

萬有文庫

第2集七百種

王雲五主編

數理精蘊

(十)

清聖祖敕教編

商務印書館發行

211591

萬有文庫

種百七集二第

編纂者
王雲五

商務印書館發行

國立政治大學圖書館典藏
由國家圖書館數位化

510
3513

610
624
111

數理精蘊

(一十)

清聖祖數教編



國學基本叢書

211591 點 11.2.-3 卷

數理精蘊下編卷三十五

末部五藏書

借根方比例

面類

設如大小兩正方面積共二百一十八尺。其大方面積比小方面積多一百二十尺。問大小方面積各幾何。

法借一根爲小方面每邊之數。自乘得一平方爲小方面積。則大方面積爲一平方多一百二十尺。兩數相加得二平方多一百二十尺。與共積二百一十八尺相等。一百二十尺與二百一十八尺各減去一百二十尺。餘二平方與九十八尺相等。二平方既與九十八尺相等。則一方必與四十九尺相等。卽小方面積加一百二十尺。得一百六十九尺。卽大方面積也。此卽減法。因面類之首。故設此最易者焉。

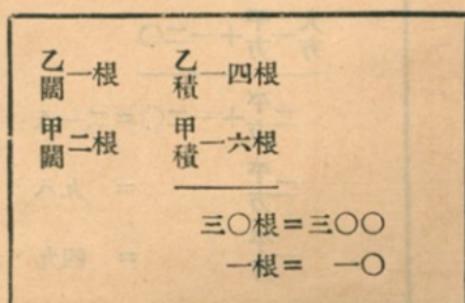
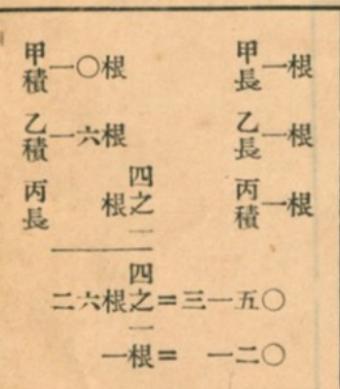
設如甲乙二長方面積共三百尺。甲長八尺。乙長一丈四尺。其甲闊比乙闊爲二倍。問二長方闊數積數各幾何。

小 方	平 方	+一一二〇	
大 方	平 方		
		平 方	=二一八
		平 方	= 九八
		平 方	= 四九

法借一根爲乙之闊數，則甲之闊爲二根。以一根與一丈四尺相乘得十四根。爲乙之面積，以二根與八尺相乘得十六根，爲甲之面積，相加得三十根。與三百尺相等。三十根既與三百尺相等，則一根必與十尺相等。卽乙之闊數與長一丈四尺相乘得一百四十尺，爲乙之面積。於其積三百尺內減之，餘一百六十尺爲甲之面積，或倍乙之闊十尺得二十尺爲甲之闊，與長八尺相乘亦得一百六十尺爲甲之面積也。此歸除法。

設如有甲乙丙三長方，甲方闊十尺，不知長，乙方闊十六尺，長與甲等，丙方闊四尺，面積與甲之長相等，又甲乙二方之共面積與丙方之長數相併爲三千一百五十尺，問三方各長若干。

法借一根爲甲方之長數，以闊十尺乘之，得十根爲甲方之面積，乙方之長與甲等亦爲一根，以闊十六尺乘之，得十六根爲乙方之面積，丙方之面積與甲之長相等亦爲一根，以闊四尺除之，得四分根之一爲丙方之長數，以甲方之面積十根，乙方之面積十六根，丙方之長數四分根之一，相併共得二十六根，又四分根之一與三千一百五十尺相等，二十六根又四分根之一既與三千一百五十尺相等，則一根必與一百二十尺相等，卽甲方之長數亦卽乙方之長數，亦卽丙方之面積，以甲方闊十尺與



長一百二十尺相乘得一千二百尺。卽甲方之面積。以乙方闊十六尺與長一百二十尺相乘得一千九百二十尺。卽乙方之面積。以丙方闊四尺除面積一百二十尺。得三十尺。卽丙方之長數也。此歸除法。設如有長方形。其長闊和五百零四丈。面積爲闊自乘之七倍。問長闊各幾何。

法借一根爲闊數。則長數爲五百零四丈少一根。以一根與五百零四丈少一根相乘得五百零四根。又以一根與五百零四丈少一根自乘。得一平方。七因之。得七平方。亦爲長方面積。而與五百零四根少一平方相等。兩邊各加一平方。得八平方。與五百零四根相等。八平方與五百零四根各降一位。則爲八根與五百零四丈相等。八根既與五百零四丈相等。則一根必與六十三丈相等。卽長方之闊數。與五百零四丈相減。餘四百四十一丈。卽長數也。以闊六十三丈自乘。得三千九百六十九丈。以闊六十三丈與長四百四十一丈相乘。得二萬七千七百八十三丈。爲闊自乘之七倍也。此比例法。

設如有樓一座。不知高數。正方池一面。不知邊數。但云以六丈與樓之高數相乘。與池之邊數等。以一百零八丈與樓之高數相乘。與池之面積等。問樓高及池邊數各幾何。

法借一根爲樓之高數。以一根與六丈相乘。得六根。爲池之邊數。自乘得三十六平方。爲池之面積。又以

闊一 根	長五〇四丈	一 根
七 平 方	= 五〇四根	一 方
八 平 方	= 五〇四根	
八 根	= 五〇四丈	
一根	= 六三丈	

一根與一百零八丈相乘得一百零八根亦爲池之面積是爲三十六平方。與一百零八根相等三十六平方與一百零八根各降一位則爲三十六根與一百零八丈相等三十六根既與一百零八丈相等則一根必與三丈相等即樓之高數以六丈乘之得一十八丈爲池之邊數自乘得三百二十四丈爲池之面積又以一百零八丈與樓高三丈相乘亦得三百二十四丈與池之面積相等也。此面積相除法。

設如甲乙二人有銀不言兩數但知其銀之比例同於八與五若以二人銀相併則與二人銀相乘之數等問二人銀各若干。

法借八根爲甲銀數五根爲乙銀數相乘得四十平方又以八根與五根相加得一十三根是爲四十平方與十三根相等四十平方與十三根各降一位則爲四十根與十三兩相等四十根既與十三兩相等則八根必與二兩六錢相等即甲銀數五根必與一兩六錢二分五釐相等即乙銀數兩數相加得四兩二錢二分五釐若以兩數相乘亦得四兩二錢二分五釐也。此比

設如有大小二正方池小池每邊爲大池每邊之三分之一二池共邊數爲二池共面積之五十分之一。問二池邊數面積各幾何。

例法。

	甲 八根
	乙 五根
四〇 平方	= 一三根
四〇 根	= 一三
八根	= 二六
五根	= 一六二五

樓 高	一 根
池 邊	六 根
池 面	三六根 = 一〇八丈
	一 根 = 三丈

法借一根爲小池每邊之數，則大池每邊之數爲三根。兩邊數相加得四根，又以一根自乘得一平方爲小池面積。以三根自乘得九平方爲大池面積。兩面積相加得十平方爲二池共邊之五十倍。乃以共邊四根以五十乘之，得二百根。是爲十平方與二百根相等。十平方與二百根各降一位，則爲十根與二百丈相等。十根既與二百丈相等，則一根必與二十丈相等。卽小池每邊之數三，因之得六十丈，卽大池每邊之數也。兩邊數相加得八十丈。又以小池每邊二十丈自乘得四百丈爲小池面積。以大池每邊六十丈自乘得三千六百丈爲大池面積。兩面積相加得四千丈爲共邊之五十倍也。此二正方邊線面積比例法。

設如有甲乙丙三正方。乙方每邊爲甲方每邊之四分之一。丙方每邊爲甲方每邊之八分之一。而乙丙兩方之共面積爲甲方每邊之十倍。問三方邊數面積各幾何。

法借八根爲甲方每邊之數，則乙方每邊之數爲二根。丙方每邊之數爲一根。以二根自乘得四平方爲乙方面積。以一根自乘得一平方爲丙方面積。兩面積相加得五平方爲甲方每邊之十倍。乃以甲方每邊八根十因之，得八十根。是爲五平方與八十根相等。五平方與八十根各降一位，則爲五根與八十尺。

甲八根	乙二根	丙一根
	平 方	
八〇根 = 五	平 方	
八〇尺 = 五根	平 方	
一六尺 = 一根		

小	一根	小	一	平 方
大	三根	大	九	平 方
	——		——	平 方
共	四根	共一〇	一〇	平 方
二〇〇根 = 一〇				平 方
二〇〇丈 = 一〇根				
二〇丈 = 一根				

相等五根既與八十尺相等則一根必與十六尺相等卽丙方每邊之數八因之得一百二十八尺卽甲方每邊之數也以乙方每邊三十二尺自乘得一千零二十四尺爲乙方面積以丙方每邊十六尺自乘得二百五十六尺爲丙方面積兩面積相加得一千二百八十尺爲甲方每邊之十倍也此三正方邊線面積比例法

設如有甲乙二正方。甲方爲乙方每邊之三倍。以甲方邊四分之一與乙方面積相乘。則與甲方面積等。問二方邊數面積各幾何。

法借十二根爲甲方每邊之數。則乙方每邊之數爲四根。以十二根自乘得一百四十四平方爲甲方面積。以四根自乘得一十六平方爲乙方面積。取甲方邊四分之一三根與乙方面積一十六平方相乘得四十八立方是爲四十八立方與一百四十四平方相等。四十八立方與一百四十四平方各降二位。則爲四十八根與一百四十四尺相等。四十八根既與一百四十四尺相等。則十二根必與三百四十四尺相等。即甲方每邊之數三歸之得十二尺。即乙方每邊之數也。以三十六尺自乘得一千二百九十六尺。即甲方之面積。以十二尺自乘得一百四十四尺。即乙方之面積。以甲方每邊四分之一九尺與乙方面積相乘得一千二百九十六尺。與甲方面積相等也。此二正方邊線面積比例法。

甲邊	一二根	乙邊	四根
積一四四方	平 方	積一六六方	平 方
一四四方	平 方	=四八	立 方
一四四尺		=四八根	
三六尺		=一二根	

方面積多二千三百零四丈。問大小二方邊各幾何。
 法借三根爲小方每邊之數。則大方每邊之數爲五根。以三根自乘得九平方。爲小方之面積。以五根自乘得二十五平方。爲大方之面積。二面積相減。餘一十六平方。與二千三百零四丈相等。一十六平方既與二千三百零四丈相等。則一平方必與一百四十四丈相等。開平方得一十二丈。爲一根之數。三因之。得三十六丈。卽小方每邊之數。五因之。得六十丈。卽大方每邊之數。以三十六丈自乘。得一千二百九十六丈。
 爲小方面積。以六十丈自乘。得三千六百丈。爲大方面積。兩面積相減。餘二千三百零四丈。以合原數也。此二正方比例開平方法。

$$\begin{array}{r}
 \text{平方} \quad \text{平方} \quad \text{平方} \\
 \text{積} \quad \text{九} \quad \text{三} \\
 \hline
 \text{積} \quad \text{丙} \quad \text{積} \\
 \hline
 \text{一} \quad \text{三} \quad \text{一} \\
 \text{方} \quad \text{方} \quad \text{方} \\
 \hline
 \text{一} \quad \text{六} \quad \text{四} \\
 \text{根} \quad \text{根} \quad \text{根}
 \end{array}
 = 20800$$

一根
乙邊
甲邊
三根

設如有甲乙二正方。甲方每邊爲乙方每邊之三倍。又有丙一長方。其長與甲方之每邊等。其闊與乙方之每邊等。三方面積共二萬零八百丈。問三方邊數面積各若干。

法借一根爲乙方每邊之數。則甲方每邊之數爲三根。以一根自乘。得一平方。爲乙方之面積。以三根自乘。得九平方。爲甲方之面積。以

$$\begin{array}{r}
 \text{平方} \quad \text{平方} \\
 \text{積} \quad \text{九} \quad \text{五} \\
 \hline
 \text{積} \quad \text{二} \\
 \hline
 \text{一} \quad \text{六} \\
 \text{方} \quad \text{方} \\
 \hline
 \text{一} \quad \text{一} \\
 \text{根} \quad \text{根}
 \end{array}
 = 2304$$

一根與三根相乘得三平方爲丙方之面積。三面積相加得一十三平方。與二萬零八百丈相等。十三平方既與二萬零八百丈相等。則一平方必與一千六百丈相等。即乙方之面積開平方得四十丈爲一根之數。即乙方每邊之數。三因之得一百二十丈。即甲方每邊之數。以一百二十丈自乘得一萬四千四百丈。即甲方之面積。以四十丈與一百二十丈相乘得四千八百丈。即丙方之面積。三面積相併共得二萬零八百丈。以合原數也。此二正方比例開平方法。

設如有兵二萬九千四百八十四名。欲排作二軍。俱爲正方。第二軍每邊比第一軍每邊爲三倍。第三軍每邊比第二軍每邊亦爲三倍。問三軍兵數各若干。

法借一根爲第一軍每邊之數。則第二軍每邊之數爲三根。第三軍每邊之數爲九根。以一根自乘得一平方爲第一軍之總數。以三根自乘得九平方爲第二軍之總數。以九根自乘得八十一平方爲第三軍之總數。三總數相加得九十一平方。與二萬九千四百八十四相等。九十一平方既與二萬九千四百八十四相等。則一平方必與三百二十四相等。即第一軍之總數。開平方得十八爲一根之數。即第一軍每邊之數也。以第一軍每邊之數用三乘之得五十四。即第二軍每邊之數。以第一軍之總數用九乘之得二千九百一十六。即第二軍之總數。又以第一軍每邊之數用九乘之得一百六十二。即

$$\begin{array}{r}
 \text{一根} \\
 \text{三根} \\
 \text{九根}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{平方} \\
 \text{九} \\
 \text{八一}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{平方} \\
 \text{九一} \\
 \text{一}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{平方} \\
 \text{平} \\
 \text{一}
 \end{array}
 = \begin{array}{l}
 \text{二九四八四} \\
 \text{三二四} \\
 \text{一八}
 \end{array}$$

第三軍每邊之數以第一軍之總數用八十一乘之得二萬六千二百四十四卽第三軍之總數三總數相加共二萬九千四百八十四以合原數也此三正方比例開平方法

設如一正方一長方俱不知其邊數但知長方之面積爲八萬一千尺其長爲正方邊之十五分之二其闊爲正方邊之二十五分之三問二方邊各若干

法借一根爲正方每邊之數則長方之長爲十五分根之二長方之闊爲二十五分根之三以正方邊一根自乘得一平方爲正方之面積以長方之長闊相乘得三百七十五分平方之六以兩分母十五與二十五相乘得三百七十五•以兩分子二與三相乘得六故爲三百七十五之六

爲長方面積是爲三百七十五分平方之六與八萬一千尺相等乃以六分爲一率八萬一千尺爲二率三百七十五分爲三率求得四率五百零六萬二千五百尺與一平方相等蓋三百七十五分平方之六者將一平方分爲三百七十五分而得其六分也六分既爲八萬一千尺則三百七十五分必爲五百零六萬二千五百尺也開平方得二千二百五十尺爲一根之數卽正方每邊之數其十五分之二爲三百尺卽長方之長其二十五分之三爲二百七十尺

正方邊	一根	平方	一五分根之二	八一〇〇〇
長方長	一	五分根之三	二五分根之六	八一〇〇〇
長方闊	三	七五分根之六	二二五〇	六二五〇〇
長方積	一	平方	=	二二五〇

十尺卽長方之闊相乘得八萬一千尺以合原數也此帶分比例開平方法

設如有大小二正方大方比小方每邊多六尺面積多一千七百一十六尺問二方邊數面積各幾何法借一根爲小方每邊之數則大方每邊之數爲一根多六尺以一根自乘得一平方爲小方之面積以一根多六尺自乘得一平方多十二根多三十六尺爲大方之面積大方旣比小方面積多一千七百一十六尺則以小方之面積一平方加一千七百一十六尺與大方之面積一平方多十二根多三十六尺相等兩邊各減去一平方又各減三十六尺得十二根與一千六百八十尺相等十二根旣與一千六百八十尺相等則一根必與一百四十尺相等卽小方每邊之數加六尺得一百四十六尺卽大方每邊之數以一百四十尺自乘得一萬九千六百尺卽小方之面積以一百四十六尺自乘得二萬一千三百一十六尺卽大方之面積兩面積相減餘一千七百一十六尺以合原數也此二正方有邊較積較求邊法

設如有大小二正方大方比小方每邊多二十四尺面積共七千二百五十尺問二方邊數面積各幾何

法借一根爲小方每邊之數則大方每邊之數爲一根多二十四尺以一根自乘得一平方爲小方之面積以一根多二十四尺自乘得一平方多四十

$$\begin{array}{r}
 \text{大邊} \quad \text{一根十六} \\
 \text{大積} \quad \text{平方} + \text{一一二根十三六} \\
 \text{小積} \quad \text{平方} + \text{一一七一六} = \text{一一二根十三六} \\
 \text{小邊} \quad \text{根} \\
 \text{一一八〇} = \text{一二根} \\
 \text{一一四〇} = \text{一根}
 \end{array}$$

八根又多五百七十六尺爲大方之面積兩面積相加得二平方多四十八根又多五百七十六尺與七千二百五十尺相等兩邊各減五百七十六尺得二平方多四十八根與六千六百七十四尺相等二平方多四十八根既與六千六百七十四尺相等則一平方多二十四根必與三千三百三十七尺相等乃以三千三百三十七尺爲長方積以二十四根作二十四尺爲長闊較用帶縱較數開平方法算之得闊四十七尺爲一根之數即小方每邊之數加二十四尺得七十一尺即大方每邊之數以四十七尺自乘得二千二百零九尺即小方之面積以七十一尺自乘得五千零四十一尺即大方之面積兩面積相加共七千二百五十尺以合原數也此二正方有邊較積和求邊法設如有大小二正方邊數共三十六尺面積共六百六十六尺

問二方邊數面積各幾何

法借一根爲小方每邊之數則大方每邊之數爲三十六尺少一根以一根自乘得一平方爲小方之面積以三十六尺少一根自乘得一千二百九十六尺少七十二根多一平方爲大方之面積兩面積相加得一千二百九十六尺少七十二根多二平方與六百六十六尺相等兩邊各加七十二根得一千二百

大邊	一根十	二四
小邊	一根	
小積	一平方	
大積	一平方	
十四八根十五七六		
平方	十四八根十五七六	= 七二五〇
二平方	十四八根	= 六六七四
一平方	十二四根	= 三三三七
	一根	= 四七

九十六尺多二平方與六百六十六尺多七十二根相等。兩邊各減六百六十六尺得六百三十尺多二平方與七十二根相等。六百三十尺多二平方既與七十二根相等。則三百一十五尺多一平方必與三十六根相等。乃以三百一十五尺爲長方積。以三十六根作三十六尺爲長闊和用帶縱和數開平方法算之。得闊一十五尺爲一根之數。即小方每邊之數與共邊三十六尺相減餘二十一尺。即大方每邊之數以小方每邊一十五尺自乘得二百二十五尺。即小方之面積以大方每邊二十一尺自乘得四百四十一尺。即大方之面積兩面積相加共六百六十六尺以合原數也。此二正方有邊和積和求邊法。

設如有大小二正方邊數共一百一十尺。大方比小方面積爲五倍少四尺。問二方邊數面積各幾何。
法借一根爲小方每邊之數。則大方每邊之數爲一百一十尺少一根。以一根自乘得一平方爲小方之面積。以一百一十尺少一根自乘得一萬二千一百尺少二百二十尺。此二正方有邊和積和求邊法。

大邊	三六	一	根	小邊	一	根		
大積	一二九六			一	七二根	小積	一	平方
					一一	平方		
					一二九六		一	七二根
					一二九六		十二	平方
					六三〇		十二	平方
					三一五		十一	平方
					一五		=	
							一	
							根	
							七二根	
							三六根	
							一	

根多一平方爲大方之面積.大方既比小方面積爲五倍少四尺.則
 將小方加五倍.將大方加四尺.是爲五平方.與一萬二千一百零四
 尺少二百二十根多一平方相等.兩邊各減一平方.得四平方.與一
 萬二千一百零四尺少二百二十根相等.四平方既與一萬二千一
 百零四尺少二百二十根相等.則一平方必與三千零二十六尺少
 五十五根相等.乃以三千零二十六尺爲長方積.以五十五根作五
 十五尺.爲長闊較用帶縱較數開平方法算之.得闊三十四尺.爲一
 根之數.卽小方每邊之數.與共邊一百一十尺相減.餘七十六尺.卽
 大方每邊之數.以二十四尺自乘.得一千一百五十六尺.卽小方之
 面積.以七十六尺自乘.得五千七百七十六尺.卽大方之面積.再加
 四尺.得五千七百八十尺.爲小方面積一千一百五十六尺之五倍
 也.此亦二正方有邊和積較法.但積較有倍分耳.

設如有一長方又有大小二正方.三面積共四百四十一丈.大正方
 邊與長方之長等.小正方邊與長方之闊等.但知小正方邊爲九
 丈.問大正方邊若干.

法借一根爲大方每邊之數.自乘得一平方爲大方之面積.以九丈自乘.得八十一丈.爲小方之面積.以

小邊一根	大邊	一一〇一	一根
小積一平方	大積	一二一〇〇一	二二〇根十一 平方
五平方		=一二一〇四一	二二〇根十一 平方
四平方		=一二一〇四一	二二〇根
平方		=三〇二六一	五五根
一根	=	三四	

九丈與一根相乘得九根爲長方之面積三面積相加得一平方多九根又多八十一丈與四百四十一丈相等兩邊各減八十一丈得一平方多九根與三百六十丈相等乃以三百六十丈爲長方積以九根作九丈爲長闊較用帶縱較數開平方法算之得闊十五丈爲一根之數即大方每邊之數以十五丈自乘得二百二十五丈即大方之面積以十五丈與九丈相乘得一百三十五丈即長方之面積三面積相併共得四百四十一丈以合原數也此帶縱較數開平方法。

設如有一長方又有大小二正方三面積共四百五十七丈長方之長與大正方邊等長方之闊與小正方邊等長闊共二十四丈問長闊各幾何。

法借一根爲長方之闊則長方之長爲二十四丈少一根以一根自乘得一平方爲小正方之面積以二十四丈少一根自乘得五百七十六丈少四十八根多一平方爲大正方之面積以一根與二十四丈少一根相乘得二十四根少一平方爲長方之面積三面積相加得一平方多五百七十六丈少二十四根與四百五十七丈相等兩邊各加二十四根得一平方多五百七十六丈與二十四根多四百

闊一根	長二四	一根
小平方積	大積五七六	-四八根十一
		平方
	長積二四根	一
一平方	十五七六	-二四根=四五七
一平方	十五七六	=二四根十四五七
一平方	+一一九	=二四根
一根		=七

大方	平方	長九根	小八一
一平方	十九根十八一	=四四一	
一平方	+九根		=三六〇
	一根		=一五

五十七丈相等兩邊各減四百五十七丈得一平方多一百一十九丈與二十四根相等乃以一百一十九丈爲長方積以二十四根作二十四丈爲長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊七丈爲一根之數即長方之闊與二十四丈相減餘一十七丈即長方之長以七丈自乘得四十九丈即小正方之面積以一十七丈自乘得二百八十九丈即大正方之面積以七丈與一十七丈相乘得一百一十九丈即長方之面積三面積相併共得四百五十七丈以合原數也此帶縱和數開平方法。

設如有一長方其面積八萬三千二百三十二丈又有一正方其每邊與長方之闊等若以正方面積自乘則與兩方之共面積等問二方邊數各若干

法借一根爲正方之面積自乘得一平方爲正方面積自乘之數又以一根與八萬三千二百三十二丈相加得一根多八萬三千二百三十二丈與一平方相等乃以八萬三千二百三十二丈爲長方積以一根作一丈爲長闊較用帶縱較數開平方法算之得長二百八十九丈爲一根之數即正方之面積亦即長方之長開平方得一十七丈即正方之邊亦即長方之闊以正方面積二百八十九丈與長方面積八萬三千二百三十二丈相併共得八萬三千五百二十一丈又以正方面積二百八十九丈自乘亦得八萬三千五百二十一丈是與兩方之共面積相等也此帶縱較數開平方法。

設如有銀買駝馬共六十一匹駝每匹之價與共駝數等馬每匹之價與共馬數等今賣馬一匹之價與共駝數等賣駝一匹之價爲共馬數之二倍共得利銀七百一十

$$\begin{array}{rcl} \text{一根} & = & \text{一根十八三二三二} \\ \text{平方} & & \\ \text{一根} & = & \text{二八九} \end{array}$$

九兩問駝數馬數及每匹價各若干。

法借一根爲共馬數。則六十一匹少一根爲共駝數。以共馬數一根自乘得一平方爲買馬之共價。以共駝數六十一匹少一根自乘得三千七百二十一兩少一百二十二根多一平方爲買駝之共價。兩共價相加得三千七百二十一兩少一百二十二根多二平方爲買駝馬之總銀數。又以共馬數一根與共駝數六十一匹少一根相乘得六十一根少一平方爲賣馬之共銀數。以共駝數六十一匹少一根與二倍共馬數二根相乘得一百二十二根少二平方爲賣駝之共銀數。兩共銀數相加得一百八十三根少三平方爲賣駝馬之總銀數。內減買駝馬總銀數三千七百二十一兩少一百二十二根多一平方餘三百零五根少五平方又少三千七百二十一兩與利銀七百十九兩相等。兩邊各加三千七百二十一兩得三百零五根少五平方與四千四百四十兩相等。三百零五根少五平方既與四千四百四十兩相等。則六十一根少一平方必與八百八十八兩相等。乃以八百八十八兩爲長方積。以六十一根作六十一。

賣銀	六一根	一平方	駝價	三七二一一二二根十一	馬價	一平方
賣銀	一一二二根	二平方				
	一八三根	三平方		三七二一一二二根十二		
	三〇五根	五平方		-三七二一=七一九		
	三〇五根	五平方			=四四四〇	
	六一根	一平方			= 八八八	
	一	根			= 二四	

爲長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊二十四爲一根之數即共馬數亦即馬每匹之價爲二十四兩也以二十四匹與六十一匹相減餘三十七匹卽共駝數亦即駝每匹之價爲三十七兩也以二十四匹與二十四兩相乘得五百七十六兩爲買馬之共銀數以三十七匹與三十七兩相乘得一千九百四十五兩卽買駝馬之總銀數以三十七匹與四十八兩相乘得一千七百七十六兩爲賣駝之總銀數相加得二千六百六十四兩卽賣駝馬之總銀數多七百一十九兩爲利銀數也此帶縱和數開平方法

設如有木匠瓦匠共三十名又有匠頭不知名數但知每匠頭一人得銀三十六兩其木匠一人之銀數與瓦匠之人數等瓦匠一人之銀數與木匠之人數等而匠頭之人數與木匠瓦匠相差之數等匠頭之共銀數與木匠之共銀數等問匠頭與木匠瓦匠之人數及每人所得之銀數各幾何

法借一根爲木匠之人數則瓦匠之人數爲三十少一根以一根與三十少一根相乘得三十根少一根爲木匠之共銀數亦爲瓦匠之共銀數又以木匠之人數一根與瓦匠之人數三十少一根相減得三十少二根爲匠頭之人數與每人三十六兩相乘得一千零八十兩少七十二根爲

	木匠	一根		匠頭	三〇	-	二根
瓦匠	三〇	名	-	一	根		
	三〇	根	-	一	平方	=	一〇八〇 - 七二根
	一〇	二根	-	一	平方	=	一〇八〇
		一	根			=	一二

匠頭之總銀數與木匠之共銀數三十根少一平方相等兩邊各加七十二根得一百零二根少一平方與一千零八十兩相等乃以一千零八十兩爲長方積以一百零二根作一百零二爲長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊一十二爲一根之數即木匠之人數以一十二人與三十人相減餘一十八人即瓦匠之人數以十二與十八相乘得二百一十六兩即木匠之共銀數亦即瓦匠之共銀數以十二與十八相減餘六即匠頭之人數與三十六兩相乘亦得二十一十六兩即匠頭之共銀數與木匠之共銀數等也此帶縱和數開平方法。

設如有馬驛馱物不言馬驛共數亦不言馬驛各數但知馬比驛多十四馬共馱一萬二千斤驛亦共馱一萬二千斤而驛一匹所馱之數比馬一匹所馱之數多四十斤問馬驛數及所馱數各若干

法借一根爲驛數則馬數爲一根多十四以一根除一萬二千斤得一根之一萬二千斤爲驛一匹所馱之數以一根多十四除一萬二千斤得一根多十四之一萬二千斤爲馬一匹所馱之數因兩分母不同乃用互乘法以齊其分母馬分母一根多十四與驛分子一萬二千斤相乘得一萬二千根多一十二萬斤以驛分母一根與馬分子一萬二千斤相乘得一萬二千根以互乘所得兩分子相減餘一十二萬斤爲驛比馬多馱之數又以馬分母一根多十四與驛

驛一根		馬一根十一〇	
一根之一二〇〇〇		一根十一〇之一二〇〇〇	
四〇 平方	+	四〇〇根	= 一二〇〇〇〇
一〇 平方	+	一〇根	= 三〇〇〇
		一根	= 五〇

分母一根相乘得一平方多十根。又以四十斤乘之。得四十平方多四百根。亦爲驃比馬多馱之數。是爲四十平方多四百根。與一十二萬斤相等。四十平方多四百根。既與一十二萬斤相等。則一平方多十根必與三千斤相等。乃以三千爲長方積。以十根作一十爲長闊較用帶縱較數開平方法算之。得闊五十爲一根之數。卽驃數加十四。得六十四。卽馬數。以五十四除一萬二千斤。得二百四十斤。卽驃一匹所馱之數。以六十四除一萬二千斤。得二百斤。卽馬一匹所馱之數也。此帶縱較數開平方法。

設如有數一十萬。欲分爲大小兩分。與全分爲相連比例三率。問大小兩分各幾何。

法借一根爲大分。則小分爲十萬少一根。是全分十萬爲首率。而一根爲中率。十萬少一根爲末率矣。乃以首率十萬與末率十萬少一根相乘。得一百億少十萬根。而與中率一根自乘之一平方相等。乃以一百億爲長方積。十萬根作十萬。爲長闊數。用帶縱較數開平方法算之。得闊六萬一千八百零三爲一根之數。卽大分與全分十萬相減。餘三萬八千一百九十七。卽小分也。蓋十萬與六萬一千八百零三之比。卽同於六萬一千八百零三與三萬八千一百九十七之比。而爲相連比例之三率也。此卽求圓內容十邊法。

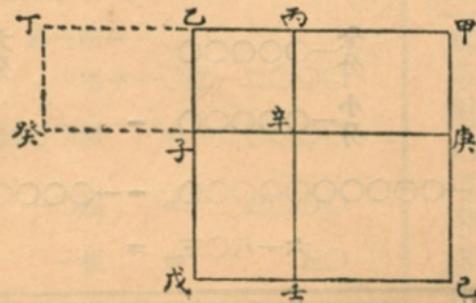
設如有股二十尺。勾弦較十尺。問勾弦各幾何。

全分	○○○○○	大分	一根
小分	○○○○○	-	一根
	-	平方	
一	○○○○○○○○○○	-	○○○○○○根 = 一
			一根
六一八〇三	=		

法借一根爲勾數。則一根多一十尺爲弦數。以一根自乘得一平方爲勾自乘之數。以一根多一十尺自乘。得一平方多二十根。又多一百尺爲弦自乘之數。兩自乘之數相減。得二十根多一百尺爲股自乘之數。而與股二十尺自乘之四百尺爲相等。兩邊各減一百尺。得二十根。與三百尺相等。二十根既與三百尺相等。則一根必與一十五尺相等。卽勾數。加勾弦較十尺。得二十五尺。卽弦數也。如圖甲乙爲弦。甲丙爲勾。乙丁同。丙乙爲勾弦較。甲丁爲勾弦和。甲己戊乙爲弦自乘方。庚己壬辛爲勾自乘方。甲乙戊壬辛庚磬折形爲股自乘數。與甲庚勾弦較。甲庚與丙乙等。乘甲丁勾弦和之甲庚癸丁長方積等。借一根爲勾數者。卽庚己或庚辛也。庚己。

庚辛。皆與甲丙等。一根多十尺爲弦數者。卽庚己。壬辛之正方也。一根多十尺自乘得一平方多二十根多一百尺爲弦自乘方者。卽庚己壬辛一平方多甲庚辛丙及辛壬戊子之二十根。甲庚較十尺。乘甲丙一根。得十根。爲甲庚辛丙長方。辛子較十尺。乘子戊一根。得十根。爲辛壬戊子長方。是共爲二十根。又多丙辛子乙之一百尺。共爲甲己戊乙之正方也。於甲己戊乙。

勾	平方			
弦	平方	十二〇根十一〇〇	股四〇〇	
		二〇根十一〇〇	= 四〇〇	
		二〇根	= 三〇〇	
		一根	= 一五	



弦自乘方內減去庚己壬辛勾自乘之一平方餘二十根多一百尺卽甲乙戊壬辛庚之磬折形亦卽甲庚癸丁之長方形而與股自乘之四百尺相等也又甲庚癸丁長方內減去丙辛子乙一百尺餘甲庚辛丙及乙子癸丁卽二十根之數爲三百尺也二十根之數爲三百尺則一根之數必爲十五尺也此勾股弦和較相求法。

設如有股二十四尺勾弦和三十二尺問勾弦各幾何。

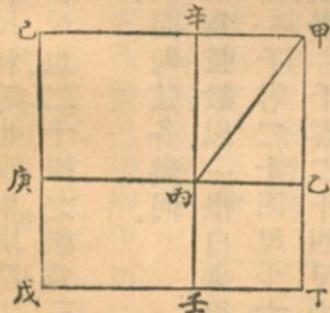
法借一根爲勾數則三十二尺少一根爲弦數以一根自乘得一平方爲勾自乘之數以三十二尺少一根自乘得一千零二十四尺少六十四根多一平方爲弦自乘之數兩自乘之數相減得一千零二十四尺少六十四根爲股自乘之數而與股二十四尺自乘之五百七十六尺爲相等兩邊各加六十四根得一千零二十四尺與五百七十六尺多六十四根相等兩邊各減五百七十六尺得四百四十八尺與六十四根相等四百四十八尺旣與六十四根相等則七尺必與一根相等卽勾數以勾七尺與勾弦和三十二尺相減餘二十五尺卽弦數也此勾股弦和較相求法。

設如有弦五尺勾股和七尺問勾股各幾何。

法借一根爲股數則七尺少一根爲勾數以一根自乘得一平方爲股自乘之數以七尺少一根自乘得四十九尺少一十四根多一平方爲勾自乘之

勾	平	方	平	方
弦	一〇二四	一六四根	一	六四根
股	一〇二四	一六四根	=	五七六
	一〇二四		=	五七六
	四四八		=	六四根
	七		=	一根

數兩自乘數相加得四十九尺少一十四根多二平方爲弦自乘之數而與弦五尺自乘之二十五尺爲相等兩邊各加一十四根得四十九尺多二平方與二十五尺多一十四根相等兩邊各減四十九尺得二平方與一十四根少二十四尺相等二平方既與十四根少二十四尺相等則一平方必與七根少十二尺相等乃以十二尺爲長方積七根作七尺爲長闊和用帶縱和數開平方法算之得長四尺爲一根之數卽股數以股四尺與勾股和七尺相減餘三尺卽勾數也如圖甲乙丙勾股形。甲乙股四尺乙丙勾三尺甲丙弦五尺甲丁勾股和七尺甲丁戊己爲勾股和自乘方辛丙庚己爲股自乘方數者卽甲乙也壬戊己庚皆與甲乙等爲一根數一根自乘得一平方爲股自乘方者卽辛丙庚己也七尺少一根自乘得四十九尺少十四根多一平方爲勾自乘方者卽甲丁戊己勾股和自乘方內減去甲乙庚



	股一	平方	弦二五
勾四九一一四根十一	平方	=二五	
四九一一四根十二	平方		
四九十	二	=二五十一四根	
	二		-一四根一二四
	二	=	
	二	=	七根一一二
			一根 = 四

己之七根、及辛壬戊己之七根、共爲十四根。甲乙一根乘甲己和七尺、得七根、爲甲乙庚己長方。辛己一根乘己戊和、得七根、爲辛壬戊己長方。共十四根。又加辛丙庚己一平方、始得乙丁壬丙勾自乘方也。於甲丁戊己勾

股和自乘方內、減去甲乙丙壬戊己磬折形、餘乙丁壬丙爲勾自乘數。今減去十四根。

故必加一平方以補多減之數。始爲乙丁壬丙勾自乘方也。辛丙庚己股自乘數乙

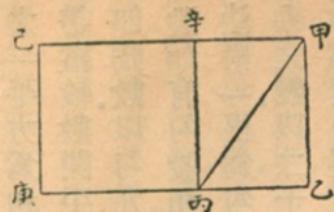
丁壬丙勾自乘數相加、與弦自乘之數相等。兩邊各加各減得一平方與

七根少十二尺相等者、卽辛丙庚己一平方與甲乙庚己七根數相較、而少甲乙丙辛之長方十二尺也。今不

知七根之數、又不知一平方之數。但知一平方與七根相較之甲乙丙辛長方爲十二尺。故卽以十二尺爲長方積、以甲己爲長闊和、用帶縱和數開平方法算之、得甲乙長而爲股數也。此勾股弦和較相求法。

設如有勾弦和五十尺、股弦和八十一尺、問勾股弦各

幾何。



法借一根爲勾數、則五十尺少一根爲弦數。一根多三十一尺爲股數。以五十尺與八十一尺相減、餘三十一尺爲勾股較。故一根多三十一尺爲股數。以一

$$\begin{array}{r} \text{弦二五〇〇} - \text{一〇〇根} + \\ \text{股一} \quad \text{勾一} \\ \hline \text{十六二根十九六一} \end{array}$$

=

$$\begin{array}{r} \text{勾一五三九} - \text{一六二根} = \\ \text{九} \quad \text{根} \end{array}$$

根自乘得一平方爲勾自乘之數。以五十尺少一根自乘得二千五百尺少一百根多一平方爲弦自乘之數。以一根多三十一尺自乘得一平方多六十二根又多九百六十一尺爲股自乘之數。以股自乘之數與弦自乘之數相減得一千五百三十九尺少一百六十二根亦爲勾自乘之數而與勾數一根自乘之一平方爲相等。乃以一千五百三十九尺爲長方積。以一百六十二根作一百六十二尺爲長闊較。用帶縱較數開平方法算之得闊九尺爲一根之數即勾數。以勾九尺與勾弦和五十尺相減餘四十一尺即弦數。以勾九尺與勾股較三十一尺相加得四十尺即股數也。此勾股弦和較相求法。

設如有勾股和二十三尺勾弦和二十五尺問勾股弦各幾何。

法借一根爲勾數則二十三尺少一根爲股數二十五尺少一根爲弦數。以一根自乘得一平方爲勾自乘之數。以二十三尺少一根自乘得五百二十九尺少四十六根多一平方爲股自乘之數。以二十五尺少一根自乘得六百二十五尺少五十根多一平方爲弦自乘之數。以股自乘之數與弦自乘之數相減得九十六尺少四根亦爲勾自乘之數而與勾數一根自乘之一平方爲相等。乃以九十六尺爲長方積四根作四尺爲長闊較。用帶縱較數開平方法算之得闊八尺爲一根之數即勾數。以勾八尺與勾股和二十三尺相減餘十五尺即股數。以勾八尺與勾弦和二十五尺相減餘十七尺即弦數也。此勾股弦和較相求法。

勾	一	平方										
股五二九一四六根十一												
弦六二五一五〇根十一												
勾 九六一 四根 = 一												
八 = 一根												

設如有股弦和二十五尺。勾弦較八尺。問勾股弦各幾何。

法借一根爲股數。則二十五尺少一根爲弦數。十七尺少一根爲勾數。
股弦和二十五尺內。減勾弦較八尺。得一十七尺。爲勾股和。故勾爲十七尺少一根。
以一根自乘得一平方。爲股自乘之數。以一十七尺少一根自乘。
得二百八十九尺少三十四根多一平方。爲勾自乘之數。以二十五尺少一根自乘。
得六百二十五尺少五十根多一平方。爲弦自乘之數。以勾自乘之數與弦自乘之數相減。
得三百三十六尺少一十六根。亦爲股自乘之數。而與股數一根自乘之一平方爲相等。乃以三百三十六
尺爲長方積。十六根作十六尺。爲長闊較。用帶縱較數開平方法算之。
得闊十二尺。爲一根之數。即股數。以股十二尺與股弦和二十五尺相減。
餘一十三尺。即弦數。內減勾弦較八尺。餘五尺。即勾數也。此勾股弦和較相求法。

設如有股弦較一尺。勾弦較三十二尺。問勾股弦各幾何。

法借一根爲勾數。則一根多三十二尺爲弦數。一根多三十一尺爲股
數。股弦較與勾弦較相減。餘三十一尺。爲勾股較。故股爲一根多三十一尺也。以
一根自乘。得一平方。爲勾自乘之數。以一根多三十二尺自乘。得一平

勾	平	方
弦	平	方
股	平	方
勾	平	方

十六四根十一〇二四
十六二根十 九六一
二根+ 六三
一根= 九

股	平	方
勾	平	方
弦	平	方
股	平	方

二八九一三四根十一
六二五一五〇根十一
三三六一一六根一一
一二= 一根

方多六十四根又多一千零二十四尺爲弦自乘之數以一根多三十一尺自乘得一平方多六十二根又多九百六十一尺爲股自乘之數以股自乘之數與弦自乘之數相減得二根多六十三尺亦爲勾自乘之數而與勾數一根自乘之一平方爲相等乃以六十三尺爲長方積以二根作二尺爲長闊較用帶縱較數開平方法算之得長九尺爲一根之數卽勾數以勾九尺與勾弦較三十二尺相加得四十一尺卽弦數內減股弦較一尺餘四十尺卽股數也此勾股弦和較相求法

設如有勾股和七十三尺勾弦較與股弦較之和三十三尺問勾股弦各幾何

法借一根爲勾數則七十三尺少一根爲股數五十三尺爲弦數以勾股和七十三尺加勾弦較與股弦較之和三十三尺得一百零六尺卽二弦數故

半之得五十三尺爲弦數也以一根自乘得一平方爲勾自乘之數以七十

三尺少一根自乘得五千三百二十九尺少一百四十六根多一平方

爲股自乘之數以五十三尺自乘得二千八百零九尺爲弦自乘之數

以股自乘之數與弦自乘之數相減得一百四十六根少二千五百二十尺又少一平方亦爲勾自乘之數而與勾數一根自乘之一平方爲

相等兩邊各加一平方得一百四十六根少二千五百二十尺與二平方相等一百四十六根少二千五百二十尺既與二平方相等則七十

弦二八〇九

勾一
平方
平方

平方
平方
平方
= = =
根

股五三二九一一四六根十一

一四六根一二五二〇

一四六根一二五二〇

七三根一二六〇

二八

三根少一千二百六十尺必與一平方相等乃以一千二百六十尺爲長方積七十三根作七十三尺爲長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊二十八尺爲一根之數卽勾數以勾二十八尺與勾股和七十三尺相減餘四十五尺卽股數也此勾股弦和較相求法

設如有勾股弦總和一百五十尺勾股較股弦較勾弦較共八十尺問勾股弦各幾何

法借一根爲勾數則一根多四十尺爲弦數將三較共八十尺折半得四十尺卽勾弦較一百一十尺少二根爲股數總和一百五十尺內減去勾數一根又減去弦數一根多四十尺得一百一十尺少二根爲股數以一根自乘得一平方爲勾自乘之數以一根多四十尺自乘得一平方多八十根又多一千六百尺爲弦自乘之數以一百一十尺少二根自乘得一萬二千一百尺少四百四十根多四平方爲股自乘之數以股自乘之數與弦自乘之數相減得五百二十根少三平方又少一萬零五百尺亦爲勾自乘之數而與勾數一根自乘之一平方爲相等兩邊各加三平方得五百二十根少

$$\begin{array}{rcl} \text{勾} & \text{一} & \text{平方} \\ \text{弦} & \text{一} & \text{平方} \\ & + & 180\text{根} + 1600 \\ \hline \text{股} & = 2100 - 440\text{根} - 14 & \text{平方} \\ & 520\text{根} - 3 & \text{平方} \\ & - 10500 = 1 & \text{平方} \\ & 520\text{根} & \text{平方} \\ & - 10500 = 4 & \text{平方} \\ & 130\text{根} & \text{平方} \\ & - 2625 = 1 & \text{平方} \\ & 1 & = 25 \end{array}$$

一萬零五百尺與四平方相等。五百二十根少一萬零五百尺。既與四平方相等。則一百三十根少二千六百二十五尺必與一平方相等。乃以二千六百二十五尺爲長方積。以一百三十根作一百三十尺爲長闊。用帶縱和數開平方法算之。得闊二十五尺爲一根之數。即勾數。以勾二十五尺與勾弦較四十尺相加得六十五尺。即弦數。以勾弦和九十尺與勾股弦總和一百五十尺相減。餘六十尺。即股數也。此勾股弦和較相求法。

設如有勾股和二十三尺。弦與勾股較之較十尺。問勾股弦各幾何。

法借一根爲勾股較數。則一根多十尺爲弦數。以一根自乘。得一平方。爲勾股較自乘之數。以一根多十尺自乘。得一平方多二百尺。又多一百尺。爲弦自乘之數。倍之得二平方多四十根又多二百尺。內減去勾股較自乘之一平方。餘一平方多四十根。又多二尺。爲勾股和自乘之數。而與勾股和二十三尺自乘之五百二十九尺。爲相等。兩邊各減去二百尺。得一平方多四十根。與三百二十九尺相等。乃以三百二十九尺爲長方積。以多四十根作四十尺。爲長闊較。用帶縱較數開平方法算之。得闊七尺。爲一根之數。即勾股較。與勾股和二十三尺相加得三十尺。折半得十五尺。爲

較	積	一	平方	一	較	根	
弦	積	一	平方	一	弦	一	根
					+十二〇根	+一〇〇	
二	平	方			十四〇根	十二〇〇	
一	平	方			十四〇根	十二〇〇	=五二九
一	平	方			十四〇根		=三二九
					一根		= 七

股內減較七尺餘八尺爲勾又以勾股較七尺與弦與勾股較之較十尺相加得十七尺爲弦也此勾股弦和較相求法

設如有勾股積一千零八十尺勾股弦總和一百八十尺問勾股弦各幾何

法借一根爲弦數則一百八十尺少一根爲勾股和數以一根自乘得一平方爲弦自乘之數以一百八十尺少一根自乘得三萬二千四百尺少三百六十根多一平方爲勾股和自乘之數又以勾股積一千零八十尺四因之得四千三百二十尺與弦自乘之一平方相加得一平方多四千三百二十尺亦爲勾股和自乘之數而與勾股和自乘之三萬二千四百尺少三百六十根多一平方爲相等勾股和自乘數內有一弦自乘方有四勾股積與弦自乘之數相加卽與勾股和自乘之數相等也兩邊各減四千三百二十尺得二萬八千零八十尺少三百六十根多一平方與一平方相等兩邊各加三百六十根得二萬八千零八十尺多一平方與一平方多三百六十根相等兩邊再各減一平方得三百六十根與二萬八千零八十尺相等二百六十根既與二萬八千零八十尺相等則一根必與七十八尺相等卽弦數以弦七十八

勾股和	三二四〇〇 - 三六〇根十一	平方	弦一根
	三二四〇〇 - 三六〇根十一	平方	= 平方 + 四三二〇
	二八〇八〇 - 三六〇根十一	平方	= 平方
	二八〇八〇	+	= 平方 + 三六〇根
	二八〇八〇	=	三六〇根
	七八	=	一根

尺與一百八十尺相減餘一百零二尺卽勾股和又以弦自乘得六千零八十四尺與四勾股積四千三百二十尺相減餘一千七百六十四尺平方開之得四十二尺卽勾股較與勾股和一百零二尺相減餘六十尺折半得三十尺卽勾數加勾股較四十二尺得七十二尺卽股數也此勾股積與勾股弦和較相求法。

設如有勾股積六十尺弦與勾股和之較六尺問勾股弦各幾何。

法借一根爲弦數則一根多六尺爲勾股和數以一根自乘得一平方爲弦自乘之數以一根多六尺自乘得一平方多十二根多三十六尺爲勾股和自乘之數又以勾股積六十尺四因之得二百四十尺與弦自乘之一平方相加得一平方多二百四十尺亦爲勾股和自乘之數而與勾股和自乘之一平方多十二根多三十六尺爲相等兩邊各減去一平方得十二根多三十六尺與二百四十尺相等兩邊又各減去三十六尺得十二根與二百零四尺相等十二根既與二百零四尺相等則一根必與十七尺相等卽弦數加弦與勾股和之較六尺得二十三尺爲勾股和用有弦有勾股和求勾股法算之得股十五尺勾八尺也此勾股積與勾股弦和較法借一根爲中垂線之面積以小腰十尺自乘得一百尺內減去一根得

設如有三角形大腰十七尺小腰十尺底二十一尺求中垂線幾何法借一根爲中垂線之面積以小腰十尺自乘得一百尺內減去一根得

弦一根	弦積	平方	積六〇
和一根	十 六		四倍二四〇
和一根 平方	+一一二根	十三六 = 一 平方	十二四〇
	一一二根	十三六 =	二四〇
	一一二根	=	二〇四
	一根	=	一七

一百尺少一根爲小分底之面積。中垂線爲股。小腰爲弦。小分底爲勾。於弦積內減去股積餘爲勾積也。又以大腰十七尺自乘得二百八十九尺。內減去一根。餘二百八十九尺少一根。爲大分底之面積。中垂線爲股。大腰爲弦。大分底爲勾積。弦積內減去股積餘爲勾積也。又以底二十一尺自乘得四百四十一尺。內減大小兩分底之共面積三百八十九尺少二根。餘五十二尺多二根。折半得二十六尺多一根。爲小分底乘大分底之面積。底邊自乘內。有大分底自乘之一正方。小分底自乘之一正方。小分底乘大分底之二長方。故減去二正方。餘數折半。卽爲小分底乘大分底之一長方也。此數與小分底之面積及大分底之面積爲相連比例三率。蓋大分底之面積爲首率。而小分底乘大分底之面積爲中率。小分底之面積爲末率也。乃以首率大分底之面積二百八十九尺少一根與末率小分底之面積一百尺少一根相乘。得二萬八千九百尺少三百八十九根多一平方。又以中率小分底乘大分底之面積二十六尺多一根自乘。得六百七十六尺多五十二根多一平方。此二數爲相等。兩邊各加三百八十九根。得二萬八千九百尺多一平方。與六百七十六尺多四百四十一根多一平方相等。兩邊各

垂線一根		小乘大		
小	一〇〇	一根	二六一	一根
大	二八九	一根	=	
	二八九〇〇	三八九根十一	六七六十	五二根十一
	二八九〇〇	十一	=	平方 平方
	二八九〇〇		=六七六十四四一根十一	平方 平方
	二八二二四		=六七六十四四一根	
	六四		=	四四一根
			=	一根

減一平方得二萬八千九百尺。與六百七十六尺多四百四十一根相等。兩邊再各減去六百七十六尺。得二萬八千二百二十四尺。與四百四十一根相等。二萬八千二百二十四尺。既與四百四十一根相等。則六十四尺必與一根相等。卽中垂線之面積。開平方得八尺。卽中垂線也。此三角形求中垂線法。

設如有三角形底十四尺。大腰與中垂線之較三尺。小腰與中垂線之較一尺。求中垂線及兩腰各幾何。
法借一根爲中垂線。則大腰爲一根多三尺。小腰爲一根多一尺。以一根自乘得一平方爲中垂線之面積。以一根多三尺自乘得一平方多六根多九尺爲大腰之面積。內減去中垂線之面積一平方。餘六根多九尺爲大分底之面積。以一根多一尺自乘得一平方多二根多一尺爲小腰之面積。內減去中垂線之面積一平方。餘二根多一尺爲小分底之面積。又以底十四尺自乘。得一百九十六尺。內減去大小兩分底之共面積八根。

	垂線	平方						
	大六根	+	九	小乘大	九三一	四根		
	小二根	+	一					
一	二四根	+	九	=	八六四九	-七四四根十一六	平	方
二	十七六八根	+	九	=	八六四九		十一六	平
	七六八根	+	九	=	八六四九		四	平
	七六八根	-	八六四〇	=			四	平
	一九二根	-	二一六〇	=			一	根
			一二	=				

四十尺餘一百八十六尺少八根折半得九十三尺少四根爲小分底乘大分底之面積此數與大分底之面積及小分底之面積爲相連比例三率蓋大分底之面積爲首率而小分底乘大分底之面積爲中率小分底之面積爲末率也乃以首率大分底之面積六根多九尺與末率小分底之面積二根多一尺相乘得十二平方多二十四根多九尺又以中率之小分底乘大分底之面積九十三尺少四根自乘得八千六百四十九尺少七百四十四根多十六平方此二數爲相等兩邊各加七百四十四根得十二平方多七百六十八根多九尺與八千六百四十九尺多十六平方相等兩邊各減十二平方得七百六十八根多九尺與八千六百四十九尺多四平方相等兩邊再各減八千六百四十九尺得七百六十八根少八千六百四十尺與四平方相等七百六十八根少八千六百四十尺既與四平方相等則一百九十二根少二千一百六十尺必與一平方相等乃以二千一百六十尺爲長方積以一百九十二根作一百九十二尺爲長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊十二尺爲一根之數卽中垂線加三尺得十五尺卽大腰加一尺得十三尺卽小腰也此三角形和較相求法

數理精蘊下編卷三十六

末部六

借根方比例

體類

設如有扁方體高十八尺。若將體積加六倍。則高與長闊皆相等。問長闊之各一邊及體積幾何。

法借一根爲長闊之各一邊數。以一根自乘得一平方爲扁方體之面積。再以高十八尺乘之。得十八平方爲扁方體之體積。又以一根與一平方相乘得一立方。爲扁方體積之六倍。乃以扁方體之體積十八平方六因之。得一百零八平方。是爲一立方與一百零八平方相等。兩邊各降二位。得一根與一百零八尺相等。卽扁方體之長闊各一邊數也。以一百零八尺自乘得一萬一千六百六十四尺。再以十八尺乘之。得二十萬零九千九百五十二尺。爲扁方體積六因之。得一百二十五萬九千七百一十二尺。與每邊一百零八尺自乘再乘之立方積相等。此扁方體邊線比例法也。蓋兩體之底面積既同。則其體積之比例。同於其高之比例。今扁方體之長闊各一邊。旣與正方體之每一邊等。而正方體積爲扁方體積之六倍。則其高亦必爲六倍。故以扁方體之高數六因之。卽得長闊之各一邊數也。

根	平	方	平	方
邊	一	八	八	
面	一	○	八	
	一	○	八	
	一	根		

設如有一長方體高三尺五寸。又有一正方體。其每一面積與長方體之底面積等。而長方體積爲正方體積之五倍。問正方體之一邊及體積各幾何。
 法借一根爲正方體每邊之數。以一根自乘得一平方爲正方體之面積。亦卽長方體之底面積。以一平方與高三十五寸相乘。得三十五平方爲長方體之體積。又以一根自乘再乘得一立方爲正方體之體積。長方體積旣爲正方體之五倍。乃以一立方五因之。得五立方。而與三十五平方爲相等。兩邊各降二位。得五根與三十五寸相等。五根旣與三十五寸相等。則一根必與七寸相等。卽正方體之每一邊之數也。以七寸自乘再乘。得三百四十三寸。卽正方體之體積。又以七寸自乘得四十九寸。再以三十五寸乘之。得一千七百一十五寸。卽長方體之體積。爲正方體積之五倍。此一長方體一正方體同底比例法也。蓋兩體之底面積旣同。則其體積之比例。同於其高之比例。今正方體之每一面積旣與長方體之底面積等。而長方體積爲正方體積之五倍。則其高亦必爲五倍。故長方體之高之五分之一。卽正方體之每一邊之數也。

設如有正方面形。又有一正方體形。但知正方面每邊之數爲八根。以一根自乘再乘。得一立方爲正方體積。借一根爲正方體每邊之數。則正方面每邊之數爲八根。以一根自乘再乘。得一立方爲正方體積。以積相等。問邊線積數各若干。

根	平	方	立	方	立	方	根	根
邊	一	一	五	五	五	七		
面								
體								

= 三五
= 三五
= 七

八根自乘得六十四平方爲正方面積是爲一立方與六十四平方相等兩邊各降二位得一根與六十四尺相等卽正方體每邊之數八因之得五百一十二尺卽正方面每邊之數以五百一十二尺自乘得二十六萬二千一百四十四尺爲正方面積以六十四尺自乘再乘亦得二十六萬二千一百四十四尺爲正方體積兩數相等也此一平方一立方邊數積數比例法。

設如有帶兩縱不同立方體其高與闊之比例同於四與六闊與長之比例同於六與九其高與闊相乘之數爲長數之四倍問高闊長各幾何。

法借四根爲高數六根爲闊數九根爲長數以高四根與闊六根相乘得二十四平方方爲長數之四倍乃以長數九根四因之得三十六根是爲二十四平方與三十六根相等兩邊各降一位得二十四根與三十六尺相等二十四根既與三十六尺相等則四根必與六尺相等卽高數六根必與九尺相等卽闊數九根必與一十三尺五寸相等卽長數以高六尺與闊九尺相乘得五十四尺四歸之得一十三尺五寸與長數相等也此帶兩縱不同立方邊線面積比例法。

設如有帶兩縱不同立方體長二十四尺高與闊和五十二尺其高與闊相乘之積與長自乘之積等問高闊各若干。

高四根
闊六根
二四根
二四根
四根
六根
九根

長九根
三六根
三六根
六根
九根
一三五

根	立	方	根
邊	方	積	
體	面	積	
=	=	=	
八根	六四	平方	
面邊	面積		
體邊			

法借一根爲高數，則闊數爲五十二尺少一根，以高一根與闊五十二尺少一根相乘，得五十二根少一平方。又以長二十四尺自乘，得五百七十六尺。此二數爲相等，乃以五百七十六尺爲長方積，以五十二根作五十二尺爲長闊和，用帶縱和數開平方法算之，得闊十六尺爲一根之數，即立方之高數，與高闊和五十二尺相減，餘三十六尺，即立方之闊數，以高十六尺與闊三十六尺相乘，得五百七十六尺，與長二十四尺自乘之數相等也。此帶兩縱不同立方邊線與面積比例法。

設如有帶兩縱不同立方體，高十二寸，長比闊多十寸，其長與闊相乘之積，與高自乘之積等，問長闊各若干。

法借一根爲闊數，則長數爲一根多十寸，以闊一根與長一根多十寸相乘，得一平方多十根，以高十二寸自乘，得一百四十四寸，此二數爲相等，乃以一百四十寸爲長方積，以十根作十寸爲長闊較，用帶縱較數開平方法算之，得闊八寸，爲一根之數，即立方之闊數，加長比闊多十寸，得十八寸，即立方之長數，以闊八寸與長十八寸相乘，得一百四十四寸，與高十二寸自乘之數相等也。此帶兩縱不同立方邊線與面積比例法。

設如有帶兩縱不同立方體，長比闊多四寸，闊比高多二寸，其體積比高自乘再乘之正方體多一百七十六寸，問長闊高各幾何。

$$\begin{array}{l} \text{闊一根} \\ \text{長一根} \\ \text{—根} \\ \text{平方} \\ \text{—根} \end{array} \quad \begin{array}{l} +10 \\ +10\text{根} \\ = \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{高一二} \\ = -144 \\ = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{高一根} \\ \text{闊五二} \\ \text{—根} \\ \text{五二根} \\ \text{—根} \end{array} \quad \begin{array}{l} -1 \\ -1 \\ = \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{長二四} \\ = 576 \\ = \end{array}$$

法借一根爲高數，則闊數爲一根多二寸。長數爲一根多六寸。以高一根與闊一根多二寸相乘，得一平方多二根。再以長一根多六寸乘之，得一立方多八平方多十二根。內減高數一根，自乘再乘之一立方餘八平方多十二根，與一百七十六寸相等。八平方多十二根既與一百七十六寸相等，則一平方多一根半必與二十二寸相等。乃以二十二寸爲長方積，以一根半作一寸五分爲長闊。

$$\begin{array}{rcl} \text{闊一根} & & \\ \text{長六○一一根} & & \\ -\text{一二○○根} & -\text{二○} & =-\text{一七二八○} \\ \text{六○根} & -\text{一} & =\text{八六四} \\ \text{一根} & = & \text{二四} \end{array}$$

較用帶縱較數開平方法算之，得闊四寸爲一根之數，即立方之高數。加闊比高多二寸，得六寸，即立方之闊數。再加長比闊多四寸，得十寸，即立方之長數。以長闊相乘，以高再乘，得二百四十寸，爲立方體積。內減高四寸，自乘再乘之六十四寸，餘一百七十六寸，以合原數也。此帶兩縱不同立方邊較與積較比例法。

設如一長方池深二十尺，長闊和六十尺，其體積一萬七千二百八十尺，問長闊各若干。

$$\begin{array}{rcl} \text{高一根} & & \\ \text{闊一根} & +\text{二} & \\ \text{長一根} & +\text{六} & \\ -\text{一} & & \\ \text{立方} & & \\ & & \text{平方} \\ & & +\text{一} \\ & & \text{二根} \\ & & \\ & & \text{八} \\ & & +\text{一} \\ & & \text{二根} \\ & & =\text{一} \\ & & \text{七六} \\ & & \\ & & \text{八} \\ & & +\text{一} \\ & & \text{二根} \\ & & =\text{一} \\ & & \text{根半} \\ & & =\text{二} \\ & & \text{二} \\ \text{一根} & = & \text{四} \end{array}$$

乘得六十根少一平方以深二十尺再乘得一千二百根少二十平方與一萬七千二百八十尺相等一千二百根少二十平方既與一萬七千二百八十尺相等則六十根少一平方必與八百六十四尺相等乃以八百六十四尺爲長方積以六十根作六十尺爲長闊和用帶縱和數開平方法算之得闊二十四尺爲一根之數卽池之闊數與長闊和六十尺相減餘三十六尺卽池之長數以長闊相乘以深再乘得一萬七千二百八十尺以合原數也。此帶兩縱不同立方知一邊與兩邊和相求法。

設如一長方池深三十尺長比闊多十尺其體積七萬一千二百八十尺問長闊各若干

法借一根爲闊數則長數爲一根多十尺以闊一根與長一根多十尺相乘得一平方多十根再以深三十尺乘之得三十平方多三百根與七萬一千二百八十尺相等三十平方多三百根既與七萬一千二百八十尺相等則一平方多十根必與二千三百七十六尺相等乃以二千三百七十六尺爲長方積以十根作十尺爲長闊較用帶縱較數開平方法算之得闊四十四尺爲一根之數卽池之闊數加長比闊多十尺得五十四尺卽池之長數也以長闊相乘以深再乘得七萬一千二百八十尺以合原數也。此帶兩縱不同立方知一邊與兩邊較相求法。

設如有帶兩縱不同立方體長闊高共五十八尺長比闊多六尺其對角斜線自乘之數爲一千一百五十六尺問長闊高各幾何

闊一根	一〇
長一根 +	一〇
三〇 平方	+ 三〇〇 根 = 七一二八〇
一〇 平方	- 一〇 根 = 二三七六
一〇 一根	= 四四

法借一根爲闊數，則長數爲一根多六尺。以長闊兩數相加得二根多六尺。與長闊高共五十八尺相減，餘五十二尺少二根爲高數。以闊一根自乘得一平方爲闊自乘之數。以長一根多六尺自乘得一平方多十二根多三十六尺。爲長自乘之數。以高五十二尺少二根自乘得二千七百零四尺少二百零八根多四平方爲高自乘之數。三自乘數相加得二千七百四十尺少一百九十六根多六平方。與對角線自乘之一千一百五十六尺相等。兩邊各加一百九十六根得二千七百四十尺多六平方。與一千一百五十六尺多一百九十六根相等。兩邊各減一千一百五十六尺，得一千五百八十四尺多六平方。既與一百九十六根相等。一千五百八十四尺多六平方必與三十二根又六分根之四相等。乃以二百六十四尺爲長方積。以三十二根六分根之四作三十二尺又六分尺之四爲長闊和。用帶縱和數開平方法算之。得長十八尺爲一根之數。卽

闊	一	平	方				
長	一	平	方	+ 一二根	十三六		
高	二	七	〇	四	- 二〇八根	十四	平 方
二	七	四	〇	- 一九六根	十 六	平 方	= 一五六
二	七	四	〇	+	六	平 方	= 一五六十一九六根
一	五	八	四	+	六	平 方	= 一九六根
二	六	四	+	一	六	平 方	= 三二根之四
							一 根

立方之闊加長比闊多六尺得二十四尺卽立方之長長闊相加得四十二尺與長闊高共五十八尺相減餘十六尺卽立方之高也以高十六尺自乘得二百五十六尺以闊十八尺自乘得三百二十四尺以長二十四尺自乘得五百七十六尺三自乘數相加得一千一百五十六尺與對角斜線自乘之數相等也此帶兩縱不同立方邊線面積和較相求法。

設如有帶兩縱不同立方體其長闊高爲相連比例三率長爲首率闊爲中率高爲末率共五十七寸其六面積共二千零五十二寸問長闊高各幾何

法借一根爲長數則闊高之共數爲五十七寸少一根又以六面積共二千零五十二寸折半得一千零二十六寸爲三面積共數以長闊高共五十七寸除之得一十八寸爲闊數因長爲首率闊爲中率高爲末率故其三面積一爲首率乘中率一爲末率乘中率一爲首率乘末率而首率乘末率之數與中率自乘之數等則此三面積相合卽爲首率中率末率之共數乘中率之數矣故以長闊高之共數除之卽得中率爲闊也以闊一十八尺與闊高之共數五十七寸少一根相減餘三十九寸少一根爲高數乃以首率長一根與末率高三十九寸少一根相乘得三十九根少一平方與中率闊十八寸自乘之三百二十四寸相等乃以三百二十四寸爲長方積以三十九根作三十九寸爲長闊和用帶縱和數開平方法算之得長二十七寸爲一根之數卽立方之長數與高長

高三九	一一根	闊一八
三九根	一一平方	= 三二四
一根		= 二七

和三十九寸相減餘一十二寸卽立方之高數以長二十七寸與闊十八寸之比同於闊十八寸與高十

二寸之比爲相連比例三率也。此帶兩縱不同立方邊線面積相和比例法。

設如有帶兩縱不同立方體其高與闊之比例同於一與二。闊與長之比例同於二與三。以高自乘再乘之數與闊自乘再乘之數相加比原體積多一千零二十九寸。問長闊高各幾何。

法借一根爲高數則闊數爲二根長數爲三根。以闊二根與長三根相乘得六平方再以高一根乘之得六立方爲原體積又以高一根自乘再乘得一立方以闊二根自乘再乘得八立方相併得九立方內減原體積六立方餘三立方與一千零二十九寸相等。三立方既與一千零二十九寸相等則一立方必與三百四十三寸相等乃以三百四十三寸開立方得七寸爲一根之數即立方之高數倍之得十四寸即立方之闊數三因之得二十一寸即立方之長數以長二十一寸與闊十四寸相乘得二百九十四寸再以高七寸乘之得二千零五十八寸爲原體積又以高七寸自乘再乘得三百四十三寸闊十四寸自乘再乘得二千七百四十四寸相併得三千零八十七寸與原體積相減餘一千零二十九寸以合原數也。此帶兩縱不同立方邊線體積比例法。

設如有甲乙丙三正方體。甲方邊與乙方邊之比例同於二與三。乙方積比甲方積多一百五十二寸。丙方積比乙方積多七百八十四寸。問三正方體之邊數各若干。

法借二根爲甲方每邊之數則乙方每邊之數爲三根以二根自乘再乘得八立方爲甲方之體積以三

立方	立方	立方	立方	=	一〇二九
六	一	八	三	=	三四三
積	高	闊	一	=	七
六	一	八	三	=	一
高	闊	一	根	=	

根自乘再乘得二十七立方爲乙方之體積。兩體積相減餘一十九立方與一百五十二寸相等。十九立方既與一百五十二寸相等。則一立方必與八寸相等。乃以八寸開立方得二寸爲一根之數。倍之得四寸。卽甲方每邊之數。三因之得六寸。卽乙方每邊之數。自乘再乘得二百一十六寸。加七百八十四寸得一千寸。開立方得十寸。卽丙方每邊之數也。此三正方體邊線體積比例法。

設如有帶兩縱不同立方體。高比闊爲五分之一。闊比長亦爲五分之一。體積六十一萬四千一百二十五尺。問高闊長各幾何。

法借一根爲高數。則闊數爲五根。長數爲二十五根。以闊五根與長二十五根相乘得一百二十五平方。再以高一根乘之。得一百二十五立方。與六十一萬四千一百二十五尺相等。一百二十五立方既與六十一萬四千一百二十五尺相等。則一立方必與四千九百一十三尺相等。乃以四千九百一十三尺開立方得十七尺爲一根之數。卽立方之高。以五乘之得八十五尺。卽立方之闊。以二十五乘之。得四百二十五尺。卽立方之長也。乃以長闊相乘得三萬六千一百二十五尺。再以高乘之。得六十一萬四千一百二十五尺。以合原數也。此帶分比例開立方法。

高	一根
闊	五根
長	二十五根
一 二 五 立 方	= 六一四一二五
一 立 方	= 四九一三
一 根	= 一七

甲	八 立 方	二 立 方	=	一 五 二
乙	一 九 立 方	一 九 立 方	=	八 二
			=	
			=	

設如有一大長方體其闊三倍於高其長三倍於闊又有一小長方體比大長方體高爲二分之一闊爲三分之二長爲九分之七小長方體積二萬三千六百二十五寸問大小二長方體之長闊高各幾何法借一根爲大長方體之高則大長方體之闊爲三根大長方體之長爲七根乃以長七根與闊二根相乘得一十四平方再以高半根乘之得七立方爲小長方體積與二萬三千六百二十五寸相等七立方既與二萬三千六百二十五寸相等則一立方必與三千三百七十五寸相等乃以三千三百七十五寸開立方得十五寸爲一根之數卽大長方體之高三因之得四十五寸卽大長方體之闊又以三因之得一百三十五寸卽大長方體之長以大長方體之高折半得七寸五分卽小長方體之高以大長方體之闊三歸二因得三十寸卽小長方體之闊以大長方體之長九歸七因得一百零五寸卽小長方體之長以小長方體之長闊相乘再以高乘之得二萬三千六百二十五寸以合原數也此帶分比例開立方法

設如有人買馬三次第二次比第一次多一倍第三次比第二次多一倍以第三次馬數四分之一與第二次馬數之一半相乘又與第一次馬數三分之一相乘得六千五百六十一匹問三次所買馬數各若干

大	高	根	半	根	二	五
高	闊	根	七	根	三	七
闊	長	根	七	立	三	三
長	九	根	一	方	一	五
				立		
				方		
				一		
				根		

法借三根爲第一次買馬之數。第一次分母數。則第二次買馬之數爲六根。第三次買馬之數爲十二根。以第三次四分之一三根與第二次之一半三根相乘得九平方。又與第一次三分之一一根相乘得九立方。與六千五百六十一匹相等。九立方既與六千五百六十一匹相等。則一立方必與七百二十九匹相等。乃以七百二十九匹開立方得九匹。爲一根之數。三因之得二十七匹。爲第一次買馬之數。倍之得五百四匹。爲第二次買馬之數。又倍之得一百零八匹。爲第三次買馬之數。以第三次四分之一二十七匹。與第二次一半二十七匹相乘。得七百二十九匹。再以第一次三分之一九匹乘之。得六千五百六十一匹。以合原數也。此帶分比例開立方法。

設如有馬牛羊各不知數。但知牛數比馬數多四。羊數與馬牛相乘之數等。馬每匹之價與牛數等。牛每頭之價與馬數等。羊每隻之價比馬每匹價少十兩。而羊之共價爲一百九十二兩。問馬牛羊及價銀各若干。

法借一根爲馬數。則牛數爲一根多四。以馬數一根與牛數一根多四相乘得一平方。多四根爲羊數。馬價與牛數等爲一根多四。則羊價

馬一根		
牛一根十	四	
十四根		
羊價一根一	六	
羊價		
立		
方		
二		
二四根	=	一九二
一		
根 =		八

三根		
六根		
一二根		
九	立	六五六一
方		
一	立	七二九
方		
一	根 =	九

爲一根少六兩以羊數一平方多四根與羊價一根少六兩相乘得一立方少二平方少二十四根爲羊之共價與一百九十二兩相等乃以一百九十二兩爲磬折扁方體積用帶縱開立方法算之得八爲牛數卽馬數亦卽牛每頭之價爲八兩也加牛比馬多四得十四爲牛數亦卽馬每匹之價爲十二兩也以馬數八與牛數十二相乘得九十六爲羊數以羊數九十六歸除羊共價一百九十二兩得二兩爲羊每隻價比馬一匹之價少十兩也此磬折扁方體求邊法。

設如有馬驛運重其共馬數比馬每匹所馱之數多二十驛每匹所馱之數比共馬數多三十其共驛數與馬所馱之共數等但知驛共馱一千一百萬斤問馬數驛數及所馱之斤數各若干

法借一根爲共馬數則馬每匹所馱之斤數爲一根少二十斤驛每匹所馱之數爲一根多三十斤以共馬數一根與馬每匹馱一根少二十斤相乘得一平方少二十根爲馬所馱之共數亦卽共驛數再以驛每匹馱一根多三十斤乘之得一立方多十平方少六百根爲驛所馱之共數與一千一百萬斤相等乃以一千一百萬斤爲磬折長方體積用帶縱開立方法算之得二百二十爲一根之數卽共馬數減二十餘二百斤爲馬每匹所馱之數以共馬二百二十四與馬每匹所馱之二百

	馬一根	-	二〇
	馬馱一根	-	二〇根
驛一根		+	三〇
驛馱一根		+	三〇
共馱一根 =	-	六〇〇〇根 =	一一〇〇〇〇〇〇
立方十一〇平方			二二〇

斤相乘得四萬四千斤爲馬所駁之共數亦卽共驟數以共驟四萬四千匹歸除一千一百萬斤得二百五十斤爲驟每匹所駁之數比共馬數二百二十多三十也此磬折長方體求邊法。

設如有大小二正方體邊數共二尺六寸體積共五千零九十一

六寸問二正方體邊數體積各幾何。

法借一根爲小方每邊之數則大方每邊之數爲二十六寸少一根以一根自乘再乘得一立方爲大方之體積以二十六寸少一根自乘再乘得一萬七千五百七十六寸少二千零二十八根多七十八平方少一根自乘再乘得一萬七千五百七十六寸少二千零二十八根多七十八平方少一根自乘再乘得一萬七千五百七十六寸少二千零二十八根多七十八平方與五千零九十六寸相等兩邊各減五千零九十六寸得一萬七千五百七十六寸多七十八平方與五千零九十六寸多二千零二十八根相等兩邊各加二千零二十八根得一萬四百八十寸多七十八平方與二千零二十八根相等一萬二千四百八十寸多七十八平方既與二千零二十八根相等則一百六十寸多一平方必與二十六根相等乃以一百六十寸

大積	一七五七六	一一二四八〇	一六〇	立 方	立 方	立 方	立 方
	一七五七六		—〇	平 方	平 方	平 方	平 方
	—二〇二八根			十七八	十七八	十七八	十七八
	一七五七六			根	根	根	根
	—二〇二八根			一	一	一	一

爲長方積。以二十六根作二十六寸爲長闊。用帶縱和數開平方法算之。得闊十寸爲一根之數。即小方每邊之數。與共邊二十六寸相減。餘一十六寸。卽大方每邊之數。以十寸自乘再乘。得一千寸。卽小方體積。以十六寸自乘再乘。得四千零九十六寸。卽大方之體積。兩體積相加。共五千零九十六寸。以合原數也。此三正方體有邊和積和求邊法。

設如有大小二正方體。大方邊比小方邊多四尺。大方積比小方積多一千二百一十六尺。問二正方體邊數體積各幾何。

法借一根爲小方每邊之數。則大方每邊之數爲一根多四尺。以一根自乘再乘。得一立方。爲小方之體積。以一根多四尺自乘再乘。得一立方。多十二平方。多四十八根。多六十四尺。爲大方之體積。兩體積相減。得十二平方。多四十八根。多六十四尺。與一千二百一十六尺。相等。兩邊各減六十四尺。得十二平方。多四十八根。與一千一百五十二尺。相等。十二平方。多四十八根。既與一千一百五十二尺。相等。則一平方。多四根。必與九十六尺。相等。乃以九十六尺。爲長方積。以四根作四尺。爲長闊。較用帶縱較數開平方法算之。得闊八尺。爲一根之數。卽小方每邊之數。加四尺。得一十二尺。卽大方每邊之數。

小積	立方			
大積	立方	十一二平方	十四八根十六四	
		一一二平方	十四八根十六四	=一二一六
		一一二平方	十四八根	=一一五二
		平方	四根	
				九六
			一根	八

以八尺自乘再乘得五百一十二尺。卽小方之體積。以一十二尺自乘再乘得一千七百二十八尺。卽大方之體積。兩體積相減。餘一千二百一十六尺。以合原數也。此二正方體有邊較積較求邊法。

設如有大小二正方體。大方邊比小方邊多二尺。體積共一千零七十二尺。問二正方體邊數體積各幾何。

法借一根爲小方每邊之數。則大方每邊之數爲一根多二尺。一根自乘再乘。得一立方爲小方之體積。以一根多二尺自乘再乘。得一立方多六平方多十二根多八尺爲大方之體積。兩體積相加得二立方多六平方多十二根多八尺。與一千零七十二尺相等。兩邊各減去八尺。得二立方多六平方多十二根。與一千零六十四尺相等。二立方多六平方多十二根。既與一千零六十四尺相等。則一方多三平方多六根。必與五百三十二尺相等。乃以五百三十二尺爲磬折長方體積。用帶縱開立方法算之。得七尺爲一根之數。卽小方每邊之數。加二尺。得九尺。卽大方每邊之數。以七尺自乘再乘。得三百四十三尺。卽小方之體積。以九尺自乘再乘。得七百二十九尺。卽大方之體積。兩體積相加得一千零七十二尺。以合原數也。此二

小積	立方	平 方	十一二根十八		
大積	立方	平 方	十一二根十八	=	○七二
	立方	平 方	十一二根	=	○六四
	立方	平 方	+ 六根	=	五三
	立方	平 方	一根	=	七

設如有大小二正方體邊數共十四尺大方積比小方積多二百九十六尺問二正方體之邊數體積各幾何

法借一根爲小方每邊之數則大方每邊之數爲十四尺少一根以一根自乘再乘得一立方爲小方之體積以十四尺少一二平方少一立方爲大方之體積兩體積相減得二千七百四十四尺少五百八十八根多四十二平方少二立方與二百九十六尺相等兩邊各加二立方又加五百八十八根得二立方多五百八十八根多二百九十六尺與二千七百四十四尺多四十二平方相等兩邊各減去二百九十六尺又各減去四十二平方得二立方少四十二平方多五百八十八根與二千四百四十八尺相等二立方少四十二平方多五百八十八根既與二千四百四十八尺相等則一立方少二十一平方多二百分九十四根必與一千二百二十四尺相等乃以一千二百二十四尺爲磬折扁方體積用帶縱開立方法算之得六尺爲一根之數卽小方每邊之數與其邊數十四尺相減餘八尺卽大方

小 積	立 方
大 積	平 方
二九六 = 二七四四 - 五八八根 + 四二	平 方
十五八八根 + 十二九六 = 二七四四	立 方
二一四二根 + 五八八根 = 二四四八	平 方
二一四二根 + 二九四根 = 一二二四	立 方
一根 = 六	立 方

每邊之數以六尺自乘再乘得二百一十六尺爲小方之體積以八尺自乘再乘得五百一十二尺爲大方之體積兩體積相減餘二百九十六尺以合原數也此二正方體有邊和積較求邊法。

設如勾股積二百四十尺股弦較四尺問勾股弦各幾何。

法借一根爲股數則弦爲一根多四尺以一根自乘得一平方爲股自乘之數以一根多四尺自乘得一平方多八根多十六尺爲弦自乘之數內減去股自乘之一平方餘八根多十六尺爲勾自乘之數凡勾自乘之數與勾股相乘之數及股自乘之數爲相連比例三率乃以首率勾自乘之八根多十六尺與末率股自乘之一平方相乘得八立方多十六平方又以勾股積二百四十尺倍之得四百八十分尺爲中率自乘得二十三萬零四百尺是爲八立方多十六平方與二十三萬零四百尺相等八立方多十六平方既與二十三萬零四百尺相等則一立方多二平方必與二萬八千八百尺相等乃以二萬八千八百尺爲長方體積用帶縱開立方法算之得三十尺爲一根之數即股數加股弦較四尺得三十四尺即弦數又以股三十尺除倍積四百八十尺得十六尺即勾數也此有勾股積有股弦較求勾股弦法。

股	平方					一六
弦	平方	+	八根	+		一六
					=	
			勾八根	+	=	二三〇四〇〇
八	立方	+	平方		=	二八八〇〇
一	立方	+	二平方		=	三〇

法借一根爲勾數。則弦爲五十尺少一根。以一根自乘得一平方爲勾自乘之數。以五十尺少一根自乘得二千五百尺少一百根多一平方。爲弦自乘之數內減去勾自乘之一平方餘二千五百尺少一百根爲股自乘之數。凡勾自乘之數與勾股相乘之數及股自乘之數爲相連比例三率。則以首率勾自乘之一平方與末率股自乘之二千五百尺少一百根相乘得二千五百平方少一百立方。又以勾股積二百四十尺倍之得四百八十尺爲中率。自乘得二十三萬零四百尺是爲二千五百平方少一百立方。與二十三萬零四百尺相等。二千五百平方少一百立方既與二十三萬零四百尺相等。則一平方少二十五分立方之一必與九十二尺一十六寸相等。乃以九十二尺一十六寸爲扁方體積。用帶縱開立方法算之。得一十六尺爲一根之數。與勾弦和五十尺相減。餘三十四尺爲弦數。又以勾十六尺除倍積四百八十尺得三十尺。卽股數也。此有勾股積有勾弦和求勾股弦法。

設如有數十萬爲一率。作相連比例四率。使一率與四率相加。與二率三率四率各幾何。法借一根爲二率。以二率一根自乘得一平方。以一率十萬除之。得十萬分平方之一爲三率。又以二率一根與三率十萬分平方之一相乘得十萬分立方之一。以一率十萬除之。得一百億分立方之一爲四

弦二五〇〇	—	〇〇根	勾一 平方
股二五〇〇	—	〇〇根	平 方
二五〇〇	—	〇〇立方	二三〇四〇〇
一〇〇〇	—	二五〇〇立方之一	九二一六
	—	一根	一六

率將四率俱以百億乘之則一率爲一千兆二率爲一百億根三率爲一十萬平方四率爲一立方。因四率俱以百億乘之其比例始相當也。乃以一率與四率相加得一千兆多一立方又以二率三倍之得三百億根是爲三百億根與一千兆多一立方相等兩邊各減去一立方得三百億根少一立方與一千兆相等。乃以一千兆爲實以三百億根爲法用割圓內新增益實歸除法算之得三萬四千七百二十九爲一根之數即相連比例之第二率也以二率自乘一率除之得一萬二千零六十一爲相連比例之第三率又以二率與三率相乘一率除之得四千一百八十七爲相連比例之第四率乃以一率與四率相加得一十萬零四千一百八十七與二率之三倍相等也此即求圓內容十八邊法。

一率 $\text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○}$ 一率 $\text{○} \text{○} \text{○}$

二率 $\text{一}\sqrt{\text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○}}$ 二率 $\text{一}\sqrt{\text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○}}$ 根

三率 $\text{一}\sqrt{\text{○} \text{○} \text{○} \text{○}}$ 平方之一 三率 $\text{一}\sqrt{\text{○} \text{○} \text{○} \text{○}}$ 平方

四率 $\text{一}\sqrt{\text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○}}$ 立方之一 四率 $\text{一}\sqrt{\text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○}}$ 立方

$3\text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○}$ 根

$= -\text{○} \text{○} + \text{一}\sqrt{\text{○} \text{○} \text{○}}$

$3\text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○}$ 根 $- \text{一}\sqrt{\text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○} \text{○}}$

$= -\text{○} \text{○} \text{○}$

一根 =

三四七二九

四率相加與二率兩倍再加一三率之數等。問二率十萬除之得十萬分平方之一爲三率。以二率一根與三率十萬分平方之一相乘得十萬分立方之一。以十萬除之得一百億分立方之一爲四率。將四率俱以百億乘之則一率爲一千兆。二率爲一百億根。三率爲一十萬平方。四率爲一立方。乃以一率與四率相加得一千兆多一立方。又以二率倍之得二百億根。加一三率得二百億根多十萬平方。是爲二百億根多十萬平方。與一千兆多一立方相等。兩邊各減去一立方。得二百億根多十萬平方少一立方。與一千兆相等。乃以一千兆爲實。以二百億根爲法。用割圓內益實兼減實歸除法算之。得四萬四千五百零四爲一根之數。卽相連比例之第二率也。以二率自乘。一率除之。得一萬九千八百零六爲相連比例之第三率。又以二率與三率相乘。一率除之。得八千八百一十四爲相連比例之第四率。

四率乃以一率與四率相加得一十萬零八千八百一十四。與二率兩倍加一三率之數相等也。此卽求圓內容十四邊法。

設如有大小二正方面大方每邊爲小方每邊之二倍若以兩面積相乘得五萬八千五百六十四尺問二方邊面積各幾何

法借一根爲小方每邊之數則大方每邊數爲二根以一根自乘得一平方爲小方之面積以二根自乘得四平方爲大方之面積以一平方與四平方相乘得四三乘方爲兩方面面積相乘之數與五萬八千五百六十四尺相等四三乘方既與五萬八千五百六十四尺相等則一三乘方必與一萬四千六百四十一尺相等乃以一萬四千六百四十一尺爲三乘方積用開三乘方法算之得十一尺爲一根之數卽小方每邊之數倍之得二十二尺卽大方每邊之數以十一尺自乘得一百二十一尺卽小方之面積以二十二尺自乘得四百八十四尺卽大方之面積兩面積相乘得五萬八千五百六十四尺以合原數也此開三乘方法

設如有解錢糧船不言數。但知每船所載銀鞘之數比船數加一倍。每鞘內銀數與共鞘數等。其共銀數爲五百三十四萬五千三百四十四兩。問船數鞘數各若干。

小一根	$\frac{1}{4}$	平方
大二根	$\frac{1}{4}$	平方
	$\frac{3}{4}$	乘 = 五八五六四
	$\frac{3}{4}$	乘 = 一四六四一
	一根 =	——

自乘得四三乘方。與五百三十四萬五千三百四十四兩相等。四三乘方既與五百三十四萬五千三百四十四兩相等。則一三乘方必與一百三十三萬六千三百三十六兩相等。乃以一百三十三萬六千三百三十六兩爲三乘方積。用開三乘方法算之。得三十四爲一根之數。即船數倍之。

得六十八。卽每船之鞘數。以

船數三十四。與每船所載鞘數六十八相乘。得二千三百

一十二。爲共鞘數。亦卽每鞘

內之銀數。自乘得五百三十

四萬五千三百四十四兩。以合原數也。此開三乘方法。

$$\begin{array}{r}
 & \text{平方} & \text{二四} \\
 & \text{長} & + \text{平} \\
 & \text{閻} & \text{方} - \text{二〇} \\
 & \text{正} & \text{方} \quad \text{四八〇} \\
 & \text{方} & \text{積} \\
 & \text{根} & \text{十} \\
 & \text{正} & \text{方} \quad \text{四八〇} = \text{二三六一九六} \\
 & \text{方} & \text{積} \\
 & \text{根} & \text{十五} \\
 & \text{正} & \text{方} \quad \text{四八〇} = \text{二三六六七六} \\
 & \text{方} & \text{積} \\
 & \text{根} & \text{十五} \\
 & \text{正} & \text{方} \quad \text{一} \\
 & \text{方} & \text{積} \\
 & \text{根} & \text{三} \\
 & \text{正} & \text{方} \quad \text{三} \\
 & \text{方} & \text{積} \\
 & \text{根} & \text{一} \\
 & \text{正} & \text{方} \quad \text{一} \\
 & \text{方} & \text{積} \\
 & \text{根} & \text{一} \\
 \end{array}$$

設如有一正方。又有一長方。二方面面積共二十三萬六千一百九十六尺。長方之長。比正方面面積多二十四尺。長方之闊。比正方面面積少二十尺。問二方面邊面積各幾何。

法借一根爲正方每邊之數。自乘得一平方爲正方之面積。則長方之長爲一平方多二十四尺。長方之闊爲一平方少二十尺。長闊相乘。得一三乘方多四平方少四百八十尺。爲

$$\begin{array}{r}
 \text{船一根} \\
 \text{鞘二根} \\
 \text{共鞘四根} \\
 \text{共銀} \\
 \hline
 = \text{五三四四五三四四} \\
 \hline
 \text{三乘} \\
 \text{三乘} \\
 \hline
 = \text{一三三六三三六} \\
 \hline
 \text{一根} = \text{三四}
 \end{array}$$

長方面積加正方面積之一平方得一三乘方多五平方少四百八十尺爲二方之共面積與二十三萬六千一百九十六尺相等兩邊各加四百八十尺得一三乘方多五平方與二十三萬六千六百七十六尺相等乃以二十三萬六千六百七十六尺爲帶縱三乘方積用帶縱開三乘方法算之得二十二爲一根之數卽正方每邊之數自乘得四百八十四尺爲正方面積加二十四尺得五百零八尺爲長方之長減二十尺得四百六十四尺爲長方之闊長闊相乘得二十三萬五千七百一十二尺爲長方面積兩面積相加得二十三萬六千一百九十六尺以合原數也此帶縱開三乘方法。

設如有一長方其面積五百二十七丈又有大小二正方其面積共一千二百五十丈大正方邊與長方之長等小正方邊與長方之闊等問長方之長闊各幾何。

法借一根爲大方每邊之數自乘得一平方爲大方之面積則小方之面積爲一千二百五十丈少一平方此大方面積與長方面積及小方面積爲相連比例三率乃以首率大方面積一平方與末率小方面積一千二百五十丈少一平方相乘得一千二百五十平方少一三乘方又以長方面積五百二十七丈爲中率自乘得二十七萬七千七百二十九丈此兩數爲相等乃以二十七萬七千七百二十九丈爲帶縱三乘方積用帶縱開三乘方法算之得三十一爲一根之數卽大方每邊之數亦卽長方之長以長三十一丈除長方面積五百

大方	平方					
小方	一二五〇	—	—	長方	五二七	
大方	平方					
小方	一二五〇	—	—	三乘	二七七二九	
一根	平方		=		三一	

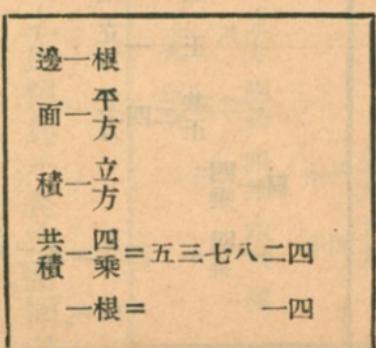
二十七丈得十七丈卽長方之闊亦卽小正方每邊之數乃以三十一丈自乘得九百六十一丈爲大方積積以十七丈自乘得二百八十九丈爲小方面積兩面積相加得一千二百五十丈以合原數也此帶縱開三乘方法。

設如有一方臺俱係正方石砌成其用石之塊數與每一石之面積等其共石之體積爲五十三萬七千八百二十四寸問用石之塊數及每一石之邊數若干

法借一根爲每一石之邊數自乘得一平方爲每一石之面積亦卽所用石之塊數再乘得一立方爲每一石之體積與所用石之塊數一平方相乘得一四乘方爲共石之體積與五十三萬七千八百二十四寸相等乃以五十三萬七千八百二十四寸爲四乘方積用開四乘方法算之得一十四寸爲一根之數卽每一石之邊數自乘得一百九十六寸爲每一石之面積亦卽所用石之塊數卽每一石之體積與所用石之塊數相乘得五十三萬七千八百二十四寸以合原數也此開四乘方法

設如有二十四正方體又有一扁方體其積八百二十九萬四千四百寸扁方體之高與正方體之邊數等扁方體之長與闊俱與正方體之面積等問正方體扁方體之邊數各若干

法借一根爲正方體每邊之數亦卽扁方體之高數以一根自乘得一平方爲正方體之面積亦卽扁方



體之長與闊再乘得一立方爲正方體之積以二十四乘之得二十四立方爲二十四正方體之共積又以扁方體之長闊一平方自乘得一三乘方再以高一根乘之得一四乘方爲扁方體之積兩積數相加得一四乘方多二十四立方與共體積八百二十九萬四千四百寸相等乃以八百二十九萬四千四百寸爲帶縱四乘方積用帶縱開四乘方法算之得二十四寸爲一根之數卽正方體之每邊亦卽扁方體之高自乘得五百七十六寸爲正方體之面積亦卽扁方體之長與闊再乘得一萬三千八百二十四寸爲一正方體之積以二十四乘之得三十三萬一千七百七十六寸爲二十四正方體之共積又以扁方體之長闊五百七十六寸自乘再以高二十四寸乘之得七百九十六萬二千六百二十四寸爲一扁方體積兩積相加得八百二十九萬四千四百寸以合原數也此帶縱開四乘方法。

設如有商人貿易第一次之銀數比原本銀加一倍第二次之銀數與第一次銀自乘再乘之數等第三次之銀數與第一次銀自乘又乘第二次銀之數等將第三次之銀數與第二次之銀數相加得三萬三千二百八十兩問原本銀數及每次銀數各若干法借一根爲原本銀數則第一次之銀數爲二根自乘再乘得八立方爲第二次之銀數以第一次自乘

根	立	方	立	方	=	八二九四四〇〇
正	正	共	正			
扁	一	四	乘			
	四	乘				
	一	十	二	四	立	方
					根	=
					二	四

之四平方與第二次之八立方相乘得三十二四乘方爲第三次之銀數與第二次之銀數八立方相加得三十二四乘方多八立方與三萬三千二百八十兩相等三十二四乘方多八立方既與三萬三千二百八十兩相等則一四乘方多四分立方之一必與一千零四十兩相等乃以一千零四十兩爲帶縱四乘方積用帶縱開四乘方法算之得四兩爲一根之數卽原本銀數也倍之得八兩爲第一次之銀數自乘再乘得五百一十二兩爲第二次之銀數又以第一次銀數八兩自乘之六十四兩與第二次之銀數五百一十二兩相乘得三萬二千七百六十八兩爲第三次之銀數與第二次之銀數相加得三萬三千二百八十兩以合原數也此帶縱開四乘方法。

設如有一小長方體闊爲高之二倍長爲高之三倍又有一大長方體其每邊之比例與小長方體同其高數與小長方體長闊相乘之數等體積八萬二千九百四十四尺問二長方體長闊高各幾何法借一根爲小長方體之高則闊爲二根長爲三根長闊相乘得六平方爲大長方體之高倍之得十二平方爲大長方體之闊三因之得十八平方爲大長方體之長長闊相乘再以高乘之得一千二百九十六五乘方爲大長方體積與八萬二千九百四十四尺相等一千二百九十六五乘方既與八萬二千九

本	一	二	三	根	根	立	方	四	乘	四	乘	四	乘	根	立	方	立	方	=	三	三	二	八
次	一	二	三			八	二	二	一	二	一	二	一		八	四	四	=	一	〇	四	〇	

百四十四尺相等。則一五乘方必與六十四尺相等。乃以六十四尺爲五乘方積用開五乘方法算之。得二尺爲一根之數。卽小長方體之高倍之得四尺。卽小長方體之闊三因之得六尺。卽小長方體之長。長

闊相乘得二十四尺。卽大長方體之高倍之得四十八尺。

卽大長方體之闊三因之得七十二尺。卽大長方體之長。

長闊相乘再以高乘之。得八萬二千九百四十四尺以合原數也。此開五乘方法。

設如有大小二正方體。大方

體積比小方體積多一千

七百四十四寸。以小方邊與大方邊相乘。得一百四十寸。問二正方體之邊數體積各幾何。

法借一根爲小方體每邊之數。以一根除一百四十寸。得一根之一百四十寸。爲大方體每邊之數。以一根自乘再乘。得一百四十寸。爲小方體積數。以一根之一百四十寸自乘再乘。得一立方之二百七十四

$$\begin{array}{l} \text{根} \quad \frac{\text{平方}}{六} \quad \frac{\text{平方}}{二} \quad \frac{\text{平方}}{八} \quad \frac{\text{五乘}}{六} \\ \text{六} \quad \text{一} \quad \text{八} \quad \text{六} \quad \text{五乘} \\ \text{大高} \quad \text{闊} \quad \text{長} \quad \text{一} \quad \text{二} \\ \text{小高} \quad \text{闊} \quad \text{長} \quad \text{一} \quad \text{二} \\ \text{積} = \end{array}$$

八二九四四
四
二

$$\begin{array}{l} \text{小邊} \quad \text{一根} \\ \text{大邊} \quad \text{一根之一四〇} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{小立} \quad \text{大立} \\ \text{積} \quad \text{方} \quad \text{根} \quad \text{方} \end{array} = \text{之二七四四〇〇〇}$$

$$\begin{array}{l} \text{一七四四} \\ = \text{一立} \\ \text{一七四四} \end{array} = \text{之二七四四〇〇〇} - \text{一立}$$

$$\begin{array}{l} \text{五乘} \\ \text{一七四四} \end{array} = \text{立} = \text{二七四四〇〇〇} - \text{五乘}$$

$$\begin{array}{l} \text{五乘} \\ \text{一七四四} \end{array} = \text{立} = \text{二七四四〇〇〇} - \text{一〇}$$

$$\begin{array}{l} \text{五乘} \\ \text{一七四四} \end{array} = \text{立} = \text{二七四四〇〇〇} - \text{一〇}$$

萬四千寸爲大方體積內減小方體積一立方餘一立方之二百七十四萬四千寸少一立方與一千七百四十四寸相等兩邊各以立方乘之得一千七百四十四立方與二百七十四萬四千寸少一五乘方相等兩邊各加一五乘方得一五乘方多一千七百四十四立方與二百七十四萬四千寸相等乃以二百七十四萬四千寸爲帶縱五乘方積用帶縱開五乘方法算之得十寸爲一根之數卽大方體每邊之數以十寸除一百四十寸得一十四寸卽大方體每邊之數以小方體每邊十寸自乘再乘得一千寸爲小方體積以大方體每邊十四寸自乘再乘得二千七百四十四寸爲大方體積兩體積相減餘一千七百四十四寸以合原數也此帶縱開五乘方法。

設如有大小二正方體共積四千一百二十三寸以小方邊與大方邊相乘得四十八寸問二正方體之邊數體積各幾何。

法借一根爲小方體每邊之數以一根除四十八寸得一根之四十八寸爲大方體每邊之數以一根自乘再乘得一立方爲小方體積以一根之四十八寸自乘再乘得一立方之一十一萬零五百九十二寸爲大方體積兩體積相加得一立方多一立方之一十一萬零五百九十二寸與四千一百二十三寸相等兩邊各以立方乘之得四千一百二十三立方與一五乘方多一十一萬零五百九十二寸

大邊	根之四八	
小邊	立 方	○五九二
小積	立 方	○五九二
四一二三	立 方	○五九二
四一二三	立 方	○五九二
四一二三	立 方	○五九二

$$\begin{array}{rcl}
 & \text{大積} & + \\
 & \text{立 方} & + \\
 & \text{立 方} & = \\
 \hline
 & \text{五乘} & \\
 & \text{五乘} & \\
 & \text{一根} &
 \end{array}$$

相等兩邊各減一五乘方得四千一百二十三立方少一五乘方與一十一萬零五百九十二寸相等。乃以一十一萬零五百九十二寸爲帶縱五乘方積用帶縱開五乘方法算之得三寸爲一根之數。即小方體每邊之數以三寸除四十八寸得十六寸爲大方體每邊之數以小方體每邊三寸自乘再乘得二十七寸爲小方體積數以大方體每邊十六寸自乘再乘得四千零九十六寸爲大方體積數兩體積相加得四千一百二十三寸以合原數也此帶縱開五乘方法。

設如有一長方體積二千一百八十七尺其高數自乘與闊等闊數自乘與長數等問高闊長各若干。
法借一根爲高自乘得一平方爲闊以闊自乘得一三乘方爲長長闊相乘得一五乘方再以高乘之得一六乘方爲長方體積與二千一百八十七尺相等乃以二千一百八十七尺爲六乘方積用開六乘方法算之得三尺爲一根之數卽長方之高自乘得九尺卽長方之闊以闊自乘得八十一尺爲長方之長乃以長闊相乘再以高乘之得二千一百八十七尺以合原數也。

此開六乘方法。

設如甲丙正方花園二所園中各有正方水池一面甲池每邊爲丙池每邊之三倍甲園每邊與甲池之面積等丙園每邊與丙池之面積等若以兩園之面積相乘得五百三十萬八千四百一十六尺問園池每邊各若干法借一根爲丙池每邊之數則甲池每邊之數爲三根以一根自乘得一平方爲丙池之面積卽丙園每

$$\begin{array}{r} \text{根} \\ \text{高} \\ \text{闊} \\ \text{長} \end{array} \begin{array}{r} \text{平} \\ \text{方} \\ \text{三} \\ \text{乘} \\ \text{六} \\ \text{乘} \end{array} = \begin{array}{l} \text{二} \\ \text{一} \\ \text{八} \\ \text{七} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{三} \end{array}$$

邊之數自乘得一三乘方爲丙園之面積以三根自乘得九平方爲甲池
 之面積卽甲園每邊之數自乘得八十一三乘方爲甲園之面積兩園之
 面積相乘得八十一七乘方與五百三十萬八千四百一十六尺相等八
 十一七乘方旣與五百三十萬八千四百一十六尺相等則一七乘方必
 與六萬五千五百三十六尺相等乃以六萬五千五百三十六尺爲七乘
 方積用開七乘方法算之得四尺爲一根之數卽丙池每邊之數三因之
 得十二尺卽甲池每邊之數以甲池每邊十二尺自乘得一百四十四尺
 爲甲池之面積卽甲園每邊之數以丙池每邊四尺自乘得一十六尺爲
 丙池之面積卽丙園每邊之數以甲園每邊一百四十四尺自乘得二萬
 零七百三十六尺卽甲園之面積以丙園每邊十六尺自乘得二百五十
 六尺卽丙園之面積乃以兩園面積相乘得五百三十萬八千四百一十
 六尺以合原數也此開七乘方法。

設如有甲乙丙三長方體甲方之高爲闊二分之一乙方之高與闊爲甲
 方之二倍丙方之高與闊爲甲方之三倍俱不知長甲方體積與面積自乘之數等乙方之體積與高
 闊相併乘甲方面積之數等丙方之體積與乙方體積自乘再乘之數等今但知丙方體積八十八萬
 四千七百三十六丈問三方高闊長各若干

三乘	三乘	七乘	=	五三〇八四一六
一	一	八		
園積	園積			
平方	平方			
園邊	園邊			
一根	三根			
丙池	甲池			

法借一根爲甲方之高，則甲方之闊爲二根。乙方之高亦爲二根。乙方之闊爲四根。丙方之高爲三根。丙方之闊爲六根。以甲方高一根與闊二根相乘得二平方，卽甲方之面積。自乘得四三乘方，卽甲方之體積。乙方高二根與闊四根相併得六根，與甲方面積二平方相乘得十二立方，卽乙方之體積。自乘再乘得一千七百二十八八乘方，卽丙方之體積。與八十八萬八千七百三十六丈相等。一千七百二十八八乘方，旣與八十八萬四千七百三十六丈相等，則一八乘方必與五百一十二丈相等。乃以五百一十二丈爲八乘方積，用開八乘方法算之，得二丈爲一根之數，卽甲方之高倍之得四丈，卽甲方之闊高闊相乘得八丈，卽甲方之面積。自乘得六十四丈，卽甲方之體積。又將甲方高二丈倍之得四丈，卽乙方之高，將甲方闊四丈倍之得八丈，卽乙方之闊高闊相乘得一十二丈，與甲方面積八丈相乘得九十六丈，卽乙方之體積。又以高四丈闊八丈相乘得三十二丈，以除體積九十六丈，得三丈，卽乙方之長。又將甲方高二丈三因之，得六丈，卽丙方之高。將甲方闊四丈三因之，得一十二丈，卽丙方之闊，以乙方面積九十六丈自乘再乘得八十八萬四千七百三十六丈，卽丙方之體積。又高六丈闊十二丈相乘得七十二丈，以除體積八十八萬四千七百三十六丈，得一萬二千二百八十八丈，卽丙方之長也。此開八乘方法。

甲高	一根	闊二根	二方	八乘	=	八八四七三六
乙高	二根	闊四根	二方	八乘	=	五一二
丙高	三根	闊六根	一七二八	八乘	=	二

設如有客船不言數但云每船之人數與船數等每人之本銀數與船數自乘再乘之數等其共銀自乘之數爲六千零四十六萬六千一百七十六兩問船數人數各若干法借一根爲船數亦爲每船之人數以一根自乘得一平方爲共人數再乘得一立方爲每人本銀數與一平方相乘得一四乘方爲共銀數以一四乘方自乘得一九乘方爲本銀自乘之數與六千零四十六萬六千一百七十六兩相等乃以六千零四十六萬六千一百七十六爲九乘方積用開九乘方法算之得六爲一根之數卽船數亦卽每船之人數自乘得三十六爲共人數再乘得二百一十六爲每人之銀數以三十六人乘之得七千七百七十六兩爲共銀數自乘得六千零四十六萬六千一百七十六兩以合原數也此開九乘方法

$$\begin{array}{r}
 \text{船} \text{—} \text{根} \\
 \text{共} \text{—} \text{人} \\
 \text{銀} \text{—} \text{共} \text{銀} \\
 \hline
 \text{—} \text{根} =
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{平} \\
 \text{立} \\
 \text{四} \\
 \text{九} \\
 \text{乘} \\
 \hline
 = 60466176
 \end{array}
 \quad \text{六}$$

數理精蘊下編卷三十七

末部七

難題

算術之學不外於線面體其間比例相求或借根借方等法既已分門別類於前然設問中有紆迴繁雜之不同者非審詳明辯則何以得其統緒茲又探赜鉤深編爲難題一卷俾學者殫思觀變以不迷於入算之方庶幾數理之微人心之巧由此引而伸之觸類而長之將以窮天下之變亦不難也

設如甲乙丙三人值班甲三日一次乙四日一次丙五日一次問三人何日同班

法以三日與四日相乘得十二日再與五日相乘得六十日卽三人同班之日也此法蓋因六十爲三四五皆可以度盡之數三與四相乘得十二日是甲乙同班之日而不能與丙同班三與五相乘得十五日是甲丙同班之日而不能與乙同班四與五相乘得二十日是乙丙同班之日而不能與甲同班惟六十日爲甲第二十次值班之日爲乙第十五次值班之日爲丙第十二次值班之日故爲三人同班之日也

設如有錢不知總數以三數之餘二文以五數之餘三文以七數之亦餘二文問錢總數幾何法先以三數之率定爲七十五數之率定爲二十一七數之率定爲十五乃以三數之率七十與餘二相



乘得一百四十。以五數之率二十一與餘三相乘得六十三。以七數之率十五與餘二相乘得三十三。數相併得二百三十三。又以三五七遞乘得一百零五。於二百三十三內減兩次。餘二十三。卽總錢數也。此法以三數之率定爲七十者。以其用七數五數皆盡。惟用三數之餘一也。今以餘二相乘得一百四十。則是用七數五數皆盡。惟用三數之餘二矣。以五數之率定爲二十一者。以其用三數七數皆盡。惟用五數之餘一也。今以餘三相乘得六十三。則是用三數七數皆盡。惟用五數之餘三矣。以七數之率定爲十五者。以其用三數五數皆盡。惟用七數之餘一也。今以餘二相乘得三十。則是用三數五數皆盡。惟用七數之餘二矣。以此三數相併。自爲三數餘二。五數餘三。七數餘二之數。又以三五七遞乘得一百零五者。此數用三五七皆可數盡。故二百三十三雖爲三數餘二。五數餘三。七數餘二之數。然減去一百零五餘一百二十八。以三五七數之。其所餘之數仍是以問數在一百零五以下必二十三。如問數在一百零五以上必一百二十八。或二百三十三。如原數更在二百三十三以上。則遞加一百零五求之。必有合也。至其作率之法。不過一乘一減。如以三五七命算。則以五

三五	一〇五
五七	
一〇五	

三數	七十一
五數	二十一
七數	十五

一四〇	三〇	三五
六三〇	三五	八五
二三〇	一三	六三〇
一一〇	二	一四〇
〇二三	三	

一五	二	七〇
二三	三	二
三〇	三	一四〇

七相乘得三十五以三減之餘二不可爲率以其所餘爲二難與他數相乘也故將三十五倍之得七十以三減之餘一故七十卽爲三數之率三七相乘得二十一以五減之餘一故二十一卽爲五數之率三五相乘得一十五以七減之餘一故十五卽爲七數之率或以五數七數九數命算皆倣此例推之設如三人治田一人日耘七畝一人日耕三畝一人日種五畝今令一人自耕自種自耘問一日治田幾何

法以七畝三畝五畝連乘得一百零五畝爲治田總衰數以每日耘七畝除之得十五日爲耘田衰數以每日耕三畝除之得三十五日爲耕田衰數以每日種五畝除之得二十日爲種田衰數三數相併得七十一日爲一率一百零五畝爲二率一日爲三率得四率一畝四分七釐有餘卽每日自耕自種自耘之數也此法蓋因一日耘七畝則一百零五畝須耘十五日一日耕三畝則一百零五畝須耕三十五日一日種五畝則一百零五畝須種二十一日併之得七十一日是一人自耕自種自耘治田一百零五畝卽知一日治田一畝四分七釐有餘也

設如甲乙二人甲借乙本銀一千二百兩已經還訖仍欠四月利銀今乙又借甲銀八百兩欲與前利銀抵兌問得月數幾何

法以今借銀八百兩爲一率原借銀一千二百兩爲二率原欠利銀四月作一百二十日爲三率得四率

一百八十日以三十日歸之得六月爲所求之日數也。蓋甲借乙之銀數多故月數少。乙借甲之銀數少故月數多而其利相等爲轉比例四率也。

設如原買小布一疋長一丈八尺闊一尺三寸價一錢一分七釐今買大布一疋長二丈五尺闊一尺六寸問價幾何。

法以原布長一丈八尺闊一尺三寸相乘得二十三尺四十寸爲一率。價一錢一分七釐爲二率。今布長二丈五尺闊一尺六寸相乘得四十尺爲三率。求得四率二錢卽今布之價也。凡物惟長不同或惟闊不同則各以其長闊爲比例。今長闊俱不同故以其長闊各相乘爲面與面之比例也。

設如有銀三百九十六兩令甲乙丙丁四人分之甲得二分之一又多

十兩乙得五分之三內少二十兩丙得三分之一又多八兩丁得四分之一內少六兩問四人各得銀數幾何。

法先以總銀三百九十六兩內減去甲多十兩丙多八兩餘三百七十八兩又加乙少二十兩丁少六兩共得四百零四兩爲各分之總銀數乃以甲分母二乙分母五丙分母三丁分母四連乘之得一百二十爲總衰數於總衰一百二十內取二分之一得六十爲甲衰取五分之三得七十二爲乙衰取三分之一

一率	八百兩
二率	一千二百兩
三率	一百二十日
四率	一百八十日
一率	二十三尺四十寸
二率	一錢一分七釐
三率	四十尺
四率	二錢

得四十爲丙衰取四分之一得三十爲丁衰併之得二百零二衰爲一率。以各分總銀數四百零四兩爲二率。一衰爲三率得四率二兩乃以二兩用甲衰六十乘之得一百二十兩加所多十兩得一百三十兩卽甲所分之銀數用乙衰七十二乘之得一百四十四兩內減所少二十兩餘一百二十四兩卽乙所分之銀數用丙衰四十乘之得八十兩加所多八兩得八十八兩卽丙所分之銀數用丁衰三十乘之得六十兩減所少六兩餘五十四兩卽丁所分之銀數將四人所分之銀併之得三百九十六兩以合原數也。

設如甲乙丙三商貨殖二年共得利銀八千五百八十兩甲原出本銀三千兩至滿八月收回一千兩至滿十九月又添一千二百兩乙原出本銀二千四百兩至滿六月收回八百兩至滿十五月又添一千四百兩丙原出本銀二千兩至滿七月悉收回至滿十七月別出本銀一千六百兩問各人分得利銀若干。

法以甲本銀三千兩與八月相乘滿八月收回一千兩是八月以前皆爲三千兩得二萬四千兩又以收回一千兩與原本銀三千兩相減餘二千兩以八月與十九月相減餘十一月八月收回一千兩餘二千兩十九月後方添一千二百兩則是八月以後十九月以前此十一月皆爲二千兩以十一月與二千兩相乘得二萬二千兩又以二千兩加所添一千二百兩得三千二百兩以十九月與二年之二十四月相減餘五月十九月後添一千二百兩是十九月以後二十四月以前此五月皆爲三千二百兩以五月與三千二百兩相乘得一萬六千兩。

一率 二百零二衰
二率 四百零四兩

三率 一衰

四率 二兩

以三得數相併。共六萬二千兩爲甲之共衰數。乙本銀二千四百兩與六月相乘。滿六月收回八百兩。是六月以前。皆爲二千四百兩。得一萬四千四百兩。又以收回八百兩與原本銀二千四百兩相減。餘一千六百兩。以六月與十五月相減。餘九月。六月後收回八百兩。餘一千六百兩。十五月後方添一千四百兩。是六月以後。十五月以前。此九月皆爲一千六百兩。以九月與一千六百兩相乘。得一萬四千四百兩。又以一千六百兩加所添一千四百兩。得三千兩。以十五月與二年之二十四月相減。餘九月。十五月後添一千四百兩。

是十五月以後。二十四月以前。此九月皆爲三千兩。以九月與三千兩相乘。得二萬七千兩。三數相併。共五萬五千八百兩。爲乙之共衰數。丙本銀二千兩。與七月相乘。滿七月悉收回。則七月以前。皆爲二千兩。得一萬四千兩。又以十七月與二十四月相減。餘七月。與別出本銀一千六百兩相乘。七月悉收回不算外。至第十七月方出本一千六百兩。是十七月以後。二十四月以前。止七月也。得一萬一千二百兩。二數相併。共二萬五千二百兩。爲丙之共衰數。

以甲乙丙三衰數相併。甲六萬二千。乙五萬五千八百。丙二萬五千二百。共得一十四萬三千兩爲一率。總利銀八千五百八十兩爲二率。一兩爲三率。求得四率六分。以各人衰數乘之。甲得三千七百二十兩。乙得三千三百。

甲衰數六萬二千兩

乙衰數五萬五千八百兩

丙衰數二萬五千二百兩

一率	一十四萬三千兩
二率	八千五百八十兩
三率	一兩
四率	六分

四十八兩丙得一千五百一十二兩爲各人所得利銀之數也。

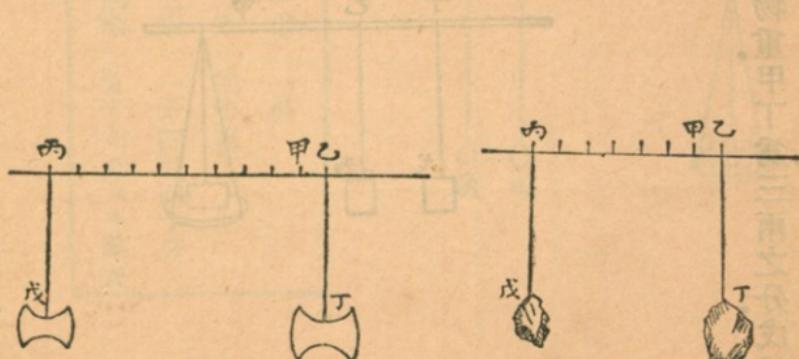
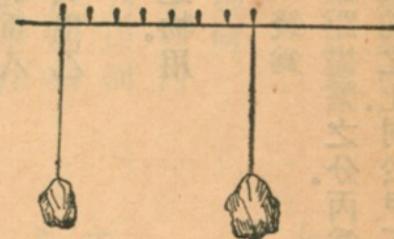
設如有一大石不知其重但知一小石重四兩求大石重幾何。

法用一木杆結繫於中兩端令平乃以大石掛於一端以小石作砣稱之如大石距提繫一寸小石距提繫六寸得平則以一寸爲一率小石重四兩爲二率六寸爲三率求得四率二十四

兩卽大石之重也如圖甲乙爲大石距提繫一寸甲丙爲小石距提繫六寸丁爲大石戊爲小石戊小石之重卽甲乙之分丁大石之重卽甲丙之分故甲乙與戊小石之比同於甲丙與丁大石之比也

設如有銀大小二錠共重十五兩求大小錠各重幾何

法用一木杆結繫於中兩端令平乃以大錠小錠各掛一端如大錠距提繫四寸小錠距提繫六寸得平則以四寸六寸相加得十寸爲一率共重十五兩爲二率大錠距提繫四寸爲三率得四率六兩卽小錠之重如以小錠距提繫六寸爲三率則得四率九兩卽大錠之重也如圖甲乙爲大



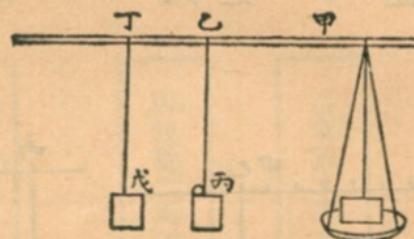
錠距提繫四寸。甲丙爲小錠距提繫六寸。故以甲乙、甲丙共分與丁戊共重之比同於甲乙與戊小錠之比亦同於甲丙與丁大錠之比也。

設如以戥稱銀。戥數不足。將砣上加四兩稱之。得二百兩。原砣重八兩。問銀實重幾何。

法以原砣重八兩爲一率。又以原砣八兩與加四兩相併。得十二兩爲二率。以今稱二百兩爲三率。得四率三百兩爲原銀之重數也。如圖甲乙爲二百兩之分。丙爲砣重十二兩。試將甲乙戥衡引長至丁。甲丁爲三百兩之分。戊爲原砣重八兩。甲乙乘丙砣卽與甲丁乘戊砣之數等。故以戊砣與甲乙之比同於丙砣與甲丁之比爲轉比例四率也。

設如戥子失去墜砣。欲配一砣不知輕重。以重三兩之物用六錢之砣稱之。得四兩。問原砣重幾何。

法以原重三兩爲一率。今稱得四兩爲二率。今砣重六錢爲三率。求得四率八錢。卽原砣之重也。如圖甲乙爲戥盤距提繫之分。丙爲物重。甲丁爲三兩之分。戊爲原砣。甲己爲四兩之分。庚爲今砣。以比例論之。甲乙與戊砣之比同於甲丁與丙重之比。又甲乙與庚砣之



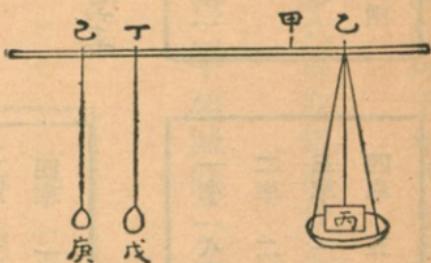
比同於甲己與丙重之比是甲丁乘戊砣卽與甲己乘庚砣之數等故以甲丁與庚砣之比卽同於甲己與戊砣之比爲轉比例四率也。

設如河口上寬十尺下寬六尺深五尺求每日流水幾何。

法以木板一塊置於水面用驗時儀墜子候之看六十秒內木板流遠幾丈如流遠十丈卽以十丈變爲一百尺乃以河上寬十尺與下寬六尺相加折半得八尺與河深五尺相乘得四十尺又與水板流遠一百尺相乘得四千尺卽六十秒內所流之數又以六十秒收爲一分爲一率水流四千尺爲二率以每日二十四小時化爲一千四百四十分一小時爲四刻一刻爲十五分爲三率求得四率五千七百六十萬尺卽一日內所流之數也此法先用木板以驗水流之緩急水急則木隨水流亦急水緩則木隨水流亦緩看木之緩急卽知水流之多少故先求得河口面積再以遠乘之卽得水流之積數也。

設如有房一所不知間數亦不知房價但云每房六間每年

一率	一分
二率	四千尺
三率	一千四百四十分
四率	五千七百六十萬尺



租銀二十四兩五年後適得本銀每房八間每年租銀三十五兩八年後得本銀外又得利銀二千一百六十兩問房數房價各幾何

法以五年與每年二十四兩相乘得一百二十兩以八年與每年三十五兩相乘得二百八十兩是爲每房六間租一百二十兩適足每房八間租

二百八十兩盈二千一百六十兩乃以六

間互乘二百八十兩得一千六百八十兩

以八間互乘一百二十兩得九百六十兩

八
六
一百二十兩
四八
一六八。九六。
○七二○
一一六六八。
一一六六八。
一一六六八。

一百二十兩爲一率以六間與八

間相乘得四十八間爲二率以利銀二千

一百六十兩爲三率得四率一百四十四

間卽房之總數也又以六間爲一率五年

得一百二十兩爲二率總房一百四十四

間爲三率得四率二千八百八十兩卽房

價或以八間爲一率八年得二百八十兩

爲二率總房一百四十四間爲三率得四

率五千零四十兩內減利銀二千一百六

一率	六間
二率	一百二十兩
三率	一百四十四間
四率	二千八百八十兩

一率	七百二十兩
二率	四十八間
三率	二千一百六十兩
四率	一百四十四間

十兩亦得二千八百八十兩爲房價也。此法蓋因五年八年之數不同。故以五年八年與每年銀數相乘作總得租銀算也。

設如有銀買物。不知銀數亦不知物價。但云取銀六分之五買之。則多六兩。取銀四分之三買之。仍多二兩。問銀數及物價各幾何。

法以前分母六互乘後分子三得十八。以後分母四互乘前分子五得二十。相減餘二分爲一率。盈六兩與盈二兩相減。餘四兩爲二率。兩分母互

乘得二十四分爲三率。求得四率四十八。

六
五二
盈六兩

兩卽爲銀數。取六分之五爲四十兩減盈

六兩得三十四兩爲物價。或取四分之三

得三十六兩減盈二兩亦得三十四兩爲

物價也。

四
三八
盈二兩

一率	二分
二率	四兩
三率	二十四分
四率	四十八兩

又先得物價之法。以前分母六互乘後分子五

子三得十八。以後分母四互乘前分子五

得二十。又以十八互乘盈六兩得盈一百零八兩爲加十八倍。以二十五互乘盈二兩得盈四十兩爲加二十倍。乃以十八倍與二十倍相減。餘二倍爲一率。互乘所得兩盈數相減。餘六十八兩爲二率。一倍爲三率。求得四率三十四兩卽物價。加盈六兩得四十兩。卽原銀六分之五。乃用五歸六。因得四十八兩爲原

銀數或於物價三十四兩加盈二兩得三十六兩卽原銀四分之三乃用三歸四因亦得四十八兩爲原銀數也此盈虧單法因帶分子不同故用通分互乘以齊其分耳

設如有銀買米不知米數亦不知米價只

云買米四分之一用銀二十兩則米少

一石若買三分之一用銀二十四兩則米多二石問米數及米價各幾何

法以前分母四互乘後分子一得四以後分母三互乘前分子一得三乃以互乘所得後分子四互乘二

十兩得八十兩互乘虧一石得虧四石又

以互乘所得前分子三互乘二十四兩得

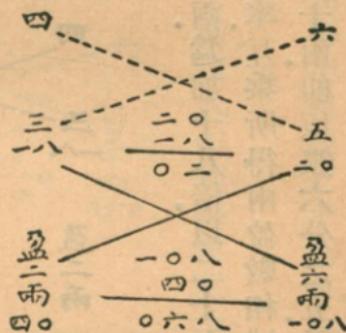
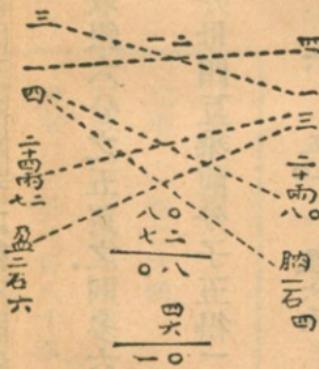
七十二兩互乘盈二石得盈六石乃以虧

四石與盈六石相加得十石爲一率八十

兩與七十二兩相減餘八兩爲二率一石

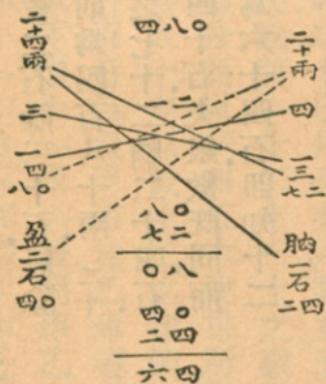
爲三率求得四率八錢卽米一石之價也

既得米價乃以八錢除二十兩得二十五

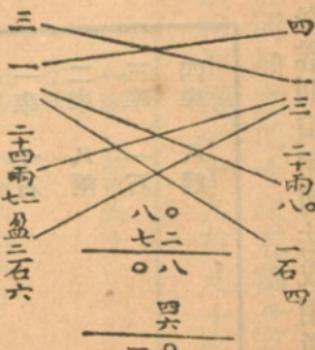


石減胸一石餘二十四石爲米四分之一以四因之得九十六石卽米數或以八錢除二十四兩得三十石加盈二石得三十二石爲米三分之一以三因之亦得九十六石爲米數也蓋以分母互乘前則爲十二分之三後則爲十二分之四兩分子互乘亦得十二分兩分子互乘亦得十二分用銀八兩卽知一石價八錢也此雙套盈胸之法但有米之分數又有石數故立法微不同若止帶零分則惟用通分法餘俱與雙套盈胸之法同

又先得米數之法以銀數列於上分數列於下乃以前分母四互乘後分子一得四以後分母三互乘前分子一得三又以二十兩互乘後所得分子四得八十分互乘盈二石得盈四十石以二十四兩互乘前所得分子三得七十二分互乘胸一石得胸二十四石乃以七十二分與八十分相減餘八分爲一率胸二十四石與盈四十石相加得六十四石爲二率兩分母互乘得十二分爲三率求



一率 八分
二率 六十四石
三率 一十二分
四率 九十六石



得四率九十六石。卽原米數也。旣得米數。四歸之得二十四石。加胸一石。得二十五石。以除二十兩。得八錢爲米價。或將米數三歸之。得三十二石。減盈二石。餘三十石。以除二十四兩。亦得八錢爲米價也。蓋用互乘。前則爲四百八十兩。二十兩與二十四兩互乘。得四百八十兩。買米十二分之七十二。胸二十四石。後則爲四百八十兩。買米十二分之八十。盈四十石。夫銀數旣同。而米差八分。則盈胸相差六十四石。故知八分爲六十四石。卽知十二分爲九十六石也。

又法以二十兩胸一石俱用四因之。得八十兩胸四石。因四分之一價二十兩。故用四因爲米總價。又以二十四兩

盈二石俱用三因之。得七十二兩盈六石。

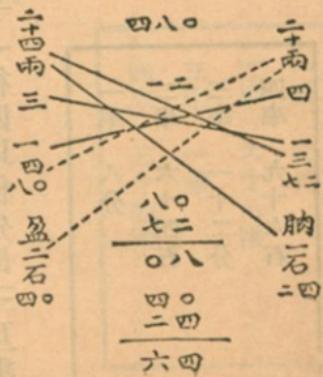
因三分之一價二十四兩。故用三因爲米總價。

作盈胸單法算。以胸四石與盈六石相加。得十石爲一率。八十兩與七十二兩相減。餘八兩爲二率。一石爲三率。求得四率八

錢。卽米一石之價也。此法蓋因分數整齊。故可比例而得其全分之價。若有奇零。則須用前法。或用通分法算之。

八十兩	胸四石
○八 七 ○二 八	一 六 四 ○

一率	十石
二率	八兩
三率	一石
四率	八錢



設如有一數不知幾何。但云以三乘之再加一十。又以四乘之再加二十。又以五乘之再加三十。又以六乘之再加四十。共得六千七百。問原數幾何。

法先以所加之十以四乘之。又以五乘之。又以六乘之。得六百。再以所加之三十以六乘之。得一百八十。乃以所得之三數相加得一千九百八十。併所加之四十。共二千零二十。與共數六千七百相減。餘四千六百八十。爲連乘之整數。乃借一衰爲原數。以三乘之。仍得三。又以四乘之。得一十二。又以五乘之。得六十。又以六乘之。得三百六十。衰爲一率。原數一衰爲二率。以連乘整數四千六百八十爲三率。求得四率十三。卽爲原數也。此法蓋因三乘原數外加一十。而又用四乘五乘六乘。則此一十已用四乘五乘六乘矣。四乘後加二十。而又用五乘六乘。則此二十已用五乘六乘矣。五乘後加三十。而又用六乘。則三十已用六乘矣。故將一十二十三十之數亦用連乘。併後所加之四十。與共數相減。然後爲三四五六與原數連乘之整分。而以三四五六連乘所得之三百六十與原數一爲比例。卽同於今三四五六連乘所得之四千六百八十與原數十三之比例也。

設如甲乙二車運糧。甲車先行二日。乙車後行七日。追過甲車八十里。甲車比乙車運價少一兩一錢。問甲乙二車日行里數及運價各幾何。法以乙車五日爲正。甲車七日爲負。里數相等作一空位。甲車先行二日。乙車行五日追及。是乙車行五日甲車行

一率 三百六十

二率 一

三率 四千六百八十

四率 一十三

七日其里數相等。運價多五錢爲正。列於上。又以乙車七日爲正。甲車九日爲負。過八十里爲正。運價多一兩一錢爲正。列於下。乃以上乙五日遍乘下乙七日甲九日多八十里多一兩一錢。得乙三十五日仍爲正。甲四十日仍爲負。多行四百里。運價多五兩五錢仍爲正。又以下乙七日遍乘上乙五日甲七日運價多五錢。得乙三十五日仍爲正。甲四十九日仍爲負。多三兩五錢仍爲正。相等無可乘。仍爲空位。於是以上層爲主。兩下相較。則乙各三十五日彼此減盡。甲兩下相減餘四日本層少變。負爲正。里數無可加減。仍得四百里爲正。價兩下相減餘二兩。依本層爲正。卽甲車四日行四百里。運價二兩也。以四日除四百里得一百里。爲甲車每日所行之里數。以四日除二兩得五錢。卽甲車每日之運價。以乙車七日比甲車九日多行八十里。價多一兩一錢計之。則甲車九日行九百里。加多八十里。共九百八十里。爲乙車七日所行之里數。以七日除之。得一百四十里。卽乙車每日所行之里數。甲車九日運價四兩五錢。加多一兩一錢。共五兩六錢。爲乙車七日之運價。以七日除之。得八錢。卽乙車每日之運價也。此法因有里數運價二種。或名疊脚。然不過除兩次耳。若里數爲較。運價爲和。難以分列正負者。則分兩法算之。

設如甲乙丙三人有銀各不知數。只云甲得乙銀二分之一。乙得丙銀三分之一。丙得甲銀四分之一。則

		里○正	價五正
甲 七 九	貢 貢	○八	一
乙 五 七	正 正		
三 五 三 三 ○○	正 正 正 正 ○○	四○○正 ○四正	五正 五正 三正 二正

各得七百兩。問三人原銀各幾何。

法先以甲三分乙一分共七百兩列於上。甲原銀四分。丙得去一分餘三分。又得乙一分。故爲甲三分乙一分共七百兩。丙無數作空位以足其分。又以甲一分丙二分共七百兩列於下。丙原銀三分。乙得去一分餘二分。又得甲一分。故爲甲一分丙二分共七百兩。乙無數亦作空位以足其分。乃以上甲三分遍乘下甲一分丙二分共七百兩得甲三分丙六分共二千一百兩。又以下甲一分遍乘上甲三分乙一分共七百兩。仍得原數。於是以下層爲主。兩下相較。則甲各三分彼此減盡。乙一分無可減。仍爲一分。依本層爲正。丙六分無可減。仍爲六分。本層無數則爲負。銀兩下相減餘一千四百兩。本層少爲負。卽乙一分比丙六分少一千四百兩也。次以乙一分爲正。丙六分爲負。少一千四百兩爲負。列於上。又以乙一分丙一分共七百兩列於下。乙原銀二

		銀	
丙	○二	七	七〇〇
乙	一〇	六〇	二一〇〇 七〇〇
甲	三一	三三〇	一四〇〇 六〇 負
			一四〇〇 負

		銀	
丙	一〇〇	四〇〇	一四〇〇 七〇〇
乙	正一〇	六〇	一七
甲	三一	三三〇	二一〇〇

分。甲得去一分餘一分。又得丙一分。故爲乙一分丙一分共七百兩。因爲和數故不用號。因首色皆爲一。故省互乘。兩下相較。則乙各一分彼此減盡。丙六與丙一相加得七分銀一千四百與七百相加得二千一百兩。卽

爲丙七分之共數。以七除之得三百兩爲丙一分之數。以丙原銀三分乘之得九百兩爲丙之銀數。以乙一分丙一分共七百兩計之。則於七百兩內減去丙一分三百兩餘四百兩卽乙一分之數。以乙原銀二分乘之得八百兩爲乙之銀數。以甲三分乙一分共七百兩計之。則於七百兩內減去乙一分四百兩餘三百兩三歸之得一百兩卽甲一分之數。以甲原銀四分乘之得四百兩爲甲之銀數也。

設如有長方面積八百六十四步一長二闊三和四較共三百一十二步問長闊各幾何。

法以積數八因之得六千九百一十二步爲大長方形積乃以長闊和較共數三百一十二步爲長闊和折半得一百五十六步爲半和自乘得二萬四千三百三十六步與六千

九百一十二步相減餘一萬七千四百二十四步開平方得一百三十二

步爲半較與半和一百五十六步相減得二十四步爲原闊數以闊除原

積八百六十四步得三十六步爲原長數也此法蓋因三和內有三長三

闊加一長二闊共四長五闊如以四較加於四闊則又成四長是共得八

長一闊此二百一十二步卽八長一闊之共數今將原積八倍之成一大長方形其闊卽原闊其長爲原長之八倍故以三百一十二爲長闊和求得闊卽爲原闊以原闊除原積卽得原長也。

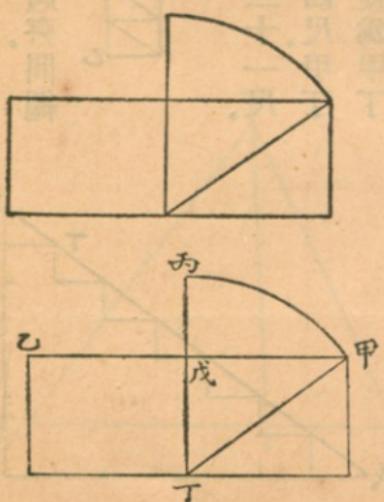
設如買果木樹不知樹數亦不知樹價但知樹每株之價爲樹共數之六倍而每株脚錢六文其脚錢并樹價共三千六百文問樹每株價及樹數各幾何

	二	四	四四
三	四	四九	五五
七	七六	○	○○○
一	一一	一	一
二	三	二	二
六	六	六	六

法先以其錢三千六百文，六因之得二萬一千六百文爲長方積脚錢。六文爲縱多，爰以縱多六文折半，得三文爲半較，自乘得九文，與二萬一千六百文相加，得二萬一千六百零九文，開平方得一百四十七文爲半和，內減半較三文，得一百四十四文爲樹每株之價，六歸之得二十四爲樹之共數也。此法以樹數爲闊，樹價并脚錢爲長，成長方形，因每株之價爲樹數之六倍，是長爲闊之六倍又多六文，故六倍其積，則長比闊多六文，故以帶縱開方法算之，得闊爲樹價六歸之得樹數也。

設如一河寬一丈二尺，中間生一蒲草，出水面三尺，斜引蒲稍至岸，適與岸齊，問蒲長水深各幾何。

法以河寬一丈二尺折半，得六尺爲勾，以蒲稍出水面三尺爲股，弦較乃以勾六尺自乘得三十六尺，以股弦較三尺除之，得一十二尺爲股弦和，加股弦較三尺，得一十五尺，折半得七尺五寸爲弦，即蒲之長，內減股弦較三尺，餘四尺五寸爲股，即水之深也。如圖甲乙爲河寬，丙丁爲蒲長，與甲丁等，戊丁爲水深，丙戊爲蒲稍出水面三尺，故戊丁爲股，甲戊爲勾，甲丁爲弦，丙戊爲股弦較，用有勾有股弦較之法，求得股爲水深，得弦爲蒲之長。



七) 九			
四) 六	○		
一) 二	一		
二) 二	二		
一) 一	一		
六) 六			
九) 九			
二) 四			
一) 九			
三) 八			
七) 七			
二) 三	○	○	○
一) 三	○	○	○
六) 六	○	○	○
九) 九	○	○	○

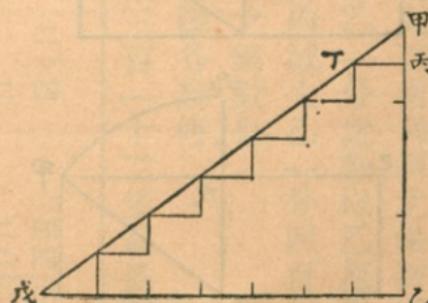
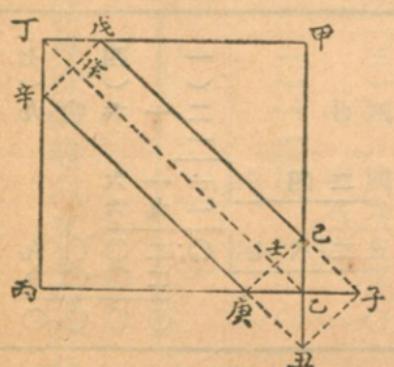
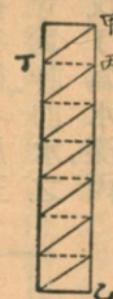
也。

設如圓柱高二十一尺，周四尺，以繩自底至末繞柱七周，與柱適齊，問繩長幾何。

法以柱周四尺七因之得二十八尺爲股，柱高二十一尺爲勾，求得弦三十五尺，即

繩之長也。此法蓋合七勾股爲一勾股算也。如圖甲乙爲柱高二十一尺，甲丙爲七分之一，若將柱面平鋪之成一平面，則丙丁卽柱周四尺，甲丁卽繩繞柱之一周，成甲丙丁勾股形。今柱高爲甲丙之七倍，繩長爲甲丁之七倍，故將柱周亦加七倍，成甲乙戊勾股形，甲乙爲勾，乙戊爲股，求得甲戊弦卽繩長也。

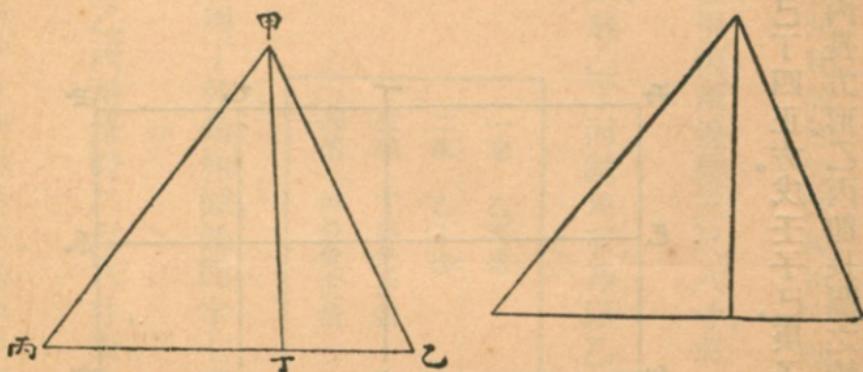
設如一方匣內對角斜容一比例尺，長一尺一寸，寬三寸，問匣方邊幾何？法以比例尺寬三寸與長一尺一寸相加得一尺四寸，自乘折半開方，得九寸八分九釐九毫，卽方匣之邊數也。如圖甲乙丙丁方匣，內容戊己庚辛比例尺，丁乙爲對角斜線，癸壬爲比例尺之長，壬乙與丁癸二段與己庚寬度等，蓋以己庚度作己子丑庚正方形，則乙爲方之中心，壬乙爲己庚方邊之一半與壬庚等，而壬乙與丁癸兩段卽與己庚等，故以比例尺



之長闊相加卽爲丁乙對角斜線用斜求方之法自乘折半開方卽得方邊也。

設如三角形底二丈八尺小腰與中垂線之較二尺大腰與中垂線之較六尺問兩腰各幾何。

法借一衰爲中垂線則小腰爲一衰多二尺小腰與中垂線之和爲二衰多二尺與小腰較二尺相乘得四衰多四尺爲小分底自乘方積大腰爲一衰多六尺大腰與中垂線之和爲二衰多六尺與大腰較六尺相乘得十二衰多三十六尺爲大分底自乘方積以兩方積相較則大分底方爲小分底方之三倍多二十四尺大分底方十二衰爲小分底方四衰之三倍卽將小分底方四衰多四尺以三因之得十二衰多十二尺與大分底方十二衰多三十六尺相減仍餘二十四尺乃以底二十八尺自乘得七百八十四尺內減去所多之二十四尺餘七百六十尺爲小分底自乘四正方小分底乘大分底二長方積折半得三百八十尺爲小分底自乘二正方小分底乘大分底一長方積共成一大長方底二十八尺爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊十尺爲小



分底自乘得一百尺。以小腰較二尺除之得五十尺爲小腰與中垂線之和。內加小腰較二尺得五十二尺。折半得二十六尺。卽小腰。又以小腰較二尺與大腰較六尺相減餘四尺。卽大腰與小腰之較。與小腰二十六尺相加得三十尺。卽大腰也。如圖甲乙丙三角形。甲乙爲小腰。甲

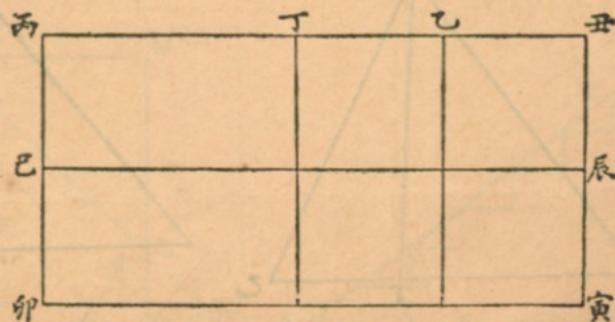
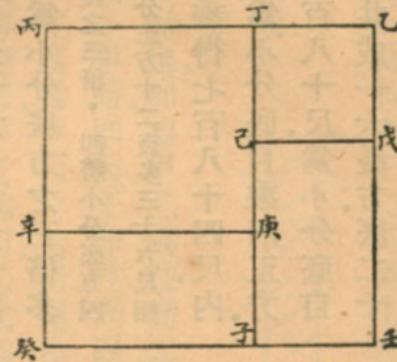
丙爲大腰。乙丙爲底。自甲角作甲丁垂線。則分爲甲丁乙、甲丁丙兩勾股形。以甲乙、甲丁股弦和與甲乙、甲丁股弦較相乘。則得乙丁勾

自乘之乙戊己丁正方形。見勾股法。以甲丁、甲丙股弦和與甲丁、甲

丙股弦較相乘。則得丁丙勾自乘之丁庚辛丙正方形。丁庚辛丙正

方形既爲乙戊己丁正方形之三倍多二十四尺。故於乙壬癸丙大

正方形內減去二十四尺。餘者卽與乙戊己丁三正方等。是共得乙戊己丁四正方。戊壬子己庚子癸辛。爲大分底乘小分底二長方。共成丑寅卯丙一長方形。折半得丑辰巳丙長方形。乙丙卽長闊之較。故用



帶縱較數開平方法算之。得闊爲乙丁小勾。自乘以股弦較除之。得股弦和。故加股弦較折半。卽得甲乙爲弦也。或求得甲丙邊亦同。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。乙丙邊一丈二尺二寸。甲乙、甲丙兩邊較三尺八寸。求乙角丙角度各幾何。

法依甲丙邊度截甲乙邊於丁。餘乙丁卽兩邊較。自丙至丁作丙丁線。成乙丁丙鈍角形。乃以乙丙邊一丈二尺二寸爲一率。乙丁邊三尺八寸爲二率。甲角

五十三度八分與一百八十度相減。餘一百二十六

度五十二分。折半得六十三度二十六分。卽丁鈍角

之外角。與丁丙甲角等。其正弦八萬九千四百四十

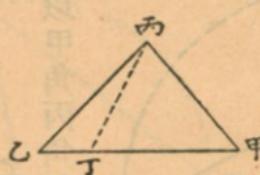
一爲三率。求得四率二萬七千八百五十八爲丙分

角正弦。檢表得十六度十分。爲丙分角。與丁丙甲角

六十三度二十六分相加得七十九度三十六分。卽丙角度。以丙分角與丁外角相減。餘四十七度十六分。卽乙角度也。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。甲丙邊一丈一尺二寸。甲乙、乙丙兩邊較二尺八寸。求乙角丙角度各幾何。

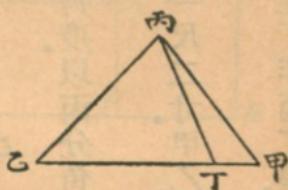
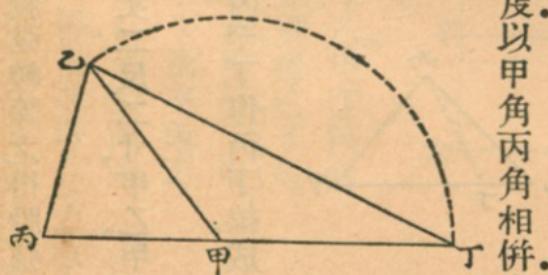
法依乙丙邊度截甲乙邊於丁。餘甲丁卽兩邊較。自丙至丁作丙丁線。成甲丁丙鈍角形。乃以甲丁邊二



一率	乙丙邊
二率	乙丁邊
三率	丁外角正弦
四率	丙分角正弦

尺八寸與甲丙邊一丈一尺二寸相加得一丈四尺爲一率。甲丁與甲丙相減餘八尺四寸爲二率。甲角半外角六十三度二十六分之正切線一十九萬九千九百八十六爲三率。求得四率一十一萬九千九百九十一爲半較角切線。檢表得五十度十二分爲半較角度。與半外角相減餘十三度十四分爲丙分角倍之與甲角相加得七十九度三十六分即丙角度。以甲角丙角相併與半周相減餘四十七度十六分即乙角度也。蓋以丙分角與甲角相加則得丙丁乙角與丙大分角等是丙大分角與一丙小分角一角之度等故倍小分角與甲角相加得丙全角也。設如甲乙丙三角形甲角五十三度八分乙丙邊一丈二尺二寸甲乙甲丙邊和二丈六尺二寸求丙角乙角度各幾何。

法以甲乙與甲丙相加得丙丁自乙至丁作乙丁線成丁乙丙三角形乃以乙丙邊一丈二尺二寸爲一率丙丁邊二丈六尺二寸爲二率甲角五十三度八



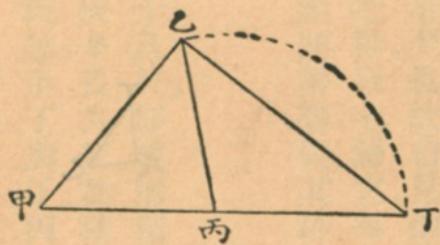
一率	乙丙邊
二率	丙丁邊
三率	丁角正弦
四率	丙乙丁角正弦

一率	甲丙甲丁兩邊和
二率	甲丙甲丁兩邊較
三率	半外角切線
四率	半較角切線

分折半得二十六度三十四分卽丁角。與甲乙丁角等。其正弦四萬四千七百二十四爲三率。求得四率九萬六千零四十六爲丙乙丁角正弦。表檢得七十三度五十分爲丙乙丁角。內減半甲角二十六度三十四分。卽甲乙丁角。餘四十七度十六分卽乙角度。以甲角乙角相併與半周相減。餘七十九度三十六分。卽丙角度也。

設如甲乙丙三角形。甲角五十三度八分。甲乙邊一丈五尺。甲丙、乙丙兩邊和二丈三尺四寸。求乙角丙角度幾何。

法以甲丙與乙丙相加得甲丁。自乙至丁作乙丁線。成甲乙丁三角形。乃以甲丁邊二丈三尺四寸與甲乙邊一丈五尺相加。得三丈八尺四寸爲一率。甲丁邊與甲乙邊相減。餘八尺四寸爲二率。甲角五十三度八分與半周相減。折半得半外角六十三度二十六分。其正切線一十九萬九千九百八十六爲三率。求得四率四萬三千七百四十七。爲半較角切線。檢表得二十三度三十八分爲半較角。與半外角相減。餘三十九度四十八分爲丁角度。倍之得七十九度三十六分。卽丙角度。以甲角丙角相併。與半周相減。餘四十七度十六分。卽乙角



一率	甲乙甲丁兩邊和
二率	甲乙甲丁兩邊較
三率	半外角切線
四率	半較角切線

度也。

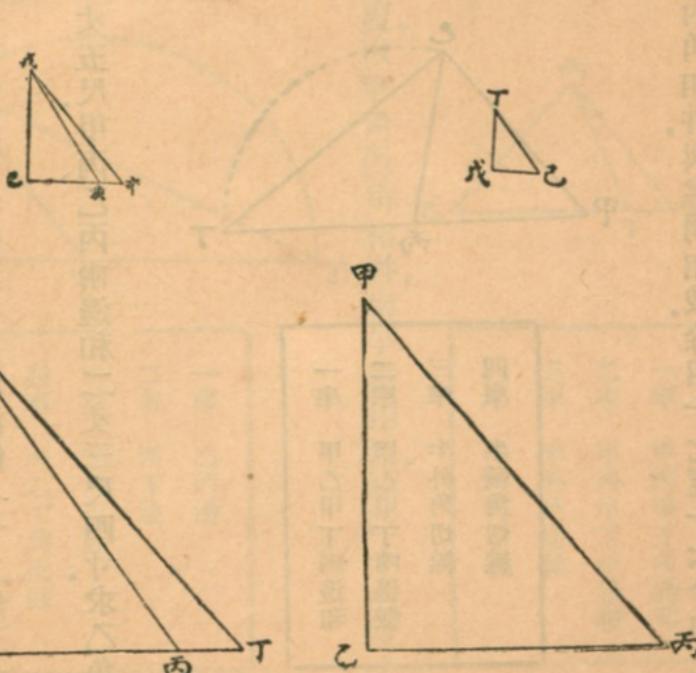
設如有一旗杆不知其高用日影測之間高幾何。

法先立一表長五尺看影長幾尺如得四尺同時看旗杆影爲幾尺如得二丈四尺乃以表影長四尺爲一率表高五尺爲二率旗杆影長二丈四尺爲三率求得四率三丈卽旗杆之高也如圖甲乙爲旗杆乙丙爲旗杆影丁戊爲表高戊己爲表影甲乙丙與丁戊己爲同式勾股形故己戊與丁戊之比同於乙丙與甲乙之比也。

設如有塔一座不知其高亦不知其遠用日影測之間塔高幾何。

問塔高幾何。

法先立一表長六尺影長四尺同時看塔影所至記之閱時看表影長五尺塔影比先所記之處長幾尺如得八尺乃以表影差一尺爲一率表高六尺爲二率影差八尺爲三率求得四率四丈八尺卽塔之高也如圖甲乙爲塔高乙丙爲先所記塔影乙丁爲後



所記塔影戊己爲表高己庚爲先所記表影己辛爲後所記表影戊庚辛與甲丙丁戊己庚與甲乙丙皆爲同式形故庚辛與戊己之比同於丙丁與甲乙之比也

設如遠望一村欲知其遠用放鎗驗時儀墜子候之問遠幾何

法令一人在村邊放鎗一見烟出卽用驗時儀墜子候之一聞鎗響卽止

計自見烟至聞響得幾秒如得三秒卽以一秒爲一率一百二十八丈五

尺七寸爲二率三秒爲三率求得四率三百八十五丈七尺一寸卽距村

之遠也蓋響與烟一時並出其見烟而未聞響者聲未至也故自見烟至

聞響之分卽路遠之分嘗以其分較之路遠五里得七秒以七歸之每秒

得一百二十八丈五尺七寸聞雷亦然自一見電光至聞雷響候其秒數

卽得里數也

設如梭形闊四尺中長九尺求積幾何

法以中長九尺與闊四尺相乘得三十六尺折半得十八尺卽梭形積也

如圖甲乙丙丁梭形以乙丁與甲丙相乘則成戊己庚辛長方形其積比

梭形多一倍故半之爲梭形積也此法必甲乙與乙丙等甲丁與丁丙等

或甲乙與甲丁等乙丙與丁丙等則其中長適爲兩三角形之垂線故長

闊相乘折半而得積也若中長不得爲垂線則須先量得四邊數及長數



一率	一秒
二率	一百二十八丈五尺七寸
三率	三秒
四率	三百八十五丈七尺一寸

或闊數用三角形求中垂線法算之。

設如三廣形上闊三尺中闊五尺下闊四尺上截長六尺下截長四尺求積幾何法以中闊五尺與上闊三尺相加折半得四尺與上截長六尺相乘得二十四尺又以中闊五尺與下闊四尺相加折半得四尺五寸與下截長

四尺相乘得十八尺兩數相併得四十

二尺卽三廣形積也如圖甲乙丙丁戊

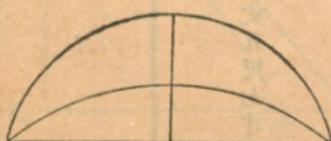
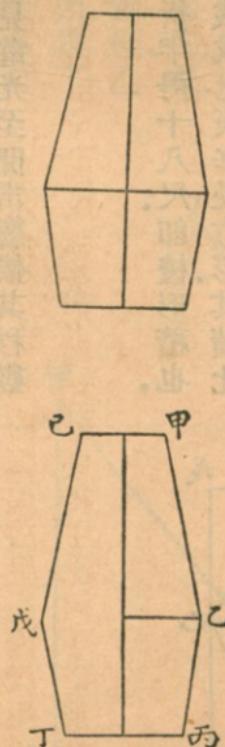
己三廣形以乙戊線分之則成甲乙戊

己丙丁戊兩梯形故用梯形求積之

法見第十九卷直線形求得兩梯形之積而併之卽爲三廣形積也舊術以上下闊相加折半加中闊與長相乘得積此必上下兩截長數相等者然後可算若上下不相等須用兩梯形算之

設如眉形兩尖相距弦長二十四尺外弧距弦九尺內弧距弦四尺求積幾何

法以兩尖相距二十四尺爲弦外弧距弦九尺爲矢用弧矢求積法以矢九尺爲首率弦二十四尺折半得十二尺爲中率求得末率十六尺加矢九尺得二十五尺爲圓徑折半得半徑十二尺五寸爲一率半弦十二尺爲二率半徑十萬爲三率求得四率九萬六千爲半外弧之正弦檢八線表得七十三度四十五分爲半外弧之度分倍之得一百四十七度三十分爲外弧之度分乃以三百六十度爲一率外弧一



百四十七度半爲二率全徑二十五尺求得全周七十八尺五寸三分九釐八毫爲三率求得四率三十二尺一寸七分九釐五毫爲外弧之數與半徑十二尺五寸相乘折半得二百零一尺十二寸十八分爲自圓心至弦所分弧背三角形積又以矢九尺與半徑十二尺五寸相減餘三尺五寸與弦二十四尺相乘折半得四十二尺爲自圓心至弦所分直線三角形積與弧背三角形積相減餘一百五十九尺一十二寸一十八分爲外弧矢全積見第二十卷曲線形又以兩尖相距二十四尺爲弦內弧距弦四尺爲矢亦用弧矢求積法求得內弧矢虛積六十五尺三十七寸六十分與外弧矢積相減餘九十三尺七十四寸五十八分卽眉形積也如圖甲乙丙丁眉形甲丙爲弦乙戊爲外弧矢丁戊爲內弧矢兩弧矢形故先求得甲乙丙戊弧矢形積又求得甲丁丙戊弧矢形積相減卽得甲乙丙戊弧矢形積也

設如橄欖形長二尺四寸闊八寸求積幾何

法以長二尺四寸爲弦闊八寸折半得四寸爲矢用弧矢求積法求得弧矢積六十五尺三十七寸六十分倍之得一百三十尺七十五寸二十分卽橄欖形積也如圖甲乙丙丁橄欖形自甲至丙作甲丙線平分乙丁於戊則成甲乙丙戊甲丁丙戊兩弧矢形故求得弧矢形積倍之卽橄欖形積也

設如錢形徑一尺二寸求積幾何。

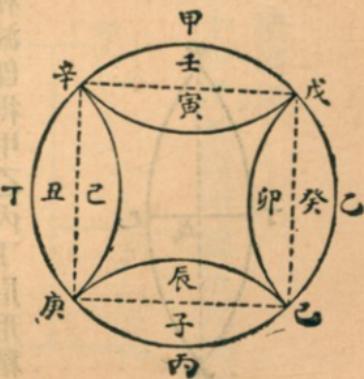
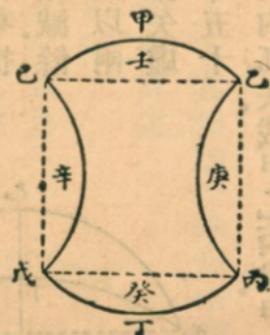
法以錢形徑一尺二寸求得圓面積一尺一十三寸零九分七十三釐又求得內容方積七十二寸相減餘四十一寸零九分七十三釐倍之得八十二寸一十九分四十六釐卽錢形積也。如圖甲乙丙丁錢形作戊己庚庚辛、辛戊四線則分爲壬癸子丑寅卯辰巳八弧矢形故先求得圓形積又求得戊己庚辛內方積相減餘壬癸子丑四弧矢形倍之卽得錢形積也。

設如銀錠形徑一尺二寸求積幾何。

法以銀錠形徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸折半得七十二寸卽銀錠形積也。如圖甲乙丙丁戊己銀錠形以甲丁徑自乘折半則得乙丙戊己正方其所虛庚辛二弧矢形與所盈壬癸二弧矢形之積等故乙丙戊己正方積卽與銀錠形之積等也。

設如甲乙丙丁四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三分一

十釐甲圓徑比乙圓徑多三尺乙圓徑比丙圓徑多三尺丙圓徑比丁圓徑多二尺問四圓徑各幾何。法用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲一率方積一二七三二三九五四爲二率四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三分一十釐爲三率求得四率二百七十七尺爲四平方共積。



乃以丙圓徑

比丁圓徑所

多之二尺自

乘得四尺又

以乙圓徑比

丁圓徑所多

之五尺

丙比丁多二尺·乙又比丙多三尺·故乙比

丁多五尺·自乘得二十五尺·又以甲圓徑比

丁圓徑所多之八尺·乙比丁多五尺·甲又比乙多

三尺·故甲比丁多八尺·自乘得六十四尺·三

數相併得九十三尺·與四平方共積二百七

十七尺相減餘一百八十四尺爲長方積以

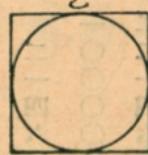
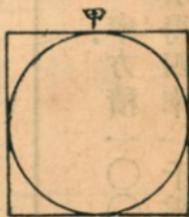
丙圓徑比丁圓徑多二尺·乙圓徑比丁圓徑

多五尺·甲圓徑比丁圓徑多八尺·相加得十

五尺·爲長闊之較·用帶縱較數開平方法算

之·得闊八尺·二歸之得四尺·卽丁圓徑加二

一率	一〇〇〇〇〇〇〇
二率	一二七三二三九五四
三率	二一七五五五三一〇
四率	二七七

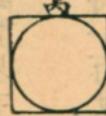


乙	癸	卯
辰		巳

甲		
壬		丑
寅		戌

未				
	丑	庚	戊	
辛				
酉	巳	庚	戊	申

子	己	
午	庚	



丁	辛
---	---

尺得六尺。卽內圓徑再加三尺得九尺。卽乙圓徑。再加三尺得十二尺。卽甲圓徑也。如圖甲、乙、丙、丁四平圓形變爲甲、乙、丙、丁四平方形。則四圓徑之較卽四方邊之較。故於四方形內減去壬、癸、子三較方餘戊、己、庚、辛四小正方。丑、寅、卯、辰、巳、午六長方。其成未申酉戌一長方。戌亥爲長闊之較。卽三邊較之共數。故用帶縱較數開平方法算之。得闊折半而得丁方邊卽丁圓徑遞加之。卽得甲、乙、丙各圓徑也。

設如有一方形。內不切方邊容一圓形。但知方邊離圓界五丈。方內圓外積三百二十一丈四十六尺零

一寸八十四分。問方邊圓徑各幾何。

法以方邊離圓界五丈自乘得二十五丈。四因之得一百丈。與方內圓外積三百二十一丈四十六尺零

一寸八十四分相

減餘二百二十一

丈四十六尺零一

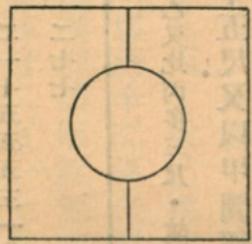
寸八十四分乃以

圓積定率七八五

三九八一六。與方

積定率一〇〇〇

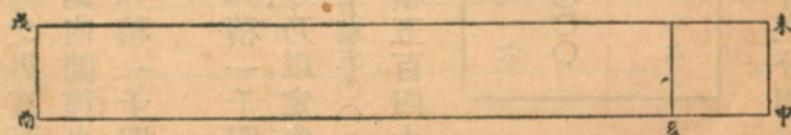
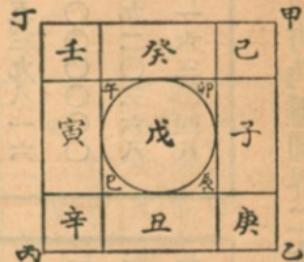
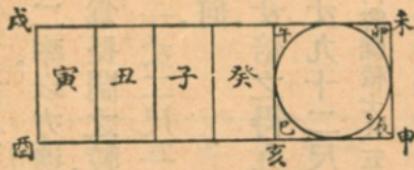
〇〇〇〇〇相減。餘二二四六〇一八四爲一率。方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今減餘積二百二十一丈四十六尺零一寸八十四分爲三率。求得四率一千零三十一丈九十五尺八十四寸五十八分



一率	二一四六〇一八四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	二二一四六〇一八四
四率	一〇三一九五八四五八

一率	二一四六〇一八四
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	二
四率	九三一九五

爲長方積又以二一四六〇一八四爲一率一〇〇
 ○〇〇〇〇爲二率以方邊離圓界五丈四因之
 得二十丈爲三率求得四率九十三丈一尺九寸五
 分爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊十
 丈卽內圓徑加方邊離圓界共十丈得二十丈卽外
 方邊也如圖甲乙丙丁方形內容戊圓形以方邊離
 圓界五丈自乘四因與積相減則減去己庚辛壬四
 小方形餘癸子丑寅四長方形及卯辰巳午四隅積
 今欲以卯辰巳午四隅積補足戊圓虛積共成未申
 西戌長方形應以定率之方積圓積相減餘方內圓
 外積爲一率方積爲二率今所餘之卯辰巳午方內
 圓外積爲三率則得四率爲未亥方積而戊圓虛積
 卽補足在其中然今乃以卯辰巳午四隅積并癸子
 己寅四長方積共爲三率則戊圓虛積固已補足而
 癸子丑寅四長方積必多補出之分是知癸子丑寅
 四長方形其寬仍爲戌酉而亥酉之長必亦多補出



之分矣。癸子丑寅四長方形，爲二平行線內直角方形，其面之互相爲比，同於其底之互相爲比，見幾何原本八卷第七節。故又以定率之方積圓積相減，餘方內圓外積爲一率，方積爲二率，以方邊離圓界五丈四，因之得亥酉之長爲三率，求得四率，卽將亥酉之長亦增補出之分，乃以此爲長闊之較，求得未申闊，卽爲內圓徑也。設有一方形，內不切方邊容一圓形，但知方角離圓界二十一丈二尺一寸三分，方內圓外積一千四百四十二丈九十二尺零三寸六十八分，問方邊圓徑各幾何。

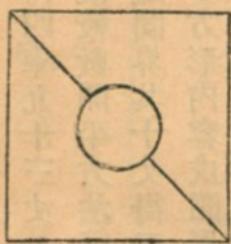
二丈九十二尺零

三寸六十八分爲
三率求得四率九

百五十一
丈十六

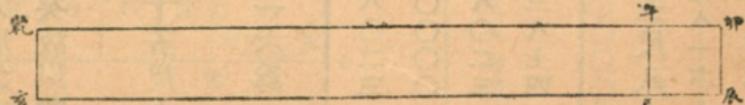
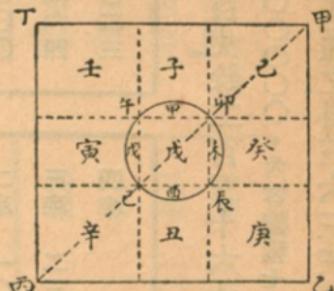
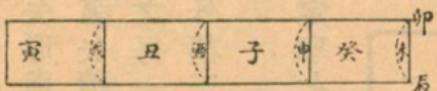
尺三十寸四十八

分爲長方積又以



一率	二八五三九八一六
二率	五〇〇〇〇〇〇〇
三率	五四二九二〇三六八
四率	九五一—六三〇四八

求方法求得四隅方邊十五丈四因之得六十丈爲三率。和數開平方法算之得闊十丈卽內圓所容方邊以四隅方邊十五丈倍之得三十丈與內圓所容方邊十丈相加得四十丈卽外方邊以內圓所容方邊十丈求得對角斜線十四丈一尺四寸二分卽內圓徑加方角離圓界共四十二丈四尺二寸六分得五十六丈五尺六寸八分卽外方對角斜線也如圖甲乙丙丁方形內容戊圓形以方角離圓界甲卯自乘倍之與積相減則減去己庚辛壬四小正方形以甲卯自乘折半得己正方形積故甲卯自乘倍之卽得四正方形積也餘癸子丑寅四長方形而內虛未申酉戌四弧矢形今欲以所虛之未申酉戌四弧矢形變爲卯辰巳午一正方形應以定率弧矢積爲一率方積爲二率未申酉戌四弧矢虛積爲三率則得四率爲卯辰巳午虛方積然今無未申酉戌四弧矢虛積而以癸子丑寅四長方形內虛未申酉戌四弧矢形之餘積爲三率實積既變則虛



積亦變故求得四率爲卯辰亥乾長方形而內虛卯辰巳午正方形蓋癸子丑寅四長方實積與午巳亥乾長方積之比同於弧矢積與方積之比則其所虛之未申酉戌四弧矢形與卯辰巳午正方形之比亦同於弧矢積與方積之比而癸子丑寅之共共與辰亥之比亦必同於弧矢積與方積之比矣故以四長方之共邊比例得辰亥邊爲長闊和求得卯辰闊爲內圓所容正方形之每一邊也

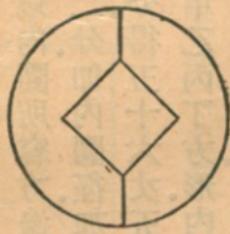
法以圓界離方角五丈自乘得二十五丈四因之得一百丈又以圓積定率七八五三九八一六爲一率

方積一○○○○爲二率。

今圓內方外積二

百六十四丈十五
尺九十二寸六十

四分爲三率求得



一率	七八五三九八一六
二率	一〇〇〇〇〇〇〇
三率	二六四一五九二六四
四率	三三六三三八〇二三

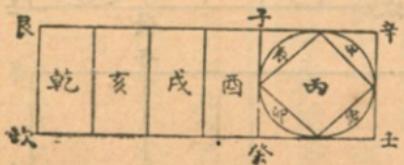
一率	三六三三八〇二三
二率	一〇〇〇〇〇〇〇
三率	二三六三三八〇二三
四率	六五〇三八七四

積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今減餘積二百三十六丈三十三尺八十寸二十三分爲三率。求得四
 率六百五十丈三十八尺七十四寸爲長方積。又以三六三三八〇
 二三爲一率。一〇〇〇〇〇〇〇爲二率。以圓界離方角五丈四
 因之得二十丈爲三率。求得四率五十五丈零三寸八分七釐四毫。
 積爲長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊十丈。卽內方對角斜
 線用斜求方法算之。得七丈零七寸一分。卽內方邊。以內方對角斜
 線十丈加圓界離方角共十丈。得二十丈。卽外圓徑也。如圖甲乙圓
 形內容丙方形。以圓積方積定率比例。則變爲丁戊己

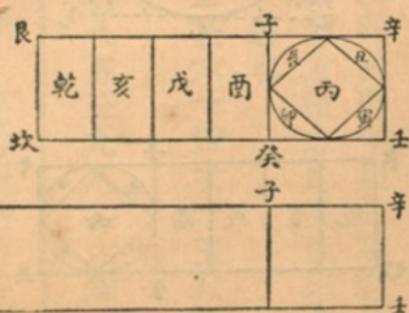
庚辛壬癸子方環形。而多丑寅卯辰四弧矢形所變之
 積。蓋圓環變爲方環。今圓內方外積。比圓環積多丑寅
 卯辰四弧矢形。故所變之方環亦多丑寅卯辰四弧矢
 形所變之積也。以圓界離方角五丈自乘四因與積相
 減。則減去巳午未申四小方形。餘酉戌亥乾四長方形。
 及丑寅卯辰四弧矢形所變之積。今欲以丑寅卯辰四
 弧矢形所變之積。補成辛壬癸子正方形。共成辛壬坎
 艮長方形。應以定率四弧矢形已變之積爲一率。方積



一率	三六三三八〇二三
二率	一〇〇〇〇〇〇〇
三率	二
四率	五五〇三八七四



設有一圓形，內不切圓界容一方形。但知圓界離方邊十五丈。圓內方外積一千一百五十六丈六十三尺七十寸四十分。問圓徑方邊各幾



法以圓界離方邊十五丈自乘得二百二十五丈四因之得九百丈又以圓積方積定率比例圓積七八五三九八一六爲一率方積一〇〇

○○○○○爲二率今圓內方外積一千一百五十六丈六十三尺七十寸四十分爲三率

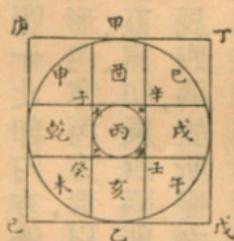
以二七三二三

九五五爲一率。

100000

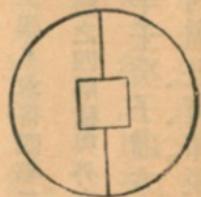
○○○爲二率。

以圓界離方邊
十五丈四因之。

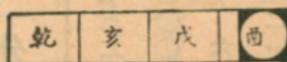


一率	二七三三九五五
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	五七二六七六〇四六
四率	二〇九五八八六三六一

一率	二七三二三九五五
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇
三率	
四率	
六	
八	
八	
五	
九	
二	



一率 七八五三九八一六
二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三率 一一五六六三七〇四〇
四率 一四七二六七六〇四六



癸子正方形蓋酉、戌、亥、乾四長方實積與子癸坎艮長方形之比同於已變之四隅積與方積之比則其所虛之丑寅卯辰四隅已變之積與辛壬癸子正方形之比亦同於已變之四隅積與方積之比而酉戌亥乾之共長與壬坎之比亦必同於已變之四隅積與方積之比矣故以四長方之共邊比例而得壬坎邊爲長闊和求得辛壬闊爲內方邊也。

設如有一大球體內容四小球體大球徑一尺二寸求小球徑幾何。

法以大球徑一尺二寸自乘得一尺四十四寸倍之得二百

八十八寸爲長方積以大球徑一尺二寸四因之得四尺八

寸爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊五寸三分

九釐三毫卽內容四小球之徑也如圖甲乙大球體內容丙

丁戊己四小球體試自四小球之中心俱各作線聯之則成

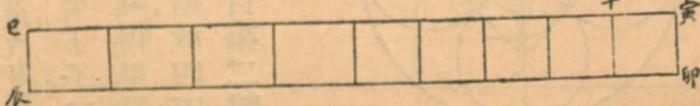
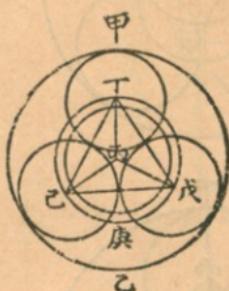
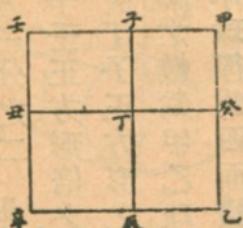
一四等面體又以甲乙大球心爲心丙丁戊己小球心爲界

作一虛圓則成四等面體外切圓球體其四面體之一邊卽

小球徑以四面體外切丁庚虛球徑加一小球徑卽大球徑

故以大球徑自乘得甲乙辛壬正方形內甲癸丁子爲小球徑自乘方卽四面體每邊自乘方丁庚辛丑爲四面體外切圓

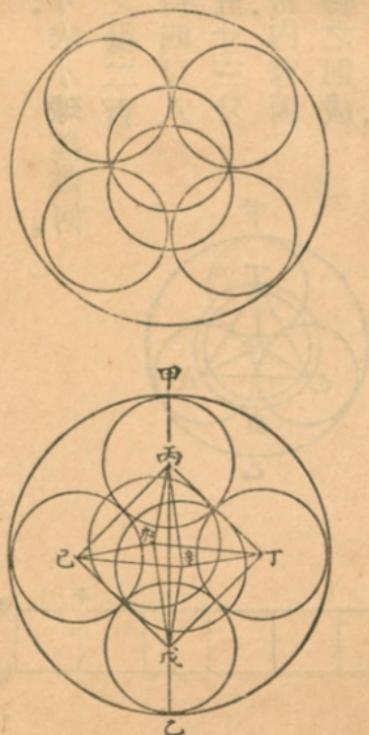
球徑自乘方癸乙庚丁子丁丑壬爲四面體之每邊與外切



圓球徑相乘二長方。凡四面體每邊自乘方爲外切圓球徑自乘方三分之二。見第二十八卷球內容四面體法。故甲癸丁子正方形爲丁庚辛丑正方形三分之二。將甲乙辛壬正方形倍之。則得甲癸丁子二正方。丁庚辛丑二正方。癸乙庚丁四長方。而丁庚辛丑二正方爲甲癸丁子正方形之三倍。是共得甲癸丁子五正方。癸乙庚丁四長方。卽與寅卯辰巳長方積等。其巳午長闊之較爲甲乙球徑之四倍。故四因大球徑爲較縱。求得闊卽小球徑也。如先有小球徑求大球徑。則以小球徑爲四面體之一邊。自乘二歸三。因開平方。得四面體外切圓球徑。再加一小球徑卽大球徑也。

設如有一大球體。內容六小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。

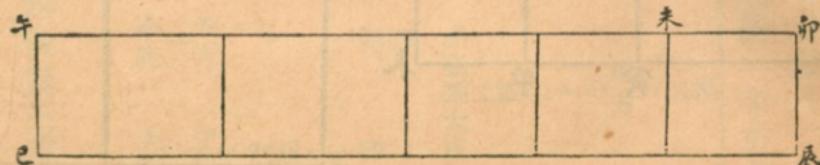
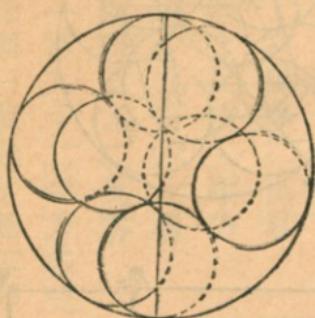
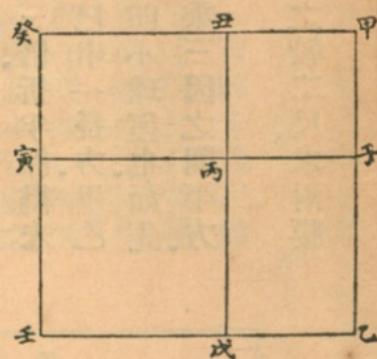
法以大球徑一尺二寸。自乘得一尺四十四寸爲長方積。以大球徑一尺二寸倍之。得二尺四寸爲長闊之較。則帶縱較數開平方法算之。得闊四寸。九分七釐。卽內容六小球之徑數也。如圖甲乙大球體。內容丙、丁、戊、己、庚、辛六小球體。試自六小球之中心。俱各作線聯之。則成一八等面體。其八面體之一邊卽小球徑。以八面體之對角線。加一小球徑。卽大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙壬癸正方形。內甲子丙丑爲小球徑自乘方。卽八面體每邊自乘方。丙戊壬寅爲八面體對角線自乘方。子乙戊丙、丑丙



寅癸爲八面體之每邊與對角線相乘二長方
 凡八面體每邊自乘方爲對角線自乘方之一
 半見第二十七卷八面體法故丙戌壬寅一正方
 與甲子丙丑二正方等是甲乙壬癸一正方共
 爲甲子丙丑三正方子乙戊丙二長方與卯辰
 巳午長方積等其午未長闊之較爲甲乙球徑
 之二倍故倍大球徑爲較縱求得闊卽小球徑
 也如先有小球徑求大球徑則以小球徑爲八
 面體之一邊自乘加倍開方得對角線再加一
 小球徑卽大球徑也

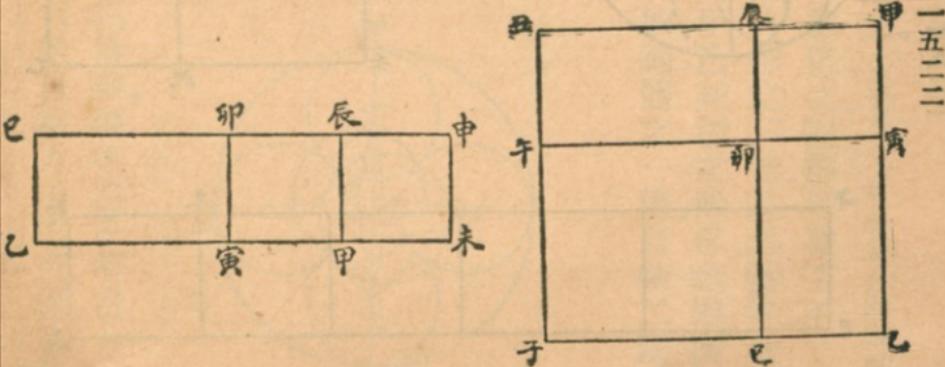
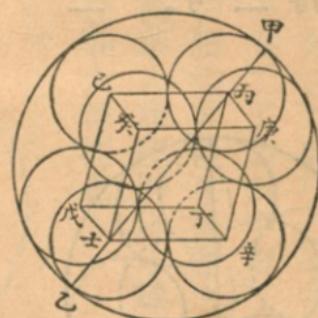
設如一大球體內容八小球體大球徑一尺二
 寸求小球徑幾何

法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸。
 折半得七十二寸爲長方積以大球徑一尺二
 寸爲長闊之較用帶縱較數開平方法算之得
 闊四寸三分九釐二毫卽內容八小球之徑數



也。如圖甲乙大球體。內容丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸八小球體。試自八小球之中心。俱各作線聯之。則成一正方體。其正方體之一邊。卽小球徑。以正方體之丙壬對角斜線。加一小球徑。卽大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙子丑正方形。內甲寅卯辰爲小球徑自乘方。卯巳子午爲正方體對角斜線自乘方。寅乙巳卯辰卯午丑。爲小球徑乘正方體對角斜線二長方。凡正方對角斜線自乘方。爲每邊自乘方之三倍。見第二十八卷球內容正方體法。故卯巳子午正方形。爲甲寅卯辰正方形之三倍。折半。卽得未甲辰申。甲寅卯辰二正方。寅乙巳卯一長方。共成未乙巳申一長方。甲乙球徑。卽長闊之較。故用帶縱較數開平方法算之。得闊。卽小球徑也。如先有小球徑求大球徑。則以小球徑爲正方體之一邊。自乘三。因之開平方。得正方體對角斜線。再加一小球徑。卽大球徑也。

設如有三角形底十四尺。中垂線十二尺。大腰與小腰之較二尺。求兩腰各幾何。



法借一根爲小腰則大腰爲一根多二尺以一根自乘得一平方爲小腰之面積內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺餘一平方少一百四十四尺爲小分底之面積以一根多二尺自乘得一平方多四根多四尺爲大腰之面積丙減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺餘一平方多四根少一百四十六尺內減去大小兩分底之共面積二平方多四根少二百八十四尺餘四百八十尺少二平方少四根折半得二百四十尺少一平方少二根爲小分底乘大分底之面積及小分底之面積爲連比例三率蓋大分底之面積爲首率而小分底乘大分底之面積爲中率小分底之面積爲末率也乃以首率大分底之面積一平方多四根少一百四十尺與末率小分底之面積一平方少一百四十四尺相乘得一三乘方多四二方少二百八十四平方少三百七十六根多二萬零一百六十尺又以中率小分底乘大分底之面積二百四十尺少一平方少二根自乘得一三乘方多四立方少四百七十六平方少九百六十根多五萬七千六百尺此二數爲相等兩邊各減一三乘方四立方二萬零一百六十尺又各加四百七十六平方九百六十根得一百九十二平方多三百八十四根與三萬七千四百四十尺相等一百九十二平方多三百八十四根既與三萬七千四百四十尺相等則一平方多二

大腰	平	方	十四根十四		
				二	根
小底	乘	大底	二四〇	一	一
大底	平	方	十四根一一四〇		

$$\begin{array}{l}
 \text{小腰一方} \\
 \text{大腰一方} + \text{四根十四} \\
 \text{小底一方} \quad - \text{一四四} \\
 \text{大底乘大底} \\
 \text{大底一方} + \text{四根} - \text{一四〇} \\
 \\
 \text{三乘十四} \frac{\text{平}}{\text{方}} - \text{二八} \frac{\text{平}}{\text{方}} - \text{二七六根十二} \bigcirc \text{一六} \bigcirc \\
 = \text{三乘十四} \frac{\text{立}}{\text{方}} + \text{四七六} \frac{\text{平}}{\text{方}} - \text{九六} \bigcirc \text{根十五七六} \bigcirc \bigcirc \\
 - \text{九} \frac{\text{平}}{\text{方}} + \text{十三八四根} = \text{三七四四} \bigcirc \\
 \text{平} \quad + \quad \text{二根} = \quad \text{一九五}
 \end{array}$$

根必與一百九十五尺相等乃以一百九十五尺爲長方積以多二根作二尺爲長闊較用帶縱較數開平方法算之得闊十三尺爲一根之數卽小腰加二尺得十五尺卽大腰也。設如有三角形底十四尺中垂線十二尺大腰與小一腰之和二十八尺求大小腰各幾何。

法借一根爲小腰則二十八尺少一根爲大腰以一根自乘得一平方爲小腰之面積內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺。

$$\begin{array}{l}
 \text{小腰一根} \\
 \text{大腰二八一根} \\
 \text{小底一方} - \text{一四四} \\
 \text{小底乘大底} \\
 \text{六底一方} - \text{五六根十六四} \bigcirc
 \end{array}$$

餘一平方少一百四十四尺爲小分底之面積以二十八尺少一根自乘得七百八十四尺少五十六根多一平方爲大腰之面積內減中垂線十二尺自乘之一百四十四尺餘一平方少五十六根多六百四十尺爲大分底之面積又以底十四尺自乘得一百九十六尺內減去大小兩分底之共面積二平方少五十六根多四百九十六尺餘五十六根少三百尺少二平方折半得二十八根少一百五十尺少一平方爲小分底乘大分底之面積此數與大分底乘比例

$$\begin{aligned}
 & \text{小腰一根} & \text{大腰二八根一根} \\
 & \text{小底一方} & \text{一四四} \\
 & \text{大底一方} & \text{二八根五〇} \\
 & \text{三乘五六立} & \text{方} \\
 & \text{十一〇八四平} & \text{方} \\
 & \text{四九六平} & \text{方} \\
 & \text{一一〇八四平} & \text{方} \\
 & \text{二八根} & \text{一平方} \\
 & \text{一六四六四根} & \text{五八八平} \\
 & & \text{方} \\
 & & + \\
 & & \text{一九五}
 \end{aligned}$$

三率。蓋大分底之面積爲首率。而大分底乘小分底之面積爲中率。小分底之面積爲末率也。乃以首率大分底之面積一平方少五十六根多六百四十尺。與末率小分底之面積一平方少一百四十四尺相乘得一三乘方少五十六立方多四百九十六平方多八千零六十四根少九萬二千一百六十尺。又以中率小分底乘大分底之面積二十八根少一百五十尺少一平方自乘得一三乘方少五十六立方多一千零八十四平方少八千四百根多二萬二千五百尺。此二數爲相等。兩邊各減一三乘方。又各加五十六立方。得四百九十六平方多八千零六十四根少九萬二千一百六十尺。與一千零八十四平方少八千四百根多二萬二千五百尺相等。兩邊各減四百九十六平方。各加八千四百根。又各加九萬二千一百六十尺。得一萬六千四百六十四根。與五百八十八平方多一十一萬四千六百六十尺相等。一萬六千四百六十四根。既與五百八十八平方多一十一萬四千六百六十尺相等。則二十八根必與一平方多一百九十五尺相等。故以一百九十五尺爲長方積。以二十八根作二十八尺爲長闊和。求得闊十
三尺爲一根之數。卽小腰也。

期限卡

Date Due

國立政治大學圖書館

著者 Author (清)聖祖
書名 Title 數理精蘊

書碼 510
Call No. 624
1:11

登錄號碼
Accession No. 211591

月日 Date	借閱者 Borrower's Name	月日 Date	借閱者 Borrower's Name

國立政治大學圖書館

書碼 510
624
1:11 登錄號碼 211591

2301



A standard linear barcode is positioned above the barcode identifier.

* A211591 *