九數通考卷五

虞山屈曾發省園氏輯

少廣章第四

此章如田截縱之多益廣之少故曰少廣以面積之多寡求邊線之長短則曰開平方面分田截積之法本此矣以體積之多寡求面形之大小則曰開立方而米求倉窖之法本此矣其束法求邊周推垛求廣縱算法相同故悉隸焉皆如方田章還原之意

平方說

平方者等邊四直角之面積也以形而言則爲兩矩所合以積而言則爲自乘之數因其有廣無厚故曰平方因其縱横相等故曰正方蓋方積面也而其邊則線也有線求面則相乘而得積有面求線則開方而得邊開之之法畧與歸除同但歸除有法有實而開方則有實無法故古人立爲商除廉隅之制以相求其法先從角而剖其纍以自一至九自乘之數爲方根與

所有之積相審量其足減者而定之是爲初商初商減盡無餘則方邊止一位若有餘實即初商方積外別成一磬折形其附初商之兩旁者謂之廉兩廉之所合一小方謂之隅廉有二故倍初商爲兩廉之共長是爲廉法視餘積足廉法幾倍即定次商隅即次商之自乘故次商爲隅法合廉隅而以次商乘之則得兩廉一隅之共積所謂初商方積外別成一磬折形者是也故次商爲初商所得方邊之零如次商數與初商餘積相減尚有不盡之實則又成一磬折形而仍爲兩廉一隅但較前廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照初商之例逐層遞析之實盡而止實不盡者必非自乘之正數遞析之至於纖塵終有奇零若餘實不足廉隅法之數者則方邊爲空位此開方之定法也面形不一而容積皆以方積爲準故平方爲算諸面之本諸面必通之方積而後可施其法也

平方認商訣

一百一十定無疑 謂如積一百步可定方邊一十步

一千三十有零餘 謂如積一千步方邊三十步有零

九千九百不離十 謂如積九千九百步可定方邊九十步有零

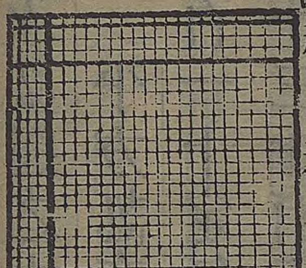
一萬方爲一百推 謂如積一萬步可定方邊一百步此言定初商之訣

初商爲方倍作廉　次商名隅併廉除　餘數三商隅亦倍

只依此法取空虛 解見前說

設如正方面積五丈四十七尺五十六寸開方問每邊幾何答曰二丈三尺四寸　法置積中間爲實自末位起算每方積二位定方邊一位故隔一位作記於六寸上定寸位七尺上定尺位五丈上定丈位其五丈爲初商積與二丈自乘之數相準

即定初商爲二丈。列於實左。亦列二丈於實右爲方法。左右相呼除。二二除實四丈。餘實一丈。即一百尺。連次位積共一百四十七尺。爲次商廉隅之共積。乃以右邊初商之二丈作二十尺。倍之得四十尺。爲廉法。以除一百四十七尺。定三尺。次商即定三尺。列於左二丈之次。亦列三尺於右倍作四十尺之次。爲隅法。次第與左次商三尺呼除。三四除實一百二十尺。三三除實九尺。餘一十八尺。即一百八十寸。連末位積共一千八百五十六寸。爲三商廉隅之共積。乃以右邊初商次商之二丈三尺。倍作四百六十寸。又爲廉法。以除一千八百五十六寸。定四寸。三商即定四寸。列於左二丈三尺之次。亦列四寸於右倍作四百六十寸之次。又爲隅



法。次第與左三商四寸呼除。四四除實一千六百寸。四六除實二百四十寸。四四除實一十六寸。恰盡。左位所商二丈三尺四寸。即正方每邊數也。如圖初商二丈。二二除實四丈。是大方積。次商三尺。倍法四十尺。三四除實一百二十。是兩廉積。三三除實九尺。是隅積。三商四寸。倍法四百六十寸。四四除實一千六百。四六除實二百四十。是兩小廉積。四四除實一十六寸。是小隅積

設如正方面積四十五萬九千六百八十四尺。開方問每邊幾何。答曰。六百七十八尺。此題六位。皆以尺命。似與前分丈尺寸者不同。然其每取方積二位。末位即命爲單位。立算法仍與丈尺寸同也。法。置積於中爲實。每方積二位定方邊一位。於四尺上定單位。六百上定十位。五萬上定百位。其四十五萬尺。爲初商積。以初商本位計之。則五萬尺爲初商積之單位。而四十五萬尺爲四十五。與六自乘之數相準。即定初商爲六。列於左。亦列六於右爲方法。左右相呼除。六六除實三十六萬。餘實九萬。連次位積共九萬九千六百尺。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。

則六百尺為次商積之單位，而九萬九千六百尺為九百九十六。右邊初商之六即為六十，倍之得一百二十為廉法，以除九百九十六，足七次商即定七，列於左六百之次，亦列七於右，倍作一百二十之次，為隅法，次第與左次商七呼除，一七除實七萬，二七除實一萬四千，七七除實四千九百，餘實一萬〇七百尺，連末位積共一萬〇七百八十四尺，為三商廉隅之共積。以三商本位計之，則積與邊皆仍為本位，乃以右邊初商次商之六百七十倍之得一千三百四十，又為廉法，以除一萬〇七百八十四尺，足八倍，三商即定八尺，列於左六百七十之次，亦列八尺於右，倍作一千三百四十之次，又為隅法，次第與左三商八尺呼除，一八除實八千，三八除實二千四百，四八除實三百二十，八八除實六十四尺，恰盡。左位所商六百七十八尺，即正方每邊數也。

設如正方面積五百八十五萬六千四百尺，開方問每邊幾何。

答曰二千四百二十尺。　法置積於中為實，應於四百尺之下二位定單位，四百尺上定十位，五萬上定百位，五百上定千位。其五百萬尺為初商積，以初商本位計之，則五百萬尺為初商積之單位，與二自乘之數相準，即定初商為二，列於左，亦列二於右，為方法，左右相呼除，二二除實四百萬尺，餘實一百萬尺，連次位積共一百八十五萬尺，為次商廉隅之共積。以次商本位計之，則五萬尺為次商積之單位，而一百八十五萬尺為一百八十五。右邊初商之二即為二十，倍之得四十為廉法，以除一百八十五，足四倍，次商即定四，列於左二十之次，亦列四於右，倍作四十之次，為隅法，次第與左次商四呼除，四四除實一百六十萬尺，四四除實一十六萬尺，餘實九萬尺，連末位積共九萬六千四百尺，為三商廉隅之共積。以三商本位計之，則四百為三商積之單位，而九萬六千四百尺為九百六十四。右邊初次商

之二四即為二百四十。倍之得四百八十。又為廉法，以除九百六十四，足二倍。三商即定二，列於左二千四百之次，亦列二於右倍作四百八十之次，又為隅法。次第與左三商二呼除，二四除實八萬，二八除實一萬六千，二二除實四百尺，恰盡左位所商二千四百二十尺，即正方每邊數也。此法方積之末虛二十空位，故所得方邊之末亦虛一單位。凡設數未至單位者，皆倣此例推之。

設如正方面積六千四百一十一萬二千〇四十九尺，開方問每邊幾何。答曰八千〇〇七尺。法置積於中為實，九尺上定尺位，空百上定十位，一萬上定百位，四百上定千位。其六千四百萬尺為初商積，以初商本位計之，則四百萬尺為初商積之單位，而六千四百萬尺為六十四，與八自乘之數相合，即定初商為八，列於左，亦列八於右為方法。左右相呼除，八八除實六千四百萬尺，無餘。爰以次位積一十一萬尺為次商廉隅之共積，以次商本位計之，則一萬尺為次商積之單位，而一十一萬為一十一，右邊初商之八即為八十，倍之得一百六十為廉法，以除一十一，其數不足，是次商為空位。復以三位積二千尺併之，共一十一萬二千尺為三商廉隅之共積，以三商本位計之，則空百為三商積之單位，而一十一萬二千尺為一千一百二十，右邊初商之八即為八百，次商之空即為空十，倍之得一千六百為廉法，以除一千一百二十，其數仍不足，是三商亦為空位。復以末位積四十九尺併之，共一十一萬二千〇四十九尺為四商廉隅之共積。以四商本位計之，則積與邊皆仍為本位。乃以右邊初商之八為八千，次商三商之空為空百空十，倍之得一萬六千為廉法，以除一十一萬二千〇四十九尺，足七倍。四商即定七尺，列於左八千〇〇之次，亦列七尺於右一萬六千〇〇之次為隅法。次第與左四商七尺呼除，一七除實七萬，六

七除實四萬二千七七除實四十九尺。恰盡。左位所商八千〇七尺。卽正方每邊數也。凡廉法除餘積而數不足者。皆倣此例推之。

設如正方面積一萬四千九百二十八尺。開方問每邊幾何。答曰。一百二十二尺一寸八分有餘。

法置積於中爲實。於八尺上定單位。九百上定十位。一萬上定百位。其一萬尺爲初商積。以初商本位計之。則一萬尺爲初商積之單位。止與一自乘之數相合。卽定初商爲一。列於左。亦列一於右爲方法。左右相呼除一一除實一萬。無餘。爰以次位積四千九百尺爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則九百尺爲次商積之單位。而四千九百爲四十九。右邊初商之一卽爲一十。倍之得二十。爲廉法。以除四十九。足二倍。次商卽定二。列於左一百之次。亦列二於右倍作二十之次。爲隅法。次第與左次商二呼除。二二除實四千。二二除實四百。餘實五百。連末位積共五百二十八尺。爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則積與邊皆仍爲本位。乃以右邊初次商之一百二十。倍作二百四十爲廉法。以除五百二十八尺。足二倍。三商卽定二尺。列於左一百二十之次。亦列二尺於右倍作二百四十之次。爲隅法。次第與左三商二尺呼除。二二除實四百。二四除實八十。二二除實四尺。餘四十四尺。是開得每邊一百二十二尺。仍餘四十四尺不盡也。如欲以餘數再開。則以四十四尺作四千四百寸。爲四商連隅之共積。爰以右邊初次三商之一百二十二尺。作一千二百二十寸。倍之得二千四百四十寸。爲廉法。以除四千四百寸。足一倍。四商卽定一寸。列於左一百二十二尺之次。亦列一寸於右倍作二千四百四十寸之次。爲隅法。次第與左四商一寸呼除。一二除實二千。一四除實四百。一四除實四十。一一除實一寸。仍餘實一千九百五十九寸。如欲再開。則以餘實作一十九萬五千九百分。爲五商廉隅之共積。爰以初商至四

商右邊之一百二十二尺一寸作一萬二千二百一十分倍之得二萬四千四百二十分為廉法。以除一十九萬五千九百分足八倍。五商即定八分。列於左一百二十二尺一寸之次。亦列八分於右倍作二萬四千四百二十之次。為隅法。次第與左五商八分呼除。二八除實一十六萬。四八除實三萬二千。四八除實三千二百。二八除實一百六十。八八除實六十四分。仍餘四百七十六分不盡。左位所商一百二十二尺一寸八分。即正方每邊數也。

設如有三百六十一人。用船分載。其每船所載人數。與共船數相等。問共船幾何。答曰。船一十九隻。每船載一十九人。　法置人數為方積。以開平方法除之。初商一十於左。亦列一十於右。左右相呼除。一一除實一百。餘實二百六十一。就以右一十倍作二十以除餘實。足九倍。即定次商九隻。列於左初商一十之次。亦列九隻於右倍作二十之次。與左次商九隻。次第呼除。二九除實一百八十。九九除實八十一。恰盡。左位所商一十九隻。即共船數。而每船亦載一十九人也

設如用船運糧六千五百六十一石。欲取一船別用。將此船米分載各船。每船領去一石。其本船尚餘一石。問共船幾何。答曰。船八十一隻。每船原載米八十一石。　法列米數為方積。以開平方法除之。其六千五百為初商積。與八自乘之數相準。爰定初商八十於左。亦列八十於右。左右相呼除。八八除實六千四百。餘實一百。連次位積共一百六十一石。就以右八十倍作一百六十以除餘實足一倍。即定次商一隻。列於左初商八十之次。亦列一隻於右倍作一百六十之次。與左次商一隻呼除。一一除實一百。一六除實六十。一一除實一石。恰盡。左位所商八十一隻。即共船數。而每船原載。亦得八十一石也

設如有錢一萬五千六百二十五文。買瓜。每瓜一箇。與脚錢一文。因無現錢。將一瓜準作脚錢。問瓜數幾何。答曰。瓜一百二

十五箇每瓜價一百二十五文法列錢數爲方積以開平
方法除之其一萬爲初商積止與一自乘之數相合即定初商一百
一百於左亦列一百於右左右相呼除一一除實一萬餘實五千六百二十五文就以右一百倍作二百以除餘實足二十倍即定次商二十列於左一百
之次亦列二十於右倍作二百之次與左次商二十呼除二二除實四千二二除實四百餘實一千二百二十五文再以右一百二十倍作二百四十以除
餘實足五倍即定三商五箇列於左一百二十之次亦列五箇於右倍作二百四十之次與左三商五箇次第呼除二五除實一千四五除實二百
五五除實二十五文恰盡左位所商一百二十五箇即共瓜數而每瓜價
錢亦得一百二十五文也

帶縱平方說

帶縱平方者兩等邊直角長方面積也有積數因長比濶之較

或長與濶之和而得邊故曰帶縱蓋正方之縱橫皆同故止有積即可得其邊若長方則縱橫不等知其積又必知其縱橫相差之較或縱橫相併之和始能得其邊故以長濶之較爲問者則用較爲帶縱加所開之數商除之而得濶或四因積數加較自乘平方開之即長濶之和和加較半之而得長和減較半之而得濶或半較自乘加原積而開平方即得半和加半較而得長減半較而得濶如以長濶之和爲問者則用和爲帶縱減去所開之數商除之而得濶或四因積數減和自乘平方開之即長濶之較較減和半之而得濶較加和半之而得長或半和自乘減原積而開平方即得半較加半和而得長減半和而得濶夫用半較半和之法與四因積數之法同出一理蓋四因積數加全較自乘故開方而得全和半較自乘加原積故開方而得

半和四因積數減全和自乘故開方而得全較半和自乘減原積故開方而得半較此即面與線之比例面加四倍則邊加一倍邊得其半而積爲四分之一也法雖不一要之皆使歸於正方以求其和較是則雖曰帶縱仍不外乎平方之理也

帶縱平方訣

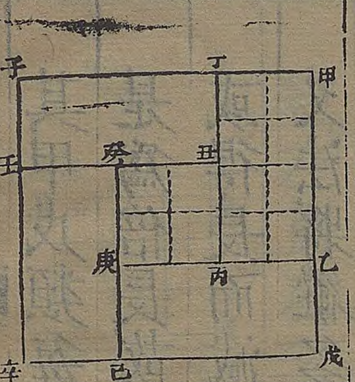
平方帶縱法爲奇　右位先安縱較基　初商得數加縱內
縱較方法併爲題　左右相呼除實畢　倍方不倍縱開餘
餘數續商方再倍　何愁此術不能知

長濶相差訣

長濶相差要識情　積數將來以四因　差步自乘加入積
開方得數是和名　和步加差須折半　此爲長數更無零
以長減差便爲濶　學者留心仔細尋

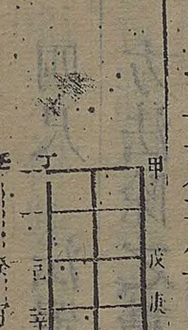
設如長方面積八尺縱多二尺問長濶各幾何答曰濶二尺長四尺　法置積於中爲實以縱多二尺列於右爲縱較用開平方法除之積八尺止與二自乘之數相準爰商二尺於左亦列二尺於右縱較二尺上共得四尺左右相呼除二四除實八尺恰盡左商之二尺即濶加縱多得四尺即長也

又法四因積數得三十二尺另以縱多二尺自乘得四尺兩數相加共三十六尺開方得六尺爲長濶相和之數乃以縱多二尺與和數相加得八尺折半得四尺爲長減縱多二尺餘二尺爲濶也如圖甲乙丙丁長方形容積八尺四因之得甲乙丙丁戊己庚乙辛壬癸己子丁丑壬四長方形迴環相湊成一空心正方式再加入縱多二尺自乘之丑丙庚癸一小正方形即成一甲戊辛子大正方形



其甲戊類每一邊，即長濶和，故開方而得和，既得和，加縱多，是爲倍長，故折半而得長，減縱多，則爲倍濶，故折半而得濶，或得長而減縱多，亦得濶也。

又法，將縱多二尺折半，得一尺，爲半較，自乘，仍得一尺，與原積八尺相加，得九尺，開方，得三尺，爲半和，於半和減半較，得二尺，爲濶，於半和加半較，得四尺，爲長也。如圖，甲乙丙丁長方形，甲乙爲長，甲丁爲濶，戊乙爲縱多之較，將較折半於庚，而移庚乙丙辛置於丁己癸壬，再加己辛子癸半較自乘之方，則成甲庚子壬一正方形，故開方而得甲庚甲壬之邊，皆爲半和也，於甲壬之半和減丁壬之半較，得甲丁之濶，於甲庚之半和加庚乙之半較，得甲乙之長也。



設如長方面積一千二百五十四尺，縱多五尺，問長濶各幾何。

答曰：濶三十三尺，長三十八尺。

法置積於中爲實，以縱多五尺列於右爲縱較，用開平方法除之，其一千二百尺爲初商積，與三自乘之數相準，即定初商三十尺於左，亦列三十尺於右縱較之前位，得三十五尺，左右相呼除，三三除實九百尺，三五除實一百五十尺，餘實二百〇四尺，爲次商廉隅之共積，乃以右列初商三十尺倍之，得六十尺，併縱較共六十五尺，爲廉法，以除餘實，足三倍，即定次商三尺，列於左初商之次位，亦列三尺於右六十五尺之上，得六十八尺，爲廉隅共法，與左次商三尺相呼除，三六除實一百八十尺，三八除實二十四尺，恰盡，左商之三十三尺爲濶，加縱多，得三十八尺，爲長也。如圖，甲乙丙丁長方形，容積一千二百五十四尺，其甲乙邊長三十八尺，甲丁邊濶三十三尺，甲辛即縱多之較，初商三十與三十呼除九百者，是辛戊己壬

一大方積與五尺呼除一百五十者是甲辛壬庚一長方積次商三尺與六十呼除一百八十者是戊乙巳丑壬己子癸兩方廉積與八尺呼除二十四尺者是庚壬癸丁一縱廉積併己丑丙子一隅積也合兩方廉一縱廉一小隅成一磬折形環附於初商長方之兩旁成一大長方與平方之理無異若次商除實不盡則又爲兩方廉一縱廉一小隅復成一磬折形得三商四商以至多商皆依此法遞析開之

又法四因積數得五千〇一十六尺以縱多五尺自乘得二十五尺兩數相加得五千〇四十一尺開方得七十一尺爲長濶和加較五尺得七十六尺折半得三十八尺爲長減較得三十三尺爲濶也

又法將縱多折半得二尺五寸爲半較自乘得六尺二十五寸與原積相加得一千二百六十尺二十五寸開方得三十五尺五寸爲半和於半和減半較得三十三尺爲濶於半和加半較得三十八尺爲長也

設如長方面積一萬六千一百二十八尺縱多七十二尺問長濶各幾何答曰濶九十六尺長一百六十八尺　法列積於中爲實以縱多七十二尺列於右爲縱較用開平方法除之其一萬爲初商積應商一百尺加縱多共得一百七十二尺以初商一百除之得一萬七千二百尺大於原積是初商不可商一百也乃改商九十尺列於左亦列九十尺於右縱較上共得一百六十二尺左右相呼除一九除實九千六九除實五千四百二九除實一百八十餘實一千五百四十八尺爲次商廉隅共積乃以右列初商九十尺倍之得一百八十尺併入縱較共二百五十二尺爲廉法以除餘實足六倍即定次商六尺列於左初商之次亦列六尺於右二百五十二尺之內共二百五十八尺爲廉隅共法與左次商六尺相呼除二一除實二千二百五六除實三百六八除實四十八尺恰

盡左商之九十六尺為濶加縱多為長也此法原積初商應得一百尺因加縱多除實大於原積故改商九十尺凡如此類不若用四因積數之法或縱較折半之法為直捷設例如後

設如長方面積三萬四千五百六十九尺縱多三千八百三十二尺問長濶各幾何答曰濶九尺長三千八百四十一尺

法四因積數得一十三萬八千二百七十六尺另以縱多自乘得一千四百六十八萬四千二百二十四尺兩數相加得一千四百八十二萬二千五百尺開方得三千八百五十尺為長濶和減縱多餘一十八尺折半得濶加縱多得長

又法將縱多折半得一千九百一十六尺為半較自乘得三百六十七萬一千○五十六尺與原積相加得三百七十萬五千六百二十五尺開方得一千九百二十五尺為半和於半和減半較得九尺為濶於半和加半較得三千八百四十一尺為長

設如有銀三百六十兩賞人其人數比每人所得銀數為五分之二問人數及每人所得銀數各幾何答曰十二人每人得銀三十兩

法先以總銀數五歸二因之得一百四十四兩開方得十二為人數以人數除總銀數得每人應賞銀數此法以人數為濶每人所得銀數為長成一長方形人數既居銀數五分之二是濶為二分長為五分也今將總銀五歸二因為分作五分而取其二分即人數與分得銀數相等而成正方形矣故開方而得人數也

設如買果樹不知樹數亦不知樹價但知每株樹價為樹共數之六倍另每株脚錢六文今樹價脚錢共三千六百文問樹數及每株樹價各幾何答曰樹二十四株每株樹價一百四十四文

法以共錢六因之得二萬一千六百文為長方積脚錢六文

為縱較，爰以縱多六丈折半得三丈為半較，自乘得九丈，與六因所
得之錢相加，得二萬一千六百〇九丈，開平方得一百四十七丈，為半和，內減
半較三丈，得一百四十四丈，為樹每株之價，六歸之，得二十四，為樹數。此
法以樹數為濶，樹價與脚價為長，成長方形，因每株之價為
樹數之六倍，是長為濶之六倍又多六丈，故六倍其積，則長
比濶多六丈，而以帶縱開平方法算之，得濶為樹價，六歸之
得樹數也。

減縱平方訣

減縱開方法如何　中間置積右安和　初商左數和中減
餘縱對左互除呼　再把初商縱內退　次商左列亦除和
餘數次商呼減盡　以求長濶定無訛

長濶相和訣

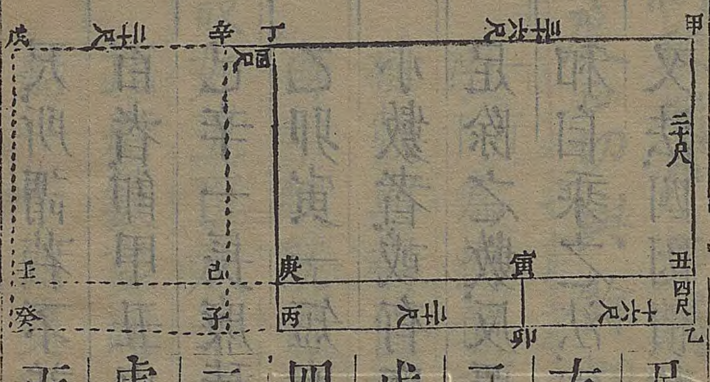
長濶相和不識情　四因積步莫差爭　和步自乘減去積
餘以開方差步名　却將和步加差步　折半當為長數成
要知濶步如何見　長步減差濶便明

設如長方面積八尺，長濶相和六尺，問長濶各幾何。答曰：濶二尺，長四尺。

法列積於中為實，以長濶和六尺列於右，積八尺，止可商二尺，乃列初商二尺於左，以除右和六尺，餘四尺，與左商二尺相呼除，二四除實八尺恰盡。左商之二尺即濶，以減和六尺，餘四尺即長也。此法比較數為問者，在加減之異，蓋一則以所商之數與較數相加，一則以所商之數與和數相減也。

又法，四因積數，得三十二尺，另以和數自乘，得三十六尺，相減餘四尺，開方得二尺，即長濶之較，與和數相加，折半得四尺，為長，減較二尺，餘二尺為濶。此法比較數為問者，亦在加減之異，蓋一則用較自

乘與四因數相加開方而得和一則用和自乘與四因數相
減開方而得較也
又法將和數折半得三尺為半和自乘得九尺與原積八尺相減餘
一尺開方仍得一尺為半較於半和減半較得二尺為闊於半和加
半較得四尺為長
設如長方面積八百六十四尺長闊相和六十尺問長闊各幾
何答曰長三十六尺闊二十四尺 法列積於中為實以和
六十尺列於右為減縱用開平方法除之其八百尺為初商積與
二自乘之數相準即定初商二十列於左就將右縱內減去初
商二十餘縱四十與左初商二十相呼除二四除實八百餘實六十四尺為
次商廉隅之共積乃以初商二十再減餘縱仍餘縱二十為廉法
以除餘實足倍三因廉法內尚要減去次商數為法故取畧大
數四尺列於左初商之次又將右縱內再減去次商四尺餘縱十
六尺與左次商四尺呼除一四除實四十四六除實二十四尺恰盡左商
二十四尺為闊與和相減餘三十六尺為長如圖甲乙丙丁長方形甲
乙邊闊二十四尺甲丁邊長三十六尺甲戊為長闊和六十



尺其丁戊與甲乙等假若借廣湊縱作一大長
方長闊相乘應得積一千四百四十尺今初商
二十先減二十則少乘二十二如四百即辛己壬
戊一大方虛積次商四尺先減二十又少乘二
四八十尺即己子癸壬一長廉虛積再減餘縱
二十又少乘二四八十尺即丁庚己辛一長廉
虛積又減餘縱四尺又少乘四四十六尺即庚
丙子己一小隅虛積仍止得實積八百六十四

尺。所謂若不益積，便用減縱也。其初商二十與四十呼除八百者，即甲丑庚丁一大長方積，併與寅卯丙庚相等之丁庚己辛一長廉積。其次商四尺與十六呼除六十四尺者，即丑乙卯寅一短廉積也。然設問中有減縱過多，初商即須改商小數者，或有廉法內尚要減去商數，次商三商必須取大於足除之數，反覆商除，始能相符者，不若四因積數之法，及半和自乘之法，為直捷而整齊也。

又法，四因積數，得三千四百五十六尺，另以和自乘，得三千六百尺，兩數相減，餘一百四十四尺，開方得一十二尺，為長闊之較。乃以較與和相加，折半得三十六尺，為長，長內減去較，餘二十四尺，為闊。

又法，以和折半，得三十尺，為半和，自乘得九百尺，與原積相減，餘三十六尺，開方得六尺，為半較，於半和減半較，得二十四尺，為闊，於半和加半較，得三十六尺，為長。

設如有錢四千七百六十文，買果樹不知數，但知樹之共數與每株之價相加，得一百七十四。問樹數及價各幾何。答曰：樹三十四株，每株價一百四十文。　法以一百七十四折半，得八十七，為半和，自乘得七千五百六十九，與總錢相減，餘二千八百〇九，開方得五十三，為半較，於半和減半較，餘三十四，為樹數，於半和加半較，得一百四十，為樹價也。此法以樹數為闊，樹價為長，成一長方形，其樹數與樹價相加，即如長闊之和，故以半和自乘減積開方，得半較，既得半較，相減為樹數，相加為樹價也。

設如五百八十八人，用船均載，其船數與每船所載人數相加，比船數多四分之三。問船數與每船所載人數各幾何。答曰：船一十四隻，每船載四十二人。　法先以總人數三歸之，得

尺，所謂若不益積便用減縱也。其初商二十與四十呼除八百者，即甲丑庚丁一大長方積，併與寅卯丙庚相等之丁庚己辛一長廉積。其次商四尺與十六呼除六十四尺者，即丑乙卯寅一短廉積也。然設問中有減縱過多，初商即須改商

五月二十四日算題　頌班

有兩圓相切於直線上，知兩切點距，知兩半徑和，或較，求兩半徑。

法以半距自之為長方積，兩半~~距~~徑和為長闊和，或較為長闊較，開平方得長為大半徑，闊為小半徑。試為圖解。

三十度正切與餘切三之一等，試證之。

又法以和折半得三十尺為半和，自乘得九百尺，與原積相減餘三十六尺，開方得六尺為半較，於半和減半較得二十四尺為闊，於半和加半較得三十六尺為長。

設如有錢四千七百六十文，買果樹不知數，但知樹之共數與每株之價相加得一百七十四，問樹數及價各幾何。答曰：樹三十四株，每株價一百四十文。法以一百七十四折半，得八十七為半和，自乘得七千五百六十九，與總錢相減，餘二千八百〇九，開方得五十三為半較，於半和減半較，餘三十四為樹數，於半和加半較得一百四十為樹價也。此法以樹數為闊，樹價為長，成一長方形，其樹數與樹價相加，即如長闊之和，故以半和自乘減積開方得半較，既得半較，相減為樹數，相加為樹價也。

設如五百八十八人，用船均載，其船數與每船所載人數相加，比船數多四分之三，問船數與每船所載人數各幾何。答曰：船一十四隻，每船載四十二人。法先以總人數三歸之，得

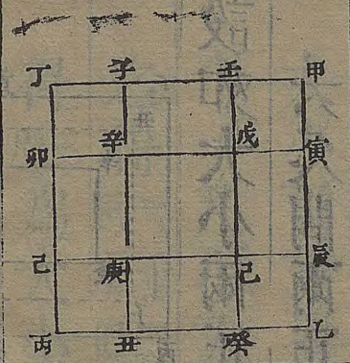
一百九十六人用開平方法除之得一十四為船數以三因之得四十二為每船所載人數也此以船數為濶每船所載人數為長成一長方形船數與人數相加即如長濶之和和數既比船數多四分之三則是和數為四分每船所載人數為三分船數為一分即濶為一分長為三分也故將總人數三分之而取其一則人數與船數同為一分而成正方形矣故平方開之即得船數每船所載之人數既為船數之三倍故三因之而得所載人數也

各面形求邊周法

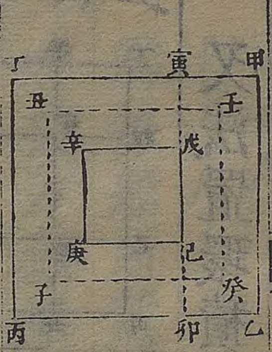
設如梯形面積一千五百尺下濶四十尺中長五十尺問上濶幾何答曰二十尺 法以積倍之得三千尺以長五十尺除之得六十尺為上下兩濶之和內減下濶四十尺餘二十尺即上濶也

設如兩直角方形面積九千六百尺長一百二十尺上下兩濶之較四十尺問上下濶各幾何答曰上濶六十尺下濶一百尺 法以積倍之得一萬九千二百尺以長一百二十尺除之得一百六十尺為上下兩濶之和內減較四十尺餘數折半得六十尺為上濶加較得一百尺為下濶也以上三形算法俱同凡有設例可以參用

設如方環面積四千尺濶二十尺問內外方邊各幾何答曰內邊三十尺外邊七十尺 法以濶二十尺自乘得四百尺如甲寅戊壬四因之得一千六百尺與環積相減減去四隅四正方積餘二千四百尺存四正四長方積四歸之得六百尺如壬戊辛子以濶二十尺除之如壬戊得三十尺即內邊如壬子又以濶二十尺倍之得四十尺如甲壬併子丁加內邊三十尺如壬子得七十尺如甲丁即外邊

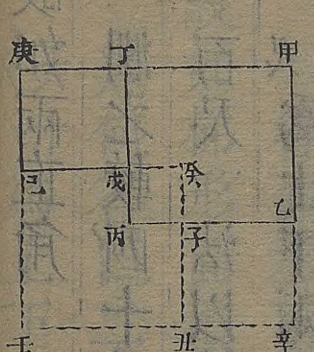


又法置環積四千尺一十除之得二百尺內周外周相併折半之

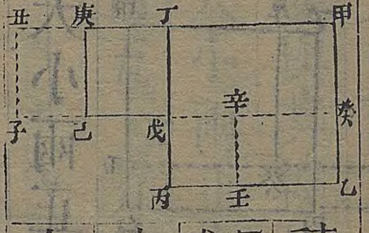


中數。四歸之得五十尺。如壬癸一邊。卽如戊卯。加濶二十尺。如寅戊。得七十尺。卽外邊如寅卯。與甲乙等。於五十尺內。減濶二十尺。如己卯。餘三十尺。卽內邊如戊己。

設如大小兩正方面形共積四百一十尺。大方邊比小方邊多六尺。問兩正方邊及面積各幾何。答曰。大方邊一十七尺。積二百八十九尺。小方邊一十一尺。積一百二十一尺。法以共積倍之得八百二十尺。如甲辛壬庚一大方積。仍疊一癸子丙戊一小方積。又以多六尺自乘得三十六尺。卽癸子丙戊小方積。與倍共積相減。餘七百八十四尺。卽甲辛壬庚大方積。開方得二十八尺。爲大小兩方邊之和。如甲丁倂丁庚。加多六尺。如戊丙。爲大小兩方邊之較。得三十四尺。折半得一十七尺。爲大方邊。內減六尺。餘一十一尺。爲小方邊。各以邊自乘得各面積。



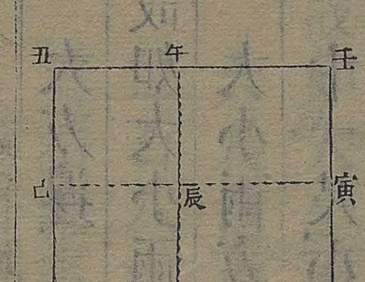
又法以兩正方邊之較六尺。如戊丙。自乘得三十六尺。如辛壬丙戊小方積。與共積四百一十尺。相減。餘三百七十四尺。如甲乙丁辛己庚磬折形。若以癸己壬辛長方形。移於庚己子丑。卽成甲癸子丑一大長方形。折半得一百八十七尺。爲長方積。如丁戊子丑。以多六尺爲帶縱。用帶縱較數開平方法算之。得濶一十一尺。卽小方邊。加較得一十七尺。爲大方邊。



設如大小兩正方形共面積六百一十七尺。共邊三十五尺。問大小兩方邊及積各幾何。答曰。大方邊一十九尺。積三百六十一尺。小方邊一十六尺。積二百五十六尺。法以共積倍之得一千二百三十四尺。另以共邊自乘得一千二百二十五尺。相減餘九尺。開方得三尺。爲大小兩方邊之較。與共邊三十五尺。卽和。相加得三十八尺。折半得一十九尺。爲大方邊。減較三尺。餘一十六尺。爲小方邊。各以邊自乘得

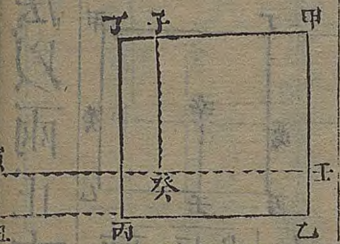
各面積。

又法。以共邊自乘。得一千二百二十五尺。如壬癸子丑一正方形。內減共積六百一十七尺。如寅癸卯辰一大方形。併午辰己丑一小方形。餘六百〇八尺。如壬寅辰午。辰卯子己。二長方形。折半。得三百〇四尺。如壬寅午辰一長方形。爲長方積。以共邊三十五尺爲長濶和。用帶縱和數開平方法算之。得濶一十六尺。如壬寅。即如午丑。爲小方邊。與共邊相減。餘一十九尺。如壬午。爲長。即大方邊。



設如大小兩正方形。大正方邊比小正方邊多七尺。大正方積比小正方積多三百四十三尺。問大小方邊各幾何。答曰。大方邊二十八尺。小方邊二十一尺。

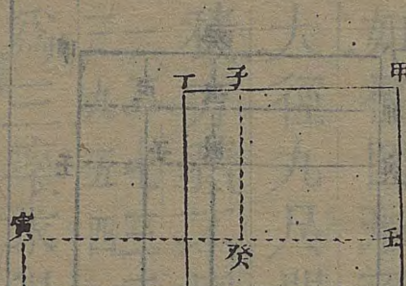
法以積較三百四十三尺。如壬乙丙丁子癸磬折形積。用邊較七尺。如壬乙。除之。得四十九尺。如乙丑。蓋以磬折形引而長之。即成壬乙丑寅長方形。



爲大小兩方邊之和。加邊較。得五十六尺。折半。得二十八尺。如乙丙。爲大方邊。與共邊相減。餘二十一尺。如丙丑。即如子癸。爲小方邊。

設如大小兩正方形共邊三十一尺。大正方積比小正方積多一百五十五尺。問大小方邊各幾何。答曰。大方邊一十八尺。小方邊一十三尺。

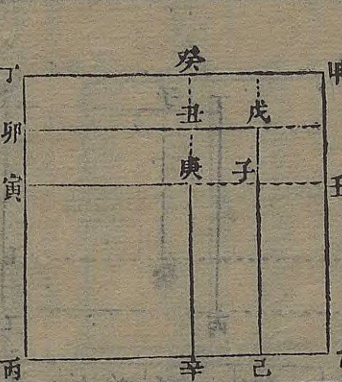
法以積較一百五十五尺。如壬乙丙丁子癸磬折形積。用共邊三十一尺。如乙丑。蓋以磬折形引而長之。即成壬乙丑寅長方形。除之。得五尺。如壬乙。爲大小兩方邊之較。與共邊三十一尺相加。得三十六尺。折半。得一十八尺。如乙丙。爲大方邊。與共邊相減。餘一十三尺。如丙丑。即如子癸。爲小方邊。



設如大中小三正方面形。大方邊比中方邊多四尺。中方邊比小方邊多四尺。共積八百尺。問大中小三方邊及積各幾何。

答曰。大方邊二十尺。積四百尺。中方邊一十六尺。積二百五

十六尺小方邊一十二尺積一百四十四尺。法以大方邊多小方邊八尺自乘得六十四尺以中方邊多小方邊四尺自乘得一十六尺相併得八十尺。如甲壬庚癸戊子庚丑兩隅積。與共積相減餘七百二十尺是庚辛丙寅類三箇小方。併壬乙己子。癸丑卯丁。兩廉。子己庚辛類兩廉。丑庚寅卯類兩廉。共六箇廉積。三歸之得二百四十尺。是一箇小方。兩箇廉積。為實。如壬乙丙寅長方形。併兩廉濶共八尺為縱較。用帶縱較數開方法算之得濶一十二尺為小方邊。加四尺即中方邊。再加四尺即大方邊。各以邊自乘。即得各面積



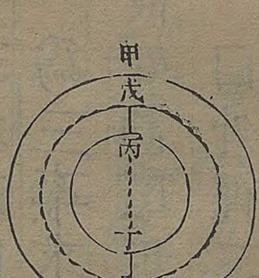
設如圓面積六尺一十六寸。問徑幾何。答曰。二尺八寸〇〇五毫六絲有餘。 法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所設之圓積六尺一十六寸為三率。求得四率七尺八十四寸三十一分五十五釐五十六毫六十四絲。為與圓徑相等之方邊之面積。開方即得圓徑

設如圓面積六尺一十六寸。問周幾何。答曰。八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘。 法先用圓積求徑法。求得徑二尺八寸〇〇五毫六絲有餘。又用圓徑求周法。見方田章求得八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘。即圓周

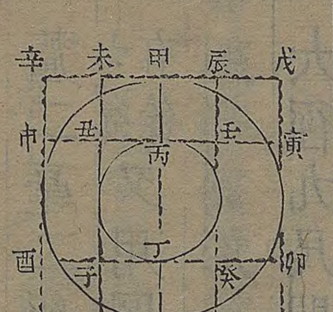
設如橢圓形面積四十二尺四十一寸一十五分〇六十四毫。大徑九尺。問小徑幾何。答曰。六尺。 法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所設之圓積四十二尺四十一寸一十五分〇六十四毫為三率。求得四率五十四尺為長方積。以大徑九尺除之得小徑

設如圓環形面積四百六十二尺。濶七尺。問內外徑各幾何。答曰。外徑二十八尺〇八釐四毫五絲有餘。內徑一十四尺〇八釐四毫五絲有餘。 法以濶七尺除環積得六十六尺。為內外周

相併折半之中周。即戊己周乃以周求徑法求得徑二十一尺〇八釐四毫五絲。即戊己徑。為內外徑相併折半之中徑。加濶七尺得外徑。蓋甲戊與己乙兩段。其濶與甲丙一段等。中徑內減濶七尺得內徑。蓋戊丙與丁己兩段。其濶與甲丙一段等。

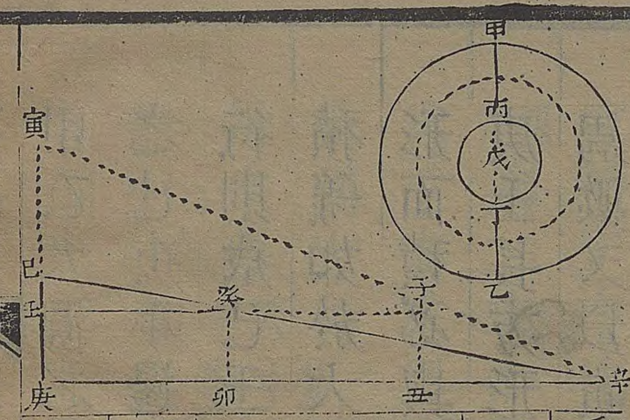


又法。先用圓積方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。圓環積四百六十二尺為三率。求得四率五百八十八尺二十三寸六十六分六十七釐有餘為方環積。乃以濶七尺自乘得四十九尺。如戊寅壬辰一方積以四因之得一百九十六尺。即四隅之四正方積與方環積相減餘三百九十二尺二十三寸六十六分六十七釐有餘。即四正之四長方積。四歸之得九十八尺〇五寸九十一分六十六釐有餘。如壬辰丑未一長方積。以濶七尺。如辰壬除之得內圓徑。如辰未。即如丙丁。加倍濶一十四尺。如辰己。即辰壬併癸己得外圓徑。如甲乙。



設如圓環形面積三百〇八尺。濶七尺。問內外周各幾何。答曰。外周六十五尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。內周二十二尺〇八釐八毫六絲有餘。

法以濶七尺。如三角形之壬庚除環積得四十四尺。如三角形之丑庚為內外周相併折半之中周。又用徑求周法。以徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。周數三一四一五九二六五為二率。濶七尺為三率。求得四率二十一尺九寸九分一釐一毫四絲有餘為內外周相減折半之半較。如三角形之辛丑乃以半較與中周相加得六十五尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。如三角形之辛庚即外周。以半較與中周相減餘二十二尺〇八釐八毫六絲有餘。如三角形之卯庚即內周。如圖甲乙丙丁圓環形。丁乙濶七尺。試依甲乙大圓之戊乙半徑。與甲乙圓周度。作一己庚辛直角三角形。則三角形之面積與



甲乙大圓之面積等又依丙丁小圓之戊丁半徑截三角形之己庚小邊於壬又依丙丁小圓周度作壬癸線與庚辛平行則戊己壬癸一小直角三角形其面積與丙丁小圓之面積等如於大三角形內減小三角形所餘癸辛庚壬斜尖方形面積必與環積等矣而癸辛庚壬斜尖方形積又與子丑庚壬長方形積等故以如丁乙濶之壬庚除之得丑庚為中周數又以寅庚全徑與庚辛全周之比同於丁乙圓環濶與子丑等與辛丑半較之比蓋丁乙為外徑相減折半之較辛丑即內外周相減折半之較為相當比例四率也既得辛丑與丑卯等即辛庚外周大於丑庚中周之較亦即癸壬內周與卯庚等小於丑庚中周之較故於中周加半較得外周減半較得內周也

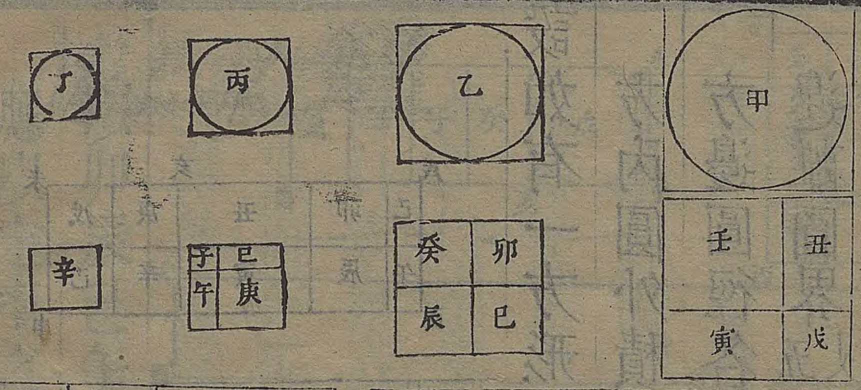
設如圓環形面積三尺三十六寸內周一尺一寸問外周及濶各幾何答曰外周六尺五寸九分〇一毫有餘濶八寸七分三釐八毫

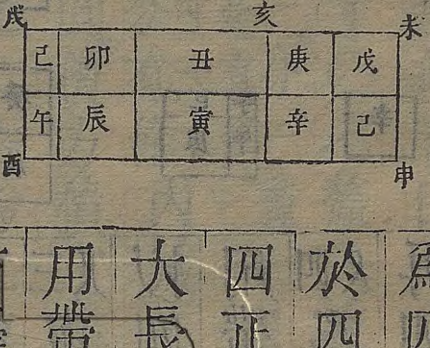
法以內周用周求徑法求得內徑三寸五分〇一毫有餘又用周徑求積法求得內圓積九寸六十二分七十七釐五十毫有餘與環積相加得三尺四十五寸七十二分七十七釐五十毫有餘即外周圓面積乃用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率今所得之外周圓面積三尺四十五寸七十二分七十七釐五十毫有餘為三率求得四率四尺四十寸〇六分六十九釐一十七毫有餘為外徑自乘之方積開方得二尺〇九分七釐七毫有餘即外徑減去內徑三寸五分〇一毫餘數折半得八寸七分三釐八毫即環形之濶又用徑求周法求得六尺五寸九分〇一毫有餘即外周數也

設如圓環形面積三百八十四尺外周八十八尺求內周及濶

各幾何答曰丙周五十四尺〇二分二釐八毫有餘濶五尺四寸〇七釐六毫 法以外周用周求徑法求得外徑二十八尺〇一分一釐二毫有餘又用周徑求積法求得外周圓面積六丈一十六尺二十四寸六十四分有餘內減去環積餘二丈三十二尺二十四寸六十四分有餘為內圓積乃用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率今所得之內圓積二百三十二尺二十四寸六十四分為三率求得四率二丈九十五尺七十寸五十一分九十九釐五十毫有餘即內徑自乘之方積開方得十七尺一寸九分六釐有餘即內徑與外徑二十八尺〇一分一釐二毫相減餘數折半得五尺四寸〇七釐六毫即環形之濶又用徑求周法求得五十四尺〇二分二釐八毫有餘即內周數也

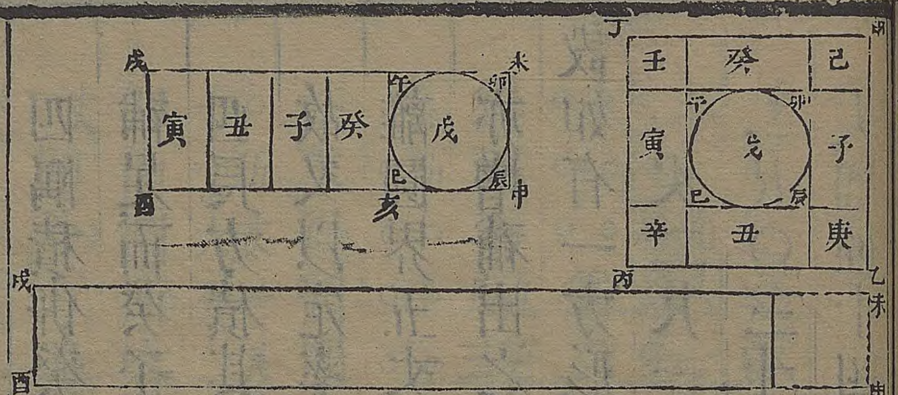
設如甲乙丙丁四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三分一十釐甲圓徑比乙圓徑多三尺乙圓徑比丙圓徑多三尺丙圓徑比丁圓徑多二尺問四圓徑各幾何答曰甲十二尺乙九尺丙六尺丁四尺 法用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率四平圓共積為三率求得四率二百七十七尺為四平方共積乃以丙圓徑多丁圓徑二尺自乘得四尺又以乙圓徑多丁圓徑五尺自乘得二十五尺又以甲圓徑多丁圓徑八尺自乘得六十四尺三數相併共九十三尺與四平方共積相減餘一百八十四尺為長方積乃以四圓徑之較二尺五尺八尺併之得一十五尺為長濶較用帶縱較數開平方法算之得濶八尺二歸之得四尺為丁圓徑加二尺為丙圓徑再加三尺為乙圓徑再加三尺為甲圓徑如圖甲乙丙丁四平圓形變





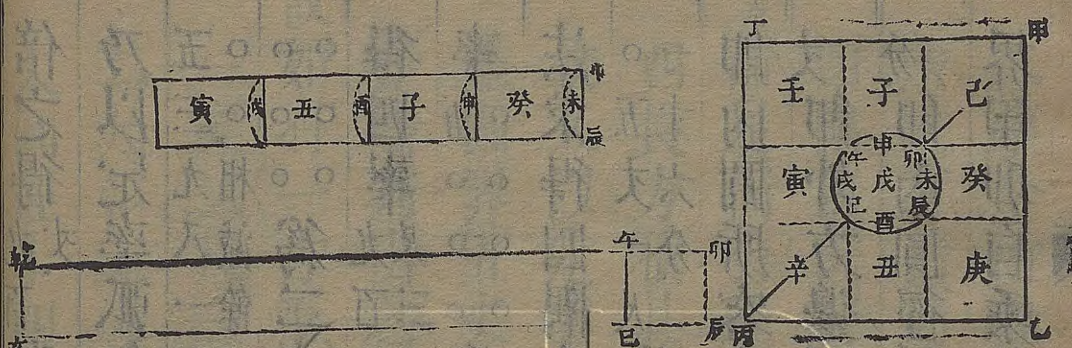
爲四平方形則四圓徑之較即四方邊之較故於四方形內減去壬癸子三較方餘戊己庚辛四正方丑寅卯辰巳午六長方共成未申酉戌大長方戌亥爲長濶之較即三邊較之共數故用帶縱較數開平方法算之得濶折半而得丁方邊即丁圓徑遞加之即得丙乙甲各圓徑也

設如有一方形內不切方邊容一圓形但知方邊離圓界五丈方內圓外積三百二十一丈四十六尺〇一寸八十四分問方邊圓徑各幾何答曰方邊二十丈圓徑一十丈法以方邊離圓界五丈自乘得二十五丈四因之得一百丈如四隅之四正方與方內圓外積相減餘二百二十一丈四十六尺〇一寸八十四分乃以圓積定率七八五三九八一六與方積定率一〇〇〇〇〇〇〇相減餘二一四六〇一八四爲一率方積一〇〇〇〇〇〇〇爲二率今減餘積二百二十一丈四十六尺〇一寸八十四分爲三率求得四率一千〇三十一丈九十五尺八十四寸五十八分爲長方積又以〇二一四六〇一八四爲一率一〇〇〇〇〇〇〇爲二率以方邊離圓界五丈四因之得二十丈爲三率求得四率九十三丈一尺九寸五分爲長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶十丈即內圓徑加方邊離圓界共十丈得二十丈即外方邊如圖甲乙丙丁方形內容戊圓形以方邊離圓界五丈自乘四因與積相減則減去己庚辛壬四小方形餘癸子丑寅四長方形及卯辰巳午四隅積今欲以卯辰巳午四隅積補足戊圓虛積共成未申酉戌長方形應以定率之方積圓積相減餘方內圓外積爲一率方積爲



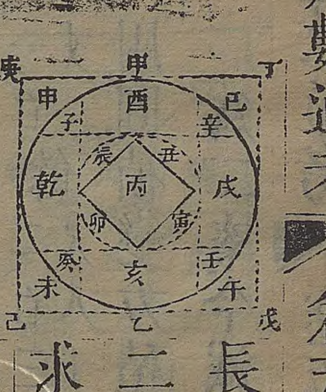
二率今所餘之卯辰巳午方內圓外積為三率則得四率為未亥方積而戊圓虛積卽補足在其中然今乃以卯辰巳午四隅積併癸子丑寅四長方積共為三率則戊圓虛積固已補足而癸子丑寅四長方積必多補出之分是知癸子丑寅四長方積其寬仍為戊酉而亥酉之長必亦多補出之分矣故又以定率之方內圓外積為一率方積為二率四因方邊離圓界五丈得亥酉之長為三率求得四率卽將亥酉之長亦增補出之分乃以此為長濶較求得未申濶卽內圓徑也

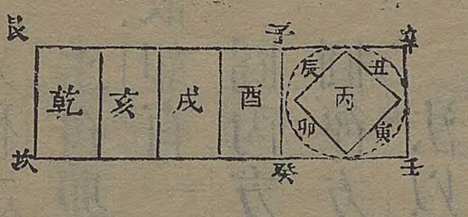
設如有一方形內不切方邊容一圓形但知方角離圓界二十一丈二尺一寸三分方內圓外積一千四百四十二丈九十二尺〇三寸六十八分問方邊圓徑各幾何答曰方邊四十丈圓徑十四丈一尺四寸二分　法以方角離圓界數自乘倍之得九百丈與方內圓外積相減餘五百四十二丈九十二尺〇三寸六十八分乃以定率弧矢積二八五三九八一六為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇方內容圓積七八五三九八一六圓內容方積五〇〇〇〇〇〇〇〇相減餘二八五三九八一六為弧矢積圓內容方積五〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今減餘積五百四十二丈九十二尺〇三寸六十八分為三率求得四率九百五十一丈十六尺三十寸四十八分為長方積又以二八五三九八一六為一率五〇〇〇〇〇〇〇為二率以方角離圓界二十一丈二尺一寸三分用斜求方法求得四隅方邊十五丈四因之得六十丈為三率求得四率一百〇五丈一尺一寸六分為長濶和用帶縱和數開平方法算之得濶十丈卽內圓所容方邊以四隅方邊十五丈倍之得三十丈相加得四十丈卽外方邊以內圓所容方邊十丈求對角斜線得十四丈一尺四寸二分卽內圓徑如圖甲乙丙丁方形內容戊圓形以方角離圓界甲卯自乘倍之與積相減則減去巳庚辛壬四正方形以甲

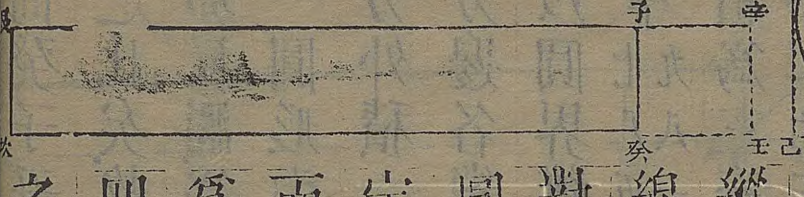


卯自乘折半得己正方形積卯自乘倍之即得四正方形積也故甲餘癸子丑寅
四長方形而內虛未申酉戌四弧矢形今欲以
所虛之未申酉戌四弧矢形變爲卯辰巳午一
正方形應以定率弧矢積爲一率方積爲二率
未申酉戌四弧矢虛積爲三率則得四率爲卯
辰巳午虛方積然今無四弧矢虛積而以癸子
丑形四長方形內虛四弧矢形之餘積爲三率
實積旣變則虛積亦變故求得四率爲卯辰亥
乾長方形而內虛卯辰巳午正方形蓋癸子丑
寅四長方實積與午巳亥乾長方積之比同於
弧矢積與方積之比則其所虛之四弧矢形與
卯辰巳午正方形之比亦同於弧矢積與方積
之比而癸子丑寅之共長與辰亥之比亦必同於弧矢積與
方積之比矣故以四長方之共邊比例得辰亥邊爲長濶和
求得卯辰濶爲內圓所容正方形之每一邊也

設如有一圓形內不切圓界容一方形但知圓界離方角五丈
圓內方外積二百六十四丈十五尺九十二寸六十四分問
圓徑方邊各幾何答曰圓徑二十丈方邊七丈〇七寸一分
法以圓界離方角五丈自乘得二十五丈四因之得一百丈又以圓
積定率七八五三九八一六爲一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今圓內
方外積爲三率求得四率三百三十六丈三十三尺八十寸二十三分內減所得
一百丈餘二百三十六丈三十三尺八十寸二十三分乃以定率弧矢積二八五三九八一六
用圓積變方積法通之得二一六三三八〇二三爲一率方積一〇〇〇〇〇〇〇爲
二率今減餘積爲三率求得四率六百五十丈三十八尺七十四寸爲

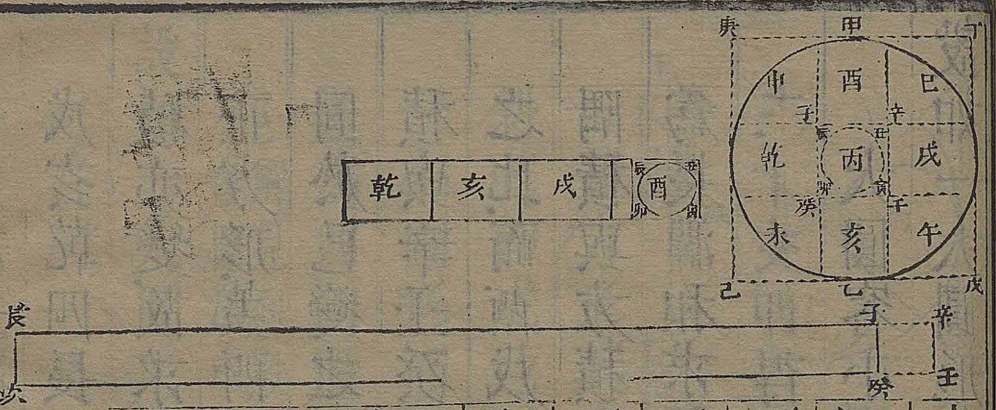






長方積又以三六三三八〇二三為一率一〇〇〇〇〇〇〇為二率以圓界離方角五丈四因之得二十丈為三率求得四率五十五丈〇三寸八分七釐四毫為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊十丈即內方對角斜線用斜求方法得七丈〇七寸一分即內方邊以內方對角斜線十丈加圓界離方角共十丈得二十丈即外圓徑如圖甲乙圓形內容丙方形以圓積方積定率比例則變為丁戊己庚辛壬癸子方環形而多丑寅卯辰四弧矢形所變之積蓋圓環變為方環今圓內方外積比圓環積多丑寅卯辰四弧矢形故所變之方環亦多四弧矢形所變之積也以圓界離方角五丈自乘四因與積相減則減去己午未申四小方形餘酉戌亥乾四長方形及四弧矢形所變之積今欲以四弧矢形所變之積補成辛壬癸子正方形其成辛壬坎艮長方形應以定率四弧矢形已變之積為一率方積為二率今所多之四弧矢形已變之積為三率則得四率為辛壬癸子正方積然今乃以四弧矢形已變之積併酉戌亥乾四長方積共為三率則辛壬癸子正方積固已補足而酉戌亥乾四長方必多補出之分是知酉戌亥乾四長方其寬仍為子癸而癸坎之長亦必多補出之分矣故又以四弧矢形已變之積為一率方積為二率以圓界離方邊五丈四因之得癸坎之長為三率求得四率即將癸坎之長亦增補出之分乃以此為長闊之較求得辛壬闊即內方對角斜線也

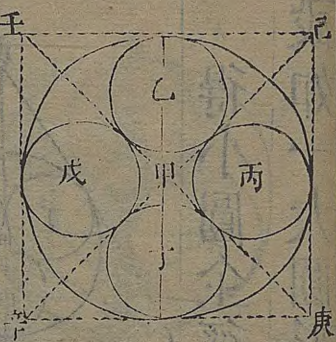
設如有一圓形內不切圓界容一方形，但知圓界離方邊十五丈，圓內方外積一千一百五十六丈六十三尺七十寸四十分，問圓徑方邊各幾何。答曰：圓徑四十丈，方邊一十丈。法以圓界離方邊十五丈自乘，得二百二十五丈，四因之，得九百丈。又以圓積定率七八五三九八一六爲一率，方積定率一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率，今圓內方外積爲三率，求得四率一千四百七十二丈六十七尺六十寸四十六分，內減所得九百丈，餘五百七十二丈六十七尺六十寸四十六分。乃以定率方內圓外積二一四六〇一八四，用圓積變方積法通之，得二七三二三九五五爲一率，方積一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率，今減餘積爲三率，求得四率二千〇九十五丈八十八尺六十三寸六十一分，爲長方積。又以二七三二三九五五爲一率，一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率，以圓界離方邊十五丈四因之，得六十丈爲三率，求得四率二百一十九丈五尺八十八分，爲長濶和。用帶縱和數開平方法算之，得濶一十丈，即內方邊，加圓界離方邊共三十丈，得四十丈，即外圓徑。如圖甲乙圓形內容內方形，以圓積方積定率比例，則變爲丁戊己庚辛壬癸子方環形，而少丑寅卯辰四隅所變之積。蓋圓環變爲方環，今圓內方外積比圓環積少丑寅卯辰四隅，故所變之方環亦少四隅所變之積也。以圓界離方邊十五丈自乘四因，與積相減，則減去己午未申四正方形，餘酉戌亥乾四長方形，而內少丑寅卯辰四隅所變之積。今欲以所虛四隅所變之積作爲辛壬癸子正方形，應以定率四隅形已變之積爲一率，方積爲二率，今所少之四隅形已變之虛積爲三率，則得四



率為辛壬癸子虛方積然今無四隅形已變之虛積而以酉戌亥乾四長方內虛四隅形之餘積為三率實積旣變可虛積亦變故求得四率為辛壬坎艮長方形而內虛辛壬癸子正方形蓋酉戌亥乾四長方實積與子癸坎艮長方形之比同於已變之四隅積與方積之比則其所處之四隅已變之積與辛壬癸子正方形之比亦同於已變之四隅積與方積之比而酉戌亥乾之共長與壬坎之比亦必同於已變之四隅積與方積之比矣故以四長方之共邊比例而得壬坎邊為長濶和求得辛壬濶為內方邊也再加圓界離方邊之共三十丈即得外圓徑矣

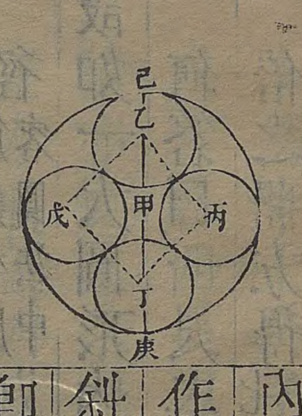
大圓容小圓求徑法

設如一大圓形內容四小圓形但知大圓徑一尺二寸求小圓徑幾何答曰四寸九分七釐○五絲有餘法以大圓徑一尺二寸自乘倍之開方得一尺六寸九分七釐○五絲有餘內減大圓徑一尺二寸餘即小圓徑如圖甲大



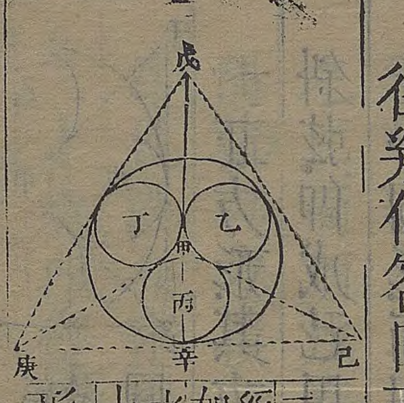
圓形內容乙丙丁戊四小圓形試切大圓界作一正方形其方邊即大圓全徑用方求斜法得壬庚己辛兩斜弦即成己甲壬己甲庚庚甲辛壬甲辛四句股形內各容一小圓形而四方邊遂為四句股形之各弦兩斜弦各折半遂為四句股形之各句股任取一句股和減弦即得容圓全徑解見句股容圓法中

設如一大圓形內容四小圓形但知小圓徑五寸求大圓徑幾何答曰一尺二寸○七釐一毫有餘法以小圓徑五寸自乘倍之開方得七寸○七釐一毫有餘加小圓徑五寸即得如圖甲大圓形

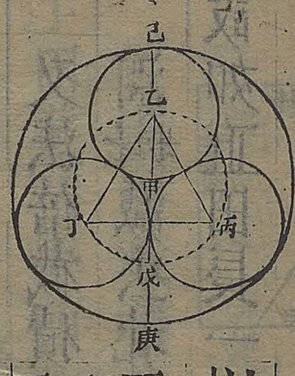


內容乙丙丁戊四小圓形。試連四小圓形中心作一乙丙丁戊正方形。用方求斜法。求得乙丁斜弦。加己乙與丁庚兩半徑。爲一小圓形全徑。即得己庚大圓全徑也

設如一大圓形。內容三小圓形。但知大圓徑一尺二寸。求小圓徑幾何。答曰。五寸五分六釐九毫二絲有餘 法以大圓徑一尺二寸。求得外切三角形之每邊。爲二尺○七分八釐四毫六絲有餘。如己庚。乃以大圓徑一尺二寸爲兩腰。如甲己與甲庚。爲三角形之分角線。皆與大圓全徑等。半徑六寸爲中垂線。如甲辛。用三角形求容圓法。求得半徑二寸七分八釐四毫六絲有餘。倍之即得小圓全徑也。



設如一大圓形。內容三小圓形。但知小圓徑五寸。求大圓徑幾何。答曰。一尺○七分七釐三毫五絲有餘 法以小圓徑五寸爲等邊三角形之每一邊。如丙丁。用三等邊形求外切圓形全徑法。求得外切圓徑五寸七分七釐三毫五絲有餘。如乙戊。加小圓全徑五寸。如己乙併戊庚。即得。



分田截積法

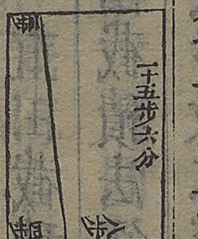
直田截積訣

直田截積法爲奇 截長積步濶除之 截濶用長除甚易 得其步數不須疑謂若依原濶截長。則以原濶除之。若依原長截濶。則以原長除之也。

設如直田長四十八步。濶四十步。今依原濶截積七百二十步。問截長幾何。答曰。長一十八步。 法以截積爲實。以原濶四十步除之。得截長一十八步。

設如直田長四十八步闊四十步今依原長截積七百二十步問截闊幾何答曰闊一十五步　法以截積爲實以原長四十八步除之得截闊一十五步

設如直田長一十五步六分闊一十二步從東邊截斜田一段積五十四步六分北廣四步問截南廣幾何答曰三步　法以截積爲實以原長一十五步六分除之得闊三步五分爲兩廣相併折半之中數倍之得七步減去北廣四步餘得南廣三步



又法倍截積得一百〇九步二分爲實以原長一十五步六分除之得共截闊七步減去北廣四步餘得南廣三步

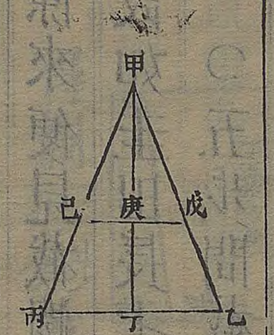
設如直田長一十五步闊一十二步從西北角截句股田一段積三十一步五分股長九步問句闊幾何答曰七步　法倍截積得六十三步以股長九步除之得句七步

圭田截積訣 句股田截積同

圭田截積小頭知　倍積原長以乘之　原闊歸除爲實積
開方便見截長宜　仍以截長乘原闊　原長爲法以除之
除來便見截闊數　法明簡易不須疑

設如圭田長七十五步闊三十步今從上段截三角形積四百〇五步問截長闊各幾何答曰長四十五步闊一十八步
法倍截積得八百一十步以原長七十五步乘之得六萬〇七百五十步以原闊三十步除之得二千〇二十五步爲實開方得四十五步爲所截之長就以原闊三十步乘之得一千三百五十步以原長七十五步除之得一十八步爲所截之闊如圖甲乙丙三角形即圭田形甲丁中長七十五步

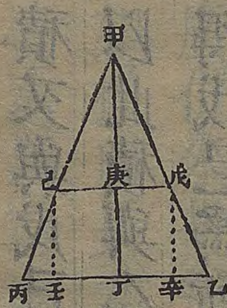
乙丙底濶三十步。甲戊己小三角形爲截積四百〇五步。是故乙丙與甲丁之比。應同於戊己與甲庚之比。然而無戊己之數。故將截積倍之。爲戊己與甲庚相乘之長方。則乙丙與甲丁之比。必同於戊己與甲庚相乘之長方與甲庚自乘之正方之比。故開方而得甲庚。爲所截之長。又甲丁與乙丙之比。同於甲庚與戊己之比。而得戊己爲所截之濶也。



又法以中長乘底濶。折半得三角形積一千一百二十五步爲一率。今所截之小三角形積四百〇五步爲二率。以底濶自乘得九百步爲三率。求得四率三百二十四步。開方得截濶一十八步。若以中長自乘得五千六百二十五步爲三率。求得四率二千〇二十五步。開方得截長四十五步。

設如圭田長七十五步。濶三十步。今從下段截梯形積七百二十步。問截長濶各幾何。答曰。長三十步。濶一十八步。

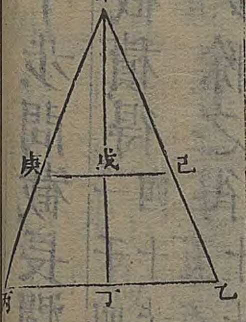
法倍截積得一千四百四十步。以原濶三十步乘之。得四萬三千二百步。以原長七十五除之。得五百七十六步。另以原濶三十步自乘。得九百步。內減前所得五百七十六步。餘三百二十四步。開方得一十八步。爲截濶步。併原濶三十步折半。得二十四步。以除截積七百二十步。得三十步。爲截長步。如圖。甲乙丙三角形。甲丁中長七十五步。乙丙底濶三十步。戊乙丙己梯形爲截積七百二十步。戊己爲所截之濶。庚丁爲所截之長。乙辛壬丙兩段。爲截濶與底濶之較。是故甲丁與乙丙之比。應同於庚丁與乙辛壬丙兩段之比。但今無庚丁之數。故將截積倍之。遂成庚丁所截之長與戊己乙丙上下兩濶之和相乘之長方形。將此長方形與底濶相乘。以中長除之。所得之數。即乙辛壬丙上下



兩濶之較與戊己乙丙上下兩濶之和相乘之長方形也此積又與戊己乙丙上下兩濶之數各自乘相減之餘積等故以此積與乙丙自乘方積相減即餘戊己自乘方積開方而得戊己爲所截之濶既得截濶則併原濶折半以除截積即得所截之長矣

又法以底濶與中長相乘折半得三角形全積一千一百二十五步内減截積七百二十步餘四百○五步即爲從上段所截之三角形積依前條第二法求之亦得

設如三角形中長三十步底濶一十五步今從尖截長一十二步問截濶幾何答曰六步



法以底濶乘截長得一百八十步以原長除之得截濶六步如圖甲乙丙三角形甲丁中長三十步乙丙底濶一十五步

甲戊爲截長一十二步而甲丁與乙丙之比即同於甲戊與己庚之比也如以截濶求截長則以底濶爲一率中長爲二率截濶爲三率所得四率即截長也

又法以中長除底濶得濶差五分以乘截長一十二步亦得截濶六步

梯田截積訣 斜田截積同

梯田截積細端詳　倍積濶差乘最長　却用原長爲法則
歸除乘數實之行　若截大頭田積步　大濶自乘減實當
若截小頭田積步　小濶自乘併實傍　俱用開方爲截濶
兩廣併來折半強　折半數來爲法則　以除截積便知長

設如梯田長九十步南廣二十步北廣三十八步今從小頭截積八百二十一步五分問截長濶各幾何答曰截長三十五步截濶二十七步　法倍積得一千六百四十三步另以二廣相減得

濶差一十八步乘之得二萬九千六百一十步以原長九十步除之得三百二十九步

爲實另以南廣二十步自乘得四百步併入實內開方得截濶二十七步就以截濶併小濶即南廣折半得二十三步五分以除截積得截長三十五步如圖甲乙丙丁梯形甲戊長九十步甲丁南廣二十步戊己庚辛俱相等乙丙北廣三十八步乙戊與己丙爲南北兩廣之

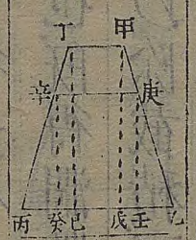
較一十八步甲壬癸丁小梯形爲截積八百二十二步五分是故甲戊共長與乙戊己丙南北兩廣之較之比應同於甲庚截長與壬庚辛癸南中兩廣之較之比然無甲庚之數故將截積倍之爲甲庚截長與甲丁壬癸南中兩廣之和相乘之長方形將此長方形積與南北兩廣之較相乘以原長除之所得之數即壬庚辛癸南中兩廣之較與甲丁壬癸南中兩廣之和相乘之長方形也此積又與甲丁壬癸南中兩廣之數各自乘相減之餘積等即丑寅卯

午巳辰磬折形積引長則爲辰丑未申長方形積蓋辰丑即兩廣之較丑未即兩廣之和故爲較與和相乘之長方形又子辰與子午即南廣子丑與子卯即中廣故磬折形又爲兩廣各自乘相減之餘積也故以此所得之數與甲丁自乘之數即子辰巳午長方積相加即得壬癸自乘方積即子丑寅卯長方積開方而得壬癸爲所截之濶也既得濶數則併南廣折半又成一南中等廣之長方形故以除截積而得所截之長也

設如梯田長九十步南廣二十步北廣三十八步今從大頭截積一千七百八十七步五分問截長濶各幾何答曰截長五十五步截濶二十七步

法倍積得三千五百七十五步以濶差一十八步乘之得六萬四千三百五十步以原長九十步除之得七百一十五步爲實另以大濶三十八步自乘得一千四百四十四步減去實七百一十五步餘七百二十九步開方

得截濶二十七步，就以截濶併大濶，即北廣，折半得三十二步五分，以除截積，得截長五十五步，如圖甲乙丙丁梯形，甲戊長九十步，甲丁南廣二十步，與戊己等，乙丙北廣三十八步，乙戊與己丙兩段爲南北兩廣之較一十八步，庚乙丙辛小梯形爲截積一千七百八十七步五分，是故甲戊共長與乙戊己丙南北兩廣之較之比，應同於庚壬截長與乙壬癸丙中北兩廣之較之比，然無庚壬之數，故將截積倍之，爲庚壬截長與庚辛乙丙中北兩廣之和，相乘之長方形，將此長方形積與南北兩廣之較相乘，以原長除之，所得之積，即乙壬癸丙中北兩廣之較，與庚辛乙丙中北兩廣之和，相乘之長方形也，此積又與庚辛乙丙中北兩廣之數各自乘相減之餘積等，故以此數與乙丙自乘之數相減，餘即庚辛自乘

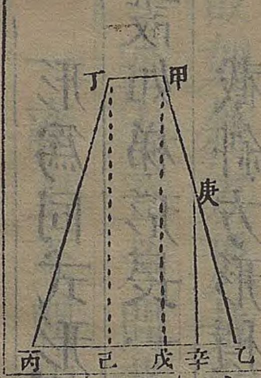


方積，開方而得庚辛，爲所截之濶也，既得濶數，照前法求之，即得所截之長矣。

設如梯形長一百二十尺，上濶二十尺，下濶八十尺，今從一邊截句股積四百五十尺，問截長濶各幾何。

答曰：截長六十尺，截濶一十五尺。

法以長一百二十尺爲一率，上下濶相減餘數折半得三十尺，爲二率，倍截積得九百尺，爲三率，求得四率二百二十五尺，開方得一十五尺，爲截濶，既得濶數，又以半較三十尺爲一率，長一百二十尺爲二率，截濶一十五尺爲三率，求得四率六十尺，爲截長，此法一率與二率爲線與線之比例，三率與四率爲面與面之比例，如圖甲乙丙丁梯形，甲丁上濶二十尺，與戊己等，乙丙下濶八十尺，甲戊長一百二十尺，乙戊爲上下濶相減所餘折半之較三十尺，庚乙辛



爲所截句股積四百五十尺甲乙戊句股形與庚乙辛句股形爲同式形故立法與三角形從上段截積之法相同也

設如梯形長一百二十尺上濶四十尺下濶八十尺今從一邊截斜方形積四千二百尺問截上下濶各幾何答曰上濶二十五尺下濶四十五尺 法以上濶四十尺如甲丁與下濶八十尺如乙丙相減餘四十尺如乙戊與己丙折半得二十尺如乙戊爲所截斜方形上下兩濶之較又以截積四千二百尺倍之得八千四百尺如壬癸辛庚長方形以長一百二十尺如甲戊除之得七十尺爲所截斜方形上下兩濶之和如辛癸內減上下兩濶之較二十尺如乙戊餘五十尺如癸乙與戊辛折半得二十五尺如戊辛與甲庚等爲所截之上濶加較二十尺得四十五尺如乙辛爲所截之下濶

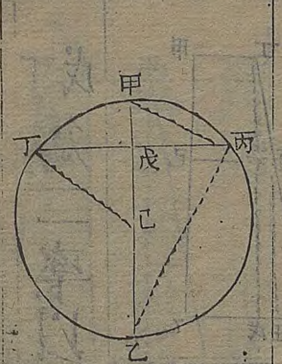
設如斜田形長九十尺上濶二十尺下濶三十八尺今截中濶二十七尺問截上下長各幾何答曰上長三十五尺下長五十五尺 法以上下濶相減餘一十八尺如戊丙爲一率原長九十尺如丁戊爲二率以上中濶相減餘七尺如辛庚爲三率求得四率三十五尺如丁辛卽所截上長乃以此與原長相減餘五十五尺卽所截下長葢戊丙與丁戊之比卽同於辛庚與丁辛之比也如欲先得所截下長則以中下兩濶相減餘一十一尺如壬丙爲三率求得四率五十五尺如庚壬卽所截下長葢戊丙與丁戊之比又同於壬丙與庚壬之比也

設如斜方形長九十尺上濶二十尺下濶三十八尺今截上長三十五尺問截濶幾何答曰二十七尺 法以原長九十尺爲一率上下闊相減所餘一十八尺爲二率今所截之長三十五尺爲三率求得四率七尺與上濶二十尺相加卽得如有截下長數則以

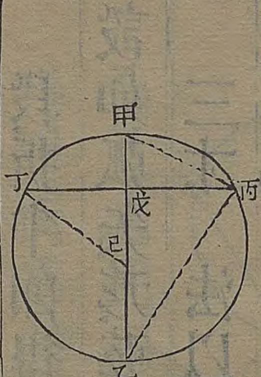
截下長五十五尺為三率，求得四率一十尺，與下闊三十八尺相減亦得。

圓形截弧矢法

設如圓徑一尺二寸，今截弧矢形一段，矢闊二寸四分，問弦長幾何。答曰九寸六分。 法以矢闊二寸四分為首率，圓徑減矢餘九寸六分為末率，首率末率相乘，得二十三寸四分，開方得四寸八分為中率，倍之即得弦長。如圖甲乙徑一尺二寸，截甲丙丁弧矢形，甲戊為矢闊二寸四分，試自甲至丙作甲丙線，自丙至乙作丙乙線，遂成甲丙乙直角三角形，而丙戊半弦即為中垂線，故以甲戊為首率，戊乙為末率，求得丙戊為中率，倍之得丙丁，即弧弦長數也。



又法以圓徑折半得六寸為弦，矢闊與半徑相減餘三寸六分為句，求得股四寸八分，倍之亦得。如圖丁己半徑為弦，戊己為句，求得丁戊股，倍之即得丙丁弧弦也。

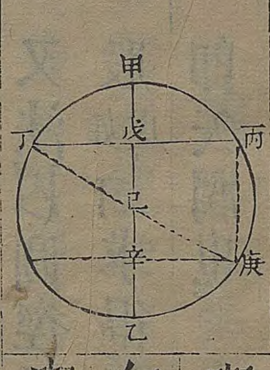


設如圓徑一尺七寸，今截弧矢形一段，弦長一尺五寸，問矢闊幾何。答曰四寸五分。 法以弦長折半得七寸五分，自乘得五十六寸二十五分為長方積，以圓徑一尺七寸為長闊和，用帶縱和數開平方法算之，得闊四寸五分，即矢闊也。如圖甲戊為首率，戊乙為末率，丙戊為中率，中率自乘之正方與首率末率相乘之長方等，故丙戊自乘之數即如長方積，而以甲乙為長闊和，求得甲戊闊即矢也。

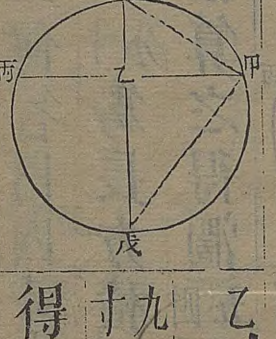
又法以圓徑折半得八寸五分為弦如丁己，以弧弦折半得七寸五分為股如丁戊，求得句四寸如戊己，與半徑八寸五分如甲己相減，餘四寸五分如甲戊，即矢闊也。

又法以圓徑一尺七寸為弦，弧弦一尺五寸為股，求得句八寸，與圓徑一尺

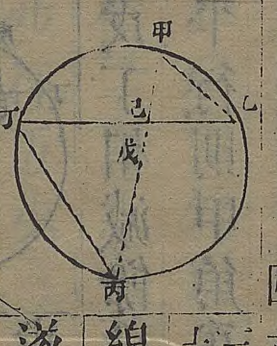
七寸相減餘九寸折半得四寸五分。即矢濶。如圖甲乙圓徑一尺七寸。與丁庚等。如自丙至庚作丙庚線。則成丁丙庚句股形。故以丁庚為弦。丙丁為股。求得丙庚句與戊辛等。與甲乙全徑相減。餘甲戊與辛乙兩段。折半即得甲戊為矢濶也。



設如弧矢形弦長一尺二寸。矢濶四寸。求圓徑幾何。答曰。一尺三寸。　法以矢濶四寸為首率。如丁乙。弧弦折半得六寸為中率。如甲乙。乃以中率六寸自乘得三十六寸。以首率四寸除之得九寸為末率。如乙戊。為圜之截徑。與矢濶四寸相加。即得圓全徑。如丁戊。



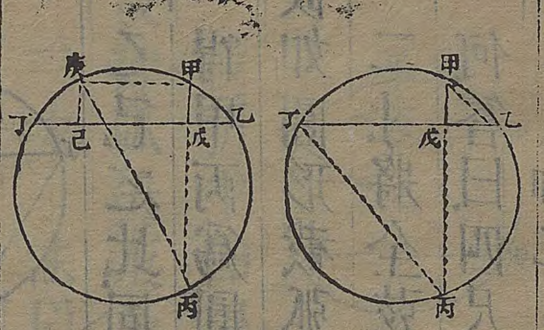
設如圓形截弧矢一段。任自弧界一處對圓心至弦作一斜線。長一尺二寸。將全弦分為兩段。大段長一尺八寸。小段長一尺六寸。問圓徑幾何。答曰。三尺六寸。　法以所作斜線一尺二寸為一率。如甲己。小段一尺六寸為二率。如乙己。大段一尺八寸為三率。如己丁。求得四率二尺四寸為截徑斜線。如己丙。將此線與甲己線相加得三尺六寸即圓徑。如圖。試將甲己斜線引長作甲丙



線。又自甲至乙作甲乙線。自丁至丙作丁丙線。遂成甲己乙。丁己丙。兩同式三角形。故甲己與乙己之比。同於己丁與己丙之比。既得己丙。與甲己相加。即得甲丙為圓徑也。

設如圓形截弧矢一段。任自弧界一處至弦作一垂線。長一尺二寸。將全弦分為兩段。大段長三尺。小段長一尺。問圓徑幾何。答曰。四尺二寸。　法以垂線一尺二寸為一率。如甲戊。小段一尺為二率。如乙戊。大段三尺為三率。如戊丁。求得四率二尺五寸。為自弧弦至

對界之垂線。如戊丙。將此線與甲戊線相加。得三尺七寸為股。如甲丙。以小段一尺與大段三尺相減。餘二尺為句。如甲庚。求得弦四尺二寸即圓徑。如庚丙。

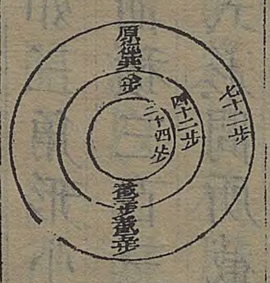


如圖。試將甲戊垂線引長作甲丙線。又自甲至乙作甲乙線。自丁至丙作丁丙線。遂成甲戊乙、丁戊丙兩同式三角形。故甲戊與戊乙之比。同於丁戊與戊丙之比。既得戊丙與甲戊相加即得甲丙。又以乙戊同丁己與戊丁相減餘戊己。與甲庚等。乃自甲至庚作甲庚線。與乙丁平行。則甲角為直角。必立於圜界之一半。又自庚至丙作庚丙線。則又成庚甲丙句股形。故以庚甲為句。甲丙為股。求得庚丙弦即圓徑也。

環田截積訣

環田要截外周積　倍積二周差步乘　原徑為法除見數
另以外周周自乘　以少減多餘作實　開方便得內周成
二周相減餘零數　六而取一徑分明

設如環田外周七十二步。內周二十四步。徑八步。今從外周截積二百八十五步。問截中周併徑各幾何。答曰。中周四十二步。徑五步。



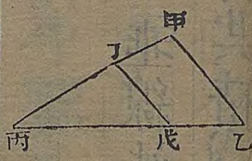
法倍截積。得五百七十步。却以外周減內周。餘差四十八步。乘之。得二萬七千三百六十步。以原徑八步除之。得三千四百二十步。另以外周自乘。得五千一百八十四步。以少減多。餘一千七百六十四步為實。開方得中周四十二步。以減外周七十二步。餘三十步。以六除之。得截徑五步。

若以前田從內周截積九十九步。問截中周併徑幾何。則照前法得中周四十二步。減去內周二十四步。餘一十八步。以六除之。得截徑

三步

各面形平分面積法

設如三角形小腰邊二十丈大腰邊三十四丈底邊四十二丈面積三百三十六丈今欲平分面積一半與原三角形爲同式形問所截三邊各幾何答曰截底邊二十九丈六尺九寸八分四釐八毫有餘截大腰邊二十四丈〇四寸一分六釐二毫有餘截小腰邊一十四丈一尺四寸二分一釐三毫有餘 法以原面積爲一率折半得一百六十八丈爲二率底邊自乘得一千七百六十四丈爲三率推得四率八百八十二丈開方卽得所截底邊乃以全底邊爲一率大腰邊爲二率所截底邊爲三率推得四率卽所截大腰邊又以全底邊爲一率小腰邊爲二率所截底邊爲三率推得四率卽所截小腰邊如圖甲乙丙三角

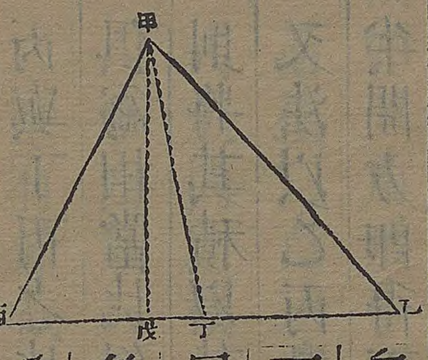


形平分面積一半成丁戊丙三角形此兩三角形既爲同式形則甲乙丙三角形之面積與丁戊丙三角形之面積之比同於各邊各自乘之正方面積與所截各邊各自乘之正方面積之比故所得四率開方而得戊丙也既得戊丙則乙丙與甲丙之比同於戊丙與丁丙之比又乙丙與甲乙之比同於戊丙與丁戊之比俱爲相當比例四率也若取原積三分之一或幾分之幾者則將其積以其分數歸之比例並同

又法以乙丙邊自乘折半開方卽得戊丙邊甲丙邊自乘折半開方卽得丁丙邊甲乙邊自乘折半開方卽得丁戊邊此卽面與面比線與線比之理也

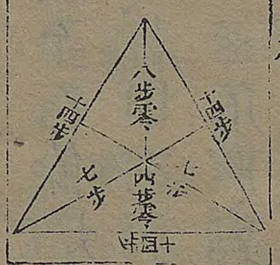
設如甲乙丙三角形面積三百八十四尺乙丙底邊三十二尺

今自甲角將原積平分爲二問每分底邊幾何答曰各一十六尺 法以乙丙底邊折半得一十六尺即每分底邊之數也蓋

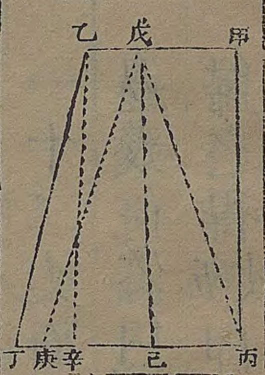


自甲至乙丙線上作甲戊垂線則甲丁乙甲丁丙兩三角形同以甲戊爲高即爲二平行線內同底兩三角形其面積必等故各得甲乙丙三角形積之一半而底邊亦各得一半也如分三分或四分者倣此類推

設如三角田三面各一十四步今平分作三段俱要四長中濶及積各幾何答曰每段中長八步〇八釐二毫八絲有餘中濶七步積二十八步二分九釐有餘 法用三角形求中垂線法求得中徑十二步一分二釐四毫三絲有餘以每面之半七步乘之得共積八十四步八分七釐有餘以三歸之得每段積二十八步二分九釐有餘乃以每面之半七步爲股取中垂線三分之一四步〇四釐一毫四絲有餘爲句求得弦八步〇八釐二毫八絲有餘即每段中長數乃用鈍角三角形求中垂線法以中長爲底爲一率以每邊之半與中垂線三分之一爲兩腰相加得十一步〇四釐一毫四絲爲二率相減餘二步九分五釐八毫六絲爲三率求得四率四步〇四釐一毫五絲爲底邊之較與底八步〇八釐二毫八絲相減餘四步〇四釐一毫三絲折半得二步〇二釐一毫絲爲句以小腰四步〇四釐一毫四絲爲弦求得股三步五分倍之得七步爲每段中濶數

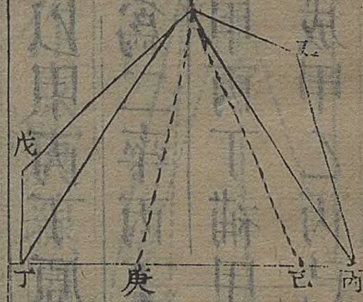


設如甲乙丙丁二平行線無直角四邊形甲乙邊八丈丙丁邊一十二丈面積一百六十丈今將原積分爲四分問每分截邊幾何答曰五丈 法以甲乙丙丁兩邊數相加得二十丈四歸之得五丈即每分所截之邊乃自甲量至戊得五丈自戊至丙



作戊丙線成甲戊丙三角形爲第一分又從丙量至己得(五丈)自戊至己作戊己線成丙戊己三角形爲第二分又從己量至庚得(五丈)自戊至庚作戊庚線成己戊庚三角形爲第三分又自庚至丁餘(二丈)自戊至乙餘(三丈)併之亦得(五丈)成戊庚丁乙斜方形即爲第四分也蓋甲乙與丙丁二線既爲平行自乙至辛作乙辛垂線則三三角形與一斜方形同以乙辛爲高其邊線既等則各形所得之面積亦必相等而各爲四邊形面積四分之一也

設如甲乙丙丁戊不等邊無直角五邊形面積一十九丈九十八尺甲乙邊二丈五尺乙丙邊三丈九尺丙丁邊六丈丁戊邊一丈五尺甲戊邊四丈一尺自甲角至丙角斜線五丈六尺自甲角至丁角斜線五丈二尺今從甲角將面積平分爲三分問截各邊幾何答曰一得丙丁邊一丈〇九寸八分有餘一得丙丁邊二丈九尺七寸三分有餘一得丙丁邊一丈九尺二寸八分有餘　法以面積三歸之得(六丈六十六尺)爲每分應分積數乃以甲丙甲丁兩斜線分爲三三角形算之用三角形求面積法求得甲乙丙三角形面積(四丈二十尺)甲丁戊三角形面積(二丈三十四尺)俱不足一分應得之數甲丙丁三角形面積(一十三丈四十四尺)又過於一分應得之數乃以一分應得之數與甲乙丙面積相減不足(二丈四十六尺)應取足於甲丙丁面積丙爰以甲丙丁原面積(一十三丈四十四尺)爲一率應取足補截積(二丈四十六尺)爲二率丙丁原邊(六丈)爲三率推得四率(一丈〇九寸八分二釐一毫四絲〇)爲甲丙丁補甲乙丙分數之邊如丙己乃自甲至己作甲己線成甲乙丙己不等邊四邊形爲第一分又以甲丙丁原面積



一十三丈四十四尺為一率，每分應得六丈六十六尺為二率，丙丁原邊六丈為三率，推得四率二丈九尺七寸三分二釐一毫四絲。為甲丙丁應得之邊，如己庚，乃自甲至庚作甲庚線，成甲己庚三角形，為第二分，餘甲庚丁戊不等邊四邊形，即第三分。此三分之面積俱相等也。蓋兩形同高者，其面積之比例，同於其底邊之比例，故此法一率三率皆面與面之比，二率四率皆線與線之比也。若以甲丁戊面積與每分應分面積相減，不足十丈三一尺，即所截甲庚丁面積。試以甲丙丁原積與甲庚丁截積之比，必同於丙丁原邊與庚丁截邊之比，而得庚丁為一丈九尺二寸八六釐四毫五絲。也

立方說

立方者，等邊六面之體積也。以形而言，雖為六面十二邊之所合，以積而言，則為自乘再乘之數。因其縱橫與高俱相等，故十二邊皆如一線，得其一邊，而十二邊莫不相同。其積之也，自線而面，自面而體，次第相乘，而後得其全積；其開之也，必次第析之，而後得其一邊。是故古人立為方廉長廉之制，每積三位而得邊之一位，所謂一千商十定無疑，三萬纔為三十餘，九十九萬不離十，百萬方為一百，推是也。其法先從一角而剖其體，以自一至九自乘再乘之數為方根，與實相審量其足減者而定之，是為初商。初商減盡無餘，則方根止一位；若有餘實，即初商方積外別成一缺角三面磬折體。其附初商之三面者謂之方廉，其附初商之三邊者謂之長廉，其附初商之角者謂之隅。廉各有三，故以三為廉法；隅惟一，而隅之三面即符於三長廉之端，合三方廉三長廉一隅，始合次商之數。故商除之法，以初商

自乘三因爲三方廉面積視初商餘實足方廉面積幾倍即定爲次商乃以次商乘三倍初商爲三長廉面積又以次商自乘爲小隅面積共合三方廉三長廉一小隅面積以次商數乘之爲次商廉隅之共積所謂初商方積外別成一缺角三面磬折體者是也如次商外尚有不盡之實則初商次商方積外仍爲三方廉三長廉一小隅又成一三面磬折形但較前方廉愈大長廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照次商之例遞析之實盡而止如開至多位實仍不盡者必非自乘再乘之正數此開立方之定法也體形不一而容積皆以立方爲準故立方爲算諸體之本諸體必通之立方而法乃可施也

立方訣

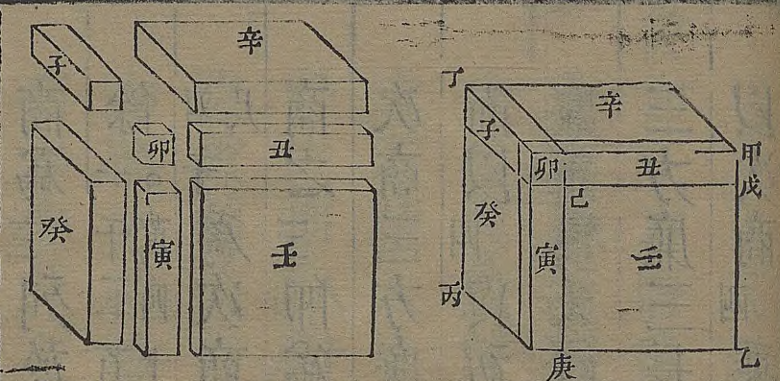
立方開法是如何　學者須先熟玩歌　初商自乘再乘數
減實餘來次第破　三因初商自乘積　三箇方廉面可識
初商三倍次商乘　是曰長廉三面形　次商自乘爲隅面
三面併乘次商遍　共成磬折三邊形　與實相減次商成
若然還有餘存實　三四多商依此的

設如正方體積一百二十五尺開立方問每邊幾何答曰五尺

法列積於中爲實自末位起算每方積三位定方邊一位今積止有三位則於五尺上定單位以自一至九自乘再乘之方根數與之相審知與五尺自乘再乘之數恰合乃以五尺列於左爲法而以五尺自乘得二十五尺再乘得一百二十五尺除實恰盡即得開立方數爲五尺也此法別無廉隅故不用次商如有餘實則自成廉隅而用次商矣

設如正方體積一丈七百二十八尺開立方問每邊幾何答曰

一丈二尺法列積於中為實自末位起算每方積三位定方邊一位故隔二位作記於八尺上定尺位一丈上定丈位其一丈為初商積與一丈自乘再乘之數相合即定初商為一丈列於左而以一丈自乘再乘仍得一丈為初商方積除實餘七百二十八尺為次商廉隅之共積乃以初商之一丈作一十尺自乘得一百尺三因之得三百尺為次商三方廉面積以除餘實足二尺即定次商為二尺列於左初商一丈之下而以二尺與初商一十尺相乘得二十尺三因之得六十尺為次商三長廉面積又以次商二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三百六十四尺為次商廉隅共法再以次商二尺乘之得七百二十八尺除實恰盡左位所商一丈二尺即每邊數也如圖甲乙丙丁正方體形每邊皆一丈二尺其中函積一千七百二十八尺其先從一角所



分戊乙庚己方體每邊一丈即初商數中函積一千尺即初商自乘再乘之數所餘辛形壬形癸形三方廉體其每邊一丈即初商數其厚二尺即次商數子形丑形寅形三長廉體其長一丈即初商數其濶其厚皆二尺亦即次商數卯形一小隅體其長與濶與厚皆二尺亦即次商數合辛壬癸三方廉子丑寅三長廉卯一小隅而成一磬折體形附於初商方體之三面而成一甲乙丙丁之總正方體此立方廉隅之法所由生也三商以後皆倣此遞析開之

設如正方體積三千九百三十〇萬四千尺開立方問每邊幾何答曰三百四十尺　法列積於中為實自末位數起再下

三位於空尺上定單位四千尺上定十位九百萬尺上定百
位其三千九百萬尺為初商積以初商本位計之則九百萬尺為初商積
之單位而三千九百為三十九止與三自乘再乘之數相準即定初
商為三列於左而以三自乘再乘得二十七為初商方積除實
餘一千二百三十○萬四千尺為次商廉隅之共積以次商本位計之則
四千尺為次商積之單位而一千二百三十○萬四千尺為一萬二千三百○四而初
商之三即為三十乃以初商之三十自乘得九百三因之得二千七百為
次商三方廉面積以除餘實足四倍即定次商為四列於左
而以四與初商三十相乘得一百二十三因之得三百六十為次商三長
廉面積又以次商之四自乘得一十六為次商一小隅面積合
三方廉三長廉一小隅面積共三千○七十六為次商廉隅共法再
以次商四乘之得一萬二千三百○四除實恰盡左商之三百四十尺即每
邊數也凡設數未至單位者皆依此例補足位分然後開之
設如正方體積八十億六千○一十五萬○一百二十五尺開
立方問每邊幾何答曰二千○○五尺 法列積於中為實自
末位起算於五尺上定單位空千尺上定十位空百萬尺上
定百位八十億尺上定千位其八十億尺為初商積以初商本位
計之則八十億尺為初商積之單位而八十億尺為八與二自乘再乘
之數相合即定初商為二列於左而以二自乘再乘得八為
初商方積除實八十億尺餘六千○一十五萬○一百二十五尺為續商共積以次
商本位計之則空百萬尺為次商積之單位而六千萬尺為六十而
初商之二即為二十乃以初商之二十自乘得四百三因之得一千二百
為次商三方廉面積以除六十其數不足是次商為空位再以
三商本位計之則空千尺為三商積之單位而六千○一十五萬尺為

六萬〇一百五十。而初商之二，即為二百，次商之空，即為空十，故以初商次商之二空，作二百，自乘得四萬，三因之得一十二萬，為三商三方廉面積，以除六萬〇一百五十，其數仍不足，是三商亦為空位。再以四商本位計之，則積與邊皆仍為本位，而初商之二，即為二千，乃以初商之一千尺自乘，得四百萬尺，三因之得一千二百萬尺，為四商三方廉面積，以除餘實，足五倍，即定四商為五尺，列於左，而以五尺與初商二千尺相乘，得一萬尺，三因之得三萬尺，為四商三長廉面積，又以四商五尺自乘，得二十五尺，為四商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共一千二百〇三萬〇〇二十五尺，為四商廉隅共法，再以四商五尺乘之，得六千〇一十五萬〇一百二十五尺，除實恰盡，左商之二千〇〇五尺，即每邊數也。此法商出之方邊有二空位，凡廉法除餘積而數不足者，皆依此例推之。

設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺，開立方，問每邊幾何。答曰一千四百八十八尺。　法列積於中為實，自末位起算，於二尺上定單位，六千尺上定十位，四百萬尺上定百位，三十億尺上定千位，其三十億尺為初商積。以初商本位計之，則三十億尺為初商積之單位，而三十億尺為三，止與一自乘再乘之數相準，即定初商為一，列於左，而以一自乘再乘仍得一，為初商方積，除實餘二十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺，為續商積。以次商本位計之，則四百萬尺為次商積之單位，而二十二億九千四百萬尺為二千二百九十四，而初商之一，即為一十，乃以初商之一十自乘得一百，三因之得三百，為次商三方廉面積，以除二千二百九十四，足七倍，因定次商為七，而以初商之一十與七相乘得七十，三因之得二百一十，為次商三長廉面積，又以次商七自乘得四十

九為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共五百五十九為次商廉隅共法以次商七乘之得三千九百一十三大於次商廉隅之共積是次商不可商七也乃改商六而以初商之一十與次商六相乘得六十三因之得一百八十為次商三長廉面積又以次商六自乘得三十六為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共五百一十六為次商廉隅共法以次商六乘之得三千○九十六仍大於次商廉隅之共積是次商不可商六也又改商五而以初商之一十與次商五相乘得五十三因之得一百五十為次商三長廉面積又以次商五自乘得二十五為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共四百七十五為次商廉隅共法以次商五乘之得二千三百七十五仍大於次商廉隅之共積是次商又不可商五也乃改商四而以初商之一十與次商四相乘得四十三因之得一百二十為次商三長廉面積又以次商四自乘得一十六為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共四百三十六為次商廉隅共法以次商四乘之得一千七百四十四是小於次商廉隅之共積[illegible]減也乃以次商之四列於左而以次商所得與實相減餘實五億五千○六十四萬六千二百七十二尺為續商積以三商本位計之則[illegible]為三商積之單位而五億五千○六十四萬六千尺作為五十五萬○六百四十六尺而初次商之一十四即為一百四十乃以初次商之一百四十自乘得一萬九千六百三因之得五萬八千八百為三商三方廉面積以除餘積足九[illegible]因定三商為九而以初次商之一百四十與三商九相乘得一千二百六十三因之得三千七百八十為三商三長廉面積又以三商九自乘得八十一為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共六萬二千六百六十一為三商廉

隅共法以三商九乘之得五十六萬三千九百四十九大於三商廉隅之共積是三商不可商九也乃改商八而以初次商之一百四十與三商八相乘得一千一百二十以三因之得三千三百六十為三商三長廉面積又以三商八自乘得六十四為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共六萬二千二百二十四為三商廉隅共法以三商八乘之得四十九萬七千七百九十二是小於三商廉隅之共積可減也乃以三商之八列於左而以三商所得與實相減餘實五千二百八十五萬四千二百七十二尺為四商廉隅之共積以四商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以初次三商之一千四百八十尺自乘得二百一十九萬○四百三因之得六百五十七萬一千二百為四商三方廉面積以除餘實足八倍即定四商為八列於左而以初次三商之一千四百八十與四商八相乘得一萬一千八百四十以三因之得三萬五千五百二十為四商

三長廉面積又以四商八自乘得六十四為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共六百六十萬六千七百八十四為四商廉隅共法以四商八乘之得五千二百八十五萬四千二百七十二尺除實恰盡左商之一千四百八十八尺即每邊數也此法因廉隅共法與商出之數相乘得數大於廉隅共積幾一倍故改商三次所乘之數始與次商廉隅共積相準而後次商之數可定凡開立方遇此類者皆依此例推之

設如方亭幾座用方甎鋪地其用一千七百二十八塊其所鋪之座數與每座每行之甎數相等問亭之座數幾何答曰一十二座 法列甎數於中為立方積用開立方法開之於八塊上定單位一千塊上定十位其一千為初商積以初商本位計之則一千為初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定

初商爲一列於左而以一自乘再乘得一千與實相減餘七百二十八塊爲次商廉隅共積乃以初商之一十自乘得一百三因之得三百爲次商三方廉面積以除餘實足二倍卽定次商爲二列於左而以初商之一十與次商二相乘得二十三因之得六十爲次商三長廉面積又以次商二自乘得四爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三百六十四爲次商廉隅共法以次商二乘之得七百二十八除實恰盡左商之一十二卽亭之座數也此法因所鋪亭數與每座塊數每行塊數俱相等是每座塊一十二行每行塊一十二塊其亭亦一十二座雖非立方形而法則立方法也故用立方法開之

設如方石一塊重二萬六千六百二十兩問每邊尺寸幾何答曰二尺二寸

法以石率寸方重二兩五錢除共重數得一萬〇六百四十八寸爲立方積列於中用開立方法開之其一萬寸爲初商積以初商本位計之則空千尺爲單位而一萬尺爲一十與二自乘再乘之數相準卽定初商爲二列於左而以二自乘再乘得八除實餘二千六百四十八寸爲次商廉隅共積而以初商之二作二十自乘得四百三因之得一千二百爲次商三方廉面積以除餘實足二倍卽定次商爲二列於左而以初商之二十與二相乘得四十三因之得一百二十爲次商三長廉面積又以二自乘得四爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千三百二十四爲次商廉隅共法以次商二乘之得二千六百四十八寸除實恰盡左商之二十二寸卽石每邊數也此法因石是兩數所問乃石之寸數故先將石之兩數變爲寸而開立方卽得每邊之寸數也

設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分欲作一方匣

盛之問匣高幾何答曰一十一寸法以水銀率寸方重十一兩二錢八分除共重數得一千三百三十一寸為立方積列於中用開立方法開之其一千寸為初商積以初商本位計之則一千為初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定初商為一列於左而以一自乘再乘得一千除實餘三百三十一寸為次商廉隅共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百為次商三方廉面積以除餘實足一倍即定次商為一列於左而以初商一十乘之得一十三因之得三十為次商三長廉面積又以次商一自乘仍得一為一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三百三十一為次商廉隅共法以次商一乘之如故除實恰盡左商之一十一寸為方匣之高也

帶縱較數立方說

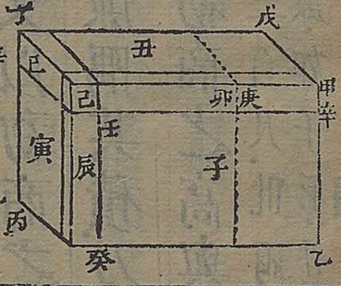
帶縱立方者兩兩等邊長方體積也高與濶相等惟長不同者為帶一縱立方長與濶相等而皆比高多者則為帶兩縱相同之立方至於長與濶與高皆不等者則為帶兩縱不同之立方開之之法大槩與立方同祇有帶縱之異耳其帶一縱之法如以高與濶相等惟長不同為問者則以初商為高與濶以之自乘又以初商加縱數為長以之再乘得初商積至次商以後亦有三方廉三長廉一小隅但其一方廉附於初商積之方面者即初商數其二方廉附於初商積之長面者則帶縱也其二長廉附於初商積之方邊者即初商數其一長廉附於初商積之長邊者則帶縱也其帶兩縱相同之法如以長與濶相等皆比高多為問者則以初商加縱數為長與濶以之自乘又以初商為高以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積

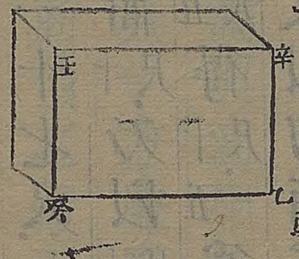
之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則各帶一縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長闊兩邊者則各帶一縱也其帶兩縱不同之方如以闊比高多長比闊又多爲問者則以初商爲高加闊縱爲闊與高相乘又加長縱爲長以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則一帶闊縱一帶長縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長闊兩邊者則各帶一縱也惟小隅則無論帶一縱兩縱皆各以所商之數自乘再乘成一小正方其每邊之數即三方廉之厚亦即三長廉之闊與厚焉凡有幾層廉隅皆依次商之例遞析推之法雖不一要皆本於正方而後加帶縱故凡商出之數皆爲小邊方體共十二邊若帶一縱或帶兩縱相同者則八邊相等四邊相等若帶兩縱不同者則每四邊各相等是故得其一邊加入縱多即得各邊也

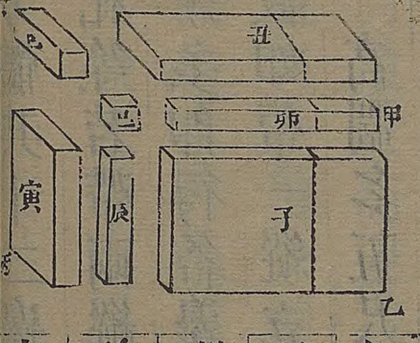
設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與闊相等長比高闊多五尺問高闊長各幾何答曰高與闊俱一十二尺長一十七尺

法列積如開立方法商之其二千尺爲初商積可商十尺乃以十尺列於左而以所商十尺爲初商之高與闊加縱多五尺得十五尺爲初商之長即以初商之高與闊十尺自乘得一百尺又以初商之長十五尺再乘得一千五百尺除實餘九百四十八尺爲次商廉隅共積乃以初商之高與闊十尺自乘得一百尺此一方廉如寅形又以初商之長十五尺與初商之高與闊十尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺此兩方廉如子形丑形兩數相併得四百尺爲次商三方廉面積以除

餘實足二尺卽定次商爲二尺列於左而以初商之高與闊十尺倍之得二十尺此兩長廉如辰形巳形又與初商之長十五尺相併此一長廉如卯形得三十五尺以次商二尺乘之得七十尺爲次商三長廉面積又以次商二尺自乘得四尺爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共四百七十四尺爲廉隅共法以次商二尺乘之得九百四十八尺除實恰盡左商之十二尺卽高與闊加縱多五尺卽長也如闊甲乙高甲戊闊俱十二尺甲己長十七尺甲己比庚己多甲庚五尺卽縱多數其從一角所分辛乙癸壬長方體形壬癸與辛乙皆十尺卽初商數壬辛十五尺卽初商加縱多數其體積一千五百尺卽初商自乘







又以初商加縱多再乘之數所餘三方廉內寅形一正方廉每邊十尺卽初商數子形丑形二長方廉每闊十尺長十五尺其長比闊多五尺卽縱多數其厚皆二尺卽次商數又餘三長廉內辰形巳形皆長十尺卽初商數卯形較長五尺卽縱多數其闊與厚皆二尺卽次商數再餘一小隅己形其長闊與高皆二尺亦卽次商數合子丑寅三方廉卯辰巳三長廉己一小隅共成一磬折體形附於初商長方體之三面而成甲乙丙丁之總長方體也三商以後皆倣此遞析開之

設如帶一縱立方積一萬九千〇〇八寸其高與闊相等長比高闊多一百二十寸問高闊長各幾何答曰高與闊俱十二寸長一百三十二寸 法列積如開立方法商之其一萬九千寸爲初商積可商二十寸則以二十寸爲高與闊加縱多得一百四十寸

為長。即以高與濶二十寸自乘。得四百寸。又以長一百四十寸再乘。得五萬六千寸。大於原積二倍有餘。乃退商十寸列於左。而以所商十寸為初商之高與濶。加縱多得一百三十寸。為初商之長。乃以初商之高與濶十寸自乘。得一百寸。又以初商之長一百三十寸再乘。得一萬三千寸。除實餘六千○○八寸。為次商廉隅共積。乃以初商之高與濶十寸自乘。得一百寸。又以初商之高與濶十寸。與初商之長一百三十寸相乘。得一千三百寸。倍之得二千六百寸。兩數相併。得二千七百寸。為次商三方廉面積。以除餘實。足二寸。即定次商二寸。列於左。而以初商之高與濶十寸倍之。得二十寸。又與初商之長一百三十寸相併。得一百五十寸。以次商二寸乘之。得三百寸。為次商三長廉面積。又以次商二寸自乘。得四寸。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積共三千○○四寸。為廉隅共法。以次商二寸乘之。得六千○○八寸。除實恰盡。左商之十二寸。即高與濶。加入縱多。即長也。此法因帶縱甚大。若棱立方例定初商數。加入縱多。所得初商積。必大於原積幾倍。依次逐漸改商。又至甚煩。故約畧其分退商之。至商出之積。比原積畧小而後可。是則帶縱立方立法之最難者也。

設如一尺土方三萬九千六百八十八尺。築堤一段。高與濶相等。長比高濶多六十尺。問高濶長各幾何。答曰。高與濶俱二十二尺。長八十二尺。

法列積如開立方法商之。其三萬九千尺。為初商積。可商三十尺。但加入縱多。所得初商積。大於原積二倍有餘。乃退商二十尺。列於左。而以所商二十尺。為初商之高與濶。加縱多得八十尺。為初商之長。即以初商之高與濶二十尺自乘。得四百尺。又以初商之長八十尺再乘。得三萬二千尺。除實餘七千六百

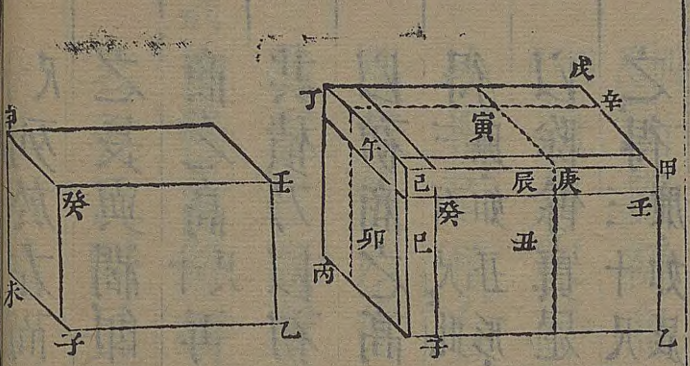
八十八尺為次商廉隅共積乃以初商之高與濶二十尺自乘得四百尺又以初商之高與濶二十尺乘初商之長八十尺得一千六百尺倍之得三千二百尺兩數相併得三千六百尺為次商三方廉面積以除餘實足二尺則以二尺列於左而以初商之高與濶二十尺倍之得四十尺與初商之長八十尺相併得一百二十尺以次商二尺乘之得二百四十尺為次商三長廉面積又以次商二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積得三千八百四十四尺為廉隅共法以次商二尺乘之得七千六百八十八尺除實恰盡左商之二十二尺為堤之高與濶加入縱多即堤之長也

設如帶兩縱相同立方積三千四百六十八尺長與濶俱比高多五尺問長濶高各幾何

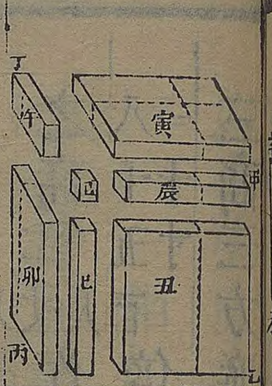
答曰長與濶俱十七尺高十二尺

法列積如開立方法商之其三千尺為初商積可商十尺乃以十尺列於左而以初商十尺為初商之高加縱多五尺得十五尺為初商之長與濶即以初商之長與濶十五尺自乘得二百二十五尺又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺除實餘一千二百十八尺為次商廉隅共積乃以初商之長與濶十五尺自乘得二百二十五尺此一方廉如寅形又以初商之高十尺與初商之長與濶十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺此兩方廉如丑形卯形兩數相併得五百二十五尺為次商三方廉面積以除餘實足二尺則以二尺列於左而以初商之長與濶十五尺倍之得三十尺此兩長廉如辰形午形與初商之高十尺相併此一長廉如巳形得四十尺以次商二尺乘之得八十尺為次商三長廉面積又以次商二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積得六百〇九尺為廉隅共法以次商二尺乘之得一千二百十八尺除實恰盡左商之十二尺為高加入縱多為長與濶也如圖甲乙高十

二尺甲戊長甲己濶俱十七尺甲戊比甲辛多辛戊甲己比庚己多甲庚俱五尺即縱多數其從一角所分壬乙子癸扁方體形癸子與壬乙皆十尺即初商數壬癸與癸申皆十五尺即初商加縱多之數其體積二千二百五十尺即初商加



縱多自乘又以初商再乘之數所餘三方廉內寅形一正方廉每邊十五尺即初商加縱多之數丑形卯形二長方廉每高十尺長十五尺其長比高多五尺即縱多數其厚皆二尺即次商數又餘三長廉內巳形長十尺即初商數辰形午形較長五尺即縱多數其濶與厚皆二尺即次商數再餘一小隅己形其長濶與高皆二尺亦即次商數合丑寅卯三方廉辰巳午三長廉



己一小隅共成一磬折體形附於初商扁方體三面而成甲乙丙丁之總扁方體也三商以後皆依此遞析開之

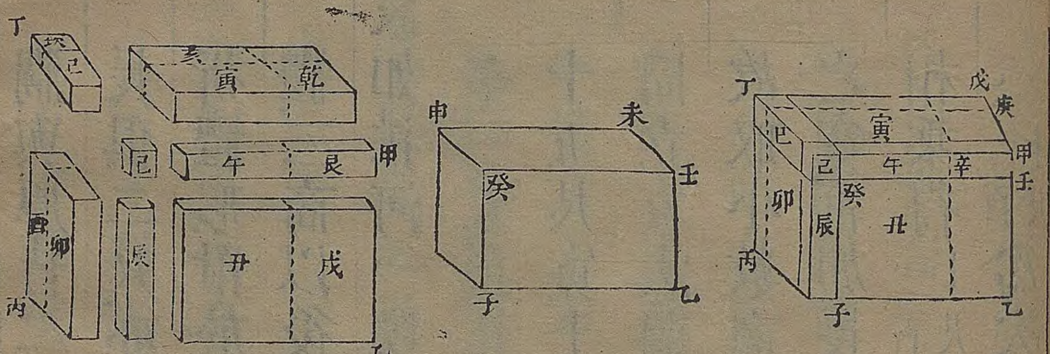
設如帶兩縱相同立方積一十一丈五百〇九尺二百六十八寸長與濶俱比高多二尺一寸問長濶高各幾何答曰長與濶俱二丈三尺三寸高二丈一尺二寸　法列積如開立方法商之其十一丈爲初商積可商二丈乃以二丈列於左而以所商二丈爲初商之高加縱多得二丈二尺一寸爲初商之長與濶乃以初商之長與濶二丈二尺一寸自乘得四丈八十八尺四十一寸又以初商之高二尺再乘得九丈七百六十八尺二百寸除實餘一丈七百四十一尺〇六十八寸即一千七百四十一尺〇六十八寸爲次商廉隅共積乃以初商之長與濶作二十二尺一寸自乘得四百八十八尺四十一寸又以初商之高作二十尺與初商之長與

潤二十二尺一寸相乘得四百四十二尺倍之得八百八十四尺兩數相併得一千三百七十二尺四十一寸爲次商三方廉面積以除餘實足一尺卽定次商爲一尺列於左而以初商之長與潤二十二尺一寸倍之得四十四尺二寸與初商之高二十尺相併得六十四尺二寸以次商一尺乘之得六十四尺二十寸爲次商三長廉面積又以次商一尺自乘仍得一尺爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千四百三十七尺六十一寸爲廉隅共法以次商一尺乘之得一千四百三十七尺六百一十寸除實餘三百○三尺四百五十八寸卽三十萬三千四百五十八寸爲三商廉隅共積乃以初次商之長與潤二丈三尺一寸作二百三十一寸自乘得五萬三千三百六十一寸又以初次商之高二丈一尺作二百一十寸與初次商之長與潤二百三十一寸相乘得四萬八千五百一十寸倍之得九萬七千○二十寸兩數相併得一十五萬○三百八十一寸爲三商三方廉面積以除餘實足二寸卽定三商爲二寸列於左而以初次商之長與潤二百三十一寸倍之得四百六十二寸與初次商之高二百一十寸相加得六百七十二寸以三商二寸乘之得一千三百四十四寸爲三商三長廉面積又以三商二寸自乘得四寸爲三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共一十五萬一千七百二十九寸爲廉隅共法以三商二寸乘之得三十萬三千四百五十八寸除實恰盡左商之二丈一尺二寸卽立方之高加縱多得二丈三尺三寸卽立方之長與潤也

設如帶兩縱不同立方積三千○二十四尺潤比高多二尺長比潤又多四尺問高潤長各幾何答曰高十二尺潤十四尺長十八尺

法列積如開立方法商之其三千尺爲初商積可商十尺乃以十尺列於左爲初商之高加二尺得十二尺爲初商之潤再加四尺得十六尺爲初商之長乃以初商之高與潤相乘得一百二十尺又以初商之長再乘得一千九百二十尺除實餘一千一百○四尺爲

次商廉隅共積乃以初商之高與濶相乘得一百二十尺此一方廉如卯形又以初商之高與長相乘得一百六十尺此一方廉如丑形又以初商之濶與長相乘得一百九十二尺此一方廉如寅形三數相併得四百七十二尺為次商三方廉面積以除餘積足二尺乃以二尺列於左而以初商之高此一長廉如辰形與初商之濶此一長廉如巳形相併得二十二尺又與初商之高長此一長廉如午形相併得三十八尺以次商二尺乘之得七十六尺為次商三長廉面積又以次商二尺自乘得四尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共五百五十二尺為廉隅共法以次商二尺乘之得一千一百○四尺除實恰盡左商之十二尺為高加濶比高多二尺得十四尺為濶再加長比濶多四尺得十八尺為長也如圖甲乙高十二尺甲戊濶十四尺甲己長十八尺甲戊比甲庚多二尺即濶比高多之數甲己比辛己多六尺即長比高多之數



其從一角所分壬乙子癸長方體形壬乙與癸子皆十尺即初商數壬未與癸申皆十二尺即初商加濶多數壬癸與子乙皆十六尺即初商加濶多又加長多數其積一千九百二十尺即初商積所餘三方廉內卯形高十尺即初商數其帶濶縱二尺如酉即濶多數丑形高十尺亦即初商數其帶長縱六尺如戊即濶多併長多數寅形濶十尺又帶濶多二尺如亥即初商加濶多數其帶長縱六尺如乾即初商加濶多又加長多數其厚皆二尺即次商數又餘三長廉內辰形長十尺即初商數巳形多二尺如坎即濶多數午形多六尺如艮即濶多併長多數其

濶與厚皆二尺，亦卽次商數，又餘已形一小隅，其高與濶與長俱二尺，亦卽次商數，合三方廉三長廉一小隅，共成一磬折體形，附於初商長方體之三面，而成甲乙丙丁之總長方體。三商以後，皆倣此遞析開之。

設如挑河一段，但知挑出土方七萬六千一百四十尺，寬比深多三尺，長比寬多二百六十四尺，問寬長深各幾何。答曰：深十五尺，寬十八尺，長二百八十二尺。法列積，用帶兩縱不同立方法開之。其七萬六千尺為初商積，可商四十尺，因長縱甚多，故取小數商十尺，列於左，為初商之深，加寬多得十三尺，為初商之寬，再加長多得二百七十七尺，為初商之長，乃以初商之深與濶相乘得一百三十尺，又以初商之長再乘，得三萬六千〇十尺。除實餘四萬〇一百三十尺，為次商廉隅共積，乃以初商之深與寬相乘，得一百三十尺，又以初商之寬與長相乘，得三千六百〇一尺，又以初商之深與長相乘，得二千七百七十尺。三數相併，得六千五百〇一尺，為次商三方廉面積，以除餘積，足五尺，卽以五尺列於左，而以初商之深、初商之寬、初商之長三數相併，得三百尺，以次商五尺乘之，得一千五百尺，為次商三長廉面積，又以次商五尺自乘，得二十五尺，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共八千〇二十六尺，為廉隅共法，以次商五尺乘之，得四萬〇一百三十尺。除實恰盡，左商之十五尺，卽挑河之深，加多三尺，得十八尺，為寬，再加多二百六十四尺，得二百八十二尺，為長也。

設如白玉一方，重九十三兩六錢，但知濶比高多一寸，長比濶多三寸，問高濶長各幾何。答曰：高二寸，濶三寸，長六寸。法以玉寸方重二兩六錢為一率，一寸為二率，今所設玉重九十三兩六錢為

三率推得四率三十六寸爲長方體積乃以濶比高多一寸長比濶多三寸爲帶兩縱之較用帶兩縱不同較數開立方法算之得高二寸加濶多得三寸爲濶再加長多得六寸爲長也

帶縱和數立方說

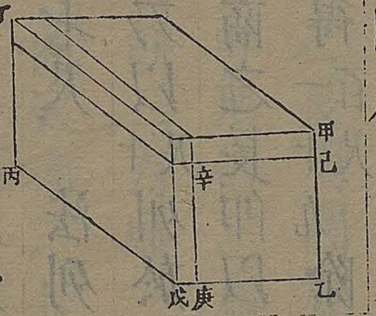
帶縱較數立方其法已難而帶縱和數立方其法尤難故古無傳而以理推之則法有與較數相對待者其帶一縱立方高與濶相等惟長不同如以長與高和或長與濶和爲問者則以初商爲高與濶而與和數相減餘爲長乃以高與濶自乘以長再乘爲初商積其或和數甚多而積甚少案立方法商之必至大於原積者則以和數除原積得數約開平方可得幾數取畧大數以定初商初商減積有餘實者其初商方積外有二方廉一長廉成兩面磬折體形而初商之高與濶少一次商初商之長多一次商故內少一方廉積商除之法則以初商之高與濶與初商之長相乘倍之爲二方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取畧大數以定次商而以初商自乘次商再乘得一方廉積與餘實相加始足次商二方廉一長廉之共積故以次商與初商之長相減餘爲初商次商之共長與初商相乘倍之爲二方廉面積又以初商次商之共長與次商相乘爲一長廉面積合二方廉一長廉面積以次商乘之爲二方廉一長廉之共積所謂初商方積外成兩面磬折體形是也其帶兩縱相同立方長與濶相等惟高不同如以高與濶和或高與長和爲問者則以初商爲高與和數相減餘爲長與濶乃以長與濶自乘以高再乘爲初商積其或和數甚多而積甚少案立方法商之必至大於原積者則以和數自乘除原積約足幾倍取畧大數以定初商

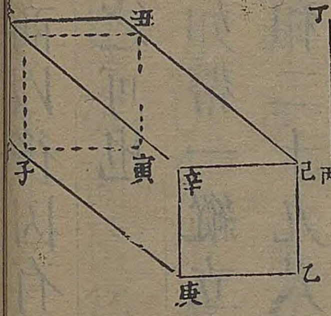
初商減積有餘實者初商方積外止一方廉成一扁方體形而初商之高少一次商初商之長與濶各多一次商故內少二方廉一長廉積商除之法則以初商之長與濶自乘爲一方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取畧大數以定次商以次商與初商之長與濶相減餘爲初商次商之長與濶而與初商相乘次商再乘倍之爲二方廉積又以次商自乘初商再乘爲一長廉積合二方廉一長廉積與餘實相加始足次商一方廉積故以初商次商之長與濶自乘次商再乘爲一方廉積所謂初商方積外成一扁方體形是也其帶兩縱不同立方與帶兩縱相同立方同但帶兩縱相同者其次商積爲一正方廉帶兩縱不同者其次商積爲一長方廉耳要之定商皆以小於半和爲準有時退商而反不足進商而反有餘須合初商次商以斟酌之至次商以後因有益積之法故廉法亦不足憑則又須較量而增損之可也

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺高與濶相等長與濶和二十九尺問高濶長各幾何答曰高與濶俱十二尺長十七尺

法列積如開立方法商之其[一千尺]爲初商積可商[十尺]乃以[十尺]列於左爲初商之高與濶與和數相減餘[十九尺]爲初商之長即以初商之高與濶自乘得[一百尺]以初商之長再乘得[一千九百尺]除實餘[五百四十八尺]乃以初商之高與初商之長相乘得[一百九十尺]倍之得[三百八十尺]以除餘實足[一尺]因須益積且初商之長尚須減去次商數故取畧大數[二尺]爲次商列於左而以初商[十尺]自乘次商[二尺]再乘得[二百尺]與餘實相加得[七百四十八尺]爲次商二方廉一長廉共積乃以次商[二尺]與初商之長相減餘

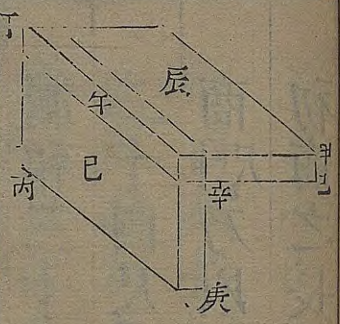
十七尺為初商次商之長與初商之高與濶十尺相乘得一百七十尺倍之得三百四十尺為二方廉面積又以次商二尺與初商次商之長相乘得三十四尺為一長廉面積合二方廉一長廉面積共三百七十四尺以次商二尺乘之得七百四十八尺除實恰盡左商之十二尺為高





與濶與和相減餘十七尺為長也如圖甲乙高乙戊濶皆十二尺戊丙長十七尺乙戊與丙戊共二十九尺即長濶之和其從一角所分己乙壬癸長方體形己乙與乙庚皆十尺即初商數壬庚十九尺即和內減初商所餘之數比戊丙多子壬一段即次商數己乙壬癸長方積一千九百尺即初商自乘又與初商與和減餘再乘之數比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形因

初商積內多減去此積故以初商自乘次商再乘而得丑寅壬癸扁方體積與餘實相加即得甲己辛庚丙丁兩面磬折體形其辰形巳形為兩方廉濶皆十尺即初商數長皆十七尺即和



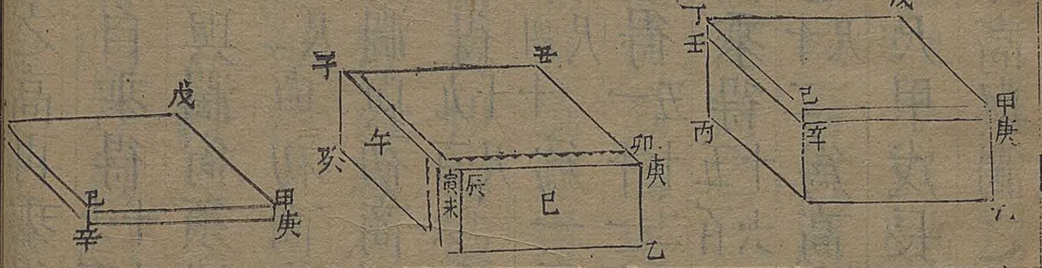
內減初商次商所餘之數厚皆二尺即次商數午形為一長廉長十七尺與方廉同濶與厚皆二尺亦即次商數合二方廉一長廉成兩面磬折體形附於長方體之兩面而成甲乙丙丁之總長方體也

設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺高與濶相等長與濶和一千二百四十三尺問高濶長各幾何答曰高與濶俱九尺長一千二百三十四尺 法列積如開立方法商之其九萬九千尺為初商積可商四十尺而和數甚多案法相乘過大

於原積爰以和數爲法除原積足八十尺有餘以八十尺開平方約足九尺乃以九尺列於左爲高與濶與和相減餘一千二百三十四尺爲長即以高與濶自乘得八十一尺以長再乘得九萬九千九百五十四尺除實恰盡左商之九尺爲高與濶與和相減餘數爲長也此法因帶一縱甚多高與濶甚少其長濶和比長所多無幾故以長濶和除原積即得高與濶自乘之一面積而開平方所得即高與濶與和相減所餘即長也

設如帶兩縱相同立方積六千九百十二尺長與濶相等高與濶和三十六尺問高濶長各幾何答曰高十二尺長與濶俱二十四尺

法列積如開立方法商之其六千尺爲初商積可商十尺乃以十尺列於左爲初商之高與高濶和相減餘二十六尺爲初商之長與濶即以初商之長與濶自乘得六百七十六尺又以初商之高再乘得六千七百六十尺除實餘一百五十二尺乃以初商之長與濶自乘得六百七十六尺以除餘實不足一尺因須益積且初商之長與濶尚須減去次商故取大數二尺爲次商列於左而以次商二尺與初商之長與濶二十六尺相減餘二十四尺爲初商次商之長與濶與初商十尺相乘得二百四十尺以次商二尺再乘得四百八十尺倍之得九百六十尺爲二方廉積又以次商二尺自乘以初商十尺再乘得四十尺爲一長廉積合二方廉一長廉積共一千尺與餘實相加得一千一百五十二尺爲次商二方廉積乃以初商次商之長與濶自乘得五百七十六尺以次商二尺再乘得一千一百五十二尺除實恰盡左商之十二尺爲高與和相減餘二十四尺爲長與濶也如圖甲乙高十二尺甲戊長甲己濶俱二十四尺甲己與甲乙共三十六尺即高與濶之和其從一面所分庚乙癸子扁方體形庚乙十



尺卽初商數庚丑與庚寅皆二十六尺卽和內減去初商之數庚丑比甲戊多庚卯一段庚寅比甲己多辰寅一段卽次商數庚乙癸子長方積六千七百六十尺卽初商與和相減餘數自乘初商再乘之數比初商原體積多巳午二方廉積未一長廉積因初商積內多減去此積故以初商次商之長與濶與初商相乘以次商再乘倍之卽得巳午二方廉積又以次商自乘以初商再乘卽得未一長廉積與餘實相加卽得甲庚辛壬丁戊扁方體形其甲戊長甲己濶皆二十四尺卽和內減去初商次商之數甲庚厚二尺卽次商數附於初商扁方體之一面而成甲乙丙丁之總扁方體也三商以後皆倣此遞析推之

設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千〇六十四尺長與濶相等高與濶和一千尺問高濶長各幾何答曰高四尺長與濶俱九百九十六尺

法列積如開立方法商之其三百萬尺為初商積可商一百尺而高濶和為一千尺按法相乘過大於原積爰以和數自乘得一百萬尺以除原積足三尺取畧大數四尺列於左為高與和數相減餘九百九十六尺為長與濶卽以長與濶自乘得九十九萬二千〇一十六尺又以高四尺再乘得三百九十六萬八千〇六十四尺除實恰盡左商之四尺為高與和相減所餘九百九十六尺為長與濶也

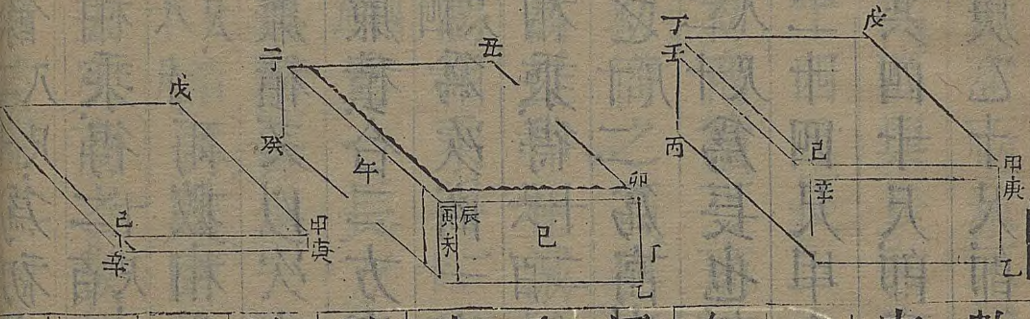
此法因帶兩縱甚多而高數甚少其高濶和比原長原濶所多無幾故以高濶和自乘得一而積以除原積卽得高與高濶和相減所餘為濶亦卽長邊也

設如帶兩縱不同立方積八千〇六十四尺高與濶和三十六尺高與長和四十尺問高濶長各幾何答曰高十二尺濶二十四尺長二十八尺

法列積如開立方法商之其八千尺為初商積可商二十尺因欲得小於半和之數乃退商十尺於左為初商之高與高濶和相減餘二十六尺為初商之濶又以高十尺與高長和相減餘三十尺為初商之長即以初商之高與初商之濶相乘得二百六十尺以初商之長再乘得七千八百尺除實餘二百六十四尺為一長方廉積其厚即次商之數其長與濶比初商之長與濶各少一次商之數乃以初商之長與初商之濶相乘得七百八十尺以除餘實不足一尺因須益積且初商之長濶尚須減去次商之數故取大數二尺列於左而以次商二尺與初商之濶相減餘二十四尺為初商次商之濶以次商二尺與初商之長相減

餘二十八尺為初商次商之長即以初商次商之濶與初商之高相乘得二百四十尺又以初商次商之長與初商之高相乘得二百八十尺兩數相併得五百二十尺以次商二尺乘之得一千〇四十尺為二方廉積又以次商二尺自乘得四尺以初商十尺再乘得四十尺為一長廉積合二方廉一長廉積共一千〇八十尺與餘實相加得一千三百四十四尺為次商一方廉積乃以初商次商之濶與初商次商之長相乘得六百七十二尺以次商二尺再乘得一千三百四十四尺除實恰盡左商之十二尺為高與高濶和相減餘二十四尺為濶與高長和相減餘二十八尺為長也如圖甲乙高十二尺甲戊長二十八尺甲己濶二十四尺甲乙與甲己共三十六尺即高濶和甲乙與甲戊共四十尺即高長和其從一面所分庚乙癸子扁長方體形庚乙十尺即初商數庚丑三十尺即高長和內減去初商之

數庚寅二十六尺即高濶和內減去初商之數
庚丑比甲戌多庚卯一段庚寅比甲己多辰寅
一段即次商數庚乙癸子長方積七千八百尺
即初商之長濶相乘又以高再乘之數比原長
原濶多巳午二方廉積末一長廉積因初商積
內多減去此積故以初商次商之長與初商之
高相乘以初商次商之濶與初商之高相乘兩
數相併以次商再乘即得巳午二方廉積又以
次商自乘以初商再乘即得末一長廉積



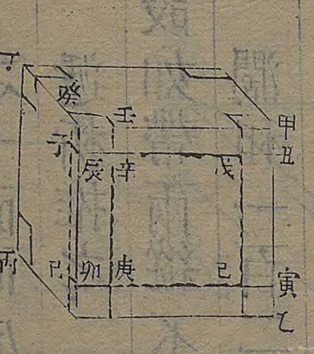
與餘積相加即得甲庚辛壬丁戊一扁長方體
形其甲己濶二十四尺即高濶和內減去初商
次商之數甲戌長二十八尺即高長和內減去
初商次商之數甲庚厚二尺即次商數附於初商扁長方體
之一面而成甲乙丙丁之總扁長方體也三商以後皆倣此
遞析推之

設如帶兩縱不同立方積一十七萬二千六百九十二尺高與
濶和一百二十九尺高與長和二百四十尺問高濶長各幾
何答曰高六尺濶一百二十三尺長二百三十四尺　法列
積如開立方法商之其十七萬二千尺爲初商積可商五十尺而長即
爲一百九十尺濶即爲七十九尺按法相乘過大於原積爰以高濶和
與高長和相乘得三萬〇八百六十尺以除原積足五尺取畧大之數六尺
列於左爲高與高濶和相減餘一百二十三尺爲濶又以高六尺與高
長和相減餘二百三十四尺爲長即以濶與長相乘得二萬八千七百八十二尺
又以高再乘得十七萬二千六百九十二尺除實恰盡左商六尺爲高而濶

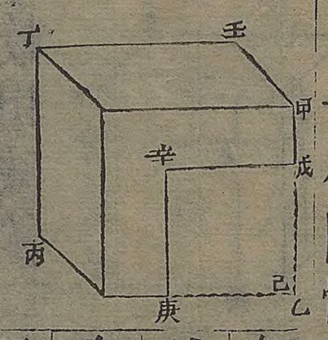
為一百二十三尺長為一百三十四尺也此法因帶兩縱甚多而高數甚少其高濶和比原濶所多無幾高長和比原長所多亦無幾故以高濶和與高長和相乘得一面積以除原積而得高也既得高各於和數內減之而長濶亦得矣

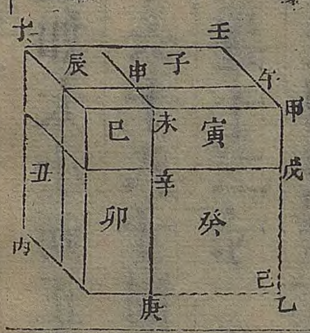
各體形求邊周法

設如空心正方體積一千二百一十六寸厚二寸問內外方邊各幾何答曰內方邊八寸外方邊一尺二寸



法以厚二寸自乘再乘得八寸八因之得六十四寸如壬辛子癸類八小隅體積與共積相減餘一千一百五十二寸六歸之得一百九十二寸如丑寅巳子類縱橫六長方扁體積用厚二寸除之得九十六寸為內方邊如丑寅與戊巳等與外方邊如丑辰與甲乙等相乘長方面積乃以厚二寸倍之得四寸如丑戊與辛辰為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶八寸即內方邊得長一尺二寸即外方邊



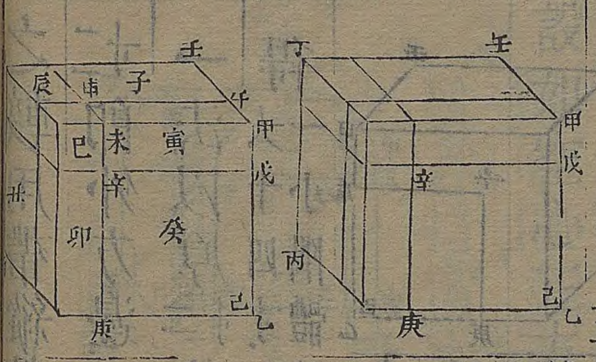


一法以厚二寸倍之得四寸為內方邊與外方邊之較自乘再乘得六十四寸如巳一小隅體積與共積相減餘一千一百五十二寸為三方廉三長廉體積三歸之得三百八十四寸為一方廉一長廉體積如午甲乙庚未申扁長方形以內外方邊之較四寸即厚除之得九十六寸為長方面積以內外方邊之較四寸為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶八寸即內方邊加較四寸得長一尺二寸即外方邊也此法如圖以戊己庚辛空心小正方形移置乙角之一隅則空心正方體變為甲戊辛庚丙丁壬三面磬折體形故依開立方次商法分之而得癸子丑三方廉寅卯辰三長廉巳一小隅

體次第歸除得一長方面積而用帶縱平方法算之也

設如大小兩正方體大體比小體每邊多四寸積多二千三百六十八寸問大小兩體邊各幾何答曰大體邊十六寸小體邊十二寸

法以邊較四寸自乘再乘得六十四寸一小隅體積如己與積較相減餘二千三百〇四寸為三方廉三長廉體積三歸之得七百六十八寸為一方廉一長廉體積如午甲乙庚未申扁長方形以邊較四寸除之得一百九十二寸為長方面積乃以邊較四寸為長闊之較用帶縱較數開平方法算之得闊十二寸即小方邊加較四寸得長十六寸即大方邊如圖試於甲乙丙丁大方體



減去戊己庚辛小方體餘壬甲戊辛庚丙丁三面磬折體形即大正方比小正方所多之積甲戊為磬折體之厚即大正方比小正方所多之邊此三面磬折體形依開立方次商法分之則得癸子丑三方廉寅卯辰三長廉巳一小隅體故次第歸除得一長方面積用帶縱較數開平方法算之而得大小二體之邊也

設如正方青石一塊紅石一塊紅石比青石每邊多二寸體積多五十六寸問二石之邊及重各幾何答曰青石邊二寸重二十三兩〇四分紅石邊四寸重一百六十三兩八錢四分

法用大小二立方有邊較積較求邊法算之以邊較二寸自乘再乘得八寸與積較相減餘四十八寸三歸之得十六寸以邊較二寸除之得八寸為長方面積以邊較二寸為縱較用帶縱較數開平方法算之得闊二寸即青石邊加較得長四寸即紅石邊乃以一寸為一率紅石寸方重二兩五錢六分為二率紅石邊四寸自乘再乘得六十四寸為三率推得四率為紅石重數又以一寸為一率青石寸

方重二兩八錢八分為二率。青石邊二寸，自乘再乘得八寸，為三率。推得四率，即青石重數。此法因二石皆為正方體，故用大小二立方有邊較積較求邊法，求得二石之邊，自乘再乘，即得二石之體積，用寸方重數定率，以比例之，即得二石之重數也。

設如有正方大中小水桶三箇，小桶每邊一尺，大桶比中桶每邊多二寸，其體積與中小兩桶之共積等，問三桶盛水重數各幾何。答曰：小桶九百三十兩，中桶一千五百七十兩九錢九分三釐有餘，大桶二千四百九十二兩二錢三分八釐有餘。法以一寸為一率，水寸方重九錢三分為二率，小桶邊一尺自乘再乘得一千寸為三率，推得四率，即小桶盛水重數。又以大桶比中桶每邊多二寸為邊較，以小桶體積一千寸為大桶比中桶所多之積較，用大小二立方有邊較積較求邊法算之，以邊較二寸自乘再乘得八寸，與積較相減，餘九百九十二寸，三歸之得三百三十寸六百六十六分六百六十六釐有餘，以邊較除之，得一尺六十五寸三十三分三百三十三釐有餘，為長方面積，以邊較二寸為長闊較，用帶縱較數開平方法算之，得闊一尺一寸八分九釐有餘，為中桶邊數，加較二寸，得一尺三寸八分九釐有餘，為大桶邊數。乃以一寸為一率，水寸方重九錢三分為二率，中桶邊自乘再乘得一尺六百八十一寸九百二十四分有餘，為三率，推得四率，即中桶盛水重數。又以大桶邊自乘再乘得二尺六百七十九寸八百二十六分有餘，為三率，推得四率，即大桶盛水重數。此法因大桶體積與中小二桶之共積等，則小桶體積即大桶比中桶所多之積較，而大桶比中桶每邊多二寸，故用大小二立方有邊較積較求邊法，求得二桶之邊，自乘再乘，即得二桶之體積，用寸方重數定率，以比例之，即得二桶水之重數也。

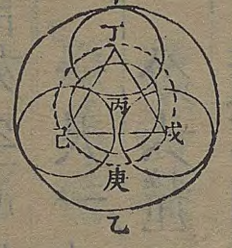
設如圓球積六尺，問徑幾何。答曰：二尺二寸五分四釐五毫〇二忽有餘。法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例，以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率，方積一九〇九八五九三一七為二率，今所設之圓球積六尺為三率，推得四率十一尺四百五十九寸一百五十五分九百〇二釐有餘，為與圓球徑相等之正方邊之正方體積，開立方即得圓球徑。

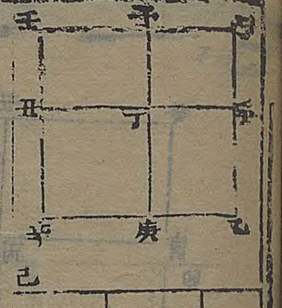
設如橢圓體積五十寸，大徑比小徑多二寸，問大小徑各幾何。答曰：小徑三寸九分九釐二毫有餘，大徑五寸九分九釐二毫有餘。法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例，以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率，方積一九〇九八五九三一七為二率，今所設之橢圓體積五十寸為三率，推得四率九十五寸四百九十二分九百六十五釐八百五十有餘，為長方體積，乃以大徑多小徑二寸為高與長闊之較，用帶一縱開立方法算之，得闊即小徑，得高即大徑。

設如空心圓球積二千寸，厚三寸，問內外徑各幾何。答曰：內徑一尺一寸四分六釐三毫九絲七忽有餘，外徑一尺七寸四分六釐三毫九絲七忽有餘。法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例，以球積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為一率，方積一九〇九八五九三一七為二率，今所設之空心球積二千寸為三率，推得四率三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐有餘，為空心正方體積，乃用算空心正方體法，以厚三寸自乘再乘，得二十七寸，八因之，得二百十六寸，與所得空心正方體積相減，餘三尺六百〇三寸七百一十八分六百三十四釐有餘，六歸之，得六百寸六百一十九分七百七十二釐有餘，以厚三寸除之，得二尺〇二十分六十五釐九十毫有餘，為內徑與外徑相乘長方面積，乃以厚三寸倍之，得六寸，為長闊之較，用帶縱較數開平方法算之，得闊即內徑，得長即

外徑。一法。求得空心正方體積。用前第二法算之。亦得

設如有一大球體。內容四小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑幾何。答曰。五寸三分九釐三毫。 法以大球徑一尺二寸自乘。得一百四十四寸。倍之得二百八十八寸。為長方積。以大球徑一尺二寸四因之得四十八寸。為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊五寸三分九釐三毫。即內容四小球之徑。如圖甲乙大球體。內容丙丁戊己四小球體。試自四小球中心。各作線聯之。成一四等面體。又以大球心為心。四小球心為界。作一虛圓成四等面體外切圓球體。其四面體一邊即小球徑。以四面體外切丁庚虛球徑。加一小球徑。即大球徑。故以大球徑自乘。得甲乙辛壬正方形。內甲癸丁子為小球徑自乘方。即四面體每邊自乘。丁庚辛丑為四面體外切圓球徑自乘方。癸乙庚丁。子丁丑壬。為四面體每邊與外切圓球徑相乘二長方。凡四面體邊自乘方為外切圓球徑自乘方三分之二。故甲癸丁子正方形為丁庚辛丑正方形三分之二。將甲乙辛壬正方形倍之。則得甲癸丁子二正方。丁庚辛丑二正方。癸乙庚丁四長方。而丁庚辛丑二正方與甲癸丁子三正方等。是共得甲癸丁子五正方。癸乙庚丁四長方。共成寅卯辰巳一大長方。其巳午長闊之較。為大球徑之四倍。故四因大球徑為縱較。求得闊。即小球徑也。

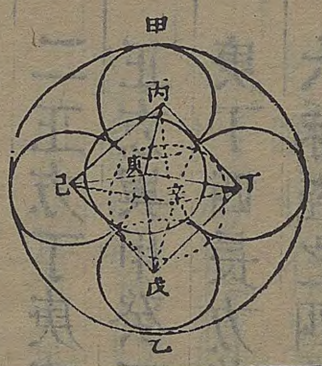


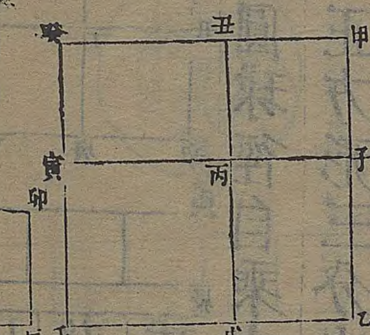


如有小球徑。求大球徑。則以小球徑為四面體之一邊。自乘。二歸三因。開平方。得外切圓球徑。加一小球徑。即大球徑。

設如有一大球體。內容六小球體。大球徑一尺二寸。求小球徑

幾何答曰四寸九分七釐　法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸為長方積以大球徑倍之得二尺四寸為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶四寸九分七釐即內容六小球之徑如圖甲



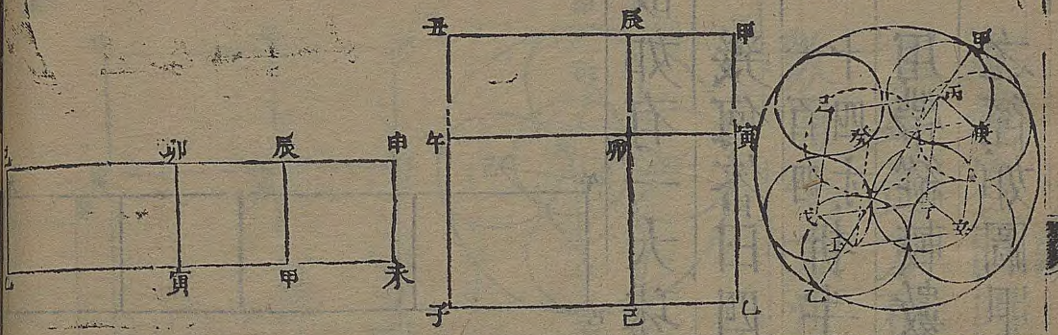


乙大球體內容丙丁戊己庚辛六小球體試自六小球之中心俱各作線聯之則成一八等面體其八面體之一邊即小球徑以八面體之對角線加一小球徑即大球徑故以大球徑自乘得甲乙壬癸正方形內甲子丙丑為小球徑自乘方即八面體邊自乘方丙戊壬寅為八面體對角線自乘方子乙戊丙丑丙寅癸為八面體邊與對角線相乘二長方凡八面體邊自乘方為對角線自乘方之一半故丙戊壬寅一正方與甲子丙

丑二正方等是甲乙壬癸一正方共為甲子丙丑三正方子乙戊丙二長方與卯辰己午長方積等其午未長濶之較為甲乙球徑之倍數故倍大球徑為縱較求得濶即小球徑也

如有小球徑求大球徑則以小球徑為八面體之一邊自乘加倍開方得對角線加一小球徑即大球徑也

設如有一大球體內容八小球體大球徑一尺二寸求小球徑幾何答曰四寸三分九釐二毫　法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸折半得七十二寸為長方積以大球徑一尺二寸為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶四寸三分九釐二毫即內容八小球之徑如圖甲乙大球體內容丙丁戊己庚辛壬癸八小球體



試自八小球之中心俱各作線聯之則成一正方體其正方體之一邊卽小球徑以正方體之丙丑對角斜線加一小球徑卽大球徑故以大球徑自乘得甲乙子丑正方形內甲寅卯辰爲正方體邊自乘方卯巳子午爲正方體對角斜線自乘方寅乙巳卯辰卯午丑爲正方體之每邊與對角斜線相乘二長方凡正方體對角斜線自乘方爲邊自乘方之三倍故卯巳子午正方形爲甲寅卯辰正方形之三倍折半卽得未甲辰申申寅辰二正方寅乙巳卯一長方共成未乙巳申一長方甲乙球徑卽長濶之較故用帶縱較數開平方法算之得濶卽小球徑也

如有小球徑求大球徑則以小球徑爲正方體之一邊自乘三因開平方得正方體對角斜線再加一小球徑卽大球徑

設如四面體積二百〇三寸六百四十六分七百五十釐問每邊幾何答曰一尺二寸 法用邊線相等體積不同之定率比例以四面體積一一七八五一二二九爲一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率今所設之四面體積二百〇三寸六百四十六分七百五十釐爲三率推得四率一尺七百二十八寸開立方卽得四面體之邊此法因四面體之邊與正方體之邊相等則四面體之積與正方體之積不同故先定爲體與體之比例既得正方體積而後開立方得綫也

設如八面體積八百十四寸五百八十七分十二釐問每邊幾何答曰一尺二寸 法用邊線相等體積不同之定率比例

以八面體積四七一四〇四五二一為一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今所設之八面體積八百十四寸五百八十七分十二釐為三率。推得四率一尺七百二十八寸。開立方。即得八面體之邊。

設如十二面體積十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐。問每邊幾何。答曰。一尺二寸。 法用邊線相等體積不同之定率比例。以十二面體積七六六三一八九〇三為一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今所設之十二面體積十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐為三率。推得四率一尺七百二十八寸。開立方。即得十二面體之邊。

設如二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百〇六釐。問每邊幾何。答曰。一尺二寸。 法用邊線相等體積不同之定率比例。以二十面體積二一八一六九四九六九為一率。正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率。今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百〇六釐為三率。推得四率一尺七百二十八寸。開立方。即得二十面體之邊。

米求倉窖法

設如方倉一座。其盛米八百七十八石八斗。問倉高幾何。答曰。十三尺。 法以一石法二尺五百寸乘盛米數得二千一百九十七尺為立方積。用開立方法商之。其二千尺為初商積。以初商本位計之。則二千尺為初商積之單位。止與一自乘再乘之數相準。即定初商為一列於左。而以一自乘再乘之一千尺與實相減。餘一千一百九十七尺。為次商廉隅共積。而以初商之一十自乘得一百。三因之得三百尺。為次商三方廉面積。以除餘積足三尺。即定次商為三尺。列於左。而以初商之一十相乘得三十。三因之得九十。為次商三長廉

面積又以次商三尺自乘得九尺為次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三百九十九尺為次商廉隅共法以次商三尺乘之得一千一百九十七尺除實恰盡左商之十三尺即方倉之高也此法因米是石法所問乃倉之尺數故先將石變為尺也

設如圓倉一座盛米一百六十石高十尺問周徑各幾何答曰徑七尺一寸三分六釐四毫九絲有餘周二十二尺四寸一分九釐九毫四絲有餘 法以石法二千五百寸乘盛米數得四百尺為圓倉積以高十尺除之得四十尺為圓倉面積乃用圓積方積之定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率今所得之圓倉面積四十尺為三率推得四率五十尺九十二寸九十五分八十一釐六十毫有餘開平方得徑數再用徑求周法得周數

設如有米十石欲用席圍盛之先以一席作圍較之盛米二石五斗問該用席幾何答曰二領 法置米十石以較圍米二石五斗除之得四領以平方開之得用席二領凡面加一倍者積必加四倍如面二尺則積得四尺若面加一倍為四尺則積必加四倍而為十六此以席作圍為面所盛米數為積故也

束法求邊周訣

方圓三稜求周數　各以總一分明布
十六乘方帶縱八　十二乘圓加縱六
十八三稜添縱九　俱用帶縱開方術
倍方不倍縱開除　何愁外周不知數

設如方束積一百四十四問外周幾何答曰三十六 法以方束積一百開平方得十二四因之得四十八內減四隅兩邊同用之四餘即外周數

一法以積減[illegible]餘[illegible]十以十六乘之得一千五百八十四為長方積以

八為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶三十六亦即外周法按後法乃歌訣下二題同

設如三稜束積六十六問外周幾何答曰三十法以三稜束積六十六倍之得一百三十二為長方積以一為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶十一為三稜束之每邊三因之得三十三內減三角兩邊同用之三餘即外周數

一法以積減一餘六十五以十八乘之得一千一百七十為長方積以九為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶三十亦即外周數

設如圓束積九十一問外周幾何答曰三十法以圓束積減去中心一餘九十六歸之得十五倍之得三十為長方積以一為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶五六因之即外周數

一法以積減一餘九十以十二乘之得一千○八十為長方積以六為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶三十亦即外周

一面堆求邊法

設如一面直角尖堆積二十八問底幾何答曰七箇 法倍積得五十六為長方積以一為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶七即底數此法倍積為長方者如另將一直角尖堆顛倒湊合於原形之側則成一長方形其長比濶多一蓋原形之底與另形之尖並列一行故多一也以一為縱較開方而得底濶矣

一面三角尖堆同

設如一面梯形堆積三十五下九問上幾何 法以下九用一面尖堆求積法求得共積四十五內減梯形積三十五餘十為上所虛小尖堆積用一面尖堆有積求邊法求得小堆底四加

一得五即梯形堆上濶數。如有上濶求下濶，則以上濶內減一為上所虛之底，用一面尖堆求積法，求得上虛小堆積，與梯形積相加，為三角尖堆之共積，乃用有積求邊法算之，即得下濶。一面直角半堆同。

設如一面梯形堆積三十五，上濶比下濶少四，問上下濶各幾何。答曰：上濶五，下濶九。法倍積得七十，又以上下濶之較四加一得五為層數，以除倍積得十四，為上下濶之和，加較共十八，折半得九為下濶，內減較四餘五為上濶。如有積與上下濶之和求上下濶，則倍積以和數除之得層數，內減一即較。或有積與層數求上下濶，則於層數內減一即得較，以層數除倍積即得和，既有較有和，即可得上下濶矣。

堆垜求廣縱法

設如三角尖堆積一百二十，問每邊幾何。答曰：八箇。法以積六因之得七百二十，為長方體積，以一為長與濶之較，以二為高與濶之較，用帶兩縱不同較數開立方法算之，得濶八，即每邊數。此即三角尖堆有邊求積之法而轉用之。蓋有邊求積，則以每邊加一與每邊相乘，又以每邊加二再乘，得長方體積，為三角尖堆之六倍，是長比濶多一，高比濶多二。今以三角尖堆積六因之，得長方體積，故用帶兩縱不同較數開立方法算之，得濶為每邊之數也。

設如四角尖堆積二百〇四，問每邊幾何。答曰：八箇。法以積三因之得六百十二，為長方體積，以半為長與濶之較，以一為高與濶之較，用帶兩縱不同較數開立方法算之，得濶八，即每邊數。此亦即四角尖堆有邊求積之法而轉用之。

設如長方堆積二百七十六，長比濶多二，問每邊幾何。答曰：濶八箇，長十箇。　法以積三因之，得八百二十八，為長方體積。以長濶較二折半，仍添半，得一箇半，與原較二相加，得三箇半，為長濶較。以一為高濶較，用帶兩縱不同較數開立方法算之，得底濶八，加較二，得十，為底長。此即長方堆有邊求積之法，而轉用之。蓋長方堆有邊求積，則以原長濶之較折半，又加半，與原長相加，乃與濶相乘，又以濶加一再乘，得長方體積，為長方堆之三倍。是長比濶原較之外，又多半較，仍多半，高比濶多。今以長方堆積三因之，得長方體積，故用帶兩縱不同較數開立方法算之，得濶，加較得長也。

設如三角半堆積一百，上邊五，問底邊幾何。答曰：八箇。　法以上邊五減一，餘四，為上所虛小尖堆之底，用三角尖堆有邊求積法，求得虛尖堆積二十，與半堆積相加，共一百二十，為全堆積。用三角尖堆有積求邊法，求得每邊八，即底邊數。　如有底邊求上邊，則以底邊求得全堆積，與半堆積相減，餘為上所虛小尖堆積，求得小尖堆之虛底，加一，即上邊也。

設如四角半堆積六百二十，上邊五，問底邊幾何。答曰：十二箇。　法以上邊五減一，餘四，為上所虛小尖堆之底，用四角尖堆有邊求積法，求得虛尖堆積三十，與半堆積相加，共六百五十，為全堆積。用四角尖堆有積求邊法，求得每邊十二，即底邊數。

如有底邊求上邊，亦照三角半堆法算之。

設如長方半堆積四百十，上長八，濶六，問底長濶各幾何。答曰：長十二，濶十。　法以上長濶各減一，得長七，濶五，為上所虛小長尖堆之底，用長方堆有邊求積法，求得虛長尖堆積八十

五與半堆積相加得四百九十五爲全堆積用長方尖堆有積求邊法求得濶十一長二十一卽底邊數如有底邊長濶求上邊長濶亦照三角半堆法算之

九數通考卷五終