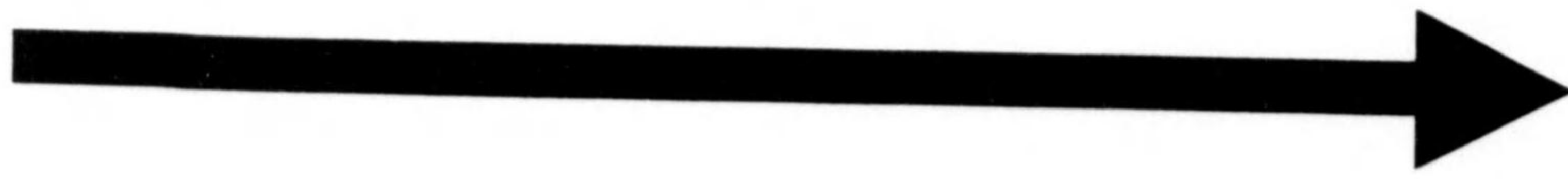
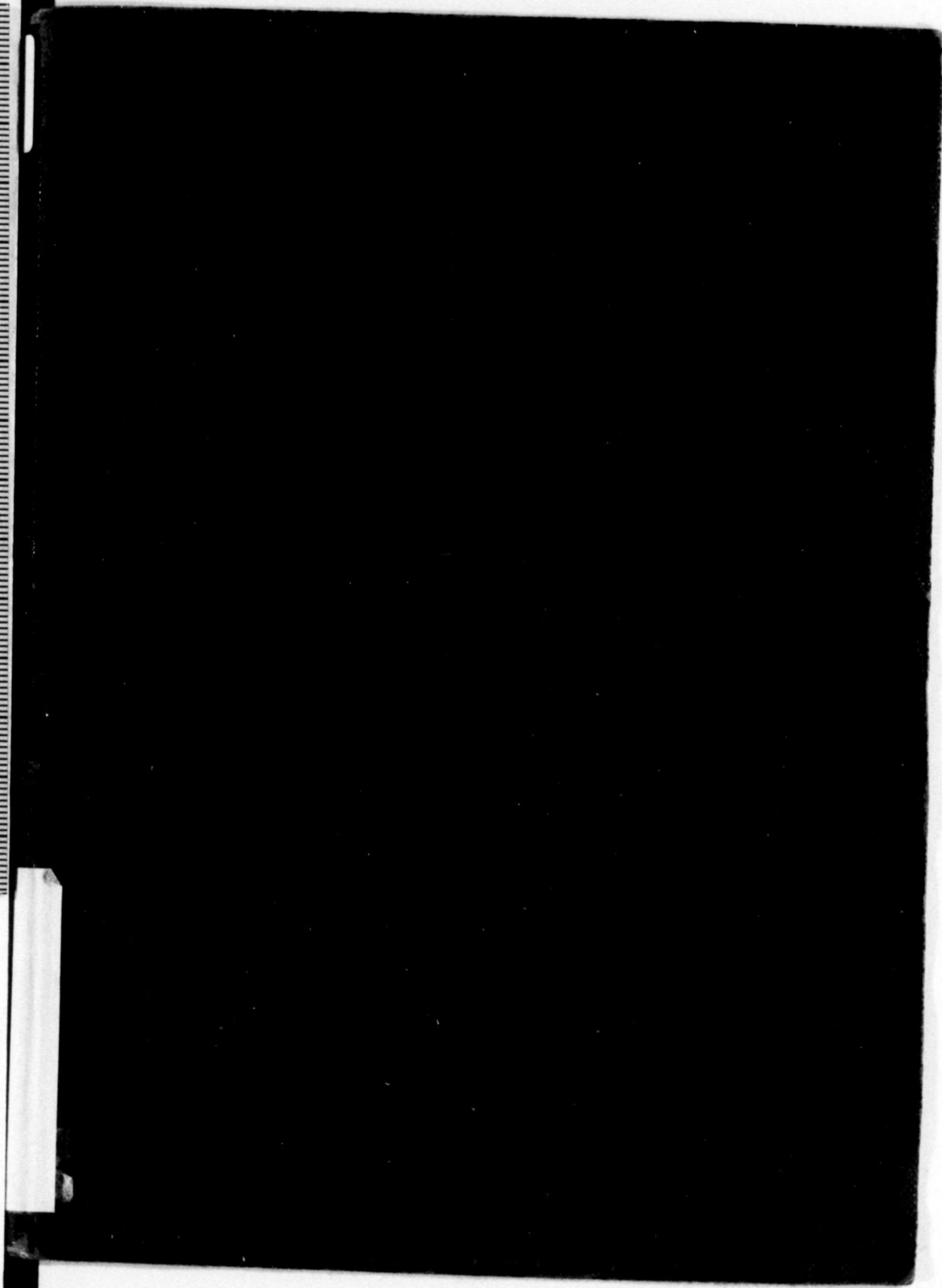
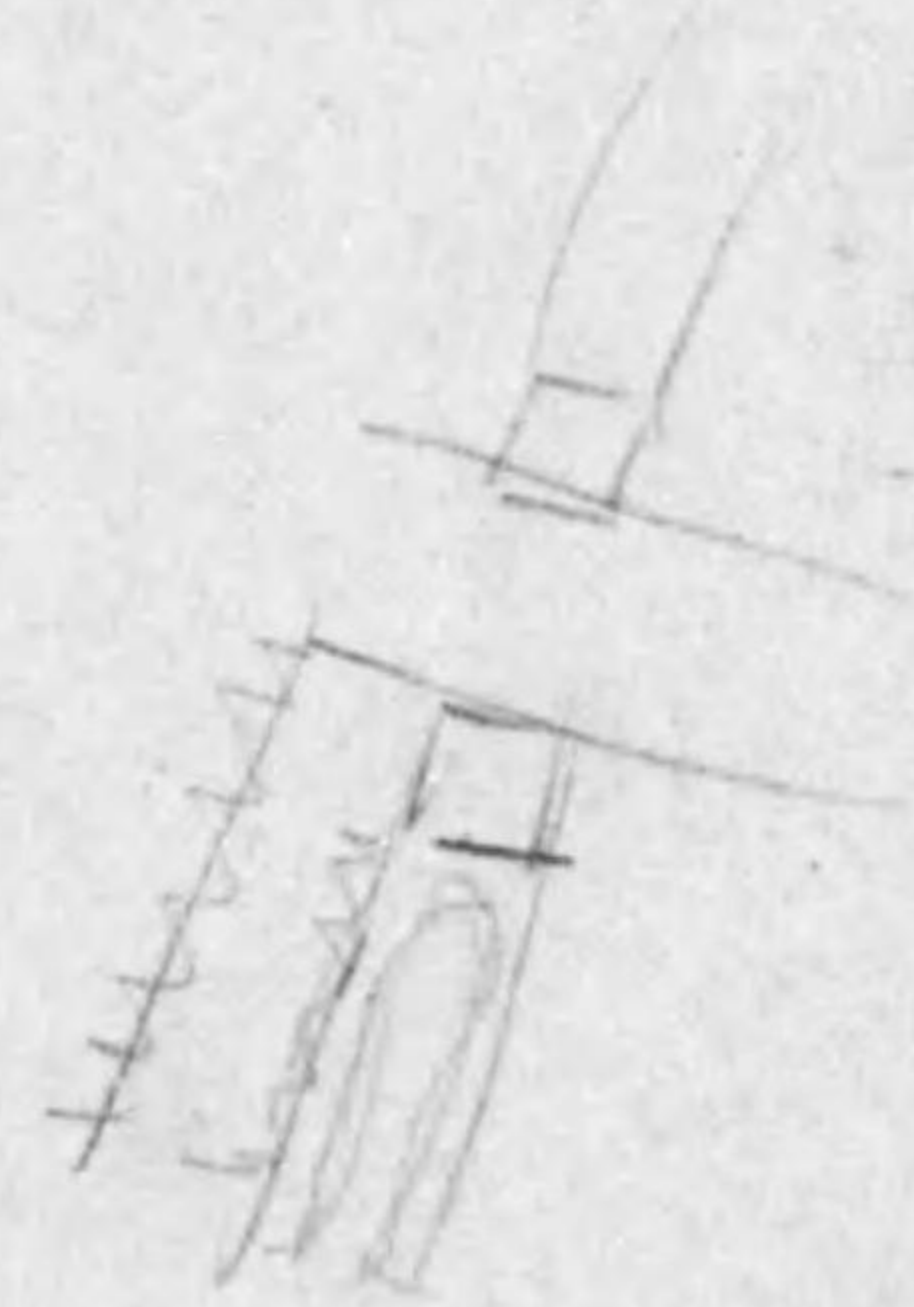


始



997

107



541.11
D58

新編電氣通論

第二編分冊

交流理論

其一

電機學校編



997
107

新編電氣通論第二編分冊

目次

交流理論其一

第十五章 交流

208	交流	1
209	交流波	3
210	實効値	5
211	平均値、波形率及波高率	7
212	正弦波交流其の一	8
213	正弦波交流其の二	12
214	正弦波交流其の三	13
215	電氣度	16
216	正弦波交流の實効値	18
217	正弦波交流の平均値	19
218	正弦波の波形率及波高率	20
219	摘要	22
	問題 XIV	23

第十六章 位相及リアクタンス

220	位相	25
221	抵抗電路	30
222	自己誘導のみを有する電路	32
223	容量のみを有する電路	36
224	摘要	41
	問題 XV	43

第十七章 正弦波交流のベクトル表現法

225	廻轉ベクトルと正弦波交流の瞬時値	45
226	正弦波交流の瞬時値加減法	47
227	交流を表はすベクトル	53

228	二つの交流の和及差の値	55
229	摘要	58

第十八章 イムピーダンス

230	抵抗電路及リアクタンス電路	60
231	抵抗と自己インダクタンスとが直列にある電路	61
232	抵抗と自己インダクタンス及容量が直列にある電路	63
233	電流の瞬時値	67
234	イムピーダンス	70
235	摘要	74
	問題 XVI	75

第十九章 交流の電力

236	正弦波交流の電力	77
237	力率	81
238	有効電流及無効電流	82
239	等価正弦波	86
240	摘要	89
	問題 XVII	89

第二十章 オーム法則及キルヒホッフ法則

241	オーム法則	91
242	イムピーダンスの直列接続	91
243	交流電路の電圧降下(補遺)	95
244	交流の正方向と相差	101
245	キルヒホッフ法則	104
246	並列電路	108
247	イムピーダンスの並列接続	111
248	摘要	125
	問題 XVIII	127

第二十一章 二相及三相電路

249	多相發電機及多相式電路	131
250	二相式及三相式起電力の起因	131

251	二相式の接続法	134
252	三相式の接続法	135
253	多相式の用語	136
254	二相式の電圧、電流及電力	138
255	端子電圧と起電力との関係	144
256	三相星形結線の電圧	148
257	三相三角形結線の電圧	153
258	三相星形結線の電流	157
259	三相三角形結線の電流	159
260	三相電力	166
261	平衡三相電路の特徴(補遺)	169
262	平衡せるΔ結線より平衡せる等価Yに換算する方法	171
263	摘要	177
	問題 XIX	179

交流理論其二

第二十二章 多相式電路

264	對稱多相式	183
265	多相式電源の結線法	183
266	多相式電路の電流	187
267	對稱多相式電路の電力	190
268	多相電力の瞬時値と单相電力の瞬時値	191
269	對稱多相式電流に依る廻轉磁界	196
270	二相式と四相式	203
271	三相式と六相式	205
272	摘要	207
	問題 XX	208

第二十三章 交流の記號式計算法

273	ベクトルの記號式表現	210
274	ベクトルの和及ベクトルの差	214
275	ベクトルの長さを變ずること	215

276 ヴェクトルの向を變ずること ... 216
 277 ヴェクトルの長さ及方向を共に變ずること ... 218
 278 イムピーダンス及アドミッタンスの記號 ... 220
 279 直列イムピーダンスの合成 ... 227
 280 並列イムピーダンスの合成 ... 228
 281 記號式計算法に於ける電力及無効電力 ... 231
 282 星形結線と三角形結線との置換 ... 232
 283 三角形結線に於ける線路電流と各相電流との關係 ... 240
 284 星形結線に於ける線間電壓と各相の電壓との關係 ... 246
 285 相廻轉表示器及相廻轉繼電器 ... 247
 286 摘要 ... 252
 問題 XXI ... 255

第二十四章 歪形波

287 實際の交流波形 ... 266
 288 フーリエ氏函數 ... 268
 289 偶数次の高調波 ... 270
 290 交流波形の分析 ... 272
 291 歪形波の場合の電流及電壓の計算 ... 274
 292 歪形波の實効値 ... 280
 293 歪形波の場合の電力 ... 282
 294 歪形波の場合の力率 ... 284
 295 歪形波三相交流の高調波の相廻轉 ... 287
 296 歪形波三相交流に依る廻轉磁界 ... 289
 297 三相發電機と第 3n 調波起電力 ... 291
 298 三相電路の各線の電位 ... 292
 299 變壓器の結線と第三調波 ... 297
 300 摘要 ... 301
 問題 XXII ... 301

一次及二次電池

第二十五章 電氣分解

301 電氣分解 ... 311
 302 イオン説 ... 305
 303 イオンの記號 ... 306
 304 ファラデー氏法則 ... 307
 305 ヴォルタメーター ... 311
 306 電鍍 ... 311
 307 銅電鍍 ... 312
 308 ニッケル電鍍 ... 313
 309 銀電鍍 ... 314
 310 金電鍍 ... 315
 311 電型術 ... 315
 312 電解精鍊法 ... 316
 313 摘要 ... 317
 問題 XXIII ... 317

第二十六章 一次電池

314 電解液壓とイオンの滲透壓 ... 319
 315 電池 ... 319
 316 電池内の化學變化 ... 321
 317 局部作用 ... 323
 318 成膜作用 ... 324
 319 グレネー重クロム酸電池 ... 325
 320 フラー電池 ... 326
 321 ブンゼン電池 ... 327
 322 ダニエル電池 ... 327
 323 ルクランソン電池 ... 328
 324 乾電池 ... 329
 325 標準電池 ... 330

326 摘要 ... 332

第二十七章 蓄電池

327 蓄電池 ... 334
328 鉛蓄電池 ... 331
329 ファウル式電極板とブランテ式電極板 ... 330
330 鉛蓄電池の構造 ... 337
331 電槽 ... 338
332 ブランテ式電極板の各種 ... 339
333 ベースト極板の各種 ... 341
334 電解液 ... 344
335 鉛蓄電池の起電力 ... 346
336 残留電流 ... 349
337 蓄電池の容量 ... 349
338 蓄電池の能率 ... 351
339 蓄電池の組立 ... 353
340 蓄電池室 ... 356
341 蓄電池の充電 ... 357
342 鉛蓄電池の故障 ... 360
343 鉛蓄電池取扱上の注意事項 ... 363
344 エヂソン蓄電池 ... 367
345 エヂソン蓄電池の特性 ... 369
346 エヂソン蓄電池と鉛蓄電池との比較 ... 372
347 摘要 ... 372
問題 XXIV ... 375

第二十八章 蓄電池の制御

348 蓄電池の用途 ... 378
349 蓄電池の電圧調整法 ... 380
350 端電池開閉器 ... 380
351 端電池開閉器の構造 ... 383
352 端電池数の計算 ... 384
353 充電用加減壓機 ... 385
354 緩衝電池の制御法 ... 387

355 摘要 ... 388
問題 XXV ... 389

第二十九章 熱電氣

356 熱電流 ... 393
357 熱電起電力に関する法則 ... 393
358 熱電起電力と温度との関係 ... 395
359 熱電能 ... 398
360 任意の熱電對の任意温度に於ける起電力 ... 400
361 熱電堆 ... 402
362 熱電温度計 ... 403
363 熱電流計及熱電流計 ... 401
364 埋込熱電對 ... 405
365 熱電起電力が分流器に及ぼす誤差 ... 406
366 摘要 ... 408
問題 XXVI ... 409

交流理論

其 一

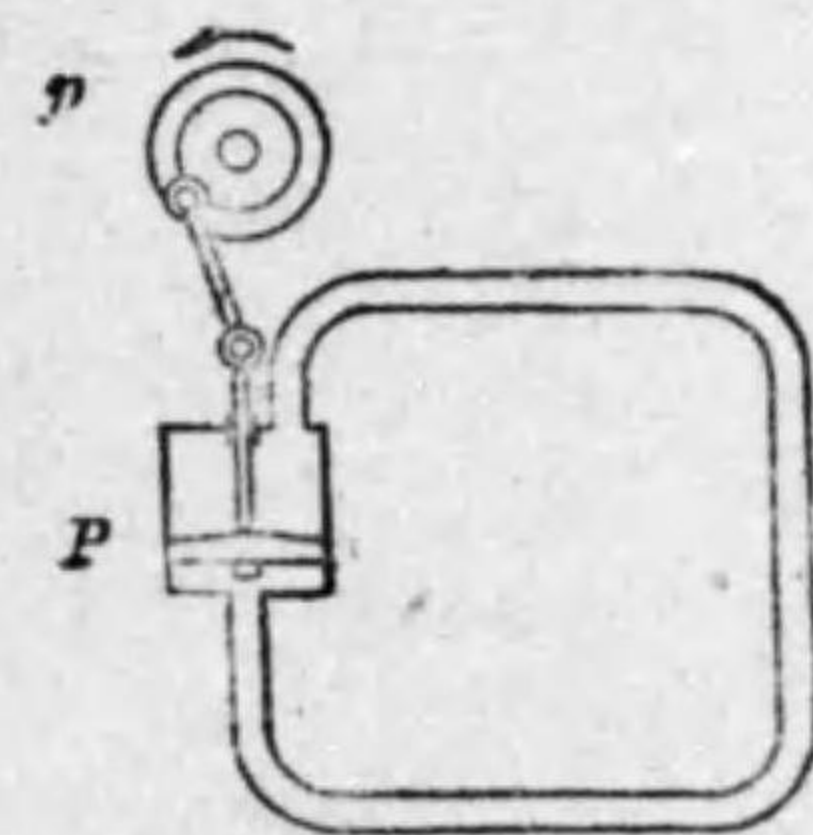
電機學校編

(新編電氣通論 第二編 分冊)

第十五章 交流

208. 交流 第一編各章に於て直流回路に關する研究は充分盡したから、本章以下に於て交流回路に關する理論を述べることにする。

第 198 圖



已に述べた様に、直流を水の運動に譬へたが、交流の場合にも同様の比喩を以て説明する事が出来る。即ち此處に第 198 圖に示す如き唧筒装置ありて、一つの管 A の兩端をポンプの圓筒の兩側に連結させ其中に水を満たして、圓筒の中のピストン P を調車 p の廻轉により上下に動かすと、A 管中の水も亦上下に動くのである。丁度之と同じ様に、交流では或る時は甲より乙へ又次の瞬間には乙より甲へと云ふ風に、電流の通ずる方向が規則正しく變化するので

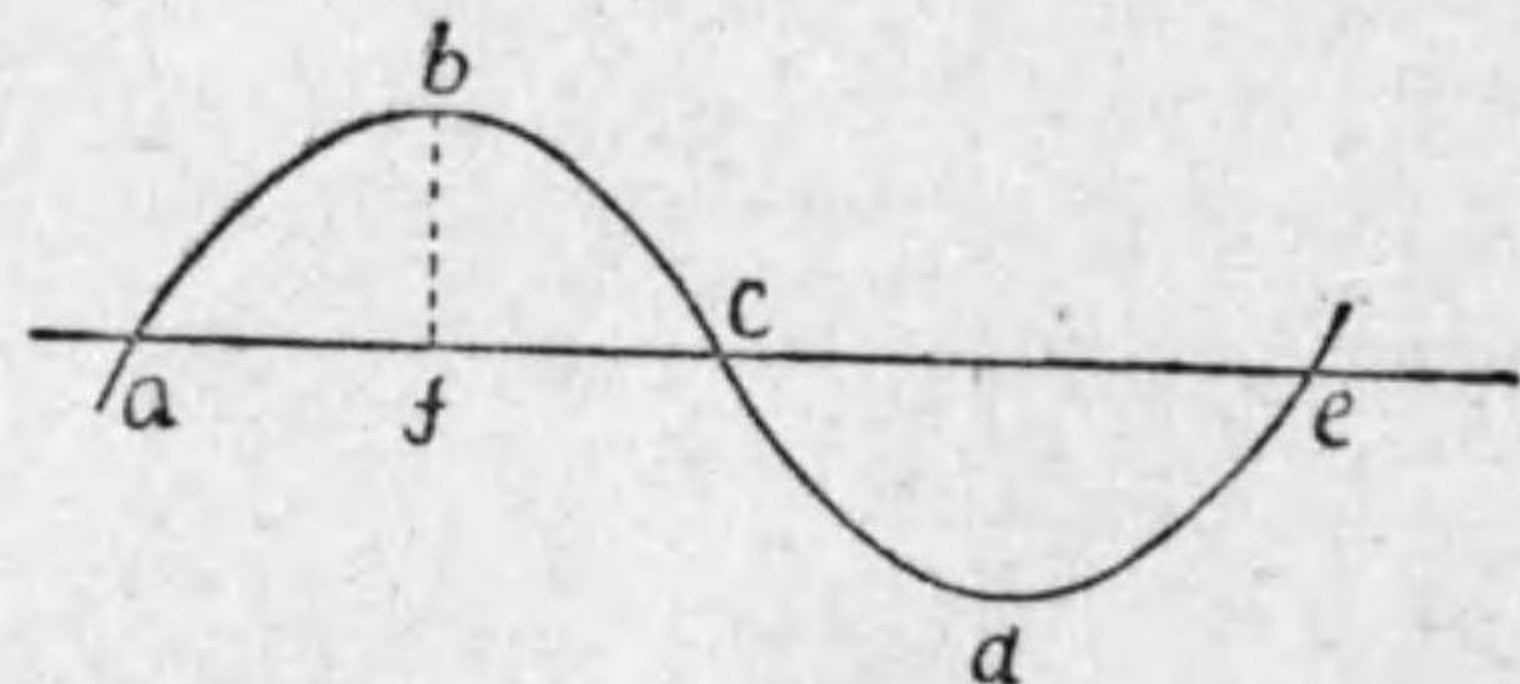
水の運動と交流電路との比較

下に動かすと、A 管中の水も亦上下に動くのである。丁度之と同じ様に、交流では或る時は甲より乙へ又次の瞬間には乙より甲へと云ふ風に、電流の通ずる方向が規則正しく變化するので

ある。此場合、調車 p は交流発電機の廻轉部分に、管 A は電線に、水の流
れは電流に、ピストンの力は起電力に相當して居る。此水の運動の譬に於
ては、電流は交流発電機内を通らぬ様になつて居るけれども、此點は實際
と異なる事勿論である。

交流の場合には、以上述べた様に其方向及大きさが一定でないから、其變
化を表はすに、交番起電力同様第 199 圖に示す様な波狀曲線を使用する。

第 199 圖



此曲線は横の方に時を取り縦の方向に電流の大きを取つたものである。さ
うして同曲線に於て ace なる直線を基線として、之れより上の部分 abc
を、例へば甲より乙の方へ通ずる電流の時々刻々の値を表はすものとすれ
ば、下の部分 cde は乙より甲へ、即ち前と反對の方向に通ずる電流の瞬時
値を表はすのである。同圖に就て説明すれば、 a 點が示す或る時刻に於て
は曲線の高さは零で電流の一瞬間通つて居らぬ事を表はすのである。それ
から af で示す時間が経つと、曲線の高さは bf となるから、電流は甲よ
り乙へ流れて居て、其大きさは bf であることを示す。其れより時の経つに
つれ電流は漸次減少し c なる時刻で電流は再び零となり、次に電流の方
向は反對となる。さうして之と同一の變化が一定の時間に於て繰返される。

のである。以上は電流に就て述べたけれども交番起電力の場合も勿論同様
の曲線にて示される事已に述べた通りである。さうして交番起電力と共に
依りて生ずる電流とは一般に同様の波形を有するものにして、此等の波
形を總稱して交流波と稱する。此交流波に於て基線より上部、即ち正の部
分(第 199 圖の abc)を正波と云ひ、下にある部分、即ち負の部分(同圖
 cde)を負波と稱する事がある。さうして普通の交流発電機の構造に於て
は、此正波と負波とは同一の形をなして居る事申迄もない。

注意 交流なる言葉は元來、規則正しく方向の變化する電流の意味であ
るが、吾々は直流の場合と同様起電力及電流を含みたる總稱的の名稱とし
て、例へば交流電壓、交流電路等の如き言葉を使用する事も少くない。

209. 交流波

交流と直流との相違點は前に述べた様に、其

第 200 圖



脈 流

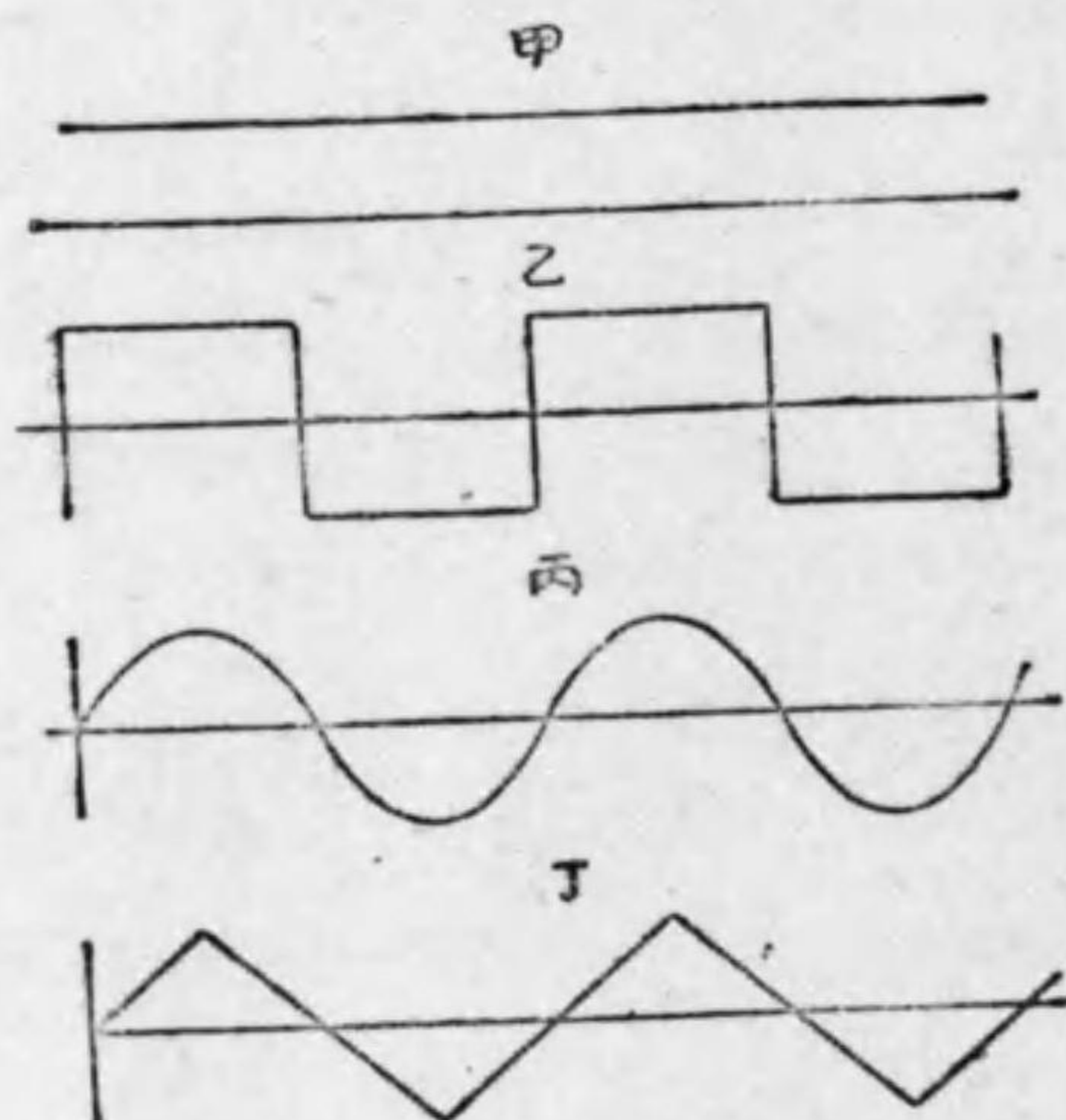
方向が變化するか、しないかと
云ふ事であるが、他にも一つ
違ふ點がある。又直流は其方向
が變化しないばかりでなく其大
さも變化しないのである。又直
流と同じ様に、方向は變化しな

いが、大きさの變化する第 200 圖の様な脈流 (pulsating current) と云ふも
のがある。

次に交流には其大きさは變化しないで方向ばかり違ふものもあるが(第
201 圖乙)、多くは其大きさも時間につれて色々に變る(第 201 圖丙及丁)。故
に第 208 節にも一寸述べた様に時間を横軸に、電流又は電壓の大きさを縦軸

に取ると、直流は第 201 圖甲の様に一直線となるが、交流は凡て同圖の乙丙丁の様な波の形をなして居る。さうして交流の性質は此波の形即ち波形で定まるのである。

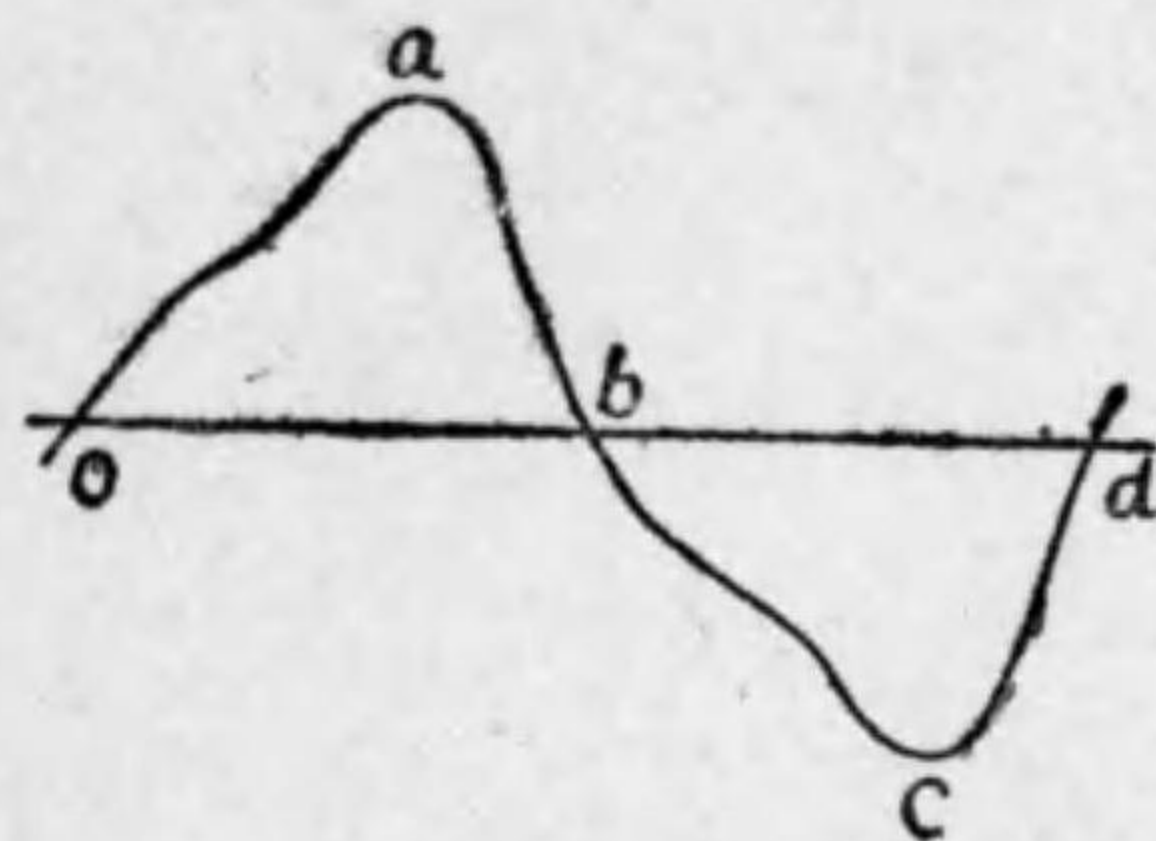
第 201 圖



何故斯る異つた波形が生ずるか云ふと、導體が磁線を切る時に發生する起電力の大きさは、其導體が單位時間に切る磁束及線輪の捲數に比例して變るものであるから、交流發電機の磁極より發生して居る磁線の分布状態及發電子線輪の捲方に依りて圖示する様な種々の波形が生ずるのである。然し實際吾人の使用するものは丙圖の様な正弦波形のもので、普通に交流と云へば正弦波形のもので考へてよいのである。

上來述べ來つた各種交流波に於て其波形が完全に一變化して、初の状態になる迄を一周波 (cycle) と云ふので、第 202 圖の様な交流波に就て云へ

第 202 圖



ば、*o* から出發して *a* を過ぎ *b, c* を通り *d* に至る迄を云ふのである。交流では此周波を表はすに \sim なる記號を屢々用ゐる。

さうして此一周波に要する時間を周期 (period) と云ひ、一秒間の周波の數が周波數であるから、今周期を T 、周波數を f にて表はせば次の様な關係が生ずる。

$$T = \frac{1}{f} \text{ 或は } f = \frac{1}{T}$$

又一周波の半分即ち *o* から出發して *a* を通り *b* に至る迄を一交番 (alternation) と云ふ。それ故一秒間の交番數と云へば周波數の二倍である。

〔例 98〕 周波數 50 サイクル (50 \sim) の交流がある。其周期及一秒間の交番數を求む。

解 周期 = $\frac{1}{50} = 0.02$ 秒

一秒時の交番數 = $50 \times 2 = 100$

210. 實効値

第 209 節で述べた様に、交流には種々の波形のものがある。従つて其電流の大きさも色々の割合で時々刻々に變化するから、交流の大きさを表はすには實効値 (effective value) と云ふものが用ひられる。交流の實効値と云ふものは何であるかと云ふと、或る交流が或る抵抗を通つた時、共同し抵抗に 1 アムペアの直流が通つた時と同じ熱エネ

ルギーが出来れば其交流の實効値は1アムペアであると云ひ、5アムペアの直流と同じであれば、5アムペアと云ふのである。即ち熱エネルギーの上より實効値の定義を下すのである。猶ほ此定義を一步進めて他の方面から考へて見ると、電流が抵抗を通る時生ずる熱エネルギーは一般に次の式で表はさる。

$$J = Ri^2t \quad \text{ジュール}$$

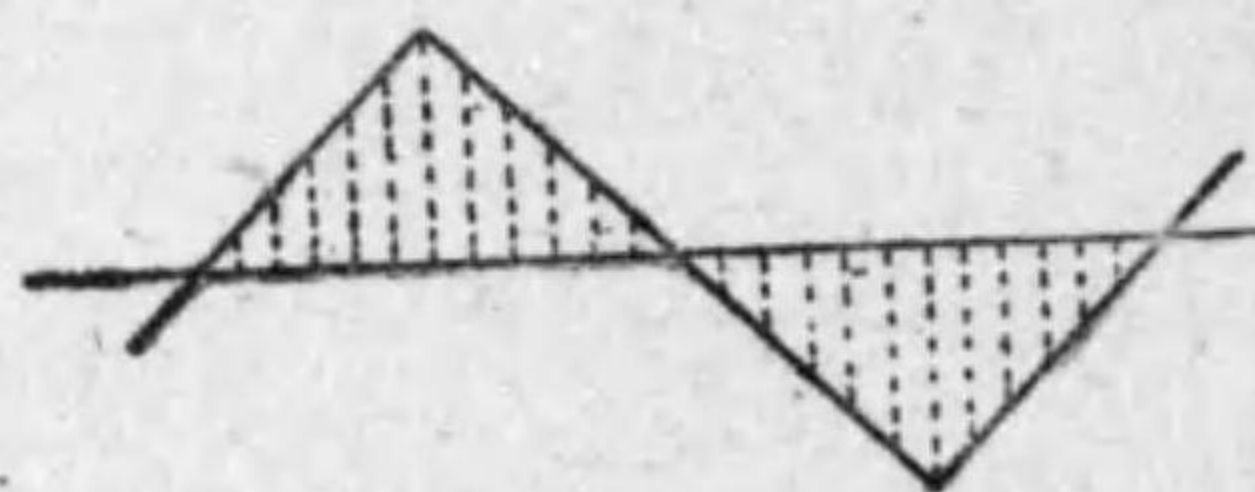
但し $R =$ 抵抗 (オーム)

$i =$ 電流 (アムペア)

$t =$ 時間 (秒)

さうして此事は直流でも交流でも何の變化もない。然し交流に於ては其大きさは時々刻々に變化するから、上式中の電流は或る瞬時のものを取る必要ある故交流が抵抗を通つた時に出来る熱は其通つた時間中の時々刻々の電流を自乗して之れに抵抗を掛けたものを加へ合はせて行かねばならぬのである。此事は、結局時々刻々の電流の自乗の平均を求めて之と抵抗との積に、更に電流の通つた時間を倍すると同じである。交流は前述の様に一周毎に全く同一の波形とな

第 203 圖



るから、其自乗の平均を求むるには、第203圖の如く一周波を非常に多くの數に分けて其れ等の値を自乗して之れを

平均すればよい。即ち交流の生ずる熱エネルギーは

$$J = R \times i \times (\text{一周波間の時々刻々の電流の自乗の平均}) \text{ジュール}$$

此式から解る様に或る交流があつて其一周波間の時々刻々の値の自乗の

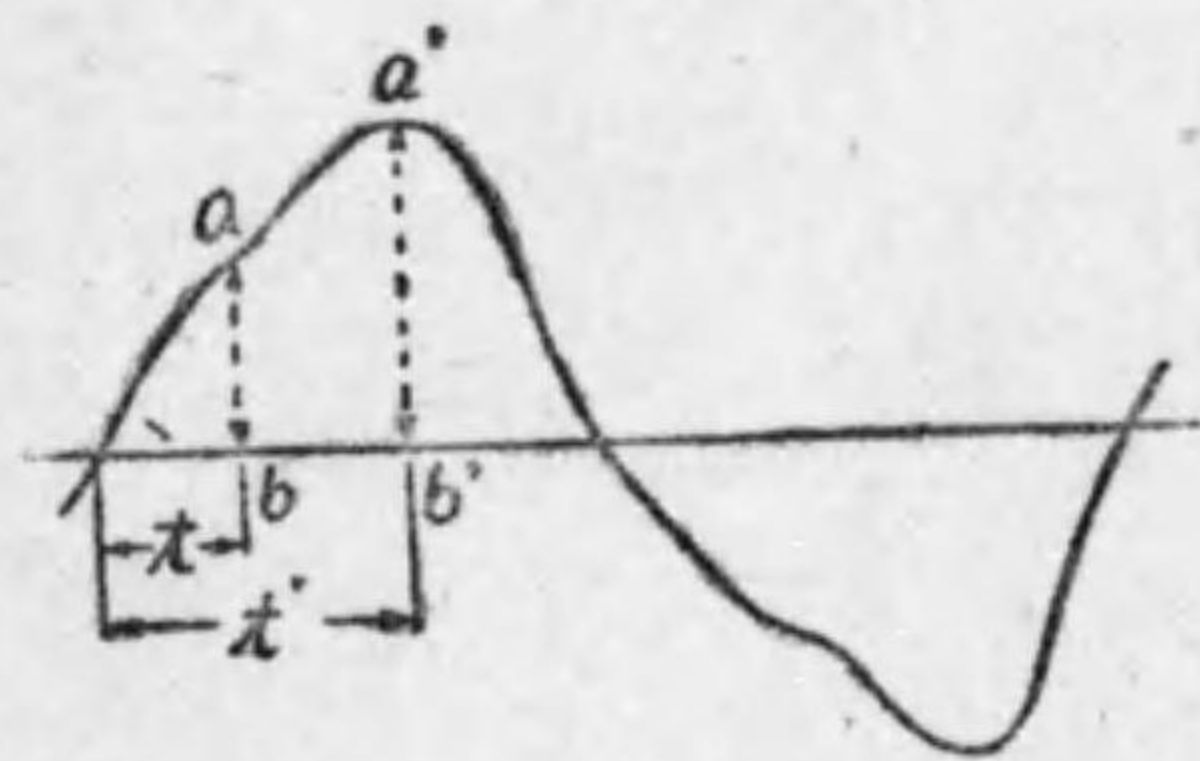
平均の平方根が1アムペアになるならば、此交流が或る抵抗を通る時出来る熱は1アムペアの直流が通る時出来る熱と同じである。即ち交流の實効値と云ふのは一周波の時々刻々の値の自乗の平均の平方根(英語では root mean square 略して r. m. s. と云ふ)である。然るに諸君が後に學ばれる様に以上の様な場合に電圧は電流と抵抗との積であるから、交流の大きさを此様にして定めると電圧も自然に之と同様にして定められる。即ち交番電圧の大きさは普通一周波間の時々刻々の大きさの自乗の平均の平方根で表はす。之を交番電圧の實効値と稱する。以上は單に交流の實効値の定義及其求め方を示したもので、正弦波交流の實効値の數値に就きては改めて説明する。

普通我々が何アムペアの交流又は何ヴォルトの交番電圧と云ふのは皆此實効値を意味するのである。さうして交流に使用する電流計及電壓計は、波形の如何に拘らず、凡て其構造が實効値を指示する様に出来て居るのである。

211. 平均値、波形率及波高率

交流又は交番電圧は其大きさを云ひ表はすに普通實効値が用ゐられる。然し交流の波形には色々のものがあるから、其波の性質を表はす爲めに實効値の外に最大値 (maximum value), 瞬時値 (instantaneous value), 平均値 (mean value) 波形率 (form factor) 及波高率 (crest factor) と云ふ様なものが用ゐられる。已に述べた様に最大値と云ふのは交流波の最も大なる値、即ち第204圖の波で云へば $a'b'$ の様な値を指し、瞬時値とは或る瞬時の値、例へば同圖に於て時間 t の時(時間 t の時とは交流波の上方に向はんとする零點

第 204 圖



より起算して t 時間後の意味である)の瞬時値とは ab を指し, t' の時の瞬時値と云へば a'b' を指す。此圖の場合に於ては瞬時値 a'b' が最大値に偶々一致した譯である。

次に交流の平均値の事であるが, 其一周波間の平均値は正波及負波同形なる故零である。依つて交流の平均値としては零點より始まつた半周波間(正波又は負波)の各瞬時値の平均を取るのである。さうして波形率と云ふのは實効値と平均値との比であつて, 即ち

$$\text{波形率} = \frac{\text{實効値}}{\text{平均値}}$$

又波高率とは最大値と實効値との比, 即ち

$$\text{波高率} = \frac{\text{最大値}}{\text{實効値}}$$

を意味するものである。

212. 正弦波交流 其の一

今第 205 圖に示す如き, 強

さ \mathcal{H} なる平等磁界内に於て磁線と直角に置かれた長さ l 厘の眞直なる電線 (其切口を \bigcirc にて表はす) が, O 點を中心とする圓周上を V 厘/秒なる一定速度を以つて廻轉して居るとする。斯る場合には, 已に第十一章 150 節に於て述べたる如く, 電線には交番起電力が誘導されるものであり, 電線が圖の如き位置を通過する瞬時に於ける起電力は

$$e = \frac{\mathcal{H}lV}{10^9} \sin \alpha \text{ ヴォルト} \dots\dots\dots (I)$$

なる式を以て示す事が出来る。

第 205 圖



上の場合の起電力は, 電線が n_1 及 n_2 なる點を通過する毎に其方向が反對となり, 電線が磁界内を一廻轉する毎に起電力は 1 サイクルの變化をなすは明らかである。依つて今起電力の周波数を f サイクルとすれば, 電線は 1 秒間に $2\pi f$ レヂアン廻轉しなければならない。従つて今電線が n_1 から出發せるものとし, 之

れより起算して電線が圖の位置に来れる迄の時間を t 秒とすれば,

$$\alpha = 2\pi ft \quad \therefore \sin \alpha = \sin 2\pi ft \quad 2\pi = 360^\circ$$

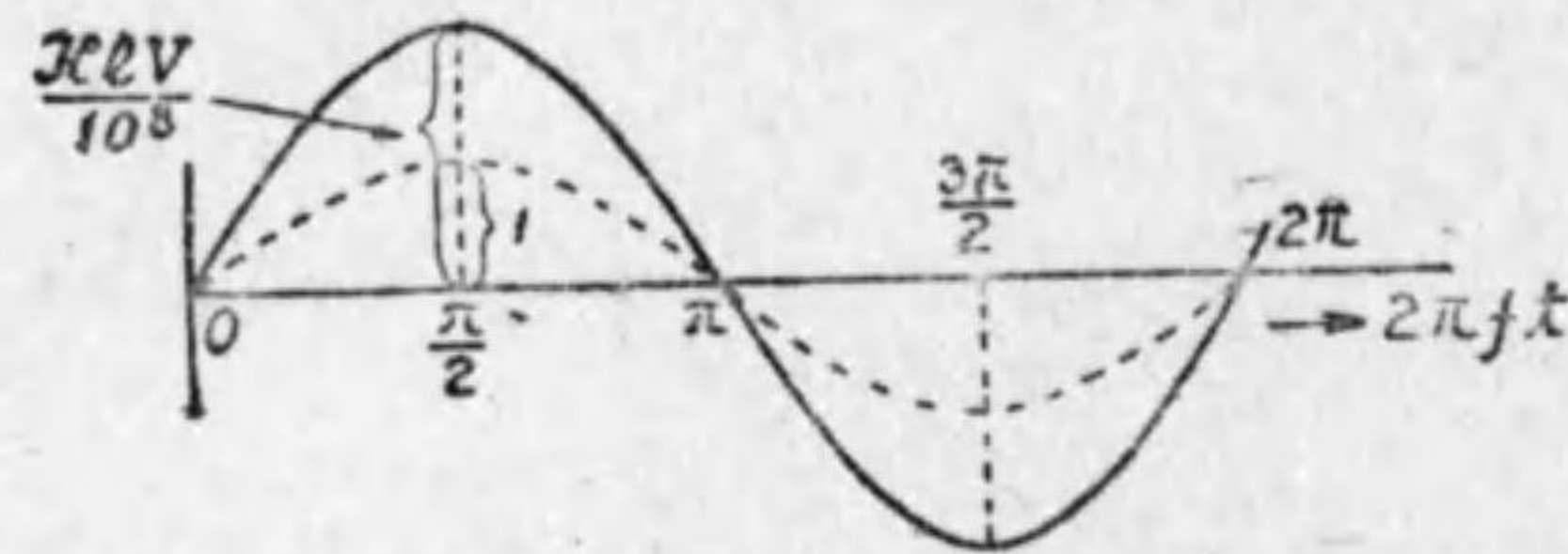
なるは明らかである。従つて上の場合の起電力の式を

$$e = \frac{\mathcal{H}lV}{10^9} \sin 2\pi ft \text{ ヴォルト} \dots\dots\dots (II)$$

とする事が出来る。さうして電線が n_1 點を出發してから任意の時の起電力の値を求むるには, t に任意の時の値を入れて, 上式の數値を求むればよい。

次に (II) 式の値が時間につれて如何に變化するかを調べて見よう。先づ其前に $\sin 2\pi ft$ の値が t の増加によつて變化する有様を圖に描いて見よう。今横軸に $2\pi ft$, 縦軸に $\sin 2\pi ft$ の値を取ると, 此曲線は第 206 圖の點線の様になる事は三角法から明らかである。さうして (II) 式は $\frac{\mathcal{H}lV}{10^9}$ と $\sin 2\pi ft$ との積であり, $\frac{\mathcal{H}lV}{10^9}$ は時間について變化しない一

第 206 圖



定数である。故に第 206 圖に於て點線の曲線の總ての縦坐標即ち基線より測つた曲線の高さを $\frac{\mathcal{K}lV}{10^8}$ 倍する事によつて (II) 式の値が、時間従つて $2\pi ft$ の値が増加するにつれて如何に變化するかを示す曲線が得られる。即ち (II) 式の曲線は第 206 圖の實線の様になる。

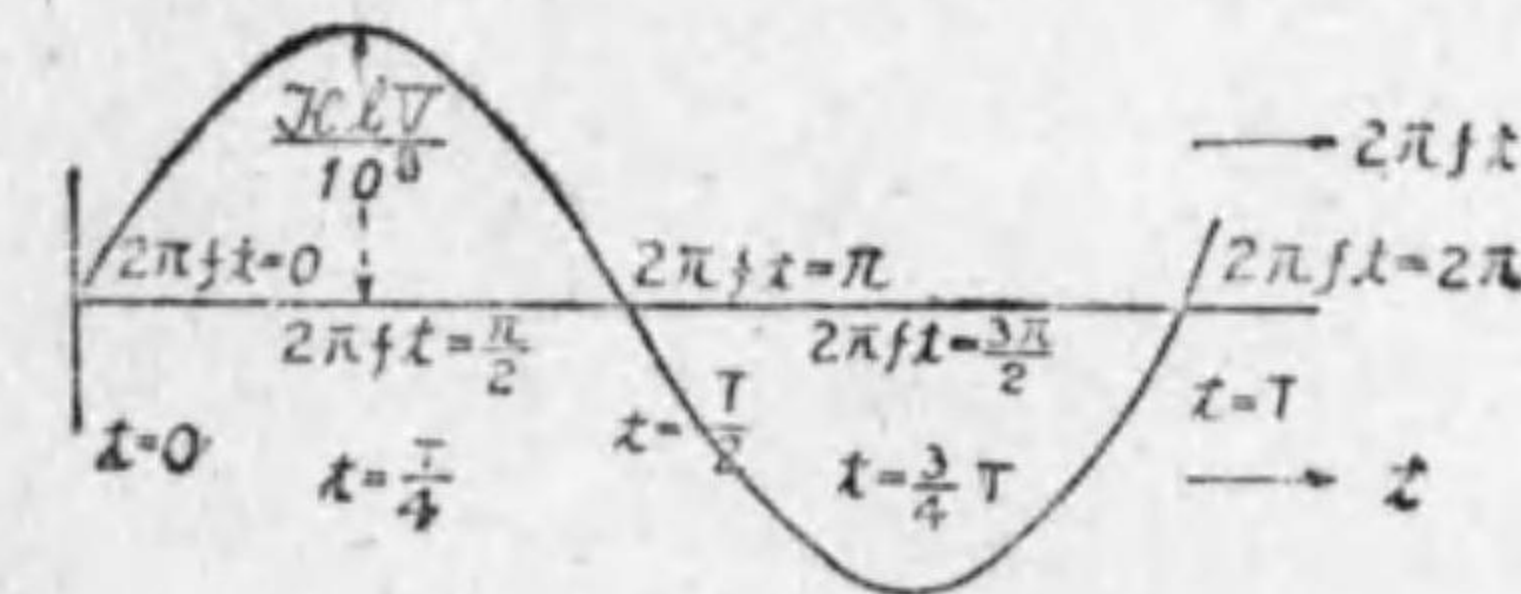
今此曲線の變化の意味を更らに第 205 圖について考へて見よう。電線が n_1 點を出發する時、即ち $t=0$ の時には電線が磁線と平行に動くから、誘導起電力は零である。さうして之れから進むにつれて、磁線に直角な分速度が大となるから、起電力の値が次第に増し $2\pi ft = \frac{\pi}{2}$ となると、電線は m_1 點に達し電線は磁線と直角に動き起電力が最大となり、之れからは起電力が減じ、更らに $\frac{\pi}{2}$ 即ち始めから π だけ廻轉して n_2 點に来ると再び電線が磁線と平行に動く様になるから、起電力は零となる。猶ほ之れより進むと電線が磁線を切る方向が今迄とは逆になるから、起電力の方向も逆となる。其れからは逆の方向に於て今迄と同一の變化を繰返して n_1 に返つて来る。さうして猶ほ廻轉を續ければ、更に今迄述べた通りの變化を廻轉の續ける限り幾回でも繰返し、第 206 圖の實線で示す如き波形が次から次に描かれるのである。さうして曲線が基線より上にある部分を今假りに、電線が n_2, n_1 軸の左方にあつて磁界を上より下に動ける時で、

起電力の方向が電線の前端より後端の方向に向つて居る場合とすれば、曲線が基線より下方に在る部分は電線が n_1, n_2 軸の右方にあつて磁界を下より上に動ける時、即ち起電力の方向が電線の後端より前端の方向に向つて居る事、即ち其方向が互に反對して居る事を示すのは前にも述べた通りである。

第 206 圖の實線の曲線は、點線の曲線に於て其總ての高さを或る定数で倍したに過ぎない。故に斯の如き曲線は點線の曲線と同種の曲線と見る事が出来るから、一般に斯の如き曲線を正弦波 (sine wave 或は sinusoidal wave) と稱し、此様な波形に従つて變化する交番起電力を正弦波交番起電力又電流の場合には正弦波交流と稱するものである。

序に述べて置くが、(II) 式 $\frac{\mathcal{K}lV}{10^8} \sin 2\pi ft$ に於て變化するものは t だけで $2\pi f$ は常數であるから、 $\frac{\mathcal{K}lV}{10^8} \sin 2\pi ft$ を曲線に描く時、横軸に $2\pi ft$ を取る代りに、 t を横軸に取つてもよい。若し t を横軸に取ると曲線の値は變化しないで、唯だ横軸の目盛が違ふばかりで他に變化はない (第 207 圖に示す)。

第 207 圖



但し T は周期 $= \frac{1}{f}$

213. 正弦波交流 其の二 前節の(II)式は $\frac{\mathcal{K}IV}{10^9}$ と

$\sin 2\pi ft$ との積である。然し $\frac{\mathcal{K}IV}{10^9}$ は時間に就いて不変であるから、 $\sin 2\pi ft$ のみによつて (II) 式の値が變つて来る。然るに $\sin 2\pi ft$ は $\sin 2\pi ft = \pm 1$ の時其絶対値が最大であるから、其時 (II) 式の値は $\frac{\mathcal{K}IV}{10^9}$ となりて最大の値を取る。今此 $\frac{\mathcal{K}IV}{10^9}$ の代りに最大値の一般形 E_m なる記號を使用するならば (II) 式は $e = E_m \sin 2\pi ft$ と書き表はす事が出来る。

正弦波交番起電力の起因は第 205 圖の場合の如く、平等磁界内を一本の電線が等速圓運動する場合に限るものでないのは云ふまでもない。電線なり或は線輪なりが時間に對して正弦波に従つて變化する如き速さを以て磁線を切る時は、これには必ず正弦波形の交番起電力が誘導されるものである。然し如何なる場合に於ても正弦波起電力にありては其最大値を E_m とすれば、

$$e = E_m \sin 2\pi ft \dots\dots\dots(92)$$

なる式を以つて任意の時に於ける起電力の瞬時値を示し得るものである。又正弦波交番起電力があれば、従つて正弦波交流の生ずるは疑の餘地なき事であるが、此場合にも其最大値を I_m とすれば

$$i = I_m \sin 2\pi ft \dots\dots\dots(92')$$

なる式を以て任意の時に於ける電流の瞬時値を示し得るは云ふまでもない。

上式に於ける $2\pi f$ は周波數 f の値に依つて定まる定數であるから、之れを周波定數 (frequency constant) と稱する。さうして一般に之れを ω なる文字を以つて表はし、正弦波起電力及交流を

$$\left. \begin{aligned} e &= E_m \sin \omega t \\ i &= I_m \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(93)$$

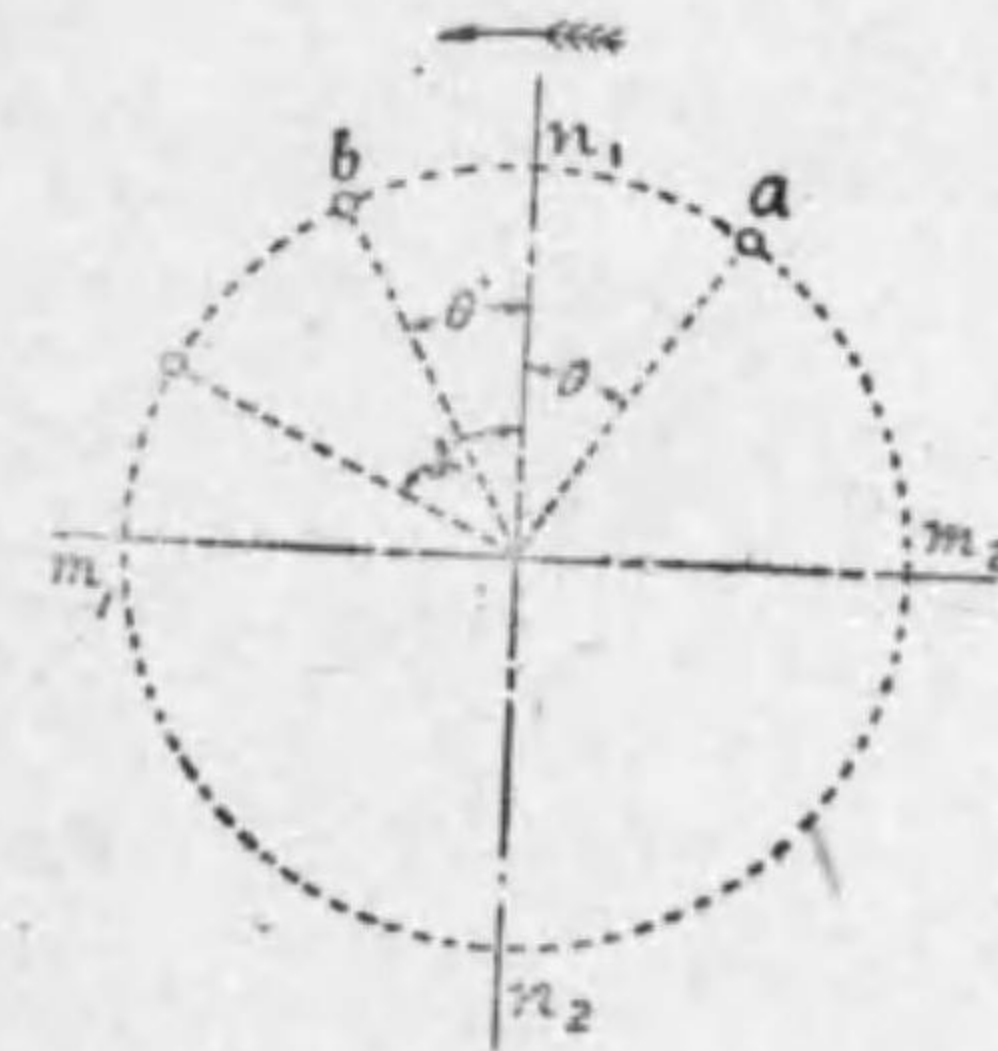
なる式を以つて表はす事が多い。

214. 正弦波交流 其の三 第 212 節に於ては第 205 圖

の場合の線は n_1 より出發せるものとし、此時より起算した時を t としたから、 $\alpha = 2\pi ft$ となり、従つて起電力の瞬時値が

$$e = \frac{\mathcal{K}IV}{10^9} \sin \alpha = \frac{\mathcal{K}IV}{10^9} \sin 2\pi ft \dots\dots\dots(1)$$

第 208 圖



なる式を以つて表はされたのである。然るに若し、電線が第 203 圖 a 點の如き n_1 點より中心角に於て θ 丈け後方にある點より出發せるものとし、此時より起算したる時を t' とするならば、電線が n_1 點に来るまでに已に $\frac{\theta}{2\pi f}$ 秒の時を要するから、同一位置に達するには、 $t' = t + \frac{\theta}{2\pi f}$ でなければならぬ。

故に之れより $t = t' - \frac{\theta}{2\pi f}$ なる關係が生ずる。此 t の値を (1) 式の t の代りに用ゐると、

$$\alpha = 2\pi f(t' - \frac{\theta}{2\pi f}) = (2\pi ft' - \theta)$$

となる、従つて任意の時 t' (t' は任意の時なる故一般的文字を使用して t とするも差支へない。但し此 t と (1) 式の t とは同一のものでない事は上

の説明より明らかである。)に於ける起電力を示す式は

$$e = \frac{\mathcal{K}IV}{10^8} \sin(2\pi ft - \theta) \dots \dots \dots (II)$$

とならねばならぬ。

同様に電線が n_1 点よりも中心角に於て θ' 丈け前方にある b 点より出發せるものとし、此時より起算して n_1 より出發したものと任意の同一位置に達するに要する時を t とするならば、任意の時 t に於ける起電力を示す式は前同様の理由により

$$e = \frac{\mathcal{K}IV}{10^8} \sin(2\pi ft + \theta') \dots \dots \dots (III)$$

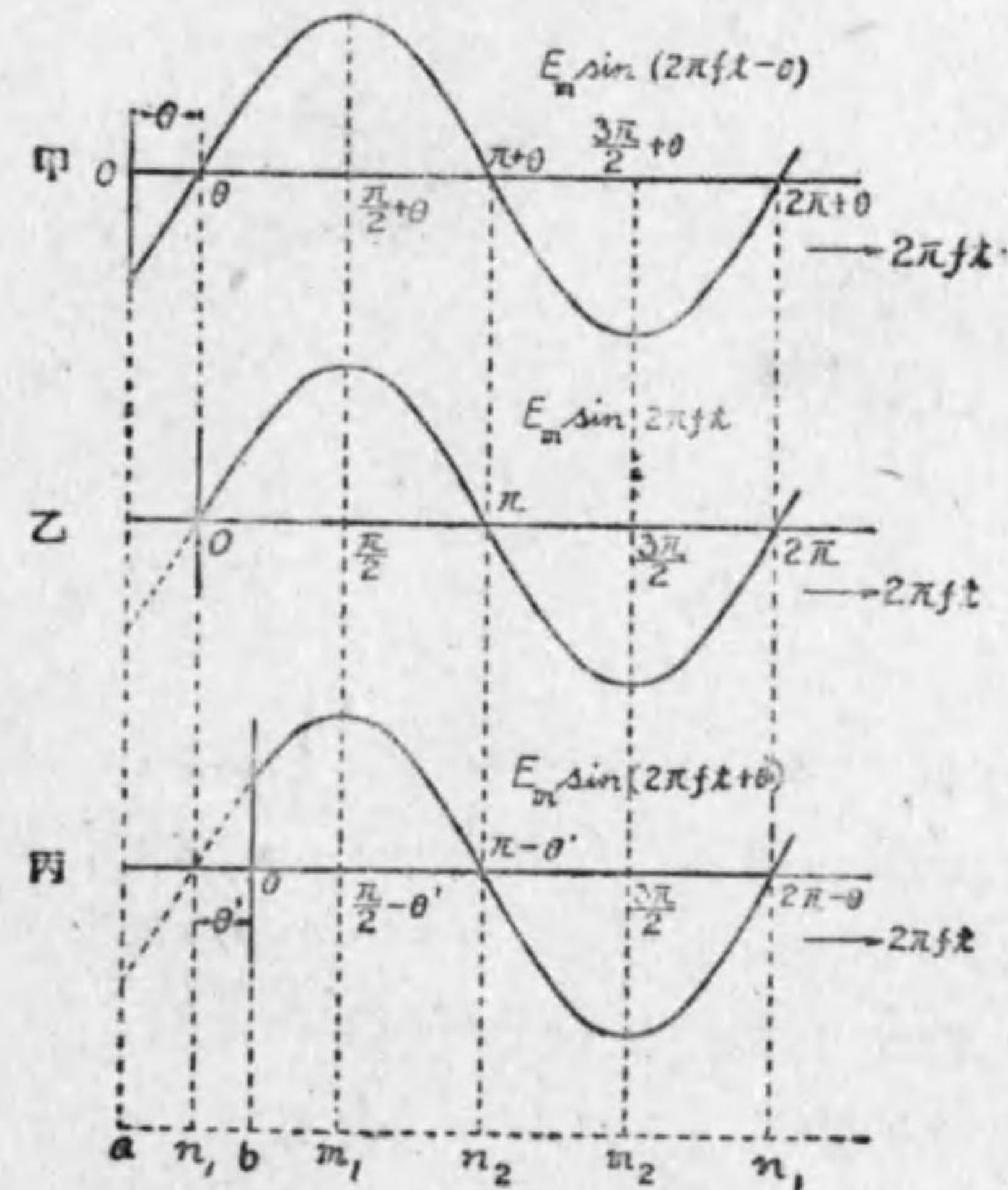
としなければならぬ。

(I), (II) 及 (III) の式を比較すれば、形の異つて居るのは云ふまでもない。然し之れは電線の起電力が違つた事を意味するのではない。唯だ時を測るに n_1 を基準とするか、 a を基準とするか或は b を基準とするかに依つて電線に發生する起電力を示す式の形が違つて來たまでであつて、電線の起電力其ものに違ひが生じたのでない事は云ふまでもない。此事は第 209 圖の甲乙丙三曲線を比較研究すれば明らかであらう。

猶ほ同圖に就き説明すれば、甲に於ては同一位置、例へば最大値の起電力を發生する位置に達するに、 $\frac{\pi}{2} + \theta$ 或は時間で示せば $(\frac{\pi}{2} + \theta) + 2\pi f$ を要し、乙に於ては $\frac{\pi}{2}$ 又丙にありては $\frac{\pi}{2} - \theta'$ 丈け廻轉すればよき事が知られる。即ち起算點 $t=0$ の取方によりて同一位置に達するに、夫々廻轉角度、従つて其れに要する時間が異なる事を示すのである。従つて起算點より同一時間ならば、瞬時値も異なり、上述の如き形の異なつた式が生ずる理である。

要するに正弦波交番起電力或は交流の瞬時値を式を以つて示す時、若し

第 209 圖



乙の如く瞬時値が零で之れより吾々の定めた正の方向即ち正波の方向にならんとする瞬時を時の標準に取れば(普通は此取方を使用する),(I)式を以つて任意の時に於ける瞬時値を示す事が出来るが、起算すべき瞬時が瞬時値の零になる時よりも $\frac{\theta}{2\pi f}$ 秒前を時の標準に取る時には、同じ起電力及交流を示す式は

$$\left. \begin{aligned} e &= E_m \sin(\omega t - \theta) \\ i &= I_m \sin(\omega t - \theta) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (93')$$

となり、又瞬時値が零になつてから $\frac{\theta'}{2\pi f}$ 秒後の瞬時を時の基準に取るな

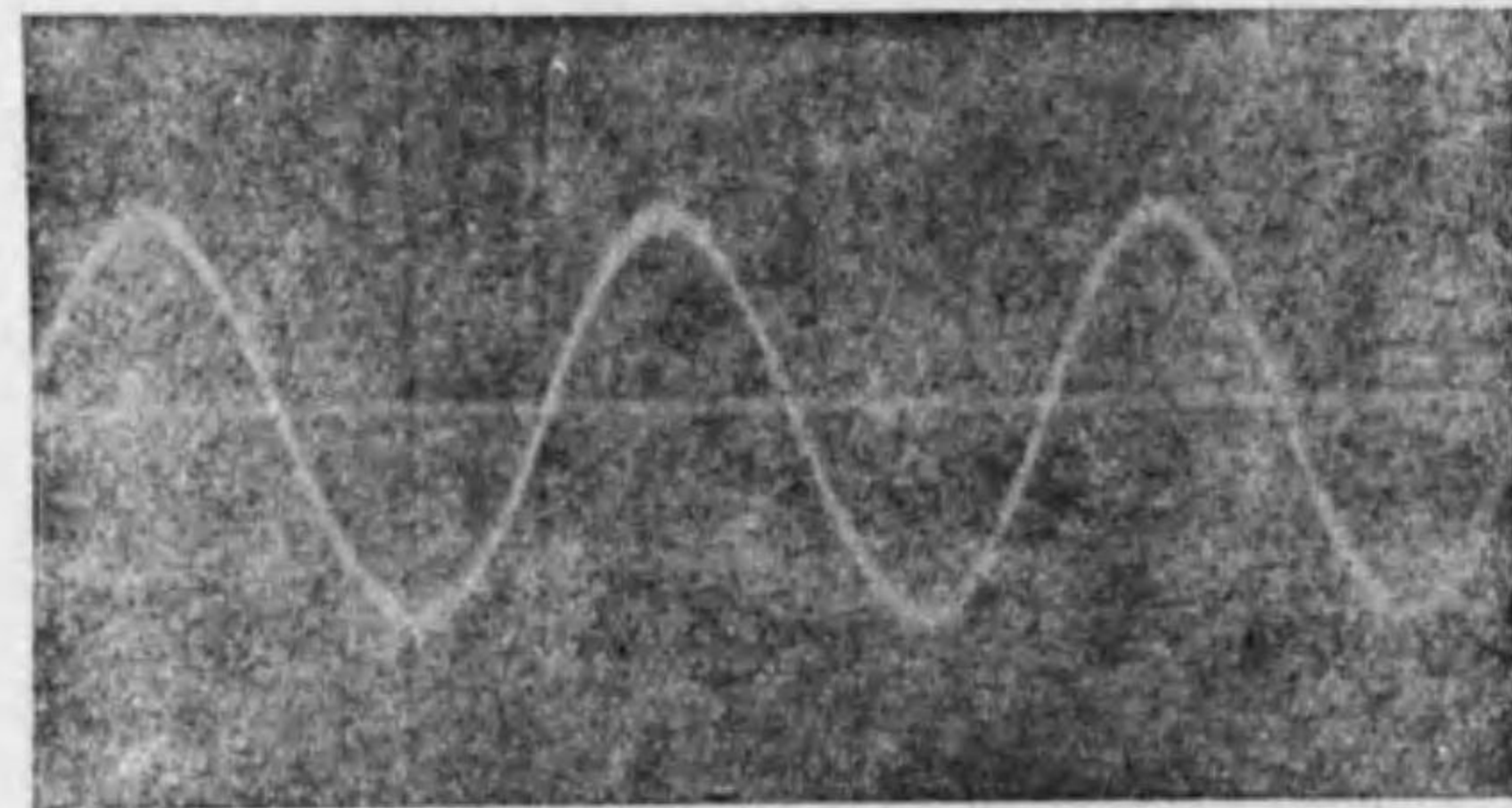
らば、同じ起電力及交流を示す式を

$$\left. \begin{aligned} e &= E_m \sin(\omega t + \theta') \\ i &= I_m \sin(\omega t + \theta') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(93'')$$

と改めなければならない。

交流には第 201 圖に示した様に種々の波形のものがあり得る譯だし、又實際は随分色々のものがある。然し理論研究の上から見ると、交流機器の特性から見ても今迄述べた正弦波が最も優れて居る。故に発電機製造業者は皆完全なる正弦波交流を得る様に勉めて居る。斯る理由により以下断りがない時には交流と云へば常に正弦波をなして居るものと思つて貰ひたい。さうして製作技術の進歩せる今日に於ては第 210 圖の寫眞の如き立派

第 210 圖



な正弦波起電力を生ずる交流発電機が得られるのである。此寫眞は本校の實驗室にある四極交流発電機より生じたる正弦波起電力を、同實驗室用のオッシログラフ (oscillograph) を以て撮影したものである。

215. 電氣度 最も簡單なる構造の二極を有する交流発電機

に於ては、略ぼ第 205 圖に示す如き平等磁界を作り、電線の一回轉する間に交番起電力の 1 サイクルの變化を生じ、廻轉回数と周波回数とは一致する。然し若し、第 211 圖甲の様な四極発電機であると、電線は一回轉の間に二對の磁極の下を通過するから、

第 211 圖 甲

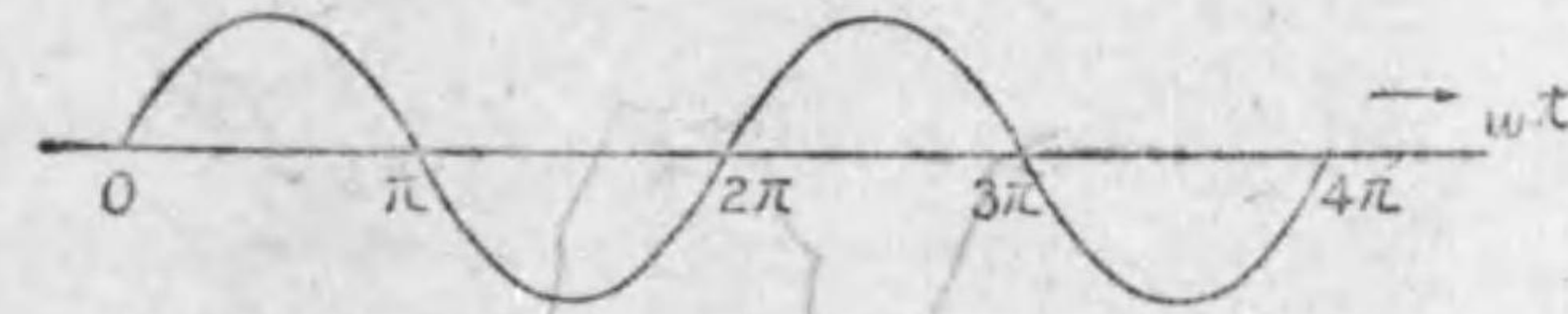


第 211 圖乙に示す様に 2 サイクルの曲線を描く事になり周波数は廻轉数の二倍となる。故に一般に p 磁極を有する交流発電機より生ずる交番起電力の周波数を f とすれば、其廻轉数と周波数との間には次の如き關係がある。

$$f = \frac{n}{60} \times \frac{p}{2} \dots\dots\dots(94)$$

但し n = 廻轉數/分 p = 磁極數

第 211 圖 乙



四極交流発電機に於ては一回轉に於て交番起電力の曲線の二周期(2 サイクル)を描く

以上述べたる如く、極數により一回轉即ち電線が中心軸に對して 360° 或は 2π レヂアンの角を通過する間に、二極機では 1 サイクル、四極機に於ては 2 サイクルを描く。斯の如く 1 サイクルを生ずる間に電線の廻轉角の異なるは取扱上甚だ不便であるから、起電力の 1 サイクルを生ずる間に

電線が実際に廻轉する角度を標準に取り、其れを電氣度 (electrical degrees) の 360° と定める。然るに電線が二極間隔 (pole pitch) を通る間に起電力の 1 サイクルを生ずるから、二極間隔が中心軸に於て挟む角を電氣度の 360° と定める譯である。依つて二極機に於ては廻轉角の度数と電氣度とは一致するが、四極機にありては電氣度は廻轉角の度数の二倍となる。故に一般に p 極の交流發電機の電氣度は

$$\text{電氣度} = \text{廻轉角の度数} \times \frac{p}{2} \dots\dots\dots(95)$$

同様に $\text{電氣弧度 (electrical radians)} = \text{廻轉弧度} \times \frac{p}{2}$

以上の説明には廻轉角を用ひたが、發電子上の二點の距離に對する中心角を電氣度で計り得るから、上記二式中の廻轉角の度数又は廻轉弧度の代りに、中心角の度数又は弧度を置換へることが出来る。

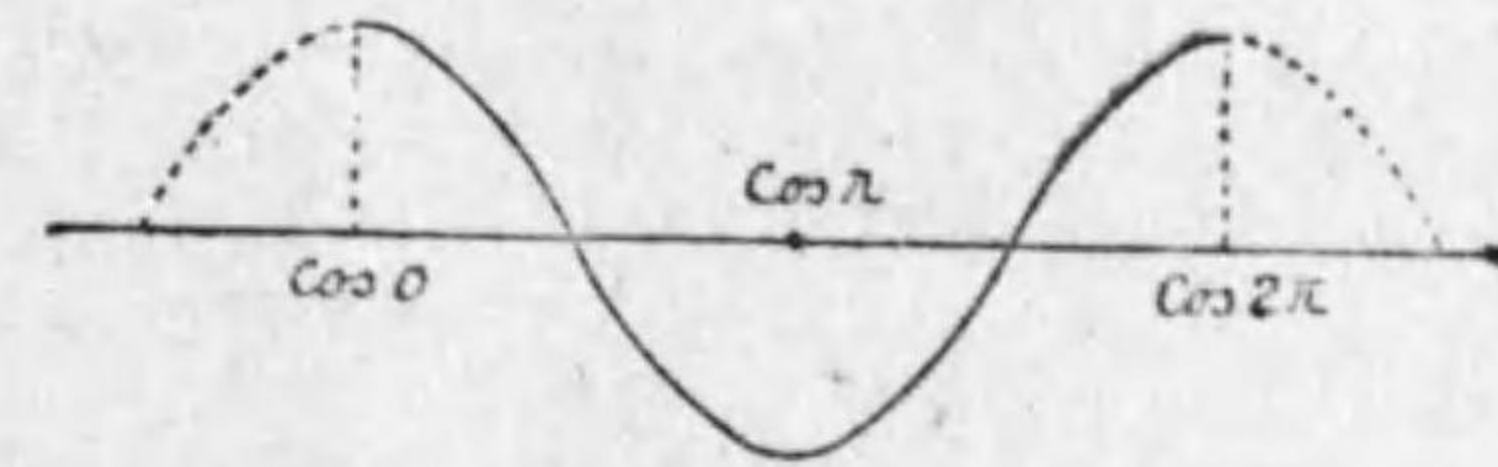
216. 正弦波交流の實効値 正弦波交流の實効値を求

める前に次の様な事を知る必要がある。 $\sin \theta$ と $\sin(\theta + \pi)$ とでは其符號は反對であるが、絶對値は等しい。故に $E_m \sin \omega t$ に於て $\omega t = 0$ から $\omega t = \pi$ に至る迄の時々刻々の値の自乗の平均は $\omega t = \pi$ から $\omega t = 2\pi$ に至る迄の時々刻々の値の自乗の平均に等しい。従つて $E_m \sin \omega t$ の實効値を求むるにも、1 サイクル間即ち $\omega t = 0$ から $\omega t = 2\pi$ に至る迄の時々刻々の値の自乗の平均の平方根を求むる代りに、半サイクル即ち $\omega t = 0$ から $\omega t = \pi$ に至る迄の間に付いて同様の事を行へばよい。今正弦波起電力 $E_m \sin \omega t$ の自乗の平均の平方根を考へて見るに、先づ其自乗 $E_m^2 \sin^2 \omega t$ は次の様に書換へる事が出来る、即ち

$$E_m^2 \sin^2 \omega t = \frac{E_m^2}{2} (1 - \cos 2\omega t)$$

次に此平均を求むるに當り、 $\cos 2\omega t$ は上に述べた通り $\omega t = 0$ から $\omega t = \pi$ に至る迄、即ち $\cos 0$ より $\cos 2\pi$ に至る間に、其値は時々刻々變化して第 212 圖の實線にて示す様な餘弦曲線の 1 サイクルを描く。此曲線は勿論

第 212 圖



餘弦曲線

正弦波と同形であるから、1 サイクル間の時々刻々の値の平均は零なること明らかである。故に正弦波起電力の實効値は結局残りの部分 $\frac{E_m^2}{2}$ の平均の平方根を求むればよい。然るに E_m は正弦波起電力の最大値にして、一定不變であるから、平均の値も變りなく、従つて正弦波起電力の實効値は $\sqrt{\frac{E_m^2}{2}}$ 即ち $\frac{E_m}{\sqrt{2}}$ となる。さうして實効値を E なる文字にて表はす時は

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots(96)$$

即ち $E_m \sin \omega t$ なる正弦波起電力の實効値は最大値 E_m の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍である。同様に $I_m \sin \omega t$ なる電流の實効値は $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$ なる事申す迄もない。此事は正弦波交流の場合のみに限り成立つ關係である。

217. 正弦波交流の平均値 一般交流の平均値の定義

は第 211 節に述べたが、正弦波交流の平均値は次の様にして求められる。第 212 節の第 205 圖に於て電線が n_1, m_1, n_2 の半圓周 (電線の廻轉半径

を r 極とする。)を通過するに要する時間は云々でもなく $\frac{\pi}{2\pi f}$ 或は $\frac{\pi}{\omega}$ 秒である。然るに電線が此半圓周を通る時其電線が切る磁線の總数は $2r\mathcal{H}l$ 本である。故に電線が $n_1 m_1 n_2$ の半圓周を通過する際磁線を切る割合の平均は一秒毎に $2r\mathcal{H}l + \frac{\pi}{\omega} = \frac{2r\mathcal{H}l\omega}{\pi}$ 本である。故に $n_1 m_1 n_2$ の半圓周を廻轉する時出来る起電力の平均値は $\frac{2r\mathcal{H}l\omega}{\pi} \times 10^{-8}$ ヴォルトである。然るに前式中 $r\omega$ は電線の廻轉速度 V^{cm}/s であるから、

$$\text{平均値} = \frac{2\mathcal{H}lV}{\pi} \times 10^{-8} \text{ ヴォルト}$$

と表はす事が出来る。さうして電線が他の半圓周 $n_1 m_2 n_2$ を廻轉する際にも前と全く同一の関係があるから、 $\frac{2\mathcal{H}lV}{\pi} \times 10^{-8}$ ヴォルトは電線に誘導される起電力の半サイクル間(正波又は負波)の平均と考へる事が出来る。即ち起電力の平均値である。然るに第 212 節で説明した通り此場合の最大値は $\frac{\mathcal{H}lV}{10^8}$ ヴォルトである。故に平均値と最大値との比は

$$\frac{\text{平均値}}{\text{最大値}} = \frac{2\mathcal{H}lV}{\pi \times 10^8} \div \frac{\mathcal{H}lV}{10^8} = \frac{2}{\pi}$$

である。故に $E_m \sin \omega t$ の様な正弦波形のものにありては平均値は上式より

$$\text{平均値} = E_m \times \frac{2}{\pi} \dots\dots\dots(97)$$

である。従つて正弦波電流の平均値も亦 $I_m \times \frac{2}{\pi}$ となる事勿論である。

218. 正弦波の波形率及波高率

前 2 節に於て正弦波交流の實効値及平均値が求められたから、正弦波の波形率及波高率は第 211 節の定義により次の如くなる。

$$\text{波形率} = \frac{\text{實効値}}{\text{平均値}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \div \frac{2E_m}{\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11 \dots\dots(98)$$

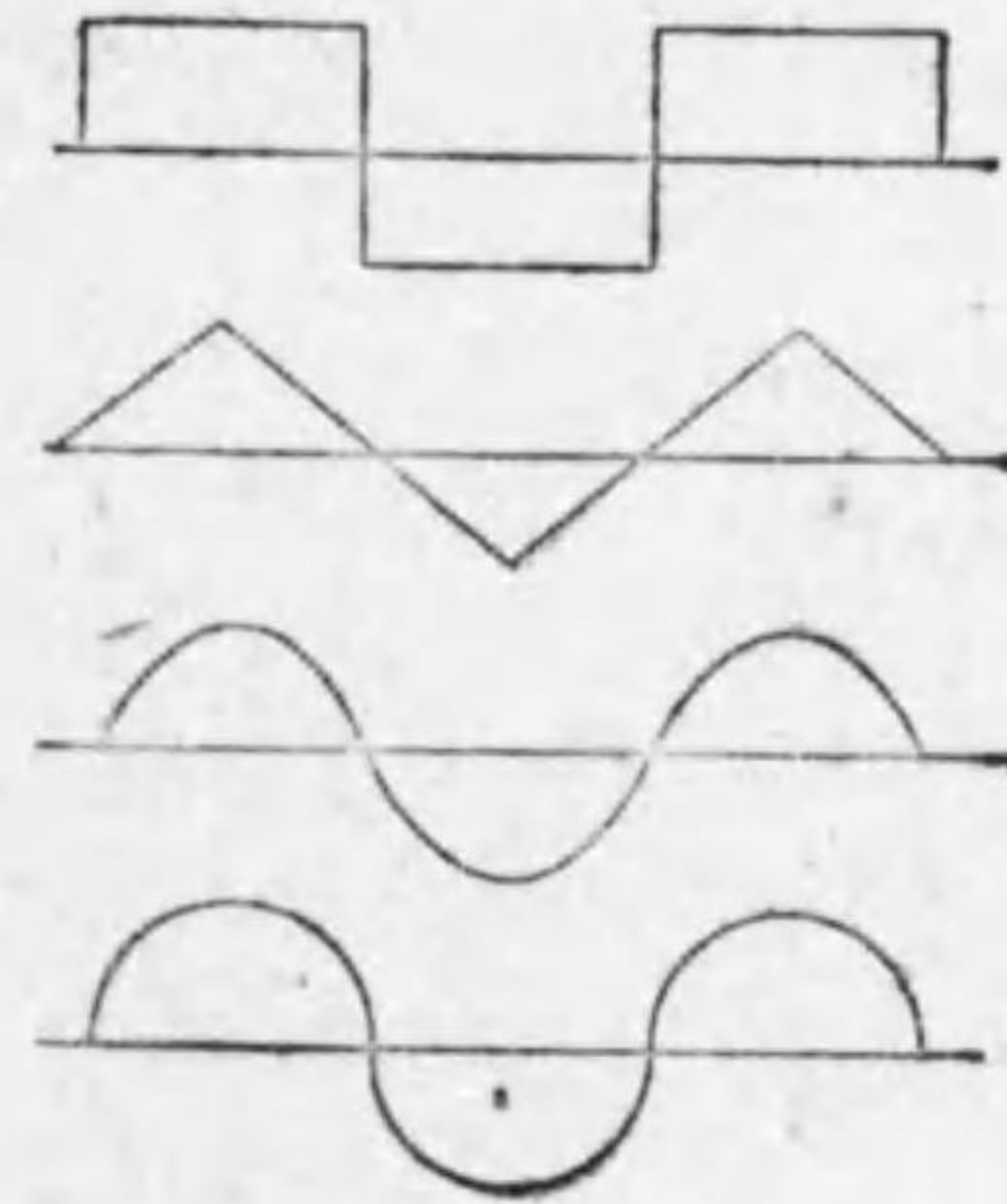
$$\text{波高率} = \frac{\text{最大値}}{\text{實効値}} = E_m \div \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} = 1.414 \dots\dots\dots(99)$$

以上の數値は電流の正弦波より見出すも同一結果を得らるる事申す迄もない。即ち如何なる正弦波交流にも適用出来る數字である。

今参考のために、二三の波形率及波高率を上げて見よう。

第 213 圖

	波形率	波高率
矩形波	1.	1.
三角形	1.15	1.732
正弦波	1.11	1.414
半圓波	1.04	1.226



〔例 99〕 $i = I_m \sin \omega t$ なる正弦波交流に於て $\omega t = 30^\circ$ なる時の瞬時値 5 アムペアならば電路に何アムペアの電流が流れて居るか。

解 正弦波交流の瞬時値 $i = I_m \sin \omega t$ に問題の値を入れ

$$5 = I_m \sin 30^\circ$$

$$I_m = \frac{5}{\sin 30^\circ} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10 \text{ アムペア}$$

$$\therefore \text{實効値} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10}{1.414} = 7.1 \text{ アムペア}$$

〔例 100〕 50 サイクルの正弦波起電力の最大値 100 ヴォルトならば起電力の零なる瞬時より $\frac{1}{300}$ 秒後に於ける瞬時値何ヴォルトなるか。

解 瞬時値 $e = E_m \sin \omega t$ 或は $E_m \sin 2\pi ft$ より

$$\begin{aligned} \text{瞬時値} &= 100 \times \sin \left(2\pi \times 50 \times \frac{1}{300} \right) = 100 \times \sin \frac{\pi}{3} \\ &= 100 \times \sin 60^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 50 \times 1.732 = 86.6 \text{ ヴォルト} \end{aligned}$$

【例 101】 $i = I_m \sin \omega t$ なる正弦波交流に於て $\omega t = 45^\circ$ なる時の瞬時値は実効値に等しき事を證せよ。

$$\text{解} \quad \text{瞬時値} = I_m \sin \omega t = I_m \sin 45^\circ = I_m \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

即ち実効値に等し。

219. 摘要

1. 直流と云ふのは方向が變らない電流で、交流と云ふのは其方向が規則正しく變化する電流である。さうして直流は其大きさも變化しないが(時間について)、交流は普通其大きさも時々刻々變化する。

2. 交流波に於て基線より上にある部分と下にある部分とは起電力なり電流なりの方向が相反して居る事を表はし、上の波を正波、下の波を負波と稱する事がある。

3. 交流波が全く一變化をして始めの状態になる迄を一周波と云ひ、一周波に要する時間を一周期と稱し、一秒間の周波の数を周波數と名づける。さうして一周波の半分即ち半周波を一交番と呼ぶ。

4. 或交流の実効値と云ふのは一周波間の時々刻々の値の自乗の平均の平方根 (r. m. s.) である。さうして正弦波交流の実効値は最大値の

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍である。

$$\sqrt{3} = 1.732$$

5. 交流の波形率と云ふものは実効値と平均値との比で、波高率と云ふのは最大値と実効値との比を意味するものである。正弦波交流に於ては前者は 1.11 で後者は 1.414 である。

6. 正弦波交流の瞬時値の式は起算すべき瞬時の取方に依り其形は異なる。例へば P_m を起電力又は電流の最大値とすれば、 $P_m \sin \omega t$ 、 $P_m \sin(\omega t - \theta)$ 及 $P_m \sin(\omega t + \theta)$ の様な式が生ずる。然し此場合起電力又は電流其ものに違を生じない事申す迄もない。

7. 理論研究上から見ても實用上から見ても、交流の波形には正弦波のものが最も便利である。故に現今の交流發電機は皆な正弦波を生ずる様につとめて居る。従つて吾々が交流を研究する際にも普通、交流は正弦波形のものとする。

8. 交流發電機には便宜上電氣度と云ふものを使用する。電氣度と云ふのは電線が實際に廻轉した角の度數(或は發電子上の二點の距離に對する中心角の度數)に磁極の對數を乗じたものである。即ち

$$\text{電氣度} = \text{廻轉角度} \times \frac{\text{磁極數}}{2}$$

問題 XIV

實効値 100 アムペアの正弦波交流ありて $\frac{1}{5}$ 秒間に 5 サイクルをなすと云ふ。此正弦波交流に就き次の問題に答へよ。

1. 此電流の最大値は何アムペアなるか。

答 141 アムペア

2. 此電流の周期 (a)、周波數 (b)、周波定數 (c) の値何程なるか。

答 (a) $\frac{1}{25}$ 秒 (b) 5 サイクル (c) 157

3. 此電流の瞬時値が零で其れより正(或は正波)の方向に向はんとする瞬時を起算点に取る場合の瞬時値の式を作れ。

答 $i = 141 \sin(157t)$

4. 此電流が正の最大値になる瞬時を起算点とする場合の瞬時値の式を作れ。

答 $i = 141 \cos(157t)$

5. 或瞬時に電流の値が 50 アムペアで尙ほ増加しつつある其瞬時を起算点とする場合の瞬時値の式を作れ。

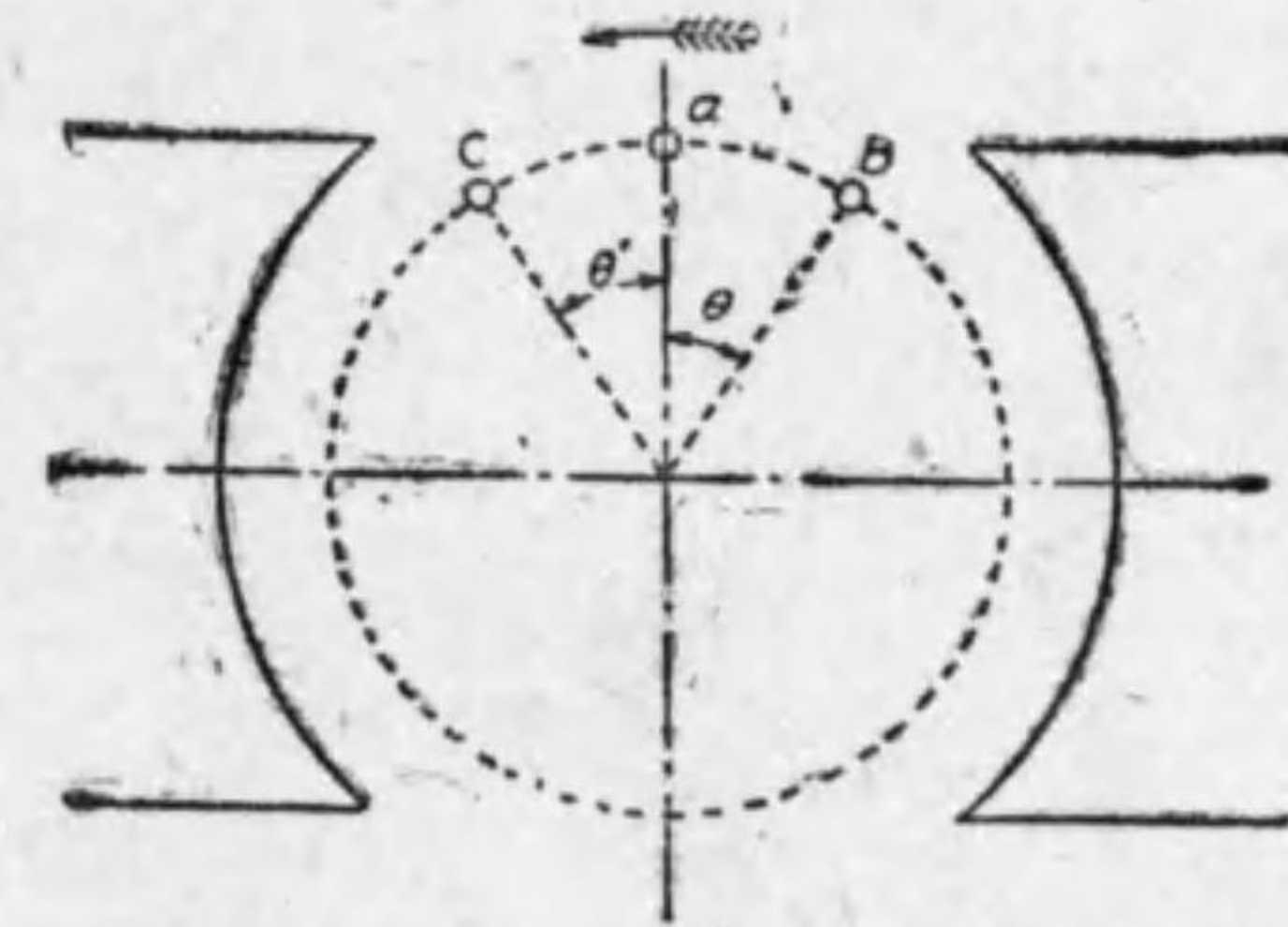
答
$$\begin{cases} i = 141 \sin(157t + 0.363) & \text{角をラジアンで表はした場合} \\ i = 141 \sin(9000t + 20.7) & \text{角を度で表はした場合} \end{cases}$$

手引 瞬時値の標準式 $i = I_m \sin \omega t$ に已知の値を代入して、 $50 = 141 \sin \omega t$ 、之れより ωt なる角の値が生ずる。

第十六章 位相及リアクタンス

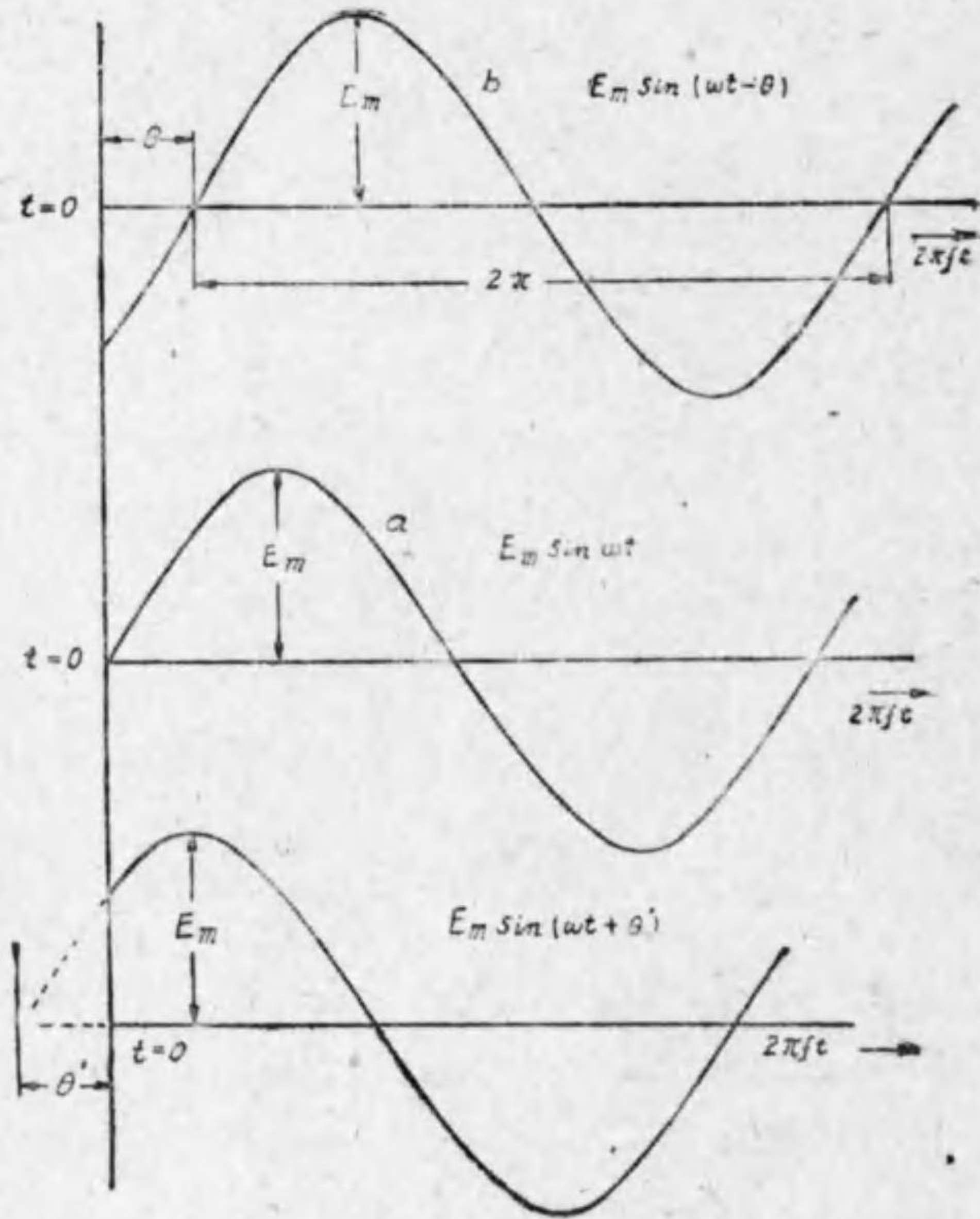
220. 位相(phase) 第 208 圖に於ては、一本の電線の廻轉を考へ、起算すべき瞬時を異にした故第 209 圖甲乙丙の如き起算点を異にした起電力の曲線を生じたが、今一本の代りに第 214 圖の如く電氣度で θ 及 θ' 度だけ距てた位置に a, b 及 c の三個の電線を置き矢の方向に廻轉して居るとしよう。さうすると、第 214 節に述べた様に、 a 電線が第 214 圖の如き位置にある瞬時其内に誘導される起電力は零であるが、今其點は正の方向にならんとする零であるとし、其零點を通過した瞬時を a, b 及 c 各

第 214 圖



電線に誘導される起電力の共通起算点と取る時は、第 215 圖に示す a, b 及 c の如き起算点 ($t=0$) を同一にした起電力が生ずる譯である。此三つの曲線を一つの基線上に纏めると第 216 圖の様になる。

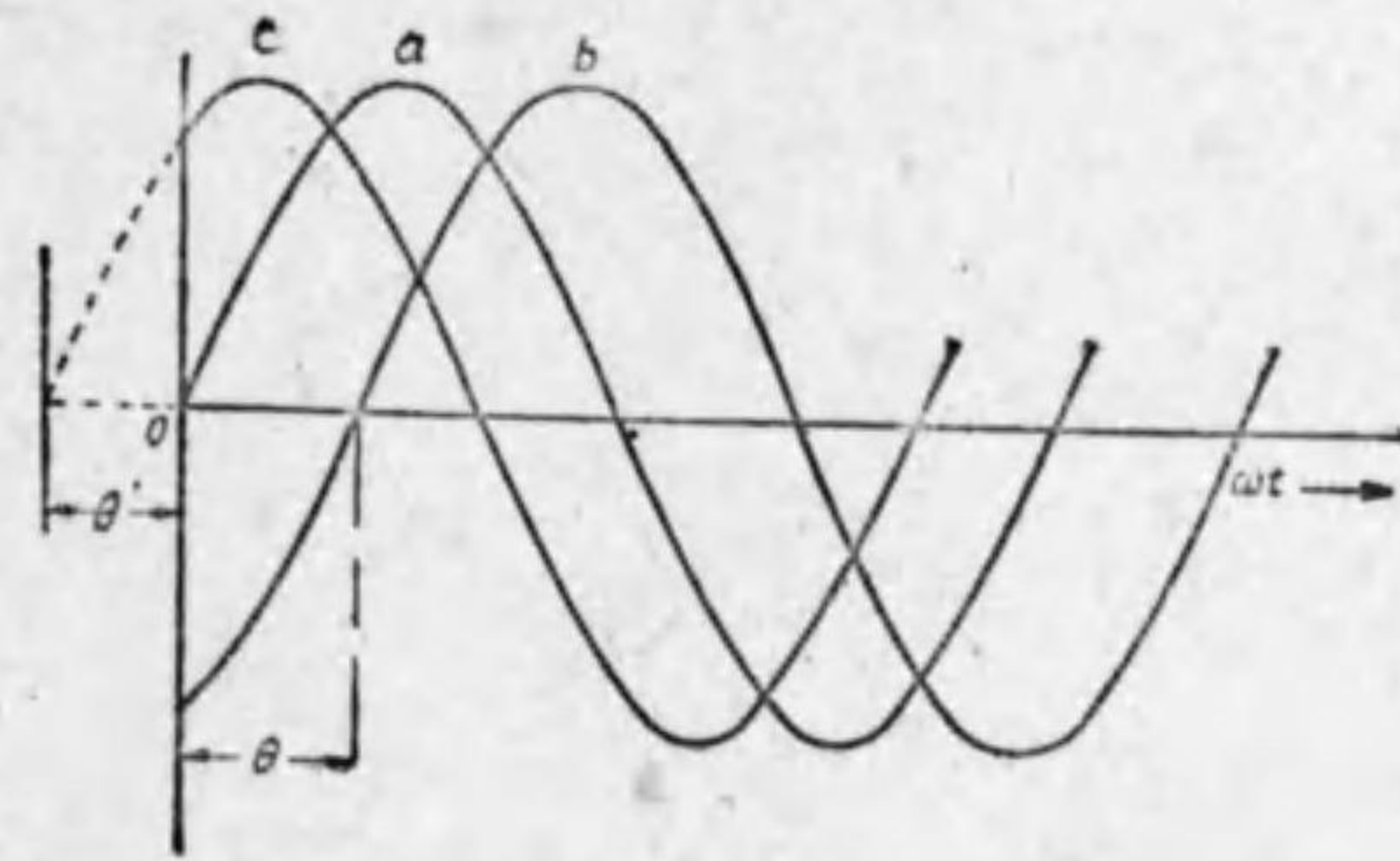
第 215 圖



此曲線を見れば分かる様に、各同じ周波数 (f とする) の起電力の曲線が正の方向にならんとする零點を通過する瞬時が夫々異なつて居る。即ち a 起電力が正の方向にならんとする零になつてから $\frac{\theta}{2\pi f}$ 即ち $\frac{\theta}{\omega}$ 秒後に於て b の起電力は始めて同一状態の零となり、又 c 起電力は a 起電力よ

り $\frac{\theta'}{\omega}$ 秒前に同じ状態の零となるのである。さうして此様な場合には b の起電力は a の起電力から θ だけ位相 (phase) が遅 (lag) れて居ると云ひ

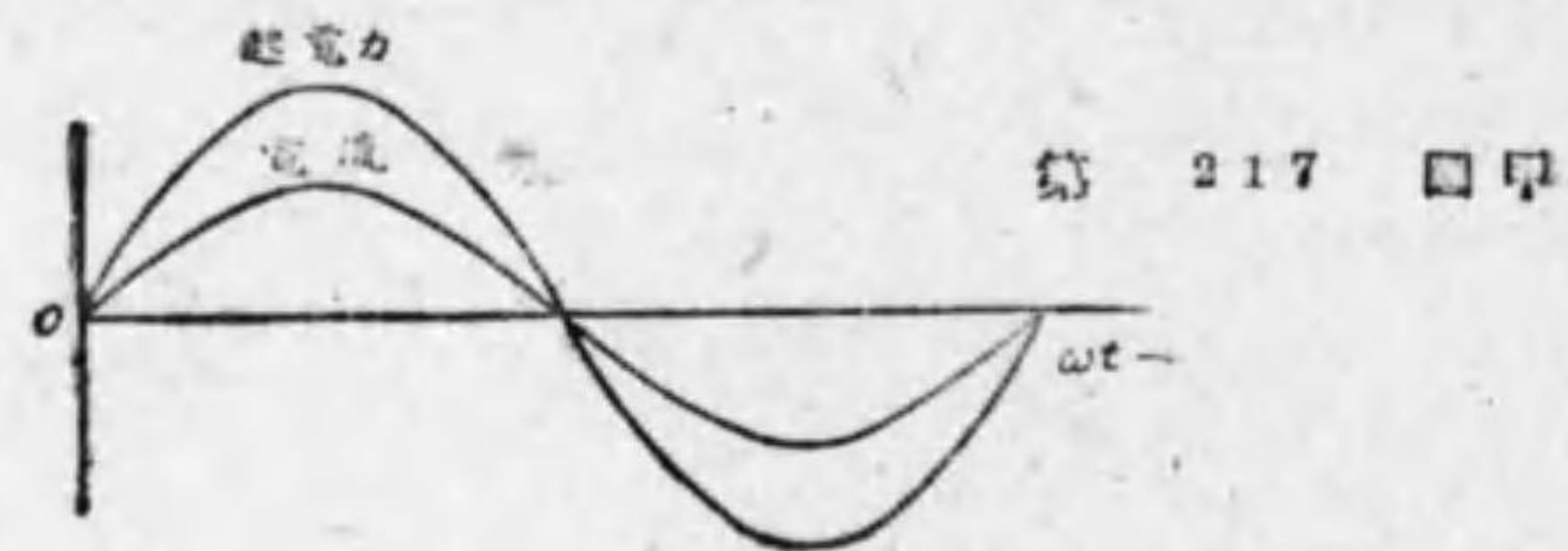
第 216 圖



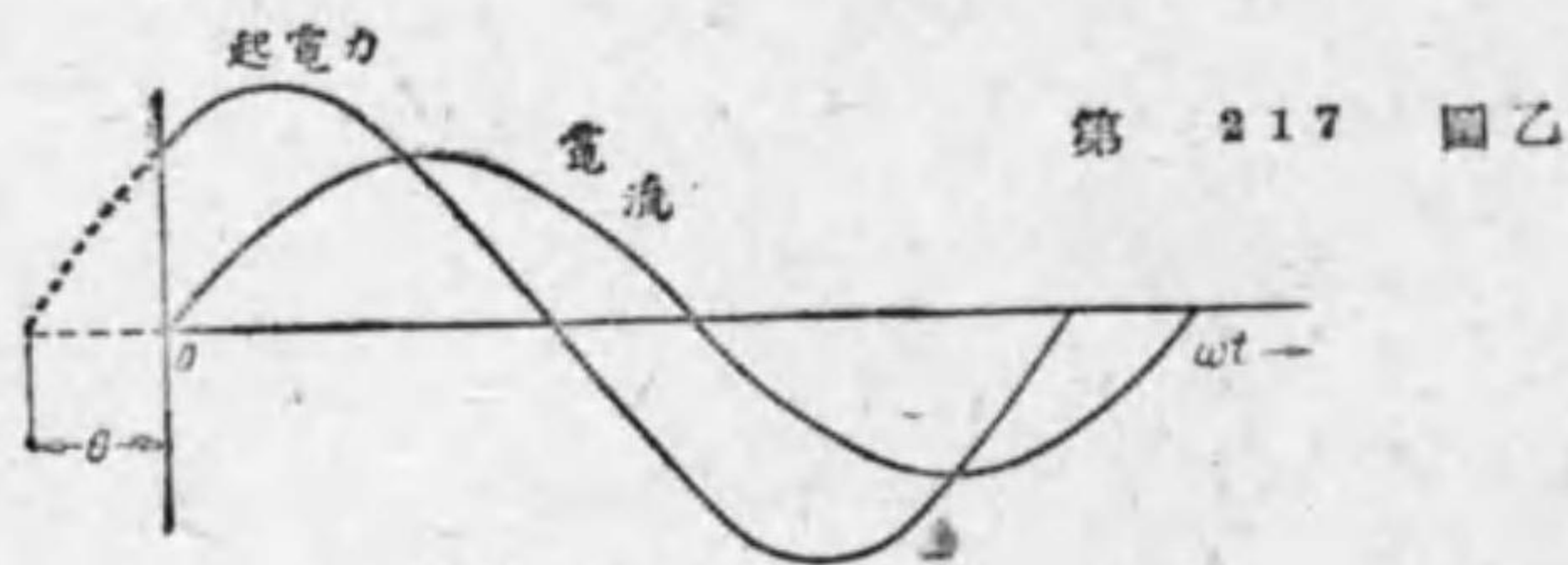
b は a より θ だけ遅れ、 c は a より θ' だけ進んで居る。

a は b より θ だけ進 (lead) んで居ると云ふ。同様に a は c より θ' だけ遅れて居り、 c は a より θ' だけ進んで居ると云ふ。さうして此 θ 及 θ' の様な位相の前後を示す此種の角を相差 (phase difference) の角と云つて居る (或は略して一般に相差が θ 又は θ' であると云ふ)。即ち或一つの交流又は交番起電力が他の交流又は起電力と同位相 (in phase) にあると云ふのは此角が零なる事で、異相 (out of phase) にあると云ふのは此角が零以外の或値を持つて居ると云ふ事である。さうして位相の差は上に述べた如く、便宜上常に θ 又は θ' の様な角で表はすけれども、元來が時間で計るべきものなる事は直に推知し得る所である。

以上述べた事を猶ほ完全に理解するために、次に一二の例を擧げて見よう。若し或る起電力と電流とがあつて、其れを曲線に描いて見た時、丁度



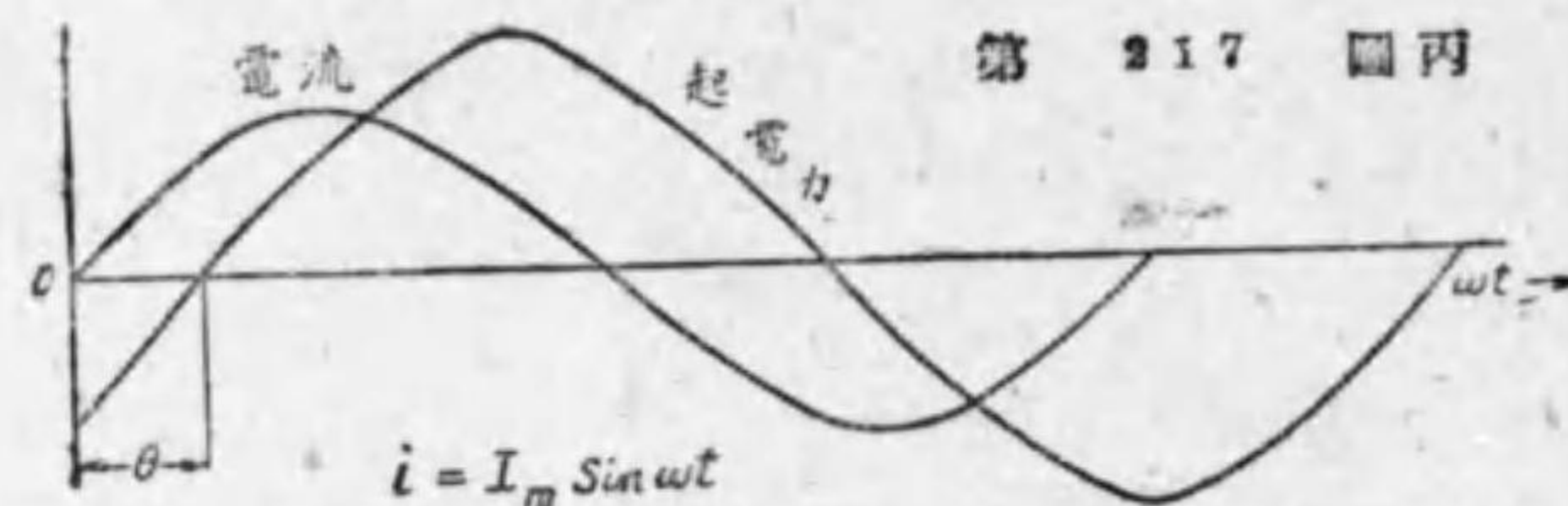
第 217 圖甲



第 217 圖乙

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$e = E_m \sin (\omega t + \theta)$$



第 217 圖丙

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$e = E_m \sin (\omega t - \theta)$$

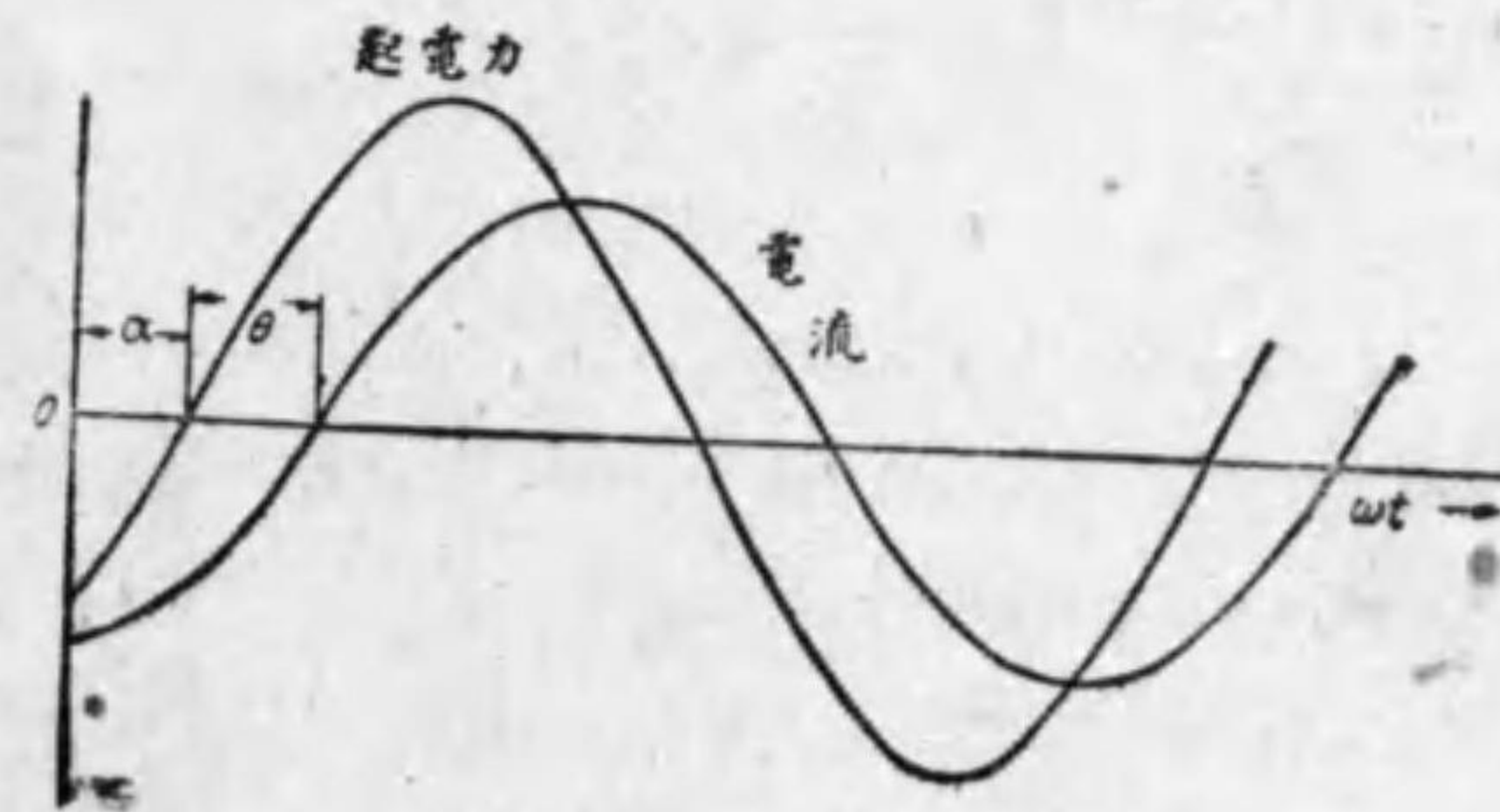
第 217 圖甲の様になれば、此電流と起電力とは同位相にあるので、若し同圖乙の様になれば、電流は起電力より θ だけ遅れて居ると云ひ、若し又同圖丙 様になつたならば、電流は起電力より θ だけ進んで居ると云ふ。さうして乙の場合には電流が起電力より遅れて居るから、遅電流 (lagging current) と云ひ、丙では起電力より電流が進んで居るから、進電流

(leading current) と呼ぶ。又 θ なる角はこの場合には電流が起電力より遅れて居る角だから、電流の遅角 (angle of lag) と云ひ、丙では進む角だから、電流の起電力に対する進角 (angle of lead) と稱する。

次に起電力、電流又は其れ等相互間の關係的位相を表はすには何を基準とすべきかと云ふに、多くの場合は其内の任意の一つを標準に選び、其曲線が正の方向に向はんとする零點を通過する瞬時を共通の起算點とするものにして、第 216 圖に就いて云へば、a 起電力を標準に選ぶべきである。従つて a 起電力の瞬時値の式は $E_m \sin \omega t$ となり、b 及 c の起電力の式は夫々 $E_m \sin (\omega t - \theta)$ 及 $E_m \sin (\omega t + \theta')$ と表はさねばならぬ。即ち $E_m \sin (\omega t - \theta)$ は $E_m \sin \omega t$ より θ だけ遅れて居り、 $E_m \sin (\omega t + \theta')$ は $E_m \sin \omega t$ より θ' だけ進んで居る事を意味するのである。

然し起算點の取方は何れの瞬時にも選び得ること勿論にして、例へば第 218 圖の如く起算點を選ぶ場合は起電力の瞬時値の式は $e = E_m \sin (\omega t - \alpha)$ にして、電流は起電力より θ だけ遅れて居るから、 $i = I_m \sin (\omega t - \alpha - \theta)$ と

第 218 圖



なる事申す迄もない。

序に一言付け加へて置くが、或電流又は起電力間の相差と云ふ事は、今迄の説明から明かな様に、之れ等比較される電流又は起電力は共に同じ周波数でなければならない。即ち周波数の違つたものゝ間の相差と云ふ事は無意味である。

221. 抵抗電路

直流では電流を妨げ電圧降下を生ずるものは抵抗ばかりであつたが、交流では抵抗の他に色々ものがある。然し此れ等のものは後に述べるとし、電流を妨げ電圧降下を生ぜしめるものは抵抗ばかりの電路があつたとしよう。今第219圖甲に示す如き電路内の任意の一部分 ab の抵抗を R オームとし、之れに a から b に向ふ方向を電流の正方向とすると共に

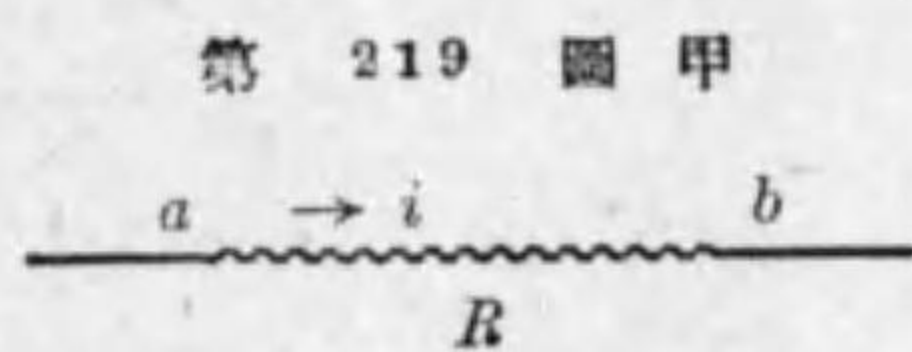
$$i = I_m \sin \omega t$$

なる式を以て示される正弦波交流が通じて居るものとしよう。さうすると、交流の場合にも抵抗に依る電圧降下は總ての瞬時に就て直流と同じくオームの法則によつて求められるものであるから、 a から b に至る間即ち ab 間には總ての瞬時に

$$e = Ri = RI_m \sin \omega t \dots\dots\dots (100)$$

なる電圧降下が生ずる。此式から分る様に抵抗内の電圧降下は電流と同一周波数にして矢張り正弦波形をなし、電流の正方向に測れる電圧降下は電流と同位相である。さうして共

最大値は $E_m = I_m R$



第 219 圖 甲

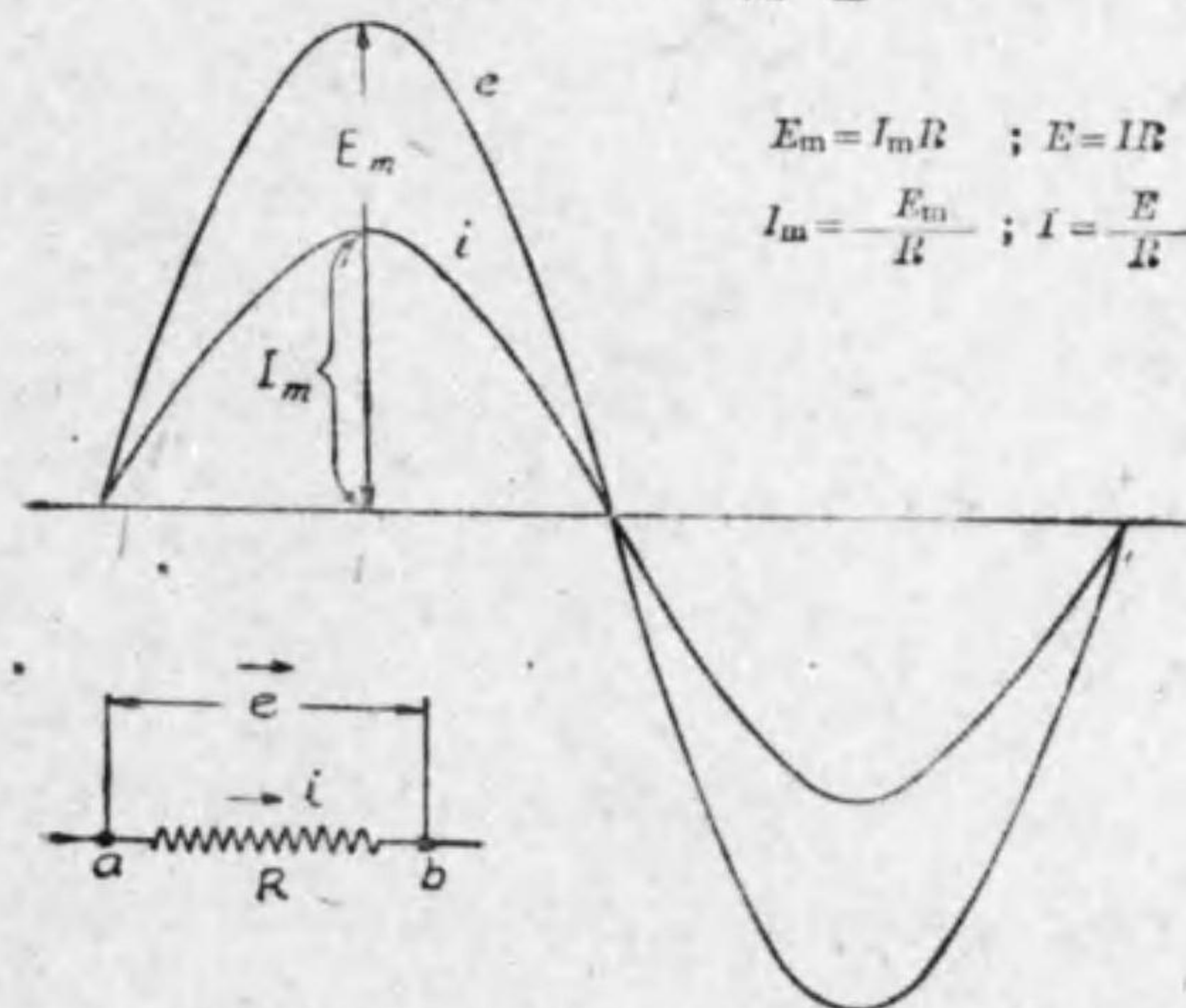
實効値は $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m R}{\sqrt{2}} = IR$

である。

電氣回路の或る部分に電壓を給與するときには、電流による其部分の電圧降下を總ての瞬時に於て給與電壓と等しからしめる丈の電流が其部分に通ずるものである。此のことは直流の場合も交流の場合も何等變りがないものである。依つて(100)式は ab 間の給與電壓と ab 間の電流との關係を示すものとも考へられる。即ち R オームの抵抗を有する電路の一部分 ab 間に最大値 E_m (實効値 E) ヴォルトの正弦波交番電壓を給與するときには

最大値にて $I_m = \frac{E_m}{R}$ ($\because E_m = I_m R$) 又實効値にて $I = \frac{E}{R}$

第 219 圖 乙



$$E_m = I_m R ; E = IR$$

$$I_m = \frac{E_m}{R} ; I = \frac{E}{R}$$

e は ab 間の電圧降下、或は ab 間の給與電壓
 i は a から b への方向を正方向としたときの電流

なる正弦波交流が通じ、其電流は給與電壓と同位相にある。依つて今 ab 間の給與電壓が $e = E_m \sin \omega t$ なる時抵抗内を a から b に向つて通ずる電流は、

$$i = \frac{E_m}{R} \sin \omega t \dots\dots\dots(100')$$

なる式にて表はされる。即ち a から b への電流即ち a から b への方向を正方向とする時の電流の變化と ab 間の給與電壓の變化とは同位相にある。第 219 圖乙は以上述べたる關係を曲線を以て示せるものである。

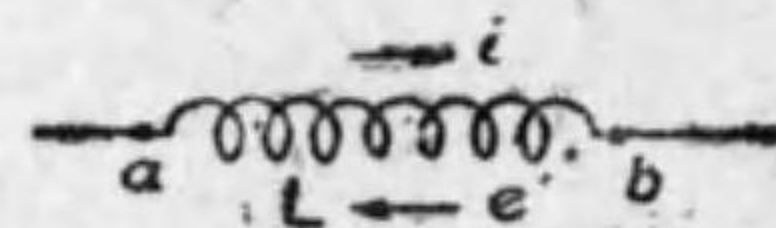
222. 自己誘導のみを有する電路

導體に電流が通ずると、此導體を圍んで磁束が出来る。さうして若し此電流が増減するときは磁束も之れに伴ひて増減し、其際此増減する磁束は其電流の通つて居る導體を切つて其導體に起電力が誘導される。交流では絶えず電流の値が變化し、従つて絶えず磁束が導體を切つて導體に起電力が誘導される譯であるから、電路の電流は此起電力の影響を受けるべき理である。

今第 220 圖甲の如く L ヘンリーの自己インダクタンスを有する電路の一部 ab があり、 a から b に向つて

第 220 圖 甲

$i = I_m \sin \omega t$ なる電流が通じ居るものとしよう。さうすると、或る任意の瞬時 t と其れより少し後れたる



瞬時 t' との間の小時間内に於ける電流の増加率(代數的の増加率)は、

$$\frac{I_m \sin \omega t' - I_m \sin \omega t}{t' - t} = I_m \frac{2 \cos \frac{\omega(t'+t)}{2} \sin \frac{\omega(t'-t)}{2}}{t' - t} \dots\dots(a)$$

である。此電流の増加率は t から t' までの時間内の平均の増加率である。

然し t' を t に充分近く取つたときの極限の値は即ち t なる瞬時に於ける電流の増加率となるは云ふまでもない。

t' を t に充分近く取ると、 t' は殆んど t に等しいと考へてよいから、

$$\cos \frac{\omega(t'+t)}{2} = \cos \omega t = \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

又
$$\frac{2 \sin \frac{\omega(t'-t)}{2}}{t'-t} = \frac{\sin \omega \frac{t'-t}{2}}{\frac{t'-t}{2}}$$

然るに三角法により、 t' が t に無限に近くなつた時、即ち $\frac{t'-t}{2}$ が零になつた場合には極限の理論により

$$\frac{\sin \omega \frac{t'-t}{2}}{\frac{t'-t}{2}} = \omega$$

である。故に t' が t に無限に近くなつた極限に於ては (a) 式即ち t なる瞬時に於ける電流の増加率は

$$\omega I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

となる。従つて t なる瞬時に於ける自己誘導作用に依る起電力は

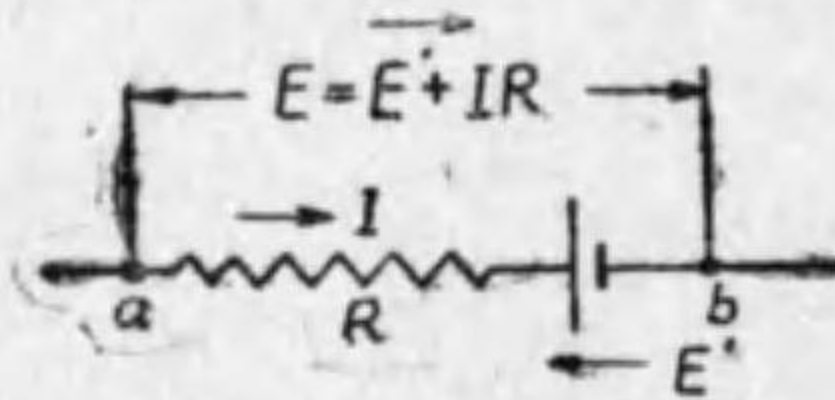
$$e' = L \times (\text{電流の増加率}) \\ = \omega L I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \omega L I_m \sin \left(2\pi f t + \frac{\pi}{2} \right)$$

である。さうして、上の起電力は自己誘導作用に依つて起るものであるから、電流の變化を妨げんとする所謂逆起電力なることは云ふまでもない。

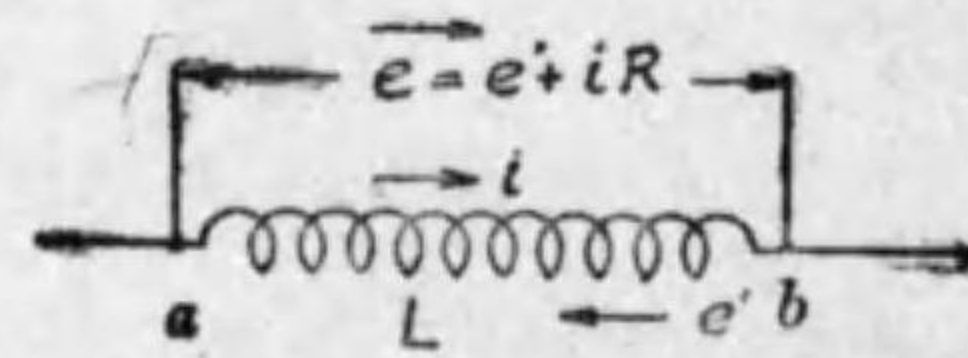
已に述べた様に、直流電路に於て R オームの抵抗を有する電路の一部 (第 220 圖乙) に a から b の方向に I アムペアの電流を通ぜしめんと

するとき、若し其部分に E' なる逆起電力即ち b から a に向ふ起電力が存在するときには、抵抗による電圧降下の IR に相当する電圧の他に逆起電力 E' に對抗する電圧を其部分に給與しなければならぬから、此場合に ab 間に給與すべき電圧は $E = E' + IR$ とすることを要する。此関係は交流の場合にも總ての瞬時に於て存在するから従つて L ヘンリーの自己誘導

第 220 圖 乙



第 220 圖 丙



を有する電路 (第 220 圖丙) に i なる電流を a から b に通ずる爲めに要する ab 間の給與電圧は

$$e = e' + iR$$

若し ab 間の抵抗 R が零なるものと假定するときには、

$$e = e' = \omega LI_m \sin(2\pi ft + \frac{\pi}{2}) \dots\dots\dots (101)$$

此式から明かな様に L ヘンリーの自己インダクタンスのみを有する電路に f サイクル、最大値が I_m (實効値 I) アムペアの正弦波交流を通ぜしめる爲めには

$$\text{最大値にて } E_m = 2\pi f LI_m, \text{ 實効値にて } E = 2\pi f LI$$

なる正弦波交番電圧を給與することを要し、又自己誘導のみの電路に f サイクル、最大値 E_m (實効値 E) ヴォルトの正弦波交番電圧を給與するときには

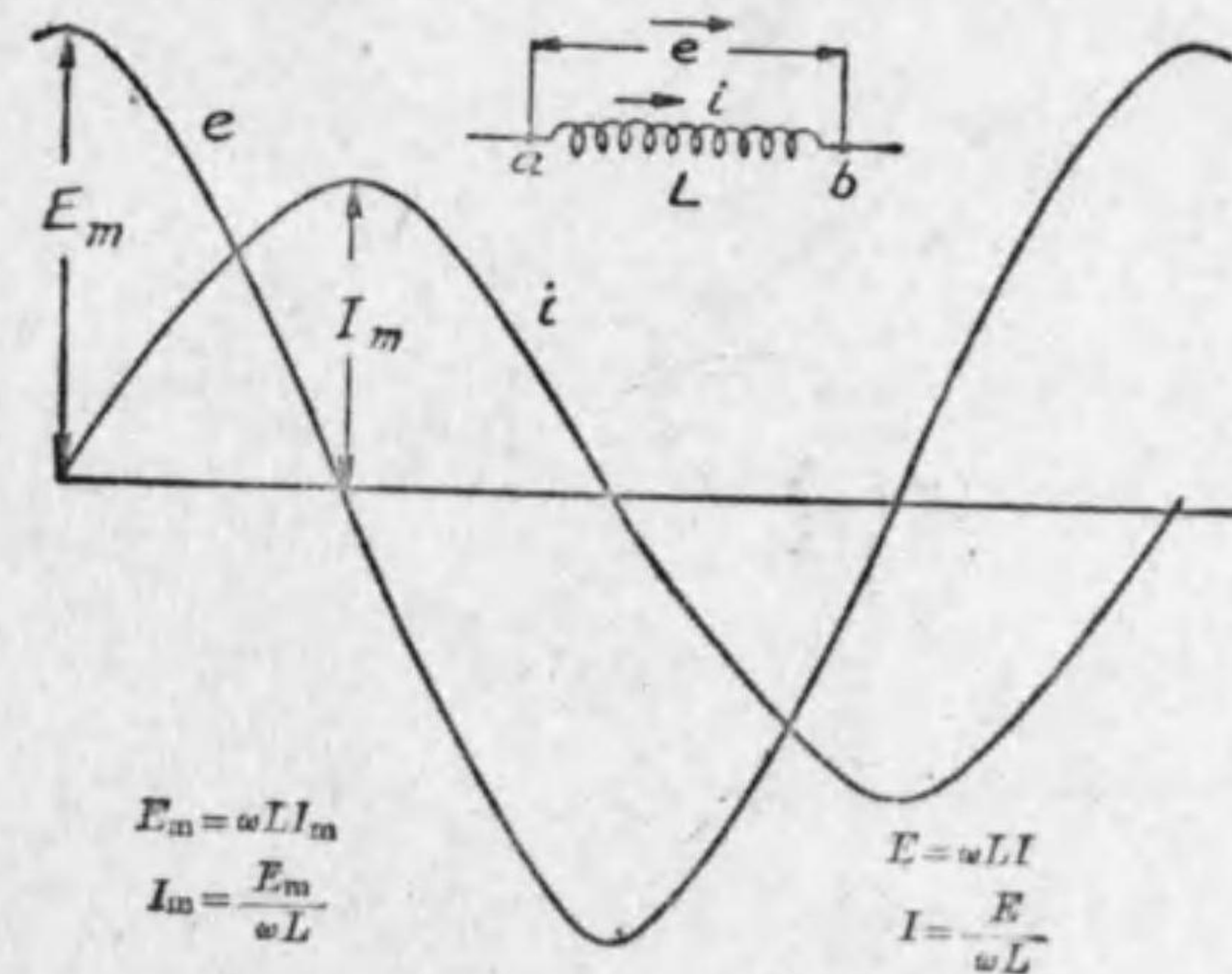
$$\text{最大値にて } I_m = \frac{E_m}{2\pi f L}, \text{ 實効値にて } I = \frac{E}{2\pi f L}$$

なる正弦波交流が通じ、電流の正方向を給與電圧の正方向に選ぶときには電流の位相が給與電圧の位相よりも $\frac{\pi}{2}$ レチアン即ち 90° 遅れて居る。

電路の電流は總ての瞬時に於て電圧降下を給與電圧に等しからしめる如き値を取るべきは、自己誘導電路の場合も抵抗電路の場合と何等變りがないものであるから、(101) 式は自己誘導電路の電流と自己インダクタンスに原因する電圧降下との関係なりとも考へられる。即ち L ヘンリーの自己インダクタンスを有する電路に f サイクル、實効値 I アムペアの正弦波交流が通ずるときには、電流の正方向に測つて電流よりも 90° 位相の遅める實効値にて $E = 2\pi f LI$ なる値の電圧降下が生ずるものである。

第 220 圖丁は以上に述べたる関係を曲線を以て示せるものである。

第 220 圖 丁



e は ab 間の電圧降下或は ab 間の給與電圧、
 i は a から b への方向を正方向としたときの電流



以上の事から分る様に、交流電路に於ては、電流の値を制限し電壓降下を決定するものは抵抗ばかりでなく、若し電路に自己インダクタンスが存在するときには、假令其電路に抵抗が少しもなくとも、電流は $\frac{E}{2\pi f L}$ となり電壓降下は $2\pi f L I$ となる。言ひ換へれば、交流電路の電流及電壓降下は $2\pi f L$ なる値によつても決定されるのである。此 $2\pi f L$ 即ちヘンリーで表はした電路の自己インダクタンスに電路の周波定数 $2\pi f$ を乗じたものを其電路の周波数に対するリアクタンス (reactance) と稱し、 x を其の記號とし、其單位としては抵抗同様オームなる名稱を用ゐる。

又 $2\pi f L I$ なる誘導リアクタンスに原因する電壓降下を電壓のリアクタンス降下 (reactance drop) と稱し、之れに對して IR なる抵抗に原因する電壓降下を電壓の抵抗降下 (resistance drop) と稱して居る。

〔例 102〕 或る電路の自己インダクタンスが 30 ミリヘンリーならば 50~ に對する此電路のリアクタンスは何オームであるか。

$$\text{解 } 30 \text{ ミリヘンリー} = \frac{30}{1000} \text{ヘンリー}$$

$$\text{故に リアクタンス} = 2\pi \times 50 \times \frac{30}{1000} = 9.42 \text{ オーム}$$

〔例 103〕 300 ミリヘンリーの自己インダクタンスを有し其抵抗は之を閑却する事が出来るリアクタンス線輪に 50~, 1000 ヴォルトの電壓を給與した時の電流の實効値は何アムペアなるか。

$$\text{解 電流の實効値} = \frac{1000}{2\pi \times 50 \times 0.3} = 10.6 \text{ アムペア}$$

223. 容量のみを有する電路 容量 C ファラッド

なる蓄電器の兩端子 ab 間に e ヴォルトの電壓を給與し、 a 端子側の蓄電器導體 A の電位を b 端子側の蓄電器導體 B の電位に比較して e だけ高電位にしたものとしよう。さうすると、 A 導體上には $q = Ce$ クーロム、又 B 導體上には之れと等量の異性の電荷即ち $-q = -Ce$ クーロムの電荷が蓄積される。今蓄電器の給與電壓 e が正弦波交番電壓であつて

第 221 圖 甲

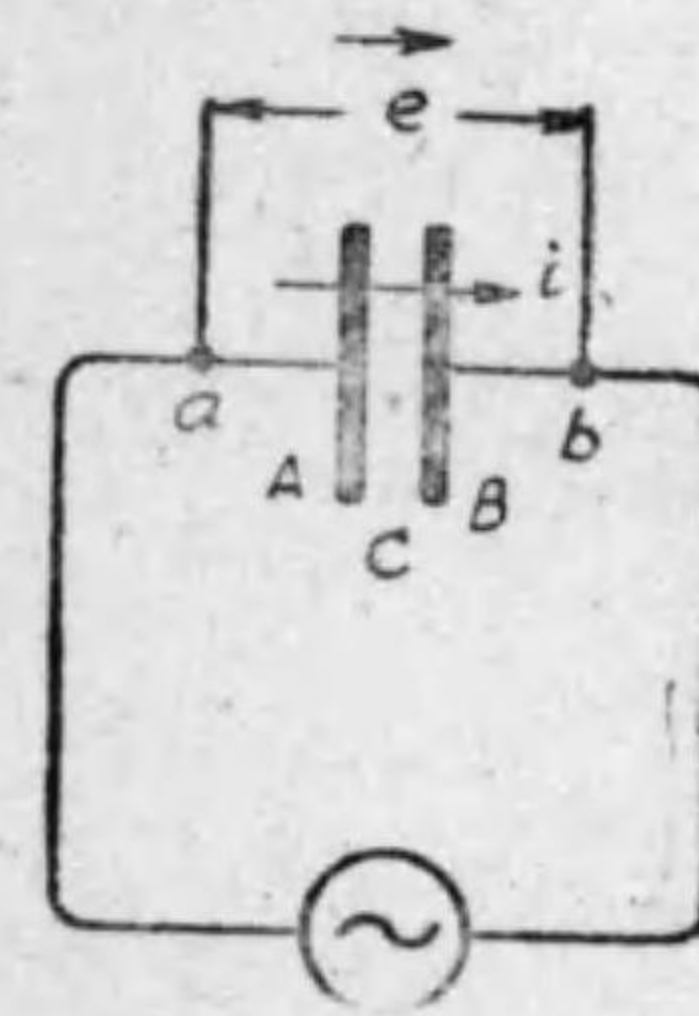
$$e = E_m \sin 2\pi ft$$

なる場合には、蓄電器の電荷も

$$A \text{ の電荷 } q = CE_m \sin 2\pi ft$$

$$B \text{ の電荷 } -q = -CE_m \sin 2\pi ft$$

となり、共に正弦波形をなして變化する。さうして、此の様に蓄電器の電荷が變化をなす爲めには、蓄電器外には電子が電路を流動して普通の電流を生じ、又蓄電器の誘電體中に於ては分子内にて電子が變位を起して變位



電流となつて、全回路に交流が通ずる。此の場合の電流を蓄電器の充電電流と稱することは已に第十四章に於て述べた通りである。尙又此の場合の電流の各瞬時に於ける強さは、蓄電器の充電電荷の量の各瞬時に於ける變化の率に等しく、又其方向は A 導體上の電荷が増加 (代數的に増加) するときには蓄電器内にて a から b の方向に向へることも第十四章に於て説明して置いた。

依つて第 221 圖甲の電路に於て、蓄電器内にて a から b に向ふ方向を電流の正方向と定めるときには、任意の瞬時に於ける A 導體上の電荷の増加率 (代數的增加率) を以つて其瞬時の充電電流の瞬時値とすることが

出来る。然るに A 導體上の電荷は

$$t \text{ なる瞬時に於て } q = CE_m \sin \omega t$$

$$t' \text{ なる瞬時に於ては } q' = CE_m \sin \omega t'$$

従つて其間の増加率は

$$\frac{CE_m \sin \omega t' - CE_m \sin \omega t}{t' - t} = CE_m \frac{2 \cos \frac{\omega(t'+t)}{2} \sin \frac{\omega(t'-t)}{2}}{t' - t}$$

である。さうして前節に説明せる通り、 t' が t に充分近くなつた極限に於ける値が t なる瞬時に於ける電荷の増加率従つて t なる瞬時に於ける電流の瞬時値である。即ち此場合の電流の瞬時値は

$$i = \omega C E_m \cos \omega t = \omega C E_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

或は
$$i = \frac{E_m}{\frac{1}{2\pi f C}} \sin \left(2\pi f t + \frac{\pi}{2} \right) \dots\dots\dots(102)$$

此式から明らかな様に、容量 C ファラッドの蓄電器に最大値 E_m (實効値 E)、 f サイクルの正弦波交番電圧を給與するときには

最大値にて
$$I_m = \frac{E_m}{\frac{1}{2\pi f C}}, \text{ 實効値にて } I = \frac{E}{\frac{1}{2\pi f C}}$$

なる充電電流が通じ、逆に蓄電器に最大値 I_m (實効値 I)なる充電電流を通ずるには、蓄電器の兩端子間に

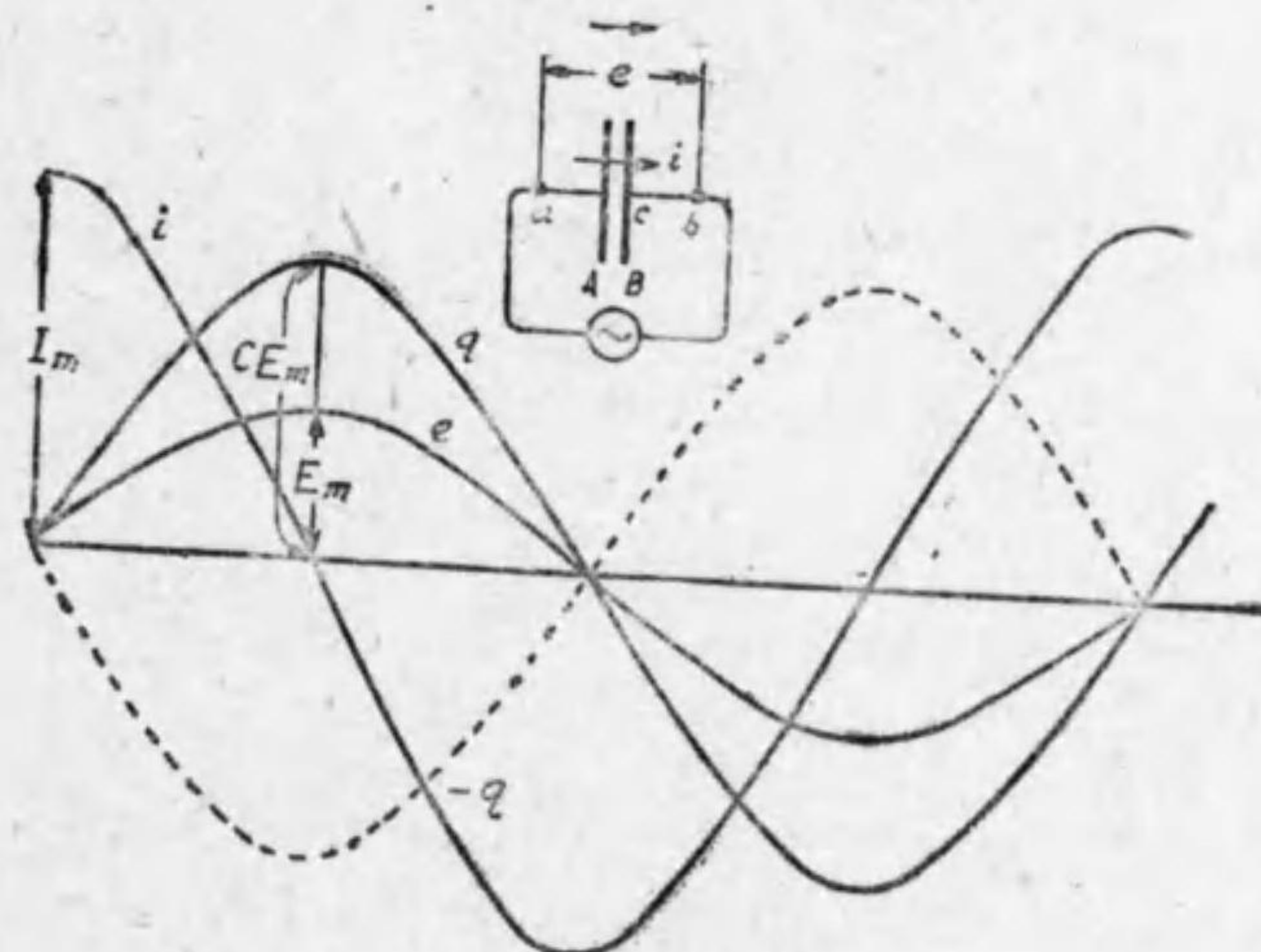
最大値にて
$$E_m = \frac{1}{2\pi f C} I_m, \text{ 實効値にて } E = \frac{1}{2\pi f C} I$$

なる電圧を給與することを要し、又蓄電器内の誘電體中にて之れと同じ値の電壓降下が生ずるものである。さうして、充電電流の位相は其正方向に

測れる蓄電器の給與電壓或は電壓降下よりも $\frac{\pi}{2}$ レチアン即ち 90° 進めるものである。

第 221 圖乙は上に述べたる關係を曲線を以つて示せるものである。

第 221 圖 乙



$$E_m = \frac{1}{\omega C} I_m, E = \frac{1}{\omega C} I, I_m = \frac{E_m}{\frac{1}{\omega C}}, I = \frac{E}{\frac{1}{\omega C}}$$

e は ab 間の給與電壓或は ab 間の電壓降下、 q は A 導體上の電荷、 $-q$ は B 導體上の電荷、 i は a から b への方向を正方向としたときの充電電流

上に述べたところより分る通り、此場合の電路の充電電流は $\frac{1}{\omega C}$ (或は $\frac{1}{2\pi f C}$) に依つて制限され、又電壓降下は $\frac{1}{\omega C}$ に依つて決定される。即ち交流電路に於ては $\frac{1}{\omega C}$ が電流及電壓降下を決定する一要素となるのであるから、之れをもリアクタンスと稱し、單位はオームで計る。此の様にリアクタンスには前節に述べた自己インダクタンスに依るものと、

此處に述べた蓄電器の容量に依るものがある。故に前者を誘導リアクタンス(inductive reactance), 後者を容量リアクタンス(capacity reactance)と稱する。

〔例 104〕 0.01 ファラッドの蓄電器の 50~ に對する容量リアクタンスは何オームとなるか。

$$\text{解 容量リアクタンス} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 0.01} \doteq 0.318 \text{ オーム}$$

〔例 105〕 1 軒毎に 0.4 マイクロファラッドの容量を有する二心電線 5 軒に 50~, 30 000 ヴォルトの交番電壓を與へし時に流れる充電電流は何アムペアとなるか。

$$\text{解 5 軒の全容量} = 5 \times 0.4 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-6} \text{ ファラッド}$$

故に

$$\begin{aligned} \text{容量リアクタンスの逆数} &= 2\pi \times 50 \times 2 \times 10^{-6} \\ &= 2\pi \times 10^{-4} \end{aligned}$$

故に

$$\begin{aligned} \text{充電電流} &= 30\,000 \times 2\pi \times 10^{-4} \\ &\doteq 18.8 \text{ アムペア} \end{aligned}$$

〔例 106〕 50 ミリヘンリーの自己誘導係数を有する誘導線輪及 0.3 マイクロファラッドの容量を有する蓄電器に 50~, 1000 ヴォルトの電壓を給與した場合に流れる電流と, 100 000~, 1000 ヴォルトの電壓を給與した場合に流れる電流とを比較せよ。

但し何れの場合にも抵抗はなきものとす。

解 50 ミリヘンリーの自己誘導が 50~ に對するリアクタンスは

$$2\pi \times 50 \times \frac{50}{1000} \doteq 15.7 \text{ オーム}$$

同じ自己誘導が 100 000~ に對するリアクタンスは

$$2\pi \times 100\,000 \times \frac{50}{1000} \doteq 31\,400 \text{ オーム}$$

故に 50~, 1000 ヴォルトに對する電流は

$$1000 \div 15.7 \doteq 64 \text{ アムペア}$$

100 000~, 1000 ヴォルトに對する電流は

$$1000 \div 31\,400 \doteq 0.0318 \text{ アムペア}$$

0.3 マイクロファラッドの容量が 50~ に對するリアクタンスは

$$\frac{10^6}{0.3 \times 50 \times 2\pi} \doteq 10\,600 \text{ オーム}$$

同じ容量が 100 000~ に對するリアクタンスは

$$\frac{10^6}{0.3 \times 100\,000 \times 2\pi} \doteq 5.3 \text{ オーム}$$

故に 50~, 1000 ヴォルトに對する電流は

$$1000 \div 10\,600 \doteq 0.094 \text{ アムペア}$$

100 000~, 1000 ヴォルトに對する電流は

$$1000 \div 5.3 \doteq 183 \text{ アムペア}$$

以上の説明及例からも分る様に、誘導リアクタンスは $2\pi fL$ であるから、周波數に比例し、容量リアクタンスは $\frac{1}{2\pi fC}$ なる故周波數に逆比例する。故に同一自己インダクタンス或は同一静電容量に同一電壓を給與しても、其時通ずる電流の値は給與電壓の周波數によつて大に違ふ。故に注意を要する。

224. 摘要

- 1 同一周波數の正弦波交流が正の方向にならんとする零を通過する瞬

時が異なつて居る場合には、其れ等の間に相差があると云ふ。さうして其れ等の内任意の一つを標準に選び其れが正の方向にならんとする零の瞬時より他の何れかが t 秒遅れて同一状態の零となるならば、此交流は $2\pi ft$ (但し f = 周波数) だけ標準のものより遅れて居ると云ひ、後者は前者より $2\pi ft$ だけ進んで居ると云ふ。さうして此 $2\pi ft = \omega t = \theta$ なる此種の角を兩者の間の相差角と稱する。

2 $P_m \sin(\omega t - \alpha)$ なる正弦波交流よりも θ だけ遅れて居るものは $P_m \sin(\omega t - \alpha - \theta)$ 、又 θ だけ進んで居るものは $P_m \sin(\omega t - \alpha + \theta)$ とせねばならぬ。但し P_m は電流或は電圧の最大値とする。

3 R オームの抵抗のみを有する電路に E ヴォルトの正弦波電圧を給與すると其周波数の如何に拘らず $\frac{E}{R}$ アムペアの電流が通じ、又同じ電路に I アムペアの電流が通ずるときには IR ヴォルトの電圧降下が生ずる。さうして此場合の電流と給與電圧又は電圧降下とは同位相である。

4 自己インダクタンスのみの電路に E ヴォルトの正弦波電圧 (周波数 f サイクル) を給與すると、 $\frac{E}{2\pi f L}$ アムペアの電流が通じ、又同じ電路に I アムペアの電流が通ずるときには $2\pi f LI$ ヴォルトの電圧降下がある。さうして此場合の電流は給與電圧又は電圧降下よりも 90° 遅れて居る。

5 C ファラッドの容量に E ヴォルトの正弦波電圧 (周波数 f サイクル) を給與すると $\frac{E}{2\pi f C}$ アムペアの充電電流が通じ、同じ電路に I アムペアの充電電流が通ずるときには $\frac{1}{2\pi f C} I$ ヴォルトの電圧降下がある。さうして此場合の充電電流は給與電圧又は電圧降下よりも 90° 進んで

居る。

6 前三項に示した電流と給與電圧又は電圧降下との位相の関係は兩者の正方向を同じに選んだ場合の位相の関係なるは云ふまでもない。

7 抵抗は周波数に無関係であるけれども、誘導リアクタンス $2\pi f L$ は周波数に正比例し、容量リアクタンス $\frac{1}{2\pi f C}$ は周波数に反比例する。故に同一インダクタンス、同一容量に同一の電圧を給與しても、此時通ずる電流は給與電圧の周波数によつて大に違ふ。

問題 XV

1 周波数 60~, 實効値 300 ヴォルトの正弦波電圧を或る電路に給與せしに、實効値 50 アムペアの電流が通じて居る。今其電流が正の方向にならんとする零點を通過する瞬時、電流と同一方向に測つた電圧降下の値が -100 ヴォルトで其數値(絶對値)が減少しつゝある。然る時は (a) 電流と其電流の方向に測つた電圧降下との間の相差何程か、(b) 電流と電圧降下とは何れが進み居るか。 答 (a) $\theta = 13.7^\circ$

(b) 電流は電圧降下より進んで居る。

手引 (a) 此場合の電圧降下の式は、 $e = \sqrt{2} \times 300 \sin(\omega t - \theta)$ である。然るに題意に依り、 $t=0$ の時、 $-100 = \sqrt{2} \times 300 \sin(-\theta)$ であるから、此方程式より相差角 θ の値が計算出来る。

2 30 ミリヘンリーなる自己インダクタンスを有し其抵抗は閉却する事が出来るリアクタンス線輪に周波数 25~, 實効値 10 アムペアの正弦波電流が通じつゝある時、(a) 電流が正の方向にならんとする零の瞬時を起算點とする電流の式及 (b) 起算點を同一にし、電流と同一の方向に測つた

電圧降下の瞬時値の式を作れ。

答 (a) $i = 14.1 \sin(157t)$

(b) $e = 66.6 \sin(157t + \frac{\pi}{2})$

3 周波数 60~, 実効値 1000 ヴォルトの正弦波電圧が 2 マイクロファラッドの容量を有する蓄電器に給與せられた時に、同一方向に正の方向を取つた充電電流(a), 及蓄電器内の電圧降下(b) の瞬時値の式を作れ。但し兩者の共通起算點は電圧降下が正の方向にならんとする零の瞬時を選ぶものとす。

答 (a) $i = 1.067 \sin(377t + \frac{\pi}{2})$

(b) $e = 1414 \sin(377t)$

4 0.2 ヘンリーの自己インダクタンスを有し其抵抗は之れを閉却する事が出来るリアクタンス線論に 60~, 110 ヴォルトの正弦波電圧を給與した時の電流の実効値は何アムペアなるか。

答 1.46 アムペア

5 10 マイクロファラッドの容量を有する蓄電器に周波数 50~, 実効値 3.14 アムペアの充電電流を通ずるには何ヴォルトの電圧を要するか。

答 1000 ヴォルト

第十七章 正弦波交流のベクトル表現法

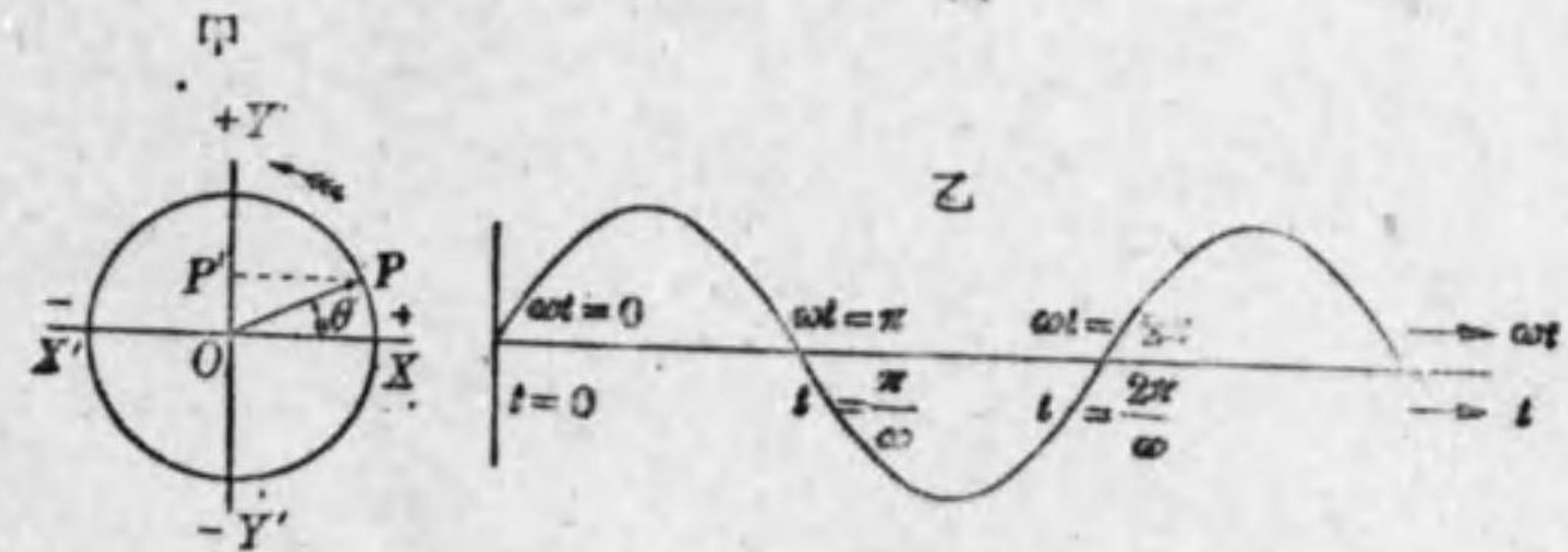
225. 迴轉ベクトルと正弦波交流の瞬時値

今第 222 圖甲の OP の様なベクトルがあつて、 O の周圍を不變の角速度 ω で反時計式に迴轉して居るとする。此時ベクトル OP の YY' 軸上の投影即ち OP' の様なものの長さの變化を調べて見るに、今或時間に、 OP が YY' と直角なる軸 XX' と θ の角をなして居るとしよう。すると、 OP' の長さは三角法によつて、 $OP \sin \theta$ である。さうして若し OP ベクトルが XX' 軸と一致した點から出發(或は起算點)したとすれば、 $\theta = \omega t$ (但し t =時間)である。故に

$$OP' = OP \sin \omega t \dots \dots \dots (A)$$

即ちベクトル OP が OX の位置から出發して不變の角速度 ω で O の周圍を迴轉すると、 YY' 軸上の投影は (A)式で示され、従つて ωt 或は t を横軸に取り投影の長さを縦軸に取ると第 222 圖乙の様な正弦波と

第 222 圖



なる。

依つてベクトル OP を交番電圧の最大値 E_m に等しく取る時は投影 OP' は其瞬時値を表はし (A)式は次の如くなる。

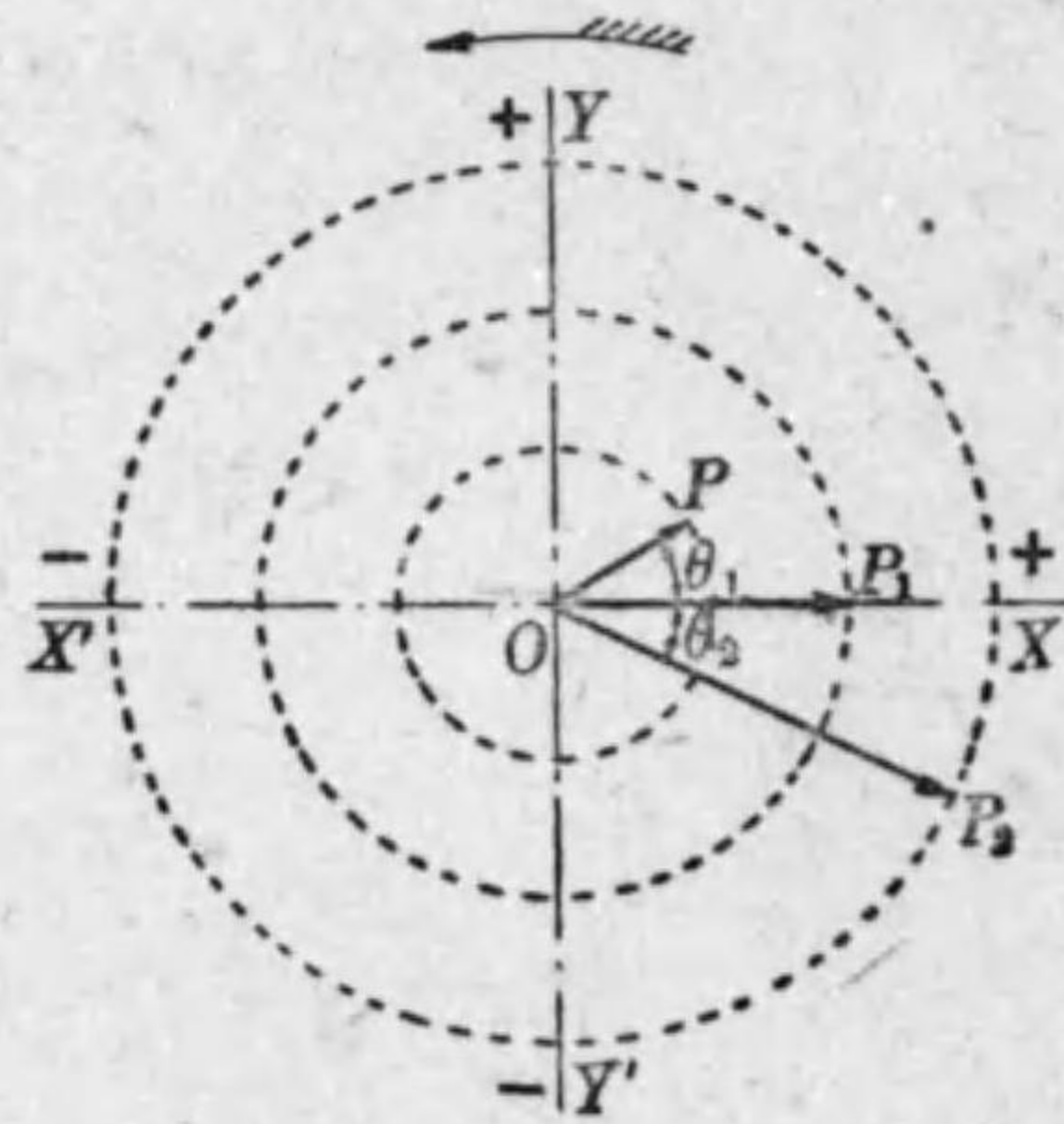
$$e = E_m \sin \omega t \dots \dots \dots (A')$$

斯くの如くなす時は乙圖は交番電圧の變化を表はす正弦波となり、 E_m に等しき OP の一廻轉の間に YY' 上の其投影は時々刻々變化して、交番電圧の正弦波の1サイクルを生ずる事になる。故に(A')式の如き正弦波電壓或は電流の値の變化に就きては上記の様な廻轉ベクトルを考ふるもよく、又正弦波を用ゆるもよいのである。

猶ほ之れを詳しく説明すれば、今此處に $I_{m1} \sin \omega t$, $I_{m2} \sin (\omega t - \theta_2)$, $I_{m3} \sin (\omega t + \theta_1)$ の三つの式で表はされる交流があるとしよう。すると已に述べたと同様に、第223圖に於て $OP_1 = I_{m1}$ に取るならば、 $I_{m1} \sin \omega t$ の交流の時々刻々の値は、此ベクトル OP_1 が O の周圍を $\omega = 2\pi f$ なる不變角速度(従つて一定の周波數)で、反時計式に廻轉した時に出来る YY' 上の投影を以て表はされる。

次に OP_1 の他に OP_2 のベクトルがあつて OP_1 から廻轉の方向に θ_2 だけ遅れて、 OP_1 と同一角速度 ω (従つて同一周波數)で廻轉して居るとしよう。すると此ベクトルの YY' 上

第 223 圖



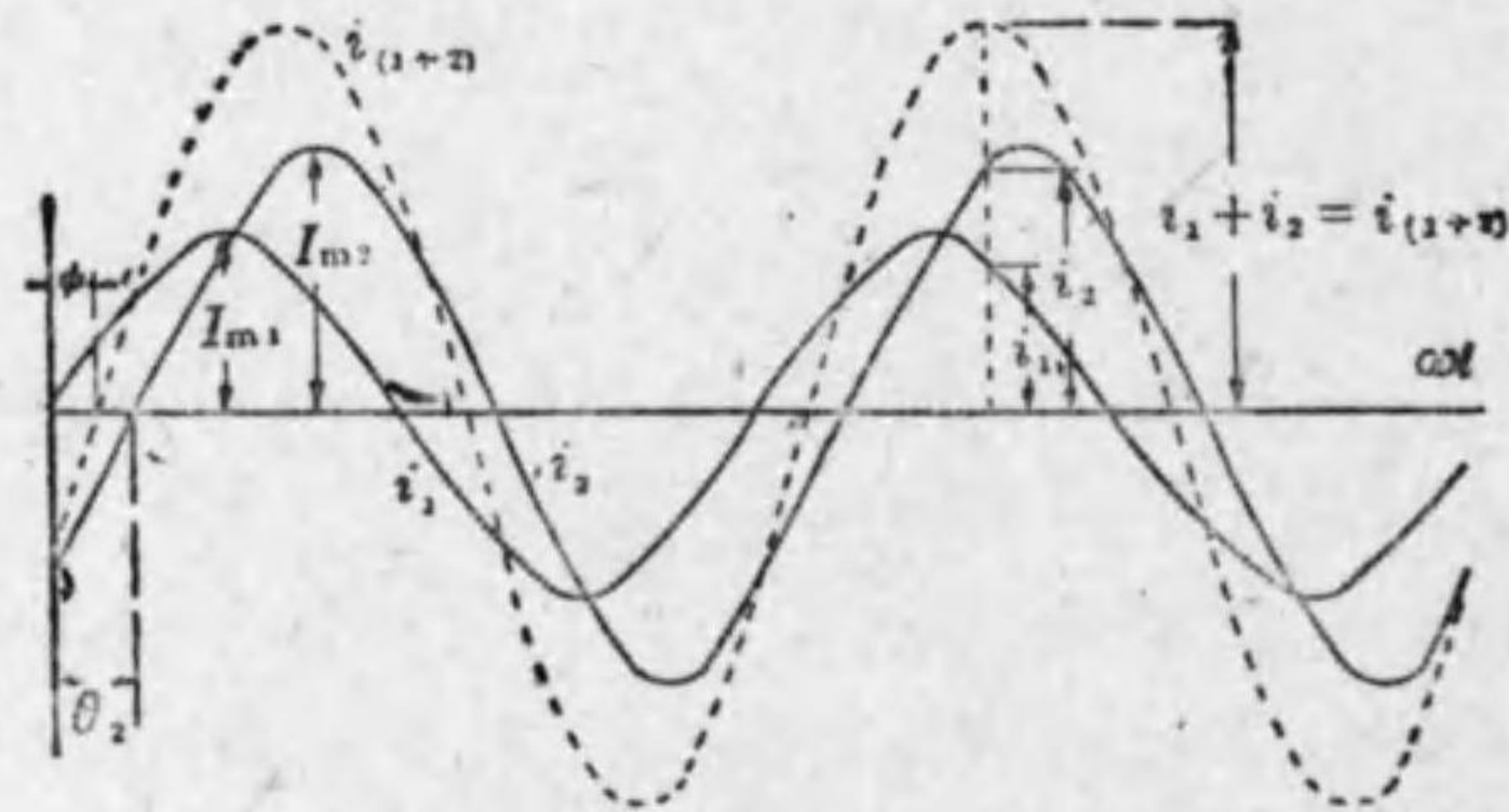
すると此ベクトルの YY' 上

に於ける投影は $OP_2 \sin (\omega t - \theta_2)$ で表はされるのは證明を俟たずして明である。故に若し $OP_2 = I_{m2}$ に取るならば、此 OP_2 のベクトルの YY' 上の投影は前と同じ様に $I_{m2} \sin (\omega t - \theta_2)$ の時々刻々の値を表はす。同様に第223圖に於て $OP = I_{m1}$ とする事によつて OP の投影を以て第三の電流 $I_{m3} \sin (\omega t + \theta_1)$ を表はす事が出来る。即ちベクトルの長さを以て其最大値を表はし、廻轉の方向と同一に計つた角で進角を表はし、廻轉の方向と反對の方向の角で遅角を表はすならば、上述の様に、反時計式廻轉ベクトルの投影を以て任意の正弦波電流及電圧の瞬時値を表はす事が出来る。従つて上記の如き廻轉ベクトルを以て正弦波電流及電圧の瞬時値を完全に代表させる事が出来る。

226. 正弦波交流の瞬時値加減法

此處に二つの交流があつて $I_{m1} \sin \omega t$, $I_{m2} \sin (\omega t - \theta_2)$ の式で表はされたとしよう。すると此交流の和或は差は普通の三角法に依つても算出する事が出来るし、又第224圖の様な交流の變化を表はす正弦波の加減法に依りても求められるのである。例へば同圖に於て i_1, i_2 なる二個の正弦曲線の加法とは基線の總ての點に於ての兩正弦波の高さ即ち各瞬時値を代數的に加ふる事にして之れによりて得られたる正弦波 $i_{(1+2)}$ は其和を表はす。又減法とは同様に各點に於て代數的に減すればよい。又減する方の正弦波を正反對となして和を求むるも同一である。さうして正弦波交流の合成は矢張り正弦波交流となるものにして、和の場合は第224圖に示す様に正弦波交流 $I_{m(1+2)} \sin (\omega t - \phi)$ となりて、 $I_{m1} \sin \omega t$ より ϕ だけ遅れるのである。之れ等に就きては又後に説明する。

第 224 圖



二つの交流の和を表はす正弦波

$$i_1 = I_{m1} \sin \omega t$$

$$i_2 = I_{m2} \sin (\omega t - \theta_2)$$

$$i_{(1+2)} = I_{m1} \sin \omega t + I_{m2} \sin (\omega t - \theta_2)$$

上記の様な方法によりても求められるけれども、此方法は中々面倒であるから、普通は最も便利なるベクトル加減法を使用するのである。但し此ベクトル加減法に於ては各正弦波交流の周波数、従つて各の正弦波を代表する迴轉ベクトルの角速度は後に説明する様に、必ず等しくなければならぬ。然し前にも已に述べた様に交流又は交番電壓の相差なるものは周波数の異なる場合は無意味であるし、又普通吾々の取扱ふものは勿論周波数の等しき正弦波形のものであつて、其れ以外に出づる事は極めて特種の場合であるから、ベクトル法の應用範圍は非常に廣く交流研究上缺くべからざるものであるから、充分理解する必要がある。以下順次之れに就き述べる事にしよう。

(a) 正弦波瞬時値の和 今第 225 圖に於て OI_{m1} を I_{m1} に等しく取り $\angle XOI_{m1} = \omega t$ とすれば OI_{m2} の YY' 上の投影 OB は任意の時間 t に

於ける $i_1 = I_{m1} \sin \omega t$ の値を表はし、同様に OI_{m2} を I_{m2} に等しく取れば OC は $i_2 = I_{m2} \sin (\omega t - \theta)$ の t の瞬間の電流を表はす。故に此瞬時に於ける兩電流の和は $OB + OC$ である。

今 OI_{m1} 及 OI_{m2} の兩ベクトルのベクトル和を力學の場合と同様の方法で求めて見ると、此れは第 225 圖の $OI_{m(1+2)}$ の様になるだらう。然るに此 $OI_{m(1+2)}$ の YY' の投影は

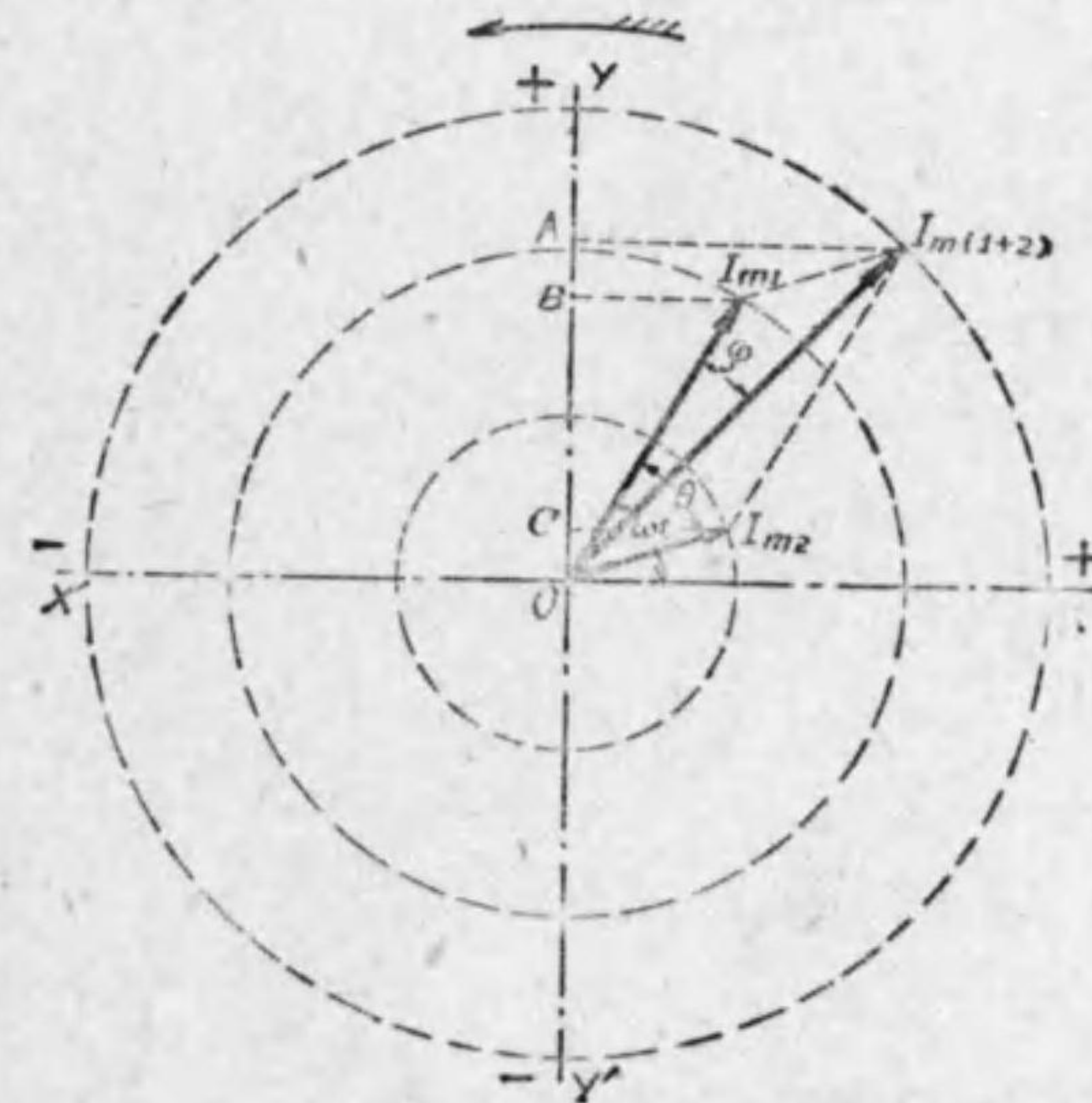
$$OA = OB + BA$$

である。さうして同圖から明かな様に

$$BA = OC$$

である。故に

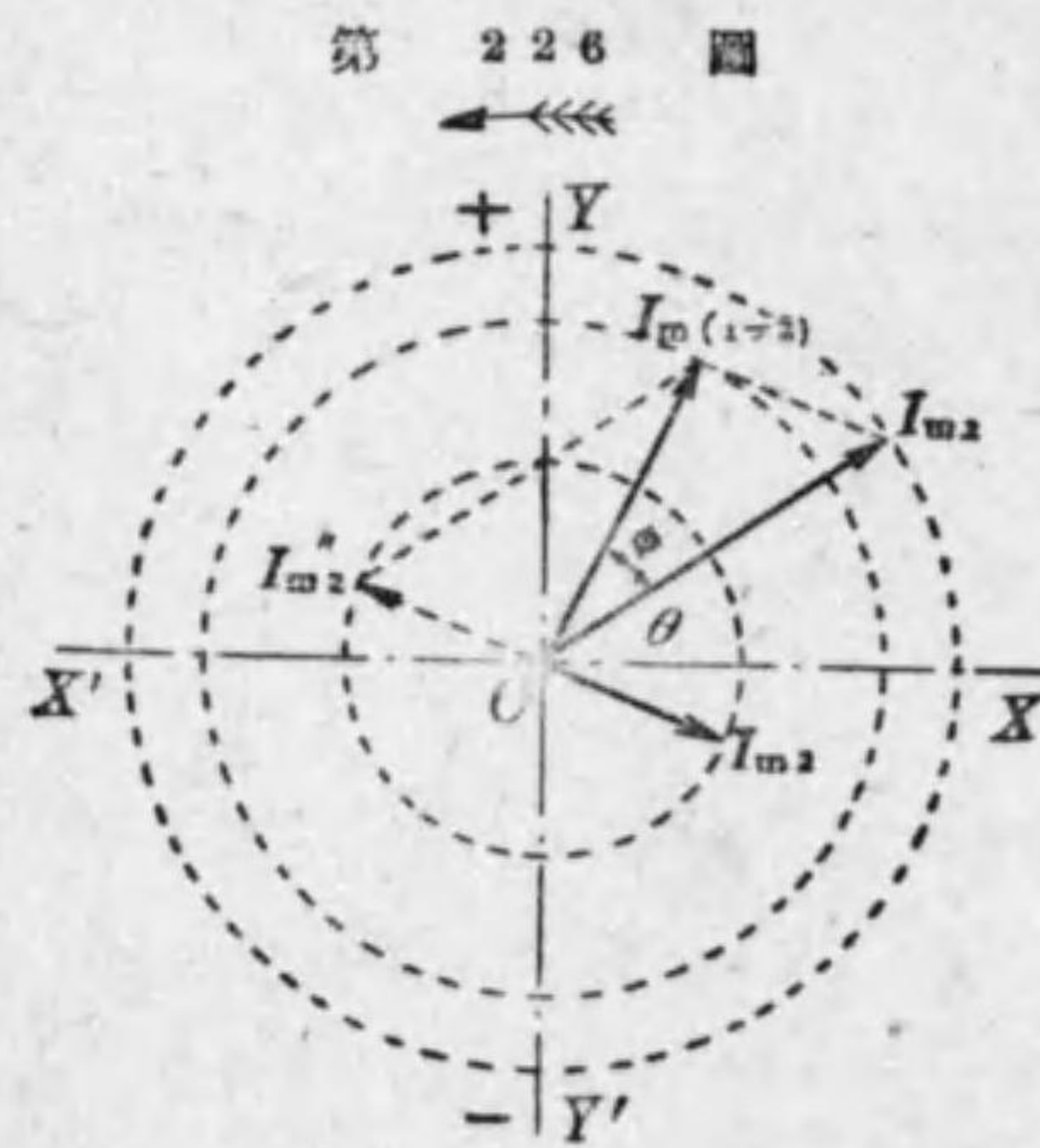
第 225 圖



$$OA = OB + OC$$

故に若し $OI_{m(1+2)}$ のベクトルが第 225 圖の如き位置にあつて、 OI_{m_1} 及 OI_{m_2} と同一角速度（従つて同一周波数）で同一方向に廻轉するならば、相差 θ は不變、従つて平行四邊形の形は一定である。故に如何なる瞬時に於ても、此 $OI_{m(1+2)}$ なるベクトルの長さ一定不變にして其 YY' 上の投影は常に OI_{m_1} と OI_{m_2} との兩ベクトルの YY' 上の投影の和に等しい。即ち $I_{m_1} \sin \omega t$ 及 $I_{m_2} \sin (\omega t - \theta)$ の和を代表する廻轉ベクトルは各電流を代表する廻轉ベクトルのベクトル和である。さうして此廻轉ベクトルの長さが i_1 と i_2 との和の最大値を表はし、其位置即ち OI_{m_1} 或は OI_{m_2} との間の角が i_1 或は i_2 との相差角を示す事は申迄もない。

上の事を換言すれば、二つの交流 $I_{m_1} \sin \omega t$ 及 $I_{m_2} \sin (\omega t - \theta)$ の和を求むるには兩交流を代表する廻轉ベクトルを描き（相差 θ を附して）



其ベクトル和 $I_{m(1+2)}$ を求め、之れを最大値とする正弦波交流の式を作ればよい。即ち第 225 圖から明かな様に二つの正弦波交流の和を表はす正弦波交流の瞬時値は $I_{m(1+2)} \sin (\omega t - \phi)$ となる。但し I_{m_1} なる廻轉ベクトルを標準に取りたるを以て、和のベクト

ル $I_{m(1+2)}$ は I_{m_1} より ϕ だけ遅れる事になり上式の如く表はされるのである。

(b) 正弦波瞬時値の差 次に $I_{m_1} \sin \omega t$ と $I_{m_2} \sin (\omega t - \theta)$ との差を考へて見よう。今第 226 圖に於て OI_{m_1} が $I_{m_1} \sin \omega t$ を代表する廻轉ベクトルとしたならば、 $I_{m_2} \sin (\omega t - \theta)$ を代表する廻轉ベクトルは OI_{m_2} の様なもので表はされるだらう。

然るに

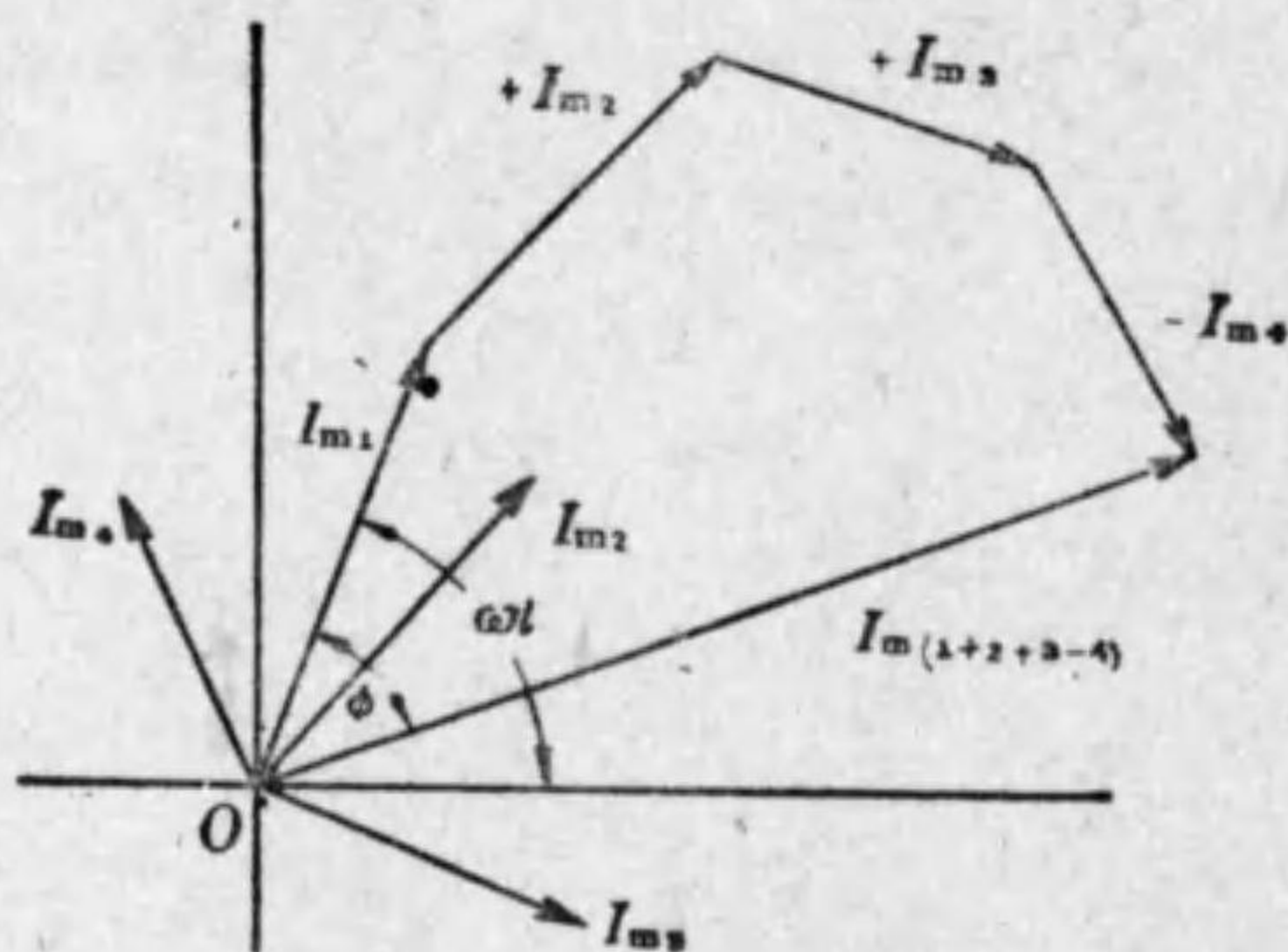
$$I_{m_1} \sin \omega t - I_{m_2} \sin (\omega t - \theta) = I_{m_1} \sin \omega t + I_{m_2} \sin (\omega t - \theta - \pi)$$

故に $I_{m_1} \sin \omega t$ と $I_{m_2} \sin (\omega t - \theta)$ との差は上の式に示す如く $I_{m_1} \sin \omega t$ と $I_{m_2} \sin (\omega t - \theta - \pi)$ との和に等しい。さうして此 $I_{m_2} \sin (\omega t - \theta - \pi)$ を代表する廻轉ベクトルは同圖の OI_{m_2} の様に OI_{m_2} の方向を反對したものである。さうして $I_{m_1} \sin \omega t$ と $I_{m_2} \sin (\omega t - \theta - \pi)$ との和を代表する廻轉ベクトルは前に説明した様に、 OI_{m_1} と OI_{m_2} とのベクトル和 $OI_{m(1+2)}$ である。然るに第 226 圖から明かな様に、此 $OI_{m(1+2)}$ は OI_{m_1} と OI_{m_2} とから考へて見れば、此等のものベクトル差である。故に二つの正弦波交流の差を代表する廻轉ベクトルは各交流を代表する廻轉ベクトルのベクトル差である、と云へる譯である。さうして此 $OI_{m(1+2)}$ が差の電流の最大値を表はし、 ϕ が其相差を表はす事は前述の通りである。依つて第 226 圖から明かな様に I_{m_1} を基準に取りたるを以て正弦波交流の差の式を作れば $I_{m(1-2)} \sin (\omega t + \phi)$ となる。

(c) 數多の正弦波瞬時値の加減法 以上述べた所は二つの正弦波交流（交番電壓の場合も勿論同様）の場合であるが、數多の正弦波交流の加減法は前同様之れ等を代表する廻轉ベクトルの和及差によりて求めらる。然

れども数多のベクトルの和及差は已に知らるゝ通り平行四邊形の法則を一般的にしたる多角形の法則を應用するが便利である。即ち第 227 圖に示

第 227 圖



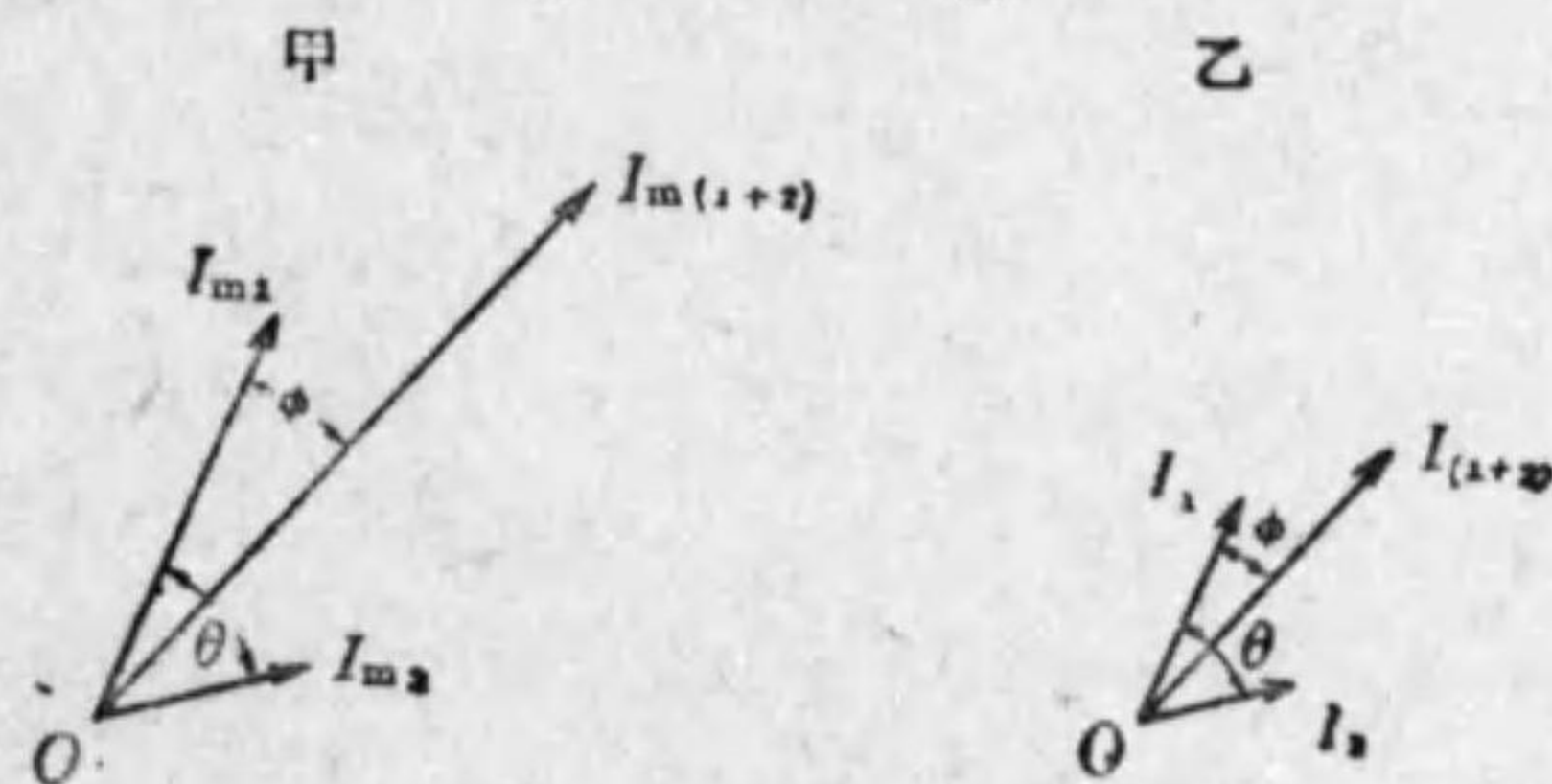
すは第一第二及第三の交流は相加へ第四の交流は減す場合であつて一つの廻轉ベクトル例へば第一のベクトルを標準として和なる廻轉ベクトルは同方向に、差なるものは反対の方向に順次廻轉ベクトルの端より描きて得たる最後のベクトルの端と原點 O とを結び付けたる廻轉ベクトル $I_{m(1+2+3-4)}$ が求むる合成正弦波交流の最大値である。斯くして合成最大値を得らるれば、合成瞬時値は $I_{m(1+2+3-4)} \sin(\omega t - \phi)$ となる事同圖より明かである。

注意 周波数の異なる正弦波交流の和及差は之れを代表する廻轉ベクトルの和及差を以て代表する事が出来ない。之れはベクトルの廻轉の速さ異なる爲め其相差も斷へず變化し、従つて平行四邊形は變化し合成ベクトルが他のベクトルに対する相差異なるのみならず、又其大きさも變化し單一なるベクトルを以て表はす事が出来ないからである。

227. 交流を表はすベクトル

第 228 圖に示した廻轉ベクトルが或瞬時、例へば第 228 圖の甲の如き位置になつた時、其廻轉を止めたとしよう。すると、此れ等のベクトルはも早や瞬時値と云ふ事には何等の關係がなくなる。然し猶第 228 圖甲に於ても I_{m1} , I_{m2} 及 $I_{m(1+2)}$ のベクトルの長さが $I_{m1} \sin \omega t$, $I_{m2} \sin(\omega t - \theta)$ の兩交流及此等兩交流の和の最大値を表はし、各ベクトル間の角が此れ等の相差を表はす事には、何の變化もない。次に同圖の乙は甲に示す各ベクトルの位

第 228 圖



置を共儘にして置いて、其長さを各 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍としたものとしよう。すると此第 228 圖の乙に於て各ベクトルの長さは夫々各電流の最大値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍であるから、各ベクトルの長さは夫々各電流の實効値を表はす。さうして各ベクトルの位置は同圖甲と變らないから、各ベクトルの間の角は各電流の相差を表はす。即ち第 228 圖の乙のベクトルによつて各電流の實効値と此れ等電流間の位相の關係が一目瞭然に示される。然るに交流の研究に必要なものは多くの場合實効値及位相間の關係のみである。故に實用上には第 225 圖及第 226 圖で説いた所の廻轉ベクトルを用ゐず第 228

圖の様な固定したベクトルが主として用ゐられる。

即ち交流の研究には、實効値をベクトルの長さに取り、相差としては反時計式に計つた角で進角を表はし、時計式で計つた角で遅角を表はすベクトル表現法が主として用ゐられる。さうして如斯ベクトルを用ゐて種々の交番電圧及電流の關係を表はしたものを交流のベクトル圖 (vector diagram) と稱する。

さうして如斯表現法に於ても兩交流の和及差を表はすベクトルは矢張兩交流を表はすベクトルのベクトル和及ベクトル差である。何となれば今第 228 圖の場合について考へて見ると、同圖の乙に於て $OI_{(1+2)}$ は前述の様に、 OI_1 及 OI_2 の兩電流の和を表はすベクトルである。然るに乙圖は甲圖の各ベクトルの長さを等しく $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍したものである。故に甲圖に於て $OI_{m(1+2)}$ が OI_{m1} 及 OI_{m2} のベクトル和であるからは、乙圖に於ても無論 $OI_{(1+2)}$ は OI_1 及 OI_2 のベクトル和でなければならない。同様に於ても兩交流の差の場合も説明する事が出来る。

以上の事から次の結論が得られる。

交流の和或は差の實効値を求むるには、直流の場合と違つて、其實効値を算術的に加へたり、或は減じたりするのみでは駄目である。此れ等をベクトルに表はし、之れをベクトル的に加へたり、減じたり、せねばならない。故に各交流の相差が零の場合を除けば、交流の和及差の實効値は各交流の實効値の算術的の和及差とは等しくない。此事は甚だ重要な事であるから、特に注意を要する。

注意 以上述べ來つた様に、固定ベクトルは廻轉ベクトルより導きたるものであるから、廻轉ベクトルに於て述べた事柄は固定ベクトル

に於ても勿論適用せらるべきものである。即ち此ベクトル表現法によりて處理せらるべき電圧及電流等は正弦波形のものなる事及凡て同一の周波數を有するものたるべきは言を俟たない。

228. 二つの交流の和及差の値

前節に於て交流の

和及差を求むるには兩交流をベクトルにて代表せしめ、此ベクトルのベクトル和或はベクトル差を

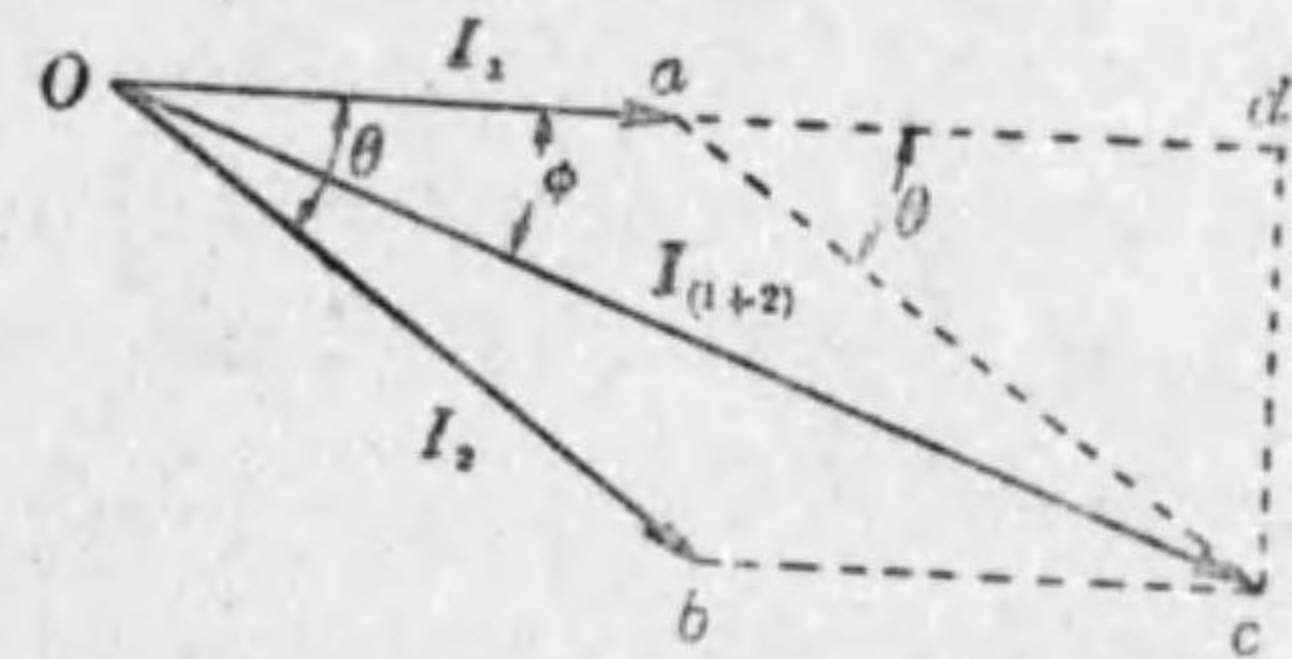
求むなければならぬ事を説明した。これから此ベクトル和及ベクトル差が如何なる値となるか調べて見よう。

今此處に A, B の二つの交流があり A は實効値 I_1 アムペア、 B は實効値 I_2 アムペア、 B は A から θ

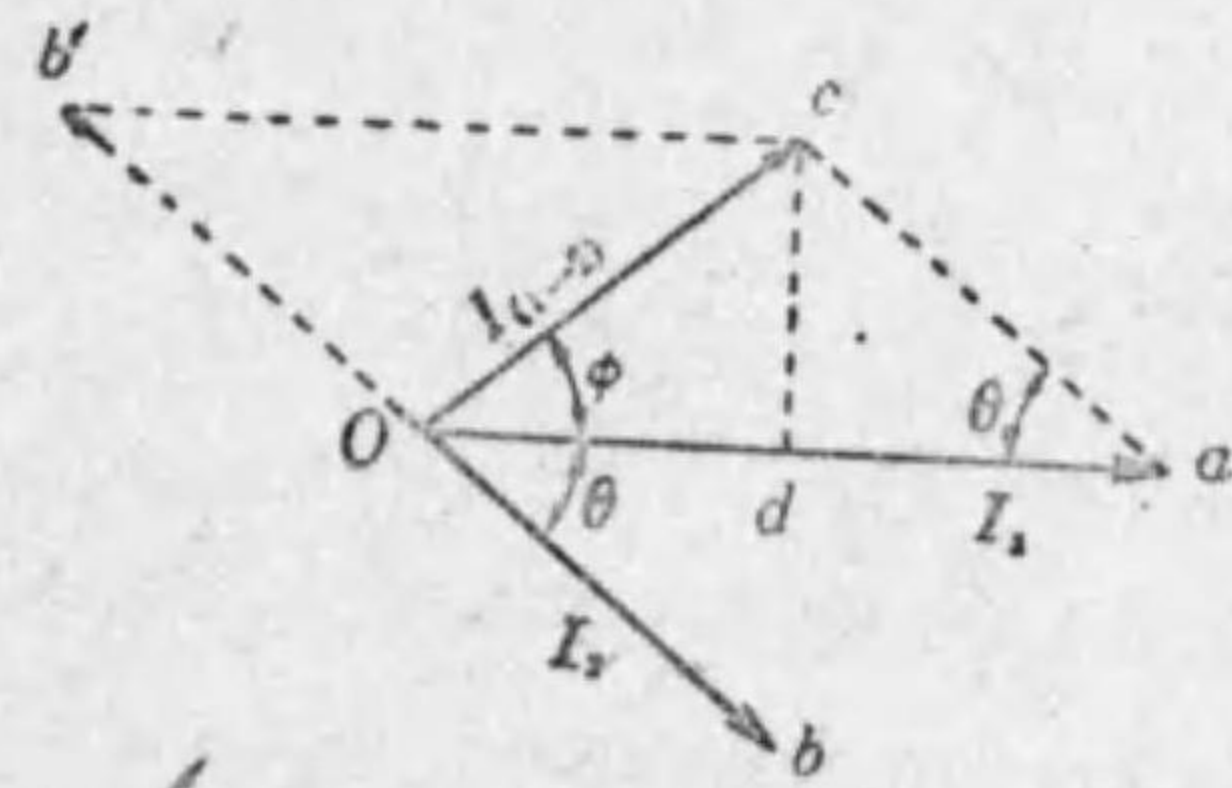
だけ遅れて居るとしよう。さうして、電流 A を第 229 圖甲の oa 、電流 B を ob にて代表させ、此兩交流の和を oc で代表させるとする。さうすると同圖から明かな様に、

$$oc = \sqrt{od^2 + dc^2} = \sqrt{(oa + ad)^2 + dc^2}$$

第 229 圖 甲



第 229 圖 乙



$$= \sqrt{(oa + ac \cos \theta)^2 + (ac \sin \theta)^2} = \sqrt{(oa + ob \cos \theta)^2 + (ob \sin \theta)^2}$$

$$\therefore I_{(1+2)} = \sqrt{(I_1 + I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2} \dots\dots\dots(103)$$

I_1 と $I_{(1+2)}$ との間の相差角を ϕ とすれば、

$$\tan \phi = \frac{dc}{oa + ad} = \frac{I_2 \sin \theta}{I_1 + I_2 \cos \theta}$$

$$\therefore \phi = \arctan \frac{I_2 \sin \theta}{I_1 + I_2 \cos \theta} \dots\dots\dots(103')$$

即ち $I_{(1+2)}$ は I_1 より ϕ だけ遅れて居る。

次に此れ等の電流の差を考へてみよう。此場合にベクトル圖は丁度同圖乙の様になる。故に

$$oc = \sqrt{od^2 + dc^2} = \sqrt{(oa - da)^2 + dc^2}$$

$$= \sqrt{(oa - ac \cos \theta)^2 + (ac \sin \theta)^2} = \sqrt{(oa - ob \cos \theta)^2 + (ob \sin \theta)^2}$$

$$\therefore I_{(1-2)} = \sqrt{(I_1 - I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2} \dots\dots\dots(104)$$

$$\text{又 } \phi = \arctan \frac{dc}{oa - da} = \arctan \frac{I_2 \sin \theta}{I_1 - I_2 \cos \theta} \dots\dots\dots(104')$$

さうして此場合には $I_{(1-2)}$ は I_1 から ϕ だけ進んで居る。

上の場合は位相の進んだ A 電流より位相の遅れたる B 電流を減ずる場合であつたが、反對に位相の遅れた B 電流より位相の進んだ A 電流を減ずる場合にはベクトル圖は第 229 圖丙の様になる。故に

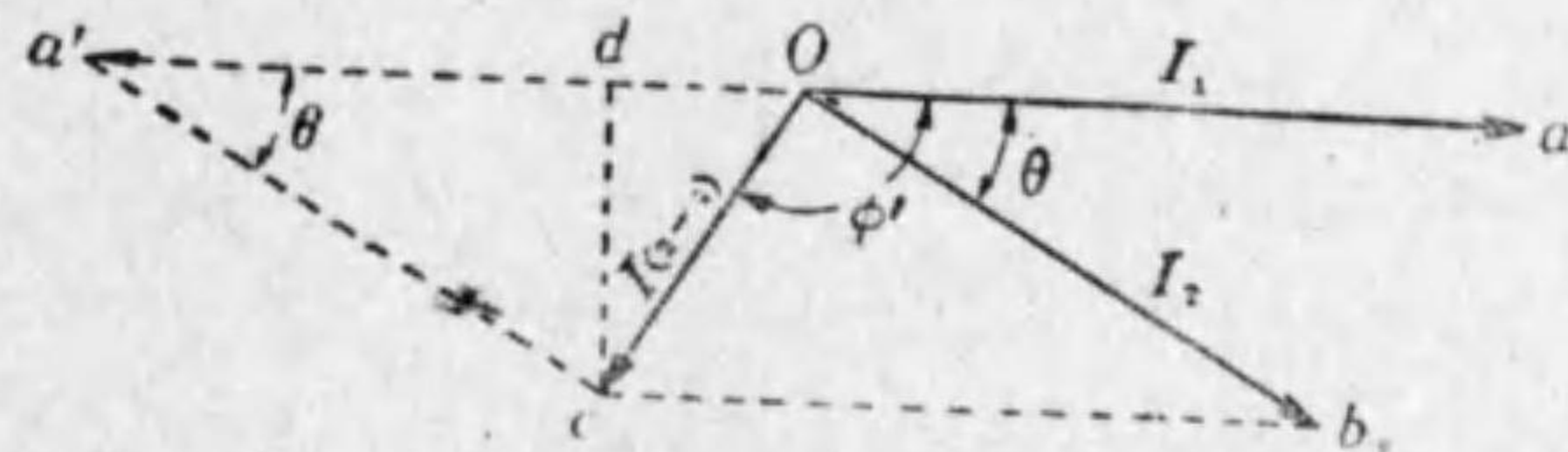
$$oc = \sqrt{od^2 + dc^2} = \sqrt{(oa' - da')^2 + dc^2}$$

$$= \sqrt{(oa' - ca' \cos \theta)^2 + (ca' \sin \theta)^2} = \sqrt{(oa - ob \cos \theta)^2 + (ob \sin \theta)^2}$$

$$\therefore I_{(2-1)} = \sqrt{(I_1 - I_2 \cos \theta)^2 + (I_2 \sin \theta)^2} \dots\dots\dots(105)$$

$$\phi' = \arctan \frac{-I_2 \sin \theta}{I_1 - I_2 \cos \theta} \dots\dots\dots(105')$$

第 229 圖 丙



即ち $I_{(2-1)}$ と $I_{(1-2)}$ とを比較すれば其値は互に等しいが、 $I_{(1-2)}$ は ϕ だけ I_1 より進めるに反し、 $I_{(2-1)}$ は I_1 より ϕ' だけ遅れて居る。

(103), (104) 及 (105) 式を見ると、其中には $\sin \theta$ 及 $\cos \theta$ を含んで居る。従つて、同じ實効値の兩電流の和及差も其値は兩電流の間の相違によりて大に違ふ。其れのみならず差と云つても、必ずしも其値が I_1 又は I_2 より小さいとは限らず、和と云つても必ずしも兩電流より大きいとは限らない。

本章に於ては主として電流に就て述べたけれども、同様な事が交番電壓についても云ひ得る事は説明する迄もない。従つて(103)(103') 以下(105)(105') までの公式は I_1, I_2 等の代りに電壓の値を入れれば其儘電壓の和及差を表はす公式となる。

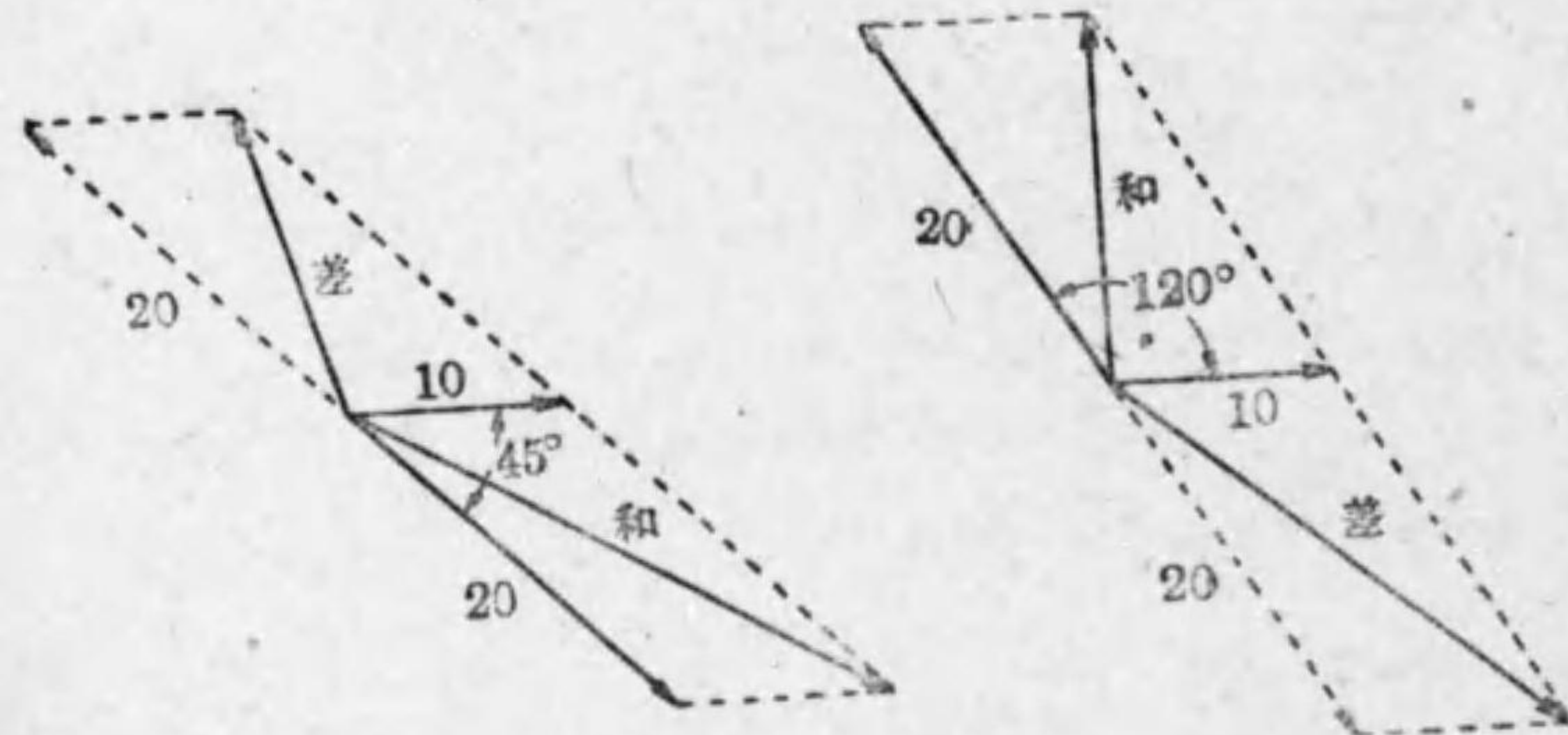
〔例 107〕 A, B の二つの交流がある。其實効値は A が 10 アムペア又 B が 20 アムペアである。若し B 電流が A 電流より 45° 遅れた場合の此れ等兩電流の和及差をベクトル圖にて示せ。

解 第 229 圖丁の様になる。

〔例 108〕 前の例題に於て B 電流が A 電流から 120° 進んで居る場

第 229 圖 丁

第 229 圖 戊



合の和及差をベクトル圖にて示せ。

解 第 229 圖 戊 の様になる。

229. 摘 要

- 1 廻轉ベクトルを用ゐると、其ベクトルの投影によつて、正弦波交流又は交番電壓の瞬時値を表はす事が出来る。従つて廻轉ベクトルを以て正弦波交流或は交番電壓の瞬時値を完全に代表させる事が出来る。
- 2 正弦波交流又は交番電壓の瞬時値の加減法は其正弦波より、或は三角法によりても求められるけれども、ベクトル表現法に依ると一層簡單である。
- 3 ベクトルの長さを以て實効値を表はし、其位置を以て位相を表はす方法が交流の研究には盛んに用ゐられる。
- 4 實効値を用ゐるベクトル表現法は廻轉ベクトルから導いたものであるから、取扱はるべき電流、電壓等は廻轉ベクトルの場合と同様。

正弦波のものにして周波数の等しき事を必要とする。

5 以上の様なベクトル表現法を用ゐると、交流或は交番電壓の和或は差を代表するベクトルは此れ等電流或は電壓を代表するベクトルのベクトル和或はベクトル差に等しい。之れを云ひ換へれば、交流或は交番電壓の和或は差を求めるには、此れ等の電流或は電壓のベクトル和或はベクトル差を見出せばよい。

6 故に交流の和或は差の實効値は、一般に云ふと此れ等兩電流の實効値の算術的の和或は差に等しくない。

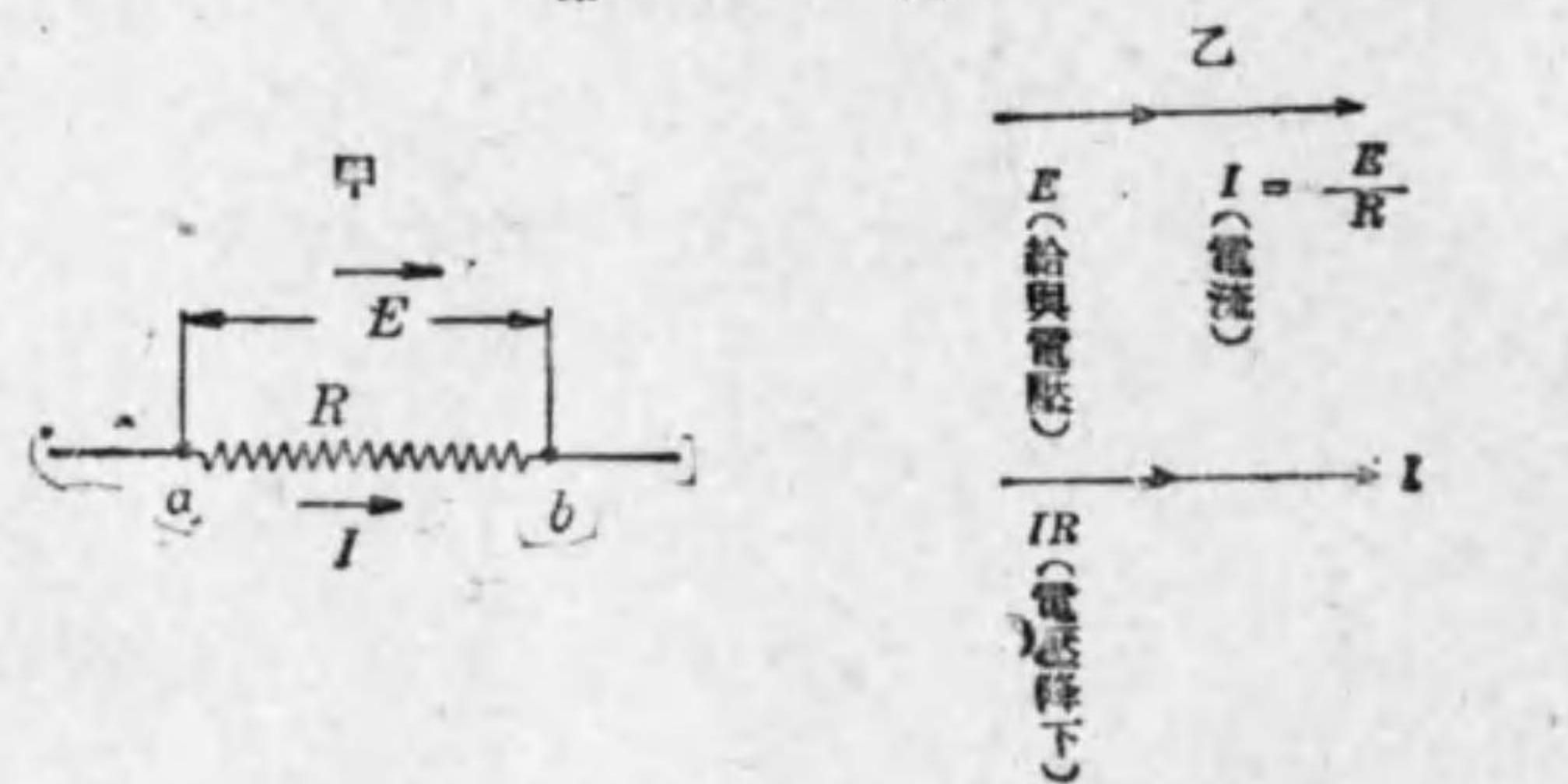
第十八章 イムピーダンス

230. 抵抗電路及リアクタンス電路 第230圖甲

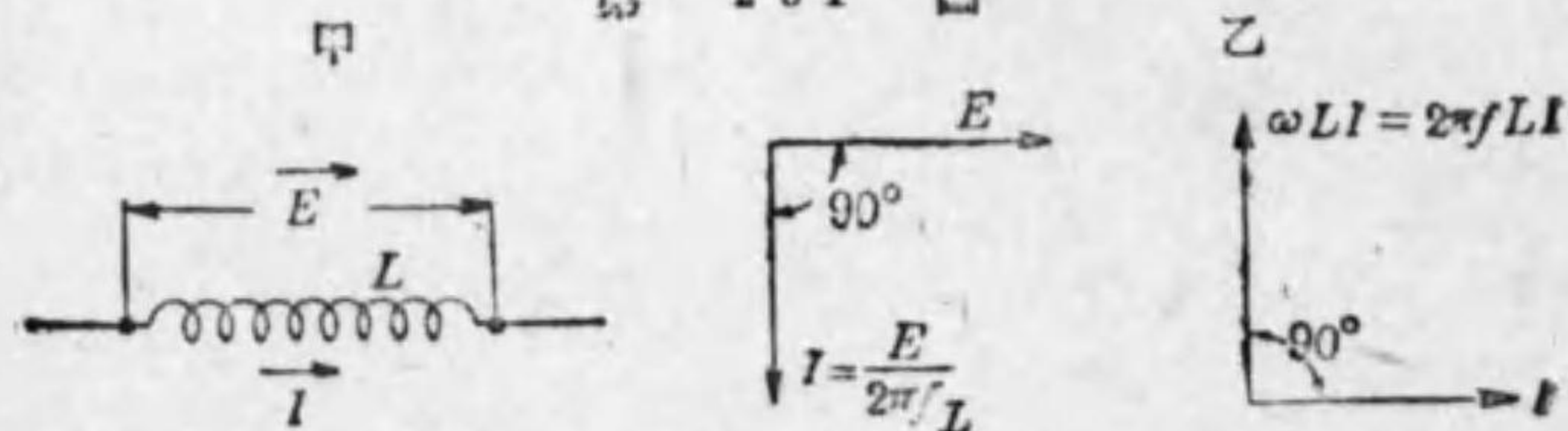
に示される様な抵抗 (R) のみの電路に、實効値が E なる正弦波電壓を給與すると電壓と同位相の電流が通じ其値は $\frac{E}{R}$ にして、又此電流が通ずると抵抗 R による電壓降下は RI で電流と同位相にある事は已に述べた通りである。故に之れをベクトル圖に示せば同圖乙の様になる。

次に第 231 圖甲の様に自己インダクタンス (L) のみを有する電路に實効値 E なる正弦波電壓を給與すると、此電壓から 90° 遅れて居て其値が

第 230 圖



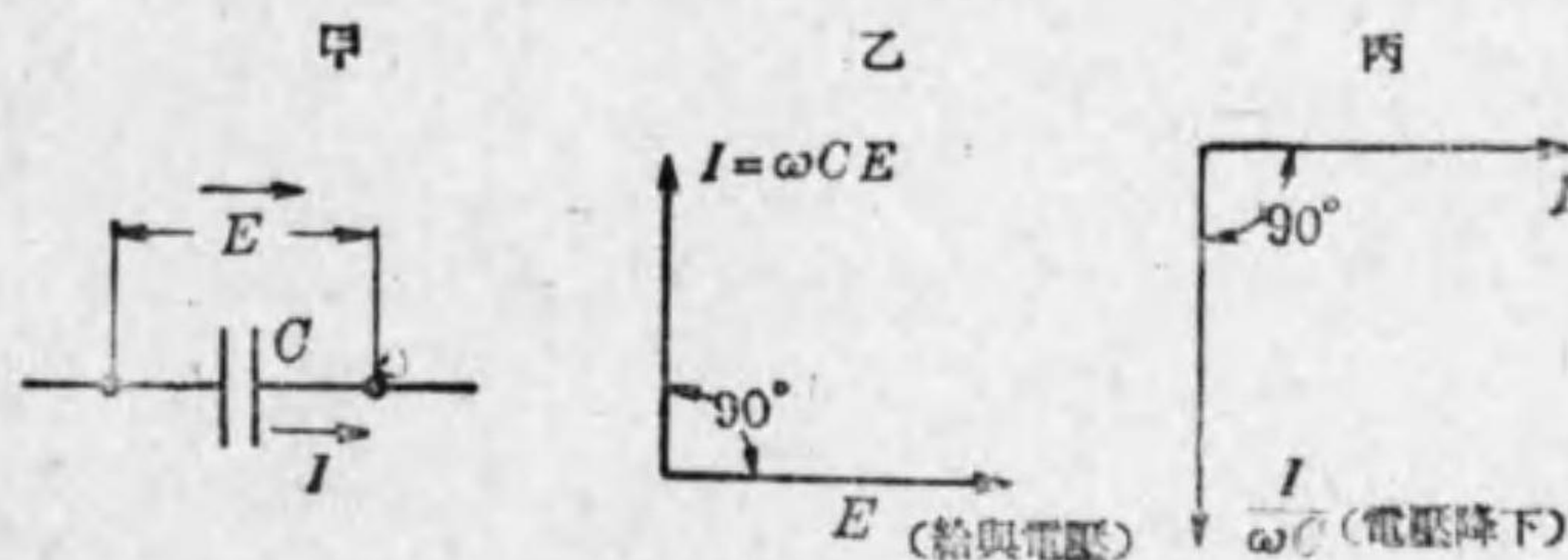
第 231 圖



$\frac{E}{2\pi fL}$ の電流が通じ、此電流が通ずる時は自己インダクタンスに依る電壓降下は $2\pi fLI$ で電流より 90° 進む。故に之れをベクトル圖に示せば同圖乙の様になる。

次に若し第 232 圖の様に、 C なる容量のみを有する電路に正弦波電

第 232 圖



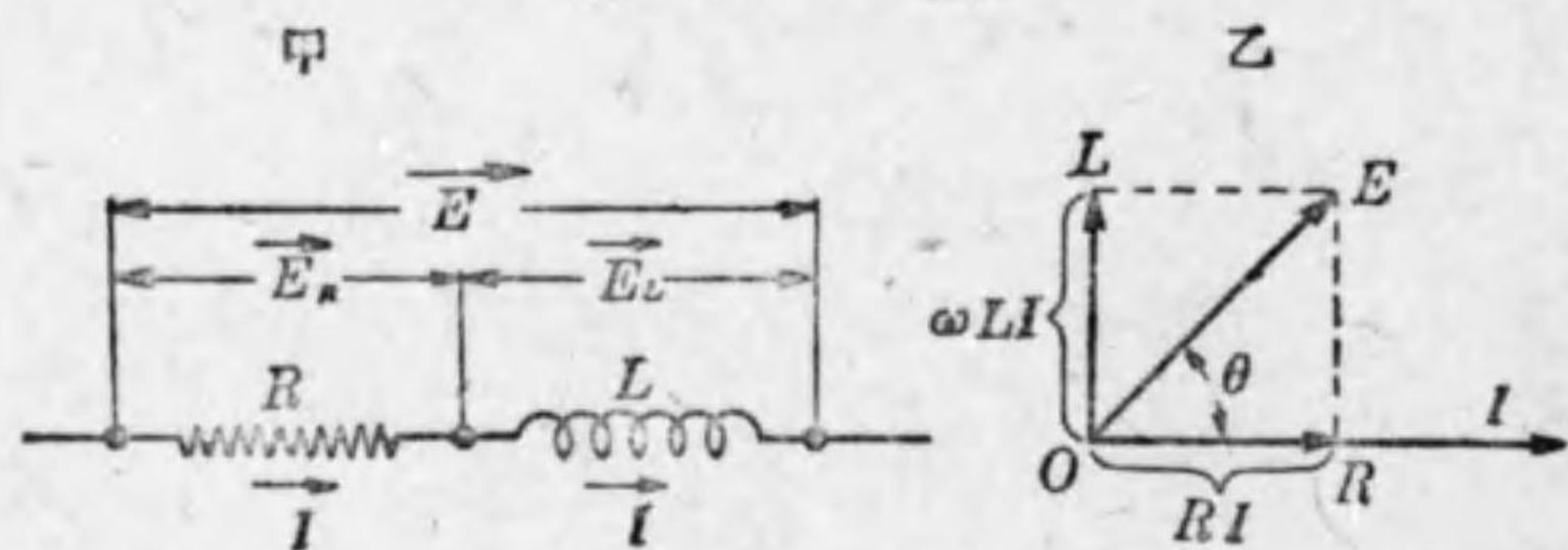
壓 E を給與すると、其電路に通ずる充電電流は $2\pi fCE$ で此電壓から 90° 進み、此電流と容量とのための電壓降下は $\frac{I}{2\pi fC}$ で電流より 90° 遅れる。故に此場合の電流及電壓のベクトル圖は同圖乙丙に示す様になる。

以上三つの場合に於て各の甲圖に於て矢を以て示せる如く、電流と電壓とは同一方向を正の方向に取る事申さぬ。

231. 抵抗と自己インダクタンスとが直列にある電路

今第 233 圖甲の様に、 R オームの抵抗と L ヘンリーの自己インダクタンスとが直列になつて居る電路に周波数 f 實効値 E ヲルトの正弦波電壓を給與したとする。さうして此の時通ずる電路の電流の實効値を I アムペアと假定しよう。すると、斯る直列電路の場合は、電流 I は其電路を通じて單一にして共通であるから、 R オームの抵抗による電

第 233 圖



電圧降下は $E_R = RI$ ヴォルトで電流と同位相にあり、又 L なる自己インダクタンスに依る電圧降下は $E_L = 2\pi f LI$ ヴォルトにして電流より 90° 進んで居る。然るに此電路に於て電圧降下を生ずるものは抵抗と自己インダクタンスばかりであるから、全電圧降下は此兩者による電圧降下の和である。然るに電圧降下の和は給與電圧であるから、此電路に I なる電流を通ずるには其れだけの電圧を給與する必要がある譯である。故に第 233 圖乙のベクトル圖に於て OI を以て電流 I を代表せしむれば、抵抗による電圧降下は IR にして電流と同位相にあるが故に、電流と同方向にして IR なる長さのベクトル OR を以て代表させる事が出来、又自己インダクタンスによる電圧降下は $2\pi f LI$ にして電流より 90° 進んだものであるから、 ωLI なる長さの OL なるベクトルを以て代表させる事が出来る。此 OR と OL とのベクトル和 OE は此電路の全電圧降下にして、已に述べた様に同時に給與電圧を代表する。然るに同圖から明かな様に

$$OE = \sqrt{OR^2 + OL^2}$$

$$\therefore E = \sqrt{(IR)^2 + (2\pi f LI)^2} = I\sqrt{R^2 + (2\pi f L)^2}$$

故に電流の値 I は

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (2\pi f L)^2}} \dots\dots\dots (106)$$

さうして此電流は給與電圧或は全電圧降下から

$$\theta = \arctan \frac{OL}{OR} = \arctan \frac{2\pi f L}{R} \dots\dots\dots (106')$$

だけ遅れる。但し此場合電流と電圧とは甲圖の矢を以て示せる如く、同一の方向を正とせるものなる事勿論である。

〔例 109〕 抵抗 6.3 オーム自己インダクタンス 20 ミリヘンリーの電路に 50~100 の正弦波交番電圧を給與した場合に通ずる電流の實効値及其相差を見出せ。

解 20 ミリヘンリーは 50~ に對して

$$2\pi \times 50 \times \frac{20}{1000} = 6.3 \text{ オーム}$$

故に電流の實効値を I アムペアとすれば

$$I = \frac{100}{\sqrt{(6.3)^2 + (6.3)^2}} = \frac{100}{6.3 \times \sqrt{2}} = 11 \text{ アムペア}$$

其の遅角を θ とすれば

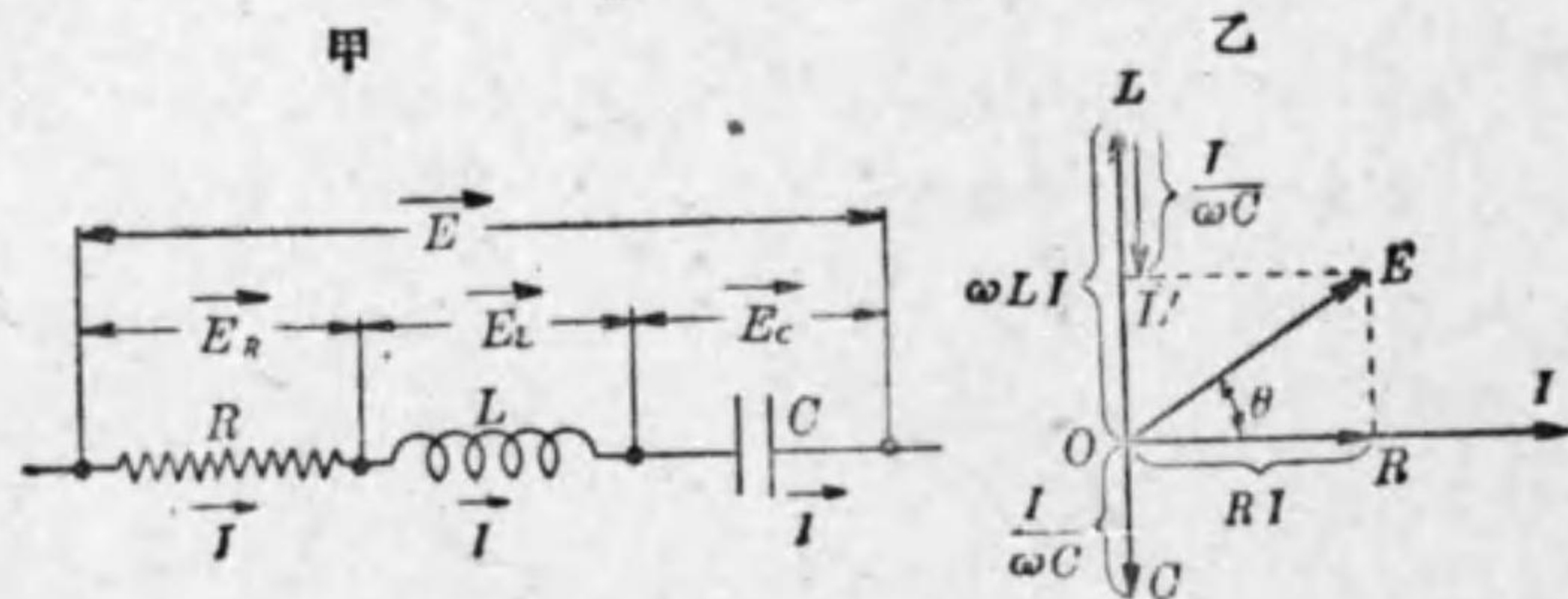
$$\theta = \arctan \frac{6.3}{6.3} = 45^\circ$$

232. 抵抗と自己インダクタンス及容量が直

列にある電路 第 234 圖甲の様に、抵抗と自己インダクタンス並に容量とが直列になつて居る電路に周波数 f なる正弦波電圧 E を給與したとし、此時電路に通ずる電流を I としよう。すると前述の様に、此電路に I なる電流通じた爲めに、抵抗による電圧降下は IR にして電流と同位相に

あり、又自己インダクタンスに依る電圧降下は $2\pi fLI$ で電流より 90° 進んで居り、更に容量のための電圧降下は $\frac{I}{2\pi fC}$ で電流より 90° 遅れて居る。故に電流と此れ等の電圧降下を表はすベクトル圖は第 234 圖乙の様

第 234 圖



になる。即ち OI を以て電流 I を代表せしむれば、抵抗 R による電圧降下は OI と同方向にして $E_r = IR$ なる長さのベクトル OR を以て、自己インダクタンス L のための電圧降下は $E_L = \omega LI$ の長さで OI より 90° 進んで居る OL なるベクトルにて、又容量 C による電圧降下は其長さ $E_c = \frac{I}{\omega C}$ で OI より 90° 遅れたる OC ベクトルを以つて夫々代表させる事が出来る。故に此 OR, OL 及 OC のベクトル和 OE が全電圧降下にして、同時に給與電圧 E である。然るに同圖から明な様に

$$OE = \sqrt{(OR)^2 + (OL)^2} = \sqrt{(OR)^2 + (OL - OC)^2}$$

故に

$$E = \sqrt{(IR)^2 + \left(\omega LI - \frac{I}{\omega C}\right)^2} = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$= I \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$$

$$\therefore I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}} \dots\dots\dots(107)$$

さうして此電流は給與電圧或は全電圧降下から

$$\theta = \arctan \frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R} \dots\dots\dots(107')$$

だけ遅れて居る。

但し電圧降下と電流とは同一方向を正とせる事勿論である。以下断りなき場合は此意味の相差であると考へて貰いたい。

(a) (107) 式に於て、若し $\frac{1}{2\pi fC} > 2\pi fL$ の時のベクトル圖は第 234 圖丙の様になるから、電流の値は

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC} - 2\pi fL\right)^2}} \dots\dots\dots(108)$$

にして、此電流は電圧 E から

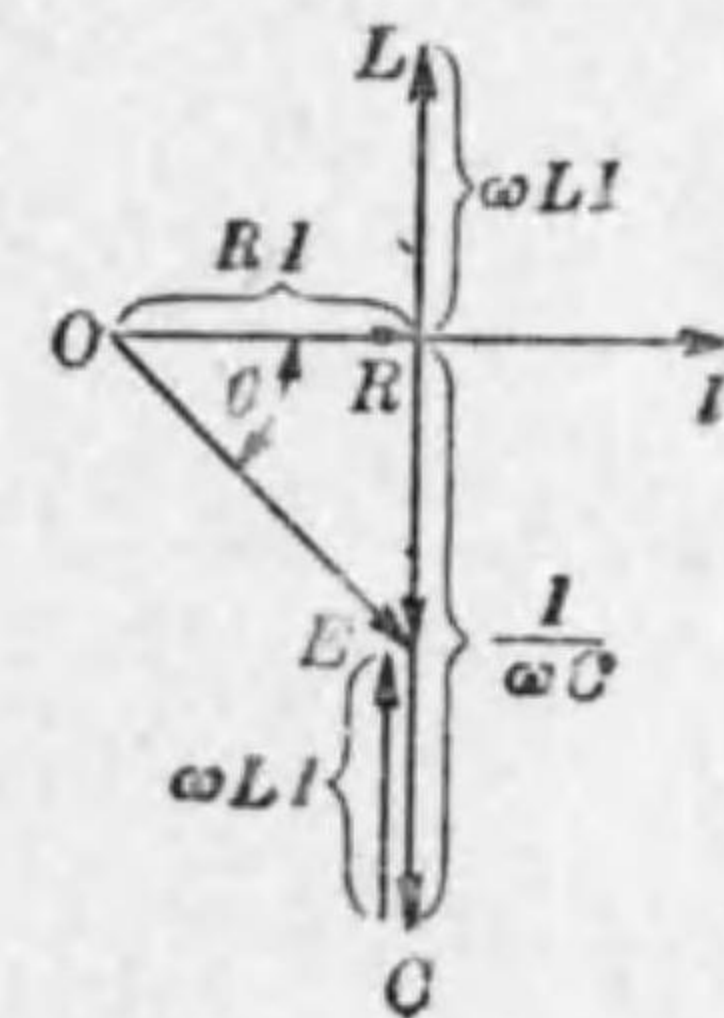
$$\theta = \arctan \frac{\frac{1}{2\pi fC} - 2\pi fL}{R} \dots\dots\dots(108')$$

だけ進む事になる。さうして此の丙のベクトル圖は乙圖と一寸趣を異にして居るけれども結果は勿論同一である。即ちベクトルの多角形法則（此場合は直角三角形）によりたるものにして一層便利であるから、一般に丙圖の如きものを使用する。

(b) 若し (107) 式に於て $2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$ とせば

$$I = \frac{E}{R}$$

第 234 圖 丙



即ち自己誘導と容量との作用は互に打消して唯だ R のみある電路と等しくなるから、抵抗 R の小なる時は電流の値は非常に大となる。斯る状態になる事を共振 (resonance) と稱する。又此場合は直列電路の共振であるから直列共振 (series resonance) と云ふのである。

惜て然らば如何なる場合に斯る共振状態になるかと云ふに、

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$$

之れより
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$$

なる周波数の時である。此周波数を共電路の固有周波数 (natural frequency) と稱する。

無線電信、電話に使用する回路は L 、 C 及 R とよりなり、抵抗 R を極めて小になし上記の共振の原理を巧に利用して大なる振動電流 (oscillating current) を生ぜしめる様にしたものである。然し強電流の場合に於ては斯る状態になる事を避けねばならぬは申迄もない。

(c) (107) 式は R 、 L 及 C を有する一般的の電路の場合なるが、此三つの内一つ或は二つ缺けたる場合は次の如くして求められる。

(i) R と L とのみの場合は (107) (107') 式に於て $C = \infty$ (即ち $\frac{1}{2\pi fC} = 0$) と置くことに依りて得られる。即ち (106) 式は其れである。さうして C の無限大なる事は何程電流通ずるも電位差の生じない事を意味し、即ち容量なく唯電線の連続して居る場合に相當する。

(ii) L と C とのみの場合は (107) 及 (107') 式に於て $R = 0$ と置く事に依りて得られる。

(iii) R と C とのみの場合は (107) 及 (107') 式中の $L = 0$ とすれ

ばよい。

(iv) 二つ缺けたる場合も上と同様の方法によりて求められる事説明する迄もない。

233. 電流の瞬時値

前節の様に自己インダクタンス L 容量 C 及抵抗 R が直列にある電路に e なる正弦波電壓を給與した時 $i = I_m \sin \omega t$ になる電流が生ずると假定しよう。すると此電路に i なる電流を通じた爲めに、抵抗 R による電壓降下は已に述べた様に、電流と同位相であるから其瞬時値は $RI_m \sin \omega t$ 、 L による電壓降下は電流より 90° 進んで居るから其瞬時値は $\omega LI_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ 、又 C による電壓降下は電流より 90° 遅れたる $\frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ である。依つて此三電壓降下の和が全電壓降下にして、即ち給與電壓でなければならぬ。即ち求むる全電壓降下の瞬時値は

$$\begin{aligned} e &= RI_m \sin \omega t + I_m \omega L \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ &= I_m R \sin \omega t + I_m \omega L \cos \omega t - \frac{I_m}{\omega C} \cos \omega t \\ &= I_m \left\{ R \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \cos \omega t \right\} \end{aligned}$$

上式中に $\tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$ と置けば

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

之より
$$R = \cos \theta \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\cot^2\theta}} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

これより $\omega L - \frac{1}{\omega C} = \sin\theta \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

なる故

$$\begin{aligned} e &= I_m \left\{ R \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \cos \omega t \right\} \\ &= I_m \left\{ \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \sin \omega t \cos \theta \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \cos \omega t \sin \theta \right\} \\ &= I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \left\{ \sin \omega t \cos \theta + \cos \omega t \sin \theta \right\} \\ &= I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \sin (\omega t + \theta) \\ &= E_m \sin (\omega t + \theta) \dots \dots \dots (109) \end{aligned}$$

但し $E_m = I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$ 或は實効値にて表はし

$$E = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}, \quad \theta = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

即ち電流と電圧との関係及兩者の間の相差が知られた譯である。依つて今逆に、 $e = E_m \sin \omega t$ なる正弦波電圧を此電路に給與するとせば、之れに依りて通ずる電流の瞬時値は

$$\begin{aligned} i &= \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \sin (\omega t - \theta) \\ &= I_m \sin (\omega t - \theta) \dots \dots \dots (110) \end{aligned}$$

但し $I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$ 或は實効値にて表はし

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}, \quad \theta = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

にして電圧より θ だけ遅れる。此 θ は勿論代數的にして若し $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ ならば θ は負となり、電流は電圧より θ の絶対値だけ進んで居る事は已に述べたと同様である。

以上の結果中 (109) 式を見るに、前章に於て已に述べた様に、正弦波交流の合成は矢張り正弦波形のものとなり、又其他電流と電圧との實効値の関係及兩者の間の相差はベクトル圖より得たるものと同一なる事を知る。

注意 實効値の場合はベクトル的に加減すべき必要ある事已に述べた通りであるが、瞬時値を以て計算する場合は相差関係も含みたるものなる故、算術的に加減し得るのである。

以上述べ來つた様に、交流電路には種々の性質のものがある。故に之を區別して無誘導性 (non-inductive)、誘導性 (inductive) 及反誘導性 (condensive) なる言葉を用ゐる。無誘導性電路とは抵抗のみでリアクタンスのない電路 或はリアクタンスがあつても $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ で結果に於て R のみの時と同一なる電路を意味し、誘導性とは $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ であつて電路全體のリアクタンスが誘導性を帯ぶるものを指し、反誘導性とは $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ であつて電路全體のリアクタンスが容量リアクタンスの性質を有することを意味する。

234. イмпีดダンス (107)式に於て $\sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$

なる形を有する分母をイмпीडダンス (impedance) と稱し、此式が其最も一般的の形である。普通記號 Z を以て表はし、其式中 R をオーム、 L をヘンリー、 C をファラッドなる単位を使用すると Z の單位はオームである。又 $\left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)$ がリアクタンス (reactance) の一般式にして普通 X を以て表はす。即ち一般に次の様な關係がある。

リアクタンス = (誘導リアクタンス) - (容量リアクタンス)

イмпीडダンス = $\sqrt{(\text{抵抗})^2 + (\text{リアクタンス})^2}$

或は $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

$I = \frac{E}{\text{イмпीडダンス}}$

電流の電壓に遅れること

$\theta = \arctan \frac{\text{リアクタンス}}{\text{抵抗}}$

但し θ リアクタンスの値によりて負となるから、代數的の意味を有する事勿論である。

注意 $\omega L - \frac{1}{\omega C}$ なるリアクタンスの一般式を X で表はすが普通なれども、容量リアクタンスなき場合、即ち誘導リアクタンスのみの場合も X なる記號で示す事已に述べた通りである。然し容量リアクタンスに對しては特に X_c なる記號を使用する事がある。

[例 110] 31.8 マイクロファラッドの容量と 10 オームの抵抗とが直列になつて居る電路に 50~, 100 ヴォルトの正弦波電壓を給與した時には何

アムペアの電流が通ずるか。さうして電流と電壓との相差はどうなるか。

解 電流の實効値

$$\begin{aligned} I &= \frac{E}{Z} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}} \\ &= \frac{100}{\sqrt{10^2 + \left(\frac{10^6}{2\pi \times 50 \times 31.8}\right)^2}} = \frac{100}{\sqrt{10^2 + 100^2}} \\ &\doteq \frac{100}{100} = 1 \text{ アムペア} \end{aligned}$$

さうして電壓から

$$\theta = \arctan \frac{\frac{1}{\omega C}}{R} = \arctan \frac{100}{10} = \arctan 10 \doteq 84^\circ$$

だけ進む。

$$\begin{aligned} \text{別解 } I &= \frac{E}{\sqrt{R^2 + (-X_c)^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \\ &= \frac{100}{\sqrt{10^2 + 100^2}} \doteq 1 \text{ アムペア} \end{aligned}$$

$$\theta = \arctan \frac{-X_c}{R} = \arctan \frac{-\frac{1}{\omega C}}{R} = \arctan(-10)$$

$\therefore \theta = -84^\circ$

電流は電壓より -84° だけ遅れる即ち 84° 進む事を意味する。

[例 111] 3 マイクロファラッドの容量と 1 ヘンリーの自己インダクタンスと 100 オームの抵抗とが直列になつて居る電路に 50~, 1000 ヴォルトの正弦波電壓を給與した時の電流の値及位相はどうなるか。

$$\text{解 } \frac{1}{2\pi fC} - 2\pi fL = \frac{10^6}{2\pi \times 50 \times 3} - 2\pi \times 50 \times 1$$

$$= 1060 - 314 = 746 \text{ オーム}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$$

$$= \sqrt{100^2 + 746^2} \doteq 755 \text{ オーム}$$

$$\therefore \text{電流} = \frac{E}{Z} = \frac{1000}{755} \doteq 1.32 \text{ アムペア}$$

$$\theta = \arctan \frac{746}{100} \doteq 82.5^\circ$$

即ち電流は電圧に比して略 82.5° 進んで居る。

別解 此場合も前問同様に

$$X = 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC} = 314 - 1060 = -746 \text{ オーム}$$

$$\therefore \theta = \arctan \frac{X}{R} = \arctan \frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R} = \arctan \frac{-746}{100}$$

$$= \arctan (-7.46)$$

$$\therefore \theta = -82.5^\circ$$

電流は電圧より -82.5° だけ遅れる即ち 82.5° だけ進む。此兩問題からも分る様に、リアクタンスが負になるときは必ず進電流が通るのである。

〔例 112〕 抵抗 1 オーム、自己インダクタンス 1 ヘンリーのリアクタンス線輪を或容量と直列にし、之れを交流発電機の端子間に接続し、端子電圧を一定に保ち、周波数を次第に増して行つたに、400 回の時電流が最大となつたと云ふ。此容量の値を求む。

解 電流が最大の時は第 232 節にて説明した通り、リアクタンスが零の時即ち共振の場合である。故に容量を C とすれば

$$2\pi \times 400 \times 1 = \frac{1}{2\pi \times 400 \times C}$$

$$\therefore C = \frac{1}{(2\pi \times 400)^2} \doteq 0.16 \times 10^{-6} \text{ ファラッド}$$

$$\therefore C = 0.16 \text{ マイクロファラッド}$$

〔例 113〕 抵抗と自己誘導とを直列に接続したる回路あり。端子 AB 間に直流電圧 300 ヴォルトを加ふれば電流 10 アムペア通じ、25 サイクルの交流電圧 300 ヴォルトを加ふれば電流 6 アムペア通ずるとすれば 50 サイクルの交流電圧 300 ヴォルトを加へたる時通ずる電流何程なるか。

(選試——大正十三年第三種)

解 本回路の抵抗を R とすれば直流電圧を給與するときには L の値に拘らず、 $I = \frac{E}{R}$ $\therefore R = \frac{E}{I}$ である。故に

$$R = \frac{300}{10} = 30 \text{ オーム}$$

又本回路の 25 サイクルに於けるリアクタンスを X_{25} とすれば

$$\sqrt{R^2 + X_{25}^2} = \frac{300}{6} = 50 \text{ オーム}$$

$$X_{25} = \sqrt{50^2 - R^2} = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40 \text{ オーム}$$

50 サイクルに於けるリアクタンスは 25 サイクルに於けるリアクタンスの二倍である。従つて本回路の 50 サイクルに於けるイムピーダンスは

$$\sqrt{R^2 + (2 \times X_{25})^2} = \sqrt{30^2 + 80^2} = \sqrt{7300} \doteq 85.4 \text{ オーム}$$

故に 50 サイクルに於ける電流は

$$\frac{300}{85.4} \doteq 3.51 \text{ アムペア}$$

〔例 114〕 インダクタンス 1 ヘンリー、容量 7.04 マイクロファラッド、抵抗 1 オームを直列に接続せる回路に 100 ヴォルトの電圧を給與するとき最大電流を通ずる周波数並に最大電流を求む。(選試—大正七年第四級)

解 回路の電流最大となるはリアクタンスが零となる時、即ち誘導リアクタンスと容量リアクタンスとが等しくなる時なるは明である。即ち共振の時である。依つて最大電流を通ずる周波数を f とすれば

$$2\pi f \times 1 = \frac{10^6}{2\pi f \times 7.04}$$

$$\therefore f = \frac{10^6}{2\pi \sqrt{7.04}} \approx 61 \text{ サイクル}$$

さうして此場合の電流は

$$I = \frac{E}{R} = \frac{100}{1} = 100 \text{ アムペア}$$

235. 摘要

1 R オームの抵抗と、 L ヘンリーの自己インダクタンスと、 C ファラッドの容量とが直列になつて居る回路に f サイクル、 E ヴォルトの正弦波電圧を給與すると、此電流の値 I は次の様になる。

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$$

さうして此電流は給與電圧よりも

$$\theta = \arctan \frac{2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}}{R}$$

だけ遅れて居る。或は

$$\theta = \arctan \frac{\frac{1}{2\pi fC} - 2\pi fL}{R}$$

だけ進んで居る。

但し此回路に於て抵抗或は自己インダクタンス又は容量を含んで居なかつたならば、上の式に於て夫々 $R=0$, $2\pi fL=0$ ($L=0$) 又は $\frac{1}{2\pi fC}=0$ ($C=\infty$) と取ればよい。

2 上式は又次の様に記號を以て表はす事が出来る。

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + X^2}} \text{ アムペア}$$

問 題 XVI

1 220 ヴォルトの正弦波電圧が或回路に給與せられた時に、20 アムペアの電流を通じ、其電流は電圧より 30° 遅れて居ると云ふ。此回路の抵抗及リアクタンス各何程か

答 抵抗 9.5 オーム

リアクタンス 5.5 オーム

2 10 マイクロファラッドの容量と 0.352 ヘンリーの自己インダクタンスとを直列に接続せられたる回路の固有周波数は何サイクルなるか、又同周波数の正弦波電流 10 アムペア通ずる時は蓄電器内の電圧降下何程か。

答 固有周波数 85 サイクル

電圧降下 1880 ヴォルト

3 抵抗 5 オーム、自己インダクタンス 0.02 ヘンリーの線輪がある。此線輪の 60~ 及 25~ に於けるリアクタンス (a) 及イムピーダンス (b) 各何程なるか。

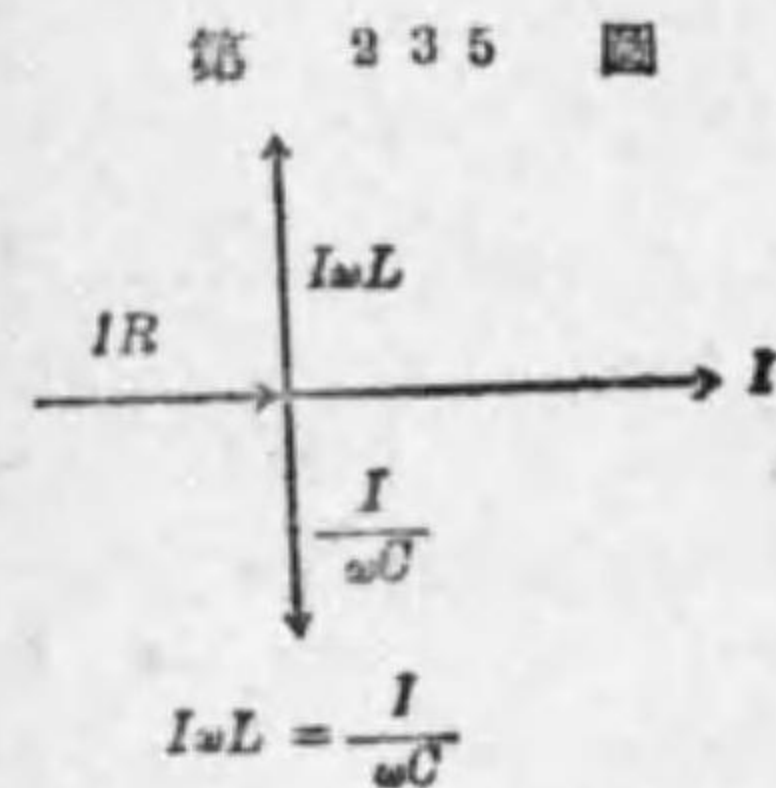
答 (a) 7.54 オーム、3.14 オーム

(b) 9.04 オーム, 5.90 オーム

4 抵抗 0.1 オーム, 自己インダクタンス 0.3 ヘンリーなる線翰と 23.5 マイクロファラッドの容量を有し, 2000 ヴォルトを超過する電圧に於ては破壊すべき蓄電器とを直列に接続してある場合, 此电路の固有周波数 (a), 蓄電器の誘電體を破壊せざる範圍に於て此电路の端子間に加へ得る最大 60~, 正弦波電壓の實効値 (b), 此場合の電流の値 (c) 及線翰端子間の電壓 (d) 各何程なるか。 答 (a) 60~, (b) 1.77 ヴォルト

(c) 17.7 アムペア, (d) 2000 ヴォルト

手引 固有周波数は (a) より明かなる如く, 60~ であるから, 容量による電壓降下

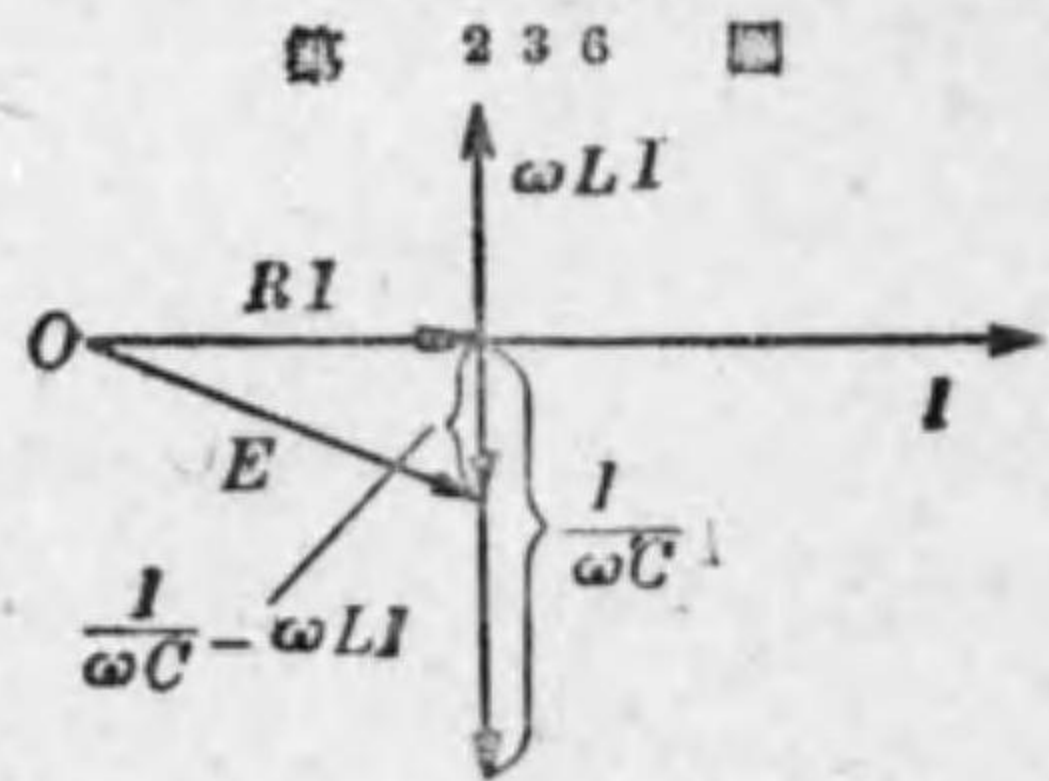


と自己誘導による電壓降下とは圖に示す如く互に打消す。従つて残餘の電壓 IR が全電壓降下即ち給與電壓である。然るに題意により蓄電器に加へ得る最大電壓は 2000 ヴォルトであるから, $\frac{I}{2\pi f C} = 2000$ より求めらるべき I に抵抗 R を乗じたものが此場合の最大給與電壓でなければならぬ。

5 前問題に於て蓄電器を破壊する事なく加へ得る最大 25~, 正弦波電壓の實効値 (a), 此場合の電流の値 (b), 及線翰端子間の電壓 (c) 各何程なるか。

- 答 (a) 1653 ヴォルト
 (b) 7.88 アムペア
 (c) 347 ヴォルト

手引 前問手引同様 $\frac{I}{2\pi f C} = 2000$ に於て $f=25$ を代入して電流 I を求めベクトル圖より E を見出せば, 之れ所要の最大電壓である。



第十九章 交流の電力

236. 正弦波交流の電力

或る电路に通じて居る正弦波交流の或瞬時の値が i アムペアで, 其瞬時に於て電流と同一方向に計つた電壓降下が e ヴォルトなる時は, 其瞬時电路へ入り來たる電力 (electric power), 即ち入力の時時値は

$$p = ei \text{ ワット}$$

にて表はされる。

若し电路に通ずる電流が直流である場合には電壓も電流も時間につれて變化しないから, p の値も時間につれて變化しない。然し交流に於ては電壓も電流も時々刻々變化するものであるから, p も時々刻々と變化する。依つて交流の電力としては, 電流及電壓の 1 サイクル間に於ける電力の平均を取るのである。

今正弦波電流及電壓の時時値を $e = E_m \sin \omega t$, $i = I_m \sin (\omega t - \theta)$ とし, 電流は其の電流と同一方向に測つた電壓降下より θ だけ遅れて居るとする。すると任意の時時の時刻の電力は

$$p = ei = E_m \sin \omega t I_m \sin (\omega t - \theta) \\ = \frac{E_m I_m}{2} \{ \cos \theta - \cos (2\omega t - \theta) \} \dots \dots \dots (111)$$

此式に於て $\omega = 2\pi f$ で, f は電流及電壓の周波数であるから, 餘弦の項の周波数は電流及電壓の周波数の二倍である。依つて電流及電壓の 1 サイクル間に餘弦曲線は 2 サイクルを生ずることになる。然るに已に述べた様に

餘弦曲線の1サイクルの平均は零、従つて2サイクルの平均も亦零になること勿論である。故に上記の定義により電力の平均値、即ち電流及電壓の1サイクル間の平均値は $\frac{E_m I_m}{2} \cos\theta$ の平均値を求めればよい。然るに此式の各因數は何れも定數であるから、平均値は其儘使用してよい。即ち電力の平均値 P は

$$P = \frac{E_m I_m}{2} \cos\theta = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \times \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos\theta$$

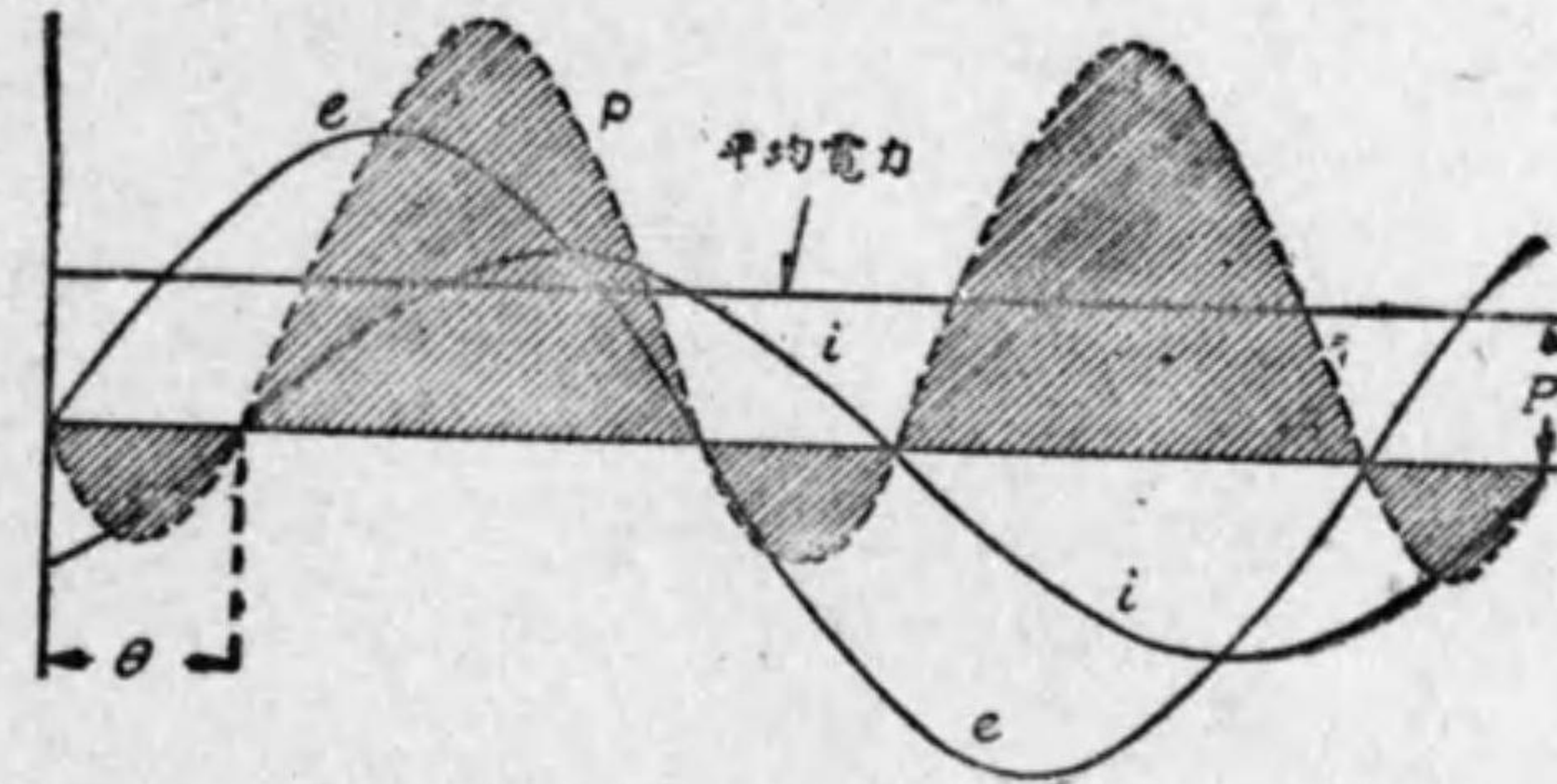
故に $P = EI \cos\theta$ (112)

即ち上式は電流及電壓を實効値にて表はしたる電力の平均値である。さうして此式は正弦波交流の場合に於てのみ成立すべきものなる事は注意すべきである。

以上は電路への入力より説明したけれども、電源よりの出力の場合も勿論同様にして、従つて(112)式は入力或は出力の區別なく一般に適用し得る交流の電力(power of alternating current)を表はす公式である。此式に於て θ は電流が電壓より遅れて居る角であるけれども、若し電流が反對に進んで居る場合は $-\theta$ 遅れて居る事であるから、 $\cos\theta$ は $\cos(-\theta)$ となる。然れども、 $\cos(-\theta) = \cos\theta$ であるから、交流の平均電力は電流が電壓より θ だけ遅れて居ても、 θ だけ進んで居るも同一である。

次に之れを曲線を用ひて説明すれば、第237圖に於て e は電壓の正弦波、 i は電流の正弦波にして i が e に遅れて居ること θ なりとする。さうして基線上の各點に於て i と e との各瞬時値を相乗し之れを高さとして曲線を描く時は p の如き正弦波が生ずる。此の曲線は(111)式の変化を表はすものにして、 i 及 e の二倍の周波數を有して居る。さうして基線上にある

第 237 圖

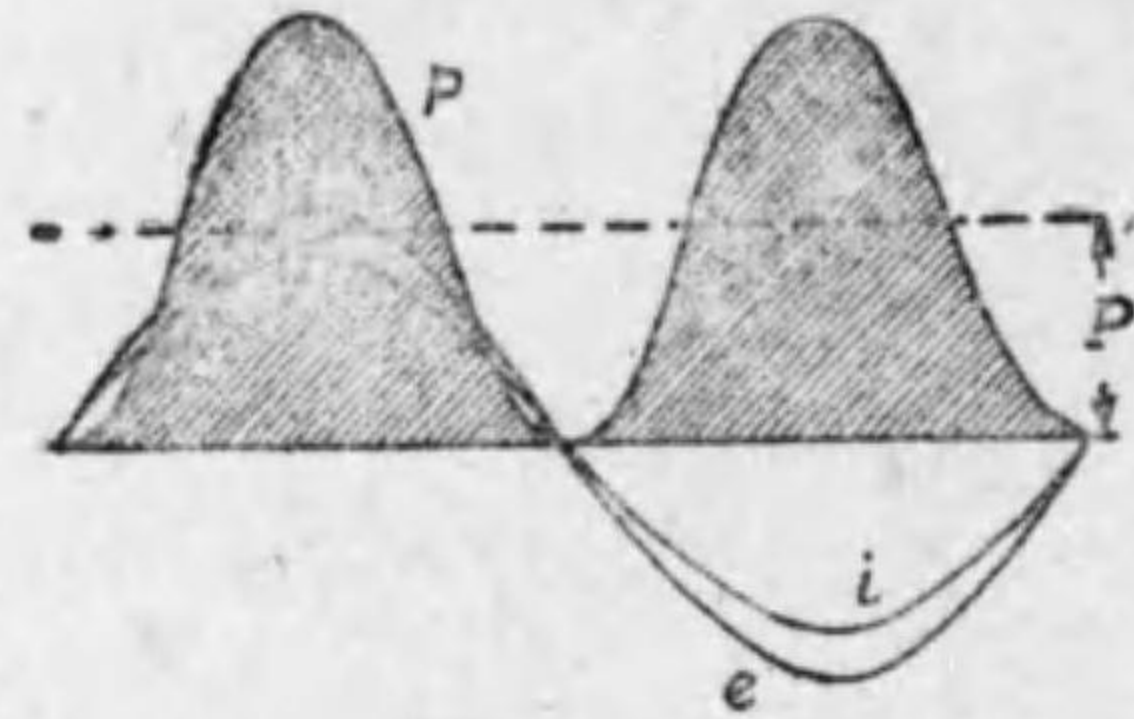


部分は電流と電壓と同方向、即ち電力の正なる部分にして電路への入力(電路内にて消費せられる電力)を示し、又基線より下の部分は電流と電壓と反對方向、即ち電力の負なる部分にして電路の出力(電路より電力を供給して居る事を意味す)を示すものである。此陰影を附したる正の面積と負の面積とを代數的に加へて平均の高さを求めれば電流及電壓の1サイクルの間に電路への平均入力、即ち交流の平均電力を示す(112)式の P を得るのである。さうして第237圖より明なる如く電力曲線 p の對稱軸の高さは平均電力 P に等しい。何となれば正負面積を代數的に加へた残りの部分にて基線と對稱軸との間の空隙を満たし得るからである。以上の説明に於て平均電力なる言葉を使用したか、普通單に交流電力と云へば平均電力の事を意味するのである。

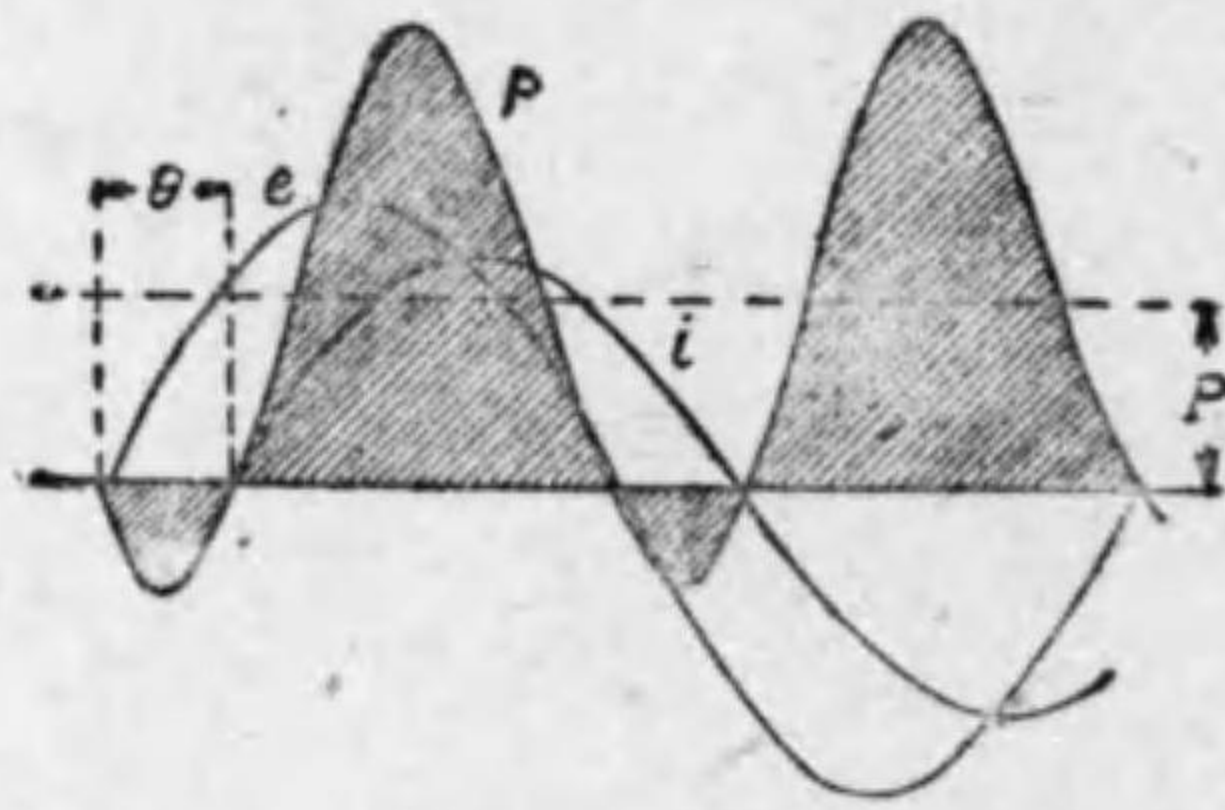
更に進んで、(112)式 $P = EI \cos\theta$ に就き考察するに、若し $\theta = 0$ 即ち電流と電壓と同位相にある時は電力は最大にして $P = EI$ となり直流の場合と同一の式にて表はされる。其れより電流と電壓との間の相違が増すにつれて電力は漸次減少し、相違が 90° となれば電力は零となる。上記の事

柄を圖にて示せば第 238 圖甲乙丙の如くなる。

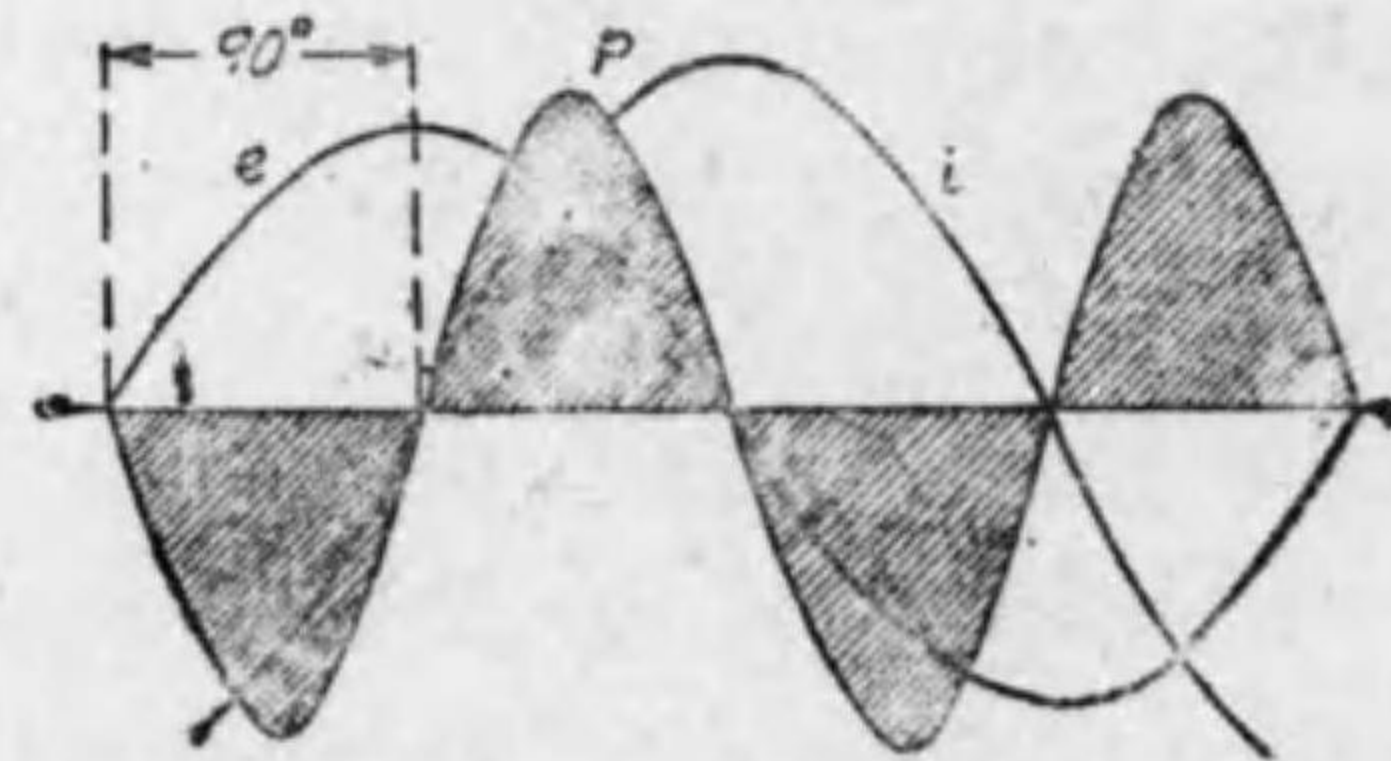
第 238 圖 甲



第 238 圖 乙



第 238 圖 丙



237. 力率

前節に於て述べた様に電流と電圧とが同位相にある時は電力は電流の實効値と電圧の實効値との積に等しい。然るに交流電流計及交流電圧計の讀は何れも電流及電圧の實効値を示すものであるから、此兩者の讀の積が此場合の電力である事直流の場合と同一である。然し一般の場合として電流と電圧との間に相差があると、電流計の讀と電圧計の讀との積は電力に等しからずして、電力は常に其積より小である。さうして一般に眞の電力（出力或は入力）は電流及電圧の實効値の積に或因数（factor）を乗じたものである。此因數は電路の種類によりて異なるものにして、之れを其電路の力率（power factor 略して P.F.）と稱する。即ち電力 P ワット，電流の實効値を I アムペア，電圧の實効値を E ヴォルトとすれば力率は

$$\text{力率} = \frac{P}{EI} \text{ 或は } \text{力率} = 100 \times \frac{P}{EI} \% \dots\dots\dots(113)$$

である。然るに正弦波電流と電圧との間の相差を θ とすれば、 $P = EI \cos\theta$ であるから、

$$\text{力率} = \frac{P}{EI} = \frac{EI \cos\theta}{EI} = \cos\theta \dots\dots\dots(114)$$

依つて電流と電圧とが正弦波のものであるならば、力率は其間の相差角の餘弦で表はされる。斯る理由により θ を屢々其電路の力率角（power factor angle）と稱する。

上述の電流及電圧の實効値の積を皮相電力（apparent power）と稱して眞の電力と區別し、其大きさを表はすに ヴォルト・アムペア（volt-amperes 略して VA）或は又キロヴォルト・アムペア（kilovolt-amperes 略して

とVA)を用ゐる。

注意 力率の一般的定義は上に述べた様に、力率 $=\frac{P}{EI}$ にして、此式は波形の如何に拘らず成立すべきものである。何となれば電流及電壓の實効値は波形に關せず瞬時値の自乗の平均の平方根を意味するものにして、且つ交流電力も同様波形に拘らず各瞬時の電流及電壓の積の平均であるからである。さうして正弦波の場合に於てのみ上に述べた様に、電流及電壓間の相差の餘弦が力率になるのである。

〔例 115〕 或電路に1000 ヴォルトの正弦波電壓を給與した時に、50 アムペアの電流が通じ、其相差が 60° であつたと云ふ。其電力を求む。

解 電流と電壓との間の相差が 60° であるから、此電路の力率は $\cos 60^\circ$ である。故に電力 P は

$$\begin{aligned} P &= 1000 \times 50 \times \cos 60^\circ \\ &= 25000 \text{ ワット} \\ &= 25 \text{ kW} \end{aligned}$$

238. 有効電流及無効電流

或る電路があつて其電路に E ヴォルトの正弦波電壓を給與した時に I アムペアの電流が通じ、其兩者の間の相差が θ だとしよう。すると、此電路によつて費やされる電力は已に述べた様に、 $P = EI \cos \theta$ ワットである。

さうして此電流 (θ だけ遅れて居るとしよう) 及電壓をベクトル圖で表はせば第 239 圖の様になる。今電流のベクトルを電圧の方向と之と直角なる方向に分けたならば、第 239 圖の ob 及 oc の様になる。然る時は I なる電流は此二個の電流の同時に存在するに等しい譯である。さう

して $ob = I \cos \theta$, $oc = I \sin \theta$ となる。

故に電壓と同方向分の電流による電力は (112) 式により、

$$\begin{aligned} P &= ob \times E \times \cos 0^\circ = ob \times E \\ &= I \cos \theta \times E \\ &= EI \cos \theta \end{aligned}$$

又電壓と直角の方向分の電流による電力は前同様に

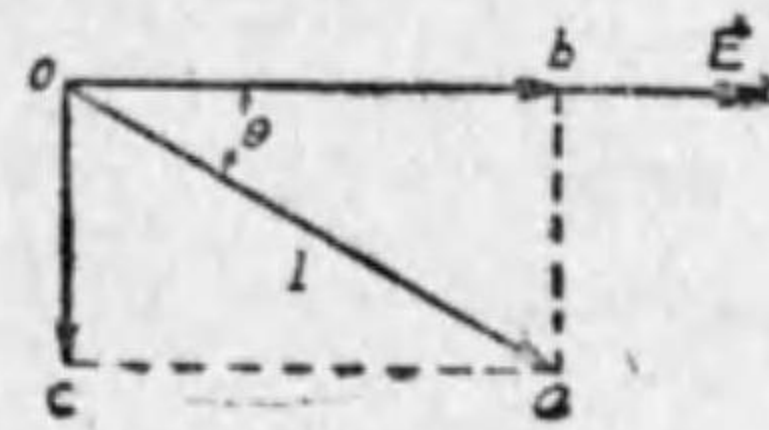
$$P = oc \times E \times \cos 90^\circ = I \sin \theta \times E \times 0 = 0$$

即ち結局に於て電力は電壓と同方向分の電流による電力 $EI \cos \theta$ のみにして (112) 式と同一結果を得ることを知る。即ち電力に貢献するものは $ob = I \cos \theta$ で $oc = I \sin \theta$ は電力とは何の関係もない。故に $I \cos \theta = ob$ を I の有効分 (watt component or energy component) と稱し、 $I \sin \theta = oc$ を I の無効分 (wattless component) と稱する。或は $I \cos \theta$ を有効電流 (watt current or energy current), $I \sin \theta$ を無効電流 (wattless current) とも稱する。

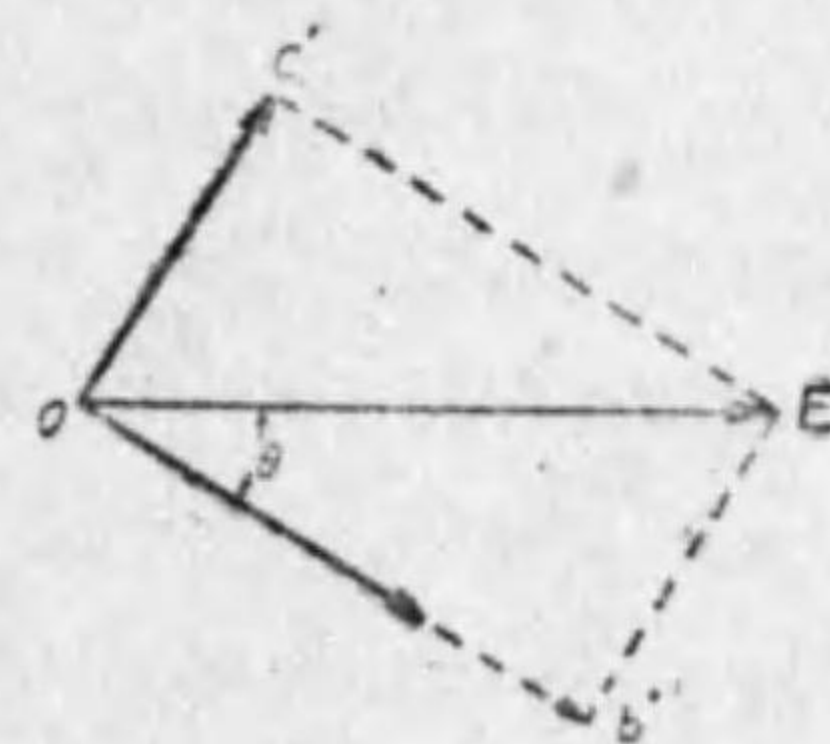
又 $P = EI \cos \theta = (E \cos \theta) I$ であるから、時には第 240 圖の様に E を電流の方向と之に直角の方向に分ち $ob' = E \cos \theta$ を電圧の有効分 $oc' = E \sin \theta$ を電圧の無効分とも稱する事がある。

次に抵抗 R , 自己インダクタンス L 及容量 C が直列になつて居る電路に正弦波電壓 E ヴォルトを給與したとしよう。すると、此電路の電流は

第 239 圖



第 240 圖



前述の通り

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

電流の遅れ角を θ とすれば

$$\tan \theta = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

である。故に

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \left(= \frac{R}{Z} \right)$$

故に此電路への電力(入力)は

$$P = EI \cos \theta = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \times I \times \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = I^2 R \dots \dots \dots (115)$$

即ち此電力はジュール法則により熱となりて現はれる事を知る。猶ほ詳しく云へば、或電路に於て失はるゝ電力は抵抗によつて失はるゝのみで、リアクタンスは何等の電力を消費しない。換言せば電流と同方向の電圧降下は電力を消費し、電流と直角の方向の電圧降下は電力を消費しない。此事柄は已に説明した如く電流と 90° の相差を有する電圧の場合は其電路の力率は $\cos 90^\circ$ であるから、電力を消費しない事明かである。

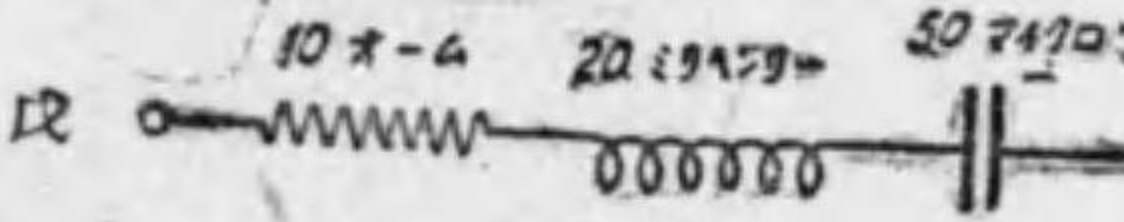
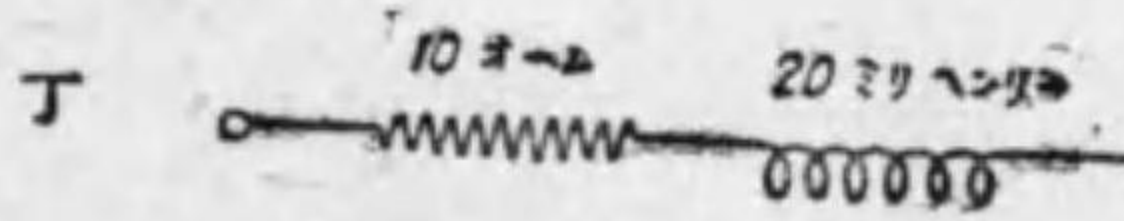
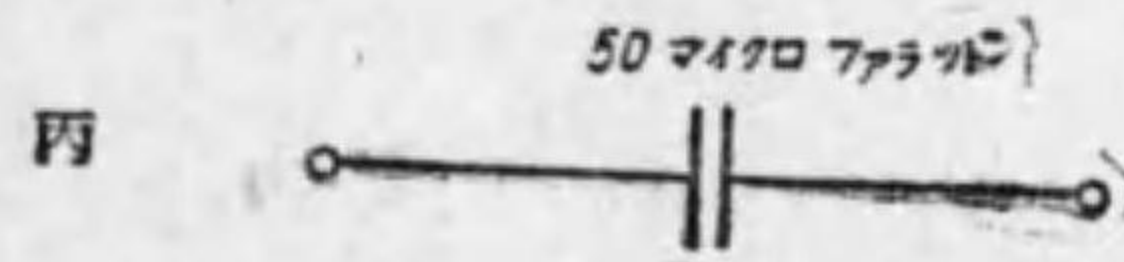
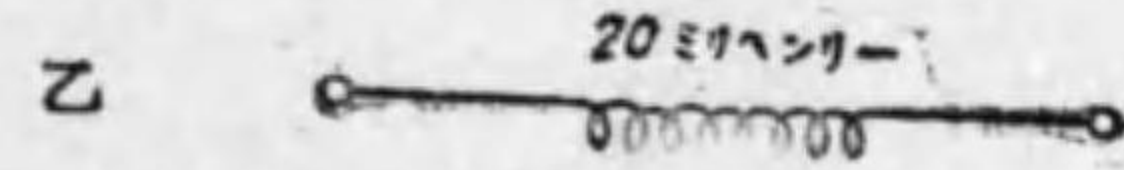
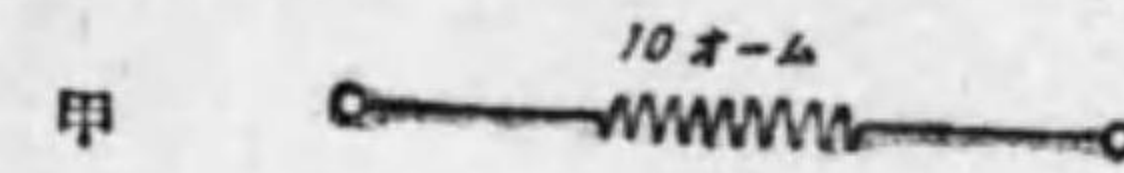
注意 實効値の定義は已に述べたる如く、波形の如何に拘らず自乗の平均の平方根を意味するが故に、正弦波ならざる交流が抵抗 R を通過する場合に於ても熱となる電力は常に $I^2 R$ なる事が知られる。

〔例 116〕 圖の如き電路に $50\sim, 100^\circ$ の正弦波電圧を給與した時に通

ずる電流の有効分及無効分を求む。

解 甲 $I = \frac{100}{10} = 10$ アムペア 有効分 10アムペア, 無効分零

第 241 圖



乙 $I = \frac{100}{2\pi \times 50 \times \frac{20}{1000}} \div 16$ アムペア 有効分 零 無効分 16 アムペア

丙 $I = 100 \times 2\pi \times 50 \times 50 \times 10^{-6} \div 1.6$ アムペア 有効分零, 無効分 1.6 アムペア

丁 $I = \frac{100}{\sqrt{(10)^2 + \left(2\pi \times 50 \times \frac{20}{1000}\right)^2}} = 8.5$

$$\cos\theta = \frac{R}{Z} = \frac{10}{11.8} \doteq 0.85$$

$$\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{X}{Z} \left(\because \sin\theta = \tan\theta \cos\theta = \frac{X}{R} \times \frac{R}{Z} = \frac{X}{Z} \right) \\ &= \frac{6.3}{11.8} \doteq 0.53 \end{aligned}$$

故に有効電流 = $8.5 \times 0.85 \doteq 7.2$ アムペア

無効電流 = $8.5 \times 0.53 \doteq 4.5$ アムペア

$$\begin{aligned} \text{戊 } I &= \frac{100}{\sqrt{(10)^2 + \left(2\pi \times 50 \times \frac{20}{1000} - \frac{10^6}{2\pi \times 50 \times 50} \right)^2}} \\ &= \frac{100}{\sqrt{(10)^2 + (6.3 - 63.5)^2}} \doteq \frac{100}{58} \doteq 1.7 \text{ アムペア} \end{aligned}$$

(此場合は進電流)

$$\cos\theta = \frac{10}{58} \doteq 0.17 \quad \sin\theta = \frac{57.2}{58} \doteq 0.985$$

有効電流 = $1.7 \times 0.17 = 0.29$ アムペア

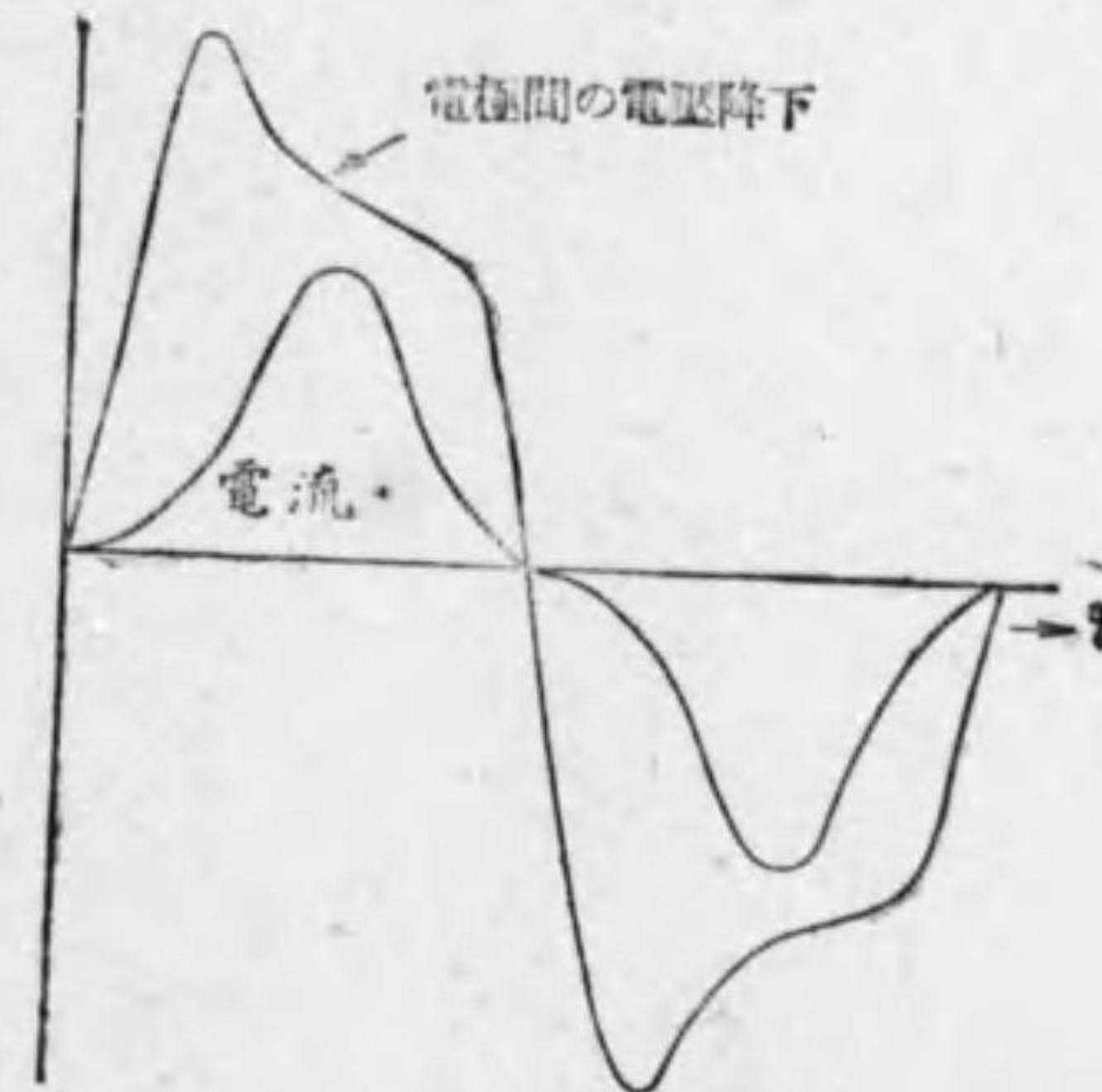
無効電流 = $1.7 \times 0.985 \doteq 1.7$ アムペア

239. 等価正弦波

以上述べた所は電流及電圧の波形は凡て正弦波をなすものとして取扱つたけれども、若し或電路に於ける電圧及電流が正弦波でない、即ち歪形波 (distorted wave) の場合は、假令正の方向にならんとする零を通過する瞬時が同一であつても、一般に電力(入力)は電圧及電流の實効値の積よりも小である。即ち歪形波電圧及電流に於ては或電路の力率は普通 1 よりも小である。

例へば正弦波電圧が弧光灯の端子に給與された時は、弧光を通じて一電

第 242 圖



交流弧光の電流及電壓

極から他の電極までの間の電圧降下と弧光を通じた電流の波形は第 242 圖の様になる。此場合は何れも同じ瞬時に零點を通過するけれども、電力(弧光への入力)は電流及電圧の實効値の積に等しからずして、僅に其積の約 80% に過ぎぬのである。

其他歪形波を生ずる場合は色々あるが其波形も多種多様で其各に就きて研究することは容易でない。然し其の波形が正弦波から餘り遠ざかつて居らぬ様な場合には、次に述ぶる如き方法により之れ等を假りに正弦波のものと考へて取扱ふも實用上差支へないのである。即ち

歪形波の實効値を A とすれば之れと同じ實効値を有する正弦波、即ち $\sqrt{2}A$ を最大値とする正弦波を取りて歪形波電流及電圧を代表せしむるのである。此實効値 A は第十五章に於て已に述べた様に、交流用計器に

より測り得るものであるが、上の如き正弦波は假想的のものにして、之れを等価正弦波 (equivalent sine wave) と稱する。故に歪形波の等価正弦波とは其實効値を $\sqrt{2}$ 倍した様な最大値を有する正弦波である。

今實効値 E なる歪形波電圧と實効値 I なる歪形波電流とありて、其兩者の間の電力を P とする。斯る場合に此電流及電壓を等価正弦波にて代表せしむるとして、此の等価正弦波電流と電圧との間の相差を如何に定むべきかと云ふに、兩者の間の電力が上記 P である如く定むるのである。即ち

$$EI \cos \theta = P$$

之れより

$$\cos \theta = \frac{P}{EI}$$

$$\therefore \theta = \arccos \frac{P}{EI} \dots \dots \dots (116)$$

なる如き θ を定むればよいのである。此 θ を等価相差 (equivalent phase difference) と稱する。此 θ なる等価相差を用ゆる事により、今迄正弦波交流のみに適用する事が出来た種々の關係が、歪形波にも亦適用し得るのである。換言せば正弦波以外の場合には等価相差を求め、其れを相差として正弦波と同様に取扱へばよいのである。さうして歪形波が餘り正弦波から遠ざかつて居らぬ時は、多くの場合、實用上には充分正確なる結果が得られるのである。

注意 歪形波に於ては相差なる言葉は使用出来ぬ譯にて、従つて上式の θ は實際の相差にあらずして、 $\frac{P}{EI}$ より得られたる歪形波電流及電壓を代表する等価正弦波の間の相差である。従つて θ も亦假想的の性質を有する事勿論である。然し $\frac{P}{EI}$ は已に述べた様に實在的のものであるから、

之れより $\cos \theta$, 従つて θ は常に見出す事が出来る。

240. 摘 要

- 1 交流の電力としては一周波の電力の平均値を用ゐる。
- 2 或る電路の電圧の實効値と電流の實効値との積を皮相電力と稱し、眞の電力と此皮相電力との比を力率と稱する。
- 3 正弦波電圧、電流では、 E ヴォルトの電壓を給與した時に I アムペアの電流が通じ、此等の間の相差が θ なる時は、此電路によつて費される電力は

$$EI \cos \theta \text{ ワット}$$

である。

- 4 或る電流を此電流を生ぜしめて居る電圧の方向と之に直角なる方向とに分つ時は、電圧と同一方向の分を共電流の有効分と稱し、之に直角の方向の分を無効分と稱する。
- 5 正弦波電流及電壓にのみに成立すべき種々の關係は等価相差を用ゐる事により歪形波電流及電壓にも適用する事が出来る。

問 題 XVII

- 1 220 ヴォルトの正弦波電圧が交流電動機の端子に給與せられた時、給與電圧より 60° 遅れたる 100 アムペアの電流が通ずると云ふ。此電動機への電力(入力)何程なるか 答 11 キロワット
- 2 前問題に於ける電動機の力率 (a) 及電動機へのキロヴォルト・アムペア入力 (b) 何程なるか。 答 (a) 50%, (b) 22 kVA

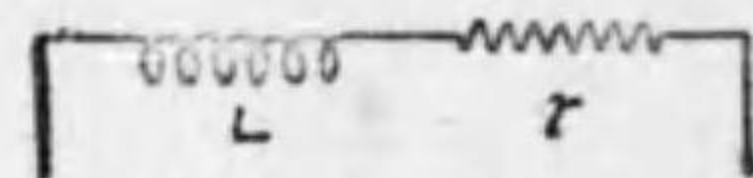
3 抵抗2オーム、自己インダクタンス0.1ヘンリーを有する線輪がある。此線輪の60サイクル電流に対する力率何程か。

答 5.3%

4 下圖の如く抵抗と自己インダクタンスと直列にある負荷あり、抵抗は4オームにして50サイクルに於ける力率0.8なりと云ふ。25サイクルに於ける力率を算出せよ。

(通試大正七年五級) 答 93.5%

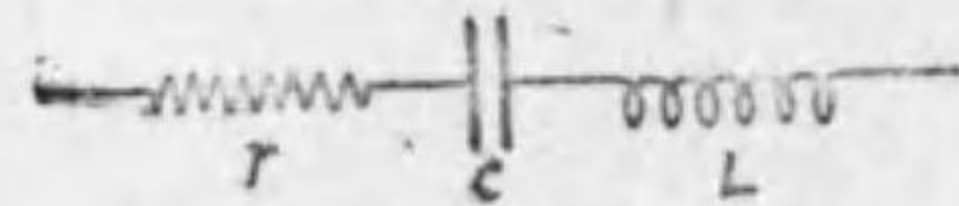
第 243 圖



5 抵抗 r 、容量 C 、インダクタンス L を直列に接続せる回路に周波数 f なる一定電圧を加ふる場合 r の如何なる値に於て消費電力は最大となるか。但し C 及 L は一定とす。

(通試大正七年三級) 答 $r = \left| \frac{1}{2\pi f C} - 2\pi f L \right|$

第 244 圖



手引 消費電力 $= rI^2 = r \left(\frac{E}{\sqrt{r^2 + X^2}} \right)^2 = \frac{rE^2}{r^2 + X^2}$ 、此値が最大になる値を r を求めればよい。

第二十章 オーム法則及 キルヒホッフ法則

241. オーム法則

第十八章に於て述べた様に、交流では電流を妨げるものは抵抗のみでなく一般に云へばイムピーダンスである。従つてオーム法則も直流の時の儘では成立しないから、次の様に云ひ換へる必要がある。 E を或電路に給與せられたる正弦波電圧の實効値とし、 Z を其電路のイムピーダンスとすれば、此電圧のために通ずる正弦波電流の實効値は已に述べた様に次の通りである。

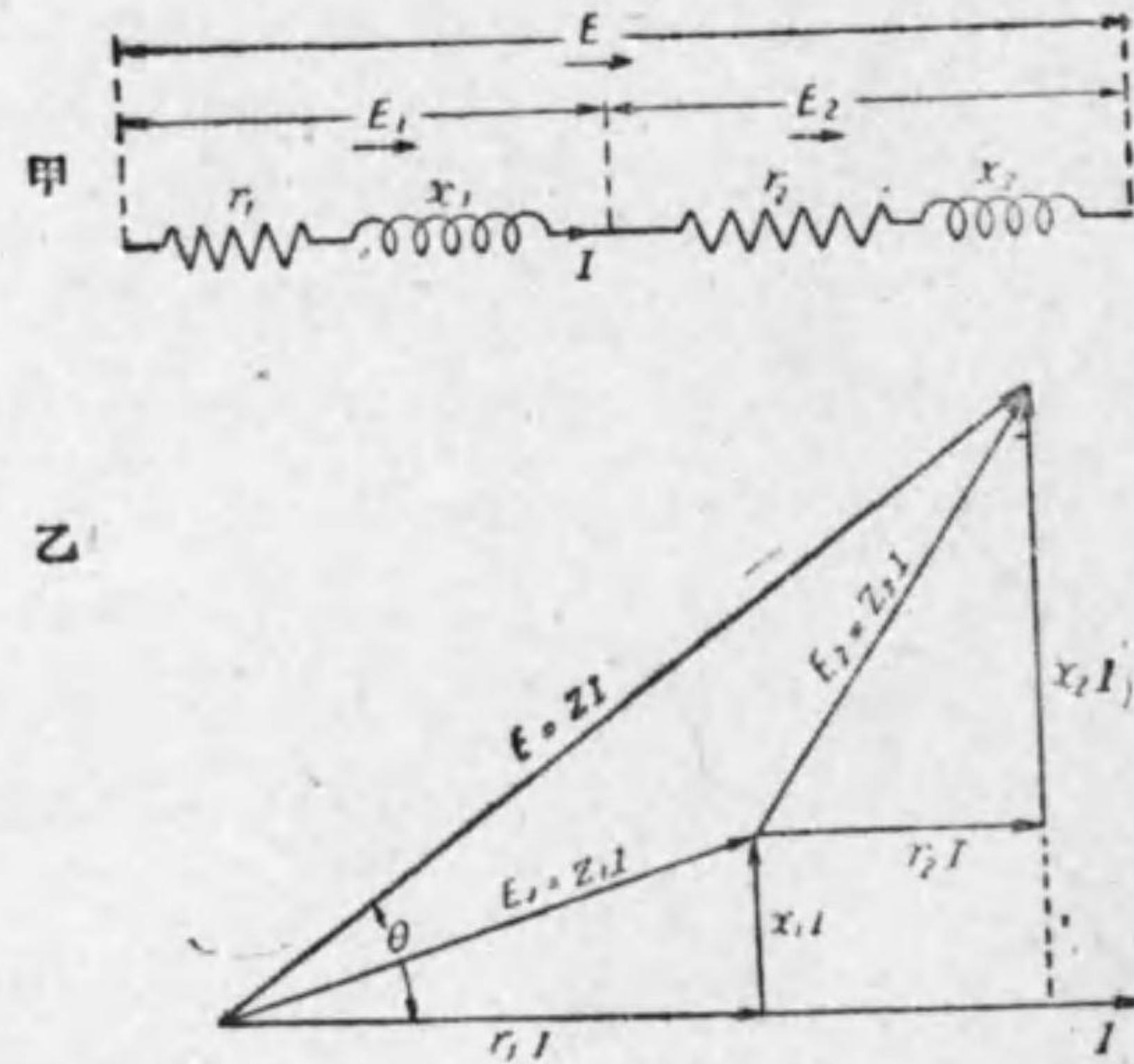
$$I = \frac{E}{Z}$$

其他直流と異なる點は、一般に電流と電圧との間に相差がある事である。さうして上式より $Z = \frac{E}{I}$ なる関係が生ずるから、電圧と電流との大きさを知れば電路のイムピーダンスが求められる。以下數節に於て述ぶる様な Z の直列又は並列にある様な電路にありては、其合成イムピーダンス (combined impedance) を上式の Z の代りに使用すれば、如何なる電路の場合にもオームの法則は成立すべきものである。但し相差を考へねばならぬ事は勿論である。

242. イムピーダンスの直列接続

第245圖甲に示す様に、 Z_1 及 Z_2 が直列になつて居る電路に E なる正弦波電圧を給與し

第 245 圖



た時に、此電路に通ずる正弦波電流を I と假定しよう(電流と電圧降下との正の方向は同圖の矢の如く定む)。すると此場合兩イムピーダンスを通ずる電流は同一であるから、抵抗 r_1 及 r_2 による電圧降下即ち抵抗降下は電流と同位相にして其値は夫々 $r_1 I$ 及 $r_2 I$ である。又同様にリアクタンスによる電圧降下即ち此場合のリアクタンス電圧降下は何れも電流より 90° 進んで居り、其値は $x_1 I$ 及 $x_2 I$ である。然るに此電路に於て電圧を消費するものは以上の外にないから、此れ等の電圧降下の和は全電圧降下にして即ち給與せられた電壓である。故に此場合のベクトル圖は第 245 圖乙の様になる。さうして給與電壓 E (或は全電圧降下) はベクトル圖から明かな様に

$$E = \sqrt{(r_1 I + r_2 I)^2 + (x_1 I + x_2 I)^2}$$

$$= I \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (x_1 + x_2)^2}$$

$$\therefore I = \frac{E}{\sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (x_1 + x_2)^2}} \dots \dots \dots (117)$$

電流は給與電壓(或は全電圧降下)より

$$\theta = \arctan \frac{x_1 + x_2}{r_1 + r_2} \dots \dots \dots (117)$$

だけ遅れる(但し電流と給與電壓或は電圧降下とは正の方向を同一に定む)

又 (117) 式より合成イムピーダンス Z_0 は

$$Z_0 = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (x_1 + x_2)^2} \dots \dots \dots (118)$$

$$= \sqrt{R_0^2 + X_0^2}$$

但し $R_0 = r_1 + r_2$, $X_0 = x_1 + x_2$

R_0 を合成抵抗 (combined resistance) と云ひ、 X_0 を合成リアクタンス (combined reactance) と稱する。さうして R_0 は r_1 及 r_2 は常に正であるから、算術的の和であるが、 X_0 の方は誘導性なるか無誘導性なるかに従つて正或は負となるから、 x_1 及 x_2 は代数和を取る必要がある。従つて電流及電圧間の相差も X_0 により正負ある事已に述べた通りである。

以上述べた所より明かな如く、數個のイムピーダンスが直列にある場合は電路の内部の有様を考ふる要なく、恰も抵抗は抵抗のみ、リアクタンスはリアクタンスのみ直列に一群として接続されて居ると見る事が出来る。故に一般に數個のイムピーダンスが直列に接続されて居る時の合成イムピーダンスは

$$Z_0 = \sqrt{(r_1 + r_2 + r_3 + \dots)^2 + (x_1 + x_2 + x_3 + \dots)^2}$$

$$= \sqrt{(\sum r)^2 + (\sum x)^2} \dots\dots\dots (119)$$

にて表はされる。斯くの如くして合成イムピーダンスが得らるれば、前節に述べた様に交流のオーム法則が適用せられる。茲に注意すべき事は直流の場合の様に

$$Z_0 = Z_1 + Z_2 = \sqrt{r_1^2 + x_1^2} + \sqrt{r_2^2 + x_2^2}$$

の如く考ふるは大なる誤りにして、上述の如く抵抗とリアクタンスとを別々に分けて組合すべきもので、イムピーダンスを算術的に加ふる事は無意味である。

附記 以上はリアクタンスにて與へられたけれども、自己インダクタンس及容量にて與へられたる場合は一般に

$$x = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}$$

であるから上式は

$$Z_0 = \sqrt{(\sum R)^2 + \left(\sum \omega L - \sum \frac{1}{\omega C}\right)^2} \dots\dots\dots (119')$$

となる事明かである。

〔例 117〕 抵抗5オーム、リアクタンス2オームの線輪が抵抗1オームでリアクタンス12オームの線輪と直列に接続せられて居る電路に100ボルトの正弦波電圧を給與した時通ずる正弦波電流の大きさ及電流と電圧との相差(或は此電路の力率角)を求む。

解 $Z_0 = \sqrt{(r_1+r_2)^2 + (x_1+x_2)^2}$
 $= \sqrt{(1+5)^2 + (2+12)^2} = \sqrt{6^2 + 14^2} = \sqrt{232}$
 $\approx 15.25 \text{ オーム}$

$\therefore I = \frac{E}{Z_0} = \frac{100}{15.25} = 6.55 \text{ アムペア}$

$$\theta = \arctan \frac{x_1+x_2}{r_1+r_2} = \arctan \frac{14}{6} = \arctan 2.33$$

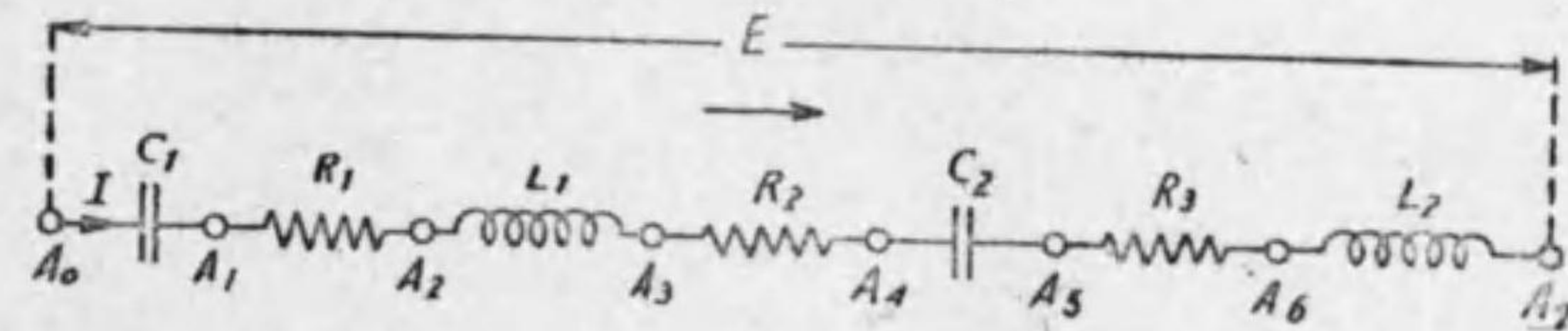
$\therefore \theta = 66.8^\circ$

故に電流は電圧より 66.8° 遅れる。即ち此の電路の力率角は 66.8° である。

243. 交流電路の電壓降下(補遺) 第246圖甲の様

に、種々のものが直列になつて居る電路に、E ヴォルトの正弦波電圧を給與した時にI アムペアの正弦波電流が通じたとしよう。すると、已に述べた様に E ヴォルトの電圧は $C_1, R_1, L_1, R_2, C_2, R_3, L_2$ 等のために消費せられ、即ち此れによる電壓降下の和は給與せられたる電圧 E である。

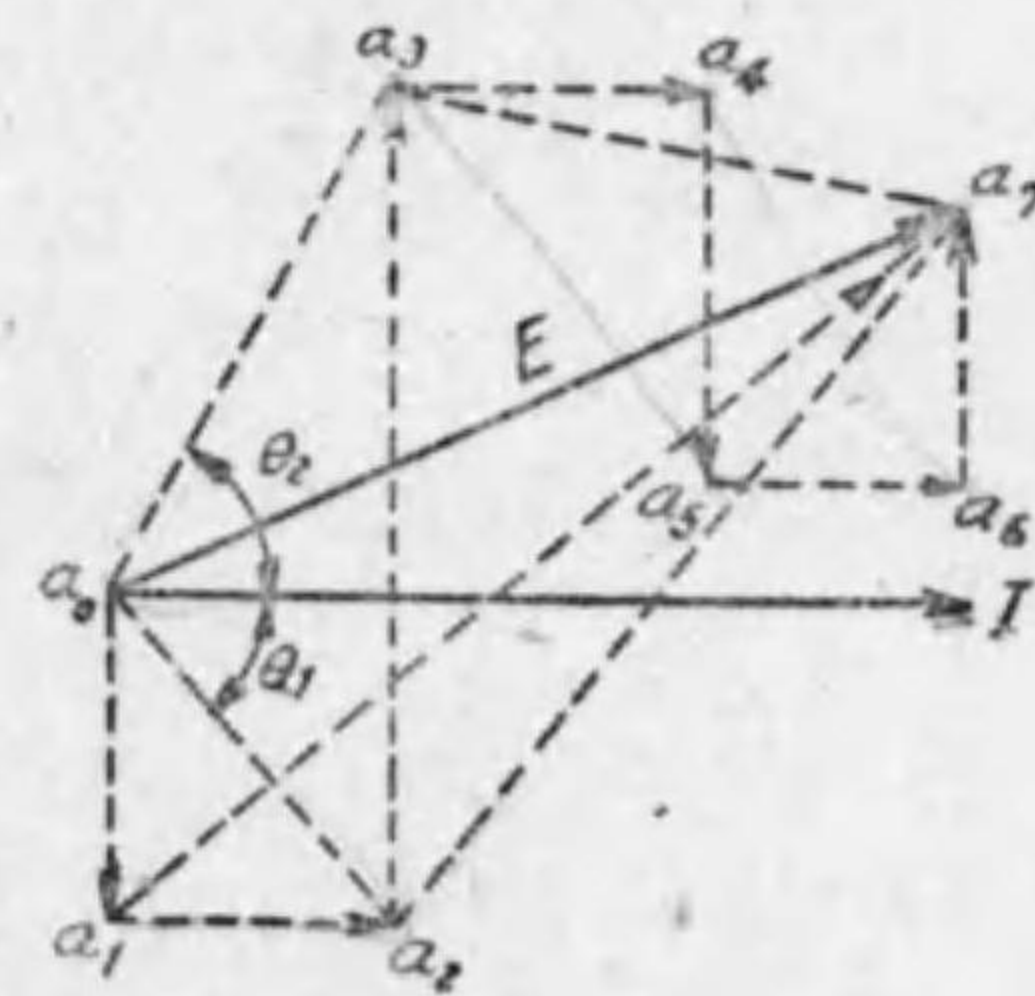
第 246 圖 甲



之れをベクトルで表はすと第 246

第 246 圖 乙

圖乙の様になる。何となれば、已に説明せる處より明かな様に、A₀ から A₁ に至る迄の間に、C₁ による電壓降下は電流より 90° 遅れて居て其値は $\frac{I}{\omega C_1}$ である。但し電壓降下は電流と同一方向に測るものとする(以下同様)。故に A₁ A₇ の間の電圧は第 246 圖乙に示す如く $\vec{a_0 a_7}$ (即ち



E) と $a_0 a_1$ とのベクトル差 $a_1 a_7$ とならなければならぬ。

次に A_1 から A_2 に至る迄に R_1 による電圧降下は電流と同位相で、其値は $R_1 I$ である。故に $A_2 A_7$ 間の電圧は第 246 圖乙の $a_2 a_7$ の様になり、又 a_0 から a_2 に至る迄には C_1 及 R_1 の爲めに $a_0 a_1$ と $a_1 a_2$ とのベクトル和 $a_0 a_2$ だけの電圧が降下する。然るに $a_0 a_2$ は第 246 圖乙から明な様に $I\sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{\omega C_1}\right)^2}$ である。さうして此の電圧降下は電流から

$$\theta_1 = \arctan \frac{\frac{1}{\omega C_1}}{R_1} \text{ だけ遅れる。}$$

次に A_2 から A_3 に至る迄の L_1 の爲めの電圧降下は電流より 90° 進んで居て其値は $\omega L_1 I$ である。故に $A_0 A_3$ 間の電圧降下は第 246 圖乙に依つて明な様に、 $a_0 a_1$, $a_1 a_2$, $a_2 a_3$ のベクトル和 $a_0 a_3$ である。さうして $a_0 a_3$ の値は $I\sqrt{R_1^2 + \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2}$ で、電流から

$$\theta_2 = \arctan \frac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}}{R_1} \text{ だけ進む。}$$

A_4, A_5, A_6, A_7 の諸點に就ても、同様の事が成立する。依つて全電圧降下(従つて給與電壓 E)は

$$\text{全電圧降下} = I\sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + \left\{(\omega L_1 + \omega L_2) - \left(\frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2}\right)\right\}^2} \dots\dots\dots(120)$$

さうして電流と全電圧降下との相差は

$$\theta = \arctan \frac{(\omega L_1 + \omega L_2) - \left(\frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2}\right)}{R_1 + R_2 + R_3} \dots\dots\dots(120')$$

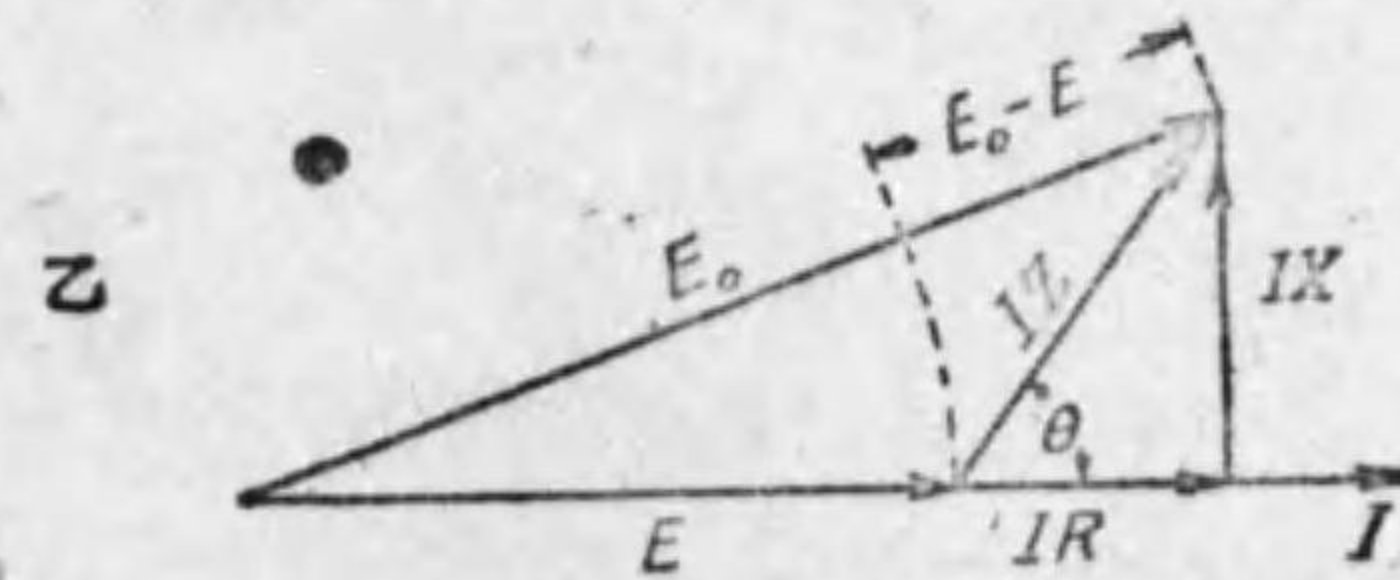
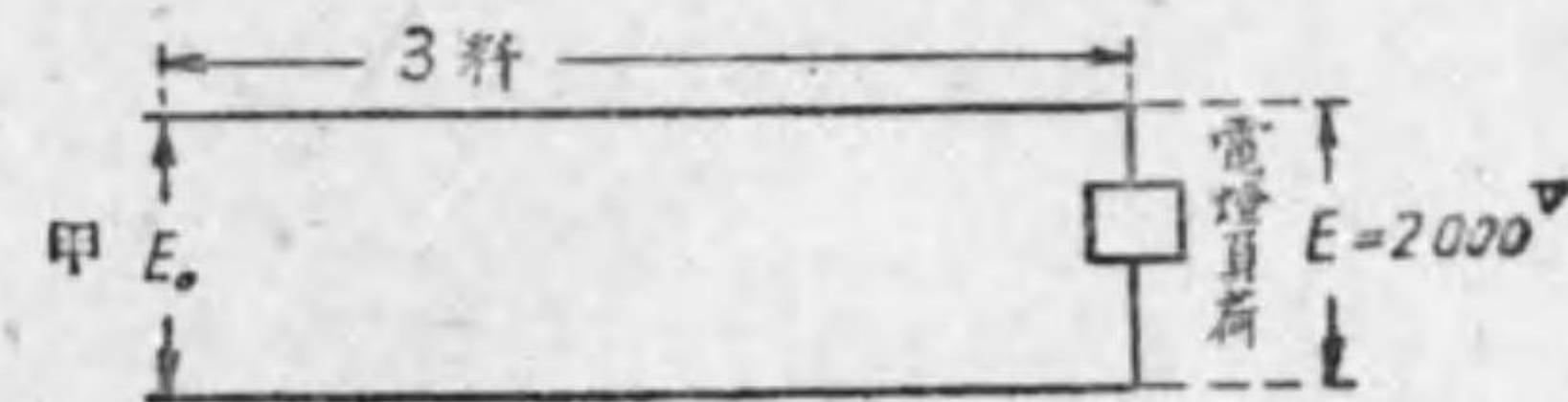
以上の事から次の様な事が分る。交流電路に於て或點から他の點に至る電圧降下は其部分のイムピーダンスに電流を乗じたものである。之れをイ

ムピーダンス降下 (impedance drop) と稱する。さうして電流との相差は其イムピーダンス中の抵抗とリアクタンスとの比に依つて定まる。此様に交流の電圧降下には相差があるから、直流の様に取扱ふ事が出来ないのは勿論である。且つ電圧降下と云つても必ずしも電圧を減少する事を意味しない故注意すべきである。

附記 交流電路に於て電圧の降下 (drop) と云ふ言葉が屢々二つの意味に使用される。即ち其一つは或點の電圧と他點の電圧との算術的差を意味する。例へば或配電線に於て電圧降下 5 ヴォルトであると云ふのは、送電端の電圧と受電端の電圧との算術的の差が 5 ヴォルトであると云ふ意味である。他は或點と他の點との電圧のベクトル差を意味する。故に此意味の電圧降下には位相を考へる必要がある。例へばイムピーダンス降下とかリアクタンス降下とか云ふ様な場合である。本講義に於ては別に断りが無い時には後者を意味する事とする。

〔例 118〕 某變電所から 3 軒距つて居る某村に電燈用として 25 アムペア

第 247 圖



の電流を送つて居る。若し其配電線が第 247 圖甲の如き単相式で、其抵抗が電線の毎 1 軒に 1 オーム、其誘導リアクタンスが電線 1 軒に就き 0.5 オーム (50~に對して) であるならば、配電線の電壓降下 (附記に説きし二様の) を求む。但し某村に於ける受電端の電壓は 2000 ヴォルトにして電流は電壓と同位相なりとす。

解 電線は二本あるから全抵抗及リアクタンスは

$$R = 2 \times 3 \times 1 = 6 \text{ オーム}$$

$$X = \omega L = 2 \times 3 \times 0.5 = 3 \text{ オーム}$$

$$\begin{aligned} \therefore Z (\text{イムピーダンス}) &= \sqrt{6^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{45} = 6.7 \text{ オーム} \end{aligned}$$

故に、第二の意味の電壓降下、即ちイムピーダンス降下 $= IZ = 6.7 \times 25 = 168$ ヴォルトにして、之と電流との相差を θ とすれば

$$\tan \theta = \frac{3}{6} = 0.5 \quad \therefore \theta = 26.5^\circ$$

之をベクトル圖に表はせば、同圖乙の如くなる。但し E_0 = 送電端電壓、 E = 受電端電壓とす。依つて送電端電壓は

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{(E + IR)^2 + (IX)^2} \\ &= \sqrt{(2000 + 25 \times 6)^2 + (25 \times 3)^2} = 2150 \text{ ヴォルト} \end{aligned}$$

故に第一の意味に於ける電壓降下 (普通配電及送電線の電壓降下の計算に用ゐられる。)は

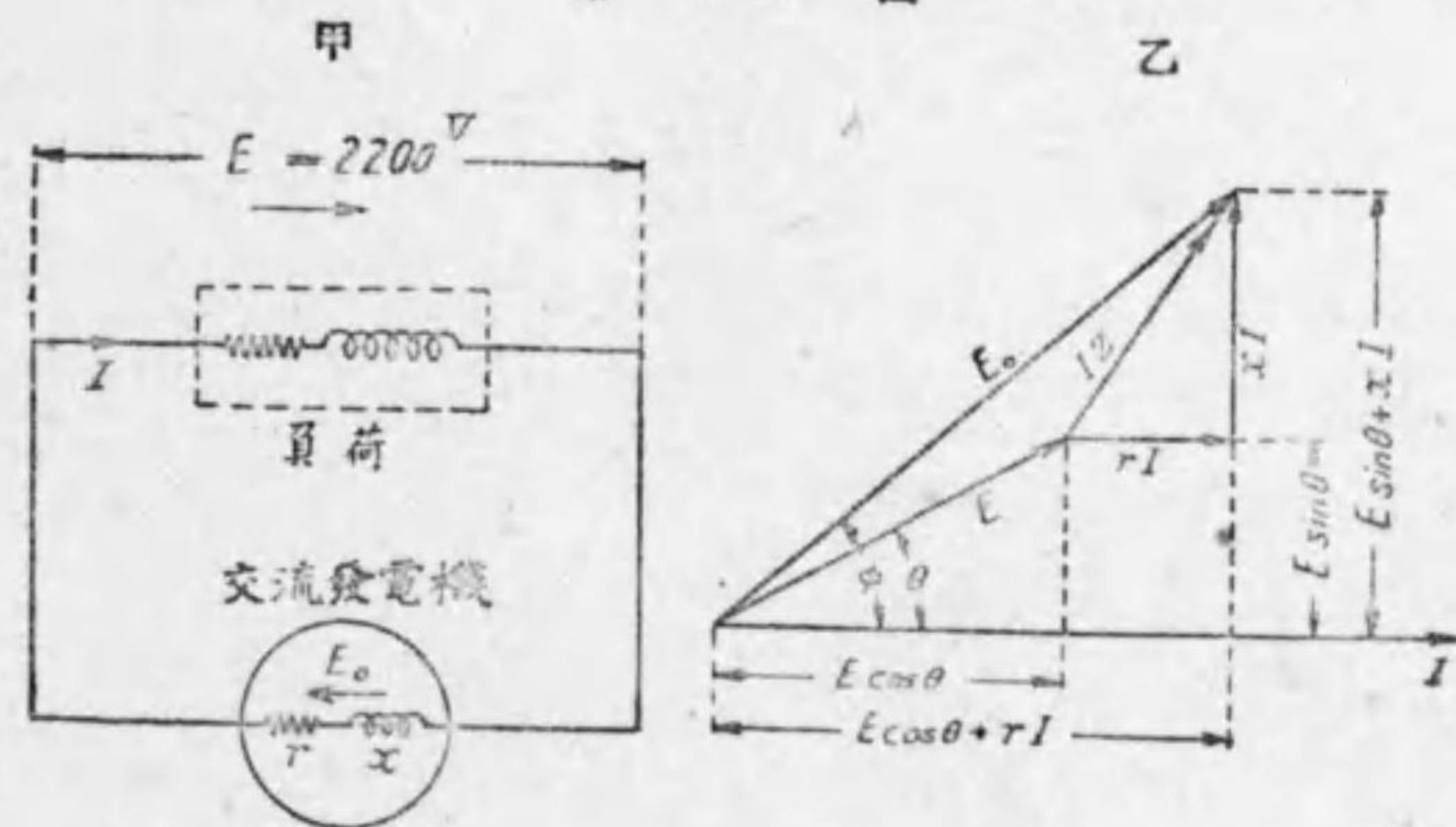
$$2150 - 2000 = 150 \text{ ヴォルト}$$

【例 119】 60 サイクルの単相交流発電機に、遅れ電流 100 アムペア通じた時、其端子電壓は 2200 ヴォルトである。但し負荷の力率は 90% にし

て、發電子捲線の抵抗は 0.5 オームでリアクタンスは 3 オームであると云ふ。此發電子内の起電力の値及起電力と電流との間の相差何程なるか。但し電壓及電流は正弦波形とする。

解 發電子内の有様は第 248 圖甲の如くにして、電流電壓等の關係をベクトル圖に示せば乙圖の様になる。故に發電子内の起電力 E_0 は

第 248 圖



$$E_0 = \sqrt{(E \cos \theta + rI)^2 + (E \sin \theta + xI)^2}$$

此式に於て $\cos \theta = 0.9$, 故に $\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = 0.435$ である。従つて

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{(2200 \times 0.9 + 0.5 \times 100)^2 + (2200 \times 0.435 + 3 \times 100)^2} \\ &= \sqrt{(2030)^2 + (1260)^2} = 2390 \text{ ヴォルト} \end{aligned}$$

起電力と電流との間の相差はベクトル圖より明かなる如く、

$$\begin{aligned} \phi &= \arctan \frac{E \sin \theta + xI}{E \cos \theta + rI} = \arctan \frac{1260}{2030} \\ &= \arctan 0.62 \end{aligned}$$

$$\therefore \phi = 31.8^\circ$$

だけ電流は起電力より遅れる。

次に此発電機のインピーダンス降下に就き考察するに、發電子内のインピーダンスは

$$Z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{0.5^2 + 3^2} = 3.2 \text{ オーム}$$

∴ インピーダンス降下 $IZ = 100 \times 3.2 = 320$ ヴォルト

さうして此発電機の起電力は IZ と端子電圧 E とをベクトル的に加へたものなる事ベクトル圖より明かである。或は逆に端子電圧は起電力より IZ をベクトル的に減じたものなる事も明白なる理である。又ベクトル圖より明かなる如く發電機の起電力及電流が一定にても、此電路の力率角によりて端子電圧も同時に異なつて来る事は注意すべき事柄である。

交流理論に於て電流、電圧にベクトルなる意味を附與するために E , I の上又は下に \cdot , 即ちドット (dott) を附して \dot{E} 又は \dot{I} (或は \dot{E} 又は \dot{I}) の如き記號を使用する。依つて上述の端子電壓を式で表はすと

$$\dot{E} = \dot{E}_0 - \dot{IZ}$$

となる 即ち此式は發電機端子電圧は起電力から發電子内のインピーダンス降下をベクトル的に減じたものである事を意味する。又起電力の式も同様に

$$\dot{E}_0 = \dot{E} + \dot{IZ}$$

にて表はす事が出来る。

本問題は单相式送電線路に於て受電端の電圧を知りて、送電端の電圧を求むる時、或は逆に送電端の電圧を知りて受電端の電圧を見出す場合に常に應用せらるゝものであるから、充分理解する必要がある。其場合は發電機の起電力が送電端の電圧に相當する譯である。

244. 交流の正方向と相差

第249圖に示す様に、甲乙

二つの分枝電路ありて、夫々 I_1, I_2 の電流が通じて居るとしよう。さうして甲乙電路の抵抗とリア

第 249 圖

クタンスとの比を同一即ち

$\theta = \arctan \frac{X}{R}$ を同一にする

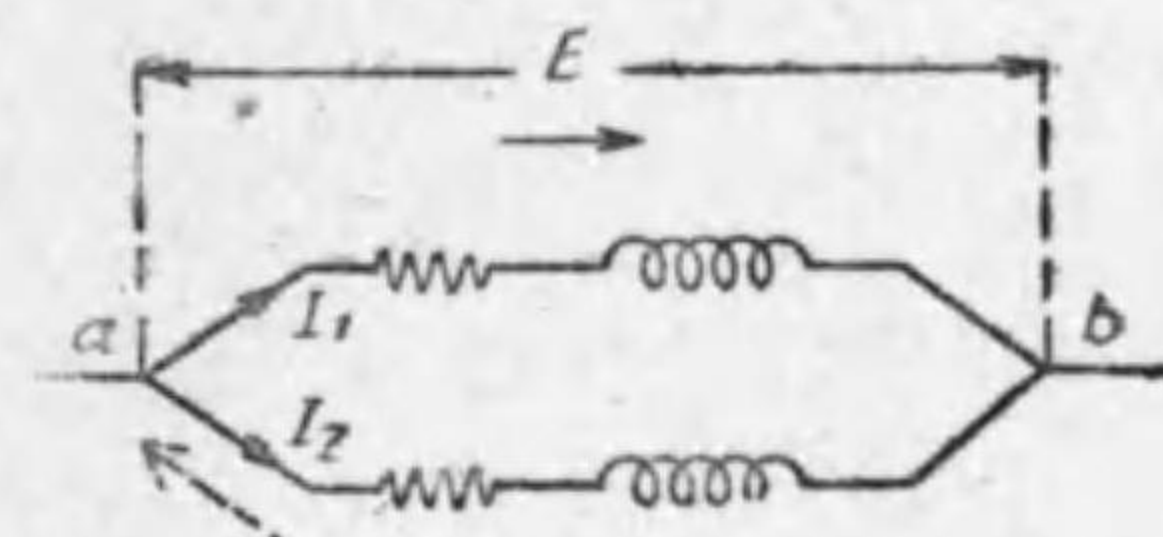
ると I_1 と I_2 とは同位相

にある事は申すもない。但

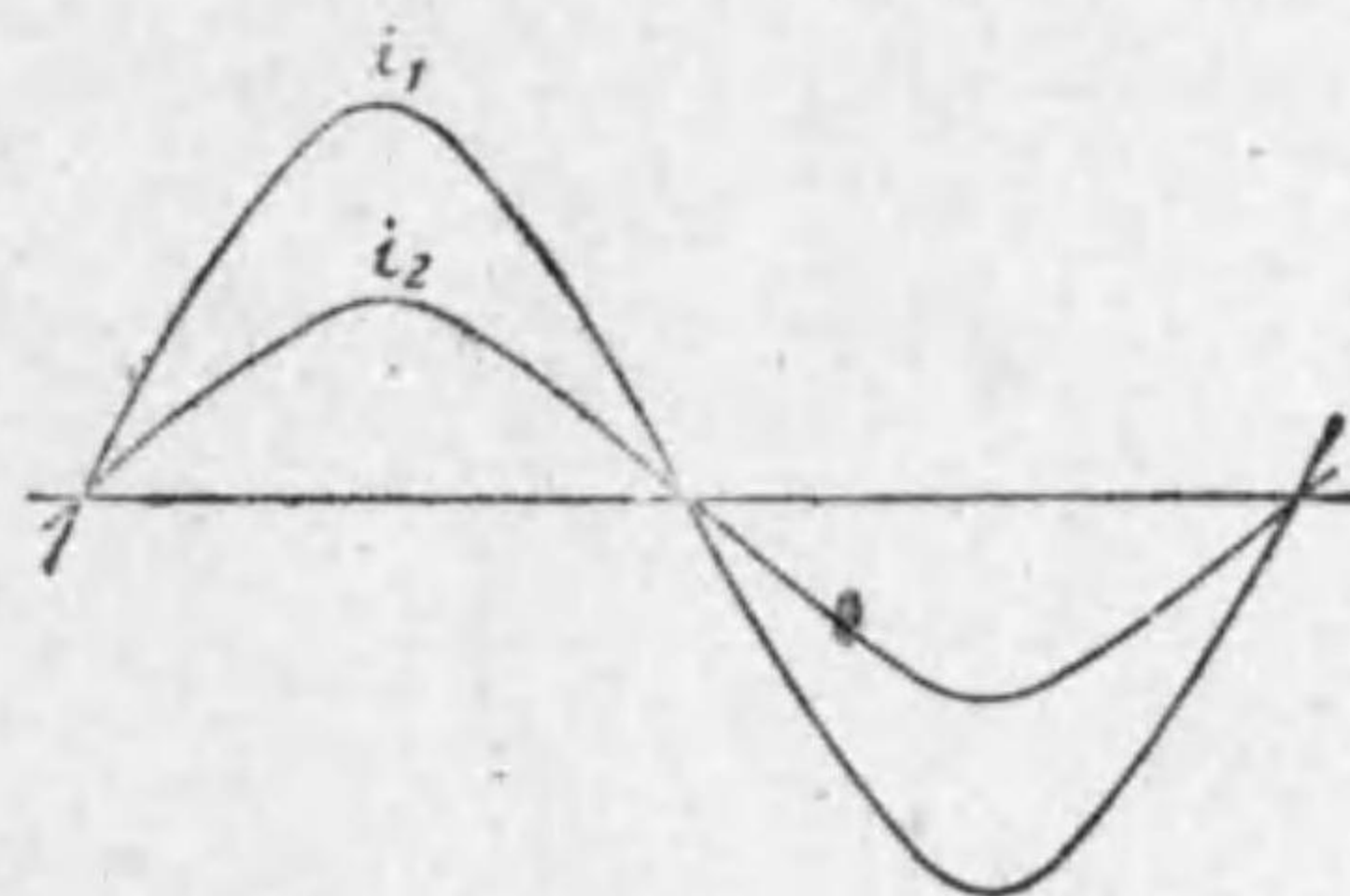
し同一方向を正とする。依

つて今矢の方向で正の方向を表はすと、兩電流は同位相であるから、之れ

を曲線で示すと第250圖甲の様になる。即ち I_1 が矢の方向に通じ居る時



第 250 圖 甲

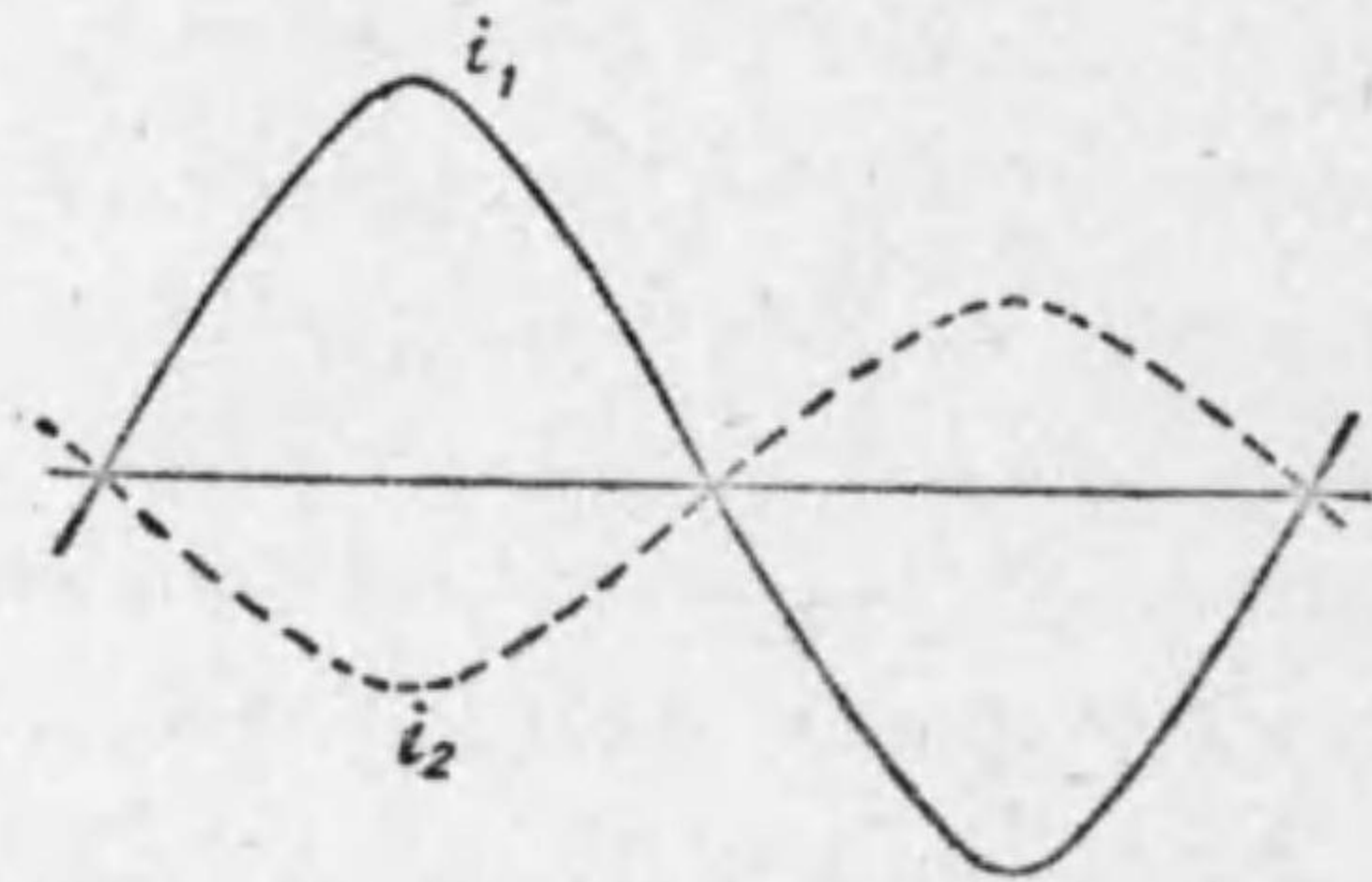


は I_2 も矢の方向に通じ、逆に I_1 が矢と反対の方向に通じ居る場合は I_2 も矢と反対の方向になり、 I_1 及 I_2 は如何なる瞬時に於ても矢の方向を目標として其方向が一致する。

然るに今若し I_2 の方向を逆にして、即ち I_2 の正方向を點線の矢の如

くに取つたとしよう。すると I_1 と I_2 とは反対方向を正と定めた事になるから、 I_1 が矢の方向に通じ居る時は I_2 は如何なる瞬時でも矢と反対の方向にして、又 I_1 が矢と反対の方向に通じ居る間は I_2 は如何なる瞬時にも矢と同方向に通ずる。従つて正の方向、即ち矢の方向を基準として考へる時は、 I_1 及 I_2 の方向は相反する事になるから、此の場合の曲線は第250圖乙の様に i_2 の曲線を反対にせねばならぬ。即ち I_2 の正方向を I_1 と反対に取る事によりて、兩電流には何の變化もないが、位相は 180° 異なると同一結果となる。

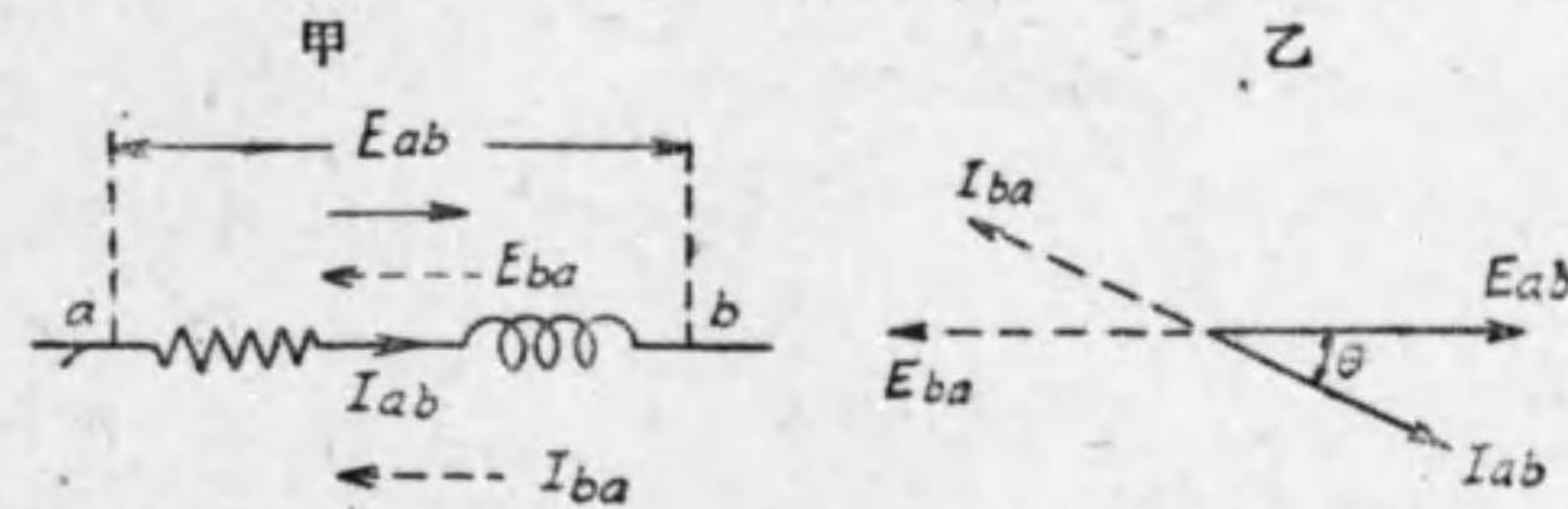
第 250 圖 乙



如斯交流に於ては其の正の方向の取り方の如何によりて、同位相のものも 180° 相差を生ずる事になるから、初に方向を定めて置く必要がある譯である。前各章に於て正の方向に就き厳密に述べたのは以上の如き関係があるからである。交流にありては其方向は規則正しく變化するものであるから、何れを正の方向と取るも自由である。然し一定方向を正と考へた場合と反対の方向を正と考へた場合とでは、他の電流及電壓に対する位相の関係は丁度 180° 違ふ。然れども正の方向を互に反対に取る事は煩雜に陥

り易き故、一般には今迄述べた様に凡て同一方向を正と定めて各位相關係を論ずるが普通である。以上述べた様に曲線は正の方向の取方により反対にする必要があるから、従つてベクトルの方向も同一規則に従つて反対にする必要ある事勿論である。

第 251 圖



例へば第251圖甲の様な電路ありて、電流と同一方向に測つた電壓降下が電流より θ だけ進んで居るとする。依つて此關係をベクトル圖にて示せば第251圖乙の E_{ab} 及 I_{ab} の様なベクトルにて表はされる。今若し電壓降下の方向を電流の方向と反対に、即ち第251圖甲の點線にて示したる矢の如く取るならば、電壓のベクトルも乙圖の點線の矢の様に方向を逆にしなければならぬ。

此關係は又記號を以て表はす事が出来る。即ち第251圖甲に於て最初定めた如く電壓降下を電流と同一方向に測つた場合、即ち a より b に至る迄の間の電壓降下或は ab 間の電壓を E_{ab} にて表はし、電流の方向と反対、即ち b より a 迄の間の電壓降下を E_{ba} にて表はしたる記號を使用するのである。第251圖乙は此記號を附して相差關係を明瞭ならしめたものである。さうして記號 E_{ab} と E_{ba} とは電壓降下の正の方向の取方を反対にしたものであるから、其符號は反対にして

$$E_{ab} = -E_{ba} \dots \dots \dots (121)$$

である。又同様に

$$I_{ab} = -I_{ba} \dots \dots \dots (121')$$

次に電壓降下の方角と同時に電流の方角も逆を取る時は、第 251 圖乙の I のベクトルも反對となり、電壓及電流の關係は點線の様になる。如斯兩者同時に其方角を反對にすれば、結局同一方角に正の方角を定めた事になるから、位相關係も變らざる事勿論である。

245. キルヒホッフ法則

已に述べた様に直流にはキルヒホッフの法則と云ふ極めて重要な規則があつて、非常に複雑なる電路の電流でも容易に見出す事が出来た。今改めて此法則を掲げて見ると、

第一法則 數多の分岐電路が一點に會合せる場合、其點へ向つて流れ来る電流の總和と、其點より他へ向つて流れ去る電流の總和とは互に等しい。

第二法則 網狀電路中に任意の一回路を選定し、一定の方角に計算せる其回路内各部分の電壓降下の總和(代數的)と起電力の總和(代數的)とは互に等しい。

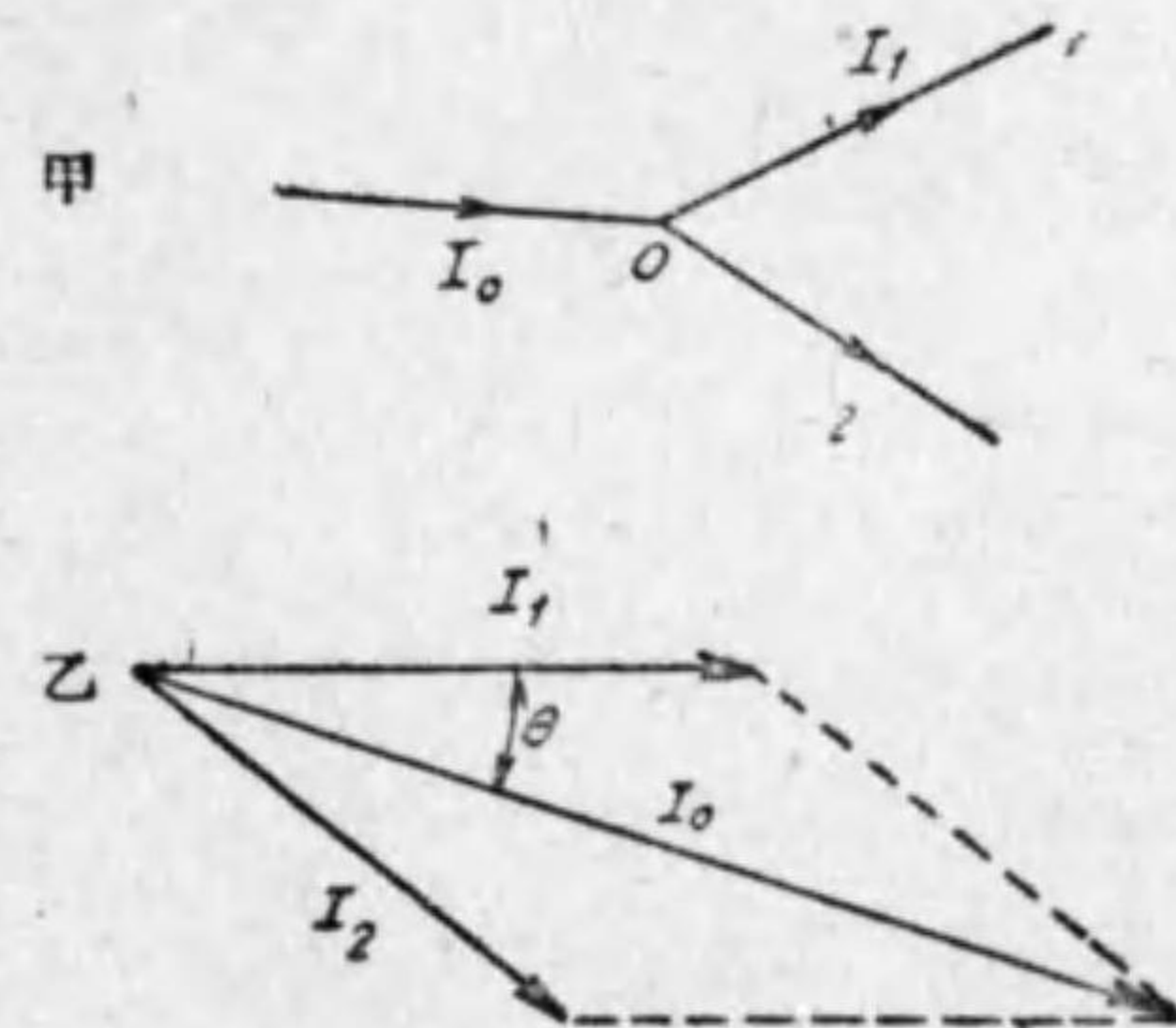
然るに交流では直流と違つて相差と云ふものがあるから、各電流の和を求むる際にも直流の様に、各電流の實効値を單に算術的に加へ合せたばかりでは駄目である。之れを求むるには各電流をベクトルを以て代表せしめ、其ベクトル和を求めなければならない。故に交流ではキルヒホッフの第一法則は次の様に改めねばならぬ。

第一法則 數多の分岐電路が一點に會合せる場合、其分岐電路の總ての電流中其點へ向ふ方角を正方向とせるもの、ベクトル和と其點より遠ざ

かる方角を正方向とせるもの、ベクトル和とは其値も位相も夫々互に相等しい。

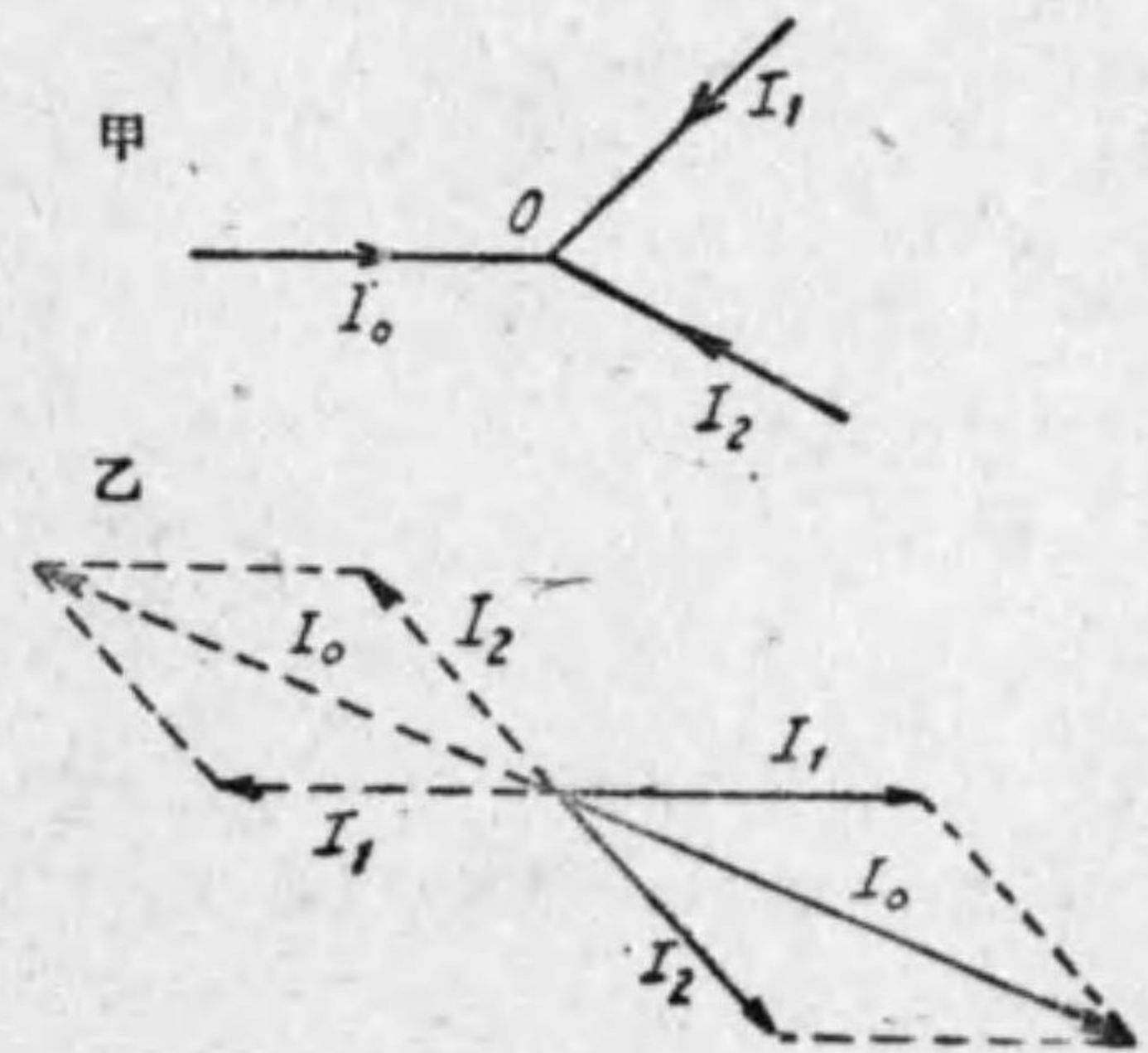
此法則を理解し易からしむるため其應用に就き例を以て説明すれば、第

第 252 圖



252 圖甲の如き分岐電路の一點に於て、 I_1 及 I_2 の値を知つて流入電流の I_0 の値を求むる場合には、流出電流 I_1 及 I_2 を代表するベクトルを描き、之れを假りに第 252 圖乙に示す如きものとする。然る時は此兩者のベクトル和が第一法則により流入電流 I_0 に

第 253 圖



等しきものであるから、之れが即ち求むる I_0 である。さうして I_0 の位相はベクトル圖に示す如く I_1 より θ だけ遅れて居る譯である。

以上は I_0, I_1, I_2 總て同一方角を矢に示す如く正と定めたが、今

若し I_1, I_2 の正の方向を逆にして、第 253 圖甲に示す如く一點 O に向ふ様に定むる時は I_1, I_2 のベクトルも逆になるから、第 253 圖乙に示す様に電流のベクトル和は零となる事明かである。今此關係を式で示せば

$$I_1 + I_2 + I_0 = 0 \dots\dots\dots(122)$$

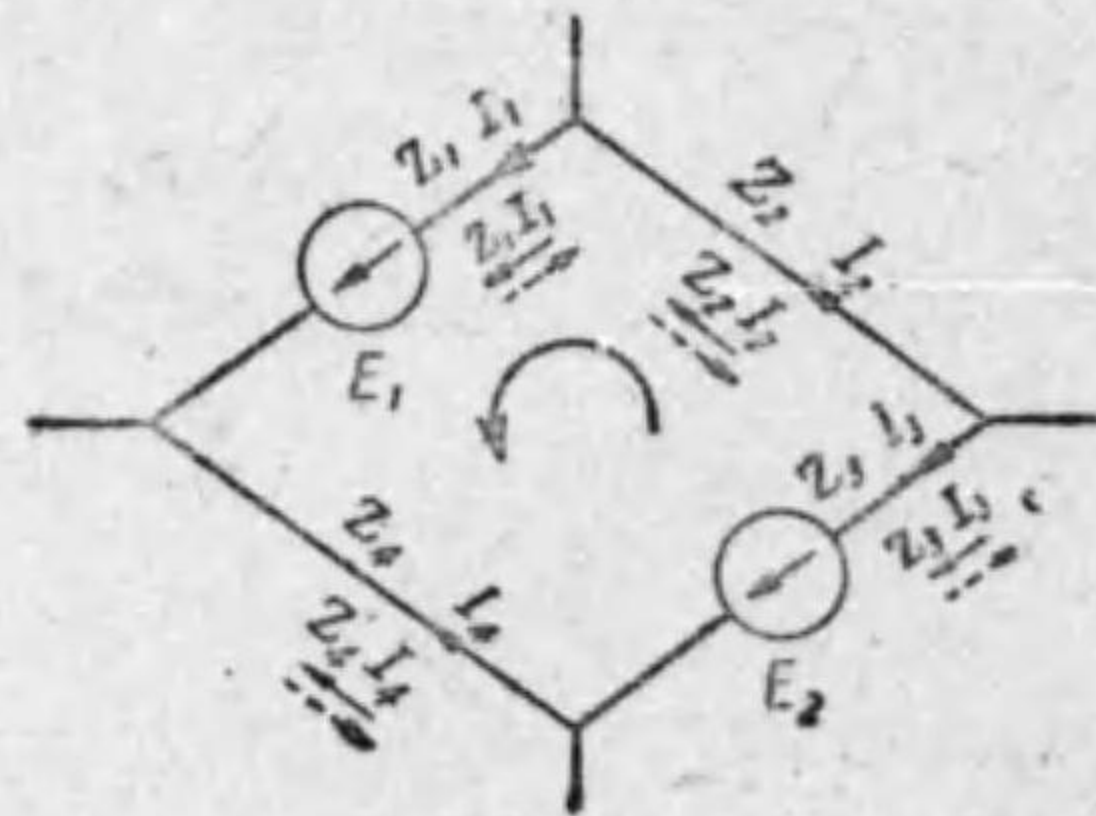
即ち總ての電流のベクトル和の零なる事を意味する。但し電流の正の方向は一點 O に向ふ如く定むるものとする。

次に第二法則に就ても交流では電壓降下は直流の様に抵抗に依るものばかりでなく、リアクタンスによるものもあるから、閉電路の各部に於ける電壓降下（一般に云ふとイムピーダンス降下）の間には相違がある。故に直流の場合の様に、一定の方向を正として電壓降下及起電力を代數的に加へ合せたのみでは無意味である。依つて第二法則は自然次の様になる。

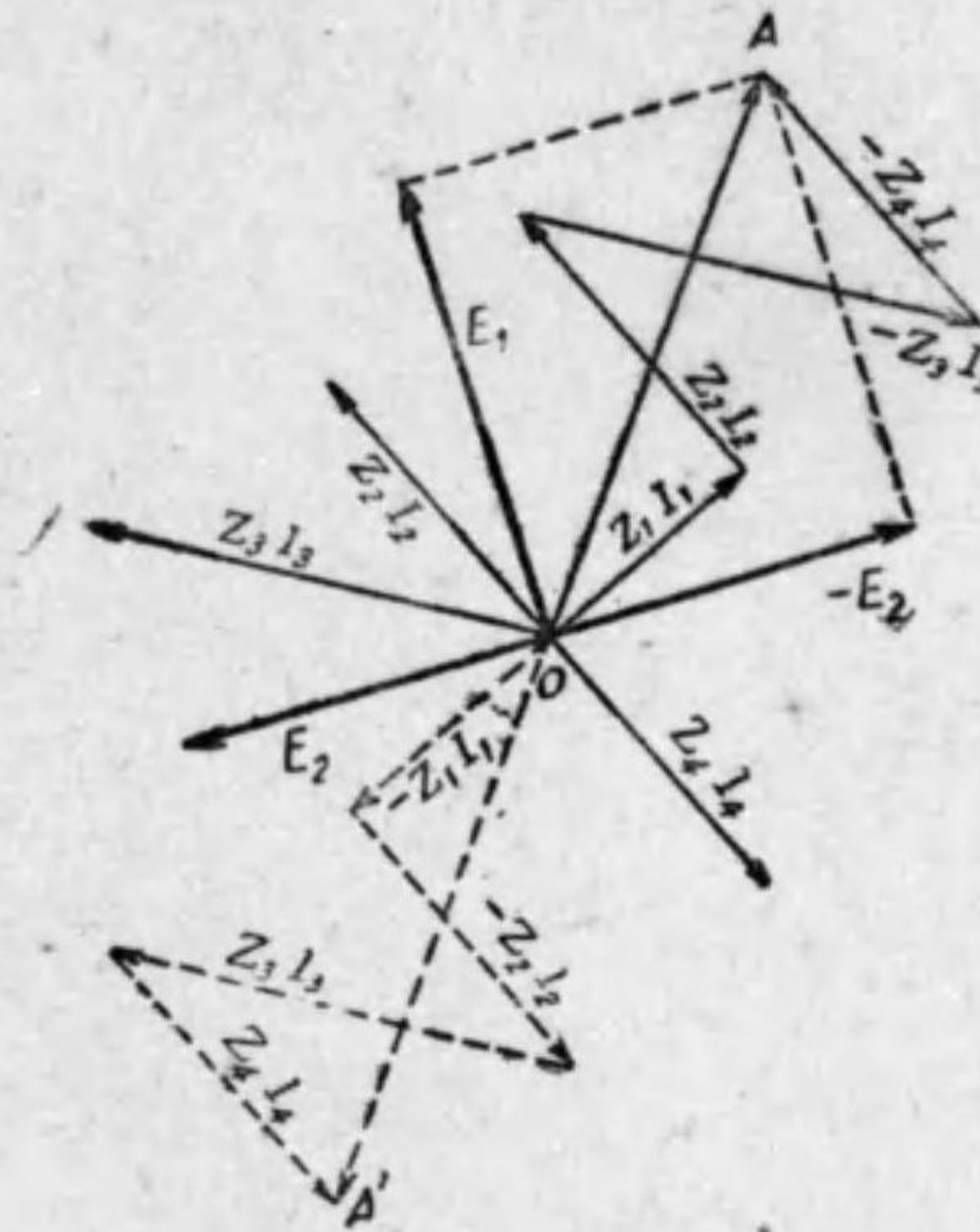
第二法則 網狀電路中に任意の一回路を選定し、一定の方向を正方向として計算せる其回路内各部分の電壓降下のベクトル總和(代數的)と起電力のベクトル總和(代數的)とは其値及位相は夫々互に等しい。

例を以つて説明すれば、第 254 圖甲の如き回路に於て電壓降下のベクトル和を求むるに當り、加算の方向を反時計式に取るものとする。さうして起電力及電流の正の方向（電壓降下は電流と同一方向に測るものとする）を第 254 圖甲に示す如く定め、各電壓降下及起電力をベクトルにて表はす時、第 254 圖乙の様なベクトル圖になるとする。此圖に於て電壓降下のベク

第 254 圖 甲



第 254 圖 乙



トル和を求むるに際し、加算の方向と反對なる $Z_3 I_3$ 及 $Z_4 I_4$ のベクトルの方向を反對にしてベクトル和を求むれば、 OA の如くなる。之れ電壓降下のベクトル總和(代數的)である。

次に起電力に於ても E_2 は加算の方向と反對にある故、其ベクトルを反對にすれば、第 254 圖乙の E_1 及 $-E_2$ の様になり、此兩ベクトル和は電壓降下の總和 OA となるべきである。之れ交流に於

けるキルヒホッフ第二法則の意味を説明するものである。

以上は電壓降下の方向を電流の方向に測つたものであるけれども、今若し第 254 圖甲の點線の矢にて示す如く電壓降下の方向を電流と逆の方向にする時は電壓降下のベクトルは第 245 圖乙に示す様に凡て反對に取らねばならぬから、起電力の總和と電壓降下の總和とのベクトルは第 254 圖乙の OA 及 OA' の様に、互に方向相反し其値は等しいから、兩者のベクトル和は零とならねばならぬ。

以上の如き理由により電壓降下を電流と同一方向に測つた場合の關係を式で表はせば

$$Z_1 I_1 + Z_2 I_2 - Z_3 I_3 - Z_4 I_4 = E_1 - E_2 \dots\dots\dots(123)$$

次に電壓降下を電流と反對方向に測つた場合の關係式は

$$-Z_1 I_1 - Z_2 I_2 + Z_3 I_3 + Z_4 I_4 + E_1 - E_2 = 0 \dots\dots(124)$$

即ち(124)式は第254圖甲の如き電路に、圖示の如き電流通ずるため、此電路に存在する合成起電力が全部費される關係を示すものである。交流に於ても各瞬時の状態を考ふれば、直流と同様起電力と電壓降下とは平衡にあるを以て、ベクトルを以てせば上記の如くなるは理の當然である。

以上の様に交流では相差と云ふものがある爲めに、キルヒホッフの法則は直流の場合に比して頗る複雑のものとなる。故に此法則を用ひて網狀電路の電流を算出する事も亦非常に困難である。

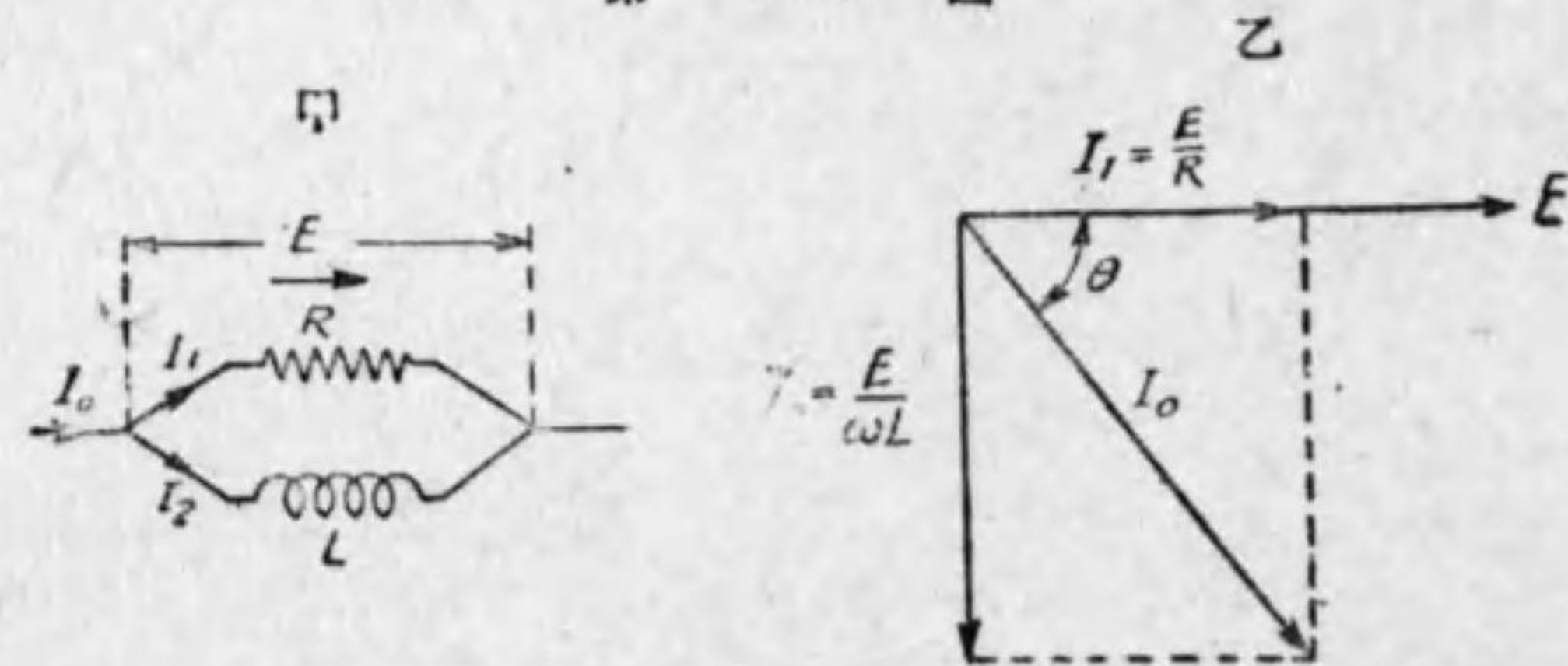
246. 並列電路

(a) 自己インダクタンスと抵抗と並列にある電路 第255圖甲の如き電路に周波数 f なる正弦波電壓 E を給與したとしよう。すると、 E は兩分路に對して共通であるから、抵抗電路に通ずる電流は

$$I_1 = \frac{E}{R}$$

にして給與電壓と同位相にある。又 L を有する電路に通ずる電流は

第 255 圖



$$I_2 = \frac{E}{\omega L} = \frac{E}{2\pi f L}$$

にして電壓より 90° 遅れて居る。さうして全電流 I_0 はキルヒホッフ第一法則により兩電流 I_1 及 I_2 のベクトル和であるから、これをベクトル圖に示せば第255圖乙の様になる。故に全電流は

$$I_0 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{\frac{E^2}{R^2} + \frac{E^2}{(2\pi f L)^2}} = E \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(2\pi f L)^2}} \dots\dots(125)$$

にして給與電壓或は電壓降下より

$$\theta = \arctan \frac{I_2}{I_1} = \arctan \frac{E}{\omega L} \times \frac{R}{E} = \arctan \frac{R}{\omega L} \dots\dots\dots(125')$$

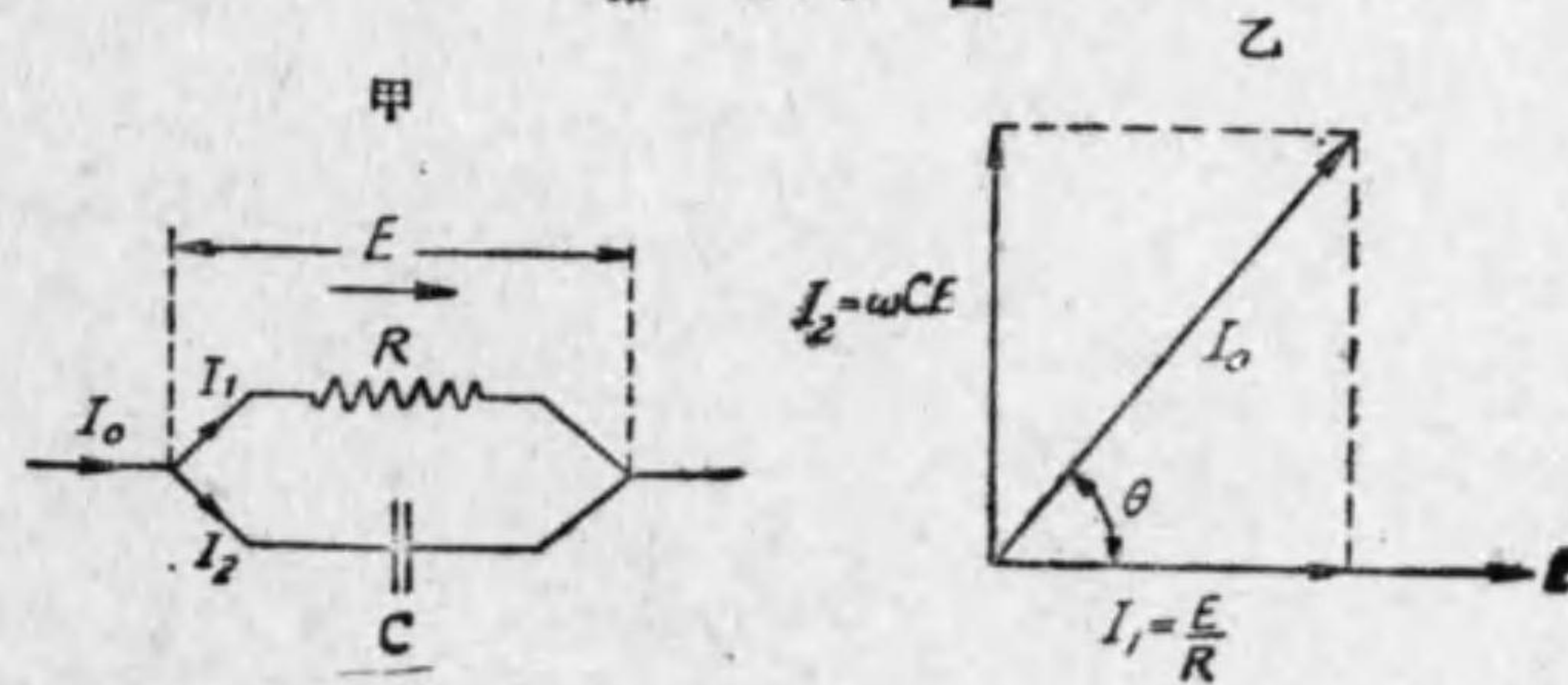
だけ遅れる。但し給與電壓或は電壓降下と電流とは同一方向に取る。

(b) 容量と抵抗とが並列にある電路 第256圖甲に示す如き電路に周波数 f なる正弦波電壓を給與したとしよう。すると抵抗電路に通ずる電流は前同様に

$$I_1 = \frac{E}{R}$$

にして給與電壓と同位相にある。又 C を有する電路に通ずる電流は

第 256 圖



$$I_2 = \frac{E}{\frac{1}{\omega C}} = E\omega C = 2\pi fCE$$

にして給與電壓より 90° 進んで居る。故にベクトル圖は第 256 圖乙の様になり、全電流 I_0 は

$$I_0 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{\frac{E^2}{R^2} + E^2(2\pi fC)^2} = E\sqrt{\frac{1}{R^2} + (2\pi fC)^2} \dots (126)$$

にして給與電壓或は電壓降下より

$$\theta = \arctan \frac{I_2}{I_1} = \arctan E\omega C \times \frac{R}{E} = \arctan \frac{R}{\frac{1}{\omega C}} \dots (126')$$

だけ進んで居る。

(C) 自己インダクタンスと容量と並列にある電路 第 257 圖甲に示す如き電路に周波数 f なる正弦波電壓を給與したとしよう。すると L を有する電路に通ずる電流は

$$I_1 = \frac{E}{\omega L}$$

にして給與電壓より 90° 遅れて居る。

又 C を有する電路に通ずる電流は

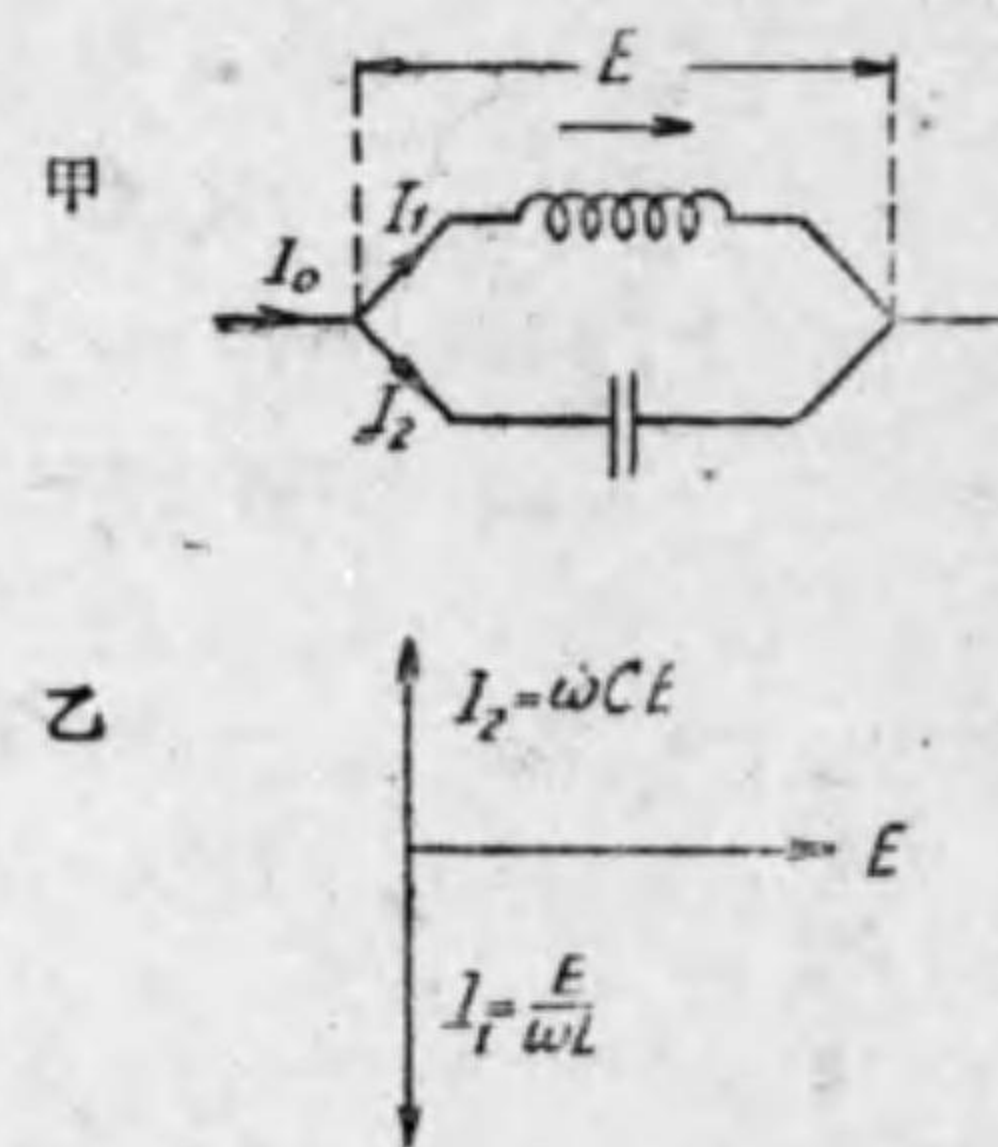
$$I_2 = \frac{E}{\frac{1}{\omega C}} = E\omega C$$

にして給與電壓より 90° 進んで居る。故にベクトル圖は第 257 圖乙の様になり、全電流 I_0 は

$$I_0 = I_1 - I_2 = \frac{E}{\omega L} - E\omega C = E\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) \dots (127)$$

にして給與電壓或は電壓降下より 90° 遅れて居る。然し若し $I_2 > I_1$ 従つ

第 257 圖



て $\omega C > \frac{1}{\omega L}$ なる時は、 I_0 は給與電壓より 90° 進む。

さうして若し $I_1 = I_2$ 従つて $\omega C = \frac{1}{\omega L}$ となる時は全電流は零となり、此の場合の周波数は

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}} \dots (123)$$

となる。即ち斯る周波数を有する電壓を此電路に給與した時には全電流は零となるものにして、斯る状態となる事を並列共振 (parallel resonance) 又は電流共振 (current resonance) と稱する。

247. イムピーダンスの並列接続

(a) ベクトル分解加減法 本論に入る前に豫備知識を得るためベクトル分解加減法に就て述べよう。

第 258 圖の如き直角座標軸を

第 258 圖

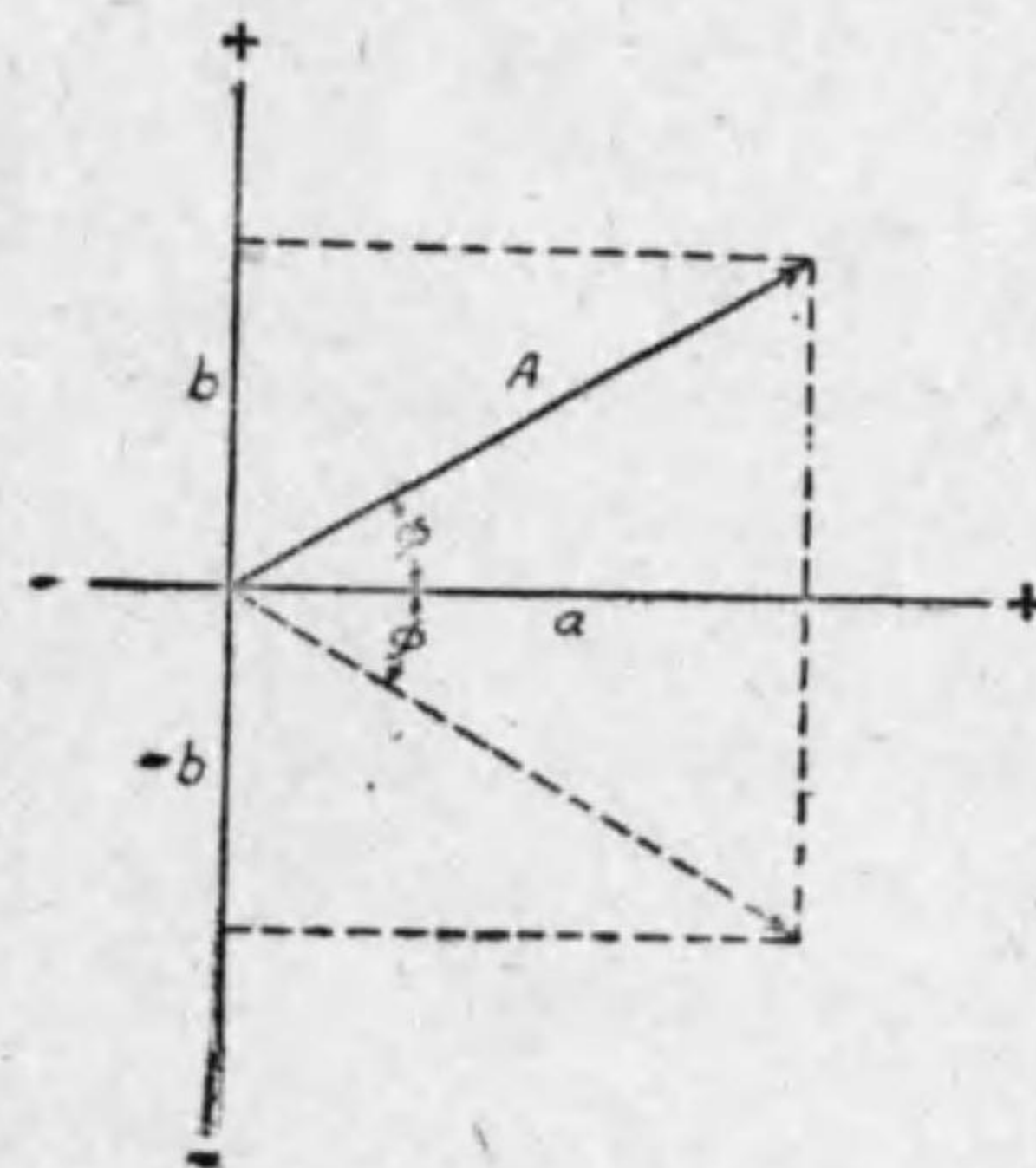
定むる時には、 A の如きベクトルは其水平分 (horizontal component) 及鉛直分 (vertical component), 即ち兩垂直投影定まらば、其長さ及位相とも決定せられる。即ち

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\phi = \arctan \frac{b}{a}$$

さうして a 及 b には正負ある事勿論にして、例へば A が點線の

如き位置にある時は水平分は a なるも垂直分は $-b$ となる。



今第 259 圖に示す如き A_1, A_2, A_3 の三個ベクトルありとする。さうする時は之れ等のベクトル和を求むるには、各水平分を代数的に加へて之れを和の水平分と取り、各の鉛直分を代数的に加へて之れを和の鉛直分と取り、此兩者のベクトル和を求むればよい。此事は第 259 圖を見れば直に分るであらう。さうして a_1, a_2, a_3 を各水平分とすれば其和なる水平分は

$$a_1 + a_2 + a_3$$

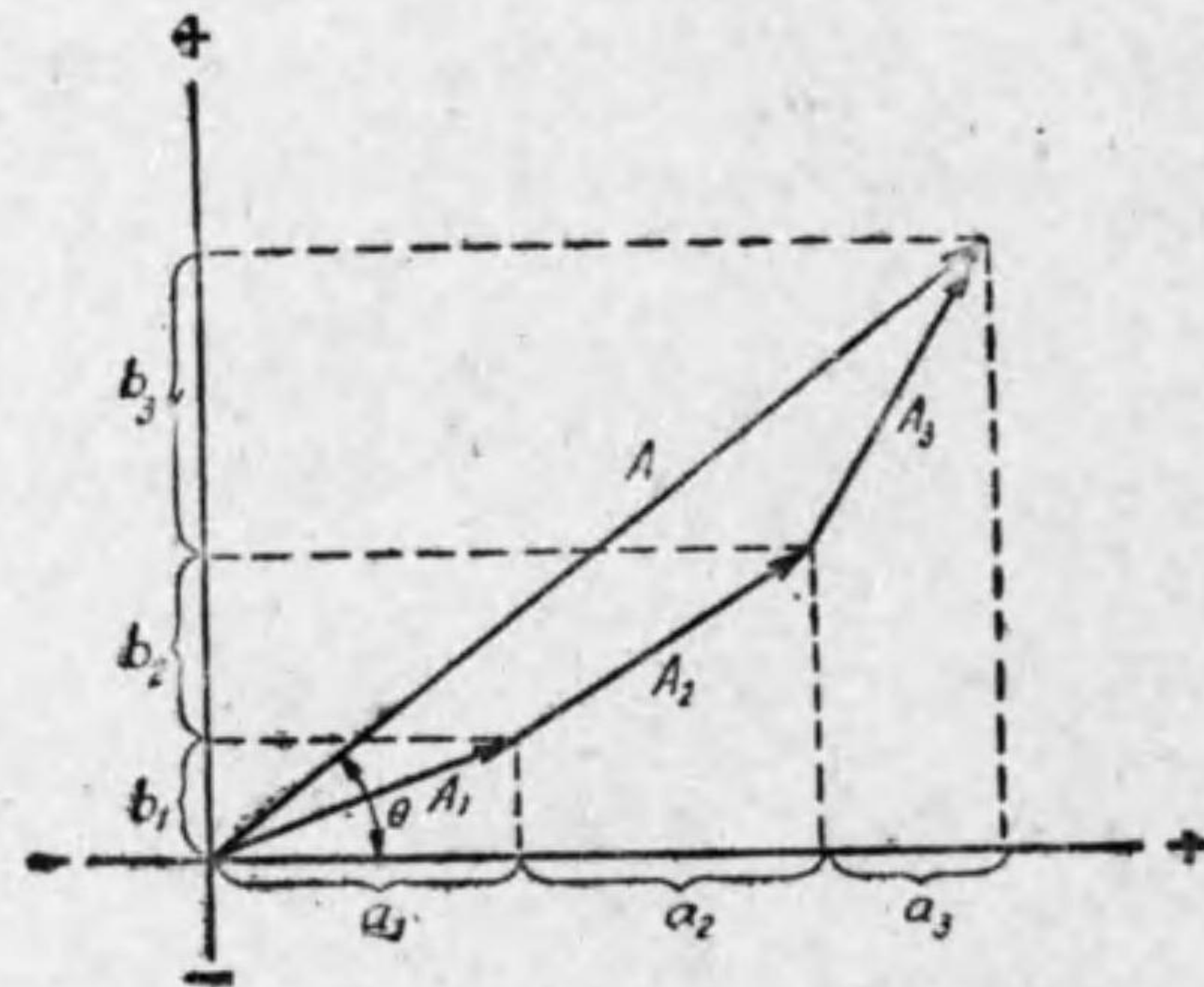
にして b_1, b_2, b_3 を各鉛直分とすれば其和は同様に

$$b_1 + b_2 + b_3$$

である。故に此兩者のベクトル和 A の値は

$$A = \sqrt{(a_1 + a_2 + a_3)^2 + (b_1 + b_2 + b_3)^2} \dots \dots (129)$$

となり、此ベクトル和と水平軸との間の角は



第 259 圖

$$\theta = \arctan \frac{b_1 + b_2 + b_3}{a_1 + a_2 + a_3} \dots \dots (129')$$

である。

次にベクトル差を求むるにも同様にして、第 260 圖により明かな如く A_1 と A_2 とのベクトル差 A の値は

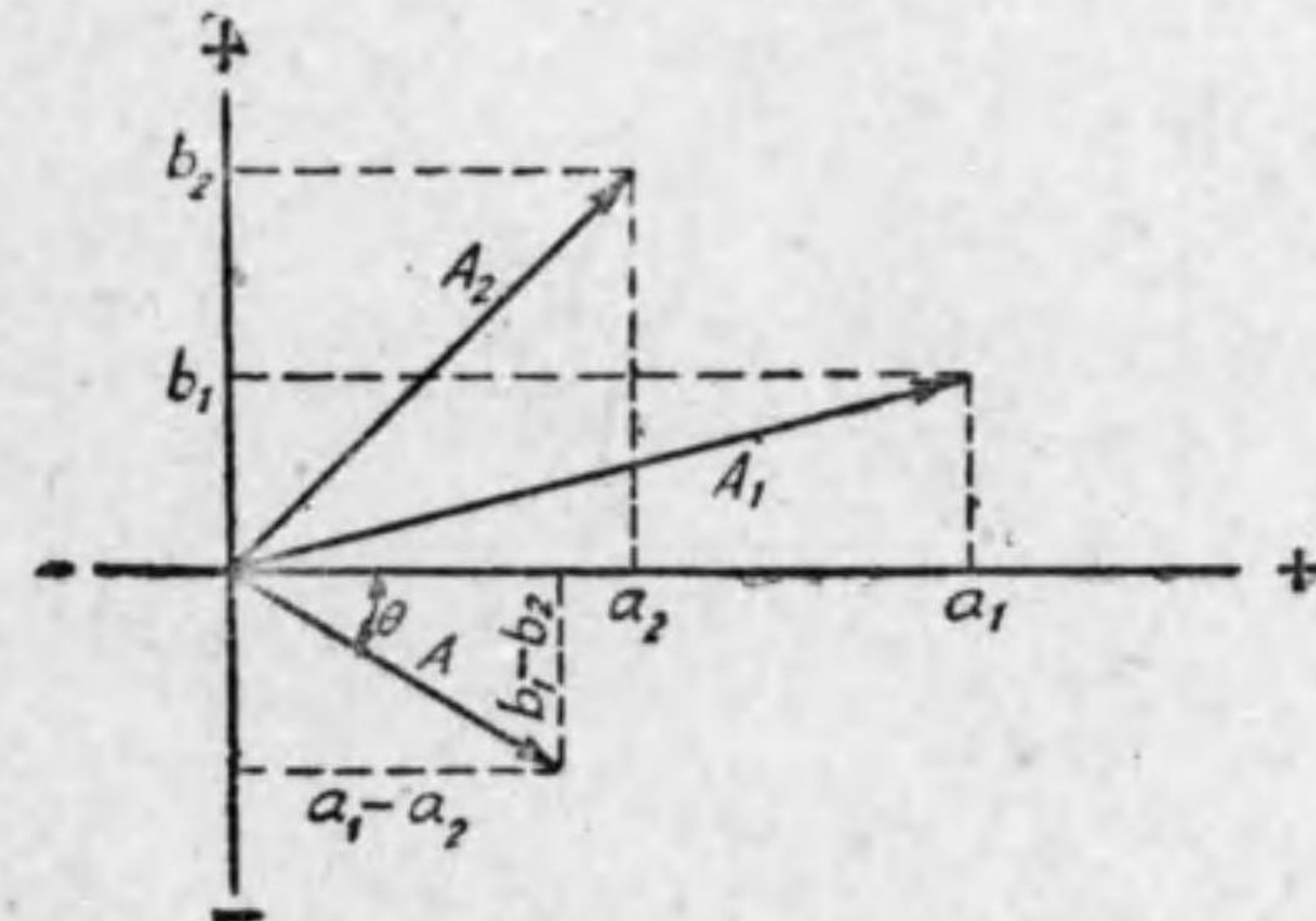
$$A = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2} \dots \dots (130)$$

にして此ベクトル差と水平軸との間の角は

$$\theta = \arctan \frac{b_1 - b_2}{a_1 - a_2} \dots \dots (130')$$

である。

第 260 圖



以上は單にベクトルとして説明したけれども、已に述べた通り正弦波交流はベクトルを以て代表せしめ得るものであるから、此方法は要するに正弦波交流のベクトル分解加減法である。其應用に就きては本節末に例示する。

(b) アドミッタンス 今第 261 圖甲の如き直列電路ありて、此電路に

E なる正弦波電圧を給與した時に、電壓より θ だけ遅れたる正弦波電流が

通じたとしよう。之れをベクトル圖にて示せば第 261 圖乙の様になる。今電流のベクトルを已に述べた様に水平及鉛直分に分解して、水平分を Eg 、鉛直分を Eb で表はすと、第 262 圖甲より明かな様に電流は

$$I = \sqrt{(Eg)^2 + (Eb)^2} = E\sqrt{g^2 + b^2} \dots\dots(a)$$

なる式を以て表はす事が出来る。又第 262 圖乙の電圧のベクトルは第 262 圖甲と同様に、水平分 IR と鉛直分 IX とのベクトル和であるから、

$$E = I\sqrt{R^2 + X^2} = IZ \dots\dots(b)$$

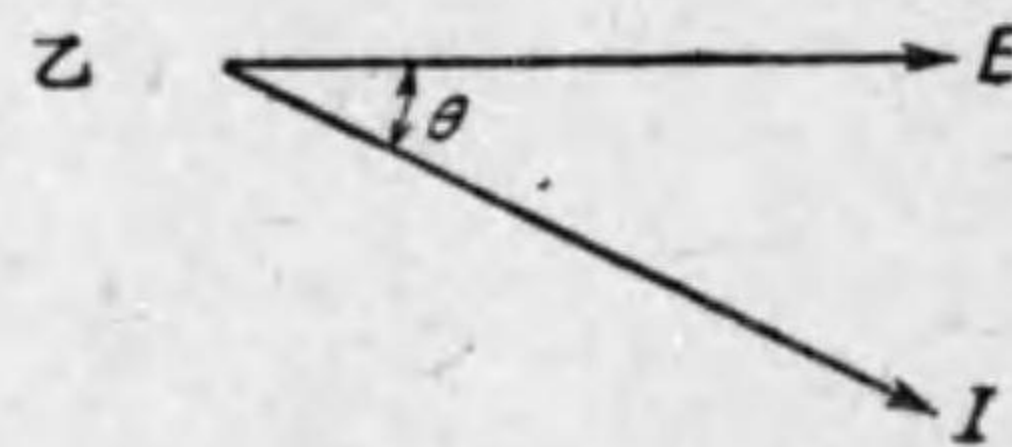
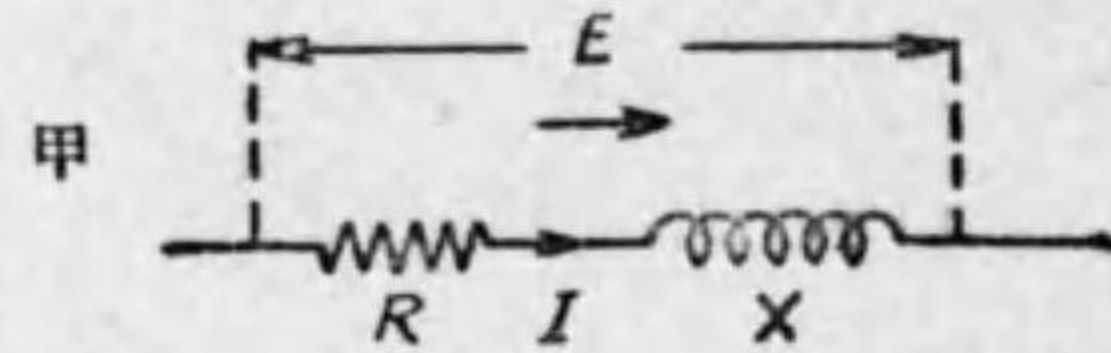
なる式を以て表はさるゝ。已に述べた通りである。依つて上の (a), (b) 兩式より

$$\frac{E}{I} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + b^2}} \text{ 及 } \frac{E}{I} = Z$$

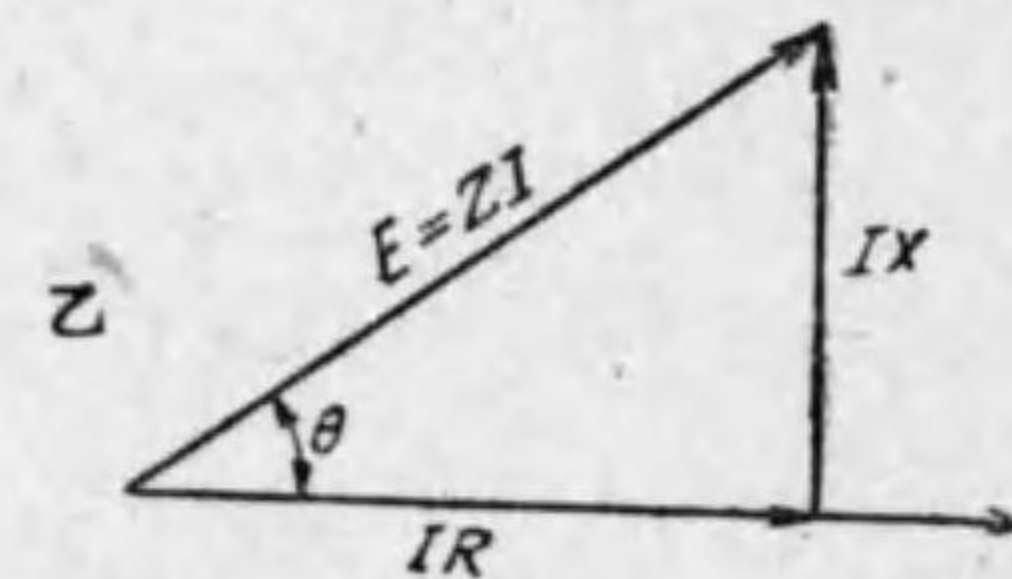
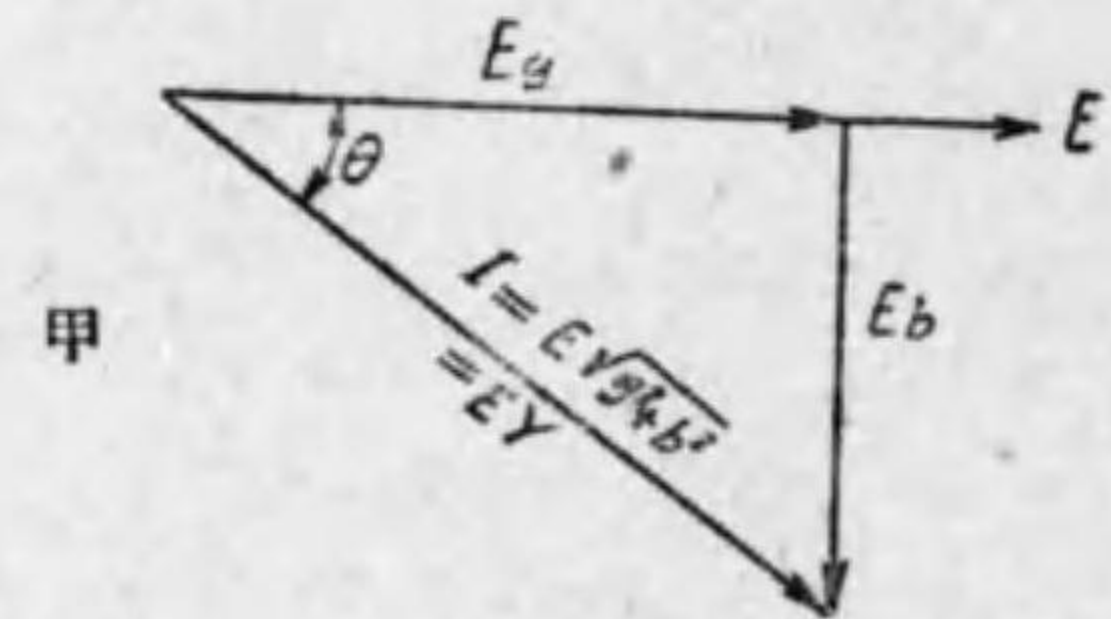
が得られる。之れより

$$Z = \frac{1}{\sqrt{g^2 + b^2}} \text{ 或は } \sqrt{g^2 + b^2} = \frac{1}{Z}$$

第 261 圖



第 262 圖



なる關係式が生ずる。さうして此イムピーダンス Z の反數 $\sqrt{g^2 + b^2}$ をアドミッタンス (admittance) と名付け、普通 Y なる記號を以て表はして居る。即ち前式より、

$$Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{g^2 + b^2} \dots\dots(131)$$

なる關係式が生ずる譯である。さうして上式中の g をコンダクタンス (conductance); b をサッセプタンス (susceptance) と稱し、 Y, g 及 b は何れもモ- (mho) と云ふ單位にて表はされる。猶ほ又 Y は Z の反數であるけれども、 g 及 b は一般には R 及 X の反數でない事は特に注意すべきである。然らば、 g 及 b は R 及 X と如何なる關係を有するかを調べて見よう。第 262 圖甲より $Eg = EY \cos\theta$ 、故に

$$g = Y \cos\theta = \frac{\cos\theta}{Z}$$

然るに第 262 圖乙より、 $\cos\theta = \frac{IR}{IZ} = \frac{R}{Z}$ であるから、之れを上式に代入して

$$g = \frac{R}{Z^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} \dots\dots(132)$$

又同様に

$$b = Y \sin\theta = \frac{1}{Z} \sin\theta$$

然るに $\sin\theta = \frac{IX}{IZ}$ であるから上式は

$$b = \frac{X}{Z^2} = \frac{X}{R^2 + X^2} \dots\dots(133)$$

依つて以上の公式を一つに纏めると、

$$\left. \begin{aligned} Y &= \frac{1}{Z} = \sqrt{g^2 + b^2} \\ r &= \frac{R}{Z^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} \\ b &= \frac{X}{Z^2} = \frac{X}{R^2 + X^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (134)$$

又上式より g, R 及 X は次の如く Y, g, b なる項にて表はす事が出来る。
即ち

$$\left. \begin{aligned} Z &= \frac{1}{Y} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + b^2}} \\ R &= \frac{g}{Y^2} = \frac{g}{g^2 + b^2} \\ X &= \frac{b}{Y^2} = \frac{b}{g^2 + b^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (134')$$

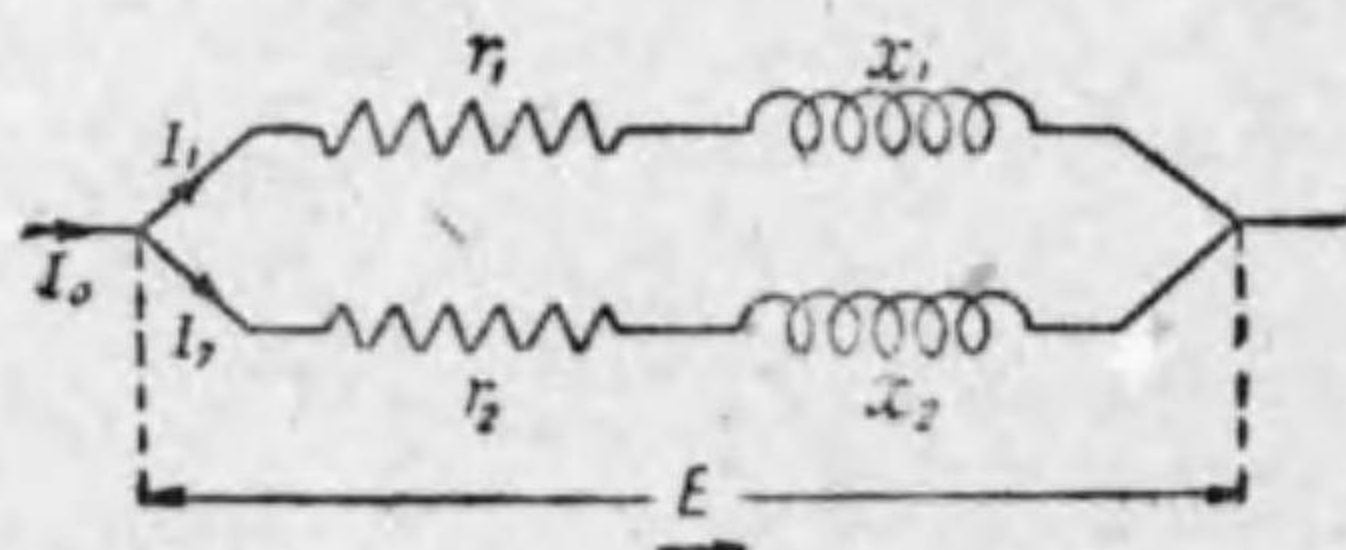
さうして電流は給與電壓或は電壓降下より

$$\theta = \arctan \frac{X}{R} = \arctan \frac{b}{g} \dots\dots\dots (134'')$$

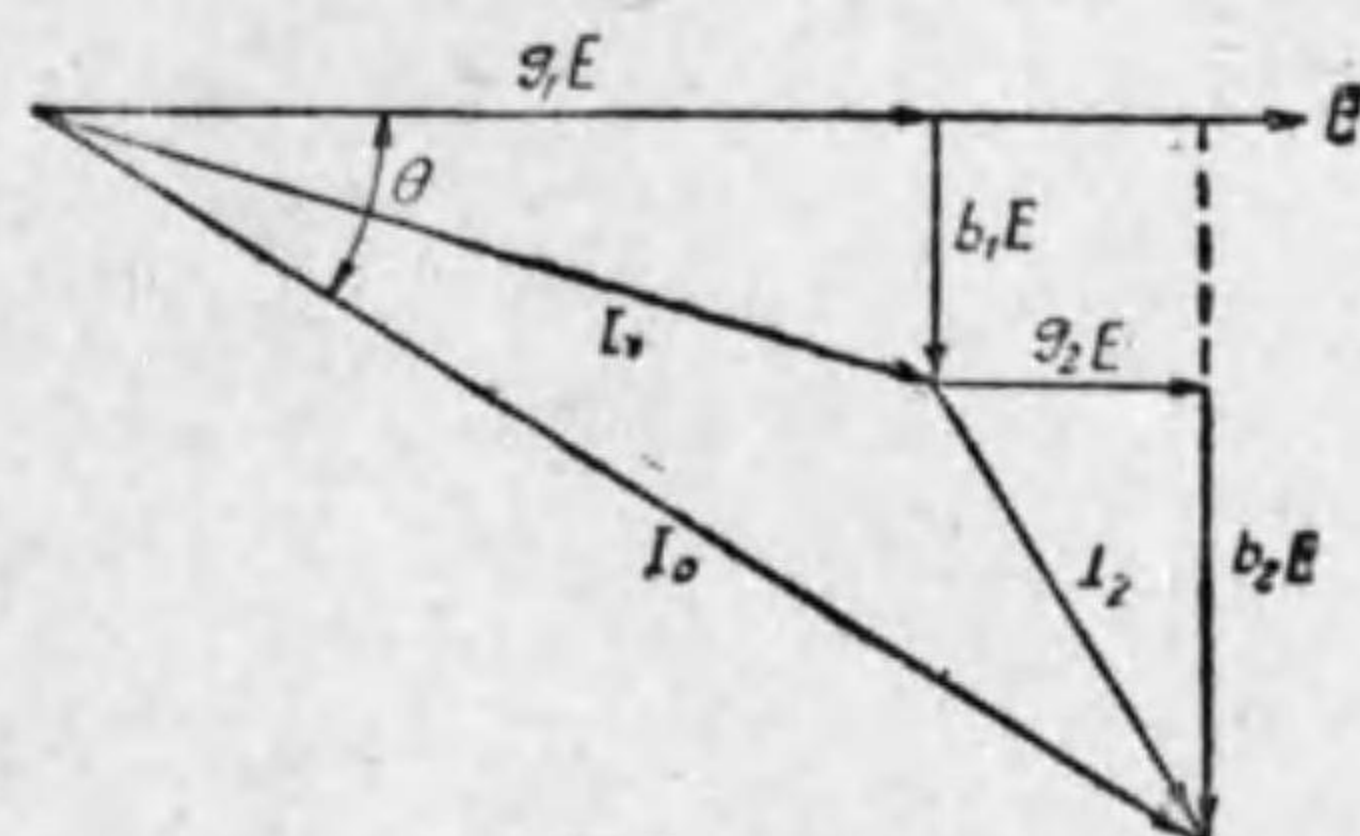
だけ遅れる(代数的)。

(c) 並列電路の合成イムピーダンス 第263圖甲に示す如き並列電路に實効値 E なる正弦波電壓を給與し各電路に實効値 I_1, I_2 なる正弦波電流が通じたとしよう。さうすると以上に於て説明した所から明な様に、此場

第 263 圖 甲



第 263 圖 乙



合のベクトル圖は第263圖乙の様になる。故に

$$\begin{aligned} I_0 &= \sqrt{(Eg_1 + Eg_2)^2 + (Eb_1 + Eb_2)^2} \\ &= E\sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} \end{aligned}$$

依つて合成アドミッタンス (combined admittance) の數値は

$$Y_0 = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{G^2 + B^2} \dots\dots\dots (135)$$

但し $G = g_1 + g_2$

$B = b_1 + b_2$

G を合成コンダクタンス (combined conductance), B を合成サッセプタンス (combined susceptance) と稱する。さうして電流 I_0 は給與電壓或は電壓降下より

$$\theta = \arctan \frac{b_1 + b_2}{g_1 + g_2} = \arctan \frac{B}{G} \dots\dots\dots (135')$$

だけ遅れる(代数的)。又此場合の合成イムピーダンスは

$$Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \frac{1}{\sqrt{G^2 + B^2}} \dots\dots\dots (136)$$

合成イムピーダンスの抵抗及リアクタンスは(134')式より

$$R_o = Z_o \cos\theta = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{g_1 + g_2}{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} \dots\dots(137)$$

$$X_o = Z_o \sin\theta = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{b_1 + b_2}{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} \dots\dots(138)$$

然るに各式の g_1, g_2, b_1 及 b_2 は (134) より

$$g_1 = \frac{r_1}{Z_1^2} = \frac{r_1}{r_1^2 + x_1^2}, \quad b_1 = \frac{x_1}{Z_1^2} = \frac{x_1}{r_1^2 + x_1^2}$$

$$g_2 = \frac{r_2}{Z_2^2} = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2}, \quad b_2 = \frac{x_2}{Z_2^2} = \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2}$$

であるから、合成アドミッタンス Y_o の数値は

$$Y_o = \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_1^2 + x_1^2} + \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2}\right)^2 + \left(\frac{x_1}{r_1^2 + x_1^2} + \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2}\right)^2} \dots\dots(139)$$

従つて合成イムピーダンス Z_o は $\frac{1}{Y_o}$ であるから

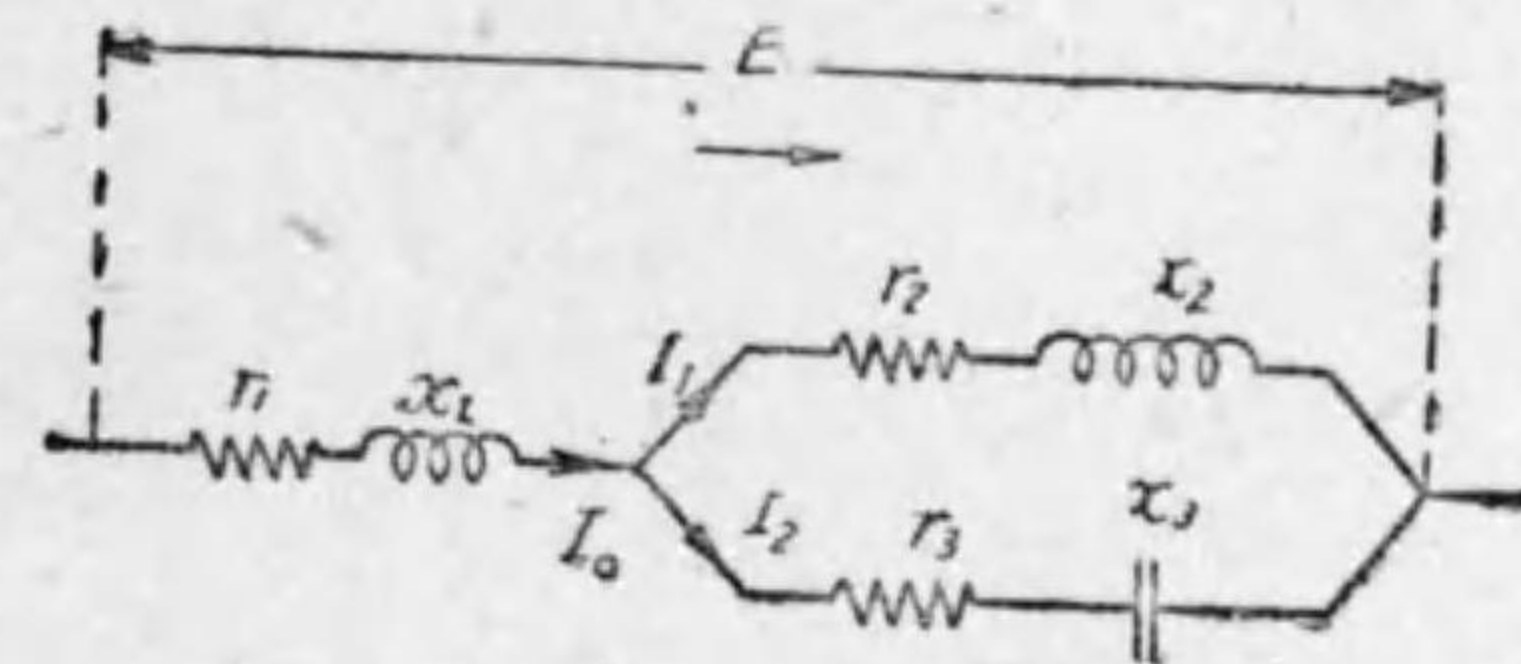
$$Z_o = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{r_1}{r_1^2 + x_1^2} + \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2}\right)^2 + \left(\frac{x_1}{r_1^2 + x_1^2} + \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2}\right)^2}} \dots\dots(140)$$

上式中 x_1, x_2 は誘導又は反誘導性なるかに従ひ正又は負となる事勿論である。同様にして合成抵抗 R_o 及合成リアクタンス X_o の数値も算出する事が出来る。

(d) イムピーダンスが直列及並列にある電路 第 264 圖の如き電路に於ける合成イムピーダンスを求むるには、先づ並列電路の合成イムピーダンスの抵抗及リアクタンスを求める。即ち(137)及(138)式より

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{g_2 + g_3}{(g_2 + g_3)^2 + (b_2 + b_3)^2}$$

第 264 圖



$$X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{b_2 + b_3}{(g_2 + g_3)^2 + (b_2 + b_3)^2}$$

故に此電路の合成イムピーダンス Z_o は

$$Z_o = \sqrt{(r_1 + R)^2 + (x_1 + X)^2} \dots\dots(141)$$

電流 I_o は給與電壓 E 或は電壓降下より

$$\theta = \arctan \frac{x_1 + X}{r_1 + R} \dots\dots(141')$$

だけ遅れる。但し

$$g_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2}, \quad b_2 = \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2}$$

$$g_3 = \frac{r_3}{r_3^2 + x_3^2}, \quad b_3 = \frac{x_3}{r_3^2 + x_3^2}$$

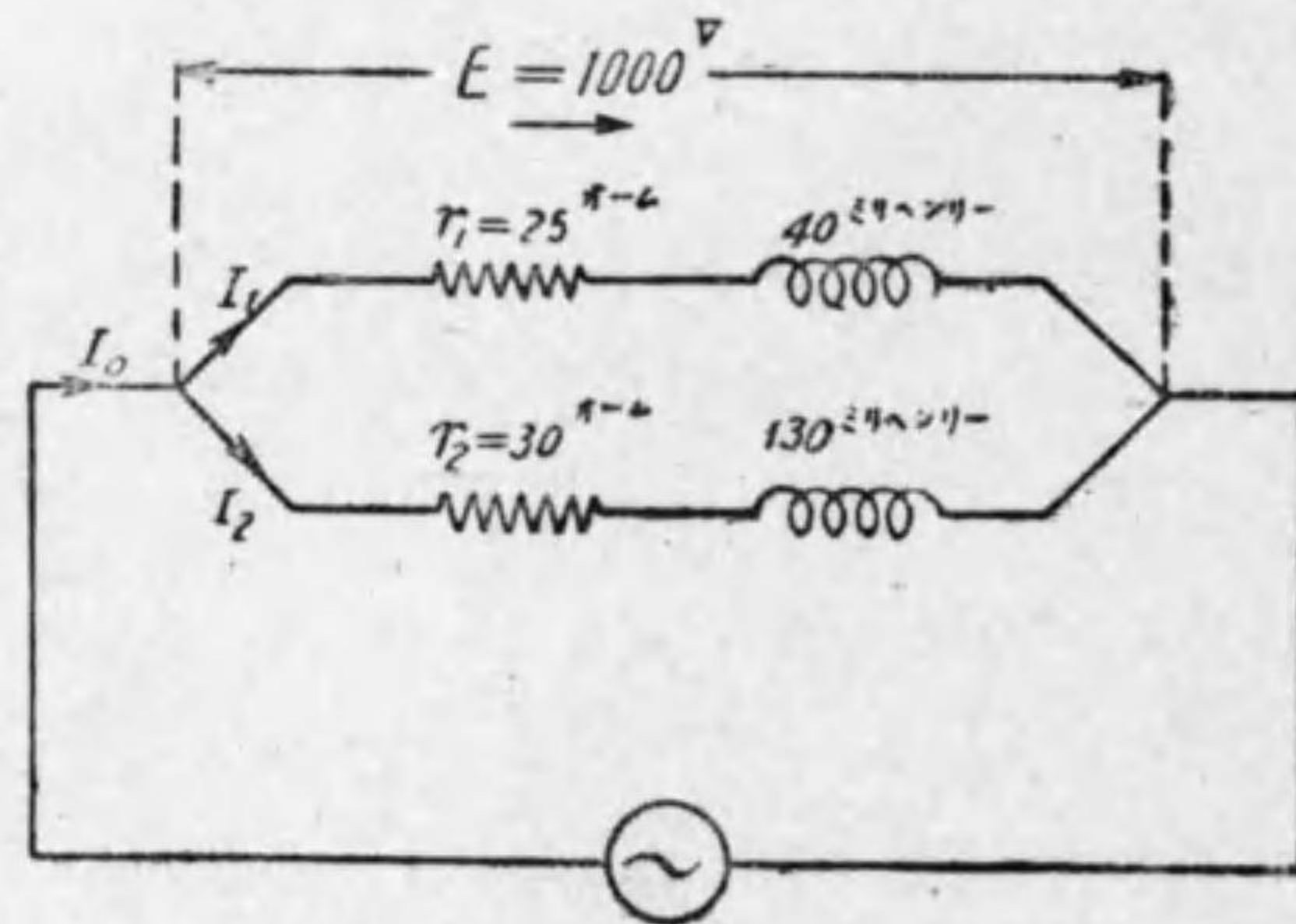
にして、又此場合の x_3 が $-\frac{1}{2\pi fC}$ であるから、 b_3 が負となる事は申す迄もない。

注意 並列電路にありては電流及電壓のベクトル圖を描くに當り、同電路に於ては各分路に加はる電壓は共通であるから、此電壓のベクトルを水平軸と一致させる事が普通である(第 263 圖乙の如く)。之れに反し直列電路にありては電流が共通であるから、普通電流のベクトルと水平

軸と一致せしむるのである。斯くの如く水平軸と一致せしむる事を標準ベクトル (standard vector) に取ると云ふ。猶ほ電流と電圧とのベクトルを同時に描くに當り其長さの割合は適宜に選ばよきものにして、兩者の間に一定の制限なき事は今迄の説明により推知せらるゝであらう。

〔例 120〕 一臺の交流発電機がある。其周波数 50、端子電圧 1000V である。若し第 265 圖甲の様な負荷に電流を給與して居る時發電機を流出する電流の値及其電流の相差を求む。但し電壓及電流は正弦波形とする。

第 265 圖 甲



$$\begin{aligned} \text{解 } I_1 &= \frac{1000}{\sqrt{(25)^2 + (2\pi \times 50 \times 40 \times 10^{-3})^2}} \\ &= \frac{1000}{\sqrt{(25)^2 + (12.56)^2}} = \frac{1000}{28} = 35.7 \end{aligned}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{12.56}{25} = 0.505 \quad \therefore \theta_1 = 27^\circ$$

$$I_2 = \frac{1000}{\sqrt{(30)^2 + (2\pi \times 50 \times 0.13)^2}}$$

$$= \frac{1000}{\sqrt{(30)^2 + (40.8)^2}} = \frac{1000}{50.6} = 19.7$$

$$\tan \theta_2 = \frac{40.8}{30} = 1.36 \quad \therefore \theta_2 = 53.5^\circ$$

故に I_0, I_1, I_2 のベクトル

は下の様になる。

今 I_1, I_2 の水平分を a_1, a_2 とし、鉛直分を a'_1, a'_2 とする。するとベクトル

図(第 265 圖乙)より明かな

$$\begin{aligned} I_1, I_2 \text{ の水平分の和} &= a_1 + a_2 = I_1 \cos 27^\circ + I_2 \cos 53.5^\circ \\ &= 35.7 \times 0.8829 + 19.7 \times 0.5678 \\ &= 31.5 + 11.8 = 43.3 \end{aligned}$$

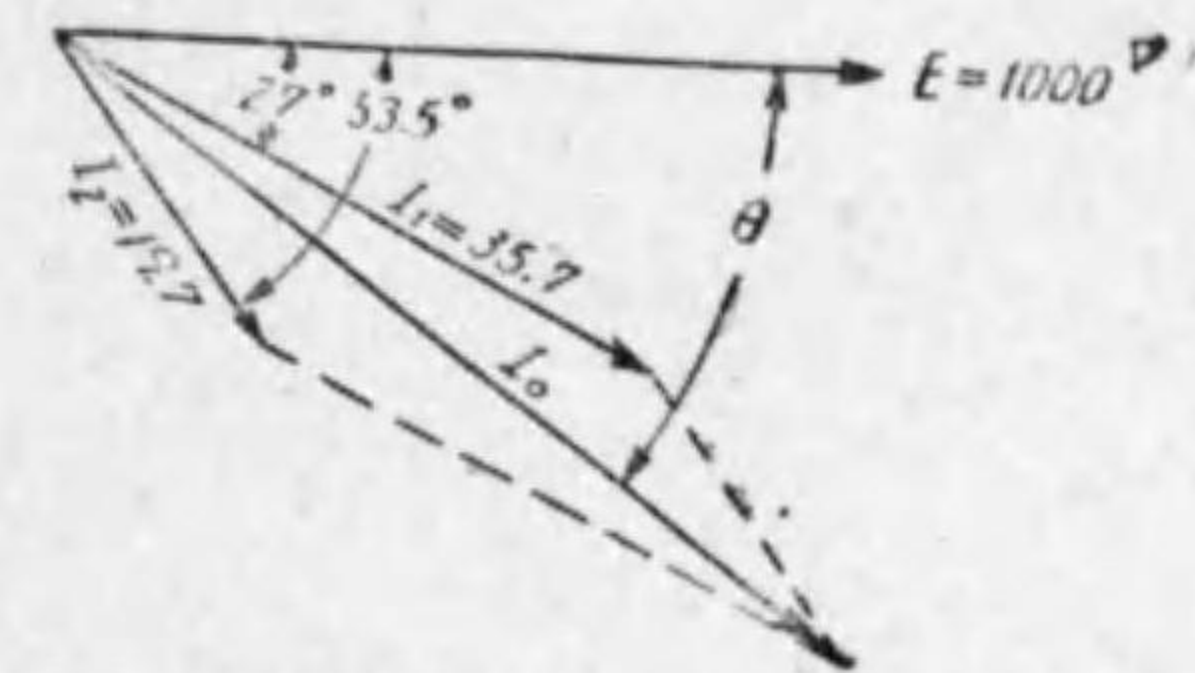
$$\begin{aligned} I_1, I_2 \text{ の鉛直分の和} &= a'_1 + a'_2 \\ &= I_1 \sin 27^\circ + I_2 \sin 53.5^\circ \\ &= 35.7 \times 0.4540 + 19.7 \times 0.8039 \\ &= 16.2 + 15.8 = 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore I_0 &= \sqrt{43.3^2 + 32^2} = \sqrt{1024 + 1830} \\ &= \sqrt{2904} = 54 \text{ アムペア} \end{aligned}$$

$$\theta = \arctan \frac{a'_1 + a'_2}{a_1 + a_2} = \arctan \frac{32}{43.3} = \arctan 0.74$$

$$\therefore \theta = 36.5^\circ$$

第 265 圖 乙



だけ電流 I_0 は給電電圧より遅れる。

注意 以上の計算に於て θ_1, θ_2 の値は必ずしも三角函數表より求むる必要なく、 θ_1 及 θ_2 を共儘使用して

$$a_1 + a_2 = I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2$$

$$a'_1 + a'_2 = I_1 \sin \theta_1 + I_2 \sin \theta_2$$

已に述べた通り、 $\cos \theta = \frac{R}{Z}$ 、 $\sin \theta = \frac{X}{Z}$ なる關係あるにより

$$\cos \theta_1 = \frac{25}{28} = 0.89, \quad \sin \theta_1 = \frac{12.56}{23} = 0.45$$

$$\cos \theta_2 = \frac{30}{50.6} = 0.595, \quad \sin \theta_2 = \frac{40.8}{50.6} = 0.804$$

此れ等の値を上式に代入して前同様 I_0 を求むればよい。

別解 其の一 ヴェクトル圖より明かな様に、 I_0 は

$$I_0 = \sqrt{(35.7 + 19.7 \cos 26.5^\circ)^2 + (19.7 \sin 26.5^\circ)^2}$$

$$= \sqrt{(35.7 + 17.6)^2 + 8.8^2} = 54 \text{ アムペア}$$

$$\tan \phi = \frac{8.8}{35.7 + 17.6} = 0.165 \quad \therefore \phi = 9.5^\circ$$

即ち I_0 は I_1 から 9.5° 遅

れて居る。故に端子電壓か

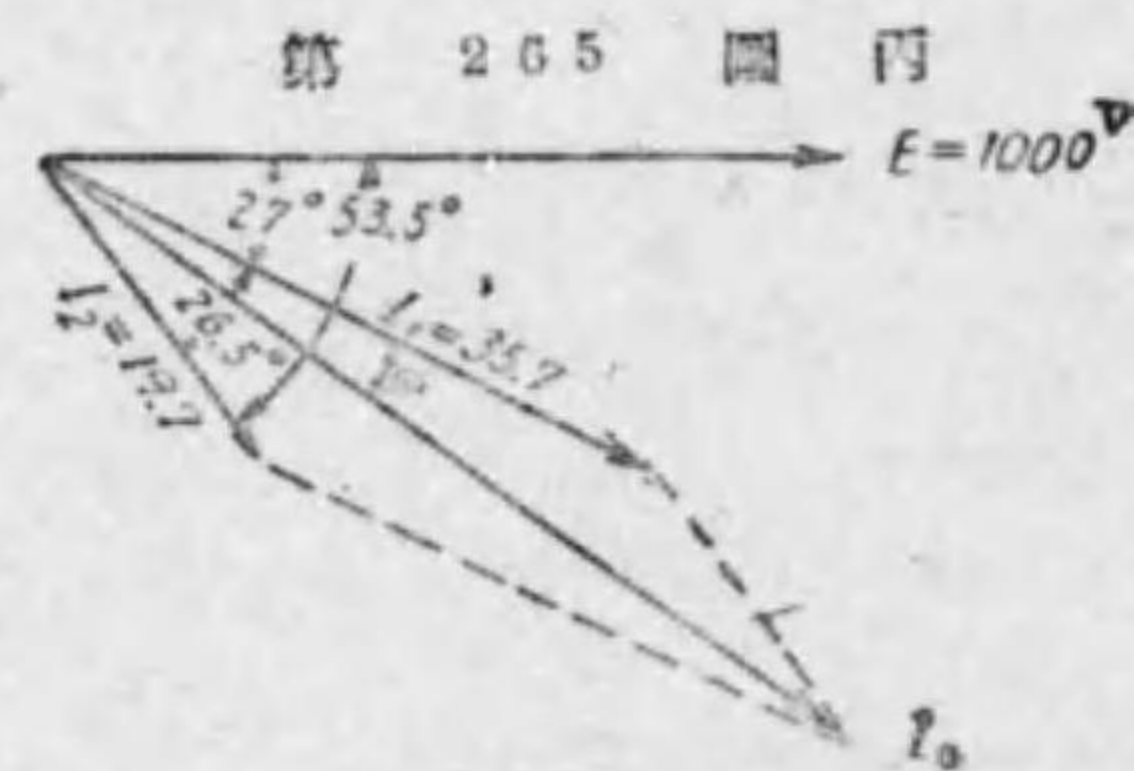
らは

$$27^\circ + 9.5^\circ = 36.5^\circ$$

遅れて居る。

(第 265 圖丙参照)

別解 其の二



上の解より明かなる如く

$$r_1 = 25 \text{ オーム} \quad x_1 = 12.56 \text{ オーム}$$

$$r_2 = 30 \text{ オーム} \quad x_2 = 40.8 \text{ オーム}$$

$$\therefore g_1 = \frac{r_1}{Z_1^2} = \frac{r_1}{r_1^2 + x_1^2} = \frac{25}{28^2} = 0.032 \text{ モー}$$

$$b_1 = \frac{x_1}{Z_1^2} = \frac{x_1}{r_1^2 + x_1^2} = \frac{12.56}{28^2} = 0.016 \text{ モー}$$

$$g_2 = \frac{r_2}{Z_2^2} = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{30}{50.6^2} = 0.012 \text{ モー}$$

$$b_2 = \frac{x_2}{Z_2^2} = \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{40.8}{50.6^2} = 0.016 \text{ モー}$$

$$\begin{aligned} \therefore Y_0 &= \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} \\ &= \sqrt{(0.032 + 0.012)^2 + (0.016 + 0.016)^2} \\ &= \sqrt{0.0029} = 0.054 \text{ モー} \end{aligned}$$

$$\therefore I_0 = Y_0 E = 0.054 \times 1000 = 54 \text{ アムペア}$$

$$\tan \theta = \frac{b_1 + b_2}{g_1 + g_2} = \frac{0.032}{0.0433} = \frac{32}{43.3} = 0.74$$

$$\therefore \theta = 36.5^\circ$$

即ち電流 I_0 は給電電圧 E より 36.5° 遅れて居る。

[例 121] 抵抗 4 オームとリアクタンス 3 オームとあり。之れを直列に接続する場合と並列に接続する場合とに於ける各合成イムピーダンスを算出せよ。(選試大正十四年三種)

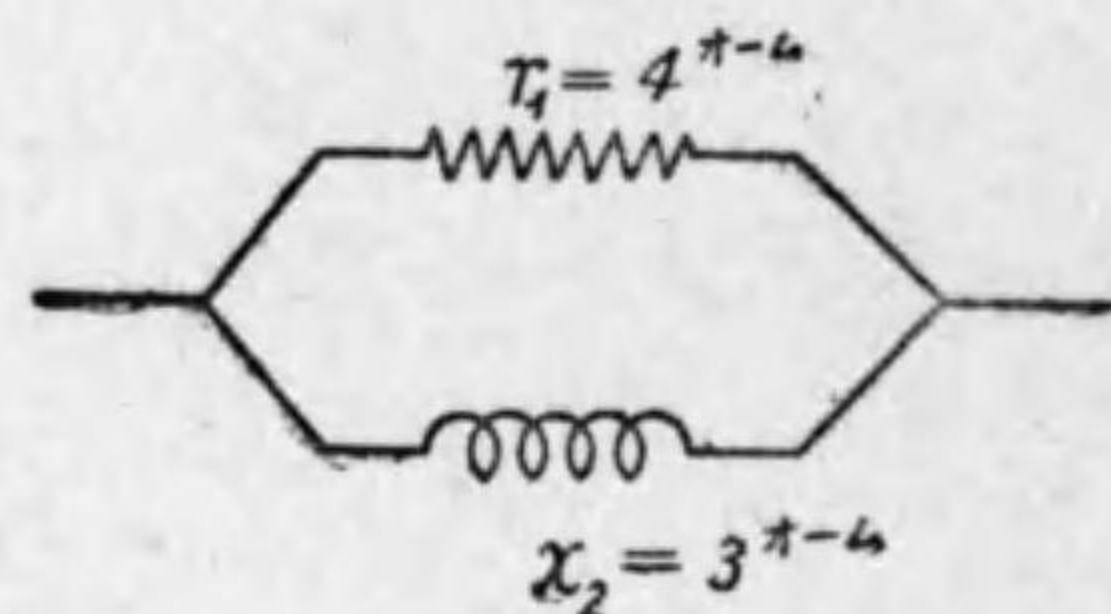
解 直列にせる場合の合成イムピーダンスは

$$\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ オーム}$$

並列にせる場合の値は次の如くにして求めらる。

今題意により、此電路は第266圖の如きものである。

第 266 圖



故に抵抗分路に於ては

$$g_1 = \frac{r_1}{r_1^2 + x_1^2}, \quad b_1 = \frac{x_1}{r_1^2 + x_1^2}$$

然るに此分路に於ては、 $x_1 = 0$ であるから、 $b = 0$ にしてコンダクタンスは

$$g_1 = \frac{1}{r_1} = \frac{1}{4} \text{ モー}$$

又リアクタンス分路に於ては、

$$g_2 = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2}, \quad b_2 = \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2}$$

然るに此分路に於ては $r_2 = 0$ であるから、 $g_2 = 0$ にしてサップタンスは

$$b_2 = \frac{1}{x_2} = \frac{1}{3} \text{ モー}$$

故に合成アドミッタンス

$$Y_0 = \sqrt{g_1^2 + b_2^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} \text{ モー}$$

依つて並列電路の合成イムピーダンスは

$$Z_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \frac{3 \times 4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ オーム}$$

此例より分かる如く、並列電路の分路に一個の抵抗又はリアクタンスのみ

を有する場合には、 $g = \frac{1}{r}$ 、 $b = \frac{1}{x}$ となる。斯る特種の電路に於てのみ g 及 b は夫々 r 及 x の反数になるのである。

248. 摘要

1. 交流に於てはオームの法則は次の如き式に改めなければならぬ。

$$I = \frac{E}{Z}$$

但し I 及 E は正弦波電流及電圧の實効値にして、 Z は一般的に云ふと、或電路の合成イムピーダンスである。

2. イムピーダンスが直列にある場合は各イムピーダンスの抵抗は抵抗と、リアクタンスはリアクタンスと各別々に組合すべきものである。即ち此場合の合成イムピーダンスの一般式は次の如くである。

$$Z_0 = \sqrt{(r_1 + r_2 + \dots)^2 + (x_1 + x_2 + \dots)^2}$$

但し、 x_1, x_2, \dots の中容量リアクタンスの場合は負となる。斯る電路に通ずる電流は其方向に測つた電圧降下或は給與電圧より

$$\theta = \arctan \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots}{r_1 + r_2 + r_3 + \dots}$$

だけ遅れる(代数的)。

3. 交流に於ては電圧(起電力の場合も同様)、電流の方向は豫め定める必要がある。さうして一定方向を正(矢にて示す)と考へた場合と反対の方向を正と考へた場合とでは、他の電圧及電流に対する位相の關係は丁度 180° 違ふ。従つてベクトルの方向も同一規則に依るべきものである。

4. キルヒホッフ法則は交流に於ては次の如く改めなければならぬ。

第一法則 數多の分枝電路が一點に會合せる場合、其分枝電路の總ての

電流中共點へ向ふ方向を正方向とせるもの、**ベクトル和**と共點より遠ざかる方向を正とせるもの、**ベクトル和**とは、其値及位相夫々互に相等しい

第二法則 網状電路中に任意の一回路を選定し、一定の方向を正方向として計算せる其回路内各部分の電壓降下の**ベクトル總和**(代數的)と起電力の**ベクトル總和**(代數的)とは、其値及位相は夫々互に相等しい。

5. 並列電路に於てはアドミッタンス(Y)、コンダクタンス(g)及サッセブタンス(b)を使用するが便利である。其單位としては總てモ-を使用する。さうして Z, r 及 x の間には夫々次の如き關係がある。

$$Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{g^2 + b^2}$$

$$g = \frac{r}{Z^2} = \frac{r}{r^2 + x^2}$$

$$b = \frac{x}{Z^2} = \frac{x}{r^2 + x^2}$$

次に又逆に

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + b^2}}$$

$$r = \frac{g}{Y^2} = \frac{g}{g^2 + b^2}$$

$$x = \frac{b}{Y^2} = \frac{b}{g^2 + b^2}$$

6. 並列電路に於ける合成アドミッタンスの一般式は

$$Y_0 = \sqrt{(g_1 + g_2 + g_3 + \dots)^2 + (b_1 + b_2 + b_3 + \dots)^2}$$

斯る電路に於ける合成電流は電壓降下或は給與電壓より

$$\theta = \arctan \frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots}{g_1 + g_2 + g_3 + \dots}$$

だけ遅れる(代數的)。分路が反誘導性の場合に b は負となる。

次に同上電路の合成イムピーダンスの一般式は

$$Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \frac{1}{\sqrt{(g_1 + g_2 + g_3 + \dots)^2 + (b_1 + b_2 + b_3 + \dots)^2}}$$

7. 以上の各關係は電壓及電流は總て正弦波形であるとの假定の下に推論せられたるものである事を忘れてはならぬ。

問 題 XVIII

1. 5 オームの抵抗と 2 オームのリアクタンスとを有する線輪と、1 オームの抵抗と 12 オームのリアクタンスとを有する線輪とが並列に接続せられたる場合。

- 此並列回路の合成コンダクタンス及サッセブタンス,
- 同上のアドミッタンス,
- 此並列回路の合成イムピーダンス,
- 此電路の力率角,
- 合成抵抗及合成リアクタンス

以上各何程なるか。 答 (a) 0.1790モ-, 0.1524モ- (b) 0.235モ-

(c) 4.25 オ-ム (d) 40.4°

(e) 3.24 オ-ム, 3.75 オ-ム

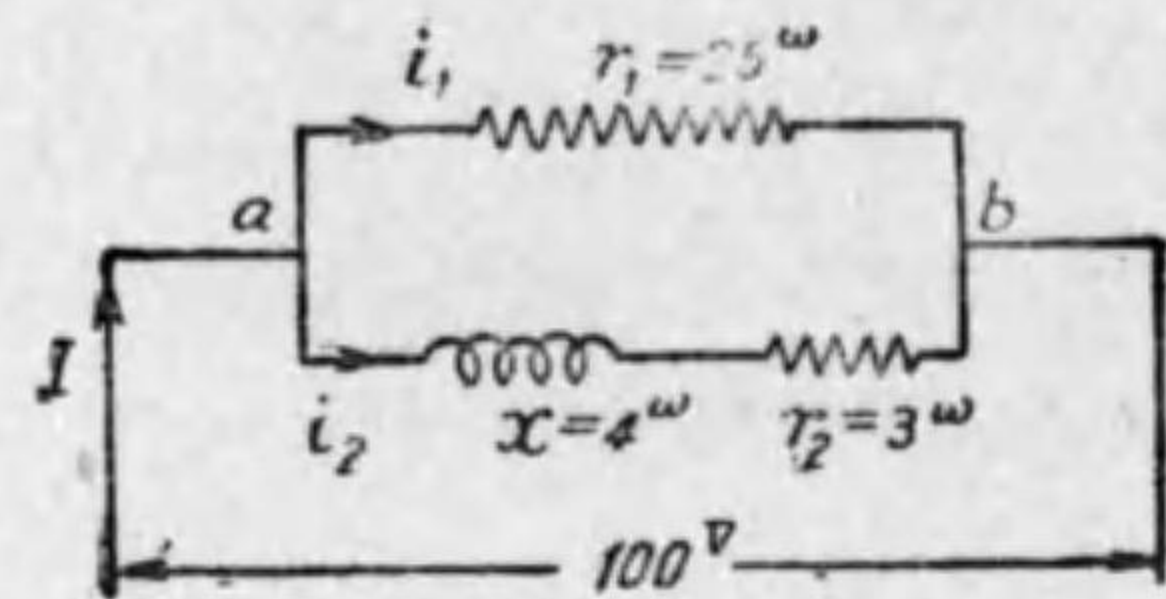
2. 第267圖の如く抵抗及びリアクタンスより成る回路の ab 間に實効電壓 100 ヴォルトの交番電壓を加ふるとき各回路の電流 i_1, i_2 及 I の値如何。(選試大正九年四級)

答 實効電流 $i_1 = 4$ アムペア

" $i_2 = 20$ アムペア

合成電流 $I = 22.6$ アムペア

第 267 圖



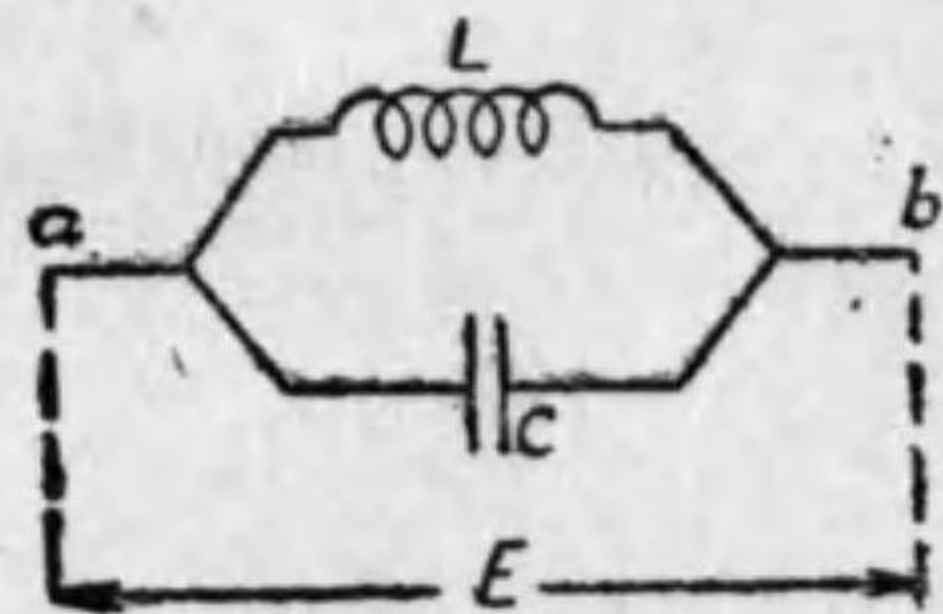
3. 力率 80 パーセントなる 50 キロヴォルト・アムペアの単相誘導負荷あり、之れに並列に容量を接続して合成力率を 100 パーセントとなさんとす。所要容量は幾何なるか。但し電圧は 10 000 ヴォルト、周波数は 50 サイクルとす。(選試大正八年四級) 答 0.955 マイクロファラッド

手引 先づ電流を見出し、之を有効及無効電流に分解し、其無効電流を打消す如き電流(此場合は進電流)を生ぜしむれば此电路の力率は 100%となる。依つて斯くの如き進電流を生ずる容量を求めればよい。

4. 第 268 圖の如く自己インダクタンス L ヘンリー、容量 C ファラッドを並列に接続し、 ab 端に或交番電圧を加へたるに a 點及 b 點に於ける電流は零なりと云ふ。此場合の周波数を算出せよ。

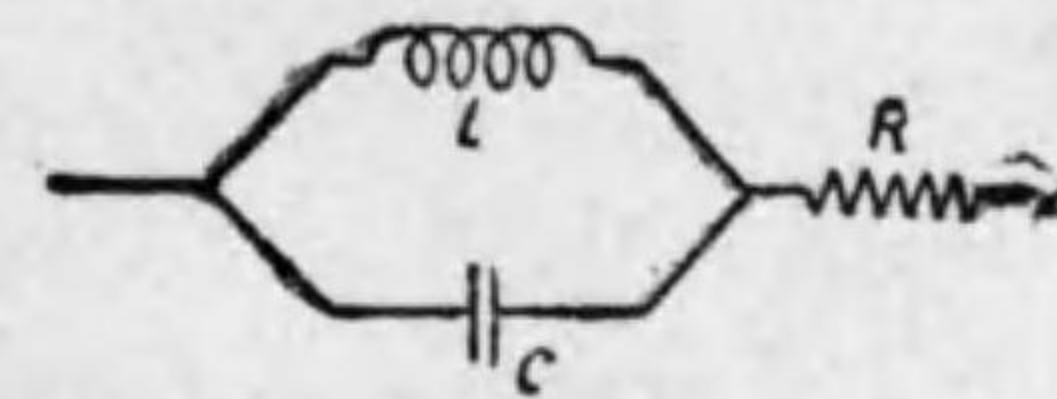
(選試大正六年三級) 答 $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$ サイクル

第 268 圖



5. 下圖の如き結合に周波数 f なる交流を通ずるとき、此結合に相當する抵抗、リアクタンス及外端に於ける力率如何。但し交流波形は純正弦波形を有す。

第 269 圖



(選試明治四十四年一級) 答 合成抵抗 = R

$$\text{合成リアクタンス} = \frac{2\pi fL}{1 - LC(2\pi f)^2}$$

$$\text{力率} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left\{ \frac{2\pi fL}{1 - LC(2\pi f)^2} \right\}^2}}$$

手引 並列电路の合成アドミッタンスは兩分路に抵抗なき故

$$Y = b_1 + b_2$$

$$\text{但し } b_1 = \frac{1}{x_1} = \frac{1}{\omega L}, \quad b_2 = \frac{1}{x_2} = -\omega C$$

$$\text{故に } Y = b_1 + b_2 = \frac{1}{\omega L} - \omega C$$

依つて

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}$$

此合成インピーダンスの R_1 及 X_1 は

$$\begin{aligned} R_1 &= 0, \quad X_1 = \frac{1}{b_1 + b_2} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C} = \frac{\omega L}{1 - \omega^2 CL} \end{aligned}$$

故に此電路の合成イムピーダンスは

$$Z_0 = \sqrt{R^2 + X_1^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 CL}\right)^2}$$

さうして此電路の力率は

$$P.F. = \cos \theta = \frac{R}{Z_0}$$

第二十一章 二相及三相電路

249. 多相發電機及多相式電路

多相發電機とは二個或は其れ以上の單獨なる發電子捲線を有する交流發電機であつて、其各捲線内に發生する起電力が相等しく、又此等起電力が一定の相差角を有する様に、其捲線が配置されたるものである。さうして斯の如き起電力によりて生ずる電流の通路を構成する捲線又は導體の一群を一括して多相同路 (polyphase circuit) と云ひ、斯る方式を多相式 (polyphase system) と稱する。此等多相式中普通に用ゐられるものは二相式と三相式とである。

殊に現今の實際方面に於ては、大なる交流發電機は殆んど總て三相式であつて、其他長距離送電線は勿論のこと、電動機の大部分も同様三相式である。従つて電氣的エネルギーの 95% 以上は恐らく三相交流であつて、假令直流を要する場合にも、先づ以て三相交流を作り夫れより更に直流に變ずると云ふ状態である。斯くする方一層經濟的であるからである。

以上の如く主として、三相式を使用する理由を簡単に述べると、三相發電機又は電動機は同一條件 (例へば同一出力、電壓、速度) の下にある單相機よりも廉價である。又送電線にありても同一條件に於て單相式と比較すると、所要電線重量は單相の場合の 75% にて済む等の利點がある故である。

250. 二相式及三相式起電力の起因

今或る發電子上に a, b 二つの導體があつて a は廻轉方向に對し b より電氣度で 90°

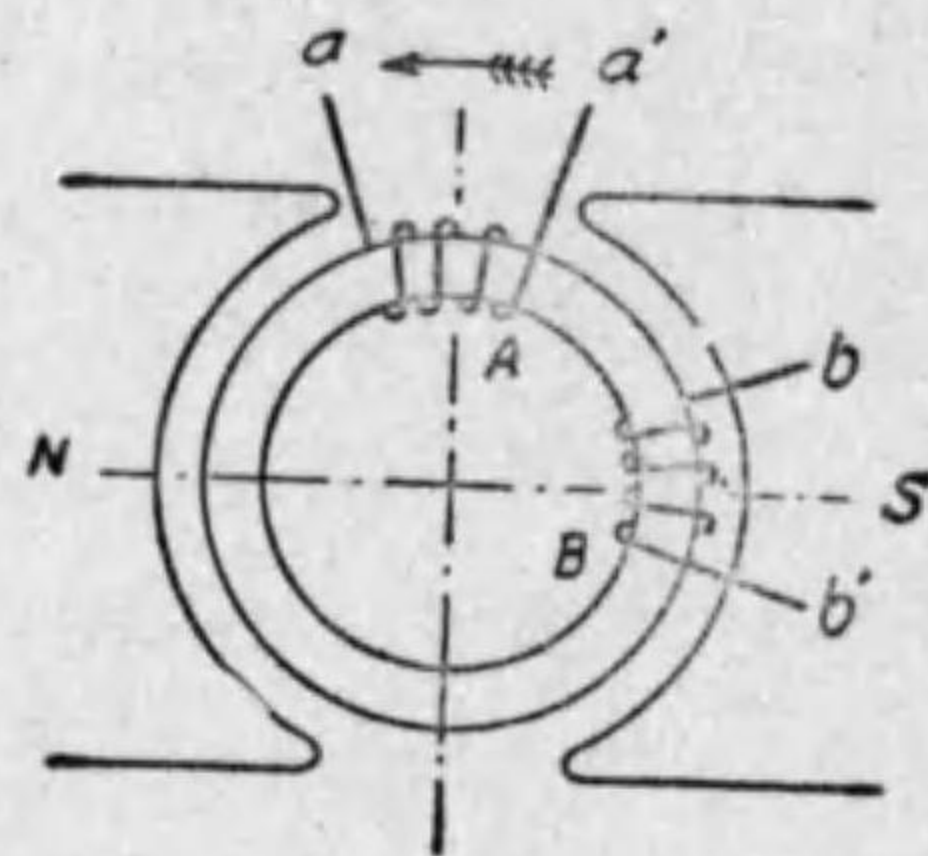
進んで居るとしよう。すると、此發電子が廻轉する時に a 及 b 導體に誘導せられる起電力は今迄説明した處から明な様に、其値は相等しいが、若し正の方向を同一方向に取るならば、 a 導體に發生する起電力は b の起電力より 90° 進んで居なければならない。

次に第 270 圖に示す様に、發電子上に各獨立せる二組の捲線があつて其中心線は電氣度に於て丁度 90° 距

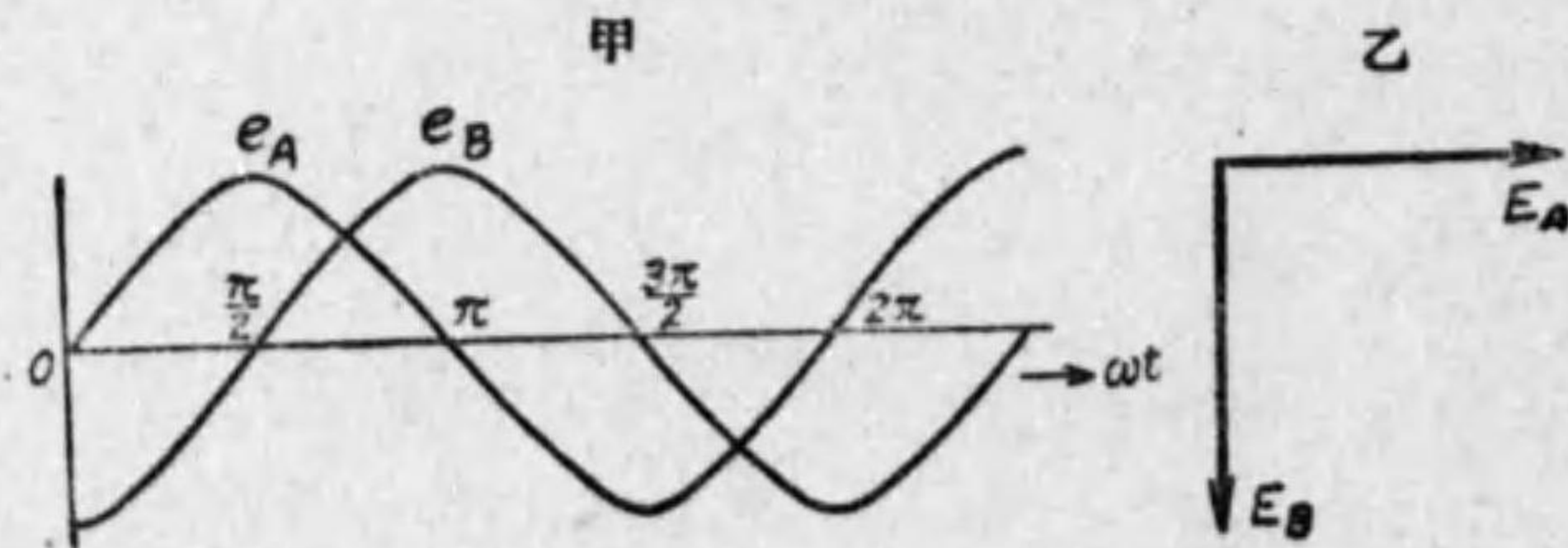
つて居て、其捲線を初め他の總ての事が互に相等しいとしよう。すると此れ等兩捲線内に誘導される起電力即ち A 及 B 内の起電力は其値は相等しく、 B 内の起電力は A 内の起電力に對して 90° 遅れて居る事は前の場合から直に推知する事が出来る。従つて aa' 間の電壓と bb' 間の電壓も同一關係を有する事中途もな

い。故に A, B 内の起電力或は aa' 及 bb' 間の電壓を曲線にて表せば第 271 圖の様になり、之れをベクトルで示せば同圖乙の様になる。此 A 及 B

第 270 圖



第 271 圖

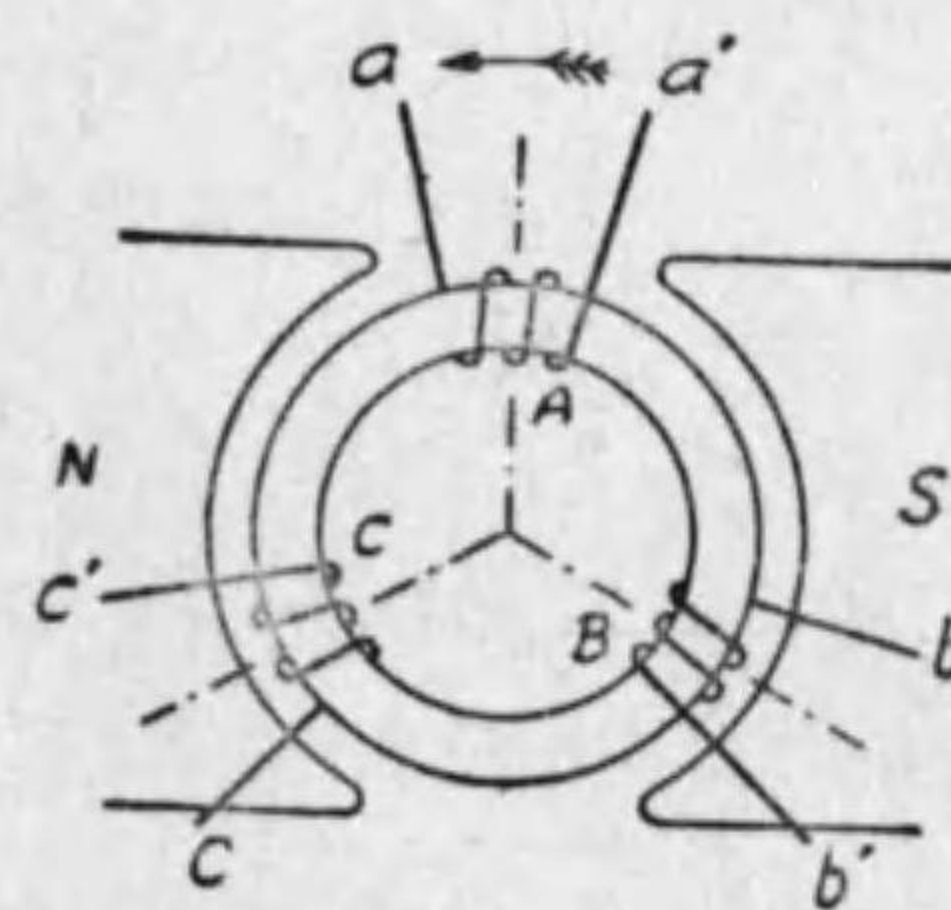


内の起電力を一括して之れを二相式起電力 (two-phase E.M.F.) と稱し、斯る起電力を發生する發電機を二相發電機 (two-phase generator) と稱する。さうして今迄の様に、 A 又は B 内の起電力を單獨に考へたものを單相式起電力 (single-phase E.M.F.) と云ふ。故に單獨なる捲線一組を有する發電機は單相發電機 (single-phase generator) である。要するに二相式起電力と云ふのは其値が等しく、 90° の相差のある二つの單相式起電力を一括して考へたものである。

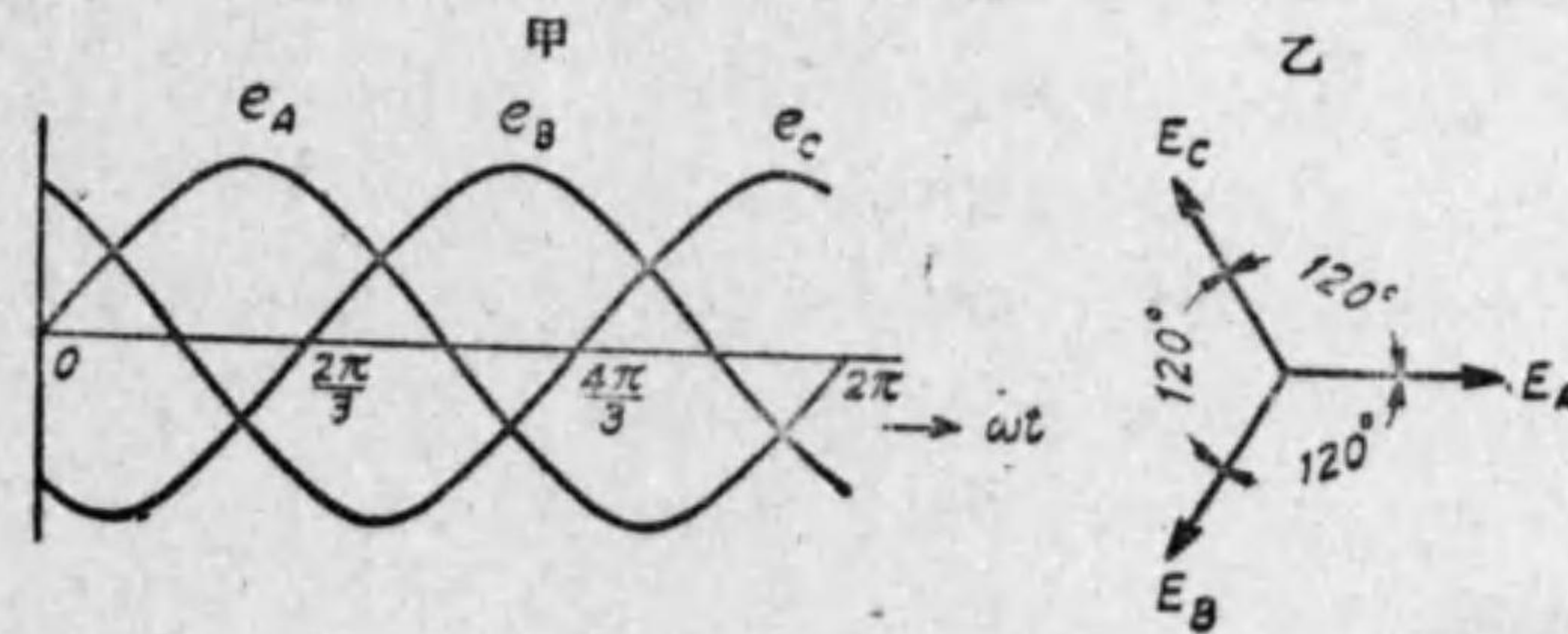
次に第 272 圖の様子に發電子上に電氣度で 120° 宛距つて、三組の相等しき捲線を配置し、矢の方向に廻轉させると、 A, B, C 捲線内には第 273

圖甲乙に示す様に其値は互に相等しく、各々の間の相差が 120° である三つの起電力が出来る (正の方向を同一方向に取る事は勿論である)。此三組に出来る起電力を一括して考へて、之を三相式起電力 (three-phase

第 272 圖



第 273 圖



E.M.F.) と云ひ、斯る起電力を生ずる発電機を三相発電機 (three-phase generator) と稱する。要するに三相式起電力とは其値は相等しく、互に 120° の相差で相従ふ三つの单相式起電力を一括して考へた時の名稱である。

以上述べた関係を式を以て示せば次の様になる。即ち

二相式起電力は

$$\left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t \\ e_B &= E_m \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (112)$$

三相式起電力は

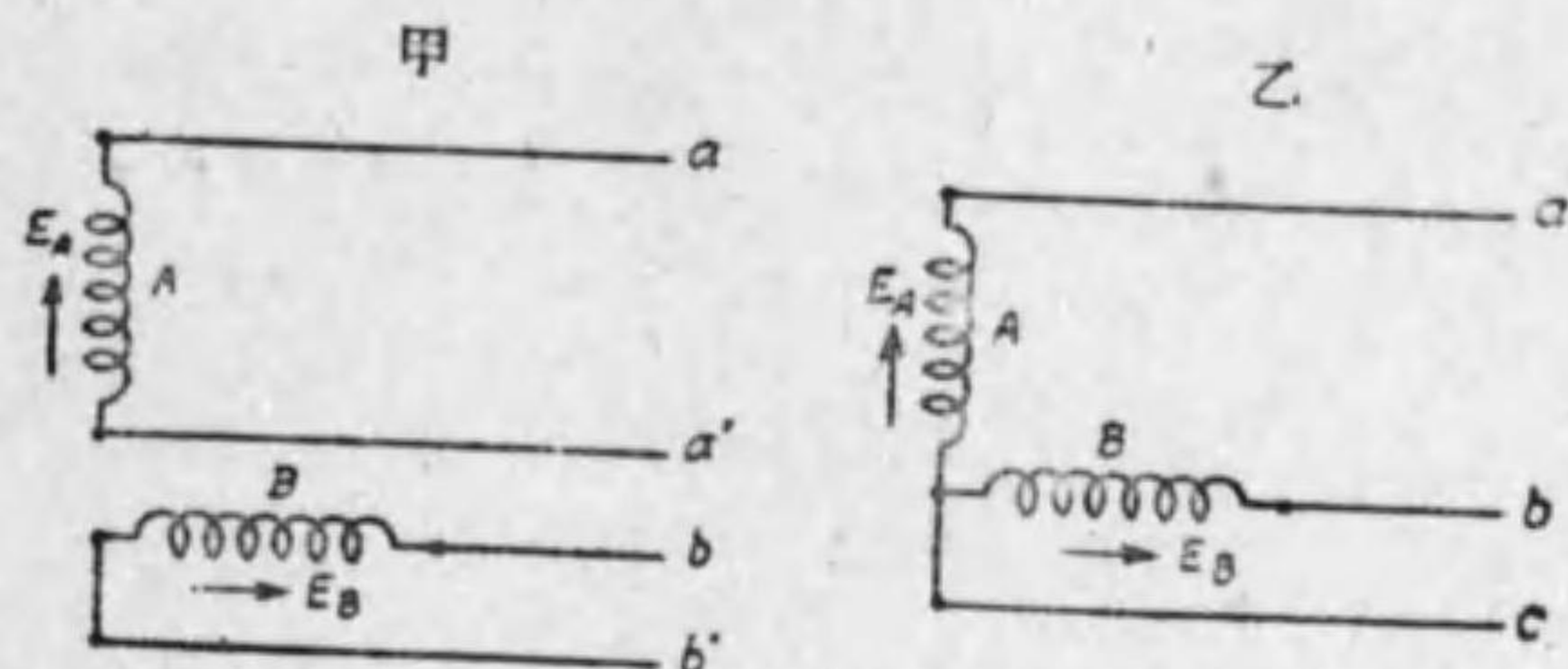
$$\left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t \\ e_B &= E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ e_C &= E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (113)$$

但し二相及三相式とも e_A の正の方向にならんとする零點を通過する瞬間を起算點に取りたる事申迄もない。

251. 二相式の接続法

今第 274 圖に於て A, B を發電子上の捲線とし、之に二相式起電力が誘導せられ、其の正方向は矢にて示す様だとしよう。此二相式起電力によりて二相式電流を通ぜしめる電路、即ち二相式電路を作るには、各捲線の各端から 1 本づゝの電線を出し、都合 4 本の電線を用ひてもよい。或は同圖乙の様に A 捲線の一端と之れに相當する B 捲線の一端とを接続して a, b, c の 3 本の電線を用ひてもよい。然る時は前者に於ては aa' 間及 bb' 間の電壓は 90° の相差を有する

第 274 圖



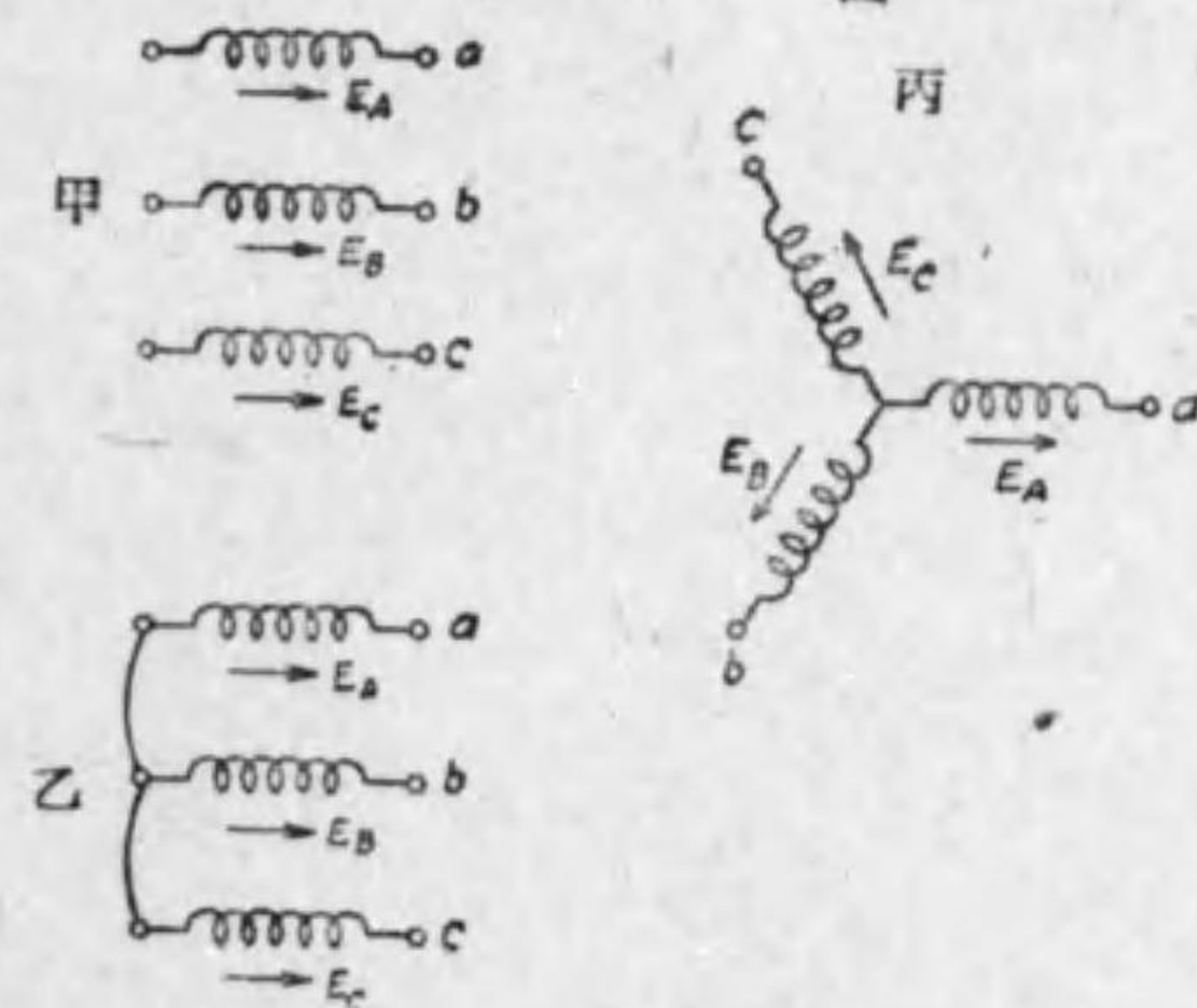
二相式電壓である事申迄もないが、後者に於ても ac, bc 間の電壓は兩捲線に誘導されたる起電力によりて生ずるものであるから、同じく二相式電壓である。前者を二相四線式 (two-phase four-wire system)、後者を二相三線式 (two-phase three-wire system) と稱する。

252. 三相式の接続法

第 275 圖 甲に示す三組の捲線

A, B, C に三相式起電力が誘導され、其正方向を矢にて示す様だとしよう。此三相式起電力によりて三相式電流を通ぜしめる三相式電路を作るには、二つの方式がある。其一つは同圖乙に示す接続法で

第 275 圖



ある。之を分り易くするため同圖丙の如く描くものにして、星形結線(star connection)又は Y 結線(Y connection)と稱し、共通點 O を中性點(neutral point)と稱する。Y 結線と云ふ理由は此結線圖が Y なる文字に似て居るからである。

他の一つは三つの捲線を第 276 圖甲に示す様に接続したるものである。

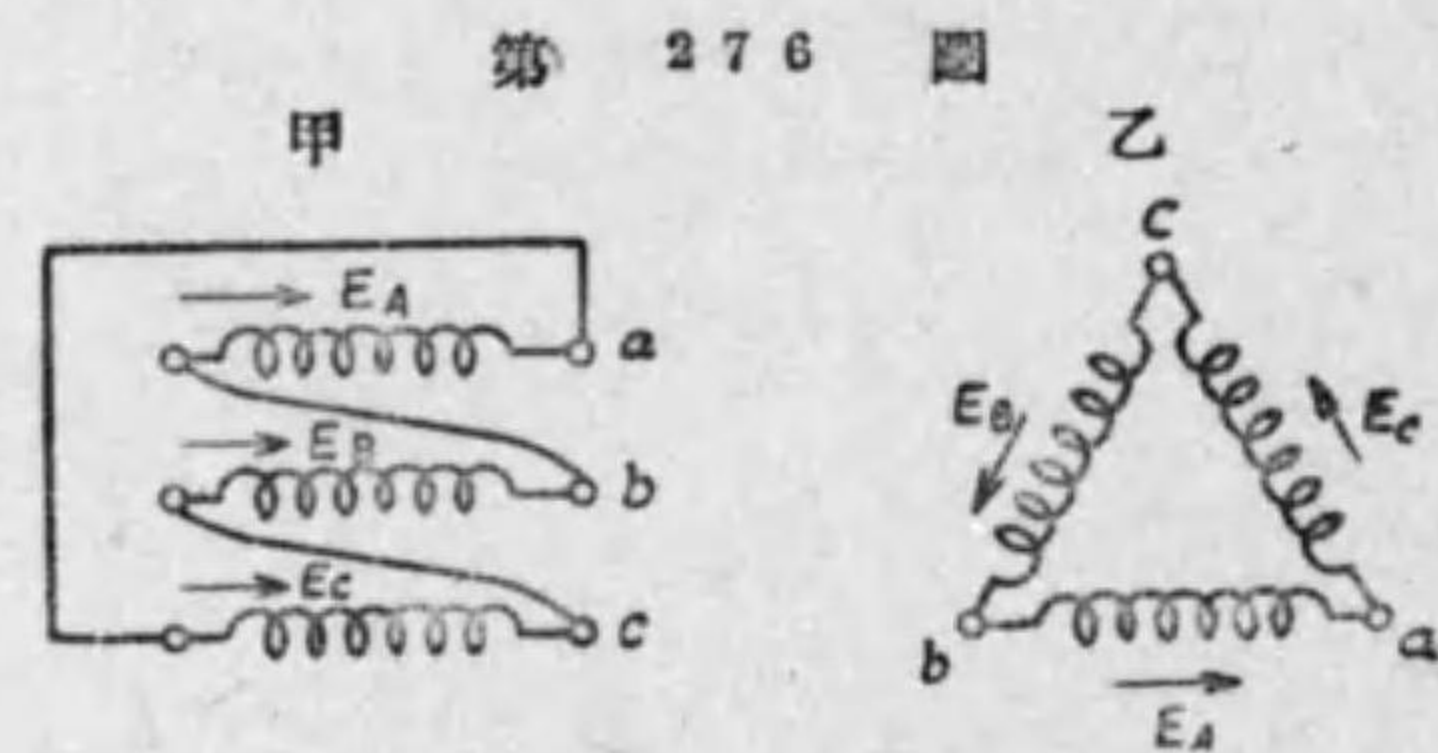
之を分り易くするため同圖乙の様に描くものであつて、網狀結線(mesh connection)或はギリシヤ文字 Δ (delta) に似

て居るから、三角結線(delta connection)とも稱する。さうして星形或は網狀結線なる名稱は三相式及其れ以上一般多相式に使用するものなれども Y 又は Δ 結線なる名稱は三相式に限られたる事勿論である。

253. 多相式の用語

多相式發電機或は電動機の各捲線、又は多相式の負荷を構成する各分岐路を普通 相(phase)と稱する。

一般に多相式機械の各相は其機械内に於て永久的に星形又は網狀に結線せられて居て、星形の自由端或は網狀の接続點が端子として其機械の外部に引出されて居るのである。さうして或一つの端子が二つの相の接続點である場合は此端子を通じて此機械を出入する電流は此點に結ばれたる二つの捲線内を通ずる電流の合成である。此合成電流を線路電流(line current)と呼び、其或る捲線或は相を通ずる電流を相電流(phase current)と稱す



る。

同様に任意二つの端子間の電圧を線路電壓(line voltage)と稱し、或る捲線又は相の兩端間の電圧を相電壓(phase voltage)と稱する。特に星形結線(三相の場合は Y 結線)に於ては相電壓を星形電壓(star voltage)と稱する事が屢々ある。

多相式機械に於ける各相の電流の實効値が相等しく、相差角が又互に相等しき時は之れ等の電流は平衡(balance)して居ると稱する。同様に各相の電壓の實効値相等しく、且つ其相差角が互に相等しき時は之れ等の電壓は又平衡して居ると云ふ。さうして電流及電壓が共に平衡して居る場合には、電力(入力又は出力)は各相に付き相等しく、斯る場合に此機械は平衡負荷(balanced load)を負ふて居ると云ふのである。或は單に負荷が平衡して居るとも云ふ。さうして斯る状態にある方式を平衡多相式(balanced polyphase system)と稱する。

附記 元來平衡せる多相式電流、電壓とは、已に説明せる通り、其實効値(同一周波數なるは勿論)相等しく、同一の相差角で相從ふ、即ち此等をベクトルを以て表はせば對稱(symmetry)の状態になる場合の名稱であるから、二相式では三相式の様に、斯る名稱が使用出來ぬ譯である。何となればベクトル圖を描けば直に分る様に、平衡三相式に於ては 120° 宛の相差であるから、對稱の状態になり得るが、二相式にありては斯くの如き状態になり得ぬからである。然れども普通は二相式に於ても三相式同様平衡なる言葉が使用せられて居るのである。

254. 二相式の電圧、電流及電力

已に述べた様に二相式には二つの結線法がある。今其各に就き詳しく述べよう。但し二相式電圧及電流は何れも正弦波形のものとする。

(a) 二相四線式 第277圖の様に二相四線式の各相に二つの相等しきイムピーダンス

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

で負荷したとしよう。すると此時通ずる電流 I_A, I_B は各相を獨立に考へると全く單相式と同様だから、其値は

$$I_A = \frac{E_A}{Z}, \quad I_B = \frac{E_B}{Z}$$

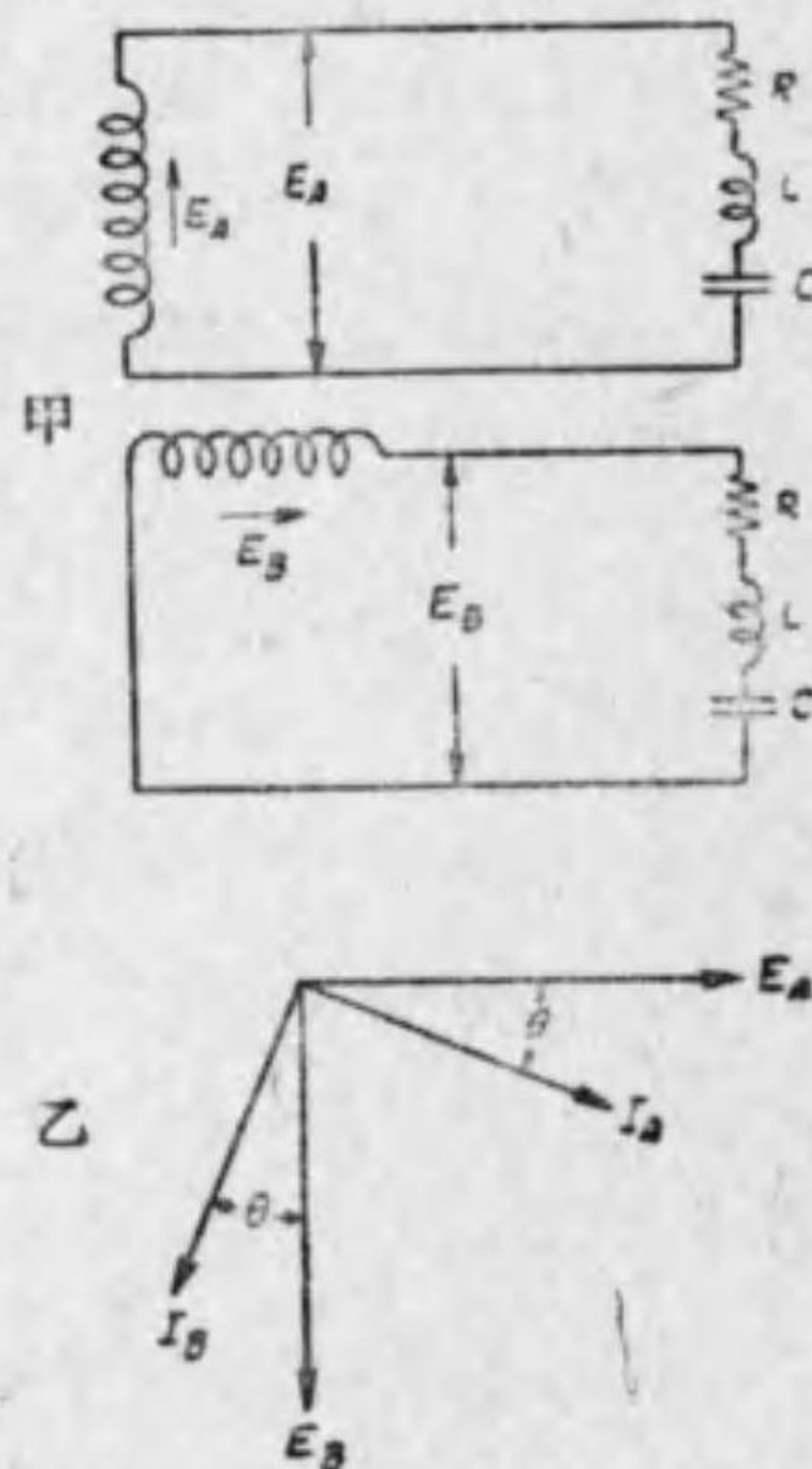
で共に E_A 及 E_B から

$$\theta = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

だけ遅れる。

故に電流及電壓の關係をベクトル圖に示せば、第277圖乙の様になる。さうして E_A, E_B が平衡二相式電壓であるならば、 E_A の値は E_B に等しいから、 I_A の値は I_B の値に等しい（但し此場合は發電機捲線のイムピーダンスは考へ入らず、電壓と起電力と同一の値とする）。然るに I_A, I_B の間の相差角は第277圖乙から明な様に 90° である。故に I_A, I_B も亦平衡二相式電流である。

第 277 圖



さうして、 A 相及 B 相の電力は夫々 $I_A E_A \cos \theta, I_B E_B \cos \theta$ である。故に此二相發電機よりの電力(即ち發電機の出力)は

$$P = E_A I_A \cos \theta + E_B I_B \cos \theta$$

である。然るに此場合は已に述べた様に、平衡二相式であるから、各相の電力相等しく

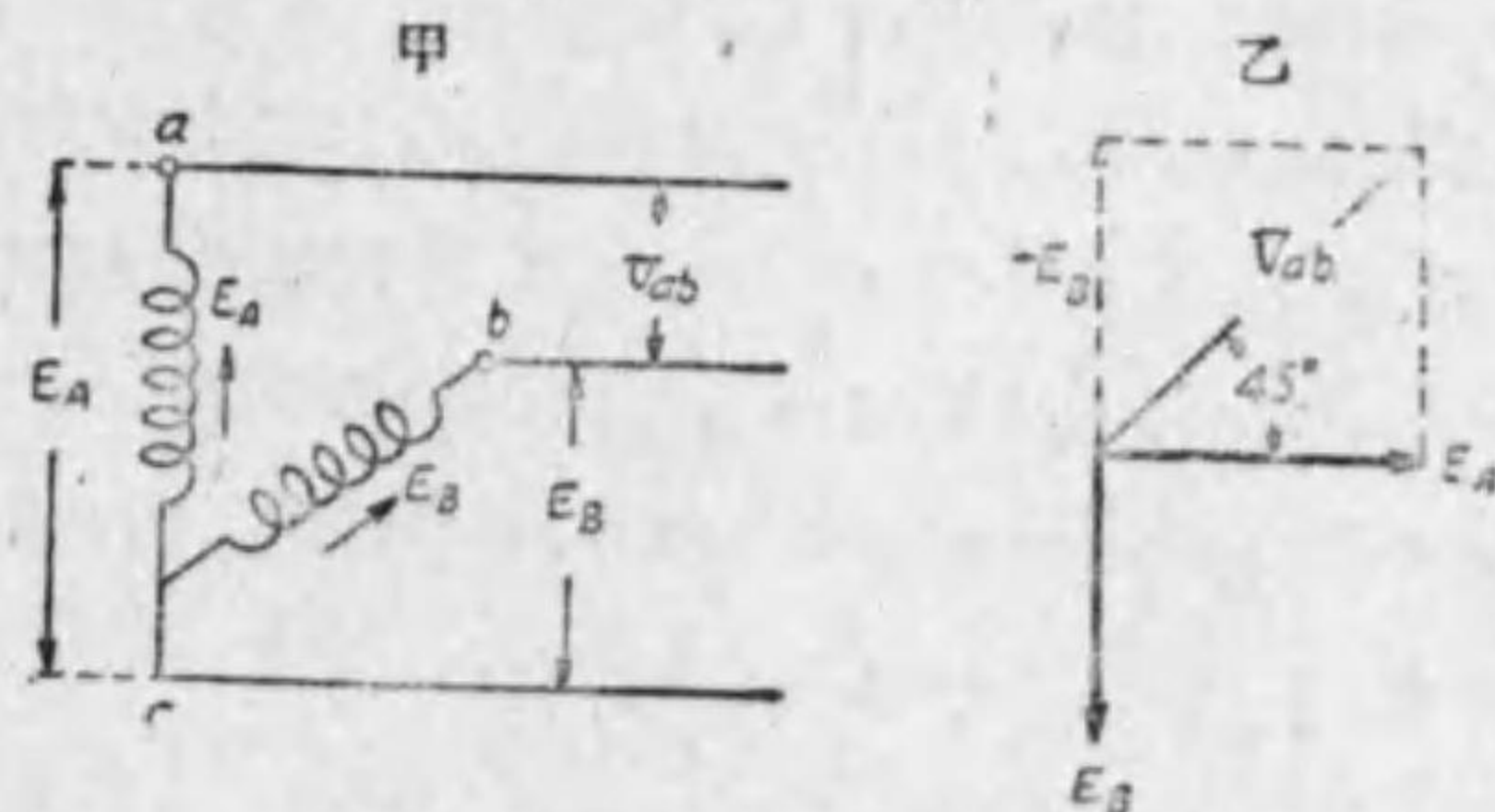
$$P = 2E_A I_A \cos \theta = 2E_B I_B \cos \theta (\because E_A = E_B, I_A = I_B) \dots (144)$$

即ち平衡二相式に於ては發電機よりの出力或は負荷への入力は各相の電力の二倍である。

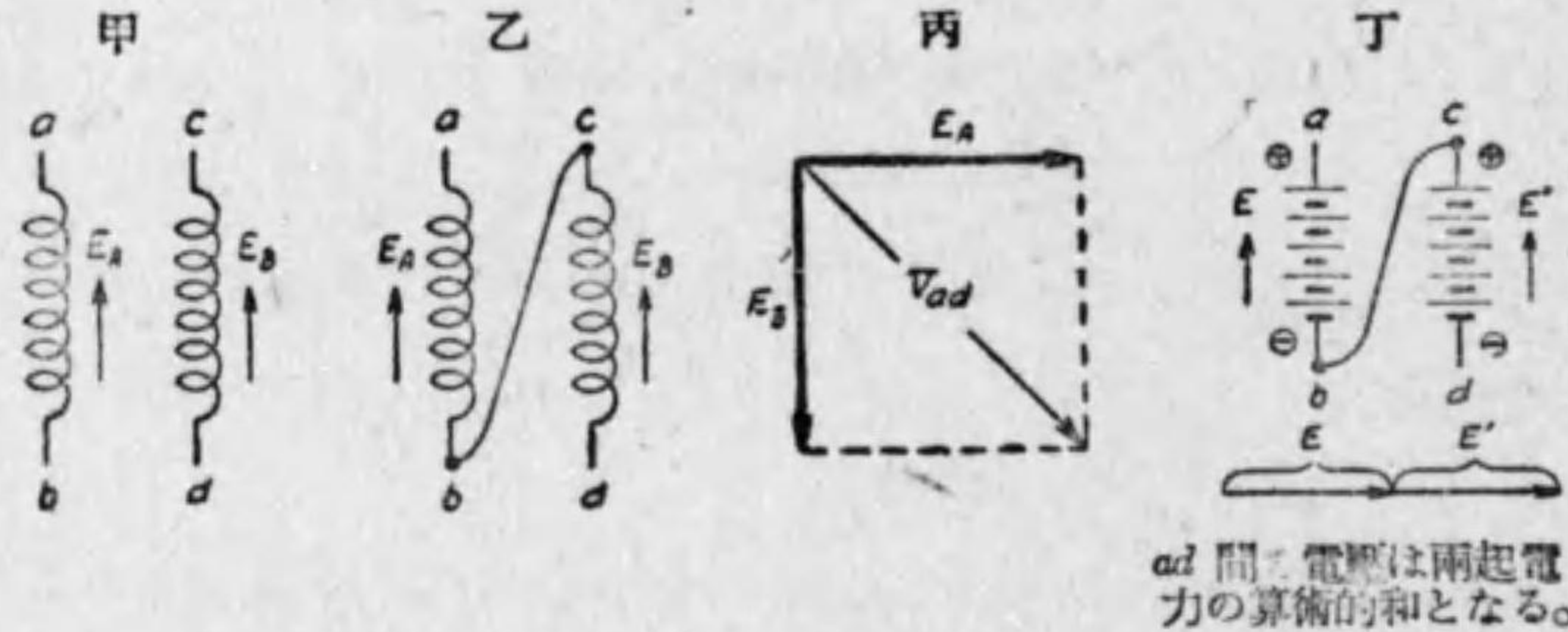
此方式によりて發電機より、或は電動機へ電力を輸送するには四本の電線を要する事勿論である。さうして斯る方式は單相發電機が二個あると同一であるから、相電圧は線路電圧に等しく、又相電流は線路電流に等しい。

(b) 二相三線式 第278圖甲に示す様な二相三線式があるとしよう。 a, b, c 間の電圧は前同様 E_A, E_B に等しいから、共に其値は等しく、相差は 90° である。然し ab 間の電圧 V_{ab} は E_A と E_B とのベクトル差であるから、其値は $\sqrt{2} E_A$ (或は $\sqrt{2} E_B$) で、 E_A から 45° 進んで居る(第278圖乙)。

第 278 圖



第 279 圖

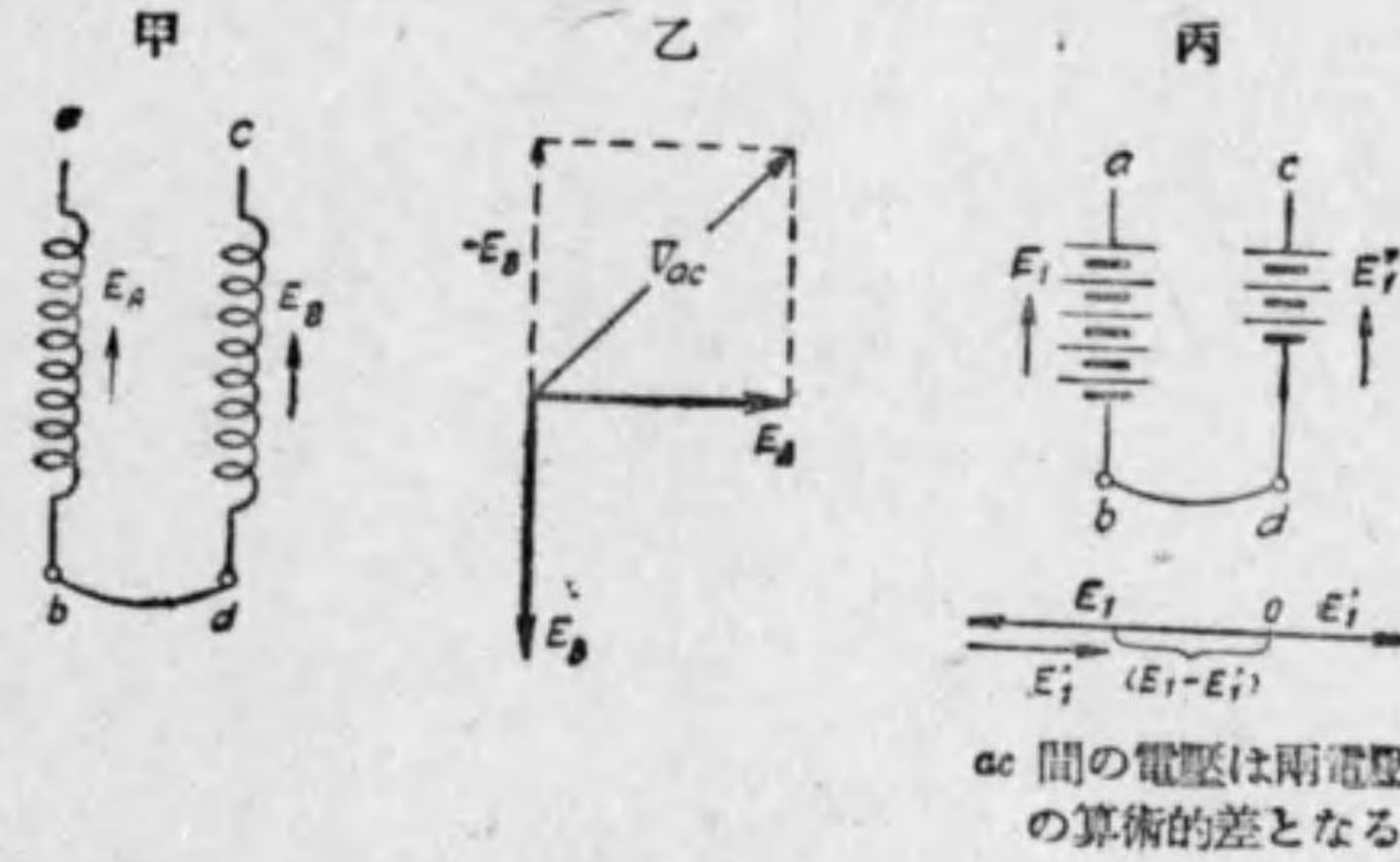


ad 間の電圧は兩起電力の算術的和となる。

以下 ab 間の電圧 V_{ab} が E_A と E_B とのベクトル差になる理由を述べて見よう。今第 279 圖甲の如き二相式起電力を有する二つの捲線ありとし、起電力の正方向を矢にて示す様であるとする。すると之れを乙圖の如く接続する時は起電力は互に加へ合はさる事（即ち直列）になり、兩捲線内の起電力は兩起電力 E_A, E_B のベクトル和となり、従つて ad 間の電圧は丙圖に示す様に電圧 E_A, E_B (但し電圧と起電力とを同一値に取るものとする) のベクトル和 V_{ad} とならねばならぬ。此事は丁圖に示す如き二組の電池を直列に接続した場合と同一関係であるから、比較考察するならば、直に推知出来るであらう。

次に前記捲線を第 280 圖甲の如く接続する時は、起電力の方向は互に相反するから、前同様の理により ac 間の電圧 V_{ac} は乙圖に示す様に、電圧 E_A, E_B のベクトル差を取る必要がある。第 278 圖甲に示したる二相三線式は此場合に相當するのである。此事柄と丙圖の如き電池と比較すれば直に理解出来る筈である。即ち丙圖に於て ac 間の電圧は $E_1 - E_1'$ となる。然し交流に於ては相差を考へる必要があるから、前述の様にベクトル和或はベクトル差を取らねばならぬけれども、直流にありては起電力、従

第 280 圖



ac 間の電圧は兩電圧の算術的差となる。

つて電圧の算術的差を求むればよいだけの差異あること勿論である。さうして起電力を並列又は直列に接続することにより端子電圧が前者に於ては差となり、後者にありては和となる點は交流も直流も同一である。

併せて本論に立返つて第 281 圖甲の様に ac, bc 間に等しいイムピーダンス

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

で接続する。即ち A 相と B 相とに等しく負荷する（或は平衡負荷を掛ける）時は、同圖から明な様に

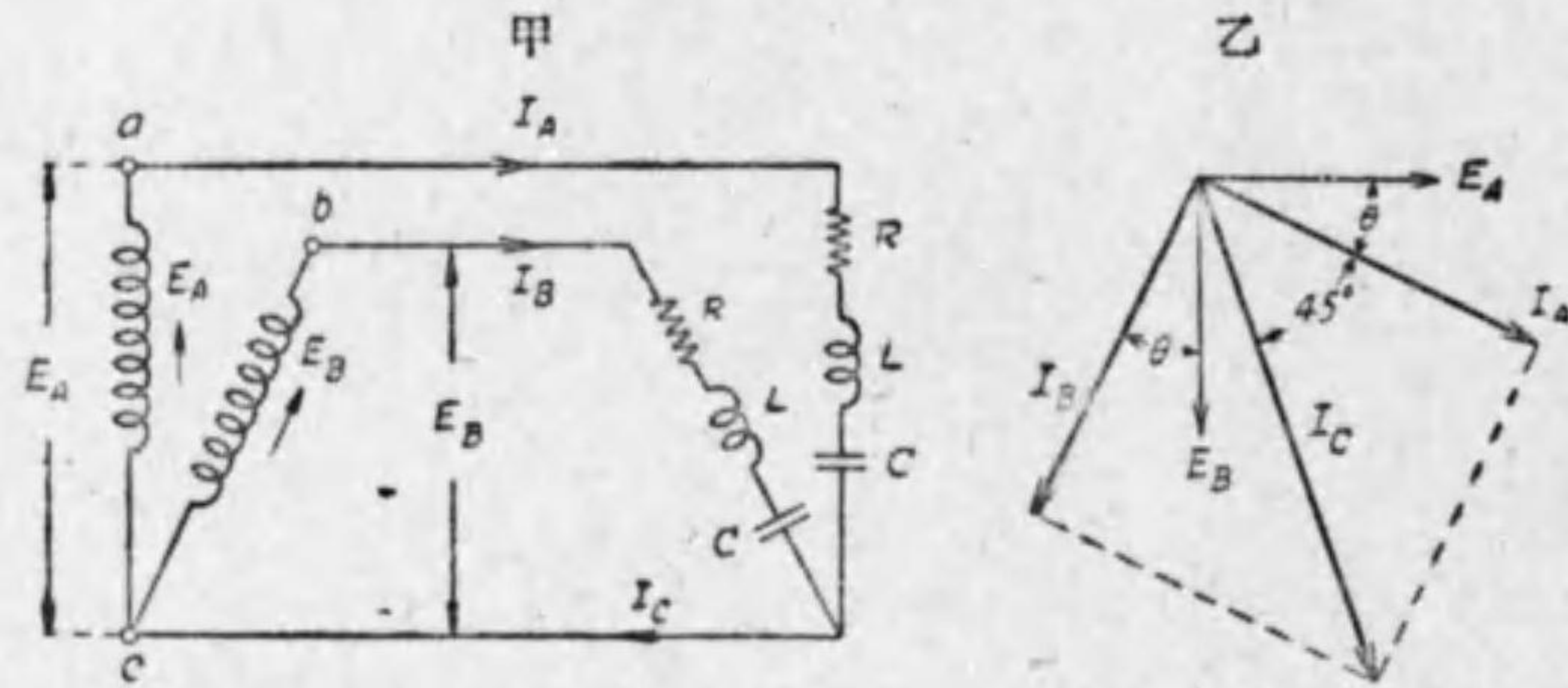
$$I_A = \frac{E_A}{Z}, \quad I_B = \frac{E_B}{Z}$$

と云ふ絶対値の等しい電流が通じ、さうして此等の電流は夫々電圧 E_A 及 E_B から

$$\theta = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

だけ遅れて居る。故に E_A, E_B, I_A, I_B のベクトル圖は丁度第 281 圖乙の様になる。(但し此場合に於て捲線のイムピーダンスは考に入れず起電力

第 281 圖



と電圧とは同一値とする)。即ち此場合にありても、 I_A, I_B は其値が相等しく、且つ 90° の相差がある。故に平衡二相式電流である。

然るに、 C 線を通ずる電流はキルヒホッフ第一法則に依り I_A と I_B とのベクトル和であるから、 I_C は同圖に示す如く其値は I_A 又は I_B の $\sqrt{2}$ 倍で I_A から 45° 遅れて居る。

二相三線式では此 C 線を共同歸線(common return)と稱し、 a 及 b 線を外側線(outer wire)と稱する。さうして此場合に於ても平衡二相式であるから、其電力は

$$P = 2E_A I_A \cos\theta = 2E_B I_B \cos\theta \dots\dots\dots(144')$$

である。

二相式に就き以上述べたる関係を列記すると、

$$V_{ab} = \sqrt{2} E_A = \sqrt{2} E_B \dots\dots\dots(145)$$

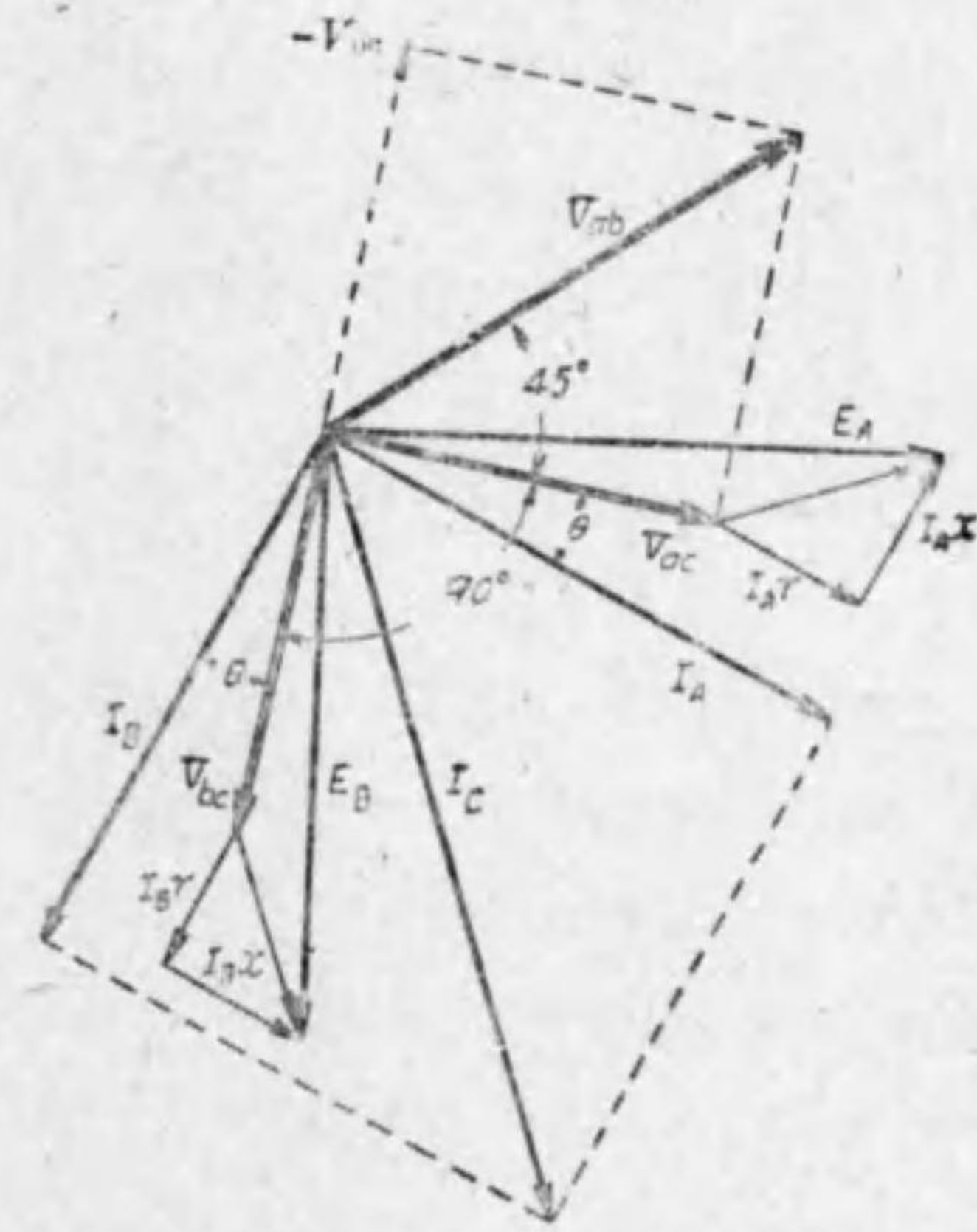
$$I_C = \sqrt{2} I_A = \sqrt{2} I_B \dots\dots\dots(146)$$

$$P = 2E_A I_A \cos\theta = 2E_B I_B \cos\theta \dots\dots\dots(144')(144')$$

である。さうして此等諸關係は兩相の電流及兩相電圧が何れも平衡正弦波

電流及電壓の場合、即ち正弦波形の平衡二相式に於てのみ成立すべきものである。

第 282 圖



次に發電子捲線内のイムピーダンスを考へ入れたる二相三線式に於て負荷平衡せる場合の端子電圧、捲線内の起電力、電流等の關係をベクトル圖にて示せば第282圖の様になる。但し V_{ac} 及 V_{bc} は各相に於ける平衡二相電圧、 r 及 x は發電子捲線の抵抗及リアクタンス、 E_A 及 E_B は發電子内に發生する起電力(或は無負荷に於ける端子電圧)なりとする。

此場合に於ても前同様

$$\left. \begin{aligned} V_{ab} &= \sqrt{2} V_{ac} = \sqrt{2} V_{bc} \\ I_C &= \sqrt{2} I_A = \sqrt{2} I_B \\ P &= 2V_{ac} I_A \cos\theta = 2V_{bc} I_B \cos\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(147)$$

となる事勿論である。さうして此ベクトル圖より分かる様に、假令發電子捲線に誘導される起電力が等しくとも電流の値が異なる時、即ち不平衡負荷(unbalanced load)を負ふて居る時は端子電圧にも不同を來たし、問題は中々面倒になる。依つて以下述べんとする三相式の諸事項に就きて

平衡三相式、即ち各相の電圧及電流が何れも平衡せる場合のみを論ずる事にする。

〔例 122〕 二相式発電機がある。各相の端子電圧が 1100 ヴォルトだと云ふ。若し二相三線式送電を行ふならば、兩外側線間の電圧は何ヴォルトなるか。但負荷は平衡せるものとする。以下断りなき時は平衡式と心得て貰ひたい。

解 兩外側線間の電圧は各相端子電圧の $\sqrt{2}$ 倍である。故に

$$1100 \times \sqrt{2} = 1550 \text{ ヴォルト}$$

〔例 123〕 二相三線式により 200 馬力の電力を送らうとする。今兩外側線間の電圧が 3110 ヴォルトで、負荷の力率が 80% の時は各線を通ずる電流は夫々何アムペアなるか。

解 兩外側線間の電圧は 3110 ヴォルトなる故、各相電圧

$$E = \frac{3110}{\sqrt{2}} \text{ ヴォルト}$$

又兩外側線を通ずる電流を I とすれば、題意により

$$\begin{aligned} 200 \times 746 &= 2EI \cos \theta \\ &= 2 \times \frac{3110}{\sqrt{2}} \times I \times 0.8 \end{aligned}$$

$$\therefore I = 42 \text{ アムペア}$$

故に共同歸線に通ずる電流

$$I_c = 42 \times \sqrt{2} = 60 \text{ アムペア}$$

255. 端子電圧と起電力との關係

交流電路中の

二點 a 點と b 點との間の電位差を考ふるとき、電圧の正負を次の二様に

考へることが出来る。

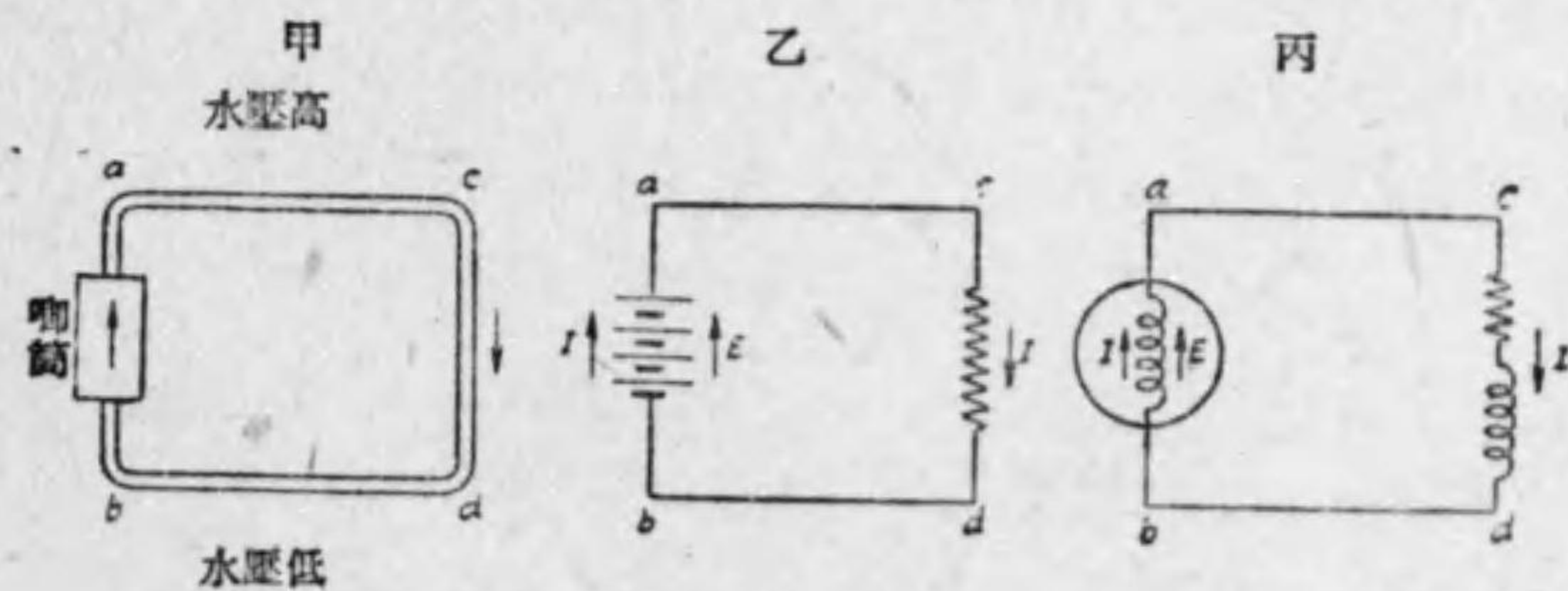
$$\begin{aligned} I &\begin{cases} a \text{ 點の方 } b \text{ 點よりも高電位の瞬間} \dots\dots\dots \text{電圧} + \\ a \text{ 點の方 } b \text{ 點よりも低電位の瞬間} \dots\dots\dots \text{電圧} - \end{cases} \\ II &\begin{cases} b \text{ 點の方 } a \text{ 點よりも高電位の瞬間} \dots\dots\dots \text{電圧} + \\ b \text{ 點の方 } a \text{ 點よりも低電位の瞬間} \dots\dots\dots \text{電圧} - \end{cases} \end{aligned}$$

以下本書に於ては二點間の電圧を論ずるとき、其の正負の定め方即ち正方向の選び方が I の方式なるときには V_{ab} と記し、 II の方式なるときには V_{ba} と記して之れを區別することに定める。

同一交流、同一交番起電力或は同一電圧でも正方向の選び方に依つて之れを示す波形は 180 度の相差があり、従つて之れを示すベクトルは反対の向を取ることは已に述べたところである。例へば電圧に就て云へば V_{ab} を示すベクトルと V_{ba} を示すベクトルとでは其向は反対である。

或る電氣回路に於ける電源は水流回路に於ける唧筒に類するものである。第 283 圖甲の如き水流回路に於て、若し水流が矢を以つて示す向に流れ居るときには、水管内の水壓の高低は圖中記入の通りである。直流電氣回路に於ては水流回路に於けると全く同様であつて、乙圖の如き電氣回路

第 283 圖



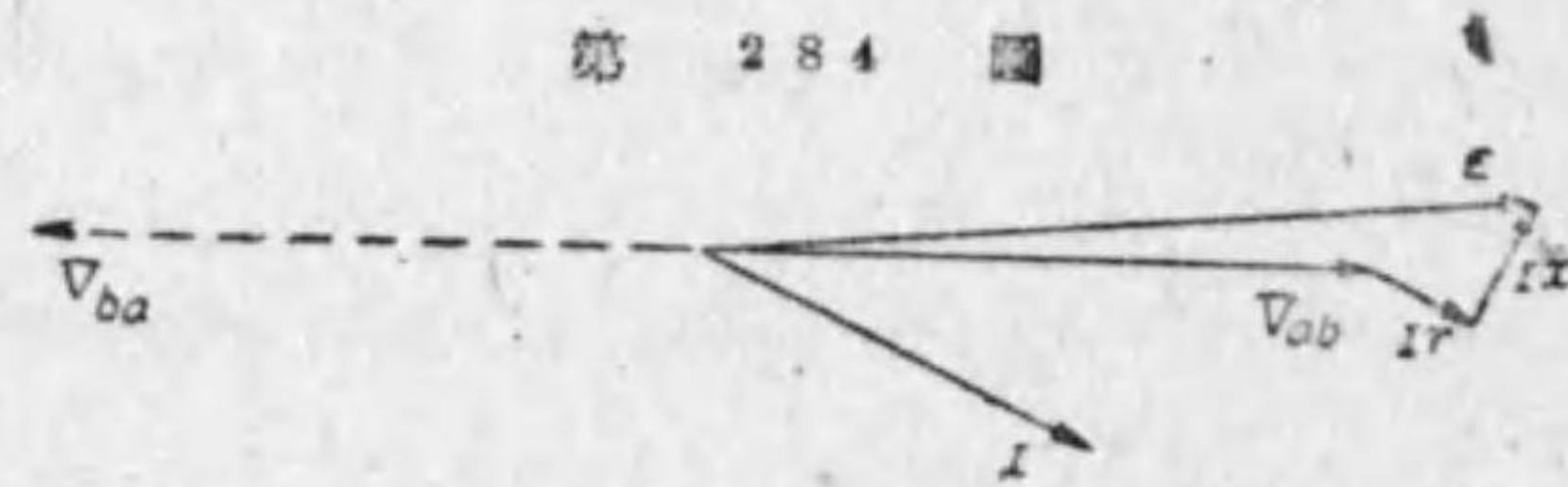
ありとすれば a 点の方必ず b 点よりも高電位である。さうして普通吾々が電池の端子電圧と稱するのは此電位の高低に従つて V_{ab} を意味するのであつて、電池内に内部抵抗なきときには V_{ab} が電池の起電力 E と等しく、又電池抵抗 r が存在するときには

$$V_{ab} = E - Ir$$

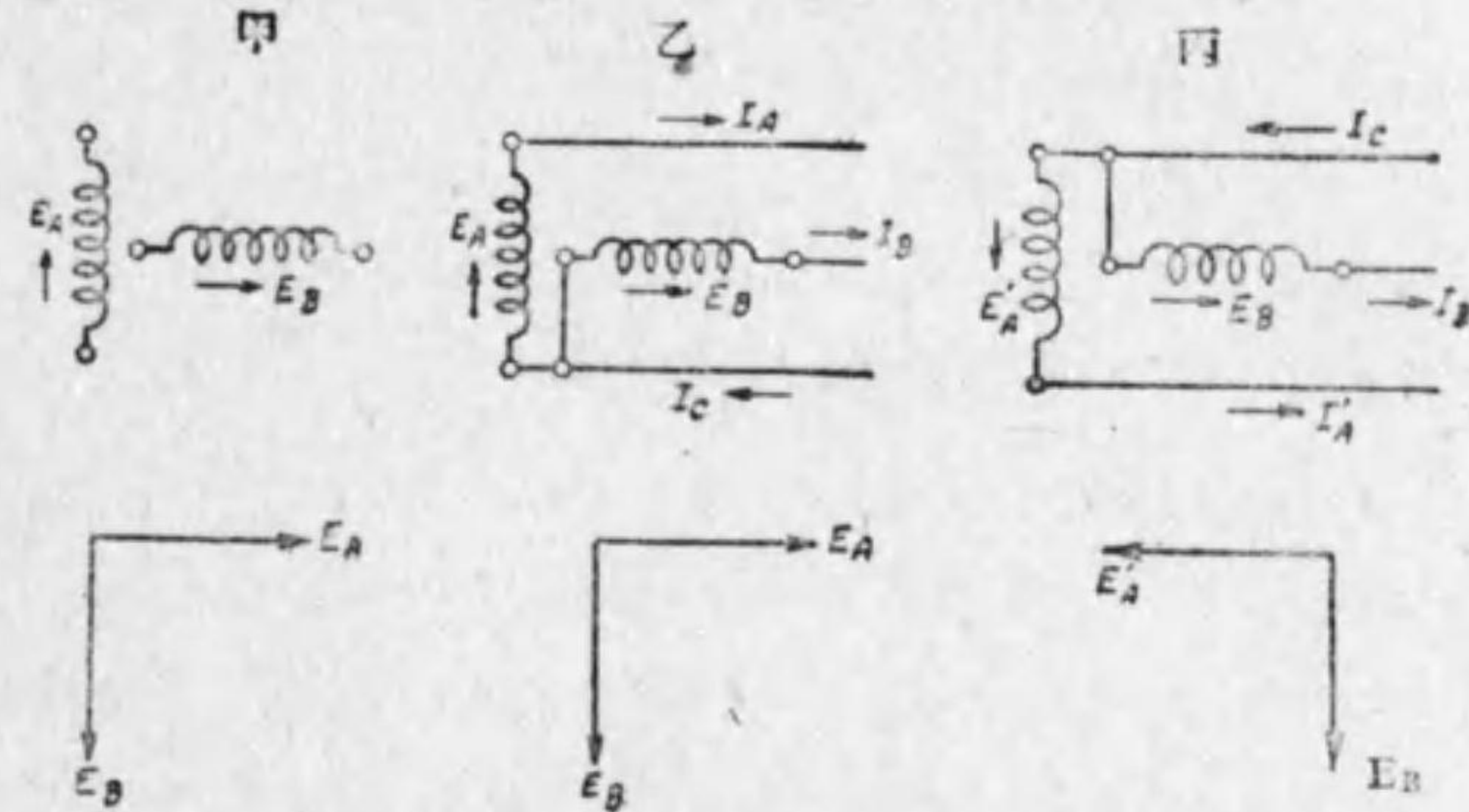
に等しくなるのである。交流の場合には起電力と電流との間には位相の差が存在するから、電流の方向と電位の高低との関係は總ての瞬時に於て直流の場合と一致しないのが一般である。然し若し起電力と電流との間に位相の差なき時即ち両者が同相のときには電流の方向と電位の高低との関係は總ての瞬間に於て直流の場合と一致する。依つて丙圖の如き交流回路に於て電流及起電力の正方向を矢の向に選定するとき（此兩者の正方向は必ず一致せしめる）には、發電機の端子電圧と云へば必ず V_{ab} を意味するのであつて、若し電源内に抵抗もリアクタンスもなきときには此 V_{ab} と起電力 E （正方向には矢の向を取ること勿論）とが相も大きさも等しくなり、又電源内に抵抗 r 、リアクタンス x が存在するときには抵抗降下 Ir とリアクタンス降下 Ix とを E よりベクトル的に減じたものが V_{ab} に等しくなるのである（第 284 圖参照）。

第 283 圖丙の交流電路に於て、 V_{ab} を電源の端子電圧とするならば電源外の負荷インピーダンスに於ても V_{ab} を以つて其電圧とすべきは當然であ

第 284 圖



第 285 圖



る。さうして斯の如くに電圧の正方向を選ぶときには、電源の端子電圧と電源外の負荷インピーダンスの端子電圧とに於ては電流と電圧との正方向の関係が相反する様になつて居る。此區別を明にして置かれない。

注意 単相交流回路の起電力なり電流なりの正方向は任意に選んでよしいが、二相三線式電路に於ては兩外側線の電流は電源より負荷に向ふ方向を正方向とし、共同歸線に於ては負荷より電源に向ふ方向を正方向とするのが一般である。而して起電力の正方向は電流の正方向と一致せしめるのが普通だから起電力は兩線輪の接続點から外側線に向ふ方向を其正方向とすべきものである。従つて今第 285 圖甲に示す二線輪が或る二相發電機の二線輪を示すものとし其起電力の正方向を圖中矢の方向に選んだときに A 線輪の起電力が B 線輪の起電力よりも 90° 度進んで居るものと假定すれば、此發電機を乙圖の如き三線式に接続するときには兩線輪の起電力の正方向は甲圖のときと同じでよいから、 A 線輪の起電力の方が B 線輪の起電力よりも 90 度進んで居ると云へるが、若し丙圖の如き三線式に接続

するときには A 線輪の起電力の正方向が甲の場合と反対になる結果起電力を表はすベクトルも反対の向を取るから、此場合には B 線輪の起電力の方が A 線輪の起電力よりも 90 度進めるものと考へなければならぬ。

256. 三相星形結線の電壓

今第 286 圖甲 (分り易くするため乙の如く描く) の様な三相星形結線 (或は Y 結線) の各捲線に其

値相等しき正弦波形の三相

起電力が発生して居るとし

よう。すると此場合 ab, bc

ca 間の電壓、即ち線路電壓

の實効値 V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} の値

が如何になるかを考へて見

よう。同圖から明な様に、

ab 間即ち aob なる捲線内

には互に方向相反する二つ

の實効値 E_A, E_B なる起電

力存在し、其合成は兩起電

力 E_A, E_B のベクトル差

となる。従つて ab 間の電

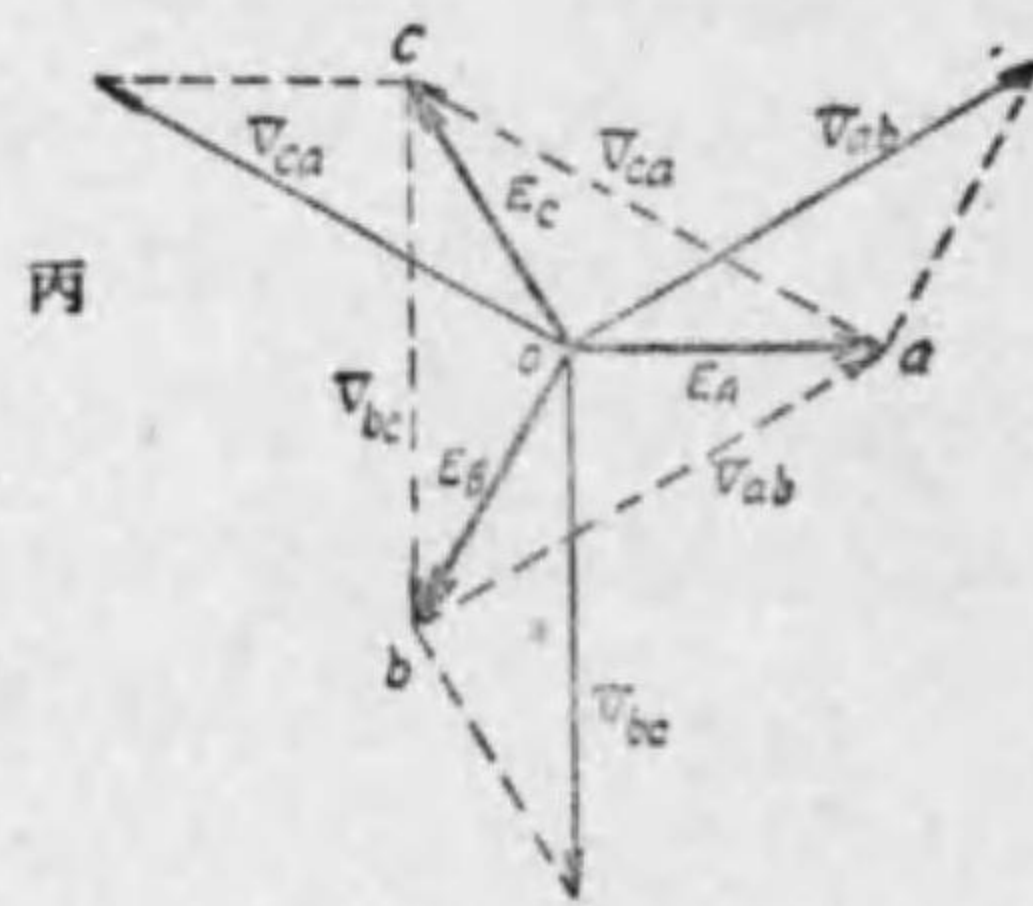
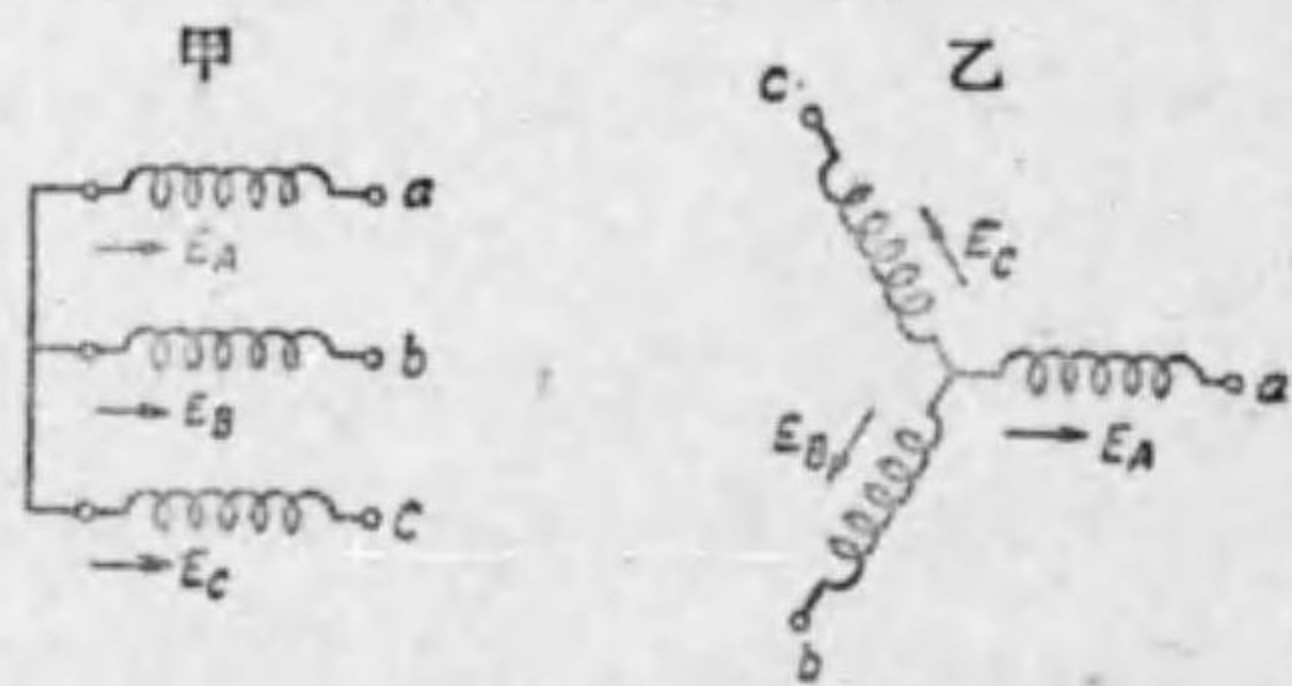
壓 V_{ab} は、已に二相三線式

に於て電池を以て説明した

と同様に、各捲線の相電壓

(或は星形電壓) E_A 及 E_B のベクトル差である。但し此場合捲線のイム

第 286 圖



$$\begin{aligned} V_{ab} &= E_A - E_B \\ V_{bc} &= E_B - E_C \\ V_{ca} &= E_C - E_A \end{aligned}$$

ペーダンスを考へ入れず各相の電壓と起電力とは同一の値に取るものとする。以下断りなき場合は發電子捲線のイムペーダンスは考へ入れざるものとする。

同様に V_{bc} は相電壓 E_B と E_C とのベクトル差、又 V_{ca} は相電壓 E_C と E_A とのベクトル差である。故に同圖丙に於て oa, ob, oc が相電壓 E_A, E_B, E_C を表はすベクトルとすれば、 V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} は同圖の ba, cb, ac の様にならねばならない。然るに同圖に於て oa, ob, oc、即ち E_A, E_B, E_C の値は皆相等しく、互に 120° づゝ距つて居る。故に三角形 abc は正三角形である。従つて ba, cb, ac は皆相等しい。即ち V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} の値は皆相等しく且つ此等の電壓は同圖から明な様に、 120° づゝ 相差を有する。故に線路電壓 V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} は平衡三相式電壓である。即ち三相星形結線 (或は Y 結線) に於ては相電壓 (或は星形電壓) が平衡せる正弦波電壓ならば、此等の電壓の合成なる線路電壓も亦平衡正弦波電壓である。然るに第 286 圖丙に於て

$$\angle oab = \angle oba = 30^\circ$$

である。故に

$$V_{ab} = 2E_A \cos 30^\circ = 2E_A \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} E_A$$

然るに前述の通り $E_A = E_B = E_C, V_{ab} = V_{bc} = V_{ca}$ であるから、一般に Y 結線に於ては

$$\text{線路電壓} = \sqrt{3} \times \text{相電壓 (或は星形電壓)} \dots \dots \dots (148)$$

である。故に星形結線では線路電壓の實効値は相電壓、或は星形電壓 (端子と中性点との間の電壓) の實効値の $\sqrt{3}$ 倍である。

さうして第 286 圖丙から明な様に、線路電壓 V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} は夫々各相の

電壓 E_A, E_B, E_C より 30° 進んで居る。故に若し同圖の E_A, E_B, E_C の様に、 O 點から各ベクトルが出る様にすると同圖の實線で示した V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} の様になる。

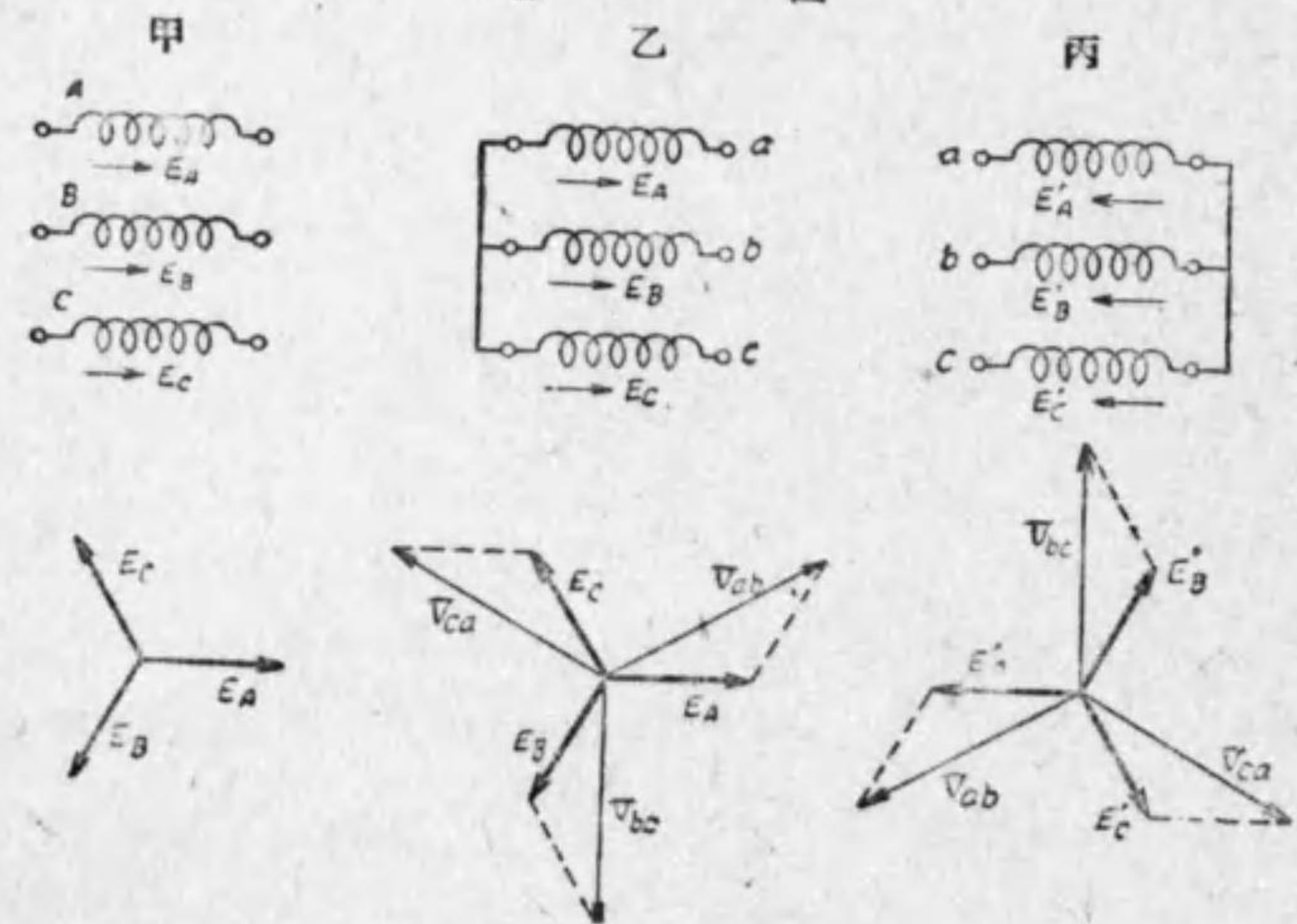
逆に實効値 V なる平衡正弦波電壓が平衡せる Y 結線に給與せられた時は、其 Y 結線の各相の電壓(或は星形電壓)、即ち Y 結線の各端子と中性點との間の電壓も亦平衡して、其値は

$$E = \frac{1}{\sqrt{3}} V \text{ 或は 星形電壓} = \frac{\text{線路電壓}}{\sqrt{3}} \dots\dots(148')$$

である。さうして平衡せる Y 結線 (balanced Y connection) とは各相の抵抗及リアクタンスが夫々相等しき事である。

以上の關係は平衡正弦波電壓に對してのみ成立すべきものなることは注意を要する。若し電壓が其内一つでも等しくないならば、第 286 圖丙の様に

第 287 圖

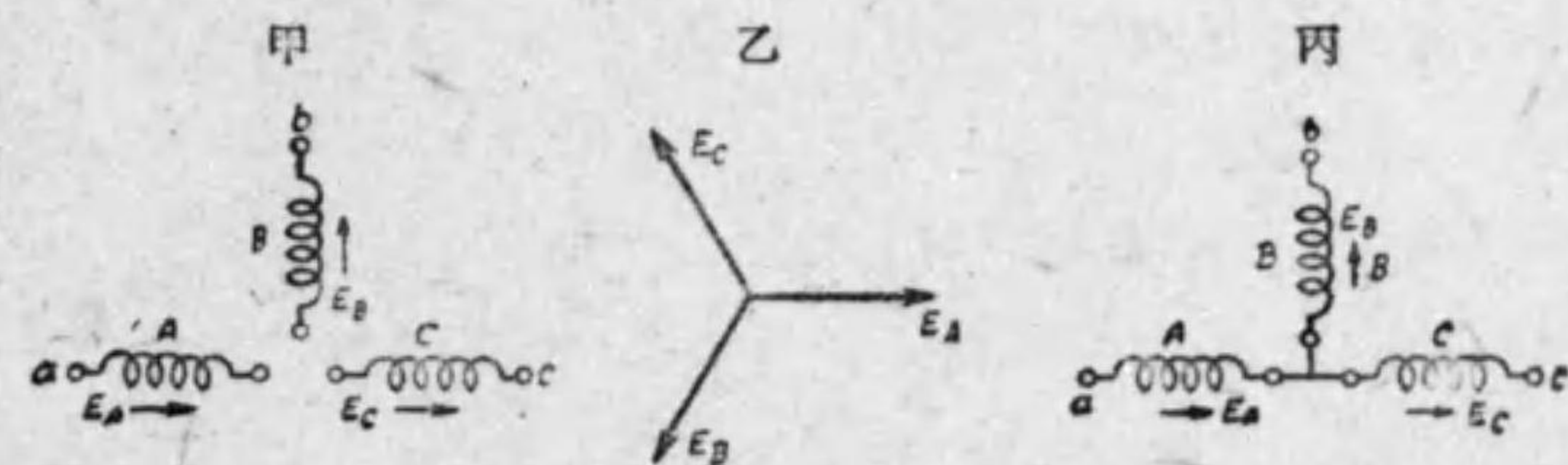


正三角形によりて表はされたる對稱的の關係は最早成立たぬのである。

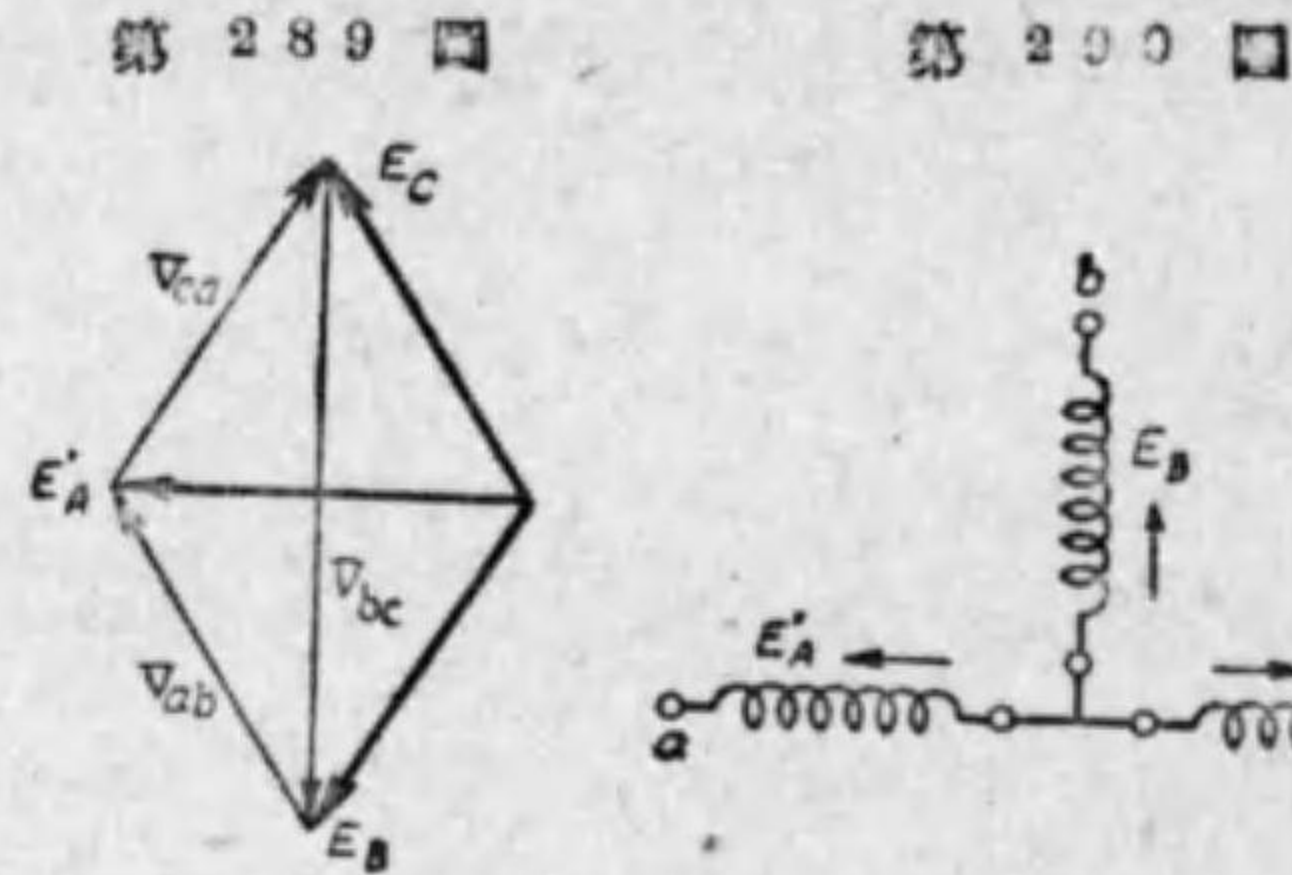
注意 三相式電路に於ても線路電流は電源より負荷に向ふ方向を正方向とするのが一般である。依つて星形接續の三相電源に於ては、起電力の正方向を電流の正方向と一致せしめる爲め中性點より端子に向ふ方向を以つて起電力の正方向とすべきである。従つて今第 287 圖甲に示す三線輪が或る三相發電機の三線輪を示すものとし、其起電力の正方向を圖中矢の方向に選んだときに其起電力が A, B, C の順に 120 度宛遅れ居り其ベクトルが甲圖下部のベクトル圖を以つて示され得るものと假定すれば、若し此三線輪を乙圖の如き星形に接續するときには各線輪の起電力の正方向は甲圖の場合と同じでよいから、各線輪の起電力及端子電壓は乙圖下部に示す様になる。然し丙圖の如き星形に接續するときには各線輪の起電力の正方向を甲圖の場合と逆にしなければならぬから、従つて各線輪の起電力及端子電壓のベクトルは丙圖下部に示せる様になる。

〔例 124〕 第 288 圖甲の三線輪は或る三相發電機の三線輪を示すものとし、起電力を圖中矢の方向に選ぶとき其起電力が E_A, E_B, E_C の順に 120 度宛遅れ其ベクトルが乙圖の如くなるものと假定する。此場合に星形結線となさんとして丙圖の様に接續した。之れで差支へなきか。

第 288 圖



解 星形結線に於ては接續點から端子に向ふ方向を起電力の正方向とするのが普通である。さうして斯の如くに正方向を選



ぶときには、A線輪の起電力の正方向が第288圖甲の場合と反對であるから、起電力のベクトルも其向が逆になる。従つて端子間の電壓は第289圖に示す如く大さ不同となり、又其差も120度宛にならない。斯の如き接續は正しき接續ではない。

本例から明かな様に星形結線とは第290圖の如く各線輪とも中性點から端子に向ふ方向を起電力の正方向としたときに、其起電力に120度宛の相差が存在する如き結線であつて、此時に端子間に平衡三相式電壓が得られるのである。

さうして又各線輪内の起電力がEA, EB, ECの間に120度宛遅れて居る時に、線路電壓Vab, Vbc, Vcaが其れに相當する星形電壓EA, EB, ECより30度進んだ關係が得られるのである(第286圖丙, 第287圖乙丙のベクトル圖參照)。以上の起電力の位相順序を變へると、又各關係が異なつて來るから、其順序を亂さぬ様にする事肝要である。以下各節に於て斷りなき時は上述の如き順序であると解釋して貰ひたい。

【例125】 三相交流發電機がある。若し端子電壓が3300ヴォルトならば一相の電壓(星形電壓)は何ヴォルトなるか。

解 端子電壓は線路電壓に相當するものなる故

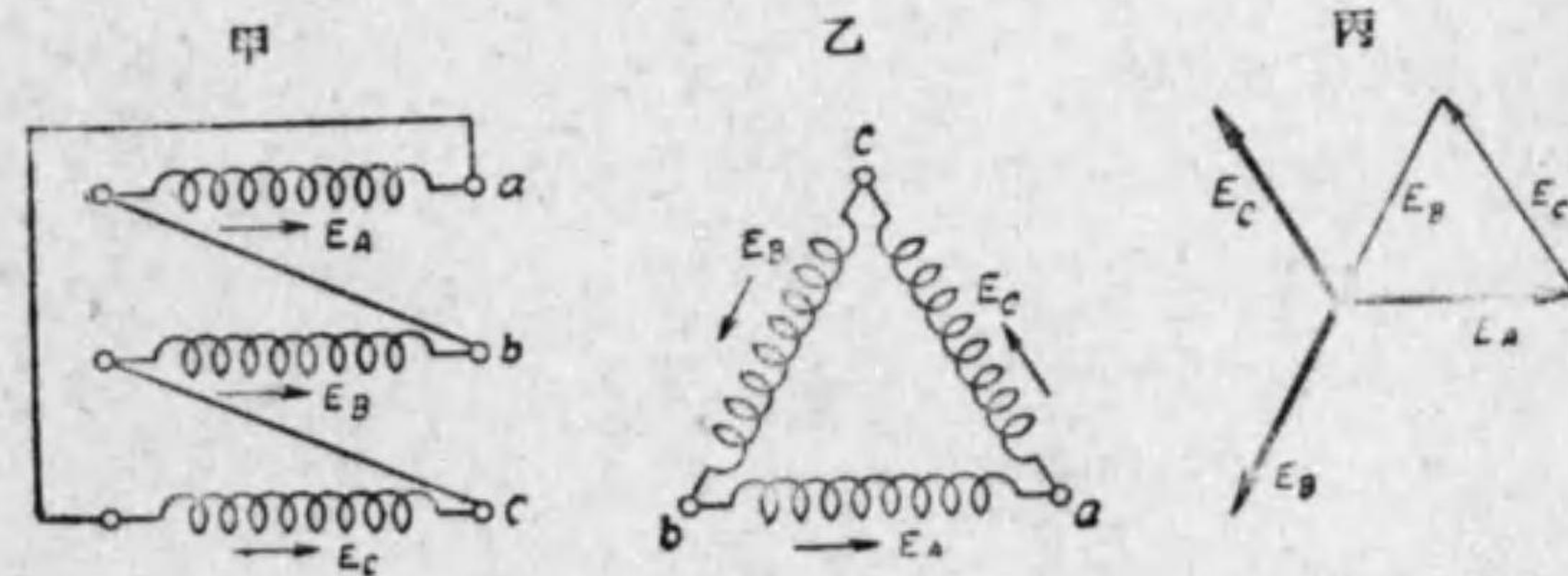
$$3300 \div \sqrt{3} = 1900 \text{ ヴォルト}$$

但し電壓は平衡せる正弦波形のものなること申迄もない(以下同様)

257. 三相三角形結線の電壓 第291圖甲(分かり

易くするため乙圖の如く描く)の様な三相三角形結線(或はΔ結線)のA, B, Cなる三つの相の内に存在する起電力EA, EB, ECが平衡せる三相正弦波起電力であるならば、此等の起電力は長さ等しく、互に120°の角をなした三つのベクトルで表はす事が出来る(第291圖丙)。さうして此の三つのベクトルが、Δ結線によりて作られた環線(loop)内をめぐつて同方向に働く起電力を表はす事は明である。依つてΔ結線内にて電流を循環させ様とする合成起電力は此三ベクトルのベクトル和である。然るに此三ベクトルによりて、第291圖丙に示す様な閉多角形、即ち正三角形を形成するから、此三ベクトルのベクトル和は零である。之れを換言すればΔ結線をめぐつて循環電流(circulating current)の通ぜざることの意味する。

第 291 圖



故に Δ 結線の接続點に於て同結線を出入する電流、即ち線路電流のなき時、從つて Δ 結線よりの出力或は Δ 結線への入力(受電物或は負荷へ)がない時には、何れの相にも電流は通じないのである。然し此事實は起電力の波形が歪形波の場合は眞でなく、波形の歪加減によりて大小はあるが幾分循環電流の通ずるは免れぬ事である。

倍て線路電壓に就き考ふるに、 ab 間の電壓 V_{ab} は起電力 E_A によるものであるから、 $V_{ab} = E_A$ である。同様に $V_{bc} = E_B$ 、 $V_{ca} = E_C$ である。故に

此關係をベクトル圖にて示せば第 292 圖の

様になる。然るに $E_A = E_B = E_C$ であるから、

V_{ab} 、 V_{bc} 、 V_{ca} は其値相等しく相互間の相違は

120° である。即ち三角結線 (Δ 結線) の場合

も各相の起電力が平衡せる場合は、各線路電

壓は平衡三相式電壓である。さうして其値は

各相の起電力に等しい。從つて Δ 結線の場合は線路電壓は相電壓に等しい

のである。

附記 Δ 結線内に存在する平衡正弦波三相起電力の合成が零となる事は次の如く數式によりても證明することが出来る。即ち平衡せる正弦波三相起電力は

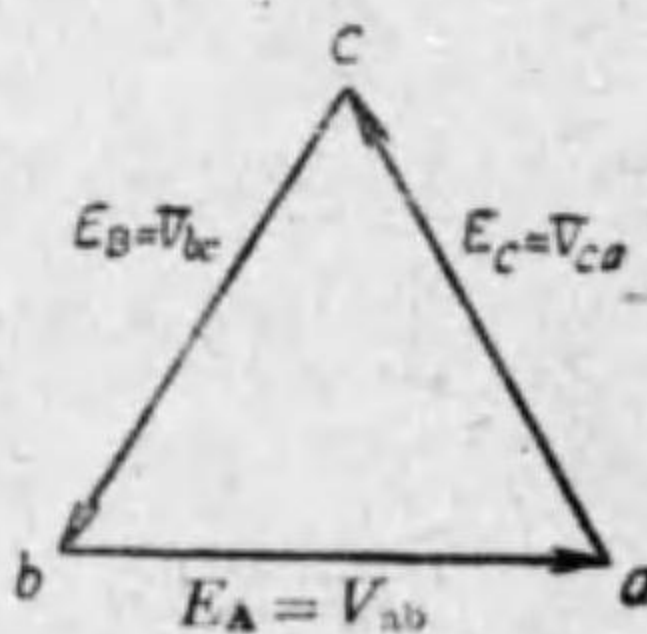
$$e_1 = E_m \sin \omega t$$

$$e_2 = E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$e_3 = E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

であるから、其和

第 292 圖



$$\begin{aligned} e_1 + e_2 + e_3 &= E_m \sin \omega t \\ &+ E_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + E_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \\ &= E_m \sin \omega t + E_m \times 2 \sin(\omega t - \pi) \cos \frac{\pi}{3} \\ &= E_m \sin \omega t - E_m \sin \omega t \\ &= 0 \end{aligned}$$

又三相起電力の瞬時値より導きたる三つの起電力の正弦波を描き、其和を求むれば如何なる瞬時に於ても零となること申送もない。

注意 Δ 結線の場合の各

線輪の起電力及電流の正方向

は第 293 圖甲或は乙に示

す如く、三線輪に依つて作

られたる環線内を同じ方向

にめぐる様に選定すべきも

のである。さうして起電力

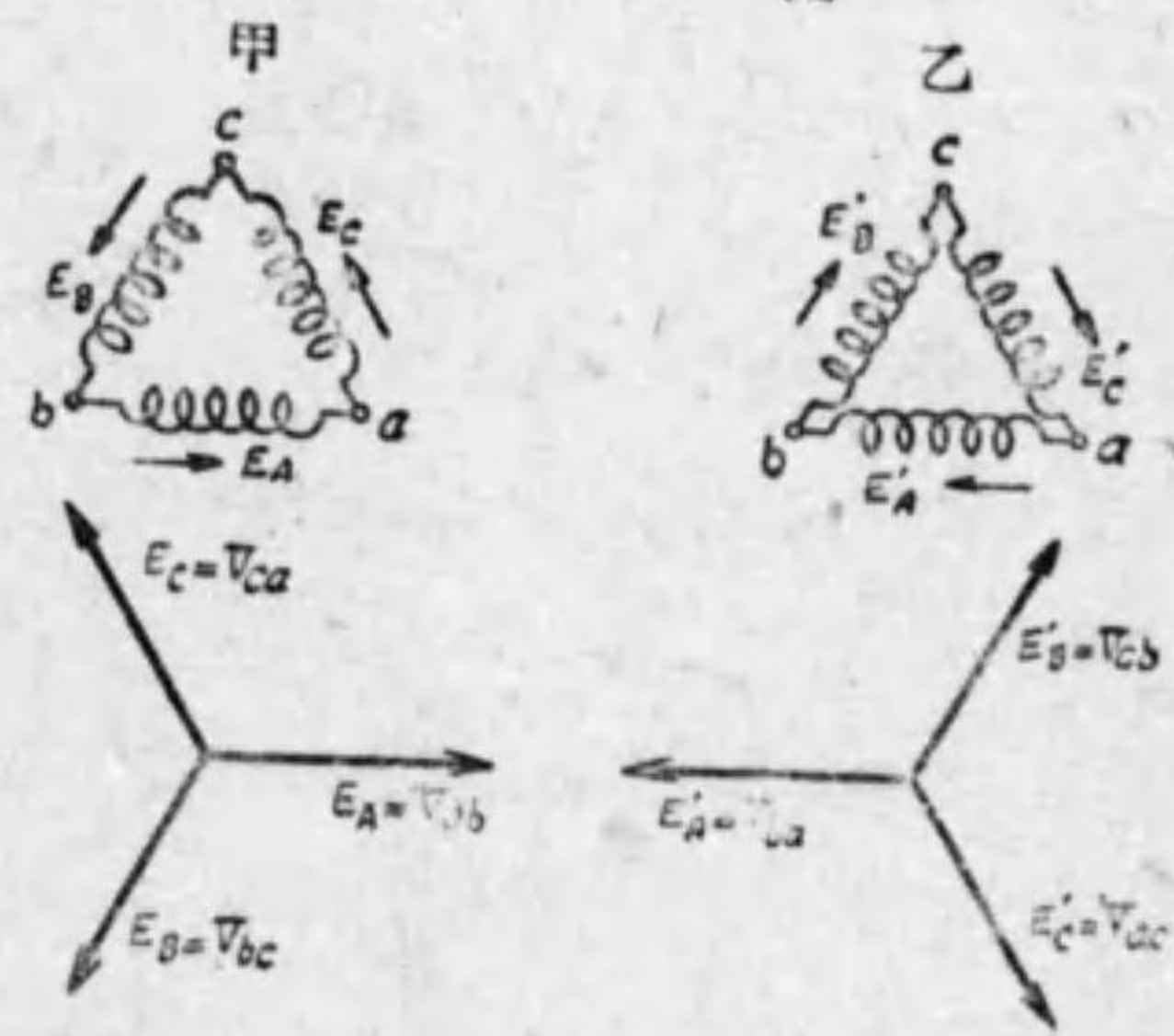
の正方向を斯の如くに選定

するとき、各相の起電力

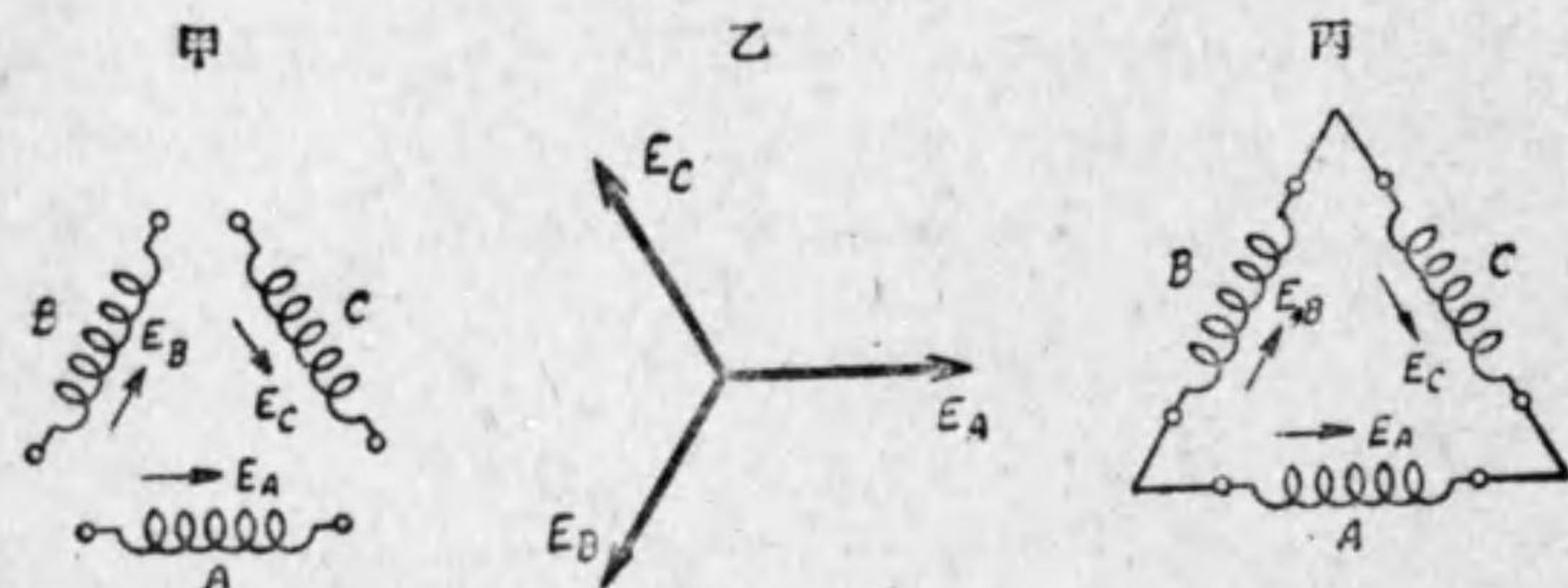
に 120 度宛の相違あるときに其接続は正しいもので循環電流の通することがないのである。

〔例 126〕 第 294 圖甲の三線輪は或る三相發電機の三線輪を示すものとし、其起電力は甲圖矢の方向を正方向とする時に乙圖に示す如く E_A, E_B, E_C の順に 120 度宛遅れ居るものと假定する (以下各節を通じ断なき時は此意味に解釋せられたい)。此三線輪を丙圖の様

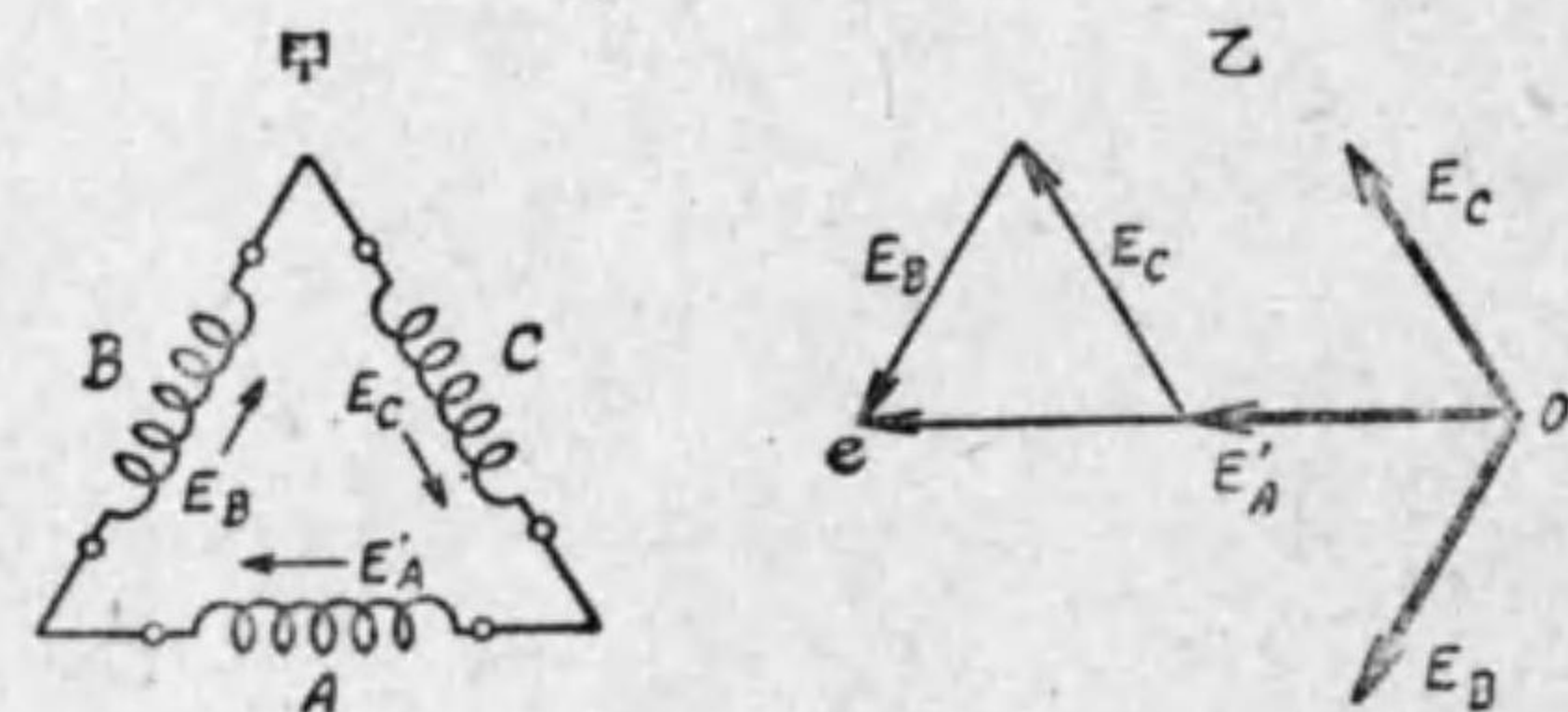
第 293 圖



第 294 圖



第 295 圖



解 各線輪の起電力を環線内を右廻りにめぐらる様に正方向を選ぶと、A線輪の起電力の正方向が逆になるから、其起電力を示すベクトルも反対の向を取り三つの線輪の起電力を示すベクトルが第 295 圖乙の通りになる。さうして環線内の起電力のベクトル和は乙圖の oe となり此値は丁度一相の起電力の二倍に等しい。従つて斯の如き接続をなす時には

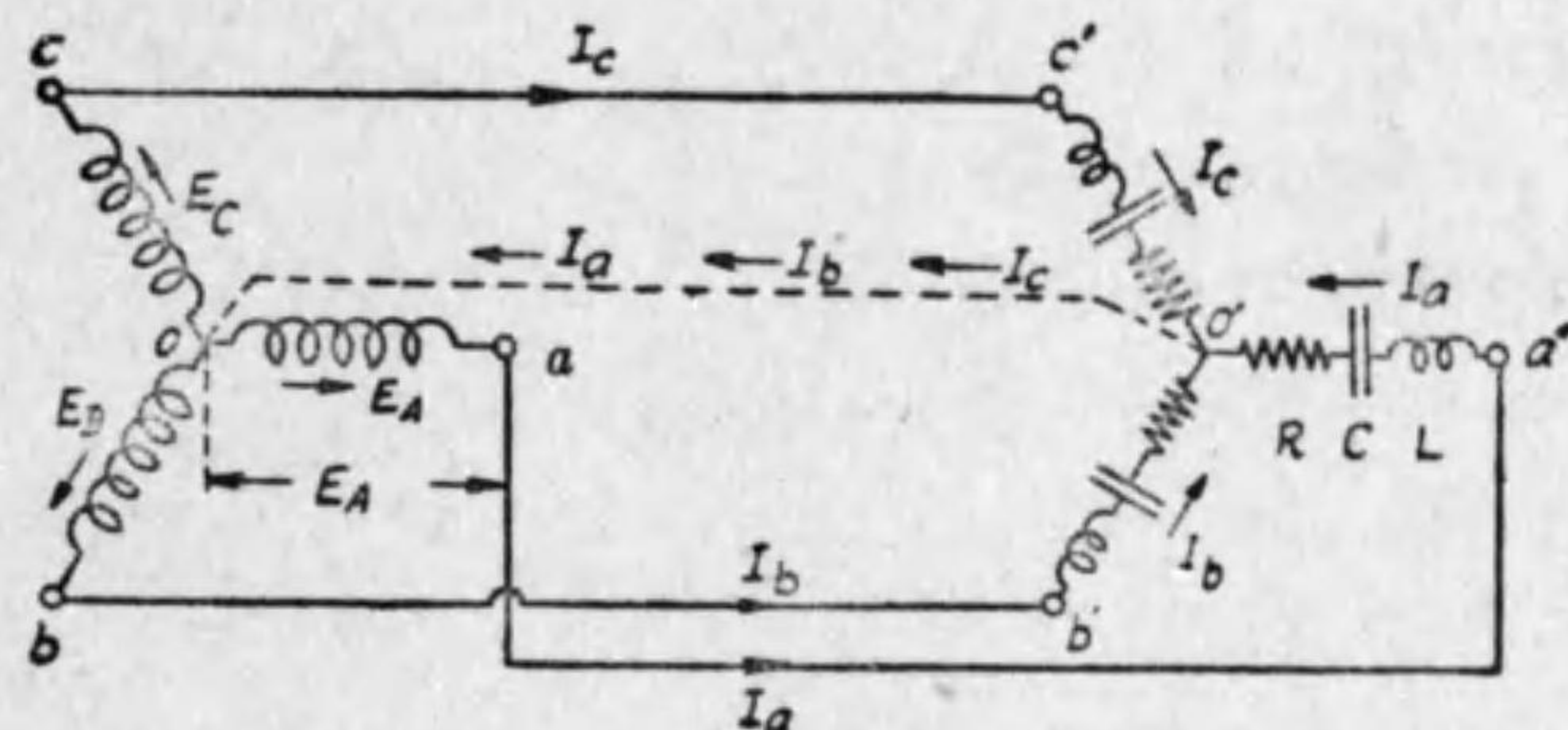
$$I_s = \frac{2E}{3Z} \quad \text{但し} \begin{cases} E = \text{一相の起電力} \\ Z = \text{一相のイムピーダンス} \end{cases}$$

又の電流が環線内を循環することになる。依つて斯る循環電流を無くするには線輪 A を逆にし其右端を B に左端を C に接続しなければならない。

258. 三相星形結線の電流

第 296 圖甲に於て A, B, C を星形(或は Y)に結線せられた三相交流發電機の捲線とし、同發電機の起電力は平衡せる正弦波形のものとしよう。

第 296 圖 甲



今之れに圖の如く三個の等しいイムピーダンス Z を星形(或は Y)につなぎ、其三個の端子 a', b', c' を交流機の三個の端子 a, b, c に接続したとしよう。次に假に破線の様に兩方の中性點 o, o' を結んだとする。さうして今 $oa'o'o$ の電路を考へると、其のイムピーダンスは Z で起電力、従つて相電壓(或は星形電壓)は E_A である。故に此電路の電流の値は $\frac{E_A}{Z}$ で E_A

$$\theta = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

だけ遅れる。

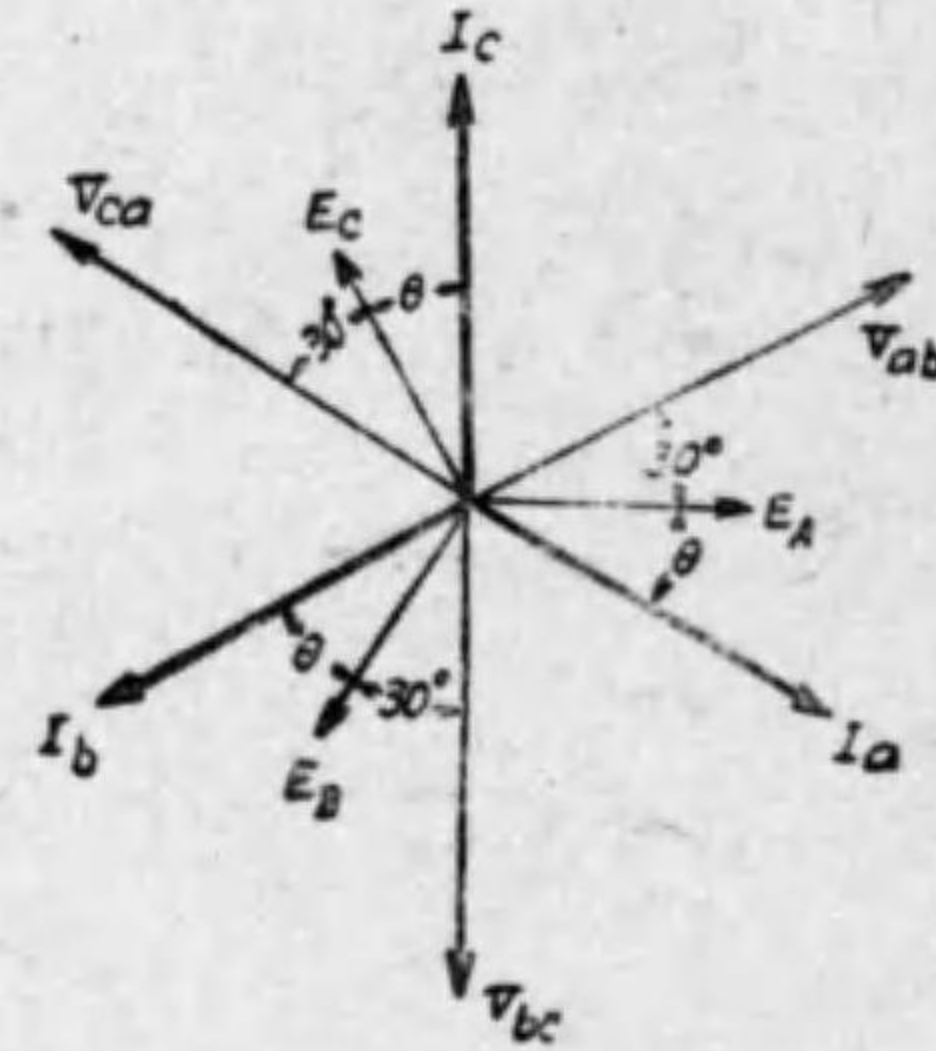
又 $obb'o'o$ 及 $occ'o'o$ の電路に付ても同様の関係がある。故に電流 I_a, I_b, I_c (此場合は相電流は線路電流に等しい)、相電壓 E_A, E_B, E_C 及線路電壓

V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} のベクトル圖は第 296 圖乙の様になる。同圖から分る様に I_a, I_b, I_c は値が皆相等しく互に 120° づゝの相違がある。故に矢張一つの平衡三相式電流である。同圖から明な様に、線路電壓と線路電流との間の相違は $30^\circ + \theta$ である。此關係は第 256 節の第 286 圖丙と對照すれば直に推知し得るであらう。

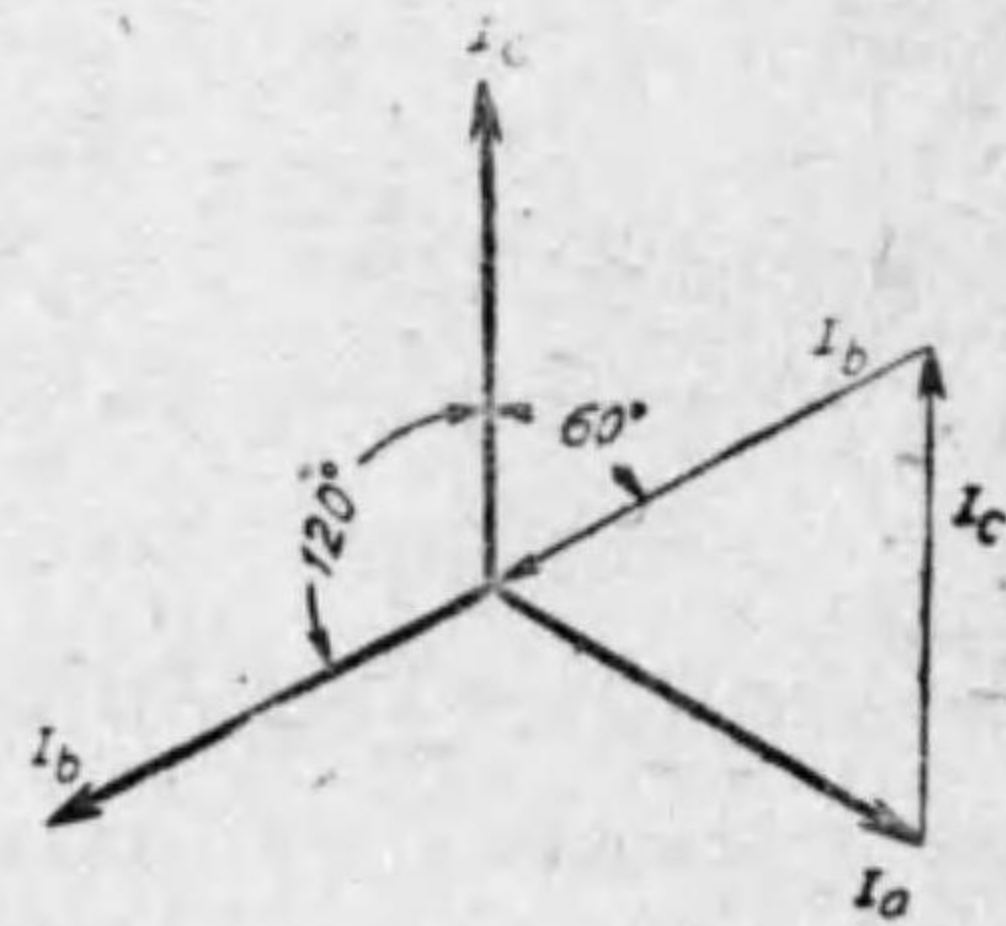
次に中性線(neutral wire) oo' を通ずる電流を考へて見よう。今上述の様に Y 結線の三つの相に於ける電流が平衡せる正弦波電流である時には、此等は第 297 圖に示す様に長さ等しく、さうして互に 120° の角をなす三つのベクトルで表はす事が出来る。若し中性線に電流通ずるとせば、其電流は上に述べた三つのベ

クトルのベクトル和でなければならぬ。然るに第 297 圖に示す様に各ベクトルの先端と他の後端とを結ぶ時は閉多角形を形成するから、三つのベクトル和は零である。即ち中性線には電流が通じない。故に三相式負荷が平衡して居て、電流が正弦波形のものであるならば、中性線は有るも無いも何等影響する所はない。依つて三相四線式(three-phase four-wire

第 296 圖 乙



第 297 圖



system) を採用する以外は上に述べた様な中性線を使用することはない。

然し負荷が不平衡であるか、又は電流の波形が正弦波でなく歪形波であるならば、中性線に多少の電流は通するのである。

此事實は又次の様に數式を以て證明する事も出来る。即ち平衡せる正弦波三相電流は

$$i_1 = I_m \sin \omega t$$

$$i_2 = I_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

であるから、其和

$$i_1 + i_2 + i_3 = I_m \sin \omega t + I_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + I_m \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) = 0$$

即ち中性線の電流は零である。正弦波にて證明し得る事も第 257 節の起電力の場合と同様である。

259. 三相三角形結線の電流

第 298 圖甲に示す様な Δ 結線の各相に通ずる電流は平衡せる正弦波三相式電流であるとする。(電流及起電力の正方向は矢印の如く定む)。今接続點 a 點に於て會合する各電流に就きキルヒホッフ第一法則を適用すれば、

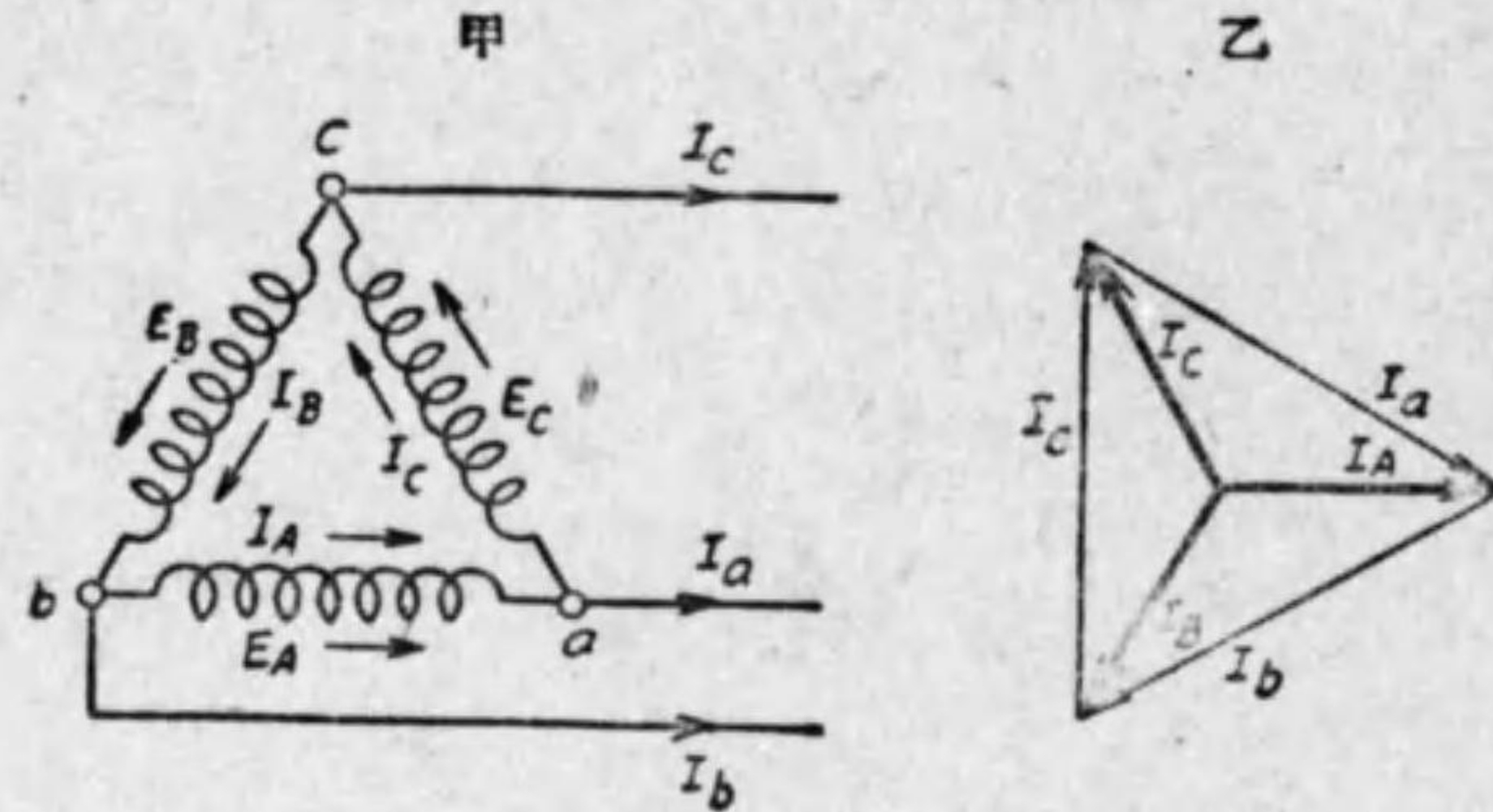
$$I_A = I_a + I_c$$

$$\therefore I_a = I_A - I_c$$

即ち線路電流 I_a は I_A と I_c とのベクトル差である。同様に

$$I_b = I_B - I_A$$

第 298 圖



$$I_c = I_C - I_B$$

即ち前式に於ては I_b は I_B と I_A , 後式にありては I_c は I_C と I_B とのベクトル差を夫々表はすのである。依つて此等の関係をベクトル圖に示せば第 298 圖乙の様にならねばならぬ。然るに I_A, I_B, I_C は前述の通り平衡三相電流であるから、其長さ相等しく、互に 120° づゝの相違がある。故に abc は正三角形にして、線路電流 I_a は第 298 圖乙より明な如く

$$I_a = 2I_A \cos 30^\circ = \sqrt{3} I_A$$

然るに前述の通り $I_a = I_b = I_c$, $I_A = I_B = I_C$ であるから、一般に Δ 結線に於ては

$$\text{線路電流} = \sqrt{3} \times \text{相電流} \dots \dots \dots (149)$$

なる関係を有し、同時に線路電流も平衡三相電流なること申送もない。さうして又同圖より明な様に線路電流 I_a, I_b, I_c は相電流 I_A, I_B, I_C より夫々 30° 遅れる。此關係は平衡正弦波電壓に對して Y 結線が有する星形電壓と線路電壓との間の關係、即ち

$$\text{線路電壓} = \sqrt{3} \times \text{星形電壓}$$

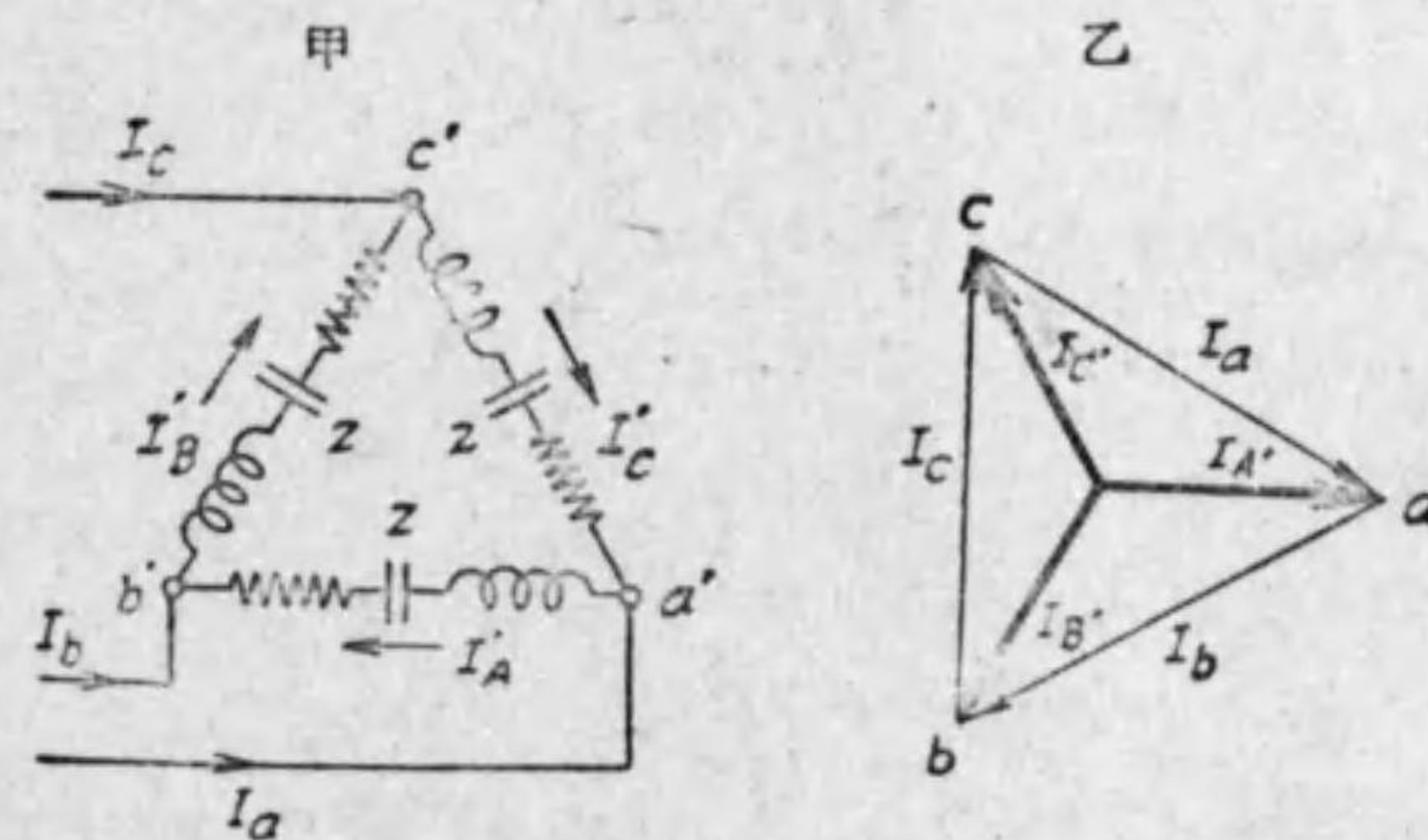
と同様である。然し線路電壓が其れに相當して居る星形電壓より 30° 進んで居る事は電流の場合の丁度正反對である。

逆に線路電流が平衡せる正弦波電流ならば、 Δ 結線の相電流は矢張り平衡三相電流にして其値は

$$\text{相電流} = \frac{\text{線路電流}}{\sqrt{3}} \dots \dots \dots (149')$$

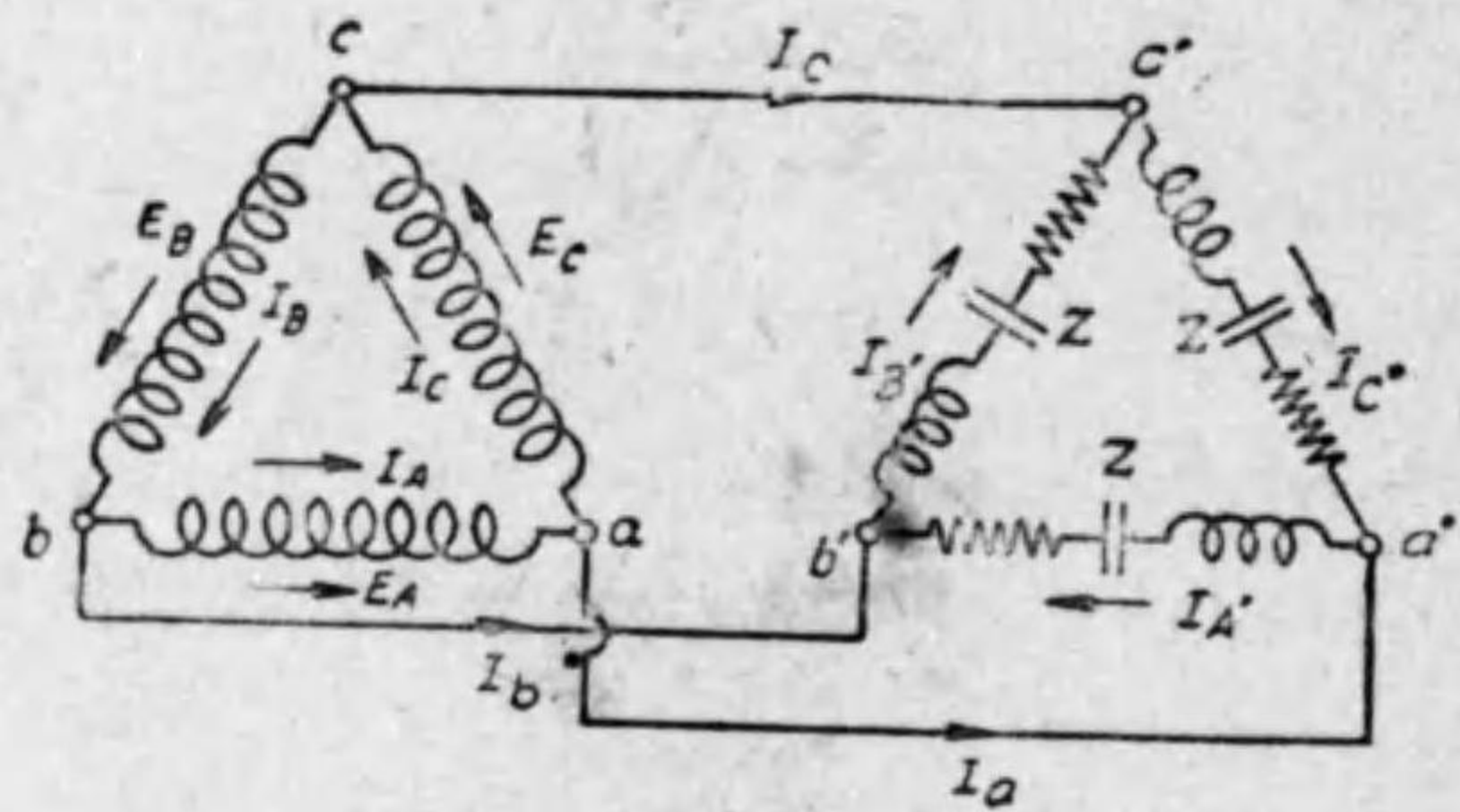
以上之關係は Y 結線の星形電壓と線路電壓との場合の様に、平衡せる正弦波電流にのみ成立すべきものである。

第 299 圖



次に第 299 圖甲の様に、負荷（或は受電物とも稱する）が 3 個の等しいインピーダンスを以て Δ に結線されて居るとしよう。すると前と同理によりて、線路電流 I_a, I_b, I_c 及負荷の各相を通ずる電流（即ち相電流） $I_{A'}, I_{B'}, I_{C'}$ 等の關係を表はすベクトル圖は第 299 圖乙の如くなる。即ち第 298 圖甲の如く電源が Δ 結線の場合と同一である。此理由は第 300 圖甲と對照せば分る様に、電流の正方向が總て反對になるから、斯くあるべきである。

第 300 圖 甲

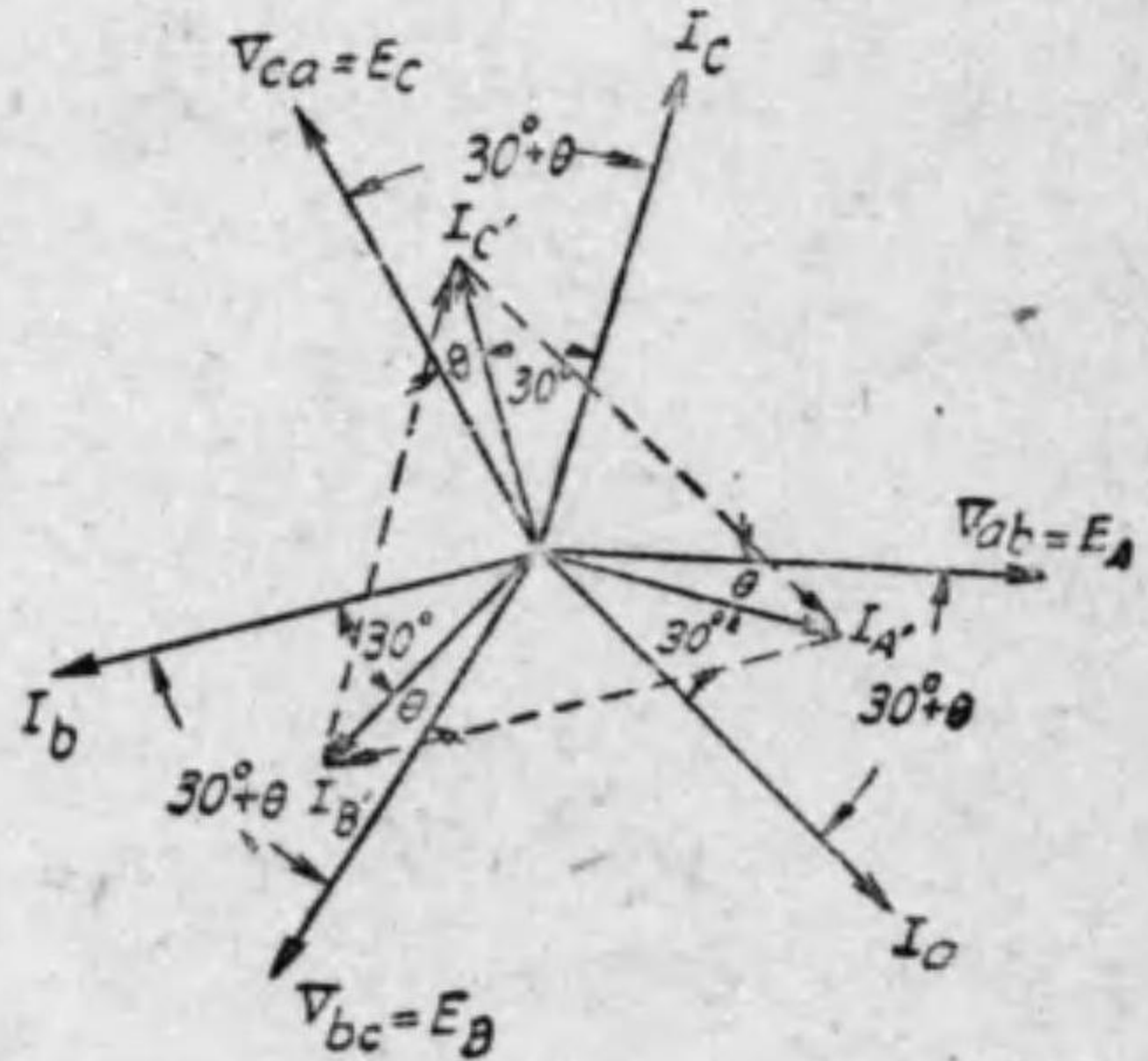


更に第 300 圖甲の様な Δ 結線の電源に 3 個の等しいイムピーダンス Z が三角形に結線負荷されて居るとしよう。すると a' から b' に至るイムピーダンスを通ずる電流 $I_{A'}$ の値は

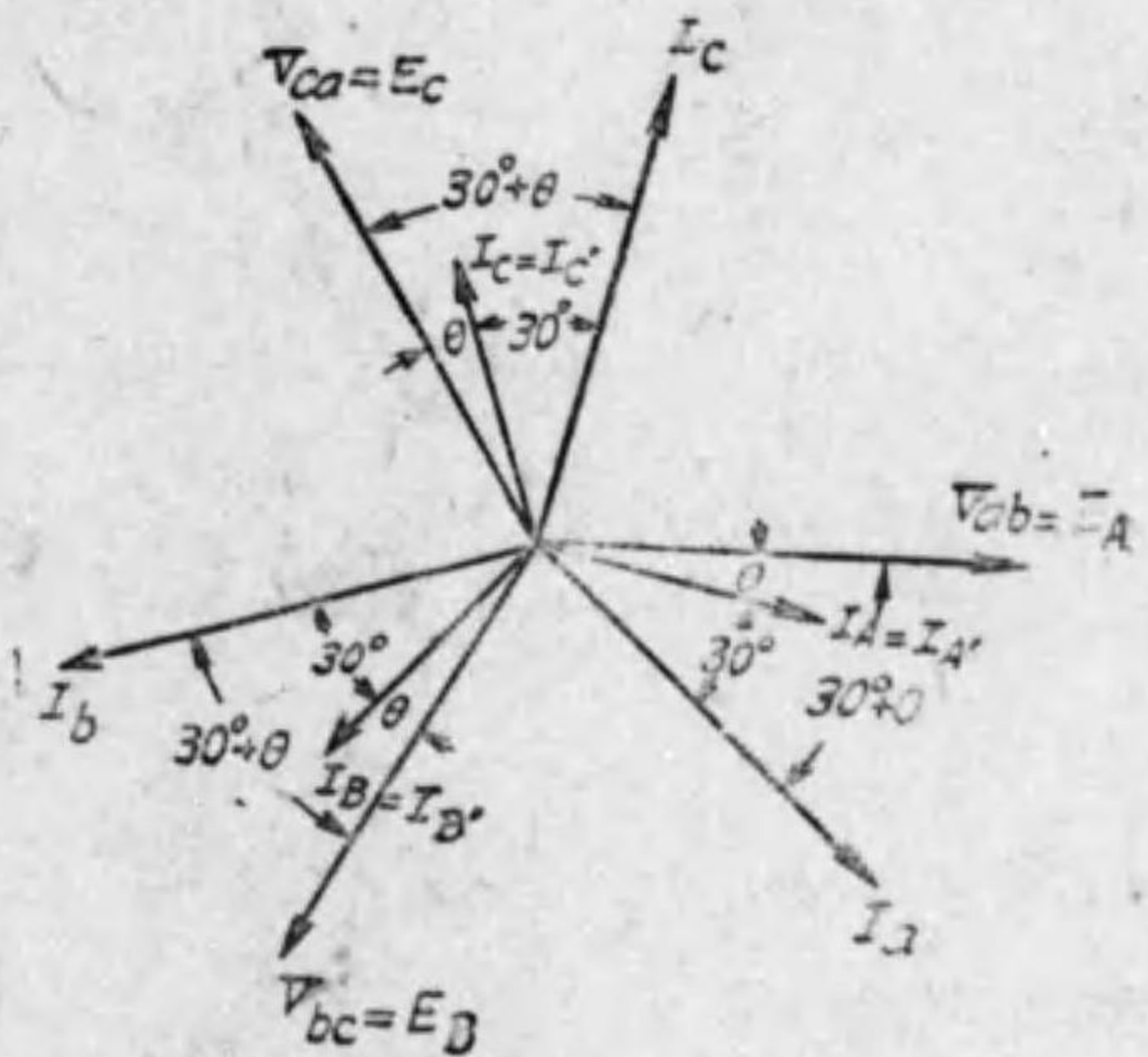
$$I_{A'} = \frac{E_A}{Z} \text{ で, } E_A \text{ から } \theta = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

だけ遅れる。 $I_{B'}$, $I_{C'}$ に付いても同様の関係が成立するから、此三電流のベクトル圖は第 300 圖乙の様になる。此場合電源が平衡せる正弦波三相式電壓であるならば、 $I_{A'}$, $I_{B'}$, $I_{C'}$ の三電流は其値皆相等しく、相互間に 120° の相差で相従ふ事は明である。故に矢張り一

第 300 圖 乙



第 301 圖



つの平衡三相電流である。又第 300 圖甲に於て $I_A = I_{A'}$, $I_B = I_{B'}$, $I_C = I_{C'}$ であるから、此等の関係をも附加すると第 300 圖乙は第 301 圖の様になる。さうして此ベクトル圖を見れば分る様に、第 296 圖の兩者 Y 結線の場合と同様、線路電流は線路電壓（但し此場合は相

電壓と一致する）から $(30^\circ + \theta)$ だけ遅れる。何となれば、已に説明した様に、線路電流は其れに相當する相電流より 30° 遅れ、更に其相電流は其れに相當する線路電壓（此場合線路電壓は相電壓に等しい）より負荷の性質により θ だけ遅れるからである。

其外に電源は Y 結線で、負荷が Δ 結線及電源 Δ 結線で、負荷が Y 結線の二つの場合がある。以上何れの場合に於ても、負荷の性質にも依るが、一般に線路電流 I_A, I_B, I_C は線路電壓 V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} より夫々 $(30^\circ + \theta)$ だけ遅れる。但し θ は代數的の意味を有し、電源の起電力は E_A, E_B, E_C の順に 120° 宛遅れ居るものと假定する事勿論である。

以上の諸節から明な様に、平衡せる正弦波三相式電壓を有する電路に、平衡に負荷する時は、電源の各相に通ずる電流、負荷の各相に通ずる電流及線路電流何れも平衡三相式電流である。

附記

$$\text{星形電壓} = \frac{\text{線路電壓}}{\sqrt{3}} \quad (\text{Y結線の場合})$$

$$\text{相電流} = \frac{\text{線路電流}}{\sqrt{3}} \quad (\Delta結線の場合)$$

なる関係式は平衡せる正弦波交流の場合に於てのみ成立すべき事は屢々述べたが、今若し交流が歪形波のものであるとすると、線路電壓は星形電壓の $\sqrt{3}$ 倍より小となり、又線路電流は相電流の $\sqrt{3}$ 倍より小となるのである。然れども已に述べた様に交流は一般に正弦波形のものとして取扱ふものであるから、特種の場合以外は總て上の関係式を使用するのである。

〔例 127〕 100V 用 20 ワットのタングステン電球 150 個を 100V の三相電路に接続した時、通ずる線路電流を求む。但し電球は各相の負荷が平衡する様に接続さるゝものとする。其他三相電路の電壓は平衡せる正弦波形のものとする（以下断りなき時は同意味に解して貰ひたい）。

解 各相の負荷が平衡する様に、接続されて居るから、各線路間には夫々 50 個づゝの電球が接続されて居らなければならない。即ち此場合は勿論負荷は Δ 結線であるから、負荷一相の電流は

$$20 \times 50 \div 100 = 10 \text{ アムペア}$$

故に線路電流は

$$10 \times \sqrt{3} = 17.3 \text{ アムペア}$$

〔例 128〕 或る三角形接続の電源から、30アムペアの三相線路電流を給與して居ると云ふ。此時電源一相を通ずる電流は何アムペアか。又負荷が三角形結線なる場合及星形結線なる場合に負荷の一相を通ずる電流の値を求む。

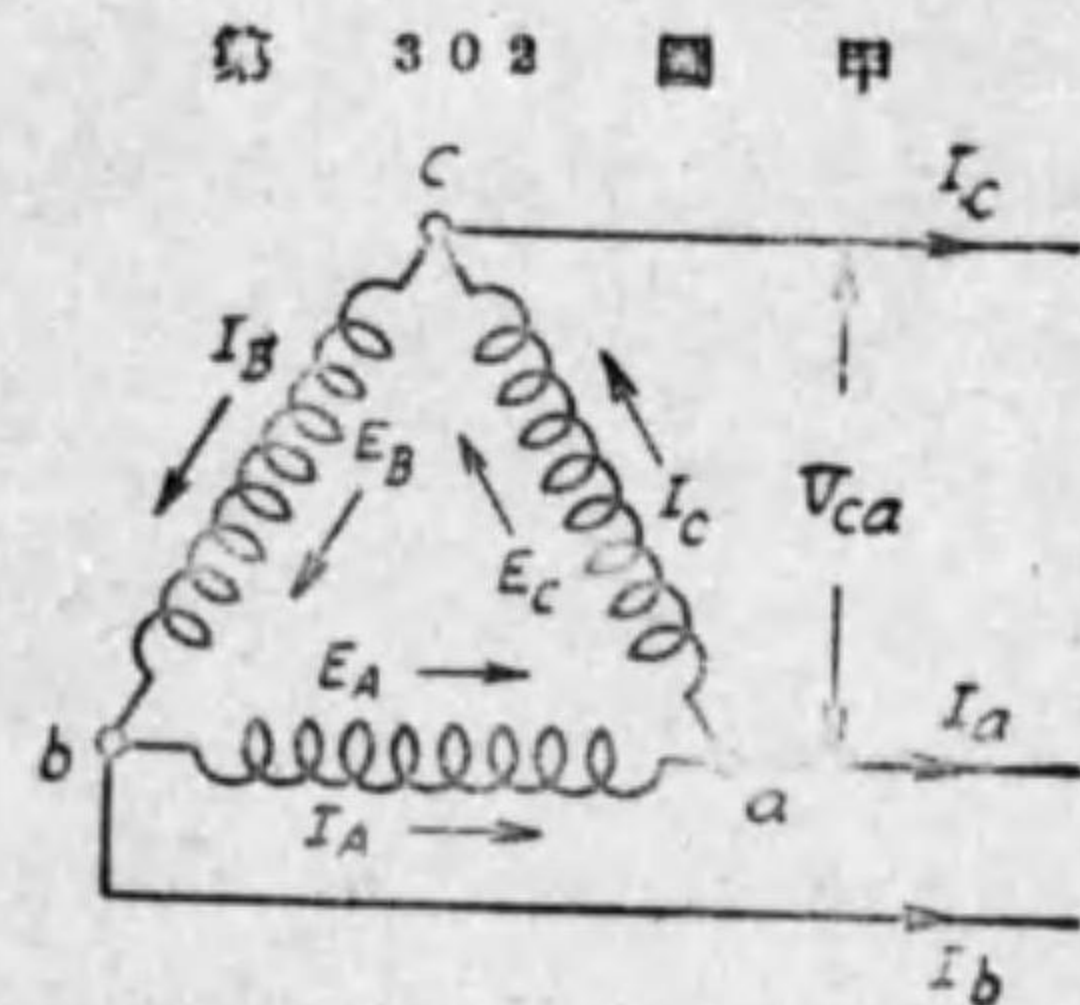
解 電源は Δ 結線であるから、其の一相及 Δ 結線の場合の負荷の一相を通ずる電流は共に

$$30 \div \sqrt{3} = 17.3 \text{ アムペア}$$

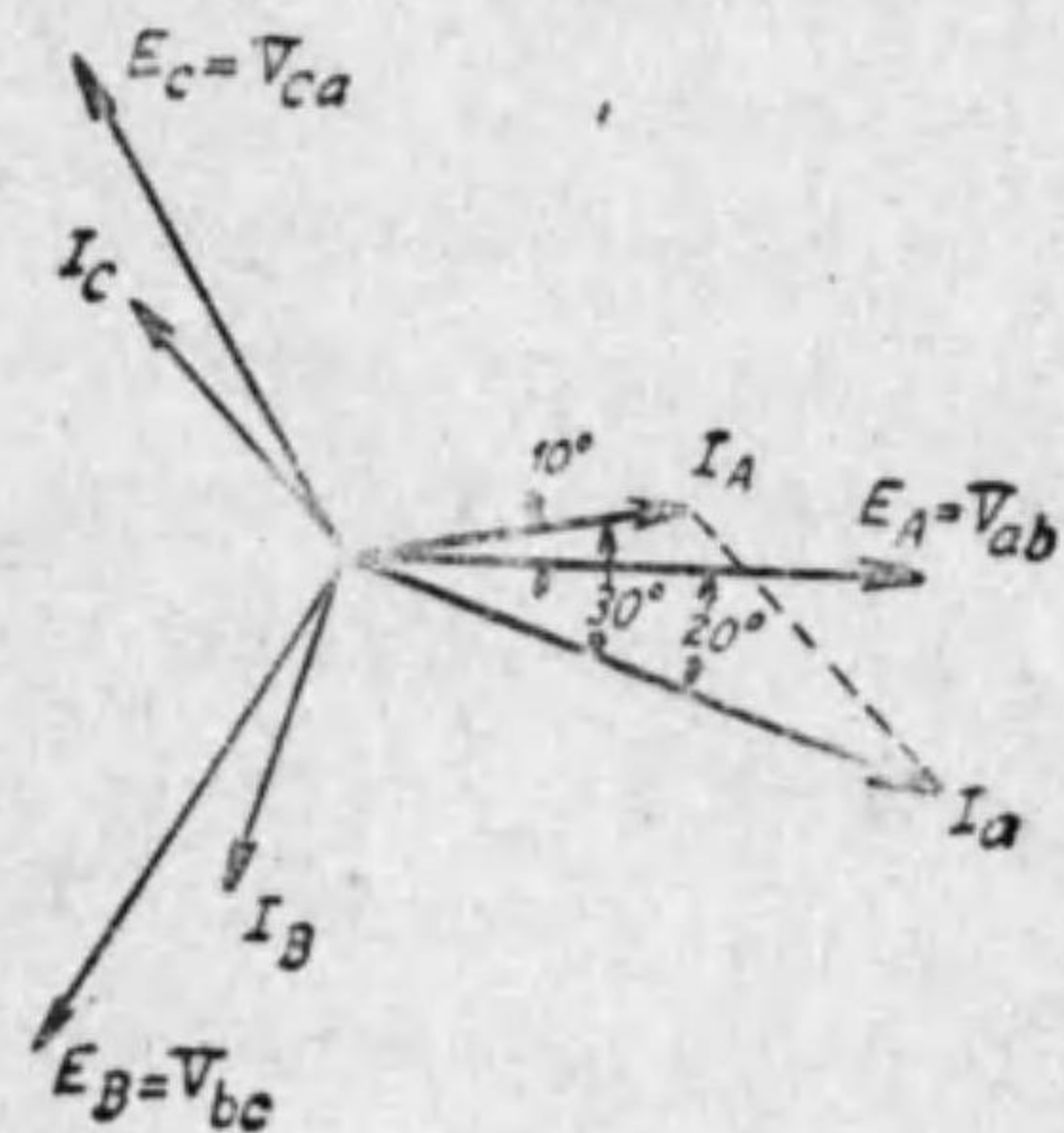
星形結線の時線路電流に等しく 30 アムペアである。

〔例 129〕 三角形結線の電源があつて、之れに平衡三相式電流が通じて居る。今第 302 圖甲の如く電流及起電力の正方向を取つた時に I_A が E_A から 10° 進んで居たならば I_A と V_{ab} との相差を求む。但し起電力の位相は E_A, E_B, E_C の順に 120° 宛遅れ居るものと假定する。

解 電源 Δ 結線であるから、 V_{ab} と E_A とは同位相にある。然るに題意により I_A は E_A から 10° 進んで居り、又 I_a は I_A から 30° 遅れるものであるから、 I_a は V_{ab} から 20° 遅れること同圖乙に示す通りである。



第 302 圖 乙



260. 三相電力

三相機械の電力(出力又は入力)は、結線がYでも Δ にても、又電流及電圧が平衡して居ると否とに拘らず、三つの相の總電力(出力又は入力)に常に等しい。今 E_A, E_B, E_C をY又は Δ 結線の相電圧の實効値とし、 I_A, I_B, I_C を相電流の實効値、次に $\theta_A, \theta_B, \theta_C$ を夫々の相電流が其等に相當する相電圧より遅れる角であるとするならば、總電力(出力又は入力)の値は

$$P = E_A I_A \cos \theta_A + E_B I_B \cos \theta_B + E_C I_C \cos \theta_C \dots\dots\dots(150)$$

である。

上記三相機械の電流及電圧が平衡して居る時、即ち $E_A = E_B = E_C$, $I_A = I_B = I_C$ で此三電圧相互間の相差は 120° 宛、又三電流も同様に 120° 宛距て居れば、 $\theta_A = \theta_B = \theta_C$ であるから、總電力(出力又は入力)は

$$P = 3E_p I_p \cos \theta_p \dots\dots\dots(151)$$

但し E_p は各相電圧、 I_p は各相電流、さうして θ_p は各相電流が其れに相當する相電圧より遅れる角(代數的)である。

然るに平衡負荷で、電流及電圧が正弦波形のものであるならば、Y結線の相電圧(星形電圧)は線路電圧 V の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ であり、又 Δ 結線の相電流 I_p は線路電流 I の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ である。次に Δ 結線に於ては、線路電圧と相電圧とは常に相等しく、又Y結線にありては線路電流と相電流とは常に相等しい。依つてY及 Δ 何れの結線に於ても、平衡負荷の場合の電力(出力又は入力)に對する(151)式は次の如く表はす事が出来る。

$$P = \sqrt{3} VI \cos \theta \dots\dots\dots(152)$$

但し

(1) V は線路電壓、即ち三相機械の三個の主なる端子の内任意二つの間に接続せられたる電圧計の讀(端子と中性點との間ではない)。

(2) I は線路電流、即ち三本の線路の任意一つと直列に接続せられたる電流計の讀。

(3) θ は相電壓と其相に通ずる電流との相差。さうして此 θ は線路電流 I と其れに相當する線路電圧 V との間の相差でない事は特に注意すべきである。

三相發電機或は三相受電物の電壓とは特に指定せられざる限り其機械がY結線でも又は Δ に結線せられて居ても、其電壓は端子間の電壓(端子電圧)、即ち線路電壓の事である。さうして又三相機械の電力(出力又は入力)と云へば三つの相の總電力を意味するものである。同様にキロヴォルト・アムペア出力又は入力と云へば三つの相の總キロヴォルト・アムペアの事である。さうして又電力 P (ワット)、電圧 V が與へられたる時に、平衡負荷に對する三相發電機又は受電物の電流は

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} V \cos \theta} \dots\dots\dots(153)$$

但し $\cos \theta$ は力率である。之れに對するキロヴォルト・アムペア出力又は入力は

$$\text{ヴォルト・アムペア} = \sqrt{3} VI \dots\dots\dots(154)$$

發電機又は負荷がYに結線せられた時には(153)式の電流は負荷の各相の電流である。然し負荷が Δ に結線せられた時は負荷各相の電流は此電流の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ である(但し電流は正弦波とする)。

[例 130] 三角形結線の三相電源があつて 1000kW の三相電力を供給

して居る。若し線路電流が 240 アムペアの時は、電源の電圧は何ヴォルトなるか。但し負荷の力率は 80% とする。

解 電源の電圧を V ヴォルトとすれば(152)式により

$$1\,000\,000 = \sqrt{3} V \times 240 \times 0.8$$

$$\therefore V = 3\,000 \text{ ヴォルト}$$

[例 131] 同一力率の同一電力を同一距離に送電せんとする。単相式を使用した場合と三相式を用いた場合とに送電線に要する銅量を比較せよ。但し兩者の場合に於て各線間電圧及損失は同一とする。

解 送電すべき電力を P 、其力率を $\cos\theta$ とし、線路電圧を V ヴォルトとしよう。単相式の場合に一線を通ずる電流を I_s とし、一線の抵抗を R_s としよう。すると次の様な関係がある。

$$P = VI_s \cos\theta \quad \therefore I_s = \frac{P}{V \cos\theta}$$

故に単相式の場合の送電線の損失は

$$2R_s I_s^2 = 2R_s \left(\frac{P}{V \cos\theta} \right)^2$$

三相式の場合に一線を通ずる電流を I_t とし、其抵抗を R_t としよう。すると

$$P = \sqrt{3} V I_t \cos\theta \quad \therefore I_t = \frac{P}{\sqrt{3} V \cos\theta}$$

故に三相式の場合の損失は

$$3R_t I_t^2 = R_t \left(\frac{P}{V \cos\theta} \right)^2$$

さうして兩者の場合に損失が等しい爲めには

$$2R_s \left(\frac{P}{V \cos\theta} \right)^2 = R_t \left(\frac{P}{V \cos\theta} \right)^2$$

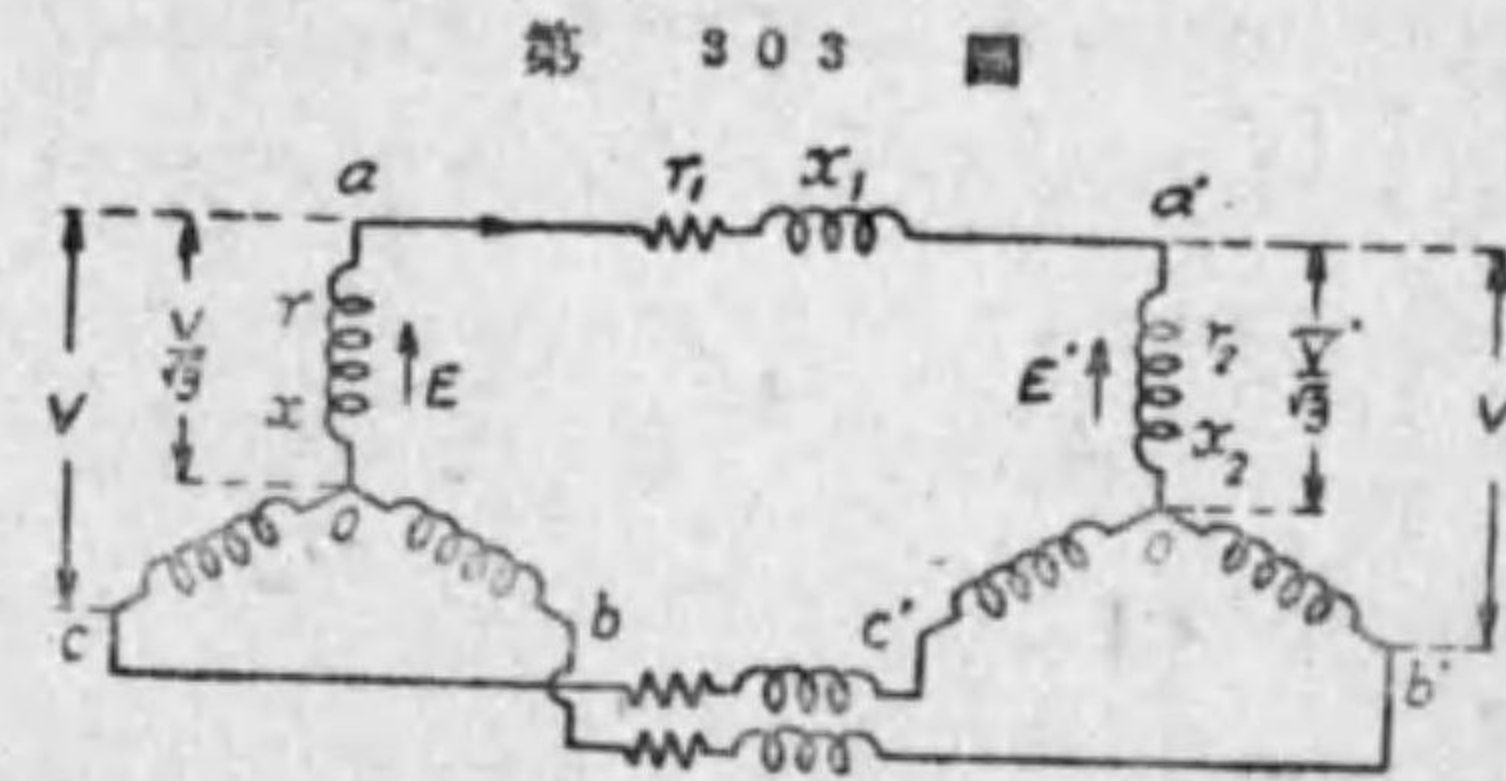
$$\therefore 2R_s = R_t$$

即ち三相式の場合には一線の抵抗は単相式の一線の抵抗の二倍である。従つて一線の所要銅量は半分である。故に単相式の場合の一線の銅量を W とすれば単相式の場合の全体の要する銅量は $2W$ 、三相式では $3 \times \frac{W}{2}$ である。即ち三相式の場合は単相式の場合の $\frac{3}{4} = 0.75$ 、即ち 75% である。

261. 平衡三相電路の特徴(補遺)

今第 303 圖に

示す様な発電機と
負荷との兩方が Y
に結線せられて、
若し線路電流(此
場合には相電流に
等しい)が平衡せ



る正弦波のものであるならば、假令兩中性点を接続しても中性線には電流が通じない事は已に説明した通りである。斯くなるためには次の如き条件が必要である事は推知出来る。即ち

- (1) 発電機の三つの相に発生して居る起電力が平衡して居る事。
- (2) 受電物の三つの相に発生して居る起電力が平衡して居る事(若し存在するとせば)。
- (3) 発電機の各相の抵抗及リアクタンスが相等しき事。
- (4) 受電物の各相の抵抗及リアクタンスが相等しき事。
- (5) 各外線の抵抗及リアクタンスが相等しき事。

實際問題としても、以上の條件は略ぼ近き程度に満し得るものである。

更に、次節で詳しく説明するが、 Δ 結線の発電機又は受電物は適當の方

法を講ずることにより、線路電圧及線路電流の値を變ずることなく、等價 Y 結線 (equivalent Y connection) の發電機又は受電物と置換へる事が出来るのである。故に平衡三相電路に於ける電流、電壓及電力に関する問題は若し其電流及電壓が正弦波のものならば、第 303 圖の如き形の線路網 (network) の問題に導く事が出来る。

然るに已に述べた通り、第 303 圖に示された様な平衡電路の中性點に於ては電流が存在しないから、二つの Y 結線の中性點の間に電位の差がない

(但し電流及電壓

は正弦波と假定す

る)。故に此電路の

各相は抵抗及リア

クタンスのない歸

線を有する單相電

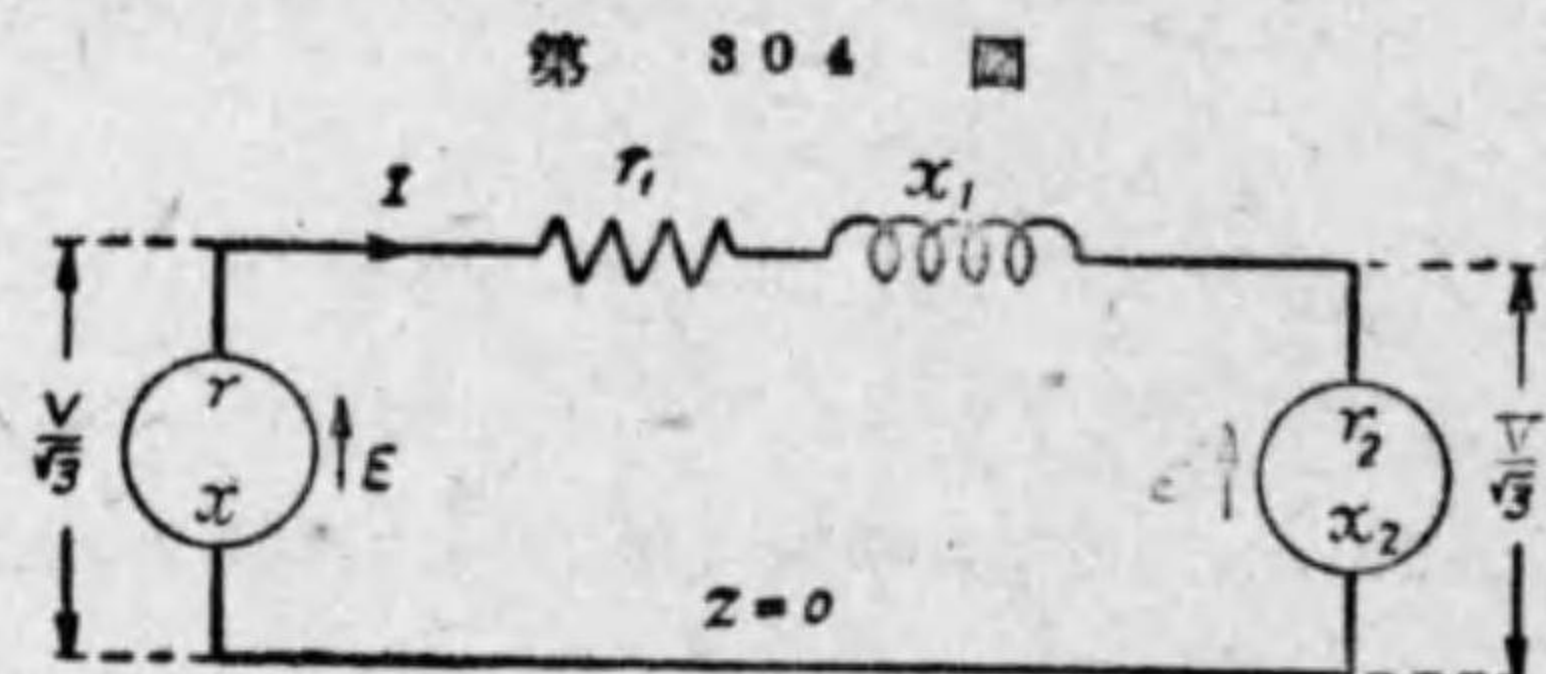
路として取扱ふ事が出来る。即ち第 303 圖に示された三相電路の各相は第 304 圖に示されたる單相電路に等價である。換言せば斯る三相電路は三個の單獨なる單相式電路と等價である。

要するに、正弦波電壓及電流を通じて居る平衡三相式電路に関する諸問題は結局單相電路の解法に歸せしめ得る譯である。

三相電路の問題を單相電路の其れとして取扱ふ場合には、次の關係を忘れてはならぬ。即ち

(1) 等價單相電路に於ての發電機の起電力と受電物の逆起電力 (若しありとせば) とは等價 Y 結線の各相の起電力に等しき事。

(2) 此單相電路に於ての發電機及受電物の内部抵抗及リアクタンスは



等價 Y 結線の各相の抵抗及リアクタンスに夫々相等しき事。

(3) 此單相電路に於ける送電線の抵抗及リアクタンスは三相送電線の一線の抵抗及リアクタンスに夫々相等しき事。

(4) 此單相電路に於ける發電機及負荷の端子電壓は等價 Y 結線の中性點と端子間の電壓 (即ち等價 Y の相電壓) に夫々相等しき事。従つて三相電路に於ける電線間の電壓は等價單相電路の端子電壓の $\sqrt{3}$ 倍である。

(5) 此單相電路に於ける電流は三相電路に於ける線路電流に等しい。即ち等價 Y 結線の相電流に等しい。

(6) 此單相電路に於て、電流が或電壓より遅れ或は進む角は、三相電路の相電流が其れに相當した相電壓より遅れ或は進む角に等しい。此角は三相電路に於ける線路電壓と線路電流との間の角でない。

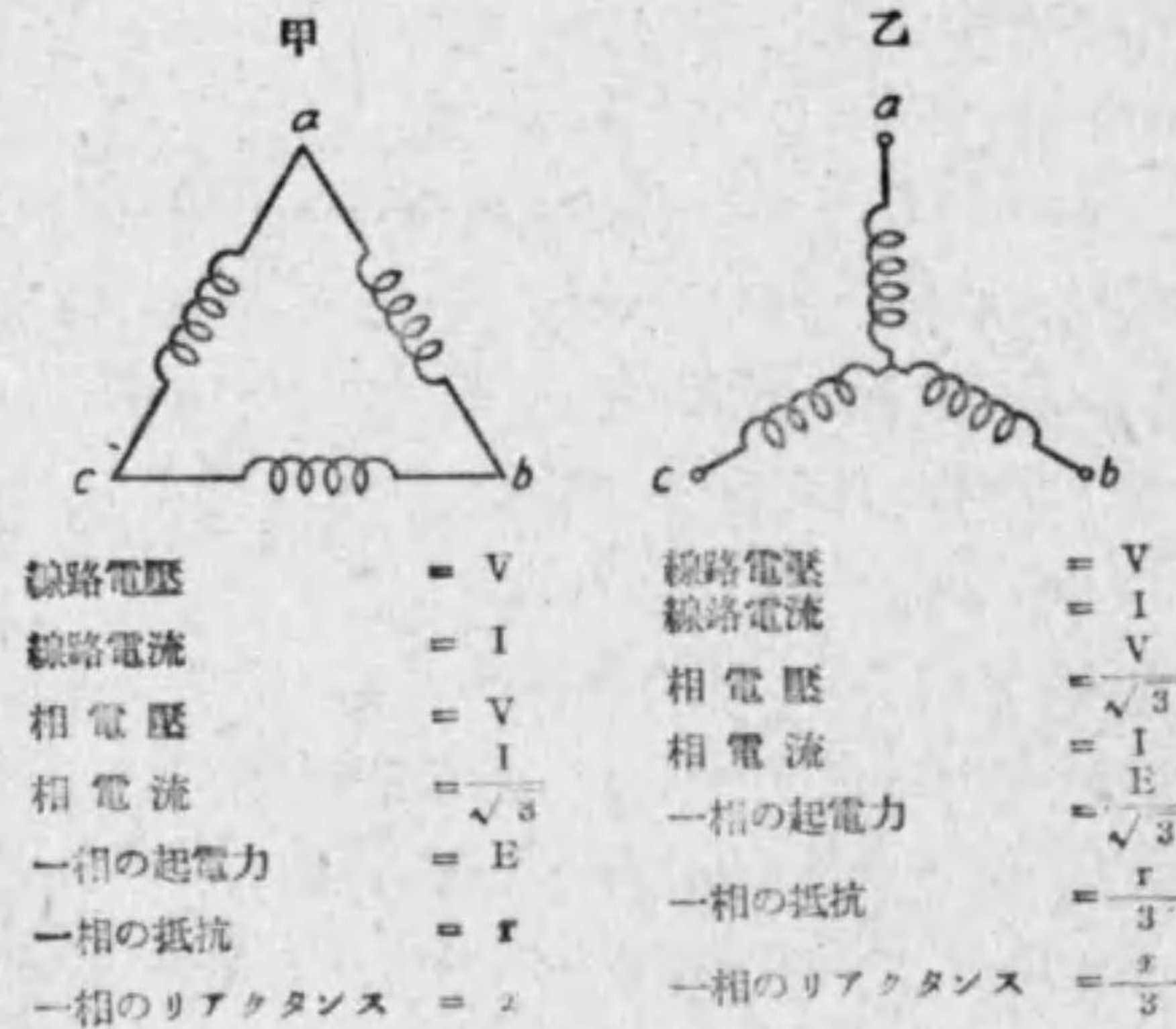
(7) 此單相電路に於ける發電機の出カ、受電物への入力及線路内にての電力損失は三相發電機の全出力の $\frac{1}{3}$ に、三相受電物への全入力 $\frac{1}{3}$ に、さうして三本の送電線の全電力損失の $\frac{1}{3}$ に夫々等しい。

262. 平衡せる Δ 結線より平衡せる等價 Y に

換算する方法 第 256 節及第 259 節に述べた關係から、 Δ 結線が其線路電壓及線路電流の値を變ずる事なく、従つて電力の値も變ずる事なく、等價 Y 結線にて置換へられるためには、次の如き條件を要し、同時に次の様な方法を講ずる必要がある事推知出来るであらう (第 305 圖参照)。さうして此逆、即ち Y より Δ の場合も勿論真である。

(1) 電流及電壓が正弦波のもので平衡して居らねばならぬ事。

第 305 圖



Δ結線と其等価Y結線

(2) 等価Y結線の各相に発生して居る各起電力は置換せられるΔ結線の各相の起電力の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ に等しく取らねばならぬ。何となれば、Δ結線の各相は外線の二線の間接せられて居るから、若し電流が通じて居ないとすならば、起電力は線路電圧に等しい。然るにY結線の線路電圧は電流の通じて居ない時には、其各相に発生して居る起電力の $\sqrt{3}$ 倍であるからである。

(3) 等価Y結線の各相の抵抗は置換せられるΔ結線の抵抗の $\frac{1}{3}$ に取らねばならぬ。何となれば、Y結線の相電流は線路電流に等しいが、Δ結線の相電流は線路電流の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 倍に等しい。従つて抵抗によつて消費せられる電力は電流の二乗に比例するから、同じ電力損失とするために

は、Y結線の各相の抵抗は $(\frac{1}{\sqrt{3}})^2$ 、即ち $\frac{1}{3}$ （置換せられるΔ結線の抵抗）でなければならぬ。

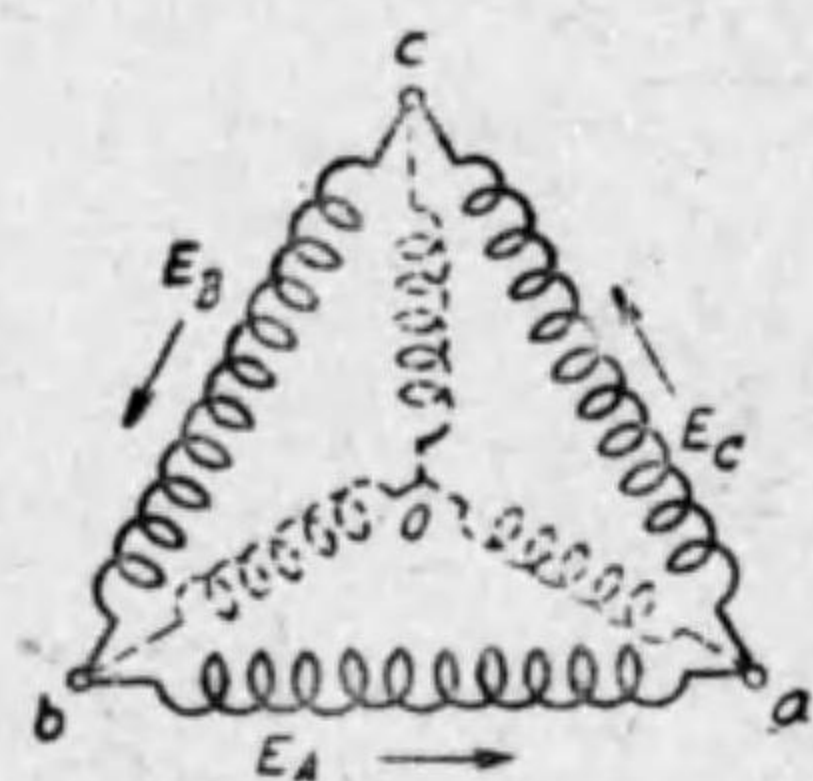
(4) 同様に等価Y結線の各相のリアクタンスは置換せられるΔ結線の $\frac{1}{3}$ に等しく取らねばならぬ。何となれば、等価Y結線に於ける相電圧と電流との間の相差が置換せられるΔ結線の其れに相等しきためには、リアクタンスと抵抗との比は同一でなければならぬ。然るに、上に述べた様に、等価Yの抵抗は置換せられるΔ結線の抵抗の $\frac{1}{3}$ であるから等価Y結線のリアクタンスも亦置換せられるΔ結線のリアクタンスの $\frac{1}{3}$ に等しくなければならぬのである。

(5) 總てのΔ結線が等価Yによつて置換せられた時は、等価Yに依つて置換せられた或るΔ結線の相電流は此Y結線の相電流の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ に等しく、さうして此Δ結線の相電圧は其れに相當するY結線の相電圧の $\sqrt{3}$ 倍である。

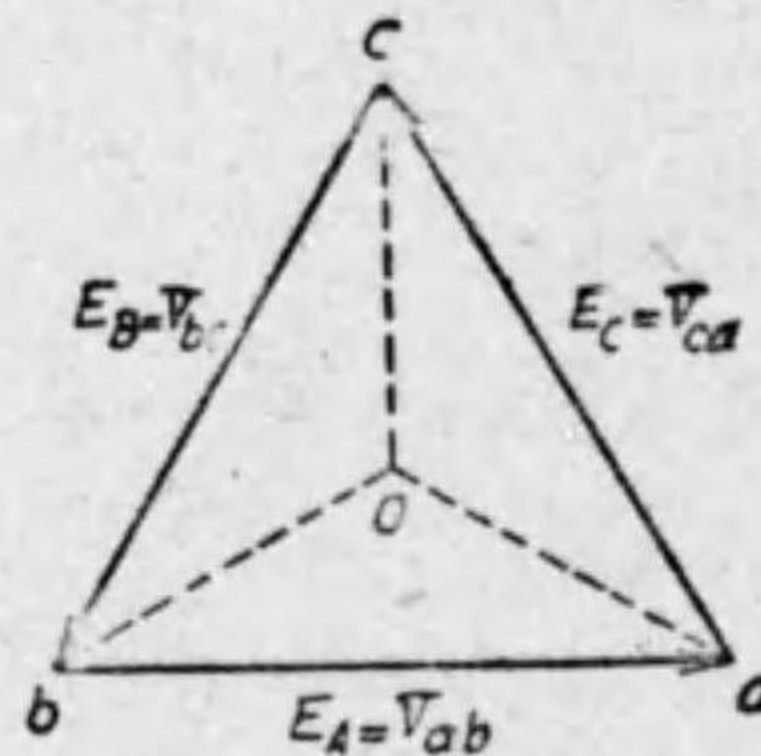
平衡せるΔ結線は等価平衡Y結線を以て置換し得るから、平衡Δ結線は中性點を持つものと考へる事が出来、其中性點の電位は等価Y結線の中性點の電位と同一であるべきである。

仍て平衡せるΔ結線の場合に於ても、其點を中性點と見做し、其點とΔ結線の接續點との間の各電圧をも一般に星形電壓と稱して居るのである。此等の關係を圖示すれば第306圖及第307圖の様になり、前者の點線は等価Y結線を示したものである。又第307圖より明な様にΔ結線の中性點Oは正三角形abcの中心にして、普通のY結線の場合の線路電圧と星形電圧との關係と同一である。之れを一般的に云へば、平衡三相式電路の線路電圧と星形電圧との間の關係を示す事になり、線路電圧が與へらる

第 306 圖



第 307 圖



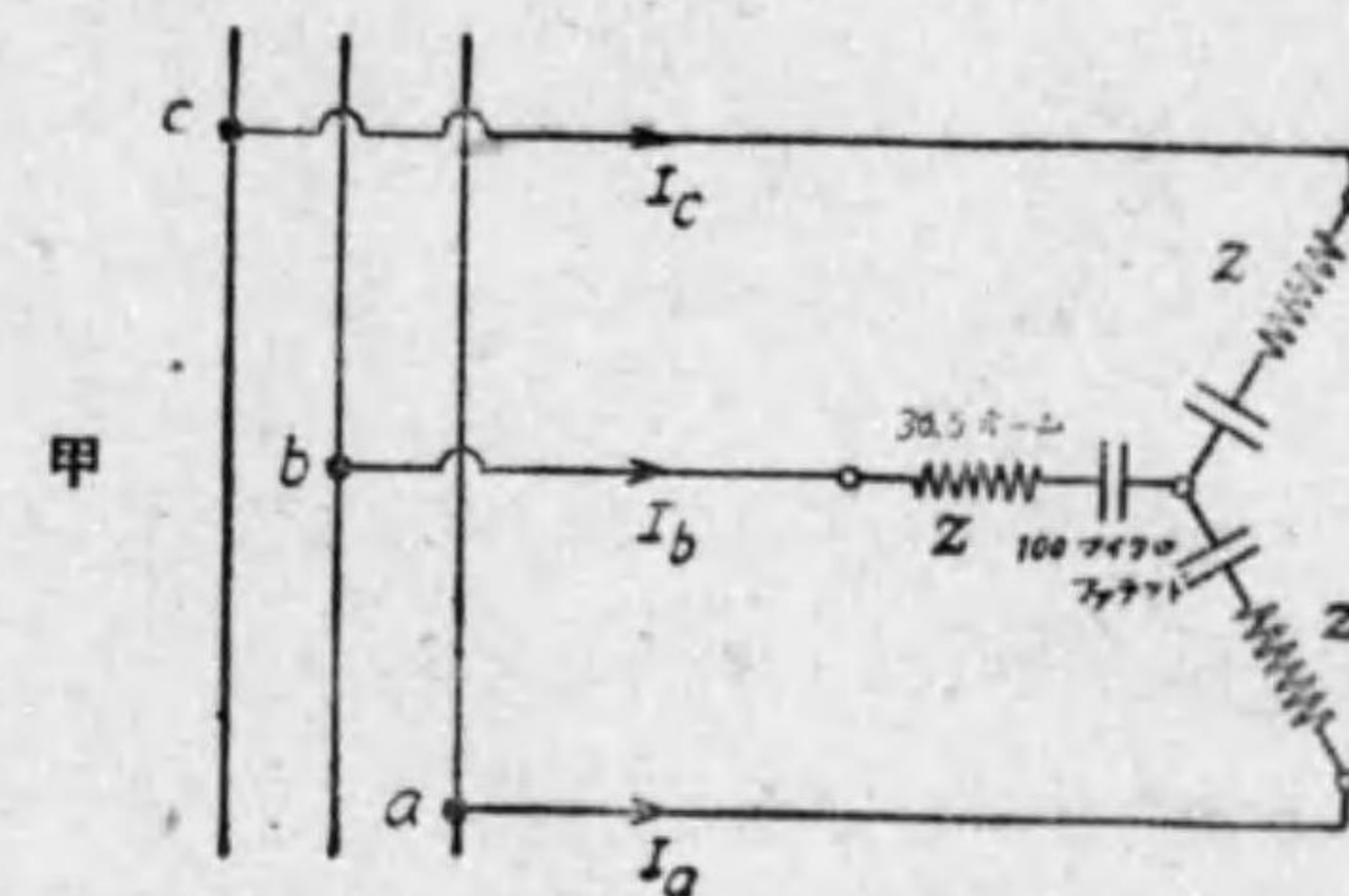
れば、其の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 倍を取りて其場合の星形電圧とすればよい譯である。従つて送電線等の計算に於て與へられたる線路電壓の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 倍を取りて星形電壓となし（即ち等価 Y に換算すると同一）、然る上單相式と同一に取扱ひ、斯くして得たる最後の結果に $\sqrt{3}$ を乗すれば、求むる三相式の線路電壓の關係となる事勿論である。

此處では説明を省くが、電流及起電力（従つて電壓）が正弦波にして完全に平衡し、且つ各相が大地又は他の接近物體に對して靜電的に對稱の位置にあるならば、Y 結線の電源或は負荷中性點は如何なる瞬時に於ても零電位になるのである。従つて平衡せる Δ 結線或は三相式送電線に於て此等 Δ 等価 Y の中性點に相當する點は零電位となる理である。即ち第 307 圖の中心 O が零電位の點である。然れども、此場合の中性點は普通の Y 結線の如く導體上に存在する事が出来ないのは申迄もない。

〔例 132〕 50~2200 ヴォルトの三相電路に、第 308 圖の様な三個の等しきイムピーダンスを星形（即ち Y）に結線したるものを負荷として用ゐた時通ずる線路電流 I_a, I_b, I_c の値及此電流と線路電壓 V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} との間の相差を求む。

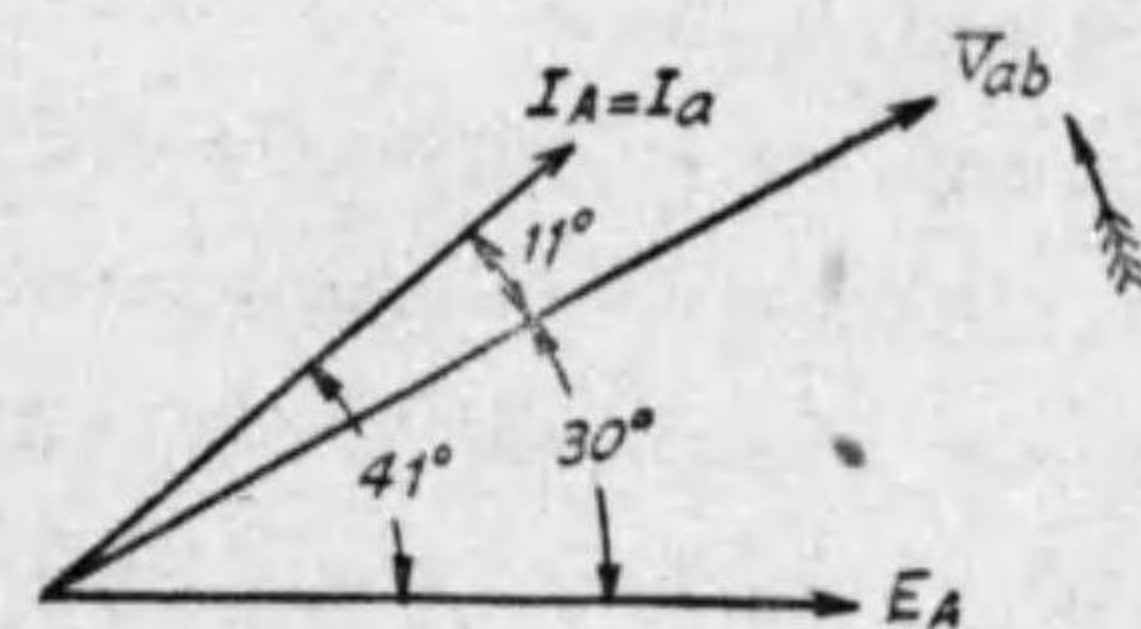
解 負荷一相のイムピーダンス $= \sqrt{(36.5)^2 + \left(\frac{10^6}{2\pi \times 50 \times 100}\right)^2}$
 $= \sqrt{(36.5)^2 + (31.8)^2} = 48.5 \text{ オーム}$

第 308 圖



線路電壓は 2200 ヴォルトであるから、此電路の星形電壓、即ち等価 Y の相電壓は $\frac{2200}{\sqrt{3}}$ ヴォルトである。斯る問題はイムピーダンスを考に入れざる Δ 結線の發電機を電源に使用する場合と同一である。故に等価 Y の相電壓は上記のようになる。或は又電源に、イムピーダンスを考に入れざる Y 結線の發電機ある

乙



と考へてもよい。此場合に於ては一相の電圧が線路電壓の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ になる事申迄もない。

斯く考ふる時は、電源及負荷ともに平衡せる Y 結線であるから、單相電路の問題に歸せしむる事が出来る。故に此單相電路の電流の値は

$$\frac{2200}{\sqrt{3}} \div 48.5 = 26 \text{ アムペア (但し此場合は進電流)}$$

之れ三相電路に於ける線路電流なること明である。

次に相電流(I_A)が相電圧(E_A)より進む角は

$$\theta = \arctan \frac{31.8}{36.5} = \arctan 0.87 \quad \therefore \theta = 41^\circ$$

然るに線路電圧 V_{ab} が其れに相當する線路電流より進む角は

$$\varphi = 30^\circ + \theta$$

然るに此場合は進電流なる故、 θ は負量である。従つて上式の θ に -41° を代入して

$$\varphi = 30^\circ - 41^\circ \quad \therefore \varphi = -11^\circ$$

即ち線路電圧 V_{ab} が線路電流 I_A より 11° 遅れて居ることを意味する。其外の V_{bc} , V_{ca} と I_b , I_c との関係も同一である。(第308圖乙参照)

〔例 133〕 前例に於て容量リアクタンス 31.8 オームの代りに同じ値の誘導リアクタンスを挿入するならば、前例の結果は如何になるか。

解 負荷一相のイムピーダンスは前同様 48.5 オームにして、電流も亦 26 アムペアである。然し此場合は誘導性負荷であるから、其結線の相電流(即ち線路電流)は相電圧より 41° 遅れる。依つて線路電圧 V_{ab} は線路電流 I_A より $\varphi = 30^\circ + \theta$, 即ち $\varphi = 30^\circ + 41^\circ = 71^\circ$ だけ進む事が知られる。

別解 普通は以上の如く Δ 結線を等価 Y に換算するものなる事勿論であるが、今若し負荷の結線を Δ に換算するも同一結果を得ることを示さう。

Y 結線の負荷を等価 Δ に換算するためには負荷各相の抵抗及リアクタンスを 3 倍する必要がある事既に述べた通りである。従つてイムピーダンスも同様 3 倍、即ち 3×48.5 オームとなる。故に

$$\text{等価 } \Delta \text{ の相電流} = \frac{2200}{48.5 \times 3}$$

従つて

$$\text{線路電流} = \frac{2200}{48.5 \times 3} \times \sqrt{3} = 26 \text{ アムペア}$$

次に Δ 結線の相電流と線路電圧との相角は、抵抗及リアクタンスを夫々三倍せるものであるから、其結果は前と變りなく 41° である。故に線路電圧と其れに相當する線路電流との間には $\varphi = 30^\circ + \theta$, 即ち 71° の相角を生ずる。即ち Δ 結線より Y 或は Y 結線より Δ に換算し、其の何れより算出するも同一結果が得られる。

〔例 134〕 全く相等しき 3 個のイムピーダンスがある。今此等のイムピーダンスを星形(Y)に結線して或る三相電路に接続した場合の線路電流と此同じイムピーダンスを三角形(Δ)にして同一三相電路に接続した場合の線路電流とを比較せよ。

解 今一個のイムピーダンスの値を Z , 三相電路の電圧を V としたならば星形接続の場合の線路電流は

$$\frac{V}{\sqrt{3}} \div Z = \frac{V}{\sqrt{3} Z}$$

三角形の場合は

$$\frac{V}{Z} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3} V}{Z}$$

或は等価 Y に換算して

$$\frac{V}{\sqrt{3}} \div \frac{Z}{3} = \frac{\sqrt{3} V}{Z}$$

故に三角形の場合は星形の場合に比して 3 倍大きい線路電流が通ずる。

263. 摘要

- 1 實効値が相等しく互に 90° の相角を有する二組の單相式電圧或は電

流を一括して平衡二相式電圧或は電流と稱する。

2 二相三線式では兩外側線間の電圧は一相の電圧の $\sqrt{2}$ 倍である。さうして共同歸線の電流は他の外側線の電流の $\sqrt{2}$ 倍である。但し平衡せる正弦波電圧及電流の場合に限る。

3 實効値が相等しく、互に 120° の相差で相従ふ三組の单相式電圧或は電流を一括して平衡三相式電圧或は電流と稱する。

4 三相星形結線(或はY結線)に於て電圧が平衡せる場合は

$$\text{相電圧} = \frac{\text{線路電圧}}{\sqrt{3}}$$

或は結線の如何に關せず一般に

$$\text{星形電圧} = \frac{\text{線路電圧}}{\sqrt{3}}$$

但し正弦波電圧の場合に限る。さうして三角結線(Δ 結線)の時は線路電圧と相電圧とは相等しい。

5 三相三角形結線に於て電流が平衡せる場合は

$$\text{相電流} = \frac{\text{線路電流}}{\sqrt{3}}$$

但し正弦波電流の場合に限る。さうしてY結線の場合は線路電流は相電流に等しい。

6 三相電源の起電力が E_A, E_B, E_C の順に 120° 宛遅れて居る場合には、負荷の性質にもよるが一般に線路電圧 V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} は其れに相當する線路電流 I_a, I_b, I_c より夫々 $30^\circ + \theta$ だけ進んで居る。但し θ は代數的の意味を有し、電流及電圧は平衡せる正弦のものなる事申迄もない。

7 Y又は Δ 何れの結線に於ても、平衡負荷の場合の電力(出力又は入力)は

$$\sqrt{3} VI \cos \theta$$

である。但し V =線路電圧、 I =線路電流、 θ =相電圧と其相に通ずる電流との相差角。

8 正弦波電圧及電流を通じて居る平衡三相式電路に關する問題に接しては、同電路は等價Y結線に換算する事を得るから、結局单相式電路の解法に歸せしむることが出来る。

問 題 XIX

1 或る變電所が80軒距つて居る發電所より20000kWの三相電力を輸送されて居る。變電所の電圧(線路電圧)は60000ヴォルトで、變電所に於ける力率は90%(遅電流)である。但し負荷は平衡せるものとする。

- (a) 變電所設備の一相に供給せられる電力(kW),
- (b) 變電所設備の一相のkVA負荷,
- (c) 送電線の各相に通ずる電流,

以上各何程か。

答 (a) 6667 kW (b) 7407 kVA

(c) 214 アムペア

2 二つの相等しきイムピーダンス線輪が、Yに結線された200ヴォルト發電機の二つの端子間に直列に接続せられたとする。但し此イムピーダンスは非常に大にして、之に比し發電機の捲線のイムピーダンスは無視し得るものとする。

(a) 二つの線輪の接続點と發電機の中性點との間の電圧の實効値は何程なるか。

(b) 此接続点と第三端子との間の電圧の実効値は何程か。

答 (a) 57.5 ヴォルト (b) 173.2 ヴォルト

3 500 ヴォルト, 50~, 100kVA 三相 Δ 結線発電機が力率 85% の平衡負荷を負ふて居る。

(a) 発電機各相の電流何程か,

(b) 負荷電力は何程か,

(c) 発電機の三つの捲線の内一つが其内に電流が通じない様に開かれたる時に此発電機は負荷に電力を供給し得るか,

(d) 発電機捲線のイムピーダンスを無視した時に, 線路電流は平衡し得るであらうか,

(e) 線路電圧も平衡し得るであらうか,

(f) (e) の場合に於て此の発電機の容量は何程となるか,

(g) (e) の場合に於て三相平衡負荷の力率が 1 なる時に, 兩捲線を通ずる電流と共に相當する線路電圧との相差各何程なるか。

答 (a) 66.7 アムペア (b) 85 kW

(c) 供給し得る (d) 平衡する

(e) 平衡する (f) 57.5kVA

(g) 一方の相に於ては電圧が電流より 30° 進み,

他の方では電圧は電流より 30° 遅れる。

電気機械器具の部で詳しく説明するが, (c) の如き場合は変圧器の V 結線に相當するものである。

4 単相変圧器 2 個を V 形に接続し一次に三相電圧を加へ二次に無誘導平衡負荷を接続する場合に於ける各変圧器二次線輪に流るゝ電流と端子

電圧間の相差を求めよ。但し変圧器線輪のイムピーダンス降下を無視するものとする。 (選試一大正七年三級) 答 (3) と同じ

5 問題 1, 即ち變電所負荷 20000kW, 力率 90%, 電圧 60000 ヴォルトの場合に於て各線の抵抗 13.5 オーム, 各線のリアクタンスが 15 オームならば,

(a) 發電所の電圧何程なるか,

(b) 發電所の力率何程なるか。

答 (a) 67000 ヴォルト (b) 88.1%

6 三相三線式配電線路あり, 線條一本の抵抗 0.1 オームなりとす。受電點に線間電圧 200 ヴォルト, 力率 0.8 なる 20 キロワットの三相負荷あるとき饋電點の線間電圧を求む。但し線路のリアクタンスは之を無視するものとす。

(選試一大正十二年三種) 答 210 ヴォルト

7 定格電圧 3300 ヴォルト, 定格電流 100 アムペアなる三相交流機あり, 之に力率 80% の全負荷を接続するとせば此發電機を運轉するに要する原動機の出馬力幾馬力なりや。但し此發電機の能率は 90% なりとす。

(選試一大正十三年三種) 答 680 H.P.

8 Δ 結線の三相發電機に抵抗 r オーム, リアクタンス x オームなる相等しき線輪を Y に結線して, 平衡に負荷した時の線路電流何程なるか。但し發電機一相の抵抗 r_0 オーム, リアクタンス x_0 オーム, 起電力は E_0 ヴォルトとする。

答
$$\frac{\sqrt{3} E_0}{\sqrt{(r_0+3r)^2+(x_0+3x)^2}}$$

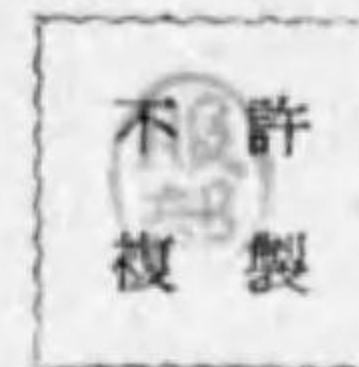
9 三相三線式交流配電線路あり、線條一本の抵抗 0.3 オーム、リアクタンス 0.25 オームなりとす。受電點に無誘導性にして 200 ヴォルト、5 キロワットの三相負荷あるとき饋電點の線間電壓を求む。

(選試一大正十二年三種) 答 208 ヴォルト

10 某電氣会社の變電所に於ける力率 80%、電壓 2000 ヴォルト、入力 300 キロワット、電線路の直長 2 里にして電線の抵抗一條に付 1 オーム、リアクタンス 3 オームなる場合に於ける發電所の出力及電壓を求む。電線路に於ける電氣方式は交流三相三線式とす。

(選試一大正元年第三級) 答 電壓 2470 ヴォルト
出力 333 kW

昭和三年六月二十四日 第一版發行
昭和十九年六月一日 第八版發行
出版會承認イ1404
發行部數 1,000部



交流理論 其一

正價金 貳圓

特別行爲稅相當額四錢

賣價 金貳圓四錢

送料 内地 三十四錢
外地 四十四錢

編輯兼 財團 電 機 學 校
發行者 法人 服 部 碩 彦
代表者 吉 原 良 三
印刷者 株式會社康文社印刷所
印刷所 (東京第七號) 東京都牛込區早船田鶴巻町一〇七番地
發行所 財團 電 機 學 校
(日本出版文化協會) 東京都神田區錦町二丁目二番地
(會員番號219013番) 電話神田(25)局 1121-1123番
振替口座東京13184番

配 給 元

日本出版配給株式會社
東京都神田區淡路町二丁目九番地

541.11-D58ウ



1200500746045

54111
8

終