3.10 Esercizi

3.10.1 Esercizi dei singoli paragrafi

3.1 - le equazioni di secondo grado in una incognita

3.1 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado pure.

a) $x^2 - 1 = 0$;
b) $x^2 = \frac{49}{25}$;
c) $2x^2 - 32 = 0$;
d) $x^2 - 25 = 0$;
e) $16x^2 = 1$;
f) $3x^2 + 3 = 0$;
g) $x^2 - 9 = 0$;
h) $25 = 9x^2$;
i) $x^2 - 3 = 0$;
j) $x^2 + 36 = 0$;
k) $4 - x^2 = 0$;
l) $x^2 + 4 = 0$.

3.2 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado pure.

a) $x^2 = 49$;
b) $4 - 9x^2 = 0$;
c) $5x^2 - 3 = 0$;
d) $4x^2 - 9 = 0$;
e) $9x^2 - 25 = 0$;
f) $6x^2 = 0$;
g) $2x^2 - 1 = 0$;
h) $4x^2 + 16 = 0$;
i) $1 + x^2 = 50$;
j) $3x^2 - 1 = 0$;
k) $27x^2 - 3 = 0$;
l) $7x^2 = 28$.

3.3 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado pure.

a) $4x^2 - 4 = 0$;
b) $5x^2 - 125 = 0$;
c) $0{,}04x^2 = 1$;
d) $x^2 - 0{,}01 = 0$;
e) $0{,}5x^2 - 4{,}5 = 0$;
f) $0{,}09x^2 = 0{,}01$;
g) $\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$;
h) $x^2 - \frac{9}{4} = 0$;
i) $x^2 - \frac{1}{6} = 0$;
j) $121x^2 - \frac{1}{169} = 0$;
k) $x^2 + \frac{9}{4} = 0$;
l) $4\left(x^2 - \frac{3}{4}\right) = 13$.

3.4 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado pure.

a) $x^2 - \sqrt{3} = 0$;
b) $-9x^2 = -1$;
c) $4x^2 = -9$;
d) $x^2 + 6 = 42$;
e) $5 - 125x^2 = 0$;
f) $18 - x^2 = 0$;
g) $(x+3)^2 = 6x + 34$;
h) $(x+1)^2 = 25$;
i) $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 13$;
j) $(x + \sqrt{2})^2 = 2\sqrt{2}x$;
k) $(x-2)^2 + (1-x)^2 = 1 - 6x$;
l) $(\sqrt{2}x - \sqrt{3})(\sqrt{2}x + \sqrt{3}) = 0$.

3.5 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado spurie.

a) $x^2 - 3x = 0$;
b) $3x^2 - 2x = 0$;
c) $7x^2 + 2x = 0$;
d) $x^2 + 2x = 0$;
e) $x^2 + 5x = 0$;
f) $x^2 - x = 0$;
g) $18x^2 - 36x = 0$;
h) $2x^2 + 6x = 0$;
i) $1\,000x - 2\,000x^2 = 0$;
j) $9x^2 + 16x = 0$;
k) $6x^2 = 5x$;
l) $5x = 25x^2$.

3.6 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado spurie.

a) $3x^2 - 2x = 4x$;
b) $81x^2 = 9x$;
c) $0{,}1x^2 - 0{,}5x = 0$;
d) $7x^2 - 2x = 0$;
e) $0{,}5x^2 + 0{,}1x = 0$;
f) $x^2 + \frac{1}{2}x = 0$;
g) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2 = 0$;
h) $\sqrt{2}x^2 + \sqrt{3}x = 0$;
i) $x^2 + \sqrt{2}x = 0$;
j) $-2x^2 + 4x = 0$;
k) $5\sqrt{2}x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$;
l) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{4}x = 0$.

3.7 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado spurie.

a) $3x^2 - \frac{4}{3}x = 0$;
b) $(x-2)^2 = 4$;
c) $(x+1)^2 = 1$;
d) $(x+\sqrt{2})^2 = 2$;
e) $77x - 11x^2 = 0$;
f) $\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x = 0$;
g) $\frac{11}{3}x^2 = -2x$;
h) $\frac{1}{2}(x-2)^2 - x = 2$;
i) $(x-1)(x+3) = 3x^2 - 3$;
j) $(3x-2)^2 - 4 = 6x^2$.

3.8 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado spurie.

a) $(x-2)^2 + (1-x)^2 = 5$;
b) $(x-2)^3 - 4(2x-1) = (x+2)\left(x^2-2x+4\right) - 12$;
c) $(\sqrt{2}+x)^3 - (\sqrt{3}+x)^3 = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$;
d) $(\sqrt{2}x - \sqrt{3})(\sqrt{2}x + \sqrt{3}) + (\sqrt{3}x + \sqrt{3})^2 + (x-1)^2 = 1$;
e) $\left(x^2 + \sqrt{2}\right)(\sqrt{3}-1) + (2x+\sqrt{3})(\sqrt{2}-1) - \sqrt{2} + \sqrt{3} = 0$.

3.2 - Risoluzione di un'equazione completa

3.9 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado complete.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$;
b) $x^2 + x - 20 = 0$;
c) $2x^2 - 6x - 6 = 0$;
d) $x^2 - 3x + 6 = 0$;
e) $4x^2 - 4x - 3 = 0$;
f) $2x^2 - x - 6 = 0$;
g) $8x^2 - 6x - 9 = 0$;
h) $8x^2 - 26x - 7 = 0$;
i) $5x^2 + 24x - 5 = 0$;
j) $18x^2 - 3x - 1 = 0$;
k) $7x^2 - 22x + 3 = 0$;
l) $25x^2 + 20x + 3 = 0$;

3.10. [*] Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado complete.

a) $-x^2 + x + 42 = 0$;
b) $-x^2 + 10x - 25 = 0$;
c) $-2x^2 + 7x - 5 = 0$;
d) $3x^2 + 2x - 1 = 0$;
e) $2x^2 - \sqrt{5}x - 1 = 0$;
f) $x^2 - 2\sqrt{3}x - 4 = 0$;
g) $x^2 - 3x - 2 = 0$;
h) $2x^2 - \sqrt{5}x - 1 = 0$;
i) $-\frac{4}{3}x^2 - x + \frac{3}{2} = 0$;
j) $-\frac{4}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{20} = 0$;
k) $-x^2 + 4x - 7 = 0$;
l) $x^2 - \sqrt{5}x - \sqrt{5} = 0$.

3.11 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado complete.

a) $x^2 - 5x + 3 = 0$;
b) $x^2 - 4x + 9 = 0$;
c) $x^2 - 4x - 9 = 0$;
d) $x^2 + 6x - 2 = 0$;
e) $x^2 - 3x - \frac{5}{2} = 0$;
f) $2x^2 - 3x + 1 = 0$;
g) $\frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$;
h) $3x^2 + x - 2 = 0$;
i) $3x^2 - \frac{2}{3}x - 1 = 0$;
j) $\sqrt{2}x^2 - x - 3\sqrt{2} = 0$;
k) $x^2 - (\sqrt{2}+\sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$;
l) $x^2 + (\sqrt{2}-\sqrt{3})x - \sqrt{6} = 0$.

3.12 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado complete.

a) $(3x+1)^2 - (2x+2)^2 = 0$;
b) $(x+5)^2 = 5(4x+5)$;
c) $(x-2)(3-2x) = x-2$;
d) $(x+200)^2 + x + 200 = 2$;
e) $(x^2+x+1)(x^2-x-1) = (x^2-1)^2$.

3.13 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado complete.

a) $(x-5)^2-3(x-5)+1=2(x-5)+1;$
b) $(2x-3)^2=\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+5x;$
c) $(5x-4)\left(5x^2-3x+2\right)-(5x-2)\left(5x^2-7x+2\right)=-4;$
d) $\left(\frac{5}{2}x+1\right)^2+x=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2;$
e) $\dfrac{2x+1}{x^2+\frac{1}{4}}=4.$

3.14 (*). Risolvi, applicando quando possibile la formula ridotta o ridottissima.

a) $3x^2-2x-2=0;$
b) $x^2+6x-3=0;$
c) $4x^2-8x+3=0;$
d) $7x^2-2x-5=0;$
e) $40x^2+80x-30=0;$
f) $5x^2-4x+1=0;$
g) $5x^2-4x-9=0;$
h) $\frac{3}{2}x^2+2x-\frac{3}{4}=0;$
i) $6x^2-4x-2=0;$
j) $90x^2-180x-270=0;$
k) $\frac{3}{2}x^2-4x+2=0;$
l) $\frac{4}{3}x^2-6x+6=0.$

3.15 (*). Risolvi, applicando quando possibile la formula ridotta o ridottissima.

a) $x^2-6x+1=0;$
b) $3x^2-12x-3=0;$
c) $7x^2-6x+8=0;$
d) $3x^2-18x+27=0;$
e) $9x^2+12x+1=0;$
f) $9x^2-12x+4=0;$
g) $4x^2-32x+16=0;$
h) $3x^2+10x+20=0;$
i) $6x^2-12x+6=0;$
j) $4x^2+4x-21=0;$
k) $2x^2-5x+3=0;$
l) $6x^2+x-2=0.$

Altri esercizi sulle equazioni di 2° grado

3.16 (*). Risolvi, applicando quando possibile la formula ridotta o ridottissima.

a) $x^2-x-5=0;$
b) $x^2+47x-260=0;$
c) $x^2+21x-100=0;$
d) $9x^2-22x+8=0;$
e) $12x^2+31x-26=0;$
f) $x^2-4x+3=0;$
g) $2x^2+33x+81=0;$
h) $x^2+7x-60=0;$
i) $7x^2-37x+10=0;$
j) $3x^2-2x-1=0.$

3.17 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $(2x-3)^2+(x+3)^2=3\left(x^2+1\right)-(x+2)^2-(x+5)(x-3);$
b) $(3x-4)(x-4)+4x-5=(2x-3)(x-3);$
c) $(5x+3)(2x+1)+(x-1)(2x-1)=4-x;$
d) $(2x-1)+(x+1)(3x-1)=(x-1)(x+2);$
e) $\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{4}\left(x-\frac{1}{4}\right)=x^2+3x-\frac{17}{8}.$

3.18 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $(3x+1)\left(\frac{5}{2}+x\right)=2x-1$;
b) $(3x-2)^2+(5x-1)^2=(3x-2)(5x-1)$;
c) $3x-x^2=x^2+3(x-2)$;
d) $2(x-1)(x+1)=2$.

3.19 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $(2x-1)(4-x)-11x=(1-x)^2$;
b) $2x^2=x+x^2-(x+\sqrt{x})(x-\sqrt{x})$;
c) $(x-3)^2=9-6x$;
d) $(x-2)^3-1=x^3+12x-11$.

3.20 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\frac{3x-2}{2}=x^2-2$;
b) $(2x-3)(2x+3)=27$;
c) $\frac{x-3}{2}-\frac{x^2+2}{3}=1+x$;
d) $\frac{x-2}{3}-(3x+3)^2=x$.

3.21 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $(x-2)^3-x^3=x^2-4$;
b) $x(1-5x)=[3-(2+5x)]x-(x^2-1)$;
c) $(x+1)^3-(x+2)^2=\frac{2x^3-1}{2}$;
d) $\frac{(x-1)^2}{2}-\frac{2x-5}{3}=-\frac{5}{3}x$.

3.22 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $(x+2)^3+4x^2=(x-2)^3+16$;
b) $(2-x)^3-(2-x)^2=\frac{3-4x^3}{4}$;
c) $3\left(x+\sqrt{2}\right)^2-18\left(x+\sqrt{2}\right)+27=0$;
d) $(4-3x)^3+27x^3=64+24x$.

3.23 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\left(\frac{x-1}{3}-\frac{x}{6}\right)^2=(x+1)^2$;
b) $(\sqrt{3}x+1)^2+(\sqrt{3}x-1)^2-3(\sqrt{3}bx+1)(\sqrt{3}x-1)=0$;
c) $\frac{(2x+1)(x-2)}{3}+\frac{(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})}{2}=\frac{(x-1)^2}{6}$;
d) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^3=\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$.

3.24 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\frac{(3x-1)^2}{3}-\frac{(1-2x)^2}{5}+\frac{3x(x-1)}{5}+\frac{(1+x)^2}{3}=0$;
b) $\frac{1}{\sqrt{10}}x^2+1=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)x$;
c) $(3x-1)^2+(2x+1)^2=(3x-1)(2x+1)$;
d) $(x+1)^4-(x+1)^3=x^3(x+4)-x(x+1)^2+3x$.

3.25 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\left(\frac{1}{2}x^2+1\right)^3+\frac{1}{6}x^3=\left(\frac{1}{2}x^2-1\right)^3+\frac{1}{6}(x+1)^3+\frac{3}{2}x^4$;
b) $\frac{x-2}{2}\cdot\frac{x+2}{3}+\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}-\left(x+\frac{1}{2}\right)\right]+4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{5}{3}=0$;
c) $(2-3x)^2-1=8(1-2x)+(2x+1)^2-1$;
d) $x^2+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-\sqrt{6}=0$.

3.26 (*)**.** Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\frac{2\sqrt{3}x+1}{\sqrt{2}} - \left(x-\sqrt{3}\right)^2 = \frac{1-3\sqrt{2}x}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}x\left(\sqrt{2}+2\right)$;
b) $\sqrt{3}(2x-30)^2 - 2\sqrt{27}(60-4x) = 0$;
c) $\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2 + \left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right) = 0$;
d) $\frac{x^2-16}{9} + \frac{(x-1)^2}{3} = \frac{x(x-2)}{9} + \left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$.

3.27 (*)**.** Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\frac{(x-1)(x+2)}{2} + \frac{(x+2)(x-3)}{3} = \frac{(x-3)(x+4)}{6}$;
b) $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{2}-\frac{x}{3}\right)x = -x^2 + \frac{2}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{9}$;
c) $\frac{1}{4}(2x-1)^2 - \frac{1}{3}(x-1)^2 + \frac{(x-2)(x+2)}{2} - \frac{1}{6}x + \frac{1}{6} = 0$;
d) $\frac{1}{2}(2x-1)(x+1) + \frac{1}{3}\left(x^2-5\right) + 2x(x-1)(x+1) = 2(x+2)^3 - (2x-1)^2$.

3.28 (*)**.** Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\frac{3x-1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}} - \frac{\left(x-\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{3}} = \frac{x^2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + 2x - 2\sqrt{3}$;
b) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3x^2-7x+2}{2} - \frac{x}{4} + \frac{5x-13}{2} = \frac{2}{3}x(1-x) + \frac{73}{12}x - \frac{15}{12}$;
c) $\frac{(x^2+2x+1)^2}{4} + \frac{(x+1)^2}{2} + \frac{(x^4-1)}{8} - (2x^2-2x+1)^2 + 9x^3\left(\frac{3}{8}x-1\right) + \frac{1}{4}x^2(x^2+20) = 0$;
d) $2(x+2)^2 - \frac{29x+26}{3} = \frac{2(3x-1)^2-(5x-2)^2}{3}$.

3.29 (*)**.** Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\frac{x+1}{4} + \frac{5}{4} - \frac{x+1}{2} = 3 - \frac{(x+2)(x+3)}{4}$;
b) $\left(x+\frac{2}{3}\right)^2 = 3x+1$;
c) $1 + \frac{1}{6}(8-x) = \frac{1}{8}(x-9)^2$;
d) $\frac{-1-x}{3} - \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(x+3)^2}{12} - \frac{1}{4}(-1-x)\left(x+\frac{7}{3}\right) = 0$.

3.30 (*)**.** Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\left[3x\left(x-\frac{1}{3}\right) - 4\left(x^2-\frac{1}{2}\right) + x\left(x+\frac{2}{3}\right)\right]^2 = \frac{3}{4}x$;
b) $3(2-x)^2 + \frac{x^2-16x+28}{2} = 15(x-2)$;
c) $(2-x)(x+1) + \frac{x^2-1}{2} = \frac{5x^2+13x+6}{2}$;
d) $2(x-1)\left(5x^2-11x+6\right) + \left(x^2-4x+6\right)^2 = (x-1)(x+1)^3$.

3.31 (*)**.** Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\frac{3+x}{2} - \frac{3}{2} + (3+2x)^2 = \frac{x^2-4}{3}$;
b) $(1+x)(x-1) + 2 = 6(x-4)$;
c) $5\left(x-\frac{3}{5}\right) = \frac{27}{5}x - 9x^2$;
d) $\left(\frac{2}{5}+x\right)\left(x+\frac{1}{5}\right) - 2x^2 + \left(\frac{1}{5}-x\right)^2 = \frac{1}{5} - \left(\frac{2}{5}-x\right)^2$.

3.32 (*). Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado.

a) $\left(\frac{2}{5}+x\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)=-1$;
b) $(4+3x)(1-x)+14=-x(1+x)$;
c) $4x(1-x)+5x^2=0$;
d) $\frac{7+2x^2}{5}-14=\frac{x^2-1}{3}-3x^2$;
e) $(2+3x)^2-12=(1-x)^2-3(3-x)$;
f) $(1-x)^2-(1-2x)^2=(1+x)^2-8$.

3.33 (*). Risolvi le seguenti equazioni con opportune sostituzioni.

a) $(4x+3)^2=25$;
b) $(x-5)^2+9=0$;
c) $(3x-1)^2-36=0$;
d) $4(2x+1)^2=36$.

3.34 (*). Risolvi le seguenti equazioni con opportune sostituzioni.

a) $(3x-5)^2-49=0$;
b) $3(2x+5)^2-4(2x+5)=0$;
c) $(3\cdot 10^3x-10)^2-5(3\cdot 10^3x-10)=-6$;
d) $(x-1)^2-(\sqrt{3}+\sqrt{5})(x-1)+\sqrt{15}=0$.

3.35 (*). Risolvi le seguenti equazioni con opportune sostituzioni.

a) $3(1-2x)^2-2(1-2x)-1=0$;
b) $\frac{4}{3}(x-2)^2-6(x-2)+6=0$;
c) $\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-2\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$;
d) $2(x^2-1)^2+3(x^2-1)-5=0$.

3.3 - Discussione e risoluzione di equazioni numeriche frazionarie

3.36 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{3}{x}-2=x$;
b) $\frac{4-3x}{x}=\frac{3-2x}{x^2}$;
c) $\frac{1}{x}=\frac{1}{x+1}-1$;
d) $\frac{x}{2}=\frac{x+2}{x-2}+1$.

3.37 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{3}{x-1}-\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=0$;
b) $\frac{3x}{x^2-9}+\frac{x}{2x-6}=1$;
c) $\frac{x+9}{x-3}=2-\frac{x-3}{x+9}$;
d) $\frac{x}{x+1}=\frac{4}{x+2}$.

3.38 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{4x-3}{x^2-4}-\frac{3x}{x-2}=\frac{4}{2-x}-\frac{4x}{2+x}$;
b) $\frac{3x+2}{2x^2-2x-12}-\frac{3-x}{4x-12}=-\frac{3}{x+2}$;
c) $\frac{2x+1}{x}=\frac{x}{2x+1}$;
d) $\frac{4-x}{18-2x^2}+\frac{2}{3-x}=\frac{6x}{4x+12}$.

3.39 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{6}{9x^2-12x+4}+\frac{1}{3x-\frac{1}{2}}=0$;
b) $x-1-\frac{1}{x-1}=\frac{6}{6-6x}$;
c) $\frac{6x-6}{x^2-4x+3}+\frac{x^2-x-6}{x-3}=-2$;
d) $\frac{x-4}{x-2}+\frac{x-1}{x^2-5x+6}-\frac{4-2x}{3-x}=0$.

3.40 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{x-3}{x-1}-\frac{4}{3}+\frac{x-1}{x+1}=0$;
b) $\frac{x-1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{2+x}{x^2+x}=0$;
c) $3\left(x-\frac{1}{3}\right)+\frac{9}{3x-1}=10$;
d) $\frac{x+1}{\sqrt{2}-x}=\frac{x-2}{x-2\sqrt{2}}$.

3.41 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{1}{x^2+x-2}-\frac{1}{x^3-2x^2+x}=\frac{1}{3x^2-3x}$;
b) $\frac{1}{2x-4}-\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x^2-3x+2}$;
c) $\frac{2x}{x^2+2x-8}-\frac{2x+7}{x^2-3x-4}=0$;
d) $\frac{1-x}{x^2-4x+3}-\frac{4}{9-x^2}+\frac{x-3}{x^2+4x+3}=-\frac{5}{3-x}$.

3.42 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{4x-7}{x+2}+\frac{1-6x^2}{x^2-5x+6}=\frac{x}{2x^2-2x-12}-2$;
b) $\frac{1}{x-2}+\frac{2}{(x-2)^2}=\frac{3}{(x-2)^3}$;
c) $\frac{1}{x+3}-\frac{5(x+2)}{(x+3)^2}=\frac{5x-1}{(x+3)^3}$;
d) $\frac{3}{(3x-6)^2}-\frac{x^2-4}{(3x-6)^4}=0$.

3.43 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{2x}{x^2-2x+1}=\frac{-7}{3x^2-21x+18}+\frac{2x}{x^2-3x+2}$;
b) $\frac{5x-3}{x^2-5x}+\frac{2}{x}=\frac{3x}{x^2+3x}-\frac{2}{x+3}-\frac{4}{5-x}$;
c) $\frac{x-9}{4x-x^2}-\frac{3x+2}{2-x}=\frac{x-5}{x+2}+\frac{2x^4+6x^3}{x(x-4)(x^2-4)}$;
d) $\frac{3(x+1)}{x-1}=1-\frac{2x-3}{x}$.

3.44 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{3-3x}{x^2-1}+\frac{8x}{2-2x}=0$;
b) $\frac{1}{x^2-9}+\frac{2}{x-3}+\frac{2x}{3x+9}-\frac{31}{3x^2-27}=\frac{1}{3}$;
c) $\frac{\frac{1}{1+x}-\frac{1}{1-x}}{\frac{2}{x-1}+\frac{2}{x+1}}=\frac{2x}{1-x}-\frac{2x}{1+x}$;
d) $\frac{x+1}{x-2\sqrt{3}}-\frac{1-x}{x+2\sqrt{3}}=\frac{x^2+8}{x^2-12}$.

3.45 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\left(\frac{x+1}{x}\right)^2-\frac{2(3x-1)}{x^2}=5$;
b) $\frac{(x-2)^2}{x^2-1}-\frac{x+2}{x+1}+\frac{x}{2x+2}=0$;
c) $-\frac{x^2}{x+2}+\frac{2x}{x-2}=-\frac{x+x^3}{x^2-4}$;
d) $\frac{5}{x+1}+\frac{2x}{x-2}=\frac{6x^2-10}{x^2-x-2}$.

3.46 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{2x+1}{1+x}+\frac{5}{1-x}-\frac{2}{x^2-1}=0$;
b) $\frac{x+1}{x-2}-\frac{3x}{x+3}=\frac{x^2+2x}{x^2+x-6}$;
c) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x+1}-\frac{x}{5-2x}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\cdot\frac{2x-15}{2x-5}$;
d) $\frac{1}{2}\cdot\frac{x+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-x}-\frac{7}{2-x^2}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}+2x}{\sqrt{2}+x}$.

3.47 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{3(3-2x)}{x+1}+\frac{3(x-1)}{3+2x}-\frac{1}{4}=0$;
b) $\left(\frac{1+2x}{1-2x}\frac{1-2x}{1+2x}\right)\cdot\frac{1+2x}{4x}=0$;
c) $\frac{1+x}{1-x}-\frac{3-2x}{x-2}-\frac{2}{x^2-3x+2}=0$;
d) $\frac{1+x}{2x-2}+\frac{x-1}{2x+2}-\frac{5}{3}=0$.

3.48 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}=\frac{1+x}{x^2-1}$;
b) $\frac{5}{x+3}+\frac{6}{x-1}-\frac{3}{2}=0$;
c) $\frac{2}{x+2}+\frac{2+x}{x-4}=\frac{16}{x^2-2x-8}$;
d) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2(x-1)}=\frac{3}{4}$.

3.49 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{1-3x}{5x-15}+\frac{x-3}{x-4}+\frac{1-2x}{5x-10}=0$;
b) $\frac{1-x}{4x+2}-\frac{5x-1}{6x-3}+\frac{3x+5}{8x^2-2}=0$;
c) $\frac{1}{x-1}-\frac{2x+13}{(x+1)^2}+\frac{x+2}{x^2-2x-2}=0$;
d) $\frac{1}{3x+6}+\frac{1}{5x-10}=\frac{4}{15}$.

3.50 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{2x}{x+1}-\frac{4}{x-4}-1=0$;
b) $\frac{x^2+4}{x^2+1}-\frac{x^2-8}{x^2-1}=0$;
c) $\frac{4}{x}-\frac{12}{x+4}+\frac{5}{x+2}=0$;
d) $\frac{7}{x-2}+\frac{8}{x-5}=3$.

3.51 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{x}{2x^2-2x-4}-\frac{2-x}{x^2-1}-\frac{1}{x^2-3x+2}=0$;
b) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}=\frac{x+1}{x^2+1}-\frac{3-x^3}{x^4-1}$;
c) $\frac{1}{2(x-4)}-\frac{4}{3(x-3)}=\frac{1}{2(x-2)}-\frac{4}{3(x-1)}$;
d) $\frac{x^2}{x^2-3x+2}+\frac{x-2}{1-x}=\frac{x+2}{x^2-4x+4}$.

3.52 (*). Determina l'Insieme Soluzione delle seguenti equazioni fratte.

a) $\frac{16}{x^2-4x+3}-\frac{3}{x-4}+\frac{3}{x-2}=0$;
b) $\frac{(3x+8)(x-2)}{x+2}-\frac{x^2}{x+2}+\frac{3x^2+7x+2}{x+2}=0$;
c) $\frac{x^2-2}{(x-1)^2}+\frac{4-3x}{x-1}+\frac{2-3x+x^2}{(1-x)^2}=0$;
d) $\frac{9}{x+2\sqrt{3}}-\frac{6\sqrt{3}x}{x+\sqrt{3}}+2\sqrt{3}=0$.

3.53. È vero che in $\mathbb{R}$ le equazioni $\frac{3}{1+x^2}=\frac{3}{x^4+2x^2+1}$ e $\frac{2x+14}{x^3-x^2+4x-4}-\frac{4}{x-1}=\frac{2}{x^2+4}$ sono equivalenti?

3.54. Verifica che il prodotto delle soluzioni dell'equazione $\frac{x}{1-x^3}+\frac{2x-2}{x^2+x+1}=0$ vale 1.

3.55. Sull'asse reale rappresenta il Dominio e l'Insieme Soluzione dell'equazione $\frac{x+2}{x}=2+\frac{x}{x+2}$.

3.56 (*). Stabilisci se esiste qualche numero reale per cui la somma delle due frazioni $f_1=\frac{2-x}{x+2}$ e $f_2=\frac{x+1}{x-1}$ è uguale a $\frac{9}{5}$.

3.57. È vero che l'espressione $E=\frac{4x}{1-x^2}+\frac{1-x}{1+x}-\frac{1+x}{1-x}$ non assume mai il valore -1?

3.4 - Discussione e risoluzione di equazioni letterali

3.58 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $x^2-ax=0$;
b) $ax^2-4a^3=0$;
c) $x^2+(x-a)^2=2ax$;
d) $(2x-a)x=ax$.

3.59 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $x^2 - ax - 6a^2 = 0$;
b) $(a-3)x^2 - ax + 3 = 0$;
c) $ax^2 - a^2x + x^2 + x - ax - a = 0$;
d) $\frac{x}{a} + \frac{x^2}{a-1} = 0$.

3.60 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $\frac{x}{a+1} + \frac{x^2}{a-1} = 0$;
b) $\frac{2x}{3+kx} - \frac{x}{3-kx} = 0$;
c) $\frac{m-n}{mn}x^2 = \frac{2m^2n}{m^2-n^2} - \frac{mn}{m+n}$;
d) $\frac{mx-x^2}{m^2-3m+2} - \frac{x}{2-m} - \frac{m+1}{m-1} = 0$.

3.61 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $adx - bcx = acx^2 - bd$;
b) $\left(a^2+b^2\right)x = \left(b^2-a^2\right)ab - x^2$;
c) $(b-2x)(a-x) - x(2b-a) = a^2 - 5b(a-b)$;
d) $\frac{1}{2a} - 2bx\left(\frac{1}{2a} - x\right) = x$.

3.62 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $\frac{x^2+2tx}{t^2-tx} - 2 = \frac{3t}{t-x} + \frac{x+t}{t}$;
b) $\frac{x-1}{k+1} - \frac{x^2+1}{k^2-1} = \frac{2k}{1-k^2}$;
c) $2 \cdot \sqrt{m} - x = \frac{m-1}{x}$;
d) $15x^2 + 6ax - 5bx - 2ab = 0$.

3.63 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $\left(b^2-a^2\right)^2 = x^2\left(2a^2+2b^2-x^2\right)$;
b) $x^2 + (b+a)x + ab = 0$;
c) $3m^2x^2 - mnx - 10n^2 = 0$;
d) $ax^2 - x - a^2x + a = 0$.

3.64 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $8m^2x^2 - 10mx - 3 = 0$;
b) $3a(x+2b) = x(x+2b)$;
c) $2ax^2 - 3a^2x = 0$;
d) $(b-1)x^2 - bx + 1 = 0$.

3.65 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $\frac{x+a-3}{a-1} - 2 - \frac{(x-a-1)(x+a+1)}{a-1} - (x-a)^2 + 1 = 0$;
b) $\frac{(a-x)(b-x)}{a^2-b^2} = \frac{(a-x)^2-(b-x)^2}{4ab}$;
c) $x^2 - \frac{3ax}{b} + \frac{4bx}{3a} - 4 = 0$;
d) $x^2 - \frac{a^2}{2}\left(x+a^2\right) - \frac{1}{2}\left(x-a^2\right) = 0$.

3.66 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $\frac{b+a}{a-2b} + x^2 - \frac{2a-b}{2b-a}x = 0$;
b) $\frac{a+b}{bx} + \frac{1}{x-a} = \frac{2a}{(x-b)a}$;
c) $x^2 - \frac{a^2}{4}x = \frac{\left(a^2+b^2\right)\left(a^2-b^2\right)}{8} + \frac{3}{4}b^2x$;
d) $4x^2 - 3ax - \frac{b^2-(a-b)^2}{2} - 2bx = 0$.

3.67 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $\frac{k(x^2+k+2)}{k-1} - \frac{x+2}{k+3} = \frac{(x-1)^2(k+2)}{(k-1)(k+3)}$;

b) $\frac{x-a}{x+a} - \frac{3(x-1)(a-1)}{(a+1)(x+a)} = \frac{x-a}{a+1}$;

c) $\frac{x}{x+2a} - \frac{2a}{x+a} + \frac{2a^2}{(x+2a)(x+a)} = 0$;

d) $\frac{3a+2}{a+6} - \frac{3a+10-x}{5a+6+x} = \frac{11a-x+10}{7a+3x+18}$.

3.68 (*). Risolvi ed eventualmente discuti le seguenti equazioni letterali.

a) $8x^2 + 6bx + b^2 - ab - 2a^2 = 0$;

b) $3x^2 - x(a+4b) + b^2 + ab = 0$;

c) $6x^2 - 2ax - 3bx + ab = 0$;

d) $12x^2 - (a-b)x - 6a^2 - 5ab - b^2 = 0$.

3.69. È vero che l'equazione $1 - \frac{1}{k+x} - \frac{1}{k-x} = 0$ ammette due soluzioni reali coincidenti se $k = 2$?

3.70. Nell'equazione $(a-1)\cdot(x+a) = \frac{x+a}{x-1}\cdot[x(a+1)-2a]$, dopo aver completato la discussione, stabilisci per quali valori di a le radici che si ottengono dall'equazione completa sono entrambe positive.

3.71. È vero che l'equazione $3kx^2 + (x-k)^2 + 2k(k+x) = 0$ ammette radici reali opposte se $k < -\frac{1}{3}$?

3.72. Per quali valori di b l'equazione $\frac{5x^2-4(b+1)}{b^2-4} - \frac{3x-1}{b+2} = \frac{3-2x}{2-b} - \frac{3x}{b^2-4}$ ha una soluzione negativa?

3.73. Per l'equazione $(x-k-1)^2 = (k+1)\cdot(k-2x+x^2)$, completate le implicazioni:

$k = 0 \Rightarrow$ equazione .... I. S. = ...

$k = -1 \Rightarrow$ equazione .... $x_{1,2} =$ ....

$k =$ ...... equazione pura; due soluzioni reali .... se .... $x_1 =$ ...... $\vee\ x_2 =$ ......

3.74. Stabilisci per quali valori del parametro m l'equazione $\frac{m+2}{x-2} + mx = 2$ ammette soluzioni reali distinte. Se $m = -2$ sono accettabili le radici reali trovate?

3.75. Dopo aver discusso l'equazione parametrica $\frac{x+1}{b-1} + \frac{b-1}{x+1} = \frac{3x^2+2-bx}{bx+b-1-x}$, determina per quale valore del parametro le soluzioni sono accettabili.

3.76. Le soluzioni dell'equazione $(x+b)^2 = (b+1)^2$ con $b \neq -1$ sono:

$\boxed{A}$ $x_1 = -1 \vee x_2 = 1$ $\boxed{B}$ $x_1 = -2b-1 \vee x_2 = 1$ $\boxed{C}$ $x_1 = x_2 = 1$ $\boxed{D}$ $x_1 = 1-2b \vee x_2 = 1$.

3.77. Per quali valori di k l'equazione $x^2 - (2k+1)x + 3k + 1 = 0$ ammette soluzioni reali coincidenti?

3.5 - Relazioni tra soluzioni e coefficienti

3.78. Completare la seguente tabella.

Equazione	Discriminante	I. S. $\subset \mathbb{R}$?	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
$5x^2 + 2x - 1 = 0$	$\Delta = \ldots\ldots$			
$4x^2 - 4x - 3 = 0$	$\Delta = \ldots\ldots$			
$4x - 8 + 5x^2 = 0$	$\Delta = \ldots\ldots$			
$-x^2 + x + 42 = 0$	$\Delta = \ldots\ldots$			
$-3x^2 + 1 = 0$	$\Delta = \ldots\ldots$			
$6x^2 + 7x = 0$	$\Delta = \ldots\ldots$			
$-x^2 + x - 1 = 0$	$\Delta = \ldots\ldots$			
$x^2 + 2x + 1 = 0$	$\Delta = \ldots\ldots$			
$2x^2 - 7x + 1 = 0$	$\Delta = \ldots\ldots$			

3.79. Senza risolvere le equazioni determina somma e prodotto dello loro radici.

a) $x^2 + 4ax + a = 0$;
b) $2x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$;
c) $2x^2 + 6kx + 3k^2 = 0$;
d) $3\sqrt{3}x^2 - 6\sqrt{3}x + 2 = 0$:
e) $\sqrt{2}x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})x + 4 = 0$:
f) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})x^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{3})x + 1 = 0$.

3.80. Dell'equazione $3\sqrt{2}x^2 - 5x + \sqrt{2} = 0$ è nota la radice $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$; senza risolvere l'equazione determinare l'altra radice.

3.81. Si determini la relazione che lega i coefficienti della generica equazione di secondo grado alla somma dei quadrati delle radici. Si vuole esprimere, attraverso i coefficiente a, b, c dell'equazione la quantità $x_1^2 + x_2^2$. Si tenga presente la seguente identità $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$.

3.82. Senza risolvere le equazioni $5x^2 + 2x - 1 = 0$; $-x^2 + x - 1 = 0$; $2x^2 - 7x + 1 = 0$ stabilisci quale ha come soluzioni due numeri reali positivi e quale due numeri reali reciproci.

3.83. Un'equazione di secondo grado ha il primo coefficiente uguale a $-\frac{3}{2}$; sapendo che l'insieme soluzione è I. S. $= \left\{-\frac{3}{4}; \sqrt{2}\right\}$ determinate i suoi coefficienti b e c.

3.84. Dell'equazione $ax^2 + bx + c = 0$ la somma delle soluzioni è $\frac{21}{5}$ e una soluzione è $x_1 = 3{,}2$; determinare x_2.

3.85. Determinate i coefficienti a, b, c di un'equazione di secondo grado sapendo che $x_1 = 1 - \sqrt{2}$, il prodotto delle soluzioni è -1 e la somma del secondo con il terzo coefficiente è 9.

3.86. Determinate i coefficienti b e c dell'equazione $x^2 + bx + c = 0$ sapendo che una radice è tripla dell'altra e la loro somma è 20.

3.87. Discuti l'equazione parametrica $\frac{x+1}{b-1} + \frac{b-1}{x+1} = \frac{3x^2+2-bx}{bx+b-1-x}$, determina poi se esiste qualche valore del parametro per cui $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$.

3.88. Determina, se possibile, due numeri aventi somma e prodotto indicati.

a) $s = 3$ e $p = 5$;
b) $s = 7$ e $p = 2$;
c) $s = -3$ e $p = -8$;
d) $s = -5$ e $p = 4$;
e) $s = \frac{1}{2}$ e $p = \frac{2}{3}$;
f) $s = \sqrt{2}$ e $p = 2$;
g) $s = \sqrt{7} - 1$ e $p = 6$;
h) $s = a + 1$ e $p = a^2$;
i) $s = 2$ e $p = 1 - a^2$.

3.89. Scrivi un'equazione di secondo grado che ammette come radici le soluzioni indicate.

a) $x_1 = -2 \vee x_2 = 5$;
b) $x_1 = 7 \vee x_2 = 2$;
c) $x_1 = -\frac{1}{2} \vee x_2 = \frac{3}{4}$;
d) $x_1 = \frac{2}{3} \vee x_2 = \frac{1}{3}$;
e) $x_1 = \sqrt{2} \vee x_2 = \sqrt{5}$;
f) $x_1 = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \vee x_2 = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$.

3.90. Nell'equazione $2x^2 + 6kx + 3k^2 = 0$ determinare i valori di k per cui tra le radici reali distinte sussista la relazione $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$.

3.91. Determinate il perimetro del rombo avente Area $= 24\text{m}^2$, sapendo che la somma delle misure delle sue diagonali è 14m.

3.92. Costruire i due triangoli isosceli aventi Area $= 120\text{m}^2$ sapendo che 31m è la somma delle misure della base con l'altezza.

3.93. Il triangolo rettangolo ABC ha l'ipotenusa AC di 40cm e l'altezza BH ad essa relativa di 19,2cm. Determinate la misura delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

3.6 - Scomposizione del trinomio di secondo grado

3.94 (*). Scomponi in fattori i seguenti trinomi di secondo grado.

a) $x^2 - 5x - 14$;
b) $2x^2 + 6x - 8$;
c) $-3x^2 + \frac{39}{2}x - 9$;
d) $-2x^2 + 7x + 4$;
e) $4x^2 + 4x - 15$;
f) $3x^2 + 3x - 6$;
g) $4x^2 - 9x + 2$;
h) $2x^2 + 2x - \frac{3}{2}$;
i) $2x^2 + 3x - 9$.

3.95 (*). Scomponi in fattori i seguenti trinomi di secondo grado semplificando le frazioni.

a) $\frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$;
b) $\frac{x^2+2x}{x^2+x-2}$;
c) $\frac{-x^2+2x+8}{x^2-4}$;
d) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-x-2}$;
e) $\frac{6x^2+x-1}{10x^2+7x+1}$;
f) $\frac{3x^2-4x-4}{2x^2-7x+6}$;
g) $\frac{x^2-2x-3}{x^2-10x+21}$;
h) $\frac{x^2-x-15}{9x^2-9x-10}$;
i) $\frac{6x^2-x-2}{6x^2+5x-6}$.

3.96 (*). Scomponi in fattori i seguenti trinomi di secondo grado.

a) $3x^2 + 5x - 2$;
b) $4x^2 - 24x + 20$;
c) $2x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$;
d) $\frac{4}{3}x^2 + \frac{11}{3}x - \frac{7}{2}$;
e) $3x^2 - 6x - 12$;
f) $2x^2 - 8x + 2$;
g) $-\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{8}$;
h) $-\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{45}{8}$;
i) $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4$.

3.7 - Regola di Cartesio

3.97. Determina il segno delle soluzioni delle equazioni senza risolverle se $\Delta \geqslant 0$.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$;
b) $-x^2 + x + 42 = 0$;
c) $x^2 + x - 20 = 0$;
d) $3x^2 + 2x - 1 = 0$;
e) $2x^2 - \sqrt{5}x - 1 = 0$;
f) $3x^2 + 5x + 1 = 0$;
g) $-x^2 - x + 1 = 0$;
h) $-5x + 1 - x^2 = 0$;
i) $2x^2 - \sqrt{5}x - 1 = 0$;
j) $3x^2 + 5x + 1 = 0$;
k) $-x^2 - x + 1 = 0$;
l) $-5x + 1 - x^2 = 0$.

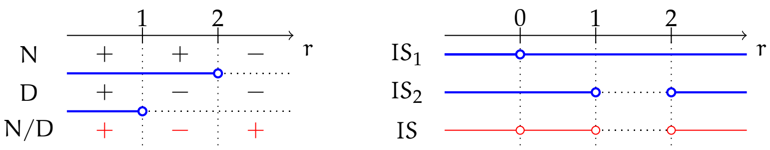
3.8 - Equazioni parametriche

3.98. Assegnata l'equazione $(1-k)x^2 + (k-2)x + 1 = 0$, stabilire i valori da assegnare al parametro k affinché le soluzioni reali distinte abbiano la somma positiva.

Svolgimento guidato

Nel testo del problema vi sono due richieste: a) le soluzioni siano reali distinte e b) abbiano somma positiva.

Il problema si formalizza attraverso il sistema $\begin{cases} \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (k-2)^2 - 4(1-k) > 0 \\ -\frac{k-2}{1-k} > 0 \end{cases}$; risolviamo la prima disequazione: $k^2 > 0 \Rightarrow \mathrm{I.S.}_1 = \{\forall k \in \mathbb{R} \mid k \neq 0\}$ e la seconda disequazione studiando il segno del numeratore e del denominatore: $\begin{cases} N: -k+2 > 0 \Rightarrow k < 2 \\ D: 1-k > 0 \Rightarrow k < 1 \end{cases}$ da cui, con la seguente tabella dei segni



ricaviamo $\mathrm{I.S.}_2 = \{\forall k \in \mathbb{R} \mid k \ldots\ldots\ldots \vee k > \ldots\ldots\ldots\}$. Dal grafico a destra inoltre otteniamo $\mathrm{I.S.} = \mathrm{I.S.}_1 \cap \mathrm{I.S.}_2 = \{\forall k \in \mathbb{R} \mid k \ldots\ldots\ldots \vee 0 < k < \ldots\ldots \vee k \ldots\ldots\ldots\}$.

3.99. Assegnata l'equazione $(k+1)x^2 + (k+3)x + k = 0$ stabilire per quale valore di k una sua soluzione è $x = -1$. In tale caso determinare l'altra soluzione.

Traccia di svolgimento: Ricordiamo che un valore numerico è soluzione di un'equazione se sostituito all'incognita trasforma l'equazione in una uguaglianza vera. Per questo motivo, sostituendo all'incognita il valore assegnato, il parametro k dovrà verificare l'uguaglianza: $(k+1)(-1)^2 + (k+3)(-1) + k = 0 \Rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$ Sostituendo il valore di k trovato, l'equazione diventa: $3x^2 + 5x + 2 = 0$; l'altra soluzione può essere trovata o con la formula risolutiva, oppure ricordando che $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{3}$ da cui $x_2 = \ldots\ldots$ o anche $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$ da cui $x_2 = \ldots\ldots$

3.100. Giustificare la verità della seguente proposizione: "per qualunque valore assegnato al parametro m l'equazione $(m-1)x^2 + 2mx + m + 1 = 0$ ha soluzioni reali distinte". Determinare inoltre m affinché: a) $x_1 + x_2 = 1 - \sqrt{3}$; b) $x_1 \cdot x_2 = \frac{12}{5}$; c) $x_1 + x_2 = 1 - x_1 \cdot x_2$.

3.101. Nell'equazione $7x^2 + (k-5)x - (k+2) = 0$ determinare k affinché le soluzioni siano reali; distingui i casi "reali coincidenti" e "reali distinte". Nel primo caso determina $x_1 = x_2 = \ldots\ldots$; nel secondo caso, determina k affinché

a) il prodotto delle soluzioni sia $-\frac{8}{3}$;
b) una soluzione sia nulla;
c) le soluzioni siano una il reciproco dell'altra, cioè: $x_1 = \frac{1}{x_2}$;
d) la somma dei reciproci delle soluzioni sia $\frac{1}{2}$;
e) la somma delle soluzioni superi il loro prodotto di 2.

3.102. Verificare che nell'equazione $(2m-3)x^2 - (m+2)x + 3m - 2 = 0$ si hanno due valori del parametro per cui le soluzioni sono reali coincidenti. Determina i due valori.

3.103. Nell'equazione $x^2 - 2(k+2)x + (k^2 - 3k + 2) = 0$ determinare k affinché le soluzioni siano reali, con somma positiva e prodotto negativo.

Traccia di svolgimento: Il problema richiede tre condizioni alle quali deve soddisfare contemporaneamente il parametro, pertanto si formalizza con il sistema $\begin{cases} \Delta \geqslant 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{cases}$.

3.104 (*). Data l'equazione $x^2 - 2x - k = 0$ determinare k in modo che

a) le soluzioni siano reali e distinte $(\Delta > 0)$;
b) la somma delle soluzioni sia 10 $(x_1 + x_2 = 10)$;
c) il prodotto delle soluzioni sia 10 $(x_1 \cdot x_2 = 10)$;
d) una soluzione sia uguale a 0 (sostituire 0 alla x);
e) le radici siano opposte $(x_1 + x_2 = 0)$;
f) le radici siano reciproche $(x_1 \cdot x_2 = 1)$
g) le radici siano coincidenti $(\Delta = 0)$;
h) la somma dei quadrati delle radici sia 12 $\left(x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 12\right)$;
i) la somma dei reciproci delle radici sia -4 $\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = -4\right)$
j) la somma dei cubi delle radici sia 1
$\left(x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = 1\right)$;
k) le radici siano entrambe negative $\left(\begin{cases} x_1 \cdot x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \end{cases}\right)$.

3.105 (*). Data l'equazione $x^2 - kx - 1 = 0$ determinare k in modo che

a) le soluzioni siano coincidenti;
b) la somma delle radici sia 8;
c) le radici siano opposte;
d) una radice sia $-\frac{1}{3}$;
e) il prodotto delle radici sia -1.

3.106 (*). Data l'equazione $(t+1)x^2 + (t-2)x - t = 0$ determinate t affinché l'equazione

a) abbia soluzioni reali;
b) abbia una soluzione uguale a zero;
c) abbia soluzioni reciproche;
d) abbia soluzioni opposte;
e) abbia una soluzione opposta e reciproca dell'altra.

3.107 (*). Data l'equazione $x^2 + (k+1)x + k = 0$ determinate k affinché l'equazione

a) abbia una soluzione sia uguale a zero;
b) abbia soluzioni opposte;
c) non abbia soluzioni reali;
d) abbia le radici reciproche;
e) abbia le radici positive (regola di Cartesio).

3.108 (*). Data l'equazione $x^2 - kx + 6 = 0$ determinate k affinché

a) abbia la somma delle radici uguale a 7;
b) abbia le radici reali e opposte;
c) abbia la somma dei reciproci delle radici uguale a -6;
d) abbia una radice uguale a $-\frac{3}{2}$;

3.109 (*). Data l'equazione $x^2 - (3m-1)x + 4m + 3 = 0$ determinate m affinché l'equazione

a) abbia una radice nulla;
b) abbia radici reciproche e concordi;
c) abbia la somma delle radici uguale a 5.

3.110 (*). Data l'equazione $x^2 + (k+1)x + k^2 = 0$ determinare k affinché

a) abbia come soluzione -1;
b) abbia una soluzione doppia $(x_1 = x_2)$;
c) abbia le radici reciproche;
d) abbia una radice l'opposto della reciproca dell'altra $\left(x_1 = -\frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -1\right)$;
e) abbia una radice nulla.

3.111 (*). Data l'equazione $kx^2 - 2kx + k - 2 = 0$ determinare k affinché

a) abbia una radice nulla;
b) abbia la somma dei reciproci delle radici uguale a 1;
c) abbia la somma dei quadrati delle radici uguale a 4;
d) abbia la somma delle radici che superi di 5 il loro prodotto.

3.112 (*). Data l'equazione $x^2 - \frac{k-2}{3}x + \frac{1}{3}(k+7) = 0$ determinate k affinché l'equazione

a) abbia una radice nulla;
b) abbia radici opposte;
c) abbia radici reciproche.

3.113 (*). Data l'equazione $(2x-t)(x-1) + (x-2)(2x+t)$ determinare t affinché l'equazione

a) abbia entrambe le soluzioni reali;
b) abbia soluzioni tra loro reciproche;
c) abbia una soluzione uguale a $\frac{1}{2}$;
d) abbia il prodotto delle due radici uguale -5.

3.114 (*). Data l'equazione $x(x-a) = \frac{a+x}{a+2}$ determinate a affinché l'equazione

a) una soluzione sia 1;
b) l'equazione sia di primo grado;
c) una soluzione sia uguale al reciproco dell'altra;
d) la somma delle soluzioni sia il doppio del loro prodotto;
e) la somma dei quadrati delle soluzioni sia 0;
f) la somma delle radici sia l'opposto del loro prodotto;
g) le soluzioni siano reali e distinte;
h) l'equazione sia spuria;
i) la somma dei cubi delle soluzioni sia nulla;
j) le soluzioni siano reali e discordi;
k) la somma dei reciproci dei cubi sia 1.

3.115 (*). Data l'equazione $kx^2 - (2k+1)x + k - 5 = 0$ determinare il valore di k per il quale

a) l'equazione ha soluzioni reali;
b) il prodotto delle radici sia -2;
c) la somma delle radici sia 1;
d) una soluzione sia -2;
e) le soluzioni siano opposte;
f) la somma dei reciproci sia 3;
g) le soluzioni siano reciproche;
h) una soluzione sia l'opposto del reciproco dell'altra;
i) la somma dei quadrati delle soluzioni sia 4;
j) le radici siano concordi;
k) le radici siano entrambe negative;
l) la somma delle radici uguagli l'opposto del loro prodotto.

3.116. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'equazione $kx^2 - x + k = 0$ non ammette soluzioni reali?

3.117. Per quale valore di $k \in \mathbb{R}$ l'equazione $x^2 + (k-2)x + 1 = 0$ ammette due soluzioni reali e distinte?

3.118. Per quale valore di k l'equazione $(k-1)x^2 + kx + (k+1) = 0$ ha una soluzione nulla?

3.119. Per quale valore di k l'equazione $kx^2 + \frac{1}{2}x + 1 = 0$ ha due soluzioni identiche?

A $k = \frac{1}{4}$ B $k = \frac{1}{16}$ C $k = 2$ D nesssun valore di k

3.120. Per quale valore di k l'equazione $(k+3)x^2 - 2x + k = 0$ ammette due soluzioni reciproche?

A $k = 0$ B $k = -3$ C qualsiasi valore di k D nesssun valore di k

3.121. Per quale valore di k l'equazione $(k+1)x^2 - kx - 4 = 0$ ha una soluzione uguale a 2?

A $k = 4$ B $k = -2$ C $k = 0$ D $k = -1$

3.122. Se l'equazione $(k+1)x^2 - kx - 4 = 0$ ha una soluzione uguale a 2 quanto vale l'altra soluzione?

A $x = 0$ B $x = -2$ C $x = \frac{1}{2}$ D $x = 2$

3.9 - Problemi di secondo grado

3.123 (*). Il quadrato di un numero reale supera la metà del numero stesso di 5. Determina i numeri reali che rendono vera la proposizione enunciata.

3.124 (*). Il prodotto della metà di un numero relativo con il suo successivo è 666. Quali numeri verificano questa proprietà?

3.125. Trova un numero positivo che addizionato al proprio quadrato dia come somma 156.

3.126. Un numero addizionato al quadrato della sua metà, dà come risultato 120. Trova il numero.

3.127. Verifica che non esiste alcun numero reale tale che il quadrato del suo doppio uguagli la differenza tra il triplo del suo quadrato e il quadrato della somma del numero con 3.

3.128 (*). Due numeri naturali hanno rapporto 2/3 e somma dei loro quadrati 3 757. Individua i numeri che verificano questa proprietà.

3.129 (*). La somma dei quadrati di due numeri pari consecutivi è 580. Quali sono i due numeri?

3.130 (*). Di due numeri naturali consecutivi si sa che la somma dei loro reciproci è 9/20. Quali sono i due numeri?

3.131 (*). L'età di Luca fra tre anni sarà uguale al quadrato dell'età che aveva tre anni fa. Quanti anni ha oggi Luca?

3.132 (*). Di cinque numeri interi consecutivi si sa che la differenza tra il quadrato della somma degli ultimi due numeri e la somma dei quadrati dei primi tre è 702. Qual è il più piccolo di questi numeri?

3.133 (*). Scomporre il numero 240 in due fattori la cui somma sia uguale a 46.

3.134 (*). La somma delle età di un padre con quella del figlio è 34. Sapendo che l'età del padre aumentata di 8 anni dà il quadrato dell'età del figlio, trovare le due età.

3.135 (*). Determina due numeri naturali sapendo che la somma tra il doppio del minore ed il triplo del maggiore è 42 e che il rapporto tra la loro somma e il loro prodotto è 5/12.

3.136 (*). Trovare un numero sapendo che il suo reciproco lo supera di $\frac{21}{10}$.

3.137 (*). Trova l'età di una persona sapendo che fra tre anni la sua età sarà uguale al quadrato della quinta parte dell'età che aveva tre anni fa.

3.138 (*). Determinare un numero sapendo che è formato da tre cifre consecutive e che il quadrato della cifra delle decine supera di 5 la differenza tra il quadrato della cifra delle unità e quello delle centinaia.

3.139 (*). Trova due numeri pari consecutivi tali che la somma del quadrato del minore con il loro prodotto sia 544.

3.140 (*). Trova due numeri naturali sapendo che il minore supera di 2 la terza parte del maggiore e che il quadrato del maggiore supera di 68 il quadrato del doppio del minore.

3.141 (*). Da un segmento di 25cm ne vogliamo ottenere due in modo che la somma dei loro quadrati sia 337.

3.142 (*). In una frazione il numeratore e il denominatore hanno somma 14, mentre la somma dei loro quadrati è 106. Qual è la frazione?

3.143 (*). Due navi partono contemporaneamente da uno stesso porto e arrivano alla stessa destinazione dopo aver percorso sulla stessa rotta a velocità costante 720miglia. Sapendo che una delle due navi viaggia con una velocità di 1 nodo (1 miglio all'ora) superiore a quella dell'altra nave e che perciò arriva 3 ore prima a destinazione, determina le velocità in nodi delle due navi.

3.144. Due navi che viaggiano su rotte perpendicolari a velocità costante si incontrano in mare aperto. Sapendo che una delle navi viaggia a 15 nodi (1 nodo = 1 miglio all'ora), dopo quanto tempo le due navi si trovano alla distanza di 40 miglia?

3.145. Luca e Carlo bevono due aranciate in bottiglia. Nel tempo in cui Luca beve 11 sorsi, Carlo ne beve 8, ma due sorsi di Carlo equivalgono a tre di Luca. Quando Carlo inizia a bere Luca ha già preso 4 sorsi. Dopo quanti sorsi di Carlo le due bibite hanno lo stesso livello?

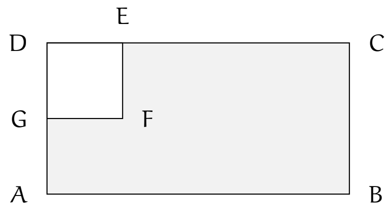
3.146. Un maratoneta durante un allenamento fa due giri di un percorso di 22km mantenendo in ciascun giro una velocità costante ma nel secondo giro la velocità è inferiore di 0,5 km/h rispetto al primo giro. A quali velocità ha corso se ha impiegato complessivamente 2 ore e un quarto?

3.147 (*). Un capitale di € 12 000 è depositato in banca a un certo tasso di interesse annuale. Alla scadenza del primo anno gli interessi maturati vengono ridepositati sullo stesso conto. Alla scadenza del secondo anno si ritira la somma di € 12 854,70. Qual è stato il tasso di interesse?

3.148. In un rettangolo, se si aumenta di 2 metri la base e si riduce di un metro l'altezza, la sua area aumenta di 4 metri quadrati. Se invece si riduce di un metro la base e si aumenta di 2 metri l'altezza, l'area aumenta di 22 metri quadrati. Quali sono le dimensioni del rettangolo?

3.149 (*). Una ditta spende mensilmente € 73 500 in stipendi per i propri dipendenti. Aumentando di 5 il numero dei dipendenti, ma riducendo l'orario di lavoro, diminuisce a ciascuno lo stipendio di € 200 e spende solamente € 2 500 in più per gli stipendi. Quanti dipendenti aveva inizialmente la ditta e quanto guadagnava ognuno di essi?

3.150. Da un cartoncino rettangolare ($ABCD$, come in figura) si vuole ritagliare un quadrato ($DEFG$) in modo che le due parti ottenute siano equivalenti. Determinare la misura del lato del quadrato sapendo che $\overline{EC} = 6$cm e $\overline{AG} = 4$cm.



3.151 (*). Un terreno a forma rettangolare di 6 016 m^2 viene recintato con un muro lungo 350m. Quali sono le dimensioni del rettangolo?

3.152 (*). Calcolare le misure dei lati di un rettangolo, sapendo che l'area misura 216dm^2 e il suo semiperimetro 30dm.

3.153 (*). Determinare sul segmento AB di misura 5m un punto P tale che il rettangolo delle due parti sia equivalente al quadrato di lato 2m. Rappresenta con un disegno le soluzioni.

3.154 (*). Determinare i cateti delle diagonali di un rombo di area 300dm^2 sapendo che la loro somma misura 50dm.

3.155 (*). Calcolare perimetro e area del triangolo ABC isoscele sulla base AB sapendo che la differenza tra la base e l'altezza ad essa relativa è 0,5 m e tale è anche la differenza tra il lato CB e la base stessa.

3.156 (*). La superficie del rettangolo $ABCD$ supera di 119m^2 la superficie del quadrato costruito sul lato minore AD. Determinare il perimetro e la misura della diagonale sapendo che i 7/10 del lato maggiore AB sono uguali ai 12/5 del lato minore.

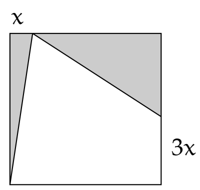
3.157 (*). Nel trapezio rettangolo $ABCD$, il rapporto tra la base maggiore AB e la base minore CD è $8/5$, il lato obliquo forma con AB un angolo di 45°. Determinare il perimetro sapendo che l'area è 312m^2.

3.158 (*). Determina il perimetro di un rombo che ha l'area di 24m^2 e il rapporto tra le diagonali $4/3$.

3.159 (*). Un rettangolo ABCD ha il perimetro di 48cm e l'area di $128cm^2$. A una certa distanza x dal vertice A sui due lati AD e AB si prendono rispettivamente i punti P e Q. Alla stessa distanza x dal vertice C sui lati CB e CD si prendono rispettivamente i punti R e S. Sapendo che il rapporto tra l'area del rettangolo ABCD e l'area del quadrilatero PQRS è 32/23 calcola la distanza x.

3.160. Un trapezio rettangolo ha la base minore di 9cm, l'altezza i 2/9 della base maggiore e l'area di $20 + 9\sqrt{2}cm^2$. Determina la misura della base maggiore.

3.161. Da un quadrato di 32cm di lato vengono ritagliati due triangoli rettangoli come descritti in figura. Calcola la misura di x, inferiore alla metà del lato del quadrato, in modo che l'area totale dei due triangoli evidenziati sia pari a $344cm^2$.

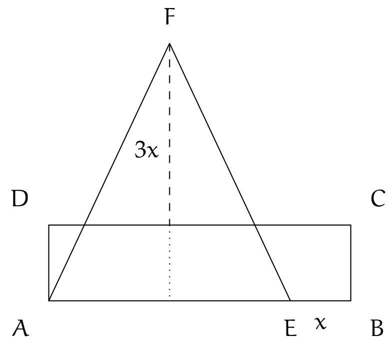


3.162 (*). Il rettangolo ABCD ha l'area di $558cm^2$ e il lato DC di 18cm. Lo si vuole trasformare in un nuovo rettangolo AEFG accorciando l'altezza di una quantità $5x$ e allungando la base di una quantità $4x$ in modo che il nuovo rettangolo AEFG che abbia l'area di $228cm^2$. Determina la quantità x necessaria a compiere la trasformazione richiesta.

3.163 (*). Il rettangolo AEFG ha l'area di $768cm^2$ e l'altezza AG di 24cm. Si vuole allungare l'altezza di una quantità x e accorciare la base di una quantità doppia $2x$ in modo da ottenere un secondo rettangolo ABCD che abbia l'area di $702cm^2$. Determina x.

3.164. Un trapezio isoscele di area $144cm^2$ ha la base maggiore che supera di 10cm la base minore che a sua volta supera di 10cm l'altezza. Determina il perimetro del trapezio.

3.165 (*). Il rettangolo ABCD ha l'area di $240cm^2$ e l'altezza AD di 12cm. Si vuole trasformare il rettangolo in un triangolo AEF allungando l'altezza di una quantità $3x$ e accorciando la base di una quantità x (vedi figura) in modo che il nuovo triangolo AEF abbia l'area di $162cm^2$.



3.166 (*). La piramide di Cheope è a base quadrata ed ha una superficie totale pari a $135\,700\,m^2$. Sapendo che l'apotema della piramide misura 180 metri, si calcoli la lunghezza del lato di base.

3.167 (*). Un container a forma di parallelepipedo a base quadrata ha una superficie totale pari a $210m^2$. L'altezza è il doppio del lato di base diminuito di 2 metri. Trovare la lunghezza del lato di base.

3.168 (*). A un punto P sono applicate due forze perpendicolari tra loro e con intensità una pari ai $\frac{3}{4}$ dell'altra. Sapendo che la loro risultante è una forza di 25N determinare l'intensità delle due forze.

3.169 (*). Due motociclette partite dallo stesso punto verso lo stesso traguardo, distante 1 200 Km, vi giungono con un distacco di 5 ore. Determinare le loro velocità sapendo che una è maggiore dell'altra di 20Km.

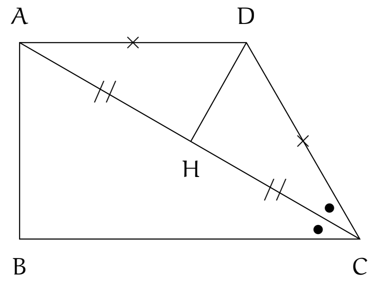
3.10 - Problemi con un parametro

3.170. Sul prolungamento dei lati AB, BC, CD, DA del quadrato ABCD prendi rispettivamente i punti Q, R, S, P in modo che $QB = RC = SD = PA$. Dimostra che PQRS è un quadrato; nell'ipotesi che sia $AB = 3\text{m}$ determina $\overline{AP}$ in modo che l'area di PQRS sia k, con k reale positivo.

	0		$\frac{9}{2}$		9		r
a		$+$		$+$		$+$	
b		$+$		$+$		$+$	
c		$+$		$+$		$-$	

Svolgimento: per dimostrare che PQRS è un quadrato dobbiamo dimostrare che i lati sono congruenti e che gli angoli sono retti. Se si pone $\overline{AP} = x$ con $x > 0$. $\text{Area}(PQRS) = \overline{PQ}^2 = \overline{PA}^2 + \overline{AQ}^2$per il teorema di Pitagora. Verifica che si ottiene l'equazione risolvente $2x^2 + 6x + (9 - k) = 0$. Poiché vogliamo soluzioni reali positive, discuti l'equazione con il metodo di Cartesio. Il discriminante è $\Delta = 36 - 8(9 - k)$ pertanto l'equazione ammette soluzioni reali per $k \geqslant \frac{9}{2}$. Dal segno dei coefficienti, essendo i primi due coefficienti positivi si ha una permanenza e quindi una radice negativa che non è accettabile. Per ottenere una soluzione positiva ci deve essere una variazione di segno negli ultimi due coefficienti, in altre parole $9 - k$ deve essere negativo cioè $9 - k < 0 \Rightarrow k > 9$. Pertanto il problema ha soluzioni per $k > 9$.

3.171. Nel trapezio rettangolo ABCD di base maggiore BC, la diagonale AC è bisettrice dell'angolo $B\widehat{C}D$. Posto $\overline{AB} = 1\text{m}$, determina la base maggiore in modo che sia $2k$ il perimetro del trapezio. Imposta dati e obiettivo del problema.



Svolgimento: poniamo $\overline{BC} = x$. Dall'informazione che la diagonale AC è bisettrice dell'angolo $B\widehat{C}D$, possiamo dimostrare che ADC è un triangolo isoscele sulla base AC. L'equazione risolvente sarà determinata dalla relazione tra i lati che esprime il perimetro del trapezio. Dobbiamo quindi esprimere $\overline{DC}$ in funzione di x. Traccia l'altezza DH del triangolo isoscele ADC e dopo aver dimostrato la similitudine di ABC con DHC, osserva che si ha $DC : AC = HC : BC$ poiché $HC = \frac{1}{2}AC$ si ha $\frac{1}{2}\overline{AC}^2 = \overline{DC} \cdot \overline{BC}$ da cui si può ricavare la misura di $DC = \frac{1}{2}\frac{AC^2}{BC}$. Dato che $\overline{AC}^2 = 1 + x^2$, per il teorema di Pitagora applicato al triangolo ABC, quindi $DC = \frac{1+x^2}{2x}$ L'equazione parametrica risolvente è $2x^2 + x \cdot (1 - 2k) + 1 = 0$ con $x > 0$ che può essere discussa con il metodo di Cartesio.

3.172. Il quadrilatero ABCD ha le diagonali perpendicolari ed è inscritto in una circonferenza; sapendo che $\overline{AB} = 5a$; $\overline{AE} = 3a$; $2p_{BCA} = \frac{5}{2} \cdot \overline{BD}$, essendo E punto d'incontro delle diagonali, determinate la misura delle diagonali. Poni $\overline{CE} = x$.

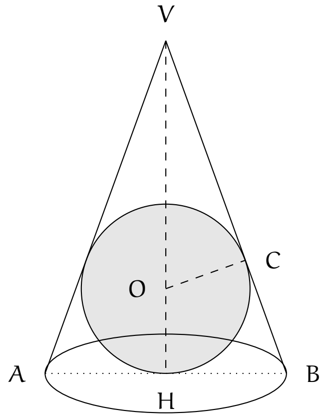
3.173. Il rettangolo ABCD ha i lati AB e BC che misurano rispettivamente a e $3a$ (con $a \geqslant 0$). Prolunga il lato AB di due segmenti congruenti BN e AM e sia V il punto di intersezione delle retta MD e CN. Posto $\overline{BN} = x$, determina la misura della base MN del triangolo MVN in modo che la sua area sia k volte l'area del rettangolo assegnato.

3.174. Due numeri reali hanno come somma a con $(a \in \mathbb{R}_0)$; determinare i due numeri in modo che il loro prodotto sia k con $(k \in \mathbb{R}_0)$. Quale condizione si deve porre sull'incognita? Per quale valore del parametro i due numeri soluzione sono uguali?

3.175. In un triangolo rettangolo l'altezza AH relativa all'ipotenusa BC misura 1m e $A\widehat{B}C = 60°$. Determinare sulla semiretta AH, esternamente al triangolo, un punto P in modo che sia k la somma dei quadrati delle distanze di P dai vertici del triangolo. Quale condizione va imposta al parametro k perché il problema abbia significato?

3.176. $\overline{AB} = 16a$; $\overline{BC} = 2a\sqrt{14}$ rappresentano le misure dei lati del rettangolo $ABCD$; determinare un punto P del segmento AB tale che la somma dei quadrati delle sue distanze dai vertici C e D sia uguale al quadrato della diagonale DB. Posto $\overline{AP} = x$ quale delle seguenti condizioni deve rispettare la soluzione? Dopo aver risolto il problema spiegare il significato delle soluzioni ottenute.

3.177. Ad una sfera di raggio 1m è circoscritto un cono il cui volume è k volte il volume della sfera. Determina l'altezza del cono.



Dati: $\overline{OC} = 1$, $\overline{OC} = \overline{OH}$, $OC \perp VB$, $\overline{BC} = \overline{BH}$, $\overline{AH} = \overline{HB}$, $VH \perp AB$, Volume(cono) $= k \cdot$ Volume(sfera).

Obiettivo: $\overline{VH}$

Svolgimento: Poniamo $\overline{VO} = x$ con $x > 0$ da cui $\overline{VH} = \overline{VO} + \overline{OH} = x + 1$.

Ricordiamo che $V(\text{cono}) = \frac{1}{3}\pi\overline{HB}^2 \cdot \overline{VH}$ e $V(\text{sfera}) = \frac{4}{3}\pi\overline{CO}^3$. Per impostare l'equazione risolvente dobbiamo cercare di esprimere $\overline{HB}^2$ in funzione di x. Verifica che dalla similitudine di VOC con VHB si deduce: $\overline{HB} : \overline{OC} = \overline{VH} : \overline{VC}$ quindi $\overline{HB} = \frac{\overline{OC} \cdot \overline{VH}}{\overline{VC}}$; dobbiamo ancora ricavare $\overline{VC}$ che per il teorema di Pitagora su VCO è … Sostituendo tutti gli elementi trovati nella relazione che lega il volume del cono con il volume della sfera, verifica che si ottiene $x^2 + 2x(1-2k) + 4k = 0$ con $x > 0$, da discutere con il metodo di Cartesio.

3.178 (*). Scheda di ripasso sulle equazioni

1. L'equazione $25x^2 + 1 = 0$ ha per soluzioni:

   $\boxed{A}$ $x = \pm 5$ $\boxed{B}$ $x = \pm\frac{1}{5}$ $\boxed{C}$ $x = 4 \vee x = 1$ $\boxed{D}$ non ha soluzioni reali

2. L'equazione $16x^2 + x = 0$ ha per soluzioni:

   $\boxed{A}$ $x = 4 \vee x = 1$ $\boxed{B}$ $x = \pm\frac{1}{4}$ $\boxed{C}$ $x = -\frac{1}{16} \vee x = 0$ $\boxed{D}$ non ha soluzioni reali

3. L'equazione $4x^2 - 9x = 0$ ha per soluzioni:

   $\boxed{A}$ $x = \pm\frac{3}{2}$ $\boxed{B}$ $x = \pm\frac{9}{4}$ $\boxed{C}$ $x = \frac{3}{2} \vee x = 0$ $\boxed{D}$ $x = \frac{9}{4} \vee x = 0$

4. L'equazione $9x^2 + 6x + 1 = 0$ ha per soluzioni:

   $\boxed{A}$ $x = \pm 3$ $\boxed{B}$ $x = \pm\frac{1}{3}$ $\boxed{C}$ $x = -\frac{1}{3}$ doppia $\boxed{D}$ non ha soluzioni reali

5. L'equazione $x^2-6x+36=0$ ha per soluzioni:

   $\boxed{\text{A}}$ $x=\pm 6$ $\boxed{\text{B}}$ $x=\pm\sqrt{6}$ $\boxed{\text{C}}$ $x=6$ doppia $\boxed{\text{D}}$ non ha soluzioni reali

6. Quale di queste equazioni ammette una soluzione doppia $x=3$?

   $\boxed{\text{A}}$ $2x^2-12x+18=0$ $\boxed{\text{B}}$ $9-x^2=0$ $\boxed{\text{C}}$ $x^2+6x+9=0$ $\boxed{\text{D}}$ $3x^2+9x=0$

7. Quale equazione di secondo grado si ottiene con soluzioni $x_1=1$ e $x_2=3$?

   $\boxed{\text{A}}$ $x^2+x-1=0$ $\boxed{\text{B}}$ $x^2-4x+3=0$ $\boxed{\text{C}}$ $x^2-4x-3=0$ $\boxed{\text{D}}$ $x^2+4x-3=0$

8. Il polinomiox^2+5x+6 può essere scomposto in:

   $\boxed{\text{A}}$ $(x+2)(x-3)$ $\boxed{\text{B}}$ $(x+5)(x+1)$ $\boxed{\text{C}}$ $(x-2)(x-3)$ $\boxed{\text{D}}$ nessuna delle risposte precedenti

9. Una delle soluzioni dell'equazione $x^2-(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}=0$ è $\sqrt{2}$, quanto vale l'altra?

   $\boxed{\text{A}}$ $-\sqrt{2}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\boxed{\text{C}}$ $\sqrt{2}+1$ $\boxed{\text{D}}$ 1

10. Per quale valore di k l'equazione $(2k-1)x^2+(2k+1)x+k-2=0$ diventa di I° grado?

    $\boxed{\text{A}}$ $k=\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$ $k=-\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ $k=2$ $\boxed{\text{D}}$ $k=0$

11. L'equazione $4m^2x^2-5mx+1=0$ con parametro m ha per soluzioni:

    $\boxed{\text{A}}$ $x=m\vee x=4m$ $\boxed{\text{B}}$ $x=\frac{1}{m}\vee x=\frac{1}{4m}$ $\boxed{\text{C}}$ $x=64m\vee x=1$ $\boxed{\text{D}}$ $x=m\vee x=\frac{1}{4}$

12. L'equazione di secondo grado $x^2+(a+1)x+a=0$ con a parametro reale ha come soluzioni:

    $\boxed{\text{A}}$ $x=1\vee x=a$ $\boxed{\text{B}}$ $x=a-1\vee x=1$ $\boxed{\text{C}}$ $x=-a\vee x=-1$ $\boxed{\text{D}}$ $x=a+1\vee x=a$

13. L'equazione $x^2+(t-2)=0$ con t parametro reale ammette soluzioni reali per:

    $\boxed{\text{A}}$ $t\leqslant 2$ $\boxed{\text{B}}$ $t\geqslant 2$ $\boxed{\text{C}}$ $t<2$ $\boxed{\text{D}}$ nessuna delle risposte precedenti

14. Quanto vale il prodotto delle soluzioni dell'equazione $x^2-6a^2x+8a^4=0$?

    $\boxed{\text{A}}$ $8a^4$ $\boxed{\text{B}}$ $8a^2$ $\boxed{\text{C}}$ $6a^2$ $\boxed{\text{D}}$ non esiste

15. Il polinomio $x^2+(m-2)x-2m$ con m parametro reale può essere scomposto in:

    $\boxed{\text{A}}$ $(x+m)(x+1)$ $\boxed{\text{B}}$ $(x+m)(x-2)$ $\boxed{\text{C}}$ $(x+m)(x+2)$ $\boxed{\text{D}}$ $(x-m)(x-2)$

16. L'equazione $x^2+(k-1)x=0$ con k parametro reale:

    $\boxed{\text{A}}$ non ha soluzioni reali $\boxed{\text{B}}$ ha una soluzione uguale a zero

    $\boxed{\text{C}}$ due soluzioni reali coincidenti per $k=0$ $\boxed{\text{D}}$ soluzioni reali e distinte per $k=1$

17. L'equazione $x^2+2x+k-2=0$ con k parametro reale:

    $\boxed{\text{A}}$ ha due soluzioni reali coincidenti per $k=3$

    $\boxed{\text{B}}$ ha due soluzioni reali coincidenti per $k=1$

    $\boxed{\text{C}}$ ha una soluzione nulla per $k=-2$

    $\boxed{\text{D}}$ ha soluzioni reali e distinte per $k\neq 3$

18. L'equazione $x^2 + m^2 + 1 = 0$ con m parametro reale:

 $\boxed{\text{A}}$ ammette due soluzioni reali e opposte $\boxed{\text{B}}$ ammette due soluzioni coincidenti

 $\boxed{\text{C}}$ non ammette soluzioni reali $\boxed{\text{D}}$ ammette due soluzioni negative

19. L'equazione $2x^2 + k^2 = 0$ con k parametro reale ammette:

 $\boxed{\text{A}}$ due soluzioni reali e distinte $\boxed{\text{B}}$ due soluzioni reali solo se $k > 0$

 $\boxed{\text{C}}$ soluzioni coincidenti per $k = 0$ $\boxed{\text{D}}$ nessuna delle risposte precedenti è corretta

20. L'equazione $tx^2 - 1 = 0$

 $\boxed{\text{A}}$ ha come soluzioni $x_1 = 0 \vee x_2 = 1 - t$ $\boxed{\text{B}}$ ammette sempre soluzioni reali

 $\boxed{\text{C}}$ ammette soluzioni reali per $t > 0$ $\boxed{\text{D}}$ ha come soluzioni $x = \pm t$

3.10.2 Risposte

3.1. c) $x_1 = +4 \vee x_2 = -4$, f)$\emptyset$, i) $x_1 = \sqrt{3} \vee x_2 = -\sqrt{3}$, l) $\emptyset$.

3.2. c) $x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{15}}{5}$, f) $x_{1,2} = 0$, i) $x_{1,2} = \pm 7$, l) $x_{1,2} = \pm 2$.

3.3. c) $x_{1,2} = \pm 5$, f) $x_{1,2} = \pm\frac{1}{3}$, i) $x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{6}}{6}$, l) $x_{1,2} = \pm 2$.

3.4. c) $\emptyset$, f) $x_{1,2} = \pm 3\sqrt{2}$, i) $x_{1,2} = \pm\sqrt{10}$, l) $x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{6}}{2}$.

3.5. b) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{2}{3}$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = -\frac{2}{7}$, e) $x_1 = 0 \vee x_2 = -5$, g) $x_1 = 0 \vee x_2 = 2$, i) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{1}{2}$, k) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{5}{6}$.

3.6. a) $x_1 = 0 \vee x_2 = 2$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = 5$, e) $x_1 = 0 \vee x_2 = -0{,}2$, g) $x_1 = 0 \vee x_2 = 2$, i) $x_1 = 0 \vee x_2 = -\sqrt{2}$, k) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{2}{5}$.

3.7. a) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{4}{9}$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = -2$, e) $x_1 = 0 \vee x_2 = 7$, g) $x_1 = 0 \vee x_2 = -\frac{6}{11}$, h) $x_1 = 0 \vee x_2 = 6$, i) $x_1 = 0 \vee x_2 = 1$, j) $x_1 = 0 \vee x_2 = 4$.

3.8. a) c) $x_1 = 0 \vee x_2 = 3$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = -(\sqrt{2} + \sqrt{5})$.

3.9. a) $x_1 = 2 \vee x_2 = 3$, b) $x_1 = -5 \vee x_2 = 4$, c) $x_{1,2} = \frac{3\pm\sqrt{21}}{7}$, d) $\emptyset$, e) $x_1 = -\frac{1}{2} \vee x_2 = \frac{3}{2}$, f) $x_1 = -5 \vee x_2 = \frac{1}{5}$, g) $x_1 = -\frac{3}{2} \vee x_2 = 2$, h) $x_1 = -\frac{1}{6} \vee x_2 = \frac{1}{3}$, i) $x_1 = -\frac{3}{4} \vee x_2 = \frac{3}{2}$, j) $x_1 = \frac{1}{7} \vee x_2 = 3$, k) $x_1 = -\frac{1}{4} \vee x_2 = \frac{7}{2}$, l) $x_1 = -\frac{3}{5} \vee x_2 = -\frac{1}{5}$.

3.10. a) $x_1 = -6 \vee x_2 = 7$, b) $x_1 = x_2 = 5$, c) $x_1 = 1 \vee x_2 = \frac{5}{2}$, d) $x_1 = -1 \vee x_2 = \frac{1}{3}$, e) $x_{1,2} = \frac{\sqrt{5}\pm\sqrt{13}}{4}$, f) $x_{1,2} = \sqrt{3} \pm \sqrt{7}$, g) $x_{1,2} = \frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$, h) $x_1 = -\sqrt{2} \vee x_2 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, i) $x_1 = -\frac{3}{2} \vee x_2 = \frac{3}{4}$, j) $x_1 = \frac{1}{8} \vee x_2 = \frac{1}{2}$, k) $\emptyset$, l) $x_{1,2} = \frac{\sqrt{5}\pm\sqrt{5+4\sqrt{5}}}{2}$.

3.11. a) $x_{1,2} = \frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$, b) $\emptyset$, c) $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{13}$, d) $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{11}$, e) $x_{1,2} = \frac{3\pm\sqrt{19}}{2}$, f) $x_1 = 1 \vee x_2 = \frac{1}{2}$, g) $x_1 = 1 \vee x_2 = -\frac{3}{4}$, h) $x_1 = -1 \vee x_2 = \frac{2}{3}$, i) $x_{1,2} = \frac{1\pm2\sqrt{7}}{9}$, j) $x_1 = -\sqrt{2}; x_2 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, k) $x_1 = \sqrt{2} \vee x_2 = \sqrt{3}$, l) $x_1 = -\sqrt{2} \vee x_2 = \sqrt{3}$.

3.12. a) $x_1 = -\frac{3}{5} \vee x_2 = 1$, b) $x_1 = 0 \vee x_2 = 10$, c) $x_1 = 1 \vee x_2 = 2$, d) $x_1 = -202 \vee x_2 = -199$, e) $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}$.

3.13. a) $x_1 = 5 \vee x_2 = 10$, b) $x_1 = \frac{5}{9} \vee x_2 = \frac{16}{3}$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{1}{5}$, d) $x_1 = -\frac{7}{6} \vee x_2 = 0$, e) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{1}{2}$.

3.14. a) $x_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$, b) $x_{1,2} = -3 \pm 2\sqrt{3}$, c) $x_1 = \frac{1}{2} \vee x_2 = \frac{3}{2}$, d) $x_1 = 1 \vee x_2 = -\frac{5}{7}$, e) $x_{1,2} = \frac{-2\pm\sqrt{7}}{2}$, f) $\emptyset$, g) $x_1 = -1 \vee x_2 = \frac{9}{5}$, h) $x_{1,2} = \frac{-4\pm\sqrt{34}}{6}$, i) $x_1 = 1 \vee x_2 = -\frac{1}{3}$, j) $x_1 = 3 \vee x_2 = -1$, k) $x_1 = 2 \vee x_2 = \frac{2}{3}$, l) $x_1 = 3 \vee x_2 = \frac{3}{2}$.

3.15. a) $x_{1,2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$, b) $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{5}$, c) $\emptyset$, d) $x_{1,2} = 3$, e) $x_{1,2} = \frac{-2\pm\sqrt{3}}{3}$, f) $x_{1,2} = \frac{2}{3}$, g) $x_{1,2} = 4 \pm 2\sqrt{3}$, h) $\emptyset$, i) $x_{1,2} = 1$, j) $x_{1,2} = \frac{-1\pm\sqrt{22}}{2}$, k) $x_1 = 1 \vee x_2 = \frac{3}{2}$, l) $x_1 = -\frac{2}{3} \vee x_2 = \frac{1}{2}$.

3.16. a) $x_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{21}}{2}$, b) $x_1 = -52 \vee x_2 = 5$, c) $x_1 = -25 \vee x_2 = 4$, d) $x_1 = 2 \vee x_2 = \frac{4}{9}$, e) $x_1 = -\frac{13}{4} \vee x_2 = \frac{2}{3}$, f) $x_1 = 1 \vee x_2 = 3$, g) $x_1 = -\frac{27}{2} \vee x_2 = 3$, h) $x_1 = -12 \vee x_2 = 5$, i) $x_1 = \frac{2}{7} \vee x_2 = 5$, j) $x_1 = 1 \vee x_2 = -\frac{1}{3}$.

3.17. a) $x_{1,2} = \pm i$, b) $x_1 = -1 \vee x_2 = 0$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = -\frac{3}{4}$, d) $x_1 = 0 \vee x_2 = -\frac{3}{2}$, e) $x_1 = 1 \vee x_2 = -2$.

3.18. a) $x_1 = -1 \vee x_2 = -\frac{7}{6}$, b) $\emptyset$, c) $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$, d) $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$.

3.19. a) $\emptyset$, c) $x_{1,2} = 0$, d) $x_{1,2} = \frac{\pm\sqrt{3}}{3}$.

3.20. a) $x_1 = 2 \vee x_2 = -\frac{1}{2}$, b) $x_{1,2} = \pm 3$, c) $\emptyset$, d) $x_1 = -1 \vee x_2 = -\frac{29}{27}$.

3.21. a) $x_{1,2} = \frac{6\pm2\sqrt{2}}{7}$, b) $x_{1,2} = \pm 1$, c) $x_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{21}}{4}$, d) $\emptyset$.

3.22. a) $x_1 = x_2 = 0$, b) $\emptyset$, c) $x_{1,2} = 3 - \sqrt{2}$, d) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{14}{9}$.

3.23. a) $x_1 = -\frac{8}{5} \vee x_2 = -\frac{4}{7}$, b) $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{5}{3}}$, c) $x_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{31}}{3}$, d) $x_{1,2} = -2$.

3.24. a) $\emptyset$, c) $\emptyset$, d) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{1}{5}$.

3.25. a) $x_{1,2} = \frac{-3\pm\sqrt{141}}{6}$, b) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{2}{25}$, c) $x_{1,2} = \pm 1$, d) $x_1 = -\sqrt{3} \vee x_2 = +\sqrt{2}$.

3.26. a) $\emptyset$, b) $x_1 = 9 \vee x_2 = 15$, c) $x_1 = -\frac{2}{3} \vee x_2 = \frac{2}{13}$, d) $x_{1,2} = \frac{31 \pm \sqrt{433}}{24}$.

3.27. a) $x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{6}}{2}$, b) $x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{10}}{54}$, c) $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{331}}{14}$, d) $x_{1,2} = \frac{-177 \pm \sqrt{14\,849}}{80}$.

3.28. a) $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$, b) $x_{1,2} = \pm 6$, c) $x_{1,2} = 3 \pm \frac{\sqrt{138}}{4}$, d) $x_1 = 0 \vee x_2 = 1$.

3.29. a) $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{6}$, b) $x_{1,2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{6}$, c) $x_1 = 11 \vee x_2 = \frac{17}{3}$, d) $x_{1,2} = 0$.

3.30. a) $x_1 = \frac{3}{2} \vee x_2 = 24$, b) $x_1 = 2 \vee x_2 = 8$, c) $x_1 = -\frac{3}{2} \vee x_2 = -\frac{1}{3}$, d) $x_{1,2} = \frac{5}{2}$.

3.31. a) $x_1 = -2 \vee x_2 = -\frac{31}{22}$, b) $x_{1,2} = 3 \pm 4i$, c) $x_1 = -\frac{5}{9} \vee x_2 = \frac{3}{5}$, d) $x_1 = \frac{1}{5} \vee x_2 = \frac{2}{5}$.

3.32. a) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{21}{10}$, b) $x_{1,2} = \pm 3$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = -4$, d) $x_{1,2} = \pm 2$, e) $x_1 = 0 \vee x_2 = -\frac{11}{8}$, f) $x_{1,2} = \pm\frac{\sqrt{7}}{2}$.

3.33. a) $x_1 = -2 \vee x_2 = \frac{1}{2}$, b) $\emptyset$, c) $x_1 = -\frac{5}{3} \vee x_2 = \frac{7}{3}$, d) $x_1 = -2 \vee x_2 = 1$.

3.34. a) $x_1 = 4 \vee x_2 = -\frac{2}{3}$, b) $x_1 = -\frac{5}{2} \vee x_2 = -\frac{11}{6}$, c) $x_1 = \frac{1}{250} \vee x_2 = \frac{13}{3\,000}$, d) $x_1 = 1 + \sqrt{3} \vee x_2 = 1 + \sqrt{5}$.

3.35. a) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{2}{3}$, b) $x_1 = 5 \vee x_2 = \frac{7}{2}$, c) $x_1 = \frac{1}{2} \vee x_2 = \frac{9}{2}$, d) $x1, 2 = \pm\sqrt{2}$, e) $x_1 = \frac{24}{17} \vee x_2 = \frac{70}{51}$.

3.36. a) $x_1 = -3 \vee x_2 = 1$, b) $x_{1,2} = 1$, c) $\emptyset$, d) $x_1 = 0 \vee x_2 = 6$.

3.37. a) $x_1 = -1 \vee x_2 = -2$, b) $x_{1,2} = \frac{9 \pm 3\sqrt{17}}{2}$, c) $\emptyset$, d) $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}$.

3.38. a) $x_1 = 1 \vee x_2 = 5$, b) $x_1 = -19 \vee x_2 = 2$, c) $x_1 = -1 \vee x_2 = -\frac{1}{3}$, d) $\emptyset$.

3.39. b) $\emptyset$, c) $x_1 = -3 \vee x_2 = 2$, d) $x = -1$.

3.40. a) $x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{10}$, b) $x_{1,2} = -1$, d) $x_1 = 0; x_2 = \frac{1+3\sqrt{2}}{2}$.

3.41. a) $x_{1,2} = -\frac{1}{2} \vee x_2 = 4$, b) $x = \frac{7}{5}$, c) $x_1 = -2 \vee x_2 = \frac{28}{17}$, d) $x_1 = -5 \vee x_2 = -\frac{1}{5}$.

3.42. a) $\emptyset$, b) $x_1 = -1 \vee x_2 = 3$, c) $x_1 = -5 \vee x_2 = -1$, d) $x = \frac{28}{13}$.

3.43. a) $x_1 = -14 \vee x_2 = -1$, b) $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{313}}{4}$, c) $\emptyset$.

3.44. a) $x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{97}}{8}$, b) $x_1 = -1 \vee x_2 = 1$, c) $x_1 = -\frac{1}{3} \vee x_2 = \frac{1}{3}$, d) $x_1 = \sqrt{6} - \sqrt{2} \vee x_2 = \sqrt{2} - \sqrt{6}$.

3.45. a) $x_1 = -\frac{3}{2} \vee x_2 = \frac{1}{2}$, b) $x_{1,2} = \frac{11 \pm \sqrt{73}}{2}$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = -\frac{5}{4}$, d) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{7}{4}$.

3.46. b) $x_1 = -\frac{1}{3} \vee x_2 = 3$, c) $x_{1,2} = -3$, d) $x_1 = 2\sqrt{2} \vee x_2 = 10\sqrt{2}$.

3.47. a) $x_1 = \frac{3}{2} \vee x_2 = -\frac{31}{19}$, b) $x_{1,2} = \pm\frac{1}{2}i$, c) $x_1 = 3$; $x_2 = 1$ non accettabile, d) $x_{1,2} = \pm 2$.

3.48. a) $x_1 = 0$; $x_2 = 1$ non accettabile, b) $x_1 = 7 \vee x_2 = -\frac{5}{3}$, c) $x_1 = 2 \vee x_2 = -8$, d) $x_{1,2} = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$.

3.49. a) $x_1 = \frac{7}{3} \vee x_2 = 5$, b) $x_1 = -1 \vee x_2 = -\frac{5}{7}$, c) $x_1 = \frac{6}{5} \vee x_2 = 5$, d) $x_1 = -1 \vee x_2 = 3$.

3.50. a) $x_1 = 0 \vee x_2 = 9$, b) $x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$, c) $x_1 = 8 \vee x_2 = -\frac{16}{3}$, d) $x_1 = 3 \vee x_2 = 9$.

3.51. a) $x_1 = 3 \vee x_2 = \frac{2}{3}$, b) $x_1 = 4$; $x_2 = 1$ non accettabile, c) $x_1 = 5 \vee x_2 = \frac{11}{5}$, d) $x_1 = -\frac{10}{3}$; $x_2 = 1$ non accettabile.

3.52. a) $x_1 = 5 \vee x_2 = \frac{11}{5}$, b) $x_1 = 1 \vee x_2 = -\frac{14}{5}$, c) $x_{1,2} = 2$, d) $x_1 = -\frac{7}{4}\sqrt{3} \vee x_2 = \sqrt{3}$.

3.58. a) $x_1 = 0 \vee x_2 = a$, b) $a = 0 \Rightarrow \mathbb{R}$; $a \neq 0 \Rightarrow x_1 = -2a \vee x_2 = 2a$, c) $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}a$, d) $x_1 = 0 \vee x_2 = a$.

3.59. a) $x_1 = -2a \vee x_2 = 3a$, b) $x_1 = 1 \vee x_2 = \frac{3}{a-3}$, c) $x_1 = a \vee x_2 = -\frac{1}{a+1}$, d) $a \neq 0 \wedge a \neq 1 \Rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{1-a}{a}$.

3.60. a) $a \neq -1 \wedge a \neq 1 \Rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{1-a}{a+1}$, b) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{1}{k}$, c) $x_{1,2} = \pm\frac{mn}{m-n}$, d) $x_1 = m - 2 \vee x_2 = m + 1$.

3.61. a) $x_1 = \frac{d}{c} \vee x_2 = -\frac{b}{a}$, b) $x_1 = a(a-b) \vee x_2 = b(a+b)$, c) $x_1 = \frac{5b-a}{2} \vee x_2 = a - b$, d) $x_1 = \frac{1}{2a} \vee x_2 = \frac{1}{2b}$.

3.62. a) $x_{1,2} = -3t$, b) $x_1 = -1 \vee x_2 = k$, c) $x_{1,2} = \sqrt{m} \pm 1$, d) $x_1 = -\frac{2}{5}a \vee x_2 = \frac{b}{3}$.

3.63. a) $x_{1,2} = \pm(a+b) \vee x_{3,4} = \pm(a-b)$, b) $x_1 = -a \vee x_2 = -b$, c) $x_1 = \frac{2n}{m} \vee x_2 = -\frac{5n}{3m}$, d) $x_1 = a \vee x_2 = -\frac{1}{a}$.

3.64. a) $x_1 = \frac{3}{2m} \vee x_2 = -\frac{1}{4m}$, b) $x_1 = 3a \vee x_2 = -2b$, c) $x_1 = 0 \vee x_2 = \frac{3}{2}a$, d) $x_1 = \frac{1}{b-1} \vee x_2 = 1$.

3.65. a) $x_1 = a + 1 \vee x_2 = \frac{a^2+3-3a}{a}$, b) $x_1 = \frac{a^2+b^2}{2a} \vee x_2 = \frac{a^2+b^2}{2b}$, c) $x_1 = \frac{3a}{b} \vee x_2 = -\frac{4b}{3a}$, d) $x_1 = a^2 \vee x_2 = -\frac{a^2-1}{2}$.

3.66. a) $x_1 = 1 \vee x_2 = \frac{a+b}{a-b}$, b) $x_1 = a+b \vee x_2 = \frac{ab}{2b-a}$, c) $x_1 = \frac{b^2-a^2}{4} \vee x_2 = \frac{a^2+b^2}{2}$, d) $x_1 = \frac{a-2b}{4} \vee x_2 = \frac{a}{2}$.

3.67 a) $x_1 = -\frac{k-5}{2} \vee x_2 = k$, b) $x_1 = 4a-3 \vee x_2 = 1$, c) $x_1 = 2a \vee x_2 = -a$ non accettabile, d) $x_{1,2} = \pm(a-2)$.

3.68. a) $x_1 = -\frac{b+a}{2} \vee x_2 = \frac{2a-b}{4}$, b) $x_1 = b \vee x_2 = \frac{b+a}{3}$, c) $x_1 = \frac{a}{3} \vee x_2 = \frac{b}{2}$, d) $x_1 = -\frac{2a-b}{3} \vee x_2 = \frac{3a+b}{4}$.

3.94. a) $(x+2)(x-7)$, b) $2(x-1)(x+4)$, c) $-3\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-6)$, e) $4\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}\right)$, g) $4(x-2)\left(x-\frac{1}{4}\right)$.

3.95. a) $\frac{x-5}{x-3}$, b) $\frac{x}{x-1}$, c) $\frac{x-4}{2-x}$, d) $\frac{x-2}{x+3}$, e) $\frac{3x-1}{5x+1}$, f) $\frac{3x+2}{2x-3}$, g) $\frac{x+1}{x-7}$, h) $\frac{2x+3}{3x+2}$, i) $\frac{2x+1}{2x+3}$.

3.96. a) $3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+2)$, c) $2(x-2)\left(x+\frac{4}{3}\right)$, e) $3\left(x-1-\sqrt{5}\right)\left(x-1+\sqrt{5}\right)$, g) $-\frac{1}{2}\left(x-1-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{7}}{2}\right)$, h) $-\frac{3}{4}\left(x+3-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)\left(x+3+\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

3.104. a) $k > -1$, b) $\emptyset$, c) $k = -10$, d) $k = 0$, e) $\emptyset$, f) $k = -1$, g) $k = -1$, h) $k = 4$, i) $k = \frac{1}{2}$, j) $k = -\frac{7}{6}$, k) $\emptyset$.

3.105. a) $\emptyset$, b) $k = 8$, c) $k = 0$, d) $k = \frac{8}{3}$, e) $\forall k \in \mathbb{R}$.

3.106. a) $t = 0$, b) $t = -\frac{1}{2}$, c) $t = 2$.

3.107. a) $k = 0$, b) $k = -1$, c) $\emptyset$, d) $k = 1$, e) $\emptyset$.

3.108. a) $k = 7$, b) $\emptyset$, c) $k = -36$, d) $k = -\frac{11}{2}$.

3.109. a) $m = -\frac{3}{4}$, b) $m = -\frac{1}{2}$, c) $m = 2$.

3.110. a) $k = 0 \vee k = 1$, b) $k = -\frac{1}{3} \vee k = 1$, c) $k = \pm 1$, d) $\emptyset$, e) $k = 0$.

3.111. a) $k = 2$, b) $k = -2$, c) $k = 2$, d) $k = \frac{1}{2}$.

3.112. a) $k = -7$, b) $k = 2$, c) $k = -4$.

3.113. a) $t \geqslant -\frac{9}{4}$, b) $t = 4$, c) $t = -2$, d) $t = 20$.

3.114. a) $a = -1 \pm \sqrt{2}$, b) $\emptyset$, c) $a = -1$, d) $a_{1.2} = \frac{-2\pm\sqrt{3}}{2}$, e) $\emptyset$, f) $\emptyset$.

3.115. a) $k \geqslant -\frac{1}{24}$, b) $k = \frac{5}{3}$, c) $k = -1$ non accettabile, d) $k = \frac{1}{3}$, e) $k = -\frac{1}{2}$ non accettabile, f) $k = 16$, g) $\emptyset$, i) $k = \frac{7\pm\sqrt{51}}{2}$, j) $-\frac{1}{24} \leqslant k < 0 \vee k > 5$, k) $-\frac{1}{24} \leqslant k < 0$.

3.123. $-2; 5/2$.

3.124. 36; -37.

3.125. 12.

3.128. 51; 34.

3.129. 16; 18.

3.130. 4; 5.

3.131. 6; 1 non accettabile.

3.132. 17%.

3.133. 6; 40.

3.134. 28; 6.

3.135. 3; 12.

3.136. $\frac{2}{5}$.

3.137. 33.

3.138. 456.

3.139. 16; 18.

3.140. 8; 18.

3.141. 9cm; 16cm.

3.142. 5/9; 9/5.

3.143. 15; 16,

3.147. 3,5%.

3.149. 35; 2 100.

3.151. 47m; 128m.

3.152. 12dm; 18dm.

3.153. 1cm; 4cm.

3.154. 30dm; 20dm.

3.155. 25m; $30m^2$.

3.156. $2p = 62m$; $d = 25m$.

3.157. $2p = 64 + 12\sqrt{2}$.

3.158. 40m.

3.159. 6cm.

3.162. 5cm.

3.163. 3cm.

3.165. 2; 14 non accettabile.

3.166. 230m.

3.167. 5m.

3.168. 20N; 6N.

3.133. 28Km/h; 6Km/h.

3.178. 1.D - 2.C - 3.D - 4.C - 5.D - 6.A - 7.B - 8.D - 9.D - 10.A - 11.B - 12.C - 13.A - 14.A - 15.B - 16.B - 17.A - 18.C - 19.C - 20.C.