新中學教科書

算術

全一冊

編者

武進 吳在淵　[illegible] 胡敦復

校者

[illegible] 華襄治　江寧 [illegible]

中華書局印行

編輯大意

一. 本書之編纂,按照中等程度及最新數學教學法,供中學校及師範學校等教學之用.

一. 從前所編之中學算術教科書,不啻爲小學算術之復習,致學者興味索然.本書於小學中已習事項,概從簡略,而於未習事項,則求詳備,既免虛耗光陰,且可不生厭倦.

一. 凡法異理同者,如名數四則與整小數四則,比例與乘除等;或法之互爲順逆者,如減與加,除與乘,開方與乘方等:本書皆一一詳細比較,反覆說明,俾學者得由此悟彼,而收貫通之效.

一. 本書每用一法,必詳其理,每言一理,必舉例以明之,且可與代數學相對照;故學習代數時,參攷此書,尤能事半功倍.

一. 本書於重要各法下,皆有驗算之法,使學者演習題時,得自知其誤否,而無倚賴教師之習慣.

一. 習題所設事項,取其爲實際所應有者,卽題中所設之數,亦必求其確當,以期切實用而富興趣.

一. 計算方法,本書於常法外兼載各種特

別算法,使學者得練習速算,並引起其奮勇前進之心.

一、自第一編至第三編,尤為注重自習,教師可斟酌學生程度,擇要指示,以省時間.

新中學算術教科書

目次

第一編　緒論

頁數

第一章　整數……1
第二章　小數……7
第三章　複名數……10
第四章　特別記數法……14

第二編　四則

第一章　加法……17
第二章　減法……23
第三章　乘法……33
第四章　除法……45
第五章　四則雜例……62
第六章　應用問題……66

第三編　諸等數

第一章　度量衡……73
第二章　諸等數之通法及命法……76
第三章　貨幣,時間,角度,弧度……80
第四章　諸等數之四則……87
第五章　面積及體積……93
第六章　米突制……101
第七章　外國度量衡及貨幣……104

第四編　整數之倍數及約數

第一章　倍數……111
第二章　約數……121
第三章　最大公約數……126
第四章　最小公倍數……131
第五章　應用問題……135

第五編　分數

第一章　緒論……138

頁數
第二章 基礎理法……142
第三章 約分及通分……144
第四章 分數加減法……151
第五章 分數乘法……154
第六章 分數除法……159
第七章 分數雜例……164
第八章 應用問題……172
第九章 分數與小數之關係……178

第六編 比及比例

第一章 比……183
第二章 比例……188
第三章 應用一……192
第四章 應用二……206
第五章 應用三……213
第六章 應用四……216
第七章 應用五……221

第七編 成數算法及利息算法

第一章 成數算法……228
第二章 成數算法之應用……233
第三章 利息算法……248
第四章 利息算法之應用……254

第八編 求根法

第一章 開平方……261
第二章 開立方……267
第三章 開平方之應用……272

第九編 量法

附複利表

新中學教科書

算術

第一編

緒論

第一章　整數

1. 數及單位(Numbers and Units).

見人一羣,欲知其中人數多少,必當取一個人作標準,而後能一個,二個,三個,等計算之;見筆一束,欲知其中筆數多少,必當取一枝筆作標準,而後能一枝,二枝,三枝,等計算之.

一,二,三,等計算多少者,曰數.　一個,一枝,等作計算時之標準者,曰單位.

2. 名數及不名數(Concrete and Abstract Numbers).

人數曰五個,筆數曰七枝,此五與七爲數,而個與枝爲單位之名.

兼用數與單位之名表物之多少者,曰名數;對於名數而言,僅用數而不用單位之名者,曰不名數.

如五個,七枝爲名數;五,七爲不名數.

3. 整數(Integers).

如一人,一枝,一尺,一里等,皆爲計算時所用之單位,而其

數爲一;故一人,一枝,一尺,一里,等;皆爲名數之單位,而一爲數(不名數)之單位.

聚合若干個一而成之數,曰整數,或曰完全數.

4. <u>命數法</u>

爲數命名之法,曰命數法.

最小之整數有九個,其名爲

一　二　三　四　五　六　七　八　九

比九多一者,曰十.

二個十曰二十,三個十曰三十,依次類推至九十;合十個十所成之一數,特名之曰百.

一個百,二個百,以至九個百,各名曰一百,二百,以至九百;合十個百所成之一數,特名之曰千.

倣此,合十個千所成之一數,名之曰萬.

自此上推至一萬個萬,始取一新名,名之曰億;至一萬個億更取一新名,名之曰兆.

自一至九諸數爲基數.　一,萬,億,兆諸位爲基位.

兆				億				萬				一			
千兆	百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一
第十六位	第十五位	第十四位	第十三位	第十二位	第十一位	第十位	第九位	第八位	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位

上表中無論何數,十倍之,卽進而為其左一位之數,故此命數法,名之曰十進法.

吾人尋常言數,每言一數名,卽當承一位名,後再接一數名,再承一位名,以數名與位名櫛比而言之.

如三千五百:三,五皆數名,千,百皆位名也.

凡數不止一位者,當依表中自左至右之次序言之.

如二萬三千二百五十一,四千三百六十一

萬以上之數非基位者不言萬.

如五千二百六十一萬三千四百五十二,此中五千萬,二百萬,六十萬三個萬字,皆省而不言.

惟無基位者始言之.

如三千八百萬.

億以上亦然.

如二百三十六億,四千三百六十億二千五百九十八萬五千.

兆以上亦然.

如三百六十四兆五千二百三十七億二千五百六十萬,五千六百兆.

缺某位者,不言此位.

如三千二十五(缺百位),五萬九十六(缺千位及百位),三百萬五千(缺十萬,萬,百,十,一各位).

不合命數法者,改正而後言之.

如四百千當改爲四十萬,三十二百當改爲三千二百.

十位之數爲一,則言時恒省其一.

如三百十二,卽三百一十二也.

百位,千位,萬位,億位,兆位之數爲一,且居一數之最高位,則或省或不省.

如	百二十.	一百二十.
	萬二千五百.	一萬二千五百.
	千三百二十.	一千三百二十.

第一習題 A.

1. 五百之前一數爲何? 十萬之前一數爲何?
2. 九萬九千九百九十九之後一數爲何?
3. 兆之前一數爲何?
4. 一百個千爲何數? 一千個百爲何數?
5. 一千個千爲何數? 一百個百爲何數?
6. 一位數中最大者爲何數?最小者爲何數?
7. 二位數中最大者爲何數?最小者爲何數?
8. 三位數中最大者爲何數?最小者爲何數?
9. 以下各數,有誤言者否?誤者依命數法改正之:

三百六十萬五千.	十八千九百十四.
十億萬圓.	二萬億圓.

10. 有二十五個兆,三十個萬,五個百,一個十,試合成一數言之.

5. 記數法.

用記號記數之法,曰記數法.

算術中所用數之記號有九,皆爲亞拉伯數字.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
一	二	三	四	五	六	七	八	九

尋常記數,仍依前之次序;惟以數字代數名而略去位名耳.

如二萬三千二百五十一記爲23251.

如其中缺某位,此位以0記之.

如三千二十五記爲3025,五萬九十六記爲50096.

缺末各位亦然.

如三百萬五千記爲3005000.

0讀曰零,爲無效數字;自1至9九個數字爲有效數字.

第一習題 B.

以下各數,試用亞拉伯數字記之:

1. 二百五十一,　三百九十二,　四千二百六十八.
2. 二十九萬五千一百六十一,　三千二百九十萬.
3. 六百零八,　七千二十三.
4. 五億三千,　三十二億八百萬.
5. 三兆六億七萬九千.
6. 三十九億五百六十萬二千二十一.
7. 十五億九千零一萬九千零一.
8. 五兆二十億五百萬.

6. 讀數法.

用言語讀所記之數,其法曰讀數法.

先自數之右端逐位向左,默誦一,十,百,千,等以定位;後用4節之法讀之.

如23251讀爲二萬三千二百五十一,3025讀爲三千二十五,3005000讀爲三百萬五千.

若數大而不易定位,則可自右向左,每四位作一(,),分爲數節;先視最左一節屬何基位,然後用前法讀之.

如52,3499,0128,5901,其最左一節屬於兆位,讀爲五十二兆三千四百九十九億一百二十八萬五千九百零一.

【注意】 歐美通例,每三位作一(,);如是則第一(,)之左爲千位,第二(,)之左爲百萬位,第三(,)之左爲十億位,等.

第一習題C.

試讀以下所記之各數:

1. 3821.
2. 530200.
3. 3000000000000000.
4. 5000000000300000.
5. 20002000200020.
6. 33532.
7. 32000000.
8. 8000000002050.
9. 888888888.
10. 3000200103.

7. 直行計數法.

我國二十年前,恆用本國數字直行計數,其法與橫行無異;惟一則自左向右,一則自上向下,形式稍不同耳.

如 23251
3025 記爲
3005000

		三
		○
二		○
三	三	五
二	○	○
五	二	○
一	五	○

在公文帳簿之中,因欲杜絕改竄之弊,用壹,貳,叁,肆,伍,陸,柒,捌,玖,拾,佰,仟,代一,二,三,四,五,六,七,八,九,十,百,千.

第二章 小數

8. 量 (Quantities)

見兵一隊,可以一人作單位,量其人數之多寡;有布一疋,可以一尺作單位,量其布之長短.

凡可定一單位而量其多寡者,皆曰量.

9. 連續量及不連續量 (Continuous and Discontinuous Quantities).

兵一隊,苟欲稍增其中之人數,則至少須增一人,比一人少者不能增也;欲減亦然:如是者曰不連續量.

布一疋,苟欲令其稍短,則可去其一尺,亦可去其不滿一尺之數寸,更可去其不滿一寸之數分;欲增亦然:如是者曰連續量.

無論連續量與不連續量,凡表量之多寡等者皆曰數.

10. 小數 (Decimals).

以尺爲單位量布,其量得之尺數必爲整數;至不滿一尺者,則不能爲整數矣,乃名之曰小數.

凡量不連續量所得之數必爲整數;量連續量所得之數,則或爲整數,或爲小數.

若整數與小數合成一數,則可名此數曰帶小數;對帶小數而言,僅有小數而無整數者,曰純小數.

11. 命數法.

在整數中,分百爲十份而取其一份,即可得十;分十爲十份而取其一份,即可得一. 小數命名之法,亦即準此以推之:以一分爲十份,名其一份曰分;以分分爲十份,名其一份曰釐;以釐分爲十份,名其一份曰毫;以下絲,忽,微,等皆倣此.

一	分	釐	毫	絲	忽	微
整數	小數第一位	小數第二位	小數第三位	小數第四位	小數第五位	小數第六位

一爲十個分,分爲十個釐,釐爲十個毫,餘皆若是.

釐,毫恆省書爲厘,毛.

吾人言小數,與言整數之法相同,亦以數名及位名相間,依上表自左至右之次序言之.

如三分二釐八毫,五釐四絲七忽.

惟言帶小數時,則先整數,後小數,而整數與小數之間,當以又字界之.

如三十六又七分五釐,八又三分二絲.

第二習題 A.

1. 一絲中有幾忽? 一毫中有幾絲? 一釐中有幾毫?
2. 一絲中有幾微? 一釐中有幾絲? 一分中有幾毫?
3. 一中有幾毫? 一毫中有幾微?
4. 分之前一數爲何? 毫之前一數爲何?
5. 百個絲爲何數? 千個絲爲何數?
6. 千個釐爲何數? 萬個釐爲何數?
7. 三百六十九毫是幾分幾釐幾毫?
8. 三千六百忽是幾釐幾毫?

12. 記數法.

小數記法與整數記法相同;惟小數前當加(.)以示區別,是日小數點.

如三分二釐八毫記爲0.328,三十六又七分五釐記爲36.75,八又三分二絲記爲8.3002.

又純小數缺前各位,則此各位必須以0記之.

如五釐四絲七忽(缺分位)記爲0.05047,五絲六忽八微記爲0.000568.

第二習題 B.

試記以下各數:

1. 三百六十又二分八釐.
2. 十四又九分七釐.
3. 二分六絲.
4. 五分三絲四忽.

5. 三千二十又六釐八絲. 7. 九絲三微.
6. 七又三絲五忽. 8. 五忽.

13. 讀數法.

凡讀小數,先自小數點起,逐位向右,默誦分,釐,毫,絲,等以定位;後用11節之法讀之.

如0.328 讀爲三分二釐八毫,0.05047 讀爲五釐四絲七忽,36.75 讀爲三十六又七分五釐.

第二習題 C.

讀以下所記之各數:

1.	0.0004.	5.	23.5704.
2.	0.0405.	6.	0.00092.
3.	100.027.	7.	825431.6701.
4.	0.72309.	8.	213.00802.

14. 直行記數法.

小數之直行記數法亦用小數點;但以若干數並記於一處時,或以橫線代之.

如 0.328, 0.05047, 36.75 記爲

		三
〇	〇	六
・	・	・
三	〇	七
二	五	五
八	〇	
	四	
	七	

或

		三
〇	〇	六
—	—	—
三	〇	七
二	五	五
八	〇	
	四	
	七	

第三章 複名數

15. 複名數 (Compound Denominate Numbers).

今有人言買布二尺四寸,用錢三角八分,此二數皆含有兩單位之名,前此所言數中未嘗有也,是曰**複名數**;以前所言之名數(五人,七枝等),名之曰**單名數**.

16. 十進複名數之命數法.

量長短者曰尺. 十尺爲丈,尺有十寸,寸有十分,分有十釐,釐有十毫.

以式記之,則如下:

1丈=10尺	或	1尺=0.1丈
1尺=10寸		1寸=0.1尺
1寸=10分		1分=0.1寸
1分=10釐		1釐=0.1分
1釐=10毫		1毫=0.1釐

(=)爲等號,讀曰等於.

量容積者曰升. 十升爲斗,十斗爲石,升有十合,合有十勺.

1石=10斗	或	1斗=0.1石
1斗=10升		1升=0.1斗
1升=10合		1合=0.1升
1合=10勺		1勺=0.1合

量貴重物之輕重者曰錢. 十錢爲兩,錢有十分,分有十釐,釐有十毫.

1兩=10錢	或	1錢=0.1兩
1錢=10分		1分=0.1錢
1分=10釐		1釐=0.1分
1釐=10毫		1毫=0.1釐

計物價者曰圓. 圓有十角,角有十分,分有十釐

1圓=10角	或	1角=0.1圓	
1角=10分		1分=0.1角	
1分=10釐		1釐=0.1分	

第三習題 A.

1. 一丈爲幾寸?爲幾分?爲幾釐?爲幾毫?
2. 一尺爲幾釐? 一寸爲幾毫?
3. 一石爲幾升?爲幾合?爲幾勺?
4. 一兩爲幾分?爲幾釐?爲幾毫?
5. 一圓爲幾分?爲幾釐?
6. 0.01尺爲幾寸?爲幾分?爲幾釐?
7. 0.01石爲幾斗?爲幾升?爲幾合?爲幾勺?
8. 0.001兩爲幾錢?爲幾分?爲幾釐?
9. 0.0001圓爲幾角?爲幾分?爲幾釐?
10. 一百三十二升爲幾石幾斗幾升?
11. 三百六十寸爲幾丈幾尺?
12. 一角三分二釐爲幾釐?
13. 二兩四錢三分爲幾分?
14. 一石二斗六升八合爲幾合?

17. 十進複名數之記數法.

記十進複名數,可以各單位之名稱,記於其各位數字之上或後.

如四石五斗八升六合記爲 $4^{石}5^{斗}8^{升}6^{合}$ 或4石5斗8升6合,二圓七角六分記爲 $2^{圓}7^{角}6^{分}$ 或2圓7角6分,一寸八分

九釐記爲1寸8分9釐.

或以任一單位之單名數記之,則可以此單位爲一之位,而記其名稱於其數字之上,或記於全數之後,以下各單位數作爲小數.

如四石五斗八升六合:

以石之單名數記之,得$4^{\text{石}}.586$或4.586石.

以斗之單名數記之,得$45^{\text{斗}}.86$或45.86斗.

以升之單名數記之,得$458^{\text{升}}.6$或458.6升.

以合之單名數記之,得4586合.

又如二圓七角六分:

以圓之單名數記之,得$2^{\text{圓}}.76$或2.76圓.

以角之單名數記之,得$27^{\text{角}}.6$或27.6角.

以分之單名數記之,得276分.

用直行記數之法,與此亦無大異.

如	四	四	四	四	二	二	二
	·石	五	五	五	·圓	七	七
	五	·斗	八	八	七	·角	六分
	八	八	·升	六合	六	六	
	六	六	六				

第三習題 B.

用複名數法記以下各數[1—8]:

1. 三圓五角六分.
2. 五十圓二角.
3. 四石六升.
4. 五升八合.
5. 二十五石九升七合.
6. 二錢八分.
7. 九分五釐.
8. 五丈六尺.
9. 1, 2兩題之數,以圓之單名數記之. 再以角之單名數記之. 再以分之單名數記之.

10. 3, 4, 5 三題之數,以石之單名數記之. 再以升之單名數記之.

11. 6 題之數,以錢之單名數記之.

12. 7, 8 二題之數,以尺之單名數記之. 再以分之單名數記之.

18. 十進複名數之讀數法.

讀十進複名數,先一一定各數字屬何單位;後依其次序讀之.

如 4.586 石讀爲四石五斗八升六合, 27.6 角讀爲二圓七角六分.

第三習題 C.

讀以下所記各數:

1. 386.73 圓.

2. 0.0805 石.

3. 7.248 丈.

4. 26.01 錢.

第四章 特別記數法

(此章可略去不教)

19. 特別單位記數法.

有時記數欲圖簡捷,擇用一以外之他數爲單位;惟其單位之名稱,必記於數後以明之.

如	十五萬	記爲	15 萬
	一萬五千		1.5 萬
	六千五百圓		65 百圓或 6.5 千圓.
	六萬八千四百石		684 百石或 68.4 千石.

20. 羅馬數字(Roman Letters)記數法.

鐘面時刻,書籍册數,記元年數,等往往以羅馬數字記之.

羅馬數字有七:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

其記法有五:

第一. 並記相同數字者,表其數之和.

如	II	III	XX	XXX	CC	MMM.
	2	3	20	30	200	3000

第二. 記小數字於大數字之左者,表其數之差.

如	IV	IX	XL	XC	CD	CM
	4	9	40	90	400	900

第三. 記小數字於大數字之右者,表其數之和.

VI	XI	LX	DC	MLXI	CL	DXI
6	11	60	600	1061	150	511

第四. 兼用以前三法.

VIII	XII	XLIII	XCIV	MMCDLXXIX
8	12	43	94	2479

第五. 數字上引一横線者,表其數之千倍.

如　$\overline{\mathrm{L}}$　　$\overline{\mathrm{M}}$　　$\overline{\mathrm{XCIV}}$

50000　　1000000　　94000

【註】 我國舊時記帳所用之數碼為〡,〢,〣,〤,〥,〦,〧,〨,〩,十.天元中所用之數碼為|,||,|||,||||,|||||,⊥,⊥⊥,⊥⊥⊥,⊥⊥⊥⊥,〇或一,二,三,☰,☰,丅,丌,丌,丌,〇.今此二種已漸廢棄,故不復贅.

第四習題

1. 世界大都會之人口,以百萬人為單位記之,大約如下:

北京1.　倫敦6.6.　紐約3.4.　巴黎2.7.

試以尋常言語述之.

2. 以萬為單位記以下各數:

二萬五千,　八千五十,　九萬六百.

3. 讀以下各數:

XIV, LXXXV, DCCLXXXV, MDCCCXLIII, MMXCIV.

4. 用羅馬數字記以下各數:

1至12,　19,　89,　1902,　159,　2562.

第二編
四則

1. 四則 (Four Fundamental Operations).

加,減,乘,除,四者,曰四則.

第一章　加法

2. 加 (Addition) 之意義.

第一. 合二數或諸數而成一數曰加,其法曰加法. 此二數或諸數中之第一數曰被加數,餘曰加數,所合成之一數曰和或總數.

如　5,3,之和爲8,

以式記之,則爲　$5+3=8$.

(+)爲加號,讀曰加(Plus).

第二. 於甲數增若干而成乙數,亦謂之加;甲數爲被加數,所增者爲加數,乙數爲總數或和.

如　5增3爲8.

以式記之,亦爲 $5+3=8$.

【注意一】和與加之次序無關係.

例.　$3+2+5=10$,　$3+5+2=10$,

$2+3+5=10$,　$2+5+3=10$,

……………　……………

【注意二】無論何數加 0,與不加同.

例. $3+0=3,\quad 0+3=3,$

$5+3+0=8,\quad 5+0+3=8.$

3. 多位數之加法.

先記諸數,上下排列,齊其同位之數字.後自右向左,加各位中之數.

例題一. 求712及230之和.

【算式】

$$\begin{array}{rrrl} 百 & 十 & 一 & \\ 7 & 1 & 2 & \\ 2 & 3 & 0 & (+ \\ \hline 9 & 4 & 2 & 和. \end{array}$$

【解】先記二數,令一位數字同一行;十位數字同一行;百位數字同一行.後加一位數,得2,記於一位;加十位數,得4,記於十位;加百位數,得9,記於百位.

共得942.

若某位中諸數之和,含有左一位之數,則可進之於左一位中而加之.

例題二. 加543,287,及398.

【算式】

$$\begin{array}{rrrrl} & 百 & 十 & 一 & \\ & 5 & 4 & 3 & \\ & 2 & 8 & 7 & \\ & 3 & 9 & 8 & (+ \\ \hline 1 & 2 & 2 & 8 & 和. \end{array}$$

【解】加一位數,得18.記8於一位,進1於十位.

加十位數,得21;再加前進之1,共得22.記2於十位,再進2於百位.

加百位數,得10;合前進之2,共爲12.於百位中記2,於千位中記1.

例題三. 八千二百六十七,五萬一千零三,二十七,三十萬六千八百零一.其和若何?

【算式】

十萬	萬	千	百	十	一	
		8	2	6	7	
	5	1	0	0	3	
				2	7	
3	0	6	8	0	1	(+
3	6	6	0	9	8	和.

【解】先用記數法記出諸數;後用前法加之,得366098,卽三十六萬六千九十八.

第一習題 A.

求以下各題中諸數之和:

1. 9384, 61231.
2. 59832, 74316.
3. 98637, 23168, 43219.
4. 86234, 51896, 2971867, 253.
5. 987, 876, 765, 654, 543, 432.
6. 4987, 2165, 9783, 5218.
7. 三千八百零一,五萬二十三,九十一萬五千.
8. 四十一,二百五十八,三千零二,一萬九千五百,四萬五百八十三.

4. <u>小數之加法.</u>

小數相加,亦齊其同位之數字而加之;惟和中仍當記小數點,不可忘.

例題一. 求38.52, 21.02, 3.19之和.

【算式】

十	一	分	釐	
3	8.	5	2	
2	1.	0	2	
	3.	1	9	(+
6	2.	7	3	和.

【解】先記三數,令其各小數點同一行;後依前法加之,得6273.

此中之73,爲分釐位各數之和,亦當爲小數,故於其前記小數點.

例題二． 計算300+8.123+0.0023+51.68.

【算式】

$$\begin{array}{r} 300 \\ 8.123 \\ 0.0023 \\ 51.68 \\ \hline 359.8053 \end{array} \begin{array}{l} (+ \\ 和 \end{array}$$

5. 加算驗法.

行加算時,不能必其無誤,故必驗之. 其法如下:

凡自上至下求得諸數和後,更自下至上復加之,視兩次之和能否相等,等則可冀不誤.

第一習題 B.

求以下各題中諸數之和:

1. 3.861, 51.29, 832.1.
2. 256.9, 58.23, 7.163.
3. 500+0.316+0.0012+2.7.
4. 31.5+2.68+51.51+0.8.
5. 0.0025+0.00081+0.000043+15.
6. 31.52+0.0876+53.82+9.9.
7. 52.93+6.871+0.0032+400.005.
8. 7135+0.0086+31.25+5.8.

6. 名數之加法.

同名數可加,異名數不能加.

如5人加3人可得8人,5馬加3馬可得8馬,而5人加3馬與5馬加3人皆不合理,此不煩言而可知者也.

同種類而異單位之單名數,可化爲同單位之單名數而加之.

例題．5尺＋3寸＝50寸＋3寸＝53寸．

9兩＋14錢＝90錢＋14錢＝104錢 十進之複名數亦然．

例題．求五石六斗四升,三斗八升,七石九升之和．

【算式】
$$\begin{array}{r} 5.6\,4 \text{石} \\ 0.3\,8 \\ 7.0\,9 \\ \hline 13.1\,1 \end{array} (+$$

【註】先將三數化爲石之單名數,再求其和．

答十三石一斗一升．

第一習題 C.

求以下三題中諸數之和:

1. 一丈二尺三寸,　九尺八寸,　八尺三寸．
2. 四圓二角五分,　五角六分,　五圓二角四釐．
3. 一石三斗八升,　一石五斗七升．
4. 有羊二羣,第一羣2514頭,第二羣815頭,共有羊幾頭?
5. 一人以其財產分給其三子,長子所得値銀516圓,次子所得値銀259圓,末子所得値銀318圓,此人之財產共値若干圓?
6. 四童子分菓,第一童得231枚,第二童得125枚,第三童得98枚,第四童所得等於第一第三兩童所得菓數之和．原有菓數共幾何?
7. 289後之第二十五數爲何?
8. 三十七歲之人,再過二十八年,則爲幾歲?
9. 一人年十三歲,其兄大伊五歲,其母比其兄又大二十二歲,其父比其母又大三歲,其祖父比其父又大二十一歲．此人祖父,父,母,兄之歲數各幾何?
10. 汝(各學生)試自計六十八年後之歲數幾何?

11. 西人發見美洲在西曆紀元1492年,試計發見美洲429年後爲西曆紀元之幾年?

12.

	(方哩)	(人口)
亞洲	17500000	680000000
歐洲	3700000	280000000
非洲	11400000	80000000
南美洲	6500000	20000000
北美洲	8600000	42000000
澳洲	3000000	4000000

世界所有之土地及人口各幾何?

13.

	(方哩)	(人口)
十八省	1532420	407253030
滿洲	363610	16000000
蒙古	1767600	2600000
西藏	463200	6500000
新疆	550430	1200000

我國所有之土地及人口各幾何?

14. 拳匪一役,我國賠償各國之款,作三十九年攤償,派各省分任,計每年中,

直隸攤派	800000兩
江蘇	2500000兩
安徽	1000000兩
山東	900000兩
山西	900000兩
河南	600000兩
陝西	600000兩
甘肅	300000兩

新疆	400000兩
福建	800000兩
浙江	1400000兩
江西	1400000兩
湖北	1200000兩
湖南	700000兩
四川	2200000兩
廣東	2000000兩
廣西	300000兩
雲南	300000兩
貴州	200000兩

每年所償之總數幾何?

第二章 減法

7. 減(Subtraction)之意義

第一. 比較甲乙二數之大小,計算甲數比乙數大幾何,曰減;其法曰減法. 甲數曰被減數,乙數曰減數,所大之數曰差.

如 5,3之差爲2.

以式記之,則爲 $5-3=2$.

(−)爲減號,讀曰減(Minus).

第二. 從甲數中取去乙數,計其尙有幾何,亦謂之減;甲數爲被減數,乙數爲減數,取賸之數爲餘數或差.

如 5去3餘2.

以式記之,亦爲 $5-3=2$.

8. 減與加之關係.

5減3得2;逆推之,則3加2可得5.

故減爲加之逆,而求差之意,卽求減數加何數可得被減數也.

以式表之,則(被減數)−(減數)=(差)之意與(減數)+(差)=(被減數)相同.

【注意一】 作減式時,被減數必記於減號之左,減數必記於減號之右.

【注意二】 從無論何數減0,與不減同.

【注意三】 欲知甲數比乙數大幾何或小幾何,當用減法.

【注意四】 欲知加何數於乙數,可得甲數,當用減法(從甲數減乙數).

【注意五】 分一數作二份,已知其一份而欲求其餘一份,當用減法.

9. 多位數之減法.

先記被減數於上,記減數於下,齊其同位之數字. 次自右向左,從各位中上數,減去下數.

例題一. 從942減230

【算式】
$$\begin{array}{r} 942 \\ 230 \\ \hline 712 \end{array}\begin{array}{l} \\ (- \\ 差. \end{array}$$

【解】 2減0仍得2. 4減3得1 9減2得7. 共得712.

若某位中上數不足減其下數,當在其上數之左一位中借1,化作本位之10,加入本位上

數而後減之.

例題二. 從87減29

【算式】
$$\begin{array}{r} 87 \\ 29 \\ \hline 58 \end{array}\left(-\right.\quad \text{差.}$$

【解】
$$\begin{array}{rl} 87 = 70 + 17 & \\ 29 = 20 + \ 9 & \left(-\right. \\ \hline 50 + \ 8 = 58. & \end{array}$$

例題三. 從3124減698.

【算式】
$$\begin{array}{r} 3124 \\ 698 \\ \hline 2426 \end{array}\left(-\right.\quad \text{差.}$$

【解】
$$\begin{array}{rrrrr} 3124 = & 2000 + & 1000 + & 110 + & 14 \\ 698 = & & 600 + & 90 + & 8 \;\left(-\right. \\ \hline & 2000 + & 400 + & 20 + & 6 = 2426 \end{array}$$

例題四. 從8120減3675.

【算式】
$$\begin{array}{r} 8120 \\ 3675 \\ \hline 4445 \end{array}\left(-\right.\quad \text{差.}$$

例題五. 從300801000減7193267.

【算式】
$$\begin{array}{r} 300801000 \\ 7193267 \\ \hline 293607733 \end{array}\left(-\right.\quad \text{差.}$$

第二習題 A.

以下各題,從第一數減第二數而求其差[1—6]:

1. 312, 278.
2. 3945, 3156.
3. 56789, 12345.
4. 123456, 56789.
5. 四萬六千, 二千五百.
6. 五億零八百. 三百二十萬四千.
7. 計算386700012—51009710.
8. 計算816300000—2358176.

10. 小數之減法.

小數相減,亦如前法減之;惟差中仍當記小數點.

例題一. 從23.667減18.485.

【算式】
$$\begin{array}{r} 23.667 \\ 18.485 \;(- \\ \hline 5.182 \;差. \end{array}$$

例題二. 求8.3−4.276之差.

【算式】
$$\begin{array}{r} 8.3 \\ 4.276 \;(- \\ \hline 4.024 \;差. \end{array} \quad 或 \quad \begin{array}{r} 8.300 \\ 4.276 \;(- \\ \hline 4.024 \;差. \end{array}$$

例題三. 求700−0.00816之差.

【算式】
$$\begin{array}{r} 700 \\ 0.00816 \;(- \\ \hline 699.99184 \;差. \end{array}$$

11. 減算驗法.

自減數加差,視其得數等於被減數否,等則可冀不誤.

如前節例題三,

$$\begin{array}{r} 0.00816 \\ 699.99184 \;(+ \\ \hline 700. \end{array}$$

故知所得之差大約不誤.

第二習題 B.

求以下各題之差.

1. 82.916−73.253.
2. 59.6325−7.8966.
3. 3.1269−1.3671.

4. $2.86735-2.85963$.

5. $0.006315-0.007263$.

6. $73-0.006321$.

7. $500-0.0623009$.

8. $3.5-2.16397$.

12. 名數之減法.

同名數可減,異名數不能減.

如5日可減3日而得2日,5哩決不能減去3里而得2哩或2里.

同種類而異單位之單名數,可化爲同單位之單名數而減之.

例題. 3丈−145寸=300寸−145寸=155寸.

十進複名數亦然.

例題. 二十七圓二角五分比十四圓五角一分多幾何?

【算式】
$$\begin{array}{r} 27.25\text{圓} \\ 14.51 \\ \hline 12.74 \end{array}(-$$

【解】將此二數化爲圓之單名數而求其差.

答. 十二圓七角四分.

第二習題 C.

1. 有器盛酒與水,共重203斤. 已知器重52斤,水重18斤,則酒重幾何?

2. 一人每日朝五時起,夜十時寢,則此人每日睡眠幾時?

3. 一人年十二歲,其父長二十八歲,其母比其父少八歲. 此人生時其母之歲數幾何?

4. 設兄弟三人分父之遺產二萬三千圓,長子得九千

五百二十五圓,次子得七千三百九十圓. 末子所得幾何?

5. 木星距太陽496000000哩,距土星909000000哩. 二者之差幾何?

6. 甲倉有米1256石,乙倉有米798石. 今由甲倉取出米85石,求再取出若干石,則餘米石數與乙倉等.

7. 西洋紀元年數與我國紀元年數之差幾何?

8. 今年爲西曆一千九百二十一年,距初創輪船時已屆八十三年,則輪船創於西曆幾年?

9. 哥崙布發見美洲在西曆一千四百九十二年,其時與今相距幾年?

10. 西人發見鐵在西曆紀元年前一千四百零六年,創行電報在西曆一千八百三十二年,二者相距幾年?

11. 甲午之役,我國軍艦除被日本海軍所轟沉外,爲其所捕去者,有鎭遠,濟遠,平遠,海門,操江,鎭東,鎭西,鎭南,鎭北,鎭中,鎭邊,共十一艘,其噸數鎭遠七千三百三十五噸,濟遠比鎭遠少四千八百五十四噸,平遠比濟遠少二百九十六噸,海門比平遠又少八百十八噸,其餘七艘共三千二百八十三噸,則此役日本所得我國軍艦之總噸數若何?

12. 依驛站路程,由北京皇華驛至山西太原縣一千一百五十里,至陝西長安縣二千五百四十里,至甘肅皋蘭縣四千零九里,至新疆迪化縣八千六百八十九里. 自太原至長安,自長安至皋蘭,自皋蘭至迪化各若干里?

13. 依驛站路程,由北京至武昌縣二千六百九十里,由北京至番禺縣五千六百零四里. 武昌與番禺相距幾何?

14. 地球距日約3172437506里,火星距日約483380483里. 火星距日較地球遠幾何?

13. 括弧及其用法.

兩數或諸數欲視作一數者,外加括弧以明之.其形如下:

( )　　{ }　　[ ]

凡一式中有括弧者,宜先將括弧內之數合成一數,而後與括弧外之數計算.

例題一. $9-(5+3)=9-8=1.$

例題二. $9-(5-3)=9-2=7.$

例題三. $9+7-\{(8+5)-(7-4)\}=16-\{13-3\}$

$=16-10=6.$

有時以一記於數上代括弧,是曰括線.

例題四. $26-[25-\{18-(15-\overline{9+3})\}]$

$=26-[25-\{18-(15-12)\}]$

$=26-[25-\{18-3\}]$

$=26-[25-15]$

$=26-10=16.$

第二習題 D.

計算以下各題:

1. $27+(11+4).$
2. $27+(11-4).$
3. $27-(11+4).$
4. $27-(11-4).$
5. $27+(11-4+7).$
6. $27-(11+4-7).$
7. $10-(5+4)+(2+3-5)-(100-99).$
8. $72-(27+50-70)+8-(7-2+8).$
9. $110+[8+\{100-(75+25)+6\}+36].$

14. 加減定理.

【一】 一數加減諸數,其結果與加減之次序

無關係.

例一. $528-123-69=528-69-123.$

此式兩節之結果皆爲336.

例二. $528-123+69=528+69-123.$

此式兩節之結果皆爲474.

【二】 一數加諸數,逐一加之,或加此諸數之和,其結果相等.

例. $325+(318+12)=325+318+12.$

此式兩節之結果皆爲655.

一數減諸數,逐一減之,或減此諸數之和,其結果相等.

例. $371-(213+115)=371-213-115.$

此式兩節之結果皆爲43.

【三】 一數加大數而減小數,與加此兩數之差相等.

例. $50+27-11=50+(27-11).$

此式兩節之結果皆爲66.

【四】 一數減大數而加小數,與減此兩數之差相等.

例. $50-27+11=50-(27-11).$

此式兩節之結果皆爲34.

【五】 減數與被減數,同加一數或同減一數,其差不變.

例. $500-397=(500+3)-(397+3).$

兩節皆得103.

$$10000-8725=(10000-1)-(8725-1).$$

兩節皆得1275.

第二習題E.

1. 從96減24,再在其結果中加15.

2. 從15減8.57,再減1.63.

3. 山東歷城縣離北京約960里. 甲由北京往歷城,乙由歷城來北京,已知甲已行325里,乙已行220里. 甲乙二人此時相距幾何?

4. 從上海至漢口水路約2250里,從上海至南京約750里,從九江至漢口約540里. 上海至九江若干里? 南京至漢口若干里? 南京至九江若干里?

5. 甲乙丙三人,甲有銀712圓,乙有銀362圓,已知甲所有之圓數等於乙丙兩人之和. 丙所有之圓數幾何?

6. 一點鐘有60分,從二點二十分鐘至四點鐘,共歷時幾分鐘?

7. 汝(各學生)試自言今年幾歲,且言五十歲時爲民國紀元之幾年.

8. 一人以其一星期中之入款及出款作表如下:

	入款		出款		餘	
日	130	000圓	7	385圓		圓
月			3	750		
火			60	990		
水	54	750				
木			35	070		
金			2	080		
土	30	000	105	627		
總計						

則其末一行及末一列中所記之數當若何?

9. 我國甲午一役賠款所生之公債,與庚子一役賠款所生之公債如下表:

甲午一役所借公債表

公債種類	發行額
匯豐銀行借款	1535000 鎊
瑞記洋行金公債	1000000 鎊
麥加利銀行代辦柏靈借款	1000000 鎊
匯豐銀行借款	3000000 鎊
俄法借款(400000000法郎)	15820000 鎊
英德借款	16000000 鎊
英德借款	16000000 鎊

拳匪一役所借公借表

公債種類	發行額
A 公債	11250000 鎊
B 公債	9000000 鎊
C 公債	22500000 鎊
D 公債	7500000 鎊
E 公債	17250000 鎊
政府特別借款	1000000 鎊
鎊虧借款	5000000 鎊

試各計其總額而求其差.

10. 我國因建築鐵路所借之公債如下表:

公債種類	發行額
中英公司京榆鐵路借款	2300000 鎊
華俄銀行東清鐵路借款	700000 鎊
京漢鐵路借款	4500000 鎊
華俄銀行正大鐵路借款	1600000 鎊
白耳義新治潔特汴洛鐵路借款	1000000 鎊
中英公司滬寧鐵路借款	2900000 鎊
福公司道正鐵路借款	700000 鎊
京漢鐵路小借款	500000 鎊
日本政府新吉寬鐵路借款	80000 鎊
中英公司廣九鐵路借款	1500000 鎊
粵漢鐵路借款(香港官吏代辦)	1000000 鎊
中英公司蘇杭甬鐵路借款	1500000 鎊
津浦鐵路借款	5000000 鎊

試求其總額,以與前兩題兩表之總額比較其多少.

第三章　乘法

15. 乘(Multiplication)之意義.

甲數之單位,以乙數易之,求其結果曰乘;其法曰乘法. 甲數曰被乘數,乙數曰乘數,所得之結果曰積.

如 4 以 3 乘之

4……………1個	3 中有三個單位數 1.
4……………2個	今以 4 易 1,則爲三個 4.
4……………3個	故以 3 乘 4,卽合三個 4 爲一數,
12(+	得積爲12.

由此可知乘法實爲加合若干個同數以求其和之法;此數卽被乘數,其個數卽乘數,其和卽積也.

乘法本爲加法之特別一種;惟因加時甚爲繁重,古人特作九九歌以節勞,而乘法緣是以生. 學者在小學中當已熟習此歌,今不復贅.

凡二個基數之積,皆可從九九歌得之.

如以 3 乘 4,誦九九歌中"三四一十二",卽得其積爲12.
以式記之,則爲 $4\times3=12$.
× 爲乘號,讀曰乘以(Into).

【注意一】 乘法係加法之簡法.

【注意二】 無論何數乘 0 必得 0, 0 乘無論何數亦然.

例. $0\times2=0$, $0\times3=0$, $3\times0=0$, 等.

16. 定理.

【一】 以諸數疊乘一數,無論以若何次序乘

之.其積不變.

例. $7\times6\times5=7\times5\times6$ 兩節皆得210.

【二】 一數乘諸數和所得之積,等於此數一一乘各數所得諸積之和.

例. $(3+6)\times4=3\times4+6\times4$ 兩節皆得36.

【三】 諸數和乘一數所得之積,等於諸數一一乘此數所得諸積之和.

例. $4\times(3+6)=(3+6)\times4$ 【定理[一]】

$=4\times3+4\times6.$ 【定理[二]】

【四】 以諸數疊乘一數,各數一一乘之,或求其積而後乘之,其結果相等.

例. $4\times3\times2=4\times(3\times2)$ 兩節皆得24.

17. 一位數乘多位數法.

自被乘數右端一位數起,依次向左,逐位乘以乘數.求其積而加之.

例題一. 以2乘3241.

【算式】
```
3241
   2 (×
────
6482 積.
```

【理由】 因$3241=3000+200+40+1,$

故$3241\times2=(3000+200+40+1)\times2$

$=3000\times2+200\times2+40\times2+1\times2.$

【前節定理[二]】

$$\left.\begin{aligned}今\ 3000\times2&=6000\\200\times2&=\ \ 400\\40\times2&=\ \ \ \ 80\\1\times2&=\ \ \ \ \ \ 2\end{aligned}\right\}$$

$$\overline{}(+$$

$$故得\ 3241\times2=6482$$

若被乘數含小數,則積亦含小數,而積中小數之位數與被乘數中小數之位數等.

例題二. 以5乘37.15.

【算式】

$$\begin{array}{r}37.15\\ 5\ (\times\\ \hline 185.75\ 積.\end{array}$$

【理由】 $37.15\times5=185.75$.

此中75爲五個1分5釐之總數,當爲7分5釐,故於其前記小數點.

例題三. 以7乘0.013.

【算式】

$$\begin{array}{r}0.013\\ 7\ (\times\\ \hline 0.091\ 積.\end{array}$$

18. 連乘積.

諸數之積曰連乘積.

例題. 求5,7,9之連乘積.

【算式】

$$\begin{array}{r}5\\ 7\ (\times\\ \hline 35\\ 9\ (\times\\ \hline 315\ 積.\end{array}$$

【注意】 凡乘法中不必分別乘數,被乘數者,原有諸數,皆可名爲積之因數.

第三習題 A.

求以下各題之積:

1. 2061×8.
2. 736.12×7.
3. $0.5\times 3\times 2\times 6$.
4. 51632×5.
5. 287.165×3.
6. $83.2\times 6\times 5\times 3\times 2$.

19. 倍及倍數.

乘亦曰倍(Times),乘得之積曰因數之倍數.

如以3乘5得15,亦可曰5之3倍爲15,或3之5倍爲15.

20. 10,100,1000,等之倍數.

以10,100,1000,等乘整數,可在整數之後加0,令所加0之個數與乘數中0之個數相等.

例題一. $23\times 10=230$.

【理由】 10個20爲200,10個3爲30,合之共230. 故10個23爲230.

例題二. $386\times 1000=386000$.

以10, 100, 1000, 等乘小數,可將小數中之小數點往右移,令其移右之位數與乘數中0之個數相等.

例題三. $3.68\times 10=36.8$.

【理由】 10個3爲30,10個0.6爲6,10個0.08爲0.8此皆可從命數法知之. 合之共爲36.8. 故$3.68\times 10=36.8$.

例題四. $21.63\times 100=2163$.

【解】 將21.63中小數點移右兩位得2163;此小數點已無用,故去之而得數爲整數.

若小數點右之位數不足,可增0以足之.

例題五. $71.2\times10000=712000$.

【解】乘數中有四個0,當將被乘數中之小數點移右四位. 今被乘數中之小數點移右一位之後,得712;右已無位可移,故於其右增三個0而再移之,得712000.

21. 乘數中首位有一有效數字餘皆為0之乘法.

先以乘數中首位之基數乘被乘數;後按乘數中0之個數,在得數後加0,或將其小數點往右移.

例題一. 以20乘2054.

【算式】
$$\begin{array}{r} 2054 \\ 20 \\ \hline 41080 \end{array}\text{積.}(\times$$

【解】先以2乘2054得4108. 後在得數之後加一個0,得41080.

【理由】 $2054\times20=2054\times(2\times10)=2054\times2\times10$.

【16節定理[四]】

例題二. 7098乘以5000

【算式】
$$\begin{array}{r} 7098 \\ 5000 \\ \hline 35490000 \end{array}\text{.積}(\times$$

例題三. 以400乘3.279.

【算式】
$$\begin{array}{r} 3.279 \\ 400 \\ \hline 1311.6 \end{array}\text{積.}(\times$$

第三習題 B.

求以下各題之積:

1. 125×70.　　4. 0.073×600000.
2. 62.3×6000.　　5. 0.00021×800.
3. 821400×5000.　　6. 3.1416×5000.

22. 乘數爲多位數之乘法.

以乘數中之各位數逐一乘被乘數而加其所得之諸積.

例題一. 以786乘25.

【算式】
```
   25
  786
 ─────(×
  150…………第一部分積
 200…………第二部分積
175…………第三部分積
 ─────(+
19650積.
```

【理由】 $25\times786=25\times(700+80+6)$
$=25\times700+25\times80+25\times6.$

【16節定理[三]】

例題二. 3056乘以1305.

【算式】
```
   3056
   1305
  ─────(×
  15280
  9168
 3056
 ───────(+
3988080積.
```

【註】 乘數中十位數字爲0, 以0乘被乘數仍得0, 與所求之積無關,故省之.

例題三. 74.62以1009乘之.

【算式】
```
   74.62
   1009
  ──────(×
   67158
 7462
 ────────(+
 75291.58積.
```

【註】 乘時可不問被乘數是否小數;俟既得其得數之後,乃於得數中作小數點.

第三習題 C.

求以下各題之積:

1. 3245×816.
2. 59.003×23018.
3. 0.0083×2561.
4. $8\times3\times25\times51\times96$.
5. 7219×6903.
6. 39.514×93006.
7. 7.1936×23164.
8. $28\times25\times0.01\times53$.

23. 0.1, 0.01, 0.001, 等之倍數.

以 0.1, 0.01, 0.001, 等乘一數,可將被乘數中小數點往左移,令其移左之位數與乘數中所有小數之位數相等. 若小數點左之位數不足,可增 0 以足之.

例題一. $25\times0.1=2.5$.

【理由】 0.1 爲十分 1 所得之數.　【小數命數法】
以 0.1 乘 25, 卽以十分 25 而求其得數.　【乘之意義】
今十分 20 得 2, 十分 5 得 0.5, 共得 2.5. 故 $25\times0.1=2.5$.

例題二. $31568\times0.001=31.568$.

例題三. $23\times0.0001=0.0023$.

【解】 乘數中有四位小數,當將被乘數中小數點移左四位. 今被乘數中之小數點移左二位之後,得 0.23, 左已無位可移,故於其左增二個 0 而再移之,得 0.0023.

例題四. $0.0032\times0.0001=0.00000032$.

24. 乘數爲小數之乘法.

先用整數之乘法求積. 次視乘數及被乘數中共有若干位小數,卽從積之右端起,向左

數至若干位前,作小數點.

例題一. 以0.6乘728.37.

【算式】

$$\begin{array}{r} 728.37 \\ 0.6 \\ \hline 437.022\text{積.} \end{array}$$

【解】 $72837\times6=437022$.因兩數中共有三位小數,故所求之積為437.022.

【理由】 $728.37\times0.6=728.37\times6\times0.1=(728.37\times6)\times0.1$ 【16節定理[四]】

$=4370.22\times0.1$ 【17節】

$=437.022$. 【23節】

例題二. 以0.25乘7462.

【算式】

$$\begin{array}{rl} 7462 & \\ 0.25 & \\ \hline & (\times \\ 37310 & \cdots\cdots 7462\times5 \\ 14924 & \cdots\cdots 7462\times2 \\ \hline & (+ \\ 1865.50\text{積.} & \end{array}$$

例題三. 求0.046×0.52之積.

【算式】

$$\begin{array}{rl} 0.046 & \\ 0.52 & \\ \hline 92 & (\times \\ 230 & \\ \hline 0.02392\text{積.} & (+ \end{array}$$

例題四. 求1.325×12.4之積.

【算式】

$$\begin{array}{rl} 1.325 & \\ 12.4 & \\ \hline 5300 & (\times \\ 2650 & \\ 1325 & \\ \hline 16.4300\text{積.} & (+ \end{array}$$

25. 乘算驗法.

交換乘數及被乘數,再乘之,視其得數與原積是否相等,等則原積可冀不誤.

第三習題 D.

求以下各題之積:

1. 38.6×0.9
2. 0.0042×0.0056.
3. $0.756\times45\times3008$.
4. $825\times0.02\times0.3$
5. 0.0407×0.0023
6. 0.072×0.00014.
7. $3100\times500\times300\times0.01$.
8. $324.6\times0.27\times1.08$.

26. 冪.

諸同因數之積曰冪,因數之個數曰冪之次數.

如 5×5 爲5之二次冪,$3\times3\times3$ 爲3之三次冪,等.

記時可僅記其一個因數,而於此數右肩之上記其次數,此所記之次數曰冪之指數.

如5之二次冪記爲 5^2,3之三次冪記爲 3^3,等.

二次冪特名曰平方,三次冪特名曰立方.

【注意】 無論何數皆爲本數之一次冪.

如3即爲3之一次冪,5即爲5之一次冪,等.

一次冪可不記其指數.

如3之一次冪不必記爲 3^1,5之一次冪不必記爲 5^1,等.

第三習題 E.

求以下諸題之積:

1. 18^2.
2. $(0.3)^6\times2^2$.

3. 20^4.　　6. $(1.5)^2\times(0.2)^3$.

4. 3^6.　　7. $2^3\times2^2$.

5. $(0.4)^3$.　　8. $8^2\times5^4$.

27. 名數之乘法.

被乘數若爲名數,則乘數必當爲不名數,積與被乘數爲同名數.

如以5乘7人,則爲7人之5倍,得35人;以7乘9圓,則爲9圓之7倍,得63圓,皆可. 若以7人乘9圓,或以5尺乘7尺,皆不合理,不能得一數矣.

乘十進之複名數,可先化此複名數爲單名數而後乘之.

例題. 十三圓八角六分之十五倍爲何?

【算式】

$$\begin{array}{r} 1386\text{分} \\ 15 \\ \hline 6930 \\ 1386 \\ \hline 20790\text{分} \end{array}$$

(×

(+

【註】先將此複名數化爲分之單名數而後乘之. 所得之數亦爲分,與被乘數爲同名數.

答. 二百零七圓九角.

【注意一】當演算之時,或圖簡捷,或欲驗誤,姑以名數視作不名數,交換乘數與被乘數而乘之,亦未爲不可.

【注意二】在應用問題中,恆若有用名數乘名數者;但考其實,知決不然. 今以例明之如下:

例題. 八人分銀,每人得五圓,則原有之銀數幾何?

【算式】5圓×8=40圓.答.

【理由】 一人得五圓,聚八人之銀於一處,當有八個五圓;故以八乘五圓而得原銀數·
學者於此,當知此題之乘,乃以八乘五圓,初非以八人乘五圓也·

第三習題 F.

1. 三十八圓五角六分之十二倍爲何?

2. 十二兩八錢六分一釐之七十八倍爲何?

3. 一人旅行,每日能行七十九里· 二個月零五日此人能行路幾何? 但一月作三十日計算·

4. 一工匠每日得工銀五角六分· 此工匠每月能得工銀幾何?

5. 最速之驅逐艦每時能行路三十一海里· 此艦二十四時能行路幾何?

6. 圓周之長爲其直徑之3.1416倍· 今有一圓,已知其直徑長二尺六寸,則其圓周之長若何?

7. 音每秒時行1090.3尺· 今自見電光經16.35秒後聞雷鳴,則雷發聲處距此幾何?

8. 墨西哥銀幣每枚重七錢一分六釐四毫,中含純銀0.898,則其所含純銀之重量幾何?

9. 我國因開採萍鄉煤礦向禮和洋行前後借款94780鎊,每年所出利息爲本金之0.007倍,則每年當出利息幾何?

10. 前清度支部所定幣制,一角銀幣每枚重八分六釐四毫,中含純銀0.65,則五十枚一角銀幣中共含純銀幾何?

11. 一夜五更,設一年有三百六十五夜,則一年共有幾更·

12. 每日有二十四時,每時四刻,每刻十五分,每分六十秒. 一日中共有幾秒?

13. 我國每里計一百八十丈,每丈二步,每步五尺. 一里中有幾尺?

14. 日本每里有三十六町,每町六十間,每間六尺,則其每里路長幾尺?

15. 英國幣制,一金鎊値二十仙令,每仙令値十二辨士,每辨士値四法丁,則每一金鎊可値幾法丁?

16. 庚子一役,日本所得我國賠款共34793100兩,當時我國一兩合日本一圓四角七分,則此賠款共合日本銀幣幾何?

計算以下各題:

17. $27-3\times(20-11)+4\times(8-5)$.

18. $(3.8016-2.794)\times(1.8093-0.078)$.

19. $(27-3)\times20-(11+4)\times8-5$

20. $(15)^3+(3^2\times2^5)+(207)^2-(9\times2^4)$.

【暗示】 先將各括弧內之數計算,各成一數;次行乘算;末行加減.

第四章 除法

28. 除(Division)之意義.

第一. 求甲數爲乙數之幾倍,曰除,其法曰除法. 甲數曰被除數,乙數曰除數,所求之倍數曰商.

如12爲4之3倍.

以式記之,爲$12\div4=3$.

(÷)爲除號,讀曰除以(Divided by).

第二. 將一數等分爲若干份,求其每份之數,亦謂之除;被分之數爲被除數,等分之份數爲除數,每份之數爲商.

如將12等分爲4份,其每份之數爲3.
以式記之,亦爲$12\div4=3$.

29. 除與乘之關係.

除之第一義,即知積及被乘數求乘數也;除之第二義,即知積及乘數而求被乘數也. 故除爲乘之逆,而(被除數)=(除數)×(商) 與 (積)=(被乘數)×(乘數)相當.

由此可知除數爲一位數者,除時可按除數讀九九歌,知其自1至9之倍數,視被乘數可減其幾倍,即用此倍數作商.

例題. 以4除12.

【解】 從九九歌"三四一十二",知商當爲3.其記法如下:

$$\begin{array}{rl} & 4)12(3\text{商}. \\ 4\times3\cdots\cdots & \underline{12} \\ & 0 \end{array} \qquad \text{或} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 4 \\ \underline{12} & \overline{3\text{商}.} \\ 0 & \end{array}$$

【注意一】 作除式時,被除數必記於除號之左,除數必記於除號之右.

【注意二】 無論何數,以1除之,則商仍爲本數.

【注意三】 無論何數,以其本數除之,則商

必爲 1.

【注意四】 無論以何數除 0,恆得 0.

例. $0\div2=0$, $0\div3=0$, 等.

30. 剩餘(Remainder)

例題. 以 6 除 52.

【算式】

$$\begin{array}{rr|l} & 52 & 6 \\ 6\times8\cdots\cdots & 48\,(- & 8\text{商} \\ \cline{2-2} & 4 & \\ & \text{剩餘} & \end{array}$$

答.商 8,剩餘 4.

【解】 6之8倍爲48,比52小;而6之9倍54又比52大;故商不能爲9,但能爲8,從52中減去$6\times8=48$,餘4. 此4比除數6小;是爲除之剩餘.

第四習題 A.

(從1至11,當一一作等式以求答).

1. 兩因數之積爲54,其一因數爲6,則其餘一因數爲幾何?
2. 以9除何數可得6?
3. 12乘何數可得60?
4. 60爲6之幾倍?
5. 12之幾倍爲84?
6. 取幾個15加之可得和150?
7. 從75累減15,減幾次乃可減盡?
8. 以何數除45可得5?
9. 何數之16倍爲80?
10. 合幾個3能得48?

11. 90減何數減6次而盡?

求以下各題之商:

12. $72\div8$. 13. $63\div9$. 14. $42\div6$.

求以下各式之商及其剩餘:

15. $40\div7$. 17. $56\div6$.

16. $29\div3$. 18. $35\div4$.

31. 定理.

【一】 以諸數疊除一數,無論以若何次序除之,其商不變.

例. $210\div7\div6=210\div6\div7$ 兩節皆得5.

【二】 一數除諸數和所得之商,等於此數一一除各數所得諸商之和.

例. $(12+24)\div4=(12\div4)+(24\div4)$ 兩節皆得9.

【三】 以諸數疊除一數,各數一一除之,或求其積除之,其結果相等.

例. $24\div4\div2=24\div(4\times2)$ 兩節皆得3.

【四】 除數與被除數,同以一數乘之,其商不變.

例. $72\div2=(72\times3)\div(2\times3)$ 兩節皆得36.

【五】 除數與被除數,同以一數除之,其商不變.

例. $216\div6=(216\div3)\div(6\div3)$ 兩節皆得36.

32. 一位數除多位數法.

自被除數左端一位數起,依次向右,逐位以

除數除之．若某位有剩餘,或其數不足除,須將剩餘或全數與右一位之數合而除之．

例題一．以2除6482．

【算式】

$$\begin{array}{lr|l}
 & 6482 & 2 \\ \cline{3-3}
3\times2\cdots\cdots & 6 & 3241 \\ \cline{2-2}
 & 4\,(- & \text{商}. \\
2\times2\cdots\cdots & 4 & \\ \cline{2-2}
 & 8\,(- & \\
4\times2\cdots\cdots & 8 & \\ \cline{2-2}
 & 2\,(- & \\
1\times2\cdots\cdots & 2 & \\ \cline{2-2}
 & 0\,(- &
\end{array}$$

【理由】 6482=(6千)+(4百)+(8十)+2．

故6482÷2=(6千÷2)+(4百÷2)+(8十÷2)+(2÷2)．

【前節定理[二]】

今

$$\left.\begin{array}{l}
6\text{千}\div2=3\text{千} \\
4\text{百}\div2=\ \ 2\text{百} \\
8\text{十}\div2=\ \ \ \ 4\text{十} \\
2\div2=\ \ \ \ \ \ \ 1
\end{array}\right\}(+$$

故得6482÷2=3241

例題二．以6除1638．

【算式】

$$\begin{array}{lr|l}
 & 1638 & 6 \\ \cline{3-3}
2\times6\cdots\cdots & 12 & 273 \\ \cline{2-2}
 & 43\,(- & \text{商}. \\
7\times6\cdots\cdots & 42 & \\ \cline{2-2}
 & 18\,(- & \\
3\times6\cdots\cdots & 18 & \\ \cline{2-2}
 & 0\,(- &
\end{array}$$

【註】第一二次減後皆有餘數,當以被除數中右一位之數書於餘數之右而再除之．

若被除數含小數,則商亦含小數,而商中小

數之位數與被除數中小數之位數等.

例題三. 以8除167.52.

【算式】
```
167.52|8
16    |-----
----- |20.94
   7.5|商.
   72 |
  ----
    32
    32
   ---
     0
```

【註】 求次商時以8除7,不足一倍,故次商(即第二位商)為0,再以被除數中7後之5書下以求三商(第三位商). 求三商時用被除數中小數,故三商為小數.

例題四. 以6除0.017826.

【算式】
```
0.017826|6
  12    |---------
 -----  |0.002971
   58   |商.
   54   |
  ----  |
    42  |
    42  |
   -----
      6
      6
     ---
      0
```

【註】 求初商時用被除數中三位小數,故初商即為第三位小數.

例題五. 以7除3182.

【算式】
```
3182|7
28  |----
----|454
 38 |商.
 35 |
 ----
  32
  28
  ---
   4剩餘
```

【注意】 剩餘必比除數小.

33. 除盡之除及除不盡之除.

凡除無剩餘者爲除盡之除,有剩餘者爲除不盡之除.若爲除盡之除而又得整數之商者,則曰整除.

除盡之除　(被除數)=(除數)×(商).

除不盡之除　(被除數)=(除數)×(商)+(剩餘).

34. 處置剩餘法.

第一. 以剩餘記於上,除數記於下,中隔橫線,附之於所得商數之後以爲全商.

例題. 以7除23.

【算式】

$$\begin{array}{r|l} 23 & 7 \\ \underline{21} & 3\frac{2}{7}\ \text{商} \\ \text{剩餘}\ 2 & \end{array}$$

【註】 此商之形爲分數. $\frac{2}{7}$ 可讀曰七分之二.

第二. 增0於剩餘之後,再以除數除之,求商中之小數.

例題. 以7除23.

【算式】

$$\begin{array}{l|l} 23 & 7 \\ \underline{21} & 3.2857714\ldots\ldots \\ 2.0 & \quad\text{商} \\ \underline{14} & \\ 60 & \\ \underline{56} & \\ 40 & \\ \underline{35} & \\ 50 & \\ \underline{49} & \\ 10 & \\ \underline{7} & \\ 30 & \\ \underline{28} & \\ 2 & \end{array}$$

【註】 ……………意謂依此類推.

35. 四捨五入.

如前節例題,商中小數可求得多位,實用時往往不須如此. 若是者可僅取當用之幾位數,而以其後所不用之諸位數悉棄之;顧棄時當視所棄數中之首一位數:此數在 5 以上,則在所取數之末一位數中加1而後棄之,是曰五入;若在 4 以下,則竟棄之,是曰四捨.

如前節例題,商為 3.285714………,若取至小數四位,則得3.2857(四捨);若取至小數三位,則得3.286(五入).

四捨者,在所取數後附一強字以表之;五入者,在所取數後附一弱字以表之.

第四習題 B.

求下各題之商,遇除不盡者,先求分數形之商,次增 0 求至小數三位而止(第四位以後四捨五入):

1. 574÷7.
2. 0.0783÷9.
3. 10435÷5.
4. 340693÷8.
5. 94006351÷5.
6. 3960007÷3.

36. 除數為 10, 100, 1000, 等之除法.

將被除數中之小數點往左移,令其移左之位數與除數中 0 之個數相等.

例題一. 5.7÷10=0.57.

【理由】 以10除57,即將57分為10份而求其每份之數. [除之定義]

今將 5 分為10份,其每份為0.5;將0.7分為10份,其每份為0.07. [小數命數法]合之得0.57 故將5.7分為10份,其每

份爲0.57.

例題二. 783÷100=7.83.

【解】 被除數783中無小數點,其小數點卽在783之右,如783;故將小數點移左二位,得7.83.

例題三. 657÷1000=0.657.

若小數點左之位數不足,可增0以足之.

例題四. 8÷1000=0.008.

【解】 除數中有三個0,則被除數中之小數點當移左三位. 今被除數中之小數點移左一位之後,得0.8,左已無位可移,故於其左增二個0而再移之得0.008.

例題五. 78.3÷10000=0.00783.

37. 除數中首位有一有效數字餘皆爲0之除法.

先按除數中0之個數,將被除數中之小數點往左移若干位;後以除數中首位之基數除之.

例題一. 以300除8940.

【算式】

$$\begin{array}{r|l} 89.40 & 300 \\ \hline 6 & 29.8 \\ \cline{1-1} 29 & \text{商} \\ 27 & \\ \cline{1-1} 2.4 & \\ 2\,4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

【理由】 $8940 \div 300 = 8940 \div (100 \times 3)$

$= 8940 \div 100 \div 3$ 【3節定理[三]】

$= 89.4 \div 3$ 【36節】

$=29.8.$　　　　【32節】

例題二. 以7000除7.5,求商至小數第五位.

【算式】

```
0.0075  |7000
 7      |0.001071
----    |商.
  50    |
  49    |
  ---
   10
    7
   --
    3
```

四捨五入,得0.00107強.

第四習題 C.

求以下各題之商至小數第五位而止:

1. $10986\div7000$.
2. $500\div3000$.
3. $3.1415\div6000$.
4. $38.79\div90000$.
5. $0.31\div600$.
6. $20.5\div8000$.

38. 除數爲多位數之除法.

第一步. 按除數之位數,截取被除數左端若干位之數,視其較除數大小若何,小則再取一位,是曰第一部分實.

第二步. 視第一部分實中含幾倍除數,卽以此倍數爲商之第一位數,是爲初商.

第三步. 以初商乘除數,從第一部分實減去其積得差. 將此差與右一位之被除數,合作第二部分實.

第四步. 再用第二步之法,由第二部分實及除數求商之第二位數,是爲次商. 又用第

三步之法求第三部分實.

第五步. 累用前法三商四商等,除至被除數末位數止. 在除不盡之除,則求至已得商中所欲求之諸位數而止.

第六步. 視第一部分實中末一位爲何位,卽定商中第一位爲何位.

例題一. 以25除19650.

【算式】

```
                 19650|25
25×7……175            |786商.
―――――――――――――(―
           215……………第二部分實
25×8………200
―――――――――――――(―
            150…………第三部分實
25×6…………150
―――――――――――――(―
              0
```

【解】因19比25小,故取196爲第一部分實.

從25×7=175比196小,故得初商爲7.

從25×8=200比215小,得次商爲8.

從25×6=150等於第三部分實,得三商爲6.

共得商786.

因第一部分實196中末一位之6爲百位數,乃定商之第一位7亦爲百位數而商爲七百八十六.

例題二. 246除15876000如何?

【算式】

```
15876000|245
1470    |64800
 1176   |商.
  980   |
  1960
  1960
     0|00
```

【註】三商與除數之積,從第三部分實減去後,被除數中僅餘二0;故於三商之右附二個0,得64800,爲全商.

例題三. 3988080除以1305.

【算式】

```
3988080|1305
3915   |3056
  7308 |商.
  6525 |
   7830
   7830
      0
```

【註】求次商時,因第二部分實730不足1305之1倍,故次商得0,而以被除數中之8記於730之右,作第三部分實,以求三商.

例題四. 求199÷82507之商,至小數第五位.

【算式】

```
      199 |82507
199.000   |82507
165014    |0.00241
 339860   商.
 330028
   98320      答. 0.00241強
   82507
   158130
```

【註】因除數82507之位數比被除數199多,不能除,故於199後加0而後除之.

第一部分實為 199.000,其末一位之 0 為小數第三位,故初商 2 為小數第三位之數.

39. 除算驗法.

在除盡之除,以商乘除數,視其得數與被除數是否相等,等則可冀不誤.

在除不盡之除,以商乘除數,再加剩餘於其積中,視所得者是否等於被除數,等則可冀不誤.

第四習題 D.

求以下各題之商,遇除不盡者,求至商中小數第五位止.

1.	$3260\div25$.	**7.**	$34.12452\div491$.
2.	$673\div17$.	**8.**	$9800.522\div792$.
3.	$7\div13$.	**9.**	$48327\div1277$.
4.	$0.081\div27$,	**10.**	$313.500082\div6009$.
5.	$3358.718\div381$.	**11.**	$615\div2743$.
6.	$4070.34\div8134$.	**12.**	$4931\div18587$.

40. 除數為 0.1, 0.01, 0.001 等之除法.

將被除數中之小數點往右移,令其移右之位數與除數中所有小數之位數相等. 若小數點右之位數不足,可增 0 以足之.

例題一. $52.31\div0.1=523.1$.

【理由】 $52.31\div0.1=(52.31\times10)\div(0.1\times10)$

【31節定理〔四〕】

$=523.1\div1$ 【20節】

$=523.1$. 【29節[注意二]】

例題二. $51.83\div0.0001=518300$.

【解】除數中有四位小數,則被除數之小數點當移右四位. 今被除數中之小數點移右二位之後,得 5183,右已無位可移,故於其右增二個 0 而再移之,得 518300.

例題三. $715\div0.001=715000$.

【註】被除數爲整數,可視作有小數點在其末位之後,移之如前例.

41. 除數爲小數之除法.

先將除數與被除數中之小數點皆往右移,移至除數爲整數而止. 次用整數之除法求其商.

例題一. 計算 $0.0000087\div0.0328$.

【算式】

```
0.0870  |328
 656    |0.000265強
 2140   |商.
 1968   |
  1720
  1640
    80
```

【理由】 $0.0000087\div0.0328$

$=(0.0000087\times10000\div(0.0328\times10000)$ 【31節定理[四]】

$=0.087\div328$. 【20節】

例題二. 計算 $0.96\div4.7563$.

【算式】
```
9600.0 | 47563
75126  | 0.020183商.
 87400
 47563
 398370        答. 0.2018强
 380504
  178660
  142689
   35971
```

第四習題 E.

求以下各題之商,至小數第四位止:

1. 678.249÷43.2.
2. 264700÷0.5132.
3. 0.020202÷0.033.
4. 0.598÷0.49.
5. 3.063÷34.006.
6. 0.763÷68.2.

42. 名數之除法.

第一. 以名數除名數者,兩數當爲同單位之單名數,商爲不名數.

例題一. 15人爲5人之幾倍.

【算式】 15÷5人=3.　　答. 3倍.

【註】 被除數與除數同爲人數,其商爲倍數,係不名數.

此種之除亦可曰比.

如15人爲5人之3倍,亦可曰15人與5人之比爲3.

若兩名數同種類而異單位,或其中有複名數,可化爲同單位之單名數而後除之.

例題二. 5兩2錢3分5釐爲5錢之幾倍.

【算式】 5兩2錢3分5釐÷5錢=52.35錢÷5錢=10.47

答. 10.47倍.

第二. 以不名數除名數者,商與被除數常爲同單位之單名數. 若被除數爲複名數,可先化爲單名數而後除之;或再化商爲複名數.

例題. 將米七石五斗六升分爲十八份,則每份中有米幾何?

【算式】 7石5斗6升÷18=756升÷18.

=42升=4斗2升. 答.

【注意一】 被除數與除數不能爲異種之名數. 又除數既爲名數,則被除數決不能爲不名數.

【注意二】 在應用問題中,恆若有與本節所言相背者;但考其實,知決不然. 今以例明之如下:

例題一. 絹一疋價8圓. 56圓可買絹幾疋?

【算式】 56圓÷8圓=7. 答. 7疋.

【理由】 已知56圓爲8圓之七倍,而8圓可買絹一疋,則七倍8圓之銀當可買得七倍一疋之絹;故知可買絹七疋.

學者於此,當知由除所得之7,乃不名數;初非即爲7疋之名數.

例題二. 以米七石五斗六升分貯十八袋,則每袋中貯米幾何?

【算式】 7石5斗6升÷18=4斗2升. 答.

【理由】 以米7石5斗6升分作18等份,而以每一份貯一袋中,即可分貯於18袋,故每袋貯米之數,即爲以18除7石5斗6升所得之商數.

學者當知除時,乃以不名數18除7石5斗6升,初非以名數18袋除7石5斗6升也.

43. 平均數.

若干數之和,以其個數除之,所得之商爲此諸數之平均數,或單曰平均數.

例題. 求153.24,152.98,152.15三數之平均數.

$$\begin{array}{r} 153.24 \\ 152.98 \\ 152.15 \\ \hline 458.37 \end{array} \;(+$$

$458.37 \div 3 = 152.79$. 答.

第四習題F.

1. 茶葉每斤價一圓二角三分,今有銀十三圓二角一分,可買茶葉幾斤?

2. 商人以股票集資,每股一百二十五圓.今欲集五百三十萬圓,則當集若干股?

3. 圓周之長等於其直徑之3.1416倍.今有一圓池,其周圍之長爲10178里,則其直徑長幾何?

4. 鉛筆150枝爲幾打?但每打爲十二枝.

5. 米3石4斗5升之價爲46圓5角7分5釐,每石之價若何?

6. 銀幣一圓,可購米1斗2升5合.米每斗之價若何?

7. 有米廠,以糙米58石9斗5升舂得白米56石2合5勺,則糙米一石中舂去秕米幾何?

8. 金重爲同體積水重之19.3倍,銀重爲同體積水重

之10.5倍,則金重為同體積銀重之幾倍?

9. 一輪,其周圍長九尺六寸,行一路上,由此端起至彼端止. 已知路長二百九十九丈五尺二寸. 求此輪旋轉之次數.

10. 地球距太陽147250000000米突,而光之速度每秒 309000000 米突,求光自太陽行至地面所需之秒數.

11. 機關砲每分鐘可發60次. 今有五門機關砲同時發射,求發180000次應費幾分鐘.

12. 地球圍繞太陽二日間行13546560里,則一點鐘行幾里? 但一日有二十四點鐘.

13. 一商人買帛十三丈,共價65圓,賣後獲利39圓.此帛每尺之賣價幾何?

14. 地324畝賣價6720圓,地主獲利 1104 圓.此地每畝之原價幾何?

15. 一人有銀 325250 兩,以其中之58130兩與其妻,其餘分給子姪九人,則其子姪每人所得銀之兩數幾何?

16. 一人乘自行車行路三十六里,計前後輪共轉16564次. 已知前輪所轉之次數為 8644. 求每行一里後輪所轉之次數.

17. 雞卵144簍,每簍126個,今改用箱盛之,每箱盛567個,則需箱幾何?

18. 一火車越過某山,上山時之速度為每點鐘30里,下山時之速度為每點50里. 今上山費三點鐘,下山費二點鐘,則此火車每點鐘之平均速度若何?

第五章 四則雜例

44. 捷算法一.

例題一. 計算38785+9997.

【算式】 38785+9997=38785+10000−3

=48782. 答.

例題二. 計算38785−9997.

【算式】 38785−9997=38785−10000+3

=28788. 答.

例題三. 計算786×997.

【算式】
```
             (1000−3)
          786|×997
             ————————
              000…………786之1000倍
786×3…………2358…………786之   3倍
          ————————————(−
          783642答……786之 997倍
```

例題四. 計算7·85×102.

【算式】
```
      (100+2)
  785|×102
     ————————
     00……………7·85之100倍
   15·70……………7·85之  2倍
 ——————————(+
 800·7答……………7·85之102倍
```

第五習題A.

用捷法計算以下各題:

1. 3657+1998.
2. 3−0·9997.
3. 12345×9.
4. 75×0·98.
5. 2973×1001.
6. $(199)^2$

45. 捷算法二.

例題一. 計算375×35.

【解】 因$35=5\times7$. 從16節定理[四]

$$\begin{array}{r} 375 \\ 5 \\ \hline 1875 \\ 7 \\ \hline 13125 \end{array}\begin{array}{l} \\ \\ (\times \\ \\ \\ (\times \\ \text{答.}\end{array}$$

例題二. 計算$375\div15$.

【解】 因$15=5\times3$, 從31節定理[三]

$5)\underline{375}$………先以5除

$3)\underline{75}$………再以3除

25答.

例題三. 計算$1\div24$.

【算式】 $24=3\times8$, $3)\underline{1.00000}$

$8)\underline{0.33333}$…………

0.04166……答.

第五習題B.

用捷法計算以下各題:

1. 78.2×45.
2. 17.26×3.5.
3. $4\div15$.
4. $1\div28$.
5. $78\div2\div5$.
6. $360\div2\div3\div5$.

46. 捷算法三.

例題一. 計算$500-397$

【算式】 $503-400=103$答.

【註】 減數及被減數先同加3而後行減算.

【參觀14節定理[五]】

例題二. 計算$10000-8725$.

【算式】　9999−8724=1275,答.

【註】減數及被減數先同減1而後行減算.

【參觀14節定理[五]】

例題三.　計算4÷15.

【算式】　30)8
　　　　　　0.6666……答.

【註】除數及被除數先同以2乘之而後行除算.

【參觀31節定理[四]】

例題四.　計算6325÷25.

【算式】　25×4=100,　　6325
　　　　　　　　　　　　　　4
　　　　　　　　　　　　———(×
　　　　　　　　　　100)25300答.

【註】除數及被除數先同以4乘之而後行除算.

【參觀31節定理[五]】

第五習題C.

用捷法計算以下各題:

1.　10000−7681.　　4.　7÷2.5.

2.　1−0.0675.　　5.　32÷5.

3.　2350÷25.　　6.　6857÷125.

47. +,−,×,÷雜揉之算式.

一式中備有+,−,×,÷四種記號者,可先行乘除,後行加減.

例題.　$15\div3+7\times2-6\div2\times3=(15\div3)+(7\times2)-\{(6\div2)\times3\}$
$=5+14-9=10.$

若式中有括弧,則先將括弧內之各數算畢,再

及其外之各數.

例題 $2.7\times(148\div40)\times(289+26-267)\div(1.43-0.89)$

$=2.7\times3.7\times48\div0.54.$

$=(2.7\div0.54)\times3.7\times48.$

$=(5\times48)\times3.7=240\times3.7=888.$

第五習題 D.

1. $12\div6\times2.$
2. $12\div(6\times2).$
3. $28\div[7-(3+2)].$
4. $(0.9-0.7)\times(0.5+1.1).$
5. $\{42\times(36+14)-36\div(4\times3)\}\times15.$
6. $472.5\div25-16.7\times1.5\times0.6.$

第六章 應用問題

48. 解題時之注意.

第一. 審度題意,決定於四則之中當用何法,且思所以用此算法之故.

第二. 算法務簡而說理宜淸.

第三. 既得得數,必覆案之,以驗其是否無誤.

49. 例題.

例題一. 米3斗5升之價爲7.49圓,則米1石4斗8升之價幾何?

【解】 米35升……………價7.49圓,

則米1升………………價7.49圓÷35=0.214圓;

故米148升……………價0.214圓×148=31.672圓答.

例題二. 一事,六人共作之,四日而畢;若八人共作之,幾

日可畢?

【解】 6人作此事需4日.

使1人作此事,當需6倍之日數,卽需

4日×6=24日.

今8人合作,則以此事8等分而作之,故需

24日÷8=3日. 答.

例題三. 路長六十丈,路旁植柳,每隔五丈植一株,則併其兩端共需植柳幾何?

【解】 先除其一端之一株,計算其餘之株數;後再求其總數. 列式如下:

一端……………1株

其餘60÷5=12株

(+

總計…………13株答.

例題四. 兩地隔七十八里,甲乙二人各從一地起,同時首途,相向而行. 已知甲每日行六里,乙每日行七里. 此二人行幾日而相會?

【解】 初時甲乙相距78里.

以後每過一日,則二人相隔之路少去1個(6+7)里=13里. 少至全無相隔之路,則二人卽相會.今由78里÷13里=6. 知二人行6日,則其相隔之路少去78里,卽二人此時毫不隔離.

故知二人行六日而相會.

例題五. 甲汽船每時行12海里,乙汽船每時行13.5海里. 今甲在乙前6海里,同時起行,航路又同,則行幾時而乙追及甲?

【解】 初時兩船相距6海里.

乙每時追上甲(13.5−12)海里=1.5海里．故每行1時,則兩船相隔之路,少去1個1.5海里．

從　6海里÷1.5海里=4,知6海里中有4個1.5海里．故行四時後,乙追上6海里而與甲不相隔．

故乙追四時而及甲．

例題六．桃若干個分給童子若干人,若每人與6個,則可餘16個;若每人與8個,則不足12個．求桃數與童子之數．

【解】從原有桃中取去16個後分給童子,每人適得6個;

在原有桃外再增12個後分給童子,每人適得8個．

第二回所分桃數比第一回多28個(不取去16個,反增12個),而第二回各人所得比第一回多2個．此各人所多得之2個明係從28個中分得者．

以2個爲1份,則28個當分得28÷2=14份．

每份給1人,則童子當有14個．

由是桃數當有　14×6+16=100個．

例題七．甲有銀一百圓,乙有銀八十圓,甲與乙幾圓,則甲乙所有之銀數相等?

【解】先由甲之銀數中減去乙之銀數,以其餘數等分之,分給兩人,則兩人所有之銀數相等可知．

故由　(100−80)÷2=10,知甲當與乙十圓．

例題八．有大小二數,其和爲78,差爲28．二數若何．

【解一】從和78中取去28,餘78−28=50．

以餘數等分爲二份,得50÷2=25爲小數．

小數加差28,得　25+28=53爲大數．

【解二】在和78外,再增28,共得78+28=106．

以此106等分爲二份,得106÷2=53爲大數．

大數減差28,得 $53-28=25$ 爲小數.

例題九. 雞兔共籠,頭共十三,足共四十二. 求雞數及兔數.

【解一】 一雞二足,一兔四足,故一雞之足數比一兔之足數少 $4-2=2$.

今使此13頭皆爲兔,則其足數當爲 $13\times4=52$.

但題中之足數比此少 $52-42=10$.(因不皆爲兔而雜雞於其中故).

若在13頭兔中取去一兔,易以一雞,則足數卽可少去 $4-2=2$.

由 $10\div2=5$, 知以5兔易5雞,則足數適能少去10而與題相合.(頭數仍爲13).

故知雞數當爲5.

兔數爲 $13-5=8$.

【解二】 $(42-13\times2)\div(4-2)=8$……………………兔數.

$13-8=5$……………………雞數.

例題十. 甲乙二人共有銀6.05圓,而甲之銀數爲乙之一倍半. 求此二人各有銀之圓數.

【解】 甲之銀數爲乙之1.5倍,故甲乙二人共有之銀數6.05圓爲乙之 $(1+1.5)$ 倍,卽2.5倍.

由是 $6.05\div2.5=2.42$……………………乙之圓數.

$6.05-2.42=3.63$……………………甲之圓數.

例題十一. 有父子二人,父四十三歲,子十三歲,幾年後父之歲數爲子之三倍?

【解】 父之歲數恆比子大 $43-13=30$.

當父之歲數爲子之三倍時,父所大之歲數爲子歲數之 $3-1=2$ 倍.

故此時2倍子之歲數爲30. 1倍子之歲數爲$30\div2=15$.

由是可知$15-13=2$年後父之歲數卽爲子之三倍.

第六習題

1. 酒三斗二升之價爲二十圓八角,則酒七升五合之價幾何?

2. 一水槽,以五水管注水於其中,十五分時而水滿;若用三水管注之,幾分時而水滿?

3. 設買炭六袋,每袋裝三百五十斤,則當出價四圓二角. 今買炭五袋,每袋裝四百斤,其價幾何?

4. 設工匠三十二人,二十六日之工資爲三百七十四圓四角,則工匠四十人,十六日之工資當爲幾何?

5. 甲乙二城相距百五十里. 一人自甲起行向乙,每行十里則休憩半時而復行. 求此人在途中休憩所費之時間幾何?

6. 道長七十五丈,植桃於其兩旁,自一端起至又一端止,兩株間之距離皆相等,共植六十二株. 求桃每二株間之距離.

7. 某年一月一日爲日曜日,則此一年中共有幾個日曜日?

8. 一人於某月初三日早晨見一蝸牛上一旗竿,乃日往觀之,觀數日後,知其在單日中必上五尺,在雙日中必下二尺. 已知旗竿之高爲二丈,則此蝸牛何日可達竿頭?

9. 某鐵路站中,已積貨物二千四百五十七噸,此後每日運來六十三噸,運去一百零二噸,問幾日可運畢.

10. 舂米一千八百石,甲場舂之六日而盡,乙場舂之,三

十日而盡．甲乙二場同舂之幾日可盡?

11. 一商人販帛若干疋,每疋以二圓八角之價買入,而以三圓五角之價賣之,所獲之利用以買布五十疋,計布價每疋一圓四角．求此商人所販帛之疋數．

12. 以桃若干個分給童子若干人,若每人與六個,則尚餘七個;若每人與七個,則不足七個．求桃數及童子之數．

13. 一家有四人,一父而三子,父三十五歲,長子七歲,次子五歲,末子三歲．幾年後三子歲數之和與父相等?

14. 一家有兄弟二人,兄月入銀三十五圓,弟月入銀二十五圓,而每月所費需五十五圓．今此家欲還清六百圓之債,當需幾年?

15. 一學校在甲乙兩村之間,已知其距甲村十七里,距乙村二十五里．今欲改築於正中之處,則須向乙村移幾里?

16. 以銀八百四十五圓分給甲乙丙三人,已知甲比乙多得五十圓,乙比丙少得七十五圓．求三人各得銀之圓數．

17. 晝長十四點鐘時,日出日沒之時刻各幾何? 但一晝夜中有二十四點鐘,且假定日出日沒與正午相距之時間各相等．

18. 某處火車章程,乘客所攜之行李在四十磅重以內者不收運費,過此則須依所攜物之輕重出費．有一人攜物二百八十磅,出費四圓八角,則每磅重之物收費幾何?

19. 選舉議員,二候補者爭之,計總投票數五百七十三票中八票無效．一人多得三票而當選．此二人所得之票數各幾何?

20. 一人以其財產三萬八千圓分與其二子,已知長子

比次子多得一萬圓．求此二子各得之圓數．

21. 一舟行於河中,逆流而上,二點半鐘行三里,順流而下,一點鐘行三里．求此舟中舟子每時操舟之速力及此河流之速若何．

22. 甲乙二商人共有銀六千三百二十七圓．若甲虧本二千七百五十圓,乙獲利一千五百七十七圓,則其所有銀之圓數相等．求各人初時所有銀圓數．

23. 兩停車場相距18里．今有二車同時在兩車場首途．此二車若相向而行,則6分鐘後可相會;若向同一方向進行,則後一車經36分鐘追及前車．求此二車每分時之速度．

24. 雞兔共籠,頭共三十,足共八十六．求兔數．

25. 一人有二角銀圓,五分銅圓,共十一枚,計值一圓六角．求此二種貨幣之個數．

26. 僧一百人共食饅頭一百個,長僧一個人食饅頭四個,幼僧四個人食饅頭一個．長僧與幼僧之人數各幾何?

27. 一工場中工匠僅作日工者每日工資六角;若作夜工一次,則增給工資二角．今一工匠在此場中作工十六日,共得工資十一圓,則此人共作夜工幾次?

28. 有甲乙二人,甲所有銀數爲乙所有銀數之三倍,而兩人所有銀數之差爲四圓八角．求各人所有銀之圓數．

29. 東西兩倉中存米之袋數相等．其後由東倉移米三百袋於西倉內,西倉內之袋數乃爲東倉內袋數之五倍．求各倉內初時之袋數．

30. 男二十人,女十五人,童子廿二人,共作工三十日,得工資396.9元．已知男力二倍於女,三倍於童,而工資之厚薄依其力之大小而定．求男女童子每人每日各得幾何?

第三編
諸等數

第一章 度量衡

1. 諸等數.

如物重四斤六兩,路長二里八丈四尺,此皆尋常所恒見之數,爲複名數之一種,而又非若前之以十進位者也. 以其進位之法種種不等,故名之曰諸等數;計算此諸等數之法,名之曰諸等法.

2. 基本單位及補助單位.

諸等數之諸單位中,作標準之單位者,曰基本單位;其餘緣此而生者,皆爲補助單位.

3. 高級單位及低級單位.

任意取二個同種類之單位,皆可名其大者爲高級單位,名其小者爲低級單位.

如以尺寸言,則尺爲高級單位,寸爲低級單位;以丈尺言,則丈爲高級單位,尺又爲低級單位.

4. 進率.

高級單位爲低級單位之若干倍,其倍數曰進率.

諸等數中之進率種種不一,大抵皆沿古制,或因習慣而定之.

5. 度.

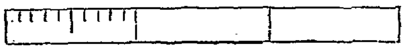
計算長短者曰度．度之基本單位有三：一曰尺，用以量布帛等物；一曰步，用以量田地；一曰里，用以量道路．諸補助單位及進率如下：

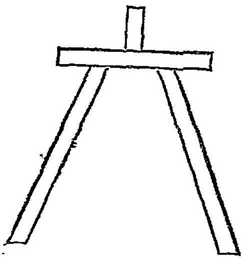
1里=18引

1引=10丈

1丈=2步（步亦曰弓）

尺





1尺=10寸

1寸=10分

1分=10釐

1釐=10毫

計電線鐵道等之長用哩(Mile)．　1哩=2.794里．

計海面之距離用海里．　1海里=3.217里．

6. 量．

計算容積者曰量．量之基本單位爲升．升之爲器，形方而稍扁，空其中，內口內底皆方四寸，內高一寸九分七釐五毫．諸補助單位及進率如下：

1石=2斛

1斛=5斗

1斗=10升

1升=10合

1合=10勺

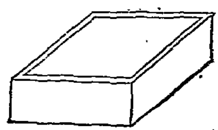
1勺=10撮

1撮=10抄

1抄=10圭

1圭=6粟

升



7. 衡.

計算輕重者曰衡. 衡之基本單位有三:一曰錢,用以權金銀等貴重之物;一曰斤,用以權油鹽蔬菜等日用之物;一曰噸,用以權笨重之物,鐵路海關等處恒用之. 諸補助單位及進率如下:

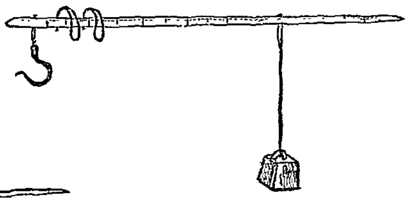
1引=2石(石亦曰擔)

1石=100斤

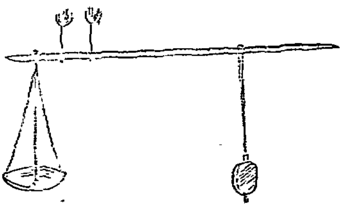
1斤=16兩

1兩=10錢

秤



戥



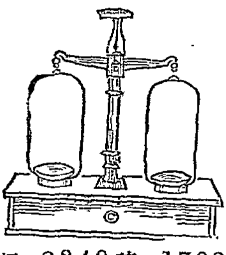
1錢=10分

1分=10釐

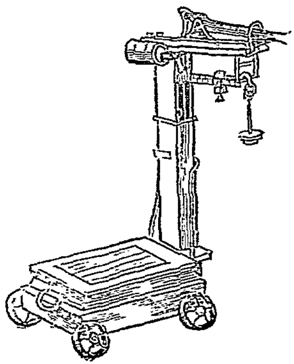
1釐=10毫

1毫=10絲

天平



臺秤



1噸=2240磅=1702.4斤

1磅=12.16兩

平常權雜物用秤,輕物用戥,貴重之物而須精密計算者用天平,笨重物用臺秤.

第一習題

1. 5引爲幾丈? 8里爲幾引?
2. 7斤爲幾兩? 16兩爲幾分?
3. 7斛爲幾升? 9抄爲幾圭?
4. 5噸爲幾斤? 5磅爲幾兩?
5. 70步爲幾尺,爲幾寸,爲幾分?
6. 50引爲幾石,爲幾斤,爲幾兩?
7. 50斤爲幾兩,爲幾錢,爲幾分?

第二章　諸等數之通法及命法

8. 通法.

以進率乘高級單位數,即化爲低級單位數,此法曰諸等數之通法.

例題一. 化諸等數5里72步4尺9寸爲寸之單名數.

【算式】

```
     5里……………5里
   360 (×
  1800步
    72 (+
  1872步……………5里72步
     5 (×
  9360尺
     4 (+
  9364尺……………5里72步4尺
    10 (×
 93640寸
     9 (+
答. 93649寸……………5里72步4尺9寸
```

例題二. 化單名數0.03256石(衡)爲諸等數.

【算式】

```
        0.03256石
           100  (×
斤3|.256斤
         16  (×
      1536
      256    (+
兩4|.096兩
         10  (×
錢0|.96錢
        10  (×
分9|.6分
       10  (×
      6釐
```

答. 3斤4兩9分6釐.

第二習題 A.

1. 34里16引18步4尺爲幾尺?

2. 5石1斛1斗8升2合爲幾合?

3. 8噸5磅爲幾錢?

通下各單名數爲諸等數[4—6]:

4. 0.85632里.　5. 0.0325斤.　6. 0.968斛.

7. 京漢鐵路長933哩,則此鐵路之長爲幾里幾引幾步幾尺幾寸?

8. 一海味店以每斤十八兩之秤買物而以每斤十六兩之秤賣之. 已知其買入時之貨物有一百二十八斤,則賣出時此貨有若干斤?

9. 命法.

以進率除低級單位數,即化爲高級單位數,此法曰諸等數之命法.

例題一· 化328548錢爲諸等數·

【算式】

```
328548錢|10
30      |32854兩|16
 28     |32     |2053斤|100
 20     |  85   |200   |20石|2
  85    |  80   |  53斤|2   |10引
  80    |   54  |      | 0石
   54   |   48  |
   50   |    6兩
    48
    40
     8錢
```

答. 10引53斤6兩8錢·

例題二· 化3里3引3步4尺5寸爲里之單名數·

【算式】

```
5寸…5寸|10
   5(一|0.5尺
   0   |4  (+
4尺5寸……………4.5尺|5
          45(一|0.9步
           0   |3  (+
3步4尺5寸……………3.9步| 20
                 20  |0.195引
                 190 |3     (+
※3引3步4尺5寸    180 |※3.195引|18
                  100| 18     |0.1775里
                  100| 139    |3       (+
                    0| 126    |3.1775里.答.
                     |  135
                     |  126
                     |    90
                     |    90
                     |     0
```

例題三· 化289.56兩爲諸等數·

【解】 此題之化法宜分爲兩層:(一)將整數部分289兩命

爲高級單位之諸等數;(二)將小數部分0.56兩通爲低級單位之諸等數.

```
289兩│16                    0.56兩
16   │18斤                    10(×
─────│                  錢5│.6錢
129  │                      10 (×
128  │                     ──────
─────│                     6分
   1兩│
```

答. 18斤1兩5錢6分.

例題四. 化18里3引18步2尺5寸爲步之單名數.

【解】 此題之化法亦宜分作兩層:(一)將18里3引通爲步數;(二)將2尺5寸命爲步數.

```
5寸……5寸│10                      18…………………18里.
     5(─│0.5尺                    18(×
     ───│                       ──────
      0 │2 (+                   324引
2尺5寸……2.5尺│5                      3(+
        25  │0.5步              ──────
       ─────│                   327引……………18里3引.
         0                         20(×
                                ──────
                                6540步
```

$$
\begin{aligned}
18里3引 &= 6540步\\
18步 &= 18步\\
2尺5寸 &= 0.5步
\end{aligned}
$$

18里3引18步2尺5寸=6558.5步. 答.

第二習題 B.

命以下各單名數爲諸等數:

1. 532892尺. **2.** 2903錢. **3.** 1263.326步.

4. 4斤8兩3錢2分爲幾斤?

5. 990步3尺6寸爲幾里?

6. 5里28步4尺5寸爲幾步,

7. 海關上一尺合裁尺1.15尺. 今有布一段,以海關尺量之,得15丈8尺6寸;若以裁尺量之,當得幾尺?

8. 崑崙山高22000尺,試以諸等數表之.

第三章 貨幣 時間 角度 弧度

10. 貨幣.

計算貨物之價值者曰貨幣.

我國古時,以貨交易,無所謂幣也. 自周範銅鑄錢而九府圜法以成,後世因之. 顧其大小輕重之間,代有變易,緣世之隆替而制之善惡分焉. 當前清隆盛時曾修正圜法,每銅錢一文有重一錢者,有重一錢四分者;雍正後制日以減. 咸豐同治間,因軍用困乏,曾鑄當十銅錢,以一代十,以百代千. 俗本名千爲串,由是北方以百錢爲一串. 其後此錢通行於京津之間,編氓用之,乃以一抵二. 都中以其五十枚之值抵一百,而衡以當十之義當抵千,故合此錢之五十枚卽名之曰千;至今因之,名以千者實爲百;天津則又以錢五百枚之用與千等,而名錢之五百枚爲千;至南方各省,乃不用此錢而一仍舊貫. 及光緒季年,又鑄銅圓, 每枚抵舊時銅錢十文. 銅圓初僅行於交通便利之各省;後因特與銅錢比,量輕而值昂,乃各省爭鑄,奸民復私燬銅錢以求利,緣是曩時銅錢逐日消滅,迄今通行於市者皆爲銅圓矣.

錢之外又用銀,以重計,凡貨物價值之昂貴者以是論價,納租稅等皆用之. 銀無圜法,範成錠形或馬蹄形. 錠之大小輕重不一,有一兩,五兩,十兩,五十兩之別,此外輔以

散塊．欲以碎易整,如其重外,當加火耗;以碎塊易錢,則當視其成色權其輕重以估値．權銀用天平,以兩爲基本單位;其餘補助單位及進率如下:

1兩=10錢　　1錢=10分　　1分=10釐

銀之重以庫平計者曰庫銀,以海關平計者曰關銀．公家皆用庫銀,完稅則用關銀．此外尙有規銀,爲貿易場中所用,依上海之市價定之．三者之關係大致如下:

庫銀	關銀	規銀
1兩	=0.983兩	=1.095兩
1.017兩	=1兩	=1.114兩
0.913兩	=0.898兩	=1兩

自墨西哥銀圓(俗名洋錢)流入我國沿海各省,以其便利,皆樂用之,利源日以外溢．前淸光緒庚子以來,我國自鑄銀圓以圖抵禦;顧以省自爲政,其輕重成色等不能全國一致,官商每多挑剔,信用乃不若他國輸入之銀圓．以故墨西哥之鷹洋流行於南方各省;北方一帶,則信用英國站人之銀圓;至東三省中,又通用俄國之羗帖,盧布,及日本之坐人銀圓等．

銀圓範銀和銅爲之,銀九而銅一,其形圓,徑約一寸二分弱,重七錢二分,現以是爲貨幣之基本單位,名之曰主幣;補助之者,有銀角(俗名小洋)及銅圓．其進率如下:

1圓=10角　　1角=10分

銀圓本重庫平七錢二分,然時價則値規銀七錢至八錢不等;每圓本定易銀十角或銅圓百枚,今則可易銀十一二角

或銅圓一百四五十枚.此由現今幣制不良所致,非常例也.

第三習題 A

1.　350圓5角4分爲幾分?

2.　9圓8角5分爲幾圓?

3.　287分爲幾圓幾角幾分?

4.　987角爲幾圓幾角幾分?

5.　一人有二角銀幣八枚,一角銀幣五枚,二分銅圓四枚,一分銅圓十五枚.則此人共有銀幾何?

11. 時間.

計久暫者曰時間,其基本單位爲日及年.

12. 日.

自前一日日在天中至本日日在天中之時間爲一日.古人分一日爲十二時,名之曰子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥,每時又分爲二,如子初子正丑初丑正等;海通以還,社會上之習慣漸廢十二時不用,依鐘錶計算久暫而名一點鐘之久爲一時;一日中之時數乃有二十四. 有用昔日之十二時者,特名之曰大時. 日中時爲正午,自夜半至正午之十二時爲午前,自正午至夜半之十二時爲午後. 日之補助單位及進率如下:

1日=24時(=12大時)　　1刻=15分

1時=4刻　　1分=60秒

七日曰一星期,星期者,星日一週之名也,故又名曰一週. 星日爲日曜日,月曜日,火曜日,水曜日,木曜日,金曜日,土曜日.現今學校電局等處皆用之,每週日曜日則爲休

憇之日.

13. 年曆.

地球繞日一週之時間爲一年,約爲365日5時48分46秒,是曰眞年.

眞年之日數不爲整數,至不便於實用,故不可不別設定法取日之整數以用之.此法名曰曆法.

我國現用之曆法爲太陽曆,即以地球繞日之時間爲標準,定一年爲365日,是曰平年. 平年比眞年少5時48分46秒,積四年,餘23時15分4秒,取其整數爲一日,加入此年之中,則此一年爲366日,是曰閏年.每四年置一閏年;至四百年,則眞年比平年多96日21時6分40秒,取整數多97日,故四百年中爲閏年者惟有九十七.

一年分十二月,每月之日數皆有一定,舉之如下:

一月(January)31日	二月(February) 平年二十八日 / 閏年二十九日
三月(March)31日	四月(April)30日
五月(May)31日	六月(June)30日
七月(July)31日	八月(August)31日
九月(September)30日	十月(October)31日
十一月(November)30日	十二月(December)31日

一,三,五,七,八,十,十二月皆爲大月;四,六,九,十一月皆爲小月. 大月有三十一日,小月有三十日. 二月在平年中有二十八日,在閏年中有二十九日.

我國向例,用十干(甲乙丙丁等)與十二支(子丑寅卯等)相配,作甲子,乙丑,等,用以紀年(亦以記月,記日,記時).六十年而

一週,故名六十年爲一週甲.

凡陽曆年不明言其閏否者,恒作三百六十五日計算之;僅言月而不明言其大小者,恒作三十日計算之.

我國未用陽歷以前,泰西各國皆已用之,名一百年爲一世紀. 我民國紀元之元年,適當西曆第二十世紀中之第十二年.

14. 求閏年法.

以我國紀元年之數加311(或用西曆紀元之年數),視其得數是否爲100之倍數;是100之倍數者,以400除之,非100之倍數者,以4除之. 能除盡者爲閏年,否則爲平年.

第三習題 B.

1. 2週6日23時26分40秒爲幾秒?

2. 3年47週4日22時33分9秒爲幾日?

3. 通0.5207時爲諸等數.

4. 命92638秒爲諸等數.

5. 一眞年中有365日5時48分46秒,化之爲秒數.

6. 假設以下各數爲我民國紀元之年數,則此諸年中何者爲平年,何者爲閏年? 1225, 1189, 1593, 1553.

15. 線. 直線. 線分.

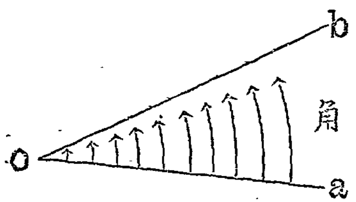
凡有位置,有長,而無廣狹,厚薄之圖形曰線. 線之任一部分重於其他一部分上,任意重之,恒能相合者,曰直線.

直線之兩端皆有盡止者曰**線分**,其盡止之界爲**點**.
直線之一端有盡止而一端無盡止者曰**半直線**,其盡止之一端爲**原點**.

16. 面. 平面.

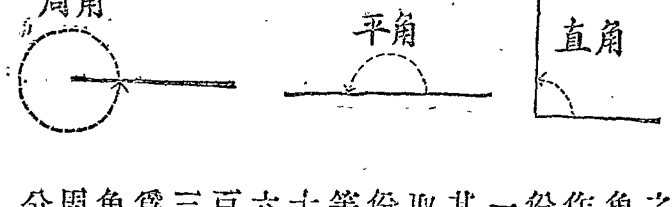
凡有位置有長有廣而無厚之圖形曰**面**,面之界卽爲綫. 任取面中二點,聯以直線,而此直線全在其面中者,曰**平面**.

17. 角.



取一半直線oa,固定其原點o,旋轉於一平面之上,至ob,則其所經之路,卽爲oa,ob間所含平面之一部分,是曰**角**. 原點o爲其**頂點**,半直線oa,ob皆爲**邊**.

以角aob之一邊ob再向外旋轉,至與其邊oa相合,則其所成之角爲**周角**.



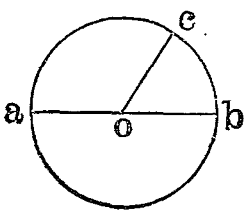
分周角爲三百六十等份,取其一份作角之基本單位,名之曰**度**. 諸補助單位及進率如下:

1周角=2平角　　1度=60分

1平角=2直角　　1分=60秒

1直角=90度

18. 圓.



取一線分oa,固定其一端o而以全線旋轉一周角,則其他端a所經之路曰圓周,圓周所圍平面之一部分曰圓,定點o為圓心,線分oa為半徑. 自圓心o至圓周上任意一點之線分ob, oc等皆為圓之半徑,彼此相等;連接兩半徑oa, ob成一線分ab,則此線分為圓之直徑. 圓周之長約為直徑之3.1416倍.

1圓周=3.1416直徑=2×3.1416半徑.

1直徑=2半徑.

19. 弧.

圓周之一部分曰弧.

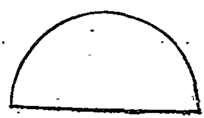
分圓周為三百六十等份,取其一份作弧之基本單位,名之曰度. 諸補助單位及進率如下:

1圓周=2半周

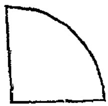
1半周=2象限

1象限=3宮

半周



象限



1宮=30度

1度=60分

1分=60秒

20. 弧與角之關係.

從圓心向圓周上之諸點作半徑,則此諸半徑在圓心成角,截圓周得弧,而弧與角相對;表此弧與角之度數,分數,秒數亦相同.

第三習題 C.

1. 化平角爲度數. 化直角爲度數.

2. 化2直角47度58分爲秒數.

3. 化5周角1直角75度27分36秒爲度數.

4. 化0.002365象限爲諸等數.

5. 三直線所圍平面之一部分,名曰三角形. 三角形中三角之和爲一平角. 求此三角之和有幾秒.

6. 四直線所圍平面之一部分,名曰四角形. 四角形中四角之和爲一周角. 求此四角之和有幾分.

7. 地球之半徑約長11072里,則赤道之長約爲幾何?

8. 有一圓池,其周圍長251丈3尺2寸8分,則其直徑之長若何?

9. 圓半徑長一丈,則其圓周之長若何? 又此圓周上每度之長若何?

第四章　諸等數之四則

21. 諸等數之加算.

先將同單位之諸數上下排齊,各求其和.後視所得和之若何,或用命法進位,或用通法退位.

例題. 加7時24分15秒,2時18分45秒及8時28.25分.

【算式】

	時	分	秒	
	7	24	15	
	2	18	45	
	8	28.25		(+
	17	70.25	60	
(退)		—.25	+15	
(進)		+1	—60	
(進)	+1	—60		
	18時	11分	15秒	答.

22. 諸等數之減算.

先將同單位之諸數上下排齊,各求其差;遇被減數不足減減數時,則用通法借高級單位之數減之.後視所得差之若何,或再用通法退位.

例題. 從1象限20度25分36秒減51度43.2分.

【算式】

	象限	度	分	秒	
(借)	(0)	(109)	(85)		
	1	20	25	36	
		51	43.2		(—
		58	41.8	36	
(退)			—.8	+48	
(進)			+1	—60	
		58度	42分	24秒	答.

第四習題 A.

1. 加28日21時3刻12分53秒,25日19時39分40秒,及19日15時2刻9分35秒.

2. 求5里12引4.5尺與7里16引2丈3尺4寸之和.

3. 從0.9週減2.56日.

4. 自陽曆三月二十日起至九月二十八日止,共有幾日?

5. 一人乘一輪船至某地,船於月曜日之上午九時開行,至金曜日之下午二時而達所至之地. 此人在船中之時間幾何?

6. 某商人購糖五包:一重六十八斤六兩;一重五十五斤七兩;一重八十二斤半;一重五十七斤九兩;一重七十六斤三兩. 此商人所買之糖共重幾何?

7. 有汽船,豫定在午前九時二十九分所到之地,至午後一時八分始至,則此汽船遲到幾時?

8. 統核一年中之晝夜,晝最長時有十四時三十二分,最短時有九時四十二分,其差若何?

9. 奈端生於我國紀元前269年12月,死於紀元前184年3月. 其實生之年月幾何?

10. 由天津至北京共240里. 一人由天津首途往北京,已行過78里12引1步,則此人尚離北京幾何?

23. 諸等數之乘算.

先以乘數乘被乘數中各單位數,各求其積,

後視所得積之若何,或用命法進位;或用通法退位.

例題一. 以234乘2日18時21分50秒.

【算式】
```
日          時              分               秒
2           18              21               50
234(×       234 (×          234(×            234(×
468 日      72              84               11700 秒|60
(進)……179(+ 54              63                60      |195 分
647 日     36               42                570
           4212 時          4914 分           540
      (進)…85 (+       (進)…195(+             300
           4297 時|24       5109 分|60        300
           24     |179 日   480    |85 時      0 秒
           189              309
           168              300
           217               9 分
           216
             1時
```

答. 647日1時9分.

例題二. 以0.43乘2日18時21分50秒.

【算式】
```
日                      時                      分                  秒
2                       18                      21                  50
     0.43 (×                 0.43 (×                 0.43 (×        0.43(×
   0 |.86 日                 54                      63             21.5 秒
     24 (×                  72                      84
     344                 時 7 |.74時              分 9 |.03 分
    172                       60 (×                  60 (×
(退)…時 20 |.64時  (退)…分 44 |.4分      (退)……秒 1.8 |
        60 (×                 60 (×
(退)…分 38 |.4分   (退)………24秒 |
        60  (×
(退)………24秒 |
```

2日×0.43=	0日	20時	38分	24秒	
18時×0.43=		7	44	24	
21分×0.43=			9	1.8	
50秒×0.43=				21.5	(+
2日18時21分50秒×0.43=	1日	4時	32分	113秒	答.

第四習題 B.

1. 計算(7里32步3尺5寸)×6.
2. 計算(6引1石51斤15兩)×12.
3. 一旅人每日行路九里三十二步三尺,則二十七日可行路幾何?
4. 酒每升價五角六分. 今有酒五石三斗二升八合,共價幾何?
5. 一計時鐘每一晝夜快二分四十二秒,則每一週快幾何?
6. 人身血脈每分時平均七十五躍,則一晝夜間當躍幾何?
7. 一工匠每日作工十時二十五分鐘,三週五日作工之時間幾何?
8. 六年中共有幾星期?

24. 諸等數之除算.

第一. 以不名數除諸等數法.

自高級至低級,依次除各單位之數;如某單位數不能除盡,則通餘數爲其低級單位之數,併入低級單位數中除之.

例題. 以6除45里45步3尺.

【算式】

```
   7                     187                 3
 ───────────────────────────────────────────────
   里                     步                 尺
 6)45                     45                 3
   42        (退)……1080 (+ (退)……15 (+
 ────                  ──────                ────
    3 里              6)1125步           6)18
  360 (×                6                 18.
 ─────                 ───                ────
 1080步                 52                  0
                        48
                       ───
                        45        答．7里187步3尺．
                        42
                       ───
                         3
                         5 (×
                       ───
                        15尺
```

第二．以諸等數除諸等數法．

化兩數爲同單位之單名數而後除之．

例題．求68里98步2尺爲1里71步1尺之幾倍．

【解】先將二數皆化爲尺數．

```
      68里                  1里
     360 (×               360 (×
   ──────               ──────
    4080                  360步
    204                    71 (+
   ──────               ──────
   24480步                431步
       98 (+                5 (×
   ──────               ──────
   24578步               2155尺
        5 (×                1 (+
   ──────               ──────
   122890尺              2156尺
        2 (+
   ──────
   122892尺
```

次行除算：

(68里98步2尺)÷(1里71步1尺=122892尺÷2156尺

=57．　答．五十七倍．

第四習題 C.

1. 計算(2日3時15分28秒)÷16.

2. 計算(122時33分26秒)÷(15時6分23秒).

3. 一車輪周圍長七尺二寸,行路十八里八十六丈四尺.其旋轉之次數若何?

4. 一汽車於六點鐘中行路三十五里,每時平均行路幾何?

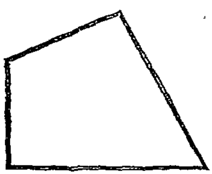
5. 一圓周之長爲3.1416尺,則每尺之長合幾度幾分幾秒?

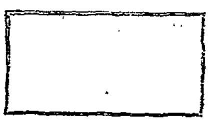
6. 音每秒時行10引9丈3寸.今設於離此3里11引4丈1尺8寸之處發砲,則於見光後幾秒鐘時可聞砲聲?

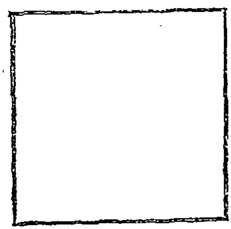
第五章　面積及體積

25. 四邊形.

四直線所圍平面之一部分曰四邊形.四邊形中四角皆爲直角者曰矩形,矩形中之對邊各相等.四邊皆等之矩形名曰正方形,亦曰平方形.


四邊形


矩形


正方形

四邊皆長一寸之平方形爲平方寸,四邊皆長一尺之

平方形爲平方尺,四邊皆長一步之平方形爲平方步,餘可依此類推之.

26. 面積.

如矩形,正方形,圓等,其形內所含平面部分之大小曰面積.

面積之基本單位有三:一曰平方尺,用以量尋常物表面之小面積;一曰畝,用以量田地之面積;一曰平方里,用以量一縣一省之大面積.

諸補助單位及進率如下:

1平方丈=100平方尺

1平方尺=100平方寸

1平方寸=100平方分

1頃=100畝

1畝=4角=10分

1角=2.5分

1分=10釐

1釐=10毫

1平方里=540畝=32400平方丈

1畝=60平方丈=240平方步

1平方丈=4平方步

1平方步=25平方尺

第五習題 A.

1. 5頃6畝7平方步14平方尺爲幾平方步?

2. 化0.03216875頃爲諸等數.

3. 求73頃64畝8分23平方步,43頃84畝8分5平方步,及24頃95畝9分6平方步之和.

4. 試從8平方里9平方丈10平方尺中減5平方里60平方丈70平方尺.

5. 求(3平方里13579平方丈64平方尺)×79之積.

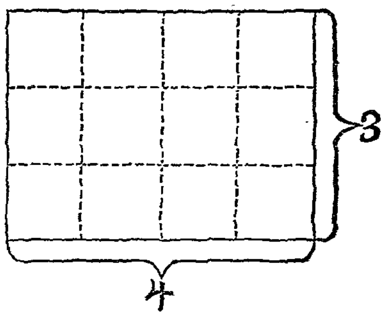
6. 求(8723頃93畝128平方步)÷68之商.

7. 一人有田12畝8平方步18平方尺,使小工十六人平分而耕之. 求每人所耕之田幾何.

8. 若干人分田6頃68畝232平方步,每人分得田23畝214平方步. 求人數.

27. 矩形求面積法.

例題一. 一矩形,長四寸,廣三寸,則其面積爲幾平方寸?



【算式】 4×3=12. 答. 十二平方寸.

【註】 學者於此,當知行乘算時,乃以3乘4而得12,初非以3寸乘4寸而得12平方寸也.

以矩形兩隣邊所含線分單位之數相乘,可得其面積所含面積單位之數.

例題二. 有長方地一塊,長一里二引三步四尺,寬十六引十步二尺,則其面積若何?

【解】 先定尺爲線分之單位,則平方尺爲面積之單位.

化題中二諸等數爲尺數,得

1里2引3步4尺=2019尺,

16引10步2尺=1652尺.

乘此二數,

$2019\times1652=3335388.$

此爲面積所含平方尺之數,再化之爲諸等數,得

5頃55畝8分23平方步13平方尺. 答.

28. 正方形求面積法.

正方形,即矩形之兩隣邊相等者,故以其兩隣邊所含綫分單位之數相乘,同於以其一邊所含綫分單位之數自乘.

由是以正方形一邊所含線分單位之數求二次冪,可得其面積所含面積單位之數.

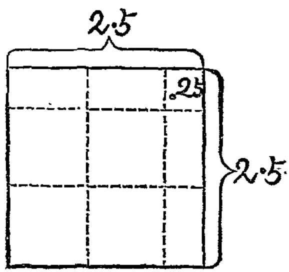
例題一. 一平方形,每邊長二丈五尺,則其面積若何?

【解】 以丈作單位,則二丈五尺爲2.5丈.

由 $(2.5)^2=6.25,$

得面積爲6.25平方丈,

即6平方丈25平方尺.



例題二. 一平方步中含有幾平方尺?

【解】 一平方步爲每邊長1步之平方形,亦即四邊皆長5尺之平方形.

由 $5^2=25$, 知一平方步中有25平方尺.

第五習題 B.

1. 一矩形,長1丈5尺5寸,廣8尺5寸. 求其面積.

2. 一正方形,每邊長35步3尺6寸. 求其面積.

3. 一房見方一丈五尺,高一丈二尺. 此房四壁之面積幾何?

4. 招牌貼金,牌長三尺二寸,廣一尺二寸. 設金每方寸值銀圓八分五釐,則共需銀幾何?

5. 以毯鋪地,地長三丈六尺九寸,寬二丈四尺五寸,需毯60丈2尺7寸. 毯寬幾何?

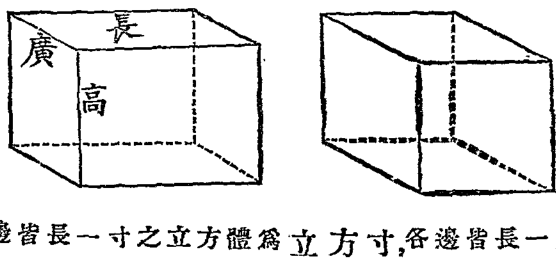
29. 立體.

凡有位置有長有廣有厚者曰立體,立體之界即爲面.

30. 直體.

諸平面圍成之立體曰**直體**. 六個平面圍成之直體曰**六面體**. 六面體中任二平面所成之角皆爲直角者曰**直六面體**. 直六面體中兩兩相對之面各相等;其任二平面交界之線曰**稜**,恒以**長**,**廣**,**高**名之. 長,廣,高皆相等之直六面體爲**正方體**,亦曰**立方體**.

直六面體　　　　立方體



各邊皆長一寸之立方體爲**立方寸**,各邊皆長一尺之立方體爲**立方尺**,餘可依此類推之.

31. 體積.

如直六面體,正方體等,其形內所含立體部分之大小曰體積.

體積之基本單位爲立方尺. 諸補助單位及進率如下:

1立方丈=1000立方尺

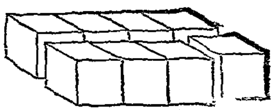
1立方尺=1000立方寸

32. 直六面體求體積法.

例題. 直六面體長四尺,廣二尺,高三尺. 求其體積.

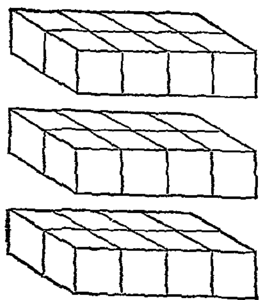
【算式】 $4\times2\times3=24$. 答.二十四立方尺

一



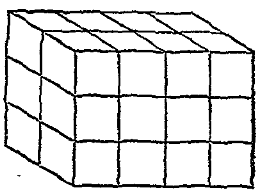
4×2

二



4×2×3

三



4×2×3=24

以直六面體長廣,高所含線分單位之數相乘,卽可得其體積所含體積單位之數.

33. 正方體求體積法.

例題. 一正方形之土臺,長廣高皆爲一步,則此臺之體積爲幾立方尺.

【解】 臺之長廣高皆爲一步,則其體積卽爲一立方步.
因此題欲求立方尺之數,乃以其每邊長之一步化爲5尺. 由$5^3=125$,得臺之體積爲125立方尺.

以正方體一邊所含線分單位之數求三次冪,可得其體積所含體積單位之數.

第五習題 C.

1. 金每立方寸之重爲十六兩八錢七分,則金13立方寸4立方分之重若何?

2. 銀每立方寸之重爲九兩一錢八分,求銀圓一枚中純銀之體積. 但銀圓一枚中所含之純銀爲六錢四分八釐.

3. 一直六面體,長7寸3分,廣5寸6分,厚2寸9分. 求其體積.

4. 一正方體,每邊長6尺2寸. 求其體積.

5. 一湖,面積六平方里,水深二寸. 冬日水凍,其冰之體積若何?

6. 一長方形之水槽,長5尺,廣3尺,深1尺,則其容積若何.

7. 牆高八尺五寸,廣二丈七尺,厚一尺二寸,今用三六磚(卽長六寸寬三寸厚一寸者)砌之,則需磚若干塊?

8. 鐵路枕木,每根長六尺五寸,寬七寸,厚五寸. 今有枕木十七萬三千四百十四根,其體積共幾何?

9. 灌水栽秧,須深五尺. 今有方潭,長十五丈,廣十三

丈,深一丈一尺,水滿其中. 此水足灌秧若干畝?

10. 一教室,長三丈,廣二丈一尺五寸,高一丈五尺,其頂正平,則室中能容空氣幾立方寸? 又所容空氣之重若何? 但空氣每立方寸之重爲一兩零三分六釐.

34. 方. (計泥土者).

計算砂石泥土等類之體積,以長廣各一丈而厚一尺者爲單位,名之曰方.

1方=100立方尺.

35. 方丈. (計木板者).

計算木板,有以方計者,有以丈計者:方者,厚一定,以長量廣所得之數;丈者,長厚各一定,以丈量廣所得之數也.

【注意】計算木板之方與計算沙土之方不同.

例題. 有杉木,長六尺,廣二尺二寸,厚一尺八寸. 今欲鋸成厚一寸五分之板,能得幾方?

【解】 由 18寸÷1.5寸=12,知可鋸成厚一寸五分之板12塊. 並列之得廣 22寸×12=264寸.
以長量之得 264寸÷60寸=4.4 答. 4.4方.

第五習題 D.

1. 園內鑿池,長三丈二尺,寬二丈七尺五寸,深六尺四寸,則應挑去土幾方? 若每方之挑費爲二角三分五釐,則鑿成此池需費幾何?

2. 馬路長3里248步,廣3丈6尺. 今鋪碎石,厚1尺5寸,則需碎石幾方? 如碎石每方値銀5角2分5釐,則共需

費幾何?

3. 長城約長5000里,平均高2丈5尺,厚2丈. 設每人每日能築1.2方,則當用若干人始能於三年間畢工? 但一年作365日計算.

4. 有松木,長六尺,廣一尺二寸,厚八寸. 求此木能鋸成一寸厚之板若干方? 如每方需鋸費四角六分,則共需鋸費幾何?

第六章 米突制

36. 米突制 (Métric System).

米突制創於希臘人,以當時所測地球子午線長四千萬分之一爲基本單位,名之曰米突(Metre),容積重量均以是推之. 至西曆1789年法國政府約各國會議於巴黎,以此爲全球萬國可通行之制,乃設萬國同盟度量衡局,以鉑製原器,頒之同盟各國. 現今科學界皆用之,我國加以公尺等名.

37. 度.

長度以米突爲基本單位. 一米突之長約合我國三尺一寸二分五釐. 諸補助單位及進率如下(以米爲米突之略號):

粁(Kilométre),	粉(Décimètre),
粨(Hektomètre),	糎(Centimètre),
籵(Dècamètre),	粍(Millimétre).
1粁…公里=10粨…公引	1米=10粉…公寸
1粨=10籵…公丈	1粉=10糎…公分
1籵=10米…公尺	1糎=10粍…公釐

38. 面積.

計算尋常物表面之小面積,以平方米(略曰方米 Square Métre)爲基本單位. 一平方米約合我國9.766平方尺. 諸補助單位及進率如下:

1方粁=100方粨	1方米=100方粉
1方粨=100方粁	1方粉=100方糎
1方粁=100方米	1方糎=100方粍

計算土地之面積,以安(Are)爲基本單位. 一安等於一方粁,約合我國39.063平方步. 諸補助單位及進率如下:

1頞…公頃=100安…公畝

1安 =100鏗…公釐

=1方粁

39. 體積.

計算體積,以立方米(略曰立米 Cubic Métre)爲基本單位. 一立方米約合我國30.518立方尺. 諸補助單位及進率如下:

1立粁=1000立粨	1立米=1000立粉
1立粨=1000立粁	1立粉=1000立糎
1立粁=1000立米	1立糎=1000立粍

量木時一立米亦名司脫(Ster).

40. 量.

量以立特(Litre)爲基本單位. 一立特等於一立粉,約合我國0.966升. 諸補助單位及進率如下:(以竍爲立特之略號):

竏(Kilolitre), 竕(Décilitre),
竡(Hectolitre), 竰(Centilitre),
竍(Décslitre), 竓(Millilitre).

1竏…公秉=10竡…公石　1竍=10竕…公合
1竡=10竍…公斗　1竕=10竰…公勺
1竍=10竍…公升　1竰=10竓…公撮

41. 衡.

衡以克(卽克蘭姆Gramme)爲基本單位. 一克爲攝氏寒暑表(Centigrade)四度時蒸溜水一立糎之重量,約合我國0.027兩. 諸補助單位及進率如下:

瓩(Kilogramme), 瓰(Décigramme),
瓸(Héctogramme), 甅(Centigramme),
瓧(Décagramme), 瓱(Milligramme),

1瓩…公斤=10瓸…公兩　1克=10瓰…公釐
1瓸　=10瓧…公錢　1瓰=10甅…公毫
1瓧　=10克…公分　1甅=10瓱…公絲

一瓩又謂之一米噸(Metric Ton).

42. 比重 (Specific Gravitz).

某物質之重量爲其同體積水重之若干倍,此倍數名曰該物質之比重.

例題. 銅一立粉重8.9瓩. 求此銅之比重.

【解】 1立粉=1竔,而1竔之水重1瓩;故由

8.9瓩÷1瓩=8.9,知此銅之比重爲8.9.

第六習題

1. 從地球至太陽之距離,冬爲147000000粁,夏爲151000000粁. 求其平均距離.

2. 電光每秒行299850粁,音響每秒行340米突. 今有人先見電光,經十分鐘後聞雷鳴,則此人位置與電雲之距離若何?

3. 有長方形之荒地一塊,長5432米,廣534米. 今墾之爲田,可得若干安?

4. 一瓩爲蒸溜水一竔之重量. 求一立米蒸溜水之重.

5. 地球與太陽之平均距離爲149000000粁,而光每秒約行299850粁,則日光自太陽行至地面約需幾秒?

6. 地球赤道之周圍約長40070368米,則赤道之一度約長幾何?

7. 2竔之火酒重1.58瓩. 求此火酒之比重.

8. 5竔之煤油重3.5瓩. 求此煤油之比重.

8. 牛奶6.5竔重6.695瓩. 求此牛奶之比重.

10. 權物於水中較權於空氣中爲輕,所輕者爲此物體所擠開水之重量. 今有一金塊,在空氣中重9.65克,在水中重9.15克. 求此金塊之比重.

第七章 外國度量衡及貨幣

43. 英美度量衡.

英美二國之度量衡大略相同. 今舉其重要者如下,遇不同者,則加國名以別之.

第一. 度.

長度以碼(Yard)為基本單位. 諸補助單位及進率如下:

哩(Mile), 桿(Rod), 碼(Yard), 呎(Foot), 吋(Inch).

1哩=320桿(=2.794里)　　1碼=3呎

1桿=5.5碼　　1呎=12吋(=0.953尺)

其面積之諸單位及進率如下:

1方哩=640畝(=7.806方里)

1畝　=160方桿(=6.586畝)

1方桿=30.25方碼

1方碼=9方尺

1方呎=144方吋(=0.907方尺)

其體積之諸單位及進率如下:

1立碼=27立呎

1立呎=1728立吋(=0.8641立方尺)

計算海面之距離用海里,亦曰浬.

$$1\text{浬}=\begin{cases}(\text{英})\,6080\text{呎}\\(\text{美})\,6086\text{呎}\end{cases}$$

第二. 量.

量有乾量,液量之別,皆以嗧(Gallon)為基本單位. 一嗧之容積,等於華氏寒暑表(Fahrenheit)六十二度氣壓三十吋時十磅蒸溜水之體積．以度制計算之,則英國之一噐,無論液量乾量,皆實合277.274立吋;美國則液量一噐合231立吋,乾量一噐合268.803立吋.

諸補助單位及進率如下:

(1) 乾量.

蒲(Bushel), 㪷(Peck), 噐(Gallon), 嗱(Quart), 咈(Pint).

1蒲=4㪷　　1噐=4嗱

1㪷=2噐　　1嗱=2咈

1咈= { (英)0.549升, (美)0.532升 }　　1蒲= { (英)0.351石, (美)0.340石 }

(2) 液量.

桶(Barrel), 噐(Gallon), 嗱(Quart), 咈(Pint), 哈(Gill),

1桶=3.5噐　　1嗱=2咈

1噐=4嗱　　1咈=4哈

1咈= { (英)0.549升, (美)0.457升 }　　1噐= { (英)4.388升, (美)3.656升 }

第三. 衡.

常衡以磅(Pound)爲基本單位．諸補助單位及進率如下:

噸(Ton), 磅(Pound), 啢(Ounce),

1噸= { (英)2240磅(=1702.4斤), (美)2000磅(=1520斤) }

1磅=16啢(0.76斤=12.16兩)

1㖊=0.76兩

44. 日本度量衡.

第一. 度.

長度以尺爲基本單位. 量尋常物之長廣用丈,尺,寸,分等,量地面之距離用里,町,間,尺等.

諸補助單位及進率如下:

1里=36町(=6.818中里)
1町=60間
1間=6尺(曲尺)
1丈=10尺
1尺=10寸(=0.947中尺)
1寸=10分
1分=10釐

量布帛者用鯨尺. 鯨尺1尺=曲尺1.25尺.

量尋常之小面積以平方尺爲基本單位;量土地之面積,則以坪爲基本單位. 量田地時用町,反,畝,坪,量房屋街道時用坪,合,勺.

1町=10反(段)
1反=10畝
1畝=30坪(=0.162中畝)(1坪=36平方尺)
1坪(步)=10合
1合=10勺
1平方丈=100平方尺
1平方尺=100平方寸

體積以立方尺爲基本單位.

1立方丈=1000立方尺
1立方尺=1000立方寸
1立方寸=1000立方分

計算砂土等之體積用立坪.　1立坪=216立方尺.

第二. 量.

量以升爲基本單位: 一升等於64827立方分. 諸補助單位及進率如下:

1石=10斗　　1升=10合(=1.742中升)

1斗=10升　　1合=10勺

第三. 衡.

衡以貫爲基本單位. 諸補助單位及進率如下:

1貫=1000匁(=6.283中斤)　　1分=10釐

1斤=160匁　　1釐=10毫

1匁=10分(=0.101中兩)

【註】 貫之整數無奇零者,不曰貫而曰貫目. 匁(讀若蒙眉)之數滿十或爲十之倍數者,不曰匁而曰目.

45. 各國貨幣.

(1) 英國貨幣.

英國貨幣以金爲本位,其主幣之單位曰鎊. (Pound or Sovereign). 其輔幣之單位如下:

鎊(Pound),　先令(Shilling),　辨士(Penny).

1鎊=20先令　　1先令=12辨士

(2) 美國貨幣.

美國貨幣以金爲本位,其主幣之單位曰圓(Dollar Gold). 其輔幣之單位如下:

圓(Dollar),　　角(Dime),　　分(Cent).

1圓=10角　　1角=10分.

(3) 法國貨幣.

法國貨幣以金爲本位,其主幣之單位曰佛郎(Franc). 其輔幣之單位如下:

佛郎(Franc),　　參(Centime).

1佛郎=100參

(4) 德國貨幣.

德國貨幣以金爲本位,其主幣之單位曰馬克(Mark). 其輔幣之單位如下:

馬克(Mark),　　芬尼(Pfennig).

1馬克=100芬尼.

(5) 俄國貨幣.

俄國貨幣以金爲本位,其主幣之單位曰盧布(Ruble). 其輔幣之單位如下:

盧布(Ruble):　　戈比(Kopeck).

1盧布=100戈比

(6) 日本貨幣.

日本貨幣以金爲本位,其主幣之單位曰圓.其輔幣之單位如下:

1圓=100錢　　1錢=10釐

第七習題

1. 我國一尺之長在米突制中長幾糎? 在英度中長

幾呎? 在日度中長幾尺?

2. 我國一里之長在米突制中長幾米? 在英度中長幾哩? 在日度中長幾里?

3. 我國一畝在米突制中爲幾安? 在英度中爲幾噉? 在日度中爲幾畝?

4. 我國一升在米突制中爲幾竡? 在英量中爲幾𥫱? 在日量中爲幾升?

5. 我國一斤在米突制中爲幾米噸? 在英衡中爲幾磅? 在日衡中爲幾貫?

6. 英國一碼之長在米突制中爲幾米? 一哩之長爲幾粁?

7. 英國一噉在米突制中爲幾安? 一𥫱爲幾竡? 一磅爲幾瓩?

8. 某器之裏面長8呎,廣7.5呎,高2.5呎,則此器中能容米幾竰?

9. 一車輪周圍長3碼1呎6吋,行7哩154桿. 輪轉幾次?

10. 某火車站正月收入245鎊17先令10辨士,二月收入201鎊18先令9辨士,三月收入285鎊14先令7辨士,四月收入305鎊2先令2辨士,五月收入346鎊7先令8辨士,六月收入400鎊15先令3辨士. 此火車站平均每月收入幾何?

第四編

整數之倍數及約數

第一章 倍數

1. 倍數.(Multiple).

以整數乙除整數甲而得整數之商,則甲數爲乙數之倍數.

如35爲5之倍數,亦爲7之倍數. 36爲2之倍數,3之倍數,4之倍數,6之倍數,9之倍數,等.

【注意一】本編專論整數,故以後若僅言數,必指整數;僅言倍數,必指整倍數.

【注意二】無論何數,以1除之,必得本數;以本數除之,必得1. 故無論何數必爲本數及1之倍數.

2. 倍數之和及差.

甲乙二數皆爲丙數之倍數,則其和及差亦必爲丙數之倍數.

例. 35(甲)爲5(丙)之7倍,
40(乙)爲5(丙)之8倍,

則35與40之和75(甲乙和)必爲5(丙)之7+8=15倍;

40與35之差5(甲乙差)亦必爲5(丙)之8−7=1倍.

故35與40之和及差皆爲5之倍數.即5之倍數之和及差

仍爲其倍數也.

3. 倍數之倍數.

甲數爲乙數之倍數,則甲數之倍數亦必爲乙數之倍數.

例. 8(甲)爲4(乙)之2倍,

48爲8(甲)之6倍,

則48(甲之倍數)必爲4(乙)之$2\times6=12$倍.

故8之倍數亦必爲4之倍數,即4之倍數之倍數仍爲其倍數也.

4. 10,100,1000,等之倍數.

凡數之末一位數爲0者,此數必爲10之倍數;末二位數爲0者,必爲100之倍數;末三位數爲0者,必爲1000之倍數;其餘類推.

例. 50必爲10之倍數,以$50\div10=5$故也.

又31200必爲100之倍數,以$31200\div100=312$故也.

1000,10000,等之倍數可倣此類推.

5. 2之倍數.

凡數之末位數爲0或2之倍數者,此數必爲2之倍數.

例一. 320之末位數爲0,故320爲2之倍數.

【理由】 320之末位數爲0,則此數必爲10之倍數.

[4節]

因10爲2之5倍,而320爲10之倍數,則320爲2之倍數之倍數.

故320必爲2之倍數. [3節]

例二. 578之末位8爲2之倍數,故578爲2之倍數.

【理由】 578爲570與8之和.

依前例知570爲2之倍數,而8又爲2之4倍. 故570與8之和必仍爲2之倍數. 〔2節〕

由是578爲2之倍數.

6. 偶數(Even Numbers)及奇數(Odd Numbers).

凡數爲2之倍數者曰偶數,非2之倍數者曰奇數.

例. 2, 4, 6, 8, 等皆爲偶數; 1, 3, 5, 7, 等皆爲奇數.

7. 5之倍數.

凡數之末位數爲0或5者,此數必爲5之倍數.

例一. 320之末位數爲0,故320爲5之倍數.

【理由】 320之末位數爲0,則此數必爲10之倍數. 〔4節〕

因10爲5之2倍,而320又爲10之倍數,則320爲5之倍數之倍數. 〔3節〕

故320爲5之倍數.

例二. 835之末位數爲5,故835爲5之倍數.

【理由】 835爲830與5之和.

依前例知830爲5之倍數,而5又爲5之1倍. 故830與5之和必仍爲5之倍數. 〔2節〕

由是835爲5之倍數.

第一習題 A.

1. 8之7倍及5倍爲何數,其和及差各爲8之幾倍?

2. 7之5倍及8倍爲何數,其和及差各爲7之幾倍?

3. 7之6倍爲何數,此數之5倍爲7之幾倍?

4. 15爲何數之倍數,其7倍之數爲何數之幾倍?

5. 以下各數中,何者爲10之倍數,何者爲100之倍數,何者爲1000之倍數,試明辨之:

320, 51000, 893, 4210, 8000, 531, 3200, 420000, 310.

6. 以下各數中,何者爲2之倍數,何者非2之倍數,試一一明辨之:

382, 591, 560, 893, 91, 7200, 4910, 2638, 916, 234, 715.

7. 試在1至30中選出各偶數而視其末一位之數字爲何?

8. 試在31至60中選出各奇數而視其末一位之數字爲何?

9. 以下各數中,何者爲5之倍數,何者非5之倍數,試明辨之:

352, 890, 631, 535, 295, 5900, 7125, 419, 613, 815.

10. 試從1至50中取出5之倍數而視其末一位之數字爲何?

11. 以下各數中,何者爲2之倍數,何者爲5之倍數,何者既爲2之倍數又爲5之倍數,試分別指出之:

382, 613, 915, 360, 2100, 794, 1335, 890, 585, 7139, 286, 600.

8. 4之倍數.

凡數之末二位數爲0或4之倍數者,此數必爲4之倍數.

例一. 500必爲4之倍數. 以500爲100之倍數而100又爲4之倍數[100=25×4]故也. [4節,3節]

例二. 71648必爲4之倍數. 以此數爲71600與48

之和,而71600與48皆爲4之倍數故也· [2節]

9. 25之倍數.

凡數之末二位數爲0或25之倍數者,此數必爲25之倍數.

例· 500及49675必皆爲25之倍數·(何故?)

10. 8之倍數.

凡數之末三位數爲0或8之倍數者,此數必爲8之倍數.

例· 763000及763824必皆爲8之倍數·(何故?)

11. 125之倍數.

凡數之末三位數爲0或125之倍數者,此數必爲125之倍數.

例· 9381000及9381625必皆爲125之倍數·(何故?)

第一習題B.

1. 以下各數中,孰爲2之倍數,孰爲4之倍數,孰爲8之倍數,孰爲5之倍數,孰爲25之倍數,孰爲125之倍數,試分別指出之:

3864, 5268, 5375, 9875, 26500, 9300, 97125, 3964, 7186, 59000, 725, 8936, 91600, 2850, 73000, 4825, 9875, 31600, 2195, 76750, 3274, 8360, 51250, 39870, 53750, 2910, 3680.

2. 試在1至100中取出4之倍數及8之倍數而觀其末一位之數字爲何·

3. 試在1至500中取出25之倍數而觀其末二位之數爲何·

4. 試在1至2000中取出125之倍數而視其末三位之數爲何.

12. 9除之剩餘(一).

在任何基數後加若干個0而以9除之,則其剩餘必卽爲此一基數.

例一. 50以9除之,其剩餘必爲5.

【理由】 10爲9與1之和,故5個10必爲5個9與5個1之和. 由是以9除50,可知其剩餘必爲5.

例二. 700以9除之,其剩餘必爲7.

【理由】 $100=99+1=(11$個$9)+1$,

故 $700=(7\times 11$個$9)+7$.

由是以9除700,可得商爲$7\times 11=77$而剩餘爲7.

例三. 3000以9除之,其剩餘必爲3.

【理由】 $1000=999+1=(111$個$9)+1$,

故 $3000=(3\times 111$個$9)+3$.

由是以9除3000,可得商爲$3\times 111=333$而剩餘爲3.

以上三例,各用一式表之;

$$50=(5\text{個}9)+5=(9\text{之倍數})+5,$$

$$700=(77\text{個}9)+7=(9\text{之倍數})+7,$$

$$3000=(333\text{個}9)+3=(9\text{之倍數})+3.$$

由是可知9與基數之關係如下:

凡數爲一基數與若干個0所成,則此數必等於9之倍數與該基數之和.

13. 9除之剩餘(二).

無論何數,以9除之,則其剩餘必與以9除此數中諸位之基數和所得之剩餘相等.

例. 以9除1123所得之剩餘必等於以9除(1+1+2+3)所得之剩餘.

【驗】 9)1123 124商……7餘 9)7 0商……7餘 (1+1+2+3=7)

【理由】

1000=(9之倍數)+1
100=(9之倍數)+1
20=(9之倍數)+2
3= +3
1123=(9之倍數)+(1+1+2+3) (+

此等式中,一部分爲9之倍數,以9除之,此部分必能除盡,故與剩餘無關;所與剩餘有關者,必爲其他之一部分1+1+2+3. 故9除1+1+2+3=7所得之剩餘必與9除1123所得之剩餘相同也.

例題. 求39674÷9中之剩餘.

3+9+6+7+4=29, 2+9=11, 1+1=2答.

14. 9之倍數.

凡數中諸位之基數和爲9之倍數,則此數必爲9之倍數.

例. 13257中1+3+2+5+7=18=9之倍數,故13257爲9之倍數.

【理由】 以9除13257之剩餘等於以9除1+3+2+5+7=18之剩餘. 〔前節〕

今18爲9之2倍,以9除之,必無剩餘,則以9除13257亦無剩餘.

故13257必爲9之倍數.

15. 3之倍數.

凡數中諸位之基數和爲3之倍數,則此數必爲3之倍數.

例. 3567中$3+5+6+7=21=3$之倍數,故3567爲3之倍數.

【理由】 因$3+5+6+7=21$,$2+1=3$,故以9除3567,其剩餘必爲3,即

$3567=(9之倍數)+3.$ [13節]

惟9爲3之倍數,則9之倍數亦必爲3之倍數.[3節]

又3爲3之1倍;故9之倍數+3必仍爲3之倍數

由是可知3567必爲3之倍數. [2節]

例題. 7361是否爲3之倍數? 若非3之倍數,則以3除之,當得若何之剩餘?

【解】 由 $7+3+6+1=17=(3之倍數)+2$,知7361必非3之倍數;若以3除之,則其剩餘必爲2.何故?

第一習題C.

1. 以下各數中,何者爲9之倍數,何者非9之倍數,試一一明辨之. 其非9之倍數者,以9除之,當得若何之剩餘?

387, 2176, 317781, 5905, 712, 7317, 432918, 9717.

2. 以下各數中,何者爲3之倍數,何者非3之倍數,試一一明辨之. 其非3之倍數者,以3除之,當得若何之剩餘?

791, 9867, 73205, 473415, 957, 4237, 79536, 457218.

16. 6之倍數.

凡偶數中諸位之基數和爲3之倍數者,此數必爲6之倍數.

例題. 312816是否爲6之倍數?

【解】 此數之末位數字爲6,則此數爲偶數.[5節,6節]
又3+1+2+8+1+6=21=3之倍數,則此數爲3之倍數. [15節]
故此數必爲6之倍數.

17. 11與基數之關係.

一基數後加若干個0而其位數爲奇數,則此數等於11之倍數與此基數之和;若其位數爲偶數,則此數等於11之倍數與此基數之差.

例一. 60必爲11之倍數與6之差.

【理由】 10=11−1,
故 60=6×11−6=(11之倍數)−6.

例二. 500必爲11之倍數與5之和.

【理由】 100=99+1=(11之9倍)+1,
故 500=[11之(9×5)倍]+5=(11之倍數)+5.

例三. 7000必爲11之倍數與7之差.

【理由】 1000=990+11−1=(11之91倍)−1,
故 7000=[11之(91×7)倍]−7=(11之倍數)−7.

例四. 30000必爲11之倍數與3之和.

【理由】 10000=9999+1=(11之909倍)+1,
故 30000=[11之(909×3)倍]+3=(11之倍數)+3.

18. 11之倍數.

凡數中諸奇位之基數和與諸偶位之基數和之差爲0或11之倍數,則此數必爲11之倍數.

例. 37565中諸奇位之基數和爲3+5+5=13,諸偶位之基數和爲7+6=13. 二者之差爲13−13=0. 故知此數必爲11之倍數.

【理由】因

$$
\begin{aligned}
30000 &= (11\text{之倍數})+3\\
7000 &= (11\text{之倍數})-7\\
500 &= (11\text{之倍數})+5\\
60 &= (11\text{之倍數})-6\\
5 &= \qquad\qquad\quad +5 \quad (+\\
\hline
\end{aligned}
$$

故

$$
\begin{aligned}
37565 &= (11\text{之倍數})+(3+5+5)-(7+6)\\
&= (11\text{之倍數})+0\\
&= 11\text{之倍數}.
\end{aligned}
$$

例題. 719081是否爲11之倍數?

【解】由7+9+8=24,1+0+1=2, 24−2=22=11之2倍,知719081必爲11之倍數.

【理由】因

$$
\begin{aligned}
700000 &= (11\text{之倍數})-7\\
10000 &= (11\text{之倍數})+1\\
9000 &= (11\text{之倍數})-9\\
80 &= (11\text{之倍數})-8\\
1 &= \qquad\qquad\quad +1 \quad (+\\
\hline
\end{aligned}
$$

故

$$
\begin{aligned}
719081 &= (11\text{之倍數})-(7+9+8)+(1+1)\\
&= (11\text{之倍數})-\{(7+9+8)-(1+1)\}\\
&= (11\text{之倍數})-(11\text{之}2\text{倍}).\\
&= 11\text{之倍數}.
\end{aligned}
$$

第一習題 D.

以下各數中,何者為6之倍數,何者為11之倍數,試分別指出之:

528, 7128, 39635, 418942, 319, 2563, 76206, 518727, 836, 5720, 35497, 326492, 737, 2964, 31608, 598609.

第二章　約數

19. 約數 (Measure)

以整數乙除整數甲而得整數之商,則乙數為甲數之約數.

如5,7皆為35之約數. 又2,3,4,6,9,12,18皆為36之約數.

【注意一】 凡數,以其約數除之,恒不曰除而曰約.

【注意二】 如5與7,以能除盡35而言,為35之約數;以其相乘可得35而言,則為35之因數. 約數與因數名異而實同.

【注意三】 凡數之本數必為其約數, 1 亦必為其約數.

20. 約數與倍數之關係.

乙數為甲數之約數,則甲數卽為乙數之倍數.

因此倍數所具之理皆為約數所具之理.今舉其二如下:

【一】 二數所公有之約數亦為其和及差之約數.　〔參觀2節〕

【二】凡數之約數亦爲其諸倍數之約數.

〔參觀3節〕

第二習題 A.

以下各題,其中空白之處當塡何字,學者試自塡之:

1. 凡數之,,位數爲,,或爲,,,,,,,,者,此數必有 2 之約數.

2. 凡數之,,位數爲,,或爲,,者,此數必有 5 之約數.

3. 凡數中,,位之基數,,爲,,,,,,,,者,此數必有 3 之約數.

4. 凡數中,,,,位之基數,,與,,,,位之基數,,之差爲,,或,,,,,,,,者,此數必有11之約數.

21. 質數(prime Numbers).

凡整數,但有本數及 1 爲其約數,此外無一約數者,曰質數. 質數以外之整數,名之曰非質數,或曰複數.(Composite Numbers)

如2,3,5,7,等爲質數,4,6,8,9,等爲複數.

22. 質數表.

自 1 至100間之諸質數,乃吾人所常用者,今列表於下以備檢閱,是曰質數表.

質數表						
1	2	3	5	7	11	13
17	19	23	29	31	37	41
43	47	53	59	61	67	71
73	79	83	89	97		

此表之作法如下:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

先列自1至100(今列至30以見一斑)之各數.
次自2起,每隔一位之數皆爲2之倍數(卽複數),悉去之.自3起,每隔二位之數皆爲3之倍數,悉去之.自5起,每隔四位之數悉去之.自7起,每隔六位之數悉去之.自11起,每隔十位之數悉去之.依次除去13,17,等之倍數,卽可得表中之質數.

23. 質約數.

凡複數必爲諸質數之相乘積,此諸質數稱爲此複數之質因數或質約數.化一複數爲1以外諸質約數相乘之式,其法曰析約數法.

24. 析約數法(一).

一複數中有何質約數,可應用倍數約數之理檢察以得之.

例題一. 析6930之質數.

【解】

2)6930……………末位爲0,故有約數2.
5)3465……………末位爲5,故有約數5.
3)693……………$6+9+3=3$之倍數,故有約數3.
3)231……………$2+3+1=3$之倍數,故有約數3.
7)77
11

由是$6930=2\times5\times3\times3\times7\times11=2\times3^2\times5\times7\times11$.

例題二. 析5544之質約數.

【解】 11)5544…………(5+4)−(5+4)=0,故有約數11.

2)504…………末位為偶數,故有約數2.

2)252…………末位為2,故有約數2.

2)126…………末位為偶數,故有約數2.

3)63…………6+3=3之倍數,故有約數3.

3)21…………2+1=3,故有約數3.

7

由是$5544=11\times2\times2\times2\times3\times3\times7=2^3\times3^2\times7\times11$.

第二習題 B.

析下各數之質約數:

136, 148, 154, 156, 184, 168, 224, 275, 196, 192, 459, 462, 525, 585, 375, 715, 945, 999, 1062, 1575, 1188, 1485, 2618, 3366, 3125, 4365, 7072, 16632, 34776, 402325.

25. 檢察質數法.

用質數表中1以外之諸數,依次除某數,若能為其一數除盡,則某數即非質數;否則必為質數.

例題一. 檢察1613是否為質數.

【解】 先由此數之末位為3,知其中無2之約數及5之約數.

次由1+6+1+3=11,非3之倍數,知無3之約數.

又次由(6+3)−(1+1)=7,非11之倍數,知無11之約數.

再以質數表中自7以上之諸數,一一除而試之於下:

7)1613 230…3餘　　13)1613 124…1餘　　17)1613 94…15餘

$$19\overline{)1613}\quad 84\cdots17\text{餘}\qquad 23\overline{)1613}\quad 70\cdots3\text{餘}\qquad 29\overline{)1613}\quad 55\cdots18\text{餘}$$

$$31\overline{)1613}\quad 52\cdots1\text{餘}\qquad 37\overline{)1613}\quad 43\cdots22\text{餘}\qquad 41\overline{)1613}\quad 39\cdots14\text{餘}$$

歷以7, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 作除數,無一能除盡1613者. 至用41除時,其所得之商39已比除數41小. 使再用41以上之數除1613,則所得商當更比39小. 假使1613有約數,則此約數必能除盡1613,其所得商亦為1613之約數. 然比39小之諸質數已知無一為1613之約數者;故自此以上不必再試,而1613必為質數無疑.

在檢察質數時,若除至商比除數小,尚無能除盡者,則此被除之數已可決定其為質數,毋庸再事檢察.

例題二. 檢察5083是否為質數.

【解】 先知此數中決無2, 3, 5, 11之質約數. 後用7, 13, 等一一試之.

$$7\overline{)5083}\quad 726\cdots\cdots1\text{餘}\qquad 13\overline{)5083}\quad 391\text{無餘}$$

5083為13除盡,則5083為複數而非質數.

第二習題 C.

檢察以下各數,孰為質數,孰為複數:

101, 253, 191, 329, 509, 701, 713, 809.

26. 析約數法(二).

一數中之質約數,若不在2, 3, 5, 11之內,則

析此數之約數,當用檢察質數之法,以由小至大諸質數一一除而試之,遇有能除盡者,卽得其一個質約數. 其商再用此法分析,至無可分析而後止.

例題一. 析3857之質約數.

【解】 先知此數無2, 3, 5, 11之質約數. 後以7, 13, 17, 等諸質數一一除而試之.

7)3857　~~7~~)551　~~13~~)551　~~17~~)551　19)551
551　~~78~~...~~5~~　~~42~~...~~5~~　~~32~~...~~7~~　29.

故得3857之質約數爲7, 19, 29, 而$3857=7\times19\times29$.

例題二. 析3263715之質約數.

【解】 5)3263715..............末位數字爲5.
3)652743..............6+5+2+7+4+3=27.
3)217581..............2+1+7+5+8+1=24.
7)72527
~~7~~)10361　13)10361　~~13~~)797　~~17~~)797
~~1480~~...~~1~~　797　~~61~~...~~4~~　~~46~~...~~15~~

~~19~~)797　~~23~~)797　~~29~~)797　27已比29小,
~~41~~...~~8~~　~~34~~...~~15~~　~~27~~...~~14~~　故797爲質數.

由是$3263715=3^2\times5\times7\times13\times797$.

第二習題 D.

析以下各數之質約數:

721, 289, 364, 792, 1309, 3731, 1089, 16443, 78665, 661, 161, 391, 2984, 6876, 5607, 9282, 64215, 462462.

第三章 最大公約數

27. 公約數及最大公約數 (Common Measure and Greatest Common Measure).

諸整數公有之約數,稱爲此諸數之公約數;其最大者爲最大公約數.

如12,18,30之公約數及最大公約數如下:

12之約數……………………1,2,3,4,※6,※※12.※※※

18之約數……………………1,2,3,※※6,9,※※※18※

30之約數……………………1,2,3,※5 6,※10,※15,※30

三數之公約數……………………1,2,3,※※6,

其最大公約數……………………………………6.

28. 求最大公約數法(一).

有易於析約數之諸數,欲求其最大公約數,可自諸數析得其質約數,取其公有者而連乘之.

例題一. 求24,36,60之最大公約數.

【解】 先析諸數,得 $24=2^3\times3$, $36=2^2\times3^2$, $60=2^2\times3\times5$. 取其公有之約數2,3,附以其最小之指數,得 2^2, 3; 乘之,得 $2^2\times3=12$, 爲所求之最大公約數.

【理由】 三數中皆有約數2,一爲 2^3,兩爲 2^2. 今取 2^2 而不取 2^3 者,取其公有之約數故也. 取3而不取 3^2,理亦相同.

三數之質約數,惟 2^2,3 爲三數所公有,則三數公有之約數當悉在 $2^2\times3$ 中. 故 $2^2\times3=12$ 即爲三數之最大公約數.

【注意】 易析約數之諸數求最大公約數,又可用下

一法求之.

先累以諸數之公約數除諸數,至無一公約數而後止. 後乘其諸公約數,即得所求之最大公約數.

以例題一明之如下:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24,\ 36,\ 60 \\ \hline 2 & 12,\ 18,\ 30 \\ \hline 3 & 6,\ \ 9,\ 15 \\ \hline & 2,\ \ 3,\ \ 5 \end{array}$$

$2\times2\times3=12$為最大公約數.

惟此法易與求最小公倍數之法混淆,初學者以用前法為善.

例題二. 求216,396,1440之最大公約數.

【解】 $216=2^3\times3^3$,

$396=2^2\times3^2\times11$, 故最大公約數為$2^2\times3^2=36$.

$1440=2^5\times3^2\times5$.

第三習題 A.

求以下各題中諸數之最大公約數:

1.	45, 60.	**6.**	48, 72, 120.	**11.**	808, 568, 1112.
2.	80, 112.	**7.**	88, 132, 220.	**12.**	639, 873, 747.
3.	390, 672.	**8.**	34, 51 85.	**13.**	64, 96, 256, 72.
4.	192, 5760.	**9.**	1760, 1100, 4444.	**14.**	24, 60, 84, 128.
5.	54, 90, 126.	**10.**	192, 576, 1760.		

29. 最大公約數之定理.

【一】. 有大小兩數,若小數為大數之約數,則小數即為兩數之最大公約數.

【理由】因小數亦爲本數之約數(19節注意),故即爲兩數之公約數.
大於小數之數決不能約小數,故小數爲兩數之最大公約數.

【二】. 以小數除大數而得餘數,則此餘數與小數之最大公約數,卽爲小數與大數之最大公約數.

【理由】依除法,知餘數爲自大數內減去商與小數之積所得之差,卽爲大數與小數之倍數之差,則大小兩數之公約數必皆爲餘數之約數.
[20節定理二,定理一]
又因大數等於餘數與小數之倍數之和,則餘數與小數之公約數必皆爲大數之約數.
[20節定理二,定理一]
故大小兩數之公約數皆含於餘數內,而餘數與小數之公約數必皆爲大小兩數之公約數.
由是知餘數與小數之最大公約數,卽爲小數與大數之最大公約數.

30. 求最大公約數法(二).

求二數之最大公約數,可先以小數除大數.如無餘數,則此小數卽爲所求之數.如有餘數,則再以餘數除除數.累次如此,至除盡而止.其末一次之除數,爲所求之最大公約數.

例題一. 求429與1848之最大公約數.

【算式】

```
429)1848(4
    1716
    ----
     132)429(3
         396
       ------
      答33)132(4
           132
           ---
             0
```

因此式甚佔篇幅,故恒用下式:

3	429	1848	4
	396(−	1716(−	
	33	132	4
	答·	132(−	
		0	

或

```
1848
1716(−
 132
```

4	3	4
429	132	33
369(−	132(−	答·
33	0	

【理由】 由前節知429與1848之最大公約數,同於132與429之最大公約數;132與429之最大公約數,又同於33與132之最大公約數· 故429與1848之最大公約數,同於33與132之最大公約數· 今33爲132之約數· 故33爲33與132之最大公約數· 〔前節〕

由是33卽爲429與1848之最大公約數

例題二· 求7429與4199之最大公約數·

【算式】

1	7429	4199	1
	4199	3230	
3	3230	969	3
	2907	969	
	323	0	
	答·		

求三數之最大公約數,可先以其二數求最大公約數;再以第三數與求得之數求最大公約數,得所求之最大公約數·

例題三· 求4641,6279,4329之最大公約數·

【算式】

2	4641	6279	1	1	273	4329	15
	3276	4641			234	273	
5	1365	1638	1		39	1597	
	1365	1365			答·	1365	
	0	273				234	6
						234	
						0	

求四數以上之最大公約數法做此.

第三習題 B.

求以下各題中諸數之最大公約數·

1. 145, 232· 3. 391, 629· 5. 2542, 5487·
2. 356, 623· 4. 437, 1691· 6. 2809, 6731·
7. 17947, 26737· 10. 218707, 526769, 695822·
8. 24501, 67347· 11. 285, 323, 423, 752·
9. 5688, 4577, 6636· 12. 1068, 5073, 7565, 8811·

第四章 最小公倍數

31. <u>公倍數及最小公倍數</u> (Common Multiple and Least Common Multiple)。

諸整數公有之倍數,稱爲此諸數之公倍數;其最小者爲最小公倍數.

如4, 6之公倍數及最小公倍數如下:

4之倍數……4 ※8, 12, 16, ※20, 24, 28, ※32, 36,……………………

6之倍數……※6, ※12. ※18, ※24 ※30 ※36……………………

二數之公倍數……12, ※ ※ ※24 ※ ※ ※36……………………

其最小公倍數……12·

32. 求最小公倍數法(一).

有易於析約數之諸數,欲求其最小公倍數,可先以其任二數公有之質約數除之.除得之商,復如是再除,至所得諸商中任二數無一公約數而止.後取此諸質約數及商連乘之.

【注意】 若諸數中之任二數皆無一公有之質約數,則此諸數之積即爲其最小公倍數.

例題一. 求12,18,20之最小公倍數.

【算式】

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12,\ 18,\ 20 \\ \hline 2 & 6,\ 9,\ 10 \\ \hline 3 & 3,\ 9,\ 5 \\ \hline & 1,\ 3,\ 5 \end{array}$$

最小公倍數爲$2\times2\times3\times3\times5=180$

【理由】 12,18,20中含2之約數至多者有二個,含3之約數至多者有二個,含5之約數一個.故求此諸約數之積,則原三數中所含之諸約數皆已在此積中.

故以三數中之任何一數除此積,必皆能除盡.

由是此積即爲原三數之公倍數.

苟於此積中任意取去一約數(或2,或3,或5),則此積即不盡含12,18 20中諸約數,而三數中必有一數不以此積爲倍數者.

如取去一個2,即不能爲12及20之倍數.

取去一個3,即不能爲18之倍數.

取去一個5,即不能爲20之倍數.

故12,18,20之公倍數至小當爲

$2\times2\times3\times3\times5=180$,即180爲三數之最小公倍數.

例題二. 求12,18,24,27之最小公倍數.

【算式】
$$\begin{array}{r|l} 2 & 12,\ 18,\ 24,\ 27 \\ \hline 3 & 9,\ 12,\ 27 \\ \hline & 4,\ 9 \end{array}$$

【註】 24爲12之倍數,則12中諸約數已悉含於24中;故既有24,可不用12.倣此,既有27,可不用9.

最小公倍數爲$2\times3\times4\times9=216$.

第四習題 A.

求以下各題中諸數之最小公倍數.

1. 3, 5, 8.
2. 16, 24.
3. 46, 86.
4. 21, 30, 35.
5. 33, 55, 231.
6. 26, 30, 39, 65.
7. 975, 468, 585.
8. 192, 576, 1760.
9. 15, 20, 25, 75.
10. $2^3\times3$, $2^2\times3^2$, $2\times3\times5^2$.
11. 2×5^3, $5^2\times7^2$, $2\times3^2\times5\times7$.
12. 56, 64, 70, 84, 112.
13. 34, 26, 65, 85, 51, 39.
14. 44, 126, 198, 280, 330.

33. 最小公倍數之定理.

【一】 二數之積,等於其最大公約數與最小公倍數之積.

例. 設二數爲12及18.

由 $12=2\times2\times3$, $18=2\times3\times3$,

得 最大公約數$=2\times3$, 最小公倍數$=2\times2\times3\times3$.

$$\text{故二數之積}=\underbrace{(\underline{2\times2}\times3)\times(2\times\underline{3\times3})}_{\text{最小公倍數}}$$

最大公約數

=最大公約數×最小公倍數.

【二】. 有大小兩數,若大數爲小數之倍數,則大數卽爲兩數之最小公倍數.

【理由】 大數爲小數之倍數,則小數卽爲大數之約數.
故小數卽爲此兩數之最大公約數. [29節]
由【一】可知大數必爲此兩數之最小公倍數.

34. 求最小公倍數法(二).

求二數之最小公倍數,可先求此二數之最大公約數.後以所得之最大公約數除原二數中之一數,而以他一數乘其商.

例題一. 求185,333之最小公倍數.

【解】 先求兩數之最大公約數,得37.
次由$333\div37=9$, $185\times9=1665$,
得1665,爲所求之最小公倍數.

【理由】 由前節知185×333卽爲二數之最大公約數與最小公倍數之相乘積.今最大公約數爲37,則最小公倍數不得不爲
$185\times333\div37=185\times(333\div37)=185\times9=1665$.

例題二. 求481與114之最小公倍數.

【解】 先以481,114求最大公約數,得1.
由$114\div1=114$, $481\times114=54834$,
得最小公倍數爲54834.

求三數之最小公倍數,可先以其二數求最小公倍數;再以第三數與求得之數求最小公

倍數,即得所求之最小公倍數.

例題三. 求354,531,649之最小公倍數.

【解】 先求354,531之最大公約數得177.

故前二數之最小公倍數為

$531\times(354\div177)=531\times2=1062.$

次求649與1062之最大公約數得59.

故三數之最小公倍數為

$1062\times(649\div59)=1062\times11=11682.$

求四數以上之最小公倍數法,可倣此類推而得之.

第四習題 B.

求以下各題中諸數之最小公倍數:

1. 851, 943.
2. 376, 705.
3. 279, 450.
4. 1120, 896.
5. 1007, 737.
6. 4473, 5609.
7. 7287, 2776.
8. 7409, 4619.
9. 83390, 74028.
10. 318, 424, 795.
11. 252, 99, 504, 693.
12. 225, 255, 289, 1023, 4095.

第五章 應用問題

35. 求約數之例題.

例題一. 一最大之整數,以之除3458,可得剩餘14;以之除4327,可得剩餘15;以之除4524,可得剩餘16. 此數若何?

【解】 所求之數為能整除$3458-14=3444$,

4327−15=4312, 4524−16=4508之最大除數,故以3444,4312,4508求最大公約數得28,即爲所求之數.

例題二. 一人有三繩:一長18尺;一長24尺;一長36尺.今欲分爲最長而相等之諸份,則每份之長當爲幾尺?

【解】因各繩所分相等各份之長爲其繩長之約數故三繩所分得相等各份之長之尺數即爲三繩長之尺數之公約數;其分得最長者爲其最大公約數.

以18, 24, 36求最大公約數得6. 故得所求每份之長爲6尺.

36. 求倍數之例題

例題一. 求一最小之數,以32,36,48除之皆能餘12者.

【解】從題意,知所求之數爲在32,36,48之最小公倍數中加12所得之和.

故以32,36,48求最小公倍數得288,再加12,得300,爲所求之數.

例題二. 有甲乙丙三人圍繞一圓池之周圍而行. 甲行12時而繞一周,乙行18時而繞一周,丙行15時而繞一周. 今三人同在一處向同一方向同時起行,則經幾時後此三人可同時俱至原處?

【解】自起行至返原處所需之時間,甲必爲12時之倍數;乙必爲18時之倍數,丙必爲15時之倍數.

故三人自起行至同返原處所需之時數爲12, 18, 15之公倍數,而第一次同返原處所需之時數即爲12,18,15之最小公倍數.

求12,18,15之最小公倍數得180. 故知三人自

起行時經180時同時俱至原處.

第五習題

1. 一長方紙,長九尺六寸,寬六尺四寸. 今欲分成最大正方形之紙若干塊,則每塊之邊當長幾何? 又塊數幾何?

2. 一人在倉中存米 204 袋,在船中載麥 180 袋. 今欲以若干車運麥至倉,運米至船,往返一次而運畢,且往時返時各車中所載之袋數各相等,則所用車之輛數至多幾何?

3. 由甲至乙,路長1261尺;由乙至丙,路長 1105 尺. 今於此二路上建立電竿,每二竿間之距離相等而二路之兩端皆有竿. 若二竿間之距離爲最大其長應爲若干?

4. 有黑棊子八十四個,白棊子一百零五個,欲分作若干堆,令每堆中各種棊子之數各相等,則可分成幾堆,且每堆中各種棊子之數幾何?

5. 一人夜中靜臥,聞隔壁有人顚倒數其所有銀圓徹夜聽之,未知其數,但知彼人三三數之,四四數之,五五數之,皆餘二圓,則彼人最少有若干圓?

6. 有一街道,於其左傍一端起,每隔24尺栽一柳樹,右傍一端起,每隔18尺種一桃樹,皆適至彼端. 兩傍桃柳相對者13株. 求此街道之長.

7. 一馬車,前輪周圍長15尺,後輪周圍長 12 尺. 起行時同時著地之點至第二次同時著地行路幾何?

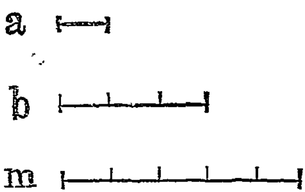
8. 甲乙丙三人自同處起行,同行一路. 若甲每日行72里,乙每日行 96 里,丙每日行90里,則自其首途處起至第三處三人一一宿過之地止,其間路長幾何?

第五編
分數

第一章　緒論

1. 分數(Fraction)之意義.

第一. 分數者,將1分爲若干等份,表其1份之數或此數之倍數者也. 若其所分之1,爲1尺,1兩,等之名數,則稱曰名分數.



如有a,b二線分,欲以m作長之單位量之. 因a b短,不足量,乃等分m爲5份,取其1份作小單位,用以量a得1倍,量b得5倍. a爲m之五分之一,以$\frac{1}{5}$記之; b爲m之五分之三,以$\frac{3}{5}$記之.

$\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$,等爲分數. 此中5爲分母(Denominator); 1及3爲分子(Numerator); 分母與分子爲分數中之兩項.

第二. 分數者,表分子除以分母之數值者也.

如5等分1而取其3份(即1之$\frac{3}{5}$),得.6;5等分3,亦得.6. 故5分3(即分母除分子)與取1之$\frac{3}{5}$相同. 故分數$\frac{3}{5}$即表

分子3除以分母5之數值.

【注意】　以下凡言不名數或數,皆包整數,小數,分數而言;凡言名數,亦包名分數於其內.

2. 分數與除之關係.

依分數之第二義即得分數與除之關係如下:

除數與分數中分母相當,被除數與分子相當,商與全分數之數值相當,除號與分數兩項間之橫線相當.

如$13\div4$,以分數記之,可爲$\frac{13}{4}$. 又因$13\div4$得商3剩餘1,故又可記爲$3\frac{1}{4}$.

【注意一】　整數可視作分母爲1之分數.

如7可視作$\frac{7}{1}$,因$\frac{7}{1}=7\div1=7$故也.

【注意二】　兩分數之分母同而分子不等,則此兩分數不等;其分子較大者,分數亦較大.

例.　在$\frac{7}{5}$, $\frac{3}{5}$中,$7>3$,(讀曰7大於3.即7比3大也.)

則　$$\frac{7}{5}>\frac{3}{5}.$$

【理由】　因$\frac{7}{5}=7\div5=1.4$, $\frac{3}{5}=3\div5=0.6$, 及$1.4>0.6$,

故　$$\frac{7}{5}>\frac{3}{5}.$$

【注意三】　兩分數之分子同而分母不等,則此兩分數不等;其分母較大者,分數較小.

例. 在$\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$中,5>4,則$\frac{3}{4}>\frac{3}{5}$.

【理由】 因$\frac{3}{4}=3\div4=0.75$(大), $\frac{3}{5}=3\div5=0.6$(小),

故 $\frac{3}{4}>\frac{3}{5}$.

第一習題 A.

1. 五等分一而取其一份之二倍,得數若何? 五等分二,得數若何? 二得數異同若何?

2. 十五等分一而取其一份之七倍,得數若何? 十五等分七得數若何? 二得數異同若何?

3. 用式記以下各數:

三分之一,八分之五,十七分之九,三十九分之二十.

4. 以下各除式,改之爲分數:

$19\div23$, $61\div111$, $71\div16$, $98\div29$, $63\div31$, $100\div25$, $76\div13$.

5. 一人行路三點鐘,共行十一里,則其每點鐘行路幾何?

6. 二十九分鐘爲一點鐘之幾分之幾?

7. 用一水管注水於水槽中,經七分時而槽滿. 此水管每時注入量幾何?

8. 計時鐘之時針每經一點鐘時移過鐘面五分之地位,則每經一分鐘時移過鐘面幾何?

比較以下各題中諸分數之大小[9—12]:

9. $\frac{7}{6}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{8}$.　　11. $\frac{6}{31}$, $\frac{6}{50}$, $\frac{6}{21}$.

10. $\frac{7}{11}$, $\frac{10}{11}$, $\frac{3}{11}$.　　12. $\frac{13}{21}$, $\frac{11}{21}$, $\frac{17}{21}$.

3. 分數之種類.

(一) 眞分數 (Proper Fraction).

分數中分母比分子大者曰眞分數;如$\frac{5}{7}$, $\frac{8}{11}$,等.

(二) 假分數 (Improper Fraction).

分母不比分子大之分數曰假分數;如$\frac{8}{8}$, $\frac{36}{11}$,等. 蓋因$\frac{8}{8}=8\div8=1$, $\frac{36}{11}=36\div11=3\frac{3}{11}$,具眞分數之形而實爲整數或帶分數故也.

(三) 帶分數 (Mixed Fraction).

整數與分數合成之數曰帶分數;如$4\frac{1}{3}$, $6\frac{2}{7}$,等,讀之曰四又三分之一六又七分之二等.

4. 假分數之化法.

變假分數之形爲整數或帶分數,其法曰假分數之化法. 其方法如下:

以分母除分子而得整數;若有剩餘,再以剩餘及分母記爲分數之形附於整數後而爲帶分數.

例題一. 化假分數$\frac{431}{67}$.

【算式】 $\frac{431}{67}=431\div67=6\frac{29}{67}$答.

例題二. $\frac{375}{125}=375\div125=3$答.

第一習題 B.

1. 分別以下各分數爲何種之分數:

$4\frac{7}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{8}{5}$, $2\frac{1}{3}$, $\frac{29}{19}$, $\frac{17}{13}$, $\frac{49}{51}$, $3\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, $8\frac{3}{7}$.

2. 以下各假分數化之爲整數或帶分數:

$\frac{124}{37}$, $\frac{93}{75}$, $\frac{258}{23}$, $\frac{333}{37}$, $\frac{289}{15}$, $\frac{1234}{33}$.

第二章 基礎理法

5. 同分母眞假分數之加減法.

分母不變,僅加減其分子.

例題一. 加$\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$.

【算式】 $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{4}{5}=\frac{3+2+4}{5}=\frac{9}{5}=1\frac{4}{5}$答.

【理由】 3個$\frac{1}{5}$, 2個$\frac{1}{5}$, 4個$\frac{1}{5}$, (分數之意義)合之共得 9 個$\frac{1}{5}$, 卽爲$\frac{9}{5}$.

例題二. 從$\frac{5}{8}$減$\frac{2}{8}$.

【算式】 $\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{5-2}{8}=\frac{3}{8}$答.

【理由】 5個$\frac{1}{8}$中取去 2 個$\frac{1}{8}$, 餘 3 個$\frac{1}{8}$, 卽爲$\frac{3}{8}$.

【注意】 在分數計算中,凡得數爲假分數者,必當化爲帶分數或整數.

例題三. $\frac{7}{11}-\frac{3}{11}+\frac{16}{11}=\frac{7-3+16}{11}=\frac{20}{11}=1\frac{9}{11}$答.

6. 整數乘眞假分數法.

僅乘分子,不乘分母.

例題. $\frac{4}{5}\times 3=\frac{4\times 3}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$答.

【理由】 4個$\frac{1}{5}$, 3倍之,得12個$\frac{1}{5}$, 即$\frac{12}{5}$.

7. 整數除眞假分數法.

第一. 整數能除盡分子者,以除分子.

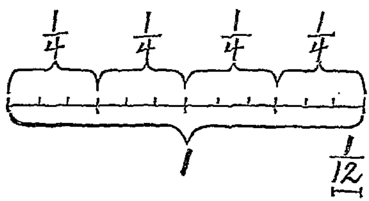
例題. $\frac{6}{7}\div 3=\frac{6\div 3}{7}=\frac{2}{7}$答.

【理由】 6個$\frac{1}{7}$分作3份,每1份得2個$\frac{1}{7}$,即$\frac{2}{7}$.

第二. 整數不能除盡分子者,以乘分母.

例題. $\frac{1}{4}\div 3=\frac{1}{4\times 3}=\frac{1}{12}$答.

【理由】 1中含4個$\frac{1}{4}$. 每1個分作3份,則共分成4個3份,即12份.故所分得每份之數,對於$\frac{1}{4}$言之,爲分作3份所得之1份;然對於1言之,實爲分作12份所得之1份也故得數爲$\frac{1}{12}$.



【注意】 以一整數乘分子,與以此數乘全分數相同. 以一整數除分子,與以此數除全分數相同. 以一整數乘分母,與以此數除全分數相同.

8. 同值之分數.

【一】以一整數同時乘分數之兩項,分數之數值不變.

例. $$\frac{3}{5}=\frac{3\times2}{5\times2}=\frac{6}{10}=\frac{3\times3}{5\times3}=\frac{9}{15}=\frac{3\times4}{5\times4}=\frac{12}{20}.$$

【二】以一整數同時除分數之兩項,分數之數值不變.

例. $\frac{6}{10}=\frac{6\div2}{10\div2}=\frac{3}{5}$, $\frac{9}{15}=\frac{9\div3}{15\div3}=\frac{3}{5}$, $\frac{12}{20}=\frac{12\div4}{20\div4}=\frac{3}{5}$.

【理由】　因 $6\div10=9\div15=12\div20=3\div5=0.6$ 故也.

第二習題

計算以下各題:

1. $\frac{8}{13}+\frac{6}{13}+\frac{7}{13}$.
2. $\frac{16}{17}+\frac{11}{17}+\frac{3}{17}$.
3. $\frac{7}{9}-\frac{5}{9}$.
4. $\frac{17}{23}-\frac{12}{23}$.
5. $\frac{20}{21}-\frac{13}{21}+\frac{5}{21}$.
6. $\frac{19}{20}+\frac{17}{20}-\frac{1}{20}$.
7. $\frac{1}{6}\times5$.
8. $\frac{1}{5}\div3$.
9. $\frac{5}{24}\times4$.
10. $\frac{15}{35}\times42$.
11. $\frac{7}{8}\div21$.
12. $\frac{11}{17}\times3$.
13. $\frac{242}{10}\div22$.
14. $\frac{15}{16}\div5$.

第三章　約分及通分

9. 約分之意義.

除去分數中兩項之公約數,是日約分.

分數兩項中之公約數既悉除去,則所得之分數爲最簡分數,或日既約分數;若原兩項本無公約數,則原分數即爲最簡分數.

通常分數非最簡者必約之.

10. 約分法.

第一. (甲)析分數兩項之質約數,取其公有者悉去之.

例題一. $\frac{1365}{315}=\frac{\cancel{5}\times\cancel{3}\times\cancel{7}\times13}{\cancel{5}\times\cancel{3}\times3\times\cancel{7}}=\frac{13}{3}=4\frac{1}{3}$.答.

【理由】 觀8節可知.

例題二. $\frac{855}{915}=\frac{\cancel{5}\times\cancel{3}\times3\times19}{\cancel{5}\times\cancel{3}\times61}=\frac{3\times19}{61}=\frac{57}{61}$.答.

(乙) 依次以簡易之數除兩項而去其公有之約數.

例題三. $$\frac{\begin{array}{l}12\\ \cancel{36}(3)\\ \cancel{72}(2)\\ \cancel{144}(2)\end{array}}{\begin{array}{l}\cancel{204}(2)\\ \cancel{102}(2)\\ \cancel{51}(3)\\ 17\end{array}}=\frac{12}{17}$$.答.

【解】 先以2約,次復以2約,再以3約,得最簡分數$\frac{12}{17}$.

【注意】 (甲),(乙)二法形異而實同.

第二. 求分母分子之最大公約數,以除兩項.

例題. 化$\frac{228}{323}$爲最簡分數.

【解】 求228與323之最大公約數,得19.

故$\frac{228\div19}{323\div19}=\frac{12}{17}$. 答.

【注意】 凡由約分所得之分數中,分母爲1,則可僅取其分子作整數,此1可省去之;分子爲1,則此1决不能省而得數仍爲分數.

例題一. $\frac{770}{385}=\frac{770\div385}{385\div385}=\frac{2}{1}=2$. 答.

例題二. $\frac{385}{770}=\frac{385\div385}{770\div385}=\frac{1}{2}$. 答.

第三習題 A.

化以下各分數爲最簡分數.

1. $\frac{36}{204}$.
2. $\frac{48}{144}$.
3. $\frac{210}{546}$.
4. $\frac{896}{1280}$.
5. $\frac{2268}{5103}$.
6. $\frac{403}{527}$.
7. $\frac{637}{1274}$.
8. $\frac{1458}{729}$.
9. $\frac{3107}{3824}$.
10. $\frac{4}{15}\times6$.
11. $\frac{12}{25}\div9$.
12. $\frac{22}{37}\div33$.
13. $\frac{24\times8\times45}{28\times60\times9}$.
14. $\frac{26\times33\times48}{52\times22\times40}$.
15. $\frac{5^3\times7}{2^2\times7}\div5^2$.

11. 分數之變形.

例題一. 以$\frac{2}{3}$化作分母爲12之分數,而其值不變.

【算式】 $12\div3=4$, $\frac{2}{3}=\frac{2\times4}{3\times4}=\frac{8}{12}$. 答.

【理由】因12爲3之4倍,故以4乘分母3必可得分母爲12;同時又以4乘分子,則分數之數值當不變,故得數當與原分數等.

例題二. 以5化作分母爲3之假分數而其值不變.

【解】 $5=\frac{5}{1}$,而$3\div1=3$; $\therefore\ 5=\frac{5}{1}=\frac{5\times3}{1\times3}=\frac{15}{3}$.答.

由是得方法如下:

先以原分母除新分母而求其商,後以商乘原分子,而以其積作新分子.

12. 帶分數之化法.

變帶分數之形爲假分數,其法曰帶分數之化法. 其方法如下:

以分母乘整數,加其積於分子中,分母不變.

例題一. $3\frac{1}{4}=\frac{3\times4+1}{4}=\frac{13}{4}$.答.

【理由】因$3=\frac{3}{1}=\frac{3\times4}{4}=\frac{12}{4}$,故3加$\frac{1}{4}$,與$\frac{12}{4}$加$\frac{1}{4}$相同.

由是從5節知得數爲$\frac{13}{4}$.

例題二. $6\frac{29}{67}=\frac{6\times67+29}{67}=\frac{431}{67}$.答.

第三習題 B.

1. 變以下各分數之形,令其分母爲記於括弧內之數:

$\frac{2}{3}(18)$, $\frac{3}{7}(35)$, $\frac{2}{5}(10)$, $\frac{3}{29}(87)$, 15(3), 9(5), 21(8).

2. 化以下各帶分數爲假分數:

$3\frac{1}{2},\ 21\frac{1}{3},\ 11\frac{11}{13},\ 3\frac{7}{99},\ 50\frac{7}{60},\ 105\frac{4}{5},\ 1\frac{121}{1000},\ 31\frac{12}{201}.$

13. 通分之意義.

以異分母之諸分數化為同分母之諸分數而不變其值,是曰通分.

通分所得同分母之諸分數,其公有之分母為公分母,或曰新分母;其各分子曰新分子.

14. 通分法.

求諸分母之最小公倍數,以之為公分母.以原分母除新分母而以原分子乘之,以其結果為新分子.

例題一. 以$\frac{3}{8},\ \frac{5}{12},\ \frac{4}{18}$通分.

【解】 先求公分母,得72. 再以諸分數化作以72為分母之分數.

$$\left.\begin{array}{ll}72\div8=9, & \frac{3}{8}=\frac{3\times9}{8\times9}=\frac{27}{72}\\ 72\div12=6, & \frac{5}{12}=\frac{5\times6}{12\times6}=\frac{30}{72}\\ 72\div18=4, & \frac{4}{18}=\frac{4\times4}{18\times4}=\frac{16}{72}\end{array}\right\}\text{答.}$$

【理由】 觀8節可知.

例題二. 以$\frac{1}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{5}$通分.

【解】 先求公分母,得60. 再以諸分數化作以60為分母之分數.

$$\left.\begin{array}{l}60\div3=20,\quad \frac{1}{3}=\frac{1\times20}{3\times20}=\frac{20}{60}\\ 60\div4=15,\quad \frac{3}{4}=\frac{3\times15}{4\times15}=\frac{45}{60}\\ 60\div5=12,\quad \frac{4}{5}=\frac{4\times12}{5\times12}=\frac{48}{60}\end{array}\right\}\text{答.}$$

【注意一】　諸分數之分母無公約數,則其連乘積卽爲公分母.

【注意二】　若諸分數有不爲最簡分數者,可先約之而後通分.

【注意三】　欲比較分數之大小,可通分而比較其分子.

例題. $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{6}$三分數孰大孰小?

【解】　先以此三個分數通分得

$\frac{3}{4}=\frac{27}{36}$, $\frac{7}{9}=\frac{28}{36}$, $\frac{5}{6}=\frac{30}{36}$.

由是從$30>28>27$, 知$\frac{5}{6}>\frac{7}{9}>\frac{3}{4}$.

第三習題 C.

以下之諸分數通分,以約分法驗得數之誤否[1—6]:

1. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{8}{27}$.　**3.** $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{13}{20}$.　**5.** $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{13}{24}$.

2. $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{18}$.　**4.** $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{7}{9}$.　**6.** $\frac{8}{15}$, $\frac{23}{45}$, $\frac{31}{60}$.

比較以下各題中諸分數之大小,且依由大至小之次序列之[7—12]:

7. $\frac{7}{12}, \frac{8}{15}$. 9. $\frac{58}{111}, \frac{75}{148}$. 11. $\frac{3}{16}, \frac{5}{24}, \frac{13}{36}$.

8. $\frac{37}{60}, \frac{28}{48}$. 10. $\frac{3}{10}, \frac{5}{18}, \frac{9}{45}$. 12. $\frac{4}{15}, \frac{6}{25}, \frac{9}{35}$.

15. 應用.

例題一. 一人行路,每日行57里. 全路共長423里. 此人行三日,行去全路幾分之幾?

【算式】 $\frac{57\times3}{423}=\frac{57}{141}=\frac{19}{47}$. 答. 行去全路$\frac{19}{47}$.

例題二. 甲乙丙三人分銀:甲分得七元;乙分得五元;丙分得十三元. 甲所得者爲全數百分之幾?

【算式】 $\frac{7}{7+5+13}=\frac{7}{25}=\frac{7\times4}{100}=\frac{28}{100}$. 答.

第三習題 D.

1. 三十六分鐘合一點鐘十分之幾?

2. 五十四分合一直角百分之幾?

3. 一年中學生上課日數約合四十星期,則以三百六十五日爲一年,每年上課日數佔全年日數之幾何? 但每星期中僅有六日上課.

4. 上等茶葉每斤價一圓五角,中等每斤價一圓二角;下等每斤價六角. 今在此三種中各取一斤混合之,則三種之原價各得混合後總價之幾何?

5. 甲乙丙三人合資共作一事:甲每月出資本一千八百圓,共出四月;乙每月出資本一千六百圓,共出三月;丙每月出資本二千圓,共出九月. 甲乙丙各人前後所共出之資本合總資本之幾分之幾?

6. 華氏寒暑表中一百八十度之長與攝氏寒暑表中

一百度之長相等．華氏寒暑表中一度之長合攝氏寒暑表中一表之長之幾何?

7. 攝氏寒暑表中一度之長合華氏寒暑表中一度之長之幾何?

8. 以一水管注水於一水槽中,經四十五秒鐘而水滿,則每秒鐘中注入水槽之水為全槽容量幾分之幾? 若此水槽之容量為三斗,則每秒鐘中注入水槽之水幾何?

第四章　分數加減法

16. 眞假分數加減法.

異分母諸眞假分數相加減,須先通分,後加減其分子.

例題一. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{9}=\frac{27}{36}+\frac{30}{36}+\frac{28}{36}=\frac{27+30+28}{36}=\frac{85}{36}=2\frac{13}{36}$.答.

【理由】 觀4,5節及8節可知.

例題二. $\frac{3}{8}-\frac{2}{7}=\frac{21}{56}-\frac{16}{56}=\frac{21-16}{56}=\frac{5}{56}$.答.

17. 含帶分數,整數之加法.

整數部分與分數部分各自求和而合記之.

例題一. $5\frac{5}{12}+2\frac{1}{8}+5\frac{3}{8}=(5+2+5)+(\frac{5}{12}+\frac{1}{8}+\frac{3}{8})$

$=12\frac{22}{24}=12\frac{11}{12}$.答.

例題二. $1\frac{5}{6}+2\frac{1}{8}+4\frac{4}{15}+6=(1+2+4+6)+(\frac{5}{6}+\frac{1}{8}+\frac{4}{15})$

$=13+1\frac{27}{120}=14\frac{9}{40}$.答.

18. 含帶分數,整數之減法.

整數部分與分數部分各自求差而合記之.

例題一. $5\frac{2}{3}-3\frac{1}{2}=(5-3)+(\frac{2}{3}-\frac{1}{2})=2\frac{1}{6}$.答.

若分數部分不能減,則在被減數之整數中取1,加入其分數部分且變之爲假分數而後減之.

例題二. $10\frac{1}{8}-5\frac{5}{12}=(10-5)+(\frac{1}{8}-\frac{5}{12})=5+\frac{3-10}{24}$

$=4+\frac{24+3-10}{24}=4\frac{17}{24}$.答.

若被減數中無分數,則可取其整數中之1化爲假分數而減之.

例題三. $1-\frac{13}{15}=\frac{15}{15}-\frac{13}{15}=\frac{2}{15}$.答.

例題四. $6-\frac{7}{12}=5+(\frac{12}{12}-\frac{7}{12})=5\frac{5}{12}$.答.

例題五. $8-5\frac{5}{6}=(8-5)-\frac{5}{6}=3-\frac{5}{6}=2+(\frac{6}{6}-\frac{5}{6})=2\frac{1}{6}$.答.

【注意】 凡名分數之計算法,皆易由名數算法及分數算法推得,故皆略去.

第四習題

計算以下各題[1—16]:

1. $\frac{15}{16}-\frac{7}{10}$. **3.** $\frac{9}{65}-\frac{3}{26}$. **5.** $\frac{8}{39}-\frac{3}{26}+\frac{7}{52}$.

2. $\frac{4}{9}+\frac{5}{18}+\frac{7}{24}$. **4.** $\frac{14}{33}-\frac{12}{121}$. **6.** $\frac{13}{14}-\frac{11}{35}-\frac{8}{42}$.

7. $10\frac{1}{5}+3\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+9\frac{2}{15}$. **8.** $1\frac{1}{8}+3\frac{1}{3}+\frac{5}{6}+8+2\frac{3}{4}+5\frac{5}{12}$.

9. $7\frac{8}{15}-5\frac{3}{10}$. **11.** $7\frac{3}{84}-6\frac{8}{21}$. **13.** $8-3\frac{7}{31}$.

10. $19\frac{11}{21}-12\frac{5}{14}$. **12.** $6\frac{7}{8}-2\frac{15}{16}$. **14.** $6\frac{1}{9}-3\frac{11}{15}$.

15. $12\frac{5}{42}-(10-7\frac{10}{21})-(\frac{4}{9}+5\frac{27}{35})$.

16. $6\frac{4}{25}-(\frac{3}{8}+2\frac{7}{40})+5\frac{2}{125}+\frac{3}{1000}$.

17. 一家買煤若干斤,不知其數,但知第一日用去$30\frac{5}{16}$斤,第二第三兩日皆用去$42\frac{7}{20}$斤,所買之煤乃罄盡. 此人所買煤之斤數幾何?

18. 柿每四個價5分,蘋菓每六個價25分,南棗每十個價6分,橘每七個價5分. 今各取一個置一筐中,則此筐中之菓價幾何?

19. 一事,甲作之,15日可成;乙作之,13日可成;丙作之,9日可成. 今甲乙丙三人共作之,則每日可成全事中之幾分?

20. 一地,甲耕之,4點鐘耕畢;乙耕之,6點鐘耕畢;丙耕之,9點鐘耕畢. 今此三人共耕一點鐘,則耕去此地之幾分之幾?

21. 一水壺上下各有一孔. 從上孔注水入內,經三點鐘而水滿;滿後開下孔洩之,七點鐘可盡. 今若在壺空時開二孔,上注而下洩之,則每點鐘所注入之水量幾何?

22. 一人以其財產$\frac{1}{10}$贈學校,$\frac{1}{8}$贈育嬰堂,其餘與子,則其與子之財產幾何?

23. 甲乙二人共作一事,三日而成．若甲獨作之,五日可成,則乙每日能作此事幾分之幾?

24. 一人計算$\frac{2}{3}+\frac{5}{7}$,誤以分子分母各自求和而得$\frac{7}{10}$,則此誤者與不誤者之差若何?

第五章　分數乘法

19. 眞假分數乘整數法.

分子乘整數,分母不變.

例題．$3\times\frac{4}{5}=\frac{3\times4}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$．答．

【理由】　以$\frac{4}{5}$乘3,卽在3中取5分之4．用5分3,其1份爲$\frac{3}{5}$;則4份爲$\frac{3}{5}\times4=\frac{3\times4}{5}$.　【6節】

20. 眞假分數相乘法.

以諸分母相乘之積爲分母,諸分子相乘之積爲分子.

例題．$\frac{5}{12}\times\frac{3}{10}=\frac{\overset{1}{\cancel{5}}\times\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{4}{\cancel{12}}\times\underset{2}{\cancel{10}}}=\frac{1}{8}$．答．

【理由】　(一)以$\frac{3}{10}$乘$\frac{5}{12}$,卽在$\frac{5}{12}$中取10分之3,卽以10除$\frac{5}{12}$而以3乘之．今以10除之,得$\frac{5}{12}\div10=\frac{5}{12\times10}$.再以3乘之,卽得$\frac{5}{12\times10}\times3=\frac{5\times3}{12\times10}$.【參觀6,7兩節】

(二)因$\frac{3}{10}$之10倍爲$\frac{3}{10}\times10=3$,則3倍$\frac{5}{12}$得積$\frac{5}{12}$

$\times 3=\frac{5\times 3}{12}$,爲所求積之10倍. 故所求積當爲$\frac{5\times 3}{12}$

$\div 10=\frac{3\times 3}{12\times 10}$.

【參觀6,7兩節】

【注意】 在分數乘除中,其兩項中之數有可約者,宜先約去而後乘除.

21. 含帶分數之乘法.

化帶分數爲假分數而後乘之.

例題一. $7\frac{1}{24}\times 8=\frac{169}{24}\times 8=56\frac{1}{3}$.答.

例題二. $15\times 3\frac{1}{6}=15\times\frac{19}{6}=47\frac{1}{2}$.答.

例題三. $129\frac{7}{55}\times\frac{11}{16}=\frac{7102}{55}\times\frac{11}{16}=88\frac{31}{40}$.答.

例題四. $\frac{3}{4}\times 16\frac{3}{7}=\frac{3}{4}\times\frac{115}{7}=12\frac{9}{28}$.答.

例題五. $3\frac{5}{8}\times 2\frac{1}{4}=\frac{29}{8}\times\frac{9}{4}=8\frac{5}{32}$.答.

例題六. $\frac{5}{\underset{2}{\cancel{8}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{9}\times\frac{\overset{1}{\cancel{15}}}{\underset{7}{\cancel{49}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{15}}}=\frac{5}{126}$.答.

例題七. $25\frac{1}{4}\times\frac{15}{50}\times\frac{3}{202}\times 8\times\frac{20}{18}=\frac{\overset{1}{\cancel{101}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{\overset{3}{\cancel{15}}}}}{\underset{1}{\cancel{\underset{10}{\cancel{50}}}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{\underset{2}{\cancel{202}}}}}\times\frac{\overset{1}{\cancel{\overset{4}{\cancel{8}}}}}{1}\times\frac{\overset{1}{\cancel{\overset{10}{\cancel{20}}}}}{\underset{1}{\cancel{\underset{3}{\cancel{\underset{9}{\cancel{18}}}}}}}=1$.答.

【注意一】 分數與他數相乘之積,與乘之次序無關.

例. $\frac{5}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}\left(=\frac{15}{28}\right)$, $7\times\frac{3}{20}=\frac{3}{20}\times 7\left(=\frac{21}{20}\right)$等.

【注意二】 以整數及帶分數皆可化作假

分數,故6,19,21三節之乘法,皆可歸入20節中.

第五習題 A.

計算以下各題:

1. $2\frac{3}{4}\times 6$.
2. $8\times\frac{7}{12}$.
3. $49\times 12\frac{3}{8}$.
4. $36\times\frac{11}{60}$.
5. $12\frac{1}{2}\times\frac{7}{25}$.
6. $\frac{13}{16}\times\frac{2}{3}$.
7. $6\frac{3}{8}\times 5\frac{5}{7}$.
8. $128\frac{2}{5}\times 99\frac{13}{35}$.
9. $\frac{11}{18}\times\frac{20}{33}\times\frac{27}{40}$.
10. $25\times\frac{8}{15}\times\frac{7}{24}$.
11. $\frac{14}{21}\times 4\frac{5}{6}\times\frac{42}{51}$.
12. $\frac{5}{20}\times\frac{41}{75}\times\frac{3}{82}$.
13. $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{7}{8}$.
14. $\frac{4}{5}\times\frac{7}{6}\times\frac{5}{8}\times\frac{12}{13}\times 26$.
15. $5\frac{4}{9}\times 8\frac{1}{10}\times 6\frac{4}{21}$.
16. $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}\times 6$.
17. $(\frac{7}{8})^2$.
18. $(1\frac{2}{5})^2$.
19. $(\frac{5}{7})^3\times(\frac{14}{15})^2$.
20. $(\frac{5}{8}+12\frac{1}{4}-10\frac{1}{3})\times(2\frac{3}{7}+10\frac{3}{14})$.

22. 分數乘諸等數法.

例題. 以$\frac{2}{3}$乘5時18分32秒.

【算式】

$$\begin{array}{r|rrrl} & 時 & 分 & 秒 & \\ & 5 & 18 & 32 & \\ & & & 2 & (\times \\ \hline 3) & 10 & 37 & 4 & \\ \hline & 3 & 32 & 21\frac{1}{3} & \end{array}$$

答. 3時32分$21\frac{1}{3}$秒.

23. 應用.

例題一. 一人有銀一百五十圓,用去其十一分之五,則此人用去之銀與其所餘之銀各若干圓?

【解】 設原有銀之圓數爲1倍,則用去銀之圓數爲$\frac{5}{11}$倍,

所餘銀之圓數爲$1-\frac{5}{11}=\frac{6}{11}$倍.

由是 $150\times\frac{5}{11}=68\frac{2}{11}$……用去之圓數,

$150\times\frac{6}{11}=81\frac{9}{11}$……所餘之圓數.

例題二. 買鐵$343\frac{3}{7}$斤,每斤價$7\frac{5}{8}$分,共價幾何?

【算式】 $7\frac{5}{8}$分$\times 343\frac{3}{7}=\left(\frac{61}{\underset{2}{\cancel{8}}}\times\frac{\overset{601}{\cancel{2404}}}{7}\right)$分$=\frac{36661}{14}$分

$=2618\frac{9}{14}$分……共價.

例題三. 以一里之$\frac{17}{21}$化爲諸等數.

【算式】 1里$\times\frac{17}{21}=\overset{6}{\cancel{18}}$引$\times\frac{17}{\underset{7}{\cancel{21}}}=\frac{102}{7}$引$=14\frac{4}{7}$引,

$\frac{4}{7}$引$=\frac{20\times4}{7}$步$=\frac{80}{7}$步$=11\frac{3}{7}$步,

$\frac{3}{7}$步$=\frac{5\times3}{7}$尺$=\frac{15}{7}$尺$=2\frac{1}{7}$尺,

$\frac{1}{7}$尺$=\frac{10}{7}$寸$=1\frac{3}{7}$寸. 答.14引11步2尺$1\frac{3}{7}$寸.

例題四. 農夫若干人,每時能耕田3畝35平方步. 今耕4時12分,其所耕之田幾何?

【算式】4時12分$=4\frac{\cancel{12}}{\cancel{60}_{5}}$時$=4\frac{1}{5}$時$=\frac{21}{5}$時.

	畝	平方步	
	3	35	
		21	(×
5)	66	15	
	13	51	

答. 13畝51平方步.

第五習題 B.

1. 計算(5時48分50秒)$\times\frac{2}{3}$. 2. 計算(5斤6兩4錢)$\times\frac{3}{8}$.

3. 甲乙二人合營一業,共出資本5720圓:甲出其十一分之七,乙出其餘. 求各人所出資本之圓數.

4. 銀2400圓,甲乙丙三人分之:甲得全數五分之二,乙得全數四分之一,丙得其餘. 求三人各分得銀之圓數.

5. 一米突與$\frac{63}{20}$尺相當. 求$153\frac{1}{3}$米突與幾尺相當.

6. 圓周之長約爲直徑之$\frac{355}{113}$倍. 今有一圓,其直徑長8寸. 求此圓周之長.

7. 有甲乙二農夫,甲每時可耕田$\frac{2}{5}$畝,乙每時可耕田$\frac{1}{3}$畝. 今兩人合耕7時,共可耕田幾何?

8. 一人以銀2500圓分與三子:長子取其五分之二,次子取其餘數之$\frac{3}{5}$,末子得所餘. 求末子所得銀之圓數.

9. 甲乙丙三童子競走480米突之距離. 甲至決勝點時,乙方行全路之$\frac{95}{96}$,丙行乙之$\frac{94}{95}$. 求丙在甲後幾米突

之處.

10. 一事,甲工作之,十八日而成;乙工作之,二十四日而成. 今甲乙共作三日,作去此事幾何?

11. 以水車甲乙二種取一池中之水. 若但用甲車,六時而水涸;但用乙車,八時而水涸. 今甲乙二車共用二時,則池中之水少去幾何?

12. 一人以帛五十六丈與其三子作衣:長子用去其$\frac{1}{25}$,次子比長子少用四尺;末子所用爲次子之$\frac{5}{7}$.所餘之帛尙有幾何?

13. 一矩形之地面,長$72\frac{1}{2}$步,廣$24\frac{1}{3}$步. 其面積若何?以諸等數表之.

14. 以$1\frac{11}{16}$時化爲諸等數.

15. 一計時鐘,每日行快3分32秒,則3日18時內共快幾何?

第六章　分數除法

24. 逆數.

交易一分數之母子,則成爲原分數之逆數.

如$\frac{2}{7}$爲$\frac{7}{2}$之逆數,$\frac{7}{2}$亦爲$\frac{2}{7}$之逆數. 又4可視作$\frac{4}{1}$,故其逆數爲$\frac{1}{4}$;反之,$\frac{1}{4}$之逆數即爲4.

25. 眞假分數除整數法.

以分數之逆數乘整數.

例題一．　$3\div\frac{1}{7}=3\times\frac{7}{1}=21$．答．

【理由】　(一)以$\frac{1}{7}$除3,即求3為$\frac{1}{7}$之幾倍．今1為$\frac{1}{7}$之7倍,而3又為1之3倍,故3為$\frac{1}{7}$之7×3倍,同於3×7倍．

(二)以$\frac{1}{7}$除3,即由某數之$\frac{1}{7}$為3以求某數．但1份為3,則7份為3之7倍;故所求者為3×7．

例題二．　$3\div\frac{6}{7}=3\times\frac{7}{6}=3\frac{1}{2}$．答．

26. 眞假分數除眞假分數法.

以除數之逆數乘被除數.

例題．　$\frac{35}{72}\div\frac{5}{9}=\frac{35}{72}\times\frac{9}{5}=\frac{7}{8}$．答．

【理由】　(一)以$\frac{5}{9}$除$\frac{35}{72}$,即求$\frac{35}{72}$為$\frac{5}{9}$之幾分之幾．今1為$\frac{1}{9}$之9倍,而$\frac{35}{72}$為1之$\frac{35}{72}$,則$\frac{35}{72}$為$\frac{1}{9}$之$9\times\frac{35}{72}$倍．又$\frac{5}{9}$為$\frac{1}{9}$之5倍,故$\frac{35}{72}$為$\frac{5}{9}$之$9\times\frac{35}{72}\div5$倍,同於$\frac{35}{72}\times\frac{9}{5}$倍．

(二)以$\frac{5}{9}$除$\frac{35}{72}$,即由某數之$\frac{5}{9}$為$\frac{35}{72}$以求某數．但5份為$\frac{35}{72}$,則1份為$\frac{35}{72}\div5$,而9份為$\frac{35}{72}\div5\times9$;故所求者為$\frac{35}{72}\times\frac{9}{5}$．

27. 含帶分數之除法.

化帶分數為假分數而後除之,

例題一.　$56\frac{1}{3}\div 8=\frac{169}{3}\div 8=7\frac{1}{24}$.答.

例題二.　$51\div 5\frac{2}{3}=51\div\frac{17}{3}=9$.答.

例題三.　$88\frac{31}{40}\div\frac{11}{16}=\frac{3551}{40}\div\frac{11}{16}=129\frac{7}{55}$.答.

例題四.　$88\frac{31}{40}\div 129\frac{7}{55}=\frac{3551}{40}\div\frac{7102}{55}=\frac{11}{16}$.答.

第六習題 A.

求以下各題之商:

1.	$150\frac{5}{9}\div 88$.	**6.**	$9555\div 7\frac{2}{9}$.	**11.**	$\frac{2}{5}\div\frac{5}{8}$.
2.	$2\frac{5}{11}\div 54$.	**7.**	$16\div\frac{5}{8}$.	**12.**	$\frac{48}{55}\div\frac{64}{121}$.
3.	$56\frac{2}{3}\div 40$.	**8.**	$552\div\frac{3}{4}$.	**13.**	$16\frac{2}{13}\div 3\frac{17}{52}$.
4.	$23\frac{1}{10}\div 22$.	**9.**	$12\div 3\frac{3}{8}$.	**14.**	$20\frac{1}{4}\div 4\frac{3}{7}$.
5.	$57\frac{3}{8}\div 34$.	**10.**	$28\div\frac{5}{7}$.	**15.**	$\frac{1}{51}\div 7\frac{1}{17}$.

28. 分數除諸等數法.

例題.　計算(3里150丈7尺)$\div\frac{2}{25}$.

【算式】　(3里150丈7尺)$\div\frac{2}{25}$=(3里150丈7尺)$\times 12\frac{1}{2}$.

	里	丈	尺	寸
2)	3	150	7	0
(3里150丈7尺)$\times\frac{1}{2}$…………	1	165	3	5
$\times 12$…………	46	8	4	0 (+
$\times 12\frac{1}{2}$…………	47	173	7	5

答. 47里173丈7尺5寸.

29. 應用.

例題一. 一人每月用56圓,抵其入款之$\frac{8}{9}$. 求此人每月入款之全數.

【算式】 56圓$\div\frac{8}{9}=$56圓$\times\frac{9}{8}=$63圓.答.

例題二. 一人行路,第一日行去全路$\frac{1}{3}$,第二日行去全路$\frac{1}{4}$,尚餘35里. 求此全路之長.

【解】 設想全路之長即爲其1倍,則第一日所行之路爲全路之$\frac{1}{3}$倍,第二日所行之路爲全路之$\frac{1}{4}$倍,而所餘之路當爲全路之$1-(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})=\frac{5}{12}$倍.

已知全路之$\frac{5}{12}$倍爲35里,則全路之1倍當爲

35里$\div\frac{5}{12}=$35里$\times\frac{12}{5}=$84里.

故得全路之長爲84里.

例題三. 農夫若干人,耕田13畝51平方步. 已知其每日能耕田$3\frac{7}{48}$畝,則此田須耕幾日而畢?

【算式】 (13畝51平方步)$\div3\frac{7}{48}$畝$=13\frac{17}{80}$畝$\div3\frac{7}{48}$畝

$$=\frac{1057}{80}\times\frac{48}{151}$$

$$=\frac{21}{5}=4\frac{1}{5}.$$

答. 耕$4\frac{1}{5}$日而畢.

第六習題 B.

1. 三百六十五日,以$\frac{3}{7}$除之,其商爲何?

2. 計算(50象限67度26分)$\div\frac{8}{3}$.

3. 一人旅行354$\frac{7}{8}$里之路,每日行35$\frac{3}{4}$里,則幾日而達所至之地?

4. 圓周之長爲其直徑之$\frac{355}{113}$倍. 今有一圓,其周長34寸,則其半徑之長若何?

5. 一人乘汽車行路,行四十八分鐘,共行路三十六里. 求此汽車每點鐘中行路幾何?

6. 一人購帽一頂,靴一雙,帽價三圓六角八分,抵靴價之$\frac{23}{40}$. 靴價若何?

7. 問一人之歲數,答曰:九年前之歲數,爲現時歲數$\frac{2}{5}$. 求此人現時之歲數?

8. 一人以其所有銀之$\frac{3}{7}$買地,又以其餘之$\frac{3}{5}$買宅. 已知地價比宅價多六百圓. 求此人所有銀之圓數.

9. 一人攜銀出外,購物三次. 第一次費去其三分之一,第二次費去其四分之一,第三次費去其五分之一,尚餘二百六十圓. 求此人出外時所攜銀之圓數.

10. 甲乙二人,分銀235圓. 已知乙所得者等於甲所得者之$\frac{2}{3}$. 此二人所得銀之圓數各若何?

11. 甲乙丙三人,共出銀2900圓:乙爲甲之$\frac{2}{3}$,丙爲甲

之$\frac{3}{4}$. 求各人所出銀之圓數.

12. 甲所有銀爲乙所有銀之$\frac{3}{5}$,而乙比甲多六百圓.此二人各有銀幾何?

30. 羃之除法.

以同數之二羃數求商,商亦爲此數之羃數,而其指數,等於從被除數指數中減去除數指數所得之差.

例. $7^5 \div 7^3 = \frac{7^5}{7^3} = \frac{\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}\times 7\times 7}{\cancel{7}\times\cancel{7}\times\cancel{7}} = 7^2 = 7^{5-3}$.

第七章　分數雜例

31. 加減捷法.

例題一. 求$\frac{5}{14}$及$\frac{4}{21}$之和.

【算式】

$$\begin{array}{r|l|l} & 5 & 4 \\ 7 & 14 & 21 \\ \hline & 2 & 3 \end{array} \qquad \frac{15+8}{7\times 2\times 3} = \frac{23}{42}.$$ 答.

例題二. 求$\frac{8}{15}-\frac{6}{25}$之差.

【算式】

$$\begin{array}{r|l|l} & 8 & 6 \\ 5 & 15 & 25 \\ \hline & 3 & 5 \end{array} \qquad \frac{40-18}{5\times 3\times 5} = \frac{22}{72}.$$ 答.

32. 乘除捷法.

例題一. 以6乘$32\frac{7}{15}$.

【算式】

$$\left.\begin{array}{r} 32\times6=192 \\ \frac{7}{15}\times6=\quad 2\frac{4}{5} \end{array}\right\}$$

$$194\frac{4}{5}\text{答.}$$

例題二. 以9除$211\frac{3}{7}$.

【算式】

$$9\overline{)211\frac{3}{7}}$$

$$23\cdots\cdots\text{餘}4\frac{3}{7}=\frac{31}{7}$$

$$\left.\begin{array}{r} \frac{31}{7}\div9=\frac{31}{63} \end{array}\right\}(+$$

$$23\frac{31}{63}\ \text{答.}$$

例題三. 以$\frac{5}{9}$乘$211\frac{3}{7}$.

【算式】

$$\left.\begin{array}{r} 211\times5=1055 \\ \frac{3}{7}\times5=\quad 2\frac{1}{7} \end{array}\right\}(+$$

$$9\overline{)1057\frac{1}{7}}$$

$$117\cdots\cdots\cdots\cdots\text{餘}4\frac{1}{7}=\frac{29}{7}.$$

$$\left.\begin{array}{r} 117 \\ \frac{29}{7}\div9=\quad \frac{29}{63} \end{array}\right\}(+$$

$$117\frac{29}{63}\ \text{答.}$$

例題四. 以$82\frac{5}{9}$乘$211\frac{3}{7}$.

【算式】

$$\left.\begin{array}{r} 211\frac{3}{7}\times82=17337\frac{1}{7} \\ 211\frac{3}{7}\times\frac{5}{9}=\quad 117\frac{29}{63} \end{array}\right\}(+$$

$$17454\frac{38}{63}\ \text{答.}$$

第七習題 A.

用捷法計算以下各題:

1. $\frac{5}{28}+\frac{6}{35}$.　　2. $\frac{5}{16}-\frac{7}{24}$.

3. $214\frac{1}{2}\div 7$.　　4. $243\frac{2}{3}\times 65\frac{1}{2}$.

33. 分數之約數及倍數.

以甲分數除乙分數而得整數之商,則甲分數爲乙分數之約數,乙分數爲甲分數之倍數.

【注意】 甲乙二分數,皆指最簡分數而言.

甲分數爲乙分數之約數,則必甲分數中分母爲乙分數中分母之倍數,乙分數中分子爲甲分數中分子之倍數.

例. $\frac{2}{15}$爲$\frac{8}{5}$之約數,則15爲5之倍數,8爲2之倍數.

【理由】 今設甲分數$\frac{A}{B}$,乙分數爲$\frac{C}{D}$則$\frac{C}{D}\div\frac{A}{B}=\frac{C}{D}\times\frac{B}{A}$爲整數. 然因$\frac{A}{B}$,$\frac{C}{D}$皆爲最簡分數,皆不能約,故必A能整除C,D能整除B,而後$\frac{C}{D}\times\frac{B}{A}$始爲整數. 由是$C\div A$, $B\div D$必爲整數,即B必爲D之倍數. C必爲A之倍數也.

34. 求分數之最大公約數法.

以諸分母之最小公倍數作分母,諸分子之最大公約數作分子,得分數,爲原諸分數之最大公約數.

例題一. 求15, $2\frac{11}{12}$, $\frac{14}{15}$之最大公約數.

【解】 先化原有三分數為$\frac{15}{1}$, $\frac{35}{12}$, $\frac{14}{15}$.

次求分母 1, 12, 15 之最小公倍數,得 60; 求分子15, 35, 14 之最大公約數,得 1.

故所求之最大公約數為 $\frac{1}{60}$.

【驗】 $15\div\frac{1}{60}=900$, $2\frac{11}{12}\div\frac{1}{60}=175$, $\frac{14}{15}\div\frac{1}{60}=56$.

三個商皆為整數,故知所求不誤.

例題二. 有米三堆:第一堆中有$\frac{16}{3}$斗;第二堆中有$\frac{25}{9}$斗;第三堆中有$\frac{64}{27}$斗. 今取一器量之,三堆米皆量至若干次而適盡,且所量之次數又最少. 求此器之容量,及所量各堆之次數.

【解】 求$\frac{16}{3}$斗, $\frac{25}{9}$斗, $\frac{64}{27}$斗之最大公約數,得$\frac{1}{27}$斗,為此器之容量.

又 $\frac{16}{3}$斗$\div\frac{1}{27}$斗$=144$……………量第一堆米之次數.

$\frac{25}{9}$斗$\div\frac{1}{27}$斗$=75$……………量第二堆米之次數.

$\frac{64}{27}$斗$\div\frac{1}{27}$斗$=64$……………量第三堆米之次數.

35. <u>求分數之最小公倍數法.</u>

以諸分母之最大公約數作分母,諸分子之最小公倍數作分子,得分數,為原諸分數之最小公倍數.

例題一. 求 $5\frac{5}{12}$, $\frac{13}{30}$, $\frac{39}{40}$之最小公倍數.

【解】 先化原有分數爲$\frac{65}{12}$, $\frac{13}{30}$, $\frac{39}{40}$.

次求12,30,40之最大公約數得2;求65,13,39之最小公倍數得195.

故所求之最小公倍數爲$\frac{195}{2}=97\frac{1}{2}$.

例題二. 甲乙丙三人圍繞一島而行,起於同處,行向同方. 甲行$2\frac{1}{3}$日而繞島一周,乙行$2\frac{5}{6}$日而繞島一周,丙行$2\frac{7}{8}$日而繞島一周,如此繞行不已. 求此三人於起行幾日後第一次同時俱至原處.

【解】 求$2\frac{1}{3}$日,$2\frac{5}{6}$日,$2\frac{7}{8}$日之最小公倍數,得2737日,爲所求之日數.

第七習題 B.

求下二題之最大公約數:

1. $3\frac{1}{16}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{16}$, $1\frac{1}{8}$.　　2. $1\frac{1}{4}$, $2\frac{2}{5}$, $3\frac{3}{7}$, $4\frac{4}{9}$.

求下二題之最小公倍數:

3. $2\frac{2}{9}$, $2\frac{2}{5}$, $\frac{4}{40}$.　　4. $\frac{7}{24}$, $\frac{35}{36}$, $\frac{49}{60}$.

5. 甲每步長$2\frac{1}{3}$尺,乙每步長$2\frac{3}{4}$尺. 今二人行一路,自此端起行至彼端,皆適得整數之步數,則此路最短有若干尺?

6. 一矩形之紙,長$\frac{5}{6}$尺,廣$\frac{2}{3}$尺. 今欲分成若干正方塊,其各塊之面積爲最大,則各正方塊之邊長若何? 又可分得之塊數若何?

7. 甲乙丙三人圍繞周圍5里之圓池而行,起於同處,行向同方. 甲每時行$\frac{35}{36}$里,乙每時行$\frac{7}{9}$里,丙每時行$\frac{7}{12}$里. 求此三人於起行幾時後第一次會於原處,又由起行至相會,各繞圓池幾周.

36. 繁分數 (Complex Fraction).

分數中之分母,分子又爲分數者曰繁分數.

如 $\dfrac{\frac{1}{3}}{4}$, $\dfrac{\frac{7}{8}}{\frac{3}{4}}$, $\dfrac{5\frac{3}{4}-2\frac{7}{8}}{7\frac{5}{8}-3\frac{15}{16}}$,等皆爲繁分數.

應用分數之第二義及四則,可將繁分數化作簡分數.

例題一. $\dfrac{\frac{1}{3}}{4}=\dfrac{1}{3}\div 4=\dfrac{1}{12}$.答.

例題二. $\dfrac{1}{\frac{3}{4}}=1\div\dfrac{3}{4}=1\dfrac{1}{3}$.答.

例題三. $\dfrac{\frac{7}{8}}{\frac{3}{4}}=\dfrac{7}{8}\div\dfrac{3}{4}=1\dfrac{1}{6}$.答.

例題四. $\dfrac{5\frac{7}{12}}{6\frac{5}{6}}=5\dfrac{7}{12}\div 6\dfrac{5}{6}=\dfrac{67}{82}$.答.

例題五. $\dfrac{5\frac{3}{4}-2\frac{7}{8}}{7\frac{5}{8}-3\frac{15}{16}}=\dfrac{2\frac{7}{8}}{3\frac{11}{16}}=\dfrac{46}{59}$.答.

例題六. $$\frac{\frac{3}{4}\times\left(\frac{11}{12}-\frac{2}{9}\right)}{3\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{14}\right)}=\frac{\frac{3}{4}\times\frac{25}{36}}{\frac{7}{2}\times\frac{3}{14}}=\frac{\frac{25}{48}}{\frac{3}{4}}=\frac{25}{36}\text{, 答.}$$

例題七. $$3+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{12+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2}}}}=3+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{12+\cfrac{1}{\cfrac{7}{2}}}}$$

$$=3+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{12+\cfrac{2}{7}}}$$

$$=3+\cfrac{1}{10+\cfrac{1}{\cfrac{86}{7}}}=3+\cfrac{1}{10+\cfrac{7}{86}}$$

$$=3+\cfrac{1}{\cfrac{867}{86}}=3\frac{86}{867}\text{. 答.}$$

第七習題 C.

化簡以下各式:

1. $\dfrac{99\frac{1}{10}}{24\frac{7}{41}}$.

2. $\dfrac{5\frac{1}{3}+3\frac{3}{7}}{9\frac{5}{7}-5\frac{1}{3}}$.

3. $\dfrac{8\frac{1}{9}+9\frac{1}{8}-\frac{71}{72}}{8\frac{8}{9}+7\frac{5}{72}-\frac{7}{8}}$.

4. $\dfrac{(5\frac{1}{5}\times3\frac{1}{8})\div2\frac{2}{5}}{3\frac{1}{8}+5\frac{1}{5}-2\frac{3}{5}}$.

5. $$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}.$$

7. $$3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}.$$

6. $$\cfrac{2}{5-\cfrac{5}{6+\cfrac{1}{9}}}.$$

8. $$\frac{21\frac{1}{2}-9\frac{5}{6}}{8\frac{2}{3}+5\frac{3}{16}}\times\frac{6\frac{10}{11}}{4\frac{1}{5}\times 9\frac{1}{11}}.$$

9. $$\frac{5\frac{3}{4}+(2\frac{2}{35}\div 1\frac{11}{25})-(\frac{3}{7}\times 15\frac{3}{4})}{(\frac{3}{4}\times 7\frac{3}{7})-(5\frac{3}{5}\div 3\frac{4}{15})}.$$

10. $$\frac{2\frac{1}{5}\times\frac{13}{23}}{\frac{3}{7}\times 1\frac{2}{17}}\div\frac{1\frac{2}{5}\times\frac{11}{19}}{\frac{3}{13}\times 1\frac{6}{17}}.$$

11. $$\cfrac{3}{8-\cfrac{7}{2-\cfrac{3}{4}}}+\cfrac{5}{6-\cfrac{5}{2+\cfrac{5}{6}}}.$$

12. $$4+\cfrac{1}{2-\cfrac{3}{4-\cfrac{5}{6}}}-\cfrac{10\frac{5}{9}}{2+\cfrac{3}{4+\cfrac{5}{6}}}.$$

37. 應用.

例題. 以8里20丈4尺5寸化爲里之分數.

【算式】8里20丈4尺5寸$=8\dfrac{20\frac{4\frac{5}{10}}{10}}{180}$里$=8\dfrac{20\frac{45}{100}}{180}$里.

$$=8\frac{2045}{18000}\text{里}=8\frac{409}{3600}\text{里}.$$ 答.

第七習題 D.

1. 化10兩5錢4分爲斤之分數.
2. 化15日12時15分爲月之分數.

第八章 應用問題

38. 例題.

例題一. 一事,六人共作之,四日可成. 今令八人共作之,則幾日而事成.

【解】 6人作此事,4日事成.

則 1人作此事,4×6日事成.

而 8人作此事,$\frac{4\times6}{8}$日=3日事成. 答. 三日.

例題二. 掘溝長100尺,廣4尺,深9尺,4人掘之,6日而成. 今又掘一溝,廣5尺,深8尺,10人掘之,16日而成,則此溝之長若何?

【解】 4人6日可掘溝廣4尺,深9尺,長100尺.

則 4人6日可掘溝廣1尺,深9尺,長100×4尺.

4人6日可掘溝廣1尺,深1尺,長100×4×9尺.

4人1日可掘溝廣1尺,深1尺,長$\frac{100\times4\times9}{6}$尺.

1人1日可掘溝廣1尺,深1尺,長$\frac{100\times4\times9}{6\times4}$尺.

10人16日可掘溝廣1尺,深1尺,長

$\frac{100\times4\times9\times10\times16}{6\times4}$尺.

故　10人16日可掘溝廣5尺,深8尺,長
$\dfrac{100\times4\times9\times10\times16}{6\times4\times5\times8}$尺.

因　$\dfrac{100\times4\times9\times10\times16}{6\times4\times5\times8}=600$,　故得溝長600尺.

例題三. 一事,甲獨作之,五日而成;乙獨作之,七日而成.甲乙共作之,幾日可成?

【解】 甲每日獨作全事$\frac{1}{5}$,乙每日獨作全事$\frac{1}{7}$,甲乙二人每日共作全事$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)$.

全事之$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{7}\right)$倍作1日,故全事之1倍作$\dfrac{1}{\frac{1}{5}+\frac{1}{7}}$日.

從$\dfrac{1}{\frac{1}{5}+\frac{1}{7}}=\dfrac{35}{12}$,　知二人共作$2\frac{11}{12}$日而此事成.

例題四. 一事,甲獨作之,十二日而成;乙獨作之,十五日而成. 今甲乙共作此事三日後,乙去而甲留,則其餘事尚須作幾日而成?

【解】 甲乙每日共作全事$\frac{1}{12}+\frac{1}{15}=\frac{3}{20}$,

則甲乙三日共作全事$\frac{9}{20}$,

而三日後餘全事$1-\frac{9}{20}=\frac{11}{20}$.

已知甲每日作全事之$\frac{1}{12}$,今欲求幾日可作全事之$\frac{11}{20}$,故從$\frac{11}{20}\div\frac{1}{12}=\frac{33}{5}=6\frac{3}{5}$,　知須作$6\frac{3}{5}$日.

例題五. 求一點鐘後鐘面兩針相重之時刻.

【解】 長針自 XII 處起行至相重之處,短針自 I 處起行至相重之處,兩針行路之差為鐘面上 5 分之地位.因長針行 1 分時短針行 $\frac{1}{12}$ 分,故兩針每分時行路之差為鐘面上 $1-\frac{1}{12}$ 分之地位.

兩針差 $1-\frac{1}{12}$ 分之地位行 1 分時,

則兩針差 1 分之地位行 $\dfrac{1}{1-\frac{1}{12}}$ 分時,

而兩針差 5 分之地位行 $\dfrac{5}{1-\frac{1}{12}}$ 分 $=\frac{60}{11}$ 分 $=5\frac{5}{11}$ 分時.

由是知在一點鐘後 $5\frac{5}{11}$ 分時,兩針相重.

例題六. 求三點鐘後鐘面兩針相距 11 分地位之時刻.

【解】 三點鐘時,長短兩針之距離為鐘面上 15 分之地位.長針行至短針後 11 分之處,長針實比短針多行鐘面上 $(15-11)$ 分之地位. 故從例題五,知此時實為三點鐘後

$$\frac{15-11}{1-\frac{1}{12}}=\frac{48}{11}=4\frac{4}{11}\text{分時.}$$

又長針行至短針前 11 分之處,長針實比短針多行鐘面上 $(15+11)$ 分之地位. 故從例題五,知此時實為三點鐘後

$$\frac{15+11}{1-\frac{1}{12}}=\frac{312}{11}=28\frac{4}{11}\text{分時.}$$

答. 三點鐘後$4\frac{4}{11}$分鐘時,長針在短針後11分之處.

三點鐘後$28\frac{4}{11}$分鐘時,長針在短針前11分之處.

39. 温度算法.

計算温度之器曰寒暑表,其種類甚衆,而常用者有二:一曰華氏寒暑表 (Fahrenheit thermometer);一曰攝氏寒暑表 (Centigrade thermometer): 皆以水之冰點及沸點為基礎.

華氏寒暑表,以此二點間之長分為一百八十等份,名其一份為一度;攝氏寒暑表則分之為一百等份,亦名其一份為一度.

因此華氏寒暑表1度之長,與攝氏寒暑表中$\frac{5}{9}$度之長相當;攝氏寒暑表中1度之長,與華氏寒暑表中$\frac{9}{5}$度之長相當.

華氏寒暑表,以冰點為32度,沸點為212度;攝氏寒暑表以冰點為0度,沸點為100度.

例題一. 華氏寒暑表七十七度時,攝氏寒暑表幾度?

【解】 華氏表77度實為其冰點上$77-32=45$度.

因華氏1度之長當攝氏$\frac{5}{9}$度之長,則華氏45度之長當攝氏$\frac{5}{9}\times45$度之長.

由$\frac{5}{9}\times45=25$, 知此時之温度,在攝氏表為冰點上25度.

然攝氏表中之冰點為0度,故此時在攝氏表為25度.

例題二. 攝氏寒暑表八度時,華氏寒暑表幾度?

【解】 攝氏表 8 度之長當華氏表 $8\times\frac{9}{5}=14.4$ 度之長.

故此時之溫度在華氏表爲冰點上 14.4 度.

因華氏表中之冰點爲 32 度,故此時在華氏表爲 $32+14.4=46.4$ 度.

在以上所言二種寒暑表之外,又有列氏寒暑表(Reaumer thermometer),以冰點爲 0 度,沸點爲八十度,俄德二國用之.

第八習題

1. 一人雇三十二人作工,二十六日共給工資三百七十四圓四角. 設此人雇四十人作工十六日,則其工價當給幾何?

2. 米每袋價四圓八角時,以銀若干購此米歸,十五人食之,七日而畢. 隔一年,仍以同數之銀購米,十人食之,八日而畢. 此時之米價若何?

3. 24牛於10週間食草$\frac{5}{6}$畝. 120羊於15週間食草幾何? 但3牛與10羊之食量相等.

4. 一事,甲獨作之,十五日可成;乙獨作之,十二日可成;丙獨作之,十日可成. 三人合作之,幾日而成?

5. 一事,甲乙合作之,六日而成;乙丙合作之,九日而成;丙甲合作之,十五日而成. 若三人合作此事,幾日可成?

6. 一事,甲乙合作之,十日可成;使甲獨作之,十四日可成. 若乙獨作之,幾日可成?

7. 一事,甲乙共作之,三十日可成. 今二人共作十二日後,乙去而甲留,又二十四日而全事成. 使甲乙獨作此

事,則所需之日數各若何?

8. 用甲乙二種水管注水於某水桶中. 若但用一甲管注之,五分時而滿一桶,但用一乙管注之,八分時而滿一桶. 今欲得同種水桶之水七桶,用三甲管五乙管同時注之,需時幾何?

9. 一水槽,上有一管可注水入內,下有一孔可漏水出外. 若以栓塞孔而用管注水入空槽,三時而槽滿;滿後閉管開孔漏之,五時而水盡. 今若在槽空時開去二塞,上注水而下漏之,歷幾時而槽滿?

10. 貨物若干,用馬七頭運之,十八日而運畢;若用牛五頭運之,亦然. 今同時用牛馬各三頭運之,求幾日而運畢.

11. 求三點鐘後鐘面兩針相重之時刻.

12. 求五點鐘後鐘面兩針成一直線之時刻.

13. 求七點鐘後鐘面兩針成一直角之時刻.

14. 鐘面上長短兩針,自第一次成一直線時至第二次成一直線時,需時幾何?

15. 建屋一所,雇大工十八人,小工七人,共雇十二日,總付工資二百四十四圓八角. 已知小工每日工資為大工每日工資三分之二,則此二種工匠每人每日之工資若何?

16. 人體平常之溫度在攝氏寒暑表為三十七度. 若以華氏寒暑表量之,則其溫度當若何?

17. 華氏表中 0 度之溫度,在攝氏表中當為幾度?

18. 海參崴二月之氣溫為攝氏0下21度,在華氏表中當若何?

19. 有每日快 $5\frac{1}{2}$ 分之時表,若在今日之正午時校正,則至明日此表之午後四時,其正時當若何?

20. 有連續五數,其第三數比第一第五兩數和之$\frac{7}{10}$少6. 求此五數.

第九章　分數與小數之關係

40. 小數化分數法.

去小數中之小數點,用作分子;以10,100,1000,等作分母,令分母中0之個數與原數中小數之位數相等.

例題一. $0.6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. 答.

【理由】 從小數之命數法(一編),知0.6為六個十分之一,故為$\frac{6}{10}$.

例題二. $0.15=\frac{15}{100}=\frac{3}{20}$. 答.

例題三. $2.045=2\frac{45}{1000}=2\frac{9}{200}$. 答.

【注意】 凡小數可視作以10,100,1000,等為分母之特別分數.

41. 分數化小數法.

以分母除分子求其商.

例題. $\frac{5}{8}=5\div8=0.625$. 答. 【參觀1節】

42. 有限小數.

尋常之小數,皆為以10,100,1000,等作分母之分數,即為以(2×5),$(2^2\times5^2)$,$(2^3\times5^3)$,等作分母之分數,故由尋常小

數化得之分數,約簡之後,其分母中必無 2 與 5 以外之質約數. 反之;分數之分母,若無 2 與 5 以外之質約數,則以若干個 2 或 5 乘其兩項,必能化作分母為 10, 100, 1000, 等之分數,卽可化為尋常小數.

例.
$$\frac{1}{2}=\frac{1\times5}{2\times5}=\frac{5}{10}=0.5.$$
$$\frac{4}{5}=\frac{4\times2}{5\times2}=\frac{8}{10}=0.8.$$
$$\frac{3}{4}=\frac{3}{2\times2}=\frac{3\times5\times5}{2\times2\times5\times5}=\frac{75}{100}=0.75.$$
$$\frac{1}{20}=\frac{1}{2\times2\times5}=\frac{1\times5}{2\times2\times5\times5}=\frac{5}{100}=0.05.$$

因尋常小數皆由此種分數化得,且其位數有限,故稱之曰有限小數,而其小數之位數,必與分母中所含2或5之個數相等.

43. 循環小數(Recurring Decimals).

取最簡分數之分母中有2, 5以外之質約數者,如$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{22}$, 等, 各化之為小數.

$$(1)\quad \frac{1}{3}=1\div3=0.33333\cdots\cdots.$$
$$(2)\quad \frac{3}{22}=3\div22=0.13636\cdots\cdots.$$
$$(3)\quad \frac{2}{7}=2\div7=0.285714285\cdots\cdots.$$

(1)中得小數第一位為3, 餘 1, 與原分數中分子相同,故續行除法,則商仍可得 3 而餘數仍為 1, 如是連續進行可至無限.

(2)中得小數第三位爲6,餘8,與得小數第一位數時之餘數相等;故再行除法,則商仍爲3,6,往復如是,可至無限.
(3)中得小數第六位爲4,餘2,與原分數中分子相同;故商之數字依次爲2,8,5,7,1,4,而至無限.
此種小數,名曰**循環小數**. 如(1)及(3),小數中無一位數不循環者,爲**純循環小數**;如(2),小數中有某位數不循環者,爲**混循環小數**.

循環小數中以若干位之數循環,則此若干位數稱爲一**循環部**;如(1)之一循環部爲3,(2)之一循環部爲36,(3)之一循環部爲285714.

記循環小數,可記至第一循環部畢爲止,而於循環部之首末兩數字上作·以識之.

如 (1) $\frac{1}{3}=0.\dot{3}$. (2) $\frac{3}{22}=0.1\dot{3}\dot{6}$. (3) $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$.

第九習題 A.

1. 化以下各小數爲分數:

0.5, 0.008, 0.125, 8.1, 40.064, 8.05, 0.12.

2. 化以下各分數爲小數:

$\frac{4}{5}$, $\frac{21}{16}$, $\frac{12}{25}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{8}{125}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{17}$, $\frac{31}{56}$, $\frac{9}{148}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{3}{44}$, $\frac{69}{110}$.

44. 化純循環小數爲分數法.

取一循環部作整數,用爲分子;連綴若干個9爲分母,令分母中9之個數與一循環部中所有位數相等.

例題一. $0.\dot{7}=\frac{7}{9}$. 答.

【理由】

$$
\begin{array}{rl}
0.\dot{7}\times 10 = & 7.777\cdots\cdots \\
0.\dot{7}\times 1 = & 0.777\cdots\cdots \quad (- \\
\hline
0.\dot{7}\times 9 = & 7.
\end{array}
$$

$\therefore\ 0.\dot{7}=\frac{7}{9}$.

例題二. $3.\dot{0}3\dot{4}=3\frac{34}{999}$. 答.

45. 化混循環小數爲分數法.

先取不循環部分後附一循環部者作整數,又單取不循環部分作整數,而求其差以爲分子;連綴若干個0於若干個9之後作分母,令分母中9之個數與一循環部中所有位數相等,0之個數與小數中不循環部分之位數相等.

例題. $0.4\dot{0}\dot{9}=\frac{409-4}{990}=\frac{405}{990}=\frac{9}{22}$ 答.

【理由】

$$
\begin{array}{rl}
0.4\dot{0}\dot{9}\times 1000 = & 409.090909\cdots\cdots \\
0.4\dot{0}\dot{9}\times 10 = & 4.090909\cdots\cdots \quad (- \\
\hline
0.4\dot{0}\dot{9}\times 990 = & 409-4
\end{array}
$$

$\therefore\ 0.4\dot{0}\dot{9}=\frac{409-4}{990}$.

第九習題 B.

化以下各循環小數爲分數:

1. $0.\dot{5}$,　　3. $0.\dot{1}0\dot{7}$.　　5. $0.5\dot{6}$.　　7. $0.27\dot{9}$.

2. $0.\dot{2}\dot{4}$,　　4. $0.\dot{1}2\dot{3}$,　　6. $0.2\dot{3}\dot{6}$.　　8. $3.\dot{6}9\dot{3}$.

【註】 循環小數之加減,可卽以小數行之. 循環小數之乘除,普通皆以小數化作分數而後行之;但循環小數相乘,亦可卽以小數行之.整數或有限小數除循環小數亦然.

第六編
比及比例

第一章 比

1. 比(Ratio)之意義.

甲數爲乙數之幾倍,或爲乙數幾分之幾,如此之關係,名曰甲數對於乙數之比. 甲數曰比之前項(Antecedent),乙數曰比之後項(Consequent),幾倍或幾分之幾曰比值. 以式記之,爲

$$(\text{前項}):(\text{後項})=(\text{比值}),\quad \text{或}\quad \frac{(\text{前項})}{(\text{後項})}=(\text{比值}).$$

如15爲3之5倍,卽15與3之比爲5,可記爲

$$15:3=5.$$

15爲前項,3爲後項,5爲比值.

2. 名數之比.

兩同種類同單位之單名數亦可比,與兩不名數同;惟單名數與不名數,或異種類之兩單名數皆不能比.

如7與5可比,7尺與5尺可比,而7尺與5,或7與5尺皆不能比,7尺與5人亦不能比;以其無倍數及分數之關係故也.

又如言「絹七尺與布五尺之比」亦不可. 何則,若比其長,則言「七尺與五尺之比」已足,毋庸以絹布別之;若比其價,

則當言「絹七尺價與布五尺價之比」,不得脫漏二價字也.

欲比同種類而異單位之單名數,或複名數,可先化爲同單位之單名數而後比之.

如 5 寸與 1 尺比,可化爲 5 寸: 10 寸而後求其值.

又欲求 1 尺 5 寸:1 尺之值,可先化之爲 15 寸:10 寸.

名數之比,其比値必爲不名數,亦與不名數之比同;以比値爲倍數故也.

3. 求比値法.

以後項除前項求其商.

例題一. $24:6=24\div6=4$. 答.

【理由】 求 24:6 之比値,卽求 24 爲 6 之幾倍;故從除之意義(二編),知其爲除.

例題二. 24人:6人=24人÷6人=4. 答.

【注意一】 二比之値相等,則其比相等.

【注意二】 凡同名數之比,可去其單位之名而化爲不名數之比.

例題三. 10人:15人$=10\div15=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$. 答.

例題四. 1里:90步=360步:90步$=360\div90=4$. 答.

4. 比與除之關係.

從上節,可知比與除之關係如下:

比之前項與被除數相當,後項與除數相當.比値與商相當.

由 (被除數)=(除數)×(商),

(除數)=(被除數)÷(商),

可知　(前項)=(後項)×(比值),

(後項)=(前項)÷(比值).

例題一. 一數與6之比為$\frac{2}{3}$,此數若何?

【解】此為求前項,故由$6\times\frac{2}{3}=4$,得4.答.

例題二. 八人與幾人之比為$\frac{4}{5}$?

【解】此為求後項,故由8人$\div\frac{4}{5}=10$人,得10人.答.

5. 比與分數之關係.

由上節及前編2節,可得比與分數之關係如下:

比之前項與分數中分子相當,後項與分母相當,比值與分數之值相當.

由是可得比之定理如下:

【一】以一整數同時乘比之兩項,或除比之兩項,其比值不變.

依此,可將比之形狀化為種種簡約之形.

例題一. 化$\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$為整數之比.

【解】求兩分母之最小公倍數,得12;以乘兩項而行約分,得8:9.答.

例題二. 約簡56:42.

【解】求兩項之最大公約數,得14;以除兩項,得4:3.答.

例題三. 有甲乙丙三數,甲與乙之比爲3:5,乙與丙之比爲7:8. 甲與丙之比若何?

【解一】 因 甲:乙=3:5=3×7:5×7=21:35,

乙:丙=7:8=7×5:8×5=35:40,

故 甲:丙=21:40. 答.

【解二】 因 $(甲:乙)\times(乙:丙)=\frac{甲}{\cancel{乙}}\times\frac{\cancel{乙}}{丙}=\frac{甲}{丙}=甲:丙$,

故 $甲:丙=(3:5)\times(7:8)=\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}=\frac{21}{40}$

$=21:40$. 答.

【注意】 有甲乙之比,乙丙之比,求甲丙之比,可以兩前項之積爲前項,兩後項之積爲後項.

【二】 比之大小,視其比値之大小而定.

例題. 5:7與12:18孰大?

【解】 因 $5:7=\frac{5}{7}=\frac{15}{21}$, $12:18=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}=\frac{14}{21}$,

故 $5:7>12:18$.

6. 正比(Direct Ratio),逆比(Inverse Ratio).

乙數對於甲數之正比,卽爲甲數對於乙數之逆比.

如 $\frac{8}{3}:4$爲$4:\frac{8}{3}$之逆比,而$4:\frac{8}{3}$亦爲$\frac{8}{3}:4$之逆比.

兩逆數之比,亦爲其兩原數之比之逆比.

如 $\frac{1}{4}:\frac{3}{8}$亦爲$4:\frac{8}{3}$之逆比,與$\frac{8}{3}:4$相同;以$\frac{1}{4}:\frac{3}{8}=$

$(\frac{1}{4}\times\frac{32}{3}):(\frac{3}{8}\times\frac{32}{3})=\frac{8}{3}:4$故也.

第一習題

求以下各題之比值[1—4]:

1. $6:\frac{3}{4}$.　　2. $5\frac{1}{3}:3\frac{1}{5}$.

3. 2里4丈:5里20丈.　　4. 1時30分:3時20分.

5. 計時鐘中長短二針行路之比若何?

6. 有矩形之地面,長與廣之比為$2\frac{2}{3}$,已知長78尺.求廣.

7. 有甲乙二地面,甲面積與乙面積之比為$\frac{3}{4}$,而乙面積為1畝110平方步,則甲面積若何?

8. 以$\frac{1}{30000}$之比例縮尺作地圖,圖上甲乙二城相距5尺.求此二地眞實之距離.

9. 金之重為同體積水重之19.2倍.一金塊重五兩四錢,則其同體積之水重若何?

化以下各比為最小整數之比[10—13]:

10. $\frac{7}{12}:\frac{5}{18}$.　11. $\frac{5}{6}:\frac{3}{7}$.　12. 16:40.　13. $5.9:4\frac{4}{5}$.

14. 五角銀幣每枚重三錢六分,中含純銀二錢八分八釐,餘皆為銅.此銀幣中純銀與銅之比若何?作最小整數之比表之.

15. 一事,甲作之,五日可成,乙作之,四日可成,則甲乙每日作事功力之比若何?作最小整數之比表之.

16. 甲所有金對於乙所有金之比為8:9,乙所有金對

於丙所有金之比爲15:16,則甲所有金對於丙所有金之比若何? 以最小整數之比表之.

以下二題中,前後二比孰大孰小?

17. $\frac{2}{3}:\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}:\frac{1}{2}$.　　**18.** $\frac{7}{8}:3\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}:\frac{5}{12}$.

19. 一事,甲作之,三日而成;乙作之,五日而成.

(1) 求甲作成此事所需日數,與乙作成此事所需日數之比.

(2) 求甲作此事之功力,與乙作此事之功力之比.

(3) 證明功力之比,爲日數之比之逆比.

20. 長百里之路,甲乙二人行之:甲每時能行路六里四十五丈,乙每時能行路八里六十丈.

(1) 求甲乙二人每時速度之比.

(2) 求甲乙二人行此全路所需時間之比.

(3) 證此二比互爲逆比.

第二章　比例

7. 比例(Proportion)之意義.

有四數,第一數對於第二數之比,等於第三數對於第四數之比,則謂此四數成比例. 此四數爲比例數,或曰項:第一第四兩項曰外項(Extremes);第二第三兩項曰內項(Means).

如　　　　$8:12=18:27$

爲比例式,亦可記爲　$8:12::18:27$.　(::)讀曰如.

8與27爲外項, 12與18爲內項.

【注意】 在一比例式中,若一比之前項比

後項大,則餘一比之前項亦比其後項大;反之,一比之前項比後項小,則餘一比之前項亦比其後項小

8. 連比例 (Continued Proportion) 之意義.

第一數與第二數之比等於第二數與第三數之比,則謂此三數成連比例. 第二數曰第一,第三兩數之比例中數或比例中項 (Mean Proportional).

9. 比例之定理.

【一】凡一比例式中兩外項之積與兩內項之積必相等.

例. $8:12=18:27$, 則必 $8\times 27=12\times 18$.

【理由】 $\frac{8}{12}=\frac{18}{27}$,

則 $\frac{8}{12}\times 12\times 27=\frac{18}{27}\times 12\times 27$.

故 $8\times 27=12\times 18$.

【二】此兩數之積等於彼兩數之積,則以此兩數作內項,彼兩數作外項,必能列成比例式.

例. $8\times 27=18\times 12$, 則必 $8:12=18:27$.

【理由】 $8\times 27=18\times 12$,

則 $\frac{8\times 27}{27\times 12}=\frac{18\times 12}{27\times 12}$.

故 $\frac{8}{12}=\frac{18}{27}$, 即 $8:12=18:27$.

【注意】　從本節及7節,可得比例式驗誤之法.

10. 比例之變形.

取一正確之比例式,交易其兩內項,或交易其兩外項,或同時交易兩比中之前後兩項,或顚倒兩比之先後,則所得之式仍爲正確之比例式.

例.　$8:12=2:3$ 若爲正確之比例式,

則

$8:12=2:3$,　　$2:3=8:12$,

$8:2=12:3$,　　$12:3=8:2$,

$3:12=2:8$,　　$2:8=3:12$,

$12:8=3:2$,　　$3:2=12:8$,

同時爲正確之比例式;以各式兩內項之積與兩外項之積皆等於24故也.

11. 比例之未知項.

在一比例式中,已知其三數,則可求其第四數. 此所求之一數稱爲比例之未知項,恒以X表之;而求此數,謂之解比例式.

12. 比例之解法.

未知項爲外項之一,則以餘一外項除兩內項之積得之. 未知項爲內項之一,則以餘一內項除兩外項之積得之.

例題一.　解 $16:12=36:x$

【算式】 $x=\frac{12\times36}{16}=27$. 答.

【理由】 因 $16\times x=12\times 36$，則以16除此式兩邊等數，其商亦必相等故 $x=\frac{12\times 36}{16}$. [參觀9節]

例題二. 解 $x:56=11:88$.

【算式】 $x=\frac{56\times 11}{88}=7$. 答.

例題三. 解 $7:56=x:88$.

【算式】 $x=\frac{7\times 88}{56}=11$. 答.

13. 名數之比例.

比例中含名數者，當去其單位之名而後解之.

例題. 解10人：6人＝21.5圓：x圓.

【解】由 $10:6=21.5:x$ [3節注意]， 得 $x=\frac{6\times 21.5}{10}=12.9$.

答. 十二圓九角.

學者於此，當知決不可用 x圓$=\frac{6人\times 21.5圓}{10人}$ 求 x，以6人×21.5圓不合理也.

【注意】 含名數之比例式，不能交易其兩內項或兩外項.

第 二 習 題

1. 驗以下二比例式是否無誤.

$15:105=31:217$. $\frac{5}{6}:8=2:19$.

解以下各題中之比例式：

2. $5:x=24:33$. 3. $\frac{1}{2}:7=6:x$.

4. $2\frac{1}{5}:3\frac{1}{2}=10\frac{4}{5}:x$.　　7. $6\frac{2}{3}:1\frac{1}{3}=20:x$.

5. $x:16=7:63$.　　8. $x:\frac{2}{5}=4\frac{1}{2}:6$.

6. $18:12=x:3$.　　9. 9匹:5匹=x圓:6.1圓.

10. x:184=4里11步:2里3丈1步.

11. 12000圓:$x=\frac{5}{8}:(1-\frac{5}{8})\times\frac{1}{2}$.

12. 15度:156度32分－119度20分=1時:x.

第三章　應用一

單比例

14. 正比例之事例.

例. 米五升價一圓,米一斗價若何?　答. 二圓.
米一斗五升價若何?　答. 三圓.
米二升五合價若何?　答. 五角.

如此米量增幾倍,則價亦增幾倍米量減幾倍,則價亦減幾倍,即前後二價之比,常若前後二米量之正比. 此二種量所成之比例爲**正比例**.

凡同時變化之二種量互以同比變化,則此二種量可成正比例.

有二種量,欲決定能否成正比例,須按事實及慣例以定之,與數學之本體不相涉. 今就恒見之事,舉數例於下,餘則學者可自推之.

(一)凡物以長短,輕重,大小,枚數論價者,其總價與長短輕重,大小,枚數成正比例.

(二)以一定之速行路,則所行路之長與所費之時間成正比例.

以一定之時間行路,則所行路之長與其每時之速成正比例.

(三)以定數之人作事,則作事之多少與作事之時日成正比例.

以定數之人作事,則給錢之多少與作事之時日成正比例.

以定數之人食物,則食物之多少與食物之時日成正比例.

(四)以一定時日作事,則作事之多少與作事者之數成正比例.

以一定時日作事,則給錢之多少與作事者之數成正比例.

以一定時日食物,則食物之多少與食物者之數成正比例.

15. 正比例問題解法.

取成正比例之二種量,令其一種量中前後二數之比等於餘一種量中前後二數之正比,作比例式而解之.

例題一. 米五斗之價為九圓五角. 米七斗之價若何?

【解】 設米七斗之價為x圓,則前後二米量之比為5斗:7斗,前後二米價之比為9.5圓:x圓.

依前節,知此二種量成正比例,故

5斗:7斗=9.5圓:x圓,而$x=\dfrac{7\times 9.5}{5}=13.3$圓.

答. 十三圓三角.

例題二. 一織工二時可織布五尺,則幾時可織布二丈八尺?

【解】 設 x 時可織布二丈八尺,則前後二布長之比爲5尺:28尺,前後二時間之比爲2時:x時.

因此二種量成正比例,故

5尺:28尺=2時:x時, 而 $x=\dfrac{28\times 2}{5}=11.2$.

答. 11時12分.

16. 逆比例之事例.

例. 一事,十二人作之,一日而畢;六人作之,幾日可畢?

答. 二日.

四人作之,幾日可畢? 答. 三日.

二十四人作之,幾日可畢? 答. 半日.

如此人數增幾倍,則日數減幾倍,人數減幾倍,則日數增幾倍,即前後二日數之比恆若前後二人數之逆比. 此二種量所成之比例爲**逆比例**.

凡同時變化之二種量互以逆比變化,則此二種量可成逆比例. 今亦略舉數例於下:

(一)凡物以長短,輕重,大小,枚數論價者,若以定數之錢買之,則其每一單位之價與長短,輕重,大小,枚數成逆比例.

(二)行一定長之路,則所費之時間與其每時之速成逆比例.

(三)作一定之事,則作事者之數與作事之時日成逆比例.

給定數之錢,則作事者之數與作事之時日成逆比例.

食定量之物,則食物者之數與食物之時日成逆比例.

(四)作一定面積之矩形,則其長與廣成逆比例.

(五)作一定體積之直六面體,則其長與廣,深成逆比例;廣與長,深成逆比例;深與廣,長成逆比例.

17. 逆比例問題解法.

取成逆比例之二種量,令其一種量中前後二數之比等於餘一種量中前後二數之逆比,作比例式而解之.

例題一. 一事,三人作之,八日可成;六人作之,幾日而成?

【解】 設六人作之,x日可成,則前後二人數之比爲3人:6人,前後二日數之比爲8日:x日.

依前節知此二種量成逆比例;故

6人:3人=8日:x日, 或 $\frac{1}{3}:\frac{1}{6}:=8:x$.

解之,得 $x=4$. 答. 四日.

例題二. 有銀若干,買每升價一角九分五釐之米可買七斗;買每升價一角八分二釐之米,可買幾何?

【解】 設可買x升,則前後每升米價之比爲195釐:182釐,前後二升數之比爲70升:x升.

因此二種量成逆比例,故

182釐:195釐=70升:x升, 或 $\frac{1}{195}:\frac{1}{182}=70:x$.

解之,得 $x=75$. 答. 七斗五升.

第三習題 A.

用比例解以下各題(學者如能於比例解法之外,更用別法解之,用以互勘而參證則尤善):

1. 一汽車能於四十五分鐘行路十八里,則行 30.6 里需時幾何?

2. 若每時速十二海里之汽船駛行之時間與每時速十四海里之汽船行二百五十九海里者相等,此船能行若干海里?

3. 上等布五匹之價等於下等布八匹之價,則上等布十六匹之價可買下等布幾何? 又下等布十二匹之價可買上等布幾何?

4. 一工匠作一事,作三日半,成全事九分之七. 所餘之事尚須作幾日而成?

5. 一人行路三點鐘能行十里半,則十點鐘能行幾里?

6. 音響 3 秒時能行 1023 米突. 今遙望某兵船升砲,見光 8 秒鐘後始聞砲聲,則彼兵船離此遠幾米突?

7. 某人欲測塔高,先測其影. 塔影長十三丈九尺五寸;同時又測三尺五寸直立棒影之長,得一尺五寸. 求此塔之高.

8. 有銀若干,買每尺價八角四分之綢,可得六尺五寸;買每尺價九角一分之綢,則得幾何?

9. 一路,以每日六里之速度行之,九日而畢;以每日四里半之速度行之,需日幾何?

10. 一事,甲作之,六日而成;乙作之,八日而成. 今令乙作六日,可作事之幾何?

11. 有二矩形之地面,其面積相等. 已知一矩形長35丈,廣48丈,而餘一矩形長42丈,其廣若何?

12. 有米若干,若干人食之. 若每人每日平均食米五合,則可食三十六日;若每人每日平均食米四合五勺,則可食幾日?

13. 米數及人數如前題. 設食四十五日而此米盡,則每人每日平均食米幾合?

14. 工兵三十五人築一砲臺,八十日可畢. 今欲於五十六日畢工,則須用工兵若干人.

18. 經度(Degrees of Longitude).

經過地球南北兩極而環繞地面之圓周,皆曰經綫(Longitude);其經過某地者,曰某地之經綫或子午綫(Meridian). 不過兩極而居兩極之間之圓周曰赤道;平行於赤道之小圓周,皆曰緯綫(Parallels of Latitude).

二經綫間之角度曰經度,以此二經綫所截赤道或緯綫之弧定之.

二緯綫間之角度曰緯度,以此二緯綫所截經綫之弧定之.

經過英國格林威契(Greenwich)天文臺之經綫,其經度爲零;各經綫與此經綫間之角度,曰其經綫之經度. 自格林威契而東,爲東經綫(略曰東經),其西爲西經綫(略曰西經),各一百八十度.

赤道之緯度爲零;各緯綫與赤道間之角度,曰其緯綫之緯度. 自赤道而北,爲北緯綫(略曰北緯),其南爲南緯綫(略曰南緯),各九十度.

今就經過我國各省城之經緯綫,將其度數列表於下:

直隸省城保定	北緯38度53分	東經115度28分

山東省城	濟南	北緯36度42分	東經117度15分
安徽	安慶	30度36分	117度 6分
山西	太原	37度53分	112度29分
陝西	西安	34度 5分	108度50分
甘肅	蘭州	36度 2分	103度48分
四川	成都	30度42分	104度 6分
貴州	貴陽	26度18分	106度40分
雲南	雲南	25度15分	102度48分
廣東	廣州	33度12分	113度17分
江西	南昌	28度30分	115度50分
廣西	桂林	25度16分	110度18分
湖北	武昌	30度35分	114度46分
湖南	長沙	28度22分	112度50分
河南	開封	34度53分	114度40分
福建	福州	26度 7分	119度18分
浙江	杭州	30度15分	120度16分
江蘇	江寧	32度 3分	118度53分
奉天	奉天	41度54分	123度58分
吉林	吉林	43度52分	126度53分
黑龍江	龍江	47度28分	124度 6分
蒙古	庫倫	48度	107度
新疆	迪化	43度27分	88度28分
西藏	拉薩	29度48分	91度 5分

又經過世界各大都會之經緯綫,其度數如下:

北京	北緯39度53分	東經116度29分
上海	31度13分	121度27分
漢口	30度35分	114度18分

天津	北緯39度 8分	東經117度16分
倫敦	51度32分	西經 0度 5分
柏林	52度31分	東經 13度23分
巴黎	48度50分	2度20分
東京	35度43分	139度40分
紐約	41度 6分	西經 74度

19. 經差.

兩地經綫度數之差曰經差. 若兩地之經綫皆為東經綫或皆為西經綫,則其經差可用減法得之;若一為東經綫而一為西經綫,則其經差可用加法得之.

例題一 有兩地,一在東經 156 度 32 分(卽東經綫之 156 度32分)之處,一在東經 119 度20 分之處. 求此兩地之經差,

【算式】 156度32分－119 度20分＝37度12分. 答.

例題二. 華盛頓在西經77度4分(卽西經綫之77度4分)之處.求其與北京之經差.

【算式】 116度29分＋77度4分＝193度33分. 答.

20. 地方時及標準時.

地球向太陽自轉,則太陽正照各地經綫之時刻不同;故甲地時刻不能行於乙地;名之曰地方時. 今日歐美諸國為交通便利起見,劃分若干區域,每區通用一種時刻,名之曰標準時(Standard Time);茲列其表於下:

子午綫	標準時名	通用之各地
0度	西歐時	英，比，和蘭．
東經15	中歐時	哪威，瑞典，丹墨，德，意，奧，瑞士．
30	東歐時	君士坦丁堡，東歐諸小國，非洲英屬．
120	西澳時	澳大利亞洲西部．
150	東澳時	澳大利亞洲東部．
西經75	東美時	北美洲 東部
90	中美時	北美洲 中部
105	落基山時	北美洲 西部(落基山之東)
120	太平洋時	北美洲 西部(落基山之西)

我國幅員甚廣而標準時尚未定． 今比照歐美之例擬一標準時如下：

子午線	標準時名稱	通用區域
東經75度	西邊時	東經$82\frac{1}{2}$度以西
90度	西部時	自東經$82\frac{1}{2}$度至$97\frac{1}{2}$度
105度	中央時	自東經$97\frac{1}{2}$度至$112\frac{1}{2}$度
120度	東部時	自東經$112\frac{1}{2}$度至$127\frac{1}{2}$度
135度	東邊時	東經$127\frac{1}{2}$以東

21. 時差．

地球自西向東自轉一周所需之時間為一日，而一日有二十四小時，一周為三百六十度；故地球於 24 時轉 360 度． 當地球轉至太陽正照某經線時，則在此經線上之地卽為正午，而在其東者為午

後，午其西者爲午前(皆指地方時)；故各地時刻，視其地之經綫而定，而其時刻之差，稱曰時差。

22. 經差時差互求法.

360度與兩地經差之比等於24時與其時差之比.

例題一. 有甲乙二地，甲地一點鐘時，乙地三點二十八分四十八秒. 已知甲地之經度(卽甲地經綫之度)爲東經119度20分(卽東經綫之119度20分). 乙地之經度若何?

【解】 兩地之時差爲

3時28分48秒−1時=2時28分48秒

$$=2\frac{28\frac{48}{60}}{60}\text{時}=2\frac{12}{25}\text{時}.$$

由 24時 : $2\frac{12}{25}$時=360度 : x度，

得 $x=37\frac{1}{5}$度=37度12分，爲兩地之經差.

因乙地之時刻在甲地前，故知乙地在甲地之東，而乙地之經度爲東經119度20分+37度12分=156度32分. 答.

例題二. 德國柏林在東經13度23分之處，美國華盛頓在西經77度4分之處. 當柏林十一點鐘之時，華盛頓之時刻若何?

【解】 兩地之經差爲

13度23分+77度4分=90度27分=$90\frac{27}{60}$度=$90\frac{9}{20}$度.

由360度：$90\frac{9}{20}$度＝24時：x時，得$x=6\frac{3}{100}$時≒6時1分48秒，為兩地之時差．

因華盛頓在柏林之西，則華盛頓之時刻在柏林後，

故由　11時－6時1分48秒＝4時58分12秒，

得華盛頓此時為午前四點鐘後58分12秒．

第三習題 B.

1. 我國極東吉林東境在東經136度35分之處，極西葉爾羌西境在東經72度12分之處．此兩地之時差幾何？

2. 朝鮮京城在東經126度57分之處．我國京師十二點鐘時，朝鮮京城之時刻若何？

3. 德國柏林之時刻比俄國聖彼得堡之時刻後一時八分，則聖彼得堡之經度若何？

4. 土耳其都城君士坦丁之地方比巴黎之地方時前一時四十六分，則君士坦丁之經度若何？

5. 一地之晝夜，與我國京師全反，則此地之經度若何？

6. 有人在東經135度31分之地較準一表之時刻，攜往某地，當此地正午時視其表正指午前11時39分4秒之處．已知此表初未有遲速之誤，求其地之經度．

23. 雜例.

例題一．光去光源愈遠，則光愈弱，而其強弱與距離之平方成逆比例．今有一燈照離燈四尺之物，其光力為45；若以此燈移於離物三尺之處，則其光力若何？

【解】 設所求之光力為x，則前後二光力之比為$45:x$，前

後二距離平方之比爲$4^2:3^2$.

依題可得比例式 $3^2:4^2=45:x$.

$\therefore$ $x=80$. 答.

例題二. 一人出外旅行預備每日用錢三圓五角. 攜十八日之旅費出,行後每日乃用四圓,則此人所攜旅費足用幾日?

【解】 設所攜旅費足用x日,則前後二日數之比爲$18:x$,

前後每日用費之比爲$35:40$.

因此二種量成逆比例,故可得$40:35=18:x$,

而$x=15\frac{3}{4}$. 答. $15\frac{3}{4}$日.

或由 4圓$\times\frac{3}{4}=3$圓而得如下之答. 答. 行15日餘3圓.

例題三. 兵1500人戍一寨,備30日之糧. 經12日,遣去其300人. 餘糧以餘兵食之,足食幾日?

【解】 先就題意改本題爲1500人食$(30-12)$日之糧,使$(1500-300)$人食之,可食幾日.

由是得$(1500-300):1500=(30-12):x$.

$\therefore x=22\frac{1}{2}$日. 答.

例題四. 兔在犬前一百三十丈,犬追之,兔逃二丈時犬可追五丈. 求兔逃幾丈後被犬追及.

【解】 因兔逃二丈時犬可追上五丈,故可由題意得比例式. 5丈:130丈=2丈:x丈. 由是$x=52$丈. 答.

例題五. 自甲地至乙地鐵路之長爲324哩. A火車自甲向乙,B火車自乙向甲,同時起行,經六時而相會. 已知A火車每時間比B火車每時間多行16哩. 求此二火

車每時之速度.

【解】設二火車每時共行x哩,則由

6時$:1$時$=324$哩$:x$哩,可得$x=54$哩.

今已知兩火車每時速度之和爲54哩.依題又矣兩火車每時速度之差爲16哩.由此可知

A車每時之速度爲$\frac{54+16}{2}=35$哩,

B車每時之速度爲$\frac{54-16}{2}=19$哩.

例題六.一人有甲乙二表.甲表每十二時中走快七秒,乙表每十二時中走慢六秒.此兩表皆於正午時核正時刻.經幾時間,此兩表上所示時刻之差可爲半時?又此時兩表上所示之時刻各若何?

【解】兩表中所示時刻在十二時間差13秒,在一日間差26秒.過間在幾時間差30×60秒,故由比例式

26秒$:(30\times 60)$秒$=1$日$:x$日,

得$x=\frac{900}{13}$日$=69$日5時32分$18\frac{6}{13}$秒,爲所求之時間

甲表中所示之時刻當在正時前

$(\frac{900}{13}\times 14)$秒$=969\frac{3}{13}$秒$=16$分$9\frac{3}{13}$秒,

故其所示之時刻當爲午後5時48分$27\frac{9}{13}$秒.

乙表中所示之時刻當在正時後

$(\frac{900}{13}\times 12)$秒$=830\frac{10}{13}$秒$=13$分$50\frac{10}{13}$秒,

故其所示之時刻當爲午後5時18分$27\frac{9}{13}$秒.

第三習題 C.

1. 牧童刈草,六童刈之,一日可刈半畝· 今欲一日刈三畝當用若干牧童?

2. 茶商買茶十二斤四兩,費錢五圓四角八分八釐;後賣去七斤二兩,得錢三圓六角四分八釐· 獲利幾何?

3. 新築寺院,每日用工匠六十四人,則百三十日可築成· 今欲八十日成之,則須增工匠幾人? 又若增工匠十六人,則幾日可成?

4. 麥酒八瓶,清酒一斗二升之價相等· 今有麥酒七十四瓶,清酒一斗八升,欲悉易清酒,則可得幾何? 又若悉易麥酒,則如何?

5. 礮兵七百人守一壘,有二年又四個月之糧食· 今復增礮兵二百八十人,則此糧食可支幾時?

6. 鐘擺之長與每次擺動時間之平方成正比例。 今長9吋之鐘擺每秒擺動一次,則三秒擺動一次之鐘擺長幾何?

7. 重體下墜時之速度與其經過之時間成正比例. 今有一物體自上下墜,在其墜後之第二秒時,墜速爲三十二呎,則在其墜後之第六秒時,墜速幾何?

8. 圓之面積與其半徑之平方成正比例. 今有一圓,半徑長10尺,面積爲314.159平方尺,則半徑長7尺之圓面積若何?

9. 圓周與半徑成正比例. 今直徑長113尺之圓周約長355尺,則半徑長3.5尺之圓周,其長若何?

10. 球之體積與其半徑之立方成正比例. 今半徑長一尺之球,其體積爲4.188立方尺,則半徑長三尺之球,其體若何?

11. 音去音源愈遠,則音愈弱,而其强弱與距離之平方成逆比例. 今聽離此五尺之處所發之音,其强爲48,若再遠五尺聽之,其强若何?

12. 華氏攝氏兩種寒暑表中冰點以上度數之比等於180度與100度之比. 已知銀之熔解點爲華氏之873度,在攝氏表中爲幾度?

13. 華氏列氏兩種寒暑表中冰點以上度數之比等於180度與80度之比. 已知水銀之燃燒點在列氏寒暑表中爲$144\frac{4}{9}$度,在華氏寒暑表中若何?

14. 工匠四人合力作工十五時,三人合力作工十二時,八人合力作工三時,共得工資四圓二角. 今有工匠一人,每日作工十一時,共作六日,則其所得工資幾何?

第四章 應用二

複比例

24. 複比 (Compound Ratio) 之意義.

有數比,以其各前項積爲前項各後項積爲後項作一新比,則此新比曰原數比之複. 比如 $(3\times7\times21):(5\times8\times34)$ 爲 3:5,7:8,21:34之複比,可記爲

$$\left.\begin{matrix}3:5\\7:8\\21:34\end{matrix}\right\}\text{或}\left\{\begin{matrix}3:5\\7:8\\21:34\end{matrix}\right.$$

以前所言之比,對於複比而言,稱爲**單比** (Simple Ratio).

25. 複比之定理.

【一】複比之比值等於其中所有諸比比值之積.

例. $(3\times7\times21):(5\times8\times34)$之比值爲

$$\frac{3\times7\times21}{5\times8\times34}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}\times\frac{21}{34}.$$

【二】複比之兩項中若有公約數,則可約而簡之.

例.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}:\dfrac{5}{\underset{2}{\cancel{8}}}\\[2ex] \underset{2}{\cancel{6}}:\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{9}}\end{array}\right\}=(2\times2):(5\times1)=4:5.$$

【三】有諸名數之比,欲求其複比,可先化爲不名數之比而後求之.

例.

$$\left.\begin{array}{l}5\text{日}:8\text{日}\\ 6\text{人}:10\text{人}\\ 8\text{時}:7\text{時}\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{l}5:8\\ 6:10=3:7.\\ 8:7\end{array}\right.$$

26. 複比之應用.

例題一. 有甲乙二工人,甲日得工資七角,乙日得工資六角. 求甲於十八日乙於二十八日間所得工資之比.

【解】 甲十八日工資爲7×18角,乙二十八日工資爲6×28角. 故所求甲,乙工資之比爲$7\times18:6\times28$,即

$$\left.\begin{matrix}7:6\\18:28\end{matrix}\right\}=\frac{7}{6}\times\frac{18}{28}=\frac{3}{4}.$$ 答.

【注意】 本題之複比,可由下理推得.

每日所得之工資同,則工資總數之比等於作工日數之比;作工之日數同,則工資總數之比等於每日所得工資之比.每日所得工資與作工日數皆不同,則工資總數之比等於每日所得工資之比與作工日數之比之複比.

凡應用問題之複比,皆當仿此求之.

例題二. 甲乙兩地面積之比爲 4:3,雇用工匠開墾之,兩處每日所用工匠人數之比爲 6:5. 今墾畢此兩地,其所需日數之比若何?

【算式】 $$\left.\begin{matrix}4:3\\5:6\end{matrix}\right\}=10:9=\frac{10}{9}.$$ 答.

【理由】 人數同,則日數之比等於土地面積之比;地積同,則日數之比等於人數之比之逆比; 今人數與地積皆不同,故日數之比等於地積正比及人數逆比之複比.

第四習題 A.

1. 有矩形之地面二塊,其長之比爲6:4,廣之比爲5:3,則其面積之比若何?

2. 米三石之價等於麥五石之價. 今買米麥各若干,

已知其石數之比如6:4,則其總價之比若何?

3. 有甲乙二人,甲七步之長等於乙八步之長,而甲行十步時乙可行十一步,則甲乙步行速度之比若何?

4. 鳩於二時十五分間飛行二十四里,鷲於一時間飛行七里. 二者速度之比若何?

5. 有二分數,其分子之比如3:5,分母之比如9:20,則其數值之比若何?

6. 茶四斤與米三升之價等,米一斗與砂糖十二斤之價等,則茶每斤價與砂糖每斤價之比若何?

7. 男工每人每日工資與女工每人每日工資之比如7:4,則男工二十人於十五日間所得工資與女工三十人於二星期間所得工資之比若何?

8. 甲九日可成之事,乙作之,六日而成,則甲十五日中所作之事與乙十二日中所作事之比若何?

9. 電車每時行八里,自轉車每時行四里半,則電車行二十里之時間與自轉車行十五里之時間,二者之比若何?

10. 甲乙二人合資營一商業,甲先出資本一萬五千圓,經二月後,乙乃出資本二萬圓,又經八月,共計獲利若干,則此所獲之利,二人當以若何之比分之.

27. 複比例(Compound Proportion)之意義及定理.

一比與諸比之複比相等,則謂此諸比中之數成複比例.

凡同時變化之諸種量,互以同比或逆比變化,則此諸種量可成複比例.

以前所言之比例,對於複比例而言,名之曰單比例(Simple

Proportion).

複比例之定理與單比例相同,卽諸內項之積與諸外項之積相等.

例. $\left.\begin{array}{r}7:6\\9:35\end{array}\right\}=120:x$, 卽 $(7\times9):(6\times35)=120:x$;

故 $7\times9\times x=6\times35\times120$.

由此可知複比例之解法與單比例之解法相同.

例題. 解 $\left.\begin{array}{r}5\text{石}:3\text{石}\\6\text{石}:4\text{石}\end{array}\right\}=96\text{圓}:x\text{圓}$.

【解】 所求者爲一外項,以其餘諸外項之積除諸內項之積可得之. 故

$$x\text{圓}=\frac{3\times4\times96\text{圓}}{5\times6}=\frac{192}{5}\text{圓}=38.4\text{圓}.\ \text{答}.$$

28. 複比例問題解法.

先以所求之數與其同種類之已知數作比例之第四第三項;其餘每種皆有二數,視其與前二數成正比例抑逆比例,分作比例之第一第二項. 後解比例式以求未知項.

例題一. 米七十五袋,每袋容四斗二升,從甲地運至乙地,得運費二十圓六角. 今有米八十四袋,每袋容四斗五升從甲地運至乙地,可得運費幾何?

【解】 袋數 $75 \longrightarrow 84$

容量 $42\text{升} \longrightarrow 45\text{升}$

運費 2060分 $x\text{分}$

$\left.\begin{array}{r}75:84\\42:45\end{array}\right\}=2060:x$.

$$\therefore x=\frac{84\times45\times2060}{75\times42}$$

$$=24.72.$$

答．二十四圓七角二分．

【理由】　每袋之容量相同,則運費與袋數成正比例;袋數相同,則運費與每袋之容量成正比例.今每袋容量與袋數皆不相同,故運費與袋數及每袋容量成上之複比例．

【註】　袋數,容量下之——→,所以表明其與三四兩項成正比例者．遇有與三四兩項成逆比例者,用←——表之．

例題二．兵四百八十人,百日間可食米三百二十石．今有兵五百五十人,則幾日間可食米四百石?

【解】

人數　480　550
　　←——
日數　100　x
石數　320　400
　　——→

$$\left.\begin{array}{l}550:480\\320:400\end{array}\right\}=100:x.$$

$$\therefore\quad x=\frac{480\times400\times100}{550\times320}=\frac{1200}{11}=109\frac{1}{11}.$$

答．$109\frac{1}{11}$日．

例題三．掘溝長100尺,廣4尺,深9尺,4人掘之,6日而成．今又掘一溝,廣5尺,深8尺,10人掘之,16日而成,則此溝之長若何?

【解】

長　100尺　x尺
廣　4尺　5尺
　　←——
深　9尺　8尺
　　←——

人數　4　10
　　——→
日數　6　16
　　——→

$$\left.\begin{array}{l}5:4\\8:9\\4:10\\6:16\end{array}\right\}=100:x. \quad \therefore x=\frac{4\times9\times10\times16\times100}{5\times8\times4\times6}$$

$$=600.$$

答. 長600尺.

第四習題 B.

1. 有甲乙二工,甲工每日作工十四時,作八日,得工資五圓六角;乙工每日作工十二時,作十八日,得工資幾何?

2. 馬二頭,六個月中食費一百八十圓;馬五頭,十個月中食費幾何?

3. 牛五十頭,四日間食麥五石六斗. 今以麥二十四石五斗飼牛,食十二日而盡,則牛數幾何?

4. 甲九日中所作之事,乙六日中可作成之. 甲於十五日中成某事三分之二,乙於十二日中能成其事之幾何?

5. 一男工一女工每日工資之比為7:4. 今二十男工於十五日間得工資一百零五圓,則三十女工於二星期間得工資幾何?

6. 有二水槽,其長之比為4:5,廣之比為7:6,深之比為3:4. 今以一水管注水入第一槽中,歷四時四十分而水滿;若以此管注水於第二槽中,需時幾何?

7. 有工兵築壘,壘長九十五丈,厚一丈二尺,高九尺,每日作工八時,二十四人築之,十八日而畢. 今欲再築一壘,長三百八十丈,厚九尺,高六尺,每日作工十二時,命幾人築之,二十四日可畢?

8. 一事,命二十人作之,每日作八時,預計九個月可成. 今於從事六個月後,又增二十四人,且令每日較前多作二

時,則此事再經幾時而告成?

9. 一大人一童子同在一路行走,大人行三步時童子行二步,而大人三步之長與童子五步之長相等,則大人行一里時,童子行路幾何? 又大人於一點鐘中所行之路,童子當行幾時?

10. 有互相啣合之甲乙二齒輪,甲輪有齒十八,乙輪有有齒十六. 甲輪於一分十六秒鐘旋轉十六周,則乙輪於三分十秒鐘旋轉幾周?

11. 甲五日所作之工,等於乙八日所作之工. 今有一事,甲作120日,成其$\frac{2}{5}$,餘事甲乙共作之,尚需幾日而事成?

12. 有三船,甲船速度與乙船速度之比如 4:5,而乙船於五時間行路五十二浬,丙船於六時間行路七十八浬,則甲船於二十五日間所行之路,丙行之,需幾日?

第五章 應用三

連鎖比例

29. 連鎖比例之意義.

知第一量與第二量之關係,第二量與第三量之關係,第三量與第四量之關係等,以求其最後一量與第一量之關係,是曰連鎖比例.

30. 連鎖比例問題解法.

先列未知項,以其等價之量並列於右,同種之量斜列於左. 次列其餘諸已知量,凡等價者皆並列之,同種類者皆不同行. 後以左行

諸量之數相乘之積,除右行諸量之數相乘之積,得未知項.

例題一. 米三石之價等於麥十石之價,麥七石之價等於蠶豆三石之價,則米三石五斗之價,等於蠶豆幾石之價?

【解】

$$\begin{array}{lll} \text{蠶豆}\ x\ \text{石} & \longrightarrow & \text{米}\ 3.5\ \text{石} \\ \text{米}\ \ 3\ \text{石} & \longleftrightarrow & \text{麥}\ 10\ \text{石} \\ \text{麥}\ \ 7\ \text{石} & \longleftrightarrow & \text{蠶豆}\ 3\ \text{石} \end{array} \qquad \therefore\ x=\frac{3.5\times10\times3}{3\times7}=5.$$

答. 五石.

【理由】 因麥 7 石價 $=$ 蠶豆 3 石價,

則 麥 1 石價 $=$ 蠶豆 $\frac{3}{7}$ 石價.

又 米 3 石價 $=$ 麥 10 石價,

則 米 1 石價 $=$ 麥 $\frac{10}{3}$ 石價,

$=$ 蠶豆 $\frac{10\times3}{3\times7}$ 石價.

又蠶豆 x 石價 $=$ 米 3.5 石價.

$=$ 蠶豆 $\frac{3.5\times10\times3}{3\times7}$ 石價,

故 $x=\frac{3.5\times10\times3}{3\times7}$.

【注意一】 連鎖比例為複比例中之特別者,左行諸數皆為外項,右行諸數皆為內項.

【注意二】 在連鎖比例式中,同種之量當為同單位之單名數.

例題二. 德幣二十馬克當法幣二十五佛郎,法幣二十四佛郎當英幣一鎊,英幣五鎊當我國四十七圓,則德幣六十馬克當我國銀幣若干圓.

【解】

x 圓 → 60馬克
20馬克 ↔ 25佛郎
24佛郎 ↔ 1 鎊
5 鎊 ↔ 47圓

$$\therefore x=\frac{60\times25\times1\times47}{20\times24\times5}$$

$$=\frac{235}{8}=29.375.$$

答. 29圓3角7分5釐.

例題三. 有甲乙丙三旅人,甲乙速度之比如 3:4, 乙丙速度之比如 5:6, 則丙行20日之路,甲行之,當行若干日?

【解】 行一定長之路,則所費之時間與速度成逆比例.

今 速度之比 故 日數之比
(甲)3:(乙)4 (甲)4:(乙)3
(乙)5:(丙)6 (乙)6:(丙)5

由是 甲 x 日 → 丙20日
丙5日 ↔ 乙 6 日
乙3日 ↔ 甲 4 日

$$\text{而 } x=\frac{20\times6\times4}{5\times3}$$

$$=32.$$

答. 32日.

第五習題

1. 酒五升之價等於茶五斤之價,茶八斤之價等於糖三十斤之價,糖七斤之價等於米八升之價,則酒2.8石之價等於米幾何之價?

2. 海關尺一尺合營造尺1.119尺,而營造尺3.125尺,合米突尺一尺,則海關尺一尺當米突尺之幾何?

3. 一海里(節浬)約當我國三里七十七步,而一米突當我國三尺一寸二分五釐. 地球子午線之長約為四千萬米突,則地球子午線長幾海里?

4. 庫平足銀七錢二分等於銀圓一圓,庫平足銀八兩四錢等於英一鎊,則英幣六鎊合我國銀圓幾何?

5. 鉛筆五枝之價等於水筆三枝之價,水筆七枝之價

等於墨二錠之價,墨三錠之價等於硯一個之價. 今硯一個之價爲八角四分,則鉛筆一枝之價幾何?

6. 一米突尺合我國三尺一寸二分五釐,合日本三尺三寸,而日本以12960尺爲一里,則日本一里與我國之幾里幾丈幾尺相當?

7. 柿二十四個之價等於梨八個之價,林檎六個之價等於蜜柑二十七個之價,而梨每個之價與林檎等. 今柿一個之價爲一分,則蜜柑一個之價幾何?

8. 有醬油三種,比較其每升之價,則上種$\frac{1}{15}$當中種$\frac{1}{4}$,中種$\frac{1}{6}$當下種$\frac{1}{5}$. 今以上種四升之價購下種,則可購得若干升?

9. 有四工匠,比較其力,則甲與丙如3:4,丙與丁如25:6,乙與丁如1:1.2. 今甲於二十日間所作之事,令乙作之,幾日可成?

10. 比較甲乙丙丁四人之田產,則甲比乙如9:4,乙之12倍與丙之15倍相當,丙之$\frac{1}{2}$與丁之$\frac{1}{3}$相當. 已知丁所有之田爲76畝,則甲所有之田爲幾畝?

第六章　應用四

配分

31. 連比(Continued Ratio)之意義及宗理.

二數以上連續之比曰連比.

如甲數對於乙數之比爲2:3,乙數對於丙數之比爲3:4,則甲數對於丙數之比顯爲2:4,而甲數:乙數:丙數三者之

連比爲2:3:4.

連比可以一整數乘其諸項或除其諸項而簡約之. 【參觀5節】

例題一. 簡約30:45:60.

【解】 以諸項之最大公約數15除之,得2:3:4.

例題二. 簡約$1:1\frac{1}{2}:2\frac{2}{3}:3\frac{3}{4}$.

【解】 先化諸帶分數爲假分數,得$1:\frac{3}{2}:\frac{8}{3}:\frac{15}{4}$;

再以諸分母之最小公倍數12乘諸項,得12:18:32:45.

32. 求連比法.

例題. 有甲,乙,丙三數,甲對於乙之比爲2:3,乙對於丙之比爲4:5. 求此三數之連比.

【解】 甲:乙=2:3, 乙:丙$=4:5=(4\times\frac{3}{4}):(5\times\frac{3}{4})=3:\frac{15}{4}$.

$\therefore$ 甲:乙:丙$=2:3:\frac{15}{4}=(2\times4):(3\times4):(\frac{15}{4}\times4)$

$=8:12:15$. 答.

【別解】 與乙數相當之二個數爲3及4,其最大公約數爲1.

	甲		乙		丙
	2	:	3		
			4	:	5
4÷1=4,以4乘第一比,得	8	:	12		
3÷1=3,以3乘第二比,得			12	:	15
故得連比爲	8	:	12	:	15 答.

第六習題 A.

1. 簡約以下各連比:

(a) $48:32:80$. (b) $1:1.6:2:2.25$.

(c) $\frac{5}{6}:\frac{7}{8}:\frac{11}{20}$. (d) $\frac{7}{9}:21:3\frac{4}{15}$.

2. 有上中下之筆三種,其各一枝之價値之比,上與中如 5:3,中與下如 9:5. 求各一枝價値之連比.

3. 有甲乙丙工匠三人,甲作某事五分之四時乙可作其六分之五,乙作此事四分之三時丙可成其二分之一. 求此三人能力之連比.

4. 男子每日工資對於女子每日工資之比如 8:5,女子每日工資對於童子每日工資之比如 7:3,求男子五日,女子六日,童子七日間工資之連比(每日工資與日數之複比).

53. 配分 (Division into Proportional Parts).

分一物作若干份,令其各份之連比等於所設之連比,名曰比例配分,略曰配分.

例題一. 以 4:5:6 之比,分 60 爲三部份.

【解】因 $4+5+6=15$,

則
$$\left.\begin{array}{ll} 15:4=60:x, & x=16 \\ 15:5=60:x, & x=20 \\ 15:6=60:x, & x=24 \end{array}\right\}\text{答.}$$

【驗】$16+20+24=60$,而 $16:20:24=4:5:6$.

例題二. 甲乙丙三人分銀七千圓,甲所得之二分之一等於乙所得之三分之一,乙所得之四分之一等於丙所得之五分之一. 求各人所得之數.

【解】由

$$\begin{array}{cccc} 甲 & 乙 & 丙 \\ \frac{1}{3} & : \frac{1}{2} & \\ & \frac{1}{5} & : \frac{1}{4} \\ \hline \end{array}$$

得三人所得數之連比為$\frac{1}{15}:\frac{1}{10}:\frac{1}{8}=8:12:15$,而

$8+12+15=35$.

故得$35:8=7000$圓$:x$圓, x圓$=1600$圓;

$35:12=7000$圓$:x$圓, x圓$=2400$圓;

$35:15=7000$圓$:x$圓, x圓$=3000$圓.

答. 甲得1600圓,乙得2400圓,丙得3000圓.

34. 合股算法.

若干人共出資以營業曰合股(Partnership),其團體曰公司(Company),出資之人曰股東(Shareholders),公司所有曰資本(Assets),所負曰負債(Liabilities).

凡公司之盈虧,皆股東分攤之,其分攤之法,依各股東投資之多少及入股之先後比例配分.

例題. 甲乙丙三人合資營業. 甲出資本六百圓經八個月;乙出資本五百圓經七個月;丙出資本一千圓經五個月. 今獲利三百三十二圓五角,則每人應分得幾何?

【解】因股東應得利益之比等於其所投資本之比及時間之比之複比,則三人所得利益之連比當為

$$\left.\begin{array}{l}600\text{圓}:500\text{圓}:1000\text{圓}\\ 8\text{月}:7\text{月}:5\text{月}\end{array}\right\}=(600\times 8):(500\times 7):(1000\times 5)$$
$$=48:35:50.$$

以利益332.5圓依此連比分配.則從$48+35+50=133$,

得 $$\left.\begin{array}{ll}133:48=332.5:x, & x=120\,(\text{圓})\cdots\cdots\text{甲}\\ 133:35=332.5:x, & x=87.5\,(\text{圓})\cdots\cdots\text{乙}\\ 133:50=332.5:x, & x=125\,(\text{圓})\cdots\cdots\text{丙}\end{array}\right\}\text{答.}$$

第六習題 B.

1. 以比$7:3$混合上下二等酒,合成中等酒三斗. 上等酒與下等酒各用幾何?

2. 工師三人合作一事,共得工資二十九圓七角五分,三人依作工之日數比例配分. 已知甲作十五日,乙作十二日,丙作八日. 求此三人各得之數.

3. 有甲乙丙丁士木作四幫,合作一事:甲作其三分之一;乙作其四分之一;丙作其九分之二;丁作其餘. 今此事之工費共二萬二千三百二十圓,則此工費當如何分配?

4. 某火車站調查一日中下車之客數,得四千六百七十五人,其中三等車坐客數與二等車坐客數之比如$10:3$,二等車坐客數與頭等車坐客數之比如$4:1$. 求各等車中坐客之數.

5. 雞卵大者三個之價等於中者四個之價,中者五個之價等於小者六個之價. 今買此雞卵,計大中小各一百八十個,共價八圓五角五分. 求其中各種雞卵每個之價值.

6. 兄十二歲,弟九歲,妹八歲. 以某種菓子九十二個分給此三人,各人所得之數與其歲數成逆比例. 求各人

所得之數.

7. 有書記生甲乙丙三人,甲寫五字時乙可寫四個半字,乙寫四字時丙可寫三個半字. 今三人分寫一書,同起同止,計甲比丙多寫八十五字,則此三人所寫字數共幾何?

8. 甲出資本五百圓營業,四個月後,乙又投資三百圓,計自開張後半年間獲利一百八十圓. 此所獲之利,二人當如何分派?

9. 甲出資本一萬圓營業;二個月後,乙亦投資五千圓;再經三個月,甲以其資本中之三千圓轉讓於丙. 經營一年後,從所獲利益中提出三千四百圓,三人分之,則此三人各應分得幾何?

10. 某銀行對於職員獎賞,定二種之標準:一依職員薪俸之數分甲乙丙三級,其賞銀之比如3:2:1;一依職員之勞績分上中下三等,其賞銀之比如5:3:1. 合此二比,得各等級賞銀之比如下列之複比:

甲	甲	甲	乙	乙	乙	丙	丙	丙
上	中	下	上	中	下	上	中	下
3 :	3 :	3 :	2 :	2 :	2 :	1 :	1 :	1
5 :	3 :	1 :	5 :	3 :	1 :	5 :	3 :	1

今以賞銀五千圓,依此比分與甲上二人,甲中三人,乙上五人,乙中十人,乙下五人,丙上一人,丙中二人,則各等級每人可得幾何? 但甲乙二級之人不給未滿一圓之零數,以其所餘者,平均加給丙級之人.

第七章　應用五

混合

35. 混合(Alligation).

配分之反曰混合.

混合問題約分二種:一知諸原料混合分量之比求混合物每單位價;二預定混合物每單位價,求所混合諸原料分量之比.

36. 第一種混合題.

例題. 每升價八角之酒與每升價六角之酒,依3:2之比混合之,可得每升價幾何之酒?

【算式】

$$\begin{array}{r} 80\text{分}\times 3 = 240\text{分} \\ 60\text{分}\times 2 = 120\text{分} \\ \hline 5)\ 360\text{分} \\ \hline 72\text{分} \end{array}$$

答. 七角二分.

【理由】混合實在之升數,設第一種酒爲3升之甲倍,則第二種酒當爲2升之甲倍,而混合酒實在之升數爲5升之甲倍. 故混合酒之總價當爲360分之甲倍. 因混合酒每升之價爲5之甲倍除360分之甲倍所得之商,故卽爲5除360分所得之商.

第七習題 A.

1. 每斤價四角之茶葉與每斤價七角之茶葉,依7:5之比混合之,可得每斤價幾何之茶葉?

2. 每升價六角八分之酒,每升價四角五分之酒,與水三者依連比3:2:1混合之. 求混合所得酒每升之價.

3. 成色0.95之生銀,成色0.8之生銀,與成色0.75之生銀以7:2:1之連比熔合之,則可得成色幾何之生銀?

37. 第二種混合題.

例題一. (A)欲以每升價八角之酒與每升價六角之酒混合,造成每升價七角二分之酒. 求此二種酒混合量之比.

【算式】

混合價	原價	比較	混合量之比
72分	80分	損8分	~~12~~ 3
	60分	益12分	~~8~~ 2

答. 3 : 2.

【理由】因第一種酒每用1升當損失8分,第二種酒每用1升當獲利12分,而其損益之總數須彼此適相抵;故所用二種酒之升數與其每升損益之數成逆比例.

今二種酒每升損益之比為8 : 12, 則其逆比12 : 8=3 : 2即當為其混合升數之比.

由是得此種問題之解法如下:

求諸原料每單位價與混合物每單位價之差而作其逆比.

(B)在前題中欲用每升價八角之酒一斗五升,對此當用每升價六角之酒幾何?

【算式】

混合價	原價	比較	混合量
72分	80分	損8分	15
	60分	益12分	

$$12分:(8分\times15)=1升:x升.$$

$x=10.$　　　答．一斗．

【理由】第一種酒,每用一升損失8分,故用15升當損失(8×15)分．

第二種酒,每用一升獲利12分,今須獲利(8×15)分,始能與損失(8×15)分相抵;故當由上之比例式求得第二種酒當用10升．

(C)在第一題中欲得混合酒三斗,則二種酒當各用幾許混合之?

【算式】

混合價	原　價	比　較	混合量之比
72分	80分	損8分	$\cancel{12}$　3
	60分	益12分	$\cancel{8}$　2

$(3+2):3=3斗:x斗,$　$x=1.8$……一斗八升
$(3+2):2=3斗:x斗,$　$x=1.2$……一斗二升　}答．

【註】依(A)之方法求得混合量之比$3:2$．再依配分法求得第一種酒當用1.8斗,第二種酒當用1.2斗．

例題二．(A)每升價八角之酒,每升價六角五分之酒,與每升價六角之酒混合,造成每升價七角二分之酒,其混合量之比若何?

【算式】

混合價	原　價	比　較	混　合　量　之　比		
72分	80分	損8分	7	$\cancel{12}$　3	$7+3=\cancel{10}$　5
	65分	益7分	8		$\cancel{8}$　4
	60分	益12分		$\cancel{8}$　2	$\cancel{2}$　1

【証】依例題一(A)之方法知第一,第二兩種酒依7:8之比混合,或第一,第三兩種酒依3:2之比混合,皆可得每升價72分之酒. 故以此三種酒依7+3:8:2卽5:4:1之連比混合之,當得所欲造之酒.

【注意】在此題中依7+12:8:8卽19:8:8之連比混合原有三種酒亦可,此不待論而可知者. 又第一,第二兩種酒混合量之比7:8可化爲14:16, 21:24等,第一,第三兩種酒混合量之比3:2可化爲6:4, 9:6等,從此種種之比,可作得種種連比,如

14+9:16:6, 卽 23:16:6,

21+6:24:4 卽 27:24:4, 等,

皆可爲合於問題之答數. 故本題之答數不定,是曰**不定之問題**.

(B)在前題中欲使每升價八角之酒與每升價六角五分之酒二者混合量之比爲3:2,則三種酒當以若何之連比混合之?

【算式】

混合價	原價	比較	混合量之比
72分	80分	損8分	3
	65分	益7分	2
	60分	益12分	x

12分:(8分×3−7分×2)=1升:x升.

$x=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$.

$3:2:\frac{5}{6}=18:12:5$.　　　答. 18:12:5.

【理由】假定第一種酒用3升,第二種酒用2升,則當損失$(8\times3-7\times2)$分.

第三種酒,每用1升獲利12分,今須獲利$(8\times3-7\times2)$分,始能與損失$(8\times3-7\times2)$分相抵,故當由上之比例式求得第三種酒當用$\frac{5}{6}$升.

由此知三種酒混合量之比當爲$3:2:\frac{5}{6}$即$18:12:5$.

第七習題 B.

1. 上等酒,下等酒,此二者依3:2之比混合而成之酒,及此二者依4:1之比混合而成之酒,共四種,依連比3:1:4:2混合之,則其所造成之混合酒中所含上等,下等二種酒量之比若何?

2. 有水菓商賣去每斤價三角八分之菓子與每斤價二角四分之菓子各若干斤,計其平均之價每斤合三角二分. 求此兩種菓子斤數之比.

設每斤價三角八分之菓子賣去二十斤,則每斤價二角四分之菓子當賣去幾斤?

3. 欲以每升價一角八分七釐之米與每升價一角七分二釐之米混合,造成每升價一角七分八釐之米,則其混合量之比當若何?

又欲得混合米一斗,則兩種米當各用幾何?

4. 龜鶴共籠,頭數共十八,足數共四十二. 求龜數與鶴數. 但須用混合法求之.

5. 有甲乙丙三種茶葉,甲種每斤價四角八分,乙種每斤價四角二分,丙種每斤價三角二分. 今取甲種十二斤,

丙種十四斤,與乙種幾斤混合,可得平均每斤價四角之茶葉?

6. 甲種酒每升價七角二分,乙種酒每升價六角. 今以此二種酒與水混合,造成每升價六角四分之酒,則當依若何之連比混合之? 試示二例.

又(A)所用乙種酒之升數祗甲種酒之三分之二則如何?(B)所用水之升數當甲種酒之百分之九則如何?

第七編

成數算法及利息算法

第一章 成數算法

1. 成數之意義及其與比之關係.

以甲數爲主,而以乙數比甲數之比値得化爲純小數,則所得之純小數曰乙數對於甲數之成數,其小數之第一位爲分,第二位爲釐,……與普通小數同;甲數曰母數;乙數曰子數.

如甲商家從資本二百圓中虧去三十圓,則因30圓÷200圓=0.15,可曰損失資本一分五釐,而二百圓爲母數,三十圓爲子數;又乙商家從資本一千圓中虧去六十圓,則因60圓÷1000圓=0.06,可曰損失資本六釐,而1000圓爲母數,60圓爲子數.

子數與比之前項相當,母數與比之後項相當.

成數亦可記作分數之形:如一分五釐爲百分之十五,即$\frac{15}{100}$;六釐爲百分之六,即$\frac{6}{100}$;又一分二釐五毫爲千分之一百二十五,即$\frac{125}{1000}$.

2. 百分(Percentage).

歐美慣例,以分母爲百之分數表成數,用$\frac{1}{100}$

作單位,以%記之,讀曰百分.

如一分五釐記爲15%,讀曰15個百分;六釐記爲6%,讀曰6個百分;一分二釐五毫記爲12.5%,讀曰12.5個百分.

故名成數算法曰百分法,成數曰百分率.

第一習題 A.

化下各數爲百分,且讀之[1-3]:

1. 0.25. 0.08. 0.008. 0.015. 0.0015.

2. $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{1}{125}$, $\frac{3}{200}$, $\frac{1}{3}$.

3. 三分. 七釐. 六釐五毫. 四分五釐. 六毫. 五分六毫. 十分.

4. 化下之百分爲小數或分數,且讀之:

12%. 7%. 50%. $37\frac{1}{2}$%. 6.3%.

3. 母數,子數,及成數之關係.

(1) 成數=子數÷母數. (比値=前項÷後項)

(2) 子數=母數×成數. (前項=後項×比値)

(3) 母數=子數÷成數. (後項=前項÷比値)

例題一. 一人買煤若干噸,每噸價銀十六圓五角,其後賣之,每噸獲利一圓九角八分,則其所獲之利對於原價之成數若何?

【解】 每噸價爲母數,每噸所獲之利爲子數,故由公式(1),

1.98圓÷16.5圓=0.12. 答. 一分二釐.

例題二. 一人買煤若干噸,每噸價銀十六圓五角,其後賣之,獲利一分二釐,則每噸獲利若干圓?

【解】　因每噸所獲之利爲每噸原價之一分二釐,則每噸所獲之利爲子數,每噸原價爲母數．故由公式(2),

16.5圓$\times 0.12 = 1.98$圓．　　答．一圓九角八分．

例題三．一人買煤若干噸,每噸獲利一圓九角八分,爲其原價之一分二釐,則其每噸原價爲若干圓?

【解】　由公式(3),

1.98圓$\div 0.12 = 16.5$圓．　　答．十六圓五角．

第一習題 B.

1.　一人受父之遺產三萬五千圓,經營十年,增至五萬圓,則此人於此十年中實增財產之成數若何?

2.　一人因負債15120圓而破產,但其存產尙値9828圓,則此人可按若何之成數償還債主?

3.　某舖原有糖600磅,第一次售去$\frac{1}{4}$,第二次又售去餘數之$\frac{1}{3}$,求其餘數對於原數之成數若何．

4.　醬油八斗五升,以每升一角八分之價買之,在此中用去四升,賣其餘仍得原價,則其獲利之成數若何?

5.　農人有羊150頭,售去十分之二,餘幾何?

6.　一人以銀3000圓貸人,一月得原銀七釐之利息,則其一月所得之利息幾何?

7.　銀鑛之鑛石,中有七釐爲銀,餘爲雜質．今有銀鑛石三百六十五斤,求可提銀幾何?

8.　定價五角五分之書,賣價僅得定價十分之八,則其賣價幾何?

9.　洋銅中含有純銅六分四釐,餘皆爲鋅．今有洋銅一堆,已知其中含有鋅質二千零十六斤,則此洋銅之重若

何?

10. 火藥中含硫黃一分二釐五毫．今有火藥一庫,已知其中含有硫黃三千七百五十斤,則此火藥之斤數幾何?

11. 某人之財產,二分爲房屋,六分爲田地,餘爲 8512 圓．求此人所有財產之總數．

12. 某人在銀行中提出存款之二分五釐,且在所提款中,以其 3 分 $3\frac{1}{3}$ 釐買馬,而馬價爲250圓,則此人之存款幾何?

4. 母子和及母子差.

成數算法中母數與子數之和曰母子和,母數與子數之差曰母子差.

由前節,　子數＝母數×成數,

故母子和＝母數＋母數×成數,

由是　(4)　母子和＝母數×(1＋成數).

同理．　(5)　母子差＝母數×(1－成數).

又　(6)　母子和÷(1＋成數)＝母數.

(7)　母子差÷(1－成數)＝母數.

例題一．煤每噸現值十六圓五角．由此貴一分二釐,則其每噸之價若何?

【解】煤之原價爲母數,所增漲之價爲子數,增漲後之煤價爲母子和,故由公式(4),

16.5圓×(1＋0.12)＝18.48圓．答．十八圓四角八分．

例題二．煤每噸現值十六圓五角．由此賤一分二釐,則其每噸之價若何?

【解】由公式(5),　16.5圓×(1－0.12)＝14.52圓．

答. 十四圓五角二分.

例題三. 煤價今比昔貴,計貴一分二釐,而每噸價為十八圓四角八分. 求昔時每噸煤價.

【解】 由公式(6), 18.48圓÷(1+0.12)=16.5圓.

答. 十六圓五角.

例題四. 設煤價今比昔賤,計賤一分二釐,而每噸之價為十四圓五角二分. 求昔時每噸煤價.

【解】 由公式(7), 14.52圓÷(1−0.12)=16.5圓.

答. 十六圓五角.

第一習題 C.

1. 貨物一種,原價三百五十七圓,增價一分一釐賣之,則其賣價幾何?

2. 某鐵路公司有資本銀1500000圓;開設一年後,用去資本三分四釐,又提出資本之七釐,作紅利分給股東. 此公司尚餘資本幾何?

3. 一人以金首飾一匣質銀,質得五千九百四十二兩.贖時加利三釐,則需贖銀幾何?

4. 熱河所產金沙,據礦師化驗,中含足金六毫五絲,則金沙32600斤中實含雜質幾何?

5. 一人每年入款4650圓.而第一年用去二分,第二年用去二分五釐,第三年用去三分七釐五毫,則此人三年間存銀幾何?

6. 一人買一書,付銀二圓四角,比定價少十分之二. 求此書之定價.

7. 甲有羊372頭,較乙有者多十分之二. 求乙有之羊數.

8. 農人賣牛及羊,共得銀6105圓. 已知賣牛所得之銀數比賣羊所得銀數多六分五釐. 求其賣羊所得銀數.

9. 某店中二月用款185.68圓,比三月用款少一分二釐. 求其三月中之用款.

10. 一人以其財產之八分五釐存銀行中. 後提出其存款之二分,尚餘385圓. 此人之財產幾何?

第二章 成數算法之應用

(一) 賺賠

5. 賺賠.

買有盈利曰賺(Gain),不盈而損曰賠(Loss),賺賠者,營業之得失也;所由生此賺賠者爲資本或物之原價.

資本或物之原價爲母數,賺額賠額爲子數,賺額賠額對於資本或物之原價之成數曰賺率賠率(Rate). 賣物而賺,則其賣價爲母子和;賣物而賠,則其賣價爲母子差.

例題一. 買每斤價四角五分之茶葉,以每斤六角之價賣之. 其賺率若何?

【算式】 60分−45分=15分……………………賺額.

15分÷45分=0.333……………………賺率.

答. 三分三釐三毫餘.

例題二. 買船一艘,用2545.5圓;其後售之,賠二分五釐.求其賠額.

【算式】 2545.5 圓 $\times 0.25 = 636.375$ 圓……賠額.

例題三. 買屋一所,費銀 4380 圓. 以何價售之,可賺一分四釐五毫?

【算式】 4380 圓 $\times (1+0.145) = 5015.1$ 圓. 答.

例題四. 賣馬一匹,賠二分,賠額 45.75 圓. 求馬之原價.

【算式】 45.75 圓 $\div 0.2 = 228.75$ 圓. 答.

例題五. 賣屋兩所,各 450 圓,而一所賺一分五釐,一所賠一分五釐. 求各所原價.

【算式】 450 圓 $\div (1+0.15) = 391\frac{7}{23}$ 圓……賺者原價
450 圓 $\div (1-0.15) = 529\frac{7}{17}$ 圓……賠者原價 } 答.

第二習題 A.

1. 米每石原價 12 圓,賣價 10.02 圓. 賠率若何?

2. 以銀一角購雞卵五個,而售其十二個亦得銀一角,其賠率若何?

3. 一商家買入棉花一宗,其後賣去九分之五,已收回其資本. 此商家之賺率幾何?

4. 一人購布 120 丈,每丈價銀 $13\frac{1}{3}$ 圓. 先以其 $\frac{1}{3}$ 出售,賺 $66\frac{2}{3}$ 圓,次以其 $\frac{1}{3}$ 出售,賺 $53\frac{1}{3}$ 圓,末又以其餘出售,賠 40 圓. 合計賺率若何?

5. 一船載麵三千八百四十包,每包價銀七圓六角三分. 中途遇風,棄其三分七釐五毫. 所失之麵值銀幾何?

6. 以原價三十五圓之毛布,加一分七釐之利賣之,賺額幾何?

7. 定價五角之書,減價一分二釐買之,又照原價增二分二釐賣之,其賺額幾何?

8. 一人有屋一所,值銀 4850 圓,欲售以償債,減價二分賣之,則其賣價幾何?

9. 茶商買茶葉八箱,每箱七十八斤,每斤價銀五角八分. 後因霉爛棄去十分之一而售其餘,尙賺二分,則每斤之賣價幾何?

10. 購雞卵二百五十個,每百個價銀二圓三角五分. 今碎千分之二十四而售其餘,欲獲利一分,則其每個之平均賣價若何?

11. 一人賣馬一匹,賣價五圓五角,賺一分. 求馬之原價.

12. 一人備資本若干經商,賠一分五釐,尙餘六萬八千圓,則其所備之資本幾何?

13. 一商人賣貨一宗,加利二分於原價中以爲賣價,後從賣價減價五釐賣之,獲利五圓六角,則此貨之原價若何?

14. 行商販賣麥粉十石與行賈,賺一分;行賈又賣與雜糧舖,賺五分;雜糧舖復加利一分賣之,每升之賣價約合 75.4677 釐. 求行商購麥粉時每石之原價幾何?

(二) 用錢

6. 用錢.

爲人居間買賣者曰駔儈;其所取之酬金曰用錢 (Commission).

我國駔儈如牙行,中人,經紀等,或取行用,或取中用;外國駔儈如經理人,拍賣行等,取經理費;皆用錢也.

物價爲母數,用錢爲子數,用錢對於物價之成數曰用率 買物者之出款爲母子和;賣物者之入款爲母子差.

例題一. 賣屋一所,價 3560 圓,用錢 89 圓. 求其用率.

【算式】 89圓÷3560圓=0.025. 答. 二釐五毫.

例題二. 有拍賣行代客拍賣貨物一宗,賣得英金 57 鎊 17 先令 4 辨士;言明用率二釐五毫,則物主應得英金幾何?

【算式】 57鎊17先令4辨士×(1−0.025)=56鎊8先令4.8辨士. 答.

例題三. 一商人託駔儈買棉花一宗,用率五釐,用去銀 9500 圓. 求棉花之實價.

【算式】 9500圓÷(1+0.05)=9047$\frac{13}{21}$圓. 答.

第二習題 B.

1. 一人託駔儈賣房屋及家具,賣價 93468 圓,用率六釐二毫五絲. 求其用錢幾何.

2. 一人託駔儈賣貨一宗,貨價 4950 圓,與駔儈 165 圓. 其用率若何?

3. 買賣房屋,通例成三破二(買主出用錢三釐,謂之成三,賣主出二釐,謂之破二). 今有人買市房一所,價銀 12640 圓,而居間之駔儈共四人,則每人分得用錢幾何?

4. 有絲行代人買生絲四十五包,每包價銀 538 圓. 如買主共出絲價及用錢 26199 圓,賣主淨得 25176 圓,則買賣兩家各出用錢之率若何?

5. 一駔儈爲人買賣田地一處,價三萬圓;買者賣者各與以用率五釐之用錢,則買主之出款及賣主之入款各爲

幾何?

6. 一人託駔儈買砂糖五百斤,每斤價銀二角五分.其後仍託駔儈以每斤三角之價賣去之,買賣之用率皆爲五釐,則此人可獲利幾何?

7. 房屋一所,價銀12640圓,買主賣主依成三破二之例分出用錢,則買主當出銀幾何?賣主淨收得銀幾何?

8. 一駔儈代人賣股票一宗,用率二毫五絲,用錢24圓.求股票之賣價.

9. 駔儈代人賣物一宗,用率一分二釐五毫,而賣主淨得3281.25圓.求物之實價.

10. 一人寄銀45337.5圓與一駔儈,託買田地,用率二釐五毫,而用錢即在此中扣除,則所買田地之價值若何?

(三) 折扣

7. 折扣(Discount).

凡賣物者按定價減收若干,即曰折扣;其減收之成數曰折扣率,折扣以後所餘之價曰現價.

如賣定價百圓之物祇收九十五圓,我國謂之九五折,對現價言之也;外國謂之5%扣,對所扣者而言之也;若祇收九十圓,則我國謂之九折,外國謂之10%扣.其餘可以倣此類推.

物之定價爲母數,現價爲子數,扣去之數爲母子差.

例題一. 定價45圓之物欲以36圓買得之,須打幾折?

【算式】 36圓÷45圓=0.8. 答. 打八折.

例題二. 某人購自轉車一具,價 180 圓,半年後打七折售去. 其售價若何?

【算式】 180 圓×0.7=126圓. 答. 一百二十六圓.

例題三. 一人有半舊望遠鏡一具,按六折轉售於人,得銀二十五圓八角,此鏡之原價若何?

【算式】 258 角÷0.6=430 角. 答. 四十三圓.

8. 連折扣(Discount Series).

先就物之定價打一折扣,後就得數又打折扣,如是者曰連折扣.

連折扣有打數次者,有打二次者,依買賣者之所議而定.

對於連折扣而言,名以前所言之折扣為單折扣.

例題. 甲乙二商所賣之貨物相同,定價同為3645圓. 但甲商願打雙九七折,乙商願打單九四折,則二商貨物之現價孰廉?

【解】 甲商貨物現價為 3645 圓$\times(0.97)^2=3429.5805$ 圓.
乙商貨物現價為 3645 圓$\times0.94=3426.3$ 圓.
故知乙商貨物現價較廉.

第二習題 C.

1. 住宅一所,價6570圓,以其舊損,九折售之. 此宅之售價若何?

2. 良馬一匹,索價 664 圓,而以 639.1 圓售去,則售價為索價之幾折?

3. 磨麥為粉,粉得麥之八折. 今欲得粉三石五斗,當磨麥幾何?

4. 某物照定價九折賣之,尚可賺二分. 若依定價賣之,其賺率當若何?

5. 設買書一百部以上,可按定價打雙九五折. 今購書一種,計三百五十部,每部定價銀一圓五角,則購書時需銀幾何?

6. 前題之現價,若以單折扣核之,則為九幾折?

7. 貨價4560圓,雙九八折較單九七折孰廉? 所差幾何?

8. 某商買貨物一宗,定價足銀 4365 兩,今以九八銀 102 兩當足銀 100 兩付之,則此人所付較應付之數實少幾何?

(四) 匯兌

9. 匯兌(Exchange).

欲由甲地匯劃銀錢至乙地,其法有三:

(一) 銀行滙兌.

甲地匯銀者納銀於銀行,購銀行滙票,寄與取銀者,由取銀者至乙地銀行支取此銀. 購此票時,於票面額銀之外,須另納費,以酬銀行,謂之匯水或滙費.

國內匯費,大概為額銀之1毫或$\frac{1}{4}$釐;國外匯費無定,隨市價而漲落.

票面額銀為母數,滙費為子數,匯費對於票面額銀之成數曰匯率,匯銀者之出款為母子和.

(二) 電匯.

若道路寫遠,需款孔急,則可由甲地銀行電告乙地銀行,請其支付,惟匯費較昂,其電報之費亦由匯銀人任之,是曰電匯.

(三) 郵匯.

有郵局處,可於郵局購郵政匯票寄之,我國郵匯,今仍限於國內,其匯費每百圓約取二圓.

第二習題 D.

1. 一人向銀行購一匯票,額銀 3750 圓,匯率一毫,求購此票之費.

2. 銀行匯票額銀 3895 圓,匯率二毫,則此票之價值如何?

3. 從上海電匯 100 圓至北京,若匯率為三毫,外加電報費 1.92 圓,則此電匯費幾何?

(五) 保險

10. 保險 (Insurance).

保險者,保償遭天災,死亡等險所生之損失也.

保人者曰保險公司,受保者曰保險人.

保險約分二類:一曰人壽保險;一曰財產保險. 二者皆由保險人與保險公司立約,保險人按期納費若干於公司,在約期中遇有危險,即由公司賠償損失. 此種契約曰保險單(Policy),單上註明公司應賠之數目,保險單之

額面值,略曰險額(Face of Policy),保險人按期所納之費曰保費(Premium);保費對於險額之成數曰保率.

(一) 人壽保險. 人壽保險者,保險公司對於保險人死亡時負賠償險額之責任者也. 按保法可分之爲二種:(甲)長期保險;(乙)短期保險.

(甲) 長期保險. 以保險人死亡爲限. 保險人生時年年納費,死後由公司償銀於其家屬.

(乙) 短期保險. 此種保險有一定之期限,分二目如下:

(1) 期滿賠償者. 保險人在限期內死亡,則公司固照險額賠償;若未死亡而限期滿,無論死亡與否,公司仍負賠償險額之責.

(2) 期滿不償者. 保險人逾限期而未死,公司卽不再負賠償之責.

在上海,自二十五歲起至五十歲止之人往保險公司保險者,其保率皆有一定;不滿二十五歲或已過五十歲之人,須臨時議之.

(二) 財產保險. 財產保險者,保險公司對於保險人之財產有損失時負賠償損失之責任者也. 按保險之原因,約分之爲二種:一曰火災保險;一曰水災保險.

(甲) 火災保險. 防房屋,船舶,貨物等之焚燒而保險者. 在限期內遇火災,則由公司賠償損失;逾期則否.

(乙) 水災保險. 防房屋,貨物等之沖塌,船舶之沉沒而保險者. 在限期內遇此等事,則由公司賠償損失;逾

期則否.

財產險額,大概爲其原値之$\frac{2}{3}$或$\frac{3}{4}$;遇有意外,公司視損失之多少賠償;全損失者,始賠償險額. 保險限期,由保險人與公司約定;納保費之期,視物而異:大抵所保爲房屋,則期以年論;貨物以月論;船舶則有以一年爲一期者,亦有以航行某路一次爲一期者;船中所載之貨物,則必以航行某路一次爲一期.

險額爲母數,保費爲子數,保率爲成數. 保險公司因保險人於限期內遭險而賠償,則公司損失之額爲母子差.

例題一. 一人有住房一所,棧房一所,皆保火險;而住房之險額爲3570圓,保率七釐五毫,棧房之險額爲2830圓,保率六釐七毫;則此人一年應出保費幾何?

【算式】 $3570\text{圓}\times0.075+2830\text{圓}\times0.067=457.36\text{圓}$. 答.

例題二. 一人費銀4000圓築房屋一所,以全價之$\frac{7}{8}$作險額保火險,每年保率四釐. 經十五年而此宅燬,則保險公司損失幾何? 又此人之損失幾何?

【解】 $4000\text{圓}\times\frac{7}{8}=3500\text{圓}$……………………險額.

$0.04\times15=0.6$……………………十五年之保率.

則 $3500\text{圓}\times(1-0.6)=1400\text{圓}$……………………公司之損失額.

又就保險人計之:

$4000\text{圓}-3500\text{圓}=500\text{圓}$……………………未保之房價.

$3500\text{圓}\times0.6=2100\text{圓}$……………………共出之保費.

則 $500\text{圓}+2100\text{圓}=2600\text{圓}$……………………保險人損失額.

【注意】 (公司損失額)+(保險人損失額)=(物價).

例題三. 海船出口運貨値銀2500圓,在海上保險公司保險,保率二釐. 此船行至中途,觸礁沉沒,保險者除得公司之賠償外,尙損失540圓,則此貨物所保之險額若何?

【解】 依上注意,

2500圓−540圓=1960圓 ……………………公司損失額.

1960圓÷(1−0.02)=2000圓 ……………………所求之險額.

11. 總合保險.

保險所以防損失也;顧遇險雖得賠償而保費不復能收回,則此種損失猶不得免:欲免此弊,當照總合保險保之.

總合保險者,合物價與保費以定險額者也;不幸遇險,保險人仍可收回保費.

在總合保險中,可以險額作母數,保費作子數,物價作母子差.

例題. 以價銀24500圓之貨物保總合險,保率二分. 其險額當若何?

【算式】 24500圓÷(1−0.2)=30625圓. 答.

第二習題 E.

1. 房屋一所,値銀4800圓,以其三分之二保險,每年出保費192圓. 求其保率.

2. 有一船,値銀42000圓,就三家保險:第一家保一萬八千圓,保率二釐五毫;第二家保一萬五千圓,保率三釐八毫;第三家保其餘値,保率$4\frac{2}{3}$釐. 合而計之,則其保銀若何?

3. 大同輪船造費共36400圓,所保爲原値$\frac{3}{4}$,保率六釐

七毫五絲. 求其保費.

4. 大通輪船値16000圓,以其$\frac{3}{4}$保險,保率$7\frac{1}{4}\%$. 求其保費.

5. 一人年二十五歲,令兩公司各保壽險銀92400圓;設第一公司之保率爲三釐九毫二絲,第二公司之保率爲三釐八毫三絲,則此人每年須共付保費幾何?

6. 一保險公司規定年30歲至年50歲之人,保壽險之保率爲五釐二絲. 今有一30歲之人在此公司保壽險,每年出保費125.5圓,則其所保之險額若何?

7. 一公司爲人保船一艘,保率二釐二毫五絲,後以所保之$\frac{3}{5}$轉請別一公司保之,保率二釐五毫,乃餘保費197.25圓. 求此船之險額.

8. 一人在25歲時,至人壽保險公司保長期險,險額1400圓,每年保率二釐五毫. 其後此人至80歲而死,則公司之賺賠若何?

9. 房屋一所保火險,險額爲其價値之七分五釐,保率每年六釐. 未滿一年,此屋爲火所燬,公司損失4622.2圓. 此房屋之價値若何?

10. 一人自30歲起,在人壽保險公司保壽險,保率每年三釐五毫,至99歲而尙存,公司已獲利2610圓,則其所保之險額若何?

11. 貨物一宗,估値5382圓;裝運出口時,又付報關費五釐,運費三釐. 今欲保總合險,已知保率爲二釐五毫,則此貨物之險額當若何?

12. 一船載貨値銀9850圓,保總合險,已知保率爲一釐五毫,則險額當若何?

(六) 賦稅

12. 賦稅(Tax).

賦稅者,政府取於人民以充國家或地方之用者也. 各國賦稅,皆有國家地方之別,其用途一定,不能任意變更. 我國曩時無所區分,不論何項費用,率取之於田賦.前清咸同以來,始設關卡征取各種物稅,而印花稅,登錄稅,等依次舉行,用途漸有一定,不似昔之漫無分別矣.

民國沿清舊制,略加整頓,以田賦,釐稅爲歲入之大宗. 今述田賦釐稅之大略如下:

13. 田賦.

田賦之中,以地丁,漕糧爲主. 田賦爲土地稅之一,清取明之丁稅攤入,故其中有地丁;又因江浙等省,銀米並徵,米由漕運,故又有漕糧一項. 今日漕運雖廢,而漕糧之名猶存,大半早改徵銀,不復徵米.

地丁每年分上下忙兩期徵收,漕糧則每年僅徵一次. 徵收之法,各省不同;大致視田之肥瘠,分爲上中下三等,上田徵收若干,中下依次遞減.

田賦之算法與成數算法無關,茲略之.

14. 釐稅.

釐稅者,由國家所設關卡就往來貨物所徵者也.徵於關者謂之稅;徵於卡者謂之釐金.

關設於水陸衝要之處,分常關,新關二種:

常關在內地,舊時已有;新關在通商口岸,外國通商後始設之. 關之在沿江沿海各口者,或謂江海關.

卡設於內河之傍．因其所徵甚微,故名之曰釐金,而名卡曰釐卡．

徵稅之方法曰稅則：常關之稅則,由我國自定之;新關之稅則,我國與通商各國協定之．

釐金之算法,各省不同,大半與成數算法無關係,今不贅．常關徵稅,按件而徵,多寡隨物之品彙而異．其算法與成數算法不相涉,亦略之．

15. 新關稅則．

新關徵稅,就貨物之價值徵之,有進口稅,出口稅,轉口稅,子口半稅等名目．

進口稅．自外國運入本國之貨為進口貨;由此所徵之稅為進口稅,其稅則徵物價之五釐．

出口稅．自本國運往外國之貨為出口貨;由此所徵之稅為出口稅,其稅則徵物價之五釐．

轉口稅．自此口運往彼口,不出國境者為轉口;由此所徵之稅為轉口稅．其稅則出此口時,徵物價之二釐五毫;入彼口時亦徵物價之二釐五毫:合之,卽徵物價之五釐．

子口半稅．內地之通商口岸曰子口．外商既運貨入境,又欲運往子口,惡沿途徵取釐金之繁瑣,乃立約加子口半稅以代釐金．半稅者,謂其稅則徵物價之二釐五毫也．貨物入口,欲往內地,則於納進口稅時即加納子口半稅,由是經往各埠,沿途不復捐釐;自內地辦貨出口者,先納子口半稅,迨出口時再納出口

稅合之,皆徵物價之七釐五毫.

此惟外商能然,華商則不能享有此利.

物價爲母數,稅銀爲子數,稅銀對於物價之成數曰稅率.

例題一. 一外商運羽緞四千三百二十疋至上海,復運至漢口求售,每疋值銀五兩七錢五分,則應納稅銀幾何?

【算式】 5.75兩×4320=24840兩……………物之總價.

24840兩×0.075=1863兩 ……………所納稅銀.

例題二. 美商運白麵一宗至上海,計納進口稅銀2735兩,則此白麵值銀幾何?

【算式】 2735兩÷0.05=54700兩. 答.

第二習題 F.

1. 進口煤油共44150罐,估值關平銀6195兩,應納進口稅銀幾何?

2. 洋糖七百擔,估值關平銀3865兩,自外國入口,運往內地,共須納稅銀幾何?

3. 有俄商運煤油144842箱至上海,復轉運至天津,每箱原值銀1.33兩,則在上海天津應各納轉口稅銀幾何?

4. 一外商在漢口採買棉花一千二百擔,每擔值銀17.5兩,運至上海;後又運回本國,製成洋布二萬疋,每疋值銀3.45兩. 求此商人兩次共納我國稅銀幾何?獲利幾何?但棉花進口,本國無稅.

5. 有法商由甬運生絲678包至滬,復運往外國,計在甬在滬各納轉口半稅關平銀6339.3兩,則此生絲每包估值銀幾何?

6. 一外商運呢布1350疋至上海,復運至南京求售,共納稅計關平銀3645兩,則呢布每疋原值銀幾何?

第三章 利息算法

16. 利息(Interest)

以銀假人,皆以若干月日爲一期,每期定酬銀若干,名曰利息,或略曰利;所假之銀曰本銀,或略曰本(Principal);每期利息對於本銀之成數曰利率(Rate of Interest). 每期或爲一月,或爲一年,由借貸者雙方議定:以一月爲一期者,其利率曰月利率;以一年爲一期者;其利率曰年利率.

以一年爲一期,則不論是否閏年,恆作三百六十五日或三百六十日計算;以一月爲一期,則不論月之大小,恒作三十日計算.

借貸立約之日,慣例不算入借期內. 未滿一圓之本銀,慣例不起利息.

計算利息常至釐位,有時僅至分位,以下四捨五入.

本銀與成數算法中母數相當,每期利息與子數相當,利率與成數相當.

(一) 單利

17. 單利(Simple Interest).

在利息算法中,各期皆以原假之銀爲本銀,而利息無利,則其利曰單利.

從前節,可知 (1) 利息＝本銀×利率×期數.

由此 (2) $本銀=\frac{利息}{利率\times期數}$,

(3) $利率=\frac{利息}{本銀\times期數}$,

(4) $期數=\frac{利息}{本銀\times利率}$.

例題一. 年利率六釐半,一年又八個月間從本銀453圓所生之利息幾何?

【解】 本銀爲453圓,年利率0.065,期數$1\frac{2}{3}$;故從公式(1),

$453圓\times0.065\times1\frac{2}{3}=49.075圓$……………………利息.

例題二. 月利率一釐,本銀2400圓,從一月二十二日起借至四月三十日,則其利息幾何?

【解】 本銀爲2400圓,月利率0.01,期限 $9+28+31+30=98$ 日即$\frac{98}{30}$月;故由公式(1),

$2400圓\times0.01\times\frac{98}{30}=78.4圓$……………………利息.

例題三. 年利率七釐,二年間得利息三十八圓八分,則其本銀幾何?

【解】 由公式(2),本銀＝38.08圓÷(0.07×2)＝272圓. 答.

例題四. 本銀1800圓,貸三年六個月,得利息882圓,則其

年利率幾何?

【解】 由公式(3),利率$=882$圓$\div(1800$圓$\times 3\frac{1}{2})=0.14$.

答. 年一分四釐.

例題五. 月利率一釐一毫,貸本銀420圓,得利息452.76圓,則所貸之期限若何?

【解】 由公式(4),期數$=452.76$圓$\div(420$圓$\times 0.011)=98$.

答. 八年二個月.

18. 本利和.

本銀與利息之和曰本利和.

因 本利和=本銀+利息=本銀+本銀×利率×期數,

故 (5) 本利和=本銀×(1+利率×期數).

由是 (6) 本銀=本利和÷(1+利率×期數).

例題. 年利率一分二釐,二年四個月間得本利和384圓,則本銀及利息各幾何?

【解】 從公式(6),本銀$=384$圓$\div(1+0.12\times 2\frac{1}{3})=300$圓.

利息$=384$圓-300圓$=84$圓.

第三習題 A.

1. 本銀八百圓,年利率八釐五毫,貸四年六個月,其利息幾何?

2. 年利率六釐,本銀125圓,貸二年四個月,其本利和幾何?

3. 年利率六釐,四年二個月得利息71.25圓. 其本銀幾何?

4. 本銀65圓,八年得利息26圓,則年利率若何?

5. 年利率七釐,本銀1500圓之利息爲630圓. 其年數幾何?

6. 月利率一釐,本銀40圓,於陽曆一月一日借起,迨返銀之日,得利息一圓,則返銀之日爲幾月幾日.

7. 有酒商,買酒三石五斗,十個月後賣去,得123.2圓. 計其利息,合年一分二釐. 求酒每石之原價.

8. 以銀520圓貸一年,其前六個月之利比後六個月之利多5.2圓,而前六月之利率爲年八釐,則後六個月之利率如何?

9. 有人買甲乙二種股票,共二百十張. 其票價,甲每張百圓,乙爲五十圓,而利率,甲爲四釐,乙爲五釐,每年二種利息相差475圓, 求各種股票之張數.

10. 以年利率四釐貸銀至利息與本銀相等時,其期限若何?

(二) 複利

19. 複利(Compound Interest).

在利息算法中,各期利息皆與其本銀相併爲次期之本銀,即利息重複生利,則其利曰複利.

從單利法,知第一期末之本利和爲

$$本利和=本銀\times(1+利率).$$

以本銀×(1+利率)作第二期之本銀,則第二期末之本利和爲

$$\begin{aligned}本利和&=本銀\times(1+利率)\times(1+利率)\\&=本銀\times(1+利率)^2.\end{aligned}$$

倣此可得第三期末之本利和爲

$$\text{本利和}=\text{本銀}\times(1+\text{利率})^2\times(1+\text{利率})$$
$$=\text{本銀}\times(1+\text{利率})^3.$$

由此推之,可得公式

(7) $\text{本利和}=\text{本銀}\times(1+\text{利率})^{\text{期數}}$.

(8) $\text{複利息}=\text{本銀}\times\{(1+\text{利率})^{\text{期數}}-1\}$.

(9) $\text{本銀}=\text{複利息}\div\{(1+\text{利率})^{\text{期數}}-1\}$.

例題一. 年利率四釐,每期半年,則本銀百圓二年之複利息幾何?

【解】 因 $2\text{年}=4\text{期}$, 而 $0.04\div2=0.02$……半年之利率.

故由公式(8),複利息$=100\text{圓}\times\{(1.02)^4-1\}=8.2432\text{圓}$.

例題二. 在前題中,借期爲二年三個月,則何如?

【解】 因 $2\text{年}3\text{月}=4\text{期}3\text{月}$, 而 $0.04\div4=0.01$……三月之利率;

故先由公式(7),得

二年之本利和$=100\text{圓}\times(1.02)^4=108.2432\text{圓}$,

又由公式(7),得

借期末時之本利和$=108.2432\text{圓}\times1.01=109.326\text{圓}$.

故 所求之複利息$=9.326\text{圓}$.

例題三. 月利率一釐,每期三月,一年之複利息爲2.762圓,則其本銀幾何?

【解】 因 $1\text{年}=4\text{期}$, 而 $0.01\times3=0.03$……每期利率;

故由公式(9), 本銀$=2.762\text{圓}\div\{(1.03)^4-1\}=22\text{圓}$.

從上三題,可見在複利息算法中,計算$(1+\text{利率})^{\text{期數}}$甚繁;故皆預定種種利率及期數,計算此冪數作表,以省臨時演算之繁. 此表名曰複利表,見本書末.

第三習題 B.

1. 本銀 550 圓,年利率五釐,每期一年,共貸三年,依複利法計算,則本利和幾何?

2. 本銀 800 圓,年利率四釐,每期一年,共貸五年,則複利息及其本利和各幾何?

3. 年利率四釐,每期一年,共貸四年,依複利法計算,得本利和 148·68 圓. 求其本銀.

4. 年利率五釐,每期一年,則以銀幾圓貸三年,可得複利息 30·07 圓?

5. 本銀 2500 圓,年利率四釐五毫,每期一年,共貸四年八個月,則複利息及其本利和各幾何?

6. 本銀 2350 圓,年利率五釐,每期一年,共貸三年,其單利息與複利息之差幾何?

(三) 期利

20. 期利(Annual Interest).

在利息算法中,各期利息不付,亦不併入本銀作次期之本銀,但於末次總付時,以各期未付之利息按率計利,一併歸還,是曰期利.

例題. 本銀 400 圓,年利率五釐,每年一結,則四年七月二十日後之本利,依期利計之得幾何?

【解】 $400\text{圓}\times 0.05\times 4\frac{23}{36}=92.78\text{圓}$……4年7月20日之單利

又 $400\text{圓}\times 0.05=20\text{圓}$………每年應付之利息,

而 第一年未付之利息應付 3 年 7 月 20 日之利
　第二年未付之利息應付 2 年 7 月 20 日之利
　第三年未付之利息應付 1 年 7 月 20 日之利
　第四年未付之利息應付　　7 月 20 日之利

總計四年未付之利息應付 8 年 6 月 20 日之利,

則 $20\text{圓}\times0.05\times\frac{77}{9}=8.56\text{圓}$……各期未付之利息所生之利.

$\therefore$ 總利息$=92.78$圓$+8.56$圓$=101.34$圓,

本利和$=501.34$圓.

第三習題 C.

以下各題皆以一年爲一期,期滿不付利息,依期利法計算.

1. 本銀1247.75圓,年利率六釐,貸三年五月十日. 求其本利和.

2. 本銀987.25圓,年利率四釐,貸四年九月六日. 求其總利息.

3. 本銀742.6圓,年利率四釐半,貸五年十月二十七日. 求其總利息.

第四章 利息算法之應用

(一) 股票及債票

21. 股票(Stock-certificate).

凡經營事業,設立公司,每分資本爲若干股,令人分任,謂分任者曰股東;每一股東授以證劵,是曰股票. 公司每年按股分給官利紅利一次,或二次. 其官利之利率,各期相等,而紅利之利率,視公司本期獲利之多少而定.

股票官利紅利之算法與單利息之算法相同.

股票可以抵押買賣. 其買賣之價値與票面額銀常不相等,是曰市價,由其事業之盛衰而定.

22. 債票(Bond).

債票與股票異,發自政府或公司,僅有官利而無紅利.

債票之官利,亦爲單利,故其性質異於股票而利息之算法無異.

債票亦可抵押買賣,其市價之漲落,視政府公司之信用而定.

第四習題 A

1. 某公司半年一結算,其官利率年一釐二毫. 一人有此公司之股票三十張,每張額銀50圓,則此人半年可分得官利幾何?

2. 某公司集股銀27000000圓,內有6750000圓尙未收入. 此公司某年有紅利銀1417500圓,則其紅利率年幾何?又一股東入股銀2500圓於此公司,則此期可分得紅利幾何?

3. 某公司股票,額銀100圓,市價78.5圓,官利率年五釐. 一人以銀942圓買其股票,則買得股票之額銀共幾何?又每年可分得官利幾何?

(二) 銀行計算

(甲) 折扣及貸款

23. 銀行折扣 (Bonk Discount).

凡屬限期支銀之證劵,皆曰期票. 若收他人期票,未到期而欲得現銀,則銀行可以墊付;亦可自爲期票,向銀行押借現銀. 銀行付銀時扣去自付銀日至期票滿期日之利息,曰銀行折扣,亦曰貼現;扣餘之數曰現値 (Present Worth); 票面原値卽額銀. 期票通常無利,折扣對於額銀之成數曰折扣率.

額銀與單利中本銀相當,折扣爲利息,折扣率大抵爲年利率,現値爲本利差.

例題. 一人以三個月之期票稱貸於銀行,額銀 450 圓,折扣率七釐八毫. 求其現値.

【解】 銀行折扣$=450$圓$\times 0.078\times\frac{1}{4}=8.775$圓.

$\therefore$ 現値$=450$圓-8.775圓$=441.225$圓.

24. 抵押貸款.

若期票不足取信於銀行,或貸款較大,則須以財產爲抵押品,是曰抵押貸款. 凡抵押貸款之利息,可於借期滿時與本並付,無須先扣,故其算法與單利息算法無異.

第四習題 B.

1. 某人以二個月之期票借款於銀行,其額銀爲 2000 圓,折扣率爲六釐. 求其現値.

2. 一人有八十五日之期票一張,額銀 842.13 圓,以折扣率五釐四毫售於銀行. 求其折扣及現値.

3. 五月十五日某甲售貨於某乙,乙以三個月期票付之,額銀 350 圓,年利率五釐. 一個月後,乙因急於需款,依折扣率六釐售此期票於銀行. 求其現値.

【注意】 有利息之期票,其折扣率爲折扣對於額銀與利息之和之成數.

(乙) 存款

25. 存款 (Deposits).

銀行存款通常約分二種:一爲定期存款;一爲活期存款.

(1) 定期存款.

此種存款,存入時言明所存之期,在期內不能支用,否則不計利息. 其利率之大小,各銀行不同,大抵視存期之久暫而定;如存三個月者年利率三釐,存六個月者年利率四釐,存一年者年利率五釐.

定期存款中之算法與複利中之算法相同.

(2) 活期存款.

此種存款,提用之期不一定,無利息者居多;卽有亦甚微,至多年利率爲一釐或二釐. 大概半年結算一次.

第四習題 C.

1. 存款 650 圓,年利率四釐,一年爲一期. 求其四年後之總存數(定期).

2. 存款 1350 圓,年利率五釐,半年爲一期,存三年,可得總存數幾何(定期)?

3. 一人於七月一日存款 1000 圓,七月二十日又存 50

0 圓,八月六日支200圓,九月一日存 100 圓,十月一日又支50圓. 十二月三十一日結算,其年利率爲二釐. 求其結算日之利息及總存數(活期).

(丙) 儲蓄

26. 儲蓄(Savings).

銀行儲蓄,可分活期儲蓄,定期儲蓄,零存整付,整存零付四種.

(1) 活期儲蓄.

此種儲蓄,不拘期限,存款可以隨時收付,其年利率大概四釐,每月或三月或半年算一次,依本期內結餘最少時之存款計算利息,而每半年之利息,可以重複生利.

如某人存款於儲蓄銀行,年利率四釐,半年一結,其清帳如下:

日期	存款	利息	支款	結餘	
第一年	圓	圓	圓	圓	
七月一日	600.50			600.50	
七月二十日	75.00			675.50	
九月六日			120.00	555.50	
十二月七日	60.00			615.50	
十二月二十日			65.50	550.00	最小存款
第二年					
一月一日		11.00		561.00	最小存款
五月九日	200.00			761.00	
七月一日		11.22		772.22	

〔註〕 年利率爲 4 釐,則半年利率爲 2 釐.

$\therefore$ 550 圓 × 0.02 = 11 圓……前一期利息,

550 圓 + 11 圓 = 561 圓……後一期本銀;

而 561 圓 × 0.02 = 11.22 圓……後一期利息,

761 圓 + 11.22 圓 = 772.22 圓……後一期末總存數.

(2) 定期儲蓄.

此種儲蓄,自有儲之日起,每半年結算一次,而以所得利息併儲生利. 大概存半年者,其年利率五釐,存一年者六釐,存二年者六釐半,存三年者七釐,存十年以上者八釐.

(3) 零存整付.

每期存儲一定之數,而於最後一期本利一併支付者,曰零存整付. 若存銀在各期之初,取銀在第末期之末,則其每期零存之數與最後整付之數可由下二公式求之.

$$\text{零存銀}=\text{整付銀}\div\left\{\frac{1+\text{利率}}{\text{利率}}\left[(1+\text{利率})^{\text{期數}}-1\right]\right\}$$

$$\text{整付銀}=\text{零存銀}\times\left\{\frac{1+\text{利率}}{\text{利率}}\left[(1+\text{利率})^{\text{期數}}-1\right]\right\}.$$

(4) 整存零付.

最初存儲若干,其後每期支付一定之數,至最後一期本利適清者,曰整存零付. 若存銀在第一期之初,取銀在各期之末,則其最初整存之數與各期零付之數,可由下二公式求之.

$$整存銀=零付銀\times\left[\frac{1}{利率}\left\{1-\frac{1}{(1+利率)^{期數}}\right\}\right].$$

$$零付銀=整存銀\div\left[\frac{1}{利率}\left\{1-\frac{1}{(1+利率)^{期數}}\right\}\right]$$

【注意】 上列四公式中之$(1+利率)^{期數}$可於複利表內查得,不必計算.

第四習題 D.

1, 2 二題按年利率四釐計算,求最後結算日之本利和,且繕正式之清帳:

1.

存款		支款		結算期	最後結算日
一月一日	750圓	三月七日	220圓	半年	七月一日
二月三日	425	五月六日	26.75		(本年)
六月一日	37.5				

2.

存款		支款		結算期	最後結算日
一月一日	675.5圓	二月七日	327.4圓	半年	一月一日
三月二日	923.75	十月十日	750		(次年)
五月九日	327.6				

3. 一人自某年起,每年初存銀於貯蓄銀行,其年利率五釐,欲於十年後得銀9900圓,則其每年須存若干?

4. 某人存銀於貯蓄銀行,其年利率五釐,欲於此後十年,每年終支取 100 圓,至第十年之末而本利清楚,則須存銀若干?

第八編
求根法
第一章　開平方

1. 平方根(Square Root).

甲數之平方爲乙數,則甲數爲乙數之平方根.

如 7 之平方爲49,則49之平方根爲7.

記一數之平方根,可在其數上冠以符號$\sqrt{\ }$或$\sqrt[2]{\ }$;如$\sqrt{49}=7$.

2. 開平方(Extraction of square Root).

求一數之平方根曰開平方.

欲開平方,須先知基數之平方;今舉之如下:

$1^2=1,\ 2^2=4,\ 3^2=9,\ 4^2=16,\ 5^2=25,$

$6^2=36,\ 7^2=49,\ 8^2=64,\ 9^2=81.$

由此可求一位或二位數之平方根:如以64開平方,得 8;60小於64而大於49,則知以60開平方,得 7 而有餘,是也.

3. 二數和之平方.

二數和之平方等於其各數之平方,及其相乘積之二倍,三者之和.

例. $8^2=(5+3)^2=(5+3)\times 8=5\times 8+3\times 8$

$=[5\times(5+3)]+[3\times(5+3)]$

480
×144
1920
1920
+480
69120

$=5\times5+(5\times3)+(3\times5)+3\times3$

$=5^2+2\times(5\times3)+3^2=64.$

倣此　$(甲+乙)^2=甲^2+2\times甲\times乙+乙^2.$

例題一. 化43爲(40+3)而求其平方.

【算式】 $43^2=(40+3)^2=40^2+2\times40\times3+3^2$

$=1600+240+9=1849.$ 答.

例題二. 以835化作(800+35)或(830+5)而求其平方.

【算式】 $835^2=(800+35)^2=800^2+2\times800\times35+35^2$

$=640000+56000+1225$

$=697225.$ 答.

又　$835^2=(830+5)^2=830^2+2\times830\times5+5^2$

$=688900+8300+25=697225.$ 答.

第一習題A.

1. 化25爲(20+5)而求其平方.
2. 化64爲(60+4)而求其平方.
3. 化216爲(200+16)及(210+6)而求其平方.
4. 化365爲(300+65)及(360+5)而求其平方.

4. 平方根之位數.

從　$1^2=1,\ 10^2=100,\ 100^2=10000,\ 1000^2=1000000;\cdots\cdots,$ 知一位或二位整數之平方根爲一位數,三位或四位整數之平方根爲二位數,五位或六位整數之平方根爲三位數,等;故從一整數之一位起,向左每兩位分爲一部,其分得之部數卽等於其平方根之位數.

如　732054可分爲 73|20|54，其平方根爲三位數，而其最高位數可由 2 節知其爲 8.

第一習題 B.

以下各數，求其平方根之位數及平方根之最高位數:

1. 144.　　3. 5776.　　5. 211600.

2. 625.　　4. 47084.　　6. 328315.

⑤ 整數之開平方.

例題一. 求1849之平方根.

【算式】

$$\begin{array}{r|l}
 & 18\,|\,49\ \underline{|43}\ \text{答}. \\
 & 16 \quad\ =4^2 \\
2\times40+3=83 & \overline{249} \\
 & \underline{249} \quad =83\times3. \\
 & 0
\end{array}$$

【理由】 從 4 節，知根爲二位數；又從 2 節，知根之第一位數爲 4，是爲初商.

又從 3 節，知$1849=(40+\text{一位之基數})^2=40^2+(2\times40\times\text{一位之基數})+\text{一位之基數}^2$，

則　$1849-1600=80\times\text{一位之基數}+\text{一位之基數}^2$;

故　$249=80\times\text{一位之基數}+\text{一位之基數}^2$
$=(80+\text{一位之基數})\times\text{一位之基數}$.

由是　$249\div(80+\text{一位之基數})=\text{一位之基數}$.

今一位之基數爲何，尚屬未知，故取 $249\div80$ 之略數3暫視爲一位之基數，是爲次商.

因　$(80+3)\times3=249$，

故所求之平方根爲43.

例題二. 以148225開平方.

【算式】　14|82|25|385　答.

$9 \qquad = 3^2.$

$2\times30+8=68\ |\ 582 \qquad (582\div60=9\cdots\cdots).$

$544 \qquad =68\times8.$

$2\times380+5=765\ |\ 3825 \qquad (3825\div760=5\cdots\cdots).$

$3825 \qquad =765\times5$

0

【註】從 $582\div60=9\cdots\cdots$,則次商應為 9;但因 $(60+9)\times9=621$ 比 582 大,不能減,故取較小之數 8 為次商.

例題三.　以 3640514 開平方.

【算式】　3|64|05|14|1908

$1 \qquad =1^2.$

$2\times10+9=29\ |\ 264 \qquad (264\div20=13\cdots\cdots).$

$261 \qquad =29\times9.$

$2\times190=380\ |\ 305 \qquad (305\div380=0\cdots\cdots).$

$2\times1900+8=3808\ |\ 30514 \qquad (30514\div3800=8\cdots\cdots).$

$30464 \qquad =3808\times8$

50

答. 根為 1908,餘 50.

【註】求次商時,由除所得之商 13 太大,故改商 9.
求三商時,由除所得之商比 1 小,故三商為 0.

【注意】　3640514 之平方根在 1908 與 1909 之間,用下節所言之法,尚可求其小數部分而得其適宜之近似數.此種之根曰不盡根(Surds).

6. 小數之開平方.

從　$0.1^2=0.01,\ \ 0.01^2=0.0001,\ \ 0.001^2=0.000001,\cdots\cdots\cdots\cdots,$ 知小數之平方中小數之位數,等於原數中小數位數之二倍;故 **小數之平方根中小數之位數,等於原數中小數位數之半.** 由是從一小數之小數點起,向右每二位分作一部,其分得之部數卽等

於其平方根中小數之位數.

例題一. 求0.2809之平方根.

【算式】
```
    0.28|09|0.53  答.
     25
  103|309
     |309
        0
```

例題二. 求$\sqrt{4.296}$至小數第二位.

【算式】
```
   4.29|60|00|2.072
   4
  40|29
 407|2960
    |2849
4142|11100
     | 8284
       2816
```
答. 2.07强.

【註】4.296中有小數三位,其位數爲奇數,故其平方根顯然爲不盡根. 因欲求平方根至小數第三位,故增0至小數第六位而後求之.

7. 分數之開平方.

以分數開平方:其分母能開盡者,可將分母,分子分別開之;若分母不能開盡,則化其分數爲小數而後開之.

例題一. 以$\frac{729}{1225}$開平方.

【算式】$\sqrt{\frac{729}{1225}}=\frac{\sqrt{729}}{\sqrt{1225}}=\frac{27}{35}$. 答.

例題二. 以$\frac{3}{5}$開平方,至小數第三位.

【算式】 $\sqrt{\frac{3}{5}}=\sqrt{0.6}=0.774\cdots\cdots$ 答.

例題三. 以 $\frac{2}{7}$開平方,至小數第四位,以下四捨五入.

【解一】 欲求根至小數第五位,故化$\frac{2}{7}$爲小數,求至其第十位而後開之. 由是

$$\sqrt{\frac{2}{7}}=\sqrt{0.2857142857}$$
$$=0.53452\cdots\cdots$$

答. 0.5345 强.

【解二】 $\frac{2}{7}$之分母及分子,皆以 7 乘之,則可化成分母開方能開盡之分數. 故

$$\sqrt{\frac{2}{7}}=\sqrt{\frac{2\times7}{7\times7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$$
$$=\frac{3.74165\cdots\cdots}{7}=0.53452\cdots\cdots\cdots\cdots$$

答. 0.5345 强.

第一習題 C.

求以下各數之平方根(遇開不盡者,開至小數第三位,以下四捨五入):

1. 289.
2. 961.
3. 11664.
4. 313600.
5. 660747025.
6. 15241383936.
7. 0.0081.
8. 0.0225.
9. 0.378225.
10. 116.64.
11. 11.664.
12. 0.4.
13. $\frac{9}{16}$.
14. $\frac{625}{5184}$.
15. $\frac{1}{2}$.
16. $\frac{7}{12}$.

第二章 開立方

8. 立方根(Cube Root).

甲數之立方爲乙數,則甲數爲乙數之立方根.

如 5 之立方爲 125,則 125 之立方根爲 5.

記一數之立方根,可在其數上冠以符號 $\sqrt[3]{\ }$;如 $\sqrt[3]{125}=5$.

9. 開立方(Extraction of Cube Roots).

求一數之立方根曰開立方.

欲開立方,亦須先知基數之立方;今舉之如下:

$1^3=1$, $2^3=8$, $3^3=27$, $4^3=64$, $5^3=125$,

$6^3=216$, $7^3=343$, $8^3=512$, $9^3=729$.

由此可求一位或二位或三位數之立方根:如以 343 開立方,得 7;340 小於 343 而大於 216,則知以 340 開立方,得 6 而有餘,是也.

第二習題 A.

以下各數,求其立方根之一位數及餘數:

1.	15.	4.	151.	7.	640.
2.	42.	5.	250.	8.	817.
3.	100.	6.	490.		

10. 二數和之立方.

甲乙二數和之立方等於甲數之立方,甲數平方與乙數相乘積之三倍,甲數與乙數平方相乘積之三倍,及乙數之立方,四者之和.

例. $9^3=(4+5)^3=(4+5)^2\times 9=(4^2+2\times 4\times 5+5^2)\times 9$

$=4^2\times(4+5)+2\times 4\times 5\times(4+5)+5^2\times(4+5)$

$=4^3+4^2\times 5+2\times 4^2\times 5+2\times 4\times 5^2+5^2\times 4+5^3$

$=4^3+3\times 4^2\times 5+3\times 4\times 5^2+5^3.$

倣此 $(甲+乙)^3=甲^3+3\times 甲^2\times 乙+3\times 甲\times 乙^2+乙^3.$

例題一. 化28爲(20+8)而求其立方.

【算式】 $28^3=(20+8)^3=20^3+3\times 20^2\times 8+3\times 20\times 8^2+8^3$

$=8000+9600+3840+512=21952.$ 答.

例題二. 以315化作(300+15)或(310+5)而求其立方.

【算式】 $315^3=(300+15)^3$

$=300^3+3\times 300^2\times 15+3\times 300\times 15^2+15^3$

$=27000000+4050000+202500+3375$

$=3125875.$ 答.

又 $315^3=(310+5)^3=310^3+3\times 310^2\times 5+3\times 310\times 5^2+5^3$

$=29791000+1441500+23250+125$

$=31255875.$ 答.

第二習題 B.

1. 化56爲(50+6)而求其立方.
2. 以451化爲(400+51),又化爲(450+1)而求其立方.

11. 立方根之位數.

從 $1^3=1,\ 10^3=1000,\ 100^3=1000000,\ 1000^3=1000000000,$ ……………知 自三位以下數之立方根爲一位數,六位以下數之立方根爲二位數,九位以下數之立方根爲三位數,等;故從一數之一位起,向

左每三位分爲一部,其分得之部數卽等於其立方根之位數.

如 74132004 可分爲 74|132|004,其立方根爲三位數,而其最高位數可由 9 節知其爲 4.

第 二 習 題 C.

求以下各數之立方根位數及立方根之最高位數:

1. 123.　　　　3. 537094.
2. 5678.　　　4. 6900854.

12. 整數之開立方.

例題一. 求 21952 之立方根.

【算式】

$$
\begin{array}{rr|l}
 & 21|952 & \underline{28.\ \text{答}.} \\
 & 8 & =2^3. \\
3\times20^2 = & 1200 & 13952 \qquad (13952\div1200=11\cdots\cdots) \\
3\times20\times8 = & 480 & \\
8^2 = & 64 & \\
+) & 1744 & 13952=1744\times8. \\
 & & \quad 0
\end{array}
$$

【理由】 從前節,知立方根爲二位數;又從 9 節,知其初商爲 2.

又從10節,知21952=(20+一位之基數)^3=20^3+3×20^2×一位之基數+3×20×一位之基數^2+一位之基數,

則　21952−8000=3×20^2×一位之基數+3×20×一位之基數^2+一位之基數^3;

由是,　13952=(3×20^2+3×20×一位之基數+一位之基數^2)×一位之基數.

故　13952÷(3×20^2+3×20×一位之基數+一位

之基數^2)=一位之基數,

而所求之次商,小於$13952\div(3\times20^2)$.

今　　$13952\div1200=11\cdots\cdots$,

而次商必為一位之數,至大不能過9;故先假定9為次商.

但　　$(3\times20^2+3\times20\times9+9^2)\times9=16389$,

大於13952,故知商9尚嫌太大,僅能商8.

又因　　$(3\times20^2+3\times20\times8+8^2)\times8=13952$,

從13952減之,無餘;故所求之立方根為28.

例題二. 求31255875之立方根.

【算式】

```
                    31|255|875|315   答.
                    27            =3³.
 3×30²    =2700|4255      (4255÷2700=1·······)
 3×30×1=    90|                次商為1.
        1²=   1|
+)─────────────
           2791|2791        =2791×1.
 3×310²  =288300|1464875   (1464875÷288300=5·······)
 3×310×5=   4650|              三商為5.
        5²=   25|
+)──────────────
          292975|1464875    =292975×5.
─────────────────────────
                      0
```

例題三. 求5132463之立方根.

【算式】

```
                     5|132|463|172
                     1            =1³.
 3×10²    =  300|4132       (4132÷300=13·······)
 3×10×7=    210|
        7²=   49|
+)──────────────
             559|3913        =559×7.
 3×170²   =86700| 219463    (219463÷86700=2·······)
 3×170×2=  1020|
        2²=    4|
+)──────────────
           87724| 175448=87724×2.
─────────────────────────
                  44015           答. 立方根172餘44015.
```

13. 小數及分數之開立方.

小數之立方根中小數之位數爲原數中小數位數之三分之一,故以小數開立方,可從小數點起,向右每三位分爲一部.　【參觀 6 節】

以分數開立方:其分母能開盡者,可將分母,分子分別開之;若分母不能開盡,則化其分數爲小數而後開之.　【參觀 7 節】

例題一. 以 8.489664 開立方.

【算式】

$$
\begin{array}{lr|l}
 & 8\,|.489\,|664 & \underline{2.04}\ \text{答.} \\
 & 8 & \\
\hline
3\times200^2 = & 120000 & 489664 \\
3\times200\times4 = & 2400 & \\
+)\quad 4^2 = & 16 & \\
\hline
 & 122416 & 489664 \\
\hline
 & & 0
\end{array}
$$

因 489÷1200 不足商 1,故次商爲0.

例題二. 以 $\frac{343}{110592}$ 開立方.

【算式】 $\sqrt[3]{\frac{343}{110592}}=\frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{110592}}=\frac{7}{48}$. 答.

例題三. 求 $\frac{3}{5}$ 之立方根. 求至小數第二位,以下四捨五入.

【算式】 $\sqrt[3]{\frac{3}{5}}=\sqrt[3]{0.6}=0.843\ldots\ldots$ 答. 0.84强.

例題四. 求 $\frac{5}{12}$ 之立方根. 求至小數第二位,以下四捨五入.

【算式】 $\sqrt[3]{\frac{5}{12}}=\sqrt[3]{\frac{5\times18}{12\times18}}=\frac{\sqrt[3]{90}}{\sqrt[3]{216}}=\frac{4.481\ldots}{6}=0.746\ldots\ldots$

答. 0.75弱.

第二習題 D,

1. 求以下各整小數之立方根(遇開不盡者,開至小數第二位,以下四捨五入):

3375. 1879080904.

13824. 0.512.

24642171. 0.103823.

2. 求以下各分數之立方根(遇開不盡者,亦求至小數第二位,以下四捨五入):

$\frac{1331}{15625}$. $\frac{5}{6}$. $\frac{3}{4}$.

第三章 開平方之應用

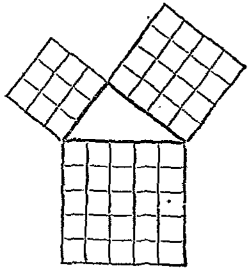
14. 直角三角形(Right-angled Triangle).

三直線所圍平面之一部分曰三邊形,亦曰三角形.三角形之一角爲直角者曰直角三角形. 直角三角形之三邊中對於直角之邊曰斜邊.

在直三角形斜邊上所作正方形之面積,等於在他二邊上所作二個正方形面積之和.

直角三角形斜邊之長所含某單位之數之平方,等於他二邊之長所含某單位之數各平方之和.

例題. 直角三角形中夾直角二邊之長,一爲三寸,一爲四寸. 其斜邊之長幾何?



【算式】$\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$.　　答. 五寸.

第三習題

1. 直角三角形之斜邊長一尺,他一邊長四寸. 求其第三邊之長.

2. 直角三角形中夾直角之二邊,一長五尺,一長十二尺. 求其斜邊之長.

$3^2=9.$

$\sqrt{9}=3.$

$\sqrt{3\times 3}=\sqrt{3^2}=3.$

3
3 | 9
9
0

九一

量法

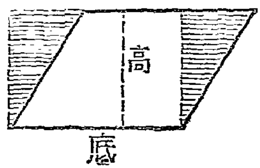
1. 量法. (Mensuration).

計算平面,立體大小之法曰量法.

量法之理須俟幾何學中論之;茲特示其法耳. 又矩形之面積,正方形之面積,直六面體及正方體之體積,其求法已詳第三編中,今不復贅.

2. 平行四邊形(Parallelogram).

在一四邊形內,延長其任一邊,皆不得與對邊相交,則此形曰平行四邊形.



以平行四邊形之一邊爲底邊,則從其對邊之一點向此底邊所下垂線之長爲高.

求平行四邊形面積之公式如下:

面積=底×高,

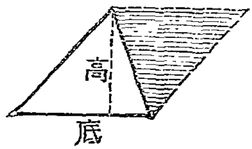
例題. 一平行四邊形,其底邊長五尺,高三尺,則其面積幾何?

【算式】 面積$=5\times3=15$. 答. 15平方尺.

3. 三角形(Triangle).

三直線所圍之平面形曰三角形.

以三角形之一邊爲底邊,則從其對角頂點向此底邊所下垂線之長爲高.



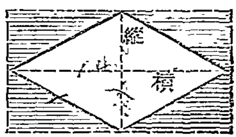
求三角形面積之公式如下:

$$面積=\frac{底\times高}{2}.$$

4. 菱形(Rhombus),

平行四邊形中四邊皆相等者曰菱形.

若連結菱形中相對之頂點作直線,則此所作之二直線爲菱形之對角線,或名其一曰縱,餘一曰橫.



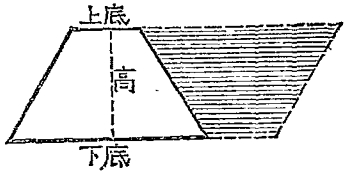
知菱形縱橫之長求其面積,不用2節之式而用下之公式.

$$面積=\frac{縱\times橫}{2}.$$

5. 梯形(Trapezoid).

在一四邊形內,其一對對邊任何延長,終不相交,而他一對對邊之延長線相交,則此形曰梯形.

一對延長而不相交之邊皆爲底邊;一曰上底,一曰下底. 從上底之一點向下底所下垂線之

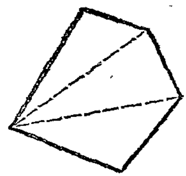


長爲高.

求梯形面積之公式如下:

$$面積=\frac{(上底+下底)\times高}{2}.$$

6. 多角形(Polygon).



凡屬直線所圍之平面形,皆曰多角形.

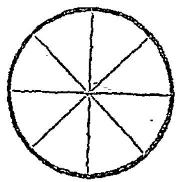
以多角形分作若干個三角形,則此諸三角形面積之和爲多角形之面積.

7. 圓(Circle).

前在第三編中已知圓周之長必爲其直徑長之3.1416倍,此倍數名之曰圓周率,恒以符號π表之.

$$1圓周=直徑\times\pi=半徑\times\pi\times2.$$

求圓面積之公式如下:



$$圓面積=半徑^2\times\pi$$

$$=\frac{半徑\times圓周}{2}.$$

習 題 A.

1. 一平行四邊形之地面,其底邊長五尺,高三尺. 求此地面之面積.

2. 一平行四邊形,高六寸,面積爲七十二平方寸,則其底邊之長幾何?

3. 正方形之地面一塊,其面積爲1369畝. 求其每邊

之長·

4. 一三角形,其底邊長八尺,高一丈二尺. 求其面積.

5. 一三角形,其面積爲四十八平方寸,底邊長一尺二寸. 求其高爲若干.

6. 設三角形之面積爲 114 平方尺,高 19 尺,求其底邊之長.

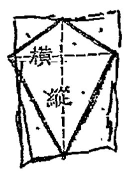
7. 直角三角形之斜邊長六尺五寸,他一邊長五尺六寸. 求其面積.

8. 矩形隣接二邊之長爲五尺及十二尺. 求其對角線之長.

9. 菱形之面積爲五十六平方寸,縱長八寸,橫長幾何?

10. 一菱形,其每邊長六尺,高四尺五寸. 求其面積. 若以此菱形之邊作爲正方形之邊,則其正方形之面積與此菱形面積之差幾何?

11. 梯形之上底長十二米突,下底長十六米突,高十五米突. 求其面積.



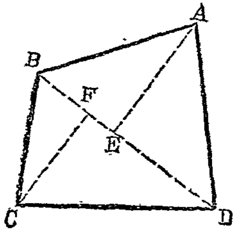
12. 有紙鳶,縱一尺二寸,橫八寸. 求其面積.

13. 一長方形之地,其縱爲橫之二倍,面積爲2738平方丈,則其縱橫各長幾何?

14. 一矩形縱橫之比爲5:7,其面積爲 47915 平方尺. 求其縱橫之長.

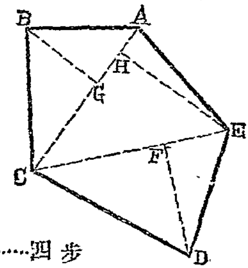
求下二個多角形之面積:

15.



BD……五尺
AE……三尺
CF……二尺五寸

16.



AC……四步
BG……二步
EH……三步
EC……四步半
DF……二步半

17. 直徑八寸之圖畫,配以一寸闊之圖架,則此架之面積幾何.

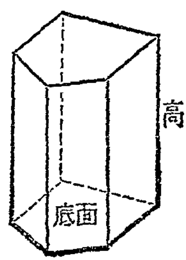
18. 有一方紙,其每邊長七寸,則剪成圓形,耗紙幾與?

19. 今於直徑三丈之圓地上築一方場,其餘鋪草. 求此草地之面積.

20. 求正方形與其內接圓二者面積之比.

8. 直角壔(Right Prism).

諸等高之矩形及二個全相等之多角形所圍之立體,曰直角壔.



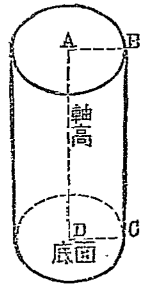
此二個多角形爲底面,諸矩形爲側面,隣接二側面中公共邊之長爲高.

直角壔之體積=高×底面積.

直角壔之側面積=高×底面周圍.

9. 直圓壔(Right Cylinder).

固定矩形 ABCD 之一邊 AD 而旋轉之,則由此所成之形爲直圓壔.



此固定之邊爲直圓壔之軸,由與軸相隣之二邊AB,CD所成之二圓各爲直圓壔之底面,由對軸之邊BC所成之面爲其側面,軸之長爲直圓壔之高,底面之半徑爲壔之半徑.

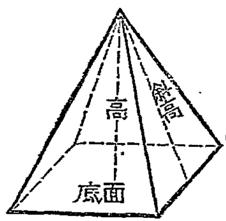
直圓壔之體積=高×底面積.

直圓壔之側面積=高×底面周圍

=高×2半徑×π.

10. 正角錐(Regular Pyramid).

諸全相等之三角形及一正多角形所圍之立體曰正角錐.

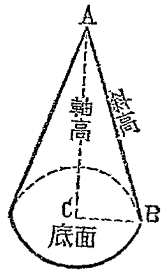


此一正多角形爲底面,諸三角形爲側面,三角形會集之一點爲錐頂,從錐頂向底面所下垂線之長爲高,諸三角形之高爲斜高.

$$正角錐之體積=\frac{高\times底面積}{3}.$$

$$正角錐之側面積=\frac{斜高\times底面周圍}{2}$$

11. 直圓錐(Right Cone).



固定直角三角形ABC中直角之一邊AC而旋轉之,則由此所成之形爲直圓錐.

此固定之邊爲直圓錐之軸,由直角之第二邊BC所成之圓爲直圓錐之底面,由斜邊AB所成之面爲其側面,軸之長爲直圓錐之高,斜邊之長爲錐之斜高,底面之半徑爲錐之半徑.

$$\text{直圓錐之體積}=\frac{1}{3}\times(\text{高}\times\text{底面積}).$$

$$\text{直圓錐之側面積}=\frac{1}{2}\times(\text{斜高}\times\text{底面周圍})$$

$$=\text{半徑}\times\pi\times\sqrt{\text{半徑}^2+\text{高}^2}.$$

12. 球(Sphere).

固定半圓之直徑而旋轉之,則由此所成之形爲球. 圓之中心,半徑,及直徑卽爲球之中心,半徑,及直徑;由半圓周所成之面爲球之表面,或曰球面.

$$\text{球之體積}=\frac{1}{6}\times(\text{直徑}^3\times\pi)$$

$$=\frac{4}{3}\times(\text{半徑}^3\times\pi).$$

$$\text{球之表面積}=\text{直徑}^2\times\pi=4\times\text{半徑}^2\times\pi.$$

習　題　B.

1. 一直三角壔,其底面積爲五平方尺,高八尺. 求其體積.

2. 一直角壔,其底面爲縱長三寸,橫長四寸之菱形,高七寸五分. 求其體積,側面積,全表面積.

3. 直三角壔之高爲三尺,其底面之底邊長六尺而其高爲二尺. 求其體積.

4. 有直六面體,其縱,橫,高之連比爲 2:3:5, 而其體積等於他一直角壔之體積. 已知此壔之底面積爲 40.5 平方米突,高爲 2.5 米突. 求此直六面體縱,橫之長及高.

5. 立方體每邊長六尺,則其對角線之長幾何?

6. 有直圓壔,其底面之直徑長一尺,高三尺. 求其體積及側面積.

7. 一圓筒形杯,高 3 寸,底半徑長 1.5 寸. 求其側面積及容積.

8. 有直圓壔,其體積爲 3078.768 立方寸,底半徑長 7 寸. 求其高.

9. 有正四角錐,其底面爲每邊長九寸之正方形,高一尺. 求其體積,斜高,側面積.

10. 有正角錐,其底面爲正方形,已知其體積爲 40.5 立方米突,高 4.5 米突. 其底邊長幾何?

11. 埃及之方尖塔高 488 呎,其底面爲每邊長 756 呎之正方形. 求其體積.

12. 有直圓錐,其直徑長十粍,高十二粍. 求其側面積,全表面積與體積.

13. 有漏斗形之器,其容積爲 1 立,而深二倍於直徑之

長．求其深．

14. 直圓錐之斜高為15寸,其底面之周圍為26寸．求其側面積．

15. 一直圓錐,其斜高為10寸,底半徑長6寸．求其高．

16. 一直圓錐形酒杯,深三寸,口徑長3寸．注酒其中至杯之$\frac{2}{3}$時容酒若干立方寸?

17. 球之直徑長一尺,則其表面積及體積若何?

18. 球之表面積為153.86平方米突,則其半徑及體積若何?

19. 有半徑長一尺五寸之直圓壔水桶,中貯水而不滿．今以半徑長三寸之球沉於其中,則水面比前增高幾何?

20. 直圓壔之直徑及高皆等於球之直徑,則直圓壔之全表面積與球表面積之比如何? 又其體積之比如何?

21. 在前題中,以球置圓壔之內,則所餘圓壔之體積若何?

22. 二球直徑之比為1:2,則其表面積及體積之比若何?

複利表

(1+利率)期數

本銀一之本利和

(自1期至30期)

期數 \ 利率	二釐	二釐半	三釐	三釐半	四釐	五釐
1	1.02000	1.02500	1.03000	1.03500	1.04000	1.05000
2	1.04040	1.05063	1.06090	1.07123	1.08160	1.10250
3	1.06121	1.07689	1.09273	1.10872	1.12486	1.15763
4	1.08243	1.10381	1.12551	1.14752	1.16985	1.21551
5	1.10408	1.13140	1.15927	1.18769	1.21665	1.27628
6	1.12616	1.15969	1.19405	1.22926	1.26532	1.34010
7	1.14869	1.18869	1.22987	1.27228	1.31593	1.40710
8	1.17166	1.21840	1.26677	1.31681	1.36857	1.47440
9	1.19509	1.24886	1.30477	1.36290	1.42331	1.55133
10	1.21899	1.28008	1.34392	1.41060	1.48024	1.62890
11	1.24337	1.31209	1.38423	1.46000	1.53945	1.71034
12	1.26824	1.34489	1.42576	1.51107	1.60103	1.79586
13	1.29361	1.37851	1.46853	1.56396	1.66507	1.88565
14	1.31948	1.41297	1.51259	1.61869	1.73168	1.97993
15	1.34587	1.44830	1.55797	1.67535	1.80094	2.07893
16	1.37279	1.48451	1.60471	1.73399	1.87298	2.18287
17	1.40024	1.52162	1.65285	1.79468	1.94790	2.29202
18	1.42825	1.55966	1.70243	1.85749	2.02582	2.40662
19	1.45681	1.59865	1.75351	1.92250	2.10685	2.52695
20	1.48595	1.63862	1.80611	1.98979	2.19112	2.65330
21	1.51567	1.67958	1.86029	2.05943	2.27877	2.78596
22	1.54598	1.72157	1.91610	2.13151	2.36992	2.92526
23	1.57690	1.76461	1.97359	2.20611	2.46472	3.07152
24	1.60844	1.80873	2.03279	2.28333	2.56330	3.22510
25	1.64061	1.85394	2.09378	2.36324	2.66584	3.38635
26	1.67342	1.90029	2.15659	2.44536	2.77243	3.55567
27	1.70689	1.94780	2.22129	2.53157	2.88337	3.73346
28	1.74102	1.99650	2.28793	2.62017	2.99870	3.92013
29	1.77584	2.40641	2.35653	2.71188	3.11865	4.11614
30	1.81136	2.09457	2.42726	2.80659	3.24340	4.32194

複　利　表

(1+利率)期數

本金一之本利和

(自1期至30期)

利率／期數	六　釐	七　釐	八　釐	九　釐	一　分	一分二釐
1	1.06000	1.07000	1.08000	1.09000	1.10000	1.12000
2	1.12360	1.14490	1.16640	1.18810	1.21000	1.25440
3	1.19102	1.22504	1.25971	1.29503	1.33100	1.40493
4	1.26248	1.31080	1.36049	1.41158	1.46410	1.57352
5	1.33823	1.40255	1.46933	1.53862	1.61051	1.76234
6	1.41852	1.50073	1.58687	1.67710	1.77156	1.97382
7	1.50363	1.60578	1.71382	1.82804	1.94872	2.21068
8	1.59385	1.71819	1.85093	1.99256	2.14359	2.47596
9	1.68948	1.83846	1.99900	2.17189	2.35795	2.77308
10	1.79085	1.96715	2.15893	2.36736	2.59374	3.10585
11	1.89830	2.10485	2.33164	2.58043	2.85312	3.47855
12	2.01220	2.25219	2.51817	2.81266	3.13843	3.89598
13	2.13293	2.40985	2.71962	3.06580	3.45227	4.36349
14	2.26090	2.57853	2.93719	3.34173	3.79750	4.88711
15	2.39656	2.75903	3.17217	3.64248	4.17725	5.47357
16	2.54035	2.95216	3.42594	3.97031	4.59497	6.13039
17	2.69277	3.15882	3.70002	4.32763	5.05447	6.86604
18	2.85434	3.37993	3.99602	4.71712	5.55992	7.68997
19	3.02560	3.61653	4.31570	5.14166	6.11591	8.61276
20	3.20714	3.86968	4.66096	5.60441	6.72750	9.64629
21	3.39956	4.14056	5.03383	6.10881	7.40025	10.80885
22	3.60354	4.43040	5.43654	6.65860	8.14027	12.10031
23	3.81975	4.74053	5.87146	7.25787	8.95430	13.55235
24	4.04894	5.07237	6.34118	7.91108	9.84973	15.17863
25	4.29187	5.42743	6.84848	8.62308	10.83471	17.00006
26	4.54938	5.80735	7.39635	9.39910	11.91818	19.04007
27	4.82235	6.21387	7.98806	10.24508	13.10999	21.32488
28	5.11169	6.64884	8.62710	11.16714	14.42099	23.88386
29	5.41839	7.11426	9.31727	12.17218	15.86309	26.74993
30	5.74349	7.61226	10.06266	13.26768	17.44940	29.95992

民國十一年六月發行
民國十一年十月三版

新中學算術教科書(全一冊)
【布面精裝定價銀一元二角】

編者 武進吳在淵 無錫胡敦復
校者 無錫華襄治 江寧張鵬飛
發行者 中華書局
印刷者 中華書局
印刷所 中華書局 上海靜安寺路一九二號
總發行所 中華書局 上海棋盤街
分發行所 中華書局 北京 天津 奉天 廣州 長沙 開封 長春 漢口 南昌 南京 杭州 濟南 保定 武昌 太原 常德 福州 成都 重慶 雲南 徐州 西安 汕頭 沙市 衡州 貴陽 吉林 潮州 安慶 蕪湖 東昌 廈門 煙台 鄭州 石家莊 哈爾濱 張家口 新加坡

教育部審定　湖北楊汝梅著

新式銀行簿記及實務

紙面洋裝一厚冊
定價銀二元

銀行簿記之改革日新月異湖北楊汝梅先生久主是科講席並歷任財政審計各職學識經驗無待贅言是書爲先生最近著作業經教育部審定茲錄批語如下

【教育部批】

該書薈萃東西最近出版之名著參以吾國固有之習慣搜羅豐富井井有條堪稱善本應准作爲各學校簿記學及銀行學之參考書

中等英文商業算術　一冊一元六角

商業指南　一冊九角

業珠算全書　一冊九角