१३४१३ \\ \underline{.६२८८८८८८८} \\ .३९४५२४५२५ \end{array}$$

उत्तर .३९४५२४

आवर्त दशांशांचा गुणाकार व भागाकार करणें ज्ञान्यास, केव्हां केव्हां त्यांस व्यवहारी अपूर्णांकांचीं रूपें देऊन त्यांत गुणाकार किंवा भागाकार करावा; आणि पाहिजे तर ते दशांश अपूर्णांकांत न्यावे ह्मणजे सोपें पडतें.

१ उ. २५ × ३६.

आतां  $\frac{२३}{९०} \times \frac{३६}{९९} = \frac{४६}{४९५} = .०९२.$

२ उ. १६ ÷ ०.००२७.

∴  $\frac{१५}{९०} \div \frac{२७}{९९००} = \frac{५५०}{९} = ६१.१.$

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. १३८ + १४२८५७ + २.४१८ + २०६ + ४२.६३ + ०.००४९७१३३.

२ उ. ३७.२३ + २६ + ७.७२ + २.९७ + ३.९७३ + ८ + ४.७५ + ७४.०३६७ + ३२.४१.

३ उ. ३ - ०.०९ आणि ०.०४ - ०.०७६९२३०.

४ उ. ७ - ६.१४२८५७ आणि ०.४२ - ०.३६.

५ उ. ३७.२३ × ०.२६ आणि ७.७२ × २.९७.

६ उ. ३.९७३ × ८ आणि ७४.०३६७ × ४.७५.

७ उ. ३ ÷ ०.०९ आणि ०.०४ ÷ ७.६९२३०.

८ उ. ७ ÷ १.४२८५७ आणि ०.४२ ÷ ०.३६.

ह्या सर्वांची उत्तरे ७ दशांशस्थळांपर्यंत बरोबर पाहिजेत.

## संक्षिप्त गुणाकार.

दशांश अपूर्णाकाच्या गुणाकारांत कोठें कोठें तीन चार पांच इ० नियमित स्थळांपर्यंत दशांश स्थळें वरोवर येण्याची मात्र आवश्यकता असत्ये, आणि गुण्यगुणकांत तर दशांश-स्थळें पुष्कळ असतात, तेव्हां सर्व अंकांचा गुणाकार करण्यांत वेळ न मोडावा, ह्या करतां गुणाकार करण्याची ही एक संक्षिप्त रीत दिली आहे.

## उदाहरण.

२३४७ ह्यांस ४५४९ ह्यांनीं गुण. असें कीं गुणाकारांत दशांशस्थळें २ येतील.

$$\begin{array}{r}
 2347 \\
 4549 \\
 \hline
 939 \\
 119 \\
 9 \\
 2 \\
 \hline
 1067
 \end{array}$$

ह्या उदाहरणांत गुणाकार दोन दशांशस्थळांपर्यंत खरा असला म्हणजे पुरे, म्हणून गुण्यांकांतील दोन दशांशस्थळें मोजून दुसऱ्या स्थळावर एक उभी रेघ मारली, आणि त्या स्थळाखालीं गुणकांकांतील पूर्णांक, एकस्थळींचा ४ हा अंक लिहिला, आणि तेथून उलटे डावेकडे दशांशांक लिहिले.

आतां गुणाकार करतांनां गुण्यांकांतील रेषेपलीकडचा अंक ७ हा सोडला. कारण बाकीच्या अंकांस गुणकांकांतील एकस्थळींचा अंक ४ पूर्णांक ह्यानें गुणलें, म्हणजे गुणाकारांत दशांशस्थळें २ च येतील. आतां ७ हा अंक सोडला नसता तर ७ चौक २८ ह्यां पैकीं ४ चौक १६ ह्यांत हातचे दोन वाढले असते, ह्याजकरतां अंक सोडल्यामुळें गुणाकार कमी येईल, तो न यावा, म्हणून अजमासानें हातचे ३ घेतले तेव्हां ४ चौक १६ आणि हातचे ३ मिळून १९ एकुणिसांशीं ९ हातचा आला १; ४ चौक १२ आणि हातचा १ मिळून १३, तेरांशीं ३, हातचा आला १, ह्याप्रमाणें शेवटपर्यंत गुणाकार केला.

आतां गुणकांकांतील दुसरा अंक ५ ह्यानें गुणावयाचें, परंतु गुणाकारांत दशांशस्थळें दोनच आलीं पाहिजेत, म्हणून ह्या वेळेस गुणकांकांतील ४ अंक सोडला, आणि पांचांपासून गुणलें, म्हणजे



गुण्यांकांतील एक दशांशस्थळ, आणि गुणकांकांतील एक दशांशस्थळ, मिळून गुणाकारांत २ दशांशस्थळें इच्छित्याप्रमाणें येतील. कसर सोडल्याबद्दल हातचे २ घेतले.

तिसरा गुणक .०४ ह्यानें गुणतांनां गुण्यांकांतील दशांशस्थळ मुळींच ध्यावयास नको. कारण, गुणकांकांतच दोन दशांशस्थळें आहेत. कसर सोडल्याबद्दल हातचा १ घेतला.

चवथा गुणक .००९ ह्यानें गुणतांनां गुण्यांकांतील एकचें स्थळही सोडलें, फक्त कसरेबद्दल हातचे दोन मांडले.

ह्याप्रमाणें सर्व गुणकांकांनीं गुणून बेरीज केली आणि तींत दोन स्थळें उजव्येकडून मोजून दशांश चिन्ह केलें.

गुणाकार करतांनां सांगितलेल्या गुणकांतील दशांशांक उजवेकडेचे जसजसे घेत जावे तसतसा गुण्यांकांतील एक एक सोडात जावा, ही गोष्ट गुणाकार करतांनां लक्षांत राहाणें कठीण, म्हणून गुणकच पहिल्यानें उलटा मांडला.

प्रत्येक अंकाच्या वरच्या अंकांच्या गुणाकारापासून गुणाकार लिहावा खरा, परंतु तो लिहिण्याच्या पूर्वी त्यांत, पुढचे एका अंकास गुणून त्या गुणाकारांतील हातचे मिळवून मग लिहावा. कसर तर सोडावयाचीच, परंतु जितकी कमी जाईल तितकी बरी, याजकरितां ० पासून ४ पर्यंत हातचें ०; ५ पासून १४ पर्यंत हातचा १, १५ पासून २४ पर्यंत हातचे २; २५ पासून ३४ पर्यंत हातचे ३; ह्याप्रमाणें धरण्याची चाल आहे.

वरील उदाहरणांपासून संक्षिप्त गुणाकार करण्याची रीत सांगितली ती पुढें लिहिली आहे.

**रीति.** गुण्यांक पहिल्यानें लिहावा, नंतर गुणाकारांत जितकीं दशांशस्थळें पाहिजेत, तितकीं दशांशस्थळें गुण्यांकांतील मोजून, शेवटल्या स्थळावर उभे रेषेची खूण करावी; नंतर ह्या खूण केलेल्या अंकापासून उजवेकडे गुणकांकांचे पूर्णांक एकंपासून उलटे लिहावे; व त्या खुणेच्या मागील अंकापासून डावेकडे दशांशांक उलटे लिहावे.

उजवेकडून गुणाकार करायास आरंभ करावा. प्रत्येक अंकाचा गुणाकार त्याच्या वरच्या अंकाच्या गुणाकारापासून लिहावा; कांहीं गुण्यांक सोडल्यामुळे गुणाकारांत विशेष चूक न पडावी ह्याजकरितां ज्या अंकास गुणावयाचें त्याच्या गुणाकारांत, त्याच्या पुढल्या अंकास गुणून त्या गुणाकारांतिल जे हातचे येतील ते मिळवावे; गुणाकाराच्या रकमा उजव्येकडील शेवटापासून लिहाव्या; शेवटीं सर्व रकमांची बेरीज घेऊन तींत सांगितलेलीं दशांशस्थळें उजवेकडून मोजून दशांश चिन्ह करावें.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

- १ उ. ४८०.१४९३६ ह्यांस २.७२४१६ ह्यांनीं गुण; असें कीं गुणाकारांत दशांशस्थळें ४ येतील.
- २ उ. २४९०.३०४८ ह्यांस ०.५७३२८६ ह्यांनीं गुण; असें कीं गुणाकारांत दशांशस्थळें ५ येतील.
- ३ उ. ३२५.७०१४२८ ह्यांस .७२१८३१९३ ह्यांनीं गुण; गुणाकारांत दशांशस्थळें ३ पुरे आहेत.
- ४ उ. १४.४२१३ ह्यांस २.१८१३ ह्यांनीं गुण; असें कीं गुणाकारांत दशांशस्थळें २ येतील.
- ५ उ. २८२३.१२३ ह्यांस ३.५६७४ ह्यांनीं गुण; असें कीं गुणाकारांत १ दशांशस्थळ येईल.
- ६ उ. १११.२३७८ ह्यांस १२.२५३८९७ ह्यांनीं गुण; गुणाकारांत दशांशस्थळ मुळींच नको आहे.
- ७ उ. १.२३ × ५.३४. ह्या गुणाकारांत दशांशस्थळ १ पुरे आहे.
- ८ उ. ०.२३४ × ८.७३४ ; .०२३४ × .७८५४ ; ०.००१ × ०००९८; १.९९९९ × .९९९९ ह्या गुणाकारांत दशांशस्थळ एक एक पुरे आहे.

९ उ. ७८.१३ × .०००९७; १०० × .०००१ ह्यांत २ दशांश-स्थळें आलीं ह्यणजे पुरे आहेत.

भागाकारही संक्षेप रीतीनें करतां येतो. परंतु त्यांत फारशी मेहेनत वांचत नाहीं. ह्यास्तव ती रीति येथें सांगितली नाहीं. ती पाहाण्याची ज्यांची इच्छा असेल, त्यांनीं हट्टनचे गणिताच्या बुकाचा तर्जुमा केला आहे त्यांत पाहावी.

### विविध परिमाणें.

विविध परिमाणें चार प्रकारचीं आहेत. अर्थदर्शक, महत्वदर्शक, भारदर्शक, आणि कालदर्शक.

पदार्थांच्या किमती दाखविणारीं जीं परिमाणें तीं अर्थ-दर्शक होत. उ. रुपये, पावले, आणे, पौंड, शिलिंग, पेन्स, इ.

पदार्थांचें माप, लांबी हंडी इ० दाखविणारीं जीं परिमाणें तीं महत्वदर्शक. उ० खंडी, पला, त्रिघा, इ०.

वजन दाखविणारीं जीं परिमाणें तीं भारदर्शक होत. उ० मण, पौंड, तोळा, मासा, इ०

कालमान दाखविणारीं तीं कालदर्शक. उ० दिवस, वर्ष, इ.

हीं चार जातींचीं परिमाणें व त्यांचे भाग व प्रभाग हे सर्व पुढें दाखविले आहेत.

### पदार्थांच्या किमती दाखविणारीं परिमाणें.

हिंदुस्थानांतील चालू नाणीं.

कंपनी पैक्याचें कोष्टक. महाराष्ट्र देशांतील पैक्याचें कोष्टक.

३ पै	म्हणजे १ दिडकी.	४ कवड्या	म्हणजे १ गंडा.
४ दिडक्या	= १ आणा.	४ गंडे	= १ दमडी.
१६ आणे	= १ रुपया.	४ दमड्या	= १ पैसा.
२ पै	= १ दुगाणी.	४ पैसे	= १ आणा.
४ पै	= १ फद्या.	४ आणे	= १ पावला.
२ आणे	= १ चवली.	४ पावले	= १ रुपया.
४ आणे	= १ पावला.	१५ रुपये	= १ मोहोर.
२ पावले	= १ अधेली.	५ रुपये	= १ पुतळी.
१०० रेस	= १ पावला.	४ पैसे	= १ खुर्यांतील गंडा.

महाराष्ट्र देशांतील खुर्यांचा व कवड्यांचा भाव सदोदित सारखा नसतो, नाण्याच्या पुराव्याप्रमाणें कमी जास्ती होतो. पैशाच्या कवड्या २४ गंडे, व रुपयाचा खुरदा २२ गंडेपर्यंत कधी कधी होतो.

हाल्लीं महाराष्ट्र देशांत कंपनी नाण्यांखेरीज दुसरीं जीं नाणीं व्यापारी लोकांत चालू आहेत त्यांत मुख्य कोणतीं, व कंपनी नाण्याशीं त्यांचा भाव बहुधा काय असतो, हें पुढें दाखविलें आहे.

चांदवड रुपये. हे मुंबई, सुरत, पुणे, कानडा देश, इ०

ठिकारणीं चालतात. १०४ चांदवड = १०० कंपनी.

चिंचवडी रुपये. हे पुणे आणि कोंकण ह्यांत चालू आहेत.

१०४ चिंचवडी = १०० कंपनी.

भडोच चलनी. हे भडोच, सुरत, खेडा, इ० ठिकारणीं चालतात. १०६ भडोच = १०० कंपनी.

बडोदी, बाबाशाई. हे बडोदे, खेडा. इ० ठिकारणीं चालतात.

१०९ बडोदी = १०० कंपनी.

खंवायती. हे खंवायतेस चालू आहेत. ११२ खंवायती = १०० कंपनी.

अमदाबादी. हे अमदाबाद परगण्यांत चालू आहेत, १०७

अमदाबादी = १०० कंपनी.

देसलशाई. हे कछभुजेस चालू आहेत, ३७९ देसल-

शाई = १०० कंपनी.

कितुरशापुरी. हे वेळगांव, पादशाहापुर, इ० ठिकाणी

चालू आहेत. १०९ कितूरी = १०० कंपनी.

औरंगाबादी. हे औरंगाबाद प्रांतांत चालू आहेत, १२३

औरंगाबादी = १०० कंपनी.

इराणी. हे इराण देशांत चालू आहेत. १२३ इराणी

= १०० कंपनी.

होन. धारवाड प्रांतांत चालू आहेत, १ होन = ३॥

कंपनी रुपये.

कित्येक बाहेरील राज्यांतील नाणी व्यापाराच्या संबंधानें हिंदुस्थानांत येतात, तीं व दुसरीं कित्येक, हीं खालीं लिहिलीं आहेत; व त्यांचा भाव कंपनी रुपयांशीं सरासरी काय असतो तो सांगितला आहे.

पैाड. विलायतेंतील नाणें	.....	किंमत १० रुपये.
शिलिंग.	.....	" ॥.
डालर. स्पेन देशचें नाणें	.....	" २१.
सीक्किन. विनिशियन, म्हणजे पुतळी	..	" ४॥॥.
डालर. अमेरिका देशचें नाणें	.....	" २५-
ईंगल.	.....	" २२॥.
चिनी मोहर. चीन देशांतील	.....	" १४॥.
पिस्तोल	.....	" ८१.
रूबल. रूसांतील	.....	" १॥.

### विलायतेतील चलनी पैक्याचें कोष्टक.

४ फार्दिंग = १ पेनी.	
१२ पेन्स = १ शिलिंग.	
२० शिलिंग = १ पौंड.	
<hr/>	
२१ शिलिंग = १ गिनी.	
५ शिलिंग = १ क्रौन.	
५ पेन्स = १ ग्रेट.	

### पदार्थाचीं वजनं दाखविणारीं परिमाणें.

#### सोनें, रुपें, इ० धातु तालण्याचें कोष्टक.

महाराष्ट्र देशातील.

इंग्लंडातील.

८ गूँजा = १ मासा.	२४ ग्रेन = १ पेनिवेट.
१२ मासे = १ तोळा.	२० पेनिवेट = १ औंस.
२४ तोळे = १ शेर.	१२ औंस = १ पौंड.

मुंबई बेटांत.

ह्या सर्व वजनांस इंग्लिश लोक

४० बाल = १ ताळा.

त्रायवेट म्हणतात.

ह्या देशच्या व्यापाऱ्यांच्या मते कंपनी रुपयाचें वजन ११॥ मासे आहे; परंतु सरकारांत त्याचें वजन १ तोळा धरतात. हा १ तोळा = १८० ग्रेन त्राय होतात. परंतु व्यापाऱ्यांच्या मताप्रमाणें १ तोळा = १८८ ग्रेन त्राय होतात.

### मोतीं वगैरे जवाहिराचें कोष्टक.

१३॥ टके किंवा } = १ रति.	१६ बदाम = १ दोकडा.
१६ तडुल. }	६ दोकडे = १ टका.
२४ रति = टांक.	

१ टांक = ६२ त्रायग्रेन.

इंग्लंड देशांत जवाहीर तालण्याचें व सोनें रुपें, तालण्याचें कोष्टक एकच आहे, परंतु सोनें, रुपें, जवाहीर हें चांगलें किंवा वार्डट सांगणें झाल्यास क्याराट व ग्रेन ह्यांत दाखवितात. येथें

एक क्याराट म्हणजे पौंडाचा अथवा दुसरे वजनाचा चौविसावा हिस्सा. तसेंच ४ ग्रेनांचा १ क्याराट.

ह्याप्रमाणे क्याराट पौंड = १० पेनिवेट होतील. आणि क्याराट ग्रेन = ६० त्रायग्रेन होतील.

म्हणून सोने रुपें कसास लावण्याचा एक क्याराट = २४० ग्रेन, व जवाहीर कसास लावण्याचा क्याराट = २॥ ग्रेन.

**साकर, गूळ, तूप वगैरे तोलण्याचे कोष्टक.**

महाराष्ट्र देशातील

इंग्लंड देशातील.

८० तोळे\* = १ शेर.

१६ द्राम = १ औंस.

५ शेर = १ पासेरी.

१६ औंस = १ पौंड, रतल.

८ पासेऱ्या = १ मण.

२८ पौंड = १ कार्टर.

२० मण = १ खंडी.

४ कार्टर = १ हंड्रेडवेट.

१२० शेर = १ पळा.

२० हंड्रेडवेट = १ टन.

१४ पौंड = १ स्टोन.

इंग्रजी औषधे तोलण्याची वजनं निराळी आहेत ती अशी.

२४ ग्रेन = १ स्क्रूपल.

३ स्क्रूपल = १ द्राम.

८ द्राम = १ औंस.

१२ औंस = १ पौंड.

ह्या वजनांस इंग्रजीत अपथिक्यारीज वेट म्हणतात. अपथिक्यारीज पौंड आणि त्राय पौंड हे दोन्ही वजनांने जवळ जवळ आहेत.

ह्या शिवाय लक्षांत धरण्याजोगी वजनं.

पावसाचे स्वच्छ पाणी एक घन फूट असले तर त्याचे वजन १००० अवार्डुपाईस औंस म्हणजे सुमारे ६२॥ अवार्डुपाईस पौंड होतें. अथवा पुण्याचे ३१ शेर होतें.

\* २८ तोळ्यांचा शेर मुंबईत मात्र आहे. हे अजमासे ३ शेर = १ पळा शेर, ह्या वजनास इंग्लंडांत अवार्डुपाईस वेट म्हणतात. मुंबईचा मण, अवार्डुपाईस २८ पौंडांचे वजना इतका आहे.

एक घनइंच पाण्याचें वजन २५२॥ ग्रैन त्राय, म्हणजे सुमारें १॥ रुपयाभार आहे.

मुंबईच्या दिडकीचें वजन बरोबर १०० ग्रैन त्राय आहेत.  
कैली माप.

### धान्यादि पदार्थ मोजण्याचें कोष्टक.

मुंबई चालीचें.	महाराष्ट्र देशांतील.
२ टिपऱ्या = १ शेर.	४ चिपटीं = १ शेर.
४ शेर = १ पायली.	२ शेर = १ अधोली
१६ पायल्या = १ मण, फरा.	२ अधोल्या = १ पायली.
२५ मण = १ मुडा.	१२ पायल्या } = १ मण.
८ मण = १ आरबी खंडी.	कोठें }
२९ मण = १ कोंकणी खंडी.	१६ पायल्या }
	२॥ मण = १ पल्ला.
	८ पल्ले = १ खंडी.

मुंबई व कोंकण ह्यांत फरा म्हणून एक माप आहे तें एक हात लांब, एक हात रुंद, व अर्धा हात उंच असें असतें.

### मिठागरांत मीठ मोजण्याचें माप.

१०॥ अधोल्या = १ फरा.
१०० फरे = १ आणा.
१६ आणे = १ रास.

एक आणा मिठाचें वजन सुमारें विलायती २॥ टन होतें.

इंग्लंड देशांतील गळा, कोळसे, रेती, मीठ, फळें वगैरे मोजण्याचें कोष्टक.

२ पैट = १ कार्ट.
२ कार्ट = १ पाटल.
२ पाटल = १ ग्यालन.



२ ग्यालन	= १ पेक
४ पेक	= १ बुशिल.
८ बुशिल	= १ क्वार्टर.
५ क्वार्टर	= १ वे, लोड, टन.
२ वे	= १ लास्त.

एका ग्यालनाचें घनफळ २६८ १/२ इंच आहे, व एका बुशिलाचें घनफळ २१५७ ३/४ इंच इतकें आहे.

येथील मिठाच्या एका फण्यांत इंग्लिश ७ ग्यालन राहतात. अथवा १ वीत लांब, १ वीत रुंद, आणि १ वीत ओंड, अशा भांड्यांत १ ग्यालन पाणी राहतें. मुंबईची पायली सुमारें अर्ध्या ग्यालना इतकी आहे.

### इंग्लंडांतील पातळ पदार्थ मोजण्याचें कोष्टक.

२ पैट	= क्वार्ट.
४ क्वार्ट	= १ ग्यालन.
४२ ग्यालन	= १ तीर्स.
१॥ तीर्स	= १ हाग्झेट.
२ तीर्स	= १ पंचन.
२ हाग्झेट	= १ पैप्, बट.
२ पैप	= १ टन.

### लांबी दाखविणारीं कोष्टके.

महाराष्ट्र देशांतिल	इंग्लंडांतिल.
८ यव आडवे = १ अंगुळ.	३ * बालिकानर्स. = १ इंच.
२ अंगुळें = १ तसू.	१२ इंच = १ फूट
१२ तसू = १ हात	३ फूट = १ यार्ड
४ हात = १ दंड	५॥ यार्ड = १ पोल, काठा.
२००० दंड = १ कोस	४० पोल = १ फर्लांग
२ कोस = १ गव्यूति	८ फर्लांग = १ मैल.
४ कोस = १ योजन	* बालिकानर्स म्हणजे यव,

४ अंगुळें = १ मूठ.	१२ सुतें = १ इंच
३ मुठी = १ वीत.	३ मैल = १ लीग.
२ वीती = १ हात.	इंग्रजी १० मैल = मराठी योजन.
२॥ मैल = १ कोस.	
१९८ इंच = १ हात.	
इराणी लोकांचा फर्लांग = ३३ मैल.	
रोमन लोकांचा स्टाडिया	} = सुमारे ३५५ मैल. = सुमारे ३६६ हात.
फ्रेंच लोकांचा फ्रेंच मिटर	
	} = ३९.३७१ इंच. = सुमारे २ हात.

### वस्त्र काष्ठ वगैरे मोजण्याचें कोष्टक.

मराठी.	इंग्रजी.
२ अंगुळें = १ तसू.	२ $\frac{1}{4}$ इंच = १ नेल.
१२ तसू = १ हात.	१६ नेल = १ यार्ड.
२ हात = १ गज.	१ $\frac{1}{4}$ यार्ड = १ एल, इंग्रजी.

---

वार म्हणजे यार्ड.	१२ नेल = १ एलफ्लेमिश, व्हॅन्डेजी.
३६ तसू = वार.	१ यार्ड व १ $\frac{1}{4}$ इंच = १ एल.
२४ तसू = गज.	

### जमिनीची लांबी रुंदी मोजण्याचें कोष्टक.

मराठी.	इंग्रजी.
*१२ तसू = १ हात.	५॥ यार्ड = १ पोल.
५ $\frac{1}{4}$ हात किंवा	} = १ काठी.
११५॥ इंच	
	६६ फूट = १०० लिंक.
	= १ चैन, सांखळी.

---

१६ आणे = १ गुंठा
३३ फूट = गुंठा

\*१४ तसूंचाही हात धरतात. परंतु ते वेळेस ५ हातांची काठी होते.

पाण्याची खोली सांगणें झाल्यास अमुक पुरुष किंवा फादम खोल आहे असें सांगतात. एक पुरुष किंवा फादम = ६ फूट.

पृथ्वीवरील एका अंशांची लांबी  $६९\frac{१}{१०}$  मैल आहे.

### क्षेत्रमापन.

मराठी.

इंग्रजी.

२० चौरसकाठ्या = १ पांड.	१४४ चौरस इंच = १ चारस फूट.
२० पांड = १ बिघा.	९ चौरसफूट = १ चौरस यार्ड.
१२० बिघे = १ चाहूर.	$३०\frac{३}{४}$ चौरस यार्ड = १ पर्च, पोल.
<hr/>	
१६ चौरस आणे = १ गुंठा.	४० पर्च = १ रुड.
४० गुंठे = १ एकर.	४ रुड = १ एकर.
	६४० एकर = १ चौसर मैल.

मराठी जुना बिघा आणि एकर ह्यांची तुळना केली तर १०० बिघे = ८५.१ एकर होतात.

### घनमापन.

२७ घन मुठी = १ घन वीत.	१७२८ घन इंच = १ घनफूट.
८ घन वीती = १ घन हात.	२७ घनफूट = १ घनयार्ड.

### कालमान.

मराठी.

इंग्रजी.

६० विपळें = १ पळ.	६० सेकंद = १ मिन्युट.
६० पळें = १ घटिका.	६० मिन्युटें = १ आवर.
६० घटिका = १ दिवस.	२४ आवर = १ दिवस.
७ दिवस = १ आठवडा.	७ दिवस = १ आठवडा.

२९॥ दिवस = १ चांद्रमास. २८, २९, ३०, ३१ दिवस = १ मास.  
३० किंवा ३१ दिवस = १ सौरमास. १२ मास = सौरवर्ष.

३० तिथि	= १ चांद्रमास.	इंग्रजी १२ महिन्यांचे दिवस.
१२ चांद्रमास	= १ चांद्रवर्ष.	ज्यानेवारी. ३१ जुलई. ३१
३६५ दिवस	६ आवर=१ सौरवर्ष.	फेब्रुवारी.*२८ आगष्ट. ३१
३५४ दिवस	= १ चांद्रवर्ष.	मार्च.. ३१ सप्टेंबर. ३०
दर तीन वर्षांच्या सुमारास	अधिकाचें वर्ष येतें ह्यांत १३	एप्रिल.. ३० आक्टोबर. ३१
चांद्रमास होतात.		मे.... ३१ नोवेंबर. ३०
		जून .. ३० डिसेंबर. ३१

२४ मिन्युटे	= १ घटका.	३६५ दिवस ६ आवर = १ वर्ष.
२ घटका	= १ मुहूर्त.	*दर चवथे वर्षी फेब्रुवारीचे २९
२॥घटका	= १ तास.	दिवस धरतात.
३ तास	= १ प्रहर.	
८ प्रहर	= १ दिवस.	
१५ तिथी	= १ पक्ष.	
२ पक्ष	= १ मास.	
२ मास	= १ ऋतु.	
६ ऋतु	= १ वर्ष.	

### विशिष्ट गुरुत्वाचें कोष्टक.

अनेक जातींच्या पदार्थांच्या वजनांशीं पाण्याच्या वजनाचें जें प्रमाण त्यास विशिष्ट गुरुत्व प्रमाण ह्मणतात, हें प्रमाण काढतांनां पाणी आणि पदार्थ हों सारखे आकृतीचीं घेतलीं पाहिजेत,

प्लाटिना	= २१ पट पाणी.	तांबें	= ९ पट पाणी.
सोनें	= १९ "	लोखंड	= ७॥ "
पारा	= १३॥ "	जस्त	= ७ "
सिसें	= ११॥ "	हिरा	= ३॥ "
रुपें	= १०॥ "	धोंडा सुमारें	= २॥ "

विविध अंक लिहिण्याची रीति.

विविध अंक लिहिण्याच्या दोन रीति आहेत, इंग्रजी आणि कल्पित मराठी.

इंग्रजी रीतींत प्रत्येक परिमाणाचा अंक लिहून त्यावर त्या परिमाणाच्या नांवाची खूण राहाण्याकरितां नांवाचें पहिलें अक्षर लिहितात, जसें,

रु. आ. पै.

५७ १३ ६ म्हणजे ५७ रुपये, १३ आणे, ६ पै.

खं. म. शे. टां.

२ १४ १२ २० म्हणजे २ खंडी, १४ मण, १२ शेर, २० टांक.

कल्पित मराठी रीतींत भारी परिमाणाचे नांवाचा नुसता अंक लिहितात, आणि पुढें जसजसे हलक्या परिमाणांचे अंक येतील, तसतशीं त्यांच्या मागें आळीं घालतात; अथवा पहिल्यानें भारी परिमाणाचा अंक लिहितात, आणि त्याचा पाव, अर्धा, पाऊण, ह्यांपैकीं जो भाग पुढच्या हलक्या परिमाणांत असेल, त्याच्या रेखा त्या अंकावर लिहून मग राहिलेले हलके अंक त्या रेखांवर लिहितात. जसें,

५७१३५६ आथवा ५७॥-॥ म्हणजे ५७ रुपये, १३ आणे, ६ पै.

२॥४१२ म्हणजे २ खंडी, १४ मण, १२ शेर, २० टांक.

तसेंच ज्या प्रकारचे विविध अंक असतील तो प्रकार समजण्याकरतां अंक लिहिण्याच्या पूर्वी तो कोणते प्रकारचा आहे हें लिहून ठेवतात. जसें,

किंमत. ५०४, ५१ ह्याणजे ५ रुपये ४ आणे.

काल. २०१८, २॥३ म्हणजे २ माहिने १८ दिवस.

वजन. १३।२ म्हणजे १३ खं. ७ मण.

कैली. ८॥१ म्हणजे १० पायली.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

पुढील परिमाणें वाचून दाखीव.

- किंमत. { १५॥=॥॥; २३-; २३५॥=; ५॥=.
- वजन. { १७०१४०१; १६०१०२; १५००१०; ०३०९.
- { २३०२०८; १३५१२०९; १४॥३१८॥; ००५१.
- { ०३१४; २०७॥; ॥१॥३॥१२॥; ०००८.
- कैली. { १२०४॥२; १३॥११; ५००२॥०.; ००२; वास्तुले मापें.
- { १३०४॥१; १३॥११; ३००२॥॥; ००२; सोडुले मापें.
- मुदत वर्ष ५०१००४; ७॥१॥७; महिने १०७॥; ०५॥.

पुढील परिमाणें लिहून दाखीव.

- १ उ. पंधरा रूपये दाहा आणे सात पै;
- २ उ. { ५ खंडी १७ मण २३ शेर; २ मण; २ शेर; ५५ शेर.
- { ५५ खंडी १७ शेर; २ मण १५ टांक; हे सर्व एका खाली एक मांड.
- ३ उ. कैली. { १७ मण १२ पायल्या; ५ मण १५ पायल्या; ३ मण १७॥ पायल्या; ४ पळे ३ पायल्या २ शेर;
- { २ पायल्या ४ शेर; हीं सर्व एकाखाली एक मांड.
- ४ उ. कैली. { २ पळे ११ पायल्या; ३ पळे १४ पायल्या; १ पळा २५ पायल्या; २ खं. २५ शेर; १७ मण; २ पळे ५ मण ७ शेर; हीं सर्व एकाखाली एक मांड.

## भांजणी.

हलके परिमाणाचे अंकास भारी परमाणाचें रूप द्यावयाचें, किंवा भारी परिमाणाचे अंकास हलके परिमाणाचें रूप द्यावयाचें, ह्या कृतीस भांजणी ह्मणतात. हिचे प्रकार दोन आहेत. उतरती भांजणी आणि चढती भांजणी.

उतरती भांजणी ह्मणजे भारी परिमाणाचे अंकास हलके परिमाणाचें रूप द्यावयाचें; जसें, रूपयांचे आणे करावयाचे.

चढती भांजणी ह्मणजे हलके परिमाणाचे अंकास भारी परिमाणाचें रूप द्यावयाचें; जसें, आप्यांचे रूपये करावयाचे.

उत्तरती भांजणी.

उत्तरत्या भांजणीचे दोन प्रकार आहेत.—१ भारी परि-  
माणाचे अंकांस हलके परिमाणांत अणावयाचा. २ भारी परिमा-  
णाच्या अपूर्णाकाची किंमत हलक्या परिमाणांत काढण्याचा.

प्रकार १. भारी परिमाणाचे अंकांस इच्छिले हलके  
परिमाणाचें रूप द्यावयाचा.

रिति. भारी परिमाणाचे संख्येंतील एकांत, त्याच्या  
खालचे हलके परिमाणाचे अंक किती आहेत हें पाहून  
त्यांनीं ती दिलेली भारी परिमाणाची संख्या गुणावी, आणि  
त्या गुणाकारांत त्याच्या जातीचे अंक कांहीं सांगितले  
असल्यास ते मिळवावे ह्याप्रमाणें इच्छिले हलके परिमाणाचे  
अंक होत तोंपर्यंत करावें, जसें,

उदाहरण पहिलें.

२ रुपये ३ आणे ४ पै  
ह्यांच्या पै कर.

रु. आ. पै.

२. ३. ४.

× १६ रुपयाचे आणे १६.

३२

+ ३

३५ आणे.

× १२ आण्याच्या पै १२.

४२०

+ ४

४२४ पै. हें उत्तर.

उदाहरण दुसरें

नाणें १२॥३॥ ह्यांचे पाव आणे कर.  
१२॥३॥

× ४ रुपयांचे पावले ४.

४८

+ २

५० पावले

× ४ पावल्याचे आणे ४.

२००

+ ३

२०३ आणे.

× ४ आण्याचे पाव आणे ४.

८१२

+ २

८१४ पाव आणे, हें उत्तर.

## उदाहरण तिसरें.

वजनी ३॥२॥॥<sup>७</sup> ह्यांचे शेर कर.

३॥२॥॥<sup>७</sup>

× २० खंडीचे मग २०.

६०

+ १२ -॥-खंडी + २मण=

७२

१२ मण.

× ४०

२८८०

+ ३७ .॥॥-मण + ७ शेर

= ३७ शेर.

२९१७ शेर. हें उत्तर.

## उदाहरण चौथें.

रु. ३ ह्यांस पैचें अपूर्णाकांचें रूप दे.

१ रुपयाचे आणे १६. व आण्याच्या पै १२, म्हणून ३ × १६ × १२ = ३७४ हें उत्तर.

५ उ. वजनी खंडी १७३३४२ ह्यांचे शेर कर.

१७३३४२

× २० खंडीचे मण २०.

३४६६८४० मण.

× ४० मणाचे शेर ४०.

१३८६७३६०० शेर हें उत्तर.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. ५१३ पाँड ह्यांचे फार्दिंग कर, आणि ३२० गिनी ह्यांचें पेन्स कर.
- २ उ. २१२ रुपये, आणि १५ मोहरा, ह्यांचे आणे किती व चवल्या किती तें सांग.
- ३ उ. ४७ रु. १२ आ. १० पै ह्यांच्या पै कर.
- ४ उ. १२ ॥=; २५५-; ३७॥॥॥; ह्यांच्या पै कर.
- ५ उ. वजनी २३॥८॥ ह्यांचे टांक कर.
- ६ उ. २ दिवस ४ ता. १५ मि. ह्यांचे सेकंद; आणि ४ दि. १२ घ. १३ पळें, ह्यांचीं पळें कर.
- ७ उ. ७ खंडींचे ३ ह्यांस शेरार्चें रूप दे.
- ८ उ. ७ खं. १५ म. १७ शे. ह्यांचे ३चे ३ ह्यांस तोळ्याचें रूप दे.
- ९ उ. १० ३४५६ खंडी ह्यांचे शेर, आणि १२. ३५८९ तोळे, ह्यांच्या गुंजा कर.
- १० उ. १० गुंठे, १२.७५ आणे, ह्यांचे ३ चे आणे किती होतात.
- ११ उ. १७ विघे १०॥ पाँड ह्यांचे पाँड कर, आणि त्यांस ८० नीं भागून भागाकार काय येईल तो सांग.



१२ उ. ४१२३४ मोहरा, ३.७२ रुपये, ह्या प्रत्येकाचे आणे करून त्यांची बेरीज किती येईल ती सांग.

१३ उ. १४.३३ मण, १५॥शेर, १० ३/४ खंडी, आणि १० तोळे ह्या सर्वांचे तोळे एकंदर किती झाले तें सांग.

**प्रकार २.** भारी परिमाणाचे अपूर्णाकास हलके परिमाणाचें रूप द्यावयाचा.

**रीति.**— मागील रीतींत सांगितल्याप्रमाणें भारी परिमाणाचे अपूर्णाकास त्याच्या खालचे हलक्या परिमाणाचें रूप देऊन त्यांत त्याचे सजातीय कांहीं अंक असल्यास ते मिळवावे; परंतु ह्यांत भेद इतकाच कीं ह्या बेरजांत पूर्णाक येतील ते सोडून अपूर्णाकास मात्र इच्छिले जातीचे अंक येत तोंपर्यंत गुणीत जावें; नंतर ते सर्व पूर्णाक जुळून लिहावे, ह्यणजे तें इच्छिलें उत्तर झालें.

**उदाहरण पहिलें.**

५/१२ रु. ह्यांची किंमत पूर्णाकांत काढ.

५/१२ रु. × १६ = ५०/१२ = ६ ४/३ आणे.

आणे ४/३ × १२ = १६ = ८ पै. आणे पै.

उत्तर. ६ ८.

**उदाहरण दुसरें.**

रुपयाचे ०.४१६ ह्यांची पूर्णाकांत किंमत काढ.

०.४१६ रुपये.

१६

६.६५६ आणे.

१२

७.८७२ पै. उत्तर. ६ आणे ७.८७२ पै.

**अभ्यासाकरितां उदाहरणें.**

१ उ. रुपयाचे ४/५, पावल्याचे ३/४, आणि आप्याचे ५/६ ह्यांची बेरीज घेऊन तिची किंमत विविध अंकांत काढ.

- २ उ. १५ पौंडाचे  $\frac{2}{3}$  + १ पौंडाचे  $\frac{3}{4}$  + १ पौंडाचे  $\frac{1}{2}$  चे  $\frac{5}{6}$  चा  $\frac{1}{3}$  +  $\frac{2}{3}$  चे  $\frac{2}{3}$  शिल्लिंग, ह्यांची बेरीज कर.
- ३ उ.  $\frac{3}{4}$  पौं. +  $\frac{1}{2}$  शि. +  $\frac{1}{4}$  पे.;  $\frac{5}{8}$  पौं. +  $\frac{1}{4}$  पौं. +  $\frac{1}{2}$  पे. ह्यांच्या बेरजा कर.
- ४ उ. ४५ पौंड; ०.६८१२५ पौंड व २.३२५ पौंड; ह्यांच्या विविध परिमाणांत किंमती काढ.
- ५ उ. २३.४५ दि. + १.७१५ तास, ह्यांची बेरीज कर.
- ६ उ. १.१२ वजनी खंडी; ५.७ ख.; ९.२ मण; आणि १३ शेर; ह्या सर्वांचे शेर कर.
- ७ उ. कैली बारले मापें २ मण ७ शेर ह्यांचे  $\frac{2}{3}$  किती होतात?

### चढती भांजणां.

रीति. ज्या परिमाणाचे अंक सांगितले असतील, त्याच्या वरच्या परिमाणांतील एकांत ते अंक किती आहेत, हें पाहून त्यांनी दिलेल्या अंकांस भागावें, ह्यणजे तो भागाकार वरच्या परिमाणाच्या जातीचा येईल; नंतर त्याचे सजातीय अंक असल्यास ते त्यांत मिळवून त्यास पुनः त्याच्या वरच्या परिमाणाचें रूप द्यावें; ह्याप्रमाणें इच्छिले परिमाणाचे अंक येत तोंपर्यंत करावें.

उदाहरण पाहिलें.

४९३९४० रेस ह्यांचे रूपये कर.

१०० रेसांचा १ पावला म्हणून १००)४९३९४० रेस.

४ पावल्यांचा १ रुपया . . . . ४)४९३९४० पावले.

१२३४८५. रु. हें उत्तर.

अथवा १००)४९३९४०

४)पा. ४९३९. . ४० रेस.

रु . १२३४. . ३ पावले.

उत्तर. १२३४ रु. ३ पा. ४० रेस.

उदाहरण दुसरें.

३२१२.५४१३ आणे ह्यांची किंमत रुपये आणे ह्यांत काढ.

१६)३२१२ आणे.

०.५४१३ आणे.

२०० रु. १२ आणे.

× ४

२.१६५२ पैसे.

× ४

.६६०८ दमड्या.

× ४

२.६४३२ गंडे.

× ४

२.५७२८ क्वड्या.

रु. आ. पैसे. द. गं. क.

उत्तर. २०० १२ २ ० २ २.५७२८.

उदाहरण तिसरें.

वजनी २.५ शेर ह्यांस खंडीचें रूप दे.

४०)२.५ शेर.

२०)०.०६२५ मण.

०.००३१२५ खंडी. हें उत्तर.

उदाहरण चौथें.

कैली सोळुले मापें ८३।२ ह्यांस खंडीचें रूप दे!

मण. पायली.

८३।२ = ३ ६

१६) ६ (

.३७५ मण.

× ३ मण.

२०) ३.३७५ मण.

०.१६८७५ खंडी. हें उत्तर.

## उदाहरण पांचवें.

१ आण्यांचे  $\frac{१६}{१००}$  ह्यांस रुपयाचें रूप दे.

आ.

१६ आण्यांचा १ रुपया म्हणून  $\frac{१६}{१००} = १६ = \frac{४}{१०} = \frac{१}{२५}$  रु. हें उ०

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. ५ आण्यांस दशांश रुपयाचें रूप दे.
- २ उ. १ पावल्यास मोहोरेचें अपूर्णांक रूप दे.
- ३ उ. कै. १ शेरास दशांश खंडीचें रूप दे.
- ४ उ.  $\frac{५५}{१००}$  दिवस ह्यांस अपूर्णांकांत वर्षाचें रूप दे.
- ५ उ.  $\frac{७३}{१००}$  तास +  $\frac{२३}{१००}$  घ. + ४ दिवस ह्यांची बेरीज कर.
- ६ उ. ५ दि. + १.७ प्रहर + १२घ. + १३ तास. + २५ घ. +  
१७ मिन्युटे + ११ पळे ह्यांचे बेरजेस दशांश दिवस रूप दे.
- ७ उ. १७ पौंड ह्यांत १५ शिलिंगांचे  $\frac{३३}{१००}$  मिळीव.
- ८ उ. ३.४१५७ शेर + सोळुले २.१ मण ह्यांस खंडीचें रूप दे.
- ९ उ. बारुले २॥ मण, ७॥ खंडी,  $\frac{७३}{१००}$  शेर ह्यांची बेरीज म-  
णांत आण.
- १० उ. १५७८९१ आणे, आणि १७१४ रुपये ह्यांचे बेरजेचे  $\frac{१६}{१००}$   
ह्यांस दशांशांत मोहोराचें रूप दे.
- ११ उ. एका भिंतीची लांबी १५३५ हात आहे, एक हात म्हणजे  
१९'८ इंच, तेव्हां ती भित एकंदर किती फूट लांब आहे!
- १२ उ. १०० हात जागेंत ६० माणसें उभों राहतात, तेव्हां एका  
माणसास किती तसू जागा लागत्ये ?
- १३ उ. एका मनुष्यास २३ आणे, व एका घोड्यास ४'५ आणे,  
याप्रमाणें दररोज खर्च लागतो, तेव्हां १०० घोडेस्वारांस  
एका महिन्यास खर्च किती लागेल ?
- १४ उ. १६  $(\frac{१}{२} - \frac{१}{३५} + \frac{१}{३५}) - \frac{४}{२३६}$  ह्यांस दशांश  
अपूर्णांकाचें रूप दे, आणि त्यांस १६ नीं गुणून गुणाकार  
किती आणे आला तें सांग.

१५ उ. एका कौलाची रुंदी ४'३५ इंच घेतली तर चारशें कौलांस एकंदर किती रुंद जागा लागेल?

एका देशांतील परिमाण दुसऱ्या देशांतील परिमाणांत नेण्याची रीति. सांगितलेले परिमाणाचे जातीपैकीं जें परिमाण इच्छिलेले परिमाणाशीं ताडलेलें सांपडेल, त्या परिमाणांत सांगितलेलीं सर्व परिमाणें आणावीं, आणि नंतर त्यास इच्छिले परिमाणाचें रूप द्यावें.

उदाहरण.

कंपनी चलनी ४४ रुपये १२ आणे ८ पै, ह्यांचे इंग्लिश चलनी पौंड, शिलिंग, पेन्स, कर.

रु. आ. पै.

४४ १२ ८

पै.

१२ ) ८ (

०६६६ आणे.

+ १२

१६ ) १२०६६६ आणे.

०९१६२५

+ ४४

१० रु. = १ पौंड म्हणून १०)४४०९१६२५ रुपये.

पौंड ४४०९१६२५

× २०

शिलिंग ९१५८३२५००

१२

पेन्स ६०९९००००

उत्तर. ४ पौ. ९ शि. ७ पे.

निरनिराळे परिमाणांचा परस्पर संबंध समजण्याकरितां आलाहिदा कोष्टकें तयार केलेलीं आहेत; तीं विविध अंकांचीं कोष्टकें शोधण्याचे श्रम विद्यार्थ्यांस पडूं नयेत, ह्मणून हें पुढील कोष्टक तयार केलें आहे, त्यांतून कार्यास उपयोगीं पडतील ते अंक घेत जावे.

नाणें.	१० रु. कंपनी	= १	पौंड इंग्रजी.
	१.२३ इराणी रु.	= १	कंपनी रु.
	१ धारवाडी होन	= ३।।	कंपनी रु.
	१ सिक्किन पुतळी	= ४।।।	रुपये कंपनी.

वजन.	१ कं. तोळा	= १८०	प्रायग्रन.
	१ मुंबईचा मण	=	{ २८ विलायती पौंड, अवार्डु पाईस.
	१ विलायती पौंड	=	१।। शेर पाणी.

कैली.	१ मुंबईचा फरा	= ७	विला. ग्यालन.
	१ पुण्याचा मण	= २६	मुंबईचे मण.

अंतर.	१० विला. मैल	= १	योजन मराठी.
	१ इराणी फर्लांग	= ३.४३	विला. मैल.
	१ फ्रेंच मीटर	= १	हात.
	१ मराठी काठी	= ९	फूट ७। इंच.

क्षेत्र.	१० मराठी बिघे	= ८।।	एकर.
----------	---------------	-------	------

काल.	१ तास विला.	= २।।	घटका मराठी.
------	-------------	-------	-------------

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. १७ पुतळ्यांच्या मोहरा किती होतील?
- २ उ. १२३४५ मोहरांचे पौंड कर.
- ३ उ. बारुले मापें १२५ खंडी, ह्यांच्या सोळुले मापानें किती खंडी होतील?
- ४ उ. ५५ घटिकांचे तास किती होतील तें साग.

- ५ उ. ५॥॥. तोळ्यांचे ग्रेन किती होतील तें सांग.
- ६ उ. २५ इराणी फर्लिंग ह्यांस योजनांचें रूप दे.
- ७ उ. १२५ बिध्यांचे एकर कर.
- ८ उ. १२३ इराणी रुपयांचे धारवाडी होन किती होतील तें सांग.
- ९ उ. १२३४५ फुटांचे हात कर.
- १० उ. ११ फूट २इंच लांबीची काठी घेतली तर एका कौसाच्या किती काठ्या होतील त्या सांग.
- ११ उ. २१५ ग्यालनांचे फरे किती होतात ?
- १२ उ. २ पौंड, ७ शिलिंग, १२ मोहरा, व १७ रुपये, मिळून एकंदर किती रुपये झाले तें सांग.
- १३ उ. १५ तास, १५ घटका, १३ मिन्युटें, १२ पळें, हीं सर्व मिळून किती दिवस झाले तें सांग.
- १४ उ. एके वर्षी मेषसंक्रांत मार्च महिन्याचे ११ वे तारखेस, ५ अवर, ६ मिन्युटें, आणि ४ सेकंद, ह्या वेळेस लागली होती; व दर वर्षास ही संक्रांत ०.२४२२१८ दिवस पुढें सरती, तेव्हां पुढें तीन वर्षीनीं ही संक्रांत कोणते दिवशीं व केव्हां लागेल तें सांग. उत्तर घटका पळांत आण.
- १५ उ. २ दिवस, ४ तास, १२ मिन्युटें, ह्यांत १ दिवस, १५ घटका, १२ पळें, वजा कर.
- १६ उ. आमचे जवळ १२॥ २॥ धान्य होतें, त्यांतून एका साहेबास ७ क्वार्टर, ५ बुशल आणि १ ग्यालन इतकें दिलें; तेव्हां बाकी किती राहिलें तें सांग.
- १७ उ. १३५ रुपयांतून १२ पौंड, १३ शिलिंग, व ४ पेन्स दुसऱ्यास दिले; तेव्हां बाकी किती रुपये राहिले ?
- १८ उ. बारुले मापें १५५३ ह्यांत सोळुले मापें ५५२॥ मिळविले, तर एकंदर किती होतील ? उत्तर बारुले मापांत काढ.
- १९ उ. ११५ मोहोरा हिंदुस्थानांत कंपनी १२॥ = दरानें खरेदी केल्या, तर त्यांचे विलायतेंत किती गिनी ध्यावे ?

२० उ. एका तलावांत दर सेकंदांत ५१५ ग्यालन पाणी येतें. तेव्हां २४ तासांत किती घागरी पाणी येईल? एका घागरींत ७ ग्यालन पाणी राहातें.

### विविध परिमाणांची बेरीज.

रीति. सांगितलेल्या रकमा अशा मांडाव्या, कीं सजातीय परिमाणांचे अंक एकाखालीं एक येतील. प्रथम उजवेकडील हलक्या परिमाणांचे अंकांची बेरीज घ्यावी, आणि तीत तिच्या मागील भारी परिमाणाचे अंक किती आहेत ते भाजणीच्या रीतीने पाहून ते हातचे घ्यावे, आणि बाकी राहिल ती रेघेखालीं मांडावी. नंतर ते हातचे, त्याच्या जातीचे भारी परिमाणांचे अंकांत मिळवून त्या ओळीची बेरीज करावी. ह्याप्रमाणें शेवटपर्यंत करावें. जसें,

#### उदाहरण पहिलें.

६. पा. रे.	}	ह्या उदाहरणांत, रेसांची बेरीज १९४ आली, त्यापैकी १०० रेसांचा १ पावला झाला, तो हातचा घेऊन बाकी ९४ रेघेखालीं मांडले. नंतर हातचा १ पावला व पावल्यांच्या ओळीची बेरीज ९ मिळून १० पावले, पैकीं ८ पावल्यांचे २ रुपये, हे हातचे ठेवून बाकी २ पावले रेघेखालीं मांडले; आणि हातचे २ रुपये रुपयांच्या ओळींत मिळवून त्या ओळीची बेरीज ६२ आली ती रेघेखालीं मांडली. मिळून बेरीज ६२ रु. २ पा. ९४ रे. झाली.
७ ३ ४०		
३ २ ५०		
५० १ ९४		
३ १०		
<u>६२ २ ९४</u>		

#### उदाहरण दुसरें.

नाणें २॥≡

१५॥=॥॥०

७४≡

०॥०॥

२५॥॥-॥

} ह्यांत प्रत्येक जातीच्या रेघांची बेरीज प्रथम घेऊन मग अंकांची बेरीज घ्यावी.



उदाहरण तिसरें.

वजनी.

खं.	म.	शे.	टां.
१७॥४॥॥॥॥॥	४॥॥॥॥॥	४॥॥॥॥॥	९
७॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	३॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	२॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	४॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥
२६॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	२॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	४॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	१३॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥
१५॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	१॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	३॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	४९
५३॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	२५॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	५॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	०

उदाहरण चौथें.

लांबी.

का.	हा.	वि.
५	३	१
७	४	१॥
१५	१	०
१२	०	१
	२	१॥
१५	०	०॥
५६	२	१३

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. नाणें.

		रुं.	आ.	पै.	पौं.	शि.	पे.
७५५७	१५३॥-	१३	४	६	१२	६	४
११५४५८	१४७॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	६	११	५	१८	५	८
१९५१२५११	१३७५=॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	९	७	६	१०	१९	४
२७५१३५९	१३९८॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥॥	८	४	३	१३	५	२

२ उ. वजनी.

खंडी	तो.	पौं.	पे.	ग्रे.	ट.	ह.	का.	पौं.
१२॥३५	१७॥२॥=	१६	६	१२	२८	१९	२	२२
१७॥३५	१३॥५-	१८	८	२३	५	११	३	२७
२८॥४॥३	६॥२५=	२८	१९	१३	१९	१२	१	१६
५३॥३॥६	८॥३५=	८	१२	९	१५	१८	०	१७

३ उ. कैली.

खं.१६लेमापें.	खं.१२लेमापें.	रा.	आ.	फ.	आधो.	ट.	का.	बु.	ग्या.
२७॥१५३	३९॥२॥२	१२	९	९०	८	१८	३	६	७
१८॥३॥२	३८॥१॥१॥१॥-	१०	०	२१	३	१९	२	५	६
१७॥२॥१॥१॥	२५॥१॥१॥१॥	१७	१५	०	९	२८	४	७	३
२५॥३॥१॥१॥	२८५२॥१॥१॥	०	३	१७	१०	१७	६	५	४

## ४ उ. क्षेत्र.

विधे.	ए.	गुं.	आणे.	ए.	रु.	पर्व.	चै.फु.	चौ.इं.
२७॥२॥२	१५	३८	१४	२८	३	३९	७	११
१३॥३॥२॥	२७	५	३	१७	२	२८	२	११२
१२॥४॥३॥	७८	२१	९	२८	१	२९	५	६८
५४३४२	४५	०	७	५	०	१२	८	५

## ५ उ. काल.

व. मा. दि.	दि. घ. प.	दि. ता. मि. से.	दि.	आ	घ.
५ ७ ६	७ ३८ ९	५ २१ ५५ ५७	५	२३	१
१७ ६ १८	१७ २६ ३९	३ ११ ३० ४०	६	१२	१॥
२७ ९ २७	१५ ५५ ३२	२ ५ ५ ५	७	१५	१॥॥
१५ ४ ३	२८ ५६ ५६ १३	२३ ५९ ५९	६	२०	२॥

## विविध परिमाणांची वजावाकी.

राति. रकमेखालीं रकम अशी मांडावी, कीं ज्या जातीचें परिमाण त्या जातीच्या परिमाणाखालीं येईल, नंतर सजातीय परिमाणाची वजावाकी करावी. एकाद्या परिमाणाची वजावाकी होत नसली तर त्याचे मागील भारी परिमाणांतून एक उसना घेऊन तो त्यांत मिळवून मग वजावाकी करावी. मागील परिमाणांची वजावाकी करते वेळेस उसनें घेतलेलें परिमाण वजा करावयाच्या अंकांत मिळवावें.

## उदाहरण.

रु. पा. रे. } ह्या उदाहरणांत, रसांतून रस वजा जा-  
 १५ १ ३० } तात; परंतु पावल्यांतून पावले वजा जात ना-  
 ८ २ २० } होंत, म्हणून मागील रुपयांपैकीं १ रुपया  
 ६ ३ १० } उसना घेतला, त्याचें पावले ४, आणि  
 उदाहरणांत दिलेला १, मिळून ५ पावले झाले, ह्यांतून २ गेले, तेव्हां बाकी राहिले ३. आतां हातचा १ आणि ८, मिळून ९ रुपये, हे १५ तून गेले, तेव्हां बाकी राहिले ६, मिळून एकंदर बाकी ६ रु. ३ पा. १० रे. राहिली हें उत्तर.

अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

१ उ. नाणे.

		पौ. शि. पे.	पौ. शि. पे.
७५५७	१५३॥३॥०	१२ ६ ४	७४ ० ६
४५६	१११॥३॥३॥०	८ ७ ५	१७ ८ ४

२ उ. वजनी व मापी.

कैली सोळुले मापें.	बारुले मापें.	पौ. ऑ. द्रा.	हं. का. पौ.
१३॥३॥१	३९॥३॥३॥०	२७ ११ ३	३३ ० ११
८॥३॥२॥२	२५॥४॥३॥३॥२	१३ ७ १	१२ १ २४

३ उ. क्षेत्र.

विघे.	एकर.	ए. रु. पो.	चौ.या.	चौ.फू.	चौ.इं.
२८॥२॥२॥२	४०५१६५३	४५ २ ३५	१२	२	१३
२५॥३॥३॥३॥१	३२५२१५२	१९ ३ ३९	७	८	१३०

४ उ. काल.

व. मा. दि.	दि. घ. प.	ता. मि. से.	व. अ. ऋ. मा. दि.
८ ६ ६	११ १५ ३७	२३ १२ ३५	१५ १ २ १ १५
३ ८ ३	८२ ६ ४१	११ ११ ४७	११ ० २ १ २५

विविध परिमाणांचा गुणाकार.

रिति. सांगितलेलीं परिमाणें एका ओळींत लिहून त्यांचे खालीं गुणक लिहावा. प्रथम उजवेकडील हलके जातीच्या परिमाणास गुणावें; जो गुणाकार येईल त्यांतून त्याच्या मागील भारी परिमाणाचे जितके अंक असतील तितके चढत्या भांजणीच्या रीतीनें काढून बाकीचे अंक रेघेखालीं मांडावे. नंतर भारी परिमाणाचे अंक त्याच्या जातीच्या गुणाकारांत मिळवावे. पुन्हा त्यांतील अंक त्याच्या

मागील भारी परिमाणांत जातील तितका नेऊन बाकीचे रेघेखालीं मांडावे, ह्याप्रमाणें शेवटपर्यंत करीत जावें.

उदाहरणें.

वजनी खं. म. शे.	नाणें.	क्षेत्र एकर.
३ ४ २५	१॥३॥०	५५१३
× १२	× ७	× १५
३८ १५ २०	१३॥३॥०	७९५३५

गुणकांकांत अपूर्णांक असले तर पूर्णांक व अपूर्णांक ह्यानीं वेगळालें गुणून मग ते गुणाकार एक करावे.

उदाहरण.

खं. म. शे. ह्यांत १२ चा गुणाकार पहिल्यानें लिहिला; नंतर अर्धानें गुणावयाचें, म्हणजे गुण्यास दोहोंनीं भागावयाचें, म्हणून दोहोंनीं भागून भागाकार पहिल्या गुणाकाराच्या खालीं लिहिला, आणि दोहोंची बेरीज घेतली.

खं. म. शे.  
३ ४ २५  
× १२॥  
३८ १५ २०  
१ १२ १२॥  
२० ७ ३२॥

कोठें कोठें गुण्य व गुणक ह्यांस दशांशरूपें देऊन गुणाकार करावयास सोपें पडतें.

उदाहरण.

३ खं. ४ म. २५ शेर. ह्यांस १.२५ ह्यानीं गुण.

खं. म. शे.

३ ४ २५  
४.६२५  
३.२३१२५

३.२३१२५ खं.  
१.२५  
१६१५६२५  
६४६२५०  
३२३१२५

४.०३९०६२५  
२०  
७८१२५०० मण.  
४०  
३१.२५००००० शेर.

गुणाकार. ४.०३९०६२५

उत्तर. ४ खं., ० म., ३१ शेर, १ पावशेर.

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. नाणें. २३ पौं. ८ शि. ४ पे. × १२  
 रु. १३॥३॥. × ५  
 १२८०॥ × १२५  
 -॥३॥ × ३७  
 १७१ पौं. १३ शि. ५<sup>१</sup>/<sub>४</sub> पे. × २५
- २ उ. माप. ३ का. ६ पौं. १३ औं. १५ द्रा. × १८  
 १७ हं. ३ का. १५ औं. ७ द्रा. × ३६  
 कैली खं. बारु. १२॥३॥२॥ × २१  
 „ खं. सोळु. १२००३॥ × १०८
- ३ उ. काळ. ५ दि. १७ आ. ३९ मि. २० से. × १२०  
 ७ आवर. १८ मि. २० से. × १११  
 १५ दि. १७ घ. १८ प. × ९६  
 १५ दि. १८ प. २५ विपळें × ८४
- ४ उ. वजनी. ४ ट. १३ हं. १७ पौं. १० औं. × ९  
 ९ ट. १६ हं. १ का. ५ औं. × ३२  
 १८८. ३ का. ५ पौं. १३ द्रा. × ४५  
 २ पौं. ७ औं. ९ पे. २२ ग्रे. × ५०
- ५ उ. लांबी. ७ फ. ८७ या. १ फू. ५ इं. × ६४  
 १४ ए. १ रु. ३१ पर्च × ७२  
 १७ घन या. २१ घन फू. ५७ घन इं. × ८४  
 १८ ए. १२ गुं. १७ आ. × ३६  
 १२ बि. १० पां. १२ का. × ४५
- ६ उ. तोल. ३७ ग्या. ९ का. ९ पै. × ९६  
 १२ आणे १२ फरे × १०८  
 २२ खं. १७ म. ११ पा. × १४४  
 ११ पळे ११ पायल्या ३ शे. × ७२
- ७ उ. वजनी. १२२॥४॥८॥ × ३३  
 ११०३०४ × ३६

कैली,	२५५३॥२ × ४९
	१२१॥३० × ३०
८ उ. क्षेत्र,	४० कोस ११२५ दंड ३ हात × १९
	२ योजने ४ कोस १२५ दंड × ६५
	३ मैल ४ फ. ११ पो. ३ या. × ५६
	२ एल १ या. ११ ने. १ इंच. × १२
९ उ. लांबी.-	१२ काठ्या ३ हा. १ बी. × ३९
	२ गुंठे १२ आ. × १३५
	२२ फूट. ११ इंच × १००

### विविध परिमाणांचा भागाकार.

ह्या भागाकाराचे दोन प्रकार आहेत. एक विविध अंकास नुसत्या संख्येने भागावयाचा. आणि दुसरा विविध अंकास विविध अंकांनी भागावयाचा.

**प्रकार पहिला.** [नुसत्या संख्येने भागावयाचा.] विविध अंकास नुसते संख्येने भागले असता भागाकारांत विविध अंक येतात.

**रीति.** भाजक, भाज्य रकमेपुढे पूर्णांकांत सांगितल्या रीतीप्रमाणे कंसांत मांडावा. नंतर पहिल्याने भाज्यांकांतिल भारी परिमाणाचे अंकांस भाजकाने भागून भागाकार येईल तो रेघेखाली मांडावा. बाकी राहिल्यास तीस उतरत्या भाजणीच्या रीतीने तिच्या खालचे हलके परिमाणाचे रूप द्यावे. आणि त्याचे सजातीय अंक भाज्यांत असल्यास ते त्यांत मिळवून त्यांस पूर्ववत् भाजकाने भागावे. बाकी राहिल्यास ती तिच्या खालच्या हलक्या परिमाणांत न्यावी. ह्याप्रमाणे शेवटपर्यंत करावे. जसे,

उदाहरण पहिलें.

१५ रु. ३ पा. ४२ रेस. ह्यांस ६ ह्या भाजकानें भाग.

रु. पा. रे.	पहिल्यानें १५ रुपयांस ६ नीं भागले, भागाकार
६) १५ ३ ४२	२ आला, बाकी राहिले ३ रु. त्यांचे पावले
<u>२ २ ५७</u>	१२, आणि भाज्यांतील ३, मिळून १५ पावले,

ह्यांस ६ नीं भागलें तेव्हां भागाकार २ पावले आला, व बाकी राहिले ३, त्यांचे रेस ३०० आणि भाज्यांतील ४२, मिळून ३४२ ह्यांस भागलें, तेव्हां भागाकार ५७ रेस आला. मिळून एकंदर भागाकार.

रु. पा. रेस.

२ २ ५७ हें उत्तर.

**प्रकार दुसरा.** [विविध अंकांनीं भागावयाचा.] विविध अंकांस विविध अंकांनीं भागलें असतां भागाकार नुसती संख्या येत्ये.

उदाहरण दुसरें.

१५ रु. ३ पा. ४२ रे. ह्यांस २ रु. २ पा. ५७ रे. ह्यांनीं भाग.

रु. पा. रे. रु. पा. रे.

२ २ ५७) १५ ३ ४२ (६ हें उत्तर.

१५ ३ ४२

० ० ०

भाजक भागानुबंध पूर्णांक असल्यास त्यास विषम अपूर्णाकाचें रूप द्यावें, आणि छेदानें भाज्यास गुणून त्या गुणाकारास अंशानें भागावें.

उदाहरण तिसरें.

१५ रु. ३ पा. ४२ रे. ह्यांस २॥. ह्यांनीं भाग.

२॥. =  $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ .

रु. पा. रे.

१५ ३ ४२

× २

५) ३१ २ ८४

६ १ ३६.८ हें उत्तर.

कोठें कोठें भाज्य व भाजक ह्यांस दशांशरूपें देऊन भागाकार करावयास सोपें पडतें.

उदाहरण चौथें.

रु. ४३॥३ ह्यांस २ = ह्यांनीं भाग.

रु. ४३॥३ = ४३.९३७५; २ = २.३७५.

२.३७५)४३.९३७५ (१८.५

$$\begin{array}{r} २३७५ \\ २०१८७ \\ १९००० \\ \hline ११८७५ \\ ११८७५ \\ \hline ००००० \end{array}$$

उत्तर. १८॥०

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. रु. १३५॥३॥३, ह्यांस ८ ह्यांनीं भाग.

व. खं. ७३७॥२॥८॥, ह्यांस १२ नीं भाग.

कै. खं. ५१२॥४॥२॥३, ह्यांस ६ नीं भाग.

११२ पै. १५ शि. १० पे. ह्यांस १५ नीं भाग.

२३५ दि. १३ तास, ह्यांस २५ नीं भाग.

२ उ. रु. २१३॥=, ह्यांस ५॥= ह्यांनीं भाग.

व. खं. १३५॥२, ह्यांस ८३ ह्यांनीं भाग.

कै. खं. १२॥३॥२॥, ह्यांस १७= ह्यांनीं भाग.

२५ पै. १७ शि. ११ पे. ह्यांस २३ ह्यांनीं भाग.

१७ पै. ११ औं. ह्यांस ३॥ ह्यांनीं भाग.

३ उ. १२२॥३॥३॥, ह्यांस ॥३॥३ ह्यांनीं भाग.

व. खं. १२३॥२॥१॥, ह्यांस ४२॥॥॥ ह्यांनीं भाग.

१२१ पै. ११ औं. ह्यांस ११ पै. १० औं. ह्यांनीं भाग.

१२ दि. १३ आ. ७ मि. ÷ २ दि. ४ आ. ५ मि.

४ उ. रु. ५२५८=॥. ह्यांस १.२३ ह्यांनीं भाग.

११ दि. १२ आ. ÷ २.५

१२१ पै. १२ शि. ÷ १२.८६४

१२ ट. १३ हं. ÷ १०.४२५



हिशेरसीचे हिशेब.

हिशेरसीचे हिशेब, ह्यणजे सांगितलेल्या दरापासून हिशाहिशांनीं ह्यणजे भागाकारांनीं किमती काढावयाच्या, ह्यांचे दोन प्रकार आहेत.\*

**प्रकार पहिला.** कोणत्याही परिमाणाची किंमत दिली असतां तिजपासून त्याच परिमाणाच्या अनेक अंकांची किंमत काढावयाचा.

उदाहरण पहिलें.

एक खंडी लांकडांस ३॥= पडतात, तर २५ खंडी लांकडांची किंमत काय होईल?

ह्यांत २५ नों ३॥= ह्यांस गुणावें.

३॥=

× २५

९०॥= हें उत्तर.

उदाहरण दुसरें.

दर खंडीस ३॥॥॥ पडतात, १२५ खंडीस काय पडेल?

३॥॥॥

× १२५

४३५॥॥॥ हें उत्तर.

\* ह्या रीतीनें हिशेब फार लवकर होतात, व श्रमही फार पडत नाहीं, ह्यामुळे व्यापारी लोक फारकरून हिशेबाचे कामांत ह्या रीतीचा उपयोग करितात. हिशेब करताना किंमतीचे हिस्से किती करावयाचे ते मात्र लोकर ध्यानांत आले पाहिजेत. परंतु अभ्यासानें ते ध्यानांत लोकर येतात.

## उदाहरण तिसरें.

एक शेरास ८३॥. तेव्हा ३३ शेरांस काय पडेल?

८३॥.

३३

७८३॥ हे उत्तर.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. दर खंडीस ३॥३॥ प्रमाणें १२५ खंडींचें काय झालें?

दर मणीं ०॥३॥॥ प्रमाणें १ खंडी १५ मणांचें काय झालें?

दर मैलास ५॥ रुपये प्रमाणें १२३५ मैलांचें काय द्यावें?

२ उ. एक पल्ल्यास ८३॥. हमाली पडती, तेव्हां १५० पल्ल्यांस किती पडेल?

एक शेर पाकास १॥=, तेव्हां १५ शेर पाकाचें काय द्यावें?

१७॥= तोळ्याप्रमाणें २५ तोळ्यांचें काय झालें?

१७ भार चांदीचें, एक भार चांदीस ०॥३॥॥ प्रमाणें काय द्यावें?

दर रुपयास ८-० बट्टा पडतो, तेव्हां ३७३७ रुपयांचा बट्टा किती?

३ उ. ८३॥. गज, ह्याप्रमाणें २३५ गजांचें काय झालें?

१३५८-॥. खंडीप्रमाणें १५ खंडींचें काय द्यावें?

७॥= प्रमाणें ३०० मनुष्यांच्या पगाराचा आकार किती झाला?

८॥. रोज प्रमाणें २ माहिण्यांचें काय द्यावें?

१८॥. रोज प्रमाणें १ वर्षांचें काय झालें? एक वर्ष=३६५ दि.

**प्रकार दुसरा.** एका परिमाणाची किंमत दिली असतां तिजपासून त्याच जातीच्या हलक्या किंवा भारी दुसऱ्या परिमाणाची किंमत काढावयाचा.

भारी परिमाणाची किंमत काढणें असल्यास, ज्या परिमाणाचा दर सांगितला आहे त्या परिमाणांत तें आणून पाहिल्या प्रकाराप्रमाणें किंमत काढावी.

हलके परिमाणाची किंमत काढणें असल्यास, पुढील उदाहरणांत दाखविल्याप्रमाणें हिसेरसीनें काढावी.

**उदाहरण.**

वजनी १॥१॥७॥. ह्यांची किंमत दर मणास रु० ३= प्रमाणें काय होईल?

आतां १॥ खंडीचे मण ३०, म्हणून १॥१॥७॥ बरोबर ३१॥७॥

३=

× ३१॥७॥

	१०४॥=	३१ मणांची किंमत.
३= ÷ २=	१॥३	११० मणाची किंमत.
अर्धे मणाची किं० ÷ ४=	०॥१॥०	५ शेरांची किंमत.
पांच शेरांची किं० ÷ २=	४३॥-॥२॥	शेरांची किंमत.

उत्तर. १०६॥३॥६-॥

पहिल्यानें ३१ मणांची ३= प्रमाणें किंमत मांडली, नंतर अर्धे मणाची ३= च्या निम्मे, ५ शेरांस अर्धमणाचे किंमतीच्या चतुर्थांश, आणि २॥ शेरांस पांच शेरांच्या किंमतीच्या निम्मे, ह्याप्रमाणें. किंमती मांडून एकंदर बेरीज केली.

**अभ्यासाकरितां उदाहरणें.**

- १ उ. दररुपयास ३॥= नफा, ह्याप्रमाणें १२७॥३= ह्यांस नफा किती?
  - ७॥ रुपये खंडी प्रमाणें १२॥२॥ ह्यांचें काय झालें?
  - ३॥ रुपये तोळ्याप्रमाणें १७४३ कलावतूचें काय द्यावें?
- २ उ. बारा आणे हात प्रमाणें १००॥ हातांचें काय तें सांग?
  - एक यार्डास ४३, तेव्हां १२३७॥१॥ यार्डांचें काय?
  - ७॥ रुपये मणाप्रमाणें १५ खंडी १७ मण १४ शेर ह्यांचें काय झालें तें सांग.
- ३ उ. दरशेरी ४३॥, तेव्हां १५॥२॥ ह्यांचें काय?
  - रु. ३४- रोज, तेव्हां २ महिने, १५ दिवस, ६ अवर ह्यांचें काय झालें तें सांग
  - १७॥= तोळ्याप्रमाणें १७॥१॥ सोन्याचें काय द्यावें?

४ उ. पाउणहात गजनीचें काय द्यावें? एका हातास  $\cdot 111 \equiv 111$  पडतात. एक रुपयास  $\cdot 1-1$  सूट ह्या मानानें सव्वापांच आप्यास सूट किती असावी ती सांग.

एका चक्रोऱ्यास ८-1, तेव्हां अर्ध्या चक्रोऱ्यास काय पडेल!

५ उ. १०॥ रुपये मणप्रमाणें वजनी १५॥२॥. ह्यांचे काय तें सांग. पंधरा आणे तोळ्याप्रमाणें ८८२॥. चांदीचें काय द्यावें?

दाहाशेर लवंगांचें काय द्यावें? एक शेर लवंगांस  $\cdot 1 \equiv$  पडतात.

तीन आणे मणप्रमाणें ८२॥. मण चुन्याचें काय झालें तें सांग.

६ उ. एका आंब्यास ८-, तेव्हां १६ आंब्यांस काय?

एक वार कापडास चार आणे, तेव्हां २१०५ वार कापडाचें काय द्यावें तें सांग.

एका शिताफळास ८॥ आणा, तेव्हां १०० शिताफळांचें काय झालें तें सांग.

एक पोंडास १॥॥. रुपये, तेव्हां ०.५५ पोंडाचें काय?

हिसेरसीच्या रीतीनें पदार्थांची किंमतच निघते, असें नाही, तर कोणत्याही एका परिमाणाबद्दल दुसरें परिमाण दिलें असलें, तरी त्यास ही रीति लागू होते.

### उदाहरण पहिलें.

एका व्यापाऱ्याचें दिवाळें निघालें, तेव्हां त्याची मालमत्ता विकून हिशेब पाहतात, तों दर रुपयास  $\cdot 1 =$  प्रमाणें देतां येतील असें समजलें. आतां एका गृहस्थाचे त्याच्या पेढीवर ३६०० रुपये होते, तेव्हां त्यास काय मिळेल तें सांग.

	३६००
	× 1 =
	-----
३६०० ची पावपट	९००
पावपटीची निम्पट	४५०
	-----
	१३५० रु. हें उत्तर.

उदाहरण दुसरें.

एका मारवाड्याचें एकाकडे १८५७ खंडी धान्य होतें, त्यामो-  
बदला त्यानें दर खंडी धान्याबदल ८।५।। लोखंड घेण्याचें ठरविलें,  
तेव्हां त्यास सर्व धान्याबदल लोखंड किती मिळेल तें सांग.

१८५७ खंडी.

१५।। शेर.

२७८५५

९२८।।

४०) २८७८३।। शेर.

२०) मण ७१९. . २३।।

खं. ३५ म. १९ शे. २३।। उत्तर.

अभ्यासा करितां उदाहरणे.

- १ उ. एक दिवसास ८८२।।॥ शेर अन्न लागतें; तेव्हां १५।। दिव-  
सांस किती लागेल ?  
दर विघ्यांत सव्वादोन मण दाणे उत्पन्न झाले, तेव्हां ३१५  
८१५ इतक्या जमिनींत किती होतील तें सांग.  
दर एकरास २।।= प्रमाणें २५८११ जमिनीचा सारा किती  
द्यावा. एक शिलिंगाचे ॥. येतात, तेव्हां २ पौंड १५ शिलि-  
गांचे किती रुपये होतील ?
- २ उ. एक पल्ला जोंधळे देऊन ८१।।२ बाजरी येती, तेव्हां  
१५ खंडी जोंधळे देऊन किती बाजरी घ्यावी ?  
एका पुतळीस. ४।।= पडतात, तर ३० पुतळ्यांची किंमत  
किती रुपये होईल ?
- ३ उ. एका बुकास ३।।= हात कापड लागतें, तेव्हां २५० बुकांस  
किती लागेल ?

- ४ उ. एक गज लांब भिंतीस ८३॥ मण चुना लागतो, तेव्हां २७० गज लांब तसल्ये जातीचे भिंतीस किती खंडी चुना लागेल ?
- ५ उ. एका कंपनी रुपयाचे १८॥ चिंचवडी येतात, तर १०० कंपनीचे किती चिंचवडी येतील तें सांग.
- ६ उ. एक शेर पितळ देऊन पाऊण शेर तांबें येतें, तेव्हां १५ खंडी पितळ देऊन तांबें किती घ्यावें ?
- ७ उ. एक छत्री तयार करण्यास, कापड ॥, रंग ८=॥, सांगाडा ॥=, सूत ८॥. इतका खर्च लागतो; तेव्हां १५० छत्र्या तयार करण्यास किती खर्च लागेल ?

### तोंडचे हिशेब.

व्यवहारांतील साधारण हिशेब सहज करतां यावे, म्हणून काहीं तोंडी बसविल्या आहेत. त्या तोंडी शिकणारांनीं समजवून घेऊन तोंडपाठ केल्या म्हणजे साधारण हिशेब करण्यास त्यांस सुलभ पडतें. निरनिराळ्या देशांतील नाणीं, वजनें, वगैरे संबंधानें अनेक प्रकारच्या तोंडी बसविल्या गेल्या आहेत, त्या सर्व येथें सांगतां येत नाहींत; परंतु तोंडानें हिशेब करण्याचा मार्ग समजावा म्हणून त्यां पैकीं काहीं येथें लिहिल्या आहेत.

### सोनें, रुपें, इ० मौल्यवान पदार्थांविषयीं.

तोळ्याचे किंमती वरून जितके रुपये तोळ्यास असतील, माशाची किंमत काढणें. तितके कच्चे एक माशास झाले.  
१२ कच्च्यांचा एक रुपया, आणि  
दर कच्च्यास १६ पै.

तोळ्यावरून गुंजेची जितके रुपये तोळ्यास असतील त्यांच्या किंमत. दुप्पट पै गुंजेस झाल्या.

माशावरून गुंजेची  
किंमत.

जितके रु. माशास असतील, त्यांच्या  
दुप्पट आणि गुंजेस झाले.

माशावरून तोळ्या-  
ची किंमत.

जितके आणि माशास असतील, त्यांच्य  
पाऊणपट रुपये तोळ्यास झाले.

गुंजेवरून तोळ्याची  
किंमत

जितके आणि गुंजेस असतील, त्यांच्या  
साहापट रुपये तोळ्यास झाले.

### कालमान.

वर्षावरून एके दिव-  
साचे मजूरीचा हि-  
शेब.

वर्षास जितके रुपये असतील, ते ज्यांची  
पाऊणपट असेल तितके दाम एक  
दिवसास झाले. ३० दामांचा १ आणा.

महिन्यावरून एका  
दिवसाचा मुशारा.

जितके रु. महिन्यास असतील, त्यांचे  
निमे आणि आणि पुरे दाम दिवसास  
झाले.

रोजिंदारीवरून म-  
हिन्याचा मुशारा.

जे आणि दिवसास असतील त्यांच्या  
दुप्पट रुपयांत दुप्पट आणि कमी.

रोजिंदारीवरून व-  
र्षाचा मुशारा.

जितके दाम दिवसास असतील त्यांच्या  
पाऊणपट रुपये वर्षास झाले.

### कैली बारुले माप.

खंडीवरून मणाची  
किंमत.

जितके रु. खंडीस असतील. त्यांची  
दुप्पट करून वर शून्य द्यावे तितके रेस  
मणास झाले.

खंडीवरून पायलीची  
किंमत.

जितके रु. खंडीस असतील, त्यांच्या.  
दुप्पट दाम पायलीस झाले.

खंडीवरून शेराची  
किंमत.

जितके रु. खंडीस असतील, त्यांच्या  
निमे दाम शेरास झाले.

खंडीवरून पल्ल्याची किंमत.	जितके रु. खंडीस तितके चव्वल पल्ल्यास झाले.
पल्ल्यावरून पायलीची किंमत.	दराचे निमे आणि पुरे दाम पायलीस झाले.
पल्ल्यावरून शेराची किंमत.	दराची चौपट करावी, तितके दाम शेरास झाले.
शेरावरून पल्ल्याची किंमत.	जितक्या पै शेरास असतील त्यांची निम्पट करून सवाई करावी, तितके रु. पल्ल्यास झाले.
पायलीवरून पल्ल्याची किंमत.	जे आणि पायलीस असतील, त्यांच्या दुप्पट रुपयांत त्यांचे दुप्पट आणि कमी दराच्या पै करून सवाई करावी, तितके रुपये खंडीस झाले.
पायलीवरून खंडीची किंमत.	जितके दाम शेरास असतील, त्यांच्या दुप्पट रुपये खंडीस झाले.
शेरावरून खंडीची किंमत.	जितके रुपये माणास असतील, त्यांच्या चौपट पै शेरास झाल्या.
मणावरून शेराची किंमत.	जितके रुपये मुड्यास असतील, तितके रेस पायलीस झाले-
मुड्यावरून पायलीची किंमत.	जितके आणि मणास असतील, त्यांचे पाऊणपट दाम शेरास झाले.
मणावरून शेराची किंमत.	जितके रुपये शेरास असतील, त्यांच्या पांचपट रेस तोळ्यास झाले.
शेरावरून तोळ्याची किंमत.	जे आणि तोळ्यास असतील, त्यांच्या पांचपट रुपये शेरास झाले.
तोळ्यावरून शेराची किंमत.	जितके रुपये मणास असतील, तितके चव्वल पांसरीस झाले.
मणावरून पांसरीची किंमत.	



दरमाहा दर शेंकडा व्याज अमुक रूपये पडतें, तेव्हां अमुक रूपयांचें व्याज किती ? जितके रूपये शेंकडा व्याज असेल, त्यांची चौपट करावी, तितके रस दरमाहा दर रूपयास व्याज झालें.

शेंकडा बट्टा अमुक पडतो, तेव्हां अमुक रूपयांचा बट्टा किती ? शेंकडा जितके रूपये बट्टा असेल, त्यांची चौपट करावी, तितके रस दर रूपयास बट्टा झाला.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. १७ रूपये तोळा, एक माशाचें काय झालें ?  
१९ रूपये तोळा, दीड माशाचें काय झालें ?  
१५॥ रूपये तोळा, तेव्हां सव्वादोन माशांचें काय द्यावें ?
- २ उ. २१ रूपये तोळा, तेव्हां एक गुंजेचें काय तें सांग.  
१९॥ रूपये तोळा, तेव्हां अडीच गुंजांचें काय द्यावें ?  
दीड तोळा एक गुंज सोऱ्याचें काय द्यावें ? एक तोळ्यास २१ रूपये पडतात.
- ३ उ. एक माशास १ = पडतात, तेव्हां गुंजेस काय द्यावें ?  
एक माशास ८ =, तेव्हां दीड तोळ्यास काय द्यावें ?  
साडेतीन आणे गुंज, तेव्हां तोळ्यास काय द्यावें तें सांग.
- ४ उ. ४५ रूपये साल, एक दिवसाचें काय झालें ?  
२० रूपये साल, दीड दिवसांचें काय द्यावें ?  
६७॥ रूपये साल, तेव्हां ७॥ दिवसांचें काय झालें ?
- ५ उ. १० रूपये दरमाहा, एक दिवसाचें काय द्यावें ?  
१२ रूपये दरमाहा, २॥ दिवसांचें काय द्यावें ?  
३॥ रु. दरमाहा, २ महिने आणि ४ दिवस द्यांचें काय द्यावें ?
- ६ उ. ८ = ॥ रोज, एक महिन्याचें काय झालें ?  
८ - ॥ रोज, एक वर्षाचें काय द्यावें ?  
८ = रोज, पाऊण वर्षाचें काय द्यावें तें सांग.

७ उ. ३७॥ रुपये खंडी, एक मणास काय पडेल तें सांग.

११॥ रुपये खंडी, एक पायलीचें काय द्यावें?

४५ रुपये खंडी, तेव्हां एक मण दीड पायलीचें काय?

८ उ. २० रुपये खंडी, दीड शेरास काय द्यावें?

२८ रुपये खंडी, सव्वा पळ्यास काय द्यावें ?

१० रुपये पळ्या, दीड पायलीस काय द्यावें तें सांग.

९ उ. १२ रुपये पळ्या, अडीच शेरांचें काय झालें ?

शेरास दीड आणा, दीड पळ्याचें काय झालें?

सव्वादोन आणे पायली, एक पळ्याचें काय झालें?

१० उ. एक पायलीस ८३, अडीच खंडीचें काय झालें?

एका खंडीचें काय झालें? एक शेरास एक आणा पडतो.

दीड रुपया मण; अडीच शेरांचें काय तें सांग.

११ उ. वरचेंच उदाहरण वजनी असेल तर उत्तर काय येईल?

२ रुपये शेर, ५ तोळ्यांचें काय तें सांग.

तोळ्यास १- , तेव्हां एक शेर तीन तोळ्यांस काय द्यावें?

१२ उ. दरमाहा दरशेंकडा १॥ रुपया प्रमाणें २८ रुपयांचें

दीड महिन्याचें व्याज किती झालें तें सांग.

शेंकडा बट्टा ३॥ रुपये, ५१ रुपयांचा बट्टा किती होईल ?

शेंकडा दलाली बारा आणे, ८० रुपयांची दलाली किती द्यावी?

२१ रुपये शेंकडा प्रमाणें ५८॥ रुपयांची हुंडणावळ किती झाली?

### परिमाणपरिमाणांचा गुणाकार.

गुणाकार करावयाचा ह्यणजे पट करावयाची असें मागें गुणाकारांत सांगितलेंच आहे; तोच नियम परिमाण गुणाकारांत सांपडतो. येथें गुणकांक जरी परिमाणरूपानें दिले असतात, तरी ते वेळप्रकाशकच आहेत असें मानावें. व गुणतांना इतकें लक्षांत ठेवावें कीं जो गुणकांक मुख्य मानला आहे त्याच्या खालचे हलक्ये परिमाणाचे अंक त्या मुख्य गुणकांचे अपूर्णाक आहेत. जसें,

१५ रु. ३ पा. ह्यांस ५ रु १ पा. ह्यांनीं गुणावयाचें ह्याचा अर्थ असा कीं १५॥॥ ची सव्वापांचपट करावयाची. तसेंच १५॥॥ ह्यांस २ खंडी ७ मण ह्यांनीं गुणावयाचें म्हणजे १५॥॥ ह्यांस  $\frac{७}{२}$  ह्यांनीं गुणावयाचें.

२ फूट × ३ फूट याचा गुणाकार करावयाचा तर २ फू. = २ × १ फू. आणि ३ फू. = ३ × १ फू. म्हणून २ फू. × ३ फू. = २ × १ फू. × ३ × १ फू. = ६ × (१)<sup>२</sup> फू आतां (१)<sup>२</sup> फू. म्हणजे १ वर्ग फूट, परंतु महत्त्वदर्शक परिमाणाचे वर्गास चौरस म्हणतात म्हणून गुणाकाराचे नियमांवरून २ फू. × ३ फू. = ६ × १ चौरस फू. = ६ चौ. फू.

हे पुढील गुणाकार विद्यार्थ्यांनीं चांगले समजून घ्यावे.

रुपये × रुपये = रुपये.	खंडी × रुपये = खंडी.
रुपये × पावले = पावले.	मण × रुपये = मण.
रुपये × आणे = आणे.	शेर × रुपये = शेर.
पावले × पावले = आणे.	रुपय × खंडी = रुपये.
पावले × आणे = पावआणे.	रुपये × मण = रुपये ÷ २०
आणे × आणे = प्रतिआणे.	रुपये × शेर = रुपये ÷ ८००
पौंड × पौंड = पौंड.	खंडी × खंडी = खंडी.
पौंड × शिलिंग = शिलिंग.	मण × खंडी = मण.
पौंड × पेन्स = पेन्स.	मण × मण = प्रतिमण.

### सजातीय परिमाणांचा गुणाकार.

#### उदाहरण पेंहिलें.

१५ रु. ३ आ. ह्यांस ७ रु . २ आ. ह्यांनीं गूण.

रु. आ.

१५ ३ प्रथम भारी ३ परिमाणाच्या संख्येनें गुणावें.

७ २

१०६ ५ प्रतिआणे.

१ १४ ६

१०८ ३ ६ = १०८ रु. ३  $\frac{३}{४}$  आणे. हें उत्तर.

## उदाहरण दुसरे.

४ फू.	५ इंच. ह्यांस	८ फू.	९ इंच. ह्यांनीं गूण.
फू.	इंच.		
४	५		
८	९		
<hr/>			
३५	४ म. इंच.		
३	३ ९	फू. इंच.	
<hr/>			
३८	७ ९ = ३८	७ <sup>३</sup>	हें उत्तर.

## उदाहरण तिसरे.

२ खं.	४ म. ह्यांस	१५ खं	११ म. ह्यांनीं गूण.
खं.	म.		
२	४		
१५	११		
<hr/>			
३३	० म. म.		
४	४ ४	खं. म.	
<hr/>			
३४	४ ४ = ३४	४ <sup>३</sup>	हें उत्तर.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

- १ उ. नाणें २॥ = × ३॥-; १५८- × २५८ =  
 २ पौं. ४ शि. × १५ पौंड. १५ शि.  
 १७ रु. ४ आ. × ११ रु. १५ आ.  
 २ आ. ३ पै. × ४ आ. ५ पै.  
 २ शि. ४ पे. × १५ शि. ११ पे.
- २ उ. १२ खंडी ११ मण × १७ खं. २ म.  
 ११ म. १२ शे. × १ म. १४ शे.  
 १ खं. २ शे. × ५ म. १४ शे.  
 २५ पौं. १२ औं. × १० पौं. ५ औं.

- ३ उ. २ दिवस, ४ तास. × ४ दि. २१ ता,  
१५ दि. १३ घ. × १६ दि. ३० घ.
- ४ उ. २ फूट ४ इंच × ४ फू. १० इंच.  
१७ फू. ३ इंच × ११ फूट २ इंच.  
२ हा. १३ अं × २५ हा. २० अं.  
१७ हा. १ वी. × १५ हा. १ वी.
- ५ उ. ५ रु. ४ आ. १० पै × १० रु. ११ आ. ८ पै.  
२५ पौ. १५ शिं. १० पे. × १० पौ. ११ शिं. ८ पे
- ६ उ. १२ बिघे. १७ पांड. × १३ बि. १४ पां.  
१३ ए. २५ गुं. × १४ ए. १८ गुं.
- ७ उ. १२ गुंठे १३ आणे × १४ गुं. ११ आ.  
४ का. २ हा. × ५ का. १५ हा.

विजातीय परिमाणांचा गुणाकार.

उदाहरण पहिलें.

२ खं. ८ म. ह्यांत ४ रु. ३ पा. ह्यानीं गुणून गुणा-  
कार खंडी, मण ह्यांत आण.

खं. म.

२ ८

रु. ४	३	पा.	येथें वेळाप्रकाशक रु. पा. हे व्यावे-
१	१२	८ म.	× ४ रु. = ३२ म. = १ खं. १२ म.
८	०	२ खं.	× ४ रु. = ८ खं.
०	६	८ म.	× ३ पा. = २४ पावमण = ६ म.
१	१०	२ खं.	× ३ पा. = ६ पावखंडी = १ खं. १० म.
११	८		उत्तर ११ खं. ८ मण.

## उदाहरण दुसरें.

४ रु. ३ पा. ह्यांस २ खं. ८ म. ह्यांनीं गुणून गुणाकार रुपये, पावले ह्यांत आण.

रु. पा.

४ ३

खं. २ ८ म. येथें वेळाप्रकाशक खं. मण.

$$१ \ २ \ ३ \text{ पा.} \times २ \text{ खं.} = ६ \text{ पा.} = १ \text{ रु. } २ \text{ पा.}$$

$$८ \ ० \ ४ \text{ रु.} \times २ \text{ खं.} = ८ \text{ रु.}$$

$$० \ १ \frac{१}{६} \ ३ \text{ पा.} \times ८ \text{ मण} = २४ \text{ पा.} \div २० = १ \frac{१}{६} \text{ पा. रु. पा.}$$

$$१ \ २ \frac{३}{६} \ ४ \text{ रु.} \times ८ \text{ म.} = ३२ \text{ रु.} \div २० = १ \frac{१२}{२०} \text{ रु.} = १ \ २ \frac{३}{६}$$

११ १  $\frac{३}{६}$  ११ रु. १  $\frac{३}{६}$  पा. हें उत्तर.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. ७ रु. ११ आ.  $\times$  ५ खं. १५ म.

२ उ. २ रु. ४ इ.  $\times$  २ पां. ४ शि.

३ उ. २ दि. ११ ता.  $\times$  २ दि. १५ घ.

४ उ. १५ वि. १० पां.  $\times$  २ गुं. ११ आ.

५ उ. ११ आ.  $\times$  २ पा.

६ उ. २ रु. १२ आ.  $\times$  ५ रु. २ इ.

७ उ. २ पां. ५ शि.  $\times$  ४ गुं. ५ आ.

८ उ. २ म. ४ पा.  $\times$  ५ दि. १० घ.

ह्या सर्वांचीं उत्तरें  
गुण्यांकांच्या जातीचीं  
आग.

## प्रमाण गणित.

दोन संख्यांचें गुणोत्तर ह्यणजे एका संख्येपेक्षां दुसरी संख्या कितीपट अधिक किंवा कमी आहे, हें दाखविणारी संख्या हें गुणोत्तर एका संख्येनें दुसऱ्या संख्येस भागल्यानें समजतें. उदाहरण १२: १६ ह्यांत १२ आणि १६ ह्यांचें गुणोत्तर =  $\frac{१२}{१६}$  = ०.७५ म्हणजे १२ हे १६ च्या पाऊणपट आहेत.

ज्या दोन संख्या प्रमाणांत असतात, त्यांस युग्म ह्यणतात, व पहिल्या संख्येस अग्रसर व दुसरे संख्येस उपाग्रसर

ह्यणतात. अग्रसर उपाग्रसर ह्यांस सारखा संक्षेप दिव्याने युग्माचे संक्षेपरूपाचे व मूळरूपाचे गुणोत्तरांत कांहीं भेद पडत नाही. जसे, १०८ : १४४, किंवा ३६ : ४८, किंवा १५ : २०, किंवा ३ : ४, ह्या सर्व युग्मांचीं गुणोत्तरें एक सारखांच आहेत. प्रत्येकाचें गुणोत्तर ॥३॥ आहे.

जेव्हां दोन गुणोत्तरें बरोबर असतात, तेव्हां त्या बरोबरीस प्रमाण ह्यणतात, व त्या युग्मांच्या संख्या प्रमाणांत आहेत असें ह्यणतात. जसें १५ हे २० च्या ॥३॥ पट आहेत, तसेंच २१ हे २८ च्या ॥३॥ पट आहेत ह्यणून १५ : २० ह्यांचें गुणोत्तर = २१ : २८ ह्यांचें गुणोत्तर आहे. ह्या चार संख्या मिळून प्रमाण होतें तें १५ : २० :: २१ : २८ ह्या प्रमाणें लिहितात; आणि पंधरांस जसे वीस तसे एकविसांस अड्डावसि, असें वाचतात. ह्या प्रमाणांत जीं दोन युग्में आहेत त्यांत १५ व २१ हे अग्रसर, आणि २० व २८ हे उपाग्रसर आहेत.

कोणत्याही प्रमाणांतली १ लें व ४ थें पद ह्यांचा गुणाकार, २ रें व ३ रें पद ह्यांचा गुणाकाराबरोबर असतो. ह्यांस व्यवहारांत, दोन शेवटांचा गुणाकार मध्यांचे गुणाकारा बरोबर आहे असें म्हणतात.

$$१५ : २० :: २१ : २८ \text{ अथवा } \frac{१५}{२०} = \frac{२१}{२८} \text{ अथवा,}$$

$$१५ \times २८ = २१ \times २० \text{ अथवा } १ \text{ लें पद } \times ४ \text{ थें प.} =$$

$$२ \text{ रें प. } \times ३ \text{ रें प.}$$

ह्यणून जर दोन संख्यांचा गुणाकार दुसऱ्या दोन संख्यांच्या गुणाकाराबरोबर आहे, तर त्या चार संख्या प्रमाणांत आहेत; त्या अशा कीं एका गुणाकाराचे दोन्ही

अवयव शेवटचीं पदे होतात, व दुसऱ्या गुणाकाराचे दोन्ही अवयव मधलीं पदे होतात.

$६ \times २० = १२० = १५ \times ८$  ह्यांत दोन्ही वाजूंच्या पदांस जर  $६ \times ८$ ,  $६ \times १५$ ,  $२० \times ८$ , आणि  $२० \times १५$  ह्यांनीं वेगळालें भागलें तर हीं पुढील प्रमाणें येतात.

$$\begin{aligned} ६ \times ८ \text{ ह्यांनीं भागल्यानें } \frac{२०}{८} &= \frac{१५}{६} \text{ म्हणजे } २० : ८ :: १५ : ६ \\ ६ \times १५ \text{ ह्यांनीं भाग. } \frac{२०}{१५} &= \frac{८}{६} \text{ म्हणजे } २० : १५ :: ८ : ६ \\ २० \times ८ \text{ ह्यांनीं भागल्यानें } \frac{६}{८} &= \frac{१५}{२०} \text{ म्हणजे } ६ : ८ :: १५ : २० \\ २० \times १५ \text{ ह्यांनीं भाग. } \frac{६}{१५} &= \frac{८}{२०} \text{ म्हणजे } ६ : १५ :: ८ : २० \end{aligned}$$

अथवा,

$$\begin{aligned} \frac{१५}{६} &= \frac{२०}{८} \text{ म्हणजे } १५ : ६ :: २० : ८ \\ \frac{८}{६} &= \frac{२०}{१५} \text{ म्हणजे } ८ : ६ :: २० : १५ \\ \frac{१५}{२०} &= \frac{६}{८} \text{ म्हणजे } १५ : २० :: ६ : ८ \\ \frac{८}{२०} &= \frac{६}{१५} \text{ म्हणजे } ८ : २० :: ६ : १५ \end{aligned}$$

ह्यांत  $६ \times २०$  ह्या गुणाकाराचे दोन्ही अवयव पहिल्या ओळींत शेवटचे अंक झाले आहेत; आणि  $१५ \times ८$  हे मधले अंक झाले आहेत. खालच्या चार ओळींत ह्याच्या उलट झाले आहे.

ह्यावरून असे सिद्ध होतें, कीं जर कोणत्याही चार संख्या प्रमाणांत असल्या, तर त्या स्थळें बदलून दुसऱ्या कोणत्याही प्रमाणांत मांडतां येतील, इतकेंच कीं गुण्य व गुणक-पदे न बदलतां तीं आंत किंवा बाहेर मांडावीं.

जसें  $६ : ९ :: २० : १५$  ह्यांत  $६ \times १५ = ९ \times १०$  आहेत. आतां वर सांगितल्याप्रमाणें  $६, १५$  आणि  $९, १०$  ह्या जोड्या मध्ये किंवा शेवटीं ठेवल्यानें  $६ : १० :: ९ : १५$  अथवा  $१० : १५ :: ६ : ९$  ह्याप्रमाणें



होईल. परंतु ६, १५ ह्यांतून एक मध्यें आणि एक शेवटीं असे व्हावयाचें नाहीं. जसें ६ : १५ :: ९ : १०

चार प्रमाणपदां पैकीं कोणतींही तीन पदें दिलीं असतां यांपासून चौथें पद काढतां येतें. कारण.

१ लें पद  $\times$  ४ थें प. = २ रें पद  $\times$  ३ प. आहे, म्हणून,

$$१ \text{ लें पद} = \frac{२ \text{ रें प.} \times ३ \text{ रें प.}}{४ \text{ थें प.}}$$

$$२ \text{ रें पद} = \frac{१ \text{ लें प.} \times ४ \text{ थें प.}}{३ \text{ रें प.}}$$

$$३ \text{ रें पद} = \frac{१ \text{ लें प.} \times ४ \text{ थें प.}}{२ \text{ रें प.}}$$

$$४ \text{ थें पद} = \frac{२ \text{ रें प.} \times ३ \text{ रें प.}}{१ \text{ लें प.}}$$

उदाहरण ६, ७, ८, ह्या तीन संख्या प्रमाणांत येण्यास पहिलें, किंवा दुसरें पद कोणतें असवें.

$$\begin{aligned} \text{पहिलें पद काढणें असल्यास, } १ \text{ लें पद} &= \frac{२ \text{ रें प.} \times ३ \text{ रें प.}}{४ \text{ थें प.}} \\ &= \frac{६ \times ७}{८} = ५\frac{१}{८} \end{aligned}$$

द्विगुणजे  $५\frac{१}{८} : ६ :: ७ : ८$

$$\begin{aligned} \text{दुसरें पद काढणें असल्यास, } २ \text{ रें पद} &= \frac{१ \text{ लें प.} \times ४ \text{ थें पद.}}{३ \text{ रें प.}} \\ &= \frac{६ \times ८}{७} = ६\frac{६}{७} \end{aligned}$$

द्विगुणजे ६ :  $६\frac{६}{७} :: ७ : ८$

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

खालीं संख्या दिल्या आहेत ह्यांच्यांशीं प्रमाणांत येत अशा आदिपदां, २ रे पदां, ३ रे पदां, आणि ४ थे पदां कोणत्या संख्या येतील तें सांग.

१	उ.	२,	३,	४.
३	उ.	४,	५,	६.
५	उ.	२,	५,	७.
७	उ.	२,	७,	९.

२	उ.	३,	४,	५.
४	उ.	५,	६,	७.
६	उ.	४,	५,	८.
८	उ.	५,	७,	७.

### विविध परिमाणांचें प्रमाण.

मागें साधारण संख्यांच्या गुणोत्तराविषयीं विचार झाला. अतां पुढें विविध परिमाणांच्या गुणोत्तराविषयीं सांगतो.

१०८ रु. : १४४ रु., किंवा ९ शेंरांस १२ शेर, किंवा १५ खंडींस २० खंडी, किंवा ३९ हातांस ५२ हात, ह्या सर्वांचीं गुणोत्तरें अनुक्रमें  $\frac{१०८}{१४४}$ ,  $\frac{९}{१२}$ ,  $\frac{१५}{२०}$ ,  $\frac{३९}{५२}$ , हीं आहेत आणि ह्या प्रत्येक अपूर्णाकास संक्षेप दिला तर सर्वांस  $\frac{३}{४}$  हें रूप येतें, ह्मणून १०८ रुपयांचें १४४ रुपयांशीं गुणोत्तर  $\frac{३}{४}$  आहे, आणि ह्याचप्रमाणें वाक्यांच्या विविध परिमाणांविषयीं समजावें; परंतु इतकें लक्षांत ठेवावें, कीं ज्या परिमाणांचें गुणोत्तर काढावयाचें तीं परिमाणें एका जातीचीं पाहिजेत, तसें नसेल तर एक परिमाण दुसऱ्या परिमाणाचा कितवा भाग आहे, ह्मणजे त्याचें गुणोत्तर काय आहे हें समजणार नाहीं. कारण १०८ रुपयांच्या किततीपट १४४ खंडी आहेत; किंवा ९ हात आणि १२ दिवस ह्यांचें गुणोत्तर काय आहे, हें विचारण्यांत अर्थ नाहीं.

तसेंच तीं एका जातीचीं परिमाणें असावीं इतकेंच नाहीं, तर तीं एका नांवाचीं असलीं पाहिजेत तरच एक दुसऱ्याचा कितवा भाग आहे हें काढतां येईल. जसें,

१२ रु. ६ आ. : ४ रु. २ आ. म्हणजे १९८ आ. : ६६ आ. ह्यांचें गुणोत्तर =  $\frac{१९८}{६६} = \frac{१२८}{६६} = \frac{३}{१}$  आहे.

परिमाणें कोणत्याही जातीचीं असलीं तरी त्यांचें गुणोत्तर

केवळ साधारण संख्या येत्ये. आणि तिच्या योगानें एका परिमाणाचा कितवा अंश दुसरें परिमाण आहे, हें मात्र समजतें. वरील उदाहरणांत १२८ आप्यांचें ६६ आप्यांशीं गुणोत्तर ३ आलें, हे तीन आणे आले असें नाहीं. ह्यांचा अर्थ इतकाच कीं एक परिमाण दुसऱ्या परिमाणाच्या तिप्पट आहे. ह्याच प्रमाणें १२८ हातांस : ६६ हात; १२८ दिवसांस ६६ दिवस, ह्यांचेंही गुणोत्तर ३ आहे हें उघड आहे. यावरूनच जेव्हां दोन विविध परिमाणांचीं गुणोत्तरें बरोबर असतात, तेव्हां त्यांपासून प्रमाण उत्पन्न होतें. जसें १०८ रु. : १४४ रु. :: ९ हा. : १२ हात, ह्या प्रमाणांत पृष्ठ १२७ ह्यांत सांगितल्याप्रमाणें पदांची स्थळें जसजशीं असावीं तशीं जरी बदलतां येत नाहींत, तरी गुणोत्तर काढण्यास सुलभ पडे अशा रीतीनें पदें बदलतां येतात. जसें १०८ रु. : १४४ रु. :: ९ हा. : १२ हात, ह्याबद्दल ९ हा. : १२ हा. :: १०८ रु. : १४४ रु. असें होईल. परंतु १४४ रु. : १२ हा. :: १०८ रु. : ९ हात असें होणार नाहीं. कारण १४४ रु. : १२ हा. आणि १०८ रु. : ९ हा. ह्यांच्या गुणोत्तरांत कांहीं अर्थ नाहीं. कदाचित् १४४ रु. : १०८ रु. :: १२ हा. : ९ हात असें म्हटलें तर चालेल. परंतु ह्या अशा प्रमाणांत रूपये व हात ह्यांचा गुणाकार व्हावयाचा नाहीं, ह्मणून येथें दोन शेवटील परिमाणांचा गुणाकार मध्यांच्या गुणाकाराबरोबर आहे असें ह्मणतां येत नाहीं. वरील प्रमाणांतील अंक कांहीं परिमाणाचे न मानतां केवळ अंक आहेत असें मानलें तर दोन शेवटांचा गुणाकार मध्याचे गुणाकाराबरोबर आहे, असें ह्मणतां येईल;

व अशा प्रमाणांत तीन पदे दिलीं असलीं तर त्यांपासून चवथें पद काढतां येईल तें ज्या पदाच्या गुणोत्तरांत येईल, त्या पदाच्या नांवाचें आहे असें ह्मणावयास चिंता नाहीं.

पाहा १०८ रु. १०० रु. आणि ९ हात ह्या तीन प्रमाणांपासून चवथें पद काढणें आहे. तर दिलेल्या अंकातिल किमती  $= \frac{१०० \times ९}{१०८} = ८ \frac{१}{३}$  हे हात आहेत असें म्हणावयास चिंता नाहीं, कारण हा अंक हातांच्या जातीचाच असला पाहिजे. म्हणून १०८ रु. : १०० रु. :: ९ हा. :  $८ \frac{१}{३}$  हात.

तीन पदे दिलीं असतां त्यांपासून चौथें पद काढणें झाल्यास — २ रें प. व ३ रें प. ह्यांच्या गुणाकारास पहिल्या पदानें भागावें ह्मणजे चौथें पद निघतें.— ही जो रीति वर सांगितली तीस त्रैराशिक रीति ह्मणतात.

व्यवहारांत जेव्हां ह्या रीतीचा उपयोग करितात, तेव्हां दिलेल्या तीन पदांपैकीं दोन सजातीय असून त्यांतून एका पदाचा संबंध तिसऱ्या पदासो दाखविलेला असून त्याच्या प्रमाणावरून दुसऱ्या त्याच जातीच्या परिमाणाची किंमत काढायाची असते; अथवा दिलेल्या किमतींत पदार्थ किती येईल हें काढावयाचें असतें. अशा प्रकारचेच हिशेब फार असतात. हें उघडच आहे कीं, पहिल्या किमतीच्या दुप्पट, तिप्पट, अर्धी इ० जशी दुसरी किंमत असेल, त्याप्रमाणें पहिले पदार्थाच्या दुप्पट, तिप्पट अर्धी इ० दुसरा पदार्थ येईल; ह्मणून साधारणपणें पहिल्या किंमतीचा जेवढा हिस्सा दुसरी किंमत असेल त्या प्रमाणानें पहिले पदार्थाच्या तितक्याच हिशाबरोबर दुसरा पदार्थ असेल, ह्मणजे किंमतीचें गुणोत्तर पदार्थाच्या गुणोत्तराबरोबर असेल, ह्मणून हीं चार परिमाणें प्रमाणांत असतात; ह्यांस वरील रीत लागू करतां येती.

उदाहरण पहिलें.

३७ शेर साकरेस १११ रूपये पडतात, तर १९ शेर साकरेस काय पडेल?

३७ शे. : १९ शे. :: १११ रु. : उत्तर.

उत्तर =  $\frac{१११ \times १९}{३७}$  म्हणून ह्या उदाहरणांत उत्तर ५७ हे अर्थांत तिसऱ्या राशीच्या जातीचें, म्हणजे रूपये आहेत, हें उघड आहे.

$$\begin{array}{r} १११ \\ ३७ \overline{) ३९०९} \\ \underline{२५२} \\ १३८ \\ \underline{१३३} \\ ५९ \\ ००० \end{array}$$

उदाहरण दुसरें.

५७ रूपयांस १९ शेर साकर येती, तर १११ रूपयांस किती शेर साकर येईल?

५७ रु. : १११ रु. :: १९ शे.

ह्या उदाहरणांत उत्तर ३७ हें तिसऱ्या राशीच्या जातीचें, म्हणजे शेर परिमाणाचें आहे.

$$\begin{array}{r} १९ \\ ५७ \overline{) २१०९} \\ \underline{१७१} \\ ३९९ \\ \underline{३९९} \\ ००० \end{array}$$

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. १२ हात वस्त्रास १५ रूपये पडतात, तर ८ हात वस्त्रास काय पडेल?

२ उ. १२ मण धान्यास १६ रूपये, तेव्हां ७२ रूपयांस किती धान्य येईल?

३ उ. ९० शेर काकवीस काय द्यावें? जर ४९५ शेर काकवीस ३९६ रूपये द्यावे लागतात.

- ४ उ. ६३ रुपये सारा दिव्यानें कित्ती विघे जमीन लावणसि मिळेल ? जर १७२ विघ्यांस ३७३ रुपये सारा पडतो.  
 ५ उ. २५ तोळे अर्गज्यास काय द्यावें ? जर ८० तोळ्यांस १७६ रुपये पडतात.

वरील उदाहरणांत उत्तर. =  $\frac{२४० \text{ पद} \times ३२० \text{ प.}}{१ \text{ लं. प.}}$  आहे,

व अपूर्णाकास संक्षेप दिव्यानें किंमत जर बदलत नाही तर गुणाकार भागाकार करण्यापूर्वी दिलेल्या विविध परिमाणांच्या पदांपैकीं पहिलें व तिसरें, अथवा पहिलें व दुसरें, ह्या पदांत संक्षेप गेल्यास तो देखून कृत्य सोपें करावें. उदाहरण. कागदांच्या १७५ गठज्यांस २६६ रु. १४ आणे पडतात, तर ९९० गठज्यांस काय पडेल ?

हें उदाहरण सोडवितांना तिसरे पदास पहिल्यानें आप्याचें रूप दिलें; नंतर पहिल्या पदास २५ नीं भागलें, आणि त्याबद्दल दुसरें व तिसरें ह्या प्रत्येक पदास ५ नीं भागलें, नंतर पहिलें, व तिसरें ह्या प्रत्येक पदास ७ नीं भागलें.

२५) १७५ गठज्या : ५) ९९० गठज्या. : : ५) ४२७० आणे.

$$\begin{array}{r} ७) ७ \\ \hline १ \end{array}$$

$$\frac{१९८}{१२२}$$

$$\begin{array}{r} ७) ८५४ \\ \hline १२२ \end{array}$$

१ ग. : १९८ ग. : : १२२ आ.

$$\frac{१२२}{३९६}$$

$$\frac{३९६}{१९८}$$

$$१) २४१५६$$

$$१६) २४१५६ \text{ आणे.}$$

रु. १५०९ .. १२ आणे हें उत्तर.

१४ मण वजन लोखंडाच्या कांबीम ३५॥=॥ दिले, तेव्हां ह्या भावानें ९७ रुपयांच्या किती मण कांबी येतील ?

२)  $\frac{२२८२}{७११४१}$  पा. आ. : २)  $\frac{६२०८}{३१०४}$  पा. आ. : :  $\frac{७१४}{२}$  म. ह्या उदाहरणांतील किम-

१६३

१६३ पा. आ. : ३१०४ पा. आ. : : २ म.

२

$\frac{१६३ \times ६२०८}{३१०४} = \frac{१४ \times १४}{३}$

४८९

१३१८

१३०४

१४

तीस पावआ-  
प्याचीं रूपें  
देउन मण सं-  
क्षेपदिला, आ-  
णि शितीप्रमा-  
णें उत्तर काढ-  
लें.

उत्तर  $३८ \frac{१४}{३}$  मण.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. ३८५ यार्ड वस्त्रास ६३ रुपये पडतात, तर १८ रुपयांस किती यार्ड वस्त्र येईल ?
- २ उ. २०५ रुपयांस किती वार फलानेल येईल ? जर ५१ वारांस ८५ रुपये पडतात.
- ३ उ. ३६ एकर, ३ गुंठे, ह्यांस ४२ रुपये सारा पडतो, तर २१ एकर, ३ गुंठे, १४ आणे, इतक्या जमिनीचा सारा किती द्यावा लागेल ?
- ४ उ. वजन १०॥८२॥ साकर ५१ रुपयांस घेतली, तेव्हां ह्या भावानें ४॥२८॥ साकरेस काय पडेल ?
- ५ उ. रु. २०१॥- ह्यांस ४१ पळे बाजरी येते, तर ६४॥= ह्यांची किती येईल ?
- ६ उ. कैली ४७२॥३१२ जांधळ्यांस १२८०॥=१ रुपये पडतात, तर ७१२॥॥ जांधळ्यांस काय पडेल ?

वर जीं उदाहरणें सांगितलीं, त्यांशिवाय दुसरीं अनेक प्रकारचीं उदाहरणें त्रैशिक गणितानें करतां येतात. परंतु

तां सांगण्यापूर्वी प्रमाण परिमाणाविषयी आणखी कांही विशेष सांगितलें पाहिजे, ह्मणून तसलां या जागीं दिलीं नाहींत.

चार परिमाणें प्रमाणांत आहेत, असें ह्मटलें ह्मणजे ह्यापासून काय समजावें, ह्याविषयीं मागें सांगितलेंच आहे. आतां, दोन परिमाणें प्रमाणांत आहेत असें ह्मटलें ह्मणजे काय समजावें, ह्याचा विचार करूं या. ह्याचा अर्थ इतकाच दिसतो कीं, येथें साधारण दोन परिमाणें समजावयाचीं. विशेषत्वानें समजावयाचीं नाहींत, आणि मागील विषयांत सांगितलेलीं चार परिमाणें ह्या दोन साधारण परिमाणांच्या विशेष किमती समजावयाच्या.

व्यवहारांत ह्मणतात कीं, किमतीच्या प्रमाणानें पदार्थाचें वजन असतें. ह्यांत पदार्थाची किंमत किंवा वजनाचीं विशेष परिमाणें सांगितलीं नसतात, परंतु साधारणपणानें उभय प्रमाणांचा संबंध दाखविलेला असतो, ह्यापासून असें समजावें कीं, कोणतीही दोन विशेष वजनें घेतलीं, आणि त्यांच्या प्रमाणानें दोन किमती घेतल्या, तर तीं चार परिमाणें प्रमाणांत होतील; ह्मणून पदार्थाचीं दोन वजनें दिलीं आणि एक किंमत दिली, तर दुसरी किंमत त्रैराशिकानें काढतां येईल, अथवा दोन किमती आणि एक वजन दिलें तर दुसरें वजन काढतां येईल. आणि ह्याचप्रमाणें मागील उदाहरणांत केलें आहे.

पाहा वरें, ह्याप्रमाणें दुसरीही परिमाणें ह्या प्रमाणांत असतील तर त्यांसही हाच नियम लागू करतां येईल, जसें, घराचें भाडें घरांत राहण्याच्या काळाप्रमाणें अधिक कमी होईल; मजुराची मजूरी कामाच्या दिवसांप्रमाणें अधिक



कमी होईल; गाडीची मजल बैलांच्या चालण्याच्या त्वरे-  
प्रमाणें अधिक कमी होईल. ह्या सर्वांत एका परिमाणाच्या  
दोन विशेष संख्या घेतल्या आणि त्यांच्या संबंधानें दुसऱ्या  
परिमाणाच्या दोन विशेष संख्या घेतल्या, तर हीं चार  
परिमाणें प्रमाणांत होतील. ह्मणून ह्यांतिल तीन दिलीं  
असतां त्रैराशिक रीतीनें चौथें काढतां येईल.

अशा प्रकारचीं दोन परिमाणें प्रमाणांत आहेत, किंवा  
नाहींत, हें कोठें कोठें पदार्थविज्ञानाच्या दृष्टीनें पाहिल्याशि-  
वाय समजत नाहीं. जसें भिन्न उंचीचे पदार्थांची छाया  
एकाच काळीं मोजली असतां ती पदार्थांच्या उंचीचे प्रमा-  
णांत असती. तसेंच पदार्थांच्या पतनाचा वेग, त्यांची  
स्थिरावस्था सुटल्यापासून तो पडेपर्यंत गेलेला जो काळ,  
त्याचे प्रमाणांत असतो, इ०.

परंतु साधारण व्यवहारांत जे हिशेब येतात, त्यांतून  
बहुतेकांस मागे सांगितल्याप्रमाणें प्रमाण गणित लावून पाह-  
तां येतें; ह्मणजे एका परिमाणाच्या कोणत्याही संख्या घेत-  
ल्या, आणि त्याचप्रमाणें त्यांच्या संबंधाच्या दुसऱ्या परिमाणा-  
च्या संख्या घेतल्या, तर त्या चार संख्या प्रमाणांत आहेत  
किंवा नाहींत, हें पहातां येईल; ह्मणजे एका परिमाणाच्या  
दोन संख्यांचा परस्परांशीं जो संबंध आहे तोच संबंध  
दुसऱ्या परिमाणांतिल दोन संख्यांत आहे किंवा नाहीं, हें  
पहातां येईल.

हें स्वल्प रीतीनें पाहाण्याचें आहे तर मनांत अशी क-  
ल्पना करावी कीं, जर एक परिमाण दुसऱ्याच्या दुप्पट तिप्पट  
वाढत किंवा कमी होत गेलें, तर त्याचप्रमाणें त्यांच्या संब-

धाच्या दुसऱ्या परिमाणांत फेर होईल किंवा नाही? होत असेल तर ती परिमाणें सरळ प्रमाणांत आहेत, असें समजावें, व त्यांचें उत्तर त्रैराशिक रितीनें काढावें. तिसरें परिमाण, ह्यणजे उत्तराच्या जातीचें परिमाण, एकच असतें, ह्यणून तें पहिल्यानें लिहावें हें वरें, हें परिमाण, ज्या युग्मांत उत्तर उपाग्रसर आहे, त्या युग्मांतील अग्रसर होय.

उत्तर मागेल रितीप्रमाणें काढावें ह्यणजे १ लें व २ रें हीं परिमाणें एका नांवाचीं करावीं, व ३ रें परिमाण गरजे प्रमाणें पाहिजे त्या नांवांत न्यावें; तसेंच १ लें व ३ रें अथवा १ लें व २ रें प० ह्यांत संक्षेप गेल्यास द्यावा. नंतर २ रें व ३ रें प० ह्यांच्या गुणाकारास १ ले परिमाणानें भागावें. भागाकार ३ रे परिमाणाच्या नांवाचा येईल.

### उदाहरण पहिलें.

८५ मैल जाण्यास १०॥ = भाडें पडतें, तर १३० मैलांस भाडें काय द्यावें?

८५ मै. : १३० मै. :: १०॥ = संक्षेप दिल्यानें व किमतचि आणे केल्यानें.

१७ मै. : २६ मै. :: १७० आ. ह्यांत उघड आहे, कीं दुप्पट अंतरास दुप्पट भाडें, ह्यणून भाडें अंतराच्या प्रमाणांत आहे. ह्यास्तव रितीप्रमाणें पहिल्यानें ३ रे पदीं १०॥ = मांडून आलीकडे पहिल्या १६) २६० १६। रूपये. प्रमाणाचीं पदे मांडलीं, त्यांत

८५ मैल पहिले पदीं मांडले, कारण त्यांचा संबंध तिसरे पदाशीं आहे.

उदाहरण दुसरें.

एका गांवचा चिन्हर खर्च १७५० रुपये आहे; त्यापैकी धर्मादायाकडे ६१॥३॥ द्यावयाचे; तर ह्या मानानें दर रुपयास काय वांटणी आली ती सांग?

१७५० रु. : १ रु. :: ३९६६ पाव आणे. } ६१॥३॥. ह्यांचे  
 १ } पाव आणे केले.

१७५०) ३९६६ (२  
 ३५००  
 ४६६

{ ह्या उदाहरणांत चिन्हर  
 { खर्च जर दुप्पट झाला,  
 { तर धर्मादायाचा पैसाही

दुप्पट होईल, झणून धर्मादायाचा पैसा चिन्हर खर्चाच्या पैशाचें प्रमाणांत आहे. ६१॥३॥ हे ३ रे स्थानी मांडले, व १७५० रुपये ह्यांचा संबंध ६१॥३॥ ह्यांच्याशी आहे झणून त पहिल्या स्थानी मांडले.

हें उदाहरण नुसते भागाकारानेंही होईल. कारण १७५० रुपयांस जर ६१॥३॥ धर्मादायाकडे मिळतात, तर एक रुपयास धर्मादायाकडे काय मिळेल? तर ६१॥३॥. ह्यांस १७५० ह्यांनी भागून भागाकार येईल तें उत्तर.

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. १८ बिघ्यांचें शेत २४॥३॥ सारा दिला असतां मिळतें, तर ह्या मानानें ४२ बिघे जमिनीचा सारा किती द्यावा?
- २ उ. एका गड्यास वर्षभर चाकरीबद्दल २५ रुपये द्यावे लागतात, तर त्यानें ८५ दिवस काम केल्याबद्दल त्यास काय द्यावे?
- ३ उ. एका गाडीस ८७ कोसांचें भाडें १॥३॥ द्यावें लागतें, तर २॥३॥ भाड्यांत गाडी किती लांब जाईल?
- ४ उ. सुताच्या कारखान्यांत २ आवर ४६ मिऱ्युटांत यंत्रानें ५४ पोंड कापूस पिंजून बाहेर येतो, तर २४ पोंड कापूस पिंजून बाहेर येण्यास किती वेळ लागेल?
- ५ उ. रु. ७०॥१-। दिल्यानें किती एकर जमीन लावणीस मिळेल? जर ५ एकर जमिनीस ४॥३॥- पडतात.

- ६ उ. २० विघे जमिनीस सरकारांत सारा किती द्यावा लागेल ?  
जर ४४४ विघ्यांस १४ रु. १४ आ. ३ $\frac{१}{३}$  पै. पडतात.
- ७ उ. २५ रुपये भाड्याच्या उत्पन्नास घरपट्टी २॥. रुपये पडते,  
तेव्हां ९२॥-। भाड्याच्या उत्पन्नास किती घरपट्टी पडेल ?
- ८ उ. ९५ पौंड, १० शि. ९॥ पेन्स, ह्या रकमेवर धर्मादाय खर्च  
किती मिळेल ? जर ७९१ पौंड, १३ शि. ४ पेन्स ह्यांज-  
वर धर्मादाय खर्चास ३९ पौंड, ११ शि. ८ पेन्स मिळतात.
- ९ उ. एका गांवचें उत्पन्न २०० रुपये आहे, आणि चिब्लहर खर्चा  
बद्दल १० रु. ७ आणे, ६ पै, मिळतात, तेव्हां दर रुपयास  
किती खर्च बसेल तो सांग.
- १० उ. ज्या घराचें भाडें २५ गिनी आहे त्यावर गांवदुरस्तीबद्दल  
४ पौंड ११ शिलिंग १०॥ पेन्स कर आहे, तर घराचें भाडें  
६५ पौंड, १० शि. ६ पेन्स येतें, त्यावर कर किती बसेल.

### व्यस्त प्रमाण.

कधी कधी दोन परिमाणांचा एकमेकांशीं असा संबंध असतो, कीं एक दुप्पट झालें कीं दुसरें निम्पट होतें. जसें, काहीं मनुष्ये काहीं काम काहीं वेळांत करितात, तर त्यांच्या दुप्पट मनुष्ये तेंच काम अर्ध्या वेळांत करतात. अशा उदाहरणांतही चार परिमाणें प्रमाणांत असतात, परंतु व्युत्क्रम प्रमाणांत असतात, ह्मणजे पहिले युग्मांतील पहिलें परिमाण दुसऱ्या परिमाणाच्या जितकेपट असतें, तितकेपट दुसरे युग्मांतील दुसरें परिमाण पहिले परिमाणाच्या असतें.

मागें जीं उदाहरणें दिलीं, त्यांत दोन्ही युग्मांचा सरळ संबंध असे, परंतु येथें तीं व्युत्क्रम संबंध ठेवितात, याकरितां प्रमाण पदें बदलून मांडल्यानें ह्मणजे एकटें पद असेल तें तिसरे स्थानीं मांडून त्याचे मागें दुसरीं पदें अग्रसराच्या जागीं उपाग्रसर व उपाग्रसराच्या जागीं अग्रसर, ह्या प्रमाणें स्थानें बदलून मांडल्यानें त्यांस त्रैशिक रीति लागू करतां येती.

उदाहरण पहिलें.

रोज ८ तास प्रमाणें चालून एक वाटसकळ ३२ दिवसांनीं आपल्या गांवीं पोहोंचला, तो जर दररोज ६ तास प्रमाणें चालता तर किती दिवसांनीं पोहोंचता ?

ता. ता.  
६ : ८ :: ३२ दिवस.

$$\begin{array}{r} \phantom{६} \\ \hline ६ ) २५६ \quad ( ४२\frac{२}{३} \text{ दिवस हें उत्तर.} \\ \underline{२४} \\ १६ \\ \underline{१२} \\ ४ \end{array}$$

रोज दुप्पट तासपर्यंत चालता, तर अर्ध्या वेळांत आपल्या गांवांस पोहोंचता, ह्यापून रोजच्या चालण्याच्या तासांच्या उलट प्रमाणांत गांवांस पोहोंचण्याचे दिवस आहेत, ह्याजकरितां एकटें परिमाण ३२ दिवस हे ३ रे स्थानीं मांडले, आणि त्यांच्या संबंधाचे ८ तास हे पहिल्या स्थानीं मांडण्याबद्दल दुसऱ्या स्थानीं मांडले.

अथवा दोन्ही तऱ्हांचे चालण्यांत त्यास पोहोंचण्यास तास सारखेच लागतात. ह्याणजे  $३२ \times ८ = ६ \times$  उत्तर. ह्यापून, उत्तर =  $\frac{३२ \times ८}{६} = \frac{२५६}{६} = ४२\frac{२}{३}$  दिवस.

उदाहरण दुसरें.

जर एका कुरणांत ८४ गाई १२ दिवस चरतात, तर ११२ गाई त्याच कुरणांत किती दिवसपर्यंत चरतील तें सांग.

११२ गा. : ८४ गा. :: १२ दिवस.

$$\begin{array}{r} \phantom{११२} \\ \hline ११२ ) १००८ \quad ( ९ \text{ दिवस. हें उत्तर.} \\ \underline{१००८} \\ ०००० \end{array}$$

ह्या उदाहरणांत हें उघड दिसतें कीं, गाई जर दुप्पट असल्या तर त्यांस तें कुरण अर्धे दिवस पुरलें असतें, ह्यापून गाईंच्या उलट प्रमाणांत दिवस आहेत, १२ दिवस हे तिसरे स्थानीं मांडले, व त्यांच्या संबंधाच्या ८४ गाई त्या दुसऱ्या स्थानीं मांडल्या.

अथवा ८४ गाई १२ दिवसांत जितकें गवत खातात, तितकें गवत,  
 ८४ × १२ इतक्या गाई एका दिवसांत खातील, ह्मणून ८४ × १२  
 = ११२ × उत्तर. ∴ उत्तर =  $\frac{८४ \times १२}{११२} = \frac{१००८}{११२} = ९$  दिवस.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

- १ उ. १०० मनुष्ये १२ दिवसांत जें काम करतात तेंच काम ८ दिवसांत संपवावयाचें आहे, तर किती मनुष्ये लावावीं?
- २ उ. शत्रूच्या वेढ्यांत सांपडलेल्या किल्ल्यांत दर मनुष्यास दर रोज अडीच शेर प्रमाणें अन्न दिल्यास चार महिनेपर्यंत पुरेल इतकें अन्न आहे, परंतु तें दर मनुष्यास रोज एक शेर प्रमाणें दिल्यास किती दिवस पुरेल तें सांग.
- ३ उ. एका मनुष्यापासून मी ३०० रुपये ८ महिने उसने घेतले होते पुढें त्यास गरज लागली, तेव्हां त्याचा उपकार फेडाचा म्हणून मी त्यास २०० रुपये दिले, तर हे व्याजकडे किती दिवस ठेवावे?
- ४ उ. जें काम १०८ मनुष्ये २६६ दिवसांत करतात, तें काम १६८ दिवसांत करावयाचें तर किती मनुष्ये लावावीं?
- ५ उ. कोणी वाटसरू रोज १२ तास चालून ३ आठवड्यांत एका गांवीं पोहोचतो, तो जर रोज ९ तास चालला तर त्यास त्या गांवीं पोहोचण्यास किती दिवस लागतील?
- ६ उ. जर ४७ $\frac{१}{४}$  रुपयांच्या, चवलाच्या दराच्या गांठ्या करावयास अर्धा मण साकर लागते, तर तितक्याच साकरेच्या ७० गांठ्या केल्यास एका गांठीची किंमत काय होईल?
- ७ उ. २७ रुपये विघा दराची जमीन देऊन ३५ रुपये विघा दराची ४८० विघे जमीन घ्यावयाची आहे, तर २७ रुपये दराची जमीन किती विघे द्यावी?
- ८ उ. शत्रूच्या वेढ्यांत सांपडलेल्या किल्ल्यांत अन्न दररोज दर मनुष्यास अडीच शेर प्रमाणें दिल्यास तीन महिने पुरेल इतकें आहे, तर तें अन्न आठ महिने पुरविणें झाल्यास दररोज दर मनुष्यास किती द्यावें तें सांग.

मागें जीं उदाहरणे दिलीं त्यांवरून ध्यानांत आलेंच असेल कां प्रश्नांत जीं दोन परिमाणें येतात, तीं प्रमाणांत (सरळ रीतीनें किंवा व्युत्क्रम रीतीनें) आहेत किंवा नाहींत,

हैं गणित करण्याच्या पूर्वी पाहिलें पाहिजे. प्रमाण गणितानें प्रश्न सोडवितां येईल असें वाटलें, तर सम किंवा व्यस्त ह्या दोन्ही प्रमाणांवर लागू अशी जी प्रश्न मांडण्याची रीति ती पुढें सांगितली आहे.

### त्रिराशि गणित मांडण्याची साधारण रीति.

उत्तर ज्या जातीचें मागितलें असेल, त्या जातीचें जें पद तें तिसऱ्या स्थानीं मांडावें, आणि दिलेल्या प्रमाणापेक्षां उत्तर अधिक किंवा कमी यावयाचें, हें पाहून त्या अजमासानें दिलेल्या प्रमाणांतिल दोन पदांपैकीं मोठें किंवा धाकटें पद दुसऱ्या स्थानीं मांडावें, आणि राहिलेलें एक पहिल्या स्थानीं मांडावें.

असें मांडण्याचें कारण उघड आहे, चतुःप्रमाणांतिल दिलेल्या तीन पदांपासून जर चौथें पद येतें, तर शेवटीं झणजे तिसरे स्थानीं उत्तराच्या जातीचेंच पद लिहिलें पाहिजे, कारण दुसऱ्या युग्मांत तें व उत्तर हीं दोन पदे असतात. आतां ह्या पदांस दिलेल्या युग्मांतिल दोन पदांपैकीं एकांनं गुणून व दुसऱ्यांनं भागून उत्तर आणावयाचें; म्हणून उत्तर अधिक येण्यासारखें असेल तर गुणक मोठा व भाजक लहान असला पाहिजे, ह्यासाठीं मोठें पद दुसरे स्थानीं मांडावें, जर उत्तर कमी येण्यासारखें असेल तर लहान पद दुसऱ्या स्थानीं मांडावें. आणि मागें सांगितल्या प्रमाणें दुसरें व तिसरें ह्या पदांचा गुणाकार करून त्यास पहिल्या पदानें भागावें.

उदाहरण पाहिलें.

१०५ फरे मिठास ४ $\frac{११}{२}$  रुपये पडतात, तर ३३ आणे मिठास काय पडेल? १०० फरे = १ आणा.

$$१०५ \text{ फ.} : ३३ \times १०० \text{ फ.} :: ४\frac{११}{२} \text{ रु.}$$

$$\begin{aligned} \text{उत्तर} &= \frac{३३ \times १०० \times ४\frac{११}{२}}{१०५} \\ &= \frac{३३}{३} \times \frac{१००}{१} \times \frac{४१}{२} \times \frac{७}{१०५} \\ &= १६१ \text{ रु. } ३ \text{ आ. } १० \text{ पै.} \end{aligned}$$

} ह्या उदाहरणांत  
तिसरें पद ४ $\frac{११}{२}$   
ह्यापेक्षां उत्तर  
अधिक आलें पा-  
हिजे, म्हणून

भोठें पद  $३\frac{३}{४} \times १००$  हें दुसरे स्थानीं मांडलें, आणि शीतीप्रमाणें उत्तर काढलें.

उदाहरण दुसरें.

$१\frac{३}{४}$  पळे अन्न  $१५$  मनुष्यांस एक महिना पुरतें, तर तेंच अन्न  $१००$  मनुष्यांस किती दिवस पुरेल?

म. म. दि. ह्यांत  $१\frac{३}{४}$  पळे अन्न ह्यांचा विचार करावयास नको, कारण मनुष्यें वाढलीं असतां अन्न वाढत नाहीं. तेंच अन्न अधिक मनुष्यांस पुरवावयाचें

आहे, म्हणून कमी पुरेल, म्हणजे उत्तर एक महिन्याहून कमी येईल ह्याजकारितां  $१५$  मनुष्यें दुसऱ्या स्थानीं मांडलीं.

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ.  $४०$  फरे मिठास  $१७५$  रु.  $५$  आणि  $४\frac{१}{२}$  पै पडतात, तर  $२५$  फरे मिठाचें काय झालें?

२ उ.  $२३५$  गाईस  $१२५७$  = किंमत पडते, तर  $२०$  गाईस काय पडेल?

३ उ. एका सावकाराचें दिवाळें निघालें, तेव्हां त्याची मालमत्ता विकली तिचे  $११८१०$  रुपये आले, आणि लोकांचें दणें  $४७२६५$  रुपये होतें, तेव्हां दामाशाईप्रमाणें एक रुपयास काय येईल तें सांग.

४ उ. एका व्यापारांतल्या  $३\frac{३}{४}$  भागांस जर  $२७५$  रुपय पडतात, तर  $४\frac{३}{४}$  भागांस काय पडेल?

५ उ. वजनी  $५॥२॥७॥$  लोखंडास  $२९॥$  = पडतात, तर दोन खंडी लोखंडास काय पडेल?

६ उ.  $३७४॥$  रुपयांची साकर किती येईल? जर  $८५॥$  वजन साकरेस किंमत  $१०॥$  = पडते.

७ उ.  $३३५$  रु.  $७$  आ.  $८$  पै, उत्पन्नावर कर  $५८$  रु.  $१३$  आ.  $४$  पै आहे, तर ह्या मानानें एक रुपयास काय पडेल तें सांग.

८ उ.  $३१$  रु.  $४$  आ.  $११$  पै, ह्यांचें  $८९$  शेर तूप येतें, तर  $११७$  रु.  $१२$  आ.  $३$  पै, ह्यांच तूप किती येईल?



- ९ उ. कैली १५४४४२ बाजरीस किंमत २१५४४४१ पडत, तर ५४२४२ ची बाजरी किती येईल ती सांग.
- १० उ. जेव्हां दर शेरस ६ आणेप्रमाणें साकरेचा दर होता तेव्हां १५ आण्यांच्या एका गाठीचें वजन अडीच शेर भरत होतें, आतां साकरेचा भाव शेरस ५ आणे झाला आहे, तेव्हां त्याच किमतीच्या एका गाठीचें वजन किती असावें?
- ११ उ. कोणी एकानें १२०००००० मॅट्टरें लोंकरीकरतां पाळलीं आहेत, त्यांपासून प्रतिवर्षीं उत्पन्न किती होईल तें सांग. ११ मॅट्टरांची लोंकर साडेबारा शेर निघते, व तिचे ८ रु. १२ आणे येतात.
- १२ उ. ३ टन ५ हॅट्रेडवेट यांतून १ टन १६ हॅट्रेडवेट ३ क्वार्टर १२ औंस वजा कर. आणि बाकी राहिल तिची १ क्वा. २७ पौं. ह्यांस १ पौं. ७ शि. ६ पेन्स ह्या दरानें किंमत काढ.
- १३ उ. एका जाहागीरदाराच्या जमिनीचें उत्पन्न ८०५०० रुपये आहे, आणि त्यांतून उत्पन्नाचे दर शेंकड्यास ११।= सरकारांत द्यावे लागतात, तेव्हां त्यास वास्तविक उत्पन्न किती ?
- १४ उ. ४ $\frac{३}{४}$  यार्ड वस्त्रास ५ पौं. १४ शि. ४ $\frac{१}{२}$  पेन्स, पडतात, तर १२ यार्ड वस्त्रास काय पडेल तें सांग.
- १५ उ. १ $\frac{३}{४}$  हात बनातीस १॥= पडतात, तर २४॥ हात बनातीस काय पडेल?
- १६ उ. २ $\frac{३}{४}$  मण साकरेस ७ गिनी पडतात, तर १७ $\frac{३}{४}$  मणांस काय द्यावें?
- १७ उ. जमीन मोजणीची सांक्रळी ६६ फूट लांब असती, आणि तींत १०० कड्या असतात, त्या प्रत्येक कडीस लिंक म्हणतात. आतां एका शेताचा बांध २४५६ लिंक लांब आहे, तर त्यांचे फूट किती झाले?
- १८ उ. एका गांवचें उत्पन्न १५६० रुपये आहे, आणि चिल्हर खर्चाबद्दल त्यांतून २७॥=॥ काढावयाचे आहेत, तर ज्याचें उत्पन्न ५२५ रुपये आहे त्यावर चिल्हर खर्चाची वांटणी काय येईल ती सांग.
- १९ उ. एक सोऱ्याचा दागिना वजन तोळे १४।२॥, किंमत २१४॥॥ रुपये असा आहे, तेव्हां दर तोळ्यास काय पडेल?

- २० उ. ४॥॥ शेरांस दाहा आणे ह्या दरानें १४ $\frac{३}{४}$  शेरांस काय पडेल?
- २१ उ. २ $\frac{१}{४}$  यार्ड वस्त्रास  $\frac{१}{३}$  पडतात, तर ५० हात कापडास काय पडेल?
- २२ उ. कोणी एकाचें दिवाळें निघालें, तेव्हां त्याचें देणें ३२२५ रुपये होतें, आणि येणें १०२० रुपये होतें, तेव्हां दामाशाई प्रमाणें सावकारास दर रुपयास काय मिळेल?
- २३ उ. ६ $\frac{३}{४}$  यार्ड मलमलीस १ पां. ७ शि. ९ $\frac{१}{२}$  पेन्स पडतात, तर ४ $\frac{३}{४}$  यार्ड मलमलीस काय पडेल?
- २४ उ. एका तारवाचे  $\frac{३}{४}$  ची किंमत काय द्यावी? जर  $\frac{१}{४}$  ची किंमत २५५ रुपये झाली आहे.
- ३५ उ. एका गृहस्थानें आपली जिनगी ९८० रुपयांस विकून दर रुपयास  $\frac{१}{३}$  देऊन त्यानें आपलें कर्ज फेडलें, तेव्हां त्यास कर्ज किती होतें तें सांग.
- २६ उ. एक रुपयाचे उत्पन्नावर ४-॥ कर आहे, तेव्हां ज्यावर १३४= कर आहे त्याचें उत्पन्न किती तें सांग.
- २७ उ. ब पासून अ ने १७५ रुपये १०२ दिवसांच्या मुदतीनें उसने घेतले होते, तो उपकार फेडवा ह्मणून ब ला गरज लागली तेव्हां त्यास अ ने २१०॥ रुपये उसने दिले, ते त्यानें त्याजकडे किती दिवस ठेवावे?
- २८ उ. एका भिंतीस ३॥ फूट लांबीचे चिरे ६३३६ आहेत, आतां तितकीच दुसरी भिंत बांधावयाची, परंतु चिरे २ $\frac{३}{४}$  फूट लांबीचे आहेत, तर ते किती लागतील तें सांग.
- २९ उ. एका इमारतीची सावली मोजली ती १४८॥ हात भरली. आतां त्याच वेळेस उन्हांत ६॥ फूट लांबीची कठी उभी केली, तिची सावली ५॥ फूट पडली, तेव्हां इमारत किती हात उंच आहे तें सांग.
- ३० उ. एक धोंडा हातांतून सोडला तो पडत असतां ३ $\frac{३}{४}$  सेकंदांचे शेवटीं ११५ $\frac{१}{४}$  फूट जाण्याचा वेग त्याचे आंगी होता, ह्यावरून पहिल्या सेकंदाच्या शेवटीं व ४ $\frac{३}{४}$  सेकंदांच्या शेवटीं त्याचे आंगी कोणकोणते वेग होतें तें सांग.

- ३१ उ. एक बैलाची गाडी दर तासांत ३ मैल प्रमाणे चालत असतां २४ तासांत पुण्याहून कल्याणास पोहोचते, आतां आगीची गाडी दर तासांत ३२ मैल चालते, तेव्हां ती कल्याणास किती वेळांत पोहोचेल तें सांग.
- ३२ उ. दिल्ली शहरास शत्रूचा वेढा पडला, तेव्हां त्यांत २२४० मनुष्यांस ३ महिने पुरे इतकें अन्न होतें, परंतु वेढा ७ महिने उठत नाही असें जर आहे, तर त्यांतून किती मनुष्यांस बाहेर लावून द्यावें, म्हणजे बाकीच्यांस तें अन्न पूर्वीप्रमाणें ७ महिने पुरेल?
- ३३ उ. एक चाकर २० दिवसांचे ३॥ रुपये द्यावे अशा करारानें ठेवला, तर १२ रुपयांत त्यापासून किती दिवस काम द्यावें?
- ३४ उ. १५॥ मण ओझे ६० मैल नेण्यास भाडें १॥ रुपया द्यावें लागतें, तर तितकेच भाड्यांत ३॥ मण ओझे किती लांब जाईल?
- ३५ उ. एका गृहस्थास आपल्या ४५०० रुपये वेतनांतून ५२५ रुपये वर्षास शिलक ठेवावयाचे आहेत तर त्यानें ७३ दिवसांत खर्च किती करावा? वर्षे ह्मणजे ३६५ दिवस.
- ३६ उ. विनायकेंत १३३ टन वजन माल ५०० गिनीला घेतला, व तो मुंबईस आणावयास ३० रुपये खर्च लागला तेव्हां तो माल मुंबईस किती रुपये शेर विकावा?
- ३७ उ. १ खंडी ३ म. १५ श. लोखंड मुंबईहून पुण्यास न्यावयास भाडें १२॥३ पडतें. आतां आमचीं चार लोखंडी यंत्रे वजन २॥३॥४॥ आहेत त्यांस भाडें काय द्यावें?
- ३८ उ. एका गृहस्थास ९००० रुपये कर्ज आहे, आणि त्याच्या जिनगीचें उत्पन्न ३५१५॥॥ रुपये झालें, तेव्हां सावकारास दामाशाई प्रमाणें दर रुपयास काय मिळेल, व ज्याचे ७५० रुपये येणें आहेत त्यास तोटा किती येईल तें सांग.

### बहुराशिप्रमाण.

मागें त्रिराशि प्रमाणांत जीं उदाहरणें दिलीं, तीं सर्व एकेका प्रमाणाचीं होतीं, ह्मणजे त्या सर्वांस गुणोत्तर एकेकच होतें; त्याचे आणि बहुराशि अथवा विविध प्रमाणांचे

हिशोवांत भेद ह्मणून इतकाच कों त्रिराशि प्रमाणांत एक परिमाण दुसऱ्या एकाच परिमाणाशीं प्रमाणांत असतें. बहुराशि प्रमाणांत एका परिमाणांतील प्रत्येक किमतीचा दुसऱ्या परिमाणांतील तिच्या संबंधाच्या किमतीशीं वेगळाला संबंध असतो. जसें, दररोज ६ तास काम करून १० दिवसांत ९ मनुष्यांनीं ३० विघे शेताची कापणी केली, तर त्याच मानानें तितक्याच दिवसांत ४० विघे शेत कापावयाचें आहे तर किती मनुष्ये लागतील? हें उदाहरण सरळ प्रमाणाचें आहे ह्मणून,

३० वि. : ४० वि. :: ९ म. :  $\frac{६०}{३०} \times ९ = १२$  मनुष्ये हें उत्तर.

परंतु आतां अशी कल्पना कर कों, त्याच मानानें तितक्याच दिवसांत, ह्याबद्दल त्याच मानानें १२ दिवसांत शेत कापावयाचें आहे, असें असतें तर वरल्याप्रमाणें १० दिवसांचे मानानें उत्तर काढून मग १२ दिवसांचा हिशोब करावा लागेल. ह्मणजे १० दिवसांत जितक्या मनुष्यांनीं जें शेत कापलें, तेंच शेत १२ दिवसांत कापावयाचें आहे, तर किती मनुष्ये लागतील?

येथें व्यस्त प्रमाण आहे ह्मणून.

१२ दि. : १० दि. :: १२ म. :  $\frac{१२ \times १०}{१२} = १०$  मनुष्ये. हें उत्तर.

आणखी असें मनांत आण कों, त्याच मानाचे १२ दिवस ह्यांचे जागीं दर रोज काम  $७\frac{१}{२}$  तास करावें, ह्याप्रमाणें १२ दिवसांत शेत कापावयाचें आहे, असा प्रश्न असता तर दररोज ६ तास काम करून १२ दिवसांत १० मनुष्यांनीं जें शेत कापलें, तेंच शेत कापावयास रोज  $७\frac{१}{२}$  तास प्रमाणें १२ दिवस दिले, तर मनुष्ये किती लागतील, तीं काढावयास आणखी एक वेळ प्रमाण मांडावें लागेल. हें व्यस्त प्रमाण

आहे ह्यणून  $७\frac{1}{2}$  ता. : ६ ता. :: १० म. :  $\frac{६}{७}$  × १० =  
८ मनुष्ये. हे उत्तर.

वरील उदाहरणांवरून लक्षांत आलेच असेल कीं एका परिमाणाच्या दोन किमती घेतल्या तरत्यांचें गणित पुरें होई पर्यंत, दुसऱ्या परिमाणाच्या किमती तशाच राहतात. जसें, पहिल्या उदाहरणांत कामाचा वेळ व दिवस हीं सारखींच आहेत.

ह्यणून मनुष्यांची संख्या त्रिघ्यांच्या संख्येशीं प्रमाणांत आहे. दुसऱ्या उदाहरणांत त्रिघ्यांची संख्या व कामाचा वेळ, हीं सारखीं आहेत, ह्यणून मनुष्यांची संख्या दिवसांचे संख्येशीं प्रमाणांत आहे.

तिसऱ्या उदाहरणांत जेव्हां त्रिघ्यांची व दिवसांची संख्या सारखीच आहे, तेव्हां मनुष्यांची संख्या दर रोजच्या कामाचे वेळेचीं प्रमाणांत आहे.

जेव्हां एका परिमाणांतील एक किंमत, व तिचे संबंधाची दुसऱ्या परिमाणांतील एक किंमत दिली असते, तेव्हां पहिल्या परिमाणांतील दुसऱ्या किमतीच्या संबंधाची दुसऱ्या परिमाणांतील दुसरी किंमत, त्रिराशि रीतीनें काढतां येत्ये. त्याचप्रमाणें विविध प्रमाणांत जेव्हां कोणत्याही परिमाणाच्या एका किमतीच्या संबंधाच्या, दुसऱ्या परिमाणांतील वेगळ्या किमती दिल्या असतात, तेव्हां त्यापासून उत्तर वेगवेगळालीं त्रिराशिकें करून काढतां येईल, परंतु तें काम बहुराशि प्रमाणाच्या रीतीनें लौकर होतें, ह्यणून त्या जागीं बहुराशि प्रमाणाचे रीतीचा उपयोग करतात. ही रीत कशी उत्पन्न झाली हे पुढील कृत्यावरून समजेल.

वरील उदाहरणांपैकीं पहिल्या उदाहरणांतील उत्तर

$\frac{४०}{३०} \times ९$  ह्या रूपांत घेऊन, तें दुसऱ्या उदाहरणांतील उत्तरांत घातलें, तर त्यांचें रूप  $\frac{१० \times ४०}{१२ \times ३०} \times ९$  असें होतें; हें तिसरे उदाहरणांतील उत्तरांत घातलें तर  $\frac{६ \times १० \times ४०}{७ \times १२ \times ३०} \times ९$  असें होतें; आणि हें सोडविलें ह्मणजे ह्यापासून उत्तर ८, ह्मणजे ८ मनुष्ये हें निघतें. आतां तिसरे स्थानीं ९ मनुष्ये लिहून, पहिले व दुसरे स्थानीं पहिल्या व दुसऱ्या पदांचे गुणाकार अनुक्रमें लिहिले तर उत्तर हेंच आलें असतें. आणि ह्याचप्रमाणें ह्या प्रकारच्या दुसऱ्या उदाहरणांत घडतें, ह्मणून उदाहरण करतांना उत्तराच्या जातीचें परिमाण तिसरे स्थानीं मांडून पहिल्यानेंच एकाखालीं एक अशीं सर्व प्रमाणपदे, तिसरे पदाशीं ताडून सरळ किंवा व्यस्त रीतीनें मांडावयाचीं तीं पाहून मांडावीं; आणि दुसऱ्या व तिसऱ्या स्थानाचे पदांचा गुणाकार करून त्यास पहिल्या स्थानाच्या पदांचे गुणाकारानें भागावें.

#### उदाहरण.

जर ६ लेखक ६०० पत्रांचें पुस्तक १० दिवसांत लिहितात तर १२०० पत्रांचें पुस्तक ४ लेखक किती दिवसांत लिहितील ? ह्या उदाहरणांत १० दिवस हे तिसरे स्थानीं मांडावयाचे, कारण त्यांच्या जातीचें उत्तर काढावयाचें आहे.

आतां लिहिण्याचीं पत्रें सारखीं मानून लेखक वाढवले, तर काम लौकर संपेल, ह्याजकरतां लेखकांचे संख्येशीं लिहिण्याचा काल व्यस्त प्रमाणांत आहे, म्हणून हीं दोन पदे ४ थें : ६ वें, ह्या रीतीनें प्रमाणांत येतील. तसेंच लेखक सारखे ठेवून लिहिण्याचीं पत्रें वाढविलीं, तर ग्रंथ संपण्यास दिवस अधिक लागतील. तेव्हां लिहिण्याचा काल, पत्रांच्या संख्येशीं सरळ प्रमाणांत आहे, म्हणून ६०० प. : १२०० पत्रें असें होईल, ह्याजकरतां,

$$६ \text{ ले.} : ४ \text{ ले.} :: १० \text{ दि.}$$

$$६०० \text{ प.} : १२०० \text{ प.}$$

पहिल्या व दुसऱ्या पदांस संक्षेप दिला तेव्हां,  
३ : ४ :: १० :  $\frac{४ \times १०}{३} = १३\frac{१}{३}$  दिवस. हें उत्तर.

अभ्यासाकरिता उदाहरणे.

- १ उ. १५ फरे धान्य ९ मनुष्यांस ८ महिने पुरतें, तर २० फरे धान्य ६ मनुष्यांस किती दिवस पुरेल ?
- २ उ. ६६ रुपये १० आणे दिल्यानें १८ दिवसपर्यंत १६ मनुष्यें काम करतात तर १९९ रु. १४ आणे दिल्यानें २७ दिवसपर्यंत किती मनुष्यें काम करतील.
- ३ उ. २० मनुष्यें १२ दिवसांत जें काम करतात, त्याचे तिप्पट काम पूर्वीच्या काळाच्या  $\frac{१}{२}$  काळांत करावयाचें आहे, तर किती मनुष्यें लावावीं ?
- ४ उ. ७ घोड्यांस २० दिवसांत १४० रुपये लागतात, तर २८० रुपये ७ दिवसपर्यंत किती घोड्यांस पुरतील ?
- ५ उ. १४ घोड्यांस १६ दिवसांत गवताचे भारे ५६ लागतात तर १२० भारे २४ दिवसपर्यंत किती घोड्यांस पुरतील ?
- ६ उ. कागदाच्या ६६ रिमांत ११ पानांचे बुकाच्या ३००० प्रती छापल्या जातात तर आढ्यांस १२ $\frac{१}{२}$  पानांचे बुकाच्या ५००० प्रती छापवावयाच्या आहेत, त्यांस रिमें किती लागतील ! एका रिमांत ४८० पानें असतात.
- ७ उ. १२ मनुष्यें ४ महिन्यांत १६० रुपये खर्च करतात, तर ८५३॥३ आठ महिनेपर्यंत किती मनुष्यांस पुरतील ?
- ८ उ. ८ मनुष्यें ५ दिवस काम करून ९० रुपये मिळवितात, तर ह्या मानानें ३२ मनुष्यांनीं २४ दिवस काम केलें तर त्यांस काय मिळेल ?
- ९ उ. १०० रुपयांत ५ मनुष्यांचा खर्च २२ आठवडे आणि ५ दिवसपर्यंत चालतो, तर १२ मनुष्यांस १५० रुपये किती दिवस पुरतील ?
- १० उ. ७ मनुष्यें, ९ पौंड १० शि. ६ पे. १०॥ दिवसांत मिळवितात, तर २८ मनुष्यें ३१॥ दिवसांत किती पौंड मिळवितील ?
- ११ उ. २५ मनुष्यांनीं १६ दिवस काम केलें असतां त्यांची मजूरी ७६॥॥ रुपये होते, आतां मजूरीचा दर निम्मे केला तर २४ दिवसांत १०३॥॥ रुपये मजूरी होण्यास किती मनुष्यें कामावर लावावीं ?

- १२ उ. २१ मनुष्ये ७२ बिघे जमिनींतील गवत ५ दिवसांत कापतात, ह्या मानानें ४६०॥ बिघे जमिनींतील गवत ६ दिवसांत कापावयाचें आहे, तर किती मनुष्ये लावावीं ?
- १३ उ. ९ मनुष्यांचे कुटुंबास १२० रुपये ८ महिनेपर्यंत पुरतात, तर ह्या मानानें २४ मनुष्यांस १६ महिन्यांत किती रुपये लागतील ?
- १४ उ. बैलांच्या १२ जोड्यांनीं ५ दिवसांत ११ एकर शेत नांगरलें, तर ३३ एकर शेत १८ दिवसांत नांगरावयाचें आहे त्यास किती जोड्या लावाव्या ?
- १५ उ. १० रुपये मण साकर होती, तेव्हां ३६ तोळे वजनाच्या गांठीस दोन आणे पडत होते, आतां २४ तोळे वजनाच्या गांठीस दीड आणा पडतो. तेव्हां साकरेचा भाव काय तो सांग.
- १६ उ. दररोज ८ तास प्रमाणें चालून एक गृहस्थ ३ दिवसांत ६० कोस जातो, तर तोच गृहस्थ दर रोज ६ तास चालून ५४० मैल लांब किती दिवसांत जाईल ?
- १७ उ. ३० खंडी गळा १५ कोस न्यावयास माडें ५॥= लागतें, तर २९ रुपयांत ८८ खंडी गळा किती लांब नेला जाईल ?
- १८ उ. एक मनुष्य १६० मैलांची प्रदक्षिणा, रोज ११ तास चालून ८ दिवसांत संपवितो, तो जर १५ तास रोज चालू लागला, तर १००० मैलांची प्रदक्षिणा संपवावयास त्यास किती दिवस लागतील ?
- १९ उ. एक खंडी हरभरे ९ घोड्यांस १५ दिवस पुरतात, तर ४० घोड्यांस लीप\* वर्षातील जानेवारी व फेब्रुवारी ह्या दोन महिन्यांत किती हरभरे लागतील ?
- २० उ. दररोज ८ तास काम करून १८ मनुष्यांनीं २४ दिवसांत ३० यार्ड लांब खाडा खणला, तर रोज ६ तास प्रमाणें काम करवून ४० दिवसांत ६० हात लांबीचा खाडा खणावयाचा आहे, तर मनुष्ये किती लावावीं ?
- २१ ठ. ७ गंवड्यांनीं दर रोज ९ $\frac{३}{४}$  तास काम करून २० $\frac{३}{४}$  दिवसांत काहीं एक काम केलें, तर त्याचे २ $\frac{३}{४}$  इतकें काम करावयास ३ गंवडी दर रोज १२ तास काम करूं लागल्यास त्यांस किती दिवस लागतील ?

\* ज्या वर्षांत फेब्रुवारी महिन्याचे २९ दिवस भरतात ते लीप वर्ष.



२२ उ. प्रत्येक कांब, ४ फूट लांब, ३ इंच रुंद, व २ इंच जाड अशा लोखंडाच्या चार कांबींचें वजन २८८ पौंड भरतें, तर प्रत्येक कांब ६॥ फूट लांब, ४ इ. रुंद आणि ३ इ. जाड अशा १५ कांबींचें वजन किती होईल ?

### व्याज.

दुसऱ्याचे रूपये आपण आपल्या कामासाठीं घेतेसमई त्या मनुष्यास नफा देण्याचा आपण कबूल करतो त्यास व्याज म्हणतात. व्याजाचा दर बहुधा दरसाल दर शेंकडा किंवा दरमहा दर शेंकडा अमुक असा ठरवितात. जसें, आपण कोणा एकाचे १०० रूपये घेतले, आणि त्यांबदल त्यास दरसाल पांच रूपये नफा देण्याचा ठरविला, तर हे रूपये दर साल दर शेंकडा पांच रूपये व्याजाच्या बोलीनें घेतले असें म्हणतात.

जी रकम कर्ज घ्यावी तीस मुद्दल, जितके दिवस ती आपणाकडे रहावयाची असत्ये त्या दिवसांस मुदत, मुदती प्रमाणें होणार जो नफा त्यास व्याज, आणि मुद्दल व व्याज मिळून जी रकम होते तीस रास म्हणतात.

व्याजाचे दोन प्रकार आहेत. सरळव्याज आणि चक्रवाढ व्याज.

### सरळव्याज.

मूळचे मुद्दल रकमेचेंच व्याज शेवटपर्यंत करतात, त्यास सरळव्याज म्हणतात.

रीति. मुदलास मुदतीचीं वर्षे आणि व्याजाचा दर ह्यांनीं गुणावें, आणि त्यांस शंभरांनीं भागावें, उत्तर येईल तें व्याज झालें.

## उदाहरण पहिलें.

७२५ रुपये मुदलाचे दरसाल दर शेंकडा ५ रुपये व्याजा प्रमाणें ३ वर्षांचें व्याज काय झालें.

$$\begin{array}{r} \text{रु. } ७२५ \\ \times ३ \\ \hline २१७५ \\ \times ५ \\ \hline १००)२०८७५ \\ \underline{१०८७५} \\ १६ \\ \hline १२.०० \end{array}$$

उत्तर. १०८ रु. १२ आणे.

७२५ रुपयांचें एक वर्षांचें व्याज काढून त्याची तिप्पट केल्यानें जें व्याज येणार, तेंच व्याज ७२५ रुपयांचें तिप्पट रुपयांचें एक वर्षांचें येणार, म्हणून ७२५ ह्यांस ३ ह्यांनीं गुणून १०० ह्यांनीं भागलें.

## उदाहरण दुसरें.

२१२॥— रुपयांचें व्याज दरसाल दर शेंकड्यास २। रुपये-प्रमाणें २॥॥ वर्षांचें काय होईल?

$$\begin{array}{r} २१२॥- \\ \times २॥॥. \\ \hline ५८४॥.॥॥. \\ \times २।. \\ \hline १००)१३१५६॥॥. \\ \underline{१३६॥.} \text{ सुमारे.} \end{array}$$

उत्तर. १३ रु. ६॥ आणे.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. ५०० रुपये मुदलाचें दरसाल दर शेंकडा ५ रुपयेप्रमाणें पांच वर्षांचें व्याज किती येईल?
- २ उ. दरसाल दर शेंकडा ४ रुपयेप्रमाणें ३ वर्षांचें ३०५ रुपयांचें व्याज काय होईल?
- ३ उ. मुद्दल पोंड ३७५, यांस व्याज दरसाल दर शेंकडा ४ पोंड प्रमाणें वर्षे ३ झालीं, व्याज काय येईल?
- ४ उ. ११३५ रुपयांची रास ४ वर्षांनीं किती होईल, जर व्याजाचा दर तीन रुपयेप्रमाणें आहे?

- ५ उ. १२४५ रुपयांचें १५ वर्षांचें व्याज दरसाल दर शेंकडा ४ $\frac{३}{४}$  रुपये प्रमाणें किती होईल ?
- ६ उ. २००० पोंडाची १२ $\frac{३}{४}$  वर्षांनीं रास किती होईल, जर व्याज दरसाल दर शेंकडा ३ $\frac{३}{४}$  पोंड प्रमाणें आहे ?
- ७ उ. व्याज दरसाल दर शेंकडा ३ $\frac{३}{४}$  रुपये प्रमाणें ८ $\frac{३}{४}$  वर्षांनीं ५७५ रुपयांची रास किती होईल ?
- ८ उ. ५॥ वर्षांनीं ३२५॥ रुपयांचें व्याज दरसाल दर शेंकडा ५॥ रु. प्रमाणें किती होईल ?
- ९ उ. ५०० पों. १३ शि. ४ पे. ह्यांच २ $\frac{३}{४}$  वर्षांचें २ $\frac{३}{४}$  पोंड प्रमाणें व्याज किती होईल ?
- १० उ. १५० रुपये मुदलाचें दरसाल दर शेंकडा ४ रु. प्रमाणें ३ $\frac{५}{२}$  वर्षांचें व्याज काय द्यावें ?

मुदतांत वर्षें, महिने व दिवस, हे असले तर त्यांस व्यवहारी अपूर्णाकांत वर्षांचें रूप देऊन, उत्तर वर सांगितल्याप्रमाणें काढावें. अथवा वर्षें, महिने, व दिवस, ह्यांचें व्याज निरनिराळें करून मग त्यांची बेरीज घ्यावी.

उदाहरण.

३२५ रुपयांचें व्याज, सन १८४१ चे मार्च महिन्याचे पहिले तारखेपासून सन १८४४ च्या मे महिन्याचे ३१ वे तारखेपर्यंत किती होईल तें सांग. व्याज दरसाल दर शेंकडा ४ रुपयेप्रमाणें आहे. तारीख १ व तारीख ३१ ह्या दोन्ही हिशेबांत धरावयाच्या.

ह्या उदाहरणांत मुदत ३ वर्षे ९२ दिवसांची आहे.

रु. ३२५	दि.	दि.	रु.
४	३६५	: ९२	:: १३

१००) १३००

१३ रु. एक वर्षांचें व्याज. ३६५)११९६ (३..४..५ $\frac{४७}{३६५}$

× ३

३९ रु. तीन वर्षांचें व्याज.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

- १ उ. दरसाल दर शेंकडा ४ $\frac{1}{2}$  रुपये प्रमाणें ५०० रुपयांचें व्याज, सन १८५१ चे मार्च महिन्याचे १ ले तारखेपासून १८५३ तील जानेवारीच्या ९ तारखेपावेतो कळून एकंदर रास काय होईल ती सांग.
- २ उ. ७५०० रुपयांची रास, मेच्या ५ वे तारखेपासून २६ आक्टोबर पावेतो, दरसाल दर शेंकडा ३८= प्रमाणें काय होईल ?
- ३ उ. ११५८॥३= ह्याची, सन १८४० च्या मार्च महिन्याचे २६ वे तारखेपासून १८४२ च्या आक्टोबर महिन्याचे ३० वे तारखेपर्यंत रास, शेंकडा २॥ रुपये प्रमाणें व्याज केल्यानें किती होईल ?
- ४ उ. मुद्दल रुपये ३५४७-१, व्याजाचा दर २॥३=, चार वर्षे आणि २२५ दिवस झाले, व्याज किती होईल ?
- ५ उ. ३ वर्षे ११० दिवसांचें व्याज १२२५॥३ रुपयांचें दरसाल दर शेंकडा ३८=॥ प्रमाणें, किती तें सांग.

## चक्रवाढ व्याज.

दर वर्षास अथवा ठरविलेल्या मुदतीस व्याजाचा हिशेब करून तें व्याज मुदलांत मिळवितात, आणि ती रकम दुसऱ्या वर्षाचे, किंवा मुदतीचे व्याजास मुद्दल धरतात; अशा रीतीनें जें व्याज होतें त्यास चक्रवाढ व्याज म्हणतात.

**रीति.** दर एका वर्षाचें, किंवा ठरविलेल्या मुदतीचें व्याज करून तें मुदलांत मिळवावें, आणि ती रकम दुसऱ्या वर्षाचे, किंवा मुदतीचे व्याजास मुद्दल धरावी, ह्याप्रमाणें सर्व मुदत संपेपर्यंत करावें, शेवटीं येईल ती रास येईल, तींत मुद्दल वजा करावें, ह्मणजे बाकी व्याज राहिल.

उदाहरण.

दरसाल दर शेंकडा ४ रुपये प्रमाणें ७५५ रुपयांचें ३ वर्षांचें चक्रवाढ व्याज काय झालें?

पहिले वर्षास मुद्दल ७५०

$$\begin{array}{r} ४ \\ १०० ) ३००० \\ \hline ३० \text{ व्याज.} \end{array}$$

दुसरे वर्षास मुद्दल. ७८०

$$\begin{array}{r} ४ \\ १०० ) ३१२० \\ \hline ३१ \text{ रु. } २ \text{ आ. } २.४ \text{ पै.} \end{array}$$

रु. आ. पै.

तिसरे वर्षास मुद्दल ८१२ ३ २.४

$$\begin{array}{r} ४ \\ १०० ) ३२४४ \text{ } १२ \text{ } ९.६ \\ \hline ३२ \text{ } ७ \text{ } २.०१६ \end{array}$$

रास ८४३ रु. १० आ. ४.४१६ पै.

मुद्दल ७५० रु. ० ०

व्याज ९३ १० ४.४१६ हें उत्तर.

दुसरी रीति. सांगितले दराप्रमाणें एक रुपयाचें व्याज मुदतीस करावें; आणि त्यांत तो मुद्दल एक रुपया मिळवावा; नंतर मुदतीच्या संख्येइतका त्याचा घात करून त्यास मुद्दलानें गुणावें; तो गुणाकार रास येईल; नंतर त्यांत मुद्दल वजा करावें; बाकी राहिल तें चक्रवाढ व्याज समजावें.

## उदाहरण.

दरसाल दर शेंकडा ५ रूपये प्रमाणें ३० रूपयांचें  
३ वर्षांचें व्याज काय होईल ?

$$१०० \text{ रु.} : १ \text{ रु.} :: ५ \text{ रु.}$$

$$\begin{array}{r}
 \hline
 १०० ) ५ ( .०५ \text{ रु. व्याज.} \\
 \hline
 १.०५ \text{ एक रूपयाची एक वर्षाची रास.} \\
 १.०५ \\
 \hline
 १.१०२५ \text{ वर्ग.} \\
 १.०५ \\
 \hline
 १.१५७६२५ \text{ घन.} \\
 \times ३० \text{ मुदलानें गुणलें.} \\
 \hline
 ३४.७२८७५० \text{ रास.} \\
 - ३० \text{ मुद्दल वजा केलें.} \\
 \hline
 ४.७२८७५० \\
 १६ \\
 \hline
 ११.६६०००० \\
 १२ \\
 \hline
 ७.९२ \text{ रु. भा. पै.} \\
 \text{उत्तर. } ४ \text{ } ११ \text{ } ७.९२
 \end{array}$$

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. दरसाल दर शेंकडा २॥ रूपयेप्रमाणें चक्रवाढ व्याजांनं ९२॥॥= ह्यांची रास २ वर्षांनीं काय होईल ती सांग.
- २ उ. दरसाल दर शेंकडा व्याज ४ रूपयेप्रमाणें चक्रवाढ व्याजांनं ३० रूपयांची रास ३ वर्षांनीं किती होईल ती सांग.
- ३ उ. दरसाल दर शेंकडा ५ रूपयेप्रमाणें १३४१ रूपये १२ आणे ह्यांचें दोन वर्षांचें सरळ व्याज व चक्रवाढ व्याज ह्यांत अंतर किती पडेल ?
- ४ उ. ५५०० रूपये मुदलाचें दरसाल दर शेंकडा सहा रूपये प्रमाणें तीन वर्षांचें सरळ व्याज व चक्रवाढ व्याज ह्यांत अंतर किती पडेल तें सांग.

- ५ उ. दरसाल दरशेंकडा ४ रुपये व्याजाप्रमाणें ३५८ रुपयांचें चार वर्षांचें चक्रवाढ व्याज किती होईल?
- ६ उ. ३०० पैंडांचें चक्रवाढ व्याज, दरसाल दर शेंकडा २ $\frac{३}{४}$  पैंड प्रमाणें किती होईल?
- ७ उ. दरमहा दर शेंकडा ९ आणे व्याजाप्रमाणें हजार रुपयांचें १० वर्षांचें चक्रवाढ व्याज व सरळ व्याज किती होईल तें सांग.
- ८ उ. ५७ रुपयांचें सव्वा वर्षांचें दरमहा दर शेंकडा तेरा आणे प्रमाणें चक्रवाढ व्याज काय होईल?
- ९ उ. १३२॥= चें दरमहा दरशेंकडा चौदा आणे प्रमाणें २ वर्षे ३ महिनें सात दिवस ह्यांचें व्याज किती होईल?
- १० उ. दरसाल दरशेंकडा ५ रुपये प्रमाणें ३७०० रुपयांचें ६ वर्षांना चक्रवाढ व्याजांनें व्याज व मुद्दल मिळून किती रुपये होतील?
- ११ उ. कोणी एकांनें एकापासून ६०० रुपये दरसाल दरशेंकडा चार रुपये व्याजांनें घेतले त्याची मुदत सात वर्षांची होती, परंतु त्यांनें एक वर्षांनें २०० रुपये परत केले, व पुढें ३ वर्षे गेल्यावर १५० रुपये परत केले, तेव्हां ह्या रकमांचें व्याज वजा होऊन मुदतीस त्याजकडे चक्रवाढ व्याजांनें एकंदर बाकी किती निघेल?

व्याजाच्या हिशेबांत मुद्दल, व्याजाचा दर, मुदत, व्याज आणि रास, ह्यांतून कोणतीही तीन दिली असता त्यांपासून बाकीचीं दोन काढतां येतात. मागें जीं उदाहरणें दिलीं तीं, मुद्दल, दर, व मुदत ह्यांपासून व्याज काढण्याचींच दिलीं आहेत, कारण त्या प्रकारचेच हिशेब व्यवहारांत बहुत येतात. आतां त्याशिवाय दुसऱ्या कांहीं प्रकारचीं उदाहरणें सांगतो.

मुद्दल, व्याज किंवा रास, आणि दर, ह्यांपासून मुदत काढावयाची.

## उदाहरण.

२१५ रु. ८ आ. ह्यांचें, दरसाल दरशेंकडा ६। रुपये प्रमाणें ६७-॥ व्याज होण्यास मुदत किती असावी?

२१५॥ मुद्दल × ६।	रु. व्या. रु. व्या. वर्ष.
१००) १३४६॥=	१३॥ : ६७-॥ : : १
१३४६॥=	१
× १६	१३॥) ६७-॥ (५
७५०	५ वर्षे. हें उत्तर.
रु.	
१३॥ एक वर्षांचें व्याज.	

व्याजाचा दर, मुदत, आणि व्याज किंवा रास, ह्यांपासून मुद्दल काढावयाचें.

## उदाहरण.

दरसाल दरशेंकडा चार रुपयेप्रमाणें, पांच वर्षे पर्यंत किती रुपये ठेविले म्हणजे १०० रुपये व्याज उत्पन्न होईल?

दरशेंकडा ४ रुपये व्याजाचा दर आहे तेव्हां १०० रुपायांचें पांच वर्षांचें व्याज २० रु. होईल. म्हणून,

रु. व्या. रु. व्या. रु. मु. रु. मु.

२० : १०० : : १०० : ५०० हें उत्तर.

मुद्दल, मुदत, आणि व्याज किंवा रास ह्यांपासून व्याजाचा दर काढावयाचा.

## उदाहरण.

५०० रुपये मुद्दलाची ५ वर्षांनीं ६०० रुपये रास होते. तेव्हां व्याजाचा दर काय?

६०० रु. रास आणि ५०० रु. मुद्दल, तेव्हां १०० रु. व्या. ५ वर्षांचें झालें, व एक वर्षांचें २० रुपये झालें म्हणून,

रु. मु. रु. मु. रु. व्या. रु. व्याज.

५०० : १०० : : २० : ४ हें उत्तर.



**अभ्यासाकरितां उदाहरणे.**

- १ उ. २ $\frac{१}{४}$  वर्षांत १०२॥ रुपयांचें १२॥— व्याज होण्यास व्याजाचा दर काय लावावा ?
- २ उ. दरसाल दरशेंकडा ६॥ रुपये प्रमाणें एका वर्षांत रास ४५८— होण्यास मुदल काय असावें ?
- ३ उ. ४९८ रु० १२ आणे ह्यांचें व्याज १०॥ रुपये होण्यास मुदत किती असावी ? व्याजाचा दर वरच्या प्रमाणेंच आहे.
- ४ उ. १४६ दिवसांत २०० रुपयांचें व्याज ४॥ रुपये होण्यास व्याजाचा दर काय असावा ?
- ५ उ. दरसाल दरशेंकडा ५॥ रुपये व्याजानें ७३२॥— मुदलाचे सव्याज रु. १७०९॥= होण्यास किती वर्षे लागतील ?
- ६ उ. दरसाल दरशेंकडा ४ $\frac{३}{४}$  रु. व्याजाप्रमाणें ४९ रुपये व्याज दरसाल उत्पन्न होण्यास मुदल काय असावें ?
- ७ उ. ४१२७ रुपयांचें व्याज एका वर्षांत ९२॥= होण्यास व्याजाचा दर काय असावा ?
- ८ उ. मुदल किती रुपये असले झणजे २ वर्षे १ महिन्यांत, ५ $\frac{३}{४}$  रु. व्याजाच्या दरानें १२१ रु. १३ आणे ४ पै, व्याज उत्पन्न होईल ?
- ९ उ. व्याजाचा दर कोणता लावला म्हणजे २२०॥— मुदलाचे एक वर्षांत सव्याज रु. २४०६॥= होतील ?
- १० उ. ४१९ रुपये मुदलाचे सव्याज ४८६॥ रुपये, दरसाल दरशेंकडा ४६= प्रमाणें होण्यास मुदत किती असावी ?
- ११ उ. ३ वर्षे ७३ दिवसांत दरसाल दरशेंकडा ६ $\frac{१}{४}$  रुपये प्रमाणें १०६— व्याज होण्यास किती रुपये मुदल असावें ?
- १२ उ. शेंकडा ४॥ रुपये प्रमाणें ८१२॥॥ मुदलाचे ७७१॥॥= व्याज होण्यास मुदत किती असावी ?

**व्याजाचा दुसरा प्रकार.**

मुदत भरण्याच्या पूर्वी कोणापासून पैसा व्यावयाचा झाला, म्हणजे जें त्यास द्यावें लागतें त्यास कापून दिलेलें व्याज झणतात.

उदाहरण. अशी कल्पना कर कीं, ५ रुपये शेंकड्याप्रमाणें राषो-  
पंतानें विद्यारामभाई शेटास वर्षाचे अंती ५२५ रुपये द्यावयाचे-  
आहेत. आतां, राषोपंताची इच्छा आज कर्जमुक्त होण्याची  
असली, तर त्यानें आज ५०० रुपये दिल्यानें काम होईल, कारण  
ते ५०० रुपये व्याजी लावले तर वर्षाच्या अंती त्यांचे ५२५ रुपये  
होतील. म्हणून विद्यारामभाईस आपल्या कुळाकडून आज रुपये  
मिळत आहेत, तर तो त्यास २५ रुपये, व्याजाबद्दल सोडील.

पुढें काहीं काळ गेल्यानंतर जी रकम द्यावी लागणार,  
तिची तूर्त किंमत छटली झणजे, तितक्या काळाचें व्याज कापून  
त्राकी राहते ती, असें समजावें.\*

वरच्या उदाहरणांत ५२५ रुपये वर्षाच्या अंती द्यावयाचे  
त्यांची आज किंमत ५०० रुपये आहे. भरमुदतीस होणारी  
रकम, आणि तिची आजची किंमत, यांत जें अंतर त्यास व्याज  
झणतात.

व्याज कापण्याचे प्रसंग. बहुधा हुंडी, कर्जरोखा, वगैरे  
ज्यांत रकम, आणि ती देण्याची मुदत, हीं लिहिलीं

\* परंतु व्यवहारांत ह्याप्रमाणें करित नाहींत; व्याज कापण्याचे वेळेस  
कागदांतल्या रकमेचें व्याज करतात, तिचे आजचे किंमतीचें करित  
नाहींत, ह्यामुळे व्याज आधिक कापलें जाऊन आपणास जी रकम मिळावी  
तिजपेक्षा कमी मिळते.

वरील उदाहरणांत, ५ रुपये शेंकड्याप्रमाणें व्याजासुद्धां वर्षाच्या अंती  
५२५ रुपये द्यावयाचे, त्यांची आज किंमत ५०० रुपये आहे. कारण  
५०० रुपयांचें व्याज एका वर्षानें २५ रुपये होऊन ५२५ रु. रास हो-  
णार, तेव्हां व्याजाबद्दल २५ रु. मात्र कापले जावे, परंतु व्यवहारांत व्याज  
कापताना ५२५ रुपयांचें व्याज २६।० रुपये कापतात, ह्यामुळे सवा रुपया  
तोटा होतो.

पुढें जीं उदाहरणें दिलीं आहेत, त्यांत वास्तविक रीतीनें जितकें व्याज  
कमी करावयाचें तितकेंच कमी केलें आहे.

असतात, असे प्रकारचे शहाजोग कागदांचा पैसा मुदत भरण्याच्या अगोदर घेणें झालें, म्हणजे व्याज कापण्याचा प्रसंग येतो.

**अभ्यासाकरितां उदाहरणे.**

- १ उ. साडेतीन वर्षांनीं १५१ पाँड १७ शि. ६ पे. मिळावयाचे, अशा रोख्याचें दरसाल दर शेंकडा ५ पाँड प्रमाणें व्याज कमी करून आज रोख पैसा घेतला, तर किती पाँड व्याज कापलें जाईल ?
- २ उ. ४ वर्षांनीं ५९८ रुपये ९ आणे यावयाचे, असें खत दरसाल दर शेंकडा ५३ रुपये प्रमाणें व्याज कमी करून देणें आहे, तर त्याची आज किंमत किती व्हावी ?
- ३ उ. एक वर्ष ११५ दिवसांनीं रु. ५९८।।। = एकास द्यावयाचे आहेत, ते दरसाल दर शेंकडा ५ रु. प्रमाणें व्याज कमी करून तो आज मागेल तर त्यास किती रुपये द्यावे ?
- ४ उ. ३।। वर्षांनीं २१०।।। = मिळावयाचे, अशा रोख्याची आज किंमत कर्णें झाल्यास दरसाल दरशेंकडा ७८ = प्रमाणें किती कमी होईल ?

पुढील रोख्यांच्या मुदती भरण्याच्या पूर्वी त्यांचा पैसा घेतला तर प्रत्येक रकमेचें व्याज किती कापलें जाईल ?

रोख्याची मिति व मुदत.	मुदतीनंतर पैसा एकंदर मिळावयाचा तो.	मुदतीचे पूर्वी पैसा घेतल्याची मिति व व्याजाचा दर.
५ उ. { चित्र शुद्ध १५ मुदत ८ महिन्यांची.	रु. ३३७।।.	भाद्रपद वद्य १२. ५ रु. शें. प्र.
६ उ. { आश्विन वद्य ४ मुदत ३ महिन्यांची.	रु. १२३८८ =	मार्गशीर्ष वद्य १ ३ रु. शें. प्र.
७ उ. { वैशाख शुद्ध ३ मुदत १ महिन्याची.	रु. ८१२।। =	वैशाख वद्य १३ ६ रु. शें. प्र.

८ उ.	{ तारीख ६ मा- र्च मुदत ७ महिऱ्यांची.	पौ. शि. पे. ४१९-१२-१.	ता. १५ सप्तेंबर ५ पौ. शं. प्र.
९ उ.	{ ता. १२ सप्तें- बर मुदत ५ महिऱ्यांची.	५०३-१०-६	ता. १६ ज्यानेबारी ४ पौ. शं. प्र.
१० उ.	{ ता. ३० एप्रि- ल मुदत ९० दिवसांची-	१२५८-१६-३	ता. २२ जून. ४ पौ. शं. प्र.
११ उ.	{ ता. ५ आग- स्त मुदत ५ महिऱ्यांची.	ह. पा. आ. ११५३-३	ता. ३ दिसेंबर. ३॥ ह. शं. प्र.
१२ उ.	{ ता. २५ दिसें- बर मुदत २ महिऱ्यांची.	१८४६-१-१	ता. ८ फेब्रुवारी. ६ ह. शं. प्र.
१३ उ.	{ ता. ३१ मे मुदत ४ म हिऱ्यांची.	१६७०-३-३	ता. ३ सप्तेंबर. ४ ह. शं. प्र.

### विमा, कमिशन वगैरे.

व्याजाप्रमाणेंच दुसरे कित्येक व्यवहार शेंकड्यावर चालतात, म्हणजे विमा, कमिशन, दलाली, इत्यादिक. असे प्रकारचे हिशेब व्याजाच्या हिशेबाप्रमाणेंच करावयाचे.

ध्याज, ह्यणजे आपले कामास रूपये घेतले असता त्याचें दरशेंकड्यास ठरविलेले दराप्रमाणें जें द्यावयाचें तें.

विमा, ह्यणजे आमि, नदीचा पूर इत्यादि अनर्यापासून आपले मालमत्तेचा नाश होऊन नुकसान नव्हावें. ह्यासाठीं त्या मालाच्या किमतीवर दरशेंकडा अमुक रूपये द्यावे असा

ठराव करतात तो. मालमत्ता ज्या प्रकारची असेल त्या प्रमाणें, अथवा तिजवर जे जे प्रसंग येणार त्यांप्रमाणें, विम्याचा दर कमजास्ती असतो; विम्याबद्दल जो पैसा देणें त्यास विमाखर्च ह्मणतात; मालाचा नाश झाला असतां भरून देण्याविषयीं जो कागद लिहून देतात त्यास विमे-रोखा ह्मणतात.

**जिवाचा विमा.** ह्मणजे आपल्या पश्चात् आपल्या वारसास अमुक रकम मिळावी, ह्यासाठीं जिवंतपणीं दर वर्षास दर शेंकडा अमुक रुपये द्यावे, असा जो ठराव असतो तो. ह्या विम्याचा दर, मनुष्याचें वय, प्रकृति अशक्त किंवा सशक्त, रोगी किंवा निरोगी, इत्यादि गोष्टी पाहून त्यांवर ठराविला असतो. त्याप्रमाणें ठरावाच्या रकमेचा आकार होईल, तो विमा देणारास दर वर्षास भरावा लागतो, तो जर एकादे वर्षीं देण्याचा चुकला तर लागलाच विमा बुडतो.

तारवाचा विमा व अग्नीपासून मालाचें संरक्षण होण्यासाठीं दिलेला विमा इत्यादि, असे प्रकारचे विम्यांचा पैसा एकदां दिला ह्मणजे झालें, वर्षास द्यावयास नको.

**कमिशन.** म्हणजे मालाचे खरेदीचे व विक्रीचे रकमे वर शेंकडा अमुक रुपये द्यावे, असा जो ठराव असतो तें. ह्यास दलाली किंवा अडत असेंही ह्मणतात.

क्रियेक व्यापारांत मालाचा पैसा रोख दिला, ह्मणजे व्यापारी लोक शेंकडा कांहीं एका दरानें किंमत कमी करतात, त्यास कसर ह्मणतात.

## उदाहरण.

शेंकडा ३१. रूपये प्रमाणें एका तारवाचा, त्यांतील मालासुद्धां विमा देणें आहे, तर विमेवाल्यास काय मिळेल ? तारुं व माल मिळून २२२५ रूपये किमतीचा आकार आहे.

२२२५

३१.

१००)७२३११.

रु. ७२१-हें उत्तर.

उदाहरण दुसरें.

२८ वर्षांचें वय आहे त्यावेळेस आठ्ठांस ३७५ रूपयांचा जिवाचा विमा देणें आहे, व ह्या वयाला विम्याचा दर दरसाल दर शेंकडा २११ रूपये आहे, तेव्हां विमेवाल्यास आम्हीं दरसाल काय द्यावें तें सांग.

३७५

२११.

१०० ) ९३७११.

९१=रु. हें उत्तर.

उदाहरण तिसरें.

७३५० रूपये किमतीच्या मालाचा विमा देणें आहे, परंतु मालाचा नाश झाला तर मालाची किंमत विमा भरलेल्या पैशासुद्धां मिळावी, असें मनांत आहे, तर विमा देतेवेळेस किती रूपयांचा द्यावा ? विम्याचा दर शेंकडा ४ रूपये आहे.

ह्यांत १०० रूपयांचे विम्यांत ९६ रूपये मालाचे आणि ४ रूपये विम्याचे झणून,

९६ रु. : ७३५० रु. :: १०० रु.

उत्तर, ७६५६ रु. १ पावला.

### अभ्यासाकरिता उदाहरणे.

- १ उ. एका घराची किंमत ५५१६॥ रुपये आहे, त्याचा विमा देणे झाल्यास काय द्यावे लागेल? विम्याचा दर, शेंकडा ३ $\frac{१}{२}$  रुपये प्रमाणे आहे.
- २ उ. ४२ वे वर्षी कोणा एकास आपले जिवाचा विमा २२८६ रुपयांचा देणे आहे, आणि ह्या वयाला विम्याचा दर, शेंकडा ३॥ रुपये आहे, तर त्यास दरसाल काय द्यावे लागेल?
- ३ उ. ४२७॥ = किमतीच्या मालाचा विमा देणे आहे, परंतु माल भरून घेण्याचा प्रसंग आल्यास, विम्याबद्दल भरलेला पैसाही मिळावा, असें मनांत आहे, तर किती रकमेचा विमा द्यावा? विम्याचा दर, शेंकडा ३ $\frac{३}{४}$  रुपये आहे.
- ४ उ. २८७॥ - किमतीचा माल घेतला, त्याचा रोख पैसा दिल्यास शेंकडा ५ रुपये कमी होतात, तेव्हां रोख पैसा देणे झाल्यास किती द्यावा?
- ५ उ. २७३७॥ रुपयांचीं मोर्त्ये घेतलीं, त्याजबद्दल शेंकडा १॥ = प्रमाणे दलालीचा आकार काय होईल?
- ६ उ. शेंकडा ७ $\frac{३}{४}$  रुपयेप्रमाणे ७५१२ रुपयांच्या मालाचा विमा देणे आहे, परंतु मालाचा नाश वगैरे झाल्यास त्याची किंमत व विम्याबद्दल भरलेला पैसा हीं दोन्ही परत मिळावीं असें आहे तर विमा खर्चाबद्दल आज किती पैसा भरावा?

### ठेव.

व्यापान्याचे अथवा सरकारचे पेढीवर जो पैसा ठेवावा त्यास ठेव ह्मणतात. व्यापान्यास अथवा सरकारास ज्याप्रमाणे पैशाची गरज असेल. त्याप्रमाणे ते त्या ठेवांचे व्याज आपणास देतात.

अशी कल्पना कर कीं, सरकारास ५००० रुपयांची गरज आहे, आणि तितके रुपये लोकांपासून दरसाल दरशेंकडा ४ रुपये व्याजांने घेतले, त्यांत अचे ५०० रुपये आहेत; तर सरकारी पेढीवर अची ४ रुपये शेंकड्याची ५०० रुपये ठेव आहे, असें ह्मणतात.

ह्या ठेवीबद्दल मालकास सरकारांतून एक रोखा मिळतो, त्यांत सरकारची इच्छा कर्जमुक्त होण्याची होईपर्यंत त्यास त्या ठेवीबद्दल दरसाल व्याज अमुक रूपये मिळेल असें लिहिलें असतें.

व्यापारांत व्याजाचा दर जर नेहेमीं एकसारखा असता तर ५०० रूपयांच्या ठेवीचे रोख्याची किंमत सारखी राहिली असती- (म्हणजे ५०० रु.) परंतु गरजेप्रमाणें किंमत, म्हणून ठेव ठेवल्यानंतर जी किंमत, ती ठेव ठेवण्याच्या पूर्वीचे किमतीपेक्षा कमी असते. तसेंच व्यापाराच्या व्यवस्थेंत फेरफार, वढतीचा व्यापार, लढाईचा प्रसंग, व व्यापाराच्या अडचणीमुळे पैशाचा खप असेल किंवा नसेल, इत्यादि अनेक कारणांनीं रोख्याची किंमत बदलते. एका दिवसांत दोन तीन वेळ देखील फेरफार होतो. सारांश दुसऱ्येकडे व्याज कमी किंवा जास्ती मिळण्याचा संभव असेल, त्याप्रमाणें रोख्यांच्या किमती बदलतात.

### उदाहरण.

आपणास ४ रूपये शेंकडा व्याजाचा १०० रूपयांचा एक रोखा विकावयाचा आहे, आणि त्यावेळेस बाहेर व्याजाचा दर शेंकडा ५ रूपये आहे, तर आपलें शेंकडा ४ रूपये व्याज मिळण्याच्या १०० रूपयांच्या रोख्याचे १०० रूपये कोणा देणार नाही. ५ रूपये शेंकड्याप्रमाणें ८० रूपयांचें व्याज ४ रूपये होतें, म्हणून १०० रूपयांचा रोखा ८० रूपयांस जाईल. असें झालें म्हणजे ४ रु. शेंकड्याची ठेव ऐंशींच्या भावानें जात आहे, असें म्हणतात.

पुढें जीं उदाहरणें दिलीं आहेत त्यांवरून वर सांगितलेला प्रकार चांगला समजेल, व ठेवीचे हिशेब कसे होतात हेंही लक्षांत येईल.

### उदाहरण पहिलें.

जर अठराणवांच्या भावानें ३५०० रूपये देऊन एक ठेव दर



शेंकडा ३॥ रुपये व्याजांनं घेतली, तर वर्षास व्याजाचें उत्पन्न काय होईल तें सांग.

येथें ९८ रुपयांचें व्याज ३॥ रुपये येतें असें झालें.

झणून  $\frac{३५००}{९८} \times ३॥ =$  वर्षाचें उत्पन्न = १२५ रुपये हें उत्तर.

उदाहरण दुसरें.

३॥ रुपये व्याजाचे हिस्से ९९ $\frac{७}{८}$  भावांनं विकत आहेत, तर किती पैसा भरला म्हणजे वर्षास १४० रुपये व्याज उत्पन्न होईल? शंभर रुपयांचा एकेक हिस्सा आहे.

$\frac{१४०}{३॥}$  इतके हिस्से विकत घेतले पाहिजेत, आणि प्रत्येक हिस्शास ९९ $\frac{७}{८}$  रु. पडतात, म्हणून,

$\frac{१४०}{३॥} \times ९९\frac{७}{८} = ३९९५$  रुपये भरावे लागतील. हें उत्तर.

उदाहरण तिसरें.

३॥ रुपये व्याजाच्या ठेवींतून ९९ भावांनं जाणारे २९००० रुपये काढून ९० $\frac{७}{८}$  ह्या भावाचे ३ रु. व्याजाच्या दराचे ठेवीत घातले, तर व्याजाच्या उत्पन्नांत भेद किती पडेल?

२९००० रुपयांचें ३॥ रु. शेंकड्याप्रमाणें १०१५ रु. व्याज येईल, व २९००० रुपयांची ठेव ९९ भावांनं दिली तर तिचे  $\frac{२९००० \times ९९}{१००} = २८७१०$  रुपये येतील, व हे ३ रु. व्याजाच्या ठेवीत घातले तर  $\frac{२८७१०}{१००} \times ३ = ९५०$  रु. ६३ आणे व्याज येईल.

झणून पूर्वीपेक्षा ६४ रु. ९३ आणे तोटा होईल. हें उत्तर.

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. ८२ $\frac{३}{४}$  भावांनं विकणारी १०० रुपयांची ठेव आपले नांवें करून ठेवण्यास किती रुपये द्यावे लागतील, व तीच ठेव शेंकडा ८६ $\frac{३}{४}$  भावांनं विकल्यास किती नफा होईल?

२ उ. ३ रुपये व्याजाच्या दराच्या ठेवींतून ७२ भावांनं जाणारे ५०० रुपये काढून ९० च्या भावाचे ४ रु. व्याजाच्या ठेवीत घातले तर व्याजाच्या मिळकतींत भेद किती पडेल?

३ उ. ३ रुपये व्याजाच्या दराची ठेव जेव्हां ७४ $\frac{३}{४}$  भावांनं जात होती तेव्हां तिजपैकी ३००० रुपयांची ठेव आम्हीं आपले नांवें केली तर वर्षांत व्याजाची मिळकत काय होईल?

- ४ उ. ४ रुपये व्याजाच्या दराची ठेव ९२ $\frac{१}{२}$  भावानें जात होती. तेव्हां पेढीवर १११० रुपये ठेविले होते. आतां आम्हांस १०० रुपये नफा व्हावा अशी इच्छा आहे, तर ती ठेव कोणते दरांनें विकावी?
- ५ उ. २७६६।।= रुपये ठेवीचा रोखा २४९० रुपयांस विकत मिळत आहे, तर ठेवीचा भाव काय आहे तो सांग.
- ६ उ. ४९४ रुपयांस, शेंकडा ९२ $\frac{१}{२}$  भावाची ठेव किती रुपयांची मिळेल? ठेव घेण्यास कमिशन शेंकडा आठ आणे द्यावें लागतें.
- ७ उ. ९०।।= भावानें, पेढीवरचे सालीना ८५० रुपयांचे प्राप्तीचें वेतन विकत घ्यावयाचें आहे आणि दलाली शेंकडा ४= पडती, तर त्या उत्पन्नाबद्दल किती रुपये रोख द्यावे लागतील? व पुढें तेंच उत्पन्न ८९।। भावानें विकलें तर तोटा किती होईल?
- ८ उ. एक ८९।। रुपये भावाची ३ रुपये व्याजाची ठेव आहे, व दुसरी ९८ $\frac{१}{२}$  भावाची ३। रुपये व्याजाची ठेव आहे, तेव्हां नफा कोणते ठेवीत होईल, तें सांग?
- ९ उ. ८१ भावानें जाणारे ३ रुपये व्याजाचे ठेवीसाठीं ११८८ रुपये भरले तर किती रुपयांचा नफा होईल?
- १० उ. मुंबईत कापसाचे कारखान्याचे भांडवलांत, प्रत्येक हिस्सा ५०० रुपयांचा असे आमचे १० हिस्से आहेत; शेंकडा व्याजाचा दर ६ रुपये आहे आतां हे हिस्से ९८ भावानें जात आहेत; तेव्हां आम्हांस तेथील ठेव काढून रेलवे कंपनीच्या कारखान्यांत ठेवायाची आहे, तेथील व्याजाचा दर ५ रुपये आहे, व ते हिस्से शेंकडा ११० भावानें मिळत आहेत, तर असें करण्यांत नफा किंवा तोटा किती होईल व दरसाल व्याज काय मिळेल तें सांग.
- ११ उ. एका कारखान्यांत ४६५० रुपये देऊन ९३ भावाचा आणि ३।। रुपये शेंकडा व्याजाचा एक रोखा विकत घेतला. आतां त्या रोख्याचा भाव ८ आणे उतरला आहे, तेव्हां तो रोखा विकल्यास तोटा किती होईल?
- १२ उ. दरसाल ५०० रुपये व्याज उत्पन्न होण्याकरितां ३।। रुपये व्याजाच्या दराच्या ९४।. चे भावाच्या नोटी किती रुपयांच्या घ्याव्या.

- १३ उ. एका मनुष्याजवळ ३००३ रुपये आहेत, त्याने त्यांच्या ३॥ रुपये शेंकडा व्याजाच्या दराच्या वलंदेजी नोटी ४९॥ रुपये भावाने घेतल्या, तेव्हां त्यास वर्षाची प्राप्ति काय होईल?
- १४ उ. शेंकडा ३ रुपये व्याजाच्या दराच्या बंगालचे नोटीचा भाव ८९ $\frac{३}{४}$  रुपये होता, तेव्हां कांहीं रुपयांच्या नोटी विकत घेतल्या, व पुढे सहा महिन्यांनी त्याचें व्याज घेऊन ९४ $\frac{५}{८}$  रुपये भावाने विकल्या, तेव्हां व्याजासुद्धां एकंदर ५४ रुपये नफा झाला. तेव्हां आरंभो किती रुपये दिले होते तें सांग.
- १५ उ. एका गृहस्थानें १८१५० रुपये एका कारखान्यांत घातले, तेव्हां शेंकडा ३ रुपये व्याजाच्या हिशांचा भाव ८९ रुपये होता, पुढे त्याने हे हिस्से विकून दुसरे हिस्से शेंकडा ३॥ रुपये व्याजाचे ९७॥ भावाने घेतले, तेव्हां वर्षास व्याज अधिक किती मिळूं लागलें तें सांग.

### नफातोटा.

कोणतेही व्यापारांत नफा किंवा तोटा हाता ता कसा काढावा, हें पुढील उदाहरणांवरून लक्षांत येईल.

#### उदाहरण पहिलें.

कलावतू १॥ रुपया तोळ्याप्रमाणें ३६ रुपयांची घेतली, आणि १॥॥ रुपये तोळ्याप्रमाणें विकली तर नफा काय होईल?

दरतोळ्यास दिलेल्या किमतीवर १० नफा आहे म्हणून,

$$१॥० रु. : ३६ रु. :: १० : \frac{३६ \times १०}{१॥} = \frac{३६०}{११} = ६ रु.$$

#### उदाहरण दुसरें.

पोलादाची एक कांब एक रुपया दोन आण्यांनीं शेरप्रमाणें घेतली आणि शेंकडा ५ रुपये तोट्यानें विकली, तेव्हां दरशेरास काय भावाने विकली गेली तें सांग.

द्यांत ज्या कांबीस १०० रुपये पडलें ती ९५ रुपयांस विकली, असें झालें म्हणून,

$$१०० रु. : १०० = :: ९५ : \frac{९५ \times १००}{१००} = ९५$$

## उदाहरण तिसरे.

९५ रुपयांस १२५ वार कापड विकलें तर शेंकडा ५ रुपये नफा होतो. तेव्हां त्या कापडाची मूळची किंमत काय?

जर १०५ रुपये आले असते तर मूळची किंमत १०० असती.

१०५ रु. : १५ रु. :: १०० रु. :  $\frac{१५ \times १००}{१०५} = ९० \frac{१०}{११}$  रुपये  
हैं उत्तर.

## उदाहरण चौथें.

कापड १ रुपया ४ आण्यांनीं वार प्रमाणें विकल्यास शेंकडा ४ रुपये तोटा होतो, तेव्हां तें कोणते दरानें विकलें असतां १० रुपये नफा होईल?

पहिल्यानें १०० रुपयांचें कापड ९६ रुपयांस दिलें असें मानलें  
तेव्हां, रु. आ.

९६ : १ रु.४ आ. :: १०० : दर वाराची मूळकिंमत = १ ४  $\frac{१०}{११}$

नंतर १०० रुपयांचें कापड ११० रुपयांस विकलें असें

मानलें, तेव्हां १०० रु. : १ रु. ४  $\frac{१०}{११}$  आ. :: ११० रु. : दर

वाराची किंमत = १ रु. ६  $\frac{११}{१२}$  आणे. हैं उत्तर.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. दरमणीं ५॥- रुपये प्रमाणें बदाम घेतले, तर ते कोणते दरानें विकले व्हाणजे शेंकडा २० रुपये नफा होईल?

२ उ. तांदूळ एक पलयास आठ रुपये प्रमाणें घेतले, आणि ९ रुपयांनीं पल्ला विकले, तर शेंकडा नफा काय होईल?

३ उ. जमिनीपासून लोखंड काढण्यास दरमणीं ४ रुपये खर्च लागतो; तर तें लोखंड ४ रुपये १० आण्यांनीं मण विकल्यास दरशेंकडा किती नफा होईल?

४ ठ. एका दुकानदारानें साकर दरमणीं १०॥ = प्रमाणें विकली तींत व्यास शेंकडा १२॥- रुपये नफा झाला; तेव्हां खरेदीचा दर काय तो सांग.

५ उ. एक गृहस्थाचा एका तारवांत १ विभाग आहे. त्या तारवाची किंमत ६६००० रुपये आहे, आणि त्याचा विमा शेंकडा ९१ रुपये प्रमाणें दिला आहे. आतां हें तारू जर फुटलें किंवा

दुसऱ्या कांहीं कारणानें त्याचा नाश झाला तर त्या गृहस्थास बूड काय येईल?

६ उ. कोणी ग्रंथकारानें एका ग्रंथाच्या ५०० प्रती छापून त्या दर प्रतीस २॥ रुपये प्रमाणें विकल्या, त्यांत त्यास ३७७॥ रुपये नफा झाला, व विकण्याबद्दल कमिशन ३४ रुपये द्यावें लागलें, तेव्हां प्रती छापण्यास खर्च काय लागला तो सांग.

७ उ. कोणी ऐकानें तांदूळ दर पळयास ८॥= प्रमाणें विकले त्यांत त्यास शेंकडा ५॥ रुपये नफा झाला. आतां ते जर त्यानें दोन आप्यांनीं शेर विकले असते तर शेंकडा नफा किती झाला असता?

८ उ. तूप दर रुपयास, ८८२॥ प्रमाणें, व ८८३ प्रमाणें ह्या दोन जातींचें एकत्र करून दर रुपयास ८८२॥९ प्रमाणें विकलें, तेव्हां त्यास शेंकडा नफा काय झाला?

९ उ. दोन आप्यांनीं शेर, व तीन आप्यांनीं शेर, ह्या दोन प्रतींच्या साकरापैकी पहिली ५ शेर व दुसरी ८ शेर घेऊन एकत्र करून तें मिश्र अडीच आप्यांनीं शेर विकलें तर शेंकडा तोटा काय होईल?

१० उ. एका गृहस्थानें कागदाचीं ५० रिमें खरेदी केलीं, आणि न्यावर शेंकडा ८ रुपये नफा व्हावा, ह्या हेतूनें प्रत्येक रिम ११॥ रुपयांस विकण्याचा बेत केला. परंतु पुढें पाहतो तो त्यांतून ५ रिमें अगदीं खराब निघालीं. तेव्हां तीं खेरीज करून बाकीचीं रिमें त्यानें ११॥ रुपये प्रमाणें विकलीं, तेव्हां त्यास नफा किंवा तोटा किती झाला तें सांग.

११ उ. एका बोहऱ्यानें टांचण्यांचे १५० कागद २॥॥ रुपये कोडी प्रमाणें घेतले, त्या वेळेस प्रत्येक कागदावर दर ओळींत १८ टांचण्यांप्रमाणें ७ ओळी होत्या; नंतर त्यानें प्रत्येक ओळींत ११ टांचण्या ठेवून ते सर्व कागद घेतलेल्या किमतीस विकले, तेव्हां त्यास दर शेंकडा नफा काय झाला तें सांग.

१२ उ. एका व्यापाऱ्यानें बाजरीच्या ४ गाठ्या १५० रुपयांस खरेदी केल्या, आणि मुदलावर शेंकडा १२ रुपये नफा व्हावा अशा बेतानें ती बाजरी तो विकणार होता, परंतु पुढें त्यास आढळलें कीं २१ रुपयांची बाजरी अगदीं खराब झाली, तेव्हां ती खेरीज करून बाकीचे बाजरीवर वरच्या दरांनें नफा किती होईल?

### प्रमाणभाग अथवा सर्कतवांटणी.

ह्या प्रकरणांत जी रीत सांगितली आहे त्या रीतीने अनेक प्रकारचे हिशेब सोडवितां येतात.

**कृत्य.** एका संख्येचे असे दोन भाग करावयाचे कीं त्यांचें गुणोत्तर दिलेल्या प्रमाणांच्या गुणोत्तराबरोबर येईल.

**रीति.** प्रमाणाच्या संख्या अंश कल्पून त्यांची बेरीज त्या अंशांस छेद लिहावी, आणि दिलेल्या संख्येचे हे अपूर्णांक घ्यावे.

उदाहरण पहिलें.

७५ ह्या संख्येचे दोन भाग कर, असे कीं ते २ : ३ ह्या प्रमाणांत येतील.

२ + ३ = ५ द्वणून ३ आणि ३ हे अपूर्णांक आले.

आतां  $७५ \times \frac{३}{५} = ३०$  हा एक भाग.

$७५ \times \frac{२}{५} = ४५$  हा दुसरा भाग.

उत्तर. ३० आणि ४५.

ह्या उदाहरणावरून वर सांगितलेल्या रीतीचें कारण स्पष्ट समजेल. असें कीं, जर अंशांची बेरीज छेदाबरोबर आहे, तर त्या अपूर्णांकाची बेरीज १ आहे, द्वणजे भागांची बेरीज सर्व रकमेबरोबर आहे. आणि समच्छेद जे अंश ते सांगितल्या प्रमाणांत आहेत.

उदाहरण दुसरें.

बंदुकींच्या दारूमध्ये ७६ भाग सोरा, १४ भाग कोळसा, आणि १० भाग गंधक असतो. आतां आम्हास एक मण दारू करावयाची आहे तर प्रत्येक पदार्थ किती किती घालावा तें सांग.

$$७६ + १४ + १० = १००$$

$$\frac{७६}{१००} = \frac{१९}{२५}; \frac{१४}{१००} = \frac{७}{५०}; \frac{१०}{१००} = \frac{१}{१०} \quad १ \text{ मण} = ४० \text{ शेर.}$$

$$\text{म्हणून } ४० \times \frac{१९}{२५} = \frac{१५२}{५} = ३०\frac{२}{५} \text{ शेर सोरा.}$$

$$४० \times \frac{७}{५०} = \frac{२८}{५} = ५\frac{३}{५} \text{ शेर कोळसा.}$$

$$४० \times \frac{१}{१०} = \frac{४०}{१०} = ४ \text{ शेर गंधक.}$$

उदाहरण तिसरें.

१००० रु. अ, ब, क, ह्या तीन असार्यांस वांटून दे, ते असें कीं कला जे मिळतील त्यापेक्षां त्यांचा तृतीयांश बला अधिक आणि बला मिळतील त्यापेक्षां त्यांच्या अर्धानें अला अधिक, तेव्हां प्रत्येकास काय मिळेल तें सांग.

कचा भाग १ अशी कल्पना केली तर बचा भाग  $१\frac{१}{३}$  आणि अचा  $१\frac{१}{३} + १\frac{१}{३}$  चा  $\frac{१}{२} = २$  होईल म्हणून,

२,  $१\frac{१}{३}$ , १ अथवा ६, ४, ३ ह्या प्रमाणांत तिघांचे भाग येतील तेव्हां  $\frac{६}{१३}$ ,  $\frac{४}{१३}$ ,  $\frac{३}{१३}$  हे अपूर्णाक येतील,

आणि अचा भाग  $१००० \times \frac{६}{१३} = ४६१\frac{१०}{१३}$  रु. }  
 बचा भाग  $१००० \times \frac{४}{१३} = ३०७\frac{१०}{१३}$  रु. } हें उत्तर.  
 कचा भाग  $१००० \times \frac{३}{१३} = २३०\frac{१०}{१३}$  रु. }

उदाहरण चौथें.

अ, ब, क, ह्यां तिघांनीं सर्कतीनें व्यापार केला, त्यांत अचे ५०० रु. बचे ६५० रु. आणि कचे ७०० रु. असे होते, पुढें एका वर्षांनं त्या व्यापारांत ५५५ रुपये नफा झाला, तो त्या तिघांस कसा वांटून द्यावा ?

भांडवलाप्रमाणें नफ्याची वांटणी व्हावयाची म्हणून, तो ५००, ६५०, ७००, अथवा १०, १३, १४ ह्या प्रमाणांत होईल. म्हणून,

अची वांटणी  $५५५ \times \frac{१०}{३७} = १५०$  रु. }  
 बची वांटणी  $५५५ \times \frac{१३}{३७} = १९५$  रु. } हें उत्तर.  
 कची वांटणी  $५५५ \times \frac{१४}{३७} = २१०$  रु. }

\* उदाहरण पांचवें.

अनें ८०० रु. घेऊन व्यापारास आरंभ केला, नंतर तीन महिन्यांनीं त्या व्यापारांत १००० रु. देऊन ब मिळाला. पुढें त्या व्यापारांत ६ महिन्यांनीं ३३० रु. नफा झाला, तो उभयतांस कसा वांटून द्यावा ?

\* ह्या उदाहरणावरून लक्षांत येईल कीं व्यापारांत वेगळाल्या काळीं ज्या रकमा घ्याव्या त्या रकमा आणि काळ ह्यांच्या गुणाकाराच्या प्रमाणांत असतात. गुणाकार करण्याच्या पूर्वी रकमा आणि काळ हीं दोन्ही सारख्या नांवाचीं करावीं.

ह्या व्यापारांत अचे ८०० रु. ९ महिने होते, व वचे १००० रुपये ६ महिने होते.

आतां ८०० रुपयांचा ९ महिन्याचा नफा = ८०० × ९ रुपयांचा नफा आहे, तसेंच १००० रुपयांचा ६ महिन्यांचा नफा = १००० × ६, रुपयांचा नफा आहे. म्हणून अ आणि ब ह्यांचे नफे ८०० × ९ आणि १००० × ६, म्हणजे ७२०० आणि ६०००, ह्या प्रमाणांत अथवा ६, ५ ह्या प्रमाणांत येतील.

म्हणून. { अची वांटणी ३३० ×  $\frac{६}{११}$  = १८० रु. } हें उत्तर.  
{ बची वांटणी ३३० ×  $\frac{५}{११}$  = १५० रु. }

६ उ. अनें ५०० रुपये, आणि बनें ३०० रुपये, घेऊन दोघांनीं सर्कतीनें व्यापार आरंभिल्यावर ९ महिन्यांनीं त्या व्यापारांत क १००० रुपये देऊन मिळाला. पुढें ९ महिन्यांनीं पाहतात तों त्या व्यापारांत २००० रुपये नफा झाला, तो तिघांस कसा वांटून द्यावा?

ह्या प्रमाणांत ५ व्या उदाहरणाप्रमाणें अ. ब. क. ह्यांचीं भांडवलें ५०० × १८, ३०० × १८, १००० × ९ ह्या प्रमाणांत, अथवा ५, ३, ५ ह्या प्रमाणांत आहेत, म्हणून  $\frac{५}{१३}$ ,  $\frac{३}{१३}$ ,  $\frac{५}{१३}$  हें अपूर्णांक आले.

अ चा भाग २००० ×  $\frac{५}{१३}$  = ७६९ रु. ३ आ. ८  $\frac{४}{१३}$  पै.  
ब चा भाग २००० ×  $\frac{३}{१३}$  = ४६१ रु. ८ आ. ७  $\frac{१}{१३}$  पै.  
क चा भाग २००० ×  $\frac{५}{१३}$  = ७६९ रु. ३ आ. ८  $\frac{४}{१३}$  पै.

२००० . . . ० . . . ०

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

२ उ. १०६५ ह्या संख्येचे तीन भाग कर. असे कीं ते ३, ५, ७ ह्या प्रमाणांत येतील. तसेच आणखी तीन भाग कर. असे कीं ते  $\frac{१}{३}$ ,  $\frac{१}{५}$ ,  $\frac{१}{७}$ , ह्या संख्यांच्या प्रमाणांत येतील ?

२ उ. अ, ब, क, ह्या त्रिवर्गीनीं सर्कतीनें व्यापार आरंभिला त्यांत प्रत्येकाचें भांडवल. १२८० रुपये, १७६० रु. आणि १९२० रु. ह्या प्रमाणें होतें. पुढें त्या व्यापारांत त्यांस तीन वर्षांनीं ७९१ रुपये नफा झाला, तो त्यांस कसा वांटून द्यावा ?

३ उ. १५३० रुपये ५ मनुष्यांस वांटून दे असे कीं ते भाग  $\frac{१}{३}$ ,  $\frac{१}{५}$ ,  $\frac{१}{६}$ , आणि  $\frac{१}{७}$  ह्यां प्रमाणांत येतील.



- ४ उ. ९६ कशी सोनें ४ तोळे घेऊन तें ९० कशी ५ तोळे सोन्यांत मिळविलें, त्या मिश्राचा एक दागिना साडेचार तोळे वजन आहे तेव्हां त्यांत शुद्ध सोनें किती आहे तें सांग.\*
- ५ उ. एक तोफ २॥३ वजनाची ओतावयाची आहे, तर तिच्या मिश्र धातूस तांबें व कथील किती किती घालावें? तोफेच्या धातूस १०० भाग तांब्यास ११ भाग कथील असतें.
- ६ उ. सुतीं रुपयांत ३७ भाग रुपें आणि ३ भाग तांबें असतें असं म्हटलें तर एक रुपयांत शुद्ध रुपें किती असेल तें सांग. रुपयाचें वजन साडेअकरा मासे आहे.
- ७ उ. अ आणि ब ह्यांनीं सर्कतीनें व्यापार आरंभिला, त्या व्यापारांत त्यांचीं भांडवलें ५ : ४ ह्या प्रमाणांत होतीं. पुढें तीन महिन्यांनीं आपआपल्या भांडवलाचे  $\frac{2}{3}$  आणि  $\frac{3}{4}$  त्यांनीं त्यांतून काढून घेतले, आणि वर्षाच्या अंती पाहतात तो त्या व्यापारांत त्यांस ३३५ रुपये नफा झाला तो त्यांनीं कसा वांटून घ्यावा तें सांग.
- ८ उ. ९० कशी सोनें ८ तोळे, आणि ९२ कशी सोनें ९ तोळे हीं दोन्हीं द्रव्या कस माहीत नाहीं अशा प्रकारच्या ६ तोळे सोन्यांत मिळविलीं, आणि त्या मिश्र सोन्यास कस ८८ आला, तेव्हां सहा तोळे सोनें कोणत्या कसाचें होतें तें सांग.
- ९ उ. १४०० ह्या संख्येचे असे चार भाग कर कीं, १, २, ३, ४ ह्या संख्यांत जें प्रमाण आहे, तें प्रमाण त्या भागांत येईल?
- १० उ. अ, ब, क ह्यांनीं सर्कतीनें व्यापार आरंभिला, तेव्हां त्यांचीं भांडवलें  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$  आणि  $\frac{1}{4}$  ह्या प्रमाणांत होतीं; पुढें ४ महिन्यांनीं अ नें आपल्या द्रव्याचा  $\frac{1}{2}$  त्यांतून काढून घेतला, आणि ९ महिन्यांत एकंदर २०० रुपये नफा मिळाला तो वांटून घेऊन त्याणीं व्यापार सोडला, तेव्हां प्रत्येकास नफा किती झाला तो सांग.
- ११ उ. विलायतेंत बंदुकीच्या दाखंत ७५ भाग सोरा, १० भाग गंधक, आणि १५ भाग कोळसा, ह्याप्रमाणें हदन असतें, व फ्रान्स देशातील दाखंत ७७ भाग सोरा, ९ भाग गंधक, आणि १४ भाग कोळसा, ह्याप्रमाणें हदन असतें. आतां दोन्ही देशातील

\*शुद्ध सोनें १०० कशी मानलें आहे.

दारू अर्धा अर्धा मण घेऊन एकत्र केली, तर त्या मिश्रांत सारां, गंधक व कोळसा किती होईल तें सांग.

१२ उ. आठवड्यांतील रविवार खेरीज करून बाकीच्या दिवसांत अ दररोज ९ तास काम करतो, आणि ब पहिले दोन दिवस खेळतो, आणि बाकीच्या चार दिवसांत दररोज काम ६।० तास ८।।० तास १०।।।० तास, आणि १२ तास, ह्याप्रमाणें करतो. असें एका महिन्यांत त्या उभयतांनीं मिळून ११६।।० रुपयांचें काम केलें, तेव्हां प्रत्येकास काय मिळालें तें सांग.

१३ उ. मद्रास इलाख्यांतील मोहोरांचें सोनें ९० कशी असतें व एका शोरांत २४ मोहोरा भरतात, तेव्हां १०० मोहोरांत शुद्ध सोनें किती आहे तें सांग.

१४ उ. अ आणि ब ह्या उभयतांनीं मॅट्या चारण्याकरतां एक कुरण एक वर्षांच्या बोलीनें २७५ रुपयांस घेतलें. त्यांत आरमीं अ नें ८० मॅट्या घातल्या आणि ब नें १०० घातल्या पुढें साहा महिन्यांनीं प्रत्येकांनें आपआपल्या अर्ध्या मॅट्या विकल्या, आणि त्या कुरणांत कच्या ५० मॅट्या घेतल्या, तेव्हां वर्षांचे अंतीं प्रत्येकांनें काय द्यावें तें सांग.

१५ उ. पाणी दोन वायूंच्या मिश्रणापासून होतें, व ज्या मिश्रणांत ८८९ भाग आक्सिजन आणि ११११ भाग हायड्रोजन असतो, तेव्हां एक घनफूट पाण्यांत म्हणजे १००० ऑस पाण्यांत हे दोन्ही वायु किती असतील तें सांग.

१६ उ. ३००० रुपये अ. ब. क. ह्या तिघांस वाटून दे, ते असे कों, अला, बच्या दुप्पट, आणि कला, अ आणि ब ह्यांच्या बरेजेच्या दुप्पट, तेव्हां प्रत्येकास किती येतील तें सांग.

१७ उ. ८०, ८५, ९०, आणि ९५ ह्या चार कसांचें सोनें अनुक्रमें १०, ४, २, आणि ४, तोळे घेऊन एकत्र केलें तर तें मिश्र सोनें कोणते कसाचें होईल?

१८ उ. वरील मिश्र सोन्याची लगड, सोनें शुद्ध होण्याकरितां १६ तोळे राहीपर्यंत जाळलें तर त्या बाकीचे सोन्यास कस काय लागेल, अथवा जर त्या बाकी राहिलेल्या सोन्याचा कस ९८ आला, तर सोनें किती जळून गेलें तें सांग.

- १९ उ. एका विहिरीतील गाळ काढावयास अ. ब.क ह्यांतिघांस बोलाविले, परंतु पांठ्या दोनच होत्या म्हणून पहिल्यानें अ आणि ब कामास लागले, त्यांत अ एका घटकेंत ३७ पांठ्या गाळ काढतो, आणि ब ४० पांठ्या काढतो, ह्याप्रमाणें पांच घटका काम केल्यावर पुढें ते प्रत्येक दर घटकेस पांच पांठ्या गाळ कमी काढूं लागले, ह्याप्रमाणें ५ घटका गेल्यावर अ थकला, तेव्हां क कामास लागला तो एक घटकेंत ३० पांठ्या काढतो; ह्याप्रमाणें काम करून २२ घटकांत त्यांनीं सर्व गाळ काढला. त्या मजुरीबदल त्यांस ६॥ रुपये मिळाले, तेव्हां प्रत्येकांनै काय ध्यावें तें सांग.
- २० उ. अ आणि ब ह्या उभयतांनीं पांचपांचशें रुपये घेऊन सर्क. तीनें व्यापार आरंभिला. पुढें तीन महिने झाल्यावर अ नें आपल्या भांडवलांतून २०० रुपये काढून घेतले, आणि ब नें २०० रु. आपल्या भांडवलांत घातले, व पुढें आणखी तीन महिने गेल्यावर पुन्हा त्याचप्रमाणें केलें आणि वर्षाच्या अखेरीस हिशेब पाहतात तां व्यापारांत वूड येऊन ४०० रुपयांचा माल शिलक राहिला, तो त्यांस वांटून घेणें आहे तर प्रत्येकास किती येईल तें सांग.

मागें सांगितल्या प्रकारच्या उदाहरणाशिवाय जीं दुसऱ्या प्रकारचीं उदाहरणे पुढें प्रश्नसमुदायांत सांगितली आहेत त्या जातीचीं कांहीं उदाहरणे खालीं करून दाखविलीं आहेत.

उदाहरण पहिलें.

अ पुण्याहून नगरास जावयास निघाला, तो दर तासांत २ कोस चालतो, व त्याच वेळेस ब नगराहून पुण्यास यावयास निघाला, तो दर तासांत ४ कोस चालतो, तेव्हां किती तासांनीं व किती किती कोस चालल्यावर उभयतांची भेट होईल तें सांग. पुणें व नगर ह्यांच्यामध्ये अंतर ४२ कोस आहे.

उभयतांमधील अंतर दर तासांत  $४ + २ = ६$  कोस कमी होतें म्हणून  $\frac{४२}{६} = ७$  इतक्या तासांनीं अंतर नाहीसें होऊन ते एकमेकांस भेटतील, आणि तितक्या वेळांत अ १४ कोस जाईल, व ब २८ कोस जाईल.

## उदाहरण दुसरें.

अशी कल्पना कर कीं दोघेही पुण्याहून नगरास जावयास निघाले, परंतु अ, बच्या अगोदर ३ तास निघाला आहे. तेव्हां त्यांची गांठ केव्हां व किती कोसांवर पडेल तें सांग. दोघांमधील अंतर दर तासांत  $8-2 = 2$  कोस कमी होतें, व ब निघाला तेव्हां त्यांच्या मध्ये अंतर ६ कोस होतें तें नाहींसें करावयास ब ला ३ तास लागतील, आणि तितक्या काळांत तो १२ कोस चालेल.

उत्तर.  $\left\{ \begin{array}{l} ३ \text{ तास.} \\ १२ \text{ कोस.} \end{array} \right.$

## उदाहरण तिसरें.

एका हौदास दोन नळ आहेत, त्यांत एक नळ २५ घटकांत हौद रिकामा करतो. व दुसरा ४५ घटकांत भरतो. आतां हौद भरला होता तेव्हां पहिल्यानें पाणी जाण्याचा नळ सोडला, आणि पुढें १० घटकांनीं पाणी येण्याचा नळ सोडला तेव्हां दोन्ही नळ चालू ठेवले तर सर्व हौद रिकामा होण्यास किती वेळ लागेल?

पहिला नळ एका घटकेंत  $\frac{1}{25}$  हौद रिकामा करतो, व दुसरा एका घटकेंत  $\frac{1}{45}$  हौद भरतो, तेव्हां दोन्ही चालू असल्यास  $\frac{1}{25} - \frac{1}{45} = \frac{2}{225}$  हौद दर घटकेंत रिकामा होतो. आतां पहिला नळ १० घटकां चालू होता तेव्हां त्यानें  $\frac{1}{25} \times 10 = \frac{2}{5}$  हौद रिकामा केला, आणि बाकी राहिलेला  $\frac{3}{5}$  हौद रिकामा करण्यास दोन्ही नळ चालू होते. म्हणून  $\frac{3}{5} \div \frac{2}{225} = 33 \frac{3}{5}$  घटकां लागतील. मिळून एकंदर सर्व हौद रिकामा होण्यास एकंदर  $43 \frac{3}{5}$  घटकां लागतील.

## उदाहरण चौथें.

कांहीं एक काम १ पुरुष किंवा ५ बायका किंवा १२ मुलें मिळून  $11 \frac{1}{2}$  तासांत करतात, तर तेंच काम १ पुरुष २ बायका आणि ३ मुलें मिळून किती वेळांत करतील?

अतां एक पुरुष  $\frac{1}{2}$  काम करतो, व एक बायको  $\frac{1}{5}$  काम करत्ये आणि एक मुल  $\frac{1}{12}$  काम करते, तेव्हां १ पुरुष २ बायका आणि ३ मुलें मिळून  $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{12} = \frac{23}{20}$  इतकें काम करतील. आतां

$\frac{20}{2}$  कामास जर  $1\frac{1}{2}$  तास लागतात तर  $\frac{1}{2}$  कामास किती तास लागतील?

$$\frac{20}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{20}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ तास. हें उत्तर.}$$

**घातप्रकरण.**

कोणतीही एकादी संख्या मूळ कल्पून तिनें तीच ती पुनः पुनः विवक्षित वेळां गुणून जो गुणाकार येतो, त्यास त्या मूळ संख्येचा घात म्हणतात.

जितके वेळां ती संख्या पुनः पुनः गुणली असेल, त्या प्रमाणानें त्या घातास वर्ग, घन, चतुर्घात, पंचघात, इ. नावें दिलीं असतात. जसें २ ही मूळ संख्या घेतली तर,

$$2 \times 2 = 4 \text{ हा } 2 \text{ चा वर्ग.}$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ हा } 2 \text{ चा घन.}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \text{ हा } 2 \text{ चा चतुर्घात.}$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \text{ हा } 2 \text{ चा पंचघात.}$$

विवक्षित घात करण्याकरतां मूळ संख्या पुनः पुनः किती वेळां गुणावयाची हें लौकर ध्यानांत यावें, आणि लिहिणें फार वाढूं नये, ह्याकरतां जितके वेळां ती संख्या पुनः पुनः गुणावयाची असेल तितक्या वेळांचा दर्शक वारीक अंक मूळ अंकाचे वर उजवे वाजूस लिहितात. जसें,

$$2 \times 2 = 2^2 = 4; \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$$

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8; \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16; \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7 = 128$$

ह्या वेळांकास घातप्रकाशक म्हणतात.

विद्यार्थ्यांस घातप्रकरणाची चांगली माहिती व्हावी, आणि त्यांतील वेगळाले संख्यांचा अर्थ त्यांच्या मनांत ठसावा, ह्याजकरतां पुढील उदाहरणें दिलीं आहेत तीं सर्व त्यांनीं करावीं.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणे.

१ उ.  $(४५)^२$ ;  $(४.१६)^२$ ;  $(३.६)^२$ ;  $(०.०२९)^२$ .

२ उ.  $(\frac{३}{२})^२$ ;  $(\frac{६}{३})^२$ ;  $(\frac{३}{२})^४$ ;  $(१\frac{६}{९})^२$ .

३ उ.  $(२॥॥)^२$ ;  $(०॥)^२$ ;  $(१॥)^२$ ;  $(+)^२$ .

४ उ.  $(२)^२$ ;  $(.२)^२$ ;  $(०.०२)^२$ ;  $(.०२)^२$ .

५ उ.  $(४१२)^२$ ;  $(४१.२)^२$ ;  $(४.१२)^२$ ;  $(.४१२)^२$ .

पूर्णांक संख्येचा घात केला तर तिची किंमत वाढत्ये, परंतु अपूर्णांक संख्येचा घात केला तर तिची किंमत कमी होते. जसें,

$$(२)^२ = २ \times २ = ४$$

$$(.२)^२ = .२ \times .२ = .०४ = \frac{२}{२५}$$

$$(१२)^२ = १२ \times १२ = १४४$$

$$(१.२)^२ = १.२ \times १.२ = १.४४ = १\frac{११}{२५}$$

$$(.१२)^२ = .१२ \times .१२ = .०१४४ = \frac{१४४}{१००००} = \frac{०}{६२५}$$

$$(५)^२ = ५ \times ५ = २५$$

$$(\frac{१}{२})^२ = \frac{१}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{१}{२५} = .०४$$

घातप्रकाशकांच्या बेरजेने घातांच्या गुणाकार होतो.

$$३^२ \times ३^४ = ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ = ३^६ = ३^{४+२}$$

$$३^२ \times ३^९ = ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ = ३^{११} = ३^{२+९}$$

$$३^३ \times ३^३ = ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ = ३^६ = ३^{३+३}$$

घातप्रकाशकांच्या वजावाकीने घातांच्या भागाकार होतो.

$$३^४ \div ३^२ = \frac{३ \times ३ \times ३ \times ३}{३ \times ३} = ३ \times ३ = ३^२ = ३^{४-२}$$

$$३^६ \div ३ = \frac{३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३ \times ३}{३} = ३ \times ३ \times ३ \times ३ = ३^४ = ३^{६-२}$$

कोणत्याही संख्येचा शून्य घात १ आहे.

$$\text{जसें, } ४^२ \div ४^२ = ४^{२-२} = ४^० \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{ म्हणून } ४^० = १$$

$$,, = \frac{४ \times ४}{४ \times ४} = १$$

$$५^३ \div ५^३ = ५^{३-३} = ५^० \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \therefore ५^० = १$$

$$,, = \frac{५ \times ५ \times ५}{५ \times ५ \times ५} = १$$

$$१०^६ \div १०^६ = १०^० \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \therefore १०^० = १$$

$$,, = \frac{१० \times १० \times १० \times १० \times १० \times १०}{१० \times १० \times १० \times १० \times १० \times १०} = १$$

अभ्यासाकरिता उदाहरणें.

- १ उ.  $३६ \times ३४$ ;  $\times ५२ \times (\frac{३}{२})^२$ ;  $(१\frac{३}{८})^२$ .  
 २ उ.  $५^३ \div ५^२$ ;  $(२॥.)^४ \div (२॥.)^३$ ;  $१५^० \div १५^{१०}$   
 ३ उ.  $(०.२)^{१०}$ ;  $(२.३४७८९)^०$ ;  $(५.२३८)^१$ .  
 ४ उ.  $(२.१५)^३ \times (३.३)^२$ ;  $८^३ \times ४^३$ ;  $८^३ \div ४^३$ .  
 ५ उ.  $(२५)^३ \times (१०)^४ \div ५^६$ ;  $(१२५)^३ \div (१५०)^३$ .

मूळप्रकरण.

मूळप्रकरण हें घातप्रकरणाच्या उलट आहे, म्हणजे कोणताही घात दिला असतां त्याचें मूळ काढायाचें. जसें,

- |                   |                       |
|-------------------|-----------------------|
| ८ चा वर्ग ६४,     | ६४ चें वर्गमूळ ८.     |
| २ चा चतुर्घात १६, | १६ चें चतुर्घातमूळ २. |
| ४ चा वर्ग १६,     | १६ चें वर्गमूळ ४.     |

घाताचा मूळप्रकाशक दाखविण्याच्या दोन रीति आहेत. घातसंख्येच्या आरंभी  $\sqrt{\quad}$  असें चिन्ह काढून त्यांत मूळप्रकाशक अंक लिहितात, अथवा घात संख्येचे वर उजवे बाजूस अपूर्णाक रीतीनें मूळप्रकाशक अंक मांडतात. जसें,

$$\begin{aligned} & \sqrt{\quad} ६४ \text{ अथवा } ६४^{\frac{१}{२}} \\ & \sqrt[४]{\quad} १६ \text{ अथवा } १६^{\frac{१}{४}} \\ & \sqrt[३]{\quad} १६ \text{ अथवा } १६^{\frac{१}{३}} \end{aligned}$$

ज्या संख्येचें मूळ बरोबर निघतें, तीस घातसंख्या म्हणतात. आणि जिचें मूळ बरोबर निघत नाहीं, तीस करणीरूप संख्या म्हणतात. उदाहरण.

- |                 |  |
|-----------------|--|
| ४ चें वर्गमूळ २ | $\left\{ \begin{array}{l} \text{म्हणून ४, ९ आणि ८ ह्या घातसंख्या} \\ \text{आहेत.} \end{array} \right.$ |
| ९ चें वर्गमूळ ३ |  |
| ८ चें घनमूळ २   |  |

३ ह्या संख्येचें कोणतेंही मूळ बरोबर निघत नाहीं, झणून ही करणीरूप संख्या आहे, व हिजप्रमाणें ५, ७, ११, १३, इ. ह्याही संख्या करणीरूप आहेत.

करणीरूप संख्यांचीं मुळें बरोबर निघत नाहींत, तरी दशांश अपूर्णाकांत पाहिजे तितकें खऱ्या मुळाचे जवळ-जवळ उत्तर काढतां येतें.

व्यवहारांत बहुधा वर्गमूळ व घनमूळ ह्यांशिवाय दुसरे मुळाची विशेष गरज लागत नाहीं, ह्यासाठीं वर्गमूळ व घनमूळ काढण्याच्या मात्र रीति येथें सांगितल्या आहेत.

मूळ काढल्यानें पूर्णांकांची किंमत कमी होते. आणि अपूर्णांकांची वाढते. जसें,

$$\begin{array}{l} \{ \text{संख्या.} \quad २५; .२५ = \frac{१}{४}; २२५; २.२५ = \frac{९}{४} \\ \{ \text{वर्गमूळ.} \quad ५; .५ = \frac{१}{२}; १५; १.५ = \frac{३}{२} \\ \{ \text{संख्या.} \quad १२५; .१२५ = \frac{१}{८}; ६४; .००१ = \frac{१}{१०००} \\ \{ \text{घनमूळ.} \quad ५; .५ = \frac{१}{२}; ४; .१ = \frac{१}{१०} \end{array}$$

वर्गमूळ काढण्याकरतां निदान एकापासून बारांपर्यंत अंकांचे वर्ग तोंडपाठ आले पाहिजेत. ते लहानपणीं उजळणी शिकतांना एकोऱ्यांत पाठ केलेले असतात. परंतु ज्यांना एकोऱ्यां येत नसतील त्यांनीं हे पुढील वर्ग पाठ करावे.

$१^२ = १$	$४^२ = १६$	$७^२ = ४९$	$१०^२ = १००$
$२^२ = ४$	$५^२ = २५$	$८^२ = ६४$	$११^२ = १२१$
$३^२ = ९$	$६^२ = ३६$	$९^२ = ८१$	$१२^२ = १४४$

### वर्गमूळ काढण्याची रीति.

दिलेल्या संख्येचे दोन दोन अंकांचे भाग करित जावे, ते असे कीं, प्रथम एक स्थानाच्या अंकावर (०) असें चिन्ह करून तेथून डावेकडे एक एक अंक टाकून दुसरे दुसरे



अंकावर खूण करीत जावी. संख्येंत विषम स्थळें असल्यास शेवटचा भाग एकाच अंकाचा होईल.

पहिल्यानें संख्येच्या डावेकडील पहिल्या भागांत कोणते संख्येचा वर्ग वजा जाईल तें पाहून तो वर्ग त्या भागाखाली लिहावा आणि त्याचें मूळ भागाकार स्थळीं लिहावें. नंतर तो वर्ग त्या भागांत वजा करून बाकी राहिल तिजवर दुसरा भाग घ्यावा. ह्मणजे हा नवा भाज्य झाला.

आतां भागाकार स्थळीं जो अंक लिहिला आहे त्याची दुप्पट करून ती दिलेल्या संख्येच्या डावेकडे भाजक स्थळीं लिहावी, आणि ती ह्या नव्या भाज्यांकांतील वरचा एक अंक सोडून बाकीच्या अंकांत किती वेळां वजा जाईल तें पाहवें, आणि तो वेळांक भागाकार स्थळींच्या अंकावर लिहून त्या दुपटीवरही लिहावा, नंतर ह्या वेळांकानें भाजक संख्येस गुणून तो गुणाकार वर सांगितलेल्या भाज्य संख्येंत वजा करावा, आणि बाकी राहिल तिजवर तिसरा भाग घ्यावा; ह्मणजे हा पुन्हा नवा भाज्य झाला.

पुन्हा आतां ज्या अंकाचा भाग गेला, तो अंक भाजक स्थळींचे अंकांत मिळवून ती बेरीज (भागाकार स्थळींच्या सर्व अंकाची दुप्पट) नव्या भाज्यांतील वरचा एक अंक सोडून बाकीच्या अंकांत किती वेळा वजा जाईल हें पाहवें, व तो वेळांक भागाकार स्थळींच्या अंकांवर लिहून भाजकावर ही लिहावा; ह्मणजे हा भाजकांक झाला. नंतर त्या वेळांकानें भाजक गुणून तो गुणाकार भाज्यांत वजा करावा.

ह्याप्रमाणें दिलेल्या संख्येंतील सर्व भाग संपत तोंपर्यंत करावें.

## उदाहरण पहिलें.

१८६६२४ ह्या संख्येचें वर्गमूळ काढ.

$$\begin{array}{r|l} ४ & १८६६२४ \\ \hline ८३ & ३६६ \\ ३ & २४६ \\ \hline ८६२ & १७२४ \\ & १७२४ \\ \hline & \dots \end{array}$$

ह्या उदाहरणांत प्रथम ४ या संख्येवर चिन्ह करून तेथून डावेकडे एक एक अंक टाकून चिन्हें केलीं. तेव्हां १८

६६, २४ असे भाग झाले. आतां पहिला भाग १८, ह्यांतून ४ चा वर्ग १६, वजा जातो, झणून ४ हे भागाकार स्थळीं लिहून त्यांचा वर्ग १६, हा १८ त वजा केला, तेव्हां बाकी राहिले २ त्यांवर दुसरा भाग ६६ हा घेतला, तेव्हां २६६ झाले. नंतर भागाकार स्थळींचे ४ ह्यांची दुप्पट ८ भाजकस्थळीं लिहिली. ८ ही संख्या भाज्यांकांतील २६ ह्या संख्येंत ३ वेळा वजा जाते, झणून ३ हे भागाकार स्थळचे ४ ह्या संख्येवर लिहून, भाजक स्थळचे ८ या संख्येवरही लिहिले, तेव्हां भाजक स्थळीं ८३ झाले, ह्यांस ३ नीं गुणून तो गुणाकार २६६ त वजा केला, तेव्हां बाकी राहिले १७; त्यांवर घेतले २४, तेव्हां १७२४ हा नवा भाज्य झाला.

आतां ३ हे भाजक स्थळचे ८३ त मिळविले, तेव्हां झाले ८६, म्हणजे भागाकार स्थळच्या ४३ ची दुप्पट, ह्यांनीं १७२ ह्यांस २ चा भाग जातो, म्हणून २ हे भागाकार स्थळीं लिहून ८६ वर लिहिले, तेव्हां ८६२ हा भाजक झाला, ह्यांस २ नीं गुणून तो गुणाकार १७२४ हा भाज्य १७२४ ह्यांत वजा केला; तेव्हां बाकी राहिलें ०, वर्गमूळ ४३२. हें उत्तर.

## उदाहरण दुसरें.

१०२९.१२६४ ह्यांचें वर्गमूळ काढ.

$$\begin{array}{r|l} ३२ & १०२९.१२६४ \\ \hline ६२ & १२९ \\ २ & १२४ \\ \hline ६४०० & ५१२६४ \\ & ५१२६४ \\ \hline & \dots \end{array}$$

उदाहरणांत कांहीं दशांश स्थळें असलीं तर पूर्णांकांत एकचें स्थळावर चिन्ह करून तेथून उजवेकडे व डावेकडे एक

अंक टाकून चिन्हें करीत जावें. आणि मागील रीतीप्रमाणें वर्गमूळ काढावें.

दशांशांत जितके भाग झाले असतील तितकीं स्थळें वर्गमूळांत मोजून दशांश चिन्ह करावें. ह्या उदाहरणातील दशांशांत दोन भाग आहेत म्हणून वर्गमूळांत दोन स्थळांमागे दशांश चिन्ह केलें.

उत्तर. ३२'०८.

उदाहरण तिसरे.

१२ या संख्येचें वर्गमूळ काढ.

जेव्हां वर्गमूळ बरोबर निघत नाहीं, तेव्हां वर्गमूळांत इच्छिलीं दशांश स्थळें येत, तोंपर्यंत दिलेल्या संख्येवर दशांश शून्यें यावीं. १२ चें वर्गमूळ तीन दशांश स्थळांपर्यंत बरोबर पाहिजे.

तिहींच्या दुप्पट १२ वर शून्यें यावीं. जसें,

$$\begin{array}{r} \sqrt{12.000000} \quad (3.464. \\ \underline{9} \\ 3 \\ \underline{36} \\ 6 \\ \underline{66} \\ 0 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

उत्तर. ३.४६४ इ.

उदाहरण चौथे.

५३५.१४६ ह्याचें वर्गमूळ तीन दशांश स्थळांपर्यंत काढ.

$$\begin{array}{r} \sqrt{535.146000} \quad (23.133 \\ \underline{4} \\ 13 \\ \underline{13} \\ 0 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

ह्या उदाहरणांत पूर्णांकातील पहिला भाग एकाच अंकाचा झाला. वर्गमूळति ३ दशांश स्थळें आणावयाचीं झणून दिलेल्या संख्येंत ३ च्या

दुप्पट ६ दशांश स्थळें पाहिजेत, पैकीं तीन दिलीं आहेत, बाकी तीन शून्यें जास्ती घेऊन सहा स्थळें पुरीं केलीं; आणि वर्गमूळ पूर्वंवत् काढलें.

उत्तर. २३.१३३.

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें

- १ उ. २०२५; १७.३०५; १०००७२९ } ह्यांची वर्गमूळें काढ.  
 २ उ. ३ ; ५; ६ ; १२; २५ }

व्यवहारी अपूर्णाकांचें वर्गमूळ काढणें ज्ञात्यास अंश व छेद ह्यांचीं वर्गमूळें वेगळालीं काढावीं, अथवा त्या अपूर्णाकास दशांशरूप देऊन मग वर्गमूळ काढावें, जसें,

उदाहरण पहिले.

$\frac{२५}{३६}$  ह्याचें वर्गमूळ काढ.

$$\sqrt{\frac{२५}{३६}} = \frac{\sqrt{२५}}{\sqrt{३६}} = \frac{५}{६} \text{ हें उत्तर.}$$

उदाहरण दुसरे.

$\frac{५}{१२}$  ह्याचें वर्गमूळ काढ.

$$\sqrt{\frac{५}{१२}} = ०.४१६, \sqrt{०.४१६} = ०.४५४९७ \text{ हें उत्तर.}$$

## अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ.  $\frac{२७}{१४७}$ ;  $\frac{१२}{१२}$ ; १७ $\frac{३}{४}$  } ह्यांचीं वर्गमूळें काढ  
 २ उ. १७.४१; १२१; ॥३॥

## घनमूळ.

घनमूळ काढतांना खाली दिलेल्या दाहा अंकांचे घन विद्यार्थ्यांचे लक्षांत असले पाहिजेत.

$$\begin{array}{l|l|l} १^३ = १ & ४^३ = ६४ & ७^३ = ३४३ \\ २^३ = ८ & ५^३ = १२५ & ८^३ = ५१२ & १०^३ = १००० \\ ३^३ = २७ & ६^३ = २१६ & ९^३ = ७२९ \end{array}$$

दिलेल्या संख्येंतील एकंच्या स्थानचे अंकावर (०) असें चिन्ह करून तेथून डावेकडे दोन दोन अंक टाकून तिसरे तिसरे अंकावर चिन्हें करावीं, तीं अशां कीं, तीन तीन अंकांचा एकेक भाग होईल; शेवटला भाग मात्र कधीं कधीं

पूर्ण न होतां एक किंवा दोन अंकांचा होईल. संख्येंत दशांश असल्यास दशांश चिन्हापासून उजवेकडे तिसरे तिसरे अंकावर चिन्हें करावीं. शेवटल्या भागांत अंक कमी असल्यास दशांश शून्यें देऊन भाग पुरा करावा.

नंतर डावेकडील पहिल्या भागांत कोणते संख्येचा घन वजा जाईल, तें पाहून ती संख्या उजव्येकडे भागाकारस्थळीं लिहावी ; आणि तिचा घन पहिल्या भागांत वजा करून बाकी राहिल तीवर दुसरा भाग घ्यावा ; म्हणजे हा नवा भाज्य झाला. ह्यास भाजक पाहिजे तो काढण्याची रीति.

भागाकारस्थळीं जो घनमूळांक आहे, त्याचे वर्गाची तिप्पट करावी, आणि तिच्या खालीं त्या घनमूळ अंकाची तिप्पट एक अंक पुढें जाई अशी मांडून बेरीज घ्यावी, ही भाजक होय. आतां ही बेरीज भाज्यांकांतील वरचा एक अंक सोडून बाकीचे अंकांत जितके वेळां वजा जात असेल, तो वेळांक भागाकारस्थळच्या अंकावर लिहावा.

नंतर पहिले घनमूळ अंकाच्या वर्गाचे तिपटीस ह्या वेळांकांनै गुणावें, व घनमूळ अंकाच्या तिपटीस वर्गांनै गुणावें, आणि ह्या वेळांकाचा घन करून त्या गुणाकाराखालीं मांडावा. हे दोन्ही गुणाकार व घन हे सर्व एकेक अंक पुढें जात असे लिहावे, नंतर त्यांची बेरीज करून ती भाज्यांकांत वजा करावी, आणि बाकी राहिल तिजवर तिसरा भाग घ्यावा.

आतां ह्या भाज्यांकास भाजक वरच्या रीतीनेच काढावयाचा, परंतु ह्या वेळेस भागाकारस्थळीं जे दोन अंक आले आहेत, तेवढा घनमूळांक धरावा. ह्याप्रमाणें शेवटपर्यंत करावें. जसें,

$३२ \times ३ = २७$	४८२२८.५४४(३६.४)
$३ \times ३ = ९$	२७
<hr/>	
२७९	२१२२८
$३ \times ३२ \times ६ =$	१६२
$३ \times ३ \times ६^२ =$	३२४
$६^३ =$	२१६
<hr/>	
$६३^२ \times ३ = ३८८८$	१९६५६
$३६ \times ३ = १०८$	
<hr/>	
३८९८८	१५७२५४४
$३६२ \times ३ \times ४ =$	१५५५२
$३६ \times ३ \times ४^२ =$	१७२८
$४^३ =$	६४
<hr/>	
	१५७२५४४
<hr/>	
	०००००००

ह्या उदाहरणांत पहिल्यानें पूर्णांकांतिल ८ ह्या अंकावर चिन्ह करून, तेथून डावेकडे दोन अंक टाकून तिसरे अंकावर चिन्ह केलें; तसेंच दशांशांत पहिले दोन अंक सोडून तिसऱ्या अंकावर चिन्ह केलें. तेव्हां ४८, २२८, ५४४, असे भाग झाले.

आतां पहिला भाग ४८ ह्यांत ३ चा घन वजा

जातो, झणून ३ हा घनमूळांक भागाकार स्थळीं लिहून त्याचा घन २७ हा ४८ त वजा केला, बाकी राहिले २१, त्यावर घेतले २२८, तेव्हां २१२२८ हा नवा भाज्य झाला.

नंतर घनमूळांक ३ ह्यांचे वर्गास ३ नीं गुणून गुणाकार २७ आला, त्याचे खालीं ३ ची तिप्पट ९, हें एक स्थळ पुढें अंक जाई असे मांडून बेरीज केली ती २७९ आली, ही भाजक होय. हिनें २१२२ ह्यांस ६ चा भाग जातो, झणून ६ हे भागाकार स्थळीं लिहिले. आतां  $३ \times ३^२ \times ६$ ;  $३ \times ३ \times ६^२$ ;  $६^३$  हे गुणाकार एकेक अंक पुढें जात असे एकाखालीं एक मांडून बेरीज केली ती १९६५६ आली, ती २१२२८ ह्यांत वजा केली, बाकी राहिले १५७२, त्यावर तिसरा भाग ५४४ घेतला, तेव्हां झाले १५७२५४४. ह्यांस भाजक, ३६ हा घनमूळांक धरून पूर्वीप्रमाणेंच काढला तो असा,

$३६^२ \times ३$  आणि  $३६ \times ३$ , हे गुणाकार एकेक अंक पुढें जात असे मांडून बेरीज केली, ३८९८८ हा भाजक आला, ह्यानें १५७२५४४ ह्यांस ४ चा भाग जातो, झणून पूर्वीप्रमाणें  $३ \times ३६^२$

$\times 8; 3 \times 36 \times 8^2; 8^3$ ; हे सर्व गुणाकार एकेक अंक पुढें जात असे मांडून बेरीज केली ती १५७२५४४ आली. ही १५७२५४४, ह्यांत वजा केली. बाकी शून्य राहिलें.

दिलेल्या संख्येंतील दशांश स्थळांत एकच भाग आहे, म्हणून उत्तरांत एका अंकाच्या मागें द्वयजे ४ च्या मागें दशांश चिन्ह केलें.

उत्तर. ३६.४ हें घनमूळ.

ही कृति लांब आहे व ध्यानांत ठेवण्यास कठीण ह्याजकरता पुढील उदाहरणें विद्यार्थ्यांनीं आळस न करतां लक्ष देउन करावीं.

**आभ्यासाकरितां उदाहरणें.**

१ उ. ५७१४८२.१९० ; १६२८.१५८२.	} ह्यांचीं घनमूळें काढ.
२ उ. १३३२; ३२१४ ; २१०३५.८९.	
३ उ. $\frac{२७}{८}$ ; १५०११. ; १५ $\frac{३}{४}$ .	
४ उ. $\frac{६}{५}$ ; १०० ; १००००००.	
५ उ. ८०००; १२५ ; १००१.	

**श्रेढी.**

जेव्हां संख्या एकसारख्या अनुक्रमानें कोणत्याही एका नियमानें वाढत असतात, किंवा कमी होत जातात, तेव्हां त्या ओळीस श्रेढी म्हणतात. हिचे दोन प्रकार आहेत.

**पहिला प्रकार.** ज्या ओळींतील संख्या सारख्या अंतरानें वाढतात, किंवा कमी होतात, तीस गणित प्रमाण श्रेढी म्हणतात. जसें,

संख्या. ५, ८, ११, १४, १७, २०, २३, २६ इ.

अंतर. ३, ३, ३, ३, ३, ३, ३.

**दुसरा प्रकार.** जेव्हां संख्या कांहीं एका पटीनें ह्यणजे गुणाकारानें वाढतात, किंवा कमी होतात, तेव्हां तीस भूमिति श्रेढी म्हणतात. जसें.

संख्या. ५, १०, २०, ४०, ५०, १६०, ३२०, इ.

गुणक. २, २, २, २, २, २.

चढते श्रेणींत संख्या एकापुढें एक वाढत जातात, आणि उतरते श्रेणींत एकापुढें एक कमी होतात.

श्रेढींतील पहिल्या पदास आदि, शेवटल्या पदास अंत, पदसंख्येस गच्छ, आणि सर्व पदांच्या बेरजेस सर्वधन ह्मणतात.

### गणितप्रमाण श्रेढी.

गणितप्रमाण श्रेढींत ज्या अंतरानें संख्या एकापुढें एक चढत किंवा उतरत जातात, त्या अंतरास उत्तर ह्मणतात.

श्रेढींतील इच्छिले पदांपैकीं शेवटलें पद काढणें झाल्यास एकोन गच्छास उत्तरानें गुणून तो गुणाकार पहिल्या पदांत, चढती श्रेढी असल्यास मिळवावा, व उतरती श्रेढी असल्यास वजा करावा.

कारण. ५, ९, १३, १७, २१, २५, २९, ह्या श्रेढींतील प्रत्येक पद ४ ह्या उत्तरानें वाढत गेलें आहे, पदांची संख्या ह्मणजे गच्छ ७ आहे, तेव्हां शेवटचें पद ह्मणजे पहिले पदापासून ६ वें पद पहिल्या पदापेक्षा  $६ \times ४ = २४$  ह्यानीं अधिक आहे, उतरती श्रेढी असती तर कमी असतें.

दिलेल्या श्रेढीचें सर्वधन काढणें झाल्यास आदि व अंत ह्यांच्या बेरजेस गच्छानें गुणून त्या गुणाकाराची निम्पट करावी ती सर्वधन होय.

कारण, एका दिलेले श्रेढीचे पदांखाली तींच पदें उलट क्रमानें मांडलीं, आणि त्यांच्या बेरजा केल्या, तर त्या सर्व बेरजा सारख्या येतात. आतां ह्या सर्व ५ ९ १३ १७ २१ २५ २९ = ११९ बेरजांची बेरीज केली, २९ २५ २१ १७ १३ ९ ५ = ११९ तर ती बेरीज वरील ३४ ३४ ३४ ३४ ३४ ३४ ३४ = २३८ दोन्ही श्रेढ्यांच्या बेरजांचे बेरजेबरोबर येईल. व त्या दोन्ही बेर-



जा सारख्या अंत, ह्यणून त्यांतील प्रत्येक बेरीज ह्या बेरजेच्या अर्धरोबर आहे.

वरील उदाहरणांत आदि व अंत ह्यांची बेरीज ३४, ह्या बरोबर सर्वपदांच्या बेरजा आहेत, व ह्या उदाहरणांत गच्छ ७ आहे, ह्यणून सर्व बेरजांची बेरीज  $३४ \times ७ = २३८$  आहे, आणि प्रत्येक श्रेढीतील पदांच्या बेरजेचे दुप्पट आहे. म्हणून श्रेढीतल्या पदांची बेरीज ह्यणजे सर्वधन काढणें झाल्यास आदि व अंत ह्यांचे बेरजेस गच्छानें गुणून आलेल्या गुणाकाराची निम्पट करावी.

**विद्यार्थ्यांनीं पुढचीं प्रमाणे उदाहरणांनीं तपासून पाहावीं.**

१. तीन संख्या गणित प्रमाणांत असल्या तर आदि व अंत ह्यांचे बेरजेबरोबर मध्यपदाची दुप्पट असते.

२. चार संख्या गणित प्रमाणांत असल्या तर आदि व अंत ह्यांची बेरीज मध्यपदाचे बेरजे बरोबर असते.

३. पुष्कळ संख्या गणित प्रमाणांत असल्या तर आदि व अंत ह्यांची बेरीज, आणि त्यांपासून सारख्या अंतरावरच्या कोणत्याही मध्यपदांची बेरीज बरोबर असते. पदें विषम असल्यास मध्यपदाची दुप्पट त्या बेरजेबरोबर असते.

### उदाहरण.

आठ पदांची श्रेढी आहे, तिचें आदिपद ४ व अंतपद १८ आहे, तेव्हां सर्वधन किती होईल ते सांग.

आदिपद ४

अंतपद १८

बेरीज २२

गच्छ ८

२) १७६

८८ हें सर्वधन.

आदि ५, अंत २०, गच्छ १०, . . . . .	सर्वधन १२५
आदि १०, अंत २, गच्छ ४, . . . . .	सर्वधन २४
आदि १, अंत १००, गच्छ १००, . . . . .	सर्वधन ५०५०
आदि ०, अंत ६०, गच्छ ५, . . . . .	सर्वधन १५०

## उदाहरण दुसरें.

आदि पद २, अंतपद १०, तेव्हां मध्यपद कित्ती तें सांग.

आदिअंतपदांची बेरीज  $२ + १० = १२$ , ही मध्यपदाचे दुप्पट आहे ह्याणून मध्यपद ६ हें उत्तर.

## दुसरीं उदाहरणें.

आदि ५, अंत २०, . . . . .	मध्यपद = $\frac{५+२०}{२} = \frac{२५}{२} = १२\frac{१}{२}$ .
आदि १०, अंत २, . . . . .	म. प. = $\frac{१०+२}{२} = \frac{१२}{२} = ६$ .
आदि १, अंत १००, . . . . .	म. प. = $\frac{१+१००}{२} = \frac{१०१}{२} = ५०\frac{१}{२}$ .
आदि ०, अंत ६०, . . . . .	म. प. = $\frac{०+६०}{२} = \frac{६०}{२} = ३०$ .

## उदाहरण तिसरें.

आदिपद २, उत्तर ३, गच्छ १०, ह्यांपासून शेवटचें पद काढ. उत्तर एकोन गच्छांनै गुणून आदिपदांत मिळवावें.

$३ \times ९ + २ = २७ + २ = २९$  हें शेवटचें पद.

## दुसरीं उदाहरणें.

आदि १०, गच्छ १०, उत्तर ५, . . . . .	अंतपद = ४५.
आदि १०, गच्छ २५, उत्तर ११, . . . . .	अंतपद = ३६.
आदि २०, गच्छ ५१, उत्तर १०, . . . . .	अंतपद = ३२.
आदि ५, गच्छ ५, उत्तर ५, . . . . .	अंतपद = २५.

## उदाहरण चौथें.

एका श्रेढींत १० पदें आहेत, आदि ५, अंत ३२, तेव्हां मधलीं पदें कोणतीं तीं सांग.

आदि पदापुढें अंतपदापर्यंत ९ पदें झालीं, आणि आदि अंत

ह्यांची वजावाकी २७ ह्यणून प्रत्येक पदांचें अंतर ह्यणजे उत्तर  
 $= \frac{२७}{१} = ३$  आहे. ह्यावरून श्रेढीचीं पदे,

५, ८, ११, १४, १७, २०, २३, २६, २९, ३२, हीं आहेत.

दुसरीं उदाहरणें.

श्रेढीचीं पदे २५, आदि १०, अंत १०६, .. उत्तर = ४.

„ पदे १२, आदि २, अंत ११२, .. उत्तर = १०.

„ पदे १०२, आदि २, अंत २०४, .. उत्तर = २.

„ पदे ४, आदि १, अंत २११, .. उत्तर = ११.

उदाहरण पांचवें.

आदिपद १०, अंत १०६, उत्तर ४, तेव्हां श्रेढींत पदे किती  
 आहेत तीं सांग.

$$\text{गच्छ} = \frac{\text{अंत-आदि}}{\text{उत्तर}} + १ = \frac{१०६-१०}{४} + १ = \frac{९६}{४} + १ = २५.$$

दुसरीं उदाहरणें.

आदि २, अंत ११२, उत्तर १०, .. श्रेढीचीं पदे = १२.

आदि २, अंत ५०४, उत्तर २, .. श्रे. प. = १०२.

आदि २११, अंत १, उत्तर ११, .. श्रे. प. = ४.

आदि ३२, अंत ५, उत्तर ३, .. श्रे. प. = १०.

अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. एक गृहस्थ पर्वतीस गेला, तेव्हां त्यानें पहिले पायरीवर एक  
 सुपारी, दुसरीवर ३, तिसरीवर ५, ह्याप्रमाणें १०८ पायऱ्यां-  
 पर्यंत चढल्या सुपान्या ठेविल्या. तेव्हां सर्व सुपान्या किती  
 झाल्या; व एक शेरांत १०० सुपान्या रहातात, तर ह्याप्रमाणें  
 सर्व सुपान्या किती शेर होतील?

२ उ. आदि २११, अंत १५१११, आणि गच्छ २२ तेव्हां सर्वधन काय?

३ उ. २४ तासांत घडयाळाचे ठोके किती वाजतात तें सांग. १२ तास  
 वाजल्यावर फिरून १, २, ३, ह्याप्रमाणें वाजूं लागतात.

४ उ. दोन वाटसरांमध्ये २५ कोसांचें अंतर होतें, त्यांत जो मागें  
 होता तो दररोज १० कोस चालतो. व पुढें होता तो १२

कोस चालतो, तेव्हां त्या दोघांत, २५० कोस अंतर किती दिवसांनी पडेल तें सांग,

५ उ. एका हौदास पांच नळ होते, त्यांत एका घटकेंत, एकांतून २ घागरी, दुसऱ्यांतून ६ घागरी, तिसऱ्यांतून १० घागरी, ह्याप्रमाणें प्रत्येक नळांतून पाणी येतें, तर पांची नळ एकदम सोडले तर एका दिवसांत किती घागरी पाणी येईल तें सांग.

### भूमिति श्रेढी.

भूमिति श्रेढींत पदें ज्या प्रमाणानें एकापुढें एक वाढत जातात किंवा कमी होत जातात, त्यास गुणोत्तर छणतात. दोन पदांचें गुणोत्तर काढणें तर पहिल्या पदानें दुसऱ्या पदास भागावें, भागून येईल तें गुणोत्तर होय. जसें,

$$\begin{array}{l} २, ६, १८, ५४ \text{ ह्यांचें गुणोत्तर } ३ \text{ आहे.} \\ ५४, १८, ६, २ \text{ ह्यांचें गुणोत्तर } \frac{१}{३} \text{ आहे.} \\ १६, ८, ४, २ \text{ ह्यांचें गुणोत्तर } \frac{१}{२} \text{ आहे.} \end{array}$$

भूमिति श्रेढीचें अंतपद काढणें झाल्यास गुणोत्तराचा एकोनगच्छा इतका घात करून त्यानें आदिपदास गुणावें, छणजे अंतपद येईल. अंतपद दिलें असल्यास त्यास त्या घातानें भागावें छणजे आदिपद येईल.

### उदाहरण.

आदिपद २, गुणोत्तर ३, चवथें पद काय तें सांग.

चवथेंपद २, गुणोत्तर  $\frac{१}{३}$ , आदिपद काय तें सांग.

आदि पद २

गुणोत्तर ३

$$\text{दुसरें पद } ६ = २ \times ३$$

$$\text{तिसरें पद } १८ = २ \times ३^२$$

$$\text{चवथेंपद } ५४ = २ \times ३^३$$

अंत चवथें पद २

गुणोत्तर  $\frac{१}{३}$

$$\text{तिसरें पद } ६ = २ \div \frac{१}{३}$$

$$\text{दुसरें पद } १८ = २ \div \left(\frac{१}{३}\right)^२$$

$$\text{प्रथम पद } ५४ = २ \div \left(\frac{१}{३}\right)^३$$

दुसरीं उदाहरणें.

आदि पद ३, गुणोत्तर २, सहावें पद काय ?

$$\text{सहावें पद} = ३ \times २^४ = ३ \times ३२ = ९६.$$

आदि १, गुणोत्तर ५, ,, ५ वें पद = ६२५.

अंत १००, गुणोत्तर ११, ,, ३ रें पद = २५.

आदि २०, गुणोत्तर ११, ,, ४ थें पद = ६७१.

जेव्हां तीन संख्या भूमिति प्रमाणांत असतात, तेव्हां आदि व अंत ह्यांचा गुणाकार मध्यपदाच्या वर्गाबरोबर असतो.

उदाहरण दुसरें.

आदि पद. ३ आणि गुणोत्तर २.

पहिलें पद . . . . . ३.

मधलें द्व० दुसरें पद . . . . ६ = ३ × २

अंत पद द्व० तिसरें पद १२ = ३ × २<sup>२</sup>

$$\begin{aligned} \text{आदि अंताचा गुणाकार} \dots &= ३ \times १२ = ३ \times ३ \times २ \times २ \\ &= ३^२ \times २^२ = \text{मध्यपदाचा वर्ग.} \\ &= ९ \times ४ = ३६ \\ &= ३६. \end{aligned}$$

दुसरीं उदाहरणें.

आदिपद ४, अंत पद ९, मध्यपद = ६ =  $\sqrt{४ \times ९}$

आदि १५, अंत ६०, .. म. प. = ३० =  $\sqrt{१५ \times ६०}$

आदि २, अंत २५, म. प. =  $\sqrt{५०}$ .

भूमिति श्रेढीच्या पदांचें सर्वधन काढणें आहे, तर आदि व अंत ह्यांच्या वजाबाकीस एकोन गुणोत्तरानें भागावें, आणि त्यांत आदि किंवा अंत ह्यांतून मोठें पद असेल तें मिळवावें,

उदाहरण तिसरें.

आदिपद २, अंतपद १०२४, गुणोत्तर २ सर्वधन काय घेईल तें सांग.

$$\text{सर्वधन} = \frac{१०२४-२}{२-१} + १०२४ = १०२२ + १०२४ = २०४६.$$



ह्यावरून असे सिद्ध होते, कीं समांतरबाजूकोनाचे क्षेत्रफळावरोबर, त्याची लांबी व रुंदी ह्यांचा गुणाकार करून जें येईल तें आहे. गुणाकार करण्याच्या पूर्वी गुण्य व गुणक हे सजातीय मात्र करावे.

उदाहरण.

१०० हात लांब व २० हात उंच अशा भिंतीस चुना लावावयाचा आहे, व त्याचा दर, एक चौरस हातास पाव आणा आहे, तेव्हां सर्व चुन्याचा आकार काय होईल ?

$१०० \times २० = २०००$  इतके चौरस हात जागेस रंग द्यावयाचा आहे, आणि रंगाचा दर, चौरस हातास ८१ आहे ह्मणून एकंदर खर्च २००० पाव आणे ह्मणजे ३११ रुपये लागेल.

२ रें उदाहरण. ६० हात लांब आणि १५ हात रुंद अशा छपरावर कौलें घालावयाची आहेत, त्यास एक चौरस हात जागेंत २५ कौलें राहतात, आणि कौलांचा दर, शेकडा ८॥ आहे तेव्हां एकंदर किती रुपयांची कौलें लागतील ?

छपर  $६० \times १५ = ९००$  इतके चौरस हात आहे, व एक हात जागेंत २५ कौलें राहतात, तेव्हां सर्व छपरास  $९०० \times २५ = २२५००$  इतकी कौलें लागतील, व एकंदर खर्च  $\frac{२२५०० \times ८॥}{१००} =$

५६२॥ आणे = ३५४ = ॥ रुपये.

एक हात लांब, एक हात रुंद, व एक हात उंच, असे जें भरीव त्यास घन हात ह्मणतात.

एक ओटा १० हात लांब ६ हात रुंद आणि २ हात उंच असला तर त्याचें घनफळ  $१० \times ६ \times २ = १२०$  हात आहे.

कारण, खालचे ओळीत  $१० \times ६ = ६०$  घनहात आहेत, व असे दोन थर आहेत ह्मणून एकंदर १२० घनहात झाले.



ह्यासाठी भरीव पदार्थाचें घनफळ काढणें झाल्यास लांबी रुंदी व उंची ह्यांचा गुणाकार करावा.

उदाहरण पहिलें.

८० हात लांब २० हात उंच आणि १॥- हात रुंद अशी भिंत बांधावयाची आहे, तर, तिचें काम एकंदर किती हात होईल, व शेंकडा बारा आणि प्रमाणें त्या कामाचा आकार काय होईल?

$८० \times २० \times १॥ = २४००$  घनहात एकंदर काम आणि  $२४ \times १२ = २८८$  अणे ह्यणजे १८ रुपये आकार हें उत्तर.

उदाहरण दुसरें.

एक टांकें ३ हात लांब २ हात रुंद आणि १ हात ओंड असें आहे त्यांत १० घागरी पाणी राहतें, तर १५ हात लांब १० हात रुंद आणि १२ हात ओंड असा एक हौद आहे त्यांत किती घागरी पाणी राहिल?

$३ \times २ \times १ = ६$  घनहात जागेंत १० घागरी पाणी राहतें तेव्हां  $१५ \times १० \times १२ = १८००$  घनहात जागेंत  $\frac{१८०० \times १०}{६} = ३०००$  घागरी पाणी राहिल. हें उत्तर.

कारागौर लोकांच्या कामाचा आकार करण्याकरितां ह्या पुढील गोष्टी क्षलांत ठेवण्याजोग्या आहेत.

तक्तपोशी, फरसबंदी, भिंती, वगैरे ह्यांची मोजणी गजानें किंवा हातानें किंवा फुटानें करितात.

धोंडे किंवा खडी, ब्रासावर मोजतात. एक ब्रास ह्यणजे

११६ घनफूट.

माती, रेती, वगैरे टोपल्यांनीं किंवा गाड्यांनीं मोजतात. तीन टोपल्यांत सरासरी एक घनफूट माती राहते, व एका गाडींत ६ घनफूट राहते.

हौदांतील किंवा टाक्यांतील पाणी घागरीनें मोजतात. एका घागरींत सरासरी एक घनफूट पाणी राहतें.



धान्याचीं पैवें, कोठारें, भोत, वगैरे ह्यांत धान्य किती राहिल ह्याचा अजमास फरे, किंवा खंडी, किंवा पळे ह्यांनीं करतात. एक घनहात जागेंत दोन फरे धान्य राहतें. व पुण्याच्या एक खंडी धान्यास ४० घनफूट जागा लागते.

अरेकसाचें काम दोरीनें किंवा गजानें मोजतात. एक गज ह्यणजे २४ तसू लांब आणि ६ तसू रुंद; व एक दोरी ह्यणजे ४ गज किंवा १२ फूट लांब आणि ६ तसू किंवा ९ इंच रुंद.

गर्भावरून घेर काढणें झाल्यास ७ : २२ हें प्रमाण घेतात, व कोठें ठोकळ मान काढणें झाल्यास गर्भाच्या तिप्पट घेर धरतात, गर्भ ह्यणजे व्यास.

विहिरीची खोली सांगणें झाल्यास अमुक पुरुष खोल आहे असें सांगतात. एक पुरुष ह्यणजे एक बांब किंवा ७ फूट लांब दोरी.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

१ उ. १० हात लांब १० हात रुंद व २ हात उंच असा ओटा घालावयाचा आहे, त्यास विटा किती लागतील? जर प्रत्येक विटा १० अंगुळें लांब ६ अंगुळें रुंद आणि ३ अंगुळें जाड आहे, व विटांचे प्रत्येक थरावर मातीचा थर २ अंगुळें जाडीचा द्यावयाचा आहे.

२ उ. एक चिरेबंदी वाटोळा बुरूज ६० हात उंच आहे, त्याचे भिंतीची जाडी ३ हातांची आहे व पोकळीचा गर्भ १५ हात आहे, आणि त्या सर्व बुरजास चिरे एकेक हाताचे आहेत, तेव्हां सर्व चिरे किती तें सांग.

३ उ. एक विहीर २० हात खोल आहे, तिचे पोकळीचा गर्भ १२ हात आहे, व बांधीव कामाची रुंदी १॥ हात आहे, तेव्हां या विहिरीचे बांधीव कामाचा आकार शंभर हातांस १२ रुपये प्रमाणें किती होईल?

- ४ उ. ८० फूट औरस चौरस एक चौक आहे, त्यातील प्रत्येक कोपण्याची एक फूट औरस चौरस, व मधील १० फूट लांब आणि ८ फूट रुंद, इतकी जागा सोडून बाकीच्या जागेस फरसबंदी करणे आहे, तर किती चौरस फूट चिरे लागतील तें सांग.
- ५ उ. १० फूट रुंदीच्या सडकेवर दोन मैलांपर्यंत खडी टाकावयाची आहे, आणि दहा फूट जागेस एक गाडी खडी लागते, तेव्हां एकंदर खडी किती लागेल ?
- ६ उ. ६० हात लांब आणि २० हात रुंद अशा दिवाणखान्यास पटई करावयाची आहे, व ४ हात लांब आणि पाऊण हात रुंद अशा तऱ्यास २ रुपये पडतात, तेव्हां त्या सर्व पटईस किती रुपयांचे तक्ते लागतील ?
- ७ उ. ५ टोपण्या खडी फोडावयास एक दिवस लागतो, तर एक ब्रास फोडण्यास किती दिवस लागतील ?
- ८ उ. ४० हात लांब, ३० हात रुंद, आणि १० हात ओंड, अशा जागेत गळा किती राहिल ? एक हात छणजे १॥ फूट.
- ९ उ. एक हौद २५००० घागरी पाणी राहिल असा आहे, त्याची लांबी ४० फूट व रुंदी ३० फूट आहे, तेव्हां तो ओंड किती असेल तें सांग.
- १० उ. १० काठया रुंदीचें एक विधा शेत आहे, त्याचे भोंवताली दगडाची भिंत १॥ हात रुंद आणि २ हात उंच अशी घालावयाची आहे, तर तीस शेकडा ५ रुपयेप्रमाणे किती खर्च लागेल ?

### प्रश्नसमुदाय.

- १ प्र. एका गाडीच्या चाकाचा घेर १६॥ फूट आहे, तर लंदन पासून अक्सफर्डपर्यंत त्या चाकाचे किती फेरे होतील ? त्या दोन शहरांमध्ये अंतर ५९ मैल आहे.
- २ प्र. एका जमिनीचें उपन्न ४०० पौंड आहे आणि त्या उत्पन्नावर कर दर पौंडास २ शिलिंग ९ पेन्स आहे, तेव्हां तो पैसा वजा जाऊन बाकी उत्पन्न किती होईल तें सांग.
- ३ प्र.  $\frac{१८५४}{१०३९५}$  ह्यास अतिसंक्षेपरूप दे. १ पौंड १५ शिलिंग ६ पेन्स ह्यांस अपूर्णाकांत गिनीचें रूप दे. अर्ध्या गिनीचे  $\frac{३}{४}$  ह्याची

किंमत काढ. आणि  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  चे  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$  ह्यांची बेरीज कर.

४ प्र. २१॥. गिनी बारांजणांस वांटून दे.

५ प्र. १४५ बिघे, १ पांड, २२ काठ्या, इतक्या जमिनीचा सारा दर विध्यास १० रुपये, ५ आणे ३ पै, प्रमाणें काय होईल!

६ प्र. एका शेतांत एके वर्षी १५० खंडी गहू झाले, आणि ते ४८ रुपये खंडीप्रमाणें विकले; दुसऱ्या वर्षी गव्हांचा दर उतरून ३६ रुपयांनीं खंडी झाला, परंतु त्या वर्षी पीक चांगलें झाल्यामुळें त्या शेताचें उत्पन्न मागल्या वर्षाइतकेंच झालें: तेव्हां त्या वर्षी गहू किती झाले तें सांग.

७ प्र. एक तक्ता ३॥. तसू जाड आणि ६॥. तसू रुंद आहे, त्यांतून ६॥. गज भरे इतका घेणें आहे, तर किती गज लांब घ्यावा!

८ प्र. एका गृहस्थाचे गुजराथ रेलवेमध्ये, प्रत्येक वांटा १०० रुपयांचा, असे ५० वांटे होते, ते त्यानें १७० रुपयांच्या दराने विकून त्या पैशाची दर शेंकडा ९३ $\frac{1}{2}$  भावाची ठेव घेऊन शेंकडा ३ $\frac{1}{2}$  रुपये व्याजानें ठेविली, तेव्हां त्यास दरसाल किती रुपये व्याज येईल तें सांग.

९ प्र. ३ शेर चाहाची किंमत ४ शेर काफीच्या किमतीबरोबर आहे आणि ६ शेर काफीची किंमत २० शेर साखरेच्या किमतीबरोबर आहे, तेव्हां ९ शेर चाहाबद्दल किती साखर येईल तें सांग.

१० प्र. एक जमीन ५४ बिघे ४ पांड, १५॥. काठ्या आहे, दुसरी ३९ बिघे, ९३॥. काठ्या आहे, आणि तिसरी ५४॥ बिघे आहे, त्यांतून खडकळ जमीन ११ बि. २ $\frac{2}{3}$  पांड वजा करून बाकीच्या जमिनीचे सारखे ६० भाग करणें आहेत, तर एकेका भागांत किती जमीन येईल!

११ प्र. २८८०९९१३१ ह्यांचें घनमूळ काढ. आणि ७३६७ चौरस हात व ५२ चौरस तसू इतकें ज्या चौरस जमिनीचें क्षेत्रफळ आहे तिची एक बाजू किती येईल तें सांग.

१२ प्र. जर गव्हांचा एक दाणा पेरला तर त्यापासून दहा दाणे उत्पन्न होतात, व एका शेतांत ७५८९ गहू राहतात, तर गव्हांच्या एका दाण्यापासून दहा वर्षांत किती खंडी गहू होतील तें सांग.

१३ प्र. साडेचार रुपयांचे व्यापारांत दीड आणा तोटा आला, तेव्हां ह्या मानानें शेंकडा किती तोटा तें सांग.

१४ प्र. सेंटिग्रेड ह्यणून एका प्रकारचें उष्णमापक यंत्र आहे, त्यांत ० अंशावर पारा असतो तेव्हां पाणी थिजतें, व १०० अंशावर असतो तेव्हां पाण्यास कढ येतो; तसेंच फारेनहाईट ह्यणून दुसऱ्या एका प्रकारचें उष्णमापक यंत्र आहे, त्यांत ३२ अंशावर पारा असतो, तेव्हां पाणी थिजतें, व २१२ अंशावर असतो तेव्हां पाण्यास कढ येतो; तेव्हां फारेनहाईटच्या ६८ अंशांबरोबर सेंटिग्रेडचे किती अंश होतील!

१५ प्र. अडीच रुपयांनीं मण ह्या भावाचें दूध १५ मण घेतलें, त्यांत पाणी मिसळून तें मिश्र २ रुपयांनीं मण विक्रावयाचें आहे, तर पाणी किती मिसळवें तें सांग.

१६ प्र. १०० रुपयांची हुंडी आहे तिची मुदत भरण्यास १५ दिवसांचा अवकाश आहे, परंतु काहीं कारणांनं दीड रुपया शेंकडा प्रमाणें व्याज कापून आज ९९। रुपये घेतले, तेव्हां वाजवी आज जितके रुपये मिळवे त्यापेक्षां कमी किती आले तें सांग.

१७ प्र. रुपयांचे  $\frac{३}{४}$  ह्यांची पूर्णांकांत किंमत काढ. १३ आणे  $\frac{८}{१०}$  ह्यांस रुपयाचें अपूर्णाकरूप दे. आणि १ दिवस ६ घटका ह्यांच्या कितव्या अंशाबरोबर १ घटका  $\frac{७}{३}$  पळें आहेत तें सांग.

१८ प्र. एका गृहस्थानें १००० रुपये देऊन शेंकडा ३ रुपये व्याजाची ठेव ९०  $\frac{१}{४}$  भावानें घेतली, व पुढें त्या ठेवीचा भाव ९१  $\frac{१}{४}$  रुपये झाला, तेव्हां ती विकून दुसरी ठेव ३।। रुपये शेंकडा व्याजाची ९  $\frac{३}{४}$  भावानें घेतली, तेव्हां त्याला व्याजाचा फायदा दरसाल किती रुपये झाला तें सांग.

१९ प्र.  $\frac{८८४७३६}{१०००००}$  ह्यांचें घनमूळ काढ. व  $\frac{९५९५९}{६२५}$  ह्यांचें चतुर्घातमूळ काढ.

२० प्र. सरकारानें चार गांव मिळून खंडणी ८७० रुपये घेण्याचा ठराव केला, त्या चार गांवांत वसाहत, एका गांवांत २५० मनुष्ये, दुसऱ्यांत ३००, तिसऱ्यांत ४००, आणि चौथ्यांत ५०० ह्या प्रमाणें आहे, तेव्हां प्रत्येक गांवावर खंडणी काय येईल तें सांग.

२१ प्र. अ १० दिवसांत जें काम करतो, तेंच काम ब १३ दिवसांत करतो, तर तें काम दोघे मिळून करूं लागल्यास किती दिवसांत करतील?

२२ प्र. कोणी दुकानदार ५॥ रुपयांनीं एक हजार पेने विकतो तेव्हां त्यास मूळ किमतीचे  $\frac{3}{4}$  नफा होतो, तेव्हां शेंकडा नफा किती व जर तो ६ रुपये १२ आण्यांनीं हजार प्रमाणें विकता तर त्यास मूळ किमतीवर नफा किती होता, व शेंकडा नफा काय पडेल?

२३ प्र.  $\frac{3092}{2009}$ ;  $1\frac{7}{12} + \frac{4}{15} + 188\frac{11}{21}$ ;  $2\frac{13}{34} - \frac{19}{25}$ ;  $\frac{3}{8}$  चे  $\frac{6}{10} \times \frac{4}{15}$  चे  $\frac{11}{10}$  चे  $\frac{21}{23}$ ; आणि  $6387 \div 2\frac{3}{8}$ , ह्या सर्वांस अतिसंक्षेपरूप दे.

२४ प्र. ०१५९५१६९ ह्यांचें वर्गमूळ काढ.

व १६९३४.९९४४३२ ह्यांचें घनमूळ काढ.

२५ प्र. अ. ब. क. ह्या तिघांनीं मिळून एक कुरण  $60\frac{1}{2}$  रुपयांस घेतलें. त्यांत अ ने ५ ह्यशी ४॥ महिने चारल्या, ब ने ८ म्हशी ५ महिने चारल्या, आणि कने ९ म्हशी ६॥ महिने चारल्या, तेव्हां प्रत्येकीं किती पैसा द्यावा तें सांग.

२६ प्र. पंधरा महिन्यांनीं ज्या रोख्याचे ७५ रुपये मिळावयाचे, त्याचें दरसाल दर शेंकडा ५ रुपये प्रमाणें व्याज कापून देउन आज रुपये घेतले, तर किती येतील?

२७ प्र. काहीं एक काम अ १० दिवसांत करतो व अ आणि ब मिळून तें ७ दिवसांत करतात, तर तें काम एकटा ब किती दिवसांत करील?

२८ प्र. १३४२१७७२८ आणि ८०६७७५६८१६१ ह्यांचीं घनमूळें काढ.

२९ प्र. ६० रुपये २ आणे ६ पै हे चौघांस  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ , ह्या प्रमाणानें वांटून दे.

३० प्र. १०३७ ह्या संख्येचे असे दोन भाग कर कीं त्याचें गुणोत्तर, ७.६२५ आणि ५.३७५ ह्या दोन संख्यांची बेरीज आणि वजाबाकी, ह्यांच्या गुणोत्तराबरोबर होईल.

३१ प्र. एका हौदास पाणी येण्याचे दोन व पाणी जाण्याचा एक

असे तीन नळ होते, त्यांत पाणी येणारे नळपैकीं एकांनं तो हौद ४० मिनिटांत भरतो, व दुसऱ्यांनं ५० मिनिटांत भरतो आणि पाणी जाण्याच्या नळांनं २५ मिनिटांत रिकामा होतो, आतां हे तिन्ही नळ एकदम सोडले तर तो हौद भरावयास किती वेळ लागेल तें सांग. ३२ प्र. अशी एक संख्या आहे कीं जी  $\frac{3}{5}$  चे  $\frac{1}{2}$  चा  $\frac{1}{3}$  ह्यांनीं भागली असतां भागाकार १ येतो, तर त्या संख्येचा वर्ग काय होईल तें सांग.

३३ प्र. कोणी गृहस्थानें एकापासून १२९६ मोहोरा उसन्या घेतल्या, त्यावेळेस त्यांचा दर १५१ रुपये होता, परंतु त्या परत करते वेळेस त्यांचा दर १५ रुपये झाला, तेव्हां त्यास किती मोहोरा द्याव्या लागतील तें सांग.

३४ प्र. ८२४४.६४ आणि ८२४.४६४ ह्यांचीं वर्गमुळें काढ.

३५ प्र. १५ हात लांब आणि ४ हात रुंद असा चर ६ मनुष्यें दर रोज १२ तास काम करून ३ दिवसांत खणतात, तर २० हात लांब आणि ८ हात रुंद असा चर ८ मनुष्यें दररोज ८ तास प्रमाणें काम करून किती दिवसांत खणतील?

३६ प्र. वजनीं १३ मण ७॥ शेर ह्यांस दशांशांत खंडीचें रूप दे १ आणा  $\frac{1}{2}$  पै ह्यांचे  $\frac{3}{5}$  ह्यांस अपूर्णाकांत रुपयांचें रूप दे. १००१ ह्यांस ३९०६२५ ह्यांनीं, व १००१ ह्यांस ०००३५९०६२५ ह्यांनीं, व १००१ ह्यांस ३९०.६२५ ह्यांनीं भाग.

३७ प्र. ३॥॥ रुपये किमतीचें एक पुस्तक विक्रावयाचें आहे, तें विकण्याबद्दल कमिशन शेंकडा ६ रुपयेप्रमाणें द्यावें लागतें, व त्यावर नफा शेंकडा २४ रुपये प्रमाणें मिळावा अशी इच्छा आहे, तर त्याची किंमत काय ठेवावी?

३८ प्र. सूर्य ३६५ दिवस, ५ आवर, ४८ मिन्युटें इतक्या वेळांत ३६० अंश चालतो तर तो एका दिवसांत किती कळा\* चालेल?

३९ प्र. १० पुरुष १३ बायका आणि २५ मुलें ह्यांस १५ रुपये वांटून दे, ते असे कीं पुरुषास बायकोच्या दुप्पट व मुलास बायकोच्या निमे येतील.

४० प्र. एक असा अपूर्णाक आहे कीं त्यास  $\frac{1}{2}$  च्या घनानें गुणून

\* १ अंश = ६० कळा, आणि १ कळे = ६० विकळा.

गुणाकर  $१\frac{१}{२}$  च्या वर्गमुळानें भागला तर भागाकार  $\frac{३}{४}$  येतो, तेव्हां तो अपूर्णाक कोणता तो सांग.

४१ प्र. २४ हात ४ तसू रुंद, आणि ९६ हात ६ तसू लांब, अशा जाभिर्नीत मका पेरला आहे, व तो दर चौरस हातास ४-॥ आणा ह्या भावानें विकणें आहे, तर त्याची किंमत काय होईल?

४२ प्र. ३० चे  $\frac{१}{४}$  चा  $\frac{१}{३}$  चे  $\frac{१}{५}$  इतकीं मॅटॅरें २१० चे  $\frac{३}{४}$  चे  $\frac{२}{३}$  चे  $\frac{१}{५}$  इतक्या रुपयांस विकलीं, तेव्हां प्रत्येक मॅटॅरास काय पडेल तें सांग.

४३ प्र. एका गृहस्थाचें दिवाळें निघालें तेव्हां त्याची जिदगी विकली तिचे २१००० रुपये आले, ते त्याच्या चार सावकारांस त्यांच्या कर्जाच्या प्रमाणानें वांटून देणें आहेत, ते असे कीं क च्या कर्जास : ख चें कर्ज : : २ : ३; ख चे कर्जास : ग चें कर्ज : : ४ : ५; आणि ग चे कर्जास : घ चें कर्ज : : ६ : ७ तेव्हां प्रत्येकाचे हिश्यास काय येईल तें सांग.

४४ प्र. एक घन हात पाण्याचें वजन १०६ शेर भरलें, तर १ हात खोल, १६ हात ७ तसू लांब, आणि ८ हात ४ तसू रुंद इतक्या पाण्याचें वजन किती होईल?

४५ प्र. एका खाणीचें उत्पन्न दरसाल ३२९६ रुपये १३ आणे  $\frac{१}{२}$  पै आहे, त्या खाणींत एकाचे १४ हिस्से आहेत, त्याजबद्दल त्यास १०२५ रुपये १२ आणे  $\frac{१}{२}$  पै मिळाले, तेव्हां त्या खाणींत एकंदर किती हिस्से आहेत, तें सांग.

४६ प्र. २० रुपयांनीं तोळा प्रमाणें शुद्ध सोन्यांत ८ आण्यांनीं तोळा ह्या दराचें हीण घालून ७॥ तोळे वजनाचा एक दागिना केला, त्यांत शुद्ध सोनें चौविसांस : अठरा ह्या प्रमाणानें आहे, व बाकीचें हीण आहे, व तो दागिना करावयास मजुरी शेकडा २५ रुपये प्रमाणें दिली, तेव्हां त्या दागिन्याची एकंदर किंमत काय होईल ती सांग.

४७ प्र.  $१३७६४१;०६४$ ; आणि  $७\frac{१}{२}$  ह्यांचीं वर्गमुळें काढ.

४८ प्र. एक लांकूड १२३ हात ९ तसू लांब, २ हात ४ तसू रुंद, आणि २ हात जाड असें आहे, त्याची दर घन फुटास ॥-॥ प्रमाणें किंमत काय होईल?

- ४९ प्र. वर्तुळ पादाचे, हिंदू लोक ९० अंश मानतात, व फ्रेंच लोक १०० अंश मानतात, तेव्हां हिंदूंचे ३६.४५ अंश व फ्रेंचांचे तेवढेच अंश ह्यांच्या बेरजेबरोबर फ्रेंचांचे किती अंश होतील, व हिंदूंचे किती अंश होतील तें सांग.
- ५० प्र. जर एक मनुष्य एका तासांत ३०२ $\frac{१}{२}$  चौरस गज जमिनीवरील गवत कापतो, तर २ $\frac{७}{९}$  दिवसे जमिनीवरील गवत कापावयास तीन मनुष्यांस किती तास लागतील !
- ५१ प्र. कोणी गृहस्थानें ८ महिन्यांनीं रुपये देण्याचा करार करून १५६ रुपयांस एक घोडा घेतला, परंतु मालकास रुपयांची निकड लागल्यामुळें दरसाल दरशेंकडा १४॥ रुपये प्रमाणें व्याज कापून घेऊन बाकीचे रुपये त्यास दिले, आणि लागलाच तो घोडा १८० रुपयांस विकून टाकला, तेव्हां त्यास दर शेंकडा व एकंदर किती नफा झाला तें सांग.
- ५२ प्र. क १२ दिवसांत जें काम करतो, त्याच्या तिप्पट काम ख ८ दिवसांत करतो, आणि ख च्या पांचपट काम ग १२ दिवसांत करतो, तर तेंच काम तिघे मिळून किती दिवसांत करतील !
- ५३ प्र. कोणी व्यापाऱ्यानें आपल्या मालावर शेंकडा २० रुपये प्रमाणें नफा ठेवून त्यांतील कांहीं माल २६ रुपयांस विकला तेव्हां त्यांत मुद्दल किती व नफा किती !
- ५४ प्र. ६ असामींनीं दररोज १२ तास प्रमाणें काम करून २१ दिवसांत १० रुपये मिळविले, तर ह्या दरानें ४ असामी दररोज १० तास प्रमाणें काम करून ३५ दिवसांत किती रुपये मिळवतील !
- ५५ प्र. एक चौरस गज जमिनीत पावणेचार पायली धान्य पिकतें तर २४ हात लांब व १४ हात रुंद अशा जमिनीत धान्य किती पिकेल ! ह्या जमिनीपैकीं कडेची चौफेर दोन दोन हात जमीन बांधांकडे गेली आहे.
- ५६ प्र. २३२ खंडी ह्यांची पूर्णांकांत किंमत काढ; ३ $\frac{१}{२}$  पै ह्या  $\frac{५}{९}$  रुपयांचे कितव्या अंशाबरोबर आहेत तें सांग; व ४'०१'७१ कोश ह्यांची पूर्णांकांत किंमत काढ.
- ५७ प्र. एका गृहस्थास ५ पुत्र होते, त्यांस त्यानें आपल्या अंतःकाळीं ३७५० रुपये रोख, व १५१ रुपयांची एकेक अशा दोन



हुंडीचिठ्या, एक, दोन महिन्यांच्या मुदतीची व एक, तीन महिन्यांच्या मुदतीची, असें ठेवून तो मृत्यु पावला. त्याने आपल्या मृत्युपत्रांत असें लिहून ठेविलें होतें कीं, माझ्या जिंदगीचा  $\frac{1}{4}$  वडील मुलांनै घेऊन बाकीची इतरांनी सारखी वांटून घ्यावी, तेव्हां त्या मुलांनी त्या हुंड्यांचें व्याज दरमाहा दरशेंकडा साहा आणि प्रमाणें धरून जिंदगीची वांटणी केली, तेव्हां प्रत्येकास काय आलें तें सांग.

५८ प्र. कोणी एकां कलकत्यांतील एका कारखान्यांत ७९७८ रुपये देऊन शेंकडा  $३\frac{1}{3}$  रुपये व्याजाचे हिस्से शेंकडा ७७ भावानें घेतले, तेव्हां त्यास वर्षास व्याज किती मिळेल? व ते हिस्से जर शेंकडा  $७७\frac{1}{2}$  भावानें विकले, तर त्यास मुदलावर एकंदर नफा किती होईल तें सांग.

५९ प्र. १५ काठया रुंदीची एक लांब जमीन आहे, तींतून एक बिया जमीन घेणें आहे, तर ती किती काठया लांब घ्यावी?

६० प्र. एका अंशांत  $६९\frac{1}{10}$  मैल असतात, तेव्हां त्यांची किती योजनें होतील?

६१ प्र. एका खोलीचा घेर ३६ गज आहे, आणि उंची ५ गज ४ तसू आहे, तर तिच्या भिंती रंगविण्याबदल दर चौरस यार्डास १ शिलिंग  $१\frac{1}{3}$  पेन्स प्रमाणें किती रुपये पडतील?

६२ प्र.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  आणि  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  ह्यांची वजाबाकी कर.

६३ प्र. १०००० रुपये देऊन शेंकडा ३ रुपये व्याजाची ठेव शेंकडा ९२ भावानें घेतली, व तितकाच पैसा देऊन दुसरी एक ठेव शेंकडा ४ रुपये व्याजाची ११० रुपये भावानें घेतली, तर दोन्ही ठेवींच्या व्याजाचे उत्पन्नांत अंतर किती तें सांग.

६४ प्र. औरस चौरस ३ तसूंचा, व  $\frac{1}{2}$  तसू जाडीचा एक सोऱ्याचा पत्रा ठोकून ठोकून एक चौरस गज होईपर्यंत वाढविला. तर त्याची जाडी किती राहिल.

६५ प्र. २३७७ रुपये ४ आणि ९ पैचा ५७ खंडी खजूर अरब-स्थानांतून मुंबईस आणला, त्याला जकात मुंबई बंदरांत शेंकडा  $१०\frac{1}{3}$  रुपये प्रमाणें दिली, तेव्हां दर खंडीस किती जकात पडली तें सांग.

६६ प्र. दरमाहा दरशेंकडा -।- प्रमाणें ३५० रुपयांचें एक वर्षाचें व्याज, व दरमाहा दरशेंकडा -।-।।- प्रमाणें ४५० रुपयांचें एक वर्षांचे व्याज ह्यांत अंतर किती तें सांग.

६७ प्र. कोणी एक मनुष्य दररोज कर्नाटक प्रांतांतिल १० कोस १२॥ तासांत चालतो, व तिकडील कोस पुणें प्रांतींचे कोसार्शी २: ३ ह्या प्रमाणांत आहे तेव्हां तो मनुष्य १३ दिवसांत पुणें प्रांताचे किती कोस चालेल तें सांग.

६८ प्र. एका देवळाचा सभामंडप ३५ हात लांब आणि १५ हात रुंद आहे, त्याच्या छताच्या भोंवतालीं वेल पाऊणहात रुंदीचा बसविला त्यास १९४ रुपये पडले तेव्हां दर चौरस गज वेलास काय पडलें तें सांग.

६९ प्र. कोणी इनामदारास एके वर्षी त्याच्या गांवचें उत्पन्न १९८७ रुपये झालें त्यापैकीं गांवखर्चाबद्दल त्या पैशाचा  $\frac{1}{3}$  व दुसऱ्या किरकोळ खर्चा बद्दल १०५ रुपये १२ आणे काढून बाकीच्या पैशाची त्यानें एक जमीन घेतली, ती इतकी होती कीं तिच्या उत्पन्नानें ३० वर्षांत मुद्दल पैसा फिटेल तेव्हां तिचें सालीना उत्पन्न किती तें सांग.

७० प्र.  $\frac{1}{3}$  आण्याचे  $\frac{9}{13}$  हे  $\frac{1}{2}$  रुपयाचे काय आहेत?

७१ प्र. १४७० रुपये देऊन दरसाल दरशेंकडा २॥. रुपये व्याजाची ठेव शेंकडा ७५ भावानें घेतली तर वर्षास व्याज किती येईल?

७२ प्र. हल्लीं एका पोंडाची किंमत १० रुपये १० आणे आहे, तेव्हां १३६८ पोंड ७ शिलिंग ५ पेन्स ह्यांचे रुपये किती होतील?

७३ प्र. लंदन शहर ज्या अक्षवृत्तावर आहे त्या अक्षवृत्ताचा घेर १५१२० मैल आहे. तेव्हां लंदन शहराचे दोन्ही बाजूंच्या रेखावृत्तांमध्ये अंतर किती, व तेथून सूर्य आपल्या दृश्यमानगतीनें एका मिनिटांत किती मैल चालतो असें दिसेल?

७४ प्र. ४०३३३ रुपये ३ आणे ४ $\frac{2}{3}$  पै चौघांस वांटून दे; ते असे कीं त्यांचे वांटे १, २, ३, ४, ह्या प्रमाणांत येतील.

७५ प्र. ४ महिन्यांनीं २५२ रुपये ६ पै ध्यावयाच्या. त्यांचें व्याज कापून देऊन आज २४७ रु. १ आ. ८ पै घेतल्या, तेव्हां व्याजाचा दर काय तो सांग.

- ७६ प्र. ५३.३६१ व ३२ $\frac{१}{२}$  ह्यांचीं वर्गमूळें आणि १७७१५६१ ह्यांचें घनमूळ काढ.
- ७७ प्र. ५४० रुपये देऊन शेंकडा ९३। रुपये प्रमाणें नोटी घेतल्या तर किती रुपयांच्या नोटी येतील? नोटी येण्याबद्दल दलाली शेंकडा २ आणि पडत्ये.
- ७८ प्र. एका कुरणांतील गवत ७ बैल किंवा ५ ह्यशी ८७ दिवसांत खाऊन टाकतात, तर तें गवत २ ह्यशी व ३ बैल मिळून किती दिवसांत खातील?
- ७९ प्र. ३६ रुपये ८ आणि ६ पै हे २१ पुरुष २१ बायका आणि २१ मुलें ह्यांस वाटून दे, असे कीं मुलाच्या दुप्पट बायकोस, व बायको आणि मूल ह्यांचे बेरजेबरोबर पुरुषास; तेव्हां प्रत्येक पुरुष, प्रत्येक बायको. आणि प्रत्येक मूल ह्यांस काय येईल तें सांग.
- ८० प्र. कोणी मनुष्यानें आपल्या जवळच्या साकरेपैकीं  $\frac{१}{४}$  चे  $\frac{३}{४}$  चे  $\frac{१}{२}$  साकर दर शोरास ४ आणि ६ पै प्रमाणें विकली, व त्या विकलेल्या साकरेचें वजन ३ मण आणि १३ शोरांचे  $\frac{३}{४}$  चा  $\frac{१}{२}$  इतकें होतें; तेव्हां सर्व साकरेची किंमत काय ती सांग.
- ८१ प्र. एका गाडीच्या चाक्राचा व्यास एक गज आहे, तेव्हां एका मैलांत त्या चाक्राचे किती फेरे होतील? वर्तुळाचा व्यास आणि परिघ ह्यांचें गुणोत्तर, १:३.१४१५९ ह्यांच्या गुणोत्तराबरोबर आहे.
- ८२ प्र. एका हौदास पाणी येण्याचे दोन व पाणी जाण्याचा एक असे ती नळ होणे, त्यांत पाणी येण्याच्या नळापैकीं एकांनें तो हौद ४ घटकांत भरतो, व दुसऱ्यानें ५ घटकांत भरतो, आणि पाणी जाण्याच्या नळांनें २ $\frac{३}{४}$  मिनिटांत रिकामा होतो; आतां त्यांतील पहिला नळ सोडून २ घटका झाल्यावर दुसरा नळ सोडला, व त्यास एक मिनिट झाल्यावर पाणी जाण्याचा नळ सोडला; तेव्हां तो हौद भरावयास किती वेळ लागेल? व प्रत्येक नळांतून पाणी किती येईल तें सांग. ३६१ घागरींचा हौद आहे.
- ८३ प्र. २७२२५ रुपयांची ठेव दरसाल दर शेंकडा २ $\frac{३}{४}$  रु. व्याजाची शेंकडा ७५ रुपये ह्या भावानें घेतली, तर घेणारास काय भावानें व्याज पडेल?

- ८४ प्र.  $\frac{14}{15} - \frac{14}{16} + \frac{13}{17} - \frac{11}{12}$  ह्यांस अतिसंक्षेप रूप दे; व रुपयाचे  $\frac{3}{4}$ , पावल्याचे  $\frac{3}{5}$ , आणि ३ आणे ६ पै ह्यांचे  $\frac{3}{10}$  ह्यांची बेरीज कर.
- ८५ प्र. दरमहा दर शेंकडा  $\equiv$  प्रमाणें ३२५ रुपये ९ आणे ७ पै ह्यांचें व्याज काय येईल तें सांग.
- ८६ प्र. गहू ६ रुपयांनी पळ्या होते, तेव्हां १८ मनुष्यांस ३ दिवसांस १। रुपयाचे गहू लागले, तर ५। रुपयांनी पळ्या गहू असतील तेव्हां ४५ मनुष्यांस २७ दिवसांस किती रुपयाचे गहू लागले असावे?
- ८७ प्र. एका खोलीच्या भितीस आंतून वेलबुटीचे कागद चिकटाव. याचे आहेत, त्या खोलीचा घेर ३० फूट ७ इंच आहे, आणि उंची १० फूट ६ इंच आहे, आणि कागदाची रुंदी १० इंच आहे, तेव्हां कागद किती लांब घ्यावा तें सांग.
- ८८ प्र. एक मण कोळशांस १३ आणे  $\frac{1}{4}$  पै प्रमाणें ३६.४२ मण कोळशांची किंमत काय होईल? व १३ रुपये ११ आणे ९ पै ह्याचे  $\frac{2}{3}$  चा  $\frac{1}{4}$  आणि १० आप्याचे  $\frac{19}{100} \times \frac{1}{10}$  ह्यांत अंतर किती तें सांग.
- ८९ प्र. दरसाल दर शेंकडा ३ रुपये दराच्या व्याजाचे ठेवीचा भाव शेंकडा ८५८ = आहे, तेव्हां ३।। रुपये दराच्या व्याजाचे ठेवीचा भाव काय असला ह्मणजे दोन्ही ठेवीत नफा सारखाच होईल, व एकास ५०००० रुपये देऊन ठेव घ्यावयाची आहे, तर त्यास वर्षास व्याज काय मिळेल तें सांग.
- ९० प्र. कोणी मनुष्याने आपला बाग दरसाल ९२० रुपये प्रमाणें मक्त्यानें दिला, आणि मक्त्याबद्दल दोन वर्षांचा पैसा दरसाल दर शेंकडा ५ रुपये व्याजाप्रमाणें व्याजासुद्धां चुकवून घेतेवेळेस त्यानें त्या कुळास बागेतील घराचे दागदुगीबद्दल त्या सर्व पैशाचा  $\frac{1}{2}$  व कोठाराचे दागदुजीबद्दल  $\frac{1}{3}$  आणि किरकोळ खर्चाबद्दल २१८ = ह्यांप्रमाणें देऊन बाकी पैसा घेतला, तेव्हां त्यास काय मिळालें तें सांग.
- ९१ प्र. १९ फूट  $10\frac{1}{4}$  इंच लांब, १६ फूट  $1\frac{3}{4}$  इंच रुंद, आणि १० फूट ३ इंच उंच, अशी एक खोली आहे तिच्या भितींस

सफेती देणें आहे, तर सफेतीबद्दल दर चौरस यार्डास,  $९\frac{१}{२}$  पेन्स प्रमाणें खर्च किती लागेल तो सांग.

९२ प्र.  $१६१\frac{१}{२}$  मैल हे अंशांत मांड. एक अंशाबरोबर  $६९\frac{१}{१०}$  मैल आहेत.

९३ प्र. एका टेंकडीची लंबाची ४६३ फूट आहे, तिजवर जो रस्ता नेला आहे त्याची लांबी  $१०७९८$  फूट आहे, तेव्हां तो रस्ता दर  $१५०$  फुटींस किती उंच चढला तें सांग.

९४ प्र. सोन्याच्या सव्वीस विटा  $१६$  शेर  $१५$  तोळे २॥ मासे वजन आहेत, त्यांच्या मोहोरा पाडावयाच्या आहेत, तर प्रत्येक मोहोर साडेअकरा माशांची ह्याप्रमाणें किती मोहोरा पडतील तें सांग.

९५ प्र. एका गृहस्थास ४४१० रुपयांचें व्याज दरसाल दर शेंकडा ५ रुपये प्रमाणें मिळत होतें, पुढें त्याने त्या रुपयांचे रेलवे कंपनीतील हिस्से शेंकडा दरसाल ३॥ रुपये व्याजाचे शेंकडा ७० रु. भावांन घेतले, ह्यांचें पांच वर्षे व्याज घेतल्यावर त्या हिशांचा भाव शेंकडा ७५ रुपये झाला, तेव्हां त्याने ते हिस्से विकून टाकले, तेव्हां ह्या सर्व खटपटींत त्यास पूर्वापेक्षां नफा किती झाला तें सांग.

९६ प्र. पांच महिन्यांनीं ३२५ रुपये १४ आणे मिळावयाचे, त्यांचें व्याज दरसाल दर शेंकडा पांच रुपये प्रमाणें कमी करून आज व्याज काय मिळेल.

९७ प्र. ५३१४४१ आणि  $११९५५०.६६९१२१$  ह्यांचीं वर्गमूळें काढ; व  $०.०००३२८५०९$  आणि  $२७०५४.०३६००८$  ह्यांचीं घनमूळें काढ.

९८ प्र. प्रत्येक शेत २५ हात लांब आणि १८ हात रुंद अशीं काटकोन चौकोनाकृति सात शेतें २ मनुष्यें  $३\frac{१}{४}$  दिवसांत नांगरतात, तर १२॥॥ काठया लांब आणि ९ काठया रुंद अशीं काटकोन चौकोनाकृति १३ शेतें ३७ मनुष्यें किती दिवसांत नांगरतील ?

९९ प्र. कांहीं एक काम ३ पुरुष अथवा ५ बायका अथवा ८ मुलें २ दिवस आणि १॥ घटका इतक्या वेळांत करतात, तर तेंच काम २ पुरुष ३ बायका आणि ४ मुलें मिळून किती वेळांत करतील?

१०० प्र. पुण्याहून ३१० मैल लांब एक गांव आहे, तेथें जाण्या-

करतां आगीची गाडी दिवसास बारांवर ३ तास ५१ मिन्युटे झाल्यावर निघाली, ती पहिल्यानें दर तासांत २७ मैल प्रमाणें १२१ मैल गेली, पुढें दर तासांत ९॥ मैल प्रमाणें १२१ मैल गेली, आणि शेवटीं दर तासांत ८ मैल प्रमाणें ६८ मैल गेली, तेव्हां ती तेथें केव्हां जाऊन पोहोचली ?

१०१ प्र. ८६४ हात ३ तसू लांब, आणि ६२ हात ६ तसू रुंद अशी एक जागा आहे, ती किती चौरस गज भरेल तें सांग.

१०२ प्र. कोणी एक गृहस्थ वाटेनें जात असतां त्यास अ आणि ब हे दोघे भिकारी भेटले, तेव्हां त्यांस कांहीं द्यावें असा विचार करून खिशांत हात घालून पाहतो तो एका मोहोरेंचे (१५ रुपयांचे)  $(\frac{99}{100})$  चे  $१०\frac{9}{10} \div 7\frac{1}{2}$  चे  $३\frac{9}{10} \div 8\frac{3}{10}$  अहित असें त्यास आढळलें तेव्हां त्याणें त्याचे  $\frac{3}{4}$  चा  $\frac{1}{2}$  अ स दिला, आणि बाकी राहिले त्याचे  $\frac{1}{4}$  ब स दिले. तेव्हां प्रत्येकास काय मिळालें तें सांग.

१०३ प्र. कोणी गृहस्थानें एकास दरसाल दर शेंकडा ४॥ रुपये व्याजानें कांहीं पैसा दिला, पुढें त्यानें तीन वर्षांनीं व्याज व मुद्दल सुद्धां ११४७॥ = परत केले, तेव्हां त्यास आरंभी किती रुपये दिले होते तें सांग.

१०४ प्र. अ आणि ब ह्या दोघांनीं सर्कतीनें व्यापार आरंभिला, त्यांत अ नें पहिल्यानें २००० रुपये दिले, व पुढें आठ महिन्यांनीं १००० रुपये दिले; ब नें आरंभी १००० रुपये दिले; पुढें चार महिन्यांनीं ३०७० रुपये दिले; आणि पुढें ६ महिन्यांनीं १३०० रुपये माघारें घेतले; वर्षातीं हिशेब पाहतात तो त्या व्यापारांत त्यांस १६३५ रुपये नफा झाला; तो त्यांनीं कसा वांटून घ्यावा तें सांग.

१०५ प्र. दरमहा दर रुपयास पाव आण्याप्रमाणें कोणी मनुष्य दरमहा १५४० रु. व्याज देत असे, तेव्हां त्यास कर्ज किती होतें तें सांग.

१०६ प्र. कोणी गृहस्थानें १०० रुपये दरसाल दर शेंकडा ५ रु. प्रमाणें व्याजां लावले, आणि पुढें प्रत्येक वीस वर्षांच्या शेवटीं व्याज व मुद्दल एकत्र करून ते पुनः पहिल्याच दरानें व्याजां

लावी, तेव्हां ह्याप्रमाणें १०००० रुपये भांडवल होण्यास किती वर्षे लागतील?

- १०७ प्र. कोणी दुकानदारानें ५० शेर तेल ७ रुपये ८ आणे ह्यास घेतलें, तें ज्या बुधल्यांत होतें त्यास भोंक असल्यामुळें १० शेर तेल गळालें, तेव्हां बाकी राहिलेल्या तेलावर शेंकडा ५ रुपये नफा व्हावा असें दुकानदाराचे मनांत आहे, तेव्हां तें त्यानें कसें शेर विकारें तें सांग.
- १०८ प्र. कोणी गाडीवान ३ $\frac{१}{२}$  रुपये घेऊन ७ $\frac{१}{२}$  मण ओझें २५ मैल नेतो, तर ह्या मानानें २५ रुपयांत १०० मैल किती ओझें नेईल तें सांग.
- १०९ प्र. एका चौरस जमिनीचें क्षेत्रफळ १८ चौरस हात आणि ७ तसू आहे, तेव्हां तिची एक बाजू किती तें सांग.
- ११० प्र. अ आणि ब ह्या उभयतांनीं सर्कतीनें व्यापार आरंभिला त्यांत ब पेक्षां २५ रुपये १२ आणे अ चे जास्त होते, पुढें हिशेब करून पैसा वांटून घेतला, तेव्हां अ चे वांटणीस ६० रुपये आणि ब चे वांटणीस २८ रुपये आले, तेव्हां आरंभीं प्रत्येकांनै किती किती दिले तें सांग.
- १११ प्र. १ $\frac{५६}{१२५}$  आणि ११९५५०६६९१२१ ह्यांचीं वर्गमूळें काढ, व १९५३१२५ ह्यांचें घनमूळ काढ.
- ११२ प्र. ४२ मेंढ्यांची किंमत ७ बैलांच्या किमती बरोबर आहे आणि ३ मेंढ्यांस १० पौंड पडतात, तेव्हां १०० बैलांस काय पडेल तें सांग.
- ११३ प्र. एका मनुष्यानें दोन जातींचा चाहा, एक दर पौंडास ३ शिलिंग व दुसरा दर पौंडास ४ शिलिंग, ह्या दराचा ४ : ७ ह्याप्रमाणें खरेदी केला; आणि तो एकत्र करून दर पौंडास ३ शिलिंग ९ पेन्स प्रमाणें विकला, तेव्हां त्या मनुष्यास शेंकडा नफा किती झाला तें सांग.
- ११४ प्र. दरसाल दरशेंकडा ४ $\frac{१}{२}$  रुपये व्याजांनै पांच वर्षांत १५० रुपयांचे सरळ व्याजांत, व चक्रवाढ व्याजांत, अंतर किती पडेल तें सांग.
- ११५ प्र. ८०० फूट लांब आणि ७०० फूट रुंद अशा शेताची

कापणी ५ मनुष्यें दररोज १४ तास प्रमाणें काम करून  $३\frac{1}{2}$  दिवसांत करतात, तर १८०० फूट लांब आणि ९६० फूट रुंद अशा शेताची कापणी ७ मनुष्यें दररोज १२ तास प्रमाणें काम करून किती दिवसांत संपावितील?

११६ प्र. ७७० रु. अ, ब, क, ह्या तीन असामींस वांटून द्यावयाचे, ते असे कीं अ ला जर ४, तर ब ला ३, आणि अला जर ६, तर कला ७, तेव्हां प्रत्येकाच्या वांट्यास काय येईल तें सांग.

११७ प्र. १००० रुपयांचें व्याज २ वर्षांनीं १२० रुपये मिळतें तेव्हां ह्या मानानें  $४\frac{1}{2}$  महिन्यांत ८५ रुपये १४ आणे व्याज मिळण्यास मुद्दल काय असावें तें सांग.

११८ प्र. कोणी धनगरानें १४ मेंढरें ३९ पौंड ६ शि.  $५\frac{1}{2}$  पे. ह्यांस घेतलीं, आणि त्यांतील ६ मेंढरें प्रत्येक मेंढरास १ पौंड १६ शिलिंग ह्याप्रमाणें विकलीं, परंतु त्याच्या मनांत ह्या सर्व व्यापारांत शेंकडा ४ पौंड नफा व्हावा असें आहे, तेव्हां बाकीचीं मेंढरें काय किमतीस विकारीं तें सांग.

११९ प्र. काहीं एक जिन्नस आहे तो ५ रुपयांस विकला असतां शेंकडा ५ रुपये प्रमाणें तोटा होतो, तेव्हां तो ६ रुपयांस विकला असतां नफा किती होईल व त्याची मूळ किंमत काय तें सांग.

१२० प्र. कोणी एकानें २००० रुपये दरसाल दर शेंकडा ४ रु. प्रमाणें व्याजी लावले, आणि त्या व्याजापैकीं दरसाल ७५ रुपये खर्चास ठेवून बाकीचे तो मुद्दलांत मिळवी, ह्याप्रमाणें ५ वर्षे चाललें, तेव्हां व्याजपार्शीं मुद्दल किती झालें तें सांग.

१२१ प्र. एका प्रांताची खानेसुमारी काहीं वर्षापूर्वीं ७११११७ होती, पुढें काहीं वर्षे गेल्यानंतर पुनः खानेसुमारी केली, तेव्हां ७३२६६६ भरली. तेव्हां शेंकडा किती मनुष्यें वाढलीं तें सांग.

१२२ प्र. दररोज ६ तास प्रमाणें काम करून १२ मनुष्यें १५ दिवसांत काहीं एक काम संपवितात, तर तेंच काम दररोज १२  $\frac{1}{2}$  तास प्रमाणें करून ८  $\frac{1}{2}$  दिवसांत संपविण्यास किती मनुष्ये लागतील?

१२३ प्र. अ जवळ आरंभीं २ पौंड १३ शिलिंग होते, व त्यास ब ने आणखी १ पौंड ११ शिलिंग ६ पे. ह्यांचे  $६\frac{1}{2} \div १\frac{1}{2}$



दिल्ले, तेव्हां त्याजपाशीं पैसा बऱ्या त्रेचाळीसपट झाला, ह्यावरून ब जवळ आरंभीं किती पौंड होते तें सांग.

१२४ प्र. १५२३९९०२५ ह्यांचें वर्गमूळ व '०००४०५२२४ ह्यांचें घनमूळ काढ.

१२५ प्र.  $१३\frac{३}{४}$  फूट लांब आणि ६ फूट रुंद असा काटकोन चौकोनाकृति एक हौद आहे, त्यांत २९४  $\frac{१}{२}$  घनफूट पाणी राहतें, तेव्हां त्या हौदाची खोली किती तें सांग. व एक घन इंच पाण्याचें वजन २५.२५ ग्रेन भरतें, ह्यावरून तें सर्व पाणी किती भरेल तें सांग.

१२६ प्र. एका पौंडाची रास पांच वर्षांत सरळ व्याजानें एक गिनी करावयाची आहे, तर दरसाल दर शेंकडा व्याजाचा दर काय ठेवावा.

१२७ प्र. जेव्हां गाडीचा दर १४ शिलिंग ८ पेन्स आहे तेव्हां कोणी मनुष्य १६ पौंड घेऊन १२ पिपें १८ मैल लांब नेतो, तर जेव्हां गाडीचा दर १० पेन्स आहे तेव्हां तीच पिपें ७२ पौंड घेऊन किती लांब नेईल.

१२८ प्र. १८४०४१ ह्या संख्येचें वर्गमूळ, आणि ४४४१९४९४७ ह्या संख्येचें घनमूळ काढ.

१२९ प्र. कोणी कारखानदारानें ५० पुरुष आणि ३५ मुलें इतकीं माणसें कामावर लावलीं, त्यांत पुरुषानें दररोज १२ तास, व मुलानें दररोज ८ तास काम करावें असा ठराव होता, व त्याबदल दर तासास पुरुषास ६ पेन्स व मुलास २ पेन्स मिळत असत, व ह्याप्रमाणें दर आठवड्यांत ते  $५\frac{१}{२}$  दिवस काम करित, तेव्हां वर्षाचे मजुरीचा आकार किती तें सांग.

१३० प्र. एकांन २७ मॅट्टरें ३० पौंडांस खरेदी करून त्यांपैकीं १२ विकलीं, त्यांत त्यास दर शेंकडा ३ पौंड तोटा झाला, आणि त्याचे मनांत एकंदर सर्व खरेदीवर शेंकडा  $२\frac{१}{२}$  पौंड नफा मिळावा असें आहे, तेव्हां बाकीचीं मॅट्टरें काय दरानें विकारीं तें सांग.

१३१ प्र. तीन टन जिन्नस २६ पौंड १५ शिलिंग ५ पेन्स ह्यांस घेतला, आणि त्यावर शेंकडा २० पौंड प्रमाणें नफा मिळावयाचा आहे, तर दर हंड्रेडवेट जिन्नसास काय द्यावें तें सांग.

१३२ प्र.  $३\frac{१}{२}$  गिनी ६ असामीस वांटून दे, असे कीं ते विभाग १, २, ३, ४, ५, ६, ह्या संख्यांच्या प्रमाणांत येतील.

- १३३ प्र. .००१३४६८९ आणि ४१<sup>३४६</sup> ह्यांची वर्गमूळं व १८६०९६२५ ह्यांचें घनमूळ काढ.
- १३४ प्र. एका बागेत कांहीं झाडे आहेत त्यांत शिताफळाची  $\frac{1}{2}$ , पेळुची  $\frac{1}{3}$ , रामफळाची  $\frac{1}{4}$ , व इतर प्रकारची ५० ह्याप्रमाणें आहेत, तेव्हां सर्व झाडे किती तें सांग.
- १३५ प्र. कोणी एकानें दरसाल दर शेंकडा  $३\frac{1}{2}$  रुपये व्याजानें कांहीं पैसा कर्ज काढून तो दरसाल दर शेंकडा ५ रुपये प्रमाणें व्याज लावला, त्याबद्दल व्याज त्या सावकारास त्याला वर्षाच्या अखेरीस द्यावें लागे. परंतु कुळांकडून व्याज तो साहा साहा महिन्यांनी घेत असे, आणि ह्याप्रमाणें तो वर्षास २०० रु. मिळवी तेव्हां त्यानें कर्ज किती काढलें होतें तें सांग.
- १३६ प्र. कोणी दुकानदार १ पौंड चाहा ५ शिलिंग ४ पेन्स ह्यांस विकी, तेव्हां त्यास त्याच्या मूळ किमतीचा  $\frac{1}{4}$  नफा मिळत असे पुढें तो दर वाढवून एक पौंडास ६ शिलिंग प्रमाणें विकूं लागला, तेव्हां त्यास शेंकडा नफा किती तो सांग.
- १३७ प्र. एक शेर साकरेस ५ आणे ४ पै आणि एक शेर गुळास २ आणे  $१\frac{1}{2}$  पै असा भाव आहे, तेव्हां कोणी मनुष्य आपल्या जवळचा कांहीं शेर गूळ देऊन २८ शेर साकर घ्यावयास इच्छितो, व त्या अदलाबदलीत शेंकडा १५ रुपये प्रमाणें नफा व्हावा असा त्याचा हेतु आहे, तेव्हां त्यानें किती शेर गूळ द्यावा तें सांग.
- १३८ प्र.  $\frac{७२९}{१९१७}$  ह्यांस अति संक्षेपरूप दे.  $\frac{२५६}{२४}$  ह्यांस दशांशरूप दे.  $\frac{२३}{४}$ ,  $\frac{३७}{१०}$ ,  $\frac{३५}{१६}$ ,  $\frac{१७}{४}$  ह्यांची बेरीज कर आणि  $\frac{१३}{३}$  चे  $\frac{२३}{४}$  ह्यांस  $\frac{७२९}{१९१७}$  चे  $\frac{१३}{४}$  ह्यांनीं भाग.
- १३९ प्र. मराठी चालीचे १५'५ कोस इंग्रजी ३८'७५ मैलांबरोबर आहेत तर, ३२६  $\frac{३}{४}$  इंग्रजी मैलांबरोबर मराठी कोस किती होतील तें सांग.
- १४० प्र. एक रस्ता ९३७ हात ६ तसू लांब आणि ६ हात ८ तसू रुंद आहे त्यास फरसबंदी करावयाची आहे, तीस दर चौरस गजाल १रुपया २ आणे पडतात, तेव्हां एकंदर खर्च किती लागेल.
- १४१ प्र. २०० हात लांब, ३ हात रुंद, आणि २ हात खोल, असा खंदक १०० मनुष्ये दररोज १० तास प्रमाणें काम

कलून ६ दिवसांत खणतात; तर ३६० हात लांब, ४ हात रुंद, आणि ३ हात खोल, असा खंदक १८० मनुष्ये रोज ८ तास काम कलून किती दिवसांत खणतील?

१४२ प्र. एका रुपयाचे  $७\frac{१}{१०}$  चे  $२\frac{१}{२}$  चे  $३\frac{१}{२}$ , एका आण्याचे  $३\frac{६}{६}$  चे  $९\frac{३}{३}$ , आणि एका पैचे  $४\frac{१}{४}$  चे  $८\frac{१}{४}$  ह्यांची बेरीज कर; आणि तीस  $३\frac{१}{२}$  पैचे  $\frac{३}{४}$  चे  $\frac{५}{४}$  चे  $\frac{१}{२}$  ह्यांनीं भाग.

१४३ प्र. २०५४ आणि ४२०३३६१ ह्यांचीं वर्गमूळे, व १५-४३८२४९ आणि ६२९४२२७९३ ह्यांचीं घनमूळे काढ.

१४४ प्र० एक पौंड सोन्याची किंमत एक पौंड रुप्याच्या किमतीच्या चौपट आहे, व सारख्या आकृतीचें सोनें व रुपें घेतलें तर त्यांचीं वजनें १९:१० ह्या प्रमाणांत असतात, तेव्हां एक रुप्याची कांब १७५० पौंड किमतीच्या सोन्याचे कांबीएवढी आहे, तिची किंमत किती होईल?

१४५ प्र. चांगली चांदी एक रुपयास १० मासे  $२\frac{१}{३}$  गुंजा येतो, तर ९० तोळे  $३\frac{१}{२}$  मासे वजनाचा चांदीचा एक तांब्या आहे त्याची किंमत काय होईल?

१४६ प्र.  $\frac{२४३०३७५}{४०९६}$  ह्यांच्या घनमूळास ५००२५ ह्यांच्या चतुर्घात मूळांनै भाग.

१४७ प्र. पुण्याहून मुंबईस दोन आगीच्या गाड्या, एक मनुष्यांची व एक सामानाची, अशा एकदम जाऊन पोहोंचाव्या अशा बेतानें पाठवावयाच्या आहेत, त्यांत मनुष्यांची गाडी एक अवरांत २४ मैल जाती, व ओइयाची ५० मिनिटांत १५ मैल जाती; तेव्हां मनुष्यांची गाडी बारांवर दोन वाजतां निघाली तर सामानाची गाडी केव्हां निघाली ह्मणजे त्या दोन्ही मार्गांत न भेटतां तेंथें एकदम पोहोंचतील? पुणें आणि मुंबई ह्यांच्यामध्ये अंतर १२० मैल आहे.

१४८ प्र. दरसाल दर शेंकडा ४ रुपये प्रमाणें ४ महिन्यांनीं व्याजासुद्धां ५२८ रुपये ८ आणे द्यावयाचे, ते आज देणें झाल्यास किती द्यावे?

१४९ प्र. ७३०० स्वारांच्या चार टोळ्या आहेत, त्या अशा कीं पहिल्या टोळीचा  $\frac{१}{२}$ , दुसरीचे  $\frac{३}{४}$ , तिसरीचे  $\frac{३}{४}$ , आणि चौथ्याचे

ॐ ह्या सर्वांत स्वार सारखे आहेत, तेव्हां प्रत्येक टोळीत स्वार किती तें सांग.

१५० प्र. ६३ फूट लांब आणि ४५ फूट रुंद अशा चौकास फरसबंदी करावयाची आहे, त्यांत त्या चौकाच्या कडेच्या ५ फूट ३ इंच रुंद जागेच्या फरसबंदीचा दर एक चौरस यार्डास १ रुपया ८ आणे प्रमाणें आहे, व बाकीच्या फरसबंदीचा दर एक चौरस यार्डास १ रुपया ६ आणे प्रमाणें आहे, तेव्हां सर्व फरसबंदीस खर्च किती लागेल?

### घनमूळ.

हानरं या नांवाच्या एका साहेबानें घनमूळ काढण्याची एक फार सोपी रीत शोधून काढली आहे, तिची माहिती आपले लोकांस व्हावी ह्मणून तो पद्वतवार एक उदाहरण देऊन या पुस्तकांत दाखविली आहे.

### रीति.

(१) कांहीं अंतराभंतरानें दोन शून्यें व दिलेली संख्या लिही, ह्मणजे पुढें जीं आंकड्यांचीं सदरें भरत यावयाचीं असतील त्या सदरांचे हे उगम होतील.

(२) रीतीप्रमाणें एक स्थानीं खूण करून दिलेल्या संख्येचे होतील तितके तीन तीन आंकड्यांचे भाग कर.

(३) डावेकडील शेवटच्या भागांत ज्या संख्येचा घन जाईल तो इच्छिले घनमूळाचा पहिला अंक झाला.

(४) हा अंक पहिले सदरांत लिही, आणि त्याचे वर जें कांहीं असेल त्याच्याशीं तो मिळवून, त्या बेरजेस त्याच अंकानें गूण आणि गुणाकार दुसऱ्या सदरांत लिही.

(५) मागें सांगितल्याप्रमाणें याची वरच्याशीं बेरीज घेऊन त्या बेरजेस त्याच अंकानें फिरून गुणून हा गुणाकार तिसरे सदरांतील संख्येचे शेवटचे भागाखालीं लिहून वजावाकी कर.

(६) वर ज्याप्रमाणें केलें असेल त्याचप्रमाणें फिरून पहिले व दुसरे सदरांत कर. आणि पहिले सदरांत आणखी घनमूळाचा जो अंक आला असेल तो मिळीव.

(७) पहिले सदरांत जो अंक आला असेल त्यावर एक शून्य दे, आणि दुसरे सदरांतील आलेल्या अंकांवर दोन शून्ये दे, तिसरे सदरांतील आलेल्ये वजावाकीवर पुढचे भागांतोल तीन अंक घे.

(८) दुसरे सदरांतील अंकांनीं तिसरे सदरांतील अंकांस भागून पाहून घनमूळाचा दुसरा अंक शोधून काढ.

(९) हा अंक पहिले सदरांतील अंकांखालीं मांडून (४), (५), (६) कलमांत सांगितल्याप्रमाणें फिरून कृति कर.

(१०) नंतर (७) वे कलमांत सांगितल्याप्रमाणें अंकावर शून्ये वगैरे देऊन मागे सांगितल्याप्रमाणें घनमूळ वरोवर अथवा जेवढें सूक्ष्म आलें पाहिजे तेवढें निघे तोपर्यंत पुढें गणित करीत जा.

(११) दिलेल्या संख्येंत दशांश अंक असेल तर गणित करतां करतां पूर्णांक भाग संपले ह्मणजे घनमूळाचे अंकापुढें दशांश चिन्ह घालण्यास विसरूं नको.

गणित फार लांबत चाललें ह्मणजे तें तोकडे करण्याकरतां दुसरे सदरांतील एक अंक काप, आणि पहिले सदरांतील दोन अंक काप, आणि पहिले सदरांत मूळाचे नवे नवे अंक न मिळवितां (४), (५) आणि (६) या कलमांत सांगितल्याप्रमाणें कार्य चालवावें.

ताळा, आलेल्या उत्तराचा घन करून पाहावा.

उदाहरण १ लें. ९२६८५९३७५ या संख्येचें घनमूळ काढ.

०	८१	९२६८५९३७५ ( ९७५
९	८१	७२९
९	१६२	१९७८५९
१८	२४३००	१८३३७३
९	१९३९	१४१८६३७५
२७०	२६२३९	१४१८६३७५
७	१९८८	.....
२७७	२८२२७००	
७	१४५७५	
२८४	२८३७२७५	
७		
२९१०		
२९१५		

या ठिकाणी ९२६ या शेवटचे भागांत ९ याचा घन ७२९ हा जातो म्हणून घनमूळाचा पहिला अंक ९ आहे. हा पहिले सदरातील शून्याखाली मांडून बेरीज घेतली ती ९ आली, यास आणखी ९ नीं गुणून गुणाकार ८१ आला, तो दुसरे सदरांतल्या शून्याखाली लिहिला. नंतर बेरीज केली ती ८१ आली हीस ९ नीं गुणून गुणाकार ७२९ आला, तो तिसरे सदरांतली ९२६ यांच्या खाली घालून वजाबाकी केली, आणि बाकी १९७ राहिले यावर पुढचे तीन अंक ८५९ हे घेतले.

आतां फिरून पहिले सदरापासून आरंभ केला. पहिले अंकांत ९ मिळविले; बेरीज १८ आली तीस आणखी ९ नीं गुणून गुणाकार १६२ आला तो दुसरे सदरांत ८१ खाली लिहिला आणि बेरीज केली ती २४३ आली. पहिले सदरांत आणखी ९ मिळविले आणि २७ यांवर एक शून्य चढविलें, आणि दुसरे सदरांत २४३ आले होते त्यांवर दोन शून्ये चढविलीं. तदनंतर घनमूळांतला दुसरा अंक काढण्या करतां तिसरे सदरांतली अंकांस दुसरे सदरांतली अंकांनीं भागून पाहिलें, तों भाग ८ चा जातो असा सुमार झाला. परंतु हा तपासून पाहतां अधिक आहे असें समजल्यावर भाग ७ चा घेतला, तो घनमूळांतला दुसरा अंक झाला, रीतीप्रमाणें हा पहिले सदरांतली २७० रांत मिळवून २७७ बेरजेस ७ नीं गुणलें आणि तो गुणाकार दुसरे सदरांत लिहिला. हे अंक वरील अंकांशीं मिळवून बेरीज २६२३९ आली तीस ७ नीं गुणून जो गुणाकार आला तो तिसरे सदरांत लिहिला, आणि वरील अंकांत वजा करून १४१८६

बाकी राहिली तीवर पुढचे तीन अंक ३७५ घेतले. नंतर पहिले सदरांत ७ मिळवून बेरजेस ७ नीं गुणून गुणाकार १९८८ आला, तो दुसरे सदरांत मिळविला. आणि पहिले सदरांत आणखी ७ मिळवून त्या बेरजेवर एक शून्य दिलें, आणि दुसरे सदरांतील बेरजेवर २ शून्यें चढविलीं.

मागील प्रमाणें फिरून दुसरे सदरांतील अंकांनीं तिसरे सदरां-  
तील अंकांस भागून पाहिलें तों भागाकार ५ येतो, तो घनमूळाचा तिसरा अंक झाला. यास पहिले सदरांत मिळवून आलेल्या बेरजेस ५ नीं गुणिलें, आणि त्या गुणाकारास दुसरे सदरांत मिळ-  
वून त्यांस अणखी ५ नीं गुणलें, आणि गुणाकार १४१८६३७९ आला तो तिसरे सदरांत लिहिला, त्यांतील अंक आणि वरील रकमेचे सर्व अंक बराबर होते झणून वजाबाकी शून्य आली, आणि हें कृत्यही संपविलें.

आतां ९७५ यांचा जर घन करून पाहिला तर पूर्वी दिलेल्या संख्येइतका येतो झणून हें उत्तर बरोबर आहे असें समजावें.

गणित वाढत गेलें असतां त्याचा संक्षेप कसा करावा हें दाख-  
विण्याकरितां एक दुसरें उदाहरण खालीं करून दाखविलें आहे तें पाहिले म्हणजे युक्ति ध्यानांत येईल.

गणितकर्त्यांनीं इतकें मात्र लक्षांत ठेवावें, कीं औपर्यंत पूर्णांकाशीं संबंध ठेवणें आहे तोंपर्यंत संक्षेप करूं नये. दशांशभाग लागला झणजे मात्र रीतिप्रमाणें गणिताचा संक्षेप करावा.

उदाहरण ७८३१४.६ या संख्येचें घनमूळ काढ.

		७८३१४.६०००४२.७८३९५४
४	१६	६४
४	३२	१४३१४
६	३२	१०००८
४	४०००	४२२६६००
४	२४४	३७३६४०३
१२०	५०४४	४३०११७
२	२४८	४३०४०८
१२२	५२९२००	२१७०९
२	८०६९	१६४७१
१२४	५३००६९	५२३८
२	८९१८	४९४१
१२६०	५४६९०७	२९७
७	१०३	२७४
१२६७	५४८०१	२३
७	१०२	२२
१२७४	५४९०३	१
७	.....	
१२८१		
.....		

### संख्यालेखन व संख्यावाचन.

लिहिल्याप्रमाणें वाचावें ही शुद्ध रीती, परंतु मराठी भाषेंतील संख्यावाचनांत ही गोष्ट सर्वेशीं लागू पडत नाही.

जेव्हां दोन अंकांची संख्या येते, तेव्हां त्या दोन अंकांपासून जी संख्या समजावयाची ती ते दोन्ही अंक उच्चारून समजावयाची असते. उदाहरण, २८ ही संख्या आठ आणि वीस ह्याचप्रमाणें समजावयाची. त्याचप्रमाणें २१ ही संख्या एक आणि वीस, ह्या प्रमाणें ४३ हे तीन आणि चाळीस; ८७ हे सात आणि ऐंशी ह्याप्रमाणें समजावयाचे, परंतु एका अंकावर दुसरा अंक ९ हा आला ह्याणजे वाचण्याची रीत बदलते. उदाहरण, २९ हे नव-वीस असें वाचात नाहीत. एकोणतीस म्हणजे एक उणे तीस असें वाचतात. ह्याचप्रमाणें ३९, ४९, ७९ पर्यंत चालतें, पण ८९ हे दोन रीतींनीं वाचतात, एकोणनवद किंवा नव्यायशीं. आणि ९९ हे तर नव्याणव असें वाचण्याची रीत आहे. मार्गील रीतीप्रमाणें एकोनशें असें वाचात नाहीत.

तसेंच अंकाच्या शेजारीं जेव्हां रेखा येतात तेव्हांही वाचण्यांत सर्वदां सारखा प्रकार नसतो.

सव्वा हा शब्द विशेषण आहे. ह्याचा अर्थ पाव असा भासतो परंतु तसा नव्हे. पाव सह असा आहे. तो पाव एका पूर्णांकाचा समजावा. एकटा सव्वा शब्द उच्चारला असतां एक आणि पाव असा अर्थ होतो, कारण कोणतेच संख्येचा उल्लेख नाही, ह्याणून प्रथम जी एक ही संख्या तिचा अध्याहार होऊन तिचें विशेषण होतो. ह्याप्रमाणें सव्वा शब्दाचा व्यवहार शंभरपर्यंत चालतो. पुढें शें, हजार, लाख, कोटि, इत्यादि समुदायास ज्या संज्ञा दिल्या आहेत त्या संज्ञांनीं ते ते समुदाय एक पूर्णांक अशी कल्पना करून त्याला सव्वा हें विशेषण लावलें असतां त्याचा अर्थ त्या एका पूर्णांकाचा पाव त्यासह असा होतो. जसें सव्वाशें, सवाहजार, सव्वालाख इत्यादि, १२५, १२५०, १२५००० इ.

कोणताही पूर्णांक कल्पून त्याला सवा हें विशेषण लावलें असतां त्या पूर्णांकाचा जो चौथा हिस्सा त्यासह असा अर्थ होतो, जसें, सव्वा तोळा, सव्वा महिना इ.



ह्याप्रमाणेंच दीड, अडीच, पाऊण, हीं विशेषणें लागतात. हें ह्या पुढील उदाहरणांवरून समजेल.

० = पाव.	०॥ अर्धा.	॥॥ पाऊण.
१० = सव्वा.	१॥ दीड.	१॥॥ पावणेदीन.
२० = सव्वादीन.	२॥ अडीच.	२॥॥ पावणेंतीन.
३० = सव्वातीन.	३॥ साडेतीन.	३॥॥ पावणेचार.
४० = सव्वाचार.	४॥ साडेचार.	४॥॥ पावणेपांच.
५० = सव्वापांच.	५॥ साडेपांच.	५॥॥ पावणेसहा.
६० = सव्वासहा.	६॥ साडेसहा.	६॥॥ पावणेमात.
७० = सव्वासात.	७॥ साडेसात.	७॥॥ पावणेआठ.
८० = सव्वाआठ.	८॥ साडेआठ.	८॥॥ पावणेंनऊ.
९९० = सव्वा नव्या- णव.	९९॥ साडे नव्या- णव.	९८॥॥ पावणे नव्या- णव.
१००१ = सव्वाशंभर.	१००॥ साडेशंभर.	९९॥॥ पावणे शंभर
१२५ = सव्वाशें.	१५० दीडशें.	७५ पाऊणशें.

इंग्रजी भाषेंत संख्या डावेकडून उजवेकडे वाचीत जात. आरबी पराशियन, संस्कृत, ह्या भाषेंत उजवेकडून डावेकडे वाचीत जात, व मराठींत कांहींवेळ उजवेकडून डावेकडे व कांहीं वेळ डावेकडून उजवे कडे वाचीत जातात. हा वाचण्याचा प्रश्न पुढें दाखविला आहे.

इंग्रजी रीत. संख्या ३२४५६. थर्टी ३ टू २ थाऊजंड फोर ४ हंड्रेड आणि फिफ्टी ५ सिक्स ६.

आरबी रीत. संख्या १२३२; इसने २ सहास ३० मयातेन २०० व अल्ल १०००.

संस्कृत रीत. संख्या ५५२५; पंच ५ विंशा २० धिक पंचश-  
तोत्तर ५०० पंचमहस्र ५०००.

मराठी रीत. संख्या ३२४५६, व २ तीस ३० हजार, चारशें ४ छ ६ पन्न ५०.

ही अशी वांकडी तिकडी चाल व्यवहारांत कशी आली असेल ती असो, जुनी मराठी चाल संस्कृतप्रमाणें उजवेकडून डावेकडे वाचीत जाण्याची होती. जुने रीतीनें वरची संख्या छ ६ पन्न ५० चो ४ वीस २० तीन ३ ह्याप्रमाणें वाचली जाईल.

हल्लींची संख्या वाचण्याची रीती व्यवहारांत इतकी जमून गेली आहे की, तींत काहीं चूक आहे हें लक्षांत देखील येत नाहीं. परंतु विद्यार्थ्यांस ह्या गोष्टीची माहिती करून घेणें अवश्य आहे.

संख्या लिहिण्याचे निरनिराळे प्रकार.

सर्व देशांनील अंकलेखनपद्धति सारखी नाहीं, व कित्येकांतील लेखनाची रीति तर भारीच अवघड आहे.

हिंदुस्थानांत जी रीत चालू आहे तिची योग्यता व सौलभ्य कोणत्याही रीतीस येणें नाहीं. ही हिंदी रीत मुसलमान लोकांच्या द्वारे स्पेनदेश त गेली, व तेथील लोकांनी ह्या रीतीचा स्वीकार केला, आणि रोमन वगैरे ज्या जुन्या रीति होत्या त्या टाकून दिल्या.

हिंदी रीतीची योग्यता चांगली लक्षांत यावी ह्यासाठी रोमन व चिनी ह्या दोन रीतींविषयी खाली लिहिलें आहे, त्यावर शिकणा-  
रांनी लक्ष द्यावें.

रोमन अंक.	हिंदी अंक.	रोमन संख्या.	हिंदी संख्या.
I	१	X	१०
II	२	L	५०
III	३	C	१००
IV	४	D	५००
V	५	M	१०००

रोमन रीतींत संख्या मांडतांना भारी खुणेच्या पुढें हलकी खूण आली ह्मणजे तींत ती मिळवावयाची, व मागें आली म्हणजे वजा करावयाची असें समजावें.

उदाहरण. IV हे चार आहेत, कारण I ही खूण V ह्या खुणेच्या मागें आहे. तसेंच XII हे बारा आहेत, कारण II ही खूण X ह्या खुणेच्या पुढें आहे. ह्याप्रमाणें,

XL हे चाळीस आहेत, कारण  $\dots\dots\dots ५० - १० = ४०$

XLI हे एकेचाळीस  $\dots\dots\dots ५० - १० + १ = ४१$

LXXI हे एकाहत्तर  $\dots\dots ५० + १० + १० + १ = ७१$

MDCCCLIX = १८५९ = १००० + ५०० + १००

+ १०० + १०० + ५० + १० - १.

चिनी अंक.	हिंदी अंक.	चिनी संख्या.	हिंदी संख्या.
一	१	二十	२०
二	२	二十一	२१
三	३	百	१००
四	४	五百	५००
五	५	七八二	७८२
六	६		
七	७	五四三二一五十三	
八	८		
九	९	ह्यांच्या बरोबर हिंदी संख्या.	
十	१०	५४३४८५००३.	

ह्या ज्या दोन रीति वर सांगितल्या त्यांवरून आपली रीति किती सुलभ आहे हें लागलेंच लक्षांत येईल.

### संख्येविषयीं विशेष विचार.

हिंदी रीतींतील सर्व तऱ्हेच्या लहान मोठ्या संख्या नऊ अंक व शून्य मिळून दहा चिन्हांनीं मांडतां येतात. परंतु संख्या मांडण्याची जी आपली सुगम रीति आहे, तीस दहाच चिन्हे पाहिजेत असें नाहीं; अधिक किंवा कमी असली तरी ह्या रीतीनें पाहिजे ती संख्या मांडतां येते.

ती रीति हीच कीं, दहा चिन्हे आहेत, तेव्हां अनेक अंकांच्या संख्येंत मागील एकेक स्थळ दसपटीनें वाढत जातें. ३५७ ह्यांत ५ ह्यांची किंमत पांचांच्या दसपट आहे, आणि ३ ह्यांची किंमत तिहींच्या शंभरपट आहे.

आतां अशी कल्पना केली कीं मूळ अंक पांचच आहेत, व शून्य हें सहावें आहे, तर ह्या षड्चिन्ह पद्धतींत मागील एकेक स्थळ सहासहा पटीनें वाढेल; ह्या पद्धतींतील ५३ ह्या संख्येंत ५ ह्यांची किंमत पांचांच्या सहा पटीबरोबर आहे, व ही संख्या दशचिन्ह पद्धतींतील ३३ ह्या संख्येबरोबर आहे.

मूळ अंकांविषयीं वर जें सांगिलें तें चांगलें लक्षांत यावें ह्याणून तें खाली स्पष्ट करून दाखविलें आहे, त्याजवर विद्यार्थ्यांनीं विशेष लक्ष द्यावें.

आपण अशी कल्पना करू की आपणास पांच अंक आणि शून्य मिळून सहा चिन्हे मात्र माहित आहेत, तेव्हा १, २, ३, ४, ५ पर्यंत मांडीत गेलीं छणजे पुढे चिन्ह ठाऊक नाहीं ह्यामुळे अडचण आली. तेव्हा ती नाहींशा करण्याकरतां अशी कल्पना केली, कीं पुढे दोन अंकांनीं संख्या दाखवून प्रत्येक मागील अंकाची किंमत पहिले स्थानाचेपेक्षा सहापट अधिक होव्ये, तेव्हा ह्या रीतीनें १० हे सहा होतांल; ११ हे सात; २१ हे तेरा ह्याप्रमाणें ५५ पर्यंत स पर्यंत येऊन पोहोंचलों म्हणजे फिळून अडचण आली, तेव्हा येथें ही वरील रीत लावली, ती अशी कीं तिसरे स्थानाची किंमत दुसरे स्थानाच्या पेक्षा सहापट अधिक आहे. तेव्हा आतां १०० हे छत्तीस होतील. १०१ हे सदतीस हांतील.

पुढील कोष्टकांत प्रथम हल्लींच्या रीतीनें संख्या मांडून त्याच निरनिराळ्या पद्धतींत कशा लिहाव्या हें दाखविलें आहे.

दश चिन्ह पद्धति.	चतुश्चिन्ह पद्धति.	षट्चि०	अष्टचि०	नवचि०	एकादश-चिन्ह*
१	१	१	१	१	१
५	११	५	५	५	५
१०	२२	१४	१२	११	१०
११	२३	१५	१३	१२	अ
२०	११०	३२	२४	२२	१९
३०	१३२	५०	३६	३३	२८
१००	१२१०	२४४	१४४	१२१	९१

वरील कोष्टकावरून लक्षांत येईल कीं ज्याप्रमाणें पद्धति असेल त्याप्रमाणें संख्येंत त्या पद्धतीतील चिन्हापेक्षा अधिक किंमतीचीं चिन्हे येत नाहीत. छणजे दशचिन्ह पद्धतींत नऊ अंक व शून्य ह्याशिवाय दुमरीं चिन्हे येत नाहीत. चतुश्चिन्ह पद्धतींत तीन अंक आणि शून्य ह्यापेक्षा अधिक चिन्हे येत नाहीत षट्चिन्ह पद्धतींत पाच अंक आणि शून्य ह्यांहून निराळीं चिन्हे येत नाहीत तेव्हा एका पद्धतीतून दुसरे पद्धतींत संख्या न्यावयची असेल, तर हें लक्षांत ठेवळें पाहिजे कीं, तींत त्या पद्धतीतील चिन्हापेक्षा अधिक किंमतीचीं चिन्हे नसावीं.

\*ह्या पद्धतींत दहांचें वेगळें चिन्ह कल्पिलें पाहिजे तें येथें अ कल्पिलें आहे.

उदाहरण. ३५५१३ ही संख्या षट्चिन्ह पद्धतीतील आहे, ही अष्टचिन्ह पद्धतीत ने.

$$\begin{array}{r} १) ३५५१३ \\ ८) २५५२-५ \\ ०) २१२-४ \\ ८) १४-० \\ \hline १-२ \end{array}$$

अष्टचिन्ह प. संख्या  
१२०४५ हें उत्तर.

ही संख्या षट्चिन्ह पद्धतीतील आहे. द्व्यणून प्रत्येक मार्गाल स्थळाची किंमत सहा सहापट अधिक आहे. आतां ही अष्टचिन्ह पद्धतीत द्व्यणजे प्रत्येक मार्गाल स्थळाची किंमत आठ आठ पट वाढेल अशा पद्धतीत आणवयाची आहे म्हणून आठानीं भागलें.

आतां ३ ह्यास आठानीं भाग जात नाही. द्व्यणून ते पुढचे स्थळीं नेले. तेव्हां त्यांची किंमत तीन सक अठरा झाली. आतां हे अठरा आणि त्या स्थळचे ५ मिळून तेवीस झाले, त्यांत ८ हे दोन वेळां वजा जाऊन बाकी सात उरले. ते पुढचे स्थळीं नेले, तेव्हां सात सक बेचळीस, आणि त्या स्थळचे पांच मिळून सत्तेचाळीस झाले, ह्यांत ८ हे पांचवेळां वजा जाऊन बाकी सात राहिली. ह्याप्रमाणें करतांना शेवटीं ५ राहिले ते एकीकडे मांडले. आतां भागाकार २५५२ आला. ह्यांतही प्रत्येक मार्गाल स्थळ सहापटीनें अधिक आहे, द्व्यणून त्यास फिरून आठानीं भागलें. आणि शेवटीं बाकी राहिली ती वजूस मांडली. ह्याप्रमाणें भागाकारास भागीत भागीत शेवटीं आठपेक्षां कमी भागाकार येईपर्यंत भागलें.

आतां हा शेवटचा भागाकार व प्रत्येक भागाकाराच्या शेवटीं उरलेले शेषांक हे एकावर एक क्रमानें लिहिले, तेव्हां १२०४५ ही अष्टचिन्ह पद्धतीतील संख्या झाली.

### मिळवणी व वजाबाकी वगैरे.

निरनिराळ्या पद्धतीत मिळवणी व वजाबाकी वगैरे हीं कर्शिकरा. वीं हें समजण्याकरतां खालीं एकेक उदाहरण करून दाखविलें आहे. उ. ३४५ आणि २५४ ह्या सप्तचिन्ह पद्धतीतील संख्या आहेत त्यांची मिळवणी कर.

४ आणि ५ मिळून नऊ झाले, परंतु ह्या पद्धतीतील नवांस चिन्ह नाही द्व्यणून त्यांतील सात काढून बाकी २ राहिले ते रेखेखालीं मांडले, आणि हातचा एक घेऊन दुसरे ओळी.

३४५  
२५४  
६३२

ची बेरीज केली ती दहा आली. ह्यांतील सात जाऊन बाकी ३ राहिले ते मांडले. पुन्हा हातचा एक + २ + ३ = ६ हे सातपेक्षा कमी आहेत म्हणून ते रेखेखाली मांडले. बेरीज ६३२ आली.

उ. ३२४ आणि २३१ ह्या पंचचिन्ह पद्धतीतील संख्या आहेत ह्यांची वजाबाकी कर.

पहिल्याने ४ ह्यांतून १ गेला बाकी राहिले ३. पुढे  

$$\begin{array}{r} 324 \\ 231 \\ \hline 83 \end{array}$$
 २ ह्यांतून ३ वजा जात नाहीत म्हणून मागील एक अंक उसना घेतला, तेव्हा ह्या स्थळात त्याची किंमत पांच आहे म्हणून  $५ + २ = ७$  ह्यांतून ३ गेले तेव्हा बाकी राहिले ४ मिळून बाकी ४३ राहिली.

उ. ५६ आणि ३४ ह्या अष्टचिन्ह पद्धतीतील संख्या आहेत ह्यांचा गुणाकार कर.

$४ \times ६ =$  चोवीस ह्यांस ८ नीं भागलें तेव्हां  

$$\begin{array}{r} 56 \\ 34 \\ \hline 290 \\ 212 \\ \hline 2896 \end{array}$$
 भागाकार आला ३ ते हातचे घेतले, बाकी ० राहिलें तें रेखेखाली मांडलें, आतां  $४ \times ५ = २०$ , आणि हातचे ३ मिळून तेवीस, ह्यास ८ नीं भागलें तेव्हां भागाकार २ आला, व बाकी ७ राहिले तें रेखेखाली मांडले. दुसरे अंकाचा गुणाकार ह्याप्रमाणें करून दोन्ही रकमांची बेरीज घेतली ती २४१० आली. भागाकाराची रीत वर आलीच आहे, तेव्हा ती उदाहरणानें दाखविण्याची येथें गरज नाही.

### अभ्यासाकरितां उदाहरणें.

- १ उ. ३४५३१ आणि २५३४५१ ह्या संख्या षड्चिन्ह पद्धतीत आहेत ह्यांची बेरीज अष्टचिन्ह पद्धतीत, आणि वजाबाकी नवचिन्ह पद्धतीत आण.
- २ उ. १२३४५६७८९ अ क ख ग घ ही पंधरा चिन्हांच्या पद्धतीतील संख्या आहे. ही दशचिन्ह पद्धतीत आण. अ = १०, क = ११, ख = १२, ग = १३ घ = १४ ह्याप्रमाणें चिन्हे आहेत असें समजावें.
- ३ उ. एका यंत्रांत तीन चक्रें आहेत त्यांत अ चक्र एकवीस वेळ फिरलें म्हणजे ब चक्र एक वेळ फिरतें आणि ब चक्र २१ वेळ फिरलें म्हणजे क चक्र एक वेळ फिरतें. ह्याप्रमाणें क चक्राच्या १५ ब च्या ३ आणि अ च्या ११ प्रदक्षिणा झाल्या तेव्हां नवचिन्ह पद्धतीप्रमाणें अ चक्राच्या किती प्रदक्षिणा झाल्या तें सांग.

## उत्तरे.

ह्या ग्रंथांत अभ्यासाकरितां उदाहरणें व प्रश्न दिले आहेत त्यांचीं उत्तरे राजश्री हरीपंत करंदीकर पंतोजी शाळा नंबर ३ शहर पुणे ह्यांनीं काढलीं तीं विद्यार्थ्यांच्या उपयोगाकरितां छापलीं आहेत.

### संख्यापरिमाण. पत्र ४.

- ( १ लें ) ५१२; ७८५; १२७७; १०००; ७७७; २४१३; ३०७.  
 ( २ रें ) ११२१५; २७५२०; २००००७; २००००७; २०२०००२०.  
 ( ३ रें ) २२१५; २५७०५; ५०५०५५०५; १५०००००.  
 ( ४ थें ) ११२०००००; ११२०००००; २१२०००; २१२०००;  
 ७१५००३१२.  
 ( ५ वें ) ३५१८१२०००००; २१८७२७.  
 ( ६ वें ) १०००००८९९९.  
 ( ७ वें ) तीनशें बारा; पांचशें सात; नऊशें; एकशें दहा;  
 एकशें एक; नऊशें एकोणीस; एक.  
 ( ८ वें ) एकहजार तीनशें बारा; किंवा, तेराशें बारा; दोन  
 हजार सातशें अठ्ठावीस; दोन हजार नऊ; पांच  
 हजार अठरा; सहा हजार दहा.  
 ( ९ वें ) दहाहजार पांच; एकहजार एक; नव्याण्णवलक्ष  
 नव्याण्णवहजारनऊशें नव्याण्णव; एक हजार एक.  
 ( १० वें ) सत्रा कोटि सत्रा; एक अर्ब सत्तर कोटि एक लक्ष  
 सत्तर हजार सत्रा; पांच कोटि पांच लक्ष पांच हजार  
 पंनास.  
 ( ११ वें ) तीन निखर्व आठ खर्व एक अब्ज चौऱ्याहत्तर को-  
 टि अठ्ठावनलक्ष एकाहत्तर हजार दोनशें तेवीस; सात  
 शंकु सात महापद्म आठ निखर्व आठ खर्व नऊ अब्ज  
 एक्याण्णव कोटि बावीस लक्ष बारा हजार सातशें  
 सत्यायशीं.

( १२ वें ) आठशें सत्रा परार्ध चौपन्न अंश वत्तिस शंकु एकू-  
णनवद निखर्व त्रेचाळीस अर्ध वावनक्रोडि चौदालक्ष  
एकाहत्तर हजार पांचशें चौवीस.

टीप—मराठींत संख्या पुष्कळ रीतीनीं दाखवितां येते, त्या  
सर्वांचो माहिती शिक्षकानें मुलांस करून द्यावी.

मिळवणी. पत्र ६-७.

- ( १ लें ) २१३६४२. ( २ रें ) २७५४१४.  
( ३ रें ) ९०११. ( ४ थें ) ७१३५७४५९२९.  
( ५ वें ) १२३४५६. ( ६ वें ) ७४. ( ७ वें ) १००२.  
( ८ वें ) ९२६४२. ( ९ वें ) १७६८.

वजावाकी. पत्र ९.

- ( १ लें ) ४२२०११; ६२४०२; ३४०२१८. ( २ रें ) ५०९१७;  
१९०३०९; १७४१८६.  
( ३ रें ) ८५१३१; २२६८७७; १९९९९५. ( ४ थें ) ३५९७८७;  
( ५ वें ) १८४०. ( ६ वें ) ७२.

गुणाकार. पत्र १३-१४.

- ( १ लें ) ६९१३४६; १३७२८९६.  
( २ रें ) १६६३०५२; १८५६४०५.  
( ३ रें ) ३८१२५९२; २९४९६२५.  
( ४ थें ) ३०३१३१२; ३८१२३१२.  
( ५ वें ) ३९२३७८४; १०७६४२०४.  
( ६ वें ) ५९६१३८४; १०५१८५८८.  
( ७ वें ) ६०५०९६०; ८२२४७७६.  
( ८ वें ) १७०९८४६४; १४६८३०५९.  
( ९ वें ) १७८०९६२०; २४९३८२०८.  
( १० वें ) ३०६१७५२०; २६८३९६६५.  
( ११ वें ) ३८५३१८८०; ५४४५५६१६.  
( १२ वें ) ८७७१९८०८; ६८४४०२६०.  
( १३ वें ) २८८९४५४५; ४३३४१८१७५.  
( १४ वें ) १७३३६७२७०; ३३७१०३०२५.



- ( १५ वें ) २६००५०९०५० ; ९१०१७८१६७५.  
 ( १६ वें ) १२७४२४९४३४५ ; २०५०५९७९४४.  
 ( १७ वें ) ३४१७६६३२४० ; १२३६४७१६६००.  
 ( १८ वें ) ७३१३२४३६१६ ; २०४१६३२७७९६.

भागान्तर. पत्र १७—१८.

- |  |                            |
|--|----------------------------|
| ( १ लें ) २१६२५८ ;                     | ११७२६३.                    |
| ( २ रें ) १३५९३९ ;                     | १४२७८३.                    |
| ( ३ रें ) ६४२८९ ;                      | ७३८३२.                     |
| ( ४ थें ) ५८१६६ ;                      | ४९४२८.                     |
| ( ५ वें ) ६३००३६ ;                     | ४१६२२३६.                   |
| ( ६ वें ) ५९७३७ $\frac{११}{२}$ ;       | ७८०४७ $\frac{११}{२}$ .     |
| ( ७ वें ) १५७७८३ ;                     | ४४१९०७.                    |
| ( ८ वें ) २६४२७४ ;                     | १८१२२७.                    |
| ( ९ वें ) १०५१८८ $\frac{३१}{२}$ ;      | ९४५७३ $\frac{३१}{२}$ .     |
| ( १० वें ) १२२२७६ $\frac{३१}{२}$ ;     | ५४२२० $\frac{६९}{१०}$ .    |
| ( ११ वें ) ४६९९९ $\frac{०}{१०}$ ;      | ७८५५६ $\frac{६९}{१०}$ .    |
| ( १२ वें ) ९९९०४ $\frac{६३}{१०}$ ;     | ७९७३२ $\frac{६३}{१०}$ .    |
| ( १३ वें ) १६३७३४ $\frac{११}{१०}$ ;    | १२४६९१ $\frac{११}{१०}$ .   |
| ( १४ वें ) १२४९६३ $\frac{१३}{१०}$ ;    | ८४१३५ $\frac{१३}{१०}$ .    |
| ( १५ वें ) १६०४७ $\frac{१३}{१०}$ ;     | १७५५ $\frac{१३}{१०}$ .     |
| ( १६ वें ) ९६८५९ $\frac{१३}{१०}$ ;     | १४०९७४ $\frac{१३}{१०}$ .   |
| ( १७ वें ) ४३११ $\frac{१३०३}{१३२३}$ ;  | ७७६३ $\frac{६१०३}{१३२३}$ . |
| ( १८ वें ) १०८७८ $\frac{६७०१}{८७५०}$ ; | ३४९९ $\frac{२१७१}{९८७५}$ . |

सामान्य प्रश्न. पत्र १८—२०.

- ( १ लें ) १२१३२१२. ( २ रें ) १००० ९९९.  
 ( ३ रें ) ११६२६६१५. ( ४ थें ) ४८०४७२.  
 ( ५ वें ) ९०१३. ( ६ वें ) ५७. ( ७ वें ) ८.\*  
 ( ८ वें ) १७९८. ( ९ वें ) १०८.  
 ( १० वें ) ३६५. ( ११ वें ) रोमचे ५ जन्म. व १ जन्मास ५० प्रजा.

\* पुस्तकाचें वय ५३ वर्षाचें होतें त्या जागीं वायकाचें वय ३५ वर्षाचें होतें असें ध्यावें.

- ( १२ वें ) फलें ३०० पैसे ६८.  
 ( १३ वें ) ९६०. ( १४ वें ) २०१५८०८६ पाँड.  
 ( १५ वें ) एकदर रु. २०१५८०८६०.  
 बाकी रु. २३१०६४०.

त्रैराशी. पत्र २४—२५.

- ( १ लें ) ८० बोरें; ( २ रें ) ८ आणे.  
 ( ३ रें ) १६० पोरें; ( ४ थें ) ४०० घागरी.  
 ( ५ वें ) ८०० हात; ( ६ वें ) २० रूपये.  
 ( ७ वें ) २० मुलें; ( ८ वें ) ४८ कोस.  
 ( ९ वें ) २० तास; ( १० वें ) ५४०० हात.  
 ( ११ वें ) १६ हान.

पंचराशी. पत्र २८—२९.

- ( १ लें ) २०० आणे. ( २ रें ) २००० रूपये.  
 ( ३ रें ) २५ रूपये. ( ४ थें ) १००० हाडे.  
 ( ५ वें ) ७५ रूपये. ( ६ वें ) २ महिने १२ दिवस.  
 ( ७ वें ) २५ रिमें. ( ८ वें ) २४ दिवस.  
 ( ९ वें ) ७<sup>७</sup>/<sub>२२</sub> मनुष्ये. ( १० वें ) २३४० पाँ.  
 ( ११ वें ) ७०७ पाँ. २ शि. १०<sup>३</sup>/<sub>३७</sub> पे. ( १२ वें ) १४४ माणसें.  
 ( १३ वें ) २<sup>३३</sup>/<sub>७६</sub> शेर. ( १४ वें ) ३<sup>७३</sup>/<sub>२२</sub> दिवस.

दृढभाजक. पत्र ३१.

- ( १ लें ) ११२; ४; १; २५; १०१.  
 ( २ रें ) १४३; ३७७; ११; १८; ७.  
 ( ३ रें ) १; ७७; ४९; १३३.  
 ( ४ थें ) २१३; २५; २४; ५७.  
 ( ५ वें ) ३; १५.

लघुतम साधारण भाज्य. पत्र ३४.

- ( १ लें ) २२०; ४२; १६. ( २ रें ) १९८; २४०; ८०.  
 ( ३ रें ) १८०; १४४. ( ४ थें ) १२०; ६८.  
 ( ५ वें ) १४४; २१६; ( ६ वें ) २४०; २५२०,  
 ( ७ वें ) ७५६०; ६५५२ ( ८ वें ) १२६०  
 ( ९ वें ) १०५००. ( १० वें ) ७२००. ( ११ वें ) ७५६००.

साधारण प्रश्न. पत्र ३४-३५.

- (१ लें) ६०. (२ रें) १४२८. (३ रें) ११२ हात  
लाव; पहिलीस २ व दुसरीस ३.

रेघा मांडणें, पत्र ३८.

- (१ लें) २१६॥॥=॥; १११३॥=॥; २५६=॥॥; १६॥१॥०  
(२ रें) २१६; २५॥॥=॥; ०॥=॥॥०  
(३ रें) ६=; ०॥०; ०००; ००-  
(४ थें) २=॥; ४॥॥०॥॥; १०॥=॥; २२०-; ०॥०

रेघांच्या संख्या वाचणें पत्र. ३८.

- (१ लें) एकशें सवापंचवीस आणि एक अष्टमांश; सव्वा, तीन षोडशांश आणि एक बत्तिसांश; एकशें एक आणि एक अष्टमांश; पंधरा आणि एक बत्तिसांश.  
(२ रें) एक चतुर्थांश आणि तीन चौसष्टांश; तीन चौसष्टांश आणि एक एकशें अठ्ठाविसांश; एक दहाशें चोविसांश; एक चतुर्थांश, एक अष्टमांश आणि एक बत्तिसांश.  
(३ रें) एकशें सव्वाअकरा आणि एक बत्तिसांश; एकशें सव्वा आणि एक चौसष्टांश आणि एक दहाशें चोविसांश; दोन, एक षोडशांश आणि एक दोनशें छप्पनांश; दोन, एक चौसष्टांश आणि एक दहाशें चोविसांश.  
(४ थें) एक चौसष्टांश, एक पांचशें बारांश आणि एक दोनहजार अठ्ठेचाळिसांश; सवापंचवीस; पावणे तेरा; सवापांच तीन षोडशांश आणि तीन चौसष्टांश.  
(५ वें) तीन चतुर्थांश, तीन षोडशांश, आणि एक बत्तिसांश एक चतुर्थांश, एक षोडशांश आणि एक चौसष्टांश; एक चतुर्थांश; एक अष्टमांश आणि एक बत्तिसांश; सव्वा, एक षोडशांश, एक चौसष्टांश, एक दोनशें छप्पनांश आणि एक दहाशें चोविसांश.  
(६ वें) तेरा आणि एक दहाशें चोविसांश; सोळा आणि एक दशांश; तेरा आणि एक दोनशें छप्पनांश; एक एकशें अठ्ठाविसांश.



### रिघांचा भागाकार. पत्र ४३.

रुके.

- ( १ लें )  $७३८ \equiv 11 \mid १८ - \mid \frac{१८ \equiv 11 \mid १1}{१२ \equiv 11 \mid}$ ;  $२५८५ \mid ८८२ \equiv$   
 $\frac{१८ \equiv 11 \mid}{१२ \equiv 11 \mid}$ ;  $१६ \mid - \mid १८ \mid \mid \frac{१८ \equiv 11 \mid}{६८ \equiv 11 \mid}$ .
- ( २ रें )  $२७१ \mid ११ \mid २८ \equiv \mid \frac{१८ \equiv 11 \mid}{४८ \equiv 11 \mid}$ ;  $८८ \mid - \mid ११ \mid \equiv \mid \mid$   
 $\frac{१८ \equiv ८२ \mid}{६२ \equiv 11 \mid}$ ;  $१५ \mid \equiv 11 \mid$ .

### साधारण अपूर्णाक. पत्र ४६.

- ( १ लें )  $\frac{४०}{५}$ ;  $\frac{१३५}{५}$ ;  $\frac{२१६}{२७}$ ;  $७२९$ .
- ( २ रें )  $\frac{३७४}{११}$ ;  $\frac{१४८५}{११}$ ;  $\frac{५७८}{१७}$ ;  $\frac{२२९५}{१७}$ .
- ( ३ रें )  $\frac{९०}{१५}$ ;  $\frac{१३५}{१५}$ ;  $\frac{१८०}{१५}$ ;  $३००$ .
- ( ४ थें )  $\frac{८५०}{३४}$ ;  $\frac{११५६}{३४}$ ;  $\frac{५७८}{३४}$ ;  $\frac{३७७४}{३४}$ .

### भागानुबंध अपूर्णाकास विषम अपूर्णाकरूप. पत्र ४६.

- ( १ लें )  $\frac{३६}{३}$ . ( २ रें )  $\frac{१२}{२}$ . ( ३ रें )  $\frac{२४३५}{११}$ . ( ४ थें )  $\frac{२३६}{१७}$ .
- ( ५ वें )  $\frac{४२७}{१३}$ . ( ६ वें )  $\frac{६०२९}{३०}$ . ( ७ वें )  $\frac{८६३}{१२}$ . ( ८ वें )  $\frac{१७३८}{१५}$ .
- ( ९ वें )  $\frac{३३१५}{१८}$ . ( १० वें )  $\frac{१३८४}{३७}$ . ( ११ वें )  $\frac{६०२७}{३०}$ .
- ( १२ वें )  $\frac{३१४९}{२५}$ . ( १३ वें )  $\frac{८२२९}{१६}$ . ( १४ वें )  $\frac{२१३१}{२१}$ . ( १५ वें )  $\frac{६}{४}$ .
- ( १६ वें )  $\frac{७}{२}$ . ( १७ वें )  $\frac{१९}{४}$ . ( १८ वें )  $\frac{८१}{६}$ . ( १९ वें )  $\frac{५७}{८}$ .
- ( २० वें )  $\frac{५१३}{६४}$ . ( २१ वें )  $\frac{५७९}{६४}$ .

### विषम अपूर्णाकास भागानुबंधरूप पत्र ४७.

- ( १ लें )  $४\frac{१}{२}$ . ( २ रें )  $७\frac{१}{१}$ . ( ३ रें )  $२४\frac{१}{१३}$ . ( ४ थें )  $१४३\frac{१}{२३}$ .
- ( ५ वें )  $४०\frac{२३}{२५}$ . ( ६ वें )  $४१\frac{५३}{७५}$ . ( ७ वें )  $१६$ . ( ८ वें )  $२५\frac{४६}{७७}$ .
- ( ९ वें )  $१६\frac{१५}{७७}$ . ( १० वें )  $३३\frac{१}{५५}$ . ( ११ वें )  $४०$ . ( १२ वें )  $३५\frac{७}{१०२}$ .
- ( १३ वें )  $३५\frac{५३}{१७७}$ . ( १४ वें )  $२१$ . ( १५ वें )  $१०$ . ( १६ वें )  $१५$ .
- ( १७ वें )  $५८$ . ( १८ वें )  $५८$ . ( १९ वें )  $२११$ . ( २० वें )  $२१$ .
- ( २१ वें )  $८१$ .

अभ्यासाकरितां उदाहरणें, पत्र ४८.

गुणाकार.

भागाकार.

- ( १ लें )  $\frac{34}{8}$ ;  $\frac{34}{3}$ ;  $\frac{34}{2}$ ;  $\frac{674}{33}$ ;  $\frac{7}{33}$ ;  $\frac{4}{33}$ ;  $\frac{34}{200}$ ;  $\frac{34}{832}$ .  
 ( २ रें )  $\frac{174}{188}$ ;  $\frac{124}{10}$ ;  $\frac{124}{13}$ ;  $\frac{124}{9}$ ;  $\frac{24}{188}$ ;  $\frac{124}{1142}$ ;  $\frac{124}{1920}$ ;  $\frac{4}{188}$ .  
 ( ३ रें )  $\frac{680}{593}$ ;  $\frac{320}{239}$ ;  $\frac{1200}{593}$ ;  $\frac{1600}{593}$ ;  $\frac{320}{99}$ ;  $\frac{160}{2099}$ ;  $\frac{320}{6239}$ .  
 ( ४ थें )  $\frac{320}{804}$ ;  $\frac{40}{593}$ ;  $\frac{320}{239}$ ;  $\frac{32}{593}$ ;  $\frac{320}{7323}$ ;  $\frac{320}{239}$ ;  $\frac{1200}{593}$ .

अति संक्षेप रूप. पत्र ४९.

- ( १ लें )  $\frac{2}{20}$ ;  $\frac{5}{100}$ ;  $\frac{6}{10}$ ;  $\frac{4}{14}$ . ( २ रें )  $\frac{4}{4}$ ;  $\frac{3}{3}$ ;  $\frac{2}{2}$ ;  $\frac{3}{8}$ .  
 ( ३ रें )  $\frac{13}{18}$ ;  $\frac{12}{83}$ ;  $\frac{6}{6}$ ;  $\frac{3}{8}$ . ( ४ थें )  $\frac{11}{13}$ ;  $\frac{9}{32}$ ;  $\frac{6}{99}$ ;  $\frac{2964}{8042}$ .  
 ( ५ वें )  $\frac{11}{13}$ ;  $\frac{20}{29}$ ;  $\frac{23}{33}$ ;  $\frac{99}{69}$ .

अभ्यासाकरितां उदाहरणें, पत्र ४९—५०

- ( १ लें )  $\frac{3}{3}$ ;  $\frac{4}{11}$ ;  $\frac{13}{23}$ ; ( २ रें )  $\frac{489}{1884}$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{39}{53}$ .  
 ( ३ रें )  $\frac{203}{383}$ ;  $\frac{9}{10}$ ;  $\frac{9}{11}$ ; ( ४ थें )  $\frac{24}{33}$ ;  $\frac{13}{44}$ ;  $\frac{29}{44}$ .

प्रभागजातीस भागजाती रूप. पत्र ५०—५१

- ( १ लें )  $1\frac{3}{3}$ ;  $2\frac{6}{6}$ ;  $1\frac{4}{4}$ . ( २ रें )  $\frac{9}{12}$ ;  $\frac{1}{8}$ ;  $1\frac{6}{6}$ .  
 ( ३ रें )  $\frac{1}{6}$ ;  $\frac{4}{6}$ ;  $1\frac{5}{6}$ . ( ४ थें )  $1\frac{1}{1}$ ;  $3\frac{1}{3}$ ;  $1\frac{6}{2}$ .  
 ( ५ वें )  $8\frac{3}{12}$ ;  $3$ . ( ६ वें )  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{39}{68}$ . ( ७ वें )  $\frac{4}{4}$ ;  $6\frac{2}{2}$ .  
 ( ८ वें )  $1\frac{2}{2}$ ;  $7\frac{9}{8}$ . ( ९ वें )  $1\frac{90}{4}$ ;  $2\frac{60}{12}$ .  
 ( १० वें )  $3\frac{69}{12}$ ;  $\frac{1}{2080}$ . ( ११ वें )  $1\frac{12}{11}$ — $11$ ;  $6\frac{11}{11}$ .

समच्छेद. पत्र ५२—५३.

- ( १ लें )  $\frac{104}{210}$ ;  $\frac{180}{210}$ ;  $\frac{123}{210}$ ;  $\frac{60}{210}$ ;  $\frac{1924}{2310}$ ;  $\frac{1320}{2310}$ ;  $\frac{1080}{2310}$ ;  $\frac{830}{2310}$ .  
 ( २ रें )  $\frac{16}{24}$ ;  $\frac{10}{24}$ ;  $\frac{20}{24}$ ;  $\frac{21}{24}$ ;  $\frac{10}{188}$ ;  $\frac{60}{188}$ ;  $\frac{29}{188}$ ;  $\frac{108}{188}$ .  
 ( ३ रें )  $\frac{28}{32}$ ;  $\frac{20}{32}$ ;  $\frac{30}{32}$ ;  $\frac{31}{32}$ ;  $\frac{60}{92}$ ;  $\frac{44}{92}$ ;  $\frac{16}{92}$ ;  $\frac{39}{92}$ .  
 ( ४ थें )  $\frac{63}{188}$ ;  $\frac{60}{188}$ ;  $\frac{102}{188}$ ;  $\frac{93}{188}$ ;  $\frac{94}{188}$ .

- ( ५ वें )  $\frac{१६२. १०८. १४४. २४. १६}{२४३}$   
 ( ६ वें )  $\frac{७२०. ३७८. ५२५. ६१२. ८०. ६७५}{१२६०}$   
 ( ७ वें )  $\frac{४४०. ७६५. ९००. ५०४. २४०. १०५०}{१०८०}$   
 ( ८ वें )  $\frac{५४०. ६३०. २१६. ३३०. २६०. ३४५}{९००}$   
 ( ९ वें )  $\frac{५४००. ६९३०. २२४०. १८९०. ३२१३}{७५६०}$   
 ( १० वें )  $\frac{१६८. १६. ४०. ३४८. ४०८. ४३५}{४८}$   
 ( ११ वें )  $\frac{१५६. २४३. ४०. १५६. २९४. १११}{४८}$   
 ( १२ वें )  $\frac{२६०. ४२४. २४५. ९००. ६४५. ५७६}{१२०}$

अपूर्णािकाची मिळवणी. पत्र ५४-५५.

- ( १ लें )  $२\frac{६}{८}$ ; ( २ रें )  $२\frac{१}{८}$ ;  $२\frac{३१}{३६}$  ( ३ रें )  $२\frac{४३}{१८०}$ ;  $२\frac{११}{३६}$   
 ( ४ थें )  $२\frac{४१}{१४४}$ ;  $१\frac{७३}{१०}$ . ( ५ वें )  $३\frac{११७}{३०८}$ ;  $१\frac{५१}{१२}$ ; ( ६ वें )  $१०\frac{१७}{७२}$   
 $१३\frac{१}{१०}$ . ( ७ वें )  $३\frac{६५}{७२}$ ;  $१३\frac{१९}{४५}$ . ( ८ वें )  $३\frac{८५१}{१०८०}$ ;  $५\frac{३४}{६३}$   
 ( ९ वें )  $१९\frac{४}{३५}$ ;  $५\frac{५९}{१०५}$ . ( १० वें )  $५\frac{१०७}{२०}$ ;  $१३\frac{३२९}{४००}$   
 ( ११ वें )  $१८\frac{११}{२०}$ ;  $११\frac{७४}{१६५}$ . ( १२ वें )  $३४\frac{११३९}{१४४०}$ . ( १३ वें )  
 $४३|||≡||-|| ६०$  ( १४ वें )  $१७||=|$ . ( १५ वें )  $१२८-$

वजाबाकी. पत्र ५६.

- ( १ लें )  $\frac{३}{५}$ ;  $\frac{३}{१०}$ ;  $\frac{१}{१२}$ ;  $\frac{१}{६}$ . ( २ रें )  $२\frac{१}{३}$ ;  $१\frac{१}{८}$ ;  $२\frac{१}{६}$ ;  $१०\frac{५}{१२}$ .  
 ( ३ रें )  $\frac{४१}{१००}$ ;  $५\frac{२१}{२५}$ ;  $४८\frac{२}{३}$ ;  $२\frac{३१}{४२}$ . ( ४ थें )  $९\frac{६२}{७५}$ ;  $३३\frac{१}{३}$   
 $२२\frac{६८}{३६९}$ ;  $२५\frac{५१}{५२}$ . ( ५ वें )  $१\frac{३१}{१७५}$ ;  $१६\frac{८८}{१०५}$ ;  $४\frac{१३}{३०}$ ;  $१\frac{८७}{११०}$   
 ( ६ वें )  $३\frac{७}{४}$ ;  $१३\frac{३}{३}$ . ( ७ वें )  $६\frac{२९}{६०}$ . ( ८ वें )  $३\frac{३}{४५}$ . ( ९ वें )  $२\frac{११}{१२}$   
 $१\frac{१३}{२४}$ ;  $\frac{१९}{४८}$ . ( १० वें )  $\frac{७}{२४०}$ . ( ११ वें )  $१६\frac{११}{१२}$ .

अपू० गुणाकार. पत्र. ५७.

- ( १ लें )  $\frac{४५}{८८}$ ; १;  $\frac{३}{४}$ . ( २ रें )  $७\frac{४६}{८}$ ; ६०;  $४०\frac{९}{२}$ .  
 ( ३ रें )  $४९\frac{१६}{२१}$ ; २२. ( ४ थें )  $\frac{१}{५}$ ;  $५\frac{५}{४}$ . ( ५ वें )  $१\frac{१}{८}$ ;  $१७\frac{७}{९}$ .  
 ( ६ वें ) १०||; ११८||-|||=; १|||=०. ( ७ वें ) १०||;  
 $२८\frac{७}{८}$ ;  $१\frac{७}{८}$ . ( ८ वें )  $३०\frac{४९}{६०}$ .

## अपूर्णा भागाकार. पत्र ६०.

- ( १ लें ) ३; ६; ५; ५. ( २ रें ) १ $\frac{१}{३}$ ; ५; १८ $\frac{१}{२}$ .  
 ( ३ रें )  $\frac{१}{१८}$ ;  $\frac{११३}{१३५}$ . ( ४ थें )  $\frac{५}{४८}$ ; ५२ $\frac{१}{४}$ . ( ५ वें )  $\frac{१}{५}$ ; १५.  
 ( ६ वें ) १६;  $\frac{३}{४}$ ; २ $\frac{५}{६}$ ; २ $\frac{३}{६}$ . ( ७ वें ) ४ $\frac{५}{११}$ ; २; १ $\frac{५}{६}$ ; २.  
 ( ८ वें ) १० $\frac{१०}{३३}$ ; २ $\frac{३}{३}$ ; ३८ $\frac{२}{११}$ . ( ९ वें ) ३ $\frac{५}{६}$ ; १६; १२ $\frac{३९}{४५}$ .

## दशांश अपूर्णाक. पत्र ६२.

- ( १ लें ) .७; ११.७; ०.३३; .३३८३३.  
 ( २ रें ) .०१; .०२१; .०११७; .००००००३.  
 ( ३ रें ) .२३००३७. ( ४ थें ) १.१११११.  
 ( ५ वें ) १३.००३००५. ( ६ वें ) १०.११०१०१.

## अपूर्णाकांत मांडणें.

- ( ७ वें )  $\frac{३७}{१०००}$ ;  $\frac{१}{५०००}$ ;  $\frac{१}{४}$ ;  $\frac{३}{८}$ . ( ८ वें )  $\frac{३}{४००}$ ; १४ $\frac{१}{१०}$ ;  $\frac{३}{१६}$ ; ३ $\frac{१}{४०}$ .  
 ( ९ वें )  $\frac{११}{१३०००}$ ;  $\frac{३}{३२००}$ ; २३ $\frac{६१}{१६००}$ . ( १० वें ) १५ $\frac{१३}{६४}$ ;  
 $\frac{३}{१२८}$ ; ४ $\frac{१}{१२८}$ .

## दशांश मिळवणी व वजावकी. पत्र ६४.

- ( १ लें ) ३४.६२१५६. ( २ रें ) ७८२.८५९४.  
 ( ३ रें ) २३४०१९८.६१४७७३.  
 ( ४ थें ) २६९२.२६२२१२३. ( ५ वें ) १९.००२;  
 ३.४४९०२. ( ६ वें ) २१.१३३५; ४१२१३.  
 ( ७ वें ) १९.०००२; १.००१३. ( ८ वें ) .०००००१३; २३.०१६४८३५.  
 ( ९ वें ) १; २.७४८६. ( १० वें ) .००३२१३, .३४२३५.

## दशांश गुणाकार. पत्र ६५.

- ( १ लें ) ७२३.६; १४६.४५६१.  
 ( २ रें ) .००००००१; ७४.१५१.  
 ( ३ रें ) .०७५०४; .०००६०२; ( ४ थें ) .००१३०१४; १.५.  
 ( ५ वें ) ५.३१४४१. ( ६ वें ) ४.०९६. ( ७ वें ) .०००१२३४३२१.  
 ( ८ वें ) .०००४४४०८.



दशांश भागाकार. पत्र ६८.

- (१ लं) .६२५; .०००६२५ (२ रें) ६२५००००; .००००६२५.  
 (३ रें) ४९००००; ६.३. (४ थें) १८५; ३०.  
 (५ वें) ४०००; ८.७८९०६२५. (६ वें) २.४:१२००.  
 (७ वें) .०००१५६२५; ७११८५८०. (८ वें) .०१२२६९९ इ०.  
 १५६८.६२७. इ० (९ वें) .३३८८२७८ इ०.  
 .००३८३१७७५७. इ० (१० वें) २९०; .०१४९७४ इ०.

अपूर्णांकास दशांशरूप. पत्र ६९.

- (१ लं) .०४; .०५२; ५.२५; १.६.  
 (२ रें) .८४८; ११.०१३६; १५.६२५; ५.१८७५.  
 (३ रें) ७.२०३१२५; .१३२८१२५; .०००१५६२५;  
 ११.००१६९६.  
 (४ थें) .००१९५३१२५; १.०००९७६५६२५; .००८१२५;  
 .००१३६ ७१८७५. (५ वें) .१७०५; .००२१६; .३२

अपूर्णांकास आवर्त दशांशरूप. पत्र ७२.

- (१ लं) १.४; .५७२; २.३४५; .० १२३६.  
 (२ रें) २.९२८५७१४; ५.०४५; .८१३२; २३.१५६.  
 (३ रें) .००८९; ५.७६१९०४; १७.१२९३१; .१२३४५.  
 (४ थें) .३०६४८; .१००३३७८; .४०८६४; .०२०५०२.  
 (५ वें) .०५८८२३५२९४११७६४७.  
 .०४३४७८२६०८६९५६५२१७३९१३.  
 .०३४४८२७५८६२०६८९६५५१७२४१३७९३१.  
 .०३२२५८०६४५१६१२९.

आवर्तदशांशास अपूर्णांकरूप. पत्र ७५.

- (१ लं)  $\frac{१}{३}$ ; ५; ६; २७ (२ रें)  $\frac{१४}{३}$ ; ५; १२५;  $\frac{२२३}{३३०००}$ ;  $\frac{२१०७}{२४७५}$ .  
 (३ रें)  $\frac{३२३}{५५}$ ;  $\frac{१३३}{३०००}$ ; १५५;  $\frac{८९}{१६००}$ . (४ थें)  $\frac{४५९}{१११०}$ ;  $\frac{१६९९}{२२२०}$ ;  
 $\frac{२१९}{२५५}$ ;  $\frac{४१}{४४०}$ . (५ वें)  $\frac{१०१}{१११०}$ ;  $\frac{१११}{२०२}$ ;  $\frac{१३}{१७०}$ .  
 (६ वें)  $\frac{२१}{१४}$ ;  $\frac{५१७}{८८}$ ;  $\frac{१११९}{६६}$ .

आवर्तदशांशांची बेरीज वगैरे. पत्र ७७.

- (१ लें) ४५.५५१४५५२. (२ रें) १६८.७०२३९११.  
 (३ रें) २४; ००३२७११६. (४ थें) ८५७१४२; ००५८.  
 (५ वें) ९.९२८; २.२९७.  
 (६ वें) ३१.७९९; ३५१.६७४६४३२५. (७ वें) ३.६; ०५२.  
 (८ वें) ४९; १.१४५.

संक्षिप्त गुणाकार पत्र ८०-८१.

- (१ लें) १३०८.००६. (२ रें) १४२७.६५६८७.  
 (३ रें) २३५.१०१. (४ थें) ३१.४५. (५ वें) १००७१.२.  
 (६ वें) १३६३. (७ वें) ६.६. (८ वें) १.९; ०; ०; १.८.  
 (९ वें) ०.०६; ०.०१.

विविधपरिमाणें वाचून दाखविणें पत्र ९२.

- किंमत.** { साडेपंधरा रुपये पावणेतीन आणे; सवातवीस रु.  
 एक आणा; तवीस रुपये अर्धाआणा दोन दमड्या;  
 अर्धाआणा दोन दमड्या; सत्रा रुपये चवदा आणे  
 एक पै; सोळा रुपये एक आणा दोन पै; पंधरा  
 रुपये दहापै; तीन आणे नऊ पै.
- वजन.** { तेवीस खंडी दोन मण आठ शेर; एकशेंसवापस-  
 तीस खंडी दोन मण नऊ शेर; पावणेपंधरा खंडी  
 सवातीन मण साडेआठ शेर; सवापांच शेर; सवातीन  
 मण साडेआठ शेर; सवापांच शेर; सवातीन मण चार  
 शेर; दोन खंडी साडेसात मण; पाऊण खंडी पावणे-  
 दोन मण पावणेचार शेर साडेबारा टांक; आठ टांक.
- कैली.** { बारा खंडी साडेचार मण दोन पायल्या; सवा खंडी  
**बाहले.** { साडेतीन मण सवापायली; पांच खंडी पावणेतीन  
 पायल्या; दोन पायल्या.
- सोळले.** { तेग खंडी साडेचार मण एक पायली; सवा खंडी  
 साडेतीन मण सवापायली; तीन खंडी पावणेतीन  
 पायल्या; दोन पायल्या.
- मुदत.** { पांच वर्षे दहा महिने चार दिवस; साडेसात वर्षे  
 दीडमहिना सात दिवस; एक महिना साडेसात दि-  
 वस अथवा सवा महिना; साडेपांच दिवस.

त्रिविधपरिमाणे लिखून दाखविणे. पत्र ९२.

- (१ लें) १५४१००७ अथवा १५॥=॥१.  
 (२ रें) वजन ५॥॥१॥३; ४२४२; ४१५; ५५४७; ४२४४१५.  
 (३ रें) कैली वाखलें. ॥॥३; .११; ४४१॥; .॥.१॥; ४.  
 सोळुलें. ४५॥३; ॥३२; ४४४१; २४१२; .॥३; .॥४१॥॥.

उत्तरती भांजणी. पत्र ९५.

- (१ लें) ४९२४८०; ८०६४०. (२ रें) ३३९२; १६९६;  
 ३६००; १८००. (३ रें) ९१७८. (४ थें) २४२४;  
 ४८१२; ७२५७; (५ वें) १४०२९२.  
 (६ वें) १८८१००; १५१३३. (७ वें) ३३६०. (८ वें)  
 १३४२८७.२. (९ वें) ८२७६४८; ११८६. ४५४४.  
 (१० वें) ११५.१६६ आणे. (११ वें) ४  $\frac{६६}{१०}$  पांड.  
 (१२ वें) १०४९.१३६. (१३ वें) ६५६७९६.४.

अभ्यासाकरितां उदाहरणे. पत्र ९६.

- (१ लें) १ रु. ० पा. १२  $\frac{६६}{१०}$  रें. (२ रें) ७ पाँ. १७ शि. ५  $\frac{३}{१०}$  पे.  
 (३ रें) १२ शि. ७  $\frac{६६}{१०}$  पे.; ६ पाँ. १० शि. ७  $\frac{३३}{१०}$  पे.  
 (४ थें) ९ शि.; १३ शि. ७.५ पे.; २ पाँ. ६ शि. ६ पे.  
 (५ वें) २३ दि. १२ ता. १ घ. १७.२५ पळें.  
 (६ वें) ८९६ शेर; ४५६० शेर; ३८१ शेर.  
 (७ वें) ७ पा. १  $\frac{३}{१०}$  शेर.

रूपांतर. पत्र ९८-९९.

- १ लें). ३१२५. (२ रें)  $\frac{६६}{१०}$  मौहोरा.  
 (३ रें) .००१०४१६. (४ थें)  $\frac{६६}{१०}$ . (५ वें) ४  $\frac{१७}{१०}$ .  
 (६ वें) ६.३८५६९४. (७ वें) १९ पाँ. १७ शि.  
 (८ वें) १०७६६८५१५६२५. (९ वें) १५२  $\frac{१७}{१०}$ .  
 (१० वें) १०८१.००४१६६. (११ वें) २५३२ फू. ९ इं.  
 (१२ वें) २० तसू. (१३ वें) १२७५ रूपये. (१४ वें) आणे  
 ७.७३२२१७७३ (१५ वें) १७४० इंच.

रूपांतर. पत्र १०१-१०२.

- (१ लें) ५  $\frac{३}{१०}$ . (२ रें) १८५१  $\frac{७३}{१०}$  (३ रें) ९३  $\frac{३}{१०}$ .

- ( ४ थें ) २२. ( ५ वें ) १०३५. ( ६ वें ) ८३. ( ७ वें ) १०६३.  
 ( ८ वें ) २८३. ( ९ वें ) ७४८१. ( १० वें ) १०६३६३.  
 ( ११ वें ) ३०३. ( १२ वें ) २२०॥. ( १३ वें ) ८८७३६१.  
 ( १४ वें ) ११ वे किंवा बारावे तारखेस रात्रीस १० अ. १ घ.  
 २१.१२१०६ पळें. ( १५ वें ) १२ ता. १८ प.  
 ( १६ वें ) ७॥४॥३३ खं. बारुलें. ( १७ वें ) ८॥-११.  
 ( १८ वें ) २१॥४॥२.  
 ( १९ वें ) १३८ गि. ५ शि. ९ पे.  
 ( २० वें ) ६३५६५३ घागरी.

विविध वेरीज. पत्र. १०३—१०४

- ( १ लें ) नाणें ६६६४४११ ; १८३६॥॥ ; ३७ रु. ११ आ. ८ पै ;  
 ५४ पै. १६ शि. ६ पे.  
 ( २ रें ) वजनी ७९॥॥५ ; ४५॥॥३ ; ७० पां. २ औं. ७ पे. ९ मे ;  
 ७० ट. २ हं. वे. ० का. २६ पां.  
 ( ३ रें ) ८९॥॥॥८॥ ; १३१॥३४- ; ४० रा. १२ आ. ३० फ. ९ आ.  
 ८५ ट. ३ का. १ बु. ४ ग्या.  
 ( ४ थें ) ५९॥४ वि. ; १६६ ए. २६ गुं. १ आ. ; ८० ए. ० रु. २८  
 पचं ; २ चौ. या. ५ चौ. फू. ५२ चौ. इं.  
 ( ५ वें ) ६६ व. ३ म. २४ दि. ; ६९ दि. ५७ घ. १६ प. ; २५ दि.  
 १४ ता. ३१ मि. ४१ से. ; २७ दि. ० अ. १॥ घ.

विविध वजात्राकी. पत्र १०५—१०६.

- ( १ लें ) २४१५४७ ; ४१॥॥-॥॥ ; ३ पां. १८ शि. ११ पे. ; ५६ पां.  
 १२ शि. २ पे. ;  
 ( २ रें ) कैलो सोळुले मापें४॥॥८॥॥ ३ ; बारुलें १३॥३॥॥ १ ;  
 १४ पां ४ औं. २ द्रा. ; २० हं. वे. २ का. १५. पां.  
 ( ३ रें ) वि. २॥३॥॥ १ ; एकर ७४३५४१ ; २५ ए. २ रु. ३६ पो.  
 ४ चौ. या. २ चौ. फू. २७ चौ. इं.  
 ( ४ थें ) ४ व. १० मा. ३ दि. ; ७० दि. ५१ घ. ४ प. ; १२ ता.  
 ० मि. ४८ से. ; ४ व. ० अ. २ ऋ. १ मा. २० दि.

विविध गुणाकार. पत्र १०७—१०८.

- ( १ लें ) २८१ पां. ; ६८॥-॥ ; १६००३॥॥=॥ ; ३६॥=॥॥ ;  
 ४२९१ पां. १५ शि. ११३ पे.

- ( २ रें ) १४ हं. वे. २ का. १ पौं. १० औं. १४ द्रा.;  
 ६३९ हं. वे. १ का. ६ पौं. ११ औं. १२ द्रा.;  
 २६६।२।।।१।।; १२९७०३।।२.
- ( ३ रें ) ६८८ दि. ६ अ. ४० मि.; ८१० अ. ५५ मि.; १४६७ दि.  
 ४० घ. ४८ प.; १२६० दि. २५ घ. ४७ प.
- ( ४ थें ) ४१ ट. १८ हं. वे. १ का. १८ पौं. १० औं.; ३१४ ट.  
 १० पौं.; १०६ ट. १ का. १७ पौं. ४ औं. ९ द्रा.; १३१  
 पौं. २ औं. १५ पे. २० ग्रे.
- ( ५ वें ) ५९ मै. १ फ. ९८ या. ८ इं.; १ मै. ३९९ ए. ३ रु.  
 ३२ प.; १४९३ घ. या. ११ घ. फू. १३३२ घ. इं.; ५६३ बि.  
 १७ पां.; ६५९ ए. ३० गुं. ४ आ.; ( ६ वें ) ३८७६ ग्या;  
 १३०८ आ. ९६ फ.; ३२९७ खं.; ८२० प. ६ पा.
- ( ७ वें ) ४०५०।०।।०।।; ४०१।।१।।४; १२३३।।४।।२; ३६८।।२।।
- ( ८ वें ) ७७० को. १३८९ दं. १ हा.; ४५ यो. १८७५ दं; १९८ मै.  
 ६ पौं. ३ या.; ( ४० एल. ९ ने.  $\frac{३}{४}$  इं. ); \* ( ९ वें ) १ बि.  
 ४ पां. ११ का. २ हा.  $\frac{३}{४}$  बि. ; ९ ए. गुं. ४ आ.; ४३०  
 या. १ फू. ८ इं.

विविध भागाकार. पत्र ११०-१११.

- ( १ लें ) १६।।।३।। २ $\frac{५}{८}$ ; ६१।४।५।। $\frac{५}{२४}$ ; ८५।३।।।। $\frac{५}{२४}$ ; ७ पौं.  
 १० शि. ४ $\frac{३}{४}$  पे.; ९ दि. १० $\frac{३}{४}$  ता.
- ( २ रें ) ३७।।।३।।  $\frac{५}{११}$  ( १६।२।२ $\frac{९}{२९}$  ) †.।।४।।१०।।। $\frac{३।।३।।}{९।।३।।}$   
 ९ पौं. १४ शि. २ $\frac{५}{८}$  पे.; ५ पौं. ६ औं. ३ पे. १ $\frac{११}{३}$  ग्रे.
- ( ३ रें ) १२६।।।३ ८२।। =  $\frac{८-।।।।}{।।।३।।}$ ; ९८२ $\frac{६}{५}$ ; १०।।।।। $\frac{।।।।-।।}{२।।४।।३।।}$ ;  
 ५।।। $\frac{३६-६}{९७।।=।।}$ .
- ( ४ थें ) ४२६. १४३ २९२६ ८; ४ दि. २४ अ. १ घ.; ९ पौं. ९ शि.  
 $\frac{७०४}{१२८२४}$ ; १ ट. २ हं. वे. २ का. ६ पौं. ४ औं. १५ $\frac{१६८५}{२०८९}$  द्रा.

\* शेवटील १२ गुणक भरला तर उत्तर हें येतें.

† उदाहरणांत  $\frac{५}{८}$  भाजक घ्यावा.

## हिसेरशी. पत्र ११२.

- ( १ लें ) ४६४॥-॥; ३४॥; ६७९२॥. ( २ रें ) ३२॥-; २४=; ४४२४=; १६॥=॥; २९१॥=॥.
- ( ३ रें ) ५१=॥; २०२६=॥; २२८७॥; ९=; ४४४॥-॥.

## हिसेरशी. पत्र ११३—११४.

- ( १ लें ) ४६२॥-॥ १॥; ९४॥; ६०= ( २ रें ) ७५=; २३२४-; २३८०४- ( ३ रें ) २७३४=; २३०=; ३०९४=॥. ( ४ थें ) ॥=॥-; ४-॥२४<sup>३</sup>; ४॥१॥.
- ( ५ वें ) ३२८१; ५६; ४=; ॥=.
- ( ६ वें ) १; ५२६; १॥-; ॥=१४.

## पत्र ११५—११६.

- ( १ लें ) ४॥॥॥; ३५खं. १० म. ५ पा. ३॥. शे.; ६७॥=॥॥१०<sup>०</sup>; २७॥. ( २ रें ) १० खं.; १३८॥. ( ३ रें ) ९०६॥ हां.
- ( ४ थें ) ४७. खं. ( ५ वें ) १०३४=. ( ६ वें ) ११ खं.
- ( ७ वें ) २०६॥.

## तोडचे हिशेब पत्र ११९—१२०.

- ( १ लें ) १॥॥२; २॥=; २॥॥=॥. ( २ रें ) ४=॥. -॥४४. पै.; ३१॥=॥. ( ३ रें ) ४=॥॥; ३=; २१. ( ४ थें ) ४=; ४-११; १॥॥. ( ५ वें ) ०-११; १; ७=१२<sup>३</sup>.
- ( ६ वें ) ४॥=; ३३॥॥; ३३॥॥. ( ७ वें ) १॥=; ४॥॥<sup>३</sup> पै. २॥॥.
- ( ८ वें ) ४॥; ४=; ०. ( ९ वें ) ०.; १६॥=; ४४=॥.
- ( १० वें ) ११२॥; ६०; ४-०. ( ११ वें ) ४-॥; ४=; २३=.
- ( १२ वें ) ०=१<sup>०</sup> पै.; १॥॥॥॥॥१<sup>३</sup> पै.; ०॥-॥१२<sup>३</sup>; १-३६<sup>३</sup> पै.

## सजातीय परिमाणांचा गुणाकार. पत्र १२३.

- ( १ लें ) ८॥=४१॥; ३७८॥=४१॥. ३४ पै.; १३ शि; २०५॥=॥॥ ७६<sup>३</sup> पै.; १ शि. १०६<sup>३</sup> पै.
- ( २ रें ) २१४ खं. १२.१ म.; ३० शे. २३<sup>३</sup> पा. ५ म. १४ शे.; २ पै. २३<sup>३</sup> तो. २६४ पै. १४ औ. ७ द्रा.
- ( ३ रें ) १० दि. १३ ता. ३० मि. २५१ दि. ४ घ. ३० प.

- ( ४ थें ) ११ चौ. फू.  $३\frac{१}{२}$  इं.; १९२ चौ. फू.  $७\frac{१}{२}$  इं.; ६५ चौ. हा.  
 $१५\frac{६}{८}$  अं.; २७१ चौ. हा.  $\frac{३}{४}$  वि. १ मु. २ अं.  
 ( ५ वें ) ५६ रु. १४ आ.  $२\frac{७}{४}$  पै.; २७२ पौ. १९ शि.  $२\frac{१}{२}$  पे.  
 ( ६ वें ) १७६ चौ-वि. ० पां. १८ का.; १९६ चौ. ए. ३५ गुं.  
 ४ आ. ( ७ वें ) १८८ चौ. गुं.  $२\frac{१}{६}$  आ.  $३२\frac{३६६}{३४६}$  चौ. का.

विजातीय परिमाणांचा गुणाकार. पत्र १२४.

- ( १ लें ) ४४ रु. ३ आ. ३ पै. ( २ रें ) ५ फू.  $१\frac{३}{४}$  इं.  
 ( ३ रें ) ५ दि. १२  $\frac{३}{४}$  ता. ( ४ थें ) ४१ वि.  $१\frac{३}{४}$  पां.  
 ( ५ वें ) ५ आ. ६ पै. ( ६ वें ) १४ रु. ३ आ. ४ पै.  
 ( ७ वें ) ९ पौ. १४ शि.  $\frac{३}{४}$  पे. ( ८ वें ) १२ म. २ शे.  $२\frac{३}{४}$  चि.

प्रमाण गणित. पत्र १२८.

- ( १ लें )  $१\frac{३}{४}$ ;  $२\frac{३}{४}$ ;  $२\frac{३}{४}$ ; ६. ( २ रें )  $२\frac{३}{४}$ ;  $३\frac{३}{४}$ ;  $३\frac{३}{४}$ ;  $६\frac{३}{४}$ .  
 ( ३ रें )  $३\frac{३}{४}$ ;  $४\frac{३}{४}$ ;  $४\frac{३}{४}$ ;  $७\frac{३}{४}$ .  
 ( ४ थें )  $४\frac{३}{४}$ ;  $५\frac{३}{४}$ ;  $५\frac{३}{४}$ ;  $८\frac{३}{४}$ .  
 ( ५ वें )  $१\frac{३}{४}$ ;  $२\frac{३}{४}$ ;  $२\frac{३}{४}$ ;  $१७\frac{३}{४}$ . ( ६ वें )  $२\frac{३}{४}$ ;  $६\frac{३}{४}$ ;  $६\frac{३}{४}$ ; १०.  
 ( ७ वें )  $१\frac{३}{४}$ ;  $२\frac{३}{४}$ ;  $२\frac{३}{४}$ ;  $३१\frac{३}{४}$ . ( ८ वें ) ५; ५; ५;  $९\frac{३}{४}$ .

विविधप्रमाण. पत्र १३१—१३२.

- ( १ लें ) १० रु. ( २ रें ) २॥४ खं. ( ३ रें ) ७२ रु.  
 ( ४ थें )  $२९\frac{१९}{३७३}$  वि. ( ५ वें ) ५५ रु.

विविधप्रमाण पत्र १३३.

- ( १ लें ) ११० या. ( २ रें ) १२३ वा. ( ३ रें ) २४॥॥॥ $२\frac{४३३}{४४०}$ .  
 ( ४ थें ) २२॥— $२\frac{३३६७}{१०६०}$  ( ५ वें ) १॥२॥॥॥.  
 ( ६ वें ) २०४४२.

प्रमाण परिमाणें. पत्र १३७—१३८.

- ( १ लें ) ५८८३. ( २ रें ) ५॥॥— $१\frac{११}{७३}$  पै.  
 ( ३ रें )  $१५८\frac{४९}{५२}$  को. ( ४ थें ) १ अ. १३ मि.  $४६\frac{३}{४}$  से.  
 ( ५ वें ) ७३ ए. १३ गुं. १॥॥ $\frac{३७}{३०८}$  आ.  
 ( ६ वें ) ॥॥॥॥॥॥॥ ( ७ वें ) १॥॥॥॥॥  $२\frac{१}{१०}$ .

- ( ८ वें ) ४ पौं. १५ शि. ६  $\frac{१९}{४०}$  पे. ( ९ वें ) ८॥१  $\frac{१}{२०}$  पै.  
 ( १० वें ) ११ पौं. ९ शि. ४  $\frac{१}{२०}$  पे.

व्यस्त प्रमाण. पत्र १४०—१४१.

- ( १ लें ) १५० मनु. ( २ रें ) १० महिने.  
 ( ३ रें ) १ वर्ष. ( ४ थें ) १७१ मनुष्ये.  
 ( ५ वें ) ४ आठवडे. ( ६ वें ) ॥=॥३  $\frac{३}{४}$  पै.  
 ( ७ वें ) ६२२ बि. ४ पां. ८  $\frac{६}{१०}$  का. ( ८ वें ) ३॥॥. पावशेर.

त्रिराशिप्रमाण. पत्र १४३—१४६.

- ( १ लें ) १०९॥-१  $\frac{५}{१६}$  पै. ( २ रें ) १०७ ८॥  $\frac{६}{४७}$  पै.  
 ( ३ रें ) ८=॥॥ २  $\frac{३७१}{३१५१}$ . ( ४ थें ) ३३९८=॥२.  
 ( ५ वें ) २१८=॥३॥३॥॥. ( ६ वें ) १३ म. २३  $\frac{२३}{१७१}$  शेर.  
 ( ७ वें ) ८=॥॥  $\frac{१०८०९}{१६१०२}$ . ( ८ वें ) ॥३॥४॥  $\frac{१९७}{६०११}$ .  
 ( ९ वें ) ॥२॥१८=  $\frac{११६६६}{५१६५}$ . ( १० वें ) ८८३ शरे.  
 ( ११ वें ) ९५४५४५४॥॥२  $\frac{८}{११}$ . ( १२ वें ) ७९ पौं. १ शि.  $\frac{७}{२}$  पे.  
 ( १३ वें ) ७१३४३८=  
 ( १४ वें ) १४ पौं. ८ शि.  $\frac{१०३}{४०}$  पे. ( १५ वें ) २३॥॥=८२  $\frac{१}{२}$  पै.  
 ( १६ वें ) ५२ मि. ६ शि.  $\frac{७११}{१९}$  पे. ( १७ वें ) १६२०. ९६ फू.  
 ( १८ वें ) ९८=॥॥  $\frac{१४७५}{१६५}$  पै. ( १९ वें ) १४॥॥-॥॥  $\frac{९॥॥॥}{१७३॥॥}$ .  
 ( २० वें ) १॥॥=॥  $\frac{३}{१६}$  पै. ( २१ वें ) ५॥-॥  $\frac{३}{३}$  पै.  
 ( २२ वें ) ॥-  $\frac{१५६}{२१५}$  पै. ( २३ वें ) १८ शि.  $\frac{२५५}{६४}$  पे.  
 ( २४ वें ) १७४॥॥-॥  $\frac{२४}{३}$ . ( २५ वें ) १०४५॥-१२.  
 ( २६ वें ) १४०. ( २७ वें ) ८४  $\frac{३८७}{४२०}$  दिवस.  
 ( २८ वें ) ७७२२ चिरे. ( २९ वें ) १८३  $\frac{१७}{२१}$  हात.  
 ( ३० वें ) ३२ फू. १५२ फू. ( ३१ वें ) २॥ तास.  
 ( ३२ वें ) १२८० मनुष्ये.  
 ( ३३ वें ) ६८ दि. १३ तास. ४२ मि. ५१  $\frac{३}{४}$  से.  
 ( ३४ वें ) २८६ मै. १ फ.  $\frac{९३}{१३}$  पै.  
 ( ३५ वें ) ७९५ रुप. ( ३६ वें ) दरशरीं ८-॥॥२  $\frac{४३}{४३}$ .  
 ( ३७ वें ) २९८-॥१  $\frac{१५७}{६६५}$  पै; ( ३८ वें ) ॥-॥  $\frac{१}{३७५}$  पै.



प्रत्येक रुपयास ४५७८१ एकंदर तोटा.

बहुराशिप्रमाण. पत्र १४९-१५१.

- ( १ लें ) १ व. ४ म. ( २ रें ) ३२. ( ३ रें ) ३६०.  
 ( ४ थें ) ४०. ( ५ वें ) २०. ( ६ वें ) १२५. ( ७ वें ) ३२  $\frac{१७}{१२८०}$ .  
 ( ८ वें ) १७२८. ( ९ वें ) ९९ दि. ३ म.  
 ( १० वें ) ११४ पौं. ६ शि. ( ११ वें ) ४५  $\frac{५५}{२२१}$ .  
 ( १२ वें ) १११  $\frac{६९}{६६}$ . ( १३ वें ) ६४० रुप. ( १४ वें ) १०.  
 ( १५ वें ) १११ रुप. ( १६ वें ) ३६. ( १७ वें ) २६  $\frac{७४}{१००१}$ .  
 ( १८ वें ) ३६  $\frac{३३}{३}$ . ( १९ वें ) ८२८२८  $\frac{२३}{३}$ . ( २० वें ) २८  $\frac{६६}{६}$ .  
 ( २१ वें ) १०४  $\frac{७१}{१२०}$  दिवस. ( २२ वें ) ३५१० पौं.

सरळव्याज. पत्र १५२-१५३.

- ( १ लें ) १२५. ( २ रें ) ३६॥-॥१  $\frac{१}{५}$ . ( ३ रें ) ४५ पौं.  
 ( ४ थें ) १२७१  $\frac{८३२३}{२३}$  पै. ( ५ वें ) ८८७५-  
 ( ६ वें ) २८५७ पौं. १० शि. ( ७ वें ) ७४४॥॥॥१  $\frac{१}{२}$  पै.  
 ( ८ वें ) ९८॥३२  $\frac{११}{२५}$  पै. ( ९ वें ) ३७ पौं- १७ शि. ३  $\frac{१}{१०}$  पै.  
 ( १० वें ) २०॥. रु.

पत्र १५३-१५४.

- ( १ लें ) ५४२॥॥॥३२  $\frac{२३३}{३३}$  पै. ( २ रें ) ७५७८॥३२  $\frac{१}{३}$ .  
 ( ३ रें ) १२३४८-॥  $\frac{३३}{३}$  पै. ( ४ थें ) ४७०॥॥॥३२.२४.  
 ( ५ वें ) १२७॥३॥.

चक्रवाढ व्याज. पत्र १५६-१५७.

- ( १ लें ) १००॥३॥१  $\frac{१८१}{२००}$ . ( २ रें ) ३३॥३॥३२  $\frac{६७७}{३१२}$ .  
 ( ३ रें ) ३॥-३२  $\frac{१}{२५}$ . ( ४ थें ) ६०॥-१  $\frac{११३}{१२५}$ . ( ५ वें ) ६०॥॥३२.  
 ( ६ वें ) ८ पौं- ( ७ वें ) ९२१॥३२.६.

चक्र० व्या० आणि सरळव्याज पत्र १५६-१५७.

- ( ८ वें ) ७५-१  $\frac{६०९१}{१००००}$  पै. ( ९ वें ) ३१॥-॥१.८.  
 ( १० वें ) ४९.५८॥-॥१. ९. ( ११ वें ) ३६७॥३३.

व्याज. पत्र १५९.

- ( १ लें ) ४॥॥=१२ $\frac{११}{४१}$  ( २ रें ) ४२१-॥॥२ $\frac{६७}{७१}$ .  
 ( ३ रें ) ४ म. २६ $\frac{३१०८}{१८७}$  दि. ( ४ थें ) ५॥॥३.  
 ( ५ वें ) २४ व. २ म. २७ दि.  $\frac{१०७१६३}{१२८९३१}$ .  
 ( ६ वें ) १०५०. ( ७ वें ) २८=॥॥२ $\frac{८६३}{१२७}$ .  
 ( ८ वें ) १०४४१॥ $\frac{६६}{१६}$  पै. ( ९ वें ) ८॥॥=॥१ $\frac{१७११}{२२०११}$ .  
 ( १० वें ) २ व. १० म. ४ दि.  $\frac{१६८५१}{१७५४११}$ . ( ११ वें ) ५०१-.  
 ( १२ वें ) २०.००१६५५ वर्षे.

व्याज. पत्र १६१-१६२.

- ( १ लें ) २२ पौं. १२ शि. ४ $\frac{३४}{७}$  पे; ( २ रें ) ४९०॥=  
 ( ३ रें ) ५६१॥॥१॥॥३॥ $\frac{२०७}{३८९}$  पै. ( ४ थें ) ४२८-१२ $\frac{७९३}{१९९९}$  पै.  
 ( ५ वें ) ३॥॥११ $\frac{११}{३१}$  पै. ( ६ वें ) ३॥॥२ $\frac{३९६}{४०३}$  ( ७ वें ) ॥॥॥ $\frac{३५}{७३}$  पै.  
 ( ८ वें ) १ पौं. ३ शि. ४ $\frac{३३९५}{२२८५८}$  पे. ( ९ वें ) ९ पौं. १ शि.  
 १  $\frac{६२५}{१०३७}$  पे. ( १० वें ) ५ पौं. १ शि. १ पे. २ $\frac{१२}{१८४३}$ .  
 ( ११ वें ) १-॥॥२ $\frac{८०६९}{८२७९}$ . ( १२ वें ) ५८८२  $\frac{११६०}{३१३१}$ .  
 ( १३ वें ) ४॥॥-॥॥१ $\frac{५२३}{२३१८}$  पै.

विमा, कमिशन. पत्र १६५.

- ( १ लें ) १७२१=१ ( २ रें ) ८० रु. ४ रे.  
 ( ३ रें ) ४४२॥॥॥२ $\frac{६१७}{७७३}$  ( ४ थें ) २७३८=॥॥२ $\frac{३}{२}$  पै.  
 ( ५ वें ) ४४१=॥॥॥ ( ६ वें ) ८१३५॥॥॥१ $\frac{२६}{७७}$ .

ठेव. पत्र १६७-१६९-

- ( १ लें ) ८२८=; ३८=. ( २ रें ) ११=२ $\frac{३}{३}$  पै.  
 ( ३ रें ) १२१८८१  $\frac{७३}{११९}$  पै. ( ४ थें ) १००॥॥-१२ $\frac{१}{३}$  पै.  
 ( ५ वें ) ८९॥॥३॥॥२ $\frac{२४०६१३}{२७६६१३}$ . ( ६ वें ) ५३१८=॥॥२ $\frac{३}{३}$ .  
 ( ७ वें ) ८३३९८=१ $\frac{१३}{३७}$  पै. ११४॥॥-॥॥१ $\frac{३४३}{४४७७}$ .  
 ( ८ वें ) दुसऱ्या ठेवींत नफा. ( ९ वें ) २७८॥=॥२ नफा.  
 ( १० वें ) ५४५॥=१ $\frac{३}{१}$  पै. तोटा २२२॥॥१ $\frac{७}{१}$  पै व्याज.

- ( ११ वें ) २५ तोटा. ( १२ वें ) १३४६४।।६ पै.  
 ( १३ वें ) २१२।-१. ( १४ वें ) ७१५.  
 ( १५ वें ) ३९।।३।।१  $\frac{२५०}{११५७}$ .

नफातोटा. पत्र १७०-१७१.

- ( १ लें ) ६।।-१।।२।। रे. ( २ रें ) १२।।. ( ३ रें ) १५।।=  
 ( ४ थें ) ९।।३  $\frac{११}{३}$  पै. ( ५ वें ) ८४८।।-१  $\frac{५}{३}$  पै. ( ६ वें ) ८३८।।.  
 ( ७ वें ) ८३।।३।।  $\frac{११}{३}$ . ( ८ वें ) ४।।।२  $\frac{३}{३}$  पै.  
 ( ९ वें ) ४।।२  $\frac{३}{३}$  पै. ( १० वें ) १४।।।३।। पै. तोटा.  
 ( ११ वें ) ६३।।२  $\frac{३}{३}$  पै. ( १२ वें ) १५।।३।।४।। रे.

सर्कतवांटणी. पत्र १७४-१७७.

- ( १ लें ) २१३, ३५५, ४९७, ५२५, ३१५, २२५.  
 ( २ रें ) २०४८ =  $\frac{३४}{३}$  पै; २८०।। =  $\frac{३१}{३}$  पै; ३०६८ =  $\frac{१५}{३}$  पै.  
 ( ३ रें ) ४६६।। = १२, ३५०, २८०, २३३।-१२, २००.  
 ( ४ थें ) २ तोळे. ( ५ वें ) खं. २।।२।।६  $\frac{११}{३}$  टां. आणि म.  
 ४५।।९।।१  $\frac{११}{३}$  टां.  
 ( ६ वें ) १०।।  $\frac{११}{३}$  मासे रुपें.  
 ( ७ वें ) १९७८।।  $\frac{२५}{३}$  पै; १३७।। =  $\frac{१२}{३}$  पै.  
 ( ८ वें ) ७९  $\frac{१}{३}$  काम. ( ९ वें ) १४०; २८०; ४२०; ५६०.  
 ( १० वें ) ७६।। =  $\frac{१६}{३}$  पै; ७०।।-१  $\frac{१६}{३}$  पै; ५२।। =  $\frac{१२}{३}$  पै.  
 ( ११ वें ) ७६, ९।।, १४।।.  
 ( १२ वें ) ६८।।  $\frac{४६}{३}$  पै; ४७।। =  $\frac{२१}{३}$  पै.  
 ( १३ वें ) ३।।. शेर.  
 ( १४ वें ) १०३८ =, १२८।। = १।।, ४२।। = १।।.  
 ( १५ वें ) ५५५।।, ४४४।।, ( १६ वें ) ३३३।-१२, ६६६।। = १२  
 २०००. ( १७ वें ) ८५.  
 ( १८ वें ) १०६;  $\frac{३३}{३}$ .  
 ( १९ वें ) १।। = १।।  $\frac{११}{३}$ ; ३।। =  $\frac{११}{३}$ , १।।।।  $\frac{१३}{३}$ .  
 ( २० वें ) १००; ३००.

घातप्रकरण, पत्र १७९-१८०.

- ( १ लें ) २०२५; १७.३०५६; ४३.७७६  
 .०००००००२०५१११४९.  
 ( २ रें )  $\frac{५}{६}$ ;  $\frac{१३३}{३७}$ ;  $\frac{२६६}{३३}$ ;  $२२\frac{१९३९}{१६८०७}$ .  
 ( ३ रें ) ७||-; 1.; १|||≡1.; ४४|||. पै.  
 ( ४ थें ) ४; ०४; . ०००४; १०००००८.  
 ( ५ वें ) ६९९३४५२८; ६९९३४.५२८; ६९.९३४५२८;  
 .०६९९३४५२८.

पत्र १८१.

- ( १ लें ) १९६८३; ६.२५;  $\frac{३०३}{६९३}$ . ( २ रें ) ५; २11; १.  
 ( ३ रें ) .००००००१०२४; १; ५.२३८.  
 ( ४ थें ) १०८.२२८९०३७५; ३२७६८; ८.  
 ( ५ वें ) १००००;  $\frac{१}{३६}$ .

वर्गमूळ, पत्र १८६.

- ( १ लें ) ४५; ४.१५९९२; .०२७.  
 ( २ रें ) १.७३२०५०८; २.२३६०६८०; २.४४९४८९७;  
 ३.४६४१०१६; ५.

पत्र १८६.

- ( १ लें ) .४२८५७१; ८६६०२; ४.१६८३३.  
 ( २ रें ) ९.८६९६५; ३.५१७८१; .८४७७९.

घनमूळ, पत्र १८९.

- ( १ लें ) ८२.९८५२; ११.७६. ( २ रें ) ११.००२७; १४.७५;  
 २७.६. ( ३ रें ) १.५; ५.३१९३; २.५०२२.  
 (( ४ थें ) .९४०; ४.६४; १००.  
 ( ५ वें ) २०; .५; .१.

गणितश्रेढी, पत्र १९३.

- ( १ लें ) ११६६४ सुपाय्या; ११६.६४ शेर.  
 ( २ रें ) २००111. ( ३ रें ) १५६. ( ४ थें ) ११३11.  
 ( ५ वें ) ३०००.

## भूमितिश्रेणी. पत्र १९६.

- ( १ लें ) २१. ( २ रें ) ५९१०.  
 ( ३ रें ) १८४६७४४०७३७०९५५१६१५.  
 ( ४ थें ) ५.२४१२ आणि ६.८६४५४४३६ भूमिति म. प्र.  
 ( ५ वें ) २.१५४४३५.

## क्षेत्रफल व घनफल. पत्र १९९-२००.

- ( १ लें ) ९२१६ विटा. ( २ रें ) १०१८२६ चिरे.  
 ( ३ रें ) १६५॥३६१<sup>३३</sup> पै. ( ४ थें ) ६३१६ चौ. फू. चिरे.  
 ( ५ वें ) १०५६० गाढ्या. ( ६ वें ) ८००.  
 ( ७ वें ) ६९३ दि. ( ८ वें ) १०१२॥ खंडी,  
 ( ९ वें ) २० फू. १० इंच. ( १० वें ) ८७॥ रु.

## प्रश्नसमुदाय. पत्र २००-२१७.

- ( १ लें ) १८८८०. ( २ रें ) ३४५. ( ३ रें )  $\frac{२०६}{११५५}$ ;  $\frac{१३९}{४४३}$ ;  
 १ शि.  $\frac{११}{३}$  पे.;  $\frac{३४५}{४४}$ . ( ४ थें ) १ गि. १६ शि.  $\frac{७३}{३}$  पे.  
 ( ५ वें ) १४९८॥॥१२<sup>११</sup>. ( ६ वें ) २००.  
 ( ७ वें ) १६४ ग. १३६ त. ( ८ वें ) ३१८॥॥.  
 ( ९ वें ) ८१ मण. ( १० वें ) २ बि. ५ पां. १२ $\frac{९}{८०}$ . का.  
 ( ११ वें ) ६६०-४; ८५ हा. ९.९६ त.  
 ( १२ वें ) कै. खं. १५२६॥३१२ $\frac{६०१}{७५८}$  शेर.  
 ( १३ वें ) २८-१२. ( १४ वें ) २० अंश.  
 ( १५ वें ) ८३॥॥ मण. ( १६ वें )  $\frac{१३९}{४०३}$  पै.  
 ( १७ वें ) ८३॥ $\frac{३}{३}$  पै.;  $\frac{४१}{४८}$ ;  $\frac{१३६}{१३६}$  ( १८ वें ) ३८-॥१३ $\frac{५}{३९}$ .  
 ( १९ वें ) ९६, १७३. ( २० वें ) १५०, १८०, २४०, ३००.  
 ( २१ वें )  $\frac{५१५}{३}$  दि. ( २२ वें ) ३७॥, २१॥, ६८॥॥.  
 ( २३ वें )  $\frac{३२}{७६७}$ , १६२  $\frac{२९}{१४०}$ ,  $\frac{१३२१}{१७५}$ ,  $\frac{११}{११५}$ . २३०८.  
 ( २४ वें ) .१२६३, २५-६८. ( २५ वें ) १११, २०, २९१.  
 ( २६ वें ) ७०॥-११ $\frac{१६}{७}$ . ( २७ वें ) २३ $\frac{१}{३}$ .

- ( २८ वें ) ५१२, ४३२१. (२९ वें) २३॥=, १५॥=, ११॥=॥;  
 ९॥= (३० वें) ८८४, १५३.
- ( ३१ वें ) ३ ता. २० मि. (३२ वें)  $\frac{१६}{२५}$ .
- ( ३३ वें ) १३१७मो. ९ रु. (३४ वें) ९०.८; २८.७१३.
- ( ३५ वें ) ९.(३६ वें). ६५९३७५;  $\frac{१३}{११२०}$ ;  
 .००००००२५६२५६; २५६; २५६.०२५६२५६.
- ( ३७ वें ) ४॥= (३८ वें) ५९ क.  $\frac{१४७०२६}{३८२६}$  वि.
- ( ३९ वें ) पु. ६॥-१२ $\frac{५}{९}$ , स्त्री. ४॥-१ $\frac{७}{९}$ , मु. ४८-॥१२ $\frac{१९}{९}$ .
- ( ४० वें )  $\frac{४}{७}$  (४१ वें) २२०८=॥ (४२ वें)-॥=१२ $\frac{५}{९}$ .
- ( ४३ वें ) ३२००; ४८००; ६०००; ७०००.
- ( ४४ वें ) खं. १८१८ $\frac{११}{१०}$ . (४५ वें) ४४  $\frac{३९२०८६}{३९३९०३}$ .
- ( ४६ वें ) ११५॥-(४७ वें) ३७१; २५२९८ $\frac{६}{९}$ ; २७५.
- ( ४८ वें ) १०५३॥=॥  $\frac{१२३३}{१६००}$  पै.
- ( ४९ वें ) ७६.९५; ६९.२५५. (५० वें) १०  $\frac{१२२३०}{२६४०३}$ .
- ( ५१ वें ) २६॥-॥१ $\frac{५}{९}$ ; ३७॥- $\frac{४८}{३२६}$  पै. (५२ वें)  $\frac{२४}{९}$ .
- ( ५३ वें ) २१॥=॥२: ४॥-११. (५४ वें) १८॥- $\frac{५}{९}$  पै.
- ( ५५ वें ) खं. ॥॥॥॥१॥. (५६ वें) ८४॥१॥ $\frac{१८}{२५}$  शोर.  $\frac{७७}{१९२}$ ;  
 ४ को. ३४ दं. १ हा. ४ त.  $\frac{७३५}{३३५}$ .
- ( ५७ वें ) १०१२॥-॥॥  $\frac{१३४२५३}{३२३०२७}$ ; ७५९८=॥१  $\frac{१९१८३}{३२६२७}$ .
- ( ५८ वें ) ३४५॥-॥॥१ $\frac{५}{९}$  व्या. ९०॥=॥  $\frac{६}{११}$  पै नका.
- ( ५९ वें ) २६ $\frac{३}{३}$ . (६० वें) ६.९१ यो.
- ( ६१ वें ) १२५॥-११. (६२ वें) .०५७१ इ.
- ( ६३ वें ) ३७॥.॥॥  $\frac{१२३३}{२५३}$  पै. (६४ वें)  $\frac{१}{५१२}$ .
- ( ६५ वें ) ४॥.॥॥२ $\frac{३६५७}{५००}$ ; (६६ वें) २८-.
- ( ६७ वें ) १८७ $\frac{१}{५}$ . (६८ वें) १०॥-॥  $\frac{१४}{२५}$ .
- ( ६९ वें ) ४०॥= $\frac{१}{५}$ . (७० वें)  $\frac{७}{३१२}$ .
- ( ७१ वें ) ४९ रु. (७२ वें) १४५३८॥=  $\frac{१}{२}$  पै.
- ( ७३ वें ) ४२ मै.; १०॥. (७४ वें) ४०३३॥-१  $\frac{३३}{४०}$  पै;

- ८०६६॥=१२<sup>३</sup>/<sub>०</sub>पै: १२०९९॥=१४<sup>२</sup>/<sub>०</sub>; १६१३३।।<sup>३</sup>/<sub>०</sub> पै.  
 ( ७५ वें ) ५॥३॥ २<sup>५९७३</sup>/<sub>१९८६१</sub>. ( ७६ वें ) २३.१; ५<sup>३</sup>/<sub>३</sub>; १२१.  
 ( ७७ वें ) ५७८<sup>३६</sup>/<sub>३</sub>पै. ( ७८ वें ) १०५ दि.  
 ( ७९ वें ) पु. .॥३-॥३२. स्त्रि.॥-१<sup>३</sup>/<sub>३</sub>. मु. .।॥ १<sup>३</sup>/<sub>३</sub>.  
 ( ८० वें ) ९९९॥३- २<sup>३४</sup>/<sub>३</sub>; ( ८१ वें ) ५०९.२९.  
 ( ८२ वें ) १॥ मिन्पुट; ४०८<sup>३</sup>/<sub>३</sub> घा.; १८०॥.  
 ( ८३ वें ) ९०७।। ( ८४ वें ) ५<sup>३</sup>/<sub>०</sub>; .।३॥३<sup>३</sup>/<sub>३</sub>पै.  
 ( ८५ वें ) १।=॥३<sup>३३</sup>/<sub>३</sub>. ( ८६ वें ) ३२८=।<sup>३</sup>/<sub>३</sub>पै.  
 ( ८७ वें ) ३२५ फूट. ४<sup>३</sup>/<sub>३</sub> इं. ( ८८ वें ) ३०॥३॥ २<sup>३३</sup>/<sub>०</sub>;  
 .॥३-॥३१<sup>३</sup>/<sub>३</sub>. ( ८९ वें ) ७२॥३॥३२<sup>३</sup>/<sub>३</sub>; २३९८।=॥३२<sup>३३</sup>/<sub>३</sub>.  
 ( ९० वें ) ६९२।=२<sup>३३</sup>/<sub>३</sub>पै. ( ९१ वें ) ३पौं. ४ शि. ११ पे.  
 ( ९२ वें ) २३, २५, २१<sup>३३</sup>/<sub>३</sub>. ( ९३ वें ) ६ फू. ५<sup>३५५</sup>/<sub>१०७१८</sub> इं.  
 ( ९४ वें ) ४१६<sup>३३</sup>/<sub>३</sub> मोहो. ( ९५ वें ) ३१५.  
 ( ९६ वें ) ३१९८=११<sup>५</sup>/<sub>३</sub>. ( ९७ वें ) ७२९; ३४५. ७६१;  
 .०६९; ३०. ०२. ( ९८ वें ) २<sup>५३</sup>/<sub>१०</sub>.  
 ( ९९ वें ) १ दि. ८ घ. ४६<sup>३३</sup>/<sub>३</sub> प. ( १०० वें ) दुसरे  
 दिवशां दिवसास दोनप्रहरानंतर ५ अ. ३४ मि. ५<sup>५६</sup>/<sub>३</sub> से.  
 ( १०१ वें ) १३५०३<sup>३३</sup>/<sub>३</sub> चौ. ग. ( १०२ वें ) अ. ला. ८।  
 १<sup>३</sup>/<sub>३</sub> पै. व ला ८-॥३<sup>३</sup>/<sub>३</sub>पै.  
 ( १०३ वें ) १०११८-॥३२<sup>५५</sup>/<sub>३३</sub>.  
 ( १०४ वें ) ७३८॥-॥३<sup>३३</sup>/<sub>३३</sub>; ८९६८=२<sup>३३</sup>/<sub>३३</sub>पै.  
 ( १०५ वें ) ९८५६०. ( १०६ वें ) सुमारे वर्ष.  
 १३२.८७७ इं. ( १०७ वें ) ८=१<sup>३</sup>/<sub>३</sub>.  
 ( १०८ वें ) वजनी. .।३।५॥१५<sup>३</sup>/<sub>३</sub>टां. ( १०९ वें ) ४ हा.  
 ३. ७२९६ त. ( ११० वें ) ४८।.॥; २२।।.।।  
 ( १११ वें ) १<sup>३</sup>/<sub>३</sub>; ३४५७६१; १२५.  
 ( ११२ वें ) २००० पौं. ( ११३ वें ) ३ पौ. २ शि. ६ पे.

- ( ११४ वें ) ३८=॥१.०३९ इ.पै. ( ११५ वें ) ९ दि.  
 ( ११६ वें ) २६४; १९८; ३०८. ( ११७ वें ) ३८१६॥=॥२.  
 ( ११८ वें ) ३ पौं. १५ शि. २७ पे. मूळ किंमत.  
 ५।२<sup>१०</sup>; १८॥ शेंफडा नफा.  
 ( १२० वें ) २०२७८-१ <sup>५३३१७</sup> <sub>७८१२५</sub> पै. ( १२१ वें ) ३०३.  
 ( १२२ वें ) १ दिवस. ( १२३ वें ) ८ पौं. १८ शि. ६ पे. <sup>६३</sup> <sub>४३</sub>.  
 ( १२४ वें ) १२३४५; -०७४.  
 ( १२५ वें ) १८५७४ पौं. ६ औं. ३ द्रा.; ३ <sup>३१४</sup> <sub>३२१</sub> फू. उंच.  
 ( १२६ वें ) १ पौं. ( १२७ वें ) १४०९ मै. ७०४ या.  
 ( १२८ वें ) ४२९; ७६३. ( १२९ वें ) ४९५७ पौं. ६ शि. ८ पे.  
 ( १३० वें ) १ पौं. ३ शि. ९ <sup>१</sup> <sub>५</sub> पे.  
 ( १३१ वें ) १० शि; ८ <sup>१</sup> <sub>२</sub> पे. ( १३२ वें ) ३ <sup>१</sup> <sub>२</sub> शि.; ७ शि; १० <sup>१</sup> <sub>२</sub> शि.; १४ शि ; १७ <sup>१</sup> <sub>२</sub> शि.; २१ शि.  
 ( १३३ वें ) ३६७; ६ <sup>७</sup> <sub>५</sub>; २६५.  
 ( १३४ वें ) ६००. ( १३५ वें ) १२८००  
 ( १३६ वें ) २६ पौं. ११ शि. ३ पे. ( १३७ वें ) ८१॥१ <sup>१२७</sup> <sub>११७३</sub>.  
 ( १३८ वें ) <sup>३७</sup> <sub>११</sub>; ००३९०६२५; ८ <sup>७३</sup> <sub>२००</sub>; <sup>५२०</sup> <sub>१३०७</sub>.  
 ( १३९ वें ) १३० को. ११४२ दं. ३ <sup>३</sup> <sub>७</sub> हा.  
 ( १४० वें ) १७ ५७॥१-. ( १४१ वें ) १५ दि.  
 ( १४२ वें ) २८००७॥१ <sup>१२४</sup> <sub>१२५</sub>. ( १४३ वें ) १.४३३१७;  
 ६.४८३६; २.४९; ८.५७.  
 ( १४४ वें ) २३० पौं. ५ शि. ३ <sup>३</sup> <sub>६</sub> पे. ( १४५ वें ) १०५८-<sup>४</sup> <sub>५</sub> पै.  
 ( १४६ वें ) ५६६२. ( १४७ वें ) दिवसाचे १२ अ. २० मि.  
 ( १४८ वें ) ५२१॥१२ <sup>१६</sup> <sub>१६</sub>. ( १४९ वें ) २४००; १८००;  
 १६००; १५००. ( १५० वें ) ४४७१-॥.

अंकचिन्ह पद्धतीचें रूपांतर वगैरे. पत्र २२८.

( १ लें ) ६६२३६; २६५०३.

( २ रें ) २२३४१५२५०१९४३१५९. ( ३ रें ) १०१५२.

समाप्त.