

大學叢書

電 工 原 理

白 煦 丁 弼 著
顧 毓 琇 譯

商 務 印 書 館 發 行

廣州商會

日期	事項	金額	備註
1919			
1920			
1921			
1922			
1923			
1924			
1925			
1926			
1927			
1928			
1929			
1930			
1931			
1932			
1933			
1934			
1935			
1936			
1937			
1938			
1939			
1940			
1941			
1942			
1943			
1944			
1945			
1946			
1947			
1948			
1949			
1950			
1951			
1952			
1953			
1954			
1955			
1956			
1957			
1958			
1959			
1960			
1961			
1962			
1963			
1964			
1965			
1966			
1967			
1968			
1969			
1970			
1971			
1972			
1973			
1974			
1975			
1976			
1977			
1978			
1979			
1980			
1981			
1982			
1983			
1984			
1985			
1986			
1987			
1988			
1989			
1990			
1991			
1992			
1993			
1994			
1995			
1996			
1997			
1998			
1999			
2000			
2001			
2002			
2003			
2004			
2005			
2006			
2007			
2008			
2009			
2010			
2011			
2012			
2013			
2014			
2015			
2016			
2017			
2018			
2019			
2020			
2021			
2022			
2023			
2024			
2025			
2026			
2027			
2028			
2029			
2030			
2031			
2032			
2033			
2034			
2035			
2036			
2037			
2038			
2039			
2040			
2041			
2042			
2043			
2044			
2045			
2046			
2047			
2048			
2049			
2050			

(附註) 詳見會計帳簿

日期	事項	金額	備註
1919			
1920			
1921			
1922			
1923			
1924			
1925			
1926			
1927			
1928			
1929			
1930			
1931			
1932			
1933			
1934			
1935			
1936			
1937			
1938			
1939			
1940			
1941			
1942			
1943			
1944			
1945			
1946			
1947			
1948			
1949			
1950			
1951			
1952			
1953			
1954			
1955			
1956			
1957			
1958			
1959			
1960			
1961			
1962			
1963			
1964			
1965			
1966			
1967			
1968			
1969			
1970			
1971			
1972			
1973			
1974			
1975			
1976			
1977			
1978			
1979			
1980			
1981			
1982			
1983			
1984			
1985			
1986			
1987			
1988			
1989			
1990			
1991			
1992			
1993			
1994			
1995			
1996			
1997			
1998			
1999			
2000			
2001			
2002			
2003			
2004			
2005			
2006			
2007			
2008			
2009			
2010			
2011			
2012			
2013			
2014			
2015			
2016			
2017			
2018			
2019			
2020			
2021			
2022			
2023			
2024			
2025			
2026			
2027			
2028			
2029			
2030			
2031			
2032			
2033			
2034			
2035			
2036			
2037			
2038			
2039			
2040			
2041			
2042			
2043			
2044			
2045			
2046			
2047			
2048			
2049			
2050			

本會地址：廣州沙面一號 (Guangzhou, Shamian Island, No. 1)

大學叢書
電工原理

白照 丁弼著
顧毓琇譯



中國電機工程師學會叢書之一

商務印書館發行

原著者爲中譯本特撰序文

拙著“電工原理”一書，行將譯成中文，余等聞之甚爲欣喜。翻譯工作，由學者顧博士擔任，尤爲感慰。余等與顧博士相處數年，於其品學，均深敬仰，想該書之中文版，必獲無上之成功也。

白 煦 Vannevar Bush

丁 弼 William H. Timbie

麻省理工大學

劍橋

麻省 美合衆國

1931年3月27日

FOREWORD

We are pleased to learn that our book "The Principles of Electrical Engineering" is to be translated into the Chinese language, and we are particularly gratified that the translation is to be done by so distinguished a scholar as Dr. Ku. We have known Dr. Ku for several years and have the deepest respect for him personally and great admiration for his scholarly attainments. We feel sure that the Chinese edition could come out under no more promising auspices.

Vannevar Bush
William H. Timbiza.

Massachusetts Institute of Technology
Cambridge
Massachusetts, U. S. A.
March 27, 1931.

譯 者 序

丁弼白二教授所著電工原理一書，初版於 1922，再版於 1930，爲電機工程基本原理之名著，國內外各大學電機工程系多用爲二年級課本，說理清晰，例證詳盡，初學者得益良多。茲爲便利國人起見，特商得原著者同意譯成中文。付印之前，蒙二氏惠賜序文，實深欣幸。

本書初譯始於民國十九（1930）。時余任教國立浙江大學工學院電機科，因鑒於中文電工課本之缺乏，特囑諸同學於課餘之暇分任譯事。民二十級（四年級）同學首譯直流電機原理，民二十一級（三年級）同學次擔任交流電原理，而民二十二級（二年級）同學方讀電工原理，亦欣然分任之。是書初譯稿既成，乃囑范崇武君先加整理。但初譯是書時，再版尙未問世，及整理粗完，而再版書到，而余又赴國立中央大學主持工學院務，而不久又有一二八之變，校正付印之計畫遂暫中止。

民國二十一年秋余來清華創辦電機工程系，二十二年冬始囑民二十五級同學數人，依照新版將初譯稿加以增改，並就余新譯電工名詞校訂譯名。後浙大民十九級舊同學沈尙賢范崇武二君自德英返國，先後來歸，乃囑再度整理。二十四年春余既校譯直流電機原理竣事，交商務印書館付印，乃得親自從事於此書之校譯，歷時一年餘，至今始告完成。

按之實際經驗，校譯及改譯所費之時間，有時或反較逕自繙譯所費爲多。但余深感諸同學之熱忱努力，實爲此書中譯本得以完成之重

大因素，否則余恐余雖有志譯書，而年來世事紛紜，萬般粟六，正不知幾時完成也。雖然，自始業至此，忽忽六七年矣，稽遲延誤，余不能無咎焉。茲於付印之前，敬記譯事之經過，所以謝參加工作之諸同學，亦所以誌余過也。至於譯文疏陋之處，自恐誠有未免，尚祈國內電工同志不吝賜正，實不勝盼禱之至。

顧毓琇

國立清華大學工學院

民國二十五年五月

目 次

章 數		頁 數
第 一 章	電機工程師.....	1
第 二 章	電單位與電周路.....	15
第 三 章	電功率與電能.....	53
第 四 章	電阻之計算.....	77
第 五 章	電解傳導.....	109
第 六 章	磁路.....	136
第 七 章	磁場.....	182
第 八 章	鐵與鋼之磁性.....	250
第 九 章	感應電勢.....	281
第 十 章	發生電勢.....	333
第十一章	導體所受之力.....	381
第十二章	熱游子傳導與氣體傳導.....	401
第十三章	介體.....	451

電 工 原 理

第一章 電機工程師

(The Electrical Engineer)

凡國家現代文明之程度如何，可以其所利用天然動力或功率(power)之多寡斷之。此於工業國家自不待證實，即於今日農業社會中，亦何獨不然。蓋農業發達，得力於人造肥料者甚多，人造肥料之產生，有賴於水力發電，而此天然水力，即為昔日所棄而不用者。

世界上天然動力應用之發達，乃為工程師之天職。或設計精密機件，俾於電話線路費極微之力即可得傳訊之效，或駕馭洪水，供給各城市以無窮之力，要皆為工程師之任務。凡一切關於發電、輸電、或用電等事，則電機工程師尚矣。

1. 電非天然動力。 現在世界上所用能力之大半，均用電的方式，以其輸送及使用最為便利而經濟，但電之本身，並非天然動力之一種。天然動力之主要來源凡三：——

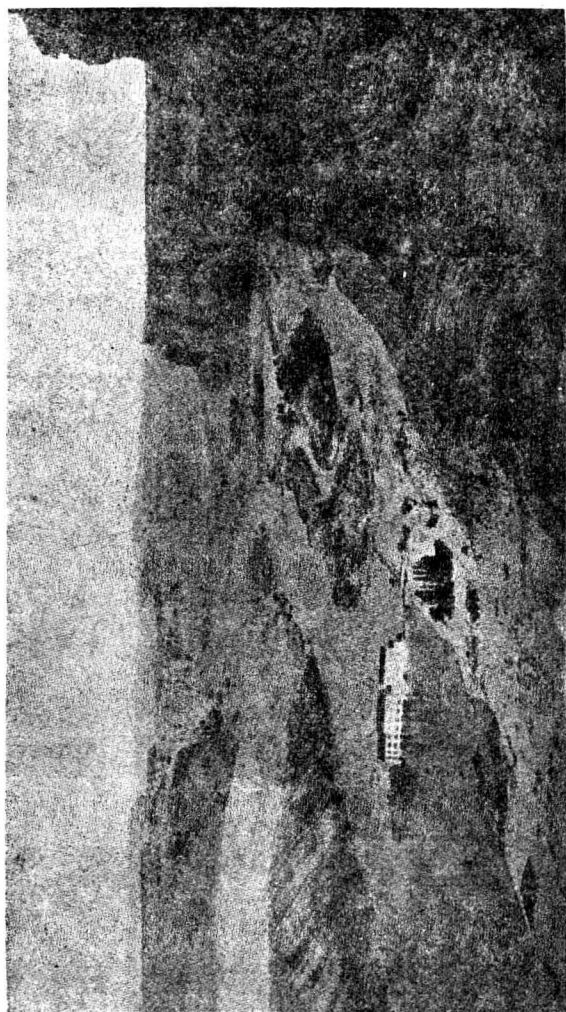
(1)水——在天然或人工水道中，

(2)煤——藏於地下，

(3)油及天然氣——出自井中。

以水發大量之動力，則遇低源必須洪流，高源則細流亦可。如美國阿達霍 (Idaho) 省史瓊瀑布 (Swan falls) 地方之電廠 (如圖1)，其水頭平均為 19 呎，故每發一馬力，每一小時需水 120,000 餘磅。又如加利福尼亞 (California) 省之山法蘭錫司錫徒 (San Franciscito) 電廠 (如圖2)，每一馬力，每小時僅需水 2,600 磅，但其水頭為 938 呎。同一水力發電廠，而情形迥異，故水輪與發電機之設計亦大不相同。在解決此種問題時，電機工程師之物理學識，尤其是力學之應用，最為重要。若以煤或油發電，則每分鐘所需燃料之量更少。例如上述二廠中，任何一廠，如每小時燃煤 0.95 磅或油 0.6 磅，即可發一馬力。燃少量之油或煤，即能發大量之力，故今日世界上所用之力，大平均來自油或煤，雖然此種物質，不若水之用之無盡。

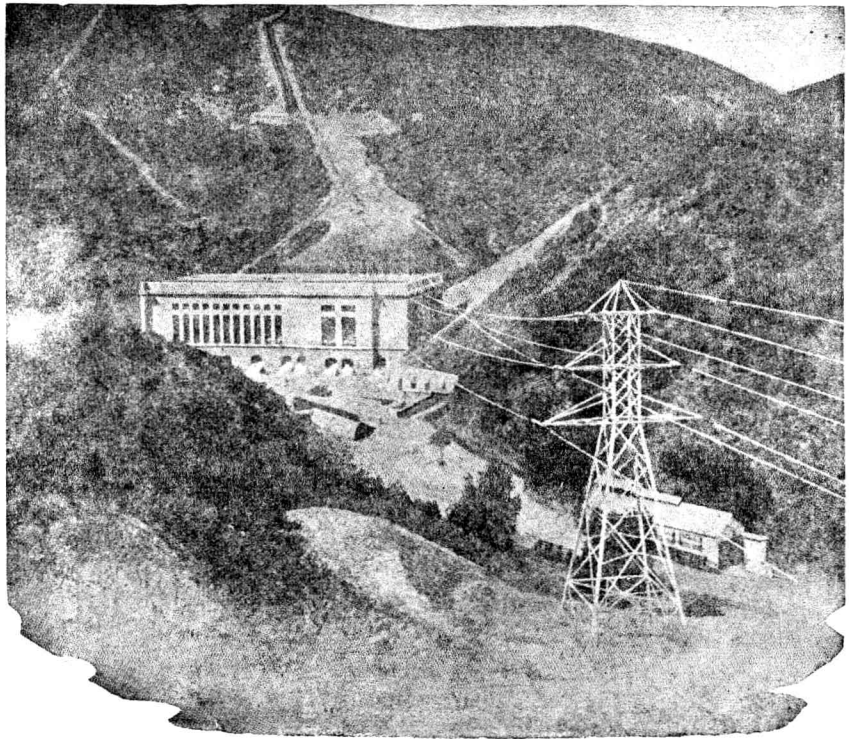
2 為何有中央動力廠。 大量之力，雖可以少量油或煤發生，然每遇需用力處，即裝一蒸汽機或煤汽機，非惟費事，且不經濟，如室內所裝之白熾電燈，每盞約需 $\frac{1}{15}$ 馬力，吾人決不能於每盞燈之旁裝一較小之汽油發動機及發電機或蒸汽機及發電機。現大工廠中，事實上少有於各室各裝一發動機者，而輒仰給於一中央動力廠。此種計劃更進一步，即全城市之需要可由一總動力廠供給，或竟有一廠供給數城者。現在趨勢，每一動力廠之供給區域，愈趨愈廣。工程師中甚且預言將來全國之動力廠，勢將聯絡一起，合成一超動力網(super power system)者。



第1圖 美國阿達霍省史之水力發電廠

3. 屢何中央動力廠用電。在上述超動力網中，如欲輸力於遠距外，實際上惟有用電之一法。實則輸力於數呎外，用電已為最適當之方式。試觀舊式工廠中，皮帶輪軸、滑輪等裝置，宛如森林，何等紛亂。

試想在一小鎮中，若由中央發力廠以皮帶等輸力於各處工廠，其情形將如何？於此足見中央發力廠，應為電的。但電力輸送，亦非隨時隨地勝於他種輸送。輸力於極短距離內，則以皮帶輪軸等，常較經濟而效率亦佳。如遇臨時裝置，距離短而需力少，如鑿石機、起重機、抽水機等，則可用高壓蒸汽比較有利；有時壓縮空氣，亦可利用。



第 2 圖 美國加利福尼亞省山法蘭錫司錫徒城之水力發電廠

中央發電廠之利益可總括如下：——

(1) 電能可用輕小而價廉之銅線輸送。輸送線既無須移動，且能折成任何式樣，以經過種種屈曲與障礙，且電線比較安全而整潔，一經裝就，維持費用亦極省。

(2) 電能可變成各種能力，隨各處需用之便；可發燈光，可轉電動機，可熱火爐及鎔爐，可鍊金屬，可電鍍等等。

(3) 經長距離之輸送，在電線及其他電器中所消耗之電能極微。

(4) 起動，停止，及控制一切電器用具，可用簡單器具，其工作精確，其構造堅固而耐久。

4. 發電廠之地位。 欲求配電之經濟，發電廠在可能範圍內，當建於所欲供給各處負載之中心。但遇水力發電廠，如此地位，多屬不可能之事。因所需水流，須源高而水量多，於是一般廠基，都擇鄰近水源處，蓋輸送電力於城市，較之運水至中心地點實為便利。

發電廠地位問題，如用天然氣，油，或煤較易解決。蓋氣、油及煤之重量較小，而所含能力甚多，且氣與油可用管子輸送，煤之運輸亦有便利方法。故發電廠之位置，可在需要區域之中心點。

將來如電力輸送效率增高，而天然氣、油及煤之運費增高，則設廠近於產天然氣、油及煤處當較經濟，而電力輸送之距離，當或更遠矣。*

近代汽輪交流發電廠，所需凝汽用之水量頗大，因此發電廠之地位，

* 參看 “Electric Transmission Versus Coal Transportation,” by Harold W. Smith, Electric Journal, September, 1921.

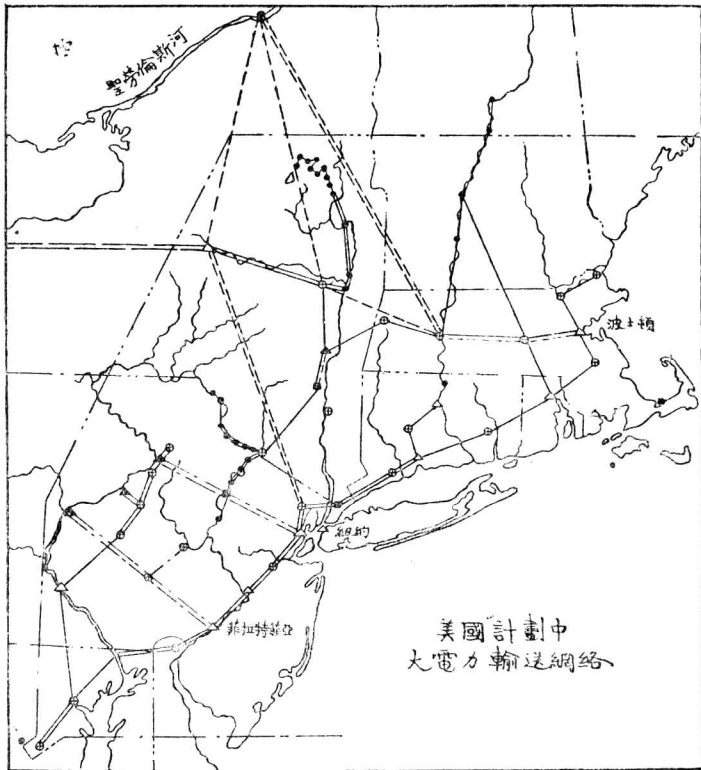
往往以水量足否而定。如芝加哥 (Chicago) 省愛迪生公司 (Commonwealth Edison System) 之省線發電廠 (State Line Station), 其 208,000 瓩安汽輪交流發電機, 每分鐘需凝汽水 360,000 加侖。又紐約愛迪生公司 (New York Edison Co.) 與聯合電氣公司 (United Electric Light and Power System) 之發電廠, 當夏季所有發電機共同工作時, 每分鐘需水 1,455,000 加侖, 約為赫特生河 (Hudson River) 平均水流之一半。

5. 超動力網或大電氣網。關於能力價格之減低以及油與煤之節省諸端, 在美國地質調查所之超動力網報告中已有驚人之說明。[†]

觀第三圖, 此超動力網或大電氣網之區域自華盛頓 (Washington D. C.) 而至樸脫蘭 (Portland, Me.), 自大西洋岸 而至哈利司波格 (Harrisburg, Pa.), 與猶的喀 (Utica N. Y.)。此區域內現有居民二千五百萬人, 製造工廠數占美國 全國之 40%。供電之公用公司凡 315 處, 線路長 1,200 哩, 電壓在 33,000 伏以上。如改為大電氣網後, 擬添之高壓線路, 計 110,000 伏者 4,700 哩, 220,000 伏者, 4,000 哩。其發電之原動力, 大部雖取給於此區中之油、煤、及水力, 但尼古拉大瀑布 (Niagara Falls) 處發電廠擴充後之大宗電力亦可加入。且於聖勞倫斯 (St. Lawrence) 河旁, 可建築大發電廠。區內水源, 將完全利用, 如以普羅麥克 (Polomac)、利司黑那 (Sus-

† Professional Paper No. 123, Department of Interior, U. S. Geological Survey, entitled "A Super Power System for the region between Boston and Washington," by W. S. Murray and Others.

guchanna)及得拉瓦 (Delaware) 等河供給中南二部，而以赫特生及康奈克(Connecticut)河供給北部。但尼古拉大瀑布擴充後，聖勞倫斯



美國計劃中大電力輸送網絡

- 互聯網絡
- 因聖勞倫斯電廠而增加至聯網絡
- - - 計劃中由聖勞倫斯電廠送出之輸送線
- · · 遠處電廠之輸送線
- · · 由尼古拉大瀑布之輸送線
- 水力發電廠
- ▲ 蒸汽發電廠
- △ 蒸汽發電廠之負載中心
- ⊙ 負載中心
- 非負載中心處之電橋站

第3圖 超動力網或大電氣網計劃，擬發展所有水力並聯絡此區中所有發電廠。此區中工廠總數約佔全美國工廠之40%。

河及上述各河新設電廠後所發之電力，亦僅能供給全區需要之 20%。尙餘 80% 則惟油與煤是賴。各廠或設於產煤區域如森白來 (Sunbury)，奈司辟克 (Nescopeck) 及辟司登 (Pittston, Pa.) 等處，或設於沿河交通便利之處，使煤與油之運輸容易而經濟。

在上述之電氣網發展計劃中，有幾部分已先單獨經營，且已互有聯絡。電氣網之實現，實賴環境之需要以及各種電器之進步。例如輸電設備，必須能受電壓二百萬伏而無損，則各種物質對於此電壓之影響，必須先求明瞭。故工程師對於靜電學識，應當十分了解。又如大量負載急加緩加對於該電氣網內發生若何影響或遇短路 (short-circuit) 及電鑰開閉等情，如何可以保持繼續工作等問題，亦必詳加研究。此外對於各種材料、方法、及制度之經濟比較，亦為設計工程中之重要因素。

1927年美國發電廠凡 4400 所，供 21,700,000 用戶，年入美金 1,783,000,000 元。發出 75,000,000,000 瓩中，有 29,000,000,000 瓩用水力發生，46,000,000,000 瓩由燃料發生。該年添備新機器之費用，達美金 760,000,000 元，合每分鐘用去美金 1400 元之多。僅此一年統計固不足表明電氣事業之狀況，但自 1921 年起，發電度數或瓩時數 (kilowatt-hours) 每年平均增加 7,000,000,000，因之每年發電機容量須增 2,500,000 至 3,000,000 瓩安，再加換舊更新，則每年之增加量當可想見。*

* 欲知最近消息可參看每年正月份出版之 Electrical World.

6. 電動力或電功率之便利。大量之電動力或電功率，不獨於發生、輸送、及利用上極為經濟，且可應用之範圍甚廣，因此便利更多。電話即其一例。各機件需要電能極微，而美國一千八百萬電話站，均可互通音訊。紐約與舊金山早可藉金屬線通話。哈哇那 (Havana) 至基維西脫島 (Key West) 用海底電纜以通話，越大陸而至舊金山，則用架空線或地下電纜，經 30 哩之海峽而至克泰立那島 (Catalina Island) 則用無線電。於 1927 年，跨越大西洋之無線電話開始營業，今復擴充通話範圍。又有連續加電感之海底電纜，本供跨越大西洋通報之用，不久或能擴充通話之需。以 5,500,000,000 哩之有綫電話復助以無線電話，他日電訊事業定有良好發展，可預卜也。

跨越大陸之長途通訊，現因綫路中可裝真空管重發器 (repeater)，已得圓滿解決。至於無線電輸送，亦多有賴於真空管，而真空管可用為振擺器、調幅器、矯流器及放大器等。要之，於今日電氣事業發展中，真空管已占重要地位。故對於真空管及氣體導電等學識，實為近代各種電機工程師所需要者也。

7. 電機工程師。上述二例，一為大電氣網，一為長距離通訊，乃電機工程發展中之二大範圍。前者關於大量及高壓之電能，可供千萬種之用途；後者關於小量及低壓之電能，可供長距通訊之需。但二者所需工程師，同為諳習基本電學原理而富有相當經驗者。

電機工程師，依職務之不同，約可分為三種：

第一種為應用科學定律，以創製電氣機件之電機工程師。研究工程師，即屬於此種，其任務乃在推廣自然定律之應用範圍，而為人類增幸福。

又如設計工程師應用定律以設計機器，及製造工程師製造各種機器，皆屬此種。

第二種為運用電機工程之機件以服務人類之電機工程師。工程師之計劃、構造、或運用電力輸送、電話、電報、或電力鐵道者，皆屬於此種。

第三種為兼通電機工程及其他學識之電機工程師。如工廠所聘之顧問電機工程師，對於各種電機工程上問題貢獻意見。又如興業工程師 (promoting engineer)，具有高越見解，能從大處着眼，以建議各種電氣事業之興辦，例如利用一大瀑布、建築一製造工廠、或組織一電訊公司等等。

上述三種工程師，均當富有基本學識。物理及化學中各種自然定律務須明瞭。數學亦應熟習，以便解答應用定律時所發生之問題。電學理論及實用之普通原理，則更當明瞭清楚。經濟學中各要點，亦為工程師之必要知識。工程師應該既會動手，又會用腦，工場中工作情形，亦須熟悉。不但如此，尚須能作簡明文字，使讀者不論為工程師或為工人，均能一一了解其意義。

電機工程師遇一問題欲謀解決時，輒取下列步驟：先搜羅各種有用根據，擇其重要者，逐條排列，依其內中關係，立基本方程式，並注意其應滿足之界限條件，用數學方法解之，所得結果復須加以事實之說明。然後估計費用，決定意見，計劃其實現方法，呈明主管人員，而將此計劃實行。上述步驟，何步最應注意，則輒因工程師任務之不同而異。

在研究理論或工程學問時期，學生腦海中，亦先搜集基本定律，而後辨別何者為有用於某種理論導出（derivation）或問題解答者。於是由問題中已有之情形，根據定律而立方程式，並注意其界限條件，用數學方法求解，依所擬之解法得一結果，然後將此結果告於教師。由此觀之，在工程師所欲解決之問題中，惟如何實行結果一點，為學生在理論研究時期所不能辦到。但此點在實驗時亦可有相當準備，蓋凡在實驗前須寫一預先報告，說明實驗所用之方法及欲得之結果。

以上所討論，指出電機工程師之準備當為如何，並示電機工程課程中應含有各種科目，而電機工程師之學識亦應十分廣博。

本書內容假定讀者已有相當物理、化學、及算學知識。書中所述電學理論中之普通原理，乃使讀者得一良好電機工程之基礎，以為將來選擇任何專門研究之準備。

第一章 摘要

現代文明之趨勢，乃在利用天然動力且增高其效率。故建設大規模之中央發電廠，推廣用電之範圍，以及力求電機之精密，實為自然之趨向。電機工程師之任務既日益重大，故對於各種科學之基本原理及其應用，應有充分了解。

電機工程師可分為三種：

第一種，設計及製造電機之工程師。

第二種，應用各種電機之工程師。

第三種，聯絡電機工程與其他事業之工程師。

電機工程師應具備之基本學識，主要者為數學、物理、及化學中之基本定律，以及電機工程之普通原理。

第一章 習題

習題 1-1. 近代蒸汽發電廠，每發電一度（瓦一時），約需煤 1.0 磅。如有一發電廠每時平均供電 200,000 度，問需煤幾噸？

習題 1-2. 某一油井，每日出油 8000 桶，將其置於爐下而燃燒之，問能繼續產生若干馬力？假定油每磅含 17,500 英熱單位，燃燒時 16% 發生效力。（每桶可作 340 磅計算）。

習題 1-3. 今有一 250 瓦發電機，每日在額定負載下開動 12 小時，共需上題所述之油 9 桶，問油內能力所利用者為百分之幾？

習題 1-4. 今有蓄水池一，長 4.5 哩，闊 $\frac{1}{2}$ 哩，平均深 34 呎。蓄水池距水輪之有效高度為 1900 呎，問此蓄水池藏有若干呎磅之能力？

習題 1-5. 每噸煤平均含有 14,000 英熱單位，問須煤幾噸，庶其所含能力與習題 1-4 中蓄水池所藏之能力相等？

習題 1-6. 備有習題 1-4 中所述蓄水池之發電廠，裝有 20,000 馬力之水輪六具。如該廠之負載祇為其容量之一半，工作效率為 80%，問此蓄水池之水能供該廠工作幾日？

習題 1-7. 某發電廠裝有效率極佳之 6000 馬力水輪機四座。如水頭高 49 呎，而其額定負載時之效率為 93.7%，問所需水之流量為何？

習題 1-8. 沿密西西比河之水電廠，裝有水輪機 15 座，每座在正常定額時為 10,000 馬力。設水頭高 32 呎，而水輪機之效率約為 88%，問所需水之流量為何？

習題 1-9. 上題所述水輪機上之各發電機，如在滿載時之效率可擔保為 93.3%，問每發電機能發電機瓦？

習題 1-10. 某水電廠內裝有水輪機三座，每座水頭 75 呎下工作時，可有 3600 馬力。如水之總流量為 90,000 立方呎/分，問水輪機之效率為何？

習題 1-11. 上題中每座水輪機所連之發電機，在供給 2000 瓦時，其效率可擔保為 95.1%。問在此種情形下，每一水輪機應發馬力若干？

習題 1-12. 上題中水輪機之效率設為 83%，問在水頭高 75 呎時，每分鐘每機需水若干？

習題 1-13. 今有一 100 馬力之柴油機，在試驗時所得結果如下：油內所含能力之 41.7% 能給與此機之活塞，自活塞至滑輪之效率為 90%。每磅油含 14,000 英熱單位，每伽倫 (7.6 磅) 價洋二角五分。今若以效率 87% 之 75 瓩電動機代此柴油機，而電費每度洋五分。設每年按 3000 小時計算，問二者之費用比較如何，(電動機較易管理，此處姑置不論)。

習題 1-14. 某發電站，在匯電條處，送出電一度時，須燃煤 1.029 磅。如鍋爐用煤每噸價 \$13.406，問每度之燃料價值為何？

以下二題。表示現代發電廠進步之情形。解答時須具相當熱力工程之知識且應能運用最近之蒸汽表。故此二題只能供程度較高之學生演習之。

習題 1-15. 波士敦愛迪生電燈公司發電站汽鍋內之蒸汽壓力約為 1300 磅/平方吋，此高壓汽鍋平均燃煤一磅能生 14,050 英熱單位。在上述情形下 200,000 磅蒸汽需煤 18,300 磅。蒸汽離過熱器之過熱溫度為 146°F.，壓力為 1300 磅/平方吋。蒸汽入再熱器時之過熱溫度為 10°F.，壓力為 375 磅/平方吋。而出再熱器時之過熱溫度為 308°F.，壓力為 375 磅/平方吋。鍋水至省煤器時溫度為 420°F.。如空氣進火爐時之溫度為 80°F.，問汽鍋，過熱器，再熱器，省煤器，熱氣器及火爐之總效率為何？

習題 1-16. 上述發電站之 1200 磅汽輪交流發電機，每小時需用蒸汽 405,000 磅，蒸汽在進口處之壓力為 1200 磅/平方吋，過熱溫度為 132°F.。如廢汽壓力為 375 磅/平方吋，過熱溫度為 15°F.，而發電總效率為 95.1%，問輸出電動力為若干？

第二章 電單位與電周路

(Electric Units and Electric Circuits)

電機工程師主要任務為發生，輸送，與應用電動力。靜電問題，偶或涉之，但日常所注意者實為動電，即所謂電流是也。

8. 電子論 (Electron Theory)。宇宙間任何物質，皆含有極多帶電之質點。此種帶電質點極小，而其大小亦皆相同。此種質點，吾人稱之曰電子 (Electron)*。討論電子在各種情形下之性質及動作之學說，謂之電子論。電子論之學說現已為世人所公認。

電子不動時所生作用謂之靜電作用，但較重要者實為無數電子運動時所生之動電作用。

許多物質 (例如玻璃) 之電子，皆緊附於原子上，極難使其分離，此類物質稱為絕緣體 (Insulator)。在金屬中則有不少自由電子 (Free Electron)。所謂自由電子者，即電子之不緊附於原子上而能在物質中自由行動者。此種金屬，稱為導體 (Conductor)。當電子在金屬中移動，吾人即謂該金屬體在傳導電流。

一金屬線，充滿自由電子，猶如一管內裝細沙後復灌以水。電子似水之分子，原子比如細沙。電子之可由金屬體中被迫而流出，猶

* 參看 "The Electron," by R. A. Millikan; "Within the Atom," by John Mills; "Introduction to Contemporary Physics," by K. K. Darrow, pp. 1-14.

如水可由沙粒中流出。電子移動而成電流，亦猶水之分子移動而成水流。

水於管中流動，吾人以爲水爲不可壓縮之液體，實則水分子間有極大空隙。但壓縮分子使其擁擠於一處，則屬不易。製造大炮時，有用壓力 150,000 磅 / 平方吋者。若以此壓力加之於水，其體積亦不過減少三分之一耳。同樣，吾人視金屬內之電子亦爲不可壓縮之流體。電子間亦有大空隙，但電子與電子間，相拒力極大，頗難壓縮之。電子質量於今公認爲 8.999×10^{-28} 克 (gram)，爲氫原子質量之 $\frac{1}{1845}$ *。電子之半徑則爲 10^{-13} 浬 (cm.)*

水受極高壓力時，其體積方能稍爲縮小；同樣，電子受極高電壓時，方能縮小，故在低壓時，幾不能使電子壓縮。

9. 電流單位——安。 水在管中流動時，可以每秒鐘流過某一定點之咖噏數計算其水流之大小。同樣，電在導體上流動時，可用每秒鐘經過某定點之庫侖 (Coulomb) 數計算其電流之大小。庫侖指示電量，猶如咖噏之表明水量。實則，一庫侖乃爲一定數目之電子，猶一咖噏內有若干水分子然。一庫侖約有電子 6.3×10^{18} 個，直書之爲 6,300,000,000,000,000,000,000。此數根據電子之電荷 (Electron Charge), $e = (4.774 \pm 0.005) \times 10^{-10}$ 靜電單位 (庫†) 或 1.592×10^{-19} 庫 [侖]。(參看第十三章第 135 節)。在日常計算中，如此多之數字，實不合用，故多改

* International Critical Tables.

† 譯者按關於此種名詞之擬議，可參看電工

用較大之單位。

電流大小輒以“庫/秒”表示而不用“電子/秒”表示。但“庫/秒”仍嫌過繁，故以安〔培〕代表“每秒一庫〔侖〕”之電流。故此後欲表示每秒 10 庫侖之電流則曰 10 安。

當電流通過某種金屬鹽類之溶液時，則負極上即有此種金屬塗於其上。此種現象可利用之以定電流單位安。1894 年美國國會規定安之定義如下：

“電流單位稱為國際安 (International ampere)，等於蘇一克一秒制 (C. G. S.) 電磁單位中電流單位 (迺) 之十分之一，實際上即等於不變電流，當其通過硝酸銀之標準溶液時，每秒能使銀沈澱 0.0011800 克”。

普通量電流速率即以安為單位。例如 50 瓦 110 伏之鎢絲燈，所需電流為 0.5 安，即燈亮時永遠有 0.5 安之電流通過。電熨斗普通所需電流約為 5 安；10 馬力，110 伏之電動機，滿載時約需電流 10 安。

一活塞或抽水機工作時，管中水流之速度時常變換或脈振。同樣，電線中之電流，亦常常變更。實際上電流可交變或改向極速，猶如抽水機單有活塞而無活門時水流之變換方向然。

美國電機工程師學會 (A. I. E. E.)* 規定五種電流之定義如下：

直流 (Direct Current)。單向電流，其數值可變，而其方向則永久不變。

脈振電流 (Pulsating Current) 為直流之一種，其數值按一定規

* 關於 Standards and Definitions, 該會印有小冊。

則振動。

連續電流(Continuous Current) 爲非脈振之直流，普通所謂直流如無特別說明者，即指此種電流而言。

交流(Alternating Current) 按一定規則變換方向之電流。除非別有說明者，交流均指一種有週期性之電流，其方向與數值之變換按時依次重複，且在電線上所流向某一方向之電流必等於所流向反對方向之電流。

通過交流電時，電線中之電子在一定點只有進而復退之移動，並不繼續前進。普通交流，其方向之變換每秒爲 120 次，吾人稱之爲 60 週，而其週波數或頻 (frequency) 數，即爲 60 週 / 秒。

振擺電流(Oscillating Current)。振擺電流亦爲有週期性之電流，其頻數則依電路中之常數而定。無線電之發送機送至天線之電流即爲振擺電流。此種電流所發出相繼電波之數值，輒不相等。

電線中所流之電流，有時爲便利起見，可作爲由幾部集合而成而分別處理之。此法假定“重疊定律”(Law of Superposition) 可以應用而無不合之處。普通電流在電線中流動時，應用此定律而所得之結果，已得試驗上之證實矣。

處置交流電各種定律與應用，與連續之各種定律相仿。本書先述連續電流，遇有變換電流時則略加增改。本書所謂電流，非有特別說明者均指直流電；嚴格言之，則當指以上之所謂連續電流。

10. 電位單位——伏。水受壓力，方能流動；電亦然，必須有電位差時電子方流動而成電流。欲得電位差方法甚多：例如由蓄電池之化

學作用，由電線在磁場中之移動（發電作用），或由正負電荷之隔離等等。

本書下文討論此種情形時，有數種常用之名詞，茲分別給以定義如下：

電位差(Potential difference)，簡稱**電位(Potential)**。——此乃用以表明二點間發生電流之原因或通過電流之結果之普通名詞。

電勢(Electromotive force 或簡寫為 e. m. f.)——電勢為電源（如蓄電池）所發生之位差，或發電機作用時因感應而生之位差。

位落(Potential drop)或稱**線落(Line drop)**。——此乃二點間，因電流經過電阻而得之位差。

電壓或伏數(Voltage)。——電壓或伏數之名稱，乃用以表示電位差，電勢及線落之多少。因上述數種，均以伏為單位，測量其大小，故用電壓（原意實為伏數）之名稱。

壓(Tension)——此名詞用以表示某處電位情形，如“高壓電線”，“低壓電制”，等等。

不論電位之如何發生，皆以伏計算，依美國國會法定伏之標準（與各國所定者同）如標準化學電池（standard chemical cell），即衛司登電池（Weston cell）在攝氏 30 度時所發生電勢之 $\frac{1}{1.0183}$ 。衛司登電池係汞板與鎳板置於硫酸汞與硫酸鎳之電解溶液中而依某種規定所製造者。

11. 電阻單位——歐。 歐謨氏（Geory Simon Ohm）曾從實驗

證明一種結果，於 1826 年用論文發表*，謂在一金屬電路中，其電位與電流有一定比例——如電位差提高一倍，則電流亦加大一倍。此電位與電流之比，即為電路之電阻 (Resistance)，而以歐〔謨〕為單位。如有一電路，其電位與電流之比為 5，則該路電阻即為 5 歐。如電位為 5 伏，能使 1 安之電流通過；10 伏則可流過 2 安，餘類推。公式：

$$\frac{\text{電位}}{\text{電流}} = \frac{\text{伏}}{\text{安}} = \text{歐}$$

電線對於電流發生電阻，猶如水管對於水流所發生之摩擦阻力。但關於電流之測量及計算方法，均較水流為便利而又準確。

安與伏皆有法定之定義，而歐乃由實驗所得之關係。但今又有所謂法定國際歐 (International Ohm) 者。

12. 歐謨定律 (Ohm's Law)。某一電路，其電位與電流之比，必為常數。此定律稱為“歐謨定律”，乃為關於電流流動之基本定律。其最簡之式可示之如下：

$$\text{電阻} = \frac{\text{電位}}{\text{電流}}$$

在實用單位 (practical units) 中，

$$\text{歐} = \frac{\text{伏}}{\text{安}}$$

若用符號表示之，則為

$$R = \frac{E}{I}$$

* 參看 Friedrich Mann's "Georg Simon Ohm."

此處 R = 電阻，以歐為單位，

E = 電勢（或電位），以伏為單位，

I = 電流，以安為單位。

以 I 符號代表電流，為世界各國所公認，在電氣事業中，均一致用之。故研究外國書籍時亦甚便利。 I 字實由法文 “intensité” 而來。

例題1. 設有 220 伏之電壓加於電動機之磁場線圈，圈中電流為 1.8 安，問該圈之電阻若干？

$$R = \frac{E}{I} = \frac{220}{1.8} = 122 \text{ 歐}$$

13. 絕對電磁單位——迭* (abampere), 迭 (abvolt) 及 邁 (abohm)。

電機工程中，常用單位凡三，即實用單位，絕對電磁單位及絕對靜電單位；電機工程師普通皆用實用單位，即伏、安、及歐是。餘二種均為蘇克秒制，即絕對制之電磁單位 (e. m. u.) 及靜電單位 (e. s. u.)。此二種單位與蘇克秒各基本單位有簡單之關係，而欲彼此變換或變為實用單位亦頗簡易。講理論時，用絕對單位較便，至於二種絕對單位中究用何種為適當，則須視所研究之問題為電磁抑為靜電。此處吾人祇用實用單位及絕對電磁單位，至於絕對靜電單位，則可參看第 135 節。

電流之絕對電磁單位為迭，1 迭等於 10 安。

電位之絕對電磁單位為迭，1 迭等於 10^{-8} 伏

電阻之絕對電磁單位為邁，1 邁等於 10^{-9} 歐。此一邁電阻，若

* 譯者按關於此種名詞之辯議，可參看電工第一卷第二期第 241 頁。

有一送電位加其上，即有一送電流流過。

習題 2-1. 良好乾電池之內阻約為 0.08 歐，而電勢為 1.4 伏。今若以一電線（其電阻極微，可略而不計）連於內阻 0.08 歐及電勢 1.41 伏之乾電池之兩端，問電線內一剎時之電流若干？

習題 2-2. 將習題 2-1 中之伏，安，及歐化作送，送，及遍。

14. 歐謨定律之普通應用。歐謨定律，可應用於全部電路，亦可用於電路之任何一部。當應用於全部電路時，應注意者，即 E 當為電勢之總和， I 當為總電流，而 R 亦當為全部電路之總電阻。同理，當應用此定律於電路之一部分時，則 E , I , R 之各值，僅指該部而言。

例題 2. 第 4 圖中，發電機之電勢為 100 伏，問

(a) 電路中電流若干？

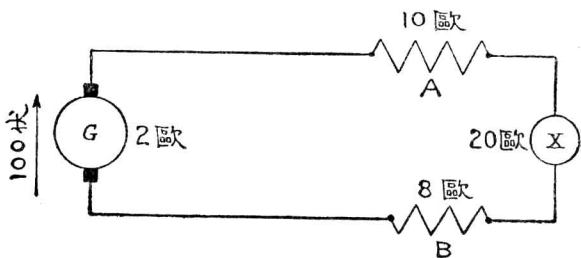
(b) 在 10 歐電阻之兩端，其電位為若干？

(a) 今欲求全路電流，當用全路電勢（100 伏）與全路電阻（ $2+10+20+8=40$ 歐）。

故

$$I = \frac{E}{R} = \frac{100}{40} = 2.5 \text{ 安}$$

(b) 欲求 10 歐電阻二端之電位差，當用該處之電位及電阻。由實驗可知第 4 圖所示電路各段之電流均相等，故得 10 歐電阻中之電流為 2.5 安，而其電位差為電流與電阻相乘積，即 $E_R = I_R R = 2.5 \times 10 = 25$ 伏。



〔第 4 圖 全電路之電位為 100 伏〕

各工程師應熟悉歐謨定律之三種不同方式：

$$I = \frac{E}{R}$$

$$E = IR$$

$$R = \frac{E}{I}$$

習題 2-3. 設第四圖中 X 爲未知量，不等於圖中所標之 20 歐，而電阻 A 之兩端電位爲 15 伏，其餘各項如圖所示；求

- (a) 電阻 B 兩端之電位，
- (b) 電阻 X 兩端之電位，
- (c) X 之電阻。

習題 2-4. 真空鎢絲燈泡之電阻隨燈絲由暗至白熾而變更，其熱與冷之電阻比例爲 9:1。今將此燈接於 110 伏電源上，五分鐘後，其所用電流減爲 9.1 安。問燈泡之熱電阻爲何？在初接時所用電流值爲何？（假定無感應作用）。

習題 2-5. 今用二電線將直流電自發電機送至負載點。發電機匯電條之電壓保持爲 115 伏。

- (a) 如電線載有電流 50 安而在負載處之電壓爲 112 伏，問電線之電阻爲若干？
- (b) 如負載改變，而電線所載之電流增至 90 安，問負載處之電壓爲若干？

15. 啓旭夫定律 (Kirchhoff's Laws) 第一定律。 電周路有基本定律二，稱爲啓旭夫定律。此二定律爲基本自然律 (natural law)，可應用於電流通過電路或電網時之各種情形。

第一定律。 由實驗可知，凡在電路中從某點所流出之電流必等於流入該點之電流。

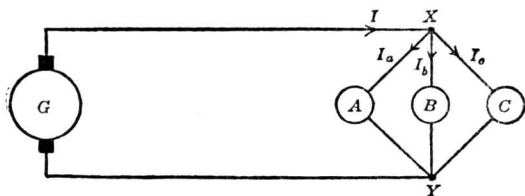
此定律不過表明物質不滅之一種定律。蓋當電流通過電路時，並

無電子可以失去。故在電路中無論何點，流入該點之電子數與由該點流出之電子數必相等。若遇絕緣體不良，電流可離電線而漏出，但此漏出電流亦當計算在內。在普通電壓時，此種電漏極微，輒不可計。

如第5圖，流入 X 點之電流 I ，必等於由 X 點流出電流 I_a ， I_b ，及 I_c 之和。如以方程式表之，則得

$$I = I_a + I_b + I_c$$

換言之，電決不能堆積於電路中任何之一點。

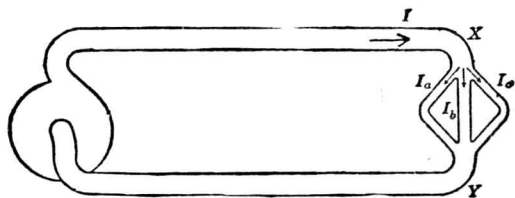


〔第5圖。流至 X 點之電流 I 必等於由 X 點流出之電 I_a ， I_b ，及 I_c 之總和〕

如遇變動電流，如交流或振擺電流等，吾人亦可將此定律推廣應用之。

此定律應用於水流亦然。如第6圖，在 OX 管中，流至 X 點之水量，必等於由 A ， B 及 C 三管流出之水量；或即

$$I = I_a + I_b + I_c$$



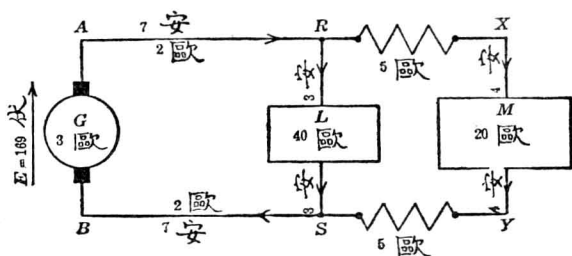
〔第6圖 水流 I 必等於水流 I_a ， I_b ，及 I_c 之總和〕

16. 啓旭夫定律第二定律。任何兩點間之電位差，不論取何路徑量之，其值恆為相同。換言之，如有一電位差加於電路中之二點間，則此電位差之作用，對於該二點間所接之任何路徑完全一樣。

工程師每用多種名詞，以表明電位，如電位差、電位落、電勢、電壓等等。此種名詞之意義皆為電位。吾人有時以蓄電池或發電機之電勢，非為加於電路中之電壓而電阻體二端之電位差，常稱之曰電位落，或稱阻落(IR)。

例題 3. 如第 7 圖所示，有 R 至 S 間三路可通：

- (1) 經過電阻體 L ,
- (2) 經過電阻體 M ,
- (3) 經過發電機 G 。



〔第 7 圖 R 至 S 間之位落等於 $RABS$, RLS 或 $RXYS$ 任一線路中之位落。〕

今試求 R 與 S 間之電位。

第一，由通過 40 歐電阻體 (L) 之電流及其電阻計算。

第二，由通過 20 歐電阻體 (M) 之電流及其電阻計算

(1) R 與 S 間之電位 = 通過之電流乘以 L 之電阻 = $I_L R_L = 3 \times 40 = 120$ 伏。

(2) R 與 S 間之電位 = 通過 M 之電流乘以 M 之電阻 = $4(20+5+5)$
 = 120 伏。

故不論經過 M 或 L , S 至 R 間之電位差均為 120 伏。通過發電機 G 以求 R 與 S 間之電位差, 則留待以後計算之。

17. 電勢與阻落 (IR)。 電流與電阻之相乘積謂之阻落。電勢既為使電流於電路中流動之電位, 故阻落可作為抵抗電勢之一種電位。電流流動至穩定時, 必成一平衡局面, 即兩相反之勢力相等。故電路中阻落之代數和 (algebraic sum) 與電勢之代數和相等。

於第七圖中, 電勢為 169 伏, 其作用時之正勢力 (positive force) 與電路 $ARSB$ 中之電流方向相同。於是阻落所能發生之正勢力必與該路電流方向相反, 而阻落之和必等於電勢和, 即 169 伏。

經過發電機之阻落 = $3 \times 7 = 21$ 伏。

由 A 至 R 之阻落 = $2 \times 7 = 14$ 伏。

由 S 至 B 之阻落 = $2 \times 7 = 14$ 伏。

由 R 至 S 之阻落 = x 伏。

電路 $ARSB$ 之阻落總和 = $(49+x)$ 伏。

此電路中阻落之代數和必等於電勢之代數和。

故 $(49+x) = 169$

$$x = 169 - 49$$

$$= 120 \text{ 伏}$$

經過其他二路以求 RS 兩點間之位差, 則所得結果亦同。啓旭夫之第二定律, 恆以電勢及阻落表明之如下:

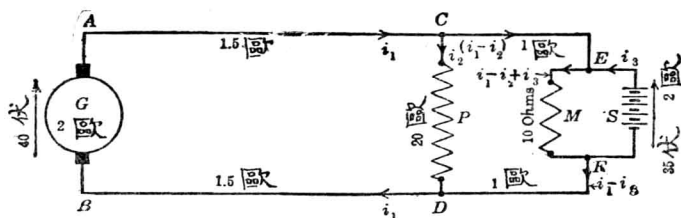
$$\Sigma E = \Sigma IR$$

或 $\Sigma E - \Sigma IR = 0$

式中 ΣE 爲電路中電勢之代數和， ΣIR 乃同一電路中阻落之代數和。

用代數和之理由，乃因電路中每有方向相反之電勢，如當蓄電池由發電機充電時，卽有此種現象。又因電網絡 (network) 中某一迴環 (loop) 之各段，電流方向每有不同。於此種情形下，主要電勢可作爲正，與其相反之電勢爲負。阻落則抵抗此主要電勢者爲正，協助此主力電勢者爲負。

應用上列方程式時，對於正負符號當格外留意。如與電流同方向之電勢用正號，則與電流同方向之阻落亦當用正號，餘可依之而變化。此種定律用於求複雜電網中電流、電阻、及電壓之互相關係時，實有極大之利益。



〔第 8 圖 計算各部分線路上之電流。〕

例題 4. 在第八圖所示之路中，試求發電機 G 與蓄電池 S 所發出之電流。

今先假定各處電流之方向，且應用啓旭夫第一定律，使流入某點之電流總和等於自該點流出之電流總和。

$$i_1 \quad \text{自 } A \text{ 流至 } C,$$

- i_2 自 C 流至 D ,
 $i_1 - i_2$ 自 C 流至 E ,
 $(i_1 - i_2 + i_3)$ 自 E 經 10 歐之電阻體而流至 F ,
 i_3 自 F 經蓄電池 S 而流至 E ,
 $i_1 - i_2$ 自 F 流至 D ,
 i_1 自 D 流至 B 再經發電機 G 而至 A 。

各部電流，未必盡依吾人所假定之方向流動。有時某部電流與所假定之方向適相反，則該部之電流將得一負號結果。但其數值並無錯誤，負號僅表示電流之真方向與假定者相反而已。

上面既有未知數三，吾人應立三個獨立方程式聯解之。

(1) 在 $ACDB$ 電路中：

$$40 = 15i_1 + 20i_2 + 1.5i_1 + 2i_1$$

$$= 5i_1 + 20i_2$$

$$i_1 = 8 - 4i_2$$

(2) 在 $CESFD$ 電路中：

$$35 = 2i_3 - 1(i_1 - i_2) + 20i_2 - 1(i_1 - i_2)$$

$$= 2i_3 - 2i_1 + 22i_2$$

以(1)式中之 i_1 值代入，得

$$35 = 2i_3 - 2(8 - 4i_2) + 22i_2$$

(3) $51 = 2i_3 + 30i_2$

(4) 在 $EMFS$ 電路中：

$$35 = 2i_3 + 10(i_1 - i_2 + i_3)$$

$$=12i_3+10i_1-10i_2$$

以(1)式中之 i_1 值代入，得

$$35=12i_3+10(8-40i_2)-10i_2$$

$$(5) \quad -45=12i_3-50i_2$$

以 6 乘(3)之各項復與(5)相減，得

$$306=12i_3+180i_2$$

$$\frac{-45=12i_3-50i_2}{351=230i_2}$$

$$i_2 = \frac{351}{230} = 1.53$$

由(1)得 $i_1 = 8 - 4 \times 1.53 = 1.88$ 安

由(3)得 $i_3 = \frac{51 - 30i_2}{2} = \frac{51 - 30 \times 1.53}{2} = 2.61$ 安

故發電機發出之電流為 1.88 安，蓄電池所發出者為 2.61 安。

所得結果，可用啓旭夫第二定律校對，即“二點間之電位差，不論取何路徑，所得之結果均同”。例如 C, D 二點間，路徑有四。沿此四路徑分別算出之電位差當為同值。

(1) 沿 CPD 路徑：

沿此路之位差，即為電流 $i_2 = 1.53$ 經過 P 點 20 歐電阻體時之阻落。

$$V_{CD} = i_2 R = 1.53 \times 20 = 30.6 \text{ 伏。}$$

(2) 沿 $CAGBD$ 路徑：

$$V_{CD} = E_G - i_1(2 + 1.5 + 1.5)$$

$$=40-5i,$$

$$=40-9.40=30.6 \text{ 伏 (與(1)式相合)}。$$

(3) 沿 *CEMFD* 路徑：

$$V_{CD} = 1(i_1 - i_2) + 10(i_1 - i_2 + i_3) + 1(i_1 + i_2)$$

$$= 12(i_1 - i_2) + 10i_3$$

$$= 12(1.88 - 1.53) + 10 \times 2.61$$

$$= 30.3 \text{ 伏 (依工程上準確程度言,與(1)式亦可謂相合)}。$$

(4) 沿 *CESFD* 路徑：

$$V_{CD} = 35 - 2i_3 + 2(i_1 - i_2)。$$

$$= 35 - 2 \times 2.61 + 2(1.88 - 1.53)$$

$$= 30.5 \text{ 伏 (與(1)相合)}。$$

啓旭夫定律若應用得法，則任何複雜之直流電網中各種問題不難解決。如擴充此定律之意義，亦可用以解決交流或振擺電流電網中之各種問題。

應用此種定律時，因着手之方法不同，計算時所費之勞力亦異。茲將普通法則述之如下，若依之而行，當可得較準確且迅速之結果。

計算一電網時，先以字母代表各未知數，構成與未知數相等數目之獨立方程式，再以聯列方程式之方法解之。

爲經濟時間起見，步驟可如下列：

(1) 畫一完善之電路圖，將電路中之已知常數，如電阻，電位，或電流註在圖上。

(2) 用字母代表未知數，以 i 代電流， e 代電位， r 代電阻，並加以下角註 (subscript)，復用箭頭，加於 e 或 i 上，以表明所假定之方向。

所用之未知數，以能完全確定該電路為度，不可過多。意即未知數之數目，愈少愈妙，能得所需之方程式，以計算該電路足矣。

以字母代表未知數時，即當應用啓旭夫定律，以達減少未知數之目的。設三線會於一點，以 i_1, i_2 代表二線中之電流，則 $i_1 + i_2$ 可以代表第三線中之電流，不必再寫 i_3 。

(3) 應用歐謨定律，或啓旭夫定律，求電路中各部未知數之關係方程式。

所列方程式之數，應與未知數之數目相符。普通能列出之方程式數目恆多於此，則所餘之方式，可為校對之用。

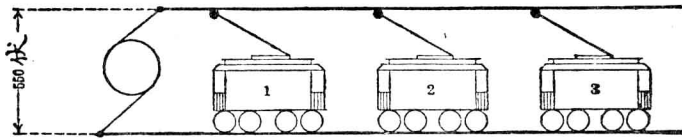
在可能範圍內，多用啓旭夫第一定律，以求簡單。用第二定律時，應擇電網之迴環中含有簡單之電勢與阻落者，但所取之迴環應含有未知數。對於符號一層尤須注意。

(4) 用代數方法計算所有之未知數*

(5) 校對。此乃重要工作，可以未曾用過之迴環，用第二定律校對之

計算簡單電網固然容易，但工程師實際所遇之電網常甚複雜。本章習題乃為練習解決實際情形之起點。

* 凡遇電路複雜，用行列式 (determinant) 解方程較省時間，關於行列式之用法可參考“電機工程師手冊” (American Hand book for Electrical Engineers) 等書。



【第9圖 每一電車兩端之電位為何?】

習題 2-6. 第 9 圖中，發電機之電位永久保持 500 伏。第 1 號電車離發電機 哩，第 2 號電車則離 2 哩，第 3 號電車在電車 2 號前 3 哩。電車導線 (trolley wire) 相當於美規 #00 裸銅線，其電阻為 0.42 歐/哩；電車軌道之電阻為 0.03 歐/哩。

(a) 如每一電車需用電流 50 安，求各電車兩端之電位。

(b) 如 1 號電車用電流 20 安，2 號電車用 30 安，3 號電車用 50 安，問各電車兩端之電位為何?

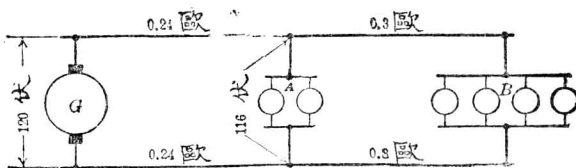
習題 2-7. 如習題 2-6 中 3 號電車兩端之電位不可少於 500 伏，問用同一軌道時電車導線每哩之電阻應改為若干歐?

習題 2-8. 在第 10 圖中，A 組電燈每盞電阻為 100 歐，求

(a) B 組電燈每盞平均所取之電流。

(b) B 組電燈兩端之電位。

(c) 如 B 組內一盞燒毀，餘各燈電阻仍不變，而發電機仍保持 120 伏，如圖所示，則 A 組電燈兩端之電位為何?



【第十圖 發電機 G 同時供給 A, B 兩組電力】

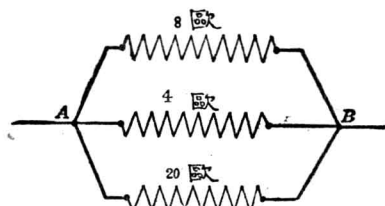
18. 串聯與並聯電阻之解法。電導 (Conductance)。求串聯與並聯電阻之總電阻並不需要特別法則，僅應用歐謨定律及啓旭夫定律即可解決。

例題 5. 如第 11 圖所示，三電阻體之電阻爲 8, 4 及 20 歐，問總電阻若干？

每伏加於 20 歐電阻時之電流爲 $\frac{1}{20} = 0.05$ 安；

每伏加於 4 歐電阻時之電流爲 $\frac{1}{4} = 0.25$ 安；

每伏加於 8 歐電阻時之電流爲 $\frac{1}{8} = 0.125$ 安；



〔第 11 圖 用歐謨定律及啓旭夫定律可求並聯電阻之電阻。〕

故每伏加於並聯電阻之總電流爲 0.425 安

今假定 A 至 B 之位差爲 1 伏，則電位既知，而電流流過總電阻又爲 0.425 安，於是用歐謨定律，可得 A 至 B 之總電阻爲

$$R = \frac{E}{I} = \frac{1}{0.425} = 2.35 \text{ 歐。}$$

吾人注意並聯之總電阻，必較並聯中任何支路電阻爲小。蓋不論某一支路電阻如何微小，若在其兩端另加一支路，結果必使二端間之電流較前容易流過，即二端間之電阻必致減低。

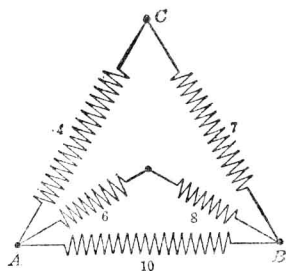
電路任何一部之“每伏電流”值，即表明該部之電導爲若干。電導（恆以 g 字代表之）既爲每伏之電流，即等於 $\frac{I}{E}$ ，亦即等於電阻之倒數（電阻 = $\frac{E}{I}$ ）。因此電導常以謨 (mho) 爲單位。

以謨量一電器 (electrical appliance) 之電導即等於所量得電阻歐數之倒數。如一電燈有電阻 10 歐，則其電導為 $\frac{1}{10}$ 謨。

習題 2—9. 第 12 圖中所寫明之數字表示電阻

歐數，試計算下列各電阻：

- (a) 在 AB 間，
 (b) 在 BC 間，
 (c) 在 AC 間。

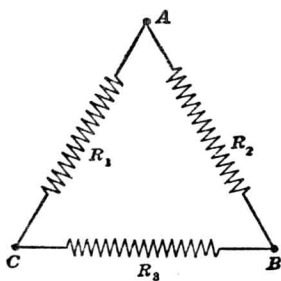


〔第 12 圖 計算三角形每兩點間之電阻〕

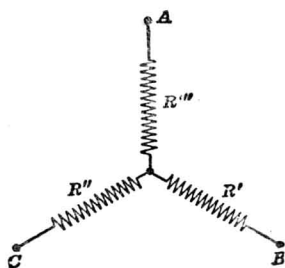
19. 特種電網，三角 (Delta) 及星形 (Star)。第 13 圖之電網連接法，謂之三角 (Δ) 或網絡 (mesh)。如第 14 圖，則稱星形或 Y 。此種連接，常混合於一電網中，如第 15 圖所示。解決此種問題頗有特別困難。應用啓旭夫定律本可解決，但如欲求其“相當電阻” (equivalent resistance)，最簡易之法乃先將星形變為相當三角，或三角變為相當星形*

例如在 15 圖中，欲求 A, B 間之電阻，可將星形 (R', R'', R''') 代以相當三角 (R_1, R_2, R_3)，而將 15 圖之佈置變為第 16 圖，然後求 AB 間之電阻，甚為容易。

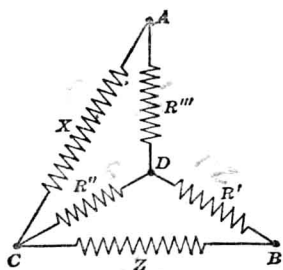
* 參看 “A New Network Theorem,” by A. Rosen, Jour. I. E. E., Vol.



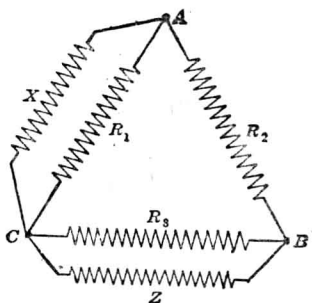
〔第 13 圖 三角或△形之電阻接法〕



〔第 14 圖 星形或Y形之電阻接法〕



〔第 15 圖 三角形與星形之混合接法〕



〔第 16 圖 此三角接法相當於第 15 圖之接法〕

若

$$R_1 = \frac{R' R'' + R'' R''' + R' R'''}{R'}$$

$$R_2 = \frac{R' R'' + R'' R''' + R' R'''}{R''}$$

$$R_3 = \frac{R' R'' + R'' R''' + R' R'''}{R'''}$$

星形 (R', R'', R''') 可證明與三角 (R_1, R_2, R_3) 相當。

如 R', R'', R''' 之值已知，則相當三角之三電阻 R_1, R_2, R_3 即可求得。在第 16 圖中，如欲求 AB 間之電阻， Z 與 X 之值亦應預知。

注意：關於記號須特別留意，在相當三角之接法中， R_1, R_2 ，及 R_3 須與星形之 R', R'' ，及 R''' 分別相對。

習題 2-10. 證明第 13 圖中之三角接法與第 14 圖中之星形接法相當，若

$$R_1 = \frac{R' R'' + R'' R''' + R' R'''}{R'}$$

$$R_2 = \frac{R' R'' + R'' R''' + R' R'''}{R''}$$

$$R_3 = \frac{R' R'' + R'' R''' + R' R'''}{R'''}.$$

示意：用電導方程式解之。

習題 2-11. 證明第 14 圖中之星形接法與第 13 圖中之三角接法相當，若

$$R' = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3},$$

$$R'' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3},$$

$$R''' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

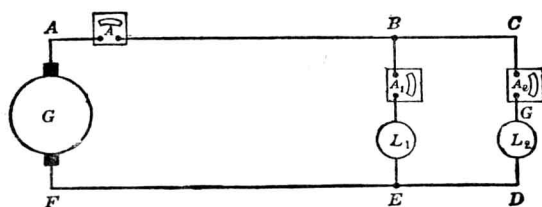
習題 2-12. 計算第 15 圖中 A 與 B 兩點間之電阻。

設 $R' = 5$ 歐， $R'' = 7$ 歐， $R''' = 9$ 歐，

$X = 4$ 歐 $Z = 8$ 歐。

20. 電流，電位及電阻之量法* 日常量電流時，即將電流計（安計）插入導線上某一點，如第 17 圖所示。

* 關於各種電計之構造、校準、及應用等問題，參考 Laws' "Electrical Measurements."

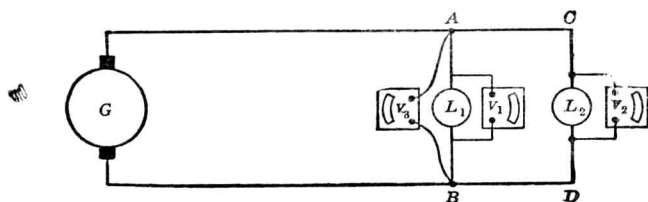


(第17圖 電流計A之示數等於電流計 A_1 與 A_2 示數之和。)

在第17圖中，電流計A乃量AB線中所流過之電流， A_1 量流過支路BE之電流，即電燈 L_1 所用之電流。流入 L_1 之電流既與自 L_1 流出者相等，故 A_1 亦可接於 L_1 及E間。量電燈 L_2 之電流時，電流計 A_2 可接於BCDE間之任何一點。 A_1 與 A_2 示數之和，應等於A之示數。

電流計之電阻須極低，庶不致十分加大導線中之電阻。精製之電流計，在通過最大電流時，兩端電位差約為0.05伏，故10安電流計之電阻當為 $\frac{0.05}{10} = 0.005$ 歐，而100安電流計之電阻當為 $\frac{0.05}{100} = 0.0005$ 歐。

日常量電位差用電壓計（伏計），其二端通於電位差之二點。如第17(a)圖所示，電壓計 V_1 量電燈 L_1 兩端之電位差， V_2 量電燈 L_2 之電位差， V_3 接於A與B點上，即量A,B二點間之電位差。 V_3 所量



(第17(a)圖 電壓計 V_1 量電燈 L_1 之位差，電壓計 V_2 量電燈 L_2 之位差)

得之值，或與電燈 L_1 之電位差略有不同，因 AB 間之位差乃等於電燈 L_1 之位差，再加電燈兩端與 A 及 B 點相接電線之阻落。

電壓計之電阻應高，俾不致吸引多量之電流。標準式 150 伏電壓計之電阻約為 15,000 歐，或每伏約為 100 歐。

在精確工作時，吾人須牢記：凡電壓計與電流計接於一電路中，則該路中因有電阻加入，實有變更。

如第 17 圖中以電壓計接於 G, D 二端，則量得者乃為電燈之電位落加電流計之電位落。故欲求電燈兩端之真正電位，應由電壓計上之示數減去計算所得之電流計位落。

若電流計接於 G, D 二端，則可量得電燈二端之正確電位，但在此情形下，電流計所量得者不僅為流過電燈之電流，且亦包括流過電壓計之電流。如計算後者之電流，而由電流計之示數減去之，即得真正電燈中之電流。

如電路中電流極大，而電壓並不十分高時，則電壓計內之電流及電壓計內之位落均可不計。例如吾人在普通試驗一 20 馬力，550 伏之電動機時，所接電流計及電壓計之影響，均無庸顧及。

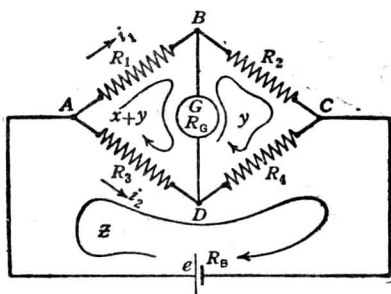
21. 惠司東橋 用電流計及電壓計可以量得電阻之約數，其法如下：於電阻中通過適當之電流，以電流計量其電流，以電壓計量其位落。量得之數復加以上所述之更正，則二數之商即為電阻之值。

比較準確之量電阻法乃用惠司東橋。此種橋包括電阻四，測電計*

* 測電計乃為一種測驗電流之銳敏儀器。

(galvanometer)一，及穩定之電勢來源一（如蓄電池）。

四電阻並接成二電路，如第 18 圖所示。 R_1 與 R_2 組成 ABC 路， R_3 及 R_4 組成 ADC 路。電池組接於 A, C 二端，測電計 G 則接於 BD 之間。當四電阻配合適當時，測電計 G 內可無電流流過，即 B, D 兩點間電位相同。



〔第 18 圖 惠司東橋圖〕

B, D 二點電位既同，則自 A 至 B 之位落必等於自 A 至 D 之位落。同理，自 D 至 C 之位落必等於自 B 至 C 之位落。

設 ABC 支路中之電流為 i_1 ， ADC 支路中電流為 i_2 ，則

$$A \text{ 至 } B \text{ 之位落} = i_1 R_1,$$

$$A \text{ 至 } D \text{ 之位落} = i_2 R_3,$$

$$i_1 R_1 = i_2 R_3. \quad (1)$$

$$B \text{ 至 } C \text{ 之位落} = i_1 R_2,$$

$$D \text{ 至 } C \text{ 之位落} = i_2 R_4,$$

$$i_1 R_2 = i_2 R_4. \quad (2)$$

以(1)除(2)，得

$$\frac{i_1 R_1}{i_1 R_2} = \frac{i_2 R_3}{i_2 R_4}$$

故

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (3)$$

若其中三電阻已知，則其餘一電阻可由方程式(3)中求得之。

實用時四電阻中，二者每為 10 歐，100 歐，或 1000 歐。第三電阻

可任意變換，自百分之一，十分之一歐以至 1000 歐。第四電阻乃欲量度者。

在第 18 圖中， R_1 與 R_2 可等於 10 歐或 100 歐， R_4 則為任意可變之電阻。平衡時 R_3 對 R_4 之比與 R_1 對 R_2 之比相等。

惠司東橋之普通解法，可用啓旭夫定律之推論* (corollary)。先假定電流 $(x+y)$ 環繞於左邊迴環中 (順時針向)，電流 y 環繞於右邊之迴環中 (順時針向)。

設電池組之電勢為 e 伏，內阻為 R_B 而其所發出之電流為 z ，經 ACD 而回至電池組。以 R_G 表示測電計之電阻〔若有分流器 (shunt)，則 R_G 表示測電計與分流器之總電阻〕。從第 18 圖，可知 x 即為流過測電計之電流 應用啓旭夫第二定律於左邊迴環得：

$$(x+y)(R_1+R_6+R_3)-yR_G-zR_3=0;$$

於右邊迴環得：

$$y(R_2+R_4+R_G)-(x+y)R_G-zR_4=0;$$

於電池組迴環得：

$$z(R_B+R_3+R_4)-(x+y)R_3-yR_4=e.$$

整理各項後得：

$$\begin{array}{rcl} x(R_1+R_G+R_3)+y(R_1+R_3)-zR_3 & & =0 \\ -xR_G & +y(R_2+R_4)-zR_4 & =0 \end{array}$$

* 馬克士威 (Maxwell) 建議在迴環中，假設循環電流以減少未知數數目，蓋即應用啓旭夫之“點”定律於“迴環”定律。

$$-xR_3 \quad -y(R_3 + R_4) + z(R_B + R_3 + R_4) = e_0$$

用行列式解之，得

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & (R_1 + R_3) & -R_3 \\ 0 & (R_2 + R_4) & -R_4 \\ C & -(R_3 + R_4) & (R_B + R_3 + R_4) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (R_1 + R_G + R_3) & (R_1 + R_3) & -R_3 \\ -R_G & (R_2 + R_4) & -R_4 \\ -R_3 & -(R_3 + R_4) & (R_B + R_3 + R_4) \end{vmatrix}};$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + R_G + R_3 & 0 & -R_3 \\ -R_G & 0 & -R_4 \\ -R_3 & e & (R_B + R_3 + R_4) \end{vmatrix}}{x \text{ 之分母}};$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + R_G + R_3 & (R_1 + R_3) & 0 \\ -R_G & (R_2 + R_4) & 0 \\ -R_3 & -(R_3 + R_4) & e \end{vmatrix}}{x \text{ 之分母}}$$

由此得

$$x = \frac{e(R_2 R_3 - R_1 R_4)}{\text{分母}}; \quad (1)$$

$$y = \frac{e[R_G(R_3 + R_4) + R_4(R_1 + R_3)]}{\text{分母}}; \quad (2)$$

$$z = \frac{e[R_G(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + (R_1 + R_3)(R_2 + R_4)]}{\text{分母}}; \quad (3)$$

方程式(1), (2)及(3)中之分母等於

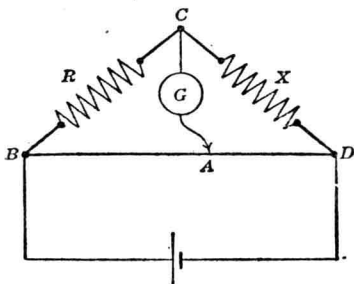
$$R_G(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2) \\ + R_B R_G (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + R_B (R_1 + R_3)(R_2 + R_4)。$$

以上所示各迴環電流之三方程式，可用以決定平衡時之情形，測電計之銳覺性(sensitivity)及各電阻、電流、負載、容量等等。例如平衡時測電計中電流等於零，則方程式(1)分子必等於零，故 $R_2 R_3 = R_1 R_4$ ，此即平衡時之關係。又如欲知惠司東橋之銳覺性，可將方程式(1)對變動之電阻部分，求其偏微分，即於電阻變動 ΔR 時求測電計中電流所起之變化。*

例題 6. 設第 18 圖中 $R_1=10$ 歐， $R_2=1000$ 歐，而 R_4 在 4124.6 歐時，惠司東橋即得平衡。(此時測電計中並無電流通過，而其指針並無偏轉。)求 R_3 之值。

$$R_3 = \frac{R_1}{R_2} R_4 = \frac{10}{1000} \times 4124.6 = 41.246 \text{ 歐}$$

習題 2-13. 第 19 圖所示之惠司東橋中，電阻 R_1 及 R_2 乃代以一截面均勻之高阻電線 BD 。 A 點可在該線上移動以求平衡，試寫出此種橋之方程式。



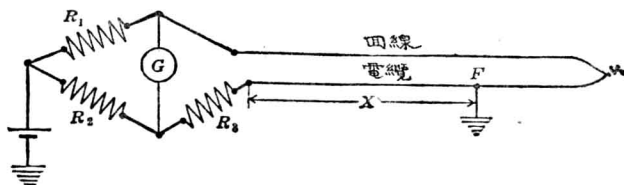
〔第 19 圖 滑線式惠司東橋〕

習題 2-14. 第 20 圖所示之惠司東橋，乃接成一伐來迴環 (Varley loop)，用以決

* 關於惠司東橋較深之探討，參考 Laws' "Electrical Measurements, p. 183, 或 Starling's "Electricity and Magnetism," p. 71-73.

定電纜觸地之點。回線與電纜之每呎電阻未必相同，但此二電阻值（以每呎計）均已知之。

若電線之長為 L ，試求一公式以計算距離 X 之值。



【第 20 圖 惠司東橋接成伐來邁環，以決定電纜觸地點之位置。】

第二章 摘要

伏 ($=10^8$ 迭) 爲電位之實用單位。

安 ($=10^{-1}$ 遂) 爲電流之實用單位。

歐 ($=10^9$ 邁) 爲電阻之實用單位。

歐謨定律：

$$\text{安} = \frac{\text{伏}}{\text{歐}} \qquad I = \frac{E}{R}$$

$$\text{伏} = \text{安} \times \text{歐} \qquad E = IR$$

$$\text{歐} = \frac{\text{伏}}{\text{安}} \qquad R = \frac{E}{I}$$

啓旭夫定律 (用以解電網)：

第一定律：電流流至任何點之和必等於電流離該點之和。

第二定律：任何電路中電勢之代數和必等於阻落之代數和。

電導爲電阻之倒數。

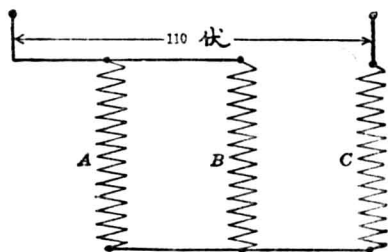
電流輒以電流計 (安計) 量度之。

電位輒以電壓計 (伏計) 量度之。

電阻可應用歐謨定律 (用電流與電勢之值) 或惠司東橋量度之。

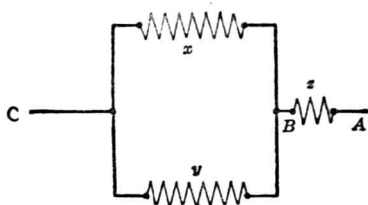
第二章 習題

習題 2-1. 在第 21 圖中， A 與 C 之電阻各為 100 歐。設 C 中之直流電流為 1 安。
問



〔第 21 圖 並聯串聯電阻〕

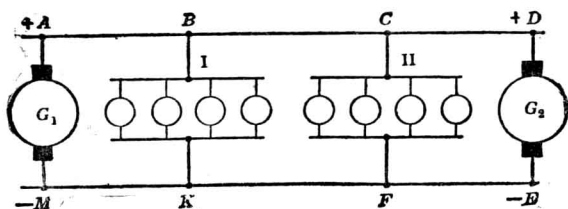
- (a) B 之電阻為何?
 (b) A 與 B 中之電流各為何?
 (c) 110 伏直流幹線兩端間之相當電阻為何?



〔第 22 圖 並聯與串聯電阻〕

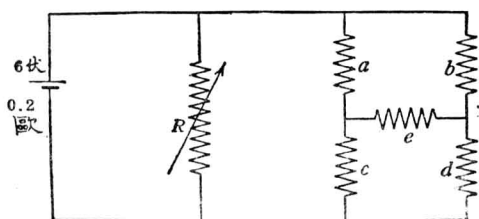
- 習題 2-16. 在第 22 圖中， $x=3$ 歐， $y=4$ 歐， $z=5$ 歐， x 中之電流為 5 安，求：——
 (a) AC 間之電位，
 (b) z 中之電流，
 (c) y 中之電流。

習題 2-17. 如有一立方體，每邊以 0.01 歐之電阻構成，求相對二頂角間之電阻。



〔第 23 圖 二發電機及二電燈負載。〕

習題 2-18. 在第 23 圖中，端電位 $G_1=125$ 伏， $G_2=130$ 伏，此二端電位永久不變。每燈用電流 9.09 安。 AB 之電阻等於 MK ； BC 等於 KF ； CD 等於 FE 。第一組電燈之端電位為 110 伏，第二組為 112 伏。如 $BC=0.10$ 歐，問 AB 及 CD 之電阻為何？



〔第 24 圖〕

習題 2-19. 今有一 6 伏電池組，其內阻為 0.2 歐，供給一並聯負載，如第 24 圖所示。 a, b, c, d 及 e 之電阻各為 2 歐。問

(a) 如 R 中之電流為 a 中電流之二倍，則 R 中之電流為幾何？

(b) 如電池組中之電流為 10 安，則 R 之電流為幾何？

習題 2-20. 一單軌電力鐵道長 10 哩，其電動力由兩端發電站供給。正電導體為並聯之銅線電纜，其電阻為每哩 0.05 歐。負電導體即為軌道，其電阻為每哩 0.03 歐。一端發電站之電位差保持為 600 伏，他端則保持為 575 伏。

今有一電動機關車 (electric-locomotive)，需電 1000 安，問在鐵道何處所受之電位為最低？此電位為何？在此點各發電站所供之電流為何？

習題 2-21. 一蓄電池組包含串聯電池 260 個，接於 10 哩長電車導電線之末端以維持線路電位不變。每電池之電勢為 2.1 伏，內阻為 0.001 歐，電池間接線之電阻可以不計。發電機之端電壓永為 600 伏。電車導線，饋線 (feeder)，及回線之總電阻為 0.08 歐/哩。

問

(a) 如無電車，則蓄電池組之端電壓為幾伏？

(b) 如有一電車，離蓄電池組一哩，取電流 100 安，則蓄電池組須供給若干電流？

習題 2-22. (a) 在習題 2-21 中，在蓄電池組未供給電流時，線路中點之電車能取最大電流幾何？(b) 此時電車兩端之電位為何？

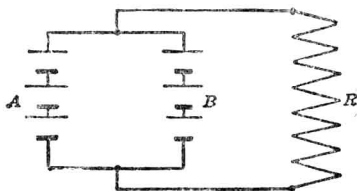
習題 2-23. 在習題 2-21 中，如線路中點電車之電阻相當於 1 歐，求 (a) 電車所取之電流及其兩端之電位，(b) 蓄電池組兩端之電位，(c) 蓄電池組所供給之電流。

習題 2-24. 在習題 2-18 中，如 $R_1=5$ 歐， $R_2=10$ 歐， $R_3=20$ 歐， $R_4=10$ 歐， $R_G=20$ 歐，問 A, C 二點間之總電阻為何？

習題 2-25. 在第 25 圖中， A 及 B 兩蓄電池組各有三電池，每一電池通常電勢為 2.1 伏，內阻為 0.02 歐。 A 組中今有一電池其電勢變為 1.8 伏，而內阻變為 0.14 歐。如 R 為 0.02 歐，問 A 及 B 蓄電池組之電流及其方向各為幾何？又 R 中之電流為幾何？

習題 2-26. 在習題 2-25 及第 25 圖中，如 R 加至 2 歐，問各部電流之數值及其方向為何？

習題 2-27. 今有城與城間之電車線路長 15 哩，兩端有發電站供給電動力。 A 站電位保持為 580 伏， B 站則為 620 伏。電車線為美規 4 號銅甲鋼線，其電阻為 3 歐/哩。另有



〔第 25 圖 電池組 A 與 B 並聯以供給電流於 R 。〕

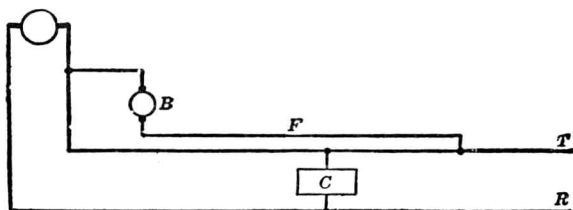
一並行之饋電電纜，每隔距離少許與之相連，故並聯電阻可作 0.1 歐/哩計。

回路導線係假接之軌道，其電阻為 0.05 歐/哩。電車以 100 馬力之串激電動機拖動。如電車取電流 200 安，間距 A 站幾哩時之電位最低？

習題 2-28. 習題 2-27 所述之電車線路中有時 C 及 D 二電車相向而行。 C 自 A 站起， D 自 B 站起。二車平均速度相等，每同到中點而交車。問 C 車距 A 站幾哩時得逢最低之電位？此最低電位為何？假定二車之最大電流為 150 安。

習題 2-29. 某一電力鐵道區域，電動力來源由每隔 10 哩之自動分電站 (automatic substation) 供給。解此題時，可假設有電動機關車之 10 哩中，僅有分電站二處供給電動力，其餘分電站並無電流供給。電車導線與極粗之饋電銅線並聯，其混合電阻為 0.18 歐/哩。鐵軌電阻為 0.03 歐/哩。在某一時間，此 10 哩段中有電動機關車二，一距 A 站 3 哩，取電流 200 安，一距 B 站 4 哩，取電流 300 安。如各分站之電位自動保持為 3000 伏，問此二電動機關車之端電位各為幾何？

習題 2-30. 計劃電力鐵道時，有一困難之題目，即電車兩端之電位離發電站漸遠而漸減。欲減少此弊，須用粗線，但在經濟方面常有一定限制。故有時於饋線中之某處連一升壓機 (booster) 以升高電線與軌道間之電位，較為有益。第 26 圖即示此種裝置，其中升壓



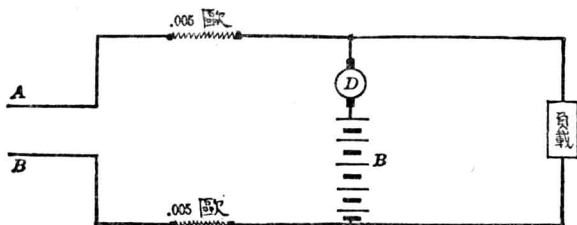
〔第 26 圖 電車 C 之兩端電位用升壓機升高〕。

機乃連接於導電線 T 。欲免軌道發生電解 (electrolysis) (見第五章)，可用一負饋線與軌道每隔若干距離互相聯組成一電阻極小之回路，而升壓機即可接於此負饋線中。如第 26 圖所示饋線 F 距發電站 5.25 哩處並連於電車導線。發電站匯電條之電壓保持為 600 伏，升壓機之電阻電阻為 0.02 歐，其發生之電勢為 150 伏。電車導線相當於美規 000 號線，其電

阻為 0.062 歐/1000 呎。饋線為美規 0000 號之裸銅線。軌道合有電阻 0.004 歐/1000 呎。電車 C 在開動時可取電流 500 安。問電車在 5 哩內開動時所受最低之電位為幾何？此最低電位之地點距發電站距離為何？

習題 2-31. — 6 伏電勢之蓄電池組，內阻為 0.06 歐，用以供給汽車上之起動電動機。此機電樞之電阻為 0.1 歐，靜止時當然無取電勢。電池至起動機之引線及電鑰之電阻合有 0.005 歐。如不計感應作用，問當按電鑰時，蓄電池組供給此電動機之瞬時電流為若干？

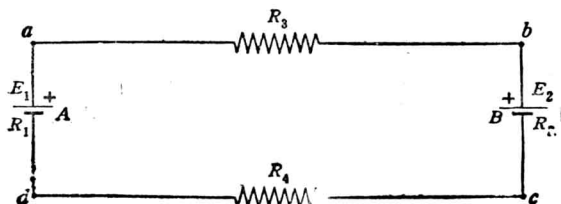
習題 2-32. 第 27 圖所示之負載為一升降機上之電動機，用電之變更頗劇。欲使 AB 幹線上所供給之電能不致相差太遠 (AB 間電位保持 230 伏)，故特裝置升壓機 D 及蓄電池



〔第 27 圖 用蓄電池組及升壓機可使負載兩端之電位無大變化〕

池組 B 。升壓機之磁場線圈未表明，可無庸顧及。蓄電池組之電勢為 225 伏。平時有內阻 0.015 歐。 A 及 B 至升壓機之引線各有電阻 0.005 歐。升壓機電樞之電阻為 0.015 歐，其他引線之電阻可不計。(a) 如升降機不動時，蓄電池組之正常充電率當為 200 安，問升壓機當發生幾許電勢？其方向與蓄電池組之端電位方向之關係若何？(d) 如升降機取 400 安時，蓄電池組及幹線各供一半，問升壓機所發生之電勢及方向如何？

習題 2-33. 一串聯電路，含有兩電池組 A 與 B ，如第 28 圖。 $E_1=20$ 伏， $E_2=5$ 伏，



〔第 28 圖〕

$R_2=0.5$ 歐, $R_3=0.1$ 歐, $R_4=0.3$ 歐。如 b 至 c 間之電位為 -10 伏, 求 (a) R_1 之值, (b) d 與 b 間之電位, (c) a 與 c 間之電位, 及 (d) 電周路中之電流。

習題 2-34. 在習題 2-33 中, 如電池組 B 之正負極互換, 餘皆不變, 求 (a) b 至 C 之電位及 (b) 電周路中之電流。

習題 2-35. 在第 18 圖所示之惠司東橋中, 設 $R_1=200$ 歐, $R_2=5$ 歐, $R_3=5$ 歐, $R_G=18$ 歐, $e=2$ 伏, 及 $R_B=0.1$ 歐。(a) 如測電計無電流通過, 問 R_4 之值當為幾歐? (b) 尚有其他接法亦可得平衡否? (c) 1000 歐之電阻如有小變動, 何種接法較為銳敏?

習題 2-36. 在習題 2-35 (a) 中, 如 BD 間有 10^{-8} 安電流通過, 但測電計未能偏轉, 則在求 R_4 值時其錯誤為百分之幾? 其正確值較之所量度者大抑小?

習題 2-37. 今有 0.1 歐, 10 歐, 及約 100 歐之可變電阻各一, 用以接成一惠司東橋, 而量度近於 1 歐之電阻。(a) 試繪圖以示二種可能之接法; (b) 如測電計之電阻為 100 歐, 若電池組之內阻微而不計, 則當用何種接法? 何故?

習題 2-38. 在第 28 圖中, 如 $R_1=3$ 歐, $R_2=2$ 歐, $R_3=2$ 歐, $R_4=4$ 歐, 由 a 流至 b 之電流為 8 安, 而由 a 至 c 之電位為 50 伏, 而其蓄電池組之正負極如圖上所示, 求其電勢之值。

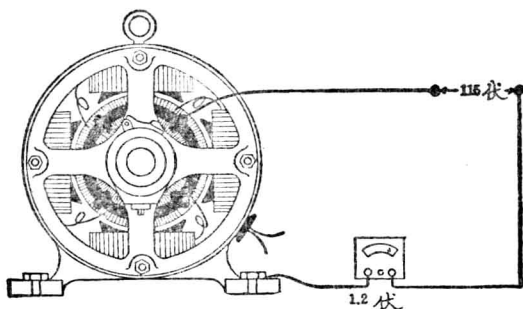
習題 2-39. 在第 18 圖及習題 2-35 (a) 中, 如電流計恰能量度 10^{-8} 安之電流, 則欲使所量 R_4 值之錯誤不致大於 $\frac{1}{10}\%$, 問 R_3 之最小可變電阻值當為幾何? 在平衡時, R_3 之電流為幾安? 如惠司東橋四臂之電阻均已確悉, 問計算此電流之正確度如何?

習題 2-40. 電池組之二端經電阻各為 0.32 歐之二電線。接至 a, b 二點。 a, b 二點間有支路三, 其電阻為 $4, 8.25,$ 及 12.5 歐。電池組所發生之電勢為 124 伏, 其內阻為 0.16 歐。問 (a) 支路電阻中之電流各為何? (b) 電池組之端電位為何?

習題 2-41. 用伐來迴環以試驗電纜端地點之接法, 見第 20 圖。如 $R_1=100$ 歐, $R_2=100$ 歐, $R_3=200$ 歐, 測電計之電阻為 50 歐, 回線電阻為 300 歐, 電纜電阻為 65 歐/ 1000 呎。電池組之電勢為 3 伏, 其內阻及地下回線之電阻可不計。電線全長 $L_s=5000$ 呎。求 X 之呎數。

習題 2-42. 在習題 2-41 中，如測電計恰能量度 10^{-5} 安，則所得 X 值之正確度如何？

習題 2-43. 今有一串聯電路，含有別激發電機之電樞一，接線二，及蓄電池組一。電樞之電阻為 0.021 歐，在轉動時能發生電勢 120 伏。二接線之電阻各為 0.2 歐。蓄電池組之內阻為 0.12 歐，能發生電勢 118 伏，其方向與發電機所發生之電勢之方向相反。(a) 求發電機之端電位；(b) 求蓄電池組之端電位。



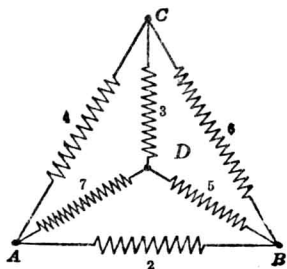
〔第 29 圖 電動機之絕緣試驗〕

習題 2-44. 在第 29 圖中，電動機之一刷與 115 伏電源之一端相接。電源之另一端與鐵架相接，但經過一電壓計。電壓計之電阻為 18,650 歐。如電壓計指在 1.2 伏上，問電樞與鐵架間之絕緣電阻為幾何？

習題 2-45. 在第 30 圖中，各數目字即代表電阻之歐數。(a) 求 AB 間之總電阻；(b) 求 CB 間之總電阻。

習題 2-46. 在習題 2-45 中，求下列各點間之總電阻：(a) AD ，(b) BD ，(c) CD 。

習題 2-47. 今有並聯之二蓄電池組，接於別激發電機之兩端。此機可發生之電勢為 116 伏，其電樞內阻為 0.06 歐（刷阻亦在內）。此時蓄電池組之電勢及內阻，一



〔第 30 圖 三角及星形之混合接法。〕

爲 108 伏及 0.2 歐，一爲 110 伏及 0.28 歐。問蓄電池組初充電時之電流爲幾何？發電機之端電壓爲幾何？

習題 2-48. 在習題 2-35(b)中，問二種接法時電池組所供給之電流各爲幾何？

習題 2-49. 在習題 2-30 中，如電車距發電站 3 哩，問由發電站至電車間之電車導線帶有多少電流？

習題 2-50. 在習題 2-29 中，如 B 分電站發生意外，不能供給電能，而距 B 分電站 10 哩之 C 分電站乃與 A 分站共同供給該題中二車之電能，問二電車之端電位各爲若干？

第三章 電功率與電能

(Electric Power and Energy)

電流沿導體而流動，前曾以水於水管中之流動作比，兩兩相較，幾一切畢肖。故吾人亦可用同樣方法計算維持一水流或一電流所需之功率 (power)。

22. 功率方程式 一抽水機於水壓 E 呎下每秒打水 I 磅，則所做工作之功率為 $I \times E$ 呎磅/秒。一發電機在 E 伏電壓時發出連續電流 I 安，則所做工作之功率為 $I \times E$ 伏安。功率既為一單位時間所做之工作，故抽水機之功率可稱為 $I \times E$ 呎磅/秒，而發電機之功率為 $I \times E$ 伏安，或 $I \times E$ 瓦 (watt)。在直流電路中，

$$1 \text{ 伏安} = 1 \text{ 瓦}$$

以方程式代表之，即

$$P = I \times E$$

式中

P = 功率，以瓦為單位

I = 電流，以安為單位，

E = 電壓，以伏為單位。

為實用上之便利計，恆以 1000 瓦簡稱瓩 (kilo watt or kw.)。

功率方程式與歐謨定律及啓旭夫定律之簡單形式，雖只限應用於直流電路，然若推廣之，未始不可用於交流電路中。

例題 1. 一抽水機受水壓 22 呎時能於每秒打出水 3000 磅，問其功率為若干？

$$P = IE$$

$$= 3000 \times 22 \text{ 呎磅/秒}$$

或 $\frac{66,000}{550} = 120 \text{ 馬力}$

例題 2. 一發電機，在電壓 220 伏時，發出電流 300 安，其所供給之電功率為若干？

$$P = IE$$

$$= 300 \times 220$$

$$= 66,000 \text{ 瓦}$$

或 $\frac{66,000}{1,000} = 66 \text{ 瓩}$

今以電功率單位與機械功率單位之關係，列表如下：

$$1 \text{ 瓦} = 0.737 \text{ 呎磅/秒}$$

$$1 \text{ 瓩} = 1.34 \text{ 馬力}$$

$$1 \text{ 呎磅} = 1.356 \text{ 瓦秒}$$

$$1 \text{ 馬力} = 746 \text{ 瓦 (在實際應用時，一馬力可作為 } \frac{3}{4} \text{ 瓩)}。$$

23. 電位非力。流體（例如水）流動時之功率方程式為：

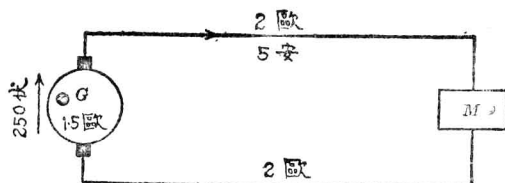
$$\text{功率} = \text{壓力 (pressure)} \times \text{水流。}$$

$$\text{壓力} = \frac{\text{功率}}{\text{水流}}$$

吾人所謂壓力，乃每單位水流之功率。電功率方程式中亦然，故電位亦為每單位電流之功率。功率既為一單位時間內所做之工作，而電流又為一單位時間內所流動之電荷 (charge) (見第 9 節)，故電位

實為每單位電荷所做之工作。但水壓與電位之相似點，實止於此。水之壓力可作為機械力 (mechanical force)，而電位則等於每單位電流之功率，或每單位電荷所做之工作，並無力之意義。至於電力 (electric force) 之意義，將於第十三章論及之。

24. 功率方程式之應用。應用功率方程式 ($P=IE$) 與應用歐謨定律時，當同樣謹慎，蓋功率方程式，猶如歐謨定律，可應用於完全電路中，亦可應用於電路中之任何一部份。當應用於全路時，則 E 當為全路中各電勢之和；如計算某一部份時，則 E 當為該部之電位差，而 I 祇為流過該部之電流。



〔第 31 圖 發電機 G 供給電功率於電動機 M 。〕

例題 3. 在第 31 圖中，發電機發出電勢 250 伏，其電阻為 1.5 歐，線路電阻每線 2 歐。問給與電動機 M 之功率若干？

功率 (給電動機者) = 電流 (經過電動機者) \times 電位 (跨於電動機者)。

跨於電動機之電位 = 發電機所發生之電勢減去發電機及電線上之 IR 位落

$$= 250 - (5 \times 1.5) - (5 \times 4)$$

$$= 222.5 \text{ 伏。}$$

經過電動機之電流 = 5 安。

給與電動機之功率 = 222.5×5

$$= 1112.5 \text{ 瓦}$$

$$= 1.11 \text{ 瓩}$$

上面結果祇以三位數字表之，因 1.1125 瓩之值，實際上難以量得如此準確。以數字表明結果，位數多少以問題中能達到何種最小準確因數* 確定之。普通電位、電流、及功率，以電計量度之，其準確可到 0.5%。如用特別儀器，則當可得更準確之數值。

25. 電阻所耗之功率。如有電流 I 安，流過電阻 R 歐，所需電壓為 IR 伏。由此可求電流經過電阻時所耗之功率。

因 $P = IE$

而 $E = IR$

故 $P = I^2R$

又因 $I = \frac{E}{R}$

故 $P = \frac{E^2}{R}$

因此功率方程式有三種形式，即

$$P = IE = I^2R = \frac{E^2}{R}$$

其中以 $P = IE$ 公式最為普通， P 即為當電流 I 安在電位 E 伏流動時，所受到或發出之電功率。

* 準確度不由不精確項 (least precise term) 而定，乃依最不精確之因數 (factor) 而定。

其他二式 $P=I^2R$ 及 $P=\frac{E^2}{R}$ 僅於電位 E 伏使電流 I 安流過電阻 R 歐時可用之。

例題 4. 第 31 圖中，電線電阻所耗之功率為若干？

$$P_R = I^2 R = \frac{E_R^2}{R} = IE_R$$

式中

P_R = 電阻 R 歐所耗之電功率。

E_R = 電流通過 R 之位落 = $4 \times 5 = 20$ 伏。

I = 通過 R 之電流。

$P_R = I^2 R = 5 \times 5 \times 4 = 100$ 瓦。

或

$$\begin{aligned} &= \frac{E_R^2}{R} = \frac{20 \times 20}{4} = 100 \text{ 瓦。} \\ &= IE_R = 20 \times 5 = 100 \text{ 瓦。} \end{aligned}$$

欲觀電路中任一部分功率之如何消耗*，則以上二式，當同時並用，蓋因電路耗費功率之方法凡有數種。例如在第 31 圖中，發電機所發生功率之用途有二：其一，使 5 安電流流經發電機 1.5 歐之內阻；其二，將電輸至外面線路。

例題 5. 在第 31 圖中，發電機供給線路之功率為若干？

所發生之總功率為

$$P = IE$$

* 嚴格論之，‘能乃不生不滅’，而祇可變換形式。在電路中如將他種能變為電能，吾人即謂之有電能發生；如將電能變為他種能，則謂之消耗電能。

$$=5 \times 250$$

$$=1250 \text{ 瓦}$$

內阻所耗費之功率爲

$$P_R = I^2 R$$

$$=5 \times 5 \times 1.5$$

$$=37.5 \text{ 瓦。}$$

供給線路之功率

$$P_1 = P - P_R = 1250 - 37.5$$

$$=1210 \text{ 瓦。}$$

內阻所消耗之功率又可用下法求之：使電流 I 安流經內阻 R 歐之電位爲

$$E_R = IR$$

$$=5 \times 1.5$$

$$=7.5 \text{ 伏}$$

R 所消耗之電功率

$$=IE_R$$

$$=5 \times 7.5$$

$$=37.5 \text{ 瓦}$$

應用上列各方程式以計算電阻 R 內所耗之電功率時，應注意所用之電位 E_R ，即爲使電流通過電阻 R 時所需之電位。

當電能供給於電動機時，一部被電樞上線捲之電阻所耗而變成熱，餘則由電能變爲機械功率；機械功率一部又消耗於轉動時因摩擦所生之損失及其他損失等，以後當再論之。

例題 6. 在第 31 圖中，如電動機之內阻爲 3 歐，問能發生機械力若干？

在例題 3 中，吾人算得電動機所受之電功率爲 1110 瓦。今電動機內阻所消耗之電功率

爲：

$$\begin{aligned}
 P_R &= I^2 R_r \\
 &= 5 \times 5 \times 3 \\
 &= 75 \text{ 瓦。}
 \end{aligned}$$

故電功率之變爲機械功率者爲

$$\begin{aligned}
 P - P_R &= 1110 - 75 \\
 &= 1035 \text{ 瓦}
 \end{aligned}$$

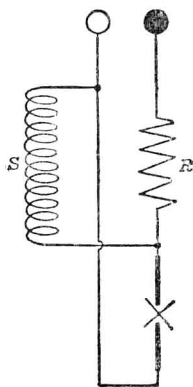
或 $\frac{1035}{746} = 1.39 \text{ 馬力。}$

所發生之機械功率，尙有一部用以抵消電動機轉動之摩擦、阻力等等，故該機約得一馬力，可用以拖動其他機器。

習題 3-1. 一 230 伏電動機之樞阻爲 0.125 歐，其電樞周路接受 5.5 瓩之電功率，問此電樞內能發生若干機械馬力？

題習 3-2. 第 31 a 圖示一弧光燈之線路圖。電阻 R 乃用以鎮定弧燈之電流，蓋因弧燈有一種特性，即在某一弧長時，如電流增加，則跨於電弧之電位減少。故當電弧接於恆電位之來源時，必須有一串聯電阻以制止電弧之不穩定狀態（如爲交流電路，則電阻 R 可換一電抗）。分聯線圈 S 乃爲燃燒炭精機件（“striking and feeding” mechanism）之一部。今在某一時間，端電位爲 110 伏，而電弧兩端電位爲 90 伏，所取電流爲 6.6 安。分聯線圈之電阻爲 680 歐。(a) 求弧燈全路所耗之功率，(b) R 及 S 電阻內所耗之電功率，(c) R 之電阻。

習題 3-3. 在習題 3-2 中，燃燒炭精可使弧長增加，而跨於電弧之電位增至 95 伏。問此時 S 線圈內之電流當爲幾何？

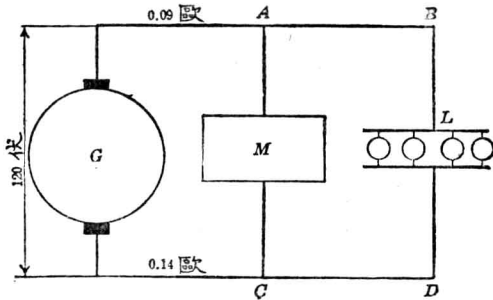


〔第 31 a 圖 弧光燈線路圖〕

習題 3-4. 在第 32 圖中, 電動機之 M 電阻為 0.28 歐 (其磁場並未表出, 假定另有電源激之), 所取電流為 20 安。在 L 處每燈取 2.5 安。(a) 問燈列 (lamp bank) L 取功率若干? (b) 電動機 M 取功率若干? (c) 電動機之電樞路內有若干功率能變為機械功率? (d) 在電線中有若干電功率變為熱? (e) 發電機供給若干電流?

26. 電功率之量度。 在直流電中, 功率即等於電位與電流之相乘積, 故用一電壓計 (伏計) 及一電流計 (安計) 即可量度電路中任何一部之功率。如將此二儀器合成爲一, 即成電功率計或瓦計*。

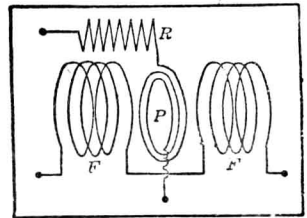
在第 33 圖中, 電流經磁場線圈 FF' 導入, 而發生一磁場, 其強度與



(第 32 圖 發電機供給功率於電動機 M 及電燈 L 。)

電流之多正比。電位則加於與高電阻串接之 P 圈上。 P 圈之偏轉度數與電位及電流之相乘積成正比例, 故即與直流電功率成正比例。

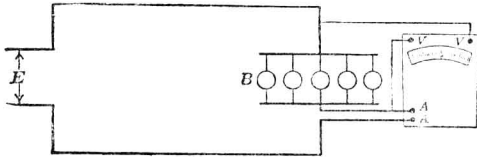
此種儀器共有接線端四處: 二處三處接於電流引線, 二端接於電位引線。此二組接線端不能錯亂, 應用時當加注意, 因電流圈之電阻甚微, 若以電位圈二端誤接於此, 則儀器將立時燒燬。



(第 33 圖 瓦計之接線圖)

* 參看 Laws' Electrical Measurements " 301.

第 34 圖爲瓦計之正當接法，以量度 B 組電燈所用之功率。



(第 34 圖 瓦計量 B 組電燈之功率)

用瓦計以代伏計及安計之理由如下：於連續電流之電路中，即直流電路中，其功率爲 E 與 I 之相乘積。如電位與電流恆在電路中變動，則電功率亦必隨變動之 E 與 I 之相乘積而變動。但此時功率、電位、與電流之各瞬值間，仍能保持同樣之關係。故若以瓦計接於該電路中，則瓦計上之偏轉角度，即爲功率瞬值之平均數，而電路中真正之平均功率可以量得。由此可知量直流電功率固不必賴瓦計，但量交流電功率時，則惟瓦計爲最便利。

27. 電能。 功率爲一單位時間內所做之工作，故一定時間內所做之總工作即等於功率與時間之積。例如，一 25 馬力之蒸汽機，在滿載下開動四小時，則所做工作等於 $25 \times 4 = 100$ 馬力-時。同樣一 25 瓩之發電機，在滿載下開動四小時，其所供給之電能等 $25 \times 4 = 100$ 瓩-時。一瓩時（俗稱一度）即一種電器當功率爲一瓩而繼續用一小時所承受或發生之電能。

電能單位又可用瓦時 (watt hour)，或瓦秒 (watt second)。瓦秒亦名焦耳 (Joule)。

1 瓩時 (度) = 1.34 馬力時。

1 瓦秒 (焦耳) = 0.737 呎磅。

習題 3-5. 某一水力發電廠，供電於一化學工廠，每日 24 小時，每年 365 日。如在匯電條上之電能，每度電價值 0.45 分，而欲得 8% 利益，問每馬力一年之價格當售幾何？

習題 3-6. 一電動機離發電機 1000 呎，需電功率 50 瓦，每日工作八小時。如電線為美規 0000 號，則其電阻為 0.049 歐/1000 呎。發電機端之電能價值每度 \$0.0045，每年工作 300 日。問用 230 伏與用 115 伏輸送線所耗費用相較，每年省錢若干？

習題 3-7. 某地家用電費價目如下：每月起初 20 度，每度價 25.5 分，以後 50 度，每度價 15 分，再後不論多少每度均以 9 分計。如某家每月三十日之電費不得超過 \$12.00，而 60 瓦之電燈每日燃 2.5 小時，問可用幾盞？

28. 電之熱能。當電流 I 安流過一電阻 R 歐時，電能之消耗率為 I^2R 瓦。此電能乃完全化為熱，猶如機械能用於摩擦阻耗時化作熱然。第 35 圖示一大變壓器之照片。該器裝有一種管子，使箱內之油可在管內流動，而被管外之空氣所冷卻，如是則電流經過線圈時所發生之熱，大半可以散去。

電熱能可以 $\int i^2 R dt$ 表示之。如為直流則變為 $I^2 R t$ 。此種電能既變作熱，故其單位以電能單位瓦-秒表之，或以熱能單位卡 (calorie) 表之亦可。瓦秒與卡之關係，根據準確方法所量得者，乃為一瓦秒等於 0.24 卡，

故 $H = 0.24 I^2 R t$,

式中 $H =$ 所發生之熱能，以卡計。

$I =$ 電流，以安計。

$R =$ 電阻之歐數。

$t =$ 時間之秒數。

以 $IE_R t$ 或 $\frac{E^2 R t}{R}$ 代 $I^2 R t$ 亦可，但 E_R 之值應為使電流 I 安流過電阻 R 歐時所需之電壓。

例題 7. 今有一電熱水器適用於 110 伏電源，有電阻 15 歐。設有一杯，容水 250 克，欲使水自攝氏 10 度升至 80 度，問所需時間多少？假設熱能並無損失，杯之比熱亦不計。

250 克水升高溫度攝氏 80 度所需熱能為

$$\begin{aligned} H &= 80 \times 250 \\ &= 20,000 \text{ 卡} \end{aligned}$$

因 $H = 0.24 \frac{E^2 R t}{R}$

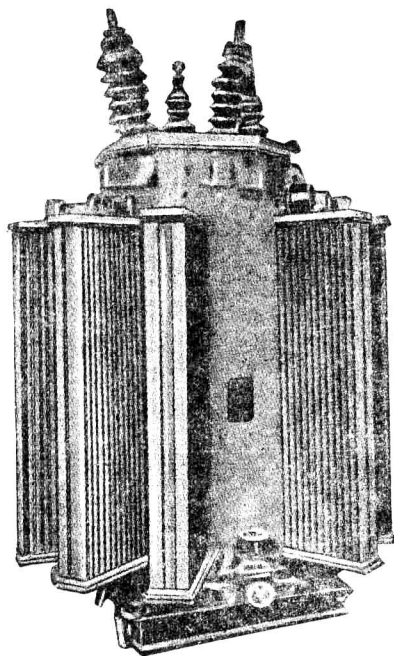
故

$$20,000 = \frac{110 \times 110 \times 0.24 t}{15}$$

$$t = \frac{20,000 \times 15}{110 \times 110 \times 0.24}$$

$$= 103.3 \text{ 秒}$$

$$= 1.72 \text{ 分}$$



【第 35 圖 輻射自冷式變壓器，容量 2,000 瓩】

29. 輸送之效率與調整 當電流流動時，一部電能消耗為熱。故在輸送設計中，絕無百分之百效率者。換言之，輸送線之導體上永遠有 $I^2 R$ 耗。

輸送之效率定義，為輸送線上所能輸出之有用電能與所輸入之比。在低壓制（在 5,000 伏以下）短距離之直流輸送，其線祇有 $I^2 R$ 耗，

輸送線之調整 (regulation) 乃所以測量其滿載時電位之降落。其定義為：當滿載改為無載時所升高之電位，除以滿載時之電位。發電機或交流變壓器之調整定義亦如此。輸送線調整，愈低愈妙，庶免負載變時有劇烈之電位漲落。

例題 8.(續) 假設上題之負載，適為輸送線之滿載，則其調整可計算如下：

B 處電位於滿載時 = 110 伏。

B 處電位於無載時與發電機之電位相同 = 125 伏。

電位由無載而至滿載之變換 = $125 - 110 = 15$ 伏。

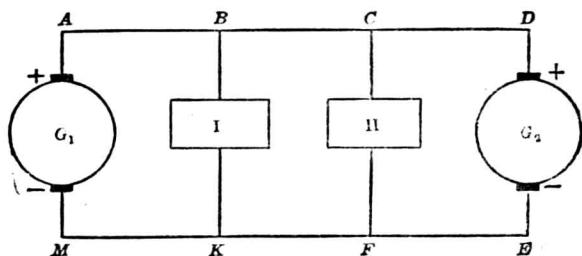
$$\text{調整} = \frac{15}{110} = 0.136 = 13.6 \%$$

在計算時，吾人並未顧及發電機因改變負載而發生之電位變化，因吾人祇欲計算其輸送線之調整也。

習題 3-8. 今有一迴環電路，其二導體之兩端各接於發電站匯電條相同記號之端，如第 37 圖所示。(理論上即等於第 37 圖中 G_1 及 G_2 二發電機之電位永久保持相等) 迴環長 1.25 哩 (即圖中 $ABCD = 1.25$ 哩)。二導體各有電阻 0.26 歐/哩。發電站匯電條上之電位差為 600 伏。此迴環周路供電於二工廠，一距 G_1 800 呎 ($AD = 800$ 呎)，取電流 300 安，一距 G_2 2600 呎 ($CD = 2600$ 呎)，取電流 560 安。問 (a) 在每一工廠處二線間之電位若干？(b) 輸送效率為百分之幾？(c) 如在二工廠間之線路截斷，求在二工廠處之電位及輸送效率。

習題 3-9. 在第 23 圖中，端電位為 $G_1 = 125$ 伏， $G_2 = 130$ 伏，二者永久不變。每燈取電流 9.09 安。如 AB 之電阻與 MK 等， BC 與 KF 等， CD 與 FE 等，而跨第 I 組燈之電位為 110 伏，跨第 II 組燈者為 112 伏，試求輸送效率。 $BC = 0.10$ 歐。

習題 3-10. 一發電機之磁場線圈，以 100 磅銅線繞成 (比熱為 0.095)，而有電阻 25 歐。如銅絲外之絕緣體不計，則在開始通電流時，可假定線內所發生之熱並不散佈。如將此線圈接於 110 伏之電源上，問銅線之溫度升高速度為何？



〔第 37 圖 二發電機供給二負載之輸送電系〕

習題 3-11. 在第 37 圖中，有二發電機供給二負載。負載 I 取 45 安，II 取 95 安。每段（即 AB , BC , ……）電阻為 0.04 歐。發電機之端電位皆維持不變， $G_1 = 120$ 伏， $G_2 = 125$ 伏，問（a）輸送之總效率為何？（b）在負載 I 兩端電位之調整若何？

習題 3-12. 在習題 3-11 中，如 DE 間之斷路器開斷，而將 G_2 移出電路，餘悉照舊，試再求電位調整及輸送效率。

習題 3-13. 在習題 3-11 中，如 AM 間之斷路器開斷，而將 G_1 移出電路，餘悉照舊，試再求電位調整及輸送效率。

30. 三線制輸送。 經一線以輸送定量之電功率，而欲使 I^2R 耗極少，則不必使電流愈小愈妙。欲達此目的，可增加輸送電壓。例如 10,000 瓦之電功率，可用 100 安在 100 伏電壓下輸送，或 50 安在 200 伏電壓下輸送，或用其他任何方法輸送，祇須安數與伏數之相乘積為 10,000 可矣。但在 50 安 200 伏輸送時，較之同樣導線用 100 安 100 伏輸送時之線耗，祇為 $\frac{50^2}{100^2}$ 或 $\frac{1}{4}$ 。故電位增加一倍，線耗減低為 $\frac{1}{4}$ 。

經過某一導線，輸送定量電功率，其線耗與導線上之電流之平方成正比，而導線之電流與電位成反比，故線耗與導線間電位之平方成反比。

習題 3-14. 今有電功率 600 瓩，自此處用電線送至負載處，每線電阻有 1.5 歐。如輸電一端之電位可在 1500 伏至 10,000 伏間，試畫曲線以表明電位與輸送效率之關係。

直流高壓輸送之利益，甚難充分利用，蓋電動機雖可以特別製成適用於較高電壓，但普通所用之各種電器，於 110 伏電壓時最為適用。

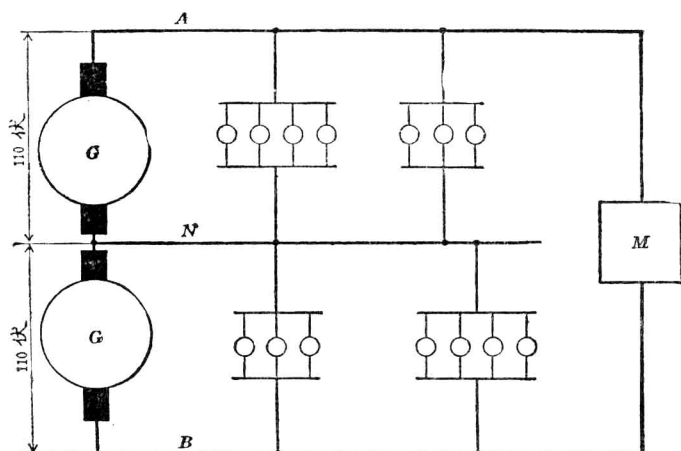
白熾燈為最著之一例。蓋白熾燈之適用於 220 伏或 550 伏者，其價較昂，且不耐用。

交流電則不受此種限制，因交流電可以極可靠而固定不動之器具，由一電位變為他電位，而其損耗極微。蓋交流電變壓器 (transformer)，可用以輸送多量之電功率，輸送距離可達 200 哩外，而電位可高至 220,000 伏，及至用電之處，則又可變低為安穩而適用之低電位（約 110 伏）。實際上由發電機至用戶，中途輒經數次之變換。在某一距離，如何輸送最為經濟，則當視所輸之電功率及用何電位而定。直流輸送，在電力鐵道中，或有用 3,000 伏電壓及較長距離者，然大半均在短距離中用之。

直流既無變壓器，故輸送直流之電位與應用之電位相差無幾。^{*}若以三線輸送以代二線，則所得利益較多。如第 38 圖中，二座 110 伏發電機串聯。在外面導體 AB 間，電壓為 220 伏，中線與任何外線間則為 110 伏。於是電燈祇受 110 伏，而電動機則受 220 伏。此種制度可得 110 伏與 220 伏之二種利益，而輸送效率幾等於 220 伏。

若中線兩方面之負載相等，則中線無電流，而所得之效率更佳。

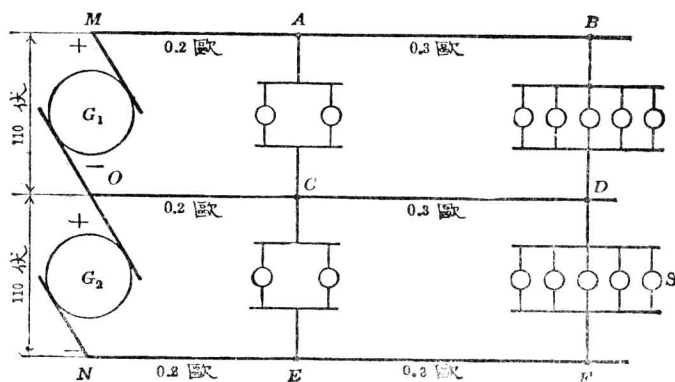
* 真空管之新發明，亦許可使高壓直流輸送，成為可能



〔第 38 圖 二發電機串聯以供給三線制中之 110 伏電燈及 220 伏電動機〕

實際上常用一種三線發電機或用一大發電機及一平衡機組 (balancer set) 以代二發電機。此種機器，在電機原理教科書中*皆詳述之。

習題 3-15. 假定導體之截面與所載之電流成正比，問輸送相同電功率時，用二線制及



〔第 39 圖 二發電機供給平衡三線制電路。〕

* 參看蘭司獨夫“直流電機原理”(Langsdorf, "Principles of Direct-Current Machinery") 顧毓琇譯，商務印書館出版。

平衡三線制所需銅之重量比較如何？（三線制中三線之粗細一樣）

習題 3-16. 第 39 圖示一平衡直流三線輸送制。如每燈取 0.5 安，求 (a) MA 之線落，(b) 輸送效率，(c) CO 間之電流，(d) 跨於每組電燈之電位。

習題 3-17. 在習題 3-16 中（第 39 圖），如 S 燈列上減為一燈，餘仍舊，而每燈仍取 0.5 安，試再求習題 3-16 中各項問題之答案。

第三章 摘要

直流電功率以瓦爲單位，其計算之法可由下列方程式得之：

$$P = IE$$

$$= I^2 R$$

$$= \frac{E^2}{R}$$

以上 $I^2 R$ 及 $\frac{E^2}{R}$ 二量皆代表消耗於電阻 R 而變成熱之功率。

功率單位或爲瓦-秒，即普通稱爲焦耳，或爲瓦時，俗名電度。

一瓦-秒等於 0.24 卡，故由電流所發生之熱可由下式求之：

$$H = 0.24 I^2 R t$$

式中

H 爲卡數，

I 爲安數，

R 爲歐數，

t 爲秒數。

功率輸送效率 = $\frac{\text{所給與負載之功率}}{\text{所收受由發電機送出之功率}}$ 。

輸送定量功率時，線耗與輸送電位之平方成反比。若祇以 $I^2 R$ 耗言，電位愈高，輸送效率愈佳。

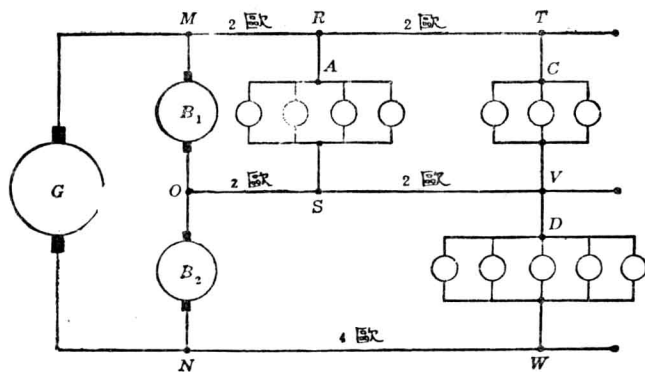
三線制輸送時可利用高電壓，故直流配電時多用之。

$$\text{輸送線之電位調整} = \frac{\text{無載電位} - \text{滿載電位}}{\text{滿載電位}}$$

以上各種電位，乃在負載與輸送線相接處量得者。

第三章 習題

習題 3-18. 在第 40 圖中，二線電源藉一平衡機組以適應三線制之需要。電源 G 之端電位保持為 230 伏。平衡機組有二電機 B_1 及 B_2 ，其電樞互相耦合，對於外邊二線，不論機電兩方面，皆有串聯性質。中線則在二電樞相連處接出。如三線制之負載為零或負載平衡，則平衡機組為二電動機，串聯於外線間而空轉。如三線制之負載不均，則負載較重一邊之電機，即為另一機所拖動，而前者為發電機。後者為電動機。至於平衡機之磁場，則可加以調整，俾使外線與中線間之電位常相等。如第 40 圖所示，每燈若取電 0.9 安，而其電阻假定不變，求 (a) 輸送效率 (平衡機組之能耗不計)；(b) 各段線落；及 (c) 各燈組之電位。



〔第 40 圖 一發電機裝有平衡機組以供給三線制之電功率〕

習題 3-19. 在習題 3-18 中，如 O 與 S 間之斷路器開斷，而電燈之電阻仍不變，問在習題 3-18 (a), (b), 與 (c) 三部的各答案為何？

習題 3-20. 在習題 3-18 中，如 S 與 W 間開斷，問 (a), (b) 與 (c) 三部之答案各為何？

習題 3-21. 如平衡機組每電樞之電阻為 0.025 歐，而習題 3-18 中，各種情形均須適應，問各機所發之電勢當為幾何？(轉動耗失不計)。

習題 3-22. 如平衡機組轉動耗為 480 瓦，由二線電源供給，試解習題 3-21 中之問題。

習題 3-23. 如將習題 3-22 中平衡機組之轉動耗計入，試求習題 3-18 中之輸送效率。

習題 3-24. 如將 D 處電燈負載斷連，解習題 3-22。

習題 3-25. 一單軌電力鐵道，長十哩，動力來源由兩端發電廠供給。正電導體為第三軌，與一銅纜並連以加強力量，其聯合電阻為 0.05 歐/哩。負電導體為並行之二軌道，其聯合電阻為 0.03 歐/哩。一端發電廠之電位差保持 600 伏，而另一端為 575 伏。如有一電動機關車在線路之中點，問可得之最大電功率為何？

習題 3-26. 一蓄電池組有 260 電池，“浮”接於 10 哩長電車導線遠距之一端，使電線間之位差值較為固定。每一電池之電勢為 2.1 伏，內阻為 0.001 歐。電池間接線之電阻可不計。發電站之端電壓恆為 600 伏。電車線，饋線及回線之總電阻為 0.08 歐/哩。問在蓄電池放電率不及 400 安時，電車在中點可得功率若干？

習題 3-27. 今有 A, B 兩自動分電站，相隔十哩。為解求此問題便利起見，假定兩站間之電車只受此兩分站之電流，既無電流流出此段之外，亦無外來電流流入。電車導線與另一組電纜並聯，每距離不遠即有相連之處，宛如一導體，其聯合電阻為 0.18 歐/哩。車軌聯合極佳成一回線，其電阻為 0.03 歐/哩。今有二電車在此 10 哩段內，一電車取 200 安，距 A 分站 3 哩；另一取 300 安，距 B 分站 4 哩；分站之電位常自動保持在 3,000 伏。問 A, B 二分站供給該線路之功率幾何？

習題 3-28. 某一電矸系統，需電功率 4,710 瓦，由分激直流發電機供給。此機場圍有電阻 136.4 歐，其電流由 0.12 歐內阻之電樞供給之。發電機之端電位為 120 伏。求 (a) 電樞所發之電勢，(b) 電樞電流，及 (c) 場圍內所生之熱耗。

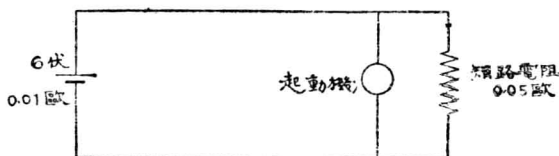
習題 3-29. 某自動車(汽車)上之蓄電池組，供給起動機之電流。該起動機有一部分短接，其效用猶如與起動機並聯一 0.05 歐電阻。蓄電池組之內阻為 0.01 歐，電勢為 6 伏，係鉛酸式，每電池正負板面積為 400 平方吋。電解液之比重在工作時為 1.220。如起動機

輸入最大之功率，問其所受之電壓當為幾伏（見 41 圖）？

習題 3-30. 某一電力鐵道長 5 哩，電功率由 1,000,000 圓吨之饋線送出，其電阻為 0.057 歐/哩。自饋線二端起每隔半哩與電車導線相接，電車導線之電阻為 0.26 歐/哩。回路以軌道為導體，有電阻 0.02 歐/哩。一端有一別激發電機，電樞內阻為 0.05 歐，所生電勢為 600 伏。在另一端接一蓄電池組，內阻為 0.3 歐。今有一電車距發電機 3 哩，取電 700 安，如發電機供給 600 安，求

- (a) 發電機端之電位；
- (b) 電車之電位；
- (c) 蓄電池組端之電位；
- (d) 蓄電池組之電勢；
- (e) 蓄電池組每十秒鐘所供給之車數；
- (f) 電車之輸入瓦數。

習題 3-31. 如習題 3-30 中電車之控制器 (controller) 與電源斷連，則電車不取



〔第 41 圖〕

電流。問蓄電池組此時流過之電流為幾何？

習題 3-32. 二電車分站，相隔 6 哩。中間電車導電線以並行之粗銅饋線增強力量，其總電阻為 0.018 歐/1,000 呎。二軌道並行作為回路，電阻含有 0.006 歐/1,000 呎。今有一電車距一站 2.5 哩，其速度為 30 哩/時，所對抗之力為 7,200 磅。該電車上電機設備之效率為 86%。分站匯電條上之端電位皆為 700 伏。試求電車之端電位及各分站所給與電車之電流。

習題 3-3 在習題 3-32 中，如一電車自一站行至另一站，所取電流永為 800 安，試

求一方程式表明電車與一站之距離與其所受端電位之關係，並畫一曲線以表明之。

習題 3-34. 某一電力鐵道，由二端供給電功率。一端發電站之電位保持為 600 伏；另一端蓄電池所發之電勢為 540 伏，內阻為 0.08 歐。正電線為一電車導線與一並行饋線連合，共有電阻 0.098 歐/哩。負電線為兩並行車軌，有電阻 0.032 歐/哩。線路之總長為 7.2 哩。今有一電車在距發電站 4 哩處行駛，所取功率為 200 瓩，問其電位為幾何？

習題 3-35. 一發電機供給電流於電車負載。距發電站 3 哩，在電線及軌道間接有蓄電池組，電勢為 580 伏，內阻為 0.5 歐。距蓄電池組又 2 哩有一電車，取功率 50 瓩。電車導線為美規 0000 號線，電阻為 0.26 歐/哩。回路即為電車軌，其電阻為 0.04 歐/哩。如蓄電池之放電率為 40 安，試計算 (a) 電車所取之電流及其電位，(b) 發電機所供給之電流及其電位。

習題 3-36. 在習題 3-35 中，如蓄電池組“浮”於線路上（即不放電亦不充電），而電車仍取電功率 50 瓩，問此電車當距發電站幾哩？

習題 3-37. 熔鋼電爐之熱量由輻射而消耗者為 10%。問每小時鎔鋼一噸之電爐當需若干瓩？

鋼之平均比熱 = 0.167

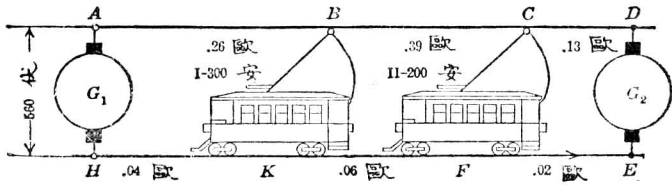
鋼之平均熔度 = 華氏 2,400 度 (2,400°F.)

鋼之隱熱 (latent heat) = 50 英熱單位/磅。

鋼之起初溫度 = 華氏 70 度。

習題 3-38 今有一室，內容 15 人，每人每分鐘需空氣 30 立方尺。空氣進入時之溫度為華氏 40 度，今用電熱至 70 度。空氣之比熱為 0.237（在標準氣壓時），空氣之重量每立方呎約為 0.08 磅。假定熱量之輻射消耗為 15%，而電費每度（瓩時）價洋九分，則每日暖室 10 小時之電費若干？

習題 3-39. 某一 25 瓩發電機之滿載試驗時，用一水阻器 (water rheostat) 為負載。當水流入此器時，溫度為華氏 54 度，流出時為 170 度。如輻射及蒸發所耗之熱量不計，問發電機保持滿載時，每小時需水若干？



(第 41a 圖 電車導線兩端同時供給電流)

習題 3-40. 在 41a 圖中，如發電機 G_2 之端電位保持為 550 伏，則依圖上所註明之情形下，其輸送效率為何？

第四章 電阻之計算

(The Computation of Resistance)

導體之電阻與長度成正比，而與截面積成反比。故若已知某物質單位長度及單位截面積之電阻為幾何，則該物質之導體，不論任何長度與截面積，其電阻皆可求得之。

31. 電阻係數 (resistivity)。上述情形可以方程式表明之。

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

式中

R = 導體之電阻，

l = 導體之長度，

A = 導體之截面積，

ρ = 單位長度與單位截面積之導體電阻，即導體之電阻係數。

各國通用之長度單位為一釐 (centimeter)，截面積單位為一平方釐。導體一立方釐之電阻即為其電阻係數，其單位為歐-釐。由精密之測驗，得知普通之銅 (annealed copper) 線在攝氏 20 度 ($^{\circ}\text{C}$.) 時之電阻係數為 0.00000172 歐-釐，或即 1.72 瓩-釐。

例題 1 今有一 45 釐長， 3×0.5 平方釐截面積之煉銅片，問其電阻若干？

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{l}{A} \\ &= \frac{1.72 \times 45}{0.5 \times 3} = 51.6 \text{ 瓩。} \end{aligned}$$

習題 4—1. 試以歐謨及啓旭夫定律，證明導體之電阻與其長成正比，與其截面積成反比。

32. 每呎一呎 (mil-foot) 之電阻。 英美常以呎數表示導體之長，故(1)式中 l 常以呎為單位。又因導體之截面常為圓形，故以單位圓形面積以量截面積，實較方形為便。於是定一單位圓形面積謂之圓呎，而一圓呎乃代表直徑一呎（等於千分之一吋）之圓面積。圓面積隨直徑之平方而變，今一圓呎既代表直徑一呎之圓面積，故代表任何圓面積之圓呎數必等於該圓直徑呎數之平方。例如一線長一呎，截面積一圓呎，該線即為一呎一呎線。

如導體之長為呎數，截面積為圓呎數，則(1)式中 ρ 之值當為導體一呎一呎之電阻歐數。

因此，方程式(1)可寫為

$$R = \frac{\rho l}{d^2}$$

式中

ρ = 每呎一呎之電阻，

l = 長度之呎數，

d = 直徑之呎數。

在 20°C . 時，煉銅一呎一呎之電阻為 10.4 歐。

例題 2. 今有一直徑 $\frac{1}{8}$ 吋之煉銅導體，問在 20°C . 時每哩之電阻若干？

$$\frac{1}{8} \text{ 吋} = 0.125 \text{ 吋} = 125 \text{ 呎}$$

$$R = \frac{\rho l}{d^2}$$

$$= \frac{10.4 \times 5280}{125 \times 125}$$

$$= 3.51 \text{ 歐}$$

33. 金屬導體之電阻係數。金屬之可用作導體者普通為三種，即銅，鋁及鋼。

軟抽銅用作導體最多，其在 20°C. 時，電阻係數為 1.724 瓩-歐。

硬抽銅之電阻係數為 1.772 瓩-歐，約比軟抽銅大百分之三弱，但其抗張強度 (tensile strength) 幾比軟抽銅大 50%。故常用為輸送電線。

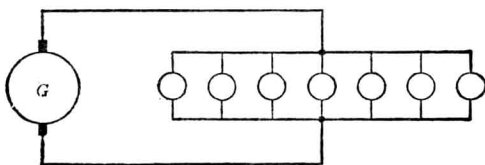
鋁在 20°C. 時，電阻係數為 2.828 瓩-歐，約為銅之 1.6 倍。但鋁導體每立方歐之重量較輕，故以等長等重之鋁線與銅線相比，鋁線之電阻仍較銅線為少。

鋼之電阻係數依其成分及處理之不同而殊，但較之銅與鋁均大。鋼線之電阻係數約為 21.6 瓩-歐。鋼軌之電阻係數約自 13.8 至 21.6 瓩-歐。

合金 (alloy) 之電阻係數每較其所組成之各金屬之電阻係數為高，但與各組成之金屬電阻係數並無關係可言。如銅、鎳、錳、及鉻等之合金，均有極高之電阻係數，大多近於 100 瓩-歐*。

習題 4—2. 一硬抽銅電車導線，直徑為 0.625 吋，長 5 哩，載電流 250 安。如該線溫度在 20°C.，試求該線之位落。

* 參看附錄中電阻係數表及 Smithsonian Physical Tables.



〔第 42 圖 發電機 G 供給一燈組電〕

習題 4—3. 在第 42 圖中，每燈電壓為 115 伏，電流為 9.1 安。由發電機至負載中心所接煉銅線之直徑為 0.265 吋，長 400 呎。求發電機應有端電位（假定各燈電位皆同）。

習題 4—4. 如有一煉銅線，直徑 $\frac{1}{15}$ 吋，載電流 20 安。問溫度在 20°C . 時，每哩電線之位落為幾何？

習題 4—5. 某輸電線路，每哩阻耗為 15.0 瓦。發電機之電位為 3,000 伏。電線為煉銅線，直徑 0.475 吋。問此線每哩之電位調整若何？

習題 4—6. 在第 42 圖中，每燈在 115 伏時取 9.1 安，而同時線路位落不得超過 5 伏。假定電燈與電燈間並無線路位落，問輸電煉銅線之直徑應為何值？

34. 物質之電導係數 (conductivity)。 用作導體之物質，習慣上，不以電阻係數分別其等級而以電導係數區別之。電導既為電阻之倒數，故電導係數亦即為電阻係數之倒數，即

$$\gamma = \frac{1}{\rho},$$

式中

ρ = 電阻係數 (任何單位)，

γ = 電導係數 (同樣單位)。

故軟抽銅壓在 20°C . 時之電導係數為

$$\gamma = \frac{1}{0.000001724} = 580,000 \text{ 謨-蘇。}$$

至於導體之電導，則可由下列式計算之：

$$G = \gamma \frac{A}{l} \quad (4)$$

式中， G 爲電導，以謨 (mho) 爲單位，其餘各項意義與前同。

另有一常用之名詞，曰“百分電導係數”(percentage conductivity)，即某物質之電導係數爲標準煉銅電導係數之百分比。

標準煉銅在 20°C . 時之電阻係數爲 1.7241 瓩-呎，密度爲 8.89 克/立方呎。假定其電導係數爲 100%，任何物質之百分電導係數，即此標準數之若干百分比。如一導體之百分電導係數爲 95，則該導體之電導係數爲標準煉銅電導係數之 95%，或即 $0.95 \times 580,000$ 謨-呎。該導體之電阻係數則爲 $1.7241/0.95$ 瓩-呎。

普通銅之百分電導係數在 98 與 100 間，但銅可製成比標準銅更純者，故其百分電導係數亦可在 100% 以上。

鋁之百分電導係數平均爲 61。

習題 4—7. 今有銅一種，其百分電導係數爲 96%，問其在溫度 20°C . 時，每呎-呎之電阻若干？

習題 4—8. 一實心圓鋁線，直徑爲 0.420 吋，在溫度 20°C . 時每哩電阻爲 0.512 歐。求其百分電導係數。

習題 4—9. 如有一銅線，其百分電導係數爲 96%，每哩電阻爲 0.512 歐，問其直徑當爲幾何？

35. 電阻之溫度係數。 上文提及每呎-呎銅線之電阻爲 10.4 歐，鋁線爲 17.1 歐時，均說明銅或鋁之溫度乃在 20°C . 其所以須指明溫度之理由，乃因純金屬之電阻，恆依溫度之高低而變。自 20°C . 上升

至 200°C . 止，每升高一度，銅線之電阻較在 20°C . 時增加 0.393% 。同理，自 20°C . 下降，約至負 50°C . 時止，每降一度，電阻較在 20°C . 時減少 0.393% 。如此變化之百分數，名曰電阻之溫度係數。各純金屬之溫度係數，大半近於相等*。銅線每呎之電阻，在 20°C . 時既知為 10.4 歐，故如根據此值而算出各種電線之電阻，其溫度均指 20°C . 而言。欲求一線在另一溫度之電阻，必先求該電阻所應增加或減少之值，再與 20°C . 時之電阻相加減。

例題 3. 一銅線圈在 20°C . 時之電阻為 48 歐。問在 50°C . 時之電阻若干？

溫度升高 $= 50 - 20 = 30^{\circ}$

每升高一度，電阻增加 0.393% 。

今升高 30° ，線圈電阻之增加 $= 30 \times 0.393\% = 11.79\%$ 。

電阻增加 $= 48$ 歐之 11.79% 。

$= 5.66$ 歐，

故在 50° 之電阻 $= 48 + 5.66$

$= 53.66$ 歐。

上列各步驟，可用一方程式表之：

$$R_2 = R_1 [1 + \alpha_1 (t_2 - t_1)] \quad (5)$$

式中

R_1 = 在溫度 t_1 時之電阻，

R_2 = 在溫度 t_2 時之電阻，

α_1 = 在溫度 t_1 時，電阻之溫度係數。

* 參看附錄中第一表

在 20°C . 時，銅之 α_1 值為 0.00393 。在任何其他溫度 (t_2) 時，其 α_2 值可由下式求得之：

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_1 (t_1 - t_2)}^{\circ}$$

例題 4. 求煉銅在 30°C . 時之溫度係數。

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_1 (t_1 - t_2)} \\ &= \frac{0.00393}{1 + 0.00393 (30 - 20)} \\ &= 0.00378. \end{aligned}$$

習題 4-10. 試證明方程式 (6)，並說明溫度係數因何隨溫度而異。(注意：溫度每換一度，電阻所變之數常相等。)

習題 4-11. 在溫度 20°C . 時，一煉銅線之電阻為 4.90 歐，問 80°C . 時之電阻將為幾歐？如長 $1,000$ 呎。則直徑當為幾吋？

習題 4-12. 某一電機磁場線圈之電阻在 25°C . 時為 225 歐。當其熱至 90°C . 時，問其電阻將變為幾歐？

習題 4-13. 一銅線圈在 15°C . 時之電阻為 200 歐，求其在 0°C . 時之電阻。

習題 4-14. 一銅線圈在 12°C . 時之電阻為 200 歐，求其在 15°C . 時之電阻。

習題 4-15. 一磁場線圈在 12°C . 時之電阻為 130 歐，問在 80°C . 時之電阻當為幾歐？

習題 4-16. 一銅線在 45°C . 時之電阻為 2.08 歐，問在 10°C . 時之電阻為幾歐。

36. 以電阻之變化量溫度之變化。 普通電機出售時，皆担保在一定負載與時間內，其線圈之溫度不致高出一定度數。今如先測線圈在室溫約在 20°C . (或 68°F .) 時之電阻，而於工作完畢後再量其電阻，將此二電阻代入方程式(5)，即可求得溫度升高之平均值。

例題 5. 變壓器之原線圈 (primary coil) 在 20°C . 時之電阻為 5.48 歐，電流通

過 2 小時後，電阻升至 6.32 歐。問該線圈之溫度升高若干？

$$\text{電阻增加} = 6.32 - 5.48 = 0.84 \text{ 歐。}$$

$$\text{增加百分數} = \frac{0.84}{5.48} = 15.3\%。$$

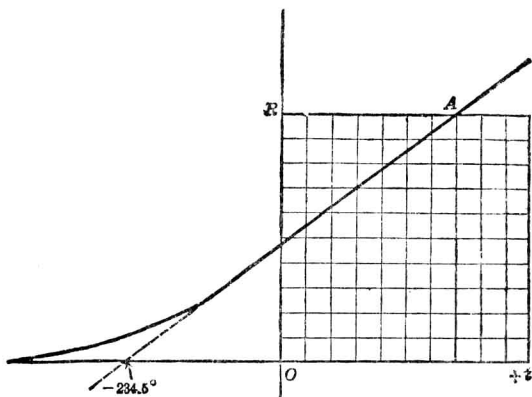
在 20°C . 時，升高一度電阻增加之百分數為 0.393%。今電阻增加 15.3%，則溫度必須升高

$$\frac{15.3}{0.393} = 39.0^{\circ}\text{C}.$$

故知線圈溫度之平均增加為 39.0°C .

通常若用一表示溫度與電阻關係圖之方程以代上列之記算，較為便易。第 43 圖即表示標準煉銅之此種圖形。各種金屬之圖形，其傾斜度各各不同，而在橫軸上之交點亦稍異於 234.5°C 。依照第 43 圖之曲線。其直線部份之方程式為

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{234.5 + t_2}{234.5 + t_1}$$



〔第 43 圖 表示銅之電阻與溫度關係之曲線。〕

例題 6. 今用方程式 (7) 以解例題 5.

$$t_2 = \frac{R_2(234.5 + t_1)}{R_1} - 234.5$$

$$= \frac{6.32 \times 254}{5.48} - 234.5$$

$$= 59.0^\circ\text{C}.$$

$$t_2 - t_1 = 59.0 - 20^\circ$$

$$= 39.0^\circ\text{C}. \text{ (升高度數).}$$

習題 4-17. 一電樞在 20°C . 時之冷電阻為 2.18 歐，熱電阻為 2.56 歐。問電樞內溫度升高幾度？

習題 4-18. 普通發電機磁場線圈所用之絕緣體每有限制，即在滿載時線圈之溫度不得升至 65°C . 以上。如有一磁場線圈在 20°C . 時之電阻為 80 歐，而在滿載三小時後之電阻變為 92.4 歐，問與上述之限制符合否？

習題 4-19. 電機中某種線圈，在 40°C . 時量得電阻為 7.46 歐。如電機在滿載時繼續工作，此種線圈之普通溫度限制為 105°C . 今此機經過良久之滿載，而線圈之電阻量得為 9.59 歐。問此機超出以上之限制否？

37. 合金之溫度係數 前曾提及純金屬之電阻溫度係數大半幾為一致，即約在 0.4% 左右。至於合金，則每呎-呎之電阻較大，而其溫度係數却較小，有時為零，或在某溫度時竟為負數。

例如錳銅 (manganin) 為一種銅，鎳，鐵及錳之合金。每呎-呎電阻隨所含各金屬之比例不同而變，約自 250 歐至 450 歐。其溫度係數甚低，普通可以不計。故凡儀器之需要電阻固定不變之電線者(如電橋或電位計之電阻圈等)，多用此種合金線。尚有各種商業名稱之合金，其特性可由手冊或製造廠查得之。

數種物質，如炭、瓷、及玻璃等，皆有極大負溫度係數。每當溫度增高時，其電阻即迅速下降。冷時炭絲燈之電阻約為熱時二倍。芮恩斯特燈 (Nernst lamp) 中之瓷器發光棒 (glower)，冷時為不良導體，而

至白熱時則為良好導體。鎢絲燈 (tungsten lamp) 中細絲，乃純金屬，故有正係數，在低溫時約為 0.0051。

38. 銅線表 美國之銅線表乃係根據標準局(Bureau of Standards)所擬，而由美國電機工程師學會 (A. I. E. E.) 通過採用者。表中指明各種大小標準煉銅線在數種溫度時每千呎之電阻。線之大小以線規號數 (gauge number) 表明，其截面積以圓吋為單位，直徑則以吋為單位。標準線規有數種，在美國以 Brown and Sharpe (B. and S.) 之線規應用最廣，故普通稱之為美國線規或簡稱美規(American Wire Gauge 即 A. W. G.)。白明罕線規 (Birmingham Wire Gauge 或 B. W. G.) 在英國應用極廣，或可簡稱英規。附錄中第二表，載明美國線規中大小各種線之數據 (data) 頗詳，由此可以計算標準煉銅線任何粗細長短之電阻。

例題 7. 今有輸電線來回共長二哩，電阻不得過 2.7 歐，溫度假定在 20°C. 問應用美國線規之何號銅線？

$$2 \text{ 哩} = 2 \times 5280 = 10,560 \text{ 呎,}$$

$$2 \text{ 哩有電阻 } 2.7 \text{ 歐} = \frac{2.7}{10.56} \text{ 歐}/1000 \text{ 呎}$$

$$= 0.256 \text{ 歐}/1000 \text{ 呎,}$$

$$\text{查銅線表:} \quad 5 \text{ 號} = 0.3133 \text{ 歐}/1000 \text{ 呎,}$$

$$4 \text{ 號} = 0.2485 \text{ 歐}/1000 \text{ 呎.}$$

故如欲不超 0.256 歐/1000 呎，當用 4 號線。

若用下述簡法，記憶銅線表，任何號數之電阻及其大小，均可約計，而不必查閱銅線表。

10 號線之直徑約為 $\frac{1}{10}$ 吋(100 呎)，截面積約為 10000 圓呎，每千呎之電阻約為 1 歐。

自 10 號線起，漸細之各號線，每過三號，半其截面而倍其電阻。例如 13 號線之截面積約為 5000 圓呎而每千呎之電阻約為 2 歐。16 號線之截面積約為 2500 圓呎，而每千呎之電阻約為 4 歐。自 10 號起漸粗之號線，則每過三號，倍其截面而半其電阻。例如 7 號線之截面積約為 20,000 圓呎，而每千呎之電阻約為 0.5 歐，餘類推。

另一簡便法，可記憶各號線之電阻及其重量，見美國標準局通告第 31 號 (Circular No. 31)。

美規號數

每千呎歐數。

0.....	0.1
1.....	0.125
2.....	0.16
3.....	0.2
4.....	0.25
5.....	0.32
6.....	0.4
7.....	0.50
8.....	0.64
9.....	0.8

10.....	1.0
11.....	1.25
12.....	1.6

20.....	10
21.....	12.5
22.....	16

注意上表中 0 號每千呎之電阻為 0.1 歐，1 號為 0.125 歐，2 號為 0.16 歐。3 號在 0 號後三號，故其電阻較 0 號大一倍。如此類推，以至 9 號、10 號、11 號、及 12 號之電阻恰為 0 號、1 號、及 2 號之 10 倍，故所須記牢者僅 0 號、1 號、及 2 號之電阻為 0.1、0.125、及 0.16 歐。以後每過三號加倍。

線之重量約與電阻成反比，而 1,000 呎 0 號線之重為 320 磅，於是各種線之重量亦可大約計算。

例題 8. 例題 7 中輸送線之溫度若為 45°C.，問應用何號線？

[解] 第二表所註明之電阻乃在溫度 20°C. 時，而非在 45°C. 時。今該線在 45 度時電阻既限於 2.7 歐，吾人應求該線在 20 度時之電阻為何。溫度自 20 度升至 45 度，計升 25 度。每升高一度電阻之增加為 0.393%，則 25 度必須增加 $25 \times 0.393 = 9.825\%$ 。故在 45 度時之電阻為 20 度時電阻之 109.825%，而在 20 度時之電阻當為

$$\frac{2.7}{109.83} \times 100 = 2.46 \text{ 歐 (2 哩)}$$

$$\text{每 1,000 呎之電阻} = \frac{2.46}{10.56} = 0.233 \text{ 歐。}$$

此題應求每 1,000 呎有 0.233 歐或較小電阻之線。

由附錄第二表查得

4 號線每 1,000 呎之電阻爲 0.2485 歐，

3 號線每 1,000 呎之電阻爲 0.1970 歐，

如使其不超過 0.233 歐，須用 3 號線。

習題 4-20. 如線路位落在 20°C . 時不得過 3 伏，問用美規 4 號銅線，輸送電流 25 安，能至多遠？

習題 4-21. 如線路位落在 20°C . 時，不得超過 3 伏，若用美規 4 號銅線輸電至 700 呎遠，問能輸電流幾安？

習題 4-22. 某一磁鐵，需激磁圈 267 匝。電流 15 安。每匝線圈平均長度爲 13.5 吋如在溫度 20°C . 時之線圈電阻不得過 0.76 歐，問當用何號銅線？

習題 4-23. 習題 4-22 中所述之激磁線圈如以美規 10 號銅線繞成，問在溫度 20°C . 時之電阻爲若干？

習題 4-24. 今有一工廠擴充範圍，添裝 60 瓦，115 伏電燈 105 盞。此工廠之配電匣 (distribution box) 與電廠之匯電條相距 540 呎。如匯電條之端電位保持爲 120 伏，而在新裝之配電匣上電位最少不得低於 117 伏，問配電匣與匯電條間須用何種大小之銅線連接？

習題 4-25. 如習題 4-24 中，自匯電條至配電匣之饋線爲美規 000 號銅線，問在配電匣處之電位爲幾伏？

39. 絞線 (standard wire)。 絞線之順柔性較大，故常用以代整線。絞線極易納入導線管 (conduit)。且於折成銳角時，亦不易斷。故如需用大於 0000 號線時，皆以絞線代之，即較細之線，亦常用絞線。

例如 4 號線之直徑爲 204 呎，面積爲 41,700 圓呎。若以 7 根 0.077 吋直徑之單線絞成一纜以代之，應用較易。每單線截面積爲 $77 \times 77 = 5,930$ 圓呎，7 線之總截面積爲 $7 \times 5,930 = 41,500$ 圓呎，與 4 號之截面

積相差無幾，但其外直徑必較整線略大。

在另一方言之，銅線絞為螺線時，其有效長 (effective length) 與質量 (mass) 較同一截面積 (單線數乘每一單線之截面積) 之整線略增少許，因此電阻亦同時增加。故計算絞線電阻時，常於相同截面積整線之電阻外加 2%。此 2% 之改正祇限用於某種絞法之絞線。關於電阻改正值之詳細算法，可參看美國標準局通告第 31 號。

習題 4-26. 電話器具上某部，需柔順之電線，故用一種絞線。(其電阻改正值與 39 節所述者相同)。設每呎電阻在溫度 20°C . 時不得超過美規14號銅線每呎之電阻，而絞線以 30 號銅線絞成，問需線幾根？

習題 4-27. 如習題 4-26 中絞線之根數，只能有 7 根，則每根線之大小為何？

習題 4-28. 某發電機與一發電站之匯電條相接，接線乃一種絞線纜，內含銅線 19 根，其電阻在 20°C . 時每千呎不得過 0.01 歐。問當用何號 (美規) 線絞成？

習題 4-29. 如有一電纜為 19 根 3 號 (美規) 銅線所絞成，問在溫度 20°C . 時，每千呎之電阻為幾何？

40. 鋁 鋁線每呎有電阻 17.1 歐，約為銅線之 1.6 倍，而其重量僅為銅之 0.3。故同一電阻時每千呎之鋁線，必較銅線為粗，但其重量則較輕。再則電暈 (corona) 能耗 (見 123 節) 依導線之外週直徑而變，故在同一電位同一電阻之線路，鋁線之此種能耗較銅線者為小。但若將銅線之排列法改善，此種能耗亦可減少。鋁線不如銅線之處，乃為鋁之熔點較銅為低，故遇短路時，燒去銅線不過數吋，而鋁線將燒毀一長段。又如鋁線截面積較大，遇雪雹時每呎線上能積較多量之冰塊，而線上重量增加，或竟超過其原有抗張強度。因之以鋼增強力量之鋁纜 (steel-reinforced aluminum cable)，在今日應用頗

廣，蓋如此乃可以支持較厚之積冰。

例題 9. 一鉛線之電阻與等長之 4 號銅線相同。試求其截面積之大小。

[解] 4 號銅線每千呎之電阻為 0.2485 歐。鉛線之電阻則可由下式得之：

$$R = \frac{17.1 l}{d^2}$$

於是 $0.2485 = \frac{17.1 \times 1000}{d^2}$

$$d^2 = \frac{17.1 \times 1000}{0.2485}$$

$$= 68,800 \text{ 圓呎}$$

在實用時當用 1 號鉛線，其截面積為 83,690 圓呎，因 2 號之截面積僅為 66,370 圓呎。上面所計算出之鉛線，可稱為 4 號銅線之相當線。

例題 10. 上例相當鉛線與 1 號銅線每千呎重量之比較若何？

4 號銅線每千呎之重量 = 126 磅。

68,880 圓呎銅線每千呎之重量 = 208 磅。

68,880 圓呎鉛線每千呎之重量 = $0.30 \times 208 = 62.4$ 磅。

故相當鉛線之重量僅為銅線之 $\frac{62.4}{126} = 49.5\%$ 。

習題 4-30. 一絞線電纜由 83 根 20 號鉛線絞成。問在 20°C . 時每千呎之電阻若干？

習題 4-31. 今有 19 根鉛線絞成之電纜，其每千呎之電阻與每千呎 0000 號銅線之電阻相等。問每根鉛線之大小為何？

習題 4-32. 今有一實心鉛線，其電阻在 20°C . 時與等長之 2 號銅線之電阻相同。問其直徑當為何值？

習題 4-33. 一組輸送線，有實心鉛線三根，每根相當於 0000 號銅線。如在冰雪天，鉛線外包有 $\frac{1}{8}$ 吋厚之冰，問每千呎長之鉛線加重量若干？

41. 銅甲鋼線 (copper-clad steel wire)。銅甲鋼線價格既廉，張

力又強，近來電車導線及電報導線多用之。此種線乃於銅心外鍍以銅甲一層而製成。其每呎-呎之電阻，乃視銅與鋼截面積之比與所用鋼銅之性質而定。某公司有二種出售，其百分電導係數，一為 30，一為 40。此即謂相同大小銅線之電阻與銅甲鋼線之電阻相比，僅為 30% 或 40%。

30% 電導係數之線，其鋼之截面積為全面積之 79.5%，銅為 20.5%。40% 電導係數者，鋼與銅之面積為 68.2% 與 31.8%。此種數目乃根據普通鋼銅之電阻係數而定。

習題 4-34. 如銅甲鋼線之百分電導係數為 30，而直徑為 365 呎，問銅及鋼之面積各為幾圓呎？

習題 4-35. 如銅甲鋼線之百分電導係數為 40，而所用銅之電阻係數為每呎-呎 10.4 歐，問鋼之電阻係數為每呎-呎幾歐？

習題 4-36. 第 00 號銅甲鋼線之百分電導係數為 40，其銅之百分電導係數為 96，鋼之電阻係數為每呎 86.7 歐 (20°C.)，問銅及鋼之面積各為幾圓呎？

習題 4-37. 今有銅甲鋼線，外徑為 0.325 吋，由電阻係數每呎呎 10.4 歐 (20°C.) 之銅及每呎-呎 86.7 歐 (20°C.) 之鋼製成。如銅之截面積占全面積 25%，求此線之百分電導係數。

42. 銅線之安全載電容量 (safe carrying capacity)。房屋內裝置電線時，欲決定所用電線之粗細，除位落外，尚有一事須考慮及之。蓋電流經過任何導體時，必使其發熱如電線內發熱速度較電線表面之散熱速度為速，則電線之溫度勢必繼續增加。因之選擇電線時，其散熱速度當以溫度增高不致損壞絕緣體為合度。美國火險局，關於屋內接線所用銅線之安全載電容量及其粗細製有一表，凡地方上如無特

別規定，則無論何種屋內接線所用之線其載電容量不得超過表上所列之數值（參看附錄）。

例題 11. 今欲裝置能載 40 安之導線，應用何種粗細之線？

從表上得知第 6 號橡皮絕緣線，可載 46 安，可以應用。如用耐風雨線，則改用 8 號線。

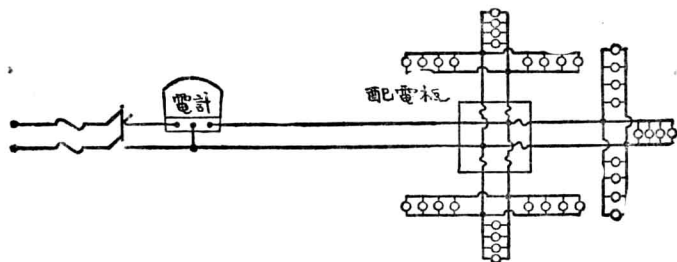
43. 屋內接線適當粗細之決定。 屋內配電欲決定各部所應用電線之粗細時，應注意下述二事：

第一：每段所用之線。其粗細當以載電容量不超過上述表內所規定之數值為標準。因此應當精細計算每段線內應載電若干，然後由表內選擇一粗細適當之線。

第二：計算各段線上之位落，使之不得過某種數值。蓋如將電燈裝於屋內線路之任何一處，其電位變更如大於 5%，則燈光即起不悅目之變化。如負載為電動機及電熱器等，則位落可有 10%，但如大於此數，則對於電動機之速度將有不良影響。

例題 12. 在第 44 圖中，配電板與總電輪相距 150 呎。此板分出三支線，每線裝 110 伏 50 瓦之電燈 12 具。問此幹線之粗細當為如何？

[解] 每一支線載 12×15 即 600 瓦，即有 $\frac{600}{110} = 5.45$ 安流過。查第三表可知第 16 號



〔第 44 圖 屋內接線配電圖〕

線即能安全載此電流。但從機械方面之堅固論，則不當用較 14 號更細者。

總線，按第三表規定之粗細。

每幹線所載電流為三支線所載電流之和，即 $3 \times 5.45 = 16.35$ 安。

按照第三表之規定，須用 12 號線，因 14 號數僅能載 15 安，而 14 號以上通用之線乃為 12 號線。

由配電板至支線負載中心之距離*	= 50 呎
每支線長	= 100 呎
14 號線每千尺之電阻(第二表)	= 2.525 歐
14 號線每百尺之電阻	= 0.253 歐
每支線之電位落 = 5.45×0.253	= 1.38 伏
幹線長	= 300 呎
12 號線千呎之電阻	= 1.588 歐
12 號線三百呎之電阻 = 0.3×1.588	= 0.476 歐
幹線內之位落 = 16.35×0.476	= 7.78 伏
由總電鑰至電燈之總位落 = $7.78 + 1.38$	= 9.16 伏
線路位落之百分數 = $\frac{9.16}{110} = 8.3\%$ 。	

此數幾兩倍於實用上所許可之位落，依此則各燈之明暗將隨同時用燈數之多寡而變化甚大。如僅用少數時，則在電燈處之電位與在總電鑰處之電位相差無幾。如在滿載時，則欲維持電燈之電壓為 110 伏，其總電鑰處之電位必需為 $110 + 9.16$ 或 119 伏。若以此電位供給少數之燈，則電燈放出之燭光將高於額定值，結果非片刻燒燬，即縮短其

* 負載中心乃支線上之一點，為計算便利起見，假設所有電燈均集中於此點。

壽命。故幹線用 12 號線實不相宜，當代以較粗之線。今姑以 10 號線試之。

$$10 \text{ 號線三百呎之電阻} = 0.3 \times 0.9989 = 0.3 \text{ 歐,}$$

$$\text{幹線之位落} = 0.300 \times 16.35 = 4.91 \text{ 伏,}$$

$$\text{總共位落} = 4.91 \times 1.38 = 6.29 \text{ 伏,}$$

$$\text{位落百分數} = \frac{6.29}{110} = 5.72\%。$$

此位落之數值依然過大，故應改用 8 號線。

習題 4-38. 在例題 12 中，如總電鑰與配電板之距離，由 150 呎改為 100 呎，試決定幹線之適當粗細。

習題 4-39. 某一工廠中每層樓需 150 瓦 110 伏電燈 100 盞。每樓裝有一配電匣，各配電匣皆有幹線與第一層之總電鑰相接。每層樓相隔 14 呎，假定由配電匣至電燈處只許有線落 2 伏，問接至六層所用幹線之粗細當為若何？

習題 4-40. 在習題 4-39 中，如自總電鑰僅接出一總饋線，然後分接至各配電匣。設上下六層皆用同粗細之饋線，問饋線之大小當如何？

習題 4-41. 在習題 4-40 中，問至第幾層之饋線可以較小一號。

習題 4-42. 設在習題 4-39 中，每層裝有 60 瓩，230 伏之電動機，而每一電力饋線之線位調整不得過 8%，問自總鑰接至第六層配電匣之饋線當用何號線？（假定電力配電匣之位置與電燈配電匣之位置相同。）

44. 絕緣物。 吾人稱為絕緣體之各種物質，亦能導電少許，但此種物質之電阻較之金屬則為甚高。軟銅之電阻係數為 0.00000172 (1.72×10^{-6}) 歐-呎，而玻璃在普通情形下之電阻係數，約為 5×10^{16} 歐-呎，即每邊一呎之玻璃立方體，能有 50,000,000,000,000,000 歐之電阻。欲量如此大之電阻，甚為困難。實則此種電阻，隨樣品之不

同及量度時之情形而異，不易得準確之數值。

普通絕緣物之電阻係數（以歐-釐爲單位），平均約數如下：

橡皮 (rubber)	2×10^{16} ,
油浸紙 (impregnated paper)	5×10^{14} ,
漆布 (varnished cambric)	2×10^{14} ,
玻璃 (glass)	5×10^{16} ,
熔石英 (fused quartz)	1×10^{18} .

上列各種物質並不遵照歐謨定律。當加於此種樣品之電位增加一倍時，電流每不止加一倍。故此種物質之電阻係數，乃視量度時所用之電位而異；更精密言之，乃隨所加之電位梯度 (potential gradient)，即每吋厚所受之電位而異。電位梯度愈高，電阻係數愈低。上表所列各數值，均指電位梯度爲 1,000 伏/吋左右而言。

絕緣物之電阻常有極大之負溫度係數。每當溫度增高，電阻降下甚速。實則此種物質之能承受高溫度者，在紅熱 (red heat) 時均變爲良好導體。在普通溫度下，溫度每變更攝氏一度，玻璃之電阻係數竟變更至 10% 之多。

就絕緣體而言，其表面電漏常較其本體所傳導者爲多。例如輸電線之瓷絕緣體，線路之大部分漏電均由其表面上流過。若表面上滿佈塵垢或潮濕，則此種現象更爲明顯。故絕緣體常製成裙形 (petticoats) 以增長漏電路徑。並使一部分免於淋濕。絕緣體之表面電阻係數，乃指一平方釐之表面相對兩邊間之電阻歐數。此數值變化頗劇，乃視濕度、溫度、以及其他各因數而異。

例題 13. 匯電條上有一玻璃絕緣體，為高 10 釐，直徑 4 釐之圓柱。今以 30,000 伏電位加於該絕緣體上下二端。溫度為 40°C。在此種溫度及電位梯度下，玻璃之體積電阻係數作為 5×10^{11} 歐-釐，表面電阻係數作為 2×10^{10} 歐-釐。問由匯電條流過絕緣體之電流有若干數？

體積電阻為：

$$R_V = \rho_V \frac{l}{A} = 5 \times 10^{11} \frac{10}{\pi(2)^2} = 4 \times 10^{11} \text{ 歐,}$$

經過玻璃體積之電流

$$I_V = \frac{E}{R_V} = \frac{30000}{4 \times 10^{11}} = 7 \times 10^{-8} \text{ 安} = 0.07 \text{ 微。}$$

表面電阻為

$$R_S = \rho_S \frac{l}{w}$$

式中 l 為長度， w 為表面路徑之闊度。

$$R_S = 2 \times 10^{10} \frac{10}{4\pi} = 1.6 \times 10^{10} \text{ 歐。}$$

玻璃表面電流為

$$I_S = \frac{E}{R_S} = \frac{30000}{1.6 \times 10^{10}} = 2 \times 10^{-6} \text{ 安} = 2 \text{ 微。}$$

經過玻璃體之電流可略去不計，故實際上總電流等於 2 微。

此種習題，計算時無庸十分精確，因其各種常數均無從得知準確數值。

由上例題可見漏電與電線本身所載電流相較，為數極微。通常情形均如此。故除特別情形外，漏電均可不計。

45. 電纜之絕緣電阻。欲知電機、變壓器、或電纜之絕緣概況，有

時可量其絕緣電阻。絕緣電阻，即為在銅線與機架 (frame) 或包皮 (sheath) 間所量得之電阻。普通中號低壓電動機，在滿載高溫度時，當有一瓩 (megohm) 之絕緣電阻，冷時則當數倍於此。

鉛包皮電纜 (lead-sheathed cable) 之絕緣電阻，各廠家每量之，以試驗製造時有無大差誤。電纜中絕緣物質如作為漏電導體、則因截面積並不一律，計算電阻必須用積分法。

第 45 圖示一單導體電纜之截面。漏電由銅導體之中心輻射至鉛包皮之外面，其所經路徑之截面積常在變更，今可假定此路徑為無數微分路徑串接而成者。

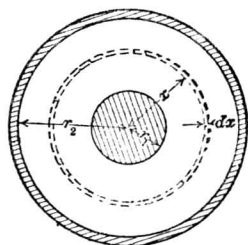
試就一呎長之電纜研究之 (其長與紙面垂直)。在絕緣體截面圖中，先畫出一厚 dx ，半徑 x 之微分單位圈。設 ρ 為該物質之電阻係數，則此微分圈之電阻當為

$$dR = \frac{\rho dx}{2\pi x}。$$

欲求其總電阻，祇須將 $x = r_1$ 及 $x = r_2$ 中間所有之微分圈電阻相加，即

$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho dx}{2\pi x} = \frac{\rho}{2\pi} \log_e \frac{r_2}{r_1} \text{ 歐/呎長度} \quad (8)$$

就絕緣體導電流而言，每呎長之電纜與其他一呎長者並列。故一定長電纜之絕緣電阻即為每呎長之電阻除以長度之呎數。由此吾人可求電纜之絕緣電阻。



(第 45 圖 鉛包皮電纜之截面)

例題 14. 一種漆布絕緣之電纜其絕緣電阻係數為 $\rho=2 \times 10^{14}$ 歐-呎。

如 $r_1 = 1$ 呎

及 $r_2 = 4$ 呎

由上式可得

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{2 \times 10^{14}}{2\pi} \log_e 4 \\
 &= \frac{10^{14}}{\pi} 2.30 \times \log_{10} 4 \\
 &= \frac{10^{14}}{\pi} 2.30 \times 0.60 \\
 &= 4.4 \times 10^{13} \text{ 歐/呎長之電纜。}
 \end{aligned}$$

故每哩之電阻為以所得之數除以一哩內之呎數(約為 1.61×10^5)。

即 3×10^8 歐/哩

或 300 瓩/哩。

絕緣電阻，隨多種情形而異，故應用公式(8)時應極審慎。上式之導出 (derivation)，亦可以啓示推求不均勻導體電阻之法則，讀者幸勿忽視之。

第四章 摘要

電導之電阻，可以下式計算之：

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

其中

R = 電阻，以歐計，

l = 導體之長度，

A = 導體之截面積，

ρ = 導體之電阻係數，其單位依長度及截面積之單位而定。

電阻係數之單位或用歐-釐，即每邊一釐之立體，在其相對二面間所量得之電阻，或用歐/呎-呎，即一呎長，一圓呎截面積之導體電阻。

常用作導體之物質為銅、鋁、及鋼：銅之電阻係數極低，鋁之重量輕，而鋼之抗張度強大。

電導係數為電阻係數之倒數。某種標準銅之電導係數可作為100%以與其他導體比較而定其百分電導係數。

電阻之溫度係數即一歐電阻從初時某一溫度變換一度時所更換之電阻。大多純金屬之係數近於 0.004；合金之係數，則可為零，或竟為負數。絕緣體之係數恆為負數，且數值亦頗大。

銅之電阻，隨溫度而變，其值可用下式計算之。

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{234.5 + t_2}{234.5 + t_1}$$

式中 $t_1 =$ 初時溫度，
 $R_1 =$ 初時電阻，
 $t_2 =$ 最後溫度，
 $R_2 =$ 最後電阻。

美國之標準線規爲 Brown and Sharpe 線規，簡稱美規。書後銅線表中載有各號銅線之截面積（以圓呎計），每千呎長之電阻，及重量等值。

絞線之柔性較大，但與等長及相同截面積之固體線相較，則電阻約多 2%。

鋁線之電阻係數爲銅線之 1.6 倍，其重量則爲銅之 $\frac{3}{10}$ 。鋁線難於鑲接，且遇風、雹、雨、雪、或短路時易受損失。

銅甲線以鋼爲心，因此電導係數減低而強度增加。

電線之安全載電量由美國火險局所印表中可以查得，多載電流，遲早將損壞絕緣。

戶內所用電線，應注意：（一）任何電線所載電流不得超過表內所規定；（二）電位調整在電燈處不得過 5%，在電動機處不得過 10%。

絕緣體之表面漏電電阻常較其體積電阻爲小。

包皮電纜之絕緣電阻可以下式求之，

$$R = \frac{\rho}{2\pi} \log_e \frac{r_2}{r_1}$$

式中 $R =$ 電纜每呎長之絕緣電阻，
 $\rho =$ 絕緣體之電阻係數，
 $r_2 =$ 絕緣體之外半徑，

r_1 = 絕緣體之內半徑，

ρ 之數值，隨各種情形而異，並非常數。

第四章 習題

習題 4-43. 在測驗發電機磁場線圈之溫度升高時，得有下列結果：

四周空氣	華氏 70 度 ($^{\circ}\text{F}$)
冷電阻	115 歐
熱電阻	137.3 歐

問量熱電阻時線圈之溫度為幾度？計算時有何假定，試確述之並說明理由。

習題 4-44. 某電力鐵道計劃中，自各分站放出 3,000 伏饋線，距分站每端 3.5 哩處與電車線接連，成懸鏈電車導線制。電車導線均與各分站相接。分站每隔 10 哩一個，在 10 哩中間電車取最高電流 3,000 安時，其饋線之線落不得超過 100 伏。依照三十年來之記錄，該處溫度變化最低為 -30°F ，最高為 97°F 。如此種懸鏈電車導線制之電阻在 68°F 時為每哩 0.0205 歐，而所用饋線為絞銅線，問其粗細當如何？假定導體之溫度與氣溫相同，回路之電阻每哩為 0.020 歐。

習題 4-45. 一銅甲鋼線，在 0°C 時須有百分電導係數 40，且須為 00 號銅線之相當線。如此銅甲鋼線以電阻係數（在 20°C 時）每呎-吋 10.9 歐之銅及 17.4 歐-吋之鋼所製成，求其直徑。

習題 4-46. 某工廠需用電流 600 安，而電位為 550 伏。電源由一 3 哩外之發電廠供給，用二線制輸送。發電廠方面於線耗一項，希望不致超出工廠電表記錄之 10%。該地氣溫平均在 50°F 。今有銅與鋁二種線可用，試求各種線最小之體積。按在 20°C 時，銅之電阻係數為 10.6 歐/呎-吋，溫度係數為 0.00384；鋁之電阻係數為 17.2 歐/呎-吋，溫度係數為 0.00390。

習題 4-47. 在習題 4-46 中，如每磅銅值 \$0.585，每磅鋁值 \$1.083，問用何種金屬較廉？

習題 4-48. 在習題 4-46 中，如溫度為 -10°F ，問所用二種線之電阻各為若干？

習題 4-49. 設習題 4-46 中之輸送線係用銅線，但跨過一湖時，須改用 400 呎之銅甲鋼線。此銅甲鋼線之百分電導係數為 40，乃以習題 4-46 中之銅與電阻係數 17.4 歐-呎，溫度係數 0.0042 之鋼（溫度為 20°C.）所製成。試求其外徑。

習題 4-50. 某工廠所用之電能由 4,000 呎外之發電所供給，供給之電功率為 50 瓩，在發電所之線位為 600 伏。如所用輸送線在 20°C. 時之電阻係數為 10.8 歐/呎-呎，而欲輸送效率約為 90%，問應用何號電線？

習題 4-51. 今有一銅甲鋼線，其百分電導係數為 40，截面積與美規 6 號銅線相同。此線由百分電導係數 98 之銅及電阻係數 60 歐/呎-呎之鋼製成。如該線載有直流電，問鋼心能載全電流幾分之幾？鋼心之直徑為何？

習題 4-52. 鎢絲真空白熾燈之熱電阻約為冷電阻之 9 倍。電路斷連後約五分鐘，燈絲可以完全冷卻與四週溫度相同。今有某一電燈招牌，用此電燈，接於 115 伏電源上，其所取電流約可以下列方程式代表之：

$$i = \frac{0.114}{t + 0.00143} + 10$$

式中 i 即流入之電流安數， t 即電鑰閉後之秒數。試求：

- 電光招牌所用 25 瓦之電燈盞數，
- 每燈之冷電阻，
- 每燈之熱電阻，
- 恰在電鑰開時每燈所取之電功率。

習題 4-53. 假設在習題 4-52 中電光招牌所用之燈，按下列規定，時明時暗。電鑰閉 0.5 秒，開 5.5 秒，依次重復。如此用法，其所取平均電功率較之長期開燈時所取之電功率如何？

習題 4-54. 某電器之一端，用瓷料套管絕緣。套管外露之面，形似截頂圓錐 (cone) 之側面。一裸導體須與該電器外箱絕緣，即穿過此套管，而塞滿一絲之圓洞。此瓷套管經過外箱處之外直徑為 4 呎，圓錐面之斜面高度為 3 呎，頂面直徑 1 呎。在空氣濕度為 90% 時，

該資料之表面電阻係數為 5×10^8 歐 (即一平方蘇表面二對邊間之電阻), 其體積電阻係數為 10^{15} 歐-蘇, 可略而不計。如該資料露於空氣濕度 90% 時, 問經過導體外箱間斜面之漏電電阻為何?

習題 4-55. 在溫度 20°C . 時, 每呎-呎標準煉銅之電阻為 10.37 歐, 電阻溫度係數為 0.00393。由試驗得悉各種銅之電阻溫度係數與其電導係數成正比。銅之比重為 8.89。今有一線圈, 以 10 號銅線製成, 其長不得而知, 其直徑與應有之直徑相差極微。該線圈在 10°C . 時之電阻量得為 1.184 歐, 在 50.0°C . 時則為 1.373。求其線長及在 20°C . 時之百分電導係數與其重量。

習題 4-56. 今有一自變電阻器 (ballast resistor), 如接於電位變化範圍頗大之來源時, 能使其所載電流保持不變。故任何負載如與此種電阻串聯, 則電源之電位雖有變化, 電流可以不變, 負載所受之電位亦可不變。普通自變電阻器乃為一鐵線電阻, 置於輕氣之中。每當電流增加時, 則鐵線之溫度增加, 其電阻亦隨之而增加, 因此可保持電流不變。如欲得完善之電阻自變, 問鐵線熱耗與其溫度係數之關係若何?

習題 4-57. 今有一直流電機之磁場線圈, 其量得各值如下: 溫度在 20°C . 時, 電阻為 126.5 歐; 在 70°C . 時, 為 150.2 歐。截面積 = 1,022 圓呎。銅之比重為 8.89。試求線圈之長度、銅線之重量、及其百分電導係數。解決此問題如需其他數據, 須註明由何種參考書上何頁查得。

習題 4-58. 今有素相競爭之甲、乙二工廠, 合併經營, 擬將發電設備集中於甲廠, 而乙廠之用電即仰給於甲廠。二廠相距 2,000 呎, 所用之輸送線直接由發電機之匯電條接出。所有發電機均為 235 伏。電動機則有二種, 一為 230, 一為 220 伏。裝有發電機之甲廠, 用 230 伏之電動機, 取電流 700 安, 乙廠則用 220 伏之電動機, 取電流 400 安。在此情形下, 載 700 安之饋線, 線落不得過 5 伏, 二廠間輸送線之線落不得過 10 伏, 載 400 安之饋線線落不得過 5 伏。二處饋線之長各約 500 呎。求應用銅線之重量。

習題 4-59. 在習題 4-48 中, 求輸送線及各饋線上之熱耗。如電鑰板之連接線與並聯發電機之電樞共有串聯電阻 0.008 歐, 問發電機在供給上述負載時所發生之電勢應為幾伏? 其

0.008 歐電阻內之熱耗幾何？假定各發電機彼此完全相同。

習題 4-60. 在習題 4-58 及 4-59 中，甲廠之電動機如負載減少一半，而發電機所發之電勢仍舊，問電鎗板處之電位若干？甲、乙二廠電動機處之電位各若干？

習題 4-61. 在習題 4-58 及 4-59 中，如乙廠之電動機完全停止，而甲廠電動機之電位仍為 230 伏，問發電機應發生電勢幾伏？在此情形下，如以一電壓計接於乙廠中任一電動機電鎗之二端，問可以讀得幾伏？

習題 4-62. 一惠司東橋（見 18 圖）在溫度 20°C . 時，得平衡之情形如下： $R_1=10$ 歐； $R_2=100$ 歐； $R_3=46.5$ 歐； $R_4=465$ 歐； $R_G=10,000$ 歐； $\epsilon=2$ 伏； $R_B=0.01$ 歐。惠司東橋所用之電阻 R_1 , R_2 , 及 R_3 為康銅（constantan），其電阻溫度係數為零。 R_4 則為一標準煉銅之線圈。測電計及蓄電池組之電阻可假定其電阻溫度係數為零。測電計知有 10^{-8} 安電流，恰可見極微之偏轉。

(a) 如 R_4 在 140°C . 時，求測電計內之電流，

(b) 如 R_4 在 140°C . 時，仍使該惠司東橋平衡，求 B_3 之值。

習題 4-63. 就習題 4-62 中之惠司東橋，建議一改良方法，使平衡時由 B_3 上可直接讀出 R_4 之華氏溫度數 ($^{\circ}\text{F}$.)。

習題 4-64. 一硬抽銅條，在 20°C . 時之電阻係數為 1.77 瓩-呎，長 10 呎，厚 0.5 吋，闊則一端為 6 吋，由此端均勻增闊，直至另一端 12 吋為止。問在 70°C . 時銅條兩端之電阻幾何？試將所得結果與以平均闊度算得之電阻相較。

習題 4-65. 所謂“輻射”電熱器，普通以鐵絲繞成。鐵絲之截面積極小，故如假定其各處溫度皆相同，亦不致生大差誤（自鐵絲中心至表面當有所謂溫度梯度之存在，然後熱可向外而流，但因直徑過小，可以不計）。今將此種電熱器接於 115 伏電位之幹線上，則當鐵絲至穩定溫度 170°C . 時所用電功率為 600 瓦。如初接至 115 伏電源時之溫度為 20°C .，問開始時所取之電流幾何？（不計感應影響）。

習題 4-66. 銅線能載電流安全量之大約計算法為：“每平方吋面積可載電流 1000 安”^o。工程師常依此算法估計銅線之大小以達安全目的。今試按此定則，求能載 100 安之銅

線直徑。所得結果與附錄第三表相較如何？

習題 4-67. 如截頂圓錐體之電阻係數及大小已知，試求一公式表示其頂面與底面間之電阻。

習題 4-68. 今有一 110 伏二線配電制系統，每線之絕緣電阻為 250 瓩/哩。如線長 5 哩，問漏電流若干？

習題 4-69. 變壓器係疊片鐵心繞以二線圈而成，每置於滿裝油之鋼箱中。鐵心及銅線中所發生之熱傳導至油，油則或賴外力或因溫度高低而循環流動。油如此流動，可使變壓器內各處溫度皆可均勻。假定變壓器內各處溫度皆同，而每一單位面積所能輻射之熱力瓦數與溫度成正比。今有一變壓器經二小時試熱後，結果溫度升高 22°C 。變壓器內發生熱之速率為 225 焦耳/秒，其輻射面積為 10 平方呎，溫度每差 1 度時每平方呎能散之熱量為 0.5 焦耳/秒。

(a) 如溫室為 25°C ，問試熱一小時後，變壓器之溫度如何？其最高溫度若干？

(b) 如生熱速率加一倍 (450 焦耳/秒)，求 (a) 所問之二答案。

(c) 當變壓器之溫度高於室溫 12°C 時，如將電路開斷，問溫度下降 6°C 需時幾何？下降 10°C 需時幾何？

(d) 如輸入熱功率為 200 瓦，試畫一溫度升高與時間關係之曲線。

(e) 由溫度高於室溫 15°C 起。畫一冷卻曲線 (即溫度與時間之關係)。

(f) 變壓器之平均比熱若何？

(g) 如一線圈為標準煉銅，在 20°C 時有電阻 0.105 歐，問在 (a) 情形下最高之電阻為何？

習題 4-70. 跨越英國海峽之電報電纜，係用標準煉銅為導體，直徑 64 呌 (即英國線規第 16 號線)。電纜長 50 哩，其所行路徑，約如拋物線，最低處達水面下一哩。水之溫度假定與其深度成直線比例，在水平面上為 50°F ，在水平面下一哩為 30°F 。試求該電纜之電阻。

習題 4-71. 如直角稜柱體 (prismoid) 之電阻係數及其大小已知, 試求一公式表示其頂面與底面間之電阻。

第五章 電解傳導

(Electrolytic Conduction)

前數章吾人所討論者爲金屬體傳導。每當電流通過，不論其爲時久暫，金屬不起化學上變化。本章所論乃另一種導體，在電流通過時，此種導體即起化學上之變化。

46. 電解液 (electrolytes) 與游離 (ionization)*。純水爲極佳之絕緣體，但加一滴可容之酸，鹼，或鹽質，即可變成導電溶液。某數種溶化之鹽，不含水分亦可導電。凡一種液體，在電流通過時，於電極附近發現化學變化者，即稱電解液。

純水爲絕緣體，因其帶電而活動之載電體爲數寥寥。當鹽類溶於水中，自由電子 (free electron) 固未增多，但有不少新載電體存在，此即“游子” (ion)。鹽溶解後，其分子即離解，離解之體並非組成分子之原子，而與原子或原子羣相似，但所帶電子。則或過多或過少。故此種離解體名曰游子而有正負電。凡少帶電子者稱“負向游子” (cation)；多帶電子者稱“正向游子” (anion)。但因電子本身乃荷負電，故多帶電子之游子 (正向游子)，實帶有負電，而少帶電子之游子 (負向游子) 實帶有正電。普通之原子，乃由一荷正電之核及荷同

* 欲作較詳之探討，可參看“Electro-Chemistry” Vo. 1, by Creighton and Fink.

量負電之若干電子所組成，故核與若干電子所荷之正負電恰相抵。今若原子多帶電子，則此原子即荷有負電而成“負游子”(negative ion)，少帶電子則正電子有餘而成“正游子”(positive ion)。當電勢加於電解液時，游子即在液體中移動，正者依所加電勢之方向移動，負者則反之，於是電液中發現二種電流，一種由多帶電子之游子組成，一種則由少帶電子之游子組成，而二者之和乃為總電流。吾人注意凡在金屬導電中電流之發現乃由多餘電子之移動，荷正電之核則安然不動故電子流動之方向，實與吾人普通所指電流之方向相反，此種不幸，乃由於電子論未發明時所造成之差誤。故當吾人謂電向某方向流動，實即指電子向反對方向移動而言。依照習慣上所云電流之正負，則負電子在某方向流時，即等於正電子在反對方向而流。明乎此義，則對於電流方向，當不致混亂不清。

化學物質分裂成正負游子，實含有化學作用，此種作用或使電極上發生氣泡，或生電鍍作用，以使電極金屬分解於溶液內，而近於電極之電解液，即將變更其化學上之性質。

電解傳導有利亦有害，其利如應用以製造原電池組及蓄電池組，電鍍，或提鍊各種金屬，以及製造各種化學物品等。但在另一方面，於某種情形下亦有害處。如電車線上之雜散電流，能浸蝕水管及鋼筋混凝土等。

47. 電解液 (electrolytes) 及分離 (dissociation)* 溶液中如有

* 電解分離 (electrolytic dissociation) 學說為瑞士物理學家 Svante Arrhenius 在 1887 年第一次擬議，至今略經修改後，仍為最合用之假設。

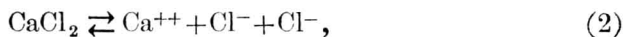
游子可以導電，即謂之電解液。電流由一電極 (electrode) 流入電解液，該極稱為正極。另一極電流由之流出，謂之負極。故正極對負極有正電位。荷負電之游子向正極移動，故名正向游子；荷正電之游子向負極移動，故名負向游子。

當游子到電極時，游子即可補足或減少電子，而恢復其原來之原子狀態。此種自由原子甫經組成，甚為活潑，故易與其他原子或他分子化合。此種化合可與同性質之原子相合，亦可與溶液或電極之原子相合。正游子(即負向游子)至負極時吸其電子，負游子(即正向游子)至正極時放出電子。溶液本身並不荷電，故在負極上所吸之電子與在正極上所放出之電子相等。在外面金屬電路中經過之電子，在溶液中則由游子遞載。

單價原子 (univalent atoms) 在溶液中即成單電荷游子 (singly charged ion)。例如食鹽溶於水中，則得



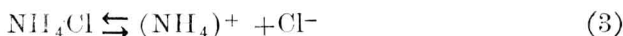
按上式意義即為每一食鹽分子，分成缺一電子之鈉游子及多一電子之氯游子。多價原子 (polyvalent atoms) 成游子時，游子所負電荷數與原子價相同，例如



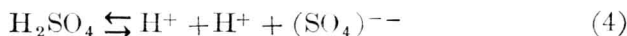
此鹽之分子分成載兩正電荷之鈣游子一及載單負電荷之氯游子二。

* 箭頭表示化學作用，二箭頭表示可逆或雙向反應 (reversible reaction)，即在平衡狀態前，反應依任何方向均可。

游子非必須由單純之原子作成，其他如化學羣或化學根(chemical groups or radicals)等，亦可變成一複雜游子(complex ion)。例如氯化銨分離後，得



即銨根成一正游子。又如硫酸分離，得



即得載一正電荷之氫游子二，載兩負電荷之硫酸根(SO_4)游子一。

在溶液中，同時可有數種游子存在，例如氯化鈉與溴化鉀同時溶解，即可得載正電之鉀與鈉游子及載負電之氯與溴游子。

凡能溶解之物質，並不一定能分離[†]。如溶液極稀，則其大部份可分解為游子。其分解之多寡又視各物質而異。強酸與鹽基頗易分離。酸之定義即在溶液中能發生 H^+ 游子；鹽基則生氫氧游子 (OH^-)。強酸如硝酸之類，分離較易，弱酸如硼酸等祇能發生比較少數之游子。

電解液之電導係數，等於溶液中一單位電位梯度(伏/釐)使電導路徑每方釐能發生之電流。此導電係數為各種游子電導係數之和。各種游子之電導係數，視其游子數目及遷移率(mobility)而定。所謂遷移率者即受一單位電位梯度時之移動速度*。

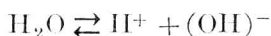
† 參看 Noyes, A. A., and Falk, J. Am. Chem. Soc., 34, 485 (1912).

* 有數種物質稱為混合導體(mixed conductor)，其導電作用半由金屬半由電解液。其詳細情形，可參看下列各書：Tubandt, Eggert and Schibbe, Z. Anorg. Chem., 117, 1 (1912) and Krans, J. Am. Chem. Soc., 30, 1323 (1908); 36, 864 (1914) and Trans. Am. Electro Chem. Soc., 45, 412 (1924).

鹽酸之濃溶液，能有極大電導，而硼酸濃溶液則有甚大之電阻。但兩者之溶液若皆稀薄時，各酸之大部分均分離為游子，則電阻之相差並不甚大。

鹽酸標準溶液之電阻係數在 20°C . 時約為 3 歐-釐。標準溶液云者，即在一升 (liter) 之溶液內，其溶質[†] 之克 (gram) 數等於其分子量 (鹽酸為 36.5) 除原子價 (即可換之氫原子數)。

純水並非絕對之絕緣體，蓋能稍稍分解為 H^+ 及 $(\text{OH})^-$ 游子。



此種分離極微，故每一立方釐之化學純水在 18°C . 時之電阻甚高，約為 0.5×10^6 歐[‡]。

48. 電位序數 (electric potential series)。今有二電極，如其所用之金屬不同，則二極間之電位差，非僅等於電解液內電阻所生之電位降落。因不同金屬之電極浸入電解液時，雖無電流通過，如其電解液能與二極中之一化合，電位差即發現於二極間。原電池組與蓄電池組所發生之電位即由此種化學反應而生。

斷路時此種電位差之值，視所用各種金屬而定，至於電解液，僅須一升容量中含有一克當量* (gram-equivalent) 游子者，任何電解液皆可用。

† 當甲物溶解於乙物時，則甲物稱為溶質，乙物稱為溶劑。甲乙二物合為溶液。

‡ 參看 “Handbook of Chemistry and Physics,” Chemical Rubber Co.

* 原子，游子，根或分子之克當量，即等於組成原素之原子量總和除以原子價。

各種原素可排列一表，名曰電位序數表。今將數普通之原素列表於下：

各原素電位序數表（以氫電極為比較標準[†]）

銀.....	+ 0.86 伏	鎳.....	- 0.22 伏
汞.....	+ 0.80	鈷.....	- 0.29
銅.....	+ 0.34	鎘.....	- 0.40
氫.....	0.0	鐵.....	- 0.43
錫.....	- 0.10	鋅.....	- 0.76
鉛.....	- 0.12	錳.....	- 1.0

凡二物質浸入一電解液，其間發生之化學電位可由上表求之，即等於該二原素電位之代數差。故在任何電解液之電池中，其端電位即等於此電位加上或減去電解液內之電阻位落，（參閱下節）。電解液內電流方向與化學電位方向相反者用加號，反是則用減號。表中位置較高之原素常為電池之正極，電流自此流出而至外路，故化學電位方向即為向此極之方向。

應用上表，須注意此種原素是否確實在電極之表面上。例如有鎳製之二電極，同時浸入硫酸鋅溶液中，通以電，則初無化學電位發生，蓋二電極同為一種原素。但片刻後情形改變，硫酸鋅溶液內有鋅游子

[†] 表中各數目採自 Landolt-Bornstein, *Phy.-Chem. Lab. Ste. Auflage*, 1923, p. 1027. 所謂標準氫電極者，即係一白金片塗以白金黑粉 (Platinum black) 且在大氣壓下飽和以氫。此片乃浸於標準硫酸，即一併含有一克氫之硫酸中。

(Zn)⁺⁺ 及硫酸根游子 (SO₄)⁻⁻。當鋅游子至負極時，恢復為鋅原子，而附於其上。於是負極上即鍍有一層鋅，而得鋅與鎳間之化學電位為 0.54 伏，其方向乃與電流之方向相反。

有時輒有氫氣集於一電極上，使浸在溶液中之電極全被氫薄層所蔽，故以化學電位而論，實等於一氫極。此種現象謂之“極化”(polarization)。

習題 5-1. 問如何製硫酸之標準溶液 (normal solution) 及 $\frac{1}{10}$ 標準溶液?

習題 5-2. 若以硝酸標準溶液 500 立方釐加於硝酸半標準溶液 300 立方釐內，問此混合液之標準程度 (normality) 如何?

習題 5-3. H₂SO₄ 之含水溶液 (Aqueous solution) 比重為 1.300，問應為標準百分之幾? 標準 H₂SO₄ 含水溶液之比重若干?

習題 5-4. 下列之表表示 H₂SO₄ 含水溶液之電阻係數 (以每立方釐之歐數計) 與其在電解液中硫酸重量百分比之關係。如蓄電池組之二電極各為 8 吋高，10 吋闊，相隔 $\frac{1}{8}$ 吋，置於比重 1.300 之硫酸含水溶液中，問電極中間之電阻若干?

電解液中硫酸重量之百分數	每一立方釐電解液之電阻歐數	電解液中硫酸重量之百分數	每一立方釐電解液之電阻歐數
10	3.3	40	1.4
15	2.2	45	1.6
20	1.7	50	1.8
25	1.4	55	2.3
30	1.3	60	2.8
35	1.3	65	3.5

習題 5-5. 在習題 5-4 中，若欲得電極間極小之電阻，問硫酸重量之百分比應為幾何?

49. 數量關係。法拉第* (Faraday) 發現電流通過電解液時所生

* 參看 Faraday "Experimental Researches".

化學作用之量乃與通過之電量成正比。此說可謂電解第一定律。例如以電鍍鎳，所澱積鎳之重量，係與電量 Q 成正比。若在時間 T 內電流不變，則

$$Q = IT \quad (6)$$

如電流 i 並非常數，則澱積鎳之重量與 Q 成正比，即

$$Q = \int_0^T i dt \quad (7)$$

此種現象可用以規定電流之單位，參看本書第九節（第二章）。

法拉第並發現通過定量之電時，在電極上所澱積金屬或釋放氣體之重量與各物質之原子量成正比（假定原子價相等）。按物質之原子價即氫原子與該原子化合成穩固化合物之原子數。上述關係，謂之法拉第第二定律。此定律並無例外，乃科學中少數準確定律之一。

今於鍍鎳池中通以一安電流，經一小時後則鍍鎳 1.06 克；如同樣電流，同樣時間，則可鍍鋅 1.22 克（二種溶液均為二價）故 1.06:1.22 即 = 金屬原子量之比（56.7:65.4）。若游子之原子價不同，則澱積之量與其原子量除以其原子價所得之商成正比。

上述定律可總括而列成下式：

$$m = \frac{wQ}{96500n} \text{ 克。}$$

式中

m 為所澱積或釋放之質量克數，

Q 為經過溶液之電量庫數，

w 為原素之原子量，

n 為原素之原子價。

若電池能澱積或釋放原素，則所澱積或釋放之質量與電解液之濃度、溫度、溶劑種類以及電解液內之電流密度均無關係。

$$\text{此常數} = \frac{w}{96,500 n} \quad (8)$$

謂之某原素之電化當量 (electro-chemical equivalent)，即為一庫所能澱積或釋放某原素質量之克數。

常數 96,500 係由實驗得來*，乃為澱積或釋放單價原素一“克當量”所需之庫數（所謂“克當量”即等於原子量除以原子價之值）。例如電解水時，此數為負極上發出一克氫氣所需電量之庫數。又如氧之原子量為 16，原子價為 2，故同量之電量能釋放 $\frac{16}{2}$ 即 8 克之氧於正極上。此巨數電量謂之一“法拉第”

1 法拉第 = 96,500 庫，

一庫之電子數既為 6.28×10^{18} ，故一法拉第當有電子數

$$6.06 \times 10^{23} \text{ 個}$$

沿電路移動。若以單價原子之物質論，則電路中有一電子流動即相當於射出一游子。此游子變為普通之原子，可與他物化合或被釋放。故上述之電子數，亦為一克當量原素中之原子數（例如一克氫內之氫原子數）。故此數為物理學中極重要之常數，稱為亞氏常數 (Avogadro's number)。

* 參看 Bates and Vinal, Bull. Bur. of Stan., 10, 425 (1914); J. Am. Chem. Soc., 916 (1914). 在數種書中，一法拉第單位等於 96,540 庫，但依今日所公認之銀原子量 107.880 及電流之法定定義計，則一法拉第應為 96,494，於是得最近約數 96,500。另可參考 Physical Review: Supplement, July 1929, p. 34.

上述各法則，亦可應用於數原子合成之游子，如硫酸溶於水時，得 $(\text{SO}_4)^{--}$ 游子，因其與二氫原子化合，故其原子價為二，其分子量等於硫之原子量加四倍氧之原子量，即

$$32 + (4 \times 16) = 96$$

其電化當量為

$$\frac{96}{2 \times 96,500}$$

約等於 0.0005。故一庫電量經此溶液時，即有 0.0005 克之 $(\text{SO}_4)^{--}$ 游子射至正極上。此種射出之 SO_4 游子不能單獨存在，故立即與其他物質化合。

吾人應用上述各種數量關係之公式時，欲得可靠結果須多方留意，因有時輔作用或反應 (auxiliary reaction) 發生，結果必致錯誤。發生輔作用之原因不一。有時數種游子經溶液而同向一電極行動。在此種情形下，所經過之游子總數可應用上式定之，但不能說明各種之比例數究屬幾何，此則賴各游子之遷移率而定。於此可見此種定律之應用不得不十分小心，且僅於已有充分化學知識時方可用之。

習題 5-6. 以鋅及鉛各一片浸入硫酸溶液中而成原電池，問初時電位差若干？

習題 5-7. 在習題 5-6 之電池中，若有電流經過片刻後，一電極被氫所蔽，使其金屬與電解液不能接觸，問此電池極化後之電位為若干？

習題 5-8. 在一提煉精銅廠中，以電流通過硫酸銅溶液 24 小時，得澱積純銅 5.25 磅，求所用電流之平均值。

習題 5-9. 二電鍍槽互相串接，一鍍鎳，另一鍍銀，如鎳已澱積 3.26 噸 (英兩)，問同時澱積銀若干？

習題 5-10. 問每安電流流動時有若干電子移動？

50. 原電池 (primary cells)。以銅片及鋅片各一，浸入稀硫酸中，即成電池。由 48 節之表，可知銅鋅間之電位差為 1.10 伏，而銅端為正電位。若兩極與外路相連，則線路內將有電流通過，電流之大小，係依照歐謨定律。至於電池之內阻，則與電極之大小，位置遠近，及電解液之濃度，均有關係。

溶液中有 $(H)^+$ 及 $(SO_4)^{-}$ 游子。當電流通過時，氫氣即在銅板（負極）表面發現，其量可依法拉第定律而定。 (SO_4) 游子達於鋅板（正極），即與鋅原子化合成硫酸鋅 $ZnSO_4$ ，而溶解於溶液中。所溶解之鋅量，則又可依法拉第定律求之。

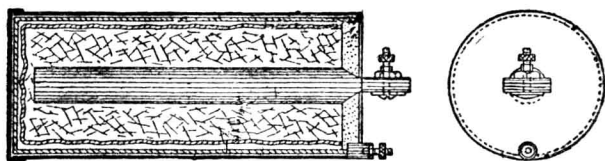
此種電池有數缺點：其一為發生極化。在電流通過後不久，銅之表面即被包圍一薄層之氫，致僅得氫鋅間之化學電位，約 0.76 伏。其最大劣點為氫層使電池之內阻增至極高。

其二為鋅因局部作用 (local action) 而溶解。鋅之各部每含不同雜質，於是鋅板上產生局部短路之電流作用，因而鋅被侵蝕。此實為金屬常被侵蝕之一大原因。

其三，液體易溢出及蒸發。

最普通之原電池即為‘乾電池’。內含若干種化學物品，如二氧化錳等，能化合或吸收所發生之氣體以免除極化。電池二極，一為炭條，一為鋅片，鋅片捲成筒形以儲電解液。用某種均勻之鋅合金能使局部作用減至極小，可以不計。電解液以氯化銦最為普通，被吸於吸水紙或焦石膏中。整個電池用焦油化合物 (tar compound) 以免外溢及蒸

發。乾電池之截面圖如第 46 圖。



〔第 46 圖 乾電池之截面〕

用此電池供給少量電功率頗稱便利，如門鈴、電筒、及氣機點火等等。若需多量電能，用之頗不經濟。今試計算鋅之價格，即可知之。

假定每一乾電池之端電位為 1.5 伏，並聯之以供給一度（即一瓦時）電能，共需

$$\frac{1000 \times 3600}{1.5} = 2.4 \times 10^6 \text{ 庫。}$$

依法拉第定律，所耗之鋅量為

$$m = \frac{2.4 \times 10^6 \times 65.4}{96,500 \times 2} = 810 \text{ 克}$$

或 1.8 磅。

如每磅鋅價九角，則如此得來之電能，祇鋅一項每度電需洋一元六角二分。其他如製造費等，其數或更大於此。

此電能係由鋅與氯化銻化合而成氯化鋅時所釋放之化學能變成。能量如此得來，所費自昂，蓋以金屬變成氯化物，較之以炭製成氧化物所費為多。

習題 5-11. 某一電池之鋅板重 4.5 噸。設此電池之平均供電率為 2.14 安，問鋅板減至 1.2 噸時，已供電若干時？

習題 5-12. 一電池須供給 0.06 安電流四個月，每月以 30 日計，問設計時當用鉛板多重？

習題 5-13. 在習題 5-12 中，問 (a) 電池內移去法拉第若干？(b) 電子若干？

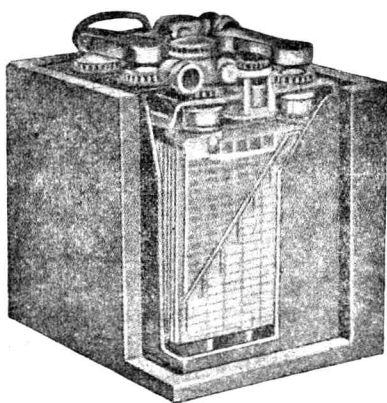
51. 蓄電池組 蓄電池*除其化學作用能完全可逆 (reversible) 外，與原電池無異，在其放電後，若通以反向電流，即可使其電極及電解液復原。

如無化學副作用 (secondary action)，則在充電時所需安-時與放電時所給出者相同。但事實上充電時所需之電量較多。一安-時等於 3600 安-秒即 3600 庫。蓄電池組恆以安-時估計，此表示其在某確定之放電率時 (例如 5 安) 所能供給之電量數，蓋在此範圍內，電池將不致受損。

通用蓄電池組凡二種：一為鉛電池組，一為鎳鐵電池組，各有其特殊用途。鉛電池組內阻較低，能於短時間流過多量電流，頗適用於起動汽車等。現時鉛電池組之製造成本亦較輕，故多用作固定之直流電源。以便供給頂高負載 (peak load)，或遇直流發電機發生短路或其他意外時，供給電燈及直流電之用。鎳鐵電池或稱鹼電池組 (alkaline battery)，其主要者即愛迪生電池組 (Edison battery)，頗輕便，且能支持震動，故車上多用之。

第 47 圖示一鉛電池組，其正極板為二氧化鉛，負極板為金屬鉛，電解液為稀硫酸。此二電極雖不能溶解於電解中，但均能與稀硫酸起化學反應而成硫酸鉛。二氧化鉛 (PbO_2) 在漿糊式 (pasted type)

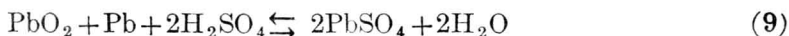
* 一電池含有二電極及一種或二種電解液。一電池組則含一個或多個電池。



(第 47 圖 截面圖示鉛蓄電池之構造)

電池中乃填於網格形鉛板孔中，在普隆特式 (Planté type) 則用化學方法鍍於鉛板上。負極板乃海綿式之金屬鉛板，與電解液接觸面積頗大。

在放電時該兩電板均變為硫酸鉛，其簡單化學反應方程式為

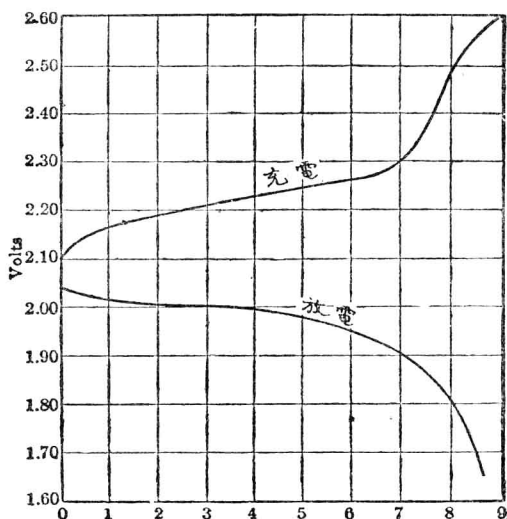


此方程式可向任何方向讀，在放電時自左至右，在充電時則自右而左。實則上列方程式，未能盡表示其所生之化學反應，蓋此蓄電池所起化學反應頗為複雜，尤其含有各種雜質時更甚。

在放電時有水化成，將使電解液變稀。故若在電池充足時之電解液有適宜之濃度，則以後電池之充電情形，可以比重計量電解液之比重而推得之。

在某一放電率時鉛電池可發出之電位，乃隨其充電情形而變。當充電滿足時，每一電池在供給正常負載時約有 2.1 伏。若降至 1.8 伏，

則該電池作為電已放盡*。如過量放電 (over-discharge) 或放電後擱置過多，均足使電池內之硫化物，變為一種不活潑之物質，雖充電亦不能恢復原狀。此種情形謂之電池組之“硫酸化”(sulphating)。充電時二端電壓每高於放電時，一因電解液中之 IR 位落數值及相對方向之變更，一因發生副反應。每電池充電時約自 2.1 伏升至 2.6 伏。第 48 圖為正常電流密度時充電及放電之標準曲線。圖中之電流值既不變，故電池效率可以放電曲線下之面積除以充電下之面積得之（注意圖中縱坐標軸零點並未畫出）。



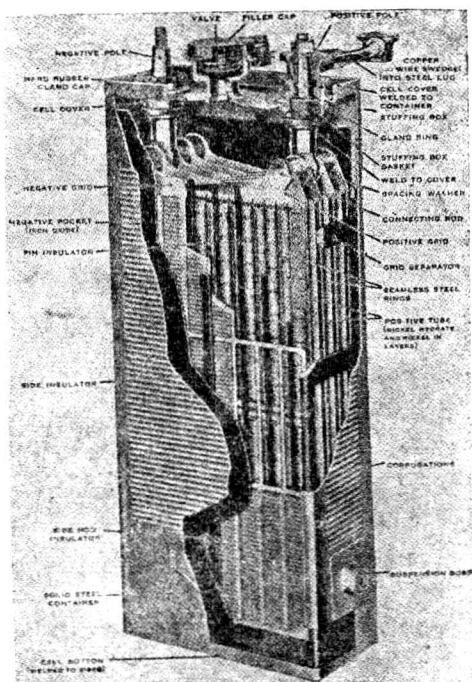
〔第 48 圖 鉛電池曲線——表示在正常電流時端電位與充電及放電時間之關係〕

* 電位降落乃因電解液變稀，而使電極與電解液間之電位差減少。電解液變稀，與增加內阻，亦稍有關係。參看 Vinal, "Storage Batteries," p. 229.

大電板如放置甚近，能減低內阻。內阻本身為數極微，故在短路時，一 40 安時之蓄電池，能發出電流幾百安。如此大電流，易使鉛板屈曲，其表面亦易起硫酸化作用。此種硫酸化作用，乃由於大電流通過時，電板間電解液忽變特別稀薄，不及與全部液體調勻。

熱度於鉛電池之影響，平時可置之不問。惟於熱度增高時電解之勻散速度亦加快，故電池之容量亦略增*。

製造鉛板時，因鉛之結構不堅，質量極重，欲使其不屈曲，保護



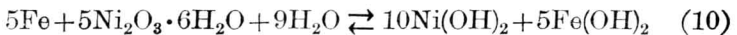
(第 49 圖 愛迪生電池之截面圖)

* 參看 Vinal, "Storage Batteries."。

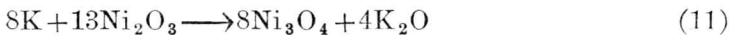
其永爲活潑有效之物質而易於通電，頗非易事。故鉛柵之設計，需要十分巧妙方可合式。

爲避免上述鉛板關於重量及構造上各弱點，鹼電池乃爲試驗成功之特產品。第 49 圖示一愛迪生電池。其正極爲二氧化鎳，負極用鐵屑組成。電解液係含 21% 氫氧化鉀及少量之氫氧化鋰。鐵上加有水銀少許，以助化學作用，二氧化鎳上加有鎳片，以增加其電導係數。

此電池化學上之關係頗複雜，且有不能盡知者。放電時所產生之化合物爲氧化亞鐵及鎳之低氧化物，其主要之化學反應爲



放電時自左讀之，充電時自右讀之。此反應不改變電解液之成分及濃度，故量其比重不得知其電荷情形。電解液何故不變成分，可以簡明之方程式表明如下。溶液中有 K^+ 及 $(\text{OH})^-$ 游子，放電時， K^+ 移向正極，於是



$(\text{OH})^-$ 游子移向負極。起下列反應。



K_2O 爲不穩固之化合物，即將溶液內之水分解。



結果電解液依然不變。

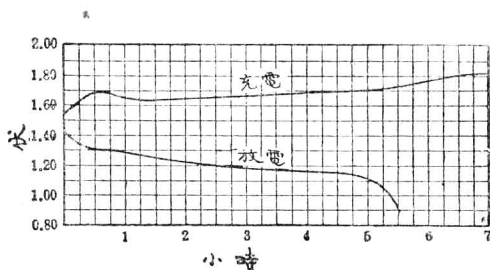
解釋此種電池特點，反應中有一步當細述之。在充電時，首先有二氧化鎳製出，隨後二氧化鎳漸漸分解爲 Ni_2O_3 ，其反應方程式爲



即有氧氣放出。此現象在充電時可發見，但在停止充電後亦能繼續片時。

如電池在充電後任其閒置，則一、二天後高氧化物分解而成 Ni_2O_3 。此種還原作用在放電時更快，因正極上二氧化鎳須首先用盡。當新充電後即行放電，電位將有極顯之降落。大約即由於 NiO_2 之迅速還原作用。充電後若立即放電，可得較高之電容量，亦由於此。

此種電池充電及放電時電位與時間之曲線，見第 50 圖。



〔第 50 圖 愛迪生電池之曲線，表示在正常電流時端電位與充電及放電時間之關係。〕

52. 電解提鍊金屬。 如電池二極同為一種金屬，則化學電位幾等於無。當電流通過此電池時，所耗電能厥惟使電解液發熱。但同一金屬，每含不同雜質，且電解液濃度，處處有異，故化學電位，亦稍有存在。

在電鍍時，負極為被鍍者，電解液為所鍍金屬之溶液鹽類，正極則用相同之金屬為之，或用不起化學作用之任何導體亦可。如用後者，則發生化學電位，電解液必須時時更換。至於精良電鍍之技術，常有若干“秘訣”。所用電位輒自 1 至 6 伏。

銅鍊及其他金屬之提鍊，即用此電鍍法。由電解所得之銅質頗純，可供製造銅線及銅片，或其他精銅 (refined copper) 器物之用。在提鍊銅時，電解液為硫酸銅，不純之銅為正極，以一薄片純銅為負極。在正極上時有溶下之銀，以食鹽少許，使之沉澱而取出，得利亦可觀。現以此法提鍊精銅，每年在一百萬噸以上。其他雜質，或因不溶解而自沉，或加某種化學藥品使之變成不溶解之化合物，即可沉於櫃底，宛如泥土。所得之銅約含 99.91% 純銅，其他雜質大半為銀及溶解於金屬中之氧*。電解液之溫度保持甚熱，置於大櫃中†，各大櫃串聯，以便得相當之電位，而易於管理。負極之電流密度，每平方呎為 20 安。由法拉第定律可知每一安-時，可提鍊精銅 0.0026 磅。故提鍊銅一噸，需 770,000 安-時；或每日每電解池提鍊銅 $\frac{1}{10}$ 噸，約需 3200 安。如有多數電解池串聯，而總電位為 18 伏，則應需一 57.6 瓩之發電機。此發電機約可供 50 電解池串聯後所需之電源，故每日可鍊銅 5 噸。如用大發電機，當可供給更多之串聯櫃。此種電能以每一瓩時約價 3 分，則以電能費用言，提鍊純銅一磅，僅需 0.370 分錢。但提鍊銅之大部費用，實在於製造時堆積銅所需資本之利息，不可不注意也。

習題 5-14. 電解提鍊銅時，雜銅與精銅間，幾無化學電位存在。今有電解液為二價之鹽溶液，欲得足供美規 00 號銅線一哩用之銅，問 500 安電流當通過幾時？

* 關係精銅化學成分，可參考 Smithsonian Physical Tables, p. 334.

† 大櫃之電極，並聯。串聯均可，普通並聯應用較多。在串聯時電流由雜銅極導入，經電解液而至純銅極，再至雜銅極依次而流。雜銅極上之銅漸漸溶入電解液，提鍊後之銅在純銅極上取出。如並聯，則總共雜銅極均接於電流之來路，總共純銅極則與電流之去路相接。

習題 5-15. 銅片面積 10 平方呎，如電流 20 安通過電鍍器 2 小時，問銅片上可鍍金多厚？

習題 5-16. 發明用電鍍鎳以保護金屬，問欲鍍鎳一磅需若干安-時？與鍍鋅所需者比較如何？如欲鍍之物為鐵，問開始澱積前，須外加電位幾伏？

53. 電解。 電解作用應用頗廣，惟下述者，則在電機工程師之經驗上，乃為不願發見者。此種現象，謂之電解 (electrolysis)。

大地乃一導電體。含有溶解鹽類之潮濕泥土，乃即為電解液。電解液之電阻固高，但如此大地球，在任何兩點間之電阻則極微。實則埋入地下二片導體，其間電阻與其相隔距離幾無關係。電報地下回線，如接地良好，其電阻約僅 20 歐左右。

電車線路之電流如由軌道而回，則地下每有大量雜散電流。此電流如不經其他金屬體固無大妨礙，但若假道其他金屬體，則在電流之流入處，亦無損害，惟在其流出處，金屬即將溶解或受電解。水管因此電解作用而所感之困難甚大，蓋如有大量電流經過，便能侵蝕損壞而致漏水。地下金屬管之侵蝕問題常致爭訟。至於鋼骨建築物之類，避免電解，亦當格外注意，否則偉大建築物，不難因之崩潰。

如用負饋線，則電車線路中之雜散電流可大大減少。所謂負饋線者，即指接於軌道上之粗導線而言。此種導線即可帶電流回至發電所，且可接於管子上而保護之，但管子接頭處增加線路中之電阻，故應用此法時，必須注意，務使弊少而利多。

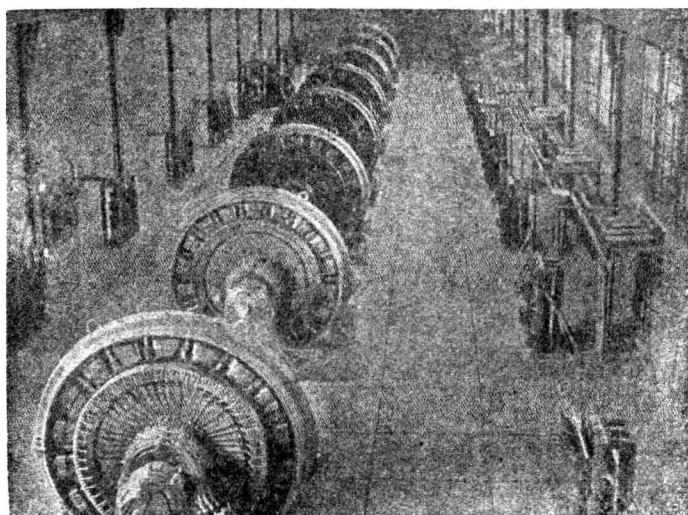
依據法拉第定律，電解若干金屬。可以電流之大小計之，但每有副反應發生，難得準確之數。

交流電亦能起電解作用，但每少於直流時之 1%。蓋交流電在其週波之前半將金屬溶解，而後半即使之復原。雖兩半週之電流相等，但因副反應之發生及所成溶解鹽之散佈，其所溶解之金屬，未必完全能鍍上而完全復原。故交流電於管子進出電流二處，均有電解現象，蓋當電流方向變換時，電鍍情形亦隨之而變成電解作用。

54. 其他電化方法。 電化工程 (electrochemical engineering) 本身已為工程之一種，在今日較複雜生活中，其重要性增加甚速。多數化學方法均賴電之協助而獲成功，此處僅可略述一二。

鎔化鹽類可用電解方法分解無庸溶鹽類於水中。鎔化時常需極高溫度，則須應用電爐。但在另一情況下，普通溫度即可。

製造鋁亦可用電分解鋁之礦物，如水礬土礦 (H_3AlO_3) 等。商



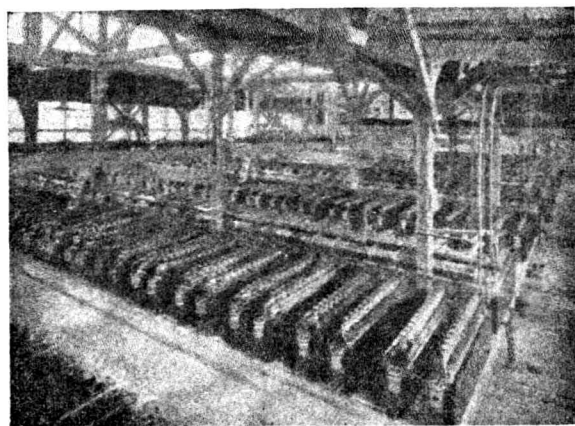
(第 51 圖 九座 2500 瓩之換流機用以供給製鋁所用之電流 (按美國田納西製鋁工廠中，有三十六座與此相似之機器設備)。)

業上以電解法鍊各金屬，每磅所需電量以鋁為最多。第 51 圖示一鍊鋁工廠，內有 36 座 2500 瓩之換流機 (converters)，圖僅示其一部。鋁之價值大部份即以所費電能之價值定之。如溫度加高，則金屬鈉及鉀亦可用同樣方法產生。

商業上氫氧二氣可同時製造，即用水之電解法。

用電解法可以固定大氣中之氮氣，由此製造肥料及炸藥，在農業及軍事上均甚重要。

大量苛性鈉及氯之出產，商業上均由電解氯化鈉溶液而得。此溶液裝於若干特製之小池中。第 52 圖示美國馬里蘭州 (Maryland) 兵工廠中氯氣廠之一部。此工廠每日可產生氯氣十二噸半。



〔第 52 圖 小池室共有六行每行 74 池。美國馬里蘭州兵工廠中氯氣及苛性鈉廠之一部。〕

今可大胆言之，以後十年中，電化工業將有迅速之發展，發展程度當視將來電氣事業發達程度而定。

第五章 摘要

電解液，乃爲一種液體，當游子存在，或電勢加於週路時，卽有電流流過。

負游子或稱正向游子，爲一原子或爲一根，惟較之普通原子與根多帶電子。

正游子或負向游子，亦爲一原子或一根，惟少帶電子。

電解傳導時，溶液起化學變化，游子由一電極向他極行動以運輸電子。

金屬傳導時，依今日所知，金屬中並無化學變化，惟自由電子自己移動，不賴他物遞載。

酸，鹼，及鹽之溶液，離解成正負游子，其離解之程度，因物而殊。正游子向負極移動，負游子向正極移動。電流由正極入溶液而由負極出溶液。

液體之導電係數與溶液離解程度及正負游子遷移率相乘積成正比。

電位差之產生由於二種不同金屬，同浸於電解液中，使溶液與任何一金屬起化學變化。電位差之大小，視所用金屬而定。

金屬電位次序表排列法，按各金屬與標準氫極所發生電位差之多寡而定。

法拉第定律，謂一種物質由溶液中釋放，其重量可用下式計算之：

$$m = \frac{wQ}{96,500 n} \text{ 克}$$

式中

m = 釋放之重量克數，

w = 物質之原子量，

Q = 所通過電量之庫數，

n = 原素之原子價。

原素之化學當量爲一常數，等於

$$\frac{w}{96.500n}$$

即通過一庫時所得該種原素澱積或釋放之克數。

一法拉第 = 96,500 庫

$$= 6.1 \times 10^{23} \text{ 電子。}$$

一法拉第表明電子之數目，亦可表明一克當量物質中之原子數。

原電池含有二種不同之金屬與電解液相接觸，而使任何一金屬發生化學變化。

蓄電池與原電池相仿，所不同者化學反應完全可逆耳。

鉛電池以二氧化鉛爲正極，金屬鉛爲負極，電解液則爲稀硫酸。

愛迪生電池以二氧化鎳作正極，以鐵作負極，電解液爲氫氧化鉀及氫氧化鋰溶解。

用電解法提鍊金屬以製造純銅爲大宗，提鍊方法，即係利用硫酸銅溶液中之電鍍作用。

電解可以損害水管及建築物之鋼骨等。如有雜散電流通過，電流

在離此而入相隣之電解液處，即起電解而損害。

化學製造在今日借力於電者頗多。鋁，氧，苛性鈉與氯等等爲由電解作用生產之最普通物質。

第五章 習題

習題 5-17 今有一串聯式電解鍊銅櫃，其內部長 20 呎，闊 48 吋，深 52 吋。電流自來源通入櫃端之一電極經過串聯之電解液及銅板而由另一端之電極出。電解液之深度，却好蓋滿銅板，故計算此題時，可假定銅板以上之電解液並不載電。粗銅板之大小為 $48'' \times 48'' \times \frac{5''}{16}$ ，在櫃中之銅板相隔 1 吋，緊貼於櫃底及兩邊，以防電解液之流動。電解液含銅 2.75% (以重量計)，酸 12%，其電阻在 20°C . 時為每立方呎 0.8 歐。精銅之電阻係數為每立方呎 1.724 歐。粗銅之百分係數為 75%。

銅板之正極面溶入電解液後即鍍於負極面上，故可假定銅板厚薄不變。在工作時，電極面之電流密度為每平方呎 22.0 安。假定櫃內溫度為 20°C .，且粗銅與精銅間並無化學電位差。櫃之二端各留空隙 5 吋。問 (a) 櫃中可製銅板幾塊？(b) 櫃端之電位當為幾伏，庶可保持上述之電流密度？

習題 5-18. 某鍊銅廠，裝有習題 5-17 中所述之鍊銅櫃。該廠每日工作 24 小時，出精銅 300 噸。此種串聯式櫃之電流效率約為 66%，即流入櫃內之電流，祇有 66% 能使二價原子之銅游子放電。所用銅之重量為每立方呎 555 磅。

- (a) 問該廠須裝幾櫃？
- (b) 如電源由 230 伏之發電機而來，則櫃房內之線路當如何裝置？
- (c) 欲得如上述之出品量，每日須將幾櫃粗銅完全變為精銅？
- (d) 粗銅板每隔幾時須更換？
- (e) 如以直流發電機供給該廠所需之有效電功率 (effective power)，問發電機之容量應為若干瓩？

習題 5-19. 今有二電極，一為鋅，一為銀，置於硫酸內。問 (a) 當二極方放入溶液時，及 (b) 當二極與外電路相連已久而忽然斷路時，二極間之電位差各為幾何？

在上述二種情形下，試分別說明何極為正，何極為負。假定正極無極化作用。

習題 5-20. 一鐵質水管，有電車線路之雜散電流 5 安流過。在此電流離管時，管子受電解而化成亞鐵鹽類。問鐵管蝕去 2 磅需時幾何？

第六章 磁 路

(The Magnetic Circuit)

舉凡一切電機之動作，幾全賴於電磁間相互之關係，如在發電機，電動機，變壓器等中不僅有電路，且有磁路。其工作即由二者相互發生之作用而奏效。

55. 電磁關係。 電流在電線中流動，不獨於電線內部可證明之，在其附近四週，亦有證據可尋。在導線中，電流可使之發熱或使之起可能之化學效應，而在其內部及外部空間，更能發生磁效應。1820年奧斯特 (Oersted)* 發現羅盤針在載電導體附近發生偏轉現象。是年九月十一日阿瑞哥 (Arago) 將此結果在法國學會 (French Academy) 中報告。安培 (Ampère) 聞之繼續工作，得一較為普遍之結果†，即今日所稱之安培定律，而於是年九月十八日初在法國學會發表‡。至於電磁間定量的關係，則有賴於法拉第 (Faraday) 之研究。法拉第氏合理之思想，刻苦之試驗，實發現今日電工原理上之各種重要定

* Oersted, Hans Christian. "Experimenta Circa Effectum Conflictus Electrica in Acum Magneticam," Hafn, July 31, 1820.

† 參看第七章第 69 節。

‡ Ampère, A., "De l'action exercée sur un courant électrique par un autre courant, le globe terrestre ou un aimant," Annales de Chimie et de Physique, Tome XV, pp. 59-76, 170-218.

律*。法拉第試驗及推論之結果，以後由馬克士威(J. Clerk Maxwell)以數學方式與前人所得各種結果相貫通。

電路與磁路間各種關係，如無相當認識，則今日電機工程定無立足之地。物理學家祇能運用其伏特電池及微弱之永久磁鐵(permanent magnet)，類似玩具，而不能得大電機。但如利用通電流之線圈，則可得強有力之磁場，如起重磁鐵(lifting magnets)能舉20噸重之負載，即藉此理。用強有力之磁場，可發生高電位，大電流，換言之，即可得大量電功率。且因電機及機械設計者精益求精，能以控制更大之功率，故年來發電單位之大小，與日俱增。60,000 瓩安之汽輪交流發電機，於1929年已為普通，今更有120,000 瓩安者。在他方面，精細器具如電話聽機，其動作亦賴電磁之效應。

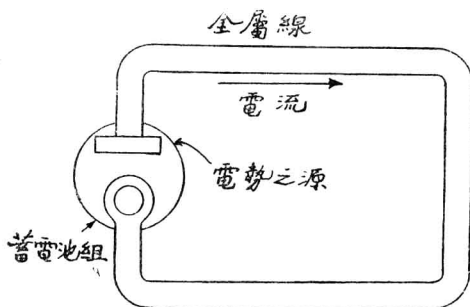
56. 磁路。一磁路中，有磁性(magnetism)或磁流[†](flux)之存在，其情形頗與電流之流動於電路中相似。如第53圖，電池組為電勢之源，可使電流於金屬線所成之電路中流動。同理，在第54圖中，載電線圈可發出磁勢(magnetomotive force)之源，而使磁流發生於鐵心磁路中。

電路與磁路頗多相似處，所應用之各定律，其方式亦甚相似，可互相對照。但兩者亦有相異之點，其主要者如下：在電路中，電流不論為穩定或時時變動，恆有熱能產生於其導體中，但在磁路中，則當

* Faraday, "Experimental Researches," Vol. 1, pa. 1-139; Maxwell, "A Treatise on Electricity and Magnetism."

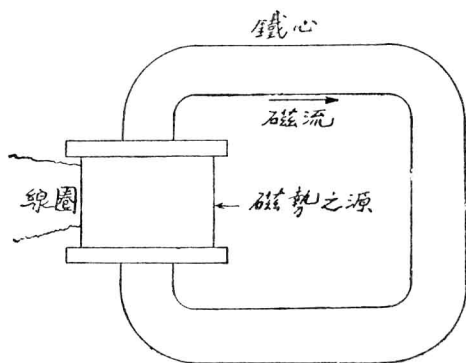
† 譯者按“flux”原意為“流”與“flowing”同。

磁流甚穩定時，通常不易察覺之。蓋此時磁路中並不產生任何熱量，是以就磁路本身而言，亦毫不耗失功能。在電路中，電流之由來，吾人



〔第 53 圖 電池阻之電勢，使電流流動於金屬路中〕

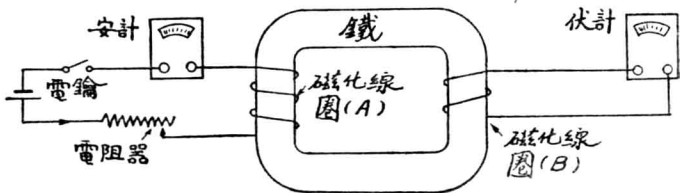
深信，乃由電子經電路某一截面而移動所致。但在磁路中，則並無任何物質越一截面移動。吾人每論及磁流，一如真有流動之物存在然，實則此名詞，乃僅用以表明介質 (medium) 中之情形，而少物理上之真義*。其他異點將論列於後。



〔第 54 圖 線圈之磁勢使磁流發生於鐵磁路中〕

* 譯者按我國物理學者主張譯 magnetic flux 為磁通量，(以便與 dielectric flux 為電通量相對照)，但從磁路與電路之相似關係而言，則磁流較為便利。

57. 磁流之量度。一磁路可以一環狀鐵心組成，鐵心之上可繞以線圈。如第 55 圖，當電流通過線圈時，鐵心中即生磁流。線圈中電流之來源，可取自一電池組，如圖所示。磁路中磁流之變換，可用多種方法證明之。今擇一現時最方便而重要者述之。在該鐵心上再繞一測



(第 55 圖 在線圈 A 中之電流強度若有變化，則線圈 B 即有電勢發生而使伏計偏轉。)

驗線圈，其二端接於一伏計上。該伏計之指針在零伏時居中央。今可得實驗結果如下：如圖上二線圈並無電線聯接，而將 A 圈之電鑰關閉，則接於 B 圈之伏計指針即偏轉，表示在 B 圈中有電勢發生。A, B 二圈既不相接，故唯一合理之假設，乃為 A 圈內電流所發生之磁流，與 B 圈中所發生之電勢似有關係。如 A 圈之電流固定不變，則 B 圈上之伏計指針退回零度，表示此時鐵心內毫無效應。但若 A 圈內之電鑰忽開，則伏計指針向相反方向偏轉，可見此時所發生之電勢與前相反。由此可知磁流變更時 B 圈始有電勢發生；當磁流漸增時，電勢有某一定之方向；當其漸減時，則其方向與前適相反。

以上所述之影響，欲深確明瞭，可將 A 圈中之電鑰關閉，而在該路內接以可變電阻器 (rheostat) 及安計各一。當安計之針在某處不動時，伏計之針在零度亦不動。若安計之針因電流增加而動，則伏計之

針必離零度而向一面偏轉。同樣，若安計之針因電流減少而動，則伏計之針必向另一面偏轉。變更電阻器之電阻時，其動作之快慢，可使電流之變動或緩或速。若以此法試驗，則更可知 B 圈中發生電勢之數值，與磁流變換之速度成正比。磁流變更速度，除後述某種影響外，乃與磁化線圈內電流變更之速度成正比。故吾人即可利用 B 圈內所發生之電勢，量度因磁化線圈通電流而在鐵心內所發生之磁流。

欲量某時電流變更之速度，頗難準確。若用一衝擊測電計(Ballistic galvanometer)* 以量其磁路中之磁流，則較為容易。衝擊測電計一若普通之測電計，惟其振擺週期極長。如有一電位加於此計而立即移開，則該計指針偏轉度數，與所加之電位及時間相乘積成正比。此在電計理論中，有詳細說明，極易明瞭。今為便於討論起見，可先承認衝擊測電計所量度者為伏秒，即一剎時加於該計上之衝量 (impulse)。

如加於衝擊測電計之電位在此短時為一變數，則該指針所偏轉之度數，與電位對於時間之積分成正比；即

$$d = k_1 \int_{T_1}^{T_2} e dt \quad (1)$$

式中 d = 指針之偏轉度， t = 時間秒數， k_1 = 衝擊測電計之常數。上面曾提及由磁流變換所生之電勢，乃與其變換之速度成正比，即

$$e \propto \frac{d\phi}{dt} \quad \text{或} \quad e = k_2 \frac{d\phi}{dt} \quad (2)$$

式中 ϕ = 磁流，以馬 [克士威] 為單位， k_2 = 比例因數。由此可知衝

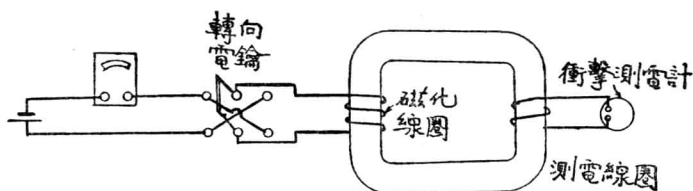
* 參看 Laws, "Electrical Measurement," McGraw-Hill.

擊測電計接於磁路中之量度圈時，其偏轉度將等於

$$d = \int_{\phi_1}^{\phi_2} k \frac{d\phi}{dt} dt, \quad (3)$$

或簡寫之爲 $d = k(\phi_2 - \phi_1)$

式中 k 爲 k_1 及 k_2 之合併常數。由此而知該計之偏轉度，即可用以量度磁路中磁流之變更總量*。例如在第 56 圖中，設以衝擊測電計，以代伏計，且變更電池組之電流以變更磁路中磁流之量，則測電計之偏



〔第 56 圖 將磁化線圈電路中之電鑰反向，可使量度線圈中發生電位。〕

轉度與磁流變更之總量成正比。當磁流開始發生時，該計之偏轉度，即可用以量度磁路中磁流之量。

在賈克秒制中，磁流之單位爲馬克士威 (maxwell)，簡稱爲馬 [克士威]，即一匝線圈繞於一磁路上所發生一迭秒之磁流量。故如以衝擊測電計接於磁路上之單匝量度線圈，則可由偏轉度求磁流爲若干馬。但實用上爲方便起見，線圈常有數匝 (每匝所生電位相等)，則所得之偏轉度除以匝數，即可知磁流馬數。另有一更佳之法 (其理由容後述之)，即如第 56 圖所示，用一換向電鑰，忽自一面而改至他面時，磁流由某方向之最大值變至相反方向最大值。於是以 2 除衝擊測電計

* ϕ_1 爲磁流之初值， ϕ_2 爲終值，此二值可負，可正，或爲零，視電流方向及其值而定。

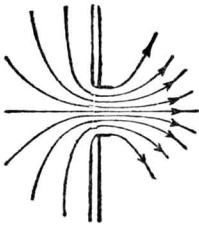
所得之偏轉度數，即可知磁路中所有磁流之最大值。

習題 6—1. 經過一匝線圈之磁流，在 2 秒內由零值均勻增至 120,000 馬，問線圈內發生平均電勢幾伏？幾伏？

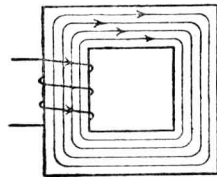
習題 6—2. 如第 6—1 習題中有線圈 300 匝，問發生平均電勢若干？

習題 6—3. 在第 55 圖中，設伏計上指出 2 歐，而接於該計上之線圈有 800 匝，問鐵心中磁流變換率若何？

58. 磁流線 (flux lines)。 歐拉 (Euler) 於 1761 年在其“致德公主函”中解釋磁鐵之真相時，曾言及“磁流之流動”，後人乃有“磁流”及“磁流線”之名詞。



〔第 57 圖 表示由孔中流出水量及方向之線〕



〔第 58 圖 表示磁流之量及方向之線〕

設有水自一孔中流出，其狀態如何，可用簡明之法表示，例如畫線以表示水在每點流動之方向，如第 57 圖所示。在磁路中，磁流之情形亦可以線表示之，如第 58 圖。在電路中，各處電流之方向，亦可用同樣方法表示。

法拉第 首先利用此法，表示磁流所走路徑，以便計算。

設於第 57 圖中，以線代表由孔中流出之水流，若再進一步觀察，設想總共之水流，係由許多每秒流一立方吋之小水流合成，而以一線

代表一小水流，則所畫之線非獨能表示水流之方向，且線愈密則水流愈急，亦可指明經過任何截面之水流量。今若線密度以垂直水流截面每平方吋之線數計，則水流之速度，以每秒若干吋計，即可由之推得。

若以同法代表磁路中之磁流，則可在磁場中畫一線，其方向與在該點之磁場強度矢量* (vector) 之方向相同，而其線密度（垂直於磁場之單位面積上線數）等於在該點之磁流密度。故在實用上，吾人輒以若干磁流線代表若干馬之磁流。每平方吋截面之線數即線密度，可用以量度磁場強度。磁流密度若為每平方英寸截面一馬，則稱爲一高斯 (gauss)，簡稱爲高。普通以鐵製成之磁路中，磁流密度恆以數千高計。

如此以線表明磁流方向及強度，其作用與以線代表水流相同，均無物理上真意義，惟在解釋磁性作用時稍覺便利耳。

電流在電路中流動，則電路中確有電子移動，磁路中若有磁流，吾人迄今尚不信磁路中有任何物體流動。蓋電路通過電線時能發熱，而磁流在鐵內存在，如其值不變，永不發生熱或起化學變化。磁流之性質與加諸物質上之形變 (strain) 極相似。磁流線則彷彿應力 (stress) 加於磁路介質後所發生之形變線。

凡磁流線皆連續不斷；換言之，即永無盡頭。水流亦然。如一水流中有間斷處，則該水量勢必在某點完全消失。同理，不論磁路之形狀若何，磁流線必完全成一週路，而爲連續線。

* 磁場中某點之磁場強度，以其數值及其方向而定，故爲一矢量。同理，磁流密度亦爲矢量。

59. 磁勢 (magnetomotive force)。以一伏特電池接入某電路，供電勢之來源，電流即可在電路中流動。同理，載電之線圈為磁勢之來源，而使磁路中發生磁流。此二者有一重要異點須加注意，即伏特電池自身為電路中之一整個部分，由化學作用發生電勢於電路中。至於磁流中之磁勢，由載電線圈供給，線圈與磁路無須接觸，祇須以線圈繞於磁路中之任何一部，使線圈與磁路互鏈即可。

由實驗得知，磁路中如無鐵或其他磁性物質，其磁流總量，即磁路中磁線總數，與磁化線圈中之電流成正比，又與匝數成正比，即圈中電流與磁路互鏈之次數成正比。故磁化線圈所發生之磁勢，乃與其所載電流及匝數相乘積成正比。此係假定所有匝數之繞法皆在同一方向。如其一部分線圈繞法相反，則此部線圈，能抵消同匝數之其他線圈之作用。故磁勢實與電流及電路與磁路之鏈數 (linkage) 相乘積成正比。

60. 磁阻 (reluctance)。電流在電路中流動，其值與電勢成正比，而與電阻成反比。此即“歐謨定律”。在磁路中其情形亦然。磁路中之磁流與磁勢成正比，與磁阻成反比。

由實驗得知，凡均勻之電路，其電阻乃與電路之長成正比，而與截面積成反比，其比例因數，稱為電阻係數。其倒數稱為電導係數。同樣，磁路中之磁阻，與其長度成正比，與截面積成反比。與電路中之電導係數相當者，磁路中稱為磁導係數 (permeability)。電導係數因物質不同，溫度之高低及其他情形而定，而磁導係數亦以物質之不同及其他原因（後當論之）而定。某一物質電導係數之定義，為該物質

一單位立方體之電導，而電導即為電阻之倒數。同此，某一物質之磁導係數為該物質一單位立方體之磁導，而磁導即為磁阻之倒數。電阻之單位為歐，磁阻之單位為奧斯特 (oersted)，簡稱爲奧。

61. 磁路上之歐謨定律。在電路中，電流電勢電阻之關係如下：

$$\text{電流} = \frac{\text{電勢}}{\text{電阻}},$$

簡寫之則爲

$$I = \frac{E}{R},$$

式中各字，如用蘇克秒制電磁單位，則 I 爲安， E 爲伏， R 爲歐。如用實用單位，則 I 爲安， E 爲伏， R 爲歐。電阻可寫爲

$$R = \frac{l}{\gamma A}, \quad (5)$$

式中 l 爲電路之長， A 爲截面積， γ 爲該電路中物質之電導係數，其值通常與電流密度無關。

同樣，在磁路中，其歐謨定律可寫爲

$$\text{磁流} = \frac{\text{磁勢}}{\text{磁阻}},$$

簡寫之則爲

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}},$$

式中， ϕ 爲磁流馬 (maxwell) 數， \mathcal{F} 爲磁勢吉 (gilbert) 數， \mathcal{R} 爲磁阻奧數。馬，吉，奧三單位均屬蘇克秒制。磁阻亦可寫爲

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A} \quad (6)$$

式中 l 為磁路之長， A 為其截面積， μ 為磁路物質之磁導係數。凡順磁* (paramagnetic) 物質，其磁導係數輒為磁流密度之函數，即依磁流密度而變。

如前所述，磁勢與磁化線圈之電流及匝數成正比，但磁勢並不僅等於 NI (N 為線圈匝數)，而應為

$$\mathcal{F} = 4\pi NI,$$

式中 \mathcal{F} 為磁勢吉數， N 為匝數， I 為安數。如電流 I 為安數，則應寫為

$$\mathcal{F} = \frac{4}{10}\pi NI \quad (7)$$

比例因數 4π 之採取，乃在求磁導係數有時可得最簡便之數值。蓋如磁勢依上式，則空氣之磁導係數適為一 $\frac{1}{4}$ ，理由見後。

選擇電單位時，吾人可隨意選定伏之值，而使銅之電阻係數適為一。但各種物質能導體者甚多，其電阻係數彼此各異，變化甚大，故採取以銅為單位，亦未見十分便利。反之，大多數物質之磁導係數與

* 順磁物質，如鐵，若將其製成鐵條式樣懸空置於磁場中，則鐵條將自然旋轉，使與磁流密度之矢量並行而止。凡順磁物質，磁導係數必大於一，鐵磁 (ferro-magnetic) 物質如鐵，鋼，鎳及鉛等屬之。尚有反磁 (diamagnetic) 物質，則當置於磁場中時，其長度恆與磁流密度之矢量相垂直。此種物質之磁導係數乃小於一。磁為僅有之具有顯著反磁性之物質，其磁導係數為 0.9998。

† 關於此比例因數之選定，頗引起科學家及電機工程界不少之爭論。最有興趣之論文，可參看 “Historical Outline of Electrical Units,” A. E. Kennelly, Jour. Eng. Education, Nov., 1928.

空氣相同，即皆爲一，故以此爲單位，似較相宜。此外惟有少數磁性物質如常用之鐵，其磁導係數極大，恆以數千計。又如鐵磁物質及其合金，磁導係數亦大於一*，是以在選定磁勢單位（吉）時，吾人可擇一數值以使一般物質之磁導係數爲一，而得實際應用上之方便。

如磁路中相鏈之磁化線圈載電流 I 安，有圈數 N 匝，則發生之磁流可用下式求之：

$$\phi = \frac{4\pi NI}{\frac{l}{\mu A}};$$

如電流以安計，則

$$\phi = \frac{0.4\pi NI}{\frac{l}{\mu A}}。 \quad (8)$$

如磁流勻佈於一截面中，則磁流密度（即發生磁化之強度），可由磁流之總數除以磁路截面積得之。此磁流密度可用每平方釐或平方吋截面之線數表之。每平方釐之線數即爲磁流密度高數，通常以 B 代表之，故得

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{4\pi NI}{\frac{l}{\mu}} = \frac{4\pi NI}{l} \mu \text{ 高} \quad (9)$$

式中

$$\frac{4\pi NI}{l} = \frac{\mathfrak{F}}{l}$$

即爲磁路中每一單位長之磁勢，簡稱爲磁化力（magnetizing force），

* 參看第八章第 85 節“磁性”。

或稱磁場強度 (field intensity)，與電路中之電位梯度相當，而在歐克秒制中，則以每歐之吉數表之，其符號為 H 。故

$$B = \mu H \quad (10)$$

磁流密度高數，即等於磁化力每歐之吉數。乘以磁導係數。此與電路中電流之密度，等於電位梯度乘以電導係數相似。但通常電路中之電導係數，不依電流密度而變，而在含有鐵磁物質之磁路中，則磁導係數為磁流密度之函數。因此一大異點，解析磁路中各問題時與電路中各問題所用方法迥然不同。在電路中，電流密度與電位梯度成直線關係即彼此成正比，但在磁路中，如有順磁物質，則磁化力與磁流密度，並無直線關係。

習題 6—4. 在第 55 圖中，磁化線圈有 40 匝，安計指示為 2 安，問加於磁路之磁勢若干？

習題 6—5. 如鐵心以煉鋼 (annealed steel) 製成，磁導係數為 2500，截面積為 4 平方吋，總長 20 吋，問其磁路中磁阻若干？

習題 6—6. 在上述情形下，問磁流應為若干？

習題 6—7. 又問磁化力若干？磁流密度若干？

習題 6—8. 今有一截面方形之鑄鐵環，其內徑為 3 吋，外徑為 4 吋，厚為 0.5 吋，其上共有線圈 200 匝。若線圈中之電流為 2.7 安，則總共發生之磁流為 8000 馬，問 (a) 鑄鐵之磁導係數為若干？(b) 平均磁化力若干？

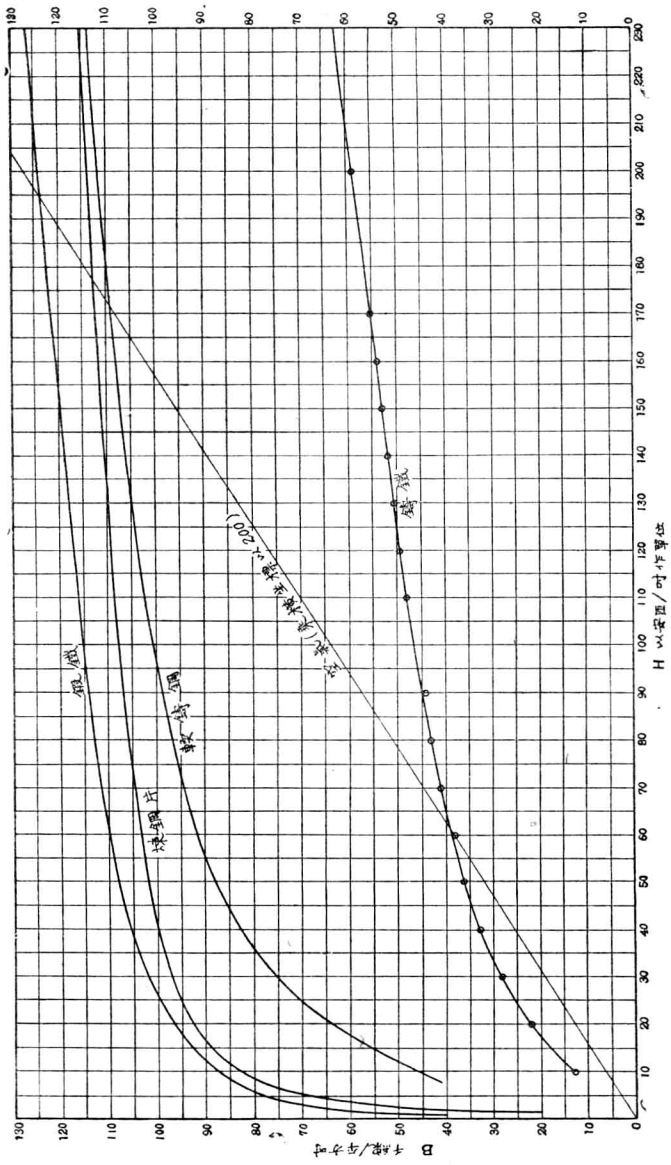
62. 磁阻。 由上所述，可知電路中之電勢、電流、及電阻之關係，乃與磁路中之磁勢、磁流及磁阻，頗多相似之處。但電路中之電阻，大都與電流密度無關，僅隨導體之長度、截面積、及其所成之物質而定。但在磁路中，就普通在電機工程所常用之鐵磁物質而言，其磁阻與磁流密

度有連帶關係，蓋磁導係數，不但隨物質之不同而異，亦且視物質之磁化程度而定。換言之，磁阻乃材料種類及磁流密度之複雜函數。故欲用通常在電路中應用之法，以解磁路中之問題，不無相當困難。

63. 磁導係數之變化。在普通直流電路中，若溫度不變，一般金屬導線之電阻亦不變。當溫度變更時，則電阻輒按一定關係隨之變化，但在某一固定溫度時，其電阻必為常數，與電流密度無關。如電路中有一電弧，則簡單之歐謨定律，亦將不足以表示電位與電流之關係，蓋因電弧之電阻乃隨電流密度而變。

同理，如磁路中含有鐵磁物質，其磁導係數並非常數，而依磁流密度而定。磁流密度與磁化力之關係無一定方式而須試驗求得。故欲得其關係若何，可擇該種物質之樣品，實地試驗之。

今以試驗結果，畫曲線圖，縱坐標代表磁流密度(B)，單位或為高，或為每平方吋之千磁線數，橫坐標代表磁化力(H)，單位或為每呎吉數(呎克秒制)，或為每吋之安匝數。此種圖稱為 $B-H$ 曲線。第 59 圖即亦幾種普通鐵磁物質之平均曲線。此等曲線並不代表某種特別樣品之情形，乃為每一類材料之平均曲線，讀者務須注意。此種平均曲線之附列於此，其用意有二：一為使學者對於通用鐵磁物質之磁化情形，能知其大概，以資參考；二為於解決習題時，可用此作標準，庶結果相同，不致參差。實際上如用何種材料即應用該種材料之 $B-H$ 曲線。凡設計電機者，最初必有是種合於需要情形之曲線，方可依之計算。若依照上述之平均曲線，結果或將不能準確。為應用便利起見，此種曲線多以每方吋之千磁線數為磁流密度之單位，作縱坐標，而以每吋之

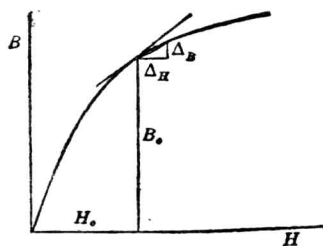


【第 59 圖】

安匝數為磁化力單位，作橫坐標。每平方吋磁線數之磁流密度即等於以 6.45 乘磁流密度高數。每吋之安匝數即等於以 $\frac{2.54}{0.4\pi}$ 乘磁化力每線之吉數。

據前所述， B 與 H 之比例因數即為磁導係數 μ ，而其值為變數，視材料及磁流密度而定。此值即等於 $B-H$ 曲線上相當於某一磁流密度之一點與原點連接所成直線之斜度，通常稱為“正常” (normal) 磁導係數。

於閱讀各種磁性材料之特性及計算方法等論文時，每見有“微增” (incremental) 及“微分” (differential) 磁導係數等名詞，今解釋其意



〔第 60 圖 正常磁導係數，微增磁導係數及微分磁導係數。〕

義如下：第 60 圖示一標準 $B-H$ 曲線，在磁流密度 B_0 時，“正常”磁導係數為 B_0/H_0 ；“微增”磁導係數為 $\Delta B/\Delta H$ ；“微分”磁導係數為 $\left(\frac{dB}{dH}\right)_{B=B_0}$ ，即 $B-H$ 曲線 B_0 點上切線之斜度。此三值大小各異，各論文中所述之磁導係數，係指何者而言，讀者當先明瞭，以免誤解。本書內除

特別申明外，凡述及磁導係數，均指“正常”磁導係數而言。

64. 產生一定磁流之安匝數。關於磁路之問題，大概可分成兩種：

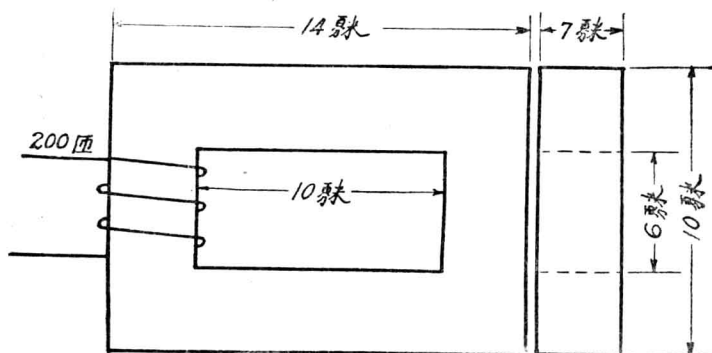
(一) 已知磁路中產生之磁流而計算其所需之安匝數；(二) 適為前者之反，即已知某磁路中之磁勢，而計算其產生之磁流。

今先討論第一種問題之解法。磁化力 (H) 之定義為磁路單位長之磁勢，而總磁勢即為加於該磁路之 $4\pi NI$ ，故得

$$4\pi NI = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots$$

$$= \Sigma Hl.$$

磁路中特殊材料之 H - B 曲線，既直接表示磁流密度 (B) 與磁化力 (H) 之關係，故欲解此項問題，可用下述步驟：將磁流除以磁路中各個不同之截面積，即得各處之磁流密度 B_1, B_2 , 等。由 B - H 曲線查得相當之磁化力 H_1, H_2 , 等。將 H_1, H_2 , 等乘以相當之長度 l_1, l_2 等，然後相加，即得所需之磁勢。如磁路中含有氣隙，則當注意其“邊緣作用” (fringing effect)，然後應用第 59 圖中空氣之 B - H 曲線，以計算其相當之磁流密度。



〔第 61 圖 線圈中之電流使鐵質磁路中發生磁流。〕

參照第 61 圖，該磁路為煉鋼片製成，截面積處處均同，為 6 平方呎。磁化圈共 200 匝。若欲產生 60,000 磁線，問需要電流若干？

解法如下：

磁流密度為 $\frac{60,000 \text{ 線}}{6 \text{ 平方呎}}$ 或 10,000 高。

由第 59 圖之 $B-H$ 曲線查得 H 值為每吋 4.5 安匝。磁路平均長為 40 呎，故所需安匝數為

$$NI = \frac{40}{2.54} \times 4.5 = 70.8,$$

而所需電流為

$$I = \frac{70.8}{200} = 0.354 \text{ 安。}$$

習題 6-9. 以第 59 圖為根據，試畫一曲線，表示鑄鐵磁導係數與磁流密度之關係。

習題 6-10. 在習題 6-8 中，如欲產生磁流 12,000 線，問需若干安匝？

習題 6-11. 在習題 6-8 中，如磁路以煉鋼片製成而欲產生磁流密度每方吋 60,000 線，問需若干安匝？（假設煉鋼片之容積與習題 6-8 之鑄鐵相等）

習題 6-12. 一長方形磁路，以鍛鐵製成，長 16 吋，闊 8 吋，截面積 2.5 平方吋，磁化圈有 250 匝。如所生磁流為 250,000 線，則電流當為若干？

習題 6-13. 如習題 6-12 中，截面積祇 1.9 平方吋，而磁流為 100,000 線，問需電流若干安？

習題 6-14. 求習題 6-13 中，鍛鐵磁導係數。

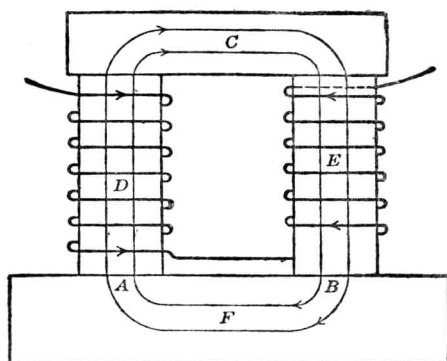
習題 6-15. 如習題 6-12 中之磁路乃由鑄鋼製成，而欲發生磁流 125,000 線，問需若干安匝？

習題 6-16. 參照第 61 圖，如磁流為 100,000 線，問磁化圈內應載電流若干？

習題 6-17. 某一磁路，由煉鋼片組成，平均長 1.5 呎，截面積 5 平方吋。如磁路內磁流為 500,000 馬，問需安匝若干？

習題 6-18. (a) 如習題 6-17 中之截面積加倍，而磁流馬數亦加倍，問需安匝若干？

(b) 就所得之答案，解釋在同一磁流密度時，若磁路截面積加倍，與其所需磁化之關係。



〔第 62 圖 U 形電磁鐵〕

習題 6-19. 第 62 圖所示之 U 形磁鐵，氣隙處須有磁流 100,000 馬。鐵心 C 係鋼片製成，平均長 4 吋，截面積 1 平方吋。 D, E 二部為鑄鋼，各長 3 吋，截面積 $1\frac{1}{4}$ 平方吋。 A 及 B 氣隙長 0.04 吋，截面積可作為 $1\frac{1}{2}$ 平方吋。 F 部鑄鋼磁路長 4 吋，平均截面積為 $1\frac{3}{4}$ 吋。如 D, E 上線圈各載電流 0.45 安，問每一線圈應有若干匝？

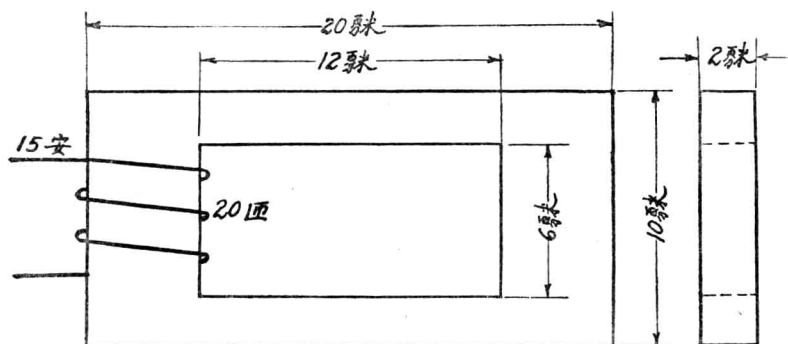
65. 一定安匝數所產生之磁流。第二種問題，即解決一定安匝數在磁路中所能產生之磁流。此問題在串聯而均勻之磁路中頗易解決。例如第 61 圖所示之變壓器鐵心，若磁化圈內通過電流 1 安，而欲求其在鐵心內所產生之磁流，解法如下：按電流既為一安，則得 200 安匝，而磁化力 H 為

$$\frac{0.4\pi \times 200}{40} = 6.28 \text{ 吉/呎。}$$

由煉鋼片之 $B-H$ 曲線得相當之 B 值為 13,500 高。鐵心之截面積既為 6 平方呎，故磁流為 $13,500 \times 6 = 81,000$ 馬。

如磁路並不均勻，則須用“探試法” (cut and try) 以解決此問

題。在探試法中，當用一定手續以免重複之弊。今試舉一例：第 63 圖



〔第 63 圖 截面不均勻之磁路〕

示一簡單之變壓器鐵心，其各部截面積皆不等，試求一定磁激所產生之磁流。如圖所示，磁勢為

$$4\pi \times 20 \times 15 = 377 \text{ 吉。}$$

磁路可分為二部：一部長約 32 英寸，截面積 4 平方英寸；另一部長約 16 英寸，截面積 8 平方英寸。

先假定磁路中磁流為 60,000 線，則在第一部之磁流密度為 15,000 高，第二部為 7500 高。由第 59 圖，查煉鋼片之曲線，相當於 B 值 15,000 高之 H 值為 27 安匝/吋，相當於 B 值 7500 高者為 2.5 安匝/吋。故所需總安匝數為

$$NI = 27 \times \frac{32}{2.54} + 2.5 \times \frac{16}{2.54} = 340 + 16 = 356 \text{ 安匝。}$$

吾人所有之磁激既為 300 安匝，而欲產生 60,000 馬，須 356 安匝，故所假定之磁流，略嫌太大。於是再行假定一較小之數。按初次探試

結果相差不遠，且所取之 B 及 H 值，在 $B-H$ 曲線上斜度頗顯，故此
次假定之數當與 60,000 相差無幾。今以 58,000 試之，則得

$$B_1 = 14,500; \quad B_2 = 7250; \quad H_1 = 22.6; \quad H_2 = 2.5$$

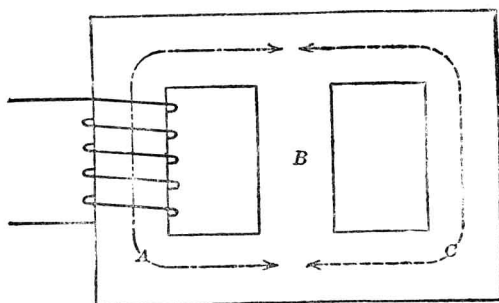
$$NI = 22.6 \times \frac{32}{2.54} + 2.5 \times \frac{16}{2.54} = 286 + 16 = 302 \text{ 安匝。}$$

302 與 300 之差數不及 1%，且讀 $B-H$ 曲線時難得如此準確，故該問
題可認為已圓滿解決。

第一次之假定，無關緊要，但若與真確之數相差太遠，則探試之次
數必較多，方可得最後答數。

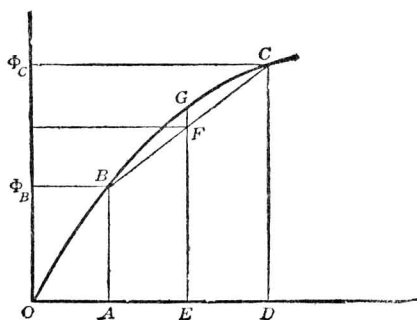
探試法在串聯磁路中之步驟可述之如下：（一）假定一磁流，（二）
計算各部之磁流密度，（三）由 $B-H$ 曲線查出相當之 H 值，（四）將各
 H 值分別乘以各該部之平均長度，（五）將所得之各磁勢相加而得總共
之安匝數或吉數，（六）由所得之結果與所有之數目相較，視相差之多少，
再作新假定而依上述步驟試之。用此法求解，若略具耐心，則雖遇
較複雜之磁路，亦不難解決。

上節與本節以前所述，皆僅就串聯磁路而言。但事實上混聯（series-
parallel）磁路，亦時常遇到，如三相變壓器之鐵心即其一例。在此種
磁路中，如欲解決第一種問題，即有磁路而求磁激，或第二種問題，有
磁激而求各部磁流，其順序與解決串聯磁路，大同小異。但有一點當
謹記在心者，即磁路二點間之磁勢，不論在此二點間取任何途徑，結
果皆同。其原理及計算方法，今試舉例以明之。第 64 圖示一三相變壓
器之鐵心，如有一磁勢由圖上之線圈供給，而求 A 柱中之磁流。應用



〔第 64 圖 三相變壓器之磁路〕

探試法，須先假定另一部之磁流或磁流密度，如 C 部，然後由 $B-H$ 曲線可查出相當之 H_C ，而得 $(NI)_C = H_C l_C$ ，其中 l_C 為 C 部之平均長，即圖上虛線兩箭頭間之長。但 $(NI)_C$ 亦作用於 B 部，因 B 與 C 互相並聯，其兩端磁勢必相等。故將 $(NI)_C$ 除以 l_B (l_B 為 B 部兩端間之平均長) 即得 H_B 。由此查得 B_B ，乘以 B 部之截面積得 ϕ_B 。 ϕ_C 在先既已假定，於是可得 $\phi_A = \phi_B + \phi_C$ 。由 ϕ_A 求 B_A ，更求 H_A 及 $(NI)_A$ 。磁激圈所需之安匝數即等於 $(NI)_A + (NI)_C$ ，將此值與已知數相比較，如有不合，則可擇較近之數目再計算之。



〔第 65 圖 鐵之磁化曲線〕

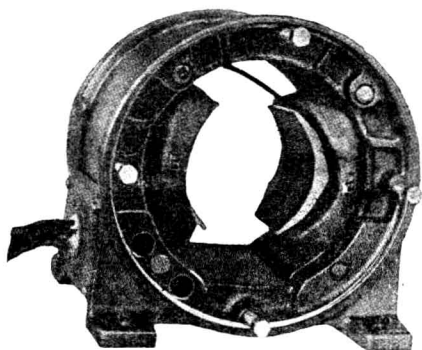
計算此種磁路時，或可先將中部之磁路不計，而計算其餘之串聯磁路。所得之磁流，可作為探試法中之第一次假定數。

用探試法解決問題時，若注意及磁化曲線 ($B-H$ 曲線) 之曲度，可得敏捷之方法。如第 65 圖，如吾人所得之 ϕ_C 太大，而 ϕ_B 太小，則可取一電勢之平均值 OE ，而所得之磁流將較 ϕ_C 及 ϕ_B 之平均值大 FG 。

如遇磁路中截面積不均勻，則各部長度宜小心估計，務使其準確。當磁路驟然改變方向，或截面積之大小突變，磁流不能隨之驟變其方向，故在解析此種問題時，當將其磁路略加長或使截面積徐徐而變。在各種情形下當修改之值，須視各人對於相類問題有相當之經驗或應用試驗上已得之良好結果而定。平時最好先將磁路依其尺寸畫出一圖，擬定一磁流之合理路徑，畫於其上，以代表欲假定之磁路，而後量其長度，則結果當較為可靠。

習題 6-20. 在第 64 圖中，磁化圈共有 200 匝，載電流 2 安。鐵心材料為煉鋼片。A 及 C 路各長 50 釐，B 長 20 釐，磁路截面積各處均為 16 平方釐。求各部之磁流密度（如所得答案較之所有磁勢相差在 4% 內，可作為準確）。

66. 氣隙。 上述磁路，皆由鐵製成，但有時磁路中尚有氣隙 (air gap) 存在，如電機之磁路是。第 66 圖示一電機之機架，其磁路見第 67 圖。圖中虛線即示組成磁路之各部：一電樞鐵心 (armature core)，一氣隙，一極靴 (pole shoe)，一極心，一並聯之兩半軛 (yoke)，第一及第二氣隙。各部磁路均串聯。欲計算產生一定磁流所需之吾人可先計算各部所需之磁勢而復相加。在氣隙中，因磁導係



〔第 66 圖 二極電動機之機架。圖示磁場線圈與磁極。〕

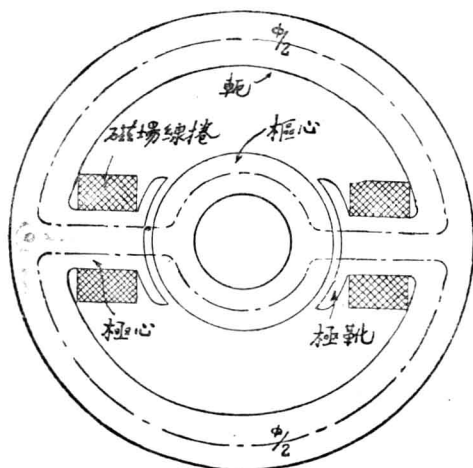
數為一，故所需之磁勢即為

$$\mathcal{F} = Bl \quad \text{吉} \quad (13)$$

而安匝數即為

$$NI = \frac{1}{0.4\pi} Bl \quad (14)$$

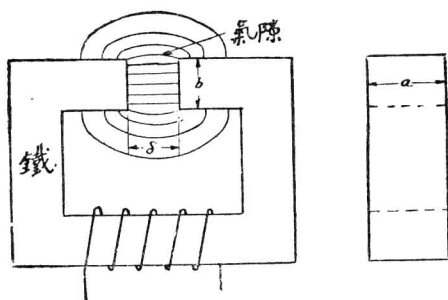
式中 B 為磁流密度高數， l 為氣隙之長，以釐計。如不用公式 (13) 或



〔第 67 圖 電動機之磁路圖，其磁場架如第 66 圖所示。〕

(14), 吾人亦可用第 59 圖上空氣之 $B-H$ 曲線 (一直線), 其用法與其他曲線同, 但在橫坐標上所示之安匝/吋數, 當乘以 200。

計算時欲確定氣隙之準確截面積, 實為一大難題, 因磁流在其間能向外散佈。此種情形, 電路中亦有之, 可作比較。設有一電路含一電池組連於二炭條上, 二炭條並不直接聯接而浸入鹽溶液內, 則電流通入炭條時不向一直線流動, 而分佈於全部溶液。同一情形, 鐵之磁路中間有一氣隙, 則磁流將在隙間向外散佈, 如第 68 圖所示之平面



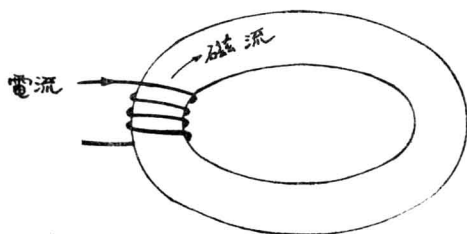
〔第 68 圖 氣隙間磁流之向外散放。〕

圖。凡遇短氣隙, 則在計算其截面積時, 可於每邊原長加氣隙之長度。如第 68 圖, 氣隙長為 δ , 則其截面可作為

$$A = (b + \delta)(a + \delta)。$$

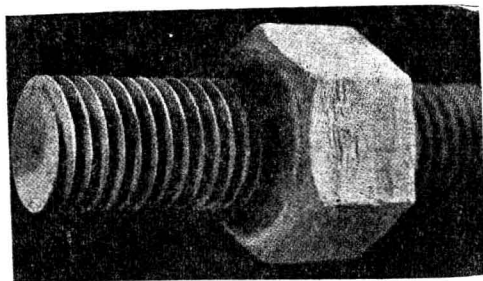
磁路中含有氣隙時, 設將鐵片置於其中, 即被吸去, 故磁路中有無磁流, 即可由之察覺。磁路在氣隙分裂處實有極大吸力, 其量可以計算。蓋鐵兩端之作用猶如一永久磁鐵之南北極, 且較有力。欲辨別南北極, 可用有箭頭之線代表磁流線, 而磁流線離開處即為北極。

磁化線圈中，電流方向與其所發生之磁流方向，有一定關係，可由右手螺旋關係定之。此關係如第 69 圖所示，今說明如下：



〔第 69 圖 磁流之方向與發生磁流所用電流之方向間之關係〕

凡由磁化線圈內電流所生之磁流，其電流與磁流方向之關係，如右手螺旋帽旋轉方向與其前進方向之關係。如第 70 圖，以旋轉方向為電流之方向，則前進方向即指磁流之方向。



〔第 70 圖 右手螺旋。〕

以上所言，並非磁流與電流之方向一定如此，反方向之磁流有時亦能與產生正方向磁流之電流相鏈者。例如磁流上更有一磁勢，與原來磁化線圈內所生磁勢之方向相反，且較有力，可發生此種情形。但由電流本身所產生之磁流，必依上述右手螺旋之方向關係。

鐵之磁導係數輒由數百至數千，而空氣之磁導係數祇為一。故磁路中如有較大之氣隙，則氣隙之磁阻幾為全路之磁阻。例如一 10 吋長之磁路，內有氣隙長為 $\frac{1}{10}$ 吋，餘為鐵，以長短論氣隙占全長 1%，但設磁路各處截面均勻，鐵之磁導係數為 1000，則在氣隙中之磁阻，反十倍於其餘部分之總數。

根據以上理由，在用探試法以解決磁路問題時，如磁路中含有較大氣隙，則可得一較為簡便之方法。蓋全部磁路之磁阻，幾即為氣隙之磁阻，故可先假定所有磁勢，均集中於氣隙部分，而求第一次近似之磁流密度，然後逐漸加以改正，其法較易。

習題 6-21. 如在第 61 圖之磁路中較長一邊之中心，鋸一闊 1 釐之氣隙，使磁流 60,000 線在此磁路中通過，問磁化線圈內之電流當需幾何？

習題 6-22. 如習題 6-21 中之氣隙祇闊 $\frac{1}{10}$ 釐，則需電流若干？

習題 6-23. 如習題 6-22 中之磁化線圈載電流 0.4 安，問磁流若干？

67. 漏磁 (leakage flux). 電路於普通情形下幾無漏電發現；蓋普通金屬之電導係數每立方吋約有十兆謨 (10^7 mhos)，而其四週之絕緣體之電導係數每立方吋或僅有十兆分之一謨。二數相差懸殊，故在普通電位差及電流時，漏電皆可略而不計，而電路中各部電流均一律，非至電位梯度特別高時，電路外不致有傳導現象發生。

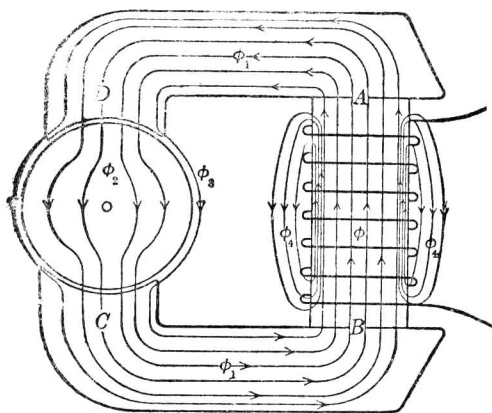
在磁路中，鐵之磁導係數約為數千，而其四週材料之磁導係數，大都近於一。二者相差，不若以上之迥異，故情形亦不同。漏磁路之長度或頗短，但其截面積可極大，故磁阻頗小。在通常之磁路中，恆有相當漏磁發生，不可忽視，因所有磁流，未必盡經磁路，而每於中途

漏去。所漏去之磁流，在計算磁流密度時，亦當計及。世界上無良好之磁性絕緣體，其意即無磁導係數極小而幾使磁流不能通過之材料。除鈷、鎳、鐵及數種合金外，所有材料之磁導係數皆近於一，即真空之磁導係數，亦與空氣相差微幾，難以辨別。

凡磁路中兩部最相近處如有極大磁位差，則漏磁增多。如磁路中有氣隙，或其上有二磁化力甚強而方向相反之線圈，均可發生極大之磁位差。

發電機磁路（見第 67 圖）之主要磁阻即在氣隙，故二極靴間有極大磁位差，而漏磁必多。換言之，由此極靴至彼極靴之磁流中，有不少磁流並不經過電樞，而經過電樞之磁流方為有用之部分。

磁路中二點間之漏磁，可由二點間之磁位差及漏磁路之磁阻求得之。求二點間磁位差，與求電位差之法無異。如無磁勢，即等於二點間磁阻位落。如有磁勢，則可應用啓旭夫定律。第 71 圖中 AB 兩點



〔第 71 圖 磁流線 ϕ_3 及 ϕ_4 中稱為漏磁線。〕

間之磁位差爲

$$F - \phi \mathcal{R}_{AB}, \quad (15)$$

或

$$0.4\pi NI - \phi \mathcal{R}_{AB}, \quad (16)$$

因 $0.4\pi NI$ 爲作用於該部之磁勢， $\phi \mathcal{R}_{AB}$ 爲該部之磁阻位落。故 $(F - \phi \mathcal{R}_{AB})$ 卽表示由 B 至 A 所升之磁位。如 AB 爲磁化圈之二端，則 $(F - \phi \mathcal{R}_{AB})$ 可作爲磁化圈之端磁位，猶之發電機之端電位，蓋端電位乃等於發出電勢減去阻位落，或 $E - IR$ 。

由 B 至 A 之磁位差，亦可以由 A 至 B 經磁路 $ADCB$ 之磁位落求得之，因由 B 至 A 所升高之磁位必等於由 A 至 B 所降落之磁位。是故 AB 間之磁位差必爲

$$\phi_1 \mathcal{R}_{AD} + 2\phi_2 \mathcal{R}_g + \phi_2 \mathcal{R}_a + \phi_1 \mathcal{R}_{CB} \quad (17)$$

式中 ϕ_1 等於自 A 至 D 經過鐵質之磁流； \mathcal{R}_{AD} 等於 AD 間磁阻； ϕ_2 等於經過電樞之磁流； \mathcal{R}_g 等於氣隙磁阻； \mathcal{R}_a 等於電樞磁阻，餘類推。

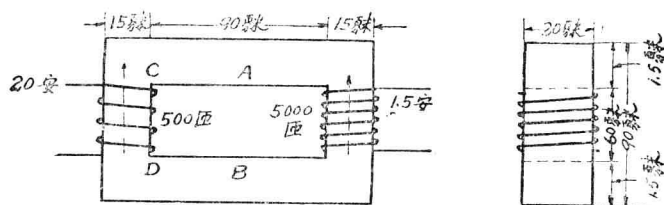
磁流除 ϕ 、 ϕ_1 、 ϕ_2 外，尙有其他磁流漏於空氣中。如 ϕ_4 係由磁極鐵心漏出至磁軛 B 端，而該兩點間之磁位差爲 $(0.4\pi NI - \phi_1 \mathcal{R}_{AB})$ 吉。欲計算 ϕ_4 之值，可由磁位差除以該部磁阻，但此磁阻極難計算。

同樣，磁流 ϕ_3 係由極尖 D 通至極尖 C ，並未經過電樞。其值等於兩極尖端間之磁位差 $(2\phi_2 \mathcal{R}_g + \phi_2 \mathcal{R}_a)$ 除以漏磁中之磁阻，其值亦難於計算。

空氣中漏磁路中磁阻常難以計算，因空氣中磁流多向四周散放，氣隙之面積難以估計。在少數情形下，其磁路爲簡單幾何圖形者，漏磁

阻之值或可簡單求得；但在大多數實用情形下，磁路之幾何圖形極複雜，欲求準確結果幾不可得，故僅能用近似值。

今以交流變壓器作一例。變壓器在電器中占一重要地位，蓋交流電應用之如此普遍，大半應歸功於變壓器任意調變電壓之特性。變壓器之構造，乃以二線圈或多個線圈繞於一簡單磁路上。一線圈稱為原線圈 (primary coil)，通電流以磁化鐵心。此電流乃為交流，常在變換，故鐵心中磁流亦隨之變換。此變換之磁流在副線圈 (secondary coil) 產生一變化之電位。今如變換副圈之匝數，即可變更所得之電位，故可得任何電位之比率。當副圈取用電流時，原圈中所通過之電流亦須增加。結果二圈同時各載多量電流。二圈所生之磁勢方向相反，但並不十分相等，其差乃等於使磁流通過磁路所需之磁勢。此種佈置，如第 72 圖所示。在變壓器中，漏磁極關重要，蓋一變壓器之優良與否，



〔第 72 圖 圖表一變壓器，在兩線中同時有電流使鐵心中產生相反方向之磁流。〕

全視其調整 (regulation) 之佳否為斷，而欲得良好之調整，必須竭力減少器中之漏磁。為減少磁漏起見，實際上變壓器中每線圈常分為數部，而使原線圈與副線圈相間，但為簡便起見，可假定原線圈與副線

圈繞於磁路左右兩部。此種佈置之漏磁較大，將超出實用上所許可之限度，但以其易於計算，第 72 圖即依此而作。

今設在某一瞬時內，500 匝之原線圈上載電流 20 安，5000 匝之副線圈載電 1.5 安。如兩磁勢之方向相反如虛線所示，則使磁流通過磁路之磁勢當為

$$(20 \times 500) - (1.5 \times 5000) = 2500 \text{ 安匝。}$$

磁路之長若連各角部之彎度在內，約為 350 呎。故磁勢為

$$0.4\pi \frac{2500}{350} = 8.98 \text{ 吉/呎}$$

茲姑先不計因磁漏而使鐵心各部磁流密度不同之作用。今若參考鋼片之曲線，即可知上述之磁勢，可產生磁流密度 14,500 高，此密度約為通用變壓器中最高之值。鐵之截面積為 300 平方呎，故總磁流數約為 4,350,000 馬。

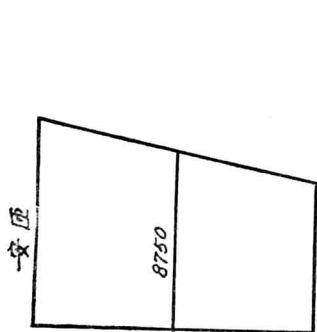
今再計算作用於自 A 至 B 空氣漏磁路中之磁勢。按左面線圈供給 10,000 安匝，內 1250 安匝乃用以使磁流通過虛線所示之一半磁路；換言之，此一半磁路之磁阻位落為 1250 安匝或 1570 吉。故從 A 至 B 之淨安匝數為

$$10,000 - 1250 = 8750 \text{ 安匝} \quad (18)$$

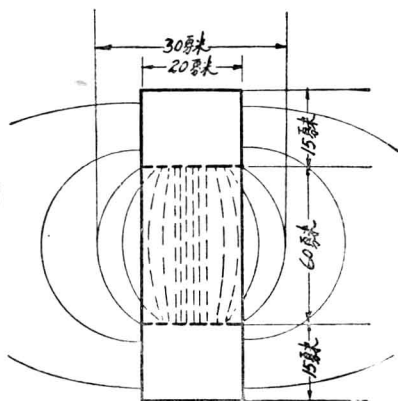
此值亦可從副圈所供給之安匝加磁阻位落 1250 安匝得之。此處所以須加磁阻位落，乃因磁流方向與磁勢方向相反之故，其情形亦與電路中相似。蓋在電路中設有一電流通過一電池，其方向與電池之電勢方向相反，則電池兩端間之電壓，乃等於電池之電勢，與電流經過電池時之內阻位落之和。同理， C 點與 D 點間之磁勢，乃等於原線圈中磁勢

減去磁路中 CD 間之磁阻位落。故知跨空氣路兩端間之磁勢，乃沿鐵心而成直線變化，且因所生磁流與磁勢成正比，故如用其平均值，亦可得準確之結果。此平均之磁勢即第 73 圖所示在中間之磁勢，計為 8750 安匝。

其次即應估計漏磁中之磁阻。第 74 圖示一變壓器之截面，並將漏磁之磁流線之位置大概畫出。漏磁路截面積之選定，必須根據經驗，因邊緣散放作用，頗難一定，吾人將於第七章第 77 節中討論之。現假



〔第 73 圖 圖示第 72 圖鐵心上不同點間磁勢之值。〕



〔第 74 圖 圖示第 72 圖變壓器漏磁路中磁流之分布。〕

定漏磁路截面之合理寬度為 30 釐，而其長度為 90 釐。至於漏磁路之長，則可用 65 釐。於是漏磁路中之磁阻為

$$R = \frac{l}{\mu A} = \frac{65}{1 \times 30 \times 90} = 0.024 \text{ 奧。}$$

而總共磁流為

$$\phi = \frac{0.4\pi NI}{\mathcal{R}} = \frac{11,000}{0.024} = 458,000 \text{ 馬。}$$

鐵中心之磁流估計為 4,350,000 馬，故漏磁流為

$$\frac{458,000}{435,000} \text{ 或總磁流之 } 10\%。$$

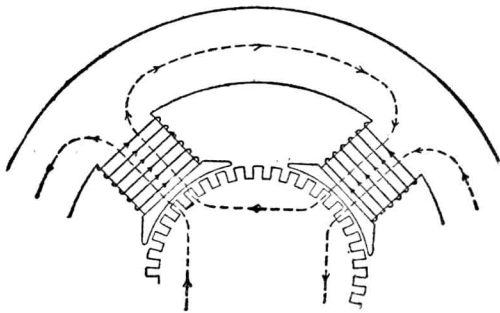
既有漏磁，則磁流經過鐵心非處處相同，如若精確計算，當將以前總磁流重行計算。但相差不致甚大，今可不重計之。

習題 6-24. 設第 72 圖所示變壓器之副圈電流由 1.5 增至 1.75 安，原圈電流保持不變，問主要磁流與漏磁流各若干？

習題 6-25. 第 75 圖示一四極發電機，在每極繞有線圈 770 匝，載電流 5 安；磁路中各部分之磁阻位落如下：

每氣隙	2582 安匝；
電樞	298 安匝；
每極	775 安匝？

問 (a) 磁軛之磁阻位落為若干？ (b) 隣極尖端間之磁位為何？



〔第 75 圖 四極發電機之磁路。〕

習題 3-26. 第 75 圖發電機隣極最近邊緣間平均距離 l 為 3.28 吋。兩極尖間漏磁路之截面為 7×0.5 吋。問兩極尖間之漏磁若干？

第六章 摘要

凡電路恆與一磁路或數磁路相鏈，並發生磁流。

在磁路中如磁流不變，則無能耗。

磁流變化，則在相鏈之電路中產生電勢。

如磁流之變化，在相鏈一匝線圈之電路中產生電勢一迭，則磁流變化率為每秒一馬。

馬〔克士威〕有時稱爲一磁線，爲磁流之單位。通常用以表示磁流之符號爲 ϕ 。

高〔斯〕爲磁流密度之單位，等於每一平方呎一馬之磁流。通常用以表示磁流密度之符號爲 B 。

磁流乃由磁勢產生，猶如電流由電勢產生然。

磁路之歐謨定律如下：

$$\text{磁流} = \frac{\text{磁勢}}{\text{磁阻}},$$

或

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}},$$

式中

ϕ = 磁流馬數，

\mathcal{F} = 磁勢吉數，

\mathcal{R} = 磁阻奧數。

$\phi\mathcal{R}$ 之值，稱爲磁阻位落，猶如電阻位落 IR 。

磁勢可由下式求得之：

$$\mathcal{F} = \frac{4\pi NI}{10},$$

式中

\mathcal{F} = 磁勢吉數，

N = 磁路周圍之線圈匝數，

I = 線圈中之電流安數。

每單位立方體物質磁阻之倒數即為該物質之磁導係數。磁阻可由下式求之：

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu A},$$

式中

\mathcal{R} = 磁阻奧數，

l = 磁路之長度釐數，

μ = 物質之磁導係數，

A = 磁路截面積平方釐數。

磁阻之並聯與串聯，其計算方法與電阻並聯或串聯時相同。

磁路中每釐長之磁勢稱為磁化力，以 H 表之。

磁導係數可認為 B/H ，可以 B 之高數除以 H 之每釐吉數得之。非磁性物質（包括真空）之係數為 1。磁性物質則自一至數千，隨磁化之程度而異。

磁化曲線乃以同時量得之 B 及 H 數值畫成者。欲計算任何磁路中磁流及安匝數之關係，此曲線極有用。

磁路中如有氣隙，則大半磁勢耗於此隙。

宇宙間無磁絕緣體，故常有漏磁。

計算漏磁，以跨漏磁路徑之磁勢，除以該路徑之磁阻，即得，惟磁阻難於決定，常須估計。

第六章 習題

習題 6-27. 第 55 圖中有一 50 匝之磁化線圈。如安計上指示 2 安，求作用於磁路中之磁勢。

習題 6-28. 一鑄鐵圓圈，截面為正方形，外直徑 4 吋，內直徑 3 吋，厚 0.5 吋，共繞磁化圈 150 匝。如有電流 2.7 安通過此線圈，而圈內發生磁流 7500 馬，求 (a) 鑄鐵之磁導係數，(b) 平均磁化力。

習題 6-29. 軟鑄鋼內欲得磁流密度 110,000 線/平方吋，問需磁化力若干？如為 102,000 線/平方吋，又若干？再算 60,000 線/平方吋及 50,000 線/平方吋時所需之磁化力。若磁流密度以高計，則各為若干高？

習題 6-30. 參考第 61 圖，如磁流密度為 12,500 高，問線圈內須通電流若干？

習題 6-31 某一磁路，以煉鋼片製成，長 1.6 呎，截面積 4 平方吋。如欲產生磁流 350,000 馬，問需若干安匝？

習題 6-32. (a) 如習題 6-31 中磁路之截面積大一倍，欲使所生之馬數大一倍，則應用若干安匝？(b) 此題中鐵心之容積，係二倍於第 6-31 題，而其磁流密度則相同，試解釋 (a) 中所得之答案。

習題 6-33. 在第 61 圖之磁路中，較長一邊之中心用鋸刻一闊 2 釐之氣隙，欲使磁流 60,000 線通過此磁路，問磁化線圈內之電流當需若干？

習題 6-34. 如習題 6-33 之氣隙祇闊 $\frac{2}{10}$ 釐，則需電流若干？

習題 6-35. 如習題 6-34 之磁化圈內電流為 0.5 安，問有若干磁流發生？

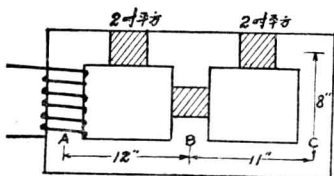
習題 6-36. 如第 76 圖所示，磁路為煉鋼片，如 A 柱中有磁勢 2000 安匝，而發生磁流 200,000 線，則 B 柱中當截切若何長之氣隙？設不計漏磁，且將 B 磁路之長定為 8 吋，問 B, C 二路中磁流各若干？如 A 柱上線圈長 6 吋，問線圈二端之磁位差若干？

習題 6-37. (a) 第 76 圖所示，鋼片製成之變壓器鐵心中，若無氣隙，而 C 柱內須產生

磁流 140,000 線，問需若干安匝？(b) 如在 A 處有 1500 安匝，求 A, B, C 中所生之磁流。

(c) 在 (a) 及 (b) 二部中再各求線圈 A 二端間之磁位差（假設線圈長 6 吋）。

習題 6-38. 在習題 6-33 中，設磁流減至零，然後向反方向增加，變化速度均勻，則在與磁路相鏈之副圈 500 匝中，能發生電勢 2 伏，求磁流完全換向所需之時間。



〔第 76 圖 內鐵式變壓器 (core-type transformer) 之磁路。〕

習題 6-39. 在鑄鐵及軟鑄鋼內，欲產生磁流密度 30,000 線/平方吋，問應需磁化力各若干？又欲生 6,000 高，則各需若干？又其磁導係數為幾何？

習題 6-40. 某一磁路，以煉鋼片製成，長 2 呎，截面積 5 平方吋。問欲產生 450,000 馬需若干安匝？

習題 6-41. 第 62 圖示一 U 形磁鐵， A, B 氣隙中有磁流 110,000 馬。鐵心由鋼片製成，平均長 4 吋，截面積 1 平方吋。 D, E 二部為鑄鐵，各長 3 吋，截面積 $1\frac{1}{4}$ 平方吋。在 A, B 之氣隙，長 0.04 吋，其截面積可作為 $1\frac{1}{2}$ 平方吋。在鑄鋼條 F 內之磁路，長 4 吋，截面積 $1\frac{3}{4}$ 平方吋。如 D 與 E 上所繞之線圈各載電流 0.45 安，問各線圈之匝數當為幾何？

習題 6-42. 第 64 圖中之磁化線圈有 400 匝，載電流 1.5 安，鐵心為煉鋼片所製成 A, C 二路各長 50 呎， B 柱長 20 呎。磁路之截面積均勻，為 16 平方呎。求磁路中之磁流密度（所得答案如與所有之安匝相差在 4% 內，實際上即可認為準確，因鋼之性質或有不同）。

習題 6-43. 今於第 61 圖所示之磁路之一長邊中鋸一氣隙，闊 $\frac{1}{2}$ 呎。如磁路中有磁流 60,000 馬，求磁化線圈內之電流。

習題 6-44. 如習題 6-43 中之氣隙祇闊 $\frac{1}{20}$ 呎，問需電流若干？

習題 6-45. 如習題 6-44 中線圈之電流為 0.4 安，問總磁流應若干？

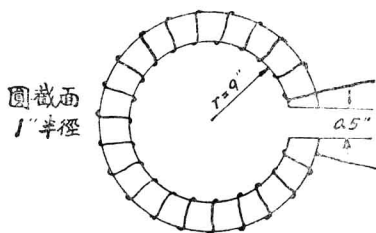
習題 6-46. 在第 72 圖之變壓器中，如原圈之電流增至 25 安，副圈之電流增至 2 安，求其主要磁流及其漏磁。

習題 6-47. 第 75 圖示一四極發電機之磁路。每極上繞以線圈 770 匝，載電流 7 安。磁路中各部磁阻位落如下：

每氣隙	2582 安匝；
電樞	298 安匝；
每極	775 安匝。

(a) 求磁軛中之磁阻位落；(b) 求隣極尖間之磁位。

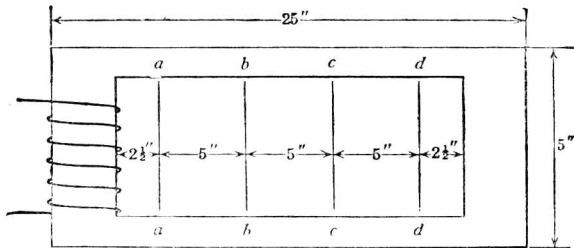
習題 6-48. 在第 75 圖中，發電機隣極邊緣間最近之平均距離 l ，等於 3.28 吋。尖端間漏磁路徑之截面積約為 7×0.5 吋，問極尖端間之漏磁若干？



(第 77 圖 圓錐曲線環形之磁路)

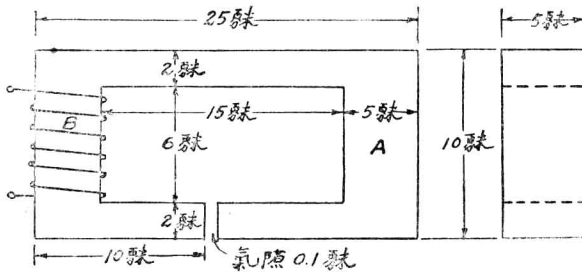
習題 6-49. 在第 77 圖中，氣隙須有磁流密度 10,000 線/平方呎。鐵心以軟鑄鋼製成，其磁化曲線與第 59 圖所示者同。如不計邊緣作用及漏磁，則線圈所載電不超過 25 安，問其匝數應為幾何？

習題 6-50. 參看第 78 圖，線圈有 3,000 匝，電阻為 300 歐，接於 115 伏直流電源上。鐵心左右二柱之截面積為 1.25 吋 \times 2.50 吋，上下二柱為正方形，面積為 1.25 吋 \times 1.25 吋。鐵心之材料為煉鋼片。(a) 不計漏磁，試計算鐵心內之磁流。(b) 求 $a-a$ 、 $b-b$ 、 $c-c$ 及 $d-d$ 間磁勢之安匝數。(c) 試畫一曲線，表明各處漏磁磁流密度分佈情形之大概。



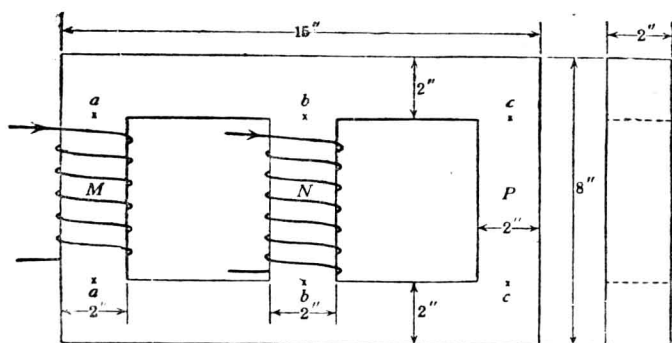
(第 78 圖 變壓器之磁路。)

習題 6-51. 第 79 圖示一煉鋼片製成之變壓器鐵心，有氣隙一，長 1 呎。今 A 柱中須有磁流 150,000 線。(a) 不計邊緣作用及漏磁，試計算在 B 柱上所需之安匝。(b) 如線圈有 120 匝，問需電流若干？



(第 79 圖 有氣隙之磁路。)

習題 6-52. 第 80 圖所示之鐵心，係煉鋼片製成，其 $B-H$ 曲線如第 59 圖所示。線圈 M 及 N 各有 400 匝， M 圈內有電流 7 安， N 內有 0.125 安，電流方向如圖上箭頭所示。求各部磁流，並求在 $a-a$ ， $b-b$ ， $c-c$ 間之磁位差。



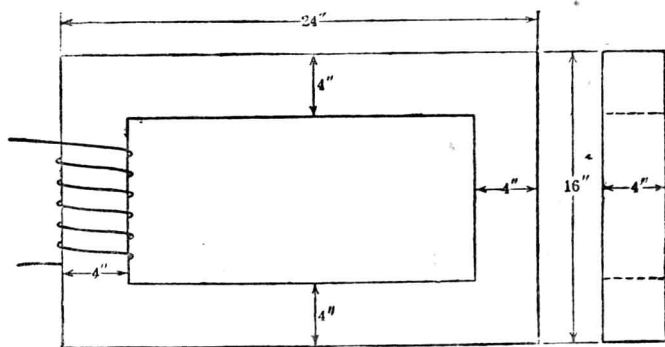
〔第 80 圖 備有二線圈之內鐵式變壓器。〕

習題 6-53. 第 81 圖示一變壓器之鐵心，係煉鋼片製成，外部大小為 $24 \times 16 \times 4$ 吋，截面積均為 16 平方吋，線捲有 896 匝。

線捲內電流為時間之週期函數，可以下列方程式表之：

$$i = 5.00 \sin (120\pi t)$$

式中 i 為安數， t 為秒數。

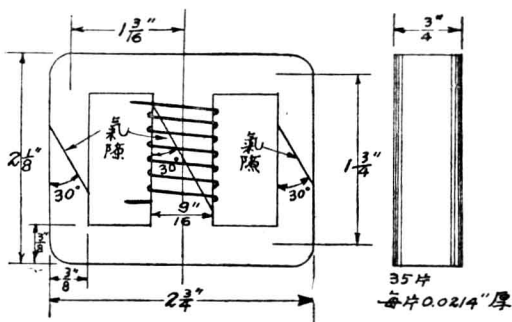


〔第 81 圖 均勻磁路。〕

試求在數不同時間之鐵心總磁流，並在一半週期內畫一圖解，表示電流及磁流各與時間之關係，而互相比較之。漏磁及磁滯作用均不計。(磁滯作用為磁鐵物質之一種特性，即某一物

質受磁化力而發生之磁流密度，與以前磁化之歷史有關。)

習題 6-54. 第 82 圖爲一音頻 (audio frequency) 之遏流圈 (choke coil)，乃常用於無線電電路者，其鐵心以疊片壓成，如圖所示。鐵心上每柱中部截分爲二半，其間隔紙片以調準氣隙。中央柱上繞有線捲。三氣隙各置厚 7 呎 (即 0.007 吋) 之紙。解此問題時假設鐵心之材料爲煉鋼片 (即第 59 圖之 $B-H$ 曲線)，並用下列平均長度：每柱長 $1\frac{3}{4}$ 吋，每連接部分長 $1\frac{3}{16}$ 吋。因外邊二柱對於中央柱完全對稱，故可以一等長而二倍截面之柱代表。欲使此遏流圈有效，須使磁流密度保持甚低。如在各部磁路中最大磁流密度不能超出 90,000 線/平方吋，求線捲內之電流。漏磁及氣隙之邊緣作用皆可不計。

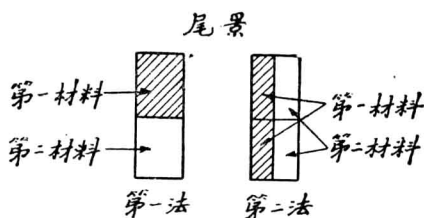


〔第 82 圖 音頻遏流線圈之磁路。〕

習題 6-55. 習題 6-54 中遏流圈之效力，與因電流變換而生之磁流變換率 (即 $\frac{\Delta\phi}{\Delta I}$) 成正比。此因在大量直流電上加以極小之交流電，遏流圈之感應係數可作爲等於 $N \frac{\Delta\phi}{\Delta I} \times 10^{-8}$ 亨 (henries)。試以圈內有習題 6-54 中之直流電時與圈內並無直流電時之效力相比較，假定在無直流時，磁阻位落均在氣隙處。解此問題時，可更假定鐵在磁化力增加與減少時，均照 $B-H$ 曲線。此假定與實際情形相差甚遠，欲詳細討論此問題，可參看各種論文*。

- * Experimental Wireless, Feb. 1928, p. 49; T. Spooner, "Effects of Superposed Alternating Field on Apparent Magnetic Permeability and Hysteresis Loss," Phys. Rev., 1925; and C. R. Hanna "Design of reactances and transformers which carry direct current," Journal A. I. E. E., Feb. 1927.

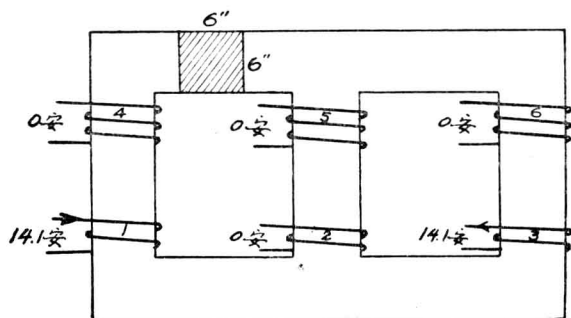
習題 6-56. 今欲裝置習題 6-54 中所設計之磁路，但煉鋼片僅及所應有之一半，其餘一半只能用軟鑄鋼代替，其性質如第 59 圖所示。裝置法有兩種，如下圖所示：



〔第 83 圖 材料之排列法。〕

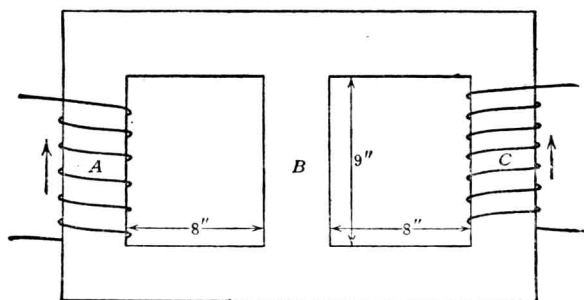
如氣隙闊 7 吋，而線捲內電流為 40 安，求中央柱內之磁流。假定漏磁及邊緣作用均不顯著。

習題 6-57. 第 84 圖，示一 3 相 60 周波變壓器，其各線圈內電流在某一時間之瞬值及方向乃如圖中所示。各線圈之繞法方向相同。線圈 1, 2 及 3 各有 200 匝，4, 5 及 6 則各有 40,000 匝。自 a 至 b 之平均長，經 A 部為 72 吋， B 部為 36 吋， C 部為 72 吋。鐵心截面積為 6 平方吋，乃以 14 吋厚之矽鋼片疊成，其 $B-H$ 曲線可用第 59 圖上之煉鋼片曲線，且可假定磁路中並無氣隙。求各柱中磁流之瞬值。照此設計，問用鐵是否經濟？



〔第 84 圖 三相變壓器，具有原線圈及副線圈。〕

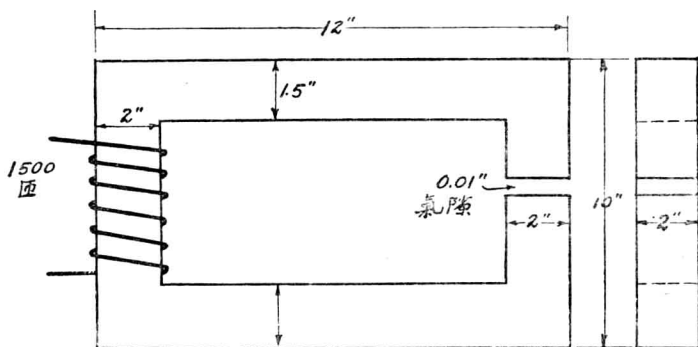
習題 6-58. 如第 85 圖，一磁路有二磁勢 A 及 C 作用其上，其方向如圖中所示（即磁通增高之方向）。鐵心之各部皆為 2 吋平方。



〔第 85 圖 內鐵式變壓器，二柱上各有一線捲。〕

如 A 及 B 二柱上各有 800 安匝，問 A, B 及 C 各部磁流若干？漏磁可不計，所用材料為煉鋼片。

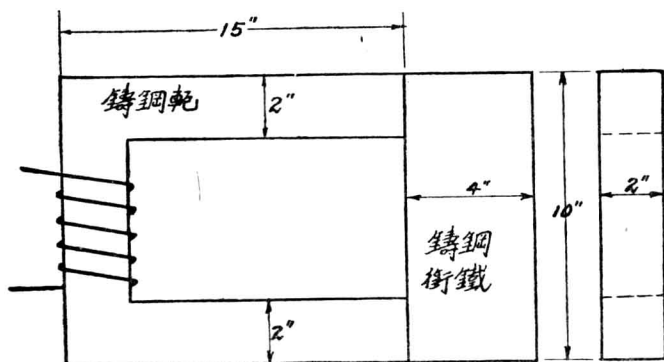
習題 6-59. 如第 85 圖所示， A 有 3,000 安匝， C 有 500 安匝， B 柱上有 0.1 吋之氣隙。如不計邊緣作用及漏磁，問各部磁流將為若干？



〔第 86 圖 有氣隙之磁路。〕

習題 6-60. 第 86 圖中鐵心為煉鋼片，如 C 處欲得磁流 324,000 馬，問 A 處線捲中之電流需幾何？（漏磁及氣隙之邊緣作用可不計。磁流各部可用平均長度。）

習題 6-61. 在習題 6-60 中，如 A 圈有電流 1 安，求所得之磁流（不計漏磁）。



〔第 87 圖 鑄鋼之電磁鐵，帶一鑄鐵之銜鐵 (amature)。〕

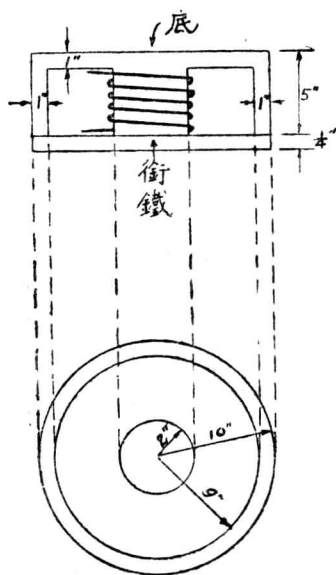
習題 6-62. 參看第 87 圖，如不計漏磁，而欲磁路中生 400,000 線，問 A 處 1,000 匝線圈內應載之電流若干，假設磁軛為軟鑄鋼，銜鐵 (armature) 為軟鐵，而磁軛之截面均勻。鑄

鐵與鑄鋼接觸處之磁流密度較鑄鐵他部為高，且接觸處略有氣隙，亦能增高磁阻，故可在磁路中外加一與磁軛截面相同之 2 吋長軟鑄鐵，作為代表因上述兩作用所增之磁阻。

習題 6-63. 第 88 圖示一圓形起重磁鐵，係合金製成，其磁導係數在此所論及之磁流密度範圍內，可認為不變，等於 1000。

如欲在 A 處得磁流 50,000 線，問在 A 處需若干安匝？磁路各部可用平均長度，但須注意底面及銜鐵各部不同之截面積。接觸磁阻及漏磁可不計。

習題 6-64. 在第 89 圖中，有用之磁流係經過二鋼極間之氣隙，蓋有一部磁流乃分流於磁路中之一鑄鐵部分。在磁流密度低時，總磁流之大半經過鑄鐵，但在密度高時，鑄鐵幾至飽和狀態，則大半磁流將經



〔第 88 圖 圓形起重磁鐵。〕

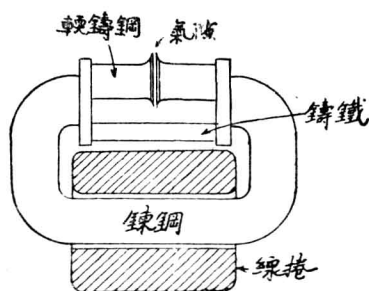
過氣隙。

(a) 問在氣隙中之磁流密度爲若干時，庶使氣隙內之磁流等於鑄鐵內之磁流？

(b) 問產生此磁流之線捲當需若干安匝？計算時可用第 59 圖上之 $B-H$ 曲線，而不計漏磁及邊緣作用。磁路各部平均長度如下：煉鋼片磁軛連同凸緣 (flanges) 長 30 吋，截面積 6.0 平方吋。鑄鐵分流器長 6.2 吋，截面積 2 平方吋。每一鑄鋼極長 3.0 吋，截面積 5 平方吋。氣隙長 0.2 吋，截面積 10 平方吋。

此種裝置實際上常用之，即以高度飽和之磁路，並聯於一低度飽和之磁路，庶使有用磁流及磁勢間之關係，可有相當變化，而切合於實在之需要。

(c) 問如線捲供給 1000 安匝，氣隙內之磁流密度若干？



〔第 89 圖 用一並聯磁路以調準有用磁流之情形。〕

第七章 磁 場

(The Magnetic Field)

磁鐵中之磁流密度，將於下章詳細討論，本章姑先述空氣中磁場各點之磁流密度。以空氣之磁導係數為一，且與磁流密度之大小無關，故其情形比較在磁鐵中為簡單。

68. 線積分定律 (the line integral law)。由上章所述知

$$\phi = \frac{0.4\pi NI}{\mathcal{R}} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} \quad (I \text{ 以安計}) \quad (1)$$

此式不論磁路均勻與否均可適用。在磁路不均勻時，吾人可寫作

$$\mathcal{F} = \int \phi dR \quad (2)$$

若以 BA 代 ϕ ，以 $\frac{l}{\mu A}$ 代 \mathcal{R} ，乃得

$$\mathcal{F} = \int \frac{B}{\mu} dl = \int H dl \quad (3)$$

\mathcal{F} 既等於 0.4π 乘安匝數，故可得

$$\mathcal{F} = 0.4\pi NI = \int H dl \quad (4)$$

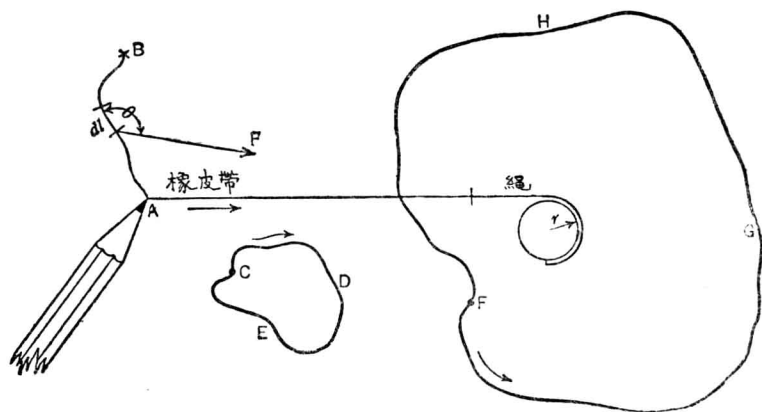
上式若以文字表之，即在磁場中，每一閉合周路中磁化力之線積分乃等於 0.4π 乘該路所鏈之安匝數。

惟求上式時， H 與所取線積分之磁路方向，假定相同。如不同時，則 H 之大小值及其方向須同時顧到。故更普及之定律，乃為 H 投影

於線路方向之線積分，等於 0.4π 乘相鏈之安匝數。因此線路上任何一點之 H 方向與 dl 方向所成角度須有明白表示。凡走盡線路一週，並未與任何安匝相鏈，則 H 之線積分為零；如有，則 H 線積分之值等於 0.4π 乘所鏈之安匝數。

今試舉一例，或可使上述種種，易於明瞭。如有一點，受外力之作用，而依一線路移動，該力之線積分即等於線路之長乘以作用於該線路同方向部分之平均力。換言之，在線路上每點，以作用之力及其與線路所成角之餘弦相乘，循線路而取線積分，則結果即得該力在該路之線積分。

今再舉一例，設有一繩，一端繫於一不動圓柱上，一端接一富有彈性之橡皮帶，帶之另一端縛一鉛筆頭，如第 90 圖所示。橡皮帶拉力



(第 90 圖 鉛筆用橡皮帶及繩繫於一固定之柱上。當鉛筆自 B 至 A 時橡皮帶之力之線積分即為鉛筆由 B 至 A 所做之工作。)

方向，如箭頭所指。此力沿 AB 線路之線積分，即為筆頭由 A 至 B

時所做之工作。今 F 代表力， W 代表工作，則

$$W = \int_A^B \overline{F} \cdot d\mathbf{l}^*, \quad (5)$$

此即線積分之方程式， F 上一畫，表示 F 為矢量，方向及大小，二者兼有之。上式又可寫作

$$W = \int F \cos \theta \, dl \quad (6)$$

其意義即謂線路上分成無數小段，長為 Δl ，在每一小段上之力，將其大小值，及其與線路方向所成角之餘弦相乘，一一相加，加得之結果顯然為橡皮帶移動鉛筆自 A 至 B 時所做之工作，或可稱為橡皮帶所供給之能力。

設筆頭在一閉合周路 CDE 內移動，則繞此線路一週之線積分為零，即

$$\int_{CDEC} \overline{F} \cdot d\mathbf{l} = 0. \quad (7)$$

蓋橡皮帶回至原處，並無變化，而仍富有彈性，故無工作可言。

設閉合周路為 FGH ，與橡皮帶所接之圓柱相鏈，則力之線積分不復為零。因筆頭自 F 點繞一圈而回至 F 點時，橡皮帶繞於圓柱上一週，亦即被拉長 $2\pi r$ 單位。如橡皮帶彈性不變，橡皮帶每拉長一單位之力當為一常數。將此常數乘 $2\pi r$ ，即為橡皮帶所做之工作。今以 K 代表拉長橡皮帶一單位長所需之力，於是

* 方程式中 \overline{F} 與 $d\mathbf{l}$ 當為點乘積。點乘積者，矢量學上之一種名稱，意即二矢量 (vectors) 數值之相乘積，復乘以二矢量所成角之餘弦。

$$\int_{FCHF} \vec{F} \cdot d\vec{l} = 2\pi r K \quad (8)$$

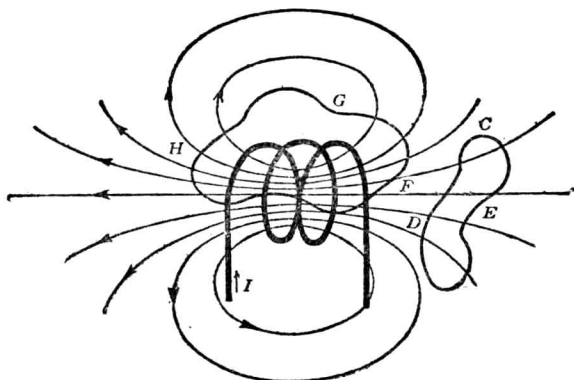
應用於磁場之定律，與上式頗肖。在許多教科書中，或有引用一理想之單點北極以助解釋者。設將此單點北極置於磁場中之某一點，則因磁場之作用而受一種機械力。此機械力之大小值及方向即等於磁場中該點磁化力 H 之大小值及方向。此種假說，似可不必，有時或竟反多誤會。

根據上述理論，再依吾人所假定之磁勢與磁流單位（歐克秒制之電磁單位）可得下式

$$\int_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0.4\pi NI \quad (9)$$

應用此式，可考察任何不規則磁路中之磁流分佈情形，例如空氣中之磁路，其磁流即向各方散佈，甚為複雜。但吾人應牢記此種磁流線並非真實存在，乃僅用以約略代表物理現狀者。

設有一線圈懸於空中，附近假定無順磁物質（即 $\mu = 1$ ），則磁場



〔第 91 圖 在磁場中任意路徑之線積分即為是路之磁勢。〕

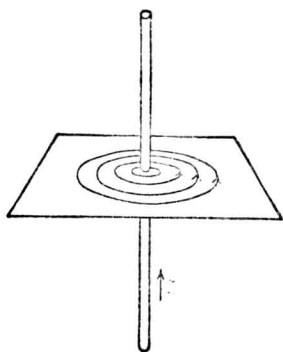
向外散佈及伸長情形如第 91 圖所示。吾人可以之與電路作如下之比較設有一普通手電筒用之乾電池懸於大鹽水缸中，則電路將經鹽水而周通。負向游子由電池正極經溶液而至負極，其路徑散佈情形將與第 91 圖之磁流相仿。第 91 圖所示螺管之磁阻，頗難計算。但吾人已知周路 DCE 之 H 線積分爲零，而周路 FGK 之 H 線積分爲 0.4π 乘圈內之安匝數。有此關係，即可求載電線圈附近空氣中之磁流密度（假定附近並無順磁物質）。

69. 直長電線四週之磁場。 今先研究極長電線載電時附近四週之磁流密度。此問題在考察輸送線或電話線四圍情形時，極關重要。如電話與電車線並行，且頗接近，則聽筒內每可聽得因電車電動機所取電流變換而生之聲音。此種聲音，乃由電車線四週所生之磁場與電話線相鏈，於是磁場變換，在電話線上遂由感應而生電勢。輸送線之調整，即零載與滿載時所差之電位，皆視線四週磁場若何而定。因之，對於此問題，當作更進一步之研究。

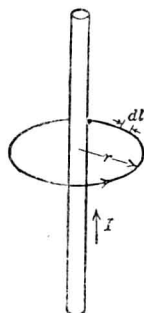
今有一載電之電線，與磁性物質及其他載電電線相距頗遠，則其四週磁流分佈形狀，爲無數同心圓形，以線之中心爲圓心。由對稱之理，可推測當有如此之現象，然亦可由試驗方法以證實之。以一直長電線穿過一紙片，通以電流，紙片上撒以鐵屑，將紙片輕輕彈動，則鐵屑自行列成圓形，如第 92 圖所示。各種順磁材料之長徑，既必欲與磁場並行，故此圖足以證實磁場之確係圓形*。電線既通電流，今欲完成

* 按鐵屑之分佈，將使磁場略受畸變，但並不顯著。

其週路，必有一回路，此回路假定在極遠處，其所發生之磁場影響，可置之不問。



〔第 92 圖 表示電流方向與電線內電流所生磁場之關係。〕



〔第 93 圖 與一載電流 I 之電線相距 r 處之磁化力。〕

欲表明磁流線之方向，可應用右手螺旋法則 (right-hand screw convention)。若磁流線或矢量 H 或 B 之正方向，為右手螺旋帽上一點轉動時之方向，則螺帽前進之方向，即為產生該磁流線之電流方向。換言之，若以右手握載電之電線，伸出大指，指定電流方向，則其餘四指繞於線上，即指磁流線之正向。用此法以定方向，可求第 92, 93 兩圖上磁流線之正向，如箭頭所示。

今再研究此種圓形磁場之強度。在第 93 圖中，設繞電線畫一圓圈，半徑為 r 。磁流線既均在同心圓上，故該圓上各點 H 矢量之方向與圓相切。於是 H 沿此圓之線積分即為 H 乘圓周。如電線載電 I 安，

則得

$$\int_l \overline{H} \cdot dl = 0.4\pi NI,$$

因 $N=1$ ，於是得

$$2\pi r H = 0.4\pi I,$$

$$H = \frac{0.2I}{r}, \quad (10)$$

式中 I 為安數， r 為呎數。如 I 為迭，則

$$H = \frac{2I}{r}。 \quad (11)$$

電線既在空氣中， μ 為一，依呎克制電磁單位， B 與 H 之數值相等，即

$$B = H = \frac{0.2I}{r}。 \quad (12)$$

如電線周圍為 μ 不等於一之介質，但 μ 為一常數，則取線積分 $\int \overline{H} \cdot dl$ 可得

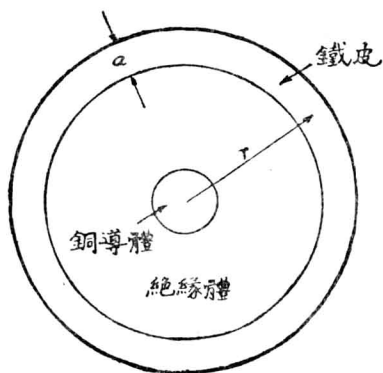
$$B = \mu \frac{0.2I}{r}。 \quad (13)$$

上述情形在電纜 (cable) 中可發現。電纜截面圖見第 94 圖。導體居中外包以鐵皮。在此磁場中，乃有兩種介質，但磁場與物質均呈圓形。依對稱之理，不論每一介質內起何變化，磁流線決不能一半在此介質中，

而對稱之另一半在其他介質中。如鐵皮之厚為 a ，其值較 r 為小，而其磁導係數之平均值為 μ ，則鐵皮周圍每釐長所有之磁流線為

$$\phi = \mu a \frac{0.2I}{r} \quad (14)$$

上例即為工程學上常遇之近似算法，亦即逐步推求法之初步。吾人如將鐵皮分成無數同心之圓筒，其厚與 r 相較為甚小，則每一薄圓筒圓周上各點之磁化力 H ，即可依上法求得，而後求其相當之 B 。將各圓筒內之磁流相加，則得鐵皮內之總共磁流。

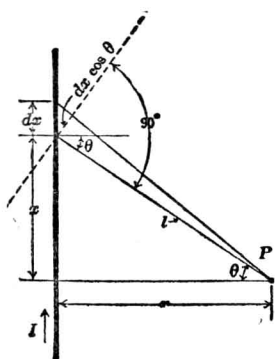


〔第 94 圖 在鐵皮中之銅導體。〕

方程式 $H = \frac{0.2I}{r}$ (如用釐克秒制之電磁單位，則 $H = \frac{2I}{r}$)，稱為鮑-沙(Biot-Savart)定律。因鮑沙二氏於 1820 年，測量磁針在磁場各處所受力之大小而發現此種關係。彼等之作此試驗，乃受當年奧斯特(Oersted)發現載電直長電線四週有磁場之影響。同時法國著名物理學家安培(Ampère)，亦步奧氏之後塵，作精細之研究，而試得二

導體載電時相生機械力之關係。當其初試時，即用試探法。首先假定一方程式，表明導體上任何一段原長所能發生之磁場。再將導體之排列及其形狀改變而應用此方程式以計算磁化力 H 。將所得結果與實驗結果相較，不合處略行改變，直至得最後之正確結果為止。此種方法，在研究似知非知之實驗結果時常用之。

今依安培晚年所用之方法推求上述方程式如下：參看第 95 圖，今



〔第 95 圖 求由導體 X 之電流 I 而產生在 P 點之磁化力 H_0 。〕

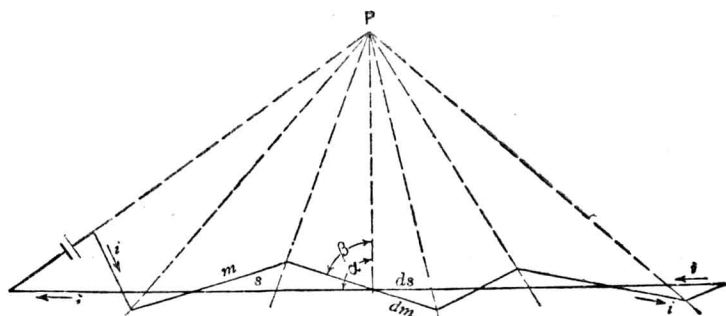
有一 P 點，離載有 I 逆電流之直長電線 r 呎（以垂直距離計）。安培氏假定電線上單位電路 dx 發生磁化力 dH ，為一矢量，而總共磁化力 H ，即為各 dH 之總和。彼又理想一公式表明單位電路 dx 對於 P 點之磁場關係，但此公式對電路全長之積分，應與實驗結果符合。彼以簡明之理，認為此公式必含 I 及 dx 之因數，而與自 dx 至 P 點之距離 l 亦必有關。於是假定一

“反平方定律” (inverse square law)，即

$$dH = \frac{I dx}{l^2}。$$

至此安氏以為尚有其他因數存在，最顯見者即為單位電路之方向關係。後以三角函數中之 θ 角加入，再作一度試驗，研究一電路，含有一直長電線 S 與一曲屈電線 m （二線路徑大略相同）。安培以實驗證明，如 P 點與電路之距離較電路中二線相隔最大距離更大時，則磁場強度幾

等於零，如第 96 圖所示。由是可知，所欲加之三角函數，對於 θ 稍



〔第 96 圖 圖示安培試驗用以證明當 P 點距電路較曲直兩線間最大距離為大時在 P 點之磁效應，被曲折繞回之電線磁效應抵消。〕

有差異，磁場不致受大影響，於是 $\cos \theta$ 似乎為當加之因數。安氏乃以公式 $dH = \frac{I \cos \theta dx}{l^2}$ 在簡單情形下試之，將其積分而得正確結果。於是即假定其在任何情形下，亦當準確，此即今日所謂之安培方程式 (Ampère's equation)，即

$$dH_p = \frac{I \cos \theta dx}{l^2} \quad (15)$$

上式可求其積分如下：

依右手螺旋法則， dH_p 之方向必垂直於含有 dx 與 l 兩線之平面而穿入書面*。故當 x 自 $-\infty$ 而至 $+\infty$ 積分時， dx 對於 P 點所發生之影響

* 在此題中， $dx \sin \theta$ 之一部電路，亦在含有 dx 及 l 線之平面內。但此電路，因沿 l 線，故對於 P 點不發生磁化力。

可直接相加，即

$$H_p = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I \cos \theta}{l^2} dx. \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{但 } x &= r \tan \theta, \\ dx &= r \sec^2 \theta d\theta, \\ l &= r \sec \theta. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

將(17)各值代入(16)，再將上下之極限改作 $-\frac{\pi}{2}$ 與 $+\frac{\pi}{2}$ 則得

$$H_p = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{I \cos \theta r \sec^2 \theta d\theta}{r^2 \sec^2 \theta}. \quad (18)$$

積分後得

$$H = \frac{I}{r} \left[\sin \theta \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{2I}{r}. \quad (19)$$

由以上方程式積分所得之結果，與鮑、沙二氏實驗所得之結果，及線積分所得之結果均符合。按安培關於單位電路對外點所生磁化力之假定，若將全線路取積分，可得正確之結果。然此並不足以證明僅有安培方程式，可得正確結果。惟以安氏既已宣布此種方式，後人乃沿用之，以計算各式各樣電周路在空氣中所生之磁化方及磁流密度。此種計算所得之值，恆與實際測得者相符，是以吾人可以假定在閉合周路中，下列方程式為合理，而不必另求證明。即

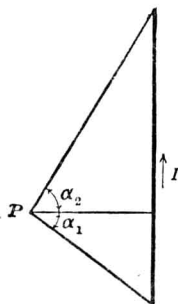
$$\int_l \overline{H} \cdot dl = 0.4\pi NI, \quad (I \text{ 以安計}) \quad (20)$$

及
$$dH = \frac{I \cos \theta dx}{r^2} \quad (I \text{ 以安計}) \quad (21)$$

上述載流電線附近磁化力之公式，祇適用於一無限長之電線，其回路相隔極遠，而此線附近並無鐵磁物質，且其導入線及回路線之電流影響，亦可不計而無妨礙。在普通所需準確度情形下，若電路之長，較之某點與該線間之距離長得甚多，即可應用上式而不致有大錯誤。例如，一 10 米長之電路，求其所發生在距離 10 呎處之磁場強度，如用此公式，則所得結果之準確程度在工程上已可適用。實則對於較短電路，亦有相當辦法，祇須將 (19) 式之上下二極限略變。參看第 97 圖，設此線兩端，在 P 點成 $\alpha_1 + \alpha_2$ 之角，如用 $-\alpha_1$ 及 $+\alpha_2$ 為上下之積分極限，則得

$$H = \int_{+\alpha_1}^{-\alpha_2} \frac{I \cos \theta d\theta}{r} = \frac{I}{r} [\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2] \quad (22)$$

如 P 點在電線中點之垂直線上，則 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ ，而



〔第 97 圖 導體在 P 點展成一 $(\alpha_1 + \alpha_2)$ 角度。〕

$$H = \frac{2I}{r} \sin \alpha \quad (23)$$

上法計算一短電線之磁場影響，似乎不妥，因電流必於閉合周路中方可流通。關於斷路電路之磁場影響，如天線 (antennae) 等等，不在本書範圍內，將不加討論，且對於此種電路，以上說法亦應改變。但短電線每為電路之一部，若假定“直線重疊效應定律” (law of linear superposition of effects)，則全電路之影響，可由各部影響相加而得。

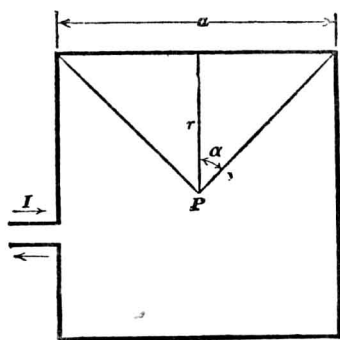
例如一正方形線圈 (第 98 圖)，有電流 I 流通，今欲求其中點之磁流密度，則解法極為明顯，蓋總磁流密度必為一邊所發生者之四倍，即

$$B = H = \frac{8I}{r} \sin \alpha_0 \quad (24)$$

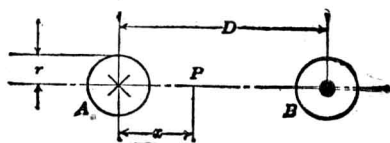
如正方形每邊長為 a ，則 $r = \frac{a}{2}$ 。 P 既在中點， $\alpha = 45^\circ$ ，於是得

$$B = \frac{16I}{a\sqrt{2}} \quad (25)$$

上述線圈附近，假定並無鐵磁物質。



〔第 98 圖 求 P 點之磁密， P 為方形載電電線之中心。〕



〔第 99 圖 A 與 B 代表平行載電二導體，電流由 A 流出而回至 B 。〕

今再舉一例，第 99 圖示一對輸送線，電流由一線流出，而由另一線流回（端接線假定在極遠處）。設此二線隔距為 D ，線半徑為 r 。在二線中心軸上，離 A 線 x 處有一 P 點。此處之磁流密度可求得如下：由 A 線所發生之磁化力為

$$H_{PA} = \frac{2I}{x} \circ \quad (26)$$

其方向即在圖中之紙平面上，垂直 AB 而向下（右手定則）。 B 線內電流之量與 A 同而方向適反，故在 P 點發生磁化力 H_{PB} ，其方向與 H_{PA} 相同，而其大小值為

$$H_{PB} = \frac{2I}{D-x} \circ \quad (27)$$

於是在 P 點之總磁化力為

$$H_P = \frac{2I}{x} + \frac{2I}{D-x} = B_P \quad (28)$$

因電線在空氣中，故 $H_P = B_P$ 。二線間每呎長之總磁流（線內磁流可參看 70 節），可由 (28) 式，自 r 至 $D-r$ 極限積分而得下式：

$$\begin{aligned} \phi &= 2I \int_r^{D-r} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x} \right) dx \\ &= 2I \left[\log_e x - \log_e (D-x) \right]_r^{D-r} \\ &= 4I \log_e \frac{D-r}{r} \text{ 馬/呎輸送路線總長,} \quad (29) \end{aligned}$$

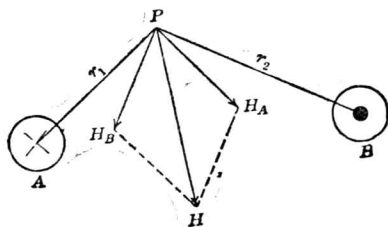
其中 I 以安計。

如對電線實際長度言，則

$$\phi = 2I \log_e \frac{D - r}{r} \text{ 馬/呎電線長。} \quad (30)$$

由此法推廣之，可求並行導體之磁鏈 (flux linkage) 及自感係數。

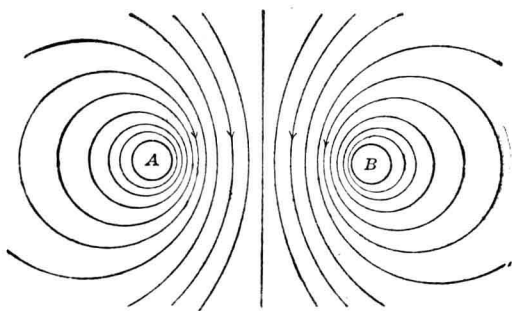
如 P 點不在連 AB 中心之線上，如第 100 圖所示，則欲求總磁化



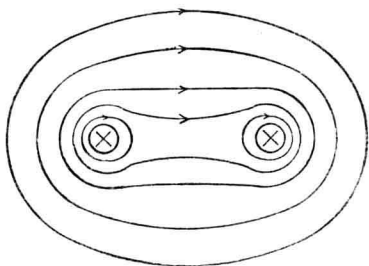
〔第 100 圖 P 點不在 AB 連接線上，故是處之磁化力應
為 H_A 與 H_B 之合力。〕

力，須將 H_{PA} 及 H_{PB} 依矢量方法相加，蓋此二磁化力雖在同一平面而方向不同，故當依幾何法相加而不能依代數法相加。

將此二線附近，每點之 H 值求出，再得每點之 B 值，吾人即能將其磁場狀態畫成一圖。凡二導體載有同量而反向之電流，其磁流分佈如第 101 圖。由此可見有一羣圓圈環繞於二並行電線，圓心均在二並行電線中心軸上，但並不同心。此圖亦可以鐵屑試驗以證實之。同樣，如兩電線所通之電流同量而方向相反，則其磁流分佈約如第 102 圖。吾人從實驗（即 1820 年安培所做過）可知，凡二並行電線，如所通電流方向相反，則兩者相拒，如同則相吸。參看第 101, 102 兩圖，吾人可加以解釋，即磁流線每有一種趨勢，使磁場內儲能為最小。換言之，



〔第 101 圖 兩平行載不同方向電流之電線之磁場形狀。〕



〔第 102 圖 兩平行載同方向電流之電線之磁場形狀。〕

磁流線同向並行時，有擠散之勢，反之則有縮短之勢。故二導體載反向電流則相拒，載同向電流則相吸，而磁流線有如拉緊時之橡皮帶。更精密言之，作用於載電導體之機械力，與電流方向及在未載電時所存在之磁流密度方向互相垂直，且此機械力之方向有減少磁場儲能至最小之趨勢。機械力大小之計算及其在電工上之重要，後將詳細討論之。

習題 7-1. 今有一直長電線，載電 9 安。如於線外，作一 3.0 吋之圓周，求 H 之線積分。

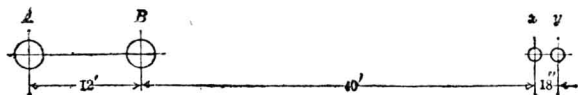
習題 7-2. 一直長電線在空氣中，其垂直平面上有一點，距電線中心 8 吋，今在該點欲產生磁流密度 4 高，問電線當載電流若干？

習題 7-3. 美規 14 號銅載電 10 迭，求垂直於該線軸之直線上各點之磁流密度，並畫一曲線。

習題 7-4. 一長方形之線圈，6 吋長，10 吋闊，載電 8 安。求在二對角線交點之磁流密度。線圈在空氣中，導入線之影響可不計。

習題 7-5. 一對美規 000 號銅線在空氣中相距 6 呎，每線長 1 哩。如二線各載同方向之電流 30 安，求其所包圍之磁流。如電流方向相反，再求其所包圍之磁流。端末影響可不計。

習題 7-6. 在第 103 圖中， A, B 表示一對單相來回輸電線，載電最大值為 60 安。 x, y 為一對電話線，與電力線 (power line) 並行。問在電力線中電流最大時，電話線每哩所鏈之磁流若干？



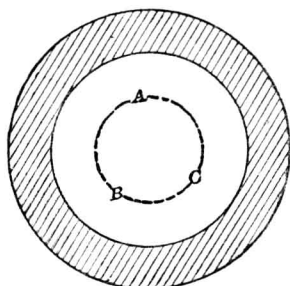
〔第 103 圖 A, B 表示來回輸電力輸送線； x, y 為一對電話線。〕

習題 7-7 在第 7-6 題中，電力線之電流，由最大值 +60 安變至 -60 安，每秒鐘變換 100 次。如電話線長 20 哩，問在半週期間，電話線上由感應而生之平均電勢若干？

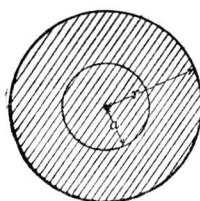
習題 7-8. 在第 7-6 題中，如電話線離 B 40 呎而在一垂直平面中， x 高於電力線 9 吋， y 則低 9 吋，問每哩電話線相鏈之最大磁流為若干？

70. 導體內之磁場。 前曾提及，凡一導線輸送電時，不僅線之四週發生磁場，線之內部亦有磁場發生。今先試求圓柱形導體內部之磁場強度。

第 104 圖為一圓筒形導體之截面圖。設導體為非鐵磁物質，且其



〔第104圖 筒形導體〕

〔第105圖 半徑 r 之實心圓柱導體〕

截面上電流密度處處相同。於是依對稱原理，磁力線將為許多圓圈且此種圓圈，皆與該筒形導體同心。換言之，表示磁場內任意一點 H 之公式，其變數祇為半徑 r 。今取筒內任意一圓，如 ABC ；此圓既未圍繞導體，故 H 之線積分為零。吾人前已證明，凡沿不鏈電流之線路取 H 線積分，結果為零。今此導體既在 ABC 圓外，即沿 ABC 電路無電流可鏈，則繞圓一周之 H 線積分為零。以前曾言，一圓周上各點之 H 皆同，故 H 之本身亦必為零。上述現象適合於筒內任何圓圈。因之吾人可以下一斷語，凡筒形導體之電流密度均勻，則筒中各處之磁場皆為零。

今有半徑 r 之實心圓柱導體，如第 105 圖，截面上勻佈電流，求其距中心 a 處之磁化力或磁場強度。

依對稱原理，圓周上各點磁場強度 H 之大小值相等，而方向與圓上各點相切。故 H_a 之線積分為 H_a 乘以圓周之長，即

$$\int_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2\pi a H_a. \quad (31)$$

吾人已知 H 線積分等於 $0.4\pi NI$ ，其中 N 為匝數，在此為一， I 為線積分路徑內之電流安數，在此即為 r_a 圓內之電流，為總電流之一部。如總電流為 I 安，則半徑為 a 之圓截面內電流可姑作為等於 $\frac{a^2}{r^2} I$ 安，於是得

$$2\pi a H_a = 0.4\pi \frac{a^2}{r^2} I$$

或
$$H_a = \frac{0.2I}{r} \frac{a}{r} \text{ 吉/驛} \quad (32)$$

如導體為銅，磁導係數為一，則

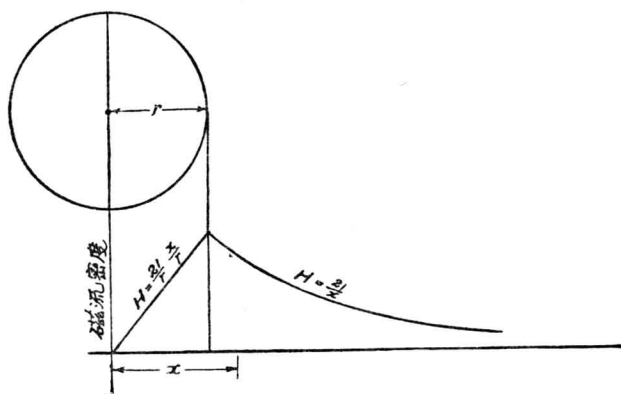
$$B_a = H_a = \frac{0.2I}{r} \frac{a}{r} \text{ 高。} \quad (33)$$

如導體之磁導係數大於一，如鐵，則計算 B_a 時須將磁導係數加入而寫作

$$B_a = \mu \frac{0.2I}{r} \frac{a}{r} \text{ 高} \quad (34)$$

或由 $B-H$ 曲線，按 H_a 而得相當之 B_a 。

至此，吾人可求勻流導電線內外任意一點之磁場強度，而以求得結果用圖解表示，如第 106 圖。圖中縱坐標代表磁場強度，橫坐標代表各點至中心之距離。觀此曲線，可知導線內各點之磁場強度，依一定法則，而線外又依另一法則，因之曲線上發現一不連續點。如導線磁導係數不等於一時，則導線表面上之磁場強度將有二值：自內至表面為一值，自遠處另一介質而至表面又為一值。如導線磁導係數為一，則無如此現象。



〔第 106 圖 圖中所示曲線可知在電線表面之磁流密度為最大。〕

大導線內磁流之分佈，在交流電中，有更重要關係。此種磁流線變化一如電流週波之變換，乃引起“皮膚作用”(skin-effect)，即電流集中於導體表面，因之對於高週波交流之電阻，較之對於直流者為大。

在此當可下一磁鏈之準確定義，即如有電路一匝，為一根磁流線所鏈(link)，即稱一磁鏈(flux linkage)。如有 N 匝之電路被 ϕ 根磁流線所鏈，即有 $N\phi$ 磁鏈，故

$$\text{磁鏈數} = N\phi$$

式中 ϕ = 磁流與電周路相鏈之線數。

N = 電周路與磁流相鏈之匝數。

N 可為整數，可為分數。若 N 為分數，其意義即為磁流線未鏈完全電路。如第 105 圖所舉之例，即此情形。蓋導體內任何磁流線均未能完全與導體相鏈，而祇與磁流線內之一部分電路相鏈。故 N 之值當為 $\frac{I'}{I}$ ，

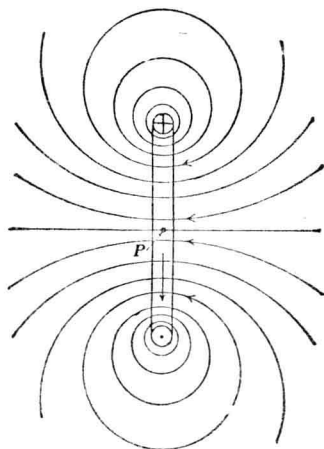
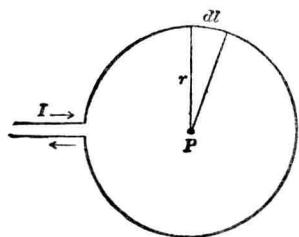
I 為導體內之總電流， I' 即為某部內之電流。此種情形，可稱為部份磁鏈* (partial flux linkage)。導體內之總磁鏈即為各項部份磁鏈之總和或積分。

習題 7-9. 在第 7-3 題中，試以電線中心作原點，畫電線內部磁流之圖解。作圖時可將電線直徑放大，俾得適當之大小。

習題 7-10. 今有一實心圓柱電線載有電流。試求一公式表明每線電線內部之總磁流。

習題 7-11. 求第 7-10 題之磁鏈公式。

71. 一匝載電圓形導體中心之磁流密度。今有一匝載電圓形導體，



(第 107 圖 一匝圓形導體，載電 I 安) (第 108 圖 第 107 圖導體之側面圖。)

如第 107 圖所示，試求其中心之磁流密度。第 108 圖示其側面剖視圖，磁流方向亦曾表明。中心 P 點之磁流線，乃垂直於圖之平面。

在第 107 圖中，長度 dl 發生若何磁化力於 P 點，可用公式 (21)

* 有人下磁鏈之定義，為電流迭數或安數之被一部磁流包圍者。

得

$$dH = \frac{I dl}{r^2} \cos \theta$$

dl 既垂直於半徑 r ，故 θ 爲零，而 $\cos \theta$ 爲一，於是上式變爲

$$dH = \frac{I}{r^2} dl. \quad (35)$$

總磁化力即 dH 之積分，

$$H = \int dH = \int_0^{2\pi r} \frac{I}{r^2} dl \quad (36)$$

此積分係繞圓圈一周，故得

$$H = \frac{2\pi I}{r}. \quad (37)$$

若此線圈在空氣中，則磁流密度爲

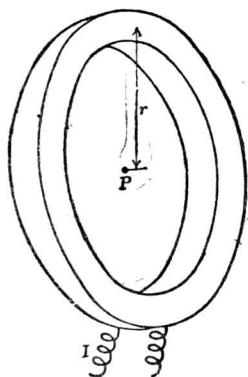
$$B = \frac{2\pi I}{r}, \quad (38)$$

式中 I 爲茲數。如爲安數，則

$$B = \frac{0.2\pi I}{r}. \quad (39)$$

參考方程式 (37)，吾人又可得茲之定義如下：

如電流於半徑一呎之一匝線圈內流動，而線圈中心發生 2π 絕對電磁單位 (absolute electromagnetic unit) 之磁化力，則此電流即爲 1 茲。



〔第 109 圖 匝數甚多之集中
圓線圈。〕

如有 N 匝同心線圈載電流 I 安，如第 109 圖所示，在空氣中其中心點所發生之磁場強度顯然為

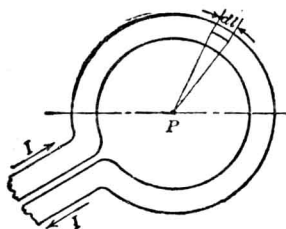
$$H = \frac{0.2\pi NI}{r}, \quad (40)$$

而磁流密度為

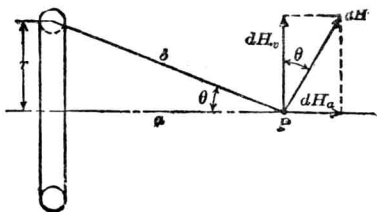
$$B = \frac{0.2\pi NI}{r}. \quad (41)$$

習題 7-12. (a)一集中線圈 60 匝，載電 0.3 安，求其中心點所發生之磁場強度。(b)求其磁流密度。(c)如線圈外有磁導係數不同之介質，則中心點之磁流密度有何影響？線圈之半徑為 r 呎。

72. 線圈中心軸上任何一點之磁流密度。上節已求得線圈中心點之磁流密度，今更進一步，試求線圈中心軸上任何一點之磁流密度。今有一匝線圈如第 110, 111 兩圖所示。試計算距中心點 a 呎處 P 點之磁流密度。



〔第 110 圖 載電之一單匝圓形電線。〕



〔第 111 圖 110 圖電線之側面圖。〕

從圈上取一長度 dl 距 P 點 b 呎。命 a 與 b 間所成角度為 θ 。利

用計算一小部電路所發生磁場之公式，可寫出 dl 所發生之 dH 爲

$$dH = \frac{I dl}{b^2}, \quad (42)$$

由上式可知 P 點之磁化力與電流及電路之一小部 dl 成正比，而與 P 點與 dl 間之距離平方成反比。 b 垂直於 dl ，故寫 dH 之方程式時，未寫 $\cos \theta$ 之因數，因其處處皆等於一。

磁化力 H 必垂直於 b 。若將 dH 分爲二組， dH_v 垂直於 a ， dH_a 並行於 a 。觀圖中幾何形關係，垂直部分爲

$$dH_v = dH \cos \theta, \quad (43)$$

平行部分爲

$$dH_a = dH \sin \theta. \quad (44)$$

P 點之總磁化力，乃等於繞此圓周各 dl 所生磁化力之矢量總和。今可注意，凡圓上部之 dl ，在 P 點發生一向上之 dH_v ，圓下部之 dl 則發生一向下之 dH_v ，二者互相抵消。故求整個線圈所發生在 P 點之磁化力時，其垂直一組完全消去而可置之不問。今再看 dH_a 一組，則各處 dl 所發生者皆沿 a 軸而向右，故可用代數法相加。既如此，欲求 P 點之總磁化力，祇須將全圈各 dl 所發生磁化力之平行部分相加，即

$$H = \int dH \sin \theta = \int_0^{2\pi r} \frac{I \sin \theta}{b^2} dl. \quad (45)$$

將上式積分，而以積分極限代入，得

$$H = 2\pi r \frac{I \sin \theta}{b^2}. \quad (46)$$

因
$$\sin \theta = \frac{r}{b}, \quad (47)$$

於是
$$H = \frac{2\pi I}{r} \sin^3 \theta; \quad (48)$$

又因
$$b = \sqrt{a^2 + r^2}, \quad (49)$$

將各值一一代入，得

$$H = \frac{2\pi r^2 I}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (50)$$

第 (50) 式爲 P 點磁化力之最後公式。如線圈四週爲空氣，則磁流密度公式即爲

$$B = \frac{2\pi r^2 I}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (51)$$

如線圈爲 N 匝集成而非僅一匝，則磁流密度又變爲

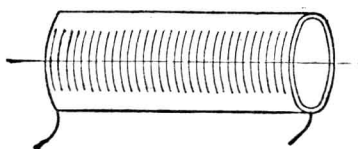
$$B = \frac{2\pi r^2 NI}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (52)$$

以上三式中 I 均以安數計。

習題 7-13. 在第 110 圖中，如線圈爲 10 匝集成，載電 2 安，求 P 點之磁流密度。
 $a = 6$ 吋， $r = 6$ 吋， $\mu = 1$ 。

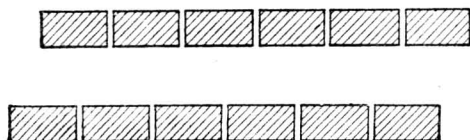
73. 空心螺管。 螺管 (solenoid) 以線圈繞成，其橫截面爲圓形，其縱長較直徑爲長。繼電器 (relays)，斷路器 (circuitbreakers) 以及其他相類器具中，多應用之以運用相當之機械動作。電磁測驗儀器中亦有用之者。今先論空心螺管，或即非鐵磁心子之螺管。此種螺管

見第 112 圖。



〔第 112 圖 螺管。〕

螺管之線圈可爲一層可爲數層。爲簡便起見，吾人假定螺管僅有一層線圈。如導體爲方形，外包極薄絕緣體，則其橫截面如第 113 圖



〔第 113 圖 螺管可想像由長方形電線所構成，電線間之空隙極小。如此幾乎可得一片電流繞線圈而流動。〕

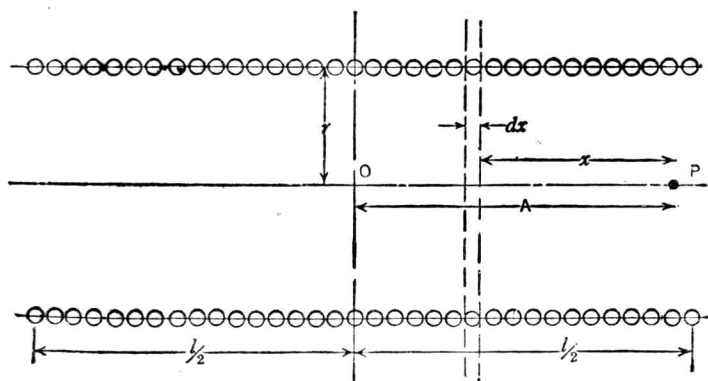
所示。電流繞此線圈彷彿成爲一片 (current sheet)，以後討論，即根據此現象。但線圈皆爲圓形，外有較厚絕緣體，與上述情形似乎不符。且每匝線圈並非閉合圓周，而爲螺線之一部，其間隔有相當節距 (pitch)，故電流有一部分與螺管軸並行，此點暫亦未顧及。是以下述方法可認爲一種近似法。如螺管直徑比其縱長甚小，可用下法計算，其準確度已適於工程應用。

參看第 114 圖 P 點，在螺管軸上，與中點 O 相距 A 呎，試求其磁化力。設螺管長 l 呎，有線圈 N 匝，勻佈於一層，內載電流 I 安。今在距離 P 點 x 呎處，通過相距 dx 之兩平面。在此平面內之線圈匝

數乃爲 $\frac{N}{l} dx$ ，因 dx 極微，可當作各線圈同在一平面，而所載電流爲 I 安。在圓圈中心軸上任何點之磁化力，前已證得爲

$$H = \frac{2\pi n I r^2}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (53)$$

式中 n 即爲一集中線圈內之匝數。



(第 114 圖 求在螺管軸上 P 點之磁化力)

此矢量 H 之方向乃沿線圈軸而並無他向，而於現在問題中乃爲螺管 dx 長度對於 P 點所發生之磁化力，即

$$dH = \frac{2\pi \left(\frac{N}{l} dx\right) I r^2}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (54)$$

然後再將(54)式積分，積分極限自 $-\left(\frac{l}{2} - A\right)$ 至 $\left(\frac{l}{2} + A\right)$ ，結果得該螺管在 P 點所發生之總磁化力爲

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{2\pi NI r^2}{l} \int_{-\left(\frac{l}{2}-A\right)}^{\frac{l}{2}+A} \frac{dx}{(r^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\pi NI}{l} \left[\frac{x}{\sqrt{r^2+x^2}} \right]_{-\left(\frac{l}{2}-A\right)}^{\frac{l}{2}+A} \\
 &= \frac{2\pi NI}{l} \left[\frac{\frac{l}{2}+A}{\sqrt{r^2+\left(\frac{l}{2}+A\right)^2}} + \frac{\frac{l}{2}-A}{\sqrt{r^2+\left(\frac{l}{2}-A\right)^2}} \right]. \quad (55)
 \end{aligned}$$

第 (55) 式可供吾人研究螺管軸上各點之磁化力。如在中點，則 $A=0$ ，得

$$H = \frac{2\pi NI}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}} = \frac{4\pi NI}{\sqrt{4r^2 + l^2}} \quad (56)$$

如 l 較 r 為甚大，則

$$H_0 = \frac{4\pi NI}{l}. \quad (57)$$

在螺管兩端，則 $A = \frac{l}{2}$ ，得

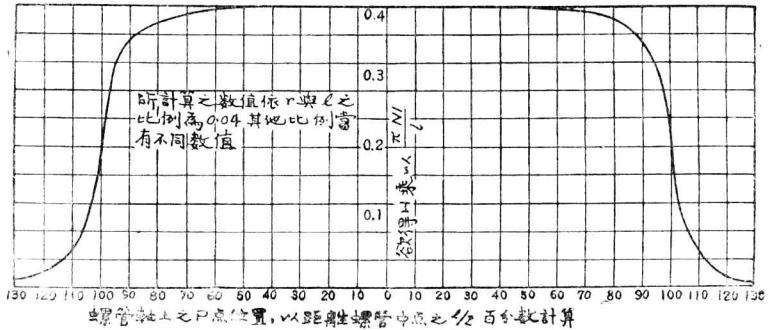
$$H = \frac{2\pi NI}{\sqrt{r^2 + l^2}}, \quad (58)$$

如 l 較 r 為甚大，則

$$H = \frac{2\pi NI}{l}. \quad (59)$$

此數恰為中心點 H 之一半。

第 115 圖表示螺管之一種因數與軸線上距離之關係。此因數如乘以 $\frac{\pi NI}{l}$ 便得 H ，惟螺管之長度應較半徑（ $\frac{r}{l} = 0.04$ ）甚大，方可應

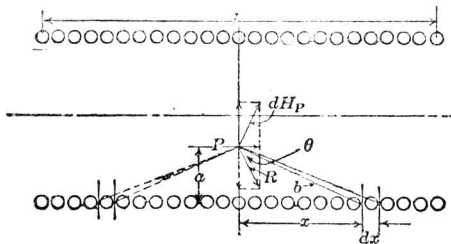


〔第 115 圖 長螺管之因數， I 以安計之。〕

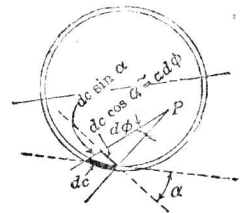
用。觀此圖可知在螺管中部磁化力幾為一常數。但靠近兩端時，磁化力減少極快。如 $\frac{r}{l}$ 大於 0.04 時，則此因數宜另求之。

螺管心子既為空氣，磁流密度即等於磁化力。以上各式中 I 均為安；如為安數，則各式當除以 10。

今試求螺管中點截面中軸外各點之磁流密度。在第 116 圖中， P



〔第 116 圖 求 P 點之磁流密度， P 點位於中心截面上而不在线圈之縱軸上。〕



〔第 116 圖 線圈之側面圖〕

即爲如此之一點。在 P 點通過兩平面各與螺管軸並行，而此兩平面與中點截面相交之兩直線規跡，成一角度 $d\phi$ 。此兩平面在螺管表面上將截出與軸線並行之導體一片，闊爲 dc 。在距中點 x 處，再通過相隔 dx 而與中點截面並行之二平面。參看第 116 圖*。圖中自 P 點至 x 處之 dc 部分之距離爲 b 。

先就電流經過 dc 長 dx 闊之線捲單位在 P 點所發生之磁化力。爲計算便利起見，將 dc 分成二部分，即 $dc \sin \alpha$ 及 $dc \cos \alpha$ 。二部分之效應相加，即得 dc 之總效應。 $dc \cos \alpha$ 一部分即等於 $a d\phi$ ，而與 P 點至 x 點之距離 b 線垂直。按電路一小部分在 P 點所發生之磁化力，可由安培定則 (Ampère's Rule) 求得。此定則前已述及，可參看 (21) 式。 dx 內有 $\frac{NI}{l} dx$ 安匝，因此

$$dH_p = \frac{a d\phi}{b^2} \times \frac{NI}{l} dx \quad (60)$$

式中 $b^2 = (a^2 + x^2)$ 。

此磁化力並不與螺管軸並行，但可分成二部分，一部分與線圈軸並行，而一部分則垂直。此垂直部分可不計，因計算全螺管長時，自能相銷。蓋在中點截面一邊距離 x 處有一 dx ，而在另一邊相距 x 處亦有相稱之 dx ，其在 P 點所發生之磁化力，乃如圖上 R 所指。此 R 之垂直部分適與 dH_p 之垂直部分同值，而方向相反，故適能相銷。同理， $dc \cos \alpha$ 一部分亦可不計。此部分線圈並不在 $dc \cos \alpha$ 及 b 所定之平面上，故依安培定則，其在 P 點所發生之磁化力爲 $\frac{dc \sin \alpha \cos \theta}{b^2}$

* 學生宜作一立方體模型，將上述各點線明白表示於上。

$\times \frac{NI dx}{l}$ ，而與軸線垂直。是以現僅須計算 $dc \cos \alpha$ 在 P 點所發生與軸線並行之磁化力。欲求此部分之磁化力，可將第 (60) 式乘以 $\cos \theta$ (參看第 116 圖)，稱之為 $dH_{a\phi}$ ，則

$$dH_{\phi} = \frac{a d\phi}{b^2} \times \frac{NI}{l} \cos \theta dx. \quad (61)$$

今以此 dc 闊之小片，沿線圈將上式由 $x = -\frac{l}{2}$ 至 $\frac{l}{2}$ 間求積分如下：

$$H_{a\phi} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{NI}{l} \times \frac{a d\phi}{b^2} \cos \theta dx. \quad (62)$$

$$\text{因} \quad x = a \tan \theta \quad (63)$$

$$dx = a \sec^2 \theta d\theta,$$

$$b = a \sec \theta. \quad (64)$$

故上式可以完全用 θ 之函數表之。

吾人既假設螺管之長較半徑甚大，故不論 P 點之位置在中心截面任何處， θ 角之積分極限為 $-\frac{\pi}{2}$ 至 $\frac{\pi}{2}$ ，於是 (62) 式可改作

$$H_{a\phi} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{NI}{l} d\phi \cos \theta d\theta, \quad (65)$$

積分後得

$$dH = \frac{2NI}{l} d\phi. \quad (66)$$

此乃螺管在 $d\phi$ 角內部分在 P 點所發生之磁化力。今欲求全螺管所發生在 P 點之總磁化力，可由 ϕ 自 0 至 2π 積分，即得

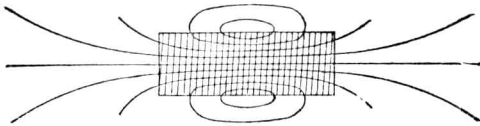
$$H = \int_0^{2\pi} \frac{2NI}{l} d\phi = \frac{4\pi NI}{l} \quad (67)$$

所求得之磁化力，因心子為空氣，故亦為磁流密度。此磁流密度與無限長螺管中心點之磁化力相等。因此可知極長螺管中點截面上各處之磁流密度均相等，其磁流線與螺管軸並行，而其總磁流即為

$$\phi = BA = \frac{4\pi NI}{l} A \quad (68)$$

由此可得一奇特之結論如下：一極長螺管之作用，猶如有磁阻 $\frac{l}{A}$ 。螺管中部發生勻佈磁流密度，猶如所有磁力線，均通過螺管全長，而此外並無磁阻者。

吾人確知螺管外不致毫無一些磁阻，且所發生之磁流亦決不能全部通過螺管，而有一半在表面漏出，如第 117 圖所示。但此二種情形



〔第 117 圖 一半磁流線經過線圈中心，在到圈端之前而離開線圈。〕

之影響可互相抵消，故就螺管中心之磁流而言，則吾人可以線捲內空氣路徑之磁阻，作為螺管之磁阻。

以上假定線圈所用之線，直徑頗小，且緊緊排列，俾線圈表面上幾可得均勻之磁流密度。故所得之公式，祇在螺管旁相當距離處方可

準確。如有一點靠近線圈，則電線及絕緣體之影響亦當計算在內，而所得之公式，亦當略有變更。此種改正法，在此討論未免太繁，如讀者欲得其詳，可參看美國標準局公報(Bulletin of the U. S. Bureau of Standards No. 1, Vol. 3, page 3)*。

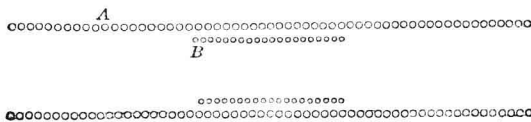
習題 7-14. 證明空氣心之長螺管中，有一半磁流線由上邊漏出。

習題 7-15. 一螺管長 10 吋，半徑 0.5 吋每吋匝數為 23。線圈內通過電流 2.0 安。問在螺管中心點之磁場強度若干？參看第 116 圖。

習題 7-16. 在第 7-15 題中，經過中心截面之總磁流為幾馬？

習題 7-17. 在一極長螺管中，其直徑為 1.7 吋，每吋 25 匝，設欲其中心有磁流 1,000 線，問應需電流若干？

74. 衝擊測電計 (ballistic galvanometer) 之校準† 上述表示長螺管中部磁流密度之公式，可利用之以校準測驗磁流用之衝擊測電計。按第 57 節所云，此種測電計之偏轉度數與其所接之測驗線圈(試圈)內磁鏈總變化成正比。故欲從偏轉度數而求磁流總數，必當先求測電計



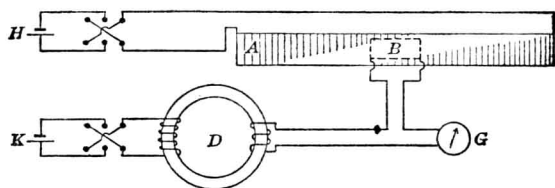
[第 118 圖 A 為長螺管，B 為測驗線圈]

* 為簡單起見，在此祇求得螺管中心點及中心截面上各點之磁流密度；欲求此外各點，則須用橢圓積分，較為複雜。普通一般解法，可參考高深書籍及論文，例如 Maxwell, "Treatise on Electricity and Magnetism"; Billieux, Rev. Gen. d'El. 1919, Vol. 6, pp. 67-70, 827-831.

† 詳細說明，參看 Laws, "Electrical Measurements".

對於已知磁鏈變化所偏轉之度數。

第 118 圖即表示校準該種測電計之一種接法。圖中 A 為長螺管，當接於 H 電池時（見第 119 圖），其每呎長之安匝數為 $\frac{NI}{l}$ 。 B 為測



〔第 119 圖 圖示藉 A, B 線圈之助，用以測定 D 環中之磁流。〕

驗線圈，其匝數為 N' ，截面積 S ，置於 A 中心處之內部，或其外部而甚近於線圈。

設有一逆電流通過 A ，則 A 中心附近各點之磁流密度為

$$B = 4\pi \frac{NI}{l} \quad (69)$$

而經過 B 之磁流總數必為

$$\phi = 4\pi \frac{NI}{l} S, \quad (70)$$

其磁鏈為

$$N'\phi = 4\pi \frac{NN'I}{l} S. \quad (71)$$

在實驗時，線圈 B 乃與測電計 G 及所欲測驗磁流處之線圈 D 相串聯。

當電鑰關後，設有電流 I 逆經過 A ，則得測電計之偏轉度數為 d 。同樣接法，使 D 圈內變換磁流，而得測電計之偏轉為 d' 。設 D 圈有

N' 匝， ϕ' 爲所欲試驗物中之磁流，則

$$\frac{d}{d'} = \frac{4\pi NN' IS}{\phi' N' l}, \quad (72)$$

由 (72) 式可得

$$\phi' = \frac{d' 4\pi NN' IS}{d N' l}. \quad (73)$$

在 (73) 式中，右面各值，均能極易計算或測得。再由測電計二次偏轉度數之比例，即可求得欲試驗之鐵圓內與 D 圈相鏈之磁流。

今有一點須加說明，即在試驗時，可用一換向電鑰 (reversing switch)，在一關一開間電流方向變換一次，於是測電計上偏轉度數將爲一關或一開時所偏轉度數之二倍。如此試法，乃欲免除頑磁性 (retentivity) 之影響，容俟下章詳論之。

更有一點須說明者，即保持衝擊測電計之常數不變， B, D, G 均應串聯而不變，因測電計之偏轉與相聯電路中之電阻有莫大關係。故將測電計所連接之電路完全保持不變，始可得準確結果，而測電計之偏轉度數，方與該二種磁流成正比。按此二種磁流，一爲推算所得，一爲吾人所欲測量之磁流。

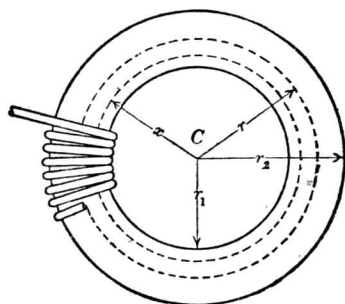
習題 7-18. 設在第 7-17 題中所述之螺管中部，置一 B 線圈，截面積爲 1.4 平方吋，匝數爲 200，試求 B 圈內之磁鏈。

習題 7-19. 某種樣品，在試驗其中之磁流時，測電計之偏轉爲 12.3 釐。若以 7-18 題之螺管試之，得偏轉 4.2 釐。問樣品內之磁流若干？測驗線圈 D 有美規 20 號銅線 12 匝。

習題 7-20. 如以第 7-19 題中之測電計作爲磁流計，問其偏轉常數當爲若干？

75. 圓錐曲線環 (toroid)。 圓錐曲線環乃一種固體圓圓物

(doughnut)*, 以之爲心, 繞以線圈, 在電話電路中每用作複述線圈 (repeating coil), 其理由容後論之。如第 120 圖所示, 磁化線圈勻繞



(第 120 圖 . 一圓錐曲線環有一鐵環, 且被線圈磁化。)

其上, 故所發生之磁場可推算之如下: 依對稱之理, 磁流線之路徑必爲圓圈, 且均以環之中心爲圓心。如線圈勻佈環上, 則每圓圈上各點之磁化力必完全相同。

設有一圓圈, 半徑爲 x , 界於環外半徑 r_2 與環內半徑 r_1 之間, 則沿此圓圈 H_x 之線積分等於 4π 乘該圈相鏈之匝。如環上線圈 N 匝, 且有 I 安電流通過, 則

$$2\pi x H_x = 4\pi NI; \quad (74)$$

即

$$H_x = \frac{2NI}{x}。 \quad (75)$$

沿磁路一圈上之磁化力既均相等, 故如以磁導係數大於一之物質如鐵

* 環之截面, 並非定須圓形, 惟本書所討論者, 則均就圓形截面而言。

等作心子，磁場之分佈仍不致畸變。而鐵心之磁流可以 μ 乘磁場強度得之，因磁流線均在此鐵心內。如環之心以磁導係數為 μ 之物質製成，在半徑 x 之圓上各點之磁流密度將為

$$B_x = \mu \frac{2NI}{x} \quad (76)$$

設環心之截面積為 A ，則磁流總數可由各處磁流密度以全面積 A 積分之而得。如鐵心之厚比環之直徑甚小，則磁流總數約等於截面積 A 乘平均磁流密度。即

$$\phi = \mu \frac{2NI A}{r} \quad (77)$$

此式僅適用於 μ 為常數時，且可寫作

$$\phi = \frac{4\pi NI}{\mu A} \quad (78)$$

上式即磁路之歐謨定律。以此定律應用於圓錐曲線環，若磁流路徑及沿路各點之截面，均已確知，則方程式可即刻寫就。此處磁路之磁阻為 $\frac{l}{\mu A}$ ， l 為平均長，即平均半徑 r 之圓周，或

$$l = 2\pi r \quad (78)$$

磁流總數必為磁勢 $4\pi NI$ 除以上述之磁阻。

上式乃近似算法，因各處磁流所走路徑長短各異。如細察公式(76)，可知磁流密度與離環中心軸之距離 x 又成反比，故以在平均距離處之磁流密度乘以截面積而得總磁流，結果當不十分準確。但極準確之方法，有時不易求得，或其近似法所得之值，已合工程學中所需要之準確度者，則可用上法以求總磁流。但吾人應用平均值時應十分小心，務

使應用平均值之結果仍能準確，或其誤差尚在可容許之範圍內。茲爲明瞭此種情形起見，下面將用準確方法計算勻繞線圈之圓錐曲線環中之磁流，然後以此結果與近似法相較，而觀其誤差之程度。

第 121 圖乃表明圓錐曲線環之截面。設在距離 x 處，割出闊 dx 之一小部面積，則該小部面積爲

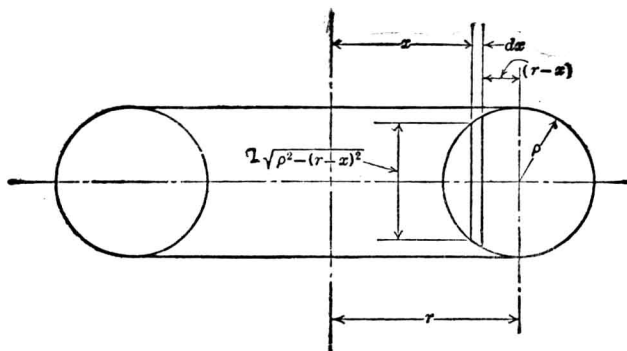
$$2\sqrt{\rho^2 - (r-x)^2} dx \quad (79)$$

離 x 遠之磁流密度，前已求得爲

$$B_x = \mu \frac{2NI}{x}, \quad (80)$$

於是經過此小部面積之磁流爲

$$d\phi = 4\mu \frac{NI}{x} \sqrt{\rho^2 - (r-x)^2} dx \quad (81)$$



〔第121圖 圓錐曲線環之橫截面〕

將上式由 $x=r_1$ 至 $x=r_2$ 積分，則得磁流總數爲

$$\phi = 4NI \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\frac{\rho^2 - (r-x)^2}{x^2}} \mu dx. \quad (82)$$

上式積分頗感困難，但如遇 μ 為常數時，依積分表冊*可得結果為

$$\mu\pi (r - \sqrt{r^2 - \rho^2}). \quad (83)$$

於是

$$\phi = 4\pi NI\mu (r - \sqrt{r^2 - \rho^2}). \quad (84)$$

第(84)式為環心內總磁流之準確公式，但 μ 須為常數。如環之直徑較截面之直徑甚大，即 r 較 ρ 大，則依二次式展開法 (binomial theorem) 可得一近似公式如下：

$$(r^2 - \rho^2)^{\frac{1}{2}} = r - \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{r} + \dots \quad (85)$$

如第二項以後之各項甚小，可以略去，則(84)式可改為

$$\phi = 4\pi NI\mu \left(\frac{1}{2} \frac{\rho^2}{r} \right); \quad (86)$$

今 $l = 2\pi r$, $A = \pi\rho^2$,

即得

$$\phi = \frac{4\pi NI}{\frac{l}{\mu A}} \quad (87)$$

第(87)式之結果，與(77)式吾人假定用平均半徑圓為磁路長度而推算所得之磁阻相同。但遇 ρ 之值較 r 並不極小時，則當用準確之公式

* 參看 Peirce, "Table of Integrals," p. 187; 183; 160

$$\phi = 4\pi NI\mu(r - \sqrt{r^2 - \rho^2})。 \quad (88)$$

對於近似公式之能否應用，今舉一例以明之。設有一環，平均半徑爲 4 呎，截面積之半徑爲 2 呎，則

$$\begin{aligned} r &= 4, \\ \rho &= 2, \\ l &= 8\pi, \\ A &= 4\pi。 \end{aligned} \quad (89)$$

用近似公式，其磁流總數爲

$$\phi = 2\pi NI\mu_0。 \quad (90)$$

如用準確公式，當爲

$$\phi = 4\pi NI\mu(4 - \sqrt{4^2 - 2^2})。 \quad (91)$$

亦可寫作

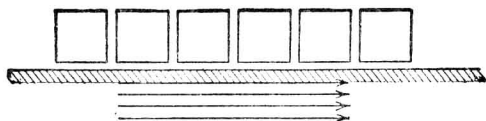
$$\phi = 2\pi NI\mu(1.07)。 \quad (92)$$

由此可知，近似法所得結果其差僅 7%，故可用之而無大礙。應用近似法全憑平均值取得之得當與否，如在成正比（直線式）之函數中取其平均值，則仍可得準確之答案，否則必有若干誤差，其誤差之大小，視其函數情形如何，大致亦可預先推計。

今設上面之環，中心爲鐵，其磁導係數爲 1,000，則依近似法求得之差爲 7% 似可不計。公式中之 μ 假定爲常數，而實際上 μ 之爲常數與否尙不知其究竟，故誤差 7%，乃在可容許之範圍內。惟如欲求此環鐵心之準確磁導係數時，則 7% 之差，極爲可觀，不復可以忽

視*。故誤差之可否容許，全視計算時之情形而定。

再看第 120 圖，假定 x 小於 r_1 ，則 H 沿圓周之線積分為零，因該圓不鏈任何通電之電路，故根據對稱理，沿圓周上各點之 H 亦必為零。其意即謂此種線環之心外幾無磁場發現。換言之，此種裝置並無漏磁。因此之故，此環用於電話電路中作複述器 (repeater) 線圈時，不致發生漏磁以妨礙通話。按漏磁足以發生交話 (cross-talk) 作用，故應避免。環心外亦有微量漏磁。因繞線之絕對均勻為不可能事，又因所繞之線，外有絕緣體，故環心之圓周實為導電線與絕緣體相間隔而組成。今欲繞線完全均勻，則絕緣當完全取消，電線當為長方形而緊緊排列，如第 122 圖所示。此種裝法稱為電流片 (current sheet)†。但在應用上多以圓線繞成，如第 123 圖所示，故在電線間常有若干漏磁。

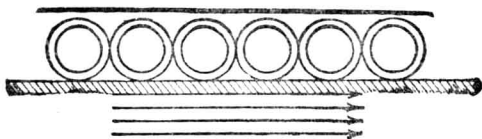


(第 122 圖。緊繞之線圈，可想像由長方形電線所構成，匝與匝間有薄絕緣體。)

習題 7-23. 今有一鑄鐵環， $r = 4$ 吋， $P = 0.25$ 吋，線圈匝數為 2,000，勻繞其上。如電流為 1.5 安，問環心內之磁流為若干？參看第 120 圖。

* 精確計算時，若 μ 為 H 之函數，則 ϕ 可由機械積分法 (mechanical integration) 得之。

† 無論螺管上方電線之距離如何緊縮，吾人仍不能得真正“電流片”。蓋線捲之每匝有一節距 (pitch)，而線圈之平面並不與中心軸垂直，故仍有漏磁發生。



〔第 123 圖。線圈時常由圓電線所構成，匝與匝間有漏磁發生。〕

習題 7-22 在 7-21 題中，如磁流密度為 50,000 線/平方吋，問需若干匝數？

習題 7-23. (a) 在 7-22 題中，環中各磁力線所受之磁勢若干？

(b) 在外邊，磁力線所受之磁化力若干？(以每吋安匝數計)

(c) 在內邊，磁力線所受之磁化力若干？

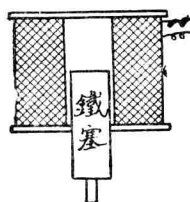
(d) 在中部，磁力線所受之磁化力若干？

(e) 計算平均磁化力，並與中部之磁化力相比較。

76. 磁極及磁極強度。 在以上討論中，關於磁極及磁極強度等敘述，均有意刪去，以求簡潔。許多教科書中每用不同方法計算以前各問題，即先求磁極及其強度，然後假設由此種磁極產生一種磁化力。物理學家多用此方法，其歷史較吾人所用者為早。但今日工程學中所用之方法，乃悉如吾人所述者。如此磁路與電路各種計算，可用同一方法，而歐謨及啓旭夫定律，亦均可應用於磁路中。但如鐵質磁路中尚有寬大之空氣隙，致磁流線之路徑難以確知，則不得不假定合理之磁路與磁阻，而應用近似方法。實則凡遇問題不能得準確解法時，以近似法決定，實較其他複雜之分析為佳。

77. 勻佈磁場與鐵之引入。 在日常應用中，吾人每遇以鐵引入勻佈磁場後所發生之問題。今以第 124 圖為例。此截面圖表示以鐵塞引

入一線圈中。線圈之截面，恆以斜方格表之，如圖上所示。當電流通過此線圈時，鐵塞被拉至線圈中部。在電器中，此種有心螺管，常用



〔第124圖 活塞式螺管〕

以代替固定鐵心活動銜鐵之電磁鐵，蓋如此鐵心移動之距離可較長。電力站中短路時用以開啓油電掣之繼電器，亦皆用螺管。又如直流電動機上起動匣之過載釋放器 (over-load release)，亦爲用螺管之一例。

在此種器具中，磁流所走路徑，難以十分確定，故解決方法，亦甚困難。當計算空心螺管時，吾人假定磁阻盡在線圈路內，而將回路磁阻略去，其所得結果，尙稱準確。但遇高磁導係數之鐵佔據線圈路內一部時，外部磁阻即不能再略去。於是解決此類問題，當先畫出磁流之真正路徑。

工程學中所欲解決之磁路問題，有時須根據經驗，將磁流路徑畫出而後計算。至於欲精確計算鐵心螺管內之磁流等，則每須應用高深之數學方法，過於繁難，平時鮮用之。且實際上精確之計算方法，恆根據一定磁導係數 μ 之假定，因之其所得之結果，亦未必盡爲可靠。反之，由假定合理而簡單之磁流路徑所計算之結果，其間之誤差，與精確計算法相較，有時亦不相上下。

欲談此種問題，非數語可盡，或竟須要專書討論，此處不能詳述。但根據簡單之假設，所得幾種磁流路徑，工程師如記於腦中，再加以工程上之經驗，則在計算問題時，每可得精密答案。通常設計一螺管時，可先製幾個與所欲計劃者形狀大小相若之螺管，逐一試驗其性質，得

此經驗後，乃更計劃一最後實用之螺管*。此種試探法，恆較純粹分析法為便捷。但關於磁流路徑之幾條簡則，當確實明瞭，方可於分析或比較所謂探試法所得各種結果時，有所根據。

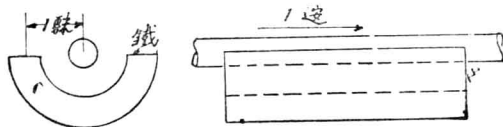
吾人第一須注意者，即磁路必為一周路，猶如電路必為一周路然。吾人可寫

$$B = \mu H \text{ 高}$$

為普通定律，且知通電導體鄰近之 H 值乃等於

$$H = \frac{2I}{r} \text{ 吉/釐} \quad (93)$$

第(93)式明指凡一長導體在距離一釐外，而其載電為一安時，則發生磁化力 2 吉/釐。但導體如在半圓鐵槽中，此種說法即不成立。如第 125 圖，若將 H 數乘以鐵之磁導係數，求其鐵槽內某點之磁流密度，則鐵



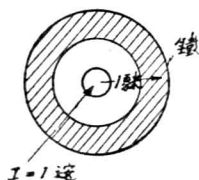
〔第 125 圖 一銅導體在鐵槽中。〕

之磁導係數或為 1,000，但鐵槽內之磁流密度未必為 1,000 之二倍。一無經驗之工程師，每有此種誤解。實則此問題可與一電路上問題相對照。設今有一內阻 0.1 歐，電勢 1 伏之蓄電池，接於一外電阻 10 歐時，吾人或可謂電池之導電係數為 10 謨 (mhos)，但不能謂電池內之電流十倍於 1 安。吾人已知欲得電流之值，應解決整個電周路。同理，欲

* 參看 Underhill, "Solenoids."

求磁流之值，亦應解決整個磁周路。

設將第 125 圖中之鐵槽除去，則距導體中心一呎處之磁流密度為 2 高，總電勢為 4π 吉，磁路之長為 2π 呎。在磁路內，磁勢分佈均勻，因之可知磁路內任何一點之磁化力為 2 吉/呎。又空氣之磁導係數為一，



〔第 126 圖 在鐵筒中之銅
導體。〕

結果磁流密度為 2 高。設此導體整個藏於圓柱形之鐵筒內，如第 126 圖所示，而鐵之磁導係數為 1,000，則吾人可知筒內之磁流密度為 2,000 高。吾人此處所遇者，乃為一完全磁周路，其勢分佈均勻，故以此磁勢乘磁導係數，即得磁流密度。

在第 125 圖中，磁周路為一部空氣與一部鐵所組成。鐵部磁阻極微而空氣部則極大。於是大部磁勢均消耗於空氣部分，所餘於鐵部者極少，故鐵內 H 值極小。此小小之 H 值，若能求出，而以鐵之磁導係數乘之，即可得鐵內之磁流密度。但 H 之精確數值不易求出。

關於此種情形，尚有一例可述。吾人均知地球在無鐵質處為一均勻磁場，其磁場強度約為 0.6 高，故各處均有 0.6 吉/呎之磁化力作用。如在此磁場內，放一磁導係數 3,000 之彈丸，求其磁流密度。吾人若將 H 乘其磁導係數則得 1,800 高，以如此大之磁流密度，當能易將該彈磁化甚烈。然則若有兩個如此被磁化之彈丸，置於一處，必互相推拒而向外滾動。但吾人確知此種現象不會發生。實際上彈丸內磁化力極微，難以測覺。今欲解釋其理由，亦頗容易。蓋因彈丸之磁阻既極微，當其引入磁場內之後，其兩端間磁阻位落甚小，因之內部 H 亦極小。

第 127 圖表示彈丸未引入時之磁場。第 128 圖則表示引入後之磁場，有



〔第 127 圖。一並行之均勻磁場〕 〔第 128 圖。在鐵球放入後之磁場〕

些磁流線竟將自原來方向轉彎而通過彈丸。彈丸中磁流密度約為 1.2 高，此係所餘之磁化力乘 μ 而得，並非原來之磁化力乘以 μ 。

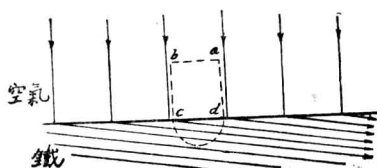
今有一譬喻，可知彈丸內之磁流密度因何祇為 2 倍於原來者。設有一方碼橡皮布，兩邊繫以木條，而向外拉之，則橡皮布內發現均勻之形變 (strain)，其力線可以一組並行直線表之。今若於橡皮布內割一小圓，然後拉長，則小孔內之空氣，對於拉力全無阻礙，但亦不致十分改變其形狀。此孔將略變長，約為闊之 2 倍，直至橡皮布內部應力 (stress) 全失為止。橡皮對於形變之阻力與磁導係數之倒數相彷彿。小孔猶如磁導係數為無窮大之彈丸。由此譬喻，可知彈丸之磁導係數雖數倍於空氣，而其影響幾與無限大之磁導係數相同。

當歐戰時，有人曾用方法測驗潛水艇對於地球磁場之擾動，以偵察敵軍之潛水艇。潛水艇甲板之厚及其磁導係數雖均不得知，但據實驗結果，潛水艇之影響地球磁場，猶如一磁導係數無窮大之實心物體。惟此種擾動甚微，祇在數百碼內，方能偵察耳。

在第 128 圖中，吾人可注意一點，磁流線在彈丸內進出，皆垂直於彈丸之表面。此乃一種普通原則，即凡磁流線經過磁導係數極高之鐵物體，必垂直於其表面。此原則在繪含鐵之磁流路徑時，頗為有

用*。

此原則如何得以成立，下文將說明之，設在第 129 圖內，界線上面為空氣，下面為磁導係數極高之鐵。鐵之內部 H 極小，即等於 $\frac{B}{\mu}$ 。鐵之 μ 既極高，故 H 甚小。今且看圖中以虛線繪成之閉合磁路。此閉

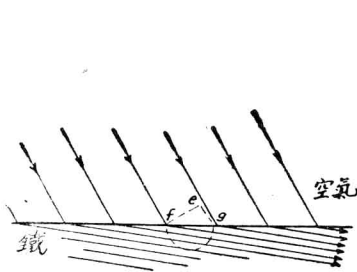


(第 129 圖. 代表角度之準確方法。此角度為磁線由空氣入鐵所成者。)

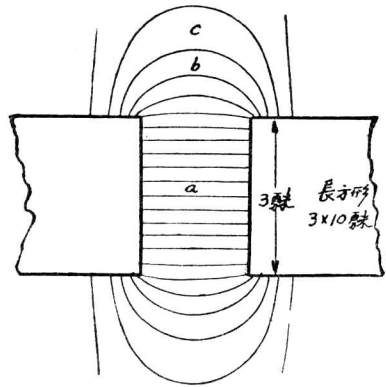
合路徑並不包圍任何電流，故 H 沿該路之線積分為零。在此路徑中， ab 線垂直於磁流，故其 H 線積分為零；且因鐵內 H 極小，故 cd 線積分亦極小。故若欲得全路線積分結果為零，則 bc 與 da 線積分之數值應相等而方向應相反，即 bc 與 da 之長應相等。如是磁流線由空氣入鐵質時所行之路徑，必幾與鐵質表面成直角。 cd 路 H 線積分之微小數值，由 bc 與 da 路 H 線積分之小小相差而來。如遇鐵之磁導係數為 1,000 或 1,000 以上，則吾人可說磁流線由空氣及鐵之界面而入空氣時，其方向與界面成直角。換言之，由鐵至空氣之磁流線，離鐵質表面時亦當成直角。

在 130 圖中，設磁流線由空氣進鐵部時，與其表面成銳角。於是吾人可繪出一閉合路徑如 efg 者，而沿此路徑之 H 線積分將不等於零。

* 如遇鐵部之磁流密度極高，空氣之磁流密度極低，則此原理即不能應用，例如電櫃齒內在某種情形時。此種情形可參看 Rogowski, Archiv. Für. Elek., Band 9, 1920。



〔第 130 圖。磁線之不正确表示法，
線與面成銳角。〕



〔第 131 圖。磁流線垂直而出入於鐵
部時，必與其表面垂直。〕

因 ef , fg 之線積分仍舊爲零，而 ge 之 H 線積分不爲零，於是全路之 H 線積分不得爲零。但該路並不鏈任何載電導體， H 之線積分當爲零。故知以上之繪法有誤，同時可知磁流線由磁導係數低之物質而入磁導係數高之物質時，不能與該物質表面成銳角。故在繪出磁流圖時，如磁路內含有空氣與鐵，則當磁流線進出鐵質時，必使其方向與表面垂直。以上各種說法，可簡括之而得下述之一普通法則：一磁流密度之垂直部分，在橫過任何表面時，連續不斷，而磁化力之相切部亦然。

今尙有一例，能助吾人繪磁流之圖而約計空氣隙之磁阻等等*。

第 131 圖示一磁周路，有二鐵部及一氣隙。氣隙內之磁場見圖，在

* 參看“Graphical Determination of Magnetic Fields,” by A. R. Stevenson, R. H. Park, E. E. Johnson, C. H. Green and R. W. Wieseman, Trans. A. I. E. E., Vol. 46, pp. 112-145, 1927.

氣隙之邊上可見磁流之邊緣散射情形。氣隙之磁流密度雖可達至每平方釐數千磁線，但在繪圖時僅畫出數線以表示磁場之方向。如線之畫法有一定距離，則二鐵部間各線可將氣隙分成不少單位容積。各單位容積既相並聯，則其磁阻位落亦必相等。如略去鐵內之磁阻位落，各單位空氣部分之磁阻亦均相等。故在畫線之時，必須使線之長度除二線間截面積所得之商均相等。如吾人只算單向之磁流邊緣散射（即如第 131 圖中鐵部垂直書面之一邊伸長甚遠），則祇須使每線間距離除平均長度所得之商彼此相等。如圖上 b 單位較 a 長二倍，其闊當較 a 為二倍， c 線較 a 長三倍，其闊亦當為三倍。

在吾人將磁場依此法畫出後，氣隙之磁阻可由一單位容積之磁阻，除以單位容積數而得之。如 131 圖， a 為 2 釐長，0.25 釐闊，而鐵部垂直書面之闊為 10 釐，於是 a 之磁阻將為

$$R_a = \frac{2}{0.25 \times 10} = 0.80 \text{ 奧。} \quad (94)$$

在圖上共有 20 單位容積，尚有兩端之散射磁線，不計在內。於是得氣隙之磁阻為

$$R = \frac{0.80}{20} = 0.040 \text{ 奧。} \quad (95)$$

如吾人假定磁路皆為並行，而無邊緣散射現象，則氣隙之磁阻當為

$$R' = \frac{2}{3 \times 10} = 0.067 \text{ 奧。} \quad (96)$$

兩相比較，準確之磁阻較不準確之磁阻為

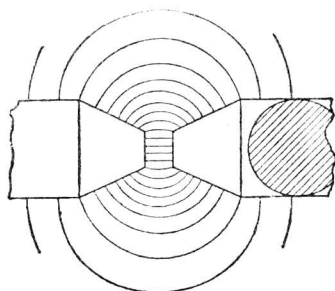
$$\frac{R}{R'} = \frac{0.040}{0.067} = 60\%。 \quad (97)$$

可知磁流散射減少磁阻，約較不散射時一半又強。

上例亦可用下法約略估計之：即以磁路之闊加其長度作為闊度之改正值。按上例鐵部之闊本為 3 呎，今再加以等於氣隙長度之 2 呎，即得改正寬度為 5 呎，於是可求得其磁阻為

$$R'' = \frac{2}{5 \times 10} = 0.040,$$

此值與上述用畫圖法所獲得者適相同。以此法求磁阻可應用於短氣隙。若遇氣隙複雜或較長，則畫出磁場而求磁阻較為準確。



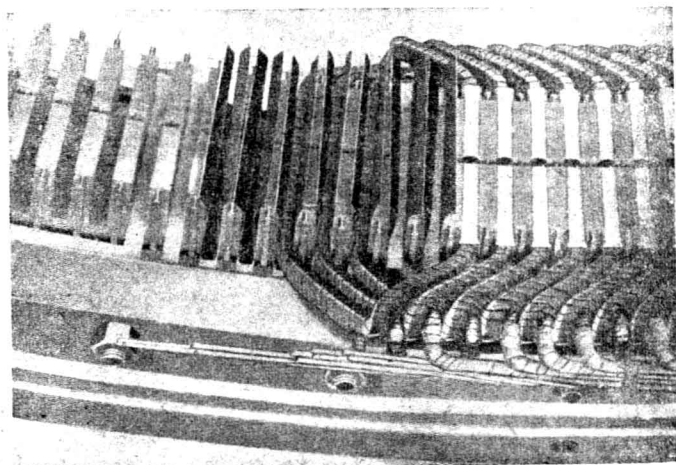
【第 132 圖。磁流線垂直表面而出入於磁極中。】

有時吾人當注意雙向之散射。如 132 圖所示，二極之截面為圓形。在此情形下，吾人須知磁流線所包圍之空氣單位有兩個方向或因次 (dimensions)，而其在第二方向之闊度，亦各處不同。圖中所示乃為磁場之截面。如將此圖對水平軸旋轉，則吾人可將此氣隙分成若干繞轉體積。每一繞轉體積之截面積，當與邊長成比例。如此所得之圖雖不表明磁流分佈之截面情形，但對於計算上較為便利。

習題 7-24. 今有二鐵條在一平面上，各闊 2 吋，厚 0.1 吋，長 10 吋，兩端相距 1 吋。試依第 131 圖畫其磁場。並計算氣隙中單位容積之磁阻及全氣隙之磁阻。

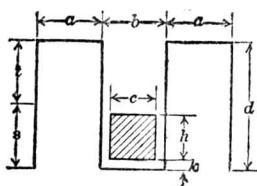
習題 7-25. 在 7-24 題中，如氣隙長 $\frac{1}{8}$ 吋，求其約略之磁阻。

78. 槽內導體周圍之磁流。 以前所討論之磁路情形，其磁流係發生於空氣或連續鐵磁介質中，或含有甚短氣隙與連續鐵磁介質之磁路中。電機工程師日常所接觸之電機，其磁路一部為鐵磁物質（大部即為鐵質），一部為空氣，但空氣部分並不甚短。此類問題極難獲得準確答案，故普通祇得近似值即可。關於此類問題之普通答案，其準確程度恆較以前所討論者為低劣，其不準確之原因如下：當空氣路徑為磁流路徑全長之某一部分時，其磁路之磁阻嘗集中於空氣路徑中，而此種磁阻集中於氣隙之情形，則源於空氣與鐵或其他鐵磁物質之磁導係數相差過甚。其難獲得準確答案之原因，則在於磁力線經過空氣之路徑難於確定，其尤甚者則為不易計算空氣路徑之磁阻。按此磁阻占磁路總磁阻之大部，故空氣磁路確定不準，最後結果自亦不能確實。

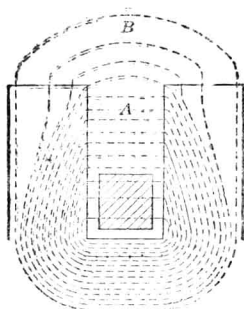


〔第 133 圖。 電動機機架之截面圖，表示在槽中裝置電線之方法。〕

在多數長氣隙之電機中，氣隙磁流密度之分配，最足以決定此機器之運用特性。在計算磁場激磁之安匝數，以求交流發電機之調整，或直流電機之適宜整流等時，均須先決定氣隙中磁流密度之分佈，而欲求其分佈情形，則恆須先解決鐵槽中載電導體之問題。此等問題，凡有槽電樞皆將遇及。如第 133 圖所示，鐵心電樞每槽內有二導體，而同時所載之電流未必相等。第 134 圖為每槽一導體之圖形，截面積有斜紋線者為導體。吾人假定導體為長方形，載有 I 安電流。畫出之面積為鐵質，其中或有因磁路他部之激磁線捲所生之磁流經過。今姑假定並無其他磁勢，而計算槽內載電導體所生磁流之分佈。第 134 圖所註各尺寸之符號，以下均應用之。



〔第 134 圖。臥於鐵槽底之導體。〕



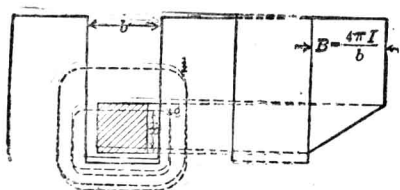
〔第 135 圖。鐵槽中導體之磁流分佈情形。〕

假定第 134 圖中除載電導體外，並無其他磁勢之影響，則其所生磁流線之大概形狀*，即如第 135 圖所示。此磁流可分為兩部： A 部為由

* 關於磁流路徑更精確之畫法，可參看 “Graphical Determination of Magnetic Fields,” Trans. A. I. E. E., 1927, p. 112-154.

齒至齒而橫過鐵槽者， B 部為跨越鐵齒尖部者（可稱為“齒尖磁流”）。今先討論 A 部磁流。

A 部磁流可分為兩部，如第 136 圖所示。第 1 部在導體上橫越鐵



〔第 136 圖。臥於鐵槽中導體之磁流密度分佈，在此圖中無齒尖磁流線。〕

槽，第 2 部為槽底以上 $(h+k)$ 距離間橫過槽中之磁流。第 1 部極易計算，因磁阻大概集中於槽中空氣部分，吾人可寫 H 之線積分即等於 H 乘槽之寬 b 。此線積分之值，應等於導體之磁勢，或即 $4\pi I$ ，蓋線圈為一匝，且全部與磁流相鏈。故

$$Hb = 4\pi I \text{ 吉。} \quad (99)$$

槽中空氣之磁導係數為 1，因此磁流密度等於 H ，故得導體以上與齒尖以下區域內之 B 為

$$B = \frac{4\pi I}{b} \text{ 高。} \quad (100)$$

至於 A 之第 2 部，可先討論在底部以上 $(x+k)$ 距離處橫越槽中之磁流。此路徑之線積分與前相同，即 Hb 。此路徑未鏈總電流，而僅鏈導體 x 距離以下之一部電流，或即總電流之 $\frac{x}{h}$ 部分。因此吾人得

$$Hb = 4\pi \frac{x}{h} I \text{ 吉，} \quad (101)$$

亦即

$$B = \frac{4\pi x I}{bh} \text{ 高。} \quad (102)$$

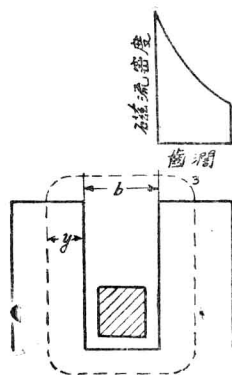
由此可知此處磁流密度與導體以上 x 距離成比例。如吾人畫磁流密度與槽底以上距離之關係，可得第 136 圖右邊之圖形。

此曲線與縱坐標間之面積為每隙槽長由齒間直接經過之總磁流。

故 A 部磁流為

$$\phi_A = \frac{4\pi I}{b} \left(t + \frac{h}{2} \right) \text{ 線/隙槽長。} \quad (103)$$

欲求自齒尖至齒尖之 B 部磁流，須選定一合理之磁路以便計算。第 3 部路徑如第 137 圖所示者為一合理之假定，即係由一直線與兩弧線所成。吾人已知此磁流由鐵至空氣或由空氣至鐵時，其方向與界面垂直。第 3 部路徑之長為 $(b + \pi y)$ 。此處之磁阻位落，幾等於全部磁勢。且此磁路與導體中所有電流相鏈，故可得



(第 137 圖。在槽中導體所生之磁流密度分佈於尖齒之情形。)

$$H(b + \pi y) = 4\pi I, \quad (104)$$

因之

$$B = \frac{4\pi I}{(b + \pi y)} \text{ 高。} \quad (105)$$

總齒尖磁流 ϕ_B (以每隙槽長計) 為以 0 及 a 為極限而取得之 $B d_3$ 積分, 或

$$\begin{aligned}
 \phi_B &= \int_0^a \frac{4\pi I \, dy}{b + \pi y} \\
 &= 4I \log_e (b + \pi y) \Big|_0^a \\
 &= 4I \log_e \frac{b + \pi a}{b} \text{馬。} \quad (106)
 \end{aligned}$$

在以上假定及近似情形下，可得槽底導體所生之總磁流為 $\phi_A + \phi_B$ ，或

$$\phi = \frac{4\pi I}{b} \left(t + \frac{h}{2} \right) + 4I \log_e \frac{b + \pi a}{b} \text{線/線槽長。} \quad (107)$$

在實用上恆須求磁鏈數，其值與 (107) 式所示者相若，惟須將 $(t + \frac{h}{2})$ 改為 $(t + \frac{h}{3})$ 。以上有若干默認之假定，並未特別聲明，學者可自發揮其分析能力，尋求此種假設而列舉之。

此類問題為電工設計與計算中普通常遇者。從以上之解法至少可得一近似結果，但須假定一合理路徑以作計算之基礎。在每一工作步驟中，學者應估計所用方法與真實情形相較之近似程度，以證明各項假定之合理與否。

第七章 摘要

磁勢 F 為磁化力 H 沿閉合周路之線積分，等於 0.4π 乘與周路相鏈之安匝數。以方程式表之，則為

$$F = \int_l \overline{H} \cdot dl = 0.4\pi NI。$$

一載電長電線外任何一點之磁化力為

$$H = \frac{0.2I}{r}，$$

式中

H = 磁化力每歐吉數，

I = 電流安數，

r = 該點距電線中心之歐數。

一載電流長電線之四周物質，如具有磁導係數 μ ，則其中某點之磁流密度可表之如下：

$$B = \frac{0.2\mu I}{r}。$$

二並行輸送線（去線與回線）間之總磁流，可從下式求之：

$$\phi = 4I \log_e \frac{D-r}{r} \text{ 馬/歐線路長，}$$

式中

I = 電流安數；

D = 兩線中心距離，可以任意單位表之；

r = 電線半徑，其單位與 D 同。

圓導體圈內任一點之磁場等於

$$B = \frac{2\mu I}{r} \frac{a}{r},$$

式中

I = 勻佈線內之電流安數，

μ = 導體物質之磁導係數，

r = 導體半徑呎數，

a = 該點距導體中心之距離呎數。

單匝圓線圈之中心之磁化力等於

$$H = \frac{2\pi I}{r}。$$

電流之電磁絕對單位為安，此電流如在一單匝完全圓線圈中流動，而圓線圈之半徑為一呎，則在該線圈中心可產生 2π 電磁絕對單位之磁化力。

單匝圓線圈軸上任一點之磁化力等於

$$H = \frac{2\pi I}{r} \sin^3 \theta,$$

式中

θ = 由該點至電線之連接線與軸線所成之角。

螺管軸線上任一點之磁化力為

$$H = \frac{2\pi NI}{l} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

式中 α_1 與 α_2 爲自該點至螺管兩端之連接線各與軸線所成之角度，
螺管中心之磁化力爲

$$H = \frac{4\pi NI}{\sqrt{l^2 + 4r^2}}。$$

長螺管中心橫截面上任一點之磁化力爲

$$H = \frac{4\pi NI}{l}。$$

經過空氣心長螺管中心橫截面之總磁流等於下式：

$$\phi = BA = \frac{4\pi NI}{\frac{l}{A}}。$$

一空心長螺管之作用，在實際上猶如將磁阻集中於線圈，而等於 $\frac{l}{A}$ 。長線圈中心之磁流密度勻佈於橫截面，此種事實，可利用之以校正量磁流用之衝擊測電計。

如圓錐曲線環各部之磁導係數相等，且線圈勻繞，則其磁流之準確方程式爲

$$\phi = 4\pi NI\mu (r - \sqrt{r^2 - \rho^2})$$

式中

r = 環之半徑數，

ρ = 環體之半徑數。

導體在鐵槽中所生之磁流，可用下法求之：先畫磁流在空氣中之

大概路徑，再計算此路磁阻而應用磁路之線積分定律，以得磁流數。對於各部磁導係數不等之磁路在用線積分方法時，須特別注意，務必將全部磁路計算在內。空氣中任一點所計算得之 H 值，在添置鐵磁物質後，即應改變。

第七章 習題

習題 7-26. 一螺管係供測定磁流之用，其原線圈之直徑為 5 呎，長 75 呎，繞以 628 匝棉包銅線，能安然載電 2 安。當此電流通過該線圈時，問在其中點之磁化力及磁流密度各若干？

習題 7-27. — Leeds & Northrup 掛牆式測電計 ($R_g = 117$ 歐)，在用作磁流計時可得下列關係：

$$\phi N = d (4.625R + 868.75),$$

式中

ϕN = 連於測電計電路之磁鏈，

d = 測電計之偏轉度，

R = 測電計電路內之總電阻。

今有一試圈，有 36 號銅線 200 匝，一匝平均長為 1.1 吋，置於一標準二極電話聽筒中，使與其中之全部磁流相鏈。若此線圈忽由此磁場內移出，則得測電計之偏轉為 14.65 呎。求聽筒磁鐵內之磁流馬數。

習題 7-28. 一試驗螺管，係用於倫敦 Robert W. Paul 公司之掛牆式測電計電路中，其長為 20 吋。線圈之繞法，使磁化力每呎之吉數等於 4 倍其所載電流之安數。尚有一副圈共有 N_2 圈，集中繞於該螺管之中部。設漏磁不計，試求螺管上之匝數，及副圈之磁鏈。螺管之截面積為 A 平方吋。

習題 7-29. 一電話聽筒分析之結果，得其永久磁鐵之相當磁勢為 181 吉。每極因此磁勢而發生之平均有用磁流密度為 1,369 高。求其相當之磁阻。聽筒磁鐵上又繞 1,500 匝電線。如有電流 2.25 安經過該線，問增加之磁流為若干？假定磁導係數，因磁流變化甚小，仍為一常數，該二極聽筒各極之大小均為 1.14×0.199 呎。

習題 7-30. 在 7-29 題中，當電流通時，求磁極表面上之磁流密度。磁導係數假定

不變。

習題 7-31. 一鑄鐵圓錐曲線環，截面爲圓形，如第 120 圖所示， $r_2 = 6$ 吋， $r_1 = 4.5$ 吋，其上某處沿半徑方向刻一槽，闊 0.05 吋。如心子上繞有 875 安匝，求心子內之總磁流。不計邊緣散射作用，試畫一圖以表明沿 r_1 至 r_2 之磁流密度。假定並無氣隙，試另作一圖。在求總磁流時，用準確公式與近似公式結果相差幾何？

習題 7-32. 圓錐曲線環內任何一點之磁流密度爲

$$B_x = \mu \frac{2NI}{x},$$

設求 $x = r_1$ 及 $x = r_2$ 時之磁流而平均之，爲何不能得準確之結果？

習題 7-33. 第 103 圖中之電話線， x, y 兩線間距離不變，但同時裝於電力線木桿上。照下列之裝法，求電話線路每哩最大之磁鏈：

(a) 該二線在一垂直面上，該平面經過 AB 連接線之中點而垂直 AB ，頂上一線在 AB 線下 10 呎。

(b) 該二線在一水平面上， x, y 連接線之中點適在 AB 連接線中點下 10 呎。

習題 7-34. (a) 一螺管長 200 蘇，平均直徑爲 20 蘇。在計算中部磁流密度時用公式

$$B = \frac{4\pi NI}{l},$$

則所得之結果當與準確者相差百分之幾？

(b) 如螺管之直徑爲 40 蘇，則相差百分之幾？

習題 7-35. 試求在螺管軸上而位於圈外一點之磁化力。

習題 7-36. 一空氣心螺管長 100 蘇，平均直徑 20 蘇，共繞線 1,200 匝，載電流 4 安，求

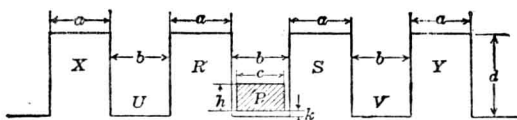
(a) 中部之磁流密度，

(b) 軸上端部之磁流密度。

習題 7-37. 就 7-36 圖中之結果，計算下列各值：

(a) 內部磁阻位落，

- (b) 兩端磁位差,
- (c) 外部磁阻位落,
- (d) 在圈外軸上而距螺管末端 20 釐處之磁流密度。



〔第 138 圖。一導體 P 位於槽之底部。〕

習題 7-38. 在 138 圖中, 如導體 P 內載電 I 透, 假定其並無他磁化力存在, 求在下列各處所生磁流之公式:

- (a) 離開 U, V 槽底之處
- (b) 離開 X, Y 齒端之處。

習題 7-39. 在 138 圖中,

$$a = 0.82 \text{ 吋}$$

$$b = 0.90 \text{ 吋}$$

$$c = 0.82 \text{ 吋}$$

$$d = 2.80 \text{ 吋}$$

$$h = 1.25 \text{ 吋}$$

$$k = 0.075 \text{ 吋}$$

求每安電流在下列各部所生之磁流 (以每吋槽長計):

- (a) 有導體之槽內,
- (b) 在 R, S 齒端空氣部,
- (c) 在 U, V 槽內,
- (d) 在 X, Y 齒端空氣部。

習題 7-40. 今有線圈一匝, 作長方形, 一邊為 4 呎, 另一邊為 5 呎。如線圈載電 3 安,

而導入線之影響不計，問在對角線交點之磁流密度爲何？

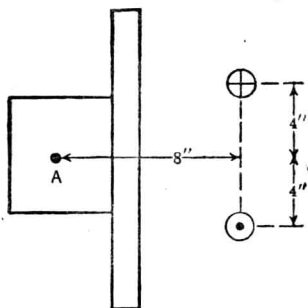
習題 7-41. 今有一集中線圈，半徑 5 呎，共 40 匝，載電 0.4 安。求在線圈中心點所發生之磁場強度，及該處之磁流密度。

習題 7-42. 在第 110 圖中，如集中線圈共有 6 匝，載電 3 安， $a = 5$ 吋， $r = 7$ 吋， $\mu = 1$ ，問 P 點之磁場強度爲若干？

習題 7-43. 如繞一直長電線之 H 線積分爲 400 吉，而其半徑爲 4 吋，問電線內載電幾安？

習題 7-44. 一單匝長方形線圈， 3×5 吋，載電 5 安，今於線圈之平面上擇定一點，在二長邊之中，而距一短邊 2 吋。試求該點之磁流密度。又問線圈中心點之磁流密度爲何？導入線影響不計。

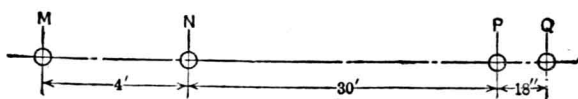
習題 7-45. 如第 139 圖，二並行導線各載電流 500 安，方向相反，位於配電板後。求配電板前 A 點之電氣儀器中因該兩線所發生之磁流密度。假定磁導係數爲 1，電線爲無限長。



(第 139 圖. 電鑰板截面之豎面圖。)

習題 7-46. 在第 140 圖中， M, N 爲單相電力輸送之二導線， P, Q 則爲附近之一對電話線。電力線中之電流爲交流，60 週波，最大值爲 200 安。此電流每秒鐘由一方向之最大值變至另一方向之最大值 120 次，問半週波間在電話線內平均感應而生之電勢若干？

習題 7-47. 美規第 0000 號銅線載電 525 安。試畫一圖解表明磁流密度與離軸距離之



〔第 140 圖。單相電力線與電話線相鄰。〕

關係。電線內外均包括在內。假定該線以鋼製成， $\mu = 2,000$ ，試另畫同樣之圖，並解釋各圖特異之點。

習題 7-48. 一集中線圈共 250 匝，載電 0.1 安，

(a) 求中心點之磁場強度，

(b) 如半徑為 5 吋，求其磁流密度。

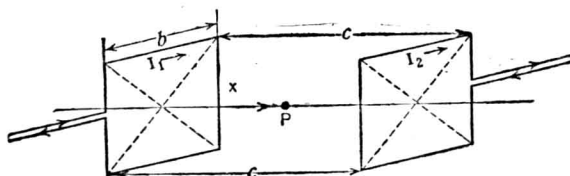
習題 7-49. 在第 110 圖中，如集中線圈有 15 匝，載電 0.5 安， $a = 5$ 吋， $r = 8$ 吋，問 P 點之磁流密度為若干？

習題 7-50. 一螺管長 36 吋，直徑 $3\frac{1}{2}$ 吋，繞有線圈 750 匝。如線圈內載電 3 安，問中點之磁場強度為若干？

習題 7-51. 如有一線圈，截面積為 28 平方吋，共有 2,500 匝，置於習題 7-50 中之螺管內，位置如第 118 圖中所示，試計算 2,500 匝線圈中之磁鏈。

習題 7-52. 今有二正方形線圈，位置如第 141 圖所示，其中心軸在一直線上。(a) 求二公式，以表明軸上離左圈 x 之 P 點之 H 及 B 。(b) 如已知下列各值，求在 $x = 8$ 吋之 H 。

$I_1 = 50$ 安，方向如圖上所指；



〔第 141 圖。兩個互相作用之線圈。〕

$I_2 = 100$ 安，方向適與圖上所指者相反；

$b = 10$ 吋；

$c = 20$ 吋。

習題 7-53. 一直流發電機，齒之大小如下：

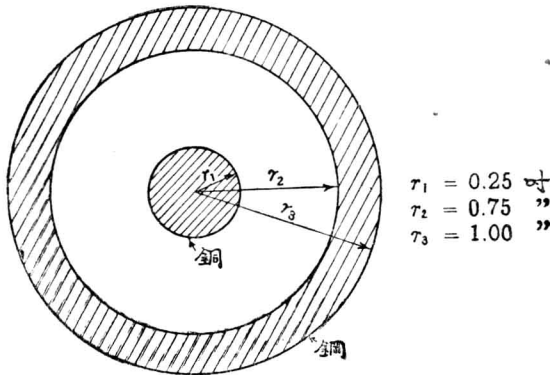
槽深 = 1.2 吋，

齒厚 = 0.7 吋，

槽闊 = 0.8 吋。

每一槽有二導體，每一導體之大小為 0.6×0.4 吋，外包絕緣體厚 0.1 吋。如該二導體各載方向相同之電流 200 安，計算經過鄰近兩齒根每吋槽長之磁流。

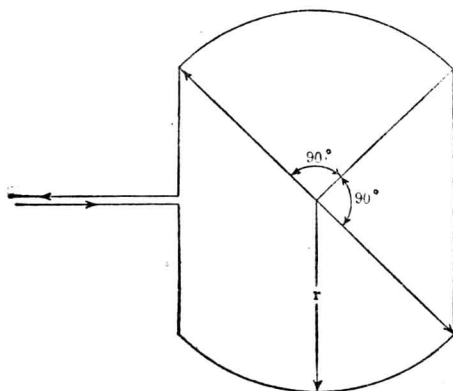
習題 7-54. 一架空電話周路，二線相距 20 吋，與 110,000 伏單相電力輸送線並行。電力線相距 12 呎，所載電流最大值为 100 安。假定電力線與電話線在一平面上，而電話線每哩所纏磁流不得過 15,000 馬，問電話線至少須距電力線若干距離？



〔第 142 圖。一銅導體包於鋼管中。〕

習題 7-55. 第 142 圖乃一截面圖，中為銅導體，外有一鋼管，合成電路中之二導體。總電流 75 安由銅導體流出而由鋼管流回。鋼之平均磁導係數為 700。假定電流在各導體均勻分佈。(a) 試畫圖表示 B 及 H 各與其離軸輻射距離之關係。(b) 計算每呎所發生之總磁流。

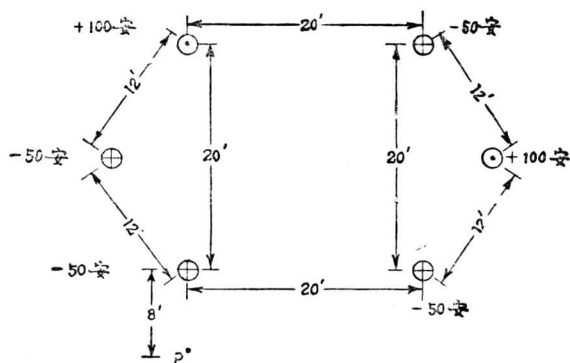
- 習題 7-56. 一集中線圈，形如第 143 圖所示，有 N 匝，載電 I 安。(a) 試求一公式以表示在線圈軸上距線圈平面 x 處之磁流密度高數。所得方程式祇應含有 I, N, r 及 x 四值。
 (b) 當 $r=2$ 吋， $x=3$ 吋， $N=15$ 匝， $I=2$ 安時，求空氣中之 B 值。



〔第 143 圖 一種特殊線圈形狀。〕

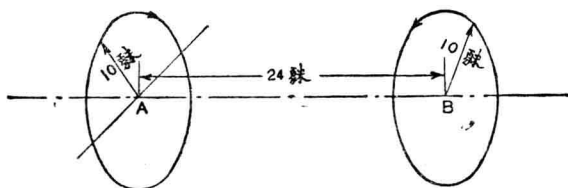
- 習題 7-57. 第 144 圖表示兩組三相輸送線之截面，並註出在某一時各導體所載電流之方向及數量。求此時 P 點 H 之方向及大小。 P 點在導體之下 8 呎，如圖所示。

〔注意〕 H 之方向可以 H 與水平面所成之角度表之。



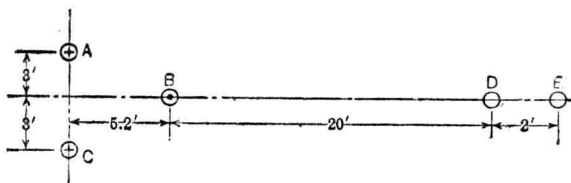
〔第 144 圖。三相輸送線二電路之截面圖。〕

習題 7-58. 在第 145 圖中，集中線圈 A 有 100 匝，載電 2 安，其方向如圖所指， B 則有 200 匝，載 1.5 安，方向亦如圖所示。計算 AB 間磁化力之吉數。



〔第 145 圖。兩圓形線圈置於一軸上。〕

習題 7-59. 一螺管長 10 吋，直徑 5 吋，有 75 匝線圈，載 10 安電流。求兩端截面中心磁勢差之吉數，求此磁勢與該線圈總磁勢之差。



〔第 146 圖。一三相輸送線電路與電話線相鄰。〕

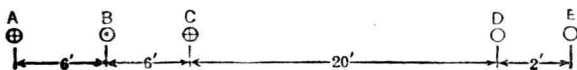
習題 7-60. 在第 146 圖中， A, B, C 為三相輸送線之三導體，在某一時間其所載電流如下：—

A, C 100 安，入書面而流

B 200 安，出書面而流

問電話線 DE 每哩所鏈之磁流若干？

習題 7-61. 如第 7-60 題中電力線之 A, B, C 三導線位於同一平面上如第 146 a 圖所示，而各線所載瞬時電流值與第 7-60 題者相同，試再求電話線 DE 每哩所鏈之磁流。



〔第 146 a 圖。三相輸送線之另一裝置。〕

習題 7-62。二並行導線，半徑 r 吋，相距 D 呎，合成一對來回線而載 I 安。試求一公式，表示每安每哩線之總磁鏈。假定 D 較 r 為甚大，以免除兩線間之“鄰近作用”(proximity effect)。

第八章 鐵與鋼之磁性*

(The Magnetic Properties of Iron and Steel)

近雖發現磁導係數大於鐵之合金，但其應用於磁路之範圍有限。通常凡在各種電機中之磁路，大都以鐵或鋼製成，故本章將就此種普通物質之磁性，特別加以討論。合金之值得提及者，亦將有所說明。

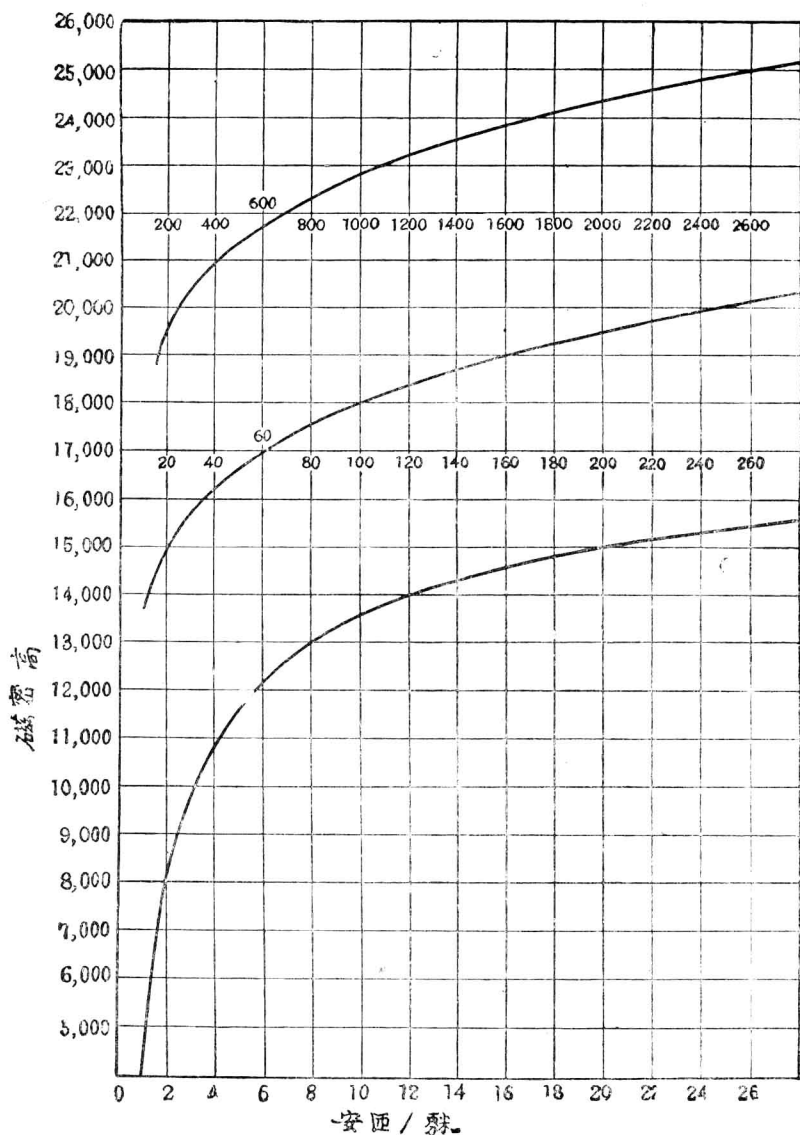
79. 頑磁性及磁帶 (Magnetic Retentivity and Hysteresis).

吾人已知鐵之磁導係數視其磁化程度而定。普通煉鋼片 (annealed sheet steel) 之磁導係數，於磁化力甚小時，約在 100 左右，如磁化力漸增，則其磁導係數亦逐漸增至 5,000 或 6,000 左右，而於極高磁流密度時，則磁導係數又將變低。參看第 147 圖即易明瞭。此圖為英國渥高 (Miles Walker) 博士試驗一種鋼片之結果。吾人可注意在磁流密度 25,000 高時，約需磁化力 2,600 安匝/呎或 3,260 吉·呎。故在此磁流密度時，鋼片之磁導係數等於 $25,000/3,260$ 或 7.7。

如磁化力十分強烈，則磁導係數近於一，即鐵之影響幾乎全失。此時極高磁化力所增加之磁流密度，實與在空氣中之情形無異，故其相當之磁路，亦約與空氣磁路相近。此種情形，吾人謂為鐵已飽和。

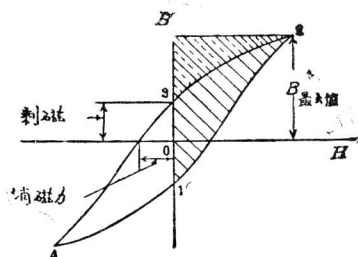
磁導係數不獨隨磁流密度而定，且亦受其他影響。由某磁化力而產

* 欲得其詳，可參看 Ewing, "Magnetic Induction in Iron and other Metals", 與 Stoner, "Magnetism and Atomic Structure," 1926.



〔第147圖。鋼片在普通磁流密度下之磁化曲線 Dr. Miles Walker, Manchester, England. 試驗之結果。〕

生一磁流密度，則此磁流密度之值，又視磁化力之如何加法而定。磁化力如繼續增加至最終值，抑或增加至超出該值以上，然後再減至最終值，其結果將有不同。按鐵質中初次發生磁性以後，此鐵即有保持磁性之傾向。實際上，如一磁化力加於某一鐵棒，而後移去，則此鐵棒將保持若干原來磁性。所保持之磁，稱為“剩磁”(residual magnetism)。在製造永久磁鐵時，此種現象吾人均熟知之。在棒式或斷路式磁鐵中此種現象，於硬鋼內，較軟鋼尤為顯著。今有一軟鐵棒，繞以線圈而強烈磁化之，則當除去此磁化力時，祇能保持極微之磁性。反之，一片硬鋼竟能保持原來最大磁流百分之五十或八十。例如某一鐵或鋼之樣品，最初先磁化之，以後將磁化力漸漸移去，直至零值，但不使其變方向而為負，則其所保持之磁流密度，即為該樣品物質之剩磁。如欲移去剩磁，則須加一反向磁化力。使某一樣品復回至完全無磁性，所需之磁化力，謂之“消磁力”(coercive force)。參看第 148 圖。



〔第 148 圖。磁滯迴環線。〕

圓形樣品，經飽和後所得之剩磁，即稱為該物質之“頑磁性”。某種鐵或鋼之剩磁，隨其最大磁流值及其樣品之形狀而定。一圓形樣品

均勻磁化後，所餘剩磁將較同樣棒式者為多。故物質之頑磁性可在圓形樣品時測定之，以作比較。棒形之頑磁性較小之原因乃在其兩磁極之去磁效應，此點容後討論之。

吾人已知如磁路中所載之磁流不變，則鐵中不能生熱。但當磁流變換方向或大小值時，鐵將發熱，此即表明有能量消失。此種耗失乃因某一磁化力加於某一樣品時，能有兩種不同之磁流密度值（即增加磁化力時所得之值與磁化力減少時所得之值），故磁化路中有一部能量耗失，而在樣品中即發生熱量。此種影響稱為“磁滯”（hysteresis）。因此而發生之熱能耗，稱為磁滯耗。尚有其他影響，亦可發生耗失而變熱，將於後章論之。

磁滯耗之理由，可以一譬喻說明之。如有一汽車自山上滑下，令齒輪互接，機軸相連，而使汽車隨坡而下行。設油管完全關閉（在實際上，機器非有特殊設備，恐難完全關閉其油管進口），假定汽油機與轉動機件間並無機械摩擦阻力，則汽油機之轉動，將對於汽車之進行不生阻力。在壓縮衝程（stroke）中，空氣將受壓縮，而在動力衝程中空氣將得膨脹。如活塞無漏隙，且無其他漏氣之途徑，則在壓縮氣體時所做之工作，皆將在其膨脹時給出*。但遇活塞有漏隙時，則膨脹衝程之氣壓將較壓縮衝程中相當點之氣壓為低。結果，壓縮時所費工作並不於膨脹衝程中完全給還，即汽油機開動時仍取給功率，而使汽車遲行。

* 此說假定壓縮與膨脹皆在同溫度不變情形下。普通情形與此大致相近。

在磁路中亦有同樣情形。如磁流密度各點皆與磁化力之各點相當，則在發生磁場時所儲之功能，將於磁流減少時給回，而無任何耗失。但因鐵有頑磁，減退磁化力時之磁流密度值較增加磁化力時者為高。故當磁流密度減少時，磁場中所貯之能，並不能完全送還電路。如磁流密度變換一週而後還至原值，則有一定能量變為熱耗，而此能量即稱為每週之磁滯耗。

吾人已知變壓器鐵心內之磁流，在某最大值之限度內有周期性之變換，故因磁滯而發生所謂鐵心耗 (core loss)。尚有因渦流 (eddy current) 而得之鐵心耗，將於第十章論之。此磁滯耗之功率總數，乃等於每週之磁滯耗乘一秒鐘內之週數。如磁滯耗之常數乃就一立方呎之物質而言，則當再乘以物質之體積立方呎數，以得總磁滯耗。

一發電機或一電動機皆有一鐵質電樞在磁場中旋轉。設除主要磁場線所生之磁勢外，並無其他磁勢(在實際上罕見之)，則當電樞旋轉時，其中某單位體積內之磁流密度，亦有周期性，因而發生磁滯耗*。實際上，磁流密度之周期性並不簡單，而與第 155 圖所示者相仿。

80. 鐵內磁場所貯之能。 根據第六章磁流單位馬之定義，凡磁流經過線圈 N 匝，其變率為 $\frac{d\phi}{dt}$ 時，感應而生之電勢值即為 $N\frac{d\phi}{dt}$ ，其方向與發生磁流之電流變換相反(參看第 87 節)。今試研究一長 l 呎，截面積 S 平方呎之鐵圓，其上勻繞以 N 匝之螺管。每呎長之磁化力

* 在旋轉鐵質電樞內之磁滯耗，不能照如變壓器鐵心耗之計算方法而計算之，因其產生磁流之磁勢頗複雜而時間相 (time-phase) 又不同。

爲 $\frac{4\pi Ni}{l}$ 吉, i 爲螺管內電流之迭數。如將此螺管接於蓄電池組, 電流即在線圈內流通, 而鐵圓中將有磁流。當磁流增加時, 圈內將發生一反抗電勢, 等於 $-N \frac{d\phi}{dt}$ (下章另有解釋)。故蓄電池組除供給線圈銅耗 $i^2 R$ 外, 尚須供給能量於磁場中, 而此供給能率爲 $Ni \frac{d\phi}{dt}$ 。如 W 代表磁場中所貯之能, 則

$$\frac{dW}{dt} = Ni \frac{d\phi}{dt} \quad \text{或} \quad dW = Ni d\phi \quad (1)$$

如鐵圓截面積之尺寸較其長度爲小, 則吾人可認爲鐵內各部磁流密度均勻分配 (參看 75 節)。於是*

$$\phi = Bs \quad \text{或} \quad d\phi = s dB, \quad (2)$$

$$\text{又} \quad H = \frac{4\pi Ni}{l}, \quad (3)$$

$$\text{於是} \quad dW = Ni d\phi \quad (4)$$

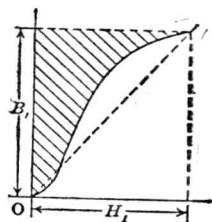
$$= \frac{V}{4\pi} H dB, \quad (5)$$

$$\text{或} \quad w = \frac{W}{V} = \frac{1}{4\pi} \int H dB \quad \text{爾格/立方釐。} \quad (6)$$

H 與 B 之關係, 可以 $B-H$ 曲線表之。此種曲線常以磁化力吉/釐數作橫坐標, 磁流密度高數作縱坐標。上述之導出法係根據一種假定, 即當螺管之磁流變換時, 螺管內即生一定之反電勢。此項假定, 將於下章證明之。

* 欲免近似法之弊, 吾人可取截面一部 ds , 其中磁流密度絕對相等。方程式(5)可改作 $dW = \frac{lds}{4\pi} H dB$, 以此對全面積積分, 結果仍得第(6)方程式。

將上述磁場內每立方呎貯能之公式，應用於磁化曲線，吾人可求得欲在該物質每立方呎內提高至任何磁流密度時所需之能。如欲在未磁化之樣品內，求產生磁流密度時所需之能，吾人當先求磁流密度 B 自零增至 B_1 之積分。此積分值顯然為第 149 圖中斜紋部分之面積。故將每一立方呎鐵之磁流密度提高至 B_1 時，所貯之能，即等於 $\frac{1}{4\pi}$ 乘此斜紋部分之面積，答數單位為爾格/立方呎。



〔第 149 圖。斜紋面積所表示者為磁化樣品之磁流密度自 O 至 B_1 時加於磁場之能。〕

如磁導係數為常數，則磁化曲線將如圖中虛線所示。在此情形下所貯之能即等於 $\frac{1}{4\pi}$ 乘以三角形之面積，或即等於 $\frac{1}{4\pi} \times \frac{BH}{2} = \frac{BH}{8\pi}$ ， μ 為 B 與 H 之終值之比。實際上，磁化曲線有曲度，故除 B_1 極小外，每立方呎之貯能輒較 $\frac{B^2}{8\pi\mu}$ 為少。但若最初與最終之 B 值相差不大時，則所貯之能將近於 $\frac{B^2}{8\pi\mu}$ 。

在一磁路中，如大部分為鐵，而有一小空氣隙，則能量幾完全貯於此空氣隙內，因鐵之 μ 甚大，故 $\frac{B^2}{8\pi\mu}$ 之數值較小，即鐵內所貯之能為一極小之值。

81. 磁滯迴環。 當一磁化力加於完全去磁後之鐵，而後移去之，則此鐵並不恢復其原有磁性狀態，而將保留幾許剩磁。實則，鐵之磁性狀態不獨依所加之磁化力而定，亦且與以往之磁性歷程有關。在電機中，吾人輒遇及交變磁流，即磁化力先加於一方向，後又變為另一方

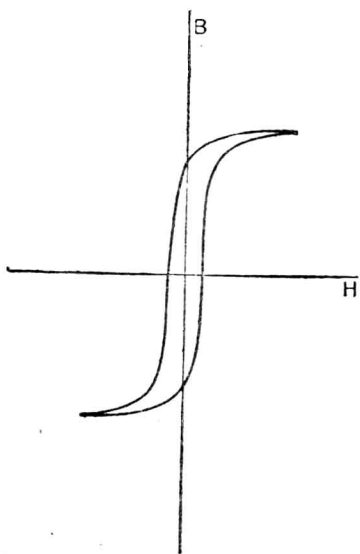
向。此種磁流交變數次後，鐵將達一穩定狀態，其磁流密度將依一定數值而重複變更。如吾人將一週期內磁化力與磁流密度之關係畫成一圖，如第 148 圖所示，則可得該物質之磁滯迴環 (hysteresis loop)。圖中磁化力先在某一方向增至最大值，然後變換至另一方向之最大值，磁流亦隨之而交變。但同一 H ，在 H 增加時之 B 值低於在 H 減退時之 B 值。自此圖可得該物質之剩磁，即 H 完全移去後所餘之磁流密度。又消磁力亦可在此圖上看出，乃為反方向之 H 值，用以移去剩磁者。

吾人已知當鐵質磁化至磁流密度 B 時，每立方呎需一定之能 其值為

$$w = \frac{1}{4\pi} \int H dB.$$

故當 H 自零增至最大值，同時 B 自負值 (0-1) 增至最大值 B_{max} 時，其貯於鐵內磁場中之能，等於 $\frac{1}{4\pi}$ 乘曲線 1-2 與 B 軸間之面積；此面積乃如第 148 圖上斜紋部分所示。當磁化力退減至零，同時磁流密度自最大值減至剩磁 0-3 時，能量將自磁場還至磁化力電路，其值等於 $\frac{1}{4\pi}$ 乘曲線 2-3 與 B 軸間之面積；此面積在圖上乃係斜紋部分之另加虛線者。故實際對於鐵之工作，乃等於輸入能量與還出能量之差，即等於 $\frac{1}{4\pi}$ 乘二面積之差。此二面積之差，即等於圖中半磁滯迴環中 1-2-3 之面積。當 H 在另一方向增至最大值而退為零時，各步驟與前均同。故在完全一週中，即磁流密度自某一方向最大值變至另一方向最大值而再退回原值時，其實際工作，等於 $\frac{1}{4\pi}$ 乘磁滯迴環之面積。

此費於磁滯耗之能，常假定均變為熱量* 即耗於該質中。惟若以量熱計測量樣品中溫度之提高，則結果並不能證實上述之理論，蓋因除此之外，尚有因磁流速變所致之感應電勢，能生渦流於樣品中，亦足以



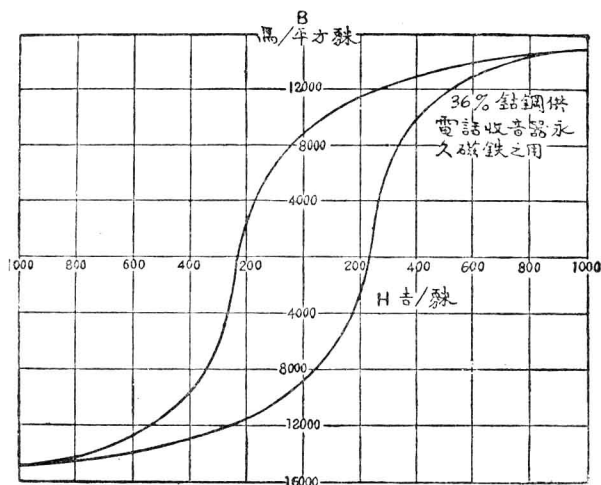
(第 150 圖。軟鐵之磁滯迴線。迴環所包之面積頗小表示磁滯耗亦小。)

發生熱量。但就目前所知，磁滯耗除變為熱量外，似無變為其他能量方式之可能。

如上所述，某種鐵質受一交流磁化力時，其每週磁滯耗即等於 $\frac{1}{4\pi}$ 乘磁滯迴環之面積。今如以 H 吉/釐數及 B 高數畫成曲線，則所得之能，將為該物質每立方釐每週之爾格數。如用他種單位，當乘以改正因數。此改正因數將於下例述及。故磁滯迴環如依標準單位畫出，即可以用以測定磁滯耗之多少。如耗失甚小，則迴環之面積長而狹，如 150 圖，即為

* 關於此種發熱，尚無公認之理論。大概而言，鐵內之各小質點，皆將與磁場強度之方向並行排列。當其排列時，各小質點中發生局部渦流，於是鐵即發熱。此假說之證實，可由‘包克好生效應’(Barkhausen effect) 得之。通常當磁化力加於一鐵樣品時，其磁化作用，大都斷續發生，成極小之步驟。此種斷續步驟，可以一試驗線圈，一真空管放大器及一聽筒聽得之，其聲如爆竹，此即稱為包克好生效應(Barkhausen effect) 聲音之由來，乃磁化力之斷續所致，在試驗圈中因之發生感應電勢。當鐵磁化後，其長度改變幾許，此種情形稱為‘磁伸縮’(magnetostriction)，在磁伸振擺器中，即應用之以得甚穩定之週率。

經緩冷軟鐵樣品之磁滯迴環。第 151 圖表明耗失較大者，乃為電話聽筒中用作永久磁鐵之硬鋼之磁滯迴環。



〔第 151 圖。硬鋼之磁滯迴環。〕

某一物質之磁滯迴環，可由試驗得之，其法即在物質上加以磁化力各值，同時測量其相當之磁流密度，而將結果畫出。做試驗時，當注意磁化力 H ，即磁化電流須步步增加，不得任意減退，直至最大值，然後步步退減而至零。在此試驗中，磁導計特別有用。此儀器裝置頗簡，一測量線圈可繞於欲試驗之磁化鐵樣品上，而後啓開磁路，拉出線圈，以突然移去之。此時磁流之經過此線圈者退減至零，故如有一衝擊測電計相接，其偏轉度將與線圈在移去時之磁流成正比例。欲求磁滯迴環上某一 H 值之相當 B 值，其步驟如下：先置測量線圈於適當地位，掉換磁化電流數次，務使磁流數值依照磁滯迴環而變。依適當的方向增加磁化電流，直至欲測定之 H 值而後止。於是將線圈突然移去，而

注意衝擊測電計之偏轉，由此即可計算 B 值。依 B 及 H 之值，在圖上畫一點。如此按步做去，即能得全部之磁滯迴環。

例題 1. 今試討論一問題，表明此種原理之應用。某一變壓器，鐵心有鐵 500 立方吋。今將此器接入電路，以交流電磁化之，最大磁流密度為 80,000 線/平方吋。交流電之週波率為 60 週/秒，即每秒內鐵在每一方向磁化 60 次，而磁化週環佔時六十分之一秒。此鐵樣試驗磁滯性質之結果，乃得一磁滯迴環，其坐標之尺度比例如下：縱坐標一格代表 1000 線/平方吋，橫坐標一格等於 1 安匝/吋。此迴環之面積以量面積器量得為 400 平方格。今欲計算鐵心中之磁滯耗瓦數。

首先注意者，一平方格等於 1,000 線/平方吋與 1 安匝/吋相乘積。如改為高及吉/呎，則得

$$1 \text{ 平方空格} = \frac{1,000}{6.45} \text{ 高} \times \frac{0.4\pi}{2.54} \text{ 吉/呎。}$$

當其被改為高與吉/呎後磁滯耗失等於 $\frac{1}{4\pi}$ 乘其迴環之面積，故鐵心每立方呎在每一電流單位變換間之耗失等於

$$\frac{1}{4\pi} \times 400 \times \frac{1,000}{6.45} \times \frac{0.4\pi}{2.54} \text{ 爾格/立方呎每週。}$$

將此乘以 10^{-7} 便換得焦耳數 (joules)，即為

$$\frac{4 \times 10^4}{(2.54)^3} \times 10^{-7} \text{ 焦耳/立方呎每週。}$$

以上數乘鐵心之立方呎數及每秒之週數，則得總共能耗為

$$\frac{4 \times 10^4}{(2.54)^3} \times 10^{-7} \times (2.54)^3 \times 500 \times 60 = 120 \text{ 瓦。}$$

電機中鐵質之磁滯耗顯然與周波率成比例；如其他因數不變，週波率加倍，則磁滯耗亦加倍。因此磁滯耗在高速機中較低速機之問題

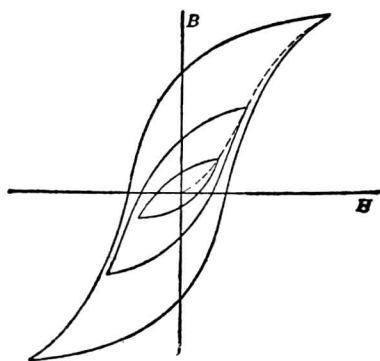
爲複雜。高週率變壓器之設計亦然。如遇極高週波率，則更不可忽視。極高週波率之交流發電機，如無線電報所用之亞歷山大孫（Alexander）發電機中，其週波率高至 100,000 週/秒，則對於防止發生極大磁滯耗之問題，頗爲重要。此種交流發電機中之大部分鐵，常使其載定值磁流，而僅有極小部分載交變磁流。且所用特種鐵質之磁滯迴環面積甚小，故該種機械之磁滯耗比較可不致甚大。

電機中遇磁流密度變化，而欲計算其鐵心耗時，吾人不獨應注意本章所論之磁滯耗，亦更當注意第十章所論之渦流耗 (eddy-current-loss)。此二耗失，合稱爲鐵心耗。故當電機中之磁流密度變化，而又有鐵質存在，此類耗失當共同注意之。此種耗失不獨能降低電機之效率，且足以發生熱量。此種熱量必須設法散佈之，庶免電機各部溫度之過於升高。

習題 8—1. 某一樣品（一鐵條長 0.25 吋，直徑 8.02 吋）之磁滯迴環面積爲 5.48 平方吋。畫此迴環時，縱坐標每一吋代表 5,000 高，橫坐標每一吋代表 20 吉/赫，問每立方吋每週之磁滯耗爲若干爾格？每立方吋之能耗爲若干焦耳？

習題 8—2. 測驗第 8—1 題中之磁滯迴環時，磁化線圈係接於 25 週/秒之電路，問每秒磁滯耗爲若干焦耳？其功率耗爲幾瓦？

82. 平均磁化曲線。弗羅里方程式 (Froelich's Equation)。當一交變磁化力加於一鐵質樣品時，吾人可得一磁滯迴環，表明磁化力之變化與其相當磁流密度之變化之關係。如磁化力之最大值使之——不同，則得一串最大磁流密度不等之磁滯迴環，如第 152 圖所示。圖中虛線乃聯各磁滯曲線正向最大值而畫成，恆稱之曰某一鐵質樣品之平



〔第 152 圖。磁流密度各最大值時之磁滯迴環〕

均磁化曲線。第六章第 59 圖所示安匝與磁流密度關係之曲線，即用此種方法先將各種同樣之物質試之，然後取其平均值而畫成。當吾人討論有週期性變化之磁化力時，關於 B 及 H 之關係，通常指此種平均磁化曲線而言。

鐵與鋼之磁化曲線，弗羅里* 曾採用下列方程式代表之：

$$B = \frac{aH}{b+H} \quad (7)$$

第 (7) 式為雙曲線 (hyperbola) 之方程式。此乃經驗方程式，因其來源由不少試驗結果得之†。此方程式不通用於磁化曲線之二端，但普通應用之磁化範圍內，此方程式頗與實際情形相似，故恆用之。

* 參看 “Handbuch der Electricitaet und des Magnetismus,” O. Froelich p. 253; E. T. Z. 1886, p. 164. 至於弗羅里方程式之討論及磁化定律，可參看 “Law of Magnetization,” S. L. Gokhale, Trans. A. I. E. E. 1926, p. 1013.

† 讀者應注意弗羅里方程式祇可應用於 H 為正值時。

弗羅里方程式中之常數可用下法求得之：

$$\text{如} \quad B = \frac{aH}{b+H}, \quad (8)$$

$$\text{於是} \quad \frac{H}{B} = \frac{1}{a} (b+H)。 \quad (9)$$

$$\text{令} \quad b = J, \quad (10)$$

$$\frac{1}{a} = K, \quad (11)$$

則第(9)式變為

$$\frac{H}{B} = K (J+H)。 \quad (12)$$

上式中如以 $\frac{H}{B}$ 為一變數，則其與 H 之關係，為一直線方程式， H 軸上截線為 J ，直線之斜度為 K 。故如求得 $\frac{H}{B}$ 之各值 ($\frac{H}{B}$ 乃為物質之磁阻係數)，而與相當之 H 各值作圖，結果如為直線若第 153 圖所示者，則磁化曲線乃合於弗羅里方程式。

第 153 圖上之直線，係由煉鋼片磁化曲線之 $\frac{H}{B}$ 及 H 各值畫成，磁化曲線亦在此圖上。該直線之方程式為

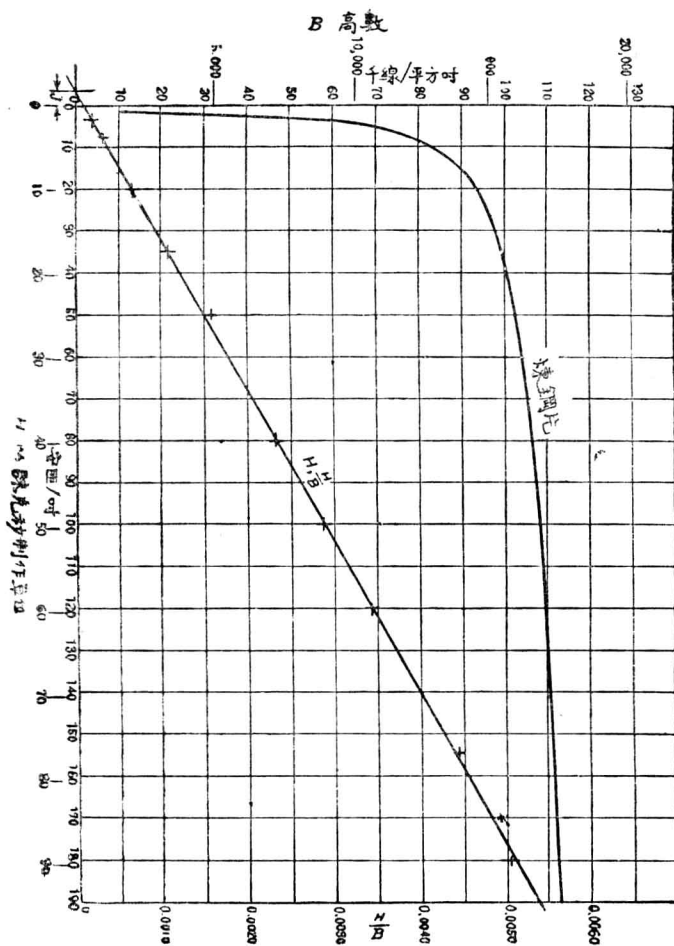
$$\frac{H}{B} = K (J+H),$$

式中 J 為 H 軸之交點， K 為直線之斜度。但由方程式 (10) 及 (11)

$$K = \frac{1}{a}, \quad J = b。$$

故知弗羅里方程式之常數 a 為直線斜度之倒數， b 則為其與 H 軸截線之值。

以 $\frac{H}{B}$ 與 H 之各值畫圖時，極低之 H 值，不當用之*。凡與 B 或



(第 153 圖。 H 與 $\frac{H}{B}$ 減所構成之直線，而 H 與 $\frac{H}{B}$ 乃得自此圖之磁化曲線。)

* 欲自曲線準確求得 J 與 K 之值，可參看 Lipks, "Graphical and Mechanical Computation."

H 成一定比例之數值，均可應用於弗羅里方程式內，惟在方程式中，應另加適當之比例常數。

習題 8—3. 試求第 153 圖所示煉鋼片磁化曲線之弗羅里方程式。

習題 8—4. 在第 59 圖所示鑄鐵之磁化曲線中，問何部分可適用弗羅里方程式？試求該部分曲線之 a 及 b' 兩常數。

83. 鋼質去磁之方法。 如將一片從未磁化之鐵漸加磁化力，而以所得磁流密度之變化畫成一圖，則約與第 152 圖中之虛線曲線相似，而此曲線復與第 153 圖之曲線大致相同。按各磁滯迴環最大値之軌跡，即所謂平均磁化曲線，在實際上應用最多。但須注意者，電機中所用之鐵，其磁滯迴環大都長而狹，如圖 150 所示，而少有如圖 152 所示之過分情形者。換言之，凡電機中之鋼鐵用以受交流磁化力之影響者，其磁流密度之變化，均不若第 152 圖所示相差之大。

鐵質樣品上之磁化力移去後，鐵內將餘存磁流密度，吾人名之曰剩磁。如欲完全除去此種剩餘之磁性，則須加一消磁力，即在反方向加一磁化力而足以消去此剩磁者。但除此之外尚有一簡便法可以去磁。如磁化力用交流，而將其漸漸減低至零，則磁流密度變化，將為繼續減小之磁滯迴環，卒至繞原點而存一極小之迴環。如此變更磁化力之方向而同時又減少其大小值至零，雖硬鋼中之磁流密度亦幾乎可以完全除去。例如欲將時表計中之彈簧去磁，吾人可將之置於一斷心螺管 (open core solenoid) 附近。線圈通以交流，而將此時計漸漸遠離螺管所發生之磁場。又有一法，可發生同樣效果，即將時計置於一永久磁鐵附近而繞之旋轉，同時又漸漸遠移。在此二法中，加於彈簧上之

磁化力均為交流，而同時其大小值又漸漸減為零，故可完全去磁。

84. 司坦麥茲方程式(Steinmetz Equation)。 當加於鐵質樣品之磁化力交變時，其所發生之磁滯耗，與該樣品之體積及交變之週波率成比例。換言之，在一定最大磁流密度時，每立方呎每週之磁滯耗為一常數。至於此種耗失與磁流密度最大值之關係，雖為一有趣之實際問題，但無理論上之定律以說明之。司坦麥茲經無數試驗之結果，乃求得一經驗方程式，於一般工程上通用之鋼鐵類材料及磁流密度之最大值可適用之。此方程式謂磁滯耗與磁流密度最大值之 1.6 次乘方成比例，即

$$w = \eta f B_{max}^{1.6} \text{ 爾格/立方呎每秒}, \quad (13)$$

式中 w = 磁滯耗，每立方呎物質在每秒間之爾格數 B_{max} = 磁流密度最大值，以高數* 表之，

f = 磁化力之每秒週波數。

如能耗以瓦數計，祇須將 (13) 式乘以 10^{-7} 。式中 η 乃一係數，稱為磁滯耗係數，隨物質之種類而異。優良矽鋼 (silicon steel) 之磁滯耗係數約為 0.001 †，軟鐵 (soft iron) 則自 0.002 至 0.004，硬鑄鋼 (hard cast steel) 則高至 0.025，而最大者為鎢鋼 (tungsten steel) 竟

* 每週內之磁流密度最大值與磁化力之週波率亦有關係。在同一磁化力 H 時，實得之最大磁流密度，將因週波率之增高而減少。其減少之理由，乃因渦流之增加，此渦流發生一磁勢與所加磁勢相反。按渦流隨週波率增加，因渦流為於渦流電路之磁鏈變化率之函數。

† Lloyd, "Magnetic Hysteresis," Journal of the Franklin Institute, July, 1910.

達 0.058。

吾人須注意者，上述公式乃為經驗公式，僅足代表一般試驗之結果。如磁流密度在 1,500 至 12,000 高間，則上式應用可得良好結果。如遇磁流密度過大，則能耗增加更快而與公式所示者不符。又設磁流密度過低，則此公式亦不復準確。

今舉例以示該公式之應用。設某一變壓器內磁滯耗等於 400 瓦，今擬將加於此變壓器上之電位二倍之，結果幾可將鐵心內之磁流密度增至二倍。如遇波率仍舊，問新磁滯耗為幾何？

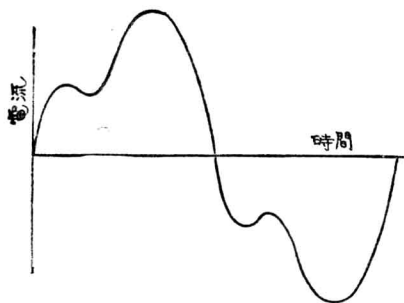
磁滯耗既與磁流密度最大值之 1.6 次方成比例，故新磁滯耗將為

$$400 \times 2^{1.6} \text{ 瓦,}$$

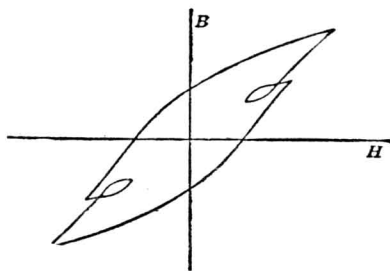
或 1,210 瓦。

司坦麥茲方程式乃根據磁滯迴環而來，蓋即謂磁滯迴環之面積與其高度 1.6 次方成比例。此公式祇能應用於正常之磁滯迴環，即迴環係對稱式，其上下之磁流密度最大值相等者。但如交變與定值磁化力同時加於鐵質，則所得之磁滯迴環為不對稱，蓋一方向之磁流密度最大值，並不與他方向者相等，而在此種情形下，司坦麥茲方程式即不能應用。此外若磁化力並不繼續增至最大值，該方程式亦不能用。

設有一線圈，其所載電流依第 154 圖而變化。電流最初增加片時，後又略略減低，然後再增至最大值，以後退至零，反方向亦如此。其結果所得之磁滯迴環，乃如第 155 圖所示。圖上曲線中之小迴環，乃因中途電流忽減低而再增至最大值之故。在此種畸變波形之情形下，該公式當然不能應用。凡遇此種情形，其解析之法，祇可將磁滯迴環畫



〔第 154 圖。一非正弦波形之電流，能產生如 155 圖所示之磁滯迴環線。〕



〔第 155 圖。154 圖所示之電流所生之磁滯迴環線之形狀。〕

出，而測量其面積。用一面積測量器測量面積時，吾人須完全依曲線進行之途徑而走一週，故除大迴環面積外又加小迴環之面積，方得此種特別情形下之真正磁滯耗。

習題 8—5. 變壓器之鋼片心，平均長 36 吋，截面積 2 平方吋。當 110 伏 60 周波之電壓加於其線捲上，最大磁流密度為 41,000 線/平方吋。該鋼片之 $\eta = 0.0013$ ，求磁滯耗之瓦/立方吋數。因鐵心薄片上有不平處，鋼之體積可假定等於鐵心體積之 0.9 倍。所用之鋼每立方呎重 480 磅。問每磅鋼磁滯耗之瓦數及鐵心內之總共能耗為幾何？

習題 8—6. 一變壓器鐵心體積為 26.5 立方吋，在 25 週波時，磁滯耗為 6.42 瓦。磁流密度最大值为 50,000 線/平方吋。求 η 。如週波數升高至 60 而磁流密度最大值減半，問每立方呎能耗為若干瓦？

85. 鋼之成份及其效應。 前已提及，鋼之化學成份，對於磁滯耗實大有影響。在同一磁流密度時，硬鎢鋼之磁滯耗，較之矽鋼者，或竟可大至五十倍。

磁滯係數及磁導係數，不獨與鋼之化學成份有關，對於施熱時之

手續亦大有關係。將鐵或鋼審慎緩冷，或可減少其磁滯耗達百分之五十。鋼鐵性質亦隨其溫度而變。如溫度達攝氏 750 度，其磁性將失去而其磁導係數幾將等於一。此溫度稱為物質之“釋磁點” (recalcescence point)。

普通之鋼，受溫度攝氏 100 度以上之熱度時，其磁滯係數將漸增。此即謂“陳老” (aging) 作用。現今矽鋼之供製造變壓器用者，幾乎完全無此現象。矽鋼因有此種特點，且其磁滯係數又較低，故常用之於受交流磁化力之電機中。此種鋼普通含有百分之三至四之矽質，其炭份應極低，約為百分之 0.1 弱。如有若干硫或磷之成份，則能使鋼不善導電。鋼片在滾壓後，先須施熱至釋磁點以上，然後漸漸冷卻之。

以後討論渦流耗時，吾人將知變壓器之鋼應有高電阻係數，而矽鋼乃適具有此種特性。

若欲頑磁性較低，則通常用“諾威鐵” (Norway iron)。此物質之磁導係數較高，惟剩磁及消磁力均甚小，故常用為電磁鐵及繼電器上之銜鐵，因剩磁能發生吸力，對於電磁鐵及繼電器之工作大有妨礙，故須避免之。普通生鐵之磁導係數頗高，但磁滯耗較大。鑄鐵則磁導係數較低，而其最大值有僅為 150 者，生鐵則每達 3,000。軟薄鑄鐵 (malleable cast iron) 之磁導係數亦有在 700 左右者。

今日尚有一種電解鐵熔於真空中者，其性質頗特別*，在磁流密

* Proceedings A. I. E. E., Feb., 1915, p. 236; Bulletins, Univ. of Illinois Engineering Experiment Station.

度 9,500 高時，其磁導係數竟達 19,000。其磁滯耗與最好之普通變壓器鐵相較，僅為後者之半。惟此種鐵價格頗昂，今祇可為試驗室中之用品，而尚不能適合於普通之應用。

此外尚有鎳、鐵之合金，其磁導係數亦甚大。此種合金市上有各種名稱，如普美洛 (permalloy)，海泡鎳 (hypernick)，茂鐵 (mumetal) 等等*。最近又有發明一種鐵、鎳、鈷之合金，稱為普明凡 (perminvar)†。如用特別施熱法，以上各種合金可有恆定之磁導係數，且在低磁流密度時，磁滯耗極小。當磁流密度增加時，其磁滯迴環之中部略縮小，形狀頗為特別。

86. 永久磁鐵。 電機中如僅需較小之磁場強度，每用一永久磁鐵。例如內燃機引火用發電機之磁流，即由永久磁鐵供給。電機之出量較大者每用電磁鐵，小者亦有用永久磁鐵者。在電計中亦多有永久磁鐵者，但此種永久磁鐵之磁場強度必須在極長時間內不變，庶電計不致發生大誤。電度計 (watt-hour meter) 之用以測量交流電路之電度或瓦時者，亦用永久磁鐵。

此種磁鐵，或以鎢鋼製成，約含百分之七鎢。此種鋼加硬時應十分小心，即先熱至釋磁點而後冷卻。如施熱溫度有十五或二十度之差，則頑磁性將大大減少。冷卻時，亦須特別謹慎，庶免鋼之碎裂。

* "Permalloy, An Alloy of Remarkable Magnetic Properties," H. D. Arnold and G. W. Elmen, Jour. Frank. Inst., Vol. 195, No. 5, 1923.

† "Magnetic Properties of Perminvar," G. W. Elmen, Bell System Tech. Jour., Jan., 1929.

於電訊應用中，永久磁鐵每有用鈷鋼者，鈷之成份視需要而定。第 151 圖即示該種鋼之磁滯迴環。

磁鐵之磁化法係將一線圈繞於其上，通以大量電流，此電流每由蓄電池組供給。此磁化力當使鋼至飽和狀態，磁化力之值約為 100 安匝 / 釐。馬蹄形磁鐵常以一對同時磁化，庶得一完整磁路。久磁電機 (magneto) 中之磁鐵，當其在磁化之時，常有一保磁片架於兩端。於極謹慎製造久磁電機時，此保磁片直至該磁鐵安於位置後方移去，蓋此後電機中之鐵部，可以代替其作用。當施磁化力時，若將磁鐵輕輕擊動，每能增加其磁化程度，蓋如此可助其分子轉移至磁性位置。如用好鋼而謹慎製成永久磁鐵，則在短氣隙中能發生磁流密度約 6,000 高。

新成之磁鐵，如使之受劇烈擊動，將失去幾許磁性。若將保磁片驟然用力放入，則亦足使磁鐵受損。故於製造某種必須保持恆等磁場強度之磁鐵時，在磁化後常使之受一種人工擊動，俾移去其一部分將來易於失去之磁性。

永久磁鐵，置之不動，將漸漸失去其一部磁性，久後方達不變磁性之情形。電計磁鐵常施人工陳老法，使之在溫度約攝氏 100 度下經過數日，其目的乃在於最短期間內，達到磁場強度不變之最後值。如此以後之磁性即能永久不變。

第八章 摘要

剩磁爲當磁化力移去後物質中剩餘之磁性。

磁滯耗爲爲磁性物質中之一種熱耗，其原因爲磁化力在增加時與減退時所發生之磁流密度並不相同。

磁滯迴環可由磁化力由正至負變化一週中之磁流密度及其相當磁化力之數值畫出，此迴環之面積等於 4π 乘以物質每立呎每週內之磁滯耗。

鐵內磁場中之能量可以下列方程式表之：

$$W = \frac{1}{4\pi} \int H dB \text{ 爾格/立方呎/週,}$$

式中 H 爲一變數，須視 B 而定。

司坦麥茲方程式表示磁滯耗與磁流密度最大值之關係，在磁流密度最大值之某種範圍內可以適用。此方程式爲

$$W = \eta f B_{max}^{1.6} \text{ 爾格/立方呎/秒,}$$

式中

η = 磁滯係數，

f = 磁化力之每秒週波數。

弗羅里方程式對於平均磁化曲線，除始末二段外，均能應用。此方程式爲

$$B = \frac{aH}{b+H},$$

式中 a, b 爲二常數，隨物質而異。欲求此二常數，畫出 $\frac{H}{B}$ 與 H 之關係，假定 H 軸上之截點爲 J ，所得曲線之斜度爲 K 。磁化曲線如合於弗羅里方程式，則 $\frac{H}{B}$ 與 H 之關係成一直線。

於是

$$a = \frac{1}{K} \text{ 與 } b = J。$$

欲將磁性物質去磁，可將之置於一交流磁場內，逐漸減少其磁場強度。

磁性物質之化學成份及其施熱方法，影響於其磁滯係數頗大。

永久磁鐵之最佳者，推鈷鋼或鎢鋼。如用適當方法使之陳老，而又小心保護此種磁鐵，即能保持恆等之磁流密度數年。若磁鐵受熱或保護不慎，則磁場強度將減低。

第八章 習題

習題 8—7. 一鋼條用 “Fahy” 磁導計 (permeameter) 所測磁滯迴環之結果如下:—

H (吉/蘇)	B (高)
18.36	10,000
11.2	9,120
7.6	8,180
6.0	7,880
4.8	7,510
4.4	7,180
3.2	6,920
2.8	6,540
0	5,160
-2.0	3,280
-2.4	2,940
-3.2	2,670
-4.1	1,150
-4.8	0
-6.6	-2,620
-9.0	-4,840
-12.8	-7,680
-18.4	-10,000

以上各數值,乃在磁流密度 +10,000 與 -10,000 高間交變數次後始測定之。問該鐵條之消磁力若干? 最大磁流密度與剩磁密度之比為何? 此磁流密度最大值是否達飽和狀態?

習題 8-8. 由第 8-7 題之數值畫出磁滯迴環，並求每立方吋磁滯耗之瓦數。若電流取自 110 伏 60 週波電源，問磁化所需之激磁電流為若干？

習題 8-9. 用“Koepsel”磁導計測驗一鋼條，得下列結果：表中 H 單位為吉/呎， B 單位為高。

H	B	H	B	H	B
+2.5	+5,000	+2.4	+8,500	+7.7	+12,100
+1.5	+4,750	+2.0	+8,200	+5.5	+12,000
+1.0	+4,400	+1.2	+7,600	+2.4	+10,600
+0.7	+4,000	+0.5	+6,500	+1.0	+ 8,500
+0.3	+3,750	0.0	+5,100	0.0	+ 6,200
0.0	+3,000	-0.2	+4,000	-0.7	+ 3,250
-0.3	+2,200	-1.2	0	-1.2	+ 750
-0.7	+1,000	-1.8	-2,000	-1.6	- 750
-1.0	0	-2.7	-5,300	-2.9	- 5,200
-1.3	-1,900	-3.3	-7,000	-4.0	- 8,500
-1.8	-3,300	-4.3	-9,000	-7.3	-12,000
-2.0	-4,300	-3.5	-8,500	-5.0	-11,700
-2.5	-5,000	-3.0	-8,750	-3.0	-11,000
-1.6	-4,750	-1.0	-7,300	-2.0	- 9,800
-1.2	-4,600	0.0	-5,000	-0.5	- 7,600
-0.7	-4,000	+0.3	-3,400	0.0	- 6,100
-0.3	-3,600	+0.5	-2,500	+1.0	- 2,000
0.0	-3,100	+1.3	- 600	+1.5	+ 400
+0.7	-1,000	+2.0	+3,500	+2.7	+ 5,000
+1.0	+ 600	+2.5	+5,500	+4.0	+ 8,400
+2.0	+3,700	+3.1	+7,200	+7.0	+12,000
+2.5	+5,000	+3.8	+8,200		
+3.4	+9,000	+4.1	+9,000		

由以上各值畫一圖，求消磁力及剩磁。再由此三迴環，畫一平均磁化曲線。

習題 8-10. 由第 8—9 題中之各磁滯迴環，求其磁滯耗，以爾格/立方呎/週表之。

習題 8-11. 由第 8—9 題中各磁滯迴環及第 8—10 題中所求得之能耗，求磁滯係數 η 。

再求 B_{max} 之指數，以使校正後之司坦麥茲方程式適合上述之結果。試解釋所得 B_{max} 之指數，何故有時適與司坦麥茲方程式所示相同，為 1.6，而有時則不為 1.6。

習題 8-12. 某樣品之磁化曲線，用“Fahy”磁導計求得之，結果如下：單位依蘇克秒制。

H	B	H	B	H	B
0.7	94	8.58	5,100	44.1	14,390
1.24	223	9.90	5,800	61.1	15,500
2.16	415	13.04	7,660	78.0	16,130
3.16	800	15.38	8,660	99.0	16,600
4.02	1,300	16.61	9,340	117.0	16,970
5.42	2,380	21.01	10,680	145.0	17,610
6.6	3,320	28.61	12,500		

試畫出一圖如第 149 圖。當磁流密度為 85,000 線/平方吋時，求樣品內每立方呎所貯能之爾格數。如磁導係數為常數，其值相當於磁流密度 85,000 線/平方吋時者，問在此情形之貯能與以上所算得之能相差之百分率為若干？假定在求曲線內面積時可應用辛柏生定則 (Simpson's rule)。

習題 8-13. 某一樣品，為一鐵條，直徑 0.30 吋，長 9 吋，其磁滯迴環畫於方格紙上，比例尺為每一吋等於 5,000 高及 10 吉/呎。其面積為 8.5 平方吋。問此面積代表每立方呎每週內之能耗若干爾格？又問該能耗等於每立方吋每週若干焦耳？

習題 8-14. 一變壓器鐵心，體積 9.00 立方吋，磁流密度最大值為 65,000 線/平方吋，在 30 週/秒時之磁滯耗為 2.10 瓦。求磁滯耗係數 η 。如週波數升高至 60，而磁流密度最大值減

至 32,500 線/平方吋，問磁滯耗爲若干瓦/立方呎？

習題 8-15. 用第 8-12 題中之磁化曲線數值，求其弗羅里方程式。再由此方程式算得之數值，另畫一圖。此圖與磁化曲線可畫在同一紙上，以便比較。

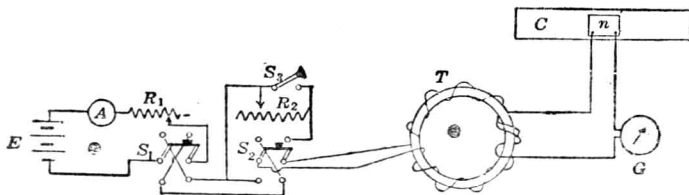
習題 8-16. 一配電用之變壓器，其額定出量爲 20 瓩，2,200-220 伏，其磁路由砂鋼製成，磁滯耗係數爲 0.0011。此鐵心工作時之磁流密度爲 68 千線/平方吋。鐵心平均長爲 43 吋，截面積爲 4.6×4.6 吋。因薄片間有高低不平處，故鋼之實在體積，祇爲鐵心體積之 0.92 倍。問鐵心內磁滯耗每週幾焦耳？如在 60 週/秒電路工作，問總共磁滯耗爲幾瓦？

習題 8-17. 生鐵之平均磁化曲線見第 59 圖。試求其弗羅里方程式。又問磁流密度在何範圍內，所求出之方程式始能適用？

習題 8-18. 百分之三或四之砂鋼變壓器鐵心，在 60 週波工作時，其每磅鐵心之磁滯耗通常約自 0.54 至 0.82 瓦。該種鋼之比重爲 7.5，而磁滯耗係數爲 0.0007。問在此能消耗範圍內，其磁流密度最大值之範圍爲何？

習題 8-19. 第 156 圖代表一簡單線路，用以測定某種物質磁滯迴環所需之各種數值。圖中所示樣品 T 爲一圓錐曲線環，但各樣品未必定須作此形狀。此環將以勻繞之線圈通電流以磁化之。在主要線捲上繞有一試探圈，此試探圈與衝擊測電計 G 及螺管 C 內之線圈 n 相串聯。測電計早已依第 74 節所述方法校準，每偏轉一蘇代表 1,000 馬磁流值之變更。

電路中其他各部如下： A 爲安計，指示磁化圈內之電流。電流之最大值由 R_1 控制之。俟電流最大值決定後，可用電鑰 S_1 ，先將電流方向變換數次，然後將該樣品依所欲求之磁滯



〔第 156 圖 測驗磁滯迴環用之線路。〕

迴環而磁化之。如將電鑰 S_3 關閉，則 S_2 之上右角與下左角二點相連，因而 S_2 即變成一換向電鑰。如 S_2 閉在上面，而使 R_2 在某一數值，則當 S_3 突然啓開時，電流因 R_2 之加入而忽然減少。參看第 148 圖，可知電流之變化，將自第 2 點向第 3 點方向而變，而測電計所量得者，乃為所減少之磁流。如將 S_3 再關閉，使 R_2 調準至另一值，再啓 S_3 ，則可得另一磁流值。依次類推，吾人可在曲線上 2 及 3 兩點間得任何點數。吾人須注意，每一次數值讀完後，應將 S_3 關上而用 S_1 變換數次。在第 148 圖上，如欲得 3 及 4 兩點間之曲線，吾人應先將 S_2 關在下面，而開啓 S_3 。今若將 S_2 關在上面，則電流換向，而同時因 R_2 加入，其值變小。如是則相當於曲線自第 2 點至 3 與 4 兩點間之任何點，而測電計之偏轉度亦將與試驗樣品內之磁流變化成比例。

圓錐曲線環 T 之截面為 5 平方釐，平均長 80 釐，磁化線圈有 160 匝，係美規 14 號銅線。電流以 R_1 控制，約為 7.30 安，下列之表乃為電流自 7.30 安改變至某一值時測電計所示之偏轉度，以釐為單位。

電流 (I) (安)	偏轉度 (d) (釐)	電流 (I) (安)	偏轉度 (d) (釐)
7.30	0.0	-0.80	33.6
4.46	4.4	-0.96	35.3
3.02	9.1	-1.27	36.7
2.39	10.6	-1.63	44.3
1.91	12.5	-1.91	50.0
1.75	14.1	-2.63	63.1
1.27	15.1	-3.58	74.2
1.11	17.3	-5.10	88.4
0.0	24.1	-7.30	100.0

假定磁流密度均勻，試用以上各值畫磁滯迴環。如磁化電流最大值為 7.30 安，由 60 週波電源供給，求該試驗樣品每立方吋磁滯耗之瓦數。

習題 8-20. 某一電動機之磁路有磁化線捲 2,000 匝。當磁場電流為 6 安時共有磁流 3×10^5 線。當電流為 3 安時則有 2×10^6 線。求此磁路之弗羅里方程式。

習題 8-21. 某一磁滯迴環, 在磁流密度最大值 16,000 高時, 求得有面積 10.0 平方呎。圖中所用比例尺, 為每呎代表 0.2 吉/呎及 2,500 高。如以此種物質製成變壓器鐵心, 體積為 400 立方吋, 而磁流密度最大值為 10,000 高, 間用於 60 週波電源工作時之磁滯耗為幾瓦?

習題 8-22. 設磁流密度為每平方吋 64,500 線, 而週波數為 60, 普通煉鋼片之磁滯耗範圍約自每磅 1.0 瓦至 2.0 瓦。試求司坦麥茲方程式中磁滯耗係數之相當範圍。煉鋼片之比重為 7.5。

習題 8-23. 下列磁化曲線由美國西屋公司出品之複激發電機求得。該機之定額為 5 瓩, 230-250 伏, 21.8 安, 1,150 轉/分。在測定下列結果時, 該機並無負載, 速度為每分鐘 1,150 轉, 且其激磁電流, 取自他機。

磁場電流 (安)	發生之電勢 $E = kB$ (伏)	磁場電流 (安)	發生之電勢 $E = kB$ (伏)
0.0	0	1.050	260.3
0.510	148	1.074	264
0.568	162	1.155	274
0.665	174	1.258	285
0.655	186	1.355	294
0.694	196	1.252	287
0.730	203.5	1.152	277
0.780	215	0.985	257.6
0.825	225	0.880	240
0.866	232	0.804	230
0.902	238.3	0.715	211.6
0.948	245.3	0.605	187
0.987	251.7	0.503	159
1.018	256	0.0	7

在上述試驗情形之下，該機所發生之電勢，與磁流密度成正比。問磁流密度在何種範圍內，可以應用弗羅里方程式？升高與降下之曲線何故不一致？在可以應用弗羅里方程式之磁流密度範圍內，求該方程式中之常數 a 與 b 。

第九章 感應電勢

(Induced Electromotive Forces)

讀前數章，可知當環繞一線圈之磁流變換時，該線圈內即產生一電勢。本章將討論關於此種由感應而產生之電勢及電流之定律。

87. 磁鏈變換 (Change of Linkages) 及倫茲定律 (Lenz's Law)。

磁鏈變換之普通定律如下：當線圈相鏈之磁鏈變換時，線圈內即因感應而生電勢。

吾人已知，感應電勢與磁流變率成比例，實則吾人規定磁流單位馬 [克司威] (maxwell) 之定義時，即謂磁流變換一馬時將在一匝線圈中產生一迭-秒之電衝量 (impulse)。故如經過一匝線圈之磁流，在一秒鐘內變換一馬，則此線圈中即能生感應電勢一迭。

線圈內產生之電勢，即等於其所鏈之磁鏈變率。寫作公式即為

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \text{ 迭} = - \frac{d\lambda}{dt} \text{ 迭}, \quad (1)$$

式中

e = 所產生之電勢迭數

N = 線圈匝數

ϕ = 磁流馬數

λ = 磁鏈數

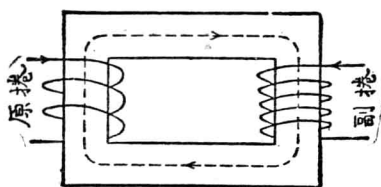
如 e 為伏數，則吾人須添一因數 10^{-8} ，將蘇-克-秒制電磁單位改

為實用單位，於是

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} 10^{-8} \text{ 伏} = -\frac{d\lambda}{dt} 10^{-8} \text{ 伏} \quad (2)$$

(1), (2) 方程式中，均有一負號，乃由實驗結果而來。侖茲* 於 1834 年時，從無數實驗結果得一定律，即所謂侖茲定律。此定律係由實驗而得，但迄今並無發現不符之例外。

當電路所鏈之磁鏈有變換時，電路中將發生感應電勢，其大小值與磁鏈變率成比例，而其方向則將使所生之電流，反對磁鏈之變換。



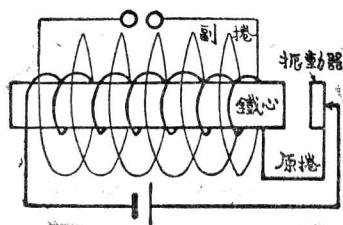
(第 157 圖 變壓器)

第 157 圖為一變壓器，其原捲 (primary winding) 中電流方向如圖上箭頭所示，而在鐵心內所生磁流之方向乃如虛線箭頭所示。今試將磁流減少，則副捲 (secondary winding) 內將產生一電勢，其方向如副捲上所畫之箭頭所示，即該方向之電流將增加磁流，而阻止原有磁流之減少。反之，如原有磁流增加，則副捲內所生電勢，方向必反，而將阻止原有磁流之增加。

感應而生之電勢既與磁鏈變率成比例，則如遇變率極速，將可得極高電位。感應線圈 (induction coil) 即本此原理。如第 158 圖所示，

* 參看 "The Contribution of H. L. E. Lenz to Electromagnetism," by W. M. Stine.

一鐵心繞以能載大量電流粗線捲，俾可強力磁化。此線捲稱為原捲。鐵心恆用開斷式而非閉合成環，俾磁流可以迅速減滅，且常用細鐵絲製



〔第 158 圖 感應線圈〕

成，以減少渦流。在原捲上繞以匝數極多之副捲。原捲電流經過振動器 (vibrator)，此振動器之作用乃如電鈴上之擊鈴棒然。當電流因此振動物而中輟時，磁流將由最大值驟減幾至於零。此磁流之驟變，在副捲內即發生極高之電勢。

今試舉一例，如鐵心截面積為 4 平方呎，磁化之磁流密度為 6,000 高，即得磁流 24,000 馬。假定此振動器在千分之一秒內可將此磁流最高值變為零。如副捲匝數為 20,000，則副捲內所產生之電勢將等於

$$e = -20,000 \times \frac{24,000}{0.001} \times 10^{-8} = -4800 \text{ 伏。} \quad (3)$$

於此種情形下，感應線圈可發生數千伏。其主要應用，即為供汽車上燃火 (ignition) 之需。所用之振動器，以斷續器 (interrupter) 代之，斷續器即由車上之機器拖動。調準斷續器之接觸，可定開斷電路之時間，使在適宜時發生火花。原捲內電流，則可由車上蓄電池供給。

跨斷續器接觸處之兩端，可接一電容器 (condenser)，以減少接

觸處放火花。電容器之大小，應擇一能得最大磁流減速率者。

應用上述原理，而在商業上視為更重要之電器，則為變壓器。變壓器之原捲如用粗線，則可在低壓下載大量交流電而發生大量交流磁流，因之於副捲中可發生高電壓。此種稱為升高變壓器。反之，若原捲匝數極多而載少量電流，則其所發生之磁流，可使匝數較少而用粗線之副捲內發生低壓電位而有大量電流流通。此種稱為降低變壓器。至於原副捲中電壓之比，與其匝數比例約相等。

在變壓器中，磁流之變換不在瞬息間（如感應線圈然），而為有週期性之逐漸變換。實則交流之變換與正弦波形極近，故變壓器鐵心內磁流之變換亦與正弦波相近，即磁流依時間而作諧波變換。換言之，如吾人將時間與磁流密度關係畫出，將得一正弦曲線。例如第 159 圖曲線之方程式為

$$B = B_{max} \sin 2\pi ft. \quad (4)$$

式中 f 表示週波率，或頻*。副捲內所發生之電勢將為

$$e = -N 10^{-8} \frac{d}{dt} (AB_{max} \sin 2\pi ft), \quad (5)$$

式中

N = 副捲匝數，

A = 鐵心截面積。

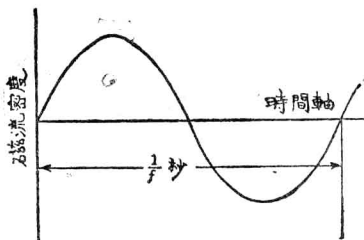
第 5 式微分後得

* 譯者註：我國現經建設委員會規定採用每秒 50 週為標準週波率。歐洲各國，亦均

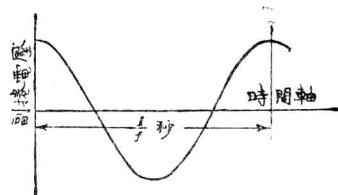
用每秒 50 週，惟在美國通常為 60 週。

$$e = -2\pi NAB_{max} f \cos 2\pi ft, \quad (6)$$

上式含有餘弦一項而不復為正弦。將第(6)式畫成曲線，則得第160圖。



〔第159圖 正弦波形之磁流密度變換。〕



〔第160圖 當磁流依第159圖正弦曲線而變換，則感生電勢依此圖餘弦曲線而變換。〕

將第159及160兩圖相比較，可知電勢最大值乃在磁流為零時，蓋在此時磁流變率為最大。且當磁流最大時，其變率為零，故此時之電勢亦為零。由此種情形，吾人可知電勢與磁流之相差為一象限，或即90度。

研究變壓器內種種作用，似頗有趣，但不得不於電磁線路中各定律更確切明瞭後再討論之。

習題 9—1. 地球磁場在某處之強度為0.6高，傾角為70度。今有一線圈600匝，截面積10平方釐，線圈直豎，其平面與南北方向垂直。在0.01秒間，繞其豎軸轉90度，問線圈產生若干平均電勢？如在同一速度，該線圈僅轉30度，則平均電勢為若干？轉50度又為若干？

習題 9—2. 在第158圖中，原捲有200匝，產生總磁流為50,000馬。如電路開斷，磁流在0.01秒內消滅至零，問在振動器發生平均電勢若干？

習題 9—3. 在一變壓器鐵心中， $B_m = 80,000$ 千線/平方吋，其磁流密度依正弦波形而變換，週波率為60。試畫一曲線表示一週間磁流密度之瞬值與時間之關係。

習題 9—4. 在第 9—3 題中，如鐵心截面積為 1.25 平方吋，試畫一曲線表示一週間副捲電位 E 與時間之關係。副捲匝數 N 為 2,500。此曲線可畫於第 9—3 題曲線上，時間用同一比例尺。

88. 自感 (Self Induction) 及自感係數。 當磁鏈數變換時，不論線圈載電與否，線圈內即有電勢產生。今有一匝線圈，因自己載電流而產生一磁流，當此磁流量變換時，圈內將發生一感應電勢，此電勢既由線圈內本身所載電流之變換而生，故稱為自感電勢。

吾人已知感應所生電勢之方向，恆與原有電流變換之方向相反，故自感電勢之方向，亦恆反抗電流之變換。如電流在圈內增大，則自感電勢方向與原電流相反。如圈內電流減少，則自感電勢方向與原電流相同。

當線圈載電一單位，自己所發生之磁鏈數稱為自感係數。故蘇克秒制之自感係數，即為每安之磁鏈數，可取名曰達 (abhenry)。自感係數雖由法拉第* (Faraday) 首先發現，但美國之亨利教授† (Joseph Henry) 亦曾同時發現此種現象，且預料線圈長度及繞法對於自感係數將有一定影響。當電學單位定名時，國際委員會承認亨利在科學上之供獻而取電感 (inductance) 之實用單位為亨利，或簡稱之曰亨。故凡一線圈有電流一安流通，而產生 10^8 磁鏈，此線圈即有自感係數一

* 學者應讀 Faraday's "Experimental Researches," 該書解釋清晰，論理井井有條，可稱傑作。

† 關於亨利之貢獻，可參看 Silliman's American Journal of Science, Vol. 23, p. 403 (1832) and Vol. 28, p. 327 (1835).

亨。自感係數通常簡稱電感，其公式如下：

$$L = \frac{N\phi}{I} \times 10^{-8} \text{ 亨} = \frac{\lambda}{I} \times 10^{-8} \text{ 亨} \quad (7)$$

式中

L = 線圈之電感亨數，

N = 線圈匝數，

ϕ = 線圈內當電流 I 安流通時所發生之磁流，

λ = 實在之磁鏈數。

第(7)式前一部乃假定總共磁流均與線圈每匝相鏈。如磁流並不與總共匝數相鏈，則當以實在之磁鏈數 λ 代 $N\phi$ ，如第二部所示者。

線圈製造時如未用磁性物質，則其電感為一常數，僅與形狀大小有關。在此情形下，磁流與電流成比例，不論電流大小，其 L 值不變，即

$$\frac{N\phi}{I} \times 10^{-8}$$

為一常數。如有鐵心，則以上情形不確。此時磁流與電流並非直線比例，但在磁化力弱時，二者比例相近直線，故上式應用時亦可得工程上之準確。

通常論及某線圈或電路之電感，吾人假定線圈或電路中並無鐵質存在，或即有鐵質，而鐵質內之磁流密度極低，磁流與電流仍可作為有正比關係。普通有鐵心之線圈，其鐵心內磁流密度頗高，磁流將不與電流常有正比之關係，因之線圈電感並非常數，而與量電感時之電流

值有關。如此，則上述“自感係數”之定義，並無真確之意義。

今有一不含鐵質之線圈有電感一亨，假定該圈所載電流，均勻增加，其增加率為每秒一安。該圈內電流一安既能發生磁鏈 10^8 ，於是磁鏈之增加率為每秒 10^8 。吾人既知當線圈內磁鏈變率為每秒 10^8 時，線圈內由感應而生之電勢為一伏，因之又可得亨之定義如下：

一線圈若有電感一亨，則當電流變率為每秒一安時，能發生感應電勢一伏。此定義可推廣之而得以下之說明。線圈內因自感而生感應電勢即等於電感乘電流變率。在實用單位中，自感所生電勢即等於其電感亨數乘以電流變率（每秒安數），即

$$e = -L \frac{di}{dt}。 \quad (8)$$

式中負號表明自感勢之方向，即當電流增加時，二者相反。此乃早知之事，蓋因感應而生之電勢，其方向必反抗電流之變換。

上述簡單公式，“感應所生電勢，等於感應係數乘電流變率”，在電學理論中頗為重要，讀者應加以注意。

習題 9—5. 如第 9—2 題中原圈內之電流為 1.7 安，磁流為 34,000 馬，求其電感。

習題 9—6. 今有一線圈，電感為 0.001 亨，其中電流變率為 10×10^4 安/秒，求感應所生電勢。

習題 9—7. 在 1,500 匝線圈內，某時由感應而生之電勢為 3,000 伏。如 $L=0.32$ 亨，求電流之變率。

習題 9—8. 一集中線圈有 350 匝，與衝擊測電計相連，以測定磁流。在此線圈內，當電流為 3 安時，相鏈磁流為 140,000 馬，求 L 。

80. 感應電路中之瞬變情形 (Transients in Inductive Cir-

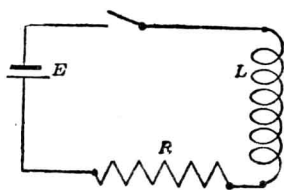
uits)。當電流在線圈內變換時，所發生之磁鏈變換，能使感應電勢發生，其值為

$$e = -L \frac{di}{dt}$$

其方向則反抗電流之變換。

當線圈接於一電周路時，電流將在該圈內增加，同時圈內更發生自感電勢，阻止電流之增加，結果使電流之增加較緩，此中情形，可分析之如下：

設有一簡單電周路如第 161 圖*。周路內有一線圈，其電感為 L 亨，與一電阻 R 歐串聯，又有一恆電位 E 伏。電鑰一關，電路即通。再假定電阻 R 不但為一外加電阻，即線圈及蓄電池組之電阻亦包含在內。



(第 161 圖 包含電感 L ，電阻 R ，及電勢 E 之周路。)

根據啓旭夫定律，沿此電路一週，電位之總和為零。如將各種電位計算在內，則在任何時間內，其電位之總和必等於零。吾人如研究各種變換時之情形，則除蓄電池之電位及電阻器之電位降落外，自感電勢必當計算在內，庶得正確之方程式。因之當電流增大時，有三種

* 學者當知凡線圈必有電阻，凡電阻必有電感，而凡蓄電池或發電機亦必有電阻與電感。實則不論任何電路亦不免有少許電容，但電容之影響頗微，可無庸注意之。第 161 圖之電感，吾人可認為理想中之電感，十分完善，即假定全週路之電感，均集中於線圈內，而磁場內所儲之能，可完全送還激磁電源。全周路之電阻，則假定均集中於電阻器。

電勢須同時注意：一爲蓄電池之電位，二爲電阻位落，三爲自感電勢。二三兩電位均與蓄電池之電位相反。將此種情形以數學方式表之，得該電路（不含電容）之基本微分方程式如下：

$$E - Ri - L \frac{di}{dt} = 0. \quad (9)$$

此方程式表明電路中任何時之情形。

解此微分方程式*，將得一式表示電流與時間之關係，即代表電鑰關閉後電流變更之情形。

將第(9)式移項化簡後，得

$$(E - Ri) dt = L di, \quad (10)$$

或作

$$\frac{di}{i - \frac{E}{R}} = -\frac{R}{L} dt, \quad (11)$$

變數既各在二端，每端可取積分，得

$$\log_{\epsilon} \left(i - \frac{E}{R} \right) = -\frac{Rt}{L} + K, \quad (12)$$

式中 K 爲積分常數。以「此方程」代“第(12)”式又可作

$$i - \frac{E}{R} = \epsilon^{-\frac{R}{L}t + K} \quad (13)$$

對數之根基爲 ϵ 。

* 解此種或較爲複雜之微分方程式時，可用“運算微積”方法，或較簡便。讀者如有興趣，可參看 Bush, “Operational Circuit Analysis” 及 Heaviside 之各種著作。

欲定常數 K 之值，可利用已知情形，即當電鑰方關時，電流為零。

由

$$\begin{aligned} t &= 0, \\ i &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

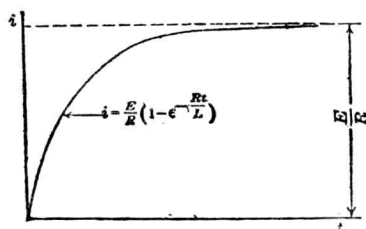
故得

$$-\frac{E}{R} = \epsilon^{\pi}. \quad (15)$$

將此代入，可得最後結果

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - \epsilon^{-\frac{R}{L}t} \right). \quad (16)$$

此方程式表明電鑰關後電流變更之情形。第 162 圖即由此式畫出。從此曲線，可知電流在開始時增大甚速，以後漸緩，最後達至 $\frac{E}{R}$ 之值



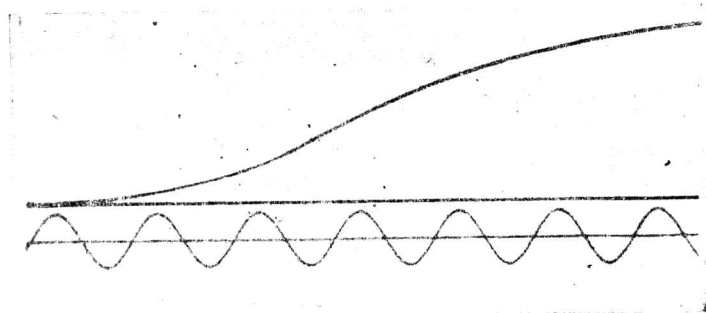
〔第 162 圖 第 161 圖中電鑰關閉時，電流即依此曲線而增大。〕

而不變。在電鑰關閉之瞬間，自感電勢阻止電流之即刻達到等於 $\frac{E}{R}$ 之最大值。但以後電流即徐徐而增，電感之影響亦較弱，迨達穩定狀態 (steady-state) 時，電流不復變更，而電感之作用終止。穩定時之電流值，可由歐謨定律求之。在穩定時期以前，電流並不依照簡單之歐謨定律，故此定律即不能應用。此時期吾人稱為瞬變 (transient) 時期。

此外更須注意一事，即第 161 圖中之 E, R, L ，均須爲一常數，電流始依第 162 圖而變更。如電路與鐵質磁路相鏈，則 L 並非常數，而電流之增大將如第 163 圖所示。如電路中有鐵，則 (9) 可改作

$$E = Ri + N \frac{d\phi}{dt} \times 10^{-8}。$$

有時在含鐵周路中，將上式積分而得電流之公式頗難。以上 (16) 式既祇可應用於電流如第 162 圖所示者然，故於電周路之與鐵質相鏈者即不適用。惟在工程準確程度內，若 E, R, L 各值可假定爲常數，則公式 (16) 亦未始不可應用。



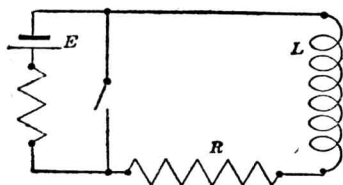
〔第 163 圖。與鐵質磁路相鏈之電路內電流增加之波形圖。下半圖之交流曲線，用以定時間者。〕

由以上結果，可見電流欲於感應電路增加，必需經相當時間。此種情形與力學中開動一重車而必需相當時間者相若。吾人謂車有惰性，加外力經過若干時後，始將惰性之反應克復。故電路中之電感，亦可作爲電惰性 (electrical inertia)。

車在行動時，如將其拖動力移去，則車將滑行若干時而後方停。同樣，當電流於感應電路中達相當穩定值後，如將所加之電勢移去，電流

將維持若干時而後至零。解析此種情形，可用上述相同之方法。

如第 164 圖所示，設蓄電池組 E 供給一穩定電流 I 安於電感 L 亨



〔第 164 圖。電鑰關閉時， R, L 周路即受短接。〕

電阻 R 歐之電路。如將電鑰關閉，經另一電阻以短接此蓄電池組（按加入另一電阻乃所以免去損害電源），則電感 L 中之電流並非立即停止，而將逐漸消滅。在右面一環路中，除自感電勢外，並無其他電位，故如應用啓旭夫定律於此瞬變情形下，則得

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0, \quad (17)$$

或化之爲

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt, \quad (18)$$

積分得

$$\log_e i = -\frac{Rt}{L} + K_2, \quad (19)$$

式中 K_2 爲積分常數。第 (19) 式可寫作

$$i = \epsilon^{-\frac{Rt}{L}} \epsilon^{K_2}. \quad (20)$$

吾人已知在電鑰關閉時，電流之值爲 I_0 ，即

$$\begin{cases} t=0 \\ i=I_0 \end{cases} \quad (21)$$

將之代入 (20) 式得

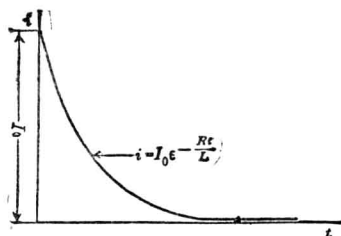
$$I_0 = \epsilon^{K_2} \quad (22)$$

故

$$i = I_0 \epsilon^{-\frac{Rt}{L}} \quad (23)$$

上式乃為電鑰關閉後電流與時間之關係。

依之畫出曲線，即為第 165 圖。電流之消滅係依照指數函數而變時間稍久，即趨於零。電流之消滅情形，恰與電流當電勢加上後之增加情形相反。



〔第 165 圖。第 164 圖之電鑰關閉後 R, L 周路中之電流，即依此曲線而消滅。〕

以數學眼光觀察方程式 (16) 及 (23)，電流永不能至穩定時期之數值，亦不能消滅至零。不論 t 任何大，由此二方程式所算出之電流與 $\frac{E}{R}$ 或零均相差幾許。但在吾人實際所能得之電路中，電流能增至穩定值，或消滅至零，其原因在於電路中之各種常數，並非絕對不變，如求解時所假定者。實用上，各種電源之電勢均有相當變更，即為主要因數，而電阻電感之值亦恆有少許改變。此外在電路中常有熱學上，化學上，或外來電磁影響所生之各種小電位，均足使結果略異。惟通常

此種電位比較上均不甚顯著。無論如何，在瞬變時期內，即自電路受擾亂起至電流達最後值之 99% 時為止，如將全路之電感包含於 L 中，電阻包含於 R 中，各種電源之電勢包含於 E 中，而 L, R, E 爲常數，則由指數方程式所算出之結果，與試驗所得之結果，頗能精確符合。

習題 9-9. 在第 161 圖中，令 $R=10$ 歐， $L=0.001$ 亨， $E=10$ 伏。問電流欲達至最終值之 $\frac{1}{2}$ 及 $\frac{3}{4}$ ，所需時若干？畫一曲線表示電流之增大情形（最少用五點）。

習題 9-10. 第 9-9 題中，如 $L=1.0$ 亨，試再求所需之時間。

習題 9-11. 在第 164 圖中，各常數如下：

$$R = 50,$$

$$L = 0.5,$$

$$E = 100,$$

$$r = 12 \text{ (蓄電池組內阻)},$$

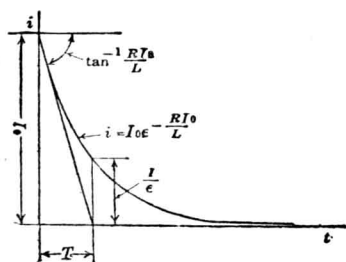
當電流達穩定值後，即將電鑰關閉，問在 $t=0.008$ 秒時，電流之消滅率爲何？欲電流降至原值之半，需時若干？又問最初時之消滅率爲何？

90. 時間常數 (Time Constant)。 電路中電感愈大，即惰性愈大，則一電勢欲使一電流於該路中增加，需時愈久。若電感之值一定，則所連之電阻愈大，所得之電流終值愈小，而電勢使電流增加至最終值之某一百分數之需時較速。故增加電阻，足以減少電感影響。電路之電感愈小，則電流增加愈速。但電路之電阻愈大，則電流能流通者必少，而電感之影響亦因之而減少。

上述數種情形，可概言之，即一電路有一定之時間常數 T ，其值爲

$$T = \frac{L}{R}. \quad (24)$$

電路時間常數之秒數，即等於電感亨數除以電阻歐數。如一周路有電感 2 亨，電阻 1,000 歐，則時間常數為 0.002 秒。



〔第 166 圖。如電流依 $\frac{RI_0}{L}$ 速率而繼續減小，在 $\frac{L}{R}$ 秒時，即變為零。 $\frac{L}{R}$ 爲此電路之時間常數。〕

時間常數之意義，可由第 166 圖知之。此圖乃示一感應電路，自電勢移去後電流消滅之曲線。在 T 秒鐘後，電流將降至原來電流之某一百分數，其值可求之如下：使

$$t = T \quad (25)$$

或
$$t = \frac{L}{R} \quad (26)$$

以此代入電流方程式

$$i = I_0 \epsilon^{-\frac{Rt}{L}} \quad (27)$$

則 i 之值將爲

$$i = I_0 \epsilon^{-1}, \quad (28)$$

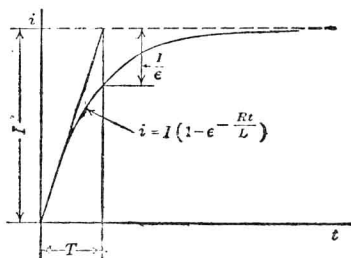
或
$$i = \frac{I_0}{\epsilon}, \quad (29)$$

其中 $\epsilon = 2.718\dots\dots$ ，普通用 2.718 已足準確。

於是

$$i = \frac{I_0}{2.718} = 0.368 I_0. \quad (30)$$

由公式(30)可知感應電路之時間常數，為自電勢移去後，電流降至原值之 $\frac{I_0}{e} = 36.8\%$ 所需之時間。電流增加之曲線，見第167圖與電流消滅之曲線，形同而位置顛倒。故電路之時間常數又可得一定義



〔第167圖。如電流依最初增加率繼續不變，則在 $\frac{T}{R}$ 或 T 秒後，電流即達 $\frac{E}{R}$ 之值。〕

如下：一電路之時間常數，乃為所加電勢變更後，電流約達最後變更值之63%所需之時間。如電流起始為零，則時間常數即為加電勢後電流增加約至最終值之63%所需之時間。至於準確百分數，當隨 e 值之準確度而定。

時間常數，除上述意義外，尚有特別意義，吾人應注意之。

在第166圖中，於 $t=0$ 點作曲線之切線，此切線之傾斜度為

$$\frac{di}{dt}.$$

但如第164圖，吾人已知電鑰關閉後電流之方程式為

$$i = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$

取其微分得

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L} I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} \quad (31)$$

當 $t=0$, (31) 式爲

$$\frac{di}{dt} = -\frac{RI_0}{L} \quad (32)$$

延長此切線，使與時間軸即橫坐標相交。由幾何學原理，可知此交點與原點在橫軸上之距離爲

$$t = \frac{\frac{I_0}{\frac{RI_0}{L}}}{1}$$

即

$$t = \frac{L}{R} \quad (33)$$

由此可知，如於第 166 圖曲線上之 $t=0$ 點繪一切線，則此切線與橫軸相交處距原點之長度適等於時間常數。

但上述切線乃爲電流開始消滅時之變率，於是又可得一關於時間常數 T 之解釋。

一感應電路之時間常數，爲自電勢移去後，電流若依開始時消滅率繼續降至零值所需之時間。應用同理於第 167 圖，則其時間常數可解釋如下：一感應電路之時間常數爲電流若依開始時增加率繼續增至最終值所需之時間。

在感應電路中，如電鑰關閉，電流之變更將始速而漸慢。若不漸慢，而隨開始時之變率繼續變更，則全部變更，將於時間常數之時間內完成。

今舉一例，如有一電機之磁場周路，由粗線圈繞成，電阻為 10 歐，電感為 2 亨，於是時間常數為

$$T = \frac{L}{R} = \frac{2}{10} = 0.2 \text{ 秒。} \quad (34)$$

如將電勢 100 伏之來源，關上電鑰，供給此磁路，則電流終值為 $\frac{100}{10} = 10$ 安。在十分之二秒後，電流將至終值之 63% 即 6.3 安。當電鑰關閉時，電流之增加率為 50 安/秒。依此增加率繼續增大，則在 0.2 秒後即至終值 10 安。如吾人欲知一秒鐘後電流之值多少，則

$$\begin{aligned} i &= 10(1 - e^{-\frac{10 \times 1}{2}}) = 10(1 - e^{-5}) \\ &= 10(1 - 0.007) \\ &= 9.93 \text{ 安;} \end{aligned} \quad (35)$$

即最終值之 99.3%。故在一秒鐘後，吾人若以電流計測定電流，則知其已近於穩定狀態之數值。

習題 9-12. 在第 9-9 題中，在 $t = \frac{L}{R}$ 時，電流之值等於幾何？

習題 9-13. 如有一恆電位驟然加於一含有電阻電感之電路上，問開始時電流之增加率為何？

習題 9-14. 當含有電阻電感之電路中電鑰關閉後，其開始時電流之增加率為 20 安/秒，電流最終值為 5 安，求其時間常數。

習題 9-15. 第 161 圖中，假定蓄電池組之內阻為零，其他常數如下：

$$R = 10 \text{ 歐,}$$

$$L = 0.9 \text{ 亨,}$$

試畫電鑰關閉後電流增加之曲線。在 $t = 0$ 點畫一切線。表明此切線與 $I = \frac{E}{R}$ 直線之交點。

計算出時間常數，且表明於圖上。當短接電鑰關閉後，假定常數仍舊，問電流消滅時之時間常數相同否？

91. 電路之惰性。 吾人已知當電流通過電路時，電路中原來活動之自由電子，受到一種驅動力，其方向與通常認為正電流之方向適相反。凡使電子移動必需能量，乃因電子有惰性之故。此惰性反應，吾人謂之電感。

同理，電子移動時，產生一磁場，即代表其動能。換言之，電路中因電感而藏有能量。故欲使電流通過一電路時，除需相當能量供電阻中之耗失外，尚需相當能量以貯於磁場中。今將計算此貯能之多少，並研究當電流再減滅至零時，此所貯之能量如何重返於電路中。

在第 161 圖中，當電鑰關閉後，所得之基本方程式為

$$E = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (36)$$

在無論何時，由蓄電池組輸入電路之功率為

$$Ei = Ri^2 + Li \frac{di}{dt} \quad (37)$$

其中 Ri^2 代表功率之耗於電阻中而變為熱者， $Li \frac{di}{dt}$ 代表電能變作磁能而藏於有電感之磁場內者。至於磁場內總共之能量，即為此功率自關閉電鑰起直至無窮久時止之總積分，即

$$W_{mag} (\text{磁場能}) = \int_0^{\infty} Li \frac{di}{dt} dt \quad (38)$$

(38)式祇在二種情形下，方可積分，即 L 須為常數，或 i 與 L 之關係為已知。如磁場內並無磁鐵物質存在，則電感 L 為常數，於是

$$W_{mag} = \int_{i_t=0}^{i_t=\infty} Li \, di \quad (39)$$

$$= \frac{Li^2}{2} \Big|_{i_t=0}^{i_t=\infty} \quad (40)$$

在此題中， $t=0$ ， $i=0$ ； $t=\infty$ ， $i=I$ 。故

$$W_{mag} = \frac{LI^2}{2} \text{焦[耳]}。 \quad (41)$$

由此可知能量之貯於磁場內者，當電感為常數 L 亨而載電 I 安時，其值為 $\frac{LI^2}{2}$ 焦[耳]。

如 L 不為常數，則應將 L 與 i 之關係代入普通方程式 (39)，然後積分而得磁場內所貯之能量，或可用前章所求出之方程式

$$w_m = \frac{1}{4\pi} \int H \, dB \text{ 爾[格]/立方呎}。 \quad (42)$$

當電勢移去，如第 164 圖所示，電流仍將維持幾許時間，如第 165 圖所示。當電流漸漸減滅至零，磁場內所貯之能亦漸漸減滅。此時使電流在電阻中流動之電勢，厥惟自感電勢，此電勢由磁場之減滅而來，故知磁場內所貯能量乃在重行給還電路。以方程式表之，得

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0。 \quad (43)$$

由磁場供給於電路之功率為 $Li \frac{di}{dt}$ ，而此功率即在電阻中變成熱耗 Ri^2 。總共之能量由磁場給還電路者為

$$W_{mag} = \int_{i_t=0}^{i_t=\infty} Li \frac{di}{dt} dt$$

如 L 爲常數，則

$$W_{mag} = \frac{Li^2}{2} \Big|_{i_t=0}^{i_t=\infty} = \frac{LI^2}{2} \quad \text{焦[耳]} \quad (44)$$

此與電流由零增至 I 時，所貯在磁場內之能量相等而相反。同理，電阻內之熱耗爲

$$W_{res} = \int_0^{\infty} Ri^2 dt,$$

由方程式(23), $i = I\epsilon^{-\frac{Rt}{L}}$, 故得

$$\begin{aligned} W_{res} &= \int_0^{\infty} RI^2 \epsilon^{-\frac{2Rt}{L}} dt \\ &= -RI^2 \frac{L}{2R} \epsilon^{-\frac{2Rt}{L}} \Big|_0^{\infty} \\ &= \frac{LI^2}{2} \text{焦[耳]}. \end{aligned} \quad (45)$$

由此可知，凡一完善電感，即電感中並不合電阻或電容者，當電流自零增至 I 時，磁場內所貯之能將在電流自 I 消滅至零時，還於電路，而爲電阻消耗之熱量。

在力學中，凡一質量 M ，如運動速度爲 V ，則其動能爲 $\frac{1}{2} MV^2$ 。在電路中正復相同，凡常數電感 L 載電 I 安，其貯藏之能爲 $\frac{1}{2} LI^2$ 。

以磁流線表示之磁場，吾人亦知其爲一種介質中之形變狀態。此狀態即表示貯藏之能。能之多少已如前述，可以計算。

今知欲建立一磁場，須費相當能量，但成立後，維持此磁場，則無庸再費能量。當線圈內通過一穩定電流，則輸入能量均耗失於電阻而變爲熱。維持磁場無須再添能量。故如電流穩定，電感之影響即爲零。

或有人仍將誤會，以爲在電流穩定時，線圈內仍源源輸入能量。實則此輸入之能，均被其他各種耗失所耗，而並無絲毫用以維持磁場者。今舉一例，便可明瞭。如有重量 10 磅置於桌上，即表示其有相當位能。若此桌距地板高 3 呎，則當該重量自桌上墮下至地板時，能做 30 呎磅工作。故知在桌上之重量，貯有 30 呎磅之能。如重量安然置於桌上，無須費能量以保持該重量固定之位能。但如以手持此 10 磅重量，手臂離地板 3 呎，於是該重量仍有位能 30 呎磅。如前所述，欲維持此位能，亦無須能量。但手持久以後，臂覺奇酸，豈非費去若干之肌肉能？然此種能量並不費於維持此重量之固定位能，乃費於自己肌肉中者。

同理，一磁場即表示儲藏有能量。如此磁場係由永久磁鐵所產生，無須外加能量以維持之，其理頗明。若由電磁產生，則常須外加能量以使電流通過線之電阻。此種能量皆費於電阻耗失，而無一部用之以維持磁場之貯能者。

若將 10 磅重量提高至 6 呎，則位能增加 30 呎磅，而得總共位能 60 呎磅。欲達此目的，則人必用力提高之，因之又費去一部肌肉之能。故除維持此重量在原來位能所需之耗失外，欲使之至一新位置，必

須再添 30 呎磅之能。

同理，如將線圈內電流增加，吾人須添一部電能，足使磁場內增加所貯之能至一新值。故在電流增加時，除 Ri^2 耗外，必須加添磁場之儲能。

習題 9—16. 一發電機之磁場線圈有 1,000 匝，磁鏈為 1.4×10^6 馬，電流為 10 安。設電感為常數，求其所儲之能。

習題 9—17. 載電 0.3 安之線圈儲有磁能 2.0×10^{-7} 焦耳。求磁能之之呎磅數，及電感之亨數。

92. 磁場之儲能。 如一線圈有固定電感 L 亨，而通過之電流為 I 安，吾人已知其磁場內之儲能為

$$W = \frac{LI^2}{2} \text{焦[耳]。} \quad (46)$$

若用蘇克秒電磁單位制， I 單位為安， L 單位為亨，則能之單位為爾[格]，即

$$W = \frac{LI^2}{2} \text{爾[格]。} \quad (47)$$

在推求此公式時， L 值假定為常數，即 L 不隨電流值之大小而變。故以之表示磁場之儲能，祇在磁路中磁阻為常數（即 B 與 H 成正比）時可以適用。因之，此公式專適用於空氣心線圈及輸送線四週之磁場等。如有鐵質存在，磁導係數並非不變，則此公式應加以改正。總之，磁場內如無磁導係數變動之物質存在，則其所貯之能，乃依上式所示。

為便利起見，前式似可改成另一方程式。如仍假定磁導係數不變，吾人已知，在蘇克秒制中，電感等於每安之磁鏈數，即

$$L = \frac{N\phi}{I} \text{ 達。} \quad (48)$$

如 A 爲該周路之截面積，且假定爲一常數，上式可寫作

$$L = \frac{NAB}{I} \text{ 達。} \quad (49)$$

將 L 值代入 (47) 式，得

$$W = \frac{NABI}{2} \text{ 爾[格]。} \quad (50)$$

由磁路之歐謨定律，知

$$B = \frac{4\pi NI\mu}{l} \text{ 高，} \quad (51)$$

亦可寫之如下式：

$$NI = \frac{Bl}{4\pi\mu} \text{ 達匝，} \quad (52)$$

將 NI 值代入 (50)，得

$$W = \frac{B^2 l A}{8\pi\mu} \text{ 爾[格]。} \quad (53)$$

但長度乘截面積即爲該周路之容積，即

$$V = lA。 \quad (54)$$

故知磁場每一立方呎中所儲之能爲

$$w = \frac{B^2}{8\pi\mu} \text{ 爾格/立方呎。} \quad (55)$$

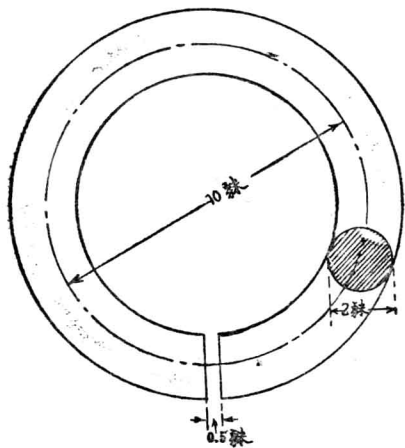
上式之意義，即謂凡建立一磁場，如其磁流密度爲高，則磁場每一立方呎中之儲能與磁流密度之平方成正比。如磁場在空氣中， $\mu=1$ ，即得

$$* w = \frac{B^2}{8\pi} \text{ 爾格/立方呎}^* \quad (56)$$

吾人仍須聲明，上式表示磁場內每一立方呎之儲能，祇適用於磁導係數為常數時。從前章已知每一立方呎鐵質內之儲能，將較公式所表示者為少。但在空氣隙中，此公式頗準確。此種公式在討論螺管及電磁鐵時亦頗便利。

習題 9-18. 一發電機氣隙中之磁流密度為 58,000 線/平方吋包含此磁流之容積為 15.1 立方吋。問所貯磁能為若干爾格？若干焦耳？若干馬力時？

習題 9-19. 如第 9-18 題中所貯之磁能在 0.001 秒時間內盡行消失，問每秒消失磁能若干？功率可以爾格/秒，焦耳/秒及馬力表明之。

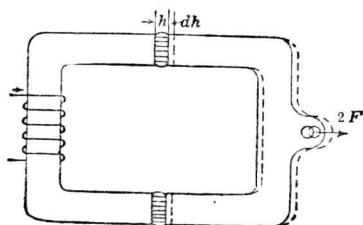


〔第 168 圖。一生鐵環，上有 0.5 呎之開口。〕

* 在第 80 節中，吾人已求得磁場每一單位容積內之儲能為 $w = \frac{1}{4\pi} \int H dB$ 爾格/立方呎。如介質為空氣 ($\mu=1$)，則 $H \propto B$ ，而 $w = \frac{1}{4\pi} \int_0^B H dB = \frac{B^2}{8\pi}$ 。此二種推求法，皆得同樣結果。同樣，如 μ 為常數，則 $H = \frac{B}{\mu}$ 而 $w = \frac{B^2}{8\pi\mu}$ 。

習題 9—20. 今有一生鐵環，如第 168 圖所示。磁導係數為 1,200，磁流密度為 20,000 高。設氣隙之邊緣散射作用不計，試計算貯於氣隙內之磁能。

93. 磁拉力。 由前所述，吾人已知磁流線每有將自己長度縮短之趨勢。例如磁流線穿過二鐵面時，即將此兩鐵面拉近。精確言之，當磁流線經過一完全磁周路時，此縮短趨向發生一力，將使此磁周路之物質受一種壓力。如磁路為二部合成而隔以氣隙，則此力即將該二部拉近。此種情形，可於電磁鐵或永久磁鐵之吸引鐵片而得證明。今根據上節所討論者，可將此種拉力計算之。



(第 169 圖。用 $2F$ 之力可將 h 開口增加 dh 。)

第 169 圖示一磁周路，含有鐵質二塊，中隔氣隙，其長為 dh 。今姑假定氣隙截面積為常數，等於 A 平方呎。磁化線圈使磁流通過此磁路，勻佈之磁流密度為 B 高。試求氣隙中將此二部鐵質拉近之力為幾何？

氣隙之長，假定與其截面積之大小相比為極小。則散射作用可置不論。如此磁流線經此氣隙均可假定為直線，而氣隙中之磁流密度皆為 B 高。

於是每氣隙中所儲之能為

$$W = \frac{B^2}{8\pi} V \text{ 爾格}, \quad (57)$$

將氣隙之體積代入，則得

$$W = \frac{B^2 A}{8\pi} h \text{ 爾格}。 \quad (58)$$

今設加一力，將二鐵質拉開，增加小小距離 dh 。

如此變動在極短時間內完成，則磁流密度 B 不致有大改變。蓋如 B 有任何大改變，則 $\frac{d\phi}{dt}$ 必大，而磁化線圈內將由感應而生甚大電壓。但依安培定律圈中將有大量電流流過而反抗此磁流之改變。在極端情形時，如 $\frac{dh}{dt}$ 為無限大，則磁流密度將不發生任何改變，故如 $\frac{dh}{dt}$ 為極大，即可假定磁流密度之改變極小，可以不計。

如磁化線圈之電阻極小而幾近於零，則不論 $\frac{dh}{dt}$ 之大小，磁流密度幾能保持不變。蓋因電阻既極小，如有小小之感應電勢發生，其反抗磁流變化之電流將甚大。在極端情形下，如電阻為零，則磁流密度無變化。故若電阻極小，磁流密度之變化亦極小，而可置之不論。

綜上所述，即謂如 $\frac{dh}{dt}$ 較磁化線圈之電阻值（歐克秒制）為極大，則磁流密度可謂無變化。在此種情形下，氣隙內所增之能為

$$\begin{aligned} dw &= \frac{A}{8\pi} \left[(h+dh) B^2 \right] - \frac{B^2 A h}{8\pi} \\ &= \frac{B^2 A}{8\pi} dh。 \end{aligned} \quad (59)$$

設拉開時所需之力為 $2F$ ，即每氣隙所受之力為 F ，則對於每氣隙所做之工作為 Fdh 爾格。此工作必等於空隙內所增貯之能，故

$$Fdh = \frac{B^2 A}{8\pi} dh。 \quad (60)$$

如上式之兩端各除以 dh ，則得

$$F = \frac{B^2 A}{8\pi} \text{ 達[因]}^* \quad (61)$$

* 假定磁化線圈之電阻爲零，或 dh 在極短時間內變更，雖足以簡易數學上之手續，以推得 (61) 公式，然亦非必要之條件。今設假定線圈電阻爲 R ，而 dh 在 dt 時間內變動。使 $\frac{dh}{dt}$ 比 B 爲較小，則氣隙內所變更之儲能將爲

$$dw = \frac{A}{8\pi} [(h+dh)(B+dB)^2] - \frac{B^2 Ah}{8\pi} \quad (62)$$

與磁化線圈相鏈之磁流密度之變率既爲 $\frac{dB}{dt}$ ，故圈內又發生一電勢

$$e = -NA \frac{dB}{dt} \quad (62a)$$

線圈電阻既較大，則電流變化不致甚烈。換言之， e 之值比供給線圈電流之蓄電池組之電壓爲小。

但在此時間內，電周路中已新增若干能量，其值爲

$$dw' = eIdt \quad (62b)$$

電壓 e 與 I 同向，故 dw' 之量乃給還蓄電池組者。

於是所做之機械工作 Fdh ，一部乃增加磁場內所貯之能，而另一部則給還蓄電池組，

即

$$\begin{aligned} Fdh &= +dw' + dw \\ &= -NAI dB + \frac{A}{8\pi} (h+Bh) (B+dB)^2 - \frac{B^2 Ah}{8\pi} \end{aligned} \quad (63)$$

如磁路中鐵質之磁導係數爲無限大，即全路磁阻集中於氣隙中，則

$$B = \frac{4\pi NI}{h} \quad \circ$$

而

$$dB = -\frac{B}{h} dh \quad \circ$$

將以上各值代入(63), 則得

$$F dh = + \frac{NAIB}{h} dh - \frac{B^2 A}{8\pi} dh. \quad (63a)$$

$$\text{今} \quad I = \frac{Bh}{4\pi N}. \quad (63b)$$

於是(63)可改作

$$\begin{aligned} F dh &= \frac{B^2 A}{4\pi} dh - \frac{B^2 A}{8\pi} dh \\ &= \frac{B^2 A}{8\pi} dh \end{aligned} \quad (64)$$

$$\text{或} \quad F = \frac{B^2 A}{8\pi}.$$

所得結果與以前由兩種假說而推得者之(61)相同。

尙有一更善之推算, 假定 B 與 I 在 dt 間均變化者, 但結果仍相同, 惟其計算法較繁複耳。

故氣隙內之磁拉力, 乃與截面積成正比, 又與磁流密度之平方成正比。如 B 之單位爲高, A 之單位爲平方呎, 則 F 之單位爲達因, 因達因乃爲呎克秒制中力之單位, 如化作實用單位, 則

$$F = 0.14B^2 A \text{ 磅}, \dagger \quad (65)$$

† 讀者當注意推求公式時所假定之各種條件及推想較長氣隙及邊緣散射作用等對於此公式之影響。

依第 91 節所用之同樣方法, 則由二線圈或二電線之互感 (mutual inductance) 可以決定其在載電時所發生之互感磁場中所貯之能。互感之值, 可由二線圈或電線幾何上之關係而定, 或可用適當方法測定之, 而將其與位置之關係畫成曲線。至於二者間相引或相拒之力, 乃等於貯能對於幾何上變數(如二者相距之距離, 或二軸之交角等)之力向成分之變率。其值爲

$$f = \frac{dW}{dx}, \text{ 或 } f = i_1 i_2 \frac{dM}{dx},$$

其中 f 爲二者間依 x 方向之力, 二者所載電流爲 i_1 及 i_2 , 其間互感爲 M 。

式中 F = 拉力，磅數。

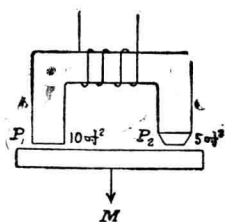
A = 截面積，平方吋數。

B = 磁流密度，每平方吋千磁線數。

讀者當注意；磁拉力之發生乃由磁流線穿過兩種磁導係數不同之介質而來。如介質磁導係數之比相差懸殊，則拉力與(61)或(65)式所示者相近。如 μ 較一不為甚大，則一部之力量將作用於線圈上而不作用於鐵心上*。

尚須注意者，即拉力與磁流密度之平方成正比。故如有一定磁流而磁流擁擠於小小截面間，則將發生甚大之拉力。今舉例明之。

第170圖示一簡單之起重磁鐵。今試假定極面 P_1 之截面積為10平方吋，而 P_2 者為5平方吋。又設磁化線圈發生總共磁流500,000線



〔第170圖。簡單之起重磁鐵。〕

經過全路。在計算此起重磁鐵時，除非被吸物之面與鐵好好切合外，無論二者如何相近，應假定其中有一氣隙。如被吸物上為油或銹所蔽，則因此發生之氣隙將大大影響磁路中磁流之值。但吾人將假定磁化線圈

* 參看 "Introductory Electrodynamics for Engineers," Bennett & Crothers, p. 578.

之磁勢，足使上述磁流線數通過此磁周路。

在極面 P_1 處之磁流密度爲 50,000 馬/平方吋， P_2 處爲 100,000 馬/平方吋。故 P_1 處總拉力爲

$$F_1 = 0.014 \times 50^2 \times 10 = 350 \text{ 磅,}$$

P_2 處爲

$$F_2 = 0.014 \times 100^2 \times 5 = 700 \text{ 磅。}$$

由此可知，如有同樣磁流經過氣隙，若截面積減小一半，其拉力可增一倍。以上假定邊緣散射作用不計在內。在實際上所得結果將因散射作用而略加變更。在精確計算時，散射作用，自應計入。

上題所述之影響，今更舉事實明之。如在第 170 圖中。以繩或鏈繫於 M 點，而將磁路下半部拉下，則 P_2 處上下分離前， P_1 處早已完全離開。實際上 M 點須移向 P_1 ，至 MP_1 與 MP_2 之距離爲 2 與 1 之比時，則在二部磁路未分離以前，可得最大之向下拉力。

起重磁鐵及其他同樣器具與被吸物接觸處之極面常常減小，其故即在增加拉力。但極面減小不可過甚，否則以增加之磁阻，將使磁流過於減少，反爲不利。如遇磁流密度不均勻時，則可將 $\frac{B^2 dA}{8\pi}$ 在全面積積分而得總拉力。

習題 9—21. 一變壓器鐵心，截面積爲 4.2 平方吋，氣隙長 0.032 吋，與磁流方向垂直，而氣隙中磁流密度爲 9,000 高。問氣隙間之拉力若干？

習題 9—22. 一“U”形磁鐵，由生鋼圓棒製成，直徑爲 2.5 吋，平均長爲 22.5 吋。跨磁鐵兩端置有一生鋼板，闊 2.5 吋，厚 $1\frac{3}{4}$ 吋，長 10 吋。在兩端及板間隔有一銅盤，厚 0.021 吋。如磁鐵懸空，而將 350 磅之重物置於板上，問需安匝若干，方能使鋼板支持？漏磁及散

射作用，均可不計。

94. 互感 (Mutual Induction)。 當線圈中電流變換時，圈內因感應而生一電勢，即所謂自感電勢。其值等於自感係數 L 乘電流之變率。自感係數之定義為線圈中單位電流所生之磁鏈數。故自感電勢之發生，乃由於磁鏈數之變更，即與線圈各匝相鏈之磁流數之變換。

設今有一線圈，其各匝相鏈之磁流，乃由另一線圈內之電流發生。如電流變換，則在第一線圈內之磁鏈數將有變更，而可得一感應電勢。法拉第於 1831 年確已發現此現象*。實則不論磁鏈如何變更，一有變更即生感應電勢，其大小值即等於磁鏈對於時間之變率，即

$$e = - \frac{d\lambda}{dt}。 \quad (66)$$

吾人參考自感係數之定義，可得互感係數（簡稱互感）之定義如下：甲線圈對於乙線圈之互感，即等於乙線圈有單位電流通過時在甲圈內所發生之磁鏈數。為便利起見，互感恆以 M 代表之，而再加註釋，表明何者為激磁線圈 (exciting coil)，何者為被激線圈 (excited coil)。設有二線圈，吾人以第一線圈及第二線圈名之。若第二線圈為激磁圈，第一線圈為被激圈，則其互感可寫為 M_{21} 。同理 M_{12} 之意，即等於第一線圈內有單位電流通過時，在第二線圈中所發生之磁鏈數。此二係數 M_{21} 及 M_{12} 可證明其相等。

由 M 之定義及第 (66) 方程式，可知第二線圈內之感應電勢為

* 參看 Faraday, "Experimental Researches."

$$e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M_{12} \frac{di_1}{dt}, \quad (67)$$

而在第一線圈內者爲

$$e_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{21} \frac{di_2}{dt}. \quad (68)$$

在以上二式中，如 L 及 M 爲亨數，電流變率爲每秒安數，則感應電勢將爲伏數。如 L 及 M 爲遠數，而電流變率爲每秒茲數，則 E 爲迭數。

本以前之討論，二線圈間之互感與各線圈之幾何形狀及二線圈之位置有關。線圈之幾何形狀，決定單位電流在四週介質中所能發生之磁流。此磁流向外四散，遠近各處之磁流密度當有不同，故與第二線圈相鏈之磁流線數當視第二線圈置於第一線圈所生磁場之何處而定。如第二線圈附近有一定磁流，則第二線圈之磁鏈又須視其幾何因數（如匝數及各匝之位置等等）而定。

由第一線圈所產生之磁流，知其有若干與第二線圈各匝相鏈，吾人可用耦合係數（coefficient of coupling） K 表之，其定義爲第一線圈中每安所發生之磁流與第二線圈各匝相鏈者之百分數。故依互感之定義，吾人可得

$$M_{12} = N_2 \frac{K\phi_1}{I_1}, \quad (69)$$

但

$$\phi_1 = \frac{4\pi N_1 I_1}{R},$$

其中 R 爲磁路之磁阻。今將 ϕ_1 之值代入(69)式，得

$$M_{12} = \frac{4\pi N_1 N_2 K}{R}. \quad (70)$$

由(70)式可知，欲得互感為常數，磁阻須為常數，即磁路之磁導係數須為常數。再由自感之定義，得

$$L_1 = N_1 \frac{\phi_1}{I_1} = \frac{4\pi N_1^2}{R} \quad \text{與} \quad L_2 = N_2 \frac{\phi_2}{I_2} = \frac{4\pi N_2^2}{R} \quad (71)$$

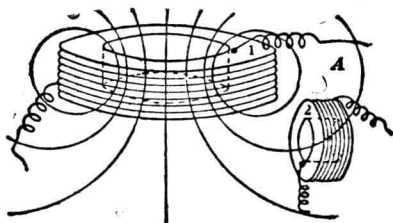
由(70)及(71)兩式，得

$$M_{12} = \sqrt{L_1 L_2} K$$

或

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (72)$$

依(72)式又可得耦合係數之定義如下：二線圈各居一定位置時，其耦合係數等於二者間互感除以二者自感之幾何中比。吾又可知，如無漏磁，則耦合係數為1。



(第171圖。由第一線圈所生之磁流線與第二線圈相鏈。)

第171圖示二線圈，彼此安置使有互感。所畫磁流線，乃係第一線圈載電流而第二線圈無電流時之情形。由此可見第一線圈所生之磁流有一部分可與第二線圈相鏈。此即表明二線圈已相耦合。令各電感為 L_1 , L_2 與 M 。今將第一線圈內之通電電鑰開啓，將二線圈在 A 處串聯，彼此仍保持原來位置，而在兩端測量其總電感。假定二線圈之繞

法，係在協助方向，即各圈內所發生之磁流乃在同一方向。

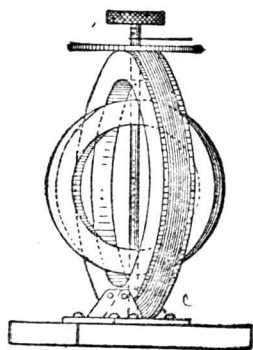
如此所得之總自感，乃為二線圈聯合後每安之總磁鏈數。如有單位電流在第一線圈內通過，則與自己各匝即有 L_1 磁鏈，而與第二線圈各匝則有 M 磁鏈。同理，如有同量之電流通過第二線圈，則與自己各匝得 L_2 磁鏈，而與第一線圈各匝得 M 磁鏈。於是總電感（即二線圈如此串聯後每安之總磁鏈數）將為

$$L = L_1 + L_2 + 2M。 \quad (73)$$

如將一線圈之接法相倒，即將二線圈反接，則因互感而發生之磁鏈與自感發生者相反。在此種情形下，互感影響應減去，故得總電感為

$$L = L_1 + L_2 - 2M。 \quad (74)$$

有一儀器名“可變電感器”(variometer)者，即利用此原理。此儀



(第 172 圖。可變電感器)

器實為一可變自感。於無線電報，無線電話，及其他測定工作之線路中，需較小之可變電感者，每多用之。交流電路中所用電位調整器之裝置，亦與此相若。第 172 圖即示一可變電感器，由二線圈組成，外圈固定，內圈可繞縱軸旋轉。此二線圈係串聯。將內圈旋轉，則其互感可自最大值逐漸減小，經過零值而達負數之最大值。故

其電感值實在(73)與(74)所表示二限值間變換。至於該器之電感範圍，當依 M 與 L_1 及 L_2 之比例而定，即賴耦合係數而定。欲得較大範圍，

當使耦合係數愈大愈佳。二線之裝法，若在同一平面，且相離極微，則可減少漏磁，而獲較大之耦合係數。將內圈轉 180 度，能使電感自最小值至最大值。當二線圈互相垂直如圖上所示，則無互感，而電感即等於二線圈自感之和。

在討論自感時，吾人已知必須磁路之磁導係數為常數時（即磁路中無鐵質存在），線圈之自感始為一常數。如有鐵質，則自感將依測定時電流之多少而定。同理，必須二線圈間磁路之磁導係數為常數時，二線圈間之互感始為常數。如有鐵質，則互感將依二線圈內之電流而定。在此種情形下，互感既不為一常數，則凡上所述關於互感係數者，將不復有準確之意義。

習題 9—23. 一集中線圈有 200 匝細線，其電感為 0.010 亨。今匝數增至 300，問電感約變若干？

習題 6—24. 今有二線圈，一有自感 0.325 亨，一有自感 0.215 亨，二者間互感為 0.16 亨。問耦合係數為若干？試畫二線圈之位置，得最大互感及最小互感，並指明電流之方向。

習題 9—25. 二電感串聯得總電感為 0.35 亨。二線圈之自感，一為 0.10 亨。一為 0.18 亨。問互感幾何？如將一線圈中之二接頭互換而位置不動，問串聯後之自感為若干？

習題 9—26. 欲製一電感，每先計算，而後製造。（詳細情形可參看“Construction and Calculation of Standards of Inductance, Bullentin, U. S. Bureau of Standards, Vol. 2, pp. 87-143, 1906.”）今知如電線繞於方形截面之槽（channel），而線圈平均半徑等於 1.85 乘槽邊之長時，則可得最大之電感，此種線圈之自感可以下式表之：

$$L = 19.347 a n^2 10^{-9} \text{ 亨,}$$

式中

a = 線圈平均半徑，呎數。

n = 匝數。

試設計一15 赫之標準電感。此電感將應用於低週波率，故可以美規 18 號雙棉包電線 (d. c. c.) 製之，其外直徑為 0.048 吋。

第九章 摘要

倫茲定律謂：——

(a) 一當電路中如有磁鏈變更，即有電勢產生，其方向將使其所生電流流動之方向，反抗磁流之變更。

(b) 所產生之電勢與磁鏈變率成正比。以方程式表之，即

$$e = -N \frac{d\phi}{dt} \times 10^{-8} \text{ 伏。}$$

如磁流按時間之正弦函數而變，即

$$B = B_{max} \sin 2\pi ft,$$

式中 f = 週波率，即每秒週波數，

t = 時間秒數，

於是電勢將為

$$e = 2\pi NAB_{max} f \cos 2\pi ft。$$

線圈之自感係數等於其載單位電流時自己所生之磁鏈數。

自感電勢為

$$e = -L \frac{di}{dt},$$

式中 L = 二自感係數。

在含有電阻電感之電路中，關於電位分配之普通定律如下：

在任何一剎時，電阻位落與感應電勢之和等於同此時間之外加電

位。其普通方程式即為

$$iR + L \frac{di}{dt} = e。$$

當電源短接後，此方程式變作

$$iR + L \frac{di}{dt} = 0。$$

在含有電阻電感之電路中，電流之增大依下列方程式：

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right)$$

式中 E 為突然接於線路之恆等電位。

當電勢移去後，其電流在周路中之減滅，則依下列方程式：

$$i = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$

式中

$$I_0 = \frac{E}{R}。$$

此種電路之時間常數，即等於電勢移去後電流降至原值 $1/e$ 時所需之時間，或即電流依開始時消滅率繼續消滅至零值所需之時間。

磁能與運動物體之動能相仿。

$$\text{動能} = \frac{MV^2}{2} \text{ 呎磅。}$$

$$\text{磁能} = \frac{LI^2}{2} \text{ 爾格。}$$

磁場中如磁導係數為常數，所儲之能為

$$W = \frac{B^2}{8\pi\mu} \text{爾格/立方釐。}$$

如二磁鐵之磁導係數甚大，其間之拉力可由下式求之：

$$F = \frac{B^2 A}{8\pi} \text{達因，}$$

式中

B = 氣隙中磁流密度之高數，

A = 氣隙截面積之平方釐數。

互感係數等於第一線圈內變更電流一安，在第二線圈所發生之磁鏈數。如耦合係數為 1，則

$$M = \frac{4\pi N_1 N_2}{R}。$$

如穿過一線圈之磁流大部能穿過另一線圈，則此二線圈可稱密耦。

至於耦合程度之係數，可由下式求之：

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}},$$

式中

K = 耦合係數，

L_1 = 第一線圈之自感，

L_2 = 第二圈之自感，

M = 二線圈間之互感。

如二線圈串聯，而其磁勢方向相同，則總電感為

$$L = L_1 + L_2 + 2M,$$

如方向相反，則爲

$$L = L_1 + L_2 - 2M。$$

第九章 習題

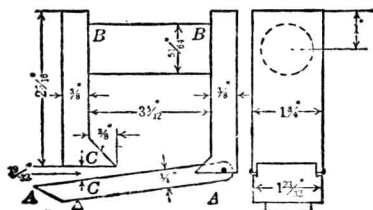
習題 9-27. 一空氣心線圈 (air-cored coil) 有集中線圈 300 匝, 與衝擊測電計相聯, 以爲測定磁流之用。當電流 3 安流通時, 與線圈相鏈之磁流爲 120,000 馬。求線圈之電感。

習題 9-28. 一 24 伏蓄電池組有內阻 2.6 歐, 與 10 歐之無感電阻及 100 亨之微阻電感串聯。當 $t=0$ 時, 電流已達穩定。今設在此時忽將電池組之半數短接, 試畫自 $t=-0.001$ 秒起至 $t=+1$ 秒止時間內電流與時間之關係圖。

習題 9-29. 一電報用繼電器有電阻 10 歐, 電感 1 亨, 以 24 伏蓄電池組工作之。繼電器銜鐵內之磁流密度甚低, 故其磁導係數可作爲常數, 而無大錯誤。此銜鐵上接一接觸器, 當銜鐵被吸時, 此器使 1 歐之無感電阻並聯於繼電器之線捲。線捲經 8 歐之電阻而接於一蓄電池組。銜鐵頗輕, 故力學上之惰性影響, 在此題中可勿庸論及。且銜鐵之動作甚微, 全路電感並不因之而有變。當捲內電流達 1 安時, 銜鐵即被拉止; 降至 0.4 安時即行下落。問此繼電器工作一週, 須時若干? 在繼電器振動時, 試畫一週內電流變化之曲線。如不振動, 試畫自銜鐵開始被吸至下落時之電流曲線。

習題 9-30. 一發電機氣隙中之磁流密度平均爲 65 千線/平方吋, 而氣隙之容積爲 13.3 立方吋, 問其所儲磁能爲若干爾格? 若干焦耳? 若干馬力時?

習題 9-31. Cutler-Hammer 公司 W 式斷路器上之跳動線圈 (trip-coil), 額定電流 100 安而在 200 伏下工作。線圈所繞之磁路見第 173 圖。A-A 重 0.4 磅, 全長 $4\frac{1}{4}$ 吋。假



〔第 173 圖 磁性斷電器。〕

定銜鐵並不增加磁阻，而氣隙面積與磁靴 C' 者相同。磁路由軟鐵製成，其磁化曲線可用第 59 圖之生鐵曲線。假定 C' 靴面上之磁流密度均勻，問氣隙 CC' 間應有磁流密度若干，方能舉起銜鐵 AA' ？

習題 9-32. 今有極細電線 600 匝，勻繞於木環 (toroid) 上，其電感為 1 亨。又有 1200 匝勻繞於第一線圈上，而此第二線圈之大小與第一線圈彷彿。問第 2 線圈之自感幾何？如二線圈串聯，求在 (a) 協助 (aiding) 時及 (b) 相反 (bucking) 時之總電感。

習題 9-33. 某式可變電感器 (參看第 172 圖) 電感量之變動範圍為自 106.5 亨至 626.5 亨。每圈有 1174 匝，問互感若干？如二圈串聯，問當電流為 200 亨時所儲之磁能範圍為何？如欲利用此種可變電感器得一小於 100 亨之固定電感，可能得之否？如可能，問其值為幾何？線圈之接法如何？裝法如何？

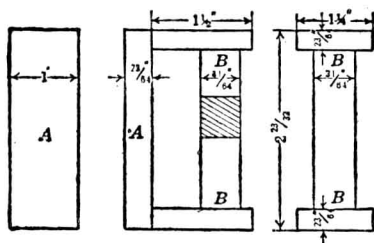
習題 9-34. 一空氣心線圈有集中圈 300 匝，其自感為 0.01 亨。如電流為 3 安，問磁鏈為若干？

習題 9-35. 某發電機之磁場線捲有電感 25 亨，在本題中假定其為常數，電阻為 22.5 歐。如有一恆電位 250 伏加於其上，問當電流至終值時，儲於磁場內之能量為若干？(能量單位以呎磅計)。當電流達於終值之 95% 時，問在電阻中耗失之能量為若干？

習題 9-36. 今有一 250 瓩，250 伏，8 極，400 轉/分之直流發電機，其設計時之各常數如下 (見 "Electrical Engineering" by Christie)：磁場捲每極 960 匝。激磁電流 7.5 安，每極磁流 7.08×10^6 線。每一磁場線圈之電阻為 3.35 歐。假定磁流均與各匝相鏈而電感不變，問當恆等電勢 V 伏加於此串聯之八場圈 (或稱極捲) 後若干時間，方使磁場線路中電流計指示 63% 終值之電流？依上述假定，當八極捲串聯時，磁場電路忽斷，則在捲內電阻及在電輪處火花中消失若干熱能？如欲使串聯八極捲之電位不超過 1000 伏，則在未斷電輪時當用若干電阻與場捲並聯？

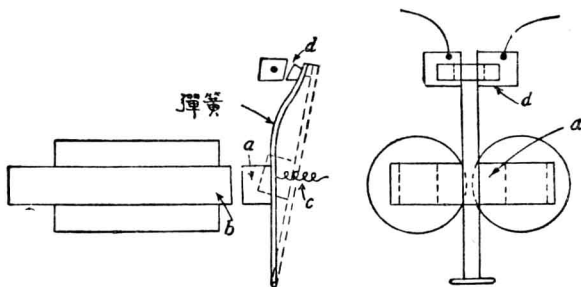
習題 9-37. 電動機起動匣每有一零位釋放器 (no-voltage release)，其激磁捲與電動機磁場路串接。第 174 圖即為該器之磁回路乃以生鐵製成者。繞於 $B-B$ 之激磁捲共有 100 匝，當用於 10 馬力 220 伏之電動機時，載電 1.6 安。如起動匣之彈簧在銜鐵 A 中心發生與 $B-B$

軸垂直之拉力 1.6 磅，且假定 A 之兩端各有 0.001 吋長之氣隙，問在電位若干伏時，銜鐵將彈回原處？



(第 174 圖 當磁流密度低於某值時，則 A 被彈簧推出而與磁鐵離開。)

習題 9-38. 第 175 圖為一簡便之接觸器，可供遙制電路工作之用。銜鐵之軛 (a) 係用一縮回彈簧 (c) 拉住，使與極面 (b) 離開。當線捲激磁後，此軛被吸，當其動至某距離時，上端接觸器 (d) 即閉合。此後軛再前進，遇有抵抗力，使接觸軛與接觸器之彈簧條彎曲。軛之極度活動可由阻止物阻止之。其磁路含有一 U 形鐵心，(線捲即繞於其二柱上)，一銜鐵軛及二氣隙，如圖所示。平均長短假定如下：鐵質部平均長 10 吋，截面積 1 平方吋，係輕鑄鋼 (soft steel castings) 製成。氣隙開時為 0.25 吋，閉時為 0.05 吋，在接觸點閉合處為 0.15 吋；氣隙面積為 1 平方吋。假定此縮回彈簧張力為常數，等於 10 磅。在接觸器閉合後此彈簧條之力將與軛之進距成正比。當軛至極面最近時，此力為 90 磅。



(第 175 圖。遙制接觸器。)

所用鐵質在閉合磁路中之餘磁約有 60%，但在本題所論之磁路中，其影響則少。欲得其近似值，可假定其所生影響，等於一相當磁勢工作於全磁路中，其大小值等於磁流密度最大時鐵質內所耗之磁勢。此為最大可能之影響，故依此根據之設計可謂悲觀設計法。

(a) 問工作此接觸器需要安匝數若干？

(b) 問軛部對於阻止物之抗力為若干？

(c) 欲使接觸器釋放時，問激磁之安匝數當降至何值？

習題 9-39. 如有二線圈，其匝數與電阻均相等，且其耦合係數為一。線圈之自感相等，且各為常數。今將其副圈永久短接之。

(a) 當恆值直流電位 E 突然加於原捲時，試求二線圈電流與時間關係之方程式。

(b) 設在穩定狀態後，原捲突然短接，試再求二線圈與時間關係之方程式。

習題 9-40. 二無感電阻器，其電阻為 40 及 80 歐，串聯後接於 100 伏電池組上，其內阻可不計。今用一兩極電鑰，將 50 歐 0.3 亨之線圈並聯於 80 歐電阻器。

(a) 設電鑰閉時之時間 t 使等於零，試求一方程式表明跨於電感圈之電勢與時間之關係。

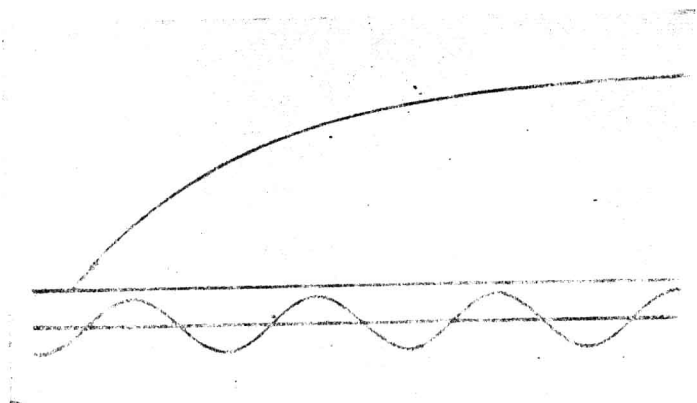
(b) 問各電阻器與線圈內開故之電流變率為何？

習題 9-41. 一電感線圈，其電阻為 10 歐，電感為 2 亨，與一無感電阻 5 歐串聯。在 $t=0$ 時，恆電位 50 伏突然加於此電路上，0.1 秒後此電位突然增至 200 伏，問須若干時間電流方至終值之 95%？畫出電流與時間之關係圖，時間自零至以上所問之時為止。

習題 9-42. 第 157 圖之變壓器，副圈有 2000 匝。任何時之總磁流馬數可以 $\phi = 20,000 \sin 377t$ ($f=60$ 週) 表之。試求副圈內任何時之感應電勢。

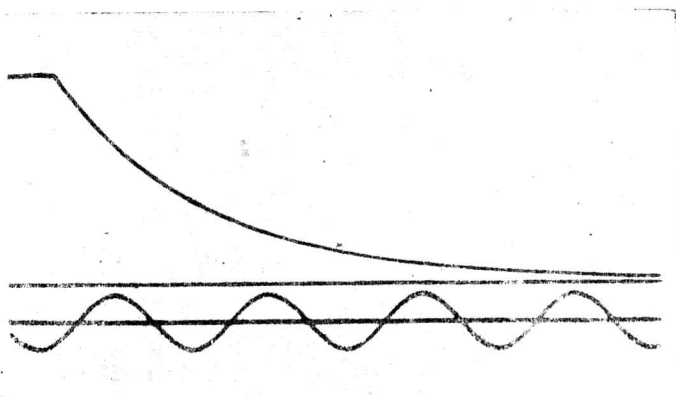
習題 9-43. 一線圈 5000 匝，電阻為 50 歐，電感為 1.5 亨。如線圈內之電流變率為每秒 1.5 安，問感應電勢若干？

習題 9-44. 一串聯電路有電阻及電感，當恆電位 100 伏加上時，穩定電流為 1.5 安。電流之增大如第 176 圖所示，該圖為美國麻省理工大學所攝波形圖 (oscillogram) 之一部，圖中底部之波形為 60 週波之電流波形圖。試求電阻與電感之值。



〔第 176 圖。一電路內含有電感電阻，圖示此電路中電流增大之情形。〕

習題 9-45. 設於第 9-44 題中之電路已達穩定狀態以後，將電位移去而使電路短接，則電流之減滅乃如第 177 圖所示。試求該電流曲線之方程式並證明其與 89 節中依理論所得之方程式相符合。

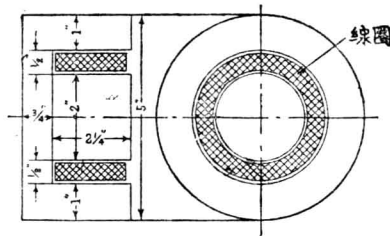


〔第 177 圖。在第 176 圖電路中電流減滅時之波形圖。〕

習題 9-46. 一線圈有恆值電感 1.2 亨，電阻 15 歐。(a) 試畫此線圈接於 110 伏直流電源後電流之曲線。(b) 試再畫電源短接後電流之曲線。(c) 計算電流增至或降至終值之 50% 時所需之時間。

習題 9-47. 一組輸送線長 170 哩，含有 750,000 圓吋之導體二，相隔距離 15 呎。在某一時，二導體載方向相反之電流 500 安。試計算此時電線四週磁場內所儲之能量。

習題 9-48. 一圓形電磁吸鐵器 (chuck) 如第 178 圖所示，係軟鑄鋼製成，當接於 220 伏直流電源時，其表面吸一鑄鐵盤，直徑與吸鐵器相同，厚 0.75 吋，吸力平均為 80 磅/平方吋。每平方吋射熱面積 (即不與鐵盤接觸之面) 約能散熱 0.5 瓦。假定線捲截面積之一半為銅，一半為絕緣體；又假定吸鐵器與鐵盤間有一空氣隙長 0.001 吋，試計劃其線捲。



〔第 178 圖。圓形磁性吸鐵器。〕

習題 9-49. 一變壓器鐵心內之氣隙，截面積為 2.5 平方吋，長 0.02 吋。經過此氣隙之總磁流為 150,000 馬，假定並無邊緣磁漏且磁流均勻分佈，試計算此氣隙內所儲之能量。

習題 9-50. 今有一馬蹄形磁鐵，以熟鐵製成，用以提運 40 噸之鑄鋼條。磁鐵之設計，乃使其二極端恰與鑄鋼條全部接觸。此磁鐵之均勻截面積為 1.5 平方呎。經過鐵部而由此極至彼極之有效距離為 6 呎。鋼條之磁阻較小，可以略去。假定鋼面上生銹 0.005 吋，而所需之力應較最小力大 25%。問磁鐵上須有若干安匝，方能安然提運鋼條一條？計算時所用之各種假設，試分別說明之。

習題 9-51. 某一長螺管，為實驗室各種用途而設計，其各常數如下：平均直徑 3.018 吋，每呎 9.23 匝，其中部另繞一 2000 匝之短線圈。(a) 計算二線圈間之互感。(b) 如此螺管可至極長，問耦合係數將近於何值？

習題 9-52. 一空氣心電感繞成三組，每組有二接頭，其常數如下：

$$L_A = 42.5 \text{ 赫}$$

$$M_{AB} = 66.9 \text{ 赫}$$

$$R_A = 2.65 \text{ 歐}$$

$$L_B = 162 \text{ 赫} \qquad M_{AC} = 91.6 \text{ 赫} \qquad R_B = 5.16 \text{ 歐}$$

$$L_C = 306 \text{ 赫} \qquad M_{BC} = 136 \text{ 赫} \qquad R_C = 7.68 \text{ 歐}$$

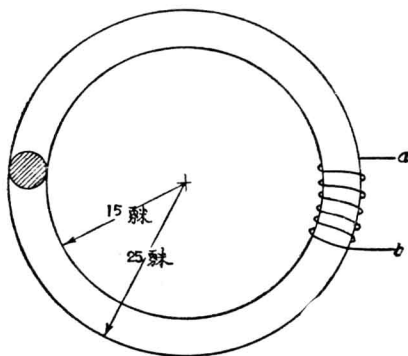
(a) 試將三線圈串聯而得最大之電感，並計算其常數 L 及 R 。(b) 如依 (a) 部之聯接法，將線圈 B 倒接，問 L 及 R 之新值為幾何？

習題 9-53. 今有二空氣心電感（其常數見後）相傍而置，互為串接。其間發生之互相反應使二者連合後之電感增加，即線圈協助而接。其耦合係數為 0.20。當其接於 6 伏 0.25 歐之蓄電池組後，問須隔何時，磁場儲能之變率為最大？

第一線圈 $L = 0.25$ 亨， $R = 5$ 歐。

第二線圈 $L = 0.40$ 亨， $R = 8$ 歐。

習題 9-54. 第 179 圖所示之木環 (toroid)，勻繞有美規 24 號銅線 1500 匝，其電阻共 40.0 歐，載穩定電流 1 安。一副圈 ab 有 50 匝繞於環捲之裏面。設此環捲突然短接，問初



〔第 179 圖。環形線圈及副圈。〕

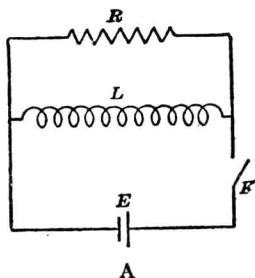
始時 ab 線圈內感應之電勢為幾何？

習題 9-55. 今有一自製之空氣心電感圈有電感 1.11 亨，電阻 15.5 歐。此線圈與 75 伏電勢 0.25 歐內阻之蓄電池組串接。(a) 當電鑰閉後 0.002 秒，問其電流值應為幾何？(b) 至電流為 4 安時，須時幾何？(c) 當電鑰閉後 0.20 秒，問磁場內儲能若干？消耗為熱者又若干？

習題 9-56. 某一遏流圈 (choke coil) 凡 2000 匝，其磁路情形如下：當電流為 1 安

時，磁流為 2×10^6 線；當 2 安時則為 3×10^6 線。線圈及其所連電路之電阻共 100 歐。假定此磁路在以上所述之二磁流內，可應用弗羅里方程式，試求該線圈電感之方程式。

習題 9-57. 在第 180 圖中，蓄電池組 E 有電勢 20 伏，其內阻為 0.25 歐。電感圈 L 有電感 100 赫，電阻 5 歐。電阻器 R 有電阻 10 歐。(a) 在電鑰 K 突然閉合後，求任何 (t) 時 I_R , I_L , 及 I_E 之方程式及 $t_1 = 0.0005$ 秒, $t_2 = 0.005$ 秒, $t_3 = 0.05$ 秒, $t_4 = \infty$ 時之電流各值。(b) 設在達到穩定狀態後，電鑰 K 即開啓，且並無火花，試求開啓後 $t_5 = 0.002$ 秒時之電流各值。(c) 當 K 開啓時，問跨於線圈 L 兩端之電位為若干？



(第 180 圖。含有電阻電感之周路。)

習題 9-58. 設在第 180 圖之 EK 間加入電阻 100 歐，其他各部為

L ——1 亨, β 歐,

R ——50 歐,

E ——10 伏，內阻 0.001 歐。

當電鑰 K 閉合後，求任何時間電感圈中電流之方程式。當 $t = 0.01$ 秒時，問 R 部之電流為幾何？自 $t = 0$ 至 $t = 0.1$ 秒時間內，100 歐電阻器內熱耗若干？

習題 9-59. 一串聯周路，含有電勢，電感，及電阻。當電鑰閉後，電流之開始增大率為每秒 30 安。如穩定電流為 2 安，問 $t = 0.2$ 秒時電流之瞬值若干？

習題 9-60. 如第 179 圖所示環之原捲經一電鑰而接於 42 伏電勢 2 歐內阻之蓄電池組上，且以一電阻器短接線捲 ab ，使副捲電路實有電阻 10 歐。問當原線捲內之電鑰閉時， ab 周路中電流之增大率為何？耦合係數假定為 0.90。

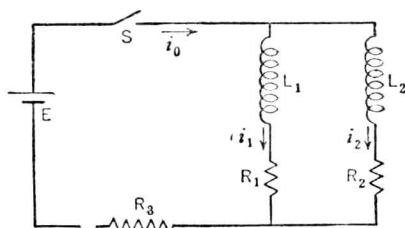
習題 9-61. 當電勢 100 伏突然加於一 10 歐電阻之線圈時，電流之開始變率為每秒 2000 安。問當線圈內之電流為 2 安時，電流之變率為何？

習題 9-62. 今有一 100 瓩 125 伏 6 極之直流電機，其分激磁場捲每極有 810 匝，當接於 125 伏電源時，每極發生有效氣隙磁流 3.1×10^6 線。磁場線捲總電阻為 22.7 歐，各線圈

均係串聯。試驗同樣之該種線圈時，得悉鐵心內之磁流較空氣隙中多 15%。線圈各匝假定其皆與極心內磁流相鏈。今欲設計一磁場放電 (discharge)，電阻用康銅 (constantan) 線製成，其電阻係數為 49 歐-釐。解此問題時，假定電感為不變，實則既有鐵質存在，此假定自非正確。(a) 問該磁場之電感約值為若干？(b) 如磁場兩端之電位不得超過通常之電位 10 倍，問放電電阻值應為幾何？(c) 如放電電阻為 100 歐，問在磁場接入放電電阻且將磁場電綫開斷後，須若干時間，庶將磁場內儲能之 90% 消於銅耗？(d) 依 (c) 部之接法，問該電路之時間常數為何？

習題 9-63. 試說明設計磁場放電電阻時應注意之各種因數，及略述實際設計之必要步驟。

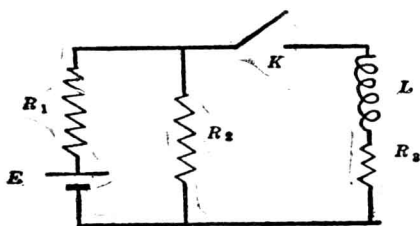
習題 9-64. 設在第 181 圖中， $R_1=R_2=5$ 歐， $L_1=L_2=1$ 亨， $R_3=10$ 歐， $E=10$ 伏。(a) 求電綫 S 閉後電流 i_0 ， i_1 ， i_2 為時間函數之方程式。(b) 求電綫 S 閉後 0.05 秒時各電流之數值。



〔第 181 圖。L 及 R 並聯電路。〕

習題 9-65. 第 182 圖所示電路， $E=24$ 伏， $R_1=R_2=12$ 歐， $R_3=4$ 歐， $L=0.03$ 亨。在 K 未閉前，含有 E ， R_1 ， R_2 之電路已達穩定狀態。設使 K 關閉之時間為零，試求此後 L 中電流為時間函數之方程式。如 $R_1=0$ ，問方程式將為如何？

習題 9-66. 電機之場捲電流，每由自己供給。今有一發電機，當其開動時，跨於磁場電路之電位依下列方程式 $v=10+80i$ 變換，式中 v 為跨於磁場之電位伏數， i 為磁場電流安數。場捲之電阻為 50 歐，其電感假定為常數，等於 5 亨。問磁場接通後 0.10 秒時磁場內之

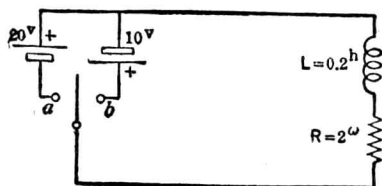


〔第 182 圖。當電閘 K 關閉時，電路常數改變，故有瞬變電流發生。〕

電流為若干？

習題 9-67. 第 9-29 題中所述之繼電器，如有一 2 伏電池組串聯於 1 歐無感電阻器，問當此 2 伏電池組之電勢為正或負時，此繼電器每秒之振動次數各為若干？

習題 9-68. 一組輸送線長 2 哩，有美規 00 號銅線二，相距 2 呎，自 600 伏電壓之發電站，供給 15 安電流於一無感負載。如負載之電阻突然減至 20 歐，問電流開始增加之變率為何？輸送線假定祇有電阻及電感，發電力站之電壓假定不變。



〔第 183 圖。變更外加電勢對於電阻電感周路之影響。〕

習題 9-69. 設第 183 圖中之電閘先接於 a ，而於 0.1 秒後突然接於 b ，問接於 b 後 0.2 秒時流過右面線圈之電流為幾何？

第十章 發生電勢

(Generated Electromotive Forces)

從上章所論，吾人得知凡一電路遇有磁鏈變換時，該電路中即產生感應電勢。該電勢之方向，將使電路中得一電流，其所生磁流，適將反抗磁鏈之變換。但以前所討論之磁鏈變換，均因激磁圈之安匝數變更而來，學者每稱如此產生之電勢為“變易電勢” (“variational” e. m. f.) 或“變壓器式電勢” (“transformer” e. m. f.) 或“感應電勢” (“induced” e. m. f.)，用以區別將在本章中討論之“發生電勢”或“移動電勢” (“motional” e. m. f.)。發生電勢亦由磁鏈之變換而來，但磁鏈之變換，則由線圈與磁場間相互移動而致。變壓器之工作有賴於“變易電勢，”而直流與交流發電機則利用“移動電勢”之原理。

95. 磁鏈之變換。前已說明，線圈內如有磁鏈變換，即產生一電勢，其值與磁鏈變率成正比，即

$$e = - \frac{d\lambda}{dt} 10^{-8} = - N \frac{d\phi}{dt} 10^{-8} \text{ 伏} \quad (1)$$

式中

λ = 與線圈相鏈之磁鏈數

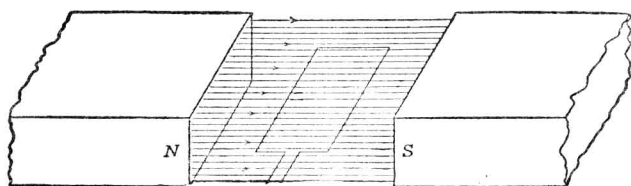
N = 線圈之串聯匝數

ϕ = 與線圈相鏈之磁流

$e =$ 產生電勢之瞬值

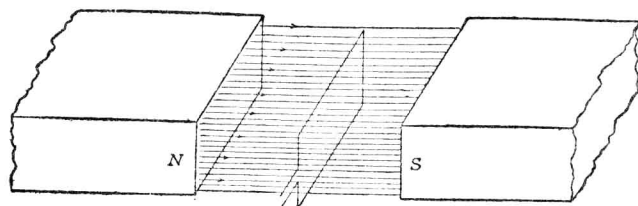
磁鏈變換，方法頗多，但不論其如何變換，在一定完全周路中，第(1)式均可應用，此可由實驗證明之。

設有一線圈，在二磁極面間之氣隙中，其磁場均勻分佈，且磁流密度為一常數。如第 184 圖所示，磁流之方向與線圈平面互相垂直。又



〔第 184 圖。線圈之平面與磁流方向垂直。〕

設線圈面積為 A 平方呎而磁流密度為 B 馬/平方呎，於是磁鏈為 NBA ， N 為線圈串聯之匝數。(圖中為簡明起見，祇畫一匝，即 $N=1$)。



〔第 185 圖。線圈轉動，使其平面與磁流並行〕

今使此線圈依均勻角速度繞軸而轉，至第 185 圖中所示之位置，使線圈平面與磁流並行。在此位置，因無磁流經過此線圈，故磁鏈為零。

(繞成線圈之線，假定其為幾何學上之直線而無形體上之半徑)。在轉動時，磁鏈乃在減少，吾人如欲知其減少率，可由線圈投射於與磁流

垂直平面上之面積求得之。設線圈與該平面成一 θ 角，於是任何時間內該線圈之磁鏈等於 $NBA \cos\theta$ ，而發生於線圈內之電勢 e_c 可由下式求得之：

$$e_c = -\frac{d\lambda}{dt} 10^{-8} = NBA \sin\theta \frac{d\theta}{dt} 10^{-8} \text{ 伏} \quad (2)$$

角速度既均勻， $\frac{d\theta}{dt}$ (或普通作 ω) 乃為一常數，故 θ 角即等於 ωt 。

第 (2) 方程式須在線圈內無電流通過時方可應用，因圈中若有電流，則將另得一磁勢，而改變氣隙中之磁流密度，或至少使線圈所轉過之容積內之磁流密度不復勻佈*。

吾人以上所討論之線圈，如其垂直於磁流之一邊長為 l 浬，而其半徑為 r 浬，則線圈面積等於 $2lr$ 平方浬。圈邊 (coil side) 周速度之垂直於磁流線部分為 $v_n = r \sin\theta \frac{d\theta}{dt}$ 。於是第二式可改作

$$e_c = -2NBlv_n 10^{-8} \text{ 伏}$$

因線圈 N 匝有 $2N$ 圈邊垂直於磁流，故每一導體中所發生之電勢為

$$e'_c = -Blv 10^{-8} \text{ 伏} \quad (3)$$

式中 B = 磁流密度高數

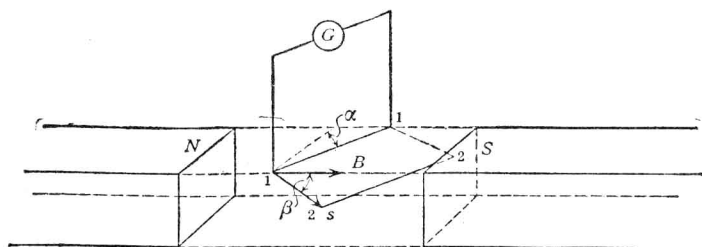
l = 導體長度浬數

v = 導體速度，每秒浬數

吾人注意：以上 B, l, v 三者，必須互相垂直。

* 線圈內因電流流過而發生電勢作用通常稱為“電樞反作用”(armature reaction)。

如此分析磁鏈定則所得之結果，使吾人對於導體在均勻磁場中轉動時所發生之電勢，更得一特別公式。所謂 Blv 法則可用另法推求，藉此以明白電路情形變化之影響。最簡單之實驗，以研究導體在均勻磁場中移動而發生之電勢者，可如第 186 圖。



〔第 186 圖。線圈因移動而發生電勢。〕

在 NS 極間之氣隙建一磁場，其勻布磁流密度為 B 馬/平方呎。設法使磁流之邊緣作用極少，且不受其他磁場之影響。今以電線 1-1 之電路聯於衝擊測電計，如上圖。又設此電路牢固，可依其並行線動至另一位置 2-2。測電計之偏轉度將示本實驗任何情形變更時所發生電勢衝量之值 $(\int edt)^*$ 。吾人從實驗結果，得知此值與下列各種變更時之情形均無關係：——

1. 電路之物質。不論電線之電阻極低或極高，若電路之電阻算入於測電計之常數中†，則電勢之衝量均相同。
2. 電路由某一原位而移至某一終位時所需之時間。在均勻磁場中，

* 參看第 57 節。

† 參看 Laws, "Electrical Measurements" 第一版第 170 頁之討論。

若此時間不超過測電計振擺時間之千分之一，則時間之長短，亦與電勢衝量無關。讀者應注意此振擺時間之限制，乃由於測驗之儀器，而與電路之基本情形無涉。

3. 不在磁場內之一部電路之長度與形式。此點與普通計算磁場之物理上存在說相符。所謂磁場及移動導體等，均為表明事實之一種方法，尙有其他方法自亦可以應用。凡一切所知之事實，均關係於完全電路之情形或至少有相互作用之電路中之一完全周路，至於二斷路或電路二部間之相互作用，則吾人尙未能明瞭。但如確信磁場之存在，則當一短導體在其中移動，必發現一電勢，可無容疑慮。前舉之例，其情形甚為簡單，蓋在所述有相互作用電路之中其一電路乃係一完全周路，而所發生之事實，吾人已從實驗求得。

所發生電勢之方向，可由測電計偏轉之方向表明之，亦可用「弗來明右手定則」(Fleming's right-hand rule) 定之，此定則即由倫茲定律 (Lenz's law) 而來。將右手姆指伸出指示導體對於磁場之移動方向，食指與姆指垂直，指出磁流密度矢值 B 之方向，於是中指與姆指及食指皆垂直，可用以指出所發生電勢之正方向。

吾人若變換電路之各種情形，以求電勢衝量之大小值，則可知此值與下列各因數成正比：——

1. 磁流密度 B 每平方呎之線數或馬數，經過垂直於磁流線之平面者。

2. 電路在磁場部分長度 l 之投影於垂直磁流線之平面上者。此值即為 $l \cos \alpha$ ，見第 186 圖。

3. 電路之移動距離 s 之垂直於磁流及 $l \cos \alpha$ 者，其值為 $s \sin \beta$ 。

從上述各因數可得電勢衡量之方程式為

$$\int e \, dt = Bl \cos \alpha \, s \sin \beta \, 10^{-8} \text{ 伏秒。} \quad (4)$$

式中 B 及 l 均用韋克秒制單位，而結果則用伏秒作單位，故加用 10^{-8} 常數。今將公式兩端對時間 t 取微分。因電路情形中祇有 s 依 t 變化，而 $\frac{ds}{dt}$ 即等於速度 v 之每秒數，故

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int e \, dt &= \frac{d}{dt} [Bl \cos \alpha \, s \sin \beta] 10^{-8} \text{ 伏} \\ e &= B (l \cos \alpha) (v \sin \beta) 10^{-8} \text{ 伏} \end{aligned} \quad (5)$$

第(5)方程式與前面設想線圈在磁場中旋轉所求得者同，因 B ， $l \cos \alpha$ 及 $v \sin \beta$ 為磁流密度，長度，及直線速度互相垂直之部份。

須注意者，公式 $e = Blv$ 迭，僅為磁鏈變換公式之特殊方式，故有時不能用 Blv 以求其發生之電勢。在前例中，吾人指定磁場係固定而電路必須為完全周路。於此種情況下，不論 Blv 法則或 $\frac{d\lambda}{dt}$ 法則均能應用，因二者彼此相等。但有多數情形，吾人遇到移動磁場與不完全電路，則工程師欲應用物理學之簡單原理，將感覺困難。

下列法則乃由工程師經驗所得，而有助於解決多種問題者。

I. 完全電路*，無滑動接觸者。

* 在電周路理論中，吾人假定導體甚小，足使截面積上各處之情形相同。如以上假定不確，則吾人將遇一磁場問題，而不復得一簡單之電路問題。參看 Bush, "Operational Circuit Analysis," 第 2 頁。

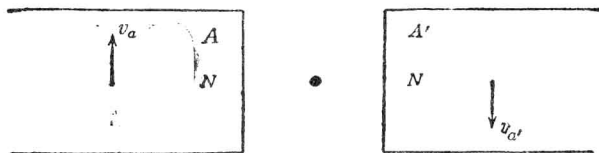
普通在任何完全電路中，如無滑動接觸，整流器 (commutator)，或各種變換電路之器具，則吾人可由磁場所發生之磁鏈變換率 $\frac{d\lambda}{dt}$ 求其發生之電勢。此種電路可載恆流或變流。此方法可應用於電路之含有鐵質者，即鐵質之磁導係數為變數，亦無妨害。

例 1. 上述情形，普通變壓器如 87 節所說明者，為一最好之例。磁場存在於鐵心中，而磁鏈之變換乃在繞於鋼心上之電路中發生電勢。

某種完全電路而無滑動接觸者，可用 $-\frac{d\lambda}{dt}$ 法則或 Blv 法則以解決之。但此種電路須合於下列各情形。

電流與介質之磁導係數必為恆數。若應用 Blv 法則，則磁場與電路間之相對速度必須能先算得。然後可假定各不同之磁場，彼此獨立，而求其發生之電勢。再將各電勢取其代數和，即得發生總電勢之值。反之亦然。

例 2. 如第 187 圖所示，設有一導體長 l 呎，與紙之平面垂直，用作完全電路之一部。此導體置於氣隙中間，兩旁有相似之氣心電磁鐵 A 及 A' ，其磁場強度相等（即每一電磁鐵單用時，在導體處發生之磁流密度相等），且其位置適使二者所發生之磁流方向相反。在



〔第 187 圖。一導體位於二磁鐵之互反磁場中。〕

導體所佔據之一直線上，其總共磁流密度為零。今想像 A 向上移動，平均速度為 v_a ， A' 向下移動，平均速度為 v'_a 。問導體內發生電勢否？其值幾何？如以總磁流之值用 Blv 法則計算，則發生電勢為零。今若將二磁場分別論之，則 A 之移動將在導體內發生電勢 $e_1 = B_a l v_a$ 迭，其方向由外入內，而 A' 之移動亦發生 $e_2 = B'_a l v'_a$ 迭，方向亦由外入內。故當二磁鐵同

時移動之時，則可得發生電勢為 $(e_1 + e_2)$ 迭。(根據“直線重疊定律”——law of linear superposition)。學者可用“磁鏈法則”校正其結果，但應認清 A 之磁流由左至右以鏈電路，而 A' 之磁路則由右至左以鏈電路。電路之其他部分，可假定其並不與他磁場相鏈，

II. 不完全電路(斷路)，無滑動物 (slider) 者。

工程師遇真正斷路時甚少，普通所謂“斷路”電壓，其真義為以伏計接於斷路兩端時所指示之電壓。但因伏計之接入，電路實已完成，故仍可用完全電路之法則。

但有時所欲計算之電勢，乃在真正斷路之周路中。此時 $\frac{d\lambda}{dt}$ 法則自不能應用，因“磁鏈”在斷路中毫無意義可言。

如各磁場對於並無滑動物之斷路之各速度已知，則電勢可以 Blv 法則求得，如第 I 項所說者。如遇電流或磁導係數為變數，或磁場之速度不知，則在此所論之二法則，均不能應用。在此種情形下，電勢有時亦有方法求得，但不在本書討論範圍以內；除此之外，則無公認之方法*。

例 3. 在第 187 圖中，如導體並非為完全電路之一部，則發生電勢仍可用 Blv 法則求之，因各磁場之移動速度，皆為已知。

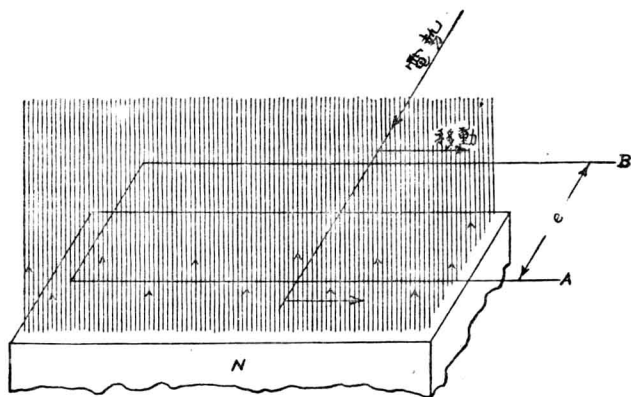
III. 完全電路而含有滑動物者。

(a) 如無枝路，而電路內祇含有簡單滑動物 (例如導體之截面不大，且接觸面甚小者)，則發生之電勢可依第 I 項求得之。滑動物移動 (例

* 一有興趣之試驗，表示當一物發生均勻而對稱之磁場時，此物如依其磁場對稱軸而旋轉，則磁場隨此物而旋轉之假說不確。參看 Barnett, Phys. Rev. Vol. 35, 1912, p 323 及 Trans. A. I. E. E., Vol. 38, 1919, p. 1495。

如使一電線漸漸移入電路中)之效果,適將與伸長完全周路之影響無異。

例 4. 第 187a 圖示一滑動物,在橫經磁場移動時,導體 AB 之長度即因之而增加。其結果猶如滑動物牢繫於一對可延伸之導體,當滑動物向外動時,導體即伸長,故第 I 項之法則可應用於此。



(第 187 圖(a)。由第 I 法則可求得在滑動接觸中所生之電勢。)

(b)所謂枝路電路 (bifurcated circuit), 即一電路包含數並行枝路者。例如一電刷滑動於匯電環 (slip ring) 上而成之周路。設枝路所成之周路內並無磁鏈變換 (例如枝路部分適在零磁場區域內) 則吾人可不顧其枝路, 而依第 I 項所述之方法求其發生電勢。此乃因各並行路徑, 均在同一情形下, 故其存在對於電路不發生問題。為計算便利起見, 可任意擇定某一路徑而計算之。惟一經擇定後, 當恆用該線路以完成計算工作。

(c)如枝路所成之路徑中, 有磁鏈變換, 則不能祇算一種電勢。在

此種情形下之枝路周路，實等於二電路而有一共同部分者。故計算電勢及電流時，當計算其每一路之影響及其二路間之相互影響。耦合電路 (coupled circuits) 均屬於此種，本書擬不詳述。

(d) 尚有數種“特殊電路”(trick circuit)，其中均有一滑動物在一截面甚大之導體上移動。如經過此大導體之磁流不變，則此種電路仍可依第 I 項法則處理。蓋在大導體上雖有許多並行路徑，但因各路徑均受同樣情形，計算時不感困難。吾人最好擇定一路徑，在大導體表面上，而又與滑動物及周路其他部分相連。於是當滑動物移動時，移出若干之電路仍加入若干於路徑中，故計算磁鏈可以方便。

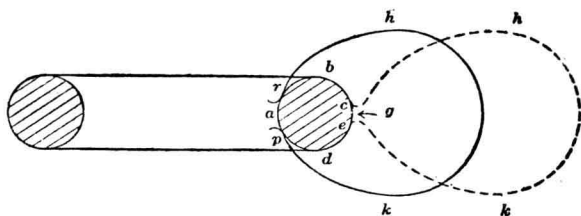
如大導體受磁流變更之影響，則問題並非為一電周路問題，計算時須用甚高深之方法。

例 5. “特殊電路”之最普通例，為一彈簧夾組成之電周路，此彈簧夾，有如騎腳踏車用之褲夾。設此電周路在馬蹄形磁鐵之端部滑入，電路即與磁流相鏈。今將此電路由磁鐵上移出，惟移出方法，並不將電路由磁端滑出，乃使向旁推出，任其彈簧夾展開如第 187 b 圖所示。此種移出方法，有人以為可使電路緊閉，而電路與磁路雖由相鏈改至不相鏈，仍無電勢發生。但按之實際，未必盡然，蓋在磁鏈變換時，電路亦已改變。

吾人如選 $parhkp$ 為周路，則此路徑與磁鐵之磁流相鏈。當將彈簧夾滑開時，電路延至 $edabchke$ ，而其所鏈磁流仍與前相同。迨至彈簧夾兩端在 g 點接觸，則得周路 $ghkg$ ，而不再含有磁鏈，但此時吾人在周路中已引入另一並行枝路，實違背以前規定之方法*。

(e) 尚有重要電路含有滑動物者，即為發電機之電樞，乃經整流器

* 參考 Prac. A. I. E. E., Vol. 27, 1908, p. 1341



〔第187b圖。最普通之“特殊電路”。〕

與電刷而連於外路者。雖電樞轉動，且移動之導體載電，但經過整流之電流仍係穩定不變†，且其在空間所發生之磁場亦為固定。在同步交流電機中，如轉動之多相平衡線捲載多相平衡電流，則其所發生之磁場亦然。根據此種事實，此種電路亦可用第 I 項法則處理之。

習題 10-1. 第184圖中線圈之均勻速度，為每0.004秒鐘完成一轉。在所示之位置，其所鏈磁流為 4×10^6 線。問自此位置開始轉動，在四分之一轉內所發生之平均電勢若干？在所示之位置，其電勢瞬值為若干？在四分之一轉後，瞬值復為若干？

習題 10-2. 第184圖所示之線圈，有面積 6.54 平方呎，其均勻速度為每0.004秒完成半轉，而所發生之平均電勢為0.01伏，問平均磁流密度須為若干？

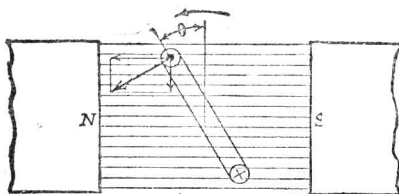
習題 10-3. 一方形線圈，共12匝，每邊長10吋，係置於均勻磁場內，且使之依一與圈邊並行之中心軸旋轉。在以下各種情形，均勻磁場之磁流密度，均須適當調準，使線圈於0.0013秒鐘旋轉90度時發生平均電勢7伏，試計算各磁流密度值。

- 線圈開始旋轉時，其位置與磁流並行。
- 線圈開始旋轉時，其位置與磁流垂直。
- 線圈開始旋轉時，其平面與磁流成45度角，旋轉之方向乃使開始時磁鏈數減少。

† 假定電刷並不移動，且整流條 (commutator bar) 經過電刷時所起之波動可以不計。

習題 10-4. 第 186 圖之導體 1-1 長 5 呎，當其截切磁流時，發生電勢 1.12 伏。其垂直於磁場之速度部分為 70 呎/秒，問垂直於導體及其移動方向之磁流密度幾何；

96. 基本交流發電機。推求 Blv 法則之最大理由，因其能用以分析旋轉電機（如交流發電機等）所發生之電勢。第 188 圖為第 184 圖佈置之截面圖。設此線圈對稱裝於一與紙平面垂直之軸上（此軸圖上未畫



〔第 188 圖。第 184 圖佈置之截面圖。〕

出)，且使在勻布磁場中旋轉。應用右手定則，吾人可知在圖中表示之瞬間，上面圈邊所生電勢之方向乃向讀者而流，下面則反是。電勢之大小值與周圍速度 v 之垂直於磁流密度矢值部分成正比例。此係假定垂直於磁場之磁流密度矢值及線圈之邊長 (l)* 皆為常數。如線圈旋轉之均勻角速度為每秒 ω 弧度，則圖上所示之 θ 角依時間均勻變換 ($\theta = \omega t$)，而周圍速度之垂直於磁流部分與 $\sin \theta$ 成正比。故在單匝線圈內所發生之電勢瞬值為

$$e = Bl(v \sin \omega t) 10^{-8} \text{ 伏} \quad (6)$$

* 如吾人考察線圈旋轉時之各種位置，則知當線圈與磁流線並行時，因數 $v \sin \omega t$ 為最大，即等於 v 。在此時線圈二邊以最大速度“截切

* 有時稱為導體之“實效” (active) 或“有效”長度，因圖上所示端接線之周圍速度永無垂直於磁流及其長度之部分，故對於電勢之發生毫無供獻。

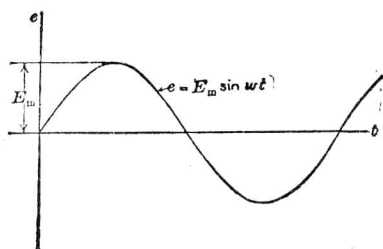
磁流線”，而電勢瞬值即為

$$E_m = Blv \cdot 10^{-8} \text{ 伏}$$

故第(6)式之電勢又可寫為

$$e = E_m \sin \omega t \quad (7)$$

當線圈垂直於磁流線時，圈邊周速並無垂直於磁流部分，故此時電勢為零。



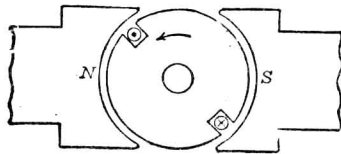
〔第189圖。交流電壓波形圖。〕

如吾人自線圈垂直於磁流時起，量 θ (或 t)，將此作橫坐標，而以發生電勢作縱坐標畫成一圖，則得交流發電機所發生電勢之波形圖。此圖見第 189 圖，此電勢波形之週波率或頻率 f ，或即其每秒之週波數，乃等於線圈每秒之旋轉數。普通言之， $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ， ω 乃每秒之“電弧度”*

第 188 圖之佈置，氣隙之磁阻頗大，而欲於如此大氣隙中發生相當定值之磁流，必須有一極大之磁化線圈，其理甚為明顯。欲免此弊，可改用第 190 圖之裝置，即將線圈置於鐵質電樞之槽內†，而使整個電樞

* 一電弧度 (electrical radian) 等於相鄰而相反二磁極間角距 (angular distance) 之 $\frac{1}{\pi}$ 。一電角度 (electrical degree) 則等於相鄰而相反二磁極間互相對稱角距之 $\frac{1}{180}$ 。

† 學生當注意：如線圈置於槽內，則一切情形與前所討論之基本交流發電機將有不同。



〔第 190 圖。爲減少磁路之磁阻起見，可將線圈繞於鐵心上。〕

旋轉。此電樞每載有多數線圈，各線圈聯接方式則隨電機種類而異。如圖所示，電樞與極靴間之氣隙既變短，則磁路之磁阻可減至極小。故供給磁勢以發生磁流之磁場線圈，可用較少安匝數而仍可維持相當“有用”磁流。如此置導體於槽中，對於某一角速度與磁流時所發生電勢之平均值，並無影響。電樞有“齒”雖足使磁流分配不勻，但導體自兩極間某一位置移動至相隣兩極間之相稱位置（即 180° 電角度或 π 電弧度）所發生之平均電勢仍不變，因旋轉時間內所變更之總磁鏈數，仍與以前所述相同。

習題 10-5. 一線圈有許多匝集中一起，與第 188 圖所示者相仿，4 吋見方，每分鐘旋轉 1200 次，在磁流密度爲 1500 高之均勻磁場中發生電勢 $e=10.9 \sin \omega t$ ，問匝數幾何？電勢之週波率幾何？

習題 10-6. 在第 188 圖中，線圈之大小爲 6 吋乘 6 吋，磁流密度爲 4200 高。如匝數祇爲一，欲發生電勢最大值 0.5 伏，問每分鐘當轉幾次？其電勢瞬值之方程式若何？

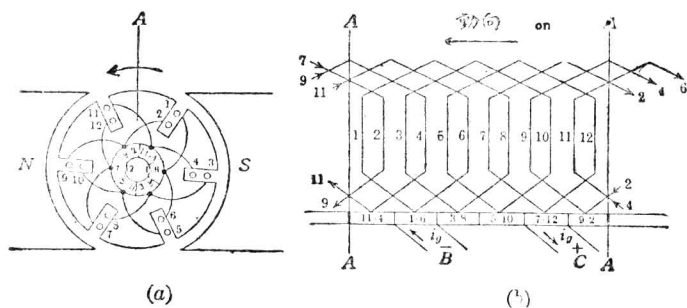
習題 10-7. 設第 188 圖中之線圈有 100 匝，在均勻磁流密度 6000 線/平方吋中順時針向旋轉，均勻速度爲 3600 轉/分。線圈長 10 吋，闊 6 吋。

(a) 求一方程式，表示電勢瞬值與 θ 之關係。 θ 爲線圈平面與垂直於磁場之平面所成之角度。

(b) 自線圈垂直於磁流平面轉至與原來平面成 60° 度角，問在此時間中所發生之平均電

勢幾何？

97. 直流發電機。交流發電機所生電勢之方向，每秒鐘內變換多次。但在某種情形，吾人須要發電機之祇供給單方向之電位者。此種直流發電機係利用一矯流器具名曰整流器 (commutator) 使原來之交流變為直流。此整流器將電樞線圈接通於外路，其功用如下：當任何一線圈內所發生電勢之波形 (第 189 圖) 開始至負方面時 (即時間軸下之一部)，即將線圈之連接倒換。此矯流器具，猶如電路中之一滑動接觸，置於磁場適等於零之處，故在計算電勢時可無庸顧及。



〔第 191 圖。一簡單六線圈直流電機之圖解。〕

直流發電機之圖解如第 191 圖 (a), (b) 所示。一刻槽之電樞，由夾絕緣體之薄鋼片組成，裝於一軸上，在磁極間旋轉，如交流發電機然。在圖上為便利起見，電樞上祇表明六槽，每槽內有二導體。實在直流發電機之槽數當更多，但為使讀者易於瞭解起見，故用較簡單之佈置。

電樞之表面原為圓柱形，今試設想在 191 圖 (a) 所示之 A 處割開，使圓柱面展開成一平面。如是導體間及線圈至整流器截片 (commutator

segments) 間之端接，可易明瞭。

若電樞線捲爲一種“單摺”(simplex lap) 線捲*，則導體之接法如下：在導體 1 之整流器端開始，吾人循此導體經端接而至導體 8，沿 8 回至截片 3-8，由 3 出去而自 10 回至截片 5-10，由 5 出去而自 12 回至截片 7-12，在此與正電刷相接觸。再由 7 出去沿 2 回至截片 9-2，由 9 出去而自 4 回至截片 11-4，由 11 出去而自 6 回至截片 1-6，與負電刷相接觸，且與導體 1 之前端相連，於是完成一周路。

整流器與電樞同裝於一軸上。在此所示之整流器含有六銅片，各截片間及截片與軸間皆以雲母薄片絕緣之。整流器之圓柱形表面應於製造時磨光，以安置炭刷。在吾人追溯電樞線捲時，已知截片與各導體之接法，及電刷在整流器上之位置，而以上關係復視電樞之位置，旋轉之方向，與磁場之方向而定，如第 191 圖(a) 所示。

自 191 圖(b) 可知此種線捲在負電刷與正電刷間有並聯之電路二，一路爲 6-11-4-9-2-7 各導體，另一路爲 1-8-3-10-5-12 各導體。今試研究各路各導體內所發生電勢之方向。電樞依所指之方向旋轉，則導體 7,8,9,10,11,12 將發生一電勢，其方向在 191 圖(a) 則由紙面向外流出，在 191 圖(b) 則由背面流至前面。同時導體 1, 2, 3,4,5,6 發生相反方向之電勢。於是在導體 6,11,4,9,2,7 之一路，各導體所生電勢相加，可由正電刷送電流至外路。而 1,8,3,10,5,12 一路亦具同等情形。故此電樞線捲有二路並聯，每路發生相同電勢，其

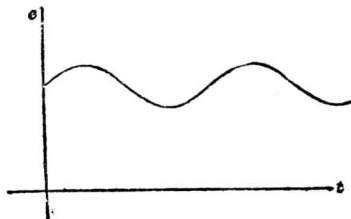
* 參看任何直流電機書籍。

譯者按蘭司獨夫“直流電機原理”，顧毓琇譯本，已由商務印書館出版。

方向由負電刷至正電刷。

今更進而研究電樞旋轉時所發生之現象。設電樞在原指定位置旋轉六分之一轉時，負電刷在截片 3-8 上，正電刷在截片 9-2 上，在完成此旋轉動作時內，線圈 1-8 及 2-7 均為電刷所短接，而四圈邊內電流之方向皆已改反。在此新位置，由負刷至正刷，吾人仍可覓得六圈邊串聯成一路，而每一路中之六圈邊對於磁極之相對位置與第 191 圖所示原來六圈邊相同。故每路中所發生之電勢與原來時完全相同，方向亦同。在相繼各各六分之一轉時所發生之電勢，亦不過重複以前之現象。當電樞旋轉時，正負電刷間所發生之電勢，其方向既不變，故此種電機稱為直流發電機。

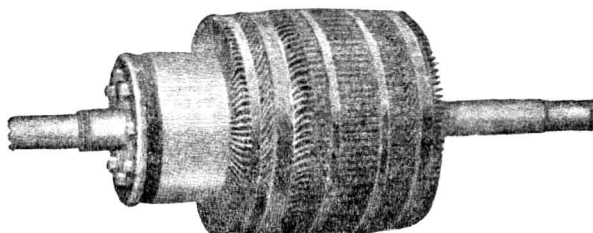
圖中所表示之電機祇有六槽，當電樞旋轉時，所發生之電勢，稍有變更，其大原因有二。第一，每一整流片整個經過電刷時，電樞導體所佔位置有變換，此種變換稱為“整流器微波”(commutator ripple)。第二，磁流有變更，因磁極下槽數與齒數因電樞轉動而有變換，即改變電路之磁阻。如圖所示，每一磁極下有三槽，與兩個又一小部份之齒，此時磁阻最大。有時每一磁極下祇有二槽與兩個又一小部份之齒，此時磁阻最小。假定磁場激磁不變，此磁阻之變換，將使磁流變更，而



【第 192 圖。第 191 圖所示發電機上兩電刷間之電位曲線。】

電勢亦隨之以變，此種變換稱爲“齒微波”(tooth ripple)。電勢因以上二原因而起變更，於是電機之端電位，將如第 192 圖所示。其電勢爲單向（即不致反轉方向），但有顯著之波紋。實際之直流發電機則有甚多之槽及整流片，故此種波紋極小，且週波率頗高*。當供給電力與電光時，若將端電位與時間之關係繪成曲線，則在恆負載時，幾爲一直線，其微波可以忽視。

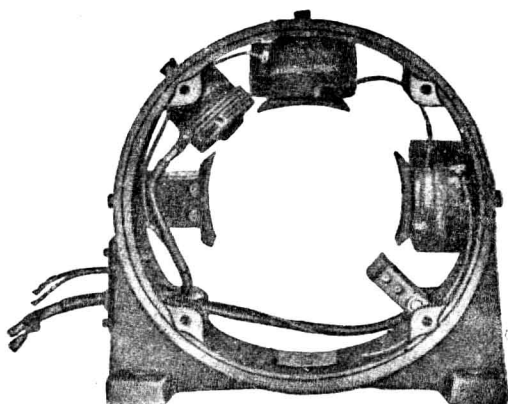
第 191 圖所示之發電機，爲一兩極機，實際應用較廣者，爲多極機，如四極，六極等等。圖中所示之鼓形電樞線捲，亦爲最簡單者。此外尙有許多線捲形式，可以適用，以使正負兩電刷間各串聯導體發生之電壓，彼此相加。第 193 圖示一實用小發電機電樞之情形，其機身及主要磁極與內間極† (interpolo) 等之裝置，可參看第 194 圖。直流電機之構造，接線法及工作情形，本書以篇幅有限，不能詳述，此處所舉者，不過其基本原理而已。



〔第 193 圖。 直流發電機之電樞。〕

* 關於電力電訊線路之感應干涉問題，此種波紋極佔重要，因電力線載直流而有此種波紋對於電訊電路將起感應之影響。

† 內間極係爲由電樞電流一部或全部所激勵之小磁極，用以改良整流情形者。如設計良好，應用合法，則使電刷恆置於幾何上之中和地位。（參看 Timbie, "Industrial Electricity," p. 453）。



〔第 194 圖。 直流發電機之機身及主要磁極與內間極之裝置。〕

習題 10-8. 今有一 6 極直流發電機能發電勢 115 伏，其旋轉速度為每分鐘 1000 轉，兩電刷間共有 216 導體互相串聯。問該機每磁極之有效磁流應為若干？

習題 10-9. 今有一 8 極直流發電機其每極之有效磁流為 1.2×10^6 線，電樞每分鐘轉 1650 轉，電刷間共有 148 導體相串聯。問該機發生之平均電勢為若干？

習題 10-10. 現欲設計一發電機，使能發生平均電勢 230 伏。所用之電樞，在兩電刷間共有 180 有效導體。如每極有磁流 1.5×10^6 線，問該機應有若干磁極？

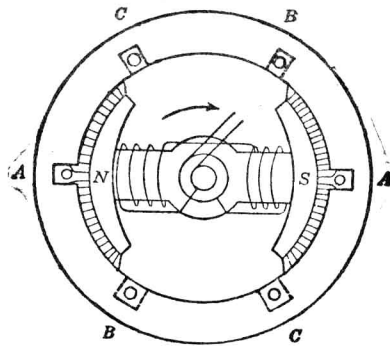
習題 10-11. 一 6 極直流發電機，在電刷間有 138 有效導體，每極氣隙內之有效磁流為 1.7×10^6 線。若該機在無負載時須發生 115 伏，問其旋轉速度應為若干？

習題 10-12. 某處需要一直流發電機，發生平均電勢 230 伏。此機將由一原有之電動機拖動，其速度約為每分鐘 600 轉。工廠中適有一電樞，其電刷間有效導體共為 110，其載電定額亦能應付所需，且可與各種極數不同之磁場外架配置適合。設每磁極有 2×10^6 線，問需用磁極若干始合需要？

習題 10-13. 如第 10-12 題中電動機之旋轉速度不能超過每分鐘 600 轉，問每極之磁流應為若干？

98. 在移動磁場中之導體。在以前討論中，吾人曾假定當一磁鐵或一激磁圈移動時，若無其他騷擾，其所發生之磁場，亦與之作同速度之移動。吾人對此種磁場，常稱之為“移動”磁場或“旋轉”磁場。當導體與磁場兩者彼此有相對移動時，不論移動者為導體或磁場，或兩者均動，導體內均可發生電勢。此電勢之值，吾人已知其與 B , l , v 三組互相垂直之部分成比例。

旋轉磁場之原理，在普通交流發電機中多應用之。此種構造普通稱為“旋轉磁場”式交流發電機，即電樞線捲為固定而磁場乃旋轉者。



(第 195 圖。三相交流發電機之圖。電樞固定而磁場轉動。)

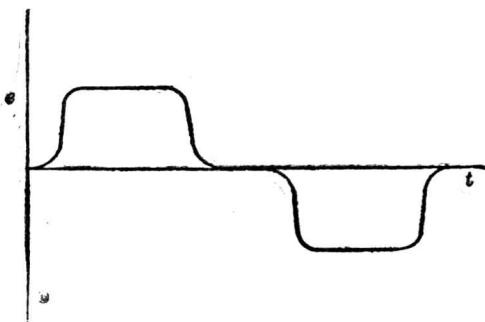
旋轉磁場式交流發電機之簡單式樣見第 195 圖。線圈 $A A$ 置於槽內，槽在固定鐵軛上，普通稱為“定子” (stator)。定子裝牢於鐵架上，而鐵架則復裝牢於基礎上*。定子之內為一旋轉大磁鐵，稱為“轉子” (rotor)。在圖上表示者為二極磁場。轉子磁極可為任何偶數，隨

* 某種單相交流發電機，定子可用彈簧懸起，庶使於基礎之脈振轉力 (pulsating torque) 改至最小而振動亦可減少。

旋轉速度及周波率之需要而定。轉子電磁鐵所需之激磁電流，由直流電源供給於二匯電環，此二環為金屬環裝於軸上而互相絕緣。直流之傳達於此環，乃經環上滑動之電刷。

磁極既由直流激磁，故當轉子旋轉時，磁極性不變，而磁流可想像其為經 AA 線圈而移動者。如此線圈內將發生一電勢，其瞬值大小可由以前所推出之方程式計算。此種電勢將為交流者，因第二磁極轉至一導體時，磁流之方向將變換，於是所發生之電勢亦將隨之變換。

如圖中所示集中線圈裝於一對槽內，其任何時所生之電勢，將與該時經過此線圈之磁流密度成正比。故線圈內之電勢，將視磁流密度經過磁極表面時如何變換而變換，而所發生之電勢之形式，將如第 196 圖所

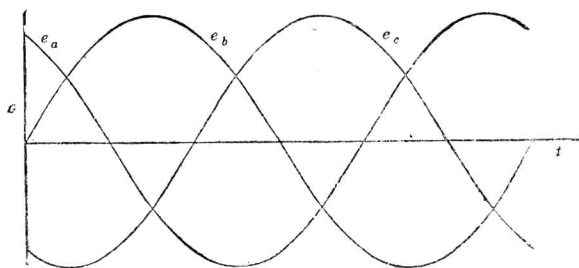


〔第 196 圖 第 195 圖電樞上一線圈中所生電位之曲線。〕

示者。如極靴兩端之氣隙使之較極中心為長，(稱為“彫槽法”[chamfering])，則經過磁極表面之磁流密度曲線頗類似一正弦波形。如此發生之電勢亦將為正弦波形。多極低速度分佈線捲之交流發電機，大都應用極靴之“彫槽法”，以獲得正弦波。改良波形形式之普通方法為將定子線捲分佈於多數槽內，如此每線圈所發生之電勢雖未能全成正弦形，但

當一串線圈之各電勢相加後，總共電勢乃可近似一正弦曲線。

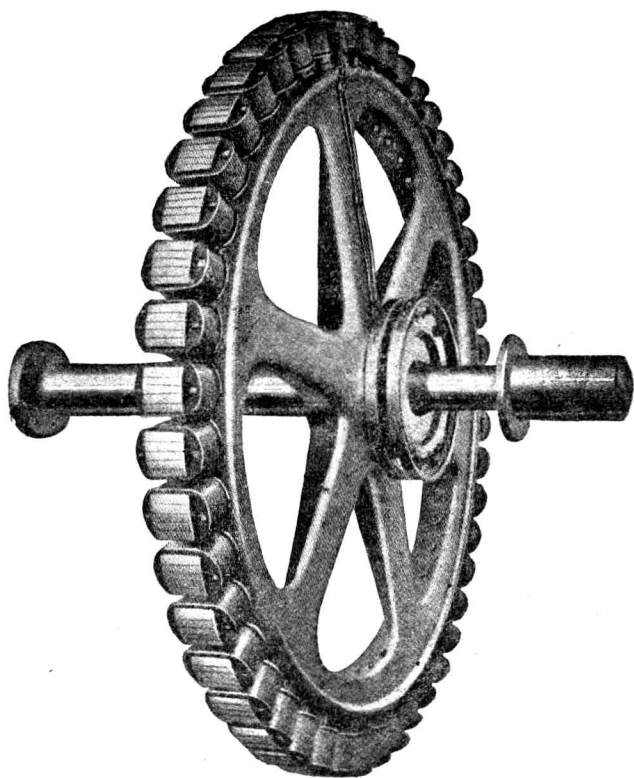
今將定子分刻幾槽，各槽內置獨立之線捲如 $B-B$ 及 $C-C$ ，且槽內各線捲均用集中線圈，如第 195 圖所示。設線圈 $B-B$ 在線圈



〔第 197 圖。第 195 圖發電機上三線圈中所生之電位之曲線所示之正弦波形，與第 196 圖不同，乃由磁流分佈變更之故。〕

$A-A$ 後 120° 電角度（二極電機之一電角度即等於一空間角度），線圈 $C-C$ 又在 $B-B$ 後 120° 度，則 $B-B$ 及 $C-C$ 線內所發生之電勢波形完全與 $A-A$ 內者相同，但其達最大值時較之 $A-A$ 內達最大值時遲一定時刻。假定集中線圈分佈於相近數槽內，而極靴用彫槽法，則各線圈內所發生之電勢可近似正弦波形。將此三線圈內之電勢與時間之關係畫出，則得第 197 圖。此種電機稱為三相交流發電機，實即等於三交流發電機合而為一，每一機供給一交流電位，但在時相（time phase）上相隔 120° 度。三電位相繼而達最大值，相繼而經過零值。商用交流機大半為三相式*。

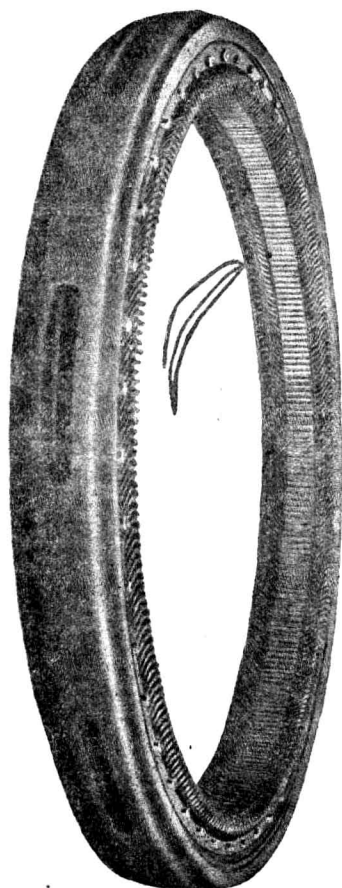
* 關於交流發電機之原理及詳細討論，可參看 R. R. Lawrence, "Principles of Alternating-Current Machinery."



〔第 198 圖。水輪發電機之旋轉磁場。〕

第 195 圖所示之二極裝置，祇用於極高速度之渦輪交流發電機 (turbo-alternators)。低速交流發電機皆為多極式。蒸汽機及水輪機拖動之交流發電機有多至八十磁極者。第 198 圖表示一水輪機拖動之轉子，共有 48 極，第 199 圖即為該機之定子或電樞。

旋轉磁場式交流機，在今日多用之，其原因如下：(1) 線圈既係



〔第 199 圖 第 198 圖旋轉磁場所屬之固定電樞。〕

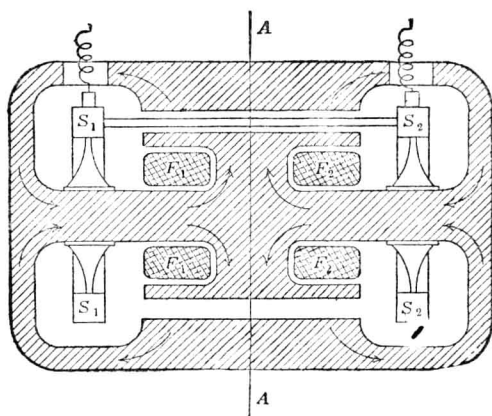
固定，其所發生之電勢可直接接至外路，無須集電環 (collecting ring) 以完成其電路。此點在高壓電機頗多利益，蓋今日之大交流發電機，皆可直接發生 2,300 至 13,000 伏電勢，如此高壓電勢，用集電環實有困難。(2)再者，現代之高電力交流機供給大電流者，其電流亦可免經過電刷與集電環。一交流機之輸出量有高至 108,000 瓩-安者，其電流之大可見一斑。(3) 旋轉磁場式電機構造較為堅固，亦有相當利益。

習題 10-14. 第 195 圖示一簡單交流機，其氣隙中磁流密度之最大值為 60,000 線/平方吋。在齒槽 "A" 中，導體之有效長度為 25 呎，電樞之半徑自軸心至導體中心為 15 呎。如磁流密度之空間分配如正弦波形，電樞轉速為 3600 轉/分，問 "A" 相中發生電位之方程式為何？

習題 10-15. 在第 10-14 題中，如“A”相中所生電勢之最大值約為 156 伏，問齒槽“A”中當置集中線圈幾匝？如最大電勢之瞬值確為 156 伏，問氣隙中之磁流密度當調準至何值？

99. 單極發電機 (the homopolar generator)。依 Blv 法則，如有 l 呎長之導體，在均勻磁場密度 B 高之磁場中，繼續移動，均勻速度為每秒 v 呎，而方向為垂直於磁場，則導體中常得一單向電勢發生。如此所得之直流可無須整流器，且波形亦將十分平直。依理論言，一切波紋均可避免。電機之利用此原理而製造者為單極 (homopolar or unipolar) 或不循環 (acyclic) 發電機。此種發電機除在低電位需要大電流時外，頗少用之。

欲建立一無窮長之均勻磁場，欲使導體繼續向一方向均速移動，均為事實所不許。但吾人可使磁極繞成圓形，於是由北極至南極之磁流線，均經圓之中心輻射而出；而導體之移動亦可使之成圓形，於是恆



〔第 200 a 圖。單極發電機。〕

與磁流線垂直。如此之單極發電機剖面圖見第 200 a 及 b 圖。此機以鐵製成，中有圓柱形之空氣隙。 F_1 F_2 為磁場線圈或激磁線圈，固定不動，所載電流，使鐵質中發生磁流，其方向如矢頭所示。此磁流輻射而出，經過氣隙，如圖 200 b 所示。假定磁極之鐵質均勻，則氣隙之磁流密度亦為均勻。

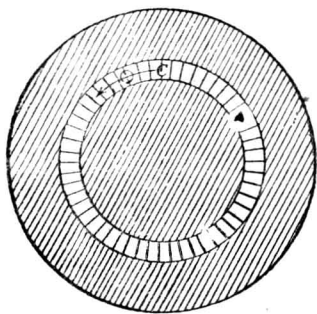
金屬環 S_1 及 S_2 裝於絕緣體之輪軸上，可以旋轉。二環間接以粗導體，此導體即依二環於氣隙中旋轉。電流匯集於固定電刷上，而電刷乃係裝於鐵軛上。如導體之移動速度為 v 呎/秒，長度為 l 呎，而氣隙之磁流密度為 B 高，則

$$e = Blv \cdot 10^{-8} \text{ 伏}$$

在上述情形下，如謂電勢之發生由於磁鏈變換，或難於了解，但應用 Blv 法則，即甚瞭然。

欲使此種電機發生 30 伏或 40 伏之電勢，須用極高之磁流密度與速度。今試計算一例，便知事實真相。設導體長 10 吋，磁流密度為 20,000 高，則每導體若欲發生 40 伏，速度當為

$$\begin{aligned} v &= \frac{e \times 10^8}{Bl} = \frac{40 \times 10^8}{20,000 \times 25.4} \\ &= 7874 \text{ 呎/秒} \\ &= 258 \text{ 呎/秒} \end{aligned}$$



[第 200 b 圖。第 200 a 圖之 A-A 截面。]

由此可知，如欲得高電壓，此種發電機應有數導體分配於氣隙中，每導體接於自己之一對匯電環，再將各導體彼此串聯，使電勢相加。惟此種構造製造上頗感困難，而機械上亦不堅固，是以單極發電機雖能不用整流器而發恆等直流電位，但除特別應用外，鮮有製造者。

習題 10-16. 於第 200 a 圖中，如導體之有效長度為 9.7 吋，其位置距軸心 5 吋，氣隙之磁流為 7×10^6 馬，轉速為 3600 轉/分，問發生電勢幾何？

習題 10-17. 第 10-16 題中之單極發電機，如發生之電勢須為 25 伏，問其旋轉速度當為若干？

100. 渦流 吾人已知當閉合電周路之磁鏈變更時，即有電勢發生，因之而有電流，電流之值則視所生之電勢與電路之電阻而定。此種電流通過電阻即生熱耗 i^2R 瓦。故當磁流與導電周路相鏈時，磁流之任何變更，必於電路中發生能耗。

電周路不限於為一電線，且磁流亦不必完全經過此電路。如有金屬固體一小塊，有變更之磁流橫過，則此小塊內之金屬電路與磁流相鏈者即載電流。如有一磁路以鐵構成，則當磁流變更時，將因感應作用而使電流流動於此磁路中。此種雜散電流 (stray current) 發生之耗失，稱為渦流 (eddy current) 耗。

磁流變更之現象，電機中每有之。在交流範圍中，變壓器即賴其鐵心磁流變更而發生效用。不論直流與交流電機，必有一鐵製電樞，或轉動於永久磁場中，或為磁場繞之而轉。在此二種情形下，電樞之鐵質將因磁滯及渦流而生能耗。直流機之有齒電樞，每使一束磁流越磁極面而橫掃（假定磁流移動），因而磁極之鐵質中即有渦流發生。實則

在任何電機中，如導體之截面頗大，導體中亦有渦流耗*。蓋當磁流密度變更時，粗導體中各並行路徑所發生之電勢恆彼此稍異，因而有局部電流週轉於導體物質之內而不達於外路。

渦流之起源既由於經過周路之磁流之變換，故其方向乃與磁流之平面垂直。若使製成磁路之物質分成薄片，而將各片絕緣且與磁流並行而置，則渦流耗可以減少。鐵之分成絕緣薄片，乃所以破壞電流周徑，故可將渦流大為減低。

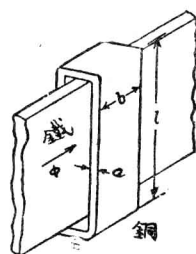
設一直流發電機之電樞以整塊構成，則渦流耗之大，未可言喻。最早發電機之如此構成者，每須數馬力拖動，但其出量僅為一瓦之一小部份。大部分入量皆費於電樞之雜散電流，而此種雜散電流乃因電樞轉動時各點之磁流密度變更而生。欲免除此巨量耗失，電樞乃以互相絕緣之鋼片疊成，普通厚度為 0.014 吋至 0.030 吋，同裝於一軸上。如此所成之電樞已分成無數絕緣薄片，且各片與主要磁流並行。渦流既向磁流垂直而流，故鋼片間電阻之增大及渦流電路之增短，可使渦流減至較小之值。

普通直流發電機對於各片間之絕緣毋須特別考究，因鋼片生銹後足以免除其與他片有良好傳電之接觸。在製造變壓器時，鋼片每塗以

* 參看 "Reduction of Armature Copper Losses," J. H. Summers, Trans. A. I. E. E., 1927, pp. 101-111; "Recent Improvements in Turbine Generators," S. L. Henderson and C. R. Soderberg, Trans. A. I. E. E., 1928, p. 552; "Heat Losses in D. C. Armature Conductors," Lyon, Wayne, Henderson, Trans. A. I. E. E., 1928, pp. 589-599.

漆或煉膠 (shellac) 以絕緣之。當各鋼片打孔後集成一起時，吾人須注意各片間並無傳電接觸。鐵心四邊或電樞齒槽之磨光，均使各薄片易有傳電接觸，故能增加渦流耗。高週波率電機或變壓器之渦流耗，尤應設法減少。發電機供給 50,000 週/秒之電流者，其鋼片厚度均僅 0.0015 吋，且須謹慎塗漆，以防各片間發生傳電接觸。

以下之近似分析，將表示渦流耗之大小及其與物質之分成薄片，物質之電阻係數等等關係。更詳細之分析，讀者可參看以前附註所引之數篇論文。今先討論銅環內之渦流耗，此耗乃完全包圍一磁周路者。如第 201 圖所示，銅環長而薄，故由此所得之結果，以後討論薄片中之渦流耗時，可應用之。所示穿過此環之鐵條，載有磁流 ϕ 。此磁流之變換乃發生一電勢，而使磁流流動於短接之銅環內。環內銅耗 i^2R 乃現在所欲計算者。



〔第 201 圖 一薄銅片繞於鐵條，鐵條中之磁流線時時變換。〕

銅環既假定其為長而狹，則兩端電阻較之兩邊電阻極小，可以略去。於是銅環電阻為

$$R = \rho \frac{2l}{ab} \quad \text{歐} \quad (8)$$

式中 ρ 為該物質之電阻係數。如 l, a, b 均以釐計，則 ρ 之單位須為該物質之電阻係數，即每立方釐之歐數。

當磁流變換時，所生之電勢為

$$e = \frac{d\phi}{dt} 10^{-8} \quad \text{伏} \quad (9)$$

依歐謨定律，電流為

$$i = \frac{\frac{d\phi}{dt} 10^{-8}}{\rho \frac{2l}{ab}} \text{ 安} \quad (10)$$

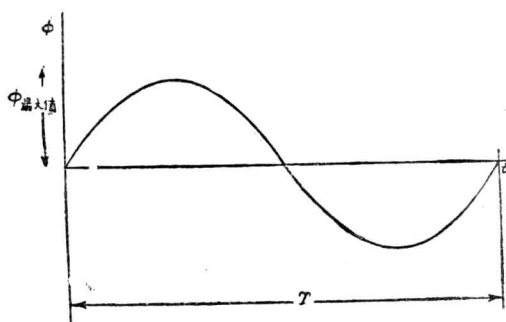
此電流所發生能耗之瓦數乃等於電流平方與電阻之相乘積，即

$$p = i^2 R = \frac{\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2}{\rho \frac{2l}{ab}} 10^{-16} \text{ 瓦} \quad (11)$$

在通常遇見之情形下，電機之磁流，每隨時間起正弦波形之變換。此種磁流之變更情形（如第 202 圖）可以下列方程式表之：

$$\phi = \phi_m \sin 2\pi ft \text{ 馬} \quad (12)$$

其中 ϕ_m 為 ϕ 之最高值。磁流之週波率 (f) 即為每秒鐘磁流交變之週數。觀上圖，當 $t=0$ ，磁流為零，而後漸漸增加。當 $t = \frac{1}{f}$ ，磁流又為零，而後漸漸增加。 $2\pi ft$ 之值必以弧角計算， 2π 弧角之正弦為



〔第 202 圖。表示磁流線在鐵塊中變更情形之曲線。〕

零， T 或 $1/f$ 稱為交變磁流之週期，因在此時間內，磁流完全變換一

週。

磁流若如此變更，則其變換率可取(12)式之微分得之，即

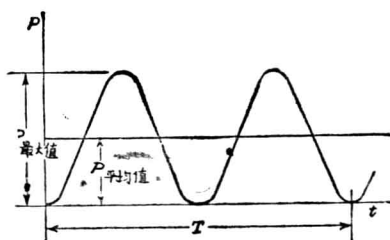
$$\frac{d\phi}{dt} = 2\pi f \phi_m \cos 2\pi ft \text{ 馬/秒} \quad (13)$$

將 $\frac{d\phi}{dt}$ 之值代入(11)式，吾人得任何時間之 i^2R 耗為

$$p = i^2 R = \frac{4\pi^2 f^2 \phi_m^2 \times 10^{-16}}{\rho \frac{2l}{ab}} \cos^2 2\pi ft \text{ 瓦} \quad (14)$$

$$= P_m \cos^2 2\pi ft \text{ 瓦}$$

式中 P_m 乃一種簡寫法，表示能耗之最大瞬值。依吾人以上之假定，能耗與時間依餘弦平方波形而變。將此情形畫出圖形，則得第 203 圖。



〔第 203 圖。如磁流線依正弦曲線而變更，則渦流能耗乃依餘弦平方曲線而變。〕

欲求銅環中之能耗，吾人當注意 i^2R 耗之平均值。欲得此值，可將(14)式在一週期間積分，再除以週期之時間，即

$$P_a = \frac{1}{T} \int_0^T p dt \quad (15)$$

將(14)式之 p 值代入，又 $T = \frac{1}{f}$ ，故得

$$P_a = f \int_0^{\frac{1}{f}} P_m \cos^2(2\pi ft) dt$$

將 f 除以 $2\pi f$ ，而在積分符號內乘以 $2\pi f$ ，得

$$P_a = \frac{P_m}{2\pi} \int_0^{\frac{1}{f}} (2\pi f) \cos^2(2\pi ft) dt \quad (16)$$

欲求(16)之答數，可利用已知之積分公式

$$\int \cos^2 x \, dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} \quad (17)$$

在此 $x = 2\pi ft$ ，故

$$P_a = \frac{P_m}{2\pi} \left(\pi ft + \frac{\sin 4\pi ft}{4} \right) \Bigg|_0^{\frac{1}{f}} \quad (18)$$

將上下極限代入，第二項之值均為零，即得

$$P_a = \frac{1}{2} P_m \quad (19)$$

故第 203 圖上曲線之平均高度適為最大值高度之半，而銅環內之平均 $i^2 R$ 耗即等於一週間內所得之最大耗失之半。

將 P_m 之各值代入(19)式得

$$P_a = \frac{\pi^2 ab}{\rho l} f^2 \phi_m^2 10^{-16} \text{ 瓦} \quad (20)$$

第(20)式約示銅環內因磁流變更所發生渦流耗之平均瓦數。其有興趣之各點可列舉如下：渦流耗隨周波率之平方而變。若磁流變換率為每秒五十週，其能耗將較磁流變換率為每秒 25 週者大四倍。渦流耗亦隨

磁流最大値之平方而變。如磁流密度加倍，能耗亦將大四倍。能耗又與物質之電阻係數成反比。電阻係數愈低，則能耗愈大。此點似甚特別，但電阻減少，電流增加，而能耗隨電流平方增加，當易明瞭。故繞磁路之短接銅環如用紫銅，則其渦流耗當較黃銅者為大。吾人尚須注意，磁流密度之最大値乃指實在經過磁路者，此磁流密度不獨與工作於磁路之磁勢有關，且與短接環內之電流亦有相當關係*。電流之影響將使磁流減少，故短接銅環之較粗者，其能耗較低，即因磁流減少之故。如經過之磁流相同，則銅環內之能耗，將較電阻係數較大之環內之能耗為大。

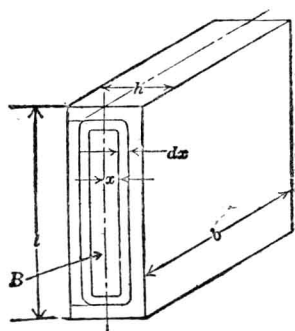
銅環成一短接電路，在交流儀器中每用之。例如在交流接觸器中，此種銅環可用以免除接觸點之“顫動”(chattering)。渦流耗之發生，並不限於環繞磁路之導電路徑，而亦可在磁路之本身。例如磁路薄鋼片中所生之耗失問題，吾人對之實覺更有興趣。

以前討論，吾人假定固定之薄鋼片與變更之磁流相鏈。在研究轉動電機時，有時為便利起見，擇一標準軸，使磁流線(或磁流密度)作為固定者，大小值亦不變，而薄鋼片則作為轉動者。此種情形或係物理上之實況，或在標準軸之取法。如此則當電樞對磁場轉動時，薄鐵片任何部分(槽底以下)磁流密度之大小及方向均將變換。齒鐵所載之磁流，將依正負二值而脈動，且並無其他方向變換。故有齒電樞薄鐵

* 銅環與磁路鐵質鄰近之距離，將使鐵內磁流大受影響，如銅環包圍鐵之一部，則發生所謂“遮蔽”影響(shading effect)。故經過被圍鐵部之磁流與經過不被圍鐵部之磁流相較，將有不同之相位(phase displacement)。

片內之渦流，可分成兩部。一部為齒耗，其他一部為槽底以下電樞鐵心耗。齒內渦流耗之計算與前述銅環內渦流耗之計算法相仿。此法對於交流變壓器鐵耗之計算，亦可應用。第二部鐵心耗則無精確方法解決之。若用齒耗方法求之，則實際耗失常較所算得結果大百分之五十至一百。今先計算齒耗，所得結果亦可應用於變壓器。

第 204 圖示一薄鐵片，其中所經過之交流磁流與薄片平面並行，方向如圖上箭頭所示，其方程式為 $B = B_m \sin 2\pi ft$ 。片內渦流所走之路徑略似薄片表面所繪者。如薄片厚度較其闊度甚小，此種路徑可假定其與薄片表面並行而無大錯誤。再者，鐵片厚度既甚小，吾人可略去電路兩端之電阻。吾人所用之分析，雖祇為一種近似法，但以前吾人亦曾提及，許多實際情形，如各薄片如何鑽孔釘合等，對渦流耗影響甚大，而其他種種意外之變化，可使其有百分之五十以上之差異，故過分認真之理論分析亦大可不必。故吾人不妨作以上之假定，而將來結果，與其作為計算能耗之正確公式，無甯希望其表示渦流耗之變更情形也。



〔第 204 圖 薄鐵片內渦流之路徑。〕

設有一路徑離薄片中心線 x ，其厚度為 dx 。繞此路徑有一電勢發生，乃由於與此路徑相鏈之磁流

$$\phi_x = 2x l B \quad \text{馬} \quad (21)$$

此種路徑之情形與第 201 圖之銅環情形完全相類。如吾人祇講所擇路徑內部之磁流*，則此中渦流耗即為公式(20)所代表者，而該路之一小部分耗失即為

$$dP_a = \frac{\pi^2 b dx}{\rho l} f^2 (2x l B_m)^2 10^{-16} \quad (22)$$

或

$$dP_a = \frac{4\pi^2 f^2 b l}{\rho} B_m^2 10^{-16} x^2 dx \quad \text{瓦} \quad (23)$$

欲求渦流耗之總值，可將各各如上之耗失相加。今將以上所謂一小部耗失積分， x 之極限自零至薄片厚度之半，結果得

$$P_a = \frac{4\pi^2 f^2 b l}{\rho} B_m^2 10^{-16} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{\frac{b}{2}} = \frac{\pi^2}{6\rho} b l h (h^2 f^2 B_m^2) 10^{-16} \quad \text{瓦} \quad (24)$$

按薄片之體積為

$$v = b l h \quad \text{立方釐} \quad (25)$$

是故每立方釐物質內之渦流耗可由總耗失除以體積得之，即

$$P_a = \frac{\pi^2}{6\rho} h^2 f^2 B_m^2 10^{-16} \quad \text{瓦/立方釐} \quad (26)$$

* 吾人又假定經過薄片之磁流密度為均勻者。實際上中部較少，因有渦流所發生之磁場。但如薄片不甚厚，此影響可以略去。

第(26)公式表示變壓器鐵心內或電機電樞齒內每立方釐之渦流耗瓦數。

式中

h = 薄片厚度

ρ = 薄片磁阻係數

f = 磁流週波率

B_m = 磁流密度最大值

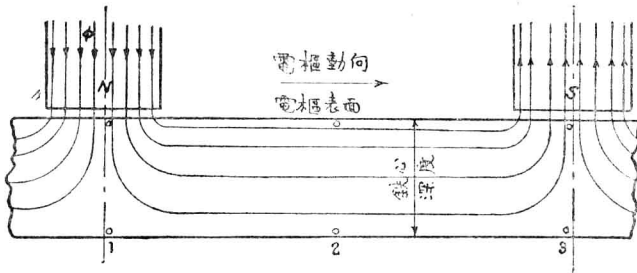
各值皆當用釐克秒制單位。

槽底以下電樞鐵心之渦流耗，迄今尙未有確切之計算方法*。但吾人可一察其性質若何，並與同體積同磁流密度變壓器鐵之耗失相比。今假定磁極頗多，於是隣近二極間之電樞表面可作平面而無大謬，見第205a及b圖。第205a圖為垂直轉軸之端面圖，b圖為自上向下望電樞表面之平面圖。齒內渦流耗前已約略算出。今將祇算無齒電樞內之渦流耗。如此算法，又係一種近似法，因電樞之齒，必擾亂磁流密度之空間分佈，而此影響將不復計及。

離北極之磁流線，經空氣隙而至薄鐵片（槽底以下部分），其分佈情形約如第205a圖所示。（此情形假定電樞導體不載電流，且鐵質內亦無渦流，否則，磁流分佈將有畸變。）

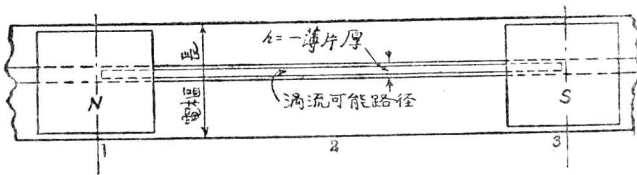
* 德人 R. Rüdenberg 博士，對於此種問題頗多供獻。可參看“Wirbelstromverluste in Wechselstrommaschinen mit elliptischen Drehfelde,” E. u. M., Vol. 25, pp. 533-536, July 7, 1907.

在電樞鐵部，設有一平面垂直於電樞之轉動方向，而與其長並行。在薄片四周絕緣體所圍該平面內之面積，或可有如第 204 圖所示渦流之路徑。如該平面適在北極下，如第 205a 圖上之 1 處，則此種路徑幾無磁流可鏈。當電樞隨其旋轉方向而進至 2 時，則此平面將鏈最



〔第 205 a 圖。在轉動電樞中之渦流。〕

大磁流。再在 3 時，又不鏈磁流。因此種磁鏈改變，在該種路徑內即有電勢發生，而電流亦將流動。電流之值當視所生之電勢以及電流所經過路徑之電阻而定。



〔第 205 b 圖。電樞表面之展開圖。〕

設電樞以薄片疊成，不獨垂直於轉軸之各平面分開，且又被經過軸心之各輻射平面間隔。此種平面，在圖上為一羣豎立之直線。故前段所論渦流之路徑，乃為僅能有之路徑，而其耗失亦可用計算齒內或變壓器鐵心內渦流耗之方法計算之。

但在實際上，電樞中並無此種雙重分片(double lamination)。

吾人又可造一電樞，以長方形之鋼線緊緊繞成，如此又得一種雙重分片法，可在第 205a 圖中以橫線表出之。在此種情形下，渦流可在第 205b 圖所示之路徑中流通。假定電樞之表面並無齒槽，此種路徑之一，乃由 1 處及 3 處之頂上二線（相隔一極距），及與薄片二邊並行之各線相接而成。在此路徑中，設當此路徑隨電樞而於磁場下轉動時，此路徑中有電勢發生，則其電流之大小，將視電勢之多寡及電阻之大小而定。當電樞轉動時，該路徑若在圖上所示之位置，即無磁流相鏈。於 1 處之線移至 2 處時，則該路徑鏈最大磁流，至 3 處時又無磁流可鏈。若取 1, 3 兩處之底下二線及與薄片二邊並行各線所成之路徑，則該路徑不論何時，均不鏈任何磁流。其他與該二路徑並行各路徑所鏈之磁流，則與其在鐵心中之深度及磁流分佈情形有關。因之此種路徑中之渦流耗，將各各不同，自零值至與變壓器渦流耗相仿之值。

若用第一法之雙重分片法，則渦流耗可與變壓器者相比，若用第二法之雙重分片法，則耗失較少。實際電樞乃用鋼片疊成，祇有單重分片，故渦流耗實含有以上兩種影響。但此二種耗失不能分別計算而後相加以得總值。甚至先分別計算二種電流而後合成總電流分布，亦不正確。蓋渦流之實際路徑較以上所論者更為複雜，故確切分析，遠出本書討論範圍以外。

但吾人當知，實際電流流動之機會，較以上規定之路徑為多，故所得能耗，亦必較用計算齒耗之簡單方法所得為多。此種差別，實際經驗上竟有多至百分之五十至一百者。設計工程師自當注意及之，但

所多究有若干，則僅可依據經驗而得。經驗所得之結果可列成下式

$$P_a = \epsilon (h f B_m)^2 10^{-16} \text{ 瓦/立方釐} \quad (27)$$

如上式各值之單位皆用釐-克-秒制，則上等變壓器鋼之渦流係數 ϵ 約為 65,000

吾人可注意疊片鐵心內之渦流，與薄片之厚度平方成比例。設有一變壓器以 0.024 吋厚鋼片製成，今欲易以 0.012 吋同體積之鋼片則渦流耗將減至四分之一。但鋼片愈薄，集合時費用愈大，而空間因數 (space factor) 亦劣。按空間因數乃為所有鐵質體積除以鐵心總體積之商。如於薄片間增加絕緣體，亦足減少空間因數。故在選擇厚度時，對於耗失與製造費用均應同時顧及。

由(27)式，可知渦流耗仍與週波率之平方及最大磁流密度之平方成比例。



【第 206 圖。電度計中之圓盤在一永久磁鐵之兩極中旋轉，即產生渦流，而此渦流可用以調整電度計之速度。】

渦流耗又與物質之電阻係數成反比。上等矽鋼含有矽質少許，其電阻係數為普通鋼之三倍。變壓器鐵心以及其他儀器恆以矽鋼製之，此亦為其理由之一。

第 206 圖所示之電度計中，鋁盤內之渦流可用以調整鋁盤旋轉之速度。

習題 10-18. 一變壓器鐵心，以 10 吨鋼片製成，磁流密度最大值為 60 千線/平方吋。今以 16 吨鋼片代同體積之鋼片，問磁流密度當減若干，庶得同樣之渦耗？

習題 10-19. 變壓器鐵心用 20 吨煉鋼片，在磁流密度最大值為 65 千線/平方吋時，渦流耗為 480 瓦。今以 14 吨之煉鋼片代同體積之 20 吨鋼片，如磁流密度不變，問渦流耗可望減少幾何？

習題 10-20. 一短接銅環繞於一交流激磁之電磁鐵，以防“顫動”(chattering)。假定第 201 圖代表該銅環而其鐵條作為電磁鐵之鐵心，載一正弦波形之交變磁流，最大值為 6000 線，由 60 週波之交流電發生。銅環之大小如下： $l=2$ 吋， $a = \frac{1}{8}$ 吋， $b=1$ 吋。導電係數為 96%。問在溫度攝氏 20 度時，銅環內能耗幾何？

習題 10-21. 在第 10-20 題中，銅環內電能變為熱耗之最大變率為幾何？銅環內渦耗與時間之關係若何？

101. 鐵心總耗 (total core loss)。 當磁流變動時，磁路內發生能耗，一因渦流，一因磁滯。二種能耗之和，稱為鐵心總耗。

吾人已知磁滯耗與週波率成正比，但渦耗則與週波率平方成比例。又磁滯耗與磁流密度最大值之 1.6 方成比，渦流耗則與其平方成比。凡此種種可總成一方程式如下：

$$P_{h+c} = k_1 f B_m^{1.6} + k_2 f^2 B_m^2 \text{ 瓦} \quad (28)$$

式中 k_1, k_2 為常數，視物質而定。

此種情形，可使吾人預計變壓器及電機中之鐵心耗如何隨週波率及磁流密度而變。又可利用週波率及磁流密度不同之關係，將此總耗分為二部。電機中祇有此兩種耗失時，則其總鐵心耗為零載時拖動電機所需之功率。變壓器之鐵心耗可用同樣方法量得之。下例表示磁滯耗與渦流耗如何可從鐵心總耗中分開。

設某電機之鐵心總耗在轉速 1000 轉/分時為 1800 瓦。今保持磁流密度不變，而使此機轉速改至 1500 轉/分，則鐵心耗變作 3000 瓦。試求其在 1000 轉/分時之渦流耗及磁滯耗。磁流密度既為常數，則可包含於常數項下，寫為

$$P_{h+c} = k_3 f + k_4 f^2 \text{ 瓦} \quad (29)$$

將所有結果代入，

$$\begin{aligned} 1800 &= k_3 1000 + k_4 \frac{1000^2}{1000} \\ 3000 &= k_3 1500 + k_4 \frac{1500^2}{1000} \end{aligned} \quad (30)$$

吾人既僅講轉速之改變，式中 f 以週波率計或轉/分計均無問題。

聯解(30)式中之二方程式得

$$\begin{aligned} k_3 &= 1.4 \\ k_4 &= 0.0004 \end{aligned} \quad (31)$$

將 k_3, k_4 之值代入(29)式，得 1000 轉/分時之耗失為

$$1800_{h+c} = 1400_h + 400_c \text{ 瓦} \quad (32)$$

故知在此轉速時，鐵心耗 1800 瓦中之 1400 瓦為磁滯耗，400 瓦為渦流耗。如求 1500 轉/分時之耗失則

$$3000_{h+c} = 2100_h + 900_c \text{ 瓦} \quad (33)$$

由此可知轉速增高後，磁滯耗變為 2100 瓦，渦流耗變為 900 瓦。

如磁流密度增加 30%，再求該機之鐵心耗。假定其轉速為 1000 轉/分，則新磁滯耗為

$$P_h = 1400 \times 1.3^{1.6} = 2132 \text{ 瓦} \quad (34)$$

蓋因磁流密度比原有者大 1.3 倍，而磁滯耗又與磁流密度之 1.6 方成比例。同理，得渦流耗為

$$P_e = 400 \times 1.3^2 = 676 \text{ 瓦} \quad (35)$$

故得磁流密度增高 1.3 倍後在 1000 轉/分時之鐵心總耗為

$$P_{h+e} = 2132 + 676 = 2808 \text{ 瓦} \quad (36)$$

習題 10-22. 一 60 週波率變壓器之鐵心總耗為 525 瓦。如電源為 25 週波率，而磁流密度不變，則耗失減至 140 瓦。

- (a) 求此二週波率時之渦流耗。
 (b) 求此二週波率時之磁滯耗。

習題 10-23. 如第 10-22 題中磁流密度最大值本為 50 千線/平方吋，今欲該變壓器在 60 週波率工作，而鐵心耗須與 25 週波率時相同（即 140 瓦），問磁流密度之最大值當為幾何？又問渦流耗及磁滯耗各幾何？

第十章 摘要

與電路相鏈之磁鏈數改變時，該路中即發生一電勢，其值為

$$e = - \frac{d\lambda}{dt} 10^{-8} \text{ 伏} = - N \frac{d\phi}{dt} 10^{-8} \text{ 伏}。$$

當磁流線為導體所截切，吾人有時可用下式計算其所生電勢，即

$$e = Blv 10^{-8}$$

其所需之條件見第 95 節。

如將右手之姆指，食指，中指互相垂直而伸出，則姆指指導體移動方向，食指指磁流方向，中指即指所生電勢之方向。

交流發電機之原理，乃利用線圈之磁鏈變更，或導體之截切磁力線，以發生交流電勢。

如使磁流線之截切率或磁鏈數之改換率，依正弦波形而變，則所發生之交流電勢亦如正弦波形。

$$e = E_m \sin \omega t$$

式中

e = 電勢瞬值，

E_m = 電勢最高值，

ω = 線圈角速度，以每秒電弧角 (electrical radians) 計，

t = 經過之時間，以秒計。

如用一整流器以使交流發電機轉動部分與固定電刷接觸，則電樞內所生之交流電勢可經電刷而變為直流電勢。

在單極發電機中，電樞經過恆等強度之磁場，且方向亦不變，故能發生一直流電勢，而無須整流器。

渦流乃電機中鐵心，極面，或任何導體內之局部電流，其發生乃由各該部之導電物質截切磁流線而來。

如磁流線之截切或磁鏈數之改變依正弦波形，則渦流耗可以下式表之：

$$P_a = \epsilon (h f B_m)^2 \times 10^{-16} \text{ 瓦/立方釐}$$

式中

ϵ = 物質之渦流係數，

h = 薄片之厚度，以釐計，

f = 週波率，以週/秒計，

B_m = 磁流密度最大值，以高計。

此電流之能耗，在機械中即變為熱。

如鐵心以薄片疊成，且彼此絕緣，可以減少渦流及能耗。

鐵心總耗即等於磁滯耗渦流耗兩者之和。

第十章 習題

習題 10-24. 當第 184 圖所示單匝線圈之平面垂直於磁流線時，所鏈磁流共有 40,000 線。如此線圈依均勻速度轉至與磁流線並行時，需時 2 秒，問發生之平均電勢幾何？在開始及終止時之電勢瞬值幾何？

習題 10-25. 一平方線圈凡 12 匝，面積 10 平方吋，繞一與圈邊並行之中軸而轉動。在 0.0013 秒內，此圈旋轉 90 度，發生平均電勢 7 伏。此線圈係在勻布磁場中，且其開始時之位置與磁流線並行。問磁流密度若干？

習題 10-26. 今有一 8 極直流發電機，其電樞在二電刷間之部分置有串接有效導體 148 根，每極磁流線為 1.3×10^6 ，轉速為 2000 轉/分，問電刷間平均電勢幾何？

習題 10-27. 設電樞轉速為 1000 轉/分，電刷間串接導體 222 根，極面上平均磁流密度為 70,000 線/平方吋，而一極發電機能發生平均電勢 115 伏，問其磁極之截面積當為幾何？

習題 10-28. 在第 195 圖中，齒槽 A-A 內之線圈有 12 匝。旋轉磁場所發生之最大磁流密度為 60 千線/平方吋。如此機在 60 週波率工作，問線圈內發生電勢之最高值為幾何？線圈之有效長為 8 吋，其位置距中軸 6 吋。邊線作用可不計。又問在 60 週波率時，轉子之轉速幾何？

習題 10-29. 證明變壓器內所感生之電勢與鐵心內之磁流最大值及其週波率成正比例。

習題 10-30. 某一變壓器用兩種不同週波率試驗，所得結果如下：——

電位(伏)	週波率	鐵心耗(瓦)
220	60	350
90	24	160

假定無負載時之端電壓等於感生之電勢，求 60 週波率時之渦流耗及磁滯耗。

習題 10-31. 某一變壓器內之副捲有 1000 匝。如鐵心之截面積為 10 平方吋，求下列

各種情形下鐵心內磁流密度之最高值：

- (a) 在無負載時副捲兩端電位之瞬值為 $157 \sin 157t$ 。
 (b) 瞬值為 $314 \sin 628t$ 。
 (c) 在(a)情形時，鐵心耗為 150 瓦。在 (b) 時為 300 瓦，問渦流磁滯耗各若干？
 (d) 如渦流耗為磁滯耗之四分之一，問感生於副捲內之 25 週波電勢之最高值為幾何？

習題 10-32. 參看第 184 及 185 兩圖，如單匝線圈代以 12 匝，各匝串接，但不集中而分佈於各處，即每一線圈在一平面上，各平面經過一共同之軸，而相距一恆等之角度 15 度。此種線圈結構旋轉於一磁場時，所生之電勢較之 12 匝線圈集中於一平面時為少。

每線圈長 2 呎，闊 1 呎。磁場強度為 59,400 線/平方呎。磁極轉速為每分鐘 3600 次。

- (a) 求此串接 12 匝線圈內所發生電勢之最高值。
 (b) 當討論電機時，實在發生之電勢與同樣線捲集中於一線圈時所發生電勢之比例稱為分佈線捲之寬度因數 (breadth factor)。試求上述線圈之寬度因數。

習題 10-33. 某一 2200/220 伏 60 週波變壓器之鐵心總耗為 1000 瓦，其中百分之四十為渦流耗。原捲有 4000 匝。今以同物質及同大小之鐵心，用作其他週波率之變壓器鐵心，原捲電位恆為 2200 伏，但原捲之匝數可以改變，使不同週波率時之磁流密度最大值仍為相同。試於下列情形下求原圈之匝數及磁滯渦流各耗：(a) 25 週波。(b) 133 週波。(c) 試求一週波率，使磁滯耗與渦流耗相等。(d) 將各種週波率所算出之鐵心總耗以及各部分耗失，列成一表。

習題 10-34. 普通試驗變壓器時，欲分磁滯耗與渦流耗，方法有二：第一法，用同一週波率及不同之電位，量其鐵心耗。第二法，用不同週波率及與週波率成比例之電位，量其鐵心耗。試比較此二法之準確及便利，並說明每一法中所有之假定。

習題 10-35. 下表乃試驗一 10 呎-安變壓器所得之結果：

週波率	電位(伏)	鐵心總耗(瓦)
60	128	54.8
60	225	153.0
24	94	50.5

(a) 試用第 10-34 題中所述之兩種方法計算在 220 伏 60 週波時之磁滯耗及渦流耗。(b) 如此二法所得結果不同，問何者較為正確？

習題 10-36. 如第 10-35 題中所得結果之不同，假定由於司坦麥茲方程式 (Steinmetz equation) 中指數之差誤，試求一適當指數以使結果相符。

習題 10-37. 某一變壓器之原捲有 500 匝。當其接於 220 伏 60 週波之電源時，此變壓器吸取電功率 350 瓦以供給其鐵心耗。今若接於 110 伏 25 週波電源，問耗失幾何？渦流耗及磁滯耗各幾何？線捲電阻可不計。鐵心長 20 吋。在 220 伏 60 週波時，渦流耗與磁滯耗相等。

習題 10-38. 今有一變壓器，其大小及設計情形，均與第 10-37 題所述者相同，但用不同鐵心物質。此種物質之鐵心，當其接於 220 伏 60 週波電源時，得耗失 300 瓦，在 110 伏 25 週波時則為 110 瓦。求上述情形下之渦流耗及磁滯耗。

習題 10-39. 一火車軸在兩輪間長 4 呎 $8\frac{1}{2}$ 吋。兩軌道與車軸，車輪，以及接頭 (cross connection)，接成一電路。當火車向東行之速度為 70 哩/時，問此電路中發生電勢若干？地球磁場之密度約為 0.6 高。與水平線所成之傾角為 70 度。又問火車向北與向東行，所生電勢有異否？

習題 10-40. 一線圈有 750 匝，繞於一鐵心磁周路上，其截面為 4.6 平方吋。長為 15 吋。假定鐵心內之磁流依煉鋼片之磁化曲線而變。

(a) 如用弗羅里方程式以表明此鐵心之總磁流與線圈內電流之關係，試求其常數。

(b) 如線捲內之電流為 $i = 1.85 \sin 377t$ ，試求表明磁流與時間關係之方程式。

(c) 電勢感生於線圈內者既等於 $N \frac{d\phi}{dt} \times 10^{-8}$ ，試求一方程式表明線圈內因此磁流而生之電勢。

(d) 將 (b) 及 (c) 波形之半部畫出。任擇 $377t$ 之七點，以為時間之坐標。

習題 10-41. 第 10-40 題中線圈之兩端，今接以一正弦波形電位，其最高值為 283 伏。

(a) 擇適當比例尺，畫出電位波形之一半。

(b) 在 (a) 部所用之縱橫軸上畫出因此電位而通過線圈之磁流。

(c)每一磁流必有一相當之磁化電流。試即將此種電流畫一曲線。此曲線之畫法，可先擇磁流之各值，再由磁化曲線上尋得其相當之電流值。(如用鐵之磁滯迴環線，而不用其磁化曲線，所得電流之曲線雖稍有畸變，但較準確。)

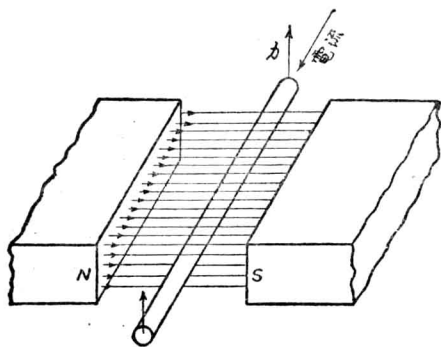
(d)比較第 10-40 題與第 10-41 題中之結果。試說明為何正弦波形之電流却相當於非正弦波形之電位，且反之亦然？

第十一章 導體所受之力

(Force on a Conductor)

凡發電機皆可倒用，即如有適當之電源加於一機上，原作發電機用者，則此機能如電動機而轉動。但欲使工作滿意，每須將電刷及變阻器等加以相當調準。又須添加附件如電動機起動匣及速度節制器等之裝置。但根本上凡各種發動機本身，均有電動機工作之可能性，只須加以控制或調整耳。

102. 載電導體所受之外力。吾人已知，如有一導體在磁場中，當其對磁場轉移一角度，該導體內即生一電勢。根據此項原理即有發電機之產生。今尚有他種相似原理，可利用之以造電動機。如有一導體佔完全電路之一部，位置於磁場內而不與磁流並行，當其載電後即有外力工作於其上，使其向磁場外移*。



〔第 207 圖。一載電導體位於磁場中，即有一外力作用於其上。〕

* 參看 Ampère's Memoirs.

如第 207 圖所示，導體位於一均勻磁場內（電路其餘部分圖中未示）載一電流，自後向前而流，即有一力作用於其上，使其向上推動。欲求該力之方向，可用左手定則 (left-hand rule)。吾人前已知右手定則乃用於求發生電勢者。現在所述之左手定則與之相似，可用於電動機。如左手之姆指，食指，中指互相垂直伸出，食指指磁流方向，中指指導體內電流方向，則姆指將指使導體在磁場內移動之方向。

垂直於電流方向之力之大小，由經驗所得，* 與磁流密度，電流，及導體之有效長對於磁場之射影成比例。在第 207 圖中，導體與磁場垂直，故末一因數即為該導體之長。如導體與磁場成一 θ 角，則此長當為導體之長乘以 θ 之正弦，以下討論如不特別申明，均指導體垂直於磁場者。

如吾人用蘇克秒制單位寫出各種因數，則工作於導體之力之達因數，等於磁流密度高數，電流安數及導體長蘇數之相乘積。即

$$F = BIl \text{ 達因} \quad (1)$$

比例因數 (proportionality factor) 在此等於一，其理由可申述如下。

假定以上導體並無電阻，庶電流流於其中不致發生耗失。再假定其在磁場中移動之速度為 v ，於是所生之電勢將為

$$e = Blv \text{ 伏} \quad (2)$$

參考第 207 圖，應用右手法則，該電勢之方向與電流之方向相反，此電流即為發生外力而使導體依此速度移動者。由是觀之，所生電勢乃

* 由 Ampère, Biot-Savart, Faraday 諸氏所得試驗之結果。

一反電勢 (counter e. m. f.)。於是導體所納入之電功率等於

$$eI = BlvI \text{ 爾格/秒} \quad (3)$$

此電功率乃用以維持導體移動之速度 v 。但吾人有一力 F 作用於導體上，而此導體又依速度 v 隨 F 之方向而移動，其工作率則為

$$Fv \text{ 爾格/秒}$$

如吾人假定導體無電阻，且速度為常數，則依照能力不滅完律，電力入量必等於機械力出量，即

$$Fv = BlvI \text{ 爾格/秒} \quad (4)$$

或

$$F = BlI \text{ 達因} \quad (1)$$

故吾人可知作用於導體上之力等於 B, l, I 之相乘積，各值均以歐克秒制作單位。如電流 I 為安數，則

$$F = Bl \frac{I}{10} \text{ 達因} \quad (5)$$

如欲改作實用單位，則

$$\begin{aligned} F &= \frac{BlI}{10} \times \frac{1}{980 \times 454} \text{ 磅} \\ &= 2.25 \times 10^{-7} BlI \text{ 磅} \end{aligned} \quad (6)$$

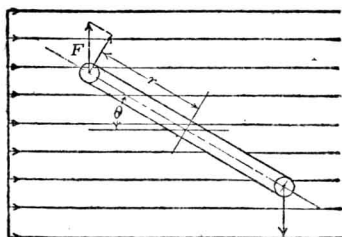
式中

$$I = \text{安數}$$

$$B = \text{高數}$$

$$l = \text{歐數}$$

如有一單匝線圈，其截面見第 208 圖，位置於均勻磁場中則有一轉力 (torque) 作用於其上，而此轉力與其所載電流成比例。今欲計



〔第 208 圖。一載電線圈位於並行磁場中，即有一與 θ 角餘弦成比例之轉力作用於其上。〕

算此轉力之值，假定其所載電流為 I 茲，其方向在上面之導體，向紙外流出，下面導體則流進。線圈平面與磁流方向成一 θ 角。線圈之長垂直於磁流方向者為 l ，其闊為 $2r$ 。

依左手定則，上導體受一外力方向向上，下導體則向下。此二力之值均為

$$F = BlI \text{ 達因}$$

於是轉力之作用於該線圈者，即等於該二力所發生之耦力 (couple) 或為該二力對於中軸之力矩 (moment) 之和。每一導體所受外力之一組垂直於連接導體與中軸之線者等於

$$F \cos \theta = Bl I \cos \theta \quad (7)$$

故總力矩或總轉力作用於該線圈上者為

$$T = 2Blr \cos \theta \text{ 達因-釐} \quad (8)$$

上式中如其餘各因數皆以釐克秒制作單位，則轉力 T 之單位為達因-釐，

欲改作磅-呎，祇須乘以 7.38×10^{-8} 。

注意扭轉力矩 (turning moment) 之值，在線圈平面與磁流平面並行時為最大，而於 θ 角等於 90 度時則為零。 θ 角大於 90 度時，轉力反換方向而使線圈倒轉。大概言之，就所載電流論，線圈轉動之趨勢乃依右手螺旋方向，轉至某一位置，使其所鏈之磁流為最多。

習題 11-1. 一導體為某完全電路之一部，載電流 100 安，置於磁鐵之氣隙內，與磁流成 45 度角如第 207 圖所示。設磁流密度為 3000 高，導體長為 6 吋，求作用於導體之力。

習題 11-2. 第 208 圖之單匝線圈載電 40 安，長 4 吋，半徑 1 吋。如磁流密度為 6000 高，試求在 $\theta=30$ 度，60 度，90 度時，各轉力之達因-蘇數。

習題 11-3. 一導體為完全電路之一部，垂直於磁流密度 7000 高之磁場內。其有效長為 10 吋，如作用於其上之力為 1 磅。問應載電流若干？

習題 11-4. 如第 208 圖中之線圈有集中線圈 6 匝，其大小與第 11-2 題中同，載電 10 安。氣隙間之磁流密度為 60 千線/平方吋。在 $\theta=0$ 度時，問轉力為若干磅-吋？

習題 11-5. 在第 11-4 題中，如 $\theta=30^\circ$ ，而欲生轉力 10^6 達因-蘇，問電流當為若干？

習題 11-6. 設第 11-4 題中之線圈載電流 100 安，而於 $\theta=45^\circ$ 時，欲產生轉力 2 磅-呎，問此線圈當位置於磁流密度何值之磁場中？

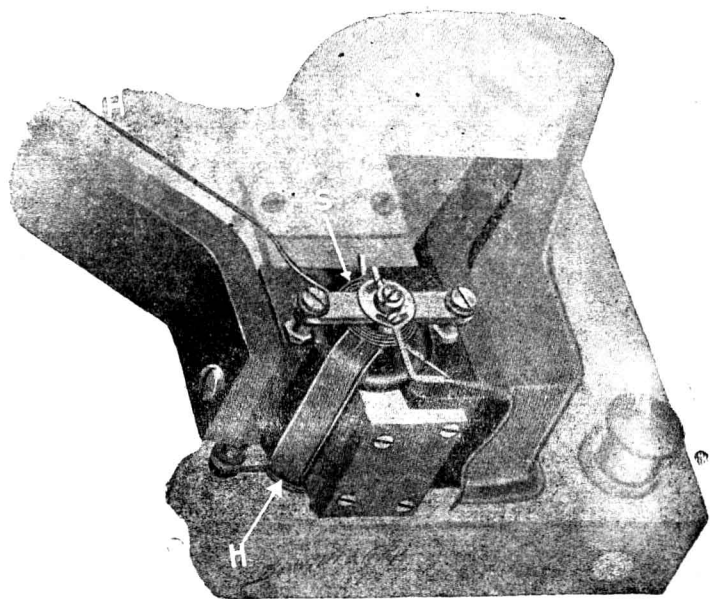
103. 電計*(meters)。電計種類頗多。普通直流電計，其動作即賴外力之作用於磁場中之載電導體。此外力抗衡一彈簧或其他轉力。而使一針偏轉，其偏轉度可用以量電流之多寡。

此類手提式儀器，其構造如第 209 圖所示。其磁極與鐵心之截面則表明於第 210 圖。 M_1 與 M_2 即為永久磁鐵之二極，其結構務使產生

* 參看 Laws, "Electrical Measurements," 此書對於電計理論更有詳細討論。

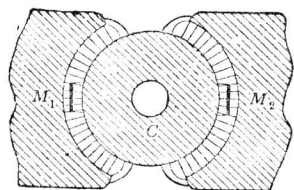
非常恆等之磁場強度。 C 為軟鐵鐵心，作圓柱形，位於二極間。鐵心固定不動。一長方線圈 H （見 209 圖）裝於軸承上，其四邊能旋轉於磁極與鐵心之空間中。裝線圈之軸柱上，載一指針 P ，此針移動於外面標記上以表示所測量之值。當指針離位置零處而移動時，被一髮絲彈簧 S 之轉力所抗衡，此彈簧更藉以導電流至線圈中。時有用二髮絲彈簧者，一導電流入內，一導電流流出。其中之一可代以一伸縮之導入線。

如第 210 圖所示，鐵心 C 之影響，能使磁流輻射於空氣隙中，而有極近似之恆等磁流密度。線圈 H 若不偏轉過大，而至兩極中間之空氣隙中，則該線圈常在恆等強度之磁場中。為防止偏轉過大，有一停止物以阻止之，可使線圈不出範圍。工作於線圈二邊之力祇與其所載電流



〔第 209 圖。 直流電計之剖視圖。〕

成正比，而與線圈之位置無關。髮絲彈簧之轉力則與針之偏轉度成比例。故線圈之偏轉度，亦即指針之移動度數，將與所經電流之多寡成比例，而此種電計之標度 (scale) 上可有平均之分度*。



[第 210 圖。第 209 圖電計中鐵心及磁極之截面圖。磁流線向外輻射。]

吾人應注意，在此種構造中，其線圈之位置並不在並行之均勻磁場中而却在輻射之磁場內，故線圈邊所受之力恆與其平面垂直，而此力將全部有效，足以發生扭轉力矩。

前已提及，此種電計能量電流或電位，但視線圈電路內之電阻而定。伏計

則恆以一外電阻與線圈串聯。安計則以一外電阻與線圈並聯。

此種電計用於交流電路中，則不能有偏轉度。交流電路，其電流流動之方向忽正忽負，每秒變換多次。當電流在一方向流動時，設此線圈依順時針向而轉動，則在電流變方向後，線圈將受反時針向之同值衝量。故此種電計不能用以量交流。如欲製成一交流電計，可將其永久磁鐵換一電磁鐵，激此磁鐵之線圈與轉動之線圈串接。於是轉動線圈內之電流方向與其在磁場之磁流方向，每隔半週一同變換。電流與磁流方向既同時變換，則應用左手定則，可知線圈所受之扭轉力矩

* 對於其他影響如溫度，外磁場等，在此均不注意。

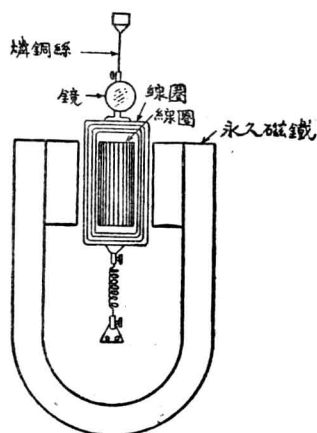
† 此種串聯或並聯之電阻，常含有一小部錳，銅合金 (manganin)。在此錳銅合金之電阻中，若錳質與銅質之比配合適當，則溫度改變時磁場強度及彈簧轉力所受之影響可以補償，而不致妨礙電計之準確。

方向依舊不變。於是此種電計，當交流電流通過時乃有偏轉度，即能以之量交流電流。此種電計稱為測力計或功率計 (dynamometer) 式電計。

測力計式電計之標度不能有平均分度，線圈所在之磁場內，磁流並不恆等，但隨電流之多寡而變。構造得當之此種電計，其磁流與電流成正比。線圈所受之力矩，既與 B, I 成比例，將與 I 之平方成比例。如電流大二倍，偏轉度將大四倍。於是外面之分度當依此而分。測力式電計自亦可用於直流電路中。

交流計亦可根據其他原理而構造，如依電線中發生之熱量，或軟鐵塊在磁場中排列之方向等。

達生瓦測電計 (D'Arsonval galvanometer) 之構造與直流永久磁鐵電計大致相同，惟較靈敏。此種測電計之可能性，由達氏首先建議^{*}，



(第 211 圖。靈敏測電計圖。)

故從其名。在此種測電計中，線圈以懸空之細線支持之，見第 211 圖。此細線常載一小鏡，反射之光由此鏡而至一分度尺上，因之可讀出線圈之偏轉度。或用一望遠鏡，可看鏡中反射尺上之分度以定其偏轉。該計之工作原理，

* 參看 Laws, "Elec. Meas." 第 20 頁。

與直流電計完全相同。若使線圈繞以極多匝數之細線，磁場強度極強，且其懸空線極精細，則此測電計可在極小電流時偏轉*。

測電計之有較長振擺週期者，稱為衝擊測電計 (ballistic galvanometer)，可用以測定磁流。衝擊測電計之偏轉度與其所經過之總電量成比例，即與

$$q = \int i dt \quad \text{漚} \quad (9)$$

成比例。如測電計之電感不計，則(9)等於

$$\frac{i}{r} \int e dt \quad (10)$$

從前章所論，吾人已知與測定線圈相鏈之總磁流，可由下列公式求得之：

$$\phi = \int e dt \quad \text{馬} \quad (11)$$

故若於測定線圈內接一衝擊測電計，而注意其所生之偏轉度，即可求得總磁流之值。

衝擊測電計之偏轉度與經過之電量 q 成比例，理由如下：線圈既在恆等強度之磁場中，其所受之力祇與電流成比例。但加速度乃與此力成比例，故得

$$\frac{dv}{dt} = K_1 F = K_2 i, \quad (12)$$

其中 K_1 及 K_2 為比例因數。線圈之開始速度為

* 測電計之靈敏度常以多少電流發生一偏轉度作標準，例如 10^{-10} 安/度。或以測電計之電阻表示該計之靈敏度。此電阻之大小，務使當一伏電位加於其上時能使在分度尺上偏轉一絲。即 10,000 兆歐相當於 10^{-10} 安/度。(按每度等於一絲。)

$$v = K_2 \int i dt \quad (13)$$

而此乃與磁流成比例。線圈之偏轉度祇賴開始時之速度*，宛如衝擊式之擺，用以測彈子之速度者，祇賴其外面給與之初速。衝擊測電計之偏轉度祇與其初速成比例†，是以亦與測定線圈內所變之磁鏈成比例。

在上述之公式中，吾人並未計入線圈之電感。但在習題 11-7 中，可知如有一恆等電勢加於電感電路，經若干時後再行移去，其經過之電量，與該電路並無電感者相同。電流之達到最大值，因電感而需時甚久，但在減低時，電流亦保持相當時間，故經過之總電量與完全無電感者相同。由此可知衝擊測電計之電感，與測定磁流之偏轉度比例不生影響。尤宜注意者，測定線圈內感生電勢時期之長短對於測電計之

* 此須假定電量 $q = \int i dt$ 須在線圈未偏轉至距零點甚遠時，已完全經過測電計。因之常有一種限制，謂放電須於測電計振擺週期之百分之一內完成。

† 今欲證明測電計線圈之偏轉度 (θ) 與初速 v 成比例，可注意線圈開始時之動能為 $\frac{mv^2}{2}$ 。

將彈簧轉動一 θ 角，所做工作為

$$w = \int F d\theta = \int K\theta d\theta = \frac{K\theta^2}{2}$$

式中 F = 彈簧之反轉力

$$K = \frac{F}{\theta} = \text{彈簧常數 (轉力/弧度)}$$

在最大之角

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{K\theta^2}{2}$$

或

$$\theta = v \sqrt{\frac{m}{K}}$$

偏轉度亦無關係，祇須總磁鏈變更之值

$$\int e \, dt$$

不改*。

習題 11-7. 如一電位加於一電感電路，經某一定時間而移去，電路仍不開斷，則所經過之電量與相等之電位加於一無電感之電路，經同時間所經之電量相等。(二電路之電阻相等。)" 以上所說確否，試證明之。

習題 11-8. 在第 209 與 210 圖中，如 H 線圈有 50 匝，載直流 1 安，問輻射磁場之強度應為幾何，庶可使線圈自零位轉至 8.5 度？彈簧之轉力為 4 達因-釐/度。線圈有效長為 1.25 吋，距軸心 0.5 吋。假定祇有彈簧之轉力及線圈偏轉之轉力有作用。

習題 11-9. 某一衛司登伏計(Weston Model 1 voltmeter) 氣隙間之磁流密度為 900 高，線圈 50 匝，問所載電流應為何值，庶使偏轉佔滿標尺之分度 (85°)。線圈長 1.25 吋，半徑 0.5 吋，彈簧轉力等於 4 達因-釐/度。假定祇有彈簧之轉力及線圈之轉力有作用。

習題 11-10. 某一安計之線圈，電阻為 8 歐。當其載電流 10 安時，可得滿格偏轉 (150 格)。如欲其滿格偏轉相當於 150 伏時，問須加外電阻若干？如何接法？

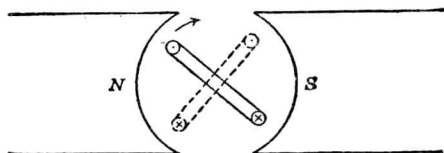
習題 11-11. 用第 11-10 題中之原儀器，如滿格偏轉須相當於 50 安，問須加外電阻若干？如何接法？

習題 11-12. 如第 209 與 210 圖所示伏計之磁流密度為 900 高，問串聯線圈應有幾匝，庶使 10 安直流通過時可得滿格偏轉 (85°)？彈簧轉力為 4 達因-釐/度。假定祇有彈簧之轉力與線圈之轉力有作用。

104. 電動機。一載電線圈在磁場中，向垂直於磁場之軸有轉動趨

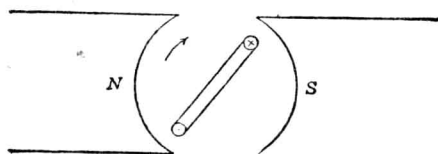
* 參看 Laws, "Electrical Measurements," pp. 99-126; F. Wenner, "The Effect of the Time of Passage of a Quantity of Electricity on the Throw of a Ballistic Galvanometer" Phys. Rev., 1907.

勢，故可用作電動機以做有用工作。參看第 212 圖。圖中為便利起見，祇表明一單匝線圈。依左手定則，線圈內之電流如圖上所示點及叉之方向流動時，則此線圈將依順時針向而轉動。



〔第 212 圖。圖中表示之電流方向使線圈依箭頭而轉。〕

當此線圈轉至一位置，其平面與磁流線垂直，則作用於線圈之力在其平面上，而對於軸之轉力矩等於零。設此線圈轉過此位置而至虛線所示之位置，則轉力矩將反換方向而使線圈倒轉。

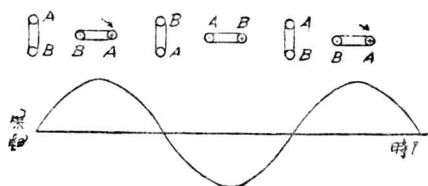


〔第 213 圖。當 212 圖線圈到此位置時，將電流方向反換，使此機仍依同向而繼續旋轉。〕

當 212 圖上之線圈經過垂直位置後，如將其電流方向反換，如 213 圖所示，則可使轉力矩之方向依舊如前，而線圈仍前進轉動。是故吾人知在適當時間將電流反換，可使轉力矩恆向一方向，而得製成一電動機。此電動機在有電流供給時，即能維持在同一方向轉動。

欲達此目的，第一法即為供給線圈以交流電。如線圈轉動與供給電流之變換相配，即電動機與電流同步而轉動，則轉力恆在適當之方

向，而電動機將繼續旋轉。此種交流電動機稱為同步電動機 (synchronous motor)。第 214 圖表示電樞內之電流 (即旋轉線圈內之電流) 隨時間而變換之情形。在此波形上數點，圖中並繪出相當之線圈位置，俾使讀者易於明瞭。



〔第 214 圖。表明線圈內電流與線圈位置之相當關係。

注意轉力為零時其電流亦為零。〕

此種電動機為減少磁路之磁阻起見每將線圈埋置於鐵心中，如發電機然。同步電動機之構造，每有數極，且為多相。多相者即幾個線圈在一電樞上同時工作，而與時間有相當差別之關係。製造同步電動機與交流發電機，每用轉動磁場及固定電樞。蓋作用與反作用恆相等而相反，故不論轉動者為電樞或磁場，其所發生之轉力相同。

交流電動機種類尚多，如感應電動機 (induction motor) 或推拒電動機 (repulsion motor)，其原理太繁，不便詳述於此*。

電動機之電樞轉動時，如不換供給電流之方向，吾人可用一整流器改換電樞導體對於外路之接法。於是即成一直流電動機。實際上任

* 詳細討論，可參看 Lawrence, "Principles of Alternating Current Machinery."

何直流發電機，如有電流由外供給，即可變成直流電動機*。

今試以第 191 圖，所示之直流發電機，改作電動機，假定電流自 C 刷流入而自 B 刷流出。追尋線捲之接法，可知經北極下各導體內之電流乃流向後方，而經過南極下各導體內者則流向前方。故此電機將依反時針向而轉動，與同樣情形下之發電機轉動方向適相反。設此電樞轉過六分之一轉，再行追尋電流路徑，則北極下之導體內電流仍流向後方，南極下之導體內電流仍流向前方。故如電流及磁流之方向不變，則不論電樞之位置如何，其轉力之方向不變，其大小之值亦約相等，而此種電機即可用為電動機。

第 200 圖所示之單極電機，如供給以直流電，亦能如電動機轉動。在此電機中，不論電樞之位置如何，其導體常在方向相同與磁場強度相等之磁場中。如導體內之電流不變，則轉力之方向與大小亦不變。但因實際上之限制及較不經濟之故，此種電機鮮有用作電動機者。

105. 反電勢 (back or counter e. m. f.)。作用於磁場內載電導體之力，與磁場強度及電流成比例。當導體移動時，此力仍不變。不論導體固定不動或高速移動，此力祇與磁場強度及電流有關，而與導體之移動速度無涉。換言之，電動機所發生之轉力，與有效總磁流，及電樞電流成比例，而與其轉動速度無關。

同理，一導體在磁場內移動時，即有一電勢發生於此導體內，其值

* 更進一層之學理，可參看 Langsdorf “Principles of Direct Current Machinery.”。(按中譯本已由商務印書館出版。)

與磁場強度及移動速度成比例。此種電勢不論導體載電與否均相等*。導體之端電壓則與其電流有關，因此端電壓乃等於所生電勢減去其電阻降落 (resistance drop)。惟發生之電勢，則祇與磁場及導體速度有關。故電機內常有一電勢發生，與電機轉速及有效總磁流成比例而與電流無關。

如有一電動機之電樞，載電流 I_a ，其端電壓為 V 。此種電動機之總入量功率為 VI_a 。其一部 $I_a^2 R_a$ 變為熱耗， R_a 即為電樞線捲之電阻。餘下之入量

$$P = VI_a - I_a^2 R_a \quad \text{瓦} \quad (14)$$

變為機械功率。電動機之功用，即為將電功率變為機械功率，而所變成之機械功率，即應等於該機入量功率減去其各種耗失。在變成機械功率中，又有一部消耗於軸承以及他處之磨擦，不能作有用之工作。

電動機在轉動時，亦必有發電機之作用，蓋轉動時即有一電勢發生，與其轉速成正比。此電勢之方向，已知其與所加之電位方向相反，此即所謂“反電勢”。今以 E_a 代之。電流之流入電動機，其值可由歐謨定律求之，即電流等於電勢除以線捲電阻，但在應用時須將各種有作用之電勢算入。故在所加之電位當加以一相抗之反電勢。於是得淨電勢 (net e. m. f.) 為

$$V - E_a$$

而電流等於

$$I_a = \frac{V - E_a}{R_a} \text{ 安} \quad (15)$$

上式又可寫作

$$V = E_a + I_a R_a \text{ 伏} \quad (16)$$

如將(16)式之 V 代入(14)式中，得電功率之變成機械功率部分為

$$P = (E_a + I_a R_a) I_a - I_a^2 R = E_a I_a \text{ 瓦} \quad (17)$$

電動機將其所取電功率變為機械功率之值，即等於電樞電流乘以反電勢。其出量則等於此值減去磨擦耗失等。

任何機械之效率，等於出量除以入量，電機之效率亦然。即

$$\text{效率} = \frac{\text{出量}}{\text{入量}} \quad (18)$$

或

$$\text{效率} = \frac{\text{入量} - \text{耗失}}{\text{入量}}$$

在電動機中，所謂耗失，當包括機械內之各種磨擦耗失，電樞線捲內之電阻耗失 $I^2 R$ ，及渦流耗失及磁滯耗失等。(如磁場電流亦在電動機之入量電流內，則磁場內之 $I^2 R$ 耗失亦當算入。)

* 計算此電勢時，可用所有固定導體中各電流所發生之淨磁場。移動線捲中經整流後之直流電流，及同步移動線捲中之交流電流，與固定線捲中之直流電流發生同樣之影響。參看第95節。

習題 11-13. 電動機電樞之電流為 25 安，係取自 115 伏電源。電樞銅耗為入量之 5.5%，問所變之機械功率若干？如磨擦及其他電樞耗失為入量之 9.5%，問電動機之出量為幾馬力？幾瓩？

習題 11-14. 一電車電動機在某速度某負載時，由 550 伏電源取電流 25 安。電樞電阻為 1.1 歐。問電樞中電阻耗及反電勢各若干？所變之機械功率若干？

習題 11-15. 第 11-14 題中之電動機除 $I_a^2 R_a$ 耗失外尚有磨擦耗及風耗 (windage loss) 等，佔入量之 9.5%，求其效率。

106. 速度。 電動機之反電勢與其速度及氣隙中有效磁流成比例，
即

$$E_p = K\phi n \text{ 伏} \quad (19)$$

式中 K 為比例因數， n 為速度以轉/分計。吾人已知

$$V = E_a + I_a R_a \text{ 伏} \quad (20)$$

今將(19)式之 E_a 代入(20)式得

$$V = K\phi n + I_a R_a \text{ 伏} \quad (21)$$

解 n ，得

$$n = \frac{V - I_a R_a}{K\phi} \text{ 轉/分} \quad (22)$$

(22)式為一重要方程式，由此可求電動機轉動之速度。

今先研究電動機在輕負載時之速度。在此情形，其出量極小，於是 $I_a R_a$ 亦必極小（因電流甚小）。將此項略去，得

$$V = K\phi n \text{ 伏}$$

此公式與反電勢之公式全同。換言之，在輕負載時，電動機之速度，將使其所生之反電勢幾與所加之電勢相等。此種關係僅在流入電流甚小即入量甚微時始能有之。今設有一機器，當其如發電機轉動時，速度為 1000 轉/分，發生電位 220 伏。若將有效磁流絕對保持恆等，其轉速將與前相差無幾，即較 1000 轉/分所小甚微。

當增加負載時入量必須增加，因之電流亦漸增。在速度方程式中， $I_a R_a$ 一項既漸大，則速度必須降低。故如電動機之磁流不變，則當負載增加時，速度必降低。但降低並不甚多，祇須 V 與 E_a 之差，足

使電流通過電樞線捲之極小電阻即可。今舉例如下：上述電動機如加一負載，使其入量為 440 瓦，則將電流為 2 安。如電樞內阻為 4 歐，則 $I_a R_a$ 為 8 伏。於是在此負載時之速度為

$$n_2 = \frac{220 - 8}{K\phi} \quad (24)$$

在零載時，

$$n_0 = \frac{220}{K\phi} \quad (25)$$

故速度之減低比率為

$$\frac{n_2}{n_0} = \frac{212}{220} \quad (26)$$

可知此機加上此負載後，速度約減低百分之四。以上假定中之值，在電樞電流增加時仍保持原狀。多數機器由零載改至滿載時， ϕ 值亦有變化，如此(25)式之 ϕ 將與(24)式之 ϕ 不同，而(26)式亦即應代以他式*。

再看速度方程式，可知若磁流保持不變，則電動機轉速幾與所加電位成正比。如所加電位不變，則速度與磁流成反比。按此種關係乃屬近似說法。如磁流加倍。速度約減至一半。換言之，磁流加倍後，電動機祇須轉速一半已能發生一反電勢，與原有所加之電位幾等。反之，如磁流減半，則速度約高一倍。因電動機須在加倍速度轉動，方能發生與外路電位約等之反電勢而不致有過大之電流。

* ϕ 之改變由電樞電流之磁勢作用而生，此磁勢由於電樞電流作用於主要磁場之磁路。此種作用即稱為“電樞反作用”(armature reaction)。

設有一電動機，其磁流由磁化線圈得來，而線圈直接聯於電源。此種電動機稱為分激電動機。磁化線圈則稱為磁場線捲，欲將電動機之速度改變，吾人祇須將磁場線捲內之電流改變。減少之則得較高速度，增加之則速度降低。

習題 11-16. 某一 230 伏分激電動機，在零載時之速度為 1500 轉/分，電樞電阻為 0.055 歐。滿載時電樞電流 10 安，所發生之電樞反作用減少零載時氣隙中之有效磁流 6%，求滿載時之速度。

又有多數電動機，其磁場除由分激外，尚由一線圈或數線圈載電樞電流之一部或全部激之，此種電動機稱為複激電動機，其另一部之線捲稱為串聯線圈。此二線捲之磁勢可使之相助（相加接法 *cumulatively connected*）或相抗（相差接法 *differentially connected*）。實際上通用之分激電動機，大致均有串聯線捲，稱之曰“分激電動機”，乃所以表示其工作時之特性曲線耳。

尚有一種電動機稱為串激電動機，磁場之激磁線圈專載電樞電流之一部或全部。此種機器之磁流約與電樞電流成正比。

習題 11-17. 設於第 11-16 題中電動機之磁場線圈外，再加一載電樞電流之線圈，使氣隙中有效磁流在滿載時與零載時約相等。問滿載時之速度幾何？如滿載時之磁流較零載時增加百分之六，問滿載時之速度幾何？如滿載時之磁流較零載時增加百分之六，問滿載時之速度又幾何？

第十一章 摘要

一載電導體如置於磁場中(二者不並行),則導體受一外力,其值為

$$F = BlI \text{ 達因}$$

式中 l = 導體垂直於磁場之長度。

伸出左手之姆指食指及中指,互相垂直,則中指代表電流方向,食指代表磁流方向,而姆指即指示導體移動之方向。

在直流電計中,動線圈常在一恆等,均勻,輻射之磁場內。於是推動之力與其所載電流成正比,而此電流可與欲量之電流或電位成比例。

在交流電計中,其磁場強度以及動線圈內之電流均與所欲量之電流或電位成比例,故作用於線圈上之力與此二量平方成比例。

衝擊測電計之偏轉度,可使與經過之電量成比例。

電動機之轉力,乃由於外力作用於磁場內之載電導體。

當電動機之電樞轉動時,即有一電勢發生於電樞線捲內,反抗推動電動機之電流。此電勢因之稱為反電勢。

電動機電樞所取電流可由下式求之

$$I_a = \frac{V - E_a}{R_a}$$

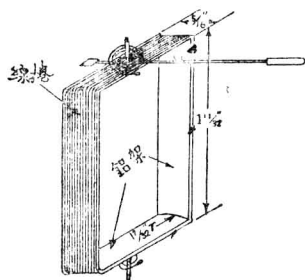
電動機之速度與反電勢成正比,與磁流成反比,即

$$n = \frac{V - I_a R_a}{K\phi}。$$

第十一章 習題

習題 11-18. 求一公式表示一對輸送線載電時所互相發生之力（以磅計之）。使電流為安數， l 為哩數， d 為電線間距離之呎數。電線之半徑較 d 甚小，可不計。

習題 11-19. 一衛司登公司伏計之線圈如 215 圖所示，註有實在尺寸。今可假定全長 $1\frac{11}{32}$ 吋均為有用，而線圈之末端不截切磁流線。該線捲有 50 匝，每匝離中軸 $\frac{17}{32}$ 吋，



〔第 215 衛司登伏計〕。

其電阻等於 8 歐。氣隙中之磁流密度為 900 高，彈簧轉力為 4 達因-釐/度。標度共有 150 格，包含 85 度。如有電流 0.0065 安流入線圈內，問該儀器之讀數為何？假定祇有彈簧及線圈之轉力有作用。

習題 11-20. 設以第 11-19 題中之線圈移動至所求之位置，問所做工作幾何？

習題 11-21. 設第 11-19 題中電計之磁場強度，因振動及他原因，減至 800 高，問此電計之百分誤差為若干？

習題 11-22. 設第 11-19 題中電計彈簧之轉力因熱後而減少至 3.5 達因-釐/度，問百分誤差為幾何？彈簧之熱大半因自己儀器內之電流流過而生。

習題 11-23. 一 6 極 220 伏直流發電機在滿載時速度為 1200 轉/分，此時之電樞電流為 90 安。電樞電阻為 0.146 歐。電樞電流之去磁影響 (demagnetizing effect)，使滿載時之

有效磁流爲零載時之百分之九十六。設零載時電樞電流爲 5.1 安，求零載時之速度。

習題 11-24. 第 11-23 題中電動機有效磁流之減少假定其與電樞電流成正比。(此乃略去鐵中飽和影響而得之近似值。) 求以下二種情形時之速度。

(a) 電流值爲滿載值之一半。

(b) 電流值爲滿載值之一倍半。

習題 11-25. 設第 11-23 題中電動機在零載時每極之有效磁流爲 2,100,000 線，求正負電刷間每路之有效導體數。

習題 11-26. 今以第 11-23 題中之電動機作發電機，在 230 伏供給 90 安。其零載時之磁流使之等於第 11-23 題中電動機零載時磁流之 105%。假定以後之磁流改變與電樞電流成正比，而由電流零安至電流 90 安，磁流減少百分之四。問發電機在 230 伏供給 90 安時之速度當爲幾何？

習題 11-27. 一組兩線直流輸送線相距 12 吋而懸於柱上，每柱隔 50 呎。此電線載電流 500 安，電壓爲 440 伏。二電線一來一去，載有同量電流，但方向則相反。

(a) 問每一線對於其他一線所發生之力幾何？

(b) 力之方向若何？

習題 11-28. 美規 0000 號之導出線，由發電站配電板之電綫通至第 11-27 題中之輸送線，釘於牆上，每隔 3 呎釘一線夾 (cleat)。二線中心距離爲 6 吋，如遇線與線短接，電流竟有 10,000 安流於此電線中。問一剎間作用於線夾上之機械力爲若干？假定電流集中於線之中心。

習題 11-29. 一分激電動機端電壓爲 115 伏，內阻爲 0.1 歐。當電樞取電流 50 安時，轉動之速度爲 1200 轉/分。如電磁轉力，磁場電流，及端電壓均保持不變，問用何電阻串接於電樞路中，方可使其速度減至 900 轉/分？

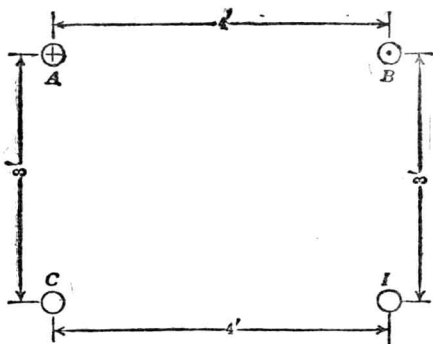
習題 11-30. 一 230 伏 25 馬力之分激電動機，電樞電阻爲 0.134 歐，分激磁場電阻爲 76.7 歐，零載時電樞電流爲 3.0 安，速度爲 1175 轉/分。在 1175 轉/分時，該機之磁化曲線爲

$$E_a = \frac{460 I_f}{3 + I_f}$$

式中 E_a 為發生電勢， I_f 為磁場電流。不計電樞電流之去磁影響，求磁場電流為 2.5 安，電樞電流為 90 安時之速度。

習題 11-31. 假定第 11-30 題中之電動機，於題中所述二速度間之磨擦與鐵心耗保持不變。問在電樞電流 90 安磁場電流 2.5 安時該機之出量馬力數為何？又問效率若何？

習題 11-32. 第 216 圖中 A 及 B 為直流線路之流出與流入二線，載 100 安電流。 C 及 D 為交流線路中之二導體。其在任何時間所載之電流為 $i = 50 \sin 377t$ 。求作用於 10



〔第 216 圖。一交流線路接近於一直流線路。〕

呎長 C 導體之力之大小值依時間而變之方程式。畫一圖解，表示最大力之方向，再求此最大力之磅數。

習題 11-33. 一 120 伏分激電動機在速度為 850 轉/分時轉動。而供給滿載 30 馬力。其電樞電阻為 0.25 歐。該機有一補償線捲，足使氣隙中有效磁流不論負載多寡而大略相等。分激磁場電流為 3.0 安。此機之相當機械耗失（包括磨擦，磁滯，渦流耗等）假定不變，在零載時量得其 1320 瓦。求

- (a) 滿載時之電樞電流。
- (b) 零載時之近似速度。
- (c) 零載時之近似電樞電流。

(d) 滿載時之效率。

習題 11-34. 第 11-33 題中所假定之恆等機械耗失，並不十分確實。更確切之假設，當為此種耗失與速度成正比。如 1320 瓦為零載時電樞之入量，試再求第 11-33 題中之四項答案。

習題 11-35. 某一 4 極直流分激電動機，電刷在中和平面上，其磁流曲線之方程式為

$$\phi = \frac{6 \times 10^6 i}{2 + i}$$

式中

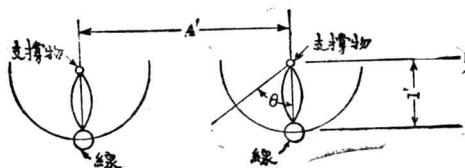
ϕ = 每極磁流馬數

i = 磁場電流安數

相鄰而極性相反之電刷間共有串接之有效導體 185，磁場電阻（磁場變阻器不在內）等於 100 歐。當磁場變阻器完全除去，而此機接於 220 伏電源上，問其轉速度當為幾何？電樞中阻落可以略去不計。

習題 11-36. 第 11-35 題中電動機之電樞電阻為 0.1 歐，問當其取電流 150 安時，速度為何？如欲得第 11-35 題中之速度，問磁場變阻器應調準至何值？為簡單計算起見可略去電樞反作用之影響。

習題 11-37. 某電力輸送線懸於整個之絕緣體下，該絕緣體長 1 呎，能對其頂上之支持點任意擺動。見第 217 圖。



〔第 217 圖。電力輸送線。〕

絕緣體位於塔上，塔與塔之距離為 200 呎。每絕緣體所支持電線之重為 200 磅，本身重量可以略去。當短接時，電線上能發生甚大之機械力。如此力能使絕緣體與垂直方向間之角

度偏轉 45 度，試在下述情形下求電流之值：

(a) 電流同方向，

(b) 電流異方向；

並表明力之方向之相吸或相拒。

習題 11-38. 在第 11-37 題中，如有電流 1500 安流動，求在下述情形下 θ 之值：

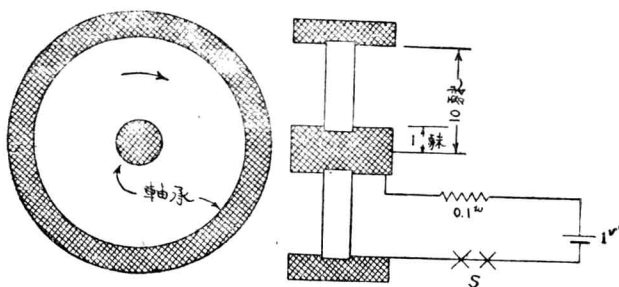
(a) 電流同方向，

(b) 電流異方向；

並表示力之相吸或相拒。

暗示：解此題之方程式時， $\sin \theta$ 可作為等於 $\tan \theta$ 。

習題 11-39. 第 217a 圖所示之盤，在垂直於均勻磁場之平面中轉動，磁場之強度為 10,000 高。此盤電阻幾無，而外路則有電阻 0.1 歐。如圖所示。此盤有滑動接觸與其固定支持物（圖上斜方格處）相連。溝之深度，接觸磨擦力及接觸阻力皆可不計。



〔第 217a 圖。一金屬盤位於磁場中。〕

(a) 當電鍵 S 閉時，問發生多少轉力以達因-赫計使其轉動？此盤原先不動。

(b) 如此盤之轉動慣量 (moment of inertia) 為 100 達因-赫²，問 0.01 秒後之角速度為若干 (以弧度/秒計之)？此盤原先不動。

(c) 此盤能得之最大角度爲何?

習題 11-40. 一 4 極直流電動機，其電樞有導體 300，接成並行四路。電刷間之電樞電阻爲 6.5 歐。當在 115 伏電源上工作，而取 10 安電樞電流時，速度爲 1500 轉/分。今將電樞線捲重行繞過，使之適合於 230 伏電源上工作。導體數不變，惟接成二路，而電刷間之電阻變爲 2 歐。當此電動機在 230 伏電源上工作，而取電流 5 安，氣隙中之有效磁流，較前大百分之十，問其速度若何?

習題 11-41. 一組三交流輸送線，有並行之導體三，懸於一等邊三角形之頂點，每邊長 18 吋。某時導體 A 載電流 500 安，導體 B 與 C 各載 250 安，其方向與 A 導體者相反。在此時間求作用於 100 呎長各導體之力大小值及其方向。

習題 11-42. 第 11-41 題中各導體所載電流之方程式爲

$$i_A = 500 \sin(377t)$$

$$i_B = 500 \sin(377t + 120^\circ)$$

$$i_C = 500 \sin(377t + 240^\circ)$$

求作用於 100 呎長 A 導體之最大與最小之力。

習題 11-43. 第 11-41 題中之導體，如懸於同一平面，其外邊二導體與中心導體各距 18 吋。求該時間作用於 100 呎長各導體之力之大小值及方向，設

(a) 導體 A 在中心，

(b) 導體 A 在外邊。

習題 11-44. 並行四導體懸於同一平面，相鄰導體距 18 吋。次序爲 $ABCD$ ，各導體所載電流之方程式爲

$$i_A = 50 \sin 377t$$

$$i_B = 50 \sin(377t + 90^\circ)$$

$$i_C = 50 \sin(377t + 180^\circ)$$

$$i_D = 50 \sin(377t + 270^\circ)$$

求作用於一呎長 C 導體之力之大小值與時間之方程式。

習題 11-45. 某一發電站，正負匯電條 (bus bars) 以 $\frac{1}{4} \times 4$ 吋之銅板製成。4 吋之面彼此並行。匯電條距離為 10 吋，每條載電流 2000 安。(普通直流載電量之規定，為每平方吋載 1000 安。) 假定電流平均分佈於銅板之截面中，而機械力之作用於板上者可用作用於圓電線上之公式計算之。求 10 呎長匯電條所受之力。

習題 11-46. 依照 “Repulsion between Strap Conductors,” (H. B. Dwight, Elec. World, Vol. 70, Sept. 15, 1917, pp. 522-524) 或 “Bus-bar Supports” (Schuring and Sayre. Trans. A. I. E. E. Vol.44, p. 222) 各文中所示之“導體式樣改正因數”曲線，試再計算第 11-40 題中匯電條間之力。如匯電條相距僅為 4 吋，若用圓線之公式計算 10 呎長匯電條所受之力，問其所得結果，有誤差百分之幾？

習題 11-47. 一對電話線，相距 6 吋，與第 11-43 題 (a) 部之電力線懸於同一平面，電話線與電力線最近距離 10 呎。如電話線載電流 4 安，問每電話線每 100 呎所受之機械力幾何？

習題 11-48. 某一 4 極直流分激電動機，電刷在中和平面時，其磁化曲線方程式為

$$\phi = \frac{6 \times 10^6 i}{2 + i}$$

式中

ϕ = 每極有效磁流馬數

i = 分激磁場電流安數

電樞共有有效導體 740，接成 4 路。如此機在 230 伏電源上空轉，其速度為 550 轉/分。問分激磁場與其串接之變阻器之電阻共幾何？電樞內阻落可以略去不計。

習題 11-49. 第 11-48 題中電機之電樞電阻為 0.71 歐。如在 230 伏電源上工作，電樞電流為 15 安。磁場內電阻為 150 歐。問此時之速度若何？電刷在中和平面，電樞反作用之去磁影響可毋須注意。

習題 11-50. 如將第 11-48 題中之磁場電阻調準至 150 歐，而電源為 230 伏，問零載時之速度幾何？略去 $I_a R_a$ 降落。

習題 11-51. — 50 馬力直流分激電動機在 230 伏上工作。滿載速度額定為 320 轉/分。電樞電阻為 0.032 歐。在滿載工作時，電樞線路中之耗失為額定出量之百分之十。在零載時，此耗失為額定滿載出量之百分之七。此機有一補償線圈，故不論負載多寡，磁流皆可保持不變。問理想之零載速度為幾何？

第十二章 熱游子傳導與氣體傳導

(Thermionic Conduction and Conduction Through Gases)

以上數章，專論金屬傳導。凡電之傳導而從歐謨定律者皆屬之。此種傳導，吾人已知在電路中每一部，必有一定之電阻，其值可以數目字表明之。至解問題時，則將此種電阻，串聯或並聯起來而求其值。如遇電路中含有多個電源，則可應用啓旭夫定律以解決之。

金屬導電，吾人深信其由物體中自由電子之移動而來。此種自由電子，在金屬物質中，為數頗多，雖物質之分子固定，而電子則可自由行動。當一電勢加上後，不論其值如何微小，電子即向電位低處移動，於是而成電流。電子行動，全在導體內，因分子對電子之吸力頗大，使其留於物體內而不克外逃。當其向電位低處移動時，每與分子相撞，因之其所有動能之一部，即給與分子，結果使物質發熱；電子行動時，尚遇有摩擦阻力，即導體對電流之通過所發生之電阻，乃吾人已知者。導體之電阻，當其載直流電時，如溫度不變，有固定之值。物質之電阻係數，固隨溫度而異，但溫度之變化，於電阻係數亦不致起多大變化。總之，任何時間之電流，可由該時間電路中各電阻之值計算之。

大多數電路，均由金屬線組成，故金屬電，在實用上為最主要。但此種傳導之真實情形，在各種傳導方式中，最難確切明瞭。上述種種，乃一般推論，實少實際上直接試驗之證明，但吾人可姑信之，以待異日

之證明*。

由液體傳導（即電解傳導），吾人已知其所依據定律，不與金屬傳導者同。此外尚有第三種傳導方式，其應用範圍在今日愈趨愈廣。所有歐謨定律以及其他定律，均須大加增修，方可應用，故不得不於此詳加討論之。

107. 電之非金屬傳導。讀第五章，吾人得知電解傳導，乃由荷電游子於液體中流動而來，其分子真在行動，此乃異於金屬傳導者。

非金屬傳導中尚有一種方式，在今極佔重要地位，即在真空或氣體中之傳導。關於氣體中傳導之定律，前已提及，不若歐謨定律之簡單。製造各種儀器，如汞弧矯流器（mercury-arc rectifier），汽燈（vapor lamp）弧光燈，X射線管，以及某種避電器等，皆基於此定律，且輸電線之電暈耗以及絕緣之性質等，亦皆與此有關。

除氣體傳導外，尚有一種導電，乃由熱游子發射作用（Thermionic emission）而致。此為真空管之基本原理，於無線電及電話中應用範圍頗廣。

尚有數種儀器，其發生現象，不從歐謨定律，亦不能以金屬傳導，電解傳導，熱游子或氣體傳導等之作用解釋。如結晶體與金屬間之傳導，銅與氧化銅間之傳導等等，雖可利用之而作矯流之用，然其傳導真

* 讀者如有志研究近代對於金屬傳導電流之高深理論，下列一文，可作極好參考：A Sommerfeld and N. H. Frank, "Statistical Theory of Thermo- electric, Galvano and Thermomagnetic Phenomena in Metals," *Reviews of Modern Physics*, Jan., 1931.

相，尙不得確知。本章所論，專就熱游子傳導及氣體傳導而言。

108. 熱游子傳導。金屬原子中之電子，並不全緊貼於原子；每一原子，時有一電子，或二，有時或三，並不緊緊於原子而能互相掉換於原子間。在普通溫度時，原子本身亦不固定，而在一平均固定地盤中作無規則之行動。(見物質運動理論 kinetic theory of matter)。當溫度增高時其行動速度增高；附隨於原子之電子，亦行動愈速，其速度與溫度之平方根成正比例。因電子質量，祇及氫原子質量之 $\frac{1}{1845}$ ，故其速度較原子高出甚多。各電子之速度，並不均等，或較平均速度為高，或則較低，而與溫度發生關係者，乃其平均速度之平方。如吾人將金屬（例如鎢）之溫度增高，則能使數電子之速度增加，直至當其到達表面時，能與原金屬分離而散出。按水之蒸發，必需相當之能；今使電子衝破金屬之“表面張力”而脫離，當亦需動能。在前曾言及。電位單位“伏”之定義，即一單位電荷之工作。故電子在脫離其金屬表面時，須有等值電位降落（亦即須有一定之速度）。此種特性，稱為“工作函數” (work function)，常以相當之伏數表之；在鎢此函數為 4.5 伏。其意義即為當電子欲有足夠動能以離出鎢之表面，其至表面時之速度，約需 10^8 呎/秒。* 當電子離表面時，已失去其所有之動能，故即被吸而還至原來之金屬體中。因電子既蒸發後，原金屬體變成正荷電。

* 此值由來，乃將“工作函數”乘電子電荷與動能相等，即：

$$\phi_0 e = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad \text{或} \quad v = \sqrt{\frac{2\phi_0 e}{m_0}}$$

假定電子之質量 m_0 為常數。

故將載負電荷之電子立即吸回。

於 1901 年，立却孫氏 (O. W. Richardson)† 依據上述各情形而推求一公式以表明在一平方釐發射表面可放出之電子數。後由屠熙曼氏 (Dushman) 略加修改得：

$$i = Ne = AT^2\theta^{-\frac{\phi_0 e}{kT}} \text{安/釐}^2 \quad (1)$$

式中 N 為每秒鐘放出之電子數； e 為每電子之電荷； A 在純金屬中為常數，其值為 $60.2 \text{ 安/釐}^2/T^2$ ； T 為絕對溫度之度數； ϕ_0 為該發射物體之“立却孫工作函數”，以等值伏數表之； K 為鮑茲曼常數 (Boltzman's constant)，其值為 $1.36 \times 10^{-16} \text{ 爾格}/T$ 。如金屬為鎢，則 $b_0 = \frac{\phi_0 e}{k} = 52,600$ 。 $\frac{e}{k}$ 之值為 1.17×10^4 。

例題 1. 在絕對溫度 2000 度時，鎢絲每一平方釐之飽和電流可計算之如下：

$$\begin{aligned} i &= 60.2 \times 2000^2 \times \theta^{-\frac{52,600}{2000}} \\ &= \frac{240.8 \times 10^6}{\log 10^{-1}(0.4343 \times 26.3)} = \frac{240.8 \times 10^6}{\log 10^{-1}(11.422)} = \frac{240.8 \times 10^6}{2.642 \times 10^{11}} \\ &= 0.000913 \text{ 安/釐}^2 = 0.913 \text{ 微/釐}^2 \end{aligned}$$

當發射面保持正電位，則發射後之電子，即還歸原表面。但離開發射面之電子數平均與退還於發射面之電子數相等；故從統計言之，電子

† 參看 “The Emission of Electricity from Hot Bodies,” by O. W. Richardson.

‡ 參看 “Electron Emission From Metal as a Function of Temperature,” S. Dushman, Phys. Rev., Vol. 21, No. 6, June, 1923.

間速度分配，秒秒相同。今設想一表面，其絕對溫度為 T 度，外罩一層如雲狀之電子羣* 在附近表面處，電子密度頗高，距離稍遠，即減為稀薄。在表面附近之一層電子，將拒層外之電子，使之更遠，同時且拒電子之欲從表面向外發射者。因之，有此一層電子存在，某一個電子退還發射體時之速度，與其離開時可大不相同；然從統計言之，全電子間速度之分配，退還時與離開時仍同。上述情形，即謂表面外因有負電荷之一層電子，† 表面附近之電位變率，乃因之而改變。此種影響，在真空中，稱為“空間電荷效應” (space charge effect)。

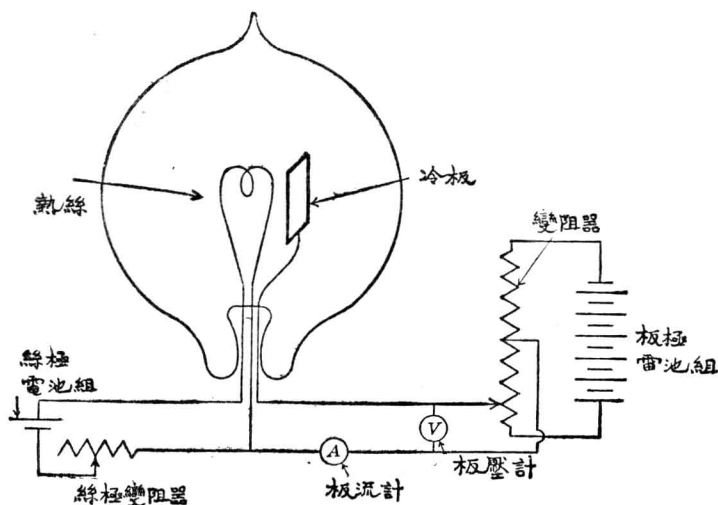
於 1884 年，愛迪生試驗白熾燈時，發現若將一冷金屬板置於普通炭絲白熾燈泡中，而加一電勢，其方向為使電流在管中自金屬板流至燈絲，則電流可通過；若使電勢之方向相反，則電流立斷，雖將電勢增強，以達斷裂點 (breakdown point)，終無電流通過。此種現象，愛氏因專心於發明白熾燈，雖發現而不深究應用之；後人為紀念其發現之功，即稱之曰“愛迪生效應”。至 1896 年英人弗來明 (Fleming)，首先應用之而發明用於無線電報接收儀器中之一種檢波器 (detector)，後人稱之曰“弗來明管” (Fleming valve)。

109. 二極真空管。 如將一鎢絲 (filament) 及一板極 (plate)，相

* 按任何一電子均不能遠離其發射面。在普通應用之燈絲溫度，大部分發射之電子，若不受其他力量而祇靠發射之速度，約能離發射面至 .001 釐。

† 參看 T. C. Fry 一文，Phys. Rev., Vol. 17, p. 441, 1921.

距不遠而置於極高真空玻璃泡*中，即得一簡單二極真空管。如將燈絲電熱之，則板上發現些微負電荷，乃因電子脫離放射體而尚有足夠速度以達至板上者。今將二極管接入線路如第 218 圖所示，使板極之電

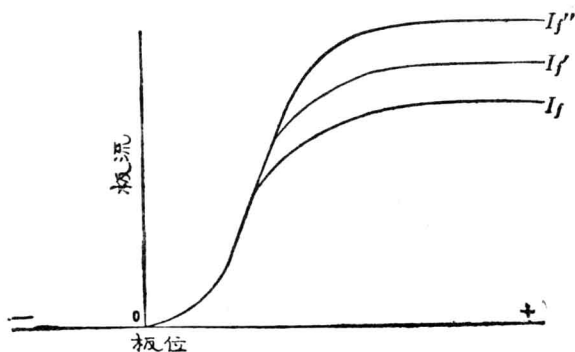


〔第 218 圖。當絲已熱時而加一電位於絲及冷板極間，
電子即自絲極經空間而流至板極。〕

位，對絲極為正號，於是對於絲極與板極間之電子，將另發生一種力的作用。此種力乃因正負電荷之相吸，及“靜電場”所致，(靜電場將於十三章中解釋之)。此種力及空間電荷效應之結果，乃在板路中發生電流，此可以安培計量得之。電流之值，則視板絲間電位差之多寡以及絲之溫度高低而定。然溫度高下，視絲流之多寡而定，故常以絲值

* 在此假定真空管中絕無氣體。管中若有氣體時，其影響如何，以後再討論之。於普通真空中，其所餘之氣體，對於其工作性質無大影響。

爲絲極溫度之指示（按絲極之溫度，較難測定。）第 219 圖之曲線，係試驗所得之結果：用三種不同之絲極電流，示板路電流 (plate current)



〔第 219 圖。此曲線表示各絲極溫度下板流與板位之關係。

溫度愈高。則板之飽和電流亦愈大。

與板極電位之關係。此曲線顯示其不從歐謨定律，否則各當爲一直線。其電阻亦不爲常數而與所經過之電流有關圖中曲線之狀態，下面可略解釋之。當一定絲流 (I_f) 時，絲之溫度固定在一點；在此點所生熱與散熱適等，於是電子之放射依據立却孫氏方程式而定其值。在板位 (E_p) 較低時，板流 (I_p) 之增加，較之所增加 E_p 之一次方爲大。蓋板位增加時，不獨板極可多吸電子，且空間電荷效應可減少，故更可幫助電子離絲極而就板極，但在板位較高時，則雖增加板位，而板流增加甚微，因此時正極幾已吸盡所射出之電子之故。若 E_p 過此值時，則雖加大其值，而不能再得 I_p 之增加。蓋絲極在此溫度，已到飽和電流 (saturation current)，即在此溫度時，電子因溫度得其動能，而能脫

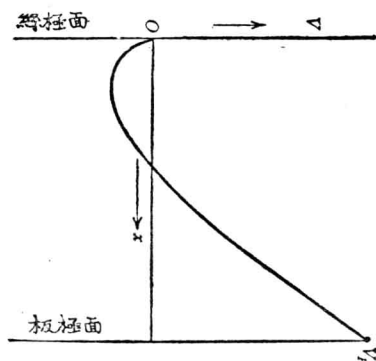
離絲之表面者，均已被正極吸去。*

當絲流由 I_f 增至 I_f' 時，所得曲線，形狀相同。實則 I_f 與 I_f' 二曲線之初部完全吻合，惟 I_f' 之直線部份較 I_f 為長，飽和電流亦較大。絲流再增至 I_f'' 時，亦發生同樣情形。自零點起至較飽和電流稍低處， I_p 之值與 E_p 之關係，可以方程式表之如下：

$$I_p = KE_p^x$$

式中 x 約為 $\frac{3}{2}$ 。此種曲線經 Child 氏 (Phys. Rev., Vol. 32, 1911, p. 498), Langmuir 氏 (Phys. Rev., Vol. 2, 1913, p. 450) 及 Fry 氏 (Phys. Rev., Vol. 17, 1921, p. 441) ——研究過。有時即稱為 $3/2$ 方定律。†

如欲研究板絲間電位分配，設絲在零電位，板在正 V_p 電位，則自



(第 220 圖。二極管中之電位分佈情形。)

* 假定脫離絲面之電子，祇因其有相當動能，能破表面張力而射出者。然有時絲面附近，有極高電位變率，令電子擠出絲面，全由電場強度所致。此種情形，有時謂之曰“冷發射”。

† 關於 $\frac{3}{2}$ 定律之討論，——“The Thermionic Vacuum Tube,” Van der Bijl, 1920 Edition, p. 64

絲至板之電位分配如第 220 圖所示。由此圖可見電位分配，被空間電荷所擾亂。如無電子由絲極射出，則電位分配必平均，其圖將為由 0 接至 V_p 之一直線，詳情至三極管時再討論之。

110. 塗面絲(coated filament)。在前討論，祇為純粹金屬面之熱游子發射。如將金屬之表面情形略加改變，則工作函數將發生大影響；換言之，在同一溫度，電子發射之難易將有改變。*此種小改變既可發生大影響，故可設想金屬面上之雜物如他種金屬，或本金屬之氧化物等，將有關於電子之發射。

Wehnelt† 於 1904 年發表絲極塗以鹼性金屬之氧化物後，則其熱游子發射作用較之在同溫度之純金屬絲為大。今日普通應用之塗面絲，大都為白金與鎳之合金條，繞於直長軸上，成螺旋形，塗以一層氧化鎂 (barium oxide) 與氧化鋇 (strontium oxide) 之混合物。此種塗面絲之工作函數約相當 1.79 伏； $A = 3.2$ 安/釐²/絕對溫度²。

朗穆爾 (Langmuir)‡ 發見純鎢絲如加以氧化鈾 (thorium oxide)，則增加電子之發射，其作用約如下述：絲溫初漸增高時，一部氧化鈾還原至純鈾，而在鎢絲面上附為一層，厚度為一原子之厚，絲之工作即在此狀況之下。如有過多鈾原子至絲之表面，則多餘者被蒸發至空間，而

* 參看 “The Thermionic Vacuum Tube,” Van der Bijl, 1920 ed., p. 34; P. Debye, Annalen der Physik, 1910, Vol. 32, p. 465.

† A. Wehnelt, Annalen der Physik, 1904, Vol. 14, p. 425.

‡ “The Electron Emission from Thoriated Tungsten Filament,” I. Langmuir, Phys. Rev., Oct., 1923.

仍維持一原子厚之鈹層。

習題 12-1. 今有一足以產生飽和電流之正極電位，加於二極真空管，管內用鎢絲極 1.6 吋長，0.005 吋直徑，絲流 1.13 安，溫度 2400 絕對度。絲之支持物傳去一部熱，而使絲冷，其影響可假定絲之二端各 $\frac{1}{8}$ 吋長不發射電子。試求其飽和電流之值。

習題 12-2. 如鈹之立却孫工作函數值為 2.94 伏，問鈹絲表面一平方釐於 2000 絕對溫度時之飽和電流為若干？

習題 12-3. 一鎢絲真空管，須得飽和電流 20 釐，絲之直徑為 7 呌，工作溫度為 2200 絕對度。求所需鎢絲之長度。

111. 光電效應 (photo-electric effect)。於物質中，電子固受高溫度而起高速度之行動，脫離物質；但電子之離物質，不獨此因。前在註中已提及表面附近如有極高電位變率，能使電子自該表面擠出。又如極高速度之電子，由外來而向表面衝撞物質內其他電子，則可將其速度移給後者，結果不止一電子能向外離去。此種情形，稱為“副發射” (secondary emission)。又如稍有氣體存在，可使有正游子一層接近表面，而發生一高電位變率，因之電子將亦被吸出。

光為最短之電磁波 (electromagnetic wave)，當其射於某種鹼性金屬時，可將電子自該金屬表面射出，* 而所射出之電子數與射入光之強度成比例。如將此種金屬凝於一表面上而置於極高真空玻璃泡中，成一極，再加一第二極，名之曰收集極 (collector)，即成一光電管 (photo-electric coll)。在今應用頗廣，如電視 (television)，有綫或無綫電傳影，有聲電影及光度學中均用之。

* 如用紫外光射入，則鹼性金屬以外各金屬之表面，亦能發生放射現象。

112. 絲流位落效應及“電熱式”(heater-type grid) 絲極。在未論三極真空管前，似當指明一事，即板絲間之電位，在絲之各部互異，蓋因絲極兩端之電阻間，載有絲流與板流，故有位落發生。絲之各部電流因有電子外射，其值將各異。有時此種不均電流之影響，可忽而不顧，但在大電力真空管中，電子電流或竟至絲流之百分之十至十五。* 要之，絲極二端之電位差，乃造成板絲間之電位變率。

“電熱式”絲極，即用交流電以供給熱能者。此種絲極，普通為氧化物或塗鈹鎢，製成環形，罩於一發熱體外，以為放射極。交流電即經其中之發熱體。此體與電子發射無直接關係，祇供給熱能，以使絲罩蒸發電子。此種真空管，每有五個插鍵，二接發熱體，一接放射極(為方便起見，可仍稱絲極，或稱負極)，一接板極，一接柵極(grid)。柵極將於下節論及之。

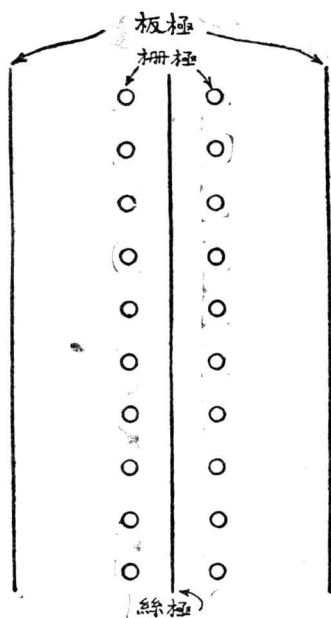
113. 三極真空管 二極真空管之主要用途，為交流電之矯流器。於 1906 年福來司 (De Forest)† 氏，添上一極，因其形如柵欄，故曰柵極。此柵置於板絲間，如第 221 圖所表示者。柵之構造，有如細電線所製成之網然。柵極乃用以控制板流，其控制之道，已由 Van der Bijl 氏於 1913 年說明之‡ 按第 222 圖即為三極真空管之電路圖，柵

* 201-A 管之絲極，所射出電子總數之 90%，有時全由絲之一半發出，其他一半，僅發射 10% 電子。

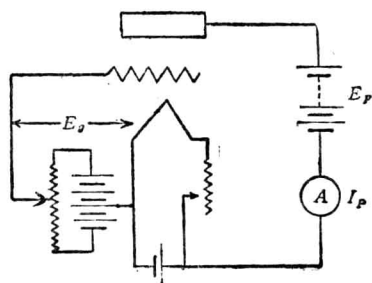
† 參看 de Forest, U. S. Pat. No. 841387, 1907 and No. 879532, 1908.

‡ Van der Bijl, "Thermionic Vacuum Tube," 1920 ed., p. 43; Van der Bijl, Verh. d. D. Phys. Ges., 1913, Vol. 15, p. 338.

(以波形線表之)與絲之負端相連，中接一電池組，使柵之電位，可任意高或低於絲之負端。板極電路中，自板極經電池組，安培計，而與絲電路中電池組之一端相連。如第 220 圖所示，當二極真空管之絲極



〔第 221 圖。三極真空管中之排列圖。〕



〔第 222 圖 說明三極作用之電路圖。〕

在發射電子而板極有電位 V_p 時，則絲極附近受空間電荷效應，而電位變率變為負，如將柵置於絲之附近，而再加一電位 E_g 於柵絲之間，則管內電位之分配自應依之而改變。如絲之電位為零，則對於絲而言，在柵極之電位必為 E_g ，如將 E_g 減低至相當負值，則足能抵消板極正電位之影響，而阻止電子之趨於板極，因柵極較板極離絲為近，故 E_g 負電位無須甚大即可使電子不到板極。今如將此負 E_g 漸漸減低，即允許漸多

電子，穿過柵去，直至正電荷之板極將其吸去。當柵在正電位，則能吸引電子，使其加速向柵極而來，因此得至板位所發生之電場，而為板極所吸。亦有少數電子將與柵線相遇，被其吸去，而得一柵電流。但柵位既在較低之正電位，而電子受板與柵合併造成之電位變率影響，速度頗大，故電子除衝着而黏於柵線外，其餘均向板極而去。^{*} 按柵與絲之距離頗近，影響較敏，故稍將 E_g 改變，其對於板流 I_p 之影響，實相當於大大改變 E_p 。再看第 220 圖，可知空間電荷受柵位之影響頗大，而柵極之位置，對於真空管之工作特性曲線，有莫大關係。

真空管放大因數 μ 之定義為，

$$\mu = - \frac{\Delta E_p}{\Delta E_g},$$

式中 ΔE_p 與 ΔE_g 為板位與柵位，對於絲表面上電位變率發生相等影響時之增加值。（絲表面假定為等位面，而不作為電子之發射體。）普通又可說， ΔE_p 與 ΔE_g 能發生同樣 I_p 之改變。在第 223 圖中，如 E_g 變為 $E_g + \Delta E_g$ ，則 E_p 須變為 $E_p - \Delta E_p$ ，庶得使 I_p 不變。

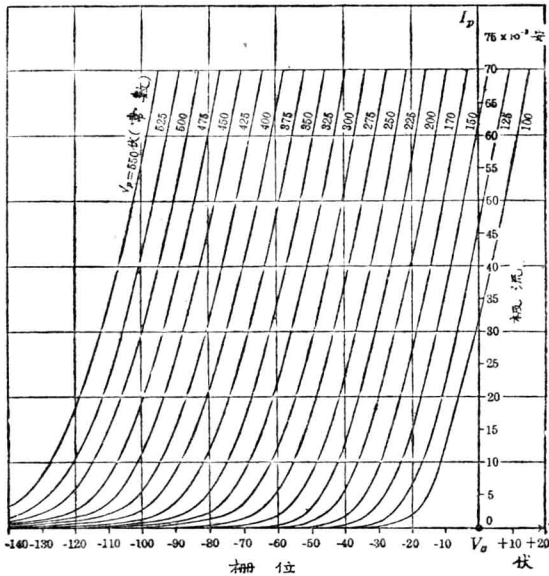
三極真空管之工作特性方程式為

$$I_p = K \left(\frac{E_p}{\mu} + E_g \right)^x,$$

式中 I_p 為板流； K 為常數，視管之構造及管內板柵絲各極之裝法而定； E_p 為板位； μ 為放大因數，定義見前； E_g 為柵位； x 為指數，在板

^{*} 欲明柵極吸取電子及因而發生副發射現象之情形，參看 A. W. Hull 一文，

位相當高時，約近 $3/2$ ，如二極真空管然。此特性曲線稱為三極真空管之“靜的特性曲線” (static characteristic)。圖 223 所示為 $UX171$ 管之“靜的特性曲線”。



[第 223 圖。 UX250 高功率真空管之靜的特性曲線。]

此種特性曲線，為表示三極真空管工作情形之一法。其作圖時，可將一個變值固定，再將其餘二變值之關係畫出。例如在第 223 圖中， E_p 固定，而所畫出者為 I_p 與 E_g 之關係。尚有表示其工作情形之另一法，稱為“動的特性曲線”。* (dynamic characteristic)。三極真空管在普通應用時， E_p 不能保持常數，(B 電池組電壓雖為常數，但外電路之阻

* 參看 Van der Bijl, "Thermionic Vacuum Tube," 1920 ed., p. 170

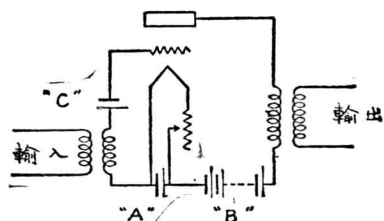
落則在變換)。當真空管工作時，例如放大一正弦形電流，則表示瞬值之各點在第 223 圖上所成之軌跡，普通即為一環。此環稱為三極真空管及其連接電路之“動的特性曲線”。以上各種討論，均假定變換率 (rate of variation) 為甚低，電子飛動之時間，毋庸顧到，但當變換率高於 5×10^8 週波/秒時，則此時間將有影響。

至此可知三極真空管中，祇須將 E_g 小小變換，可得 I_p 極大之變換，當柵位為負，則無柵流。此種事實，使吾人幾乎無須另加輸入電功率以控制輸出之電功率，(但接連柵之電路，或有耗失)，故吾人可利用此種真空管以為放大器。

114. 放大器 (amplifier)。從第 223 圖，可見三極真空管之靜的特性曲線，在負柵位某一範圍內為一直線。此乃假定管內之板位為絕對不變。然實際上，因有外面電路，板位難保其不變。如外路為純粹電阻，則可作與第 223 圖相仿之圖，表示其工作時之特性。如外路有電感。則當用動的特性曲線。

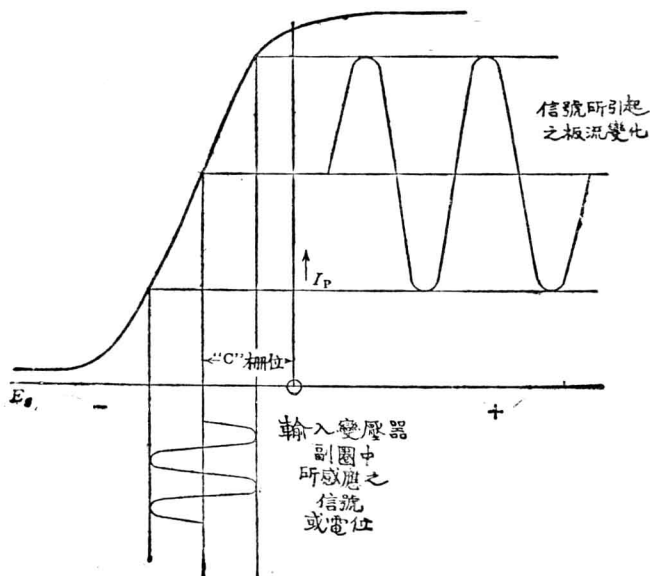
今若佈置一電路，如第 224 圖所示，柵位將因輸入變壓器副線圈之電位變化而發生影響。如柵電池組 (或稱“C”電池組) 之電壓，在某一適當值，則板流將因此而起直線 (正比例) 變化。板流既流過輸出變壓器之原線圈，故當其變化時，副圈中將產生感應電勢，間接影

*1 欲得其詳，參看 Morecroft, "Prin. Radio Communication," 或 Van der Bijl, "Thermionic Vacuum Tubes," Chapter VII, 或 R. W. King, Thermionic Vacuum Tubes and their Applications, Bell Sys. Tech. Jour., Oct., 1923, Vol. 2, No. 4.



〔第 224 圖。三極真空管放大器電路。〕

響輸出電路。第 225 圖乃一真空管之特性曲線可以說明放大器之作用。爲簡明起見，進入信號 (signal) 之振幅 (amplitude) 與頻率 (frequency) 均令之不變。在實際上，信號之振幅與頻率均常有變換 (例如傳話時之電話電流)。如進來之信號爲射頻 (radio frequency 約在 50,000 週/秒以上)，則輸入與輸出變壓器之心子可用空氣。如屬音頻 (audio



〔第 225 圖。放大器之說明。〕

frequency 約自 20 至 16,000 週/秒)。則心子可用鐵或普美洛鎳鐵合金)。

115. 振擺器(oscillators)。於第 224 圖中，如將輸入變壓器之副圈與輸出變壓器之原圈或另載板流之線圈耦合，則板路中一部份能量，將反輸於柵路。若將耦合係數 (coefficient of coupling) 變換，則反輸能量之多寡，可任意調節。此可稱為“再生現象”(regeneration)。如耦合係數未大至使真空管工作如振擺器時，真空管亦能得較大之放大。如耦合過此程度，真空管即如振擺器而動作。若將輸入變壓器之原圈除去，再添設一振擺線路，例如以電容並連於任一電感上，(即輸入變壓器之副圈或輸出變壓器之原圈)，則當電容變換，可使電路任意調諧至一頻率，而真空管之動作即彷彿如一發電機。所發生電位之頻率，可調諧振擺線路中之電容或電感以控制之。有時頻率之控制，或賴匹石結晶體 (piezo-crystal)* 機械性振動之自然周期，或賴金屬條“磁伸縮”(magnetostriction) 之影響，均能得精確調準頻率之結果。

振擺電路可在板路內，或可在柵路內。亦可同時在板路與柵路內。至於控制頻率之各種方法，利弊如何，為一專門題目，未便在此詳論。學者如有興趣，可參看各種關於真空管應用之書籍。

116. 檢波 (detection)。無線電檢波真空管之用途，乃在從輸入柵極之高頻信號中，檢出加於此射頻上之低音頻，而給於輸出電路。至

* 參看 Morecroft, "Principles of Radio Communication," 1927 ed., p. 605, 或 "The Piezoelectric Resonator" W. G. Cady, Proc. Inst. Radio Engrs., April, 1922, Vol. 10, No. 2.

於檢波理論，似頗複雜，在此祇將最淺近者說明之。^{*}當板位及絲流不變時，板流依柵位而異。如吾人使柵極亦吸取電子電流，則柵上將得負電荷，而板流因之減少。如使此負電荷不立即漏去，而須俟一定之時間（約為輸入高頻信號一周期之時間）後方能漏去，則柵位將在某平均電位間變動（此平均電位，依輸入信號振幅之高低而定）。此即相當於信號之低頻（音頻）部份，而輸出電流之中，亦必含有此種音頻。檢波作用或賴於所用真空管柵位柵流特性曲線之彎度（curvature），或賴於其板流柵位曲線之彎度，乃視所用之檢波電路而定。

117. 四極真空管或“屏柵真空管”（screen-grid tube）。於討論三極真空管時，已知板極之靜電場，直接伸達絲極；而電子之流動，並不完全受柵位之控制。第四極之加入，於是而起。此四極管之接法有多種，其工作亦異。普通用之“屏柵極”置於柵與板間，其功用在抵消柵絲間因板位所發生之電場；於是柵位乃能完全控制經過絲柵間空間而後走入板位電場之電子數。

118. X射線管。於二極管中，如有高度真空，且板極產生之電位變率，足使電子自熱絲流至冷板，則電子行動之速度，可以下法計之。設電位（ V ）為電子所降落之伏數（即一電荷之工作），以之乘電子之電荷（ e ），所得之積，必等於電子所得之動能。如將電子離絲時因溫度而得之速度不計，且假定電子之質量為常數，則

$$Ve = m_0 v^2 / 2, \quad (2)$$

^{*} 欲得較深之探討，參看 Van der Bijl, "Thermionic Vacuum Tube" Chapter IX, 或 Morecroft, "Principles of Radio Communication."

$$v = \sqrt{2V \frac{e}{m_0}} \quad (3)$$

$\frac{e}{m_0}$ 爲 1.77×10^7 連/克，而 V 當爲伏數。若速度低於光之速度 (3×10^{10} 浬/秒) 尚遠，則上式足夠正確。如相差不遠，則電子固定質量當乘一因數

$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ *，其中 v 爲電子速度， c 爲光速，而 (2) 式將變成

$$Ve = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)^\dagger \quad (4)$$

即

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{Ve}{m_0 c^2} + 1} \right)^2} \quad (5)$$

例題 2. 設正負極間之電位差爲 50,000 伏，不計放射之速度，求電子最後之速度。

$$\begin{aligned} v &= 3 \times 10^{10} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{5 \times 10^4 \times 10^8 \times 1.77 \times 10^7}{9 \times 10^{20}} + 1} \right)^2} \\ &= 3 \times 10^{10} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{1.098} \right)^2} = 3 \times 10^{10} \sqrt{1 - 0.829} \\ &= 1.24 \times 10^{10} \text{ 浬/秒。} \end{aligned}$$

* 參看 J. J. Thomson, "Conduction of Electricity Through Gases," 1928 ed., p. 262. 電子固定質量 m_0 公認爲 8.999×10^{-28} 克 (見 International Critical Tables)。

† 在推求 (4) 式時，係應用 $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1 - \frac{v^2}{2c^2}$ 之近似值，其中 $\frac{v^2}{c^2}$ 與 1 相較當爲甚小。

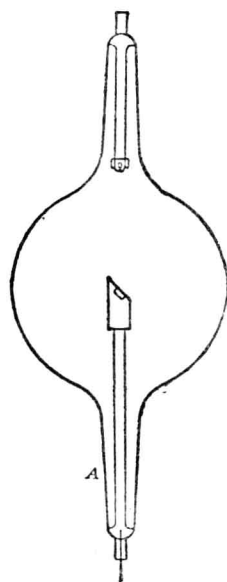
此實係罕見之高速度。爲易於比較，將其化作哩/秒，得

$$v = 77,000 \text{ 哩/秒。}$$

電子行動既有如此高速度，若忽被板極阻止其行動，吾人預料當發生特別現象，而事實亦如此。在一管中，如電子速度相當於 10,000 至 300,000 伏之位落，則當其擊於金屬板上時，板上發出一極短波長之光即稱爲 X 射線，能深入濃厚不透明之物質。X 射線於醫學上以及其他用途極廣。電子所撞擊之板，或稱“靶子”(target)，靶子之電位愈高，則電子行動愈速，所發生之 X 射線波長愈短，即 X 射線愈硬(hard)，而其穿透力亦愈深。

X 射線管，有一熱絲，一冷板或稱靶子者，稱爲柯立治 X 射線管 (Coolidge X-ray tube)，如第 226 圖所示。圖中 A 爲正極部分。

欲使 X 射線管所發生之影響集中而強有力，可於管內特別佈置，使電子專擊於靶上一點。法以一屏蔽 (shield) 圍於絲外而連於絲極：當電子放射時，速度尙低，蔽與絲將互拒射出之電子；蔽之外形如適當，則可使初飛出之電子，皆向靶子某一點而去。當電子既有高速，而欲再行改變其方向，必甚困難，故電子之行動方向，可完全決定於其初飛之時。



【第 226 圖。Coolidge X 射線管。】

一柯立治 X 射線管所用電位，可高至 300,000 伏。交流直流均可。如爲交流，則管之本身，能有矯流作用。

電子行動時，當然不可目覩。 X 射線亦然。但當高速度之電子，擊於玻璃之管壁時，可使之“發螢光”* (fluoresce)。如圖所示之管形，一部之電子可射至 A 處之玻璃上，故此部可見微弱之螢光。若管爲石灰質玻璃（鈣玻璃），則色綠，硼砂質則藍。

若電子之速度近光之速度時，即能透過極薄金屬之板。勒納爾 (Lenard)† 於 1894 年表明電子能透過薄鉛紙。最近柯立治 (Coolidge)‡ 更加以改良，即將三管串聯，每管加電位約 300,000 伏，總共約得 900,000 伏。如此裝置，結果可使電子透過一種鉻鎳鐵合金“resistal”薄片，此薄片爲該高度真空管之一部。透過之電子，射入空氣中約達 190 釐處。

習題 12-4. 假定電子質量爲常數，問當經電位降落 1000 伏後，其所得最後之速度爲何？如降落 100,000 伏，又爲幾何？

習題 12-5. 欲得電子在速度 v 時之質量，須將靜止質量 m_0 乘以

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

式中 c 爲光速， 3×10^{10} 釐/秒。此式即得可用以改正第 12-4 題中求得之速度。由此結果，試說明於何種情形下，始有應用此改正電子質量值之必要。

* 普通若物體發出光之波長，長於所受光之波長，即稱該物體“發螢光”。此種現象在電子碰撞時亦有發現。

† P. Lenard, *Annalen der Physik*, 1894, Vol. 51, pp. 225-267.

‡ W. D. Coolidge, *Am. Jour Roentgenology and Radium Therapy*, Vol. 19, No. 4, pp. 313-321.

習題 12-6. 於第 12-5 題中,問每電子到板極時有多少動能?如有一熱負極 X 射線管,電流為 150 安,正極電位為 10,000 伏,問每秒鐘到板極之電子數若干?發射時之速度不計。

習題 12-7. 一 X 射線管,正極電位 20,000 伏,有電流 100 安,問每秒給與正極之動能多少?與電位電流相乘積之比較若何?在此管中試說明電能消散之地點。放射速度不計。

習題 12-8. 假定柯立治串聯三管中,電子之加速受總位落 900,000 伏,問電子最後之速度幾何?

習題 12-9. 在第 12-8 題中所得之速度時,問電子之質量為幾何?在未擊最後一個正極前,問每電子之動能幾何?

119. 管中氣體之影響。氣導。^{*} 在前討論之真空管,吾人均假定其管內毫無氣體,即板絲間無氣分子存在,而電子由絲極飛至板極並不與任何氣分子相撞。大半三極真空管,雖稍有剩餘氣體,不能完全抽出,對於工作情形並不生大影響。[†] 但有數種器具其作用賴正負極間所存在之低壓氣體。今先假定氣體之存在不影響負極之放射電子。於一二極真空管,放入少許氣體,使管內空間,佈着一片薄雲似的氣分子。當電子受正極電位之吸力而飛去,或將撞擊一二氣分子,如撞擊時,速度頗高,則或能撞出氣分子內之一電子。於是電子增多,而同時亦發生正游子,此種情形謂之“碰撞游離”。每一原質,均有一定游離電位,意即一電子須降落如此電位,方得足夠速度使彼撞擊該質之分子發生

^{*} 參看 K. T. Compton and Irving Langmuir, Electrical Discharge of Gases, Reviews of Modern Physics, Vol. 2, No. 2, April, 1930, pp. 123-142.

[†] 此並非謂在普通真空管中,毫無氣分子存在,蓋在最高之真空 (10^{-8} 毫米水銀柱壓力) 亦約有氣分子 10^8 個/立方釐。但少數氣分子,對於熱導管之工作特性,可無顯著影響。

游離。數種原質之游離電位見下表。故含氣管子，如正極電位高於所含氣之游離電位，則當有因碰撞而發生之游離作用。

游離電位表*

原質	伏數	原質	伏數
銫(Cs)蒸汽.....	3.9	鎘(Cd)蒸汽.....	8.92
銣(Rb)蒸汽.....	4.1	鋅(Zn)蒸汽.....	9.3
鉀(K)蒸汽.....	4.1	汞(Hg)蒸汽.....	10.38
鈉(Na)蒸汽.....	5.13	氫(H).....	13.6
鈣(Ca)蒸汽.....	6.01	氫(A).....	15.2
銅(Cu)蒸汽.....	7.8	氖(Ne).....	21.5
錳(Mn)蒸汽.....	7.75	氦(He).....	24.5

至於碰撞游離之量，則視氣壓（即每一立方釐之分子數）及正負極間之電位而異。

因撞擊而發生游離後，管中發生幾許正游子，此種正游子因受正極電位之相拒，徐徐向負極移動，但因其質量較電子為重，故其速度比較甚慢。在此種游子之中有數個可與射出之電子再合。上述二種情形，皆可減少空間負電荷影響，結果甚至可使負極附近，發生空間正電荷。如管中之氣甚少，則減少空中負電荷為惟一影響。如增加氣壓少許，則負極附近之空間電荷改少而電位梯度變成峻峭，因此可使正

* 根據 Van der Bijl, "Thermionic Vacuum Tube," & Compton and Mohler, "Critical Potentials," Bull. Nat. Res. Council, Sept., 1924.

游子有機會投入負極。正游子之速度雖較電子為慢，然質量則較大，故所含動能頗大，結果正游子之衝擊亦能得電子放射。如氣壓再高，吾人能自冷負極而得電子之放射。

至再高氣壓，則得電弧之情形。氣壓之增加，電位梯度之變峭，正游子之配合，均能發生熱，但熱點並不常在負極上，而時在負極附近之氣體中。

電子在直線行動而不致碰撞氣分子或正游子之平均距離，吾人稱之曰“平均自由行程”(mean free path)。* 如含氣管中正負極之距離小於在平均壓力時管內氣體之平均自由行程，則僅極少數電子將撞擊氣分子，結果電子之到正極者較之高真空管者略多。

習題 12-10. 如欲適使一氬分子游離，問電子之速度應為幾何？

習題 12-11. 如欲使一氬分子游離，問所需電能為幾何？

習題 12-12. 當電子之速度適足以使一氬分子游離時，問其質量與靜止時之質量 m_0 相差百分之幾？

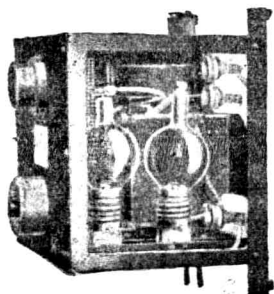
120. 放氣管之應用。 如將二極熱負極管內之氣壓調準適當，則祇須 5 或 10 伏之電位降落，管內即可有大量電流通。電流之大小，祇因限於管之散熱容量。當氣壓約一釐水銀柱，則管內貯氣約為大氣中

* 設令電子之平均自由行程為 L_e ，則當氣分子之直徑為 σ 釐，壓力為 p 達因/平方釐，溫度為 T 絕對度時，
$$L_e = \frac{1.362 \times 10^{-16} T}{\pi \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 p}$$
。分子之直徑可由 Loeb 氏所著之“Kinetic Theory of Gases”得之。

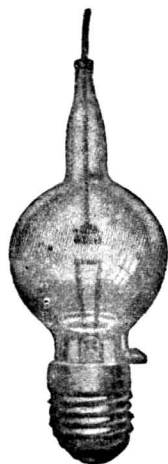
在單原子之氣體中，其游離之平均自由行程較之以“氣體運動論”所算出者大數倍，原因乃在擊撞之伸縮作用。

之七百六十分之一，傳導極易。蓋因氣分子極多，故電子不必行遠，即可撞擊分子而使之游離。電子之平均自由行程，當氫氣壓一釐時約為 0.7 釐。

此種管子，能以之作矯流器，由交流電源而充蓄電池。“鄧加管”(tungar) 即為此種管子之一種，見第 227 與 228 二圖，其氣壓有數釐水銀柱，能在數伏位落而載數安電流。但不能在高壓下矯流。*



〔第 227 圖。鄧加管用作矯流器。〕



〔第 228 圖。鄧加管。〕

欲發生游離現象，第一須有足夠電位使電子能得游離速度；第二，須有極多機會，使高速行動之電子撞擊中和分子。在實際上，如二極相離極近，則適合第一條件而缺第二。故氣體中如有一短隙，且所有放

* Tungar 能在總位落少於其所貯氫之游離電位時工作，乃由於管內電位分配之情形。蓋在行程之某一部分，位落已足夠起游離，而其餘部分之位落則反向。

電途徑均短，則此短隙或反較長隙更難破裂。史密士* (C. G. Smith) 曾依此見解，發明一藏氣體管，不用熱負極而能作矯流及其他相似之工作。此器稱為“雷西安管”(Raytheon tube)。

氣體導電每有氣體中發亮光之現象。當一碰撞而生之游子再與電子配合，則必發出光來，有一定之波長（即顏色），視分子之種類而異。再者，一分子雖不游離亦可起自激（“excited”）或共振（“resonated”）作用，而至恢復常態時亦能發光。老“蓋斯勒管”（Geissler tube）即有賴於此種現象。欲詳細研究，則將涉及近代物理中最高深之理論。

在冷陰極管中，陰極附近有一黑暗處，名之曰“陰極黑暗空間”。其原因在電子之離陰極後，必行過一空距離方能得足夠速度使其可撞著之分子游離。此距離須視陰極附近之電位梯度，氣之游離電位及其氣壓為定。於陰極面上有絲絨似的柔光，其原因約由於正離子衝撞陰極面而來。及過陰極黑暗空間後，有一長光帶直至陽極。此即所謂“正極區”。光之放射，即賴此正極區。如今日所用之“氖氣管”或“年紅燈”（neon tube）以及“摩耳二氧化碳管”（Moore carbon dioxide tube）等皆屬之。

121. 電弧。 如裝置二電極使其能移近移遠，則在短距離及低電位時能使其發生絡繹不斷之游離。未游離之空氣，在大氣壓時，約須 30 伏/釐之電位梯度方能使之游離。但吾人可先將二極相碰，然後少少移開，則在低壓亦可使空氣游離。當空氣在大氣壓時，分子極多，可供

* 參看 Bush and Smith, "A New Rectifier," Proc. I. R. E., Feb., 1922.

游離，故祇須足夠之位落使電子得游離速度後，即可在二極間起不絕之游離。此種游離之路徑甚狹，略帶圓柱體形。在游離開始以後，雖電弧位落維持不變，二極距離亦可移遠。*

電弧與前論低氣壓放電之情形有不同之特點。電弧之放電集中於二極間之一短路徑而並不均勻四散，故每在極之一小點發生強熱。如電弧長久維持，則此點能至白熾而融解或竟蒸發，而此種蒸汽分子離電極時既已荷電，亦得協助載電之工作。正游子撞擊於白熾金屬體，能使金屬體放射多量電子。同時負極面上又蒸發電子，而有熱游子放射現象。電弧所經過之空氣，因有強熱，亦使空氣分子易於游離。凡此種種，使已存在相當之電弧足以熱其電極，而能在低電位有大量電流流通。設有炭極於空氣中，則 50 伏即可維持一強電弧。

電弧有一反降特性，即電流愈多，二極間電位落愈少，其理由亦頗明顯。電流愈多，電弧之截面積愈大，即電阻愈小。實則電弧電路之導性，其增加率較之與電流成比例為更大。

電弧有多種，炭極電弧大都用之以發亮光。亮光之來源，非靠微弱之電弧光帶而大部來自白熾之電極。某種弧光，名曰火焰電弧，其電弧光帶所發之光甚亮，乃由炭極浸以某種鹽類而得。

一電弧燈必在恆流電源上工作，或串接一電阻，藉之以穩定電弧。因其有反降特性，故如接於恆位電源上，即將變成極不穩定。蓋電流

* 參看 Compton, K. T., "The Electric Arc," Trans. A. I. E. E., Vol. 46, 1927, p. 868; 又 Slepian, J., "Extinction of an A-C Arc," Trans. A. I. E. E., Vol. 47, 1928, p. 1398.

愈多載，位落愈小，而電位更增，將直至短路之情形而止。若串接一電阻則有增高特性，即電流愈多，位落亦愈大，故可使電弧穩定。街燈電路中，每將電弧燈串接，而使電源由恆流變壓器供給，故無不穩定之患。

汞弧燈亦有用之以取光者。此種燈有一半真空玻璃管或石英管，而電弧乃自其中之固體金屬電極至一潭水銀，或二潭水銀間。管內所剩之氣皆為水銀蒸汽。當開動此燈時，將之震動使一條水銀接觸於正負二極。當此水銀條中斷，電弧即繼之而起，因水銀蒸汽氣壓頗低，故電弧將向四邊散發。但在水銀潭則祇集中於一點。此點附近之強熱，即將水銀蒸發。在高溫度之外，又有自負極上極速之水銀蒸汽放射，及負極面之峻峭電位梯度，故結果能使電流在低電位下流通。電流之方向祇向一面，因固體金屬正極，在低壓時不能成電弧。故又可用之以矯流，如前所提及之汞弧矯流器。

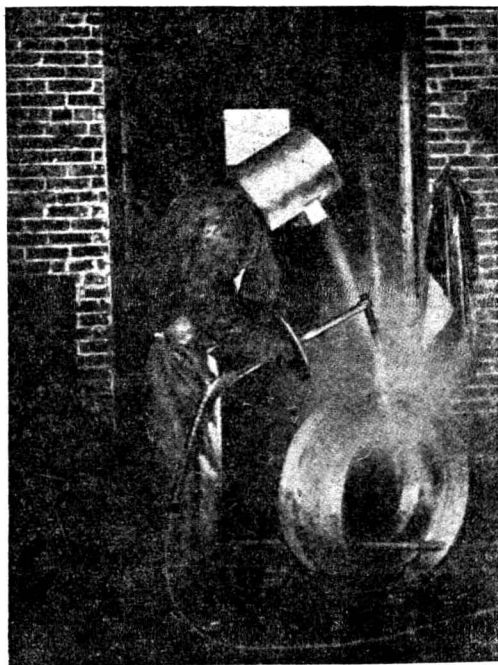
於汞弧整流器中添一柵，成為“電閘管”或“柵雷管”(thyatron)*，可發生奇特而有利之現象。但柵之工作，因有氣之壓力存在，勢將大異於三極真空管中之柵極。

設以電弧置於一磁場中，則受到一種力，宛如載電導體置於磁場中之情形然。二者原因相同，即載電導體在磁場中皆有向旁邊移動之趨向。電弧移動之方向，亦可由左手定則求之，如電動機然。

應用於電車控制器及接觸器等之磁性熄弧器(magnetic blowouts)即本此原理。當接觸點分開時，其中產生一磁場，吹開電弧。磁場之

* 參看 A. W. Hull, "Hot-cathode Thyatron" G. E. Rev., April, 1929.

產生，每由一線圈串接於欲開斷之電路中。於是開斷時之電流愈多，則熄弧之磁場亦愈強。磁場中電弧之移動，發生二種結果。其一，電弧變長，即向外移動至不發生危害之處。且電弧如長，則吾人已知其易於消滅。其二，電弧移動至冷處。如此電弧由熱點外移，甚易消滅。此第二結果，普通似未十分注意。



〔第 229 圖 電弧煨合情形。〕

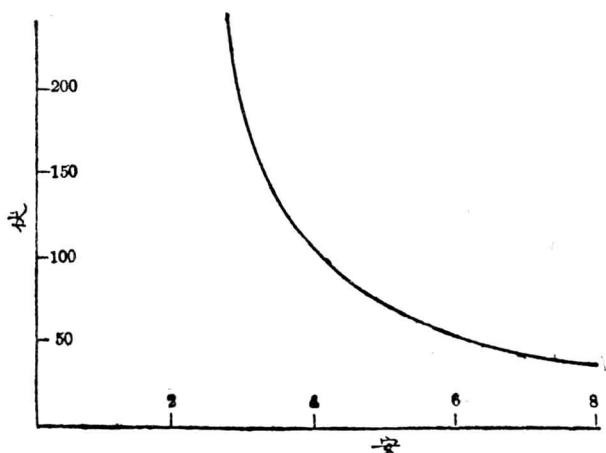
122. 電弧煨合。電弧常以之煨合金屬。煨合鐵或鋼，其設備與步驟約如第 229 圖所示。一極即為所欲煨合之物，他一極為一鐵棒，以手持之。先將鐵棒與所煨物接觸使發生電弧，然後少少移開，使成一電弧，長約 $\frac{1}{4}$ 吋。如有電位 30 伏至 50 伏，已足維持電弧。電流約

自 50 安至 150 安，須視工作之性質而定。電弧升高所煨物至熔解之溫度。直至其融化。電極或稱“鉛筆頭”亦將熔解而落於煨合物中。欲得整齊之作品，則工作時須十分小心。

除上述電弧之應用外，電機工程師於研究各種問題，如輸送線之保護，電鑰之開閉等等，均須講到電弧。故電弧之究竟，當完全明瞭。電弧之得以維持，乃在二極間氣分子繼續不斷之游離。如電弧發生於交流電路中，則每一週波間電弧電流有二次經過零值。電流零值時，電弧即將消滅，若二極間交流電位之瞬值不及再起電弧之值，則電弧從此永滅。再起電弧所須之電位，如二極距離一定，則為氣分子游離情形之函數。如吾人願電弧之自己消滅，任何方法，能促游離消滅，均大有用處。在普通情形下，附近負極處皆滿佈正游子，故位落幾全集中於負極面上。如添一板或一柵，則在正負極間電位一定時，可減少負極處之峻峭電位梯度。蓋如此可使游離之消滅迅速，而於電流至零值後，欲再起電弧較之簡單電弧為難。“消滅游子”(de-ion)* 式斷路器之原理即在於此。

在前已提及，電弧有反降之特性。第 230 圖，即為二金屬極間空氣中電弧之特性曲線。由此可見當電流減低至某一值時，電位之增加驟大。故維持電弧，須有一定電流。如電流再減低，電弧勢必消滅。維持電弧之一定電流，則視二極間之距離，電極之物質，溫度，及其他種種因數而定。

* 參看 “Theory of De-ion Circuit Breaker,” J. Slepian, Trans. A. I. E. E., 1929, p. 523.



〔第230圖。金屬電極間電弧電流與電位之關係。〕

朗穆爾及奇異公司中數位工程師* “新近發明氫原子電弧焠合法”。

其步驟用鎢極間之電弧，使氫分子變為氫原子。電弧保持於氫分子灶 (bath) 中由空氣將氫原子吹去，氫原子再合為氫分子時，發生強熱而供給焠合時所需之高溫度。

在動力電路中，一電鑰開時，有一電弧發現。如電源之電位頗高或電路中電感頗大，則電弧頗長，在高壓電路中，竟有達數呎者。如電源能維持最長時之電弧，則電弧得繼續存在，直至因其他影響而消滅，或竟將電鑰熔解而燬壞。但如電弧發現後，電流甚小而不能維持之，則電弧亦即消滅。此電弧之消滅，在電感路中將發生電流大變化而生高

* Langmuir, I., “Flames of Atomic Hydrogen,” 及 Weinman, R. L. and Langmuir, I., “Atomic Hydrogen Arc Welding,” G. E. Rev., Vol. 29, No. 3, March, 1926, pp. 153-168.

電位。故如將大電機磁場之電鑰開斷，在接觸器初開時，並不危險，因有數百伏電位將用以發生電弧及維持之，但在電弧消滅之時，則反生危險。

123. 電暈。 在二電極間氣分子尚未游離時，欲使電子加速至其平均自由行程之距離，而開始其游離，則所須位落，當大於游離電位。換言之，即在氣體某部須產生一電位梯度，足使電子至游離速度，距離則當少於其平均自由行程。空氣在大氣壓時，所須電位梯度約 30 猥/釐。

電極面附近之電位梯度，或能使該處之空氣游離，但二極間之空氣未必盡能游離。當附近於一極之氣層游離後，全電位之應力(stress)幾完全加之於其餘部份。至於此電位應力之能否再起游離，則須視二電極之形狀及其距離而定。小電極如相距較遠，則在一電極面附近氣層游離以後，應力將重新分布，而離電極較遠之處將無足夠之電位梯度，以繼續其四散放電。*

此種情形，吾人謂之“刷子放電”，或“電暈”，在高壓輸送線每多見之。蓋輸送線所用電壓，每使電線表面上之梯度在臨界梯度之上，但因電線之形狀適當，二線間不致完全破裂。在輸電時，電線四週包圍一層透明之游離空氣。游子之發生及電線之放電，恆使電線有漏電，而輸

* 參看 Peek, F. W. Jr., "The Law of Corona and the Dielectric Strength of Air, IV," Trans. A. I. E. E., Vol. 46, 1927, pp. 1009-1024; 又 Woodruff, "Power Transmission and Distribution," Chap. VIII on Corona.

送線即多一種耗失。但因高壓輸送之利頗多，此區區電暈耗失，常不注意及之。

124. 火花。 如電極之形狀適當，或距離不遠，或所加之電位足大，則自電極附近一層之空氣或其他氣體破裂後，能使其一層一層，亦相繼破裂。當游離開始後，二極間多量氣體繼之游離極速，故放電迅速甚至爆烈。此即所稱“火花”。火花亦有反降特性，其意即謂電流愈大，火花之位落愈小。實際上，在大氣壓中之空氣，欲使二極間發生一些電流，必須極高電位，但在空氣既破裂後，所加之電位足以使電子至游離速度已可，而位落亦可改至較小之值。火花之經過祇在一刹時間，因至大電流流時，電源已不能支持。如火花有大量電功率維持，如高壓輸送線絕緣體上之火花，則能繼之以有力之電弧，足以破壞線路。

欲發生火花，吾人必使空氣受應力至 30 猥/釐左右。更精確言之，此數與空氣之密度成正比，在標準溫度與氣壓時，即攝氏 25 度，氣壓表高 76 釐時為 30 猥/釐。空氣密度 δ 在 t 度而 b 釐高時之公式為

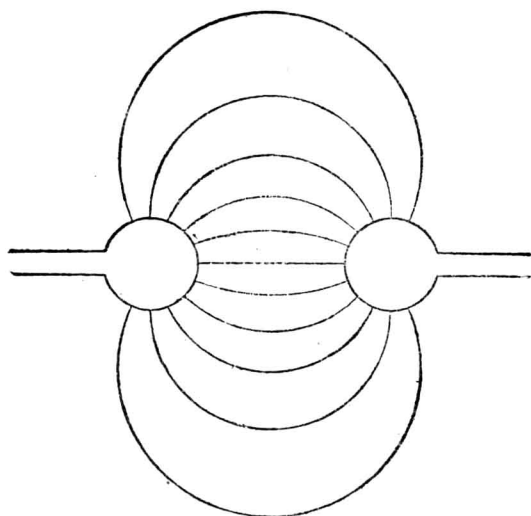
$$\delta = \frac{3.92b}{273+t}$$

空氣之游離電位梯度在某一溫度與氣壓時，當以 30 猥/釐乘以相當之密度。

如加於二並行板之電位為其距離釐數之 30,000 倍時，則到此電位，空氣即各處破裂，而有火花經過。至於其他形狀之電極，則此簡單法則，不能應用，每因電位梯度之不均勻，祇須在某點使空氣受此臨

界梯度即可。

在此種情形，欲計算其應添之因數，可畫出一靜電場來，即在二極間畫出其靜電應力線來。第 231 圖為二球形極間球形空隙之電場。關



〔第 231 圖。圓球極間之靜電場。〕

於此電場圖之作法，吾人在此毋須精密研究。其約略形式，可得之如下：電極間靜電應力線之分佈，猶之磁流線之分佈於空氣中。如第 231 圖中之一雙球極，作為磁路中之鐵部，而畫出其空隙中之磁場，其結果將與此圖相同。

線之密度與電位梯度成正比，平均梯度為總共電位除以隔距。平均梯度與最大梯度之比，即為所須之因數，乘之可得游離臨界電位。如此比數為 0.6，而空隙長 2 呎，則所需電位為

$$0.6 \times 2 \times 30 = 36 \text{ 呎}$$

方可破裂此空隙。當跨於此空隙之電位至此值時，電極附近之空氣即行破裂而變成導體，於是完全電位猶加於其餘部份，而增加第二層空氣處之電位梯度，結果使之亦破裂，而其他層亦如此隨之。故空隙一部如至破裂電位梯度，全部即發現火花。

空隙間靜電應力線愈密，愈易破裂，在一定極距，球極小者較之大者破裂之電位較低。

美國電機工程師學會之標準規則，規定在攝氏 25 度，氣壓 76 釐時，110,000 伏電位所能破裂之各種火花空隙如下：

125 釐球極，相距 110 釐；

250 釐球極，相距 90 釐；

500 釐球極，相距 83 釐。

一校正後之火花空隙，可以之測量高壓，祇須注意距離幾何，何時破裂。在一定距離，針極最易破裂，因應力線均集中於針之一點。

以上所討論者，均假定電位徐徐加高。當空隙於電極附近破裂時，應力線重新分佈，而後火花亦隨之四散。至於游離處之傳電，及放電之四散自均需相當時間。如電位驟加，則應力集中，幾不生何等影響。故短時間之電位驟變，* 對於等距離之各種空隙，將在等電位而破裂。此種情形，於避電器之設計，頗有應用之處。

在此須申明者，空隙中之靜電應力線之分佈，惟在無電流時，方可畫出圖來。如真空管內板絲間之電場圖即不如此簡單而易畫出。蓋

* 即電位波形峻峭。

因極間電子之存在，有所謂空間電荷影響，乃使電位梯度改變，而應力之集中反近於正極。

第十二章 摘要

經過氣體之電傳導，不從簡單之歐謨定律。

熱游子傳導之意義，即謂導電工作，由於熱導體所蒸發之電子。如熱導體加一冷板，置於真空泡中，而於冷板及熱導體間再加一電位，即有電流。

立却孫定律。在一真空管中，如熱絲之溫度一定，則管中電流量隨板絲間之電位而增加，直至飽和時止。飽和點視絲之溫度而定。飽和電流，以下列方程表之

$$i_s = AT^2 \epsilon^{-\frac{\phi_0 e}{kT}}$$

三極真空管，作放大器或重發器等等用途者，乃在熱絲冷板間添置一柵而成。如此絲板間之電流，可因少有變化之柵位而起大變化。電話中微弱之電流，即可用以使柵位少少變化，而控制板路中大起變化之電流；但給出電流仍與納入電流之變化相仿，故可用作電話重發器。

X光乃為短波之光，其發生乃由高速度之電子碰擊真空泡中金屬之靶子而來。此種光能透過平常光所不透過之物體。

電子之速度可用下式求之

$$v = \sqrt{2V \frac{e}{m_0}}$$

此式如遇電子速度近於光速時，不能應用，而當將 m_0 修改為高速時

之值。此時之方程式乃爲

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{V_e}{m_0 c^2} + 1} \right)^2}$$

管中含有低壓之氣體亦可發生導電。氣體中之自由電子，受電力而移動，移動時撞於氣分子，將其電子撞出而游離之。當游子之再合成分子時，發出一光，其色則視分子之性質而定。正游子撞於負極時，或能撞出負極上之電子，於是增加自由電子之供給。

如欲發生一陸續不斷之放電，電位須足夠大，以使電子加速，而電子之平均自由行程須長，俾電子撞分子時，已有相當速度，可使分子游離。

電弧之特性爲低位落及反降特性。此乃與發光放電不同之處。電弧之異於火花乃在其存在之時間較長。火花每一現爲止，電弧則能維持幾時。

電暈之發現，乃由二極間一部氣體雖游離而不能提高電位梯度使他部亦隨之而游離。此種現象於高壓輸送線之四週每常見之。

火花之發生，乃在氣壓頗高，而需極高電位，方使電子得游離速度之時。當空隙中某點至此電位，則全空隙之空氣突然游離，而火花因之發生。

空氣中火花之距離，視氣壓，氣溫，及電極形狀而定。尖電極所需之電位每較圓者爲少。

第十二章 習題

習題 12-13. 某二極真空管，有 2 吋長 5 吋直徑之鎢絲。絲之溫度在 2300 絕對度，惟絲之二端 $\frac{1}{8}$ 吋，則因支持物之傳熱而冷卻，故該處約可作為不射電子。板位為 1250 伏，足使飽和電流通。計算飽和電流及板極度變成熱量之瓦數。

習題 12-14. 第 12-13 題中之真空管，於穩定工作時，板溫達攝氏 400 度。假定板為“黑射體”（輻射能量與絕對溫度之 4 次方成比例）。如絲溫加至 2400 絕對度，試計算板極之溫度。板位仍足以產生飽和電流，四處溫度仍不變。

習題 12-15. 普通醫生所用之 X 光管工作時，正負極間之電位約 25,000 伏。問電子到正極時有多少動能，擊正極時有多少速度？在此速度之質量幾何？

習題 12-16. 如第 12-15 題中之 X 光管，載 75 安正極電流，問每秒到靶子之電子數幾何？每秒各電子由失去動能而給與靶子之能量多少？

習題 12-17. 空氣在標準壓力與溫度時，欲使之游離，電子之速度須 2×10^8 赫/秒。在此種情形，電子之平均自由行程約為若干？

習題 12-18. 推求第 118 節內之第 5 方程式。並表明應有之假定。

習題 12-19. 某高壓試驗室之變壓器互相串接，得高壓與地間之電位為 2×10^6 伏。如地板為金屬，空氣在標準狀況下，今欲置一 500 赫直徑之球，問最少離地板幾何，方使全電壓加於球地間時，不致發生火花放電？假定平均與最大電位梯度之比為 0.50。

習題 12-20. 一球隙，用 25 赫直徑之球極，須在 110 赫時破裂。如溫度為攝氏 20 度，壓力為 740 赫，問二球極間之距離當若干？

習題 12-21. 一電弧之位落與電流之特性曲線見第 230 圖。此電弧經串接電阻器而接於 100 伏之恆位電源上，其穩定時之電流值為 6 安。求電阻之值。畫一電弧與電阻合併之特性曲線。問在電流 8 安時，此電弧穩定否？其像似 (apparent) 電阻幾何？

習題 12-22. 今有金屬體扁平板二，並行而置，距離為 1 赫。中間為半真空，而電子在

此氣體中之平均自由行程爲 0.2 釐。如使氣體游離之電子速度須爲 10^8 釐/秒，問二板間最少應加多少電壓，方使氣體游離？假定板極相當大，邊緣作用可以不計。

習題 12-23. 如第 12-22 題中板間之電位爲 100 伏，問電子之平均速度有多少？電子質量假定爲常數。

習題 12-24. 根據 S. Dushman 及 Jessie Ewald 之論文 (Physical Review, June, 1927), 鈦塗 (thoriated) 鎢絲在溫度 1000° 至 2000° K. (絕對度) 間之電子放射方程式爲

$$I = 3T^2 e^{-\frac{30,500}{T}} \text{ 安/平方釐。}$$

今 UX-201A 式真空管用 5.3 釐長 1.6 吋直徑之鈦塗鎢絲，工作時溫度爲 1950° K.，載電流 0.25 安。假定導入線與支持線之冷却影響，減少其有用絲長至 4.8 釐。(有用絲長之均勻溫度可作爲 1950° K.) 計算最大可能之電子放射 1° K = 1° C. + 273.

習題 12-25. 第 12-24 題中之真空管，有時祇須 10 釐之放射電流。問絲之溫度當爲幾度？

習題 12-26. 用作電話重發器之真空管，絲爲氧化物，其面積約 95 平方釐。如絲之溫度在攝氏 750 度，問飽和電流幾何？

習題 12-27. 如 12-26 題中之絲流已增加，而溫度至 850° C.，問飽和電流爲幾何？

習題 12-28. 假定二極真空管中，毫無餘存氣體之影響，而電子之由絲上射出者完全因於熱速度，問飽和電流爲 8 釐時，絲之溫度若何？

習題 12-29. 如二極真空管之板以鎢爲之 ($\phi_0 = 4.3$)，且因電子之衝撞，板溫已提高至攝氏 600 度。如板位突然變爲負，問板極每平方釐所發生之飽和電流幾何？

習題 12-30. 金屬電極之電弧特性曲線見第 231 圖。畫一曲線表明電弧之電流與串接電阻值之關係。

習題 12-31. 鎢之電阻係數在攝氏 20 度時，爲 5.49 歐-釐。溫度係數爲 0.0044。欲維持真空中絲之工作溫度，所費能量視物質之射熱性而定。各種因數已由 Dr. Howard A.

Jones 及 Dr. Irving Langmuir 二氏集合而發表於 “The Characteristics of Tungsten Filaments as Functions of Temperature” 一文，見 General Electric Review 1927 年 6 月第 310 頁，又 7 月第 354 頁，又 8 月第 408 頁。根據此文，試決定第 12-13 題中所須之絲極電位及電流。

習題 12-32. $UX-201 A$ 真空管，用作放大器時，板流約 3 茲。板位為 135 伏。問每秒由絲極達板極之電子數幾何？又問消費於板之電功率為若干瓦？

習題 12-33. 一真空管，有飽和電流 5 安，絲溫為攝氏 2300 度，問純鎢絲之面積當幾何？

習題 12-34. 在絲溫為攝氏 2200 度時，某一真空管之飽和電流為 10 茲，絲之物質為純鎢。畫一曲線，表明絲溫與飽和電流之關係。溫度範圍自攝氏 0 至 3000 度。鎢之熔化溫度為攝氏 3270 度。

習題 12-35. 一氧化鎢絲之真空管，用於電話重發器，絲面積為 95 平方釐，絲溫為攝氏 790 度。問飽和電流為何？

習題 12-36. 一 X 光管，在 20,000 伏電位加於絲板間時有電流 50 茲。電子質量與其速度之關係為

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

m_0 為靜止時之電子質量，約為 9×10^{-28} 克。 v 為電子速度， c 為光速 3×10^{10} 釐/秒。計算 X 光管內電子所達之速度。

習題 12-37. 一火花空隙，含有 250 釐直徑之二球極，相距 90 釐。設空氣之溫度為攝氏零度，壓力為 74 釐，試計算其破裂電位。如改用無窮大之平板二塊，距離仍為 90 釐，問破裂電位相較如何？

習題 12-38. 用第 231 圖上之曲線，求下列諸值：(a) 穩定在 4 安時，所需最少之串接電阻及總電位；(b) 8 安時所需者。

習題 12-39. 假定電子於勻布磁場中移動，磁場強度為 B 高，速度為 u 浬/秒，原來方向與磁流線之方向恰好垂直。求電子之移動路徑。不計地心吸力，及電子質量之變換。

習題 12-40. 在大氣壓下之空氣中，假定電子之平均自由行程為 3.77×10^{-4} 浬，而游離速度為 2×10^8 浬/秒。如在孤獨球極附近，開始游離，問當有多少電位梯度？

第十三章 介體

(Dielectrics)

吾人已知金屬物質原子中之數電子，僅鬆附於核，常欲向電路中較高正電位處移動。但絕緣體原子中之電子，則幾完全緊附於核。欲使之分離，非強有力之電勢不可。普通電勢加於絕緣體時，所發生之穩定電流極微。

125. 介質強度 (dielectric strength)。一物體，當一普通電勢加上後，幾無穩定電流可通過者，稱為絕緣體或稱介體。電機工程中所用之主要絕緣體，首為雲母及各種透明物體，如玻璃及瓷等。次為橡皮及其所製之屬品。再次為紙，棉，木及其混合物。再次為油與漆。

在介體中，前已提及，其電子均緊附於原子，故普通電位梯度加上後，電子不能在其物體內流動。然有三法，能使其電子放鬆而使介體“破裂”(breakdown)。使其破裂最普通之二法為分裂(disruptive)及熱力。第三法則為前二者同時並用。當物體成一薄片時，厚度少於一釐，其邊緣影響設法免除，則加一電位梯度，其值足大時，亦能拉開電子而使之鬆動。如此使介體破裂，猶如高電位梯度之分裂空氣而使之破裂然。

當一電位梯度加於一較厚之板片時，能使有極微弱之電流通過，此電流將使之發熱而減少電阻。於是電流又漸增多而發熱愈甚。使此種影響繼續不斷，則溫度愈增愈高，雖較低之電位梯度，結果亦能使之

破裂。如此情形稱爲熱力破裂，須賴溫度與時間。在分裂破裂時，時間久暫關係頗微，* 惟溫度必須在熱力破裂範圍以下。使絕緣體破裂所須之電位梯度，卽爲該物體之介質強度。

於破裂絕緣體時，猶如使空氣破裂，無須在物體之每一部，皆有高位梯度。祇須有一處超過其介質強度卽可。在此一點既破裂之後，電位卽全加之於他部，其電位梯度因之增高，故他部亦將繼之而破裂。如有一片絕緣體，以二扁平電極夾住其二面，可支持相當高之電位。若電位值不變而以二尖形電極換扁平電極，使電位加於二點間，則該絕緣體卽行破裂。

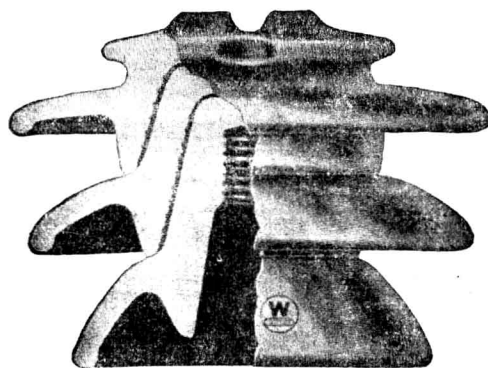
除高真空外，對於電的最佳之介體，當推玻璃。若厚度爲 0.1 釐時，其介質強度約爲 3,000,000 伏/釐。較厚者，則其絕緣強度將減少。在機械方面言，玻璃不適實用之處甚多。瓷之絕緣強度，近於玻璃，機械上亦較堅強。如需用較薄之絕緣體，則多用雲母。其介質強度，約爲玻璃之半。

一物之介質強度，隨數種因數而變。例如油等皆能吸收濕氣，而吸收濕氣之多寡，影響於其介質強度極大。變壓器油最顯著。雖祇有千分之一水溶於油內，將減低其絕緣強度至原值之十分之一以下。最後當述明者，卽在熱力破裂時，其加電位時間之久暫，極有關係。某種物質能在電位梯度 125,000 伏/釐下支持一分鐘，若在 80,000 伏/釐之電位梯度下，經半小時後，亦將破裂。

* 在分裂破裂時。其時間之關係祇及幾兆分之一秒。

在實際製造絕緣體時，當十分注意一事，即物體中不能有氣隙存在。如有之，則受高壓之交流應力時，雖物體本身尚離破裂電位甚遠，其氣泡中之氣體，將先破裂而游離。此游離發生多量之熱。此熱使物體之局部溫度提高，破裂常因之而發生。若無此氣隙，則此絕緣體足以支持。

於設計絕緣體時，當顧到各種情形。如設計一用於高壓線上之絕緣體，第一須使其有足夠之絕緣強度以承受最大之電位梯度而不致破裂。第二須有足夠面積，庶線與地不致沿其表面而破裂。故絕緣體之形狀，皆有深槽，或造成如第 232 圖所示之圍裙式。此圍裙式之形狀，



〔第 232 圖 絕緣體之圍裙式，用以增長乾燥之表面路漏。〕

又當使其在下雨時，能有足夠之乾面積以支持所受之電位。此外又須注意者，當使之堅強以支持機械應力。此種應力，在粗重之輸送線中，其值頗大。再者，絕緣體之附近，不能使有高度游離之空氣。又構成絕緣體之物質內，不能有氣泡之存在。

習題 13-1. 油漆粗布用作電樞線圈上之絕緣體，設計時欲其支持導體與電樞鐵部間之電位 15,000 伏，其厚為 0.1 釐。今欲以同厚度之雲母片代之。如粗布之介質強度為 280 伏/釐，雲母為 500 伏/釐。問代以新絕緣體後，能支持多少電位？用油漆粗布之安全因數 (factor of safety) 為幾何？

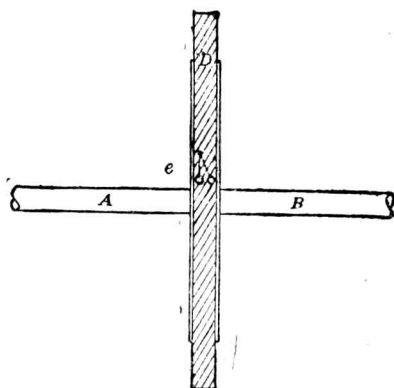
習題 13-2. 如第 13-1 題之雲母，使之支持導體與樞鐵間之電位 15,000 伏，問其厚度當為多少？假定導線及絕緣體適充滿槽中。

習題 13-3. 某種用於變壓器中之油，如其包含水分不及百分之 0.05 時，其介質強度約為 350 伏/釐。若有一變壓器，其高壓電位為 220 伏，問高壓之兩引線間應有幾吋之油？（最大瞬值等於 $\sqrt{2}$ 乘 220 伏）。

126. 容電器作用 (condenser action) 今將討論一重要題目，即容電器之問題。

吾人已知電子在介體中，有一定之位置，而附着於各原子上。然電子與原子間之“束縛”，亦稍有伸縮性。凡普通電勢確不能破壞此種束縛而使電子在物體中流動。然而任何電勢亦必能稍稍拉開此種束縛而使電子略略移動其位置。

如第 233 圖， D 為一片介體，置於 AB 二電極之間。介體 D 乃由無數之原子合成，各有電子附着。今以圖中 e 代表一電子，束縛於原子之索以一短直線代表之。如 AB 間加一電位，令 A 為負極，則電子將為 A 所拒而為 B 所吸，結果將移動至圖上虛線所示者。當移動之時，即有電流發生，但此電流祇存在於一剎那間。故當 AB 間驟加一電位，因電子在原子間稍移動其位置，即發生一小小瞬息電流，片刻即消滅。以後若電位不變，永無電流發生。



〔第 233 圖。一簡單之容電器，為 AB = 電極及其間一介體 D 所組成。〕

再如將 A, B 間之電位移去，電子因原有束縛之彈性而還原位。故當電位加上時，吾人得一電流，而在移去時則得一反向之電流。實則二者所發生之影響，相等而相反向。

概言之，加於介體上之電位變更時，其體內即發生電流，稱為“位移電流” (displacement current)，即因電子在原子中移動其位置而生。當所加之電位穩定時，則無電流。當變更時，則發生電流。電流之值，與電位之變更率成比例。

介體內發生之電流，與電位變更率成比例之說，已經實驗校核。如第 233 圖中 AB 間之電位漸漸增加，於一秒鐘內，由零增至 100 伏，則有一定之電流發生，稱之曰 I_1 。如電位增加速度變快，則電流亦增大。換言之，電流完全賴於電位之變更率。若 AB 間電位於半秒鐘間由零增至 100 伏，則電流將為 $2I_1$ 。此種比例，可以方程式表之如下：

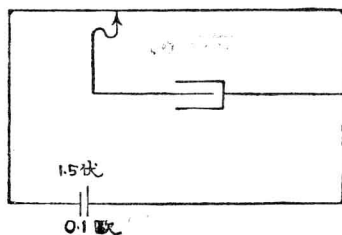
$$i = C \frac{de}{dt} \quad (1)$$

式中比例因數 C 稱為電容。一器之裝置為二電極隔以一介體者，稱為容電器。

普通論之，電容器內所發生之電流，等於其電容與電位變更率相乘之積。此可與感應線圈相比較，後者所發生之電位，等於其電感與電流變更率相乘之積。

電容之實用單位稱為法拉 (farad) 或簡稱“法”。一容電器有電容一法者，即當外加電位之變更率為每秒一伏，所發生之電流為一安。在工程應用上，此單位常嫌太大。故於一般計算中，為便利起見，常以兆分之一法作單位，名曰黠。一黠之容電器，即在所受電位之變更率為每秒一伏，將有一黠電流發生。

方程式 (1) 亦可用黠克秒單位。電磁制中電容之黠克秒單位為迤 (abfarad)。容電器之電容迤數，即等於所發生電流之迤數，除以電位變更率每秒迤數。



〔第 234 圖。當滑點向右行動時，加於容電器之電位將降落。〕

速度當為每秒幾呎？電池內阻可以不計。

習題 13-4. 於 140 黠之容電器上，問有如何之電位變更率，方可得電流 10 安？

習題 13-5. 一容電器接於一電路中，其電位於 0.5 秒內，依均勻之變更率自 200 伏變至 100 伏，所得電流為一黠。求此容電器之電容。

習題 13-6. 第 234 圖中所示之容電器，有電容 1 黠。此滑動電線共長 100 吋，總電阻為 5 歐。如容電器中有電流 1 黠通過，問此滑動線之

習題 13-7. (a) 如第 13-6 題中之滑動電線代以總電阻為 1 歐之線，則其結果如何更改？

(b)將電池內阻亦計算在內，再求第 13-6 題之答數。

習題 13-8。如第 13-6 題中滑動電線之移動速度為每秒 10 呎，問容電器內之電流多少？計入電池內阻。

127. 介質常數 (dielectric constant)。如第 233 圖所示之一種容電器，其電容隨所用之介體而異。如 D 為玻璃，則其電容將較 D 為雲母時大二倍。

物質之介質常數，即用以表明其作成容電器時，所發生之效能如何？猶如物質之磁導係數，用以表明其用作磁路時，所發生之效能若何？於研究磁路時，吾人當亦記得，鐵之磁導係數以千計，而他種物則較低，但空氣亦有一。同樣，在討論容電器時，吾人將發現多數絕緣體之介質常數雖較空氣為高，但空氣或真空亦均有介質常數之值。換言之，無論二並行板間之介體為空氣或真空，吾人仍可得一容電器。當容電器中之介體受應力時，吾人可想像電子之如何移動而組成位移電流。如介體移去而代以真空，則加上一電勢後，亦能使數電子離一板而移向他板*。至於各種物體介質常數之相差，則不若磁導係數相差之大。

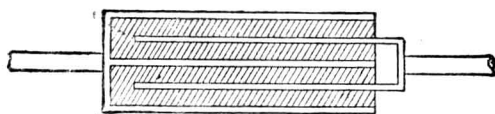
真空之介質常數，定之為一。空氣與之相差無幾，平時二者均不分別之。故介體物質之介質常數，吾人可得定義如下：以該物質為介體所造成容電器之電容，除此同一容電器而以空氣代替該物質後之電容，其商即為該物質之介質常數。

* 參看第 129 節。

玻璃之介質常數，約自 5 至 10，因其成分之不同而異。雲母約為其一半。有數種液體有極大之介質常數。如甘油 (glycerine) 約為 56；壁克立克酸 (picric acid) 約為 80；極清之水亦為絕緣體，其介質常數可量得之，約近於 80 之數。附錄中第六表，列有通常用於容電器中各物質之介質常數。

習題 13-9. 一以空氣為介體之容電器，有電容 0.005 瓩。如以空氣完全換為雲母，則在電位變換率每秒鐘 100 伏時，容電器中流過之電流為多少？

128. 並行板容電器。並行板容電器之構成，約如第 233 圖所示。但欲增加其電容，則可如第 235 圖所示。此種容電器，可以金屬片及



〔第 235 圖。並行板容電器。〕

玻璃板相隔而疊成，亦可以蠟紙及錫箔疊成。所需之構造，自當視所加電位之高低而定。此容電器之電容，即等於電位變更率為一單位時所經過電流之數。所流過之電流，既與截面積上能移動位置之電子數有關，故電容與其所用介體之截面積成比例。電子能移動之距離，既與所受之電勢有關，故電容又與其介體之厚度成反比，即與電位梯度成正比。試驗結果，此二者均屬確實。又電容與所用物質之介質常數 K 成比例。故並行板容電器之電容，可以公式表之如下：

$$C = a \frac{KA}{S} \quad (2)$$

式中 a 爲比例因數如爲便利起見，以空氣之介質常數爲一，則在靜克秒制之電磁單位*中，

$$a = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^{20}} \quad (3)$$

因以前對於電容之定義關係，致使有此特異之因數出現。今可將電容以靜克秒電磁單位表之如下：

$$C = \frac{1}{36\pi 10^{20}} \frac{KA}{S} \text{ 迭}, \quad (4)$$

式中， C 爲電容，單位爲迭； A 爲介體之截面積，單位爲平方靜； S 爲介體之厚，單位爲靜； K 爲介質常數。若以實用單位表之，則

$$C = 0.08842 \times 10^{-6} \frac{KA}{S} \text{ 黠}, \quad (5)$$

式中 C 之單位爲黠；其餘各量之單位與第 4 式同。

習題 13-10. 一容電器以清水作介體，有電容 9 黠。如換以甘油，則其電容爲多少？

習題 13-11. 一容電器有並聯錫箔 1000 張作爲一電極，中隔 999 張錫箔，並聯爲第二極。每二張錫箔間，置一 3 呎厚之塗蠟紙，其在錫箔間之有效面積爲 100 平方呎。假定塗蠟紙之介質常數與蠟同，求此容電器之電容。

習題 13-12. 第 13-11 題中之容電器疊成後，常在蠟中煮之。假定煮後未將蠟完全壓出，致使二錫箔間之距離爲 3.6 呎，試計算此容電器之電容。

習題 13-13. 第 13-12 題中之容電器，經以壓力擠出蠟後，使二錫箔間距離爲 3.1 呎，問電容將如何改變？

習題 13-14. 如在第 13-11 題中之容電器，以 1 呎厚之雲母代替塗蠟紙，問此時之電容多少？

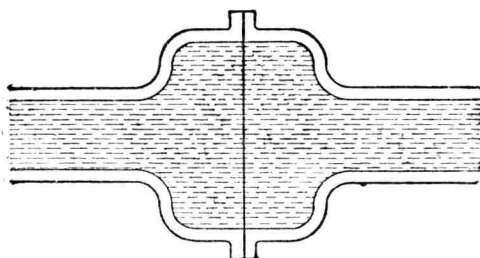
* 由靜電單位化作電磁單位，參看第 135 節。

129. 容電器上之電荷。 電子與電子相拒頗烈，故金屬體中之電子，終平均分佈於物體之全部；其在金屬之表面，亦甚擁擠。但因金屬體對電子發生吸力，故除在第十二章所論之各情形外，電子不能離開其表面。電子於金屬體中，猶如不可壓縮之流體。然若有大電位加於其上，則可使更多之電子，擠至表面上。

如有另一金屬面相近而有相反之電荷（即缺少電子），則此種情形更顯，因表面上之電子，將爲此第二金屬面所吸引之故。此即二金屬板相隔以真空亦有容電器作用之理。

如將一介體置入此二面之間，則金屬面上之電子將愈形擁擠，因接近金屬面之介體分子，當其所帶電子移動位置後，將吸引金屬面上之電子。

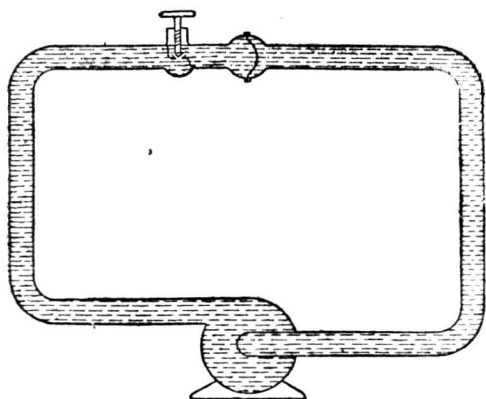
容電器在水力學中有一極好之譬喻，即如第 236 圖所示水管中之橡皮隔膜。



〔第 236 圖。容電器之水力譬喻，爲一橡皮膜橫隔於水管中。〕

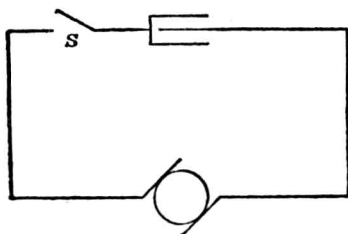
如將此管接一離心唧筒，如第 237 圖所示。當唧筒開動時，橡皮膜將被拉長如圖所示。唧筒工作時，將永遠保持此彎度。在唧筒初加

速時，管中有水流，然片刻即止。如唧筒突然停止，則橡皮膜彈還原位，而水亦流還。



〔第 237 圖。當唧筒初開動時，水將流動，但為時甚短，當隔膜張至最大彎度時即止。〕

同樣，如有一容電器串聯於一發電機，如第 238 圖所示，則當發電機初開動時，電路中有一片時電流通過，但一至發電機速度穩定而電位不變時，此電流即停止。如將發電機停止，即將電位除去，則在短時間內，發現一反向之電流。



〔第 238 圖。當電鑰關上而開動發電機，則有一片時之電流，如第 237 圖然。〕

如不停止發電機而開一電鑰 S ，猶如在 237 圖中閉一活門 (valve)，在此時雖遇發電機停止，而無反向電流發生。吾人即謂此容電器已有電荷。介體中電子均有彈還原位之趨勢，但不能實現，因板中之電子，一如第 237 圖中之水不能被壓縮然。在斷路之兩端，有一電位等於開電鑰時發電機之電位。吾人即謂此容電器被充電至此電位。

容電器中之電流，吾人已知為

$$i = C \frac{de}{dt} \circ \quad (6)$$

將上式積分，得

$$E = -\frac{1}{C} \int i \, dt. \quad (7)$$

電流 i 即為電路中每秒所流過之電子數而以庫數表之，或即每秒鐘流過之電量，即

$$i = \frac{dQ}{dt}, \quad (8)$$

式中 Q 為電量。將 i 代入 (7) 式得

$$E = -\frac{1}{C} \int \frac{dQ}{dt} dt = -\frac{1}{C} \int dQ \quad (9)$$

或

$$E = -\frac{Q}{C} \circ \quad (10)$$

上式以文字言之，即容電器二端之電位，等於以其電容除充入器內之電量或即電荷。

第(10)式又可寫作

$$C = -\frac{Q}{E}, \quad (11)$$

由 (11) 式又可得電容之另一定義如下：容電器之電容，即等於加電位一伏後所得之電荷數。如一容電器有電容 1 瓩，則當 1 伏電位加上後，即輸入電荷 1 瓩。電容有二定義，猶如電感之亦有二定義也。

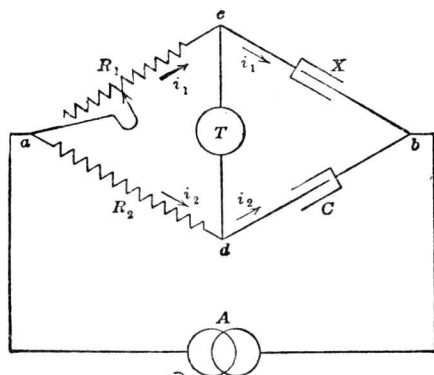
習題 13-15. 一容電器之電容為 2 瓩，今欲充電 0.001 庫，問此容電器須接於多少電位之電池組？

習題 13-16. 一 2 瓩之容電器，由穩定電位 1000 伏充電，問到頁板上之電子數多少？

習題 13-17. 如有一容電器，接於 1000 伏之電位，得電荷 1 庫，問其電容多少？

130. 電容之量度*。依電容之二定義，一容電器之電容可有二法量度之。

第一法，於容電器上加一交流電位，而量其電流，或在同樣情形下，與一標準容電器所發生之電流相比較。此法甚簡易，祇須接成如第 239 圖所示之橋路。 C 為一已知電容之標準容電器。 X 為欲量度之



〔第 239 圖。量度電容用之電橋回路。〕

電容。 R_1 及 R_2 為無電感之電阻。 A 為交流發電機，供給此橋路交流

* 其他方法，參看 Laws, "Electrical Measurements."

電位之源。 T 爲一電話收音器。

量度時，調準 R_1 之值，使收音器中無聲音可聞。於是， cd 二點同在一電位，而 X 與 C 中之電流即與其電容成正比例，蓋因二者均受同樣之電位變更率之故。收音器中既無電流，則 X 與 C 中之電流，亦必流過 R_1 及 R_2 。但自 a 至 c 之位落與 a 至 d 之位落相同，於是

$$R_1 i_1 = R_2 i_2. \quad (12)$$

由上已知

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{X}{C}, \quad (13)$$

合併 (12) (13) 二式，得

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{X}{C}, \quad (14)$$

或

$$X = \frac{R_2}{R_1} C. \quad (15)$$

如 R_1 及 R_2 已知，則 X 之值即可求出。

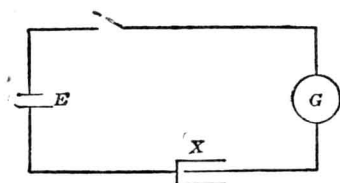
在上法中，假定連於容電器之接線並無電阻，而在介體內亦無漏電。下節將討論有電阻連於容電器後之影響。

上述方法，以欲量之電容與一已知之電容比較，以下所論一法乃依其第二定義，並不須與另一電容比較而量得之。

如有一穩定電位加於容電器上，則以所生之電荷除以電位即得其電容。電荷則等於在充電時所流入之總電量。

在量度磁流時，吾人已知衝擊測電計之偏轉，與其在極短時經過之電量成比例。今將欲量之電容串聯於一衝擊測電計，突將電鑰關閉，

而加上一已知電位，如 240 圖所示。設 d 為電鑰關後測電計之偏轉；



〔第 240 圖。用衝擊測電計量電容法。〕

K 為測電計之常數，即經過一靜電量時之偏轉；則當電容為 1 瓩而所加之電位為 1 伏時，當得 $d = K$ 。推之得

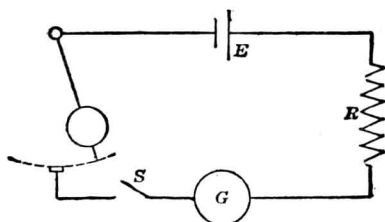
$$X = \frac{d}{KE} \text{ 瓩。} \quad (16)$$

常數 K 可用數法得之。其一，用一標準容電器，而照上法量其偏轉，乃得

$$K = \frac{d_1}{CE}, \quad (17)$$

式中 d_1 相當於電位為 E 電容為 C 時之偏轉。 C 為已知之電容。此法亦含比較性。如無標準電容可以比較，則可用一標準電感以校準之；其方法如前量磁流時所述者。第三法，經過一無電感高電阻，在一短時間內加一低電位於測電計，用接觸法如換向器之動作，以管理接觸之時間。其接法如第 241 圖所示。

圖中所示之接觸器乃為一擺。當此擺移動至最低處時即行接觸。由此擺振動之週期與振幅，及接觸臂之長，吾人可算出其接觸之時間 t_0 。如在一次擺動 (swing) 時間內，將電鑰 S 關上，而將測電計之偏轉記下，則在 t_0 時間內，經過測電計之電流為



〔第 241 圖。擺之接觸時間可以算出，若知 E 與 R 之值，即可計算測電計之常數。〕

$$i = \frac{E}{R} \text{ 安} \quad (18)$$

總共電量則為

$$Q = it_0 = \frac{Et_0}{R} \text{ 庫。} \quad (19)$$

如測電計因此電量而得之偏轉為 d'' ，則每瓣之偏轉（即常數 K ）將為

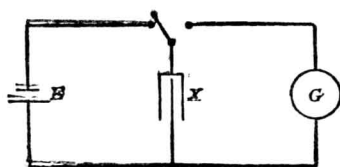
$$K = \frac{d''}{Q} 10^{-6}, \quad (20)$$

或

$$K = \frac{d'' R}{E t_0} 10^{-6}. \quad (21)$$

以此法校準測電計，須十分小心，方得準確結果。

若不因漏電而遺失電子，則當容電器放電時，其放出之電量與充入者將必相等。因之吾人可接成如第 242 圖所示之線路，而量容電器



〔第 242 圖。測電計量度容電器放電時所經過之電量。〕

放電時通過測電計之電量，祇須將一雙接電鑰先接於電池，然後接於測電計。其各種方程式，當然與前者相同。

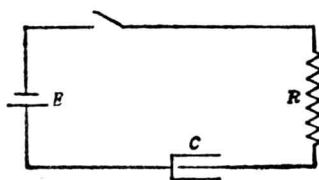
習題 13-18. 一新充電後之容電器，不知其電容，其電位為 100 伏。如經一衝擊測電計而放電，得偏轉 165.4 赫。此計有電阻 100,000 歐，當 20.15 伏之電位加上 0.00100 秒後，偏轉 228.6 赫。求容電器之電容。

習題 13-19. 第 239 圖所示之電容橋路平衡時，即收音器中無聲時， $R_1 = 1$ 歐， $R_2 = 3.625$ 歐， C 為標準電容，其值為 3.001 法法。問 X 之電容幾何？

習題 13-20. 如有一容電器新充電至 20 伏，當經第 13-18 題中之測電計放電，而得偏轉 159.9 赫，問該容電器應有電容幾何？

習題 13-21. 問第 13-20 題中之容電器放出電量多少？

131. 經過電阻而充電於容電器。今試研究經過電阻而充電於容電器時之瞬變情形。換言之，吾人將求第 243 圖中所示電路，於電鑰關閉後之電流變化情形。



〔第 243 圖。一電阻及電容之串聯電路。〕

設電路中任何時間之電流為 i ，則不論 i 之如何變化，在 t 時間內經過此電路之電量必為

$$q = \int_0^t i dt. \quad (22)$$

此亦即在此時間內所充入容電器之電量。於是容電器之電位乃為

$$e = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^t i dt. \quad (23)$$

今在此電路中，已有二電位，一為電池組之電位，一為容電器充電後之電位，二者方向相反。故此二電位之差，乃發生該路中之電流，即

$$i = \frac{E - e}{R} = \frac{E - \frac{1}{C} \int_0^t i dt}{R}. \quad (24)$$

上式可排列成

$$E - iR = \frac{1}{C} \int_0^t i dt, \quad (25)$$

今將上式兩端各對 t 取微分。因

$$-\frac{d}{dt} \int i dt = i, \quad (26)$$

故所得之微分方程式為

$$-R \frac{di}{dt} = \frac{i}{C}, \quad (27)$$

欲解此式，將變數分開，得

$$\frac{di}{i} = -\frac{dt}{RC}, \quad (28)$$

積分之得

$$\log_{\epsilon} i = -\frac{t}{RC} + A, \quad (29)$$

A 為積分常數。欲定其值，可注意 $t=0$ 時，即電鑰方閉時，容電器上並無電荷以阻止電流之通過，故電流祇為 E/R 。當 $t=0$ 時，吾人既知

$$i = \frac{E}{R},$$

故

$$A = \log_{\epsilon} \frac{E}{R}, \quad (30)$$

以此代入第(29)式,得

$$\log_{\epsilon} i = -\frac{t}{RC} + \log_{\epsilon} \frac{E}{R}, \quad (31)$$

或即

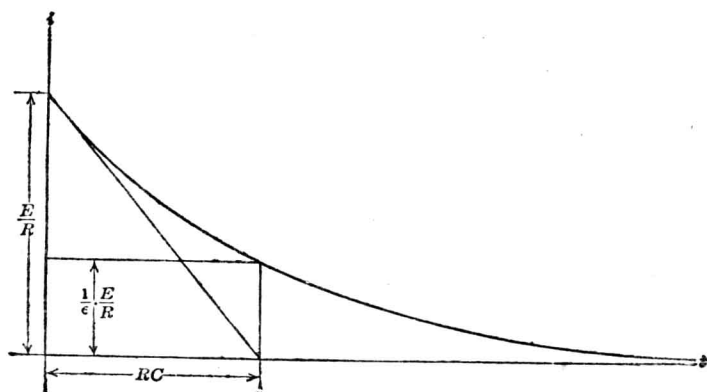
$$\log_{\epsilon} \frac{i}{\frac{E}{R}} = -\frac{t}{RC}, \quad (32)$$

此式又可寫作

$$\frac{i}{\frac{E}{R}} = \epsilon^{-\frac{t}{RC}} \quad (33)$$

或

$$i = \frac{E}{R} \epsilon^{-\frac{t}{RC}} \quad (34)$$



[第 244 圖。容電器充電時之電流。 RC 所代表之時間，稱爲此電路之時間常數。]

* 注意若時間不到無窮大之久，理論上電流不能降至零，即容電器不能充電至電位 E 。在討論感應電路中，此點亦曾提及。

第(34)式即為容電器經過電阻而充電之方程式。將之畫成一圖解，得如第244圖。吾人可見當電鑰閉後，電流將自 E/R 之全值依指數函數降減至零。此曲線與感應電路中電流消滅時之瞬變曲線相同。同前所論，當 $t=RC$ 時，電流將降至原值之 $1/\epsilon$ 。故 RC 之值，即稱之謂容電器電路中之時間常數。

在任何時間，電流之降減率為

$$\frac{di}{dt} = \frac{E}{R^2C} e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (35)$$

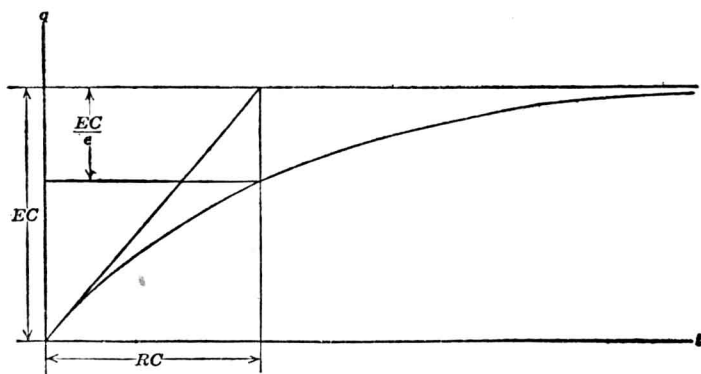
當 $t=0$ 時，則其初始之電流降減率為

$$\left(-\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{R^2C}, \quad (36)$$

如電流依此速率而遞減，則經 RC 時後應降低

$$\frac{E}{R^2C} \times RC = \frac{E}{R}; \quad (37)$$

即電流降至零。



(第245圖。容電器之電荷，依此曲線而增加。 RC 所代表之時間，為其時間常數。)

故時間常數又可謂為電流依最初降減率繼續降低至零所需之時間。
容電器上任何時間之電荷，等於所通過電流之積分。即

$$q = \int_0^t i \, dt, \quad (38)$$

或

$$\begin{aligned} q &= \int_0^t \frac{E}{R} \epsilon^{-\frac{t}{RC}} dt \\ &= -EC \epsilon^{-\frac{t}{RC}} \Big|_0^t \end{aligned} \quad (39)$$

$$= -EC \left(1 - \epsilon^{-\frac{t}{RC}}\right). \quad (40)$$

如加上之電位為 E ，其值穩定，而經時無窮大，則容電器最後之電荷為

$$Q = EC,$$

故第 (40) 式可寫為

$$q = Q \left(1 - \epsilon^{-\frac{t}{RC}}\right). \quad (41)$$

如第 245 圖所示之曲線，電荷依指數函數而遞增至其最終值。該曲線之時間常數，與前相同。

習題 13-22. 第 243 圖中各常數如下：

$$R = 48 \text{ 歐}$$

$$C = 10 \text{ 微}$$

$$E = 250 \text{ 伏}$$

$$r = 1.6 \text{ 歐 (電池組之內阻)}$$

求 (a) 當開關閉後 $t=0.001$ 秒時之電流瞬值，

(b) 在此時容電器之電荷，

- (c) 在此時之電流降減率，
 (d) 在 $t = RC$ 時之電荷，
 (e) 初始之電流降減率，
 (f) $t = RC$ 時容電器上之電位。

習題 13-23. 如 243 圖上之各常數為

$$R = 600 \text{ 歐}$$

$$C = 0.01 \text{ 微}$$

$$E = 120 \text{ 伏}$$

$$r = 0.08 \text{ 歐 (電池組之內阻)}$$

- 求 (a) 電流降至最初值之一半所需之時間。
 (b) 在此時容電器之電荷，
 (c) 容電器所得之電荷到最後值之一半時所需之時間。
 (d) $t = RC$ 時之電荷。

習題 13-24. 在第 13-23 題之電路中，如於 $t = 0.0001$ 秒時，將一半電池組短接，問

- (a) 在短接後兆分之二秒時電流之瞬值為多少？
 (b) 容電器上最後之電荷為若干？

習題 13-25. (a) 如於第 13-22 題中之電鑰未閉前，將一半電池組短接，問電鑰閉後需多少時間，庶容電器上電荷變成 1.25×10^{-4} 庫？

(b) 設在 (a) 求得之時間時，將該一半電池組之短接移去，問在千分之一秒後電流之變換率幾何？

- (c) 容電器最終之電荷為多少？

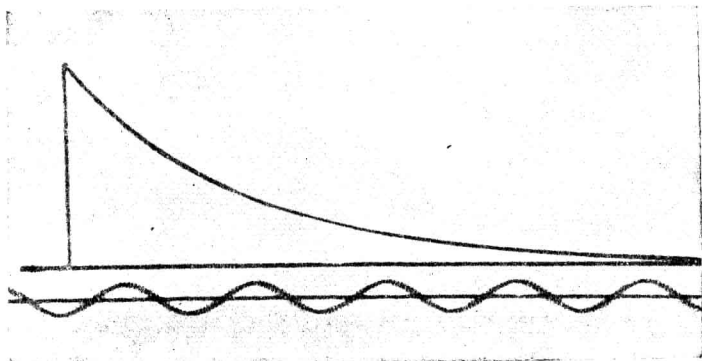
習題 13-26. 設在第 13-23 題中之電路已到穩定後，另一電池組突然加入，串聯於同路。此後來之電池組可假定其無內阻。(a) 如最終電荷為 2×10^{-6} 庫，求後加電池組之端電壓。

- (b) 在電池組加入後 20 微，問電流之變換率多少？

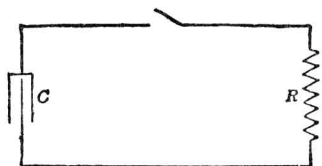
習題 13-27. 由量度第 246 圖之波形圖，求 (a) 所用容電器之電容，及 (b) 將最終電荷

之一半充入容電器所需之時間。

132. 放電。 放電之方程式,直接可自充電之方程式得來。在第 247 圖中,先假定容電器已被充電至電位 E ,在 $t=0$ 時,再閉上電鑰。



〔第 246 圖。一容電器充電時電流之波形圖,串聯電阻為 1000 歐,所加電位為 115 伏。下方所示為 60 周波之交流電波,依此可求得其時間。〕



〔第 247 圖。包含電容及電阻之線路。〕

於是在任何時間,容電器上之電位為

$$E - \frac{1}{C} \int_0^t i dt, \quad (42)$$

因此為電路中僅有之電位,故電流可以電阻 R 除之而得

$$i = \frac{E - \frac{1}{C} \int_0^t i dt}{R}, \quad (43)$$

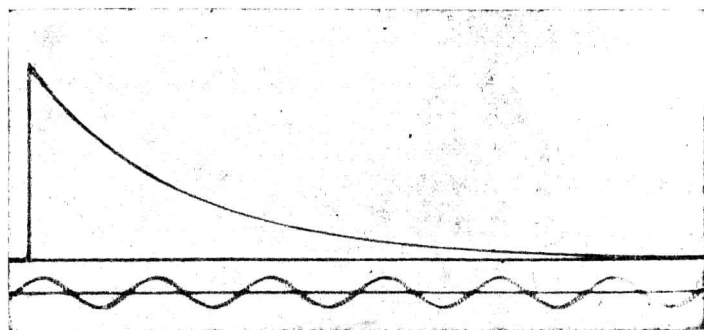
上式又可改寫成

$$E = iR + \frac{1}{C} \int_0^t i dt, \quad (44)$$

此方程式與充電時之方程式(25)相類同，所異者，在此式中之 E 為容電器上原有之電位，而在(25)式之 E 則為電池組之電位，至於此式之解法，當然與前相同，即

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (45)$$

故容電器放電與充電時之電流曲線，其形相同。可以第 246 及 248 圖證明之。二圖為同一容電器及同一串聯電阻充電及放電時之波形圖。



〔第 248 圖。容電器放電時之波形圖。其充電時電流之情形如第 246 圖所示。〕

故容電器中電荷在放電時之降減率，即相當於其充電時之增加率。

q 之曲線，則如第 249 圖所示，而其方程式為

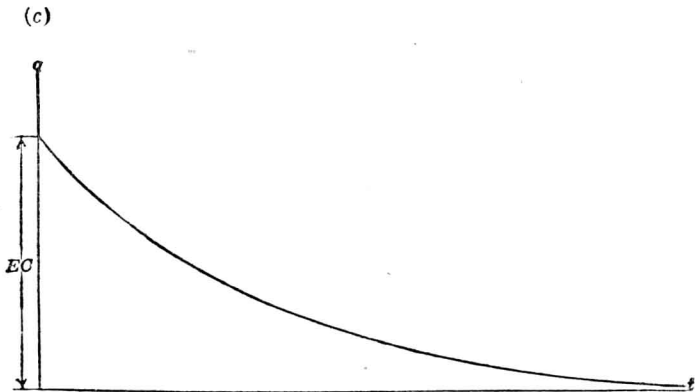
$$q = Q e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (46)$$

習題 13-28. 第 247 圖上之容電器，有電容 2 微，原來充電至 1000 伏。當電鍵閉後，經電阻 8 歐而放電。

- (a) 問開始時之電流降減率如何？
- (b) 如欲容電器上之電荷減少至原值之 75%，問需時幾何？
- (c) 在 (b) 中所求得之時間，問其電流變換率若干？
- (d) 問初始電流多少？

習題 13-29. 在第 243 圖中，2 微之容電器，初充電至 1000 伏。電池組之電位為 250 伏，其內阻為 0.06 歐。電阻器有 600 歐。問

- (a) 電鍵閉時，初始電流有何二種可能之值？
- (b) 在 $t=0.001$ 秒時，容電器上所餘電荷，有何二種可能之值？
- (c) 最終之電荷幾何？



〔第 249 圖。曲線表示放電時容電器上之電荷與時間之關係。在放電時，容電器上之電荷，依此曲線經電阻而減少。〕

習題 13-30. 在第 13-23 題之電路穩定後，將一半電池組突然短接。問

- (a) 短接後初始之電流變換率如何？
- (b) 短接後 5 秒時，容電器上餘有多少電荷？
- (c) 短接後 5 秒時，電流之變換率如何？

133. 能之關係。參看第 243 圖，下列方程式

$$E = iR + \frac{1}{C} \int_0^t i dt, \quad (47)$$

乃表明充電時電流與電位之關係，即在任何時間，所加電位 E 之一部分，乃用以克服電阻內之位落；而另一部分則反抗容電器上之電位 $\frac{1}{C} \int_0^t i dt$ 。

將此式乘以 i ，則得

$$Ei = i^2R + \frac{i}{C} \int_0^t i dt, \quad (48)$$

此式表明在任何時間輸入功率 Ei 之中， i^2R 一部乃使電阻發熱，其餘一部

$$\frac{i}{C} \int_0^t i dt,$$

則貯於容電器內。

當電流之變更依

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (49)$$

時，將此代入則得容電器內貯能速率為

$$\frac{i}{C} \int_0^t i dt = \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \int_0^t \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} dt, \quad (50)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{E^2}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \left[-e^{-\frac{t}{RC}} \right]_0^t \\ &= -\frac{E^2}{R} \left[e^{-\frac{2t}{RC}} - e^{-\frac{t}{RC}} \right]. \end{aligned} \quad (51)$$

容電器內所貯之總能，則等於第(51)式對時間自開始充電至無窮大時之積分，即

$$W_c = \int_0^{\infty} -\frac{E^2}{R} \left[\epsilon^{-\frac{2t}{RC}} - \epsilon^{-\frac{t}{RC}} \right] dt. \quad (52)$$

積分後得

$$W_c = \left[\frac{E^2 C}{2} \epsilon^{-\frac{2t}{RC}} - E^2 C \epsilon^{-\frac{t}{RC}} \right]_0^{\infty} \quad (53)$$

或

$$W_c = \frac{E^2 C}{2} \text{焦耳}, \quad (54)$$

此式表明容電器被充電位 E 時所貯之能。吾人又可記起，當一電流 I 流經一不變電感 L 時，所貯之能為

$$W_L = \frac{I^2 L}{2} \text{焦耳}, \quad (55)$$

此二式彼此極相似。容電器中所貯者，可譬之為位能；電感中所貯者，可譬之為動能。

當容電器充電時，所消耗於電阻中之能，頗值得注意，此能耗為

$$W_R = \int_0^{\infty} i^2 R dt, \quad (56)$$

將

$$i = \frac{E}{R} \epsilon^{-\frac{t}{RC}}, \quad (57)$$

代入，則得

$$W_R = \int_0^{\infty} \frac{E^2}{R} \epsilon^{-\frac{2t}{RC}} dt, \quad (58)$$

積分後得

$$W_R = \left[-\frac{E^2 C}{2} \epsilon^{-\frac{2t}{RC}} \right]_0^{\infty} \quad (59)$$

$$= \frac{E^2 C}{2} \quad (60)$$

觀(60)式，可得一奇特之結論。即當容電器經一電阻，而由一恆等之電位充電時所輸入之能，適一半耗於電阻，另一半貯於容電器。無論電阻大小，結果均如此。但若電位非一恆等值，而在充電時漸漸增至最後之值，則貯於容電器之能仍如舊，而耗於電阻者，則不若以前之多。

習題 13-31. 一容電器有電容0.05 瓩，當其充電至200 伏時，問所貯能多少？以爾格 焦耳及瓦時表之。

習題 13-32. 一500 瓩之容電器，充電至電位10,000 伏，問其所貯能為幾爾格？幾焦耳？幾瓦時？

習題 13-33. 第243 圖之電路有以下之各常數：

$$R = 50 \text{ 歐}$$

$$C = 1 \text{ 瓩}$$

$$E = 150 \text{ 伏}$$

$$r = 0.01 \text{ 歐, (電池組之內阻)}$$

(a) 電鍵閉後50 秒內，問容電器內貯能多少？

(b) 在 $t = 50 \times 10^{-6}$ 秒時，問其貯能率若何？

(c) 在 $t = 50 \times 10^{-8}$ 秒時，問輸入電阻之功率若何？

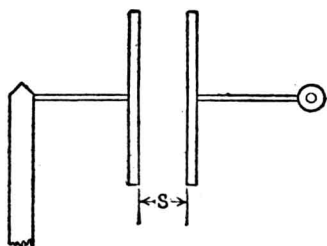
習題 13-34. 在第13-33 題中，當電流瞬值等於3 安時，問容電器貯能多少？

134. 容電器上之機械力，當二物體荷電時，常有微弱之機械力作用其間，稱為靜電力 (electrostatic force)。如電荷相反，則此力使二物體相吸而接近，若相同則相拒而離開。靜電吸引，宛如磁性吸引，但實用上不若後者之重要。

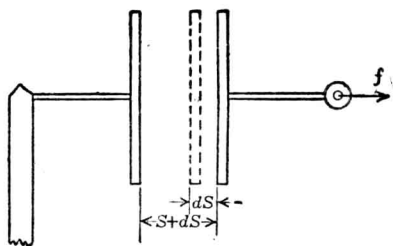
依據上節所述之容電器貯能，則在並行板容電器充電至位差 E 時，作用於二板間之機械力，可計算之如下：

設有一容電器如第 250 圖所示，充電至電位 E ，然後與原來充電之電路斷接，則其所貯能為

$$W = \frac{CE^2}{2} \text{ 焦耳。}$$



〔第 250 圖。一容電器，二板間距離為 S_0 〕



〔第 251 圖。第 250 圖之容電器，其一板經力 f 拉開使距離變為 $S + dS_0$ 〕

今使一板縛住不動，而加力 f 於另一板，向外拉一距離 dS 。見第 251 圖，於拉開時所做工作為

$$dW = fdS, \quad (61)$$

此工作如無摩擦或他種耗失，必等於容電器中所增加之貯能。此時容電器中所貯之能為

$$W_1 = \frac{C_1 E_1^2}{2}, \quad (62)$$

式中 C_1 及 E_1 為拉開後之新電容與新電位。

拉開後，假定無靜電力線之邊緣分散*，則電容將減至

* 參看第 153 節。

$$C_1 = \frac{S}{S+dS} C, \quad (63)$$

蓋因並行板容電器之電容，乃與二板間距離成反比。

板上之電子數，既不因拉開而變換，而容電器之電位乃等於電容除其電荷，於是

$$E_1 = \frac{S+dS}{S} E. \quad (64)$$

將(63) (64)二式代入(62)式，得

$$W_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{S}{S+dS} C \right) \left(\frac{S+dS}{S} E \right)^2 \quad (65)$$

$$= \frac{S+dS}{S} W, \quad (66)$$

今

$$dW = W_1 - W \quad (67)$$

$$= \frac{dS}{S} W$$

$$= \frac{dS}{S} \frac{CE^2}{2} \quad (68)$$

但在前已得

$$dW = f dS, \quad (69)$$

故將上二式相等，即得

$$f = \frac{CE^2}{2S} \text{ 達因}, \quad (70)$$

式中 C, E 及 S 皆為靜克秒單位。如為實用單位，則

$$f = \frac{CE^2}{2S} \times 10^7 \text{ 達因}.$$

此式表明一充電後容電器二板間所生之力。

如將電容

$$C = \frac{1}{36\pi 10^{20}} \frac{KA}{S} \text{ 迭}, \quad (71)$$

代入(70)式，則可改爲

$$f = \frac{1}{72\pi 10^{20}} \frac{KAE^2}{S^2} \text{ 達因}, \quad (72)$$

式中各數值均以蘇克秒制作單位。

二板間之電位梯度，或即每單位長之電勢，乃爲一均勻之值，等於

$$F = \frac{E}{S}, \quad (73)$$

電位梯度 F ，猶如磁位梯度 H （或稱磁化力）。在均勻磁場中，吾人當可記得 H 之值爲

$$H = \frac{F}{l}, \quad (73a)$$

式中

H = 磁位梯度，

F = 磁勢，

l = 磁路之長。

(73a) 式之於磁場中，彷彿 (73) 式之於靜電場中。磁勢 F 常以安匝或吉數計算之， l 則以蘇計算。故磁位梯度即爲每蘇之安匝數，或每蘇之吉數。1 安匝 = 0.4π 吉。

同樣，電勢 E 常以伏數或因* (statvolt) 數計之， S 則以蘇計算。

* 因/蘇，乃電位梯度之單位，能在介導係數 (permittivity) 爲一之介質中，發生一單位之靜電通量密度。

譯者按：“statvolt”可譯爲“靜伏”，但爲簡便起見，似可寫作“因”。關於此類名詞之討論，可參看顧毓琇電磁單位靜電單位名詞之擬議，電工第一卷第二期。

1 呎 = 300 伏，故電位梯度之單位，為每呎伏數或每呎因數。

二者更有相同點在。吾人理想磁場內含有磁力線；同樣，靜電場內含有靜電力線。磁場在磁導係數恆等之均勻物質中，則將場中一點之磁位梯度 H 乘以該物質之磁導係數 μ ，即得該點之磁流密度或磁通量密度 B 。靜電場在介導係數恆等之均勻物質中，亦可將一點之電位梯度 F 乘以該物質之介導係數 (permittivity) 或介質常數 K ，而得該點之靜電通量 (electrostatic flux) 密度 D 。以方程式表之：

$$B = \mu H \quad (74)$$

$$D = KF \quad (74a)$$

欲使上式之數值相合，則 D , K 及 F 之單位必須適當。今述之於後。

以 (73) 中 F 之值代入 (74a) 式，得

$$D = \frac{KE}{S} \quad (74b)$$

將此式之 E 代入 (72) 式，則得

$$f = \frac{1}{72\pi 10^{20}} \frac{AD^2}{K} \text{ 達因}, \quad (75)$$

或

$$f = \frac{1}{9 \times 10^{20}} \times \frac{D^2 A}{8\pi K} \text{ 達因}. \quad (75a)$$

此方程式又相似於磁拉力之方程式

$$f = \frac{B^2 A}{8\pi\mu} \text{ 達因}, \quad (75b)$$

(75a) 式中之因數 $\frac{1}{9 \times 10^{20}}$ ，乃因假定空氣之介質常數為 1 而來。

由上之討論，可知靜電拉力與截面積成正比而與靜電通量密度之

平方成比例；猶之磁拉力與截面積成正比，及與磁流密度之平方成比例然。靜電拉力又與介體物質之介質係數成反比。磁拉力之計算，大都以空氣為介質 (medium)，然在其他物質中，則磁拉力亦將與物質之磁導係數成反比。

因靜電場而發生之力，常極微弱；例如有二板，面積各為每邊 10 釐之正方，相距 1 釐，受電勢 100 伏或即 10^{10} 迭。如介體為空氣，介質常數為 1。將各值代入 (72) 式，得

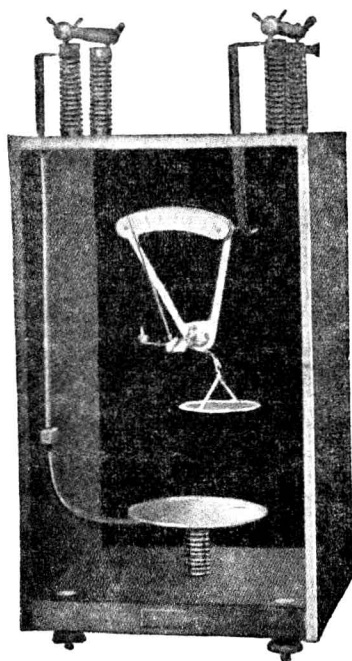
$$f = \frac{1}{72\pi 10^{20}} \frac{10^2 (10^{10})^2}{1^2} \quad (76)$$

$$= \frac{100}{72\pi} = \text{約} \frac{1}{2} \text{ 達因}$$

$$= \text{約} \frac{1}{2000} \text{ 克。} \quad (77)$$

如此微小之力，頗不易測得。

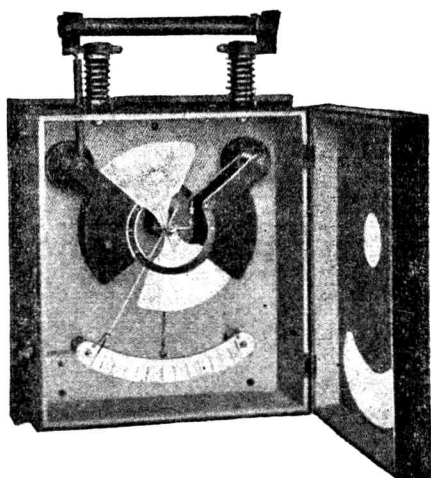
設以此二板置於真空中，則電位仍可升高至 100,000 伏而不致發生火花。蓋因拉力雖與電位平方成正比，且此時之力較前所計算者將



〔第 252 圖。量高電位之靜電電壓計。兩板間之力為所加電位之函數。〕

大 $(1000)^2$ 倍，但其值約僅等於 440 克，或一磅弱。

靜電之吸力，可利用之以量高電位。如第 252 及 253 圖所示，高



〔第 253 圖。靜電電壓計之又一種。〕

電位所發生之力，即可利用之以移動一極精細之懸盤，而指示電位之值。但在高壓熱游子矯流管中，此種靜電力必須設法平衡之，因在管中所發生之極高電位梯度，有時可拉彎或竟破壞其熱絲。

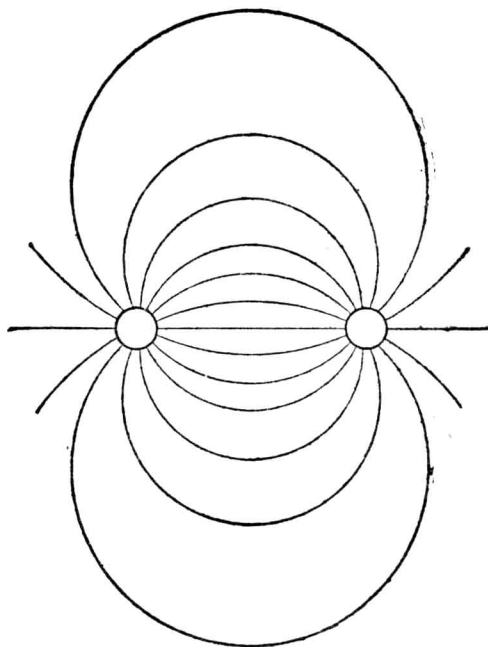
習題 13-35. 第 252 圖示一靜電電壓計，假定其二板間之靜電通量密度極均勻〔需用保護環 (guard ring) 或其他類似之裝置〕。每板之有用面積為 5 平方吋。在平衡時二板之距離為 3 吋。如加上之電位為 13,500 伏，問工作於板間之力多少？

習題 13-36. 二扁平板並行而置，相距 12 吋。其間介體為空氣。在其充電位 200 呎時，欲使其產生一 0.05 磅之力。假定二板間之靜電通量密度均勻（需用保護環或其他相當之裝置），問板之面積當多少？又在電位 220 呎時，防止火花發生之安全因數為何？

習題 13-37. 第 13-36 題中二板組成一容電器，問其電容多少？設所加電位為 220 呎，待電荷穩定後即移去，然後用一力將二板拉開至距離為 12.5 吋時止。問此力所做工作幾何？

在分開後，二板間之電位為多少？

135. 靜電場 (electrostatic fields)。於前節中，吾人已遇到靜電通量密度 D ，實則靜電力線亦可如磁力線同樣畫出圖解。第 254 圖即為



〔第 254 圖。一對並行圓導體荷電時之靜電磁場。〕

一對並行電線在空氣中因電勢存在而發生之靜電力線圖。空氣中某點靜電力線之密度 D ，即等於該點之電位梯度。在任何點，如梯度大於介質強度（在此為空氣），則將破裂而發生電暈 (corona) 或火花 (spark)。

在並行板之容電器，吾人得

$$D = \frac{KE}{3 \times 10^{10} S} \quad \text{線/平方呎。} \quad (78)$$

但從(71)式,吾人已知此種容電器之電容爲

$$C = a \frac{KA}{S} \text{ 迭}, \quad (79)$$

其中 a 爲比例因數,等於 $\frac{1}{36\pi 10^{20}}$, 故

$$E = \frac{Q}{C} = \frac{QS}{aKA} \text{ 迭}, \quad (80)$$

將此值代入(78),得

$$D = \frac{1}{a} \frac{Q}{A(3 \times 10^{10})} \text{ 線/平方釐}. \quad (81)$$

第(81)式表明靜電通量密度與板之每單位面積上之電荷成正比,亦即與板上之每平方釐所多之電子數成正比。

在靜克秒制電磁單位中,

$$a = \frac{1}{4\pi(3 \times 10^{10})^2}, \quad (82)$$

故吾人對於

$$\frac{3 \times 10^{10}}{4\pi(3 \times 10^{10})^2} = \frac{1}{4\pi(3 \times 10^{10})} \text{ 連}, \quad (83)$$

之電荷,應畫一靜電力線,亦即每一連須畫 $4\pi(3 \times 10^{10})$ 線。

電量 $\frac{1}{3 \times 10^{10}}$ 連爲一靜電之電量單位,名之曰團 (statcoulomb)。此一團之電量,如靜置於空氣中,則與距離 1 釐外之一團相同電量發生相拒之力 1 達因。此定義即由靜止電荷間所發生機械力之方程式而來:

$$f = K \frac{q_1 q_2}{d^2} \text{ 達因}, \quad (84)$$

其中 q_1, q_2 以圍計， K 爲電荷間介體之介導係數或介質常數， d 爲電荷間距離釐數。此方程式即吾人所知之“庫侖定律”(Coulomb's law)。

由上所述，電荷一圍即發生 4π 靜電力線。此因以前擇定單位時之關係，以致前幾式中有此 π 常數。單位關係上之常數 3×10^{10} 即等於光速以釐/秒計者。至於電荷之各種單位之數目關係如下：

$$1 \text{ 法} = 9,650 \text{ 連},$$

$$1 \text{ 連} = 10 \text{ 庫},$$

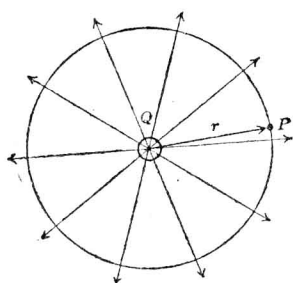
$$1 \text{ 庫} = 3 \times 10^9 \text{ 圍},$$

$$1 \text{ 圍} = 2.1 \times 10^9 \text{ 電子}.$$

畫靜電場時，吾人當想像 4π 線由某極向之每一圍電荷射出，而至同值反向之電荷。故空氣中任意點之靜電通量密度，等於電位梯度每釐之因數。在畫靜電場之截面圖時，吾人可不必將力線數完全畫出，但僅畫其一部分已足以代表其分佈情形。

136. 空氣中一對極長並行導體之電容。 在求空氣中一對並行導體之電感方程式時，吾人先求在此直長導體四週某點之磁化力或磁位梯度。同理，在求空氣中一對導體之電容，可先求導體四週任何點之電位梯度 F 。

第 255 圖爲一導體之截面圖，該導體頗長，與他導體及地均隔離。假定 Q 圍爲該導體每釐之電荷。前節已知，每一圍發出靜電力線 4π ，故每釐長之導體將發生 $4\pi Q$ 線。如導體與他物隔離而又在均勻介質常數之介體中(在此介體爲空氣)，則由對稱關係，可假設此 $4\pi Q$ 力線平均向四面射出，如 255 圖所示者。欲求 P 點離導體 r 釐之電位梯度，



〔第 255 圖。圓形長導體四周之靜電場。〕

祇須求該點之靜電通量密度。如將此電荷導體圍一同心圓柱面，其半徑為 r ，則由導體射出之線均經此圓柱面。圓柱面之截面即第 255 圖上之大圓。導體每單位長所經過圓柱面之線為 $4\pi Q$ ，而圓柱面之面積，即為圓周乘單位長，或等於 $2\pi r$ 。於

是可得在 r 處靜電通量密度

$$D = \frac{4\pi Q}{2\pi r} = \frac{2Q}{r} \text{ 線/平方呎。} \quad (85)$$

如介質常數為 K ，則 P 點之電位梯度，將為該點之靜電通量密度除以 K 。此點又與磁場情形相同，蓋磁化力乃等於磁流密度除以磁導係數 μ ，今可寫出在 P 點之電位梯度為

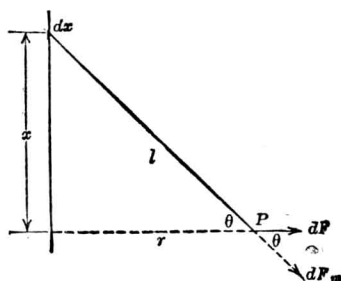
$$F = \frac{D}{K} = \frac{2Q}{rK} \text{ 呎/呎，} \quad (85a)$$

如導體在空氣中，則 $K=1$ ，而 (85a) 式改作

$$F = \frac{2Q}{r} \text{ 呎/呎。} \quad (85b)$$

求方程式 (85b)，又可用另一方法，如求導體四週某點之磁流密度然。今用第 255a 圖，此圖與第 69 節中第 95 圖相似。

同前， Q 圓數表明長導體每呎之電荷，於是 dx 長上之電荷為 $Q dx$ 。吾人可記得當電流通於導體 dx 時，在導體外 P 點發生一磁化力或磁位梯度 H ，其值可由下方程式表之



〔第 255a 圖。 dF 之力係由導體 dx 部分之電荷而發生。〕

$$dH = \frac{I dx}{l^2} \cos \theta \quad (86)$$

同樣，由電荷 $Q dx$ 發生之靜電力強度 dF （見第 255a 圖），或即在 P 點之電位梯度，可以下方程式表之*

$$dF = \frac{Q dx}{l^2} \cos \theta \quad (87)$$

式中

dF 為垂直於導體在 P 點之靜電力或電位梯度。欲求其值，可以一單位電荷置於該點，而量其所受力之達因數，或以每線之函數計算。

l 為 P 點與 dx 間之距離線數，

Q 為每線長導體上之電荷團數，

θ 為在 P 點因 dx 所發生之靜電力，與此靜電力垂直於導體之分力所成之角。

* 由庫倫定律推求而得。

對於載電荷之全電線，若其長與 r 相比，幾為無限大，則在 P 點之靜電力或電位梯度，可以下方程式表之

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Q \cos \theta}{l^2} dx \quad (87a)$$

由第 255a 圖，可知

$$x = r \tan \theta \quad (88)$$

$$dx = r \sec^2 \theta d\theta \quad (89)$$

$$l = \frac{r}{\cos \theta} \quad (90)$$

如 x 無限增長，則 θ 之值將自 $-\frac{\pi}{2}$ 而至 $+\frac{\pi}{2}$ ，於是 (87a) 式可作

$$F = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{Q \cos \theta \sec^2 \theta}{\frac{r}{\cos^2 \theta}} d\theta \quad (91)$$

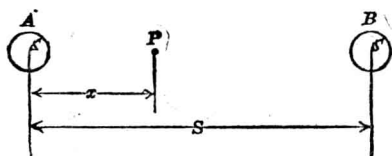
$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{Q \cos \theta}{r} d\theta \quad (92)$$

積分後得

$$F = \frac{Q}{r} \left[\sin \theta \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{2Q}{r} \quad (93)$$

注意 (93) 式中之靜電力 F ，如以每呎若干因計，乃與載電導體外之磁化力 $\frac{2I}{r}$ 以每呎若干吉計者相彷彿。

欲求空氣中一對並行長導體之電容，其法如下：在第 256 圖中設



〔第 256 圖。A, B 代表二並行長導體，載有正負不同之電荷。〕

A, B 爲此導體，其半徑爲 r 呎，距離爲 S 呎。又設每一導體，每呎長之電荷爲 Q 圓，二導體間之電位爲 E 因。A 上電荷假定爲正，B 上爲負。欲得後述之推求法準確，此二導體必相隔甚遠，庶電荷得平均分配於其上。換言之， S 較之 r 須極大。

設 P 點在聯 A, B 兩導體中心點之一直線上，與 A 之距離爲 x ，則在該點之電位梯度或靜電力 F 值，可以下法求之：

A 之電荷 Q 在 P 點所發生之靜電力 F_A ，可以下式表之

$$F_A = -\frac{2Q}{x}, \quad (94)$$

B 之電荷 $-Q$ 在 P 點所發生之靜電力 F_B ，其方向與 F_A 同，其值則爲

$$F_B = \frac{2Q}{S-x}, \quad (95)$$

故在 P 點之總靜電力 F 等於

$$F = F_A + F_B = 2Q \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{S-x} \right) \text{ 因/呎} \quad (96)$$

因二電線間之電位必等於二電線間電位梯度之積分，故

$$E = \int^{S-r} F dx \text{ 因} \quad (97)$$

或

$$E = 2Q \int_r^{S-r} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{S-x} \right) dx,$$

積分後得

$$E = 4Q \log_{\epsilon} \frac{S-r}{r} \quad \text{因} \quad (98)$$

但

$$C = \frac{Q}{E}, \quad (99)$$

於是將(98)式代入(99)式得

$$C = \frac{Q}{4Q \log_{\epsilon} \frac{S-r}{r}} = \frac{1}{4 \log_{\epsilon} \frac{S-r}{r}} \quad \text{因/歐} \quad (100)$$

但

$$1 \text{ 因} = \frac{1}{9 \times 10^5} \text{ 歐},$$

而

$$\log_{\epsilon} \frac{S-r}{r} = 2.3 \times \log \frac{S-r}{r},$$

故

$$\begin{aligned} C &= \frac{2.54 \times 12 \times 5280}{2.3 \times 4 \times 9 \times 10^5 \log \frac{S-r}{r}} \\ &= \frac{0.6194}{\log \frac{S-r}{r}} \quad \text{歐/哩。} \quad (101) \end{aligned}$$

此值乃爲略數，祇可應用於 S 極大於 r 時。因之用 $\frac{0.0194}{\log \frac{S}{r}}$ ，亦頗近似

準確。在應用此方程式時，地之影響不計在內；* 此種情形，惟電線離地頗高時可以適用。但沿電線如有樹木，則電線間之電容亦將受其影響。

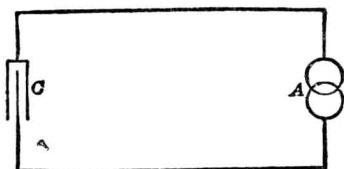
習題 13-38. 某一輸送線長 138 哩，係用美規 000 號銅線二根。相並而置，距離為 10 呎。求其電容。

習題 13-39. 某一單相輸送線長 25 哩，其電感共 80 赫，求其電容。

習題 13-40. 聯結 Conowingo 電廠與 Plymouth Meeting 分站之三相輸送線（長約 65 哩），乃為 795,000 圓吋之鋁鋼線，線與線相距 25.5 呎，同在一橫線上。（參看 Trans. A. I. E. E. Vol., 47, April, 1928, p. 375. 不計地面與地線，及其他輸線之影響，當相鄰二線作來回線時，試計算其電容。

習題 13-41. 第 13-40 題中所述三相輸送線，如以其外邊之兩線作來回之電路求其電容若干。

137. 容電器上加一正弦形電壓。 在第 257 圖中， A 為交流發電



〔第 257 圖。 A 為交流發電機。供給容電器 C 一可變電勢。〕

機，供給容電器 C 以交流電位。假定電路中電阻頗小而略去之。交流發電機所發電位之變化，依下方程式

$$e = E \sin \omega t \quad (102)$$

如第 258 圖所示者。當 e 變為零時之 t 值，圖中時間軸上均已註明。

* 如用幻影法 (method of images)，可將地之影響，計入於輸送線之電容。參看 Woodruff: "Electric Power Transmission and Distribution."

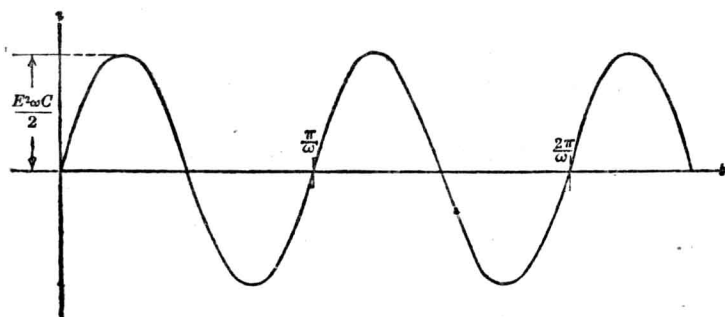
電路中既無電阻，則在穩定時，容電器上之反電勢必時時等於所加上之電位，即

$$E \sin \omega t = \frac{1}{C} \int i dt \quad (103)$$

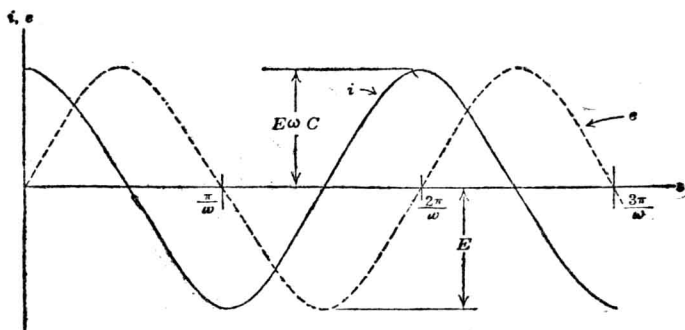
取微分得

$$i = E C \omega \cos \omega t \quad (104)$$

(104)式即表明容電器內電流通情形，其曲線見第 259 圖。



(第 258 圖。第 257 圖之發電機 A 之電位依正弦曲線而變化。)



(第 259 圖。第 257 圖電路內電流如餘弦波形。注意在電位 (虛線) 爲零時, 電流 (實線) 已達最大值。故電流之相角乃在電位之前。)

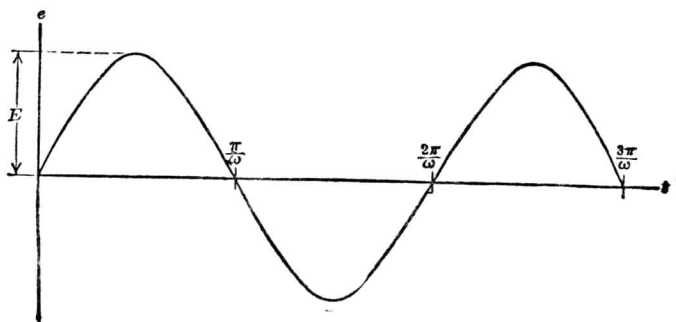
由曲線上可注意數點有趣之處。第一，電流亦隨電勢依諧波而變化，但其達到最大值時，較之電位之最大值時為早。實則，電流最大時，電位為零。此種情形吾人謂之容電器取前越電流 (leading current)。簡稱越流。再則電流之大小值與加上之電位及其周波率成正比，因 ω 等於 2π 乘交流發電機每秒週數或週波率。此電流更與電容之大小成正比例。

容電器內之功率為

$$p = ei = E^2 C \omega \sin \omega t \cos \omega t \quad (105)$$

$$= \frac{CE^2}{2} \omega \sin 2\omega t \quad (106)$$

依第(106)式畫出之曲線如第(260)圖所示。



[第 260 圖。第 257 圖電路內之功率曲線，亦為正弦波形，但其週波率為電位或電流之二倍。]

由上圖可知功率亦為時間之正弦函數，但其週波率適為所加電位者之二倍。

在任何時間內，容電器內之電能爲

$$W = \int p dt \quad (107)$$

在時間 $t = \frac{\pi}{2\omega}$ 時，電位爲

$$e = E \sin \omega \frac{\pi}{2\omega} = E, \quad (108)$$

此時容電器充電至最大電位，而容電器內之電能則爲

$$W = \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} p dt \quad (109)$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} \frac{CE^2}{2} \omega \sin 2\omega t dt$$

$$= \frac{E^2 C \omega}{4\omega} (-\cos 2\omega t) \Big|_0^{\frac{\pi}{2\omega}}$$

故得

$$W = \frac{CE^2}{2} \quad (110)$$

此式與從前用另一方法求得容電器內所貯之電能相同。

但吾人應注意

$$\int_a^{\frac{\pi}{\omega}} p dt = 0 \quad (111)$$

此點可於第 260 圖上看出，因正的一圓與負的一圓之面積恰相等。其意義即為週波之首先一半中，容電器內所貯之能，盡在後一半週波中給回於發電機。如此說法，當然假定電路中並無電阻，而容電器內並無耗失。在此種情形下，容電器內不致發熱，因無能耗之故。

習題 13-42. 一 $2 \mu\text{F}$ 容電器接於一交流發電機上，此機發出一正弦波形之電位，最大值為 161 伏，週波率為每秒 60 週。

- (a) 電位瞬值 60 伏時，電流瞬值為若干？
- (b) 在容電器上之電荷為 1.20×10^{-4} 庫時，電位之瞬值若干？
- (c) 畫曲線圖以表明容電器上之電位，流經之電流及其所得之電功率。各曲線可用同一時間軸。

習題 13-43. 一並行板容電器，以 600 張錫箔製成，每面之有效面積為 120 平方呎。中間介體為雲母，厚 0.01 呎。此容電器接於 60 週波之交流發電機上，其電位最大值为 311 伏。問電流之最大瞬值為若干？

習題 13-44. 第 13-43 題中之電路，假定電路閉時適在電位波形之零點，問 105 秒時電位，電流及電功率之瞬值各幾何？

138. 容電器耗失。前節所述乃指一完善容電器而言，即容電器並不漏電，其導入線亦無電阻，而在其介體中又無耗失。容電器如以玻璃或雲母與金屬板製成，能相近於此理想之情形。除週波率極高外，此種容電器之耗失實際上不易察覺。紙製容電器或電纜截面所組成之容電器較為不完善。其他許多容電器或發生容電器作用之處，亦有能耗甚大者。此問題頗關重要，蓋非但徒耗電能，且使該處發熱。發熱影響於絕緣物之性質頗鉅，蓋溫度增高，每減少其電阻而減低其飛閃點 (flash-over point)，於是在較低電勢或竟發生破裂現象。

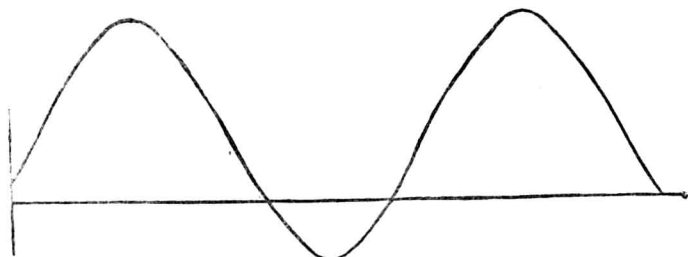
一電纜之作用猶如容電器。如海底電纜，其導電線猶容電器之一極。其絕緣物猶一介體，其外殼或水爲其二極。再電纜常用以輸送大量電能，電位達 133,000 伏或較低，城市中更多用之。此種電纜，係以油浸紙絕緣各導體，而外包以鉛殼，使濕氣不得浸入。或每一導體各成一電纜，有油浸紙絕緣及鉛殼。凡此種種裝法，於工作時均有容電器作用，設因耗失而內部發熱，頗多弊害，因易使電纜爲高電壓所破裂。

容電器內耗失有三：其一因導入線及板之電阻，其值每甚小。其二因漏電，在優良之絕緣體中其值亦小。其三爲介體中之耗失。此三者中，以最後所舉者爲最重要。

介體中之耗失，其構成之原因，至今尚未確切明瞭。爲試欲解釋各種介體耗失現象起見，各種理論甚多。據觀察所得，介體耗失之現像約如下述：如一容電器有某種介體，使之載電荷若干時間，然後將二板短接，使其放電。後又將短接移去，經時少許，則發現容電器上又有電荷，但較原電位爲低。如此短接可繼續數次。此現象稱爲“吸收”(absorption) 或“剩荷”(residual charge) 現象。剩荷現象乃與介體耗失有關。此外又知介體中之耗失乃與溫度，濕度，介體黏着性(viscosity)，電位，週波率及介體所含雜質等有關係。曾有許多試驗，欲將各種現象盡隸於一完善之介體理論中，但完全能適合者今尚未得。馬克司威之疊層介體理論，能解釋數種現象，但對於其他則不適用。近十年來之工作注意於介體內游子之行動及介體之極化(polarization)，任何介體皆有傳導，而傳導即表示游子之移動。此局部傳導，或能使介體結

構在化學上及物理上發現局部變化而增加介體之傳導及耗失，以致介體易於毀壞。

若以發生耗失之容電器，接於交流發電機上，而將其功率曲線畫出，將如第 261 圖所示者。在此正負二圓之面積不再相等。換言之，給



(第 261 圖。發生耗失之容電器之功率曲線 注意第 260 圖上圓與下圓不等。)

與容電器之能，並不在下半週完全給回於發電機。而有一部變為熱耗。此時下列積分

$$\int_0^{2\pi} p dt \quad (112)$$

不復為零，但為正負二圓面積差之二倍。此積分後之值，即為容電器每週之耗失，以焦耳數計之。

習題 13-45. 一融容電器接於 60 週波正弦波形電位之電源上。電位之最大值為 150 伏。電位與電流可以下式代表之

$$e = E_m \sin \omega t$$

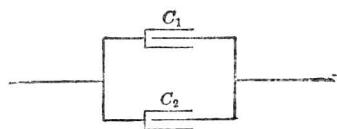
$$i = \omega C E_m \cos (\omega t - 2.5^\circ)$$

(a) 求容電器內之平均耗失。

(b) 畫出電流電位及功率等曲線，用同一坐標軸。

習題 13-46. 問第 13-45 題中之角度 2.5 度，有何意義？又在該題中容電器所能貯之最大電能若干？

139. 容電器之並聯與串聯。今有二容電器，其電容為 C_1 與 C_2 ，互相並聯，如第 262 圖，則工作時猶如一容電器，惟其電容較大，其值等於



〔第 262 圖。並聯之二容電器。〕



〔第 263 圖。串聯之二容電器。〕

$$C_p = C_1 + C_2 \quad (113)$$

上式可證明如下：如 e 為加於此一對容電器上之電位，則各器中電流為

$$C_1 \frac{de}{dt} \quad \text{與} \quad C_2 \frac{de}{dt}$$

總電流則為

$$(C_1 + C_2) \frac{de}{dt}$$

今取另一容電器，其電容為

$$C_p = C_1 + C_2$$

則所得之電流仍與前無異，故此兩種情形相等。

當數容電器串聯時，如第 263 圖，則情形又異。

如電荷 Q 經過導入線而至此二容電器，則二容電器上，勢必同受此電荷 Q ，而各容電器上之電位將為

$$\frac{Q}{C_1} \text{ 與 } \frac{Q}{C_2}$$

於是跨於二容電器串聯後兩端之電位將為

$$Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

此電位亦將發生於有電容 C_s 之一容電器，設 C_s 值與 C_1 及 C_2 ，有下列之關係

$$\frac{Q}{C_s} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \quad (114)$$

故

$$C_s = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \quad (115)$$

第 (115) 式表明二容電器串聯後之等值電容。

由上可知，合併容電器之法，猶如合併電導。數容電器並聯，欲得其電容，則將各電容相加即得。數容電器串聯，欲得其電容，可取各電容倒數和之倒數，如第 (115) 式所示。

故容電器串聯時，電容較小之容電器受較高之應力 (stress)。如一電位 E 加於第 263 圖之二容電器上，則每器上各有電荷 Q ，其值為

$$Q = C_s E = \frac{C_1 C_2 E}{C_1 + C_2} \text{ 庫} \quad (116)$$

跨於 C_1 之電位將爲

$$E_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{C_2 E}{C_1 + C_2} \quad (117)$$

而跨於 C_2 者則爲

$$E_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{C_1 E}{C_1 + C_2} \quad (118)$$

將 (117) (118) 二式相除，得

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{C_2}{C_1} \quad (119)$$

故知總電位之分配，乃依電容之反比。

習題 13-47. —2 瓩，—4 瓩，—5 瓩之三容電器，能串聯能並聯，如任意聯接，能得若何之可能電容？

習題 13-48. —3 瓩容電器與並聯之 2 瓩及 5 瓩容電器串聯。今以 100 伏電位加於此串聯並聯之合組容電器上。

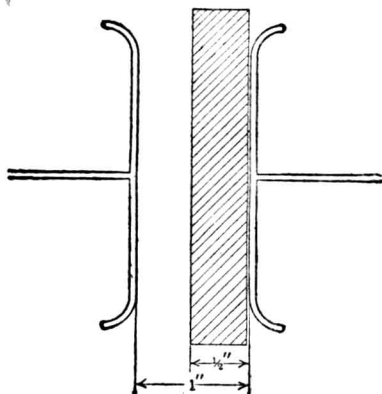
- (a) 問每一容電器上之電位幾何？
- (b) 問在 2 瓩容電器上之電荷若干？

習題 13-49. 今有容電器三，電容爲 1, 2, 4 瓩。將之合成一容電器，其電容須相近於 1.7 瓩。

- (a) 畫一圖表明其最適當之接法。
- (b) 依所畫圖之接法，計算其實在電容。

140. 絕緣體內應力之分配。 前節所述，對於絕緣體之設計，大有關係。

今舉例如下：二板相隔一吋，所受電位爲 60,000 伏。見第 264 圖。如二板隔以空氣，使四角皆具圓形，以免局部之高電位梯度，則所加 60,000 伏之電位，此空隙可以承受之。今如插一玻璃板於其中（見圖），以減少破裂之危險。試研究其新情形。玻璃板厚半吋，介質常數爲 5。



〔第 264 圖。二板之中，隔以空氣與玻璃。〕

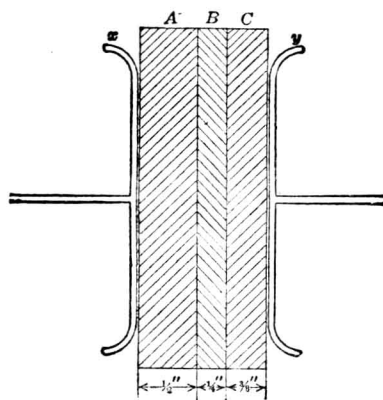
現在實際上吾人得有二容電器串聯。其一由玻璃組成，餘由半吋空氣組成，前者電容較後者大 5 倍，因玻璃之介質常數爲 5。設 E_g , E_a 爲跨於玻璃與空氣部之電位，則

$$\frac{E_g}{E_a} = \frac{1}{5}$$

又 $E_g + E_a = 60,000$

於是得 $E_g = 10,000$

$$E_a = 50,000$$



〔第 265 圖。x 及 y 二板中，間以 A, B 及 C 三種介體。〕

由此可知，加入一片絕緣物質而有高介質常數者，即使大半高應力移置於其餘絕緣體之有較低之介質常數者之上。

以上討論皆假定無漏電。但以 50,000 伏電位加於半吋氣隙，空氣必將破裂。火花雖因玻璃而不能經過，但空氣將游離而成電暈。當空氣能傳導後，幾將 60,000 伏電位全加於玻璃之上。如玻璃厚半吋，亦能安然受之。但遇所加之電位為一交流，則空氣繼續破裂，繼續發生電暈，且因此而生熱。玻璃是否能受此熱而安然無恙，則為一疑問。故在上種裝置中，如所加之電位為穩定者，則頗安穩，但如以最高值相同之交流電位加之，則易生困難。

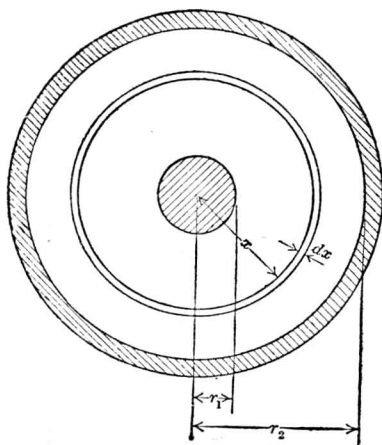
習題 13-50. 二並面板用作電極，見第 264 圖，有適當裝置使無邊緣影響。二板相距 3 吋，其電位為 50,000 伏。今有 0.75 吋厚玻璃板插入其中，而與原有一板緊觸，問二板間電位之新分配如何？

習題 13-51. 今又有一琥珀板，厚 1.5 吋，插入於第 13-50 題中容電器內，其一面與

玻璃板之一面相觸。此容電器乃完全浸於甘油中。問加於三種介體上之電位各若干？

習題 13-52. 如第 13-51 題中之容電器不浸於甘油中，則將破裂否？問此時空氣層所受之應力又為若干？

141. 圓柱體容電器。 一導體圍以絕緣體，其外更包以金屬一層，作為外殼，見第 266 圖，則成一圓柱體容電器。單線電纜用於電力輸送或海底電報線者，均如此裝置。其電容可以下法求之。



〔第 266 圖。一導體外圍以絕緣體及一外殼而組成一容電器。〕

$$C_{dx} = a \frac{KA}{dx} \quad \text{迭} \quad (120)$$

式中 K = 物質之介質常數，

$$a = \text{常數} = \frac{1}{36\pi 10^{20}}$$

長度單位為呎， A 為介體之截面積。今所討論者既為一單位長之電纜，故

$$A = 2\pi x$$

全圓柱體之電容，可認為由此種微分圓柱體之容電串聯而成。容電器串聯時欲得其總電容之倒數，必求各電容倒數之和。將 A 值代入，得

$$\frac{1}{C_{dx}} = \frac{dx}{2\pi x a K}$$

欲得總電容，將各微分圓柱體之電容之倒數相加，亦即將上式積分。故得

$$\frac{1}{C} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{2\pi a K x} dx \quad (121)$$

即

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2\pi a K} \log_{\epsilon} \frac{r_2}{r_1} \quad (122)$$

或

$$C = \frac{2\pi a K}{\log_{\epsilon} \frac{r_2}{r_1}} \quad (123)$$

將 a 值代入，得電纜每呎長之電容為

$$C = \frac{1}{18 \times 10^{20}} \frac{K}{\log_{\epsilon} \frac{r_2}{r_1}} \text{ 迭/呎} \quad (124)$$

再

$$1 \text{ 迭} = 10^9 \text{ 法}$$

$$= 10^{15} \text{ 瓩}$$

故

$$C = \frac{1}{18 \times 10^6} \frac{K}{\log_{\epsilon} \frac{r_2}{r_1}} \text{ 瓩/呎} \quad (125)$$

如改作普通對數，又改長度以哩計，則得

$$C = 0.0388 \frac{K}{\log_{10} \frac{r_2}{r_1}} \quad \text{瓩/哩} \quad (126)$$

電纜中應力之分配，可求之如下：加於每一微分圓柱體容電器上之電位與其面積成反比，因每器均受同樣電荷，故

$$\frac{de}{dx} = \frac{b}{x} \quad (127)$$

其中 b 為欲求之常數。積分之得

$$E = \int_{r_1}^{r_2} b \frac{dx}{x} = b \log_{\epsilon} \frac{r_2}{r_1} \quad (128)$$

或

$$b = \frac{E}{\log_{\epsilon} \frac{r_2}{r_1}} \quad (129)$$

式中 E 為加於電纜之電位。

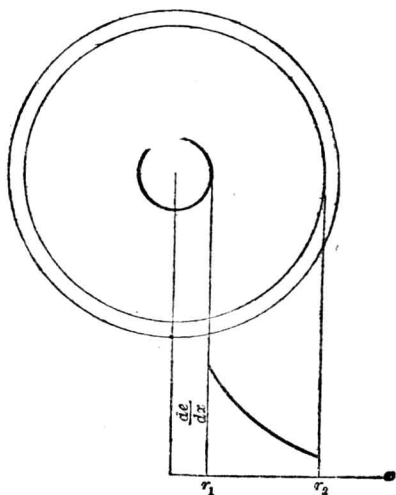
故在任何點之電位梯度皆為

$$\frac{de}{dx} = \frac{E}{x \log_{\epsilon} \frac{r_2}{r_1}} \quad \text{伏/呎} \quad (130)$$

如此應力分配圖見第 267 圖。其中受最大應力之處，乃在 $x=r_1$ 處。

$$\left(\frac{de}{dx} \right)_{\text{最大值}} = \frac{E}{r_1 \log_{\epsilon} \frac{r_2}{r_1}} \quad \text{伏/呎} \quad (131)$$

此最大應力，在設計電纜時當特別注意。其究竟影響於電纜設計之程度，則尚在電纜工程師討論中。



〔第 267 圖。金屬外殼電纜之絕緣體中之應力分配。〕

習題 13-53. 一單導體之電報電纜絕緣體為馬來膠 (gutta-percha)，其中之電線為美規 6 號，絕緣體厚 0.5 吋。問每哩與其外殼間之電容若干？

習題 13-54. 如第 13-53 題中電纜之絕緣體換為蠟紙以供陸上之用，電線大小及絕緣體厚度均同，問每哩與其外殼間之電容若干？介質常數假定與蠟同。

習題 13-55. 某種油之介質常數約為 2.50。今有一單導體油浸電纜，電線為美規 0000 號，絕緣體厚 0.65 吋，問每哩與其外殼間之電容若干？

習題 13-56. 如以電壓 55,000 伏，加於第 13-55 題中電纜之導體與外殼間，試畫一圖以表明絕緣體內之電位梯度。

習題 13-57. 在第 13-56 題中，設以導體至外殼距離一半之處為 P 點，問導體與 P 點間之電位若干？

142. 靜克秒制靜電單位 (the C. G. S. electrostatic system of units)。電荷靜止時之基本定律即為庫倫之反平方定律

$$f = \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{達因}$$

如 $q_1 q_2$ 相等，而 r 為一靜，則電量一團之單位，可照下法定之。即凡一靜止之電量，在空氣中距同量靜止之電量一靜時，發生互相之拒力一達因時，此電量即為單位電量，亦即靜克秒制靜電單位所根據者。按在靜克秒制電磁單位中，空氣之磁導係數擇定為一，今在靜克秒制靜電單位中，假定空氣之介質常數 (K) 亦為一。結果可將光速 3×10^{10} 靜/秒之數值，或其冪數，或其乘數，用之以改變靜克秒制靜電單位至靜克秒制電磁單位或實用單位。下表指示此種單位彼此之關係。

實用單位		靜克秒制電磁單位		靜克秒制靜電單位
1 伏	=	10^8 迭	=	$\frac{1}{300}$ 因
1 庫	=	0.1 連	=	3×10^9 團
1 法	=	10^{-9} 迭	=	9×10^{11} 齒
1 安	=	0.1 茲	=	3×10^9 齒
1 歐	=	10^6 邁	=	$\frac{1}{9 \times 10^{11}}$ 齒

第十三章 摘要

一絕緣物質乃爲一種物質，當通常電位加上後，僅傳導極小之電流。在普通情形下，玻璃、橡皮、油等均爲絕緣體。

絕緣體之介質強度，即使其破裂而容許電流通過之電位梯度。溫度，濕度及加上電位之時間乃影響介質強度之數種因數。

容電器作用乃指下述之現象而言，即當二導體隔以介體，而其所受之電位升高或降低時，二導體間有電流通過。欲解釋此種現象，可假定電子雖不能離開二板，但能少少移動其位置。所流之電流與電位變換率之比，即爲容電器之電容。

一微電容之容電器，在電位變換率爲每秒一伏時，發生一微電流。換言之，電位改變一伏，可使容電器上電荷改變一微。

一種物質之介質常數，即以該種物質作介體之容電器之電容，與同一容電器以空氣爲介體之電容之比。

並行板容電器之電容，可以下式求之

$$C = 0.08842 \times 10^{-6} \frac{KA}{t} \text{ 微}$$

容電器上之電荷則以下式求之

$$Q = CE$$

電容之測量可用電橋法 (bridge method)，或用已校準之衝擊測電計。

當容電器上之電位驟然加上或移去時，經過電阻而流入或流出於容電器之電流，可以下式表之，

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

電路中含有電容與電阻，其時間常數乃等於 RC ，即為電流依初始之降減率而降至零時所需之時間。

充電後之容電器，其任何時間之電荷為

$$q = EC(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

放電時則為

$$q = ECe^{-\frac{t}{RC}}$$

容電器內所貯之能可以下式表之

$$W_c = \frac{CE^2}{2}$$

在恆等電位下充電時，其耗費於串聯電阻中之能，不論電阻之大小，必等於

$$W_R = \frac{CE^2}{2}$$

在並行板容電器中，二板間之機械力可以下式表之

$$f = \frac{CE^2}{2S} \times 10^7 \text{ 達因}$$

或

$$f = \frac{1}{9 \times 10^{20}} \cdot \frac{D^2 A}{8\pi K}$$

式中 D 為靜電通量密度， K 為介質常數。

靜電力 F 可以每歐之伏數量其大小，與磁化力 H 以每歐之吉數者相似。靜電力又稱電位梯度。容電器二導體間之電位，等於導體間電位梯度之線積分。

空中二長電線之電容可以下式表之

$$C = \frac{0.0194}{\log_{10} \frac{S}{r}} \text{ 歐/哩 (線路長)}$$

一正弦波形電位加於一完善容電器上，則有一正弦波形之電流流過，在電位最大值前四分之一週波時，電流即已到最大值。如

$$e = E_m \sin \omega T$$

則

$$i = \omega C E_m \cos \omega t$$

完善容電器不吸收功率，但遇漏電或有介體耗失時，則有功率耗失而溫度升高。

數容電器並聯後，其電容等於

$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

數容電器串聯後，其電容等於

$$C_s = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

絕緣體內之應力分配與介質常數成反比，與串聯各層物質之厚度成正比。

絕緣電纜之電容為

$$C = 0.0388 \frac{K}{\log_{10} \frac{r_2}{r_1}} \text{ 呎/哩}$$

電纜上最大應力在導體與絕緣體接觸處，其值為

$$\left(\frac{de}{dx} \right)_{\text{最高值}} = \frac{E}{r_1 \log_{\epsilon} \frac{r_2}{r_1}} \text{ 伏/呎}$$

本章各節所用單位，其關係如下：

$$1 \text{ 呎} = 300 \text{ 伏}$$

$$1 \text{ 伏} = 10^8 \text{ 迭}$$

$$1 \text{ 連} = 10 \text{ 庫}$$

$$1 \text{ 庫} = 3 \times 10^9 \text{ 圈}$$

$$1 \text{ 圈} = 2.1 \times 10^9 \text{ 電子}$$

$$1 \text{ 迭} = 10^9 \text{ 法}$$

$$1 \text{ 法} = 10^6 \text{ 呎}$$

$$1 \text{ 呎} = 9 \times 10^5 \text{ 法}$$

第十三章 習題

習題 13-59. 一正弦波形之交流電位，週波率為每秒 25 週，電位最大值为 311 伏，加於 50 微容電器上。求電流之最大值。

習題 13-59. 問第 13-58 題中容電器最大貯能為若干呎-磅？

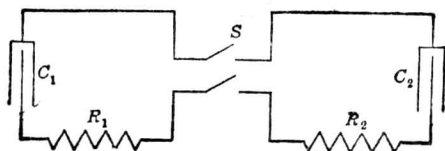
習題 13-60. 一可變容電器以空氣作介體，有最大電容 500 微-法 (500×10^{-12} 法)。如將之浸入甘油中，問電容增加若干？

習題 13-61. 錫箔一張，大小為 2×24 吋，厚 0.001 吋，置於一紙上。此紙大小為 3×36 吋，厚 0.0015 吋，介質常數為 4。此錫箔又以同樣之紙置於其上，而此紙上又置一張錫箔。然後繞於一圓棍上成一圓柱形之容電器，長 3 吋，直徑約 $\frac{3}{4}$ 吋。今在二錫箔上接出接頭，問此容電器之電容為幾何？

習題 13-62. 在未繞成圓柱前，問上題中容電器之電容幾何？

習題 13-63. 容電器四，各有電容 1 微，彼此串聯，而後又串聯以 1 兆歐之電阻器。今以 1000 伏電位加於如此之電路上。試畫曲線，表明每一容電器上之電位與時間之關係。

習題 13-64. 在第 268 圖中， C_1 有電容 6.0 微，原先充電至電位 100 伏。 $R_1 = 5$ 歐， $R_2 = 40$ 歐。 C_2 有電容 2.0 微，原先充電至電位 80 伏。當電鍵閉時，二容電器之正板相接，問電鍵閉後 0.0001 秒有若干電流通過？

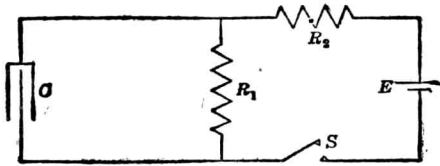


〔第 268 圖。電鍵 S 連接容電器之兩端，端部之電荷相同。〕

習題 13-65. 如第 13-64 題中之一容電器之原來極性 (polarity) 適相反，問在電鍵

閉後 0.0001 秒時有若干電流通過？

習題 13-66. 一 2 微法電容器接一 100 歐電阻而又接於 110 伏之電源上。在電容器完全充電後，電位突然增至 220 伏。電路上之電阻仍不變。(a) 試寫一方程式表明在電位加上後任何時間之電流。(b) 計算電流減至原值一半時所需之時間。



〔第 269 圖。包含電阻與電容之電路。〕

習題 13-67. 第 269 圖中有以下各常數：

$$C = 4 \text{ 微法,}$$

$$E = 25 \text{ 伏,}$$

$$R_1 = 10 \text{ 歐,}$$

$$R_2 = 45 \text{ 歐.}$$

問電鍵閉後，電池阻所供給之電流之方程式如何？

習題 13-68. 在第 13-67 題中電鍵閉後 50 微時，求 (a) 電容器中之電流，(b) R_2 中之電流，(c) R_1 中之電流。

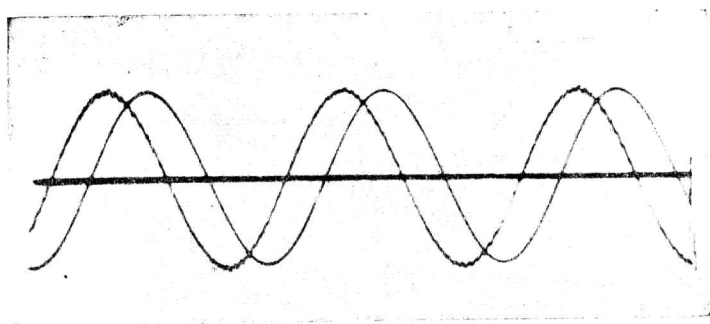
習題 13-69. 在第 13-67 題中電鍵閉後 50 微時，問 (a) C 上電荷若干？(b) 跨於 R_2 之電位若干？

習題 13-70. 今有美規 00 號實心線距地 15 呎而懸於空中，試計算其每哩與地面之電容。計算此電容時，地面之影響，可假定與同樣之電線，位於原電線下之地中，而距地面亦為 15 呎者所發生之影響相同。

習題 13-71. 140 哩二線輸送線之總電感為 0.3 亨，問其電容幾何？

習題 13-72. 一電容器含有 500 張雲母片，每張 0.02 吋厚，及 499 張鉛片，每片有面

積 150 平方蘇。此容電器接一交流電位，為正弦波形，25 週波，最大値為 160 伏。問最大電流若干？



(第 270 圖。漏電容電器之電流與電勢曲線。曲線之有小波形者為電流曲線。)

習題 13-73. 某一輸送電纜乃單導體者，其圓截面為 150,000 圓呎。外面鉛殼直徑為 1.0 吋。導體與外殼間以三種物質絕緣之。各物質之介質常數為 5, 3.5 與 2。其介質強度則均為 100 呎/蘇。如靠近導體之絕緣體 $K=5$ ，中層 $K=3.5$ ，末層與外殼相觸者 $K=2$ ，三種絕緣體之厚度均等，問此電纜之破裂電勢為若干？

習題 13-74. 如第 13-73 題中 $K=2$ 與 $K=3.5$ 之兩種介體之地位，彼此對調，求其破裂電勢。

習題 13-75. 第 13-67 題中之容電器充滿電後，電鍵 S 開啓。問開啓後 200 影時 R_1 內之電流若干？

習題 13-76. 由第 270 圖所示之電流與電位曲線，試構成一功率曲線。電源之週波率為每秒 60 週波。電位標度比例尺以每吋 200 伏計之。電流標度以每吋 2.0 安計之。在此種情形下，問容電器內之平均功率耗失為何？

附 錄

第一表 電阻係數與溫度係數

物 質	電阻係數以 歐-歐計(20°C)	每攝氏一度每歐之 溫度係數(20°C)
鉛.....	2.828	0.0039
錫.....	41.7	0.0036
鎳.....	119	0.004
黃銅.....	7	0.002
康銅 (Constantan).....	49	0.000008
銅.....		
國際標準煉銅.....	1.724	0.00393
硬抽銅.....	1.77	0.00382
純煉銅.....	1.692	0.0041
白銅.....	33	0.0004
金.....	2.44	0.0034
鐵(商業用).....	11至13.5	0.0055
硬鑄鐵.....	98	
鉛.....	22	0.0039
錳銅 (Manganin).....	42至74	0.00003
蒙銅 (Monel Metal).....	42	0.0020
銻.....	96	0.00089
鎳.....	7.8	0.006
鉑.....	10	0.003
鉑-銻.....	24.6	0.0012
銀.....	1.64至1.85	0.0038
硬鋼.....	47.2	0.0016
軟鋼.....	17.4	0.0042
鐵道鋼.....	13.8至21.6	
鉻.....	15.5	0.0031
錫.....	10.4至12.5	0.0042
鎢.....	5.51	0.0051
銜.....	6.04至6.56	0.0040
高等合金 (Advance Metal).....	48.8	0.00013
埃埃 (Ia Ia).....	49.0	0.00005
優等合金 (Superior).....	86.4	0.00081
鎳鉻合金 (Nichrome).....	99.6	0.00044
鎳鉻合金, 其二 (Nichrome II).....	10.5	0.00016
卡羅立脫 (Calorite).....	119.5

第二表 國際標準煉銅之電阻

美國線規 (B. & S.)

美規線 號數	直徑 (吋) d	面積 (圓吋) d^2	每1000呎 之歐數 (在20°C時)	每1000呎 之磅數	美規線 號數	直徑 (吋) d	面積 (圓吋) d^2	每1000呎 之歐數 (在20°C時)	每1000呎 之磅數
0000	460.00	211,600	0.04901	640.5	21	28.462	810.10	12.80	2.452
000	409.64	167,810	0.06180	508.0	22	25.347	642.40	16.14	1.945
00	364.80	133,080	0.07793	402.8	23	22.571	509.45	20.36	1.542
0	324.86	105,580	0.09827	319.5	24	20.100	404.01	25.67	1.233
					25	17.900	320.40	32.37	0.9639
1	289.30	83,694	0.1239	253.3	26	15.940	254.10	40.81	0.7693
2	257.63	66,373	0.1563	200.9	27	14.195	201.50	51.47	0.6100
3	229.42	52,634	0.1970	159.3	28	12.641	159.79	64.90	0.4837
4	204.31	41,742	0.2485	126.4	29	11.257	126.72	81.83	0.3836
5	181.94	33,102	0.3133	100.2	30	10.025	100.50	103.2	0.3042
6	162.02	26,250	0.3951	79.46	31	8.928	79.70	130.1	0.2413
7	144.28	20,816	0.4982	63.02	32	7.950	63.21	164.1	0.1913
8	129.49	16,509	0.6282	49.98	33	7.080	50.13	206.9	0.1517
9	114.43	13,094	0.7921	39.63	34	6.305	39.75	260.9	0.1203
10	101.89	10,381	0.9989	31.43	35	5.615	31.52	329.0	0.0954
11	90.742	8,234.0	1.260	24.93	36	5.000	25.00	414.8	0.0757
12	80.808	6,529.9	1.588	19.77	37	4.453	19.82	523.1	0.0600
13	71.961	5,178.4	2.003	15.68	38	3.965	15.77	659.6	0.0476
14	64.084	4,106.8	2.525	12.43	39	3.531	12.42	831.8	0.0377
15	57.068	3,256.7	3.184	9.868	40	3.145	9.89	1049	0.0299
16	50.820	2,582.9	4.016	7.818					
17	45.257	2,048.2	5.064	6.200					
18	49.303	1,624.3	6.385	4.917					
19	35.890	1,288.1	8.051	3.899					
20	31.901	1,021.5	10.15	3.082					

第 三 表

電線之可能載電量 (National Electrical Code, 1928)

以下表中所列者為 98% 導電係數之銅線，在屋內放置電線時，必須依此規定。絕緣鋁線之安全載電量為同類絕緣銅線之 84%。

美規線規 (號數)	實心電線 直徑 (吋)	面 積 (圓 吋)	橡皮絕緣 (安)	漆布絕緣 (安)	其他絕緣體 (安)
18	40.3	1624	3		5
16	50.8	2583	6		10
14	64.1	4107	15	18	20
12	80.8	6530	20	25	25
10	101.9	10380	25	30	30
8	128.5	16510	35	40	50
6	162.0	26250	50	60	70
5	181.9	33100	55	65	80
4	204.3	41740	70	85	90
3	229.4	52630	80	95	100
2	257.6	66370	90	110	125
1	289.3	83690	100	120	150
0	325	105500	125	150	200
00	364.8	133100	150	180	225
000	409.6	167800	175	210	275
		200000	200	240	300
0000	460	211600	225	270	325
		250000	250	300	350
		300000	275	330	400
		350000	300	360	450
		400000	325	390	500
		500000	400	480	600
		600000	450	540	680
		700000	500	600	760
		800000	550	660	840
		900000	600	720	920
		1000000	650	780	1000
		1100000	620	830	1080
		1200000	730	880	1150
		1300000	770	920	1220
		1400000	810	970	1290
		1500000	850	1020	1360
		1600000	890	1070	1430
		1700000	930	1120	1490
		1800000	970	1160	1550
		1900000	1010	1210	1610
		2000000	1050	1260	1670

第 四 表

各元素之原子量及其普通原子價*

元 素	原 子 量	普通原子價
鋁 (Aluminum)	27.0	3
銻 (Antimony)	120.2	3或5
鉍 (Bismuth)	208.0, 209	3或5
溴 (Bromine)	79.92	1
鎘 (Cadmium)	112.4	2
鈣 (Calcium)	40.07	2
碳 (Carbon).....	12	2或4
氯 (Chlorine).....	35.46	1
鉻 (Chromium)	52	2, 3或6
鈷 (Cobalt)	58.97	2或3
銅 (Copper).....	63.57	1或2
金 (Gold).....	197.2	1或3
氫 (Hydrogen)	1.008	1
碘 (Iodine)	126.92	1
銱 (Iridium).....	193.1	4
鐵 (Iron)	55.84	2或3
鉛 (Lead).....	207.2	2或4
鋰 (Lithium)	6.94	1
鎂 (Magnesium)	24.32	2
錳 (Manganese)	54.93	2, 3或7
銻 (Mercury)	200.6	1或2
鎳 (Nickel)	58.68	2或3
氮 (Nitrogen)	14.01	3或5
氧 (Oxygen).....	16.00	2
磷 (Phosphorus)	31.04	3或5
鉑 (Platinum).....	195.2	2或4
鉀 (Potassium)	39.10	1
鐳 (Radium)	226.0	2
矽 (Silicon)	28.1	4
銀 (Silver)	107.88	1
鈉 (Sodium).....	23.00	1
硫 (Sulphur)	32.06	2, 4或6
鉭 (Tantalum)	181.5	5
錫 (Tin).....	118.7	2或4
鎢 (Tungsten).....	184.0	6
鋅 (Zinc)	65.37	2

* 採自 Smithsonian Physical Tables.

第五表 各物質之比熱

物 質	比 熱 (以每克若干卡路里計)	物 質	比 熱 (以每克若干卡路里計)
鉛.....	0.2089	硫.....	0.137
銻.....	0.0489	錫.....	0.0551
鉍.....	0.0301	鎊.....	0.0336
溴.....	0.107	銻.....	0.0931
鎊.....	0.055	玻璃.....	
鈣.....	0.170	冕牌(Crown)...	0.161
鈷.....	0.103	火石.....	0.117
銅.....	0.0917	冰.....	0.463
金.....	0.0316	橡皮.....	0.481
鐵.....		雲母.....	0.206
鑄鐵.....	0.119	石蠟.....	0.694
熟鐵.....	0.115	瓷.....	0.26
鉛.....	0.0299	黃銅.....	0.088
錳.....	0.107	白銅.....	0.095
銻.....	0.0335	酒精.....	
鎳.....	0.109	乙醇.....	0.648
鉑.....	0.0319	甲醇.....	0.601
銀.....	0.0559	煤油.....	0.511

第六表 介質常數(平均值)

物 質	介 質 常 數	物 質	介 質 常 數
膠木 (Ebonite)	2.7	丙酮(Acetone).....	26.6
玻璃.....		酒精(0°C).....	17.4
火石.....	9.9	戊醇(amyI).....	28.4
硬冕牌.....	7.0	乙醇(Ethyl).....	35
鉛.....	6.6	甲醇(Methyl).....	22
馬來膠(Gutta perena).....	4.1	氨(液體).....	2.3
雲母.....	5.8	苯(Benzene).....	56.2
石蠟.....	2.1	甘油.....	2.1
燻膠(Shellac).....	3.1	煤油.....	81
空氣.....	1	純水.....	

其他數值可參看 Smithsonian 之物理表 或 國際評論表 (International Critical

Tables)。