

益古衍段

卷上 卷中

慕

益古演段

欽定四庫全書

益古演段

提要

臣等謹案益古演段三卷元李冶撰

據至元壬午硯堅序稱冶測圓海鏡
既已刻梓其親舊省掾李師徵復命
其弟師珪請冶是編刊行是書在測
圓海鏡之後矣其曰益古演段者蓋

當時某氏算書

案冶序但稱近世有
某是治已不知作者

名氏以方圓周徑冪積和較相求定爲

諸法名益古集以爲其蘊猶匿而未

發因爲之移補條目釐定圖式演爲

六十四題以闡明奧義故踵其原名

其中有草有條段有圖有義草卽古

立天元一法條段卽方田少廣等法

數要圖則繪其加減開方之理義則隨圖

益古解之蓋測圓海鏡以立天元一法爲

益古四根此書卽設爲問荅爲初學明是法

之意也所列諸法文皆淺顯蓋此法
雖爲諸法之根然神明變化不可端
倪學者驟欲通之茫無門徑之可入
惟因方圓羃積以明之其理猶屬易
見故治於方圓相求各題下皆以此
法步之爲草俾學者得以易入其誤
者正之疎者辨之顛倒者次序之各
加案語於下庶得失不掩俾算家有
所稽考焉乾隆五十一年四月恭校

上

益古演段序

算數之學由來尚矣率自九章支分派委劉徽李淳風又爲之注後之學者咸祖其法敬齋先生天資明敏世閒書凡所經見靡不洞究至於薄物細故亦不遺焉近代有移補方圓自成一

家號益古集者大小七十問

案書中六十四問鏡案此舉成數言

之下稱海鏡二百問亦同

先生一寓目見其用心之勤惜其

祕而未盡剖露繙圖式繹條段可移則移之可

補則補之祥

案祥字有脫誤應作說之詳

非若溟滓黠黠之

不可曉析之明非若淺近狃俗之無足觀釐爲

三卷目曰益古演段頗曉十百披而覽之如登

坦途前無滯礙旁蹊曲逕自可縱橫而通嘉惠

後來爲視隱互雜糅惟恐人窺其彷彿者相去

大有逕庭矣先生又盡摭己見輯爲測圓海鏡

一編二百問案今本一百七十問同出一源緻密纖悉備

而不繁參考互見眞學者之指南也海鏡旣命

工刻梓省掾李師徵其親舊也囑弟師珪請是

編刊而行之將與衆共推善及人良可尚也已

數學在六藝爲末求之人最爲切要邇來精其
能者殊鮮自非先生學有餘力誠能搜剔軒轅
隸首之奧有不暇矣雖然是特大烹之一爨耳
若夫先生胸中渾涵停蓄測之愈深挹之不窮
時發於翰墨昭不可掩者則大全集在當嗣此
出願肅祗以觀至元壬午仲秋二十六日鄖城
硯堅序

益古演段自序

術數雖居六藝之末而施之人事則最爲切務故古之博雅君子馬鄭之流未有不研精於此者也其撰著成書者無慮百家然皆以九章爲祖而劉徽李淳風又加注釋而此道益明今之爲算者未必有劉李之工而褊心跼見不甯曉然示人惟務隱互錯糅故爲溟滓黯黶惟恐學者得窺其彷彿也不然則又以淺近狃俗無足觀者致使軒轅隸首之術三五錯綜之妙盡墮

於市井沾沾之兒及夫荒邨下里蚩蚩之民殊可憫悼近世有某者以方圓移補成編號益古集真可與劉李相頡頏余猶恨其闕匿而不盡發遂再爲移補條段細繙圖式使粗知十百者便得入室啗其文顧不快哉客有訂愚曰子所述果能盡軒隸之祕乎余應之曰吾所述雖不敢追配作者誠令後生輩優而柔之則安知軒隸之祕不於是乎始客退因書以爲自序時大元己未夏六月二十有四日欒城李治自序

益古演段卷上

翰林學士知 制誥同修 國史樂城李冶撰

第一問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝七分半竝不記內圓外方只云從外田楞至內池楞四邊各二十步問內圓外方各多少

荅曰外田方六十步 內池徑二十步

法曰立天元一爲內池徑加倍至步得

太一案太即真數此即四十步併一池
徑○鏡案凡算式真積曰太極旁

記太字虛數曰天元旁記元字太之下
一層為元元之下一層為元自乘羈記

太字則不記元字記元字則不記太字
其太元俱不記者則以上方一層為太

也上中下三層從戴而列每層步位皆
上下相當步之左為十百千萬步之右

為分釐豪絲式下注有步字者便以所
注之位為步其上下層與此步字相當

之位亦為步也其不注者則以右方尾
位為步若上下層尾位不正相當則以

偏在左方一層之尾位為步其上下層
與此尾位相當之位亦為步也凡算式

有誤並依法為田方面案方面以自增
算定改正

乘得太一案此即一千六百步併為方
平三

積於頭再立天元一爲內池徑以自之

田方六十步

至水
二十步



又三因四而一得

太。○案此即百

七十五上二○存
步與池徑之位

爲池積以減頭位

得太。○案此即

百步八十池徑
二分半平方爲

一段虛積寄左然後列真積以畝法案

法二百通之得三千三百步與左相消

案相消者兩邊同減一千六百步後凡
言相消者皆兩邊加減一數也○銳案
此案非也蓋西人借根方即古立天元
一而借根方兩邊加減與立天元一相
消其法迥殊加減法如案所云若相消
法則但以寄左數減後數或以後數減
寄左數故曰相消也說詳得下○惟銳
見余所校測圓海鏡中
元本算式正負無別攷沈存中夢溪筆
談稱算法用赤籌黑籌以別正負之數
又秦道古數學九章卷四上開方圖負
算畫黑正算畫朱竝與劉徽九章注正
算赤負算黑之說合知當時算式亦必
畫紅黑爲別而傳寫者改去也今依海
鏡例凡負算以斜畫記之庶算位易辨
○案此即一千七百步與八十池徑二
分半平方等○銳案兩邊加減法既加
減後仍分兩邊故案云步與池徑平方

等若相消之後則止有減餘更不得云
彼與此等矣又借根方諸數用多少爲
記其不言多少者亦爲多多卽正少卽
負案不言多少是步與池徑平方並爲
多也若相消法以寄左數減後數則得
此實正從負隅負或以後數減寄左數
則正負與此互相易所得爲實負從正
隅正或實或從隅與加減所得多少每
相反開平方得二十步爲圓池徑也倍
也

至步加池徑卽外方面也

案今借根方法卽立天元一法詳見

御製數理精蘊茲不盡釋

依條段求之眞積內減四段至步羈爲

實四之至步爲從二分半常法

義曰眞積內減四段至步羈者是減去

四隅也以二分半爲

常法者是於一步之

內占却七分半外有

二分半也



第二問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝七分半竝不記徑面只云從外田南楞通內池北楞四十步問內圓外方各多少

荅曰同前



法曰立天元一爲池徑減

倍通步得案此卽八十步少一

圓爲田方面以自增乘得

案此卽六千四百步少一百六十徑

多一爲方田積於頭又以

天元池徑自之三因四而一得太。非

案此卽百分平方之七十五 爲池積以減頭位得

太。非案此卽六千四百步少一爲一段虛積寄左然後列眞積三千三百步

與左相消得太。非案此卽三千一百

步與一百六十徑少二分半平方等。銳案此案亦

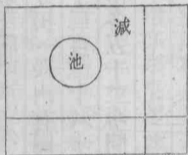
誤以兩邊加減法命之說見上 開平方得二十步卽內池徑也倍通步內減

池徑爲方面也

依條段求之倍通步自乘於頭位以田

積減頭位餘爲實四之通步爲從二分
半虛常法

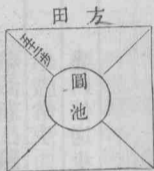
義曰倍通步者是於方面之外引出一



圓也用二分半虛
常法者是一個虛
方內却有減餘圓
池補了七分半外
欠二分半故以之
爲虛隅也

第三問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一萬
 一千三百二十八步只云從外田角斜至內
 池楞各五十二步問內徑外方各多少



答曰外田方一百二十步

內池徑六十四步

法曰立天元一為內池徑

加倍至步得 ||||| 為方斜

以自增乘得 ||||| 為方

斜羈於頭

其方斜上本合身外減四今不及減便是寄一步四分爲

分母也今此方斜羈乃是變斜爲方面以自乘之數又別得是展起之數也

又立天元爲池徑自之又三因四而一

爲池積今爲方田積旣以展起則此池

積亦須展起故又用一步九分六釐乘

之得一步四分七釐亦爲一個展起底

圓池積也

以一步九分六釐乘之者蓋爲分母十四以自之得一步

九分六釐也以池積減田積餘〇爲一

段如積寄左然後列眞積一萬一千三

百二十八步亦用分母羈一步九分六

釐乘之

或兩度下
加四亦同

得二萬二千二百。

二步八分八釐與左相消得平平

方開之得六十四步爲內池徑也倍至

步加池徑身外除四見方面也 一法

求所展池積以徑自之了更不須三因

四除及以一步九分六釐乘之只於徑

羈上以一步四分七釐

案此卽三因四
除一步九分六

釐之乘之便爲所展之池積也

依條段求之展積內減四段至步羈餘
 爲實四之至步爲從四分七釐益隅

義曰凡言展積者是於正積上以一步



九分六釐乘起之數
 元法本是方面上寄
 一步四分分母自乘
 過於每步上得一步
 九分六釐故今命之
 爲展起之數也諸變

斜爲方面者皆準此所展之池積是於
一步圓積上展出九分六釐若以池徑
上取斜爲外圓徑則一步上止生得四
分七釐也故以四分七釐爲虛常法又
取方羈一步九分六釐四分之三亦得
圓積一步四分七釐也

銳案此圖元本
脫左右兩從字

增今

〔案〕法內皆以徑一周三方五斜七爲率故
各面積分數與密率不合蓋此書專爲明

理而作密率數繁礙於講解故用古率以從簡且其法既明卽用密率亦無不可

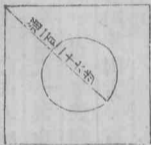
第四問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一萬一千三百二十八步只云從外田角斜通池徑得一百一十六步問內徑外方各多少

答曰外田方一百二十步 內池徑六十四步

法曰立天元一爲圓徑減倍通步得下

田積餘得
後列真積如法展之得二萬二千二百
。二步八分八釐與左相消得



展方田積於上再立天元一爲池徑以自之又以一步四分七釐乘之得。步便爲所展

圓池積也以池積減上

田積餘得
爲一段如積寄左然

後列真積如法展之得二萬二千二百

。二步八分八釐與左相消得

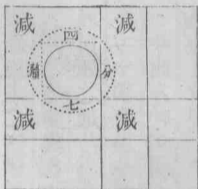
平方開之得六十四步爲內池徑也以
池徑減倍通步卽是方田斜身外除四
爲方面也

依條段求之四段通步羃內減展積爲
實四之通步爲從四分七釐常法

義曰四之通步爲從其減積外實欠一
个方今卽有展池減時所剩之積補却
一个虛方外猶剩一个四分七釐爲常
法也

從

從



從

從

第五問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十
 三畝二分只云內圓周不及外方周一百六

十八步問方圓各多少

答曰外方周二百四十步 內圓周七十

二步

田方六十步



池徑二十四步

法曰立天元一爲內圓

周加一百六十八步得

四一爲外方周以自增

乘得四一爲一十六

个方田積又三因之得

太 三 川 爲 四 十 八 段 方 田 積 於 頭 三 因 以

之爲四十八者就再立天元圓周以自
爲四十八分母也

之元

一爲十二段圓池積

圓周爲九
個圓徑每

三個圓徑爲四個圓池積今九
個圓徑共爲十二個圓池積也又就

分四之得

元

三爲四十八個圓池積以

減頭位得

元

十爲四十八段如積寄

左然後列眞積一十三畝二分以畝法

通之得三千一百六十八步又就分母

四十八之得一十五萬二千〇六十四

步與寄左相消得

平方開之得

七十二步爲內圓周也三而一爲池徑
 依條段求之四十八段田積內減三段
 不及步畧爲實六之不及爲從一虛隅

從	減
	從
從	減
	從
從	減
	從



義曰每一個方周方爲十六段方田積
 今三之爲四十八段方田積也內除了

三个圓周羈外於見積上虛了一個圓
周羈也今求圓周故以一步爲虛隅法
舊術曰以十六乘田積爲頭位以合方
周之積
以不及步自乘減頭位餘三之爲實六
之不及步爲從法廉常以一步爲減從
法

第六問

今有方田一段內有圓池水占之外計地二千
六百七十三步只云內圓周與外方面數等

問各多少

答曰外方面內圓周各五十四步

法曰立天元一爲方面

便是圓周

以自之得

元一便爲十二段池積

也再立天元方面以自

之又十二之得

元

廿爲

十二段方田積也二數

相減餘

元

十爲十二段

方田



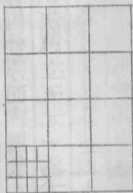
如積寄左然後列真積就分母十二之

得與左相消得。○卜平方開之得

五十四步爲方面亦爲圓周也

依條段求之十二之眞積爲實無從一

十一步常法



義曰一个方田積

便是一个圓周積

也一个圓周積便

是十二个圓池積

今將一十二个圓池積減於十二个方

田積通有十一段方田積也

舊術曰以十二乘田如十一而一所得
開方除之合前問也

又法立天元一爲等數以自之爲外田
積又就分母九之得元三爲九個方田

積於頭又立天元等數以自之爲十二
個圓池積也三之四而一得元三爲九

個圓池以減頭位得元三爲九段如積

寄左然後列真積就分九之得二萬四

千。五十七步與左相消得圓。平

方開得五十四步爲等數也

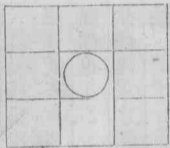
依條段求之九之積爲實無從八步二分半爲常法



義曰每一個方羈爲十二个圓池今將見有的九个圓池去了七分半餘二分半併實有八个方恰是八个二分半也

又法立天元一爲徑以三之爲外方面
以自之得元 卅 爲外方積於上再立天
元圓徑以自之三之四而一得元 卅 爲
圓池積也以此圓積減方積得元 卅 爲
一段如積寄左然後列眞積與左相消
得下式卅 ○ 卅 平方開得一十八步爲
圓徑也

依條段求之積爲實八步二分半爲常
法



義曰中開一方除圓池
四分之三外有四分之
一卽是一步內得二分
半也

舊術曰列積步以八步二分半除之所
得再開方見內圓徑

第七問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一千

三百五十七步只云外方面不及內池周一
十四步問方圓各多少

答曰方面四十步 圓周五十四步

法曰立天元一爲外方加不及一十四
步得 卅一 爲內周以自增乘得 卅一

爲十二个圓池積於頭再立天元方面
以自之又十二之爲十二个方田積內
減頭位得 卅一 爲十二段如積寄左
然後列見積一千三百五十七步就分

田方四十步

徑十八步

母十二通之得一萬六千
二百八十四步與左相消
得一一開平方得四十
步爲外方面也

依條段求之十二之積內加入不及步
羈爲實二之不及步爲虛從十一步常
法

義曰其十二段積內帶起十二個圓池

其十二个圓池補成一个圓周方其圓
周多於方面十四步故自之爲冪加入

空	加
空	空
爲虛從恰	角又二之
	所欠之一

得十一个方也

第八問

今有方田一段內有圓池水占之外有地一十
三畝七分半只云內外方圓周共相和得三

百步問方圓周各多少

答曰外方周二百四十步 內圓周六十

步

方 田



法曰立天元一爲圓徑
以三之爲圓周以減其
步得^太卅爲方周以自

增乘得^太卅爲十六

段方田積於頭再立天

元圓徑以自之又十二之得^太卅爲

十六个圓池積以減頭位得太 三 爲

十六段如積寄左然後列真積一十三

畝七分半以畝法通之得三千三百步

又就分母一十六通之得五萬二千八

百步與左相消得 三 開平方得二

十步爲圓池徑又三之爲圓周也

依條段求之和步冪內減十六之見積

爲實六之和步爲從三步常法

義曰十六个圓池該十二个方內從步

合除去九個方外猶剩三個方故以三

步為常法也

條 段 圖

○	○	○	○	共 從	共 從	共 從
○	○	○	○			
○	○	○	○			
○	○	○	○			
共	從					
共	從					
共	從					

方 方 方

五萬二千八
 三萬二千八
 二萬二千八
 一萬二千八
 一千二百八

舊術曰列相和步自乘爲頭位又以十
六之田積減頭位又六而一爲實以相
和步爲從法廉常置五分

第九問

今有方田一段內有圓池水占之外計地三千
一百六十八步只云內外周與實徑共相和
得三百三十步問三事各多少

答曰外方周二百四十步 實徑一十八
步 圓周七十二步

法曰立天元一為池徑以五之減倍之

田方六十步

相和步得_太卅為九

个方面以自增乘得

實徑一
池徑三
四步
十八步

方田積於頭位_二之

步別得是八方面六

圓徑二實徑今將二

實徑與一圓徑就成一方面共前數
計九方面五圓徑却更無實徑也
再

立天元池徑以自之又以六十步七分

半乘之得_元卅為八十一個圓池_{所以}

用六

十步七分半乘之者欲齊其八十一分
母也每個圓池七分半以八十一通之
遂得六十步謂取以此減頭位餘謂取為

七分半也

八十一段如積寄左然後列真積三千

一百六十八步以八十一通之得二十

五萬六千六百。八與左相消得下

謂取

謂取

步開平方得二十四步為池徑

也五因池徑減倍相和餘九而一得方

田面以池徑減方餘折半為實徑

依條段求之倍共步自乘於頭以八十

一之田積減頭位餘爲實二十之共步
爲從三十五步七分半爲常法

減

減

義曰八十一个方田

從從從從
方田積

八十二个

內帶起八十一个圓

池每个圓池七分半

此八十一个計該六

十步七分半其從步

減

減

從從從從

合除去二十五个外猶剩三十五个七

分半故以之爲常法也

舊術曰倍相和步自乘爲頭位又以八
十一乘田積減頭位餘退一位爲實倍
相和步爲從法廉常置三步五分七釐
半

第十問

今有方田一段內有圓池水占之外計地三千
一百六十八步只云內外方圓周與斜徑共
相和得三百四十二步問三事各多少

答曰外方周二百四十步 內圓周七十

二步 斜三十步

法曰立天元一爲池徑以二十五之減
於十之相和三千四百二十步得

爲四十七个外方面以

自增乘得太爲二

千二百九段方田積於

頭位十之相和步三千

四十个內池徑三十个

个斜至步合入五个池徑共得五斜此
五斜便是七个方面計總數該四十七



个方面二十五個圓
徑外更無斜至步也
再立天元池徑以

自之又以一千六百五十六步七分半

乘之得元唯爲二千二百。九個圓池

積也所以用一千六百五十六步七分半乘之者欲齊其二千二百。九

分母也。每一個圓池積七分半。今有二
千二百。九個圓池積以七分半乘之

該一千六百五十六步七分半也。以此減頭位得元唯

爲二千二百九段如積數寄左然後列

眞積三千一百六十八步以分母二千

二百。九通之得六百九十九萬八千

一百一十二步與左相消得
平方得二十四步即池徑也
以二十五
之圓徑減十之和步餘四十七而一得
為外方面身加四內減了圓池徑餘折
半為斜徑也

案法內所用四十七方面之數亦由立天
元一法取出但截去前段恐初學不能無
疑茲仍依其法補之

法立天元一為池徑五因之以減倍和得

太
三

鏡案此算式上層是
正下層是負下同

爲八方面一斜

共數以方五因之得

太
三

爲實又以方五

因八方面得四十以斜七乘一斜得七併
之得四十七爲法除實得方面不除便爲
四十七个方面也

依條段求之相和步進一位自乘於頭
位以二千二百九之眞積減頭位餘爲
實五百之和步爲益從一千三十一步
七分五釐爲益隅

面方七十四徑二千

二百五十之從

減

六百二十
五個池
徑

一千六百五

義曰減數係是二千二

百九段方面羈內却漏

下二千二百九個圓池

此數該係一千六百五

十六個七分半圓徑羈

却於從步上疊用了六百二十五個池

徑羈外猶剩一千三十一個七分五釐

故以之為隅法其從法元有五十個圓

徑今命之為五百者緣相和步進一位

也

舊術曰列相和步進一位自相乘爲頭位以二千二百九之積減頭位餘以三之爲實又以一千五百之相和步爲從法廉常置三千九十五步二分半開平方見池徑

第十一問

今有圓田一段內有方池水占之外計地二十五畝餘二百四步只云從外田楞至四邊各

三十二步問外圓內方各多少

答曰外圓徑一百步 內方面三十六步

法曰立天元一爲內方面加倍至步爲

外田徑以自之得下式 $\text{㊀} \text{㊁} \text{㊂} \text{㊃} \text{㊄} \text{㊅} \text{㊆} \text{㊇} \text{㊈} \text{㊉} \text{㊊} \text{㊋} \text{㊌} \text{㊍} \text{㊎} \text{㊏} \text{㊐} \text{㊑} \text{㊒} \text{㊓} \text{㊔} \text{㊕} \text{㊖} \text{㊗} \text{㊘} \text{㊙} \text{㊚} \text{㊛} \text{㊜} \text{㊝} \text{㊞} \text{㊟} \text{㊠} \text{㊡} \text{㊢} \text{㊣} \text{㊤} \text{㊥} \text{㊦} \text{㊧} \text{㊨} \text{㊩} \text{㊪} \text{㊫} \text{㊬} \text{㊭} \text{㊮} \text{㊯} \text{㊰} \text{㊱} \text{㊲} \text{㊳} \text{㊴} \text{㊵} \text{㊶} \text{㊷} \text{㊸} \text{㊹} \text{㊺} \text{㊻} \text{㊼} \text{㊽} \text{㊾} \text{㊿} \text{一}$ 又三之

得 $\text{㊀} \text{㊁} \text{㊂} \text{㊃} \text{㊄} \text{㊅} \text{㊆} \text{㊇} \text{㊈} \text{㊉} \text{㊊} \text{㊋} \text{㊌} \text{㊍} \text{㊎} \text{㊏} \text{㊐} \text{㊑} \text{㊒} \text{㊓} \text{㊔} \text{㊕} \text{㊖} \text{㊗} \text{㊘} \text{㊙} \text{㊚} \text{㊛} \text{㊜} \text{㊝} \text{㊞} \text{㊟} \text{㊠} \text{㊡} \text{㊢} \text{㊣} \text{㊤} \text{㊥} \text{㊦} \text{㊧} \text{㊨} \text{㊩} \text{㊪} \text{㊫} \text{㊬} \text{㊭} \text{㊮} \text{㊯} \text{㊰} \text{㊱} \text{㊲} \text{㊳} \text{㊴} \text{㊵} \text{㊶} \text{㊷} \text{㊸} \text{㊹} \text{㊺} \text{㊻} \text{㊼} \text{㊽} \text{㊾} \text{㊿} \text{三}$ 爲四段圓田積於頭再立天

元方面以自之又就分母四之得 $\text{㊀} \text{㊁} \text{㊂} \text{㊃} \text{㊄} \text{㊅} \text{㊆} \text{㊇} \text{㊈} \text{㊉} \text{㊊} \text{㊋} \text{㊌} \text{㊍} \text{㊎} \text{㊏} \text{㊐} \text{㊑} \text{㊒} \text{㊓} \text{㊔} \text{㊕} \text{㊖} \text{㊗} \text{㊘} \text{㊙} \text{㊚} \text{㊛} \text{㊜} \text{㊝} \text{㊞} \text{㊟} \text{㊠} \text{㊡} \text{㊢} \text{㊣} \text{㊤} \text{㊥} \text{㊦} \text{㊧} \text{㊨} \text{㊩} \text{㊪} \text{㊫} \text{㊬} \text{㊭} \text{㊮} \text{㊯} \text{㊰} \text{㊱} \text{㊲} \text{㊳} \text{㊴} \text{㊵} \text{㊶} \text{㊷} \text{㊸} \text{㊹} \text{㊺} \text{㊻} \text{㊼} \text{㊽} \text{㊾} \text{㊿} \text{四}$

爲四池積以減頭位得 $\text{㊀} \text{㊁} \text{㊂} \text{㊃} \text{㊄} \text{㊅} \text{㊆} \text{㊇} \text{㊈} \text{㊉} \text{㊊} \text{㊋} \text{㊌} \text{㊍} \text{㊎} \text{㊏} \text{㊐} \text{㊑} \text{㊒} \text{㊓} \text{㊔} \text{㊕} \text{㊖} \text{㊗} \text{㊘} \text{㊙} \text{㊚} \text{㊛} \text{㊜} \text{㊝} \text{㊞} \text{㊟} \text{㊠} \text{㊡} \text{㊢} \text{㊣} \text{㊤} \text{㊥} \text{㊦} \text{㊧} \text{㊨} \text{㊩} \text{㊪} \text{㊫} \text{㊬} \text{㊭} \text{㊮} \text{㊯} \text{㊰} \text{㊱} \text{㊲} \text{㊳} \text{㊴} \text{㊵} \text{㊶} \text{㊷} \text{㊸} \text{㊹} \text{㊺} \text{㊻} \text{㊼} \text{㊽} \text{㊾} \text{㊿} \text{十}$ 爲四段

如積寄左然後列真積又就分四之得

二萬四千八百一十六步與左相消得



開平方得三

十六步爲方池面也

加倍至步卽圓徑也

依條段求之四之積

步於頭位

作三個外圓徑

出了四個方池積也內減十二之至步羈爲實十

二之至步爲從一虛隅

義曰四個外圓田內減了十二段至步

羈復以十二之至步爲從又合去四個

減	從	減
𠄎	池	𠄎
減	從	減
減	從	減
𠄎	池	𠄎
減	從	減
減	從	減
𠄎	池	𠄎
減	從	減

池

方池今元積內有三個虛池猶欠一個
虛池故以一步爲虛隅常減從以爲法
又有圓田一段中有方池水占之外有
田五十步只云方池一尖抵圓邊其一
尖至圓邊三步問圓徑方面各若干

答曰徑十步 面五步

法曰立天元一爲方斜加三步爲圓徑

以自之又以一步九

分六釐乘之得自步下既

案此爲一平方九分

六釐多十一元七分

四釐多十七步六分

上此條獨步數在下

銳案海鏡算式以太



上一層爲元元上一層爲元自乘羈與

此正同此法緣鈔於別紙故獨與諸問

體例異也

又三之得

步

步

步

內減四之天

元冪得上層卽中下云云

案卽多三十元餘二十

五步餘也

寄左然後置五十步兩度加四得

卅步又四之得卅步與左相消得下層

三百三十九步。八釐

案此下當加與一平方八分八

釐多三十五元二分八釐等十八字方

明銳案此法文雖簡而意已足不必如

案所云且案所據乃借根方加減法平

方及多少字亦惟借根方用之於古立

天元一之文負銳案此負字當屬上文則甚無當也蓋以三百九十二步減

寄左下層不足減反減之得三百三十

九步八釐爲負實也案語從中隔斷緣

不知古法開方開平方得七步卽池斜

除有負實之故

也副置池斜上位加至步卽圓徑下位
 身外減四卽方面也合問



依條段求之四段展起見積內減三段
 展起至步羅爲實六之至步展起爲從
 一步八分八釐爲常法也此問若求方
 面則其法甚易今求方斜故其圖須細

分之

義曰三个九分六釐共計二步八分八釐其元初作四段如積時合有四个所展之池今來只見三个故於二步八分

八釐內去却一步

鏡案此下元本衍有字今刪

餘只

有一步八分八釐爲常法也

此法於別紙上鈔得

故錄於此

第十二問

今有圓田一段內有方池水占之外有地二十

五畝零二百四步只云從外田楞通內方方面六十八步問各數若干

答曰外圓徑一百步 內方面三十六步

法曰立天元一爲內方面減倍通步得

天_一卜爲外圓徑以自之得_三天_一卜爲圓

徑羈以三之得_三天_一卜_三爲四段圓田積

於頭再立天元內方面以自之又就分

母四之得_元天_一卜_三爲四段方池積以減頭

位得_三天_一卜_三爲四段如積數寄左然後



以四之見積二萬四千

八百一十六步與左相

消得翻下十平方開之

得三十六步為內方面

也減倍通步即圓徑

依條段求之十二段通

銳案元本
作至誤

步羈

內減四之見積為實十二之通步為從

面法一常法

義曰所減數內剩下四个方池疊補了

三个外猶剩一个故以之爲常法

減	減	二之
減	減	從
11N		
減	減	二之
減	減	從
11N		
減	減	二之
減	減	從
11N		

第十三問

今有圓田一段內有方池水占之外計地五千步只云從外田楞至內池角四邊各一十五步問方圓各多少

答曰外圓徑一百步 內方面五十步

法曰立天元一為內方面身外加四為

內方斜又加倍至步得

三太_三為外圓徑也以自

增乘得_太三_三為外徑

冪以三之得_太三_三為

四段外圓積於頭再立

天元內方面以自之又四之得_元三_三為

四段方池積也以減頭位餘_太三_三為

四段如積數寄左然後列四之見積二



萬步與左相消得
開平方得五
 十步爲池方面也身外加四又加入倍
 至步卽爲外田徑也

依條段求之四之積步內減十二段至
 步冪爲實十二之至步身外加四爲從
 一步八分八釐爲常法



義曰三个九分六釐計二步八分八釐
其四个圓田內有四个方水池除從步
合占三个外猶剩一个水池却於數內
取了一步餘一步八分八釐故以之爲
常法也其從步加四者蓋取斜中之方
面也若不加四不能見方面而但得方
斜也

舊術曰四因積步爲頭位又倍去角步
自乘三之減頭位餘折半爲實又倍去

角步三因加四爲從法廉常置九分四釐

第十四問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三百四十七步只云從田外楞通內池斜三十五步半問外圓內方各多少

答曰外圓徑三十六步 內方面二十五步

法曰立天元一爲內方面加四得既步

為方斜以減倍通步得狀其為外圓徑
以自增乘得

三

三為外田徑羈也以

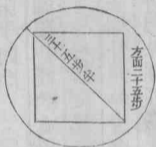
三之得
三為四段

圓田積於頭再立天元

丙方面以自之又就分

四之得
為四段方

池以減頭位得
三



為四段如積寄左然後列四之見積一

千三百八十八步與左相消得

三
三
三

開平方得二十五步爲內方面也方面
加四減於倍通步得圓徑也

依條段求之十二段通步算內減四之
田積爲實十二之通步加四爲益從一
步八分八釐常法



池

義曰此式原係虛從今以虛隅命之四

段圓田減積時剩下四段方池於從步

內用訖三個外猶剩一個却於二步八

分八釐虛數內補了一步外虛一步八

分八釐故以之爲法

從負隅正或從正隅負其實皆同故

因此廉從以別之。銳案此法以後數減寄左數故得實正從負隅正若以寄左數減後數則得實負從正隅負矣正負元可互易故曰其實皆同也

舊術曰倍通步自乘三之爲頭位四因

田積減頭位餘爲實又十二通步加四

爲從法廉常置一步八分八釐減從開

方新舊廉從不同開
時則同故兩存之

第十五問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三十
三畝一百七十六步只云內方周不及外圓
周一百五十二步問外圓內方各多少

答曰外圓周三百六十步 內方周二百
八步

法曰立天元一爲內方面以四之爲內
方周加不及一百五十二步得 $\text{㒹}\text{卅}\text{爲外}$

圓周以自增乘得 田積於頭再立天元內方面以自之又
就分十二之得 以減頭位餘 十二段如積寄左然後



以減頭位餘 十二段如積寄左然後
列見積八千。九十六
步又就分十二之得九
萬七千一百五十二步

與左相消得 平方開得五十二

步爲內池方面也以四之爲內方周加不及步爲圓周也

依條段求之十二段積步內減不及步
羈爲實八之不及步爲從四步爲常法
也

義曰十二段圓積該九段圓徑羈九段
圓徑羈便是一個圓周羈也據十二段
圓積內元少十二个方池今於周羈內
除折算外剩四个池積故以四步爲常

法也

圓

不及羅
減去

少少少少

舊術曰十二之積步為

頭位以不及步自乘減

周

從

頭位餘八而一為實以

幕

從

少少少少

不及步為從法廉常置

幕

從

少少少少

半步開平方新舊二術不同者舊

術從簡耳算術本貴簡易而猶立新術者緣舊術難畫條段也餘倣此

第十六問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三千

五百六十四步只云內方周與外圓徑等問
等數各若干

荅曰內方周外圓徑各七十二步

法曰立天元一爲等數便以爲方周以
自之爲十六个方池於頭元一元再立天

元等數便以爲圓徑以自之又十二之
得元一爲十六段圓田積內減頭位餘
元一爲十六段如積寄左然後列眞積

三千五百六十四步又就分十六之得

圓田



五萬七千。二十四步
與左相消得帳。十平
方開得七十二步即等
數也

案法後落條段一條依前例補之

依條段求之十二之眞積爲實無從一

十一步常法

義曰十六个圓積乃十二段圓徑羃也

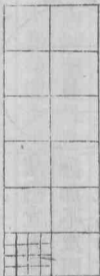
共十六个圓積內有十六个方池恰是

一个方也

此一个方

便是等數

羅也



舊術曰列田積從十一段平方開之得
內方面四之卽等數也又法以十六乘
田積如十一而一所得開方卽等數

第十七問

今有圓田一段內有方池水占之外有地一千六百一十一步只云外圓徑不及內方周四十二步問方圓各若干

答曰外圓徑五十四步 內方周九十六

步 圓 田



法曰立天元一爲外圓
徑加不及四十二步得
三 凡爲內方周以自增
乘得下式 卅卅一爲十

六段池積於頭再立天元外圓徑以自
之又十二之得ㄨ卅一爲十六段田積也
內減頭位餘ㄨ卅一爲十六段如積寄
左然後列真積一千六百一十一步就
分母十六之得二萬五千七百七十六
步與左相消得ㄨ卅一平方開得五十
四步爲外圓徑也加不及步爲方周也
依條段求之置十六之積加不及步羈
爲實倍不及步爲虛從一十一步爲常

法



虛從

及不
及從

池也

義曰十二

個圓徑羅

該十六個

圓田積十六個圓田積內有十六個方
池其十六個方池於實積內侵過所加
一角併二段虛從之數也

第十八問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三百

四十七步只云外圓周內方周共得二百八步問內外周各多少

答曰外圓周一百八步 內方周一百步



法曰立天元一爲內方面以四之爲內方周減於相和二百八步得三爲外圓周以自增乘得三爲圓周三便爲十二段圓田積於頭再立天元內方面

以自之又就分十二之得元上爲十二

段方池積也以減頭位餘|||||馭|||爲十

二段如積寄左然後列見積三百四十

七步就分母十二之得四千一百六十

四步與左相消得|||||開平方得二

十五步爲內方面也四之爲內方周減

於相和步爲圓周也

依條段求之以十二之積步減和步羈

爲實八之和步爲虛從四常法

義曰十二段圓田內有十二个方池於
 方周冪內補了十二池外猶欠四个故
 以四爲隅法此式元係虛從今却爲虛
 隅命之故以四爲虛常法

減	減	連下十六			
減	減	池面爲四			
減	減	之和步從			
減	減	連右十			
減	減	六池面			
減	減	爲四之			
減	減	和步從			

舊術曰相和步自乘於
 頭位以十二之積步減
 頭位餘八而一爲實相
 和步爲從法廉常置半
 步減從

第十九問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三十
三畝一百七十六步只云內外周與實徑共
相和得六百二步問三事各多少

答曰外圓周三百六十步 內方周二百
八步 實徑三十四步

法曰立天元一爲內方面以減一百七

十二得 ㄩ 爲外田徑也

倍云數得一
千二百四步

別得是六個圓徑八個方面兩個實徑
今將一個方面兩個實徑合成一個圓

徑併前數而計是七個方面七個圓徑也今置一千二百四步在地以七約之



得一百七十二步爲徑面共也便是一個方面無實徑也

以自增乘

得

爲圓徑羈也

以三之得

爲四

段圓田積於頭再立天

元內池面以自之又就分四之得

元

爲四池積以減頭位得

爲四段

如積寄左然後列見積八千九十六步

又就分四之得三萬二千三百八十四
步與左相消得卅一卅一開平方得五十
二步爲內方面也以七之方面減於倍
和步餘以七而一卽圓徑也圓徑內減
方面餘者又半之卽實徑也

依條段求之徑面共一百七十二也自
之爲冪又三之於頭位內減四之見積
餘爲實六之徑面共步爲從一常法

義曰四之眞積內有四個方池於從法

疊用了三个外剩一个故以一步爲常
法

減	從
從	
減	從
從	
減	從
從	

常

舊術曰倍相和自乘三之爲頭位以一

百九十六步

案此卽四與四十九相乘之數

之田積減

頭位餘以十四而一爲實又六之相和
步爲從法廉常置三步半開平方見內

方面

第二十問

今有圓田一段內有方池水占之外計地二千四百七十五步只云內外周與斜徑相和得二百五十九步半問三事各多少

答曰外圓周一百八十步 內方周六十步 斜一十九步半

法曰立天元一爲內方面以三十三之減於十之云數二千五百九十五步

太
隸



爲三十五個圓田徑之

云數內有外圓徑三十
 個內方面四十個角斜
 十個今將七個方面併
 入十個角斜爲五個圓
 徑也總別得十之云數
 是方面三十三個圓徑
 三十五個外更
 無斜徑角也 乃以三

十五之圓徑自增乘得下式

一千二百二十五段圓徑羈也

以三因之得

四千九百段圓田積於頭再立天元內

池面以自之又就分以四千九百乘之

得元為四千九百段方池積以減頭

位得非為四千九百段如積數寄

左然後列真積二千四百七十五步就

分以四千九百乘之得一千二百一十

二萬七千五百步與左相消得非

平方開得一十五步為內方面也非

三之方面以減於十之相和二千五百

九十五步餘三十五而一即圓徑以方

面加四減圓徑餘半之卽斜徑也

依條段求之十之相和步自之爲冪以
三之於頭位以四千九百段見積減頭
位爲實一千九百八十之相和步爲從
一千六百三十三爲常法

義曰減數計三千六百七十五個圓徑
冪便是四千九百個圓田積也內漏下
四千九百個方池却於從內疊用了三
千二百六十七個方池外猶剩一千六

減	從	三千八十 九百
一千二百 二十五圓 徑算	從減	從
從減	從	三千八十 九百
一千二百 二十五圓 徑算	從減	從
從減	從	三千八十 九百
一千二百 二十五圓 徑算	從	三千八十 九百
徑圓五十三	面	三十三

百三十三个方面羈故以之為常法也
 其從法元有一百九十八个方面合用
 一百九十八之相和步為從今用一千
 九百八十个相和步者緣為相和步先
 進了一位也

第二十一問

今有方田三段共計積四千七百七十步只云
方方相較等三方面共併得一百八步問三
方各多少

答曰大方面五十七步 中方面三十六
步 小方面一十五步

法曰立天元一爲方差以減中方面

併置

數三而一卽得 ㄟ 爲小方面也以自

得中方面

之得 ㄟ 爲小方積於頭再立天元

方差加入中方面得 ㄟ 爲大方面以

大方

中方

小方

自之得一為大方積於次

位又列中方面一自之得下一

為中方積於下位三位相併得

一。二為一段如積數寄左然

後列真積四千七百七十步與

左相消得一。二開平方得二十一步

即是方差也置方差數加中方即大方

面減中方即小方面也

依條段求之列併數以三約之所得即

中方面也以自之爲冪又三之以減積
爲實無從二步常法



義曰積步內減三個
中方冪外有兩個方
故得二步常法舊術
又折半止得一個方
也

第二十二問

今有方田一段其西北隅被斜水占之外計地

一千二百一十二步七分半只云從田東南
隔至水楞四十五步半問田方面多少

荅曰田方面三十五步

法曰立天元一爲水占斜加入云數四
十五步半得

田爲田斜以自增乘得
田步三十一爲田斜羈於頭

再立天元一水占斜以自
之爲水占得小方積就分
以一步九分六釐乘之得



元旨步爲所展得水占積也以減頭位

得☰☱☲☳步爲如積一段寄左然後列

眞積一千二百一十二步七分半以一

步九分六釐乘之得數二千三百七十

六步九分九釐以與左相消得☰☱☲☳

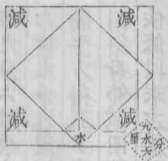
開平方得三步半爲水占斜加至步爲

田斜身外減四卽是方面也

依條段求之展積內減至步羈爲實二

之至步爲從九分六釐虛常法開平方

得三步半即水占斜也



義曰今將水占斜直
命為小方池面也

舊術曰列田積於頭位又列至步除四
則直至步以自乘減頭位餘為實二之
直至為從以九分六釐為廉減（銳案元
本脫減）

字今補蓋廉從
異名須相減也
從開平方得二步半加

直至步三十二步半得三十五步卽田

方面也



此圖卽舊術條段也舊

術減云步爲直至步入

法而求得二步半爲直

至不及方面步新術展

積入法而求得三步半

爲水占斜

元和李銳算校

益古演段卷上

益古演段卷中

翰林學士知

制誥同修

國史樂城李治撰

第二十三問

今有圓方田各爲段共計積一千三百七步半
只云方面大如圓徑一十步圓依密率問面
徑各多少

答曰方面三十一步 圓徑二十一歩

法曰立天元一爲圓徑加一十步得

太一爲方面以自之得太二。一爲方田

積以十四之得下式太卅為十四段

方田積於頭又立天元圓徑以自乘為

羈又以十一之得元十便為十

方田

四段圓田積

依密率合以徑自乘又十一之如十

四而一今以十一乘不受除故就為十四分母也

以併

圓田

入頭位得

太

卅

為十四段如

積寄左然後列真積一千三百七步半

就分十四之得一萬八千三百五步與

左相消得

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

卅

一步爲密率徑也加不及步爲方田也
 依條段求之十四之積步於上內減十
 四段不及步羈爲實二十八之不及步
 爲從二十五步常法

總十四方面積

十四 之從	十四 方積
減	十四 之從

十四圓積
 令爲十一
 徑方積

義曰將此十四個方
 羈之式只作一個方
 羈求之自見隅從也

第二十四問

今有方圓田合一段共計積一千四百六十七

步只云方面與圓徑相穿得五十四步問面
徑各多少

答曰方面一十二步 圓徑四十二步

法曰立天元一爲圓徑減穿步
五十四步得𠄎十爲方田面以
自增乘得下式冊冊一爲方田
積於頭位再立天元圓徑以自

五通
步四十四

之又三之四而一得𠄎爲圓田積也

併入頭位得冊冊爲一段如積寄左

然後列眞積一千四百六十七步與左
相消得 無 無 無 倒積倒從開平方得四
十二步爲圓田徑也以減穿步卽方面
案法內所言倒積倒從卽翻積法也蓋初
商積常減原積此獨以原積減初商積倍
廉常減從步此獨以從步減倍廉乃平方
中之一變也古法多用之今依數布算於
後以存其式

法列積一千四百四十九步爲實以一

$$\begin{array}{r}
 \text{二} \\
 \text{四} \\
 \text{四} \\
 \text{九} \\
 \hline
 \text{一} \\
 \text{四} \\
 \text{五} \\
 \text{二} \\
 \hline
 \text{〇} \\
 \text{〇} \\
 \text{七} \\
 \text{七} \\
 \hline
 \text{〇} \\
 \text{〇}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{四} \\
 \text{〇} \\
 \hline
 \text{一} \\
 \text{七} \\
 \text{五} \\
 \hline
 \text{二} \\
 \text{〇} \\
 \hline
 \text{二} \\
 \text{八} \\
 \hline
 \text{四} \\
 \hline
 \text{七}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{一} \\
 \text{〇} \\
 \hline
 \text{一} \\
 \text{七} \\
 \hline
 \text{〇} \\
 \text{三} \\
 \hline
 \text{四} \\
 \hline
 \text{一} \\
 \text{五}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{七} \\
 \text{〇} \\
 \hline
 \text{二} \\
 \hline
 \text{四} \\
 \text{〇} \\
 \hline
 \text{八} \\
 \hline
 \text{三} \\
 \text{二}
 \end{array}$$

百零八步為長與一闊

又七分半之和即從數

求闊初商四十步以一

闊七分半乘之得七十

步以減和數餘三十八

步以初商乘之得一千

五百二十步為初商積

大於原積反減之餘實

七十一步乃二因一闊

良安六國六一一。

七分半所乘初商之數

二五。

得一百四十步大於和

一三五
二五
一

數反減之餘三十二步

三三七

爲次商廉次商二步以

一闊七分半乘之得三步半爲次商隅

凡和數廉隅相減此反相加得三十五

步半以次商乘之得七十一步爲次商

積與餘積相減恰盡開得闊四十二步

依條段求之穿步羈內減田積爲實倍

穿步爲從一步七分半虛常法



義曰二之從步內元減了七分半又疊了一步計虛却一步七分半也

第二十五問

今有方圓田各一段共計積一千三百七步半只云方周大如圓周五十八步問方圓周各

多少

圓依密率

答曰方周一百二十四步 圓周六十六

步

法曰立天元一爲圓周加周差五十八步得

圓

一爲方田周以自增乘得下式

方田

方田 一爲方周羈便是十六个

方田積又就密率分母一十一

之得 方田 一爲一百七十六段

方田積於頭又立天元圓周以

圓田

自之爲畧又就分一十四之得元爲

一百七十六段圓田積

依密率周上求積合以周自乘

又以七乘之如八十八而一爲一段田積也今於周畧上更以十四乘之則合用一百七十六而一故就分便爲此數以添入頭位得

元共爲一百七十六段如積寄左

然後列眞積一千三百七步半就分以

一百七十六乘之得二十三萬一百二

十步與左相消得

元開平方得六

十六步爲圓田周也加多步見方周

依條段求之一百七十六之積內減一
 十一段多步羅爲實二十二之多步爲
 從二十五步常法

十一之多步從	減
十一之多步從	圓周方

一百七十六
 六圓積
 一十四圓
 周方

義曰一百七十六之積
 步內有一十一個方周
 方一十四個圓周方也

今畫此式其一十四個圓周方與一十
 一個圓周方大小俱同者止爲欲見差
 步權作此式其實合作一十二段圓式

求之其實自見也

案十一方周器十四圓周器共積內減去

十一不及器餘不及步乘圓周長方二十二圓周器二十五故以二十二不及

步爲從二十五爲隅也


第二十六問

今有方圓田各一段共計一千四百五十六步
只云方周大如圓周方圓周共相和得二百
步問二周各多少

答曰方周一百二十八步 圓周七十二

步

八百八十八步與左相消得

 開

平方得七十二步為圓田周

 元本
作徑誤

也減共步則方周

依條段求之三段和步羣內減四十八

之田積為實六之和步為從七益隅



義曰減時減過一个方六之從步內又

爲十四個圓積於頭再立天元方面以
自之又就分一十四之得㊦爲十四



個方積也併入頭位得|||||

爲十四段如積數寄左然後列

真積二千二百八十六步就分

一十四之得三萬二千四步與



左相消得下式|||||平方開之得三

十步即方面也加不及一十二步即圓

徑也

依條段求之十四之眞積內減一十一
 段差步羈爲實二十二之差步爲從差
 步卽不及步二十五步常法

義曰十四之積步內有一十一个圓徑

十一之 不及從	減
------------	---

十一 个方

十一之 不及從

十四 个方

方與一十四个方面
 方此式與第二十五
 問略同其一十一个

圓徑羈有十一一个方正當十一段之共

數自見也

第二十八問

今有方圓田各一段共計二千二百八十六步
只云方周不及圓周一十二步問二周各若

千

圓依
密率

答曰方周一百二十步 圓周一百三十

二步

法曰立天元一爲方周加不及步一十
二得卅一爲圓周以自之得卅卅一又
以一十四乘之得卅卅卅爲一百七十

圓田

方田

六段密率積於頭再立天元方

周以自之爲方積一十六段又

就分一十一之得ㄅ十便爲一

百七十六段方田積併入頭位

得下式ㄅㄅㄅ爲一百七十六段如積

數寄左然後列眞積二千二百八十六

步就分以一百七十六乘之得四十萬

二千三百三十六步與左相消得ㄅㄅㄅ

開平方得一百二十步爲方周加不及

步卽圓周也

依條段求之一百七十六之眞積內減
十四段差步羈爲方實二十八之差步
爲從二十五常法

總爲四十圓周方

十四 之從	十四 之從
減	十四 之從

一百七十六圓徑羈

一百七十
六方積卽
一十一個
方周方

義曰所減數乃十
四段不及步羈也

第二十九問

今有方圓田各一段共計積一千四百四十三步只云圓周大於方周方圓周併得一百九十八步問二周各多少

荅曰方周九十六步 圓周一百二步

法曰立天元一爲方周減其步一百九

十八得圖爲圓周以自增乘得圖

爲十二段圓田積四之得下圖爲

四十八段圓田積於頭再立天元方周

以自之爲十六段方田積又就分三之

得玩川便為四十八段方田積併入頭

位得|||||為四十八段如積

寄左然後列真積一千四百四

十三步就分母以四十八乘之

得六萬九千二百六十四與左



相消得|||||開平方得九十六步為

方周也減於併數見圓周也

依條段求之四段共步羈內減四十八

之積為實八之共為從七益隅

圓積 <small>十二个</small> <small>減</small>	併下方 而爲從
併右 方面 爲從	方積 <small>十六个</small> <small>減</small>
圓積 <small>十二个</small> <small>減</small>	併下方 而爲從
併右 方面 爲從	方積 <small>十六个</small> <small>減</small>
圓積 <small>十二个</small> <small>減</small>	併下方 而爲從
併右 方面 爲從	方積 <small>十六个</small> <small>減</small>
圓積 <small>十二个</small> <small>減</small>	併下方 而爲從
併右 方面 爲從	

義曰八之從內合虛八个方今見有一个方外只虛了七步方也

第三十問

今有圓田二段

一段依圓三徑一
率一段依密率

共積六百六

十一步只云二徑共相和得四十步問二徑

各數

答曰密徑一十四步 古徑二十六步

古率圓田

密率圓田

法曰立天元一爲密徑以減相

和四十步得 $\frac{3}{4}$ 爲古徑以自

之得下 $\frac{1}{4}$ 爲古徑以三

因之得 $\frac{1}{4}$ 合以四約之又

就分母七之得 $\frac{1}{4}$ 爲二十八段古

圓積於頭再立天元密圓徑以自之又

二十二之得 $\frac{1}{4}$ 爲二十八段密圓積

也併入頭位得 $\frac{1}{4}$ 爲二十八段如

積寄左然後列眞積六百六十一步就
 分二十八乘之得一萬八千五百八步
 與左相消得 $10000 - 18508 = -8508$ 平方開之得一十
 四步爲密圓徑以減和步卽古徑也

二十一个 古率徑羈	併下方面三三之徑
併左方面十二之一從	二十二个 密率徑羈

依條段求之二十一段
 和步羈內減二十八之
 田積爲實四十二之和
 步爲從四十三步虛常
 法

義曰其二十八之田積內有古積二十一段密積二十二段元初減時減過一段又併從步內合除之數計虛却四十三个方也

第三十一問

今有直田一段中心有圓池水占之外計地三千九百二十四步只云從外田角斜通內池徑七十一步外田闊不及長九十四步問三事各多少

答曰圓池徑一十二步 田長一百二十

六步 闊三十二步



法曰立天元一爲內圓徑以

減倍通步一百四十二步得

一十爲直田斜以自乘得

一爲兩段直田竝一段

較羈於頭再置闊不及長九

十四步自之得八千八百三十六步以

減頭位得 一爲兩段直積數寄左

再立天元圓徑以自之為圓徑羈三之

二而一得ㄩ為兩個池積數加入二

之見積七千八百四十八步得ㄩ

亦為二段真積與寄左相消得ㄩ

平方開之得一十二步為圓徑也

依條段求之倍通步為羈內減二之見

積一个較羈為實四之通步為從半步

常法

義曰從步內少一个圓徑羈其漏下底

直田與池徑和羃



第三十二問

二个圓池共一步半
 今將一步補了從步
 合除之數外猶剩半
 步故以為常法

今有圓田一段中心直池水占之外計地五千
 三百二十四步只云併內池長闊與外圓徑
 等內池闊不及長三十六步問三事各多少

答曰外田徑一百步 內池長六十八步

闊三十二步



法曰立天元一為外圓

徑以自乘三因四而一

得ㄩ為圓積內減了

見積五千三百二十四

步餘得ㄩ為水池

直積也以四之得ㄩ為四段水池

直積寄左再立天元圓徑命為直積和

步以自之得元一爲四積一較羈內減

了池較羈一千二百九十六步得卅○一

亦爲四段池積與左相消得卅○二平

方開之得一百步爲外圓徑也闊不及

長減圓徑餘折半見闊却以不及步加

之卽長也

依條段求之四積內減較羈爲實從空

二步常法

義曰四之圓積內有四個水池又於見



積內減了

一个池較

冪相併恰

是一个和冪也今來池和與圓等其

案

元本誤作
其今改

和冪恰是一个圓徑冪也除

外有兩個方

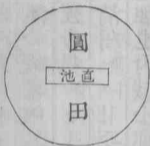
第三十三問

今有圓田一段中心有直池水占之外計地七千三百步只云併內池長闊少田徑五十五

步闊不及長三十五步問三事各多少

答曰田徑一百步 內池長四十步 闊

五步



法曰立天元一爲外圓
徑自之得數又三之四
而一得元爲外圓田
積也減見積七千三百
步得元爲內池積

也以四之得元。川爲四段池積寄左

再立天元圓徑內減少徑步五十五得

𠄎一爲池和也以自之得𠄎_レ一爲四

池一較羈內減池較羈一千二百二十

五步得𠄎_レ一亦爲四池積也與左相

消得𠄎_レ一平方開之得一百步爲圓

徑也內減少徑卽水池和步內加一差

卽爲二長若減一差卽爲二闊也

依條段求之四之積步內減池較羈却

加入少徑羈爲實二之少徑爲從二步

常法

義曰四池并所減底个較冪恰是一个



舊術下積步四之於頭位又以少徑步
自乘加頭位內却減闊不及長冪餘折
半爲實用少徑爲從一步常法

第三十四問


今有圓田一段內有直池水占之外計地六千
 步只云從內池四角斜至田楞各一十七步
 半其池闊不及長三十五步問三事各若干
 荅曰圓田徑一百步 池長六十步 闊
 二十五步







法曰立天元一為外徑
 內減倍至步三十五步
 得 $\frac{17}{2}$ 為池斜以自之
 得 $\frac{17}{2}$ 為二積一較

纂於頭又列闊不及長三十五步以自
之得  減頭位餘得。  一為二池積

也又倍之

銳案此餘得至倍之
元本脫去今以意增得。 

為四池積寄左又立天元圓徑以自之
又三之便為四段圓積內減四之見積
二萬四千步得下式 。  亦為四個
池積也與左相消得   一平方開得
一百步為外田圓徑也圓徑自之又三
之四而一內減見積餘為內池積也又

用差步爲從開方見池闊也

依條段求之四之見積內加八段至步
羈却減兩段闊不及長羈爲實八之至
步爲從一步常法



一步

義曰四個

圓積內有

四個虛直

池於積內又減了兩段闊不及長羈合
成兩個池斜羈也八個從步內貼入八

个斜至步羈其數與圓徑正相應也外
恰有一步方

第三十五問

今有圓田一段中心有直池水占之外計地五
千七百六十步只云從外田東南楞至內池
西北角通斜一百一十三步其內池闊不及
長三十四步問三事各多少

答曰外圓田徑一百二十步 池長九十
步 闊五十六步

法曰立天元一為角斜加通步得

為圓徑以自之得

三之得

圓田積也內減了四之

見積二萬三千四十步

得



池寄左再立天元角斜以減通步為池

斜以自之得

列長平

案平

較三十四步以自之得一

千一百五十六步以減頭位餘
 爲二池積也又倍之得
 直池與左相消得
 步爲角斜也

依條段求之四之積步內減兩段闊不
 及長羈又減一段通步羈爲實十之通



步爲從一

步隅法

義曰兩個較冪併四個池積該兩個斜
冪也於四個圓積內減此兩個斜冪外
更減了一個通步冪恰是十之從外有
一步常法也

第三十六問

今有圓田一段中心有直池水占之外計地六
千步只云從內池四角斜至田楞各一十七
步半其內池長闊共相和得八十五步問三
事各多少

答曰外田徑一百步 池長六十步 闊

二十五步



法曰立天元一爲內池

斜加入倍至步三十五

得 三十一 爲外圓徑以自

之又三之得 三十三 川爲

四段圓積也內減四之見積二萬四千

步得下 三十一 川爲四個池積寄左乃置

內池和八十五步以自之得 三十一 爲四積

一較羈於頭再立天元內池斜以自之
得 ㄟ 一爲二池積一較羈以減於頭位
得 ㄩ 。卜爲二池積也又倍之得 ㄩ 。卜
亦爲四池積與左相消得 ㄩ 。卜。平方
開得六十五步爲內池斜加倍至步卽
圓徑也徑自之又三之四而一內減去
田積餘實以和步爲從一虛隅開平方
見闕也

依條段求之四之積步內加兩段和步

羈却減十二段至步羈爲實十二之至
步爲從五步常法

義曰所加兩個和羈該八積二較羈數
內元有四虛池外有四積二較羈其實

只是添了

兩個池斜

羈也於四

減	從	減	從
從	加	從	減
減	從	從	減
從	加	從	減
減	從	從	減
從	元有	從	減
減	從	從	減

圓積內除從步占外元有三個方今又
加入兩個池斜羈共得五步故五爲常

法

第三十七問

今有圓田一段中心有直池水占之外計地九
千一百二十步只云從外田楞通內池斜一
百一十六步半其內池長闊共相和得一百
二十七步問三事各多少

答曰圓田徑一百二十步 池長一百一

十二步 闊一十五步

法曰立天元一爲角斜加通步一百一

十六步半太步一為圓徑以自之得

田一為圓徑以三之得田三為

四段圓田也內減四之

見積三萬六千四百八

十步得田步田三為四

段內池積寄左再立天



元角斜以減通步得田步一為內池斜

以自乘得田步一為二積一較算於

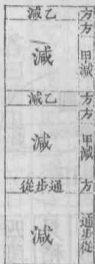
頭又列池和步以自乘得田內減頭位

餘得 ||||| 步 ||||| 亦為二池積也倍之得下

||||| 步 ||||| 亦為四池積與左相消得

||||| 步 ||||| 平方開之得三步半為角斜

也加通步為圓徑



依條段求之四之積步內加兩段和步羈却減五个通步羈餘為實二之通步

爲從五步爲常法

義曰兩個和羈內虛了四池只是兩個池斜羈今將兩個池斜羈減於兩個通步羈止有二甲二乙所占之地今又將二甲二乙及三段通步羈併以減於四早之見積外實在兩個通步從五個方也

第三十八問

今有水旱田各一段共計積二千六百二十五步只云水田長闊共一百步其旱田闊不及

長三十五步而不及水地闊十步問水旱地
長闊各若干

答曰水地長七十五步 闊二十五步

旱地長五十步 闊一十五步

法曰立天元一爲旱地

闊加旱闊不及水闊一

十步得 太 一爲水地闊

以減水地長闊共一百步得 太 一爲水

田長也以水田長闊相乘得 太 一爲

水地

旱地

水田積於頭再置天元旱地闊加不及

三十五步得 三三 凡爲旱田長也以天元

乘之得 ㄨ 爲旱田積也加入頭位

得 三三 爲一段如積寄左然後列眞積

二千六百二十五步與 三三 左相

消得 三三 下法上實如法得一十五步

爲旱田闊也加闊不及長三十五步爲

旱田長也又於旱闊內加不及水地闊

一十步爲水地闊也以水地闊減於水

田長闊共（銳案元本脫）一百步餘為水

田長也

依條段求之以水田共步乘二闊差於頭位以二闊差羈減頭位得數復以減於田積為實列水田共步加入旱地長闊差內却減兩個二闊差為法

元減
去減



畝長七五步差為法 畝長闊差三五步為法 水田闊三五步為法

(銳案右圖外誤以意訂正如左蓋黑者
 爲元問水旱田點者元減一段卽二闊
 差昇去減一段與來減一段等
 竝是闊差乘旱闊底小直積也

元
 減去



水田長七十五步爲法 旱闊差爲法 水闊差爲法

義曰其水田闊二十五步爲法內元多
 一个水旱二闊差數又積步內減了一
 段旱闊爲長二闊差爲平底直積是又

虛了一個水旱二闊差數故於法內減去兩個闊差也

案此條圖與義不合蓋傳寫之誤也今仍存舊式另擬圖義於後以明之



減其積餘同旱闊之兩長方共積爲實其水田長闊比原數各減一闊差於此

長闊和內加旱田長闊較卽兩長方之
共長故爲法卽得旱田闊也

第三十九問

今有直田一段內有圓池水占之外計地三十
九畝一分半只云從田兩頭至池各一百五
步兩畔至池各九步問三事各多少

答曰田長二百三十四步 闊四十二步
池徑二十四步

法曰立天元一爲內池徑加二之邊至

一十八步得 ㄟ 為田闊又置天元池

徑加二之頭至二百一十步

得 ㄟ 為田長長闊相乘得

下式 ㄟ 為直田積於頭

再置天元徑以自之又三之

四而一得 ㄟ 為內池積以減頭位得

ㄟ 為一段如積數寄左然後列真

積三十九畝一分半以畝法通之得九

千三百九十六步與左相消得 ㄟ

直

田



開平方得二十四步爲內池徑也加二
之邊至步爲田闊若加二之頭至步卽
田長

依條段求之倍頭至步與倍邊步相乘
以減田積爲實併一頭一邊步又倍之
爲從二分半常法

義曰此問與第一問條段頗同但所減

者爲四個小池積

案池當作隅鏡案池積當作直積此問減

去四隅與第一問正同所異者第一問爲小方積此爲小直積耳案非

直 田

減	從	減
從	圓池	從
減	從	減

銳案此圖元本脫左右兩從字今增

第四十問

今有直田一段中心有圓池水占之外計地四
 畝五十三步只云外田長平和得七十六步
 太半步從田四角去池楞各十八步問外田
 水池徑各多少

答曰田長五十步 闊二十六步太 池

徑二十步太

直 田



法曰立天元一爲內池徑加

倍角至步三十六得三十一爲

直田斜以自之得三十一爲

田斜羈便是二積一較羈也又九之得

下式卍爲十八積九較羈也寄左

列和步七十六步太案太卽三分步之二通分內

子得卍以自之得五萬二千九百步爲

九段和羈於頭

爲九段和羈者元帶三分母以自之得九也此

九段和羈該三十六直積九個較羈也

又置天元圓徑以

自之又三之四而一得

元爲一段圓

積也加入見積一千一十三步得

共爲直積一段又十八之得

十八段直積以減頭位得

九段田斜羈與左相消得

平方開之今不可開

案不可開者謂廉隅數多而得數又不能也先以隅法二十二步半乘實二萬

三千單二步得五十一萬七千五百四十五步正爲實元從六百四十八負依舊爲從一益隅平方開之得四百六十

五步

銳案此開方除以實爲正從爲負益隅亦是負也蓋惟用相消法故

所得正負如此若兩邊加減則三者並爲多號矣相消與加減法不同此其明證也以元隅二十二步半約之得二十步

三分之二爲內池徑也加倍至步爲田斜以自之爲二積一較羈又二之於頭位以和步羈減頭位餘以平方開之卽

田較也加入和步折半爲闊也
步折半爲闊也

依條段求之列相和步自乘爲冪內減
倍積及四段至步冪爲實四之至步爲
從二步半常法



義曰和步冪內減了二
直積只有一段斜冪也
減二直積時漏下兩個
圓池該一步半又正有

一步共計二步半常法也 求較者先

置地徑二十步太川帶三分母便爲三

个徑也加入六之至步一百八步得也

便爲三个田斜也以自之得卍爲九段

斜羈便是十八个直倍之得卍爲三十

六段田積一十八段較羈於頭再置和

步七十六步太川亦帶三分母便爲三

个和也以自之得卍爲九段和羈便是三十

六直積九以減頭位餘卍爲九段較羈

也平方開之得七十步以三約之得二十三步三分步之一爲田較也凡欲見夫一方田之長闊及斜者准此法求之

又法求圓池徑者立天元一爲三個

內池徑以自之得元一爲九段池徑

便是十二段圓積也加十二段見積得

打○一爲十二段直積又身外加五得

刪○目爲十八段直田積於頭又列和

步七十六步太通分內子得二百三十

自之得

太

爲和羈九段

便是直積三十
六段較羈九段

也內減頭位得下式

圖

。

馬爲九段斜

羈數寄左再置天元圓徑加六之角至

步一百八步得圖爲三個田斜以自

之得圖亦爲九段斜羈也與左相

消得圖開平方得六十二步爲三

個圓池徑也以三約之得一個圓徑二

十步三分之二此名之分天元一術前

法乃連枝同體術也

案分天元一術即
天元一內帶分求

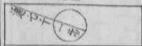
之得數而後約之連枝同體術卽通分
開方得數而後約之皆兼通分之法也
銳案本文以之分二字相
屬案云分天元一術誤

第四十一問

今有直田一段中心有圓池水占之外計地三
千九百二十四步只云從外田角斜通池徑
七十一步外田長闊相和得一百五十八步
問三事各多少

答曰圓徑十二步 田長一百二十六步
闊三十二步

直
池
田



法曰立天元一爲內圓徑以減

倍通步一百四十二步得

爲田斜以自之得

積一較羈於頭又立和步一百

五十八步以自之得

內減頭位得

立天元池徑以自之又三之二而一得

爲兩個池積也加入二之見積七

千八百四十八步得

直積與左相消得  平方開之得

一十二步爲內池徑也

依條段求之二之積步內加四段通步
羈卻減一段和步羈爲實四之通步爲
從二步半虛常法



義曰減一和步羈是減四
積一較羈也四之通步羈
內減了一個斜羈却又減
過二個直積故二之積步

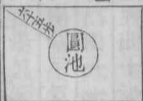
加之從內欠一个方減二積時漏下兩個圓池又該欠一个半方共欠二步半虛常法也

第四十二問

今有直田一段中心有圓池水占之外計地一萬八百步只云從田角至水池楞六十五步其外田闊不及長七十步問三事各多少

答曰田長一百五十步 闊八十步 圓池徑四十步

直 田



法曰立天元一為內池徑加

倍至一百三十步得一為

田斜以自之得一為田

斜幕於頭又置田較七十步

以自之得一為較幕以減頭位得一

為二田積寄左再立天元池徑以自之

身外加五得一為兩個池積也加二

之見積二萬一千六百步得一鏡案元本

增一亦為二直積與左相消得一

開平方得四十步卽池徑也以
徑自之三之四而一加入見積爲實以
闊不及長爲從開方得田闊

依條段求之二之田積內加較羈却減
四段至步羈爲實四之至步爲從半步
虛常法

義曰二積內加一个較羈恰補就一个
斜羈也其二積內有兩個圓池是元虛
了一步半方也於積內却實有一步除

減		減
益		益
減	從	減

外只虛了半步也

元和李銳算校

益古演段卷中