廣東提學司蔣　為

據新甯縣兩廣師範畢業生梅華重以發明通法繳具算稿事由

批呈及算稿均悉查算術難於開方尤難於雜方自來中外算家欲得其通迄無善法代數既窮天元踵起又加以何而捺之妙訣而初商定位尤覺其難今該書作點定位之法施之實方廉隅各項皆正號之式商定頗稱便捷要之此書立法實深明代數二項例根乘方之式以探開方之奧且法從理出施之正方雜方實根畧近根六通四闢無所不可每次式中於所開整齊根數其根須定點補圈者逐層演算朗若列眉其命意之巧用心之細布算之勤編序之密殊堪嘉許仰即較訂譌誤趕行出版再呈候移行禁止翻刻可也

宣統元年七月十二日

弁言

(一)本書爲各次方程式通法無論正方雜方實根畧近根均無不可

(一)本書演例從二次式起至正次式止學者由此類推任何次式自能迎刃而解

(一)本書於作點定位補圖之法特詳加說法附則務求顯淺以便學者

(一)本書解各次有負項方程式其作點定位商定之法未能如各次純正項方程式之便捷確當故增設變例使有負項方程式之作點定位商之法其便捷確當與純正項方程式相等

(一)本書以眞數解代數學者若已明眞數開方法及經習過代數者自能演算無碍

(一)本書算草繁重編校日淺魯魚之誤在所不免大雅閎達幸賜正焉

著者識

目 錄

二次式解法
二次式代變法
求二根法
三次式解法
三次式簡法
三次式代變法
求三根法
四次式解法
四次式簡法
四次式代變法
求四根法
五次式解法
五次式簡法
五次式代變法
求五根法

二次式

二次式解法用尋常開正平方法和X之係數乘各商求之即得

例 1　如 $X^2 + 15X = 126$ 試求 X 之同數

$$126(6$$

$$(6)^2 + 15(6) = 126$$

$$X = 6$$

說法　先列 126 爲實數於右畫弧線從末位上向左起每二位上俱作小點則每一小點管數二位惟最左小點所管之數無定以能容 X^2 之係數爲限每二位作得若干點後復從末位向左每一位上亦俱作若干點亦視能容 X之係數爲限倘最左小點所管之數不能容 X^2 或 X之係數則每二位每一位皆須退一點作點後便知 X 之同數爲若干位乃截每一位最左小點所管之數爲初商實如上草實數 126 能容每二位小點二又每一位作小點二但最左之點所管之數不能容X 之係數須各退回一點故知X 之同數爲一位乃以 126 爲初商實即察初商實內能容何數之各項 X 各方之數如察得能容之數爲 6 書 6 於弧線外爲初商以初商 6自乘和 6乘 15 得126 爲法減初商實適盡可知 6 爲 X 之同數

例2　如 $X^2+14X=912$ 求X之同數

$$\dot{9}\dot{1}\dot{2} \qquad 24$$

$$(2)^2 10+14 = 68$$

$$2(20)+14 = 54 \quad | \quad \overline{232}$$

$$(4) = 4 \quad |$$

$$\overline{} 58 \quad | \quad \underline{232}$$

$$X = 24$$

説法　從實數末位上向左每兩位作得二小點復從末位上向左每一位作二小點乃截每一位最左小點所管之數91爲初商實卽察91內能容何數之各項X各方數如察得能容之數爲2書2於弧線右爲初商以初商2自乘補一箇0和2 14得68爲法減初商實餘23續書2於其後得232爲次商實以初商進一位得20,2倍之和14得54書於竪線側商除次商實得4書4於初商後爲次商又書4於竪線側將竪線側之兩數相加得58以4乘之得232爲法減次商實適盡可知24爲X之同數

例3 如 $X^2+11X=47712$ 求X之同數

$$\overset{\cdot}{4}\ \overset{\cdot}{7}\ \overset{\cdot}{7},\overset{\cdot}{1}\ \overset{\cdot}{2}\ (2\,1\,3$$

$(2)^2 100 + 11(2 = 422$

$2(20)\ 10 + 11 = 411$　　551

$(1)\ 10 = 10$　　A

421　　421

$2(210) + 11 = 431$　　1302

$(3) = 3$

434　　1302

$X = 213$

說法　從實數末位上向左每兩位作得三小點復從末位上每一位亦作三小點乃截每一位最左小點所管之數477爲初商實即察477內能容何數之各項X各方數如察得能容之數爲2書2於弧線右爲初商以初商2自乘補兩個0和2乘11得422爲法減初商實餘55續書1於其後得551爲次商實初商進一位爲20,2倍之補一個0和11得411書於竪線側商除次商實得1書1於初商右爲次商後書次商1補一個0於竪線側將竪線側之兩數相加得421書於橫線下以次商1乘之爲法減次商實餘130續書2於其後得1302爲三商實將A弧所括之數相加得431書於第二橫線下商除三商實得3書3於次商右爲三商復書三商3於第二竪線側將竪線側之兩數相加得434以三商3乘之得1302爲法減三商實適盡可知213爲X之同數

附則　二次式各商補0法視X之同數之多寡爲標準同數爲一位無容補0同數爲二位則初商X^2項補一箇0同數爲三位初商X^2項補兩箇0同數爲四位初商X^2項補三箇0初商後之每商比前商X^2項遞減補一箇0同數五位以上類推

例4如 $X^2+12X=7969293$ 求X之同數

7969293 (2817

$(2)^2\ 1000+12 = 4024$

$2(20)\ 100+12 = 4012$　　39452

$(8)\ 100 = 800$

4812　A。　38496

$2(280)\ 10+12 = 5612$　　9569

$(1)\ 10 = 10$

5622　A,　5622

$2(2810)+12 = 5632$　　39473

$(7) = 7$

5639　　39473

$X = 2817$

如前定點知 X 之同數爲四位依前則初商 X^2 項補三商 0 如法求得三商續書 3 於 3 9 4 7 後爲四商實將 $\hat{A}$, 弧所括之數相加得 5 6 3 2 於第二橫線下商除四商實得 7 書於三商後爲四商復書 7 於第三竪線側將竪線之兩數相得 5 6 3 9 爲法減四商實適盡得初次三四商爲 2 8 1 7 如所求

例5 如 $X^2 - 123X = 4803274$ 求X之同數

			$\dot{4}8\dot{0}3\dot{2}7\dot{4}$ (2254
$(2)^2 1000 - 123(2) =$			8754
			10492
$2(20)100 - 123 =$	3877		
$(2)100 =$	200	A。	8154
	4077		23367
$2(220)10 - 123 =$	4277		
$(5)10 =$	50	A,	
	4327		21635
$2(2250) - 123 =$	4377		17524
$(4) =$	4		
	4381		17524

$X = 2254$

如前法按其正負號而加減之得初次三四商爲 2254 如所求

例 6 如 $X^2 + 113X = 4983\ 3348$ 求 X 之同數

$$
\begin{array}{lcl}
 & & \dot{4}\dot{9}\dot{8}\dot{3}\dot{3}\dot{3}\dot{4}\dot{8}\ (7003 \\
(7)\ 1000 + 113 & = & 49791 \\
\hline
 & & 42348 \\
2\,(7000) + 113 & = & 14113 \\
(3) & = & 3 \\
\hline
 & & 14116 \mid 42348 \\
\end{array}
$$

$X = 7003$

定點知爲四位同數求得初商 7 續書 3 爲次商實不受除再續書 4 爲三商實亦不受除書兩箇 0 於初商後爲次三商如法求得四商爲 3 商則初次三四商爲 7003 如所求

例7 如 $X^2+4X=1517820$ 求X之同數

$$1\,5\,1\,7\,8\,2\,0\,(1230$$

$$(1)^2\,1000+4=1004$$

$$5138$$

$$2(10)\,100+4=2004$$
$$2(2)\,100=200$$
$$\underline{}2204 \quad \text{A.} \quad 4408$$

$$7302$$

$$2(120)\,10+4=2404$$
$$(3)\,10=30$$
$$\underline{}2434 \quad 7302$$
$$0$$

$$X=1230$$

如法求得初次三商實數尚餘一箇0則四商必

為0續一箇0於三商後得1230如所求

例8 如 $X^2+6X=5774400$ 求 X 之同數

$$\begin{array}{rrrl}
 & & & \dot{5}7\dot{7}4\dot{4}0\dot{0}(2400 \\
(2)^2\,1000+6\,(2) & = & & 4012 \\
 & & & \overline{17624} \\
2\,(20)\,100+6 & = & 4006 & \\
(4)\;\;100 & & 400 & \\
 & & 4406 & 17624 \\
 & & & \overline{0\,0} \\
\end{array}$$

$$X=2400$$

如法求得初次商實數尙餘兩箇 0 則三四商必

爲 0 續兩箇 0 於次商後得 2400如所求

例9如 $11X^2+23X=115690770$ 求X之同數

	115690,770 [3242
$11(3)1000+23(3)$	99069
	166217
$11(2)(30)100+23=66023$	
$11\quad(2)\ 100=2200$	
68223 A。	136446
	297717
$11(2)(320)10+23=70423$	
$11\quad(4)\ 10=440$	
70863 A,	283452
$11(2)(3240)+23=71303$	142650
$11\quad(2)=22$	
71325	142650

$X=3242$

如上草每商又以11乘 X^2 項之數餘如前法求之則得

例 10 如 $\frac{1}{4}X^2+\frac{1}{2}X=8062760$ 求 X 之同數

化原式爲 $2X^2+4X=64502080$

$$
\begin{array}{llll}
 & & & \dot{6}4\dot{5}02\dot{0}8\dot{0} \;(5678 \\
2(5)^2 1000+4(5) & = & & 50020 \\
 & & & \overline{144820} \\
2(2)(50)100+4 & = 20004 & & \\
2\;(6)\;100 & = 1200 & \Big\} A_0 & 127224 \\
 & \overline{21204} & & \overline{} \\
2(2)(560)10+4 & = 22404 & & 175968 \\
2\;(7)\;10 & = 140 & \Big\} A_1 & \\
 & \overline{22544} & & 107808 \\
2(2)(5670)+4 & \,22684 & & 181690 \\
2\;(8) & \,16 & & \\
 & \,22700 & & \underline{\underline{181690}}
\end{array}
$$

$$X=5678$$

將原式化去其分數如前法求之則得

例11如 $X^2 + 3456X + 2730959$ 求X之同數

令原式爲 $X^2 - 3456X + 2730959 = 0$

$-2730,959\ (1223$

$(1)^2\ 1000 - 3456 = -2456$

2749

$2(10)\ 100 - 3456 = -1456$

$(2)\ 100 = 200$

-1256 A。

2512

2375

$2(120)\ 10 - 3456 = -1056$

$(2)\ 10 = 20$

-1036 A,

2072

$2(1220) - 3456 = -1016$

3039

$(3) = 3$

-1013

3039

$X = -1223$

將原式變爲正負相間令全式等於0求得1223爲X之負同數

小數二次式

例1 如 $X^2+5X=15.84$ 求 X 之同數

$$\begin{array}{lll}
 & & 15.84\,(2.2 \\
(2)^2+5(2) = & & 14 \\
2(20)+50 = & 90 & 184 \\
(2) = & 2 & \\
 & 92 & 184
\end{array}$$

$X=2.2$

說法 從單位向左每兩位作小點向右每兩位作小點若不足兩位續0以足之無容從單位上每一位復作小點因二次式小數續數爲餘實以兩位爲限如上草向左作一小點向右每二位作一小點乃截15爲初商實察得能容各項X各方之數2爲初商將$(2)^2+5(2)$得14爲法減初商實餘續書兩位小數84於其後得184爲次商實於初商右側作小點記之爲單位將初商進一位得20.2倍之和5補一個0得90書於竪線側商除次商實得2爲次商書2於竪線側兩數相加得92以2乘之得184爲法減次商實適盡得初次商2.2爲所求

例2 如 $X^2+2X=15.9744$ 求X之同數

$$
\begin{array}{lcr|l}
 & & & 15.9744\ (3.12 \\
(3)^2+2(3) & = & 15 & \\
2(30)+20 & = & 80 & 97 \\
(1) & = & 1 & \\
\cline{3-3}
 & & 81 & 81 \\
\cline{3-4}
2(310)+200 & = & 820 & 1644 \\
(2) & = & 2 & \\
\cline{3-3}
 & & 822 & 1644 \\
\end{array}
$$

$$X=3.12$$

如前求得初次商3.1續書44於16後爲三商實將A弧所括之數相加補一個0得820商除三商實得2爲三商書2於竪線側兩數相加得822以2乘之得1644爲法減三商實適盡得3.12如所求

附則　凡二次式小數截數續餘實必以兩位爲限補0法小數一位X之係數補一箇0小數二位X之係數補兩箇0小數三位X之係數補三箇0小數四位X之係數補四箇0總之每求小數一位遞加補一箇0即A弧所括之數相加所得之數補一箇0即爲此也

例3 如 $X^2+6X=17.337424$ 求X之同數

$$17.337524\;(2.132$$

$$(2)^2+6(2)=16 \qquad 133$$

$$2(20)+60=100$$

$$(1)=1$$

$$101\;\}A_0 \qquad 101$$

$$2(210)+600=1020 \qquad 3274$$

$$(3)=3$$

$$1023\;\}A_1 \qquad 3069$$

$$2(2130)+600=10260 \qquad 20524$$

$$(3)=2$$

$$10262 \qquad 20524$$

$$X=2.132$$

如前法求得初次三商將A，弧所括加補一箇0如法

求得四商則2132爲X之同數

例4　如 $X^2 + 2X = .06750224$ 求X之同數

$$\dot{.}0\dot{6}7\dot{5}0\dot{2}2\dot{4} \ (.0232$$

$$(3)^2 + 200(3) = 609$$

$$2(30) + 2000 = 2060$$
$$(3) = \underline{\quad 3}$$
$$2063 \quad \text{A}$$

6602

6189

41324

$$2(330) + 20000 = 20660$$
$$(2) = \underline{\quad 2}$$
$$20662$$

41324

$$X = .0332$$

定點復於弧線再作小點記其初商爲小數乃截.66爲初商實不受商書0於弧線外爲初商再續二位於初商實後如法求次三四商得.0332如所求

例 5 如 $X^2+3X=$ ‧0102115 求 X 之數同

$$
\begin{array}{lll}
 & & \overset{\cdot}{}\text{‧01‧02‧1156}\ (\text{‧0034} \\
(3)^2+3000(3) & = & 9009 \\
2(30)+30000 & = & 30060 \quad \vert\ 120256 \\
(4) & = & 4 \\
 & & 30064 \quad \vert\ 120256 \\
\end{array}
$$

X = ‧0034

定點後從弧線外作點記初商爲小數乃截‧01 爲初商實不受商續截 0 2 爲次商實又不受商書兩個 0 於弧線外爲初次商復續 1 1 爲三商實如法商得三商 3 再求得四商 4 則‧0034 爲 X 同之數

例6 如 $X^2+3X=4,627$ 求X之同數

$4,6270\,(1,1224\ldots\ldots$

$(1)^2+3(1)=4$

$2(10)+30=50$; $(1)=1$; 51 } A_1 | 62 ; 51

$2(110)+300=520$; $(2)=2$; 522 } A, | 1170 ; 1044

$2(1120)+30000=5240$; $(2)=2$; 5242 } A_2 | 12600 ; 10484

$2(11220)+30000=52440$; $(4)=4$; 52444 | 211600 ; 209776

1824

$X=11224$

如法求至五商尚餘1824 卽作、、、、、爲密率如所求

代變法

例1如 $X^2 - 24X = 5885446$ 求 X之同數

令　$X = Y + \frac{24}{2} = Y + 12$

代入原式內爲 $X^2 = Y^2 + 24Y + 144$

$$-X4X = -24Y - 2838$$

$$-5885446 = -15885476$$

$$Y^2 = -5885476$$

即　$Y^2 = 5885476$

開之　$Y = \sqrt{5885476} = 2426$

$$X = Y + 12 = 2438$$

說法　若前法間有負項之數則作位定點未能盡確并商定未得便捷則用代變法如上草變之斯無不可矣

求二根法

例1如 $X^2+18X=1768$ 求X之二同數

先如前求得X之一同數如下

$$
\begin{array}{lcrl}
 & & & 17\dot{6}\dot{8}(34 \\
(3)^2\ 10+18 & = & 144 & \\
 & & & 328 \\
3(30)+18 & = & 78 & \\
(4) & = & 4 & \\
 & & 82 & 328 \\
\end{array}
$$

$\therefore\ X=34$

即以X除有X之各項數爲

$$
\begin{array}{l}
X\,)\,X^2+18X\,(\,X+18 \\
\quad\ X^2 \\
\hline
\qquad 18X \\
\qquad 18X \\
\hline
\end{array}
$$

可知(1)之法數X及得數 $X+18$ 爲原式之因數

$\therefore\ X=34\quad X+18=52$ 爲求得之二同數

例2如 $X^2+46X+528$ 求X之二同數

依前求負根法變原式爲 $X^2-46X+528=0$

$528(22$

$(2)^2 10-46(2)=-52$

8

$2(20)-46=-6$

2

-4

8

$\therefore X=-22$

卽以 $X+22$ 除有X之各項爲

$X+22)X^2+46X+528(X+24$ (1)

X^2+22X

$24X+528$

$24X+528$

可知(1)式內之法數 $X+22$ 及得數 $X+24$ 爲其因數

$\therefore X=-22$　$X=-24$ 爲求得之二同數

例3如 $X^2 - X - 132 = 518$ 求X之二同數

令原式爲 $X^2 - X = 650$ 如前法求之

$$
\begin{array}{lll}
 & & \dot{6}\dot{5},\dot{0}\ (26 \\
(2)^2\ 10 - (2) & = & 38 \\
 & & \quad 270 \\
2(20) - 1 & = & 39 \\
(6) & = & 6 \\
 & & 45 \quad 270 \\
\end{array}
$$

則 $X = 26$

因原式左邊之第三項無X則左邊之因數必非有單X須將左邊各項復用二次式法解之如下式

$$
\begin{array}{lll}
 & & \dot{1}\dot{3},\dot{2}\ (12 \\
(1)^2\ 10 - (1) & & 9 \\
 & & \quad 42 \\
2(10) - 1 & = & 19 \\
(2) & = & 2 \\
 & & 21 \quad 42 \\
\end{array}
$$

則左邊之因數必爲 $X-12$ 卽以之除左邊各項數

$$\begin{array}{r} X-12\;)\;X^2-X-132\;(\;X+11 \\ \underline{X^2-12X} \\ 11X-132 \\ \underline{\underline{11X-132}} \end{array}$$

可知(1)式內之法數$X-12$及得數$X+11$爲左邊各項之因數

∴ $X=26$ ∴ $X-12=14$ $2+11=37$ 如所求

三次式

三次式解法用尋常開正立方法和前二次式解法求之即得

例 1 如 $X^3+123X^2+702X=11284$ 求 X 之數同

$$\begin{array}{r} \dot{}\,\dot{}\,\dot{} \\ 11284\,(7 \\ (7)^3+123(7)^2+702(7) = 11284 \\ \hline\hline \end{array}$$

$$X = 7$$

說法　從實數末位起向左每三位上俱作小點則每小點所管之數爲三位惟最左小點所管之數無定以能容 X^3 之係數爲限每三位能作得若干點後復每二位作若干點每一位作若干點亦以能容 X^2 及 X 之係數爲限若 X^3 或 X^2 及 X 之係數有一不能容均須退回一點乃截每一位最左小點所管之數爲初商實如上草每三位所作之小點能容二點後每二位作二小點但其最左小點所管之數不能容 X^2 之係數均須退回一點則 X 之同數必爲一位即以 11284 爲初商實即察初商實內能容何數之各項 X 各方數如察得能容之數爲 7 書 7 於弧線外爲初商以初商 7 再乘和 7 自乘乘 123 和 7 乘 702 得 11284 爲法減初商實適盡可知 7 爲 X 之同數

例 2 如 $X^3+243X^2+2772X=978380$ 求 X 之同數

$$978380\ (53$$

$$(5)^3100+243(5)^210+2772(5)=87110$$

$$107280$$

$$3(50)^2+243(2)(50)+2772=34572$$

$$3(50)(3)+243(3)=1179$$

$$(3)^2=9$$

$$35760 \quad | \quad 107280$$

$$X=53$$

說法　從實數末位上向左每三位作得小點二後每二位作二小點每一位作二小點乃截每一位最左小點所管之 9 7 8 2 8 爲初商實卽察初商實內能容各項 X 各方之數爲 5 書 5 於弧線外爲初商以初商 5 再乘補兩個 0 和 5 自乘乘 243 補一個 0 和 5 乘 2772 得 8 7 1 1 0 爲法減初商實餘 1 0 7 2 8 續書 0 於其後爲次商實以初商進一位得 5 0 自乘 3 倍之和 5 0、2 倍之乘 2 4 3 和 2 7 7 2 得 3 4 5 7 2 書於竪線側商除次商實得 3 爲次商書於初商後以次商乘初商進一位 5 0、5 倍之和 3 乘 243 得 1 1 7 9 書於竪線側又以次商 3 自乘得 9 書於竪線側將竪線側之三數相加得 3 5 7 6 0 以 3 乘之爲法減次商實適盡得 5 3 爲 X 之同數

附則　三次式各商補O法亦視X之同數之多寡爲標準同數爲一位無容補O同數爲二位初商X^3項補兩個OX^2項補一個O同數爲三位初商X^3項補四個OX^2項補兩個O同數爲四位初商X^3項補六個OX^3項補三個O初商後之每商比前商X^3項遞減補兩個OX^2項遞減補一個O同數五位以上類推

例3如 $X^3 + 61X^2 + 670X = 53091552$ 求X之同數

$(3)^3\ 10000 + 61\ (3)^2\ 100 + 690\ (3)$

$3\ (30)^2\ 100 + 61\ (2)\ (30)\ 10 + 690$

$3\ (30)\ (5)\ 100 + 61\ (5)\ 10$

$(5)^2\ 100$

$3\ (350)^2 + 61\ (2)\ (350) + 690$

$3\ (350)\ (6) + 61\ (6)$

$(6)^2$

$$X = 356$$

說法　如前定點知X之同數爲三位乃截530945爲初商實聯得補兩個O和3乘690得326970爲法減初商實餘203975所2倍之乘61補一個O和690得307290書於竪線側商除次商實書於竪線側又以5自乘補兩個O得2500書於竪線側將A。弧所括之法減次商實餘250555續書2於其後爲三商實將A,弧所括之數相加0商除三商實得6爲三商以6乘初次商進一位350,3倍之和6乘61之數相加得417592以6乘之得2505552爲法減三商實適盡

```
                                          ·  ·  ·
                                            ·  ·  ·
                                               ···
                                          53094552 (358
                                          326970
                                         ────────────
                                         |2039755
                                         |
         ⎧ '      307290                 |
     A   ⎨ A, ⎧    48050                 |1789200
     ○   ⎩    ⎩     2500    ⎫           ────────────
          ────────────────  ⎬ A          |2505552
                  357840    ⎭ 2          |
                   50550                 |
            ──────────────               |2505552
                  410890                  ════════════
         ⎧          6666
     B   ⎨            36
     ○   ⎩ ─────────────
                  417592
```

初商實內能容各項X各方之初商爲3以3再乘補四個O和3自乘乘61

續書5於其後爲次商實以初商進一位30自乘3倍之補兩個O和30

得5爲次商以5乘30、3倍之補兩個O和5乘61補一個O得48050

數相加得357840書於第一橫線下以5乘之得1789200爲

得50550書於第一横線下復將A_2弧所括之數相加得410890

得6666書於竪線側又以6自乘得36書於竪線側復將$B_○$弧所括

得初次三商爲356如所求

例4 如 $X^3 + 136X^2 + 1488X = 164300965248$

$(5)^3\,1000000 + 136\,(5)^2\,1000 + 1488\,(5)$

$3\,(50)^2\,10000 + 136\,(2)\,(50)\,100 + 1488 =$

$3\,(50)\,(4)\,10000 + 136\,(4)\,100 =$

$(4)^2\quad 10000 =$

$3\,(540)^2\,100 + 136\,(2)\,(550)\,10 + 1488 =$

$3\,(540)\,(3)\,100 + 136\,(3)\,10 =$

$(3)^2\quad 100 =$

$3\,(5430)^2 + 136\,(2)\,(5430) + 1488 =$

$3\,(5430)\,(2) + 136\,(2) =$

$(2)^2 =$

定點知為四位同數則初商依前則 X^3 項補六個O X^2 項補兩個O 初商後之每商比前商 X^3 項遞減補兩個O X^3 項遞減補一個O 如法求得 5432 為 X 之同數

求X之同數

$$
\begin{array}{l}
164300465.248\ (5432 \\
128467440 \\
\quad 358935252 \\
\quad 330303552 \\
\quad\quad 2863170 \\
\quad\quad 268323804 \\
\quad\quad\quad 174932008 \\
\quad\quad\quad 179932008
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
A_1\left\{\begin{array}{r} 76361488 \\ A_1 \left\{\begin{array}{r} 6054400 \\ 160000 \end{array}\right. \end{array}\right. & \\
82575888 & \left.\right\} A_2 \\
6214400 & \\
B_0\left\{\begin{array}{r} 88950288 \\ B_1 \left\{\begin{array}{r} 470080 \\ 900 \end{array}\right. \end{array}\right. & \\
89441268 & \left.\right\} B_2 \\
490980 & \\
C_0\left\{\begin{array}{r} 89738158 \\ 32852 \\ 4 \end{array}\right. & \\
89966004 &
\end{array}
$$

$$X = 5432$$

例5 如 $X^3 + 23X^2 - 231X = 10856574234$ 求 X

$(3)^{5}\ 1000000 - 23(2)^{2}\ 1000 - 231$

$3(20)^{2}\ 10000 = 23(2)(20)\ 100 - 231$

$3(20)(2)\ 10000 - 23(2)\ 100$

$(2)^{2}\ 10000$

$3(220)^{2}\ 100 - 23(2)(220)\ 10 - 231$

$3(220)(2)\ 100 - 23(2)\ 10$

$(2)^{2}\ 100$

$3(2220)^{2} - 23(2)(2220) - 231$

$3(2220)(2) - 23(2)$

(2)

如前法因其正負而加減之則得初次三四商爲 2222 如所求

之同數

$$10856574,234\ (2222$$

7907538

29490362

26286338

32040245

29101018

29592254

29342254

A₀ 11907769

A, 1195400

40000

13143169

1235400 } A²

14418564

B₀ B, 131540

400

14551509

131940 } B²

14682849

C₀ 15274

4

16696127

X ＝ 2222

例 6 如 $X^3 + 144X^2 + 2684X = 28415665104$

$(3)^3 1000000 + 144(3)^2 1000 + 2684(3)$

$3(3000)^2 + 144(2)(3000) + 2684$

$3(3000)(4) + 144(4)$

上草次三兩商實均不受除書兩個 0 於初商右再

如法求四商則 X 之同數爲 3004 如所求

$$
\begin{array}{ll}
 & \dot{2}8\dot{4}1\dot{5}66\dot{7}\,104\ (3004 \\
 & 28304052 \\
 & \overline{111613104} \\
A_2 \left\{ \begin{array}{r} 27866684 \\ 36576 \\ 16 \end{array} \right. & \\
\overline{27409276} & 111613104 \\
\end{array}
$$

X ———— 3004

例 7 如 $X^3 + 27X^2 + 182X = 4067188560$

$(3)^3\ 1000000 + 27\ (3)^2\ 1000 + 182$

$3(20)^2\ 10000 + 27\ (2)\ (30)\ 100 + 182 \qquad =$

$3(30)\ (4)\ 10000 + 27\ \ (4)\ \ 100 \qquad =$

$(4)^2\ \ 10000 \qquad =$

$3(340)^2\ 100 + 27\ (2)\ (340)\ 10 + 182 \qquad =$

$3(340)\ (3)\ 100 + 27\ \ (3)\ \ 10 \qquad =$

$(3)\ \ 100 \qquad =$

如前求得初次三商尚餘一個O則四商必爲O書個O於三商後爲四商得數3430如所求

求X之同數

40671883,560 | 3430

27243546

134283375

A_0 27162182

A_1 3610800

160000

30932982 A^2

3770800

31863732

B_0 306810

900

35171492

123731929

105514476

105514486

0

X = 3430

例 8 如 $X^3 + 7X^2 + 12X = 39384960800$

$(3)^3\ 1000000 + 7(3)^2\ 1000 + 12(3) =$

$3(30)^2\ 10000 + 7(2)(30)\ 100 + 12 =$

$3(30)(4)\ 10000 + 7(4)\ 100 =$

$(4)^2\ 10000 =$

如前求得初次商尙餘兩個O 則三四商必爲O書兩個

O於次商後爲三四商得數 3400 爲X之同數

求X之同數

$$\begin{array}{r}
27042012 \\
A_{\circ}\left\{\begin{array}{r} 3602800 \\ 160000 \end{array}\right. \\
\hline
30804812
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
\dot{3}93\dot{8}\dot{4}\dot{9}6\dot{0},\dot{8}\dot{0}\dot{0} & (3400 \\
27063036 & \\
\hline
123219248 & \\
123219248 & \\
\hline
00 &
\end{array}$$

$$X = 3400$$

例 9 如 $11X^3 + 264X^2 + 1573X = 103479090792$

$$11(2)^3 1000000 + 264(2)^2 1000 + 1573(2)$$

$$11(3)(20)^2 10000 + 264(2)(20)100 + 1573 =$$

$$11(3)(02)(1)10000 + 264(1)100 =$$

$$11(1)^2 10000 =$$

$$11(3)(2100)^2 + 264(2)(2100) + 1573 =$$

$$11(3)(2100)(3) + 264(3) =$$

$$(3)^2 =$$

依前例再以 11 乘 X^3 项之各商加法得 2103 如所求

求 X 之同數

$$\begin{array}{r}
\dot{1}0\dot{3}47\dot{9}0\dot{9}0,\dot{7}92 \quad 2103\\
89059146\\
\hline
144199447\\
139793973\\
\hline
4405474492\\
4405474492\\
\hline\hline
\end{array}$$

$$\begin{array}{lr}
 & 133057573\\
A_0 \; A_1 & 6626400\\
 & 110000\\
\hline
A_2 & 139793973\\
 & 6736400\\
\hline
 & 146610373\\
B_0 & 208692\\
 & 99\\
\hline
 & 146849164
\end{array}$$

X ════ 2103

例10 如 $X^3+\frac{1}{11}X^2+\frac{1}{101}X = 137142853$ 求X

$1111X^3+101X^2+11X = 1523673009683$

$1111(1)^3\ 1000000+101\ (1)^2\ 1\ 0\ 0\ 0+1\ 1\ \ (1)$

$1111\ (3)\ (10)^2\ \ 10000+101\ (2)\ (10)\ 100+11 =$

$1111\ (3)\ (10)(1)\ 10000+101\ \ (1)\ 100 =$

$1111\ \ (1)^2\ \ 10000 =$

$1111\ (3)\ (110)^2\ \ 100+101\ (2)\ (110)\ 10+11 =$

$1111\ (3)\ (110)\ (1)\ 100+101\ \ (1)\ 10 =$

$1111\ \ (1)^2\ \ 100 =$

$1111\ (3)\ (1110)^2\ +101\ (2)\ (1110)+11 =$

$1111\ (3)\ (1110)\ (1)+101\ \ (1) =$

$1111\ \ (1)^2 =$

將原式化去其分數如法求得 1111 爲 X 之同數

之同數

1523673009.683 (1111
1111101011

	4125719986
	3677622111
	4480978758
	4069927321
	4110514373
	4110514373

A。 3333202011
A, 333310100
11110000
3677622111 A_2
344420100
B。 4033152211
B, 36664010
111100
4069927321 B^2
36775110
C。 4106813531
3699731
1111
4110514373

X ══ 1111

例 11 如 $X^3 + 25682 X^2 + 213622715 X + 568027137034$

變原式爲 $X^3 - 25682 X^2 + 213622715 X - 568027137034$

$(5)^3\ 1000000 - 25682\ (5)^2\ 1000 + 213622715$

$3\ (50)^2\ 10000 = 25682\ (2)\ (50)\ 100 + 213622715$

$3\ (50)\ (6)\ 10000 - 25682\ (6)\ 100$

$(6)^2\ 10000$

$3\ (560)^2\ 100 = 25682\ (2)\ (560)\ 10 + 213622715$

$3\ (560)\ (7)\ 100 - 25682\ (7)\ 10$

$(7)^2\ 100$

$3\ (5370)^2 = 25682\ (2)\ (5670) + 213622715$

$3\ (5670)\ (8) - 25682\ (8)$

$(8)^2$

變原式爲正負相間令等於O依有負項例求得 5678 爲 X 之負同數

求 X 之同數

═══　　0

$$
\begin{array}{r}
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \ \ \cdot \\
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \ \cdot \\
\cdot\ \cdot\cdot\ \ \cdot \\
56802713.7034\ (5678 \\
551063575 \\
\hline
169635620 \\
154521070 \\
\hline
151145303 \\
136132325 \\
\hline
150129784 \\
150129784 \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lr}
A_0 \left\{ \begin{array}{l} \\ A_1 \left\{ \begin{array}{r} \\ \\ \end{array} \right. \end{array} \right. &
\begin{array}{r}
31802715 \\
-6409200 \\
360000 \\
\hline
25753515 \\
-6049200 \\
\hline
\end{array}
\end{array}
\Bigg\} A_2
$$

$$
\begin{array}{lr}
B_0 \left\{ \begin{array}{l} \\ B_1 \left\{ \begin{array}{r} \\ \end{array} \right. \end{array} \right. &
\begin{array}{r}
20064315 \\
-621740 \\
4900 \\
\hline
19447475 \\
-616840 \\
\hline
\end{array}
\end{array}
\Bigg\} B_2
$$

$$
\begin{array}{lr}
C_0 \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. &
\begin{array}{r}
18835535 \\
-69376 \\
64 \\
\hline
18766223
\end{array}
\end{array}
$$

X ═══════　—5978

例12 如 $X^3 + 22X^2 = 16315790391$ 求 X 之同數

$(2)^3\ 1000000 + 22\ (2)^2\ 1000$

$3(20)^2\ 10000 + 22\ (2)\ (20)\ 100$

$3(20)\ (3)\ 1000 + 22\ (5)\ 100$

$(5)\ 10000$

$3\ (250)\ 100 + 22\ (2)\ (250)\ 10$

$3\ (250)\ (2)\ 100 + 22\ (2)\ 10$

$(2)\ 100$

$3\ (2520)^2 + 22\ (2)\ (2520)$

$3\ (2520)\ (9) + 22\ (9)$

$(9)^2$

如前法空第三項求之得 X 之同數爲 2529 如所求

16315790,391 (2529

8088000

82277903

76745000

55329039

38021680

173073591

173073591

A₀ removed

A_0 12088000

A_1 3011000

250000

15349000

3261000 A_2

18860000

B_0 150440

B_1 400

19010840

150840 B_2

C_0 19162080

68238

81

19230399

X ＝ 2529

例 1 3 如 $X^3 - 163X$ ══════ 40106490018

$(3)^3$ 1000000 — 1 6 3 (3)

$3(30)^2$ 10000 — 1 6 3 ══════

$3(30)(4)$ 10000 ══════

$(4)^2$ 10000 ══════

$3(340)^2$ 100 — 1 6 3 ══════

$3(340)(2)$ 1 0 0 ══════

$(2)^2$ 100 ══════

$3(3420)^2$ — 163 ══════

$3(3420)(3)$ ══════

$(3)^2$ ══════

如前法空第二項求之得 2324 爲 X 之同數

求X之同數

40106490.018 (3423
26999511

131069790
123039348

80304421
69768474

105359478
105359478

A_0: 26999837
A_1: 3600000
160000

30759837 (A_2)
3760000

34679837
B_0: 34679837
B_1: 204000
400

34884237 (B_2)
204400

C_0: 35089037
30780
9

35119826

X 3423

小數三式次

例1如 $X^3+8X^2+12X=279.027$ 求X之同數

$$
\begin{array}{lr|l}
 & & 279.027\ (4.3 \\
(4)^3+8(4)^2+12(4) & & 240. \\
3(40)^2+6(2)(40)10+1200 & =12400 & 39027 \\
3(40)(3)+8(3)10 & =600 & \\
(3)^2 & =9 & \\
 & 13009 & 39027
\end{array}
$$

$$X = 4.3$$

說法　從實數單位上起如前向左定點後復從單位上向右每三位作小點其不足三位數補O以足之不必每二位每一位作小點因小數三次式續數爲餘實以三位爲定如上草從單位向左作得一小點向右每三位作得一小點乃截279爲初商實察得初商實內能容各項X各方數4爲初商書於弧線外作小點於4側記其爲單位以初商4再乘和4自乘乘8和4乘12得240爲法減初商實餘39續書026於其後爲次商實但次商爲小數必X^2項補一個O X項補兩個O乃合故初商進一位40自乘3倍之和40、2倍之乘8補一個O和12補兩個O得12400書於竪線側商除次商實得3爲次商以次商3乘40、3倍之和3乘8補一個O得600書於竪線側又以次商3自乘得9書於竪線側將竪線側之三數相加得13009以次商3乘之得39027爲法減次商實適盡得初次商4.3爲X之同數

附則　三次式小數補〇法亦視小數之位之多寡爲標準小數爲一位 X^2 項補一個〇 X 項補兩個〇小數爲二位 X^2 項補兩個〇 X 項補四個〇小數爲三位 X^2 項補三個〇 X 項補六個〇小數爲四位 X^2 項補四個〇 X 項補八個〇凡小數本商比前商 X^2 項遞加補一個〇 X 項遞加補兩個〇小數五位以上類推

例2如 $X^3+5X^2+6X=682、677567$ 求X之同數

$$(7)^3+5(7)^2+6(7)$$

$$3(70)^2+5(2)(70)10+600$$

$$3(70)(2)+5(2)10$$

$$(2)^2$$

$$3(720)^2+5(2)(720)100+60000$$

$$3(720)(3)+5(3)100$$

$$(3)^2$$

先如前求得初次商依前則 X^2 項補兩個O X項補四個O乃將 A_2 弧所括之數相加後於其得數續兩個O即為 $3(720)^2+5(2)(720)100+60000$ 之數如法求得三商即得

632.677567 (7.23
630

A_0	22300
A_1	520
	4
A_2	22824
	524
B_0	2335200
	7980
	9
	2343189

52677

45648

7029597

7029597

X　　7.23

例 3 如 $X^3 + 14X^2 + 33X = 268,417916928$

$(3)^3 + 14(3)^2 + 33(3) =$

$3(30)^2 + 14(2)(30)10 + 3300 =$

$3(30)(1) + 14(1)10 =$

$(1)^2 =$

$3(310)^2 + 14(2)(310)100 + 330000 =$

$3(310)(1) + 14(1)100 =$

$(1)^2 =$

$3(3110)^2 + 14(2)(3110)1000 + 33000000 =$

$3(3110)(2) + 14(2)1000 =$

$(2)^2 =$

如前求得初次三商復依前則 X 項補三個O X 項補六個O

$3(3110)^2 + 14(2)(3110)1000 + 33000000$ 之數如法求得

求X之同數

A_0 ｛ A_1 ｛
14400
230
1

14631
231 ｝ A_2

B_0 ｛
1486300
B_1 ｛ 2330
1

1488631
2331 ｝ B_2

C_0 ｛
149096300
46660
4

149142964

268,417916928 (3,112
252

16417

14631

1786916

1488631

298285928

298285928

O 又將 B_2 弧所括之數相加續兩個O於得數後卽爲

四商則X之同數爲 3112 如所求

例 4 如 $X^3+6X^2+8X = 466991616$

$$(5)^3+6(5)^2 100+8(5)10000$$

$$3(50)^2+6(2)(50)1000+8000000$$

$$3(50)(6)+6(6)1000$$

$$(6)^2$$

加法定點截 466 爲初商實不受商則初商必爲 0 再

截三位續之爲次商實如法求得 0 5 6 如所求

求 X 之同數

$$
\begin{array}{r}
8607500 \\
36900 \\
36 \\
\hline
8644436
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
\dot{}\ \dot{}\ \dot{} \\
、466991、616（、056 \\
416125 \\
\hline
51866616 \\
51866616 \\
\hline
\end{array}
$$

X ═══════ 、056

例 5 如 $X^3 + 7X^2 + 8X =$ 、046203417336

$(4)^3 + 7(4)^2\ 1000 + 8(5)\ 1000000$

$3(40)^2 + 7(2)(40)\ 10000 + 800000000 =$

$3(40)(6) + 7(6)\ 10000 =$

$(6)^2$

如法定點截、064 爲初商實不受商再續 148 爲次商實則初

求X之同數

.046.148217.336(.0046

40112064

1005604800 | 6036153336

420720

36

1006025556 | 6036153336

X = .0046

次兩商必為0再續數如前求三四商得.0046如所求

例6 如 $X^3+14X^2+24X = 65.4734053$ 求X之同數

$(1)^3+14(1)^2+24(1) =$

$3(10)^2+14(2)(10)10+2400 =$

$3(10)(4)+14(4)10 =$

$(4)^2 =$

$3(140)^2+14(2)(140)100+240000 =$

$3(140)(2)+14(2)100 =$

$(2)^2 =$

$3(1420)^2+14(2)(1420)1000+24000000 =$

$3(1420)(4)+14(4)1000 =$

$(4)^2 =$

$3(14240)^2+14(2)(14240)10000+2400000000 =$

$3(14240)(3)+14(3)10000$

3^2

如前求得四商再補三個O於餘數爲五商實如法求得五商實數尚餘

65、173405300 (1、4243、、、、、、、

39

26473

24784

1689405

1368888

300517300

279529024

20988276000

20988242907

33093

A_0 5500
A_1 680
16
6196
696 A_2

B_0 690800
B_1 5640
4
694444
5644 B_2

C_0 69809200
C_1 73040
16
69882256
73056 C_2

D_0 6995532800
548160
9
6996080969

33093則必爲不盡數應於五商後作、、、、爲密率即X＝14243、、、、

簡　法

依前例 $2X^3+243X^2+2772X=978380$ 解之

$$97838{,}0\ (53$$

$$(5)^3\,10000+243(5)^2\,100+2772(5)=87110$$

	107280
$3(50)^2+243(2)(50)+2772=34572$	
$\{3(50)+243\}(3)=1179$	
$(3)^2=9$	
35760	107280

$$X=3423$$

說法　依前法求24572商除次商實得3先以3倍50與243相加然後以3乘之再依前法求之卽得如是則省乘一次比開正立方法所繁無多

代變法

例 1 如 $X^3 - 12X^2 = 169$ 求 X 之同數

令 $X = Y + \frac{12}{3} = Y + 4$

代入原式內爲 $X^3 = Y^3 + 12Y^2 + 48Y + 64$

$$-12X^2 = -12Y^2 - 96Y - 192$$

$$-192 = -169$$

$$Y^3 - 48Y - 297$$

即 $Y^3 - 48Y = 297$

再令 $Y = Z + \sqrt{\frac{48}{3}} = Z + 4$

代入所變式內爲 $Y^3 = Z^3 + 12Z^2 + 48Z + 64$

$$-48Y = -48Z - 192$$

$$-297 = -297$$

$$Z^3 + 12Z^2 - 425$$

即 $Z + 12Z^2 = 425$

解之

$$\begin{array}{rr} & 425\,(\,5 \\ (5)^3+12(5)^2= & 425 \\ \hline \end{array}$$

則 $Z=5$

因 $Y=Z+4=9$

故 $X=Y+4=13$

說法　三次式之代變法不能如二次式之直截簡便然代變一次或二次時亦必能令有負項之數變爲正項式或變爲負根式則作點定位無有不確

求三根法

例1如 $X^3+25X^2+156X=28980$ 求其三同數

依前法解之爲

$$28980\ (23$$

$$(2)^3 100+25(2)^2 10+156(2)=2112$$

$3(20)^2+25(2)(20)+156=2356$	7860
$\{3(20)+25\}(3)=255$	
$(3)^2=9$	
2620	7860

$$X=23$$

即以 X 除有 X 之各項數爲

$$X)X^3+25X^2+156X(X^2+25X+156\quad(1)$$

$$X^3$$

$$25X^2$$

$$25X^2$$

$$156X$$

$$156X$$

再將（1）式之得數如前二次式解負根法解之

令 $X^2 - 25X + 156 = 0$

$\dot{1}\dot{5}\dot{6}$、13

$(1)^2\ 10\quad 25(1) = -15$　　6

$2(10) - 25 = -5$

$(3)\quad \dfrac{3}{-2}$　　6

$X = -13$

又以 $3X+13$ 除其原式如下

$$X+13\ )\ X^2+25X+156\ (\ X+12 \quad (2)$$
$$X^2+13X$$
$$12X+156$$
$$12X+156$$

可知（1）式之法數 X 及（2）式之法數 $X+13$ 及得數 $X+12$ 為其因數

即 $X = 23\quad X+13 = 36\quad X+13 = 35$

例2如 $X^3+35X^2+407X+1573$ 求其三同數

變原式爲 $X^3-35X+407X-1573=0$ 依前負根法求

$$-1573\ (11$$

$$(1)^2\,100-35(1)\,10+407(1)=157$$

$$\begin{array}{lcr|l}
3(10)-35(2)(10)+407 & = & 7 & 3\\
\{3(10)-35\}(1) & = & -5 & \\
(1)^2 & = & 1 & \\
\hline
 & & 3 & 3
\end{array}$$

$$X=-11$$

卽以 $X+11$ 除上式左邊之數如下

$$\begin{array}{l}
X+11)\ X^3+35X^2+407X+1573\ (X^2+24X+143\quad(1)\\
\qquad\ \ \underline{X^3+11X^2\qquad\qquad}\\
\qquad\qquad\quad 24X^2+407X\\
\qquad\qquad\quad \underline{24X^2+264X\qquad}\\
\qquad\qquad\qquad\quad 143X+1573\\
\qquad\qquad\qquad\quad \underline{\underline{143X+1573}}
\end{array}$$

復將(1)式之得數如前二次式解負根法解之

令 $X^2-24X+143=0$

$$\begin{array}{lcrl|l} & & & \dot{1}\dot{4}\dot{3} & (11 \\ (1)^2\ 10-24(1) & = & -14 & & \\ 2(10)-24 & = & -4 & & 3 \\ (1) & = & 1 & & \\ & & -3 & & 3 \end{array}$$

$$X=-11$$

又以 $X+11$ 除上式如下

$$X+11)\,X^2+24X+143\,(X+13 \qquad (2)$$

$$\begin{array}{r} X^2+11X \\ \hline 13X+143 \\ 13X+143 \\ \hline \end{array}$$

可知(1)式之法數 $X+11$ 及(2)式之法數 $X+11$ 與得數 $X+13$ 爲其因數

卽 $X=-11 \quad X=-11 \quad X=13$

例3如 $X^3 + 11X^2 + 34X + 24 = 3060$ 求其三同數

移項 $X^3 + 11X^2 + 34X = 3036$

$$3036 \quad (11$$

$$(1)^3\,100 + 11(1)\,10 + 34(1) = 244$$

$$3(10)^2 + 11(2)(10) + 34 = 554 \qquad 596$$

$$\{3(10) + 11\}(1) = 41$$

$$(1)^2 = 1$$

$$596 \qquad 596$$

則 $X = 11$

復將原式左邊各項之數依解負根法解之

令 $X^3 - 11X^2 + 34X - 24 = 0$

解之

$$24 \quad (6$$

$$(6)^3 - 11(6)^2 + 34(6) = 24$$

則 $X = -6$

以 X 十 6 除原式左邊各項之數如下

(1)
$$
\begin{array}{rl}
X+6\;) & X^3+11X^2+34X+24\;(\,X^2+5X+4 \\
 & \underline{X^3+6X^2} \\
 & \quad 5X^2+34X \\
 & \quad \underline{5X^2+30X} \\
 & \qquad 4X+24 \\
 & \qquad \underline{4X+24} \\
\end{array}
$$

又將（1）式之得數依解負根法解之如下

令 $X^2-5X+4=O$

$$
\begin{array}{rr}
 & \vdots \\
 & 4\;(4 \\
(4)^2-5(4)= & \underline{4} \\
\end{array}
$$

即 $X=-4$

以 X 十 4 除（1）式之得數如下

$$
\begin{array}{rl}
X+4\;) & X^2+5X+4\;(\,X+1 \qquad (2) \\
 & \underline{X^2+4X} \\
 & \qquad X+4 \\
 & \qquad \underline{X+4} \\
\end{array}
$$

可知(1)式之法數 $X+6$ 及(2)式之法數 $X+4$

及得數 $X+1$ 爲原式左邊之數之因數

因 $X = 11$

故 $X+6 = 17$

$X+4 = 15$

$X+1 = 12$

四次式

四次式解法用尋常開正四方法和前三次式解法求之即得

例 1 如 $X^4 + 10X^3 + 31X^2 + 30X = 4763$ 求 X 之同數

$$4763\,(\,6$$

$$(6)^4 + 10(6)^3 + 31(6)^2 + 30(6) = 4763$$

$$X = 6$$

說法　從實數末位上起向左每四位俱作小點則每小點管數四位惟最左之小點不能定視能容 X^2 之係數為限每四位作得若干小點後復從末位向左每三位作若干點每二位作若干點每一位作若干點亦以能容 X^3 及 X^2 與 X 之係數為限倘不能容均須退回一點然後截每一位最左小點所管之數為初商實如上草實數每四位能容一點則每三位每二位每一位均作一點乃以 4765 為初商實即察初商實內能容何數之各項 X 各方數如察得能容之數為 6 書 6 於弧線外為初商以初商 6 三乘和 6 再乘乘 10 和 6 自乘乘 31 和 6 乘 30 得 4763 為法減初商實適盡則 X 之同數為 6 如所求

例 2 如 $X^4+15X^3+47X^2+33X=4699728$

$(4)^4\ 1000+15(4)^3\ 100+47(4)^2\ 10+33\ (4)$

$4(40)^3+15(3)(40)^2+47(2)(40)+33$

$6(40)^2(3)+15(3)(40)(3)+47\ (3)$

$4(40)(3)^2+15\ (3)^2$

$(3)^3$

說法 從實數末位起向左每四位上作得二小點復從末位每三位

數469972爲初商實察得初商實內能容各項X各方之數4爲初商

個O和4乘33得 359652 爲法減初商實餘 11032 續書8於

O、2倍之乘47和33得331743書於竪線側商除次商實得3爲

得34341書於竪線側又以次商3自乘乘40、4倍之和3自乘乘1

括之數相加得 367636 以次商3乘之得1103208 爲法減次

求X之同數

469972.8 (43

359652

1103200

A。 331793
34341
1575
27

357636

1103208

X 43

作二小點每二位作二小點每一位作二小點乃截每一位最左小點所管之

以初商4三乘補三個O和4再乘乘15補兩個O和4自乘乘47補一

其後爲次商實以初商進一位40再乘4倍之和40自乘3倍之乘15

次商以次商3乘40自乘6倍之和3乘40、3倍之乘15和3乘

475得1575書於竪線側又以次商3再乘得27書於竪線側將A。

弧所商實適盡得初次商43爲X之同數

例 3 如 $X^4+20X^3+108X^2+144X = 188581789440$

$(6)^4\ 000000 + 20\ (6)^3\ 10000 + 108\ (6)^2\ 100 + 144$

$4(60)^3\ 1000 + 20(3)(60)^2\ 100 + 108\ (2)\ (60)\ 10 + 144$

$6(60)^2\ (5)\ 1000 + 20\ (3)(60)(5)100 + 108\ (5)\ 10$

$4\ (60)\ (5)^2\ 1000 + 20\ \ (5)^2\ \ 100$

$(5)^3\ \ 1000$

$4(650)^3 + 20\ (3)\ (650)^2 + 108\ (2)\ (650) + 144$

$6(650)^2\ (4) + 20\ (3)\ (650)\ (4) + 108\ \ (4)$

$4\ (650)\ (4)^2 + 20\ \ (4)$

4^2

求X之同數

188581789440 (654

1339589664

5462282304

$$A_0\begin{cases}885729744\\ A_1\begin{cases}109805400\\ A_2\begin{cases}6050000\\125000\end{cases}\end{cases}\end{cases}$$

$$A_3\begin{cases}1001710144\\115980400\\6175000\end{cases}$$

5008550720

4537315840

$$B_0\begin{cases}1123990544\\10296432\\41920\\64\end{cases}$$

1134328960

4537315840

X ＝ 654

說法　如前定點知 X 之同數爲三位截 188581794 爲初商實察得初商實內能容各項 X 各方之數 6 爲初商以初商 6 三乘補六個○和 6 再乘乘 20 補四個○和 6 自乘乘 108 補兩個○和 6 乘 144 得 1339589664 爲法減初商實餘 546228230 續書 4 於其後爲次商實以初商進一位得 60 再乘 4 倍之補三個○和 60 自乘 3 倍之乘 20 補兩個○和 60、2 倍之乘 108 補一個○和 144 得 885729744 書於竪線側商除次商實得 5 爲次商以次商 5 乘 60 自乘 6 倍之補三個○和 5 乘 60、3 倍之乘 20 補兩個○和 5 乘 108 得 109805400 書於竪線側又以次商 5 自乘乘 60、4 倍之補三個○和 5 自乘乘 20 補兩個○得 6050000 書於竪線側又以次商 5 再乘得 125 補三個○書於竪線側復將 A 弧所括之數相加得 1001710144 書於橫線下以次商 5 乘之得 5008550720 爲法減初商實餘 453731584 續一個○於其後爲三商實將 A_1 弧所括之數相加得 115980400 A_2 弧所括之數相加得 6175000 俱書於橫線下又將 A_3 弧所括之數相加得 1123990544 書於第二橫線下即爲 $4(650)^3+20(3)(650)^2+108(2)(650)+144$ 之數商除三商實得 4 爲三商以三商 4 乘初次商進一位 650 自乘 6 倍之和 4 乘 650 3 倍之乘 20 和 4 乘 108 得 10296432 書於第二竪線側又以三商 4 自乘乘 650、4 倍之和 4 自乘乘 20 得 41920 書於第二竪線側又以三商 4 再乘得 64 書於第二竪線側復將 B° 弧所括之數相加得 1134328960 以三商 4 乘之得 4537315840 爲法減三商實適盡得初次三商爲 654 如所求

附則　四次式各商補O法亦視X之同數之多寡爲標準同數爲一位各項無容補O同數爲二位初商X^4項補三個OX^2項補兩個OX^2項補一個O同數爲三位初商X^4項補六個OX^3項補四個OX^2項補兩個O同數爲四位初商X^5項補九個OX^3項補六個OX^2項補三個O初商後之每商比前商X^4項遞減補三個OX^3項遞減補兩個OX^2項遞減補一個O同數五位以上類推

例4 如 $X^4+15X^3+47X^2+33X=25030328170848$

$(2)^4 1000000000 + 15(2)^3 1000000 + 47(2)^2 1000 + 33$

$4(20)^3\ 1000000 + 15(3)(20)^2\ 10000 + 47(2)(20)\ 100 + 33$

$6(20)^2(2)\ 1000000 + 15(3)(20)(2)\ 10000 + 47(2)\ 100$

$4(20)(2)^2\ 1000000 + 15(2)^2\ 10000$

$(2)^3\ 1000000$

$4(220)^3\ 1000 + 15(3)(220)^2\ 100 + 47(2)(20)\ 10 + 33$

$6(220)^2(3)1000 + 15(3)(220)(3)100 + 47(3)\ 10$

$4(220)(3)^2\ 1000 + 15(3)^2\ 100$

$(3)^3\ 100$

$4(2230)^3 + 15(3)(2230)^2 + 47(2)(2230) + 33$

$6(2230)^2(3) + 15(3)(2230)(3) + 47(3)$

$4(2230)(3)^2 + 15(3)^2$

$(3)^3$

如前定點知上之同數爲四位依前則初商X^4項補九個OX^3項補六個OX^2項補三個O初商後令每商比前商X^4項遞減補三個OX^3遞減補兩個OX^2項遞減補一個O得X之同數爲2233如所求

求X之同數

25030328170.848 (2233

18120188066

89101401048

A_0 32180188033

A_1 4818009400

A_2 320600000

8000000

37326797433 A_3

5146609400

328600000

74653594866

144478061824

B_0 42810006833

B_1 874171410

B_2 7933500

27000

43692138743 B_3

882131910

7960500

131076416229

134016455958

C_0 44582258153

89813391

80415

27

44672151986

134016455958

X ——— 2233

例 5 如 $X^4 - 8X^3 - 9X^2 + 18X = 108038551446752$

$$(3)^4\ 1000000000 - 8(3)^3\ 1000000 - 9(3)\ 1000 + 18$$

$$4(30)^3\ 1000000 - 8(3)(30)^2\ 10000 - 9(2)(30)\ 100 + 18$$

$$6(30)^2(2)\ 1000000 - 8(3)(30)(2)\ 10000 - 9(2)$$

$$4(30)(2)^2\ 1000000 - 8\ (2)^2\ 10000$$

$$(2)^3\ 1000000$$

$$4(320)^3\ 1000 - 8(3)(320)^2\ 100 - 9(2)(320) + 18$$

$$6(320)^2(2)\ 1000 - 8(3)(320)(2)\ 100 - 9\ (2)$$

$$4(320)(2)^2\ 1000 - 8\ (2)^2$$

$$(2)^2\ 1000$$

$$4(3220)^3 - 8(3)(3220)^2 - 9(2)(3220) + 18$$

$$6(3220)^2(6) - 8(3)(3220)(6)\ \ 9\ (6)$$

$$4(3220)(6)^2 - 8\ (6)^2$$

$$(6)^3$$

如前法依其正負號而加減之則得 3226 為 X 之同數

求X之同數

108038551446.752 (3226
80783919054

272546323927
238114448436

344318754915
264117142076

802016128392
802016128392

A_0			107783946018	
	A_1		10785598200	
		A_2	479680000	
			8000000	
			119057224218	A_3
			11273278200	
			487680000	
B_0			130826182418	
	B_1		1227263820	
		B_2	5116800	
			8000	
			132058571038	B_3
			1232388620	
			5124800	
C_0			133296092458	
			372798666	
			463392	
			216	
			133669354732	

X ═ 3226

例 6 如 $X^{4}+18X^{3}+71X^{2}+78X=1055051672136$

$(1)^{4}1000000000+18(1)^{3}1000000+71(1)^{2}1000+78(1)$

$4(1000)^{3}+18(3)(1000)^{2}+71(2)(1000)+78$

$6(1000)^{2}(9)+18(3)(1000)(9)\ 71\quad(9)$

$4(1000)(9)^{2}+18\qquad(9)^{2}$

$(9)^{3}$

如前求得初商後次三兩商實均不受除則次三兩商必爲0書兩個0

於初商後爲次三商再如法求四商得X之同數爲 1009 如所求

求X之同數

1055051672136 (1009

1018071078

36980594136

36980594136

4054142078

54486153

325458

729

4108954418

$X = 1009$

例 7 如 $X^4 + 10X^3 + 33X^2 + 36X = 17220011215520$

$$(3)^4\ 1000000000 + 10(3)^3\ 1000000 + 33(3)^2\ 1000 + 36$$

$$4(30)^3\ 1000000 + 10(3)(30)^2\ 10000 + 33(3)(30)\ 100 + 36$$

$$6(30)^2(6)\ 1000000 + 10(3)(30)(6)\ 10000 + 33\ (6)\ 100$$

$$4(30)(6)^2\ 1000000 + 10\ (6)^2\ 10000$$

$$(6)^3\ 1000000$$

$$4(360)^3\ 1000 + 10(3)(360)^2\ 100 + 33(2)(360)\ 10 + 63$$

$$6(360)^2(2)\ 1000 + 10(3)(360)(2)\ 100 + 33\ (2)\ 10$$

$$4(360)(2)^2\ 1000 + 10\ (2)\ 100$$

$$(2)^3$$

如前求得初次三商實數尚餘一個○則四商必為○續於三商後即得

求X之同數

$$172200111215520\,(\,3620$$

$$81270297108$$

$$909298141075$$

$$A_0\left\{\begin{array}{r}108270198036\\ A_1\left\{\begin{array}{r}32454019800\\ A_2\left\{\begin{array}{r}4323600000\\ 216000000\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{r}145263817836\\ 36993619800\\ 4539600000\end{array}\right\}A_3$$

$$871582907016$$

$$377152340592$$

$$B_0\left\{\begin{array}{r}187013037636\\ 1557360660\\ 5764000\\ 8000\end{array}\right.$$

$$188576170296$$

$$377152340592$$

$$0$$

X ＝ 3620

例8 如 $X^4+9X^3+26X^2+24X=311836850740800$

$(4)^4\ 1000000000+9\ (4)^3\ 1000000+26\ (4)^2 1000+24(4)$

$4\ (40)^3\ \ 1000000+9\ (3)(40)^2\ 10000+26\ (2)(40)100+24$

$6\ (40)^2\ (2)\ 1000000+9\ (3)\ (40)\ (2)\ 10000+26\ \ (2)$

$4\ (40)\ (2)^2\ 1000000+9\ \ (2)^2\ \ 10000$

$(2)^3\ \ 1000000$

如前求得初次兩商實數尚餘兩個 O 則三四商

必爲 O 續書兩個 O 於次商後如所求

求X之同數

311836850740,800 (4200

256576416096

552604340448

A。{ 256432208024
19221605200
640360000
8000000

276302173224　　552604346448

OO

X ＝ 4200

例9 如 $9X^4+28X^3+35X^2+14X=853531130913384$

$9(3)^4\,1000000000+28(3)^3\,1000000+35(3)^2\,1000+14(3)$

$9(4)(30)^3\,1000000+28(3)(30)^2\,10000+35(2)(30)100+14=$

$9(6)(30)^2(3)\,1000000+28(3)(30)(3)\,10000+35(3)=$

$9(4)(30)(3)^2\,1000000+28(3)^2\,10000=$

$9(3)^3\,1000000=$

$9(4)(330)^3\,1000+28(3)(334)^2\,100+35(2)(330)10+14=$

$9(6)(330)^2(2)\,1000+28(3)(330)(2)\,100+35(2)=$

$9(4)(330)(2)^2\,1000+28(2)^2\,100=$

$9(2)^3\,1000=$

$9(4)(3320)^3+28(3)(3320)^2+35(2)(3320)+14=$

$9(6)(332)^2(2)+28(3)(3320)(2)+35(2)=$

$9(4)(3320)(2)^2+28(2)^2=$

$9(2)^3=$

如前法每商又以9乘 X^4 項之數則得X之同數爲3322如所求

求X之同數

853531130913、384 (3322
567756315042

	756756210014	2857748158713
A_0 A_1	113475610500	
A_2	7562520000	
	189000000	2633950021542
A_3	877983340514	2237981371718
	121227130500	
	7751520000	
B_0	1007150991014	
B_1	9153144700	
B_2	36971200	
	56000	2032682325828
B_3	1016341162914	2052990458904
	9190171900	
	37027200	
C_0	1025568418014	
	926489430	
	371952	
	56	2052990458904
	1026495229452	

X ＝ 3322

例10如 $\frac{1}{4}X^4+\frac{1}{3}X^3+\frac{1}{2}X^2+X=7577029112280$ 求X之同數

化去分數為 $6X^4+8X^3+12X^2+24X=181848698694720$

$6(2)^4\ 1000000000+8(2)^3\ 1000000+12(2)^2\ 1000+24(2)$

$6(4)(20)^3\ 1000000+8(3)(20)^2\ 10000+12(2)(20)\ 100+24$

$6(6)(20)^2(3)\ 1000000+8(3)(20)(3)\ 10000+12\ (3)\ 100$

$6(4)(20)(3)^2\ 1000000+8\ (3)^2\ 10000$

$6\ (3)^3\ 1000000$

$6(4)(230)^3\ 1000+8(3)(230)^2\ 100+12(2)(230)\ 10+24$

$6(6)(230)^2(4)\ 1000+8(3)(230)(4)\ 100+12\ (4)\ 10$

$6(4)(230)(4)^2\ 1000+8\ (4)^2\ 100$

$6\ (4)^3\ 1000$

$6(4)(2340)^3+8(3)(2340)^2+12(2)(2340)+24$

$6(6)(2340)^2(6)+8(3)(2340)(6)+12\ (6)$

$6(4)(2340)(6)^2+8\ (6)^2$

$6\ (6)^3$

化去其分數如前求得 2346 為X之同數

181848698694‚720 (2346
96064048048

857846506467

A_0	192096048024		
A_1	43214403600		
A_2	4320720000		
	162000000		
	239793171624	A_3	719379514872
	47697123600		138466991595 2
	4482720000		
B_0	292135015224		
B_1	7619808480		
B_2	88332800		
	384000		
	299843540504	B_3	119987416201 6
	7708525280		18529575393 60
	88716800		
C_0	307641166584		
	1183066632		
	2022048		
	1296		
	308826256560		18529575393 60

例11 如 $X^4 + 935 X^3 + 324819 X^2 + 49767937 X +$

變原式爲 $X^4 - 935 X^3 + 324819 X^2 - 49767937 X +$

$(2)^4\ 1000000 - 935\ (2)^3\ 10000 + 324819\ (2)^2\ 10049767937\ (2)$

$4\ (20)^3\ 1000 - 935\ (3)(20)^2\ 100 + 324819\ (2)(20)\ 10 - 49767937$

$6\ (20)^2\ (1)\ 1000 - 935\ (3)(20)\ (1)\ 100 + 324819\ (1)\ 10$

$4\ (20)\ (1)^2\ 1000 - 935\ (1)^2\ 100$

$(1)^3\ 1000$

$4\ (210)^3 - 935\ (3)\ (210)^2 + 324819\ (2)\ (210) - 49767937$

$6\ (210)^2\ (1) - 935\ (3)\ (210)\ (1) + 324819\ (1)$

$4\ (120)\ (1)^2 - 935\ (1)$

$(2)^3$

變原式爲正負項相間令等於0如前有負項法求之得211爲X之同數

2840974032 求 X 之同數

$2840974052 X = 0$

28409740.52 (211

28408274

14665

14647

182

182

A_0	A_1	-40337
		38190
	A_2	13500
		1000
A_3		-14647
		25690
		-12500
B_0		-457
		369
		-95
		-182

$X = 211$

例 12 如 $\overset{4}{X} + 17\overset{2}{X} + 123X$ ＝＝＝

$(6)^{4}\ 1000000000 + 17\ (6)^{2}\ 1000 + 123\ (6)$

$4\ (60)^{3}\ \ 1000000 + 17\ (3)\ (60)\ \ 100 + 123$

$6\ (60)^{2}\ (2)\ 1000000 + 17\ (3)\ (60)\ (2)\ 100$

$4\ (60)\ (2)^{2}\ 1000000 + 17\ \ \ \ (2)^{2}$

$(2)^{3}\ \ \ \ \ 1000000$

$4\ (620)^{3}\ 1000 + 17\ (3)\ (620)^{2}\ 10 + 123$

$6\ (620)^{2}\ (2)\ 1000 + 17\ (3)\ (620)\ (2)\ 10$

$4\ (620)\ (2)^{2}\ 1000 + 17\ \ \ \ (2)\ \ \ \ 10$

$(2)^{3}\ \ \ \ \ 1000$

$4\ (6220)^{3}\ \ + 17\ (3)\ (6220)^{2}\ + 1\ 2\ 5$

$6\ (6220)^{2}\ (5)\ + 17\ (3)\ (6220)\ (5)\ +$

$4\ (6220)\ (5)^{2}\ + 17\ \ \ \ (5)^{2}$

$(5)^{3}$

如前法去其 $\overset{3}{X}$ 項之數求之則得

1501611597416925 求X之同數

1501611597416925 (6225

1296000612738

2056109846789

1816336415046

2397734317432

1915869878526

4818644389065

4818644389065

A。 A, 864000204123
43200003400
A_2 960000000
8000000

908168207523
44168003400
968000000 A_2

B。 B, 953312210923
4612800340
B_2 9920000
8000

957934939263
4622728340
9928000 B_3

C。 962567603603
1160652085
622000
125

963728877813

X ═══ 6225

例13 如 $\overset{4}{X}+11\overset{3}{X}+23X=5017320476227$ 求X之同數

$(1)^4\,1000000000+11\,(1)^2\,1000000+23\,(1)$

$4\,(10)^3\,1000000+11\,(3)\,(10)^2\,10000+23$

$6\,(10)^2\,(4)\,1000000+11\,(3)\,(10)\,(4)\,10000$

$4\,(10)\,(4)^2\,1000000+11\,(2)^2\,10000$

$(4)^3\,1000000$

$4\,(140)^3\,1000+11\,(3)\,(140)^2\,100+23$

$6\,(140)^2\,(1)\,1000+11\,(3)\,(140)\,(1)\,100$

$4\,(140)\,(1)^2\,1000+11\,(1)^2\,100$

$(1)^3\,1000$

$4\,(1410)^3+11\,(3)\,(1410)^2+23$

$6\,(1410)^2\,(3)+11\,(3)\,(1410)\,(3)$

$4\,(1410)\,(3)^2+11\,(3)^2$

$(3)^3$

如前法容其 $\overset{2}{X}$ 項之數求之則得

4017328476.227 (1413

1011000023

30063204532

28607840092

14553644402

11159304123

33943402797

33943402797

A_0 ⎧ 4033000023

A_1 ⎧ 2413200000

A_2 ⎧ 641760000

64000000

7151960023

3118960000　A_2

705760000

11040680023

B_0 ⎧ 118062000

B_1 ⎧ B_2 561100

1000

11159304123

118624100　B_3

562100

C_0 ⎧ 11278401323

35925390

50859

27

11314467599

X　　　　　　1413

例 14 如 $X^4+7X^3+13X^2=683845322589504$ 求 X 之同數

$(5)^4\ 1000000000+7\ (5)^3\ 1000000+13\ (5)^2\ 1000$

$4\ (50)^3\ 1000000+7\ (3)\ (50)^2\ 10000+13\ (2)\ (50)\ 100=$

$6\ (50)^2\ (1)\ 1000000+7\ (3)\ (50)\ (1)\ 10000+13\ (1)\ 100=$

$4\ (50)\ (1)^2\ 1000000+7\ (1)^2\ 10000=$

$(1)^3\ 1000000=$

$4\ (510)^3\ 1000+7\ (3)\ (510)^2\ 100+13\ (2)\ (510)\ 10=$

$6\ (510)^2\ (1)\ 1000+7\ (3)\ (510)\ (1)\ 100+13\ (2)\ (1)=$

$4\ (510)\ (1)^2\ 1000+7\ (1)^2\ 100=$

$(1)^3\ 1000=$

$4\ (5110)^3+7\ (3)\ (5110)^2+13\ (2)\ (5110)=$

$6\ (5110)^2\ (2)+7\ (3)\ (5110)\ (2)+13\ (2)=$

$4\ (5110)\ (2)^2+7\ (2)^2=$

$(2)^3=$

如前究其 X 項之數求之得 5112 爲 X 之同數

683845322589.504 (5112
625875325000

57969975895

A_0 { A_1 { 500525130000
15010501300
A_2 { 200070000
1000000 } } }

515736701300 } A_3
15211571300
201070000

515736701300

639632745950

B_0 { 531150342600
B_1 { 1561671150
B_2 { 2040700
1000 } } }

532714055430 } B_3
1563712830
2041700

532714055430

1069186905204

C_0 { 534279810960
313559846
81788
8 }

534593452602

1069186905204

X ＝ 5112

例 15 如 $X^4 + 2232X = 24818575348800$

$$(2)^4\ 1000000000 + 2232\ \ 2$$

$$4(20)^3\ 1000000 + 2232 =$$
$$6(20)^2(2)\ 1000000 =$$
$$4(20)(2)^2\ 1000000 =$$
$$(2)^3\ 1000000 =$$

$$4(220)^3\ 1000 + 2232 =$$
$$6(220)^2(3)\ 1000 =$$
$$4(220)(3)^2\ 1000 =$$
$$(3)^3\ 1000 =$$

$$4(2230)^3 + 2232 =$$
$$6(2230)^2(2) =$$
$$4(2230)(2)^2 =$$
$$(2)^3 =$$

如前案其 X^3 及 X^2 項之數求之則得

求X之同數

24818575348,800 (2232

16000004464

8818570848

$A_{\circ}$ A_1 32000002232

4800000000

A_2 320000000

8000000

37128002232 A_3

5128000000

328000000

7425600 4484

13929704 3840

42592002232

$B_{\circ}$ B_1 871200000

B_2 7920000

27000

43471149232 B_3

879147000

7947000

130413447696

8883596 1440

$C_{\circ}$ 44358270232

39674800

35680

8

44417980720

8883596 1440

X ═══ 2232

例 16 如 $X^4 + 11X^2 = 1325627041133052$ 求 X 之同數

$(6)^4 \quad 1000000000 + 11(6)^2 \quad 1000$

$4(600)^3 \quad 1000 + 11(2)(600) \quad 10$

$6(600)^2(3)\ 1000 + 11 \quad (3)$

$4(600)(3)^2\ 1000$

$(3)^3 \quad 1000$

$4(6030)^2 \quad + 11(2)(6030)$

$6(6030)^2(4) + 11 \quad (4)$

$4(6030)(4)^2$

$(4)^3$

如前求其 X^3 及 X 項之數求之則得

```
                      •   •   •   •
                        •   •   •   •
                            •   •   •   •
                                    ••••
                    1325627041133052 (6034
                    1296000396000
                    ─────────────
                    29626645133305
      864000132000
A₀ A₁ 6480000330
   A₂ 21600000
        27000
      ────────────
      870501759330 ┐
        6501627330 ├ A₃  2611505277990
          21627000 ┘    ─────────────
      ────────────       3511592354152
B₀    877025040660
         872661644
            385920
                64
      ────────────
      877898088288       3511592354152
                         ─────────────
```

$X = 6034$

例 17 如 $X^4 + 13X^3 = 2110035105720$ 求 X 之同數

$(1)^4$ 1000000000 $+ 13 (1)^3$ 1000000

$4(10)^3$ 1000000 $+ 13(3)(10)^2$ 100

$6(10)^2(2)$ 1000000 $+ 13(3)(10)(2)$ 100

$4(10)(2)^2$ 1000000 $+ 13 \quad (2)^2$ 100

$(2)^3$ 1000000

$4(1200)^3 + 13(3)(1200)^2$

$6(1200)^2(2) + 13(3)(1200)(2)$

$4(1200)(2)^2 \quad 13 \quad (2)$

$(2)^3$

如前法空其 X^2 及 X 項之數求之則得

2110035105,720 (1202

1013000000

10970351057

10830640000

13971105720

13971105720

A_0 $\begin{cases} 4039000000 \\ A_1 \begin{cases} 1207800000 \\ A_2 \begin{cases} 160520000 \\ 8000000 \end{cases} \end{cases} \end{cases}$

$A_3 \begin{cases} 5415320000 \\ 1376320000 \\ 168520000 \end{cases}$

$B_0 \begin{cases} 6968160000 \\ 17373600 \\ 19252 \\ 8 \end{cases}$

6985552860

$X = 1202$

小數四次式

例 1 如 $X^4 + 6X^3 + 11X^2 + 6X = 517、0176$ 求X之同數

$$(3)^4 + 6(3)^3 + 11(3)^2 + 6(3)$$

$$4(30)^3 + 6(3)(30)^2\ 10 + 11(2)(30)\ 100 + 6000$$

$$6(30)^2(4) + 6(3)(30)(4)\ 10 + 11(4)\ 100$$

$$4(30)(4)^2 + 6\ (4)^2\ 10$$

$$(4)^3$$

說法　從實數單位上起如前向左作點後復從單位上向右起每四位小點因四次式小數續數爲餘實以四位爲限如上草從單位向左作一各方數 3 爲初商於 3 之右側作小點記之爲單位以初商 3 三乘和 7 續書 0 1 7 6 於其後爲次商實惟次商必爲小數則 X^3 項必須補 4 倍之和 30 自乘 3 倍之乘 6 補一個 O 和 30、2 倍之乘 1 1 補爲次商以次商 4 乘 3 0 自乘 6 倍之和 4 乘 30、3 倍之乘 6 補一乘乘 30、4 倍之和 4 自乘乘 6 補一個 O 得 2880 書於竪線側、44 以次商 4 乘之得 1 5 7 0 1 7 6 爲法減次商實適盡得 3、4

517,0176 (3,4

360

1570176

1570176

A_c { 342000, 47800, 2880, 60 }

392544

X ══ 3,4

俱作小點若不足四位續O以足之但不必每三位每二位每一位復作小點向右作得一小點截 5 1 7 爲初商實察得初商實內能容各項 X 3 再乘乘 6 和 3 自乘乘 11 和 3 乘 6 得 360 爲法減初商實餘 1 5 一個 OX^2 項補兩個 OX 項補三個O乃合故初商進一位得 30 再乘兩個 O 和 6 補三個 O 得 3 4 2 0 0 0 書於竪線側商除次商實得 4 O個 和 4 乘 1 1 補兩個 O 得 4 7 8 0 0 書於竪線側又以次商 4 自以次商 4 再乘得 64 書於竪線側將 A。弧所括之數相加得 3 4 2 5 爲 X 之同數

例2如 $X^4+6X^3+9X^2+4X=183、82538601$ 求X之同數

$$(2)^4+6(2)^3+9(2)^2+4(2)$$

$$4(20)^3+6(3)(20)^2\ 10+9(2)(20)\ 100+4000$$

$$6(20)^2(4)+6(3)(20)(4)\ 10+9\ (4)\ 100$$

$$4(20)(4)^2+6\ (4)^2\ 10$$

$$(4)^3$$

$$4(240)^3+6(3)(240)^2\ 100+9(2)(240)\ 10000+4000$$

$$6(240)^2(3)+6(3)(240)(3)\ 100+9\ (3)\ 10000$$

$$4(240)(3)^2+6\ (3)\ 100$$

$$(3)^3$$

183、82538601 (2、43

108

758253

A_0 A_1 A_2

144000
27000
2240
64

173904
29904
2304 A_3

695616

626376601

B_0

206176000
2602800
14040
27

208792867

626378601

X　2、43

如前求得初次商兩商再續書 8601 於 62637 後爲三商實將 A_5 弧所括之數相加補三個 O 得 206176000 書於第二竪線側即爲 $4(240)^3$ 十 $6(3)(240)^2 100$ 十 $9(2)(240)10000$ 十 4000000 之數以之商除三商實得 3 爲三商以三商 3 乘初次商進一位 240 自乘 6 倍之和 3 乘 240、3 倍之乘 6 補兩個 O 和 3 乘 9 補四個 O 得 2602800 書於竪線側又以三商 3 自乘乘初次商進一位 240、4 倍之和 3 自乘乘 6 補兩個 O 得 14040 書於竪線側又以三商 3 再乘得 27 書於竪線側復將 B_0 弧所括之數相加得 208792867 以三商 3 乘之得 626378601 爲法減三商實適盡得 2、43 如所求

附則　四次式小數補O法小數一位X^3項補一個OX^2項補兩個OX項補三個O小數二位X^3項補兩個OX^2項補四個OX項補六個O小數三位X^3項補三個O補六個OX項補九個O小數四位X^3項補四個OX^2項補八個OX項補十二個O凡小數後商比前商X^3項遞加補一個OX^2項遞加補兩個OX項遞加補三個O即得若前草A_3弧所括之數相加後補三個O餘仿此

例3 如 $X^4+6X^3+12X^2+8X=1019.898238629776$ 求 X之同數

$$(4)^4+6(4)^3+12(4)+8(4)$$

$$4(40)^3+6(3)(40)^2\,10+12(2)(40)100+8000 =$$
$$6(40)^2(2)+6(3)(40)(2)\,10+12(2)100 =$$
$$4(40)(2)^2+6(2)\,10 =$$
$$(2)^3 =$$

$$4(420)^3+6(3)(420)^2\,100+12(2)(420)10000+8000000 =$$
$$6(420)^2(2)+6(3)(420)(2)\,100+12(2)\,10000 =$$
$$4(420)(2)^2+6(2)\,100 =$$
$$(2)^3 =$$

$$4(420)^3+6(3)(4220)^2\,1000+12(2)(4220)1000000+8000000000$$
$$6(420)^2(6)+6(3)(4220)(6)\,1000+12(6)$$
$$4(420)(6)^2+6(6)\,1000$$
$$(6)^3$$

如前求得初次三商再續 9776 於 438964006 後爲四商餘實休前則補三個O於L弧所括之數相加之得數人於 X^3 項補三個O X^2 項補六個O X 項補九個O求得 1.226 爲 X 之同數

求X之同數

1019,898238629776 (4,226

864

1558982

A_0 648000

A_1 36000

A_2 880

8

684888

36888

888

A_3 1369776

1892063862

B_0 722672000

B_1 3868800

B_2 9120

8

726549928

3877928

9128

B_3 1453099856

4389640069776

C_0 730436092000

1168862400

823680

216

731606678296

4389640069776

X ＝ 4226

例 4 如 $X^4+6X^3+9X^2+4X=$、25836371 4901 求 X 之同數

$$(5)^4+6(5)^3 100+9(5)^2 10000+4(5)1000000$$

$$4(50)^3+6(3)(50)^2 1000+9(2)(50)1000000+4000000000$$

$$6(50)^2(7)+6(3)(50)(7)1000+9(7)1000000$$

$$4(50)(7)^2+6(7)^2 1000$$

$$(7)^3$$

前如定點截、2583 爲初商實不受商則初商爲O書、0於弧線外

爲初商續截 6271 爲次商實如法求得初次三商爲、057 如所求

・ ・ ・

、258362714001 (、056

22325625

35106464001

$$A_c\left\{\begin{array}{r}4945500000\\69405000\\303800\\343\end{array}\right.$$

5015209140

35106464001

X ═ 、056

例5如 $X^4+7X^3+15X^2+9X=$、0609754573561121求X之同數

$$(6)^4+7(6)^3\,1000+15(6)^2\,1000000+9(6)\,1000000000$$

$$4(60)^3+7(3)(60)^2\,10000+15(2)(60)\,100000000+9000000000000$$

$$6\,(60)^2(7)+7\,(3)\,(60)\,(7)\,10000+15\,(7)\,100000000$$

$$4\,(60)(7)^2+7\,(7)^2\,10000$$

$$(7)^3$$

如前定點截、0609為初商實不受商續7545為次商實又不受商則初次兩商必為O書、OO於弧線外為初次商再續7356為三商實如法求得三四商則、0067為X之數同

、0609754573561121 (、0067

54541513296

64339440601121

64339440601121

A。 9180756864000

10588351200

3441760

343

9191348657303

X 、0056

例6 如 $X^4+7X^3+15X^2+9X=173.6182364324$ 求 X 之同數

$$(2)^4+7(2)^3+15(2)^2+9(2)$$

$$4(20)^3+7(3)(20)^2\,10+15(2)(20)100+9000$$
$$6(20)^2(1)+7(3)(20)(1)\,10+15(1)\,100$$
$$4(20)(1)^2+7(1)^2\,10$$
$$(2)^3$$

$$4(210)^3+7(3)(210)^2\,100+15(2)(210)10000+9000000$$
$$6(210)^2(2)+7(3)(210)(2)\,100+15(2)\,10000$$
$$4(210)(2)^2+7(2)^2\,100$$
$$(2)^3$$

$$4(2120)^3+7(3)(2120)^2\,1000+15(2)(2120)1000000+9000000000$$
$$6(2120)^2(1)+7(3)(2120)(1)\,1000+15(1)\,1000000$$
$$4(2120)(1)^2+7(1)^2\,1000$$
$$(1)^3$$

如前求得四商實數尚餘 20527658519 即作、、、、、、於四商後為密率如所求

178,618236432400(2121……

150

|236782

= A_0 { 185000
= A_1 { 8100
= A_2 { 150
= 1

193251
8251
151

A_3

|193251

|429813643

= B_0 { 201654000
= B_1 { 1711200
= B_2 { 6100
= 8

203371368
1717368
6168

B_3

|406742736

|225709072400

= C_0 { 205094912000
= 86486400
= 15480
= 1

205181413881

|205181413881

20527658519

X = 2121……

簡法

復將例2之 $X^4+15X^3+47X^2+33X=4699728$ 解之

$$4699728\ (43$$

$$(4)^4 1000+15(4)^3 100+47(4)^2 10+33(4)=359652$$

$$1103208$$

$$4(40)^3+15(3)(40)^2+47(2)(40)+33=331793$$

$$\{6(40)^2+15(3)(40)+47\}(3)=34341$$

$$\{4(40)+15\}(3)^2=1575$$

$$(3)^3=27$$

$$367636 \qquad 1103208$$

$$X=43$$

說法　如前求至331793商除次商實得3為次商時先以40自乘6倍之和3倍40乘15和47然後以次商3乘之又以40、4倍之和15然後以3自乘乘之然後如前法求次商則省乘數次矣

代變法

例1如 $X^4-4X^3+8X^2-8X=10197$ 求X之同數

令　$X=Y+\frac{4}{4}=Y+1$

代入原式內爲　$X^4=Y^4+4Y^3+6Y^2+4Y+1$

$-4X^3=-4Y^3-12Y^2-12Y-4$

$8X^2=8Y^2+16Y+8$

$-8X=-8Y-8$

$-10197=-10197$

$Y^2+2Y^2 \qquad -10200$

即　$Y^4+2Y^2=10200$

解之　$10\dot{2}\dot{0}0$ (10

$(1)^4\ 1000+2(1)^2\ 10=1020$

0

0

則　$Y=10$

故　$X=Y+1=11$

代變法不必限定空項總之觀察X各方之係數大小任取一數利所代之元能變原式令之爲純正項數或負根數可矣

求四根法

例1如 $X^4+36X^3+431X^2+1716X=245700$ 求其四同數

$$\dot{2}\dot{4}\dot{5}\dot{7}0\text{、}0\ (14$$

$$(1)^4 1000+36(1)^3 100+431(1)^2 10+1716(1)=10626$$

$$139440$$

$$4(10)^3+36(3)(10)^2+43(2)(10)+1716=25136$$

$$\{6(10)^2+36(3)(10)+431\}(4)=8444$$

$$\{4(10)+36\}(4)^2=1216$$

$$(4)^3=64$$

$$34860 \mid 139440$$

$$X=14$$

即以X除左邊各項數如下

$$X)\ X^4+36X^3+431X^2+1716X\ (X^3+36X^2+431X+1716 \quad (1)$$

$$X^4$$

$$36X^3$$
$$36X^3$$

$$431X^2$$
$$431X^2$$

$$1716X$$
$$1716X$$

復將前(1)式之得數依前三次式解負根法解之

變原式爲 $X^3-36X^2+431X-1716=0$

$$\therefore \quad 171|6\ (11$$

$$(1)^3\,100-36(1)^2\,10+431=171$$

$$3(10)^2-36(2)(10)+431=11 \qquad | \ 6$$

$$\{3(10)-36\}(1)=-6$$

$$(1)^2=1$$

$$6 \qquad | \ 6$$

$$X=-11$$

又以 $X+11$ 除(1)式之得數如下

$$X+11\ )\ X^3+36X^2+431X+1716\ (X^2+25X+156 \qquad (2)$$

$$\underline{X^3+11X^2}$$

$$25X^2+431X$$

$$\underline{25X^2+275X}$$

$$156X+1716$$

$$\underline{\underline{156X+1716}}$$

又將(2)式之得數如前二次式解負根法解之

變原式爲 $X^2 - 25X + 156 = 0$

$\therefore 15 \cdot 6 \ (12$

$(1)^2 10 - 25(1) = -15$

$2(10) - 25 = -5 \ | \ 6$

$(2) \quad 2$

$3 \ | \ 6$

$X = -12$

又以 $X + 12$ 除原式各項數如下

$X + 12)X^2 + 25X + 156(X + 13$　(3)

$X^2 + 12X$

$13X + 156$

$13X + 156$

可知(1)式之法數 $X + 11$ 及(2)式之法數 $X + 11$ 與(3)式之法數 $X + 12$ 幷得數 $X + 13$ 爲其因數

即 $X = 14 \quad X = -11 \quad X = -12 \quad X = 13$

例2如$X^4+14X^3+71X^2+154X+120$求其四同數

變原式爲$X^4-14X^3+71X^2-154X+120=0$依前求負根法求之

$$\begin{array}{r} \vdots \\ 120\,(\,2 \end{array}$$

$$(2)^4-14(2)^3+71(2)^2-154(2)=120$$

$$X=-2$$

卽以$X+2$除原式各項之數如下

$$\begin{array}{l}
X+2\,)\,X^4+14X^3+71X^2+154X+120\,(\,X^3+12X^2+47X+60\ \ (1) \\
\qquad X^4+2X^3 \\
\hline
\qquad\qquad 12X^3+71X^2 \\
\qquad\qquad 12X^3+24X^2 \\
\hline
\qquad\qquad\qquad 47X^2+154X \\
\qquad\qquad\qquad 47X^2+94X \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad 60X+120 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad 60X+120 \\
\hline
\end{array}$$

復將（1）式之得數依三次式解負根法解之

變原式為 $X^3 - 12X^2 + 47X - 60 = 0$

$$\vdots$$

$$60\ (\ 3$$

$$(3)^3 - 12(3)^2 + 47(3) = \underline{\underline{60}}$$

$$X = -3$$

又以 $X+3$ 除上式各項之數如下

$$X+3\ )\ X^3 + 12X^2 + 47X + 60\ (\ X^2 + 9X + 20 \qquad (2)$$

$$\underline{X^3 + 3X^2}$$

$$9X^2 + 47X$$

$$\underline{9X^2 + 27X}$$

$$20X + 60$$

$$\underline{\underline{20X + 60}}$$

又將(2)式之得數依二次式解負根法解之

變原式爲 $X^2 - 9X + 20 = 0$

$\therefore$

$20\ (4$

$(4)^2 - 9\ (4) = 20$

$X = -4$

又以 $X+4$ 除上式各項之數如下

$$
\begin{array}{l}
X+4)\ X^2+9X+20\ (X+5 \qquad (3) \\
\quad\ \ \underline{X^2+4X} \\
\qquad\quad 5X+20 \\
\qquad\quad \underline{5X+20}
\end{array}
$$

可知(1)式之法數 $X+2$ (2)式之法數 $X+3$ (3)式之法數 $X+4$ 及得數 $X+5$ 爲其因數　(3)

卽 $X=-2$　$X=-3$　$X=-4$　$X=-5$

例3 如$X^4+22X^3+173X^2+572X+672=71820$求其四同數

移項得$X^4+22X^3+173X^2+572X=71148$

$$\dot{7}11\dot{4}\dot{8}\ (11$$

$$(1)^4\,1000+22(1)^3\,100+173(1)^2\,10+572\,(1)=5502$$

		16128
$4(10)^3+22(3)(10)^2+173(2)(10)+572=$	14632	
$\{6(10)^2+22(3)(10)+173\}(1)=$	1433	
$\{4(10)+22\}(1)^2=$	62	
$(1)^2=$	1	
	16128	16128

$$X=11$$

復將原式左邊各用四次解法解如下

變原式爲$X^4-22X^3+173X-572X+672=0$

$$672\ (3$$

$$(3)^4-22(3)^3+173(3)^2-572(3)=672$$

$$X=3$$

卽以 X＋3 除左邊各項之數如下

$$
\begin{array}{l}
(1)\ X+3)\ X^4+22X^3+173X^2+572X+672(X^3+19X^2+116X+224 \\
\qquad\quad \underline{X^4+3X^3} \\
\qquad\qquad\quad 19X^3+173X^2 \\
\qquad\qquad\quad \underline{19X^3+57X^2} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad 116X^2+572X \\
\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{116X+348X} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 224X+672 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \underline{224X+672}
\end{array}
$$

又將(1)式之得數依三次式解負根法解之如下

變原式爲 $X^3-19X^2+116X-224=0$

$$
\begin{array}{lcr}
 & & \vdots \\
 & & 224\ (4 \\
(4)^3-19(4)^4+116(4) & = & \underline{224} \\
\end{array}
$$

$$X=-4$$

又以 $X+4$ 除(1)式之得數如下

$$
(2)\qquad X+4\,)\,X^3+19X^2+116X+224\,(\,X^2+15X+56
$$

$$
\begin{array}{r}
X^3+4X^2 \\
\hline
15X^2+116X \\
15X^2+60X \\
\hline
56X+224 \\
56X+224 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

又將(2)式之得數依二次式解負項解之如下

變原式爲 $X^2-15X+56=0$

$$
(7)^3-15(7)^2=-56\qquad \begin{array}{r} 56\,(\,7 \\ \underline{56} \\ \hline \end{array}
$$

$$
X=-7
$$

又以 $X+7$ 除(2)式之得數如下

(3)　$x+7\overline{)x^2+15x+56}(x+8$

$$
\begin{array}{r}
x^2+7x \\
\hline
8x+56 \\
8x+56 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

可知(1)式之法數$x+3$(2)式之法數$x+4$(3)式法數$x+7$及得數$x+8$爲其因數

即$x=11$　$x+3=14$、$x+4=15$　$x+7=8$、$x+8=19$

五次式

五次式解法用開正五方法和前四次式解法求之則得凡任何次式解法均用開某正方法和某少一次式解法解之卽得

例 1 如 $X^5 + 24X^4 + 196X^3 + 624X^2 + 6240X = 415701$ 試解之

$$
\begin{array}{r}
\cdot \\
\cdot \\
\cdot \\
\cdot \\
415701 \;、9 \\
(9)^5+24(9)^4+196(9)^3+624(9)^2+640(9) \quad \underline{415701} \\
\hline\hline
\end{array}
$$

$$X = 9$$

說法　從實數末位上向左每五位俱作小點則每小點管數五位惟最左小點所管之數無定以能容 X^5 之係數爲限每五位作得若干小點復從末位上向左每四位作若干點每三位作若干點每二位作若干點每一位作若干點仍以其最左小點所管之數能容 X^4 及 X^3 與 X^2 并 X 之係數爲定若有一不能容均須退回一點乃截每一位最左小點所管之數爲初商實如上草每五位作得一小點復每四位每三位每二位每一位俱作一小點卽以415701爲初商實卽察初商實內能容何數之各項 X 各方數如察得能容之數爲 9 書於弧線外爲初商以初商 9 四乘和 9 三乘乘24和9再乘乘169和 9 自乘乘624和 9 乘 640 得 41504 爲法減初商實適盡則得 X 之同數爲 9 如所求

例2 如 $X^5+21X^4+162X^3+544X^2+672X=1824519294$

$(6)^5\,10000+21(6)^4\,1000+162(6)^3\,100+544(6)^2\,10+672(6)$

$5(60)^4+21(4)(60)^3+162(3)(60)^2+544(2)(60)+672$

$10(60)^3(7)+21(6)(60)^2(7)+162(3)(60)(7)+544(7)$

$10(60)^2(7)^2+21(4)(60)(7)^2+162(7)^2$

$5(60)(7)^3+21(7)^3$

$(7)^4$

說法　從實數末位上向左每五位作得二小點復每四位作二小點每三位一位最左小點所管之數182451929爲初商實察得初商實內能容各項X162補兩個O和6自乘乘544補一個O和6乘672得108675072爲法減初商60再乘4倍之乘21和60自乘3倍之乘162和60、2倍之乘544和672得847乘60自乘6倍之乘21和7乘60、3倍之乘162和7乘544得18503128書於自乘乘162得2018898書於豎線側又以次商7再乘乘60、5倍之和7再所弧括之數相加得105394082書於橫線下復以次商7乘之得737758574

求X之同數

```
                         ·    ·
                          ·   ·
                           ·  ·
                            · ·
                   182451929,4（67
                   108675072
                   ─────────
                   73775857 4
     ┌ 84759552   │
     │ 18503128   │
  A  ┤  2018898   │
  。 │   110103   │
     └     2401   │
     ─────────    │
     105394082    │ 73775857 4
```

作二小點每二位作二小點每一位作二小點可知X之同數爲二位乃截每各方數6爲初商以初商6四乘補四個O和6三乘乘21補三個O和6再乘乘實餘73775857續書4於其後爲次商實以初商進一位得60三乘5倍之和59552書於竪線側商除次商實得7爲次商以次商7乘60再乘10倍之和7竪線側又以次商7自乘乘60自乘10倍之和7自乘乘60、4倍之乘21和7乘乘21得110103書於竪線側又以次商乘7三得2401書於竪線側將A。爲法減次商實無餘得初次商67爲X之同數如所求

例3 如 $X^5+10X^4+37X^3+60X^2+36X=470154658176$ 求X之同數

$$(2)^5\ 100000000+10(2)^4\ 1000000+37(2)^3\ 10000+60(2)^2\ 100+36$$

$$5(20)^4 10000+10(4)(20)^3 1000+37(3)(20)^2 100+60(2)(20)10+37$$
$$10(20)^3(1)10000+10(6)(20)^2(1)1000+37(3)(20)(1)100+60(1)10$$
$$10(20)^2(1)^2 10000+10(4)(20)(1)^2 1000+37\quad(1)^2$$
$$5(20)(1)^3\ 10000+10\quad(1)^3\ 1000$$
$$(1)^4\quad 10000$$

$$5(210)^4+10(4)(210)^3+37(3)(210)^2+60(2)(210)+37$$
$$10(210)^3(4)+10(6)(210)^2(4)+37(3)(210)(4)+60\quad(4)$$
$$10(210)^2(4)^2+10(4)(210)(4)^2+37\quad(4)^2$$
$$5(210)(4)^3+10\quad(4)^3$$
$$(4)^3$$

4701546581.76 (214
3362984072

13385625097

A_0, A_1, A_2, A_3:

8324464036
824222600
40803700
1010000
10000

9190510330
866016300
41823700
1020000 — A_4

10099410336

B_0:

381117480
7190992
67840
256

10487786904

9190510336

41951147616

41951147616

X = 214

說法　如前定點知 X 之同數爲三位截每一位最左小點所管之數 4701 51641 爲初商實察得初商實內能容各項 X 各方數 2 爲初商以初商 2 四乘補八個 0 和 2 三乘乘 10 補六個 0 和 2 再乘乘 37 補四個 0 和 2 自乘乘 60 補兩個 0 和 2 乘 36 得 3832584072 爲法減初商實餘 1388562500 續書 7 於其後爲次商實以初商進一位 20 三乘 5 倍之補四個 0 和 20 再乘 4 倍之乘 10 補三個 0 和 20 自乘 3 倍之乘 37 補兩個 0 和 20, 2 倍之乘 60 補一個 0 和 36 得 8324161036 書於竪線側商除次商實得 1 爲次商以次商 1 乘 20 再乘 10 倍之補四個 0 和 1 乘 20 自乘 6 倍之乘 10 補三個 0 和 1 乘 20, 3 倍之乘 37 補兩個 0 和 1 乘 60 補一個 0 得 824222600 書於竪線側又以次商 1 自乘乘 20 自乘 10 倍之補四個 0 和 1 乘 20, 4 倍之乘 10 和 1 乘 37 補兩個 0 得 40803700 書於竪線側又以次商 1 再乘乘 20, 5 倍之補四個 0 和 1 乘 10 補三個 0 得 1010000 書於竪線側又以次商三乘得 1 書於竪線側復將 A_0 弧所括之數相加得 9190510336 書於橫線下以次商 1 乘之爲法減次商實餘 4195114761 續書 6 於其後爲三商實又將 A_1 弧所括之數相加得 866046300 書於橫線下 A_2 弧所括之數相加得 41823700 書於橫線下 A_3 弧所括之數相加得 1020000 書於橫線復將 A 弧所括之數相加得 10009410336 書於第二橫線下即爲 $5\cdot210^{4}+10\cdot4\cdot210^{3}+37\cdot3\cdot210^{2}+60\cdot2\cdot210+36$ 之數以之商除三商實得 4 爲三商以三商 4 乘初次商進一位得 210 再乘 10 倍之和 4 乘 210 自乘 6 倍之乘 10 和 4 乘 210, 3 倍之乘 37 和 4 乘 60 得 381171480 書於竪線側又以三商 4 自乘乘 210 自乘 10 倍之和 4 自乘乘 210, 4 倍之乘 10 和 4 自乘乘 37 得 7190992 書於竪線側又以三商 4 再乘乘 210, 5 倍之和 4 再乘乘 10 得 67840 書於竪線側又以三商 4 三乘得 256 書於竪線側後將 B_0 弧所括之數相加得 10487786904 又以三 4 乘之得 41951147616 爲法減三商實無餘得初次三商爲 214 如所求

附則　五次式各商補〇法亦視X之同數之多寡爲標準同數爲一位各項無容補〇同數爲二位初商X^5項補四個〇X^4項補三個〇X^3項補兩個〇X^2項補一個〇同數爲三位初商X^5項補八個〇X^4項補六個〇X^3項補四個〇X^2項補兩個〇同數爲四位初商X^5項補十二個〇X^4項補九個〇X^3項補六個〇X^2項補三個〇初商後之每商比前商X^5項遞減補四個〇X^4項遞減補三個〇X^3項遞減補兩個〇X^2項遞減補一個〇五位以上俱仿此

例如 $X^5+4X^4+6X^3+4X^2+X=53053101546220132$ 求 X 之同數

$(2)^5\,1000000000000+4(2)^4\,1000000000+6(2)^3\,1000000+4(2)^2\,1000+1$

$5(20)^4\,100000000+4(\ )(20)^3\,1000000+6(\ )(20)^2\,10000+4(2)(20)\,100+1$

$10(20)^3(2)\,100000000+4(\ )(20)^2(2)\,1000000+6(\ )(\ )(2)\,10000+4(2)\,100$

$10(20)^2(2)^2\,100000000+4(4)(20)(2)\,100000000+6(2)^2\,10000$

$5(20)(2)^3\,10000000+4(2)^3\,10000$

$(2)^4\,100000000$

$5(220)^4\,10000+4(4)(220)^3\,1000+6(3)(220)^2\,100+4(2)(220)+1$

$10(220)^3(1)\,10000+4(6)(220)^2(1)\,1000+6(3)(220)(1)\,100+4(1)$

$10(220)^2(1)^2\,10000+4(4)(220)(1)^2\,1000+6(1)^2\,100$

$5(220)(1)^3\,10000+4(1)^3\,1000$

$(1)^4\,10000$

$5(2210)^4+4(4)(2210)^3+6(3)(2210)^2+4(2)(2210)+1$

$10(2210)^3(2)+4(6)(2210)^2(2)+6(3)(2210)(2)+4(2)$

$10(2210)^2(2)^2+4(4)(2210)(2)^2+6(2)^2$

$5(2210)(2)^3+4(2)^3$

$(2)^4$

依前則同數四位補○法補○如法求得2212爲 X 之同數　$X=2212$

530531015462201 32 (2212

320610480016002

209890535302181

195660382913602

A_4 142302533885793

118369271668241

B_4 239322522175522

239322522175522

A_0 80128072016001
A_1 16019207200800
A_2 16012802400000
A_3 80032000000
1600000000

97830191456801
17702119440800
1682912240000
81632000000

117298455137601

B_0 106596199604 0
B_1 4843520600
B_2 11004000
B_3 10000

118369271668241
10708165306 40
485453 4600
11014000

119444953757481

C_0 216111736368
195505464
88432
16

119661261087761

例5如 $X^5-2X^4-6X^3+12X^2+23X=32938765567348996$ 求X之同數

$$(2)^5 1000000000000-2(2)^4 100000000-6(2)^3 1000000+12(2)^2 1000+23$$

$$5(200)^4 10000-2(4)(200)^3 1000-6(3)(200)^2 100+12(2)(200)10+23$$

$$10(200)^3(1)10000-2(6)(200)^2(1)1000-6(3)(200)(1)100+12(1)10$$

$$10(200)^2(1)^2 10000-2(4)(200)(1)^2 1000-6\quad(1)^2\quad 100$$

$$5(200)(1)^3 10000-2\quad(1)^3\quad 1000$$

$$(1)^4\quad 10000$$

$$5(2010)^4-2(4)(2010)^3-6(3)(2010)^2+12(2)(2010)+23$$

$$10(2010)^3(2)-2(6)(2010)^2(2)-6(3)(2010)(2)+12(2)$$

$$10(2010)^2(2)^2-2(4)(2010)(2)-6\quad(2)^2$$

$$5(2010)(2)^3-2\quad(2)^3$$

$$(2)^4$$

如前法依其正負號而加減之求得 X 之同數爲 2010 如所求

3293876556734 8996 (2010
31967952048046

970813519302 99

A_0 { 79935928048023
A_1 { 7995196 40120
A_2 { 3998399400
A_3 { 9998000
10000

80739456095543 } A_4 80739456095543
803528047520 | 163418958347566
4008407400
10008000

B_0 { 81547002568463
16231498526 4
161539656
80384
16

81709479173783 | 163418958347566

X ———— 2012

例6 如 $X^5+6X^4+13X^3+12X^2+4X = 244298729827440288$

$(3)^5 1000000000000 + 6(3)^4 1000000000 + 13(3)^3 1000000 + 12(3)^2 100 + 12(3)$

$5(3000)^4 + 6(4)(3000)^3 + 13(3)(3000)^2 + 12(2)(3000) + 12$

$10(3000)^3(2) + 6(6)(3000)^2(2) + 13(3)(3000)(2) + 12(2)$

$10(3000)^2(2)^2 + 6(4)(3000)(2)^2 + 13(2)^2$

$5(3000)(2)^3 + 6(2)^3$

$(3)^3$

如前求初商後次三兩商實均不受除卽續兩個O於初商後爲次三商再如法求四商得3002爲X之同數

求X之同數

244298729827440288 (3002

243486351108012

812378719428288

812378719428288

A。

405648351072004

54064823402 4

360288052

120048

16

406189359714144

X = 3002

例7 如 $X^5 + 8X^4 + 23X^3 + 28X^2 + 12X = 823124047680$

$$(2)^5 100000000 + 8(2)^4 1000000 + 23(2)^3 10000 + 28(2) 100 + 12(2)$$

$$5(20)^4 10000 + 8(4)(20)^3 1000 + 23(3)(20)^2 100 + 28(2)(20)10 + 12$$

$$10(20)^3 (4)10000 + 8(6)(20)^2 (4)1000 + 23(3)(20)(4)100 \quad (4)10$$

$$10(20)^2 (4)^2 10000 + 8(4)(20)(4)^2 1000 + 23 \quad (4)^2$$

$$5(20)(4)^3 10000 + 8 \quad (4)^3 \quad 1000$$

$$(4)^4 \quad 10000$$

如前求得初次商後實數向餘一個O則三商必爲O續書O於次商後即得

求X之同數

8231240476,80 (240

3329851224

4901389252 8

8258771212
3277353120
650276800
64512000
2560000

A
○

12253473132

4901389252 8

0

X = 240

例8如 $X^5+7X^4+17X^3+17X^2+6X=286938481310388600$ 求X之同數

$(3)^5 1000000000000+7(3)^4 1000000000+17(3)^3 1000000+17(3)^2 1000+6(3)$

$5(30)^4 100000000+7(4)(30)^3 1000000+17(3)(30)^2 10000+17(2)(30) 100+6$

$10(30)^3(1) 100000000+7(6)(30)^2(1) 1000000+17(3)(30)(1) 10000+17(1) 100$

$10(30)^2(1)^2 100000000+7(4)(30)(1)^2 1000000+17\ (1)^2\ 10000$

$5(30)(1)^3\ 100000000+7\ (1)^3\ 1000000$

$(1)^4\ 10000000$

如前求得初次商後實數尙餘兩個O則三四商必爲O續書兩個O於次商後卽得

求X之同數

286938481310388,600 (3100

243567459153018

433710221573706

A○
405756459102006
27037815301700
900840170000
15007000000
100000000

433710221573706 | 433710221573706

00

X = 3100

例9如$3X^5+18X^4+39X^3+36X^2+12X=161935200$求X之同數

$$3(3)^5\ 10000+18(3)^4\ 1000+39(3)^3\ 100+36(3)^2\ 10+12(3)$$

$$3(50)(30)^4+18(4)(30)^3+39(3)(30)^2+36(2)(30)+12$$

$$3(10)(30)^3(4)+18(6)(30)^2(4)+39(3)(30)(4)+36\quad(4)$$

$$3(10)(30)^2(4)^2+18(4)(30)(4)^2+39\qquad(4)$$

$$3(5)(30)(4)^3+18\qquad(4)^3$$

$$3\quad(4)^4$$

如前法求之每X^5項X又以3乘之卽得X之同數爲34如所求

$$
A\left\{\begin{array}{r}
14201472 \\
3642984 \\
467184 \\
29952 \\
768
\end{array}\right.
$$

$$
\begin{array}{r}
\hline
18342360
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
161935200\ (34 \\
8856576 \\
\hline
73369440 \\
\\
73369440 \\
\hline
\end{array}
$$

例10如 $\frac{4}{23}X^5+\frac{6}{23}X^4+\frac{11}{23}X^3+\frac{14}{23}X^2+\frac{22}{23}X=1198529$

化去分數爲 $4X^5+6X^4+11X^3+14X^2+22X=27566167$

$$4(2)^5\,10000+6(2)^4\,1000+11(2)^3\,100+14(2)^2\,10+14(2)$$

$$4(5)(20)^4+6(4)(20)^3+11(3)(20)^2+14(2)(20)+12$$

$$4(10)(20)^3(3)+6(6)(20)^2(3)+11(3)(20)(3)+14(3)$$

$$4(10)(20)^2(3)^2+6(4)(20)(3)^2+11(3)^2$$

$$4(5)(20)(3)^3+6(3)^3$$

$$(3)^4$$

先化去其分數如前法求之則得X之同數

求X之同數

2756616.7 (23

1385404

13712127

$$A_{\circ}\left\{\begin{array}{r}3405782\\1005222\\148419\\10962\\324\end{array}\right.$$

4570709

13712127

X ＝ 23

例 11 如 $X^5+114X^4+5197X^3+118428X^2+1348996X$

變原爲 $X^5-114X^4+5197X^3-118428X+1348996X$

$(2)^5 10000-114(2)^4 1000+5197(2)^3 100-118428(2)^2 10+1348996(2)$

$5(20)^4-114(4)(20)^3+5197(3)(20)^2-118428(2)(20)+1348996$

$10(20)^3(2)-114(6)(20)^2(2)+5197(3)(20)(2)-118428(2)$

$10(20)^2(2)^2-114(4)(20)(2)^2+5197(2)^2$

$5(20)(2)^3-114(2)^3$

$(2)^4$

變原式爲正負相間令等於O依前有負項法求之即得

十 6144864 求 X 之同數

一 6144864 ═══ O

−614486,4 (22

614472

144

144

276
−416
308
−112
16

A○

72

X ═ −22

例12如 $X^5+7X^3+11X^2+8X=2554150160955$ 求X之同數

$$(3)^5\,100000000+7(3)^3\,10000+11(3)\,100+8$$

$$5(300)^4+7(3)(300)^2+11(2)(300)+8 =$$

$$10(300)^3(3)+7(3)(300)(3)+11(3) =$$

$$10(300)^2(3)^2+7(3)^2 =$$

$$5(300)(3)^3 =$$

$$(3)^4 =$$

次其第二項如法求之即得

25541501609,55 (303

24301899924

123960168555

A○	40501896608	
	810018933	
	8100063	
	40500	
	81	
	41320056185	123960168555

X ＝ 303

例 13 如 $X^5 + 8X^4 + 16X^2 + 5X = 376334412350$ 求 X 之同數

$(2)^5\ 100000000 + 8(2)^4\ 1000000 + 16(2)^2\ 100 + 5(2)$

$5(200)^4 + 8(4)(200)^3 + 16(2)(200)^2 + 5 =$

$10(200)^3(5) + 8(6)(200)^2(5) + 16(5) =$

$10(200)^2(5)^2 + 8(4)(200)(5)^2 =$

$5(200)(5)^3 + 8(5)^3 =$

$(5)^5 =$

丕其第三項之數如法求之卽得

$$\begin{array}{r} \dot{3}7\dot{6}17\dot{9}1\dot{0}65.\dot{5}0\ (205 \\ 3328006410 \\ \hline 433794655\,50 \end{array}$$

$$A\begin{cases} 8256006405 \\ 409600080 \\ 10160000 \\ 126000 \\ 625 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 8675893110 \\ \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43379465550 \\ \hline\hline \end{array}$$

$X = 205$

例14如 $X^5+7X^4+15X^3+4X=12396986888$ 求X之同數

$(1)^5\,100000000+7(1)^4\,1000000+15(1)^3\,10000+4(1)$

$5(100)^4+7(4)(100)^3+15(3)(100)^2+4 =$

$10(100)^3(3)+7(6)(100)^2(3)+15(3)(100)(3) =$

$10(100)^2(3)^2+7(4)(100)(3)^2+15(3)^2 =$

$5(100)^3(3)+7(3)^3 =$

$(3)^3 =$

求其第四項之數如法求之卽得

123969882.27 (103

107150004

1681987827

$$A\left\{\begin{array}{r}528450004\\31273500\\925335\\13689\\81\end{array}\right.$$

560662609　　1681987827

X = 103

例15如 $X^5+3X^4+6X^3+9X^2=358552843920$ 求X之同數

$$(2)^5\ 100000000+3(2)^4\ 1000000+6(2)^3\ 10000+9(2)\ 100$$

$$5(200)^4+3(4)(200)^3+6(3)(200)^2+9(2)(200)$$

$$10(200)^3(4)+3(6)(200)^2(4)+6(3)(200)(4)+9(4)$$

$$10(200)^2(4)^2+3(4)(200)(4)^2+6(4)^2$$

$$5(200)(4)^3+3(4)^3$$

$$(4)^4$$

空其第五項之數如法求之即得

$$
\begin{array}{r}
3585528439.20\ (204 \\
3248483600 \\
\hline
337044839 20 \\
\\
337044839 20 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

$$
A_{\circ}\left\{\begin{array}{r}
8096723600 \\
322894436 \\
6438496 \\
64192 \\
256
\end{array}\right.
$$

$$
\begin{array}{r}
\hline
8426120980 \\
\end{array}
$$

$$X = 204$$

例 16 如 $X^5 + 4X^2 + 44X = 4747561995531$

$(3)^5\ 100000000 + 4(3)^2\ 100 + 44(3)$

$5(30)^4\ 10000 + 4(2)(30)\ 10 + 44$

$10(30)^3(4)\ 10000 + 4(4)\ 10$

$10(30)^2(4)^2\ 10000$

$5(30)(4)^3\ 10000$

$(4)^4\ 10000$

$5(340)^4 + 4(2)(340) + 44$

$10(340)^3(3) + 4(3)$

$10(340)^2(3)^2$

$5(340)(3)^3$

(3)

求其第二第三兩項之數如前法求之即得

$$\begin{array}{r}
\cdot\ \ \cdot\ \ \ \ \cdot\\
\cdot\ \ \cdot\ \ \cdot\\
\cdot\ \cdot\ \cdot\\
\cdot\ \cdot\ \cdot\\
\cdot\ \cdot\cdot\\
4747561995531\ )\ 343\\
24300003732\\
\hline
231756162233\\
211354250416\\
\hline
20401911817\!1\\
20401911817\!1\\
\hline
\end{array}$$

$$A_0\begin{cases}40500002444\\ A_1\begin{cases}10800000160\\ A_2\begin{cases}1440000000\\ A_3\begin{cases}96000000\\ 2560000\end{cases}\end{cases}\end{cases}\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r}52838562604\\ 12338560160\\ 588560000\\ 98560000\end{array}\right\}A_4$$

$$B_0\begin{cases}66816802764\\ 1179120012\\ 10404000\\ 45900\\ 81\end{cases}$$

$$68006372757$$

$$X = 343$$

例 17 如 $X^5 + 5X^3 \quad 14X = 8663855500$

$(1)^5 \; 100000000 + 5 \; 1^3 \; 10000 + 14 \; (1$

$5(10)^4 \quad 10000 + 5 \quad 3) \; (10)^2 \quad 100 + 14 \quad =$

$10(10)^3 \; (5) \; 10000 + 5(3)(10)(5) \; 100 \quad =$

$10(10)^2 \; (5)^3 \; 10000 \; + 5 \quad (5)^2 \; 100 \quad =$

$5(10) \quad (5)^3 \; 10000 \quad =$

$(5)^4 \quad 10000 \quad =$

$5 \; (150)^4 \quad + 5 \quad 3) \; (150)^2 \quad + \; 14 \quad =$

$10 \; (150)^3 \; (4) + 5 \; (3 \quad 150)(4) \quad =$

$10 \; (150)^2 \; (4)^2 + 5 \quad (4)^2 \quad =$

$5 \; (150) \; (4)^3 \quad =$

$(4)^4 \quad =$

宗其第二第四兩項四前法求之卽得

求X之同數

```
                                    ·    ·    ·
                                     ·    ·   ·
                                      ·   ·   ·
                                       ·  ·   ·
                                        · ··
                                   866353565.00 (154
              ═══════              100050014
                                  ─────────────
                                   7663035510
      ⎧              500150014
      ⎪  ⎧           500075000
  A   ⎨A,⎨  ⎧        250012500
   ○  ⎪  ⎪A ⎨ A      62500000
      ⎩  ⎩ 2⎩  3      6250000 ⎫
             ─────────────────  ⎪
                    1318987514  ⎪  6594937570
                     818837500  ⎬A ───────────
                     318762500  ⎪ 4 10680979400
                      68750000  ⎭
             ─────────────────
      ⎧             2531587514
  B   ⎩              135009000
   ○  ⎧                3600080
      ⎩                  48000
                           256
     ──────────────────────────
                    2670244850     10680979400
                                   ═══════════
```

X ═══ 154

例18 如 $X^5+3X^3+11X^2 = 4004803314783$

$(3)^5\ 100000000 + 3\ (3)^3\ 10000 + 11\ (3)^2\ 100$

$$
\begin{aligned}
&5\ (30)^4\ 10000 + 3\ (3)(30)^2\ 100 + 11\ (2)\ (30)\ 10 &=\\
&10\ (30)^3\ (3)\ 10000 + 3\ (3)\ (30)\ (3)\ 100 + 11\ (3)\ 10 &=\\
&10\ (30)^2\ (3)^2\ 10000 + 3\ (3)^2\ 100 &=\\
&5\ (30)\ (3)^3\ 10000 &=\\
&(3)^4 &=
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&5\ (330)^4 + 3\ (3)\ (330)^2 + 11\ (2)\ (330) &=\\
&10\ (330)^3\ (3) + 3\ (3)\ (330)\ (3) + 11\ (3) &=\\
&10\ (200)^2\ (4)^2 + 3\ (3)^2 &=\\
&5\ (330)\ (3)^3 &=\\
&(3)^4 &=
\end{aligned}
$$

余其第二第五兩項之數如前法求之即得

求X之同數

		40949033147,83 (333
		24300819900
		16647213247 8
A_0	40500816600	
A_1	8100081330	
A_2	810002700	
A_3	40500000	
	810000	
	49452210630	143356631890
	8951394030	181155005883
A_4	851312700	
	41310000	
B_0	59297037360	
	1078118943	
	9801027	
	44550	
	81	
	60385001961	181155005883

X ═══ 333

例 19 如 $X^5+11X^4+14X=5916432424496$

$(2)^5\,100000000+11(2)^4\,1000000+14(2)$

$5(20)^4\,10000+11(4)(20)^3\,1000+14=$

$10(20)^3(2)\,10000+11(6)(20)^2(2)\,1000=$

$10(20)^2(2)^2\,10000+11(4)(20)(2)^2\,1000=$

$5(20)(2)^3\,10000+11(2)^3\,1000=$

$(2)^4\,10000$

$5(220)^4+11(4)(220)^3+14=$

$10(220)^3(4)+11(6)(220)^2(4)=$

$10(220)^2(4)^2+11(4)(220)(4)^2=$

$5(220)(4)^3+11(4)^3=$

$(4)^4=$

奈其第三第四兩項之數如前法求之卽得

求X之同數

$$
\begin{array}{r}
591643282496\ (224 \\
3376000028 \\
\hline
25404327969
\end{array}
$$

$$
A_0\left\{\begin{array}{l} \\ A_1\left\{\begin{array}{l} \\ A_2\left\{\begin{array}{l} \\ A_3\left\{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.
\begin{array}{r}
8352000014 \\
1652800000 \\
163520000 \\
8088000 \\
160000 \\
\hline
10176568014 \\
1824568000 \\
171768000 \\
8248000
\end{array}
$$

A_4

$$
\begin{array}{r}
20353136028 \\
\hline
50511919416
\end{array}
$$

$$
B_0\left\{\begin{array}{r}
12181312014 \\
438697600 \\
1898880 \\
71104 \\
256
\end{array}\right.
$$

$$
\begin{array}{r}
\hline
12627979854
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
50511919416 \\
\hline
\end{array}
$$

$$X = 224$$

例20 如 $X^5+10X^4+6X^2=468789564760$ 求X之同數

$$2^5\ 100000000+10(3)^4\ 1000000+6(3)\ 100$$

$$5(20)^4\ 10000+10(4)(20)^3\ 1000+6(2)(20)\ 10$$
$$10(20)^3(1)\ 10000+10(6)(20)^2(1)\ 1000+6(1)$$
$$10(20)^2(1)^2\ 10000+10(4)(20)(1)^2\ 1000$$
$$5(20)(1)^3\ 10000+10\ (1)^3\ 1000$$
$$(1)^4\ 10000$$

$$5(210)^4+10(4)(210)^3+6(210)$$
$$10(210)^3(4)+10(6)(201)^2(4)+6(4)$$
$$10(210)^2(4)^2+10(4)(210)(4)$$
$$5(210)(4)^3+10\ (4)^3$$
$$4^4$$

卒其第三第五兩項之數如法求之即得

4687895647.60 (214
3360002400

1327893247.6

A_0, A_1, A_2, A_3:

8320002400
824000060
40800000
1010000
10000

9185822460
865820060
41820000
1020000

A_4:

9185822460

4193110016

10094492520

B_0:

381024024
7190400
67840
256

10482775040　　4193110016

X = 214

例21 如 $X^5+3X^4+6X^3=558958535068$ 求 X 之同數

$$(2)^5\,100000000+3(2)^4\,1000000+6(2)^3\,10000$$

$$5(20)^4\,10000+3(4)(20)^3\,1000+6(3)(20)^2\,100=$$
$$10(20)^3(2)\,10000+3(6)(20)^2(2)\,1000+6(3)(20)(2)\,100=$$
$$10(20)^2(2)^2\,10000+3(4)(20)(2)^2\,1000+6(2)^2=$$
$$5(20)(2)^3\,10000+3(2)^3\,1000=$$
$$(2)^4\,10000=$$

$$5(220)^4+3(4)(220)^3+6(3)(220)^2=$$
$$10(220)^3(3)+3(6)(220)^2(3)+6(3)(220)(3)=$$
$$10(220)^2(3)^2+3(4)(220)(3)^2+6(3)^2=$$
$$5(220)(3)^3+3(3)^3=$$
$$(3)^4=$$

空其第四第五兩項之數如前法求之卽得

5589585350.68 (223

3248480000

23411053506

19760676800

36403767068

36403767068

A_0 A_1 A_2 A_3

809672000
1614472000
160962400
8024000
160000

A_1

9880338400
1783618400
169146400
8184000

B_0

11841447200
322065480
4379814
29781
81

12167922356

X ＝＝ 223

例22 如 $X^{5}+12X=47206211517459$

$5^{5}\ 100000000+12(5)$

$5(50)^{4}\ 10000+12 =$

$10(50)^{3}(4)\ 10000 =$

$10(50)^{2}(4)^{2}\ 10000 =$

$5(50)(4)^{3}\ 10000 =$

$(4)^{4}\ \ 10000 =$

$5(540)^{4}+12 =$

$10(540)^{3}(3) =$

$10(540)^{2}(3)^{2} =$

$5(540)(3)^{3} =$

[illegible]^{4} $=$

令其第二第三第四三項之數如法求之即得

求X之同數

472062115174.59 (543
312500000060

159562115114 5

146665024C048

12897091109 79

A_0			312500000012
	A_1		50000000000
			4000000000
		A_2, A_3	160000000
			2560000
			366662560012
A_4			54162560000
			4162560000
			162560000
			425152800012
B_0			4723920000
			26244000
			72900
			81
			429903036993

128970911 0979

X ═══ 543

例 23 如 $X^{4}+6X^{2}=36580406486112$ 求 X 之同數

$$5^{5}\ 100000000+6\ (5)^{2}\ 100$$

$$5\ (50)^{4}\ 10000+6\ (50)\ 10 =$$

$$10\ (50)^{3}\ (1)\ 10000+6\ (1)\ 10 =$$

$$10\ (50)^{2}\ (1)^{2}\ 10000 =$$

$$5\ (50)\ (1)^{3}\ 10000 =$$

$$(1)^{3}\ 10000 =$$

$$5\ (510)^{4}+6\ (2)\ (510) =$$

$$10\ (510)^{3}\ (6)+6\ (6) =$$

$$10\ (510)^{2}\ (6)^{2} =$$

$$5\ (510)\ (6)^{3} =$$

$$(6)^{4} =$$

空其第二第三第五三項之數如法求之即得

365804064861.12[illegible]516
312500015000

533040498611

A_0 { 312500006000
A_1 { 12500000060
A_2 { 250000000
A_3 { 2500000
10000

325252516060 }
12752510060 } A_4
252510000 }
2510060 }

325252516060

2077879825512

B_0 { 338260056120
7959060036
93036000
550800
1296

346313304251

2077879825512

二一二 516

例 24 如 $X^5 + 4X^3 = 1522119490834 1$ 求 X 之同數

$4^5\ 10000000000 + 4\ (4)^3\ 10000$

$5\ (40)^4\ 10000 + 4\ (3)\ (40)^2\ 100$ ＝

$10\ (40)^3\ (3)\ 10000 + 4\ (3)\ (40)\ (3)\ 100$ ＝

$10\ (40)^2\ (3)^2\ 10000 + 4\ (3)^2\ 100$ ＝

$5\ (40)\ (3)^3\ 10000$ ＝

$(3)^4\ 10000$ ＝

$5\ (430)^4 + 4\ (3)\ (430)^2$ ＝

$10\ (430)^3\ (3) + 4\ (3)\ (430)\ (3)$ ＝

$10\ (430)^2\ (3)^2 + 4\ (3)^2$ ＝

$5\ (430)\ (3)^3$ ＝

$(\ )^4$ ＝

尕其第二第四第五三項之數如法求之即得

152311940083,41 (433

102402560000

408093890834

A_0 A_1 A_2 A_3

128001920000
19200144000
1440003600
54000060
810000

148696877600
20694957600
1494813600
54810000

A_4 446090632800

520032580341

B_0

170942268800
2385225480
16641036
58050
81

173344193447

520032580341

X ―――― 433

例25 如 $x^5 + 4x^4 = 13882707655328$ 求x之同數

$$4^5 \quad 10000000000 \quad + 4 \cdot 4^4 \quad 100000000$$

$$5\,(40)^4\ 10000 + 4\,(4)\,(40)^3\ 1000$$
$$10\,(40)^3\,(2)\,10000 + 4\,(6)\,(40)^2\,(2)\,1000$$
$$10\,(40)^2\,(2)^2\,10000 + 4\,(4)\,(40)\,(2)^2\,1000$$
$$5\,(40)\,(2)^3\,10000 + 4\,(2)^3\,1000$$
$$(2)^4\ 10000$$

$$5\,(420)^4 + 4\,(4)\,(420)^3$$
$$10\,(420)^3\,(4) + 4\,(6)\,(420)^2\,(4)$$
$$10\,(420)^2\,(4)^2 + 4\,(4)\,(420)\,(4)^2$$
$$5\,(210)\,(4)^4 + 10\ \ 4$$
$$4^4$$

求其第三第四第五三項之數如法求之即得

138327075553.28 (424

103424000000

349030755532

285119104000

639116515328

639116515328

A_0 { 129024000000

A_1 { 12876800000

A_2 { 642560000

A_3 { 16032000

160000

142559552000

13535552000

658752000

16192000

} A_1

B_0 { 156770208000

2980454400

28331520

134656

256

159779128832

X ＝ 424

小數五次式

例1如 $X^5+8X^4+18X^3+16X^2+5X=2432.85504$ 試求

$$3^5 \quad +8\,(3)^4+18\,(3)^3+16\,(3)^2+5\,(3)$$

$$5\,(30)^4+8\,(4)(30)^3\,10+18\,(3)(30)^2\,100+16(2)(30)1000+50$$
$$10\,(30)^3(4)+8(6)(30)^2(4)10+18(3)(30)(4)100+16(4)1000$$
$$10\,(30)^2(4)^2+8(4)(30)(4)^2\,10+18\,(4)^2\,100$$
$$5\,(30)(4)^3+8\,(4)^3\,10$$
$$(4)^4$$

說法　從實數單位上起向左如前作點後復從單位起向右每五位上俱作作小點因小數五次式續數爲餘實以五位爲限如上草向左作得一小點向3右側作小點記之爲單位續書85504五位數於初商餘實896後爲次商自乘3倍之乘18補兩個O和30、2倍之乘16補三個O和5補四個O得之和4乘30自乘6倍之乘8補一個O和4乘30、2倍之乘18補兩個O和倍之和4自乘乘30、4倍之乘8補一個O和4自乘乘18補兩個O得14720書於豎線側又以次商4三乘得256書於豎線側復將A。弧所括減次商實無餘卽得X之同數爲3、4如所求

X 之同數

2432,85504 (3,4
1536

89685504

000	A.	18560000
		3520000
		326400
		14720
		256
		22421376

89865504

X ═══ 4,3

小點若不足五位續0以足之無容復如前每四位每三位每二位每一位俱右每五位亦作得一小點乃截 2432 為初商實求得初商 3 書於弧線外於實以初商進一位得 30 三乘[illegible]倍之和[illegible]0 再乘 4 倍之乘 8 補一個 0 和30 1856000 書於竪線側商除次商實得 4 為次商以次商 4 乘 30 再乘 10 倍 4 乘 16 補三個 0 得 3520000 書於竪線側又以次商 4 自乘乘 30 自乘 10 3264[illegible] 書於竪線側又以次商 [illegible] 再乘乘3[illegible] 倍之和 4 再乘乘補一個0得之數相加得 22421376 書於橫線下又以次商 4 乘之得 89685504 為法

例：如 $X^5+9X^4+13X^3+22X^2+23X=2664、6223282176$

$$(3)^5+9(3)^4+13(3)^3+22(3)^2+23(3)$$

$$5(30)^4+9(4)(30)^3\,10+13(3)(30)^2\,100+22(2)(30)1000+230000$$
$$10(30)^3(5)+9(6)(30)^2(5)10+13(3)(30)(5)100+22(5)1000$$
$$10(30)^2(5)^2+9(4)(30)(5)^2\,10+13\;(5)^2\;100$$
$$5\,(30)\,(5)^3+9\;(5)^3\;10$$
$$(5)^4$$

$$5(350)^4+9(4)(350)^3\,100+13(3)(350)^2\,10000+22(2)(350)1000000+2300000000$$
$$10(350)^3(6)+9(6)(350)^2(6)100+13(3)(350)(6)10000+22(6)1000000$$
$$10(350)^2(6)^2+9(4)(350)(6)^2\,100+13\;(6)^2\;10000$$
$$5\,(350)\,(6)^3+9\;(6)^3\;100$$
$$(6)^4$$

2964,6223282176 (3,56

1590

137462232

119315625

1814660782176

A_0 A_1 A_2 A_3

18830000
4475000
527500
30000
625

23863125
5033125
568125
30625

A_4

B_0

294856250000
7492500000
94140000
572400
1296

302443463696

1814661782176

X ＝ 3,56

如前定點求得初次兩商後復將 A_0 A_1 A_2 A_3 A_4 五弧所括之數如法相加又於 A_4 相加得之數補四個 O 即爲三商商除數以此商除數商除三商實得 6 爲三商即於 X^4 項補二個 OX^3 項補四個 OX^2 項補六個 OX 項補八個 O 依法求之即得

附則　五次式小數各商補O法小數一位X^4項補一個OX^3項補兩個OX^2項補三個OX項補四個O小數二位X^4項補二個OX^3項補四個OX^2項補六個OX項補八個O小數三位X^4項補三個OX^3項補六個OX^2項補九個OX項補十二個O又凡某弧所括之數相加之得數必須四個O方合小數四位以上類推

例3如 $X^5+4X^4+11X^3+13X^2+7X＝2、325298307233632$ 求X之同數

$$(2)^5+4(2)^4 10+11(2)^3 100+13(2)^2 1000+7(2)10000$$

$$5(20)^4+4(4)(20)^3 100+11(3)(20)^2 10000+13(2)(20)1000000+7000$$
$$10(20)^3(2)+4(6)1(20)^2(2)100+11(3)(20)(2)10000\quad 13(2)1000000$$
$$10(20)^2(2)^2+4(4)(20)(2)^2 100+11\quad(2)^2 10000$$
$$5(20)(2)^3+4\quad(2)^3 100$$
$$(2)^4$$

$$5(220)^4+4(4)(220)^3 1000+11(3)(220)^2 1000000+13(2)(220)1000000000+7000$$
$$10(220)^3(2)+4(6)(220)^2(2)1000+11(3)(220)1000000+13(2)10000$$
$$10(220)^2(2)^2+4(4)(220)(2)^2 1000+11\quad(2)^2\quad 1000000$$
$$5(220)(2)^3+4\quad(2)^3\quad 1000$$
$$(2)^4$$

依前則補0求得初次三商爲、222 卽 X 之同數

2,32529,83972336327,222
01472
3105787972

00000	1365600000
三	41280000
三	584000
三	4000
三	16
	1407468016
	41868016
	588016
	4016
000000000	14499280800000
00000	43056160000
三	60016000
三	40800
三	16
	14542307016816

$A_0\{$ 1365600000, $A_1\{$ 41280000, $A_2\{$ 584000, $A_3\{$ 4000, 16 $\}\}\}\}$

A_4: 1407468016, 41868016, 588016, 4016

B_0: 14499280800000, 43056160000, 60016000, 40800, 16

2814936032
29084794033632

29084794033632

∨ —— ,22.

例4 如$X^5+6X^4+13X^3+12X^2+4X=103093710618624$求X之同數

$$(2)^5+6(2)^4 100+13(2)^3 10000+12(2)^2 1000000+4(2)100000000$$

$$5(20)^4+6(4)(20)^3 1000+13(3)(20)^2 1000000+12(2)(20)1000000000+$$
$$10(20)^3(4)+6(6)(20)^2(4)1000+13(3)(20)(4)1000000+12(4)1000000000$$
$$10(20)^2(4)^2+6(4)(20)(4)^2 1000+13(4)^2 1000000$$
$$5(20)(4)^3+6(4)1000$$

如前定點初商實不受商則初商必為0書0弧線為初商再如求之即得

,1030937106,18624 (,024
849049632

18188747418624

4000000000000

4495792800000
51177920000
215744000
390400
256

4547186854656

18188747418624

X —— ,024

例5如$X^5+5X^4+9X^3+7X^2+2X=32、686827889$求X之同數

$1^5\quad 5\cdot1^4\quad 9\cdot1^3\quad 7\cdot1^2\quad 2\cdot1$

$5(10)^4+5(4)(10)^3\,10+9(3)(10)^2\,100+7(2)(10)\,1000+2(1)10000$

$10(10)^3(1)+5(6)(10)^2(1)10+9(3)(10)(1)100+7(1)1000$

$10(10)^2(1)^2+5(4)(10)(1)^2\,10+9\,(1)^2\,100$

$5(10)(1)^3+5\,(1)^3\,10$

$(1)^4$

$5(110)^4+5(4)(110)^3\,100+9(3)(110)^2\,10000+7(2)(110)\,1000000+20000$

$10(110)^3(1)+5(6)(110)^2(1)100+9(3)(110)(1)10000+7(1)1000000$

$10(110)^2(1)^2+5(4)(110)(1)^2\,100+9\,(1)^2\,10000$

$5(110)(1)^3+5\,(1)^3\,100$

$(1)^4$

$5(1110)^4+5(4)(1110)^3\,1000+9(3)(1110)^2\,1000000+7(2)(1110)\,1000000000+$

$10(1110)^3(3)+5(6)(1110)^2(3)1000+9(3)(1110)(3)1000000+7(3)1000000000$

$10(1110)^2(3)^2+5(4)(1110)(3)^2\,1000+9\,(3)^2\,1000000$

$5(1110)(3)^3+5\,(3)^3\,1000$

$(3)^4$

求得初次三四商實數尚餘1038207卽作、、、、、、為僞率卽得X=1113、、、

3?,6868278820 1,113 …
24

868682

A_0 A_1 A_2 A_3
680000
74000
3900
100
1

758001
758001
78001
4001
101
A_4

1068178820

0000
B_0 B_1 B_2 B_3
8401050000
86310000
431000
1050
1

8487792051
8487792051
8674205l
432051
1051
B_4

258038676900000

2000000000000
C_0
857496672050000
262827930000
3916890000
284850
81

860128910539331

258038675861793

1038207

簡　法

復將例2之 $X^5+21X^4+162X^3+514X^2+672X=1824519296$

$(6)^5\,10000+21(6)^4\,1000+162(6)^3\,100+544(6)^2\,10+672(6)$

$5(60)^4+21(4)(60)^3+162(3)(60)^2+544(2)(60)+672 =$

$\{10(60)^3+21(6)(60)^2+162(3)(60)+544\}(7) =$

$\{10(60)^2+21(4)(60)+162\}(7)^2 =$

$\{5(60)+21\}(7)^3 =$

$(7)^4 =$

說法　如前求得初商爲6以初商進一位60又求得商除數81759552商除次商實得7然後以(7)及$(7)^2$及$(7)^3$加Ⅰ草乘之即得

求 X 之同數

二

1824519275 (67
108675072
737758574

A ｛
84759552
18508128
2018898
110103
2401

105394082

737758574

X ＝ 67

代變法

例1 如 $X^5+10X^4+39X^3+74X^2-68X+24$ 求X之同數

變原式爲 $X^5-10X^4+39X^3-74X^2+68X-24=0$

令　$X=Y+\frac{10}{5}=Y+2$

代入原式內爲

$$
\begin{array}{rcl}
X^5 & = & Y^5+10Y^4+40Y^3+80Y^2+80Y+32 \\
-10X^4 & = & -10Y^4-80Y^3-240Y^2-320Y-160 \\
39X^3 & = & 39Y^3+239Y^2+468Y+312 \\
-74X^2 & = & -74Y^2-296Y-296 \\
68X & = & 68Y+136 \\
-24 & = & -24 \\
\hline
 & & Y^5-Y^3
\end{array}
$$

則　$Y^5-Y^3=0$

卽　$Y^3(Y^2-1)=0$

亦卽　$Y^3=0\quad Y^2=1$

解之　$Y=\sqrt{1}=1$

故　$X=-(Y+2)=-3$

求負根法商定頗不易而以代變法

變之使少其項數或變爲多正項則

商定亦無難事

求五根法

例1如 $X^5-2X^4-11X^3-12X^2+36X=784$ 求其五同數

$784 \quad 4$

$$(4)^5+2(4)^4-11(4)^3-12(4)^2+36(4)=784$$

$$X=4$$

以X除上式左邊各項之數

$$X)X^5-2X^4-11X^3-12X^2+36X(X^4+2X^3-11X^2-12X+36 \quad (1)$$

$$
\begin{array}{l}
X^5 \\
\quad 2X^4 \\
\quad \underline{2X^4} \\
\qquad 11X^3 \\
\qquad \underline{-11X^3} \\
\qquad\quad -12X^2 \\
\qquad\quad \underline{-12X^2} \\
\qquad\qquad 36X \\
\qquad\qquad \underline{36X}
\end{array}
$$

復將 (1) 式之得數依四次式解法解之

$$X^4 + 2X^3 - 11X^2 - 12X = -36$$

$$\therefore$$

$$36 \,(\, 2$$

$$(2)^4 + 2(2)^3 - 11(2)^2 - 12(2) = 36$$

$$X = 2$$

即以 $X-2$ 除上式各項之數

$$(2) \quad X-2)\ X^4 + 2X^3 - 11X^2 - 12X + 36\ (X^3 + 4X^2 - 3X - 18$$

$$\begin{array}{l}
\underline{X^4 - 2X^2} \\
\quad 4X^3 - 11X^2 \\
\quad \underline{4X^3 - 8X^2} \\
\qquad -3X^2 - 12X \\
\qquad \underline{-3X^2 + 6} \\
\qquad\qquad -18X + 36 \\
\qquad\qquad \underline{-18X + 36}
\end{array}$$

又將（2）式之得數依三次式解法解之

$$X^3+4X-3X^2=18$$

$$\vdots$$

$$18、2$$

$$(2)^3+4(2)^2-3(2)=\underline{\underline{18}}$$

$$X=2$$

即以 X — X 除上式各項之數

(3)

$$
\begin{array}{rl}
X-2\ )\ X^3+4X^2-3X-18\ (\ X^2+6X+9 & \\
\underline{X^3-2X^2\qquad\qquad} & \\
6X^2-3X & \\
\underline{6X^2-12X} & \\
9X-18 & \\
\underline{\underline{9X-18}} &
\end{array}
$$

又將（3）式之得數依二次式負根解法解之如下

變原式爲 $X^2-6X+9=0$

$$
\begin{array}{lcl}
 & & 9 \quad 3 \\
(3)^2-6(3) & = & \underline{\underline{9}}
\end{array}
$$

$$X = -3$$

即以 X＋3 除上式各項之數如下

(4)
$$
\begin{array}{r}
X+3\ )\ X^2+6X+9\ (\ X+3 \\
\underline{X^2+3X\qquad} \\
3X+9 \\
\underline{\underline{3X+9}}
\end{array}
$$

可知(1)式之法數 X (2)式之法數 X−2 (3)式之法數 X−2 (4)式之法數 X＋3 及得數 X＋3 爲原式左邊之因數

即 $X=4$ $X-2=2$ $X-2=2$ $X+3=7$ $X+3=7$

例 2 如 $X^5+15X^4+85X^3+225X^2+274X+120$ 求其五同數

變原式為 $X^5-15X^4+85X^3-225X^2+274X-120=0$

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 120\ (\ 1 \\ 1)^5-15(1)^4+85(1)^3-225(1)^2+274(1) \qquad \underline{\underline{120}} \end{array}$$

$$X = 1$$

即以 $X+1$ 除原式各項之數

$$\begin{array}{l}
X+1)\,X^5+15X^4+85X^3+225X^2+274X+120\,(\,X^4+14X^3+71X^2+154X+120 \\
\quad \underline{X^5+X^4} \\
\qquad 14X^4+85X^3 \\
\qquad \underline{14X^4+14X^3} \\
\qquad\qquad 71X^3+225X^2 \\
\qquad\qquad \underline{71X^3+71X^2} \qquad\qquad\qquad (1) \\
\qquad\qquad\qquad 154X^2+274X \\
\qquad\qquad\qquad \underline{154X^2+154X} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad 120X+120 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{\underline{120X+120}}
\end{array}$$

將(1)式之得數依四次式解負法解之

變原式為 $X^4 - 14X^2 + 71X^2 - 154X + 120 = 0$

$$\begin{array}{r} 120\ (\ 2 \\ (2)^4 - 14(2)^3 + 71(2)^2 - 154(2) = \underline{\underline{120}} \end{array}$$

$$X = -4$$

又以 X+2 除上式各項之數如下

$$\begin{array}{l} X+2)\ X^4 + 14X^3 + 71X^2 + 154X + 120\ (X^3 + 12X^2 + 47X + 60\ \ (2) \\ \quad\quad\ \ \underline{X^4 + 2X^3} \\ \quad\quad\quad\quad\ 12X^3 + 71X^2 \\ \quad\quad\quad\quad\ \underline{12X^3 + 24X^2} \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 47X^2 + 154X \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \underline{47X^2 + 94X} \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 60X + 120 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \underline{\underline{60X + 120}} \end{array}$$

復將(2 式之得數依三次式解負根法解之

變原式為 $X^3-12X^2+47X-60=0$

$\therefore$

$$60\,(\,3$$

$$(3)^3-12\,(3)^2+47\,(3)=60$$

$$X = 6\;7$$

又以 $X+3$ 除上式各項之數如下

$$X+3\,)\,X^3+12X^2+47X+60\,(\,X^2+9X+20 \qquad (3)$$

$$X^3+3X^2$$

$$9X^2+47X$$

$$9X^2+27X$$

$$20X+60$$

$$20X+60$$

又將(3)式之得數依二次式解負根法解之

變原式為 $X^2 - 9X + 20 = 0$

$$(4)^2 - 9(4) = \begin{array}{c} 20/4 \\ 20 \\ \hline\hline \end{array}$$

$$X = -4$$

又以 $X+4$ 除上式各項之數如下

$$\begin{array}{l} X+4)\ X^2+9X+20\ (X+5 \qquad (4) \\ \quad\ \ X^2+2X \\ \hline \qquad\qquad 5X+20 \\ \qquad\qquad 5X+20 \\ \hline\hline \end{array}$$

可知(1)式之法數 $X+1$ (2)式之法數 $X+2$ (3)式之法數 $X+3$ (4)式之法數 $X+4$ 及得數 $X+5$ 為其同數

即 $X=-1$ $X=-2$ $X=3$ $X=-4$ $X=-5$

例3如 $X^5+9X^4+31X^3+51X^2+40X+12=6300$ 求其五同數

移項 $X^5+9X^4+31X^3+51X^2+40X=6288$

$6288\ (4$

$(4)^5+9(4)^4+31(4)^3+51(4)^2+40(4)=6288$

$X=4$

復將原式左邊各項之數依五次式解負根法解之

變原式為 $X^5-9X^4+31X^3-51X^2+40X-12=0$

$12\ (1$

$(1)^5-9(1)^4+31(1)^3-51(1)^2+40(1)=12$

$X=-1$

即以 X+1 除上式各項之數如下

$$X+1)\,X^5+9X^4+31X^3+51X^2+40X+12\,(X^4+8X^3+23X^2+28X+12$$

$$X^5+X^4$$

$$8X^4+31X^3 \qquad (1)$$

$$8X^4+8X^3$$

$$23X^3+51X^2$$

$$23X^3+23X^2$$

$$28X^2+40X$$

$$28X^2+28X$$

$$12X+12$$

$$12X+12$$

又將(1)式之得數依四次式解負根法解之如下

變原式為 $X^4-8X^3+23X^2-28X+12=0$

12(1

$$1^4-8(1)^3+23(1)^2-28(1)=16$$

$$X=-1$$

又以 $X+1$ 除前式各項之數

$$
X+1\,)\,X^4+8X^3+23X^2+28X+12\,(\,X^3+7X^2-16X+12
$$

$$
\begin{array}{l}
X^4+X^3 \\
\hline
7X^3+23X^2 \qquad\qquad (2 \\
7X^3+7X^2 \\
\hline
16X^2+28X \\
16X^2+16X \\
\hline
12X+12 \\
12X+12 \\
\hline
\end{array}
$$

又將(2)式之得數依三次式解負根解法之

變原式為 $X^3+7X^2+16X+12=0$

$$
(2^3-7\,2^2+16\,2)=\frac{12\quad 2}{12}
$$

$$
X=-2
$$

又以X+2除前式各項之數

$$(3)\qquad X+2)\,X^3+7X^2+16X+12\,(X^2+5X+6$$

$$\begin{array}{l}
X^3+2X^2 \\
\hline
\quad 5X^2+16X \\
\quad 5X^2+10X \\
\hline
\qquad 6X+12 \\
\qquad 6X+12 \\
\hline\hline
\end{array}$$

又將(3)式之得數依二次式解負根法解之

變原式爲 $X^2-5X+6 = 0$

$$\vdots\ 6\quad 2$$

$$(2)^2-5(2 = 6$$

$$X = -2$$

又以 X+2 除前式各項之數

$$X+2)\,X^2+5X+6\,(X+3 \qquad (4)$$

$$\begin{array}{r} X^2+2X \\ \hline 3X+6 \\ 3X+6 \\ \hline \hline \end{array}$$

可知(1)式之法數 X+1 (2)式之法數 X+1 (3)式之法數 X+2 (4)式之法數 X+2 及得數 X+3 爲其因數

即　$X=4$　　$X+1=5$　　$X+1=5$

$X+2=6$　　$X+2=6$　　$X+3=7$

解各次式通法完

解各次式通法勘誤表

頁數	行數		誤	正
弁言		1	爲各次式	爲解各次式
同		2	至正次式	至五次式之
同		7	商之法	商定法
2	算式[illegible]上左	1	+14=	+14(2)=
2	說法	4	和214	和2乘14
5	算式[illegible]上左	1	+12=	+12(2)=
6	說	3	5632於第	5632書於第
6	說	5	兩數相得	兩數相加得
7	算式[illegible]上	2	8754	3754
7	算式第二[illegible]內	1	23368	23387
8	算式[illegible]上	1	+113=	1113(7)=
8	說	4	四商爲3商則	四商爲3則
9	算式[illegible]上左	1	+4=	+4(1)=
9	算式第一[illegible]左	2	2(2)100	(2)100
11	算式[illegible]上左	1	11(3)1000+23(3)99069	$11(3)^3 1000+23(3)=99069$
14	說法	5	初商實餘續書	初商實餘1續書
18	說	1	定點復	定點後復
19	例題	5	0102115	、01021156
20	算式[illegible]左	6	+30000	+3000
25	算式[illegible]上左	2	一1　9	一1=9
26	算式左側			(1)
28	說法	8	50、5倍之	50、3倍之
30	說法	2	203975所	205975
33	算式第三[illegible]內	1	174932003	179932008
34	算式	2	(3) 1000000 231	$(2)^3$ 1000000、231=
35	算式第二[illegible]內	1	32040245	32040243
35	算式第二橫線下		14418564	14418569
36	算式	5		$(4)^2$
37	[illegible]左	4	27409276	20903276
38		2	182=	182(3)=
38		3	$3(32)^2$	$3(20)^2$
42		1	$X64X^2$	$264X^2$
4[illegible]	說法	2	23475所	203975
46		3	213622775	213622715(5)
47	[illegible]上	2	551063575	=551063575
48		4	3(20)(3)	3(20)(5)
52	[illegible]1	1	240	=240
53	算式第二[illegible]內	1	2863170	28631704
57	說	1	O又將	又將
[illegible]0	說	1	次商實則初	次商實亦不受商則初

頁數	行數		誤	正
76	說	4	0、2倍之	和40、2倍之
76	說法	4	331743	331793
77	說法	4	和3乘	和 3 乘 47
77	說法	5	475得	5 得
77	說法	6	弧所商實	商實
78		2	144	144(6)
81		2	三個OX^2	三個OX^3
81		4	初商X^2 項	初商X^4 項
82		2	33	33(2)
82	說	1	知上之爲數	知X之同數
84	頁數		82	84
84		2	9(3)1000+18	$9(3)^2$ 1000+18
86		4	(9)71	(9)+71
88		2	36	36(3)
88		9	10(2)	$10(2)^2$
90		4	26(2)	26(2)100
92		4	35(3)	35(3)100
92		8	35(2)	35(2)10
92		9	28(2)	$28(2)^2$
96		3	$(2)^2$ 100	$(2)^2$ 100—
96		10	935(1)	$935(1)^2$
97		2	X══O	══O
98		9	17(2)	$17(2)^2$
98		11	125	123
102		8	13(2)(1)	13(1)10
106	算式巳左	4	11(3)	11(3)10
111		4	60	64
112		7	4000	4000000
114		1	初次商兩商	初次商兩商
116		12	12(6)	12(6)1000000
116	說	2	得數人於	得數又於
137	說法	2	所營之數	所管之數
139	說法	3	績書 4	續書 4
139	說法	6	乘 7 三	7 三乘
140		5	$37(1)^2$	$37(1)^2$ 100
140		2	36	36(2)
142	說法	17	書於橫線復	書於橫線下復
142	說法	24	又以三 4 乘	又以 4 乘
144		2	+1	+1(2)
144		8	(220)+1	(220)10+1

頁數	行數		誤	正
144		9	4(1)	4(1)10
146		2	23	23(2)
147			X=2012	X=20.0
150		4	(4)10	+28(4)10
150		5	$23(4)^2$	$23(4)^2$ 100
154		5	39(4)	$39(4)^2$
154	說	1	項X又	項數又
156		3	14(2)	22(2)
156		4	+12	+22
160		2	+11(3)	$+11(3)^2$
160		2	+ 8	+8(3)
162		3	$16(2)(200)^2$	16(2)(200)
168		12	(3)	$(3)^4$
170	說	1	兩項四前法	兩項依前法
176		4	6(1)	6(1)10
182		3	6(50)	6(2)(50)
189	說	6	再乘乘補	再乘乘8 補
210		1	依解負法	依解負根法
211		9	=67	=−3
212		2	+0	+20

宣統二年　月　日初版（每冊定價大洋貳員）

著作者　新甯梅華重
校算者　新甯梅簡文
發行者　梅　廉　選
印刷所
總發行所　廣州大馬站
端芬書院
分售處
外省購寄照價加一郵費