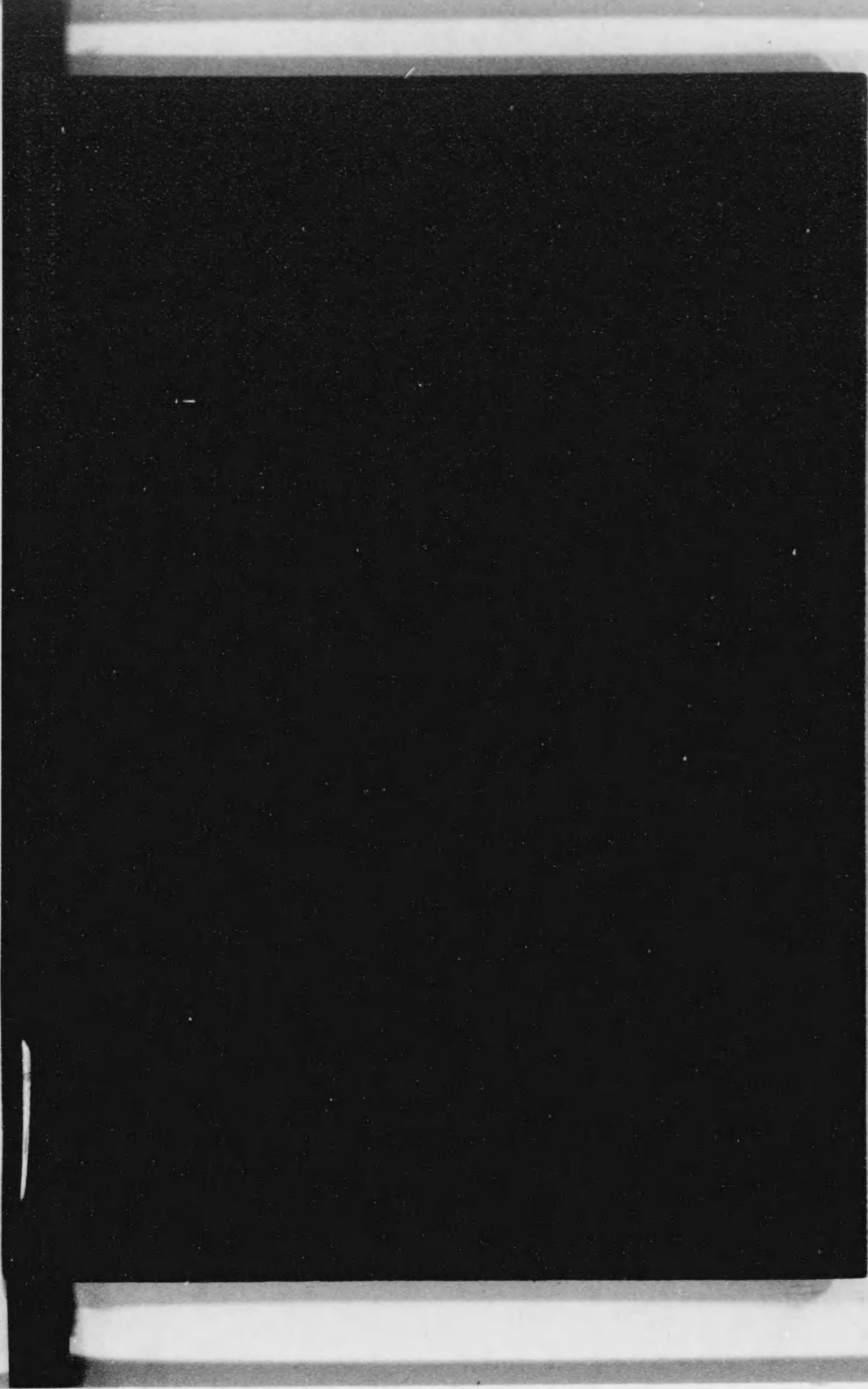


始



341-1241

11-92



中學 代數教科書

卷 上

理 學 士

千 本 福 隆

著

東 京

光 風 館 藏 版

大 正
4. 1. 11
內 交

緒　　言

余が中學代數教科書は曩に發行せる中學算術教科書に連絡して、専ら中學校用に充つるの目的を以て編纂したるものなり。

〔一〕 中等普通教育に於ける數學科は時運の推移に伴ひ教授の方法及び材料の取捨に於て改易を要すべきもの尠ならず。嚮に文部省新教授要目發布せられてより今茲に三閱年、機會漸く熟し、余は自信を披瀝して以て之を江湖に問ひ、聊か叙上の希望に充てんとするものなり。

〔二〕 新事項を授くるには努めて適切なる具象的の實地問題より入り、漸次に一般の法則に説き及ぼすこととせり。例題を解説するに解法と説明とに分てること、余が算術教科書に於けるが如し。解法に於ては生徒をして常に主要なる點を簡明に記すことに慣れしめんとせり。此習慣は綜合的解法の素點を誘發する助けあるものなり。説明は主要なる一二の點を説くに止め、或は全く之を省き、常に教師諸氏の自由なる説明を妨

ぐることなく、兼ねて生徒の獨立せる思索を奨励せんことを期せり。然りと雖ども時としては詳密に説明し、毫も餘蘊なく徹底せしめたる處あり。又既習の事項は成るべく復習の機會を多からしめ、重要な事項は之を再出せしものあり。

〔三〕 代數學の學科は學生が算術の經驗によりて得たる知識を適宜に備ふるにあらざれば満足に之を修むる能はず。本書は各篇に於て代數計算を授くるに常に必ず算術との融合を計り、先づ算術に於けるそれに關聯する事項を綜合概括して計算の基礎を確立すると同時に、知らず識らず代數學の真相を悟らしむる様にせり。蓋し生徒をして常に代數式と數の概念との連繫を知らしむるは、此學科教授の効果を最も有効ならしむるものなればなり。

新事項は内容の難易にかかはらず困難を感ずるものなれば之を反復練習せしむるに力を盡せり。

〔四〕 中等普通教育の代數學に於ける負數の意義及び其價値に關しては、代數學の全計算に亘

りて之を考量せざるべからず。則ち知る、負數の用は代數計算の効果を完ふせんが爲なることを。本書は苟安姑息の説明を避け、生徒の理解力の程度に鑑みて慎重に之が説明を試みたり。

〔五〕 餘り大ならざる整數の分合に諳熟せしむることは代數學教授の効果を收むる上に極めて重要なことなり。代數學に不得手なるもの多くは一には此整數の分合に不得手なるに起因するものなり。これ本書が注意して各所に於て之が性質を論じ、且上卷附録に於て其豊富なる練習問題を與へたる所以なり。

一般に聯立方程式の解法は多くは根の公式によらずして、未知元の係數を見較べて解くものなれば、此場合の心作用は其等係數間の分合を行ひ、其中特に必要なる或關係を敏捷に直觀する事に外ならず。其他二次三項式の有理分解に於て、無理式に關する計算に於て、整數の分合を活用すべき場合枚舉に違あらず。代數學の全計算は整數の分合に關する問題を加味する事によりて教授の事項の乾燥に陥る事なきを得るものなり。

〔六〕 代數學全體に亘り、其各篇に於て要する思考の徑行を分析して、之が基本思想を開發せんとし、豫め各篇の適當なる位置に於て之を授け置き、之によりて後に至りて不用意に或事柄の要求せらるることなきを期せり。本書が此趣旨によりて、零の應用に就て、不等式に就て、剩餘の定理に就て、開方に就て、平方に括るといふ事に就て、式の數値、極大極小に就て、……世の類書の内容を改善したる事項は全卷に溢るる所なり。

或は曰く「寧ろ少數の事項を反復叮嚀に教へ生徒をして自在に之を活用し得るの程度に達せしめんことを期するに如かず」と。然れども若し之によりて蕪雜なる練習を強ひ、過當なる効果を收めんと望むことあらば、所詮不用意なる教授法なりとの誹謗は免かる能はざるものたらん。著者が或事項を授けんとする場合には、常に先づ内容の總量を精選し、而して後に之を適當に幾つかの場合に類別して夫夫法則を授くる事とせり。これ生徒をして此等の法則に諳熟せしめ、之を應用せしむるが、最良の効果を收むる上に、最も捷徑な

りと信ずるものなり。餘りに廣汎なる法則のみにては、之が適用に不便なるは實地教授者の齊しく首肯する所ならずんばならず。

〔七〕 代數學と幾何學との聯絡を圖ることは數學教授に於ける最も有利の方法なり。本書は應用問題に於ても幾何學的量に關するもの頗多し。此等幾何學圖形に關する問題は成るべく相似圖を作り、圖的解法の結果と計算の結果とを比較せしむること肝要なり。

數の開方及び不盡根數の變形に關する諸法則も、又幾何學的量の實際問題の計算に應用せしめ、之を以て其真相を實際に了解せしむることを期せり。

斯の如くにして本書挿入する幾何學圖形其數五十餘の多きに及べり。

〔八〕 本書下卷附録には100—2009の五桁の對數表を添へたれども、常用對數の説明は必ずしも之れによれるものにあらず、著者は五桁の普通對數表を別冊として採用せらるることを徳憑するものなり。

中學校に於て二學年より五學年の數箇年に亘りて教授したる事項は、注意を加ふるも斷片的知識として學生の記憶に存するに過ぎる事あり。されば毎時間授業の初めに當りて、數分の時間を割き、既修全般の種種の事項に亘り、幾遍となく反復練習せしめ、常に代數學知識の統一を計ること肝要なり。

大正參年拾月

著者識す

豫定授業時數、問題數等一覽表

學期	篇	節	頁數	例	公式 法則	問題	授業 時數	(補習 問題)
I	第一篇	16	67	47	46	145	25	(84)
	第二篇	9	40	25	15	135	23	(45)
II	第三篇	7	47	30	10	105	25	(68)
	第四篇	9	47	36	23	139	27	(62)
III	第五篇	10	61	52	13	117	36	(90)
計		51	262	190	107	641	136	(349)

習補問題及附録は總て上の豫定授業時間外の課程とす。



目 次

第一篇 緒論、四則の原理、負の數

緒 論

	例	公式 法則	問題 (補習)	頁
1. 數を表すに文字を用ふる例	2			1
2. 代數式の例	5		5	3
問題第一集			7 (9)	7

四 則 の 原 理

3. 代數計算の例	1			9
4. 加法の原則		3	3	11
5. 減法の原則	1	5	1	12
6. 加法、減法に關する原則	2	5		14
問題第二集			9 (8)	15
7. 乗法の原則	4	3	13	17
問題第三集			8 (10)	22
8. 除法の原則	3	6	4	23
9. 前節の續き(同値なる商の式)	1	2	4	27
10. 乗除法に關する原則	5	3	2	28

問題第四集			15 (10)	32
11. 四則應用の例	4	1	3	36
問題第五集			14 (16)	38
負の數				
12. 負の數, 正の數	5	6	1	41
問題第六集			7 (6)	47
13. 負の數の加法	2	4		48
問題第七集			8	50
14. 負の數の減法	3	2	6	51
問題第八集			6 (10)	54
15. 負の數の乘法	6	3	5	56
問題第九集			5 (5)	60
16. 負の數の除法	3	3	6	61
問題第十集			10	64
補習問題第十一集			(20)	66
小計	47	46	145 (84)	67

第二篇 代數式の四則

加法, 減法

	例	公式 後附	問題 (補習)	頁
17. 代數式の例	1			68
18. 代數式の加法の例	2	2	5	70
問題第十二集			15	73
19. 代數式の減法の例	2	1		74
問題第十三集			9	75

20. 括弧を取去る例, 括弧に括る例	3	2	1	76
問題第十四集			12 (15)	78
乘法, 除法				
21. 指數の定則		5		80
問題第十五集			10	82
22. 法が單項式なる乗除法の例	5		6	83
問題第十六集			16	85
23. 多項式を掛くる例	5	2	14	86
問題第十七集			16	92
24. 多項式にて割る例	4	2	6	97
問題第十八集			13	101
25. 剰餘の定理	3	1	12	102
補習問題第十九集			(30)	105
小計	25	15	135 (45)	40

第三篇 一次方程式

一元一次方程式

	例	公式 後附	問題 (補習)	頁
26. 方程式の例	3		2	108
27. 一元一次方程式を解く例	5	5	5	113
問題第二十集			1 (14)	116
28. 方程式應用問題	4	1	3	118
問題第二十一集			16 (14)	123

聯立方程式			
29. 二元一次方程式, 聯立方程式	3	4	128
30. 聯立二元一次方程式を解く例	6	1	131
問題第二十二集		12 (10)	136
31. 聯立三元一次方程式を解く例	5	2	139
問題第二十三集		15	143
32. 聯立方程式應用問題の例	4	3	144
問題第二十四集		14 (10)	147
補習問題第二十五集		20	152
小計	30	10	105 (68)

第四篇 因數分解法, 公約數及公倍數

因數分解法			
	例	公式 法前	問題 (補習)
33. 整數の因數分解法	3		4
34. 代數式の因數分解法(其一)	2	1	
問題第二十六集			10 (10)
35. 乗法の公式	2	7	32
問題第二十七集			6 (10)
36. 因數分解法(其二)	6	6	36
37. $a^2 \pm b^2$ の因數分解法(其三)	4	2	8
38. 式の數値に就て	4		3
問題第二十八集			18 (12)

公約數及公倍數			
39. 最大公約數の例	5	2	5
40. 連除法の例, 分離係數法	4		
問題第二十九集			7
41. 最小公倍數を求むる例	6	5	
問題第三十集			10
補習問題第三十一集			(30)
小計	30	23	139 (62)

第五篇 分數式, 一次方程式ノ續キ

分數式			
	例	公式 法前	問題 (補習)
42. 分數の例	5	3	2
43. 分數の基本の性質	6	5	3
補習問題第三十二集			(17)
44. 約分の例	3		2
問題第三十三集			9
45. 通分, 分數の加法, 減法	5		2
問題第三十四集			15 (15)
46. 分數の乘法及除法の例	5	4	
問題第三十五集			6 (12)
47. 繁分數の例	6		
問題第三十六集			12 (18)

一次方程式の續き					
48.	分數方程式を解く例(一元の場合) ...	5	I	6	233
49.	分數方程式を解く例(續き)	6		11	238
	問題第三十七集			8	243
				(9)	
50.	聯立分數方程式の例	5		6	245
	問題第三十八集			4	248
				(4)	
51.	文字方程式	6		6	250
	問題第三十九集			25	257
				(15)	
	小計	52	13	117	61
				(90)	

附録

(一)	摘要	頁
		1
(二)	整數の性質	12
(三)	簡便計算法	24

目次

終

中學
代數教科書

第一篇,
緒論,四則の原理,負の數
緒論

1. 數を表すに文字を用ふる例

【例一】ニツノ數ノ積ハ其實ト法トヲ交換シテ掛ケテ得ベキ積ニ等シキコト(乘法交換定則)ヲ次ノ等式ニテ表ス.

$$ab=ba \quad (\text{或ハ } a \cdot b=b \cdot a) \dots\dots\dots (1)$$

abハaニテ表シタル數ニbニテ表シタル數ヲ掛ケタル積 $a \times b$ ヲ表ス代數式ナリ,乘號[×],[·]ハ略せらるること多し.

例ヘバ 65×36 ヨリ得ベキ結果ガ, 36×65 ヨリ得ベキ結果ニ等シキコト,即チ

	(1)	(2)	(3).....(65)
(1)		
(2)		
⋮
(36)		

$$65 \times 36 = 36 \times 65 \dots\dots\dots (2)$$

ナルコトハ實際ニ掛ケ算ヲ試ミザルモ知ラル(圖ノ如ク考ヘヨ). 此事ハ65ト36トノ積ニ限ラズ,如何ナル二數ノ積ニ就テモ成リ立ツモノナリ.

斯様ニ或事柄ガ,如何ナル數ニ就テモ成リ立ツモノナルコトヲ表スニ,其唯一ツノ場合(等式(2)ノ如キモノ)ヲ示シタルダケニテハ,其意味ヲ表ハスニ足ラザル感アリ. カカル場合ニハ數ヲ表スニ a, b, c 等ノ羅馬文字ヲ用ヒテ其事柄ヲ表セバ(等式(1)ノ如ク)便利ナリ.

【注意1】 例一(乘法交換定則)ハ「すべて二ツノ數ノ積ハ.....」ト述ブベキナレドモ用語ノ簡單ヲ尙ビテ此形容詞ヲ略シタルナリ. 今後モ同様ナリ.

因数 積の式に於て掛け合せられたる數を各其積の因数といふ.

【例二】 二ツノ數ノ平均ハ其二ツノ數ノ差ノ半ヲ大ナル方ヨリ引キタルモノニ等シク,或ハ之ヲ小ナル方ヘ加ヘタルモノニ等シキコト(差額平分算)ヲ次ノ如ク表ス.

$$\frac{a+b}{2} = a - \frac{a-b}{2} \quad \frac{a+b}{2} = b + \frac{a-b}{2}$$

例一ト例二ノ等式ヲ各公式トイフ.

公式とは或法則を等式にて表したるものなり.

代數學とは代數文字を用ひて,數に關する事項を講述し,計算の道筋を明かにし,且其結果を廣く適用することを講ずる學科なり(第11節注意1).

【注意2】 或言葉ノ意義ノ説明ヲ其定義トイフ.

2. 代數式の例

1分間ニ6町ヅツ走ル汽車ノ30分間の行程ヲ $6 \text{町} \times 30$ ニテ表ス. 即チ

式とは數字にて書きたる數を演算記號,括弧等にて結び付けたるものにして,或定まれる數を表すものなり(算術). 代數學ニ於テモ此通りナリ.

【例一】 $a \times 3 \times b$ ハ $3ab$, $y \times 5 \times x$ ハ $5xy$, $\frac{n}{m} \times x$ ハ $\frac{nx}{m}$ 或ハ $\frac{nx}{m}$, $(a-b+c) \times 3$ ハ $3(a-b+c)$, $(a+b) \times (c+d)$ ハ $(a+b)(c+d)$ ト書カレルガ普通ナリ.

式の整頓 積ノ因数ハ a, b 記シ,數字因数ハナメ

【例題】 次ノ各式ヲ整頓セヨ.

$$x \times a \times c \times 2 \quad y \times \frac{3}{5} \times a \quad x \times c + a \times x \quad \frac{2x \times c}{5}$$

【注意1】 $[+], [-], [\times], [\div]$ ヲ演算記號トイフ.

【例二】 $a+a \quad a+a+a \quad a+a+a+a \dots\dots\dots$ ヲ

$$2a \quad 3a \quad 4a \quad \dots\dots$$
ト記ス.

$2, 3, 4, \dots\dots$ ハ此等ノ式ニ於ケル a ノ係數ナリ.

【注意2】 底ハ貫ノ $\frac{4}{15}$ ナリトイフトキノ, $\frac{4}{15}$ ヲ底ノ貫ニ對スル係數トイヘルガ如ク, 係數トイフ語ハ既ニ算術ニ於テ知レル處ナリ.

【例三】 $a.a \quad a.a.a \quad a.a.a.a \quad a.a.a.a.a \dots\dots\dots$ ヲ

$$a^2 \quad a^3 \quad a^4 \quad a^5 \quad \dots\dots$$
ト記シ,

之ヲ a ノ二乗(二乗), a ノ三乗(三乗), a ノ四乗(四乗), $\dots\dots$ ト讀ム, 而シテ $2, 3, 4, 5, \dots\dots$ ヲ此等ノ a ノ冪ノ式ニ於ケル a ノ指數(冪指數)トイヒ, a ヲ冪ノ底數トイフ. 二乗冪ヲ自乗又ハ平方, 三乗冪ヲ立方トイフコトナリ.

幾つか取りて次第に掛け合せたる積を表す.

【注意3】 係數と指數と異同すべからず.

$$40, 50 \text{ 等ノ } 10 \text{ニ對シテ指數ハ } 1, 2, 3, 4, 5$$

ナリ. 又 $10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5$ (即チ十, 百, 千, 萬, 十萬)ハ十ノ乘冪ニシテ, 其指數ハ $1, 2, 3, 4, 5$ ナリ.

乘冪ノ意味ヲ擴メテ a ハ a ノ一乗冪 a^1 ト見做サル.

【例題】 1. a ヲ2トシテ, 例二, 例三ノ各式ノ數値ヲ求ム.

2. 次ノ各式ヲ整頓セヨ. $7abaab \quad x \times b \times \frac{2}{3}$
 $a \times x \times x \times 3 + 3 \times b \times x \quad 4a \div \frac{8}{3} \quad a \times \left(\frac{3^4}{2} - \frac{2}{3} \right)$

3. 或直線ノ長サヲ表ス數(不名數)ガ a ナルトキ,
 $2a, 3a, a^2, a^3$ ハ何ヲ表スカ.

代數式(或ハ單 = 式)とは數字にて書きたる數及代數文字を演算記號にて結び付けたるものにして, 或數を表すものなり. 次ノ各ハ代數式ナリ.

$$5a^2x \quad 7(x-2y) \quad 6a^2-13ab+7b^2 \quad \frac{a^3-b^3}{a-b}$$

代數文字ガ數ヲ表スガ如ク, 代數式も亦其所定ノ演算によりて得べき數を表すものなり.

【注意4】 例ヘバ $5a+3a=8a \dots\dots\dots (1)$

$$5x+3=88 \dots\dots\dots (2)$$

ハ何レモ等式ニシテ, 二ツノ代數式ノ值(或ハ數)ノ相等シキコトヲ表セルモノナリ.

〔例四〕 或容器ノ目方 a 匁, 之ニ水ヲ充シテ計レル目方 b 匁ナルトキ, 此容器ノ容量ヲ求ム.

但シ水一升ノ目方ヲ480匁トス.

充サレタル水ノ目方ハ $(b-a)$ 匁, 一升ノ水ノ目方ハ480匁ナリ, 故ニ求ムル容量ハ $\frac{b-a}{480}$ 升答

〔應用〕 若シ $a=752$, $b=978$ ナラバ

$$\frac{b-a}{480} = \frac{978-752}{480} = \frac{226}{480} = 0.470\ldots \quad \text{答 4合7勺強}$$

$0.470\ldots$ ヲ, $a=752$, $b=978$ ナル時, 代數式 $\frac{b-a}{480}$ ノ數値トイフ.

代數式の數値トハ其式ノ中ニ在ル文字ニ或數値ヲ代入シ, 所定ノ演算ヲ行ヒテ得ベキ數ナリ.

〔例題〕 $a=385$, $b=1105$ ナル時, $\frac{b-a}{480}$ ノ數値如何.

〔例五〕 a, b, c ガ1, 2, 3 ナル時, $5bc+4ac-3ab$ ノ數値如何.

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad 5bc+4ac-3ab &= (5.2.3) + (4.1.3) - (3.1.2) \\ &= 30+12-6=36 \quad \text{.....答} \end{aligned}$$

此代數式ハ三ツノ項 $5bc$, $4ac$, $3ab$ ヨリ成ル, 即チ三項式ナリ. 數及文字ガ乘號ニテ結ビ付ケラレタル部分ハ, 其部分ガ括弧ニテ括ラレタルモノト思フベシ.

代數式の項 代數式ガ $[+]$, $[-]$ ニテ界セラレタルニツ以上ノ部分ヨリ成ル時ハ, 其各部分ヲ其代數式の項トイフ.

〔注意5〕 ab (第1節例一), $a+b$, $3ab+5$ 等ハ a, b ニ就テ對稱式ナリトイフ, 蓋シ a, b ノ値ヲ交換スルモ式ノ數値ハ變ラザレバナリ.

問題 第一集

1. 次ノ各式ヲ普通ノ記法ニテ記セ.

(一) $x+x \quad x \times x \quad x \times 6 \quad x \times x \times x \times x \times x \times x$

(二) $x^2 \times 3 \quad (3x) \times (3x) \quad 1.a^1 \quad x \times a \times 3 \quad a+(b \times 3)$

(三) $x.a.b.3 \quad y.\frac{3}{5}.a.b \quad x.x.3.a-a.x+2.b.c$

2. a, b, x ガ3, 2, 5 ナル時, 次式ノ數値如何.

$$a+bx, (a+b)x \quad a+b^x \quad (a+b)^x \quad a^x+b^x$$

3. a, b, c ガ3, 10, 2 ナル時, $a+b \times a - b \div c$ 幾許.

4. x, y, z ガ, (一) 2, 3, 5 ナル時, (二) 2+10, 3+10,

5+10 ナル時, $x^2+y^2+z^2-(yz+zx+xy)$ ノ數値如何.

5. a, b ガ $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ ナルトキ $\frac{1+a}{1-b} + \frac{1+b}{1-a}$ ヲ求ム.

6. (一) 汽車ガ京濱間 18哩を 28分間にテ走る

割合ニテ, (二) 其 n 倍ノ距離ヲ幾分ニテ走ルベ

キカヲ考ヘテ, 一哩ヲ行クニ要スル時間ヲ表
ス式ヲニツ作レ.

7. x ガ 10 ノ時, 次ノ各式ノ數値如何 (諸算).

(一) $3x^2 + 6x + 5 \quad 3 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{6}{x^4}$

(二) $2x^4 + 4x^3 + 7x^2 + 9x + 4 + \frac{3}{x} + \frac{6}{x^4}$

(三) $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 8x + 6 \quad 8 + 6x + 3x^2 + 7x^3 + 4x^7$

補 習 問 題

補習問題ハ學生諸子ニ教室以外ニ於ケル補習ノタメニ與
フルモノナリ. 諸子ハ之ニヨリテ本節ノ練習ヲ補フベシ.

8. a, b ガ 30, 5 ナル時, 次ノ各式ノ數値ヲ求ム.

$(a-b)^2 \quad a-b^2 \quad a^2-b^2 \quad a-2b \quad 2a-2b$

9. x ガ 3 ナル時, 又 7 ナル時, $x^2 + 21 - 10x$ ノ數値幾許.

10. 次ノ各場合ニ於ケル a^n ノ數値ヲ求ム.

(一) $a=2, n$ ハ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

(二) $a=3, n$ ハ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

(三) $a=5, n$ ハ 1, 2, 3, 4, 5

11. $\frac{5}{8}, \frac{7}{24}, \frac{3}{20}$ ナ通分シ, 公分母 120 ナトシテ, 結果ヲ記セ, 又
 $\frac{1}{120}$ ナトシテ結果ヲ記セ.

12. 五圓金貨 a 箇 (3 箇ノ目方 50 瓦) ト, 五拾錢銀貨 b 箇 (1 箇ノ目
方 2.7 瓦) トノ目方合計幾許. 又金額合計幾許 (同種類ノ量
ハ同じ單位にて表セ).

13. 或容器ノ目方 a 瓦, 之ニ或液ヲ充シテ秤レル目方 b 瓦ナリ.

(一) 此容量幾許. 但シ其液一升ノ目方 c 瓦トス.

(二) a, b, c ガ 350, 606, 211 ナレバ幾何.

14. 百萬ヨリ十億ニ至ル整数ノ位ヲ各 10 ノ幂ノ式ニテ表セ.

15. (一) 50, 30 及其和ノ 10 ニ對スル係數ヲ求ム.

(二) $5a+3a \quad 13a+6a+5a \quad 3n+4n-5n$ ナ求ム.

16. ニツノ正方形甲, 乙アリ, 其一邊ノ長サ甲ハ 2×3 , 乙ハ $3^3 \times 3^2$

ナルトキ其面積ヲ表ス數ヲ素因数ニ分解セヨ.

又 $(ab)^2, (a^3b^2)^2$ ナ變形セヨ.

四 則 の 原 理

3. 代數計算の例

[例] (一) $5x+3x$ ヲ計算スレバ.....答 $8x$

(二) $5x+6x-7x$,,答 $4x$

(三) $(2x) \times (3y)$,,答 $6xy$

説明 (一) $(x+x+x+x+x) + (x+x+x)$
 $= x \times 8 = 8x$

(二) 同様ニ x ノ $(5+6-7)$ 倍ヲ求メテ $4x$ トス.

(三) $(2 \times x) \times (3 \times y) = 2 \times x \times 3 \times y$
 $= (2 \times 3) \times x \times y = 6xy$

驗算 例ヘバ $x=5, y=6$ トスレバ

(一) $5x+3x=25+15=40 \quad 8x=8 \times 5=40$

Handwritten calculations: 25 , 15 , 40

$$(二) \quad 5x+6x-7x=25+30-35=20 \quad 4x=4 \times 5=20$$

$$(三) \quad (2x) \cdot (3y)=10 \times 18=180 \quad 6xy=6 \times 5 \times 6=180$$

即チ結果ハ元ト互ニ同値ナリ。

同値の代數式 二つの代數式ありて, 同一の文字には兩式に於て同一の數値を代入しかる時, 兩式の數値恒に相等しからば, 其二つの式は互に同値なりといふ。

代數計算とは或代數式を, 之と同値なる他の代數式に變形することなり。

【注意1】 等式ノ兩邊ガ同値ノ式ナルトキ, 其ノ等式ヲ恒等式トイフ。恒等式ニアラザル等式ヲ方程式トイフ [前節注意 4. (2)]。

【注意2】 計算ノ方法ハ僅カノ原理ヨリ出ヅ, ヨク此等ノ原理ヲ諒解スルコト肝要ナリ。例ヘバ或問題ニ於テ解式ノ作り方ハ數ガ分數或ハ小數ナル時モ, 其等ノ數ガ整數ナル時ト同様ナレバ, 解式ノ作り方ヲ考フルニハ, 問題中ノ分數, 小數又ハ大ナル整數ノ處ヘハ, 小サキ整數ヲ入レテ見テ考フルガ便利ナルコトアリ。次ノ原則ノ多クハ既ニ算術ニ於テ知レル處ニシテ, 且代數計算ノ基本

ナリ。

4. 加法の原則

[1] 數多ノ數ノ和ノ式ト其等ノ數ノ順序ヲ變ヘテ加ヘタル和ノ式トハ同値ナリ (加法交換定則)。

即チ a, b, c ニ如何ナル數値ヲ代入スルモ, 次ノ等式ノ各邊ノ式ヨリ得ベキ數値ハ相等シ。

$$(a+b)+c=(a+c)+b=(c+b)+a \dots [1]$$

【例題】 次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

$$a+b+a \quad 693+356+7 \quad 3a+4b+5a$$

[2] 數多ノ數ノ和ノ式ハ, 夫等ノ數ヲ幾ツツツカノ組ニ分チ, 各組内ノ數ヲ加ヘテ後, 其等ノ和ヲ加ヘタル式ト同値ナリ (加法結合定則甲)。或數ニ幾ツツカノ數ノ和ヲ加ヘタル式ハ, 和ノ各項ヲ次次ニ加ヘタル式ト同値ナリ (加法結合定則乙)。

a, b, c, d ニ如何ナル數値ヲ代入スルモ, 次ノ等式ノ各邊ノ式ヨリ得ベキ數値ハ相等シ。

$$\begin{aligned} a+b+c+d &= (a+b)+(c+d) = (a+c)+(b+d) \\ &= (a+d)+(b+c) = a+(b+c+d) \\ &= \dots \dots \dots [2] \end{aligned}$$

[3] スベテ公式ハ其儘ニ讀ミ且記憶スル外, ソノ等號ノ左右兩邊ノ式ヲ取り換ヘテ讀ミ, 且記憶スルコト肝要ナリ (等式ノ兩邊交換法則).

$A=B$ ならば $B=A$ [3]

[例題] 1. $(3a+2b)+(2a+3b)$ ヲ求ム.

2. 第1節例二ノ公式ノ兩邊ヲ交換セヨ.

同類項 $(2a$ ト $3a$ ト $5a)$, $(5a^2x$ ト $3a^2x$ ト $5a^2x)$ ノ如ク, 係數だけ異なるか, 或は全く相等しき幾つかの項を互ニ同類項なりといふ.

5. 減法の原則

甲, 乙二數を知りて, 乙數と如何なる數との和が甲數となるべきかを求むる計算を減法といふ.

[注意] 減法の結果の正否は此定義によりて驗證せらる.

A, B 二數ノ和ヨリ A ヲ引ケバ B ガ残り, B ヲ引ケバ A ガ残ル, 即チ

[1] 減法ハ二數ノ和ト其一數トヲ知リテ, 他ノ一數ヲ求ムル時用ヒラル, 減法ハ加法ノ逆なり.

[2] 引き算ノ残りト減數トヲ加フレバ被減

數トナル, 加法ハ減法ノ逆なり. $(a-b)+b=a$

[3] 二數ノ差を被減數より引けば減數を得.

[例] 農夫アリ, 米二俵ヲ賣リタル代金 16 圓ニテ, 反物一反 2.8 圓, 石油一罐 2.2 圓, 砂糖五斤 (85 錢) ノ買物ヲナセリ, 其殘金幾許. 答 10.15 圓

[解] $16 - (2.8 + 2.2 + 0.85) = 16 - 5.85 = 10.15$

此場合ニ纏メテ 5.85 圓支拂フ代リニ, 一品毎ニ其代金ヲ支拂フニ何レヨリ先ニ支拂フモ, 其順序ニヨリテ殘金ニ變リアルコトナシ.

$16 - 2.8 - 2.2 - 0.85$
 $= 13.2 - 2.2 - 0.85 = 11 - 0.85 = 10.15$

或ハ $16 - 2.2 - 0.85 - 2.8$
 $= 13.8 - 0.85 - 2.8 = 12.95 - 2.8 = 10.15$

$m - a - b - c$
 $= m - a - c - b = m - b - a - c$
 $= m - b - c - a = m - c - a - b$
 $= m - c - b - a$

..... (減法交換定則) [4]

$m - a - b - c = m - (a + b + c)$

..... (減法結合定則) [5]

[例題] 次ノ各式ヲ計算セヨ.

$a-b-b \quad a+b-(b+c) \quad 2783-593-7$

6. 加法, 減法に關する原則

[例一] $7^m \cdot 2 - 6^m \cdot 2 + 9^m \cdot 1 - 0^m \cdot 1 - 3^m \cdot 1$

$= 1^m + 9^m \cdot 1 - 0^m \cdot 1 - 3^m \cdot 1 = 10^m \cdot 1 - 0^m \cdot 1 - 3^m \cdot 1$

$= 10^m - 3^m \cdot 1 = 6^m \cdot 9 \dots\dots\dots$ 答

或ハ [原式] $= (7^m \cdot 2 + 9^m \cdot 1) - (6^m \cdot 2 + 0^m \cdot 1 + 3^m \cdot 1)$

$= 16^m \cdot 3 - 9^m \cdot 4 = 6^m \cdot 9 \dots\dots\dots$ 答

$(a-b)+(c-d)=a-b+c-d$
 $=(a+c)-(b+d) \dots$ (結合定則) [1]

$a-b+c-d$
 $=a-d+c-b=a+c-b-d$
 $=\dots\dots\dots$ (交換定則) [2]

$m+(a-b+c-d)=(a-b+c+d)+m$
 $=m+a-b+c-d \dots$ [3]

[例二] 或數 $m = 5$ ヲ加ヘテ 3 ヲ引ケバ m ハ (5-3) ダケ増シ, $m = 3$ ヲ加ヘテ 5 ヲ引ケバ m ハ (5-3) ダケ減ル.

$m+a-b=m+(a-b)$
 $m+b-a=m-(a-b)$ } $\dots\dots(a>b) \dots\dots$ [4]

$m-(a-b+c-d)=m-a+b-c+d \dots$ [5]

不等號 $a>b$ ハ a ハ b ヨリ大, $b<a$ ハ b ハ a ヨリ小ナルコトヲ表ス. $>$, $<$ ヲ各不等號トイフ, 等シカラズトイフ記號キモ不號等ナリ.

公式 [5] ハ其兩邊ノ式 $= (a-b+c-d)$ ヲ加フレバ共ニ m トナルユエ, 兩邊ハ同値ノ式ナリ.

【注意】 スベテ公式ハ, 其左右兩邊ノ式ヲ取リ換ヘタルモノヲモ, 讀ミ且記憶スベシ (交迭法則).

問題 第二集

次ノ各ハ先ヅ式ヲ書キ取り, 簡單ナルハ, 直ニ其右ニ等號ト結果トヲ記セ. 應用問題ハ式ヲ作リテ求ムベシ.

1. $893+(7+589) \quad 1985+(15+786) \quad 1783-593-7$
 $2765-685-15$

2. $3a+7b+5a \quad x+3y+9x \quad 7a-3a+a-5a$
 $(2a+5x)+(7a+3x)$

3. $111-x+7x \quad 8x-40-x \quad 190-8x+5x$
 $(30+x)-(40-x) \dots$

4. $3x - (x - 2)$ $8a - 7 - (7a - 9)$ $15m - 7n - (7m - 5n)$

5. $x + \{x - (x - 1)\}$ $x - \{x - (x - 1)\}$

$(7a - 2b) - \{(3a - c) - (2b - 3c)\}$

6. 甲, 乙二数ノ和 a ニシテ, 甲 $(\frac{a}{2} - x)$ ナリ乙幾許.

7. 次ノ第一数ヨリ何ヲ引ケバ第二数トナルカ.

$(5, 3)$ (a, b) $(x + a, x - a)$ $(\frac{a}{2} + x, \frac{a}{2} - x)$

8. 或数と其数の五倍との和ヲ加法ニヨリテ求ムルニハ如何ニスベキカ.

9. 次ノ各式ノ数値ハ x ノ数値ヨリ何程大ナルカ, 或ハ何程小ナルカ.

(一) $x - 47 + 64 - 62 + 54$

(二) $x + 38 - 54 + 35 - 64$

(三) $x + a^2 - 10a + 21$

(但シ a ガ 2, 5, 10 ノ各場合)

補習問題

10. $8a - 5b + 7b$ $8a - 7b + 5b$ $7a - b + 5 + 2b - 3a - 2$

11. $7x + 5x - 3a + 2x - a$ $(8x - 5) + (3x - 7) - (9x - 11)$

12. 兄ハ a 歳, 弟ハ b 歳ナリ, 弟ノ生レシ時, 兄ハ幾歳ナリシカ.

13. 三ツノ数ノ和 48, 第一数 $16 + x$, 第二数 $16 - y$ ナリ, 第三数如何.

14. 次ノ計算ニ於テ何ヲトシタルカ.

$\frac{8}{15} - \frac{3}{20} + \frac{7}{12} = 32a - 9a + 35a = 58a$ 答

15. 甲, 乙, 丙三ツノ土地ノ面積 $7n$ 坪, $6n$ 坪, $4n$ 坪ニシテ其和 527 坪ナリ, n ナ求ム (比例配分).

16. (一) $(2^{\text{三}}3^{\text{四}}4^{\text{五}}) + (3^{\text{四}}4^{\text{五}}5^{\text{六}})$ $(2a + 3b + 4c) + (3a + 4b + 5c)$

(二) $(36a + 35b + 59c) - (23a + 17b + 26c)$

17. 次ノ諸語ノ定義ヲ復唱セヨ.

(代数計算) (同値式) (恒等式) (減法)

7. 乗法の原則

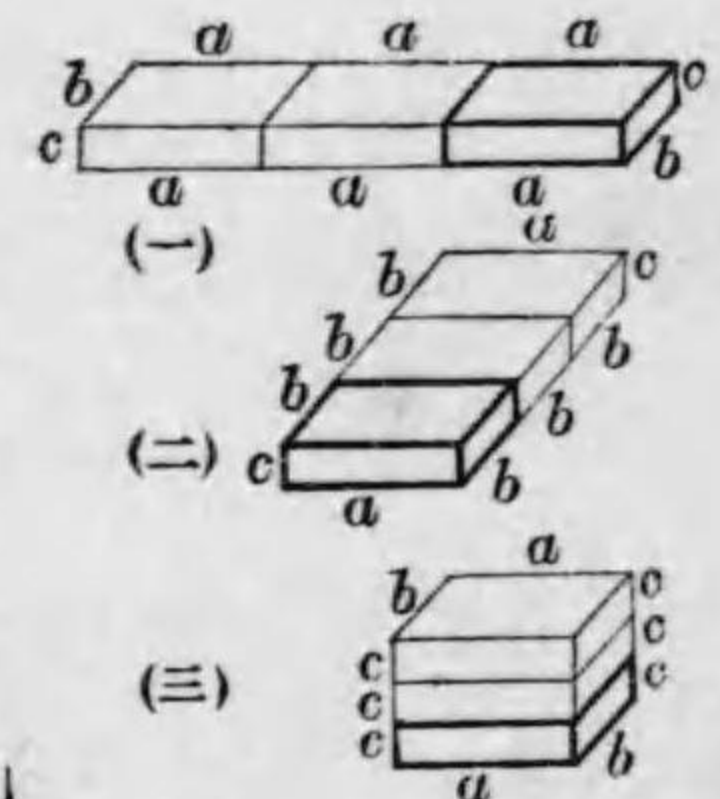
[例一] 縦, 横, 厚サ a 寸, b 寸, c 寸ナル煉瓦 v ヲ三箇用ヒテ並べ合セテ, 作り得ベキ種種ノ直六面體ノ體積 $3v$ ヲ表ス式ヲ求ム.

[説明] 求ムル體積ハ $(a.b.c) \times 3$

立方寸ニシテ, 圖ニテ示セルガ如ク, (一) $(3a.b.c)$ 立方寸

(二) $(a.3b.c)$ 立方寸

(三) $(a.b.3c)$ 立方寸トモ考ヘラル. 此四ツノ式ガ答ナリ.



$(a.b.c) \times 3 = 3a.b.c = a.3b.c = a.b.3c$

[例題] 1. 普通ノ煉瓦 (a, b, c ガ 7.5, 3.5, 2) ニ就テ, 上ノ四ツノ式ノ同値ナルコトヲ驗セ.

2. $(3a.3b.3c)$ ハ $(a.b.c)$ ノ何倍ナルカ.

[例二] $(m \times 65) \times 36 = (m \times 36) \times 65 = m \times (35 \times 65)$

説明 圖ニ就テ考フレ
 バ, 其中ニ含マルル m ノ總
 數ハ, 上ノ通り三様ニ表サ
 ルルナリ.

	(1)	(2)	(3).....(65)
(1)	m	m	$m.....m$
(2)	m	m	$m.....m$
⋮
(35)	m	m	$m.....m$

例題 m ヲ 24 トシテ 驗セ.

上ノニツノ例ニヨリテ, 次ノ [1], [2] ヲ 知ル.

$$(m \cdot a) \cdot b = (m \cdot b) \cdot a = m \cdot (a \cdot b) \dots \dots \text{(結合定則) [1]}$$

之ヲ言葉ニテ言ヘバ

[1] 積ニ或數ヲ掛ケタル式ハ, 因數ノ中ノ何レカーツニ其乘數ヲ掛ケタルモノト, 殘リノ因數トノ積ト同値ナリ(甲). 或數ニニツノ數ヲ次次ニ掛ケタル式ハ, 初メノ數ニ其ニツノ數ノ積ヲ掛ケタルモノト同値ナリ(乙). 或數ニニツノ數ノ積ヲ掛ケタル式ハ, 初メノ數ニ其ニツノ數ヲ次次ニ掛ケタルモノト同値ナリ(丙).

例題 甲, 乙, 丙ノ地面アリ, 其面積甲ハ乙ノ 3 倍, 乙ハ丙ノ 2 倍ナレバ, 甲ハ丙ノ何倍カ.

$$[2] \begin{cases} ab = ba \\ mab = mba = amb \\ = abm = \dots \dots \text{(交換定則)} \end{cases}$$

第3節例(三)ノ演算ハ此等ノ原則[1], [2]ニ因ル.

單項式ノ次數 $ab, 3ab, 3a^2$ ヲ各二次ノ單項式, $3a^2b, \frac{2}{3}abx, 5a^3$ ヲ各三次ノ單項式トイフ. 數と文字との積の式(單項式)に於て文字因數の數を其式の次數といふ.

例題 次ノ各式ヲ計算セヨ.

- $3abc \times 2 \quad 3abc \times a \quad 3a \cdot (ab) \quad 3abc \cdot (2a)$
- $3abc \cdot 2a \cdot 5b \quad (ab)^2 \quad (a^3b^2)^2 \quad \frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{4}b \cdot \frac{4}{5}c$
- 上ノ各單項式ノ次數ハ何次ナルカ.
- $7 \times 5 \times 8 \quad 25 \times 28 \quad 28 \times 3 \times 5 \quad 36 \times 3 \times 25$
- $[(2x)^2 \text{ ト } 4x \text{ ト}], [3a^2 \text{ ト } (3a)^2 \text{ ト}]$ ハ各同値ナルカ.

例三 (一) $(a+b) \times 3 = 3a + 3b$

(二) $(a-b) \times 3 = 3a - 3b$

説明 (一) $(a+b) \times 3 = (a+b) + (a+b) + (a+b)$
 $= a+b+a+b+a+b$
 $= (a+a+a) + (b+b+b)$
 $= 3a + 3b$

(二) モ之ト同様ナリ.

$$\left. \begin{aligned} (a+b) \cdot n &= an + bn \\ (a-b) \cdot n &= an - bn \end{aligned} \right\} \dots \dots \text{(乘法配分定則) [3]}$$

左邊が $n(a \pm b)$ なるも右邊は又 $an \pm bn$ なり.

【註】 複號 [±] ハ [+] 或ハ [-] ノ各場合ヲ表スモノナリ.

【注意 1】 $an \pm bn$ ハ n = 著眼スレバ同類項 (第 4 節注意 2) = シテ, 其係數ハ $a \pm b$, 其和ハ $(a \pm b)n$ ナリ.

$an \pm bn = n(a \pm b)$ = 於テ $n(a \pm b)$ ハ括られたる式或ハ積の式, $an \pm bn$ ハ展開せられたる式ナリ.

【例題】 1. $n(a+b) \pm n(a-b)$ ヲ求ム.
2. 原則 [1] ノ次ノ例題 = 於テ丙ノ面積ヲ x トシテ, 甲乙丙ノ和ヲ求ム. 又此和 720 坪ナラバ各地ノ面積幾許.

$$\begin{aligned} \text{【例四】 (一)} \quad (a+b)(x+y) &= (a+b)x + (a+b)y \\ &= ax + by + ay + by \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(二)} \quad (a+b)(x-y) &= (a+b)x - (a+b)y \\ &= ax + bx - (ay + by) \\ &= ax + bx - ay - by \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(三)} \quad (a-b)(x-y) &= (a-b)x - (a-b)y \\ &= ax - bx - (ay - by) \\ &= ax - bx + by - ay \end{aligned}$$

(四) $n+na$ ヲ括レバ $n(1+a)$ ナリ, 結果ヲ驗セ (二 8).

【註】 (二 8) トハ問題第二集 8 ヲ參照セヨトイフコトナリ.

$$\begin{aligned} \text{(五)} \quad (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) = (a+b)a + (a+b)b \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

【注意 2】 $(a+b)^2$ ハ $a^2 + b^2$ ニ等しからず.
但し $(ab)^2 = a^2 b^2$

$(a+b)^2$ モ其展開式モ a, b = 就テ對稱式ナリ.

配分定則と結合定則とを混同すべからず, 此事ハ算術 = 於テモ能ク知レル處ナリ, 例ヘバ

$$\begin{aligned} \text{(一)} \quad 12 \times 3 = 36 \quad \text{ハ配分定則ナリ.} \\ \therefore 12 \times 3 = (10+2) \times 3 = (10 \times 3) + (2 \times 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(二)} \quad 20 \times 3 = 60 \quad \text{ハ結合定則ナリ.} \\ \therefore 20 \times 3 = (2 \times 10) \times 3 = (2 \times 3) \times 10 \end{aligned}$$

【註】 (\therefore) ハ如何となればトイフ意味ノ符牒^{フチャウ}ナリ.

【例題】 1. ニツノ矩形ノ面積 (x 坪, y 坪) ノ和ノ二倍ヲ表ス式 (ニタ通り) ヲ求ム.
2. 二邊ガ x 間, y 間ナル矩形ノ面積ノ二倍ヲ表ハス式 (三通り) ヲ求ム.

問題第三集

次ノ各ハ先ヅ式ヲ書キ取り, 簡單ナルハ直ニ其右ニ等號ト答トヲ記セ, 應用問題ハ式ヲ作リテ求ムベシ.

- $7a.3$ $2a.5b$ $5ax.8ay$ $\frac{2}{3}x.\frac{5}{6}y$ $\frac{6}{7}m.\frac{8}{9}n.\frac{21}{16}l$
- $2(3n+7)+4(n+2)$
 $a(a-b-c)-b(a-b+c)+c(a+b)$
- $3(50-x)-4(7x+10)$
 $7(3x-6)+5(x-3)+4(17-x)$
- 甲, 乙, 丙三數アリ, 乙ハ甲ノ $\frac{27}{16}$, 丙ハ乙ノ $\frac{8}{15}$ ナル時, 丙ハ甲ノ幾分ナルカ. 甲ヲ480トシテ驗セ.
- 圓周ノ長サハ其直徑ノ長サノ π 倍ナリ, 直徑ガ a 寸ナルモノニ較ベテ直徑ガ x 寸増せば圓周は何程増すベキカ.
- 次ノ各式ヲ積ノ式ニ直セ.
 $am+an$ $ax-bx$ $ax+a$ $ab-b$ $a(x-y)+b(x-y)$
- 或數 x ノ5倍ニ12ヲ加へタルモノ(A)ト, 其數ノ8倍ヨリ35ヲ引キタルモノ(B)トノ差ヲ求ム. (一) $A > B$ ト (二) $A < B$ トノ場合ニ分ケ

テ答ヘヨ. 又 x ヲ10, 及20トシテ驗セ.

8. 次ノ各式ヲ展開セヨ.

$$(m+n)(x+y) \quad (3x+2)(2x-3) \quad (3a-5)(3a+5)$$

補習問題

次ノ式ヲ計算セヨ (9-11).

- $4.9.25$ $8.27.5$ $2.17.45$ $37.4.5$ 365.28
- $(34\frac{1}{2}) \times 6$ $(2\frac{1}{6}) \times 12$ $(\frac{3}{2} + \frac{4}{5}) \times 10$ $\frac{2\frac{1}{2} \times 8}{3\frac{1}{8} \times 8}$
- $4(4a-7b)-7(2a-5b)-2(a+b)$ $7(2x-a)-5(x-2a)$
- 速サハ節ノ汽船ガ2週間絶エズ航行スレバ何湮行クベキカ.
- 毎月 a 圓ノ收入アル人, 其 $\frac{2}{7}$ ヲ貯蓄スル時、一年間ノ貯蓄高幾許. $a=35$ トシテ驗セ.
- 或商品百箇ノ中 n 箇ヲ1箇ニ付5錢ニ, 残りハ1箇ニ付3錢ニ仕入レタリ, 總價幾許.
- $a=1$ ヨリ9マデノ基數ヲ別々ニ掛ケタル九ツノ積ノ和ヲ求ム.
- 50錢銀貨ト20錢銀貨ト5錢白銅貨ト各 n 箇アルトキノ金高ヲ求ム.
- $(a+b)(a-b)$ $(x+9)(x-9)$ $(a-2b)(a-2b)$ ノ各ヲ展開セヨ.
- 乗法ノ原則ヲ三ツアゲヨ.

8. 除法の原則

甲乙二つの數を知りて, 乙と如何なる數との積が甲に等しくなるべきか, 或は甲に近き數となる

べきかを求める計算を除法といふ。除法の結果の正否は此定義によりて検証せらるること多し。

$$(法) \times (商) + (剰餘) = (實)$$

本篇ニ於テハ商ヲ分數ノ形 $\frac{A}{B}$ ト記シ, 且剰餘ヲ考ヘザル場合多シ, 此場合ノ商ヲ A の B に対する比トイフコトアリ。A の B に対する比を表す式ハ A:B 或ハ $\frac{A}{B}$ ナリ, 之ヲ A 對 B ト讀ム。通例比を表す式を單に比と稱し, 其值 (假分數は帶分數にしたるもの) を特に比の値といふ。

〔例題〕 1. 幾枚カノ繪葉書ヲ x 人ニ7枚宛分配セシニ5枚餘レリ, 繪葉書ノ總數幾許。

2. 次ノ各式ノ正否ヲ驗セ。

$$\frac{2a+b}{a} = 2 + \frac{b}{a} \quad \frac{2ab}{a} = 2b \quad \frac{3}{2} = \frac{3^2}{2^2} \quad \frac{6^{10}80^{22}}{29^{10}75^{22}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{22}$$

甲, 乙二數ノ積ヲ甲ニテ割レバ乙ヲ得, 乙ニテ割レバ甲ヲ得。即チ

〔1〕 除法ハ二數ノ積ト其一數トヲ知リテ, 他ノ一數ヲ求ムル時ニ用ヒラル。除法は乗法の逆なり。

〔2〕 (剰餘ナキトキハ) 法ト商トノ積ハ實ニ等シ。即チ乘法は除法の逆なり。 $\frac{a}{b} \times b = a$

〔3〕 (剰餘ナキトキハ) 實ヲ商ニテ割リタルモノハ法ナリ。

商に關する原則は直に分數に當て嵌まるもの多し。上ノ原則 (2) ニヨレバ分數に其分母を掛けたる結果は其分子に等し。

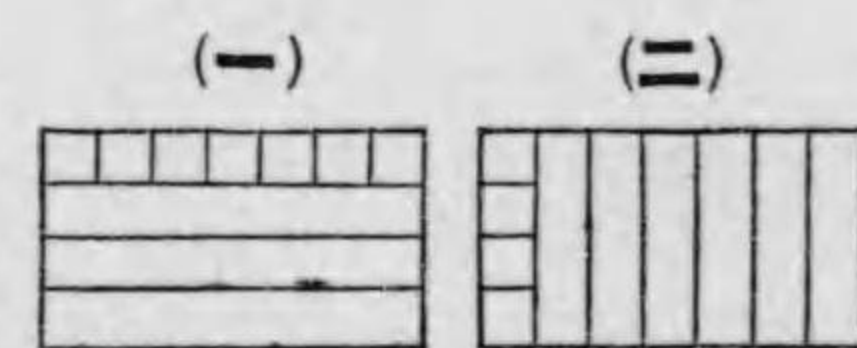
〔例一〕 10220 坪 \div 28 ヲ短除法ニテ求ム。

〔演算〕 (一)
$$\begin{array}{r} 4 \) \ 10220 \text{ 坪} \\ \underline{7 \) \ 2555} \\ \underline{ \ 365} \text{ 坪答} \end{array}$$
 (二)
$$\begin{array}{r} 7 \) \ 10220 \text{ 坪} \\ \underline{4 \) \ 1460} \\ \underline{ \ 365} \text{ 坪答} \end{array}$$

〔説明〕 28 ハ 4×7 ナルコトニヨリ

(一) 4 ト 7 トニテ次

次ニ割リ



(二) 或ハ 7 ト 4 ニテ次

次ニ割リタルナリ。何レニシテモ (4×7) ニ等分セラル。

$$m \div a \div b = m \div b \div a \dots (\text{除法交換定則}) \dots [4]$$

$$\left. \begin{array}{l} m \div a \div b = m \div (ab) \\ \frac{m}{a} \div b = \frac{m}{a \cdot b} \end{array} \right\} \dots (\text{除法結合定則}) \dots [5]$$

等號ノ左右兩邊ノ式ヲ取り換ヘタルモノヲモ讀ミ且記憶スベシ。〔5〕ヲ言葉ニ翻譯スレバ

[5] (一) 或數ヲニツノ數ニテ次次ニ割リタル商(商ノ式)ハ、初メノ數ヲ其ニツノ數ノ積ニテ割リタル商(商ノ式)ト同値ナリ。(二) 或數ヲニツノ數ノ積ニテ割リタル商ハ、初メノ數ヲ其ニツノ數ニテ次次ニ割リタル商ト同値ナリ。(三) 分數ヲ或數ニテ割リタル商ハ、其分數ノ分母ニ其除數ヲ掛ケタルモノヲ分母トシ、元ノ分子ヲ分子トスル分數ト同値ナリ。

和の式、差の式、積の式、商の式トイフベキヲ、略シテ單ニ和、差、積、商トイフコト多シ。

[例題] $365 \div 45 \cdot 560 \div 35 \div 2 \quad \frac{a}{b} \div b \quad an \div bn$

[例二] 疊30枚ノ表換ノ費用ガ、表代13.2圓、縁代2.4圓、手間代3.6圓ナラバ、疊1枚ニ付其費用幾許。

[解] $\frac{13.2+2.4+3.6}{30} = \frac{19.2}{30} = 0.64$ 答 64錢

或ハ $\frac{13.2}{30} + \frac{2.4}{30} + \frac{3.6}{30} = 0.44 + 0.08 + 0.12 = 0.64$

答 64錢

[例三] 砂糖25包ノ總量2635斤ニシテ、其中風袋185斤ナラバ、1包ノ平均純量何程ナルカ。

[解] $\frac{2635-185}{25} = \frac{2450}{25} = 98$ 答 98斤

或ハ $\frac{2635}{25} - \frac{185}{25} = 105.4 - 7.4 = 98$ 答 98斤

例二ト例三トニヨリテ

$$\frac{a+b-c}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n} - \frac{c}{n} \dots (\text{除法配分定則}) [6]$$

兩邊ヲ取り換ヘテモ讀ミ、且記憶スベシ。

[例題] $\frac{an+n}{n} (3a-3b) \div 3 \quad (3a,3b) \div 3 \quad (6a,b) \div 6$

9. 前節の續き(同値なる商の式)

$\frac{10220}{28}$ ト $\frac{2555}{7}$ トハ同値ナリ(前節例一)。

$\frac{28}{18}$ ト $\frac{18n}{18n}$ トハ同値ナリ(問題第一六)。

$$\frac{na}{nb} = \frac{a}{b} \quad \frac{a}{b} = \frac{na}{nb} \dots \dots \dots [7]$$

之ヲ言葉ニテ言ヘバ

[7] 商の式(或ハ分數)ハ、其實と法とを同じ數にて割り、或ハ同じ數にて掛けても其値變らず。

[例題] 1. $\frac{a}{3a+3a} \quad \frac{3}{9+3a} \quad \frac{39}{65} \quad \frac{26}{91} \quad \frac{3\frac{1}{4} \times 8}{2\frac{1}{2} \times 8}$

2. 或地面ノ地代一年分21圓12錢ナレバ、其六ヶ月分及一ヶ月分各幾許。

3. 一ツノ正方形ヲ9等分シタル圖ニヨリテ其 $\frac{6}{9}$ ト其 $\frac{2}{3}$ トノ等積ナルコトヲ示セ.

【注意】 $\frac{a}{b}$ ト $\frac{an}{bn}$ トノ各へ, b ト n トヲ次々ニ掛ケ, 或ハ bn ヲ掛クレバ, 結果ハ何レモ an トナル. $\therefore \frac{a}{b}, \frac{an}{bn}$ ハ同値ノ式ナリ. 商ノ式ノ同値ナルコトハ, 乗法ノ原則ヲ用ヒテ驗證セラル.

【例題】 次ノ各等式ヲ驗證セヨ.

$$\frac{10220}{28} = \frac{1460}{4} \quad \frac{1460}{4} = \frac{2555}{7} \quad \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$$

【例】 $\frac{468}{204} = 2 + \frac{60}{204} \quad \frac{468n}{204n} = 2 + \frac{60n}{204n}$

【驗算】

2.....商		2.....商
204) 468		204n) 468n
408		408n
60.....剰餘		60n.....剰餘

【8】 或數にて或他の數を割りたる後, 實と法とに同じ數 n を掛けて再び割り算を行へば, 商は元と同じにして, 剰餘は元の剰餘に n と掛けたるものとなる.

10. 乗除法に關する原則

【例一】 一合ニ付 2.5 錢ノ石油ヲ毎夜 7.5 錢ダ

ケ燈サバ, 一ヶ月(30日)間ノ石油ノ量幾許.

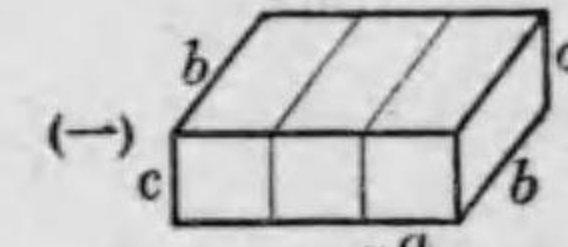
【解】 (一) $(7.5 \text{ 錢} \div 2.5 \text{ 錢}) \times 30 = 3 \times 30 = 90$ 答 9 升

(二) $(7.5 \text{ 錢} \times 30) \div 2.5 \text{ 錢} = 225 \text{ 錢} \div 2.5 \text{ 錢} = 90 \therefore 9 \text{ 升}$

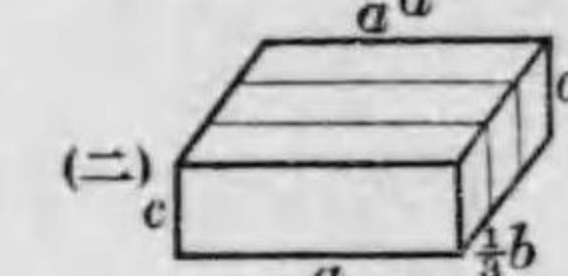
【例二】 横, 縦, 高サガ a 寸, b 寸, c 寸ナル直六面體 v ヲ, 等積ナル三ツノ直六面體ニ分テバ(圖ノ如ク), 其一ツノ體積 $\frac{v}{3}$ ヲ表ス式ハ同値ナリ.

$(a \cdot b \cdot c) \div 3$ 立方寸

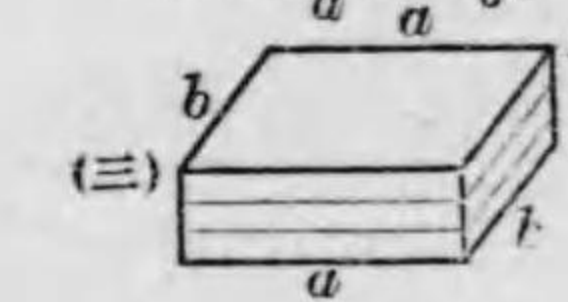
(一) $(\frac{a}{3} \cdot b \cdot c)$ 立方寸



(二) $(a \cdot \frac{b}{3} \cdot c)$ 立方寸



(三) $(a \cdot b \cdot \frac{c}{3})$ 立方寸



例一ト例二ニヨリテ

$$\frac{a \cdot b}{n} = \frac{a}{n} \cdot b = a \cdot \frac{b}{n} \dots \dots \text{(乗除交換定則)} [1]$$

各邊ヲ取り換ヘテモ讀ミ, 且記憶スベシ. 之ヲ言葉ニテ言ヘバ

【1】 (一) 乗除ノ順序ヲ變ヘタル式ハ元ノ式ト同値ナリ. (二) 積ヲ或數ニテ割リタル商ハ, 積ノ因數ノ中何レカーツヲ此除數ニテ割リタルモノト, 残リノ因數トノ積ト同値ナリ. (三) 分數ト

或數トノ積ハ其分子トノ積ヲ其分母ニテ割リタル式ト同値ナリ。

- [例題] 1. a, b, c ヲ 24, 36, 45 トシテ 驗セ(例二).
2. 砂糖 1 斤(160 匁)ノ價 24 錢ナル時、其 1 貫目(1000 匁)ノ價ヲ表ス式ヲ二様ニ求ム。

[例三] $\frac{7}{18}$ 哩ハ幾碼ナルカ。 答 $684\frac{4}{9}$ 碼

[説明] $\frac{7}{18}$ 哩ハ一哩ノ十八分ノ七ナルヲ以テ、其碼數ハ 1 哩ノ碼數 1760 を十八等分したるものを七倍することニヨリテ得ラル。即チ

$$1760 \div 18 \times 7 = \frac{1760 \times 7}{18} \quad (\text{本節原則 [1] = ヨル})$$

$$= \frac{6160}{9} = 684\frac{4}{9} \quad \text{答 } 684\frac{4}{9} \text{ 碼}$$

此計算を 1760 に $\frac{7}{18}$ を掛くるといふ蓋し哩數が整数なるときに掛くれはなり。

- [例四] 或汽車ガ京濱間(18 哩)ヲ $\frac{7}{15}$ 時間ニテ走レリ、其 1 時間ノ速サ幾許。 答 $38\frac{4}{7}$ 哩

[説明] $\frac{7}{15}$ 時間ノ行程(18 哩)ハ「1 時間ノ行程」に $\frac{7}{15}$ を掛けたるものなり。即チ「1 時間ノ行程」ヲ 15 等分シタルモノノ 7 倍ナリ。故ニ「1 時間ノ行程」ハ

$$18 \div 7 \times 15 = \frac{18 \times 15}{7} = \frac{270}{7} = 38\frac{4}{7} \quad \text{答 } 38\frac{4}{7} \text{ 哩}$$

此計算ハ 18 を $\frac{7}{15}$ にて割りたるなり。何トナレバ如何なる數に $\frac{7}{15}$ を掛くれは 18 となるべきかト考ヘテ計算シタレバナリ(第 8 節除法ノ定義)。而シテ、其演算ハ 18 に $\frac{15}{7}$ を掛けたるなり。

[驗算] 答ハ $(18 \times \frac{15}{7})$ ヨリ求メタレバ、之ニ $\frac{7}{15}$ ヲ掛クレバ

$$(18 \times \frac{15}{7}) \times \frac{7}{15} = 18 \times (\frac{15}{7} \times \frac{7}{15}) = 18 \times 1 = 18$$

逆數 $\frac{15}{7}$ ト $\frac{7}{15}$ トノ如ク、積が 1 となる二つの數は互に逆數なりといふ。

逆數の例

$$\begin{cases} \frac{15}{7} & \left\{ \frac{a}{b} \right\} \left\{ \frac{2}{3} \right\} \left\{ \frac{1}{3} \right\} \left\{ 3\frac{4}{5} \right\} \left\{ 1 \right\} \left\{ 5 \right\} \left\{ a \right\} \\ \frac{7}{15} & \left\{ \frac{b}{a} \right\} \left\{ \frac{3}{2} \right\} \left\{ 3 \right\} \left\{ \frac{5}{19} \right\} \left\{ 1 \right\} \left\{ \frac{1}{5} \right\} \left\{ \frac{1}{a} \right\} \end{cases}$$

例三ト例四ニヨリテ

$$n \times \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{b} \quad n \div \frac{a}{b} = n \times \frac{b}{a} = \frac{n \cdot b}{a} \dots [2]$$

[2] 或數にて割るには其逆數を掛くべし。或數を掛くるは其逆數にて割るに等し。

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc} \dots\dots [3]$$

【注意】 $\begin{cases} 2a=3b=5c \text{ ならば } \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} \\ a \div b \times c \div d = a \cdot \frac{1}{b} \cdot c \cdot \frac{1}{d} = a \times \frac{1}{b} \div \frac{1}{c} \times \frac{1}{d} \\ m \div (a \div b \times c \div d) = m \div a \times b \div c \times d \end{cases}$

【例五】 (一) $\frac{27np^2x}{10gh} \div \frac{3p}{5h} = \frac{27np^2x \cdot 5h}{10gh \cdot 3p} = \frac{9nx}{2g}$ 答

(二) $\frac{7}{8} \div 1 \frac{3}{25} \times \frac{4}{15} = \frac{7 \cdot 25 \cdot 4}{8 \cdot 28 \cdot 15} = \frac{5}{15}$ 答

問題 第四集

先づ式ヲ書き取レ應用問題ハ式ヲ作リテ求ムベシ。

1. $a \cdot b \div b \quad m \cdot x \div x \quad \frac{m}{x-1} \cdot (x-1) \quad \frac{3a}{4b} \cdot 16b \quad \frac{a}{b} \cdot b^2$
2. $(7a-7b) \div 7 \quad (9x-9) \div 9 \quad \frac{ax+bx}{x} \quad \frac{mx+y}{m} \quad \frac{mxy}{m}$
3. $36ab \times 9 \quad 54xy \div 18 \quad 30ax \div 5a [= 30ax \div (5a)] \quad 50np \div 2p$
4. $\frac{a}{b} \div b \quad \frac{a}{b} \div a \quad \frac{a}{b} \div 5 \quad \frac{6m}{8m} \quad 4ax \div 8xy \quad \frac{84a^2nx}{7ax}$
5. $12a \div 8b \quad 9ab \div 6ac \quad 4ax \div 8xy \quad 42abx \div 12bcy \quad n \div n$
6. $4a \cdot \frac{1}{6x} \quad \frac{7x}{6y} \cdot \frac{8x}{7z} \quad 5 \frac{1}{3} \cdot c \cdot 7 \frac{7}{8} \cdot d \quad \frac{3ab}{5cp} \cdot \frac{10ac}{9bx} \quad \frac{2a}{3x} \cdot \frac{4b}{5y} \cdot \frac{15x}{16b}$

7. 次ノ各式ヲ一ツノ分數式ニ直セ。

$$1 + \frac{1}{n} \quad 1 + \frac{a-x}{a+x} \quad x - \frac{x}{x+1} \quad \frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y}$$

$$\frac{3x-4y}{n} - \frac{x-3y}{n}$$

8. (一) 相隣レル二邊ガ x, y ナル矩形ノ面積ノ $\frac{1}{3}$ ヲ三通リノ式ニテ表セ。

(二) 一ツノ矩形ヲ二ツノ矩形ニ分チ, 各部分ノ面積ヲ x, y トシタル圖ニ就テ

$$\frac{x+y}{3} = \frac{x}{3} + \frac{y}{3} \text{ ナルコトヲ示セ。}$$

【注意】 長さを單に x, y として其單位の名を略したるは, 問題を長さの單位の種類の場合に應ずる様にせんが爲なり。此時面積の單位には其長さの單位に對應するものを用ふべし。

9. 或生徒ノ第一學期點ト第二學期點トノ平均 m 點, 第三學期ハ c 點ナリ。三ツノ學期點平均ハ m 點ヨリ何程多キカ, 又ハ少ナキカ。(例ヘバ先づ $m=66, c=75$ 次ニ $m=84, c=75$ ト考ヘヨ)。

10. (一) $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)x = \frac{11}{6}x$ 答 ($\frac{11}{6}$ は假分數のままにて可なり)。

$$(二) \quad x + \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}x \quad (三) \quad \frac{x}{42} - \frac{x}{48}$$

$$11. \quad \frac{9x+3}{4} - \frac{5x-12}{3} \quad \left(x - \frac{x}{10}\right) \div 9$$

$$(x+4) + (x-4) + (x \times 4) + (x \div 4)$$

12. 或數 x ヲ $3\frac{1}{2}$ ニテ割リタル商 (即チ $\frac{2}{7}x$) ト, 其

數 x ヲ $5\frac{1}{4}$ ニテ割リタル商トノ差ハ x ノ幾分ナルカ.

13. 或人所有地面 (x 町歩) ノ五分ノ三ハ田地, 其残りノ八分ノ七ハ山林ニシテ, 残りハ宅地ナリ. 宅地ハ幾町歩ナルカ.

14. 某數アリ, 之ヲ 35 ニテ割リタル商 x , 剩餘 28 ナリ, 此數ヲ 7 ニテ割レバ如何.

15. x 人ニテ繪葉書 A 枚ヲ分配スルニ 15 枚宛取レバ 75 枚餘ル. 又同ジ人數ニテ鉛筆 B 本ヲ分ツニ 24 本宛取ラントスレバ 60 本不足ス. 繪葉書ノ數 A ト, 鉛筆ノ數 B トノ差ヲ求ム. $A > B$ ト $B > A$ トノ場合ニ分ケテ求メヨ. 又 x ヲ 10 及 20 トシテ驗セ.

補習問題

$$16. \quad \frac{6np}{5n} \div 12py \quad \frac{18mx}{5y} \div 4ax \quad \frac{5ab}{6xy} \div \frac{a}{2x} \quad \frac{8ac}{9b} \div \frac{6ay}{5x} \quad 4am \div \frac{8mx}{3y}$$

$$17. \quad 24 \times 15 \div 8 \cdot 14 \frac{35}{35} \div 7 \quad 2 \frac{7}{12} \div 2 \quad (30 \div 36) + (21 \div 36) - (16 \div 36)$$

$$18. \quad \frac{16}{27} \times 15 \div 20 \times 12 \quad \frac{28}{39} \div \frac{21}{26} \times \frac{9}{8} \quad \frac{9}{20} \times 6 \div 12 \times 15 \quad \frac{6.42.64.9}{36.56.72}$$

19. 分子ガ何レモ $ab - cd$ ナル甲, 乙, 丙, 丁四ツノ分數アリ, 其分母ハ夫々 ac, ad, bc, bd ナリ. 各分數ヲ二ツノ分數ノ差トシテ表セ.

20. 1 俵 4 斗 2 升入レノ小麥 n 俵アリ, (一) 之ヲ 4 斗入レノ俵ニスレバ幾俵増スベキカ, (二) 之ヲ 4.5 斗入レノ俵ニスレバ幾俵減ルベキカ.

21. (一) 逆數トハ如何. 次ノ各數ノ逆數ヲ求ム.

$$\frac{4}{5} \quad 2.5 \quad 4\frac{3}{8} \quad \frac{x+y}{x-y} \quad x \quad 1 + \frac{1}{x} \quad \frac{1}{x} = 3\frac{1}{3} \text{ (兩邊ノ)}$$

(二) 次ノ各場合ノ () ノ中ニ入ルベキ式如何.

$$3 = x() = \frac{1}{a}() \quad ax = \frac{a}{()} \quad \frac{a}{x} = a() \quad 2x + 3 = 2() = \frac{1}{2}()$$

$$22. \quad (x+7) + (x-7) + (x \times 7) + (x \div 7) \quad \frac{13x+5}{2} - \frac{16x+5}{3}$$

$$23. \quad \{(x+32) \times 77 - 14\} \div 49 \quad \{[(x \times 3 + 7) \times 6 - 6] \div 9 + 7\} \times 5 - 55$$

24. x ノ $\frac{6}{7}$ ナ $5\frac{2}{3}$ ニテ割リタル商ノ元ノ數 x ニ對スル係數ヲ求ム.

25. x ノ半分ヨリ 1 ナ引キ, 其残りノ半分ヨリ 3 ナ引キ, 又其残りノ半分ヨリ 5 ナ引ケ.

11. 四則應用の例

[例一] 或數ニ6ヲ加ヘタル和ヨリ5ヲ引キ, 其殘リニ3ヲ加フルコト.

【説明】 例ヘバ

(1) 初メノ數ヲ15トシテ計算スレバ, 結果ハ19トナル.

	或數	6加ヘタル時	5引キタル時	3加ヘタル時
(1)	15 21 16 19
(2)	() () () 25

19ヨリ逆ニ15ヲ求ムルニハ $19 - 3 + 5 - 6 = 15$

(2) 若シ又結果ガ25ナレバ元數ハ

$$25 - 3 + 5 - 6 = 21$$

$x + 6 - 5 + 3 = m$ ならば $x = m - 3 + 5 - 6$ なり.

【例題】 $m = 100$ ナラバ元數幾許.

【例二】 $x + 38 - 54 + 35 - 64 = 15$ ナル時 x ノ值幾許.

【解】 $x = 15 + 64 - 35 + 54 - 38 = 60$ 答

或ハ原方程式ノ左邊ヲ變形シテ (ニ9)

$$x - 45 = 15 \quad \therefore x = 15 + 45 = 60 \text{ 答}$$

方程式中の未知數を表す文字を其元もとと稱す.

方程式中の未知數の値を其方程式の根といひ, 根を求むることを其方程式を解くといふ.

【例三】 某數アリ, 之ニ32ヲ加ヘ, 77ヲ掛ケ,

14 ヲ引キ, 49ニテ割リタル商325ナリ, 元數幾許.

【解】 求ムル數ヲ x トスレバ

$$\{(x + 32) \times 77 - 14\} \div 49 = 325 \dots\dots\dots(1)$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \{(325 \times 49) + 14\} \div 77 - 32 \\ &= 15939 \div 77 - 32 = 207 - 32 = 175 \text{ 答} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{【驗算】 } &\{(175 + 32) \times 77 - 14\} \div 49 \\ &= (207 \times 77 - 14) \div 49 \\ &= 14925 \div 49 \\ &= 325 \end{aligned}$$

例二ト例三トノ解法ヲ還元法トイフ.

還元法法則

$$[(x + a) \times b - c] \div d = m \text{ ならば}$$

$$x = (m \times d + c) \div b - a \text{ なり.}$$

【例題】 325ノ代リニ72, 1700ヲ用ヒテ原數ヲ求ム.

【注意】 方程式(1)ハ左邊ヲ變形スレバ(四23)

$$\frac{11}{7}x + 50 = 325 \dots\dots\dots(2)$$

故ニ又還元法ニヨリテ

$$x = (325 - 50) \times \frac{7}{11} = \frac{275 \times 7}{11} = 25 \times 7 = 175 \text{ 答}$$

例ヘバ, 一學級30人ノ學生ノ各ガ, 例三ノ某數

ノ處へ任意ノ數ヲ入レテ, 所定ノ計算ヲ行ヒタリトスレバ 325 ノ代リニ他ノ 30 種ノ場合ヲ得ベシ. 而シテ此等ノ結果ヲ m ニテ代表セシムレバ, 元數ハ

$$x = \frac{7}{11}(m - 50) \dots\dots\dots(3)$$

代數學は同じ種類の問題なれば其何れにも當て候る様に答の求め方の規則を求め, 且之を簡明に書き表すことを講ずるものなりと謂ふべし.

[例題] m ヲ 83, 1700 トシテ x ヲ求ム.

[例四] (一) $24 - 7x = 3$ ヲ解ケバ 答 $x = 3$

(二) $\frac{12}{x} + 5 = 8$ ヲ解ケバ 答 $x = 4$

[説明] 何レモ諸算ニテ求メラル. (一) ハ減法ノ定義ニヨリテ $7x + 3 = 24 \therefore x = (24 - 3) \div 7 = 3$

(二) $\frac{12}{x} = 3$ トシテ, 次ニ除法ノ定義ニヨリ

$x \times 3 = 12$ トシテ解キタルナリ.

問題 第五集

次ノ各方程ハ, 式先ツ書キ取り, 簡單ナルハ諸算ニテ其根ヲ求メ, 應用問題ハ方程式ヲ作りテ求ムベシ.

1. $x + 3 = 7$ $x - 3 = 8$ $3x = 12$ $2x + 7 = 13$ $5x - 3 = 12$

2. $\frac{x}{7} = 4$ $\frac{1}{2}x = 7$ $\frac{x}{5} + 8 = 13$ $x \div 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

$$3(x - 2) - 7 = 8$$

3. $x + a - b = m$ $mx - n = p$ $a(x - b) = c$ $\frac{x}{a} - b = c$

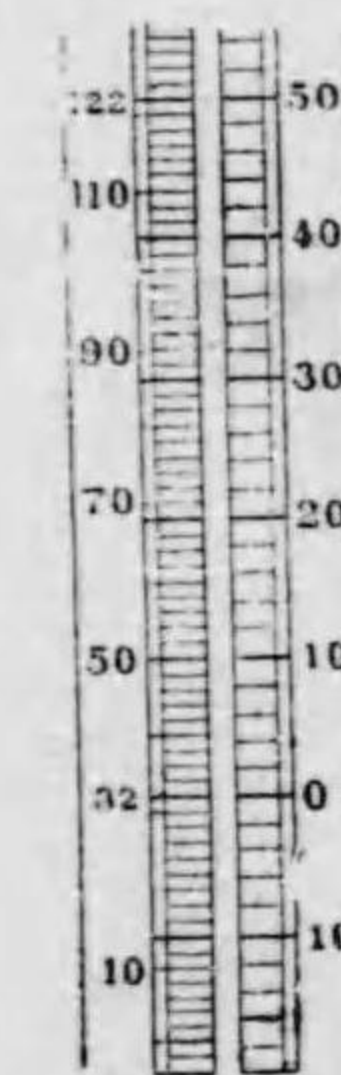
4. $8 + 6x = 20$ $4x + 5 - x = 8$ $7 - 6x = 1$ $\frac{9}{x} - 8 = 4$
 $\frac{6}{x} + 5 = 8$

5. $3\{3\{3(3x - 2) - 2\} - 2\} - 2 = 1$

6. $\frac{2}{7}\left\{\frac{5}{12}\left\{\frac{7}{8}\left(\frac{3}{4}x + 5\right) - 10\right\} + 3\right\} = 8$

7. 某數アリ, 之ニ 3 ヲ加ヘテ, 3 倍シタルモノヨリ, 3 ヲ引キタル殘リノ $\frac{1}{3}$ ガ 4 ナリ, 元數如何. 若又結果ガ 20 ナラバ元數如何.

8. 攝氏寒暖計ニテハ氷點ヲ零度, 沸騰點ヲ百度トシ其間ヲ百等分シ, 華氏ノ方ニテハ氷點ヲ 32 度, 沸騰點ヲ 212 度トシテ其間ヲ 180 等分セリ. 攝氏寒暖計ノ度數 c ヲ華氏寒暖計ノ度數 f ニ換算スル公式



$$f = c \times \frac{9}{5} + 32$$

ヲ, c ヲ未知數ト看做シテ解ケ.

9. 數學遊戯トシテ次ノ問題ヲ提出ス.

相手ノ者ニ任意ノ一數ヲ考ヘシメテ, 之ヲ判定スル爲メニ, 其數ニ3ヲ掛ケ, 7ヲ加ヘ, 6ヲ掛ケ, 6ヲ引キ, 9ニテ割リ, 7ヲ加ヘ, 5ヲ掛ケ, 55ヲ引カセタル結果ヲ言ハシメタリ. 如何ニスレバ相手ノ者ノ初メニ考ヘタル數ヲ判定スルコトヲ得ベキカ(四 23).

10. $111 - x - 7x = 31$ **解** $111 - 8x = 31$

$\therefore 8x + 31 = 111 \quad \therefore x = 10$ 答

11. $3(50 - x) - 4(7x - 10) = 4$ ヲ解クコト.

解 左邊ヲ計算シテ(≡ 3), $190 - 31x = 4$

$\therefore 31x + 4 = 190 \quad \therefore x = (190 - 4) \div 31 = 6$ 答

12. $\frac{9x+3}{4} - \frac{5x-12}{3} = 10$ ヲ解クコト.

解 先ヅ左邊ヲ計算スレバ(四 10)

$\frac{27x+9-(20x-48)}{12} = 10 \quad \therefore \frac{7x+57}{12} = 10$

$\therefore x = (10 \times 12 - 57) \div 7 = 63 \div 7 = 9$ 答

驗算 $\frac{81+3}{4} - \frac{45-12}{3} = 21 - 11 = 10$

13. $8x - 40 - x = 16 \quad 190 - 8x + 5x = 100 \quad 3x + (7 - x) = 11$

14. $3(50 - x) - 4(7x - 10) = 35 \quad \frac{9x-3}{4} - \frac{5x+12}{3} = 17$

補習問題

15. 如何ナル數ニ $\frac{1}{5}$ ヲ掛ケ, $\frac{4}{11}$ ニテ割リ, $3\frac{3}{4}$ ヲ加ヘ, 其和ヨリ $3\frac{2}{5}$ ヲ減ズレバ2トナルベキカ.

16. 或小商人資本金 x 圓ヲ以テ商業ヲ營ミタルニ, 初メニハ31.63 圓ノ利益ヲ得, 二度目ニハ90.5 圓ノ損ヲナシ, 第三回目ニハ72.34 圓ノ利益ヲナシタリトイフ.

(一) 差引損益幾許. (二) 現在ノ所持金 n 圓ナルトキ x ハ幾何. (三) $n=380, 500, 1000$ トシテ各 x ヲ求ム.

17. 或數ノ半分ヨリ1ヲ引キ, 其殘リノ半分ヨリ3ヲ引キ, 其マタ殘リノ半分ヨリ5ヲ引キタル殘リヲ a トシテ, 元數ヲ求ム(四 25).

18. $5x - (3 + 2x) = 9 \quad 2x - (8 - x) = 10 \quad 9x - 5(x - 7) = 87$

19. $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 22 \quad x + \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}x = 2 \quad \frac{5+3x}{2} - \frac{4x-7}{3} = 6$

20. $(x+7) + (x-7) + (x \times 7) + (x+7) = 128$

$7(3x-6) + 5(x-3) + 4(17-x) = 11a$ (≡ 3)

負の數

12. 負の數, 正の數, 零

[例一] (一) $3 - 7 + 9 - 2 = (3 + 9) - (7 + 2)$

$= 12 - 9 = 3$ 答

(二) $7 - 18 + 3 - 5 = 10 - 23 = -13$ 答

説明 (一) $3 - 7 + 9 - 2$ ヲ此ママニテ計算セン

トスレバ, $3-7$ ハ不可能ナリ. カカル場合ハ第6節ノ公式 $a-b+c-d=(a+c)-(b+d)$ ニヨリテ求ムルモノトス.

(二) 前例ノ如ク計算シテ $10-23$ フ出シタルニ, 被減數ガ減數ヨリ13ダケ小ナリ. カカル場合ニハ答ヲ -13 トス. -13 (まいなす十三) フ負の数トイフ. 本例ハ負ノ數ニ關スル根原ノ規定ナリ.

負の数に關する根原の規定

- (一) 多項式の數値ハ其總ての加ふべき項の和より總ての引くべき項の和を引きて得る所の數に等シ.
- (二) 小なる數より大なる數を引きたる残りを負の数(負數)と名づく.

($3-7$) ハ -4 (まいなす四), $\frac{3}{6}-\frac{4}{6}$ ハ $-\frac{1}{6}$ (まいなす六分の一) ナリ.

負の数の書き方 $a < b$ なる時, $a-b$ の値は負の数にして $-(b-a)$ にて表さる, 即ち

$$a-b=-(b-a) \quad (a < b)$$

正の数 負の数と區別するために, 是までの數を正の数(正數)と名づく.

負ノ數ノ書キ方ニ對應セシメンガ爲, 正の數 a フ $+a$ ニテ表スコト多シ.

正ノ數ト負ノ數トヲ別ツニ用フル $[+]$, $[-]$ フ正號, 負號ト稱シ, 之ヲ通稱シテ數の符號或ハ數の性質の符號トイフ.

數の絶対値とは其符號を取り去りて得る數の値なり.

零 二つの相等しき數の差を零といふ.

$$a-a=0$$

【例二】 5より1, 2, 3 11の各を引けば $+4, +3, +2, +1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6 \dots (A)$

此列ニ於テ右ノ方ニアル數ハ次第ニ小ナリ.

- [1] 正の數は負の數より大なり.
- [2] 正の數は0より大なり.
- [3] 負の數は0より小なり.
- [4] 二つの負數の大小ハ其絶対値の大小と相反ス.

【注意1】 今後文字ハ負ノ數及零マデモ表ス. a が正の數を表すものなる時は, 此事を $a > 0$, a が負の數を表すものなる時は, 此事を $a < 0 =$

テ表ス.

〔例三〕 寒暖計ノ水銀ガ初メ攝氏5度ノ處迄昇リ居リ,ソレヨリ降ルコト1度, 2度, 3度.....11度ナリトスレバ,其溫度ハ何度トナルカト問ハバ答ハ4度, 3度, 2度, 1度, 0度, 零點下1度, 零點下2度,零點下6度

負ノ數ヲ應用スレバ,此答ハ

4度, 3度, 2度, 1度, 0度, -1度, -2度, -3度, -4度, -5度, -6度.....(B)

例ヘバ零點下5度ハ零度ヨリ5度下りたる溫度ニシテ, -5モ0ヨリ5を引きたるものナリ. 故ニ答ヲ(B)ノ如ク記スヲ得ルナリ.

〔例題〕 1. 12, 11, 10, 9, 8ノ各ヨリ10ヲ引ケ.

2. $\frac{8}{5}, \frac{7}{5}, \frac{6}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}$ ノ各ヲ $\frac{7}{5}$ ヨリ引ケ.

3. 負ノ數ノ書キ方ニヨリテ,次ノ各ヲ記セ.

$(b-a)$ $(b-c)$ $(c-a)$ $(c-b)$ 但シ $a < b < c$

$x-9$ $x-2x$ $2x-9$ $9-2x$ 但シ $x < 9 < 2x$

代數學上の數 正の數,負の數,及零ヲ通ジテ代數學上の數ト稱ス.

$$\begin{array}{l} \text{代} \\ \text{數} \\ \text{學} \\ \text{上} \\ \text{の} \\ \text{數} \end{array} = \begin{cases} \text{負の數} = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{6} \quad -\frac{5}{8} \quad -\frac{20}{7} \quad -3.6 \quad -0.03 \text{ (負の分數,小數)} \\ -1 \quad -5 \quad -365 \quad -34567 \text{ (負の整數)} \end{array} \right. \\ \text{零} = 3-3 \quad \frac{15}{8}-\frac{15}{8} \quad (-12)-(-12) \quad (-0.6)-(-0.6) \quad a-a \\ \text{正の數} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{8} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{22}{7} \quad 3.1416 \quad 0.05 \text{ (正の分數,小數)} \\ 1 \quad 3 \quad 100 \quad 12345 \text{ (正の整數)} \end{array} \right. \end{cases}$$

〔例四〕 問題第四 15ニ就テ, (一)再ビAトBトノ差(A-B)ヲ求ム. (二)又xガ12, (三)xガ18ナレバ此差幾許.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \text{(一)} \quad \overset{A}{(15x+75)} - \overset{B}{(24x-60)} \\ & = 15x+75+60-24x \\ & = 135-9x \quad \text{答} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(二)} \quad & x=12 \text{ ナレバ,} \\ & 135-9 \times 12 = 135-108 = 27 \quad \text{答} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(三)} \quad & x=18 \text{ ナレバ,} \\ & 135-9 \times 18 = 135-162 = -27 \quad \text{答} \end{aligned}$$

即チ(三)ノ場合ニハ鉛筆ノ數Bノ方ガ繪葉書ノ數Aヨリ27多キコトヲ知ル.

【注意2】 是迄ハ斯様ナル問題ハ, $A > B$ ト $A < B$ トノ二ツノ場合ニ分チテ,一一式ヲ作りタレドモ, 負ノ數ヲ用フレバ唯一ツノ式ヲ作りテ之ヲ種種

ノ場合ニ活用スルコトヲ得テ便利トナレリ.

例ヘバ日常ノ金銭出納ニ於テ, 或ハ商家ノ取引勘定ニ於テ, 或ハ算術及代數學ニ於テ, 吾人ガ加法, 減法ノ交レル計算ヲ行フベキ場合極メテ多シ. 此等ノ場合ニ於ケル結果トシテハ, (第一) 残りヲ得ルカ, (第二) 或ハ丁度引キ切レテ残りナキカ, (第三) 或ハ被減數ガ幾許(例ヘバ a ダケ)カ不足シ, 減數ノ方ガソレダケ大ナルカナリ. 此第三ノ場合ニ於ケル計算モ之ヲ不能トシテ放棄セズ, ドコ迄モ之ヲ a だけ不足トシテ表シ, 或ハ之ヲ $-a$ ニテ表シテ答トスルコトトスレバ, 其問題ニ一層徹底セル解釋ヲ與フルコトヲ得テ, 便利ナルコトアリ, 之レ負ノ數ノ發端^{ホツゲン}ナリ.

零モ新タニ設ケタル數ナレバ善ク注意シテ, 其法則ニ熟達スルコト肝要ナリ.

[例五] $x-5=0$ ニ適合すべき x の數値を求む.

説明 x ヲ 5 トスレバ $x-5$ ハ $5-5$ 即チ 0 トナル, 即チ 5 ハ答ナリ. 若シ $x=5$ ヨリ大ナル數値ヲ代入スレバ, $x-5$ ノ數値ハ正ノ數トナリ, $x=5$ ヨリ小ナル數値ヲ代入スレバ, $x-5$ ノ數値ハ負ノ

數トナル, 何レニシテモ 0 トナラズ. 故ニ 5 ノ外ニ答アルコトナシ. 答 $x=5$

[例題] 次ノ各方程式ヲ解ケ.

$$x-8=0 \quad 3-x=0 \quad 135-9x=0 \quad 9-5(5-x)-x=0$$

問題 第六集

- $7-6+9-8-3$ $13.5-67+23-18.5$
 $13^m-25^m+16^m-7^m$
- $5-80-45-20$ $27-79+67-29+38-46$
 $8-19+12-7$
- $0-8$ $0-\frac{1}{2}$ $0-a$ $0-0.06$ $0-8+0-13+26-6$
- $-0.5(=-\frac{6}{12})$ ヨリ大ニシテ, $-0.25(=-\frac{3}{12})$ ヨリ小ナル分數ノ中, 分母ガ 12 ナルモノヲ總テアゲヨ.
- 次ノ各式ヲ計算セヨ.
 $1-(n+1)$ $(m-n)-m$ $n-1-(n+1)$ $a-b-2a$
- 問題第三 ア ニ就テ, $A-B$ ヲ求ム. 又 (一) $x=10$, (二) $x=20$ ナレバ, A, B ノ中何レガ何程大ナルカ.
- (一) 零ノ定義ヲ復唱セヨ. (二) 問題第四 イ ニ

就テ, A ト B トノ差ヲ 0 = 等シト置キ, 方程式ヲ作リテ x ヲ求ム.

補 習 問 題

- 8. 絶対値ガ 5 ヨリ小ナル正ノ整数ト, 負ノ整数ト 0 トナ大サノ順ニ記セ.
- 9. 絶対値ガ 5 及 3 ナルニツノ數ヲ四對求ム.
- 10. +1, -2, -3, +4, -5, +6, +7, -8 ナ大サノ順ニ書ケ.
- 11. 次ノ各式ヲ計算セヨ.
 $x+3-(x+5)$ $x-7-(x+5)$ $3x-10x$ $\frac{3}{8}-\frac{3}{4}+\frac{3}{2}-3$
- 12. 問題第二 9 = 就テ, x ナ 1 トシテ, 各式ノ數値ヲ求ム.
- 13. $9x-35=6x+13$ $10x+10=11x+7$ $3x-5=x+7$ ノ各ヲ解ケ.

13. 負の数の加法

[例一] (一) $(2-6)+(3-10)=(2+3)-(6+10)$
 $=5-15=-11$

(二) $4+(3-10)=(4+3)-10=7-10=-3$

(三) $12+(3-10)=(12+3)-10=15-10=+5$

(四) $(10-3)+(3-10)=(10+3)-(3+10)$
 $=13-13=0$

[説明] 此等ハ皆前節根原ノ規定(一),(二)ニヨリテ求メタルナリ. 此等ニヨリテ次ノコトヲ知ル.

(一) $(-4)+(-7)=-11$ (二) $4+(-7)=-3$

(三) $12+(-7)=+5$ (四) $7+(-7)=0$

$$\left. \begin{aligned} (+a)+(+b) &= +(a+b) \\ (-a)+(-b) &= -(a+b) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots [1]$$

$$\left. \begin{aligned} (+a)+(-b) &= +(a-b) \\ (-a)+(+b) &= -(a-b) \end{aligned} \right\} \dots(a < b)\dots [2]$$

$$(+a)+(-a) = 0 \dots\dots\dots [3]$$

[1] 符號の同じ二數の和は, 此等の數の絶対値の和に其同じ符號を附けたる數に等し.

[2] 符號の相異なる二數の和は, 其二數の絶対値の差に, 絶対値の大なる方の數の符號を附けたるものに等し.

[3] 絶対値が相等しき正數と負數との和は, 零に等し.

[例二] $-5+8-9+3 = -(5+9)+(8+3)$
 $=(-14)+11 = -3$ 答

[注意] (一) $m-7$ は $m+(-7)$,
(二) $-5+8-9$ は $(-5)+(8)+(-9)$ と看做さる.
 $(+8)$ ハ 8 ト全ク同ジ, 唯 (-5) , (-9) 等ニ對應セシムル爲, 唯ノ 8 ヲ $(+8)$ ト書キタルモノナリ.

$$a+b-c = a+(+b)+(-c)\dots\dots\dots [4]$$

[4] 幾つかの数が (+) 及 (-) にて結び附けられたる多項式は、此演算符號を其次にある数の性質の符號と看做し、其等の数の和 (代數的和) と考ふることを得。

問題第七集

次ノ各式 (1-2) ノ値ヲ求ム (第13節例一)。

1. $(3-53)+(6-16)$ $(10-15)+(10-25)+(10-35)$

2. $7-18+3-5$ $(a-15)+(a-25)+(a-30)$
 $(0-3)+(0-4)+(0-5)$ $(2-9)+(5-8)$

次ノ各組ノ數ノ和ヲ求ム (3-5)。

3. $(+5, -13)$ $(-9, -4)$ $(-7, +8)$ $(+8, +8)$

又此四ツノ答ノ總計ヲ求ム。

4. $(+15, -7)$ $(-3\frac{1}{4}, +2\frac{1}{2})$ $(-\frac{5}{6}, +\frac{1}{3})$
 $(-\frac{17}{2}, +\frac{13}{3})$ $(-0.2, -0.3)$

5. $(-2a, -3a)$ $(+3y, -10y)$ $(+2, -5, +11, -18, -11)$

6. 公式 [4] = ヨリテ次ノ各式ノ {} 中ノ各項ヲ代數和ノ形ニ變へヨ。

$m-\{a-b\}$ $2-\{5-2a\}$ $m-\{a-b+c-d\}$

7. 公式 [4] = ヨリテ次ノ各式ノ括弧ヲ去レ。

$(+30)+(-25)+(-\frac{2}{3})$
 $(+3bx^2)+(-2x)+(ab)+(-7)$

8. 第13節ノ法則四ツヲ復唱セヨ。

14. 負の數の減法

[例一] (一) -4 ヨリ $+3$ ヲ引クニハ $(-4) = (-3)$ ヲ加ヘテ 答 -7

(二) (-4) ヨリ (-7) ヲ引クニハ $(-4) = (+7)$ ヲ加ヘテ 答 $+3$

[説明] 斯様ニスレバ、減法ノ定義 (第5節) = 適ス。即チ (一) ノ答ハ $(-4)+(-3) =$ 等シキユエ、之ニ減數 $(+3)$ ヲ加フレバ (-4) トナリ (前節法則(3))、(二) ノ答ハ $(-4)+(+7) =$ 等シキユエ、之ニ (-7) ヲ加フレバ (-4) トナルナリ。

$$\left. \begin{aligned} m-(+a) &= m+(-a) \\ m-(-a) &= m+(+a) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots [1]$$

[1] 或數より、或他の數を引くには、減數の符號を變へて被減數に加ふべし。

〔例題〕 次ノ各ニ就テ, 第一數ヨリ第二數ヲ引ケ.

$$\begin{array}{lll} (+12, +7) & (+6, +11) & (-12, -7) \\ (-6, -11) & (+12, -7) & \end{array}$$

〔例二〕 $m-(3-10)$ ヲ第6節〔4〕ニヨリテ求ム.

〔解〕 $m-(3-10)=m+10-3=m+7$ 答

故ニ $m-(-7)$ ハ $m+7$ ニ等シ.

〔例題〕 1. (一) $m=100, a=5, b=25$ (二) $m=0, a=3, b=15$ トシテ $m+b-a, m-(a-b)$ ノ數値ヲ求ム.

2. 次ノ各方程式ヲ解ケ.

$$+7=-x \quad n-10=-x \quad x+8=-3 \quad -15-x=-2$$

〔例三〕 大サノ順ニ列ビタル一列ノ數

$$+4, +3, +2, +1, 0, -1, -2, -3, -4, -5, -6...(A)$$

ノ間ノ差ヲ作ルニ

(一) 一ツノ數ト其次ノ數トノ差ハ皆1ナリ.

(二) 又例ヘバ $(+4)-(-6)=+10, 0-(-6)=+6,$

$$(-2)-(-5)=+3$$

(三) $(-2)-(+3)=-5 \quad (-6)-0=-6$

$$(-6)-(-3)=-3$$

a, b が正の數にてても, 又は負の數にてても (第12節 例四(三) 参照)

$$\left. \begin{array}{l} a-b > 0 \text{ ならば } a > b \\ a-b = 0 \text{ ならば } a = b \\ a-b < 0 \text{ ならば } a < b \end{array} \right\} \dots\dots\dots [2]$$

〔例題〕 $(16x-40)$ ヲ A, $(150-14x)$ ヲ B, 從ツテ, A-B ヲ $(30x-190)$ トス, x ガ (一) 6, (二) 7, (三) $6\frac{1}{3}$ ノ各場合ニ於テ A, B ノ中何レガ何程大ナルカ.

- 2. $m=-10, a=-3, b=+4, c=+5, d=+7$ トシテ第6節〔5〕ヲ驗セ.
- 3. 第4節, 第5節, 第6節ノ原則(十三箇條)ヲ復唱セヨ.

【注意1】 此等ノ原則ハ數ノ大小正負ニカカハラズ成リ立ツモノナリ.

【注意2】 a と b との差は $a-b$, b と a との差は $b-a$ 或は $-(a-b)$ ナリ. 二數ノ差ヲ言フ場合ニハ被減數ヨリ呼ビ初ムベシ.

$a-b$ は a, b ニ就テ交代式ナリトイフ, 蓋シ $a-b$ ノ數値ハ a, b ノ數値ヲ交換シテ再ビ求ムレバ, 絶對值相等シクシテ符號ガ交代シタルモノヲ得レ

バナリ (5ト3ニテ驗セ).

問題 第八集

1. 次ノ各組ノ二數ノ差ヲ求ム.

$$(-12, +7) \quad (-90, -20) \quad (-3.09, -5.03)$$

$$(+x, +9x) \quad (-7x, +3x)$$

2. $-16, -12, 0, +2\frac{1}{3}, +16$ ノ

各ヨリ (一) -16 ヲ, (二) -12

ヲ, (三) 0 ヲ, (四) $+2\frac{1}{3}$ ヲ, (五)

$+16$ ヲ引ケ (表ニテ答ヘヨ).

		a-b				
b \ a	(一)	(二)	(三)	(四)	(五)	
-16	-16	-12	0	$+2\frac{1}{3}$	+16	
-12						
0						
$+2\frac{1}{3}$						
+16						

次ノ各題ノ式ヲ簡單ニセヨ (3-4).

3. $0 - (-17) \quad -(-17) \quad -(-15) \quad -(-a) \quad -(+a)$

4. $m - (-a) \quad -(+b) - (-c) \quad (+n) - (-x) - (+y) - (-z)$

5. $(a-b)$ ノ數値ガ $6, -5, -\frac{2}{3}$ 等ナル場合ニ

$(b-a)$ ノ數値ハ何トナルベキカ.

6. 次ノ各方程式ヲ解ケ

$$x+5=-3 \quad 5-x=13 \quad 5+x=-13 \quad -2=-15+x$$

$$-2=-15-x$$

補 習 問 題

7. $7-12+20-8 \quad \frac{3}{16}-\frac{3}{8}+\frac{3}{4}-\frac{3}{2}+3 \quad 30尺+10尺-3尺-31尺$

8. 或數 (x) ナハツ取リテ加ヘタル和 $8x$ ハ, 其數ヲ五ツ取リテ加ヘタル和 $(5x)$ ニ等シ, 其數如何.

9. 3 ト -5 トノ和ヨリ, -8 ト -2 トノ和ヲ引ケ (先ヅ式ヲ作レ).

10. $(-8$ ト -7 トノ差) ト $(+6$ ト -12 トノ差) トノ差ヲ求ム (先ヅ式ヲ作レ).

11. 一隊ノ學生ヲ a 人宛 b 組ニ分チタルニ c 人殘レリトイフ. (一) 學生ノ總數ヲ求ム. (二) a, b, c ガ $24, 16, 3$ ナレバ如何. (三) a, b, c ガ $30, 13, -3$ ナレバ如何.

12. 次ノ各ヲ簡單ニセヨ. 文字ノ數値ヲ皆 1 トシテ驗セ.
 $x-3y+5x-4y+8y-6x \quad (7a-3b)-(5x+3b)-(a-5b)$

13. 明治三十七八年戰役開始ノ際ノ我帝國軍艦總噸數ハ a 噸ナリシガ, 平和克復ノ際ニハ總噸數 b 噸トナレリ, 而シテ此内ニハ戰利艦ノ噸數 c 噸ヲ含ムトスレバ, 戰役中ノ損失ハ幾噸ナルカ. 答 $(a+c)-b$ 噸, 或ハ $c-(b-a)$ 噸, 或ハ $a-(b-c)$ 噸, 或ハ $(a-b)+c$ 噸.

答ヲ $a=276400, b=348100, c=117700$ トシテ驗セ.

14. 次ノ各ヲ簡單ニセ.

$$m - \{(-x) + (+y) + (-z)\} \quad m - (1-2+3-4+5-6-7+8)$$

15. 0 ヲリ $+1, -2, +3, -4, +5, -6, -7, +8$ ナ次々ニ引キテ最後ニ得ベキ結果ヲ求ム. 又和ヲ一度ニ引キテ驗セ.

16. 次ノ各組ノ數ノ和ヲ求ム.

$$(-2, -5, -11, +18, +19) \quad (0.8, -1.5, -0.3, -0.4, 7.5)$$

15. 負の数の乗法

[例一] $(a-b)(x-y)=(ax+by)-(bx+ay)$... (即チ第7節例五)ニヨリテ次ノ如キ計算ヲ行フコトヲ得.

(一) $(2-6)(3-10)=(2 \times 3+6 \times 10)-(6 \times 3+2 \times 10)$
 $=66-38=+28$

(二) $(6-2)(3-10)=(6 \times 3+2 \times 10)-(2 \times 3+6 \times 10)$
 $=38-66=-28$

(三) $5(3-3)=(5 \times 3)-(5 \times 3)=15-15=0$

[説明] (一) $(2-6)(3-10)$ ハ $(-4) \times (-7)$ トモ考ヘラル.

故ニ $(-4) \times (-7)$ ハ $+(4 \times 7)$ ニ等シキヲ知ル.

(二) $(+4) \times (-7)$ ハ $-(4 \times 7)$ ニ、(三) 5×0 ハ 0 ニ等シ.

$(+a) \cdot (+b) = +ab$ $(-a) \cdot (-b) = +ab$
 $(+a) \cdot (-b) = -ab$ $(-a) \cdot (+b) = -ab$ } [1]

$0 \times a = a \times 0 = 0$ [2]

[1] 符號が同じ二數の積は正の數にして、符號が相異なる二數の積は負の數なり (四數ニつなる時の符號の定則). 而して積の絶對値は因數の絶對値の積に等し.

[2] 或數と零との積は常に零なり.

[例題] 1. 次ノ各式ノ値ヲ求ム.

$(1-5)(2-5)$ $(5-1)(2-5)$ $(3-5)(2-2)$ $(-15)(+8)$

2. a, x, y, z ガ夫夫 $-2, +3, -4, +5$ ナルトキ、次ノ式ノ數値ヲ求ム.

$ax+ay+az$ $ax+yz$ $ay+az$ $az+xy$

[注意1] -1 を負數單位と呼ぶことあり. -3 ハ -1 ノ三倍ト見ラル、 $-a$ ハ -1 と a との積なり、故ニ $-a$ ニ於テ a ノ係數ハ -1 ナリ. $-a$ ト對應セシメンガ爲ニ a ヲ $+a$ ト記スコトアリ. $+a$ ハ $+1$ と a との積なり.

$a > 0$ ならば $-a < 0$, $a < 0$ ならば $-a > 0$

或數ニ負ノ數ヲ掛クレバ積ノ符號ハ被乘數ノ符號ト相異ナレルモノトナル.

[例二] (一) $-2 \cdot (+3) \cdot (-5) = +(2 \cdot 3 \cdot 5) = +30$

(二) $-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{1}{5}$

[3] 連乘積の符號 幾つかの數の連乘積の式に於て、負の數の因數が二つ、或は四つ、或は六つ (偶數) ならば積の符號は $[+]$ なり、負の數の因數が一つ、或は三つ、或は五つ (奇數) ならば積の符號は $[-]$ なり (積の符號の定則).

[例題] $4 \cdot (-12) \cdot (-5) \left(-\frac{2}{15}\right) \cdot (-5)^3 \cdot (-4)$

$$\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \quad (-a)^6$$

[例三] -1 を $(+3, +2, +1, 0, -1, -2)$ の各に掛くれば $-3, -2, -1, 0, +1, +2$ 答

$a > b$ ならば $-a < -b$, $b < a$ ならば $-b > -a$

[例四] (一) $(a-b) \cdot (-1) = -a+b = b-a$ 答

(二) $(a-b) \cdot (-n) = -an+bn = bn-an$ 答

[説明] (一) $(a-b)$ を $a+(-b)$ とシテ, 之 (-1) を掛ケテ $a \cdot (-1) + (-b) \cdot (-1)$ 即 $-a+b$ とセリ, (二) も之と同様ナリ.

[例五] $a=-5, b=-4, c=2$ の時, $-ab-bc+ca$ の数値ヲ求ム.

[解] $-ab-bc+ca = -(-5) \cdot (-4) - (-4) \cdot 2 + 2 \cdot (-5)$
 $= -(+20) - (-8) + (-10)$
 $= -20 + 8 - 10 = -22$ 答

各項ノ数値ハ括弧ノ中ニ入ルルガヨシ.

[例題] $(-a) \cdot (b-c) + (-b) \cdot (c-a) + (c-) \cdot (a-b)$ を簡単ニセヨ. $a=1, b=2, c=3$ とシテ驗セ.

[例六] 次の各方程式に適合すべき x の数値(根)を求む.

(一) $5x=0$ 答 $x=0$ (二) $8x=3x$ 答 $x=0$

(三) $5(x-3)=0$ 答 $x=3$

(四) $8(x-3)=3(x-3)$ 答 $x=3$

(五) $8(x-3)=x(x-3)$ 答 $x=8$ 或は $x=3$

(六) $(x-3)(x+3)=0$ 答 $x=3$ 或は $x=-3$

[説明] (一) 根ハ0ナリ, 何トナレバ 5×0 ハ0トナレバナリ. 若シ x を正ノ或數トシテ, 之ヲ5ニ掛クレバ積 $5x$ モ又正ノ數トナリテ0トナラズ. 又 x を負ノ或數トモナスベカラズ, 故ニ $x=0$ ヨリ外ノ數値ヲ與フルコト能ハズ.

(二) x を0トスレバ兩邊ノ數値ハ共ニ0トナリテ相等シ. 故ニ $x=0$ ハ根ナリ. 而シテ左邊ト右邊トノ差ハ $5x$ ナルヲ以テ, 説明(一)ニヨリテ其他ニ根ナキコトヲ知ル.

(三) (四) ハ何レモ $x-3$ ガ0トナル様ニ $x=3$ トス.

(五) 先ヅ $x=8$ トスレバ兩邊ノ式ハ同値トナル. 故ニ $x=8$ ハ根ナリ. x を3トスレバ兩邊ハ共ニ0トナル, 故ニ $x=3$ モ根ナリ.

(六) $x=3$ ナレバ $x+3$ ガ0トナルヲ以テ左邊モ又零トナル, 故ニ $x=3$ ハ根ナリ. 同様ニ $x=-3$ ト

スレバ $x+3$ が 0 トナルヲ以テ, 左邊モ又零トナル.
故ニ $x=-3$ モ根ナリ.

[例題] $3x=0$ $5(x-3)=2(x-3)$ $x(x+3)=0$
 $x(x-6)=3(x-6)$ ノ各ヲ解ケ.

問題第九集

次ノ各題ノ式ヲ計算セヨ (1-3).

1. $(-4) \cdot \frac{2}{3}$ $(-0.2) \cdot (+1.2)$ $(-\frac{4}{9}) \cdot \frac{3}{8}$ $(-0.25) \cdot (-0.2)$
 $-\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2} \cdot (-\frac{2}{3})$

2. $\frac{2}{3} - 4 - (-\frac{1}{5}) \cdot 5$ $(-\frac{3}{2} - \frac{1}{3}) \cdot 12$ $(\frac{3}{2} - \frac{4}{5}) \cdot (-10)$

3. $(-\frac{1}{4}a + \frac{2}{3}b - \frac{1}{2}) \cdot (-6)$ $5(2-x) - 2(5x+21)$
 $x\{(a-b) + (b-c) + (c-a)\}$

4. $x^2 < 36$ ナラシムルニハ x ノ數値ヲ如何ニスベキカ.

5. (一) $a-2$ ト $a-7$ トハ何レが大ナルカ.

(二) $(a-2)(a-7)$ ノ數値ガ負ノ數トナル様ニ a ノ數値ヲ (整數ニテ) 定メヨ.

補習問題

6. 問題第三(1)ナ, 文字ノ數値ヲ皆1トシテ驗セ.

7. $f=c\frac{9}{5}+32$, $c=\frac{5}{9}(f-32)$ ニ於テ (五 8), $c=-11$, 29.5 ナレバ f 如何, 又 $f=59$, -50.1 ナレバ c 如何.

8. -20 ナニツノ整數 (正ト負ト) ノ積ノ式ニ表セ (幾通りモ).

9. $a \neq b$ ナル場合ニ, 或數 $x = a$ ナ掛クルモ, 或ハ b ナ掛クルモ其結果相等シ, x ナ求ム.

10. 第15節乘法ノ法則 (三ツ) ナ復唱セヨ. $-a$ ト $+a$ トノ意義ヲ述ベヨ.

16. 負の數の除法

$$\left. \begin{aligned} \frac{+a}{+b} &= +\left(\frac{a}{b}\right) & \frac{-a}{-b} &= +\left(\frac{a}{b}\right) \\ \frac{-a}{+b} &= -\left(\frac{a}{b}\right) & \frac{+a}{-b} &= -\left(\frac{a}{b}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots [1]$$

$$\frac{0}{a} = 0 \quad (a \neq 0) \dots\dots\dots [2]$$

[3] $\frac{a}{0}$ は不能 (不可能) とす. 即ち零を除數として, 或數を割ることを得ず.

此等ノ公式ニヨリテ, 計算シタル答ニ, 其除數ヲ掛クレバ, 其被除數ヲ得ベキヲ以テ, 此等ノ正シキコトヲ知ル (第8節除法ノ定義).

[例一] (一) $\frac{+12}{+3} = +4$ $\frac{-12}{-3} = +4$
 $\frac{-12}{+3} = -4$ $\frac{+12}{-3} = -4$

(二) $(+\frac{5}{5}) \div (-\frac{3}{10}) = -\frac{5 \cdot 10}{6 \cdot 3} = -\frac{25}{9}$

$$0 \div \left(-\frac{2}{15}\right) = 0 \quad \left(-\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right) = +1$$

$$(三) \frac{3-8}{3+8} - \frac{3+8}{3-8} = \frac{-5}{11} - \left(-\frac{11}{5}\right) = \frac{-5}{11} + \frac{11}{5} = \frac{96}{55} \text{ 答}$$

[例題] 次ノ各ヲ計算セヨ (1-3).

$$1. \frac{-12}{-4} \quad \frac{-20}{+5} \quad \frac{+3}{-15} \quad \frac{-3}{+15} \quad \frac{6}{-8} \quad \frac{-8}{+12} \quad \frac{+18}{+8}$$

$$(3-3) \div n \quad (p-q) \div (q-p) \quad (q-p) \div (p-q)$$

$$2. \left(+\frac{1}{5}\right) \div (-6) \quad \left(-\frac{7}{8}\right) \div \left(+\frac{5}{4}\right) \quad \left(+\frac{5}{12}\right) \div \left(-\frac{10}{3}\right)$$

$$3. \left(+3\frac{1}{3}\right) \div 10 \quad \left(-2\frac{1}{2}\right) \div \left(+2\frac{1}{7}\right) \quad 1\frac{5}{8} \div \left(-3\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{3-7}{3+7} - \frac{3+7}{3-7} \quad \frac{3+7}{3-7} - \frac{3-7}{3+7}$$

$$4. +6, +4, +2, +1, 0, -1, -2, -4, -6 \text{ を各 } -2$$

にて除せ.

[注意] $-n < 0$ にして

$$a > b \text{ ならば } \frac{a}{-n} < \frac{b}{-n} \quad -na < -nb$$

$$b < a \text{ ならば } \frac{b}{-n} > \frac{a}{-n} \quad -nb > -na$$

或數ヲ負ノ數ニテ割リタル商ノ符號ハ被除數ノ符號ト異ナルモノナリ.

$\frac{a}{0}$ ヲ x ニ等シトシテ, 驗セバ $0 \times x$ ハ 0 トナリ

テ, 被除數 a ト一致セズ, 故ニ $\frac{a}{0}$ ハ不能ナリ ($a \neq 0$).

若シ a モ 0 ナル場合ニ, $\frac{0}{0}$ ヲ x ニ等シトシテ
驗セバ, x ハ何ニテモ適合ス, 故ニ $\frac{0}{0}$ ノ答ハ不定ナ
リト云フコトアリ.

第7節ヨリ第10節ニ至ル乗除法ニ關スル諸原
則ハ, 式中ノ文字ノ値ニ制限ナク眞ナルモノナリ.

但シ 0 ヲ除數トシテ或數ヲ割ルコトハ不能ナ
リトス.

$$[例二] (-) (a-b) \div (-1) = -a+b = b-a \text{ 答}$$

$$(二) (24ab - 21b^2 - 3b) \div (-3b) = -8a + 7b + 1 \text{ 答}$$

$$[說明] \{a + (-b)\} \div (-1) = a \div (-1) + (-b) \div (-1)$$

$$\text{又 } \{24ab + (-21b^2) + (-3b)\} \div (-3b)$$

$$= \{(24ab) \div (-3b)\} + \{(-21b^2) \div (-3b)\} + \{(-3b) \div (-3b)\}$$

ト考ヘタルナリ (第13節[4], 第8節[6]).

$$[例題] (7-x) \div (-1) \quad (-x^2 + 20xy - 6x^2y) \div (-4x)$$

[例三] 次ノ各方程式ニ適合スベキ x ノ數値

ヲ求ム.

$$(-) \frac{x-3}{x-1} = 0 \quad \text{答 } x=3$$

$$(二) \frac{x-3}{8} = \frac{x-3}{3} \quad \text{答 } x=3$$

$$(三) \frac{x-3}{8} = \frac{x-3}{x} \quad \text{答 } x=8 \text{ 或は } x=2$$

$$(四) \frac{8}{x-3} = \frac{3}{x-3} \text{ は不能方程式なり.}$$

$$(五) \frac{8}{x-3} = \frac{x}{x-3} \quad \text{答 } x=8$$

$$[例題] \frac{x-1}{x-3} = 0 \quad \frac{x}{3} = \frac{x}{8} \quad \frac{x(2x-5)}{x-3} = 0$$

$$\frac{x-3}{x} = \frac{x-3}{8} \quad \text{ノ各ヲ解ケ.}$$

問題第十集

$$1. \frac{10}{3} \div (-5) \quad 3\frac{3}{8} \div (-3) \quad 3\frac{7}{9} \div \left(-\frac{7}{15}\right)$$

$$-3\frac{1}{8} \div \left(+2\frac{1}{2}\right) \quad -7\frac{7}{8} \times 4\frac{4}{7} \div \left(-5\frac{1}{7}\right)$$

$$2. \frac{+x}{-y} \quad \frac{-x}{+y} \quad \frac{x-y}{x-y} \quad \frac{x-a}{a-x} \quad \frac{x-1}{1-x} \quad \frac{m-n}{2(n-m)} \quad \frac{6(a-b)}{2(b-a)}$$

$$3. \frac{5-5}{-5} \quad \frac{(a-b)+(b-a)}{(a-b)(b-a)} \quad (-7x)(-6y) \div 14y$$

$$4. \frac{(10x^2)(-6y^2)}{-4xy} \quad \left(2\frac{1}{4} - 3\frac{7}{8}\right) \div \left(-3\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right)$$

$$\left(-\frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{2}xy + \frac{2}{3}y^2\right) \div \left(-\frac{2}{3}xy\right)$$

5. 逆数の定義 (第10節) ヲ復唱セヨ. 次ノ各数ノ

逆数ヲ求ム.

$$-1 \quad -\frac{3}{4} \quad \frac{1}{3} \quad 3\frac{4}{7} \quad -3.5 \quad 0.03 \quad \frac{x-1}{1-x} \quad -\frac{x}{y}$$

6. 第11節例三ニ於テ 325 ノ代リニ 39 トシテ, 原数ヲ求ム.

7. 問題第三 7 ニ就テ, A ト B トノ差ヲ 56 トシテ x ヲ求ム. 又 A ト B トノ差 -56 ナラバ x 如何.

8. 次ノ各組ノ数ノ最小公倍数ヲ求ム (此場合に最小公倍数としては正の数を答ふるが普通なり. 最大公約数の時も同様なり).

$$(-75, 5, 20) \quad (18, -45, -75) \quad (7, 14, -21, 35, -10)$$

$$\left(-\frac{6}{m}, \frac{8}{m}, \frac{16}{m}, -\frac{21}{m}\right)$$

9. 次ノ各組ノ数ノ最大公約数ヲ求ム.

$$(-36, 48) \quad (-60, -90) \quad (-45, -75, -90)$$

$$(-52, 78, -416)$$

10. 次ノ各式ヲ計算セヨ.

$$\frac{2-5}{2+5} - \frac{2+5}{2-5} \quad \frac{(+2)(-2)(+2)}{(-1)(+1)(+1)(-1)} \quad \frac{-b^2}{(-a)(-b)^2}$$

$$\frac{(1-3)+(3-5)+(5-1)}{(1-3)(3-5)(5-1)}$$

補習問題 第十一集

生徒諸子ハ各自次ノ諸問題ニヨリテ, 本篇ノ練習ヲ補フガヨシ.

- $3(5-7)+5(7-3)+7(3-5) \quad \frac{1-5}{1+5} - \frac{1+5}{1-5} \quad -7\frac{7}{8} \times 4\frac{4}{7} \div (-5\frac{1}{7})$
- $\frac{7}{-2} \quad \frac{7}{-2} + \frac{5}{2} \quad \frac{7}{3-5} + \frac{7}{5-3} \quad \frac{n}{b-a} + \frac{n}{a-b} \quad (-8 \pm 2.1864) \div 8$
- 恒等式ノ定義ヲ述ベヨ. 次ハ恒等式ナルカ.

$$\left(\frac{a+b+c}{3} - a\right) + \left(\frac{a+b+c}{3} - b\right) = \left(c - \frac{a+b+c}{3}\right)$$
- 或學校ニ於テ學年初メニハ豫科生徒數ト本科生徒數トノ合計 a 人ナリシガ, 一學年間ニ豫科ハ b 人減ジ, 本科ハ c 人増加シタルタメ, 其生徒數相等シクナレリ, 學年末ノ各科生徒數幾許, 又學年初メニハ幾許. $a=476, b=30, c=28$ ナラバ如何.
- 周圍ガ $2a$ ナル矩形アリ, 其横縦ガ $\left(\frac{a}{2}+x\right), \left(\frac{a}{2}-x\right)$ ナレバ其面積幾許(ニ 6), $a=100$ (間), $x=0, 5, 15$ ナラバ面積幾許.
- (一) $x=2, y=3, z=5$. (二) 又 $x=2-10, y=3-10, z=5-10$ ナル時, $x^2+y^2+z^2-(yz+zx+xy)$ ノ數値幾許(-4).
- x = 指定セラレタル數値ヲ入レテ, 次ノ各恒等式ヲ驗セ.
 (一) $(x+1)(x-3)=x^2-2x-3 \quad x=3, \text{ 又 } x=-1$
 (二) $(x-3)(x+5)=x^2+2x-15 \quad x=3, \text{ 又 } x=-5$
- 不等式 $2 > \frac{a}{3} > -2$ = 適合スル様ニ分數 $\frac{a}{3}$ ノ種種ノ値ヲ順ニ記セ(a ハ正或ハ負ノ整數).
- $(a-2)(5-a)$ 即チ $-1 \cdot (a-2) \cdot (a-5)$ ノ數値ガ負ノ數トナル様ニスルニハ a ノ數値ヲ如何ニ定ムベキカ(九 7).
- 次ノ各チ, 1 ト眞分數トノ和或ハ差ニ直セ.

- $$\frac{21}{20} \quad \frac{29}{30} \quad \frac{n-1}{n} \quad \frac{n+1}{n} \quad \frac{x+1}{x-1} \quad \frac{a-b}{a+b} \quad \frac{x+1}{x+2} \quad \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$$
- $\frac{a}{3}\left(5-\frac{x}{2}\right)(-6) \quad \left(\frac{a}{x}+\frac{b}{y}-\frac{c}{z}\right) \cdot \frac{y}{a} \quad 4(4a-7b)-7(2a-5b)-2(a+b)$
 - 次ノ各チ積ノ式ニ直セ(因數分解法).
 $5x-5y \quad a^2+a \quad 4ax-2bx \quad 3x-3 \quad a(x+y)-b(x+y)$
 - $738 \times 572 (=ab) = 422136$ ノ各因數ヲ 1 ヲ増セバ積 $[=(a+1) \times (b+1)]$ ハ何程増スベキカ.
 - $\left(x \times \frac{1}{2} + 10\right) \times \frac{1}{3} + 10 = m \quad 9[7\{5(3x-2)-4\}-6]-8=1$
 - 西洋紙 x 帖ヲ三人ノ子供ニ與フルニ, 甲ニハ全數ノ半分ヨリ 10 帖少ク與ヘ $\left[\text{殘リハ } \frac{1}{2}x + 10\right]$. 乙ニハ殘リノ $\frac{1}{3}$ ヨリ 10 帖多ク與ヘ, 丙ハ其餘ノ 30 帖ヲ取リタリ. x ヲ求ム.
 - 或人所持ノ地面 x 坪ノ $\frac{1}{5}$ = 家屋ヲ建テ, 次ニ其殘リノ $\frac{3}{7}$ ヲ賃貸シ, 次ニ又其殘リノ $\frac{5}{8}$ ヲ弟ニ分チタルニ, 殘リ 780 坪アリ, x ヲ求ム.
 - 1 時間ニ v 町ノ速サニテ歩ム人ノ 1 分間ノ速サハ幾間ナルカ. $v=36$ ナラバ如何.
 - 次ノ各ニ就テ() ノ中ヘ置クベキ式ヲ求ム.
 $2x-3=2(\quad) \quad \frac{n}{m}x=2(\quad) \quad bx-ay=xb(\quad) \quad n \times 3.75=n \div (\quad)$
 - 長サ 500 米ニツキ目方 2.75 瓦ナル生絲アリ, 此生絲 m 斤ノ長サ幾里ナルカ.
 - 6543 ヲ (一) $10^6 a + 10^5 b + 10^4 c + d$ ニテ表ストスレバ, (二) 3456 ナ表ス代數式如何. (二) 此ニツノ代數式ノ和及差ヲ求ム(積ノ式ニテ答ヘヨ).

第二篇
代數式ノ四則

加法, 減法

17. 代數式の種類

單項式 $\frac{2}{3}abx, -5a^2b$ ハ何レモ單項式ニシテ, $\frac{2}{3}, -5$ ハ其係數(數係數)ナリ(第2節).

係數 積の式に於て因數の中數字にて表されたる數を其係數(數係數)といふ.

單項式ノ前ニアル符號[-]ハ其係數ニ屬スルモノトス. $-a$ ノ係數ハ -1 , a ノ係數ハ 1 ナリ.

$3axy$ ニ於テ $3a$ ヲ xy ノ係數トイフガ如ク, 積ノ式ノ因數ヲ二部分ニ分チ其一部分ヲ他ノ部分ノ係數トイフコトアリ.

單項式の次數 單項式に於て係數を省きたる残りの因數の數を其次數といふ. $3axy$ ハ三次ノ單項式ナリ. 式ノ次數ハ特定文字ダケニ就テイフコトアリ, 例ヘバ $3axy$ ニ於テ $3a$ ヲ xy ノ係數ト看做ス場合ニハ $3axy$ ハ x, y に就テ二次ノ單項

式ナリ.

多項式 幾つかの單項式の代數和を表すものを多項式といふ. 多項式の項の中符號[-]を前に有する項を負項といひ, 其他の項を正項といふ.

$$a+b-c=a+(+b)+(-c)\dots(\text{第13節[4]})\dots[1]$$

[例] $24ab-21b^2-3b$ (第16節例二) ハ一ツノ正項(+ $24ab$)ト, 二ツノ負項(- $21b^2$)ト(- $3b$)トノ和ヲ表ス.

$$a=1, b=-2 \text{ トスレバ}$$

$$\begin{aligned} 24ab-21b^2-3b &= 24 \cdot 1 \cdot (-2) - 21 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) \\ &= -48 - (21 \cdot 4) - (-6) = -48 - 84 + 6 \\ &= -126 \text{ 答} \end{aligned}$$

正項, 負項トハ其見掛ケノコトニシテ, 其數値ノ正負ノコトニアラズ.

多項式の整頓 多項式の項が, 一つの文字の種類の冪の項より成るとき(問題第一七), 其等の項を其文字の冪指數の大きさの順に排列することを其文字に就テ降冪の順に排列すといひ, 冪指數の大きさの逆の順に排列することを昇冪の順に排列すといふ.

多項式の次數 多項式の各項の次數の中最大

なるものを此多項式の次數といふ。式の次數は特定文字だけに就ていふことあり。

x に就て二次及三次の多項式の標準形

$$ax^2+bx+c \quad ax^3+bx^2+cx+d$$

整式 單項式と多項式とを稱して整式といふ。整式と整式との積、或は此等の積の和も整式なり。

分數式 整式を以て、或他の整式を除したる商を除號(÷)を用ひず、分數の形に表したる代數式を分數式といふ。幾つかの分數式、或は分數式と整式との和は分數式を含む代數式にして、之も單に分數式といふこと多し。 $\frac{a+b-c}{n}, \frac{a}{n} + \frac{b}{n} - \frac{c}{n}, 1+x+\frac{x^2}{1-x}$ ノ如シ。

整式分數式ノ外ニ代數式ノ種類多シ。

18. 代數式の加法の例

[1] **同類項の加法** 幾つかの同類項(第4節)の和は、其等の係數の和と、其等に共通なる因數との積に等し(第7節注意1)。

$$\left. \begin{aligned} -aX-bX &= -(a+b)X \\ aX+bX &= (a+b)X \\ aX-bX &= (a-b)X \\ -aX+bX &= -(a-b)X \end{aligned} \right\} \dots\dots [1]$$

[例一] (一) $\frac{2}{3}abx + (-5ab)x = -\frac{13}{3}abx$ 答

(二) $24ab + (-21ab) + (-3ab) = 0$ 答

(三) $3axy + 4bxy + (-5cxy) = (3a+4b-5c)xy$ 答

(四) $2x^2 + 7x + 3 - 2x + 5x^2 - 8 = 7x^2 + 5x - 5$ 答

【注意1】 $7x^2$ と $5x$ とハ同類項ニアラズ、而シテ此和ヲ更ニ簡單ニスルコト能ハズ。例ヘバ x ヲ10トスレバ $7x^2$ ハ700、 $5x$ ハ50ニシテ、7ト5トハ桁違ひの數トナル、故ニ7ト5トハ加フベカラズ。但し $7x^2+5x$ ヲ $x(7x+5)$ ト變形スルハ妨ゲナケレドモ此處ニテハソレニ及バザルモノトス。

【例題】 次ノ各式ヲ簡單ニセヨ。

1. $m+(3ab-15ab) \quad 12ab+(3ab-13ab) \quad 11(x+y)-8(x+y)$

2. $8 \times 12 + 12 \times 12 \quad 74.5 \times 7.3 + 25.5 \times 7.5$

3. $ax+x \quad ax-x \quad -ax+x \quad -ax-x \quad ax+bx-x$

$$4. 5x^2+x-3x-x^2 \quad 5x^2-3a+12a-16x+12x \quad (n-n)x$$

$$5. 2ax-2x \quad a^2+a \quad x^2-x \quad (a-b)x+(b-c)x+(c-a)x$$

[2] 多項式の加法 多項式を加ふるには、其項を原の通り、正項は正項とし、負項は負項として、次第に書き連ねればよし。但し同類項あらば之を纏めて置くべし。

$$m+(a-b+c-d)=m+a-b+c-d \dots [2]$$

公式[2]ハ兩邊ヲ取り換へテモ記憶スベシ。

[例二] (一) $m-a-b+(n-c+d)$

$$=m-a-b+n-c+d \quad \text{答}$$

(二) $7+2x^2-4x, 5x^2+x-3, 3x^2-3x-4$ ヲ加へヨ。

[演算]
$$\begin{array}{r} 2x^2-4x+7 \\ +5x^2+x-3 \\ +3x^2-3x-4 \\ \hline 10x^2-6x \dots \dots \dots \text{答} \end{array}$$

[驗算]
$$\begin{array}{r} 200-40+7=167 \quad (x=10 \text{トス}) \\ 500+10-3=507 \\ 300-30-4=266 \\ \hline 940 \dots \dots (1) \end{array}$$

又 $10x^2-6x=1000-60=940 \dots \dots (2)$

[説明] (二) $(2x^2-4x+7)+(5x^2+x-3)+(3x^2-3x-4)$

ハ $+2x^2, -4x, +7, +5x^2, +x, -3, +3x^2, -3x, -4$ ノ和ニ等シ、故ニ同類項ヲ縦ニ書き列ベテ計算セリ。

[驗算] $x = (\text{任意}) 10$ ヲ代入シテ、元ノ各式ノ數値ノ和(1)ト、答ノ式ノ數値(2)トヲ較ベタルナリ。

問題 第十二集

次ノ多項式ノ和ヲ求ム(1-12)。

1.
$$\begin{array}{r} 3a-5b+2c \\ -2a+3b+c \end{array}$$

2.
$$\begin{array}{r} 7a-3b+2c-3d \\ 5a-4b-5c+7d \end{array}$$

3.
$$\begin{array}{r} 9x+3y-4z+8 \\ -7x-3y-2z-17 \end{array}$$

4.
$$\begin{array}{r} 1\frac{3}{4}x-3\frac{1}{5}y+2\frac{1}{2}z \\ -2\frac{1}{4}x+1\frac{1}{3}y-1\frac{5}{6}z \end{array}$$

5.
$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b+\frac{2}{5} \\ \frac{1}{4}a-\frac{2}{5}b-\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3}a+\frac{1}{4}b+\frac{1}{2} \end{array}$$

6.
$$\begin{array}{r} 41.6n-43.1x+37.8y \\ -4.05n-5.37x+0.09y \\ -0.85n+1.97x-4.19y \end{array}$$

7.
$$\begin{array}{r} 3ax-ay+cz \\ -3bx-by-dz \end{array}$$

8.
$$\begin{array}{r} ax-by+cz+d \\ -mx+ny-pz+q \end{array}$$

9.
$$\begin{array}{r} 7x^2-4x+1 \\ 6x^2+3x-5 \\ 1-12x^2 \end{array}$$

10.
$$\begin{array}{r} \frac{5}{6}x^2-\frac{3}{7}x+\frac{1}{2} \\ \frac{1}{6}-\frac{3}{14}x \\ \frac{9}{14}x-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{3} \end{array}$$

11.
$$\begin{array}{r} 6x^4+9x^3+12x^2 \\ 4x^3+6x^2+8x \\ 12x^2+18x+24 \end{array}$$

12.
$$\begin{array}{r} a^2+ab-ac \\ b^2+bc-ab \\ c^2+ac-bc \end{array}$$

次ノ各式ヲ簡單ニセヨ(13-14)。

13.
$$\begin{array}{r} \frac{1}{4}x^2-7y^2-\frac{1}{3}x^2+2y^2 \\ 5b^2+8a^2-4a^2-3b^2-b^2 \end{array}$$

14. $-\frac{7}{5}\left(\frac{x}{b}\right) + \frac{2}{5}\left(\frac{x}{b}\right) - \frac{3}{2}\left(\frac{a}{c}\right) - \frac{3}{8}\left(\frac{a}{c}\right)$
 $-(b^2+2bc+c^2)a + (b^2-bc+c^2)a$

15. (一) 代數計算ノ定義ヲ復唱セヨ.
 (二) $n=x=y$ トシテ 6. ヲ驗セ.

19. 代數式の減法の例

[例一] $x-(3-10)=x+10-3=x+7$ (第6節(4))

即チ $x-(-7)=x+(+7)$ 一般ニ

$m-(a-b+c-d)=m-a+b-c+d\dots$

(第6節(5)).....[1]

[例二] (一) $m+a-b$ ヨリ $n-x+y$ ヲ引クコト.
 $m+a-b-(n-x+y)=m+a-b-n+x-y$ 答

驗算 減數ニ差ヲ加フレバ被減數ニ等シ.

(二) $4x^3+x^2-x$ ヨリ $4x^2-3x-7$ ヲ引クコト.

演算 $\frac{4x^3+x^2-x}{+4x^2-3x-7}$ 答
 $4x^3-3x^2+2x+7$

驗算 $x=2$ トスレバ(被減數) $=32+4-2=34,$

(減數) $=16-6-7=3$ $34-3=31$(1)

(結果ノ式) $=32-12+4+7=31$(2)

【注意】 第5節減法ノ原則ヲ復唱スベシ.

問題第十三集

次ノ各式ノ差ヲ求ム(1-7).

1. $\frac{n-1}{n+1} - \frac{a-x}{x-a} - \frac{x+y}{x-y} - \frac{x+5}{x-5} - \frac{a+3}{2-a} - \frac{a-1}{3-2a} - \frac{a+1}{5-a}$

2. $\frac{n+1}{7-5n} - \frac{5-x}{3-2x} - \frac{7+2x}{3x+7} - \frac{2x-3y}{2y-3x} - \frac{5a-b}{8a-b} - \frac{0}{x-2y}$

3. $\frac{15.75 \times 5 + 12}{15.75 \times 8 - 35} - \frac{9.18 \times 1210 + 0.42}{9.18 \times 1207 + 0.56}$

4. $\frac{9a-8b+7c-3d}{5a-6b-3c+2d} - \frac{4x-3y+9z-8u}{5x+4y-3z-8u}$

5. $\frac{x^4-3x^3+2x^2}{x^3-2x^2+x-2} - \frac{-1}{-2x^3+2x^2+4x-5} - \frac{2x^3-3x^2-4x+5}{-2x^3+2x^2+4x-5}$

6. $\frac{1}{2}a - 2\frac{1}{3}b + 3\frac{1}{2}c - 5\frac{2}{3}d - 4\frac{1}{6}e + \frac{1}{2}f + \frac{1}{3}h$
 $-3\frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}b + 4\frac{1}{4}c - 3\frac{2}{3}d - 3\frac{1}{2}e - \frac{1}{3}f + \frac{1}{2}h$

7. $\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{2}x^2 - \frac{(b+c)x^2 - (b^2+c^2)x + a^3-b^3}{(b-c)x^2 + (b^2+2bc+c^2)x + a^3+b^3}$

8. 5. ノ各ノ答ヲ $x=2$ トシテ驗セ.

9. 4. ヲ各文字ノ數値ヲ相等シトシテ驗セ.

20. 括弧を取去る例, 括弧に括る例

[1] 括弧を取去ること [+]を前置せる括弧は其儘之を取去りてよし, [-]を前置せる括弧を取去るときは, 其括弧内なる式の符號を變ふべし.

m+(a-b+c-d)=m+a-b+c-d
m-(a-b+c-d)=m-a+b-c+d ... [1]

[2] 括弧に括ること 多項式中の幾つかの項を, [+]を前置せる括弧の中に入るには其儘入るべし, [-]を前置せる括弧内に入るには, 其等の項の符號を變へて入るべし.

m+a-b+c-d=m+(a-b+c-d)
m-a+b-c+d=m-(a-b+c-d) ... [2]

項の符號を變ふトハ, 正項ハ負項ニ, 負項ハ正項ニ變フルコトナリ. 多項式の符號を變ふトハ, 其式中ナル總テノ項ノ符號ヲ變フルコトナリ.

括弧内ノ初項ガ正項ナルトキハ, 其項ノ符號ヲ省クベシ.

[例一] (-) 1-3/4-5-5/6-1/2
=(1-5)-(3/4+5/6+1/2)

(二) 3+1/2-2/3-7+1/3
=(3-7)+(1/2-2/3+1/3)

[例二] (8a+3b)-[3b-{4c+(x-7a)}]
=8a+3b-[3b-{4c+x-7a}]
=8a+3b-[3b-4c-x+7a]
=8a+3b-3b+4c+x-7a
=a+4c+x.....答

[驗算] a, b, c, xヲnトスレバ
11n-[3n-(4n-6n)]=11n-[3n+2n]
=6n.....(1) 答モ6n.....(2)

[例題] 外部ノ括弧ヨリ取り始メヨ (例二).

[例三] 明治37年度本邦貿易輸入高總計a圓, 輸出高b圓, 翌38年度ハ輸入ニ於テm圓増加シ, 輸出ニ於テn圓増加セリ. 此二年間ノ輸入超過合計何程.

[解] (a-b)+{(a+m)-(b+n)}=(2a+m)-(2b+n) 答

[驗算] a=371t, b=319t, m=117t, n=2t [tハ百萬]

トスレバ (a-b)+{(a+m)-(b+n)}=52+(488-321)
=52+167=219.....∴ 219t.....(1)

(2a+m)-(2b+n)=859-640=219.....∴ 219t.....(2)

問題第十四集

次ノ各式ノ括弧ヲ取去リテ簡單ニセヨ(1-3).

1. $(8x-5)+(3x-7)-(9x-11)$ $(a+b-c)-(a-b+c)$

2. $2x-[2x-(2x-\overline{2x-y})]$

$6x-[7x-\{8x-(9x-\overline{10x-y})\}]$

但シ先ヅ内部ノ括弧ヨリ取去リ,次ニ外部ヨリ取去リテ驗セ.

3. $\{(8x-3y)-5y+6\}-\{(5x-7y)-(3x-6)\}-(6x-y)$

次ノ各等式(4-7)ヲ,其右邊ノ()ノ中へ式ヲ入レテ答へヨ.

4. $3a^4-2a^3-4a^2+a-1=3a^4-()-()-()-()$

5. $a-b+c-d+e=a-()-()$ 但シ二項宛()ノ中ニ入レヨ(三通り).

6. $-a^2x-2x+a^2y-7y-ab+3=- ()x+()y-()$

7. $ax^2+a^2x+bx^2+b^2x+cx^2+c^2x+abc$
 $= ()x^2+()x+abc$

8. 扇子(一本ノ價 a 錢)ト團扇(一本 b 錢)ト合セテ $(x+y)$ 本アリ. $x+y$ ガ皆扇子ナルトキノ價 A ト, x 本ガ扇子, y 本ガ團扇ナル時ノ價 B ト, $x+y$ 本ガ皆團扇ナル時ノ價 C トノ二ツツツノ差 $A-B, B-C, A-C$ ヲ何レモ積ノ式ニテ答へヨ.

9. $[7.01p-(2.5r-1.74)]-[(4\frac{1}{2}r-0.79p)-3.26]-1\frac{1}{5}p$

10. $\frac{a-2b+3c-4d}{7a+3b-5c+8d}(-\frac{ax^2+bx+c}{mx^2+nx+p}(-$
 $7\frac{3}{4}a-4.45b+19\frac{7}{8}c+0.85d-1.75x-8\frac{3}{8}$
 $0.25a-4\frac{1}{4}b-0.625c+47.5d-2\frac{5}{12}x-1.125$
 $(-$

11. $X=5a^3+2a^2-3a+1$ $Y=2a^3-a^2+a-2$
 $Z=3a^3-4a^2+a-3$ トシテ, (一) $X-(Y-Z)$,
 (二) $X+Z-Y$ ヲ計算セヨ.

12. 次ノ恒等式ヲ證明セヨ.

$$\left(a-\frac{a+b+c+d}{4}\right)+\left(b-\frac{a+b+c+d}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{a+b+c+d}{4}-c\right)+\left(\frac{a+b+c+d}{4}-d\right)$$

補 習 問 題

次ノ各題ノ式ヲ計算セヨ(13-15).

13. $5x+(x+y)$ $9x-(3x+5n)$ $15a-7b-(7a-6b)$

14. $893+(7+589)$ $1985+(15+786)$ $1738-(845+738)$

15. $(3m-7n-5p)+(2m+4n-3p)-(4m-3n-6p)$ 但シ文字ノ値ヲ相等シクシテ驗セ.

次ノ各式ノ括弧ヲ取去リ,文字ノ數値ヲ皆1トシテ驗セ(16-17).

16. $0-(6ac-3ad+2bc-bd)$ $(-1)(6ac-3ad+2bc-bd)$

17. $x+\{x-(x-1)\}$ $x-\{x-(x-1)\}$ $(7a-2b)-[(3a-c)-(2b-3c)]$

18. 次ノ各等式ヲ,其右邊ノ()ノ中へ式ヲ入レテ答へヨ

之ヲ積ノ式ニ書キ變ヘテ,其算法ヲ見出サル.

此等ノ公式ハ,其左右ヲ取り換ヘタルモノヲモ
記憶スベシ.

問題 第十五集

1. a ヲ 10 トシテ, $a^3, 3a, 3a^3, (3a)^3$ ノ 數 値 ヲ 求 ム.

2. 次ノ各ヲ冪ノ式ニテ表セ.

$$2^3 \cdot 2 \quad a^5 \cdot a \quad -a \cdot a^5 \quad -3 \cdot 3^3 \quad (-1)(-1) \quad a^{3-1} \cdot a^2$$

3. 次ハ各一乗冪ヨリ五乗冪マデ求ム(第15節(3)).

$$-1, +1, -2, +2, -3, +3, -4, +5$$

【注意】 負の數を底數とする乗冪は指數が奇數なる時は負の數にして,指數が偶數なる時は正の數なり(第15節(3)).

4. $-a$ ノ一乗冪ヨリ八乗冪マデ求ム.

5. 次ノ各ヲ素因數ニ分解セヨ.

$$8 \times 32 \quad 25 \times 125 \quad 8 \times 6 \times 18^4 \quad 7 \times 3^2 + 3 \times 7^2$$

次ノ各式ヲ計算セヨ(6-10).

$$6. \frac{5}{5} \quad 5 \div 5 \quad \frac{a^5}{a^5} \quad a^n - a^n \quad (a \cdot b)^2 \quad (a+b)^2 \quad 2^2 + 5^2$$

$$7. a^3 \cdot (-a)^3 \quad a \cdot (-a)^4 \quad a^m \cdot a \quad (-a) \cdot (-a)^5 \quad (-a)^3 \cdot (-a)^3$$

$$8. \frac{a^3}{a} \quad \frac{a^n}{a} \quad \frac{a^3}{a^3} \quad \frac{a^3}{5a^3} \quad \frac{a}{a^n} \quad \frac{(-a)^5}{a^3} \quad \frac{a^3}{(-a)^5}$$

$$9. 2^6 \cdot 5^6 \quad 6^4 \cdot 5^4 \quad (ab)^2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 \quad \left(1\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^3 \quad 4^3 \cdot 5^6$$

$$10. \frac{6^3}{4^3} \quad \frac{6^3}{9^3} \quad \frac{15^2}{25^2} \quad \frac{15^3}{5^3} \quad \frac{24^3}{8^3} \quad \frac{6^2}{9 \cdot 4^3} \quad \frac{4^2 - 3^2}{5^2 - 2^2}$$

22. 法が單項式なる乗除法の例

$$[\text{例一}] \quad 5a^2b^4c \times (-2a^3b^2) = -10a^5b^6c \quad \text{答}$$

【説明】 第7節ノ法則ニヨリ $5 \cdot (-2) \cdot (a^2 \cdot a^3) \cdot (b^4 \cdot b^2) \cdot c$
トシ,次ニ第15節(1)ト前節ノ定則トニヨリテ求ム.

$$[\text{例題}] \quad 3xy^2z^2 \times (-2x^3y^2z) \quad (\text{驗算 } x=3, y=2, z=5) \quad \text{ヲ求ム.}$$

$$[\text{例二}] \quad 5ax^2y^3 \times \frac{7}{12}a^2(x^2)^5 \times (2axy)^4 \\ = \frac{5 \cdot 7 \cdot 2^4}{12} a \cdot a^2 \cdot a^4 \cdot x^2 \cdot x^{10} \cdot x^4 \cdot y^3 \cdot y^4 \\ = \frac{140}{3} a^7 x^{16} y^7 \quad \text{答}$$

$$[\text{例題}] \quad 15x^5y^3 \times \frac{7}{24}a^2(x^2)^3 \times (2axy)^2 \quad \text{ヲ計算セヨ.}$$

$$[\text{例三}] \quad \left(\frac{3}{2}ax^3 - \frac{6}{7}a^2x^2 - \frac{3}{4}a^3x\right) \times \left(-\frac{7}{3}a^3x\right) \\ = -\frac{7}{2}a^4x^4 + 2a^5x^3 + \frac{7}{4}a^6x^2 \quad \text{答}$$

【説明】 被乗數ハ $\left(\frac{3}{2}ax^3\right), \left(-\frac{6}{7}a^2x^2\right), \left(-\frac{3}{4}a^3x\right)$ ノ
代數和ナルヲ以テ,配分定則(第7節(3))ニヨリテ,此
各項ニ乗數 $\left(-\frac{7}{3}a^3x\right)$ ヲ掛ケタル部分積ノ和ヲ
作レリ.

[例題] 次ノ各式ヲ展開セヨ.

$$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{3}x^2y - \frac{1}{5}y^3\right) \cdot 30x^2y^2 \quad (2a^2 - 3ab + 2b^2) \cdot a^2b^3$$

[例四] (一) $a^8x^5 \div a^3x^7 = \frac{a^8x^5}{a^3x^7} = \frac{a^5}{x^2}$ 答

(二) $-28a^4x^2y^3 \div 21a^3xy^5 = -\frac{28a^4x^2y^3}{21a^3xy^5} = -\frac{4ax}{3y^2}$ 答

[驗算] $-\frac{4ax}{3y^2} \times 21a^3xy^5 = -28a^4x^2y^3$

(三) $\frac{2a^3b^7}{3x^3y^4} \div \frac{4a^2b^8}{5xy^5} = \frac{2a^3b^7 \cdot 5xy^5}{3x^3y^4 \cdot 4a^2b^8} = \frac{5ay}{6bx^2}$ 答

[例題] $\frac{a^3b^8}{a^5b^3} \cdot 21x^3y^5z \div (-28x^4y^3z^2) = \frac{4a^3x^3}{5b^2cz} \div \frac{8a^6x}{3bc^2z^5}$

[例五] (一) $(12ax^3 - 5a^2x^2) \div 3ax = 4x^2 - \frac{5}{3}ax$ 答

配分定則 = ヲリテ被除數ノ各項ヲ割レリ.

(二) $(3a^2 + 2a^3c + 4a^3c^4) \div 6a^3c^3 = \frac{1}{2ac^3} + \frac{1}{3c^2} + \frac{2c}{3}$

[驗算] $\left(\frac{1}{2ac^3} + \frac{1}{3c^2} + \frac{2c}{3}\right) \cdot 6a^3c^3 = 3a^2 + 2a^3c + 4a^3c^4$

(三) $\left(\frac{a^2x}{bc^2} - \frac{a}{b} + \frac{x}{c}\right) \div \frac{ax}{bc} = \frac{a^2x}{bc^2} \cdot \frac{bc}{ax} - \frac{a}{b} \cdot \frac{bc}{ax} + \frac{x}{c} \cdot \frac{bc}{ax}$
 $= \frac{a}{c} - \frac{c}{x} + \frac{b}{a}$ 答

[驗算] $\left(\frac{a}{c} - \frac{c}{x} + \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{ax}{bc}$

$$= \frac{a}{c} \cdot \frac{ax}{bc} - \frac{c}{x} \cdot \frac{ax}{bc} + \frac{b}{a} \cdot \frac{ax}{bc} = \frac{a^2x}{bc^2} - \frac{a}{b} + \frac{x}{c}$$

[例題] 1. $(100ab - 75ac + 15bc) \div 25abc$

2. $\left(\frac{a^2b}{cd^2} - \frac{a}{c} + \frac{b}{d}\right) \div \frac{ab}{cd}$

問題第十六集

次ノ各式ヲ計算セヨ (1-15).

1. $2a^4 \cdot 3b^3 \quad 2a^3 \cdot 3a^2 \quad 5x^3 \cdot 8x \quad 2a^2 \cdot 3b^3 \cdot 7c^4$

2. $8x^7 \cdot 5x^4 \cdot 9x \quad 3a^4 \cdot 2b^3 \cdot 5a^2 \quad \frac{4}{5}x^2y \cdot \left(-\frac{1}{4}y^2z\right) \cdot 5xz^2$

3. $12a^3 \div 3a^2 \quad -56x^3 \div 8x \quad 30a^2 \cdot 2b^3 \div 5a^2 \quad a^8b^3 \div a^4b$

4. $2^2 \cdot 5 \div (3 \cdot 5) \quad 2^2 \cdot 3^2 \div (2^2 \cdot 3) \quad (3x^2 \cdot 5a) \div (5x \cdot 3a^2)$

5. $-a^3b^5 \div a^7b^3 \quad 80x^4 \cdot 9x \div 5x^7 \quad -12x^6 \div 3x^2 \quad \frac{1}{2}nx \div \frac{1}{6}n^2y$

6. $\left(-\frac{3}{4a} + \frac{1}{2b} - \frac{1}{5c}\right) \cdot (-20abc) \quad (60ax - 5bx + 3) \div 3x$

7. $(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) \div \frac{a}{b} \quad \left(\frac{3}{2}xy^2 - \frac{5}{6}x^2y - \frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{12x}{5y}\right)$

8. $(-5)^2 - (-2)^5 \quad (-7)^2 - (-2)^7 \quad 5 \cdot 4^3 - 4 \cdot 3^4 \quad \frac{5^2 \cdot 3 + 3^5 \cdot 2}{3^3 \cdot 2 + 2^4 \cdot 3}$

9. $g^{n-x} \cdot g^{m+x} \quad h^{5-n} \cdot h^{n+x} \quad k^n \cdot k^{n-1} \cdot k^{n-2n} \quad \frac{a^x}{a^{x-1}} \quad \frac{a^{2x-y}}{a^{x-n}}$

10. $a^{n-1}b^{n+1} \cdot ab^2 \quad x^2y^3 \cdot x^{n-2}y^{n-5} \quad \frac{a^{4n}}{a^{n-x}} \quad p^n \cdot p^n \quad q^n \cdot q^{5n}$

11. $(-a)^{2n} \cdot (-a) \quad (-a)^{2n+1} \quad (-a)^{2n-1} \quad (-a^2)^3 \quad (-a^3)^2$

12. $\frac{(a^3x^4)^4}{(ax)^{10}} \quad \frac{(a^3b^4)^2}{(a^2b^3)^3} \quad \frac{(2^3)^5}{4^4} \quad \frac{20^3}{15^3} \quad \frac{25^3 \cdot 72^2}{9^3 \cdot 20^4}$

13. $\frac{1}{3}(x^2 - 2x) - \frac{3}{2}(x - 2x^2) \quad \frac{1}{3}(x - y + z) + \frac{3}{4}(5x - 2y - \frac{2}{3}z)$

14. $3(6x + 15) - 5(8x - 10) - 7(4x - 7)$

$$x - 2(y + 3x) - 3\{y + 2(x - y)\}$$

15. $3ab(2a^2b - 6ab^2 - 4b^3) \div 6ab^2$

$$\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)\left(-\frac{9}{8}yz^2\right)\div\left(-\frac{6}{9}xyz\right)$$

16. 2^n が n の 1 より 24 マテ 求メ,
 ソレニヨリテ (一) $2^{12} \times 2^7$ (二) $2^{20} \div 2^{12}$
 (三) $2^5 \times 2^7 \times 2^9$ (四) $(2^7)^2$ を 求ム.

n	2^n
1	2
2	4
3	8
⋮	⋮
10	1024
⋮	⋮
24	1048576
⋮	⋮

23. 多項式を掛くる例

[例一] $(x+y+z)(n+p)$

$$=nx+ny+nz+px+py+pz \quad \text{答}$$

或ハ $(x+y+z)(n+p)$

$$=nx+px+ny+py+nz+pz \quad \text{答}$$

説明 $(x+y+z)n+(x+y+z)p$ を展開シ、次ハ
 $x(n+p)+y(n+p)+z(n+p)$ を展開セリ.

注意1 積ノ式 $(x+y+z)(n+p)$

ヲ和ノ式 $(nx+ny+\dots+pz) =$ 變形ス
 ルコトヲ原ノ式ヲ展開すトイフ (第7節注意1).

此場合ニ原式ハ一ツノ積ノ式ニシテ、展開セラ
 レタル式ハ六ツノ積ノ式 nx, ny, nz, px, py, pz ノ和
 ナレバ、原式ニ比ベテ複雑ナリ。例ヘバ x, y, z, n, p
 ヲ 12, 13, 14, 15, 16 トシタル時、原式ノ數値ハ原式

	n	p
x	nx	px
y	ny	py
z	nz	pz

ノ儘ニテ計算スル方ガ便利ナリ。サレバ通ジテ
 云フ時ハ、代數計算ノ結果ハ積ノ式ニテ答フルコ
 ト多シ、第11節注意2ノ答 $\frac{7}{11}(m-50)$ モ其一例ナリ。
 但シ計算ノ目的ハ種種アリテ、一樣ニ述べ難シ、良
 ク其問題ニ適應セシメテ答ヲ整頓スルコト肝要
 ナリ。多項式ノ積ヲ展開スルコトハ、或他ノ計算
 ノ豫備トシテ必要アリ、又展開セラレタル式ノ方
 ガ簡便ナルコトアリ。

掛け算の排列法 實ト法トノ多項式ノ項ガ、共
 通ノ同一文字ノ種種ノ器ヨリ成ル時、其積ノ展開
 式ヲ求ムルニハ、實ト法トヲ共ニ其文字ノ降冪ノ
 順或ハ共ニ昇冪ノ順ニ排列スベシ、即チ次ノ如シ。

[例二]
$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x + 4 \\ 3x^2 + 2x + 6 \\ \hline 6x^4 + 9x^3 + 12x^2 \\ + 4x^3 + 6x^2 + 8x \\ + 12x^2 + 18x + 24 \\ \hline 6x^4 + 13x^3 + 30x^2 + 26x + 24 \end{array} \quad \text{答}$$

驗算 $x=10$ トスレバ
$$\begin{array}{r} 234 \dots \text{被乗数} \\ \times 326 \dots \text{乗数} \\ \hline 1404 \\ 468 \\ 702 \\ \hline 76284 \dots (1) \end{array}$$

答ノ數値... $76284 \dots (2)$

説明 此排列法ニ於テ

(一) 第一列ハ被乗數,第二列ハ乗數ニシテ,何レモ x ノ降冪ノ順ニ排列シタルモノ

(二) 横線ト横線トノ間ナル三ツノ列ハ,乗數ノ三ツノ項 $3x^2, (+2x), (+6)$ ヲ被乗數ニ掛ケタル部分積ヲ,ソノ同類項ガ縦ニ並ブ様ニ書キタルモノ

(三) 第二横線ノ下ナル式ハ此等部分積ノ和ニシテ $(+21)$ 即チ所要ノ展開式ナリ.

(四) 驗算ハ被乗數ノ數値 234 ト乗數ノ數値 326 トノ積(1)ガ,答ノ式ノ數値(2)ト等シキコトヲ驗セリ. 實ト法トヲ交換シテ再ビ掛ケテモヨシ.

例題 1. $(3x^2+2x+6) = (2x^2+3x+4)$ ヲ掛ケテ驗セ(例二).

2. x ノ昇冪ノ順ニ排列シテ展開セヨ(例二).

3. 例二ニヨリテ $(3a^2+2a+6)(2a^2+3a+4)$ ノ展開式ヲ直ニ書キ下セ.

4. $(x-2)(x+2) (x-2)(x+3) (x^2+2x+4)(x-2)$

5. $(x^2-x+1)(x+1) (x^2+2x+4)(x^2-2x+4) (x^2+2x+1)^2$

6. $(x^2+2xy-y^2)(x^2-2xy+y^2) (a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)(a+b)$

注意2 此掛ケ算ノ排列法ニヨレバ

二つの多項式の積の展開式は二因數の初項の積を初項とし,末項の積を末項とす.

$(x^2+2x+1)^2$ ノ展開式ハ $x^4+4x^3+6x^2+4x+1$(1)

$(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)$,, x^4+4x^2+16(2)

(1)ハ x ニ就テ完備多項式ニシテ,(2)ハ完備多項式ニアラズ.

完備多項式 x を含める多項式の諸項に於ける x の冪指數が次第に一つづつ減じ,且 x を含まざる項もある時は,之を x に就テ完備多項式といふ.

(一) $x^2-ax+bx+a^2-ab$ 即チ

$x^2-(a-b)x+(a^2-ab)$ ハ x ニ就テ完備多項式ニシテ

(二) $x^4+y^4+z^4-4y^2z^2-4z^2x^2-4x^2y^2$ 即チ

$x^4-4(y^2+z^2)x^2+(y^4-4y^2z^2+z^4)$ ハ完備多項式ニアラズ.

多項式の整頓 x を含む多項式を, x に就テ降冪の順に,或は昇冪の順に排列する時は,いつも x に就テ次數の同じ項は其係數を括弧にて纏め置くべし(第18節(1)).

例題 次ノ各式ヲ x ノ降冪ノ順ニ整頓セヨ.

1. $ax^2 - bx^2 + cx^2 - bcx - cax + abx + a^2c$
2. $2x^2 - 5xy + 2y^2 - ax - ay - a^2$ 又 $y =$ 就テ
3. $x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$ 又 $y =$ 就テ

[例三]
$$\begin{array}{r} x^3 \quad -2x+1 \\ x^2-4x-3 \\ \hline x^5 \quad -2x^3+x^2 \quad (\times \\ -4x^4 \quad +8x^2-4x \\ -3x^3 \quad +6x-3 \\ \hline x^5-4x^4-5x^3+9x^2+2x-3 \dots\dots\dots \text{答} \end{array}$$

被乗數ノ x^2 ノ項ガ缺ケタルニヨリ,其位置ヲ明ケタルナリ.

[例題] 次ノ各式ヲ展開セヨ.

$(a^3 - 2a + 1)(a^2 - 4a - 3) (2x^3 + 3x + 4)(x^2 - 3x + 4)$

[例四] $\{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca\} \times (a + b + c)$

[演算]
$$\begin{array}{r} a - (b+c)a + (b^2 - bc + c^2) \\ a + (b+c) \\ \hline a^3 - (b+c)a^2 + (b^2 - bc + c^2)a^2 \quad (\times \\ + (b+c)a^2 - (b^2 + 2bc + c^2)a + (b^3 + c^3) \\ \hline a^3 \quad -3bca \quad + b^3 + c^3 \dots\dots\dots \text{答} \end{array}$$

[補助計算]
$$\begin{array}{r} b+c \quad b^2-bc+c^2 \\ b+c \quad b+c \\ \hline b^2+bc \quad b^3-b^2c+bc^2 \\ +bc+c^2 \quad +bc-bc^2+c^3 \\ \hline b^2+2bc+c^2 \quad b^3 \quad +c^3 \end{array}$$

[説明] (一) 實ト法トヲ a ノ降冪ノ順ニ配列ス.

(二) 法ノ第二項 $(b+c)$ ヲ實ノ第二項 $-(b+c)a$ ニ

掛クレバ $-(b+c)^2a$ トナリ, $(b+c)^2$ ハ補助計算ニテ求ム.

(三) 法ノ第二項 $(b+c)$ ト實ノ第三項 (b^2-bc+c^2) トノ積モ補助計算ニテ求ム.

(四) 部分積ヲ加フルニハ, $(b^2-bc+c^2)a$ ト $-(b^2+2bc+c^2)a$ トハ a ノ同類項ナルユエ,係數 $b^2-bc+c^2, -(b^2+2bc+c^2)$ ノ代數和 $-3bc$ ト a トヲ掛ケテ $-3abc$ トス (+ = 14).

[例題] 1. $(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)(x + y + z)$

2. $\{a^2 - (b-c)a + (b^2 + bc + c^2)\} \times \{a + (b-c)\}$

3. $\{x^2 - (a+b)x + ab\} \times (x-c)$

[例五] $(x-2)(x+3)$ ノ展開式 x^2+x-6 ノ數値ハ, $x =$ 如何ナル數値ヲ代入スレバ零トナルベキカ.

[解] $x-2$, 或ハ $x+3$ ヲ零ナラシムル x ノ數値 2 或ハ -3 ガ答ナリ. 答 $x=2, x=-3$

[驗算] $x=2$ トスレバ $x^2+x-6=4+2-6=0$
 $x=-3$ トスレバ $x^2+x-6=9-3-6=0$

[説明] x^2+x-6 ヲ甲, $(x-2)(x+3)$ ヲ乙ト名ヅク. 乙ハ $(x-2)$ ト $(x+3)$ トノ積ナリ. 而シテ零ト或數トノ積ハ常ニ零,零ニアラザルニツノ數ノ積ハ

常ニ零ナラズ(第15節及其例六). 故ニ乙ノ數値ヲ零
ナラシムルニハ $(x-2)$ ヲ零ナラシムルカ(A), 或ハ
 $x+3$ ヲ零ナラシムルコト(B)ニ限ル. Aニヨレバ
 x ハ2, Bニヨレバ x ハ-3ナリ.

然ルニ甲ハ乙ノ展開式ナレバ互ニ同値ナリ, 故
ニ甲モ又其 $x=2$ 或ハ -3 ヲ代入スレバ零トナ
リ, 其他ニテ零トナルコトナシ.

[1] 積の式の因數を零ならしむる文字の數値
ハ, 其展開式の數値を零ならしむ.

[2] 積の展開式の數値を零ならしむる文字の
數値ハ, 原の式の何れかの因數を零ならしむるも
のの外にあらず.

[注意3] $(x-2)(x+3)$ ノ積ガ x^2+x-6 ナルトキ
ハ, 方程式 $x^2+x-6=0$ ノ根ハ2 或ハ -3 ナリ.

[例題] 次ノ各ヲ展開セヨ, 又展開式ヲ零ナラ
シムル x ノ數値ヲ求ム.

(一) $(x-2)(x-3)$ (二) $(2x-3)(3x+4)$

問題第十七集

次ノ各式ヲ展開セヨ(1-11).

1. $(x-3)(x+4)$ $(x+2)(x-3)$ $(2x+3)^2$ $(3x+4)(2x+5)$

2. $(2x-3)(3x+4)$ $6\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}\right)(2x+3)$ $3(x+3)\left(x-\frac{2}{3}\right)$
 $35\left(x-\frac{3}{7}\right)\left(x-\frac{2}{5}\right)$

3. $(2x-3y)(3x+4y)$ $(3a+4b)(2a+5b)$ $(12x-3y)(5x-11y)$
次ノ各題(4-6)ハ其一ヲ應用シテ直ニ其二ノ展開式ヲ書
キ下セ.

4. (一) $(a+b)^2$ $(x+a)(x+b)$ $(a+b)^3$ $(ax+by)(cx+dy)$

(二) $(a-b)^2$ $(x+a)(x-b)$ $(a-b)^3$ $\left(ax+\frac{b}{n}\right)\left(cx+\frac{d}{n}\right)$

5. (一) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ $(a-b)(a^2+ab+b^2)$
 $(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$

(二) $(a+2)(a^2-2a+4)$ $(n-1)(n^2+n+1)$
 $(a^4-a^2b^2+b^4)(a^4+a^2b^2+b^4)$

6. (一) $(1+x+x^2+x^3+x^4+x^5)(1-x)$

(二) $(1-x+x^2-x^3+x^4-x^5)(1+x)$

7. $(1+4x-3x^2-x^3)(1-3x+x^2)$ $(2x^3-7x+1)(x^3-x+1)$

8. $(7x^2+xy-6y^2)(6x^2-xy-5y^2)$

$(x^3-7ax^2+5a^2x+a^3)(a^2-4ax+2x^2)$

9. $\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}$ 或ハ $\frac{1}{2}[x^2-4x+3]$

$\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}[3x+2]$
 $\frac{1}{4}x^3-x^2+\frac{3}{4}x$ $\frac{3x^3-12x^2+9x}{+2x^2-8x+6}$ (×)

$+\frac{1}{6}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}$ $\frac{1}{12}[3x^3-10x^2+x+6]$

$\frac{1}{4}x^3-\frac{5}{6}x^2+\frac{1}{12}x+\frac{1}{2}$ 答 $=\frac{1}{4}x^3-\frac{5}{6}x^2+\frac{1}{12}x+\frac{1}{2}$

此結果 = ヨリテ $(\frac{1}{2}y^2 - 2y + \frac{3}{2})(\frac{1}{2}y + \frac{1}{3})$ ヲ求ム.

$$10. \frac{1}{2}(2x^2 + 6x + 4)(2x + \frac{1}{2})$$

$$(\frac{3}{2}a^2 - ab - \frac{2}{3}b^2)(\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{2}ab + \frac{1}{3}b^2)$$

11. x ノ多項式ヲ作リテ, x ノ數値ガ 2, 或ハ 3, 或ハ $-\frac{1}{2}$ ナルトキ, 其式ノ數値ガイツモ零トナル様ナルモノナラシムルコトヲ求ム.

解 x ガ 2, 3, $-\frac{1}{2}$ ナルトキ零トナル三ツノ因數 $(x-2), (x-3), (2x+1)$ ノ積ヲ作レバ

$(x-2)(x-3)(2x+1)$ 即チ $2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$ 答

(一) $x=2$	(二) $x=3$
$2 \times 8 - 9 \times 4 + 7 \times 2 + 6$	$2 \cdot 27 - 9 \cdot 9 + 7 \cdot 3 + 6$
$= 16 - 36 + 14 + 6$	$= 54 - 81 + 21 + 6$
$= 36 - 36 = 0$	$= 81 - 81 = 0$

(三) $x = -\frac{1}{2}$
$2 \cdot (-\frac{1}{2})^3 - 9(-\frac{1}{2})^2 + 7(-\frac{1}{2}) + 6$
$= -\frac{1}{4} - \frac{9}{4} - \frac{7}{2} + 6 = -\frac{24}{4} + 6 = 0$

答ノ式 $2x^3 - 9x^2 + 7x + 6 =$ 任意ノ數(或ハ式)ヲ掛ケタルモノモ, x ガ 2, 3, $-\frac{1}{2}$ ナルトキ = 零トナル, サレド上ノ答ガ最簡ナル式ナリ.

12. 前題ニ於テ, 前ノ三ツノ數ノ代リニ, (一) $-2, -3, \frac{1}{2}$, (二) $-1, 3, 4$ トスレバ答如何.

13. $(x+a)(x+b)(x+c) (ax^2+bx+c)(ax^2-bx+c)$

14. $(b-c)(x-b)(x-c) (c-a)(x-a)(x-c) (a-b)(x-a)(x-b)$

及此等ノ和ヲ x ノ降冪ノ順ニ整頓セヨ.

15. $(234+a)(326-a), 237 \times 323$ ヲ求ム. 但シ

$234 \times 326 = 76284$

16. $\{x^2 - 2bx + (b^2 + c^2)\} \times \{x^2 + 2bx + (b^2 - c^2)\}$

24. 多項式にて割る例

[例一]

$$2x^3 + 3x + 4 \overline{) 6x^4 + 13x^3 + 30x^2 + 26x + 21} \dots\dots\dots \text{答}$$

$$\underline{6x^4 + 9x^3 + 12x^2} \dots\dots\dots (1)$$

$$4x^3 + 18x^2 + 26x$$

$$\underline{4x^3 + 6x^2 + 8x} \dots\dots\dots (2)$$

$$12x^2 + 18x + 24$$

$$\underline{12x^2 + 18x + 24} \dots\dots\dots (3)$$

驗算 $x=10$ トス

實 = 76284
 法 = 234
 商 = 326.....(1)

$$234 \overline{) 76284}$$

$$\underline{468} \dots\dots\dots (2)$$

$$702$$

$$\underline{608}$$

$$468$$

$$\underline{1404}$$

$$1404$$

説明 本例ハ第23節例二ノ積ヲ其被乘數ニテ割リタルモノナリ. 次ノ説明ヲ熟讀シテ, 計算ノ理由ヲ諒解スベシ.

(一) 實ト法トヲ各 x ノ降冪ノ順ニ排列セリ.

(二) 斯様ニ排列スレバ實ノ初項 $6x^4$ ヲ法ノ初項 $2x^2$ ニテ割リタルモノ $\frac{6x^4}{2x^2}$ 即チ $3x^2$ ガ商ノ初項ナリ (第23節注意2). 此 $3x^2$ ヲ法ニ掛ケ, 其積(1)ヲ實ヨリ引ク.

(三) 残りノ初項 $4x^3$ ヲ法ノ初項 $2x^2$ ニテ割リタルモノ $\frac{4x^3}{2x^2}$ 即チ $+2x$ ガ商ノ第二項ナリ. 此 $2x$ ヲ法ニ掛ケ, 其積(2)ヲ前ノ残りヨリ引ク.

同法ヲ操返シテ商ノ第三項 $+6$ ヲ求メテ残りナシ. 故ニ所要ノ商ハ $3x^2+2x+6$ ナリ.

(四) 實ヨリ(1), (2), (3)ナル三ツノ部分積ヲ次次ニ引キテ残リガ無クナリタルヲ以テ(1), (2), (3)ノ和ハ $6x^4+13x^3+30x^2+26x+24 =$ 等シ.

然ルニ(1), (2), (3)ハ $2x^2+3x+4 = 3x^2, +2x, +6$ ヲ掛ケタル部分積ナルユエ, ソレヲ集ムレバ

$$(2x^2+3x+4) \times (3x^2+2x+6) = \text{等シ.}$$

$$\text{故ニ } 6x^4+13x^3+30x^2+26x+24 \text{ ハ } (2x^2+3x+4) \times (3x^2+2x+6) = \text{等シ.}$$

從ツテ $3x^2+2x+6$ ガ所要ノ商トナルナリ.

〔例二〕 $9x^4-x^2+16$ ヲ $3x^2-5x+4$ ニテ割レ.

演算

$$\begin{array}{r} 3x^2+5x+4 \dots\dots\dots \text{答} \\ 3x^2-5x+4 \left(\begin{array}{r} 9x^4 \quad -x^2 \quad +16 \\ 9x^4-15x^3+12x^2 \dots\dots\dots (1) \\ \hline 15x^3-13x^2 \\ 15x^3-25x^2+20x \dots\dots\dots (2) \\ \hline 12x^2-20x+16 \\ 12x^2-20x+16 \dots\dots\dots (3) \end{array} \right. \end{array}$$

驗算

$$\begin{array}{r} 3x^2+5x+4 \\ 3x^2-5x+4 \left(\times \right. \\ 9x^4+15x^3+12x^2 \\ -15x^3-25x^2-20x \\ \hline +12x^2+20x+16 \\ 9x^4 \quad -x^2 \quad +16 \quad \text{答 } 3x^2+5x+4 \end{array}$$

説明

實ト法トヲ x ノ降冪ノ順ニ排列スルニ, 實ノ x^3 ノ項ト x ノ項ト缺ケタルニ因リテ, 其位置ヲ空ケタルナリ.

【注意1】 驗しは商に法を掛けよ, 法ニ商ヲ掛ケテハ割リ算ノ時ト同ジ部分積ヲ得テ, 驗シノ効力大ナラズ. 例一ノ驗シノ如ク各式の數値を驗してもよし.

倍數・約數 剩餘ナキ割リ算ハ整除セラレタリトイフ. 甲乙二つの整式ありテ, 甲が乙にて整除せらるる時は, 乙は甲の約數, 甲は乙の倍數といふ.

例二ニヨリテ $9x^4-x^2+16$ ヲ $(3x^2-5x+4)(3x^2+5x+4)$ ト變形スルコトヲ得, 斯様ニスルコトヲ $9x^4-x^2+16$

ヲ積の式に括る、或ハ因数に分解すトイフ。

[例題] 1. $9x^4 - x^2 + 16$ ヲ $3x^2 + 5x + 4$ ニテ割レ。

2. 例一ノ實ヲ商ニテ割レ。

次ノ各(3-4)ノ括弧内ノ式ヲ求ム(等式ニテ答ヘヨ)。

3. $x^4 + a^2x^2 + a^4 = (x^2 - ax + a^2)(\quad)$

4. $(1 - 8x^2 + 9x^3 - 2x^4) = (1 - 3x + 2x^2)(\quad)$

5. 次ノ割リ算ヲ行ヘ。

$$\frac{9x^2 + 6xy - 8y^2}{3x - 2y} \quad \frac{\frac{7}{5}a^2 - \frac{5}{7}b^2}{7a - 5b} \quad \frac{0.4x^2 + 1.47x - 8.5}{0.8x - 2.5}$$

6. 第8節除法ノ原則ヲ復唱セヨ。

[例三] $x^2 - ax + a^2$ を $a + x$ にて割ること。

$$\begin{array}{r} x+a \overline{) x^2 - ax + a^2} \quad (x-2a) \quad \text{整商} \\ \underline{x^2 + ax} \\ -2ax + a^2 \\ \underline{-2ax - 2a^2} \\ 3a^2 \dots \text{剰餘} \end{array} \quad \begin{array}{r} a+x \overline{) a^2 - ax + x^2} \quad (a-2x) \quad \text{整商} \\ \underline{a^2 + ax} \\ -2ax + x^2 \\ \underline{-2ax - 2x^2} \\ 3x^2 \dots \text{剰餘} \end{array}$$

答 $x - 2a + \frac{3a^2}{x+a} \dots (1)$ 答 $a - 2x + \frac{3x^2}{a+x} \dots (2)$

[説明] 第一ハ x ノ降冪ノ順ニ、第二ハ a ノ降冪ノ順ニ排列シタルモノナリ。此例ノ如ク割リ切レヌ割リ算ニ於テハ排列ノ仕方ガ異ナレバ整商モ剰餘モ等シカラズ、然レドモ各場合ノ全商

(1)ト(2)トハ互に同値ナリ。即チ

$$x - 2a + \frac{3a^2}{x+a} = a - 2x + \frac{3x^2}{a+x}$$

本例ニ於テ、尙割リ

$$\begin{array}{r} x+a \overline{) 3a^2} \quad \left(+ \frac{3a^2}{x} - \frac{3a^3}{x^2} \right) \\ \underline{3a^2 + 3a^3} \\ -3a^3 \\ \underline{-3a^3} \\ x \\ \underline{x} \\ 3a^3 - 3a^4 \\ \underline{-3a^3} \\ 3a^4 \\ \underline{3a^4} \\ x^2 \end{array}$$

續クレバ、商ニモ、剰

餘ニモ、分數ヲ得テ、

イツマデモ割リ切

レズ。

帯分數式、假分數式、眞分數式 整式と一つの

分數式との和を帯分數式と稱し、一つの分數式に

於て其分子、分母が或一つの文字につきて次數同

じなるか、或は分子の次數が分母の次數より大なる

時は假分數式、分子の次數が分母の次數より小

なる時は眞分數式なりと云ふ。例へバ $\frac{x^2 - ax + a^2}{x+a}$

ハ假分數ニシテ、 $\frac{3a^2}{x+a}$ ハ x ニ就テ眞分數、 a ニ就テ

假分數ナリ。

【注意2】 例三ニヨリテ $x^2 - ax + a^2 = (x+a)(x-2a)$

+ $3a^2$ ナリ。斯様ニスルコトヲ、 $x^2 - ax + a^2$ ヲ $x+a$ ヲ

法トシテ部分分解すト稱シ、 $(x+a)(x-2a)$ ヲ部分分

解ノ積、 $3a^2$ ヲ部分分解ノ剰餘トイフ。

[例四] $\{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc\} \div (a+b+c) \dots (第23節例四)$ 。

11. 1ヲ(1-x)ニテ割リテ、(一)商ヲ第五項マデ求メタル全商ノ式如何。(二)x=0.1トシテ驗セ。

(三) $\frac{1}{1-0.06}$ ノ近似値ヲ小數第三位迄求ム。

【注意】 1ヲ1-xニテ割リテ、商ヲ第五項迄求ムルコトヲ、 $\frac{1}{1-x}$ を第五項迄展開すトイフ。

(四) $\frac{1}{1+x}$, $\frac{1-x}{1-x^2}$ ヲ各第五項迄展開セヨ。

12. $\frac{2x^2+11x+5}{x-a}$ ヲ帶分數ニ直セ。

13. $x^3-3ax^2+4a^2x+2a^3$ ヲ部分分解セヨ(法 $x^2-2ax+a^2$)。

25. 剰餘の定理

【例一】 $2x^2-7x+10$ ヲ $x-2$ ニテ割リタル整商 $2x-3$ 、剰餘 4 ナルコト、即チ

$$2x^2-7x+10=(x-2)(2x-3)+4 \dots \dots \dots (A)$$

ナルコトニヨリテ、 $x=2$ ヲ代入シタル時、原式ノ數値ヲ求ム(第23節注意)。

【解】 $x=2$ ヲ代入スレバ

$$(x-2)(2x-3)+4=0+4=4 \text{ (第23節例五) 答 } 4$$

【驗算】 $2x^2-7x+10=8-14+10=4$

【説明】 恒等式(A)ノ兩邊ノ式ハ互ニ同値ナレバ其數値ヲ計算スルニ、其右邊ノ式ヲ用ヒタ

ルナリ。

【例題】 1. x ガ0, 3, 12ナル時、(A)ノ兩邊幾許。次ノ各恒等式ノ兩邊ノ數値ヲ求ム。

2. $x^2-5x+13=(x-2)(x-3)+7$ $x=1, 2, 3, 4$

3. $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$ (第23節例五) $x=1, 2, -4, -5$

4. $x^2+x+2=(x-2)(x+3)+8$ $x=0, 2, -3$

5. $3x^2-4x-5=(3x-4)x-5$ $x=0, 1, \frac{4}{3}$

6. $x^3-2x^2+5x-6=(x-2)(x^2+5)+4$ $x=0, 2, -5$

【例二】 割リ算ヲ行ハズ、次ノ各剰餘ヲ求ム。

(一) $(2x^2-7x+10) \div (x-2)$ (二) $(2x^2-7x+12) \div (2x-3)$

【解】 除數ヲ0ナラシムベキ x ノ數値、(一)ハ2、(二)ハ $\frac{3}{2}$ ヲ被除數ニ代入スレバ

(一) $2x^2-7x+10=8-14+10=4$ 求ムル剰餘 答 4

(二) $2x^2-7x+12=2 \cdot \frac{9}{4} - 7 \cdot \frac{3}{2} + 12=6$,, 答 6

【説明】 割リ算ヲ行ハズトモ、次ノ事ヲ知ル。

(一) $2x^2-7x+10=(x-2) \times (\text{整商}) + (\text{剰餘})$

$\therefore x=2$ トスレバ $4=0+(\text{剰餘})$

(二) $2x^2-7x+12=(2x-3) \times (\text{整商}) + (\text{剰餘})$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ トスレバ $6=0+(\text{剰餘})$

【例題】 x^3+4x^2-3 ヲ、(一) $x-1$ 、(二) $2x+3$ ニテ割

リテ得べき剰餘ヲ求ム。

〔例三〕 $(x^3 - 6x^2 + 5x + 12) \div (x - 3)$ ハ整除セラルルカ。

〔解〕 $x = 3$ ヲ代入スレバ

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 12 = 27 - 54 + 15 + 12 = 0$$

答 整除せらる

〔説明〕 $x - 3$ ニテ割リタル剰餘ノ 0 ナルヲ見タルヲ以テ、整除セラルルコトヲ知ルナリ。

剰餘の定理 x の多項式を $x - a$ にて割りて得べき剰餘は、其式中の x に、除數を零ならしむる x の數値 a を、代入して得べき値に等し。 x の多項式を零ならしむる x の値を a とすれば、其多項式は $(x - a)$ を因數とする積の式に分解せらる。

〔例題〕 1. $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1, x^3 - x^2 + x - 1, x^5 - 1$ ヲ各 $x - 1$ ニテ割リタル剰餘ヲ求ム。

2. $(2x^2 + 11x + 5) \div (2x - 3)$ ノ剰餘ヲ求ム。

3. $(x \pm 1), (x \pm 2)$ ノ中、何レガ $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$ ノ約數ナルカヲ求メテ、此式ヲ因數ニ分解セヨ。

4. $3x^2 - 6x - 4, (x - 1)(x - 2)(x - 3) + 6$ ヲ各 $x - 0$ ニテ割リテ得べき剰餘ヲ求ム。

5. $(2x^2 + 11x + 5)$ ヲ、 $(x - a)$ ヲ法トシテ部分分解セヨ (第24節注意2)。

補習問題第十九集

1. a, b, c, d ノ和ヲ s トス、 s ナ用ヒテ $b+c+d, c+d+a, d+a+b, a+b+c$ ナ表セ。又 a, b, c, d ナ 294, 254, 264, 188 トシテ前ノ各式ノ數値ヲ求ム。
2. $58 (=a)$ ト $42 (=d)$ トノ和ハ、 $68 (=b)$ ト $32 (=c)$ トノ和ニ等シ。ヨリテ a, d, b, c ナ用ヒテ其中ノ二數ノ差ノ殘リ二數ノ差ニ等シキコトヲ八通りニ書ケ。但シ其内四ツハ他ノ四ツノ兩邊ヲ取り換ヘタルモノトス。
3. 次ノ各場合ニ於ケル a, b, c ノ關係式ヲ都合六通り記セ (左右ヲ取り換ヘタルモノモ入レテ)。

(一) $a - b = c$	(二) $\frac{a}{b} = c$
-----------------	-----------------------
4. 三ツノ數甲、乙、丙 (x, y, z) ノ連乘積ヲ p トス、 p ナ用ヒテ甲ト乙ノ積 a 、乙ト丙ノ積 b 、甲ト丙ノ積 c 、及ビ (abc) ナ表セ。
5. 横、縦、厚サガ a, b, c ナル煉瓦ヲ六箇積ミ合セテ作り得べき種々ノ直六面體ノ横縦高サヲ求ム。
6. 一ツノ矩形ヲ畫キテ其二邊ガ $(a+b), (x+y)$ ナリト看做シテ、其面積ヲ $(a+b)(x+y)$ ノ展開式ノ四ツノ項ニ應ジテ分ケヨ。 a, b, x, y ナ 15, $\frac{5}{6}, 12, \frac{4}{5}$ (間) トシテ各部分ノ面積及其和ヲ求ム。
7. $5x + 13 (=A)$ ト $8x - 35 (=B)$ トノ差ヲ求ム。 x ガ幾許ナレバ $A > B, A = B, A < B$ トナルベキカ。

8. $\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b + \frac{1}{5}c$, $\frac{1}{4}a - \frac{1}{5}b - \frac{1}{3}c$, $\frac{1}{3}a + \frac{1}{4}b + \frac{1}{2}c$ の和如何.
9. $7a - 5b$ ナ A, $2b - a$ ナ B, $5a - b$ ナ C, $8a + b$ ナ D トス, ヨリテ $(A - B) + (C - D)$ ノ値ヲ求ム (二様ノ仕方ニテ).
10. $4x - \{3x - (2x - 1)\}$ $(7a - 2b) - [(3a - c) - (2b - 3c)]$
11. 立方體ノ稜ノ長ヲ表ス數 a ガ次ノ各場合ニ於テ, 其體積ヲ表ス數 a^3 ナ素因數ニ分解セヨ.
(一) $a = 18$ (二) $a = 24$ (三) $a = x^3 y^2$ (四) $a^3 = 49^2 \times 27$
12. (一) $(1 + a + a^2 + a^3)(1 + b + b^2)$ ナ展開セヨ. (二) 矩形ノ面積ヲ表ス式ガ $a^3 b^2$ ナルトキ, 其相隣レル二邊(整式)ヲ表ス式ヲ求ム.
13. $(-a)(-a)^2(-a)^3$ $(-x)(-x^2)(-x^3)$ $(p^{2x-3y+5})(p^{3x+2y-5})(p^{x+6y})$
14. $(a^{5x+3y-6}) \div (a^{x+y-10})$ $(x^2 + px + q)(ax^2 + bx + c)$
15. $x =$ 就テ三次ノ多項式ヲ求メテ, 其數値ガ $x = -1$, $x = -2$, $x = -3$ ナル時, 0 トナルモノナラシムルコト.
16. $a + b = x$ ナれば $(nx + a)(nx + b) = n(n+1)x^2 + ab$ ナルコトヲ説明シ, 之ニヨリテ x ガ 10 ナル場合ノ次ノ積ヲ求ム.
 33×34 35×35 33×37 43×47 42×48 94×96
17. $(a-x)(b-c) + (b-x)(c-a) + (c-x)(a-b)$ $(15x-25)(21x-9)$
18. $2x - \{3b + (2b - c) - 4c + [2a - (3b - 2c)]\}$
19. $6x^2 - 7x + 1$ ナ $x - \frac{1}{2}$ ニテ割リタル剩餘如何.
20. $(x+1)(x+3)(x+5) + 3$ ナ $x+2$,,
21. 次ノ假分數ヲ帶分數ニ, 帶分數ヲ假分數ニ變換セヨ.
(一) $\frac{355}{113}$ $\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$ $\frac{x^2+ax+2a^2}{x+a}$ $\frac{2a^2+ax+x^2}{a+x}$ $\frac{x^5}{x-a}$
(二) $2\frac{11}{12}$ $1 + \frac{1}{u-1}$ $x+a + \frac{2a^2}{x-a}$ $2x-2 + \frac{3}{x+1}$ $1+x+x^2 + \frac{x^3}{1-x}$
22. (一) $ayz + bzx + cxy \pm nxyz$ ナ x, y, z ニテ別別ニ割リテ, 其都

- 度得ベキ剩餘ヲ求ム.
- (二) x, y, z ナ 3, 5, 7 トシ剩餘ガ常ニ 2 トナル様ニ a, b, c ナ定メヨ (百五減ノ法).
23. $X(x^2 - x + 1) + (x + 9) = 2x^3 - 7x^2 + 8x + 4$, X ナ求ム.
24. 次ノ各式ヲ計算セヨ.
 $170 \div (-3) \div 17 \times (-6)$ $-m \div [-a \div (-b) \times c \div (-d)]$
25. $x^2 - ax + 12$ ハ $x - 3$ ノ倍數ナリ. a ナ求ム.
26. $953 \times 10^n > 64795 \times 147 > 952 \times 10^n$, n ナ求ム.
27. 次ノ各ハ帶分數ニテ答ヘヨ.
(一) $(3x^5 + x^4 + 4x^3 + x^2 + 5x + 9) \div (x^2 - 1)$ $314159 \div (100 - 1)$
(二) ,, $\div (x^2 - 4)$,, $\div (100 - 4)$
(三) $69807J \div (1000 - 7)$ $93309006 \div (1000 - 13)$
28. $\frac{3x^3 + 4x^2 + 5x + 6 - (3 + 4 + 5 + 6)}{x - 1}$ $\frac{3456 - (3 + 4 + 5 + 6)}{9}$
29. 次ノ各ノ恒等式ナルコトヲ證明セヨ.
(一) $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$
(二) $(2n + 1)^2 + (2n^2 + 2n)^2 = (2n^2 + 2n + 1)^2$
30. 某數アリ, 之ニ 156 ナ加ヘ, 其和ヲ 16 ニテ除シ, 其商ニ 8 ナ乗ジ, 其積ヨリ 28 ナ減ジタル殘リハ m ナリ. (一) 依テ原數ヲ問フ. (二) m ガ原數ニ等シケレバ原數幾許. (三) m ガ原數ノ三倍ニ等シケレバ原數幾許.

第三篇
一次方程式

一元一次方程式

26. 方程式の例

等式 等號(=)ヲ用ヒテニツノ式ノ値ノ相等シキコトヲ書キ表セルモノヲ等式トイフ。例ヘバ

$$2x^2 - 7x + 10 = (x-2)(2x-3) - 4 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{80}{6} = m \dots\dots (1-14) \dots\dots\dots (2)$$

(1) ハ恒等式ニシテ、(2) ハ方程式ナリ。

方程式 等式中の或文字(元)には定まれる値を與ふる時のみに限りて、其兩邊の數値相等しき時は、之を方程式といふ。未知數ヲ表ス文字(元)ニハ通例 $x, y, z, \dots\dots t, u, v, \dots\dots$ 等ヲ用フ。

方程式ノ未知數ノ値ヲ其根トイフ。(2)ノ $x =$ 其根 $(6m-80)$ ヲ代入スレバ、次ノ如ク恒等式ヲ得。

$$\frac{1}{6}(6m-80) + \frac{80}{6} = m$$

方程式(2)ニ於テ m ヲ任意ニ 20トスレバ

$x=40$ トナル。此處ニ m ハ既知數を表す文字ト看做サル。

方程式ハ其兩邊ノ値ガ相等シクナルヤウニ未知元 x ノ値ヲ求メヨトイフ要求ヲ表示セルモノナリ。

上ノ恒等式(1)ニ於テ $x =$ 任意ノ數値例ヘバ 3ヲ代入スレバ(第25節例題1), 兩邊ハ共ニ 7トナル。

無數ニ多クノ根ヲ有スル方程式ヲ不定方程式トイフ(第27節例一)。前ノ恒等式ハ其一例ナリ。

【注意1】 等式ニ次ノ如キモノモアリ

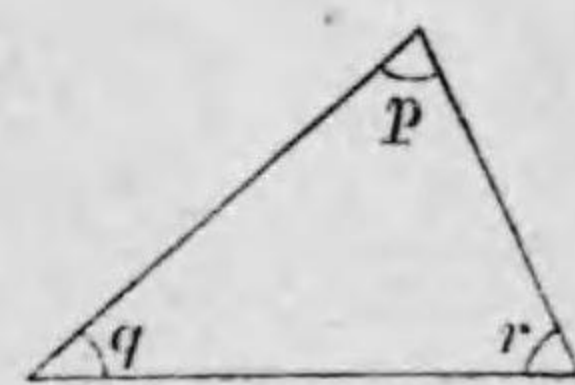
$$\left[3\frac{1}{7} - 3\frac{16}{113} = \frac{1}{791} \quad -12+15+7=2 \times 5 \right] \dots\dots\dots (1)$$

$$5x = 5x + 3 \dots\dots\dots (2)$$

$$[-a = +a \quad -5x = 3x] \dots\dots\dots (3)$$

(1)ハ恒等式ノ仲間ニ入ルルコトアリ。(2)ヲ不能方程式ト呼ブコトアリ。(3)ノ各ハ方程式ヲナシ、其根ハ $a=0, x=0$ ナリ。

例ヘバ p, q, r ニテ一ツノ三角形ノ三ツノ角ノ度數ヲ表セバ、「其三つの角の和 180° なること」ヲ次ノ等式ニテ表ス



$$p+q+r=180 \dots\dots\dots(4)$$

斯様ナル等式ヲ關係式トイフ.

[例一] 甲倉ニ米512俵,乙倉ニ米408俵アリ,甲ヨリ毎日8俵宛,乙ヨリ毎日12俵宛出ストキハ,幾日ノ後,甲倉ノ殘米ノ俵數ガ,其時ノ乙倉ノ殘米ノ俵數ノ二倍ニ等シクナルベキカ.

[解] x 日ノ後ノ甲倉ノ殘米俵數ハ $(512-8x)$ 俵ニシテ,其時ノ乙倉ノ殘米俵數 $(408-12x)$ ノ二倍ニ等シ

$$\begin{array}{r} \text{即チ} \quad 512-8x=2(408-12x) \dots\dots(1) \quad \begin{array}{l} 512-8x \\ 816-24x \\ \hline -304+16x \end{array} \\ \quad \quad 512-8x=816-24x \dots\dots(2) \\ \quad \quad 16x-304=0 \dots\dots(3) \end{array}$$

$$\therefore x=19 \quad \text{答} \quad 19 \text{日}$$

[驗算] $512-8 \times 19=512-152$
 $=360 \dots\dots$ 甲倉殘米俵數
 $408-12 \times 19=408-228$
 $=180 \dots\dots$ 乙倉殘米俵數
 $360 \div 180=2 \quad \therefore 2 \text{倍ナリ.}$

[説明] 方程式(2)ノ兩邊ノ差ヲ零ニ等シトシテ(3)ヲ得, $304 \div 16$ ニヨリテ $x=19$ ヲ得
(第11節還元法)

(3) ヲ一元一次方程式トイフ. 即チ(1),(2)ハ其兩邊ノ差ヲ求メテ,之ヲ0ニ等シト置ケバ一元一次方程式ニ導カル,ヨリテ(1),(2)モ一元一次方程式ナリ.

一元一次方程式とは,方程式の兩邊の差を求めれば $ax+b=0$ の形の式となるものをいふ.

一元一次方程式の標準形 $ax+b=0$ [$a \neq 0$]

[例二] 或人時ヲ期シテ自宅ヨリ其地ニ行クニ,毎分36間ノ速サニテ歩マバ定刻ヨリ20分後ルベキニヨリ,毎分63間走ル車ニ乗リシニ定刻ヨリ十分間早ク到着セリトイフ. 其地迄ノ距離如何.

[解] 求ムル距離ヲ x 間トス. 定刻迄ノ時間ハ $(\frac{x}{36}-20)$ 分, $(\frac{x}{63}+10)$ 分ノ二様ノ式ニテ表サル.

$$\therefore \frac{x}{36}-20=\frac{x}{63}+10 \dots\dots(1) \quad \begin{array}{r} 9 \mid 36, 63 \\ \quad 4, 7 \end{array}$$

$$\therefore \frac{3}{9.4.7}x-30=0 \dots\dots(2)$$

$$\therefore x=9.4.7.10=2520 \quad 2520 \text{間}=1 \text{里}6 \text{町答}$$

[驗算] $\frac{2520}{36}-20=70-20=50$ (分)...定刻迄

$$\frac{2520}{63}+10=40+10=50$$
(分)...定刻迄

【説明】 方程式(1)ノ兩邊ノ差ヲ求メテ(2)ノ左邊トス。(2)ハ其 x ノ項ノ係數ガ分數ナレドモ、一元一次方程式ノ標準形ヲナセルモノナリ。

【注意2】 總テ方程式ノ兩邊ハ、或同ジ量ヲ二様ノ式ニテ表シタルモノト看做サル。例二(1)ノ兩邊ハ定刻迄ノ時間(分)ヲ表シ、例一(1)ノ兩邊ハ甲倉ノ殘米ノ俵數ヲ表ス。

【例三】 縦三尺、横二尺ノ額ニ、縦横トモ同ジ幅ノ額縁ヲ附ケタルニ、額ノ面積ト縁ノ面積ト相等シクナレリトイフ。縁ノ幅ヲ求ム。

【説明】 縁ノ幅ヲ x 尺トシ、額ノ表面積ヲ表ス式ヲ比ベテ

$$(3+2x)(2+2x) = 2(3 \times 2) \dots (1)$$

兩邊ノ差ヲ求メテ

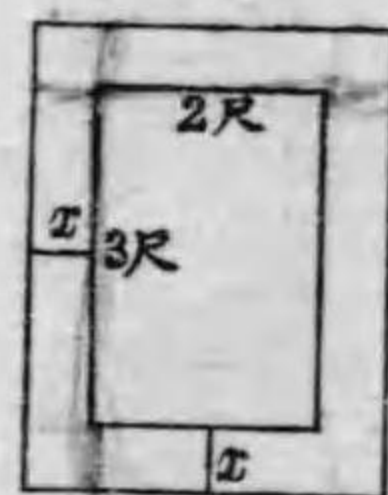
$$4x^2 + 10x - 6 = 0 \dots (2)$$

左邊ヲ因數ニ分解シテ

$$(2x+6)(2x-1) = 0 \dots (3)$$

∴ 正根ノミ取レバ $x = \frac{1}{2}$ 答 5 寸

(2)ヲ一元二次方程式トイフ(第七篇)。本篇ニ於テハ專ラ一次方程式ヲ説カントス。



【例題】 1. 或學校ニ於ケル、學生ノ學年成績調査法ニ於テ、及第ノ條件ハ三ツノ學期點數 a, b, c ノ平均ガ60點ナルコトナリト云フ。 a, b, c 間ノ關係式如何。

2. $\frac{1}{6}x + \frac{80}{6} = m$ ニ就テ、 m ニ次ノ値ヲ代入シテ、其都度 x ノ値ヲ求ム、

$$16 \quad \frac{40}{3} \quad 10 \quad \frac{1}{6}x + \frac{40}{3} \quad \frac{1}{6}x + 40$$

【注意】 一元一次方程式を標準形に變形するため其兩邊の差を求めたる時、方程式が

(一) $0 \cdot x + 0 = 0$ 即ち $0 = 0$ となれば恒等式

(不定方程式)

(二) $0 \cdot x + b = 0$ 即ち $b = 0$ となれば不能方程式

(不可能方程式)なり。

27. 一元一次方程式を解く例

[1] $A=B$ ならば $B=A$[交迭法則, 第4節(3)]

[2] 等式の兩邊を同數にて加減乗除するも

等式は成立す(等式法則)。

此二ツハ基本ノ法則ナリ、之ニヨリテ容易ニ次ノコトガ分ル。

[3] 等式の一辺の或項を其符號を變へて他の邊に移すことを得(移項法甲)

[4] 次の九つの等式の中一つが成り立てば他の八つも成り立つ(移項法乙)

$$\begin{cases} A+D=B+C & A-B=C-D & A-C=B-D \\ D-B=C-A & D-C=B-A & B-A=D-C \\ B-D=A-C & C-A=D-B & C-D=A-B \end{cases}$$

[5] $\{(x+a) \times b - c\} \div d = m$ ならば

$x = (m \times d + c) \div b - a$ なり (第11節 還元法)

[例一] (-) $512 - 8x = 2(408 - 12x)$ ヲ解クコト (前節例一)

$512 - 8x = 816 - 24x \therefore 16x = 304 \therefore x = 19$ 答

(二) $\frac{1}{2}(3x+1) = \frac{2}{3}x+3$ ヲ解クコト.

2×3を公分母として通分したる分子を較べて

$9x+3=4x+18 \therefore 5x=15 \quad x=3$ 答

[例二] $(x-1)(x-2)+5=(x+1)^2 \dots\dots\dots(1)$

$x^2-3x+2+5=x^2+2x+1 \dots\dots\dots(2)$

$5x=6 \dots\dots\dots(3) \therefore x = \frac{6}{5}$ 答

[驗算] (左邊) $= \frac{1}{5} \times \frac{-4}{5} + 5 = \frac{121}{25}$

(右邊) $= \left(\frac{11}{5}\right)^2 = \frac{121}{25}$

[説明] (2) ノ右邊ノ (x^2+2x) ト其左邊ノ (x^2-3x) トノ差 $5x$ ヲ (3) ノ左邊トシ, (1) ノ左邊ニアル $(2+5)$ ト, 其右邊ノ 1 トノ差 6 ヲ (2) ノ右邊トス(移項法乙)

[例題] $(2x+1)(2x-7) = 4(x-3)^2 + 5$

[例三] $2x - 3\left(5 + \frac{3}{4}x\right) + \frac{2}{3}(4-x) - \frac{1}{4}(3x-16) = 0 \dots\dots\dots(1)$ ヲ解クコト.

[解] $\left(2 - \frac{9}{4} - \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)x + \left(-15 + \frac{8}{3} + 4\right) = 0$
 $-\frac{5}{3}x - \frac{25}{3} \therefore x = -5$ 答

[驗算] $-10 - 3\left(5 - \frac{15}{4}\right) + \frac{2}{3}(9) - \frac{1}{4}(-31) = -10 - \frac{15}{4} + 6 + \frac{31}{4} = 0$

[例題] $\frac{2}{3}(3x-5) - 1 = \frac{2}{3}(11-2x) + 8$

[例四] $8(3x-2) = 3(3x-2)$ ヲ解クコト.

$3x-2=0$ (第15節例六) $\therefore x = \frac{2}{3}$ 答

[例題] $\frac{3}{5}x = \frac{2}{3}x \quad 3(4x+5) + (5x+1) = 4(x+4)$

[例五] (-) $\frac{2}{3}(3x-5) - 1 = \frac{2}{3}(11-2x) + 3\frac{1}{3}x$ ヲ

2x - 13/3 = 2x + 22/3 トナル,故ニ不能方程式ナリ

(二) 3(4x+5) + (5x+1) = 4(x+4) + 13x

17x+16=17x+16 トナル,故ニ恒等式ニシテ其根ハ不定ナリ.

【注意】 與ヘラレタル方程式ガ,不能又ハ不定ナルコトヲ見出シタル時ハ,原方程式ノ兩邊ヲ各xニ就テ整頓シ(第23節多項式ノ整頓),其不能或ハ不定ナルコトヲ示シ置クベシ.

[例題] 1. 7(4x-3) + 3(7-8x) = 1 + 4x

2. 1/3(3x-2) - 3/5(x+1) = 2/5(x-3) - 1/15

問題 第二十集

次ノ各方程式ハ,先ヅ書き取り,簡單ナルハ謄算ニテ直ニ根ヲ書き下セ(1-14).

- 1. 3x+4=5(x-4) 2. 20-(2x-3)=2x+3
3. 5/6 = (3x-2)/4 + 1/2 4. 8=9x+12-6x-13+2x
5. 16x-14x8=9x-14x3
6. 7(4x-3)+3(7-8x)=1
7. x/2+7=5x/6-1/3(x-21) 8. (5x-1)/7 = (19-x)/8
9. 1.5x-1.875=0.48x+1.185

10. (5+3x)/2 - (4x-7)/3 = (16x-27)/21 - (x+3)/5

11. (2x-1)(3x-1) = 2(x-3) x 3(x-2)

12. (3x-4)^2 + (4x-4)^2 = (5x+4)^2

13. 2/7 [5/12 { 7/8 (3/4 x + 5) - 10 } + 3] - 3 = 5

14. 4(5+2x) + 5(2-x) = 2(10-x) ノ根ガ2ナラバ
4(5-2x) + 5(2+x) = 2(10+x) ノ根如何.

15. 一元一次方程式(標準形ヲナセルモノ)ノ根ガ次ノ如キ場合ニ於ケル,其各方程式ヲ求ム.

- (一) 22/7 (二) -5/3 (三) -1 (四) 0 (五) 3 1/3

16. (一) 鶴ト龜ト合セテ百頭,其足ノ數合セテ二百七十本ナルトキ,龜ハ幾頭カ(算術通り=).

(二) 上ノ問題 6. 10. 11ヲ次ノ方法ニヨリテ解ケ.

規則 xノ一次方程式を解ぐには, x=0としたる時の兩邊の差mと, x=1としたる時の兩邊の差nとを求めて, x=m/(m-n)を求むればよし(整差法,或は挿入法と稱せらる).

補習問題

- 17. 3x+3=2x+7 18. 36+6x=11(6+x)

19. $\frac{x}{4} + \frac{x-6}{3} = 10$

20. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}x$

21. $2x - \frac{3}{5}x = 4x$

22. $3(9-2x) - 5(2x-9) = 0$

23. $2x - \frac{3}{5}x = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} - \frac{2}{5}x + 2$

24. $12.34 - 1.234x = 0.617x - 0.617$

25. $(x-3)(x-4) = (x-1)(x-5)$

26. $3(x-1)^2 - 3(x^2-1) = x-5$

27. $\frac{x-3}{7} - \frac{x-25}{5} = 7 - \frac{2+x}{4}$

28. $\left\{ \left(\frac{1}{2}x - 1 \right) \cdot \frac{1}{2} - 3 \right\} \cdot \frac{1}{2} - 5 = m =$ 於テ, m ガ次ノ各場合ニ於ケル x ナ求ム.

(一) 2 (二) 0 (三) $-\frac{27}{4}$ (四) $2x$ (五) $\frac{1}{8}x$ (六) $\frac{1}{8}x - \frac{27}{4}$

29. $7x+3x=0$ $x(3x-2)=5(3x-2)$ $(2x-3)(3x+4)=0$

30. $5x - (3x-7) - \{4 - 2x - (6x-3)\} = 10$

【注意】 以上問題ヲ一ト通リ練習シ終ラバ, 次ニ復習ニハ多ク諸算ヲ用ヒ迅速ヲ主眼トシテ, 各方程式ノ根ヲ求ムベシ.

28. 方程式應用問題

〔例一〕 一萬四百圓ノ賞與金ヲ甲, 乙, 丙ノ三等ニ區別シテ與ヘントスルニ, 甲賞ヲ受クル者十人, 乙賞ヲ受クル者三十人, 丙賞ヲ受クル者五十人ニシテ, 甲, 乙, 丙ノ賞ハ次第ニ百圓宛ノ差アル様ニサントス. 各一人ノ取前幾許(算術ニ於テハ此種類ノ問題ヲ差分又ハ大小算ト稱ス).

【解】 甲, 乙, 丙各一人ノ取前ヲ $(x+100)$ 圓, x 圓, $(x-100)$ 圓トシテ, 賞與金總額ヲ比ベテ

$$10(x+100) + 30x + 50(x-100) = 10400 \dots\dots(1)$$

$$\therefore 9x - 400 = 1040 \quad \therefore x = 160 \dots\dots(2)$$

答 甲 260 圓, 乙 160 圓, 丙 60 圓

【驗算】 $(260 \times 10) + (160 \times 30) + (60 \times 50)$

$$= 2600 + 4800 + 3000 = 10400$$

【例題】 次々ノ差百圓ヲ 55 圓トシテ解ケ(例一).

【例二】 金 500 圓ヲ A, B, C 三人ニ分配シ, A ノ取前ト, B ノ取前トノ比ヲ 5:6 ニ等シクナセリ. 而シテ其内 A ハ 100 圓ヲ費シ, B ハ 60 圓ヲ費シタル時, 其殘金ノ和ガ C ノ取前ニ等シクナレリトイフ. 各人ノ取前幾許(差分).

【解】 A, B ノ取前ノ比ハ 5:6 ナルヲ以テ, 各ノ取前ハ $5x$ 圓, $6x$ 圓ニテ表サレ, C ノ取前ハ $\{(5x-100) + (6x-60)\}$ 圓ナリ. 故ニ三人ノ取前ノ和ヲ作リテ

$$5x + 6x + \{(5x-100) + (6x-60)\} = 500 \dots\dots(1)$$

$$\therefore 22x - 160 = 500 \quad \therefore x = 30 \dots\dots(2)$$

答 A 150 圓, B 180 圓, C 170 圓

【驗算】 $150+180+170=500$ $150:180=5:6$

$$(150-100)+(180-60)=50+120=170$$

【例題】 A, B, C, D ノ四人ニ金 3000 圓ヲ配分シテ, A ト B トノ取前ノ比ハ 9:7 ニ等シク, C, D ハ次々ニ B ヨリ 300 圓少クナスコトヲ求ム.

【例三】 或人所有金ヲ三子ニ分與セシニ, 長子ノ分ハ全額ノ八分ノ三ヨリ二十五圓多ク, 次子ノ分ハ其残りノ五分ノ三ヨリ百六十圓少ク, 末子ノ分ハ又其殘額ニシテ千四百圓ナリシト云フ, 此人ノ最初ノ所有金ハ幾許ナリシカ (還元法).

【解】 其人ノ最初ノ所有金ヲ x 圓トスレバ

(一) 其 $\frac{3}{8}$ ヨリ 25 圓多クヲ長子ニ與ヘタル残りハ $(\frac{5}{8}x-25)$ 圓ナリ.

(二) 前ノ残り $(\frac{5}{8}x-25)$ 圓ノ内, 其 $\frac{3}{5}$ ヨリ 160 圓少ク與ヘタル残りハ $\frac{2}{5}(\frac{5}{8}x-25)+160$

之ガ丙ノ取前 1400 圓ニ等シキヲ以テ

$$\frac{2}{5}(\frac{5}{8}x-25)+160=1400 \dots\dots\dots(1)$$

$$\therefore \frac{1}{4}x-10+160=1400 \quad x=5000 \quad \text{答 } 5000 \text{ 圓}$$

【驗算】 (甲ノ分) $=5000 \times \frac{3}{8} + 25 = 1900$ (圓)

$$\text{(乙ノ分)} = (5000-1900) \times \frac{3}{5} - 160$$

$$= 1860 - 160 = 1700 \text{ (圓)}$$

$$1900 + 1700 + 1400 = 5000$$

【例題】 長子ノ分ハ全額ノ $\frac{3}{5}$ ヨリ 160 少ナク, 次子ノ分ハ其残りノ $\frac{3}{8}$ ヨリ 25 圓多ク, 末子ノ分ハ其殘額ニシテ 1400 圓ナリトスレバ, 各如何.

【例四】 甲乙丙三種ノ職工アリ, 甲種三人, 乙種四人, 丙種六人ノ賃錢同一ナリ. 今甲種四人ヲ十二日間, 乙種六人ヲ十五日間, 丙種十八人ヲ十日間働カセテ, 總計百八十圓八十四錢ノ賃錢ヲ拂ヒタリトイフ, 各一人ノ日給幾許 (比例配分).

【解】 甲種三人, 乙種四人, 丙種六人ノ賃錢同一ナリ, 此相等シキ賃錢ヲ x 錢トシテ, 賃錢總額ヲ表ス式ヲ作リテ

$$\left(\frac{x}{3} \times 4 \times 12\right) + \left(\frac{x}{4} \times 6 \times 15\right) + \left(\frac{x}{6} \times 18 \times 10\right) = 18084$$

$$\therefore 68.5x = 18084 \quad \therefore x = 264$$

答 甲 88 錢, 乙 66 錢, 丙 44 錢

【驗算】 (一) $88 \times 3 = 264$ $66 \times 4 = 264$ $44 \times 6 = 264$

(二) $(88 \times 4 \times 2) + (66 \times 6 \times 15) + (44 \times 18 \times 10)$
 $= 4224 + 5940 + 7920 = 18084$ (錢)

解法の段階 [第一] 方程式を作ること x ノ用ヒ方ヲ十分ニ考フベシ, 所要ノ數ヲ直ニ x ニテ表スモノト限ルベカラズ. 方程式ヲ作ルニハ常ニ, (一) 問題中ノ或數 (又ハ量) ヲ二様ノ仕方ニテ表スコトヲ工夫スベシ (第26節注意2). (二) 或ハ所要ノ數ヲ既ニ知リ得タリトシ, x ガ其數ナリト假定セヨ. 而シテ此數(x)ノ正否ヲ驗證スベキ處ノ關係式ヲ作レ. 然ル時ハ, 其關係式ガ所要ノ方程式トナルモノナリ.

[第二] 方程式を解くこと 演算中ノ主要ナル部分ヲ簡明ニ記スガヨシ.

[第三] 正しき答を作り, 且驗算すること 問題ヲ再讀シ, 正シク答フベシ. 驗算ハ問題ニ合セテ算術通りニ行ヒ, 方程式ニ據ラザルガヨシ.

【注意】 方程式ヲ用ヒテ, 問題ヲ解クコトニ慣レタル上ハ, 算術通りノ解法ヲ試ムベシ. 算術ニヨレバ例ヘバ或人ノ所持金ヨリ其八分ノ三ヲ支拂ヒタル残りハ其八分ノ五ナリトナス (綜合法). 代數式ニテ之ヲ求ムレバ $(x - \frac{3}{8}x)$, $(1 - \frac{3}{8})x$ 即チ又 $\frac{5}{8}x$ ナリ (分解法). 兩様ノ方法ヲ自在ニ活用シ得

ルニ至ルコト肝要ナリ.

問題 第二十一集

1. 或數ノ三倍ヨリ十三ヲ引キタル残りハ, 其數ノ五分ノ一ニ五十七ヲ加ヘタルモノニ等シ. 其數ヲ求ム.
2. 或學生ノ言ヘルアリ, 昨日ノ誕生日ニ兩親ヨリ三圓貫ヒ, 今日ハ五十錢費シタルヲ以テ殘金ハ一昨日迄ノ所持金ヨリ其十一分ノ一多クナレリト. 今日ノ所持金幾許ナルカ.
3. 甲乙二ツノ隣接セル地面アリ, 其面積合セテ387.5 坪ナリ. 若シ乙ヨリ甲ニ100 坪移セバ, 甲ハ乙ヨリ36.5 坪多クナルベシ. 各地面積幾許.
4. 或人金3000 圓ト其所有ノ地所トヲ二人ノ子供ニ等額ニ分タントセシニ, 兄ハ所望ニテ土地ノ方ヲ $\frac{3}{7}$ ダケ貫ヒタルタメ金ノ方ヲ $\frac{3}{5}$ ダケ貫ヒタリト. 土地ノ總價ヲ求ム.
5. 或學校ノ入學試験ニ受験者總數ノ $\frac{2}{13}$ ヨリ18 人多ク合格セリ, 而シテ合格者ノ數ハ不合格

- 者ノ數ノ $\frac{1}{4}$ ニ等シトイフ. 受験者總數幾許.
6. 二人ノ年齢合セテ 33 歳ニシテ, 六年後ニハ此二人ノ年齢ノ比ハ 3:2 トナルベシ. 現今ノ各ノ年齢ヲ求ム.
7. 金 1640 圓ヲ甲, 乙, 丙三人ニ分配シテ, 甲ハ乙ヨリ 40 圓多ク, 丙ハ乙ノ二倍ナラシムルコト.
8. 雇人一年ノ報酬ヲ給料 170 圓ト衣服一襲トノ定メトセリ, 然ルニ 7 ヶ月ノ終ニ暇ヲ取リ給料 95 圓ト前ト同價ノ衣服一襲トヲ受ケタリ, 衣服ノ價何程ニ當ルカ. 又 170 圓ト 95 圓トヲ 135 圓ト 67 圓トニスレバ如何.
9. 或三角形ノ周圍ハ 33 尺, 最モ短キ邊ノ 2 倍ト, 最モ長キ邊ノ半分ト, 中間ノ邊ヨリ五尺減ジタルモノトハ互ニ相等シ, 三邊ノ長サ各幾尺カ.
10. 或人一冊ノ價 2 圓 50 錢ノ代數書ヲ購ヒ, 其代金ヲ二十錢銀貨ト五錢白銅貨トヲ取リ交ゼ 20 箇ノ貨幣ヲ以テ支拂ヘリ. 各貨幣ノ數如何.
11. (一) $12x^3 + ax^2 - 7x + 6$ ヲ $3x - 2$ ニテ割リテ得ベ

- キ剩餘ヲ零ニ等シト置キタル方程式ニヨリテ a ヲ求ム.
- (二) $ax^2 + 12x - b$ ガ $2x - 3$ ニテ整除セララルル爲メ, a, b ノ間ノ關係式ヲ求ム. a, b ノ一組ノ數値ヲ整數ニテ求ム.
12. A 驛ヨリ B 驛迄行カントスルニ, 第一列車ニ乘リ後レタル爲, 第二列車迄 35 分間待タザルベカラズ. ヨリテ此間ヲ徒歩シタルニ第二列車ト同時ニ B 驛ニ着セリ. 一分間ノ速サヲ汽車ハ 6 町, 徒歩ハ $\frac{7}{12}$ 町トスレバ, A, B 間ノ距離幾許.
13. 甲乙二人ノ競走者アリ, 甲ハ每秒乙ノ $\frac{2}{3}$ ヨリ 1 間多ク走ル, 今若干距離ヲ競走スルニ甲ハ乙ノ 2 間後ニアリテ同時ニ出發シ, 18 秒ヲ經テ決勝線ニ達セシニ, 其時乙ノ後レタルコト 1 間ナリ. 各 1 秒間ノ速サヲ求ム.
14. 或割リ算ニ於テ商ハ 13, 剩餘ハ 26 ニシテ, 法ト實トノ和ハ 404 ナリ. 法及實幾許.
- 次ノ 15. 16 ノ不能問題ナルコトヲ説明セヨ.
15. 或會社ニテ使用セル職工人數ノ中 $\frac{3}{5}$ ヲバ解

備シ、後25人募リシニ現在ノ職工人數ハ最初ノ人數ノ $\frac{3}{4}$ トナレリ。最初人數幾人ナリシカ。

16. 或人其所有地面ノ $\frac{1}{4}$ ヨリ150坪多ク賣リ、次ニ殘リノ $\frac{1}{3}$ ヨリ200坪少ク賃貸シタルニ、尙300坪殘レリ。此人ノ最初ノ所有ノ面積如何。

補 習 問 題

17. 父ハ40歳ニシテ三子ノ歳ハ5歳、7歳、10歳ナリ、三子ノ歳ノ和ガ父ノ歳ト等シクナルハ幾年ノ後ナルベキカ。
18. 甲乙二人ノ體重合セテ115斤ニシテ、甲ノ日方ガ其 $\frac{1}{5}$ 減リ乙ノ日方ガ2斤増ストキハ、兩人ノ日方相等シクナルベシトイフ、各ノ日方幾許。
19. 或人時計ト鎖トヲ買ヒタルニ、時計ノ價ハ總代金ノ $\frac{3}{5}$ ヨリ1圓96錢高ク、鎖ノ價ハ總代金ノ $\frac{1}{3}$ ヨリ20錢安シ。時計ト鎖トノ價各幾許。
20. 兄弟二人各若干金ヲ持チテ市ニ行キ、兄ハ小羊41頭ヲ買ヒシニ殘金18^マ麻アリ、弟ハ33頭ヲ買ハントセシニ6^マ麻不足セリ、而シテ兄弟ノ最初ノ所持金合セテ900麻ナリシトイフ、各ノ所持金幾許ナリシカ。
21. 或級ノ寄宿生ト通學生トハ7^マ人ト5^マ人ナリシガ、通學生ノ内4人入含シタルタメ、人數ノ割合15:9トナレリ。此級生徒總數ヲ求ム。
22. 金130圓ヲ五人ノ子供ノ旅行費ヲ分チテ、最幼者ニ若干圓ヲ與ヘ、ソレヨリ年齢ノ多クナルニ從ヒ次々ニ12圓宛多クスルコトヲ求ム。

23. A, B兩市ノ人口ヲ比較スルニ、A市ノ人口尙1000人多カラバ兩市人口ノ比9:4トナルベシ、現在A市ハB市ヨリ39000多シ。各市ノ人口幾許。
24. 或人甲驛ヨリ乙驛マデ行クニ、中央マデハ毎時3哩ノ速サニテ、其後ハ毎時4哩ノ速サニテ歩ミタリ、若シ全程ヲ3.5哩ノ平均速サニテ歩マバ5分早ク到着スベカリシトイフ。甲乙兩驛ノ距離ヲ求ム。
25. 或工場ニテ賞與金二百圓ヲ男六人、女十人、子供八人ニ分配スルニ、男一人ノ所得ハ女一人ノヨリ2圓多ク、女ハ子供ノ二倍ナリト、各人ノ所得ヲ求ム。
26. 魚アリ、其頭ハ4寸ニシテ、其尾ノ長サハ脊ノ長サノ半ト頭ノ長サトノ和ニ等シク、脊ハ頭ト尾トノ長サノ和ニ等シ、全長幾許。
27. 或學校ニテ遠足費用ヲ生徒ヨリ徴收スルニ、一人分チ一圓二十錢トスレバ九十錢不足シ、一圓三十錢トスレバ二圓十錢餘ルト云フ、一人分チ何程ニスレバ過不足ナキカ。
28. 葡萄酒ト麥酒トヲ若干人ニ分タントスルニ、一人毎ニ麥酒五^マ樽ト葡萄酒二^マ樽トヲ與ヘントスレバ麥酒ノ方ハ五^マ樽餘リ、葡萄酒ノ方ハ十^マ樽不足ス、而シテ麥酒ノ數ハ葡萄酒ノ數ノ三倍ナリ。各酒ノ樽數及人數如何。
29. 或數ニ m ヲ乘ズルモ、或ハ其數ニ m ヲ加フルモ結果ハ相等シトイフ。其數ヲ求ム。
30. 上ノ問題10, 17, 22, 25ヲ〔二十16〕ノ方法ニヨリ、方程式ヲ作ラズシテ解ケ。

【注意】 一ト通り問題ノ練習終ラバ、次ノ復習ニハ、專ラ答數を迅速に求むることヲ主眼トシ、説明的記述ハ一切之ヲ省

キ、解法ニ制限セラレズ、即チ必ズシモ一方程式ヲ作ルニ及
バズ、適宜ニ或ハ30.ノ方法ニヨリ、或ハ算術的解法ヲ混用シ
テ解クコトヲ試ムルガヨシ。

聯立方程式

29. 二元一次方程式, 聯立方程式

[例一] ニツノ數 x, y ノ和 20 ナルモノトヲ

$$x+y=20 \dots\dots\dots (1)$$

ト表シ、之ヲ二元一次方程式トイフ。

和ガ20トナルベキ數ノ組ハ無數ニアリ、故ニ此
方程式ノ根ノ組ハ不定ナリ。(1)ハ x, y 間ノ關
係式ナリ(第26節注意1)。

[例二] 或人價2圓50錢ノ代數學ノ原書ヲ購
ヒ、其代金ヲ二十錢銀貨ト五錢白銅貨トヲ取り交
ゼテ支拂ヘリトイフトキ、

二十錢銀貨ノ數ヲ x 、白銅貨ノ數ヲ y トシ、支拂
ヒタル金額トノ關係式ヲ作レバ

$$20x+5y=250 \quad \therefore 4x+y=50 \dots\dots\dots (2)$$

是亦 x, y 間ノ關係式ニシテ、答ハ不定ナリ。

例ヘバ $x = 1, 2, 3, \dots$ ナル數值ヲ與フレバ次ノ
如キ答ノ組アリ(正ノ整數ニテ)。

$$(A) \begin{cases} x=1 \\ y=46 \end{cases} \begin{cases} 2 \\ 42 \end{cases} \begin{cases} 3 \\ 38 \end{cases} \begin{cases} 4 \\ 34 \end{cases} \dots\dots\dots \begin{cases} 9 \\ 14 \end{cases} \begin{cases} 10 \\ 10 \end{cases} \begin{cases} 11 \\ 6 \end{cases} \begin{cases} 12 \\ 2 \end{cases}$$

【注意1】 一つノ方程式ガ二つノ未知元を含
む時は、此方程式ハ未知數相互ノ關係を定むるに
止まり、未知數ノ値を定むることを得ず。

二元一次方程式とは、方程式ノ兩邊ノ差ガ ax
 $+by+c$ ノ形ノ式トナルものなり。

二元一次方程式ノ標準形

$$ax+by+c=0 \quad (a \neq 0, b \neq 0)$$

$(x-1)(y-2)=(x-2)(y-1)-2$ ハ兩邊ノ差ヲ作レバ
 $-x+y+2=0$ トナルニエ、亦二元一次方程式ナリ。

[例三] 次ノ二ツノ方程式ヲ聯立セシムル $x,$
 y ノ値ヲ求ムルコト。 答 $x=10, y=10$

$$\begin{cases} x+y=20 \dots\dots\dots (1) \\ 4x+y=50 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

【説明】 例二ノ根ノ組ノ表(A)ニ就テ、 x, y ノ
和20トナルモノヲ求ムレバ 答 $x=10, y=10$
之ハ通例次ノ如ク解カル。

解
$$\begin{cases} x+y=20 \dots\dots\dots(1) \\ 4x+y=50 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

(2)-(1) $3x=30\dots\dots(3) \quad \therefore x=10 \quad \therefore y=10$

【注意2】 方程式(2)と(1)との左邊ノ差 $3x$ ヲ左邊トシ、右邊ノ差 30 ヲ右邊トシタルモノ(3)ヲ作ルコトヲ(2)より(1)を邊邊相減サト云ヒ、之ヲ(2)-(1)ト略記ス。

例三ハ、之ヲ聯立二元一次方程式トイフ。

聯立方程式とは共通の根を有すべき二つ以上の方程式の組のことなり。

聯立二元一次方程式の標準形

$$\begin{cases} ax+by+c=0 \dots\dots\dots(1) \\ a'x+b'y+c'=0 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

【注意3】 例三ノ解ニ於テ方程式(3)ヲ作ルコトヲ、原方程式(1)と(2)とより y を消去ストイヒ、例三ノ解法ヲ加減消去法トイフ。

例三ハ問題第二十一 10ヲ聯立方程式ニ表シタルモノニ外ナラズ。白銅貨ノ數 y ヲ $(20-x)$ ニテ表シ、方程式(2)ノ代リニ、最初ヨリ一元方程式

$20x+5(20-x)=250 \quad \therefore 4x+(20-x)=50 \dots\dots(4)$

ヲ作り、之ヲ解キテ $x=10$ ヲ求メ得。例三ヲ(4)ニ導キテ解ク、此方法ヲ代入消去法トイフ。

【例題】 1. 或二桁ノ正ノ整數 $(10x+y)$ アリ、之ニ 18 ヲ加フレバ數字ノ入レ變レル數 $(10y+x)$ トナルトイフ、ニツノ數字ノ關係式ヲ求ム。

2. $(2+-27)$ ヲ聯立方程式ニ解ケ。

3.
$$\begin{cases} x+y=47 \\ x-y=13 \end{cases} \quad \begin{cases} y=3x-2 \\ y=7x+6 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=2 \\ 2x-\frac{1}{2}y=5 \end{cases}$$

4. 宮城前楠公銅像ハ銅 x 貫、他ノ混合物 y 貫ヲ含ム、次ノ場合ニ銅ノ目方幾許。

$[x=115t, \quad y=19t, \quad x+y=2010]$

30. 聯立二元一次方程式を解く例

【例一】
$$\begin{cases} 3x+2y=19 \dots\dots(1) \\ 4x-7y=6 \dots\dots(2) \end{cases}$$
 ヲ解クコト

解
$$\begin{array}{r} (1) \times 7 \dots\dots 21x+14y=133 \\ (2) \times 2 \dots\dots 8x-14y=12 \\ \hline 29x \qquad \qquad =145 \quad (+) \end{array} \quad \therefore x=5$$

之ト(1)トニテ $15+2y=19 \quad \therefore y=2$ } 答

【驗算】 (1) 3×5+2×2=19 (2) 4×5-7×2=6

【説明】 ニツノ方程式 (1) ト (2) ノ y ノ係數ヲ見較ベテ, (1) ノ兩邊 = 7 ヲ掛ケ, (2) ノ兩邊 = 2 ヲ掛ケテ y ノ係數ヲ 14 ト -14 トニナシタルナリ.

【例二】 { 11x+12y=100(1) 9x+8y=80(2)

【解】 (1)×2.....22x+24y=200 (2)×3.....27x+24y=240 (-) 5x = 40 ∴ x=8

之ト (2) トニテ 72+8y=80 ∴ y=1 } 答

【驗算】 (1) 88+12=100 (2) 72+8=80

【説明】 ニツノ方程式 (1) ト (2) トノ y ノ係數 12 ト 8 トヲ見較ベテ, 其最小公倍數 4) 12, 8 3, 2 24 = 等シクナル様 = (1)×2, (2)×3 トス.

【注意1】 上ノニツノ例ノ解法ハ加減消去法ナリ.

y ヲ消去シタルト同様ノ方法ニヨリテ, 先ブ x ヲ消去シテモヨシ.

例ヘバ例二ニ於テ x=8 ヲ (1) ト (2) トノ兩方ニ代入シテ, y=1 ヲ二様ニ計算スレバ, 同時ニ

{ x=8 ナルコトヲ兩方程式 (1), (2) ニ驗シタルコトニ當ル.

【例題】 1. { 3x-7y=8 2x+3y=13 2. { 10x+7y+4=0 6x+5y+2=0

【例三】 { 3x-2y/5 + 5x-3y/3 = x+1(1) 2x-3y/3 + 4x-3y/2 = y+1(2)

【解】 (1) ヨリ 9x-6y+(25x-15y)=15x+15 ∴ 19x-21y=15(3)

(2) ヨリ 4x-6y+(12x-9y)=6y+6 ∴ 16x-21y=6(4)

(3)-(4) 3x=9 ∴ x=3 } 答 之ト (3) トニテ 57-21y=15 ∴ y=2

【驗算】 (1) (9-4)/5 + (15-6)/3 = 1+3=4 3+1=4

(2) (6-6)/3 + (12-6)/2 = 3 2+1=3

規則 (加減消去法) (一) 方程式を各 ax+by=c の形に導きて, (二) 同じ一つの元の係數を見較べ, 適當なる數を二つの方程式の兩邊に掛けて, 其元の係數の絶對値を等しくなし, 邊邊相加へ, 或は相引きて此未知元を消去すべし.

【例題】
$$\begin{cases} 5(x+2)-3(y+1)=23 \\ 3(x-2)+5(y-1)=19 \end{cases}$$

【注意2】 聯立二元一次方程式ノ解法 = 加減消去法、代入消去法、比較消去法ノ三ツアリ。

代入消去法 【例四】
$$\begin{cases} 5x-3y=16 \dots\dots(1) & \text{(例一)} \\ 3x+5y=30 \dots\dots(2) \end{cases}$$

【解】 (2) ヨリ $x=10-\frac{5}{3}y \dots\dots(3)$

之ヲ (1) ノ x = 代入スレバ

$$5\left(10-\frac{5}{3}y\right)-3y=16 \quad 50-\frac{34}{3}y=16 \quad \therefore y=3$$

 之ト (3) トニテ $x=5$ } 答

比較消去法 【例五】
$$\begin{cases} 5x-3y=16 \dots\dots(1) & \text{(前例)} \\ 3x+5y=30 \dots\dots(2) \end{cases}$$

【解】 (1) ヨリ $x=\frac{16}{5}+\frac{3}{5}y \dots\dots(3)$

(2) ヨリ $x=10-\frac{5}{3}y \dots\dots(4)$

$$\therefore \frac{16}{5}+\frac{3}{5}y=10-\frac{5}{3}y \quad \therefore \left(\frac{3}{5}+\frac{5}{3}\right)y=10-\frac{16}{5}$$

$$y=\frac{34}{5} \cdot \frac{5 \cdot 3}{34} = 3$$

 之ト (4) トニヨリ $x=5$ } 答

【例題】 次ノト3ハ各代入法、2、4ハ各比較法ニテ解ケ。

1.
$$\begin{cases} x=3y-19 \\ y=3x-23 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 5x-4y=6 \\ 8x=7y \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x-y=3 \\ x^2-y^2=840 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x=\frac{1}{3}y+1 \\ \frac{1}{4}x=\frac{4}{4}y-10 \end{cases}$$

【注意3】 (-) $ax-by=0$, 或ハ $x:y=b:a$, 或ハ $\frac{x}{y}=\frac{b}{a}$, 或ハ $\frac{x}{b}=\frac{y}{a}$ ならば $x=bn$, $y=an$ と置くことを得。

(二) ニツノ方程式ヨリ既知項ヲ消去スレバ x ト y トノ比ガ求メラル。

【例六】
$$\begin{cases} 25.9x-60.1y=1 \dots\dots(1) \\ 24.1x-55.9y=1 \dots\dots(2) \end{cases}$$
 ヲ解ケ。

【解】 (1)-(2) $1.8x-4.2y=0$

$\therefore 3x-7y=0 \quad \therefore x=7n, y=3n \dots\dots(3)$

(2) = 代入シテ $168.7n-167.7n=1$

$\therefore n=1 \quad \therefore$ 答 $\begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$

【例題】 1.
$$\begin{cases} 5x-4.9y=1 \\ 3x-2.9y=1 \end{cases}$$
 2.
$$\begin{cases} 2x-\frac{5}{3}x=4 \\ 6x-7y=0 \end{cases}$$

問題 第二十二集

次ノ各ヲ解ケ(1-10).

1. { 3x+y=73, 2x-y=32

2. { 5x+4y=58, 3x+7y=67

3. { 5x+6y=529, 3x+2y=431

4. { 2x-11y=-95, x-3y=0

5. { 18x-35y=-13, 15x+28y=275

6. { 5x-4y=6, 8x=7y

7. { 0.16x-0.04y=1, 0.19x-0.11y=1

8. { 3/4x - 1/2(y+1)=1, 1/3(x+1) + 3/4(y-1)=9

9. { 3(x-y)+4(x-2y)=87, 2(3x-y)-3(x-y)=82

10. { (x-4)(y+7)=(x-3)(y+4), (x+5)(y-2)=(x+2)(y-1)

11. { 7x+2y=30, y-3x=2, 2x+3y=8 } ノ中ノ何レカニツヲ聯立セシムル根ノ組ガ、残りノ一ツニ適合セザルコトヲ驗セ.

12. 相手ノ者 = 任意ノ二數ヲ考ヘシメテ、之ヲ判定スル爲メニ、(一) 第一數ノ三倍ト、第二ノ數

ノ五倍トノ差(m)ヲ答ヘシメ、(二) 次ニ又第一ノ數ノ七倍ト、第二ノ數ノ五倍トノ差(n)ヲ答ヘシメタリ。如何ニスレバ相手ノ者ノ初メニ考ヘタル數ヲ言ヒ當ツルコトヲ得ベキカ。

補習問題

13. { 5x+7y=176, 5x-3y=46

14. { 3x+2y=39, 2x+3y=41

15. { 7x-3y=27, 5x-6y=0

16. { 1/3x + 1/4y=6, 3x-4y=4

17. { 5x-4.9y=1, 3x-2.9y=1

18. { 2.7x+2.6y=8.8, 0.9x+2.2y=4.4

19. { 5x-2y=3(a+7c), 5y-2x=3(a+7b)

20. { 5x+3y=4a+b, 3x+5y=4a-b

【注意】 一ト通り練習ヲ終リテ後、復習ニハ簡單ニ解クコトヲ工夫スベシ。直ニ一ツノ元ヲ消去スル代リニ、先ヅ邊邊相加ヘ、或ハ相減ズレバx,yノ係數ガ良キ數トナルコトアリ(4, 5, 7, 18等)。

又諸算ヲ混用スレバ捷徑ナリ。

【例】 { 2.7x+2.6y=8.8... (1), 0.9x+2.2y=4.4... (2) ナ解クコト(二十ニ18)。

(2) x 3 - (1) 4y = 4.4 ∴ y = 1.1 } 答
(1) - (2) x 2 0.9x - 1.8y = 0 x = 2y ∴ x = 2.2

【注意2】 (一) $\begin{cases} 3x=y \\ 6x-2y=15 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x-y=0 \\ 2(3x-y)=15 \end{cases}$ ハ矛盾せる組ニシテ、解ハ不可能ナリ。

(二) $\begin{cases} 4x+y=50 \\ 20x+5y=250 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x+y=50 \\ 5(4x+y)=5(50) \end{cases}$ は獨立せざる方程式の組ニシテ、解ハ不定ナリ (第29節例二)。

(三) $\begin{cases} x+y=3 \dots\dots(a) \\ x-y=1 \dots\dots(b) \\ 3x+2y=18 \dots\dots(c) \end{cases}$ ノ如ク三つの獨立せる方程式は聯立すること能はず、即チ解ハ不可能ナリ。例へバ [(a)ト(b)]ノ根ハ(c)ニ適合せず、[(a)ト(c)]ノ根ハ(b)ニ適合せず、[(b)ト(c)]ノ根ハ(a)ニ適合せず(二十二II)。

(四) $\begin{cases} A=B \dots\dots(a) \\ B=C \dots\dots(b) \\ C=A \dots\dots(c) \end{cases}$ ノ中ニハ獨立セル關係式ハ唯二ツアルノミ、此中ノ一ツハ他ノ二ツヨリ導カル、即チ此三ツハ聯立ス。之ヲ解クニハ何レカ一ツヲ除キテ他ノ二ツニテ解ケバヨシ。

(五) $A=B=C$ ならば獨立せる關係式は二つなり(等號ニノ數だけ)。

21. 次ノ各組ヲ解ケ。

$$(y=7x+6=3x-2) \left(\frac{x}{13} - \frac{y}{7} = 6x - 10y - 8 = 0 \right) \left(\frac{x+1}{3} - \frac{y+1}{4} = \frac{x+y}{5} \right)$$

22. 横、縦ガx間、y間ナル矩形アリ、縦ヲ2間減ジ、横ヲ3間増セバ面積ハ元ヨリ4坪増スベク、又若シ縦ヲ4間増シ、横ヲ6間減ズレバ面積ハn坪減ズベシトイフ。nガ幾許ナレバ問題ハ、(一)不定トナリ、(二)或ハ不能トナルカ。

31. 聯立三元一次方程式を解く例

【例一】 $\begin{cases} 2x-5y+3z=7 \dots\dots(1) \\ 3x+y-2z=6 \dots\dots(2) \\ x-3y+z=2 \dots\dots(3) \end{cases}$ ヲ解クコト。

【解】 (1)-(3)×2 $10y+z=3.0 \dots\dots(4)$ $\begin{cases} y=1 \\ z=2 \end{cases}$
 (2)-(3)×3 $10y-5z=0 \dots\dots(5)$

之ヲ(3)ニ代入スレバ $x=3$ 答 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$

【驗算】 (1) $6-5+6=7$ (2) $9+1-4=6$
 (3) $3-3+2=2$

- 規則 (加減消去法) (一) 三つの方程式の中、二つ宛見較べて、 x を消去したるものを二つ作り
 (二) その二つを聯立せしめて y, z の値を求め
 (三) 之を元の方程式に代入して、 x の値を求む。
 (四) 最初に消去する元は x に限らず。

【注意1】 前ノ解ニテ (1)-(3)×2 $y+z=3$ ト示セルガ如ク消去法ノ途中ヲ記サズシテ、直ニ結果ヲ書ク様ニ練習スベシ。 $y=1, z=2$ ヲ(1), (2), (3)ノ三ツニ代入シテ $x=3$ ヲ三通リニ計算スレバ、同時ニ驗算シタルコトニ當ル。

[例題] 1. $\begin{cases} 2x+3y-5z=14 \\ 3x-2y+z=12 \\ x+y-3z=4 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x+y+z=9 \\ x+2y+4z=15 \\ x+3y+9z=23 \end{cases}$

[例二] $\begin{cases} 2x-5y+3z=7 \dots\dots(1) \\ 3x+y-2z=6 \dots\dots(2) \\ x-y+z=2 \dots\dots(3) \end{cases}$ ヲ解クコト (例一)

[解] z ヲ既知數ノ如ク取扱ヒテ

(2) ト (3) トヨリ $\begin{cases} x = \frac{1}{10}(5z+20) = \frac{1}{2}(z+4) \dots(4) \\ y = \frac{1}{10}(5z) = \frac{1}{2}z \dots\dots\dots(5) \end{cases}$

之ヲ (1) 代ニ入スレバ

$(z+4) - \frac{5}{2}z + 3z = 7 \quad \frac{3}{2}z = 3 \quad z = 2 \dots\dots(6)$

之ト (4) ト (5) トニテ 答 $x=2, y=1, z=2$

規則 (代入消去法) (一) 三つの方程式の中の一つを残し、他の二つより、z を既知數の如く取扱ひて、x, y を z にて表し

(二) 之を残し置きたる方程式の中へ代入して z の値を求め

(三) 其値を用ひて、先に求めたる二つの式より、x, y の値を求むべし。

(四) 最初既知數の如く取り扱ふ元は z に限らず。

[例題] 1. $\begin{cases} x+y+z=36 \\ 3x=4z \\ 3y=2z \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x+y+z=100 \\ y=0.7x-4 \\ z=0.3x+4 \end{cases}$

[例三] $\begin{cases} 3x-4y+4z+u=18 \dots\dots(1) \\ 4x+2y-z+u=17 \dots\dots(2) \\ 2x-2y+2z+u=13 \dots\dots(3) \\ x+y+z+u=11 \dots\dots(4) \end{cases}$ 答 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=2 \\ u=5 \end{cases}$

[解] (1)-(4) $2x-5y+3z=7 \dots\dots(5)$ $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$
 (2)-(4) $3x+y-2z=6 \dots\dots(6)$ \therefore
 (3)-(4) $x-3y+z=2 \dots\dots(7)$

(例一)

之ヲ (4) = 代入スレバ $u=5$

[注意2] 代入法(例三)ニヨリテモヨシ。此等ノ解法ハ常ニ簡明ナルコト肝要ナリ(注意1)。

(一) $x:y:z=3:5:4$ 或は $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{4}$ ならば $x=3t, y=5t, z=4t$ と置くことを得 ($t = \frac{z}{4}$)。

(二) $x:y=5:6, y:z=9:8$ ならば

$$\begin{cases} x:y = 5:6 = 15:18 \\ y:z = 9:8 = 18:16 \end{cases}$$

$$\therefore x:y:z = 15:18:16$$

[例四] $\begin{cases} 5x+y-4z=0 \dots\dots (1) & \text{ニヨリテ} \\ 2x-3y+z=0 \dots\dots (2) & x:y:z \text{ヲ求ム。} \end{cases}$

[解] $(1) \times 3 + (2) \quad 17x - 11z = 0$
 $\therefore x:z = 11:17 \dots\dots (3)$

$(1) \times 2 - (2) \times 5 \quad 17y - 13z = 0$
 $\therefore y:z = 13:17 \dots\dots (4)$

答 $x:y:z = 11:13:17$

[例五] $\begin{cases} 5x+y-4z=0 \dots\dots (1) & \begin{cases} x=22 \\ y=26 \\ z=34 \end{cases} \\ 2x-3y+z=0 \dots\dots (2) & \text{ヲ解ケ。 答} \\ 3x+2y+3z=220 \dots (3) \end{cases}$

[解] $(1) \text{ト} (2) \text{トニテ} \quad x:y:z = 11:13:17 \dots\dots (4)$

$(3) = \text{代入シテ} \quad 3(11t) + 2(13t) + 3(17t) = 220$

$\therefore 110t = 220 \quad t = 2$

答 $x=22, y=26, z=34$

[例題] 1. $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 3x+y-2z=0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x+y+z=36 \\ 4x=3y \\ 2x=3z \end{cases}$

問題第二十三集

次ノ各ヲ解ケ (1-13).

1. $\begin{cases} y+z=14 \\ z+x=18 \\ x+y=24 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} y+z-x=14 \\ z+x-y=18 \\ x+y-z=24 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x+y-z=1 \\ x+2y+z=-8 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x+2y+3z=32 \\ 2x+3y+z=42 \\ 3x+y+2z=40 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x+y+z=99 \\ x:y:z=5:3:1 \end{cases}$ 6. $\begin{cases} x+y-2z=50 \\ x:y=6:5 \\ x:z=9:7 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x+2y+3z=110 \\ 5x+y-4z=0 \\ 2x-3y+z=0 \end{cases}$ 8. $\begin{cases} x:y:z:u=1:2:3:4 \\ 9x+7y+3z+2u=200 \end{cases}$

9. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{x+y}{5} = z$ 10. $\begin{cases} 1.3x - 1.9y = 1 \\ 1.7y - 1.1z = 2 \\ 2.9z - 2.1x = 3 \end{cases}$

11. $\begin{cases} \frac{2x+y}{1} = \frac{3x+z}{2} = \frac{y+z}{3} \\ 21x+31y+42z=115 \end{cases}$ 12. $\begin{cases} x+2y-z=4.6 \\ y+2z-x=10.1 \\ z+2x-y=5.7 \end{cases}$

13. $[x+3y-z=1 \quad y+3z-u=4 \quad z+3u-x=11]$

$u+3x-y=2]$

14. $12x+20y+25z=168$ ニシテ, (一) $3x=4y=5z$ ナレバ, (二) 次ニ $x:y:z=3:4:5$ ナレバ, x, y, z 幾許.

15. $4x=7y=10z$ x, y, z ヲ正ノ整数トシテ解ケ.

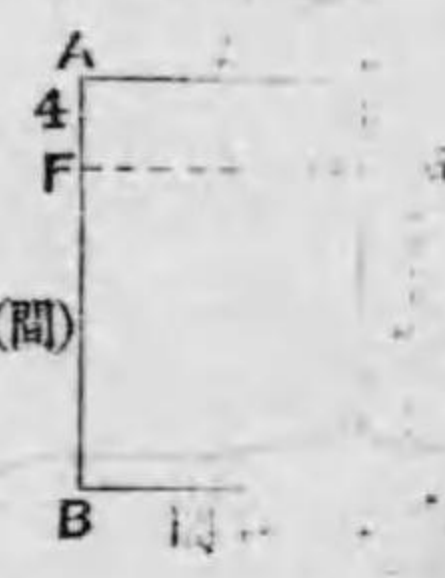
32. 聯立方程式應用問題の例

[例一] 矩形ノ宅地アリ, 間口ヲ二間長クシ, 奥行ヲ四間短クスレバ正方形トナリ, 其面積ハ原ノ面積ヨリ二十坪减小スベシ. 間口, 奥行各幾許.

[解] 間口ヲ x 間, 奥行ヲ y 間トスレバ

$$\begin{cases} x+2=y-4 \\ (x+2)(y-4)=xy-20 \end{cases}$$

Handwritten: $xy-4x+2y-8=xy-20$

$$\begin{cases} x-y=-6 \\ 2x-y=6 \end{cases} \therefore \begin{cases} x=12 \\ y=18 \end{cases}$$


答 間口12間, 奥口18間

[驗算] (1) $12+2=14$ $18-4=14$

(2) $18 \times 12 - 14^2 + 216 - 196 = 20$

[例二] 端艇ニテ河流 a 米間ヲ上下スルニ18分ヲ要セリ, 今400米上ル時間ト500米下ル時間ト相等シトスレバ, 片道ニ要シタル時間各幾許.

[解] 1米ヲ上ルニ x 分, 下ルニ y 分カカルト

スレバ

$$\begin{cases} 400x=500y \dots\dots\dots(1) \\ ax+ay=18 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

(1)ヨリ $x:y=5:4$ $\therefore x=5t, y=4t \dots\dots\dots(3)$

之ト(2)トニテ $5at+4at=18$ $t=\frac{2}{a} \dots\dots\dots(4)$

$\therefore x=\frac{10}{a}$ $y=\frac{8}{a}$ 答 上リ=10分, 下リ=8分

[驗算] $10+8=18$ (分), $\frac{10}{a} \times 400 = \frac{4000}{a}$ (分)

$\frac{5}{a} \times 500 = \frac{4000}{a}$ (分)

[例題] 或道路ヲ往復スルニ4.5時間ヲ費シ, 其1分間ノ速サ往キニハ57.5間, 復リニハ46間ナリシトイフ. 片道ニ要セシ時間各幾許.

[例三] 鶴ト龜ト合セテ百頭アリ, 其足ノ數合セテ270本ナルトキ, 鶴龜各幾頭ナルカ.

[解] 鶴ヲ x 頭, 龜ヲ y 頭トスレバ

$$\begin{cases} x+y=100 \dots\dots\dots(1) \\ 2x+4y=270 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

(2)-(1) $\times 2$ $2y=70$ 答 鶴65頭, 龜35頭

[注意1] (2)-(1) $\times 2$ ハ, 足ノ總數ヨリ, 百頭ヲ皆鶴ト看做シタル時ノ足ノ數ヲ引キタル残りヲ

表スモノナリ。本問題ノ方程式解法ハ算術的解法ノ要點ヲ誘發スル扶ケアリ。即チ算術的解法ハ此等ノ分解的解法ヲ綜合誘化シタルモノニシテ、寧ロ解法ノ極致ナリ。

- [例題] 1. 鶴ト龜ト合セテ 100 頭アリ、其足ノ數、龜ノハ鶴ノヨリ 70 本多シ。各幾頭カ。
2. 或小學校ニテ一年級ノ生徒、學年ノ始メハ 80 人ナリシガ、一學年間ニ男生徒ハ二割増加シ、女生徒ハ一割減少シタルタメ、學年末ニハ 87 人トナレリ。現今ノ男女生徒各幾人ナルカ。

[例四] 三桁ノ整數アリ、其數ハ其數字ノ和ノ 48 倍ニ等シク、此數ヨリ 198 ヲ引クトキハ同ジ數字ヲ逆ノ順ニ列ベタル數ヲ得ベク、且兩端ノ數字ノ和ハ中央ノ數字ノ二倍ニ等シ。此數ヲ求ム。

[解] 百位ノ數字ヨリ順ニ、各位ノ數字ヲ x, y, z トスレバ

$$\begin{cases} x \cdot 10^2 + y \cdot 10 + z = 48(x + y + z) & \dots\dots\dots(1) \\ x \cdot 10^2 + y \cdot 10 + z - 198 = z \cdot 10^2 + y \cdot 10 + x & \dots\dots(2) \\ x + z = 2y & \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

故ニ

$$\begin{cases} 52x - 38y - 47z = 0 & \dots\dots\dots(4) \\ x - z = 2 & \dots\dots\dots(5) \\ x + z = 2y & \dots\dots\dots(6) \end{cases}$$

(5) ト (6) トヨリ $x = y + 1, z = y - 1 \dots(7)$

(4) = 代入シテ $52(y + 1) - 38y - 47(y - 1) = 0$

$\therefore -33y + 99 = 0 \quad y = 3$ 從ツテ $x = 4, z = 2$ 答 432

[驗算] $\begin{matrix} 432 \\ 198 \\ \hline 234 \end{matrix} \dots\dots(1) \quad (4 + 2) \div 3 = 2 \dots\dots\dots(3)$

$(4 + 3 + 2) \times 48 = 9 \times 48 = 432 \quad (2)$

【注意2】 應用問題解法ノ段階ニ就テハ第 28 節ノ所說ヲ復習スベシ。上ノ四ツノ例ハ無數ニアル問題ノ中四ツヲ選出シ、之ニ就テ再ビ解法ノ段階ヲ示セルモノナリ。問題毎ニ獨立シタル方程式ヲ丁度未知元ノ數ダケ作ルコトヲ考フベシ。

問題 第二十四集

1. 甲乙二數アリ、甲ノ五倍ト、乙ノ七倍トノ和ハ 100、甲ノ七倍ト乙ノ五倍トノ和ハ 116 ナリ。各數幾許。
2. ニツノ因數ノ積ニ於テ、第一因數ヲ 8 減ジ、第二因數ヲ 25 増セバ積ハ 5000 増シ、第一因數ヲ

- 12増シ,第二因數ヲ25減ゼバ積ハ400減ルトイフ. 最初ノ二ツノ因數ヲ求ム.
3. 或人七里ノ道ヲ行クニ, 徒歩ナレバ人力車ニテ行クヨリハ五時間多ク費シ, 又徒歩ニテ一里半ヲ行ク間ニ人力車ニテハ三里半ヲ行クベシト云フ. 各一時間ノ速度如何(各一里ニ要スル時間ヲ x 分, y 分トセヨ).
4. 長サ x 呎ノ列車ガ262呎ノ橋ヲ全ク渡リ終ルニ10秒ノ時間ヲ要シ, 長サ152呎ノ橋ヲ渡ルニ6.75秒ノ時間ヲ要ストイフ. 列車一秒間ノ速サ及 x ヲ求ム.
5. 50錢銀貨(1箇ノ目方2.7匁)ト, 10錢銀貨(0.6匁)トアリ. (a) 目方總計63匁, (b) 金高總計11圓40錢. (c) 貨幣ノ箇數70箇ノ二ツヅツヲ聯立セシメタルモノ, (一) [(a), (b)], (二) [(a), (c)], (三) [(b), (c)]ノ各場合ニ就テ各種貨幣ノ數ヲ求ム.
6. 或中學校ノ現在生徒數(通學生, 寄宿生)合セテ385人ニシテ, 昨年ヨリ $\frac{3}{80}$ 減ジタリ, 而シテ其中通學生ハ $\frac{1}{20}$ 増シ, 寄宿生ハ $\frac{3}{10}$ 減ゼリ. 現

- 在通學生寄宿生各幾人ナルカ.
7. 一丈八寸ノ布ヲ二ツニ切リタルニ, 其長キ方ノ四ツ折ノ長サト, 短キ方ノ三ツ折ノ長サトノ和ハ長キ方ト短キ方トノ差ノ四倍ヨリ四寸短シトイフ. 各ノ長サヲ問フ.
8. 二桁ノ正ノ整數アリ, 其數ハ其數字ノ和ノ四倍ニ等シ. (一) 十位ノ數字(x)ト一位ノ數字(y)トノ關係式ヲ求ム. (二) 其關係式ニ適合スル様ニ二桁ノ整數ヲ總テ求ム.
9. 五拾錢銀貨(1箇ノ目方2.7匁), 貳拾錢銀貨(1.08匁), 拾錢銀貨(0.6匁)取リ交ゼ31箇ノ銀貨アリ, 此金高合計7.5圓, 目方合計41.16匁ナリ, 各幾箇宛カ.
10. 三ツノ數ノ和100ニシテ, 第一數ヲ第二數ニテ割レバ, 整商5, 剩餘1, 第二數ヲ第三數ニテ割ルモ又整商5, 剩餘1ヲ得. 三數各幾許.
11. 甲乙兩地ノ距離(2160×5)間ニシテ, 或人此間ヲ往復スルニ, 往ニハ $\frac{3}{80}$ ニハ275分, 復ニハ $\frac{3}{10}$ ニハ280分ヲ費セリ. 歩行ノ速度坂道ノ處ハイツモ, 上リハ毎分36間, 下リハ42間, 平坦ナル路ハ39間ナ

リ。兩地間ノ平坦ナル路ノ合計(x 間),上リ坂合計(y 間),下リ坂合計(z 間)ヲ求ム(往ニ上リ坂ハ,復ニハ下リ坂トナル)。

12. A, B, C 三人ノ左官アリ,或新築家屋ノ壁ヲ塗ルニ, A ト B ト共カスレバ12日, B ト C トナラバ20日, A ト C トナラバ15日ニ完成スベシトイフ。(一)各一人ニテ完成スルニハ幾日ヲ要スベキカ。(二)三人共カスレバ幾日ニテ完成スベキカ。
13. 或農家ニテ收穫後,米25俵,麥30俵(其當時ノ價241圓)ヲ擔保トシテ農工銀行ヨリ241圓ヲ借り受ケ,穀價騰貴ノ時機ヲ見テ之ヲ272.8圓ニ賣リ拂ヒ10圓ヲ利息トシテ支拂ヘリ。米ハ一割二分,麥ハ一割五分ノ騰貴ニ當レリトイフ。米麥各1俵ノ騰貴後ノ相場幾許(利息10圓ハ此問題ノ計算ニハ用ナキ數ナリ)。
14. 或國ノ鐵道ニ於テ手荷物ハ25瓦迄ハ無賃ナリ。50瓦ノ荷物ヲ持チテ200哩ヲ旅行スルニ25^{フラン}法ヲ要シ,又35瓦ノ荷物ヲ持チテ150哩ヲ旅行スルニハ $16\frac{1}{2}$ 法ヲ要ストイフ。100瓦

ノ荷物ヲ持チテ100哩ヲ旅行スルニハ賃金何程。又 n 瓦, m 哩ナレバ如何。

補習問題

15. 甲乙各若干圓ヲ有ス。今甲ヨリ乙ニ15圓ヲ與フレバ,甲乙互ニ元ノ所持金ヲ取換ヘタルモノニ等シク,又乙ヨリ甲ニ15圓ヲ與フレバ,甲ノハ乙ノノ2倍トナルベシト云フ。元ノ所有金各幾許。
16. 上等しゃつ10枚ト並しゃつ20枚トノ仕入代金合計32.56圓ニシテ,上2枚ハ並3枚ヨリ11錢安シ,各1枚ノ仕入價何程ナルカ。
17. 或學生鉛筆5本ト雜記帳6冊トヲ買ヒテ40錢ヲ拂ヒ,其後鉛筆1打ト雜記帳10冊トヲ買ヒテ,74錢ヲ拂ヒタリ。各一打ノ價ヲ求ム。
18. 或人或所ニ行クニ1時間3哩ノ速サニテ行ケバ,豫定時刻ニ8哩後レ,1時間5哩ノ速サニテ行ケバ豫定時刻ヨリ0.4時間早ク着スベシトイフ。豫定時刻迄ノ時間及其距離ヲ求ム。
19. 矩形ノ宅地アリ。間口ヲ3間,奥行ヲ2間廣ゲレバ面積68坪増シ,間口ヲ2間奥行ヲ3間廣ゲレバ68坪増ストイフ。間口奥行各幾許。
20. A號列車ハ甲驛ヨリ乙驛ヘ向ケ, B號列車ハ乙驛ヨリ甲驛ヘ向ケ。同時ニ出發スレバ十時間ノ後摩違フベク,若シA號列車ガ出發シテヨリ五時間ヲ經タル時 B號列車ガ出發スレバ其時ヨリ八時間ノ後摩違フベシトイフ。兩驛間ヲ450哩トスレバ,兩列車ノ速サ幾許。
21. 二十錢銀貨ト五錢白銅貨ト合セテ十五圓五十錢アリ,若

シ二十錢銀貨ノ數ト、五錢白銅貨ノ數トガ互ニ入レ換ル
トキハ其金額九圓五十錢トナルベシトイフ。各幾箇ア
ルカ。

22. 三ツノ數アリ、其中ノ二ツノ數ト残りノ數ノ二倍トノ和
ハ順次 60, 54, 50 ナリ。各數ヲ求ム。
23. 甲乙丙三人ノ職工アリ、其賃金甲乙兩人ノ20日分、乙丙兩
人ノ40日分、甲丙兩人ノ24日分ハ相等シク m 圓ナリトイ
フ。(一) 各一人ノ日給幾許。(二) 一人ニテ m 圓ノ賃金ヲ
得ルニハ各幾日ヲ要スベキカ。
24. 二人ノ旅客アリ、合セテ四百斤ノ手荷物ヲ有セリ。各手
荷物ノ重量無賃托送ノ制限額ヲ超過セルタメ夫夫八十
錢、一圓四十錢ノ賃金ヲ拂ヘリ、若シ此ノ荷物ガ一人ノ所
持ナランニハ三圓六十錢ヲ拂ヒタルナラント、無賃托送
ノ制限額ヲ問フ。

補習問題 第二十五集

1. $2\left(\frac{1}{2}x+5\right) \times 3\left(\frac{1}{3}x-7\right) = 2\left(\frac{1}{2}x+4\right) \times 3\left(\frac{1}{3}x-6\right)$ ナ解ケ。
2. $(2x^3-3x^2+x)X+3x^2-x=2x^5-9x^5+10x^4-x^3$, X ナ求ム。
3. $14x-(5x-9)-\{4-3x-(2x-3)\}=30$ ナ解ケ。
4.
$$\begin{cases} \frac{1}{8}(x+y)+\frac{1}{6}(x-y)=5 \\ \frac{1}{4}(x+y)-\frac{1}{3}(x-y)=10 \end{cases} \quad \begin{cases} 5y-x=20 \\ 5x-y=8 \end{cases}$$
5. $2x=3y=4z$ トス。次ノ各ニ就テ x, y, z ナ求ム。
(一) $3x+4y+5z=98$ (二) $5x-4y-3z=100$
6. 金若干圓ヲ甲乙丙三人ニ配分セシニ、甲ハ全額ノ $\frac{1}{3}$ ヨリ

10圓多ク取リ、乙ハ残りノ $\frac{1}{2}$ ヨリ15圓多ク取リ、丙ハ其残
リニシテ、丁度元ノ金高ノ $\frac{1}{3}$ ヨリ20圓少ナカリシト云フ。
元ノ金高幾許

7. 次ノ各組ニ就テ x の値ヲ求ム [(一), (二), (三)ハ連鎖法]

$$\begin{aligned} \text{(一)} \quad & \begin{cases} x, a = \frac{15}{2}b \\ 8b = 9c \\ 5c = 4a \end{cases} & \text{(二)} \quad & \begin{cases} x, m = 100k \\ 4k = r \\ 2r = 5m \end{cases} & \text{(三)} \quad & \begin{cases} x = 100m \\ 100m = 125f \\ 123f = 5p \\ 20p = 181 \end{cases} \end{aligned}$$

$$8. \begin{cases} (x+y+z)+2x=44 \\ 2(x+y+z)+2y=22 \\ 3(x+y+z)+z=55 \end{cases} \quad \begin{cases} 0.5x-1.2y=-0.5 \\ 1.5x+0.4y=0.5 \end{cases}$$

9. $ax+by=c$ ノ形ノ二元一次方程式ヲ作りテ、 $(x=0, y=1), (x=2, y=-3)$ ナ根ニ有スル様ニシタル時、 $a:b:c$ 如何。
10. 四桁ノ正ノ整数アリ、各位ノ數字ハ皆相等シ。其數ノ十
倍ヨリ、其數ヲ引キタル残りハ29997ナリ。其數ヲ求ム。
11. 二桁ノ正ノ整数アリ、(一) 其ノ一位ノ數字ト十位ノ數
字トヲ入レ換ヘテ得ル數ヲ原數ニ加フレバ110トナリ、
(二) 之ヲ原數ヨリ引ケバ27トナルト云フ。之ニヨリテ
(一)ニ適合スル整数ヲ總テ求ム。又(二)ニ適合スルモノ
ヲ求ム。
12. 五桁ノ整数ト一桁ノ整数トノ和15390ナルモノアリ。其
一桁ノ數ヲ其五桁ノ數ノ左端ヘ置キタル數ハ、其一桁ノ
數ヲ其五桁ノ數ノ右端ヘ置キタル數ノ四倍ナリ。二數
如何。
13. 米四石ノ價ハ麥七石ノ價ニ等シク、麥三石ノ價ハ粟二石
ノ價ニ等シキ時、金百七十圓ヲ以テ米麥粟各五石宛ヲ買
ヒ得ルト云フ、各一石ノ價ヲ求ム(比例配分)。

14. 壯年者ハ男子一人一年ノ食糧1.8石,女子1.6石ト云フガ古來ノ定量ナリ. 今吾國ノ壯年男女(15歳以上五十五歳マテ)ノ人數合計2650萬人ニシテ,之レダケノ人ノ一年ノ要米ノ量4510萬石トスレバ,此壯年男女各幾人ナルカ(萬位迄,次四捨五入).
15. (一) $4y-6x-3=7y+2x-4=3x-2y+24$ ナ解ケ.
 (二) $y+4=\frac{3}{2}x+2=2z+1=22-(x+y)$,,
 (三) $7y-3x=19y-3u=4z-7x=11z-7u=1$,,
16. x ノ値ノ如何ニ係ラズ $px^2+qx^2+32x+15$ ガ $(2x-3)$ 及 $(3x+1)$ ニテ割リ切レル様ニ p, q ノ値ヲ定メヨ(驗算セヨ).
17. $\begin{cases} 2.60x-0.41y-2.222+2\frac{1}{2}x=0 \\ 0.51x-3.60y+3.333-\frac{1}{2}y=0.308 \end{cases}$
18. $(x-5):(y+9):(x+y+4)=1:2:3$
19. $\begin{cases} (3x-2)(5y+1)=(5x-1)(y+2) \\ (3x-1)(y+5)=(x+5)(7y-1) \end{cases}$
20. 方程式 $y=kx+l$ ガ $(x=0, y=32), (x=10, y=50)$ トイフ根ノ組ヲ有スルトキハ, $x=-40$ ナレバ y 幾許. $y=68$ ナレバ x 幾許.

第四篇

因數分解法,公約數及公倍數

因數分解法

33. 整數の因數分解法

整數とは1の集まれるものなり. 即チ整數ハ1ノ倍數ニシテ1ハ總テノ整數ノ約數ナリ.

又例ヘバ12ハ4ノ倍數,4ハ12ノ約數ナリ.

約數・倍數 甲乙二つの整數ありて,甲が乙にて整除せらるゝときは,乙を甲の約數,甲を乙の倍數といふ. 約數倍數ノ語ハ二ツノ整式(整代數式)ノ間ニモ同様ニ用ヒラル(第24節注意1).

因數とは積の式に於て掛け合せられたる各數のことなり(第1節).

【注意1】 因數トハモト乘法ノ用語ニシテ,約數トハ除法ノ用語ナリ.

例ヘバ7ガ91ノ約數ナルコトガ分レバ,割リ算ニテ,91ハ7ヲ因數トスル積の式 7×13 ニ直サレ,又 $1-x$ ガ $1-x^3$ ノ約數ナルコトガ分レバ, $1-x^3$ ハ

$1-x$ ヲ因数トスル積の式 $(1-x)(1+x+x^2)$ ニ直サル.

又例ヘバ27ハ 18×72 ノ約数ナリ, 或ハ 18×72 ハ27ヲ因数トスル積ノ式ニ直スコトヲ得ナドトイフガ如シ.

然レドモ約数ト因数トハ區別セズシテ同意義ニ用ヒラルルコト多シ.

素数, 非素数 一つの整数が1及其数自身の外に約数を有せざる時, 之を素数といふ. 素数に非ざる整数を非素数といふ. 例ヘバ11ハ素数ニシテ, $10 (=2 \times 5)$ ハ非素数ナリ.

百未滿の素数ハ次ノ26箇ナリ(附録参照).

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37
41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97

素因数 積の式に於て因数の中素数なるものを素因数といふ.

或整数を素因数に分解すとは, 其整数を素因数のみの積の式にて表すことなり. 1ハ素因数ノ仲間ニ入レズ.

[例一] 120, 156, 120×156 ヲ各素因数ニ分解セヨ.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 120} \\ 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ \underline{ 5} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 156} \\ 2 \overline{) 78} \\ 3 \overline{) 39} \\ \underline{ 13} \end{array} \quad \begin{array}{l} 120 \times 156 \\ = (2^3 \cdot 3 \cdot 5) \cdot (2^2 \cdot 3 \cdot 13) \\ = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13 \quad \text{答} \end{array}$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \text{答} \quad 156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \quad \text{答}$$

【注意2】 (一) 120ハ 10×12 ニシテ, 10ハ2.5, 12ハ2.2.3ナレバ, 直ニ答 $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ ガ分ル. 諸算ヲ混用シテ, 答ハ成ルベク迅速ニ求ムベシ. イツモ積の式が答なり. (二) 答ノ素因数ヲ掛ケ合セテ驗算ヲ行ヒ, 其正シキコトヲ確ムベシ(諸算ニテヨシ).

(三) 或整数ガ餘リニ大ナラザレバ, 直ニ如何ナル約数ヲ有スルカ, 或ハ如何ナル素因数ノ積ノ式ニ分解セラルベキカヲ知ルコトハ, 各種ノ計算ニ熟達スル基本トナルモノナリ.

[例題] 次ノ各数ヲ素因数ニ分解セヨ.

28 54 84 105 252 287 1323 2662 5313

[例二] 次ノ各数の總テの約数を求む.

(一) a^5 , (二) 16 (三) 27 (四) 16×27 (五) 180

【解】 (一) a^5 ノ總テノ約数ハ $1, a, a^2, a^3, a^4, a^5$
(二) $16 = 2^4$,, $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4$
(三) $27 = 3^3$,, $1, 3, 3^2, 3^3$

(四) $16 \times 27 = 2^4 \times 3^3$ 故 $= (1, 2, 2^2, 2^3, 2^4)$ ト $(1, 3, 3^2, 3^3)$

トノ一ツノ組ノ數ト、他ノ組ノ數トヲ掛ケテ

答 $\left\{ \begin{array}{l} 1 \ 2 \ 2^2 \ 2^3 \ 2^4; \ 3 \ 2.3 \ 2^2.3 \ 2^3.3 \ 2^4.3; \\ 3^2 \ 2.3^2 \ 2^2.3^2 \ 2^3.3^2 \ 2^4.3^2; \ 3^3 \ 2.3^3 \ 2^2.3^3 \ 2^3.3^3 \ 2^4.3^3 \end{array} \right.$

(五) $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \therefore (1, 2, 2^2)$ ト $(1, 3, 3^2)$ ト $(1, 5)$ ト

ノ一ツノ組ノ數ト他ノ二組ノ數トヲ掛ケ合セテ

答 $\left\{ \begin{array}{l} 1 \ 2 \ 2^2; \ 3 \ 2.3 \ 2^2.3; \ 3^2 \ 2.3^2 \ 2^2.3^2 \\ 5 \ 2.5 \ 2^2.5; \ 3.5 \ 2.3.5 \ 2^2.3.5; \ 3^2.5 \ 2.3^2.5 \ 2^2.3^2.5 \end{array} \right.$

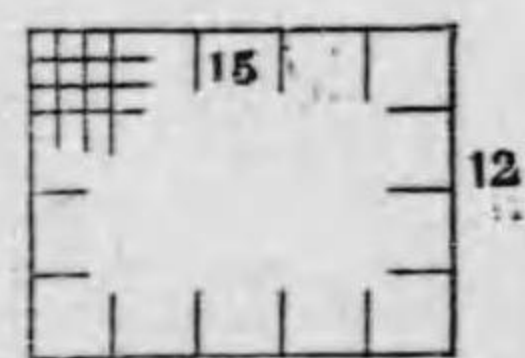
【注意3】 a^3b^2c ノ總テノ約數ハ $(1+a+a^2+a^3) \times (1+b+b^2) \times (1+c)$ ノ展開式ノ總テノ項ナリ。

【例題】 次ノ各數ニ就テ、其總テノ約數ヲ求ム。

(一) 2^4 (二) 5^4 (三) 10000 (四) 144 (五) a^2b^2c

【例三】 一邊ガ一寸ナル正方形ノ板ヲ如何ニ列ベ合スレバ、其面積ガ 180 平方寸ナル矩形トナルベキカ。

【解】 180 ノ總テノ約數 (前例(五))
ノ中、積ガ 180 トナルモノヲ二ツツ
ツ組ミテ



答 $\left\{ \begin{array}{l} \text{(其(横ト縦ト)ノ板ノ數ハ (1, 180) (2, 90) (4, 45)} \\ (3, 60) (6, 30) (12, 15) (9, 20) (18, 10) (36, 5) \end{array} \right.$

【例題】 1. 前例ノ列ベ方ノ中、周圍ノ最小ナルモノヲ求ム。

2. 一寸平方ヲ如何様ニ列ベ合スレバ、其面積ガ 72 平方寸ナル矩形トナルベキカ。

【注意4】 生徒諸子ハ各自、卷末ノ附録問題ニヨリテ、本節ノ練習ヲ補フガヨシ。

34. 代數式ノ因數分解法(其一)

$AN - BN + CN = N(A - B + C)$ (因數分解公式) [1]

【説明】 (一) $AN - BN + CN$ ハ $A \times N$ ト $-B \times N$ ト $C \times N$ トノ三ツノ部分積ノ和ナルユエ、 N ニテ括リテ、 $N(A - B + C)$ トシタルナリ。答ハ N ヲ第一因數トシテ最初ニ置クガ普通ナリ。(二) 公式ノ左邊ハ N ニ就テ同類項トモ考ヘラルルユエ、其係數ノ和 $(A - B + C) = N$ ヲ掛ケタルナリ。(三) 右邊ヲ展開スレバ左邊ト一致スルヲ見テモ明カナリ。

【驗算】 因數分解法ノ結果ハ、展開シテ原式ニ比較シ、或ハ文字ニ適宜ノ數值ヲ代入シテ驗スベシ。

【注意1】 公式ニ於テ A, B, C, N ハ各一ツノ單項式或ハ一ツノ多項式ニテモ可ナリ。

A-B+C ノ如ク, 因數ニ分解スルコト能ハザル式ヲ素式或ハ既約なる式トイフ.

[例一] (一) $3a^2b^3c - 6ab^2c^2 = 3ab^2c(ab - 2c^2)$ 答

(二) $3a^2(x^2 - xy) - b^2(x^2 - xy) = (x^2 - xy)(3a^2 - b^2)$
 $= x(x - y)(3a^2 - b^2)$ 答

(三) $4(a^2b - ab^2)^2 = 4[ab(a - b)]^2 = 4a^2b^2(a - b)^2$ 答

[例二] $ax + by + bx + ay$ ヲ因數ニ分解スルコト.

解 (一) $(ax + by) + (bx + ay)$ 此種ノ方ハ宜シ

カラズ $x(a+b) + y(b+a) = (x+y)(a+b)$

(二) $(ax + bx) + (by + ay) = x(a + b) + y(a + b)$
 $= (a + b)(x + y)$ 答

(三) $(ax + ay) + (by + bx) = a(x + y) + b(x + y)$
 $= (x + y)(a + b)$ 答

【注意2】 例二ノ分解法ヲ部分分解法トイフ. 四ツノ項ヨリ成レル式ヲ二項ヅツ二組ニ分ツ仕方ハ上ノ如ク三通リアリ.

【注意3】 例ヘバ或數 a ニ其五倍ヲ加ヘタルモノヲ加法ノミニテ求ムルニハ, 其數ヲ六ツ取リテ加ヘ合スベシ. $a + 5a = (1 + 5)a$, $a + na = (1 + n)a$

問題第二十六集

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

1. $6a + 6b$ $5x - 5y$ $ax + ay$ $12a - 18b$ $ax - x$

2. $3x - 3$ $ax - a$ $a^2 - a$ $x^2 + x$ $ax - 2ay + 3az$

3. $8acx - 6acy - 10az$ $14anx - 21bny - 7n$ $63xy - 84y^2$

4. $2x(3p - q) - (3p - q)$ $m(3p - q) - 3p + q$ $n(x + y) - x - y$

5. $x^2 + ab + ax + bx$ $(x^2 + xy) - (yz + xz)$ $6x^2 - 9ax + 2bx - 3ab$

6. $6x^2y^3z - 3xy^2z^2$ $(12x^2y - 8xy^2)^2$ $x^2(a^2 - ab) - xy(a^2 - ab)$

7. $(x - y)(3a + 4b) - (4a - 5b)(x - y) + (x - y)(2a - 8b)$

$x = 3, y = a = b = 1$ トシテ驗セ.

8. (一) $444x - 259y + 185z$ ノ各項ニハ 37 ナル公約數アルコトヲ知リテ, 之ヲ因數ニ分解セヨ(文字ヲ皆 1 トシテ驗セ).

(二) $36x - 48y$ $60a + 90b - 135z$ $357x - 391a$

9. $a(x^2 + 5x + 6) - b(x^2 - 3x - 18) = (x + 3)\{ \}, \{ \}$ ヲ求ム.

10. 三ツノ矩形甲, 乙, 丙アリ, 其横ノ長サハ何レモ N (米) ニシテ, 其縦ノ長サ (米), 甲ハ A , 乙ハ B , 丙ハ C ナル時, 甲丙ノ面積ノ和ト乙ノ面積トノ差ヲ求ム (圖ヲ畫ケ).

補習問題

11. $20ax - 35bx - 40x^2$ $a(x-y) - b(x-y)$ $n(2x-3y) - 5(2x-3y)$
12. $n(x-y) - x + y$ $2(x-1)^2 - 3(1-x)$ $ab(x^2+y^2) + xy(a^2+b^2)$
13. $ax^2 + 1 + ax + x$ $(2a-b)^2 + 4ax - 2bx$ $272u - 452v$
14. $2x(3p-q) + (q-3p)$ $m(3p-q) + 2q - 6p$ $6a(2a^2b + 2ab^2)^2$
15. $ax - bx + cx + ay - by + cy$ $91x^2 - 112mx + 65nx - 80mn$
16. $7(a-2b)(2x-3y) - 5(a-2b)(3x-4y)$ $4x^2(a^2+ab) - by^2(a^2+ab)$
文字ヲ皆1トシテ驗セ.
17. 甲、乙、丙、丁四ツノ矩形アリ、其横、縦ノ長サヲ表ス數(間)ガ
甲ハ (a, x) 、乙ハ (b, y) 、丙ハ (b, x) 、丁ハ (a, y) ナルモノノ面積ノ
和ヲ求ム(圖ヲ畫ケ).

割リ算ニヨリテ次(18-20)ノ分解ヲ完成セヨ.

18. $x^2 - 7x + 12 = (x-3)(\quad)$ $9x^2 - 12x + 4 = (3x-2)(\quad)$
19. $210x^2 + 299x - 32 = (21x+32)(\quad)$ $3x^3 + 4x^2 - 5 = (x-1)(\quad)$
20. $2x^3 - 3x - 1 = (x-1)(\quad)$ $a(1-x^3) + b(1-x^2) = (1-x)\{ \quad \}$

35. 乗法の公式

本節ニ於テ論ズル事柄ハ因數分解法ノ豫備トシテ肝要ナリ.

$$\begin{aligned} (A+B)(X+Y) &= AX + (BX+AY) + BY \\ (A+B)(X-Y) &= AX + (BX-AY) - BY \\ (A-B)(X+Y) &= AX - (BX-AY) - BY \\ (A-B)(X-Y) &= AX - (BX+AY) + BY \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} (A+B)(X+Y) \\ (A+B)(X-Y) \\ (A-B)(X+Y) \\ (A-B)(X-Y) \end{aligned}} \right\} \text{乗法公式[1]}$$

[1] 二つの二項式の積の展開式
の中間項 $(BX+AY)$ は、中項の積 (BX)
と外項の積 (AY) との和なり.

	X	Y
A	AX	AY
B	BX	BY

【注意1】 此等ノ公式及法則ハ何遍モ復唱シ、
其活用ニ圓熟スベシ。A、B、X、Yトシタル處ハ
如何ニ複雑ナル式ニテモヨシ。積ノ初項ト末項
トハ第23節注意2ニヨリテ知レル處ナリ.

【例題】 次ノ各ハ先ヅ式ヲ書キ取リテ後、直ニ
其展開式ヲ書キ下スベシ.

1. $(a+b)(x+y)$ $(a-b)(x+y)$ $(-a+b)(x-y)$
2. $(m+n)(p-q)$ $(2m-3n)(4p-5q)$ $(3x-2y)(-2x+3y)$
3. $(a-5m)(a+3n)$ $(7x-3)(5x-4)$ $(7a-5b)(6a+5b)$
4. $(x+3)(x+3)$ $(7x+5)(7x+5)$ $(a-b)(a-b)$
5. $(100-1)(100-2)$ $(50-2)(50-3)$ $(50-4)(50-4)$
6. $(2-7n)(5-7n)$ $(x+3y)(x-5y)$ $(2a-5b)(2a+7b)$
7. $(y-z)(z-x)$ $(3x-1)(-x+3)$ $(2x+y)(x+2y)$
8. $(5x-6)(5x+3) + (3x-7)(2x+3) + (2x-1)(x+1)$
9. $(ax+b)(cx+d)$ $(ax+by)(cx+dy)$ $(3x-5y)(4x+7y)$

次ノ公式ハ上ノ公式ノ特別ナル場合ナリ.

$$(X+A)(X+B) = X^2 + (A+B)X + AB$$

$$\left. \begin{aligned} (x+a)(x-b) &= x^2 + (a-b)x - ab \\ (x-a)(x+b) &= x^2 - (a-b)x - ab \\ (x-a)(x-b) &= x^2 - (a+b)x + ab \end{aligned} \right\} \dots\dots [2]$$

[例題] 次ノ各式ヲ展開セヨ.

- $(x+5)(x+2)$ $(x+5)(x-2)$ $(x-5)(x+2)$ $(x-5)(x-2)$
- $(x+5)(x+8)$ $(x+5)(x-8)$ $(x-5)(x+8)$
 $(500-1)(500-3)$
- $(x-1)(x-2) + (x-2)(x-3) + (x-1)(x-3)$
- $(3x-5)(3x+5)$ $(2y+5)(2y+5)$ $(cx-n)(cx+n)$
- 1ヨリ4ニ至ル各題ノ式ノ x ノ一次ノ項ノ係數ヲ求ム.

$$\left. \begin{aligned} (A+B)^2 &= (A+B)(A+B) = A^2 + 2AB + B^2 \\ (A-B)^2 &= (A-B)(A-B) = A^2 - 2AB + B^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots [3]$$

$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2 \dots\dots [4]$$

[3] 二つの數の和の平方の展開式は各數の平方と, 其二數の積の二倍との和より成る(二項定理).

[4] 二つの數の和と其差との積は, 各數の平方の差に等し.

247(10+10) = 247(20)

[注意2] $(-a+b)(a+b) = -a^2 + b^2$
 $(-a-b)(+a-b) = -a^2 + b^2$

[例題] 次ノ各式ノ展開式ヲ直ニ書キ下セ.

- $(x+3)^2$ $(7x+5)^2$ $(3a+2b)^2$ $(a+\frac{1}{2})^2$ $(\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}y)^2$
- $(a-b)^2$ $(x-7)^2$ $(3a-4)^2$ $(6x-5y)^2$ $(1-x)^2$
- $(m-n)(m+n)$ $(a+b)(a-b)$ $(2x-9)(2x+9)$
 $(3a+1)(3a-1)$
- $(100-1)^2$ $(50+3)(50-3)$ 53×47 53^2 65^2
- $(-2a-1)(2a-1)$ $(a-b)(b-a)$ $(-a+b)^2$ $(-\frac{1}{2}+2x)^2$
- 正方形ノ一邊ヲ a 尺延バシ, 他ノ一邊ヲ a 尺縮メテ矩形ヲ作レバ, 其面積何程減ルベキカ, 又其周ハ如何.

多項式の平方

$$(x+y+z+u)^2 = x^2 + 2xy + 2xz + 2xu + y^2 + 2yz + 2yu + z^2 + 2zu + u^2 \dots\dots [5]$$

原式ヲ $x^2 + 2x(y+z+u) + (y+z+u)^2$ トシテ展開シタルナリ.

[例一] (-) $(2a-5b-3c)^2$

$$= 4a^2 - 20ab - 12ac + 25b^2 + 30bc + 9c^2$$

答 $4a^2 - 20ab - 12ac + 25b^2 + 30bc + 9c^2$

$$\begin{aligned} \text{(二)} \quad & \left. \begin{aligned} & (a-b+c-d)^2 \\ & = a^2 - 2ab + 2ac - 2ad \\ & \quad + b^2 - 2bc + 2bd \\ & \quad + c^2 - 2cd \\ & \quad + d^2 \end{aligned} \right\} \text{答} \end{aligned}$$

[例題] 1. $(2a-5b+3c)^2$ $(x^3-x^2+x-1)^2$
2. $[(x+1)^2]^2$ $(2x-1)^4$ $(x^2+x-1)^2 + (x^2-x+1)^2$

$$\begin{aligned} \text{[例二]} \quad \text{(一)} \quad & \left. \begin{aligned} & (a-b+c-d)(a+b-c-d) \\ & = a^2 - 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2 \end{aligned} \right\} \dots [6] \\ \text{(二)} \quad & \left. \begin{aligned} & (a-b+c-d)(a+b-c+d) \\ & = a^2 - b^2 + 2bc - 2bd - c^2 + 2cd - d^2 \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

[説明] (一) $\{(a-d)-(b-c)\} \times \{(a-d)+(b-c)\}$ 故
 $= (a-d)^2 - (b-c)^2$ トシテ展開シタルナリ.

(二) $\{a-(b-c+d)\} \times \{a+(b-c+d)\}$ 故 $= a^2 - (b-c+d)^2$
トシテ展開シタルナリ.

此等ハ公式トシテ諳記スベシトイフニアラズ.
いつも斯様に考へて結果を直に書き下すべき
ことヲ注意スルモノナリ.

[例題] 次ノ各式ノ展開式ヲ求ム.

1. $(x+y+z)(x-y-z)$ $(x-y+z)(x+y-z)$
 $(x-y+z)(-x+y-z)$
2. $(a-b+c+d)(a-b-c+d)$ $(-a-b+c+d)(a+b-c+d)$

3. $(x-y)^2(x+y)^2$ $(3x^2-xy+2y^2)(3x^2+xy+2y^2)$
4. $(x^2-x+1)^2(x^2+x+1)^2$ $(x^3+2x^2+3x+1)(x^3-2x^2+3x+1)$
 $(x+a)(x+b)(x+c)$
 $= x^3 + (a+b+c)x^2 + (bc+ca+ab)x + abc$
 $(x-a)(x-b)(x-c)$
 $= x^3 - (a+b+c)x^2 + (bc+ca+ab)x - abc$ } ... [7]

[例題] 1. $(x+1)(x+2)(x+5) = x^3 + 8x^2 + 17x + ()$,
()ヲ求ム.

2. $(x-1)(x-3)(x-4) = x^3 - ()x^2 + 19x - ()$,,
3. $(x-1)(x-2)(x+a) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$, a ヲ求ム.
4. $(x+1)(x-1)(x+3) = x^3 + ()x^2 - ()x - 3$, ()ヲ求ム.
5. (一) 公式[7]ノ中ノ a, b, c ガ皆 n ナレバ如何.
(二) $(x+y)^3$ $(x-y)^3$ $(x+3)^3$ $(x-2)^3$ ヲ展開セヨ.
6. $(x+a)(x+b)(x+c)$
 $= x^3 + (a+b+c)x^2 + \left(\frac{abc}{a} + \frac{abc}{b} + \frac{abc}{c}\right)x + abc$
 $(x+1)(x+2)(x+3)$ $(x-2)(x-2)(x-3)$ ヲ展開セヨ.

問題 第二十七集

次ノ各式ヲ展開セヨ.

1. $(2x+1)(x+2) + (3x-1)(-x+3) + (x-3)(3-x)$

2. $(x+3)(x+5)-(2x+7)(2x-3)+(4x-3)(2x+3)$
 3. $(x^2+x-1)^2+(x^2-x+1)^2+(x^2-x-1)^2$
 4. $(a-b-c-d)(a-b-c+d)-(a-b+c+d)(a+b+c-d)$
 5. $(x+1)(x-3)(x-4)=x^3-(\quad)x^2+5x+(\quad)$, (\quad) ヲ求ム.
 6. $(x+1)(x+3)(x+5)+3=(x+2)(\quad)$,,

補習問題

7. $(a+b+c+d)^2$ $(a^2+ab-2b^2)(a^2-ab+2b^2)$
 8. $(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)$
 9. (一) $(31416)^2$ (二) $(31x^3+416)^2$ (三) $(314x^2+16)^2$ ノ各ヲ展開シ,
 且 $x=10$ トシテ三ツノ數値ヲ比ベヨ.
 10. $(5x+2)(5x-3)$ $(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y)(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y)$ $(x^2+x+2)(x^2+x-3)$
 11. $(-2x+3)(-2x+5)$ $(2x^2-3x-4)^2$ $(x-y)^2(x^2+2xy+y^2)$
 12. $(a-b)(x+a)(x+b)+(b-c)(x+b)(x+c)+(c-a)(x+c)(x+a)$
 13. $(x+1)(x-2)(x+5)=x^3+(\quad)x^2-(\quad)x-10$, (\quad) ヲ求ム.
 14. $(x+2)(x+3)(x+4)+6=(x+5)(\quad)$,,
 15. 105×95 212×188 312×288 4030×397
 16. (十九) $a+b=x$ ならば $(nx+a)(nx+b)=n(n+1)x^2+ab$ ニヨリテ次ノ各ヲ求ム ($x=10$ ノ場合).
 (一) 32×38 35×35 54×56 64×66 73×77
 (二) 45×45 55×55 65×65 355×305 875×825 1275×1225

36. 因數分解法(其二)

$$X^2+(A+B)X+AB \\ = (X+A)(X+B)$$

$$x^2+(a-b)x-ab=(x+a)(x-b) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{(因數分解公式).....[2]}$$

$$x^2-(a-b)x-ab=(x-a)(x+b)$$

$$x^2-(a+b)x+ab=(x-a)(x-b)$$

[例一] (一) $x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$ 答

(二) $x^2+4xy-12y^2=(x+6y)(x-2y)$ 答

(三) $x^2-8xz-20z^2=(x-10z)(x+2z)$ 答

(四) $x^2-(c+5)x+5c=(x-c)(x-5)$ 答

[説明] (一) (x^2+5x+6) ハ $6(=2 \times 3)$ ト, $5(=2+3)$

トヲ見較ベテ答ヲ $(x+2)(x+3)$ トセリ. 驗算して

原式を得.

(二) $(x^2+42xy-12y^2)$ ハ $12(=6 \times 2)$ ト, $4(=6-2)$ ト

ヲ見較ベ

(三) ハ $20(=10 \times 2)$ ト, $-8(=-10+2)$ トヲ見較ベ

(四) ハ $5c(=5 \times c)$ ト $(c+5)$ トヲ見較ベテ求ム.

[例題] 次ノ各式ヲ積ノ式ニ變形セヨ.

1. x^2+6x+8 x^2-6x+8 $a^2-7ab+10b^2$

2. $x^2+6x-16$ $x^2-6xz-27z^2$ $a^2-7a\frac{b}{n}-30\frac{b^2}{n^2}$
3. $x^2-(m-n)x-mn$ $x^2+(m-n)x-mn$ $x^2+5x\frac{y}{2}+6\frac{y^2}{4}$
4. $x^2-cx-6c^2$ $-2ax^2-6ax+6a$ $(x+10)x+24$
5. $x^2+\frac{7}{5}x+\frac{12}{25}$ $x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}x^2-3x+6=\frac{1}{3}(\quad)(\quad)$
6. x^2+4x+4 $x^2-12xy+36y^2$ $a^2x^2-24ax+144$
7. $9x^2+33x-60$ $100x^2+30x-10$ $16x^2+4x-12$

[例二] (一) $4x^2+16x+15=(2x)^2+8(2x)+15$
 $= (2x+3)(2x+5)$ 答

(二) $36x^2+78x+36=(6x)^2+13(6x)+36$
 $= (6x+4)(6x+9)=6(3x+2)(2x+3)$ 答

(三) $6x^2+13x+6=\frac{1}{6}\{(6x)^2+13(6x)+6\times 6\}$
 $=\frac{1}{6}(6x+4)(6x+9)=(3x+2)(2x+3)$ 答

(四) $24x^2-29x-4=\frac{1}{24}\{(24x)^2-29(24x)-4\times 24\}$
 $=\frac{1}{24}(24x-32)(24x+3)=(3x-4)(8x+1)$ 答

規則 ax^2+bx+c が $\frac{1}{a}(ax+m)(ax+n)$ といふ形に括られたる時は $a\times c$ は $m\times n$, b は $m+n$ なり.

- [例題] 1. $4x^2+20x+21$ $9x^2+21x+10$ $2x^2+3x+1$
2. $2(2x^2+5x+2)$ $6x^2-13x+6$ $24x^2+29x-4$
 3. $2x^2+5x+2$ $3x^2-5x+2$ $10x^2-13x-3$
 4. $4x^2+6x-4$ $9x^2+21x-18$ $16x^2+4x-12$

5. $3x^2-25x+28$ $5x^2+3x-14$ $4x^2+12x+9$

6. $4a^2-12ab+9b^2$ $ax^2-5ax+6a$ $4x^2-12xy+9y^2$

[例三] (一) $8x^2+22x+15=(2x+3)(4x+5)$ 答

(二) $15x^2+x-6=(3x+2)(5x-3)$ 答

[説明] (一) 先づ $(2x+a)(4x+b)$ を考へ, $a\times b$ と 15 と, $(4a+2b)$ と 22 とを見較べて $(2x+3)(4x+5)$ を得.

(二) 先づ $(3x\pm a)(5x\pm b)$ を考へ, $a\times b$ と 6 と, $(5a-3b)$ と 1 とを見較べて $(3x+2)(5x-3)$ を得.

[例題] 1. $8x^2+34x+15$ $8x^2+23x+15$ $8x^2+26x+15$

2. $15x^2-x-6$ $15x^2+13x-6$ $15x^2-9x-6$

3. $3x^2-10x+3$ $4x^2-4ax+a^2$ $\frac{1}{4}x^2-3xy+9y^2$

$A^2+2AB+B^2=(A+B)^2$
 $A^2-2AB+B^2=(A-B)^2$ } (因數分解法公式) . . [3]

$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$ [4]

[例題] 此等ノ公式ヲ言葉ニ翻譯セヨ.

[例四] (一) $4x^2+12x+9=(2x+3)(2x+3)$ 答

(二) $4x^2-20xy+25y^2=(2x-5y)(2x-5y)$ 答

(三) $36x^2-25y^2=(6x+5y)(9x-5y)$ 答

(四) $-4x^2+12x-9=-(4x^2-12x+9)$
 $=-(2x-3)(2x-3)$ 答

(五) $-ay^2 + 9ax^2 = a(9x^2 - y^2) = a(3x+y)(3x-y)$ 答

【驗算】 答を展開すれば何れも原式に一致す。

[例題] 1. $4 + 12z + 9z^2$ $4a^2 - 20ab + 25b^2$ $9x^2 - 16y^2$

2. $x^2 - 9$ $5x^2 - 20$ $4x^2 - 9y^2$ $a^2x^2 - 4y^2$ $3x^4 - 48$

3. $-3x^2 + 12x - 12$ $5a^2 - 10ab + 5b^2$ $\frac{1}{2}a^2 + ab + \frac{1}{2}b^2$

4. $4ax^2 - 12ax + 9a$ $4a^2b^2 - 8a^3b^3 + 4a^2b^4$

5. $x^4 + z^4 - 2x^2z^2$ $1 - 4x^2 + 4x^4$ $x^2 + xy + \frac{1}{4}y^2$

6. $95^2 - 5^2$ $632^2 - 368^2$ $64^2 + 73^2 - 36^2 - 27^2$ ヲ計算セヨ。

7. $x^2 + z^2 - 2xz - 25$ $4x^4 + 4x^2 - 8$ $-8x^2 - 4x^4 - 4$

8. $x^3 - 4x$ $9x^3 - 4xy^2$ $x^4 - y^4$ $8ax^2 - 18a^3$

平方に括ること

[例五] 次ノ各式ヲ平方ニ括ルコト

(一) $x^2 + 5x + 6$ (二) $3x^2 - 5x + 2$

(一) $x^2 + 5x + 6 = x^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6$
 $= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 答

(二) $3x^2 - 5x + 2 = \frac{1}{12}[36x^2 - 5 \cdot 12x - 24]$ } [5]
 $= \frac{1}{12}\{(6x)^2 - 2.5 \cdot (6x) + 25 - 1\}$
 $= \frac{1}{12}(6x - 5)^2 - \frac{1}{12}$ 答

【説明】 (一) $x^2 + 5x$ ニ

着眼シテ, 之ニ $\left(\frac{5}{2}\right)^2$ ヲ加フレ

バ $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2$ トナルユエ (乙圖參

照), 原式ノ値ガ變ラヌ様ニ加

ヘタルダケ引キ, 次ニ $-\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6$ ヲ計算シテ $-\frac{1}{4}$

トナセリ。

(二) $3x^2$ ニテハ不便ナルユエ, 4×3 ヲ各項ニ

掛ケ, 且値ガ變ラヌ様 $\frac{1}{12}$ ヲ掛ケタルナリ。 4×3 ヲ

掛クレバ一次ノ項ガ $-2.5 \cdot (6x)$ トナルユエ, 便利ナ

リ。此方法ニテ (一)ヲ解ケバ

$$x^2 + 5x + 6 = \frac{1}{4}\{(2x)^2 + 2.5 \cdot (2x) + 24\} = \frac{1}{4}\{(2x + 5)^2 - 1\}$$

$$= \frac{1}{4}(2x + 5)^2 - \frac{1}{4}$$
 答

【注意1】 與へられたる式を斯様に變形するこ

とを平方に括るトイフ。 (一)ノ答ノ式ノ $-\frac{1}{4}$, (二)

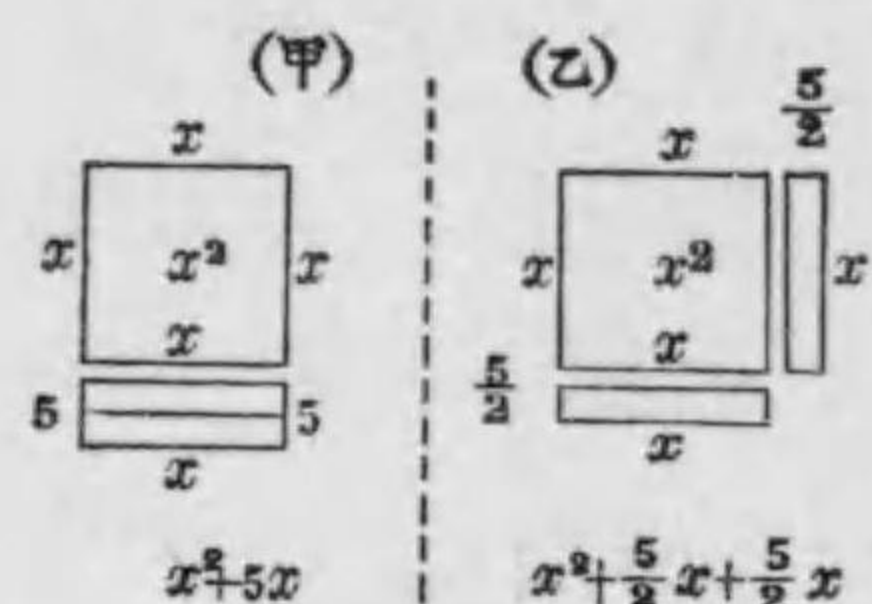
ノ $-\frac{1}{12}$ ヲ各平方剩餘トイフ。例四ノ次ノ例題

3ノ諸式ノ如ク, 答ガ $-3(x-2)^2$, $5(a-b)^2$, $\frac{1}{2}(a+b)^2$ ナ

ドノ様ニ平方ニ括リテ剩餘無キ式ヲ完全平方式

ト呼ビテ, 剩餘アル場合ト區別ス。即チ此時ハ係

數 $-3, 5, \frac{1}{2}$ 等ハ顧ミザルモノトス。



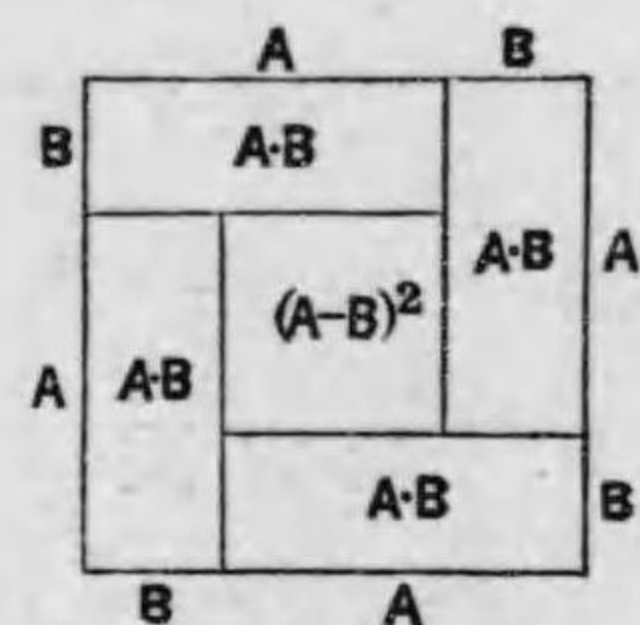
例へバ $x^2+5x+6=(x+\frac{5}{2})^2-\frac{1}{4}$ ナルコトガ分レバ
 (原式) $= (x+\frac{5}{2}+\frac{1}{2})(x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2})=(x+2)(x-3)$. ナル
 コトガ分ル.

[例題] 次ノ各式ヲ平方ニ括レ.

1. x^2+4x+7 x^2-6x-9 $x^2-20x-20$
2. $3x^2-10x+2$ $9x^2-15x+2$ $3x^2-8y-2y^2$

$$(A+B)^2-(A-B)^2=4AB \dots \dots \dots [6]$$

[例題] 1. 公式 [6] ヲ兩邊ヲ
 更迭シ, 或ハ移項スル等ニヨ
 リテ都合六通りニ書き表シ,
 且各ヲ言葉ニ翻譯セヨ.



2. $(a+b)^2-4ab$ $(a-b)^2+4ab$ $(a^2-1)^2+4a^2$
3. $(x+2)^2-(x-2)^2$ $(x^2-x+1)^2-(x+x-1)^2$ $(a+x)^4-(a-x)^4$
4. $(x^2+y^2)^2-4x^2y^2$ $(5n-4p)^2+4.5n.4p$ $4pq-(p+q)^2$
5. $ab=(\frac{a+b}{2})^2-(\frac{a-b}{2})^2$ ニヨリテ, 次ノ各ヲ求ム.
 (一) 64×36 54×46 72×68 394×406
 (二) $x > y > n > 0$ スレバ $(x+n)(y-n)$ ト xy トハ何レ
 ガ大ナルカ.
6. 二數ノ和ガ 100 ニシテ, 其積 2304 ナレバ, 其
 差幾許.

[例六] (一) $a^4+a^2b^2+b^4$

$$=(a^2+b^2)^2-a^2b^2$$

$$=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$$

(二) $a^4-5a^2b^2+4b^4=(a^2-2b^2)^2+a^2b^2$

$$=(a^2+ab-2b^2)(a^2-ab-2b^2)$$

$$=(a+2b)(a-b)(a-2b)(a+b)$$

(三) $a^4-5a^2b^2+4b^4=(a^2-b^2)(a^2-4b^2)$

$$=(a+b)(a-b)(a+2b)(a-2b)$$

[7]

[例題] 1. x^4+x^2+1 $x^4+a^2x^2+a^4$ $a^4+4a^2x^2+16x^4$

2. x^4-10x^2+9 x^4-13x^2+36 x^4-15x^2+36

3. $x^4-3x^2y^2+y^4$ $x^4-34x^2y^2+64y^4$ $a^4-6a^2b^2+9b^4$

37. $a^3 \pm b^3$ の因數分解法 (其三)

[例一] (一) $\frac{1-x^3}{1-x}=1+x+x^2$ (二) $\frac{1+x^3}{1+x}=1-x+x^2$

(三) $\frac{a^3-b^3}{a-b}=a^2+ab+b^2$ (四) $\frac{a^3+b^3}{a+b}=a^2-ab+b^2$

$$\left. \begin{aligned} a^3-b^3 &= (a-b)(a^2+ab+b^2) \\ a^3+b^3 &= (a+b)(a^2-ab+b^2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots [8]$$

[8] 二つの數の立方の和(或は差)は, 底數の和(或は差)を因數とする積の式に變形せらる.

[例二] (一) $x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$ 答

(二) $x^3 + 8y^3 = (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$ 答

【注意】 $-a^3 + b^3 = (b - a)(a^2 + ab + b^2)$

或ハ $-a^3 + b^3 = -(a^3 - b^3) = -(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

【例題】 1. $8 - x^3$ $x^3 + y^3$ $8x^3 + y^3$ $x^3 - 27y^3$

2. $16 - 2z^3$ $x^4 - x$ $3x^4 - 24x$ $4x^3y + 32y^4$

3. $(a^3 - b^3) + (a - b)$ $(a^3 - b^3) - (a - b)^3$ $(a + b)^3 - (a - b)^3$

4. $a^3 + 8 + 6a(a + 2)$ $x^3 - 1 - 3x(x - 1)$

5. $(a + b)^3 - a^3$ $(a - b)^3 + b^3$ $a^3 - (a - b)^3$ $(x + y)^3 - (x^3 - y^3)$

6. $1 - x^3$ $1 + x^3$ $1 - x^5$ $a^5 + b^5$ $a^7 - b^7$ $a^3 - a + b - b^3$

【例三】 (一) $x^6 - y^6 = (x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$

$= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$ } ... [9]

(二) $x^6 - y^6 = (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$

$= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$ (前節[7])

【例題】 $a^6 - 64b^6$ $1 - a^6$ $x^6 + y^6$ $\frac{4}{3}x^6 - \frac{9}{2}y^6$

【例四】 $x^3 + 3x^2 - x - 3$ の約數を求めて括り出せ.

【解】 與式ノ末項 -3 の總ての約數ハ $1, -1, 3, -3$ ナリ, $x = 1$ ヲ代入スレバ $1 + 3 - 1 - 3 = 0$

\therefore (原式) $= (x - 1)(x^2 + 4x + 3)$

$= (x - 1)(x + 1)(x + 3)$ 答

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x + 3 \\ x - 1 \overline{) x^3 + 3x^2 - x - 3} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ 4x^2 - x \\ \underline{4x^2 - 4x} \\ 3x - 3 \\ \underline{3x - 3} \\ 0 \end{array}$$

【説明】 $x^3 + 3x^2 - x - 3 = (x + a)(x^2 + \dots)$ ナル形ヲ考フレバ a ハ -3 ノ約數ナルベキコトガ分ル。而シテ $x - 1$ ガ原式ノ約數ナルコトヲ見テ (第25節), 之ヲ括リ出シタルナリ.

【例題】 $x^3 - 2x + 1$ $x^3 + 4x^2 - 5$ $x^3 + 4x^2 - 7x - 10$

38. 式の數値に就て

今本節ニ於テ因數分解法ノ應用セララルル二三ノ例ヲ示サントス.

【例一】 面積ガ a^2 ト b^2 トナルニツノ正方形ノ面積ノ平均 $\frac{(a^2 + b^2)}{2}$ ト, 面積ガ ab ナル矩形トハ, 何レが大ナルカ.

【解】 $\frac{1}{2}(a^2 + b^2) - ab = \frac{1}{2}(a - b)^2$ 或ハ $\frac{1}{2}(b - a)^2 = \text{シ}$ テ常ニ正ナルヲ以テ (第14節[2])

$\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$ は ab より大なり [$a \neq b$].

若シ $a=b$ ナレバ $\frac{1}{2}(a^2+b^2)$ ト ab トノ差ハ0ナルヲ以テ, 此ニツノ式ハ相等シ.

[例題] (一) $2x^2+2y^2=(x+y)^2$ ナルトキ

(二) $x^2+y^2=(x+y)^2$ ナルトキ, x, y ノ此等ノ關係式ヲ成ルベク簡單ニセヨ.

[例二] $4x+48(=A)$ ト, $20x-x^2(=B)$ トノ數値ハ何レガ大ナルカ.

[解] $A-B=4x+48-(20x-x^2)\dots\dots\dots(1)$

$=x^2-16x+48=(x-12)(x-4)\dots\dots(2)$

(一) x ガ 12 ヨリ小ニシテ, 且 4 ヨリ

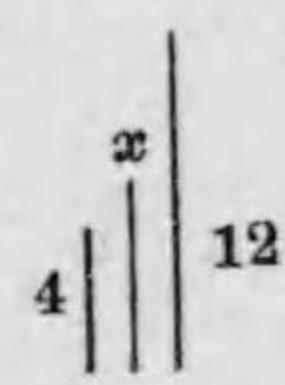
大ナレバ, 此値(2)ハ負ノ數トナル.

故ニ $4 < x < 12$ ナレバ $A < B$

(二) 其他ノ場合 $x < 4$ ナルカ, 或ハ $x > 12$ ナレバ $A > B$ ナリ.

(三) 但シ $x=4$, 或ハ $x=12$ ナレバ $A=B$ ナリ.

[注意1] 例一ノ $\frac{1}{2}(a^2+b^2)-ab=\frac{1}{2}(a-b)^2$, 例二ノ $x^2-16x+48=(x-12)(x-4)$ ノ如ク, 一ツノ式ハ之ヲ因數ニ分解スレバ其性質ガヨク分ル. 例二ニヨレバ二次方程式 $4x+48=20x-x^2$ ノ根ハ 4 ト 12 トナリ.



[例三] $\frac{3x^2-3}{x^3+4x^2+x-6}$ ヲ簡單ニスルコト.

[解] [與式] $=\frac{3(x+1)(x+1)}{x^3+4x^2+x-6}$
 $=\frac{3(x+1)}{x^2+5x+6}=\frac{3(x+1)}{(x+2)(x+3)}$ 答

$$\begin{array}{r} x^2+5x+6 \\ x-1 \overline{) x^3+4x^2+x-6} \\ \underline{x^3-x^2} \\ 5x^2+x \\ \underline{5x^2-5x} \\ 6x-6 \\ \underline{6x-6} \\ 0 \end{array}$$

斯様ニ分母ヲ括リ置ケバ既約分數ナルコトガヨク分ル.

[例四] 矩形ノ地面アリ, 其周圍60間ナリ, 其面積(s坪)ヲ表ス式ヲ平方ニ括ルコト.

[解] (一) 横縦ヲ x 間, $(30-x)$ 間トスレバ

$s=x(30-x)=-\{x^2-30x+15^2-15^2\}$
 $=225-(x-15)^2\dots\dots(前節例五)\dots\dots(1)$

(二) 或ハ横, 縦ノ長サヲ $(15+z), (15-z)$ トスレバ

$s=(15+z)(15-z)=225-z^2\dots\dots(2)$

[注意2] 斯様ニ式ヲ平方ニ括リ置ケバ, 例ヘバ

(1)ニ於テハ $x=15$ ナルトキ, 即チ(2)ニ於テハ $z=0$ ナルトキ, 其面積ノ極大ナルコトガ分ル.

或代數式の數値計算ニモ,之ヲ因數ニ分解シ,或ハ之ニ部分分解法ヲ施シ置クガ便利ナルコト多シ(第23節注意1).

【例題】 1. x ガ0, 1, 2, 3, 4, 5ナル時,次ノ數値如何.

$$(一) 3x^2 - 4x - 32 \quad (3x+8)(x-4)$$

$$(二) 3x^2 - 4x - 5 \quad (3x-4)x-5$$

2. 因數分解法公式(或ハ例) [1], ヨリ [9] マデヲ復唱セヨ.

【注意3】 因數分解法公式(或ハ例) [1] より [9]

まではよく語熟すべし.

與式ヲ因數ニ分解スルニハ,此九ツニ習熟シテ,其何レノ方法ニヨルベキカラ題毎ニ迅速ニ直觀スルコト肝要ナリ.

(一) 與式ノ各項ヲ見テ共通因數ノ有無ヲ檢シ,若シ,之アラバ,之ヲ括リ出シ,而シテ後,其括弧内ヲ因數ニ分解スルコトヲ考フベシ(分數ハ通分シテ).

(二) 因數ニ分解セントスル式ノ項數ガ四ツ以上ナレバ,其項ヲ二ツ,或ハ三ツ宛ニ集メテ,共通ノ因數ヲ作り得ルカナ試ムベシ(部分分解法).

(三) 若因數ニ分解セントスル式ガ,或文字ニ就テ二次式なれば公式 [2], [3], [4], [5] ノ何レカヲ應用スベシ.

(四) [6] ハ特殊ノ公式ニシテ,分リヨカラシ.

(五) [7], [8], [9] ハ二次ヨリモ高次ノ場合ノ公式ナリ.

問題 第二十八集

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ.

$$1. (一) 4x^2 + 10x + 4 \quad 9x^2 + 30x + 9 \quad 4x^2 + 22x + 24$$

$$(二) x^2 + \frac{5}{2}x + 1 \quad 3x^2 + 10x + 3 \quad 2x^2 + 11x + 12$$

$$2. 4x^2 + xy - 3y^2 \quad 2x^2 + 11x + 12 \quad 3x^2 + 7x - 6$$

$$3. A(A+8)+15 \quad (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15$$

$$4. (x+7)^2 - (x+2)^2 \quad (2a+b)^2 - (2a-b+c)^2$$

$$(x^2-6)(x^2-6) - x^2$$

$$5. a^2 + 2ab + b^2 - c^2 \quad 9x^2 - 6xy + y^2 - z^2 \quad x^2 - y^2 + (x-y)^2$$

$$6. x^4 - 3x^2y^2 + y^4 \quad 2(a^2+b^2)(a+b)^2 - (a^2-b^2)^2$$

$$4a^2 - (1+a^2-b^2)^2$$

$$7. a^2 - 2ab + b^2 - c^2 - 2cd - d^2$$

$$(a+b)^2 + (a+c)^2 - (c+d)^2 - (b+d)^2$$

$$8. x^3 - x^2 - 2x \quad x^5 - 5x^3 + 4x \quad x^6 + 7x^3 - 8$$

$$9. (x-1)(x-2)^2 - (x-1)^3 \quad (3x-y)(2a+p) - (y-3x)(a-p)$$

$$10. ax^2 + by^2 + (a+b)xy \quad a^2 + b^2 - c^2 - d^2 - 2(ab+cd)$$

$$11. (a-2b)a^3 - (b-2a)b^3 \quad a^3 - b^3 - b(a^2 - b^2) + b(a-b)^2$$

$$12. (m+n)^3 - (m-n)^3 \quad 8(x+1)^3 - (2x-1)^3 \quad a^6 - 64 \quad x^6 + 1$$

$$13. (x^3 + 3x)^2 - (3x+1)^2 \quad (x-1)^3 - (x-8)^3 - 7^3$$

$$14. (p^2 - q^2)^2 + 4p^2q^2 \quad (m^2 + n^2)^2 - (m^2 - n^2)^2 \quad (a+b)^4 - (a-b)^4$$

15. $2x-x^3-1$ x^3-2x^2+2x-1 $(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$

16. x^4+4x^2+16 $9x^4-10x^2y^2+y^4$ $4x^4+3x^2y^2+9y^4$

17. 次ノ各式ヲ平方ニ括レ (第三ハ $a = 就テ$).

$x^2-20x+96$ $6x^2-x-77$ $(a+c)^2+(b^2-4ac)$

18. $4x+40$ ヲ A, x^2-10x ヲ B トス, x ノ數値ガ如何ナレバ, (一) $A=B$, (二) $A>B$, (三) $A<B$ トナルカ.

補 習 問 題

19. (一) $xy(x-y)+yz(y-z)+xz(z-x)$
(二) $(b+c)^2+(c+x)^2+(x+b)^2-4xbc$ } ナ各 $x = 就テ$ 整頓セヨ.20. $(x+2)^3-n(x+2)^2+12(x+2)-7=x^3+1$ ガ恒等式トナル様ニ n ノ數値ヲ求ム.21. $(x-2)(x-3)(x-4)-6=(x-5)() = 就テ ()$ ヲ求ム.22. $(x^2+x+1)^2+(-x^2+x+1)^2+(x^2-x+1)^2+(x^2+x-1)^2$ ナ展開セ.23. $(a+b+c-x)^2+(x-a+b-c)^2+(x+a+c-b)^2+(x+b+c-a)^2$

次ノ各式ヲ因數ニ分解セヨ (20-29).

24. $(ax^3+bx^2+cx+d)-(a+b+c+d)$ $ax^3-x-a+1$ 25. $(x^2-4x)^2-2(x^2-4x)-15$ $(x^2+7x+6)(x^2+7x+12)-280$ 26. $x^2-5xy-x+6y^2+y-2$ $(a+b)^2x^2+2(a^2-b^2)x+(a-b)^2$ 27. $a^4+a^2x^2+x^4$ x^4+4y^4 $(x+y)^4+(x^2-y^2)^2+(x-y)^4$ 28. $x^2+30x-1296$ $9x^2+54x-144$ $x^2-\frac{3}{4}xy-\frac{1}{4}y^2$ 29. $a^2x+abx+ac+aby+b^2y+bc$ $ax^4-a^3x^2-a^2x^3+a^4x$

30. 次ノ各式ヲ展開セヨ.

$(-a-b+c-d)(-a+b-c-d)$ $(-a-b+c+d)(-a-b-c+d)$

公約數及公倍数

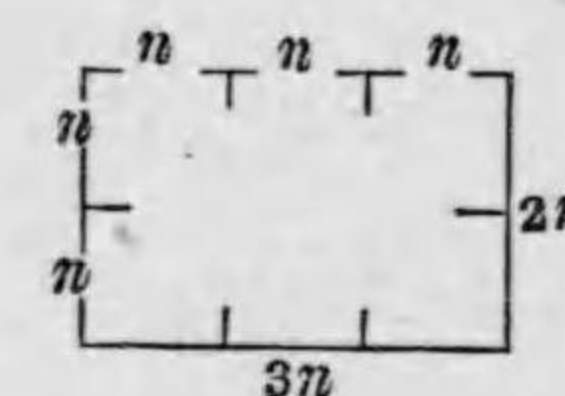
39. 最大公約數の例

〔例一〕 18人ノ學生ニテ12臺ノ自轉車ヲ使用スベキトキハ, 3人ニ付2臺ノ割リ當トナル.

即チ18人ト, 12臺トヲ各6組ニ分ツ, 6ハ18ト12トノ最大公約數ナリ.

最大公約數とは二つ以上の數に共通せる約數(公約數)の中最大なるものなり. 公約數が名數(量)なる時は, 之を公度といふ

〔例二〕 矩形ノ地面アリ, 其縦横ガ18間ト12間ナル時ハ其比ハ



3:2 ナリ. 此場合ニ18間ト12間

トノ最大公度6間ヲ n トスレバ, 縦ト横トハ $3n$ ト $2n$ トナリ.

【注意1】 1冊ガ27錢ナル書物二冊ノ價ハ54錢ニシテ, 27錢ハ27錢ト54錢トノ最大公度ナリ.

〔1〕 二つの數甲, 乙ありて, 甲が乙の倍数なる時は, 乙は此二つの數の最大公約數ナリ.