

變量分析法之農藝應用實例

APPLICATION OF THE METHOD OF ANALYSIS
OF VARIANCE IN AGRONOMIC RESEARCH

(IN CHINESE)

王 綬

WANG SHEO

SKBC
MG
S11
2

報第五卷第一期第二〇五至二三五頁抽印單行本 民國二十四年五月

Reprinted from

KING JOURNAL, volume five, number one, p. 205-235, May, 1935.

MG
S11
2

變量分析法之農藝應用實例

王 綬

變異量 (Variability) 為多數小偏差之綜合結果，最終的變量，為數種變異原因之綜合，譬如一量數 X 之變量，有二個變異原因，因子 A 與 B ，則任一 X 觀察價為：

$$X = \bar{X} + \alpha + \beta + E$$

\bar{X} 為平均數 α 與 β 為因 A 與 B 所起之偏差， E 為隨機偏差，則任一觀察價與其平均數所起之偏差之自乘為：

$(X - \bar{X})^2 = \alpha^2 + \beta^2 + E^2 + 2\alpha\beta + 2\alpha E + 2\beta E$ 樣本內 n 個數之和，再被自由度 η 除為：

$$\frac{\sum(X - \bar{X})^2}{\eta} = \frac{\sum\alpha^2}{\eta} + \frac{\sum\beta^2}{\eta} + \frac{\sum E^2}{\eta} + \frac{2\sum\alpha\beta}{\eta} + \frac{2\sum\alpha E}{\eta} + \frac{2\sum\beta E}{\eta}$$

若 η 極大，而 α, β 與 ϵ ，各獨立時，則最後三項應為零，因偏差相加等於零也。其餘各項為標準偏差之自乘，或名曰變量 (Variance) 如

$$\sigma_x^2 = \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + \sigma_E^2$$

故綜變員 X 之變量為隨機變量與其他因子之變量之和。

變量分析法 (Method of Analysis of Variance) 為 1923 年英國的有名統計學家費雪 (R. A. Fisher) 所倡，其特點在於能將某種變異量，按其變異的原因，分析為若干份，使所估計的試驗差誤 (Experimental error) 與因其他原因所起的差誤分離，成為一純粹的試驗差誤，藉作比較差異顯著性之基礎。

假如有 n 類，每類有 p 個數，即綜其觀察數為 n_p ，令 X 為任何觀察價， \bar{X} 為全觀察之平均價， \bar{X}_p 為任何類之平均價，則



$$\sum(X - \bar{X})^2 = \sum(X - \bar{X}_p)^2 + P\sum(\bar{X}_p - \bar{X})^2$$

各項之自由度為 $n_p - 1 = \eta(p - 1) + \eta - 1$



3 1773 7584 1

第一表 變量分析之普通形式

變異原因	自由度	自乘和	自乘平均
總和	$\eta p - 1$	$\Sigma(X - \bar{X})^2$	$\Sigma(X - \bar{X})^2 / \eta p - 1$
類間	$\eta - 1$	$p \Sigma(\bar{X}_p - \bar{X})^2$	$p \Sigma(\bar{X}_p - \bar{X})^2 / \eta - 1 = S_1^2$
類內	$\eta(p - 1)$	$\Sigma(X - \bar{X}_p)^2$	$\Sigma(X - \bar{X}_p)^2 / \eta(p - 1) = S_2^2$

若 $\frac{S_1^2}{S_2^2}$ 比例大, 則表示各類 (或 treatment) 來自同一羣衆之機率或機會小, 即各類觀察來自不同之羣衆。

S_2^2 代表變量估計, 或試驗差誤 (Experimental error), p 平均數之變量應為 $\frac{S_2^2}{p}$, 標準差 S. E. = $\frac{S_2}{\sqrt{p}}$

例題1 —— 利克氏 (Leake's) 播種器與普通播種器之比較 (見 Wishart 論文)

L	O	總和	
8.0	5.6	13.6	兩類 (2 classes)
8.4	7.4	15.8	每類十價 (10 observations each)
8.0	7.3	15.3	總和 (grand total) = 136.1
6.4	6.4	12.8	總平均 (general mean) = 6.805
8.6	7.5	16.1	$\Sigma(X^2) = 947.11$
7.7	6.1	13.8	$\Sigma(X - \bar{X})^2 = \Sigma(X^2) - (136.1 \times 6.805) =$
7.7	6.6	14.3	$947.11 - 926.16 = 20.95$
5.6	6.0	11.6	$p \Sigma(\bar{X}_p - \bar{X})^2 = 10 \times 3.445 = 3.445$
5.6	5.5	11.1	$\Sigma(X - \bar{X}_p)^2 = 11.936 + 5.569 = 17.505$
總和 72.2	5.5	136.1	

計算結果列入下述第二表:

第二表 變量分析

變異原因	自由度	自乘和	自乘平均	Z-價
處理間	1	3.4445	3.4445	.6321
處理內	18	17.5050	0.9725	
總和	19	20.9495		

$$Z = \frac{1}{2} \log_e \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1}{2} \log_e 3.54 = .6321 \text{ (若無自然對數則用 } \frac{1}{2} \log_e N =$$

1.15129 $\log_{10} N$ 之比例),或不用 Z 表而用 F 表(附表 D)亦可。

當 $N_1=1$, $N_2=18$, Z 倘在 5% 時為 .7424 今之 Z 小於表上之 Z 故不顯著。

本例題不顯著之原因蓋因試驗差誤之估計過大也。未曾除去區間之變異也。「處理內」18 自由度尚可分為二部, 9 個屬於區間,其餘9個屬於試驗差誤。

茲將其結果加以分析列下第三表:

第三表 變量分析

變異原因	自由度	自乘和	自乘平均	Z-價
區間	9	14.5045	1.6116	1.1681
處理間	1	3.4445	3.4445	
差誤	9	3.0005	0.3334	
綜和	19	20.9495		

$$Z = \frac{1}{2} \log_e \frac{3.445}{.333} = \frac{1}{2} \log 10.345 = 1.1681$$

當 $\eta_1=1$, $\eta_2=9$, 5%Z = .8163, 1%Z = 1.1786, Z 大於 5% 而略小於 1% 故甚顯著。

因此可知第二方法較第一個方法為佳,因其將區間差除去,而減少試驗差誤。

若欲用變量分析法分析試驗結果,其重要之事為取樣須隨機,即田間試驗區之排列,須無次序之隨機排列,隨機排列之試驗區,有二種形式。

I. 隨機排列區(Randomized block)若處理成品系之數目多,最好用此法,因此法可將多數之品系隨機分布於一區之內,品系之分佈祇有區的限制(local control),而無行的限制,每一品系在一區內祇能發現一次,試驗內之區數即品系之重複次數。

例題2——設有大豆八個品系,每一品系種一區,重複三次共計四區,其種法用隨機排列法,將全試驗地劃為四大區,每一大區又劃為八個小區,每一品系種一小區,隨機排列,本試驗計劃有一限制,即一大區之內,每一品系祇能發現一

次,各品系小區之產量(克數)如第四表。

本例題之目的為採用變量分析法,分析試驗之結果,以測驗全試驗之顯著性,以比較各品系之優劣,本試驗之全變量可分為「區間」「品系間」以及「差誤」等三部,其計算結果如第五表。

第四表 大豆產量(克數)

品 系	每 區 之 產 量				綜 產 量
	I	II	III	IV	
I249	624	662	688	678	2652
I201	595	695	626	774	2690
I244	683	774	675	727	2859
I311	715	696	681	702	2794
II16	623	676	716	696	2711
I324	610	719	710	641	2680
887	685	715	746	744	2890
II91	603	724	637	700	2664
綜 產 量	5138	5661	5479	5662	21940

$$\Sigma(X) = \text{綜數} = 21940$$

$$\bar{X} = \text{綜平均數} = 685.6$$

$$\Sigma(X)\bar{X} = \text{矯正數} = 21940 \times 685.6 = 15042064$$

計算如下:

$$\text{綜數自乘和} = \Sigma(X^2) - \Sigma(X)\bar{X} = (624)^2 + \dots + (700)^2 -$$

$$15042064 = 1550026 - 15042064 = 458162$$

$$\text{區間自乘和} = \frac{(5138)^2 + \dots + (5662)^2}{8} - 15042064 = 15065456.25 -$$

$$15042064 = 23392.25$$

$$\text{品系間之自乘和} = \frac{(2652)^2 + \dots + (2664)^2}{4} - 15042064 = 15057609.5 -$$

$$15042064 = 17545.5$$

$$\text{差誤自乘和} = 458162 - (23392.25 + 17545.5) = 458162 - 40937.75$$

$$= 17224.25$$

分析結果如下表:

第五表 大豆變量分析

變異原因	自由度	自乘和	自乘平均
總數	31	458162.00	
區間	3	23392.25	7797.4
品系	7	17545.5	2506.5
差誤	21	17224.25	820.2

自上之計算所得，品系間之自乘平均為2506.5而差誤之自乘平均為820.2，品系間之變量大於差誤間之變量，然其差異之顯著與否，可用 Fisher's Z 價測定之(如上例)，或用 Snedecor's F 價測定之亦可。

$$F = \frac{\text{大變量}}{\text{小變量}} = \frac{2506.5}{820.2} = 3.05$$

查 F 表 $N_1 = 8$ $N_2 = 21$

5% 為 2.42 1% 為 3.51

今 $F = 3.05$ 大於 2.42 而小於 3.51 故結論為品系間之產量能力有顯著之差異。今既證明品系間有顯著之差異，則下一步所欲求者，即為比較各品系之顯著性，其法可引用 Fisher's "t" 測定之。

測驗任何兩個品系間差異顯著性為

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{2S^2/\eta}}$$

公式內 \bar{X}_1 與 \bar{X}_2 為任何二品系之平均產量， S^2 為差誤之自乘平均 (= 820.2)， η 為每品系之區數 (= 4)，公式內分母 $\sqrt{2S^2/\eta}$ 實際為差異之標準差 (Standard error of difference)。

例如品系 1249 之平均產量為 663，而品系 837 之平均產量為 722.5 克，其差異為 $722.5 - 663 = 59.5$ ，差異之標準差 = $\sqrt{2S^2/\eta} = \sqrt{2 \times 820.2/4} = \sqrt{410.1} = 20.25$

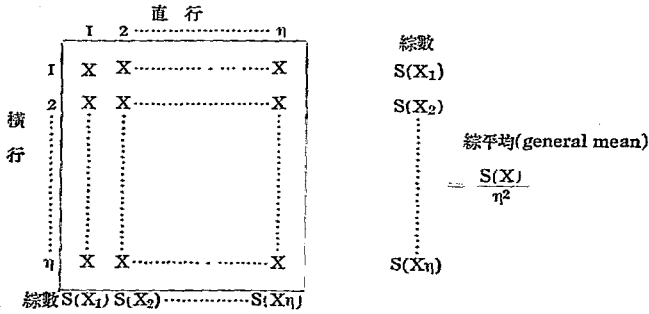
$$t = \frac{59.5}{20.25} = 2.938 \quad (\text{查附表A或附表D})$$

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = 3 + 3 = 6$$

查 Fisher's "t" 表，或 Snedecor's "t" 表，5% 為 2.447，1% 3.707 今 $t(2.938)$ 大於 2.447 故二品系之差異為顯著，其他各品系皆可如法比較之，以定各品系之優劣。

II. 拉丁方區 (Latin Square) 若試驗有 η 品系，則須將試驗地劃為縱橫各 η 區，品系隨機分佈於區內，但須有兩種限制，(1) 每一品系祇能於一

橫行(row)內發現一次,(2)每一品系祇能於一直行(column)內發現一次,故橫行區數直行區數均與品系數相等,換而言之,品系有幾,即須重複幾次,故利用拉丁方區劃試驗,品系數目常不能多於十以上因品系多則不易管理也,其普通分析形式如下(第六表)。



變量公式:

$$S(X - \bar{X})^2 = \eta S(\bar{X}_v - \bar{X})^2 + \eta S(\bar{X}_R - \bar{X})^2 + \eta S(\bar{X}_c - \bar{X})^2 + S(X - \bar{X}_v)^2$$

公式內之數字代表:

- X = 任何區之產量
- \bar{X}_R = 橫行之平均產量
- \bar{X} = 綜平均產量
- \bar{X}_c = 直行之平均產量
- \bar{X}_v = 品系之平均產量
- η = 品系數目

第六表 拉丁方區變量分析之普通表

變異原因	自由度	自乘和	自乘平均
橫行	$\eta - 1$	$\eta S(\bar{X}_R - \bar{X})^2$	$\eta S(\bar{X}_R - \bar{X})^2 / \eta - 1$
直行	$\eta - 1$	$\eta S(\bar{X}_c - \bar{X})^2$	$\eta S(\bar{X}_c - \bar{X})^2 / \eta - 1$
品系	$\eta - 1$	$\eta S(\bar{X}_v - \bar{X})^2$	$\eta S(\bar{X}_v - \bar{X})^2 / \eta - 1$
差誤	$\eta^2 - 3\eta + 2$	餘數	餘數 / $\eta^2 - 3\eta + 2$
綜數	$\eta^2 - 1$	$\Sigma(X - \bar{X})^2$	

實地計算之公式:

$$(I) \text{橫行之自乘和} = \frac{[S(X_1)]^2 + [S(X_2)]^2 + \dots + [S(X_\eta)]^2}{\eta} - \frac{[S(X)]^2}{\eta^2}$$

$$(2) \text{直行之自乘和} = \frac{[S(X_1)]^2 + [S(X_2)]^2 + \dots + [S(X_n)]^2}{n} - \frac{[S(X)]^2}{n}$$

$$(3) \text{品系之自乘和} = \frac{[S(X_1)]^2 + [S(X_2)]^2 + \dots + [S(X_n)]^2}{n} - \frac{[S(X)]^2}{n}$$

此三式之形式雖同但 $S(X_1)$, $S(X_2)$ 等各代表不同之字數在 (1) 式內 $S(X_1)$, $S(X_2)$ 等代各橫行之和在 (2) 式內則代各直行之和在 (3) 式內則代各品系之和。

(4) 差誤之自乘和可於綜數之自乘和之內減去 (1), (2) 與 (3) 式所得之結果, 故名之曰「餘數」。

自乘和求得之後, 各以其相對之自由度除即得自乘之平均, 「餘數」之自乘平均即為試驗差誤, 若欲測品系產量差異之顯著性, 則須以餘數之變量與品系之變量作比較, 用費雪 (Fisher) 之 Z 試驗, 或斯乃得克 (Snedecor) 之 F。

$Z = \frac{1}{2} \log_e \frac{S_1^2}{S_2^2}$ 然後查費雪氏 Z 表以測定顯著性, 或用 (Snedecor) 斯乃得克之 F 試驗亦可, 其 $F = \frac{\text{大的變量}}{\text{小的變量}}$ 然後查斯乃得克之 F 表, 以定其顯著與否。

用此二種比例即可找出 5% 或 1% 之顯著標準, 因此即可知差異是否顯著, 若求得之 Z 或 F 大於表內之數字時即為顯著。

例題 3——以變量分析法分析以下拉丁方區試驗結果:

第七表 小麥拉丁方試驗結果

B	E	A	D	C	I54 本試驗之綜數為 726 I42 矯正數為 21083.04 I31 綜數自乘和 = $(36)^2 + \dots$ I38 $+ (30)^2 - (726 \times 29.04) =$ 21390 - 21083.04 = 306.96
36	32	31	27	28	
D	A	E	C	B	
29	32	28	25	28	
E	D	C	B	A	
27	30	25	23	26	
A	C	B	E	D	I31 I38 I61 I59 160 137 131 139 726
32	30	23	26	27	
C	B	D	A	E	
35	36	30	30	30	
35	36	30	30	30	

$$\text{橫行自乘和} = \frac{(154)^2 + \dots + (161)^2}{5} - 21083.04 = \frac{106006}{5} - 21083.04 =$$

$$21201.2 - 21083.04 = 118.16$$

$$\text{直行自乘和} = \frac{(159)^2 + \dots + (139)^2}{5} - 21083.04 = \frac{106132}{5} - 21083.04 =$$

$$21226.4 - 21083.04 = 143.36$$

$$\text{品系自乘和} = \frac{(151)^2 + \dots + (143)^2}{5} - 21083.04 = 21092.8 - 21083.04 =$$

$$9.76$$

計算品系自乘和時，須將原表之數字按其品系排列，求得各品系之綜產量如下：

A	B	C	D	E
31	36	28	27	32
32	28	25	29	28
26	23	25	30	27
32	23	30	27	26
$\frac{30}{151}$	$\frac{36}{146}$	$\frac{35}{143}$	$\frac{30}{143}$	$\frac{30}{143}$

以各品系之綜產量自乘相加被區數除，再減去矯正數即得。

$$\begin{aligned} \text{差誤之自乘和} &= 306.96 - (118.16 \\ &+ 143.36 + 9.76) = 306.96 - 271.28 \\ &= 35.68 \end{aligned}$$

上述分析之結果可綜列如下第八表。

第八表 變量分析之結果

變異原因	自由 度	自 乘 和	自 乘 平 均
橫 行	4	118.16	29.54
直 行	4	143.36	35.84
品 系	4	9.76	2.44
差 誤	12	35.68	2.97
綜 數	24	306.96	

觀上表可知品系之自乘和平均，小於差誤之自乘平均，則可知品系之產量無差異也，則無須測其顯著性，換而言之，即本試驗內各品系間無顯著之差異，試驗應重新規劃。

若品系數多，或欲重複次數多，而尚欲採用拉丁方規劃試驗時，可分為二個或數個拉丁方區，然後按上述之分析方法分析之，其分析方法述明如下(例題4)。

例題4——有某種作物品系五個，種為 5×10 區，分為二拉丁方區，其田間排列如下圖(取材於Tippett統計方法書中)。

	I	2	3	4	5
1	B	E	A	D	C
2	D	A	E	C	B
3	E	D	C	B	A
4	A	C	B	E	D
5	C	B	D	A	E
6	D	B	C	A	E
7	A	C	E	D	B
8	B	A	D	E	C
9	E	D	B	C	A
10	C	E	A	B	D

總和(grand total)=14130

第一區之和(total for 1st block)=7280

第二區之和(total for 2nd block)=6850

第九表 作物每區產量克數 區為(7½ × 2½ ft.)

	I	2	3	4	5	總數
1	360	324	306	274	277	1541
2	287	324	282	252	277	1422
3	274	302	247	234	256	1313
4	316	304	232	261	271	1384
5	354	364	299	302	301	1620
	1591	1618	1366	1323	1382	
6	295	294	298	313	268	1468
7	197	201	236	209	217	1060
8	335	320	259	205	207	1326
9	267	262	279	332	268	1408
10	291	300	350	383	264	1588
	1385	1377	1422	1442	1224	
總數	2976	2995	2788	2765	2606	

此試驗之變量可分為五種原因：

1. 二區間——其自由度為一。
2. +橫行間——偏差按二區求得，其自由度為八。
3. 直行間——兩區共有十直行，其自由度為八。
4. 品系間——其自由度為四。
5. 餘數——其自由度為二十八。

總數之自由度為四十九。

分析公式如下：

$$S(X-\bar{X})^2 = \eta^2 S(\bar{X}_\beta - \bar{X})^2 + \eta_r^2 S(\bar{X}_r - \bar{X}_\beta)^2 + \eta_c^2 S(\bar{X}_c - X_\beta)^2 + 2\eta_v S(\bar{X}_v - \bar{X})^2 + S(d^2)$$

公式內之小代字：

β = 區(block) c = 直行(column) r = 橫行(row)
 v = 品系(variety) η = 每區內之行數

實地計算法如下：

(1) 將各小區之產量自乘加之 = 4089078

(2) 求每大區之綜產量，各綜數自乘加之以每大區之小區數除 =

$$\frac{7280^2 + 6850^2}{25} = 3996836$$

(3) 求各橫行之綜產量，各自乘加之，以每行之小區數除 $\frac{20201698}{5} =$

$$4040339.6$$

(4) 求每大區直行之綜產量，各自乘加之，以每行之小區數除 = $\frac{20089392}{5} =$

$$4017878.4$$

(5) 求各品系之綜產量，列如第十表，各自乘加之，以每品系之小區數除

$$= \frac{39995906}{10} = 3999590.6$$

(6) 綜產量(grand total) 自乘被綜區數除 = $\frac{14130^2}{50} = 3993138$

上述之分析公式則變為：

$$L(1) - (6) = [(2) - (6)] + [(3) - (2)] + [(4) - (2)] + [(5) - (6)] + S(d^2)$$

(註：-S(d²) 為餘數可從綜數內減去各數得之。)

第十表 第五表內之數字按品系排列

	A	B	C	D	E
	306	360	277	274	324
	324	277	252	287	282
	256	234	247	302	274
	316	232	304	271	261
	302	364	354	299	301
	313	294	298	295	268
	197	217	201	209	236
	320	335	207	259	205
	268	279	332	262	267
	350	383	291	264	300
綜數	2952	2975	2763	2722	2718

按上述之步驟例題 4 分析之結果如下第十一表：

第十一表 5×10拉丁方區變量分析

變異原因	自由 度	自 乘 和	自 乘 平 均
區 間 橫 行 直 行 品 系 餘 數	1	3698.0	3698
	8	43503.6	5438
	8	21042.4	2630
	4	6452.6	1613
	28	21243.4	759
綜 數	49	95940.0	

餘數之自乘平均，即為本例題之試驗差誤之變量，若欲知品系間之差異是否顯著，即可比較餘數之變量(即自乘平均)與品系間之變量而決定之，其法為先將Z價算出，然後查費雪氏之Z表，或用斯乃得克之F，即可決定其差異之顯著與否其方法已於前例說明矣，茲不再贅。

拉丁方區試驗計劃較之隨機排列區為佳，蓋因拉丁方區可除去橫行間，與直行間之變異，使試驗結果格外明顯，但隨機區祇能除去區間變異也。拉丁方區之計劃為雙分類計劃，隨機分佈，須受兩種限制，但隨機排列區祇受一種限制。

以上略述變量分析法之簡單應用實例，但變量分析法之應用尚不止此，其應用頗廣，亦甚複雜，茲舉數例以明其複雜之應用如下。

例題5——番茄 (tomato) 肥料試驗(見Snedecor之書內)本試驗為以番茄植於沙盆內，灌以肥料水，俟植株有六寸高，每十株移植於一盆，共計八盆，每盆加以不同之肥料，當植株開花時收穫六株餘四株令其結實，每盆每次所收之植株，作為一樣本，作化學分析，決定植株內所含之鉀素百分，其結果如下表(第十二表)。

第十二表 番茄植株內所含之鉀素百分

處 理 (施肥比例)	開 花 期		結 實 期	
	葉 部	莖 枝	葉 部	莖 枝
1 N P K	2.94	4.67	3.03	2.23
2 N _{1/3} P _{1/3} K _{1/3}	1.58	3.26	1.48	1.58
3 N P K _{1/3}	2.16	3.72	1.85	1.90
4 N P _{1/3} K	4.68	5.60	3.86	3.46
5 N _{1/3} P K	3.20	4.98	3.40	2.99
6 N _{1/3} P _{1/3} K	2.99	5.75	3.91	2.89
7 N _{1/3} P K _{1/3}	2.03	3.08	2.14	2.11
8 N P _{1/3} K _{1/3}	2.43	3.24	1.90	1.39

本試驗之變異原因,以及自由度,與變量分析綜結如下第十三表:

第十三表 蕃茄植株內鉀素百分之變量分析

變異原因	自由度	自乘和	自乘平均
綜數	31	43.28	
年	7	22.45	3.21
齡	1	8.20	8.20
互	1	2.69	2.69
株			
相			
處	7	0.65	0.09
理	7	0.55	0.08
處	1	7.33	7.33
年	7	1.41	0.20
齡			
餘數			

本例題之矯正項為 290.65 (= 96.44 × 3.01375) 綜數之自乘和,為第十二表內32個百分數用普通方法求得,其他之計算,須將第十二表按其需要重新排列為A,B與C三表,然後計算之如下:

A表 蕃茄植株內鉀素之百分按年齡與植株部分排列

植株部分	年 齡		綜 數
	開 花 期	結 實 期	
葉 莖	22.01	21.57	43.58
	34.31	18.55	52.86
綜 數	56.32	40.12	96.44

利用A表計算各自乘和:

$$\text{綜數: } \frac{(22.01)^2 + \dots + (18.55)^2}{8} - 290.65 = 18.22$$

$$\text{年齡間: } \frac{(56.32)^2 + (40.12)^2}{16} - 290.65 = 8.20$$

$$\text{部分間: } \frac{(43.58)^2 + (52.86)^2}{16} - 290.65 = 2.69$$

$$\text{互相作用; 年齡與部分: } 18.22 - (8.20 + 2.69) = 7.33$$

B表 蕃茄植株內鉀素之百分按處理與年齡排列

年 齡	處 理								綜 數
	1	2	3	4	5	6	7	8	
開 花 期	7.61	4.84	5.89	10.28	8.18	8.74	5.11	5.67	56.32
結 實 數	5.26	3.06	3.75	7.32	6.39	6.80	4.25	3.29	40.12
綜 數	12.87	7.90	9.64	17.60	14.57	15.54	9.36	8.96	96.44

利用B表計算下列各自乘和：

$$\text{綜數} : \frac{(7.61)^2 + \dots + (3.29)^2}{2} - 290.65 = 31.30$$

$$\text{處理間} : \frac{(12.87)^2 + \dots + (8.96)^2}{4} - 290.65 = 22.45$$

年齡間：8.20

互相作用；處理與年齡：31.30 - (22.45 + 8.20) = 0.65

C.表 蕃茄植株內鉀素百分按處理與部分排列

植株部分	處 理								綜 數
	I	2	3	4	5	6	7	8	
葉 部	5.97	3.86	4.01	8.54	6.60	6.90	4.17	4.33	43.58
莖 枝	6.90	4.84	5.63	9.06	7.97	8.64	5.19	4.63	52.86
綜 數	12.87	7.90	9.64	17.60	14.57	15.54	9.36	8.96	96.44

利用C表計算下列各自乘和：

$$\text{綜數} : \frac{(5.97)^2 + \dots + (4.63)^2}{2} - 290.65 = 25.69$$

處理間：22.45

部分間：2.69

互相作用；處理與部分：25.69 - (22.45 + 2.69) = 0.55

將上述各計算結果，綜合成第十三表，計算方法與前述各例相同，每一「平均間」可自二表重複算出，其結果可彼此較對，但今為其簡單計第二次之計算均免除之，第十三表之新特點為「三角互相作用」，三角互相作用為測量互相作用之變更也，若互相作用彼此相同則此三角互相作用應為零，若不為零，即表示互相作用有差異也，年齡×植株部分之顯著互相作用，即表示植物輸送養分(translocation)之影響也。

例題6——馬鈴薯肥料試驗(參看Fisher書)

下表(第十四表)為馬鈴薯肥料試驗之每株產量磅數，試驗方法為全地施以厩肥，分全地為三十六區，共種十二品系，每系計佔三區，隨機分配於全試驗地內，每區又分為三小區，其中一小區祇施基肥而無鉀素，其他二區除基肥外，更施以硫化鉀或綠化鉀。

第十四表 馬鈴薯每株之產量

品 種 名	礮化鉀區			綠化鉀區			基 肥 區		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Ajax	3.20	4.00	3.86	2.55	3.04	4.13	2.82	1.75	4.71
Auan comrade	3.25	2.56	2.58	1.96	2.15	2.10	2.42	2.17	2.17
British Queen	3.21	2.82	3.82	2.71	2.68	4.17	2.75	2.75	3.32
Duke of York	1.11	1.25	2.25	1.57	2.00	1.75	1.61	2.00	2.46
Epicure	2.36	1.64	2.29	2.11	1.93	2.04	1.43	2.25	2.79
Great Scot	3.38	3.07	3.89	2.79	3.54	4.14	3.07	3.25	3.50
Iron Duke	3.43	3.00	3.96	3.33	3.08	3.32	3.50	2.32	3.29
K. of K.	3.71	4.07	4.21	3.39	4.63	4.21	2.89	4.20	4.32
Ken's pink	3.04	3.57	3.82	2.96	3.18	4.32	2.00	3.00	3.88
Nithsdale	2.57	2.21	3.58	2.04	2.93	3.71	1.96	2.86	3.56
Tinwald perfection	3.46	3.11	2.50	2.83	2.96	3.21	2.55	3.39	3.36
Up-to-date	4.29	2.93	4.25	3.39	3.68	4.07	4.21	3.64	4.11

本試驗108小區綜共107自由度可分析如下第十五表：

第十五表 馬鈴薯肥料試驗之變量分析綜結

變 異 原 因	自 由 度	自 乘 和	自 乘 平 均
大 區 間：	(35)		
品 系 間：	11	43.6384	3.967
同 區 區 間：	24	17.4401	.727
大 區 內：	(72)		
品 系 內 之 影 響：	1	.2911	.2911
礮化鉀對綠化鉀之反應：	1	.0584	.0584
同 區 區 間 之 影 響：	22	2.1911	.0996
同 區 區 間 之 影 響：	48	8.0798	.1683
綜 數	107	71.6989	

本試驗之數字可得數種發現，三十六區綜產量給以三十五自由度，其十一自由度屬於十二品系，其餘二十四自由度代表同一品系在不同區內之差異，若比較此二類之變量，即可測驗各品系之產量差異之顯著性。

其餘之72個自由度，可分為二個為肥料處理，其中一個代表鉀素對基肥，又一個代表硫化鉀對綠化鉀，下餘之70個自由度代表各區之肥料反應之差異。此70個自由度又可分為22個代表各品系對於肥料反應之差異，又48個代表同一品系在各區內對於肥料之反應。

若欲測驗肥料影響之顯著性，則可比較二個肥料自由度之變量，與其餘七十個自由度之變量，而決定之，若欲測驗品系對於肥料反應差異之顯著性，則

可比較22個自由度與48個自由度之變量而決定之，若欲測驗同一品系在不同區內之產量差異之顯著性，則須比較可代表同一品系生長於不同區之產量差異之24個自由度，與代表同一品系生長於各區內肥料反應差異之48個自由度之變量而決定之。

茲為便利計算計，第十四表之數字，可按每區之綜和，每種肥料三區之和，與每種肥料十二品系之綜和，列如下第十六表。

第十六表 第十表組合後

品系名	肥料			綜數	試區		
	硫化鉀	綠化鉀	基肥		I	II	III
Ajax	11.06	9.72	9.28	30.06	8.57	8.79	12.70
Auan comrade	7.39	0.21	0.76	20.36	6.63	6.88	6.85
British Queen	9.85	9.56	8.32	28.23	8.67	8.25	11.31
Duke of York	4.61	5.32	6.07	16.00	4.29	5.25	6.46
Epicure	6.29	6.68	6.47	19.44	5.90	5.82	7.72
Great Scot	10.34	10.47	9.82	30.63	9.24	9.86	11.53
Iron Duke	10.39	9.73	9.11	29.23	10.26	8.40	10.57
K. of K.	11.99	12.23	11.41	35.63	9.99	12.90	12.74
Ken's pink	10.43	10.46	8.88	29.77	8.00	9.75	12.02
Nithsdale	8.36	8.68	8.38	25.42	6.57	8.00	10.85
Tinwald perfection	9.07	9.00	9.50	27.37	8.84	9.46	9.07
Up-to-date	11.47	11.14	11.96	34.57	11.89	10.25	12.43
綜	111.25	109.20	106.26	326.71			

第十五表之計算法如下：

$$\text{綜數自乘和} = (3.20^2 + \dots + 4.11^2) - 988.3304 = 71.6989$$

$$\text{三十六區綜自乘和} = \frac{8.57^2 + 6.63^2 + \dots + 9.07^2 + 12.43^2}{3} - 988.3304 = 61.0785$$

$$\text{品系間之自乘和} = \frac{30.06^2 + \dots + 34.57^2}{9} - 988.3304 = 43.6384$$

$$\text{同品系區間自乘和} = 61.0785 - 43.6384 = 17.4401$$

$$\text{七十二個自由度區內自乘和} = 71.6989 - 61.0785 = 10.6204$$

$$\text{三種不同處理之自乘和} = \frac{111.25^2 + 109.20^2 + 106.26^2}{36} - 988.3304 = .3495$$

$$\text{鉀素肥之自乘和} = .3495 - .0584 = .2911$$

$$\text{硫化對綠化鉀之自乘和} = \frac{(111.25 - 109.20)^2}{72} = 0.0584$$

$$\begin{aligned} \text{每一品系每一種肥料之自乘和(35自由度)} &= \frac{11.06^2 + \dots + 11.96^2}{3} - 988.3304 \\ &= 46.1790 \end{aligned}$$

$$\text{品系不同反應之自乘和} = 46.1790 - (43.6384 + .3495) = 2.1911$$

$$\text{區內同品系反應之自乘和} = 10.6204 - (.3495 + 2.1911) = 8.0798$$

各自乘和算出後，可按普通的方法計算自乘平均或變量(Variance)，以各變量互相比較而測各因子之顯著性。

例題 7 —— 大麥區域試驗之統計分析(見Immer等所著文)

本試驗為以大麥十個品系，作區域試驗於明利蘇達州(Minnesota)六個試驗場，此六試驗場分佈於全州之各部，連續作試驗二年，其目的為決定各品系對於區域與時季有無不同之反應，以決定某區域應推廣之品種，其試驗方法為每一品系種三區，區之面積為 $\frac{1}{40}$ 英畝，區之排列完全採用隨機排列法，產量計算法採用「變量分析法」。

六個試驗場二年之產量結果如下第十八表，表內之數字為每一試驗場每年每區之產量(英畝英斗)。

本試驗之變異原因與自由度可分如下表(第十七表)。

第十七表 大麥區域試驗自由度之分配

第十七表內24個區的自由度

變異原因	自由度	
試驗場	5	包括有 2 個屬於區之本身，10個屬於區與試驗場之互相作用，2 個屬於區與年限之互相作用，又10個屬於區與試驗場與年限之互相作用因此24個自由度均屬於土壤變異，故無須將其分離，故云區之自由度為24。
年限	1	
試驗場×年限	5	
品系	9	
品系×試驗場	45	
品系×年限	9	
品系×試驗場×年限	45	
區	24	
差誤	216	
總數	359	

本試驗之計算如下：

$$S(X) = \text{本試驗 360 區之總數} = 12,391.4 \text{ 英斗}$$

$$\bar{X} = \text{總平均數} = 12,391.4 \div 360 = 34.42055\dots\dots \text{英斗}$$

$$S(X)\bar{X} = \text{總數} \times \text{總平均} = 426,518.8721$$

$$S(X-\bar{X}) = S(X^2) - S(X)\bar{X} = 472.54026 - 426, \\ 518.8721 = 46.0213879$$

若欲計算試驗場年限與其互相作用之自乘和，則須將第十八表按試驗場與年限，重新排列如下表(第十九表)。

第十八表 大麥區域試驗之結果(英畝英斗)

區數	品 系 名									綜 和	
	Manch.	Glabron	Svan-sota	Velvet	Trebi	No.457	No.462	Peat-land	No.475		Wis. 38
大學農場 1931											
1	29.2	44.6	33.9	36.7	41.2	45.8	35.8	38.5	15.5	44.3	365.5
2	25.0	39.1	39.4	41.0	31.9	38.8	36.0	29.6	32.8	37.4	351.0
3	26.8	45.5	32.1	42.0	36.6	45.2	38.0	30.2	25.7	36.2	358.3
和	81.0	129.2	105.4	119.7	109.7	129.8	109.8	98.3	74.0	117.9	1074.8
1932											
1	19.7	28.6	20.1	20.3	19.3	18.7	18.0	22.3	18.5	27.9	213.4
2	31.4	38.3	30.8	27.5	22.4	29.1	23.6	30.8	35.8	40.0	309.7
3	29.6	43.5	31.4	32.6	45.5	31.5	35.1	31.1	35.7	46.1	362.1
和	80.7	110.4	82.3	80.4	87.2	79.3	76.7	84.2	90.0	114.0	885.2
Waseca 場 1931											
1	47.5	55.4	44.5	56.9	63.9	63.0	62.8	41.2	56.6	61.1	552.9
2	52.2	53.4	46.0	40.6	63.8	51.2	65.4	51.5	38.6	58.0	520.7
3	46.9	56.8	51.5	53.2	63.8	60.1	69.1	53.0	45.1	57.3	556.8
和	146.6	165.6	142.0	150.7	191.5	174.3	197.3	145.7	140.3	176.4	1630.4
1932											
1	40.8	44.4	41.0	44.6	53.5	43.0	48.4	39.8	41.7	71.5	468.7
2	29.4	34.9	41.1	41.4	44.2	47.8	44.8	39.2	44.4	47.6	414.8
3	30.2	33.9	33.4	26.2	50.0	35.8	40.9	29.1	37.7	55.4	372.6
和	100.4	113.2	115.5	112.2	147.7	126.6	134.1	108.1	123.8	174.5	1256.1
Morris 場 1931											
1	24.0	27.5	26.5	27.2	42.1	30.0	36.9	24.7	18.5	32.0	289.4
2	24.7	25.5	21.5	28.0	42.5	30.9	29.0	29.5	19.2	25.5	276.6
3	33.6	33.3	29.3	23.2	46.7	25.2	25.2	35.4	30.1	30.9	312.9
和	82.3	86.3	77.3	78.4	131.3	86.1	91.1	89.6	67.8	88.4	878.6
1932											
1	29.6	36.6	27.1	35.9	40.0	37.7	45.1	35.7	38.7	47.8	374.2
2	34.1	34.3	35.7	33.9	46.9	49.6	45.9	41.9	37.4	44.5	404.2
3	39.4	34.5	42.3	46.7	53.0	43.3	50.0	52.0	56.6	49.2	467.0
和	103.1	105.4	105.1	116.5	139.9	130.6	141.0	129.6	132.7	141.5	1245.4

Crookston 場 1931

1	34.7	28.8	17.7	29.8	49.0	39.7	27.7	27.7	34.4	43.0	332.5
2	29.1	28.7	20.4	38.4	42.1	31.2	27.3	27.6	33.1	32.7	310.6
3	35.1	21.0	23.8	28.0	34.4	32.1	36.6	20.4	28.9	32.0	292.3
和	98.9	78.5	61.9	96.2	125.5	103.0	91.6	75.7	96.4	107.7	935.4

1932

1	34.7	28.8	17.7	29.8	49.0	39.7	27.7	27.7	34.4	43.0	332.5
2	29.1	28.7	20.4	38.4	42.1	31.2	27.3	27.6	33.1	32.7	310.6
3	35.1	21.0	23.8	28.0	34.4	32.1	36.6	20.4	28.9	32.0	292.3
和	98.9	78.5	61.9	96.2	125.5	103.0	91.6	75.7	96.4	107.7	935.4

Grand Rapids 場 1931

1	34.3	21.4	30.0	22.5	38.3	30.6	23.1	35.8	15.7	31.5	283.2
2	26.9	30.2	23.7	19.9	29.0	30.6	24.8	39.4	22.1	36.1	282.7
3	37.7	35.8	35.3	26.7	22.0	35.3	26.9	28.9	21.3	35.8	305.7
和	98.9	87.4	89.0	69.1	89.3	96.5	74.8	104.1	59.1	103.4	871.6

1932

1	20.2	13.2	12.2	24.5	15.3	14.8	19.6	27.6	18.6	19.0	185.0
2	30.2	20.5	23.7	41.6	17.2	25.4	25.8	30.0	14.3	18.4	247.1
3	16.0	9.6	14.0	30.6	29.4	18.2	14.3	22.7	12.8	24.6	192.2
和	66.4	43.3	49.9	96.7	61.9	58.4	59.7	80.3	45.7	62.0	624.3

Duluth 場 1931

1	28.8	30.7	33.2	22.2	36.6	27.1	26.1	35.2	27.6	29.6	297.1
2	26.6	32.9	33.9	28.0	33.8	41.2	31.4	28.1	44.6	30.3	319.8
3	31.5	25.4	20.0	28.7	32.4	32.5	26.8	32.7	27.0	34.9	291.9
和	86.9	89.0	77.1	78.9	101.8	100.8	84.3	96.0	99.2	94.8	908.8

1932

1	22.8	32.5	21.0	33.6	32.0	25.1	27.7	39.0	30.8	30.5	295.0
2	26.1	26.4	22.0	17.6	30.2	19.4	19.1	27.7	22.8	35.8	247.1
3	18.8	18.7	23.7	16.2	29.6	23.6	20.7	27.4	28.5	21.7	228.9
和	67.7	77.6	66.7	67.4	91.8	68.1	67.5	94.1	82.1	88.0	771.0

第十九表 品系之綜產量按試驗場與年限排列

試驗場	年 限		綜 數
	1931	1932	
大學農場	1074.8	885.2	1960.0
Waseca	1630.4	1256.1	2886.5
Morris	878.6	1245.4	2124.0
Crookston	1309.8	935.4	2245.2
Grand Rapids	871.6	624.3	1495.9
Duluth	908.8	771.0	1679.8
綜 數	6674.0	5717.4	12391.4

$$\text{試驗場之自乘和} = \frac{S(X_s^2)}{60} - S(X)\bar{X} = \frac{(1960.0)^2 + \dots + (1679.8)^2}{60}$$

$$- 426,518.8721 = 26,785,226.14 - 426,518.8721 = 19,901.5636$$

$$\text{年限之自乘和} = \frac{S(X^2y)}{180} - S(X)\bar{X} = \frac{(6674.0)^2 + (5117.4)^2}{180}$$

$$426,518.8721 = 2,541.8988$$

試驗場與年限互相作用之自乘和之計算法，可按公式 $\frac{S(X^2sy)}{30} - S(X)\bar{X}$

計算之，將表內十二個數各自乘而加之，被30除再減去426,518.8721，則得28750.1032屬於11個自由度之自乘和試驗場與年限互相作用之自乘和應為28,750.1032內減去試驗場之自乘和(19,901.5636)與年限之自乘和(2541.8988)則得6306.6408(屬於5個自由度)。

若欲計算品系之自乘和，與品系與試驗場之互相作用之自乘和，則須將第十八表內之數字，按品系與試驗場合併排例如下第二十表：

$$\text{品系之自乘和以各系之綜產量計算之其公式爲} \frac{S(X^2v)}{36} - S(X)\bar{X} = \frac{(1132.7)^2 + \dots + (1418.2)^2}{36} - 426,518.8721 = 3157.7168$$

第二十表 各品系各試驗場二年之產量

試驗場	品系名										綜和	平均
	Man-ch.	Gla-bron	Svan.	Vel-vet	Trebi	No. 457	No. 462	Peat-land	No. 475	Wis. 38		
大學場	161.7	239.6	187.7	200.1	196.9	209.1	186.5	182.5	164.0	231.9	1950.0	196.0
Waseca	247.0	278.8	257.5	262.9	339.2	300.9	331.4	253.8	264.1	350.9	2886.5	288.6
Morris	185.4	191.7	182.4	194.9	271.2	216.7	232.1	219.2	200.5	229.9	2124.0	212.4
Crookston	218.3	192.9	183.3	220.2	266.3	240.0	237.3	200.5	228.7	257.3	2245.2	224.5
Grand Rapids	165.7	130.7	138.9	165.8	151.2	154.6	134.5	184.4	104.8	165.4	1495.9	149.6
Duluth	154.6	166.6	143.8	146.3	193.6	168.9	151.8	190.1	181.3	182.8	1679.8	168.0
綜和平均	1132.7 188.8	1200.3 200.1	1093.6 182.3	1190.2 198.4	1418.4 236.4	1290.5 215.1	1273.6 212.3	1230.5 205.1	1143.4 190.6	1418.2 236.4	12391.4	206.5

第二十一表 各品系每年之產量

年限	品系名										綜和	平均
	Man-ch.	Gla-bron	Svan.	Vel-vet	Trebi	No. 457	No. 462	Peat-land	No. 475	Wis. 38		
1931	615.5	671.9	612.2	620.8	764.4	724.5	703.0	653.5	572.7	730.5	6674.0	667.4
1932	517.2	528.4	481.4	569.4	654.0	566.0	570.6	572.0	570.7	687.7	5717.4	571.7
綜和平均	1132.7 566.4	1200.3 600.2	1093.6 546.8	1190.2 595.1	1418.4 709.2	1290.5 645.2	1273.6 636.8	1230.5 615.2	1143.4 571.7	1418.2 709.1	12391.4	619.6

品系與試驗場之互相作用之自乘和，則利用表內六十個產量計算之，其公式為：

$$\frac{S(X^2vs)}{6} - S(X)\bar{X} = \frac{(161.7)^2 + \dots + (182.8)^2}{6} - 426518.8721$$

$$= 26676.5679 \text{ (屬於 59 個自由度)}$$

自此得數內減去品系之自乘和，(3157.7168) 與試驗場之自乘和，(19901.5636)，則得餘數3617.2875即為屬於 45 自由度之品系與試驗場互相作用之自乘和。

若欲計算品系與年限互相作用之自乘和，須將第十八表按每品系在各試驗場每年之產量結果重行組合，列如第二十一表，以便計算，查品系之自乘和業以求得為3157.7168，年限之自乘和為 2541.8988，品系與年限互相作用之自乘和可利用二十一表內二十個產量求得之，其公式為：

$$\frac{S(X^2vy)}{18} - S(X)\bar{X} = \frac{(615.5)^2 + \dots + (687.7)^2}{18} - 426518.8721 =$$

6328.9390(屬於19自由度)，此數減去品系之自乘和，與年限之自乘和，餘數629.3234即屬於9個自由度之品系與年限之互相作用之自乘和。

第二級互相作用 (Second order interaction) 即品系與試驗場與年限之互相作用，可利用第十八表內 20個每一品系，在每一試驗場每年三區之綜產量而計算之，此20個三區綜產量之自乘和，可用下公式計算之。

$$\frac{S(X^2vys)}{3} - S(X)\bar{X} = \frac{(81.9)^2 + \dots + (88.0)^2}{3} - 426518.8721 =$$

38129.8012 屬於 119 自由度，自此得數內應減去品系年限試驗場等自乘和，與品系 × 年限 品系 × 試驗場與年限 × 試驗場等互相作用等自乘和，餘數1975.3703 即屬 45 自由度之品系 × 試驗場 × 年限等，二級互相作用之自乘和也。

區之自乘和可用第十八表內 36 個區之綜數求之，其公式為：

$$\frac{S(X^2bsy)}{10} - S(X)\bar{X} = \frac{(365.5)^2 + \dots + (228.9)^2}{10} - 426,518.8721$$

$$= 31613.0719 \text{ (屬於 35 自由度) 自此得數內應減去試驗場 (19901.5636)}$$

與年限(2541.8988)等自乘和, 以及試驗場×年限(6306.6408) 互相作用之自乘和餘數 2862.9687 即屬於 24 個自由度之區之自乘和。

試驗差誤之自乘和可自綜數自乘和減去各變異原因之自乘和, 而求得之, 其數為 5028.6180

第二十二表 大麥區域試驗變量分析

變異原因	自由度	自乘和	自乘平均	標準偏差	$\frac{1}{2} \log_e$	Z
試驗場	5	19901.5636	3980.3127		4.1446	2.5708
年限	1	2541.8988	2541.8988		3.9204	2.3466
場×年	5	6306.6408	1261.3282		3.5698	1.9960
品系	9	3157.7168	350.8574		2.9302	1.3564
品系×場	45	3617.2875	80.3842	8.9657	2.1934	.6196
品系×年	9	629.3234	69.9248	8.3621	2.1237	.5499
品系×場×年	45	1975.3703	43.8971		1.8910	.3172
區試驗差誤	24	2862.9687	119.2904		2.3909	.8171
試驗差誤	216	5028.6180	23.2806	4.8250	1.5738	
綜數	359	46021.3879				

第二十三表 交叉差異

試驗場	品 系 名									
	Manct.	Glabron	Svin.	Velvet	Trebi	No. 457	No. 462	Pentland	No. 475	Wis. 38
大學場	-19.9	60.1	19.1	14.7	-34.8	5.4	-18.3	-14.5	-19.3	7.2
Waseca	-28.6	-4.0	-8.2	-21.1	24.9	4.5	44.5	-10.0	-10.3	38.9
Morris	-11.2	-17.1	-6.9	-11.3	34.7	-5.2	16.7	9.8	4.8	-14.9
Crookston	14.3	-30.2	-20.1	4.6	14.3	8.3	8.4	-27.1	24.2	3.5
Grand Rapid	40.1	-14.9	16.3	29.2	-33.9	-3.9	-25.0	43.5	-31.6	-16.9
Duluth	5.2	6.1	0	-16.3	-5.2	-9.2	-26.4	28.2	35.1	-18.1

茲將上求得之各自乘和, 綜括列為第二十二表以便比較。

各項自乘和求得後, 即可以自由度除自乘和, 而求各自乘平均, 標準偏差為自乘平均之平方根, 若欲決定各項之顯著性, 可用差誤之自乘平均, 與其他各項之自乘平均用 Snedecor 之 F 決定之, 或用 Fisher 之 Z 亦可, 若欲用 Fisher 之 Z 則須另求一行 “ $\frac{1}{2} \log_e$ 自乘平均,” 即 $\frac{1}{2}$ 自乘平均之自然對數, Z 為各項之 $\frac{1}{2}$ 自然對數與差誤之 $\frac{1}{2}$ 自然對數之差異, Z 價求得後查 Fisher 之 Z 表以定其顯著與否, (用 F 亦可) 本試各項均為顯著。

本試驗之單數標準偏差為 4.8250 英斗, 則 36 區之平均數標準差, 應為 $4.8250 \div \sqrt{36} = 0.8042$ 英斗, 差異之標準差應為 $0.8042 \sqrt{2} = 1.1373$ 英斗, 若

二品系之差異大於二倍 1.1373 或 2.2746 時,其差異為顯著。

決定各品系之區域適應性,為本試驗最大目的之一,適應性之決定可按「交叉差異」(cross difference)之大小而定之,其計算法為某品系在某試驗地之產量,減去該品系在其餘五試驗地之平均產量,再減去該試驗場所有之品系之平均產量,與其餘五試驗場所有品系之平均產量之差異。

例如品系 Manchuria 在大學試驗場之產量為 161.7 而該品系在其他五場之平均產量為 194.2 此二者之差異為 $161.7 - 194.2 = -32.5$ 又大學場所有品系之平均產量為 196.0 而其餘五場所有品系之平均產量為 208.6 其差異為 12.6 故品系 Manchuria 在大學試驗場之交叉差異應為 $12.6 - 32.5 = -19.9$, 如此類推可算第二十三表,交叉差異之公式為:

$$\left(\begin{array}{c} \text{某一品系在} \\ \text{某場之產量} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{該品系在其他} \\ \text{場之平均產量} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{某試驗場所有} \\ \text{品系之平均產量} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{其他各場所有} \\ \text{品系平均產量} \end{array} \right)$$

第二十三表內之數字有正負之分,正應表示優良,而負號表示惡劣,二差異之顯著性,可用第二十三表內二差異之差決定之,交叉差異之差異標準差為二差異之差異標準差。六區和之標準差為 $4.8250\sqrt{6}$ 或 11.8188, 單獨和與五個和之差異之標準差應為 $\sqrt{(11.8188)^2 + \frac{(11.8188)^2}{5}} = 12.9468$, 同樣之二差異之差異標準差為 $12.9468\sqrt{2} = 18.3095$, 若差異大於 2×18.3095 或 36.6 時,其差異即為顯著,否則不顯著。

以上歷舉農藝應用例題七則,例題之選擇,特注重於實地,俾農藝界實地工作人員有所借鏡,舉一反三,此作者區區之意也。篇末附以費雪氏之 Z 表二與斯乃得克氏之 F 與 t 表以及費雪氏之 t 表,以便檢閱。

參 考 書

1. Fisher, R. A. — Statistical Methods for Research Workers. 1932 pp. 217-223
2. Immer, F. R., Hayes, H. K. and Powers, Le Roy — Statistical Determination of Barley Adaptation. Jour. of Am. Soc. of Agro. 26 : 404 - 418 1934.
3. Goulden, C. H. — Statistical Methods in Agronomic Research. Plant Breeder's Series Pub. No 2, Can. Seed Growers' Association, 1929,
4. Wishart, John — Statistics in Agricultural Research. Supplement to Jour. of Royal Statistical Society, Vol. 1, Jan. 1934.
5. Snedecor, Geo. W. — Calculation and Interpretation of Analysis of Variance and Covariance, 1934, pp. 57-64.
6. Tippett, L. H. C. — The Methods of Statistics, 1931. pp. 187-190

附表 A
Table of t^{\dagger}

n	P=.9	.8	.7	.6	.5	.4	.3	.2	.1	.05	.02	.01
1	.158	.325	.510	.727	1.000	1.376	1.863	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	.142	.280	.445	.617	.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	.137	.277	.424	.584	.765	.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	.134	.271	.414	.569	.741	.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	.132	.267	.408	.559	.727	.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.093
6	.131	.265	.404	.553	.718	.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	.130	.263	.402	.549	.711	.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	.130	.262	.399	.546	.706	.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.866	3.315
9	.129	.261	.398	.543	.703	.883	1.100	1.393	1.833	2.262	2.821	3.280
10	.129	.260	.397	.542	.700	.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	.128	.260	.396	.540	.697	.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	.128	.259	.395	.539	.695	.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.052
13	.128	.259	.394	.538	.694	.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	.128	.258	.393	.537	.692	.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	.128	.258	.393	.536	.691	.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	.128	.258	.392	.535	.690	.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	.128	.257	.392	.534	.689	.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	.127	.257	.392	.534	.688	.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	.127	.257	.391	.533	.688	.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	.127	.257	.391	.533	.687	.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	.127	.257	.391	.532	.686	.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	.127	.256	.390	.532	.686	.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	.127	.256	.390	.532	.685	.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	.127	.256	.390	.531	.685	.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	.127	.256	.390	.531	.684	.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	.127	.256	.390	.531	.684	.856	1.057	1.314	1.706	2.056	2.479	2.779
27	.127	.256	.389	.531	.684	.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	.127	.256	.389	.530	.683	.855	1.056	1.311	1.701	2.048	2.467	2.763
29	.127	.256	.389	.530	.683	.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	.127	.256	.389	.530	.683	.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
∞	.126	.253	.385	.524	.674	.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

† R. A. Fisher: Statistical Methods for Research Workers.

附表 B 5 Per Cent. Points of The Distribution of z (取自 Fisher 之書)
Values of n_1 大變量之自由度

	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	2.5421	2.6479	2.6870	2.7071	2.7194	2.7276	2.7380	2.7484	2.7588	2.7693
2	1.4592	1.4722	1.4765	1.4787	1.4860	1.4868	1.4819	1.4830	1.4840	1.4851
3	1.1577	1.1284	1.1137	1.1051	1.0994	1.0953	1.0859	1.0842	1.0781	1.0716
4	1.0212	0.9690	0.9429	0.9272	0.9168	0.9093	0.8993	0.8885	0.8767	0.8639
5	0.9441	0.8777	0.8441	0.8236	0.8097	0.7997	0.7862	0.7714	0.7550	0.7368
6	0.8948	0.8188	0.7768	0.7558	0.7394	0.7274	0.7112	0.6931	0.6720	0.6499
7	0.8606	0.7777	0.7347	0.7080	0.6866	0.6761	0.6576	0.6360	0.6124	0.5862
8	0.8355	0.7475	0.7014	0.6725	0.6485	0.6378	0.6175	0.5945	0.5682	0.5371
9	0.8163	0.7242	0.6757	0.6450	0.6208	0.6102	0.5892	0.5653	0.5384	0.4979
10	0.8012	0.7058	0.6553	0.6232	0.6009	0.5903	0.5688	0.5446	0.5185	0.4657
11	0.7889	0.6909	0.6387	0.6055	0.5822	0.5716	0.5506	0.5266	0.4995	0.4387
12	0.7788	0.6786	0.6250	0.5907	0.5666	0.5560	0.5344	0.5104	0.4823	0.4195
13	0.7703	0.6682	0.6134	0.5783	0.5535	0.5429	0.5208	0.4968	0.4687	0.4057
14	0.7630	0.6594	0.6036	0.5677	0.5426	0.5320	0.5094	0.4854	0.4573	0.3943
15	0.7568	0.6518	0.5950	0.5585	0.5332	0.5226	0.5000	0.4760	0.4479	0.3849
16	0.7514	0.6451	0.5876	0.5505	0.5251	0.5145	0.4919	0.4679	0.4398	0.3768
17	0.7466	0.6393	0.5811	0.5434	0.5179	0.5073	0.4847	0.4607	0.4326	0.3696
18	0.7424	0.6341	0.5753	0.5371	0.5116	0.5010	0.4784	0.4544	0.4263	0.3633
19	0.7386	0.6295	0.5701	0.5315	0.5060	0.4954	0.4728	0.4488	0.4207	0.3577
20	0.7352	0.6254	0.5654	0.5265	0.5010	0.4904	0.4678	0.4438	0.4157	0.3527
21	0.7322	0.6216	0.5612	0.5219	0.4964	0.4858	0.4632	0.4392	0.4111	0.3481
22	0.7294	0.6182	0.5574	0.5178	0.4923	0.4817	0.4591	0.4351	0.4070	0.3440
23	0.7269	0.6151	0.5540	0.5140	0.4885	0.4779	0.4553	0.4313	0.4032	0.3402
24	0.7246	0.6123	0.5508	0.5106	0.4851	0.4745	0.4519	0.4279	0.4000	0.3370
25	0.7225	0.6097	0.5478	0.5074	0.4819	0.4713	0.4487	0.4247	0.3968	0.3338
26	0.7205	0.6073	0.5451	0.5045	0.4790	0.4684	0.4458	0.4218	0.3939	0.3309
27	0.7187	0.6051	0.5427	0.5020	0.4765	0.4659	0.4433	0.4193	0.3914	0.3284
28	0.7171	0.6030	0.5403	0.4995	0.4740	0.4634	0.4408	0.4168	0.3889	0.3259
29	0.7155	0.6011	0.5386	0.4977	0.4723	0.4617	0.4391	0.4151	0.3872	0.3242
30	0.7141	0.5994	0.5362	0.4953	0.4700	0.4594	0.4368	0.4128	0.3849	0.3219
60	0.6933	0.5738	0.5073	0.4632	0.4311	0.4064	0.3702	0.3355	0.2654	0.1644
	0.6729	0.5486	0.4787	0.4319	0.3974	0.3706	0.3309	0.2804	0.2085	0

Values of n_2 小變量之自由度

附表 C 1 Per Cent. Points of The Distribution of z (取自 Fisher 之書)
Values of n_1 大變量之自由度

	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	4.1535	4.2585	4.2974	4.3175	4.3297	4.3379	4.3482	4.3585	4.3689	4.3794
2	2.2950	2.2976	2.2984	2.2988	2.2991	2.2992	2.2992	2.2997	2.2999	2.3001
3	1.7619	1.7140	1.6915	1.6786	1.6703	1.6649	1.6619	1.6599	1.6404	1.6314
4	1.5270	1.4452	1.4075	1.3856	1.3711	1.3600	1.3527	1.3473	1.3170	1.3000
5	1.3943	1.2929	1.2449	1.2164	1.1974	1.1838	1.1744	1.1687	1.1240	1.0997
6	1.3103	1.1925	1.1401	1.1068	1.0848	1.0690	1.0600	1.0548	0.9948	0.9723
7	1.2320	1.1281	1.0672	1.0300	1.0048	0.9864	0.9744	0.9675	0.9020	0.8688
8	1.2106	1.0787	1.0135	0.9734	0.9459	0.9259	0.9122	0.9045	0.8319	0.7904
9	1.1786	1.0111	0.9244	0.8809	0.8506	0.8291	0.8144	0.8067	0.7269	0.6805
10	1.1535	1.0114	0.9399	0.8954	0.8646	0.8419	0.8264	0.8187	0.7324	0.6816
11	1.1333	0.9874	0.9136	0.8674	0.8354	0.8116	0.7955	0.7878	0.6958	0.6408
12	1.1166	0.9677	0.8910	0.8443	0.8111	0.7864	0.7698	0.7621	0.6649	0.6061
13	1.1027	0.9511	0.8737	0.8268	0.7925	0.7667	0.7498	0.7421	0.6415	0.5761
14	1.0909	0.9370	0.8581	0.8108	0.7755	0.7487	0.7317	0.7241	0.6199	0.5500
15	1.0807	0.9249	0.8448	0.7970	0.7607	0.7330	0.7159	0.7083	0.5987	0.5269
16	1.0719	0.9144	0.8331	0.7850	0.7477	0.7191	0.7019	0.6943	0.5795	0.5034
17	1.0641	0.9051	0.8231	0.7746	0.7373	0.7077	0.6905	0.6829	0.5620	0.4819
18	1.0572	0.8970	0.8148	0.7659	0.7286	0.6980	0.6808	0.6732	0.5466	0.4612
19	1.0511	0.8897	0.8067	0.7574	0.7201	0.6895	0.6723	0.6647	0.5366	0.4460
20	1.0457	0.8831	0.7995	0.7497	0.7124	0.6818	0.6646	0.6570	0.5253	0.4321
21	1.0408	0.8772	0.7920	0.7419	0.7046	0.6740	0.6568	0.6492	0.5139	0.4294
22	1.0363	0.8719	0.7860	0.7357	0.6984	0.6678	0.6506	0.6430	0.5036	0.4176
23	1.0322	0.8670	0.7806	0.7299	0.6926	0.6620	0.6448	0.6372	0.4939	0.4068
24	1.0285	0.8626	0.7757	0.7247	0.6874	0.6568	0.6396	0.6320	0.4840	0.3967
25	1.0251	0.8585	0.7712	0.7199	0.6826	0.6520	0.6348	0.6272	0.4748	0.3872
26	1.0220	0.8548	0.7670	0.7154	0.6781	0.6475	0.6303	0.6227	0.4648	0.3784
27	1.0191	0.8513	0.7631	0.7112	0.6739	0.6433	0.6261	0.6185	0.4558	0.3701
28	1.0164	0.8481	0.7595	0.7073	0.6700	0.6394	0.6222	0.6146	0.4470	0.3624
29	1.0139	0.8451	0.7562	0.7037	0.6664	0.6358	0.6186	0.6110	0.4370	0.3550
30	1.0116	0.8423	0.7531	0.7004	0.6606	0.6300	0.6128	0.6052	0.4249	0.3481
60	0.9784	0.8025	0.7086	0.6472	0.6028	0.5687	0.5189	0.4574	0.3746	0.2352
∞	0.9462	0.7636	0.6651	0.5999	0.5522	0.5152	0.4604	0.3908	0.2913	0

Values of n_2 小變量之自由度

附 表 D

VALUES OF F AND t* (取自 Snedecor所著之書)

	Degrees of freedom for greater mean square										Values of t	
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞		
Degrees of freedom for smaller mean square	I	161.45 4052.10	199.50 4999.03	215.72 5403.49	224.57 5625.14	230.17 5764.08	233.97 5859.39	238.89 5981.34	243.91 6105.83	249.04 6234.16	254.32 6366.48	12.706 63.657
	2	18.51 98.49	19.00 99.01	19.16 99.17	19.25 99.25	19.30 99.30	19.33 99.33	19.37 99.36	19.41 99.42	19.45 99.46	19.50 99.50	4.303 9.925
	3	10.13 34.12	9.55 30.81	9.28 29.46	9.12 28.71	9.01 28.24	8.94 27.91	8.84 27.49	8.74 27.05	8.64 26.60	8.53 26.12	3.182 5.841
	4	7.71 21.20	6.94 18.00	6.59 16.69	6.39 15.98	6.26 15.52	6.16 15.21	6.04 14.80	5.91 14.37	5.77 13.93	5.63 13.46	2.776 4.604
	5	6.61 16.26	5.79 13.27	5.41 12.06	5.19 11.39	5.05 10.97	4.95 10.67	4.82 10.27	4.68 9.89	4.53 9.47	4.36 9.02	2.571 4.032
	6	5.99 13.74	5.14 10.92	4.76 9.78	4.53 9.15	4.39 8.75	4.28 8.47	4.15 8.10	4.00 7.72	3.84 7.31	3.67 6.88	2.447 3.707
	7	5.59 12.25	4.74 9.55	4.35 8.45	4.12 7.85	3.97 7.46	3.87 7.19	3.73 6.84	3.57 6.47	3.41 6.07	3.23 5.65	2.365 3.499
	8	5.32 11.26	4.46 8.65	4.07 7.59	3.84 7.01	3.69 6.63	3.58 6.37	3.44 6.03	3.28 5.67	3.12 5.28	2.93 4.86	2.306 3.355
	9	5.12 10.56	4.26 8.02	3.86 6.99	3.63 6.42	3.48 6.06	3.37 5.80	3.23 5.47	3.07 5.11	2.90 4.73	2.71 4.31	2.262 3.250
	10	4.96 10.04	4.10 7.56	3.71 6.55	3.48 5.99	3.33 5.64	3.22 5.39	3.07 5.06	2.91 4.71	2.74 4.33	2.54 3.91	2.228 3.169
	11	4.84 9.65	3.98 7.20	3.59 6.22	3.36 5.67	3.20 5.32	3.09 5.07	2.95 4.74	2.79 4.40	2.61 4.02	2.40 3.60	2.201 3.106
	12	4.75 9.33	3.88 6.93	3.49 5.95	3.26 5.41	3.11 5.06	3.00 4.82	2.85 4.50	2.69 4.16	2.50 3.78	2.30 3.36	2.179 3.055
	13	4.67 9.07	3.80 6.70	3.41 5.74	3.18 5.20	3.02 4.86	2.92 4.62	2.77 4.30	2.60 3.96	2.42 3.59	2.21 3.16	2.160 3.012
	14	4.60 8.86	3.74 6.51	3.34 5.56	3.11 5.03	2.96 4.69	2.85 4.46	2.70 4.14	2.53 3.80	2.35 3.43	2.13 3.00	2.145 2.977
	15	4.54 8.68	3.68 6.36	3.29 5.42	3.06 4.89	2.90 4.56	2.79 4.32	2.64 4.00	2.48 3.67	2.29 3.29	2.07 2.87	2.131 2.947
	16	4.49 8.53	3.63 6.23	3.24 5.29	3.01 4.77	2.85 4.44	2.74 4.20	2.59 3.89	2.42 3.55	2.24 3.18	2.01 2.75	2.120 2.921
	17	4.45 8.40	3.59 6.11	3.20 5.18	2.96 4.67	2.81 4.34	2.70 4.10	2.55 3.79	2.38 3.45	2.19 3.08	1.96 2.65	2.110 2.898
	18	4.41 8.28	3.55 6.01	3.16 5.09	2.93 4.58	2.77 4.25	2.66 4.01	2.51 3.71	2.34 3.37	2.15 3.01	1.92 2.57	2.101 2.878

	Degrees of freedom for greater mean square										Values	
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	of t	
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.11	1.88	2.093	
	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.63	3.30	2.92	2.49	2.861	
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.08	1.84	2.086	
	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.56	3.23	2.86	2.42	2.845	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.42	2.25	2.05	1.81	2.080	
	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.51	3.17	2.80	2.36	2.831	
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.03	1.78	2.074	
	7.94	5.72	4.82	4.31	3.99	3.75	3.45	3.12	2.75	2.30	2.819	
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.38	2.20	2.00	1.76	2.069	
	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.41	3.07	2.70	2.26	2.807	
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	1.98	1.73	2.064	
	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.36	3.03	2.66	2.21	2.797	
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.34	2.16	1.96	1.71	2.060	
	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.32	2.99	2.62	2.17	2.787	
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	1.95	1.69	2.056	
	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.29	2.96	2.58	2.13	2.779	
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.30	2.13	1.93	1.67	2.052	
	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.26	2.93	2.55	2.10	2.771	
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.29	2.12	1.91	1.65	2.048	
	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.23	2.90	2.52	2.06	2.763	
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.28	2.10	1.90	1.64	2.045	
	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.20	2.87	2.49	2.03	2.756	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.89	1.62	2.042	
	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.17	2.84	2.47	2.01	2.750	
35	4.12	3.26	2.87	2.64	2.48	2.37	2.22	2.04	1.83	1.57	2.030	
	7.42	5.27	4.40	3.91	3.59	3.37	3.07	2.74	2.37	1.90	2.724	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.79	1.52	2.021	
	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	2.99	2.66	2.29	1.82	2.704	
45	4.06	3.21	2.81	2.58	2.42	2.31	2.15	1.97	1.76	1.48	2.014	
	7.23	5.11	4.25	3.77	3.45	3.23	2.94	2.61	2.23	1.75	2.690	
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.13	1.95	1.74	1.44	2.008	
	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	2.89	2.56	2.18	1.68	2.678	
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.10	1.92	1.70	1.39	2.000	
	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.82	2.50	2.12	1.60	2.660	
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.07	1.89	1.67	1.35	1.994	
	7.01	4.92	4.07	3.60	3.29	3.07	2.78	2.45	2.07	1.53	2.648	
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.06	1.88	1.65	1.31	1.990	
	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.74	2.42	2.03	1.47	2.638	

	Degrees of freedom for greater mean square										Values of t
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞	
90	3.95	3.10	2.71	2.47	2.32	2.20	2.04	1.86	1.64	1.28	1.987
	6.92	4.85	4.01	3.53	3.23	3.01	2.72	2.39	2.00	1.43	2.632
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.30	2.19	2.03	1.85	1.63	1.26	1.984
	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.69	2.37	1.98	1.39	2.626
125	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.01	1.83	1.60	1.21	1.979
	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.65	2.33	1.94	1.32	2.616
150	3.90	3.05	2.66	2.43	2.27	2.16	2.00	1.82	1.59	1.18	1.976
	6.81	4.75	3.91	3.45	3.14	2.92	2.63	2.31	1.92	1.27	2.609
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	1.98	1.80	1.57	1.14	1.972
	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.60	2.28	1.88	1.21	2.601
300	3.87	3.03	2.64	2.41	2.25	2.13	1.97	1.79	1.55	1.10	1.968
	6.72	4.68	3.85	3.38	3.08	2.86	2.57	2.24	1.85	1.14	2.592
400	3.86	3.02	2.63	2.40	2.24	2.12	1.95	1.78	1.54	1.07	1.966
	6.70	4.65	3.83	3.37	3.06	2.85	2.56	2.23	1.84	1.11	2.583
500	3.85	3.01	2.62	2.39	2.23	2.11	1.95	1.77	1.54	1.06	1.965
	6.69	4.65	3.82	3.36	3.05	2.84	2.55	2.22	1.83	1.08	2.586
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.10	1.95	1.76	1.53	1.03	1.962
	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.53	2.20	1.81	1.04	2.581
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	1.94	1.75	1.52		1.950
	6.64	4.60	3.78	3.32	3.02	2.80	2.51	2.18	1.79		2.576

*The table was compiled from the values of t and z in tables IV and VI of R. A. Fisher's STATISTICAL METHODS FOR RESEARCH WORKERS (11) by permission of the author and his publishers, Oliver and Boyd. For method of use see sections 25, 27, 28, 43 and 86.

附 表 五

ONE-HALF VALUES OF NEPERIAN LOGARITHMS (錄自 Immer 等所著書)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0.0000	0.0050	0.0099	0.0148	0.0196	0.0244	0.0291	0.0338	0.0385	0.0431	5	10	15	19	24	30	35	38	43
1.1	0.0477	0.0522	0.0567	0.0611	0.0655	0.0699	0.0742	0.0785	0.0828	0.0870	5	9	13	17	22	26	30	35	39
1.2	0.0912	0.0953	0.0994	0.1035	0.1076	0.1116	0.1156	0.1195	0.1234	0.1273	4	8	12	16	20	24	28	32	36
1.3	0.1312	0.1350	0.1388	0.1426	0.1463	0.1501	0.1537	0.1574	0.1610	0.1647	4	7	11	15	19	22	26	30	33
1.4	0.1682	0.1718	0.1753	0.1788	0.1823	0.1858	0.1892	0.1926	0.1960	0.1994	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.5	0.2027	0.2061	0.2094	0.2126	0.2159	0.2191	0.2223	0.2255	0.2287	0.2319	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.6	0.2350	0.2381	0.2412	0.2443	0.2473	0.2501	0.2534	0.2564	0.2594	0.2624	3	6	9	12	15	18	21	24	27
1.7	0.2653	0.2682	0.2712	0.2741	0.2769	0.2798	0.2827	0.2855	0.2883	0.2911	3	6	9	11	14	17	20	23	26
1.8	0.2939	0.2967	0.2994	0.3022	0.3049	0.3076	0.3103	0.3130	0.3156	0.3183	3	5	8	11	14	16	19	22	24
1.9	0.3209	0.3236	0.3262	0.3288	0.3315	0.3341	0.3365	0.3390	0.3415	0.3441	3	5	8	10	13	16	18	21	23
2.0	0.3466	0.3491	0.3515	0.3540	0.3565	0.3589	0.3614	0.3638	0.3662	0.3686	2	5	7	10	12	15	17	20	22
2.1	0.3710	0.3733	0.3757	0.3781	0.3804	0.3827	0.3851	0.3874	0.3897	0.3920	2	5	7	9	12	14	16	19	21
2.2	0.3942	0.3965	0.3988	0.4010	0.4032	0.4055	0.4077	0.4099	0.4121	0.4143	2	4	7	9	11	13	16	18	20
2.3	0.4165	0.4186	0.4208	0.4229	0.4251	0.4272	0.4293	0.4314	0.4335	0.4356	2	4	6	8	11	13	15	17	19
2.4	0.4377	0.4398	0.4419	0.4439	0.4460	0.4480	0.4501	0.4521	0.4541	0.4561	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2.5	0.4581	0.4601	0.4621	0.4641	0.4661	0.4680	0.4700	0.4720	0.4739	0.4758	2	4	6	8	10	12	14	16	18
2.6	0.4778	0.4797	0.4816	0.4835	0.4854	0.4873	0.4892	0.4910	0.4929	0.4948	2	4	6	8	9	11	13	15	17
2.7	0.4965	0.4985	0.5003	0.5022	0.5040	0.5057	0.5076	0.5094	0.5112	0.5130	2	4	5	7	9	11	13	15	16
2.8	0.5148	0.5166	0.5184	0.5201	0.5219	0.5237	0.5254	0.5272	0.5289	0.5306	2	4	5	7	9	11	12	14	16
2.9	0.5324	0.5341	0.5358	0.5375	0.5392	0.5409	0.5426	0.5443	0.5460	0.5476	2	3	5	7	8	10	12	14	15
3.0	0.5493	0.5510	0.5526	0.5543	0.5559	0.5576	0.5592	0.5608	0.5624	0.5641	2	3	5	7	8	10	11	13	15
3.1	0.5671	0.5673	0.5690	0.5705	0.5721	0.5737	0.5753	0.5769	0.5784	0.5800	2	3	5	6	8	10	11	13	14
3.2	0.5816	0.5831	0.5847	0.5862	0.5878	0.5893	0.5909	0.5924	0.5939	0.5954	2	3	5	6	8	9	11	12	14
3.3	0.5970	0.5985	0.6000	0.6015	0.6030	0.6045	0.6060	0.6075	0.6089	0.6104	1	3	4	6	7	9	10	12	13
3.4	0.6140	0.6154	0.6168	0.6183	0.6197	0.6212	0.6226	0.6241	0.6255	0.6269	1	3	4	6	7	19	10	12	13
3.5	0.6261	0.6278	0.6292	0.6306	0.6321	0.6335	0.6349	0.6363	0.6377	0.6391	1	3	4	6	7	8	10	11	13
3.6	0.6405	0.6419	0.6432	0.6446	0.6460	0.6474	0.6487	0.6501	0.6515	0.6528	1	3	4	5	7	8	10	11	12
3.7	0.6542	0.6555	0.6569	0.6582	0.6595	0.6609	0.6622	0.6635	0.6649	0.6662	1	3	4	5	7	8	9	11	12
3.8	0.6675	0.6688	0.6701	0.6714	0.6727	0.6740	0.6753	0.6766	0.6779	0.6792	1	3	4	5	7	8	9	10	12
3.9	0.6805	0.6818	0.6830	0.6843	0.6856	0.6869	0.6881	0.6894	0.6906	0.6919	1	3	4	5	6	8	9	10	11

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4.0	0.6931	0.6944	0.6956	0.6969	0.6981	0.6994	0.7006	0.7018	0.7030	0.7043	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4.1	0.7055	0.7067	0.7079	0.7091	0.7103	0.7116	0.7128	0.7140	0.7152	0.7164	I	2	4	4	5	6	7	8	10	11	
4.2	0.7175	0.7187	0.7199	0.7211	0.7223	0.7235	0.7246	0.7258	0.7270	0.7281	I	2	4	4	5	6	7	8	9	11	
4.3	0.7293	0.7305	0.7316	0.7328	0.7339	0.7351	0.7362	0.7374	0.7385	0.7397	I	2	3	3	5	6	7	8	9	10	
4.4	0.7408	0.7419	0.7431	0.7442	0.7453	0.7465	0.7476	0.7487	0.7498	0.7509	I	2	3	3	5	6	7	8	9	10	
4.5	0.7520	0.7531	0.7543	0.7554	0.7565	0.7576	0.7587	0.7598	0.7608	0.7619	I	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10
4.6	0.7630	0.7641	0.7652	0.7663	0.7674	0.7684	0.7695	0.7706	0.7716	0.7727	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
4.7	0.7738	0.7748	0.7759	0.7770	0.7780	0.7791	0.7801	0.7812	0.7822	0.7833	I	2	3	4	5	6	7	8	10		
4.8	0.7843	0.7853	0.7864	0.7874	0.7885	0.7895	0.7905	0.7915	0.7926	0.7936	I	2	3	4	5	6	7	8	9		
4.9	0.7946	0.7956	0.7967	0.7977	0.7987	0.7997	0.8007	0.8017	0.8027	0.8037	I	2	3	4	5	6	7	8	9		
5.0	0.8047	0.8057	0.8067	0.8077	0.8087	0.8097	0.8107	0.8117	0.8127	0.8136	I	2	3	4	5	6	7	8	9		
5.1	0.8146	0.8156	0.8166	0.8176	0.8185	0.8195	0.8205	0.8214	0.8224	0.8234	I	2	3	4	5	6	7	8	9		
5.2	0.8243	0.8253	0.8262	0.8272	0.8282	0.8291	0.8301	0.8310	0.8320	0.8329	I	2	3	4	5	6	7	8	9		
5.3	0.8339	0.8348	0.8357	0.8367	0.8376	0.8385	0.8395	0.8404	0.8413	0.8423	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
5.4	0.8432	0.8441	0.8450	0.8459	0.8469	0.8478	0.8487	0.8496	0.8506	0.8515	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
5.5	0.8524	0.8533	0.8542	0.8551	0.8560	0.8569	0.8578	0.8587	0.8596	0.8605	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
5.6	0.8614	0.8623	0.8632	0.8641	0.8649	0.8658	0.8667	0.8676	0.8685	0.8694	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
5.7	0.8702	0.8711	0.8720	0.8729	0.8737	0.8746	0.8755	0.8763	0.8772	0.8781	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
5.8	0.8789	0.8798	0.8807	0.8815	0.8824	0.8832	0.8841	0.8849	0.8858	0.8866	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
5.9	0.8875	0.8883	0.8892	0.8900	0.8909	0.8917	0.8925	0.8934	0.8942	0.8950	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
6.0	0.8959	0.8967	0.8975	0.8984	0.8992	0.9000	0.9009	0.9017	0.9025	0.9033	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
6.1	0.9041	0.9050	0.9058	0.9066	0.9074	0.9082	0.9090	0.9098	0.9107	0.9115	I	2	2	3	4	5	6	7	7		
6.2	0.9123	0.9131	0.9139	0.9147	0.9155	0.9163	0.9171	0.9179	0.9187	0.9195	I	2	2	3	4	5	6	6	7		
6.3	0.9203	0.9211	0.9219	0.9227	0.9234	0.9242	0.9250	0.9258	0.9266	0.9274	I	2	2	3	4	5	6	6	7		
6.4	0.9281	0.9289	0.9297	0.9305	0.9313	0.9320	0.9328	0.9336	0.9344	0.9351	I	2	2	3	4	5	6	7	7		
6.5	0.9359	0.9367	0.9374	0.9382	0.9390	0.9397	0.9405	0.9413	0.9420	0.9428	I	2	2	3	4	5	6	7	7		
6.6	0.9435	0.9442	0.9450	0.9458	0.9466	0.9473	0.9481	0.9488	0.9496	0.9503	I	2	2	3	4	5	6	7	7		
6.7	0.9511	0.9518	0.9525	0.9533	0.9540	0.9548	0.9555	0.9563	0.9570	0.9577	I	2	3	4	5	6	7	7			
6.8	0.9585	0.9592	0.9599	0.9607	0.9614	0.9621	0.9629	0.9636	0.9643	0.9650	I	2	3	4	5	6	7	7			
6.9	0.9658	0.9665	0.9672	0.9679	0.9687	0.9694	0.9701	0.9708	0.9715	0.9722	I	2	3	4	5	6	7	7			
7.0	0.9730	0.9737	0.9744	0.9751	0.9756	0.9765	0.9772	0.9779	0.9786	0.9793	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
7.1	0.9800	0.9808	0.9815	0.9822	0.9829	0.9836	0.9843	0.9850	0.9856	0.9863	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
7.2	0.9870	0.9877	0.9884	0.9891	0.9898	0.9905	0.9912	0.9919	0.9926	0.9933	I	2	3	4	5	6	7	8	8		
7.3	0.9939	0.9946	0.9953	0.9960	0.9967	0.9973	0.9980	0.9987	0.9994	1.0001	I	2	3	4	5	6	7	8	8		

8.0	I	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
8.1	I.0014	I.0021	I.0028	I.0034	I.0041	I.0048	I.0054	I.0061	I.0068	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8.2	I.0017	I.0024	I.0031	I.0038	I.0045	I.0052	I.0059	I.0066	I.0073	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8.3	I.0020	I.0027	I.0034	I.0041	I.0048	I.0055	I.0062	I.0069	I.0076	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8.4	I.0023	I.0030	I.0037	I.0044	I.0051	I.0058	I.0065	I.0072	I.0079	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8.5	I.0026	I.0033	I.0040	I.0047	I.0054	I.0061	I.0068	I.0075	I.0082	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8.6	I.0029	I.0036	I.0043	I.0050	I.0057	I.0064	I.0071	I.0078	I.0085	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8.7	I.0032	I.0039	I.0046	I.0053	I.0060	I.0067	I.0074	I.0081	I.0088	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8.8	I.0035	I.0042	I.0049	I.0056	I.0063	I.0070	I.0077	I.0084	I.0091	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8.9	I.0038	I.0045	I.0052	I.0059	I.0066	I.0073	I.0080	I.0087	I.0094	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.0	I.0041	I.0048	I.0055	I.0062	I.0069	I.0076	I.0083	I.0090	I.0097	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.1	I.0044	I.0051	I.0058	I.0065	I.0072	I.0079	I.0086	I.0093	I.0100	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.2	I.0047	I.0054	I.0061	I.0068	I.0075	I.0082	I.0089	I.0096	I.0103	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.3	I.0050	I.0057	I.0064	I.0071	I.0078	I.0085	I.0092	I.0099	I.0106	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.4	I.0053	I.0060	I.0067	I.0074	I.0081	I.0088	I.0095	I.0102	I.0109	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.5	I.0056	I.0063	I.0070	I.0077	I.0084	I.0091	I.0098	I.0105	I.0112	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.6	I.0059	I.0066	I.0073	I.0080	I.0087	I.0094	I.0101	I.0108	I.0115	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.7	I.0062	I.0069	I.0076	I.0083	I.0090	I.0097	I.0104	I.0111	I.0118	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.8	I.0065	I.0072	I.0079	I.0086	I.0093	I.0100	I.0107	I.0114	I.0121	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9.9	I.0068	I.0075	I.0082	I.0089	I.0096	I.0103	I.0110	I.0117	I.0124	I	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABLE OF NEPERIAN ONE-HALF LOGARITHMS OF 10 + n

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1/2 log 10 ⁿ	1.1513	2.3026	3.4539	4.6052	5.7565	6.9078	8.0590	9.2103	10.3616	11.5129

