始

理學博士　中村清二著

中村物理学
上卷

冨山房發行

序

經濟,政治,農工等の事業に從事して居る人士の中にも科學的知識を得度と希望せられる好學の士がある．著者は此等一般の好學の人士の常識の向上を主眼として此等の人に科學的考察法の特色を知らしめ日常吾等の遭遇する現象の後に潜む眞理を知らしめ事物の要點を察する明を得させ度と思うたのである．故に本書二卷は物理學の中から題材を取つて科學を說いたものと見るべきである．說明に入用な數學は中等敎育で學び得た代數學幾何學の程度で三角術の如きは三角函數の定義程度を超えないことにして說明してある．以上の意味に於て本書が好學の一般青年諸君の參考書となることは勿論著者の欣幸とする所である．

我國の諸學校に於ける科學敎育は明治の末期から大正昭和に亘つて實に悲しむべき狀態に在つて科學敎育は施されて居なかつたと評しても誣言では無かつた．それは何故かといふと一つの學校から上級の學校に移つて所謂立身出世を目的とするものが多くなつて夫れが試驗地獄といふものを醸成して物理學化學の如き學科でさへも記憶學科と墮落して事物の道理や現象の實際を體得させられることが無く唯暗記を强ひられた形であつた．一般知識階級の人々には科學敎育が缺けて

居た．實に日本には科學の普通教育は無かつた．

著者は此事を十數年前から痛感して兼々本書の執筆を計畫したが此度幸に機を得て出版を見るに至つたのである．本書に於ては讀者の知識を廣からしむるよりは深からしめんと努めたので題材の數は成るべく之を節約し,同時に收錄せし題材は叮嚀反覆種々の見地より之を解釋せんと試みたのである．

著者の淺學短才なる到底所期の目的を達することは出來ぬが識者の敎を得て後來少しでも此目的地に近づくことを得れば幸である．

本書の原稿を金澤壽吉淺見喜平の兩氏が詳細に查閱して重要なる助言と叱正とを賜はつたことを此に深く感謝する．

昭和二十一年三月

中村清二識

中村物理學 上卷

目次

第一篇 物性……1

第一章 序說……1

第 1 節 自然科學及び其研究法……1
第 2 節 物理學と化學……2
第 3 節 物質と物體その認識……3
第 4 節 法則……5

第二章 量の測定……6

第 5 節 量の測定……6
第 6 節 單位……7
第 7 節 時間の單位……8
第 8 節 太陽日の測定……9
第 9 節 質量……12
第 10 節 質量の測定……13
第 11 節 メートル法……15
第 12 節 誘導單位……17
第 13 節 角度……18
第 14 節 溫度 寒暖計……19

第三章 數量の取扱……21

第 15 節 乘除の觀念の發展……21
第 16 節 正比例 反比例……23
第 17 節 關係圖 圖式表現法……24

第 18 節 記數法……27

第四章 運動と力 ……29

第 19 節 運動……29
第 20 節 運動より見たる物體の種類……29
第 21 節 質點の運動……30
第 22 節 速度 數値量 方向量……32
第 23 節 力 力の單位……32
第 24 節 作用と反作用 運動の第三法則……34
第 25 節 力の效果……35
第 26 節 慣性 運動の第一法則……36
第 27 節 力の釣合……39
第 28 節 力の釣合 作用と反作用の法則……40
第 29 節 科學的の考へ方……43

第五章 物質 ……43

第 30 節 物質の不滅……43
第 31 節 密度 比重……44
第 32 節 密度の測定……45
第 33 節 物質の三態……47
第 34 節 壓力の强さ……48
第 35 節 物質の構造……49
第 36 節 分子說と物質の狀態……52
第 37 節 ブラウン運動……53
第 38 節 氣體分子の速度……54
第 39 節 分子の存在……56
第 40 節 固體間の摩擦……57
第 41 節 流體の內部摩擦 粘性……59
第 42 節 表面張力……60
第 43 節 毛管現象……65

第六章 彈性 ……66

第 44 節 彈性……66
第 45 節 彈性體の內部に於ける力……67
第 46 節 棒の延長……68
第 47 節 彈性體の內部に於ける歪み……71
第 48 節 棒の彎曲……72
第 49 節 棒の捻捩……73
第 50 節 體積の彈性……74
第 51 節 彈性餘效 履歷現象……75
第 52 節 液體の彈性……76
第 53 節 ボイルの法則……76
第 54 節 氣體の彈性率……77
第 55 節 瓦分子……78
第 56 節 完全氣體……79

第七章 液體に於ける壓力 ……80

第 57 節 パスカルの原理……80
第 58 節 液體に於ける重力の作用……82
第 59 節 相混合せざる液體の平衡……84
第 60 節 連通器……85
第 61 節 サイフォン……86
第 62 節 連通器による液體の密度の測定……87
第 63 節 アルキメデスの原理……88
第 64 節 浮游體……90
第 65 節 浮秤……91

第八章 氣體に於ける壓力 ……93

第 66 節 大氣の壓力 トリチェリーの實驗……93
第 67 節 水銀氣壓計……95

第68節 水銀氣壓計による氣壓の測定……95
第69節 空函氣壓計……97
第70節 壓力の單位……98
第71節 壓力計 液體壓力計……99
第72節 金屬壓力計……101
第73節 氣壓と場所の高さ……102
第74節 空氣中に於ける物體の重量……106

第二篇 力學……108

第九章 質點の力學……108

第75節 變位の合成と分解……108
第76節 加法の觀念の擴張……110
第77節 速度及び力の合成と分解……112
第78節 直線運動に於ける加速度……112
第79節 加速度の單位……113
第80節 曲線運動に於ける加速度……114
第81節 等速圓運動に於ける加速度……115
第82節 加速度の分解……117
第83節 運動の第二法則……117
第84節 力の絕對單位……118
第85節 質量……119
第86節 運動量 力積……120
第87節 運動の方向と一致せざる力……123
第88節 等速圓運動に於ける力……124
第89節 重力による加速度……125
第90節 重力による運動 其一……126
第91節 重力による運動 其二……129
第92節 重力による運動 其三……131
第93節 落下運動に於ける切線分力と法線分力……132

第94節 萬有引力……134
第95節 緯度と g との關係……136
第96節 月の運動……138
第97節 ケプラーの法則……140

第十章 剛體の力學……142

第98節 剛體の並進運動……142
第99節 廻轉運動……142
第100節 一點を固定した剛體の運動……143
第101節 方向量としての角速度……144
第102節 回轉の合成と分解……146
第103節 輾轉運動……147
第104節 剛體の一般の運動……150
第105節 剛體に作用する力の移動の原理……151
第106節 剛體に作用する力の合成……152
第107節 廻轉軸を有する剛體に働く力……153
第108節 能率の定理……155
第109節 平行力……156
第110節 偶力……159
第111節 偶力の特異性……159
第112節 重心……161
第113節 剛體に働く力の一般の場合……163
第114節 剛體に働く力の爲に生ずる運動……164
第115節 慣性能率……165
第116節 剛體に於ける力と運動の例……167

第十一章 仕事とエネルギー……171

第117節 仕事……171
第118節 仕事の單位……173
第119節 機械の仕事率……174

第120節 假想變位と假想仕事 ……174
第121節 機械に於ける仕事の原理 ……175
第122節 斜面による仕事の原理の說明 ……176
第123節 機械の有效率 ……179
第124節 エネルギー 位置のエネルギー ……180
第125節 運動のエネルギー ……182
第126節 エルネルギーの變形とその恒存 ……184
第127節 エネルギーの授受 ……185
第128節 剛體のエネルギー ……187
第129節 廻轉體に於けるエネルギーの授受の例 ……188
第130節 機械的エネルギー ……190
第131節 エネルギーの種類 ……191
第132節 エネルギー恒存の法則 ……192
第133節 引金作用 ……193

第十二章 流體の運動 ……195

第134節 流體の粘性 ……195
第135節 小孔より流出する液 ……196
第136節 流出する液量 ……198
第137節 水平なる管中を流れる液 ……198
第138節 動壓の例 ……200
第139節 重力に作用せられて管中を流れる液 ……202
第140節 管中を流れる粘性液體 ……204
第141節 粘性流體中に於ける物體の運動 ……205
第142節 流線運動と亂流運動 ……206

第三篇 熱學 ……208

第十三章 溫度と膨脹 ……208

第143節 熱による膨脹 ……208

第144節 溫度と密度 ……209
第145節 線膨脹係數と體膨脹係數との關係 ……210
第146節 見掛けの膨脹 ……211
第147節 寒暖計 ……213
第148節 最高寒暖計 最低寒暖計 ……215
第149節 水の膨脹 ……216
第150節 氣體の膨脹係數 絕對溫度 ……219
第151節 氣體の示性方程式 ……220
第152節 氣體寒暖計 ……222

第十四章 熱量 ……225

第153節 熱量 ……225
第154節 熱量の單位 ……226
第155節 熱エネルギー ……227
第156節 氣體論による氣體の壓力と絕對溫度 ……228
第157節 物體の熱容量 物質の比熱 ……230
第158節 比熱の測定 ……231

第十五章 熱の移動 ……232

第159節 熱の移動 ……232
第160節 熱の傳導 ……233
第161節 熱の傳導係數 ……234
第162節 對流 ……236

第十六章 熱による狀態變化 ……237

第163節 狀態の變化と熱 ……237
第164節 融解 凝固 ……238
第165節 潛熱の測定 ……239
第166節 蒸發 ……241
第167節 空氣中に於ける蒸發 ……244

第168節　飽和壓と溫度…………244
第169節　大氣の濕度…………245
第170節　濕度計…………246
第171節　沸騰…………249
第172節　氣體の液化…………251
第173節　臨界溫度…………252
第174節　低溫度の實現…………254
第175節　液體空氣…………256
第176節　デュワーの容器…………257

第十七章　熱力學…………258

第177節　熱力學…………258
第178節　熱の仕事當量…………259
第179節　デュールの實驗…………259
第180節　氣體の比熱…………261
第181節　氣體に於ける仕事　其一…………262
第182節　氣體の比熱によるJの計算…………263
第183節　氣體に於ける仕事　其二…………264
第184節　斷熱操作に於ける氣體の彈性率…………265
第185節　熱機關…………266
第186節　ワットの蒸氣機關…………268
第187節　熱機關の理論…………269
第188節　カルノーの熱機關…………270
第189節　熱力學的溫度…………274
第190節　熱力學の二大法則…………275

第十八章　大氣…………278

第191節　地球の雰圍氣の構成…………278
第192節　氣界圖…………279
第193節　雲…………281

第194節　風…………283
第195節　高氣壓と低氣壓…………284

第四篇　振動と音…………287

第十九章　振動…………287

第196節　振動…………287
第197節　振動體の例…………288
第198節　單振動…………289
第199節　單振動のエルネルギー…………291
第200節　單振動と圓運動…………293
第201節　單振動の週期…………295
第202節　單振動の合成…………297
第203節　單振動と他の運動との合成…………298
第204節　單振子…………300
第205節　複振子…………302
第206節　可逆振子…………303
第207節　廻轉的振動…………304
第208節　時計…………305
第209節　彈性體の振動…………308
第210節　絃の振動…………309
第211節　棒の振動…………311
第212節　振動の勵起方法…………313
第213節　板の振動　釣鐘の振動…………314
第214節　空氣柱の振動…………315
第215節　空氣柱の振動の勵起…………318
第216節　水の振動…………319

第二十章　波動…………320

第217節　波動…………320

第218節　波動のエネルギー ……………………322
第219節　水波の實驗裝置 ……………………323
第220節　波の合成 ……………………324
第221節　水の波 ……………………325
第222節　横波と縦波 ……………………327
第223節　波の反射 ……………………330
第224節　定常波 ……………………333
第225節　波の屈折 ……………………335
第226節　彈性波 ……………………336
第227節　地震の波 ……………………337

第二十一章　音 ……………………338

第228節　音 ……………………338
第229節　音波 ……………………339
第230節　音波の速度 ……………………340
第231節　音の異常傳播 ……………………341
第232節　音の三要素 ……………………342
第233節　音の高さ ……………………343
第234節　音の强さ　音の大きさ ……………………345
第235節　音色 ……………………348
第236節　音波の記錄 ……………………348
第237節　波形の分析 ……………………350
第238節　母音に於ける特性音域 ……………………350
第239節　音の調和 ……………………351
第240節　共鳴 ……………………352
第241節　唸り ……………………354
第242節　振動數の測定 ……………………356
第243節　波長の測定 ……………………358
第244節　クント Kundt の實驗 ……………………360

第五篇　光 ……………………362

第二十二章　光學緒論 ……………………362

第245節　幾何光學　物理光學 ……………………362
第246節　光線 ……………………363
第247節　光の波動說 ……………………365
第248節　光の直進　光束 ……………………366
第249節　散光 ……………………367
第250節　反射光線と屈折光線 ……………………369
第251節　相對屈折率 ……………………371
第252節　平面に於ける反射 ……………………373
第253節　平面に於ける屈折 ……………………374
第254節　全反射 ……………………377
第255節　全反射プリズム ……………………379
第256節　彎曲する光線 ……………………382

第二十三章　光の分散 ……………………385

第257節　屈折プリズム ……………………385
第258節　屈折率の測定 ……………………387
第259節　光の分散 ……………………389
第260節　プリズムに於ける分散 ……………………390
第261節　分散分光器 ……………………392
第262節　スペクトルの種類 ……………………393
第263節　虹 ……………………395
第264節　暈 ……………………398

第二十四章　球面に於ける光の反射と屈折 ……………………399

第265節　球面凹鏡 ……………………399
第266節　拋物線鏡 ……………………403
第267節　球面凸鏡 ……………………404

第268節 球面に於ける屈折 ……405

第二十五章 レンズ ……407

第269節 薄レンズ ……407
第270節 レンズの作る像 ……410
第271節 薄レンズ二枚の組み合せ ……413
第272節 レンズの一般の場合 ……413
第273節 光學實驗臺 ……416
第274節 球面收差 ……419
第275節 色收差 ……422

第二十六章 光學器械 ……423

第276節 眼 ……423
第277節 眼による遠近の判斷 ……425
第278節 眼鏡 ……427
第279節 虫眼鏡 ……429
第280節 顯微鏡 ……431
第281節 顯微鏡の倍率 ……433
第282節 顯微鏡の解像力 ……434
第283節 望遠鏡 ……437
第284節 異型の望遠鏡 ……440
第285節 寫眞器械 ……443

第二十七章 光の速度 ……444

第286節 光の速度 ……444
第287節 レーマーの方法 ……445
第288節 ブラッドレーの方法 ……446
第289節 フィゾーの方法 ……447
第290節 フーコーの方法 ……449

第二十八章 ホイヘンスの原理と最短時間の原則 ……450

第291節 ホイヘンスの原理 ……450
第292節 光の直進 ……452
第293節 光の反射 ……452
第294節 光の屈折 ……454
第295節 最短時間の原則 ……455
第296節 光路程 ……457

第二十九章 光の干渉 ……460

第297節 光の干渉 ……460
第298節 波長の測定 ……462
第299節 干渉色 ……463
第300節 薄膜による干渉色 ……464
第301節 ニュートン環 ……467
第302節 マイケルソンの干渉實驗 ……468

第三十章 光の廻折 ……470

第303節 廻折の實驗 ……470
第304節 半波長帶 ……472
第305節 圓孔による廻折 ……475
第306節 廻折格子 ……476
第307節 廻折像の說明 ……478
第308節 圓孔群による廻折光環 ……481

第三十一章 分光學 ……483

第309節 廻折スペクトル ……483
第310節 廻折分光器 ……484
第311節 分光寫眞器と三種の輻射線 ……486
第312節 光波の波長の値 ……487
節313節 連續スペクトル ……488
第314節 輝線スペクトル ……489

第315節 スペクトル分析 ……490
第316節 吸收スペクトル ……492
第317節 スペクトルに於けるエネルギーの測定 ……494
第318節 スペクトル輝線の系列 ……495
第三十二章 光源 ……498
第319節 種々の光源 ……498
第320節 螢光 ……499
第321節 燐光 ……501
第322節 化學發光 ……503
第323節 電氣發光 ……506
第324節 溫度輻射 ……506
第325節 キルヒホーフの法則 ……508
第326節 完全暗黑體 ……509
第327節 光學溫度計 ……512
第三十三章 照明と物體の色 ……513
第328節 光に關する實用單位 ……513
第329節 光度計 ……516
第330節 透明度 ……518
第331節 濾光板 ……520
第332節 透明度の測定 ……520
第333節 物體の色 ……521
第334節 色光の合成 ……522
第335節 吸收の合成 ……524
第336節 色感の合成 ……525
第337節 三原色の說 ……526
第三十四章 複屈折と偏光 ……527
第338節 複屈折 ……527
第339節 方解石の屈折率 ……529

第340節 偏光 ……530
第341節 複屈折と偏光 ……533
第342節 ニコルのプリズム ……535
第343節 偏光子 ……537
第344節 偏光の基本實驗 ……538
第345節 楕圓偏光と圓偏光 ……540
第346節 楕圓偏光の鑑定 ……543
第347節 偏光による干渉現象 ……544
第348節 偏光顯微鏡 ……547
第349節 透明體の歪の檢査 ……548
第350節 偏光收斂光束による干渉 ……548
第三十五章 旋光性 ……552
第351節 偏光面の廻轉 ……552
第352節 廻轉角 ……553
第353節 白色光による旋光の實驗 ……554
第354節 砂糖計 ……554

上卷目次 終

中村物理學　上卷

第一篇　物性

第一章　序說

第1節　自然科學及び其研究法

自然科學は自然界に行はれる種々の現象に就て攻究する學問である．此等の現象は千差萬別だが，概言すると諸物體の受ける變化によるものだと云ふことが出來る．故に色々の現象を攻究すれば之によつて一面には諸物體の性質を明かにし又一面にはその變化を起す原因となるべきものを知ることが出來て，之によつて諸現象を律する普遍的事實を知り得，從つて此知識を基としてこれ迄嘗て遭遇しなかつた新現象に臨んでも多少正鵠を得た見解を以てこれに對應することが出來，或は又斯くあるべき筈だと豫言することもなし得るのである．

扨て諸物體の蒙る變化を知るには二樣の方法がある．その第一は諸物體をして人爲的に色々の狀態にあらしめてその變化を攻究するもので，之を**實驗法**と云ふ．

例へば，硝子の性質を知らんがために或は之を熱したり或は之に光を投射したり或は之に磁氣をかけたりして之で一面には硝子の性質を明かにすると同時に又一面には熱や光や又は磁氣の如何なるものであるかを探求するのである．此方法の特に優れたことは自然に任せて置いては到底實現することのない狀況を人爲的に作り出して研究することである．例へば空氣を冷却して液體となしその低溫に於て種々の現象を調べる如きである．

第二の研究法は諸物體が自然に異なつた狀態にあるのを有りのまゝに觀察し

て以て吾人の知識を增大せんとするもので，之を**經驗法**と云ふ．

天體の運行を観察して之から萬有引力の作用を推知し或は又分光器を使用して天體の放つ光を檢査して其組成を知るのは經驗法である．此際觀察は極めて精緻にして何者をも逸せざる事を第一とする．

此等の研究によつて收得した知識を整理し系統を立てゝ此等の諸現象に通ずる普遍的の事實を簡單に言ひ表はしたものを**自然法則**又は**法則**と云ふ．例へば運動の法則とか光の屈折の法則とか云ふのが之である．

一體自然界を研究する學問は哲學や文學等に比較すると新らしく興つた學問で，區別するために通常之を**自然科學**と云ふ．自然科學の特色は其研究法が**數量的**であることである．即ち實驗法にせよ經驗法にせよ數量的に計測して數量的の知識を獲得せんとするにある．此事が舊來の學問に比して出色ある所以で，又その長大足の進歩を爲した所以である．知識が數量的だと必然それが正確であるから此知識を他に應用するときに大層な便利がある．

一例をとつて云へば茲に一つの電燈がある．此電燈では光度幾燭光には幾何の電力が入用であるかゞ數量的に知られ，又此電力を起すには幾何の機械的動力が必要であると云ふ風に，數量的の關係が知れて居れば，此知識を應用して直ちに或瀑布の水量とその落差とからして此瀑布の水力を使用すれば幾燭光の電燈幾何個を點火し得ると云ふことを推算することが出來る，故に企業家は直ちにその工業上の設計をなし資本家は若干の投資をすればよいと云ふことが知れる．

即ち數量的の知識を得るための純正科學的の研究は，天然の眞理を闡明し得ると云ふ出世間的の利益と同時に，直ちに其結果を實利的方面に應用し得て，吾人の幸福を高めると云ふ世間的の利益がある．

第2節　物理學と化學

自然科學は便宜上之を數分科に分けてそれぞれ專門に研究されて居る．例へば星學，動物學，地質學等の如きであつて，それが更に小分科に分れて居る

物理學と化學とは即ち斯くの如き自然科學中の二分科であるが，此兩分科は互に非常に接近して居つて，其間に判然とした區劃を設けることが困難である．

現今**物理學**の範圍內に收められて居るのは**力學**，**熱學**，**音響學**，**光學**，**電氣磁氣學**，**放射學**及び**原子物理學**等である．

以前には物理學は物體の實質に變化を及ぼさない現象を取扱ふもので，實質に變化があれば，それは化學の領域に屬するものとされて居つた．即ち熱のために氷が水になる如き現象は水の實質には變化がない，單に狀態が變化したのみだから物理學で之を論ずる．然るに物の燃燒の如き酸化作用は實質に變化があるのだから之は化學で論ずるとされて居つた．然しながら現在では左樣に無造作に片付けられないことに成つた．

電氣學で論ずる所の電氣分解の現象は物の實質に變化がある場合で，水が酸素と水素とに分解される．殊に著しいのはラヂウム其他の放射性元素の發見から勃興した放射學では，一つの元素が他の元素に變化して行く，即ち原子內に起つた變化であつて，舊來の化學で論じ來つた實質以上の變化であるけれども現在物理學の中に屬して居る．原子物理學は即ち此方面に於ける物理學の最近の大發展である．

要するに物理學と化學とは唯その發達の歷史と習慣とで領域が分れて居るに過ぎない．

然らば此二つの學科は他の學科に比して如何なる特色があるかと云へば，此兩科の研究の對象は**物質**及び**エネルギー**であると云ふことが出來る．

第3節　物質と物體　その認識

金とか石とか色々の**物質**があるが此等は一種又は多種相集まつて或形狀を成し若干の空間を占有して**物體**を形成する．物體の實在は吾人が直接又は間接に之を知るが，主として吾人の感覺によるのであるから物體を研究の題目として

居る物理學の發達は，勢ひ吾人の有する種々の感覺器官によつて左右され，從つて此等の感覺に對應して分科が出來た．

即ち先づ第一に物體を押し又は引き試みることからして**力**と云ふ感覺を得る．實に力は觸覺の重要部を成して居るもので吾人は力を作用して物體の位置を變ぜしめ，或はその立積や形狀を變ぜしめる．地球の物體に及ほす重力は先づ筋肉の力によつて感知されるのである．茲に於て物理學中に力學と云ふ一分科が起つて，物體の運動や力の作用等を論究する．觸感の今一つ大切なる部分は冷溫の感覺である．之が熱學を生んだ．同樣にして聽感に對する音響學，視感に對する光學等がある．是等は物理學中に古くからあつた分科である．電氣とか磁氣とか云ふことは吾人の身體に直接之を感知する器官がないので是等の分科は後に發達した．

學問の幼稚な時代には，空間と云ふ觀念と氣體と云ふこととが判然と區別されなかつた程であるが，段々に種々の觀念が正確に認識されるに至つた．又諸種の器械の發達によつて吾人の感覺器では察知し得なかつたものでも，これを認知することが出來る樣になつて，自然界には從來知られて居らなかつたものの存在することを知るに至つた．

例を光學に取るならば，視力の及ばない微小のものでも，顯微鏡の發明によつて又視力の及ばない遠距離のものでも望遠鏡の發明によつて吾人の認識の範圍内に收められた，分光器によつて吾人の視感の範圍外にある赤外線及び菫外線の存在を知つた如くである．

次には理論的研究によつて直接器械では捕捉したり觀察したりすることの出來ないものの存在を推論し，その性質を豫測し，適當なる實驗法を考察してその推理の正否を檢討した．例へば，化學的現象から先づ分子の存在を推論し，更に原子の存在を豫言した．物理學者は此假說を取り上げて氣體論を發展して氣體の熱的現象が之によつて極めて合理的に說明し得られ此假說の妥當なことを示し，進んでは分子の實在を證明した．又光學的現象に關する知識から出發して理論的に原子の實在を明かにしたのみならず，その構造を論議するに至つた．斯くして理論と實驗とが相呼應し相提携して吾人の有する感覺器官を全く超越したる自然界に關する知識を吾人に與ふるに至つたのである．

倘ほ此所に一言して置きたいことは，上記の如き吾等の感覺を助ける器械の外に**測定器械**と稱する數量的知識を吾等に與へる器械の發明が，物理學の大發展を來たす原因となつたことである．

第4節 法則

前に述べた如く法則は吾人が實驗又は經驗によつて收得した知識を集め，諸種の現象に通ずる普遍的の事實を簡單に云ひ表はしたものである．法則と云ふ文字に拘泥して，之を法律卽ち民法とか刑法とか云ふ樣な社會的の秩序を保つために人爲的に定めた法律の如きものであると解釋しては偏見に陷るから，くれぐれも最初に之を注意して置く．

例へば，萬有引力の法則と云ふのは色々の物體の間の作用を調査した結果，宇宙間の萬物は石でも金でも固體でも液體でも皆互に相牽引することを發見し，其相引く力はかくかくであると云ふ事實を敍述したものである．それ故に若し吾人が「掌中の石が萬有引力によつて地球に牽引されて石の重量と云ふものが生ずる」と云ふ樣なことを述べると之は逆な言ひ方である．何故かと云へば，上の如く述べると何だか天帝が萬有引力と云ふものを制定して置いた處が石と地球とが此法則を遵奉して互に相牽引したのだと云ふ樣に聞える．眞相は却つてその反對で，石と地球とが相牽引して生ずる重量といふのは萬有引力の一つの例であると說明すべきである．物體の重量は月と地球又は地球と太陽とが互に相引くのと同種類の作用で，之等の場合を綜合して萬有引力の法則としたのである．

繰返して云ふが法則とは數百千の場合を一々列擧するのが面倒であるから其全體に涉る普遍的の事實を陳述したものである．

斯くの如き法則を發見すると吾人の自然界の研究は一段落を告ける．然し之

で研究の目的を達した譯ではない．一段落に過ぎぬ．多くの現象を萬有引力と云ふ法則で纏めることが出來ても，更に此引力は如何にして起るのであらう．石と地球との中間には何か吾人の目には視えないが引力を起す媒となるものがあつて，その作用によるのでは無いか，若しやゴム糸の様なものでも兩物體の間にあつて，之が收縮せんとするのが引力として發現するのではあるまいか，と云ふが如き疑問が起る．二つの磁石や二つの帶電體が互に相牽引するのは萬有引力とは如何なる關係であらう．同じ原因か，異なる理由かと疑問が生ずる．研究の結果若し何か萬有引力と帶電體や磁石の引力とを一つのものの發現であると云ふことでも發見さるれば，玆に新しい法則を得て自然界の研究の第二段落に到達し得られる譯である．不幸にして吾人は今日では未だそれ迄には到達して居らない．之に達せんと努力しつゝあるのである．

第二章 量の測定

第5節 量の測定

科學の研究法は數量的であるのを特色とすることを述べたが，諸種の量を計測するには二つの事柄が入用である．其第一は計らうと思ふもの，例へば長さならば長さ時間ならば時間の或一定量を取つて之を標準と定めることである．此標準を其量の**單位**と名づける．例へば長さの單位に一糎，時間の單位に一秒を取るが如きである．その第二は計らるべき量と單位とを比較することである．此操作を量の**測定**と云ひ此際色々の**器械**を使用する．

日常農業，工業，商業の目的に計測の必要のあるのは所謂**度量衡**の三種である．度(モノサシ)は長さ，量(マス)は體積，衡(ハカリ)は重量で測定に使用する器械はそれぞれ物指，枡及び秤である．時間の單位は世の中が悠長であつたときは大した問題でなかつたが，現代では普通のスポーツでも，

時間は秒の十分の一が爭ひの種となる程になつて來た．

單位を定め，此單位と測らんとする量とを比較し終つて，量が單位の幾倍とか幾分の一とか云ふことを示す數 N を得れば，此量を表はすのには此數の次に單位名を附記する．例へば 50 メートルとか 0.38 秒とか述べる如きである．

第6節 單位

單位の大きさは主として實際上の便宜によつて決定されるものであつて，これでなければならぬと云ふ理由はない．然し一度一度勝手に變化しては商工業上から見ても困るから文明國では多くは國際會議によつて協定したものを法律で指定して，政府は其標準となるべき**原器**を大切に保管して置き，且つ商工省の度量衡檢定所の如き施設を置いて民間にある測定用の計器を此原器と比較檢定して正しいものを使用せしめる．

計測の幼稚な時代には隨分勝手放題の單位を使用したものである．例へば，足袋の大きさを言ひ表はすにその底に一文錢を並べて，それが幾枚並ぶかで定めた．九枚半の長さあればその足袋は九文半だと云ふ．然るに一文錢の大さは政府の財政の豐かな時と貧しい時とでは一定して居らないのだから，これは隨分不都合な單位である．我邦に於ける度量衡の歷史を調べれば直ちに明かなことだが，一尺と云ふ長さなども決して一定したもので無く，一部の人が唱ふる如く何も神聖視すべきものでは無い．尺は支那文化と共に輸入され，名は同じでも時代によつて其實を異にしたもので，唐尺だとか宋尺だとか種々のものを其儘に採用した．正倉院御物にある瑠璃尺の如きも，果してこれが原器として考ふべきものかは疑問である．斯く種々の尺があつたのを明治政府が 3 尺 3 寸を以て 1 メートルとすと法律で定めた．これは尺とメートルとの精度の信頼すべき程度から云へば，我邦在來の尺と云ふものをこの法律によつて判然と定めたものと考へた方が至當である．

物理學で入用な量の種類には**時間**，**長さ**，**面積**，**體積**，**速度**，**質量**，**密度**其他熱，光，電氣，磁氣等に關したものなど非常に數が多い．これ等の各ゝに就てそれぞれ獨立の單位を制定しても一向不都合はないのだが，然し此等の量の性質

を考へて成るべくは一つの合理的の單位系統を組立てる方が良い．此考察の結果として吾人は時間と長さと質量との三種の量を基本とし此等の三種の單位を**基本單位**とすれば，他の多くの量の單位はこれから誘導した**誘導單位**（第12節）として考へてよいことを知つた．

一つの量の單位には大小色々のものを有するのが實際上便利であるが，これは成るべくは十進法によるものが願はしい．メートル法は此くの如き一つの單位系統である．

尺，寸，分は十進法による一系であるが，間，町，里は十進法でない．時間の單位時，分，秒の系統も因襲を脫して居らぬもので合理的ではない．

序だから注意して置くが，**體積**と云ふ語と**容積**と云ふ語とを混同するのは避けたい．液體，流體を入れる容器例へば枡や瓶の內容體積を言はんとするときには容積が穩當であるが，然らざる場合には體積又は立積と云ふべきである．

第7節　時間の單位

時間の單位は一日の長さを基準とし，之を時，分，秒等に區分したものを採用して居る．

地球はその南北極を通過する地軸を廻轉軸とする**自轉**と，その軌道の上を太陽を循つて運行する**公轉**との二つの運動をして居る．一自轉の長さが一日で，一公轉の長さが一年である．自轉のために，天球の上に散布してあるが如くに視える星辰が每日東より出で，段々高く昇つて眞南の方位に於て最高に達し，それより降つて西に沒する．此眞南にある時刻をその星の**南中**と云ふ．北極に近い星は一日一回北極を周行する．北極に向つて見て居ると此周行は反時針的である．

水星，火星の如き**游星**は別として，その他の多くの星は今日南中してから明日南中するまでの時間の長さは常に一定で，良い時計で測れば必ず23時56分4.091秒である．これ卽ち地球の一自轉に要する時間で之を**一恒星日**と云ふ．然る

に太陽が今日南中した時刻卽ち**正午**から明日の正午までの時間卽ち**太陽日**の長さは一定ではない．古代の人は既に水時計卽ち一つの管から一定の速さで流れ出る水量を測つて太陽日の長さが一定でないことを知つた．

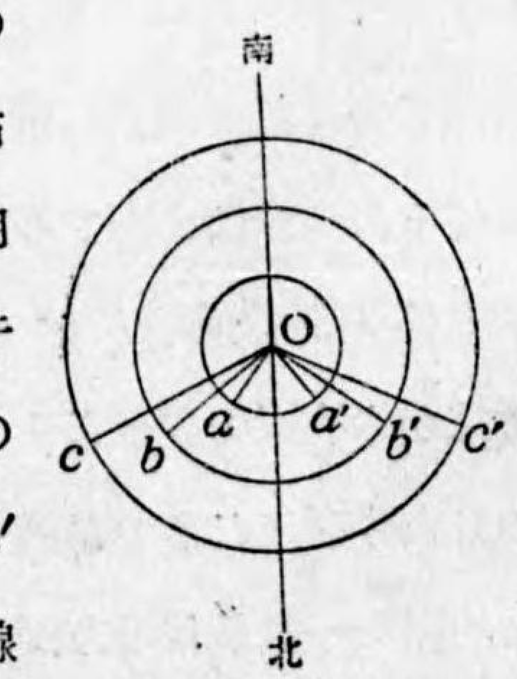
此一定ならざる太陽日の長さの一ケ年の平均値を**1平均太陽日**と云ふ．これを吾人は時間の基準として日常使用して居るのである．

平均太陽日に合はせた精確な機械的構造を有する時計で觀測して見ると，1日の長さが十二月末には24時よりは約29秒，六月中旬には約13秒長く，三月，九月中旬には17―20秒短い．前に述べた1恒星日の長さも斯くの如き時計で測つたもので1恒星日は1平均太陽日よりは短い．（第8節及び第2圖を見よ）

第8節　太陽日の測定

太陽日の長さの測定をするには先づ眞の南北の方位卽ち**子午線**（第366節）の方向を定めるがよい．此方向に太陽が到着した時刻が正午であつて，此時太陽は最も高い所にある．

子午線を簡單に定めるには畫板に紙を貼り，紙中の一點 O を中心として任意半徑の圓を描き，また O 點に紙面に直角に一本の細い眞直な棒を立てたものを用意し戶外に於て水準器を使用して紙面を水平に据ゑ午前と午後とに太陽が同じ高さに在つて，此垂直な棒の影の長さが同じで影の端が丁度圓周上にある點 a, a' を求め，aOa' 角の二等分線を描けば，それが南北線卽ち子午線である．



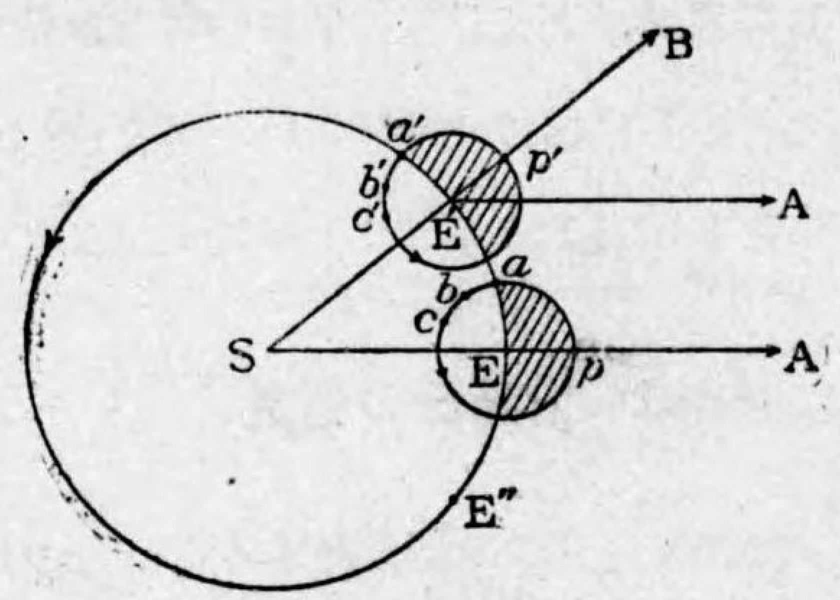
第1圖　子午線の決定

此際圓を數個描いて置いて bOb', cOc' 等の角の二等分線を描き，その平均方向を取つた方がよい．子午線が定まつたらば棒の影が子午線と一致する時刻が正午だから之を連日正しい時計で讀取れば太陽日の長さが季節に

よつて變化することが知れる.

太陽日の長さが恒星日より長いのは地球の公轉に基づき，又その長さが一定でないのは地球の軌道が正圓でなくて楕圓形なることゝ，地軸が軌道の平面に直角でなく 23 度 30 分ほど傾斜して居るからとである.

先づ軌道が正圓であつて太陽 S が圓の中心にあるものとし且つ地軸が軌道の平面に直角であると假定して見る. 第 2 圖は紙面を軌道の平面とし，E, E' 等の小圓を地球とする. 自轉及び公轉の向きは矢で示してある. 姑く地球が E にあつて公轉をなさないものとすれば a 點にある人は夜から晝にならんとする曉方にあり，太陽 S は地平線上東方にある. それから時間が經過して b, c 等の位置を占めると太陽は段段此人の頭の方に昇つて行き，終には西方に沒して夜となる. 人が p 點にあれば夜半卽ち南中より 12 時間を經過した午後十二時(卽ち午前零時)で，A の方向にある星が頭上に輝いて居る.



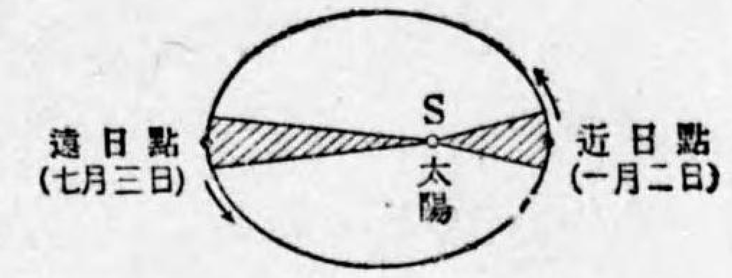
第2圖　太陽日が恒星日より長きことを示す

然るに地球は公轉するので翌日地球が移つて E' にあり，翌日の夜半卽ち太陽日の 24 時間の後には p' にある人が頭上に見る星は B である. 此際太陽は地球から有限の距離にあり，恒星は無限の遠距離にあることを忘れてはならぬ. 昨日夜半頭上にあつた星 A は今日の夜半になるより以前に旣に頭上を通過した. 卽ち一恒星日の方が一太陽日より短い.

これは然し自轉及び公轉の向きが矢で示してある通り兩者共に同じで（軌道の平面の北側にある人が紙面を見下ろして居るとき，反時針的に矢が向いて居るとして）のことである. 若し公轉が自轉と反對で時針的であつて翌日地球が E'' にあつたとすれば恒星日の方が長くなる. 而して事實は恒星日の方が短い

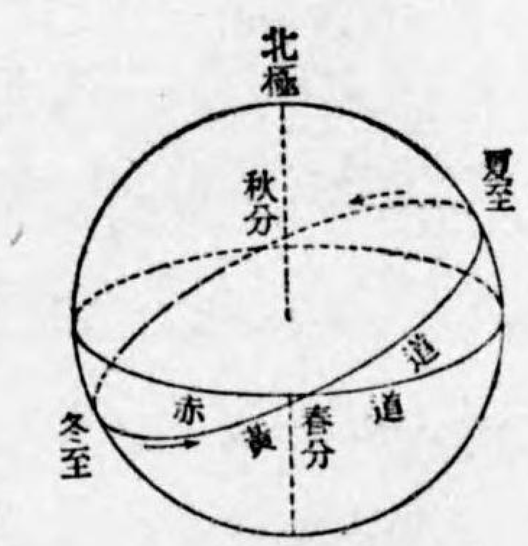
のだから自轉と公轉とが同じ向きであることを推論し得るのである.

地球の軌道が正圓なれば太陽日の一日の長さが一定であるが，實は地球の軌道は楕圓で太陽はその焦點の一つにあり，且つ公轉の速さは太陽と地球とを結ぶ直線は等時間に等面積を描くと云ふケプラーの法則（第 97 節）によつて示されてある. 卽ち前圖の弧 EE' の長さは變化するので，**近日點**(一月二日頃)に於て速さは最大で**遠日點**(七月三日頃)に於て最小である. これが太陽日の長さの一定ならざる第一の原因である.

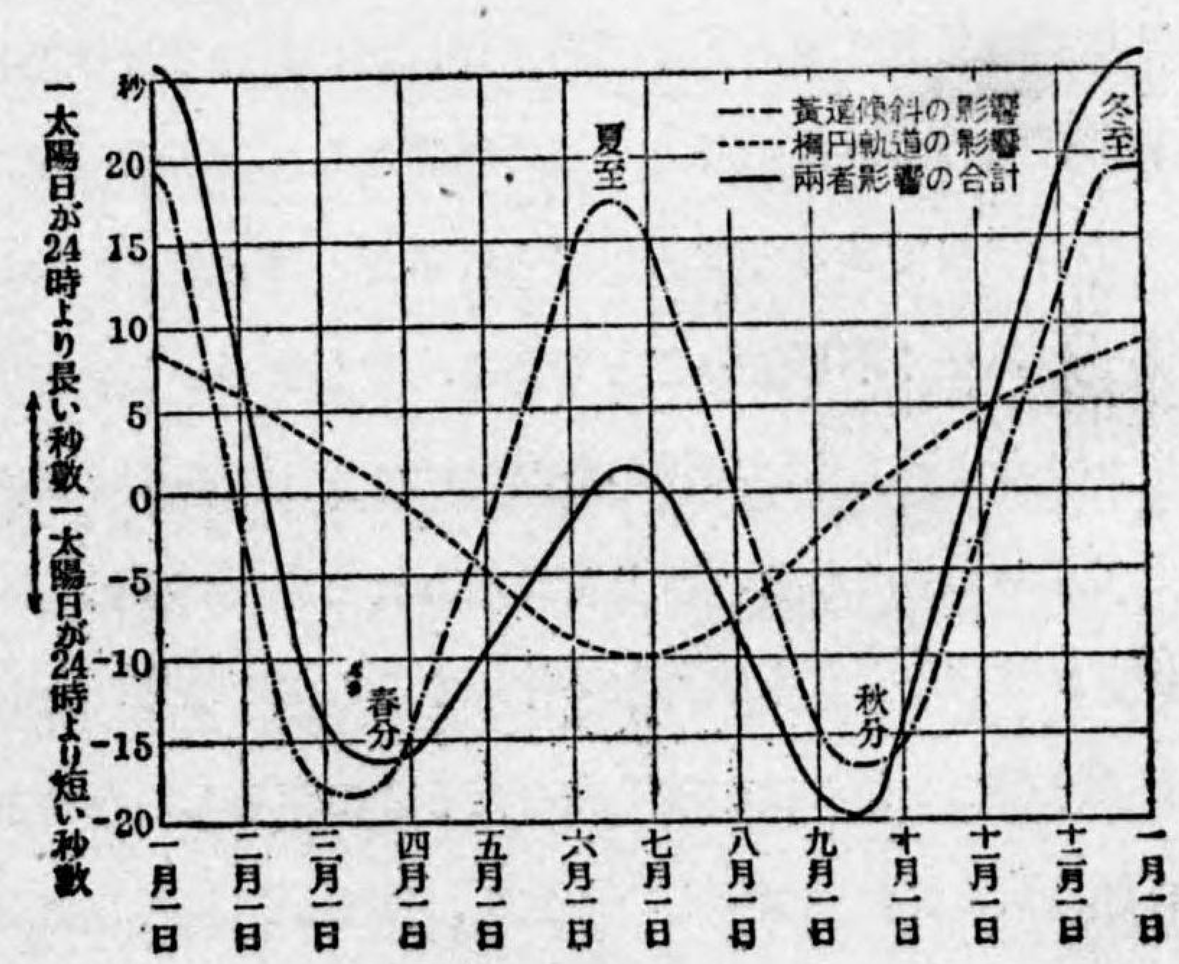


第3圖　ケプランの法則

第二の原因は地軸が軌道の平面に直角でないからである. 若し直角ならば太陽は**赤道**の上を一年間に一週する如く視えるのだが，地軸が傾斜して居るので太陽は天球の**黄道**上を一週するのである（第 4 圖）. 故に黄道上に於ける太陽の速さが一定であるとしても，赤道上に於ける太陽の分速度は春分，秋分頃に最小で，夏至，冬至に於て最大である. 第 5 圖は以上二つの原因によつて太陽日の長さの變化する工合を別々に圖示したものである. 兩者を合成すれば圖中實線で示した曲線の通りである.



第4圖　天球を外から見た圖



第5圖　一太陽日が24時より長い秒數と短い秒數(一)

吾人の日常使用して

居る時計の正しいものは，その機械の動く速さは平均太陽日と一致する様に製作したもので，又その指示する時刻は**標準時**と稱して或特別の子午線上に於て平均太陽が南中する時刻を正午十二時としたものである．**帝國中央標準時**は上記特別の子午線として東經 135° の子午線（兵庫縣明石譯の東人丸神社の西を通過するもの）を選んである．

	昭和十一年	昭和廿一年
	午前時　分　秒	時　分　秒
一　月	11 44 5	11 44 19
二　月	54 35	11 54 37
三　月	53 35	11 53 37
四　月	45 6	11 45 11
五　月	38 8	11 38 9
六　月	38 38	11 38 33
七　月	44 36	11 44 32
八　月	47 14	11 47 16
九　月	41 5	11 41 15
十　月	30 49	11 30 59
十一月	24 40	11 24 42
十二月	29 58	11 29 49

太陽日の長さが一定でないから實際の太陽が南中する時刻は毎日少しづゝ變化する．東京天文臺に於ける毎月一日の太陽の南中時刻を帝國中央標準時で示すと右表の通りで，毎年大體同じである．

第9節　質量

基本量の一なる質量は最初一寸判かり悪い觀念である．書物によつては質量とは物質の量なりと記してあるが，之れだけでは説明にならぬと思ふ．同一の材料の物體例へば鉛斗りで成る物體ならば同大の鉛塊二個の物質の量は一個のものの二倍であるとは考へ得られるが，鉛と銅との物質の量が如何なる時に等しいかは全く不可解のことである．然しむづかしい理窟は別として，次の如く考へるがよからう．物體の重量は地球が物體を引く萬有引力の一つの現はれとして了解し得られる．而して此重力はその材料が鉛とか銅とかに關係なく又固體とか液體とかにも頓着なく作用するものである．今此重量を吾等の筋肉の感覺或は尙ほ正確には衡器で測つたときに相等しい重力を示すものを，その品質に關係なく質量が相等しいと定め，重力が二倍ならば質量も亦二倍なりと定める．斯く具體的には物體の重量によつて考へ出した或量を抽象して，之を地球

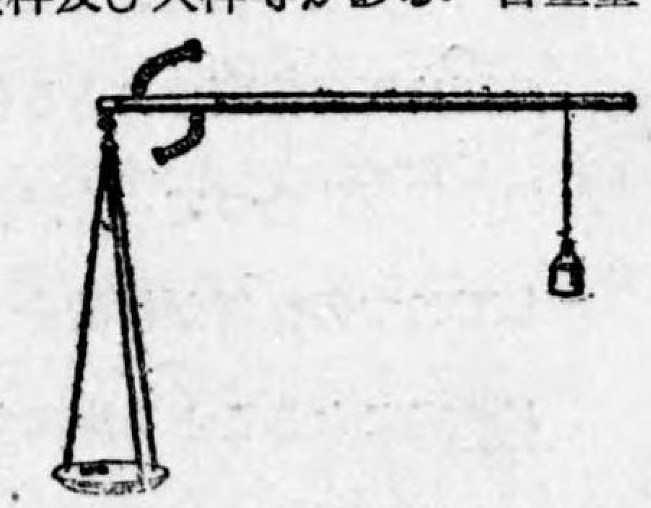
とは離れて物體の體積とか長さとかの如く物體の一個性を表示するものとして之を質量と名づけたものと考へるがよい．

即ち重量から質量といふ量を物體の個性を示すものとして抽象してその物體を地球上に置いても月世界に携行しても物體本來の固有のもので不變であるが地球上での重量と月球上で月が物體を引く力之を月球上の重量と云へば此二つは非常に違ふ．即ち質量が主であり重量が從となるのである．實際一つの物體の重量は地球上にあつても海面と高山の上とでは異なるのである．甲地から乙地へ運んでも不變である所の物體特有の物質の量といふ質量なる觀念を得ることが入用なのである．

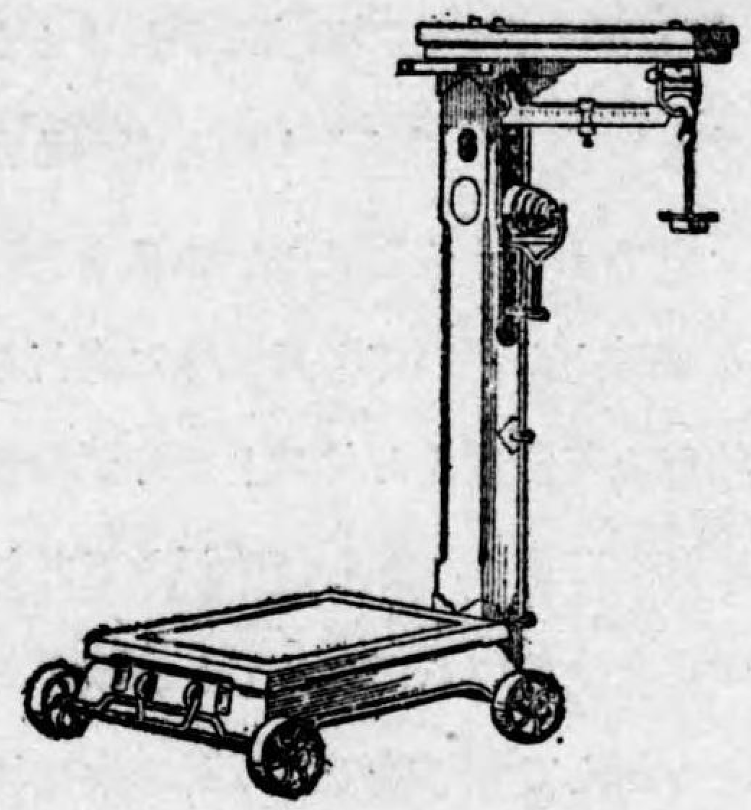
質量と云ふものは物體の力學的性質を示す一の重要なる量である．甲の人が或一定の速さで物體を投げつけたとき之を乙が受け止めるとすれば，質量の大なる物體は受け止めるに大なる力（上記筋肉の力）を要し，質量の小なる物體は力も小でよい．此作業は地球上でなく月世界でやつても同様で，大きい物を受け止めるのに大きな力を要することは明かである．而してそれは物體の體積の大きさで決定されるかといふと左樣ではない．如何にしても物質の量といふことを考へざるを得なくなるのである．此樣なことから質量の大小と云ふことが考へ出されたのである．此場合の質量の觀念には地球の有無等は全く關係しない．

第10節　質量の測定

諸物體の質量を測る器械即ち衡器には桿秤（サヲバカリ），臺秤（ダイバカリ）及び天秤（テンビン）等がある．皆重量によつて質量を定めるものである．桿秤は又千木秤（チギバカリ）とも稱して我邦在來の衡器で，目盛を施した木，象牙等で製作した丈夫な棒の一端から秤（ハカリ）皿（ザラ）が吊してあり，此端に近く此桿を吊す下げ緒（サゲヲ）がつけてある．秤皿が空の時に分銅を目盛の零



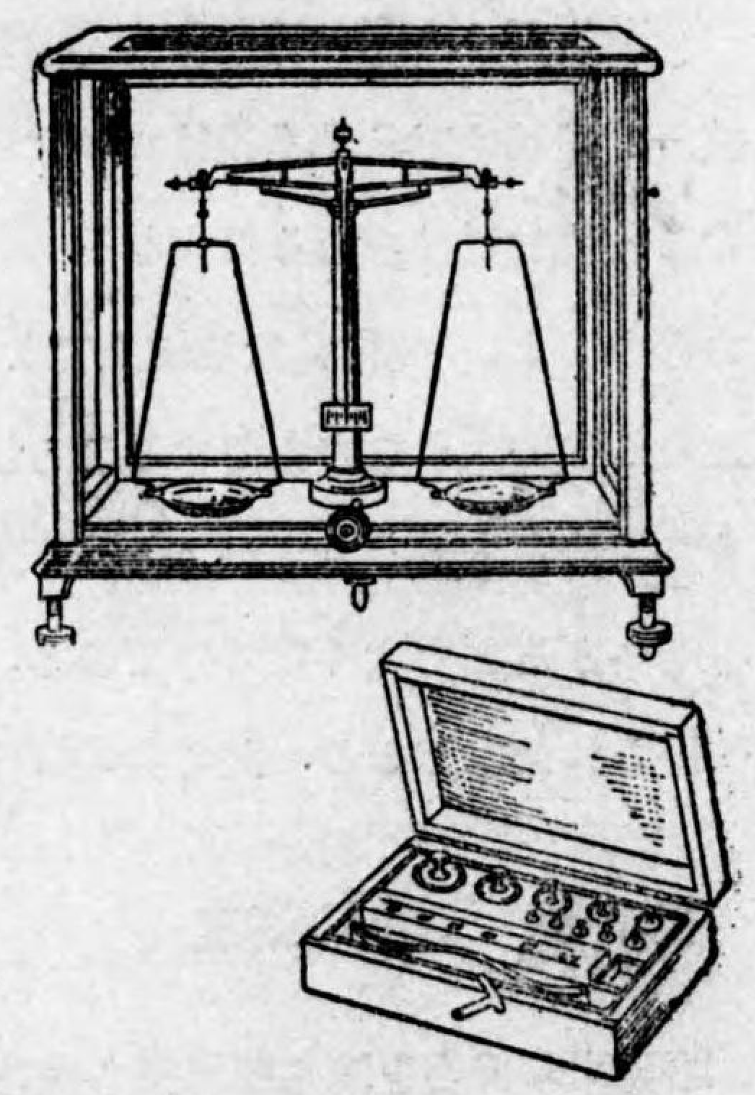
第6圖　桿秤



點に懸けて秤を下げ緒で吊して見ると桿は水平になる．次に質量を測らうと思ふ物體を秤皿の上に載せ，分銅を桿の上で辷らせて桿が又丁度水平になる様にして分銅の位置を目盛で讀んで物體の重量を知るのである．物體が重ければ分銅は下げ緒から遠い所で釣合ふ．

第7圖　臺秤

臺秤は非常に重いものを測るに使用されるので堅固に作られてあるが，その働き方は桿秤と同じと思へばよい．



天秤は極めて精密な秤量を實施するに使用され化學分析用は之に限られてある．一つの刄先で中央を支持した桿の兩端から秤皿が吊してある．秤皿を吊した點は，中央の刄先から等しい距離にある．一方の皿に測らうと思ふ物體を載せ他方の皿に分銅を載せて丁度之に釣合つて桿が水平になる様にする．故に此器械では大小色々の分銅の一組が備附けてあつて之を加減して使用する．

第8圖　天秤と分銅

總て物がよく釣合ふことを**平衡**と云ふ．此語は天秤の兩方にある物體と分銅との作用が釣合つて一方が桿の左端を下げんとすれば他方が右端を下げんとして二つの作用が相消合つて桿が水平となり，恰も兩方の皿が空の時と同じ狀態になることを意味する．平衡は衡の桿が水平になつたことである．

上記の外に尙ほ一種の衡器がある．その使用法が簡便だから大いに賞用され

て居る．それはゼンマイ又はバネの彈性を利用したもので，物體の重量によつて蔓巻形のバネを引き延したり（第 9 圖）或は壓縮したり（第 10 圖）させ，その歪みを指針で擴大して示す様にしてある．指針の示す目盛は直ちに重量を與へる．此種のものを**バネ秤**といひ大小色々あつて臺秤程度のものもある．

第9圖　バネ秤　延長によるもの

第10圖　バネ秤　壓縮によるもの

普通の衡器は重力と重力との釣合ひ，バネ秤は重力と彈力との釣合ひで，兩者は測定の原理を異にして居る．

第11節　メートル法

單位の大きさは全く便宜上のもので何を取つてもよい．然るに一旦採用すれば永久不變に使用し得るものが良い．此考で西暦 1791 年にフランスのタレーラン Talleyrand は度量衡の單位を新たに制定する必要を唱へ，同國の議會は學士院にその調査を依頼し，ボルダ Borda，ラプラース Laplace，ラグランジュ，Lagrange，モンジュ，Monge，及びコンドルセー，Condorcet の五氏が委員に擧げられた．

委員の協議の結果次の單位を定め之をメートル法と呼んだ．

1. **長さの單位**　地球子午線の長さの 4000 萬分の一を以て長さの單位とし，これを 1 **メートル** Metre と名づける．
2. **質量の單位**　4° C の蒸溜水 10 糎立方卽ち 1000 立方糎の質量を以て質量の單位とし，これを 1 **キログラム** Kilogram とする．

このメートル法が始めてフランスで發布されたのは西暦 1795 年の四月であつた．而してメートル及びキログラムを具體的に表現する**原器**が作られた．次いで 1875 年にメートル法國際條約がパリに於てドイツ其他十八ヶ國によつて調印された．我邦は 1885 年（明治十八年）にメートル法國際條約に加入し，1890 年に原器の交付を受けた．

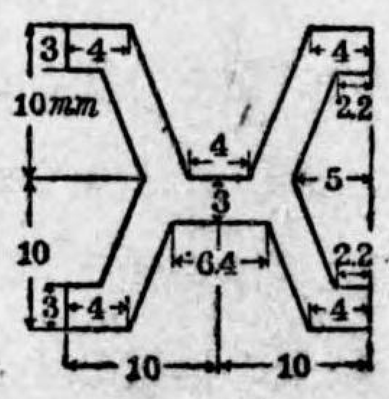
メートル原器とキログラム原器との最初ボルダの監督の下に作つたものは白金製であつたが，現今パリの中央局に保管されてある原器は 1885 年に作られもたので，メートル原器31個，キログラム原器43個の中である．その地金の成分及び比重は次の通りである．

成分	白金	89.81
	イリヂウム	10.10
	ロヂウム，鐵	微量

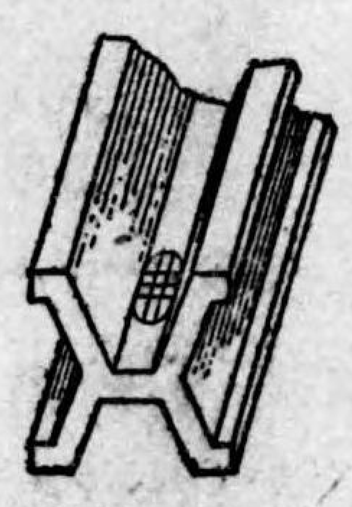
比重　21.55

我邦に交付されたメートル原器は第22號と名づけるもので 0℃ に於ては 1 米より1000 萬分の13米だけ短く（0.15℃ に於て正しく 1 米となる)，キログラム原器は第 6 號で，これは 1 キログラムよりは 4 萬分の 1.69 キログラムだけ大である．

メートル原器は長さは 102 糎で斷面の形は第 11 圖に示した如く重量は約 3.25 キログラムある．原器の形は屈撓に對して抵抗が大なる許りでなく多少の撓みが起つたとしてもその目盛は器の中央部で長さの變化がない所に刻んである．目盛の刻み方は棒の兩端から各約 1 糎の所に横線三條，縱線二條を引き中央の横線が二條の縱線で挾まれてゐる線分の各中點間の距離が 1 米になるものとしてある．(第12圖）また二條の縱線間の間隔は約 0.2 粍で三條の横線間の間隔は約 0.5 粍づつである．



第11圖　メートル尺原器の横斷面



第12圖　メートル尺原器の目盛

キログラム原器は高さと直徑とが各約 3.9 糎の圓壔でその體積は約 46.4 立方糎である．

元來 1 米は地球子午線の長さの四千萬分の一と定めたが學術の進歩と共に測器が改良され測量術が發達したので原器は上記の定義と一致

せぬことを發見した．そこで現在は最初の規定を廢棄して原器の方を正しいものとして大切に之を保存することになつた．

キログラムの方も同様で，質量の標準を水におくことを止めて原器の方を正しいものとする．近頃の測定では 4℃ の蒸溜水 10 糎立方卽ち 1000 立方糎の質量は 999.972 グラムである．

メートル法に於ては大小種々の單位は皆十進法により，その命名には一定の規定がある．その規定は一つの單位を根本として之に適當な名稱を附しその十，百，千の倍數にはギリシア語により，十，百，千分の一の分數にはラテン語による冠詞をつけるのである．百萬倍を表はす冠詞のメグはギリシア語で大を百萬分の一を表はす冠詞のミクロはラテン語で小を意味するのである．

十倍	デカ	deca	十分の一	デシ	deci
百倍	ヘクト	hecto	百分の一	センチ	centi
千倍	キロ	kilo	千分の一	ミリ	milli
百萬倍	メグ	meg	百萬分の一	ミクロ	micro

此中デカとヘクトの二つは實際餘り使用されて居ない．

例へば長さはメートル(米 m.）を根本としてキロメートル(粁 km.)，センチメートル(糎 cm.)，ミリメートル(粍 mm.)等の命名をなす．質量でも同様に瓦(グラム g.)，キログラム(瓩 kg)，ミリグラム(瓱 mg)等といふ．

第12節　誘導單位

時間，長さ及び質量の三基本單位が定められると，他の量の單位がこれから誘導せられる．これを誘導單位と云ふ．

例へば，面積や體積の單位は長さの單位から誘導して平方里とか立方尺とか云ふものを採用するが如きである．メートル法で平方糎とか立方糎（c.c の符號を用ゐる）とかが用ゐられる．又此等の單位が餘り小さくて不便なときには

面積には平方メートルやその百倍のアールを使用し體積には立方糎或は又立方メートル等を常用する．メートル法の最初制定せられたときは4°Cの水1瓩の體積を1立(リットル)と命じそれを1000立方糎としたが，その後の精確な測定で1リットルの體積は1000.027立方糎であることが知れた．故に1000立方糎の上記の水の質量は999.972瓦である．

第13圖 メートル・ガラス

第13圖は液量を計るに用ゐる硝子圓壔で，立方糎を讀む目盛がつけてある．通常之をメートル・ガラスと呼ぶ．

速さの單位としては單位時間中に長さの單位だけ動くものを採ればよい．

若し動體が一時間に3.6粁進行するとすれば一分時間には60米進行し一秒時間には100糎を動く．そこで此物體の速さは毎時3.6粁と云うても毎分60米と云うても或は又毎秒100糎だと云うてもよい．即ち速さの單位として(粁時)又は(米分)又は(糎秒)等便宜のものを採用すればよい．

C.G.S 單位 物理學では基本單位として長さに糎，質量に瓦，時間に秒を採用して諸種の量を表はすことが多い．此系統に屬する基本單位，誘導單位の一系をC. G. S單位と云ふ．糎 Centimeter, 瓦 Gram, 秒 Second の頭字を拾つて取つた名稱である．

第13節 角度

上記の度量衡と時の單位との外に計測上重要なものとして角度及び溫度の準基本單位を要する．

角度の大きさを云ひ表はすことは普通**度分秒**の單位を使用するが，此外に尚ほ一つの單位系統がある．それは角の頂點を中心として半徑1の圓周を描き，角の兩邊をなす二直線間に挾まれた圓弧の長さで云ひ表はすものである．故に

之を**弧度法**と云ふ．若し圓の半徑が r で弧の長さが s ならば勿論此角の弧度 θ は

$$\theta=\frac{s}{r} \tag{13}$$

である．弧度1の角を**ラヂアン** Radian といひ $57°17'44''8$ に當る．此法に從へば全圓周の長さは $s=2\pi r$ であるから $360°$ のことを 2π ラヂアンとして表はすのである．次のことは別に説明を要すまい．

一直角	$90°$	$2\pi\div4=\frac{\pi}{2}=1.5708\cdots$	(ラヂアン)
	$1°$	$2\pi\div360=0.01745\cdots$.	(〃)
	$1'$	$0.01745\div60=0.0002909\cdots$	(〃)
	$1''$	$0.01745\div3600=0.00000485\cdots$	(〃)

序に記して置くが時間の分秒と角度の分秒とを區別するために時間の時分秒にはそれぞれ *h. m. s.* の略字を用ひ角度の度分秒にはそれぞれ ° ′ ″ の略符を使用する．

第14節 溫度 寒暖計

溫度は體積とか質量とかの如き物體に附いたもので無くして物體が置かれる境遇を指示するものである．原始的には皮膚の冷溫の感覺で定められるものであるが，此主觀的の感覺は不確で往々錯誤に陷ることが多いから寒暖計又は溫度計によつて客觀的に之を定める．

寒暖計の與へる溫度の數字は天秤の與へる物體の質量の數字や物指の與へる長さの數字とは著しい意味の相違がある．長さ三尺は一尺の三倍と云へるが，30°の溫度は10°の溫度の三倍とは云へぬ．溫度の數字は唯冷溫の順序を述べる番號の樣なもので，恰も鑛物などの硬度を示す數字に似て居る．硫黃の硬度は2で螢石のは4だからとて，螢石が硫黃より二倍硬いとは云はれぬと同樣である．故に嚴密には溫度は寒暖計で決定はするが測定するとは云はれぬ．

扨て物體は溫度によつて長さや體積を變ずるから之を利用して冷溫の順序をつけるのが寒暖計である．攝氏の寒暖計(構造は既知として記述を省略する)で

は氷點の 0° と沸騰點の 100° の位置を定めてからその間を百等分して水銀線の上端の指す所を讀んで溫度の順序をつけることにしてある．然し考へて見ると變なもので，0° から 10° までの溫度の差と 70° から 80° までの溫度の差とが等しいと云はれるであらうか．此樣な問が一體問題の形をなすかどうかも實は疑ふ餘地があることである．水銀寒暖計では冷から溫に移るに從つて水銀線の上端は昇る一方であるが，水銀でなく普通の水を使用すれば氷點から始めて段々溫かくなる一方でも管中の水の上端は始め降り後に昇るので，此附近では水の上端の位置を目盛で讀んでも溫度を知る譯には行かぬ．水銀では水ほど奇怪な動作はせぬが然し考へれば妙なことである．結局水銀の體積の增大が同じだけ進む每に溫度が同じだけ昇つたものと約束して置くに過ぎぬ．

溫度が上記の如く唯冷溫の順序を示すのみの番號數であるから，寒暖計の目盛の仕方に就ても基礎的なる理論はない．故に歷史的には華氏（ファーレンハイト Fahrenheit 1724年），列氏（ローミュール Reaumur 1730年），及び攝氏（セルシウス Celcius 1742年）等の流儀があるが，我邦では今日は攝氏のを使ふことに殆んど一定された．唯稀に氣溫だけは華氏で云ふ人もある．

溫度の記述方は攝氏の 50 度を 50°C と記す．氷點以下の低溫度は零點より數へて幾度低いと云ふことを示す爲に負號を冠する．例へば零下 15 度を −15°C と記す如くである．

目盛の大きさは攝氏の通りで，唯その零下 273° 即ち −273°C を溫度を表はす原點として記述する遣り方がある．斯くした溫度を**絕對溫度**と云ふ．絕對溫度で記してあることを表示する爲には溫度數の次に K 字を附する．即ち氷點は 0°C=273°K 沸騰點は 100°C=373°K である．

溫度は熱力學の研究によつて始めて上記のものよりは深い意味をつけられることになつた．（第 189 節）

第三章 數量の取扱

第15節 乘除の觀念の發展

國民學校理數科算數の授業に於ては乘法，除法を行ふに當つて先づ**名數**，**不名數**の區別を明かにする．それから不名數ばかりならば之を乘除して差支ないが，名數と不名數とあるときには名數に不名數を乘じ又は不名數で除してもよいけれど，名數に名數を乘じ又は名數を名數で除することは許されないことになつて居る．これは乘除といふことの原始的の觀念から言へばその通りで，幾倍にするとか幾分の一にするとかいふのであるから，例へば長さは五倍しても五分の一にしても答は依然として長さである．

然るに物理學に於ては此素樸的な觀念から出發して之を發展させて，名數を他の名數で乘除することを許すことにして，非常な便益を得ることに成つた．一つの名數に他の性質の違つた名數を加へ又は減ずることは勿論許さるべくもなく，長さ 12 粁に時間の 2 時を加へることは意味をなさない．然るに或物體が 2 時間に 12 粁の距離を動いた時に此動體の速さを記述するために第 12 節に述べた如く，長さの單位を粁，時間の單位を時として單位時間に單位距離を動くものを速度の單位とする誘導單位の定め方を採用すれば，此動體の速さは每時 6 粁であることは明白である．今此答を得る道行を考察するに，6 といふ數字は 12 を 2 で除したのであるが，此割算を行ふに當つて 12 粁といふ名數を 2 時間で割ることは許されないとして，時間の方は一時間が二つあるのだとして之を不名數として名數 12 粁を不名數の 2 で除して 6 粁を得たと解釋すれば，それは原始的の割算である．然しそれでは答の 6 粁は長さであつて速さではない．求めるものは每時 6 粁といふ速さである．茲に於て物理學では除法の觀念を發展させて長さといふ名數を時間といふ名數で除して速さといふ第三種の名

數を得るとするのである，直接に量を以て量を除することを行ふのである．

斯く考へるから上例の動體の速さは毎時6粁と述べてもよく，又12粁＝12000米，2時＝120分だから，求める速さ毎分100米だと述べてもよい．

同様に間口10米奥行8米の地所があるとき，その面積を求めるのに名數，不名數をやかましく云へば10も8も共に不名數をとり，之を乘ずると面積の大きさを表はす不名數の部分80を得ると云はねばならぬが，此場合にも乘算の觀念を發展させて縦横二つの長さを相乘して80平方米と云ふ面積を得ると考へた方がよい．即ち乘除の原始的の考へ方たる數の乘除の思想を發展させて量の乘除といふことに進むのがよい．

誘導單位を使用した場合に量を記述するには，量の大きさを表はす數字の次に使用した基本單位を附記することは前述の通りである．例へば毎分60米の速さを60（米・分）と記すのである．然し一層明瞭な表はし方は上記量と量との擴張した乘除の考へ方に從つて此60は米を分で除したものであるとして60（米/分）と割算をしたことを明記した方がよい．此同一の速さは3.6（粁/時）と記してもよく100(糎/秒)と記してもよいことは明白である．原始的の乘除法を固執して長さを時間の大きさを示す不名數で割つてそれぞれの場合によつて3.6粁とか60米とか100糎とか云ふ長さを得たと云ふたのでは，此速さが同一のものであることは一寸明白でない．然し上述の如く表はせば速さとして

$$3.6\ (\text{粁/時}) = 60\ (\text{米/分}) = 100\ (\text{糎/秒})$$

と記すことが出來るのである．而して此表はし方によると長さの單位を粁から米に移せば數値は1000倍になり，時間の單位を分から秒に移せば數値が60分の一になることも一目瞭然として現はれて居ると云ふ著しい利益がある．

同じことを更に卑近の例で繰返せば，一ケ年に金2400圓の給料を取る人がある．此人の給金は年給2400圓で月給にすれば200圓である．單に數として考へれば2400と200とは勿論違ふが，給料と云ふ量で數値と單位

とを併せて考へた量としては

$$2400\ (\text{圓/年}) = 200\ (\text{圓/月})$$

と記して差支ない．

以上の意味で距離を s，時間を t，速さを v とし，此等は數と單位とを含む量だとして次の如き割算の式が成立すると見るのが除法の發展擴大した考へ方である．

$$v=\frac{s}{t}$$

今後物理學に現はれる式は皆此くの如き意味であることを能く了解しなければならぬ．**數式**ではなくして**量式**と云ふべきものである．

第16節 正比例 反比例

自然科學の研究では諸種の量を測定してから此等の量の間の數的關係を明かにせんとする．數的關係には色々あつて簡單なのも複雜なのもあるが，其中で殊に重要なのは二つの量 A と B とが互に**正比例**する場合と**反比例**(又は逆比例)する場合とである．

正比例と云ふのは A の値が二倍三倍になれば之に對應して B も亦二倍三倍になり，一般には互に相對應する A, B の數値が次式を滿足して

$$A \div B = k, \qquad A = kB. \qquad (16/1)$$

A と B との比が一定數 k となる場合で k を正比例の**定數**と云ふ．

例へば，一定の歩調で歩行する人がある．此人の經過する距離を A とし之に要した時間を B とすると，A は B に正比例して n 倍の距離を行くには n 倍の時間を要するのである．而して距離 A を時間 B で割れば其商即ち $A:B$ の比は一定で，此場合の比例常數は此人の歩調の速さである．即ち60米を行くに15秒を要すれば80米には20秒，100米には25秒で，應對する距離と時間との比は一定で $k=4$ となつて居る．此比例定數 k

は明かに進行の速さ 4 (米/秒)である.

A	B	$A \div B = k$
60	15	$60 \div 15 = 4$
80	20	$80 \div 20 = 4$
100	25	$100 \div 25 = 4$
…	…	………

幾何學的の例を擧ければ圓周は圓の半徑に正比例する. 圓周を半徑で割れば 2π と云ふ比例定數を得る. 此場合には A も B も共に長さで同一種の名數であるから, 比例定數は不名數である.

反比例と云ふのは A の値が二倍三倍となれば之に對應する B の値が二分の一, 三分の一となり, 一般には互に相對應する A, B の數値が

$$A \times B = k, \qquad A = \frac{k}{B} \qquad (16/2)$$

となるのである. k は一定値である.

例へば, 一定の金額 100 圓の金子を所持する人があつて, 此人が毎日一定額だけ消費して生活するとする. 此人の生活し得る日數 A と毎日の消費額 B とは互に反比例する. 即ち毎日の消費額を n 倍にすれば日數は $\frac{1}{n}$ になる. 日々の消費額を 2 圓, 2.5 圓, 5 圓, 10 圓と變化すれば日數は 50 日, 40 日, 20 日, 10 日と變化し, A と B との相乘積 k は最初の所有金額 100 圓である. 物理的の例を擧げれば一定量の完全氣體の體積はその蒙つて居る壓力に反比例する.

以上は AB 二量間の關係の最も簡單な場合であるが, 之よりは複雜な場合が中々多い. 即ち A が B の二乘に正比例して

$$A = kB^2 \qquad (16/3)$$

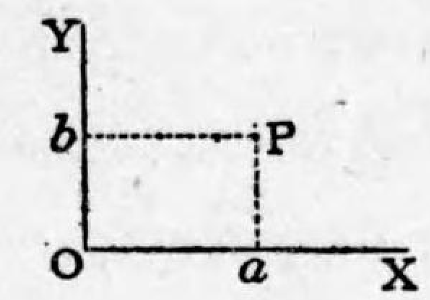
となる場合もある. 例へば, 圓の面積は半徑の二乘に正比例する. 更に又 A が B の n 乘に或は又 A が B の n 乘根に正比例する場合もある.

第17節　關係圖　圖式表現法

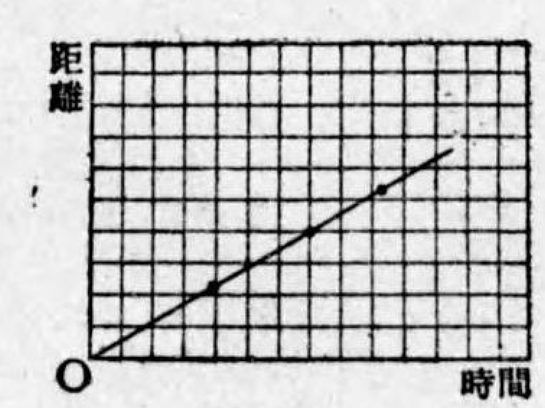
二量間の關係が數式を以て表現し得るのは簡單な場合で, それの出來ないこ

ともある. 此時には二量の相對應する數値を表に作製して置くのも常用の一方法であるが, 一目瞭然たる利益のあるのは**圖式表現法**で**關係圖**又は**グラフ**を描くのである. これは正比例, 反比例の樣な簡單な場合にも之を作製して置くと便益を得るが, 一般に先づ關係圖を描いて置けば之に考察を加へて二量間の關係を發見するに資することが出來る. 兎に角有利な方法である.

グラフを作製するには, 先づ直角なる OX, OY なる二直線を引き之を**横軸**及び**縱軸**或は單に X 軸 Y 軸と名づけ交點 O を**原點**と云ふ. X 軸上に A の數値 a, a', a'' …等を適當な**梯尺**で O 點から測つて Oa, Oa', Oa'' 等の長さを取つて $a, a' a''$ 等の點を定め, 次に Y 軸上にも B の數値 b, b', b''…等を代表する點 b, b', b''…を定める. 此際 X, Y 兩軸上の梯尺は全く獨立で都合のよい樣に自由に擇べばよい. そして Oa, Ob を兩邊とする直方形を作つて其頂點 P を得よ. a, b を P 點の**座標**といふ(第14圖). 此 P 點が A, B の相對應する一つの場合を代表する. 斯くして P, P', P''… 等の代表點の軌跡を描けば, それが求むる關係圖で, 此形狀によつて一目して A, B 二量間の關係の趨勢を知るのである.



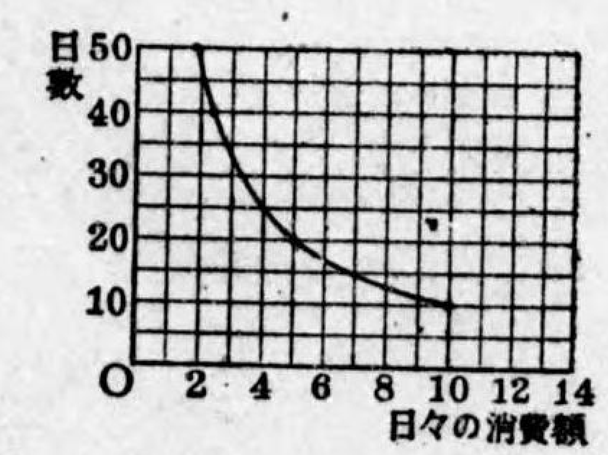
第14圖　座　標



第15圖　正比例の圖

實際には縱横に等距離に格子形の罫線を引いた紙, 即ち所謂**方眼紙**(或は十字罫紙)を使用するがよい.

此方法によると, A, B が互に正比例する場合は第 15 圖に示す如き一直線になる. 此圖は第 16 節の一定步調で步む人の, 距離と時間との關係を圖示したものである. 又同節の 100圓 の所持金生で活する人の日々の消費額と日數とが反比例する場合のグラフは, 第



第16圖　反比例の圖

16 圖に示した如き**双曲線**と稱する曲線をなす.

二つの量 A, B の間に數的關係があつて A の數値を變ずると B が之に應じて變化するとき, A を**主變數**といひ B は A の**從屬變數**或は A の**函數**なりといふ. 此際逆に B を主變數と考へれば, A は B の函數であることは勿論である. 圖式表現法を採用すると數式で表はし得る函數の形は幾何學的の圖形で表はされるが, 數式で表はし得ないものは複雜な曲線になる.

圖式表現法では X 軸に沿うて主變數 x をとり Y 軸に沿うて從屬變數 y を取る習慣になつて居る. x が y の函數なりといふことを通常

$$y = f(x) \tag{17/1}$$

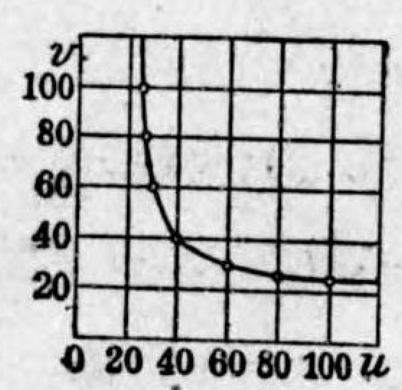
と記す. 此 $f(x)$ は x を含む數式といふ略記號である. 例へば y が x に正比例する場合には $y = kx$ だから此場合の $f(x)$ は

$$f(x) = k.x \tag{17/2}$$

である.

二つの量の間の關係が稍複雜な場合の例として, 焦點距離が f なる凸レンズの一方に u なる距離に物體があればその實像はレンズの他方 v の所に生じ (第 270 節)

$$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f} \tag{17/3}$$



第17圖　$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{20}$ のグラフ

u	v
∞	20
100	25
80	26.7
60	30.
40	40
30	60
20	∞

である. 今物體を無限遠 ($u=\infty$) から始めて漸々 u を小さくしてレンズに近づけて行くと, v が之に應じて變化して行く. 此所に $f=20$ として u 對 v の價を表記し, 又之をグラフに作つてある(第 17 圖).

此場合に u を主變數 x とし, v をその從屬變數 y と見れば, 函數式は

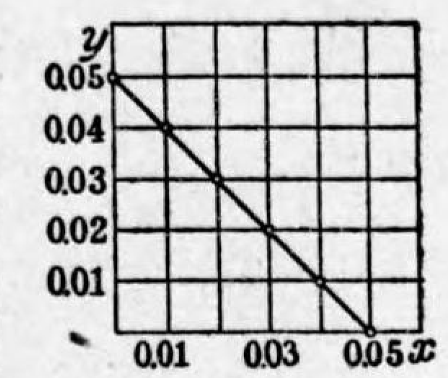
$$y=f(x)=\frac{x}{kx-1} \tag{17/4}$$

である. 但し k は $\frac{1}{f}$ なる定數である. 此函數のグラフでは第 17 圖に示した

如く曲線を爲して居る.

$k=\frac{1}{f}=0.05$

u	x	y	v
∞	0	0.05	20
100	0.01	0.04	25
50	0.02	0.03	33.3
33.3	0.03	0.02	50
25.	0.04	0.01	100
20.	0.05	0.00	∞



第18圖　$y=k-x$ のグラフ

何を主變數とするかは吾等の隨意に選び得る所であるから, 此場合には u を主變數とせず $\frac{1}{u}$ を主變數として $\frac{1}{u}=x$ とし, 又 v を從屬變數とせずに $\frac{1}{v}=y$ を採れば (17/4) 式の代りに

$$x+y=k \qquad y=k-x \tag{17/5}$$

が函數式となつて甚だ簡單となり, そのグラフも亦第 18 圖に示す如く一直線になる利益がある. 而して定數 k は $\frac{1}{f}$ である. 總じて函數式は簡單になる樣に變數を選ぶがよい.

第18節　記數法

物理學の計算に出て來る數は非常に大きな數や又極端に小さな數が甚だ屢々ある. 非常に小さな數を數字で表はすには小數點下に零を澤山に行列させ, 非常に大なる數は有效な數字の次に多數の零を並べてその桁數を示すが, 之は甚だ煩はしい方法で零の數を間違へたり數へ損つたりすることもある. 殊に斯くの如き數の乘除を行ふ時には位取りが中々に困難である.

斯樣な數を簡單に且つ計算にも便利に書き表はす方法がある. 此所に 584000000 と云ふ數があると, 此數は初めの 5, 8, 4 の數字が重要な意味のある數字で, 後の六つの零は位取りを示すに過ぎぬ. 故に此 584 を**有效數字**と名づける. 同樣に 0.0000362 でも有效數字は 3, 6, 2 の三つである. 今玆に說かんとするのは有效數字が三つか四つ位の場合に便利な書き現はし方である.

此書き方はむつかしい事ではない. 有效數字の次に 10 を適當な羃數にした

ものを乘じた形に書くのである．特に有效數字の最初の數を第一位として他を之に續く小數點以下の數と考へるのが便利である．

例へば $584000000 = 5.84 \times 10^8$

$0.0000362 = 3.62 \times 10^{-5}$

とする．之によると乘除の位取りも次の如く誤の少い計算が出來る．

$$584000000 \times 0.0000362 = 5.84 \times 10^8 \times 3.62 \times 10^{-5}$$
$$= 5.84 \times 3.62 \times 10^{8-5}$$
$$= 21.1408 \times 10^3 = 2.11408 \times 10^4$$
$$= 21140.8$$

勿論實際の計算を施行するには上に記した如く馬鹿丁寧にする必要はない．又實際の場合には，有效數字が上の如く共に三個のときには，相乘積も矢張り有效な數字は三個か精々四個であるから，上の計算は第二段と第三段とだけで澤山である．

同樣に $584000000 \div 0.0000362$ を計算するには

$$5.84 \div 3.62 \times 10^{8+5} = 1.61 \times 10^{13}$$

とすればよい．

試みに次の樣な問題を計算して見ると，如何に此方法が便利だかが知れよう．

（1） 光の速さは 3×10^{10} (糎/秒)である．太陽と地球との距離を 15×10^{13} (糎)なりとすれば，光が太陽より地球に達するのに幾何の時間を要するか．

（2） 恒星と太陽系統との距離は非常に大なので，之を普通の長さで書き表はしても理解し難い程遠い．そこで光が恒星から太陽系に達するに要する時間が一年ならば此星は**一光年の距離**にあると云ふ．シリアス（Sirius 支那で大狼星と呼んだ巨星）の距離は 8.7 光年だと云ふ，此距離を粁で表はして見よ．

（3） 氷河の流れる速さは 2×10^{-5}(糎/秒)が是迄實測した中の最大だと云ふ．氷河が一粁流れるには幾年を要するか．

第四章 運動と力

第19節 運動

物體が其占める**位置**を變ずることを**運動**と云ひ，若し之を變ぜざれば靜止して居ると云ふ．然し位置を變ずるとか變じないとか云うても，實は位置といふことが既に相對的のことで何物體に對してかと云ふ必要がある．例へば，進行する汽車の中で座席に着いて居る人は汽車に對しては位置を變ぜず靜止して居るが，地面に對して云へば汽車と共に運動して居る．通常單に運動とか靜止とかいふのは地球に對して云うて居るのである．（第五十五章參照）

扨て物體の運動には色々あつて簡單なのも複雜なのもある．先づ物體には大きさもあり形もあるが，物體が此大きさや形を變ぜずして全體として位置を變ずる運動がある．又此等の大きさや形に變化があれば之も亦一種の運動である．それは物體は多くの小部分が集合して一體をなすものと考へることが出來るが，形が變化したり大きさが變化したりすれば此部分が相互の位置を變じて居るからである．次節に於て運動の見地から物體を幾つかの代表的のものに分類して見よう．

第20節 運動より見たる物體の種類

質點 若し物體の大きさと形とを全く無視して之を考へる必要がなく，唯若干の質量があつて，それが位置を變ずることだけ議論すればよいと云ふ場合には事情が餘程簡單である．此くの如き物體は結局一點と見做しても差支ないと

云ふ見地から，之を**質點**といふ．物體は實際は大きさがあるのだが，之を無視して，太陽でも地球でも之を質點として取扱つてよい場合がある．

剛體 物體の形もその大きさも全く變化せずと見てよい場合には之を**剛體**といふ．之は多くの質點の集合體とも考へられるが此質點が相互の關係位置を變ずることなく集團として運動するのである．

普通の固體が全體として動くときには之を剛體として取扱つてよろしいことが多い．

可變形體 一疋の鯉が水中一定所に止まつて尾を動かして居る．之は全體としては靜止して居るが形狀の變化がある．マッチ箱の如き脆弱な箱がある．之を押すと箱は全體として動くが同時に又箱の形が歪む．この樣な可變形體の運動は誠にむつかしいものである．

彈性體 多くの固體は一般に彈性體である．これは力を作用させると一般に形狀も大きさも變化するが，力が餘り大でないときには力の作用を止めると形狀も大きさも舊態に戻るものである．

若し形は變化するがその大きさ(體積)が少しも變化を蒙らないものならば之を**不可壓縮體**と云ふ．液體は不可壓縮體である．氣體は可縮體である．兩者共に形の變化は自由自在であつてその運動は共に誠に複雜である．

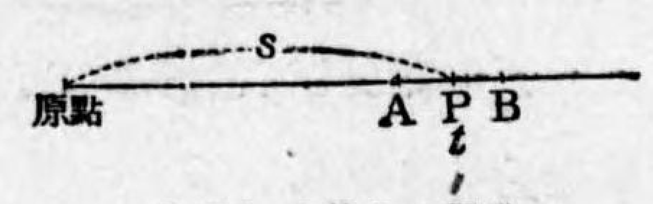
第21節 質點の運動

質點の運動を論ずるにはその方向と速さとの二つを考へなければならぬ．方向が一定ならばその經路は一直線をなし，之に變化があれば經路は曲線となる．**直線運動**にせよ又**曲線運動**にせよ，その速さが一定な場合卽ち**等速運動**と一定ならざる場合卽ち**不等速運動**とがある．

運動の速さ 一直線上に於ける不等速運動に於ては速さが時々刻々に變化しつゝあるが，或時刻に於ける瞬間的の速さは如何にして定めるか．時刻 t に於ける經路上の一點 P（經路の原點から距離 s にある）に於ける速さを知らんとせば，P の前後に A, B 二點を取つて P を挾み此二點間の距離 $AB=s_B-s_A$ を之に要した時間 t_B-t_A で割る．此商

$$v=\frac{s_B-s_A}{t_B-t_A} \tag{21}$$

は A, B 間の平均の速さである．而して此二點の距離が短い程（從つて時間も短い）答は P 點に於ける速さの正しい値に近い．數學的の言葉を使用すれば，距離を時間で割つたものの時間を無限に小さくしたときの極**限値**が眞の速さである．



第19圖 直線上の運動

例へば，電車が六鄕川の鐵橋の上を通過する時の速さを知らんと欲して其兩側にある蒲田，川崎の兩驛を A, B 二點と考へ其間の距離 3.8 粁を兩驛間を通過する時間 4 分 0 秒卽ち 0.0667 時で割つて 57.0 (粁/時)を得ると，之は兩驛間の平均の速さである．若し橋の兩側を A, B 二點と考へ橋の全長 406.6 米を之を通過するに要した時間 12 秒で除して得た 33.9 (米/秒) ＝122.0 (粁/時)の方が，前者よりは橋上の眞の速さに近い．若し更に A, B 二點をして橋桁一つにすれば距離も時間も共に小となるが，此小なる長さを小なる時間で割つたものが矢張り每時幾粁の速さとなつて，其方が橋上の或點に於ける速さに一層近くなる．

言ふ迄もないことだが，或一點 P に於ける速さが每時何粁と述べても何も電車が一時間も續けて此速さで進行して居ると云ふのではない．假に此速さを持續したとすれば一時間に此粁だけ行つたであらうと言ふに過ぎぬ．

運動の方向 P の兩側に取つた二點 A, B を無限に小さくした極限値が P 點に於ける速さだと述べたが，曲線運動に於ける方向の問題も全く同じく極限の問題である．曲線上に P の兩側に A, B 二點を取れば，直線 A, B の方向が概略の進行方向である．A, B を P の兩側から P に無限に近

第20圖 曲線上の運動

づけた極限には直線 AB は P 點に於ける接線になる此接線が P に於ける**運動の方向**である．

第22節 速度 數値量 方向量

動體の方向と速さとを併せて考へた量を**速度**と云ふ．速さが同じでも方向が違へば速度としては異なつて居るのである．又方向が同じでも速さが違へば勿論速度は異なる．

一直線上を一定の速さで進む運動は**等速度運動**である．速さのみ一定で曲線上を進むものは等速運動で，例へば等速圓運動がある．

質量や體積の如き量は大きさのみで方向がない．之を**數値量**と云ふ．速度の如き方向を有する量を一般に**方向量**と云ふ．次節に說く力は方向量の他の一例である．

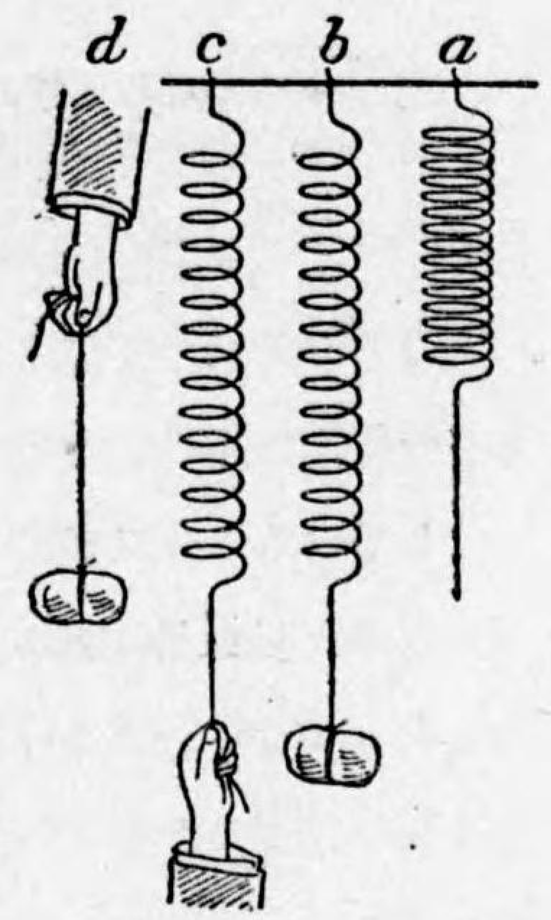
方向量は幾何學的に一つの長さをもつ矢で表現する．矢の長さは方向量の大きさに比例させ，矢の向きでその方向を示させる．普通方向を直線で示すときに此直線の兩方を區別しない場合と，兩方を區別していふ場合とがある．今のは區別をなす場合で，その然ることを之に附した矢先で示すのである．同一直線上にあつても矢が右に向いたのと左に向いたのとでは，方向量として符號が反對である．

第23節 力 力の單位

力と云ふ觀念は前に述べた如く吾人の觸感の一部をなすことからして得られるもので，他の物體を押し又は引くときに之を感知した．然し力は人間がなくとも非生物體の間にも互に力が作用して居ることがある．一冊の書物を掌上に載せて支へて居れば，吾等は書物の重量を感じ，掌は下より上に向ふ力を書物に働かせて居る．此力のために書物は落下を妨げられて居る．若し此書物を机上に安置すれば如何と云へば，机は必ず下より上に向ふ力を書物に作用して居

るに相違ない．之は單に掌と机とを交換したに過ぎぬ．而して書物がいづれの場合にも其重量だけの力で掌又は机を上から下に向つて押して居る．

更に尙ほ一つの例を取る．玆に一本の蔓卷形のバネがある（第 21 圖 a）．上端を何所かに固定して下端から小石を吊す（b 圖）．小石を吊して居る間はバネは著しく伸長して居る．バネと云ふ一つの彈性體が此伸長のために生じた彈力によつて小石の落下を妨げて居るのは，恰も前例で掌が書物を支へて居るのと同じである．若しバネから小石を取去つてバネの下端を指で摘んで之を引き伸ばし，丁度前に小石の爲に伸長したと同じだけ伸長させると（c 圖），此時に吾等の感ずる力の大きさは卽ちバネの彈力に等しく，又小石が以前にバネを引伸ばした力に等しく，更に又（d 圖）直接に小石を保持するに必要な力に等しい．（第 10 節バネ秤）

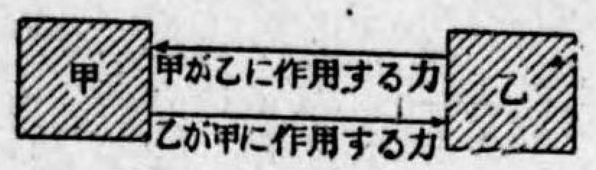


第21圖 種々の力

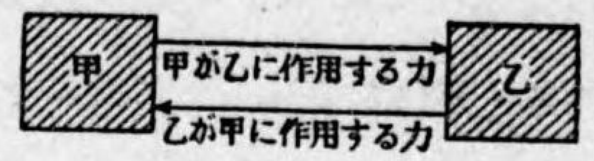
斯く力は種々の場合に作用して居つて此所に例示した (1) 筋肉の力，(2) バネの彈力，(3) 物體の重量として現はれる重力等の外に，二つの磁石の間に作用する吸引力や反撥力或は又帶電體の間に作用する靜電氣力等がある．

力に就て尙ほ一つ注目すべき事は力は單獨に唯一つ現はれるものでない，必ず二つ宛か或はそれ以上組合つて居ることである．二つ宛組合つて居る場合には甲乙二物體か或は一物體の甲乙二つの部分かが互に力を作用して居るときで，普通の場合には互に押し合ふとか或は引張り合ふとかして居る（次節を見よ）．卽ち**壓力**とか**張力**とかである．壓力と云へば掌上にある書物と掌との場合の如く，掌は下から上に書物を押し書物は上から下に向ふ力で掌を押して居る．バネの下端から小石を吊した場合では，小石は下に向ふ力でバネを引張り，バネは反對に上に向ふ力で小石を吊して居つて一組の張力をなす．

此一組をなして居る二力の中で，甲體又は乙體に作用して居る力は，その一方である．掌と書物との場合では掌に作用して居る力は下方に向ふ力，



第22圖　張力の圖



第23圖　壓力の圖

書物に作用して居る力は上に向ふ力である．

一物體の甲乙二つの部分に就ても同樣である．第 21 圖の如くバネが伸長して居るときに任意の所で之を上下の二部に分けて考へて見ると，下部の方は上部が上に向ふ力で之を引張るので伸長し，上部の方は下部が下に向ふ力で之を引張るので伸長したのである．

以上の記述によつて力は一つの方向量であることが明かにされた．力の大きさをいふにはその單位を定めて置かねばならぬ．力の單位として普通に使用するのは單位質量の物體に及ぼす重力の大きさを以てする．之を**力の重力單位**といふ．而して質量 1 瓦の物體に作用する重力を採用すれば此單位を **1 瓦重**といひ，質量 1 瓩の物體に作用する重力を採用すれば此單位を **1 瓩重**と稱する．此等の單位によつて力の大きさを述べるに當つて注意を要することは，「甲の力は 18 瓦重なり，乙の力は 30 瓩重なり」といふ如く必ず重の字を附加することを忘れてはならぬことである．若し之を怠れば質量の瓦と力の瓦重とを混同する虞れがある．

重力の强さは一定のものでないから，此單位は制度として絕對的のものではない．尙ほ第 95 節を見よ．

第24節　作用と反作用　運動の第三法則

斯く力が二つ組合つて二つの物體(或は一つの物體の二部分間)に作用して居るとき，兩物體中のいづれか一方例へば甲を硏究の主題として取るときには，此二力の中乙が甲に作用して居る方の力を**作用**と名づける．反對の甲が乙に作用して居る方の力を**反作用**と云ふ．若し乙を硏究の主題として考へる（前とは別の問題となる）ときには，甲が乙に作用するものが今度は作用になり他の乙が甲に作用する方は反作用になる．

此作用と反作用とに就てニュートン Sir Issac Newton が硏究した所によると，如何なる場合に於ても第 22 圖第 23 圖に示す如く

作用と反作用とはその大きさ相等しくしてその方向は正反對なり

と云ふ事實の成立して居ることを確かめた．之を**作用反作用の法則**又は**運動の第三法則**と云ふ．

ニュートンは西曆1642年（或はその翌年とも云ふ）に英國で生れ 1727 年に歿した．年二十六歲にしてケムブリッヂ大學の敎授になつた．最も大切な學問上の功績は萬有引力の發見，運動に關する三つの法則，光學に關する硏究及び數學に於ける微積分學の發見等で有名である．近代物理學の基礎を確立したと稱せられる大著述なる Philosophiae Naturalis Principia Mathematica を公にしたのは 1687 年である．

第25節　力の效果

作用と反作用なる一組の力があるとき，硏究の主題として選んだ物體に及ぼす力の效果を論ずるには，他體から之に働いて居る作用の方一つを取るべきである．之を**外力**とも云ふ．その意味は外體から働いて居る力と云ふことである．以下暫く物體は一つの質點だと定めて置く．

外力に作用されると物體には如何なる結果が起るかを尋ねると

物體の速度に變化があれば必ず外力が作用して居る

と云ふことが出來る．卽ち力が作用して居る間は速さが變じたり方向が變じたりするのである．

今一つの質點に東から押す力（卽ち西に向ふ力）が作用したとする．(1) 若し質點が靜止して居た卽ち速度が零であつたならば，西方に向つて動き出す．(2) 若し今まで西方に向つて動いて居る質點に西に向ふ力が作用すれば，運動

の方向は元の如く西に向ひ速さは前より大となる．力が一瞬間作用したのみで止めば速さが急に變じたのみであるが，運動の方向と一致する力の作用が永く續けば速さは漸々と限りなく増大する．(3) 若し今まで西方に向つて動いて居る質點に反對に東に向ふ力が作用すると速さは小となり，此運動の方向と正反對な力が永續して作用すれば速さは漸々小となつて終には速さが零となつて靜止し，尙ほ力が續いて作用すると (1) の場合となるから質點は東に向ふ速度を得，更に (2) によつてそれが無限に增大する．(4) 更に尙ほ一つの場合を考へる．それは力の作用する方向と質點の運動方向とが同一直線上に無い場合である．最も簡單な場合として今迄西に向つて動いて居た質點に北に向ふ力が一瞬間働いたとする．さうすると此質點は急に北に向ふ速度を得て西に進みつつ且つ北に進み出す．即ち西北の中間の或方向を指して進み出す．北に向ふ力が小なれば在來の運動方向の西に近く少しく北に偏して進むが，力が大なれば大なる程北に近く進むのである．即ち進行の方向と一致せぬ力が作用すれば方向變換を生ずるので，此の如き力が永續すれば方向變換も永續して曲線運動を爲す．

之を要するに力が原因で速度の變化が結果であつて力の向つて居る方向に速度の變化が起ると云ふことである．此事を異なつた側から見ると次の二つの疑問が起る．

（1）　物體に力が作用しなかつたならば如何．

（2）　速度の變化の無い場合は如何．

次節に於て之を解釋する．

第26節　慣性　運動の第一法則

前節に述べた如く速度が變ずれば力が作用して居ると云ふ．此命題を正しいとすれば，理論上力が作用しなければ速度の變化なしと云ふ對偶命題も亦正しい．之で前節の終に提起した第一問に答へた．論理上はそれでよいが，實際に

は如何なる意味か．

（1）　物體が靜止して居る．之に力が作用せぬと其速度は變化せずに之れ迄通り零である．即ち靜止を續けて居る．

（2）　物體が若干の速度で運動して居る．即ち或速さで一直線上を動いて居る．之に力が作用せぬと其速度に變化せぬから之れ迄通り元の直線上を元の速さで動く．速度は前に云うた通り一つの方向量だから方向を變ずれば速度が變じたのであるから元の直線上を元の速さで動くのである．

即ち換言すれば，此(1)(2)共に總括すれば力の作用することなければ物體は等速度運動をなすと云ふことが出來る．それは (1) の靜止の場合は速度零なる運動と云うてもよいからである．

更に換言すれば

物體は自ら速度を變ずるものに非ず

と云うてもよい．自らと云ふのは外力の作用がなければと云ふ意味である．之によつて

速度を變ずる原因は力である

と云ふことを以て力の定義となすと見てよい．繰返し述べた如く力は最初人の觸感の一部から考へ出されたものだが，此所に於て始めて學問的の定義を得て，力が一つの**術語**となつたのである．

術語と云ふものは，學問上の用語として特別に定義によつてその用ひ方を限定したものであるから，假令同一の文字を使用してあつても之を通常語と同一に使用してはならぬ．此所に云ふ力もその一例であつて，物理學の一分科たる**力學**の術語としての力は，物體の運動狀況を變ずる直接原因たる作因を云ふのである．故に通常語として「觀世音の力で斯くの如き御利益があつた」と云ふときの力とは沒交涉なのは云ふ迄もないが「蒸汽機關車は水蒸氣の力で動くのだ」と云ふときの力は單に作用と云ふが如き輕い意味しか有して居らぬ．特に注意を有するのは，同一の學問の領域内でありながら分科を異にすると錯誤を招き易い場合があるから，一々よく吟味する習慣を養成して置きたい．例へば，物體が帶電して居るために他の物體に此

所で云ふ意味の術語としての力を作用して他體の運動の狀況を變化させるから帶電體は電氣力を作用すると云ふ．然し電氣工業に於て何々會社の供給し得る電力は幾ワットであると云ふのは，此所に云ふ力ではなくして單位時間中に出し得るエネルギーの量を指して居るのである．エネルギーを力と云ふ文字で表現して居ることは他にも例はあるが，之はエネルギーに**勢力**と云ふ譯字を當てたので，電氣的エネルギー即ち**電勢力**を略して電力としたのは，落下する水の有する勢力を略して**水力**と云ふと同列である．

尙ほ序であるから此所に於て一言するが，普通語としては動體の速さを云ひ表はすとその速力は何程であると云うて速力と云ふ語を使用する．勿論これは日常語として不都合と云ふのではないが，物理學の術語特に力學的の術語としては之は避けた方がよい．故に物理學では速力と云ふ語を一切使用せずに速度と云ふ術語を使用する．日常語に速力と力の字を附けるのは矢張りエネルギーの意味で，運動體がエネルギーを有して居ることを含んで考へたものである．

上記の「物體は自ら速度を變ずるものに非ず」と云ふ結果は，ニュートンの得た運動の三つの法則の一つで**第一法則**と名づける．又物體は自ら速度を變じない性質があることを物體の**慣性**(又は**惰性**と)云ふ．これは擬人的な云ひ表はし方で，物體は非常に習慣に拘泥する保守的のもので，靜止して居れば何時までも靜止し，運動して居れば何時までも同じ方向に同じ速さで運動を續ける，自ら進んでその運動狀態を變じない習慣を有する惰けものだと云ふのである．

力の作用が續く間は速度の變化が續くのだから，速度の全體の變化は第一には力の大きさ第二には力の作用して居る時間の長さに關係する．力が大でも時間が短ければ速度に大變化を生ずることが出來ず，又力が小でも時間が長ければ速度の變化は大になり得る．

扨て往々慣性の例としてよく人の引用する所の「進行中にある車中に立つ人が車體の急に靜止する時突然前方に倒れんとす」ることは普通は「車體は靜止しても人は慣性によつて運動を繼續せんとするによる」と說明される．此說明は前に第 4 節に述べた如く，人が慣性の規則を守つた如き云ひ方で誠に非科學的の本末顚倒した述べ方であつて，次の如く說明すれば之が慣性の法則の一例であることを明かにし得

て穩當であると思ふ．卽ち，これ迄は車體及びその中の人は共に可なりの速さを有して居た．故に短時間中に此速度を零にして靜止せしめんと欲するならば，可なり大なる力を必要とする．車體の方には齒止を働かせて强大な力を之に作用せしめて能く目的を達したのであるが，車中の人は如何と云ふに，此人には其足が車體の床と接觸する點に於て外力が作用し得るばかりである．而してその接觸の工合は唯足で踏んで居るばかりで，人の體重が下に向つて床を押し，床は上に向つて人を支へて居り水平に此人に前後に向ふ力を作用させる樣に都合よくはなつて居らぬ．故に急に車體が止つても，人の水平速度を急速に變ずる力を車體は人に作用せしめ得ない．故に倒れんとするのである．若し此人の足が堅固に車の床板に固定してあつたならば人は車と同時に靜止し得るであらうが，然し上體は尙ほ前進速度を失はないから多分痛い思ひをするであらう．電車などの樣に吊革から下がつて居ると，足は尙ほ更床板を輕く踏んで居るので，車體の止まる時に倒れんとすることは却て一層甚だしい．

尙ほ序に一言するが，電車などの直前を橫切らんとする小兒があるとき，齒止が有效に作用しなかつたので小兒に不幸を來たしたとて一概に非難する人があるが，若し齒止が極度に有效で大なる車體が突然靜止し得る程であつたならば，一人の小兒の生命は助け得るであらうが，多數の乘客は突然の停車の爲に倒されて或は大不幸を惹起したであらうことも考へ及ぼして欲しい．物事は唯一方からのみ見るべきでは無い．

第27節　力の釣合

「速度が變ずれば力が作用して居る」と云ふ命題の裏の命題を作れば「速度が變じなければ力が作用して居らぬ」と云ふ命題になる．これ卽ち第 25 節の終に提出した第二問の答であるが，之は果して眞であらうか．幾何學で學んだ論理によると，此命題は眞なることもあり又眞ならざることもある．速度が變じない時には實際力が作用して居らぬ事もあり又居ることもある．力が作用して居らぬ場合は何も別に云ふべきことはないが，力が作用して居ても速度の變化のない場合もある．それは力が唯一つ作用して居るときには決して無いことだが，力が二つなり三つなり同時に作用して，而もその效果が互に相打消して

結局力の作用して居らぬと同じ事になる時である．之を力が**釣合**つて居る，或は**平衡**にあると名づける(第 10 節).

例へば，一つの質點が右からと左からと全く同じ大きさの力で押されれば，此二力は釣合つて質點には何等の力が作用して居らぬのと同じである．

此くの如く力が釣合つて居れば質點は如何なる狀態にあるべきかと云へば，前節に論じた通り力が作用して居らぬと思へばよいのだから等速度運動をなして居る．卽ち

釣合ふ所の力には物體の靜止又は運動の有樣を變ずる作用なし

と云はねばならぬ．力が釣合つて居れば物體は靜止するといふ答は明白なことで，誰しも疑を挾む者はあるまいが，力が釣合つて居れば物體の運動の有樣を變ずることはないもので物體は卽ち等速度運動をなすと云ふことは初學者には少からず解し難からんと思ふが，次の例などから能く能く考へて，その然ることを覺られたい．

進行する汽車がある．之に作用して居る力は數多あるべきだが，蒸汽力の如く之を前進せしめんとする力と摩擦等の如く進行を妨げんとする力との二種に分けられる．前者が繼續して作用すれば前進速度は大になる一方だが，後者が繼續作用すれば前進速度は益々小となる．停車場から出發する初時には蒸汽力を強く出すからそれが摩擦に勝つので加速して速度は漸々大となるが，速度が所望の値に達したので蒸汽力を稍弱くして丁度摩擦と釣合ふだけにすると，汽車は此一定の速さで何時までも前進する，それから次の停車場に近づけば蒸汽力を更に小にし，尙ほ齒止を働かして摩擦を大にして減速せしめ終に停車せしめる．

第28節　力の釣合　作用と反作用の法則

力の釣合に就て尙ほ一つ重要な注意を揭げる．それは力の釣合と運動の第三法則との關係である．

一物體に作用する二つの力が相釣合ふのは，二つの力が同一直線上に方向反對に作用し，且つその大きさが相等しい時であるのは言を俟たぬ．又一方運動の第三法則で云ふ所では，作用と反作用との二つの力は相等しくして方向が互に反對である．そこで此二つを大早計にも混同して，初學者のみならず往々書物などにも作用と反作用とは相釣合ふと誤つた記述を爲すものがある．此の如き誤りは第 23 節に說明した所の物體に作用する力とはどれであるかを能く辨別しないから起るのである．

玆に一つの例を考へよう．頭上に重い物を載せて直立して居る人がある．此場合には(甲)人(乙)重物(丙)地球と云ふ三個の物體があつて六つの力が三組をなして作用して居る．それは

(一)　人と重物との間には壓力があり，重物がその重さで上から下へと人を押す力 (1) と，その反作用として人が下から上へと重物を押上げて居る力 (2).

(二)　人と地球との間に壓力があり人がその足にて地を押す力 (3) と，その反作用の地球が人を支へる力 (4)．(3) は下へ (4) は上へ向ふ.

(三)　重物と地球との間の張力卽ち重物に作用する地球の引力卽ちその重量 (5) と其反作用なる重物が地球を引く力 (6)

とである．運動の第三法則は作用と反作用とが相等しいと云ふので

$$(1)=(2),\quad (3)=(4),\quad (5)=(6)$$

で方向が互に反對であると言ふに過ぎぬ．故に (1) と (3) 又は (5) との關係は未知である．

今三物體を別々に考へると旣に第 23 節に說いた通り，人に作用して居るのは (1) と (4)，重物に作用して居るのは (2) と (5)，地球に作用して居るのは (3) と (6) とである．そして此等の三物體は皆靜止して居るから，此等に作用して居る力は釣合つて

人の靜止から	(1)=(4)
重物の靜止から	(2)=(5)
地球の靜止から	(3)=(6)

である．故に結局此等六つの力の大きさは皆相等しいので，重物の重量だけで重物が人を押し人は又此力で地を押して居ると云ふのである．

以上說明した如く，讀者が能く思考して十分に了解すべき必要のあるのは作用と反作用とが大きさ相等しとは勿論云うてよいが，彼等が釣合ふとは決して云うてはならぬことである．

事少しく餘談に涉る樣であるが，上記の如く說明すると讀者の中には重物と地球との間の引力を論ずるならば，人體と地球との間の引力卽ち人體の重量を論ぜざれば說明不十分なりと論詰する人があるかも知れぬ．實際此引力は一組の張力を爲して居るに相違ない．今之を(7)(8)と名づけ(7)を人體の重さ(8)を人が地球を引く力とする．然るときは作用反作用の關係から

(1)=(2)，　(3)=(4)，　(5)=(6)，　(7)=(8)，

そして三物體が靜止して居ることから

人體	(4)=(1)+(7)
重物	(2)=(5)
地球	(3)=(6)+(8)

此等の式を要約すれば結局

(2)=(5)　　(4)=(5)+(7)

となり，人が下から重物を支へて居る力(2)は重物の重量に等しく，地球が下から人體を支へて居る力(4)は重物と人體との重量の和(5)+(7)であると云ふことに歸着する．

然しよく考へて見れば，此(7)(8)二力を考へるのは强ひて問題を複雜ならしめたに過ぎないので，當面の問題卽ち力の釣合と運動の第三法則との關係を明かにせよとの問題の議論には實質的に何等利する所がない．

之を要するに，作用と反作用といふことを考へる場合には二個の物體を取り上げて居るのであり，力の釣合といふときには唯一個の物體を取り上げて之に働く二つの力が互に打消して居るので，二つの場合は全く觀點を異にして居る．

第29節　科學的の考へ方

前節の終に述べた如く，總べて或問題に逢着した時には勉めて其要點を捉へて核心を刺すことをなさねばならぬ．葉を去り枝を斷つて根幹を殘して研究すべきである．前節の問題に於て讀者の中には地球は靜止しては居らざるに非ずやと難じて急所を刺したりと內心得意なるものもあらうが，實は此くの如きは末梢の件で，最初には勿論之にも留意し再考して，其不必要なるを認めて本末輕重を明らかにして理想的の場合を抽象することに習熟せねばならぬ．

實に抽象と云ふことは科學的考察法に於ては必要な一つの階梯である．問題の現象に就て抽象し分析して此現象に關與する諸作因を遺漏なく列擧し，その一つ一つを順次に取り上げてその一つのみが他に獨立に如何に現象に影響するかを考察し，次にこれを綜合して現象の全貌を明かにすべきである．

例へば，第 8 節で太陽日の長さが一定ならぬことを說明するに當つて，先づ第一に地球は公轉することがないものとして自轉が一恒星日を生じ，第二段に於て公轉の影響を論ずるに當つても，先づ軌道が圓形なりとし，太陽日が恒星日よりも長き事實は自轉と公轉とが同方向に廻轉することによるを明かにし，第三段に於て軌道が楕圓形なりとし，第四段に於て地軸が軌道の平面に傾斜して天球上に於ける赤道と黃道とが一致せざるによる影響を調べて此問題を解決したのである．

第五章　物質

第30節　物質の不滅

物體は種々の變化を受ける．例へば力を作用させればその位置，體積或は形を變じ，之を熱すれば其狀態を變じて氷が水になり，更に水蒸氣になる．其他

如何なる變化を蒙つても唯一つ不變で毫も變化しない常住のものがある．それは**質量の不變**なることである．氷が水になつても質量には毫も變化がない．水が蒸發して水蒸氣になつても，其散逸を妨げて之を捕捉すれば質量は元の通りである．酸素 16 瓦と水素 2 瓦とが化合して水となつても質量は變化せず，18 瓦の水を得る．十分な注意を與へて研究すればする程此事實の正確なことが知られるので，之を**物質の不滅則**と名づける．實に化學は此法則を骨子として學問が成立して居ると云うてよい．

能く知れて居る通り，同一物體の重量を平地と高山の頂とに於て測ると相違があつて，後者の方が輕い．然し此際でも質量は變化せぬので唯地球の物體に及ぼす引力作用即ち重量が變じただけである．

次亞硫酸ソーダ 100 瓦と水 100 瓦とを別々に秤量して置き，次に次亞硫酸ソーダを水中に投入して水溶液としても，之を秤量して見ると正に 200 瓦ある．此實驗に容器としてメートルグラス（第 13 圖）を使用して見ると，溶解の始まりと終りまでとの間に多少の體積の變化があることを認めるし，又寒暖計を使用せずとも溫度は著しく變化することを發見するであらう．

第31節　密度　比重

或る物質の單位體積の有する質量をその物質の**密度**と云ふ．之を測定するにはその體積 V と質量 m とを別々に測定すれば密度 d は

$$d=\frac{m}{V}$$

で定められる．C. G. S 單位を用ゐれば d（瓦/糎^3）と記すべきである．糎の右肩に 3 を附けたのは立方糎の意味である．同時に又此表記法によつて長さの單位が一から他に移ればその大きさの三乘に反比例して d の數が變化することが明かにされることは第 16 節に記した通りである．

體積は一般に溫度によつて支配されるから密度も亦溫度によつて變化する．氣體に於ては尙ほその外にその受ける外方からの壓力によつて體積が容易に變

化するから，氣體の密度は溫度と壓力とを併記せねば意味をなさぬ．

種々の物質の密度の表は省略して茲に揭げぬが，金屬の中では白金が最大で C. G. S 單位で 21.5，アルミニウムはその十分の一に近い 2.7 液體の中では水銀のが最大で 13.60，水のが 1，アルコールが 0.79 等である．又氣體では溫度が 0°C 壓力が一氣壓のとき空氣のが 0.001293，水素のが 0.00090 で，これは著しく小さい．

水の密度は C. G. S 單位では 1 であるから，上記 C. G. S 單位を使用したときの諸物質の密度を表はす數値はその物質が水に比して幾倍密であるか，即ち同體積では幾倍重いかを示す數である．此數をその物質の**比重**と云ふ．比と云ふのは水に比してと云ふことを意味する．

比重は勿論不名數である．密度は名數で之を表はす數は使用した單位によつて變化するが比重は單位には無關係である．

水銀の密度は 13.6（瓦/糎^3）であるから，若し單位を匁及び寸に移せば

$$1\text{瓦}=\frac{8}{30}\text{匁},\quad 1\text{糎}=0.33\text{寸}\quad\text{だから}$$

$$13.6\times\frac{8}{30}\div(0.33)^3=100.9\,(\text{匁}/\text{寸}^3)$$

で水銀の密度は 100.9（匁/寸^3）である．然し水銀が水に比して 13.6 倍重いといふことには變りがなく，比重は依然として 13.6 である．

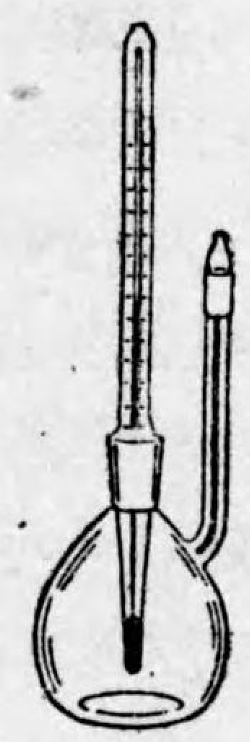
又前記密度を表はす式 $d=\frac{m}{V}$ に於て，m の單位を瓦に V の單位を立方糎にすることに一定すれば，即ち C. G. S. 單位を使用すれば，比重といふ言葉は物理書から省いても何等差支は起らぬことになる．

第32節　密度の測定

密度の測定は體積と質量との二つの測定よりなるが質量は天秤で測ればよいのだから結局は體積の測定に歸着する．體積の測定はその物體によつて夫々の工夫を要する．

固體の密度は，それが球とか圓壔とかの如き幾何學的の形を有するならば，容易にその半徑とか高さとかの如き長さの測定を行へばよいのであるが，それが不規則の形とか或は粒狀であると，容積を示す目盛のあるメートル・ガラス（第 13 圖）の中に若干量の液を入れて目盛を讀み，次に問題の固體を此液中に投入して液面の上昇して後の目盛を讀めばその差は求める體積である．勿論液は固體に何等の作用を及ぼさぬことは此實驗に於て必要の條件である．

一層精密な方法では**比重壜**といふ小さな細頸を有する硝子壜を使用する．先づ第一に固體を粉末にしてその質量 m，（C.G.S 單位を使用す）のものを壜中に入れ，更に蒸溜水を注入して壜一杯に充たす．壜一杯と云ふのは細頸につけてある標線まで入れることを云ふ．そして此時の全體の目方 w_1 を天秤で測る．次には固體を取り出し蒸溜水斗りで壜を充したときの目方 w_2 を測る．


第24圖 寒暖計のついた比重壜

壜のみの重量卽ち容器の風袋(フウタイ)を B とし容器の內容積を V，求める體積を v とすれば，w_1 のときには容器內の水の質量が $(V-v)$ で，w_2 のときには V であるから

$$w_1 = B+(V-v)+m$$

$$w_2 = B+V$$

故に
$$v = w_2-w_1+m$$

此方法は極めて平凡で別に特異なことはないが，唯一つ注意して置くのは壜の頸を甚だ細くして其所に標線をつけてあることである．之は測定を精密ならしめるためで頸が太ければ液面の昇降が著しくないから液量に過不足があつても，その誤が判然と現はれぬ．又一つの寒暖計を壜の口の栓の代りにしてあるのも密度が溫度何度の時と判然させるためである．

液體の密度を測るときの體積は，矢張りメートル・グラス（第 13 圖）でも比重壜でも使用して測定できる．

密度の測定にはアルキメデスの原理による別法があるがそれは後文に讓る．尙ほ氣體の場合は溫度壓力を測る必要があるので容易でないから今は略する．

第33節 物質の三態

氷と水と水蒸氣とは化學分析をすれば同一の物質であるのに物理學的には大にその性質を異にして，氷は**固體**，水は**液體**，水蒸氣は**氣體**である．通常の溫度では液體であるものが氣體となるときは之を**蒸氣**と云ひ，通常の溫度でも氣體として存在するものを**ガス**と云ふ．又液體，氣體を總稱して**流體**と云ふ．

固體は普通の狀況に於ては一定の形と一定の體積とを有して居り，それ自身で獨立に或位置を占めて居る．前に剛體と云うたのは之を理想化したもので例へばその一點に力を加へて之を引けば物體の向きは變ずることはあらうが，全體が形も體積も變ずることなく引かれて行く．然し普通の固體は殆んど皆彈性體であるから力が働けば形も體積も少しく變化するを常とするが力を除けば舊狀に復する．

液體は流動し易くその形は自由に變ずるもので之を容器に入れて置く必要がある．容器に入れれば自己の重量のために流動して，容器中の成るべく低い所を占めてその底及び側壁を壓する．而してその上面は空氣に觸れて一の水平面をなす（表面張力の影響は今考へぬ．第 42 節參照）．之を液の**自由表面**と云ふ．何故に水平面をなすかと云ふに，これはその流動性の然らしめる所で，若し表面に高低ありとすれば高所の液は流れて低きに就くからである．

液體の一大特徴はそれが殆んど一定の體積を有し體積を變ずるには非常に大なる力を要することであつて，上記の如く形は容器によつて容易に變ずるが體積は變ずることはない．若し液體を密閉した容器の中に封入し置き器壁の一部を活塞にして之を壓入して體積を小ならしめんとすると非常に大なる力で之に反抗して，その體積は實際には變化しないというてもよい．故に液體のことを

不可壓縮流體と云ふ．これ氣體は壓縮が容易だから，之と對照して斯く呼ぶのである．

液體の壓縮し難いことを實證する面白い實験は普通の四五百立方糎入の硝子罎——アルコールなどを容れる一ポンド入りと云ふ罎——に水を空所なき様に入れ稍固いコルク栓をはめ之を机上に置き木槌で栓を叩いて壓入せんとすると，罎は水に押されて破裂する．罎内に空所があつては空氣が壓縮を許すから實験は成功せぬ．コルク栓を握り拳で叩いて罎を破ると痛快だが硝子の破片で手を疵つける虞れがあるから，一枚の厚い木板を左手でコルク栓の上に平に保ち右手の拳で此板を强く叩いて栓を押込むと甘く罎が破裂する．

氣體は上記の固體，液體と異なつて，一定の形もなく一定の體積もなく又液體の如く上方が開放した容器に入れて置くことも出來ず必ず密閉した容器中に入れて置かねばならぬ．此時氣體は成るべく廣い場所に擴がらんとして容器中を一杯に充し且つ器壁を外に向つて押し，器壁に少しでも隙間があれば之から外に逃げて出る．

第34節　壓力の强さ

液體が容器の底及び側壁を壓することは人の能く知る所であつて底や側壁に穴を明けると忽ち流出するが，之はその重量に基因するものである．固體ではその重量の爲にそれを支へて居る物體を上から押し，その反作用として固體は下から押し上げられて居ることは既に第 24 節に於て說いた通りで，接觸面上に働く全體の力は上にあるものの重量に等しい．故に第 28 節の頭上に重物を載せて地上に立つ人の場合では，頭に加はる壓力は重物の重さ，地面に加はる壓力は重物と人との重量の和であつた．そして此等の力は鉛直線内に作用して居るのみである．

然るに液體ではその流動性の爲に重力は鉛直に作用して居るのに，液は橫に向つて水平の壓力を器壁に及ぼして居る．而して自由表面からの深さが大なる所ほど壓力は大きい．この事に關しては後文第 58 節に說明する．

氣體は非常に輕いので普通の場合には殆んどその重量を考慮する必要がない．密閉した器の中の氣體が器壁を押す壓力はその重量によるものではなく，それが成るべく廣い場所を占めんとする性質に基くのであつて此點は固體液體とは全く趣を異にする．

流體が器壁を押す壓力の大小を表はすには壓力の全體の大きさその者では無くして器壁の單位面積上にかゝる力を以てするのが至當である．之を**壓力の强さ**と云ふ．面積が S (糎²) の上に F (瓦重) の全壓力が作用して居ると壓力の强さ p は

$$p=\frac{F}{S}\ (\text{瓦重/糎}^2)$$

である．液體では p は深さによつて變化し氣體では容器の各所一定と見てよい．

第35節　物質の構造

色々の物質は之を構成する小さな部分假りに之を**粒子**と名づけるものが集合して成るといふ考は極めて自然に誰も思ひつくことで，西洋では既にギリシャ時代にさう考へた學者があつた．今一例として水を取ると，或る容器の中の水はその一滴でも水の本質を具備して居るが，之を段々分けて行くと如何になり行くか．霧滴には半徑が 1 (ミクロン) 即ち 1 (粍) の 1/1000 で其質量が 4×10^{-12} (瓦)位のものも見られるが，矢張り水滴には相違ない．然るに化學分析では水は酸素と水素とから成ることが知れて居るから，以上の分割を續けて行けば必ず一半は酸素一半は水素と云ふ水とは違つたものになるから，分割には限度がある筈である．此水として存在し得る最小の粒子を水の**分子**と名づける．物質は分子の集團なりと考へるのが**分子說**である．

然るに又次の如き事實が化學の研究によつて明かにされた．即ち水素と酸素とが一定溫度一定壓力の下に化學反應をして同溫同壓の水蒸氣となるとき，或

はその逆で水蒸氣が酸素と水素とに分けられるとき，體積の割合で云へば水素2と酸素1とが水蒸氣2を作つて體積が3にはならぬが，質量の割合に於ては水素2と酸素16とが水蒸氣18を作つて第30節の物質不滅則が示した如く質量は兩者の和になつて居る．尙ほ一例として更に簡單な場合を考へる．水素と鹽素とが化合して鹽化水素を形成するとき，體積の割合は水素1と鹽素1とが鹽化水素2を作り質量の割合で云へば水素1と鹽素35.5とが鹽化水素36.5を作る．いづれの場合でも上記の割合と違つたときには質量が正しい割合にあるだけが化合物を作り餘分のものはその儘で之に混在して居るのみである．これ卽ち化學で**定比例の法則**と稱するものである．

又總ての化學反應に於て元素が之に參加するときの質量の割合は**倍數比例の法則**と云うて各元素に一定の數を與へ(例へば水素には1酸素には16鹽素には35.5と云ふが如き)ると常に此數の或整數倍の割合で反應に參與すると云ふことである．此數は卽ち各元素の粒子が此割合の質量を有すると見るのである．

以上の諸事實を合理的に説明するために化學者は次の如く考へればよいことを知つた．

(1) 分子は**原子**と稱する構成粒子から成ること．

(2) 或種の物質の分子は異種の原子より成る．例へば水蒸氣の一分子は水素原子二個，酸素原子一個の三原子より成り，鹽化水素の一分子は水素原子一個，鹽素原子一個より成る．此の如き物質を**化合物**といひ，異種の**元素**の原子が結合して化合物の分子を作る．

(3) 或種の物質の分子は唯一種の原子の集團で普通の場合は二個より成ることが多い．此の如き物質を**單體**といふ．卽ち單體の分子は唯一種の元素の原子から成つて居る．例へば水素分子は二個の水素原子より成る．

(4) 氣體に於ては或る一定溫度一定壓力のとき同一體積の中に同數の分子が存在する．之を**アボガドロの法則**と云ふ．

以上の如き考で水素，酸素，鹽素等の元素の原子をそれぞれ H, O, Cl 等の文字で表はし之に1, 16, 35.5 (正確に云へば 1.0078, 16.000, 35.457) 等の數字が伴なうて居るものとし單體たる水素の分子は H_2 酸素の分子は O_2 鹽素の分子は Cl_2 で表はし化合物たる水蒸氣の分子は H_2O 鹽化水素のは HCl で表はすことにする．而して分子の質量は此等の文字の代表する數の和で表はされるのである．然るときは同一體積と云へば同一數の分子と云ふことであるから水蒸氣の場合には水素二分子と酸素一分子とが化合して水蒸氣二分子を作るのであつて

$$2H_2+O_2=2\,H_2O$$

で體積2の水素と體積1の酸素とが體積2の水蒸氣を作り質量の割合は 4:32:36 卽ち上記の如く 2:16:18 であり，同樣に鹽化水素の場合には

$$H_2+Cl_2=2\,HCl$$

で體積1の水素と同體積の鹽素とが體積2の鹽化水素を作り質量の割合は 2:2×35.5:2×36.5 卽ち上記の如く 1:35.5:36.5 であることが合理的に説明せられる．上記の各元素に伴ふ數値をその元素の**原子量**と云ひ，又各分子をなす原子量の和を**分子量**と云ふ．

物質はその單體たると化合物たるとに拘はらず皆分子より成り分子は更に原子から成ると云ふ物質觀は物理學及び化學の發展につれてその穩當なことが立證された．例へば，氣體に於ては一定溫度一定壓力のとき同一體積中に同數の分子があることは 0°C 一氣壓の氣體1立方糎中に

$$\text{アボガドロの數}=n=2.706\times10^{19}$$

個の分子があることが測定されたし，水素原子一個の有する質量は

$$m_H=1.6618\times10^{-24}\,\text{瓦}$$

なることが明かにされた．

氣體一立方糎の中にアボガドロの數たる n 個の分子があるからとて，$\frac{1}{n}$ 糎^3

の體積の中に分子一個が一杯に廣がつて居ると云ふ意味ではなくこれは云はば一分子の勢力範圍とでも云ふべきもので，蓋し分子はこれより小なる體積を有して居るのである．水素分子一個の直徑は　2.5×10^{-8}　糎と考へられて居る．形は球だとは斷言できぬ．

上記の例では元素の分子が二原子から成つて居たが水銀の蒸氣やネオンの如き一原子が一分子を成すものがある．

又上記の如き簡單な化合物では分子の中にある原子の數は誠に少數であつたが複雜な有機物になると中々多數の原子から成るものがある．例へばモルフィンの一分子は C 原子 17 個，H 原子 19 個，N 原子 1 個，O 原子 3 個から成つて居る．

第36節　分子說と物質の狀態

扨て前節に於ては主として氣體の分子構造を述べたのである．固體や液體でも大體同樣と考へてよいが，尙ほ少しく委しく事實と參照して見よう．

先づ第一に此等の分子と分子とは距離が近いと相牽引して此分子引力の爲に結束せられて物體をなすと考へる．固體に於ては相互の距離が甚だ小なる爲に此結束が甚だ堅く分子が自由に運動し得ず殆んど或中心位置を離れずに微動しつゝある程度であるから，全體として一定の形一定の體積を有する．液體に於ては分子相互間の距離が稍大で分子は稍自由に動き得るので液體の流動性が生ずる．然し尙ほ分子間の引力の爲に結束せられて一定の體積を保有する．氣體はその質が稀薄であつて分子相互間の距離は大で最早分子力は殆んど全く作用せず各自自由に運動して居る．此運動は可なり大なる速度で行はれ分子は恰も飛行する彈丸の如く右往左往に飛び交ひ，或は他の分子と衝突して飛行方向を變じ，或は器壁に衝突して外方に向つて之を押して所謂氣體の壓力を生じ，器壁に孔があれば勿論之を通じて逃れ去るのである．

同種の分子間の引力を**凝集力**と唱へ，異種の分子間のを**附着力**と唱へる．

例へば，硝子棒を油の中に入れて引き出すと棒は油で被はれる．これは油の凝集力が油と硝子との間の附着力よりは小であるからであり水銀が硝子を潤さないのは水銀の凝集力が水銀と硝子との間の附着力よりは大であるからである．

第二に分子の運動は溫度が高い程盛んである．溫度の上昇によつて固體が融解して液體となり更にそれが蒸發して氣體となるのは之によつて了解し得られる．特に蒸發に於ては液體分子の運動が旺盛になつて，その飛行を凝集力で拘束し得なくなつて分子が液體の外に飛出したのである．

此所に述べて居る分子の運動速度と云ふのは，或一定溫度に於ては總ての分子が皆同一の速度を有して居ると云ふので無い．溫度は一定でも分子の速度は區々であつて速いのもあり遲いのもある．然し全分子群に就て大觀すると統計的に或平均值がある．此平均值に就て論議して居るのである．今 A B 兩國人の身長を比較する場合に A 國の或一人と B 國の或一人とを取れば A 國人の方が B 國人よりは高いのもあり低いのもある．然し A 國人全體の平均值と B 國人全體の平均值とを統計學的に求めて置いて此二つの平均值を比較すれば A 國人は B 國人より身長大なりと言明し得るであらう．恰もその如く二つの異なつた溫度に於ける分子速度の平均值を比較すれば高溫度の方が速度が大である．

第37節　ブラウン運動

液體に於て分子の運動して居ることの間接の證據は所謂**ブラウン運動**の現象によつて與へられる．これは西曆 1827 年に英國の植物學者ブラウン Brown が初めて發見したもので稍高度の顯微鏡さへあれば誰でも容易に見得られる．例へば，淸水に少量の牛乳を滴加して白色の微濁液を作り之を顯微鏡下で觀ると，水中に浮游して居る牛乳の脂肪の小粒が總て恰も生命あるものの如く極めて活潑に叢動しつゝあつて或者は昇り或者は降り或は右に或は左にピリピリ，

ブルブルと動いて中には廻轉運動さへも伴なつて居る．そして脂肪粒の小なるものは大なるものよりは運動が烈しい．

此は水の分子の運動の速度はその大きさも方向も種々雜多であつて之に衝突された脂肪粒子は水分子よりは極めて大きいから或瞬間に下から大速度の水分子が衝突すると一寸上方に動き，次の瞬間に左から突かれると一寸右に動くのである．此際水分子の衝突の方向が脂肪粒の中心を突かずに一側に偏して居れば粒の廻轉を生ずる．

第38節 氣體分子の速度

氣體に於ては分子間の距離が大であるから分子力の作用は無いと見てよく各分子が自由自在に右往左往して居て氣體は恰も飛行して居る彈丸の集團の如き狀況にあるとしてよい．此の如き分子的混沌狀態を基として統計的に氣體の諸現象を說明する運動學的理論を**氣體論**と云ふ．

今氣體論による溫度と分子の速度の平均値との關係について記さう．

一體平均値を求めるには色々異なつた平均の取り方がある．例へば，n 個の分子の速度が $v_1\,v_2\,v_3\cdots v_n$ 等であるとき

$$\frac{1}{n}(v_1+v_2+\cdots+v_n)=v$$

を計算すれば之れは普通に云ふ速度の平均である．然るに此等の速度が一直線上にあつて，右に向ふものを正とし左に向ふものを負とし且つ n の數が非常に大で v の絕對値は零から無限大までの種々の値が想像し得られる如き場合には，統計的に考へて正と負とが同等に存在するであらうと思はれるから，正負相消して上の如くした平均値は零になり，それでは一見不都合である．今別の平均値の求め方を採用して速度の二乘の平均値を求めると

$$\frac{1}{n}(v_1^2+v_2^2+\cdots+v_n^2)=v_0^2$$

で之は零になることは無く最も多數に存在して居ると考へられる速度の二乘値

であるからその平方根たる v_0 を以て速度の平均値とする．氣體論に於ては此の如き速度の二乘の平均値の平方根 v_0 を單に平均速度と名づけ之を使用すると氣體の諸現象の說明に甚だ便利であることを認めた．

上記の如き平均速度の値は 0°C に於ける水素に於ては

$$v_0=1.84\times10^5\ (\text{糎/秒})$$

であつて卽ち每秒 1840 米と云ふ寧ろ恐ろしい高速度で水素分子が飛行して居るのである．然かし此速度で長く進行を續けることは出來ず間もなく他の分子と衝突して進行方向を變換し速さを變化するのである．一つの衝突から次の衝突までの距離は全く偶然で大なることもあり又小なることもあるが，然し之にも亦或平均値があつて之を分子の**平均自由行路**といふ．水素では 0°C に於て平均自由行路は 1.7×10^{-5} 糎である．又一秒間に起る衝突の平均回數は 9.5×10^9 である．

溫度が昇ると氣體分子の運動速度は大となり v_0^2 は絕對溫度に正比例することが知られた．

水素分子の平均進行速度が本文に記した如く每秒 1.84×10^5 糎だとすると之は非常な速度であつて一寸信じ難い氣もする．小銃の彈丸が銃口を離れるときの速さ卽ち彈丸の初速は每秒 620～870 米であるが，之と比較すると氣體分子の速さは小銃彈の速さの大體二三倍位である．此結論を初めて學者が學會に於て發表したときに列席して居た學者の中にも之を信用せず，その樣なことは到底あり得ないと抗議を申入れた．その人のいふには「その樣な大速度で氣體分子が動いて居るものならば今此室の一隅で飲んだ煙草の煙が忽ち室内に擴がつて室内の總ての人が煙草の香を感ずべき筈だ」と述べたといふことである．

此抗議は實は認識不足であつて思慮の及ばない所があると評してよい．若し眞空の中にその氣體分子が唯一個あつて上記の速さを有して居たなら

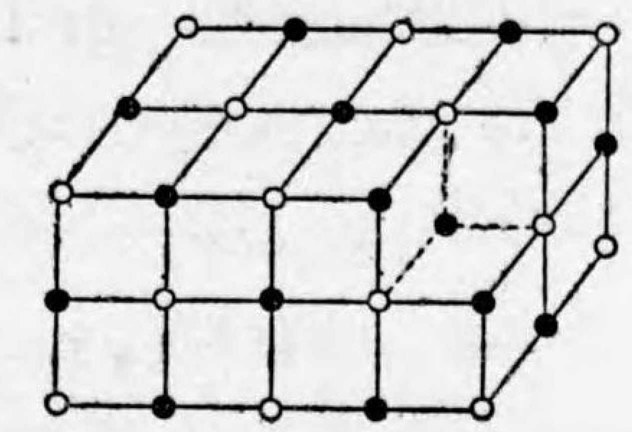
ば，室の東端で喫した煙草の煙の粒が忽ち室の西端に到着することもあらうが，温度 0°C 壓力一氣壓の標準狀態に於ける氣體一立方糎の中には 2.7×10^{19} 個の氣體分子があるから 1 糎の長さの上には大略 3000000 個の分子があつて然もそれが上記の速さで右往左往して居る．その中を或特別に注目して居る分子が潜り抜けて行くことは誠に困難で，1 粍の百分の一も自由には行けまい．即ち平均の自由行路は本文に述べた如く 1.7×10^{-5} 糎であつて忽ち他の分子に衝突して進行方向を變じて時には百八十度の方向變換をすることもあり得るのである．

第39節　分子の存在

以上は分子說の概略であるが，之が果して事實と一致するかと云ふに現在の所では氣體に於ては上述の如き分子が實在し數量的の知識さへ得られて確實と信じて差支へないが液體及び固體に於ては必ずしも常に上記の如き氣體分子の密集とは考へられない場合がある．例へば，液體に於ては氣體分子の二個又は數個が特に緊密に結合して獨立の粒子として存在する場合があることが知られて居る．之を**分子會合**と呼ぶ．又砂糖の水溶液では少數の砂糖の分子が多數の水の分子の中に散在して居ると考へられ，又硝石 KNO_3 の水溶液では硝石分子の多くは（稀薄な液にては $\frac{8}{10}$ ほども）二つの部分に**解離**して一半はK 原子が或一定量の陽電氣を帶び一半は原子團 NO_3 が同量の陰電氣を帶びて存在して居る．分子が斯く分れた帶電粒子を**イオン**と云ひ，陽電氣を帶びたのを**陽イオン**陰電氣を帶びたのを**陰イオン**と云ひ，之を表はすに $K^+, (NO_3)^-$ の如くする．

固體に於ても氣體に於けるが如き分子の存在が疑はしい場合がある．X線によつて調査された**結晶體**に於てはその構造が明かになり，原子の排列の工合や原子間の距離等も決定された．例へば，岩鹽 NaCl の結晶に於ては第 25 圖に

示す如く白球で表はした Na 原子と黑球で示した Cl 原子とが共に立方體的に排列してあり，相隣れる Na と Cl との最短距離は 1.40×10^{-8} 糎である．此場合にはどの Na と，どの Cl とが特に分子と云ふ集團を形成して居るとは考へ難い．



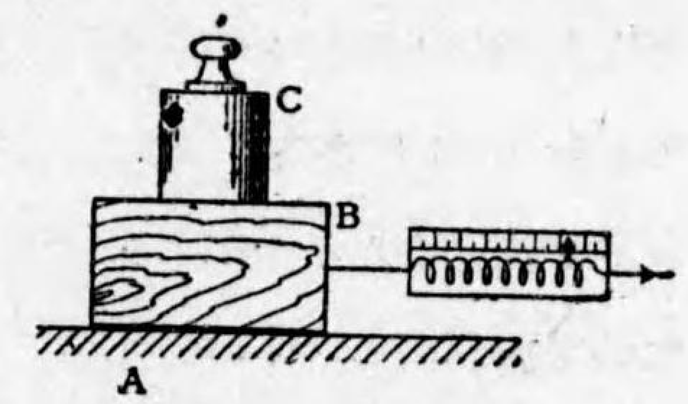
第25圖　岩鹽の結晶に於ける原子の配列

上記の如くであるから，第 36 節に於て凝集力とか附着力とか名づけたものが必ずしも分子相互間の力と云はずして唯同質又は異質の物質の相接觸して居る小部分間の力であると見て置く方が穩當である．

第40節　固體間の摩擦

机の上に一冊の書物があつて靜止して居る．今手で以て之を水平に押して机上を滑らせんとして見るに，直ぐには動き出さぬ．手の力が或程度の大きさ迄大きくならぬと不可である．之は書物を机上に滑らせんとすると，書物と机との接觸面に之に反抗する力が働くからで，此力を**摩擦力**と云ふ．此力の大きさは相接觸する面の性質によるものであることは言ふ迄もない．

摩擦力に就て實驗するには第 26 圖の如き裝置による．*AB* 兩物體間の壓力を變化させるために *B* の上に大小種々の重錘 *C* を載せて見る．摩擦力の大きさを測る爲には手と *B* との間に輕いバネ秤を介在させるがよい．



第26圖　摩擦の實驗

手の力を段々に大きくしてバネ秤の示度が段々に大きくなつても初めは物體 *B* は動かない．之は手の力の増大に應じて摩擦力も同じ大きさに増大して二力が釣合ふからである．然るに手の力を尙々大きくして行くと終には *B* は動き出す．此時のバネ秤の示度は摩擦力の最大限度を示すもので，之を**最大靜止摩擦力**と云ふ．上の重錘を取替へて調べて見ると，此最大靜止摩擦力の大きさ

F は兩體間の全壓力（接觸面に直角に作用する重錘 C の重量）を N とすると F は N に正比例する

$$F=\mu N$$

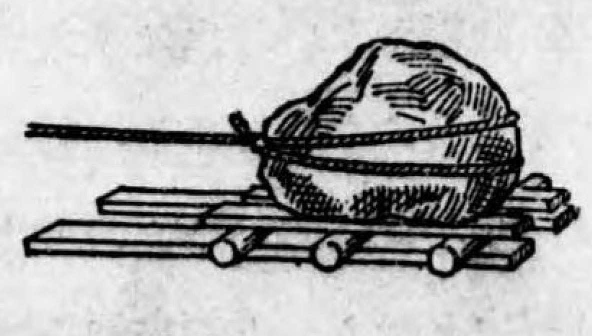
比例定數 μ を**摩擦係數**と云ふ．μ の價は相接觸する兩體の品質と面の粗滑の程度とに關係するが接觸面積の大きさには關係しない．

故に二つの物體が相接觸して靜止して居る時には，相互間に働いて居る力（作用と反作用）は接觸面に直角なこともあり又直角でないこともある．前例は机上に載せてある書物の場合又は上圖のバネが少しも延びて居らぬ時で後例はバネが多少延長して居るときである．机の面が傾斜して居るときその上に載せた書物が滑り落ちんとして未だ動かずに居れば，それは後例に屬し書物の机に及ぼす力は机の面に直角ではない．

以上は兩物體が靜止して居るときの場合であるが，物體甲が物體乙に接觸しながらその上を一定の速さで滑つて動きつゝあるときにも摩擦力が作用する．之を**運動摩擦**又は**滑り摩擦**と云ふ．此場合にも摩擦力は壓力に正比例するが，その大きさは靜止摩擦よりは小さいので摩擦係數も從つて小さい．例へば，乾燥した樫材と樫材との摩擦に於て靜止摩擦係數は 0.62 であるのに，運動摩擦係數は 0.48 である．故に一旦動き出せば引く力が以前より小さくとも物體は運動を續けることが出來る．橇やスキーは雪の滑り摩擦の小さいことを利用したのである．

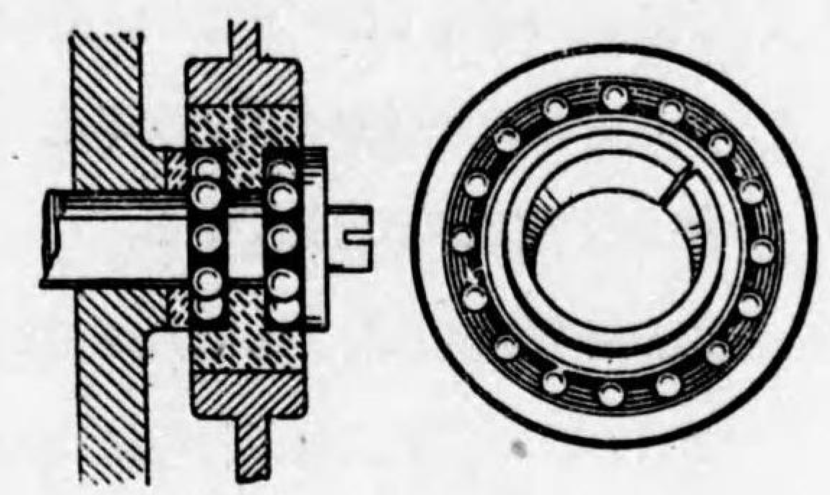
固體間の摩擦に尙ほ一種ある．これは**輾轉摩擦**又は**轉がり摩擦**と稱するものであつて車輪とか圓壔とかが平面上を轉がるときに現はれる．此摩擦は上記の滑り摩擦よりは比較にならぬ程小さい．

第 27 圖の如くコロを使用して重い物を引き動かし得るのは，コロの上下兩側共に輾轉摩擦だからである．



第27圖 コロの利用

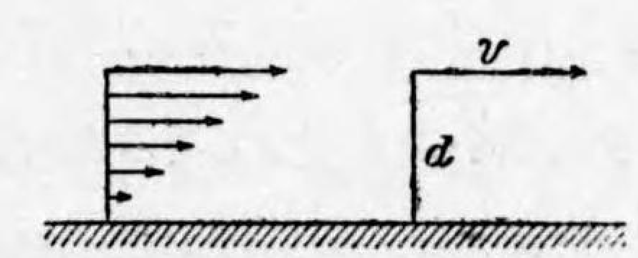
普通車に載せて重い物を運搬するときには地面と車輪との接觸點では輾轉摩擦で運動に對する抵抗が小さいが，車輪と心棒との接觸の所は滑り摩擦で抵抗が大きい．故に油を差して此摩擦を減少せしめる．然し此所をも亦輾轉摩擦にすれば一層有利である．即ち第 28 圖の如く車輪と心棒との間に多くの球（又は圓壔）を介在せしめて第 27 圖のコロと同じ働きをさせる．之を**ボールベアリング**或は**球軸承け**と云ふ．自轉車自動車其他の廻轉軸の軸承けには之を使用してあるのが多い．隣同志の球が接觸して摩り合つては不可であるから，球は互に觸れぬ樣に裝置してある．



第28圖 球軸承け

第41節 流體の內部摩擦 粘性

河水の流れでも左樣であるが，液體が固體の上を動く時流れが餘り速くなければ固體に接する所では液は固體に附着して動かず，之を遠ざかるに從つて速さは大きくなる．即ち圖に示す如く固體に近い所では速さ v は固體の表面からの距離 d に正比例して居る．故に假りに液を固體に平行な多くの層に分けて考へると各層の速さが違ふので，相隣れる層の間に一種の摩擦力を生じ，早い方の層は遲い方の層を引きずつて行かうとし，遲い方のは早い方のを引止めて運動の邪魔をする．此摩擦力の大きさ R は相隣れる層の接觸面の單位面積につき



第29圖 粘性を有する液體中の速度

$$R=\mu\frac{v}{d}$$

づつである．μ を液の**內部摩擦の係數**又は**粘性係數**と云ふ．之は液の品質によるものであるが，溫度の影響を蒙ること甚だ大である．グリセリンの粘性係數

は水の約 7 倍である. μ の甚だ大なるものが所謂**粘體**である.

車の心棒に油を差し其他凡て機械の摩擦する部分に液體の滑劑を與へるのは固體間の滑り摩擦に代ふるに液の內部摩擦を以てしたのである. 地上を走る車の場合では車輪は液と共に動き, 心棒の方では液と共に靜止して居る. ダイナモの如く軸承けの中で心棒が廻轉して居る場合では油は內側で動き外側では靜止して居る.

空氣其他の氣體に於ても內部摩擦がある. 然しその値は液體に比しては著しく小さく, 空氣の內部摩擦係數は水の約 1/100 である.

飛行機, 潛航艇の如き氣體液體の中を動く物體の受ける抵抗は內部摩擦によるものの外に尙ほ他の原因によるものがある. 後文第 134 節を見よ

第42節 表面張力

凝集力は物體の各部分を互に結束する役目をして居るが, 液體は自由にその形を變じ得るので此力の存在が能く吾々の注意を惹く現象として現はれる. それは**表面張力**の現象である.

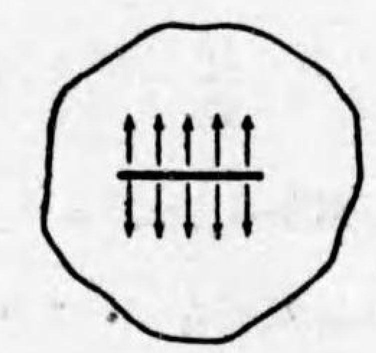
表面張力とは液體の表面は凡て或一定の力で引張つてある薄い膜を以て被はれてあつて, 此張られた膜が收縮せんとする力のために液の表面積は事情の許す限り小さくなつて居ると考へて此の如き名稱が附せられたのである.

眞實を云へば此樣な膜が實在するのでは無い. 液體の各部が互に相牽引し且つ各部の運動が極めて自由なのであるから, 凝集力の結果として各部は成るべく密集せんとする. 然るに液體は不可壓であつて體積は一定不變であると云ふ條件があるのだから, 密集と云ふことは表面積の最小なる形を取らんとするのが眞相である. 然し之れと同じ結果は, 液體はその分子間に引力の全くない粒子の集まりで, それを密集させるために粒子團をゴムの袋の樣なもので包んだとすれば, その袋が出來るだけ收縮して表面積の最小な形を取るであらう. 液

體の全部に行渡つてその各部分に凝集力があるとする代りに, 凝集力のない粒子團を膜で被つたと見た便宜的の考へ方である.

尙ほ玆に特別に記憶すべき重大な事實は, ゴム膜の如き實在の漠はその强さが事情によつて一定でない. 兒童の玩具の風船球の如きゴム玉を大きく吹けば張り方は强く小さく吹けば張り方は弱い. 液面にありと假想した膜に於てはその强さが一定でその液の品質のみで定められ, 表面積の大小には關係がないのである. 斯くの如き一定の强さの膜で包んであると見るならば, 表面張力と云ふ考は便利であつて實際上不都合はない.

凡そ或る緊張された膜の强さ卽ち收縮せんとする力を數量的に云ひ表はすには, その膜上に一線を劃して左右二部に分けたと考へ, 此線上の單位の長さを隔てて兩側の膜が相引く力の大きさを以てするのである.


第30圖 膜の張力

之を**膜の張力**と云ふ. ゴムの風船玉の膜に於ては此張力が一定でない, それは結局ゴムの彈性に基づくからであつて, ゴムの緊張度卽ち歪みと之を起した力とが正比例して變化する. 液面にありと假想する膜に於ては此張力はその物質に特有な一定な値 (溫度によつて變化はするが) を有して居る. 之を**表面張力の定數**と云ふ.

表面張力の定數の最大な液體は水銀で, 第二位は水である. 尤も水は少しでも不純になると表面張力は著しく小さくなる. 淸水に於ては此の値は 0.075 (瓦重/糎)であつて, 上圖の一糎の長さの線の兩側の膜が 0.075 瓦の重さに等しい力で引き合つて居るのである. 二三の液の表面張力の定數の値を水を 1 として相對的の數値を表示したものが次の表に揭げてある.

表面張力を示す實驗は色々あるが, その一つに良く人の行ふのは管の先に石鹼液をつけてシャボン玉を吹く實驗である.

此所で屢ゝ人々の誤解して居るのは, 之をゴムの風船玉を吹くのと全く同

様に考へることである.　ゴム風船の場合には膨らされたゴム膜が彈性によつて元の狀態に戻らうとして收縮するのである. シャボン玉の場合には一定量の石鹼液を大きく吹けばシャボン膜の肉が薄くなつて表面が大きくなる. 然も此膜狀になつた液の表面と云ふのには外側の外氣に觸れて居る部分と內側のシャボン玉の中の空氣に觸れて居る部分二つとある. 此內外兩側にある廣い表面を小さくするには玉が小さくなり膜の肉が厚くなる外はないのである.

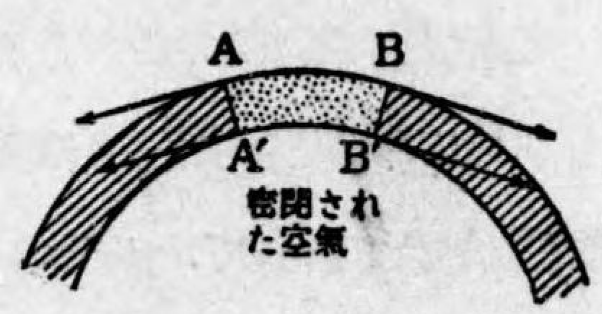
水　銀	1.77
水	1.00
グリセリン	0.88
石　油	0.36
アルコール	0.31

液の表面にあると假想する膜の强さは膜の面積の廣狹には關係がないといふたが, 液の表面が平面でなく彎曲して居るとその作用は液面の形によつて支配される. 今一つの液の表面が球形に彎曲してあるとし(第 31 圖), その表面に AB なる小面積を取つてそれが周圍から張力 α で引張られてゐるとする. A に於て左に向ふ α と B に於て右に向ふ α とは大體は方向が左右反對でその作用が相殺するが, 然し兩者とも下方に傾いて居るのでその作用は相助けて液を內方に押す壓力 p を生ずる. 表面張力に基づく此壓力は球の半徑 r が大なれば小で r が小なれば却て大である. 計算を行つて見ると

第31圖　液面に於ける表面張力

$$p=\frac{2\alpha}{r} \qquad (42)$$

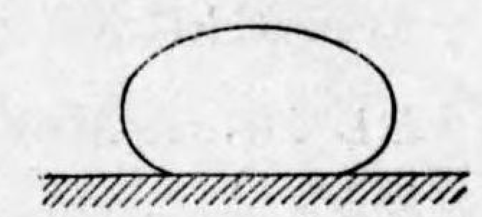
である(證明略). シャボン玉では前に述べた如く內外兩側の膜があり, その は膜の肉が薄いから內外共に同一と見てよいからシャボン玉の中の空氣は $p=\frac{2\alpha}{r}\times 2=\frac{4\alpha}{r}$ の壓力を蒙つて居るのである. 故に一見不思議と思はれるのはシャボン玉は大きく吹けば中の空氣の壓力は小さく玉が小さくならうとすることが少い. これはゴムの風船玉とは全然反對で, ゴム玉は大きく吹けば收縮せんとする力が大きくて中の壓力は大きくなる.



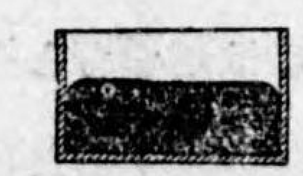
第32圖　シャボン玉に於ける表面張力

一定體積の形で表面積の最小なのは球であることは明白である. 故に如何なる液でも他の原因の爲に妨げられることがなければ必ず球形になつて平衡するものである. 此所に他の原因と云ふのは, 例へば第一には**重力の影響**であり, 第二にはその液に接する他物質の作用卽ち他物質との**附着力の影響**である.

先づ重力を考へる. 實に此常住已む時なく萬物に作用して居る重力は液の球形となるのを妨げて居る. 卽ち液は自己の重量のために押し潰されて扁平にならうとする. 液の量が少ければ重量も小さいので彼の蓮の葉や芋の葉の上の水滴の如く或は水銀の小滴の如く球を成すが, 液量が多いと扁平になる. 正月の鏡餠を作るとき搗き立ての柔かい餠を丸く作つても自己の重量のために潰れて四方に流れて扁平になるが, 暫時にして表面の薄皮が堅くなつて形の變ることが止む. 普通の液體では甚だ流動し易いので鏡餠の如く少し扁平になつて終る譯には行かず續けて流れるから, 之を容器に入れる必要がある. 容器に入れると自己の重量のために容器の底の方へと流れて自由表面が水平となつて止むが, 然し其液の表面の周圍の容器に觸れて居るところを見ると其所は水平面を成さず彎曲面を成して居る. それは前記第二の液と容器との間の附着力の作用である.

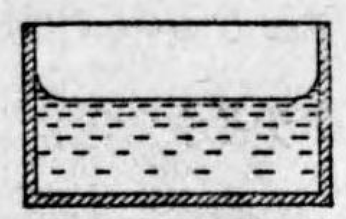

第33圖　鏡餠の形

此の說明をなすには, 先づ液自身の凝集力の大きさと液と容器間との附着力の大まさを比較して考へる必要がある. 若し附着力が零か或は假令これがあつても, 凝集力に對して非常に小なれば液の自身に密集せんとする力が優勢で, その表面は凡ての所で凸である. 硝子器に入れた水銀は卽ち此の如き場合で, 水銀の凝集力が著しく大で硝子の之に對する附着力は殆ど零である. 之は水銀が硝子の表面を濕さないと云ふ事である. 其故に硝子器に入れた水銀の表面は第 34 圖に示す如く容器に接する所は凸に彎曲して居る. 容器の側壁や底の四隅などにも多少の隙間が

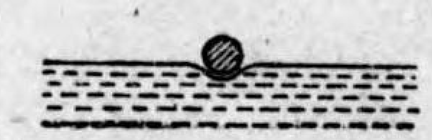

第34圖　容器中にある水銀の形

あつて，硝子と水銀とは親密に接觸しては居らぬ．丁度第 33 圖の鏡餅の表面の凸なのと同樣で，唯程度の差である．

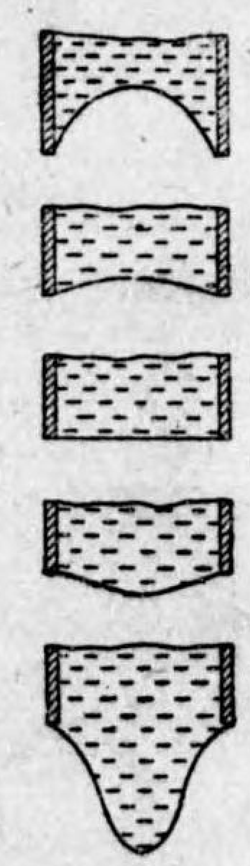
之に反して附着力が凝集力に勝つときは容器の壁は液によつて濕される．硝子器と水との場合はこれで器中の水は容器の壁に沿うて這ひ上がり自由表面は第 35 圖に示す如く容器に接する所は凹になり尙ほ器壁高くまで水膜で被はれた形になり，水中にある器壁や底は親密に水と接して居る．平な硝子板上に水滴を置けば第 33 圖の如き鏡餅狀を成さうとしても，滴の周圍の硝子が強く水を引きつけるので凝集力が負けて水は四方に流れ擴がる．


第35圖　容器中にある水の形

水スマシやアメンボウの如き小虫が水面を動いて行くことを得，或は油氣のある縫針を靜に水面に置いても沈沒することのないのは，此等の物體が水に濕されないからである．水はその凝集力によつて自由表面を水平に保たんとして下から此等の物體を支へて，水面を破つて水中に進入することを妨げて居るのである．實際此等の物體の周圍の水面を熟視すれば，水面が凹になつて居て恰もゴムの薄膜の上に重いものを載せたときの如き狀況を呈して居るのを發見するであらう．

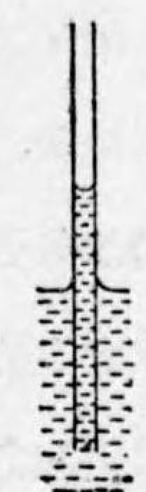

第36圖　水面に浮ぶ縫針

表面張力の例．硝子管を鉛直に保持し其中から液を滴下せしめて滴の漸々增大するにつれて形の變化して行く工合を觀察すると，第 37 圖に示す如くで恰も液面が薄膜で包まれてあつて其膜が中の液の重量で段々押し擴げられて行く樣に思へる．そして後には此膜が破れて液は滴となつて落下する．膜の破れるのは硝子管と液との附着力が大きいので管端では切れないで，液の垂下した所で膜が破れるのである．故に滴の大きさは凝集力の大きさを知る目標になる．


第37圖　硝子管端に於ける水

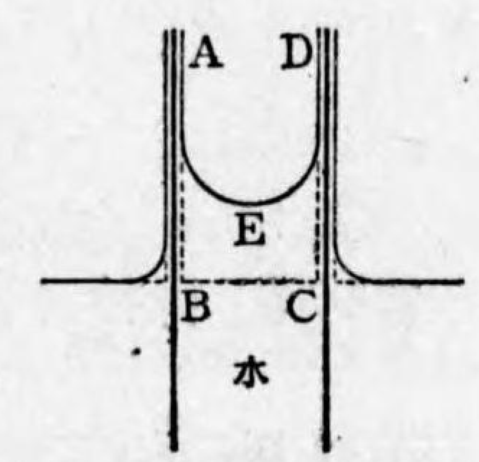
第43節　毛管現象

硝子管を水中に立てると水は管中に昇つて管外の水面よりは高くなる．然るに硝子管を水銀の中に立てると管中の水銀面は管外よりは低い．此現象は管が細い程著しいので之を**毛管現象**と云ふ．これは水は硝子を濕ほし水銀は之を濕ほさぬと云ふ凝集力と附着力との關係によるのである．


第38圖　硝子管中に於ける水の上昇

第39圖　硝子管中に於ける水銀の降下

水は硝子管を濕ほすから硝子管壁は水を吸うてその表面を水膜で被はんとし，水は凝集力卽ち表面張力によつて此膜に最小面積を取らしめんとする．第 40 圖は硝子面を被ふ水膜を曲線で示したものであるが，管中に於ける水膜 *AED* の面積を小ならしめんとする表面張力は，管中の水を上昇させて *E* を *A, D* に近づけんとする．若し重力がなかつたならば管のあらん限り水は何程でも管中に昇るであらうが，重力の爲に管中の水は流れ落ちて管外の水と同じ高さの *BC* にならうとする，卽ち管中に水を上昇させんとする，表面張力の作用と管中の水を *BC* の高さまで流下させんとする重力の作用とが釣合ふ所の高さに於て止まる．



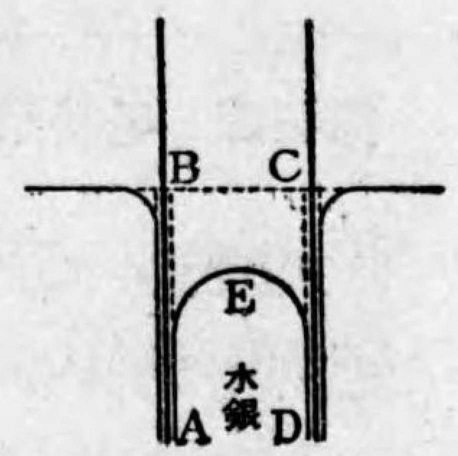
第40圖　硝子管の內外に於ける水の表面

管の內半徑を r とすれば管內の水（又は硝子を濕ほす液）は $2\pi r$ なる圓周で吊り上げられてあるから，表面張力の定數卽ち長さ 1 糎の引く力を α とすれば吊り上げる力は $2\pi r\alpha$ である．吊り上げられた液の重さは管中の液の高さを h，密度を d とすれば體積が $\pi r^2\times h$，重量は πr^2hd で釣合ひの條件は

$$\pi r^2hd = 2\pi r\alpha$$

$$h = \frac{2\alpha}{rd}$$

となる．此式によると一定の液では（α 及び d 一定）h は r に反比例して管は細い程著しく上昇することは明かである．又此式によつて r, d, h を測定して α の値を決定することが出來る．



第41圖 硝子管の内外に於ける水銀の表面

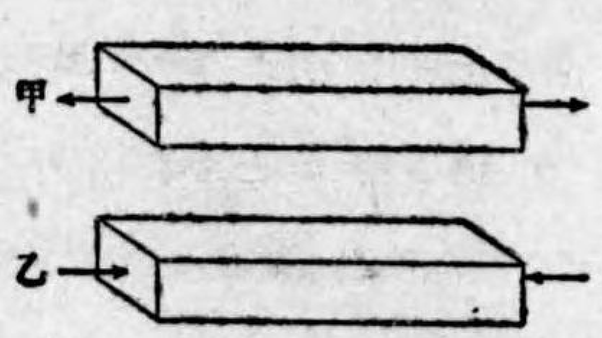
水銀と硝子管との場合では水銀の表面は第 41 圖に示した如くで，凝集力は AED の膜を小さくせんとして，Eを下にさける．然るに重力は水銀を BC まで押上げんとする．此二つの作用の釣合ふのは矢張り前と同様の計算式で表はされる．

諸機械の摩擦する部分に油を差したり，或は吸取紙でインキを吸はせたりするのは毛管現象の例であつて，固體が液によつて濕されることを利用したものと見てよい．

第六章 彈性

第44節 彈性

第 42 圖に示すのは一つの角形の棒であるが，先づ之を剛體であつてそれが靜止して居るとする．これに兩端面から二つの相等しき力を同時に正反對の向きに働かせたとし，甲圖では兩側から引き乙圖では押して居る．剛體では甲乙二つの場合何れでも二つの力が相釣合ふので，靜止して居た物體は依然として靜止してそれで話は終りであるが，此物體を彈性體だとすれば如何．



第42圖 彈性體の伸長(甲)と壓縮(乙)

彈性體でも物體は全體としては靜止して移動することは無いが甲の時には物體が兩側から引かれて長さは延び横には細くなり，乙の時には長さは縮み横には膨れて共に形が變化する．體

積も蓋し變化したであらう．此の如き變化を**歪み**（ヒヅミ）と云ひ，兩側から作用した力を**歪力**（ワイリヨク）と云ふ．

何れの場合にせよ外力が作用して居る間は物體は歪んで居るが外力を除けば歪みも消失して原狀に復するのが彈性體に通有の性質である．尤も此性質には限度があつて，餘り外力が大きく從つて歪みも大に過ぎると元に戻らない．この限度を**彈性の限界**と云ふ．以下此限度を超えぬものとして説明を進める．

第45節 彈性體の内部に於ける力

第 42 圖の一層簡單な場合として，甲圖の代りに一本のゴム糸がその上端 A に於て横木に固定され下端 B に重錘をつけて在る爲に引延ばされてあるとする．A に於ては横木が上に向ふ力で糸を引き B に於ては重錘が下に向ふ力で糸を引いて居る．糸の重量を無視すれば此上下端に於て糸に働いて居る力は相等しく，此一雙の力のために糸がその本來の長さよりは延長して居るのだが，茲に考察を要するのは，此力の效果が糸の内部隨所に現はれて居ることである．

第43圖 ゴム糸の伸張

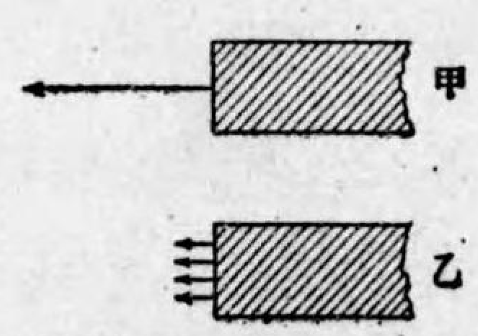
先づ糸全長を一物體として取扱ふ．A に於ける反作用として糸は上の横木を下方に引き，B に於ける反作用は重錘を上方に引く．此二つの反作用は即ち糸の彈力で，此力の發現の爲に糸は本來の長さに縮まらんとし，横木と重錘とは糸を媒として上下から近づかんとして居る．そして全く同じことが糸の中間各部に於て繰返されて居る．即ち糸の中間にある任意の小部分 ab を取つて考へると，これより上部にある糸は上方に向つて a を引き，下部にある糸は下方に向つて b を引いて，ab を本來の長さよりは延長させて居る．此等の反作用たる彈力は a に於て上の糸を下方に，b に於て下の糸を上方に引くので，上下の二部分が引き寄せられて居る．即ち ab 部は本來の長さに縮まり戻らんと

して居る．糸の内部到る所に此狀況が行はれてある．

第 42 圖の甲の場合でも同樣で，棒の橫斷面を考へると其兩側が互に相引合つて居るので二つの橫斷面で界された棒の短かい部分は自分は縮まらんとし兩側からは引き伸ばさんとして居る．第 42 圖の乙圖でも同樣のことが云へて，唯伸長の代りに壓縮となつて居るの相違あるのみである．

第46節 棒の延長

外力を働かせて物體を歪ませるのに色々の場合がある．今その中から重要なものを列擧すると，第一には既に第 42 圖で示した樣に棒狀の物體を兩端から引延したり又は押しつけたりする場合，第二には棒を弓形に曲げる場合，第三には手拭を絞るときの如く棒の一端を右廻りに他端を左廻りに廻して捻る場合，第四には物體の表面全體に均等な力を働かせて體積を縮小せんとする場合等である．次に順次にこれを調べて見るが，第一の場合の壓縮と延長とは唯力の向きが逆なだけで本質的には同じだから，別々に論ずる必要はない．故に先づ本節に於て棒の延長を調べる．



第44圖 棒を引延ばす歪力

棒の兩端に作用する力が棒の橫斷面に均等に配布して居らぬと延長が素直に行はれないから， F の力が面積 S の上に均等に廣がつて働かせてあるとする．此狀況を圖解すれば甲圖の如く一つの大きな力でなく乙圖の如く小さな無數の力が斷面積上に廣がつて居るとしそして此全體の力の大きさが F だとする．前に第 34 節に於て壓力の强さと云ふ觀念を入れた如くに，今も亦 F を S で除した $\frac{F}{S}$ を**延長歪力**の强さとする．之が歪みを起す原因である． その結果は本來の長さ l の棒が延長して l' となつた．棒の實際の延長量 $l'-l$ を l で除したものを λ とし

$$\frac{l'-l}{l}=\lambda \qquad (46/1)$$

卽ち λ で棒が幾割長くなつたと見積りこれを**延長度**として之を以て歪みの程度を表はす目安(メヤス)とする．扨て測定實驗を行つて見ると

$\frac{F}{S}$ と λ とは互に正比例して變化する

ことを知る．之を**フック** Hooke **の法則**といふ．

フックの法則を式で表はすと

$$\frac{F}{S}=E\cdot\lambda=E\cdot\frac{l'-l}{l} \qquad (46/2)$$

と書ける． E は比例定數で，これをその物質の**ヤング** Young **彈性率**といふ．此數値はその物質の彈性の大小を示すものであつて，假りに式中に $l'=2l$, $S=1$ と置けば $F=E$ となるから，今その材料で斷面積が 1 なる棒を作り，その長さが二倍になるのに必要な力を求めたとすれば（實際には長さが二倍になる前に彈性の極限も越し，又多分既に棒はちぎれてしまふであらう）， その力の大きさの數値が E となるといふのである．故に E の大なる物質は大きな力が作用しなければ延長しないのである．

E の單位は力の單位と面積の單位とできまる．

彈性體は縱に延長すると必ず橫に縮んで切り口は小さくなり反對に縱に壓縮すれば必ず橫に太く膨れるものである．上記のヤング彈性率の定義には此事實が含まれてある．

ゴム膜の如き彈性膜に於ても膜に與へた歪力とそのために生じた歪とは正比例するものである．フックの法則は彈性に於ける通則である．

物によつてはゴム糸の如く小なる力でも大いに歪んで著しい延長を示すものと，金屬の針金の如く餘程大なる力を作用させなければ歪まぬものとある．前者は E が小で後者は大であるのだが世人は普通にゴムの如く容易に伸縮するものを彈性に富むと云うて居る．此考へ方は $\frac{F}{S}$ と $\frac{l'-l}{l}$ との正比例を示すに比例定數を逆につけて關係式を

$$\frac{l'-l}{l}=C\cdot\frac{F}{S} \qquad (46/3)$$

と記し，ヤング彈性率の逆數 $\frac{1}{E}=C$ としたのである．斯くして見ると E の小なるものは C が大であつて同じ力 $\left(\frac{F}{S}\right)$ で多く歪むことになる．ゴムの如きものは C

が大であると云ふ側から現象を見てゴムは彈性に富むと云ふたのである．C を**彈性係數**と云ふ．

金屬中では鋼鐵及びニツケルが E が著しく大で約 2.2×10^9（瓦重/糎^2）であり，眞鍮は約これの二分の一，樫材は約二十分の一である．

餘論 今後も屢々同樣な場合に出逢ふから序に此所で說明して置くが，彈性の場合には $\frac{F}{S}$ と $\frac{l'-l}{l}$ とが原因と結果との關係で兩者の間に正比例の關係が成立した．此比例定數で彈性體の性質を知ることになつたのは思索の道行が極めて自然的に進められたと云うてよろしい．今假りに或人が金 l 圓を單利法の約束で他人から借りた所が，t 年の後に借金が l' 圓になつた，即ち借金の增額或は利金の積算が $l'-l$ 圓である．此時に $\frac{l'-l}{l}$ は元金一圓につき利金が何程の割合になつて居ると計算して，之によつて高利か低利かを定めるのに役に立つ目安である．

而してこれは年數 t との間に正比例が成立して

$$\frac{l'-l}{l}=kt \tag{46/4}$$

と書いて見ると，$\frac{l'-l}{l}$ を年數で割つた比例定數 k は年利何割何分といふ**利率**である．但し貸借が複利法で行はれると上文とは違ふ．

更に尙ほ l を物の長さとして別の例を取つて見る．それは物の長さが溫度の上昇によつて延長する熱膨脹の場合である．本來の長さ l のものが溫度の上昇 θ°C によつて l' になつたとする．此時には $\frac{l'-l}{l}=\lambda$ は熱膨脹による延長度で，それが溫度の上昇 θ に正比例することを

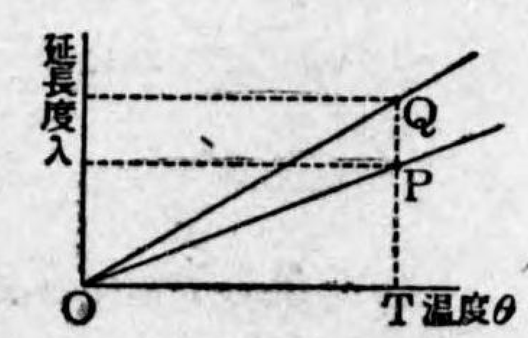
$$\frac{l'-l}{l}=\alpha\cdot\theta \tag{46/5}$$

と書き表はせば，此比例常數 α は熱による**膨脹係數**である．

上の三つの場合に於て

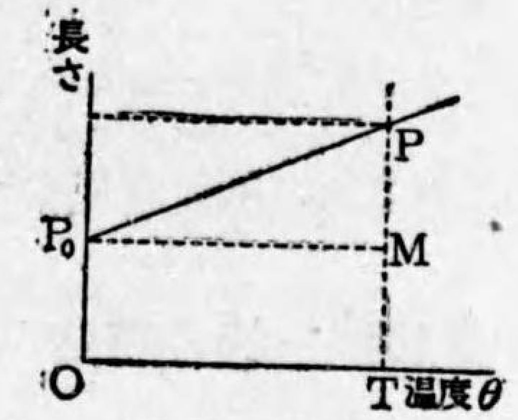
$$l'=l\left(1+\frac{1}{E}\cdot\frac{F}{S}\right)=l\left(1+C\cdot\frac{F}{S}\right)$$
$$l'=l(1+k\cdot t)$$
$$l'=l(1+\alpha\cdot\theta)$$

と書けるが，三つとも全く同じ考へ方をして居ることが明かである．



第45圖 溫度と延長度

此等の式で表はした關係をグラフによつて表現するときに縱橫軸に沿うて如何なる量を取るかと云ふことで圖の模樣が變ずる．熱膨脹の場合だとして溫度 θ を橫軸に延長度 $PT=\lambda=\frac{l'-l}{l}$ を縱軸上に取れば，λ 對 θ のグラフ式は第 45 圖に示す如く原點 O を通過する直線になり膨脹係數の大なる材料 Q は小なる材料 P よりは多く傾斜する．

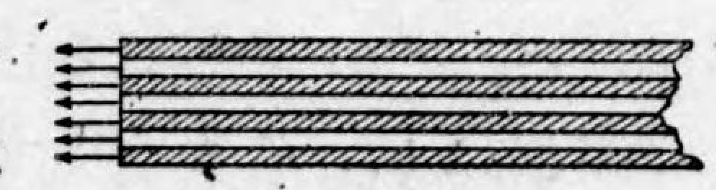


第46圖 溫度と長さ

同一現象を (46/5) 式によつてグラフに表はすとすれば溫度を橫軸に長さを縱軸上に取る（第 46 圖），此場合には溫度零に於ける長さが $OP_0=l$ であるから圖は P_0 點から始まり溫度が昇つて θ になると長さは $PT=l'$ になつて此時の有樣が P 點で表はされる．

第47節 彈性體の內部に於ける歪み

前に第 45 節に於て引延ばした彈性體の內部に於ける力の働いて居る工合を說明したが，今は同樣に內部に於ける歪みの狀況を說明して置かう．彼の圖に於てゴム糸の本來の長さ l のものが l' に延長したと云うたのは全體としての長さの變化であるが， 此際糸の各部例へば ab の如き小部分も亦延長して居る．ab は長さが短いのでそれが實際延長した量は勿論非常に小さいけれども，假りに $l'-l$ が l の千分の一即ち延長度 $\lambda=\frac{1}{1000}$ とすれば，ab 部も亦その本來の長さの $\frac{1}{1000}$ だけ延長して居るので，λ は糸のあらゆる部分に發生した延長狀態を物語つて居るのである．これ彈性の問題に於て $l'-l$ でなく，$\lambda=\frac{l'-l}{l}$ を議論の材料にして居る理由である．


第47圖 太い棒を細い棒の集合と見る

又歪力の方も同樣に F でなく $\frac{F}{S}$ を取る理由は次の通りである．即ち F が第 44 圖に示す如く面積 S の上に均等に配布してあるのだから此太い棒を假りに多數の細い棒を並行に束ねたものであると考へて見る．第 47 圖はその圖解で，隣同志の棒が能く區別出來る樣に影を附けたのと附け

ないのとにしてある．此細い棒が n 本あつたとすれば各の面積が S/n で，之に作用して居る力は F/n だから各の細い棒に作用して居る歪力はいづれも皆

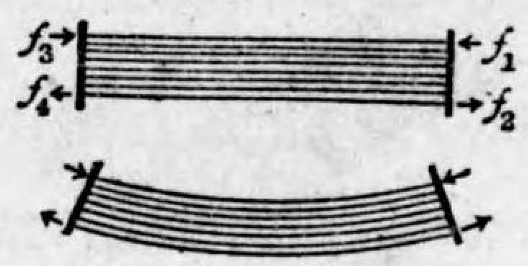
$$\frac{F}{n}\div\frac{S}{n}=\frac{F}{S}$$

となり同じ歪力に働かれて居るので，總ての棒が皆同様のことを繰返して共同に延長され，隣同志相離れることなく手を連れて延びて行く．

第48節　棒の彎曲

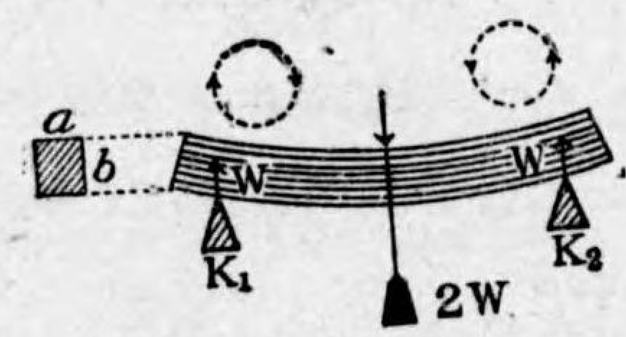
長い棒を弓形に彎曲させるには外力の働かせ方がある．第 48 圖に示す如く棒の兩端に腕木をつけ之に $f_1 f_2 f_3 f_4$ の同大の力を作用させると棒は弓形になる．

右の腕木に働かせた $f_1 f_2$ の如き全く同じ大きさの互に平行で反對に向つて若干の距離距つて居る一組の力を**偶力**と云ふ．偶力の作用は物體を廻轉せんとする．懷中時計の龍頭を卷く時の兩指の力は丁度此偶力の好例である．



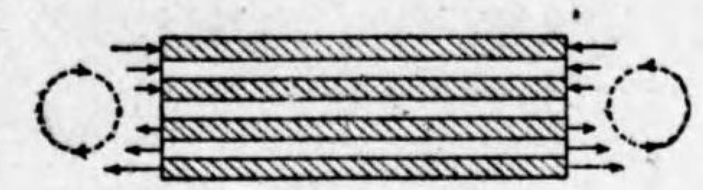
第48圖　棒の彎曲

此語を使用すると右側の腕木に働く偶力 $f_1 f_2$ は棒の右半を紙面と同じ平面内に於て反時針的に廻さんとし，左側の腕木に働く偶力 $f_3 f_4$ は棒の左半を時計的に廻さんとして居る．棒の彎曲を生ずる別法は第 49 圖の如く棒を左右二つの三角稜刄 K_1 K_2 の刄先の上に載せ棒の中央から重錘を下げると棒は曲がる．此時重錘の目方を $2W$ とすれば三角稜刄 K_1 K_2 には各 W だけの力がかゝるので，その反作用として三角稜刄は各 W だけの上に向ふ力で棒を押して居る．此 K_2 の W と重錘の目方の半分の W とが偶力を成して棒の右半を反時針的に廻さんとし，K_1 の W と重錘の目方の半分の W とが棒の左半を時針的に廻さんとする偶力を成すから結局第 48 圖の場合と同じで棒は弓形になる．何故弓形になるかと云へば，棒が多くの細い棒を束ねたものだと考へると，第 50 圖を見れば明かな通り棒の上側にあるものは $f_1 f_3$ の如く兩端から押され



第49圖　棒の彎曲の實驗

て短くならうとし，下側にある細い棒は $f_2 f_4$ の如く兩端から引かれて長くならうとするから第 47 圖に倣つて歪力の分布の模様を示せば第 50 圖の如くである．それ故に棒の上側は左右から押され下側は左右から引伸されるから棒は全體としては此要求に協ふ様に上に向つて凹に曲り棒の上側の弧の長さは下側のよりは短くなるより外は無い．棒の中央は伸縮がない．


第50圖　彎曲の說明

上記の場合に何程の彎曲を生じたかを研究するとその結果は次の通りである．第 49 圖の場合に棒が四角で幅が a，厚さが b で，三角稜 K_1 K_2 間の距りが l，中央に懸けた重錘の及ぼす力が $F=2W$ とすれば棒の中央が降下する量は

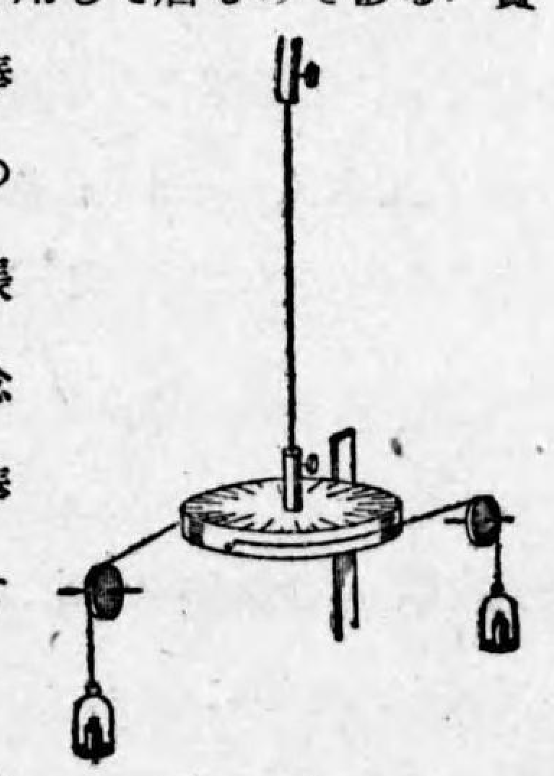
$$d=\frac{1}{4}\,\frac{l^3}{ab^3}\cdot\frac{F}{E} \tag{48}$$

で，E はヤング彈性率である．

此式は鐵橋や家屋に於て横材を使用するとき大いに考慮すべきものである．横材の中央の撓(タワ)み d は材の長さ l の三乘に正比例して大きく幅 a に對しては單にそれに反比例するのだが，厚さ b に對してはその三乘に反比例して厚い程著しく小さい．

第49節　棒の捻(ネン)捩(レイ)

前に一寸述べた如く手拭を絞るときの様にして棒を捻(ネヂ)るときには，棒の兩端に於て棒を軸として之を反對に廻さんとする偶力が作用して居るのである．實驗的に之を研究する裝置は，第 51 圖に示す如く丸棒の上端を固定し下端に圓盤をつけ圓盤の側面に卷きつけた糸を重錘 w で互に平行に且つ反對の方向に引張らせるのである．此二本の糸の引く力は棒の下端を捻らうとする一つの偶力を形成し，棒の上端に於ては棒が捻れる爲に生じた反作用が逆廻はしの偶力を形成する．圓盤には捻れた角度 α を測る目盛をつけて置く．今重錘の各の重量を w とし，二本の平行の糸の間の


第51圖　捻捩の實驗

距り即ち圓盤の直徑を d とすれば（第110節）

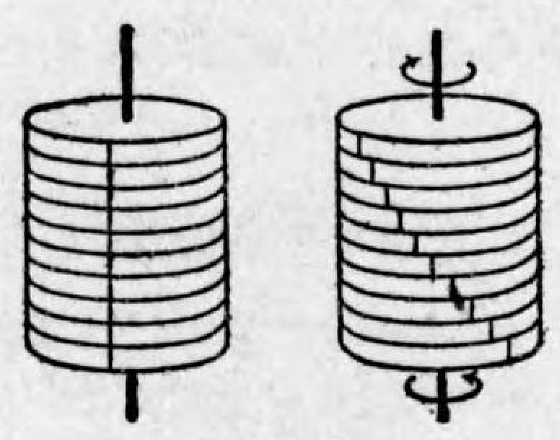
$$D = w{\cdot}d \tag{49/1}$$

を**偶力の能率**と云ふ．之が捻りを起す原因であつて，その結果として長さ l 半徑 r の丸棒が角 α だけ捻れたのである．此角 α を弧度法で表はすと

$$\alpha = \frac{2}{\pi}\frac{l}{r^4}\frac{D}{n} \tag{49/2}$$

である．式中 π は圓周率，n は此場合に於ける一種の彈性率で之を**捻りの彈性率**又は**剛性率**といふ．之によると n の大なる材料は捻れることが少なく又一定の材料だと棒が長く半徑の小さい程捻れることが大である．

金屬中剛性率の最大なのは鋼鐵で 8.6×10^8（瓦重/糎^2）眞鍮のはその $\frac{1}{2}$ よりは小である．



第52圖　丸棒の捻れ方

捻れた角 α は (49/2) 式に示す如く棒の長さ l に正比例することは棒を多くの斷面で切つて薄い圓板を重ね合せて長く棒狀にしたものと考へること第 52 圖の如くすれば，一つの圓板が次の圓板に對して少しづゝずれて捻れて行くので了解し得られよう．

第50節　體積の彈性

物體の表面全體に均等に强さ p なる壓力を加へて之を壓すると，物體は形を變ぜずに唯體積だけが縮少して本來 V のものが V' になる．前の如く $V-V'$ でなく $\dfrac{V-V'}{V}$ を**縮少度**として之が壓力 p が働いた結果だと考へる．此時にも矢張り前同樣に兩者の間に正比例の關係があつて次式が成立する．

$$p = k\frac{V-V'}{V} \tag{50/1}$$

$$\frac{V-V'}{V} = \frac{1}{k}p = c{\cdot}p \tag{50/2}$$

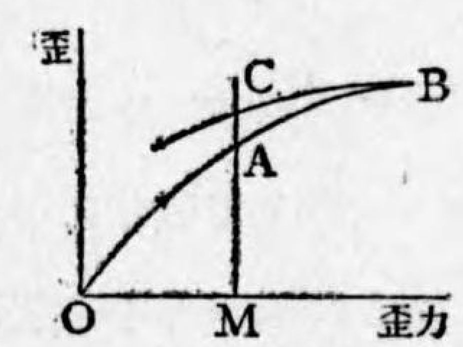
比例定數 k は**體積彈性率**，その逆數 c は**壓力率**である．c は最初壓力がかゝつて居らぬものに $p=1$ だけ壓力をかけると體積が何分の一縮少するかを示すものである．

金屬中で體積彈性率の最大なのは鋼鐵で 1.34×10^9（瓦重/糎^2）ニッケルは稍之に劣り眞鍮は鋼鐵の約二分の一である．

鋼鐵に一氣壓の壓力をかけて壓縮すると體積の縮少度は 5.6×10^{-7} 卽ち僅に一千萬分の5.6である．

第51節　彈性餘效　履歷現象

固體の彈性に就て一二の事柄を附記する．前節までに說明したのは皆彈性の極限を超過して居らぬとしてあつたので常に歪みと之を起した歪力との間に正比例の關係が成立した．然かし歪力が此極限を超へると最早正比例の關係が成立せず，又歪力を取り去つても長時間歪みが零にならずに殘存して物體は本來の狀態に戾らない．之を**彈性の餘效**と云ふ．第 53 圖に示す如く此現象の爲に一旦或狀態 B まで大いに歪ませてから少しづゝ歪力を減じて元に戾らせんとしても，歪力の增大しつゝあるときより減少しつゝあるときの方が歪みが大きい．卽ち同じ歪力でも A, C の如く往復で歪みの量が異なるのである．卽ち或歪力 M になるまでの履歷が右からか左からかで歪みの大きさが違ふので之を**履歷現象**といふ．



第53圖　彈性の履歷現象

餘效の現象は隨分不思議なもので，針金を一度右廻しに捩りそれから左廻りに捩つてから放置すると，その餘效を段々に解消するに當つて針金は先づ第二の歪みを逆戾しに右廻りに捩り返り，次に第一の歪みを除かうとして左廻りに捩れる．つまり歷史を順次に後戾りするのである．

彈性に就て尙ほ一つ記して置きたいのは，外力の作用する時間の長短に依つて物體の之に對する態度が大いに異なることである．例へば，一本の封蠟か或は堅い飴の棒を第 49 圖の如く其兩端で支へて水平に保つて置くと，長い時間の後には之が流れて非常に彎曲する．之は棒が自己の重量に作用されて歪んだのであつて，重量は輕いけれども長時間絕えず作用した爲に流れたのである．

然し此同じ封蠟の棒を急に手で曲げんとすればポキリと折れて非常に脆く感ぜられる．即ち此等の物質は長く續く力に向つては流體同様であり，急に働く力に向つては固體の如く反應するのである．

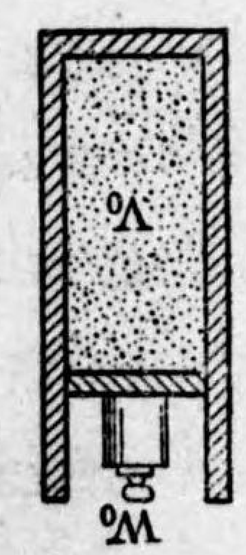
第52節 液體の彈性

液體は形の變化が自由であるから，その彈性は唯體積に對するもの唯一つで壓縮率だけで決定される．一氣壓(第 53 節)を單位として壓力を表はすと，液體に加はる壓力が一氣壓增すと體積の縮少度 $\frac{V-V'}{V}$ は水銀に於て 3.65×10^{-6}，水に於て 46.2×10^{-6} であつて，大體百萬分の一程度の僅かなものである．次節に記す氣體に於ける體積の變化の容易なのとは著しい違ひである．

第53節 ボイルの法則

氣體の體積はその溫度によつて支配されるから，簡單の爲に本節に於ては之を一定として假りに 0°C だとして置く．

氣體の體積とその蒙る壓力との關係を明かにするには第 54 圖の如き圓筒形の容器に之に氣密に適合する活塞(ピストン)を具へたものを使用するがよい．大氣の壓力を代表するものとしてピストンの上に常に一つの重錘が載せてあるものと假定する．この重錘の及ぼす壓力が一氣壓である爲にはピストンの面積を S 平方糎，重錘の重量を W_0 瓦とすれば



第54圖 密閉したる氣體

$$\frac{W_0}{S}=p_0=1033.3\ (\text{瓦重/糎}^2) \qquad (53/1)$$

になつて居ればよい．そして此時の氣體の體積を V_0 とする．

扨て玆で愈々壓力をかけて體積の變化を調べる爲にピストンの上に更に色々の重量 W_1 W_2…… の重錘を順次に載せて壓力の强さが

$$p_1=\frac{W_0+W_1}{S},\quad p_2=\frac{W_0+W_2}{S}\cdots\cdots \qquad (52/2)$$

等となり，その爲に氣體の體積が V_1, V_2…… と變化して行くのを測定する．然るときは實驗の結果は

$$p_0V_0=p_1V_1=p_2V_2=\cdots \qquad (53/3)$$

で壓力と體積との相乘積は一定である．換言すれば體積は壓力に反比例するのである．これをボイルの法則と云ふ．

重錘を逆に順々に輕くして行けば體積は順々に大きくなる．氣體といふ彈性體では前々節に述べた彈性の餘效といふことは全然ない．

體積が壓力に反比例して變化するから密度 d も當然變化する．即ち

$$\frac{p_0}{d_0}=\frac{p_1}{d_1}=\frac{p_2}{d_2}=\cdots \qquad (53/4)$$

密度は壓力に正比例すと云ふことになる．

ロバートボイル (Robert Boyle 1626—1691) は英國人．西暦 1662 年に此法則を發表した．然るに佛國人ヘンリーマリオット (Henry Mariotte 1620—1684) は同じ結果を獨立に1679年に發表した．故に兩人の名を連ねて呼ぶのが穩かである．

第54節 氣體の彈性率

上記の如く氣體は完全な彈性體であるが，その彈性率（體積の）を求める爲に固體及び液體の場合と同じく外方からの壓力を增して之が爲めに體積が元來の價に比して何分の一變化するかを測る．今 p_0 の壓力の下に體積 V_0 の氣體があるとき壓力を增して p_0+p とした爲めに體積が $V'=V_0-v$ となつたとすれば彈性率の定義によつて體積の變化した割合 $\frac{V_0-V'}{V_0}$ を以て p を割ればよい．即ち彈性率は $\frac{pV_0}{v}$ である．

ボイルの法則によると前節に說明した如く

$$p_0V_0=(p_0+p)(V_0-v)$$

である．これから計算すると

$$\frac{pV_0}{v}=p_0+p$$

となる．此種の實驗に於ては p は p_0 に比して非常に小さくすべきであるから

v も亦 V_0 に比して非常に小さいのである．故に上式に於て右邊の p を p_0 に比して省略すべきで結局求める所の彈性率の數値は p_0 となる．即ち氣體に於ては固體や液體の如く彈性率と云うて一定の定數を擧ける譯には行かず，その氣體が現在蒙つて居る壓力 p_0 に等しい數値の彈性率を有するのである．

尙ほ一言斷つて置くが，此實驗中氣體の溫度は一定である卽ち此所に記すのは等溫變化に於ける彈性率である．後に（第184節）異なつた事情の下に於ける彈性率を記す．

第55節　瓦分子

溫度は一定假りに 0℃ だとしても容器の中に入れる氣體の質量によつて勿論體積は之に正比例して違ふ．それ故に後の話のために何程の氣體をとつてそれを V_0 とするかを約束して置かう．これには前に第 35 節に述べたアボガドロの法則を顧ることにする．之によると 0℃ 一氣壓に於ては氣體 1 立方糎中には $n=2.706\times10^{19}$ 個の分子が存在する．今問題の氣體が分子量 M であれば，その氣體 M 瓦だけを取り之を 1 **瓦分子**と名づけると，1 瓦分子の占める體積は氣體の何たるに無關係に一定である．之を V_0 として採用する．

水素ならば $M=2$，酸素ならば $M=32$，水素一原子の質量は $m_H=1.6618\times10^{-24}$ 瓦であるから，二原子から成る水素一分子の質量は $2\times m_H$．此分子 n 個で 1 立方糎になるからその質量は $2\times m_H\times n$ 瓦である．從つて水素の一瓦分子卽ち 2 瓦の體積は

$$V_0=2\div(2\times m_H\times n)=\frac{1}{m_H\times n}(\text{糎}^3) \qquad (55/1)$$

酸素一原子の質量は水素の 16 倍であるから $m_H\times16$．その二原子よりなる分子の質量は $2\times m_H\times16$ 瓦その n 個卽ち $2\times m_H\times16\times n$ 瓦が 1 立方糎を占有する．故に酸素の一瓦分子 32 瓦の體積は $32\div(2\times m^H\times16\times n)=\frac{1}{m_H\times n}$ (糎^3)で同じく V_0 である．

卽ち分子量 M なる氣體の一瓦分子卽ち M 瓦を取れぱその體積は水素でも酸素でも皆同一である．これを上文の V_0 に採れば話が誠に簡單で都合がよく，氣體が何であつたかは姑く忘れてもよい．此 V_0 の値は

$$V_0=\frac{1}{m_H\times n}(\text{糎}^3)=2.24\times10^4(\text{糎}^3)\cdots \qquad (55/2)$$

である．而して一瓦分子中にある分子の數は

$$V_0\times n=\frac{1}{m_H\times n}\times n=\frac{1}{m_H}=N=6.064\times10^{23}\text{ 個} \qquad (55/3)$$

である．此數をロシュミット Loschmidt の數と云ふ．

第56節　完全氣體

精密な測定によれば，實在の氣體は正確にはボイルの法則に述べてある如き變化を示さない．卽ち此法則は實在の氣體の變化の事實を忠實に語つて居ない，唯概略を述べて居ると云ふべきである．若し完全に此法則通りに變化する氣體があれば，それは**完全氣體**又は**理想氣體**である．

然し一方實在の氣體が如何なる程度で完全氣體の資格から外づれて居るかと云へば水素，窒素，酸素其他の氣體は普通の場合に於ては之を完全氣體なりと稱して差支ないものである．完全氣體と此等の氣體との差違を數量的に述べるには（溫度は終始一定として），或標準狀態に於て p_0, V_0 のものが他の狀態に於て p, V であることを實測して見る．完全氣體なれば $p_0V_0=pV$ 卽ち

$$\frac{p_0V_0}{pV}=1$$

であるが問題の氣體で此の比が如何なる値を有するかを檢査すればよい．實驗の結果は表示した通りである．但し p_0 は一氣壓である．

	$\frac{p_0V_0}{pV}$
H_2	0.999
N_2	1.001
O_2	1.002
CO	1.003
CO_2	1.003
HCl	1.009
NH_3	1.019
SO_2	1.021

之によると壓力が 100 氣壓になれば完全氣體では V が V_0 の100 分の 1 になるのに，水素ではそれ程に體積が小さくな

らずに 99.9 分の 1 であり，之に反して窒素では 100.1 分の 1，HCl では 100.9 分の 1 となる．即ち 100 分の 1 程度の狂ひがあるのみである．NH_3 や SO_2 では 102 分の 1 も違ふから完全氣體とは勿論見られまいが，それでも此表を見るとボイルの法則は氣體の變化の工合を可なりよく語つて居ると寧ろ驚かされる．

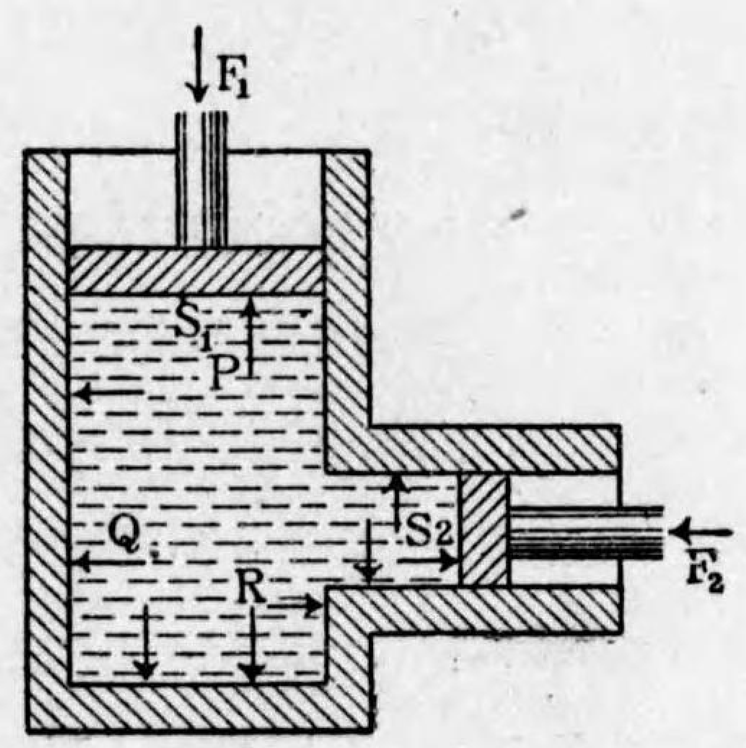
第七章　液體に於ける壓力

第57節　パスカルの原理

第 55 圖に示す如き大小二つの活塞 $S_1 S_2$ を有する容器に液體を密閉し，外力 F_1 を S_1 の上に加へて活塞を壓入せんとする．即ち S_1 の上に

$$p=\frac{F_1}{S_1}$$

なる強さの壓力を働かせる．然るときは液體は不可壓縮性のものだから，少しでも S_1 が下方に動けば活塞 S_2 は右方に動かざるを得ない．故に F_1 で押しても S_2 に元の位置を保たしめんとするには S_2 の上に右方から F_2 の力を作用して S_2 を内側から押す壓力に反抗させなければならぬ．



第55圖　パスカルの原理

パスカルは此際必要な F_2 の大きさは

$$p=\frac{F_1}{S_1}=\frac{F_2}{S_2} \qquad (57/1)$$

なるべきことを發見した．即ち

密閉せる液を充てたる容器の一局所に作用する壓力は增減なく液の各部に擴がるものなり

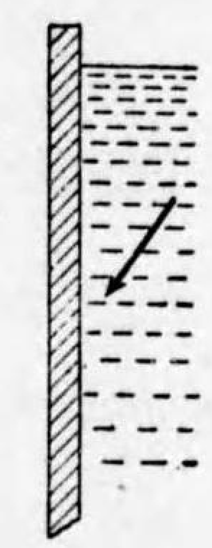
と云ふのである．之を**パスカルの原理**と云ふ．

第 55 圖では S_2 の所に活塞が置いてあるので F_1 の效果が其所にも及んで

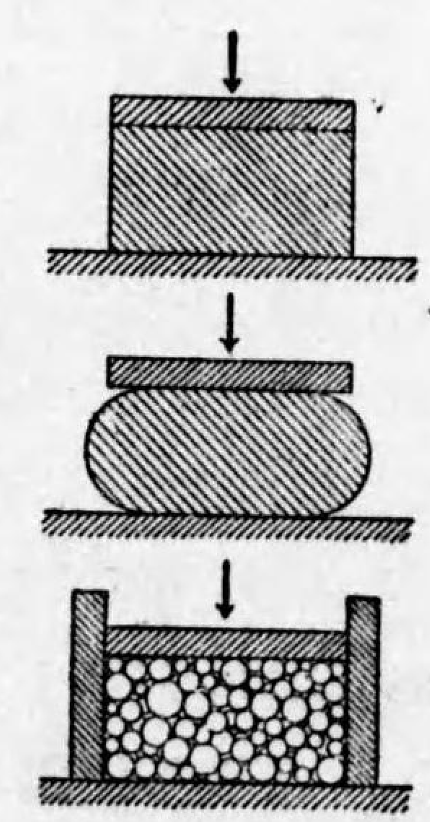
居ることは F_2 を必要とするので知れるのであるが，Q や R の如き活塞でない器壁や底面でも皆 F_1 の效果を受けて居る．然し此部分は堅固に出來て居て押されても退却せぬから一寸あらはには見えて居らぬけれど，皆 p なる壓力を受けて居る．而して此壓力 p の作用する方向は靜止する液體に於ては

p の方向は各所器壁に直角なり

である．之れは大切な事柄である．此理由は全く液體が自由に流動し得るものであると云ふことに原因するのだ．假りに若し壓力が器壁に直角でなく第 56 圖の如く斜めであつたならば器壁に接觸して居る液は下方に向つて流れることを續けなければならぬ．即ち**靜止した液に於て**と云ふ重要な約束に背馳する．而して器壁に直角に押して居れば，液の不可壓性で之を支へて居ることが出來る．斯く隨所器壁に直角に壓力が作用して居るから第 55 圖の P, Q, R 等の點に小さな孔を穿つと液は此孔を通じて器壁に直角に，P では上方に，Q では左方に R では下方に向つて噴出する．


第56圖　液體に於ける壓力の方向

パスカルの原理の由つて來る所以は液體が自由に流動するによる．これを了解するには先づ一つの剛體を机上に置き上から之を押しつけた場合を考へよ（第 57 圖甲）．剛體では上から押した力は剛體を通して唯下方にのみ及んで机を押すのみで，その右か左に他の物體があつてもそれに何等の作用を及ほさない．然るに乙圖の如く彈性體例へばゴムの一塊を上から押すと，下の机は押されるがゴムは横に膨れんとするから，左右に物體があれば之をも押すし，若し他の物體がなければ横に膨れる．ゴムでは横に膨れても或る程度で止んで，その凝集力で形を全く


第57圖　壓力の效果　（甲）剛體　（乙）彈性體　（丙）粒狀體の集り

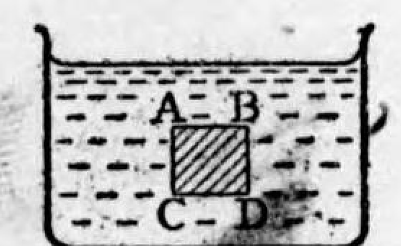
崩されることなく外から内に向ふ力が生じ，此力が丁度第 55 圖のピストン S_2 に於ける F_2 の役目をする．次に此ゴムの代りに小銃の玉（丙圖）又は砂粒の堆積物を上から押し，更に之を飴の如き粘體とし，終に之を液體にしたと考へれば段々に容器の必要と容器の壓力で流動を支へることの必要とを覺ることが出來よう．

パスカル (Blaise Pascal 1623—1662) はフランスの數學者，物理學者で西暦 1650 年頃この原理を發見した．

第58節　液體に於ける重力の作用

容器に入れた液體が靜止して居るとき，その自由表面は水平であり又容器の側壁及び底をその重量によつて押して居ることは，前既に述べた通りであるが液體の內部の到る所に壓力が作用して居て液體中に一平面を考へると此平面の兩側にある液が互に押し合つて居る．而して

壓力の方向は面に直角でありその大きさは自由表面よりの深さに正比例する．



第58圖　液體中の一部分の釣合

第 58 圖の $ABCD$ は靜止する液體內に於ける立方形の一部分である．これを液の他の部分と區別して考へ，これが一物體であるとして取扱ひその靜止する所以を考へて見る．此立方體に作用する力はその重量と上下前後左右の三組の面に及ぼす周圍の液の壓力とである．これ等の力が丁度釣合つて立方體には恰も力が作用して居らぬと同様な有様である．而して此釣合を考察するに，AC 面の左にある液の及ぼす全壓力と BD 面の右にある液の及ぼす全壓力とは相等しくして，之がために立方體は左右何れにも動かぬことは明白である．前後の面の壓力も同様に釣合つて居る．故に此際吾々は上下の面に於ける壓力と立方體の重量とを考へればよいのである．立方體の一邊の長さを l とし，AB 面の深さを h，液の密度を d とすれば立方體を下方に動かさうとする

力は AB 面の上にある液の重量による全壓力 $F=dl^2h$（瓦重）と立方體の重量 $w=dl^3$ との二つで，CD 面の下にある液が上方に立方體を支へて居る壓力は $F'=dl^2\ (h+l)$（瓦重）である．故に釣合の條件は

$$F+w=F' \qquad\qquad dl^2h+dl^3=dl^2(h+l)$$

で明かに滿足されて居る．

以上は立方體の大きさに何等の約束がなかつたが，今此立方體を限りなく小さくして h に比して l を甚だ小ならしめる．然るときは重量 dl^3 は上下の全壓 F, F' 力に比して省略してもよいから $F=F'$ である．此全壓力を面積 l^2 で除した壓力の强さは

$$p=\frac{F}{l^2}=p'=\frac{F'}{l^2}=dh \tag{58/1}$$

となり，此小なる立方體は唯其表面に作用して居る壓力斗りで四方八方から締め附けられてゐることになる．よつてパスカルの原理が應用出來る．此立方體は一見密閉した容器中に入れて無い様であるが，考へ様によつては密閉された容器中にあるので唯其器が固體で無くして周圍にある液體で出來て居るのである．そこで立方體の上面を押す壓力 p と下面を押す p' とが相等しく，それが又 AC, BD の如き側面に於ける壓力と相等しく何れも $p=dh$ と云ふ壓力が作用して居るのである．尙ほ進んで考へれば立方體とする必要もなく結局深さ h の所では凡ての方向に dh の壓力の强さが働いて居るのである．

第 58 圖では液に自由表面があつたが，若し上面が面積 S の活塞で閉ぢてあつて之れに F の力が作用して液を壓して居るとすれば，深さ h の所の壓力 p は

$$p=dh+\frac{F}{S} \tag{58/2}$$

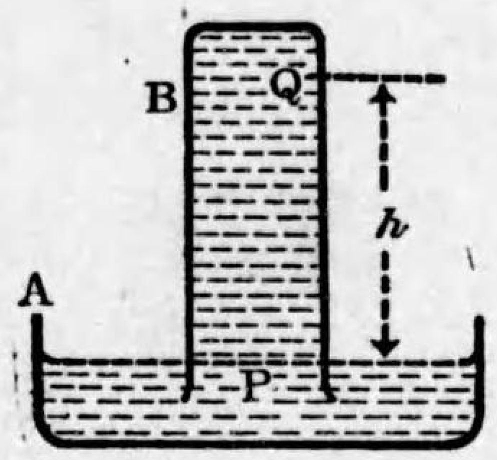
となることは勿論である．實際自由表面の場合に於ても其面に作用する大氣の壓力があるから，之を考慮すれば上記の F/S の代りに之を入れるべきである．

大氣の壓力を B で表はせば，密度 d，深さ h の液中に於ける壓力の强さは

$$p=dh+B$$

である．尤も B はその存在を知らずにすむ程に常住のものであるから普通の場合には單に液の重量から生じた壓力 dh だけを考へれば充分な場合が多い．然かし B を考慮した方がよい一例を次に揭げる．

第 59 圖に示すのは一つの淺い器 A に水を充てた丈高い硝子器 B を逆にして伏せた形のもので，夏期よく金魚入れとして用ゐられてある裝置である．此の如く B 中に水を入れて A に伏せるには，全體を水を入れた深く大きな器の水中で圖の如き形になる樣に操作しそれから全體を水から引揚げれば B の中の水は流出せずに殘る．その理由は，A 器の自由表面に於ける大氣の壓力 B が A の水面を壓し，それがパスカルの原理に述べた如く水中に傳はつて B の中の水の流出を妨げるからである．B 器中の諸點の壓力の値は A 器の液面と同じ高さの P 點に於ては大氣の壓力 B に等しく，それより下に h の深さでは(水でなく一般の場合として密度 d の液だとして) $B+dh$ であり，P より上 h の所に於ては $B-dh$ である．



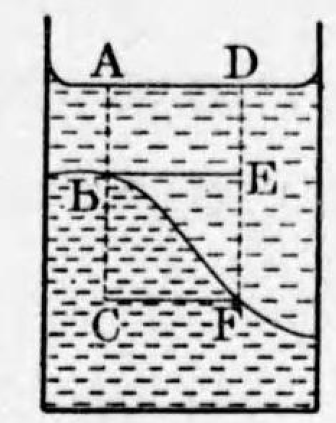
第59圖. 水を入れた器

故に B 器の側壁 Q に於て內外の壓力を比較して見ると，外壁には大氣の壓力 B が右から左に向つて作用し，內側に於ては液の壓力 $B-dh$ が左から右に向つて作用し，後者の方が小さい．若し Q 點に於て器壁に小孔を穿てば普通の場合の如く液が外氣の方に向つて流れ出るのでなく反對に外氣が B 器中に流入し，その結果水は B から A に溢れ出る．

第59節　相混合せざる液體の平衡

水銀と水との如き互に相混合せぬ液を一つの器に入れると，重い液が下に輕い液が上になつて其兩液の境界は水平面を成す．これは周知のことであるが，若し證明をするならば次の如くである．

假りに境界面が水平でなく第 60 圖の BF の如く曲つてあつたとする．今上下の液の密度をそれぞれ d d' とする．但し $d<d'$ である．大氣の壓力を省略すれば C 點に於ける壓力は $\overline{AB}\times d+\overline{BC}\times d'$ で，F 點のは $DF\times d=(DE+EF)\times d=(AB+BC)\times d$ であるから，差引いて較べて見ると C 點の方が大きい．故に現狀では靜止することが出來ずして C 點附近の液は橫に流れて F に向ひ，その結果 B は降り F は昇つて境界面 BF が水平となつて始めて平衡狀態に落付く．



第60圖 相混合せざる液體の境界面

以上は當然下の液が密度大なりと假定して說いたのであるが輕い液が上層に浮び重い液が下層を占めることも同樣に說明出來る．二液の境界が水平なれば理窟の上からは上層の液が重くとも平衡して居られる筈である．然し此平衡は極めて危險なもので所謂累卵の有樣であつて，些細の攪亂があると忽ち顚覆してしまふので之を**不安定の平衡**と云ふ．之に反して重い液が下層を占めると其平衡は**安定**であつて假令之を攪亂しても必ず元の狀態に戾る．凡て不安定の平衡は實際には極めて稀に見るもので特に液の樣な運動の自由なものでは決して成立することがない．次に重い液が上にあれば不安定なことを示さう．

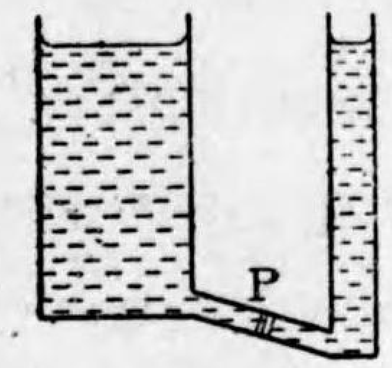
今度は第 60 圖に於て元來水平なりし境界面を攪亂して圖の如くしたとし，且つ $d>d'$ とする．然れば F の壓力が大で C の壓力が小であるから，液は F から C に向ひ結局境界面 F は降り B は昇つて益ゝ水平より遠ざかり，液は上下顚倒して後始めて平衡する．

第60節　連通器

連通器とは本來は二つの容器を管で連絡したもので，兩器に入れた液が自由に交通することの出來るものである．然し U 字形に曲げた管や或は鐵瓶土瓶の如きものも矢張り連通器と見てよい．

一般に連通器ではその中に入れた液の自由表面が一つの連續した平面を爲さず兩器相離れて居る．然し自由表面の高さは兩器共に同一の水平面中にある．若し兩器の自由表面が同一水平面中になかつたとすれば液が此狀態に於て平衡を持續し得ないことが次の如くして知られる．

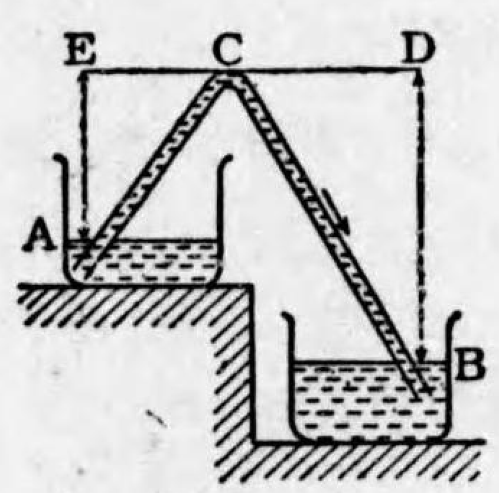
即ち圖に於て連通管の或所 P に小さな板を挿入して左右兩器を二つに仕切り，左器は液面が高く右器は低いとして板 P の兩側に於ける壓力を比較して見ると，P は左の自由表面からの深さが右の自由表面からよりは深いので左側からの壓力が大である．此兩側の壓力の差だけに對抗する力を板 P に右方から何等かの方法で働かせれば，板はその位置を保つて兩器の液面に高低あらしめることが出來るが，若し此の如き力を働かせないならば板は右に押され左器の液は右器の方に流入して兩器の自由表面が同一水平面になつて流動が始めて止む．



第61圖 連通器

第61節 サイフォン

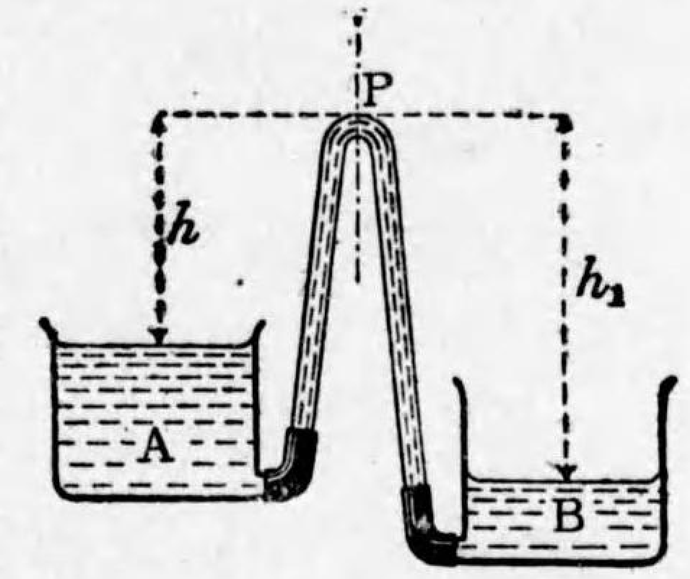
これは A, B 兩器の液面に高低あるものに液を充した曲管を架して液を A 器から B 器に移すものである．サイフォンの曲管は硝子管でも或は又ゴム管でもよいが，管中に液の充ちて居ることが必要な條件である．AB 兩器の自由表面に高低があれば，液は管中を流れて兩器の液面が同一水平面になれば止む．



第62圖 サイフォン

此裝置に於て液が A 器から B 器に移るときに普通の場合の如く液が低きに就かずに其本性を忘れて途中で高く曲管を昇つて行くのが一見不思議の樣に考へられるのであるが，然し實は何等奇怪なことでは無い．一體此裝置は今迄獨立した AB 二つの容器を連通器にしたものであつて，その連通管の形が第61

圖の如くでなく中間が兩器の自由表面よりも高いのが一寸異例なのである．第61圖の AB 兩器をつなぐ管を長いゴム管にして中央の所を高く揭げれば（第63圖）丁度サイフォンの狀態になることを思へば，兩者同一であることが覺り得られるであらう．故に第62圖のサイフォンに於て液が A 器から B 器に向つて流れる理由の說明は全く第61圖と同一で管中の一所 P に板を置いて假りに兩器の交通を絕つたとして板の兩側に於ける壓力を比較して見ればよい．唯此際は P 點が兩器の自由表面より高い所にあるのだから第59圖に示した如く自由表面に於ける大氣の壓力 B を考慮した說明法を使用した方がよい．即ち P の位置が A 器の液面より h の高さにあり B 器の液面よりは h_1 の高さにありとすれば，板の右側の壓力は $B-dh_1$ で左側の壓力は $B-dh$ である．$h_1>h$ である間は板は左からより強く押されて居るので液の流れる方向が定まる．



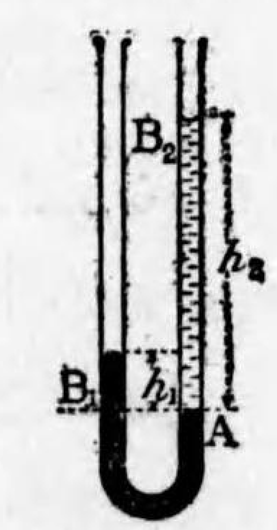
第63圖 サイフォンの理の說明

第62節 連通器による液體の密度の測定

U字形の連通器に先づ密度の大なる一液を入れ次に之と混合せざる密度の小なる液を靜かに一脚へ注入すると，第64圖の如くになつて靜止する．二液の境界面 A から兩脚の自由表面 B_1, B_2 までの高さを h_1, h_2 とし液の密度を d_1 d_2 とすれば，A に於ける壓力は(58/1)式によつて

$$p = d_1h_1 = d_2h_2 \qquad (62)$$

であるから，これによつて一方の密度を旣知とすれば他方の密度を測定することが出來る．



第64圖 液體の密度の測定

第63節 アルキメデスの原理

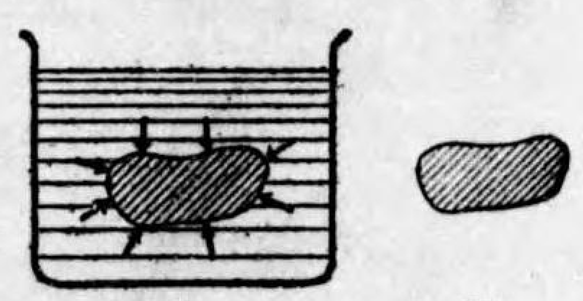
これは液體中に全部或は一部分沈んだ物體が空氣中にてよりは輕く見えることに關してギリシアの古哲アルキメデス Archimedes が說いた原理である．其原理といふのは

液體中に全部又は一部分沈みたる物體はその排斥せる液の重量だけ輕く見ゆ

と云ふのである．例へば，物體の空氣中にての重量が W で物體と同體積の液の重量が w だとすれば，此物體が全部液中にあれば恰も $W-w$ の重量しか有せぬ樣に見えるのである．故に空中では一寸動かし難い程の重い石でも水中では自由に動かされる．

液中にある物體は輕く見える許りで輕くなつたのではない．質量は勿論元の通り地球の引く重力も元の通りである．輕く見えしめる原因は何かと云へば四圍の液體の壓力である．

扨て如何にして四圍の液體の壓力の結果として物體は輕く見えるかと云ふに，之を證明することは容易である．今液體中に入れた物體が第 65 圖甲の如き形のものとする．之が液の中にあれば第一に重力に作用され第二に四圍の液の壓力を蒙る．此壓力は上から物體を押すが下からは之を押し揚げんとし，又右からも左からも押して居る．然し總體に於ては左右前後の押す力は釣合つて零となり，上下の力は差引いて下から押し揚げる力が殘つて居る．それは深い所ほど壓力が大であるからである．差引勘定して壓力の總體の結果が物體を押し揚げるものとなりその大きさは物體の排斥した液の重量になることは次の如くして明かになる．



第65圖 アルキメデスの原理の說明

物體甲を乙の器の液中に入れると，物體の體積に相當するだけ液の自由表面は高くなるから，先づ丁度それだけ液を器の中に注加したとし，そして物體が液中にあつたときに占めて居た位置に此注加した液が入れ代つて居ると思つて，それが乙圖の S であるとする．此 S なる液の部分に對しては四圍の液は以前物體に及ぼしたと全く同じ狀況の下に S を壓して居るに相違ない．此液體 S は四圍の液と區別して之を別だと云へば別物だが，然し實際には器中にある同一質の液であつて，それが其位置に靜止平衡して存在して居るので，四圍の壓力の全作用とその重量とが釣合つて居るに相違ない．即ち吾々は液の壓力の全作用は正しく上方に向つて，その大きさは S の重量と相等しいことを推定するのである．之によつて飜つて固體甲が液中にあるときに四圍の液の壓力の綜合した作用は，甲が排斥しただけの液の重量に等しい力で物體を下から支へて之を浮かさんとして居ることを覺るのである．此四圍の液の壓力の全作用を液の**浮力**と云ふ．

上文の說明によると，水中にある石を持上げるとき輕く感ずるのは液の浮力が手の働かすべき力の一部を負擔してくれたから，空氣中で石を持上げるときよりは小なる力でよいのである．

上記の理由であるから，液中にある固體は浮力によつて下から押し揚げられて居る．然らば此反作用を考へれば，固體は浮力と同じ大きさの力で液を下方に向つて押しつけて居る筈であるが，實際果して然るか．固體を液中に入れれば固體は輕く見えるが，同時に液體は重くなつて見えるであらうか．然り，重くなつて見えるのである．前に云うた如く物體を液中に入れればその體積に相當するだけ液の自由表面が高くなるから，恰も液量がそれだけ增したと同樣に器底や器壁を押す壓力がそれだけ增大して，器及びその中の液を保持する人があらば（後文實驗(3)）その人はそれだけ液が重くなつたと感ずる．

アルキメデスの原理は尙ほ實驗を行つて上文に記述した諸項を實證することを讀者に勸めたい．次にその樣な實驗を記す．

（1）　普通の桿秤を使用して糸で吊した餘り小さくない石の目方を空氣中と水中とで秤り，次に此石を水を滿盛せる器中に靜かに入れて溢れ出た水を丁寧に集めてその重量を秤れ．石の空氣中の重量 W，水の重量 w なれば石の水中の重量は正に $W-w$ となる．

（2）　水中に入れても物體の重量は輕くなるものでないことを見るには，天秤の皿の上に水を入れた器と其傍に一つの石塊とを置き全體の重量を秤れ．次に此石塊を水中に入れて再び秤り見よ．重量には全く增減がない．水中にても空氣中にても石は石だけの重量があり，器とその中の水とは又それだけの重量があつて，石が水中に入つても何等の變化がない．

（3）　然るに石の重量のかからぬ樣にして器とその中の水とを保持するものは，石が水中に入ると丁度それだけ水量が增したことになるので，それだけ重く感ずる．之れには實驗（1）の道具を使用するのだが，今度は桿秤から吊すものが一部分水を容れた器である．此水の量は石を入れれば石は全部水中に沈め得るが，水は器から溢れ出すことの無い程を使ふ．先づ器と其中の水との總計の重量 A を求める．次に別の人をして糸にて吊した石を水中に入れ，何所も器には觸れしめずに此狀態で重量 B を求めると，$B-A$ は丁度實驗（1）で求めた石と同體積の水の重量 w に等しいことを見る．

アルキメデスの原理を應用して種々の物體の密度の測定を行ふ方法は之を物理實驗法の書物に讓つて今は述べない．

アルキメデスの生年は不確であるが西紀前 287 年としてある．歿したのは同 212 年である．國王に金冠の純不純の鑑定を命ぜられて此原理を發見したのは有名な話である．

第64節　浮游體

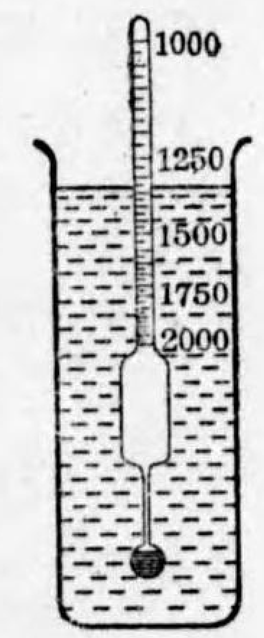
前節に於ては物體が全部液中に沈んで居る時の浮力に就て述べたのであるが，物體が輕くて木片や金皿を水面に浮べた時の如く物體が唯一部分液中に入つて

浮游して居る場合を考へる．此時には物體の液中に入つて居る體積と同じだけの液の重量が物體の重量と相等しくなつて居る．此液の重量というのは，前節に述べた如く物體の表面に作用する液の壓力の全作用たる浮力であることは再說を要しまい．

船舶の排水量と云ふのは卽ちその船の排斥する水の量で結局はその船の重量を表はすものである．軍艦の排水噸量は大砲，石炭．食料，乘組人員其他あらゆるものを載せた時の排水量を立方呎で表はし之を35で除した商を以て幾噸と云ふことにしてある．これは海水 35 立方呎の重量は殆ど一噸卽ち2240ポンドに等しいからである．商船では積荷が著しく變化するので排水量で比較することは不便であるから別に法律を以て，その噸數を算出する方法が規定してある．之には總噸數とか登錄噸數とか色々あるが要するに船の內部の空間の體積を測つたもので西洋形の船では一百立方尺を一噸とする．和船の一石と云ふのは十立方尺である．

第65節　浮秤

一定の物體を種々の液に浮ばせると，其液の密度によつて物體の液中に入ることが違ふ．故に此液中に入る深さからして液の密度を又は溶液ならはその濃度を推知することが出來る．此目的に作つたものを**浮秤**といふ．浮秤は通常硝子製で圖に示した通り中央に膨れた所があり，下端に水銀又は霰彈を入れて重くし上部は目盛した細長い頸になつて居る．之を液中に入れると直立して浮游するから液面の位置を此目盛によつて讀取る．目盛には直ちに液の密度を示すものと又然らざるものとある．後者に屬するものの種類は非常に多いが，最も多く使用されるのは**ボーメの浮秤**である．



第66圖　浮秤

ボーメの浮秤には水より重い液に適するものと輕い液に適するものとの二通あり，水より重い液に用ゐる浮秤の目盛は蒸溜水中に入れた時を目盛の零點とし，重量で15%の食鹽水溶液（卽ち蒸溜水85食鹽15）に浮ばした時に目盛が15

を示し（之を15°と讀む），此間を等分し更に同じ目盛を 15° 以上にまで延ばしてある．水より輕い液に用ゐるものは蒸溜水に浮ばした時を 10° として，重量で 10% の食鹽水溶液に浮ばした時の目盛を零點とし，其間を等分し同じ目盛を 10 より先まで延ばしてある．ボーメの目盛と密度との關係を實驗的に測定したものが此所に表記してある．

水より輕い液		水より重い液	
ボーメの度	密度	ボーメの度	密度
10	1.000	0	1.000
12	0.985	3	1.020
14	0.970	6	1.040
16	0.955	9	1.064
18	0.943	12	1.089
20	0.928	15	1.114
22	0.915	18	1.140
24	0.903	21	1.170
26	0.892	24	1.200
28	0.880	27	1.230
30	0.867	30	1.261

水より重い液の場合のボーメの $n°$ が密度 d と如何なる關係にあるかを理論的に求めて見る．目盛の零點以下の體積を V（糎^3）とすれば，此浮秤の重量（空氣中の）は V 瓦である．頸部の 1° 毎の體積を v とし密度 d の液中に立てたとき $n°$ を示したとすれば液中にある體積は $V-nv$ であるから之に密度 d を乘すれば同じく V になる．

$$(V-nv)\times d=V,\quad d=\frac{V}{V-nv}.$$

然るに15%の食鹽水密度 $d=1.114$ のとき $n=15$ であるから，之を上式中に代入すれば

$$\frac{V}{v}=146.6.$$

を得るから，此値を上の一般式に入れれば

$$d=\frac{146.6}{146.6-n}.$$

となる．

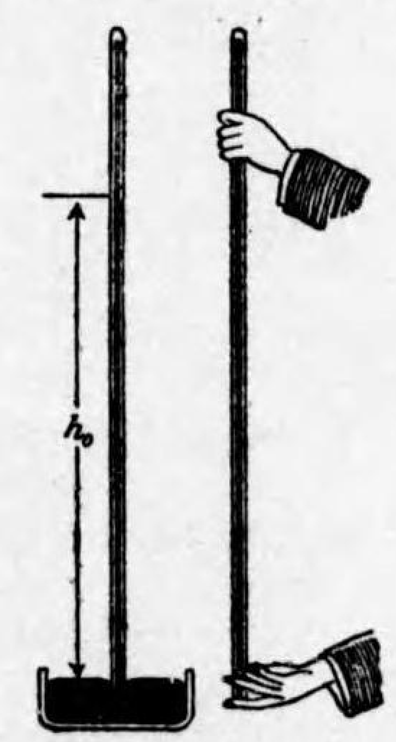
第八章　氣體に於ける壓力

第66節　大氣の壓力　トリチェリーの實驗

容器中にある液體內の一點の壓力は液の重量によるものであるから深さによつて變化するが，密閉せる容器中に封入した氣體に於ては，その密度が小さいから重量は殆んど考慮する必要がないので，重量による壓力は普通全く無いものとして差支ない，氣體の壓力は器壁に於て作用する壓力が容器中總ての點に於て作用してその大きさは各所一定と見てよろしい．

氣體の場合でも地球を包圍する**雰圍氣**（又は**大氣**）の如く極めて分量の多い場合には重量による壓力を考慮する必要があつて，地面よりの高さによつて漸々壓力が減少して行く．

大氣の壓力の強さを實際に始めて測定したのはトリチェリー Torricelli で，西暦 1644 年のことである．其方法は圖に示した樣な長さ一米許りの一端閉ぢた硝子管をとり其中に水銀を充し，空氣の入らぬ樣に管口を指で塞いだまゝ逆さにして水銀を入れた別の器の中に立てるのである．（第59圖參照）さうすると管中の水銀は一部分外器に流れ出すが直に流出が止んで水銀柱の高さが 76糎前後になつて落付く．此高さは一定でなく日により場所によつて多少變化する．



第67圖　トリチエリーの實驗

此實驗に極めて大切なことは管中に少しも空氣が紛れ込まぬことである．最初に管中に水銀を注入する時に水銀の滴の間に空氣が閉込められると，此氣泡は中々除き去ることが困難であるから，精確を欲する場合には管を逆にする以前に長時間加熱して氣泡を驅除するに骨折るのである．

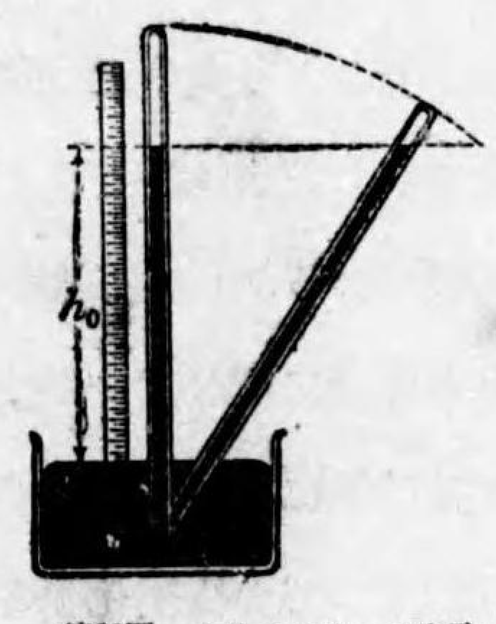
以上の注意をして實驗すれば，管の上部の空所は全く空氣の存在せざる所で

あるから，これを**トリチェリーの眞空**と云ふ．尤も嚴密に云へば眞空でなくして多少の水銀の飽和蒸氣（第167節）が此所にあるが，それは可なり稀薄なもので常溫に於ては全然之を無視して差支ない．然るとき第 67 圖と第 59 圖とは全く同一のもので，以前のは液が水で今度のは水銀であるのゝ相違と，以前の丈高き器の代りに長い硝子管が使用してあることの相違があるのみである．そこで外器の自由表面より高きこと h の所では壓力が $B-dh$ であることは此際其まゝ用ゐて差支なく，d を水銀の密度 13.596とすれば管內の水銀の表面高さ h_0 の所では壓力が零であるから $p=B-dh_0=0$ で $B=13.60\cdot h_0$ となり，h_0 によつて B が知れる．

若しトリチェリーの眞空たるべき管の上部に空氣其他何等かの氣體が存在して居て（例へば水銀が濡れて居て水蒸氣でもあれば）その壓力があれば，上式の右邊が零でないからそれだけ B の値に誤差を含ましめる．

此實驗に於ける h_0 は管內と外器との自由表面間の高さであつて，管中にある水銀柱の長さではない．

故に管を斜めにすれば水銀は管中に入つてトリチェリー眞空が狹くなるが，管內の自由表面の高さは以前と全く同じ h_0 である．



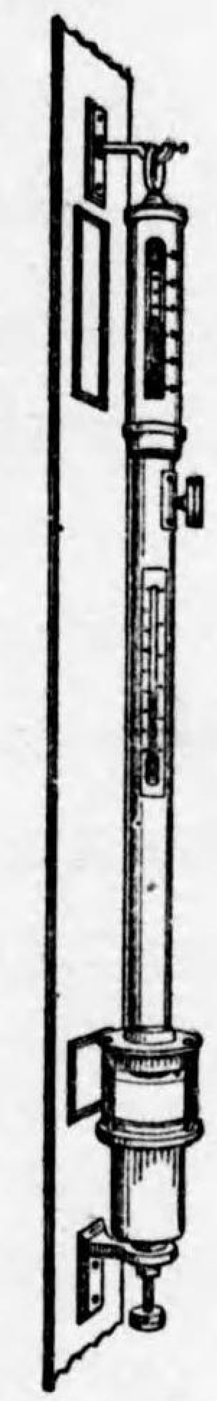
第68圖　トリチエリーの實驗に於て管を直立したときと傾けたとき

トリチェリーの實驗の成功した所以は，全く水銀と云ふ都合のよい液を使用したのに基づくので，若し水であつたならば管の長さが10米以上を要するの不便があり，又假りにその樣な長い管を使用しても上の眞空たるべき所に水蒸氣があつて，その爲めに誤差を導入する．若し溫度が 30°C に近ければ水柱が 40 糎ほど此水蒸氣の壓力の爲めに押し下げられそれだけ眞の値よりは低くなる．

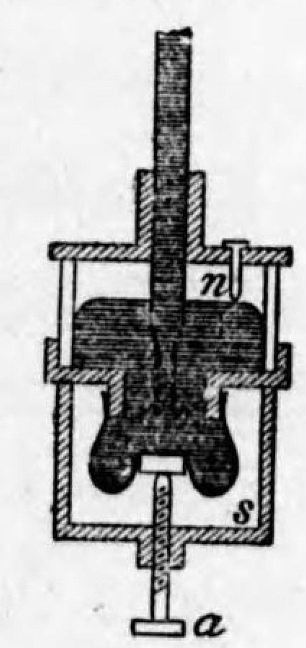
Torricelli 1608—1647 はイタリー國フロレンス大學の教授で西曆 1644 年に始めて此實驗を行つたと云ふ．

第67節　水銀氣壓計

トリチェリーの實驗に於て水銀柱の高さを76糎と前節に記したのは，之を標準値としたので實際には變化する．大氣の壓力を測定することは氣壓が天候を豫知するのに重要な一要素であるので，氣象學ではその極めて正確な値を知る必要があり，又物理學や化學に於ても之を知ることが實驗の遂行上必要である．**氣壓計**は此目的に使用する器械で，氣象用學術用のは**水銀氣壓計**と稱し，トリチェリーの實驗の裝置そのまゝである．以前は之を晴雨計と呼んだが，これだけで晴雨の判斷が出來るものでないから此名を避ける．


第69圖　水銀氣壓計

此器械の構造は第 69 圖に示した通り水銀槽と硝子管中の水銀柱とから成り，全體が鉤から吊下げてある．氣壓が下ると水銀柱が低くなるので管中の水銀が水銀槽の中へ流下し，反對に氣壓が昇ると水銀槽中の水銀が管中に昇る．即ち水銀槽中の自由表面が昇つたり降りするから，之を調節して自由表面をして常に水銀柱の高さを讀み取る尺度の零點にあらしめる．此目的を達するために水銀槽の底部は第 70 圖に示してある如く革袋にして，必要に應じて下から螺旋 a で之を上げ下げして，水銀の自由表面をして象牙製の針の尖端 n に觸れしめる．此尖端が即ち尺度の零點である．此調整を行ひ管中の水銀の自由表面の位置を尺度の目盛で讀めばそれが直ちに所要の水銀柱の高さである．尺度は勿論鉛直であるべき必要があるので鉤で吊してあるのだ．



第70圖　水銀氣壓計の水銀槽

第68節　水銀氣壓計による氣壓の測定

扨て前節の如くして讀取つた水銀柱の高さが直ちに科學的に嚴正に氣壓の大小を判定する數値を與へるかと云ふとさうではない．日々の氣壓の變化を調査したり或は又異なつた場所の氣壓を比較したりするには，氣壓計が或標準狀態に在つたときに示すべき水銀柱の高さを讀取値から計算しなければならぬ．次に之を說明する．

先づ第一に讀取値を h 糎とすると，此値を與へた尺度が正しいかと云へば，尺度は普通眞鍮製であるが之は溫度によつて伸縮するから，溫度が高い時には目盛があらいので h が小さく出て居り，低ければ細かいので h が大きく出過ぎて居る．此尺度が正しい値を與へるのは或特定の溫度にあるときに限るから，尺度が此標準狀態にある時の h の數値を計算する．理窟は同じだから今便利の爲に此溫度が 0°C であるとし；觀測時の溫度が θ°C で尺度の金屬の線膨脹係數を α とすれば，此膨脹した時の目盛は $1:1+\alpha\theta$ の割合に延びて居るから，正しい尺度で測つたときの高さを h_α とすれば

$$h_\alpha = h(1+\alpha\theta) \qquad (68/1)$$

である．h_α と書き表はしたのは之によつて膨脹係數 α の影響を除いたと云ふことを示したのである．

第二には水銀の密度の件である．密度 d の水銀が h の高さにあるので壓力は一平方糎毎に dh 瓦の重さあると云ふのだが此 d は溫度によつて變化するものだから，觀測の時の溫度を考慮した d を使用せねば正確でない．そこで學術的には 0°C の水銀を使用した時に示すべきは，水銀柱の高さで氣壓を述べることに定める．然らば觀測の時には θ°C の水銀であるから，密度が 0°C の時に比し $1+\beta\theta:1$ の割合で小さいので，0°C の水銀を用ゐた時の高さは讀取値を此割合に小さくすればよい．但 β は水銀の體膨脹係數である．此修正を前の h_α に施したものを $h_{\alpha,\beta}$ とすれば

$$h_{\alpha\,\beta} = h_\alpha/(1+\beta\theta) = h(1+\alpha\theta)/(1+\beta\theta) \qquad (68/2)$$

第三には重力の强さの件である．今迄壓力の强さを表はすに力の重力單位（第 23 節）の方が通俗的に便利と考へて使用し來つたのだが一瓦の重さと云ふ力は場所によつて一定で無いから，學術的の正確を要求するには此單位は不可である．故に學術的の目的には力の絕對單位（第 84 節）を使用することにする．重力の强さが g の所では

$$m(\text{瓦重}) = mg\ \text{ダイン}.$$

であるから絕對單位を使用すれば氣壓の强さが

$$dh(\text{瓦重}/\text{糎}^2) = dhg\ (\text{ダイン}/\text{糎}^2.)$$

として後者によることにする．而して水銀柱の高さは g の價がその標準値

$$g_0 = 980.665.$$

の時に示すべき h を以てする．これを h_g とする．h は g に逆比例することは明白だから

$$980.665\,h_g = gh.$$

で g の問題が解決される．

故に上記尺度の線膨脹 α 水銀の體膨脹 β，及び重力の强さ g の三件を考慮した水銀柱の高さを $h_{\alpha\,\beta,g}$ とすれば

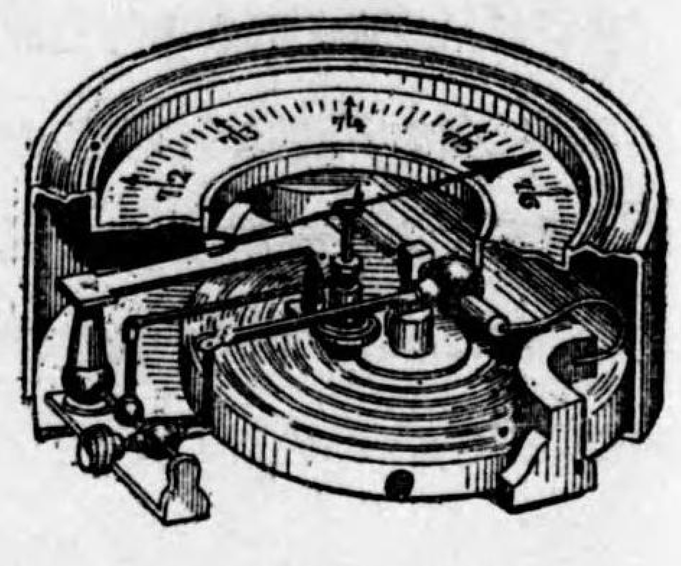
$$h_{\alpha,\beta,g} = \frac{g}{980.665} h_{\alpha,\beta}$$
$$= \frac{g}{980.665} \cdot \frac{1+\alpha\theta}{1+\beta\theta} \cdot h \qquad (68/3)$$

となる．斯くして氣壓計の直接の讀取の高さ h から標準狀態に於て示すべき高さが計算され，その計算値を以て觀測時に於ける氣壓として報告される．

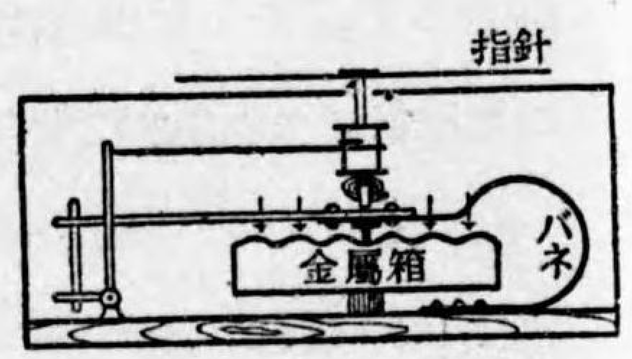
第69節　空函氣壓計

水銀氣壓計は携帶に不便であるから登山家や航空家の使用に適せぬ．此等の人は第 73 節に說く方法によつて氣壓の觀測から自分の海面からの高さを推定するのであるが，成るべく輕くして小形の器械が入用である．空函氣壓計（第

71 圖）は卽ち之に適したものである．その原理は第 72 圖に示す如く薄い金屬の板 P で作つた同心圓形の波形の凹凸あるものでこれを一の圓い器 A の蓋とし器中の空氣を抜き去つて密閉したものである．波形板に及ぼす大氣の壓力によつて此板が押し潰されることを防ぐために波形板の中心を堅固なバネで引張り上げてある．卽ち此器械では大氣の壓力とバネの彈力とが互に拮抗して居るのである．大氣の壓力が變化すればバネが勝つか負けるかに從つて波形板の中心が昇降する．此運動を精巧な仕掛で擴大して指針の運動となすのである．



第71圖 空函氣壓計



第72圖 空函氣壓計の構造

空函氣壓計は時々其示度を水銀氣壓計のと比較して其正否を正さなければならぬ．中央氣象臺では相當な料金を取つて此檢定を行うて居る．

第70節 壓力の單位

壓力の單位は第 34 節に於て說明した通り，單位面積の上に單位の力が作用するものである．而して力の單位には，重力單位(第 23 節)を用ゐるか絕對單位（第 84 節）を用ゐるかによつて自ら二種の單位制がある．

實用の目的には大氣の壓力に基つくものを採用して一氣壓を以て壓力の實用單位とする．然るに氣壓の大きさは一定地點でも絕へず變化し又土地の高低等でも變化するから，その基準として緯度 45° の海面上に於て水銀氣壓計の高さが $h_0=76$ 糎 のときを標準大氣としてその氣壓 B_0 を一氣壓とする．

重力單位で之を表はせば $d=13.60$ なる水銀柱 $h_0=76$ 糎 の生ずる液壓に等しいのであるから

$$B_0 = 13.60\times 76,$$

$$= 1033.3 \text{（瓦重/糎}^2\text{）} \qquad (70/1)$$

である．之を絕對單位で表はせば之に g を乘じて

$$B_0 = 1033.3\times 980.665,$$

$$= 1.0133\times 10^6 \text{（ダイン/糎}^2\text{）}. \qquad (70/2)$$

である．

上記の大きさの壓力を單位として之を**一氣壓** Atmosphere といふ．單位名としての氣壓と單に大氣の壓力といふことを略して氣壓といふ場合とを混同してはならぬ．然し實際には混雜を生ずる程のことはない．

壓力の單位には一氣壓の外に尙ほ次に記すものが今後用ゐられることになる．

（1） 1 平方糎に 10^6 ダインの壓力のかゝるものを單位として，これをバール Bar と名づける．此單位によれば一氣壓は 1,013 バールである．バールの一千分の一を 1ミリバールといふ．

上記のバール單位は日本及び英國で採用して居るものであるが，獨佛等では 1 平方糎に 1 ダインの壓力を同名バールで呼んで居る．讀者は此名稱の差に注意されたい．

（2） 水銀氣壓計に於ける水銀柱の高さを以て直ちに壓力を云ひ表はすに使用するのは便利である．例へばラヂオの氣象通報に於て「東京の氣壓は正午に73糎である」と云ふが如きである．最近中央氣象臺では氣壓をバールで報告することにした．

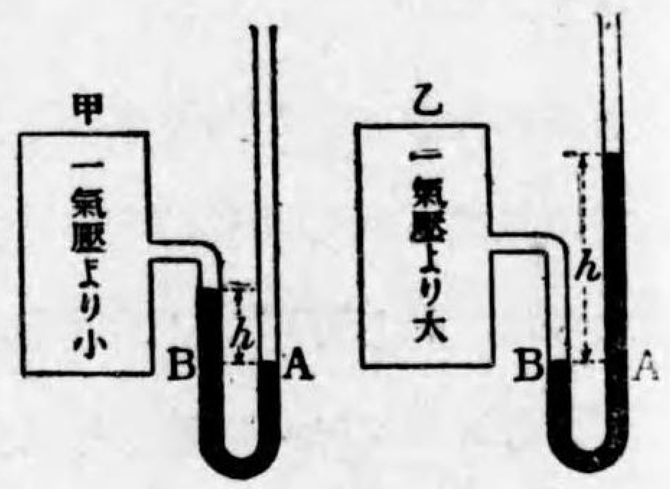
（3） 水銀でなくとも密度 d の液を使用したときに液柱の高さが h なれば此壓力は $dhg \div 10^6$ バールとなる．

第71節 壓力計 液體壓力計

水銀氣壓計や空函氣壓計は大氣の壓力を測る器械であるが，密閉した器の中

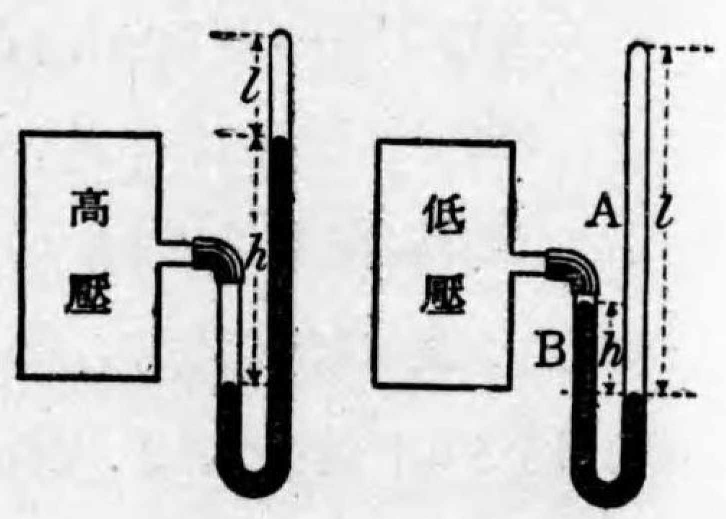
にある氣體の壓力を測る器械を**壓力計**と云ふ．色々の形のものがあるが要するに水銀氣壓計の樣に液體の壓力と比較して測る**液體壓力計**と，空函氣壓計の樣に金屬の彈性を利用して測る**金屬壓力計**との二種類が多く行はれて居る．

液體の壓力によつて氣體の壓力を知る裝置は，簡單な硝子のU字管を使用し其中に水銀（又は其他の液）を入れ置き，一脚 A を大氣に他脚 B を壓力を測らんと欲する場所に連絡して置く．器內の壓力が大氣のより小なれば B 脚中の水銀が A 脚よりは h 糎だけ高く，此時の大氣壓が水銀柱 b 糎なれば器內の壓力は（$b-h$）（糎水銀）であり，之に反して器內の壓力が大なれば B 脚中の水銀が h 糎だけ低く，器內の壓力は（$b+h$）（糎水銀）である．



第73圖　水銀壓力計(開管)

器中の壓力が非常に高い時にはU字管の一脚 A を大氣中に開放せずに第 74 圖に示す如く此脚が閉ぢて，その中に氣體を封入したものを使用する．A 脚中の氣體の壓力を水銀柱 P に等しとすれば求める壓力は（$P+h$）である．此 P を知るにはボイルの法則によつて計算すればよい．



第74圖　水銀壓力計(閉管)

U字管の內徑は各所同一であるとする．

A 脚中の密閉氣體の壓力が P のとき氣柱の長さが l 糎だとし P 對 l の關係を求める．それには B 脚を大氣に開放してその水銀面に大氣の壓力を作用せしめたとき A 脚中の氣柱の長さが l' となり，AB 兩脚の水銀柱の高さが B 脚の方が h' だけ A 脚より高くなつたとすれば，A 脚中の氣體の壓力は $b+h'$ であるからボイルの法則により

$$P \cdot l = (b+h')l'$$

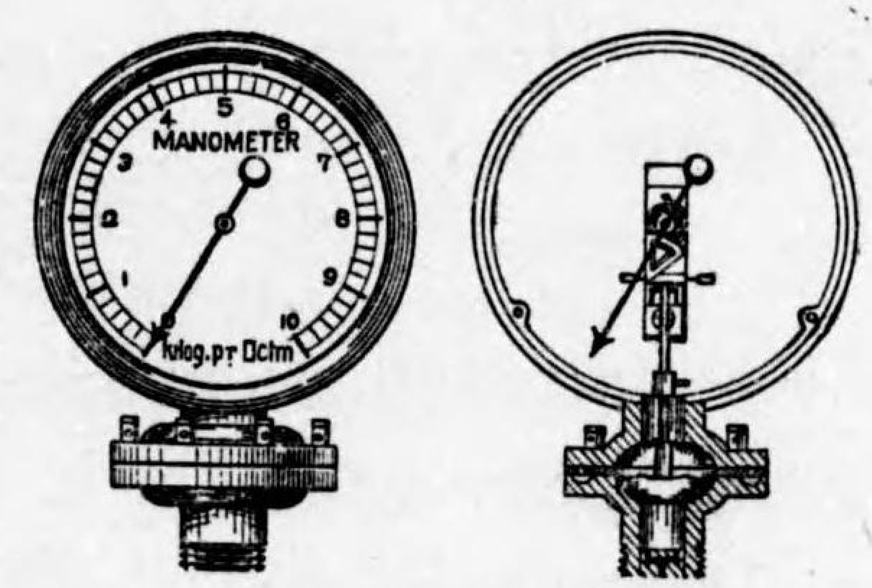
式が成立する．此式の右邊は測定し得るもので旣知量と見てよいから，l を讀みさへすれば P が知れる．

第 74 圖甲に於て A 脚中の水銀面の上が眞空にしてあると常に $P=0$ であるから h を讀みさへすれば直ちに器中の氣體の壓力を知ることが出來る．第 75 圖は此の如きもので，これは測らんと欲する壓力が眞空に近い程小なる場合に使用すべきものである．

第75圖　眞空計

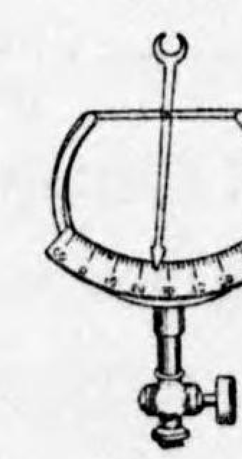
第72節　金屬壓力計

金屬壓力計の第一種は空函壓力計と大體同一であるが，その異なる點は彼の圓形の箱の內部を眞空にせずに，之を壓力を知らんと欲する場所と連絡して壓力を箱の內部から彈力ある箱の蓋に作用せしめるにある．壓力の小なるものに使用する器械では此蓋を波形の板にして容易に變形し得る如くしてあるが，壓力の大なるものに使用するには單に丸形の金屬板にしてある（第 76 圖）．何れにせよ壓力の變化による此蓋の中心の昇降を適當に擴大して指針に傳へる．



第76圖　金屬壓力計とその理

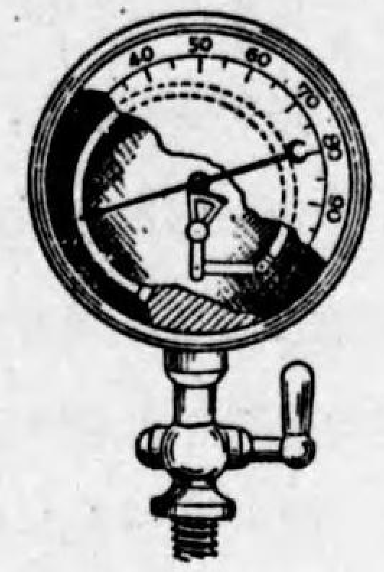
第二種の金屬壓力計は**ブルドン管**と云ふものを使用してある．これは薄い板金で作つた內空の管で，切口は楕圓形をなし先端が閉ぢてあり，且つ全體として管を圓弧形に曲げてある．側管によつてブルドン管內の空所を壓力を測らうと欲する場所と連絡する．


第77圖　ブルドン管

此の如き曲管は其內部の壓力を增すと管の切口は圓形にならんとし同時に管は全體として眞直にならんとし，壓力を減ずれ

ば反對に變形する(第 77 圖). 故に壓力による此管の變形を適當な装置で擴大して指針に之を傳へればよい(第78 圖).

此器械の示度は時々その正否を檢定する必要がある.



第78圖　ブルドン管壓力計

第73節　氣壓と場所の高さ

氣壓は吾人の上にある大氣の重量から起るものだから高所に昇れば氣壓は減ずる.

今地面の近所で氣壓の減少して行く割合を計算して見よう. 先づ簡單の爲めに溫度は 0°C であると假定する. 地面に於て一氣壓 0°C なる標準狀態に於ける大氣の密度は 0.001293(瓦/糎³)であるが, 幾糎昇れば水銀氣壓計の高さが 1 粍下降するか. 水銀柱 1 粍の壓力は C. G. S. 重力單位では $\frac{1}{10}\times13.60$ であり, 此壓力を生ずる空氣柱の高さを x 糎とすれば

$$\frac{1}{10}\times13.60=x\times0.001293,$$

$$x=1052\text{ 糎}.$$

即ち10米半昇れば氣壓が 1 粍小さくなるので, 地面での氣壓が 760 粍なれば10米半昇れば氣壓は 759 粍になるのである. 然らば更に昇ること10米半ならば氣壓は 758 粍になるかと云へばさうは行かぬ. 液體の場合では密度が一定だから壓力は自由表面からの深さに正比例して直線的に變化するが, 空氣の場合では密度がボイルの法則(第 53 節)の示す如く壓力によつて變化するから, 既に10米半昇つて壓力が 759 粍となれば, 密度は最早 0.001293でなくして稀薄になつて $0.001293\times\frac{759}{760}$ になつて居るからである.

斯く高所に昇れば氣壓の減少する割合は高さに正比例はせぬけれども, 兎に角氣壓と場所の高さとの間には複雜ではあるが一定の規律がある筈である. 理論的に計算を行ふと次の如くにして此規律が得られる.

垂直の高さ H 米の二ケ所に於ける氣壓を高所では水銀柱の a 糎, 低所では b 糎だとし, 兩所の平均溫度を t°C とすれば

$$H=18400(1+0.00367\,t)(\log_{10}b-\log_{10}a) \qquad (73/1)$$

である. 式中 $\log_{10}$ は常用對數である.

如何にして此公式を得たかと云へば, それは餘り簡單ではないが, 然し讀者が代數學に於ける二項定理や指數函數を知つて居れば之を了解することは出來る. 物理學は大いに數學の助を要するもので之は其甚だよい一例であるから, 次に試みに計算の大體の筋道を解說する.

扨て前に定めた如く高さ H 米の高所では氣壓が a 糎, 低所では b 糎であるとし溫度は假りに一定で 0°C だとする. 然るときは先づ空氣の密度は氣壓が p 糎の點では(53/4)式によつて

$$0.001293\times\frac{p}{76} \qquad (73/2)$$

である.

今 H 米即ち $H\times100$ 糎の距離を n 等分して其第一, 第二, 第三等の區分點の氣壓を p_1 p_2 p_3 等とする. 但此 n は非常に大なる數で, 一萬でも百萬でも大なる程よいのである. 此第一區域の上下兩端の氣壓が p_1 及び b と違ふのは, その間の空氣の重量から起るのであるから, 本節の最初に示した計算の如くして

$$(b-p_1)\times13.60=\frac{H\times100}{n}\times\frac{0.001293\times b}{76}$$

である. 此所に空氣の密度として (53/4) 式により氣壓 b に相當するものを取つたが, 之は n が非常に大なれば密度の計算には b を取つても p_1 を取つても差がないからである. 差が無い程に n を大きく取つたと思へばよい. 然れば上式から

$$p_1=b\left\{1-\frac{0.001293\times100\times H}{13.60\times76\times n}\right\}.$$

となる. 右邊にある數値

$$\frac{0.001293\times100}{13.60\times76}=0.0001251. \qquad (73/3)$$

と云ふ小さな數を略して k 字で表はすと

$$p_1=b\left\{1-\frac{kH}{n}\right\}$$

である.

第二の區分でも全く同樣であるから p_2, p_1 を今迄の p_1, b だと思へば

$$p_2=p_1\left\{1-\frac{kH}{n}\right\}$$

故に
$$= b\left\{1-\frac{kH}{n}\right\}^2$$

以下之に倣つて第三の區分では
$$p_3 = b\left\{1-\frac{kH}{n}\right\}^3$$

となり最後の高所の氣壓 a の所に達すれば
$$a = b\left\{1-\frac{kH}{n}\right\}^n \qquad (73/4)$$

となる．扨て n は大なる程正しいのであるが， n を無限大とすれば此式の右邊は何となるか．

$kH=y$ と略記すれば二項定理により
$$\left(1-\frac{y}{n}\right)^n = 1-\frac{n}{\underline{|1}}\left(\frac{y}{n}\right)+\frac{n(n-1)}{\underline{|2}}\left(\frac{y}{n}\right)^2-\frac{n(n-1)(n-2)}{\underline{|3}}\left(\frac{y}{n}\right)^3+\cdots\cdots$$
$$=1-\frac{y}{\underline{|1}}+\frac{y^2}{\underline{|2}}\left(1-\frac{1}{n}\right)-\frac{y^3}{\underline{|3}}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)+\cdots\cdots$$

n を無限大にすれば此式の右邊は
$$1-\frac{y}{\underline{|1}}+\frac{y^2}{\underline{|2}}-\frac{y^3}{\underline{|3}}+\cdots\cdots$$

となる．これは代數學で云ふ指數函數であつて e^{-y} と書き表はされる．但 $e=2.7182$ である．故に上の(73/4)式は單に
$$a = be^{-kH} = b\frac{1}{e^{kH}}$$
$$b = ae^{kH} \qquad (73/5)$$

此兩邊の自然對數を取れば
$$\log_e b = \log_e a + kH$$

之を常用對數に改めると $\log_e N = 2.3026\log_{10} N$ であるから結局
$$2.3026(\log_{10} b - \log_{10} a) = kH$$

となり，更に前の k の數値を入れれば
$$H = \frac{2.3026}{0.0001251}(\log_{10} b - \log_{10} a)$$
$$= 18401(\log_{10} b - \log_{10} a)$$

となる．

以上は空氣の溫度を 0°C としたのだが高低兩所の平均溫度を t°C とすれば密度 0.001293 の代りに $0.001293 \div (1+0.00367\times t)$ を使用すべきである．斯くして上掲(73/1)式に到達した．

次の表は空氣の溫度を 0°C とし低所の氣壓を $b=760$ 粍として種々の高さ H 米に於ける氣壓 a を表示してある．之を圖示して見ると兩者の關係が曲線的なることを知る．

a 粍	H 米
760	0
750	107
740	213
730	322
720	432
710	544
700	657
690	772
680	889
670	1007
660	1127
650	1249
640	1373
630	1499
620	1627
610	1757
600	1889
590	2023
580	2160
570	2299
560	2440
550	2584
540	2731
530	2880
520	3033
510	3188
500	3346

登山者や航空家が空函氣壓計を携行して出發前の低所の氣壓 b と高所に達してからの氣壓 a とを讀んで高さ H を推定するが，これは他に良法がないから已むを得ないけれど， b と a との觀測の間に可なりの時間の隔りがあるので，上文に假定した樣な同時刻の値でないから H の價は不正確である．又假りに同時刻だとしても高低兩所間の空氣は上文に假定した樣な整然たる密度の變化を有して居ない．實際には溫度の異なつた空氣の層が中間に介在して居ることなどがあるから上式から計算した H を絕對に正しいものだと信用してはならぬ．

(73/1)式に於ては低所に於ける氣壓を b とし高さ H の所の氣壓を a としたのであるが今記號を改めて低所 $H=0$ の地點を基本位置とし其所の氣壓 $b=p_0$ とし高所の氣壓を $a=p$ とすれば
$$p_0 = pe^{kH}.$$

となる．そこで e も k も共に一定の數であるから $e^k=A$ とすると
$$p_0 = p\cdot A^H$$

$H=0$	p_0
1	$p_1=p_0B$
2	$p_2=p_0B^2$
3	$p_3=p_0B^3$
4	$p_4=p_0B^4$
⋮	⋮

で，更に $\frac{1}{A}=B$ なる定數とすれば
$$p = p_0\frac{1}{A^H} - p_0B^H.$$

と記し得られる．但し B は 1 より小なることは問題の性質上 $p<p_0$ であることから明白である．此式によると H を 1, 2, 3… と順次に大きくして見ると p は表記の如くに變化する．

即ち H が等差級數的に大きくなると p は $1:B$ の割合の等比級數をなして減小して行くのである．此の如き例は自然現象に甚だ屢ゝ現はれるもので後文第 330 節はその例である．

第74節 空氣中に於ける物體の重量

液體の中にある物體の目方が，浮力の爲に輕くなつて見えると同樣に，空氣中にても物體が空氣の浮力の爲に輕くなつて見える．故に質量の相等しいものでも體積の大なるものは，その小なるものよりは重量は小さくなるから，天秤の如き重量によつて質量を推定するものに於ては，此點に注意を要する．

密度 d で眞質量 m のものを天秤の一方の皿に載せ密度が δ なる分銅を他方の皿に載せて秤量し分銅の質量が μ のとき平衡を得たとする．物體の體積は此際 m/d で分銅の體積は μ/δ であるから，空氣の密度を λ（一氣壓 0°C なれば $\lambda=0.001293$）とすれば物體の方の浮力は $\frac{m}{d}\lambda$ で分銅の方の浮力は $\frac{\mu}{\delta}\lambda$ である．故に天秤に感じた重量としては次式が成立して居る

$$m-\frac{m}{d}\cdot\lambda=\mu-\frac{\mu}{\delta}\cdot\lambda,$$

$$m=\mu\frac{1-\frac{\lambda}{\delta}}{1-\frac{\lambda}{d}}$$

此式に於て分銅が眞鍮製なれば，δ は 8.6 に近い．物體の密度 d は物質によつて一定しないが普通は λ に比しては可なり大きい．故に $\frac{\lambda}{\delta}$ も $\frac{\lambda}{d}$ も共に小なる數であるから分母の方を二項定理で展開して λ の次數の高いものを省略すれば

$$m=\mu\left(1+\frac{\lambda}{d}-\frac{\lambda}{\delta}\right) \tag{74}$$

と取つて差支ない．

斯くして質量 m の物體を天秤で測れば，見掛け上その質量が μ と現はれたのであるから μ から m を出すには

$$\mu\lambda\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{\delta}\right)$$

の補正を加へる必要がある．

例へば，密度が $d=2.65$ なる水晶を秤量したとき見掛け上の質量が $\mu=165.682$ 瓦であつたとすれば，眞鍮の分銅では上記の補正は 0.056 瓦で眞質量 $m=165.682+0.056=165.738$ 瓦である．此差は化學用天秤では常に秤り得る程度のものであるから，少し丁寧な實驗に於て例へば金塊の目方を測るとき等には常に之に留意せねばならぬ．

第二篇　力學

第九章　質點の力學

第75節　變位の合成と分解

一つの質點が A なる位置にあつたものが B なる位置に移れば $\overline{AB}$ を此質點の**變位**と名づける．變位とは位置の變化である．

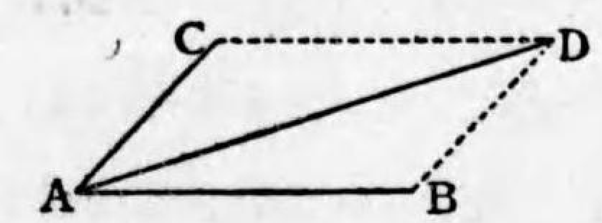
A から B に變位する途中の歴史を尋ねると色々あつて，或は一直線に A から B に行くこともあり，又は曲つた徑路を辿ることもあり，時間も亦長いことも短かいこともあらうが，今は姑らく途中のことは度外視して，唯其出發點 A と到着點 B とのみを考へたのを變位と云ふ．

一つの質點が同時に二つの運動をして，二つの變位を爲すと考へると，都合がよいことがある．

例へば，汽車の乗客が，車の中で室を横切つて歩行して居るときに，此人の運動を次の如く記述するのが，便利なことがある．即ち此人は汽車の進行する方向に，例へば北に向つて汽車で運ばれ，同時に自身は汽車の中で其西側から東側に向つて歩行して居ると，二段に分けて考へる．此時此人は地面に對しては實際北東に向つて動いて居るのである．

即ち一つの變位を二つの變位から成立つて居ると見て之を二つに**分解**して考へ，或は又其逆に二つの變位を一つの變位に組立てゝ**合成**して考へるのが便利である．先づ二つの變位の合成の方法を説明する．

合成の方法　第一の變位は質點を A から B に運び，第二の變位は A から C に運ぶものであれば，此二つを合成した變位は AB, AC を兩邊とした，平行四邊形の第四の頂點 D に質點を A から運ぶものである．AD を與へられた二つの變位 AB, AC の**合變位**と云ふ．AD は AB, AC の中間にある對角線即ち中斜線であるから此方法を**中斜法**と云ひ，平行四邊形 $ABDC$ を**變位の平行四邊形**と云ふ．

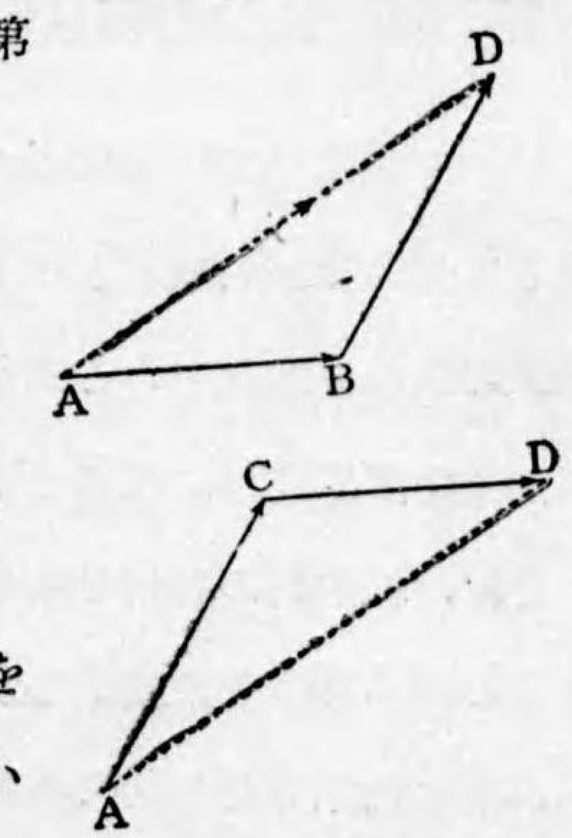


第79圖　變位の平行四邊形

合成の方法第二　此第二方法を説く前に明かにして置くことは，變位は一つの方向量(第 22 節)であつて大きさと方向とを有するものであるから，これは一つの矢を以て表現してよいことである．矢の長さは變位の大きさを表はし，矢の向きは變位の方向を示すものである．但し矢の位置即ち矢を如何なる點から引き始めるかと云ふことは，全く不問に附して良いので，變位の方向が東 30° 南と云へば任意の點から東 30° 南へ向ふ矢を畫き，その長さを正しく適當にとればよい．

扨て變位の合成法の第二は，任意の一點から第一の變位を表はす矢を描き，次にその終點から第二の變位を表はす矢を描く．第一矢の出發點から第二矢の終點へ向ふ矢を描くと，之れが合成變位を表はすのである．

即ち與へられた二變位が前圖の $\overrightarrow{AB}$ 及び $\overrightarrow{AC}$ とすれば，任意の原點 A から第一變位 $\overrightarrow{AB}$ を描き次に B 點から第二變位を表はす $\overrightarrow{BD}$ を描けば $\overrightarrow{AD}$ が合成變位である．



第80圖　變位の合成

三角形 ABD を**變位の三角形**といひ，此方法を**三角形法**といふ．此方法を實施するに當つて面白い事柄は，合成せらるべき二變位の順序を變じて先づ A 點から第二變位 $\overrightarrow{AC}$ を描き，その次に第一變位 $\overrightarrow{CD}$ を附けてもよいことで

ある．斯く順序を逆にしても結果は同じ合成變位 $\overrightarrow{AD}$ を得る．

變位の分解　變位の分解は合成を逆にすればよいのであるから，第 79 圖の AD を與へられた變位とすれば，之を中斜線とする平行四邊形を作ればその兩邊 AB,AC, は二つの**分變位**である．或は第 80 圖の如く與へられた變位を第三邊とする三角形を作れば，その兩邊は分變位を表はす．此際平行四邊形にせよ三角形にせよ書き方が幾つもあつて判然と一つある譯ではないから，分解の方法は無數にあることになつて，此點は合成の場合とは趣を異にする．若し分變位の各の方向が指定されたり，或は又一つの分變位が大きさも方向も指定されてあれば平行四邊形なり三角形なりが判然と定まるから，分解の方法は唯一つになる．最も普通に用ゐられる場合は二つの互に直角な方向を有するものに分解することである．

以上は二つの變位の合成又は一つの變位を二つに分解するときのことであるが三つ以上の變位の合成又は三つ以上に分解するときには上法を繰返して行へばよい．

第76節　加法の觀念の擴張

第 15 節に於て乘除の觀念を，その算術に於ける最初の素樸的なものから擴張して量の物理的乘除と云ふことに發展せしめた．本節に於ては算術に於ける加減の觀念を擴張することを說く．

加減の運算を行ふに當つて加へ又減ずるものは同種類のものの間に行はれることは，根本的の事柄である．故に蜜柑 10 個と梨子 15 個とを加へて 25 個となると云ふ場合では蜜柑とか梨子とか云ふ區別は實は考の中に入らず唯果實と云ふ位の意味でその數のみを考へたのである．共同性の無いものを加へる譯には行かぬ．

代數學に於て正負の符號をつけた數を考へ出した．例へば，金額でもその性

質によつて之に正負を附して貸金を正とし借金を負とする．斯くして貸金が 100 圓あり借金が 150 圓あるとき差引借金が 50 圓だと云はずに $+100$ に -150 を加へると -50 になると考へることにした．即ち正負をつけた數値量の**代數學的和**（或は代數和）と云ふものを考へ出した．而して代數學的の減算は符號を變じて加へることに定められた．

前節に述べた變位の合成の第二法は方向量の**幾何學的和**（幾何和）と稱するもので二つの變位を幾何學的に加へて合成變位を得るのである．之を式で表せば

$$AB+BD=AD. \tag{76/1}$$

と書いてよろしい．此場合には一般に作圖を伴ふのを常とする．

以上の如く加法の觀念を擴張するのは合理的で且つ便利である．變位の幾何學的和として上式を讀めば，A から B に行き更に B から D に行くと結局 A から D に行くのであると云ふのである．然し此所に讀者の甚大なる注意を喚起して錯誤に陷らないことを希望するのは，上式は第 80 圖の二つの三角形の二邊 AB, BD の和が第三邊 AD に等しいと云ふのではなくして，二邊で示した方向量の和が第三邊で表はした方向量に等しいといふ事である．三角形の二邊の和が第三邊に等しいなどと幾何學の定理を否定して居るのではない．實際人が A から B に行き更に D に行くのに旅費と時間とを費すとすれば，それは勿論直接に A から D に行く方が有利である．此所で問題にして居るのは左樣なことでは無くして，唯位置の變化のみである．A から D に行くとき，AD 直線に留意して見ると，第一變位で A から B に行けば AD 直線から云へば右に偏しつゝ D に近づくのである．それから第二變位で B から D に行くときに右に偏したのを是正する樣に左に偏しつゝ D に近づき目的地に到達したのである．即ち先づ右に偏したのを次に左に偏し，それが相殺して有效な前進變位 $\overrightarrow{AD}$ になつたと見るべきである．

加ふべき方向量の數は二つに制限されては居ない．幾つあつても差支なく方向量を代表する矢を次々に續けて描けばよく，最初の矢の出發點から最後の矢の終點に向ふ矢が幾何學的和でそれが合成方向量である．而して此際續けて行く矢の順序には何等の束縛がないことは，算術の加法や代數の加法と同樣であ

つて，例へば

$$a+b+c+d+\cdots=b+a+d+c+\cdots \qquad (76/2)$$

式で示す如くである．

幾何學的和を求めるに當つて最後の矢の終點が恰も最初の矢の出發點と一致するときには，和が零になつたので合成量は消失する．變位の合成量が零なれば變位しないことを示す．

第77節　速度及び力の合成と分解

速度及び力は共に方向量であつて，その合成や分解は變位の場合と全く同樣に行へばよい．

速度の合成に於て，若し合速度が零なるときは，それは普通靜止を意味する．力の合成に於て，合力が零なるときは，數多の力が作用して居ても，其合成效果が零で何等の力が作用して居ないと同一だと云ふのだから，即ち第 28 節の力の釣合の場合に外ならぬ．合力が零になる如き數多の力は釣合つて居る．

力の合成や分解に關する種々の例は初等の物理學書にも數多く擧げてあるから，今は全く之を省略する．

第78節　直線運動に於ける加速度

一直線上の運動に於てその速度が一定でない場合には，速度が單位時間每に變化して行く割合を**加速度**と云ふ．今時刻 t_1 に於ける速度を v_1 とし時刻 t_2 に於て速度が v_2 になつたとすれば，時間 t_2-t_1 の間に速度の變化が v_2-v_1 だけあつたので，單位時間中には

$$\alpha=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}. \qquad (78)$$

だけの割合で速度が變化したのであるから，此速度の變化する割合 α が加速度である．

若し速度が一定不變で $v_2=v_1$ なれば加速度は勿論零である．速度が漸漸增大して $v_2>v_1$ ならば加速度は正であり之に反して速度が漸々減少して $v_2<v_1$ ならば加速度は負である．

上式では速度の變化する割合が一定であるものとしたが，實際の場合には此變化の割合が一定でない場合が中々多い．斯る場合には，或時刻 t に於ける瞬間的の加速度を求めるには，恰も第 22 節に於て瞬間的速度を求めたのと同じ筆法で考へればよい．即ち時刻 t の兩側に上記の t_1 及び t_2 の時刻を選んで其等の時刻に於ける速度 v_1 v_2 の差を測り，而して二つの時刻を漸々兩側から問題の時刻 t に接近させて行き，その極限値を求めればよい．

第79節　加速度の單位

加速度の單位は，時の單位と長さの單位とから誘導して定められることは，速度の場合と同樣だが，然し茲に一寸說明を要するのは，その時や長さの單位の入込み方である．今或瞬間に $v_1=15$(糎/秒)の速度を有して居たものが，3 秒時の後に $v_2=45$ (糎/秒) の速度を有して居るとすれば，此物體は 3 秒間に $45-15=30$(糎/秒) だけ速度が增加したので 1 秒間には $30\div3=10$糎/秒づつの割合で速度が增加した．故に此場合の加速度は

$$\alpha=\frac{30(\text{糎/秒})}{3\ \text{秒}}=10(\text{糎/秒}^2)$$

と長さを時で二回繰返して除したことを明かにすべきである．最初の除算で長さから速度を得第二の除算で加速度となつたのである．

此事は上の速度をそれぞれ $v_1=900$ (糎/分) $v_2=2700$ (糎/分) と云うてもよいから，加速度は $2700-900=1800$(糎/分) を 3 (秒) で割つて

$$\alpha=\frac{(1800\text{糎/分})}{3\ \text{秒}}=600(\text{糎/分・秒})$$

と記しても差支ないことを顧ると明白になる．但し速度には時の單位に分を使用し速度の變化を見るには時の單位に秒を用ゐる如くするのは變則なこと

であつて，之は採用すべきことでは無い．兩方とも秒とか分とか同一の單位を用ゐるべきである．即ち上記の加速度は 10 (糎/秒^2) でもよく或は又

3 (秒)$=\frac{1}{20}$ (分)であるから

$$\alpha=\frac{1800(\text{糎/分})}{\frac{1}{20}(\text{分})}=36000(\text{糎/分}^2)$$

としてもよろしい．更に長さの單位を變じて糎から米に移せば

$$\alpha=360(\text{米/分}^2)$$

としてもよい．之を要するに，加速度の大きさを表はす數値は長さの單位を糎から米に 100 倍すれば 100 分の 1 に小さくなり，時の單位を秒から分に60倍すれば，$60^2=3600$ 倍だけ大きくなるものである．

上記の如く長さを時間で二回繰返し割つて加速度を得るのであるから，逆に加速度に時間を掛ければ速度となり，更に速度に尚ほ一回時間を掛ければ長さとなる．物理學で名數の乘除を行ふといふ第 15 節の考へ方は，事象の關係を明かにする利益があるのである．

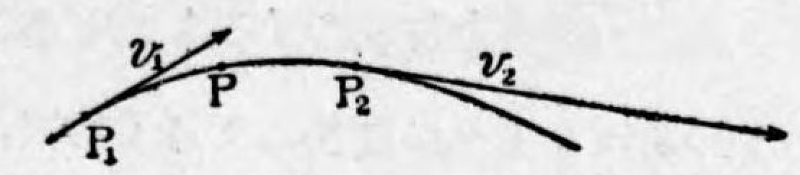
第80節　曲線運動に於ける加速度

前節に於ては一直線上に於ける運動に就ての速度と，その變化による加速度とを，考へたのであるが，速度も加速度も共に方向量で，その方向は經路の直線と一致する．但し加速度が正なれば，之を方向量として示す矢の矢先は，進行の方向を指し，加速度が負なれば矢先は逆に向ふ．

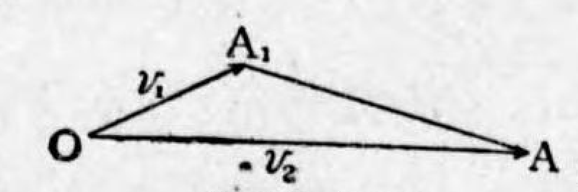
若し質點が曲線上を進行するときには，假令その速さが一定不變でも，方向の變化があるから，方向量としての速度は變化するので，加速度がある．而して，その速度の變化の起る方向が，即ち加速度の方向であるから，曲線運動に於て初めてよく十分に加速度が一つの方向量なることを覺り得るのである．

今第 81 圖に於て質點が時刻 t に於て曲線上の一點 P にあるときの加速度

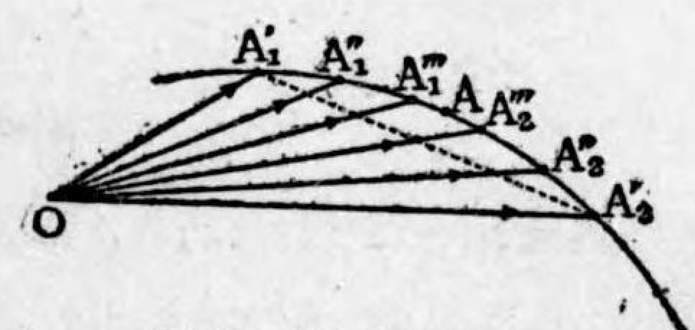
を知らうとする．P 點の兩側に P に近く P_1 P_2 の二點をとり，t より少しく前の時刻 t_1 に於て速度 v_1 を以て質點は P_1 に於ける接線の方向に進み，又 t より少しく後の時刻 t_2 に於ては速度 v_2 を以て P_2 に於ける接線の方向に進みつつありとする．然らば第 82 圖に於て一點 O から v_1 v_2 を表はす二つの矢 $\overrightarrow{OA_1}$ $\overrightarrow{OA_2}$ を描けば A_1 から A_2 に向ふ矢は v_1 に之を幾何學的に加へると v_2 になるのであるから方向量 v_2 と v_1 との差に等しい．即ち t_2-t_1 の時間中に起つた速度の變化であるから，此矢 A_1A_2 の長さを t_2-t_1 で除すれば平均の加速度となり此矢の方向は加速度の方向を大體示して居る．故に，P 點に於ける眞の瞬間的の加速度を知らんと欲せば，A_1 及び A_2 を兩側から限りなく P に近づけた極限を考へればよい．此の如くすれば第 82 圖の三角形の O 角は段々小さくなつて $A_1'OA_2'$，$A_1''OA_2''$，$A_1'''OA_2'''$ となり，v_1 v_2 は兩側から P 點の速度 v に近づき三角形の第三邊たる A_1A_2 の方向は或極限方向を指し，それが加速度の方向である．而して A_1 A_2 の方向とは，A 點の描く軌跡の接線である (第 84 圖)．A_1A_2 の長さは漸々小さくなるが，それを之に相當する t_2-t_1 の小さな時間で除した極限値が加速度の大きさである．



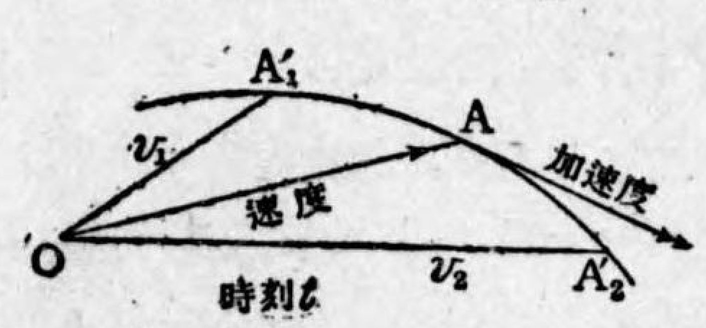
第81圖　曲線運動に於ける速度の變化



第82圖　加速度



第83圖　速度の變化を示す圖



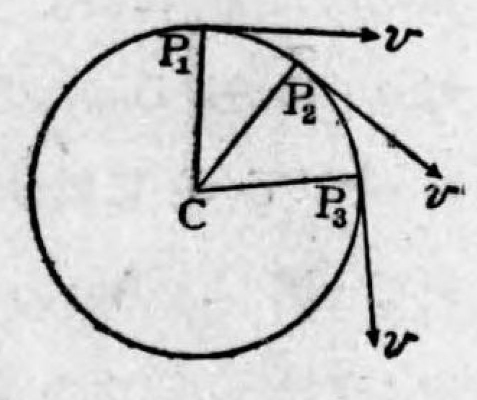
第84圖　速度と加速度とは一般には方向を異にする

一般に曲線運動に於ては速度の方向と加速度の方向とは一致しないものである．(第 84 圖)

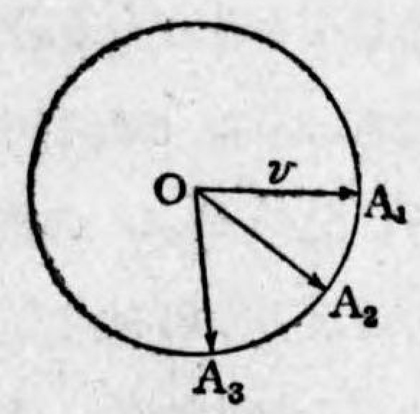
第81節　等速圓運動に於ける加速度

曲線運動中の最も簡單なのは蓋し等速圓運動であらう．これは一定不變の速

さを以て一圓周上を進行するものである．此運動に於ては速さは一定だが，その方向が時々刻々に變化して行くので，方向量としての速度は變化し，加速度が存在する．



第85圖　等速圓運動



第86圖　等速圓運動に於ける速度の變化
（大きさを變ぜず方向を變ず）

今第 85 圖に於て中心 C 半徑 r なる圓周上を一定の速さ v (糎/秒)で循行する質點があるとする．前節に說明した A 點の軌跡といふのは，第 86 圖の如く一點 O から P_1, P_2 に於ける圓の接線に平行に速度を示す矢 $\overrightarrow{OA_1}$, $\overrightarrow{OA_2}$ を描いて作るのである．然るときは矢 $\overrightarrow{A_1A_2}$ は P_1 から P_2 に移る間（此時間を $t_2-t_1=t$ とする）に變化した速度の大きさである．說明を要する迄も無く $CP_1=CP_2=r$ であり $OA_1=OA_2=v$ であるから三角形 CP_1P_2 は三角形 OA_1A_2 と共に二等邊三角形で，その頂角 C 及び頂角 O は相等しい．故に

$$A_1A_2 : P_1P_2 = v : r.$$

$$A_1A_2 = P_1P_2 \times \frac{v}{r}.$$

今 P_1P_2 を漸々近づけて行き，時間 t も漸々小さくして行くと，極限に於ては P_1P_2 の方向は圓の接線となり A_1A_2 の方向は之に直角であるから圓の半徑 r と平行し矢先は圓の中心 C に向ふ．而して P_1P_2 は時間 t の間に進行した距離であるから，加速度の大きさは $A_1A_2 \div t$ の價即ち

$$\alpha = \frac{A_1A_2}{t} = \frac{P_1P_2}{t} \times \frac{v}{r} = \frac{vt}{t} \cdot \frac{v}{r} = \frac{v^2}{r}, \qquad (81)$$

となり．極限値は一定量 v^2/r (糎/秒^2) となる．即ち等速圓運動に於ては

（1） 加速度の方向は經路たる圓の中心 C に向ひ，速度と加速度とは方向互に直角なり

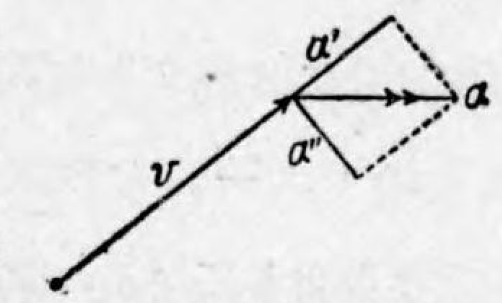
（2） その大きさは v^2/r である．

之を以て速度 v が大で半徑 r が小なれば加速度は大である．(81)は極めて重要な式である．

第82節　加速度の分解

加速度は方向量であるから，第 77 節の方法に從つて合成及び分解することが出來る．

今第 80 節に得た一般の曲線運動に於て加速度 α の方向が速度 v の方向（經路の接線）と一致して居ないことを取上げて更に考察を進めよう．



第87圖　速加度の分解

今加速度 α を分解して二つと成す．その第一 α' は v の方向と一致して經路の接線を指し第二 α'' は之と直角に經路の法線を指すものとする．然るときは第 78 節によれば α' は進行の速さを變化する役目を爲すものであり又第 80 節によれば α'' は進行の方向を變化する役目を爲すものであることが明かである．α' を**接線分加速度**，α'' を**法線分加速度**と云ふ．(81)式によれば速度の二乘を法線分加速度で除すれば經路の彎曲度を示す**曲率半徑** r を得る．

第83節　運動の第二法則

第 25 節に於て力の作用して居るときは，速度の變化があるもので，力が原因，速度の變化がその結果であることを述べ，次に第 78 節に於て速度の變化は加速度で表はすことを述べた．故に

力が作用すれば加速度を生ず

と云うて差支ない．扨て次に起る問題は力の大きさと加速度の大きさとの數量的關係と，力の方向と加速度の方向との關係如何と云ふことである．

此問題に答へるものがニュートンの運動の第二法則である．此法則は次の二ケ條を含むで居る．

（1） 一定の物體に於ては加速度の方向は力の方向と一致し，その大きさは力の大きさに正比例す．

（2）一定の力が種々の物體に作用するときは加速度は質量に反比例する.

即ち(1)に云ふことは，東に向ふ力が作用すれば，東に向ふ加速度が生じ，西に向ふ力が作用すれば，西に向ふ加速度を生ずるもので，此力の作用し始めた時に，既にその物體が運動して居ても，又靜止して居ても其樣なことには全く無關係に，東に向ふ力は東に向ふ所の適當な加速度を生ずる．又一の力甲が作用する時に，既に他の力乙が作用して居ても，その存在には全く無關係に，甲力は之に適應する加速度甲′を生じ，乙力は又之に適應する加速度乙′を生ずるもので，一定な原因(力)は一定な結果(加速度)を生ずると云ふ重要なる獨立性を有して居る．故に實際甲乙二つの力が作用して居るとき，甲乙二力の合力が甲′乙′の二つの合成加速度を生ずることになるのである．

力と加速度との數量的關係は(1)(2)を結合して見ると，力を f とし質量を m とし，生ずる加速度を α とすれば

$$f = km\alpha \tag{83/1}$$

式が成立する．k は比例定數である．

即ち(1)の一定の物體では m が一定だから

$$f = (km)\cdot\alpha \tag{83/2}$$

で f と α とは正比例し(2)の一定の力 f では

$$m\alpha = \left(\frac{f}{k}\right) \tag{83/3}$$

α と m とは反比例するのである．

本節の運動の第二法則は，ニュートンの得た力學に關する三つの法則中の，最も重要なるもので，力學の骨子を爲すものと賞讃してよく，實に法則中の法則ともいふべきものである．讀者は特に後文の解說に留意して，その內容を玩味せられ度い．

第84節　力の絶對單位

第 83 節に得た運動の第二法則を示す式(83/1)

$$f = km\alpha$$

は吾々に力の大きさを云ひ表はすに都合のよい單位を與へる．即ち $m=1$ なる物體に $\alpha=1$ (即ち每秒每秒 1 糎) なる加速度を生ずる如き力を $f=1$ なりと規定すれば，比例定數 $k=1$ となつて，第二法則は單に

$$f = m\alpha \tag{84}$$

として表はされる．力の此測り方は，或都合のよい質量と時間と長さとを單位と定めて，單位加速度を制定しさへすれば力の單位が決定されるといふので全く理論的のものである．第 12 節に採用した**力の重力單位**と云ふものは地球の引力に基づかしめたものであつて，唯今云ふものとは全然趣を異にする．故に本節に於て定めた力の單位を**力の絶對單位**といふ．

C. G. S. 系統の力の絶對單位を **1 ダイン Dyne** と名づける．之は一瓦の質量に作用して 1 (糎/秒^2) の加速度を生ずる力である．

第85節　質量

第 10 節に於て物體の質量といふものは天秤で計測し得られる物體に關する一つの量であつて，それは地球の物體に作用する重力の大小によつて判斷するものであることを說いた．

然るに前節に於て運動の第二法則に現はれた質量は重力の問題とは全然交涉がない事であつて，第二法則は之によつて質量に別個の定義を下したものと見るべきである．即ち

（1）異なつた物體に同一の力が作用したときに同一の加速度を得れば此等の物體は質量が相等しく其材質が木たり金たるには關係しない．

（2）同一の力を順次に甲乙二物體に作用して見た時に甲の得た加速度が乙の得た加速度の n 倍ならば甲の質量は乙の質量の n 分の一である．

故に物體中のどれか一つを基準として取れば，(例へば 1 瓦の質量を)總ての物體の質量が之と比較して決定せられる．

斯くして定めた質量と第 10 節に說く重力によつて定めた質量との間に互に矛盾する結果を與へることは無いかと云ふとその心配はない．第 89 節以下に說く如く物體に重力が作用して生ずる落下運動に於ける加速度 α は總ての物體に通じて同一の値を有し，$\alpha=980$ (糎/秒^2) に近く通常 g 字で之を表はして居る．故に物體の質量を m_1 m_2…… とすれば之に作用する重力卽ち物體の重量は w_1 w_2…… 等であつて各物體にそれぞれ異なつた f を作用したことになり

$$\left.\begin{array}{l} f_1=w_1=m_1 g, \\ f_2=w_2=m_2 g, \\ \quad \cdots\cdots \end{array}\right\}$$

の如くになるので，重量 w によつて質量 m を計測することを得て何等の矛盾を生じないのである．

第86節 運動量 力積

前節の (84) 式と (78) 式とを結合すれば

$$f=m\alpha=m\frac{v_2-v_1}{t},\quad t=t_2-t_1,$$

$$ft=mv_2-mv_1 \qquad (86/1)$$

物體の質量 m とその速度との相乘積を物體の**運動量**と云ひ，又力 f とそれが作用した時間 t との相乘積を**力積**と云ふ．此等の語を使用すれば，上式(86/1)は物體に力積 ft が作用すると，此原因によつて物體の運動量は mv_1 から mv_2 になると云ふ結果を生ずると云ふことを述べて居る．f が大きく其作用の繼續する時間 t が長ければ大なる運動量の變化を生ずるのである．

(86/1)式の內容は，運動の第二法則と全く同じで，唯叙說の形式を異にしたのみである．種々の現象が此式によつて說明されるが，(第 156 節) 次にその二三の例を揭げる．

(1) 物體が最初に靜止して居て $v_1=0$ であつた．ft が作用したので速度が $v_2=v$ となつたとする．然れば (86/1) 式は

$$ft=mv \qquad (86/2)$$

となる．之によると ft が一定なれば物體の得た速度 v は質量 m に逆比例し，小なる物體は大速度を得，大なる物體は小なる速度しか得られない．又物體に一定の運動量 mv を獲得せしめんと欲するとき f 小なれば t の長きを要し f 大なれば t は短時間でよい．

(2) v なる速度で動いて居る質量 m の物體がある．$v_1=v$ としてその運動量は mv である，之に力を作用して物體を靜止せしめ $v_2=0$ にしたとする．然れば (86/1) 式は

$$ft=-mv \qquad (86/3)$$

となる．卽ち負の符號があるから v の方向と反對に f の力を時間 t だけ作用せしめる必要がある．物體の運動量が大であつたならば ft が大なるを要する．

(3) 第 24 節に說いた運動の第三法則によると，二つの物體が互に相牽引し或は互に相押合ふとき力の大きさは相等しく方向は反對である．勿論力の作用は同時に始まり同時に終るのだから，力の作用して居る時間 t は相等しい．物體の質量を m_1 m_2 とし共に最初は靜止して居たが，同一の力 f が同一時間作用して速度がそれぞれ v_1 v_2 となつたとすれば，(86/2) 式を應用するに當つては物體 m_1 には $+f$ の力が作用して $+v_1$ が生じ，物體 m_2 には $-f$ が作用して $-v_2$ が生じたと考ふべきだから

$$m_1 \qquad ft=m_1v_1,$$

$$m_2 \qquad (-f)t=m_2(-v_2)$$

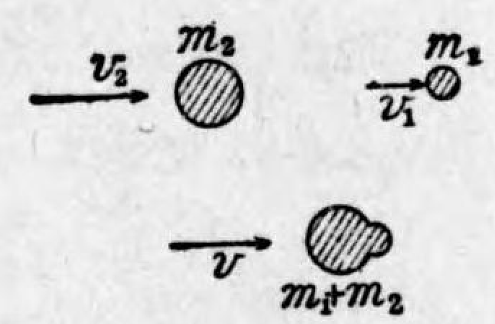
$$ft=m_1v_1=m_2v_2 \qquad (86/4)$$

である．故に質量小なる方は大なる速度を得る．例へば，砲身內に裝塡し

た火藥に點火したために發射される砲彈 m_1 が飛出す速度 v_1 は，砲身の質量 m_2 の後退する速度 v_2 よりは著しく大きい．これは質量の懸隔の大なるによる．地球と地球上の物體との引力の場合も同様である．

（4） 物體 m_1 が v_1 の速度で右方に進んで居る．物體 m_2 が速度 v_2 で同じく右方に進んで，後から m_1 に追突し $(v_2>v_1)$ 二物體が合體して，一となつて右方に進行する．此速度 v は幾何．これは二つの物體が，粘土か何かで出來て居たので，一塊となつたのである．然るときは m_1 には $+f$ が作用して

$$ft=m_1v-m_1v_1$$



第88圖 二質點の衝突

m_2 には $-f$ が作用して

$$(-f)t=m_2v-m_2v_2$$

故に $$ft=m_1v-m_1v_1=m_2v_2-m_2v$$

$$(m_1+m_2)v=m_1v_1+m_2v_2$$

$$v=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2} \qquad (86/5)$$

普通の場合には，衝突する兩體の間の一種の彈性によつて，各自別々の速度を得て相離れる．衝突前には，m_1 が後方から m_2 に突かれるのだから $v_1<v_2$ で，衝突の結果は，$v_1'>v_1$ で以前よりは速に動く，m_2 の方は衝突の爲に運動を妨げるやうに突戻されるのだから，$v_2'<0$ と後方へ逆行することもあり又以前よりは小なる速度で $v_2>v_2'>0$ 前進することもある．今 $v_2'>0$ だとすれば

$$m_1 \qquad ft=m_1v_1'-m_1v_1$$

$$m_2 \qquad -ft=m_2v_2'-m_2v_2$$

故に此兩式を邊々相加へて

$$m_1v_1'-m_1v_1+m_2v_2'-m_2v_2=0.$$

即ち

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1'+m_2v_2'. \qquad (86/6)$$

となる．即ち衝突前後に於ける，兩物體の運動量の和は一定不變である．之を衝突に於ける**運動量保存の原則**といふ．

衝突後の個々の速度 v_1' 及び v_2' を決定するには，別の關係が入用である．即ち兩體間の彈性の問題である．衝突前に兩體が相近づく相對速度は v_2-v_1 であり，衝突後に相遠ざかる相對速度は $v_1'-v_2'$ である．此二つが相等しいのは彈性が完全のときであるが，普通は後者が小であつて

$$v_1'-v_2'=e(v_2-v_1) \qquad e<1 \qquad (86/7)$$

e を衝突に於ける彈性係數といふ．(86/6)(86/7) 兩式から計算すれば v_1' v_2' が定められる．

特殊な例として $m_1=m_2=m$ で全く相等しい球を衝突させる．尚ほ $e=1$ で球が象牙の如き完全彈性體だとすると

$$v_1'=v_2,$$

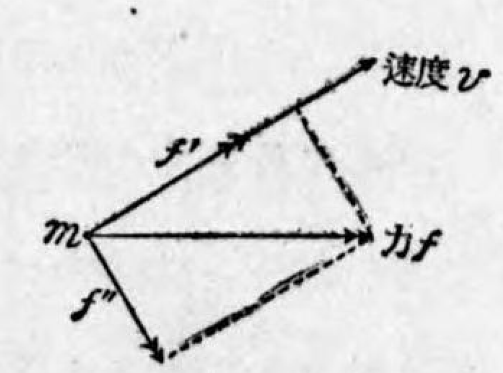
$$v_2'=v_1.$$

で單に速度の交換が行はれる．

第87節 運動の方向と一致せざる力

以上では力 f の作用する方向が，速度の方向と一致して，速度と同じ方向に働けば $\alpha=\dfrac{f}{m}$ の正の加速度を得，速度に正反對なれば $\alpha=-\dfrac{f}{m}$ なる負の加速度を得る場合を考へたのである．

若し力 f の作用する方向が，速度 v の方向と一致せずして，第 89 圖の如く角度をなす時には f を二つの分力 f' 及び f'' に分解する．f' は速度 v の方向と一致し f'' は之に直角をなす．斯くすれば f' は速さを $\alpha'=\dfrac{f'}{m}$ の割合で加速し f'' は動體の進行方向を變じて第 81, 82 節により



第89圖 運動の方向と一致せざる力

$$f'' = m\alpha'' = m\frac{v^2}{r}.$$

式による曲率半徑 r なる曲線上の運動を爲さしめんとする．即ち f' は接線分力，f'' は法線分力として別々の效果を生ずるのである．

第88節　等速圓運動に於ける力

質量 m なる質點をして半徑 r の圓周上を一定の速さ v で運動せしめんとするには，上文の所說で明白な通り

（1）速さが一定だから $\alpha'=0$ 故に $f'=0$

（2）經路を彎曲せしめる爲に $\alpha''=\frac{v^2}{r}=\frac{f''}{m}$ なる f'' の力を必要とする．即ち常に經路に直角なる，換言すれば圓の中心に向ふ $f''=m\frac{v^2}{r}$ なる力を不斷に作用せしめることを必要とする．此力を**向心力**と云ふ．

例へば，一つの石をして半徑 r の圓形軌道上に動かしめるには，之に長さ r の糸を附し糸端を手に保持して之を振廻はす．斯くして常に中心の方に引く力を石に作用せしめて，石が圓周以外に飛び去るのを妨げねばならぬ．v が大なれば此力は大なるを要する．

圓運動の場合に世人は往々**遠心力**と云ふものが石に作用すると說くが，これは全然誤つて居る．石に作用するのは向心力のみである．石には此力を作用せしめるには上記の如く糸を媒として手で之を引くのだから，運動の第三法則による反作用が手に働く．之は石が手を引く力で，圓の中心から半徑に沿うて外方に向ふ．故に此反作用を遠心力と呼ぶのは穩當である．即ち

石に作用するのは向心力のみ

手に作用するのは遠心力である

ことを判然と認識すべきである．故に石には向心力と遠心力との二力が作用して，釣合つて居ると說くのは全然謬見であることは，第 28 節を再讀すれば明となるであらう．

第89節　重力による加速度

地球上に於て，重力に作用せられて物體が自由に落下する時には，その加速度は質量の大小に關せず，凡ての物體が皆同一であることが實驗上確かめられた．古代の學者は，質量の大なるもの程早く落下するものと信じた．實際に，彈丸と羽毛とを同時に高所から落して見ると，輕い羽毛は重い彈丸よりは遙に遲く落ちる．然しこれは，重力の外に作用して居る力があつて，それが眞相を蔽ふたのである．外の力とは普通には空氣の抵抗である．此抵抗力は物體の表面積の大小に關し面積の大なるもの程抵抗も大きい．故に同一の質量を有する二枚の紙を取り，一枚は廣げたまゝ一枚は丸めて球形にして表面積を異にして落して見れば，廣げたまゝの方が著しく遲く落ちる．霧は水の小滴であるが（第 141 節參照），此等の小滴では重力と空氣の抵抗とが釣合つて等速運動をなして落下することがある．

眞空の中で落下の實驗を行つて見ると彈丸でも羽毛でも全く一緒に落下する．

扨て地球の重力のみが作用するときの落下運動に於ては諸物體は皆同一の加速度を以て落下する．此加速度 g は實測によれば土地によつて多少の差はある

地名	經度	緯度	g
メルボルン	144°59′ E	37°50′ S	979.987
ケープタウン	18 29 E	33 56 S	979.659
東京	139 46 E	35 43 N	979.801
ワシントン	77 0 W	38 53 N	980.112
グリニチ	0 0	51 29 N	981.188
オスロ	10 44 E	59 55 N	981.927

本邦各地の重力實測値

地名	緯度	高さ（米）	g	地名	緯度	高さ（米）	g
根室	43°21′	23	980.692	東京	35°43′	18	979.801
札幌	43 5	11	980.486	長野	36 40	392	979.779
函館	41 47	13	980.407	名古屋	35 10	14	979.756
青森	40 49	1	980.325	京都	35 2	55	979.723
盛岡	39 42	126	980.204	廣島	34 23	2	979.677
仙臺	38 15	33	980.109	松山	33 50	19	979.607
新潟	37 55	8	979.995	熊本	32 48	18	979.564
宇都宮	36 33	138	979.935	鹿兒島	31 36	7	979.493

が大體 980 (糎/秒²) に近い．表に實測値を示してある．世界各地に於ける實測値からヘルメルト Helmert の計算した式によると，緯度が φ 海面上の高さが H 米の所では

$$g = 980.616 - 2.5928\cos 2\varphi + 0.0069\cos^2 2\varphi - 0.0003086.H \qquad (89)$$

である．

物理學では諸計算に g の價として

$$g_n = 980.665\ (\text{糎/秒}^2)$$

を採ることに國際的に協定した．之を標準の價として特に g_n で表はす．例へば，力の重力單位の 1 瓦の重さと絕對單位のダインとの關係は(第 84 節)

1 (瓦重)=980.665 ダイン

とするのである．

第90節 重力による運動 其一

重力の爲に起る一定加速度 g を有する運動を調べる．玆に記す所は實は唯此場合のことに限定されて居るのでは無くして，質量 m の質點に一定の力 f が作用して一定の加速度

$$\alpha = \frac{f}{m}$$

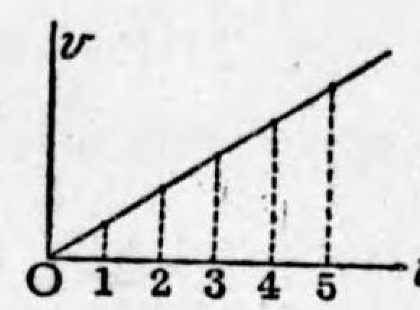
を生じた時の運動の場合にも適用し得られるのであつて，その場合には唯後の式中に現はれる g の代りに α を置けばよいのである．

本節に於ては，先づ最も簡單な場合を取つて，最初何かに支へられて靜止して居た物體が，急に $t=0$ の時刻に支へを取去つたので落下し始めたとする．

落下の速度 $t=0$ に於ては速度は零であるが，時を經るに從つて漸々落下速度が增大する．任意の時刻 t に於ける速度 v を求めるには，第 78 節の加速度の式 (78) 中の $v_1=0,\ v_2=v,\ t_2-t_1=t,\ \alpha=g$ とすればよいので

$$v = gt. \qquad (90/1)$$

となる．即ち速度は時間に正比例して增大するので $g=981$ とすれば落下を始めてから $\frac{1}{100}$ (秒)には $v=9.8$ (1糎/秒) $\frac{2}{100}$ (秒)には $v=19.62$ (糎/秒)の速度となり，2 秒の後には1962(糎/秒)即ち每秒約二十米の大速度に達するのである．v 對 t のグラフは第 90 圖の如く一直線になる．



第90圖 落下運動に於ける時間と速度

落下の距離 次に落下を始めてから t 秒間に，幾何の距離を落ちたかを計算する．物體の動いた距離を求めるのに，若し速度が一定であれば速度と時間との相乘積を作ればよいのであるが，今は速度が零から絕えず增大して行き，一刻も一定して居ないから計算が容易でないが，然し全體の時間を多くの短い時間の區分に分け，各區分に經過した距離を累計すればよいに相違ない．故に全體の時間 t を n 等分して其一區分の時間を θ としよう．即ち

$$t = n\theta$$

である．然るときは第一區分の初めの時刻の速度は零，終りの速度は $g\theta$，第二區分の初めの速度は $g\theta$ で終りには $2g\theta$，第三區分の初めの速度は $2g\theta$，終りには $3g\theta$ 以下同樣に變化して行く．今假りに各區分の θ と云ふ長さの時間中を各區分の始めの速度で動いたとすれば，速度×時間=距離だから，各區分の距離は $0\times\theta$ $g\theta\times\theta$ $2g\theta\times\theta\cdots\cdots$ となり，其累計は

$$\begin{aligned} s_1 &= 0\times\theta + g\theta\cdot\theta + 2g\theta\cdot\theta + \cdots\cdots + (n-1)g\theta\cdot\theta \\ &= g\theta^2\{0+1+2+\cdots\cdots+(n-1)\} = \frac{(n-1)\cdot n}{2}g\theta^2 \\ &= \frac{(n-1)n}{2}g\left(\frac{t}{n}\right)^2 \\ &= \frac{1}{2}gt^2\left(1-\frac{1}{n}\right) \qquad (90/2) \end{aligned}$$

となるが，之は各區分とも皆速度が小に失するから，眞の落下距離は之より大である．次に若し各區分の終りの速度で動いたとして累計すれば

$$s_2 = g\theta\times\theta + 2g\theta\times\theta\cdots\cdots \qquad + ng\theta\times\theta$$

$$=\theta g^2\{1+2+3\ldots\ldots+n\}=\frac{n(n+1)}{2}g\theta^2$$
$$=\frac{1}{2}gt^2\left(1+\frac{1}{n}\right) \qquad (90/3)$$

となり，これは眞の落下距離よりは大である．

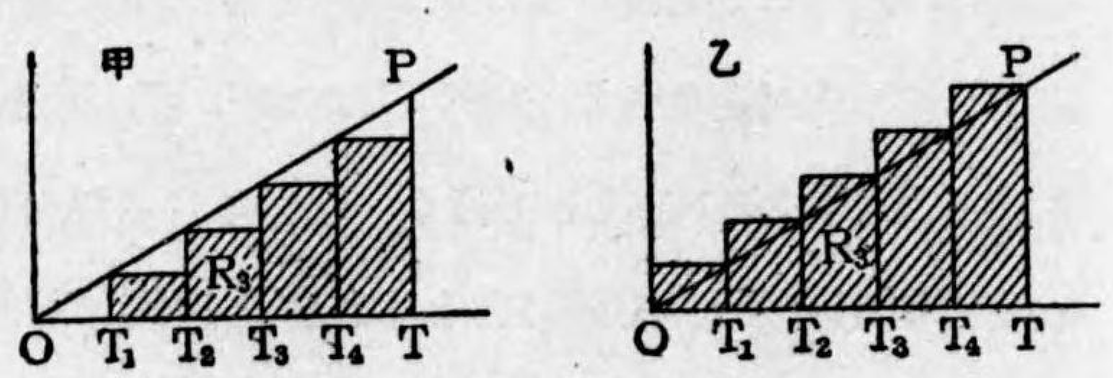
眞の落下距離 s は s_1 と s_2 との中間にあるが，此 n の數を多くして時間 θ を短くすればする程，s_1 も s_2 も共に眞の落下距離 s に近づくことは明白である．卽ち n を無限大にした極限値を求めて見ると，$\frac{1}{n}$ が零になるから s_1 s_2 共に

$$s=\frac{1}{2}gt^2. \qquad (90/4)$$

となり此を s の眞の價として與へる．

以上の計算法は重要な考へ方であるから煩を厭はず同じことを第 90 圖の v 對 t のグラフに就いて圖解して見る．

第 91 圖に於て，$OT=t$ とし，$PT=v$ が時刻 t に於ける速度である．OT を圖に於ては假りに $n=5$ と五等分して，$OT_1=T_1T_2=\ldots\ldots=\theta$ とした．第三區分の初めの速度は P_2T_2 で，終りの速度は P_3T_3 である．此區分間に動いた距離は若し初めの速度 P_2T_2 であつたとすれば第 91 圖の陰影を附した直方形 R_3 の面積であるし，此區分の終りの速度 P_3T_3 であつたとすれば，乙圖の直方形 R_3' の面積で表はされる．故に上記の s_1 は甲圖の陰影を附した總面積，s_2 は乙圖の陰影を附した總面積である．而して n の數を多くして行けば兩圖の階段の幅は狹くなり，段の數は多くなつて，兩者共に陰影部は單に三角形 OPT の面積になる．此三角形 OPT の面積が卽ち眞の落下距離 s である．而して



第91圖 落下運動に於ける時間と距離

$$s=\frac{1}{2}OT\times PT=\frac{1}{2}t\times v, \qquad (90/5)$$
$$=\frac{1}{2}t\times gt=\frac{1}{2}gt^2$$

である．卽ちグラフによつて (90/4) 式が説明せられたのである．

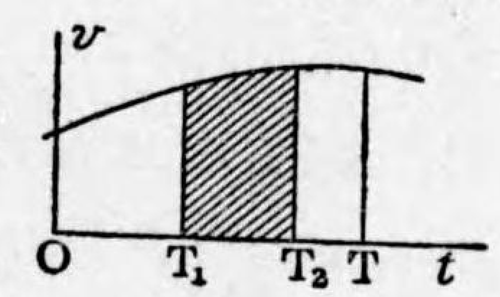
要するに，初速零で落下を始めてから t 時の間に落ちた距離は t の二乘に正比例する．

(90/5) 式によれば一定加速度で動いた場合には初速零と終速 v の平均なる $\frac{1}{2}v$ で t 秒間動いたものと見て

$$s=t\times\left(\frac{1}{2}v\right).$$

としたものとなつて居る．

第 91 圖に示した計算方法からして，速度對時間のグラフが一直線を爲さないで第 92 圖の如き曲線を成し，速度の時間的變化（卽ち加速度）が一定で無い場合（第 92 圖）に於ても時刻 T_1 から T_2 までの間に動いた距離は陰影を附した部分の面積で表はされることを推知し得られる．



第92圖 t 對 v 圖の面積は距離 s を表はす

距離と速度 上に得た二つの式(90/1)及び(90/4)から t を消去すれば，v と s との間に存在する關係式を得る．卽ち

$$v^2=2gs. \qquad (90/6)$$

である．

(90/6)式によつて靜止して居た質點が落下した距離 s がわかればその速さ v が得られ，更に(90/1)式によつて落下し始めてからの時間を求めることが出來る．

落下體に關する法則は1589—91年にガリレイ Galilei によつて發見せられた．此人はイタリー人で（1564—1642）ある．物理學の實驗的研究の始祖と云はれて居る．

第91節 重力による運動 其二

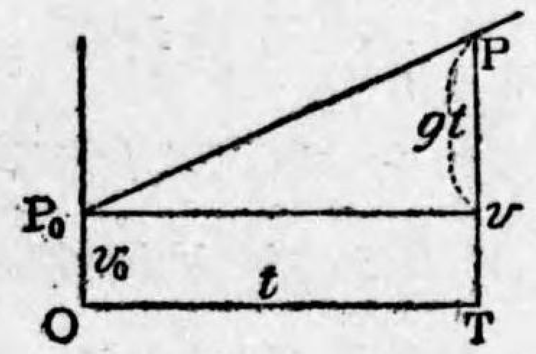
前節に於ては初速零で落下した場合を論じたが本節に於ては初速 v_0 を以て眞下に向つて物體を突き落した時の運動を論ずる．落下運動だから下方に向ふ速度を正とする．

(88)式に於て $t_2-t_1=t$, $v_1=v_0$, $v_2=v$, $\alpha=g$ とすれば直に時刻 t に於ける速度を得る.

$$v=v_0+gt. \tag{91/1}$$

此式に表はされて居る結果を，速度の合成の一例と解釋すると面白い．即ち最初から有して居た速度 v_0 と重力の爲めに新たに得た速度 gt とが共に下方に向ふから之を加へた v_0+gt を得たと考へるのである.

距離と時間との關係は，前節に說明した速度對時間のグラフから幾何學的に面積から計算するのが便利である．此際には v 對 t のグラフが第 93 圖の P_0P なる直線で表はされる．但し P_0P 線の傾斜は第 90 圖の OP 線の傾斜と同じである．求むる面積は OP_0PT なる梯形のであるから



第93圖 初速v_0の場合の速度

$$\begin{aligned} s&=\frac{1}{2}OT(OP_0+TP),\\ &=\frac{1}{2}t(v_0+v)=\frac{1}{2}t(v_0+v_0+gt),\\ &=v_0t+\frac{1}{2}gt^2. \end{aligned} \tag{91/2}$$

となる．此結果は之を變位の合成の一例と見てよい．即ちその有する初速 v_0 のために，時間 t の間に下方に向て v_0t だけ變位し，重力の爲めに同時間の間に $\frac{1}{2}gt^2$ だけ下方に變位した，故に此二つを合成して上記の s を得たのである.

距離と速度との間の關係式は (91/1) (91/2) 兩式の間に t を消去して

$$2gs=v^2-v^2_0 \tag{91/3}$$

となる.

上昇運動 初速 v_0 を以て眞上に抛げ上げた時の運動を考へる．此時には上昇速度が段々減少して終に其達し得る最高點に於て速度は零となり，それより落下運動に移る．此全體の運動の狀況は數式によつて見事に示される.

此度は上方に向ふ速度を正とするのが便利である．然れば初速は $+v_0$ であ

り，加速度 g は下方に向ふから負であり

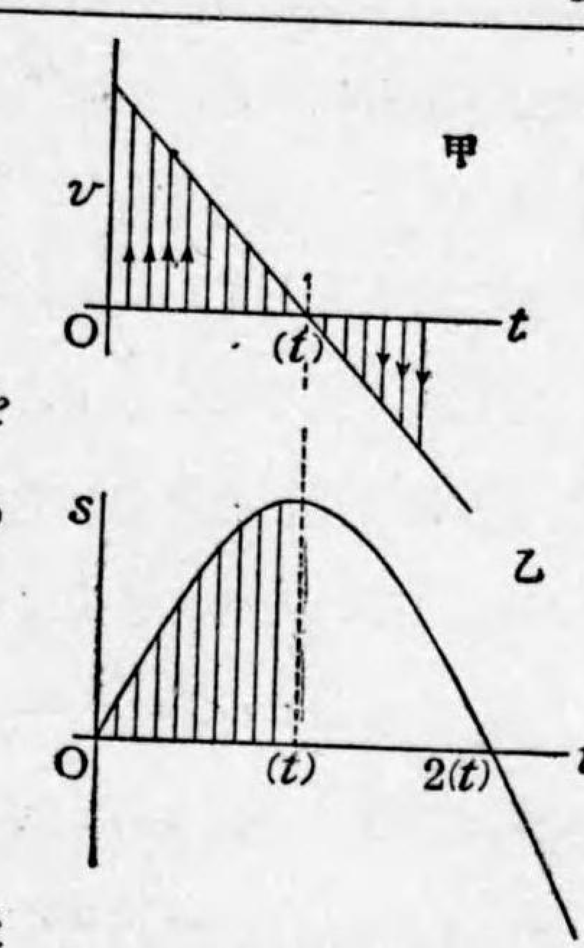
$$v=+v_0-gt, \tag{91/4}$$

$$s=+v_0t-\frac{1}{2}gt^2 \tag{91/5}$$

となる．而して s も出發點から上方にあるものを正とするのである．(91/4)式によれば t の小なる間は v が正で上昇運動を爲すが遂には零となる．即ち時刻 (t) に於て

$$0=-v_0+g(t) \text{ 即ち } (t)=\frac{v_0}{g}.$$

そのとき v は零となつて一旦靜止し，それより後 $t>\frac{v_0}{g}$ となれば v は負となつて落下する．又(91/5)式によると (t) に於ては s の價は



第94圖 上昇運動に於ける速度(甲)と距離(乙)

$$(s)=+v_0\left(\frac{v_0}{g}\right)-\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0}{g}\right)^2=+\frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g}.$$

となつてこれが s の最大なる正の價である．換言すれば動體の達し得る最高點の高さである．それから $t=2(t)=\frac{2v_0}{g}$ に於ては

$$s=+v_0\left(\frac{2v_0}{g}\right)-\frac{1}{2}g\frac{4v_0^2}{g^2}=0.$$

となつて出發點に復歸して，それから以後は出發點より下に落ちて行くのみである.

第92節 重力による運動 其三

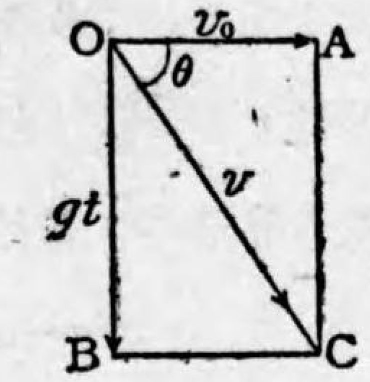
本節に於ては，更に進んで初速 v_0 が重力に直角なる水平の方向に向つて居る場合を考へる．此場合は前節に比し一見甚だ困難な樣であるが，實は力の獨立性や又變位，速度の合成のことを知つて居れば容易に解し得られる事柄である.

先づ力の獨立性があるから，重力は他の事情に關係なく，それが作用し始めてから時間 t の後には，物體に下方に向ふ速度 gt を與へ，物體を $s=\frac{1}{2}gt^2$ だけ落下せしめるものである．實際の運動は，これと他の事情に基因するもの

とを合成すればよい．

初速 v_0 で水平に右に向つて抛つたとすれば此物體は（何等他に運動を阻止する原因なしとして）永久右に向ふ速度 v_0 を保有し，その變位は時刻 t に於て出發點から水平に右の v_0t にある．

故に實際の速度は水平の $OA=v_0$ と鉛直の $OB=gt$ とを合成すればよい．その大きさは



第95圖　速度

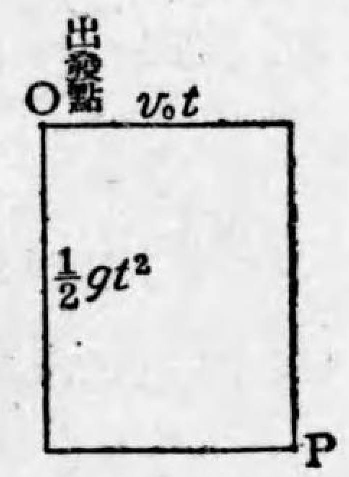
$$OC=v=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$$

でその方向は水平線と爲す角 θ が

$$\tan\theta=\frac{gt}{v_0} \qquad (92/1)$$

で與へられる．

變位は同樣に水平の v_0t と鉛直の $\frac{1}{2}gt^2$ とを合成して得た P にある．若し途中の各時刻に於ける動體の位置を示して經路の形の曲線を求めると第 97 圖の如くになる．

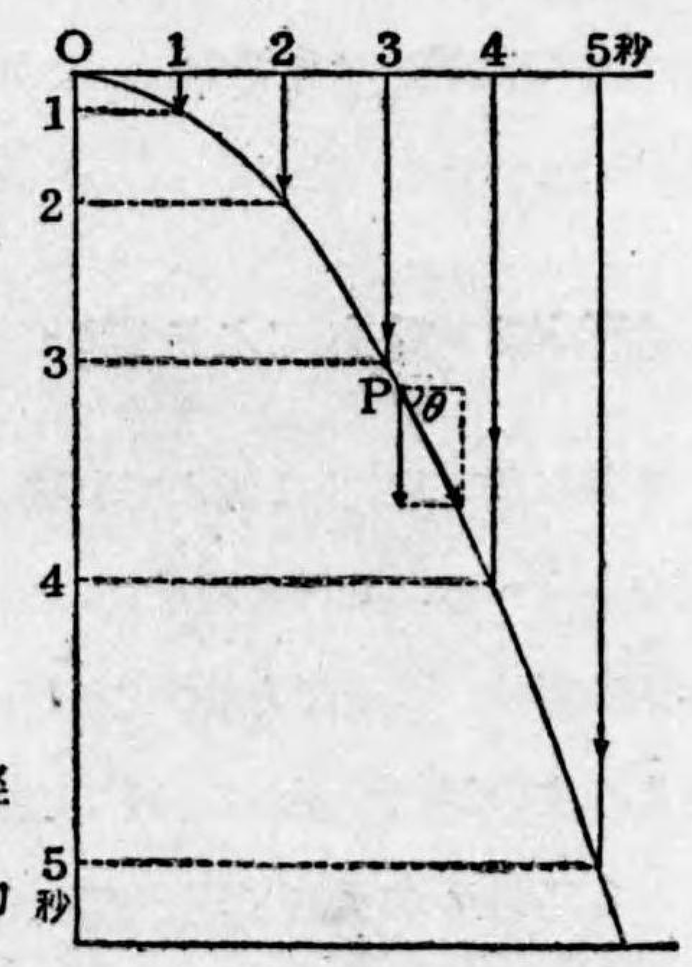


第96圖　位置

時刻 t に於ける經路上の一點に引いた接線の方向は，即ち v の方向だから，水平線と上記の角 θ だけ傾いて居る．

此經路の曲線の形は所謂**拋物線**である．

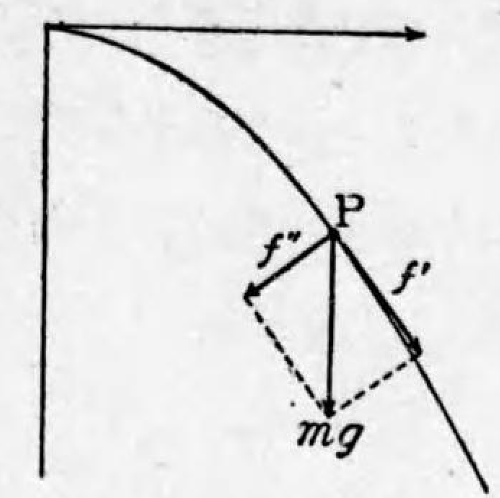
一層複雜な場合で初速 v_0 が水平で無くとも，全く同樣に論ずればよいから，今は之を省略する．



第97圖　徑　　路

第93節　落下運動に於ける接線分力と法線分力

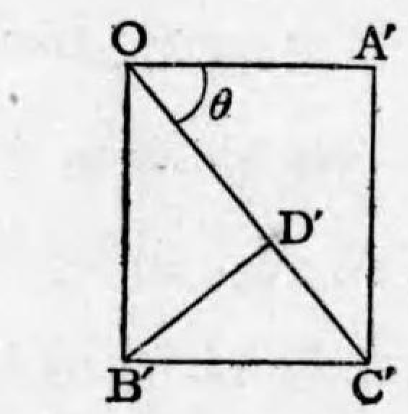
第 98 圖に於て水平に抛げられた運動體の經路上の一點 P を考へると，此點に於ける重力 mg は鉛直に下方に向ふから，運動の方向と一致して居ない．第 87 節に說いた如く，mg を接線分力 f' 及び法線分力 f'' とに分解して，前者が速さを變じ後者が經路を彎曲させる效果を調べて見る．此分解は第 95 圖の直方形 $OACB$ の OC が運動の方向，即ち接線の方向で，OB が鉛直線即ち重力 mg の方向であるから，此直方形と全く相似なる直方形 $O'A'C'B'$ を畫き（第 99 圖），$O'B'=mg$ ならしめて B' から $O'C'$ に垂線 $B'D'$ を下せば，$O'D'$ が接線分力 f' であり，$B'D'$ が法線分力 f'' である．而して



第98圖　重力の分解

$$f'=mg\sin\theta,$$
$$f''=mg\cos\theta.$$

第 99 圖から $\sin\theta$ 及び $\cos\theta$ を取つて之に代入すれば



第99圖　重力OB'の分

$$f'=mg\frac{gt}{v},$$
$$f''=mg\frac{v_0}{v},$$

又
$$v=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}. \qquad (93/1)$$

である．

$t=0$ に於ては

$$v=v_0,\quad f'=0,\quad f''=mg.$$

重力は法線と一致して接線分力は無い．而して此時の經路の彎曲を示す曲率半徑 r は法線分力が第 88 節により

$$=mg=m\frac{v_0^2}{v} \qquad \left.\begin{aligned} f''&=mg=m\frac{v_0^2}{r},\\ r&=\frac{v_0^2}{g}.\end{aligned}\right\} \qquad (93/2)$$

で與へられる．

t が小なる運動の初期に於ては gt が v_0 に比して小さいから，v は殆んど v_0 と等しく且つ t が小さいから f' は非常に小さく f'' は mg に近いので

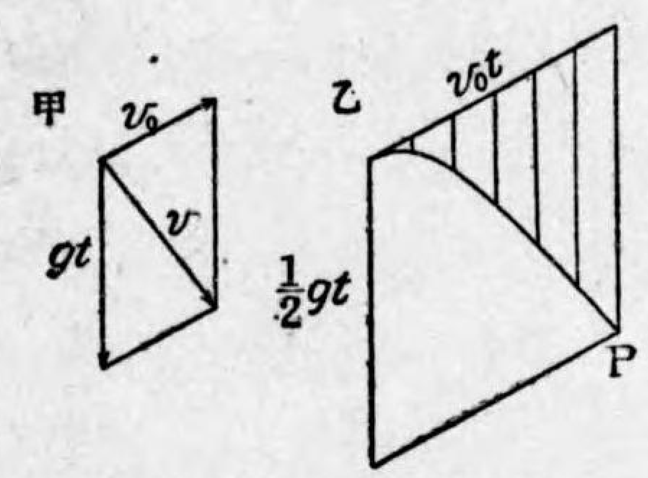
速さの變化が少くて經路の彎曲が著しい．然し，それが漸々と變化して t が大になると，運動の後期に於ては gt が v_0 よりは優勢で v_0，を省略してよい程になれば (93/1) 式は $v \fallingdotseq gt$ として

$$\left.\begin{aligned} f' &= mg\frac{gt}{gt}=mg, \\ f'' &= mg\frac{v_0}{gt}=0. \end{aligned}\right\} \qquad (93/3)$$

に近づき接線分力のみで法線分力はない．換言すれば速さは加速度 g で垂直に變化し經路の彎曲は消失して殆んど垂直運動になる．

落下運動では落體に働く重力が，常に鉛直線と云ふ一定方向に働くので，終には鉛直落下運動になるが，第 81 節の圓運動では，常に外力が經路に直角になる樣に方向を變じて作用するから，圓形運動が出來るのであつた．

物體を初速 v_0 を以て任意の方向に拋け出した場合も，上文の說明で明らかなる如く，水平に拋け出した場合と，考へ方に於ては根本的の相違はない．即時刻 t に於ける速度は第 95 圖に相當する第 100 圖甲の v_0 及び gt を兩邊とする平行四邊形の對角線で與へられ，物體の位置は第 97 圖に相當する第 100 圖乙の v_0t 及び $\frac{1}{2}gt^2$ を兩邊とする平行四邊形の頂點 P で與へられる．



第100圖　一般の拋射體

第94節　萬有引力

宇宙間にある萬物は，凡て皆相互に牽引して居る．此力を**萬有引力**と云ふ．磁石が物を吸引するのは鐵とかニッケルとか特殊の材質のものに限られてあるが，萬有引力の方は其品質の何たるに關せず互に引き合ふのである．諸遊星が太陽の周圍を運行して楕圓形の軌道を描きつゝあるのは，矢張り此力の結果である．ニュートンは遊星の此運動を研究して萬有引力の法則は次の如くなることを知つた．

萬有引力は兩體を連結する方向に於てし其强さは兩體の質量の相乘積に正比例し兩體間の距離の二乘に反比例する．

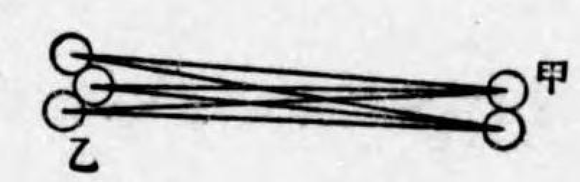
即ち質量 m_1, m_2 のものが r の距離に置かれてあると萬有引力の大きさは

$$f = G\frac{m_1m_2}{r^2}, \qquad (94/1)$$

G は比例定數である．

此結果に到着する前にケプラー Kepler が其師ティコ・ブラーエ Tycho Brahe の精確なる天體觀測を基礎として導き出した遊星の運動に關する三つの法則を公にしたのを，更にニュートンが研究して萬有引力の法則を得たのである．科學的の大發見は殆んど總べてが此樣に數多の學者の硏鑽を重ねて爲し遂げられたので突發的に爲されたものはない．ニュートンが林檎が木から落ちるのを見て引力を發見したと云ふ逸話があるが，之は其出所頗る疑はしいとせられてある．

扨て上の法則に，兩體の質量の相乘積に正比例しとあるは，兩體の中，例へば甲を一定し置き，乙の質量を 2 倍 3 倍等に增加すれば，引力も亦 2 倍 3 倍になる．そこで乙を 3 倍にして置いて，今度は甲の質量を 4 倍 5 倍等に增加すれば，引力が更に 4 倍 5 倍となり最初の場合の引力より 3×4 又は 3×5 倍に大きくなると云ふのである．即ち甲の質量が以前の m 倍乙のが n 倍となれば引力の大さは以前の $m \times n$ 倍になるのである．何故に然るかと云へば，之はつまり甲體の各部分と，乙體の各部分とが互に相引くからである．距離の方は其二乘に反比例するのだから距離が 2 倍 3 倍となれば引力は $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$ と小さくなるので，少しく距離が遠くなると殆んど引力のあることが判らなくなつて，太陽と遊星とか，或は地球と地球上の物體とか，兎に角一方の物體でも大なる質量を有しなければ顯著にならない．吾々が取扱うて居る地上の物體相互間の萬有引力は特殊の精緻巧妙なる裝置を使用しなければ之を計測することが出來ないのである．斯くの如き裝置による實驗法は之を他書に讓つて之を省略するが，上式 (94/1) 中の G の數値は巧妙なる器械で決定せられた．その結果は



第101圖　甲乙二物體の各部分の間の引力

C. G. S 單位を使用して力の單位を絕對單位のダインで云ひ表はすと

$$G = 6.670\times10^{-8}\ ダイン(糎^2/瓦^2.) \qquad (94/2)$$

である.

今この G の値によつて地球の質量と密度とを計算しよう.

地球の質量を E 瓦とし, 地球上にある物體 $m=1$ 瓦に及ぼす萬有引力卽ち重力を 981ダイン, 地球の半徑 $R=6.37\times10^8$ 糎として(94/1)式中に代入すれば

$$\left.\begin{aligned} 981 &= G\times\frac{E\times1}{R^2},\\ &= 6.67\times10^{-8}\times\frac{E}{(6.37\times10^8)^2},\\ E &= 5.97\times10^{27}\ (瓦) \end{aligned}\right\} \qquad (94/3)$$

となる, 又地球を眞球なりとして密度 ρ を計算すれば

$$\rho = E\div\frac{4}{3}\pi R^3,$$

$$= 5.51\ (\mathrm{C.\,G.\,S.}). \qquad (94/4)$$

となり地球は水に比して5.5倍の比重を有して居る.

第95節 緯度と g との關係

第 89 節に於て g の價は緯度や海面上の高さによつて變化することを述べてヘルメルトの公式を示して置いたが, 萬有引力によつてその理由を說明する.

先づ地球は眞球なりとし, 且つ自轉はせず靜止して居ると假定して, 海面からの高さの影響を論ずる.

海面上に於ける g の價を g_0 とすれば(94/3)の如く

$$g_0 = G\frac{E}{R^2}.$$

であるが, 海面上 H の高さの所では引力の作用する距離が $R+H$ であるから g は

$$g = G\frac{E}{(R+H)^2}.$$

となる. H が R に比しては常に小なることを顧れば

$$g = G\frac{E}{R^2\left(1+\frac{H}{R}\right)^2} = \frac{GE}{R^2}\left(1+\frac{H}{R}\right)^{-2},$$

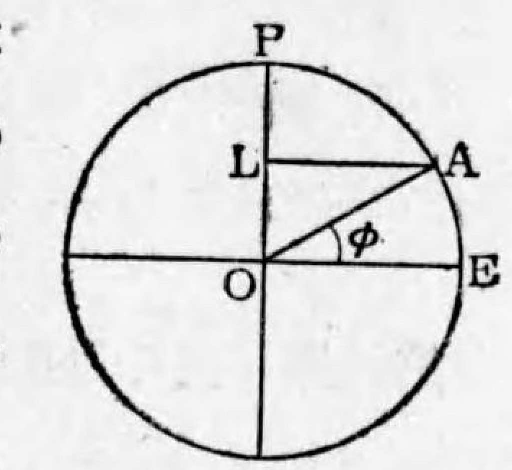
$$= g_0\left(1-\frac{2H}{R}+\dots\right),$$

$$= g_0-\frac{2g_0}{R}H+\dots. \qquad (95/1)$$

これがヘルメルトの公式 (89) の最後の第四項を與へるのである.

次には地球は眞球だが自轉をして居ることが海面上の g_0 の價に如何に影響するかを說く. 地球の自轉に要する時間を T とする. 卽ち T は 24 時間である.

第 102 圖に於て O を地球の中心, P は北極 E は赤道で, A が緯度 φ なる地球上の一點とし, 此地點の g を求める. 地球は PO を軸として自轉をして居るので A にある質點は半徑 LA の圓周上を動いて居るから, これが爲めに入用な求心力 f は A にある質量は $m=1$ 瓦とすれば

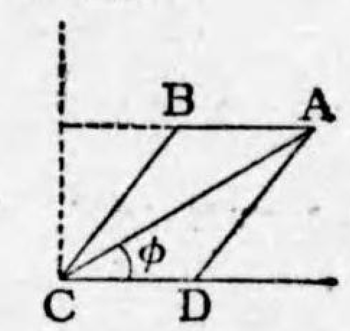


第102圖 緯度 φ なる地點に於ける重力

$$v = \frac{2\pi\overline{AL}}{T},$$

$$f = m\frac{v^2}{r},\ \ m=1,\ \ r=\overline{AL},$$

$$= \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot\overline{AL} = \frac{4\pi^2}{T^2}\cdot R\cos\varphi. \qquad (95/2)$$



第103圖 重力の有効なる成分

で f は A より L に向ふ, 又質點に作用する萬有引力は $G\frac{E}{R^2}$ で A より O に向ふ. 故に第 103 圖の如く $\overline{AC}$ を第102圖の $\overline{AO}$ に平行に引き, その長さを $\frac{GE}{R^2}$ に取り, 又 $\overline{AB}=\overline{CD}=f=\frac{4\pi^2}{T^2}R\cos\varphi$ を $\overline{AL}$ に平行にとり萬有引力 $\overline{AC}$ を二つに分解して $\overline{AB}$ 及び $\overline{AD}$ にしたと考へると, $\overline{AB}$ は圓運動を爲さしめる爲めに使用せられるから重力として感知せられるのは卽ち $\overline{AD}$ で, 之が g_0 である. 故に吾人の學び得た大切な知識は

(1) 重力は A より D に向うて地球の中心を指さない. 但し赤道と兩極とにては地球の中心に向ふ.

(2) 重力の強さ $\overline{AD}$ は緯度 φ によつて變化す. 而して緯度が高くなり P に近づくに從つて $\overline{AB}$ は小となり $\overline{AD}$ 卽ち重力は大となる.

最後に地球は眞球に非ずして楕圓體なるにより，E より P に近づくに從つて $\overline{AO}$ が小となり萬有引力は大となる.

此第二第三の影響が合同して，ヘルメルトの公式の第二及び第三項を生じたのである.

以上は地球が質量の分布が一樣であるとしての話であるが，實際は地殼を爲す岩石等は均齊なる密度の配布をして居ないので，g の値は地理的に非常に複雜なる分布を爲して居る．近頃は g の觀測によつて地下の鑛物資源の探査を爲して居る程である.

第96節　月の運動

月が地球の周りに圓形の軌道を畫いて，循行しつゝあるのは，萬有引力のためで此引力が丁度石に糸をつけて手で振廻はすときに，手と石とを連結する糸の張力と同じ役目をなして居る．第 92 節の水平に拋つた物體の經路は拋物線をして居たが，今地面上或高さの O 點から水平に拋げた初速が大なれば大なる程 O から地に達するまでの間に前方に飛んで行く水平の距離が遠くなつて，若し大砲から發射した砲丸の樣なものならば，隨分遠方に達する．然らば此初速を思ふさま大にしたならば，或は地面に達することなく地球の周圍をぐるぐると循行して，丁度一種の小さな月が，地球の周圍に圓形の軌道を畫いて居るが如き觀を呈するであらう．此の如くなるには，R を以前の如く地球の半徑とすればこの圓運動を爲すに必要な求心力 $\frac{mv^2}{R}$ が重力 mg に等しければよい.

$$\frac{mv^2}{R}=mg$$

$$v^2 = Rg = 6.37\times10^8\times981 \text{ (C.G.S)},$$

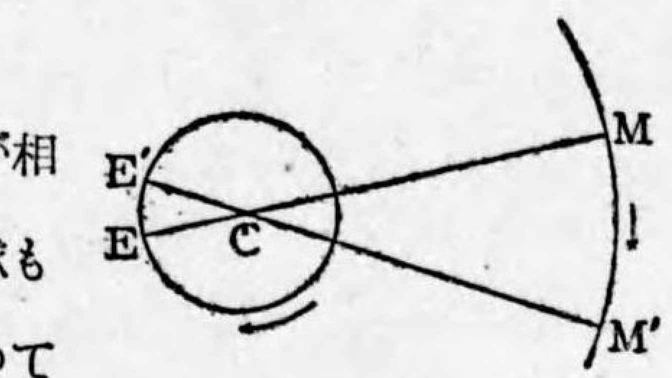
$$v = 7.90\times10^5\text{ (糎/秒)} \tag{96/1}$$

で毎秒 7.9 粁の大速度である．此月が地球を一周するに要する時間は

$$T=\frac{2\pi R}{v}=5.06\times10^3\text{ 秒} \tag{96/2}$$

卽ち 1 時間 24 分半に近い.

此計算で砲彈の如きものでも，十分な大速度を與へ得らるれば，月の如く地球を循行するが，然し此砲彈は，重力の爲めに絶えず地球の方に落下して居て，地球を遠ざからないのである．眞の月も亦同樣に地球の方に落下しつゝあると云うて差支ない.



第104圖　地球 E と月 M

然し第 94 節に說いた理由により月と地球とが相引いて月が地球に向つて落下するならば，地球も亦月に向つて落下しつゝあるに相違ない．從つて月が地球に向つて落下しつゝ圓形の軌道を畫くならば地球も亦月に向つて落下しつゝ圓形の軌道を畫いて居るに相違ない．卽ち第 104 圖に示す如く，地球 E と月 M とは C と云ふ點を中心として各圓形の軌道を畫き地球が E より E' に移れば月は M より M' に移つて行くに相違ない．但し今は月と地球との外には他の天體は無いとして置く.

先づ此點 C の位置を求める．月と地球とが軌道を一周する時間を T とし，軌道の半徑 $CE=r_e$, $CM=r_m$ とする．然れば速度は

$$v_e=\frac{2\pi r_e}{T},\quad v_m=\frac{2\pi r_m}{T}. \tag{96/3}$$

で質量をそれぞれ E, M とすれば求心力の大きさは作用と反作用とで相等しく

$$E\frac{4\pi^2 r_e^2}{T^2 r_e}=M\frac{4\pi^2 r_m^2}{T^2 r_m},$$

$$\therefore\quad E\cdot r_e = M\cdot r_m$$

$$r_e : r_m = M : E. \tag{96/4}$$

C は月と地球との間の距離を質量に反比例して內分する點である．月の質量 M は地球の質量 E の $\frac{1}{81}$ であるから $r_e : r_m = 1:81$ と思へばよい．又月と地球との間の距離 r_e+r_m は地球の半徑 R の60倍であるから

$$\left.\begin{aligned} r_e&=\frac{1}{82}\times60R,\\ r_m&=\frac{81}{82}\times60R. \end{aligned}\right\} \tag{96/5}$$

故に C 點は第 104 圖の如くではなくして實は地球の體積の中にあるので月は地球を中心として動いて居ると見てもよい.

扨て月に作用する求心力が即ち月と地球との間の萬有引力だとすれば

$$M\frac{4\pi^2 r_m}{T^2}=G\frac{E\cdot M}{(r_e+r_m)^2}. \tag{96/6}$$

が成立する筈である. これによつて萬有引力の比例定數 G を計算せん. 次の數値を入れて計算すると

$$\left.\begin{aligned} &E=5.97\times10^{27},\\ &T=2.36\times10^{6},\\ &R=6.37\times10^{8},\\ &r_m=\frac{81}{82}\times60R,\quad r_e=\frac{1}{82}\times60R. \end{aligned}\right\} \tag{96/7}$$

G の値として

$$G=6.56\times10^{-8}. \tag{96/8}$$

を得て前に掲げた (94/2) と略一致する. 之によつて月が地球を循行するのは萬有引力によることが示された.

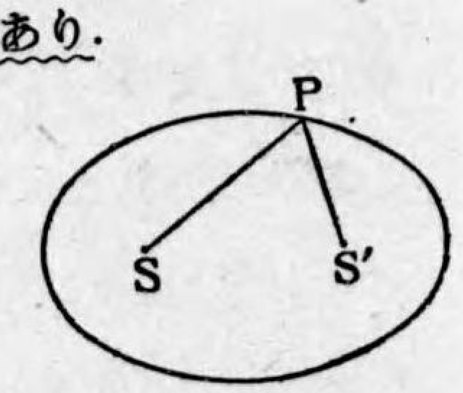
第97節　ケプラーの法則

前節に於てニュートンより以前にケプラーが遊星の運動に關して三つの法則を公にしたと記した. その三つの法則を述べる.

月が地球を廻つて圓形の軌道を畫くと同樣に水星, 金星の如き遊星は, 太陽を廻つて略圓形の軌道を畫いて居るが, 嚴密に云へば軌道の形は圓形では無くして楕圓であり, 太陽は其楕圓の焦點に位置する. これが第一法則である. 即ち

（1）　遊星の軌道は楕圓にして太陽は其焦點の一にあり.

楕圓と云ふのは第 105 圖に示す如き二つの與へられた點 S 及び S' の距離 SP 及び $S'P$ の和が一定なる點 P の軌跡であつて此 S, S' を楕圓の二焦點と云ふ.

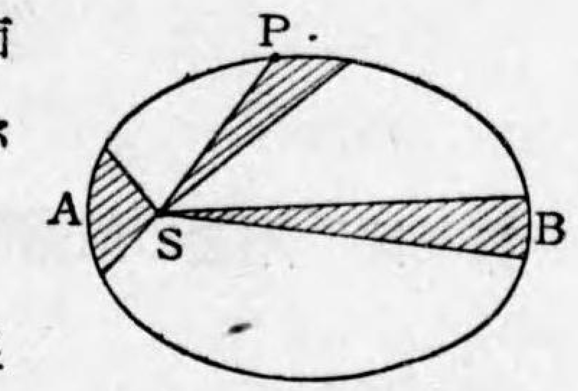


第105圖　ケプラーの第一法則

第二法則は

（2）　太陽と遊星とを連ぬる直線は同一時間に同一面積を畫く.

といふのであつて第 106 圖の如く同一時間に畫く面積に陰影をつけて表はせば太陽に近い所では速度が大で之に反して遠い所では徐行する.



第106圖　ケプラーの第二法則

第三法則は遊星の軌道は實は楕圓だが普通の遊星のは圓に近いから圓と見て說いてある. 即ち

（3）　遊星の軌道を一周する時間即ち週期の二乘は軌道の半徑の三乘に正比例する.

これは多くの遊星を比較しての話であつて, 此事實が右の表を見れば正しいことが知れる. 週期 T は1年を單位とし, 半徑 r は地球のを單位として表記してある.

	T(年)	r	T^2/r^3
水　星	0.241	0.387	1.0021
金　星	0.615	0.723	1.0012
地　球	1.000	1.000	1.0500
火　星	1.881	1.524	1.0003
木　星	11.862	5.203	1.0003
土　星	29.458	9.539	0.9993
天王星	84.015	19.190	0.9984
海王星	164.788	30.070	0.9986

此三つの法則を調べて見ると第二法則は遊星に作用して居る力は太陽に向うて居ること即ち太陽が引力の中心たることを示し, 第一及び第三法則はその引力が距離の二乘に反比例することを證明して居るのである.

茲に一寸面白いことは, 地球を循行する月と第 96 節の始めの地球を廻る急速度の砲彈に就ても地球を引力の中心としてケプラーの第三法則が行はれて居ることである. 前に記した價を再記すれば

	T (秒)	r	T^2/r^3
月	2.36×10^6	$60\,R$	2.58×10^7
砲彈	5.06×10^3	R	2.56×10^7

R は地球の半徑であるがこの計算には之を單位として T^2/r^3 を計算した.

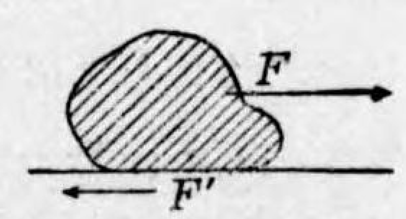
第十章 剛體の力學

第98節 剛體の並進運動

質點の運動は，その徑路が直線であるか曲線であるか，又その速さが一定であるか變化するかは，時々刻々に於ける速度のみで決定的に云ひ表はされた．然るに大きさのある物體ではその運動を記述することは上の樣に簡單には行かず一般に中々面倒である．次に先づ剛體に於ける運動中の最も簡單な運動たる**並進運動**に就て述べて見よう．

此運動に於ては，剛體を組成する總べての質點が，皆同一の方向に直線運動を爲し，且つその速さは（一定でも或は變化しても）總べので質點が同じ値を有するものである．即ち物體はそのまゝ全體として一定方向に動くものである．

此の如き運動の一例は，平地の上にある荷物が右に向ふ水平な力 F で引張られるときなどにある．



第107圖 水平面上にある物體に働く水平の力

此力 F の爲めに荷物は右に向て動く．そして普通は地面と荷物との接觸面中にある運動を妨げんとする摩擦 F' が左に向つて働き，結局物體は $F-F'$ の力で右方に牽かれる．尤も水平な力 F が地面より高い所で作用したりすれば荷物は前に傾かんとし或は力が餘り前側か後側かにあると物體が方向をグルリと變じたりする．然しその樣な面倒なことは今は無い場合に就て述べて居るのだ．

第99節 廻轉運動

剛體の運動中次に簡單なのは**廻轉運動**で，これは一定所に於て廻りつゝある獨樂の運動の如き或は裁縫用ミシンの車の如き物體を貫く一直線，名づけて廻轉軸と稱するものが存在し，此直線上に位置する質點は總べて靜止し，その他

の質點は，皆軸に直角な平面内に於て圓運動を爲す．その軌道の圓の中心は廻轉軸上にある．

廻轉の速さには一定なる場合と，然らざる場合とあるが，一秒時間中に上記の圓の半徑が描く角度を**角速度**と云ふ．此際角度は弧度法にて表はし之を $\overset{オメガ}{\omega}$ とする．若し物體が一秒間に廻轉すること n 回なれば

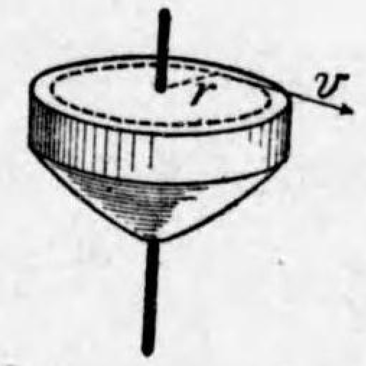
$$\omega=2\pi n. \tag{99/1}$$

なることは明らかである．此 n を單に廻轉數と云ふ（毎秒のと云ふべきを省略したのである）．然らざる時は，毎分とか毎時とか述べなければならぬ．

廻轉軸から r の所にある質點は，半徑 r の圓の接線の方向に動き，その速さは

$$v=\omega r \tag{99/2}$$

であるから，角速度 ω は一定でも軸より遠い所にある質點ほど，r に正比例して速度 v が大である．



第108圖 直立して廻轉する獨樂

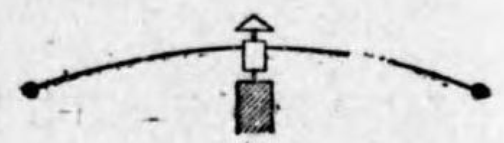
廻轉體の廻轉速が一定でない場合には，單位時間毎に角速度の增し，又は減ずる割合を**角加速度**とすることは，恰も質點の運動に於て，速度の變化があるときに，加速度を考へたのと同樣である．即ち時刻 t_1 に於ける角速度が ω_1 のものが時刻 t_2 に於て ω_2 になつたとすれば

$$\beta=\frac{\omega_2-\omega_1}{t_2-{}_1t} \tag{99/3}$$

β は時間 t_2-t_1 の間に於ける平均の角加速度である．角速度の變化が一定で，換言すれば角速度對時のグラフが一直線で表はされる場合には，上式のものが直に角加速度を與へるが，若しグラフが曲線であつたならば時刻 t の角加速度を得たければその前後に t_1 及び t_2 を t に極近くとつて $\omega_2-\omega_1$ 及び t_2-t_1 の兩者とも小さく取つたときの極限値を求めればよい．

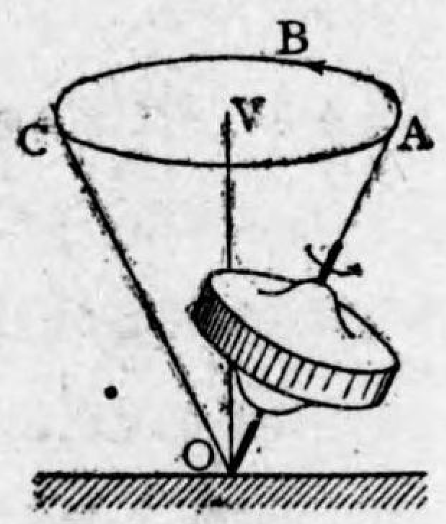
第100節 一點を固定した剛體の運動

前節に記した廻轉運動では，一定の軸を周つて廻轉して居たので，之は丁度一直線上を進行する質點の運動に比してもよい．速さが變化し加速度があつても進行の方向が不變な如く，角速度が假令變化しても廻轉軸が不變なのである．然るに唯一點だけを固定した剛體に於ては，その廻轉軸が次第に移つて或瞬間には固定點 O を通過する直線 XY を軸として廻轉して居たが，次の瞬間にはを O 通過する他の直線 $X'Y'$ を軸として居る．尚ほ之に加ふるに廻轉の角速度が變化することもある．



第109圖 彌次郎兵衞

此場合の最も良い例は，小兒の玩具の彌次郎兵衞であらう．その支點で他體の上に支へられて，前後左右には全く自由に傾き或は廻轉し得るのである．又地上で廻轉して居る獨樂が，その心棒が垂直に一定の方向を指さずに俗に「獨樂が味噌をする」と名づけて第 110 圖に示す樣に，今 OA の位置にあるかと思へば漸々 OB, OC と移り行く場合である．此時には獨樂と云ふ物體中の一點 O のみが固定してある．此圖では心棒の上端の軌跡は，$ABC\cdots$ の如く V を中心とする一つの水平圓周をなして居るが，獨樂の一般の運動では心棒の上端は遙かに複雜なる軌跡を畫くことが多い．

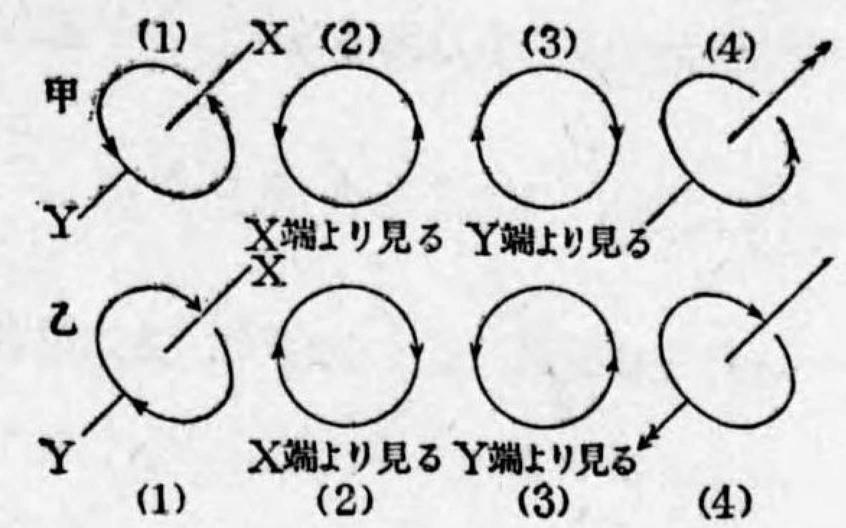


第110圖 味噌すり獨樂

第101節 方向量としての角速度

前に質點の運動に於て速度は大きさと方向とを有する一つの方向量で，之を表はすに速度の大きさを示すに一つの有限長の線を以てし此線に沿うて右に進むか左に進むかを線につけた矢で表はすことを說いたが，固體の廻轉に於ける角速度も同樣に一つの方向量で廻轉軸の方向に引いた矢で表はすが適當なものである．即ち矢の長さは角速度 ω の大きさを示し，その廻轉が右廻りか左廻りかを示す如く，これに矢先をつけるのである．これには次の如く約束する．

第 111 圖に於て，XY を軸とする廻轉の向きが反對なる，二つの廻轉甲乙が示してある．此軸に直角に一つの平面を設けて，其上に廻轉の方向を示す圖を畫き，之を軸の X 端及び Y 端から眺めて見る．X 端に眼を置いて見ると (2) に示す如く甲は反時計的に乙は時針的に廻轉して見え Y 端から見ると (3) に示す如く反對に甲は時針的に乙は反時針的に見える．

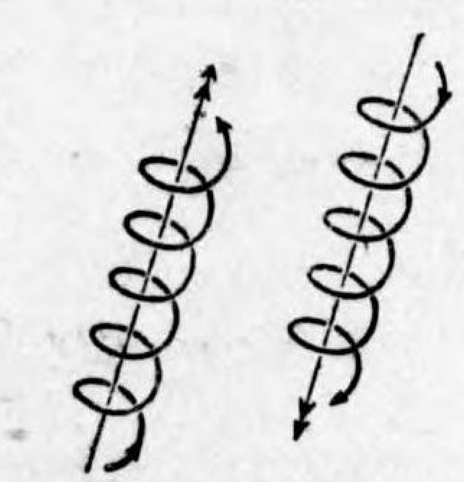


第111圖 廻轉性方向量

角速度を方向量として示す矢先（二重の矢で示してある）は廻轉軸の反時計的と見える端につける．

即ち(4)の複矢で示す如く甲の方は矢先を X 端に，乙の方、Y 端につけるのである．即ち矢先をつけた端を廻轉軸の正の端，他端を負の端と見做すのであつて，甲では X 端が正端，乙では Y 端が正端である．

此矢のつけ方に別の述べ方がある．右の手を廻轉軸に沿うて延ばし，次にコルク拔の右螺旋を廻して，之を前進せしめる如く手を右廻しに廻して見よ．甲圖では手を Y から X の方に，乙圖では X から Y の方へ延ばしたときに，螺旋の前進する方向が上記の方向量としての廻轉軸の方向を示す．簡單に言ひ換へれば，右廻しの螺旋を廻轉軸に沿うて置き之を右廻しに廻轉したときに螺旋の進む方向が廻轉軸の方向である．



第112圖 廻轉性方向量を螺旋にて表示する

此所に注意までに一言して置くが，螺旋は唯方向量の矢の方向を得る方便として使用したのに過ぎないのであつて，廻轉には螺旋運動が伴ふものと誤解してはならぬ．

本節の方向量を**廻轉性方向量**といひ，速度や力の如き第 22 節に述べた或方

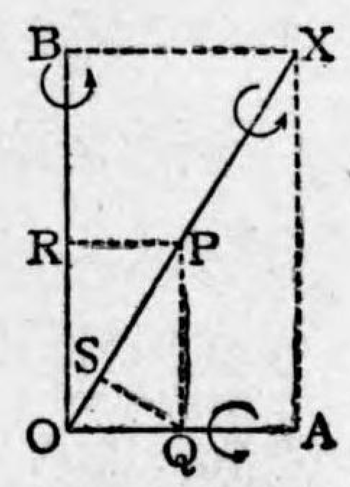
向に沿うて進退する如き方向量を**移動性方向量**といふ.

第102節　廻轉の合成と分解

速度を合成，分解した如く，方向量は移動性方向量でも廻轉性方向量でも，合成分解できるのが方向量の一般性質である．角速度即ち廻轉も亦同樣に合成分解することが出來る．例へば OX を軸として居る角速度 ω で廻轉して居る運動を第113圖の $OA,\ OB$ と云ふ二つの互に直角な軸を有する二つの廻轉 $\omega_1\ \omega_2$ に分解することが出來る．即ち方向量として

$$OX=\omega,\quad OA=\omega_1,\quad OB=\omega_2,$$

とする．此 $\omega_1\ \omega_2$ を合成すれば ω になることは次の如く考へればその穩當なることが首肯できるであらう．



第113圖　廻轉の合成と分解

（1） OX 線の一點例へば P は ω の廻轉軸上にあるのだから不動でその速度は零である．これは物體が同時に二つの廻轉 $\omega_1\ \omega_2$ を爲して居ると見れば，さうなる．即ち P 點は ω_1 の爲めには (99/2) 式により紙面の前に向ふ

$$v_1=\omega_1\times\overline{PQ},$$

の速度を有し，ω_2 の爲めには紙背に向ふ

$$v_2=\omega_2\times\overline{PR}=\omega_2\times\overline{OQ}.$$

の速度を有するから，これを合成すると紙面の前に向ふ

$$v=v_1-v_2=\omega_1\times\overline{PQ}-\omega_2\times\overline{OQ}.$$

の速度を有することになる．然るに

$$\overline{PQ}:\overline{OP}=\overline{AX}:\overline{OX}=\overline{OB}:\overline{OX}=\omega_2:\omega,$$

$$\overline{OQ}:\overline{OP}=\overline{OA}:\overline{OX}=\omega_1:\omega.$$

故に

$$v=v_1-v_2=\omega_1\times\frac{\omega_2}{\omega}\times\overline{OP}-\omega_2\times\frac{\omega_1}{\omega}\overline{OP}=0.$$

で P 點は不動である．

（2） OA 線上の任意の一點 Q を考へると廻轉 ω の爲めには紙背に向ふ $v=\omega\times\overline{QS}$ であるが

廻轉 ω_1 の爲めには $v_1=0$.

廻轉 ω_2 の爲めには紙背に向ふ $v_2=\omega_2\times\overline{PR}=\omega_2\times\overline{OQ}$.

而して上記と同樣にして

$$v=\omega\times QS=\omega\times\frac{\overline{OQ}\times\overline{PQ}}{\overline{OP}}=\omega_2\times\overline{OQ}=v_2$$

である．

その他の點でも全く同樣である．斯くして，實際は ω と云ふ一つの廻轉をして居るものを，同時に $\omega_1\ \omega_2$ と云ふ二つの廻轉を爲して居ると，見做すことが出來るのである．又その反對で二つの廻轉 $\omega_1\ \omega_2$ を合成すれば，單獨の廻轉 ω と爲すことが出來る．これは一點 O を固定した運動に就てである．

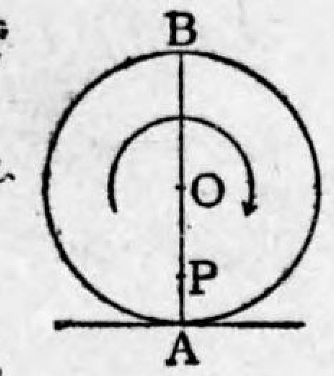
例へば上記第110圖の獨樂の味噌すり運動に於て獨樂はその心棒の廻りに廻轉しながら，心棒が OV を軸として廻轉して居ると，見るのである．此方が，獨樂の運動を簡明に記述することが出來る利益がある．

地球は自轉をしながら，軌道上を循行しつつあるが，此際普通には自轉の軸即ち地軸の方向は一定不變である．然しこれは，嚴密なる記載では無くして，地軸は彼獨樂の心棒と同樣に，軌道の平面に直角なる軸の周りに約二萬五千八百年に一回づつの割合で，廻轉してゐる．この後の廻轉運動を**歲差運動**と云ふ．第110圖に於て OA 軸の周りの自轉の角速度 ω_1 は，OV の周りの歲差運動の角速度 ω_2 に比して著しく大である．

第103節　輾轉運動

第114圖は水平面上に立つ一つの鉛直な圓板である．此圓板が平面上を轉がつて進むとき，よく人は之を圓板が廻轉すると稱するが，實は之は前節に說いた廻轉とは異り，輾轉運動といふべきであつて，廻轉と輾轉とは判然と區別

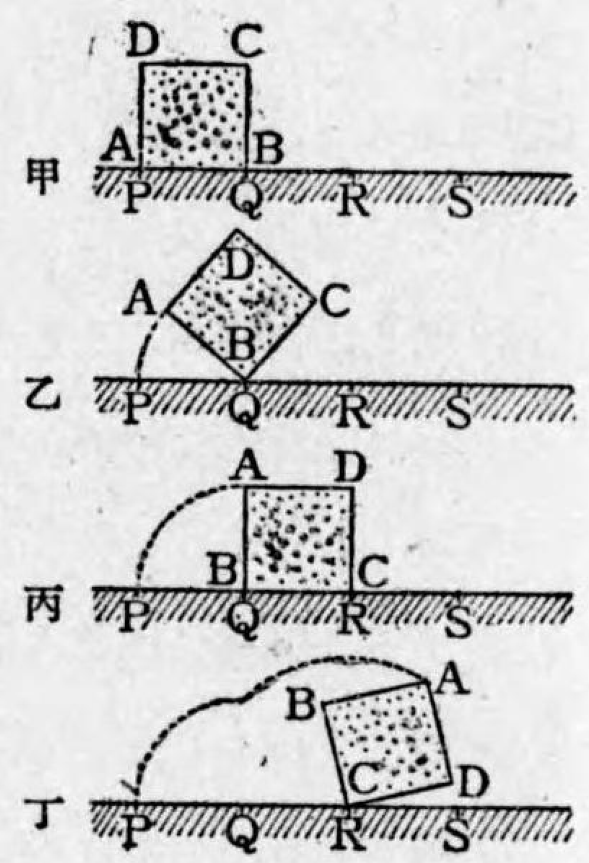
せらるべきである．圓板の廻轉に於てはその中心 O は不動であるが，圓板が時針的に輾轉して右方に向うて進行するときは，中心 O は右方に向つて進んで居る．



第114圖 圓板の輾轉運動

輾轉運動の特色を知らんとするには，圓板でなく四角な板が，同様に水平面上を右に向つて轉がる場合を考へて見るがよい（第115圖）．圓形の車輪の代りに四角な車輪がゴトンゴトンと轉がつて行く場合を考へて見よと云ふのである．

始め四角な板 $ABCD$ の邊 AB が水平面上に休んで居る．板の上端を左から押して見ると，此板は乙圖から丙圖に示す如く，BC 邊が水平となる迄 B 點を廻轉の中心として，此中心の周りに B 點を廻轉する．次には C 點が新しい廻轉の中心となつて廻轉する．即ち四角な板が水平面上を轉がる場合には，板の方では角の稜點 B, C, D, A 等が逐次交代して中心となつて廻轉し，水平面から云へば Q, R, S 等の點が順次に中心となる．今此四角な板の邊數を增して六角，八角，二十角，五十角とし，終に邊數を無限に增大して極限に達し，圓板とすれば卽ち圓板の純粹な輾轉運動になる．

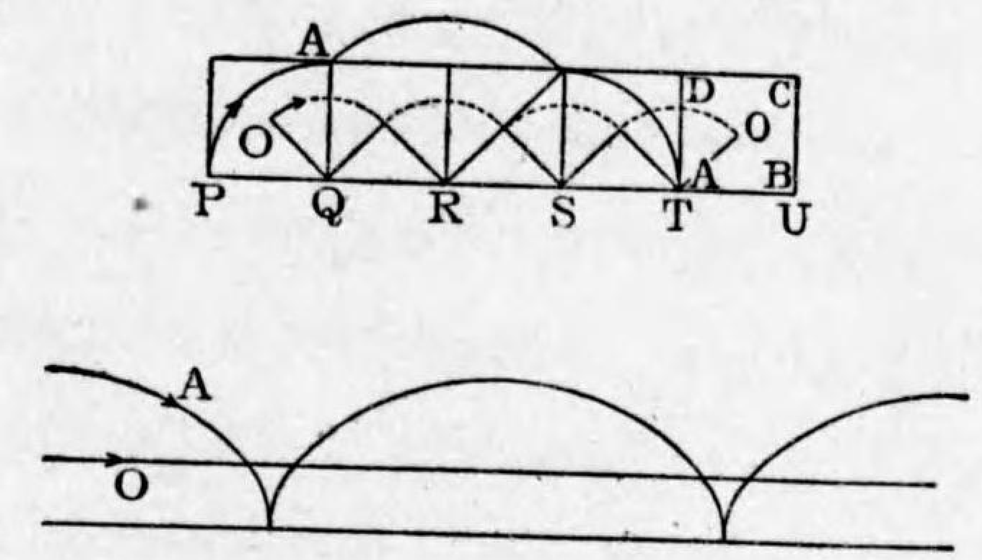


第115圖 角板の輾轉

之によつて觀ると，一つの物體が平面上を轉がるときには，兩體の接觸點が交代して瞬間的に廻轉の中心となるのである．平地の上を走る車輪は，車の心棒 O を軸として廻轉して居るのでは無い．車輪が地と接觸する所を軸として瞬間的に廻轉するので，車の進行と共に此瞬間的廻轉軸は車の方では，車輪の周圍を一周し，地面の方では轍（わだち）になる諸點上を移り行くのである．故に車輪と地面との接觸點には相對的に運動はない．自動車が本式に動いて居る

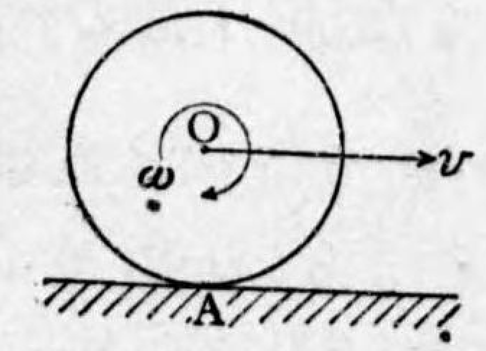
ときには地面の上にタイヤの辷（すべ）つた様な痕跡は殘らぬ．急に齒止めをして車が地面を辷ればタイヤの辷つた跡がつく．普通は辷らぬからタイヤは痛まぬが，辷ればタイヤの壽命は縮む．

前記の四角は板が轉がるときに，板の中心 O が描く軌跡を畫くと圖に示す如き多くの圓弧が山形になつて連續して居る（第116圖）．邊數を增して六角，八角とし終に無限大にして圓板にすれば，此山形は段々細かく，終には板の中心は水平なる一直線になる．同樣に板の周邊の一點 A は，板が四角のときは多くの圓弧をつないだ形をして居るが邊數を多くし，終に板の形を圓とすれば，一種の蒲鉾形の曲線を並べたものになる．此曲線は高等數學で擺（ハイ）線（サイクロイド）と稱するものである．



第116圖 中心 O と周邊の一點 A の軌跡

前に運動は相對的のものだから，何に對してと斷はるべきだと述べた．今前進する車の車輪は，輾轉運動を爲して居ると云ふたのは地に對してである．車體やその上の乘客荷物等は地に對して並進運動を爲して居る．斯く車輪と車體とは地に對して異つた運動をして居るのだから，兩者の相互關係は互に運動して居るに相違ない．實際乘客が車輪を見て居ると車體に固定してある車の心棒が車輪の中心を貫き，車輪は此心棒を廻つて**廻轉運動**をして居て，乘客と車輪の中心とは一定の距離を保持して居るのだから車の心棒は乘客から云へば靜止して居る．今車體の前進速度卽ち O 點の速度は v，車輪の半徑は r で每秒 n 回廻轉して居るとすると此廻轉運動の角速度 ω は (99/1) 式によつて



第117圖 車輪の運動の相對性

$$\omega = 2\pi n.$$

で車輪の接地點 A は中心 O に對して(卽ち車體又は乘客に對して)左に向つて，(99/2) 式により

$$v = \omega r = 2\pi nr.$$

の速さで進む．而して乘客は地に對して O 點と同じく右に v の速さで動いて居るから A 點は地に對しては右に向つて $v=2\pi nr$ の速さで動くことになる．然るに實際には A は瞬間的不動の點であるから

$$v - 2\pi nr = 0. \qquad (103)$$

の筈である．これは車輪の全圓周が $2\pi r$ でその輪が每秒 n 回轉がるから每秒 $2\pi r \times n$ だけ前進するので $2\pi r \times n$ はその前進速度 v に等しいのは何も不思議はない．

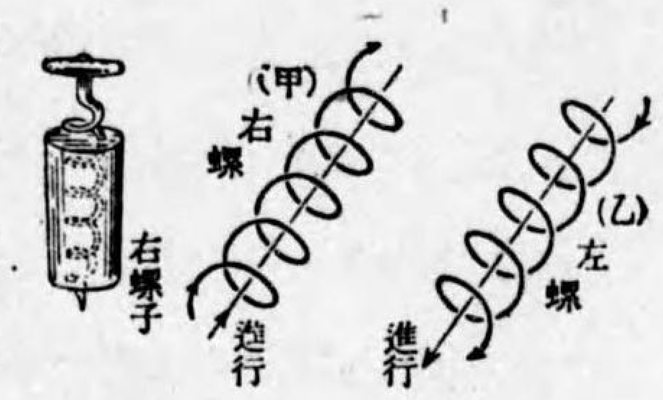
車輪の運動は純粹なる廻轉でないことは上文の說明の通りであるが，然し又車輪は每秒 n 回づつ心棒の廻りを廻轉しながら，心棒と共に $v=2\pi nr$ の速さで前進してゐると考へてもよい．若し廻轉速と進行速とが此關係を滿足しない場合には車輪は接地點に於て滑つて居る．

以上の議論は地上にある人を主として，その見地を述べたのである．然るに若し車上に居る乘客を主としてその見地から論ずれば，車輪は單に廻轉運動を爲して居り，地面は左に向つて並進運動を爲して居るのである．立場を變ずれば一つの現象を違つたやうに見るので，一を眞とし他を僞なりとは爲し得ないことが明らかである．

第104節　剛體の一般の運動

剛體の最も一般な運動は，その中の一點 O を通ずる軸の周りの廻轉運動と此點 O を一質點と考へた進行運動との合成であると見做すことが出來る．此事を證明することは餘りに煩はしいから省略する．前節の終りに於て輾轉運動をその樣に說明した．尤も此場合には方向量としての廻轉の角速度と車輪の中心 O の進行速度とは互に直角であり，且つその大きさには (103) 式で與へた特別の關係があることを必要條件とした．

更に第二の特例を考へる．それは物體が或廻轉軸の廻りに廻轉しながら此軸に沿うて進行する場合である．之に二つの場合がある．その第一(甲)は廻轉軸の正の端に向つては進行する場合で，その第二(乙)は反對に負の端に向つて進行する場合である．甲に於てはビール罎の栓拔きやその他普通の木ネヂの如き右螺を右手で右に廻したときの如く動き(此ネヂを左廻しにすれば拔けて來る)乙に於ては普通に餘り無い左螺を左手で廻したときの如くに動く．

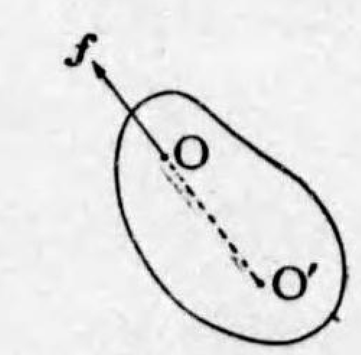


第118圖　右螺旋運動と左螺旋運動

本文に說く如く，剛體の運動は廻轉運動と前進運動とを合成したものと見るのが，一般に了解を容易ならしめる．例へば地球は自轉しつつ軌道の上を進行すると云ふが如きである．地球の體中にある，或特定の質點を取つて，それが實際に動いて居る速度や經路などを記述することは非常に煩はしいことである．

第105節　剛體に作用する力の移動の原理

物體の一點 O に於て作用する一つの力 f がある．此力の作用する方向を示す直線卽ち作用線上に他の點 O' を取つて考へる．若し此物體が普通の彈性體であれば，力が作用すると歪むから力 f の著力點が O にあるときと，O' とにあるときとでは，其物體に及ぼす效果は全く異なることは勿論である．然し物體が剛體で全く歪むことの無い場合には，力は O 點で作用して居ると見ても，O' 點に於て作用して居ると見ても，少



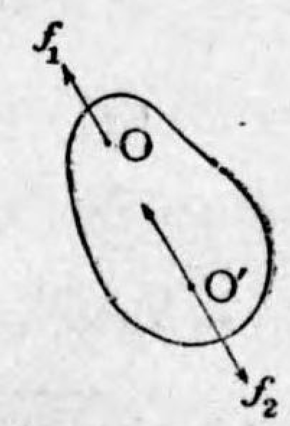
第119圖　剛體に作用する力

しも差異がない．即ち

剛體に於ては力は其作用線上の任意の點を以て着力點と見て可なり

と云ふことになり，着力點を此直線上に於て任意に移動することが出來る．これを剛體に於ける**力の移動の原理**と云ふ．

此事實は次の如く理論的に證明も出來る．即ち O' 點に於て f に等しい二つの力 $f_1 f_2$ を正反對に働かして見る．此二つの力 $f_1 f_2$ は，これだけで互に釣合ふから有無何等の差異がない．故に剛體には O 點に於ける一つの力 f だけなのに，$f\ f_1\ f_2$ の三つの力が作用して居ると考へる．然るに f と f_2 とは如何なる力かと云へば，物體の $O\ O'$ 二點で正反對の方向に働く力で，彼等は物體を引延ばさんとして居るが，物體は剛體であるから左樣な力が働いても毫も延長することが無く，釣合つて此二つの力はないと同樣であり，結局物體には O' 點に於ける f_1 の力があるのみとなる．即ち O に於ける f と，O' に於ける f_1 とは剛體に對する働きが同じことになり一を以て他に代ふることが出來る．



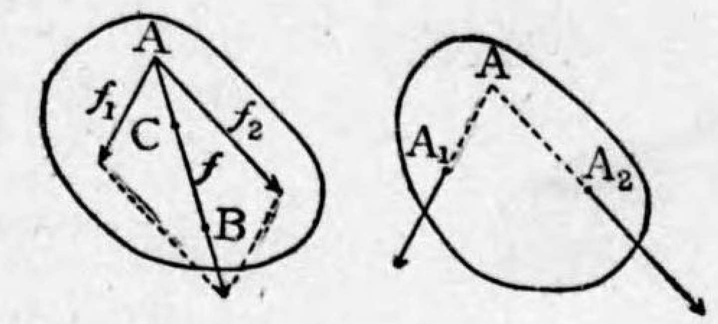
第120圖　着力點の移動

第106節　剛體に作用する力の合成

一質點に多くの力が作用する時には，幾何學的に之を加へて之を一つの合力と爲すことが出來たが，剛體の場合には一つの合力と，爲し得る場合と爲し得ぬ場合とがある．

二つの力を一つの合力と爲し得る場合は，二力の作用線が相交はる場合換言すれば二力が同一平面内にあるときである．今二力の作用線が紙面中にあつて A に作用する f_1 と A_2 に作用する f_2 とが之を延長して見ると A 點に於て交るとする（第121圖右）．然るときは前節の力の移動の原理により $f_1\ f_2$ を共に

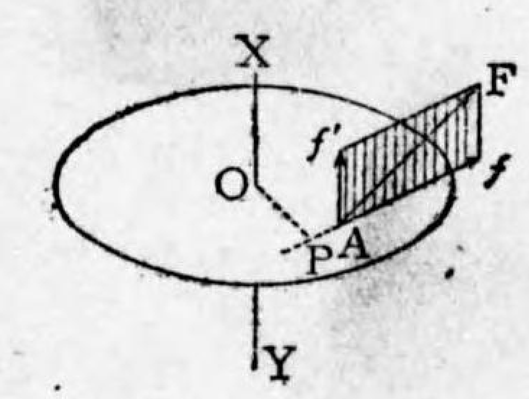
A 點に移せば（第121圖左）同一着力點 A に作用する二力であるから，第77節によつて之を合成して一力 f を得る．而して此合力 f は其作用線上の任意の點 B, C 等を着力點なりと見てよい．



第121圖　剛體に於ける二力の合成

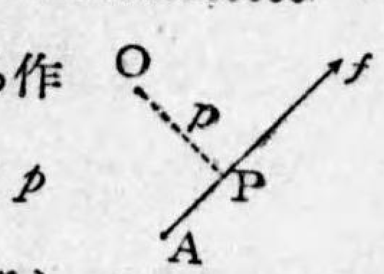
第107節　廻轉軸を有する剛體に働く力

本節に於ては，一つの固定した廻轉軸 XY を有する剛體に作用する力に就て論ずる．此力 F の着力點を A とすれば A 點を通じて $\overline{XY}$ に直角なる一平面を設け，それが軸と交はる點を O とする．A に於て作用する力を二つに分解して，第一は廻轉軸に平行なる分力 f' と，第二は之に直角にして上記の平面内にある分力 f とにする．廻轉軸は固定してあるのだから剛體は此方向には移動することは出來ない．故に第一分力は何等の效果を生じ得ないから，今後は全く此第一分力を閑却して，唯第二分力のみが存在して居るものとし，此の如き有效なる分力を f とし其效果を考へる．



第122圖　廻轉軸 XY と任意の力 F

然るときは當面の問題は紙面を上記の平面だとして A 點に作用する力 f（實は第二分力）と O 點との關係が第123圖の如きものとすればよい．立體圖でなくして平面圖で澤山である．即ち廻轉軸 XY と云はずに支點 O の周りに動き得る物體と見てもよいことになる．力 f の物體に及ぼす作用點なる O を中心としての廻轉は，力 f の大きさのみで決定せられるものではない．力の作用線と O 點との距離にも關係するものである．O から作用線に下した垂線 OP の長さを p とすれば，力 f と垂線 p との相乘積 $f \times p$ を O 點に對する（或は廻轉軸 XY に對する）



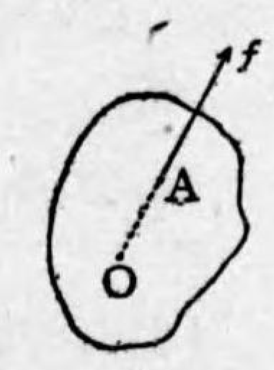
第123圖　力の能率

力 f の**廻轉能率** D と云ひ，p を能率の臂(うで)と云ふ．

$$D=f\cdot p \qquad (107)$$

剛體に働く力の廻轉作用は力の廻轉能率によつて決定せられる．故に，力が小さくとも臂が長ければ廻轉效果は大きい．

若し $p=0$ なれば力の作用線が O 點を通過するが此時には力は何等の效果を物體に生じ得ない．何となれば着力點を A から O に移して考へれば物體は動き得ないことは明白であつて，廻轉軸又は支點 O を支へて居る力が現はれて f に反抗して剛體をして靜止せしめるからである．



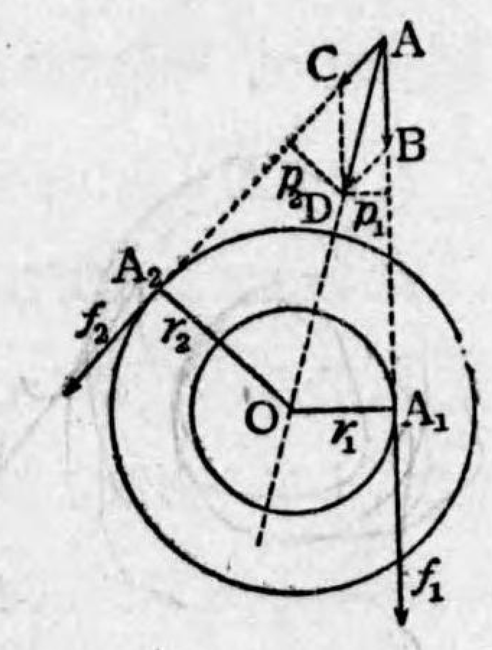
第124圖 廻轉軸を通過する力

能率には正負の符號をつけて區別する．臂を反時針的に廻さんとするものを正とし，時針的に廻さんとするものを負とする．

斯く一つの支點 O を有して居る剛體では力 f の作用はその能率 fp で定まるものであるから，二つの力 f_1 f_2 と支點 O とが同一平面中にあつて其能率が相等しく且つ符號が反對であつたならば，此二力は廻轉を起すことはなく換言すれば剛體は靜止する．

第125圖は**輪軸**と稱する裝置で(第139圖參照)，大小二つの圓板を中心を貫く共同の心軸 O を有する如く重ね合はせ，二本の糸を大小の圓周に反對に卷きつけて，之を f_1 f_2 の力で引く．A_1 A_2 は此等の力の着力點で，f_1 f_2 の方向は圓の接線である．兩圓の半徑を r_1 r_2 としたときに二力の大きさと半徑との間に

$$f_1r_1=f_2r_2.$$



第125圖 輪軸

の關係がある場合には(107)式により廻轉作用が互に打消して廻轉は起らぬ．

此場合には二力 f_1f_2 が，同一平面中にあつて互に交叉するから，第106節によつてその合力を求め得られる．即ち f_1f_2 を交叉點 A に移して f_1

f_2 を兩邊とする平行四邊形 $ABCD$ を作つて ($f_1=AB, f_2=AC$) 合力 $f=AD$ を得る．然るときは，三角形 ABD と三角形 ACD とは共に平行四邊形の面積の二分の一の面積を有して相等しい．D から AB, AC に垂線 p_1 p_2 を下せば此面積は

$$\frac{1}{2}f_1p_1=\frac{1}{2}f_2p_2.$$

然るに f_1f_2 は本文の能率の關係によつて

$$f_1r_1=f_2r_2.$$

であるから

$$p_1:p_2=r_1:r_2.$$

即ち三點 A, D, O は同一直線上にあつて合力 f は支點 O を通過して居るから廻轉作用を生じ得ないのは當然である．而して此物體の O 點は不動であるのだから，物體には並進運動は許されてないので廻轉しないと言へば靜止することを意味するのである．此場合には f_1 及び f_2 の二つの力は，第106節の意味に於て合力が零となつて二力が釣合ひ靜止するのではない，唯その廻轉作用が釣合ふので靜止したのである．此場合の靜止には O 點の固定といふ條件が大に重要な役割をして居る．

第108節 能率の定理

前節の説明で廻轉作用は力の大さや，その作用線の方向などだけで支配せられず $f\times p$ の相乘積と其符號とで決定せられるものであることを知つた．故に例へば第125圖の A_1 に作用する f_1 に抗して物體を廻轉させないやうな f_2 は外圓の圓周上の他の點に A_2 があつて，その方向が此新しい A_2 に於ける接線であつても，或は外圓の大きさを變じても，$f_2\times r_2$ が $f_1\times r_1$ に等しくさへあればよいのである．

又第125圖を以前とは異なつた見方をして一つの重要なる事を知る．即ち剛

體に同一平面內にある二つの力が作用して居るとき此剛體には廻轉軸も支點もない一般の場合に於て或一點 O に就て二つの力の能率を作り，尙ほ假りに此點 O を支點と見れば，物體が廻轉せられる向きが右旋か左旋かを調べて，適當なる符號を二つの能率に與へて此二能率の代數和を求めた時に和が零であつたならば，二力の合力は O 點を通過することを判定できるのである．之は次の如く敷衍することが出來る．

同一平面內に於て多くの力が一剛體に作用するとき，或一點に就て取つた能率の代數和が零なれば，此等の力の合力は此點を通過す

又上記の場合の通りに

能率の代數和を作つた時にそれが零でないならばその値は合力の能率に等し

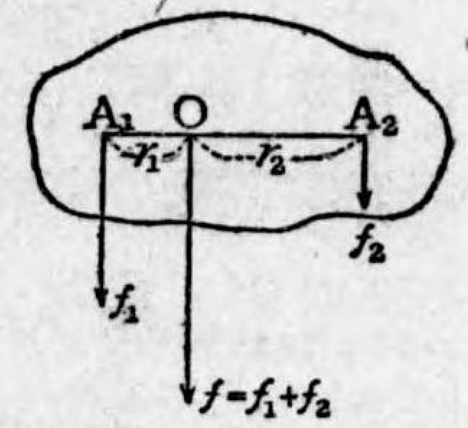
といふことも容易に證明し得るのである．

第109節　平行力

前節說く所の能率の定理は，極めて應用の廣いものである．f_1 及び f_2 の作用線の方向に何等の制限はないのだから，之を二つの力が平行なる場合に應用して見る．平行力の場合は，それ自身大切な場合であるから特に此場合に應用を試みるのである．

二つの互に平行なる力が紙面內にありとしてその合力を求める．便利の爲めに二つが同方向に向ふ場合と反對に向ふ場合とを別々に論ずる．

（1）　同方向に向ふ二力の合成．先づ合力の着力點を求める．二力に共通な垂線を一つ畫いて，夫れが力と交はる點を A_1, A_2 とし，之を二力の着力點と考へる．線分 $A\ A_2$ 上に一點 O を考へて合力が此點を通過するとする．$\overline{A_1O}=r_1$, $\overline{A_2O}=r_2$ とし此値を求める．



第126圖　同方向に向ふ二力の合成

O に對する

$$f_1 \text{ の能率}\quad +f_1r_1,$$
$$f_2 \text{ の能率}\quad -f_2r_2.$$

この代數和を零と置く

$$f_1r_1-f_2r_2=0, \tag{109/1}$$
$$r_1:r_2=f_2:f_1.$$

則ち線分 $A_1\ A_2$ を力に反比例して內分する點が O である．

更に共通の垂線 B_1B_2 を畫き其線上に第二の點 O' を置き合力が此點を通過するとすれば上文と全く同じ事を繰返すのであるから，合力の通過する $\overline{OO'}$ 線即ち合力の作用線は f_1 及び f_2 に平行なることを知る．

次に此合力の大きさを求むるには f_1f_2 の能率の代數和が合力の能率に等しいことを應用する．A_1 に對する能率は

$$f_1 \text{ の能率}\quad 0,$$
$$f_2 \text{ の能率}\quad -f_2(r_1+r_2),$$
$$f \text{ の能率}\quad -f\cdot r_1,$$
$$0-f_2(r_1+r_2)=-fr_1,$$
$$+f_2r_1+f_2r_2=+fr_1,$$

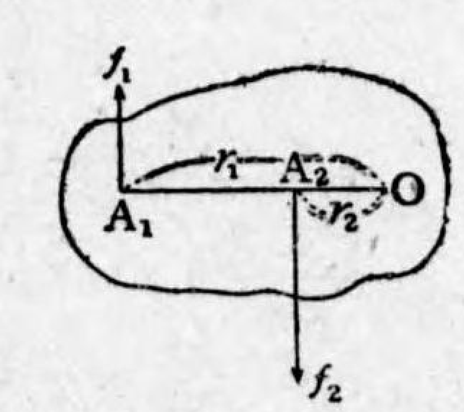
(109/1)により　$+f_2r_1+f_1r_1=+fr_1,\quad \therefore\ f=f_1+f_2.$

合力は二力の和に等しい．

（2）　反對の方向に向ふ二力の合成．前と全く同樣に進行する．

$$f_1r_1-f_2r_2=0,$$
$$r_1:r_2=f_2:f_1.$$

圖に於けるが如く $f_1<f_2$ なれば $r_1>r_2$ なることを要するから O 點は A_2 の右方にあつて二點を A_1A_2 を力の反比に外分する點である．而して合力が f_1 及び f_2 に平



第127圖　反對の方向に向ふ二力の合成

行なることは前と同じく又合力の大きさは A_1 點に對する能率を作れば

f_1 の能率　零,

f_2 の能率　$-f_2(r_1-r_2)$,

f の能率　$-fr_1$.

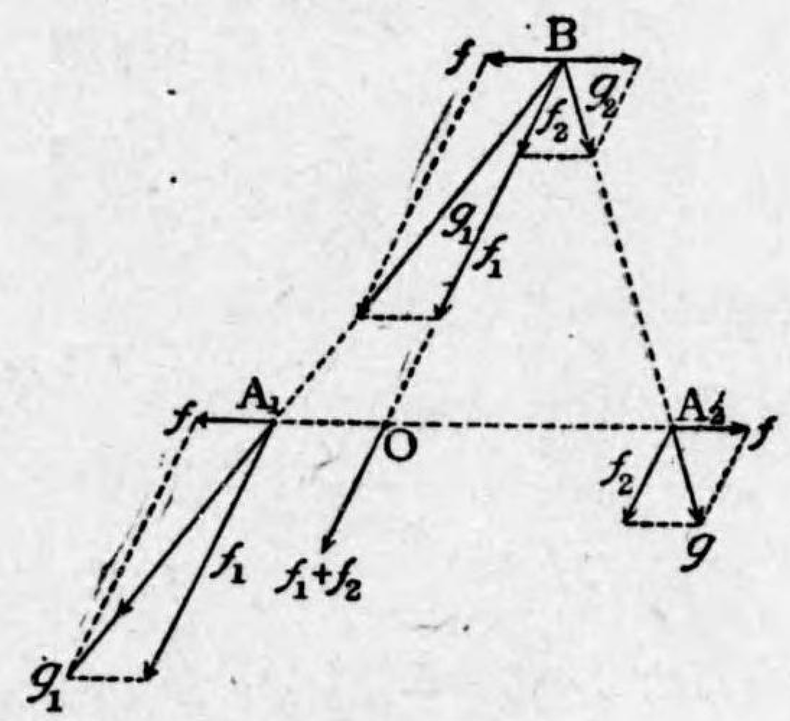
これより

$$f=f_2-f_1.$$

を得る．f の方向は大なる力 f_2 の方向を有する．

斯くして剛體に作用する平行力が多數にあつても二つづつ順々に合成して行けば一般には最後に一つの合力を得る．

上文に於ては平行する二力 f_1f_2 の合力を能率の定理を應用して求めたのであるが，第 106 節の如き方針でも之を得られる．それは第 128 圖の如く先づ着力點 A_1A_2 に反對に向ふ力 f を添加するのである．此二つの f は互に相殺するから添加しても差支ない．A_1 に於ける f_1f の合力を g_1, A_2 に於ける f_2f の合力を g_2 として，此等の力を移動して B 點を着力點として此點に g_1g_2，即ち f_1f_2 と二つの f なる四つの力が作用して居るとして，その合力を求めると明かにそれは單に (f_1+f_2) となる．

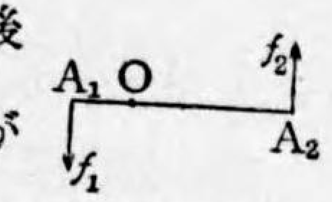


第128圖　平行力 f_1f_2 の合成

而してその着力點は O に移してもよい．O 點の位置が $OA_1:OA_2=f_1:f_2$ なることは極めて容易に證明し得られる．上の方法に於て二つの f を添加したのは f_1f_2 は延長しても交叉しないから之を g_1g_2 なる交叉する力に改めるための方便であつたのである．

第110節　偶力

前節の終りに，平行力を合成すると一般には一つの合力になると述べて「一般に」と斷はつたのは，一つの合力をを得られぬ除外例があるからである．それは平行力を一方に向ふのと，反對に向ふのと二組に分けて，別々に合力 f_1f_2 を作つて見たときに兩者に差があれば一つの合力 f_1-f_2 になることは第 126, 127, 128 圖から想像し得られるが，兩者が相等しい時には最後には二つの相等しい力が，互に平行に然も反對に向つたものが作用して居ることになる．（第 129 圖）．扨て，此場合には二つの平行力の方向反對の時の結論によれば，合力 $f=f_1-f_2=0$ で，其作用點 O は，A_1A_2 から無限大の遠距離にあると云ふ不思議なことになり，結局單一の合力は存在しない．此の如き力は實際に如何なる作用を剛體に及ぼすかを考へて見ると，此の如き力に作用せられて居ては，物體は並進運動を爲すことはない唯廻轉するのみである．その廻轉たるや何所を廻轉の中心と束縛せられては居ないで，剛體の現存する事情によつて，都合のよい點を中心として廻轉するのである．



第129圖　偶力

此二つの力の能率の代數和を求めて見ると，能率を求める點の位置に無關係に一定の價を得る．即ち例へば任意の一點 O に就ては

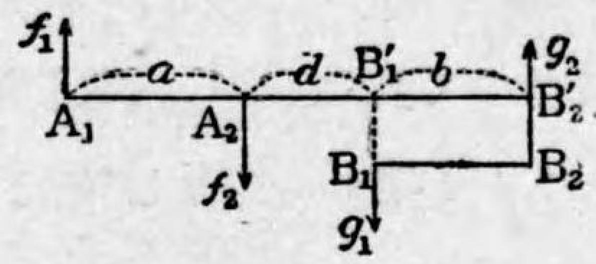
$$f_1\times\overline{OA_1}+f_2\cdot\overline{OA_2}=f\cdot\overline{A_1A_2},\qquad f_1=f_2=f.$$

で O の位置に關しない．此力 f と二力の作用線間の距離との相乘積を**偶力の能率**と云ふ．此能率の存在するために，偶力に作用せられる剛體は，必ず偶力の決定する平面內に於ける廻轉作用を受ける．故に此能率を**偶力の廻轉能率**と云ふ．

柱時計のゼンマイを卷く時に鍵を廻す兩指の力は偶力の最も良い一例である．

第111節　偶力の特異性

偶力の特異なる性質は之に作用せられた物體を或特別な方向に移動せんとすることなく，唯その平面內に於て(或は此平面に直角なる軸の周りに)物體を廻轉せしめんとするものである．而して偶力を形成する力を大小自由に變じても二力間の距離を調節すれば能率の大きさを變化しない樣にすることが出來るのである．



第130圖 能率相等しき二つの偶力

今第 130 圖に A_1A_2 を通る $f_1=f_2=f$ なる偶力があつてその能率は $+fa$ で物體を時針的に廻轉せんとする．又別に力の方向は f と同じで，$g_1=g_2=g$ なる偶力が B_1B_2 點を通過して，その能率は $-gb$ で物體を反時針的に廻轉せんとするものがある．此二つの偶力は $fa=gb$ であるならば相消去して物體には何等の力が作用せず物體は靜止する．これを說明するには先づ偶力 $-gb$ は $B_1'B_2'$ を臂と見てよいことに注目し A_1B_2' に於ける平行力 f 及び g の二力の合力を求めると，その大さは $f+g$ で A_1B_2' 間を $f:g$ の逆比に內分する點 P を通過する．即ち

$$\overline{A_1P}=\frac{a+d+b}{f+g}\cdot g.$$

同樣に AB_1' を通る平行力 f 及び g の合力は $f+g$ で A_2B_1' を $f:g$ の逆比に內分する Q 點を通る．

$$\overline{A_2Q}=\frac{d}{f+g}\cdot g,$$

$$\therefore \quad \overline{A_1Q}=\overline{A_2Q}+a=\frac{dg}{f+g}+a.$$

$fa=gb$ なることに注意すれば

$$A_1P=A_1Q.$$

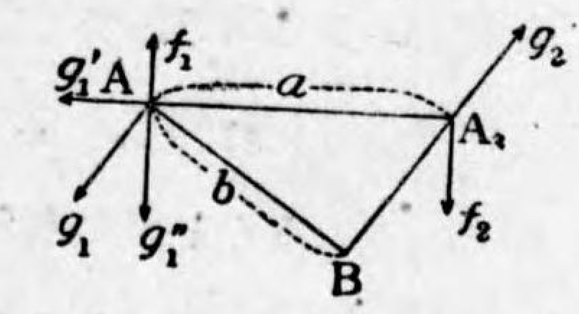
で P. と Q とは實は同一點であつて此點に於て反對に向ふ二つの $f+g$ が作用して居るのだから此二つは釣合つて物體は靜止する．

故に廻轉方向の相反する $+fa$ と $-gb$ なる二つの相等しき能率を有する二偶力は力の位置や大きさに直接に關係なしに釣合ふのである．即ち B_1B_2 に於ける二力 g_1g_2 から成る偶力は A, A_2 に於て f_1f_2 と反對に向ふ二つの f に等しい二力から成る偶力 $-fa$ だと見てもよいのである．

以上に於ては f と g とが平行して居たが更に一般に能率さへ等しければ平行でなくともよい．次に之を示さう．

第一の偶力を AA_2 に於ける $f_1=f_2=f$ で能率が $+fa$ だとし第二の偶力は前文に從つて之を變形して g_1 が A_1 點を着力點とし g_2 の作用線が A_2 を通過するものとした．但し能率は符號が反對で大きさは相等しく

$$fa=gb.$$



第131圖 能率の等しき二つの偶力

此二つの偶力が相消去して物體に何等の力が働いて居ないことを示すには，先づ A_1 に於ける f_1g_1 の合力と A_2 に於ける f_2g_2 の合力とを別々に求めて見ればよい．g_1 を分解して A_1A_2 に平行なる分力 g_1' と直角なる分力 g_1'' とにすれば相似三角形を利用して

$$g_1''=g_1\times\frac{b}{a}=\frac{fa}{a}=f.$$

で g_1'' は f_1 と消去する．同樣に g_2 を g_2' と g_2'' とに分解すれば g_2'' は A_2 に於ける f_2 と消去し結局物體には A_1 に於ける g_1' と A_2 に於ける g_2' とが殘るが然し此等は A_1A_2 線中に於て大きさ相等しく方向相反するものであるから互に消合ひ結局物體には何等の力が作用して居らぬ．即ち斯くの如き gb なる偶力は fa なる偶力と同價値を有することになる．

故に

偶力は能率だけで決定せられる．

から力の方向や着力點の位置などは重要なことではない．

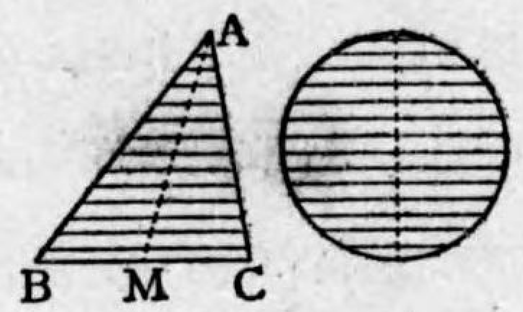
第112節 重心

物體は質量を有する多くの微小部分の集合體であつて，各部の密度は必ずし

も同一では無い．然かし兎に角，各部分に於て質量 m には重力 mg が作用して其方向は皆鉛直にして下方に向ふ．即ち重力の作用は，物體の各部分に無數の下方に向ふ平行力として働いて居る．此平行力の合力が卽ち物體の重量である．

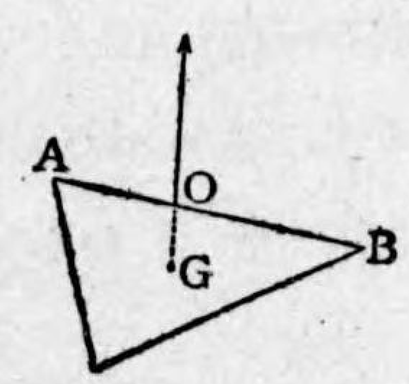
扨て物體を或一定の姿勢に据ゑて置くと，此全重量の作用線は判然と決定せられるが，その着力點は，此作用線中の何所にあるかは不明である．然るに，物體をして鉛直線に對して，種々の異なつた姿勢を取らしめると，それぞれの場合の作用線が常に一定點 G に於て互に相交叉するものである．即ち G は全重量の着力點であつて之を物體の**重心**或は**質量の中心**と名づける．

物體の形が幾何學的で，且つ全部同一物質より成る時には，理論上その重心の位置を知ることが出來る．



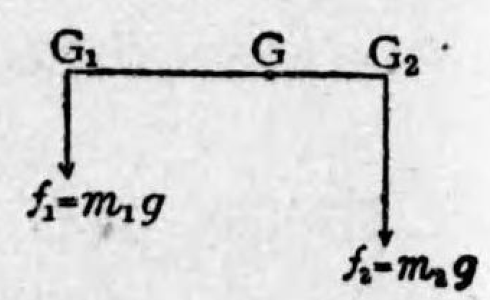
第132圖 三角形と圓の重心

例へば (1) 眞直な棒の重心は其中點であり (2) 三角形の薄板 ABC は此の如き棒を BC 邊に平行に並べて作つたものと考へれば，各棒の重心が皆中線 AM 上にあるから，板全體の重心も亦 AM 上にある． 從つて求むる板の重心は三中線の交叉點である．(3) 薄い圓板の重心も同樣に考へれば，必ず直徑の交叉點卽ち圓心が重心である．



第133圖 重心を求める實驗

重心の位置を實驗的に求めるには，其物體中の一點 O から假りに之を吊して見ると，物體の重心 G が O を通過する鉛直線中に來りて靜止する．故に更に他點 O' から吊して見れば二つの鉛直線の交叉點として G の位置が定まる．



第134圖 二物體 m_1, m_2 の重心

次の定理は重心の問題を解くに甚だ重寶なものである．

質量 m_1m_2 なる二つの物體の重心が夫々 G_1 G_2 にあれば兩體を合併して一つの物體としたものゝ

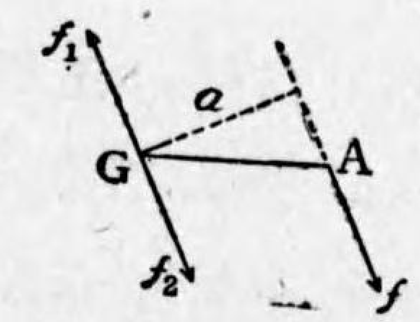
重心 G は，G_1G_2 の二點間を m_1 m_2 の質量に反比例して分つ點にあり．

これは前の第 109 節の應用で別に證明するまでもない．G_1 及び G_2 に作用する力が $f_1=m_1g$ 及び $f_2=m_2g$ であるからその合力は G_1G_2 を $f_1:f_2=m_1:m_2$ の反比に分つ G 點を通過するのである．

第113節 剛體に働く力の一般の場合

剛體に多數の力が，種々の着力點に於て種々の方向に作用する最も一般の場合に，之を合成するときは，その結果は何となるか．

之を解釋するには先づ重心が物體に於ける特別なる點なることに顧みて之に注意を向ける．



第135圖 重心が G にある物體に働く力 f

第 135 圖に於て G を重心とし，着力點 A に働く一つの力 f があるとする．此時吾人は G に於て f と等しき方向互に反對なる二つの力 f_1 及び f_2 を附加する．前にも同樣な事を行つた如く f_1f_2 は互に相殺するから，A に於ける一つの力 f の代りに，物體には A 及び G に於ける $f\,f_1\,f_2$ の三つの力があると見てよい．而して A, G に於ける ff_1 は一つの偶力 fa を形成するから，結局 A に於ける單一の力 f は，G に於ける同方向の同じ力 f_2 と，能率 fa なる偶力との，二つを併せたものに等價なりと見てよい．物體の他の點 B, C…… に働く $g, h,$…… 等に就ても同樣な處理を行へば一般の場合として (1) G に於ける多くの力 $f, g, h,$…… と (2) 能率 fa, gb, hc……等の多くの偶力ありと見てよい．而して (1) の多くの力は，同一點 G に於て作用するものだから，此等は勿論一つの合力 F に合成し得るし，(特別の場合で此合力が零のこともあらう) (2) の多くの偶力も，亦之を合成して能率 D なる一つの偶力と爲し得るから (之も零のこともある)

剛體に力の作用する最も一般の場合は重心 G に於ける單一の力 F と一

つの偶力 D とより成る

と云ふ結論になる.

第114節 剛體に働く力の爲に生ずる運動

前節に說く如く,剛體に働く力の一般の場合に於ては,能率 D なる一つの偶力と,重心に作用する一つの力 F とから成るが,此の各は如何なる運動を物體に起さんとするか.次に理論を省略して結果を記す.

重心に働く力 F は物體をして並進運動を起さしめんとし加速度 α を生ずる.質點の力學に於て質量 m なる質點に力 f が作用すると

$$f = m\alpha.$$

で與へられる加速度 α を生ずることを知つた.現在の場合は全く之れに似て居る.物體が質量 $m_1\ m_2\ m_3\cdots\cdots$ 等の質點の集合によつて成立して居るとして此等の質量を全部重心 G に集中して

$$M = m_1+m_2+m_3+\cdots.=\Sigma m.$$

なる質量 M なる質點があると思ひ之に力 F が作用したとして

$$F = M\cdot\alpha. \qquad (114/1)$$

なる並進運動の加速度 α を物體全體に與へるのである.

次に能率 D なる偶力は,此偶力が決定する平面に直角にして重心を通過する廻轉軸の周りに廻轉の角加速度 β を生ずる.β の價は

$$D=I\cdot\beta. \qquad (114/2)$$

で與へられる.I は物體の**此軸に對する慣性能率**と稱する特殊の量である.その說明は次の通りである.

第136圖 慣性能率

第 136 圖に於て XY を以て重心 G を通ずる上記の廻轉軸とする,而して物體を形成する諸質點 $m_1\ m_2\ m_3\cdots\cdots$ が,それぞれ軸から $r_1\ r_2\ r_3\cdots\cdots$ 等の距離にありとする.I の定義は

$$I=m_1r_1^2+m_2r_2^2+m_3r_3^2+\cdots.=\Sigma mr^2 \qquad (114/3)$$

の物體全體に渉る總和である.

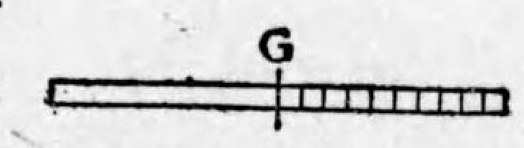
M と I とは剛體の並進運動及び廻轉運動に對する慣性を示す極めて重要なる量である.即ち剛體に働く力 F と D との爲に生ずる運動は,物體の全質量 M と慣性能率 I とによつて支配せられるのである.

第115節 慣性能率

慣性能率は極めて重要なる物體の力學的量であつて,物體に於ける質量の分布に關係し,全質量 M が同一でも I の異なることが普通である.要するに廻轉軸より遠い所に質量が多く配布せられてある物體は,I が大であつて車輪の如き形狀の物はその例である.

次に二三の例に就て I を計算して見る.

(1) 長さ $2l$ で密度均一なる棒の慣性能率.軸は棒に直角に中點を貫く.長さの單位の質量が ρ(即ち所謂**線密度**)だとする.



第137圖 棒の慣性能率

全質量は明かに $M=2\rho l$

先づ假に棒の右半を n 個に等分して各部の質量が $m=\rho\times\frac{l}{n}$ のものにする.

然るときは r を前節と同じ意味とすれば第一區分は $r_1=\frac{1}{2}\frac{l}{n}$,

第二區分は $r_2=\frac{3}{2}\frac{l}{n}$,

第三區分は $r_3=\frac{5}{2}\frac{l}{n}$.

等であるから求むる I は右半だけで

$$\rho\frac{l}{n}\left\{\left(\frac{1}{2}\frac{l}{n}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\frac{l}{n}\right)^2+\cdots\cdots+\left(\frac{2n-1}{2}\cdot\frac{l}{n}\right)^2\right\},$$

$$=\frac{1}{4}\rho\left(\frac{l}{n}\right)^3\left\{1^2+3^2+5^2+\cdots\cdots(2n-1)^2\right\}.$$

此級數の價は

$$1^2+3^2+5^2+\cdots\cdots+(2n-1)^2=\frac{1}{6}(2n-1)\cdot 2n\cdot(2n+1).$$

であるから棒全體の I は右半と左半とを合せて

$$I=2\times\frac{1}{4}\rho\left(\frac{l}{n}\right)^3\times\frac{1}{6}(2n-1)\cdot 2n\cdot(2n+1).$$

で此 n を無限に大にした極限値である．即ち

$$I=\frac{1}{6}\rho\, l^3\left(2-\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right), \qquad n=\infty$$

$$=\frac{2}{3}\rho l^3.$$

上の質量 M を代入すれば

$$I=\frac{1}{3}M\cdot l^2 \tag{115/1}$$

（2） 半徑 R の密度均一なる圓板，軸は板面に圓の中心を貫く．單位面積の質量即ち所謂**表面密度**を ρ とする．

全質量は明かに　$M=\pi R^2\cdot\rho.$

前の如く半徑を n 等分して多くの圓環にすると各區分の質量及び中心からの距離は

$$m_1=\pi\rho\left(\frac{R}{n}\right)^2 \qquad r_1=\frac{1}{2}\left(\frac{R}{n}\right).$$

$$m_2=\pi\rho\left(\frac{R}{n}\right)^2(2^2-1^2), \qquad r_2=\frac{3}{2}\left(\frac{R}{n}\right),$$

$$m_2=\pi\rho\left(\frac{R}{n}\right)^2(3^2-2^2), \qquad r_3=\frac{5}{2}\left(\frac{R'}{n}\right),$$

$$\cdots\cdots.$$

第138圖　圓板の慣性能率

斯くして全體の慣性能率は

$$\begin{aligned}I=&\pi\rho\left(\frac{R}{n}\right)^4\cdot(1^2-0^2)\cdot\frac{1}{4}\\&+\pi\rho\left(\frac{R}{n}\right)^4(2^2-1^2)\cdot\frac{9}{4}\\&+\cdots.\\&+\pi\rho\left(\frac{R}{n}\right)^4\left\{n^2-(n-1)^2\right\}\times\frac{(2n-1)^2}{4},\\=&\frac{\pi\rho}{4}\left(\frac{R}{n}\right)^4\left\{1^3+3^3+\cdots\cdots+(2n-1)^3\right\},\\=&\frac{\pi\rho}{4}\left(\frac{R}{n}\right)^4\left\{\frac{1}{4}(16n^4-24n^3+16n^2-4n-3)-2(n^4-3n^3+4n^2-2n-1)\right\}.\end{aligned}$$

n を無限大にすれば

$$I=\frac{\pi\rho}{4}R^4\times 2\doteq\frac{1}{2}\pi\rho R^4.$$

M の價を代入して

$$I=\frac{1}{2}M\cdot R^2. \tag{115/2}$$

を得る．

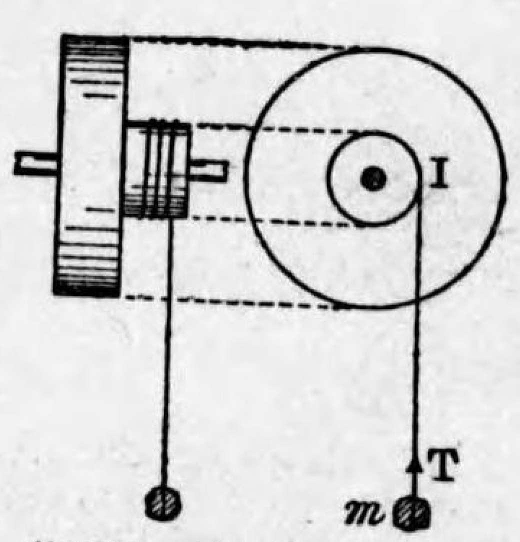
（3） 同様にして半徑 R の均一なる球の直徑を軸としての I は

$$I=\frac{2}{5}MR^2. \tag{115/3}$$

第116節　剛體に於ける力と運動の例

第 114 節に述べた剛體に於ける力と，その爲に生ずる運動を次に二三の例に就て示さう．

第一例　一つの圓盤と丸棒とより成る輪軸を圖形の軸が廻轉軸となる如く裝置し，丸棒に卷きつけた糸の下端に質量 m の重物を吊して m の落下による此剛體の廻轉運動を論ぜよ．



第139圖　重錘の落下による廻轉

剛體全體の慣性能率を I とし，丸棒の半徑を r とする．糸の張力を T とすれば，m に作用する力は下方に向ふ mg と上方に向ふ T とである．故に m の落下の加速度 α は

$$m\alpha=mg-T. \tag{116/1}$$

で $t=0$ に於て運動を始めたとすそば時刻 t に於ては速度及び落下距離 h は

$$v=\alpha t=\frac{mg-T}{m}\cdot t,$$

$$h=\frac{1}{2}\alpha t^2.$$

剛體の方では廻轉を起す力は T でその能率は $T\cdot r$ であるから角加速度 β は

$$I\cdot\beta=T\cdot r. \tag{116/2}$$

從つて時刻 t に於ける角速度 ω，及び廻轉角 φ は

$$\omega = \beta t = \frac{Tr}{I}\cdot t, \qquad (116/3)$$

$$\varphi = \frac{1}{2}\beta t^2.$$

然るに此落下と廻轉とは全く自由でなく糸が丸棒に卷きついて之を制御して居るので

$$\left.\begin{aligned} v = \omega\cdot r \qquad h = \varphi r,\\ \alpha = \beta\cdot r. \end{aligned}\right\} \qquad (116/4)$$

即ち

之によつて上の價を代入して

$$\frac{mg-T}{m} = \frac{Tr^2}{I}.$$

$$\therefore \quad T = \frac{mgI}{mr^2+I}. \qquad (116/5)$$

で糸の張力 T は mg よりは小なることを知り，又加速度 α 及び β は

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= g\frac{mr^2}{mr^2+I},\\ \beta &= \frac{mgr}{mr^2+I}. \end{aligned}\right\} \qquad (116/7)$$

となることを知る．又 $\omega^2 = \dfrac{2\,mgh}{mr^2+I}$.　(116/8)

圓板の半徑が R で，これが相當大きく，丸棒は唯 r と云ふ價を定める爲めのものと考へてよいならば，慣性能率 I は (115/2) により

$$I = \frac{1}{2}mR^2.$$

としてよからう．此時には

$$T = mg\frac{R^2}{2r^2+R^2},$$

$$\alpha = g\frac{2r^2}{2r^2+R^2},$$

$$\beta = \frac{2gr}{2r^2+R^2}.$$

となる．假に $R=10$, $r=1$ とすれば

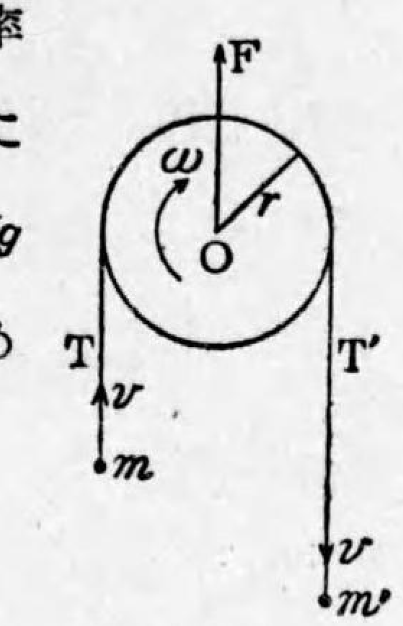
$$T = mg\frac{100}{102}, \quad \alpha = g\frac{2}{102}, \quad \beta = \frac{2g}{102}.$$

此裝置は落下運動の模樣を視察するに適當なものでその落下速度の增大の

仕方がよく視られる．

第二例　井戸車の如き滑車にかけたる糸の兩端に質量 m 及 m' の重物を吊し ($m'>m$) 時刻 $t=0$ に於て運動を始めたり，此運動を記述せよ．

滑車は半徑 r, 質量 M なる圓板なりとすれば其慣性能率を $I=\frac{1}{2}Mr^2$ である．而して滑車は中心 O を F なる力にて上方に引き，T 及び T' なる二つの張力と滑車の重量 Mg とにて之を下方に引く．重心 O は靜止せる故に此點に集めたる力は零なり



第140圖　滑車にかけたる二つの重錘

$$F - T - T' - Mg. = 0$$

而して O を通ずる水平なる廻轉軸に對する偶力の能率 D と廻轉の角加速度 β との關係式により

$$D = T'r - Tr = (T'-T)r = \frac{1}{2}Mr^2\beta.$$

$$\therefore \quad \beta = \frac{2(T'-T)}{Mr}. \qquad (116/9)$$

$t=0$ に運動を開始するにより，時刻 t に於ける角速度 ω は

$$\omega = \beta\cdot t. \qquad (116/10)$$

となり，一定の割合に廻轉は增大して漸々急速となる．

兩方に吊せる重物には重力 mg 又は $m'g$ と糸の張力 T T' 作用して一定の加速度 α を以て一は降り一は昇る

m　　$m\alpha = T - mg,$　(116/11)

m'　　$m'\alpha = m'g - T'.$　(116/12)

時刻 t に於ける速度の大きさは

$$v = \alpha t. \qquad (116/13)$$

にして漸々運動急速となる．然るに此所に注目すべき事實は糸と滑車との間には辷りなく糸の爲めに滑車が廻轉せらるゝにより第一例の如く

$$v = \omega r. \qquad (116/14)$$

なるを要する．即ち

$$\alpha=\beta\cdot r. \tag{116/15}$$

なり．故に (116/11) (116/12) (116/9) 式により

$$\alpha=\frac{T-mg}{m}=\frac{m'6-T'}{m'}=\frac{2(T'-T)}{M}.$$

を得，これより計算すれば

$$\left.\begin{aligned} T&=\frac{m(4m'+M)}{2m+2m'+M}\cdot g, & T'&=\frac{m'(4m+M)}{2m+2m'+M}\cdot g,\\ \alpha&=\frac{2(m'-m)}{2m+2m'+M}\cdot g, & \beta&=\frac{\alpha}{r}. \end{aligned}\right\} \tag{116/16}$$

を得て解答とす．

若し $M=0$ で滑車は唯糸を懸ける丈けの任務を有するものとすれば

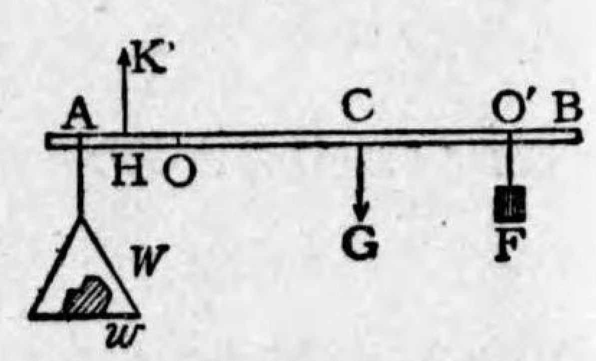
$$T=T'=\frac{2mm'}{m+m'}\cdot g,$$

$$\alpha=\frac{m'-m}{m'+m}\cdot g. \tag{1116/17}$$

となる．若し $m=9$, $m'=11$ とすれば $\alpha=\frac{1}{10}\cdot g$ となる．此の如き装置も亦重物の落下運動が自由落下よりは著しく小なるにより教育上の實驗裝置として屢使用せらる．これ所謂アトウードの器械といふものである．

剛體に力が作用しても，互に釣合つて運動が起らぬ場合は，重心に集めた合力が零となり，又偶力も零となるので著しく簡單となる．次にその例を掲げる．

第三例　桿秤　これは一本の棒 AB に沿うて一定の重量の分銅 F を移動して棒の他端 A から吊した秤皿の上に載せて物體と釣合つて棒が水平となる様にし，その時の分銅の位置で物體の重量 W を知る裝置である．棒はその一點 H につけた下げ緒で吊して置く．



第141圖　桿秤

分銅を O' から吊したとき桿が水平になつた．

秤皿の重量 $=w$,

桿の重量 $=G$,

下げ緒を保つ力 $=K$.

先づ總べての力を桿の重心 G に集めたとして

$$K=(W+w)+G+F \tag{116/18}$$

かく H 點に働く力 K は $(W+w)$, G 及び F の三つの力はそれぞれ A, C, O' 點に働く力と三つの偶力を作る．此三つの偶力からなるがそれが釣合ふから，

$$(W+w)\overline{AH}=\cdot G\overline{HC}+F\cdot\overline{HO'}. \tag{116/19}$$

$W=0$ の時には分銅が桿の目盛の零點 O から吊され

$$w\cdot\overline{AH}=G\overline{HC}+F\cdot\overline{HO}. \tag{116/20}$$

此二式を邊々相減ずれば

$$W\cdot\overline{AH}=F(\overline{HO'}-\overline{HO})=F\cdot\overline{OO'},$$

$$\therefore\quad W=F\cdot\frac{\overline{OO'}}{\overline{AH}}. \tag{116/21}$$

F と $\overline{AH}$ は常に一定なのだから，W は $\overline{OO'}$ の距離に正比例する．即ち O を零點として重量の目盛を桿に施して置けばよい．

第十一章　仕事とエネルギー

第117節　仕事

或物體に力が作用して居る時に，其着力點が力と同じ方向に，若干の距離だけ動けば此力は**仕事**をしたと云ふ．例へば，人足が車を挽く時に，引く力の方向に車が若干距離動けば，人足の力は仕事をした．活塞を備へた密閉した器の中に氣體が入れてあるとき，人が活塞を押込んで氣體を壓縮したとすれば，活塞は手が押して居る方向に動いたので，手の力が仕事をした．斯く力學の用語，學術語としての仕事は力の向いて居る方向に若干距離動くことを必要とする．此點は日常語としての仕事と云ふ用語とは，思想を異にした定義が下してある ことに，最初から甚大の注意を促がして置く．

例へば大風が吹いて板塀が今倒れんとする．或人が之を支へて板塀の倒れることを防いで居ると，日常語としては此人は仕事をしたに相違ないので，若し此人が傭人であれば相當の賃金を之に拂はねばならぬ．此時の仕事の意味は，此人が塀の倒れるのを拱手傍觀して居らずに，働いたと云ふことである．然し吾々が今定義を下した，物理學の術語としての仕事と云ふ意味の仕事は，して居らぬのである．

術語としての仕事の大きさを計るには次の如くする．

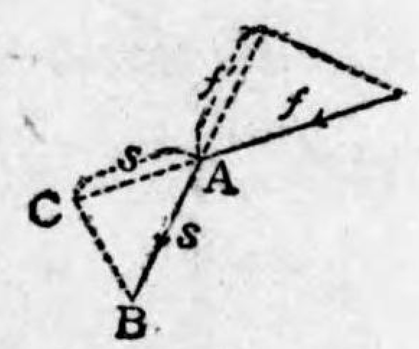
或力の爲した仕事 w は其力の大きさ f と其着力點が力の方向に動いた距離 s との相乘積を以てする．即ち

$$w = f \times s. \tag{117/1}$$

である．

距離 s は即ち着力點の變位量であるが，若し變位の方向が力と一致しない場合には，變位 $\overline{AB}=s$ の f の方向に於ける分變位，$\overline{AC}=s'$ に f を乘したものを w とする

$$w = f \times s'. \tag{117/2}$$



第142圖 仕事の定義
$'\times s$ 又は $f\times s'$

然るに此量は f を分解して s の方向に於ける分力を f' とすれば

$$f : f' = s : s'.$$

なるにより

$$w = f \times s' = f' \times s \tag{117/2}$$

とすることも出來る．

若し f と s とが互に直角なるときには，仕事は零になる．力の方向に直角に動いても，仕事はしないのである．それは前述の s' 及び f' が零だからである．

例へば水平な地面の上を，人が重い車を挽く時に，此人は重力に對しては全く仕事をして居らぬ．それは重力と變位とが互に直角だからである．

力 f と分變位 s' とが方向全く反對なるときは，仕事に負なりとする．一般には f と s との方向の間の挾角が鈍角なれば仕事は負である．此時には力が仕

事を爲したのでなくして**力が仕事を爲された**と云ふ．

第118節 仕事の單位

仕事の單位は，自然に力の單位と長さの單位とで決定せられる．學術上の目的には，C.G.S 絕對單位を採用して，1 ダインの力が 1 糎動いたときの仕事を用ゐ，之を 1 **エルグ** Erg と云ふ．電氣工業などで，實用上には之では餘りに小さいので，その一千萬倍なる 10^7 エルグを使用し之を **1 ジュール** Joule と云ふ．

機械工業では重力單位を採用することが多く 1 瓩重の力で 1 米動いた時の仕事を採用し之を **1 瓩米**と云ふ．

仕事の量を測るときに注意せぬと能く間違ふことがある．其一例は前節の終に擧げた例で，水平なる地面の上を，人が目方 500 瓩の荷物を載せた車を10粁＝10000米挽いたとすると，此人の爲した仕事は

$$500 \times 10000 = 5 \times 16^6 \text{ 瓩米}.$$

だと，よく思ふ人があるが，之は飛んでも無い誤である．成るほど重量は500瓩あつた時，若し人が此荷物を鉛直に10粁引張り上げたならば，力と變位とが同方向だから前記の仕事になるが，今云ふ場合は重力に直角に水平に車を挽いたので，重力に對する仕事は全く零である．人が車を地上に挽く時は，車輪と車軸との間の摩擦とか，路面の抵抗とかに對して仕事をするので，砂利を敷いた道路と鋪装した道路とでは仕事が大にちがう．幾何の仕事を爲したかを實測したければ，人と車との間に强力のベネ秤でも介在せしめて，その示度によつて，水平の力の大きさを知ればよい．若し此力が 100 瓩重であつたとすれば10粁車を挽く仕事は

$$100 \times 10000 = 10^6 \text{ 瓩米}.$$

である．

此例で車を水平に挽くのに，路面の摩擦の抵抗のみが作用して居るとすれ

ば水平の力が 100 瓩重で鉛直の力（即ち荷物の重さ）が 500 瓩だから第 40 節によれば摩擦係數は

$$100\div500=\frac{1}{5}.$$

である．之は路面が餘程悪いのである．水平な氷の上なれば摩擦係數が零に近く殆んど仕事を要さない．

第119節 機械の仕事率

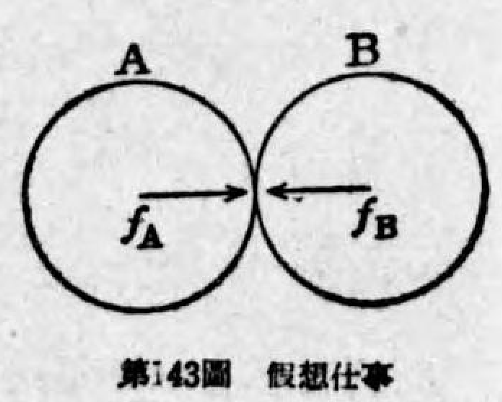
種々の工業に使用する機械は，仕事を爲す裝置である．蒸汽機械で列車を引いたり，或は電氣モートルを使用して重い物を鉛直に引揚げたりする時には，皆機械が仕事をして居る．而して有能な機械は，短時間に大きな仕事を爲すもので此能力を測る目安として單位時間中になし得る仕事の量を以てし之をその機械の**仕事率**と云ふ．故に或時間中に爲した仕事の量は，仕事率と時間との相乘積に等しい．

C．G．S 絶對單位に於ける仕事率の單位は，毎秒 1 エルグのもので，工業用の仕事率の單位は毎秒 1 ジュールのものである．後者を 1 **ワット** Watt と云ふ．

1 **馬力**と云ふのは，仕事率の單位である．略して H.P と書く．電氣工業では 746 ワットを一馬力とし機械工業では毎秒 75 瓩米＝735.5 ワットを 1 馬力とする國もあり又日本，英國等の如く 745.7 ワットを 1 馬力とする所もある．

第120節 假想變位と假想仕事

第143圖に於て A, B 二つの物體が互に押し合つて靜止して居る．即ち A 體は右に向ふ f_A で B 體を押し，B 體は左に向ふ f_B で A 體を押返して居る．而して勿論 $f_A=f_B$ である．今 f_A の大さを無限小だけ f_B より大にしたとすれば B は，A に押されて後退し，A は同時に前進する．f_A と f_B との差は今無限小だとしたのだから，此爲に生じた運動の加速度も，亦



第143圖 假想仕事

從つて速度も，無限小であつて有限量の變位を生ずるには無限大の時間を要する筈である．そこで假りに此時間の點は全く度外視して，兎に角 A の前進，B の後退變位が s だけ生じたとする．換言すれば A, B が互に押し合ひながら，右に向つて s だけ變位したと假想するのである．此**假想變位**による仕事を**假想仕事**と唱へる．然るときは，A の假裝變位は f_A の方向と一致するので f_A は正の假想仕事を爲し，之に反して f_B は負の假想仕事を爲す．此際 A 體は仕事を爲し B 體は仕事を爲された．而して f_A と f_B との差は無限小だから兩者の假想仕事の大きさは相等しい．

重量 w の物體を，之につけた繩で手で保持して居るとする．手の力を無限小だけ w より大にして，物體を鉛直に s だけ引揚げたと假想すれば，手の爲した假想仕事は $+ws$ で手が（或は手の力が）仕事をした，而して此際重力の假想仕事は $-ws$ で重力は仕事を爲されたのである．若し又手の力を無限小だけ w 重量より小にすれば，物體は下方に動き，重力は正の假想仕事を爲し，手の力は負の假想仕事を爲すから，重力は仕事を爲し手は仕事を爲されたのである．

第121節 機械に於ける仕事の原理

吾等は斜面，滑車，調革，輪軸，槓杆，螺旋，及び齒車其他のものを適當に組合はせて複雑な機械を作る．機械は總て力學的の仕事を爲す裝置で，其用途は色々ある．例へば非常に重いものがあつて，到底人間の力では直接に動かし得ないときに，槓杆だとか或は起重機とかを使用して之を動かす．此等は小なる力を使用して大なる力を出させる裝置である．或は又紡績の如き工業に於ては，一つ一つの作業には大なる力を必要としないが，多數の器械を極めて迅速に運轉せしめる必要があつて，之では蒸汽力の如き强大なる原動力を小さく然かし早くして使用する機械を要する．

此等の機械の何たるに拘はらず總てに通じて行はれる一つの重要なる事實は