教育部審定

中學校用

普通教科書

算術

商務印書館出版

編輯大意

一本書備中學校算術教科之用。

一按中學校課程標準。教授算術。在第一學年。同年並授者。又有代數。全年授課約計二百小時。本書卽以供一百小時之用。

一算術爲小學已習之學科。與代數幾何等之中學始習者不同。溫故知新。誦習較易。故本書之篇幅。按時分配。較之數學科他種教科書之篇幅爲多。

一中學與小學。學科雖同。程度自異。本書共分十二篇。如級數開方省略算等。固爲小學所未習。卽其他各法爲小學所已習者。亦多探溯原理。更進一解。俾與中學之程度相應。

一世俗習慣之名稱。有不容不矯正者。如年利月利。概稱幾分是也。本書所用。一以小數定位爲準。十分之一稱分。百分之一稱釐。庶就一貫而免歧混。

一中外度量衡之比較。向分爲兩種。一種以 1 密達等於 3.24 尺爲基礎。一種以 1 密達等於 3.125 尺爲基礎。前者準據學理。後者爲現行制所採用。本書特兩列之。

一本書於名詞初見處。附注英文原名。於詞句緊要處。別標以黑線。於篇幅轉葉處。必令文字終止。無非爲披閱圖其便利也。所慮讎校未精。訛誤不免。倘蒙方家指正。跂望之。

中學校教科書

算術目次

中學校教科書

算術

第一篇　緒論

第一章　定義

1. 凡同類之物相衆。或同樣之事相續。吾人遇之。恆有計算之之意。計算所得。則謂之數 *Number*。例如伸指而見爲五。聞時鐘晨鳴之聲而知爲六。五與六。皆數也。

2. 事物之可以用數計算者。謂之量 *Quantity*。例如線有長短。線之量也。水有淺深。水之量也。

3. 欲知事物之量而計以數。則必先取一個定量。以爲起數之標準。此標準之定量。謂之單位 *Unit*。例如云童子四人。則一人爲單位。云每週七日。則一日爲單位也。

4. 所用之單位。如爲自然獨立者。則其物之量爲不連續量 *Discontinuous quantity*。如爲從宜割分者。則其物之量爲連續量 *Continuous quantity*。例如馬以匹計。匹匹分離。此不連續量也。布以尺計。尺尺銜接。此連續量也。

5. 事物之量。已爲單位所表顯者。謂之數量 *Concrete quantity*。例如線有長短之量。以丈爲單位而計之。得五丈。此五丈。即線之數量也。

6. 數之不專屬於某量者。其數謂之**不名數** *Abstract number*。專屬於某量者。其數謂之**名數** *Concrete number*。例如但云五。不言其爲五人歟。五馬歟。此五爲不名數。若用爲五人之五。或五馬之五。則五爲名數矣。

7. 數之適爲單位若干倍者。其數爲**整數** *Integer*。不能適爲單位若干倍者。則爲**分數** *Fraction* 或**小數** *Decimal*。例如用畝爲單位。以量度地面。若適得七倍。則可用七畝表其量。若七倍之外尙餘半倍。則必再用他數如二分之一畝。或五分。以表其量矣。七畝者。整數也。二分之一畝者。分數也。五分者。小數也。

8. 以研究數之理爲目的者。其學科謂之**數學** *Mathematics*。數學中有一分科。與**代數** *Algebra* **幾何** *Geometry* 等他分科並立。而爲習他分科之前所必習者。則爲**算術** *Arithmetic*。本書之所述者。卽此算術之理法也。

〔注意〕 我國向以算術爲總名。以數學爲分科之名。日本之譯名。與我適互易。今從之者。以包術於學。於義爲當也。

第二章 命數法及記數法

9. 用名稱以顯數。謂之**命數法** *Numeration*。命數法之目的。在於用甚少之名。而能表無限之數也。其法如下。

整數之最小者。命名曰**一**。自一次第增一。每數各命一名。曰**二**，**三**，**四**，**五**，**六**，**七**，**八**，**九**。此九數。謂之**基數** *Simple number*。於九增一。命名曰**十**。卽一之十倍也。

自十次第十倍之。命名曰百,曰,千,曰萬。

自萬次第十倍之。由十萬,百萬,千萬,而萬萬。則命名曰億。

自億次第十倍之。由十億,百億,千億,而萬億。則命名曰兆。

自兆次第萬倍之。命名曰京,曰垓,曰秭,穰,溝,澗,正,…等。

10. 一,十,百,千,萬,等。既用爲數之名。又定爲數之位 *Place*。一位爲第一位。十位爲第二位。百位,千位,萬位以上。皆每十倍其數。則進一位。故謂之十進法 *Denary scale*。

11. 再用記號以顯數。則謂之記數法 *Notation*。其所用者。祇亞拉伯數字 *Arabic numerals* 十個。如下。

1　2　3　4　5　6　7　8　9　0

自1至9。謂之有効數字 *Significant figure*。用以代表基數者也。0 讀曰零 *Naught*。用以表無數之位者也。有此十字。則無論何數。皆可記矣。

例如有數五萬六千七百零八。則記爲56708。

有數四十八萬五千九百。則記爲485900。

12. 數之大者。記之可用分節法 *Process of pointing off*。自右邊起。每四位爲一節。依一,萬,億,兆而進。則容易辨認。

例如四十二兆一百零三億五千四百萬零零七十九。則可記之如右。　42,0103,5400,0079。

〔注意〕東西各國。多用三位分節。我國則以用四位爲便。

13. 數字之寫法。有用壹,貳,叁,肆,伍,陸,柒,捌,玖以代基數。用拾,佰,仟,以代十,百,千,者。所以防塗改也。於鄭重處用之。

14. 又有一種數字。僅於時鐘表面。書籍卷端。西曆紀年。則用以記數者。是爲羅馬數字 *Roman Numerals*。

數字	*I*	*V*	*X*	*L*	*C*	*D*	*M*
字值	1	5	10	50	100	500	1000

用此七個數字。以記一切之數。其法如下。

(一) 同字幾個並寫者。則以其字值之幾倍爲值。

例如　*III* 爲 3.　*XX* 爲 20.　*CCC* 爲 300.

(二) 異字並寫。左值大於右值者。則以其相併之值爲值。

例如　*XII* 爲 12.　*VIII* 爲 8.　*DCLVII* 爲 657.

(三) 異字並寫。右值大於左值者。則以其相差之值爲值。

例如　*IV* 爲 4.　*XC* 爲 90.　*CD* 爲 400.

(四) 數字之上引一橫線者。則以其字值之千倍爲值。

例如　$\overline{L}$ 爲 50000.　$\overline{C}$ 爲 100000.　$\overline{D}$ 爲 500000.

問　題　一

1. 試以亞拉伯數字。及羅馬數字。記下列諸數。

十八。　二百三十七。　五百八十四。　六百九十九。

三千四百五十。　二千八百。　六萬四千九百八十。

2. 試以亞拉伯數字。記下列諸數。

DXXXIV.　*DCCLXXXIV*.　$\overline{XL}MMCDIV$

DCXCIX.　*MMCDLXXXIII*.　$\overline{VI}CCCXXVII$.

3. 試以羅馬數字。記下列諸數。

23.　57.　809.　752.　4305.　5863.　29088.

第三章　小數命法及記法

15. 整數莫小於一。小於一者。謂之小數 *Decimal*。

前言由一而十而百而千而萬等。爲十進法。若逆而言之。亦十等分法也。由萬而千而百而十而一。皆次第十等分而得。自一以下。再次第十等分。所得卽小數矣。

16. 小數之命法。十等分一謂之分。十等分分謂之釐。十等分釐謂之毫。自毫次第十等分之。謂之絲,忽,微,纖,沙…。以後並無際限。然實際用及者。不過絲忽以上而已。

17. 小數之記法。亦用亞拉伯數字。依十進法而記之。惟整數與小數分界之處。必作一點。謂之小數點 *Decimal point* 小數點之右如有空位。必作 0 以存其位。惟小數右邊之0。則與小數之值無關。可以任意增減。

例如　二又五分記以2.5　三又六釐記以3.06.

一分二釐記以.12.　三毫七絲記以.0037.

而.02與.0200與.020則同爲二釐。無所異也。

問　題　二

1. 下所記之各數。試按位讀出之。

3.5,　.05,　6.93,　.0305,　7.042,　.552,　.0089.

2. 下之各數。試以亞拉伯數字記之。

五分八釐。　六釐九毫。　七毫八絲。　九絲四忽。

三又六分。　七又八釐。　九又三絲。　六又五忽。

第二篇　四則

第一章　定義及符號

18. 加減乘除四法。總名四則 *Four species*。爲各種算法之基本。故名基法 *Fundamental processes*。

19. 演算時。用記號以省文詞。謂之符號 *Sign*。如下

+　爲加號 *Sign of addition*。　如 $6+2$。讀 6 加以 2。

−　爲減號 *Sign of subtraction*。　如 $6-2$。讀 6 減以 2。

×　爲乘號 *Sign of multiplication*。如 6×2。讀 6 乘以 2。

÷　爲除號 *Sign of division*。　如 $6\div2$。讀 6 除以 2。

=　爲等號 *Sign of equality*。

如 $3+4=7$　讀爲 3 加以 4 等於 7。

( ) 或〔 〕或 { } 爲括號 *Bracket*。將諸數括成一數用之。如 $9-(3+1)$。卽謂 9 減以 4 也。$28\div(8\div4)$。卽謂 28 除以 2 也。

20. 四則所用之數。其自動者曰法數。被動者曰實數。

例如　$6+2$, $6-2$, 6×2, $6\div2$. 其 2 爲自動之數。爲法數。其 6 爲被動之數。爲實數。

21. 四則布算之結果。皆名得數。在加法曰和或總數 *Sum* 在減法曰較 *Difference* 或餘數 *Remainder*。在乘法曰積或合數 *Product*。在除法曰商或商數 *Quotient*。

如　$6+2=8$,　$6-2=4$,　$6\times2=12$,　$6\div2=3$。其 8 爲和 4 爲較。12 爲積。3 爲商。皆得數也。

第二章　加法

22. 集合若干數使成一數之法。謂之加法 *Addition*。加法之實數曰被加數 *Addends*。法數曰加數 *Suffix*。

例如　$3+2$。則3爲被加數。2爲加數。

$3+2+4$。則$3+2$之和又爲被加數。4又爲加數。

23. 加數被加數之順序。任何顚倒之。加得之和無異。

例如　$3+2=5$,　$2+3=5$.　故　$3+2=2+3$.

$2+3+4=3+4+2=4+2+3=\cdots\cdots\cdots=9$.

24. 多位加法之演算。先各求同位各數之和。次將各和相加而求其總和。但實用多從簡便。恆以一次求得總和。

例. 求 371, 593, 84之和。

$$\begin{array}{r}371\\593\\+\ 84\\\hline 8\\240\\+800\\\hline 1048\end{array}$$

一位之和爲　$1+3+4=8$.

十位之和爲　$70+90+80=240$.

百位之和爲　$300+500=800$.

總和爲　$800+240+8=800+200+40+8$

$=1000+40+8=1048$.

實際所用簡便之式則如下。

$$\begin{array}{r}371\\593\\+\ 84\\\hline 1048\end{array}$$

一位　$1+3+4=8$.　寫8於本位。

十位　$7+9+8=24$.　寫4於本位。暗記2。

百位　$2+3+5=10$.　寫0於本位。1於上位。

如是則卽得總和1048。

25. 小數加法之演算。亦與整數同。其和之小數點。仍與加數被加數之小數點同行。

例如求3.71+5.93+.84之和。

則其演算之式如右。

$$\begin{array}{r} 3.71 \\ 5.93 \\ +\ .84 \\ \hline 10.48 \end{array}$$

26. 由是得整數小數加法演算之通法。將同位之數。各各並列成行。下引一橫線。自一位之行始。各行各自相加。記其和於相當行下。若其和大於九。則僅將其一位之數記於相當行下。而以十位之數加於次行。

27. 欲驗和數之合否。可顛倒相加諸數之順序而加之。視其和與前同否。同則合。否則誤(§23)。

28. 不同種之名數。不能相加。

例如2圓與3圓。可加成5圓。6人與3人。可加成9人。若3圓與6人。則爲不同種之名數。不能相加也。

問題三

1. 七億五萬三千八百四十六。加三十二萬五百二十五。加一兆三十五億四千九百九十九萬五千六百七十八。加八百六十三億七百八十五萬五十二。加五千八億三十。加五千八百一萬五百七十五。問總數爲何。

2. 八分七釐六毫五絲。加二分四釐九毫七絲。加十萬分之二千三十五。加百萬分之四千三百七十七。加十萬分之八千三百六十四。

3. 求 181, 236, 43 之和。

4. 試加 .5462, .513, .76321, .254 諸數。

5. 求 10003, 756, 2513, 76725 之總數。

6. 求 $3.4+7.9+25.3+70.1$ 之和。

7. 求 $9+99+999+9999+99999+999999$ 之和。

8. 我年十五歲。兄長於我四歲。姊長於兄三歲。母長於姊二十一歲。父長於母七歲。問父年若干歲。

9. 某英文書。用羅馬數字記緒言及目次之葉數。用亞拉伯數字記本文之葉數。書共五卷。其葉數順次爲 $XLVII+1755$。$XXXIX+2098$。$XXIV+1983$。$XVIII+1353$。$XXXIV+2179$。問此書之葉數總計若干。

10. 世界六大洲面積。亞西亞 1721,2680 方哩。阿非利加 1151,4770 方哩。歐羅巴 375,6970 方哩。北亞美利加 790,0350 方哩。南亞美利加 685,4000 方哩。澳洲 246,4000 方哩。問六大洲約共有若干平方英里。

11. 二十世紀之初。世界電線之延長。以百里爲單位。而以次之數表示之。於歐羅巴 54293。亞美利加 39736。亞細亞 8454.5。亞非利加 25705。澳洲 3600。此外商立公司所有之海底電線 7275。今若以一萬里爲單位。則電線之總延長數。以何數表示之。

12. 甲將金一百七十七圓與乙。則二人所持金等。初時乙有金二千三百五十四圓。問甲有金若干。

第三章 減法

29. 從一數去他數而求其差之法。曰減法 *Subtraction*。減法之實數曰被減數 *Minuend*。法數曰減數 *Subtrahend*。

例如 5−3。則5爲被減數。3爲減數。

30. 除同數相減以外。減數被減數。不能互易。

同數相減。其較爲0。此外減數皆小於被減數。故不能易。

31. 減數加較。即被減數。被減數減較。即減數。

例如 $5-3=2$. 則 $3+2=5$. $5-2=3$.

32. <u>從某數次第減去諸數。等於從某數徑減諸數之和。</u>

例如 $48-3-4=48-(3+4)$。

33. <u>從某數次第減去諸數時。所減諸數之順序。任何顛到之。其減得之較無異。</u>

例如 $25-3-2-6=25-6-3-2=25-2-6-3$.

34. <u>或加或減諸數之順序。擇宜顛倒之。其結果無異。</u>

例 $5+4+7-9=5+4-9+7=4+7-9+5$.

35. <u>於被減數加若干。或減若干。其較亦加或減若干。</u>

例如 $5-3=2$. $(5+1)-3=6-3=3=2+1$,

$(5-1)-3=4-3=1=2-1$.

36. <u>於減數加若干。或減若干。則其較反減或加若干。</u>

例如 $5-3=2$. $5-(3+1)=5-4=1=2-1$,

$5-(3-1)=5-2=3=2+1$.

37. 於被減數與減數。各加若干。或減若干。其較不變。

例如　$5-3=(5+1)-(3+1)=(5-1)-(3-1)$.

38. 多位減法之演算。先各求同位各數之較。再合各較得兩數之較。但實用多從簡便。恆以一次求得兩數之較。

例. 求自956減274之較。

$$\begin{array}{r} 956 \\ -274 \\ \hline 2 \\ 80 \\ +600 \\ \hline 682 \end{array}$$

一位較　$6-4=2$.

十位較　$50+100-70=50+30=80$.

百位較　$900-100-200$

$=900-300=600$.　(§37)

兩數全較　$600+80+2=682$.

實際所用簡便之式則如下。

$$\begin{array}{r} 956 \\ -274 \\ \hline 682 \end{array}$$

一位　$6-4=2$.　寫2於本位。

十位　$5+10-7=5+3=8$.　寫8。暗記1。

百位　$9-2-1=9-3=6$.　寫6於本位。

如是則即得全較682。

39. 小數減法之演算。亦與整數同。其較之小數點。仍與減數被減數同行。

例如求$9.56-2.74$之較。其演算式如右。

$$\begin{array}{r} 9.56 \\ -2.74 \\ \hline 6.82 \end{array}$$

40. 由是得整數小數減法演算之通法。置減數於被減數之下。令同位者同行。下引橫線。自一位始。各自上數減下數。記其較於相當行下。若某位之數上小於下。則以十與下數之差加於上數。爲本位之較。而增一於左位之減數。

41. 欲驗較數之合否。可取其數與減數相加。視其和與被減數等否。等則合。否則誤。或取其數自被減數減去。視其較與減數等否。等則合。否則誤(§31)。

42. 不同種之名數。不能相減。其理與(§28)同。

問　題　四

1. 從 2637 減 1582.　　*2.* 求 1.7653 與 .9672 之差。

3. 求 2358.02−1589.08.　　*4.* 求 2635−1762−53−97.

5. 求 7−.524621−.787878−.000238.

6. 何數與 2.1006732 相加為 4。

7. 電報之發明。在西歷 1841 年。問距今有若干年。

8. 甲用去所有銀三百八十五元二角中之五十三元一角。尚比乙多三十二元。求乙有銀。

9. 甲有桃九十七枚。以十三枚與乙。則乙比甲多三枚。問乙初有桃若干。

10. 某人自甲至乙。乘汽車行 80 里。乘人力車行 65 里。步行 25 里。已知全路 216 里。問尚餘幾里。

11. 東西二地。相距 130 里。甲自東向西。初日行 15 里。次日行 83 里。乙自西至東。初日行 56 里。次日行 18 里。問兩人相距幾里。又此時甲在乙之東歟。乙在甲之東歟。

12. 37.26523. 至少加以何數。則成整數。

第四章　乘法

43. 累加某數至若干次而求其和之簡法。謂之乘法*Multiplication*。其某數卽乘法之實數。名曰被乘數 *Multiplicand*。其若干次卽乘法之法數。名曰乘數 *Mutiplier*。

例如　$3+3+3+3=12$. 此爲累加法。

今用　$3\times4=12$. 此爲累加之簡便法。卽乘法。其3爲被乘數。4爲乘數。

44. 乘數被乘數。均爲乘得之積之因數 *Factor*。

例如　$3\times4=12$. 則3與4。均爲12之因數。

45. 因數多於二個者。其積曰連乘積 *Continued product*。

例. $4\times3\times2=12\times2=24$. 則24爲4,3,2之連乘積。

46. 乘數被乘數之順序。任何顚倒之。乘得之積無異。

例. $3\times4\times5=12\times5=60$.　　$4\times5\times3=20\times3=60$.

$5\times3\times4=15\times4=60$.　　$\cdots\cdots\cdots\cdots=60$.

故　$3\times4\times5=4\times5\times3=5\times3\times4=\cdots\cdots=60$.

47. 乘數被乘數有一數爲0。乘得之積皆爲0。

例. $3\times0=0$. $0\times5=0$. $3\times5\times0\times2=0$.

48. 諸數之和或較。用某數乘之。其所得之積。與以某數乘諸數。將各積加減而得之和或較無異。

例如　$(6+2+3)\times5=6\times5+2\times5+3\times5=55$.

$(6-2-3)\times5=6\times5-2\times5-3\times5=5$.

49. 凡習乘法。基數乘基數之積。宜讀至極熟。則演算時始得便利。下列之九九表。亦名乘法表*Multiplication table*。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

其縱橫兩行各數字相交之處。卽兩數字之乘積。如縱第八字橫第五字相交之處爲40。故知$5\times8=40$. 餘類推。

其讀法。則如2,3………6. 2,4………8. 4,8………32. 6,7……42. 餘類推。

50. 一位數乘多位數之法。宜以乘數乘被乘數之各位而加其各積(§**48**)。

例. 以4乘762。

$$\begin{array}{r} 762 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 8 \\ 240 \\ +2800 \\ \hline 3048 \end{array}$$

乘一位所得之積 $2\times4=8$.

乘十位所得之積 $60\times4=240$.

乘百位所得之積 $700\times4=2800$.

共積 $2800+240+8=3048$.

實際所用之簡式如下。

$$\begin{array}{r} 762 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 3048 \end{array}$$

一位 $2\times4=8$。 寫8於本位。

十位 $6\times4=24$. 寫4於本位。暗記2。

百位 $7\times4+2=30$. 寫0於本位。3於左位。

如是則卽得積爲3048。

51. 多位數乘多位數之法。以乘數之各位。一一乘被乘數而得各部分積 *Partial product*。加之。得全積。

例　求 563×1092。

$$\begin{array}{r} 563 \\ \times\ 1092 \\ \hline 1126 \\ 5067 \\ +563 \\ \hline 614796 \end{array}$$

一位乘實。　$563\times2=1126$.　尾爲一位。

十位乘實。　$563\times9=5067$.　尾爲十位。

百位乘實必得0。故省去不乘(§47)。

千位乘實。　$563\times1=563$.　尾爲千位。

全積 $=563000+50670+1126=614796$.

52. 小數之乘法。亦與整數同。維其乘積之小數位。與乘數被乘數所有小數位之和相等。

例. 求 7.62×4 及 $26.57\times.12$ 及 $.0255\times.308$.

$$\begin{array}{r} 7.62 \\ \times\ \ \ 4 \\ \hline 30.48 \end{array}\qquad\begin{array}{r} 26.57 \\ \times\ \ .12 \\ \hline 5314 \\ +2657 \\ \hline 3.1884 \end{array}\qquad\begin{array}{r} .0255 \\ \times\ .308 \\ \hline 2040 \\ +\ \ 765 \\ \hline .0078540 \end{array}$$

第一例。法實共有小數二位。故積亦有二位小數。第二例。法實共有小數四位。故積亦有四位小數。第三例。法實共有小數七位。故積亦有七位小數。左端二0。所以補其缺位也。

53. 由是得整數小數乘法演算之通法。置被乘數與乘數。下引橫線。自乘數一位始。各位各乘被乘數。並書各部分積。令其一位數。在乘數之相當位下。後求各部分積之和。得全積。小數乘法。則以法實小數位之和。爲積之小數位。

54. 欲驗積數之合否。可將乘數與被乘數互易而乘之。視其所得之積。與前同否。同則合。否則誤(§46)。

55. 乘數恆爲不名數.積與被乘數。爲同一之單位。

例如· 5圓 ×3=15圓。 8尺×9=72尺。

當演算之際。乘數被乘數。雖可以互易。然論其理。則乘數者。累加之次數也。故決乎不能爲名數。

問 題 五

1. 523以768乘之。

2. 1.782×13.55之積。

3. 求76, 25, 81, 9之連乘積。

4. 1963×758之積。

5. 求25.71×13.62×81.

6. 求.3318×.503.

7. .0783×4500.

8. 872390×.073.

9. 五萬六千二百八十一之五百六十三倍。得若干。

10. 某人日行十三里.十八日當行幾里.

11. 每人日運米四十八石。問十六人二十二日。運若干。

12. 甲乙二工人。甲日給七角三分。乙日給五角五分。今兩人作工七日。問共給銀若干。

13. 圓之周圍。爲直徑之3.1416倍。今有直徑4.65尺之輪環轉一周。當進幾尺。

14. 甲乙二旅人。甲日行十三里。乙日行十一里。甲自東地向西地。乙自西地向東地。二人同時出發。至第五日乃相會。問兩地距離幾里。

56. 相乘之時。適遇特別之數。則又有簡易之乘法。

(第一) 乘數及被乘數之右端若有0。則可先去其0而求乘積。後視法實右端共有若干0。即附若干0於積之右端。爲所求之積。

$$\begin{array}{r} 360300 \\ \times 10050 \\ \hline 18015 \\ +3603 \\ \hline 3621015000 \end{array}$$

例. 360300×10050.

法實右端共有三0。故於積附三0。

(第二) 以10, 100, 1000, 或.1, .01, .001 等數乘他數者。可附0於他數之右。或移其小數點之位置。即得所求之積。

例一. $234 \times 10 = 2340$.　　$234 \times 1000 = 234000$.

其右端所附0之位數。與法數右端所有0之位數等。

例二. $2.34 \times 10 = 23.4$.　　$2.34 \times 1000 = 2340$.

其小數點移右之位數。與法數右端0之位數等。

例三. $23.4 \times .1 = 2.34$.　　$2340 \times .001 = 2.34$.

其小數點移左之位數。與法之小數位等。

(第三) 乘數爲若干個基數之連乘積者。可即用各基數爲乘數而遞乘之。以省演算時加併部分積之勞。

例. 求 278×35.　惟因 $35 = 5 \times 7$.

故 $278 \times 35 = 278 \times 5 \times 7 = 1390 \times 7 = 9730$.

(第四) 連乘因數中。如有若干數之積。其右端能爲0。則可先乘他因數。後以此若干數之積乘之(§46)。

例 求 $17 \times 5 \times 5 \times 9 \times 4$.　惟因 $5 \times 5 \times 4 = 100$.

故 $17 \times 5 \times 5 \times 9 \times 4 = 17 \times 9 \times 100 = 15300$.

(第六)例 47358×24018=47358×(24000+600+18)=47358×6(4000+100+3)=1165859244

（第五） 乘數中之數字。除右端之一位或左端之一位外。餘悉爲 9 者。則可參用減法。以省乘法之煩。

例一. 求 6235×997.

因 $997=1000-3$.

$$\begin{array}{r} 6235000 \\ -\quad 18705 \\ \hline 6216295 \end{array}$$

故 題式 $=6235\times(1000-3)=6235\times1000-6235\times3$ (§48).

例二. 求 6235×6999.

因 $6999=7000-1$.

$$\begin{array}{r} 43645000 \\ -\quad 6235 \\ \hline 43638765 \end{array}$$

故 題式 $=6235\times(7000-1)=6235\times7000-6235\times1$ (§48).

（第六） 分乘數爲若干部。若其中有多部均爲一部之倍數者。則可先以一部之數乘被乘數而得部分積。後以各部之倍數乘此部分積而得他部分積。併之卽得所求之積。

例. 求 47358×24618.

分乘數爲 24 與 6 與 18 之三部。則 $24=6\times4$, $18=6\times3$. 故先以 6 乘實。得末位爲百之積。次以 4 乘百位積。得千位之積。以 3 乘百位積得一位之積。併之卽全積。

$$\begin{array}{r} 47358 \\ 24618 \\ \hline 284148 \\ 1136592 \\ 852444 \\ \hline 1165859244 \end{array}$$

57. 由相等之因數連乘而得之積。謂之**方乘積**或**乘冪**或**冪** *Power*。卽相等二數之積。名**自乘積**或**二乘冪** *Second power*。相等三數之積。名**三乘積**或**立方積**或**三乘冪** *Third power*。其他**四乘冪**，**五乘冪**以上。依此類推。而凡數之**一乘冪** *First power*。則卽其本數是也。

例. $3\times3=9$。爲 3 之二乘冪。$3\times3\times3=27$。爲 3 之三乘冪。

58. 記某數之乘冪。可於某數之右肩上。寫小數字。指明其乘冪之次數。此小數字。名曰指數 *Index* 或 *Exponent*。

例. $3\times3=3^2$, $3\times3\times3=3^3$, $5\times5\times5\times5=5^4$.

59. 同數之諸乘冪相乘。即以指數和爲指數之乘冪。

例. $9^3\times9^4=(9\times9\times9)\times(9\times9\times9\times9)=9^7=9^{3+4}$.

60. 諸數之同乘冪相乘。即諸數連乘積之同乘冪。

例. $3^2\times5^2\times2^2=(3\times5\times2)\times(3\times5\times2)=(3\times5\times2)^2$.

問題六

1. 求 $.00235\times1000$.　　2. 求 $.3526\times.0001$.

3. 求 53125×48.　　4. 求 145000×82000.

5. 求 56789×9999.　　6. 求 $5\times9\times8\times16\times25\times625$.

7. 求 32381×56816.　　8. 求 2703520×999980.

9. 問 $6^3\times6^6\times6^5$ 爲 6 之若干乘冪。

10. 問 $8^3\times5^3\times9^3$ 爲何數之三乘冪。

11. 求 $8468\times399\times993$ 之乘積。

12. 求 $512\times318\times246$ 之乘積。

13. 試求 16 之平方與 25 之平方之積。

14. 試求 8 之立方與 125 之立方之積。

15. 試求 $99993\times5999\times612$ 之積。

16. 求 27825×1236 與 27825×764 之和。又求 35623×57635 與 35623×56636 之較。

第五章 除法

61. 自甲數累減乙數。求甲數中含有乙數幾倍之簡法。謂之除法 *Division*。其甲數卽除法之實數。名曰被除數 *Dividend*。乙數卽除法之法數。名曰除數 *Divisor*。

例. $12-3-3-3-3=0$. 減4次而盡。此爲累減法。

今用 $12\div3=4$. 此爲累減之簡法。卽除法。其12爲被除數。3爲除數。

62. 除數除被除數所得謂之商 *Quotient*。能除盡而無餘者。謂之整除 *Exactly divisible*。整除之商爲整數。

其不能整除者。則所餘之被除數。謂之殘數 *Remainder*。殘數必小於除數。而其除得之商。卽帶有分數。

例如11除以4。得整商2。餘3爲殘數。3比除數4爲小。而其除得之商。則帶有$\frac{3}{4}$之分數。故 $11\div4=2+\frac{3}{4}$.

63. 除之意義有二。以名數除名數時。爲求實數合法數幾倍之義。以不名數除名數時。爲將實數均分爲幾份之義。由第一義。卽已知積數被乘數而反求乘數之法也。由第二義。卽已知積數乘數而反求被乘數之法也(§55)。

例如5圓×3=15圓。今用除法。若爲15圓÷5圓=3。則屬於第一義。若爲15圓÷3=5圓。則屬於第二義。

64. 凡整除之除數。以商數乘之。所得爲被除數。不整除之除數。以整商乘之。以殘數加之。所得亦爲被除數。

例如 $6\div3=2$. 則 $3\times2=6$.

$11\div4=2+\frac{3}{4}$. 則 $4\times2+3=11$.

65. 凡整除之被除數。以商數除之。所得爲除數。不整除之被除數。先以殘數減之。再以整商除之。所得亦爲除數。

例如 $6\div3=2$. 則 $6\div2=3$.

$11\div4=2+\frac{3}{4}$. 則 $(11-3)\div2=4$.

66. 以諸數順次除某數。等於以諸數之乘積除某數。

例如 $30\div2\div3\div5=30\div(2\times3\times5)$.

67. 諸除數之順序任意顛倒之。除得之商無異。

例. $30\div2\div3\div5=30\div3\div5\div2=30\div5\div2\div3$.

68. 或乘或除諸數之順序。擇宜顛倒之。其結果無異。

例. $6\times9\times5\div3=6\div3\times9\times5=9\div3\times5\times6$.

69. 以某數各除兩數。其商之和或較。等於以某數除兩數之和或較所得之商。

例. $(63\div9)+(45\div9)=(63+45)\div9$.

$(63\div9)-(45\div9)=(63-45)\div9$.

*70. 凡習除法。若法爲基數。而實又小於其十倍之數。則可依九九表之讀法。反求而得其商。

例如 $28\div4$。可呼 4 7…28。而知其商爲 7。

又如 $28\div7$。可呼 4 7…28。而知其商爲 4。

又如 $50\div8$。可呼 6 8…48。7 8…56。可知其商爲 6。而殘數爲 $50-48=2$。

71. 法與實均為多位數者。可用法之基數倍。自實之左邊起。逐次減之。而得各部分商 *Partial quotient*。併之為全商。

例. 求 $1669205\div235$.

先列法之基數倍各數如下。

$235\times1=235$.　$235\times2=470$.　$235\times3=705$.

$235\times4=940$.　$235\times5=1175$.　$235\times6=1410$.

$235\times7=1645$.　$235\times8=1880$.　$235\times9=2115$.

次視實數萬位以左。不足容法之一倍。卽知商數不始於萬位。自千位以右。遞次以能容之倍數減之。卽得千位百位。一位之部分商為7,為1,為3。而其全商則為7103。

$$
\begin{array}{lr}
 & 1669205 \\
235\times7000\cdots & \underline{1645000} \\
 & 24205 \\
235\times\ \ 100\cdots\cdots & \underline{23500} \\
 & 705 \\
235\times\ \ \ \ \ 3\cdots\cdots\cdots & \underline{705} \\
\text{全商}\cdots7103 & 0
\end{array}
$$

於實際上。更有簡便之式如下。

$$
\begin{array}{r}
235)1669205(7103 \\
\underline{1645} \\
242 \\
\underline{235} \\
705(7103 \\
\underline{705}(7103 \\
0
\end{array}
$$

先於實之左端。取小於十倍法之數1669。知能容法7次。乃於右弧外寫初商7。卽減去 235×7 之數。餘24。添實之次位2為242。此中僅容法1次。故寫次商為1。卽減去 235×1 之數。餘7。併次位0為70。尙比法小。故寫三商為0。再併次位5為705。此中能容法3次。故寫四商為3。卽減 235×3 之數。適盡無餘。

72. 實爲多位數而法爲基數者。則每次之餘實。不必寫出。可即默記併入次位而除之。而其商數。可即寫於實數相當位之下。

例. 求587÷4.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 587 \\ \hline & 146 \end{array}$$ 有殘數3.

百位5除以4。得1。餘1。十位18除以4。得4。餘2。一位27除以4。得6。餘3。故得整商146。尙有殘數3。

如本節之演算。謂之短除法 *Short division*。對於短除法而言之。於是稱前節之演算。謂之長除法 *Long division*。

73. 殘數之處置。有兩法焉。其一。於整商之右。引一橫線。下寫除數。上寫殘數。讀曰幾分之幾。是爲分數。其二。於實數之右。疊次附0而除之。所得部分商。在整商之右。是爲小數。

例. $$\begin{array}{r|l} 4 & 587 \\ \hline & 146\frac{3}{4} \end{array}$$ 或 $$\begin{array}{r|l} 4 & 587.00 \\ \hline & 146.75 \end{array}$$

殘數除爲小數。若屢除而終不能盡。可截取小數若干位。而棄其餘位。但餘位之首。如不滿5。則竟棄之。如已滿5。則於截取之末位數加一。謂之四捨五入法。

例. 求6414÷7之商。

$$\begin{array}{r|l} 7 & 6414.0000000 \\ \hline & 916.285714\cdots \end{array}$$

此商數之小數。如截取四位。則用四捨法爲.2857。如截取三位。則用五入法。爲.286。

74. 商之位。與實相應。故若實爲小數者。商亦爲小數。

例. $.6414 \div 7 = .091628\cdots$

$$\begin{array}{r|l} 7 & .641400 \\ \hline & .091628\cdots \end{array}$$

75. 法與實。各以同數乘之。其商必無異。故若法有小數者。可將法實之小數點。均移右若干位。令其法爲整數。而後依整數之法除之。

例. 求 $6.6 \div .25$ 之商。

因 $6.6 \div .25 = 660 \div 25.$

而 $660 \div 25 = 26.4.$

故 $6.6 \div .25 = 26.4.$

$$
\begin{array}{r}
25)\,660\,(26.4 \\
\underline{50} \\
160 \\
\underline{150} \\
100 \\
\underline{100} \\
0
\end{array}
$$

76. 由是得整數小數除法演算之通法。先視法實之首位孰大。設法首位小於實首位。則按法有幾位。即照截實之左端幾位爲初商實。若法首位大於實首位。或法實首位相等。而次位以後。法大於實者。則多截一位。爲初商實。乃察實首位足容法首位幾倍。以其倍數乘法。其積若不大於實。即以此倍數爲商之首位。(若其積大於實。則當退商。)而以積於實內減去之。於其餘數之右端續附實之次位。爲次商實。依前法得商之次位。如是遞推。至實之各位取盡而止。若附實之次位於餘數右端後。其數比法小。則商之次位爲 0。乃更附以實之次位。尚小。則商又爲 0。而復附實之次位。使其數大於法。而除之。若取實已盡。而猶有殘數。則或記爲分數。或附 0 於後而除之。惟商位必與實位相應。用實至某位。則得商亦爲某位。

小數除法。則法實各以10之若干方乘積乘之。化法爲整數。而依整數之法除之。

2700−1188=1512石大倉所存　1512÷2=756石 則大倉倍於小倉所存之米
16÷2=8石 兩小倉所取出之米　1188−756=432石 小倉比大倉多取出之米
24−8=16石 即小倉多取出之米
432÷16=27日 即小倉每日多取16石所取盡之日數

77. 欲驗商數之合否。可用除數乘所得之商。如有殘數。卽加入之。視此數與被除數同否。同則合。否則誤(§64)。

或用商數爲法。以除被除數或被除數減殘數之較。視所得者與除數同否。同則合。否則誤。(§65)

78. 除數與商。必有一爲不名數。因若以名數除名數。則商必爲不名數。若商與被除數爲同種之名數。則除數必爲不名數也(§63)。而殘數則恆與被除數爲同種之名數。

問　題　七

1. 求 $531524 \div 7$.　　*2.* 求 $5.6532 \div 4$.

3. 求 $26538119 \div 173$.　　*4.* 求 $.63288 \div .18$.

5. 求 $376952 \div 43$.　　*6.* 求 $231267 \div 3005$

7. 乘數 2365。積 38613355。求被乘數。

8. 以何數除 36500。得商 23。殘數 551。

9. 甲有金百元。比乙有金之七倍多九元。問乙所有金。

10. 凡一年之長爲 365.242218 日。然通常以 $365\frac{1}{4}$ 日爲一年。問每幾年生差一日。

11. 一分時兎走 720 尺。犬則走 1732 尺。今犬在兎後 7084 尺。問尙需幾分時方能追及。

12. 有米 2700 石。存於大小兩倉。小倉容米 1188 石。餘則盡存大倉。至發倉時。大倉日取出 16 石。小倉日取出 24 石。問幾日後。大倉存米適倍於小倉。

79、 法實兩數適遇特別之數亦有簡易之除法。

(第一) 法之右端有若干 0 者。可截去之。即於實之右端。亦截去若干位。俟除畢之後。仍將截去之若干位。附於殘數之右。爲此除式之殘數。(此法與§75之法相對)

例. 求1883720÷23000.

因 1383÷23=1883000÷23000.

故可用右之簡便除式。

23000)1883720(81
184
43
23
殘數……20720

(第二) 以10, 100, 1000, 或.1, .01, .001, 等數除他數者。但準法之 0 位或小數位。將實之小數點移左或移右。即得。

例. 12.344÷100=.12344.

12.344÷.0001=123440.

(第三) 除數爲若干個基數之連乘積者。亦可用各基數爲除數而遞次除之(§66)。但求殘數。則宜復其原。

例. 57294÷35=57294÷(5×7)

=57294÷5÷7=1636有殘數。

殘數=殘6×5+殘4=34.

5|57294
7|11458 殘 4
1636 殘 6

(第四) 除數爲 5 之若干方乘積者。可先以 2 之同次方乘積乘之後以 10 之同次方乘積除之。

此因 5=10÷2, 25=100÷4, 125=1000÷8. 故用 5, 25, 125 等數除者。無異於用 (10÷2), (100÷4), (1000÷8) 等數除。且無異於用10, 100, 1000等數除。而用 2, 4, 8 等數乘。且無異於先乘而後除故也 (§68)。

例. $15240 \div 25 = 15240 \times 4 \div 100 = 609\,\frac{60}{100}$.

〔注意〕 此簡便法。於乘法亦可用之。但須互易其乘除耳。

例. $15240 \times 25 = 15240 \times 100 \div 4 = 381000$.

80. 某數之乘冪。以同數他乘冪除之。所得之商。卽以法實指數之較爲指數之乘冪。

例. $5^6 \div 5^2 = 5^4 \times 5^2 \div 5^2 = 5^4 = 5^{6-2}$.

甲數被乙數整除者。甲數之乘冪以乙數之同乘冪除之。所得之商。卽甲被乙除之商之同乘冪。

例. $(5 \times 3)^3 \div 3^3 = 5^3 \times 3^3 \div 3^3 = 5^3 = (5 \times 3 \div 3)^3$.

問　題　八

1. 求 $975231 \div 500$.

2. 求 $7.6263 \div .00001$.

3. 求 $612360 \div 105$.

4. 求 $972592 \div 168$.

5. 求 $1276851 \div 2800$.

6. 求 $.00432 \div .0001$.

7. 求 $300258378125 \div 3125$.

8. 求 $(63)^4 \div 7^4$.

9. 求 $(84)^5 \div (12)^5$.

10. 求 $(56)^6 \div 8^4$.

11. 求 $(105)^3 \div (7 \times 5)^3$.

12. 求 $534269 \div 84$ 之商。幷求其殘數。

13. 求 $916072 \div 147$ 之商。幷求殘數。

14. 求 $91187 \div 625$ 之商。

15. 求 $(45 \times 7)^5 \div (35)^3$ 之商。

16. 求 $(525)^6 \div (21)^4$ 之商。

第六章　四則雜題例解

81. 凡 $+,-$ 或 $\times,\div$ 合演之式。可自左向右。順次求之。

例一. $50+8-17+23-31=33$. 答

解. $50+8=58$, $58-17=41$, $41+23=64$, $64-31=33$.

例二. $9\times8\div6\times4\div24=2$. 答

解. $9\times8=72$, $72\div6=12$, $12\times4=48$, $48\div24=2$.

82. 凡 $+,-$ $\times,\div$ 合演之式。當先乘除。後加減。

例. $64-54\div6-5\times7+63\div9=27$. 答

解. $64-(54\div6)-(5\times7)+(63\div9)=64-9-35+7=27$.

83. 凡有括號之式。先算括號內之數。漸次由內以及外。

例一. $\dot{7}\times(1\dot{3}-\dot{8})-(2\dot{4}8-2\dot{1}5)=\dot{0}2$. 答

解. 題式 $=\dot{7}\times\dot{5}-\dot{3}3=\dot{3}5-\dot{3}3=\dot{0}2$.

例二. $15\dot{7}2+\dot{4}\times\{11-[\dot{9}+\dot{7}\times(2+1)]\}=18\dot{9}2$. 答

解. 題式 $=15\dot{7}2+\dot{4}\times\{11-[\dot{9}+\dot{7}\times3]\}$

$=15\dot{7}2+\dot{4}\times\{11-3\}=15\dot{7}2+\dot{4}\times8=15\dot{7}2+3\dot{2}=18\dot{9}2$.

例三. $87\div\{8+7\times[18\div(5+1)]\}=3$. 答

解. 題式 $=87\div\{8+7\times[18\div6]\}=87\div\{8+7\times3\}$

$=87\div\{8+21\}=87\div29=3$.

〔注意〕 括號前有減號者。如欲去其括號。則必改易其括號內之加號減號。括號前有除號者。如欲去其括號。則必改易其括號內之乘號除號。

84. 四則合用之題。情狀萬變。惟在審理以用法。則無不可解之題也。且其解法有不止一種者。茲略舉數例於後。

例一. 有大小兩數。其和 49。其較13。求兩數。

因　大數－小數＝13.

則　大數－13＝小數。　　小數＋13＝大數。

因　大數＋小數＝49.

則　大數＋(大數－13)＝49.　小數＋(小數＋13)＝49

則　2×大數＝49＋13.　　2×小數＝49－13.

故　大數＝(49＋13)÷2＝31.

　　小數＝(49－13)÷2＝18.

例二. 某數之3倍加2。與從5倍內減20等。求某數。

因　5倍－3倍＝2倍。

既　3倍＋2＝5倍－20.　則必2＝2倍－20。

則必20＋2＝2倍.

故　某數＝(20＋2)÷(5－3)＝22÷2＝11. 答

例三. 大小兩數之和爲17。大數3倍小數5倍之和爲63。求兩數各若干。

因　大數×3＋小數×5＝63.

即　和×3＋小數×(5－3)＝63.

則　63－和×3＝63－17×3＝小數之(5－3)倍。

故　小數＝(63－17×3)÷(5－3)＝12÷2＝6.

依同理。大數＝(17×5－63)÷(5－3)＝22÷2＝11.

答

例四. 大數2倍小數5倍之和59.大數3倍小數7倍之和85。求兩數各若干。

既 大數 $\times 2+$ 小數 $\times 5=59$. 若以3乘之。

則 大數 $\times 2\times 3+$ 小數 $\times 5\times 3=59\times 3$.

既 大數 $\times 3+$ 小數 $\times 7=85$. 若以2乘之。

則 大數 $\times 3\times 2+$ 小數 $\times 7\times 2=85\times 2$.

由是 $59\times 3-85\times 2$ 爲小數之 $(5\times 3-7\times 2)$ 倍.

故 小數 $=(59\times 3-85\times 2)\div(5\times 3-7\times 2)=7$.

依同理。大數 $=(85\times 5-59\times 7)\div(3\times 5-2\times 7)=12$. 答

例五. 某數加57。等於某數加9之4倍。求某數。

某數 $+57=($某數$+9)\times 4=$ 某數 $\times 4+9\times 4$.

則 $57=$ 某數 $\times 3+9\times 4$.

則 $57-9\times 4=$ 某數 $\times 3$. 卽某數之 $(4-1)$ 倍。

故 某數 $=(57-9\times 4)\div(4-1)=7$. 答

例六 甲乙丙三人。各有銀若干。甲乙之和35圓。乙丙之和45圓。甲丙之和40圓。求三人銀數。

因 $35+45=80$ 爲甲乙及乙丙兩和之和。卽甲丙及乙2倍之和。

則 $35+45-40=40$ 爲乙之2倍。

故 乙銀 $=(35+45-40)\div 2=20$.

依同理。甲銀 $=(35+40-45)\div 2=15$. 答

丙銀 $=(45+40-35)\div 2=25$.

又一法　先將三和相加。爲三人和之 2 倍。以 2 除之。爲三人之和。再以三和各減之。則得所餘各人之數。

$$\text{故}\quad \left.\begin{aligned} \text{甲銀} &= (35+45+40)\div 2-45=15. \\ \text{乙銀} &= (35+45+40)\div 2-40=20. \\ \text{丙銀} &= (35+45+40)\div 2-35=25. \end{aligned}\right\}\text{答}$$

例七. 有連續之整數五個。其和爲 80。求各數幾何。

連續之數。以 1 遞差。故若以最少者爲第一數。則第二,三,四,五數。卽比第一多 1,2,3,4。而 1,2,3,4 之和爲 10。故 $80-10=70$。卽爲最小數之 5 倍。

由是　最小數 $=(80-10)\div 5=14$.

因得　所求之五數爲 14, 15, 16, 17, 18. 答

又一法　由上理。最大數 $=(80+10)\div 5=18$.

因得　所求之五數爲 18, 17, 16, 15, 14.

又一法　由上理。知第一二數。比第三數少 2,1。第四,五數。比第三數多 1,2。而所少所多之數適相等。

則知　第三數 $=80\div 5=16$.

因得　第一二數爲 14, 15. 第四五數爲 17, 18.

又一法　設每數各增 1。則第四數移爲第三數。

故　第四數 $=(80+5)\div 5=17$.

因得　第一二三數爲 14, 15, 16. 第五數爲 18.

又一法　由上理。知　第二數 $=(80-5)\div 5=15$.

因得　第一數爲 14, 第三四五數爲 16, 17, 18.

(和+差)÷2=大數
(和−差)÷2=小數

雜　題　一

1. 求 $57\times2-35\times3+16\times12-153$ 之等數。

2. 求 $(5.55+3.62)\times(.76-.52)\div(1-.16)$.

3. 求 $(19-18\div3)\times7-5\times\{3+2\times(7-5)\}$.

4. 求 $1+2\times[3+4\times\{5+6\times(7+8)\}]$.

5. 某數加以一。減以二。乘以三。除以四。得六。求其數。

6. 有三數。各二數之和爲 126, 212, 308。求各數。

7. 大小兩數和 2524。大數爲小數之三倍。求二數。

8. 甲乙和二十一。甲除乙得七分五釐。求兩數。

9. 甲乙二人分金二百元。其中甲比乙多十二元。問各得若干。

10. 甲乙丙三人分金三十五圓。已知甲爲乙之二倍。乙爲丙之二倍。問各得若干。

11. 甲乙二人分銀三十二兩。已知甲比乙之三倍少八兩。問各得若干。

12. 甲乙兩人。同時自同地相背而行。甲日行十七里。乙日行十三里。問幾日後。兩人相距百二十里。

13. 甲乙各有銀若干元。其數相等。其後甲損失五十元。
(50+30)÷(3−1)=80÷2=40元 50+40=90元
乙得利三十元。則乙有銀三倍於甲。問初時各若干。

14. 玻璃之重量爲水之3.329倍。而銀又爲玻璃之3.134倍。問銀之重量。爲水之幾倍。

15. 有瓶一。充以水。重100.35兩。若充以水銀。則重137.03兩。求瓶之重量。但水銀之重量。爲水之13.598倍。

16. 甲工八人。乙工五人。作工二十五日。合計工資九十四元五角。已知甲一人之工資。二倍於乙。問每日每人之工資若干。

17. 甲乙各有銀三百元。問甲與幾元於乙。則乙之所持爲甲之五倍。

18. 某數之8倍內減153。則比其五倍多66。求其數。
(153+66)÷(8-5)=219÷3=73、

19. 兄之歲。三倍於弟。自今再經五年。則二倍於弟。問現年齡各若干。(5×3-5)÷(3-2)=10歲　10-5=5弟歲　5×3=15兄歲

20. 筆一枝之價。與墨一錠之價差五分。而筆十六枝之價。與墨六錠之價等。問各價若干。(16×5)÷(16-6)=80÷10=8分墨
8-5=3分筆、

21. 甲船一小時行六里。乙船行二里。兩船同時自同地依反對之方向出發。行七小時後。甲船因事而返追乙船。問需幾小時追及。(6+2×7)÷(6-2)=(8×7)÷4=56÷4=14小時

22. 父年四十八歲。子年十八歲。幾年以前。父之年三倍於子。幾年以後。則二倍於子。(18×3-48)÷(3-1)=6÷2=3
(48-18×2)÷(2-1)=12÷1=12年、

23. 有寫字生。言明每寫百枚。則贈銀一元二角六分及硯一方。其後寫至三十枚。因事輟業。而僅以硯一方贈之。問硯之價值若干。126÷(100-30)×30=126÷70×3=1.8×30=54分

24. 有寫字生。言明每寫一頁。得銀二分。寫損一頁。賠銀三分。計寫二十頁。得銀二角五分。問寫損幾頁。

(20×2-25)÷(2+3)=(40-25)÷5=15÷5=3頁

←兩甲一人二日之工資70÷2=35分為甲一人一日之工資故乙一日之工資為63分−35分=28分

30, {(30+2)+(22+2)}×2÷4={32+24}×2÷4=56×2÷4=[illegible]株

25. 甲乙丙丁四人。各有銀若干元。甲乙丙之和為 192 元。乙丙丁之和為216元。甲丙丁之和為208元。甲乙丁之和為200元。求各人之銀數。

26. 從某數之4倍內減36。即與某數等。求某數。36÷(4−1)=36÷3=12

27. 每日甲行十五里。乙行十一里。二人同時自同處行向某地。甲行十二里後。以有物忘却而返原地。其後與乙同時至某地。問兩地距離若干。旅行日數若干。4,4+(15−11)×24=6日 11×6=66里

28. 有人買牛馬各一羣。不知其數。但云共用銀一千二百六十兩。馬每匹價五十兩。牛每頭價十七兩。而牛數比馬數多一倍。問牛馬各若干。1260÷(50+17×2)=1260÷84=15馬 =15×2=30牛數

29. 甲工五日乙工三日之工資和為 2.59 元。若甲乙交換其日給之工資。則此和為2.45元。問二人日給工資若干。2.59+2.45=5.04元為甲乙二人各八日之工資 5.04分÷8=63分 甲乙二人一日之工資63分×3=189分為甲乙各三日之工資 259分−

30. 有長方形地。長30尺。闊22尺。繞以闊1尺之溝。今於溝之外周。每隔四尺。植樹一株。問需樹幾株。

31. 有連續之整數七個。其和為238。問七個數各若干。

32. 甲乙各有銀若干。但知甲之三倍等於乙。若乙用去九十元。則與甲等。問甲乙各有銀若干。

33. 甲有本銀一百二十五兩。乙有本銀三十五兩。合本營商。其後共得利銀。均分之。則甲之本利共。為乙之本利共之三倍。問得利銀若干。

33, [注意] 此題當是均分利銀若干兩時甲之本利適乙之本利之三倍

31. (238−21)÷7=217÷7=31，∴七个数为31,32,33,34,35,36,37,
32. (40−3×35)÷(3−1)=10各加時得許)10×2=20組之和

第三篇　複名數

第一章　複名數緒論

85. 凡以數表示事物。用位數甚多之數。恆不如用位數較少之數。例如云某校與某山。相距一萬四千四百尺。不若云相距八里之明瞭。云某路走到。需時.00625日。不若云需時九分之明瞭也。

以位數甚多之數。欲改爲位數較少之數。是必於原有之單位以外。或大或小。別立單位而後可。此別立之單位。謂之**補助單位** *Auxiliary unit*。而原有之單位。則謂之**基本單位** *Standard unit* 例如尺爲基本單位。大而步,丈,里。小而寸,分,釐。皆補助單位也。

86. 凡用一個單位所表示之數。無論整數小數。皆謂之**單名數** *Simple denominate number*。用數個單位所表示之數。則謂之**複名數** *Compound denominate number*。亦曰諸等數。例如云123尺。或云1.23尺。皆單名數也。設云12丈3尺。或云1尺2寸3分。則爲複名數矣。

87. 複名數可分爲二類。**十進複名數**。其各名以十進位。仍可依單名數之法以計算。初不甚難。**非十進複名數**。則種種計算。皆不能與單名數強同。故又必別立其法焉。例如1尺2寸3分。與1.23尺同值。其計算無甚差異。而1里2丈3尺。則與1.23里或12.3丈皆異值。其計算大異也。

第二章　本國度量衡幣

〔注意〕 我國現行之度量衡。分甲乙兩種。甲日營造尺庫平制。本章所述者是。乙曰萬國權度通制。卽第六章之密達制也。

88. 量物之長短者。用**長度**。有**尺制里制**之別。尺制以**尺**爲基本單位。丈與寸分等。其補助單位也。里制以里爲基本單位。周天與度與步。其補助單位也。今合爲一表如下。

長度表						
名目	度	里	丈	步	尺	寸
等數	200里	360步	2步	5尺	10寸	10分

360度爲周天。寸以下。亦用分釐毫絲忽等名。

89. 長與闊相乘。則成爲面積。量物之表面者。用**面積度**。有**尺制畝制**之別。尺制以**方尺**爲基本單位。卽長闊各一尺之面積也。而方丈方寸等。爲其補助單位。畝制以**畝**爲基本單位。畝以上爲頃爲方里。畝以下。有分釐毫絲忽等名。皆以十進。亦其補助單位也。今刪併爲一表如下。

面積度表						
名目	方里	頃	畝	方丈	方步	方尺
等數	540畝	100畝	240方步	4方步	25方尺	100方寸

90. 長闊高連乘。則成體積。量物之實體者。用**體積度**。有**尺制量制**之別。尺制以立方尺爲基本單位。其長闊高各一尺。量制以升爲基本單位。其容量爲31.6立方寸。列表如下。

尺制體積表			
名目	立方丈	立方步	立方尺
等數	8立方步	125立方尺	1000立方寸

量制體積表								
名目	石	斗	升	合	勺	撮	抄	圭
等數	10斗	10升	10合	10勺	10撮	10抄	10圭	6粟

〔注意〕 撮抄之位置。或有互易者。今從數理精蘊。

91. 量物之重量者。用衡制。基本單位為兩。列表如下。

重量衡制表				
名目	引	斤	兩	錢
等數	200斤	16兩	10錢	10分

俗又有百斤為擔之名。錢以下。亦用分釐毫絲忽等名。

92. 定物之價值者。用貨幣。我國向來銀錢並用。有銅幣而無銀幣。自墨西哥銀圓流入以後。思與抵制。亦自鑄銀圓及角子。始有銀幣。然生銀之用。仍不廢也。生銀之單位為兩。銀幣之單位為圓。省寫作**元**。銅幣之單位為**文**。近年添鑄銅圓數種。以每枚值10文者為最通行。其法定值如下表。

	生銀				貨幣		
名目	兩	錢	分	釐	銀元	角子	銅元
等數	10錢	10分	10釐	10毫	10角子	10銅元	10文錢

每銀圓1元。合銀7.2錢。惟市價常有漲落。不能悉與此合。角子以下。亦用分釐之名。但僅有此處值。並無實幣也。

第三章　時間及角度

93. 計時間之長短者。以日爲基本單位。自夜半十二點鐘始。至次夜之十二點鐘止。謂之一日。每日之前半稱爲**午前**。後半稱爲**午後**。其計日之歷法。則分爲二種。

以太陰會太陽一次之日數爲一月者。曰**陰歷**。以地球繞太陽一次之日數爲一年者。曰**陽歷**。兩種歷法之異如下表。

陰歷表					
名目	年	月	日	時	刻
等數	平12月 閏13月	大30日 小29日	12時	8刻	15分

陽歷表						
名目	年	月	週	日	小時	分
等數	12月 平365日, 閏366日	四,六,九,十一月30日 二月平28日,閏29日 其餘各月31日	7日	24小時	60分 1點鐘	60秒

94. 茲再言置閏之法。陰歷既以太陰會太陽一次爲一月。然太陰會太陽一次。約爲**29日12小時44分3秒**。歷法每月。必取整日。故必分大月小月以消息之。使其朔望常無差忒。然朔望雖無差忒。而積12月之時間比地球繞太陽一次之時間。約尚少10日21小時10秒。故又必添置閏月以歸納之。是以三年而一閏。五年而再閏。十九年而七閏也。

陽歷旣以地球繞太陽一次爲一年。然地球繞太陽一次。約爲**365日5小時48分46秒**。卽 365.2422 日。歷法每年。必取整日。故所餘之.2422日。必置閏年以歸納之。惟因.2422日 ×4 =.9688 日。比 1 日祗少 .0312 日。故每四年置一閏年。又因.0312 日 ×25=.7800 日。比2日祗少.22 日。故每百年遇當置閏之年。又不置閏。又因.22 日 ×4=.88 日。比1日祗少.12 日。故四百年遇不置閏之年。又仍置閏。

由是定平年與閏年。其法甚易。凡西歷尋常年數。爲 4 之倍數。及逢百年數爲 400 之倍數者。皆爲閏年。其他則爲平年。如 1912 年。2000 年。皆爲閏年。而 1913 年。2100 年。則爲平年也。

95. 量角度之大小者。以圓周爲基本單位。卽以一線自繞一端所在之點而旋轉。至合於原位置而止。其一端所成之角度也。其補助單位。有直角，度，分，秒等。列表如下。

角度表					
名目	圓周	直角	度	分	秒
等數	4直角	90度	60分	60秒	60微

一直角亦稱一象限。

又有以30度稱爲宮者。惟星學家用之。

度之記號用 $^\circ$。分之記號用 $'$。秒之記號用 $''$。皆記於數字之右肩。如三十六度二十五分九秒。則書 $36^\circ 25' 9''$。

問　題　九

1. 單名數及複名數之意義如何。

2. 何謂補助單位及基本單位。

3. 一度等於幾丈。一里等於幾尺。

4. 田一畝等於幾方丈。276方丈等於幾畝。

5. 一立方步等於幾立方寸。

6. 一石等於幾合。一升等於幾抄。

7. 一引等於幾兩。一斤等於幾分。

8. 銀元十六元四角。內含銀若干。

9. 銀元市價值角子11角。銅元4枚。而角子市價。值銅元11枚。銅錢4文。問銀元1元。值銅錢幾文。

10. 陽歷一年有幾星期(週)。

11. 陰歷一年設六大月六小月。則比陽歷一平年少若干日。

12. 西歷年數若爲100之倍數。而非400之倍數者。必非閏年。試言其故。

13. 陽歷閏年與平年相差若干日。其關係在何月。

14. 試述陰歷與陽歷命名之意義。

15. 有角六十四度五十九分三秒。其記法若何。

16. 若每月皆定爲三十日。則太陰會太陽一次應加多若干秒。

法之不齊用命齊之而仍便
之齊用通法不齊而從便

第四章　通法及命法

96. 以複名數而化爲單名數。曰**通法** *Reduction descend-ing*。其法分爲三種。

(第一)　由複大名化爲單小名者。其通法宜用乘。

例.　二里二十一步三尺。化爲尺數。

解.　先化里爲步。2里 $= 360$步 $\times 2 = 720$步。

故　2里21步 $= 720$步 $+ 21$步 $= 741$步。

次化步爲尺。741步 $= 5$尺 $\times 741 = 3705$尺。

故　2里21步3尺 $= 3705$尺 $+ 3$尺 $= 3708$尺。答

(第二)　由複小名化爲單大名者。其通法宜用除。

例.　二里二十一步三尺。化爲里數。

解.　先化尺爲步。3尺 $= (3 \div 5)$步 $= .6$步。

故　21步3尺 $= (21 + .6)$步 $= 21.6$步。

次化步爲里。21.6步 $= (21.6 \div 360)$里 $= .06$里。

故　2里21步3尺 $= 2$里 $+ .06$里 $= 2.06$里。答

(第三)　由大小複名化爲中間單名者。其通法宜乘除並用。

例.　二里二十一步三尺。化爲步數。

先化里爲步。2里 $= 360$步 $\times 2 = 720$步。

故　2里21步 $= 720$步 $+ 21$步 $= 741$步。

次化尺爲步。3尺 $= (3 \div 5)$步 $= .6$步。

故　2里21步3尺 $= 741$步 $+ .6$步 $= 741.6$步。答

97. 以單名數而化爲複名數曰命法 *Reduction ascend-ing*。其法亦分三種。

(第一)　由單小名化爲複大名者。其命法宜用除。

例.　3708尺。求化爲複名數。

解.　題中之尺並無小數。則無須化爲小於尺之名。
於是先化尺爲步。　3708尺 ÷ 5尺 = 741步餘3尺。
次化步爲里。　741步 ÷ 360步 = 2里餘21步。
故　3708尺 = 2里21步3尺。　答

(第二)　由單大名化爲複小名者。其命法宜用乘。

例.　2.06里。求化爲複名數。

解.　題中之里。不滿200。則無須化爲大於里之名。
其2爲里之整數。則又可無須再化爲他名。
於是化里之小數爲步。　360 ×.06 = 21.6步。
次化步之小數爲尺。　5尺 ×.6 = 3尺。
故　2.06里 = 2里21步3尺。　答

(第三)　由單名化爲大小複名者。其命法宜乘除並用。

例.　741.6步。求化爲複名數。

解.　題中之步已滿360。則可以化爲大於步之名。
其步又有小數。則又可以化爲小於步之名。
乃化步之整數爲里。　741步 ÷ 360步 = 2里餘21步。
又化步之小數爲尺。　5尺 ×.6 = 3尺。
故　741.6步 = 2里21步3尺。　答

98. 由是知無論通法命法。凡將大名化爲小名。則以大名所値小名之數乘之。若將小名化爲大名。則以大名所値小名之數除之。

問　題　十

1. 5里6步8尺9寸化爲寸數。
2. 6畝12方步24方尺48方寸化爲方寸。
3. 6斤15兩8錢化爲分。
4. 3日5小時12分8秒化爲秒。
5. 5日28分58秒化爲秒。
6. 21度32分56秒化爲秒。
7. 13°17′25″爲幾度。
8. 2日4小時1分12秒。是若干日。
9. 問十二萬三千四百五十六尺。爲幾里幾步幾尺。
10. 時間1672563秒。問係幾日幾時幾分幾秒。
11. 問2.0146里爲幾里幾步幾尺幾寸幾分。
12. 問764322.25里爲幾度幾里幾步。
13. 試將12367.15畝化爲複名數。
14. 光之速率。每秒約十億尺。問當幾里。
15. 崑崙山之高二萬二千尺。問合幾里幾步幾尺。
16. 萬里長城之長1329696步。合幾里幾步。
17. 有面積4936平方丈。問合幾畝幾方丈。

第五章 複名數四則

99. 複名數加減乘除之法。皆有兩種。第一種。先將複名數化爲單名數。然後加減乘除。再將所得之和較積商。化爲複名數。即得。但依此演算。須多用通法命法。未免太煩。不若第二種之較可省簡也。茲述之於下。

100. 複名數加法之演算。可如下例。

例. 求2畝224方步24方尺加1畝55方步18方尺。

畝	方步	方尺
2	224	24
+1	55	18
3	279	42
4	40	17

先齊其各單位而各自相加。

42方尺 =25+17=1方步17方尺。

280方步 =240+40=1畝40方步。

故 全和 =4畝40方步17方尺。

101. 複名數減法之演算。可如下例。

例. 求10小時30分21秒減8小時48分19秒。

小時	分	秒
10	30	21
− 8	48	19
1	42	2

秒位 $21-19=2$.

分位 $30+60-48=42$

小時位 $10-1-8=1$.

分位不足減。故自上位借1。化爲本位之60而減之。

102. 由是知複名數之加法。先將各單位分別相加。其各單位之和。有已滿進位之數者。則用命法化之。

複名數之減法。亦將各單位分別相減。若某單位之被減數小於減數。則用通法從高位借一而減之。

103. 複名數乘法之演算。可如下例。

(第一) 法爲不名數者。

例. 2日5小時6分之12倍。是若干。

日	小時	分
2	5	6
×		12
24	60	72
2	1	
26	13	12

先分別乘各單位。得其各積。

72分 = 60 + 12 = 1小時12分。

61小時 = 48 + 13 = 2日13小時。

故全積爲26日13小時12分。

(第二) 法爲複名數者。

例. 某人1分時能行65步4尺。今自甲地至乙地。費2小時8分。問甲乙距離若干。

按題理。宜用複名數2小時8分爲乘數。以乘65步4尺。似與乘數恆爲不名數(§55)之理相背。其實不然。蓋65步4尺者。以1分爲基而所度之距離也。故2小時8分。僅可爲1分時所行之倍數。而爲不名數。

故化　2小時8分 = 128分。 用爲乘數。依上例乘之。

65步4尺 × 128 = 8320步512尺 = 8422步2尺

= 23里142步2尺。

104. 由是知複名數之乘法。其乘數爲不名數者。可將乘數分別乘被乘數之各單位。而以各單位之積。用命法化之。

其乘數爲複名數者。則先化乘數爲單名數。然後如法乘之。

105. 複名數除法之演算。可如下例。

(第一) 法爲不名數者。

例. 5立方丈6立方步70立方尺。以4除之。得若干。

	立丈	立步	立尺
	1	3	80
4)	5	6	70
	4	8	250
	1	14	320
×	8	12	32
	8立步	2	00
		×125	
		250立尺	

5立丈 $\div 4 = 1$ 立丈餘8立步。

6立步 $+8$ 立步 $=14$ 立步。

14立步 $\div 4 = 3$ 立步餘250立尺。

70立尺 $+250$ 立尺 $=320$ 立尺。

320立尺 $\div 4 = 80$ 立尺。

故商 $=1$ 立丈3立步80立尺。

(第二) 法爲複名數者。

例。 2小時8分。行路23里142步2尺。1分行若干。

先化除數之複名爲單名。 2小時8分 $=128$ 分。

仿上例式除之。 23里142步2尺 $\div 128 = 65$ 步4尺。

(第三) 法與實爲同類之複名數者。

例. 11引87斤4兩。爲3引53斤8兩之幾倍。

化得 11引87斤4兩 $=36596$ 輛。

3引53斤8兩 $=10456$ 兩。

除之 36596兩 $\div 10456$ 兩 $=3.5$ 倍。 答

106. 由是知複名數之除法。法爲不名數者。自高位起。以法除實。如有殘數。用通法化之。併入於次單位而除之。 法爲複名數者。先化爲單名數。然後如法除之。 法實爲同類之複名數者。各化爲單名數而除之。

問題十一

1. 1里2步3尺4寸,2里188步4尺8寸,6里188步1尺8寸,三數之和若干。

2. 求$25°39'15''+3°2'38''+50'27''$。

3. 求3方里507畝9方步11方尺13方寸,5方里7畝9方尺,7方步9方寸,900畝11方尺之和。

4. 求12里7步3尺－11里7步4尺。

5. 求15小時9秒－10小時30分18秒

6. 求$5°13'25''-1°19'56''-3°20'57''$。

7. 5里192步4尺×5得若干。

8. 1小時53分26秒×13得若干。

9. 12斤6兩4錢×27得若干。

10. 1小時掘泥土3立步5立尺。2日9小時掘若干。

11. 角子1角。買茶葉3兩5錢。問5元4角。可買幾何。

12. $13°7'23''\div 7$得若干。

13. 65畝16方尺。以8除之。得若干。

14. $13°27'12''\div 1.009$得若干。

15. 月繞地球。十日行131度55分50秒。問日行若干。

16. 有時鐘每日走快二分十三秒。十五日共快若干。

17. $7°5'32''$之角。須若干個。可合成$63°49'48''$之角。

18. 行路1里。需時9分。8點55分30秒。可行幾里。

第六章　密達制及他國度量衡

107. 歐美度量衡之制。大概可分爲三派。一曰**大陸派**。卽**密達制** *Metric system* 法德奧意等二十餘國用之。二曰**島派**。卽英國制。英美及英之屬地用之。三曰**斯拉夫派**。卽俄國制。俄國用之。此外又有日本之制。通行於日之四島而已。

108. 密達制創自法國。其後推行日廣。設有萬國密達同盟會。至今日而我國亦用之矣。(稱曰萬國權度通制)其制。以地球子午周四千萬分之一。爲度之基本單位。卽**密達** *Metre* 是也。由是以十密達之平方。爲面積之基本單位。曰**阿耳** *Are*。以十分一密達之立方。爲量之基本單位。曰**立脫耳** *Litre*。以百分一密達之立方體充以純水之重。用爲衡之基本單位。曰**克蘭姆** *Gramme*。但所用純水。以熱度在百度表之四度。而地心吸力加速度爲 9.81 時爲準。密達制之所以爲善。以其取法自然。彼此一貫。而又專用十進法也。列表如下

以一米突之平方爲面積之基本單位

密達制長度表

法文	譯名	我國定名	略號	進位
Kilomètre	啓羅密達	公里	粁	各位皆以十進
Hectomètre	海克脫密達	公引	粨	
Décamètre	特卡密達	公丈	料	
Mètre	密達	公尺	粎	
Décimètre	特西密達	公寸	粉	
Centimètre	生的密達	公分	糎	
Millimètre	密理密達	公釐	粍	

密達制面積表

略號	方粁	方粨	方籵	方粎	方粉	方糎	方粍
法文	於長度各名之後各附以 *Carré*.				進位以百		

密達制地積表

法文	譯名	我國定名	略號	進位
Hectare	合搭爾	公頃	㛘	以百進
Are	阿耳	公畝	安	
Centiare	生搭爾	公釐	𡡆	

密達制體積表

略號	立粁	立粨	立籵	立粎	立粉	立糎	立粍
法文	於長度各名之後各附以 *Cube*.				進位以千		

密達量制表

法文原名	譯名	我國定名	略號	進位
Kilolitre	啓羅立脫耳	公秉	竏	各位皆以十進
Hectolitre	海克脫立脫耳	公石	竡	
Décalitre	特卡立脫耳	公斗	竍	
Litre	立脫耳	公升	竔	
Décilitre	特西立脫耳	公合	竕	
Centilitre	生的立脫耳	公勺	竰	
Millilitre	密理立脫耳	公撮	竓	

密達衡制表

法　文	譯　名	我國定名	略號	進位
Kilogramme	啓羅克蘭姆	公　斤	兛	各位皆以十進
Hectogramme	海克脫克蘭姆	公　兩	兡	
Décagramme	特卡克蘭姆	公　錢	兙	
Gramme	克蘭姆	公　分	克	
Décigramme	特西克蘭姆	公　釐	兝	
Centigramme	生的克蘭姆	公　毫	兣	
Milligramme	密理克蘭姆	公　絲	兞	

109. 英國之制。度以幅地*Foot*爲基本單位。量以旣而*Gill*爲基本單位。衡以打蘭*Dram*爲基本單位。美國之制。多與英同。茲列表如下。

英美度制表

英文	*Mile*	*Furlong*	*Chain*	*Pole*	*Yard*	*Foot*	*Inch*
譯名	埋爾	富呵郎	奢因	布耳	依亞	幅地	因制
略號	哩	浪	鎖	桿	碼	呎	吋
等數	8 浪	10 鎖	4 桿	5.5碼	3 呎	12吋	

1呎 = 法30.4788糎。　　**1哩 = 法1.6093粁。**

又　1令克 *Link*=7.92吋。　　1尋 *Fathom* =2碼。

1浬 *Nautical mile* $\begin{cases} \text{英} = 6080\text{呎。} \\ \text{美} = 6086\text{呎。} \end{cases}$

1鏈 *Cable* =.1浬。　　1海尋 *Nautical fathom* =.001浬。

英美量制表（一）液量

英文	Pipe	Barrel	Firkin	Gallon	Quart	Pint	Gill
譯名	派鋪	把列而	非也開音	加侖	塊雅特	聘脫	旣而
等數	2把	4非也	9加侖	4塊雅	2聘脫	4旣	

1旣而 $\begin{cases}\text{英} = 8.665\text{立方吋} = .142\text{竔。}\\ \text{美} = 7.219\text{立方吋} = .118\text{竔。}\end{cases}$

英美量制表（二）乾量

英文	Last	Wey	Quarter	Bushel	Peck	Gallon
譯名	拉司脫	韋得	塊雅特爾	蒲舍爾	不客	加侖
略號		韋		諭		呏
等數	2韋	5塊爾	8　諭	4不客	2加侖	4塊雅

1加侖 $\begin{cases}\text{英} = 277.274\text{立方吋} = 4.544\text{竔。與液量之加侖同。}\\ \text{美} = 268.803\text{立方吋} = 4.405\text{竔。與液量之加侖異。}\end{cases}$

英美衡制表（一）常衡

英文	Hundred-weight	Quarter	Pound	Ounce	Dram
譯名	漢厥韋特	塊雅特爾	磅	溫司	打蘭
等數	4塊爾	28磅	16溫司	16打蘭	27.34375格令

1格令 Grain = 法.0648克。

又　1噸 Ton $\begin{cases}\text{英} = 2240\text{磅} = \text{法}\ 1016.05\text{瓩。}\\ \text{美} = 2000\text{磅} = \text{法}\ 907.18\text{瓩。}\end{cases}$

常衡1磅 = 7000格令。

英美衡制表(二)金衡

英文	Pound	Ounce	Pennyweight	Grain
譯名	磅	温司	本尼懷脫	格令
等數	12 温司	20 本尼	24 格令	

英美衡制表(三)藥衡

英文	Pound	Ounce	Dram	Scruple	Grain
譯名	磅	温司	打蘭	司克潑	格令
等數	12 温司	8 打蘭	3 司克潑	20 格令	

金衡藥衡之 1 磅 =5760 格令。

110. 俄國之度量衡。列表如下。

俄國度制表

原名	Werst	Sagěne	Archin	Foot	Werchok
譯名	阜斯得	晒射	愛徙	福脫	胃索
等數	500 晒射	3 愛徙	$2\frac{1}{3}$ 福脫	$6\frac{4}{7}$ 胃索	

1 福脫 = 法.3048 粎。

俄國量制表 (乾量)

原名	Osmin	Pajok	Tschetwerik	Tschetwerka
譯名	華米那	排雅克	淺多維克	淺多惠卡
等數	2 排雅	2 淺多維克	4 淺多惠卡	2 加爾南

1 加爾南 *Gornetz* = **法 3.27973 竔。**

又 1 拉司多 *Last* = 16 淺外惠乞 *Tchetwert*。

1 淺多惠乞 = 2 華米那。

俄國衡制表

原名	*Berkowitz*	*Pud*	*Funt*	*Loth*	*Zolonic*
譯名	倍爾克惠	捕多	諷多	羅修	若羅梟克
等數	10 捕多	40諷多	32羅修	3若羅	96 駝利 *Doli*

1 諷多 = 法 409.5 克。

又 1 拉司多 *Last* =2 噸 *Ton*。 **1 噸 =6 倍爾克惠。**

1 配庚 *Packen* =3 倍爾克惠。

111. 日本之度量衡。列表如下。

日本度制表

里	町	丈	間	尺	寸	分	厘	毛
36 町	60 間	10 尺	6 尺	10 寸	10分	10 厘	10毛	

1 尺 = $\frac{10}{33}$ 米 =.30303 米。 1 鯨尺 =1.25 尺。

日本地積表

方里	町	段	畝	步或坪	合	勺
1555.2町	10 段	10 畝	30 步	10 合	10 勺	

1 畝 = 法.99174 阿耳。

日本量制表

石	斗	升	合	勺
10 斗	10升	10合	10勺	

1 升 = 法 1.80391 竔。

日本衡制表

貫	斤	匁
1000匁	160 匁	10分

1 貫 = 法 $\frac{15}{4}$ 瓩

=3750 克。

第七章 中外度量衡之比較

112. 各國度量衡。既各與密達制有比較數。而我國營造尺庫平制與密達制之比較數。則有兩種。其一以 1 密達等於 3.24 尺為基礎。其一以 1 密達等於 3.125 尺為基礎。前者與密達同準地球子午周。最合於學理。後者本清末奏定之新制。而為今日現行制所採用者。數既不同。故兩列之。如下。

(第一) 依據學理推算而得之數。

1 粎 = 營造尺3.24尺。　　1 粎 = 關尺 2.7933 尺。

1 營造尺 = .308642 粎。　　1 關尺 = .358 粎。

1 安 = 營造尺 1049.76 方尺。　　1 營造尺方尺 = .0009526 安。

1 竔 = 營造尺 34.01224 立方寸 = 1.0763362 升。

1 升 = .9290780 竔。

1 克 = 庫秤 .0268 兩。　　1 克 = 關秤 .026455 兩。

庫秤 1 兩 = 37.316 克。　　關秤 1 兩 = 37.8 克。

(第二) 今日現行制所採用之數。

1 粎 = 營造尺 3.125 尺。　　1 營造尺 = .32 粎。　關尺同上。

1 安 = 營造尺 976.5625 方尺。　　1 營造方尺 = .001024 安。

1 竔 = 營造尺 30.517578 立方寸 = .965747 升。

1 升 = 1.0355 竔。　　1 克 = 庫秤 .026808932 兩。

庫秤 1 兩 = 37.301 克。　　關秤比較與上同。

113. 既有我國與密達制之比較數兩種.再由密達制與各國之比較數求之。即得我國與各國之比較數兩種。

英 1 呎
= .98753 營造尺 = .851064 關尺。
= .952483 營造尺 = .851064 關尺。

英 1 哩
= 5214.158 營造尺 = 2.8968 里。
= 5029.109 營造尺 = 2.79395 里。

英 1 嘫而
= .15273 升。
= .13712 升。

美 1 嘫而
= .12696 升。
= .11387 升。

英 1 加侖
= 4.88736 升。
= 4.38783 升。

美 1 加侖
= 4.38496 升。
= 4.25083 升。

英 1 格令
= 庫秤 .0017365 兩 = 關秤 .0017143 兩。
= 庫秤 .0017372 兩 = 關秤 .0017143 兩。

英 1 噸
= 庫秤 27228 兩。
= 庫秤 27239 兩。

美 1 噸
= 庫秤 24311 兩。
= 庫秤 24321 兩。

俄 1 呼多
= 營造尺 .9876 尺。
= 營造尺 .9525 尺。

俄 1 加爾南
= 3.530383 升。
= 3.167139 升。

俄 1 諷多
= 庫秤 10.97385 兩。
= 庫秤 10.97826 兩。

日 1 尺
營造尺 .98182 尺。
營造尺 .946969 尺。

日 1 畝
= .17351 畝。
= .161415 畝。

日 1 升
= 1.94161 升。
= 1.7420637 升。

日 1 貫
= 庫秤 100.4931 兩。
= 庫秤 100.53349 兩。

問題十二

1. 法國1粁。準第一比較數。合我國若干里。

2. 法國1䂫。準第二比較數。合我國若干畝。

3. 法國1竏。準第二比較數。合中國若干升。

4. 法國1瓩。準第一比較數。合中國庫秤若干兩。

5. 英國1浬。準第一比較數。合我國若干里。

6. 英國1諭。準第二比較數。合我國若干升。

7. 英國金衡1磅。準第一比較數。合我國庫秤若干兩。

8. 美國1噸。準第一比較數。合我國若干斤。

9. 俄國1阜斯得。應合若干粎。

10. 俄國1淺多惠乞。應合若干姸。

11. 俄國1駝利。合我國關秤若干。

12. 日本1里。準第一比較數。合我國若干里。

13. 日本1畝。準第二比較數。合我國若干畝。

14. 日本1石。準第一比較數。比我國1石多若干。

15. 日本1貫。準第二比較數。合我國若干斤。

16. 英國1呎。與日本1鯨尺。其相差之長度。等於我國關尺若干。

17. 英國常衡1磅。與俄國1羅多。其相差之重量。等於我國關秤若干。

18. 日本1貫。與俄國10諷多。其相差之重量。等於我國之庫秤若干兩。試以兩種比較數各求之。

第八章　外國貨幣及比較

114. 各國貨幣。以金爲本位。我國現無金幣。殊難直接比較其值。僅從標金與銀兩之時價。轉輾相比較。時價既有漲落。所得之值。特其約略而已。茲揭如下。

法國 1 佛郎 *Franc* =100 生丁(參) *Centime* = 約我 4 角。

德國 1 馬克 *Mark* = 100 分尼 *Pfennig* = 約我 5 角。

英國 1 索佛令(鎊) *Sovereign* =20 先令(志) = 約我 10 元。

1 先令 *Shilling* =12 辨士(片) *Pence* = 約我 5 角。

美國 1 他拉(弗) *Dollar* =100 生脫(仙) *Cent* = 約我 2 元。

俄國 1 盧布(留) *Ruble*=100 戈比(哥) *Copeck*=約我 1.1 元。

墨西哥 1 弗 = 約我 1 元。

日本 1 元 =100 錢 = 約我 1 元。

問題十三

1. 法國 5 佛郎。德國 4 馬克。值我國銀元各若干。

2. 德國 40 馬克。英國 2 鎊。值我國銀元各若干。

3. 英國 1 辨士。美國 1 生脫。合我國銀元各若干。

4. 美國 22 弗。可換俄國盧布若干。

5. 日本 96 錢。等於我國幾角。

6. 法幣 1 生丁。德幣 1 分尼。英幣 1 辨士。美幣 1 生脫。俄幣 1 戈比。日幣 1 錢。共值墨西哥幾弗。

7. 今有 33 先令。若買盧布。可得若干。

第九章 時差經差之計算

115. 地爲球形。設意想以爲有縱橫之弧線。畫分其球面。其過南北極而與赤道正交之線。名曰經度線 *Longitude*。其繞南北極而與赤道平行之線。名曰緯度線 *Latitude*。

各地之經度線。卽爲各地之子午線 *Meridian*。因太陽經過其線之時。卽其地之正午時也。而英國格林維基天文臺子午儀經過之子午線。則又由各國協議。定爲本初子午線 *Prime-meridian*。

本初子午線爲經度起算之處。其度數爲零。偏東者曰東經幾度。偏西者曰西經幾度。東西皆至百八十度而止。

赤道爲緯度起算之處。其度數爲零。偏南者曰南緯幾度。偏北者曰北緯幾度。南北皆至九十度而止。

116. 兩地經度之距。謂之經差 *Difference in meridian*。若兩地同在東經。或同在西經。則以其度數之較爲經差。若一在東經。一在西經。則以其度數之和爲經差。但其和若過 180°。則當自 360° 減之。而以其較爲兩地之經差。

例如東經 145° 14.′ 與東經 92° 15′。此兩地。以其較 52° 59′ 爲經差。又東經 3° 55′。與西經 18° 5.′ 此兩地。以其和 22° 爲經差。又東經 125° 18′ 與西經 128° 23.′ 此兩地。以自 360° 減去其和 283° 41′ 得 76° 19′ 爲經差。蓋地球全周 360°。兩地相距。以 180° 爲最遠。若向東至某地過 180°。則向西至某地。必不及 180°。故在東之 283° 41′。卽在西之 76° 19′ 也。

117. 地球於24小時內。自西而東。自轉一周。恰如太陽於24小時內。自東而西繞地球一周。太陽經過某地之子午線。則某地為正午。在某地以東。之地 其時已為午後。在某地以西。之地 其時尚為午前。凡各地因經度不同而所生時刻之異。謂之時差 *Difference in time*。經差時差之關係。表之如下。

經差	360°	1°	1′	1″ (4÷1×60)
時差	24小時	24÷360×60=4分	4秒	(1÷15) 秒 =.066……

時差	24小時	1小時	1分	1秒
經差	360°	360°÷24=15°	15′	15″

118. 故凡已知經差者。將經差以15除之。即得時差。

例. 甲地為東經21° 15′ 27″。乙地為西經16° 33′ 18″。問甲地之午後1點7分13秒。為乙地之何時。

經差 = 21° 15′ 27″ + 16° 33′ 18″ = 37° 48′ 45″.

時差 = 37° 48′ 45″ ÷ 15 = 2點31分15秒。

午後1點 = 午前13點。 乙地在甲地之西。時差宜減。

故得　13點7分13秒 − 時差 = 午前10點35分58秒。

119. 凡已知時差者。將時差以15乘之。即得經差。

例. 西經15° 30′之地。當午後3點23分之時。問該時在何處適為午前10點。

時差 = 12點 + 3點23分 − 10點 = 5點23分。

經差 = 5點23分 × 15 = 80° 45′. 時較緩者地在西。

故所求經度 = 西經(15° 30′ + 80° 45′) = 西經96° 15′.

問題十四

1. 兩地之經差35°16′30″求時差。

2. 兩地之時差2小時3分27秒求經差。

3. 求東經136°12′之地與東經58°19′之地之時差。

4. 求東經15°13′之地與西經58°58′之地之時差。

5. 在東經86°15′之地當午前10時。在西經23°52′之地應爲何時。

6. 某地自東經1°7′之地正午時距3小時35分16秒後而爲正午。求其地之經度如何。

7. 斯德哥摩(瑞典首府)在東經18°3′30″。其夜半當紐約(美京)午後5小時51分46秒。求紐約之經度。

8. 上海正午時。漢口(東經114°32′)爲午前11時32分20秒。求上海之經度。

9. 美國波士頓城(西經71°3′30″)之正午。爲法國巴黎(東經2°20′22″)之何時。

10. 格林維基之正午。爲土京君士但丁(東經28°59′)之何時。又爲美國紐約(西經74°0′3″)之何時。

11. 德國柏林(東經13°23′43″)之正午。爲我國北京(東經116°23′45″)之何時。

12. 意大利羅馬(東經12°27′14″)之正午。爲美國希加哥(西經87°35′)之何時。

第十章　溫度表之計算

120. 計溫度所用之器械。曰寒暑表。或曰寒暖計。其製法有三種。於水之冰點沸點間。分爲百度。即以冰點爲 0 度者。曰**攝氏表**或**百度表** *Centigrade*。於冰點沸點之間。分爲百八十度。而以冰點爲 32 度。沸點爲 212 度者。曰**華氏表**或**法倫表** *Fahrenheit*。於冰點沸點之間。分爲八十度。即以冰點爲 0 度者。曰**列氏表** *Réaumur*。故論其每度之值。則

攝氏 1 度 = 華氏(9÷5)度 = 列氏(4÷5)度。180之100

華氏 1 度 = 列氏(4÷9)度 = 攝氏(5÷9)度。80之100

列氏 1 度 = 攝氏(5÷4)度 = 華氏(9÷4)度。80之180

121. 若欲將各表之度數。互相改換。則其法如下。

攝氏 ×(4÷5)= 列氏。　　攝氏 ×(9÷5)+32= 華氏。

列氏 ×(5÷4)= 攝氏。　　列氏 ×(9÷4)+32= 華氏。

(華氏 −32) ×(4÷9)= 列氏。

(華氏 −32) ×(5÷9)= 攝氏。

例. 攝氏 45°×4÷5=36°= 列氏之度數。

攝氏 45°×9÷5+32=113°= 華氏之度數。

列氏 20°×5÷4=25°= 攝氏之度數。

列氏 20°×9÷4+32=77°= 華氏之度數。

華氏 (122°−32) ×4÷9=40°= 列氏之度數。

華氏(122°−32) ×5÷9=50°= 攝氏之度數。

但由攝氏列氏改爲華氏時。如原度在 0 以下。則以乘除所得之數。自 32 減之。用其較數爲華氏之度數。如不足減。則反減之。用其較數爲華氏 0 下之度數。

例.　32－攝氏 0 下 $15°\times9\div5=5°$＝華氏之度數。

列氏 0 下 $16°\times9\div4-32=4°$＝華氏 0 下之度。

由華氏改爲攝氏列氏時。如原度在 0 以下。則宜先加 32 而後乘除之。如原度在 0 與 32 之間。則自 32 減其度數而後乘除之。

例.　華氏(0 下 $22°+32)\times4\div9=24°$＝列氏 0 下之度。

$(32-$ 華氏 $14°)\times5\div9=10°$＝攝氏 0 下之度。

〔注意〕溫度度以下亦稱分。爲度之十分一。卽小數首位之分也。與時間之分角度之分爲度之六十分一者不同。

問題十五

$(115-32)\times\frac{5}{9}=\frac{...}{9}=46\frac{1}{9}$ 度 攝氏　$(115-32)\times\frac{4}{9}=36°9'$ 列氏

1.　火油熱至華氏 115° 則發火。問當攝氏列氏各幾度。

2.　人身血溫。爲攝氏 37 度。問當華氏列氏各幾度。

3.　酒精之沸點爲華氏 173°。問當攝氏列氏各幾度。

4.　水至攝氏 4° 時。體積最小。問當華氏列氏各幾度。

$(62-32)\times\frac{5}{9}=$ 攝氏 $39°2'$　$(62-32)\times\frac{4}{9}=16°3'$ 攝氏

5.　英國普通室內之溫度。爲華氏 62 度。於此室內有水 1 加侖。其重爲 10 磅。問華氏 62 度。當攝氏列氏幾度。

6.　日本富士山上。水熱至列氏之 67 度 2 分則沸。問當攝氏之幾度。華氏之幾度。$67°2'\times\frac{5}{4}=$ 攝氏 $84°$

$67°2'\times\frac{9}{4}+32=$ 華氏 $183°2'$

雜　題　二

1. 某旅人日行30里20丈4尺。行12日而至目的地。問距離若干。

2. 某工人用尺。每8寸當營造尺1尺。問其尺4尺當營造尺若干。

3. 某店用尺。每9寸5分。當營造尺1尺。問9丈9尺7寸5分。合營造尺若干。

4. 設有官私二種尺。官尺1尺。當私尺8寸8分。問私尺2丈2寸4分。當官尺若干。官尺3丈1尺。當私尺若干。

5. 有甲乙二斛。甲斛1斗。得乙斛9升6合。問乙斛9石2斗1升6合。當甲斛若干。甲斛3石2斗。當乙斛若干。

6. 某翁將田產分給8子。每子得田14畝17方丈3方步。問共有田若干。

7. 有箱。其內側長4尺6寸。闊2尺1寸5分。深8寸4分。問其容積幾立方尺。

8. 三角形之頂角35度23分12秒。右端之角為其倍。求餘一角。惟三角形之三角和。恆為180度。

9. 有時鐘一晝夜間快7分12秒。求一點鐘之差。

8 *10.* 人每分時約呼吸空氣10立方尺。今有縱3丈2尺橫1丈8尺高1丈2尺5寸之屋。充以空氣。60人呼吸之。問可支幾分鐘。

11. 每日遲走16分12秒之時鐘。問與眞時相合後。當隔幾日。再合眞時。 $\frac{972}{86400}=\frac{9}{800}$ 分 $1-\frac{9}{800}=\frac{791}{800}$

12. 時鐘之短針。每12點鐘行一周。長針每1點鐘行一周。今行10分時。問長短針各行弧度若干。

13. 陽曆8年。問共有幾日

14. 法國一噸。(即千瓩。合英國常衡2204.6212磅。)合英國幾噸。

15. 世界第一高山喜馬拉山。高出海面約二萬九千呎。問合若干哩。

16. 英國152哩。合若干浬。

17. 1加侖之水。爲277.274立方吋。其重量爲10磅。然則水1立方吋之重量。有若干格令。

18. 鐵道極寬處四呎八吋。極狹處三呎六吋。問合密達法各若干。(但1呎=0.3048米。)

19. 日本東京淺草公園之淩雲閣。高36間4尺。法國巴黎之愛飛兒塔。高爲淩雲閣之四倍半。問愛兒飛之高爲若干米。

20. 有一磅重之炭酸蘇打。若每日用14克。問幾日用完。(但1磅=453.6克。)

21. 牛酪2.5噸。買價375.75弗。今每磅賣價9.5仙。問共得利益若干。

22. 試將152哩化爲美國之浬。

下四題合中國數。均準第二比較數求之。

23. 有錫三十六斤四兩。問以密達法計之得若干。

24. 有田一方。長三十五杆。廣十二杆。問合我國營造尺。得長廣各若干。

25. 有物重二百四十三斤。試以英國常衡計之。

26. 設庫秤銀 2,0000,0000 兩。兌換英金 3290,0980 鎊 7 志 7 片。問英金 1 鎊。合庫秤銀若干。

27. 一海船自西至東。駛行 7 日。經過 29 度 26 分 55 秒。問日行若干。

28. 東經 $15°14'27''$ 之地。與西經 $8°23''$ 之地。其經差如何。

29. 英國倫敦。在西經 0 度 5 分。我國北京。在東經 $116°23'45''$。問倫敦正午。北京之時刻爲何。

30. 在西經 $135°28'$ 之地。爲午後 10 點 28 分。問當東經 $161°15'$ 之地之幾點鐘。

31. 格林維基之正午。爲波士頓午前 7 點 15 分 46 秒。求波士頓之經度。

32. 攝氏與華氏二者之度數。有同名之數。問溫度爲何。

33. 列氏 0 下 8 度。當華氏之幾度。

34. 攝氏 0 下 35 度。當華氏之幾度。

35. 華氏 18 度。當攝氏之幾度。列氏之幾度。

36. 某年最低之溫度。爲攝氏 2 度 8 分。最高之溫度。爲列氏 26 度 8 分。問高低之差。爲華氏之幾度。

第四篇 整數之性質

第一章 約數倍數

122. 甲數能整除乙數,則甲數爲乙數之約數 *Exact divisor* 卽**因數** *Factor*。而乙數爲甲數之倍數 *Multiple*。

例如3能整除12。則3爲12之約數。12爲3之倍數。

以 為 之 之

〔注意〕 無論何數。皆可以1與本數爲約數。以本數爲倍數。

123 凡數爲2之倍數者曰**偶數** *Even number*。不爲2之倍數者曰**奇數** *Odd number*。

例如2, 4, 6, 8等。偶數也。1, 3, 5, 7等。奇數也。

124. 甲數爲乙數之倍數。則甲數之倍數。亦爲乙數之倍數。

如8爲4之倍數。則8之倍數24。亦爲4之倍數。

125. 乙丙二數。皆爲甲數之倍數。則兩數之和或較。亦爲甲數之倍數。

如21與6。皆爲3之倍數。則其和27。較15。亦爲3之倍數。

但乙丙二數互為質數

126. 甲數若爲乙丙乘積之倍數。則亦爲乙及丙之倍數。

如24爲3×4=12之倍數。則24亦爲3及4之倍數。

127. 凡爲某數之倍數者。必能以某數整除。茲取其易於視察者。列舉於下。

I. 凡數之末位爲偶數。則其數爲2之倍數。

數之奇偶。祗於末位辨之。故末位爲偶數。必可以2整除。

VIII. 1000=125×8 可知1000係8之倍數[illegible]也故[illegible]
之數

II. 凡數之末位爲5。則其數爲5之倍數。

如315之末位爲5。故　$315\div5=63$.　可以5整除。

III. 凡數之末位爲0。則其數爲2與5之倍數

如210之末位爲0。故　$210\div2=105$,　$210\div5=42$,　$210\div10=21$.　可以2, 5, 2×5整除。

IV. 凡數之末二位爲4之倍數。則其數爲4之倍數。

如324之末二位爲4之倍數。故　$324\div4=81$.

V. 凡數之末二位爲25之倍數。則其數爲25之倍數

如575之末二位爲25之倍數。故　$575\div25=23$.

VI. 凡數之末二位爲0。則其數爲4與25之倍數。

如700之末二位爲0。故可以4, 25, 4×25整除。如　$700\div4=175$,　$700\div25=28$,　$700\div100=7$.

VII. 凡數之末三位爲8之倍數。則其數爲8之倍數。

如6128之128爲8之倍數。故　$6128\div8=766$.

VIII. 凡數之末三位爲125之倍數。則其數爲125之倍數。

如7375之375爲125之倍數。故 $7375\div125=59$.

IX. 凡數之末三位爲0。則其數爲8與125之倍數。

如9000之末三位爲0。故可以8, 125, 8×125, 整除。如　$9000\div8=1125$,　$9000\div125=72$,　$9000\div1000=9$.

X. 凡數之末若干位爲0。則其數爲2與5之若干方乘及其連乘積之倍數。

此條之理。可由*III*, *VI*, *IX*三條之理。推類而知之。

由此知凡數被9除之餘為必同其各位之數字和被9除之餘數

XI. 凡數之各位數字之和。為9之倍數。其數亦9之倍數。

如 $7254=7\times1000+2\times100+5\times10+4$

$$=7\times(999+1)+2\times(99+1)+5(9+1)+4$$

$$=7\times999+7+2\times99+2+5\times9+5+4$$

$$=9\text{之倍數}+(7+2+5+4).$$

按此式分為兩部。前部為9之倍數。後部為各位數字之和。故後部若亦為9之倍數。則全體為9之倍數。

由此知凡數被9除之餘為

XII. 數之各位數字之和。為3之倍數。其數亦3之倍數。

因9為3之倍數。故凡9之倍數。即3之倍數(§124)。依前條之證。無論何數。皆等於9之倍數加數字之和。故苟數字之和為3之倍數。即全體為3之倍數。

XIII. 凡偶數為3之倍數者。其數為6之倍數。

偶數為2之倍數。又為3之倍數。自應為 2×3 之倍數。

XIV. 凡數。若各奇位數字之和。與各偶位數字之和相等。或其較為11之倍數者。則其數亦為11之倍數。

因 $10=11-1,\quad 100=11\times9+1,\quad 1000=11\times91-1,$

$$10000=11\times909+1,\qquad 100000=11\times9091-1.$$

故如 $28391=20000+8000+300+90+1$

$$=11\text{之倍數}+2-8+3-9+1.$$

此式可分為兩部。前部為11之倍數。後部為各奇位數和 $2+3+1$ 與各偶位數和 $8+9$ 之較。故後部若為0或11之倍數者。即全體為11之倍數。

[illegible]

[illegible]

[illegible]乙三倍[illegible]加[illegible]某[illegible]乙三倍[illegible]甲[illegible]末位与上位数加

加驗其結果 (70−1=69=23×3)

甲[illegible]乙三倍[illegible]加[illegible]驗某[illegible]乙三倍[illegible]末位与上位相减[illegible]

結果 30+1=31=31×1

XV. 凡數。末位數之90倍。與其上位數之較。若爲0或7之倍數。則其數爲7之倍數。若爲0或13之倍數。則其數爲13之倍數。

因(90+1)=7之倍數=13之倍數。自上位數減末位數之90倍。無異於自原數減末位數之91倍。即無異於自原數減7與13之倍數。如其較又爲7或13之倍數。易知原數亦必爲7或13之倍數(§125之逆)。

如驗1085. 因1080−5×90=630. 可知爲7之倍數。

如驗234. 因4×90−230=130. 可知爲13之倍數。

XVI. 凡數。末位數之50倍。與其上位數之較。若爲0或17之倍數。則其數爲17之倍數。

此與上條同理。因(50+1)=17之倍數也。

XVII. 凡數。末位數之20倍。與其上位數之和。若爲19之倍數。則其數爲19之倍數。

因(20−1)=19之倍數。就上位數加末位數之20倍。無異於就原數加末位數之19倍。即無異於就原數加19之倍數。如其和又爲19之倍數。易知原數亦必爲19之倍數。

如驗247. 因240+7×20=380. 可知爲19之倍數。

XVIII. 依XV, *XVII*之理。可用70, 30, 110, 40等。倍其末位數。與上位數求和或較。以驗23, 29, 31, 37, 41, 等之倍數。

因(70−1)=23×3, 30−1=29, 30+1=31, (110+1)=37×3, 40+1=41故也。此外他數之倍數。皆可仿此法以驗之。

128. 遞差1之各數。謂之連續數 *Continuous number*。連續數之性質。略論於下。

I. 連續二數之乘積。必爲1×2之倍數。

因連續二數。必有一數爲偶數。則其乘積亦必爲偶數。故必爲1×2=2之倍數。例如8×9=72.可以2整除。

II. 連續三數之乘積。必爲1×2×3之倍數。

因連續三數之中。必有一數爲3之倍數。又必有一數或二數爲偶數。故其乘積必爲1×2×3=6之倍數。

例如3×4×5=60.可以6整除。

III. 連續若干數之乘積。必爲1至若干連乘積之倍數。

由前條例推。知連續之數任增至若干。其中必即有一數爲若干之倍數。故其乘積。必爲自1至若干連乘積之倍數。

IV. 自1起連續奇數若干項之和。等於項數之平方。故必爲項數之倍數。

項數=2.則 $1+3=4=2^2=2\times2$.

項數=3.則 $1+3+5=9=3^2=3\times3$.　以下類推。

V. 自2起連續偶數若干項之和。等於項數平方再加項數。故必爲項數及項數加1之倍數。

項數=2.則 $2+4=6=2^2+2=2\times(2+1)$.

項數=3.則 $2+4+6=12=3^2+3=3\times(3+1)$.

項數=4.則 $2+4+6+8=20=4^2+4=4\times(4+1)$.

以下類推。

問　題　十　六

1. 試就下列諸數中。選出其2,3,5,11之倍數。

434,　1765,　5137,　3291,　1524,　2340,

156233,　965418,　462835395.

2. 試就下列諸數中。選出其7,9,13,17之倍數。

4095,　7497,　8568,　6552,　5355,

7735,　5733,　15912,　10829,　9945,

12376,　13923,　35343,　107681.

3. 於2672。至少加何數。或減何數。則可以25整除。

4. 於53786。至少加何數。或減何數。則可以9整除。

5. 連續三偶數之乘積。恆可以48整除之。求其證。

6. 連續兩奇數之各平方之較。爲8之倍數。求其證。

7. 某數之立方與其數之較。恆可以6整除之。求其證。

第二章　去九法去十一法

129. 應用§127*XI*之理。爲加減乘除之驗算者。則有**去九法** *Casting out of the nines*。其法。將數之各位數字相加。滿九即去之。取其所餘之數。謂之**去九數**。各依下法用之。

I. 將加數被加數之去九數相併。再求其去九數。若所得與和之去九數不同。則知其和數有誤。

去九數

72548……8
44304……6　16……7去九數
+37586……2

154438…………………7去九數

II. 將減數較數之去九數相併。再求其去九數。若所得與被減數之去九數不同。則較數有誤。

$$\begin{array}{l} 4930152 \cdots\cdots\cdots\cdots 6 \\ \left.\begin{array}{l} -574396\cdots\cdots 7 \\ 4355756\cdots\cdots 8 \end{array}\right\} 15\cdots\cdots 6 \end{array}$$

III. 將乘數被乘數之去九數相乘。再求其去九數。若所得與積之去九數不同。則其積數有誤。

$$\begin{array}{l} \left.\begin{array}{r} 1248\cdots\cdots 6 \\ \times\ 365\cdots\cdots 5 \end{array}\right\} 30\cdots\cdots 3 \\ \hline 455520\cdots\cdots\cdots\cdots 3 \end{array}$$

IV. 將除數商數之去九數相乘。加入殘數之去九數。若所得與被除數之去九數不同。則其商數有誤。

$$\begin{array}{ll} \text{除數} & \left.\left.\begin{array}{r} 534\cdots 3 \\ 1007\cdots 8 \end{array}\right\} 24 \right. \\ \text{商數} & \\ \text{殘數} & 444\cdots\cdots 3 \\ \text{被除數} & 538182\cdots\cdots\cdots\cdots 0 \end{array}$$

（$24 + 3 = 27\cdots\cdots 0$）

130. 應用§127 *XIV* 之理以驗算者。則有**去十一法** *Cast-ing out of the elevens*。先自奇位數和減偶位數和。不能減。則於奇位數和加11而減之。其較滿11則去之。所餘之數。謂之**去十一數**。其驗算之用法。悉與去九數同。茲僅就除法示例於下。

除數	534……6	36
商數	1007……6	36
殘數	444…………4	40…………7
被除數	538182……………………7	

（$6 \times 6 = 36$；$36 + 4 = 40\cdots\cdots 7$）

〔注意〕用去九法去十一法驗算。仍未能全恃爲決無一誤。蓋設遇次序顚倒。或出入相等。皆無從驗而知之也。

47÷11=2 4/11

問　題　十　七

1. 求9除176234之殘數。又求其用11除之殘數。

2. 於253672內。至少加或減若干。則為9之倍數。

3. 於253672內。至少加或減若干。則為11之倍數。

4. $252\times532=134064$。用去九去十一法驗其誤否。

5. $13958245\div2485=5617$。用兩法驗其誤否。

6. 試驗$222402563\div294=756471\cdots89$之誤否。

7. 試驗$2259\times1563=3530317$之誤否。

8. 試驗$4877\times4967=24242059$之誤否。

第三章　素數複數求諸約數

131. 凡數。惟1與本數能整除之者。曰素數。或質數。或數根*Prime nember*。若此外又有他數能整除之者。曰複數。或合數。或非素數*Composite number*。

如2, 3, 5, 7, 11, 13等。素數也。4, 6, 8, 9等。複數也。

132. 素數之性質。略論如下。

I. 除2以外。素數皆為奇數。因偶數皆2之倍數也。

II. 素數之數無窮。假設最大素數為幾。則由2至幾之乘積。為$2\times3\times5\cdots\cdots\times$幾。即可以2,3,5,……幾之各素數整除之。然若加1於此積而為素數。館$2\times3\times5\cdots\cdots\times$幾$+1$。此數若為素數。則必不能以自幾以前之各素數整除之。是則可知素數尚有大於幾者在。並無窮盡也。

III. 凡大於3之素數必等於4之倍數加1或減1。

大於3之數以4除之其餘數必在0,1,2,3之內而餘數爲0爲2者皆係偶數故如爲素數必在餘數爲1爲3之內卽4之倍數加1或減1之內也。

IV. 凡大於5之素數必等於6之倍數加1或減1。

大於5之數以6除之其餘數必在0, 1, 2, 3, 4, 5之內而餘數爲0, 2, 4者皆係偶數爲3者爲3之倍數故如爲素數必在餘數爲1爲5之內卽6之倍數加1或減1之內也。

133. 欲知某數是否素數可用素數2,3,5…等一一除之至其商小於除數而止若皆不能除則其數爲素數。

例如269以2, 3, 5, …一一除之至17除得之商已小於17仍不能絕可知他數亦不能除絕也故爲素數。

134. 諸數相乘而得積則諸數爲積之因數 *Factor*。(§44)因數中之素數謂之素因數或質生數 *Prime Factor*。

如12爲3×4或2×6或2×2×3所生之數故3, 4, 2, 6皆爲12之因數而2, 3, 3, 則爲12之素因數。

135. 凡複數皆可分解爲素因數擇可以整除之素數除其數且遞次除其商數直至其商亦爲素數而止是爲**因數分解法** *Factorisatian*。

例. 求546之素因數　先以2除知546=2×273次以3除知546=2×3×91。次以7除知546=2×3×7×13。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 546 \\ \hline 3 & 273 \\ \hline 7 & 91 \\ \hline & 13 \end{array}$$

分解因數時。宜用何數爲除數。可準§127之理而審擇之。若歷用素數試除。皆不能絕。直至商數已小於除數。則可斷爲無有因數可分解。而原數卽爲素數。玆將一千以內之素數。表列於下。以便檢視。設遇素數時。可省歷試除數之煩。

素數表

1	2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61	67
71	73	79	83	89	97	101	103	107	109
113	127	131	137	139	149	151	157	163	167
173	179	181	191	193	197	199	211	223	227
229	233	239	241	251	257	263	269	271	277
281	283	293	307	311	313	317	331	337	347
349	353	359	367	373	379	383	389	397	401
409	419	421	431	433	439	443	449	457	461
463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599
601	607	613	617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701	709	719	727
733	739	743	751	757	761	769	773	787	797
809	811	821	823	827	829	839	853	857	859
863	877	881	883	887	907	911	919	929	937
941	947	953	967	971	977	983	991	997	

136. 某數之因數。必能整除某數。故因數卽約數。§122。凡約數之種數。等於素因數之指數加1連乘之積。

如12之素因數爲3×2^2。其指數爲1與2。而12之約數。則共有$(1+1)\times(2+1)=6$種。卽1, 2, 3, 4, 6, 12之六種也。

137. 將某數之素因數。(合1在內)分別求其相乘之積。因得整除某數之諸數。是爲求諸約數法。

例. 求360之諸約數　先分解爲$360=2^3\times3^2\times5$。知其約數共有$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$種。如下求之。

I.	1	2	2^2	2^3………1	以2^3分別乘之。
II.	3	2×3	$2^2\times3$	$2^3\times3$	以3^2分別乘*I*。
III.	3^2	2×3^2	$2^2\times3^2$	$2^3\times3^2$	
IV.	5	2×5	$2^2\times5$	$2^3\times5$	以5乘*I*,*II*,*III*。
V.	3×5	$2\times3\times5$	$2^2\times3\times5$	$2^3\times3\times5$	
VI.	$3^2\times5$	$2\times3^2\times5$	$2^2\times3^2\times5$	$2^3\times3^2\times5$	

卽得1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360, 諸約數。

138. 諸約數中。除本數外。其和等於本數者。則本數爲完數。*Perfect number*。否則爲不完數。*Imperfect number*。其和大者。曰贏數。*Abundantnumber* 小者。曰輸數。*Defective number*。

如6之約數。爲1, 2, 3, 而其$1+2+3=6$。故6爲完數。

12之約數中。1, 2, 3, 4, 6, 之和大於12。故12爲贏數。

8之約數中。1, 2, 4之和小於8。故8爲輸數。

139. 求完數之法。自1起。次第加二倍之數。若其諸項之和爲素數。則以最後之項乘其和。所得卽爲完數。

例. $1+2=3=$ 素數。故 $3\times2=6=$ 完數。

$1+2+4=7=$ 素數。故 $7\times4=28=$ 完數。

$1+2+4+8=15=$ 複數。故 $15\times8=120=$ 不完數。

問題十八

1. 素數之爲偶數者係何數。
2. 求979及7919及1107爲素數否。
3. 求144, 2346, 2445, 5327, 之素因數。
4. 求120, 84, 100, 420, 504, 之諸約數。
5. 問496與2016孰爲完數。

第四章 最大公約數

140. 諸數皆可用某數整除者。則某數爲諸數之公約數。*Common Measure*。諸公約中之最大者。曰最大公約數 *Greatest Common Measure*。其略符作G.C.M.。

如60與72兩數。皆可用2,3,4,6,12之五數整除。故五數皆爲兩數之公約數。而五數中最大之12。則爲最大公約數。

141. 若諸數惟有1爲公約數者。則諸數卽爲無公約數。凡無公約數之諸數。謂之互素數。*Relative Prime*。互素數不必皆爲素數。又諸數中有兩數爲互素。卽諸數皆爲互素。

如4與9。互素數也。又4與12與9與12。亦爲互素數。

142. 求最大公約數之第一法。先用公約數除諸數。再用公約數除諸商。直至諸商爲互素數而止。乃將各公約數連乘。卽得最大公約數。

例. 求 168, 140, 420 之最大公約數。

2	168	140	420
2	84	70	210
7	42	35	105
	6	5	15

故 G.C.M. $= 2\times2\times7 = 28$。

143. 求最大公約數之第二法。如兩數相求。則先以小數除大數。得殘數。再以殘數除小數。又得殘數。如是遞以殘數除法數。直至除盡而止。其最後之法數。卽最大公約數。

例. 求 651 與 189 之最大公約數。

```
         189)651(3
             567
              84)189(2
                 168
G.C.M ········21)84(4
                 84
                  0
```

準 §124 §125 之理。21 可整除 84。必能整除 84×2 卽 168。亦必能整除 21 與 168 之和 189。更必能整除 189×3 卽 567。且必能整除 84 與 567 之和卽 651。故知 21 必爲兩數之公約數。又苟爲 189,651 兩數之公約。必能整除兩數。亦必能整除 189×3 卽 567。亦必能整除 651 與 567 之較 84。更必能整除 84×2 卽 168。且必能整除 189 與 168 之較 21。是兩數之公約。無論如何。必能整除 21 也。但能整除 21 者。莫大於 21。故知 21 必爲兩數之最大公約數。

如多數相求。則先取其中兩數(取最小之兩數爲宜)依上法求得最大公約數。次以所得與第三數。再求最大公約數。順是遞求。至末後求得之數。即多數之最大公約數。

例. 求1085, 465, 651之最大公約數。

先求得465, 651之G.C.M=93.

再求得93, 1085之G.C.M=31.

故1085, 465, 651之G.C.M=31.

144. 當轉輾相除時。其殘數若爲素數。則此殘數卽爲二數之最大公約數。如其不然。則二數必爲互素數。

因轉輾相除之殘數。必可爲其公約數除盡。今殘數爲素數。則所可除盡者。惟本數及1也。(§**131**)

145. 當求二數以上之最大公約數時。其一數若爲他數之倍數。則可消去此倍數而不列於演算之內。(§**124**)

例. 求 2325, 3255, 4650, 5425, 之G.C.M.

$$
\begin{array}{r|llll}
5 & 2325, & 3255, & \cancel{4650}, & 5425 \\
\hline
 & 465, & 651, & & 1085
\end{array}
$$

4650爲2325之倍數。故消去之。又諸數中有5爲其公約數。故先分解之。乃依§**143**求得465, 651之G.C.M爲93. 而93, 1085之G.C.M爲31. 故所求之G.C.M爲31×5=155。

問題十九

1. 有102, 153, 255又216, 360, 432, 各求其G.C.M。

2. 有292, 1022, 1095, 又945, 1575, 1890各求其G.C.M。

第五章 最小公倍數

146. 某數可用諸數整除者。某數為諸數之公倍數*Common Multiple*。公倍數本無限。其最小者。曰最小公倍數。*Lowest Common Multiple*。其略符作L.C.M。

如8之倍數8, 16, 24, 32, 40, 48等。12之倍數12, 24, 36, 48等。故24, 48等。為8, 12之公倍。而24為最小公倍數。

147. 求最小公倍數之第一法。將諸數並書為一列。以二數以上之公約數除之。其不能約之數。與各商並書於第二列。再依前法以公約數除之。直至同列之數為互素而止。乃將各公約數與末列各數連乘。即得最小公倍數。

例. 求60, 75, 80之最小公倍數。

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 60 & 75 & 80 \\ \hline 2 & 30 & 75 & 40 \\ \hline 3 & 15 & 75 & 20 \\ \hline 5 & 5 & 25 & 20 \\ \hline & 1 & 5 & 4 \end{array}$$

$60=2\times2\times3\times5$

$75=3\times5\times5$

$80=2\times2\times5\times4$

$$故\ L.C.M=2^2\times3\times5^2\times4=1200$$

148. 求最小公倍數之第二法。如兩數相求。則先求得最大公約數。以除其任一數。而乘以他一數。即得。

例. 求417, 973之最小公倍數。

先依§143之法。求得417, 973之G.C.M=139.

$$故\ L.C.M=\frac{417}{139}\times973,\ 或\ \frac{973}{139}\times417=2919.$$

〔注意〕 由此可知兩數之G.C.M與L.C.M之乘積。等於兩數相乘之積。

如諸數為互素數。則此諸數之最小公倍數。即此諸數之連乘積。

如多數相求。則先求得兩數之最小公倍數。再以所得與第三數求最小公倍數。順是遞求。至末後求得之數。即多數之最小公倍數。

例. 求4361, 5607, 6853之最小公倍數。

先求得4361, 5607之$G.C.M.=623$.

則其$L.C.M.=\dfrac{4361}{623}\times5607=39249$.

次求得6853, 39249之$G.C.M=623$.

故三數之$L.C.M.=\dfrac{6853}{623}\times39249=431739$.

149. 求多數之最小公倍數時。若有一數為他數之約數。則可消去此約數。而不列於演算之內(§**124**)。

例 求 10, 12, 18, 20, 27, 36之$L.C.M$.

$$\begin{array}{r|l} 4 & \cancel{10},\ \cancel{12},\ \cancel{18},\ 20,\ 27,\ 36 \\ \hline & \quad\quad\quad\quad 5,\ 27,\ \cancel{9} \end{array}$$

因 12, 18 為 36 之約數。10為 20之約數。9 為27之約數。故皆消去之, 乃得$L.C.M.=4\times5\times27=540$.

問題二十

1. 有8, 12, 20, 30, 又60, 140, 210, 315各求$L.C.M$。
2. 有24, 36, 30, 28又1200, 320, 1025各求$L.C.M$。
3. 求4, 6, 8, 12, 14, 28, 56, 91, 之$L.C.M$。
4. 有144, 280, 660, 又199, 799, 3383各求$L.C.M$。
5. 有7613, 8809, 9633求其$L.C.M$。

雜 題 三

1. 偶數與偶數之和或差。恆爲偶數。求其證。

2. 偶數與奇數之和或差。恆爲奇數。求其證。

3. 奇數與奇數之和或差。恆爲偶數。求其證。

4. 偶數與任何數之積。恆爲偶數。求其證。

5. 奇數與奇數之積。恆爲奇數。求其證。

6. 以偶數除奇數。其殘數恆爲奇數。求其證。

7. 奇數必非偶數之倍數。求其證。

8. 試證某數與其各位倒置之數之差。恆爲 9 之倍數。

9. 試證 11 之倍數。將其各位倒置。其數仍爲 11 之倍數。

10. 試證凡數內減去各位數相加之和。必爲 9 之倍數。

11. 凡數各偶位數之和。與各奇位數之和相減。將其差於原數內減去之。則所得之差。必爲 11 之倍數。求其證。

12. 丙除甲數之殘數。若等於丙除乙數之殘數。則甲乙二數之差。必爲丙之倍數。求其證。

13. 諸數之最大公約數。常小於諸數中之最小數。而其最小公倍數。則常大於其最大之數。試說明其理。

14. 諸數之 L.C.M. 必爲其 G.C.M. 之倍數。何理。

15. 252 至小加以何數。則各位數字皆爲奇數。

16. 75 最小以何數乘之。則成平方數。以何數除之。則亦成平方數。

17. 有數以56除之。其殘數33。問以7除之之殘數若干。

18. 求1008, 1036之一切公約數。

19. 求12, 18, 16, 21之公倍數之最小平方數，及91224, 138348之公約數之最大平方數。

20. 某數以12除之。18除之。20除之。其殘數俱爲7。問此數最小若干。

21. 以某數除1400。則餘22。除2300。則餘12。問此數若干。

22. 甲子爲星期日。問至下次甲子爲星期日。相隔幾日。

23. 某小學校有男學生三百八十五人。女學生二百一十人。各分若干班。每班人數相等。而其班數以最少爲要。問男女班數各若干。

24. 360至少以何數乘之。則成立方數。

25. 以長九寸闊六寸之板若干枚。排成一正方形。問至少須幾枚。

26. 甲乙丙三童。環繞池之周圍。其環繞一周之時間。甲十五分。乙十八分。丙二十分。今三童同時同地出發。問經幾分時。再同時歸原處。

27. 有三角形地。其邊爲385尺, 462尺, 495尺。今欲於此周圍。依相等之距離植樹木。問至少用樹若干。又每樹距離若干。但三隅必各植一株。

28. 大小二輪。大輪一百三十二齒。小輪四十八齒。齒與齒相接。問小輪旋轉幾回。則原相接之齒再相接。

第五篇 分數

第一章 分數總論

150. 除法遇有殘數時。會記以分數 *Fraction* (§73)。分數者。寫數字於橫線之上下。讀爲若干分之幾者也。其若干卽除數。寫於線之下。曰**分母** *Denominator*。其幾卽被除數。寫於線之上。曰**分子** *Numerator*。

例如分數$\frac{3}{4}$。以 4 爲分母。3 爲分子。讀曰四分之三也。

151. 若干分之幾。有二義焉。將單位 1。等分爲若干份。而得其幾份。此一義也。將整數幾。等分爲若干份。而得其一份。又一義也。

例如$\frac{3}{4}$。可謂爲$\frac{1}{4}$之 3 倍。亦可謂爲 4 等分 3 之一份。

152. 分母除 1 所得之數。爲**分數之單位** *Fractional unit*。分母除分子所得之數。爲**分數之值** *Value of fraction*。

例如$\frac{3}{4}$。以$\frac{1}{4}$爲單位。而以 $3\div4=.75$ 爲其值。

153. 分數之類別如下。

分母大於分子者。其值小於 1。 例如$\frac{3}{4}=.75$.

分母等於分子者。其值等於 1。 例如$\frac{4}{4}=1$

分母小於分子者。其值大於 1。 例如$\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$.

凡值小於 1 者。曰**眞分** *Proper fraction*。否則曰**假分** *Improper fraction*。前有整數者。曰**帶分** *Mixed fraction*。

154. 分母分子各爲整數者。其分數曰單分數 *Simple fraction*。分母分子中有爲分數者。其分數曰繁分數 *Complex fraction*。分数又可称[illegible]

例如$\frac{3}{5}$或$\frac{8}{7}$均爲單分數。如$\frac{\left(\frac{3}{5}\right)}{7}$或$\frac{8}{\left(\frac{3}{5}\right)}$均爲繁分數。

155. <u>分數之母子。以某數同乘或同除。其值不變。</u>

例. $\frac{4}{8}=.5,\quad \frac{4\times2}{8\times2}=\frac{8}{16}=.5,\quad \frac{4\div2}{8\div2}=\frac{2}{4}=.5.$

156. <u>以某數乘分子。或以某數除分母。其值皆被乘。</u>

例. $\frac{4}{8}=.5,\quad \frac{4\times2}{8}=\frac{8}{8}=1,\quad \frac{4}{8\div2}=\frac{4}{4}=1.$

157. <u>以某數除分子。或以某數乘分母。其值皆被除。</u>

例. $\frac{4}{8}=.5,\quad \frac{4\div2}{8}=\frac{2}{8}=.25,\quad \frac{4}{8\times2}=\frac{4}{16}=.25.$

問題二十一

1. 試記下列諸分數。

五分之三。二十三分之十七。一百零三分之八。

三十三分之六十九。二十八又四十六分之二十七。

2. 試讀下列諸分數。幷辨其孰爲眞分或假分或帶分。

$\frac{2}{5},\quad \frac{7}{13},\quad \frac{385}{293},\quad \frac{21}{1000},\quad \frac{86}{19},\quad 3\frac{1}{2},\quad 16\frac{7}{16},\quad 76\frac{8}{29}.$

3. 於分數之分母。乘以 9。則其值如何。

4. 於分數之分子除以 6。則其值如何。

5. 於分數之分母除以 7。則其值如何。

6. 於分數之分母分子乘以 7。則其值如何。

第二章 分數化法

158. 將分數變形而不變值。曰分數化法 *Reduction*。

159. 以假分之分母。除假分之分子。則假分可化爲整數或帶分。

例如假分 $\frac{32}{4}=32\div4=8.$ 假分$\frac{15}{4}=15\div4=3\frac{3}{4}.$

160. 以帶分之整數。與帶分之分母相乘。加入於帶分之分子。則帶分可化爲假分。

例. $2\frac{3}{5}=\frac{2\times5+3}{5}=\frac{13}{5}$

161. 以整數乘某數。用爲分子。即用某數爲分母。則整數可化爲假分。

例. $5=\frac{5\times7}{7}=\frac{35}{7}.$ $5=\frac{5\times8}{8}=\frac{40}{8}.$

162. 分數之母與子同用最大公約數除之。則母子有公生者。可化爲母子互素之分數。此法名曰約分 *Reduction of fractions*。約得者。曰既約分數或最低分數 *Fraction in its lowest terms*。

例. $\frac{112\div2}{154\div2}=\frac{56\div7}{77\div7}=\frac{8}{11}$或$\frac{112\div14}{154\div14}=\frac{8}{11}.$

163. 異母之諸分數。化爲同母之諸分數。其法名曰通分 *Reduction of fractions to a common denominator*。可分爲二種。

I. 諸分母爲互素者。則以諸分母連乘之積爲公分母 *Common denominator*。各分子與他分母連乘之積爲新分子。

例. 求將 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ 通分。則 $\frac{1}{2}=\frac{1\times3\times5}{2\times3\times5}=\frac{15}{30}$,

$\frac{2}{3}=\frac{2\times2\times5}{3\times2\times5}=\frac{20}{30}$, $\frac{4}{5}=\frac{4\times2\times3}{5\times2\times3}=\frac{24}{30}$.

II. 諸分母有公約者,則用其最小公倍數爲最小公分母 *Least common denominator*。以各分母除之,各分子乘之,爲各新分子。

例. 求將 $\frac{2}{9}, \frac{1}{10}, \frac{5}{12}, \frac{4}{15}$ 通分。各分母之 $L.C.M=180$.

$180\div9=20$, $\frac{2\times20}{9\times20}=\frac{40}{180}$. $180\div10=18$, $\frac{1\times18}{10\times18}=\frac{18}{180}$.

$180\div12=15$, $\frac{5\times15}{12\times15}=\frac{75}{180}$. $180\div15=12$, $\frac{4\times12}{15\times12}=\frac{48}{180}$.

問題二十二

1. 化下列假分數爲整數或帶分數。

$\frac{96}{6}$, $\frac{155}{9}$, $\frac{1821}{335}$, $\frac{63297}{1623}$, $\frac{7777}{256}$, $\frac{22625}{225}$.

2. 化下列帶分數爲假分數。

$1\frac{1}{2}$, $15\frac{7}{8}$, $760\frac{9}{10}$, $253\frac{13}{15}$, $36\frac{121}{375}$, $81\frac{3}{92}$.

3. 整數17, 253, 1356, 6798。試化爲分母12之分數。

4. 化 $\frac{4}{6}, \frac{5}{15}, \frac{18}{24}, \frac{72}{120}, \frac{135}{75}, \frac{108}{144}, \frac{247}{403}$ 爲既約分數。

5. 試將下列諸題之分數通分。

I. $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{8}{11}$. *II.* $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{12}, \frac{1}{16}, \frac{1}{18}$.

III. $\frac{13}{15}$, $1\frac{5}{18}$, $275\frac{11}{75}$. *IV.* $\frac{261}{539}, \frac{102}{391}, \frac{407}{1961}$.

第三章　分數四則

164. 同分母之分數相加減可取其分子之和或較爲分子。以原分母爲分母。

例一.　求$\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}$之值。

解.　$\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}=\frac{3+5+7}{8}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}$.　答

因$\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}$均以$\frac{1}{8}$爲單位。而$\frac{3}{8}$爲此$\frac{1}{8}$之3倍。$\frac{5}{8}$爲此$\frac{1}{8}$之5倍。$\frac{7}{8}$爲此$\frac{1}{8}$之7倍。

故其和爲$\frac{1}{8}$之$(3+5+7)$倍$=\frac{15}{8}$。化爲帶分數。得$1\frac{7}{8}$.

例二.　求$\frac{5}{7}-\frac{2}{7}$之值。　解.　$\frac{5}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$.　答

165. 若加減者爲帶分數。則將整數與分數。分別求和或較而併之。如遇被減數之分數不足減。則先自整數減1。化爲假分。併入分數。而後減之。

例一.　求$28\frac{5}{13}+16\frac{9}{13}$之值

解.　題式$=28+16+\frac{5+9}{13}=44\frac{14}{13}=44+1\frac{1}{13}=45\frac{1}{13}$.

例二.　求$28\frac{5}{13}-16\frac{9}{13}$之值。

解.　題式$=27\frac{13+5}{13}-16\frac{9}{13}=27-16+\frac{18-9}{13}=11\frac{9}{13}$.

166. 異分母之分數相加減。則先用通分法。化各分數爲同母之分數。然後如上法加減之。

例一. 求 $\frac{1}{2}+\frac{7}{10}+\frac{22}{15}$之值。

解. $\frac{1}{2}+\frac{7}{10}+\frac{22}{15}=\frac{15}{30}+\frac{21}{30}+\frac{44}{30}=\frac{15+21+44}{30}=\frac{80}{30}$

$=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}.$

例二. 求 $2\frac{1}{6}+\frac{5}{12}+1\frac{11}{18}+3$ 之值。

解. $2+1+3+\frac{1}{6}+\frac{5}{12}+\frac{11}{18}=6+\frac{6}{36}+\frac{15}{36}+\frac{22}{36}=6\frac{43}{36}$

$=7\frac{7}{36}.$

例三. $\frac{11}{12}-\frac{13}{18}$爲若干。

解. $\frac{11}{12}-\frac{13}{18}=\frac{33}{36}-\frac{26}{36}=\frac{33-26}{36}=\frac{7}{36}.$

例四. 求 $3\frac{7}{8}-1\frac{1}{6}$之值。

解. $3\frac{7}{8}-1\frac{1}{6}=3-1+\frac{7}{8}-\frac{1}{6}=2+\frac{21}{24}-\frac{4}{24}=2\frac{17}{24}.$

例五. 求 $7\frac{1}{6}-2\frac{5}{9}$之值。

解. 題式 $=6\frac{7}{6}-2\frac{5}{9}=6-2+\frac{7}{6}-\frac{5}{9}=4\frac{21-10}{18}=4\frac{11}{18}.$

例六. 求 $3-\frac{2}{7}$之值。

解. $3-\frac{2}{7}=2\frac{7}{7}-\frac{2}{7}=2\frac{5}{7}.$

例 $\frac{8}{9}+\frac{4}{15}=$ [illegible]

凡兩分數相加而得1則兩分數互為補數

凡兩分數相乘而積得1則兩分數互為反數

167. 凡整數。皆可以 1 爲分母。例如 $5=\frac{5}{1}$。

168. 凡分數之母子互易。爲分數之**反商** *Reciprocal*。

例. $\frac{1}{5}$爲$\frac{5}{1}$之反商。$\frac{9}{8}$爲$\frac{8}{9}$之反商。

169. 分數與分數相乘者。以分母與分母連乘爲分母。以分子與分子連乘爲分子。可約者則約之。

例. 求$\frac{5}{6}\times\frac{4}{15}$之值。解. $\frac{5}{6}\times\frac{4}{15}=\frac{\cancel{5}\times\cancel{4}^{2}}{\underset{3}{\cancel{6}}\times\underset{3}{\cancel{15}}}=\frac{2}{9}$.

$\frac{5}{6}\times\frac{4}{15}$者。乃將$\frac{5}{6}$分爲 15 等份而取其 4 份之意。其理與 $(5\div6)\div15\times4$ 無異。卽與 $(5\times4)\div(6\times15)$ 無異。

170. 用分數除分數者。可用分數之反商乘之。

例. 求$\frac{2}{9}\div\frac{4}{15}$之值。解. $\frac{2}{9}\div\frac{4}{15}=\frac{\cancel{2}}{\underset{3}{\cancel{9}}}\times\frac{\cancel{15}^{5}}{\underset{2}{\cancel{4}}}=\frac{5}{6}$.

除與乘相反。故用除數之反商乘之。卽與除數除之無異。

171. 整數與分數相乘除者。可用 1 爲整數之分母。悉依分數相乘除之法乘除之。

例. $5\times\frac{5}{6}=\frac{5}{1}\times\frac{5}{6}=\frac{25}{6}=4\frac{1}{6}$. $5\div\frac{5}{6}=\frac{5}{1}\times\frac{6}{5}=\frac{30}{5}=6$.

$\frac{3}{7}\times5=\frac{3}{7}\times\frac{5}{1}=\frac{15}{7}=2\frac{1}{7}$. $\frac{3}{7}\div5=\frac{3}{7}\div\frac{5}{1}=\frac{3}{7}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{35}$.

172. 帶分數與分數相乘除者。可將帶分數先化爲假分。悉依分數相乘除之法乘除之。惟整數與帶分數相乘。則可用整數乘帶分數之整數及分數。而不必先化爲假分。

例一. $25\frac{2}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{177}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{531}{28}=18\frac{27}{28}$.

例二. $21\frac{3}{4}\div\frac{4}{5}=\frac{87}{4}\times\frac{5}{4}=\frac{435}{16}=27\frac{3}{16}$.

例三. $\frac{3}{8}\times6\frac{4}{7}=\frac{3}{8}\times\frac{46}{7}=\frac{138}{56}=\frac{69}{28}=2\frac{13}{28}$.

例四. $\frac{2}{5}\div3\frac{5}{6}=\frac{2}{5}\div\frac{23}{6}=\frac{2}{5}\times\frac{6}{23}=\frac{12}{115}$.

例五. $356\frac{3}{7}\times8=356\times8+\frac{3}{7}\times8=2848+\frac{24}{7}=2851\frac{3}{7}$.

173. 繁分數之算法。可依分數乘除之理。逐次化爲簡分數而得其值。

例一. $\frac{2\frac{2}{3}}{\frac{4}{5}}=2\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}=\frac{8}{3}\times\frac{5}{4}=\frac{2\times5}{3}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$.

例二. $\frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}-\frac{3}{4}}=\frac{3+2}{6}\div\frac{10-9}{12}=\frac{5}{6}\times\frac{12}{1}=\frac{60}{6}=10$.

問題二十三

1. 求$\frac{2}{7}$,$\frac{3}{7}$,$\frac{4}{7}$,$\frac{5}{7}$之和。 2. 求$\frac{1}{23}$,$5\frac{5}{23}$,$15\frac{21}{23}$之和。

3. 求$\frac{1}{2}$,$\frac{1}{4}$,$\frac{1}{8}$,$\frac{1}{16}$之和。 4. 求$\frac{15}{16}$,$\frac{7}{24}$,$\frac{5}{36}$之和。

5. 求$\frac{1}{2}$,$\frac{2}{3}$,$\frac{3}{4}$,$\frac{4}{5}$,$\frac{5}{6}$之和。

6. 求$1\frac{1}{2}+5\frac{7}{12}+\frac{5}{18}+3+13\frac{5}{6}$之和。

7. 求$\frac{11}{12}-\frac{1}{12}$之值。　8. 求$2\frac{5}{13}-1\frac{2}{13}$之值。

9. 求$3\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}$之值。　10. 求$102-11\frac{7}{12}$之值。

11. 求$26\frac{11}{12}-1\frac{2}{3}-5\frac{1}{4}-7\frac{5}{6}$之值。

12. 求$176\frac{8}{15}-49-13\frac{1}{12}-100\frac{11}{30}$之值。

13. 求$\frac{4}{9}\times 8$, $8\times\frac{3}{4}$, $12\times\frac{5}{18}$, $\frac{2}{3}\times 61$之各積。

14. 求$\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}\times\frac{5}{6}$, $\frac{11}{15}\times\frac{20}{33}$, $1\frac{1}{7}\times 1\frac{17}{18}$之各積。

15. 求$\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}\times\frac{9}{10}$, $\frac{2}{3}\times\frac{7}{8}\times\frac{15}{28}\times\frac{4}{11}\times\frac{44}{75}$之各積。

16. 求$3\frac{3}{5}\times 1\frac{5}{7}\times 9\frac{6}{11}\times\frac{5}{108}\times 1\frac{5}{17}$之積。

17. 求$\frac{4897}{2537}\times\frac{2501}{6499}\times\frac{2881}{3403}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{4}{9}\times\left(\frac{3}{5}\right)^4$之各積。

18. 求$\frac{12}{17}\div 4$, $\frac{14}{15}\div 7$, $10\div\frac{2}{7}$, $84\div 1\frac{5}{9}$之各商。

19. 求$\frac{1}{3}\div\frac{1}{2}$, $\frac{15}{16}\div\frac{2}{3}$, $\frac{12}{77}\div\frac{3}{88}$, $1\frac{1}{3}\div 2\frac{1}{4}$之各商。

20. 求$13\frac{3}{4}\div 1\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{3}$, $1\frac{263}{6237}\div 3\frac{17}{198}$之各商。

21. 求化下列繁分數爲簡分數。

$$\frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{14}},\quad \frac{3\frac{1}{7}}{1\frac{1}{21}},\quad \frac{\frac{2}{3}\times\frac{11}{12}}{\frac{1}{18}\times 5\frac{1}{2}},\quad \frac{\frac{3}{5}+\frac{1}{4}}{3\frac{9}{10}},\quad \frac{\frac{5}{7}-\frac{2}{3}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}}.$$

第四章　最大公約數最小公倍數

174. 以甲分數約乙分數得商爲整數者。則甲爲乙之約數。乙爲甲之倍數。亦如整數之例。

如$\frac{6}{7}\div\frac{3}{28}=8$。則$\frac{6}{7}$爲$\frac{3}{28}$之倍數。$\frac{3}{28}$爲$\frac{6}{7}$之約數。

175. 甲分數能除盡乙分數。則甲分數之分子。爲乙分子之約數。而乙分數之分母。亦爲甲分母之約數。

如前例$\frac{6}{7}\div\frac{3}{28}=\frac{6\times28}{7\times3}$。其 7 可整除28。(與 6 爲互素數故)3 可整除6。(與28爲互素數故)

176. 求諸分數之最大公約數。可以各分子之最大公約數爲分子。以各分母之最小公倍數爲分母。

例. 求$\frac{8}{21},\frac{12}{35},\frac{40}{63}$之最大公約數。

此三分數之$G.C.M=\frac{8,\ 12,\ 40\text{之}G.C.M}{21,\ 35,\ 63\text{之}L.C.M}=\frac{4}{315}$.

177. 求諸分數之最小公倍數。可以各分子之最小公倍數爲分子。以各分母之最大公約數爲分母。

例. 求$\frac{8}{21},\frac{12}{35},\frac{40}{63}$之最小公倍數。

此三分數之$L.C.M=\frac{8,12,40\text{之}L.C.M}{21,35,63\text{之}G.C.M}=\frac{120}{7}=17\frac{1}{7}$.

〔注意〕 諸分數中若有整數或帶分。則當先化爲假分。

問題二十四

1. 求$\frac{7}{8},\frac{4}{27},\frac{29}{45}$之G.C.M

2. 求$3\frac{3}{4}$, $1\frac{7}{8}$, $4\frac{1}{6}$, 之G.C.M。

3. 求$\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{14}{15}$, $\frac{9}{24}$之L.C.M。

4 求$2\frac{22}{25}$, $1\frac{37}{75}$, $\frac{63}{147}$之L.C.M。

5. 求$\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\frac{5}{6},\frac{6}{7},\frac{7}{8},\frac{8}{9},\frac{9}{10}$ 之G.C.M及其L.C.M。

第五章　分數雜題例解

178. 分數題之解法。較整數更爲曲折。茲略舉數例。

例一. 問何數之五分之三爲九。

解. 按題理。是某數乘以五分之三。能等於九也。然則九除以五分之三。必等於某數矣。故某數$=9\div\frac{3}{5}=15$。

例二. 某數之八分之三之七分之二。等於七又二分之一。求某數。

解. 此與前例同理。

$$7\frac{1}{2}\div\left(\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}\right)=\frac{15}{2}\div\frac{3\times2}{8\times7}=\frac{5\times3}{2}\times\frac{8\times7}{3\times2}$$

$$=\frac{5\times3\times2\times2\times2\times7}{2\times3\times2}=5\times14=70.$$

例三. 設有一業.甲工作之。6日而成。乙工作之。8日而成.若使二人同作.則須幾日。又若二人合作2日後。其殘業以乙一人作之。則須幾日。

解. 假定全業爲1。則一日所作者。甲爲$\frac{1}{6}$。乙爲$\frac{1}{8}$。

故二人合作一日。得$\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{7}{24}$。卽全業之$\frac{7}{24}$。

則全業1作成之日。應爲$1\div\frac{7}{24}=\frac{24}{7}=3\frac{3}{7}$日。答

又二人合作2日。得全業之$\frac{7}{24}\times2=\frac{7}{12}$ 則其殘業。爲全業之$1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$。而乙一日所作爲$\frac{1}{8}$。則殘業$\frac{5}{12}$作成之日。應爲$\frac{5}{12}\div\frac{1}{8}=\frac{5}{12}\times\frac{8}{1}=\frac{5\times2\times4}{3\times4}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$日。答

例四. 有一學生.費其所持銀三分之一作學費。又費其所餘銀四分之一作宿費。又費其所餘銀二分之一作膳費。尙餘八十元。問原有銀若干。

解. 命原有銀爲1。 第一次所餘。爲$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

第二次所餘。爲 $\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$.

第三次所餘。爲 $\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

而第三次所餘者爲80元。是原有銀之$\frac{1}{4}$倍爲80元也。

則可知原有銀爲$80\div\frac{1}{4}=80\times\frac{4}{1}=320$元。答

例五. 今有一竿。八分之三塗赤色。五分之二塗青色。六分之一塗黃色。尚餘三寸五分。問竿長若干。

解. 命竿長爲 1。已染者 $\frac{3}{8}+\frac{2}{5}+\frac{1}{6}=\frac{45+48+20}{120}$ $=\frac{113}{120}$。則所餘者。爲 $1-\frac{113}{120}=\frac{7}{120}$。此數與三寸五分相等。則可知全竿爲 $35\div\frac{7}{120}=35\times\frac{120}{7}=5\times120=600$ 分 $=6$ 尺。

例六. 有圓形之馬場。甲乙丙三騎。每分時能行全周之 $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{19}$, $\frac{1}{5}$。三人同列。於同時從同方向進行。問經幾何時。始同列於何所。

解. 命全周爲 1。其每分時之速。

甲與乙差 $\frac{2}{7}-\frac{5}{19}=\frac{3}{133}$. 乙與丙差 $\frac{5}{19}-\frac{1}{5}=\frac{6}{95}$.

故甲與乙會。需 $1\div\frac{3}{133}=\frac{133}{3}$ 分。

乙與丙會。需 $1\div\frac{6}{95}=\frac{95}{6}$ 分。

至甲與乙與丙會。則當求 $\frac{133}{3}$ 與 $\frac{95}{6}$ 之最小公倍數。

即 $\frac{133,95 之 L.C.M}{3,6 之 G.C.M}=\frac{665}{3}$ 分 $=3$ 小時 41 分 40 秒。答

又此時丙所行者。爲 $\frac{665}{3}\times\frac{1}{5}$ 周 $=44\frac{1}{3}$ 周。即繞 44 周。又進行三分之一周。故會合處距初發處爲三分之一周。

例七. 五點鐘與六點鐘之間。時針與分針相重。其時刻如何。又兩針成直角。其時刻如何。

解. 十二點鐘內。時針迴旋一字。分針迴旋十二字。故 1 分時。分針比時針多進 $1-\frac{1}{12}$。在正五點鐘時。時針指五點。分針指十二點。分針在時針後 $5\times5=25$ 分。今求兩針相重之時。則分針當向前追附。已知 1 分時分針能追進時針 $1-\frac{1}{12}$ 分。則幾分時分針追及時針 25 分乎。

則 $25\div\left(1-\frac{1}{12}\right)=25\times\frac{12}{11}=27\frac{3}{11}$ 分。

即兩針相重之時。爲五點二十七分十一分之三。 答。

若兩針成直角。則兩針之距離爲 5×3 分。故五點鐘後。分針比時針多進 $5\times5-3\times5=10$ 分。或分針超過時針而共行 $5\times5+5\times3=40$ 分。皆能成直角。故其答有二。

(I)　$10\div\left(1-\frac{1}{12}\right)=10\times\frac{12}{11}=10\frac{10}{11}$ 分。

(II)　$40\div\left(1-\frac{1}{12}\right)=40\times\frac{12}{11}=43\frac{7}{11}$ 分。

$\left.\begin{array}{l}\text{即分針在時針前成直角時。爲五點十分十一分之十}\\ \text{或在時針後成直角時。爲五點四十三分十一分之七}\end{array}\right\}\text{答}$

例八. 二點與三點之間。求時針分針成直線之時刻。

解. 兩針成一直線。則兩針之距離爲 $5\times6=30$ 分。當二點鐘時。分針在時針後 $5\times2=10$ 分。故二點鐘後。分針比時針多進 $5\times2+5\times6=40$ 分之時。即兩針成直線之時。

即 $40\div\left(1-\frac{1}{12}\right)=40\times\frac{12}{11}=43\frac{7}{11}$ 分。 答。

例九．有一池。注水使滿。以甲乙二管注入。須時 8 分。僅用甲管注入。須時24分。若僅用乙管注入。須時幾分。

解．命池水之全量爲1。每 1 分時內。甲乙二管流入之量爲$\frac{1}{8}$。而甲管流入之量爲$\frac{1}{24}$。則乙管流入之量。即應爲

$\frac{1}{8}-\frac{1}{24}=\frac{3-1}{24}=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$。由是以求水滿之時。則

$1\div\frac{1}{12}=1\times\frac{12}{1}=12$分。　答。

雜　題　四

1．何數之二分之一與三分之一之和爲十五。

2．何數內減去其八分之五爲七又二分之一。

3．有長12尺之竿。插於池中。全長五分之一。露於水面。其餘之七十五分之二十二。沈於水中。問入於泥下者。其長爲若干尺。

4．應考者共 572 人。其中十一分之八。應甲種考。十三分之九。應乙種考。問跨考甲乙兩種者。共若干人。

5．晝之長當夜之長七分之五時。問晝長幾何。

6．某校學生共分五級。第一級爲全學生六分之一。第二級爲五分之一。第三級爲十分之三。第四級爲四分之一。而第五級爲三十人。求學生全數。

7．某友問余年歲。余曰請君自算之。余年之四分之一居家。五分之一在北京。十五分之二遊學日本。自是以後。來至上海。於今十年矣。

8. 甲乙丙三數連乘積。爲四十八分之七。甲乙之積爲四分之一。又乙丙之積爲十六分之七。求各數。

9. 四人分配金若干元。甲得四十元。乙丙各得全額之四分之一。而丁則得全額六分之一。求全額。

10. 某翁分給財產於三子。幼子取九分之一。次子四分之一。長子則取其餘。而多於幼子三千八百元。求財產數。

11. 有田甲乙二人合耕。十二日畢業。甲獨耕則須二十六日。求乙獨耕之日數。

12. 設有一業。甲作之。四日可畢。乙作之。則須九日。今二工同作二日。問成此事之幾分。

13. 某學校男生。比總生數五分之三少十六人。女生比總生數三分之一多三十三人。求男女學生各若干。

14. 農夫刈草。一人刈之。則須二十四小時刈盡。後因其子來助之。故僅刈十六小時已畢。只云其子助刈六小時。問子一人刈之。當若干小時。

15. 絹一疋價。爲布一疋價之四倍又五分之一。今買布十一疋絹七疋。共價三十元三角。求各疋價。

原分母=原分子×2+2　原分母×½=原分子+1　原分母=原分子×3-1

16. 有某分數。分子加一。則爲$\frac{1}{2}$分母加一。則爲$\frac{1}{3}$。求原分數。

17. $\frac{25}{53}$之分母子。同以何數加之。則爲$\frac{9}{16}$。

18. 甲爲乙之三倍半。若二數各加十八。則甲二倍於乙。求二數。

19. 有水一櫃。用二管出之。僅用甲管。20分鐘可盡。僅用乙管。45分可盡。今用甲管10分鐘。換乙管。問幾分鐘盡。

20. 有一水櫃。從甲乙二管流之而滿。若但開甲管。則須15小時。或但開乙管。則須20小時。於滿水之後。閉甲乙二管。而拔去其底之木塞。則30小時而流盡。若拔去木塞時。同時從二管進水。問須幾何時而水滿。

21. 有一業。甲爲之。日作七小時。九日可成。乙爲之。日作九小時。五日可成。丙爲之。日作六小時。四日半成。今三人同作二日而成。求日作幾小時。

22. 甲乙合作。須12日。乙丙合作。須16日。甲丙合作。須20日。今三人合作三日。其殘業令甲作之。問須幾日。

23. 鶴足占龜足十七分之十。頭數之差爲三。求龜鶴數。

24. 兩組人分銀145元。甲組每人5元。乙組每人7元。今因誤給。甲乙互易。致不足10元。問兩組人數各若干。

25. 七點鐘後。時鐘之二針成直角爲何時。又成直線爲何時。又相合爲何時。

26. 純金於水中權之。減其重量七十七分之四。純銀則減二十一分之二。今有重十二兩四分之一之金銀混合物。量於水中爲十一兩七分之一。問金銀之量各若干。

27. 三舟迴航島之周圍。甲日行島周七分之二。乙日行十七分之四。丙日行五十一分之八。今三舟同時出發於同地。求再相會於此地之日數。

第六篇　循環小數

第一章　循環小數總論

179.　小數之位數有盡者。曰有限小數 *Finite decimal*。位數不盡者。曰無限小數 *Infinite decimal*。

如 .2, .04, .008, .5, .25, .125 等。爲有限小數,

如 .3333……　.0909……　3.1415926……　等。爲無限小數。

180.　無限小數之一種。有以同數字,依同順序,而列者。曰循環小數。*Recurring decimal*。其循環之部分。曰循環節。或循環位。*Recurring period*。

如 .333…… 與 .0909 …… 均爲循環小數。而其循環節。則一爲 3。一爲 09 也。

181.　於循環節首尾二位之上。各記一點以表之。名曰循環點。其一位循環者。則祇記一點。

如記 1.5628628…… 作 $1.5\dot{6}2\dot{8}$。記 .1222…… 作 $.1\dot{2}$。

182.　純由循環節而成者。曰純循環小數。*Pure recurring decimal*。前有他數者。曰雜循環小數。*Mixed recurring decimal*。

如 $\dot{1}.2\dot{7}$, $.\dot{0}\dot{9}$ 爲純循環小數。$.0\dot{1}\dot{2}$, $.5\dot{1}3\dot{4}$ 爲雜循環小數。

〔注意〕　整數及有限小數。卽循環節爲 0 之雜循環小數。

183.　凡由除法所得之無限小數。皆爲循環小數。

例.　$1 \div 3 = .\dot{3}$,　　$2 \div 7 = .\dot{2}8571\dot{4}$,

$23 \div 150 = .15\dot{3}$,　　$3 \div 280 = .010\dot{7}1428\dot{5}$.

184. 凡既約之眞分。依除法除成小數。其分母無2與5之因數者。則其商爲純循環小數。有2與5之因數者。則其商爲雜循環小數。而其不循環之位數。即與因數2,5中最大之指數相等。

如前例。$1\div3$, $2\div7$, 所得皆爲純循環小數。

$23\div150$, $3\div280$, 所得皆爲雜循環小數。

而$.15\dot{3}$之不循環者有二位。與150中5^2之指數等。

$.010\dot{7}1428\dot{5}$之不循環者有三位。與280中2^3之指數等。

〔注意〕 分母純以2與5爲因數。則所得必爲有限小數。

185. 凡循環小數之循環點。可依循環位數而任意移右若干位。或增加若干倍。其小數位雖增。而小數值不變。

如$.\dot{2}3\dot{6}=.2\dot{3}6\dot{2}=.23\dot{6}2\dot{3}=.236\dot{2}3\dot{6}$.

又$.\dot{2}3\dot{6}=.\dot{2}3623\dot{6}=.\dot{2}3623623\dot{6}$.

問題二十五

1. 試言有限小數與無限小數之區別。
2. 何謂循環位。何謂循環點。
3. 試言純循環小數與雜循環小數之區別。
4. 雜循環小數之不循環位。用何法判定之。
5. 循環節爲0之循環小數。其數爲何。
6. 試改$.2\dot{3}\dot{5}$爲小數位六位循環節四位,
7. 試改$\dot{6}.73\dot{7}$爲小數位九位。循環節八位,

第二章　循環小數化法

186. 有諸循環小數。若移其循環點。使其小數位循環位均相等。謂之**通位法**。所通之位數。可任意定之。

例. 求$.0\dot{2}\dot{5}$與$5.\dot{1}4\dot{3}$通位。

解

$$\left.\begin{aligned} .0\dot{2}\dot{5} &= .0\dot{2}5252\dot{5} \\ 5.\dot{1}4\dot{3} &= 5.1\dot{4}3143\dot{1} \end{aligned}\right\}(1) \qquad \left.\begin{aligned} .0\dot{2}\dot{5} &= .0\dot{2}5252525252\dot{5} \\ 5.\dot{1}4\dot{3} &= 5.1\dot{4}3143143143\dot{1} \end{aligned}\right\}(2)$$

$$\left.\begin{aligned} .0\dot{2}\dot{5} &= .02\dot{5}2525\dot{2} \\ 5.\dot{1}4\dot{3} &= 5.14\dot{3}1431\dot{4} \end{aligned}\right\}(3)$$

187. 當通位時。以小數位最少爲適用。故其不循環位。可依諸數中最多之位數。其循環位。可依諸循環位數之最小公倍數。是爲**最小通位法**。

例. 求$.0\dot{3}$, $1\dot{3}.2\dot{6}$, $.156\dot{2}\dot{3}$, $.\dot{5}16\dot{4}$, 1.2之最小通位。

解.

$$\left.\begin{aligned} .0\dot{3} &= .033\dot{3}3333333333\dot{3} \\ 1\dot{3}.2\dot{6} &= 13.263\dot{2}6326326326\dot{3} \\ .156\dot{2}\dot{3} &= .156\dot{2}3232323232\dot{3} \\ .\dot{5}16\dot{4} &= .516\dot{4}5164516451\dot{6} \\ 1.2 &= 1.200\dot{0}0000000000\dot{0} \end{aligned}\right\}\text{答}$$

第三數$.156\dot{2}\dot{3}$。其不循環位有三位爲最多。故諸數之不循環位。皆化爲三位。又各數之循環位爲1, 2, 3, 4。其最小公倍數爲12。故諸數之循環位。皆化爲十二位。更將有限小數附以0。而亦以循環小數視之。

188. 凡附0於分子。以分母除之。能將分數化爲小數。若除至殘數重見。則其商亦必重見。而成爲循環小數。

例.　化 $\frac{30}{37}$ 爲小數。

$$
\begin{array}{l}
37)30.0(.\dot{8}1\dot{0}81\\
\underline{29\ 6}\\
\quad 40\\
\quad \underline{37}\\
\quad\ 300\cdots\cdots \text{同於原數}\\
\quad\ \underline{296}\\
\qquad 40\\
\qquad \underline{37}\\
\qquad\ 3
\end{array}
$$

故 $\frac{30}{37}=.81081\cdots$

或　$=.\dot{8}1\dot{0}$

189. 凡分母爲9, 99, 999等數者。則可無待於除。即用其分子爲循環數末之有效數字。而化爲循環小數。

例. $\frac{5}{99}=.0505=.\dot{0}\dot{5}$,　$\frac{23}{999}=.\dot{0}2\dot{3}$,　$\frac{813}{999}=.\dot{8}1\dot{3}$.

190. 凡有限小數化成分數。可改小數爲整數。用爲分子。依小數位數。附若干0於1之後。用爲分母。而再約之。

例. $.075=\frac{75}{1000}=\frac{3\times25}{40\times25}=\frac{3}{40}$.

191. 純循環小數化成分數。可用其循環數爲分子。依循環位若干。用若干個9爲分母。而再約之。

例. $.\dot{2}\dot{5}=\frac{25}{99}$,　$.\dot{6}\dot{3}=\frac{63}{99}=\frac{7}{11}$,　$.\dot{0}\dot{6}=\frac{6}{99}=\frac{2}{33}$

因　$25=25.\dot{2}\dot{5}-.\dot{2}\dot{5}=.\dot{2}\dot{5}\times(100-1)=.\dot{2}\dot{5}\times99$

既　$.\dot{2}\dot{5}\times99=25$, 故 $.\dot{2}\dot{5}=\frac{25}{99}$.　其他 $.\dot{6}\dot{3}$, $.\dot{0}\dot{6}$ 可例推。

192. 雜循環小數化成分數。可自循環小數減不循環數。用爲分子。連列9字。與循環位等。連附0字。與不循環位等。用爲分母。而再約之。

例. $.26\dot{1}3\dot{5}=\frac{26135-26}{99900}=\frac{26109}{99900}=\frac{967}{3700}.$

解. $26135-26=26135.\dot{1}3\dot{5}-26.\dot{1}3\dot{5}$

$$=.26\dot{1}3\dot{5}\times(100000-100)=.26\dot{1}3\dot{5}\times 99900.$$

故. $.26\dot{1}3\dot{5}=\frac{26135-26}{99900}.$

又解. $.26\dot{1}3\dot{5}=.26+.00\dot{1}3\dot{5}=\frac{26}{100}+\frac{1}{100}\times\frac{135}{999}$

$$=\frac{26\times 999+135}{99900}=\frac{26\times(1000-1)+135}{99900}$$

$$=\frac{26000-26+135}{99900}=\frac{26135-26}{99900}.$$

193. 9之循環小數。可等於1。

例. $.\dot{9}=\frac{9}{9}=1$, $.\dot{9}\dot{9}=\frac{99}{99}=1$, 故 $.34\dot{9}=.35$.

問 題 二 十 六

1. 求 $.4\dot{3}$, $.0\dot{5}\dot{7}$, $3.\dot{0}2\dot{1}$, $.5\dot{6}$ 之最小通位。

2. 求 $\dot{1}.2\dot{5}125$, $.00\dot{1}03\dot{0}$, $.515\dot{1}6\dot{2}$ 之最小通位。

3. 試將 $\frac{1}{17}$, $\frac{12}{13}$, $1\frac{1}{11}$, $\frac{100}{81}$, $\frac{25}{111}$, 各化爲循

4. 試化 $.\dot{4}\dot{5}$, $.\dot{6}\dot{6}$, 及 $.\dot{9}2307\dot{6}$ 爲最低之分

5. 試化 $.5\dot{7}$, $.0\dot{1}\dot{8}$, $7.0\dot{2}1\dot{6}$, $.351\dot{0}5\dot{1}$ 爲最低

補數 二數之和為1則此二數互為補數

第三章　循環小數四則

194. 循環小數之加法。先用最小通位法。然後求其和。依所通之循環位。而作循環點。又依循環首位所進於上位之數。而加於循環末位。

例.　求$.00\dot{5}\dot{1}+3.2\dot{7}8\dot{5}+.6\dot{9}+.18$之和。

$$
\begin{array}{rcl}
.00\dot{5}\dot{1} &=& .00\dot{5}1515\dot{1} \\
3.2\dot{7}8\dot{5} &=& 3.27\dot{8}5785\dot{7} \\
.6\dot{9} &=& .69\dot{9}9999\dot{9} \\
.18 &=& .18\dot{0}0000\dot{0} \\
\hline
 & & 4.16\dot{3}7300\dot{9}
\end{array}
$$

先將各數通為同位。依有限小數法加之。初求得之和。其末位為7。因循環首位5,8,9之和22。有2進於上位。故於末位亦加2而為9。此所加之2。即第二部循環首位所進之數也。

195. 循環小數之減法。先用最小通位法。然後求其較。若循環首位減數大於被減數。則較之循環末位宜減1。

例.　求$2.\dot{3}-.\dot{1}82\dot{5}$之較。

$$
\begin{array}{rcl}
2.\dot{3} &=& 2.\dot{3}33\dot{3} \\
.\dot{1}82\dot{5} &=& .\dot{1}82\dot{5} \\
\hline
 & & 2.\dot{1}50\dot{7}
\end{array}
$$

初求得之較。其末位為8。因循環首位8大於3。須自上位借1。故於末位亦減1而為7。此所減之1。即第二部循環首位減8時所借之1也。

196. 自1減循環小數。所得之較。與循環小數互為補數。

如$1-.\dot{4}=.\dot{5}$ 則$.\dot{4}$與$.\dot{5}$互為補數。

〔注意〕 在有限小數。.4之補數為.6。分數之補數。理亦同。

197. 以整數或有限小數乘循環小數。其異於通常乘法者。在部分積之末位。宜加以循環首位進位之數。而各部分積。必先用通位法而後加之。

例. 求$1.0\dot{3}\dot{7}\times 2.8$之積。

$$\begin{array}{r} 1.0\dot{3}\dot{7} \\ 2.8 \\ \hline .82\dot{9}\dot{8}\cdots\cdots .82\dot{9}\dot{8} \\ 2.0\dot{7}\dot{4}\cdots\cdots 2.07\dot{4}\dot{7} \\ \hline 2.90\dot{4}\dot{6} \end{array}$$

以8乘得之積。本為8296。因8乘循環首位3時。有2進於上位。故加2於末位。而得積改為$.82\dot{9}\dot{8}$。以2乘得之積。則為$2.0\dot{7}\dot{4}$。與前積通位。得$2.07\dot{4}\dot{7}$。相加。得全積為$2.90\dot{4}\dot{6}$。所即求之數也。

198. 以整數或有限小數除循環小數。可如通常法除之。實數取盡。即續附循環數再除之。至商成循環數而止。

例. 求$.\dot{0}31\dot{5}\div 2.4$之商。

先以2.4除.0315得商數.013後。實之數字已盡乃續寫循環數於殘數3之右。再除之。逐次如是。除至商數為8時。其殘數又為3。即知商之循環數為138。而全商為$.013\dot{1}3\dot{8}$

$$\begin{array}{l} 2.4)\,.\dot{0}31\dot{5}\,(.013\dot{1}3\dot{8}\text{ 答。} \\ \quad\ \ 24 \\ \quad\ \ \overline{\ 75} \\ \quad\ \ \ 72 \\ \quad\ \ \ \overline{\ 33} \\ \quad\ \ \ \ 24 \\ \quad\ \ \ \ \overline{\ 91} \\ \quad\ \ \ \ \ 72 \\ \quad\ \ \ \ \ \overline{195} \\ \quad\ \ \ \ \ 192 \\ \quad\ \ \ \ \ \ \overline{\ \ 33}\cdots\text{等於第二殘數。} \end{array}$$

199. 若乘法之法實均為循環小數。則將法之循環小數化為分數。以分子乘實。而以分母除之。

例. $3\dot{8}.5\dot{7}\times .9\dot{2}\dot{7}=3\dot{8}.5\dot{7}\times\frac{51}{55}=35.\dot{7}7286\dot{3}$.

200. 若除法之法實均爲循環小數則將法之循環小數化爲分數以分母乘實而以分子除之

例. $1.2\dot{8}\dot{6}\div.\dot{1}\dot{3}=1.2\dot{8}\dot{6}\div\frac{13}{99}=1.2\dot{8}\dot{6}\times\frac{99}{13}$

$=127.3\dot{9}\dot{9}\div13=127.4\div13=9.8.$

本例乘得之積爲有限小數除得之商又爲有限小數

201. 循環小數之加減乘除法亦可盡化各數爲分數而以分數加減乘除法代之

〔注意〕乘除以此法爲便若加減不如仍用本法爲便

問　題　二　十　七

1. 求下列諸數之和

I. $.\dot{5}+2.\dot{3}\dot{5}+.00\dot{1}$　　*II.* $2.\dot{4}+\dot{3}.\dot{2}+5.6\dot{2}3\dot{4}$

III. $.4\dot{7}\dot{8}+.\dot{3}2\dot{1}+.\dot{7}856\dot{4}+2.0\dot{6}3753\dot{1}$

2. 求下列諸數之較

I. $57.\dot{0}58\dot{7}-27.\dot{3}\dot{1}$　　*II.* $3.54\dot{2}6\dot{1}-1.2\dot{2}\dot{5}$

III. $7.\dot{2}4\dot{5}7-2.\dot{6}3\dot{4}$　　*IV.* $.2\dot{6}3\dot{2}-.25$

3. 求下列之乘法

I. $2.4\times.\dot{2}\dot{7}$　　*II.* $.0\dot{4}3\dot{4}\times18$

III. $.\dot{7}1428\dot{5}\times.\dot{2}\dot{7}$　　*IV.* $.\dot{2}\dot{4}\times.\dot{5}\dot{7}$

4. 求下列之除法

I. $2.3\dot{5}\dot{6}\div7$　　*II.* $.08\dot{5}4\dot{9}\div.9$

III. $4.5\dot{7}2\dot{4}\div.\dot{7}$　　*IV.* $.\dot{2}\dot{3}\div.\dot{2}87\dot{5}$

雜　　題　　五

1. 求$.02\dot{3}$, $\dot{5}.3\dot{1}$, $7.25\dot{6}2\dot{8}$之最小通位。

2. 化$\frac{67}{1375}$為循環小數。　　3. 化$2.65\dot{1}2\dot{6}$為分數。

4. 求$(2.5-.\dot{3})\div(.7\dot{3}-.625)$

5. 求$(.12236\dot{1}-.0441\dot{6})\div.\dot{3}$

6. 求$(.\dot{1})^2$之循環小數。　　7. 求$.2\dot{2}\dot{7}$之反商。

8. 求$.\dot{3}5\dot{1}+\dot{6}.\dot{2}+.\dot{1}2840\dot{1}+.7\dot{5}\dot{1}$之和。

9. 求$.99-.\dot{4}3\dot{3}$及$5.32\dot{5}-1.\dot{2}65123\dot{7}$之較。

10. 求$5.\dot{3}56\dot{1}\times1.21$及$3.45\dot{6}\times.72\dot{5}$之積。

11. 求$.31\dot{4}0\dot{5}\div.042$及$.\dot{1}5\dot{4}\div.\dot{2}$之商。

12. $4.5\dot{7}6\dot{2}$.至少加以何數,則成整數。

13. $1.2\dot{3}6\dot{4}$內減何數,則為$.5\dot{3}$。

14. 何數內減$7.8\dot{5}3\dot{9}$。則為$1.62\dot{3}\dot{7}$。

15. 甲乙二人分銀百元。甲得乙之$1.\dot{6}$倍,求各得銀。

16. 試證下列問題。

$.\dot{1}=(.\dot{3})^2$. $.\dot{9}$, $.\dot{9}\dot{9}$, $.\dot{9}9\dot{9}$…皆等於1。

17. 以$.\dot{1}\dot{5}$乘某數,誤以$.15$乘,則積生$.01$之差。求其數。

18. 以$.\dot{1}\dot{5}$除某數,誤以$.15$除,則商生$.1\dot{0}\dot{6}$之差。求其數。

19. 求$.\dot{8}$, $.0\dot{3}\dot{2}$, $.\dot{1}05\dot{6}$之G.C.M及L.C.M。

【注意】循環小數之G.C.M與L.C.M.其義與整數分數之G.C.M及L.C.M.皆無所異。

第七篇　比及比例

第一章　比

202. 凡除法之法與實。如爲同類之數。則除亦可謂之**比** *Ratio*。凡稱二數之比者。即指其所除得或整或分之值也。

如15人與5人之比。爲15÷5=3。

203. 惟因比與除同。故分數卽表相比。然通常恆於兩數間作：以表之。謂之**比號** *Sign of ratio*。讀爲**比以**二字。在比號左者爲實。曰前項 *Antecedent*。在比號右者爲法。曰後項 *Consequent*。

如$\frac{8}{6}$。亦可作8：6。讀爲8比以6。其8爲前項。6爲後項。

204. 比之前後項。以同數乘除之。其值不變。乘其前項。或除其後項。則值變大。除其前項。或乘其後項。則值變小。其理皆與分數無異。(§155至§157)

205. 既由後項除前項而得比之值。則以比之值除前項。必得後項。以比之值乘後項。必得前項。故前項後項及比。三數中知其二數。卽可求得餘一數。

例. 知前項12。後項3。則由12÷3=4而得比之值。

知前項12。比之值4。則由12÷4=3而得後項。

知比之值4。後項3。則由3×4=12而得前項。

206. 甲數對於乙數之**正比** *Direct ratio*。卽乙數對於甲數之**反比** *Inverse ratio*。反比者。正比之反商也。

如$\frac{1}{8}:\frac{1}{5}$爲$8:5$之反比。因$\frac{1}{8}:\frac{1}{5}=5:8$。既爲$5:8$之正比。故爲$8:5$之反比也。

207. 比之前後項。皆祗一數者。曰**單比** *Simple ratio*。由諸單比相乘而成者。曰**複比** *Compound ratio*。單比之方乘相比。曰**重比**。

如$5:2$，及$3:7$，及$6:9$。皆爲單比。若合成複比。則爲

$$5\times3\times6:2\times7\times9。即\frac{5\times3\times6}{2\times7\times9}=\frac{5}{2}\times\frac{3}{7}\times\frac{6}{9}。$$

又$5:2$之再重比爲$5^2:2^2$。三重比爲$5^3:2^3$。

208. 諸數相連而作比者。曰**連比**。*Continued ratio*。

如$4:7:5$。爲4與7與5之連比。

209. 凡已知某數與他諸數之比者。以各比中相當於某數之數。互乘各比。即可將某數與他諸數作成連比。

$$\begin{array}{ccc} 甲 & 乙 & 丙 \\ 5 & :3 & \\ & 2 & :7 \\ \hline 10 & :6 & :21 \end{array}$$

如已知甲與乙爲$5:3$。乙與丙爲$2:7$。則以後比之2乘甲與乙。爲$10:6$。以前比之3乘乙與丙。爲$6:21$。故得甲與乙與丙之連比。爲$10:6:21$。

問　題　二　十　八

1. 6與何數之比爲2。何數與16之比爲3。

2. 求$5:2$, $4:3$, $21:25$之複比。

3. 求2與7之正比，3與14之反比之複比。

4. 甲與乙之比$2:3$，乙與丙之比$7:5$。求三數連比。

第二章 比例

210. 兩比之值等。則兩比成爲**比例**。*Proportion*。

如15：5，與24：8。其值皆爲3。則兩比卽成比例。

211. 比例所用之**比例號***Sign of proportion*。於兩比中間作∷之形。讀爲若字或等字。以表兩比等值之意。

如15：5∷24：8。讀爲15比以5。若24比以8。

212. 在∷左之兩項。卽第一第二兩項。曰**前節**。在∷右之兩項。卽第三第四兩項。曰**後節**。而第二第三兩項。稱爲**中項***Mean term*。第一第四兩項。稱爲**外項** *Extreme term*。

如15：5∷24：8。則15：5爲前節。24：8爲後節。5與24爲中項。15與8爲外項。

213. 前節後節。同爲正比者。曰**正比例** *Proper proportion*。此節之比。等於彼節之反比者。曰**反比例** *Inverse proportion*。

如6：3∷18：9爲正比例。則6：3∷$\frac{1}{9}$：$\frac{1}{18}$爲反比例。

214. 中項之兩項若相等。則其比例名**中比例**。而稱中項曰**比例中率***Mean proportional*。

如2：4∷4：8爲中比例。而4爲2與8之比例中率。

215. 凡比例式。外項之乘積。等於中項之乘積。

如3：8∷6：16。則$3\times16=8\times6$。此因原式等於$\frac{3}{8}=\frac{6}{16}$。而$\frac{3}{8}\times8\times16=\frac{6}{16}\times8\times16$故也。

〔注意〕依同理。又可知中比例外項之乘積。必等於比例中率之自乘積。如 $3:6::6:12$ 則 $3\times12=6^2$

216. 以外項之一。除中項之積。可得他一外項。以中項之一。除外項之積。可得他一中項。故比例四項中。苟已知其三。卽可求得其餘一項。

例一. $(\ \ ):7::6:14$ 依前理 $(\ \ )\times14=7\times6$

則 $(\ \ )\times14\div14=7\times6\div14=3$ 故 $(\ \ )=3$

例二. $3:7::(\ \ ):14$ 依前理 $3\times14=7\times(\ \ )$

則 $7\times(\ \ )\div7=3\times14\div7=6$ 故 $(\ \ )=6$

問題二十九

下列 1 至 4 之比例式。試求其缺項。

1. $18:54::3:(\ \ )$　　*2.* $8865:720::(\ \ ):16$

3. $9:(\ \ )::15:7$　　*4.* $(\ \ ):132::4:11$

下列 5 至 8 之問題。試證明之。

5. 比例之前兩項。同以某數乘除之。其比例仍同。

6. 凡比例各項之方乘積。亦成比例。

7. 前節兩項之和與較。後節兩項之和與較亦成比例。

8. 四項中將二中項交換。或二外項交換。或二中項與二外項各交換。仍不失爲比例。

9. 有 $6:3::18:9$ 此第三項若加 7。則第一項應加若干。方不失爲比例。

第三章　單比例

217. 前後節均為單比者曰單比例 *Simple proportion*。故單比例祇有四數而單比例之題必有三數為已知其中有一數與未知數為同種者名曰隻項。

例如問茶 6 斤價 3 元茶 10 斤價若干則 3 元為隻項。

218. 用比例法以解應用問題所宜注意者惟在開列各項之時至列成比例式以後則依法乘除更無難處矣。

凡開列比例式恆以未知數為第四項以隻項為第三項。以餘二數為第一第二項可審題理而定其比例之正反。

例一. 3 小時行 6 里。15 小時行幾里求列成比例式。

先將隻項 6 里列第三項未知數幾里列第四項試設想四項應比三項大乎小乎夫 15 小時所行必多於 3 小時是四項應大於三項則二項亦應大於一項於是列成比例式。$3:15::6:(\ \ )$. 卽知 $(\ \ )=15\times6\div3=30$ 里. 若是者以原有之 3 小時為一項今有之 15 小時為二項列成比例謂之正比例。

例二. 8 人做 3 日成。4 人做幾日成求列成比例式。

先將 3 日列第三項幾日列第四項因 4 人成事必比 8 人為遲是四項應大於三項則二項亦應大於一項於是得比例式。$4:8::3:(\ \ )$. 而 $(\ \ )=8\times3\div4=6$ 日. 若是者以今有之 4 人為一項原有之 8 人為二項謂之反比例。

219. 正比例者。彼此二量互相順應者也。此量大幾倍。彼量亦大幾倍。此量小幾倍。彼量亦小幾倍。例如

I 同質物之體量與其價值。

II 同速度之行程與其時間。

III 同時間之行程與其速度。

IV 同時間之工人與其工程。

V 同工人之工程與其時間。

VI 同消耗者之材料與其時間。

VII 同時間之消耗者與其材料。

VIII 同重量之運費與其距離。

IX 同距離之運費與其重量。

X 同長之闊與其面積。或同闊之長與其面積。

XI 同面積之高與其體積。或同高之面積與其體積。

220. 反比例者。彼此二量互相反應者也。此量大幾倍。彼量反小幾倍。此量小幾倍。彼量反大幾倍。例如

I 同重量物之大小與其價值，密度

II 同行程之時間與其速度，

III 同工程之工人與其時間。

IV 同材料之消耗者與其時間。

V 同運費之重量與其距離，

VI 同面積之長與其闊。

VII 同體積之面積與其高。

問題三十

1. 有茶葉上下兩等。斤數相同。上等每斤價8角4分。共價70元。下等每斤4角8分。共價若干。

2. 以闊12丈長23丈半之地面。換與此等積之地。地闊$15\frac{2}{3}$丈。求其長。

3. 設兔走8步之距離。犬僅6步可達。今犬走72步。問兔須走幾步。

4. 以錢三千元。存入銀行。三年後得利若干。今以四千元存入。而欲使所得之利與前相等。問需幾年。

5. 鐵權於水中。減其重量.138倍。今有鐵。於水中權之。其重四百三兩。問鐵之眞重若干。

6. 有糧分給兵千八百人。可支九個月。今增兵三百人。問可支幾月。

7. 設汽車之速。一分時能行$\frac{71}{160}$哩。假如從地球至太陽。(95000000哩)則需幾年可達。惟一年爲$365\frac{1}{4}$日。

8. 傭工作事七小時間。計可成就。共傭工人一百五十人。今欲於六小時間成之。問當添傭幾人。

9. 有兩時鐘。一每日快二分。一每日遲二分半。今將兩鐘。同時開准。問幾日後相差半小時。

10. 有二輪車。前輪之周圍八尺五寸。後輪則六尺八寸。今乘此車行路。計前輪之旋轉數。比後輪少千回。求路之長。

第四章　複比例

221. 比例之含複比者。曰複比例 *Compound proportion*。複比例之題。其已知數中。必有一數爲隻項。與單比例無異。

222. 開列複比例式。亦以隻項爲第三項。未知數爲第四項。又以其他同種之數。各審正反而列於第一二項。然後以一項之連乘積。除二三項之連乘積。而得答數。

例. 農夫4人。每日作工14時。則5日耕田15畝。今7人每日作工13時。欲耕田19.5畝。問需幾日。

先以隻項5日。未知數幾日。列於後節。後列各數於前節。

因同工程之人數與日數爲反比。故有7人：4人。

因同工程之時數與日數爲反比。故有13時：14時。

因同工人之畝數與日數爲正比。故有15畝：19.5畝。

$$\left.\begin{array}{r}7:4\\13:14\\15:19.5\end{array}\right\}::5:(\ ).\quad 得\ (\ )=\frac{4\times14\times19.5\times5}{7\times13\times15}=4\ 日.$$

223. 又或不問已知未知。但將各數分爲造因與結果。將造因之數列前節。結果之數列後節。後依常法解之。卽得未知數。此謂之**因果法**。

例一. 仍用前題。但開列比例式如下。

4人×5日×14時：7人×(　)日×13時::15畝：19.5畝

其解未知數之式。仍與前同。

例二.　每日寫 8 時。15 日寫 650 葉。每葉 480 字。若每日寫 5 時。費 22 日。可寫每葉 520 字者幾葉。

$$8\times15:5\times22::480\times650:520\times(\quad)$$

$$(\quad)=\frac{5\times22\times480\times650}{520\times8\times15}=550\text{ 葉。}$$

224.　又或逐節推算而得。謂之**歸一法** *Unitary Method*。

例.　仍用 § 222 之題。

既 4 人每日作 14 時耕 15 畝所需 $=5$ 日。

則 1 人作 14 時耕 15 畝所需 $=5\times4$ 日。

1 人作 1 時耕 15 畝所需 $=5\times4\times14$ 日。

1 人作 1 時耕 1 畝所需 $=5\times4\times14\div15$ 日。

而 1 人作 1 時耕 19.5 畝所需 $=\dfrac{5\times4\times14\times19.5}{15}$ 日。

1 人作 13 時耕 19.5 畝所需 $=\dfrac{5\times4\times14\times19.5}{15\times13}$ 日。

故 7 人作 13 時耕 19.5 畝所需 $=\dfrac{5\times4\times14\times19.5}{15\times13\times7}$ 日

$=4$ 日。

問題三十

1.　有旅人日行八小時。七日行八十四里。若日行十一小時。六日可行幾里。

2.　職工六人。日作八小時。十日而得工資十八元。今有職工四人。日作九小時。作十五日。問得工資若干。

3. 長32寸闊3寸厚2.75寸之鐵桿。計重89斤。問36寸長2.7寸闊2.1寸厚之鐵桿。計重若干。

4. 甲乙兩齒輪。互相交錯。甲齒16。乙齒18。甲於3分45秒。回轉45次。乙於10分30秒。回轉幾次。

5. 千五百兵。每兵日給米五合。計存糧可支六十日。今增兵三百名。存糧僅支五十五日。問每兵日給米若干。

6. 僱工二十人。作事十八日。成其七分之三。今欲將其餘業十六日作成之。問當添僱幾人。

7. 用馬六十五匹運米若干。九日可畢。今欲八日運完。當用牛幾匹。但馬與牛力之比為2∶5。速之比為4∶3.

8. 米一斗。六男食之。或十女食之。皆三日而盡。今有米七斗。使三男九女共食之。問幾日而盡。

9. 孔徑四分五釐之管。六小時間。可排泄若干之水。今以孔徑三分之管四枝。排泄水量。三倍於前。問需時若干。惟排泄之水量。與孔徑之平方為比例。

10. 二十八畝之草。使三男刈之。三日可畢。若使五女或八童刈之。三日亦可畢事。今使五男八女三童。合刈八百七十四畝之草。問需幾日。

11. 僱工人三百五十名。築五哩半之鐵路。限四個月而成。每日作工十一小時。三月而成四哩。而其餘路為山地。較前難築。其難易之比。如16∶11。今每日多作一小時。欲使不逾限期。問當添僱工人若干。

第[illegible]章　連鎖法

225. 有順次而列之諸數。已知其順次之比。而求其首末兩數之比。則可用連鎖法 *Chain rule*。

226. 連鎖法之題。本卽複比例題之一種。故若用複比例法求之。本亦可得其答數。

例. 馬三匹之價。等於羊十六匹之價。羊七匹之價。等於牛二匹之價。牛五匹之價。等於米四十二石之價。問米百二十八石之價。等於馬幾匹之價。

解一. 若用單比例法逐次求之。則如下。

羊16匹＝馬 3 匹。　　羊 7 匹＝馬 $\frac{3\times7}{16}$ 匹。

牛 2 匹＝馬 $\frac{3\times7}{16}$ 匹。　　牛 5 匹＝馬 $\frac{3\times7\times5}{16\times2}$ 匹。

米42石＝馬 $\frac{3\times7\times5}{16\times2}$ 匹。　　米128石＝馬 $\frac{3\times7\times5\times128}{16\times2\times42}$ 匹。

卽米128石＝馬10匹。答。

解二. 若用歸一法解之。則如下。

馬 3 匹＝羊16匹　故　羊 1 匹＝馬 $\frac{3}{16}$ 匹。

羊 7 匹＝牛 2 匹　故　牛 1 匹＝羊 $\frac{7}{2}$ 匹＝馬 $\frac{7}{2}\times\frac{3}{16}$ 匹。

牛5匹＝米42石　故米1石＝牛 $\frac{5}{42}$ 匹＝馬 $\frac{5}{42}\times\frac{7}{2}\times\frac{3}{16}$ 匹。

故米128石＝馬 $\cancel{128}\times\frac{5}{\cancel{42}}\times\frac{7}{\cancel{2}}\times\frac{3}{\cancel{16}}$ 匹＝馬10匹。答

227. 若用連鎖法。則可將已知未知各數。其等值者。同列並書。其等種者。左右行分列。後取與未知數同行各數之連乘積。以除異行各數之連乘積。即得未知數之值。

例如前節之題。用連鎖法求之。則如下。

馬 3 匹	——	羊 16 匹
羊 7 匹	——	牛 2 匹
牛 5 匹	——	米 42 石
米 128 石	——	馬(　)匹

$$(\quad)=\frac{128\times5\times7\times3}{42\times2\times16}=10\text{ 匹。}$$

問題三十二

1. 鵝 8 隻。換雞 20 隻。雞 30 隻。換鴨 90 隻。鴨 60 隻。換羊 2 隻。問羊 5 隻。換鵝幾隻。

2. 英貨 2 鎊。當德貨 41 馬。德貨 81 馬。當法貨 100 法。法貨 2 法。當日貨 78 錢。問英貨 5 鎊。當日貨若干。

3. 甲乙丙各有金若干元。已知甲乙之比如 5 比 4。乙丙之比如 10 比 7。而丙則有金 42 元。問甲有金若干元。

4. 甲乙丙三車夫。甲 6 小時所達之地。乙 7 小時 20 分能達之。乙 5 小時 30 分所達之地。丙 6 小時 30 分能達之。問甲 10 小時 30 分所達之地。丙幾小時能達之。

5. 於 100 步之競走。甲勝乙 4 步。於 150 步之競走。丁勝丙 5 步。於 180 步之競走。甲負丁 5 步。問於 174 步之競走。乙丙之勝負如何。

第六章 配分法

228. 將所設之數。分為若干份。其各份之比。須按已定之比。是謂配分法 *Proportional parts*。

229. 配分之法。以定比之和為第一項。所分之全量為第三項。以定比之各數各為第二項。求得各第四項。即為各份之數。

例. 求將90分為甲乙丙三數。令若 7:5:3。

7+5+3=15。故可以15為第一項。依單比例求之。

15:7::90:甲, 故 甲 =90×7÷15=42.

15:5::90:乙, 故 乙 =90×5÷15=30.

15:3::90:丙, 故 丙 =90×3÷15=18.

230. 若各定比未成連比者。則先化為連比而求之。

例. 甲2日所成之業。乙須3日。乙5日所成之業。丙須7日。今三工同作。甲作5日。乙作8日。丙作13日。共得工資10元4角1分。試按作業之多少配分之。問各得若干。

作業速度與日數成反比。故其作事速度之比。為

甲:乙::3:2, 乙:丙::7:5, 故其連比式為

甲:乙:丙::3×7:2×7:2×5::21:14:10.

故三工作事多少之連比。為

21×5:14×8:10×13. 即 105:112:130.

而 105+112+130=347. 是由依比例求之。

$$\left.\begin{aligned}1041\times\frac{105}{347}&=315\text{分}=\text{甲所取}\\1041\times\frac{112}{347}&=336\text{分}=\text{乙所取}\\1041\times\frac{130}{347}&=390\text{分}=\text{丙所取}\end{aligned}\right\}\text{答}$$

$x=\frac{1041\times105}{347}$
347:105::1041:x
=315分 甲
347:112=1041:x　$x=\frac{1041\times112}{347}$
=336分 乙
347:130=1041:x
$x=\frac{1041\times130}{347}=390$分 丙

〔注意一〕 連比各項間。有公約數者。可先以公約數除之。

〔注意二〕 欲驗答數之正否。當以諸得數相加。視其和等於原有之量否。

問題三十三

1. 金282元。分爲三份。其比。爲14：16：17。求各份。

2. 甲作六日。乙作八日。丙作十三日。共得工資八元三角七分。將此工資。按作工日數分配。問三人各得若干。

3. 兩數和11鎊1志。而其比爲$1\frac{1}{3}:1\frac{1}{2}$。求二數。

4. 二數之比爲$3^3:4^3$。其和爲1547。求各數。

5. 以金259元。分給甲乙丙三人，使其所得之比。甲比乙若5比4。乙比丙若6比5。問三人各得若干。

6. 東西相隔九里二百七十步。東地之人。每小時行三百五十步。西地之人。每小時行一里七十步。兩人同時相向出發。問各行幾里則相會。

7. 甲乙合本營商。其所出資本之比。若五與六。而八個月後。甲抽出所出銀之三分之一。乙抽出所出銀之四分之一。又經一年。共得利銀637元。問各得利若干。

第七章 混合法

231. 以價值不等分量不等之各物。混合而比較之。謂之混合法 *Alligation*。其法分爲兩種如下。

232. 第一種。已知各物之價值及分量。而求其混合後之平均價 *Average value*。則以分量之和除其價值之和。卽得。

例. 上茶 2 斤。每斤 3 角 5 分。中茶 3 斤。每斤 3 角。次茶 5 斤。每斤 2 角。三種混合後。求每斤之平均價。

解. $2+3+5=10$……斤數之和。

$35\times2+30\times3+20\times5=70+90+100$

$=260$……價值之和。

$260\div10=26=2$ 角 6 分 …… 每斤之價。

233. 第二種。已知各物之價。且豫定其平均價。而求混合時各物分配之分量。則以上品價與平均價之較。爲下品之分量。以下品價與平均價之較。爲上品之分量。卽得。

例一. 上茶每斤 8 角 5 分。次茶每斤 4 角 2 分。混合之後。欲使其每斤之價爲 7 角。求混合量。

解. $85-70=15$……上茶賣 7 角每 1 斤之所損。

$70-42=28$……次茶賣 7 角每 1 斤之所益。

故若上茶賣28斤。則所損 $=15\times28=420$

次茶賣15斤。則所益 $=28\times15=420$

卽依28與15之比而混合之。則每斤適合 7 角。

布草如右

	斤價	損益	混合量
上茶	85	損15	28
均價	70		
次茶	42	益28	15

若求簡便時。則損益一行。可以省去。

234. 混合物較多者。其損益相消之法。可作種種之配合。故答數每不止一種。

例. 上中下酒三種。每斤價爲 3 角 3 分, 2 角 9 分, 2 角 1 分。與無價之水混合。而成每斤 2 角 6 分之價。問各種混合量之比如何。

均價26	原價	混合量		答
上酒	33	26		26
中酒	29		5	5
下酒	21		3	3
水	0	7		7

均價26	原價	混合量		答
上酒	33	5		5
中酒	29		26	26
下酒	21	7		7
水	0		3	3

235. 混合之各量。若以同數乘之或除之。其平均價不變。是答數可多至無限。故求答數者。恆限於最小之整數。

例. 上酒每斤 3 角 5 分。中酒每斤 3 角。下酒每斤 2 角混合之使成每斤 2 角 6 分。求混合量。

26	混合		混合		答
35	6		2		2
30		6		3	3
20	9	4	3	2	5

先求得 6 斤。6 斤。(9+4)斤。後約爲 2 斤 3 斤。(3+2)斤。故以 2 斤 3 斤 5 斤爲答數。

236. 若混合物之量。有豫先限定者。則亦就求得之比。用<u>同乘或同除之法以求其適合。</u>

例一. 每斤$\frac{2}{3}$元之次茶60斤。與每斤$\frac{9}{7}$元之上茶若干斤相混合。則可成每斤1元之中茶。

1	$\frac{9}{7}$	$\frac{1}{3}$	$7\times10=70$
	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{7}$	$6\times10=60$

求得混合量之整數比。爲7與6。同以10乘之。則上茶70斤次茶60斤而合所求。

例二. 每斤56元之上參4斤。每斤50元之中參8斤。與每斤4元之下參若干斤混合。則可合成每斤36元。

36	56	32		8		$8\div2=4$……上參
	50		32		16	$16\div2=8$……中參
	4	20	14	5	7	$12\div2=6$……下參

先求得混合量之比。爲32與32與(20+14)

次約32與20爲8與5。約32與14爲16與7。則得混合量爲8與16與12。以2除之。則合所求。

例三. 每斤7分,8分,及1角3分之砂糖混合。而得每斤1角者35斤。問每種斤數各若干。

10	7	3		1		$1\times5=5$
	8		3		3	$3\times5=15$
	13	3	2	1	2	$3\times5=15$
						$7\times5=35$

求得混合量之比。爲1與3與3。其和爲7斤。各以5乘之。然後其和爲35斤而合所求。

問題三十四

1. 酒每斤價三角二分者三十五斤。三角六分者二十五斤。三角七分者二十斤。將三種混合。求每斤之平均價。

2. 有酒三種。每斤價甲三角三分。乙三角六分。丙四角八分。其混合量之比。等於2：5：8。求每斤平均價。

3. 前題若三種各取七斤。又加水九斤。問每斤平均價若干。惟水係無代價之物。

4. 設如有白米二種。每升價一角及每升價八分五釐。若混合而成每升價九分四釐之白米。問各混合量如何。

5. 每斤三角五分之酒。混之以水。而成每斤二角八分者。問酒水之比如何。

6. 每斤三角三分，三角，二角一分之酒。混合之而作二角七分一斤之酒。問混合量如何。

7. 上米八升，中米一斗，下米一斗一升。各値銀一元。今合三種而成22石之價爲225元。問三種各若干。

8. 每斤七角二分之茶五十斤。六角零四釐之茶四十斤。與每斤八角八分之茶幾斤混合。則可賣每斤八角。

9. 混合每斤三角及三角九分之兩種醬油。而作每斤三角五分者一百八斤。問二種各幾何。

10. 有三數。其和一百。而甲之七分之一。乙之三分之二。丙之二倍。相加亦爲一百。求各數。

雜 題 六

1. 5人:6人::12.5元:( )。求所缺之值。

2. 求3:5,7:6,20:21三單比所成之複比。

3. 中比例之中項爲六。而第一項爲十八。求第四項。

4. 甲與乙爲2:3。乙與丙爲7:6。求三數之連比。

5. 每方步四元九角五分之地百四十方步。可換每方步三元三角之地幾方步。

6. 今有三工。甲三日之業。等於乙四日之業。乙十日之業。等於丙十一日之業。求各人作成一業之日數之比。

7. 每方步三元之地。與每方步八元之地。至少各取幾方步。則平均每方步爲五元。

8. 五百八十三。分爲$\frac{1}{2}:\frac{3}{5}:\frac{2}{3}$三份。問各若干。

9. 一晝夜遲走五分之時鐘。於正午開准後。至明後日之晝。時鐘指十二點鐘。爲眞時之幾點鐘。又問明後日之正午。此時鐘指幾點鐘。

10. 每日比眞時速三分之時鐘。欲使此鐘至明日之正午與眞時無差。乃於今日午前十點鐘預開之。問當令此鐘爲幾點鐘。

11. 火酒百分之九十者十二磅。百分之八十者七磅。百分之七十五者十磅。百分之七十者十一磅。問相合成百分之幾之火酒。

12. 農夫十一人。每日耕田十四小時。七日共耕一百四十七畝。問五人每日十小時耕百五十畝之地。需幾日。

13. 甲乙兩樽。甲樽容酒一斗二升。水一斗八升。乙樽容酒九升。水三升。今欲從此兩樽汲出而得水酒等分之混合物七升。求各樽汲出若干。

14. 僧百名。分饅頭百個。大僧每人三個。小僧三人一個。問各僧數。

15. 蠟燭四等。其各枝價爲三錢,五錢,七錢,十錢。有錢五十。買燭十枝。問各等枝數若干。

16. 於二百二十碼之競走。甲許乙先發五碼。乙許丙先發十一碼。則無勝敗。若於八百八十碼之競走。問甲許丙先發五十碼。尙勝若干碼。

17. 雞兔同籠。有頭三十六。有足一百。問雞兔各若干。

18. 大物一。値錢二。中物一。値錢一。小物一。値錢半。共物百。共値百。求各數。

19. 有四數。甲與乙,乙與丙,丙與丁。俱若五與四。而甲多於丁二十四又五分之二。求各數。

20. 甲乙二樽。甲樽容酒四斗。乙樽容水二斗。由此二樽交換一升。次又各出一升交換之。末更出一升交換。問各樽有酒若干。

21. 有酒商。買每升一角六分及二角四分之酒共九斗。賣得二十四元。得利爲原價十分之二。問兩種各幾升。

分厘率＝子數/母數　　子數＝分厘率×母數
母數＝子數/分厘率

第八篇　分釐法

第一章　分釐總論

237. 用甲數以比小於甲數之乙數。所得之比值。用小數分,釐,毫,絲,忽,等表示之。謂之分釐法 *Percentage*。其甲數曰母數。乙數曰子數。比值曰分釐率 *Percent*。例如 6 丈比以 24 丈。得 ·25。則 24 丈爲母數。6 丈爲子數。·25 卽分釐率也。

238. 分釐率之數。若以釐爲單位。而附以符號 % *Percent*。則其各數之記法如下。

$1分=\frac{10}{100}=\cdot1=10\%,$　　$1釐=\frac{1}{100}=\cdot01=1\%,$

$1毫=\frac{\cdot1}{100}=\cdot001=\cdot1\%,$　　$1絲=\frac{\cdot01}{100}=\cdot0001=\cdot01\%.$

因 % 爲百分之一之記號。故分釐法亦稱百分法。

〔注意〕　或有稱 10% 爲 1 成。稱 1% 爲 1 分。稱 .1% 爲 1 釐者。往時百分法之名稱。大都如是。而世俗所稱月利幾分者。亦卽由此而沿者也。但明明卽小數之分釐毫絲。至百分法而改稱爲成分釐毫。兩者紛歧。終覺不便今故棄之不用。

239. 分釐之算法。用母數除子數。可得分釐率。用分釐率乘母數。可得子數。用分釐率除子數。可得母數。

例一　250 戶。增加 30 戶。問所增當原戶之若干分釐。

解　$30\div250=12\%$.　卽 1 分 2 釐。

子數÷母數＝分厘率
母數×分厘率＝子數
子數÷分厘率＝母數

子數÷母數＝分厘率 内扣
子數÷餘數＝分厘率 外扣
母數－子去＝餘數
耗量对於原量之分厘率謂之内耗

例二　1200元之6釐。是若干元。

解　$1200\times6\%=1200\times\cdot06=72$ 元。

例三　225元。爲若干元之1分5釐。

解　$225\div15\%=225\div\cdot15=1500$ 元。

240. 母數減子數。則得餘數。凡分釐率。由母數除子數而得者。稱曰**內折**或**內耗**。由餘數除子數而得者。則稱曰**外折**或**外耗**。

例一　糙米10石。舂成白米8石。問內外耗如何。

解　所耗量＝10石－8石＝2石。

內耗＝2石÷10石＝$\cdot2=20\%$.　卽內耗2分。

外耗＝2石÷8石＝$\cdot25=25\%$.　卽外耗2分5釐.

例二　糙米10石。舂成白米。計外耗25%。問耗若干。

解　糙米量＝白米量＋所耗量.

　　白米率＝$1=100\%$.

　　糙米率＝$100\%+25\%=125\%$.

故　所耗量＝10石$\times\frac{25}{125}=2$石.

例三　糙米舂成白米。內耗20%。得8石。問原糙米若干。

解　白米量＝糙米量－所耗量.

　　糙米率＝$1=100\%$.

　　白米率＝$100\%-20\%=80\%$.

故　糙米量＝8石$\div\frac{80}{100}=10$石.

問題三十五

1. 240元。爲600元之百分之幾。

2. 540人之5%。是若干人。

3. 365里。爲若干里之73%.

4. 某校有女生120人。當男生之40%。問男生幾人。

5. 礱穀90石。得米79•2石。問所耗當穀之幾釐。

6. 礱穀84石。得米70石。問所耗當米之幾釐。

7. 外折1分5釐。等於內折幾何。

8. 內折4分。等於外折幾何。

9. 雞卵950個。運到之後。內耗1分2釐。問尙餘幾個。

10. 雞卵1008個。運到之後。外耗12%。問尙餘幾個。

11. 甲有金比乙有金。多乙有金之15%。問乙有金比甲有金。少甲有金之幾釐。

第二章 應用雜術

241. 分釐法之應用甚廣。茲就最繁之項。說明於後。

凡買賣貨物。其賣價高於本錢者。謂之賺 *Gain*。賣價低於本錢者。謂之賠 *Loss*。賺賠之計算。恆以本錢爲母數。以所賺所賠爲子數而求之。

例一. 有貨一宗。其原價及佣錢運費等。共該200元。今以225元售出。問所得利益。爲若干分釐。

解. $(225\text{元}-200\text{元})\div 200\text{元}=\frac{25}{200}=\frac{12\cdot 5}{100}=12\cdot 5\%.$

例二．本錢400元之貨物。今以300元售出。問所損失者。爲若干分釐。

解．$(400\text{元}-300\text{元})\div400\text{元}=\frac{100}{400}=\frac{25}{100}=25\%$．

例三．某貨物之買價。4875元。迨賣出時。虧本百分之三。問賣價若干。

解　賠價 $=4875\text{元}\times\frac{3}{100}=146\cdot25\text{元}$．

故　賣價 $=4875\text{元}-146\cdot25\text{元}=4728\cdot75\text{元}$．

242. 凡商業代理人。因代人買賣貨物而取得之報酬。謂之佣錢 *Commission*。佣錢之計算。恆以貨價爲母數。以佣錢爲子數而求之。

例一．代人賣495元之貨。取佣錢4%。問可得幾元。

解．$495\text{元}\times\cdot04=19\cdot8\text{元}$．

例二．託人買物。連佣錢7·5%。共付銀387元。問所買之物。其價若干。

解．所買物之金價。又加其7·5%。適與387元相當．

故．$387\text{元}\div(1+\cdot075)=360\text{元}$。

243. 凡創立公司。必先募集股本。其出股本之股東。所持公司之證劵。謂之股票 *Shares*。

股本每股若干元。註明於股票之上者。謂之股票之定價。*Face value*.

股票爲有價證劵。可以轉相買賣。其買賣之價。隨公司之營業而漲落。不必與定價相符。是謂股票之時價。*Market value*

計算股票之時價。恆以定價爲母數而求之。

例一、 有股票12張。每張定價100元。今時價僅值92%。問共值銀若干。

解. 100元×12=1200元. 爲股票定價總數。

1200元×·92=1104元. 爲股票時價總數。

例二. 每股50元之股票60張。時價增15%售去。問共售銀若干元。

解. 50元×60=3000元. 爲定價總數。

3000元×(1+·15)=3450元. 爲售價總數。

244. 人民納款於政府。以充國家之用者。於地丁租稅而外。以關稅爲大宗。常關設於內地。海關設於通商口岸。凡商人販運貨物。經過各關。即應輸納捐稅。其納稅之法。有按貨物之件數而計算者。謂之**從量稅**。*Specific duty*有按貨物之價值而計算者。謂之**從價稅**。*Advalorem duty* 從量稅之計算。無待於分釐。從價稅之計算。則以貨價爲母數。其規定之稅則。即分釐率。其應納之稅銀。即子數也。

例一. 有茶葉3580箱。每箱值銀3元5角8分。依稅則百分之五納稅。問應納銀若干元。

解. 3·58元×3580=12816·4元. 爲貨價。

12816·4元×·05=640·82元. 爲稅銀。

例二. 貨價值銀5600元。經過三關。各納5%之稅。今欲不虧本售出。問須售銀若干元。

解. 5600元×(1+·05×3)=6440元. 爲售價。

245. 在定期之內。爲金錢之賠償。以保生命財產之危險。謂之**保險** *Insurance*。營其業者。曰**保險公司** *Insurance Co.* 如保房屋貨物之**火險** *Fire Insurance*。則任其被火時之賠償。如保船隻及船中貨物之**水險** *Marine Insurance*。則任其被水時之賠償。如保某人之**人壽險** *Life Insurance*。則任其死亡時之賠償。

凡所保之房屋貨物等。謂之**保險物**。有此保險物者。按期付銀於公司。謂之**保費** *Premium*。至保險物有損失時。公司所出之賠償。謂之**險金** *Insurable value*。

水火險之險金。必短於保險物實價。以防故意遭險之弊。保險之計算。亦用分釐法。險金爲母數。保費即子數也。

例一. 某人有房屋一所。定險金2500元。每年保費。爲險金之3釐。又有貨一宗。定險金2000元。每年保費。爲險金之2釐。問此人每年應出保費銀若干。

解　2500元 × ·03 = 75元.　2000 × ·02 = 40元.

75元 + 40元 = 115元.　爲每年共出之保費。

例二. 某人向人壽保險公司保十年壽險。言明險金三千元。每年保費。爲險金之10.85%。若此人七年後死。問公司損失若干。若十年後死。問此人損失若干。

解. 3000 × ·1085 × 7 = 2278·5元 … 七年之保費.

3000 − 2278·5 = 721·5元 … 公司之損失.

3000 × ·1085 × 10 = 3255元 … 十年之保費.

3255 − 3000 = 255元 … 被保者之損失.

問題三十六

1. 買馬50匹。用銀9000元。如賣40匹。已足原價。問賺百分之幾。

2. 某人經商。年終虧本12%。尙餘本銀3520元。問虧本若干元。

3. 某商購茶480箱。每箱價銀4元5角。代理人之酬勞。言明百分之六。問共需銀若干元。

4. 某商售貨一宗。得價銀4240元。言明代理人之酬勞。爲外折6%。問商人及代理人。各得銀若干元。

5. 有時價37·5%之股票一張。可値銀75元。問股票之定價若干。

6. 有時價8分5釐之股票80張。比定價損失600元。問股票定價若干元。又尙可售銀若干元。

7. 有米3船。每船値銀234·5元。按稅則百分之十納關稅。至售去時。欲不虧本。問應共售銀若干元。

8. 洋布120捆。每捆10匹。每匹値銀5元。在海關納稅1·6%。至售去時。設欲得利8%。問應售銀若干元。

9. 有船一艘。値銀84000元。今保其四分之三。若保費爲險金之2·25%。問保費若干。

10. 値3800元之房屋。火險險金2500元。每年保費1·2%。至8年之後遭火。問被保人及公司。各損失幾何。

第三章 利息

246. 借他人之銀錢。至返還時。必比原借之數。增多若干。以爲酬報。其原借之數。謂之**本金** *Capital*。增多之數。謂之**利息** *Interest*。利息與本金之和。謂之**本利和**。定期內利息與本金之比。謂之**利率** *Rate of interest*。

利率以年計者。曰**年利率**。以月計者。曰**月利率**。又有以日計算者。則謂之**日利**。

計算利息。亦應用分釐法。本金。母數也。利息。子數也。其與分釐率相當之數。則又因利息法之不同而各異。蓋利息法分爲兩種。一曰**單利法** *Simple interest*。一曰**複利法** *Compound interest*。玆逐一說明於後。

247. **單利法**者。無論經歷若干時期。其本金始終不變。卽謂前期之利。不加入於後期之本者也。準此法以計算。則其分釐率。乃利率與時期之乘積也。而其各數之關係。則有如下之六式。

利息＝本金×利率×時期……………(1)

本利和＝本金×(1＋利率×時期)………(2)

本金＝利息÷(利率×時期)……………(3)

利率＝利息÷(本金×時期)……………(4)

時期＝利息÷(本金×利率)……………(5)

本金＝本利和÷(1＋利率×時期)……(6)

凡計算單利問題。均可依上各式之法而解之。

例一．設本金五百元。月利一釐半。求六個月之利息。

解．500元 × ·015 = 7·5元．為一個月之利息．

7·5元 × 6 = 45元．為六個月之利息．

故可準(1)式。利息 = 500元 × ·015 × 6 = 45元．

例二．本金200元。年利12%。問3年後。本利和若干。

解　200元 × ·12 × 3 = 72元．為三年之利息．

200元 + 72元 = 272元．為三年後之本利和．

故可準(2)式。本利和 = 200 × (1 + ·12 × 3) = 272元．

例三．本金7200元。5個月。得利息240元。求年利率若干。

解．5月 $= \frac{5}{12}$ 年．準(4)式求之。

利率 $= 240 \div \left(7200 \times \frac{5}{12}\right) = 240 \div 3000 = 8\%$．

例四．年利1分2釐。1年5月12日之後。本利和為352·2。問本金若干。

解．12日 $= \frac{12}{30}$ 月 = ·4月．故 5月12日 = 5·4月．

5·4月 $= \frac{5 \cdot 4}{12}$ 年 = ·45年．故 1年5月12日 = 1·45年。

乃準(6)式。本金 = 352·2元 ÷ (1 + ·12 × 1·45)

= 352·2元 ÷ 1·174

= 300元．

248. 複利法者。每經歷一時期。其本金必改變。即謂前期之利。須加入於後期之本者也。準此法以計算。則其分釐率。乃將 1 與利率之和自乘至某次方。而又減 1 之數也。其方之次數。即時期之數。故其各數之關係。有如下四式。

本利和 = 本金 × (1+利率)^{時期} ……………（甲）

利息 = 本金 × {(1+利率)^{時期} −1}……（乙）

本金 = 本利和 ÷ (1+利率)^{時期} …………（丙）

本金 = 利息 ÷ {(1+利率)^{時期} −1}……（丁）

凡複利問題。若所求者非利率與時期。可依上式解之。

例一. 本金 250 元。年利 8 釐。放複利 3 年。本利和若干。

解. $250+250\times\cdot08=250\times(1+\cdot08)$

$=270$ 元 …………… 第一年本利和.

即第二年之本金

$270+270\times\cdot08=270\times(1+\cdot08)$

$=291\cdot6$ 元 ………… 第二年本利和.

即第三年之本金

$291\cdot6+291\cdot6\times\cdot08=291\cdot6\times(1+\cdot08)$

$=314\cdot928$ 元 ……… 第三年本利和.

但 $291\cdot6\times(1+\cdot08)=250\times(1+\cdot08)^3$ 與(甲)式合。

例二. 本金 250 元。年利 8 釐。放複利 3 年。得利息若干。

解. 由前例 本利和 = 314·928 元.

故 $314\cdot928-250=64\cdot928$ 元 ………… 三年利息.

即 $250\times(1+\cdot08)^3-250=250\times\{(1+\cdot08)^3-1\}$. 與(乙)式合。

例三. 本金80元。年利6釐。以6個月爲一期。問2年3個月。本利和若干。

解. 2年＝4期. 每期之利率＝6%÷2＝3%.

2年之本利和＝$80\times(1+\cdot03)^4$. 準(甲)式,

3個月之利率＝3%÷2＝1·5%.

2年3個月之本利和＝$80\times(1+\cdot03)^4\times(1+\cdot015)$

＝91·391元.

249. 計算複利。必將1與利率之和。依時期而乘方。有若干時期。必乘至若干方次。設遇時期甚多。則甚爲不便。於是另有檢用複利息表之一法。

右面所列者。即複利息表。表中所列之數。即1與利率之和之各次方也。檢用時。於頂格檢利率。於左行檢時期。於其相交之格。即爲需用之方數。惟末位略有捨入耳。

若時期多於表列之十五期。則可取表中數連乘而用之。

例一. 年利7釐之複利。4年後。得本利和655·398元。問本金若干。

解. 此題應先求得$(1+\cdot07)^4$之數。

檢表中下層第四行第四列交格之數。爲1·31080 略。

準前(丙)式。本金＝655·398÷1·31080略＝500元。

例二. 本金20元。年利8釐之複利。求24年後本利和。

解 24＝15＋9。故檢用表中第五行15列9列之數。

得本利和＝20×3·17217×1·99900＝126·823元。

複 利 息 表

利率 時期	2釐	2釐5毫	3釐	3釐5毫	4釐	4釐5毫
1	1.02	1.025	1.03	1.035	1.04	1.045
2	1.0404	1.05063	1.0609	1.07123	1.0816	1.09203
3	1.06121	1.07689	1.09273	1.10872	1.12486	1.14117
4	1.08243	1.10381	1.12551	1.14752	1.16986	1.19252
5	1.10408	1.13141	1.15927	1.18769	1.21665	1.24618
6	1.12616	1.15969	1.19405	1.22926	1.26532	1.30226
7	1.14869	1.18869	1.22987	1.27228	1.31593	1.36086
8	1.17166	1.21840	1.26677	1.31681	1.36857	1.42210
9	1.19509	1.24886	1.30477	1.36290	1.42331	1.48609
10	1.21899	1.28008	1.34392	1.41060	1.48024	1.55297
11	1.24337	1.31209	1.38423	1.45997	1.53945	1.62285
12	1.26824	1.34489	1.42576	1.51107	1.60103	1.69588
13	1.29361	1.37851	1.46853	1.56396	1.66507	1.77220
14	1.31948	1.41297	1.51259	1.61869	1.73168	1.85194
15	1.34587	1.44830	1.55797	1.67535	1.80094	1.93528

利率 時期	5釐	6釐	7釐	8釐	9釐	1分
1	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.1
2	1.1025	1.1236	1.1449	1.1664	1.1881	1.21
3	1.15763	1.19102	1.22504	1.25971	1.29503	1.331
4	1.21551	1.26248	1.31080	1.36049	1.41158	1.4641
5	1.27628	1.33823	1.40255	1.46933	1.53862	1.61051
6	1.34010	1.41852	1.50073	1.58687	1.67710	1.77156
7	1.40710	1.50363	1.60578	1.71382	1.82804	1.94872
8	1.47746	1.59385	1.71819	1.85093	1.99256	2.14359
9	1.55133	1.68948	1.83846	1.99900	2.17189	2.35795
10	1.62889	1.79085	1.96715	2.15892	2.36736	2.59374
11	1.71034	1.89830	2.10485	2.33164	2.58043	2.85312
12	1.79586	2.01220	2.25219	2.51817	2.81266	3.13843
13	1.88565	2.13293	2.40985	2.71962	3.06580	3.45227
14	1.97993	2.26090	2.57853	2.93719	3.34173	3.79750
15	2.07893	2.39656	2.75903	3.17217	3.64248	4.17725

問題三十七

1. 月利1釐2毫。本金百元。7·4月。應得利息若干。

2. 本金50元年利8釐3年6月15日後。本利和若干。

3. 年利9釐。5個月。得利息72元。求本金。

4. 本金80元。4·5年之本利和110·6元。求年利率。

5. 本金240元。年利率7·5%。欲得本利和316·5元。問須幾年。

6. 年利八釐半。8個月10日後。得本利和$1270\frac{5}{6}$元。問本金若干。

7. 本金75元。1年4個月15日。得利息12·375元。問月利率若干。

8. 本金12000元。年利7釐。欲得利3598元。須幾年。

9. 本金400元。年利率3釐之複利。問2年之利若干。

10. 本金712·5元。年利5釐之複利。求4年後本利和。

11. 年利6釐之複利。2年8個月後。得934·835元爲本利和。問本金若干。

12. 年利7釐之複利。3年6個月後。得利241·128元。問本金若干。

13. 月利1釐。本金千元。5月爲期。求2年間複利利息。

14. 本金2000元。年利6釐。求4年間單利複利之差。

15. 年利8釐。每半年之複利法。與同利率之單利法。8年間利息之差。爲93·191元。求本金。

第四章　關於利息之雜術

250. 買貨付價時。有用銀行證券以代現款者。其證券須至一定時期。方可兌換現款。謂之**期票** *Time draft*。

甲地之人。付現款於甲地之銀行或郵局。取得證券。寄與乙地之人。乙地人持此證券。可向乙地之銀行或郵局。兌換現款。此法名曰匯兌法。其證券名曰匯票 *Draft*。

凡持有期票滙票之人。如欲於定期之前。支取現款。則須於支款內。扣除若干利息。謂之**折扣** *Discount*。折扣外所付之款。謂之**現價** *Present value*。折扣所用之利率。謂之**折扣率** *Rate of Discount*。折扣法有兩種。以現價在定期前所生之利。從原價扣去。即外折法(§240)。謂之**眞折扣** *True Discount*。而銀行所用。則以原價在定期前所生之利。從原價扣去。即內折法。謂之**銀行折扣** *Bank Discount*。

<u>眞折扣求現價。可用利率乘期前日數。加1以除原價。銀行折扣求現價。可自1減去利率與日數之積。以乘原價。</u>

例. 欲支5個月後80元之期票。年9釐之折扣率。問眞折扣與銀行折扣之現價各如何。

解. 5個月之折扣率。爲 $9\% \times \frac{5}{12} = 3.75\%$.

眞折扣之現價。爲 $80 \div (1 + .0375) = 77.108$ 元。

銀行折扣之現價。爲 $80 \times (1 - .0375) = 77$ 元。

由此可知銀行折扣之現價。比眞折扣之現價爲少。但所差甚微。而計算則較爲便利。故銀行皆用之也。

251. 將數種期限不同之票據。於同日支付。此日期能使先後利息。兩相平均。謂之**平均日期** *Average of payments*。

求此日期。可將從現時至期限之日數。各乘其金額。而求其和。乃以金額之和除之。卽得從現時至平均期之日數。

例. 29日後應付銀150元。37日後應付銀58元。70日後應付銀80元。求平均日期。

解. 各票在定期前所生利息之和。爲

$150\times29\times$ 利率 $+58\times37\times$ 利率 $+80\times70\times$ 利率.

此數應等於各本金之和在平均期內所生之利息。卽等於$(150+58+80)\times$ 平均期 $\times$ 利率。

故 $$\text{平均期}=\frac{150\times29+58\times37+80\times70}{150+58+80}=42\text{ 日之後。}$$

〔注意〕由上例.可知各票之利率若相同.則與平均期無關.

252. 凡逐年存入本金若干。計算複利。是爲按年存銀法。右面列按年存銀表。表中之數。若乘初年之本金。卽得逐年之本金。若乘初年之本利和。卽得逐年之本利和。

例、每年存銀5元年利6釐之複利。問第十年之本金若干。又第十二年之本利和若干。

解. 先檢用下層第三行第十列之數。以乘本金5元。

得 第十年本金 $=5\times13\cdot18080=65\cdot904$ 元。

再檢用第三行第十二列之數。以乘初年本利和 $5\cdot3$ 元。

得 第十二年本利和 $=5\cdot3\times16\cdot86994=89\cdot411$ 元。

$\times$ (付十次息) $=5+\cdot3=5\cdot3$

按年存銀表

時期＼利率	2釐	2釐5毫	3釐	3釐5毫	4釐	4釐5毫
1	1.	1.	1.	1.	1.	1.
2	2.02	2.025	2.03	2.035	2.04	2.045
3	3.0604	3.07563	3.0909	3.10623	3.1216	3.13702
4	4.12161	4.15252	4.18363	4.21495	4.24646	4.27819
5	5.20404	5.25633	5.30914	5.36247	5.41632	5.47071
6	6.30812	6.38774	6.46841	6.55016	6.63297	6.71689
7	7.43428	7.54743	7.66246	7.77942	7.89829	8.01915
8	8.58297	8.73611	8.89233	9.05169	9.21423	9.38001
9	9.75463	9.95451	10.15910	10.36850	10.58280	10.80211
10	10.94972	11.20337	11.46387	11.73139	12.00611	12.28820
11	12.16871	12.48345	12.80779	13.14199	13.48635	13.84117
12	13.41208	13.79554	14.19202	14.60196	15.02580	15.46403
13	14.68032	15.14042	15.61778	16.11303	16.62683	17.15991
14	15.97393	16.51893	17.08631	17.67699	18.29190	18.93211
15	17.29341	17.93190	18.59890	19.29568	20.02358	20.78405

時期＼利率	5釐	6釐	7釐	8釐	9釐	1分
1	1.	1.	1.	1.	1.	1.
2	2.05	2.06	2.07	2.08	2.09	2.10
3	3.1525	3.1836	3.2149	3.2464	3.2781	3.3100
4	4.31013	4.37462	4.43994	4.50611	4.57313	4.6410
5	5.52564	5.63710	5.75074	5.86660	5.98471	6.1051
6	6.80192	6.97532	7.15329	7.33593	7.52333	7.71561
7	8.14201	8.39384	8.65402	8.92280	9.20043	9.48717
8	9.54911	9.89747	10.25980	10.63662	11.02847	11.43589
9	11.02656	11.49132	11.97799	12.48755	13.02103	13.57948
10	12.57789	13.18080	13.81645	14.48655	15.19292	15.93743
11	14.20678	14.97165	15.78360	16.64547	17.56028	18.53117
12	15.91712	16.86994	17.88845	18.97711	20.14071	21.38429
13	17.71298	18.88214	20.14064	21.49528	22.95337	24.52272
14	19.59863	21.01507	22.55048	24.21490	26.01917	27.97499
15	21.57876	23.27597	25.12901	27.15209	29.36090	31.77249

分年還銀表

利率 時期	2釐	2釐5毫	3釐	3釐5釐	4釐	4釐5毫
1	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
2	0.49504	0.49382	0.49261	0.49140	0.49020	0.48900
3	0.32675	0.32513	0.32353	0.32193	0.32035	0.31878
4	0.24262	0.24081	0.23902	0.23725	0.23549	0.23374
5	0.19215	0.19024	0.18835	0.18648	0.18463	0.18279
6	0.15852	0.15655	0.15459	0.15267	0.15076	0.14888
7	0.13451	0.13250	0.13050	0.12854	0.12661	0.12470
8	0.11650	0.11446	0.11245	0.11048	0.10853	0.10661
9	0.10252	0.10045	0.09843	0.09645	0.09449	0.09258
10	0.09133	0.08926	0.08723	0.08524	0.08329	0.08138
11	0.08217	0.08017	0.07808	0.07609	0.07415	0.07225
12	0.07455	0.07249	0.07046	0.06848	0.06655	0.06467
13	0.06812	0.06605	0.06403	0.06206	0.06014	0.05828
14	0.06260	0.06053	0.05852	0.05657	0.05467	0.05282
15	0.05782	0.05576	0.05376	0.05183	0.04994	0.04811

利率 時期	5釐	6釐	7釐	8釐	9釐	1分
1	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
2	0.48780	0.48544	0.48309	0.48071	0.47847	0.47619
3	0.31721	0.31411	0.31105	0.30803	0.30505	0.30211
4	0.23201	0.22859	0.22523	0.22192	0.21867	0.21547
5	0.18097	0.17740	0.17389	0.17045	0.16709	0.16380
6	0.14702	0.14336	0.13980	0.13631	0.13292	0.12960
7	0.12282	0.11913	0.11555	0.11207	0.10869	0.10545
8	0.10472	0.10104	0.09747	0.09401	0.09067	0.08744
9	0.09069	0.08702	0.08349	0.08008	0.07680	0.07362
10	0.07950	0.07587	0.07238	0.06903	0.06582	0.06274
11	0.07039	0.06679	0.06336	0.06008	0.05694	0.05396
12	0.06283	0.05928	0.05590	0.05269	0.04965	0.04676
13	0.05646	0.05296	0.04965	0.04652	0.04357	0.04078
14	0.05102	0.04758	0.04434	0.04130	0.03843	0.03574
15	0.04634	0.04296	0.03979	0.03683	0.03406	0.03147

$160\times(1-\cdot 0125)=160\times\cdot 9875=158$ $160-158=2$元
$160\times\frac{1\cdot 25}{100}=2$元

253. 凡已知定期應還之銀數。而豫先分作數期。以相等之數按期償還及至定期。則每期所還之本及其複利之和。適與應還之總數等。是爲**分年還銀法**。左面列**分年還銀表**。表中之數。即按年存銀表之反商。若用應還之總數乘之。即得作若干年分還時每年應還之數。

例. 於第四年須還人銀200元。今自第一年起。分四次勻還。以年利6釐算複利。問每次應還銀若干。

解. 檢表中下層第三行第四列之數。乘應還之總數。

得　每年應還之數 $=200\times\cdot 22859=45\cdot 718$ 元。

問題三十八

1. 支取3月後160元之期票。年利5釐。求銀行折扣。

2. 支取7月後56元之票據。折扣率年6釐。求現價。

3、有票據二。其一金額300元。期在5個月後。其一金額400元。期在6個月後。若同日付銀。問應過幾月幾日。

4. 有票三張。一爲27日後付銀400元。一爲32日後付銀850元。一爲56日後付銀750元。求平均日期。

5. 每年存銀125元。年利3·5%。求第十年之本金。

6. 每年存銀150元。年利4釐。求第九年之本利和。

7. 第六年應還銀720元。今自第一年起。分六次勻還。以年利7釐算複利。問每次應還若干元。

8. 前題之銀。若自第二年起。五次勻還。每次應還若干。

雜　題　七

1. 內折 3 分。等於外折幾何。

2. 糙米 8 石。擣成白米 6 石 4 斗。問內外耗各幾何。

3. 商本 5000 元。初年賺 12·75%。次年本利合一。賺 8%。第三年又本利合一。賠本 4%。問總計賺賠如何。

4. 以 3000 元託人買物。內抽佣錢 2 釐。問所買之物。實價若干。

外

5. 定價 100 元之股票 35 張。照 93% 售去。損失若干。

6. 從西國載來時辰表兩種。每種各 250 隻。上等每隻值銀 20 元。次等每隻 12 元。按 5% 抽稅。問應稅銀若干元。

7. 房屋險金 12000 元。貨物險金 8290 元。每年共出保費 101·45 元。問保費為險金之幾%。

8. 年利率 8%。本金 500 元。欲得利 1000 元。須若干年。

9. 本金 1200 元。11% 之單利。與 9% 之複利。於 3 年間。所生之利息。當以何者多。幷多若干。

10. 向銀行支取 3 年後 250 元之票據。若以年 5 釐之單利折扣。與以年 5 釐之複利折扣。問其現價之差幾何。

11. 5 年後應付 300 元。6 年後應付 400 元。8 年後應付 500 元。若改為同日付出。應在幾年之後。

12. 十年之間。每年存入本銀 60 元。年利 7 釐之複利。設欲改為一次存入。問應存入本銀若干元。

開立方 $\sqrt{9}\times\sqrt{16}=\sqrt{9\times16}=\sqrt{144}$ ∵ $\sqrt{9}=3$ $\sqrt{16}=4$ $3\times4=12$
$\sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{27}=\sqrt[3]{8\times27}=\sqrt[3]{216}=6$ ∵ $\sqrt[3]{8}=2$, $\sqrt[3]{27}=3$ $2\times3=6$
(凡同根者則可乘不同根者則不可乘必須開為平方或立方等而後乘)

第九篇　開方

第一章　開方總論

254. 某數之乘冪。對於某數。稱之曰**方根** *Root*。方根之分別。如其乘冪之分別。故二乘冪之根。曰**二次根**。或**平方根** *Square Root*。三乘冪之根。曰**三次根**或**立方根**。*Cube Root*。其他**四次根**。**五次根**等。依此類推。而凡數之**一次根**。則即其本數是也。

例如 9 爲 3 之二乘冪。則 3 即爲 9 之二次根。

27 爲 3 之三乘冪。則 3 卽爲 27 之三次根。

255. 某數之方根。恆於左邊附以**根號** *Radical sign*。根號之左。有**根指數** *Index of a Root* 以表明次數。故三次根作 $\sqrt[3]{\ }$。四次根作 $\sqrt[4]{\ }$。餘類推。而但作 $\sqrt{\ }$ 者。則二次根也。

例.　$\sqrt[3]{64}=4$　$\sqrt[4]{81}=3$　$\sqrt[5]{32}=2$　$\sqrt{25}=5$

256. 由冪求根之法。謂之**開方** *Extraction of Roots*。求平方根者。曰**開平方** *Extraction of Square Roots*。求立方根者。曰**開立方** *Extraction of Cube Roots*。四次以上。統謂之**開高次方** *Extraction of Higher Roots*。

257. 某數之方根。開之能盡。則某數爲**完全方數**。不能盡者。爲**不完全方數**。

讀為平方根25

例如　$\sqrt{25}=5$　$\sqrt{\cdot16}=\cdot4$　$\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$　$\sqrt{3}=1\cdot73\ldots\ldots$

故 25, ·16, $\frac{1}{4}$, 皆爲完全平方數。而 3 爲不完全平方數。

又 $\sqrt[3]{8}=2$。故 8 爲完全立方數。而 9 則非完全立方數。

讀為立方根8、 $\sqrt[4]{81}$ 讀為四方根81

258. 凡不完全方數之方根。皆爲不循環之無限小數。方根若爲循環小數。則方數亦必循環而屬於完全方數。

例如 2。既非完全平方數。亦非完全立方數。

故　$\sqrt{2}=1\cdot4142136\cdots\cdots$。　$\sqrt[3]{2}=1\cdot2599210\cdots\cdots$。

無論開至若干位。終不循環。

至若$\frac{1}{9}$爲完全平方數。$\frac{8}{27}$爲完全立方數。

而　$\frac{1}{9}=\cdot\dot{1}1\dot{1}$　$\frac{8}{27}=\cdot\dot{2}9\dot{6}$　均可化爲循環小數。

故　$\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}=\cdot\dot{3}3\dot{3}$　$\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=\frac{2}{3}=\cdot\dot{6}6\dot{6}$　(註)凡數開方時不盡之數開者為[illegible]之開[illegible]

其方根亦爲循環小數。

第二章　開平方

259. 方根爲一位之完全平方數。可依乘法之知識而開得其方根。如　$\sqrt{1}=1$　$\sqrt{4}=2$　$\sqrt{9}=3$　$\sqrt{16}=4$

$\sqrt{25}=5$　$\sqrt{36}=6$　$\sqrt{49}=7$　$\sqrt{64}=8$　$\sqrt{81}=9$

260. 方根爲多位之平方數。如欲開得其方根。則不可不先明下二條之理。

I. 凡平方數之位數。爲其平方根位數之二倍。或二倍減一。　此理可觀下式而明。

一位數之平方數。至小爲　$1^2=1$.　至大爲　$9^2=81$.

二位數之平方數。至小爲　$10^2=100$.　至大爲　$99^2=9801$.

三位數之平方數。至小爲 $100^2=10000$.至大爲 $999^2=998001$.

II，二數和之平方積。等於二數平方積之和。加二數相乘積之二倍。此理可就$(40+6)^2=2116$證明之。

$$(40+6)^2=(40+6)\times(40+6)$$
$$=40\times40+40\times6+6\times40+6\times6$$
$$=40^2+2\times40\times6+6^2$$
$$=1600+480+36=2116$$

261. 今試準前節之理。反求1444之平方根.

因1444為四位之數。知其平方根。必為二位之數。

因1400小於1600而大於900。知平方根必在40與30之間。即其十位數必為3.而十位數之方。必為900。

因$1444-900=544=2\times30\times$單位數$+$單位數^2

$=(2\times30+$單位數$)\times$單位數

若以2×30為假除數。除此544。則得商為9。故知單位數必為9，或小於9。先以9試之。則$(2\times30+9)\times9=621$。是其數已大於544。故知單位數必小於9。次以8試之。則適得$(2\times30+8)\times8=544$。故知單位數為8。

故　$\sqrt{1444}=38$.

試再求3·61之平方根，

因3·61為四位減一位之數。知其平方根必為二位之數。

因3所能容之平方數為1。知平方根之首位為1。

因$3{\cdot}61-1=2{\cdot}61=(2\times1+{\cdot}9)\times{\cdot}9$.知根之次位為·9。

故　$\sqrt{3{\cdot}61}=1{\cdot}9$.

262. 由是得開平方之法如下。

先將方數分幅。從小數點起。向左向右。皆以兩位爲一幅。以首幅所含平方之根爲初商。自首幅減去其平方。接寫第二幅。爲次商實。

二十倍初商爲廉法。以除次商實。得次商。於廉法加次商。爲廉隅共法。以次商乘之。從次商實減去。接寫第三幅。爲三商實。

二十倍初次商爲廉法。以除三商實。得三商。於廉法加三商爲廉隅共法。仍仿前法依次開之。

例一.　求$\sqrt{83521}$之值。

商……………………2　8　9

方數…………………8, 3 5, 2 1　　演草如左。　答。289。

初商平方……………4

廉法………………40 | 4 3 5

廉隅共法………48 | 3 8 4…………廉隅共法48×次商8

廉法……………560 | 5 1 2 1

廉隅共法………569 | 5 1 2 1……廉隅共法569×三商9

例二.　求$\sqrt{\cdot 1369}$之值。

商……………………3　7

方數…………………1 3, 6 9,　　演草如左。　答。·37。

初商平方……………9

廉法………………60 | 4 6 9

廉隅共法………67 | 4 6 9……廉隅共法67×次商7

0

例三．求$\sqrt{954.9}$之值，至小數三位而止。

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3\ \ 0.\ 9\ 0\ 1 \\
\hline
 & 9,54.90, \\
 & 9 \\
\hline
600 & 54\ 90 \\
609 & 54\ 81 \\
\hline
61800 & 90000 \\
61801 & 61801 \\
\hline
 & 28199
\end{array}
$$

演草如左。

答。30.901.

〔注意〕開得之各商，由整數各幅開得者，仍爲整數，由小數各幅開得者，仍爲小數．如開至末幅而仍有餘數，則可添寫兩個0於右而再開之，凡如是者，其方根必不絕．凡商1而實不敷減者，則其商爲0，可於廉法之右添寫一個0，於實之右添寫一幅而商除之．

263. 分數之平方根，開法有兩種，一。先化分數爲小數而後求其根，二先各開分子分母之根而後求其商，但用第二法時，宜先化分母爲完全平方數則較便。

例如欲求$\frac{3}{7}$之平方根。

第一法　$\sqrt{\frac{3}{7}}=\sqrt{.428571428571\cdots}=.6546536\cdots\cdots$

第二法　$\sqrt{\frac{3}{7}}=\sqrt{\frac{3\times7}{7\times7}}=\sqrt{\frac{21}{7^2}}=\frac{4.5825756\cdots\cdots}{7}$

$=.6546536\cdots\cdots\cdots\cdots$

264. 凡已知正方面而求正方邊。已知句股形二邊而求餘一邊。皆宜用開平方之法。句股形者。直角三角形 *Right angle Triangle* 也。其斜邊曰弦。在直角旁之長邊曰股，短邊曰句。因$\sqrt{句^2+股^2}=弦$。故$句=\sqrt{弦^2-股^2}$。$股=\sqrt{弦^2-句^2}$。

265. 開平方之驗算。以根之平方。與不絕之餘數相加。若其和與方數等。則求得之根爲不誤。

問題三十九

1. 求下列諸數之平方根。

1849,	15625,	315844,	81018001,	
•4624,	1•079521,	•03236401,	107•9521.	
$\frac{225}{256}$,	$\frac{1681}{7569}$,	$\frac{2025}{94249}$,	$1\cdot\dot{7}$,	$\cdot 0693\dot{4}$.

2. 求下列各數之平方根。至小數四位。

5,　•9,　3286•9835,　$\cdot\dot{5}$,　3•25,　$6\frac{4}{7}$.

3. 1798300 內。至少減去何整數。則得完全平方數。

4. 求 24 與 54 之比例中率。 設$24:x=x:54$ $x:x=24$
$\therefore x=\sqrt{1296}=36$

5. 已知$\sqrt{2}=1\cdot414213$。試從此式求$\sqrt{18}$及$\sqrt{\frac{25}{32}}$。

6. 有數。以其三分之一乘之。則得 432。問其數爲何。

7. 有數。其 3 倍與 5 倍之乘積爲 10140。求其數。

8. 有直角三角形。股 7 尺 7 寸。弦 8 尺 5 寸。求句。

9. 有正方地。對隅之距離。爲 14 步。問面積有幾方步。

第三章　開立方

266. 方根爲一位之完全立方數。可依乘法之知識而開得其方根。如　$\sqrt[3]{1}=1$　$\sqrt[3]{8}=2$　$\sqrt[3]{27}=3$　$\sqrt[3]{64}=4$

$\sqrt[3]{125}=5$　$\sqrt[3]{216}=6$　$\sqrt[3]{343}=7$　$\sqrt[3]{512}=8$　$\sqrt[3]{729}=9$

267. 方根爲多位之立方數。如欲開得其方根。則不可不先明下二條之理。

I. 凡立方數之位數。爲其立方根位數之三倍。或三倍減一，或三倍減二。　此理可觀下式而明。

一位數之立方數。至小爲　$1^3=1$.　至大爲　$9^3=729$.

二位數之立方數。至小爲　$10^3=1000$.　至大爲　$99^3=970299$.

三位數之立方數。至小爲　$100^3=1000000$.至大爲　$999^3=997002999$.

II. 二數和之立方積。等於二數立方積之和，再加第一數平方乘第二數之三倍。及第二數平方乘第一數之三倍。

此理可就$(20+8)^3=21952$證明之。

$$\begin{aligned}(20+8)^3 &= (20+8)^2\times(20+8)\\ &=(20^2+2\times20\times8+8^2)\times(20+8)\\ &=20^2\times20+2\times20\times8\times20+8^2\times20\\ &\quad+20^2\times8+2\times20\times8\times8+8^2\times8\\ &=20^3+3\times20^2\times8+3\times20\times8^2+8^3\\ &=8000+9600+3840+512\\ &=21952\end{aligned}$$

268. 今試準前節之理。反求421875之立方根。

因421875爲六位之數。知其立方根必爲二位之數。

因421小於512而大於343。知立方根必在80與70之間。卽其十位數必爲7。而十位數之立方必爲343000。

因 $421875-343000=78875$

$=3\times70^2\times$ 單位數 $+3\times70\times$ 單位數$^2+$ 單位數^3

$=(3\times70^2+3\times70\times$ 單位數十單位數$^2)\times$ 單位數。

若以 3×70^2 爲假除數。除此78875。則得商爲5。故知單位數爲5,或小於5之數。今以5試之。適得

$(3\times70^2+3\times70\times5+5^2)\times5=(14700+1050+25)\times5=78875.$

即知單位數爲5. 故 $\sqrt[3]{421875}=75.$

試再求2·197之立方根。

因2·197爲六位減二位之數。知其立方根必爲二位數。

因2所能容之立方數爲1。知立方根之首位必爲1。

因 $2\cdot197-1=1\cdot197=(3\times1^2+3\times1\times\cdot3+\cdot3^2)\times\cdot3.$

知立方根之次位爲·3. 故 $\sqrt[3]{2\cdot197}=1\cdot3.$

269. 由是得開立方之法如下。

先將方數分幅。從小數點起。向左向右皆以三位爲一幅。以首幅所含立方之根爲初商。自首幅減去其立方。接寫第二幅。爲次商實。

將初商自乘。又三百倍之。爲**方廉**。以除次商實。得次商。更以次商乘初商。又三十倍之。爲**長廉**。又將次商自乘。爲**隅**。加

於方廉長廉,爲廉隅全法。以次商乘之。自次商實減去其積。接寫第三幅,爲三商實。

將初次商自乘,又三百倍之,仍爲方廉。仍悉照前法,再求以後各商。

例一. 求$\sqrt[3]{94818.816}$之值。

演草如左。

```
商……………………………4  5· 6
方數……………………………94,818·816
初商立方…………………………64
方廉…………………………4800 |30 818
長廉……………………………600 |
廉隅全法……………………5425 |27 125………5425×5
  方廉………………607500 |3 693 816
  長廉…………………8100 |
  廉隅全法………615636 |3 693 816……615636×6
                            0
```

答。45·6.

例二. 求$\sqrt[3]{9159 \cdot 4}$之值,至小數二位。 答。20·92.

```
商……………………………2   0· 9 2
方數……………………………9, 159·400
初商立方…………………………8
方廉………………120000 |1  159 400
長廉…………………5400 |
廉隅全法…………125481 |1  129 329
  方廉…………13104300 |    30 071000
  長廉………………12540 |
  廉隅全法…….13116844 |    26 233688
                            3 837312
```

〔注意〕定立方根之整小數.與平方根同法. 如開至末幅而仍有餘數.則可添寫三個0於右而開之. 凡商1而實不敷減者.則其商爲0.可於方廉添寫兩0.於實再添一幅而除之

270. 求分數之立方根。與求平方根同理。(§263)

例如 $\sqrt[3]{\frac{3}{7}}=\sqrt[3]{\cdot428571\cdots\cdots}$或$=\sqrt[3]{\frac{3\times7\times7}{7\times7\times7}}=\frac{5\cdot277632\cdots}{7}$

271. 凡己知正方體積而求其稜。宜用開立方之法。

272. 開立方之驗算。以根之立方。與不絕之餘數相加。若其和與方數等。則求得之根爲不誤。

問題四十

1. 求下列諸數之立方根。

1728, 389017, 912673, 1520875, 103823000,

$\cdot148877$, $\cdot000029791$, $8\cdot869743$, $\frac{343}{1331}$, $51\frac{83}{343}$.

2. 求下列諸數之立方根。至小數五位止。

3, 171467, $\cdot005$, $\cdot00001$, $\frac{5}{6}$, $571\cdot42\dot{3}$.

3. 185125。至小加何整數。則爲完全立方數。

4. 有三數。其比爲8:9:10。其積爲11250。求各數。

5. 甲數之平方積乘乙數。爲1452。乙數之平方積乘甲數。爲1584。求甲乙兩數。

6. 鉛三塊，其體積。一爲152立方寸。一爲168立方寸。一爲192立方寸。若鎔成一立方積。問長闊厚各幾寸。

第四章　開高次方

273. 求高次方根。屬於代數學之範圍。惟高次方之次數。若以 2 與 3 爲生數者。則可疊開平方立方而得其根。

例如　$\sqrt[6]{15625}=\sqrt{(\sqrt[3]{15625})}=\sqrt{25}=5.$

$\sqrt[8]{256}=\sqrt{(\sqrt[4]{256})}=\sqrt{\{\sqrt{(\sqrt{256})}\}}=\sqrt{\{\sqrt{16}\}}=\sqrt{4}=2.$

$\sqrt[9]{19683}=\sqrt[3]{\ \sqrt[3]{19683})}=\sqrt[3]{27}=3.$

274. 疊開平方立方之順序。與其結果無關。孰先孰後。可以任意開之。

例如　$\sqrt[6]{15625}=\sqrt{(\sqrt[3]{15625})}=\sqrt{25}=5.$

$=\sqrt[3]{(\sqrt{15625})}=\sqrt[3]{125}=5.$

問題四十

1. 求 104976 之四次方根。

2. 求 2985984 之六次方根。

3. 求 25632·9728504420 49 之六次方根。

4. 求 244140625 之十二次方根。

5. 求 3814697265625 之十八次方根。

6. 求四次方之根。如能開盡者。其方數之末位。必爲 1, 5, 6, 0。試證之。

雜題八

1. 有銀二百元。依複利法貸出。二年後。得本利和二百三十三元二角八分。求年利率。

2. 買米麥各若干。石數相同。若以米之買價買麥。則得192石。以麥之買價買米。則得147石。求米麥石數。

3. 甲陣正北8里有乙陣。乙陣正東6里有丙陣。求自甲陣至丙陣最短之距離。

4. 有周圍7尺之圓柱。以長3丈7尺之線捲之。自上至下。計5周。求柱高。

5. 24人同作一事。計需150日畢。問幾人爲之。則成業日數。與人數相等。

6. 有數。其9次方積。爲立方積之4096倍。求其數。

7. 有四數。其各三數之連乘積。爲60, 72, 90, 120。求各數。

8. 本銀640元。3年後。得利49·21元。問複利率幾何。

9. 有12立方尺167立方寸之立方體。其每邊若干。

10. 有石塊。其積250立方寸。而闊與厚相等。長則爲其2倍。求各邊長。

11. 有長闊厚相等之磚。12167塊。欲堆成立方積。每邊之塊數幾何。

12. 有六數。爲1:2:3:4:5:6之比。其積爲3475302480。求各數若干。

13. 小於1之數之平方根。必小於其立方根。試證之。

14. 有四數。各三數之連乘積。以他一數除之之商。爲225, 144, 100, 64。求各數。

第十篇　省略算

第一章　省略算總論

275. 於位數甚多之數。將其若干位以後之數棄之而不計。謂之**省略**。行省略時所用計算之法。謂之**省略算** *Approximation*。

省略之應用。非止一端。如云地球之周圍。約七萬里。又我國之人口。約四萬萬人。此整數之用省略者也。如云$\frac{1578}{4309}$約等於$\frac{1}{3}$。又$\frac{355}{113}$約等於$\frac{22}{7}$。此分數之用省略者也。但本篇所論之省略算。則專屬於小數。

276. 小數內所省略之部分。稱爲**端數**。處置端數之法。可分爲三種。

第一　不拘端數如何。而一律捨棄之。例如 32.76834。若取至釐位。則作 32.76。若取至毫位。則作 32.768。

第二　不拘端數如何。而一律收入之。例如 32.76834。若取至釐位。則作 32.77。若取至毫位。則作 32.769。

第三　視端數之首位如何。而四捨五入之。(§73) 例如前數。若取至釐位。則作 32.77。若取至毫位。則作 32.768。

277. 省略與不省略所差之數。謂之**誤差** *Error*。由捨棄而得之數。必小於原數。由收入而得之數。必大於原數。其誤差皆小於所得數末位之 1。由捨入而得之數。或大或小於原數。其誤差小於末位之$\frac{1}{2}$。是爲**誤差之界限**。

278. 小數之計算。每有需用之位數無多。若依常法演算。則其大部分徒費於無用者。故必別立省略算法也。

例如62.84563×3.293578之積。求至小數兩位。若依常法演算。則如右之布草。所得之積。為 206.98698436414。其小數共有十一位。今所需用者。既祇兩位。則有九位之數。悉歸無用。而乘此九位小數之手續。豈非徒勞乎。今有法能省去此徒勞之手續者。即所謂省略算是也。

$$
\begin{array}{r}
62.84563\\
\times\quad 3.293578\\
\hline
50276504\\
43991941\\
31422815\\
18853689\\
56561067\\
12569126\\
18853689\\
\hline
206.98698436414
\end{array}
$$

第二章　省略算加法

279. 凡若干數相加。無論何位。其由右位進至左位之數。雖極大。必比相加數之個數少一。例如三數相加。進位之數不能多於 2。四數相加。進位之數不能多於 3。五數相加。進位之數不能多於 4。何則。右位之數。皆以 9 為極大。而 $9\times3=27$, $9\times4=36$, $9\times5=45$. 其右端之十位數。皆比左端之乘數少 1。即必比相加各數之個數少 1 也。

280. 小數多位之各數相加。可於需用小數位之右一位或二、三位。加以加數少一之數。但使加於某位而不致變動需用之位。則加法即自某位演起。而他位可從省略。

例一. 求 9.3572571加0.4249321 加 1.4523129之和。至毫位而止。

解. 此例爲三數相加。加數少一則爲2。需用之小數至毫位。其右一位和之末位爲4。以2加之。爲6。不致變動毫位。故卽自毫位之右一位加起。得答爲11.234。而餘位加法。皆從省略。

9.357	2
0.424	9
1.452	3
11.234	

例二. 求 5.43929213, 加 7.21845275, 加 5.94839611, 加 8.93448996, 加 1.38726474 之和。至絲位止。

解. 此例爲五數相加。加數少一則爲4。小數需用至絲位。其右一位和之末位爲7。以4加之得11。能變動絲位。再查右二位和之末位爲3。以4加之得7。不能變動右一位。卽亦不能變動絲位。故卽自絲位之右二位加起。得答爲28.9278。而餘位加法。皆從省略。

5.4392	92
7.2184	52
5.9483	96
8.9344	89
1.3872	64
28.9278	

〔注意〕 此後演算。於端數一律捨棄。(§276第一)故當右一二位相加時。但須記其進位之數。不必寫出本位之數。

問題四十二

1. 求 129.35713, 22.41235, 19.45211, 之和至釐位。

2. 5.31843, 加 27.51627, 加 17.43896, 加 23.01857. 其和若干。求至小數三位。

3. 5.325781, 加 3.4678112, 加 4.0283947, 加 2.5392143, 加 0.8946725, 加 1.02578463. 其和若干。求至毫位。

第三章　省略算減法

281. 減小數者。可自需用之末位減起。而省略其他位。

(1)如右一位爲上大下小。則末位依原數而減。

(2)如右一位爲上小下大。則末位減數宜加 1。

(3)如右一位上下相等。則再審視右二位之數而定之。

例一.　求 5.7287693, 與 3.7566924 之較。至毫位止。

解.　此例有四位減法從省略。其毫位右一位之數。爲上大下小。故從(1)法。毫位仍依原數而減。得答爲 1.972。

$$\begin{array}{r|l} 5.728 & 7 \\ 3.756 & 6 \\ \hline 1.972 & \end{array}$$

例二.　求 $0.98958\dot{3}$, 與 $0.291\dot{6}$ 之較。至忽位止。

解.　此例忽位右一位之數。爲上小下大。故從(2)法。於忽位之減數加 1 而減之。得答爲 .69791。

$$\begin{array}{r|l} 0.98958 & \dot{3} \\ 0.29166 & \dot{6} \\ \hline 0.69791 & \end{array}$$

例三.　求 $6.4\dot{5}$ 與 0.345 之較。至釐位止。

解.　此例釐位右一位之數。爲上下相等。故從(3)法。視右二位之數。爲上大下小。故仍從(1)法。釐位依原數而減。得答爲 6.11。

$$\begin{array}{r|l} 6.45 & 55 \\ 0.34 & 50 \\ \hline 6.11 & \end{array}$$

問題四十三

1.　求 2.467381 與 1.376823 之較。至毫位止。

2.　求 52.3456841 與 $7.\dot{6}\dot{6}$ 之較。至絲位止。

3.　求 $89.715\dot{3}$ 與 $45.395\dot{8}$ 之較。至釐位止。

第四章　省略算乘法

282. 凡被乘數爲甲位。乘數爲乙位。其乘積之末位如爲丙位者。設將被乘數比甲位或進或退若干位。將乘數反之而比乙位或退或進若干位。則其乘積之末位。亦必皆爲丙位。例如釐位乘分位。乘積之末位爲毫位。則毫位乘單位。絲位乘十位。分位乘釐位。單位乘毫位。各積之末位。亦皆爲毫位。如下式。

$$.7\times.02=7\times.002=70\times.0002=.07\times.2=.007\times2=.014。$$

283. 應用上節之理。得省略乘法如下。

先寫被乘數。視需用之小數至某位。即於其右二位之下。置乘數之單位。且顚倒乘數之位次而書之。次以乘數之各位。各自相當位起。與被乘數相乘。而於相當位右之各位。則可以省略。乘得之各部分積。其末位皆與乘數之單位相齊。如右位有應進位之數。則宜倂入。次將各部分積相加。棄其右端二位。即爲所求之積。

例一. §278 之例。試以省略法演之。

解. 需用小數二位。故於再右二位即第四位。置乘數之單位。依法乘之。再棄積之右二位。得所求之數爲 206 98。

```
                      62.845 63
                     875 392.3
               ---------------
628456×3+1····188 536 9
 62845×2+1·····12 569 1
  6284×9+5·······5 656 1
   628×3+1·········188 5
    62×5+4··········31 4
     6×7+1···········4 3
        +5·············5
          -------------
          ·····206.98|6 8
```

例二. 0.248264×0.725234 之積。求至小數五位。

解. 需用小數五位。故置單位於更右二位之第七位。依法乘畢。於積棄去右二位。得答數爲.18004。

```
                 0.248264
                  432527.0
248264×7.........173784 8
 24826×2+1.......4965 3
  2482×5+3.......1241 3
   248×2.............49 6
    24×3+2...........7 4
     2×4+1.............9
                 .18004 9 8
```

問題四十四

1. 求 976.52834×54.723 之積。至小數第一位。
2. 求 5.3258×72.53 之積。至小數第一位。
3. 求 340.7825×0.564 之積。至小數第三位。
4. 求 0.9263×963.58 之積。至小數第四位。
5. 求 0.87329×645 之積。至小數第三位。
6. 求 0.25678×0.0784 之積。至小數第四位。

第五章 省略算除法

284. 凡除法法數有整數者。若求商至某位而止。則實數中與商有關之數。亦祇至某位而止。

例如 2835.14762. 以 7 或 8 或 7.5438621 除之。求商至釐位而止。則實數中在釐位右之 762。與商無關。其所得之商。與實數爲 2835.14 而除得者無異。

285. 實數乘以 10。與法數除以 10。其所得之商無異。

例如實數爲 21。法數爲 70。 $(21\times10)\div70=3$。

$21\div(70\div10)=3$。 是則 $(21\times10)\div70=21\div(70\div10)$

286. 應用上兩節之理。得省略除法如下。

先寫法實。如法爲有整數者。則準商數需用之小數位。在實之小數中截取多一之位數。卽在法數中截取與實相應之位數。然後相除。既得初商。以初商乘截取之法數。併入右位應進之數。自實減之。每添得一商。則法尾少乘一位。故每次之減數亦遞少。而需用之商。易於求得。

例. 求 $2835.14762\div7.5438621$ 之商。至釐位。

解. 需用小數二位。

故於實多截一位。至小數三位。必多截一位者。防末位之誤差。影響及於商數也。

```
7.5|4|3|8|6|21)2835.147|62(375.82
               2263.158…第一減積
               ────────
                571 989
                528 070…第二減積
               ────────
                 43 919
                 37 719…第三減積
                ───────
                  6 200
                  6 034…第四減積
                 ──────
                    166
                    151…第五減積
                    ───
                     15
```

第一減積 $=7.54386\times3$

第二減積 $=7.5438\times7+4$

第三減積 $=7.543\times5+4$

第四減積 $=7.54\times8+2$

第五減積 $=7.5\times2+1$ 常法於餘實屢添位。卽以 10 乘實也。此法於法數屢截位。卽以 10 除法也。故得商必同。

287. 若法爲無整數者。則先將法實之小數點。同移右若干位。使其法數有一位整數。然後依前法除之。

例. 2.83514762÷0.0075438621。求商至釐位。

解. 此例若截取實數至毫位而除之。其所得之商。必不能至釐位。故可將實數法數之小數點。各移右三位。改寫爲2835.17462÷7.5438621。然後截取。即與前節之例同。

288. 若法有整數多位者。亦可將法實之小數點。同移左若干位。使其法數有一位整數。然後依前法除之。

例. 2835147.62÷7543.8621。求商至釐位。

解. 此例若截取實數至毫位而除之。則當乘減之時。所省略者無幾。故可將實數法數之小數點。各移左三位。改寫爲 2835.14762÷7.5438621。然後截取。亦與前例同。

〔注意〕 省略除法。不但小數相除可用。即整數除整數而求商但至某位者。亦可用之。

問題四十五

1. 1854.3728÷7.825。求商至小數二位。

2. 24.706÷384.57。求商至小數四位。

3. 0.8957÷2.384。求商至小數三位。

4. 0.90578÷0.0253。求商至小數二位。

5. 0.09278÷0.0468。求商至小數三位。

6. 358÷0.627。求商至小數二位。

第六章　省略算開方

289. 大小兩數和之平方。等於兩數平方之和。加兩數乘積之二倍(§260*II*)。設其數之小者爲甚小。則小者之平方。不但比大者之平方爲甚小。卽比兩數之乘積亦必甚小。此時若將此甚小之平方捨棄。則兩數和之平方。略可謂等於大者之平方。加兩數乘積之二倍。例如

$$(1.039562)^2=(1.039+0.000562)^2$$

$$=1.039^2+2\times1.039\times0.000562+.000562^2$$

$$=1.079521+.001167836+.000000315844$$

$$=1.080689151844.$$

而　$1.079521+.001167836=1.080688836.$

故可謂　$1.080689151844=1.080688836$ 略.

290. 應用上理。得省略開平方之法。

先用通常之法。求得需用平方根半份以上之位數。卽以此已得根數之二倍。除此時之餘積。以所得之商。續寫於已得根數之右。補足需用之位數。

例. 求$\sqrt{1.080689151844}$之値。至小數六位。

解. 先依常法開至小數三位。得1.039。此時所餘之積。爲0.001168151844。可視爲等於已得根與後數位根乘積之二倍。故以 1.039×2 除之。(用省略算)得商.000562。續於已得根之右。卽得所求根爲 1.039562.

291. 大小兩數和之立方。等於兩數立方之和。加大者平方乘小者之三倍。及小者平方乘大者之三倍(§267 *II*)。設其小者爲數甚小。則小者之立方。及小者平方乘大者之三倍。亦爲甚小。若竟捨棄之。則兩數和之立方。略可謂等於大者之立方.加大者平方乘小者之三倍。

292. 應用上理。得省略開立方之法。

先用通常之法.求得需用立方根半份以上之位數。卽以此已得根之平方三倍。除此時之餘積。以所得之商。補足立方根需用之位數。

例. 求$\sqrt[3]{687}$之值。至小數四位。

解. 先依常法求得小數二位之立方根爲 8.82。此時之餘積。爲 0.871032。將 8.82 自乘。得方冪爲 77.7924。又三倍之。則爲 233.3772。以此數除 0.871032。得商 0.0037。補足於已得根。卽得所求立方根爲 8.8237。

〔注意〕 用此法求得之立方根。恒比眞正之立方根爲略大。

問 題 四 十 六

1. 試求$\sqrt{8}$之值。至小數第五位。

2. 試求 3286.9835 之平方根。至小數第四位。

3. 試求$\sqrt{32}$之值。至小數第四位。

4. 試求 24 之立方根。至小數第六位。

5. 試求 0.171467 之立方根。至小數第六位。

雜　題　九

1. 求 76.251, 86.12428, 637.4723, 6.54, 358.865, 41.02741, 之和。至小數第二位。

2. 試求 127.625378 減 93.725379 之較。至分位。

3. 求 68.37526, 33.43916, 5.62734, 8.927, 31.675034, 222.31279, 之和。至小數三位。

4. 自 58.879162 減 39.979161。求至小數一位。

5. 求 97.347×23.15 之積。至小數一位。

6. 求 0.03256×0.02534 之積。至小數第四位。

7. 求 0.63478×0.8204 之積。至小數第二位。

8. 求 92.41035×27.14986 之積。至小數第四位。

9. 以 0.7854 除 14。求商至小數一位。

10. 求 $234.70525\div64.25$ 之商。至小數第一位。

11. 求 $0.48624096\div179$ 之商。至小數第四位。

12. 求 $721.1756\div2.257432$ 之商。至小數三位。

13. 求 $\sqrt{3.1416}$ 之值。至小數第五位。

14. 求 3 之平方根。至小數第六位。

15. 試求 $\frac{22}{7}$ 之平方根。至小數第五位。

16. 試求 2 之立方根。至小數第四位。

17. 試求 31.006 之立方根。至小數第五位。

18. 試求 7 之立方根。至小數第六位。

第十一篇　級數

第一章　級數總論

293. 有若干數。其或大或小。依一定之階級而序列者。此若干數。謂之級數 *Series*。

例如 2, 6, 10, 14, 等數。依逐次增 4 而序列。故爲級數。

又如 2, 8, 32, 128, 等數。依逐次 4 倍而序列。亦爲級數。

其他又有 $3^2, 4^3, 5^4, 6^5,$ 等數。或 $\frac{1^2}{2\times3}, \frac{2^2}{3\times4}, \frac{3^2}{4\times5},$ 等數。亦皆一種之級數也。而 1, 2, 3, 4 等。卽爲遞增 1 之級數。

294. 無論爲何種級數。其各數由小而大者。謂之昇級數 *Ascending Series*。由大而小者。謂之降級數 *Descending Series*。

例如 1, 3, 5, 7 … 爲昇級數。8, 4, 2, 1 …… 爲降級數。

295. 凡級數。其各數皆謂之項 *Terms*。各項之多寡。謂之項數 *Number of Terms*。各項中。列於最前者。謂之首項 *First Term*。列於最後者。謂之末項 *Last Term*。距首項末項等遠之項。謂之正中項。項數爲奇。則正中項惟一。項數爲偶。則正中項有二。距正中項等遠之任兩項。謂之等距項。如首末兩項。亦等距項也。各項之和。謂之總和 *Sum of a Series*。

例如 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 之級數。其項數有 8。首項之數爲 2。末項爲 9。正中項爲 5 與 6。而 4 與 7, 3 與 8, 2 與 9, 皆爲等距項。其總和。則爲 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 之和 44 也。

第二章 等差級數

296. 級數之各項無論爲昇爲降。其相鄰兩項相差之較皆等者。謂之等差級數 *Arithmetical Series*。亦稱算術級數。其相等之差數。謂之公差 *Common Difference*

例如昇級數2, 8, 14, 20… 等。降級數9, $8\frac{1}{2}$, 8, $7\frac{1}{2}$… 等。皆爲等差級數。前者以6爲公差。後者以$\frac{1}{2}$爲公差。

297. 以等差級數之各項。與首項較。其所差之數，在第二項爲一個公差。第三項爲二個公差。第四項爲三個公差。順是遞推。故末項與首項之較。爲項數少一之公差。

例如 4, 7, 10, 13, 16 之昇級數。公差爲 3。項數爲 5。其

首項 $=4$　　　　第二項 $=4+3\times1=7$

第三項 $=4+3\times2=10$　　第四項 $=4+3\times3=13$

第五項 $=4+3\times4=4+3\times(5-1)=16$

卽　末項＝首項＋公差×(項數－1)

298. 等差級數之等距各兩項。其和皆相等。項數爲奇。則其和倍於正中一項。如爲偶。則等於正中兩項之和。

例如 4, 7, 10, 13, 16 之奇項級數。其等距各兩項之和。爲正中項 10 之二倍。如 $4+16=7+13=10\times2$。

又如 8, 13, 18, 23, 28, 33 之偶項級數。其等距項之和。等於正中項 18, 23 之和。如 $8+33=13+28=18+23$。

299. 任取等距兩項之和。乘以項數。則其積等於總和之二倍。故首末兩項之和。乘以項數。除以2。卽得總和。

例如5, 12, 19, 26之級數。試順逆書之以求其和。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{順之} & \text{總和}=5+12+19+26 \\ \text{逆之} & \text{總和}=26+19+12+5\end{array}\right\}\text{相加}$$

$$2\times\text{總和}=31+31+31+31=31\times4=(5+26)\times4$$

故 $\text{總和}=(5+26)\times4\div2$

卽 $\text{總和}=(\text{首項}+\text{末項})\times\text{項數}\div2$

300. 項數除總和。所得之商。等於正中一項之數。或正中二項之半和。亦卽首末二項之半和。故於項數除總和之商。以公差乘項數少一之半積加減之。可得末項及首項。

例如4, 7, 10, 13, 16之總和爲50。以項數5除之。得10。卽正中一項之數。如欲由此求首項末項之數。則

$\text{首項}=10-3\times4\div2=4$ $\text{末項}=10+3\times4\div2=16$

卽 $\text{首項}=\text{總和}\div\text{項數}-\text{公差}\times(\text{項數}-1)\div2$

$\text{末項}=\text{總和}\div\text{項數}+\text{公差}\times(\text{項數}-1)\div2$

301. 項數,首項,末項,公差,總和。五數互有關係。設已知其三。欲求所未知。可依下之各公式以求之。

由§297 $\text{末項}=\text{首項}+\text{公差}\times(\text{項數}-1)\cdots\cdots I$

故 $\text{首項}=\text{末項}-\text{公差}\times(\text{項數}-1)\cdots\cdots II$

又 $\text{公差}=(\text{末項}-\text{首項})\div(\text{項數}-1)\cdots III$

又 $\text{項數}=(\text{末項}-\text{首項})\div\text{公差}+1\cdots\cdots IV$

由 §299　$\underline{總和=(首項+末項)\times 項數\div 2}$ ………………V

故　$\underline{項數=2\times 總和\div(首項+末項)}$ ………………VI

又　$\underline{首項=2\times 總和\div 項數-末項}$ ………………VII

又　$\underline{末項=2\times 總和\div 項數-首項}$ ………………$VIII$

由 §300　$\underline{首項=\dfrac{總和}{項數}-\dfrac{公差\times(項數-1)}{2}}$ ………………IX

$\underline{末項=\dfrac{總和}{項數}+\dfrac{公差\times(項數-1)}{2}}$ ………………X

故　$\underline{公差=\dfrac{2\times(總和-項數\times 首項)}{項數\times(項數-1)}}$ ………………XI

$\underline{公差=\dfrac{2\times(項數\times 末項-總和)}{項數\times(項數-1)}}$ ………………XII

〔注意〕上各公式。係以昇級數為準。若在降級數。則將公式中之首項末項。互易其數而用之可也。

問題四十七

1. 等差昇級數首項3。公差4。項數8。求末項。
2. 等差降級數首項281。公差6。項數7。求末項。
3. 等差昇級數項數17。公差5。末項512。求首項。
4. 等差降級數項數13。公差7。末項21。求首項。
5. 等差昇級數首項72。末項94。項數12。求公差。
6. 等差降級數首項193。末項148。項數16。求公差。
7. 等差級數之首項6。末項1.2。公差.8。求項數。

8. 等差級數之首項$1\frac{1}{5}$。末項$7\frac{1}{3}$。公差$\frac{23}{30}$。求項數。

9. 等差級數之首項1。末項13。項數15。求總和。

10. 等差級數之總和108。首項2。末項25。求項數。

11. 等差級數之總和98。項數7。末項8。求首項。

12. 等差級數之總和215。項數5。首項23。求末項。

13. 等差級數之公差$\frac{1}{2}$。項數19。總和$560\frac{1}{2}$。求首項。

14. 等差級數之公差4。項數14。總和406。求末項。

15. 等差昇級數。首項7。項數23。總和414。求公差。

16. 等差降級數。末項.25。項數12。總和19.5。求公差。

第三章　等比級數

302. 級數之各項。無論為昇為降。任以前項除後項。所得之商皆等者。謂之**等比級數** *Geometrical Series*。亦稱**幾何級數**。其相等之商數。謂之**公比** *Common ratio*。

例如昇級數2, 8, 32… 等。降級數$2, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}$…等。皆為等比級數。前者以4為公比。後者以$\frac{1}{4}$為公比。

303. 凡等比級數之各項。以首項除其所得之商。在第二項為公比之一乘冪。在第三項為公比之二乘冪。順是遞推。故首項除末項之商。為公比之乘冪。其次數比項數少一。

例如2, 8, 32, 128, 512之昇級數。公比為4。項數為5。其

首項$=2$　　　　第二項$=2\times4^1=8$

第三項 $=2\times4^2=32$　第四項 $=2\times4^3=128$

第五項 $=2\times4^4=2\times4^{(5-1)}=512$

卽　末項 $=$ 首項 $\times$ 公比$^{(項數-1)}$

304. 等比級數之等距各兩項。其積皆相等。項數爲奇。則其積等於正中一項平方。爲偶則等於正中兩項之積。

例如3, 6, 12, 24, 48之奇項級數。其等距各兩項之積。爲正中項12之平方。如　$3\times48=6\times24=12\times12$.

又如2, 4, 8, 16, 32, 64之偶項級數。其等距兩項之積。爲正中項8, 16之積。如　$2\times64=4\times32=8\times16$.

305. 以公比乘末項。與首項相減。其所得之較。等於就總和而乘以公比與1之較。故公比乘末項。與首項相減之較。若以公比與1相減之較除之。卽得總和。

例如2, 8, 32, 128, 512之級數。其

總和 $=2+2\times4+2\times4^2+2\times4^3+2\times4^4$　乘以公比。則

$4\times$ 總和 $=\quad 2\times4+2\times4^2+2\times4^3+2\times4^4+2\times4^5$　相減。

$(4-1)\times$ 總和 $=2\times4^5-2$

卽　(公比 -1) $\times$ 總和 $=$ 末項 $\times$ 公比 $-$ 首項。

故　總和 $=$ (末項 $\times$ 公比 $-$ 首項) $\div$ (公比 -1)

但　末項 $\times$ 公比 $=$ 首項 $\times$ 公比^{項數}。

末項 $\times$ 公比 $-$ 首項 $=$ 首項 $\times$ (公比$^{項數}-1$)。

故又得　總和 $=$ 首項 $\times$ (公比$^{項數}-1$) $\div$ (公比 -1)。

如爲降級數。則　總和 $=$ 首項 $\times$ $(1-$ 公比$^{項數})\div(1-$ 公比$)$

306. 降級數之公比既小於1。其指數愈大。則其乘冪愈小。若指數大至無窮。則乘冪可小至無窮。而等於0。既公比之乘冪等於0。則(1－公比^{項數})可以等於1。故在無窮降級數。則　總和＝首項÷(1－公比)。

例如求級數$\frac{2}{3}$，$\frac{4}{9}$，$\frac{8}{27}$…………無窮級數之和。

其首項爲$\frac{2}{3}$。公比爲$\frac{2}{3}$。

故　總和$=\frac{2}{3}\div\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}\div\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{1}=2.$

307. 首項，末項，項數，公比，總和。五數亦互有關係。惟求知項數須用代數。玆不備述。其他可依下列公式求之。

由§303　末項＝首項×公比$^{(項數-1)}$……………………I

故　首項＝末項÷公比$^{(項數-1)}$……………………II

公比＝$\sqrt[(項數-1)]{末項\div首項}$………………III

由§305　總和＝首項×(公比^{項數}－1)÷(公比－1)……IV

總和＝首項×(1－公比^{項數})÷(1－公比)……V

故　首項＝總和×(公比－1)÷(公比^{項數}－1)……VI

首項＝總和×(1－公比)÷(1－公比^{項數})…VII

由§306　無窮降級數之總和＝首項÷(1－公比)…VIII

故　無窮降級數之首項＝總和×(1－公比)……IX

無窮降級數之公比＝1－首項÷總和………X

問題四十八

1. 等比級數之首項7。公比2。項數5。求末項。

2. 求級數24, 12, 6, 3,………之第8項。

3. 有公比爲3之級數。其第7項爲2916。求首項。

4. 有公比爲.2之級數。其第5項爲.0112。求首項。

5. 級數之首項324。末項$\frac{4}{9}$。項數7。求公比。

6. 級數之首項2。末項512。項數5。求公比。

7. 級數之首項1。項數7。公比5。求總和。

8. 求27, 18, 12,……之級數至第6項之總和。

9. 級數之總和680。項數4。公比4。求首項。

10. 級數之總和$1\frac{63}{64}$。項數7。公比$\frac{1}{2}$。求首項。

11. 求級數2, .5, .125,至無窮項之總和。

12. 無窮降級數之總和爲27。公比爲$\frac{1}{3}$。求首項。

13. 無窮降級數之總和爲14。首項爲12。求公比。

雜題十

1. 物體自高落下。第一秒落16尺。第二秒落48尺。第三秒落80尺。以下依此遞增。今有石自高處落下。經7秒時達地。求其高。

2. 某人於每年之初。存銀10元於銀行。以年利率6釐算單利。問至25年之末。可得本利和若干。

3. 甲乙二人，同時自同處向同地出發。甲日行距離每相等。乙初日1里。次日3里。又次日5里，日增2里。至第12日之末，兩人同時達目的地。問甲日行幾里。

4. 有皮球12個。依直線排列。每球相距5尺。距第一球5尺之處，又有一籃，有人自置籃之處起步。向有球之處進行。每拾得一球。卽回置籃中。至12球拾畢。問共行若干步。

5. 等比級數之第七項127。公比4。求第12項及第4項之數各若干。

6. 某人於每年之初，存銀10元於銀行。以年利率1分之複利計算。問至10年以後。可得本利和若干。

7. 設如一人讀書。每日增加一倍。三日讀完一部孟子。共計三萬四千六百八十五字。問每日讀幾何。

8. 設如有銀七千六百八十元。分與甲乙丙丁四人。自甲以下。遞減一半。問各得若干。

9. 1000以下之整數，有3之倍數者幾何。

10. 等比級數首項1。公比2。項數20。其各項連乘積。爲2之若干方乘積。

11. 某人存銀於櫃。第一次取用500元。第二次取用250元。每次減半。可以取至無窮次數。問櫃中存銀若干元。

12. 某甲欠某乙銀。言明還本不計利。第一次還300元。第二次還210元。第三次還147元。以後每還一次。每減30%。必還至無窮次數，方可作爲清結。問欠銀若干元。

第十二篇　求積

第一章　求積總論

308. 前於§89。曾言長與闊相乘。則成為面積。是已知長闊。即可知長方之面積也。又於§90。曾言長與闊與高連乘。則成為體積。是已知長闊高。即可知長方之體積也。由此類推。凡就已知之各種長度。以求未知之面積或體積者。其法謂之求積 *Mensuration*。

309. 求平方形之積者。但將方根自乘至二乘冪。即得。求立方體之積者。但將方根自乘至三乘冪。即得。故若但就正方而論。則求積實為開方之反求。惟所求之積。並不限於正方。且有時求積亦須兼用開方之法。如後§315所述者。故決不能一概以開方法之反求為求積法也。

310. 長度乘長度。成為面度。面度乘長度。成為體度。此求積之通例也。但依§55。乘數恆為不名數。可知長度乘長度者。其中有一長度。實已代表面度。面度乘長度者。其中之面度。實已代表體度也。

例如　9尺×5尺=9方尺×5,或5方尺×9=45方尺。

9尺×5尺×3尺=45立尺×3,或15立尺×9,或27立尺×5

=135立尺。

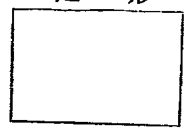
311. 推論求積之理。屬於幾何學範圍。本篇為應用計。但列其當然之法。學者勿以此自畫焉可也。

第二章　求平面積

312. 凡四邊形。每相鄰二邊間之角皆爲直角者。謂之**矩形** *Oblong*。矩形之任一邊。稱爲底邊 *Base*。底邊相鄰之任一邊。稱爲高 *Altitude*。若求其積。則

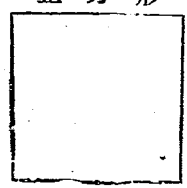
矩形之面積＝底邊×高。

矩　形



矩形之底邊與高若相等。則四邊皆相等。而成爲**正方形** *Square*。而底邊乘高。卽無異於任一邊自乘。故正方形之面積。等於其邊之平方。此固吾人所熟知者也。

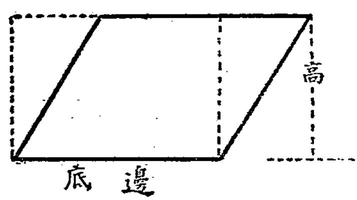
正方形



313. 四邊形每相對之兩邊兩兩平行者。謂之**平行四邊形** *Parallelogram*。平行四邊形。可任取一邊爲底邊。底邊與其平行邊之距離。稱爲**高**。若求其積。則

平行四邊形之面積＝底邊×高。

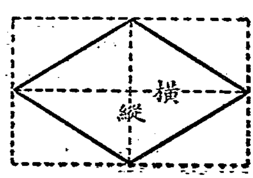
平行四邊形



平行四邊形之四邊若相等。則稱爲**菱形** *Lozenge*。菱形之兩**對角線** *Diagonal*。一縱一橫。相交成直角。求其積。則

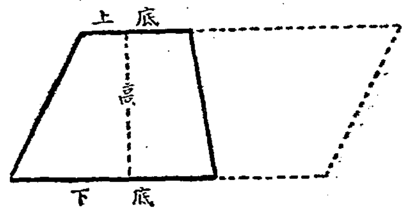
菱形之面積＝$\frac{1}{2}$×縱×橫。

菱　形



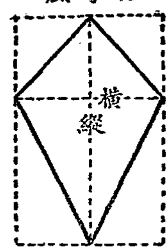
314. 四邊形但有兩邊平行者。謂之**梯形** *Trapezoid*。其平行之兩邊。短者稱為**上底**。*Upper base*。長者稱為**下底** *Lower base*。兩底之距離。稱為**高**。若求其積。則

梯　形



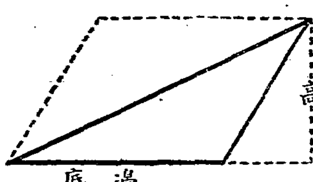
$$\text{梯形之面積}=\frac{(\text{上底}+\text{下底})\times\text{高}}{2}$$

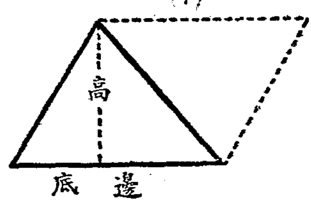
風箏形



四邊形之相鄰二邊相等。餘二邊亦相等者。謂之**風箏形**。風箏形之兩對角線。亦縱橫相交成直角。故求積之法。與菱形同。

315. 由甲乙丙三邊合成之形。謂之**三角形** *Triangle*。任取其何邊。皆可為底邊。從對底一角之頂點。至底邊或底之延長線。所引垂線之長。稱為高。若求其積。則有兩法。



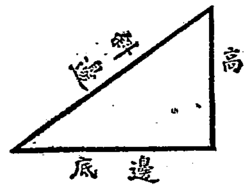


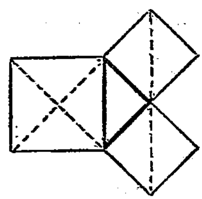
I. $\text{三角形之面積}=(\text{底邊}\times\text{高})\div 2.$

II. $\text{又}=\sqrt{\text{三邊半和}\times(\text{半和}-\text{甲})\times(\text{半和}-\text{乙})\times(\text{半和}-\text{丙})}$

屬于三角上之公式

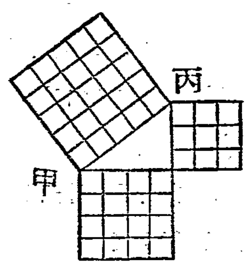
316. 三角形有一直角者。名曰**直角三角形** *Right angled Triangle*。以直角旁之兩邊。為高與底邊。如此兩邊相等。則其斜邊之平方。等於此兩邊平方之和。觀右第二圖所示。其理固易明瞭。但即使此兩邊為不相等者。而此關係仍不改變。即



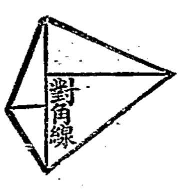


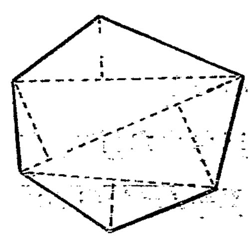
$$\text{斜邊}^2 = \text{底邊}^2 + \text{高}^2$$

如右第三圖所示。其三邊之比。為5與4與3之比。而3之平方9。加4之平方16。適等於5之平方25。亦其證也。惟有此關係。故§264。有句股弦相求之法。

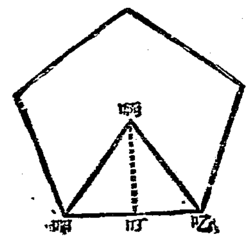


317. 各邊均不等之形。四邊者。曰**無法四邊形** *Gauche quadrilateral*。五邊以上。曰**無法多邊形** *Gauche polygon*。欲求其積。可先作對角線。分為幾個三角形。後求其各面積而併之。





318. 多邊形之各邊相等,各角亦相等者。謂之有法多邊形 *Regular polygon*。自其中心至各邊之垂線。謂之邊心距, *Apothem*。若自心至各角作線。則全形分爲幾個三角形。而邊心距卽爲各三角形之高。故

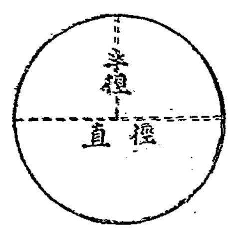


有法多邊形之面積 = 邊數 × 半邊 × 邊心距。

如圖。邊數爲5。呷叮爲半邊。哂叮爲邊心距。則

其積 = 5 × 呷叮 × 哂叮。

319. 以曲線圍繞一點。其相距處處皆等者。此曲線曰圓周 *Circumference*。一點曰圓心 *Centre*。圓心與圓周之距曰半徑 *Radius*。過圓心以圓周爲界之直線曰直徑 *Diameter*。直徑與圓周。爲 1 與 π 之比。故



圓周 = 直徑 × π = 半徑 × π × 2.

圓面 = 半徑^2 × π = 直徑 × 圓周 ÷ 4 = 半徑 × 圓周 ÷ 2

上式中之 π,名曰圓周率 *Ludolphian number*。其數爲不循環之無限小數,卽

圓周率 = π = 3.14159265358979323846264338328……

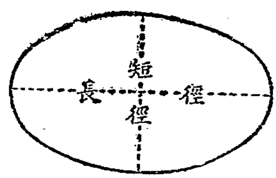
尋常所用。不必如是之多。或作 3.1416。或作 3.141593。又有作 $\frac{355}{113}$ 者,皆卽此圓周率之省略也。

320. 圓周之一段。謂之弧 *Arc*。弧與兩半徑所圍成之形。謂之分圓形。亦謂之扇形 *Sector*。

若求其積。則

扇形之面積＝半徑×弧÷2.

321. 圓有兩心。自圓周距兩心之和。處處均等者。其圓謂之橢圓 *Ellipse*。過橢圓兩心之徑曰長徑。*Major axis*。與長徑中點正交之徑曰短徑 *Minor axis*。



若求其積。則

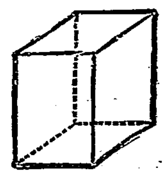
橢圓之面積＝半長徑×半短徑×π.

問題四十九

1. 有底邊6寸高4寸之平行四邊形。求面積。
2. 有菱形之對角線爲8尺及6尺。求面積。
3. 有梯形高9寸。平行邊爲8寸及12寸。求面積。
4. 風箏形田。横線5丈。縱線7丈。問面積幾何。
5. 有三角形。高5寸。底邊8寸。求面積。
6. 三角形之三邊。爲2寸，3寸，4寸。求面積。
7. 正方形之對角線4寸。求面積。
8. 四邊形對角線8尺。距他二角爲2尺，5尺。求面積。
9. 有法六邊形。每邊4寸。邊心距$2\times\sqrt{3}$寸。求面積。
10. 有圓。其直徑6寸。求周圍及面積。(π用小數四位)。
11. 有扇形之弧12寸。半徑8寸。求面積。
12. 有長徑15尺，短徑12尺之橢圓。其面積幾何。

第三章　求立體積

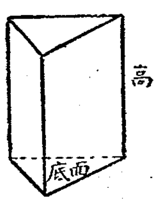
322. 由三對矩形圍成之立體。謂之**直方體**。或**直六面體** *Right parallelepiped*。六面之中。任一面皆可以爲底面 *Base*。立於底面四隅之稜。稱爲高。除底面及對底之面外。其餘四面。皆爲側面 *Lateral face*。而

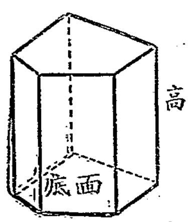


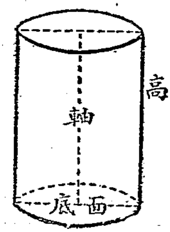
<u>直方體之體積＝底面之面積×高</u>

直方體之底面若爲正方。而高又與方邊等。則六面皆相等。而成爲**正方體**。正方體之積。等於一邊之三乘冪。又吾人所熟知者也。

323. 以各種平面形爲底面之立體。謂之**柱體**。柱體之底。爲有角之形。則曰**角柱** *Prism*。爲平圓之形。則曰**圓柱** *Circular cylinder*。其兩底面。稱曰**端面**。端面以外之傍面。亦曰**側面**。兩端面之距離。爲柱體之高。







<u>柱體側面之面積＝底面之周×高。</u>

<u>柱體表面之全積＝底面之周×高＋底面×2。</u>

<u>柱體之體積＝底面之面積×高。</u>

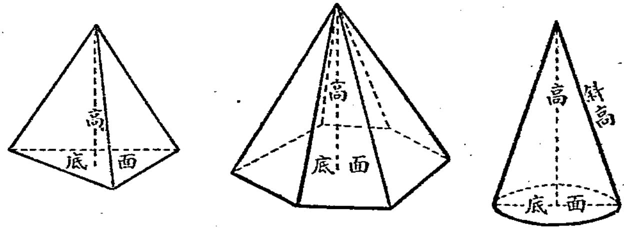
但因 圓周＝直徑×π 圓面＝半徑^2×π 故

圓柱側面之面積＝底之直徑×π×高。

圓柱表面全積＝底之直徑×π×高＋半徑^2×π×2。

圓柱之體積＝底之半徑^2×π×高。

324. 以各種平面形爲底面。而以一點爲頂之立體。謂之錐體。錐體之底。爲有角之形。則曰角錐 *Pyramid*。爲平圓之形。則曰圓錐 *Circular cone*。底面以外之傍面。亦曰側面。自頂點至底面之垂線。爲錐體之高。自頂點至底邊之垂線。爲其斜高 *Slant height*。



錐體側面之面積＝底周×斜高÷2。

錐體表面之全積＝底周×斜高÷2＋底面。

錐體之體積＝底面×高÷3。

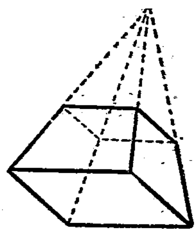
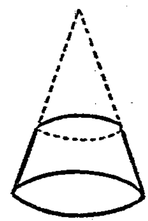
但因 圓周＝直徑×π 圓面＝半徑^2×π。故

圓錐側面積＝底之直徑×π×$\sqrt{半徑^2＋高^2}$÷2。

圓錐表面積＝(底半徑×$\sqrt{半徑^2＋高^2}$＋半徑^2)×π。

圓錐之體積＝底半徑^2×π×高÷3。

325. 於錐體之上。截去一錐體。則所截下之餘體。謂之截錐體。亦曰臺體。或爲角臺 *Frustum of a pyramid*。或爲圓臺。*Frustum of a cone*。亦視其平行兩端面之形而分別。而兩端面間之距離。則爲臺體之高。兩端面之周之距離。爲臺體之斜高。

臺體之側面積 ＝(上周＋下周)×斜高÷2

臺體表面全積 ＝(上周＋下周)×斜高÷2＋上面＋下面

臺體之體積 ＝(上面＋$\sqrt{\text{上面}\times\text{下面}}$＋下面)×高÷3

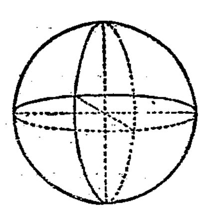
亦因　圓周＝直徑×π　圓面＝半徑^2×π　故圓臺之

側面積＝(上半徑＋下半徑)×π×斜高

表面積＝{(上半徑＋下半徑)×斜高＋上半徑^2＋下半徑^2}×π

體積＝(上半徑^2＋上半徑×下半徑＋下半徑^2)×高×π÷3

326. 以半圓之弧。繞直徑旋轉而圍成之立體。謂之球 *Sphere*。球亦有心有半徑有直徑。而



∴ 球面積＝π×直徑^2

球體積＝π×直徑^3÷6

12、$\sqrt{3^2+(3^2+3^2)}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ 即球之直徑

$3.1416\times(3\sqrt{3})^3\div6=3.1416\times27\times3\sqrt{3}\div6=0.5236\times81\times1.7=73.$

問題五十

1. 方柱體底每邊5寸。高8寸。求體積及側面積。

2. 正三角柱。底每邊1尺。高1.2尺。求體積及側面積。

3. 圓柱體底面之直徑8尺。高1丈。求體積及側面積。

4. 圓柱體底面之直徑6寸。高5寸。求體積及側面積。

5. 正三角錐。底每邊5寸。高8寸。求體積。

6. 方錐體底面之每邊6寸。高4寸。求體積及側面積。

7. 圓錐體底之直徑8寸。高7寸5分。求體積側面積。

8. 圓錐體底之直徑6寸。高4寸。求體積及側面積。

9. 臺體上面積18平方寸。下面積50平方寸。高6寸。求體積若干。

10. 有圓臺。上下兩面之半徑。爲4寸,7寸。高6寸。求體積及側面積。

11. 求直徑3尺之球體積及表面積。

12. 球內容每邊3寸之立方體。求球體積。

雜題十一

1. 邊5寸之正方形。外切一圓。求圓面積。

2. 長8寸闊6寸之矩形。外切一圓。求圓面積。

3. 分圓形之半徑1尺。兩半徑間之角72度。求面積。

4. 有方錐體。底邊4尺。高12尺。截取其高四分之一。作方臺。求臺積

5. 有上開之箱。板厚二分。底長五寸。廣四寸。高三寸。求板之體積。

6. 正方形與圓。其面積若相等。則周圍之比如何。

7. 上題若周圍相等。問面積之比如何。

8. 有正方形及等邊三角形。其面積相等。問周邊之比如何。

9. 圓柱體。底面積5平方寸。高4寸。於其中截取同高之方柱體。問其體積若干。

10. 圓錐體之直徑。等於球之直徑。而其體積亦相等。問圓錐體之高。與直徑之比如何。

11. 有三角形地。其邊四十步，四十八步，五十四步。每方步一圓二角五分。求總地價。

12. 每邊3寸之正方形。截其四隅而作正八角形。求其面積若干。

13. 有直徑2寸之木球。用厚2分之鐵裹之。問需鐵幾立方分。

14. 每邊2寸之正三角形。內容一圓。求圓面積。

15. 每邊5寸之正三角形。求內容正方形之面積。

16. 底徑6寸高4寸之圓錐體。求內容圓球之體積。

17. 2倍圓柱體之底徑而不變其高。則側面積增幾倍。

18. 從高7.24寸，底徑4.92寸之圓錐。割取高4.57寸。底徑3.07寸之相似圓錐形。求餘體之內外表面積。

答　數

問題三(8葉) *1.* 1591416230706. *2.* 1.234567. *3.* 460. *4.* 2·07641. *5.* 89997. *6.* 106·7. *7.* 1111104. *8.* 50歲. *9.* 9530葉. *10.* 49702770方英里. *11.* 1390·635. *12.* 2708元.

問題四(12葉) *1.* 1055. *2.* .7981. *3.* 768·94. *4.* 723. *5.* 5·687263. *6.* 1·8993268. *8.* 300·1元. *9.* 74枚. *10.* 46里. *11.* 乙在甲東42里. *12.* .73477.

問題五(16葉) *1.* 401664. *2.* 24·1461. *3.* 1385100. *4.* 1487954. *5.* 28363·7862. *6.* .1668954. *7.* 352·35. *8.* 63684·47. *9.* 31686203. *10.* 234里. *11.* 16896石. *12.* 8·96元. *13.* 14·60844尺. *14.* 120里.

問題六(19葉) *1.* 2·35. *2.* .00003526. *3.* 2550000. *4.* 11890000000. *5.* 567833211. *6.* 90000000. *7.* 1839758896. *8.* 2703465929600. *9.* 6^{14}. *10.* 360. *11.* 3355080876. *12.* 40052736. *13.* 160000. *14.* 1000000000. *15.* 367113100284. *16.* 和55650000, 較35587377.

問題七(25葉) *1.* 75932. *2.* 1·4133 *3.* $153399\dot{}\dot{}92$. *4.* 3.516 *5.* 8766···14. *6.* 76···2887. *7.* 16327. *8.* 1563. *9.* 13元. *10.* $128\frac{3904}{7782}$年. *11.* 7分. *12.* 27日.

問題八(27葉) *1.* 1950·462. *2.* 762630. *3.* 5832. *4.* 5789…40. *5.* 456…51. *6.* 43·2. *7.* 96082681. *8.* 9^4. *9.* 7^5. *10.* $7^6\times8^2$. *11.* $3^8\times7^5\times5^5$. *12.* 6360…29. *13.* 6231…115. *14.* 145…562. *15.* $9^5\times35^2$. *16.* $25^6\times21^2$.

雜題一(32葉) *1.* 48. *2.* 2·62. *3.* 56. *4.* 767. *5.* 9. *6.* 197, 111, 15. *7.* 1893, 631. *8.* 甲12, 乙9. *9.* 甲106元,乙94元. *10.* 甲20元,乙10元,丙5元. *11.* 甲22兩,乙10兩. *12.* 4日. *13.* 90元. *14.* 10·433086. *15.* 97·44…兩. *16.* 甲36分,乙18分. *17.* 200元. *18.* 73. *19.* 15歲, 5歲. *20.* 墨8分, 筆3分. *21.* 14小時. *22.* 3年前, 12年後. *23.* 5角4分. *24.* 3頁. *25.* 甲56, 乙64, 丙72, 丁80. *26.* 12. *27.* 66里, 6日. *28.* 牛30, 馬15. *29.* 甲35分, 乙28分. *30.* 28株. *31.* 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37. *32.* 甲45元,乙135元. *33.* 20兩.

問題九(40葉) *3.* 36000丈,1800尺. *4.* 60方丈,4.6畝. *5.* 12500立寸. *6.* 1000合.10000抄. *7.* 3200兩,1600分. *8.* 118·08錢. *9.* 1294文. *10.* 52週有奇. *11.* 11日餘. *13.* 1日,2月. *16.* 40557秒.

問題十(43葉) *1.* 90389寸. *2.* 3632448方寸. *3.* 11180分. *4.* 277928秒. *5.* 433738秒. *6.* 77576秒. *7.* $13\frac{209}{720}$度. *8.* 2·1675日. *9.* 68里211步1尺.

10. 19日8小時36分3秒.　*11.* 2里5步1尺2寸8分.
12. 3821度122里90步.　*13.* 123頃67畝36方步
14. $555555\frac{5}{9}$里.　*15.* 12里80步.　*16.* 3693里216步.
17. 82畝16方丈.

問題十一(47葉) *1.* 10里20步.　*2.* 29°32′20″.
3. 10方里334畝17方步6方尺22方寸.　*4.* 359步4尺.
5. 4小時29分51秒.　*6.* 32′32″.　*7.* 27里244步.
8. 1日34分38秒.　*9.* 1引134斤12兩8錢.
10. 21立丈5立步35立尺.　*11.* 11斤13兩.
12. 1°52′29″.　*13.* 8畝30方步2方尺.　*14.* 13°20′.
15. 13°11′35″.　*16.* 33分15秒.　*17.* 9個.　*18.* 59.5里.

問題十二(56葉) *1.* 1.8里.　*2.* 16畝66方步6方尺25方寸.
3. 965.747升.　*4.* 2.68兩.　*5.* 3里120步4尺強.
6. 35.10264升.　*7.* 10.00224兩.　*8.* 1519斤7兩.
9. 1066.8粎.　*10.* 209.90272竡.　*11.* .0031346兩.
12. 7里24步4尺強.　*13.* .161415畝.　*14.* 94.161升.
15. 6.2833斤強.　*16.* .207 尺.　*17.* 11.0972兩.
18. 9.246兩. 9.249兩.

問題十三(57葉) *1.* 均2元.　*2.* 均20元.
3. 4.166…分. 2分.　*4.* 40盧布.　*5.* 9.6角.　*6.* .09166弗
7. 15盧布.

問題十四(60葉) *1.* 2小時21分6秒. *2.* 30°51′45″.
3. 5小時11分32秒. *4.* 4小時56分44秒.
5. 午前2小時39分32秒. *6.* 西經52°42′. *7.* 西經74°.
8. 東經121°27′. *9.* 午後4時53分$35\frac{7}{15}$秒. *10.* 君士但丁之午後1時55分56秒. 紐約之午前7時3分59.8秒.
11. 午後6時52分$\frac{2}{15}$秒. *12.* 午前5時19分$51\frac{1}{15}$秒

問題十五(62葉) *1.* 攝氏46度1分. 列氏36度9分.
2. 華氏98度6分, 列氏29度6分. *3.* 攝氏78度3分. 列氏62度7分. *4.* 華氏39度2分, 列氏3度2分.
5. 攝氏16度7分, 列氏13度3分. *6.* 攝氏84度, 華氏183度2分.

雜題二(63葉) *1.* 361里64丈1步3尺. *2.* 5尺.
3. 10丈5尺. *4.* 2丈3尺, 2丈7尺2寸8分. *5.* 96斗, 30.72斗. *6.* 114畝3分4方丈. *7.* 8.3076立尺.
8. 73°50′24″. *9.* 18秒. *10.* 12分. *11.* 44日10小時40分.
12. 長針60°, 短針5°. *13.* 2 9 2 2 日. *14.* .9842…噸.
15. 5哩866碼2呎. *16.* 132浬. *17.* 252.458格令.
18. 寬處1·4224粍, 狹處1·0668粍. *19.* 300粍.
20. 32日, 餘5·6克. *21.* 99.25弗. *22.* 131.8698美浬.
23. 21635克. *24.* 長109375尺, 廣37500尺. *25.* 320磅.
26. 6.0788兩. *27.* 4°12′25″. *28.* 23°14′50″.

29. 午後7點45分55秒.　*30.* 午後6點14分52秒.
31. 西經71°3′30″。　*32.* 零下40度.　*33.* 14度.
34. 零下31度.　*35.* 攝氏零下7度7分,列氏零下6度2分.
36. 55度3分弱.

問題十六(71葉)　*1.* 1,5,6,8四數2之倍. 4,5,6,8,9五數3之倍. 2,6,9三數5之倍. 3,7,8,9四數11之倍.　*2.* (8)(10)以外.皆7之倍數. (6)(9)(11)(14)以外。皆9之倍數。(2)(3)(5)(13)(14)以外。皆13之倍數。(1)(4)(7)(14)以外。皆17之倍數。
3. 加3或減22.　*4.* 加7或減2.

問題十七(73葉)　*1.* 5, 3.　*2.* 加2或減7.
3. 加10或減1.

問題十八(77葉)　*1.* 2.　*2.* 7919爲素數.
3. (1) 2,2,2,2,3,3. (2) 2,3,17,23. (3) 5,3,163. (4) 7.761.
4. (1) 16種. (2) 12種. (3) 9種. (4) 24種. (5) 24種.
5. (1)爲完數. (2)爲贏數.

問題十九(79葉)　*1.* 51,又72.　*2.* 73,又315.

問題二十(81葉)　*1.* 120,又1260.　*2.* 2520.又196800.
3. 2184.　*4.* 55440.又159001.　*5.* 28087699107.

雜題三(82葉)　*15.* 59.　*16.* 3.　*17.* 5.　*18.* 2,4,7,14,28.
19. 7056, 36.　*20.* 187.　*21.* 26.　*22.* 420.
23. 男11班.女6班.　*24.* 75.　*25.* 6枚.　*26.* 180分.
27. 122株,距11尺.　*28.* 11回.

問題二十二(87葉) *1.* 16, $17\frac{2}{9}$, $5\frac{146}{335}$, 39, $30\frac{97}{256}$, $100\frac{5}{9}$. *2.* $\frac{3}{2}$, $\frac{127}{8}$, $\frac{7609}{10}$, $\frac{3808}{15}$, $\frac{13621}{375}$, $\frac{7455}{92}$, *3.* $\frac{204}{12}$, $\frac{3036}{12}$, $\frac{16272}{12}$, $\frac{81576}{12}$. *4.* $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{19}{31}$. *5.* (*I*) $\frac{308}{924}$, $\frac{693}{924}$, $\frac{660}{924}$, $\frac{672}{924}$. (*II*) $\frac{72}{144}$, $\frac{36}{144}$, $\frac{12}{144}$, $\frac{9}{144}$, $\frac{8}{144}$. (*III*) $\frac{390}{450}$, $1\frac{125}{450}$, $275\frac{66}{450}$. (*IV*) $\frac{318159}{657041}$, $\frac{171402}{657041}$, $\frac{136367}{657041}$.

問題二十三(91葉) *1.* 2. *2.* $21\frac{4}{23}$. *3.* $\frac{15}{16}$. *4.* $1\frac{53}{144}$. *5.* $3\frac{11}{20}$. *6.* $24\frac{7}{36}$. *7.* $\frac{5}{6}$. *8.* $1\frac{3}{13}$, *9.* $\frac{5}{6}$, *10.* $90\frac{5}{12}$, *11.* $12\frac{1}{6}$, *12.* $14\frac{1}{12}$, *13.* $3\frac{5}{9}$, 6. $3\frac{1}{3}$. $40\frac{2}{3}$. *14.* $\frac{2}{15}$, $\frac{5}{14}$, $\frac{4}{9}$, $2\frac{2}{9}$. *15.* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{15}$, *16.* $3\frac{9}{17}$, *17.* $\frac{61}{97}$, $\frac{16}{625}$. *18.* $\frac{3}{17}$, $\frac{2}{15}$, 35, 54. *19.* $\frac{2}{3}$, $1\frac{13}{32}$, $4\frac{4}{7}$, $\frac{16}{27}$. *20.* $3\frac{13}{14}$, $\frac{1000}{2961}$, *21.* $\frac{4}{5}$, 3, 2, $\frac{17}{78}$, $\frac{5}{56}$.

問題二十四(94葉) *1.* $\frac{1}{1080}$, *2.* $\frac{5}{24}$, *3.* 126. *4.* 1008. *5.* $\frac{1}{2520}$, 2520.

雜題四(98葉) *1.* 18. *2.* 20. *3.* $6\frac{98}{125}$尺. *4.* 240人
5. 10小時. *6.* 360人. *7.* 24歲. *8.* 甲$\frac{1}{3}$, 乙$\frac{3}{4}$, 丙$\frac{7}{12}$.
9. 120元. *10.* 7200元. *11.* $22\frac{2}{7}$日. *12.* $\frac{13}{18}$.
13. 男137人,女118人. *14.* 18小時. *15.* 絹315分.
布75分. *16.* $\frac{3}{8}$. *17.* 11. *18.* 甲42,乙12. *19.* 225分.
20. 12小時. *21.* $6\frac{93}{142}$小時. *22.* $19\frac{16}{17}$日. *23.* 鶴20.
龜17. *24.* 甲15人,乙10人. *25.* 成直角7時$54\frac{6}{11}$分,
7時$21\frac{9}{11}$分. 成直線7時$5\frac{5}{11}$分. 相合7時$38\frac{2}{11}$分.
26. 金$1\frac{3}{8}$兩, 銀$10\frac{7}{8}$兩. *27.* $178\frac{1}{2}$日.

問題二十五(102葉) *5.* 整數. *6.* $.23\dot{5}35\dot{3}$.
7. $6.7\dot{3}767376\dot{7}$.

問題二十六(105葉) *1.* $.433333\dot{3}$, $.0\dot{5}7575\dot{7}$,
$3.0\dot{2}1021\dot{0}$, $.5\dot{6}5656\dot{5}$. *2.* $1.251\dot{2}5125125125\dot{1}$, $.0010\dot{3}010301030\dot{1}$,
$.515\dot{1}6216216216\dot{2}$. *3.* $.\dot{0}58823529411764\dot{7}$, $.\dot{9}2307\dot{6}$, $1.\dot{0}\dot{9}$,
$\dot{1}.2345679\dot{0}$, $.\dot{2}2\dot{5}$. *4.* $\frac{5}{11}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{12}{13}$. *5.* $\frac{26}{45}$, $\frac{1}{55}$,
$7\frac{4}{185}$, $\frac{1169}{3330}$.

問題二十七(108葉) *1.* $22.91\dot{0}\dot{2}$, $11.\dot{3}00191\dot{1}$.
$3.6\dot{4}9510928718\dot{8}$. *2.* $29.\dot{7}45\dot{5}$, $2.31\dot{7}3600\dot{8}$, $4.6\dot{1}$, $.01\dot{3}2\dot{6}$.
3. $0.6\dot{5}\dot{4}$, $.7\dot{8}1\dot{9}$, $.\dot{1}9480\dot{5}$, $.\dot{1}39577594123048668503\dot{2}$.

4. $\cdot3\dot{3}6652\dot{2}$, $\cdot0\dot{9}4\dot{9}$, $5\cdot8\dot{7}8893\dot{1}$, ·808.

雜題五(109葉) *1.* $\cdot02\dot{3}3\dot{3}$, $5\cdot31\dot{5}3\dot{1}$, $7\cdot25\dot{6}2\dot{8}$.

2. $\cdot048\dot{7}\dot{2}$, *3.* $2\frac{7229}{11100}$, *4.* 20. *5.* $\cdot23458\dot{3}$,

6. $\cdot\dot{0}1234567\dot{9}$, *7.* 4·4. *8.* $7\cdot\dot{4}93\dot{8}$, *9.* $\cdot55\dot{6}5\dot{6}$,

$4\cdot\dot{0}604317\dot{9}$, *10.* $6\cdot48\dot{0}92\dot{4}$, $2\cdot5080\dot{0}3\dot{7}$. *11.* $\dot{7}\cdot4\dot{7}$, $\cdot\dot{6}9\dot{3}$

12. $\cdot4\dot{2}3\dot{7}$, *13.* $\cdot7\dot{0}3\dot{1}$, *14.* $9\cdot47\dot{7}6913\dot{2}$, *15.* 甲 62·5 元.

乙 37·5 元. *17.* 6·6. *18.* $1\cdot5\dot{9}\dot{0}$, *19.* $\cdot\dot{0}00\dot{8}$, $117\cdot\dot{3}$.

問題二十八(111葉) *1.* 3, 48. *2.* $2\frac{4}{5}$, *3.* $1\frac{1}{3}$.

4. 14:21:15.

問題二十九(113葉) *1.* 9. *2.* 197. *3.* $4\frac{1}{5}$.

4. 48. *9.* $2\frac{1}{3}$.

問題三十(116葉) *1.* 40元. *2.* 18丈. *3.* 96步.

4. 2年3月. *5.* 468兩. *6.* $7\frac{5}{7}$月. *7.* 407年餘.

8. 25人. *9.* 6日16時. *10.* 34000尺.

問題三十一(118葉) *1.* 99里. *2.* 20·25元.

3. $68\frac{1789}{2200}$寸. *4.* 112次. *5.* $4\frac{6}{11}$合. *6.* 10人.

7. 39匹. *8.* 15日. *9.* $10\frac{1}{8}$小時. *10.* $25\frac{5}{7}$日. *11.* 175人.

問題三十二(121葉) *1.* 20隻. *2.* 49·35元強.

3. 75元. *4.* 15點10分. *5.* 丙勝6步.

問題三十三(123葉) *1.* 84元, 96元, 102元.

2. 甲 1.86 元, 乙 2·48 元, 丙 4·03 元. *3.* 5 鎊 4 志, 5 鎊 11 志.
4. 459, 1088. *5.* 甲 105 元, 乙 84 元, 丙 70 元.
6. 4 里 135 步, 5 里 135 步. *7.* 甲 280 元, 乙 357 元.

問題三十四(127 葉) *1.* 345 奩. *2.* 42 分.
3. 273 奩. *4.* 3 : 2. *5.* 4 : 1. *6.* 1 : 2 : 2. *7.* 上 6 石, 中 5 石, 下 11 石. *8.* 148 斤. *9.* 48 斤, 60 斤. *10.* 甲 28, 乙 36, 丙 36.

雜題六(128 葉) *1.* 15 元. *2.* $\frac{2}{3}$. *3.* 2.
4. 14 : 21 : 18. *5.* 210 方步. *6.* 15 : 20 : 22.
7. 3 : 2. *8.* 165, 198, 220. *9.* 午後 0 點 10 $\frac{10}{287}$ 分. 午前 11 點 50 分. *10.* 9 點 56 分 45 秒. *11.* $\frac{79}{100}$. *12.* 22 日.
13. 甲出 5 升, 乙出 2 升. *14.* 大 25, 小 75. *15.* 6, 1, 1, 2.
16. 14 碼. *17.* 22 雞. 14 兎. *18.* 大 25, 中 25, 小 50.
19. 50, 40, 32, 25$\frac{3}{5}$. *20.* 甲 37$\frac{351}{1600}$ 升, 乙 2$\frac{1249}{1600}$ 升.
21. 2 斗, 7 斗.

問題三十五(132 葉) *1.* 40%. *2.* 27 人. *3.* 500 里.
4. 300 人. *5.* 12 奩. *6.* 20 奩. *7.* 13$\frac{1}{23}$%. *8.* 66$\frac{2}{3}$%.
9. 836 個. *10.* 900 個. *11.* 13$\frac{1}{23}$%.

問題三十六(136 葉) *1.* 25%. *2.* 480 元. *3.* 2289.6 元.
4. 商人 4000 元, 代理人 240 元. *5.* 200 元. *6.* 定價 50 元. 尙值 3400 元. *7.* 773·85 元. *8.* 6583·68 元. *9.* 1417·5 元.

10. 被保人1540元, 公司2260元.

問題三十七(142葉) *1.* 8·88元. *2.* $64\frac{1}{6}$元.

3 1920元. *4.* 8·5%. *5.* 4年3月. *6.* 1200元. *7.* 1%.

8. 4年3月12日. *9.* 24·36元. *10.* 866·048元.

11. 800元. *12.* 900元. *13.* 264·126元. *14.* 44·95元餘.

15. 400元.

問題三十八(147葉) *1.* 2元. *2.* 54·04元.

3. 5月$17\frac{1}{7}$日. *4.* 40日. *5.* 1466·424元. *6.* 1650·917元.

7. 100·656元. *8.* 125·201元.

雜題七(148葉) *1.* 42·8%餘. *2.* 內耗20%,外耗25%.

3. 賺844·96元. *4.* $2941\frac{3}{17}$元. *5.* 245元. *6.* 400元.

7. .5%. *8.* 25年. *9.* 單利多41·965元. *10.* 1·906元.

11. 6年7月. *12.* 421·415元.

問題三十九(154葉) *1.* 43, 125, 562, 9001, .68.

1·039, ·1799, 10·39, $\frac{15}{16}$, $\frac{41}{87}$, $\frac{45}{307}$, $1\cdot\dot{3}$, $\frac{79}{300}$. *2.* 2·2360,

·9486, 57·3322, ·745355, 1·802775, 2·563479. *3.* 19.

4. 36. *5.* 4·242639, ·883883. *6.* 36. *7.* 26. *8.* 3尺6寸.

9. 98方步.

問題四十(158葉) *1.* 12, 73, 97, 115, 470, ·53, ·031,

2·07, $\frac{7}{11}$, $3\frac{5}{7}$. *2.* 1·44225, 55·55547, ·17099, ·02154,

·94103, 8·29826. *3.* 68. *4.* 20, 22·5, 25. *5.* 甲 11, 乙 12.
6. 8寸.

問題四十一(159葉) *1.* 18. *2.* 12. *3.* 5·43.
4. 5. *5.* 5.

雜題八(159葉) *1.* 8%. *2.* 168石. *3.* 10里.
4. 12尺. *5.* 60人. *6.* 4. *7.* 6, 5, 4, 3. *8.* 2·5%.
9. 2尺3寸. *10.* 長1尺, 闊與厚各5寸. *11.* 23塊.
12. 13, 26, 39, 52, 65, 78. *14.* 8, 10, 12, 15.

問題四十二(163葉) *1.* 171·22. *2.* 73·292.
3. 17·281.

問題四十三(164葉) *1.* 1·090. *2.* 44·6790. *3.* 44·31.

問題四十四(166葉) *1.* 53438·5. *2.* 386·2.
3. 192·201. *4.* 892·5641. *5.* 563·272. *6.* .0201.

問題四十五(168葉) *1.* 236·98. *2.* ·0642. *3.* ·376.
4. 35·80. *5.* 1·982. *6.* 570·97.

問題四十六(170葉) *1.* 2·82842. *2.* 57·3322.
3. 5·6568. *4.* 2·884499. *5.* 0·555554.

雜題九(171葉) *1.* 1206·27. *2.* 33·8. *3.* 370·357.
4. 18·9. *5.* 2253·5. *6.* 0·0008. *7.* 0·52. *8.* 2508·9280.
9. 17·8. *10.* 3·6. *11.* 0·0027. *12.* 319·467. *13.* 1·77245.
14. 1·732050. *15.* 1·77281. *16.* 1·2599. *17.* 3·14158.
18. 1·912931.

問題四十七(175葉) *1.* 31. *2.* 245. *3.* 432. *4.* 105. *5.* 2. *6.* 3. *7.* 7. *8.* 9. *9.* 105. *10.* 8. *11.* 20. *12.* 63. *13.* 25. *14.* 55. *15.* 1. *16.* 0·25.

問題四十八(179葉) *1.* 112. *2.* .1875. *3.* 4. *4.* 7. *5.* $\frac{1}{3}$. *6.* 4. *7.* 19531. *8.* $73\frac{8}{9}$. *9.* 8. *10.* 1. *11.* $2\frac{2}{3}$. *12.* 18. *13.* $\frac{1}{7}$.

雜題十(179葉) *1.* 784尺. *2.* 445元. *3.* 12里. *4.* 156步. *5.* 第十二項130048, 第四項$1\frac{63}{64}$. *6.* 175·312. *7.* 4955, 9910, 19820. *8.* 甲4096, 乙2048, 丙1024, 丁512. *9.* 333. *10.* 2之190次方乘. *11.* 1000元. *12.* 1000元.

問題四十九(186葉) *1.* 24方寸. *2.* 24方尺. *3.* 90方寸. *4.* 17方丈2方步. *5.* 20方寸. *6.* 2·9047方寸. *7.* 8方寸. *8.* 28方尺. *9.* 41·5692192……方寸. *10.* 18·8496寸, 28·2744方寸. *11.* 48方寸. *12.* 141·372方尺.

問題五十(190葉) *1.* 體積200立方寸, 側面積160方寸. *2.* ·5196立尺, 3·6 方尺. *3.* 502·656立尺. 251·328方尺. *4.* 141·372立寸, 94·248方寸. *5.* 28·8675立寸. *6.* 48立寸, 60方寸. *7.* 125·664立寸, 106·8144方寸. *8.* 37·6992立寸, 47·124方寸. *9.* 196立寸. *10.* 584·3376立寸, 231·819方寸. *11.* 14·137立尺,

28·274方尺. *12*. 73·459立寸.

雜題十一(190葉) *1*. 39·27方寸. *2*. 78·54方

3. ·6283方尺. *4*. 37立尺. *5*. 12·7324立寸. *6*. 2：

7. π：4. *8*. 2：$\sqrt[3]{27}$. *9*. 12·7324立寸. *10*. 2：1.

11. 1159·6元. *12*. 7·456方寸. *13*. 3049·44立方分

14. 1·047方寸. *15*. 5·385方寸. *16*. 14·137立寸.

17. 2倍. *18*. 93·98方寸.

丙(15)

Popular Series
ARITHMETIC
FOR MIDDLE SCHOOLS
Approved by the Board of Education
COMMERCIAL PRESS, LTD.

(普通教科書)算術一冊(中學校用)
(布面每冊定價大洋捌角 紙面每冊定價大洋柒角)

編纂者　紹興壽孝天
校訂者　紹興駱師曾
發行者　商務印書館
印刷所　上海北河南路北首寶山路　商務印書館
總發行所　上海棋盤街中市　商務印書館
分售處　北京天津保定奉天吉林長春 龍江濟南東昌太原開封洛陽 西安南京杭州蘭谿吳興安慶 蕪湖蚌埠南昌袁州九江漢口 武昌長沙寶慶常德衡州成都 重慶福州廈門廣州潮州韶州 佛山汕頭澳門香港桂林梧州 雲南貴陽哈爾濱新嘉坡　商務印書分館

商務印書館