數學精詳卷五

虞山屈曾發省園氏輯

少廣章第四

此章如田截縱之多盖廣之少故曰少廣以面積之多寡求邊線之長短則曰開平方而分田截積之法本此矣以體積之多寡求面形之大小則曰開立方而米求倉窖之法本此矣其束法求邊周堆垜求廣縱算法相同故悉隸焉皆如方田章還原之意

平方說

平方者等邊四直角之面積也以形而言則為兩矩所合以積而言則為自乘之數因其有廣無厚故曰平方因其縱橫相等故曰正方蓋方積面也而其邊則線也有線求面則相乘而得積有面求線則開方而得邊開之之法畧與歸除同但歸除有法有實而開方則有實無法故古人立為商除廉隅之制以相求其法先從一角而剖其羃以自一至九自乘之數為方根與

所有之積相審量其足減者而定之是爲初商初商減盡無餘則方邊止一位若有餘實即初商方積外別成一磬折形其附初商之兩旁者謂之廉兩廉之角所合一小方謂之隅廉有二故倍初商爲兩廉之共長是爲廉法視餘積足廉法幾倍即定次商隅即次商之自乘故次商爲隅法合廉隅而以次商乘之則得兩廉一隅之共積所謂初商方積外別成一磬折形者是也故次商爲初商所得方邊之零如次商數與初商餘積相減尙有不盡之實則又成一磬折形而仍爲兩廉一隅但較前廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照初商之例逐層遞析之實盡而止實不盡者必非自乘之正數遞析之至於纖塵終有奇零若餘實不足廉隅法之數者則方邊爲空位此開方之定法也面形不一而容積皆以方積爲準故平方爲算諸面之本諸面必通之方積而後可施其法也

平方認商訣

一百一十定無疑 謂如積一百步可定方邊十步

一千三十有零餘 謂如積一千步可定方邊三十步有零

九千九百不離十 謂如積九千九百步可定方邊九十步有零

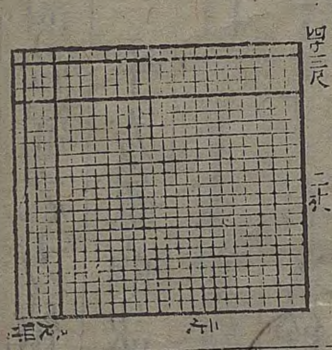
一萬方爲一百推 謂如積一萬步可定方邊一百步此言定初商之訣

初商爲方倍作廉　次商名隅併廉除　餘數三商隅亦倍

只依此法取空虛 解見前說

設如正方面積五丈四十七尺五十六寸問每邊幾何答曰二丈三尺四寸　法置積中間爲實自末位起算每方積二位定方邊一位故隔一位作記於六寸上定寸位七尺上定尺位五丈上定丈位其五丈爲初商積其二丈自乘之數相準

即定初商爲二丈，列於實左，亦列二丈於實右爲方法，左右相呼除，二二除實四丈，餘實一丈，即一百尺，連次位積共一百四十七尺，爲次商廉隅之共積，乃以右邊初商之二丈作二十尺，倍之得四十尺，爲廉法，以除一百四十七尺，足三尺，次商即定三尺，列於左二丈之次，亦列三尺於右倍作四十尺之次，爲隅法，次第與左次商三尺呼除，三四除實一百二十尺，三三除實九尺，餘一十八尺，即一千八百寸，連末位積共一千八百五十六寸，爲三商廉隅之共積，乃以右邊初商次商之二丈三尺倍作四百六十寸，又爲廉法，以除一千八百五十六寸，足四寸，三商即定四寸，列於左二丈三尺之次，亦列四寸於右倍作四百六十寸之次，又爲隅法，次第與左三商四寸呼除，四四除實一千六百寸，四六除實二百四十寸，四四除實一十六寸，恰盡，左位所商二丈三尺四寸，即正方每邊數也，如圖初商二丈，二二除實



四丈，是大方積，次商三尺，倍法四十尺，三四除實一百二十尺，是兩廉積，三三除實九尺，是隅積，三商四寸，倍法四百六十寸，四四除實一千六百，四六除實二百四十，是兩小廉積，四四除實一十六寸，是小隅積。

設如正方面積四十五萬九千六百八十四尺，開方問每邊幾何。答曰六百七十八尺。此題六位皆以尺命，似與前分丈尺寸者不同，然其每取方積二位，末位即命爲單位，並算仍與丈尺寸同也。法置積於中爲實，每方積二位定方邊一位，於四尺上定單位，六百上定十位，五萬上定百位，其四十五萬尺爲初商積，以初商本位計之，則五萬尺爲初商積之單位，而四十五萬尺爲四十五，與六自乘之數相準，即定初商爲六，列於左，亦列六於右爲方法，左右相呼除，六六除實三十六萬，餘實九萬，連次位積共九萬九千六百尺，爲次商廉隅之共積，以次商本位計之。

則六百尺為次商積之單位而九萬九千六百尺為九百九十六右邊初商之六即為六十倍之得一百二十為廉法以除九百九十六足七倍次商即定七列於左六百之次亦列七於右倍作一百二十之次為隅法次第與左次商七呼除一七除實七萬二七除實一萬四千七七除實四千九百餘實一萬○七百尺連末位積共一萬○七百八十四尺為三商廉隅之共積以三商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以右邊初商次商之六百七十倍之得一千三百四十又為廉法以除一萬○七百八十四尺足八倍三商即定八尺列於左六百七十之次亦列八尺於右倍作一千三百四十之次又為隅法次第與左三商八尺呼除一八除實八千三八除實二千四百四八除實三百二十八八除實六十四尺恰盡左位所商六百七十八尺即正方每邊數也

設如正方面積五百八十五萬六千四百尺開方問每邊幾何

答曰二千四百二十尺 法置積於中為實應於四百尺之下二位定單位四百尺上定十位五萬上定百位五百上定千位其五百萬尺為初商積以初商本位計之則五百萬尺為初商積之單位與二自乘之數相準即定初商為二列於左亦列二於右為方法左右相呼除二二除實四百萬尺餘實一百萬尺連次位積共一百八十五萬尺為次商廉隅之共積以次商本位計之則五萬尺為次商積之單位而一百八十五萬尺為一百八十五右邊初商之二即為二十倍之得四十為廉法以除一百八十五足四倍次商即定四列於左二十之次亦列四於右倍作四十之次為隅法次第與左次商四呼除四四除實一百六十萬尺四四除實一十六萬尺餘實九萬尺連末位積共九萬六千四百尺為三商廉隅之共積以三商本位計之則四百為三商積之單位而九萬六千四百尺為九百六十四右邊初次商

之二四即為二百四十倍之得四百八十又為廉法以除九百六十四足二倍三
商即定二列於左二千四百之次亦列二於右倍作四百八十之次又
為隅法次第與左三商二呼除二四除實八萬二八除實一萬六千
二二除實四百尺恰盡左位所商二千四百二十尺即正方每邊數也
此法方積之末虛二空位故所得方邊之末亦虛一單位凡
設數未至單位者皆倣此例推之

設如正方面積六千四百一十七萬二千〇四十九尺開方問
每邊幾何答曰八千〇〇七尺
法置積於中為實九尺上
定尺位空百上定十位一萬上定百位四百上定千位其六千
四百萬尺為初商積以初商本位計之則四百萬尺為初商積之單位
而六千四百萬尺為六十四與八自乘之數相合即定初商為八列於
左亦列八於右為方法左右相呼除八八除實六千四百萬尺無餘
爰以次位積一十一萬尺為次商廉隅之共積以次商本位計之
則一萬尺為次商積之單位而一十一萬為一十一右邊初商之八即
為八十倍之得一百六十為廉法以除一十一其數不足是次商為空
位復以三位積二千尺併之共一十一萬二千尺為三商廉隅之共積
以三商本位計之則空百為三商積之單位而一十一萬二千尺為
一千一百二十右邊初商之八即為八百次商之空即為空十倍之得一千
六百為廉法以除一千一百二十其數仍不足是三商亦為空位復以
末位積四十九尺併之共一十一萬二千〇四十九尺為四商廉隅之共積以
四商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以右邊初商之八
為八千次商三商之空為空百空十倍之得一萬六千為廉法以除一十一萬
二千〇四十九尺足七倍四商即定七尺列於左八千〇〇之次亦列七尺於右
一萬六千〇〇之次為隅法次第與左四商七尺呼除一七除實七萬六

之二四即為二百四十。倍之得四百八十。又為廉法以除九百六十四。足二倍三

商即定二。列於左二千四百之次。亦列二於右倍作四百八十之次。又

實一萬六千

邊數也。

單位。凡

開方問

九尺上

位。其六千

萬尺為初商積以初商本位計之則萬尺積之單位。

而六千四百萬尺為六十四與八自乘之數相合。即定初商為八列於

左。亦列八於右為方法。左右相呼除。八八除實六千四百萬尺無餘。

卷五　第四第五頁　六千四百一十一萬二千○四十九尺題

初商之八實數係八千尺若照除去之六千四百萬尺計之則為八萬尺倍之則為一百六十萬尺故次商共積一十一萬尺不敷除而為空位也次商位要一百六十萬尺乃敷商廉法除數則三商十位當要十六萬尺乃敷廉法除數故併二千尺合共一十一萬二千尺仍不敷除而十又為空位也四商單位係尺數併一十一萬二千○四十九尺足敷廉法七倍故定為七尺除之恰盡　此算乃八千○○七尺之理也

降至尺數則倍八為一萬六千尺矣故足七倍除數

爰以次位積一十一萬尺。為次商廉隅之共積。以次商本位計之。則一萬尺為次商積之單位。而一十一萬為一十一。右邊初商之八。即為八十。倍之得一百六十為廉法。以除一十一。其數不足。是次商為空位。復以三位積二千尺。併之共一十一萬二千尺。為三商廉隅之共積。以三商本位計之。則空百為三商積之單位。而一十一萬二千尺。為一千一百二十。右邊初商之八。即為八百。次商之空。即為空十。倍之得一千六百為廉法。以除一千一百二十。其數仍不足。是三商亦為空位。復以末位積四十九尺。併之共一十一萬二千○四十九尺。為四商廉隅之共積以四商本位計之。則積與邊皆仍為本位。乃以右邊初商之八為八千。次商三商之空。為空百空十。倍之得一萬六千為廉法。以除一十一萬二千○四十九尺。足七倍。四商即定七尺。列於左八千○○之次。亦列七尺於右一萬六千○○之次為隅法。次第與左四商七尺呼除。一七除實七萬六

七除實四萬二千七七除實四十九尺恰盡左位所商八千〇七尺卽正方每邊數也凡廉法除餘積而數不足者皆做此例推之

設如正方面積一萬四千九百二十八尺開方問每邊幾何答曰一百二十二尺一寸八分有餘　法置積於中爲實於八尺上定單位九百上定十位一萬上定百位其一萬尺爲初商積以初商本位計之則一萬尺爲初商積之單位止與一自乘之數相合卽定初商爲一列於左亦列一於右爲方法左右相呼除一一除實一萬無餘爰以次位積四千九百尺爲次商廉隅之共積以次商本位計之則九百尺爲次商積之單位而四千九百爲四十九右邊初商之一卽爲一十倍之得二十爲廉法以除四十九足二倍次商卽定二列於左一百之次亦列二於右倍作二十之次爲隅法次第與左次商二呼除二二除實四千二二除實四百餘

實五百連末位積共五百二十八尺爲三商廉隅之共積以三商本位計之則積與邊皆仍爲本位乃以右邊初次商之一百二十倍作二百四十爲廉法以除五百二十八尺足二倍三商卽定二尺列於左一百二十之次亦列二尺於右倍作二百四十之次爲隅法次第與左三商二尺呼除二二除實四百二四除實八十二二除實四尺餘四十四尺是開得每邊一百二十二尺仍餘四十四尺不盡也如欲以餘數再開則以四十四尺作四千四百寸爲四商廉隅之共積爰以右邊初次三商之一百二十二尺作一千二百二十寸倍之得二千四百四十寸爲廉法以除四千四百寸足一倍四商卽定一寸列於左一百二十二尺之次亦列一寸於右倍作二千四百四十寸之次爲隅法次第與左四商一寸呼除一二除實二千一四除實四百一四除實四十一一除實一寸仍餘實一千九百五十九寸如欲再開則以餘實一十九萬五千九百分作爲五商廉隅之共積爰以初商至四

七除實四萬二千七七除實四十九尺恰盡左位所商八千〇〇七尺即正方每邊數也凡廉法除餘積而數不足者皆倣此例推之

設如正方面積一萬四千九百二十八尺開方問每邊幾何答曰一百二十二尺十寸八分有餘

法置積於中爲實於八

爲初商

自乘

左右

商廉隅

四千九百

四十

除九

以倍次商即定 列於左百之次亦列 於右倍作十之次

爲隅法次第與左次商二呼除二二除實四千二二除實四百餘

卷五

六頁至七頁 有用船分載 有錢買瓜 二題

按此二題船數與每船所載人數相等瓜價與所買瓜數相等故可借用平方法算之若非兩數相等者不可借用方法算也蓋開方布算列實於中初商次商三商左右列數相合呼除與尋常歸除理同式異若除畢中實之後將右邊加倍數除去則左右相同如此二題左爲船數瓜價右爲每船所載人數所買瓜數恰是兩數分列左右相對也凡用法當思其所以然不可膠柱鼓瑟

實五百連末位積共五百二十八尺爲三商廉隅之共積以三商本位計之則積與邊皆仍爲本位乃以右邊初次商之一百二十倍作二百四十爲廉法以除五百二十八尺足二倍三商即定二尺列於左一百二十之次亦列二尺於右倍作二百四十之次爲隅法次第與左三商二尺呼除二二除實四百二四除實八十二二除實四尺餘四十四尺是開得每邊一百二十二尺仍餘四十四尺不盡也如欲以餘數再開則以四十四尺作四千四百寸爲四商廉隅之共積爰以右邊初次三商之一百二十二尺作一千二百二十寸倍之得二千四百四十寸爲廉法以除四千四百寸足一倍四商即定一寸列於左一千二百二十寸之次亦列一寸於右倍作二千四百四十寸之次爲隅法次第與左四商一寸呼除一二除實二千一四除實四百一四除實四十一一除實一寸仍餘實一千九百五十九寸如欲再開則以餘實作一十九萬五千九百分爲五商廉隅之共積爰以初商至四

商右邊之一百二十二尺一寸作一萬二千二百一十分倍之得二萬四千四百二十分為廉法以除一十九萬五千九百分足八倍五商即定八分列於左一百二十二尺一寸之次亦列八分於右倍作二萬四千四百二十之次為隅法次第與左五商八分呼除二八除實一十六萬四八除實三萬二千四八除實三千二百二八除實一百六十八八除實六十四分仍餘四百七十六分不盡左位所商一百二十二尺一寸八分即正方每邊數也

設如有三百六十一人用船分載其每船所載人數與共船數相等問共船幾何答曰船一十九隻每船載一十九人法置人數為方積以開平方法除之初商一十於左亦列一十於右左右相呼除一一除實一百餘實二百六十一就以右一十倍作二十以除餘實足九倍即定次商九隻列於左初商一十之次亦列九隻於右倍作二十之次與左次商九隻次第呼除二九除實一百八十九九除實八十一恰盡左位所商一十九隻即共船數而每船亦載一十九人也

設如用船運糧六千五百六十一石欲取一船別用將此船米分載各船每船領去一石其本船尚餘一石問共船幾何答曰船八十一隻每船原載米八十一石法列米數為方積以開平方法除之其六千五百為初商積與八自乘之數相準爰定初商八十於左亦列八十於右左右相呼除八八除實六千四百餘實一百連次位積共一百六十一石就以右八十倍作一百六十以除餘實足一倍即定次商一隻列於左初商八十之次亦列一隻於右倍作一百六十之次與左次商一隻呼除一一除實一百一六除實六十一一除實一石恰盡左位所商八十一隻即共船數而每船原載亦得八十一石也

設如有錢一萬五千六百二十五文買瓜每瓜一箇與脚錢一文因無現錢將一瓜準作脚錢問瓜數幾何答曰瓜一百二

十五箇每瓜價一百二十五文。法列錢數爲方積以開平方法除之其一萬爲初商積止與一自乘之數相合即定初商一百於左亦列一百於右左右相呼除一一除實一萬餘實五千六百二十五文就以右一百倍作二百以除餘實足二倍即定次商二十列於左一百之次亦列二十於右倍作二百之次與左次商二十呼除二二除實四千二二除實四百餘實一千二百二十五文再以右一百二十倍作二百四十以除餘實足五倍即定三商五箇列於左一百二十之次亦列五箇於右倍作二百四十之次與左三商五箇次第呼除二五除實一千四五除實二百五五除實二十五文恰盡左位所商一百二十五箇即共瓜數而每瓜價錢亦得一百二十五文也。

帶縱平方說

帶縱平方者兩等邊直角長方面積也有積數因長比濶之較或長與濶之和而得邊故曰帶縱蓋正方之縱橫皆同故止有積即可得其邊若長方則縱橫不等知其積又必知其縱橫相差之較或縱橫相併之和始能得其邊故以長濶之較爲問者則用較爲帶縱加所開之數商除之而得濶或四因積數加較自乘平方開之即長濶之和和加較半之而得長和減較半之而得濶或半較自乘加原積而開平方即得半和加半較而得長減半較而得濶如以長濶之和爲問者則用和爲帶縱減去所開之數商除之而得濶或四因積數減和自乘平方開之即長濶之較較減和半之而得濶較加和半之而得長或半和自乘減原積而開平方即得半較加半和而得長減半和而得濶夫用半較半和之法與四因積數之法同出一理蓋四因積數加全較自乘故開方而得全和半較自乘加原積故開方而得

半和四因積數減全和自乘故開方而得全較半和自乘減原積故開方而得半較此即面與線之比例面加四倍則邊加一倍邊得其半而積為四分之一也法雖不一要之皆使歸於正方以求其和較是則雖曰帶縱仍不外乎平方之理也

帶縱平方訣

平方帶縱法為奇　右位先安縱較基　初商得數加縱內
縱較方法併為題　左右相呼除實畢　倍方不倍縱開餘
餘數續商方再倍　何愁此術不能知

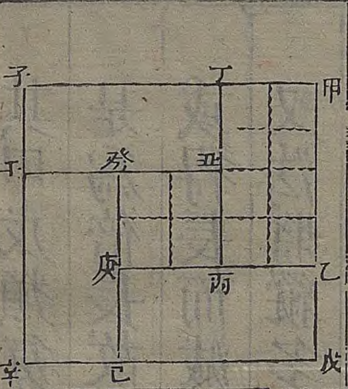
長濶相差訣

長濶相差要識情　積數將來以四因　差步自乘加入積
開方得數是和名　和步加差須折半　此為長數更無零
以長減差便為濶　學者留心仔細尋

設如長方面積八尺縱多二尺問長濶各幾何答曰濶二尺長四尺

法置積於中為實以縱多二尺列於右為縱較用開平方法除之積八尺止與二自乘之數相準爰商二尺於左亦列二尺於右縱較二尺上共得四尺左右相呼除二四除實八尺恰盡左商之二尺即濶加縱多得四尺即長也

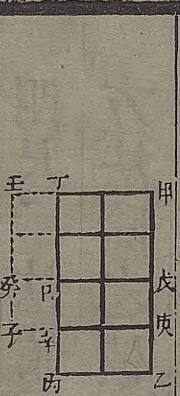
又法四因積數得三十二尺另以縱多二尺自乘得四尺兩數相加共三十六尺開方得六尺為長濶相和之數乃以縱多二尺與和數相加得八尺折半得四尺為長減縱多二尺餘二尺為濶也如圖甲乙丙丁



戊己庚長方形容積八尺四因之得甲乙丙丁戊己庚乙辛壬癸己子丁丑壬四長方形迴環相湊成一空心正方式再加入縱多二尺自乘之丑丙庚癸一小正方形即成一甲戊辛子大正方形

其甲戊類每一邊，即長濶和，故開方而得和，既得和，加縱多，是為倍長，故折半而得長，減縱多，則為倍濶，故折半而得濶，或得長而減縱多，亦得濶也。

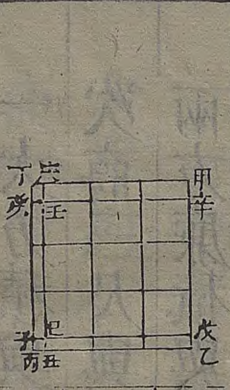
又法，將縱多二尺折半，得一尺為半較，自乘仍得一尺，與原積八尺相加，得九尺，開方得三尺，為半和，於半和減半較，得二尺為濶，於半和加半較，得四尺為長也。如圖甲乙丙丁長方形，甲乙為長，甲丁為濶，戊乙為縱多之較，將較折半於庚，而移庚乙丙辛，置於丁己癸壬，再加己辛子癸半較自乘之方，則成甲庚子壬一正方形，故開方而得甲庚甲壬之邊，皆為半和也。於甲壬之



半和減丁壬之半較，得甲丁之濶，於甲庚之半和加庚乙之半較，得甲乙之長也。

設如長方面積一千二百五十四尺，縱多五尺，問長濶各幾何。

答曰：濶三十三尺，長三十八尺。　法置積於中為實，以縱多五尺列於右為縱較，用開平方法除之，其一千二百尺為初商積，與三尺自乘之數相準，即定初商三十尺，於左，亦列三十尺於右縱較之前位，得三十五尺，左右相呼除，三三除實九百，三五除實一百五十尺，餘實二百四尺。○為次商廉隅之共積，乃以右列初商三十尺倍之，得六十尺，併縱較五尺，共六十五尺，為廉法，以除餘實，足三倍，即定次商三尺，列於左初商之次位，亦列三尺於右六十五尺之上，得六十八尺為廉隅共法，與左次商三尺相呼除，三六除實一百八十，三八除實二十四尺，恰盡。左商之三十三尺為濶，加縱多，得三十八尺為長也。如圖甲乙丙丁



長方形，容積一千二百五十四尺，其甲乙邊長三十八尺，甲丁邊濶三十三尺，甲辛即縱多之較，初商三十，與三十呼除九百者，是辛戊己壬

一大方積與五尺呼除一百五十者是甲辛壬庚一長方積次商三尺與六十呼除一百八十者是戊乙巳丑壬己子癸兩方廉積與八尺呼除二十四尺者是庚壬癸丁一縱廉積併己丑丙子一隅積也合兩方廉一縱廉一小隅成一磬折形環附於初商長方之兩旁成一大長方與平方之理無異若次商除實不盡則又為兩方廉一縱廉一小隅復成一磬折形得三商四商以至多商皆依此法遞析開之

又法四因積數得五千〇一十六尺另以縱多五尺自乘得二十五尺兩數相加得五千〇四十一尺開方得七十一尺為長闊和加較五尺得七十六尺折半得三十八尺為長減較得三十三尺為闊也

又法將縱多折半得二尺五寸為半較自乘得六尺二十五寸與原積相加得一千二百六十尺二十五寸開方得三十五尺五寸為半和於半和減半較得三十三尺為闊於半和加半較得三十八尺為長也

設如長方面積一萬六千一百二十八尺縱多七十二尺問長闊各幾何答曰闊九十六尺長一百六十八尺　法列積於中為實以縱多七十二尺列於右為縱較用開平方法除之其萬一為初商積應商一百尺加縱多共得一百七十二尺以初商一百除之得一萬七千二百尺大於原積是初商不可商一百也乃改商九十尺列於左亦列九十尺於右縱較上共得一百六十二尺左右相呼除一九除實九千六九除實五千四百二九除實一百八十餘實一千五百四十八尺為次商廉隅共積乃以右列初商九十尺倍之得一百八十尺併入縱較共二百五十二尺為廉法以除餘實足六倍即定次商六尺列於左初商之次亦列六尺於右二百五十二尺之內共二百五十八尺為廉隅共法與左次商六尺相呼除二六除實一千二百五六除實三百六八除實四十八尺恰

盡左商之九十六尺為濶加縱多為長也此法原積初商應得一百尺因加縱多除實大於原積故改商九十尺凡如此類不若用四因積數之法或縱較折半之法為直捷設例如後

設如長方面積三萬四千五百六十九尺縱多三千八百三十二尺問長濶各幾何答曰濶九尺長三千八百四十一尺

法四因積數得一十三萬八千二百七十六尺另以縱多自乘得一千四百六十八萬四千二百二十四尺兩數相加得一千四百八十二萬二千五百尺開方得三千八百五十尺為長濶和減縱多餘一十八尺折半得濶加縱多得長

又法將縱多折半得一千九百一十六尺為半較自乘得三百六十七萬一千〇五十六尺與原積相加得三百七十萬五千六百二十五尺開方得一千九百二十五尺為半和於半和減半較得九尺為濶於半和加半較得三千八百四十一尺為長

設如有銀三百六十兩賞人其人數比每人所得銀數為五分之二問人數及每人所得銀數各幾何答曰十二人每人得銀三十兩

法先以總銀數五歸二因之得一百四十四兩開方得十二為人數以人數除總銀數得每人應賞銀數此法以人數為濶每人所得銀數為長成一長方形人數既居銀數五分之二是濶為二分長為五分也今將總銀五歸二因為分作五分而取其二分即人數與分得銀數相等而成正方形矣故開方而得人數也

設如買果樹不知樹數亦不知樹價但知每株樹價為樹共數之六倍另每株脚錢六文今樹價脚錢共三千六百文問樹數及每株樹價各幾何答曰樹二十四株每株樹價一百四十四文

法以共錢六因之得二萬一千六百文為長方積脚錢六文

盡。左商之九十六尺為濶加縱多為長也此法原積初商應得一

百尺因加縱多除實大於原積故改商九十尺凡如此類不

若用四因積數之法或縱較折半之法為直捷設例如後

設如長方面積三萬四千五百六十九尺縱多三千八百三十

二尺問長濶各幾何 答曰濶九尺 長三千八百四十一尺

帶縱法 以較數爲問者用之　減縱法 以和數爲問者用之

四因積數以較自乘合兩數相加得若干開方得長闊和 此帶縱以較求和也

四因積數以和自乘兩數相減餘若干開方得長闊較 此減縱以和求較也

半較自乘得若干與原積相加得數開方得數爲半和 此亦以較求和也

半和自乘得若干與原積相減得數爲開方得數半較 此亦以和求較也

四百 八萬 八百 尺

六十七 十〇五

十六 與原積相加得三百七十萬五千六百二十五尺開方得一千九百二十五尺為

半和於半和減半較得九尺為濶於半和加半較得三千八百四十一尺

卷五 十一頁 長方面積三萬四千五百六十九尺題

又法 共原積相加得三百七十萬五千六百二十五尺 應作三百七十萬〇五千六百二十五尺 方好布算

若如本書少一零行則開方室碍矣 此條脱誤

為五分

每人得

銀三十兩。法先以總銀數五歸二因之得一百四開方得

以人數

數五分

為分作

方形矣

卷五 十一頁 長方面積三万四千五百六十九尺一題

按此題縱多三千八百卅二尺。如初商一百尺，需有積五十四万九千六百尺，乃能敷

除。即初商十尺，亦需三万八千三百廿尺，乃能敷除。今原積止有三万四千五百

六十二尺。則不惟商百尺不敷，僅商十尺仍不敷也。故算此題者當審其不

足之數而改商小數焉。商十尺不足，則改商九尺，列於左。亦加九尺於縱

多內，共得三千八百四十一尺，列於右。與左初商九尺次第呼除，三九除實二万

七千。八九除實七千二百。四九除實三百六十。一九除實九尺。恰盡。左列之初商

九尺即濶，加縱多，即長也。

知此理則遇縱多數大者可以類推

個共數

又問樹

木槓價一百四

為長方積脚錢六文

十四文

法以共錢六因之得二萬一千六百文

為縱較。爰以縱多六文折半得三文為半較自乘得九文與六因所得之錢相加得二萬一千六百○九文。開平方得一百四十七文為半和內減半較三文得一百四十四文為樹每株之價六歸之得二十四為樹數。此法以樹數為濶樹價與脚價為長成長方形因每株之價為樹數之六倍是長為濶之六倍又多六文故六倍其積則長比濶多六文而以帶縱開平方法算之得濶為樹價六歸之得樹數也。

減縱平方訣

減縱開方法如何　中間置積右安和　初商左數和中減
餘縱對左互除呼　再把初商縱內退　次商左列亦除和
餘數次商呼減盡　以求長濶定無訛

長濶相和訣

長濶相和不識情　四因積步莫差爭　和步自乘減去積
餘以開方差步名　却將和步加差步　折半當為長數成
要知濶步如何見　長步減差濶便明

設如長方面積八尺長濶相和六尺問長濶各幾何。答曰濶二尺長四尺。法列積於中為實以長濶和六尺列於右積八尺止可商二尺乃列初商二尺於左以除右和六尺餘四尺與左商二尺相呼除二四除實八尺恰盡左商之二尺即濶以減和六尺餘四尺即長也。此法比較數為問者在加減之異蓋一則以所商之數與較數相加一則以所商之數與和數相減也。

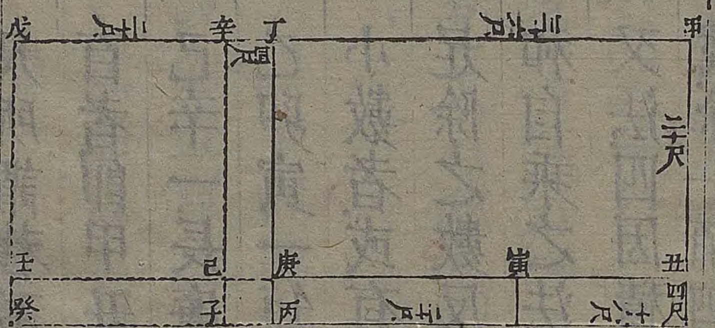
又法四因積數得三十二尺另以和數自乘得三十六尺相減餘四尺開方得二尺即長濶之較與和數相加折半得四尺為長減較二尺餘二尺為濶此法比較數為問者亦在加減之異蓋一則用較自

乘，與四因數相加，開方而得和。一則用和自乘，與四因數相減，開方而得較也。

又法，將和數折半，得三尺，為半和，自乘得九尺，與原積八尺相減，餘一尺，開方仍得一尺，為半較，於半和減半較，得二尺，為濶，於半和加半較，得四尺，為長。

設如長方面積八百六十四尺，長濶相和六十尺，問長濶各幾何。答曰：長三十六尺，濶二十四尺。

法列積於中為實，以和六十尺列於右為減縱，用開平方法除之，其八百尺為初商積，與二自乘之數相準，即定初商二十，列於左，就將右縱內減去初商二十，餘縱四十，與左初商二十相呼除二四，除實八百，餘實六十四尺，為次商廉隅之共積，乃以初商二十，再減餘縱，仍餘縱二十，為廉法，以除餘實，足三倍，因廉法內尚要減去次商數為法，故取畧大數四尺，列於左初商之次，又將右縱內再減去次商四尺，餘縱一十六尺，與左次商四尺呼除一四除實四十，四六除實二十四尺，恰盡。左商二十四尺為濶，與和相減，餘三十六尺為長。如圖，甲乙丙丁長方形，甲乙邊濶二十四尺，甲丁邊長三十六尺，甲戊為長濶和六十尺，



其丁戊與甲乙等，假若借廣湊縱，作一大長方，長濶相乘，應得積一千四百四十尺。今初商二十，先減二十，則少乘二二如四百，即辛己壬戊一大方虛積，次商四尺，先減二十，又少乘二四八十尺，即己子癸壬一長廉虛積，再減餘縱二十，又少乘二四八十尺，即丁庚己辛一長廉虛積，又減餘縱四尺，又少乘四四十六尺，即庚丙子己一小隅虛積，仍止得實積八百六十四

尺所謂若不益積便用減縱也其初商二十與四十呼除八百者即甲丑庚丁一大長方積併與寅卯丙庚相等之丁庚己辛一長廉積其次商四尺與十六呼除六十四尺者即丑乙卯寅一短廉積也然設問中有減縱過多初商即須改商小數者或有廉法內尚要減去商數次商三商必須取大於足除之數反覆商除始能相符者不若四因積數之法及半和自乘之法為直捷而整齊也

又法四因積數得三千四百五十六尺另以和自乘得三千六百尺兩數相減餘一百四十四尺開方得一十二尺為長闊之較乃以較與和相加折半得三十六尺為長長內減去較餘二十四尺為闊

又法以和折半得三十尺為半和自乘得九百尺與原積相減餘三十六尺開方得六尺為半較於半和減半較得二十四尺為闊於半和加半較得三十六尺為長

設如有錢四千七百六十文買果樹不知數但知樹之共數與每株之價相加得一百七十四問樹數及價各幾何答曰樹三十四株每株價一百四十文

法以一百七十四折半得八十七為半和自乘得七千五百六十九與總錢相減餘二千八百○九開方得五十三為半較於半和減半較餘三十四為樹數於半和加半較得一百四十為樹價也此法以樹數為闊樹價為長成一長方形其樹數與樹價相加即如長闊之和故以半和自乘減積開方得半較既得半較相減為樹數相加為樹價也

設如五百八十八人用船均載其船數與每船所載人數相加比船數多四分之三問船數與每船所載人數各幾何答曰船一十四隻每船載四十二人

法先以總人數三歸之得

尺所謂若不盈積便用減縱也其初商二十與四十呼除八
百者即甲丑庚丁一大長方積併與寅卯丙庚相等之丁庚
己辛一長廉積其次商四尺與十六呼除六十四尺者即丑
…改商
…入於
…及半
…數相
…加折
…餘四尺為濶
又法以和折半得三十尺為半和自乘得九百尺與原積相減餘
三十六尺開方得六尺為半較於半和減半較得二十四尺為濶於半和

卷五 十五頁 有錢四千七百六十文買果樹之題
又法置四千七百六十文於中為實因減縱法算之初商卅列左減樹數樹價和數
餘一百四十四列右與左初商卅呼除一三除實三千四三除實一千二百又四三除實一百
廿餘實四百四十文為次商廉隅共積乃於餘縱一百四十四內再減去卅尚餘縱一百一十四
因定次商四單列左卅之下又於右列餘縱內減去四文單數仍餘縱一百一十與左
次商單四呼除一四除實四百又一四除實四十恰盡左列之卅四為濶即樹數也於
和數一百七十四內減去濶卅四餘一百四十為長即每株價一百四十文也

加半較得三十六尺為長
設如有錢四千七百六十文買果樹不知數但知…數與
每株之價相加得一百七…樹
…和加半較得
…以樹數為濶樹價為長成一長方形其
樹數與樹價相加即如長濶之和故以半和自乘減積開方
得半較既得半較相減為樹數相加為樹價也
設如五百八十八人用船均載其船數與每船所載人數相加
比船數多四分之三問船數與每船所載人數各幾何答曰
船一十四隻每船載四十二人
法先以總人數三歸之得

卷五 十四頁後半 第二行
併與寅卯丙庚相等之丁庚己辛一長廉積當作併與丁庚己辛相等之寅卯丙庚一長廉積
此係本書偶誤看圖自明

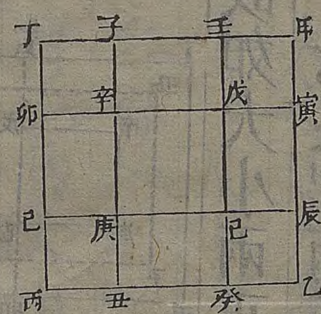
一百九十六人用開平方法除之得一十四為船數以三因之得四十二為每船所載人數也此以船數為濶每船所載人數為長成一長方形船數與人數相加即如長濶之和和數既比船數多四分之三則是和數為四分每船所載人數為三分船數為一分即濶為一分長為三分也故將總人數三分之而取其一則人數與船數同為一分而成正方形矣故平方開之即得船數每船所載之人數既為船數之三倍故三因之而得所載人數也

各面形求邊周法

設如梯形面積一千五百尺下濶四十尺中長五十尺問上濶幾何答曰二十尺 法以積倍之得三千尺以長五十尺除之得六十尺為上下兩濶之和內減下濶四十尺餘二十尺即上濶也

設如兩直角斜方形面積九千六百尺長一百二十尺上下兩濶之較四十尺問上下濶各幾何答曰上濶六十尺下濶一百尺 法以積倍之得一萬九千二百尺以長一百二十尺除之得一百六十尺為上下兩濶之和內減較四十尺餘數折半得六十尺為上濶加較得一百尺為下濶也 以上二形算法俱同凡有設例可以參用

設如方環面積四千尺濶二十尺問內外方邊各幾何答曰內邊三十尺外邊七十尺 法以濶二十尺自乘得四百尺如甲寅戊壬四因之得一千六百尺與環積相減減去四隅四正方積餘二千四百尺存四正四長方積四歸之得六百尺如壬戊辛子以濶二十尺除之如壬戊得三十尺即內邊如壬子又以濶二十尺倍之得四十尺如甲壬併子丁加內邊三十尺如壬子得七十尺如甲丁即外邊



又法置環積四千尺以濶二十尺除之得二百尺如壬癸子丑為內周外周相併折半之

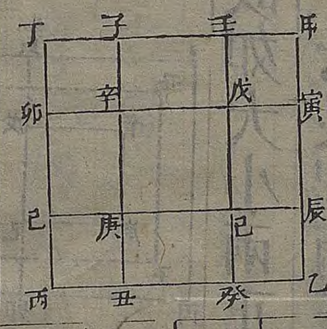
一百九十六人。用開平方法除之，得一十四為船數，以三因之得四十二為每船所載人數也。此以船數為闊，每船所載人數為長，成一長方形。船數與人數相加，即如長闊之和，和數元[illegible]數
多四分之三，則[illegible]數

卷五　十五十六頁梯形〻〻兩直角斜方形〻〻二題
按上下皆闊四十尺。中長五十尺。容積當是二千尺。今梯形上闊廿尺，下闊四十尺。中長五十尺面積一千五百尺者，上闊四十尺內除去廿尺，是左右共併廿尺。沿梯形斜線引至下成兩个直角三角形，顛倒合之，又成一个長方形，闊十尺，長五十尺，容積五百尺，故容積一千五百尺也。本書倍積為三千尺，以五十尺除之，得六十尺，則又成一長方形之長，為此梯形上下兩闊之和，所謂若不加積，便用減積，其妙如是。
下條斜方形亦因此理而小異。

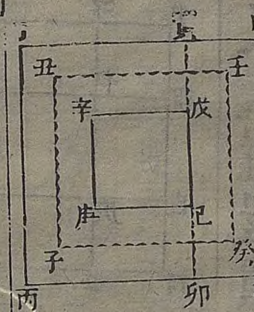
[illegible]取[illegible]之[illegible]而[illegible]人中長五十尺，問上闊幾何。答曰：二十尺。
法以積倍之得三千尺，以長五十尺除之得六十尺，為上下兩闊之和，內減下闊四十尺，餘二十尺，即上闊也。

設如兩直角斜方形，面積九千六百尺，長一百二十尺，上下兩闊之較四十尺，問上下闊各幾何。答曰：上闊六十尺，下闊一百尺。
法以積倍之得一萬九千二百尺，以長一百二十尺除之得一百六十尺，為上下兩闊之和，內減較四十尺，餘數折半得六十尺，為上闊。加較得一百尺，為下闊也。以上二形算法俱同，凡有設例可以參用。

設如方環面積四千尺，闊二十尺，問內外方邊各幾何。答曰：內邊三十尺，外邊七十尺。
法以闊二十尺自乘得四百尺，如甲寅戊壬。四因之得一千六百尺，與環積相減，減去四隅四正方積，餘二千四百尺，存四長方積。四歸之得六百尺，如壬戊辛子。以闊二十尺除之得三十尺，如壬子，即內邊。又以闊二十尺倍之得四十尺，如甲壬并子丁，加內邊三十尺，如壬子，得七十尺，如甲丁，即外邊。

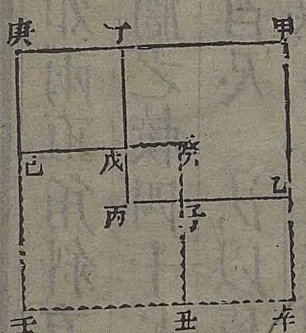


又法，置環積四千尺，以闊二十尺除之得二百尺，如壬癸子丑，為內周外周相併折半之

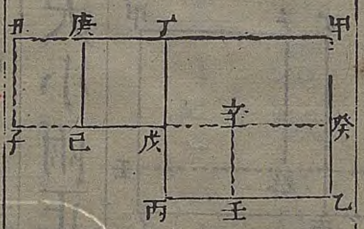


中數四歸之得五十尺如壬癸一邊即如戊卯加濶二十尺如寅戌得七十尺即外邊如寅卯與甲乙等於五十尺內減濶二十尺如己卯餘三十尺即內邊如戊己

設如大小兩正方面形共積四百一十尺大方邊比小方邊多六尺問兩正方邊及面積各幾何答曰大方邊一十七尺積二百八十九尺小方邊一十一尺積一百二十一尺　法以共積倍之得八百二十尺如甲辛壬庚一大方積仍疊一癸子丙戊一小方積又以多六尺自乘得三十六尺即癸子丙戊小方積與倍共積相減餘七百八十四尺即甲辛壬庚大方積開方得二十八尺為大小兩方邊之和如甲丁併丁庚加多六尺如戊丙為大小兩方邊之較得三十四尺折半得一十七尺為大方邊內減六尺餘一十一尺為小方邊各以邊自乘得各面積



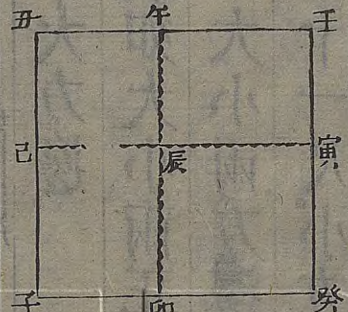
又法以兩正方邊之較六尺如戊丙自乘得三十六尺如辛壬丙戊小方積與共積四百一十尺相減餘三百七十四尺如甲乙壬辛己庚磬折形若以癸乙壬辛長方形移於庚己子丑即成甲癸子丑一大長方形折半得一百八十七尺為長方積如丁戊子丑以多六尺為帶縱用帶縱較數開平方法算之得濶一十一尺即小方邊加較得一十七尺為大方邊



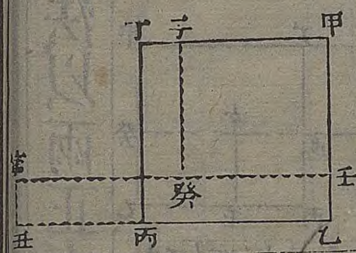
設如大小兩正方形共面積六百一十七尺共邊三十五尺問大小兩方邊及積各幾何答曰大方邊一十九尺積三百六十一尺小方邊一十六尺積二百五十六尺　法以共積倍之得一千二百三十四尺另以共邊自乘得一千二百二十五尺相減餘九尺開方得三尺為大小兩方邊之較與共邊即和三十五尺相加得三十八尺折半得一十九尺為大方邊減較三尺餘一十六尺為小方邊各以邊自乘得

各面積。

又法。以共邊自乘。得一千二百二十五尺。如壬癸子丑一正方形。內減共積。六百一十七尺。如寅癸卯辰一大方形。併午辰己丑一小方形。餘六百〇八尺。如壬寅辰午。辰卯子己。二長方形。折半。得三百〇四尺。如壬寅午辰一長方形。為長方積。以共邊三十五尺為長濶和。用帶縱和數開平方法算之。得濶一十六尺。如壬寅。即如午丑。為小方邊。與共邊相減。餘一十九尺。如壬午。為長。即大方邊。

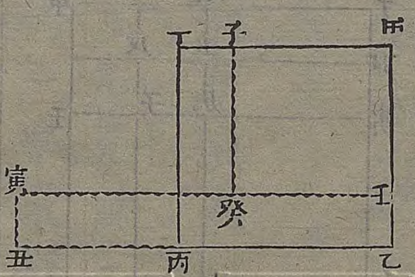


設如大小兩正方形。大正方邊比小正方邊多七尺。大正方積比小正方積多三百四十三尺。問大小方邊各幾何。答曰。大方邊二十八尺。小方邊二十一尺。



法以積較三百四十三尺。如壬乙丙丁子癸磬折形積。用邊較七尺。如壬乙。除之。得四十九尺。如乙丑。蓋以磬折形引而長之。即成壬乙丑寅長方形。為大小兩方邊之和。加邊較。得五十六尺。折半。得二十八尺。如乙丙。為大方邊。與共邊相減。餘二十一尺。如丙丑。即如子癸。為小方邊。

設如大小兩正方形。共邊三十一尺。大正方積比小正方積多一百五十五尺。問大小方邊各幾何。答曰。大方邊一十八尺。小方邊一十三尺。



法以積較一百五十五尺。如壬乙丙丁子癸磬折形積。用共邊三十一尺。如乙丑。蓋以磬折形引而長之。即成壬乙丑寅長方形。除之。得五尺。如壬乙。為大小兩方邊之較。與共邊三十一尺相加。得三十六尺。折半。得一十八尺。如乙丙。為大方邊。與共邊相減。餘一十三尺。如丙丑。即如子癸。為小方邊。

設如大中小三正方面形。大方邊比中方邊多四尺。中方邊比小方邊多四尺。共積八百尺。問大中小三方邊及積各幾何。

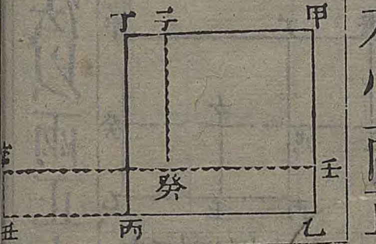
答曰。大方邊二十尺。積四百尺。中方邊一十六尺。積二百五

各面積。

又法以共邊自乘得一千二百二十五尺如壬癸子丑一正方形內減共積六百一十七尺如寅癸卯辰一大方形併午辰己丑一小方形餘六百〇八尺如壬寅辰午辰卯子己二長方形折半得三百〇四尺如壬[illegible]形為長方積以共邊三十五尺為長[illegible]如壬[illegible]十六尺為

卷五 十八頁前半第九行
共共邊相減是以大方邊之十八尺減共邊之卅一尺得十三尺即小方邊也
若減較於大方邊十八尺之內減去較五尺亦合此數

設如大小兩正方形大正方邊比小正方邊多七尺大正方積比小正方積多三百四十三尺問大小方邊各幾何答曰大方邊二十八尺小方邊二十一尺



法以積較三百四十三尺如壬乙丙丁子癸磬折形積用邊較七尺如壬乙除之得四十九尺如乙丑蓋以磬折形引而長之即成壬乙丑寅長方形

為大小兩方邊之和加邊較得五十六尺折半得二十八尺如乙丙為大方邊與共邊相減餘二十一尺如丙丑即如子癸為小方邊

卷五 十七頁
大小兩正方形大方邊比小方邊多七尺之題
予自悟一法以邊較七尺自乘得四十九尺減積較三百四十三尺餘二百九十四尺折半得一百四十七尺以邊較七尺除之得二十一尺爲小方邊加較得二十九尺爲大方邊

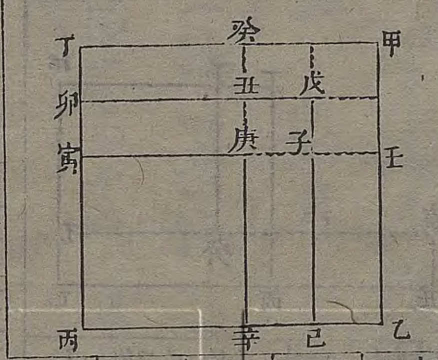
設如大小兩正方形共邊三十一尺大正方積比小正方積多[illegible]

一尺相加得[illegible]尺折半得一十八尺如乙丙為大方邊與共邊相減餘一十三尺如丙丑即如子癸為小方邊

設如大中小三正方面形大方邊比中方邊多四尺中方邊比小方邊多四尺共積八百尺問大中小三方邊及積各幾何

答曰大方邊二十尺積四百尺中方邊一十六尺積二百五

十六尺。小方邊一十二尺。積一百四十四尺。法以大方邊多小方邊八尺自乘。得六十四尺。以中方邊多小方邊四尺自乘。得一十六尺。相併得八十尺。如甲壬庚癸。戊子庚丑兩隅積。與共積相減。餘七百二十尺。是庚辛丙寅類三箇小方。併壬乙己子。癸丑卯丁。兩廉。子己庚辛類兩廉。丑庚寅卯類兩廉。共六箇廉積。三歸之。得二百四十尺。是一箇小方。兩箇廉積。為實。如壬乙丙寅長方形。併兩廉闊共八尺。為縱較。用帶縱較數開方法算之。得闊一十二尺。為小方邊。加四尺。即中方邊。再加四尺。即大方邊。各以邊自乘。即得各面積。



設如圓面積六尺一十六寸。問徑幾何。答曰。二尺八寸○○五毫六絲有餘。

法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一○○○○○○○○為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所設之圓積六尺一十六寸為三率。求得四率七尺八十四寸三十一分五十五釐五十六毫六十四絲。為與圓徑相等之方邊之面積。開方。即得圓徑。

設如圓面積六尺一十六寸。問周幾何。答曰。八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘。

法先用圓積求徑法。求得徑二尺八寸○○五毫六絲有餘。又用圓徑求周法見方田章求得八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘。即圓周。

設如橢圓形面積四十二尺四十一寸一十五分○六十四毫。大徑九尺。問小徑幾何。答曰。六尺。

法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一○○○○○○○○為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所設之圓積四十二尺四十一寸一十五分○六十四毫為三率。求得四率五十四尺。為長方積。以大徑九尺除之。得小徑。

設如圓環形面積四百六十二尺。闊七尺。問內外徑各幾何。答曰。外徑二十八尺○八釐四毫五絲有餘。內徑一十四尺○八釐四毫五絲有餘。

法以闊七尺除環積。得六十六尺。為內外周

十六尺。小方邊一十二尺積一百四十四尺。法以大方邊多小方邊八尺自乘得六十四尺。以中方邊多小方邊四尺自乘得十六尺。相併得八十尺。如甲壬庚癸與共積相減餘七百二十尺。是庚辛丙寅己戊子庚丑兩隅積。

類三箇小方併壬乙己子。癸丑卯丁兩廉。子己丙寅兩廉。共六箇廉積。丙形。併

算之。

四尺即

卷五 十九頁前半第四行

圓徑求周法見方田章 按此法即周徑定率不須另查方田章也

又第九行 按求得四率五十四尺當有奇零本書止言其整

求得四率五十四尺 又次半葉一行求得徑實二十一尺〇八厘〇毫五

數也依法求之自明 絲三忽〇八微

〇五

設如圓面積六

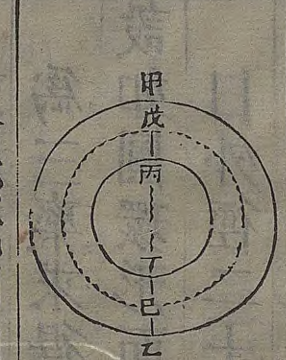
毫六絲有餘。法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所設之圓積六尺一十六寸為三率。求得四率七尺八十四寸三十一分五十五釐五十六毫六十四絲為與圓徑相等之方邊之面積。開方即得圓徑。

設如圓面積六尺一十六寸。問周幾何。答曰。八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘。法先用圓積求徑法。求得徑二尺八寸〇〇五毫六絲有餘。又用圓徑求周法。見方田章求得八尺七寸九分八釐二毫二絲有餘。即圓周。

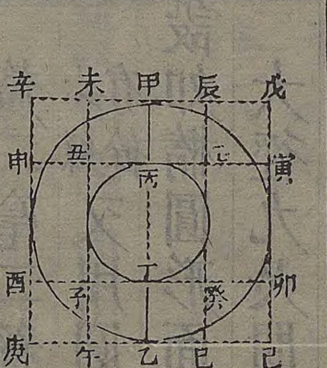
設如橢圓形面積四十二尺四十一寸一十五分〇六十四毫。大徑九尺。問小徑幾何。答曰。六尺。法用圓徑方邊相等圓積方積不同之定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。今所設之圓積四十二尺四十一寸一十五分〇六十四毫為三率。求得四率五十四尺為長方積。以大徑九尺除之得小徑。

設如圓環形面積四百六十二尺。闊七尺。問內外徑各幾何。答曰。外徑二十八尺〇八釐四毫五絲有餘。內徑一十四尺〇八釐四毫五絲有餘。法以闊七尺除環積得六十六尺。為內外周

相併折半之中周。即戊己周。乃以周求徑法求得徑二十一尺〇八釐四毫五絲。即戊己徑。〇為內外徑相併折半之中徑。加濶七尺得外徑。蓋甲戊與己乙兩段其濶與甲丙一段等。中徑內減濶七尺得內徑。蓋戊丙與丁己兩段其濶與甲丙一段等。

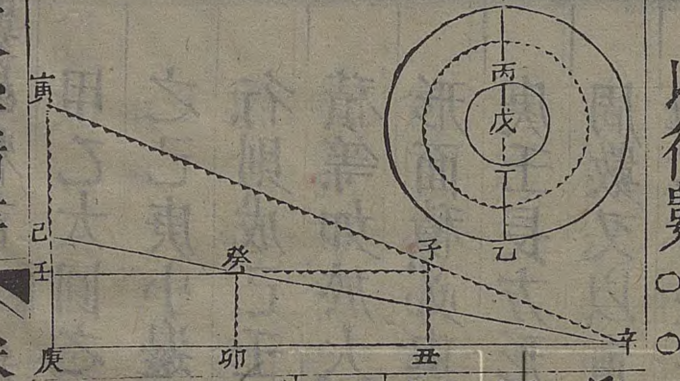


又法先用圓積方積定率比例。以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。方積一二七三二三九五四為二率。圓環積四百六十二尺為三率。求得四率五百八十八尺二十三寸六十六分六十七釐有餘。為方環積。乃以濶七尺自乘得四十九尺。如戊寅壬辰一方積。以四因之得一百九十六尺。即四隅之四正方積。與方環積相減餘三百九十二尺二十三寸六十六分六十七釐有餘。即四正之四長方積。四歸之得九十八尺〇五寸九十一分六十六釐有餘。如壬辰丑未一長方積。以濶七尺。如辰壬。除之得內圓徑。如辰未。即丙丁。加倍濶一十四尺。如辰己。即辰壬併癸己。得外圓徑。如甲乙。



設如圓環形面積三百〇八尺。濶七尺。問內外周各幾何。答曰外周六十五尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。內周一十二尺〇八釐八毫六絲有餘。

法以濶七尺。如三角形之壬庚。除環積得四十四尺。如三角形之丑庚。為內外周相併折半之中周。又用徑求周法。以徑數一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率。周數三一四一五九二六五為二率。濶七尺為三率。求得四率二十一尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。為內外周相減折半之半較。如三角形之辛丑。乃以半較與中周相加得六十五尺九寸九分一釐一毫四絲有餘。如三角形之辛庚。即外周。以半較與中周相減餘二十二尺〇八釐八毫六絲有餘。如三角形之卯庚。即內周。如圖甲乙丙丁圓環形。丁乙濶七尺。試依甲乙大圓之戊乙半徑與甲乙圓周度。作一己庚辛直角三角形。則三角形之面積與



甲乙大圓之面積等又依丙丁小圓之戊丁半徑截三角形之己庚小邊於壬又依丙丁小圓周度作壬癸線與庚辛平行則戊己壬癸一小直角三角形其面積與丙丁小圓之面積等如於大三角形內減小三角形所餘癸辛庚壬斜尖方形面積必與環積等矣而癸辛庚壬斜尖方形積又與子丑庚壬長方形積等故以如丁乙澗之壬庚除之得丑庚為中周數又以寅庚全徑與庚辛全周之比同於丁乙圓環澗與子丑等與辛丑半較之比蓋丁乙為內外徑相減折半之較辛丑即內外周相減折半之較為相當比例四率也既得辛丑與丑卯等即辛庚外周大於丑庚中周之較亦即癸壬內周與卯庚等小於丑庚中周之較故於中周加半較得外周減半較得內周也

設如圓環形面積三尺三十六寸內周一尺一寸問外周及澗各幾何

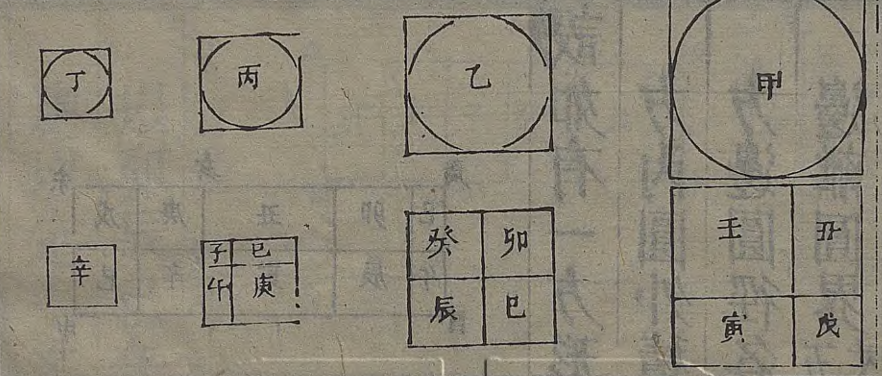
答曰外周六尺五寸九分〇一毫有餘澗八寸七分三釐八毫

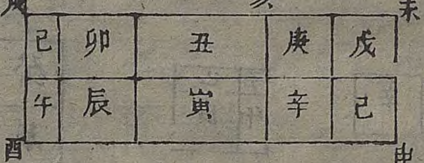
法以內周用周求徑法求得內徑三寸五分〇一毫有餘又用周徑求積法求得內圓積九寸六十二分七十七釐五十毫有餘與環積相加得三尺四十五寸六十二分七十七釐五十毫有餘即外周圓面積乃用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率今所得之外周圓面積三尺四十五寸六十二分七十七釐五十毫有餘為三率求得四率四尺四十寸〇六分六十九釐一十七毫有餘為外徑自乘之方積開方得二尺〇九分七釐七毫有餘即外徑減去內徑三寸五分〇一毫餘數折半得八寸七分三釐八毫即環形之澗又用徑求周法求得六尺五寸九分〇一毫有餘即外周數也

設如圓環形面積三百八十四尺外周八十八尺求內周及澗

各幾何答曰丙周五十四尺〇二分二釐八毫有餘濶五尺四寸〇七釐六毫　法以外周用周求徑法求得外徑二十八尺〇一分一釐二毫有餘又用周徑求積法求得外周圓面積六丈一十六尺二十四寸六十四分有餘內減去環積餘二丈三十二尺二十四寸六十四分有餘為丙圓積乃用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率今所得之丙圓積二百三十二尺二十四寸六十四分為三率求得四率二丈九十五尺七十寸五十二分九十九釐五十毫有餘即丙徑自乘之方積開方得一十七尺一寸九分六釐有餘即丙徑與外徑二十八尺〇一分一釐二毫相減餘數折半得五尺四寸〇七釐六毫即環形之濶又用徑求周法求得五十四尺〇二分二釐八毫有餘即丙周數也

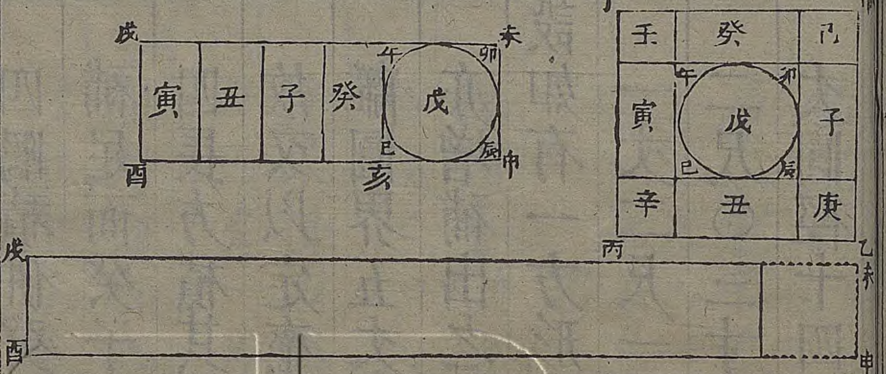
設如甲乙丙丁四平圓共積二百一十七尺五十五寸五十三分一十釐甲圓徑比乙圓徑多三尺乙圓徑比丙圓徑多三尺丙圓徑比丁圓徑多二尺問四圓徑各幾何答曰甲十二尺乙九尺丙六尺丁四尺　法用圓積方積定率比例以圓積一〇〇〇〇〇〇〇〇為一率方積一二七三二三九五四為二率四平圓共積為三率求得四率二百七十七尺為四平方共積乃以丙圓徑多丁圓徑二尺自乘得四尺又以乙圓徑多丁圓徑五尺自乘得二十五尺又以甲圓徑多丁圓徑八尺自乘得六十四尺三數相併共九十三尺與四平方共積相減餘一百八十四尺為長方積乃以四圓徑之較二尺五尺八尺併之得一十五尺為長濶較用帶縱較數開平方法算之得濶八尺二歸之得四尺為丁圓徑加二尺為丙圓徑再加三尺為乙圓徑再加三尺為甲圓徑如圖甲乙丙丁四平圓形變





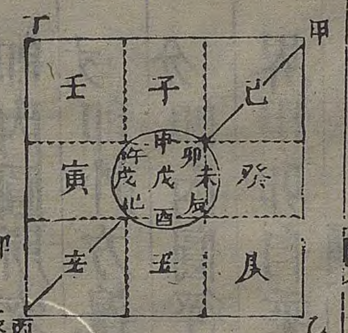
為四平方形則四圓徑之較即四方邊之較故於四方形內減去壬癸子三較方餘戊己庚辛四正方丑寅卯辰巳午六長方共成未申酉戌大長方戊亥為長濶之較即三邊較之共數故用帶縱較數開平方法算之得濶折半而得丁方邊即丁圓徑遞加之即得丙乙甲各圓徑也

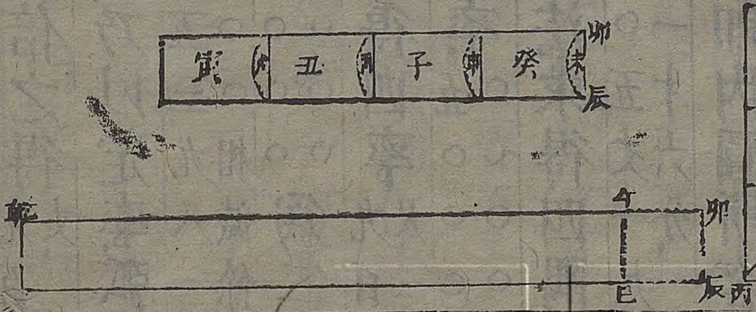
設如有一方形內不切方邊容一圓形但知方邊離圓界五丈方內圓外積三百二十一丈四十六尺○一寸八十四分問方邊圓徑各幾何答曰方邊二十丈圓徑一十丈法以方邊離圓界五丈自乘得二十五丈四因之得一百丈如四隅之四正方與方內圓外積相減餘二百二十一丈四十六尺○一寸八十四分乃以圓積定率七八五三九八一六與方積定率一○○○○○○○相減餘二一四六○一八四為一率方積一○○○○○○○為二率令減餘積二百二十一丈四十六尺○一寸八十四分為三率求得四率一千○三十一丈九十五尺八十四寸五十八分為長方積又以二一四六○一八四為一率一○○○○○○○為二率以方邊離圓界五丈四因之得二十丈為三率求得四率九十三丈一尺九寸五分為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶十丈即內圓徑加方邊離圓界共十丈得二十丈即外方邊如圖甲乙丙丁方形內容戊圓形以方邊離圓界五丈自乘四因與積相減則減去己庚辛壬四小方形餘癸子丑寅四長方形及卯辰巳午四隅積今欲以卯辰巳午四隅積補足戊圓虛積共成未申酉戌長方形應以定率之方積圓積相減餘方內圓外積為一率方積為



二率今所餘之卯辰巳午方內圓外積為三率則得四率為未亥方積而戊圓虛積即補足在其中然今乃以卯辰巳午四隅積併癸子丑寅四長方積共為三率則戊圓虛積固已補足而癸子丑寅四長方積必多補出之分是知癸子丑寅四長方積其寬仍為戊酉而亥酉之長必亦多補出之分矣故又以定率之方內圓外積為一率方積為二率四因方邊離圓界五丈得亥酉之長為三率求得四率即將亥酉之長亦增補出之分乃以此為長濶較求得未申濶即內圓徑也

設如有一方形內不切方邊容一圓形但知方角離圓界二十一丈二尺一寸三分方內圓外積一千四百四十二丈九十二尺○三寸六十八分問方邊圓徑各幾何答曰方邊四十丈圓徑十四丈一尺四寸二分　法以方角離圓界數自乘倍之得九百丈與方內圓外積相減餘五百四十二丈九十二尺○三寸六十八分乃以定率弧矢積二八五三九八一六為一率方積一○○○○○○○○方內容圓積七八五三九八一六圓內容方積五○○○○○○○○相減餘二八五三九八一六為弧矢積圓內容方積五○○○○○○○為二率今減餘積五百四十二丈九十二尺○三寸六十八分為三率求得四率九百五十一丈十六尺三十寸四十八分為長方積又以二八五三九八一六為一率五○○○○○○○為二率以方角離圓界二十一丈二尺一寸三分用斜求方法求得四隅方邊十五丈四因之得六十丈為三率求得四率一百○五丈一尺一寸六分為長濶和用帶縱和數開平方法算之得濶十丈即內圓所容方邊以四隅方邊十五丈倍之得三十丈相加得四十丈即外方邊以內圓所容方邊十丈求對角斜線得十四丈一尺四寸二分即內圓徑如圖甲乙丙丁方形內容戊圓形以方角離圓界甲卯自乘倍之與積相減則減去巳庚辛壬四正方形以甲

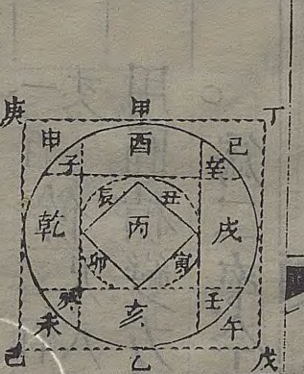


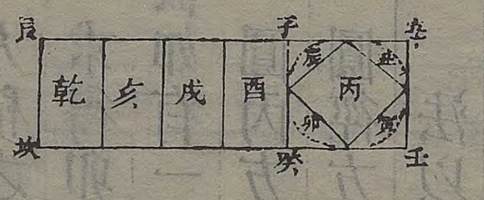


卯自乘折半得己正方形積故甲卯自乘倍之即得四正方形積也餘癸子丑寅四長方形而內虛未申酉戌四弧矢形今欲以所虛之未申酉戌四弧矢形變為卯辰巳午一正方形應以定率弧矢積為一率方積為二率未申酉戌四弧矢虛積為三率則得四率為卯辰巳午虛方積然今無四弧矢虛積而以癸子丑寅四長方形內虛四弧矢形之餘積為三率實積既變則虛積亦變故求得四率為卯辰亥乾長方形而內虛卯辰巳午正方形葢癸子丑寅四長方實積與午巳亥乾長方積之比同於弧矢積與方積之比則其所虛之四弧矢形與卯辰巳午正方形之比亦同於弧矢積與方積之比而癸子丑寅之共長與辰亥之比亦必同於弧矢積與方積之比矣故以四長方之共邊比例得辰亥邊為長濶和求得卯辰濶為內圓所容正方形之每一邊也

設如有一圓形內不切圓界容一方形但知圓界離方角五丈圓內方外積二百六十四丈十五尺九十二寸六十四分問圓徑方邊各幾何答曰圓徑二十丈方邊七丈〇七寸一分

法以圓界離方角五丈自乘得二十五丈四因之得一百丈又以圓積定率七八五三九八一六為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今圓內方外積為三率求得四率三百三十六丈三十三尺八十七寸二十三分內減所得一百丈餘二百三十六丈三十三尺八十七寸二十三分乃以定率弧矢積二八五三九八一六用圓積變方積法通之得三六三三八〇二三為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今減餘積為三率求得四率六百五十丈三十八尺七十四寸為

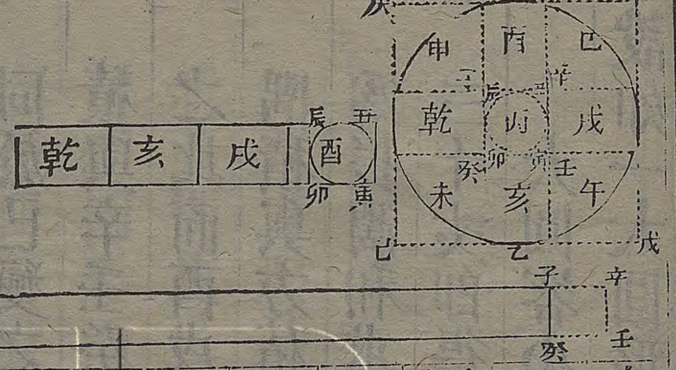




長方積又以三六三三八〇二三為一率一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率以圓界離方角五丈四因之得二十丈為三率求得四率五十五丈〇三寸八分七釐四毫為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶十丈即內方對角斜線用斜求方法得七丈〇七寸一分即內方邊以內方對角斜線十丈加圓界離方角共十丈得二十丈即外圓徑如圖甲乙圓形內容丙方形以圓積方積定率比例則變為丁戊己庚辛壬癸子方環形而多丑寅卯辰四弧矢形所變之積蓋圓環變為方環今圓內方外積比圓環積多丑寅卯辰四弧矢形故所變之方環亦多四弧矢形所變之積也以圓界離方角五丈自乘四因與積相減

則減去己午未申四小方形餘酉戌亥乾四長方形及四弧矢形所變之積今欲以四弧矢形所變之積補成辛壬癸子正方形共成辛壬坎艮長方形應以定率四弧矢形已變之積為一率方積為二率今所多之四弧矢形已變之積為三率則得四率為辛壬癸子正方積然今乃以四弧矢形已變之積併酉戌亥乾四長方積共為三率則辛壬癸子正方積固已補足而酉戌亥乾四長方必多補出之分是知酉戌亥乾四長方其寛仍為子癸而癸坎之長亦必多補出之分矣故又以四弧矢形已變之積為一率方積為二率以圓界離方邊五丈四因之得癸坎之長為三率求得四率即將癸坎之長亦增補出之分乃以此為長濶之較求得辛壬濶即內方對角斜線也

設如有一圓形內不切圓界容一方形但知圓界離方邊十五丈圓內方外積一千一百五十六丈六十三尺七十寸四十分問圓徑方邊各幾何答曰圓徑四十丈方邊一十丈法以圓界離方邊十五丈自乘得二百二十五丈四因之得九百丈又以圓積定率七八五三九八一六為一率方積定率一〇〇〇〇〇〇〇為二率今圓內方外積為三率求得四率一千四百七十二丈六十七尺六十寸四十六分減所得九百丈餘五百七十二丈六十七尺六十寸四十六分乃以定率方內圓外積二一四六〇一八四用圓積變方積法通之得二七三二三九五五為一率方積一〇〇〇〇〇〇〇為二率今減餘積為三率求得四率二千〇九十五丈八十八尺六十三寸六十一分為長方積又以二七三二三九五五為一率一〇〇〇〇〇〇〇為二率以圓界離方邊十五丈四因之得六十丈為三率求得四率二百一十九丈五尺八十寸八分為長闊和用帶縱和數開平方法算

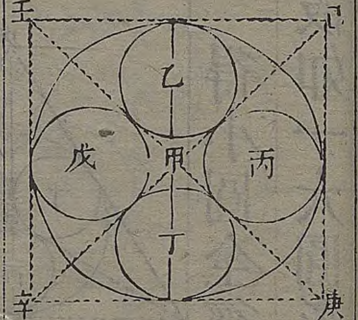


之得濶十丈即內方邊加圓界離方邊共三十丈得四十丈即外圓徑如圖甲乙圓形內容丙方形以圓積方積定率比例則變為丁戊己庚辛壬癸子方環形而少丑寅卯辰四隅所變之積蓋圓環變為方環今圓內方外積比圓環積少丑寅卯辰四隅故所變之方環亦少四隅所變之積也以圓界離方邊十五丈自乘四因與積相減則減去巳午未申四正方形餘酉戌亥乾四長方形而內少丑寅卯辰四隅所變之積今欲以所虛四隅所變之積作為辛壬癸子正方形應以定率四隅形已變之積為一率方積為二率今所少之四隅形已變之虛積為三率則得四

率爲辛壬癸子虛方積然今無四隅形已變之虛積而以酉戌亥乾四長方內虛四隅形之餘積爲三率實積既變則虛積亦變故求得四率爲辛壬坎艮長方形而內虛辛壬癸子正方形蓋酉戌亥乾四長方實積與子癸坎艮長方形之比同於已變之四隅積與方積之比則其所虛之四隅已變之積與辛壬癸子正方形之比亦同於已變之四隅積與方積之比而酉戌亥乾之共長與壬坎之比亦必同於已變之四隅積與方積之比矣故以四長方之共邊比例而得壬坎邊爲長濶和求得辛壬濶爲內方邊也再加圓界離方邊之共三十丈即得外圓徑矣

大圓容小圓求徑法

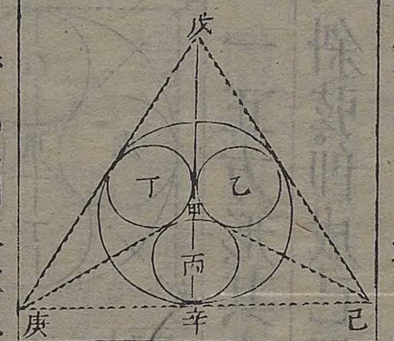
設如一大圓形內容四小圓形但知大圓徑一尺二寸求小圓徑幾何答曰四寸九分七釐〇五絲有餘　法以大圓徑一尺二寸自乘倍之開方得一尺六寸九分七釐〇五絲有餘內減大圓徑一尺二寸餘即小圓徑如圖甲大圓形內容乙丙丁戊四小圓形試切大圓界作一正方形其方邊即大圓全徑用方求斜法得壬庚己辛兩斜弦即戊己甲壬己甲庚庚甲辛壬甲辛四句股形內各容一小圓形而四方邊遂爲四句股形之各弦兩斜弦各折半遂爲四句股形之各句股任取一句股和減弦即得容圓全徑解見句股容圓法中



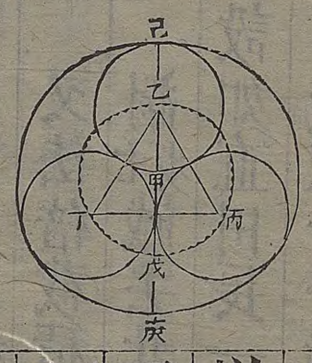
設如一大圓形內容四小圓形但知小圓徑五寸求大圓徑幾何答曰一尺二寸〇七釐一毫有餘　法以小圓徑五寸自乘倍之開方得七寸〇七釐一毫有餘加小圓徑五寸即得如圖甲大圓形

內容乙丙丁戊四小圓形試連四小圓形中心作一乙丙丁戊正方形用方求斜法求得乙丁斜弦加己乙與丁庚兩半徑為一小圓形全徑即得己庚大圓全徑也

設如一大圓形內容三小圓形但知大圓徑一尺二寸求小圓徑幾何答曰五寸五分六釐九毫二絲有餘 法以大圓徑一尺二寸求得外切三角形之每邊為二尺〇七分八釐四毫六絲有餘如己庚乃以大圓徑一尺二寸為兩腰如甲己與甲庚為三角形之分角線皆與大圓全徑等半徑六寸為中垂線如甲辛用三角形求容圓法求得半徑二寸七分八釐四毫六絲有餘倍之即得小圓全徑也



設如一大圓形內容三小圓形但知小圓徑五寸求大圓徑幾何答曰一尺〇七分七釐三毫五絲有餘 法以小圓徑五寸為等邊三角形之每一邊如丙丁用三等邊形求外切圓形全徑法求得外切圓徑五寸七分七釐三毫五絲有餘如乙戊 加小圓全徑五寸如己乙併戊庚即得

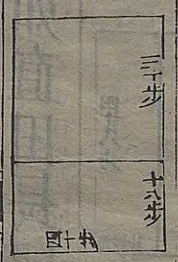


分田截積法

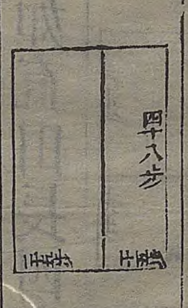
直田截積訣

直田截積法為奇 截長積步濶除之 截濶用長除甚易 得其步數不須疑 謂若依原濶截長則以原濶除之若依原長截濶則以原長除之也

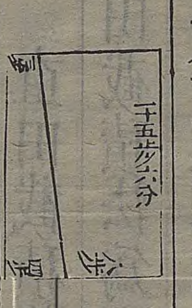
設如直田長四十八步濶四十步今依原濶截積七百二十步問截長幾何答曰長一十八步 法以截積為實以原濶四十步除之得截長一十八步



設如直田長四十八步，濶四十步，今依原長截積七百二十步，問截濶幾何。答曰：濶一十五步。法以截積爲實，以原長四十八步除之，得截濶一十五步。

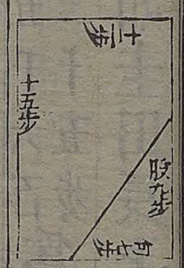


設如直田長一十五步六分，濶一十二步，從東邊截斜田一段，積五十四步六分，北廣四步，問截南廣幾何。答曰：三步。法以截積爲實，以原長一十五步六分除之，得濶三步五分，爲兩廣相併折半之中數，倍之得七步，減去北廣四步，餘得南廣三步。



又法倍截積得一百〇九步二分爲實，以原長一十五步六分除之，得共截濶七步，減去北廣四步，餘得南廣三步。

設如直田長一十五步，濶一十二步，從西北角截句股田一段，積三十一步五分，股長九步，問句濶幾何。答曰：七步。法倍截積得六十三步，以股長九步除之，得句七步。

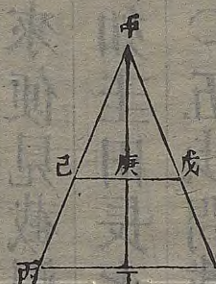


圭田截積訣 句股截積同用

圭田截積小頭知，倍積原長以乘之，原濶歸除爲實積，開方便見截長宜。仍以截長乘原濶，原長爲法以除之，除來便見截濶數，法明簡易不須疑。

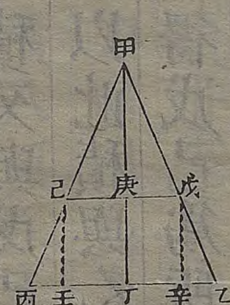
設如圭田長七十五步，濶三十步，今從上段截三角形積四百〇五步，問截長濶各幾何。答曰：長四十五步，濶一十八步。法倍截積得八百一十步，以原長七十五步乘之，得六萬〇七百五十步，以原濶三十步除之，得二千〇二十五步爲實，開方得四十五步，爲所截之長。就以原濶三十步乘之，得一千三百五十步，以原長七十五步除之，得一十八步，爲所截之濶。如圖甲乙丙三角形，即圭田形，甲丁中長七十五步。

乙丙底闊三十步甲戊己小三角形為截積四百〇五步是故乙丙與甲丁之比應同於戊己與甲庚之比然而無戊己之數故將截積倍之為戊己與甲庚相乘之長方則乙丙與甲丁之比必同於戊己與甲庚相乘之長方與甲庚自乘之正方之比故開方而得甲庚為所截之長又甲丁與乙丙之比同於甲庚與戊己之比而得戊己為所截之闊也



又法以中長乘底闊折半得三角形積一千一百二十五步為一率今所截之小三角形積四百〇五步為二率以底闊自乘得九百步為三率求得四率三百二十四步開方得截闊一十八步若以中長自乘得五千六百二十五步為三率求得四率二千〇二十五步開方得截長四十五步

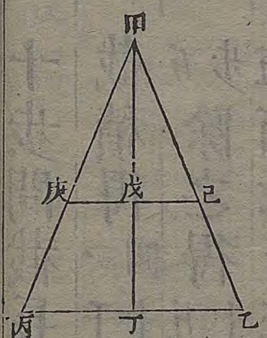
設如圭田長七十五步闊三十步今從下段截梯形積七百二十步問截長闊各幾何答曰長三十步闊一十八步 法倍截積得一千四百四十步以原闊三十步乘之得四萬三千二百步以原長七十五步除之得五百七十六步另以原闊三十步自乘得九百步內減前所得五百七十六步餘三百二十四步開方得一十八步為截闊併原闊三十步折半得二十四步以除截積七百二十步得三十步為截長步如圖甲乙丙三角形甲丁中長七十五步乙丙底闊三十步戊乙丙己梯形為截積七百二十步戊己為所截之闊庚丁為所截之長乙辛壬丙兩段為截闊與底闊之較是故甲丁與乙丙之比應同於庚丁與乙辛壬丙兩段之比但今無庚丁之數故將截積倍之遂成庚丁所截之長與戊己乙丙上下兩闊之和相乘之長方形將此長方形與底闊相乘以中長除之所得之數即乙辛壬丙上下



兩濶之較與戊己乙丙上下兩濶之和相乘之長方形也此積又與戊己乙丙上下兩濶之數各自乘相減之餘積等故以此積與乙丙自乘方積相減即餘戊己自乘方積開方而得戊己為所截之濶既得截濶則併原濶折半以除截積即得所截之長矣

又法以底濶與中長相乘折半得三角形全積（一千一百二十五步）內減截積（七百二十步）餘（四百〇五步）即為從上段所截之三角形積依前條第二法求之亦得

設如三角形中長三十步底濶一十五步今從尖截長一十二步問截濶幾何答曰六步　法以底濶乘截長得（一百八十步）以原長除之得截濶（六步）如圖甲乙丙三角形甲丁中長三十步乙丙底濶一十五步



甲戊為截長一十二步而甲丁與乙丙之比即同於甲戊與己庚之比也如以截濶求截長則以底濶為一率中長為二率截濶為三率所得四率即截長也

又法以中長除底濶得濶差（五分）以乘截長（一十二步）亦得截濶（六步）

梯田截積訣（斜田截積同）

梯田截積細端詳　倍積濶差乘最良　却用原長為法則
歸除乘數實之行　若截大頭田積步　大濶自乘減實當
若截小頭田積步　小濶自乘併實傍　俱用開方為截濶
兩廣併來折半強　折半數來為法則　以除截積便知長

設如梯田長九十步南廣二十步北廣三十八步今從小頭截積八百二十二步五分問截長濶各幾何答曰截長三十五步截濶二十七步　法倍積得（一千六百四十五步）另以二廣相減得

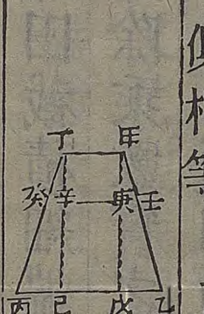
潤差一十八步乘之得二萬九千六百一十步以原長九十步除之得三百二十九步

爲實另以南廣二十步自乘得四百步併入實內開方得截潤二十

七步就以截潤併小潤即南廣折半得二十三步五分以除截積得截長

三十五步如圖甲乙丙丁梯形甲戊長九十步甲丁南廣二十步

戊己庚辛俱相等乙丙北廣三十八步乙戊與己丙爲南北兩廣之



較一十八步甲壬癸丁小梯形爲截積八百二

十二步五分是故甲戊共長與乙戊己丙南北

兩廣之較之比應同於甲庚截長與壬庚辛癸南中兩廣之

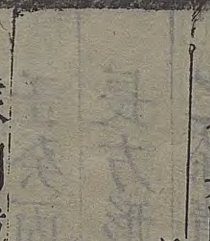
較之比然無甲庚之數故將截積倍之爲甲庚截長與甲丁

壬癸南中兩廣之和相乘之長方形將此長方形積與南北

兩廣之較相乘以原長除之所得之數即壬庚辛癸南中兩

廣之較與甲丁壬癸南中兩廣之和相乘之長方形也此積

又與甲丁壬癸南中兩廣之數各自乘相減之餘積等即丑寅卯



午巳辰磬折形積引長則爲辰丑未申長方形

積蓋辰丑即兩廣之較丑未即兩廣之和故爲

較與和相乘之長方形又子辰與子午即南廣

子丑與子卯即中廣故磬折形又爲兩廣各自

乘相減之餘積也

故以此所得之數與甲丁自乘之數即子辰巳午長方積相

加即得壬癸自乘方積即子丑寅卯長方積開方而得壬癸爲所截之

潤也既得潤數則併南廣折半又成一南中等廣之長方形

故以除截積而得所截之長也

設如梯田長九十步南廣二十步北廣三十八步今從大頭截

積一千七百八十七步五分問截長潤各幾何答曰截長五

十五步截潤二十七步 法倍積得三千五百七十五步以潤差一十八步

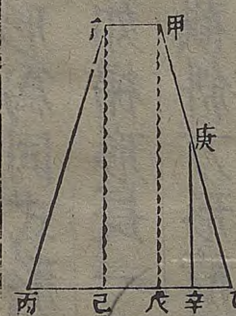
乘之得六萬四千三百五十步以原長九十步除之得七百一十五步爲實另以

大潤三十八步自乘得一千四百四十四步減去實七百一十五步餘七百二十九步開方

得截濶二十七步就以截濶併大濶即北廣折半得三十二步五分以除截積得截長五十五步如圖甲乙丙丁梯形甲戊長九十步甲丁南廣二十步與戊己等乙丙北廣三十八步乙戊與己丙兩段為南北兩廣之較一十八步庚乙丙辛小梯形為截積一千七百八十七步五分是故甲戊某長與乙戊己丙南北兩廣之較

之比應同於庚壬截長與乙壬癸丙中北兩廣之較之比然無庚壬之數故將截積倍之為庚壬截長與庚辛乙丙中北兩廣之和相乘之長方形將此長方形積與南北兩廣之較相乘以原長除之所得之積即乙壬癸丙中北兩廣之較與庚辛乙丙中北兩廣之和相乘之長方形也此積又與庚辛乙丙中北兩廣之數各自乘相減之餘積等故以此數與乙丙自乘之數相減餘即庚辛自乘之方積開方而得庚辛為所截之濶也既得濶數照前法求之即得所截之長矣

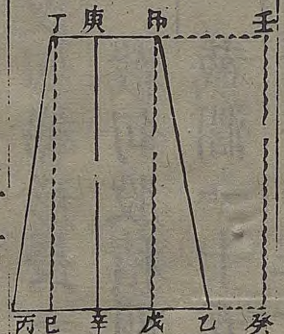
設如梯形長一百二十尺上濶二十尺下濶八十尺今從一邊截句股積四百五十尺問截長濶各幾何答曰截長六十尺截濶一十五尺法以長一百二十尺為一率上下濶相減餘數折半得三十尺為二率倍截積得九百尺為三率求得四率二百二十五尺開方得十五尺為截濶既得濶數又以半較三十尺為一率長一百二十尺為二率截濶一十五尺為三率求得四率六十尺為截長此



法一率與二率為線與線之比例三率與四率為面與面之比例如圖甲乙丙丁梯形甲丁上濶二十尺與戊己等乙丙下濶八十尺甲戊長一百二十尺乙戊為上下濶相減所餘折半之較三十尺庚乙辛

爲所截句股積四百五十尺甲乙戊句股形與庚乙辛句股形爲同式形故立法與三角形從上段截積之法相同也

設如梯形長一百二十尺上濶四十尺下濶八十尺今從一邊截斜方形積四千二百尺問截上下濶各幾何答曰上濶二十五尺下濶四十五尺　法以上濶四十尺如甲丁與下濶八十尺如乙丙相減餘四十尺如乙戊與己丙折半得二十尺如乙戊爲所截斜方形上下兩濶之較又以截積四千二百尺倍之得八千四百尺如壬癸辛庚長方形以長一百二十尺如甲戊除之得七十尺爲所截斜方形上下兩濶之和如癸辛內減上下兩濶之較二十尺如乙戊餘五十尺如癸乙與戊辛折半得二十五尺如戊辛與甲庚等爲所截之上濶加較二十尺得四十五尺如乙辛爲所截之下濶



設如斜田形長九十尺上濶二十尺下濶三十八尺今截中濶二十七尺問截上下長各幾何答曰上長三十五尺下長五十五尺　法以上下濶相減餘一十八尺如戊丙爲一率原長九十尺如丁戊爲二率以上中濶相減餘七尺如辛庚爲三率求得四率三十五尺如丁辛卽所截上長乃以此與原長相減餘五十五尺卽所截下長蓋戊丙與丁戊之比卽同於辛庚與丁辛之比也如欲先得所截下長則以中下兩濶相減餘一十一尺如壬丙爲三率求得四率五十五尺如庚壬卽所截下長蓋戊丙與丁戊之比又同於壬丙與庚壬之比也

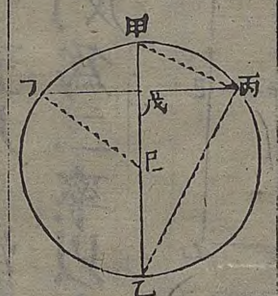
設如斜方形長九十尺上濶二十尺下濶三十八尺今截上長三十五尺問截濶幾何答曰二十七尺　法以原長九十尺爲一率上下闊相減所餘一十八尺爲二率今所截之長三十五尺爲三率求得四率七尺與上濶二十尺相加卽得如有截下長數則以

截下長五十五尺為三率，求得四率一十尺，與下濶三十八尺相減，亦得

圓形截弧矢法

設如圓徑一尺二寸，今截弧矢形一段，矢濶二寸四分，問弦長幾何。答曰，九寸六分。

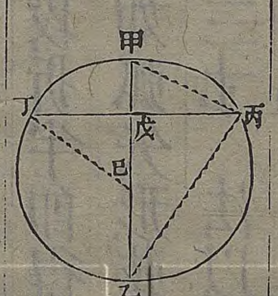
法以矢闊二寸四分為首率，圓徑減矢餘九寸六分為末率，首率末率相乘得二十三寸〇四分，開方得四寸八分為中率，倍之即得弦長。如圖，甲乙徑一尺二寸，截甲丙丁弧矢形，甲戊為矢闊二寸四分。試自甲至丙作甲丙線，自丙至乙作丙乙線，遂成甲丙乙直角三角形，而丙戊半弦即為中垂線，故以甲戊為首率，戊乙為末率，求得丙戊為中率，倍之得丙丁，即弧弦長數也。



又法，以圓徑折半得六寸為弦，矢濶與半徑相減餘三寸六分為句，求得股四寸八分，倍之亦得。如圖丁己半徑為弦，戊己為句，求得丁戊股，倍之即得丙丁弧弦也。

設如圓徑一尺七寸，今截弧矢形一段，弦長一尺五寸，問矢濶幾何。答曰，四寸五分。

法以弦長折半得七寸五分，自乘得五十六寸二十五分為長方積，以圓徑一尺七寸為長濶和，用帶縱和數開平方法算之，得濶四寸五分，即矢濶也。如圖甲戊為首率，戊乙為末率，

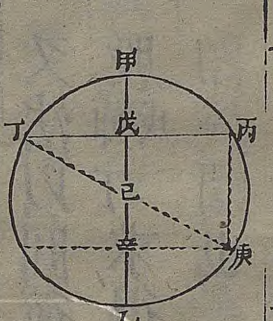


丙戊為中率，中率自乘之正方，與首率末率相乘之長方等，故丙戊自乘之數即如長方積，而以甲乙為長濶和，求得甲戊濶即矢也。

又法，以圓徑折半得八寸五分為弦，如丁己。以弧弦折半得七寸五分為股，如丁戊。求得句四寸，如戊己。與半徑八寸五分如甲己。相減餘四寸五分如甲戊。即矢濶也。

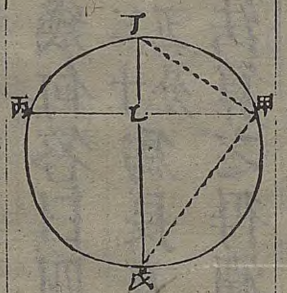
又法，以圓徑一尺七寸為弦，弧弦一尺五寸為股，求得句八寸，與圓徑一尺

七寸相減餘九寸折半得四寸五分即矢濶如圖甲乙圓徑一尺七寸

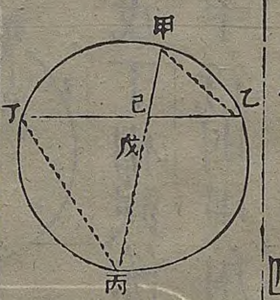


與丁庚等如自丙至庚作丙庚線則成丁丙庚句股形故以丁庚為弦丙丁為股求得丙庚句與戊辛等與甲乙全徑相減餘甲戊與辛乙兩段折半即得甲戊為矢濶也

設如弧矢形弦長一尺二寸矢濶四寸求圓徑幾何答曰一尺三寸 法以矢濶四寸為首率如丁乙弧弦折半得六寸為中率如甲乙乃以中率六寸自乘得三十六寸以首率四寸除之得九寸為末率如乙戊為圜之截徑與矢濶四寸相加即得圓全徑如丁戊



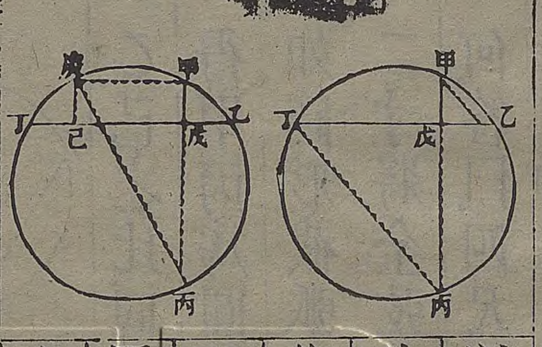
設如圓形截弧矢一段任自弧界一處對圓心至弦作一斜線長一尺二寸將全弦分為兩段大段長一尺八寸小段長一尺六寸問圓徑幾何答曰三尺六寸 法以所作斜線一尺二寸為一率如甲己小段一尺六寸為二率如乙己大段一尺八寸為三率如己丁求得四率二尺四寸為截徑斜線如己丙將此線與甲己線相加得



三尺六寸即圓徑如圖試將甲己斜線引長作甲丙線又自甲至乙作甲乙線自丁至丙作丁丙線遂成甲己乙丁己丙兩同式三角形故甲己與乙己之比同於己丁與己丙之比既得己丙與甲己相加即得甲丙為圓徑也

設如圓形截弧矢一段任自弧界一處至弦作一垂線長一尺二寸將全弦分為兩段大段長三尺小段長一尺問圓徑幾何答曰四尺二寸 法以垂線一尺二寸為一率如甲戊小段一尺為二率如乙戊大段三尺為三率如戊丁求得四率二尺五寸為自弧弦至

對界之垂線如戊丙。將此線與甲戊線相加，得三尺七寸為股如甲丙。



以小段一尺與大段三尺相減，餘二尺為句如甲庚。求得弦四尺二寸，即圓徑如庚丙。如圖，試將甲戊垂線引長作甲丙線，又自甲至乙作甲乙線，自丁至丙作丁丙線，遂成甲戊乙、丁戊丙兩同式三角形，故甲戊與戊乙之比，同於丁戊與戊丙之比。既得戊丙，與甲戊相加，即得甲丙。又以乙戊同己丁與戊丁相減，餘戊己，與甲庚等。乃自甲至庚作甲庚線，與乙丁平行，則甲角為直角，必立於圓界之一半。又自庚至丙作庚丙線，則又成庚甲丙句股形，故以庚甲為句，甲丙為股，求得庚丙弦，即圓徑也。

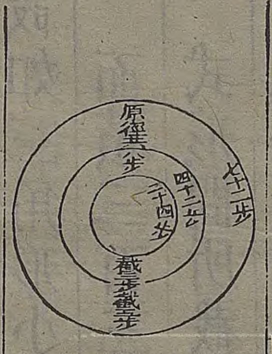
環田截積訣

孔鄒校云此用古率當改用密率

環田要截外周積　倍積二周差步乘　原徑為法除見數
另以外周周自乘　以少減多餘作實　開方便得內周成
二周相減餘零數　六而取一徑分明

設如環田外周七十二步，內周二十四步，徑八步。今從外周截積二百八十五步，問截中周併徑各幾何。答曰：中周四十二步，徑五步。

法：倍截積，得五百七十步，卻以外周減內周，餘差四十八步，乘之，得二萬七千三百六十步，以原徑八步除之，得三千四百二十步。另以外周周自乘，得五千七百八十四步，以少減多，餘一千七百六十四步為實，開方得中周四十二步，以減外周七十二步，餘三十步，以六除之，得截徑五步。



若以前田從內周截積九十九步，問截中周併徑幾何，則照前法，得中周四十二步，減去內周二十四步，餘一十八步，以六除之，得截徑

三步

各面形平分面積法

設如三角形小腰邊二十丈大腰邊三十四丈底邊四十二丈面積三百三十六丈今欲平分面積一半與原三角形為同式形問所截三邊各幾何答曰截底邊二十九丈六尺九寸八分四釐八毫有餘截大腰邊二十四丈〇四寸一分六釐二毫有餘截小腰邊十四丈一尺四寸二分一釐三毫有餘

法以原面積為一率折半得一百六十八丈為二率底邊自乘得一千七百六十四丈為三率推得四率八百八十二丈開方即得所截底邊乃以全底邊為一率大腰邊為二率所截底邊為三率推得四率即所截大腰邊又以全底邊為一率小腰邊為二率所截底邊為三率推得四率即所截小腰邊如圖甲乙丙三角形平分面積一半成丁戊丙三角形此兩三角形既為同式形則甲乙丙三角形之面積與丁戊丙三角形之面積之比同於各邊各自乘之正方面積之比

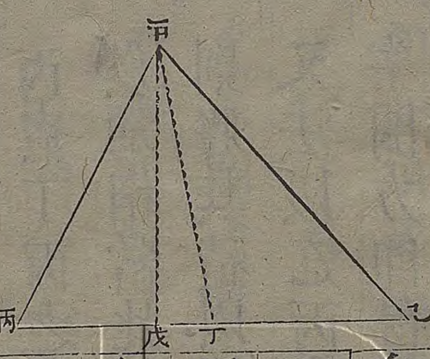
正方面積與所截各邊各自乘之正方面積之比故所得四率開方而得戊丙也既得戊丙則乙丙與甲丙之比同於戊丙與丁丙之比又乙丙與甲乙之比同於戊丙與丁戊之比俱為相當比例四率也若取原積三分之一或幾分之幾者則將其積以其分數歸之比例並同

又法以乙丙邊自乘折半開方即得戊丙邊甲丙邊自乘折半開方即得丁丙邊甲乙邊自乘折半開方即得丁戊邊此即面與面比線與線比之理也

設如甲乙丙三角形面積三百八十四尺乙丙底邊三十二尺

今自甲角將原積平分為二，問每分底邊幾何。答曰：各一十六尺。

法以乙丙底邊折半，得一十六尺，即每分底邊之數也。蓋



自甲至乙丙線上作甲戊垂線，則甲丁乙、甲丁丙兩三角形同以甲戊為高，即為二平行線內同底兩三角形，其面積必等，故各得甲乙丙三角形積之一半，而底邊亦各得一半也。如分三分或四分者，做此類推。

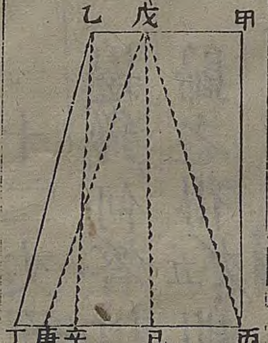
設如三角田，三面各一十四步，今平分作三段，俱要四角，問中長中濶及積各幾何。答曰：每段中長八步〇八釐二毫八絲有餘，中濶七步，積二十八步二分九釐有餘。

法用三角形求中垂線法，求得中徑十二步一分二釐四毫三絲有餘，以每面之半七步乘之，得共積八十四步八分七釐有餘，以三段歸之，得每段積二十八步二分九釐有餘，乃以每面之半七步為股，取中垂線三分之一四步〇四釐一毫四絲有餘為句，求得弦八步〇八釐二毫八絲有餘，即每段中長數，乃用鈍角三角形求中垂線法，以中長為底為一率，以每邊之半與中垂線三分之一為兩腰，相加得十一步〇四釐一毫四絲為二率，相減餘二步九分五釐八毫六絲為三率，求得四率四步〇四釐一毫五絲，為底邊之較，與底八步〇八釐二毫八絲相減，餘四步〇四釐一毫三絲，折半得二步〇二釐一毫一絲為句，以小腰四步〇四釐一毫四絲為弦，求得股三步五分，倍之得七步，為每段中濶數。

孔郇校云二步二釐一毫一絲當作二步二釐六絲五忽，且所用鈍角三角形求中垂線法亦誤，另直角三角形當用勾股求中垂線法

設如甲乙丙丁二平行線無直角四邊形，甲乙邊八丈，丙丁邊一十二丈，面積一百六十丈，今將原積分為四分，問每分截邊幾何。答曰：五丈。

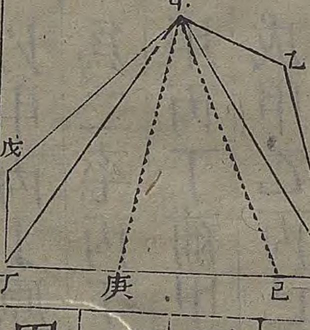
法以甲乙丙丁兩邊數相加得二十丈，四歸之得五丈，即每分所截之邊，乃自甲量至戊得五丈，自戊至丙



作戊丙線，成甲戊丙三角形，爲第一分。又從丙量至己得五丈。自戊至己作戊己線，成丙戊己三角形，爲第二分。又從己量至庚得五丈。自戊至庚作戊庚線，成己戊庚三角形，爲第三分。又自庚至丁餘二丈。自戊至乙餘三丈。併之亦得五丈。成戊庚丁乙斜方形，即爲第四分也。蓋甲乙與丙丁二線既爲平行，自乙至辛作乙辛垂線，則三三角形與一斜方形同以乙辛爲高，其邊線既等，則各形所得之面積亦必相等，而各爲四邊形面積四分之一也。

設如甲乙丙丁戊不等邊無直角五邊形，面積一十九丈九十八尺，甲乙邊二丈五尺，乙丙邊三丈九尺，丙丁邊六丈，丁戊邊一丈五尺，甲戊邊四丈一尺，自甲角至丙角斜線五丈六尺，自甲角至丁角斜線五丈二尺，今從甲角將面積平分爲三分，問截各邊幾何。答曰：一得丙丁邊一丈〇九寸八分有餘，一得丙丁邊二丈九尺七寸三分有餘，一得丙丁邊一丈九尺二寸八分有餘。

法以面積三歸之，得六丈六十六尺，爲每分應分積數。乃以甲丙、甲丁兩斜線分爲三三角形，算之，用三角形求面積法，求得甲乙丙三角形面積二丈三十四尺，甲丙丁三角形面積四丈二十尺，甲丁戊三角形面積一十三丈四十四尺，俱不足一分應得之數，又過於一分應得之數。乃以一分應得之數與甲乙丙面積相減，不足二丈四十六尺，應取足於甲丙丁面積內。爰以甲丙丁原面積一十三丈四十四尺爲一率，應取足補截積二丈四十六尺爲二率，丙丁原邊六丈爲三率，推得四率一丈〇九寸八分二釐一毫四絲〇爲甲丙丁補甲乙丙分數之邊，如丙己。乃自甲至己作甲己線，成甲乙丙己不等邊四邊形，爲第一分。又以甲丙丁原面積



一十三丈四十四尺為一率每分應得六丈六十六尺為二率丙丁原邊六丈為三率推得四率二丈九尺七寸三分二釐一毫四絲

○為甲丙丁應得之邊如己庚乃自甲至庚作甲庚線成甲己庚三角形為第二分餘甲庚丁戊不等邊四邊形即第三分此三分之面積俱相等也蓋兩形同高者其面積之比例同於其底邊之比例故此法一率二率皆面與面之比三率四率皆線與線之比也若以甲丁戊面積與每分應分面積相減不足四丈三十二尺即所截甲庚丁面積試以甲丙丁原積與甲庚丁截積之比必同於丙丁原邊與庚丁截邊之比而得庚丁為一丈九尺二寸八分六釐四毫五絲○也

立方說

立方者等邊六面之體積也以形而言雖為六面十二邊之所合以積而言則為自乘再乘之數因其縱橫與高俱相等故十二邊皆如一線得其一邊而十二邊莫不相同其積之也自線而面自面而體次第相乘而後得其全積其開之也必次第析之而後得其一邊是故古人立為方廉長廉之制每積三位而得邊之一位所謂一千商十定無疑三萬纔為三十餘九十九萬不離十百萬方為一百推是也其法先從一角而剖其體以自一至九自乘再乘之數為方根與實相審量其足減者而定之是為初商初商減盡無餘則方根止一位若有餘實即初商方積外別成一缺角三面磬折體其附初商之三面者謂之方廉其附初商之三邊者謂之長廉其附初商之角者謂之隅廉各有三故以三為廉法隅惟一而隅之三面即符於三長廉之端合三方廉三長廉一隅始合次商之數故商除之法以初商

自乘三因爲三方廉面積視初商餘實足方廉面積幾倍卽定爲次商乃以次商乘三倍初商爲三長廉面積又以次商自乘爲小隅面積共合三方廉三長廉一小隅面積以次商數乘之爲次商廉隅之共積所謂初商方積外別成一缺角三面磬折體者是也如次商外尚有不盡之實則初商次商方積外仍爲三方廉三長廉一小隅又成一三面磬折形但較前方廉愈大長廉愈長而隅愈小耳凡有幾層廉隅俱照次商之例遞析之實盡而止如開至多位實仍不盡者必非自乘再乘之正數此開立方之定法也體形不一而容積皆以立方爲準故立方爲算諸體之本諸體必通之立方而法乃可施也

立方訣

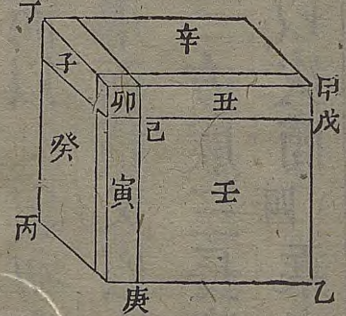
立方開法是如何　學者須先熟玩歌　初商自乘再乘數
減實餘來次第破　三因初商自乘積　三箇方廉面可識
初商三倍次商乘　是曰長廉三面形　次商自乘爲隅面
三面併乘次商遍　共成磬折三邊形　與實相減次商成
若然還有餘存實　三四多商依此的

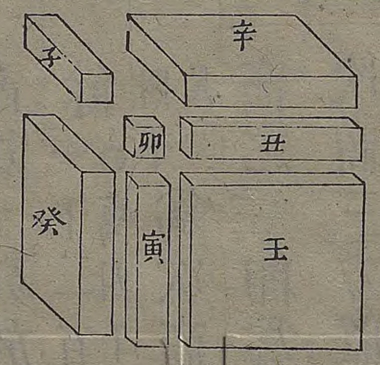
設如正方體積一百二十五尺開立方問每邊幾何答曰五尺

法列積於中爲實自末位起算每方積三位定方邊一位今積止有三位則於五尺上定單位以自一至九自乘再乘之方根數與之相審知與五自乘再乘之數恰合乃以五尺列於左爲法而以五尺自乘得二十五尺再乘得一百二十五尺除實恰盡卽得開立方數爲五尺也此法別無廉隅故不用次商如有餘實則自成廉隅而用次商矣

設如正方體積一丈七百二十八尺開立方問每邊幾何答曰

一丈二尺。法列積於中為實，自末位起算，每方積三位定方邊一位，故隔二位作記，於八尺上定尺位，一丈上定丈位。其一丈為初商積，與一丈自乘再乘之數相合，即定初商為一丈，列於左，而以一丈自乘再乘，仍得一丈為初商方積，除實餘七百二十八尺，為次商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺，自乘得一百尺，三因之得三百尺，為次商三方廉面積，以除餘實足二尺，即定次商為二尺，列於左初商一丈之下，而以二尺與初商一十尺相乘得二十尺，三因之得六十尺，為次商三長廉面積，又以次商二尺自乘得四尺，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積共三百六十四尺，為次商廉隅共法，再以次商二尺乘之得七百二十八尺，除實恰盡，左位所商一丈二尺，即每邊數也。如圖甲乙丙丁正方體形，每邊皆一丈二尺，其中函積一千七百二十八尺，其先從一角所





分戊乙庚己方體，每邊一丈，即初商數，中函積一千尺，即初商自乘再乘之數，所餘辛形壬形癸形三方廉體，其每邊一丈，即初商數，其厚二尺，即次商數；子形丑形寅形三長廉體，其長一丈，即初商數，其濶其厚皆二尺，亦即次商數；卯形一小隅體，其長與濶與厚皆二尺，亦即次商數。合辛壬癸三方廉、子丑寅三長廉、卯一小隅而成一磬折體形，附於初商方體之三面，而成一甲乙丙丁之總正方體。此立方廉隅之法所由生也。三商以後皆倣此遞析開之。

設如正方體積三千九百三十〇萬四千尺，開立方，問每邊幾何。答曰：三百四十尺。法列積於中為實，自末位數起，再下

三位於空尺上定單位四千尺上定十位九百萬尺上定百位其三千九百萬尺爲初商積以初商本位計之則九百萬尺爲初商積之單位而三千九百爲九三十止與三自乘再乘之數相準卽定初商爲三列於左而以三自乘再乘得二十七爲初商方積除實餘一千二百三十○萬四千尺爲次商廉隅之共積以次商本位計之則四千尺爲次商積之單位而一千二百三十○萬四千尺爲一萬二千三百○四而初商之三卽爲三十乃以初商之三十自乘得九百三因之得二千七百爲次商三方廉面積以除餘實足四倍卽定次商爲四列於左而以四與初商三十相乘得一百二十三因之得三百六十爲次商三長廉面積又以次商之四自乘得一十六爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三千○七十六爲次商廉隅共法再以次商四乘之得一萬二千三百○四除實恰盡左商之三百四十尺卽每邊數也凡設數未至單位者皆依此例補足位分然後開之

設如正方體積八十億六千○一十五萬○一百二十五尺開立方問每邊幾何

答曰二千○○五尺

法列積於中爲實自末位起算於五尺上定單位空千尺上定十位空百萬尺上定百位八十億尺上定千位其八十億尺爲初商積以初商本位計之則八十億尺爲初商積之單位而八十億尺爲八與二自乘再乘之數相合卽定初商爲二列於左而以二自乘再乘得八爲初商方積除實八十億尺餘六千○一十五萬○一百二十五尺爲續商共積以次商本位計之則空百萬尺爲次商積之單位而六千萬尺爲六十而初商之二卽爲二十乃以初商之二十自乘得四百三因之得一千二百爲次商三方廉面積以除六十其數不足是次商爲空位再以三商本位計之則空千尺爲三商積之單位而六千○一十五萬尺爲

六萬〇一百五十、而初商之二即爲二百、次商之空即爲空十、故以初商次商之二空作二百自乘得四萬、三因之得一十二萬、爲三商三方廉面積以除六萬〇一百五十、其數仍不足是三商亦爲空位、再以四商本位計之則積與邊皆仍爲本位、而初商之二、即爲二千、乃以初商之二千尺自乘得四百萬尺、三因之得一千二百萬尺爲四商三方廉面積以除餘實足五倍即定四商爲五尺列於左而以五尺與初商二千尺相乘得一萬尺、三因之得三萬尺爲四商三長廉面積、又以四商五尺自乘得二十五尺爲四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千二百〇三萬〇〇二十五尺、爲四商廉隅共法、再以四商五尺乘之得六千〇一十五萬〇一百二十五尺、除實恰盡、左商之二千〇五尺、即每邊數也、此法商出之方邊有二空位、凡廉法除餘積而數不足者皆依此例推之、

設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺、開立方問每邊幾何、答曰、一千四百八十八尺、　法列積於中爲實、自末位起算於二尺上定單位、六千尺上定十位、四百萬尺上定百位、三十億尺上定千位、其三十億尺爲初商積、以初商本位計之則三十億尺爲初商積之單位、而三十億尺爲三、止與一自乘再乘之數相準、即定初商爲一、列於左而以一自乘再乘仍得一、爲初商方積、除實餘二十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺爲續商積、以次商本位計之則四百萬尺爲次商積之單位、而二十二億九千四百萬尺爲二千二百九十四、而初商之一、即爲一十、乃以初商之一十自乘得一百、三因之得三百、爲次商三方廉面積、以除二千二百九十四、足七倍、因定次商爲七、而以初商之一十、與七相乘得七十、三因之得二百一十、爲次商三長廉面積、又以次商七自乘得四十

九，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共五百五十九，為次商廉隅共法，以次商七乘之，得三千九百一十三，大於次商廉隅之共積，是次商不可商七也，乃改商六，而以初商之一十，與次商六相乘，得六十，三因之，得一百八十，為次商三長廉面積，又以次商六自乘，得三十六，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共五百一十六，為次商廉隅共法，以次商六乘之，得三千○九十六，仍大於次商廉隅之共積，是次商不可商六也，又改商五，而以初商之一十，與次商五相乘，得五十，三因之，得一百五十，為次商三長廉面積，又以次商五自乘，得二十五，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共四百七十五，為次商廉隅共法，以次商五乘之，得二千三百七十五，仍大於次商廉隅之共積，是次商又不可商五也，乃改商四，而以初商之一十，與次商四相乘，得四十，三因之，得一百二十，為次商三長廉面積，又以次商四自乘，得一十六，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共四百三十六，為次商廉隅共法，以次商四乘之，得一千七百四十四，是小於次商廉隅之共積，可減也，乃以次商之四列於左，而以次商所得與實相減，餘積五億五千○六十四萬六千二百七十二尺，為續商積，以三商本位計之，則六千尺為三商積之單位，而五億五千○六十四萬六千尺作為五十五萬○六百四十六，而初次商之一十四，即為一百四十，乃以初次商之一百四十自乘，得一萬九千六百，三因之，得五萬八千八百，為三商三方廉面積，以除餘積，足九倍，因定三商為九，而以初次商之一百四十，與三商九相乘，得一千二百六十，三因之，得三千七百八十，為三商三長廉面積，又以三商九自乘，得八十一，為三商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共六萬二千六百六十一，為三商廉

隅共法以三商九乘之得五十六萬三千九百四十九大於三商廉隅之共積是三商不可商九也乃改商八而以初次商之一百四十與三商八相乘得一千一百二十三因之得三千三百六十為三商三長廉面積又以三商八自乘得六十四為三商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共六萬二千二百二十四為三商廉隅共法以三商八乘之得四十九萬七千七百九十二是小於三商廉隅之共積可減也乃以三商之八列於左而以三商所得與實相減餘實五千二百八十五萬四千二百七十二尺為四商廉隅之共積以四商本位計之則積與邊皆仍為本位乃以初次三商之一千四百八十尺自乘得二百一十九萬○四百三因之得六百五十七萬一千二百為四商三方廉面積以除餘實足八倍即定四商為八列於左而以初次三商之一千四百八十與四商八相乘得一萬一千八百四十三因之得三萬五千五百二十為四商三長廉面積又以四商八自乘得六十四為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共六百六十萬六千七百八十四為四商廉隅共法以四商八乘之得五千二百八十五萬四千二百七十二尺除實恰盡左商之一千四百八十八尺即每邊數也此法因廉隅共法與商出之數相乘得數大於廉隅共積幾一倍故改商三次所乘之數始與次商廉隅共積相準而後次商之數可定凡開立方遇此類者皆依此例推之

設如方亭幾座用方甎鋪地共用一千七百二十八塊其所鋪之座數與每座每行之甎數相等問亭之座數幾何答曰一十二座

法列甎數於中為立方積用開立方法開之於八塊上定單位一千塊上定十位其一千為初商積以初商本位計之則一千為初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定

初商爲一列於左而以一自乘再乘得一千與實相減餘七百二十八塊爲次商廉隅共積乃以初商之一十自乘得一百三因之得三百爲次商三方廉面積以除餘實足二倍即定次商爲二列於左而以初商之一十與次商二相乘得二十三因之得六十爲次商三長廉面積又以次商二自乘得四爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三百六十四爲次商廉隅共法以次商二乘之得七百二十八除實恰盡左商之一十二即亭之座數也此法因所鋪亭數與每座甎行數每行甎塊數俱相等是每座甎一十二行每行甎一十二塊其亭亦一十二座雖非立方形而法則立方法也故用立方開之

設如方石一塊重二萬六千六百二十兩問每邊尺寸幾何答曰二十二寸　法以石率寸方重二兩五錢除共重數得一萬〇六百四十八寸爲立方積列於中用開立方法開之其一萬寸爲初商積以初商本位計之則空千尺爲單位而一萬尺爲一十尺與二自乘再乘之數相準即定初商爲二列於左而以二自乘再乘得八除實餘二千六百四十八寸爲次商廉隅共積而以初商之二作二十自乘得四百三因之得一千二百爲次商三方廉面積以除餘實足二倍即定次商爲二列於左而以初商之二十與二相乘得四十三因之得一百二十爲次商三長廉面積又以二自乘得四爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千三百二十四爲次商廉隅共法以次商二乘之得二千六百四十八寸除實恰盡左商之二十二寸即石每邊數也此法因石是兩數所問乃石之寸數故先將石之兩數變爲寸而開立方即得每邊之寸數也

設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分欲作一方匣

盛之問匣高幾何答曰一十一寸法以水銀率寸方重一十二兩二錢八分除共重數得一千三百三十一寸爲立方積列於中用開立方法開之其一千寸爲初商積以初商本位計之則一千爲初商積之單位與一自乘再乘之數相合即定初商爲一列於左而以一自乘再乘得一千寸除實餘三百三十一寸爲次商廉隅共積而以初商之一作一十自乘得一百三因之得三百爲次商三方廉面積以除餘實足一倍即定次商爲一列於左而以初商一十乘之得一十三因之得三十爲次商三長廉面積又以次商一自乘仍得一爲一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共三百三十一寸爲次商廉隅共法以次商一乘之如故除實恰盡左商之一十一寸爲方匣之高也

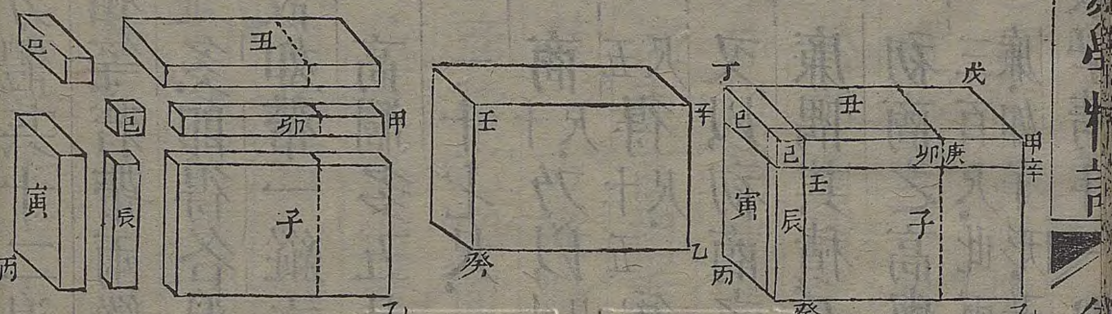
帶縱較數立方說

帶縱立方者兩兩等邊長方體積也高與濶相等惟長不同者爲帶一縱立方長與濶相等而皆比高多者則爲帶兩縱相同之立方至於長與濶與高皆不等者則爲帶兩縱不同之立方開之之法大槩與立方同祇有帶縱之異耳其帶一縱之法如以高與濶相等惟長不同爲問者則以初商爲高與濶以之自乘又以初商加縱數爲長以之再乘得初商積至次商以後亦有三方廉三長廉一小隅但其二方廉附於初商積之方面者即初商數其一方廉附於初商積之長面者則帶縱也其二長廉附於初商積之方邊者即初商數其一長廉附於初商積之長邊者則帶縱也其帶兩縱相同之法如以長與濶相等皆比高多爲問者則以初商加縱數爲長與濶以之自乘又以初商爲高以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積

之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則各帶一縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長濶兩邊者則各帶一縱也其帶兩縱不同之方如以濶比高多長比濶又多爲問者則以初商爲高加濶縱爲濶與高相乘又加長縱爲長以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則一帶濶縱一帶長縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長濶兩邊者則各帶一縱也惟小隅則無論帶一縱兩縱皆各以所商之數自乘再乘成一小正方其每邊之數即三方廉之厚亦即三長廉之濶與厚焉凡有幾層廉隅皆依次商之例遞析推之法雖不一要皆本於正方而後加帶縱故凡商出之數皆爲小邊方體共十二邊若帶一縱或帶兩縱相同者則八邊相等四邊相等若帶兩縱不同者則每四邊各相等是故得其一邊加入縱多即得各邊也

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺其高與濶相等長比高濶多五尺問高濶長各幾何 答曰高與濶俱一十二尺長一十七尺

法列積如開立方法商之其二千尺爲初商積可商十尺乃以十尺列於左而以所商十尺爲初商之高與濶加縱多五尺得十五尺爲初商之長即以初商之高與濶十尺自乘得一百尺又以初商之長十五尺再乘得一千五百尺除實餘九百四十八尺爲次商廉隅共積乃以初商之高與濶十尺自乘得一百尺此一方廉如寅形又以初商之高與濶十尺與初商之長十五尺相乘得一百五十尺倍之得三百尺此兩方廉如子形丑形兩數相併得四百尺爲次商三方廉面積以除



餘實足二尺，即定次商爲二尺，列於左，而以初商之高與濶十尺倍之，得二十尺，此兩長廉，如辰形巳形。又與初商之長十五尺相併，此一長廉，如卯形。得三十五尺，以次商二尺乘之，得七十尺，爲次商三長廉面積。又以次商二尺自乘，得四尺，爲次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積，共四百七十四尺，爲廉隅共法，以次商二尺乘之，得九百四十八尺，除實恰盡。左商之十二尺，即高與濶，加縱多五尺，即長也。如圖，甲乙高，甲戊濶，俱十二尺，甲己長十七尺，甲己比庚己多甲庚五尺，即縱多數。其從一角所分辛乙癸壬，長方體形，壬癸與辛乙皆十尺，即初商數。壬辛十五尺，即初商加縱多數，其體積一千五百尺，即初商自乘又以初商加縱多再乘之數。所餘三方廉，內寅形一正方廉，每邊十尺，即初商數，子形丑形二長方廉，每濶十尺，長十五尺，其長比濶多五尺，即縱多數。其厚皆二尺，即次商數。又餘三長廉，內辰形巳形，皆長十尺，即初商數，卯形較長五尺，即縱多數，其濶與厚皆二尺，即次商數。再餘一小隅巳形，其長濶與高皆二尺，亦即次商數。合子丑寅三方廉、卯辰巳三長廉、巳一小隅，共成一磬折體形，附於初商長方體之三面，而成甲乙丙丁之總長方體也。三商以後，皆倣此遞析開之。

設如帶一縱立方積一萬九千〇〇八寸，其高與濶相等，長比高濶多一百二十寸，問高濶長各幾何。答曰：高與濶俱十二寸，長一百三十二寸。法列積如開立方法商之，其一萬九千寸爲初商積，可商二十寸，則以二十寸爲高與濶，加縱多得一百四十寸

為長，即以高與濶二十寸自乘得四百寸，又以長一百四十寸再乘得五萬六千寸，大於原積二倍有餘，乃退商十寸，列於左，而以所商十寸為初商之高與濶，加縱多得一百三十寸，為初商之長，乃以初商之高與濶十寸自乘得一百寸，又以初商之長一百三十寸再乘得一萬三千寸，除實餘六千○○八寸，為次商廉隅共積，乃以初商之高與濶十寸自乘得一百寸，又以初商之高與濶十寸與初商之長一百三十寸相乘得一千三百寸，倍之得二千六百寸，兩數相併得二千七百寸，為次商三方廉面積，以除餘實，足二寸，即定次商二寸，列於左，而以初商之高與濶十寸倍之得二十寸，又與初商之長一百三十寸相併得一百五十寸，以次商二寸乘之得三百寸，為次商三長廉面積，又以次商二寸自乘得四寸，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積共三千○○四寸，為廉隅共法，以次商二寸乘之得六千○○八寸，除實恰盡，左商之十二寸，即高與濶加入縱多，即長也。此法因帶縱較數立方例定初商數，加入縱多，所得初商積必大於原積幾倍，依次逐漸改商，又至甚煩，故約畧其分退商之至商出之積比原積畧小而後可，是則帶縱立方立法之最難者也。

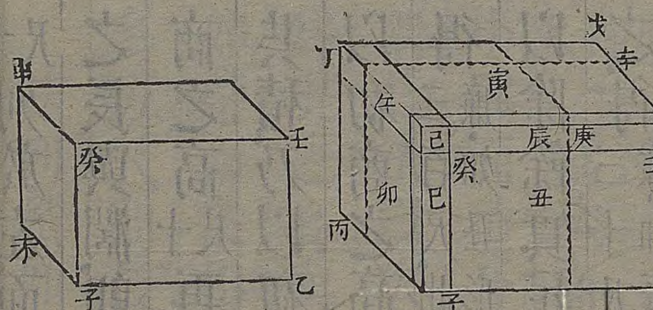
設如一尺土方三萬九千六百八十八尺，築堤一段，高與濶相等，長比高濶多六十尺，問高濶長各幾何。答曰：高與濶俱二十二尺，長八十二尺。法列積如開立方法商之，其三萬九千尺為初商積，可商三十尺，但加入縱多所得初商積大於原積二倍有餘，乃退商二十尺，列於左，而以所商二十尺為初商之高與濶，加縱多得八十尺為初商之長，即以初商之高與濶二十尺自乘得四百尺，又以初商之長八十尺再乘得三萬二千尺，除實餘七千六百

八十八尺為次商廉隅共積，乃以初商之高與濶二十尺自乘得四百尺，又以初商之高與濶二十尺乘初商之長八十尺得一千六百尺，倍之得三千二百尺，兩數相併得三千六百尺，為次商三方廉面積，以除餘實足二尺，則以二尺列於左，而以初商之高與濶二十尺倍之得四十尺，與初商之長八十尺相併得一百二十尺，以次商二尺乘之得二百四十尺，為次商三長廉面積，又以次商二尺自乘得四尺，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積得三千八百四十四尺，為廉隅共法，以次商二尺乘之得七千六百八十八尺，除實恰盡，左商之二十二尺，為堤之高與濶，加入縱多，即堤之長也。

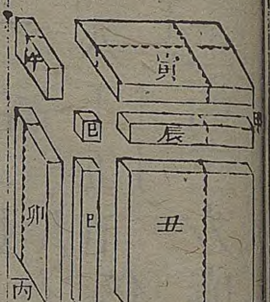
設如帶兩縱相同立方積三千四百六十八尺，長與濶俱比高多五尺，問長濶高各幾何。答曰：長與濶俱十七尺，高十二尺。

法列積如開立方法商之，其三千尺為初商積，可商十尺，乃以十尺列於左，而以初商十尺為初商之高，加縱多得十五尺，為初商之長與濶，即以初商之長與濶十五尺自乘得二百二十五尺，又以初商之高十尺再乘得二千二百五十尺，除實餘一千二百十八尺，為次商廉隅共積，乃以初商之長與濶十五尺自乘得二百二十五尺，此一方廉，如寅形。又以初商之高十尺與初商之長與濶十五尺相乘得一百五十尺，倍之得三百尺，此兩方廉，如丑形、卯形。兩數相併得五百二十五尺，為次商三方廉面積，以除餘實足二尺，則以二尺列於左，而以初商之長與濶十五尺倍之得三十尺，此兩長廉，如辰形、午形。與初商之高十尺相併，此一長廉，如巳形。得四十尺，以次商二尺乘之得八十尺，為次商三長廉面積，又以次商二尺自乘得四尺，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積得六百〇九尺，為廉隅共法，以次商二尺乘之得一千二百十八尺，除實恰盡，左商之十二尺為高，加入縱多，為長與濶也。如圖甲乙高十

二尺甲戊長甲己濶俱十七尺甲戊比甲辛多辛戊甲己比庚己多甲庚俱五尺即縱多數其從一角所分壬乙子癸扁方體形癸子與壬乙皆十尺即初商數壬癸與癸申皆十五尺即初商加縱多之數其體積二千二百五十尺即初商加



縱多自乘又以初商再乘之數所餘三方廉內寅形一正方廉每邊十五尺即初商加縱多之數丑形卯形二長方廉每高十尺長十五尺其長比高多五尺即縱多數其厚皆二尺即次商數又餘三長廉內巳形長十尺即初商數辰形午形較長五尺即縱多數其濶與厚皆二尺即次商數再餘一小隅己形其長濶與高皆二尺亦即次商數合丑寅卯三方廉辰巳午三長廉



己一小隅共成一磬折體形附於初商扁方體三面而成甲乙丙丁之總扁方體也三商以後皆依此遞析開之

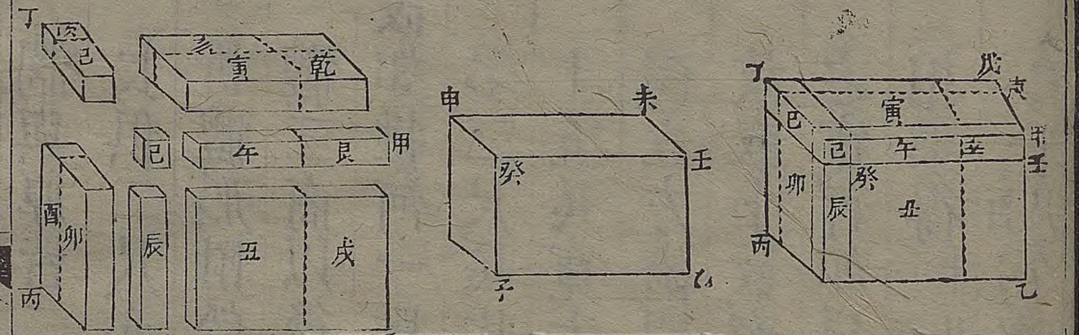
設如帶兩縱相同立方積一十一丈五百〇九尺二百六十八寸長與濶俱比高多二尺一寸問長濶高各幾何答曰長與濶俱二丈三尺三寸高二丈一尺二寸 法列積如開立方法商之其十一丈爲初商積可商二丈乃以二丈列於左而以所商二丈爲初商之高加縱多得二丈二尺一寸爲初商之長與濶乃以初商之長與濶二丈二尺一寸自乘得四丈八十八尺四十一寸又以初商之高二尺再乘得九丈七百六十八尺二百寸除實餘一丈七百四十一尺〇六十八寸即一千七百四十一尺〇六十八寸爲次商廉隅共積乃以初商之長與濶作二十二尺一寸自乘得四百八十八尺四十一寸又以初商之高作二十尺與初商之長與

闊二十二尺一寸相乘得四百四十二尺倍之得八百八十四尺兩數相併得一千三百
七十二尺四十一寸爲次商三方廉面積以除餘實足一尺即定次商爲
一尺列於左而以初商之長與闊二十二尺一寸倍之得四十四尺二寸與初
商之高二十尺相併得六十四尺二寸以次商一尺乘之得六十四尺二十寸爲
次商三長廉面積又以次商一尺自乘仍得一尺爲次商一小隅
面積合三方廉三長廉一小隅面積共一千四百三十七尺六十一寸爲廉
隅共法以次商一尺乘之得一千四百三十七尺六百一十寸除實餘三百〇三尺四
百五十八寸即三十萬三千四百五十八寸爲三商廉隅共積乃以初次商之
長與闊二丈三尺一寸作二百三十一寸自乘得五萬三千三百六十一寸又以初次商
之高二丈一尺作二百一十寸與初次商之長與闊二百三十一寸相乘得四萬
八千五百一十寸倍之得九萬七千〇二十寸兩數相併得一十五萬〇三百八十一寸爲
三商三方廉面積以除餘實足二寸即定三商爲二寸列於左而

以初次商之長與闊二百三十一寸倍之得四百六十二寸與初次商之高
二百一十寸相加得六百七十二寸以三商二寸乘之得一千三百四十四寸爲三商
三長廉面積又以三商二寸自乘得四寸爲三商一小隅面積合
三方廉三長廉一小隅面積共一十五萬一千七百二十九寸爲廉隅共法
以三商二寸乘之得三十萬三千四百五十八寸除實恰盡左商之二丈一尺二寸
即立方之高加縱多得二丈三尺三寸即立方之長與闊也

設如帶兩縱不同立方積三千〇二十四尺闊比高多二尺長
比闊又多四尺問高闊長各幾何答曰高十二尺闊十四尺
長十八尺 法列積如開立方法商之其三千尺爲初商積可
商十尺乃以十尺列於左爲初商之高加二尺得十二尺爲初商之闊
再加四尺得十六尺爲初商之長乃以初商之高與闊相乘得一百
二十尺又以初商之長再乘得一千九百二十尺除實餘一千一百〇四尺爲

次商廉隅共積乃以初商之高與濶相乘得一百二十尺此一方廉如卯形又以初商之高與長相乘得一百六十尺此一方廉如丑形又以初商之濶與長相乘得一百九十二尺此一方廉如寅形三數相併得四百七十二尺爲次商三方廉面積以除餘積足二尺乃以二尺列於左而以初商之高此一長廉如辰形與初商之濶此一長廉如巳形相併得二十二尺又與初商之長此一長廉如午形相併得三十八尺以次商二尺乘之得七十六尺爲次商三長廉面積又以次商二尺自乘得四尺爲次商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共五百五十二尺爲廉隅共法以次商二尺乘之得一千一百〇四尺除實恰盡左商之十二尺爲高加濶比高多二尺得十四尺爲濶再加長比濶多四尺得十八尺爲長也如圖甲乙高十二尺甲戊濶十四尺甲己長十八尺甲戊比甲庚多二尺即濶比高多之數甲己比辛己多六尺即長比高多之數



其從一角所分壬乙子癸長方體形壬乙與癸子皆十尺即初商數壬未與癸申皆十二尺即初商加濶多數壬癸與子乙皆十六尺即初商加濶多又加長多數其積一千九百二十尺即初商積所餘三方廉內卯形高十尺即初商數其帶濶縱二尺如酉即濶多數丑形高十尺亦即初商數其帶長縱六尺如戊即濶多併長多數寅形濶十尺又帶濶多二尺如亥即初商加濶多數其帶長縱六尺如乾即初商加濶多又加長多數其厚皆二尺即次商數又餘三長廉內辰形長十尺即初商數巳形多二尺如坎即濶多數午形多六尺如艮即濶多併長多數其

濶與厚皆二尺，亦即次商數，又餘已形一小隅，其高與濶與長俱二尺，亦即次商數，合三方廉三長廉一小隅，共成一磬折體形，附於初商長方體之三面，而成甲乙丙丁之總長方體。三商以後皆倣此遞析開之。

設如挑河一段，但知挑出土方七萬六千一百四十尺，寬比深多三尺，長比寬多二百六十四尺，問寬長深各幾何。答曰：深十五尺，寬十八尺，長二百八十二尺。法列積，用帶兩縱不同立方法開之，其七萬六千尺為初商積，可商四十尺，因長縱甚多，故取小數，商十尺，列於左，為初商之深，加寬多得十三尺，為初商之寬，再加長多得二百七十七尺，為初商之長，乃以初商之深與濶相乘，得一百三十尺，又以初商之長再乘，得三萬六千○一十尺，除實，餘四萬○一百三十尺，為次商廉隅共積，乃以初商之深與寬相乘，得一百三十尺，又以初商之寬與長相乘，得三千六百○一尺，又以初商之深與長相乘，得二千七百七十尺，三數相併，得六千五百○一尺，為次商三方廉面積，以除餘積，足五尺，即以五尺列於左，而以初商之深、初商之寬、初商之長三數相併，得三百尺，以次商五尺乘之，得一千五百尺，為次商三長廉面積，又以次商五尺自乘，得二十五尺，為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積，共八千○二十六尺，為廉隅共法，以次商五尺乘之，得四萬○一百三十尺，除實恰盡，左商之十五尺，即挑河之深，加多三尺，得十八尺，為寬，再加多二百六十四尺，得二百八十二尺，為長也。

設如白玉一方，重九十三兩六錢，但知濶比高多一寸，長比濶多三寸，問高濶長各幾何。答曰：高二寸，濶三寸，長六寸。法以玉寸方重二兩六錢為一率，一寸為二率，今所設玉重九十三兩六錢為

三率推得四率三十六寸爲長方體積乃以濶比高多一寸長比濶多三寸爲帶兩縱之較用帶兩縱不同較數開立方法算之得高二寸加濶多得三寸爲濶再加長多得六寸爲長也

帶縱和數立方說

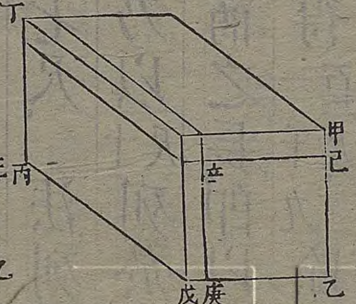
帶縱較數立方其法已難而帶縱和數立方其法尤難故古無傳而以理推之則法有與較數相對待者其帶一縱立方高與濶相等惟長不同如以長與高和或長與濶和爲問者則以初商爲高與濶而與和數相減餘爲長乃以高與濶自乘以長再乘爲初商積其或和數甚多而積甚少案立方法商之必至大於原積者則以和數除原積得數約開平方可得幾數取畧大數以定初商初商減積有餘實者其初商方積外有二方廉一長廉成兩面磬折體形而初商之高與濶少一次商初商之長多一次商故內少一方廉積商除之法則以初商之高與濶與初商之長相乘倍之爲二方廉面積視餘實足方廉面積幾倍取畧大數以定次商而以初商自乘次商再乘得一方廉積與餘實相加始足次商二方廉一長廉之共積故以次商與初商之長相減餘爲初商次商之共長與初商相乘倍之爲二方廉面積又以初商次商之共長與次商相乘爲一長廉面積合二方廉一長廉面積以次商乘之爲二方廉一長廉之共積所謂初商方積外成兩面磬折體形是也其帶兩縱相同立方長與濶相等惟高不同如以高與長和或高與長和爲問者則以初商爲高與和數相減餘爲長與濶乃以長與濶自乘以高再乘爲初商積其或和數甚多而積甚少案立方法商之必至大於原積者則以和數自乘除原積約足幾倍取畧大數以定初商

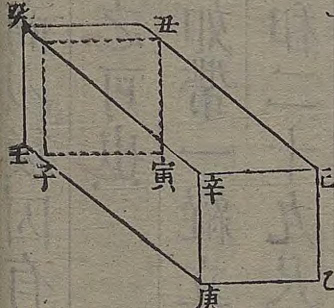
初商減積有餘實者。初商方積外。止一方廉。成一扁方體形。而初商之高少一次商。初商之長與濶各多一次商。故內少二方廉一長廉積。商除之法。則以初商之長與濶自乘。爲一方廉面積。視餘實足方廉面積幾倍。取畧大數以定次商。以次商與初商之長與濶相減。餘爲初商次商之長與濶。而與初商相乘。次商再乘。倍之爲二方廉積。又以次商自乘。初商再乘。爲一長廉積。合二方廉一長廉積。與餘實相加。始足次商一方廉積。故以初商次商之長與濶自乘。次商再乘。爲一方廉積。所謂初商方積外。成一扁方體形是也。其帶兩縱不同立方。與帶兩縱相同立方同。但帶兩縱相同者。其次商積爲一正方廉。帶兩縱不同者。其次商積爲一長方廉耳。要之定商皆以小於半和爲準。有時退商而反不足。進商而反有餘。須合初商次商以斟酌之。至次商以後。因有益積之法。故廉法亦不足憑。則又須較量而增損之可也。

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺。高與濶相等。長與濶和二十九尺。問高濶長各幾何。答曰。高與濶俱十二尺。長十七尺。

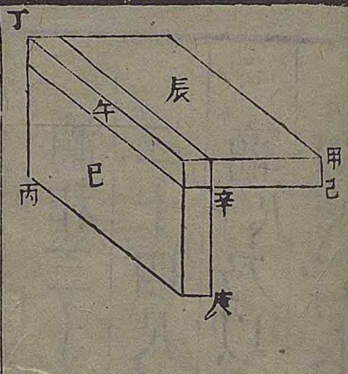
法列積如開立方法商之。其二千尺爲初商積。可商十尺。乃以十尺列於左。爲初商之高與濶。與和數相減。餘十九尺爲初商之長。卽以初商之高與濶自乘。得一百尺。以初商之長再乘。得一千九百尺。除實餘五百四十八尺。乃以初商之高與初商之長相乘。得一百九十尺。倍之得三百八十尺。以除餘實足一尺。因須益積且初商之長。尚須減去次商數。故取畧大數二尺。爲次商列於左。而以初商十尺自乘。次商二尺再乘。得二百尺。與餘實相加。得七百四十八尺。爲次商二方廉一長廉共積。乃以次商二尺與初商之長相減。餘

十七尺為初商次商之長，與初商之高與濶十尺相乘，得一百七十尺。
倍之，得三百四十尺，為二方廉面積。又以次商二尺與初商次商之
長相乘，得三十四尺，為一長廉面積。合二方廉一長廉面積，共三百
七十四尺。以次商二尺乘之，得七百四十八尺，除實恰盡。左商之十二尺為高
與濶與和相減餘十七尺，為長也。如圖，甲乙高，乙
戊濶，皆十二尺，戊丙長十七尺。乙戊與丙戊共





二十九尺，即長濶之和。其從一角所分己乙壬
癸長方體形，己乙與乙庚皆十尺，即初商數，壬
庚十九尺，即和內減初商所餘之數，比戊丙多
子壬一段，即次商數。己乙壬癸長方積一千九
百尺，即初商自乘又與初商與和減餘再乘之
數，比初商原體積多丑寅壬癸一扁方體形，因



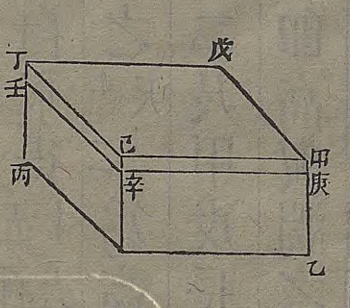
初商積內多減去此積，故以初商自乘，次商再
乘，而得丑寅壬癸扁方體積，與餘實相加，即得
甲己辛庚丙丁兩面磬折體形。其辰形巳形為
兩方廉，濶皆十尺，即初商數，長皆十七尺，即和
內減初商次商所餘之數，厚皆二尺，即次商數。午形為一長
廉，長十七尺，與方廉同，濶與厚皆二尺，亦即次商數。合二方
廉一長廉成兩面磬折體形，附於長方體之兩面，而成甲乙
丙丁之總長方體也。

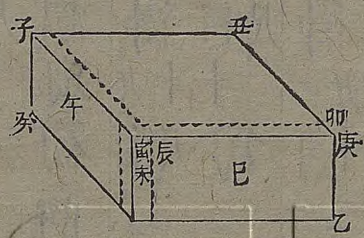
設如帶一縱立方積九萬九千九百五十四尺，高與濶相等，長
與濶和一千二百四十三尺，問高濶長各幾何。答曰：高與濶
俱九尺，長一千二百三十四尺。法列積如開立方法商之，
其九萬九千尺為初商積，可商四十尺，而和數甚多，案法相乘過大

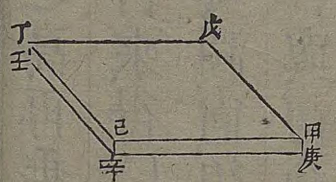
於原積爰以和數爲法除原積足八十尺有餘以八十尺開平方約足九尺乃以九尺列於左爲高與濶與和相減餘一千二百三十四尺爲長卽以高與濶自乘得八十一尺以長再乘得九萬九千九百五十四尺除實恰盡左商之九尺爲高與濶與和相減餘數爲長也此法因帶一縱甚多高與濶甚少其長濶和比長所多無幾故以長濶和除原積卽得高與濶自乘之一面積而開平方所得卽高與濶與和相減所餘卽長也

設如帶兩縱相同立方積六千九百十二尺長與濶相等高與濶和三十六尺問高濶長各幾何答曰高十二尺長與濶俱二十四尺　法列積如開立方法商之其六千尺爲初商積可商十尺乃以十尺列於左爲初商之高與高濶和相減餘二十六尺爲初商之長與濶卽以初商之長與濶自乘得六百七十六尺又以初

商之高再乘得六千七百六十尺除實餘一百五十二尺乃以初商之長與濶自乘得六百七十六尺以除餘實不足一尺因須益積且初商之長與濶尚須減去次商故取大數二尺爲次商列於左而以次商二尺與初商之長與濶二十六尺相減餘二十四尺爲初商次商之長與濶與初商十尺相乘得二百四十尺以次商二尺再乘得四百八十尺倍之得九百六十尺爲二方廉積又以次商二尺自乘以初商十尺再乘得四十尺爲一長廉積合二方廉一長廉積共一千尺與餘實相加得一千一百五十二尺爲次商一方廉積乃以初商次商之長與濶自乘得五百七十六尺以次商二尺再乘得一千一百五十二尺除實恰盡左商之十二尺爲高與和相減餘二十四尺爲長與濶也如圖甲乙高十二尺甲戊長甲己濶俱二十四尺甲己與甲乙共三十六尺卽高與濶之和其從一面所分庚乙癸子扁方體形庚乙十







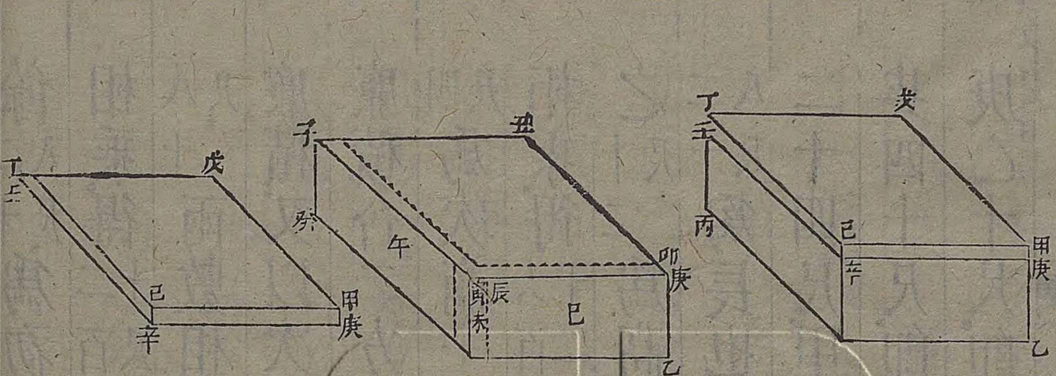
尺。即初商數。庚丑與庚寅皆二十六尺。即和內減去初商之數。庚丑比甲戊多庚卯一段。庚寅比甲己多辰寅一段。即次商數。庚乙癸子長方積六千七百六十尺。即初商與和相減餘數自乘。初商再乘之數。比初商原體積多巳午二方廉積未一長廉積。因初商積內多減去此積。故以初商次商之長與濶與初商相乘。以次商再乘。倍之。即得巳午二方廉積。又以次商自乘以初商再乘。即得未一長廉積。與餘實相加。即得甲庚辛壬丁戊扁方體形。其甲戊長。甲己濶。皆二十四尺。即和內減去初商次商之數。甲庚厚二尺。即次商數。附於初商扁方體之一面而成

甲乙丙丁之總扁方體也。三商以後。皆倣此遞析推之。

設如帶兩縱相同立方積三百九十六萬八千〇六十四尺。長與濶相等。高與濶和一千尺。問高濶長各幾何。答曰高四尺。長與濶俱九百九十六尺。法列積如開立方法商之。其三百萬尺為初商積。可商一百尺。而高濶和為一千尺。按法相乘過大於原積。爰以和數自乘得一百萬尺。以除原積足三尺。取畧大數四尺。列於左為高。與和數相減餘九百九十六尺。為長與濶。即以長與濶自乘。得九十九萬二千〇一十六尺。又以高四尺再乘。得三百九十六萬八千〇六十四尺。除實恰盡。左商之四尺為高。與和相減所餘九百九十六尺。為長與濶也。此法因帶兩縱甚多。而高數甚少。其高濶和比原長原濶所多無幾。故以高濶和自乘得一面積。以除原積。即得高與高濶和相減所餘為濶。亦即長邊也。

設如帶兩縱不同立方積八千〇六十四尺高與濶和三十六尺高與長和四十尺問高濶長各幾何答曰高十二尺濶二十四尺長二十八尺

法列積如開立方法商之其八千尺為初商積可商二十尺因欲得小於半和之數乃退商十尺於左為初商之高與高濶和相減餘二十六尺為初商之濶又以高十尺與高長和相減餘三十尺為初商之長即以初商之高與初商之濶相乘得二百六十尺以初商之長再乘得七千八百尺除實餘二百六十四尺為一長方廉積其厚即次商之數其長與濶比初商之長與濶各少一次商之數乃以初商之長與初商之濶相乘得七百八十尺以除餘實不足一尺因須益積且初商之長濶尚須減去次商之數故取大數二尺列於左而以次商二尺與初商之濶相減餘二十四尺為初商次商之濶以次商二尺與初商之長相減餘二十八尺為初商次商之長即以初商次商之濶與初商之高相乘得二百四十尺又以初商次商之長與初商之高相乘得二百八十尺兩數相併得五百二十尺以次商二尺乘之得一千〇四十尺為二方廉積又以次商二尺自乘得四尺以初商十尺再乘得四十尺為一長廉積合二方廉一長廉積共一千〇八十尺與餘實相加得一千三百四十四尺為次商一方廉積乃以初商次商之濶與初商次商之長相乘得六百七十二尺以次商二尺再乘得一千三百四十四尺除實恰盡左商之十二尺為高與高濶和相減餘二十四尺為濶與高長和相減餘二十八尺為長也如圖甲乙高十二尺甲戊長二十八尺甲己濶二十四尺甲乙與甲己共三十六尺即高濶和甲乙與甲戊共四十尺即高長和其從一面所分庚乙癸子扁長方體形庚乙十尺即初商數庚丑三十尺即高長和內減去初商之



數。庚寅二十六尺。即高濶和內減去初商之數。庚丑比甲戊多庚卯一段。庚寅比甲己多辰寅一段。即次商數。庚乙癸子長方積七千八百尺。即初商之長濶相乘。又以高再乘之數。比原長原濶多巳午二方廉積未一長廉積。因初商積內多減去此積。故以初商次商之長與初商之高相乘。以初商次商之濶與初商之高相乘。兩數相併。以次商再乘。即得巳午二方廉積。又以次商自乘。以初商之高再乘。即得未一長廉積。與餘積相加。即得甲庚辛壬丁戊一扁長方體形。其甲己濶二十四尺。即高濶和內減去初商次商之數。甲戊長二十八尺。即高長和內減去初商次商之數。甲庚厚二尺。即次商數。附於初商扁長方體之一面。而成甲乙丙丁之總扁長方體也。三商以後皆倣此遞析推之。

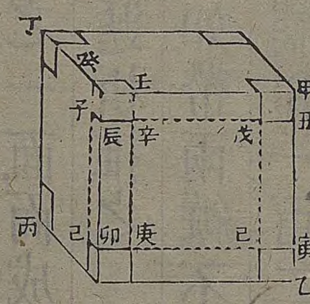
設如帶兩縱不同立方。積一十七萬二千六百九十二尺。高與濶和一百二十九尺。高與長和二百四十尺。問高濶長各幾何。答曰。高六尺。濶一百二十三尺。長二百三十四尺。　法列積如開立方法商之。其十七萬二千尺為初商積。可商五十尺。而長即為一百九十尺。濶即為七十九尺。按法相乘。過大於原積。爰以高濶和與高長和相乘。得三萬〇八百六十尺。以除原積足五尺。取畧大之數六尺。列於左為高。與高濶和相減。餘一百二十三尺為濶。又以高六尺與高長和相減。餘二百三十四尺為長。即以濶與長相乘。得二萬八千七百八十二尺。又以高再乘。得十七萬二千六百九十二尺。除實恰盡。左商六尺為高。而濶

爲一百二十三尺長爲二百三十四尺也此法因帶兩縱甚多而高數甚少其高濶和比原濶所多無幾高長和比原長所多亦無幾故以高濶和與高長和相乘得一面積以除原積而得高也既得高各於和數內減之而長濶亦得矣

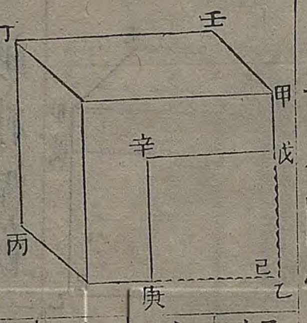
各體形求邊周法

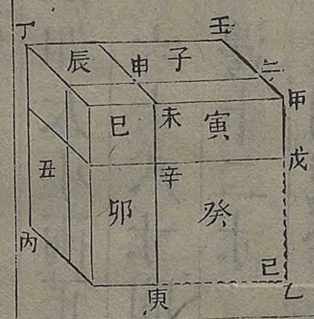
設如空心正方體積一千二百一十六寸厚二寸問內外方邊各幾何

答曰內方邊八寸外方邊一尺二寸



法以厚二寸自乘再乘得八寸八因之得六十四寸如壬辛子癸類八小隅體積與其積相減餘一千一百五十二寸六歸之得一百九十二寸如丑寅己子類縱橫六長方扁體積用厚二寸除之得九十六寸爲內方邊如丑寅與戊己等與外方邊如丑辰與甲乙等相乘爲長方面積乃以厚二寸倍之得四寸如丑戊與辛辰爲長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶八寸即內方邊得長一尺二寸即外方邊



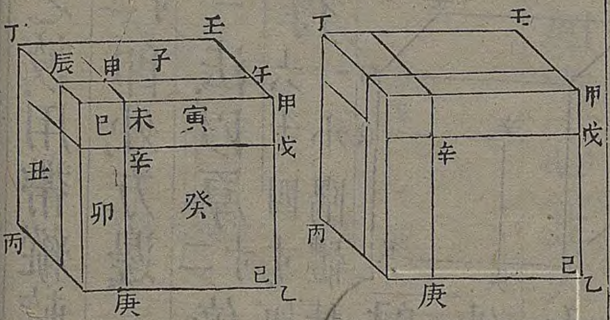


一法以厚二寸倍之得四寸爲內方邊與外方邊之較自乘再乘得六十四寸如巳一小隅體積與其積相減餘一千一百五十二寸爲三方廉三長廉體積三歸之得三百八十四寸爲一方廉一長廉體積如午甲乙庚未申扁長方形以內外方邊之較四寸即厚除之得九十六寸爲長方面積以內外方邊之較四寸爲長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶八寸即內方邊加較四寸得長一尺二寸即外方邊也此法如圖以戊己庚辛空心小正方形移置乙角之一隅則空心正方體變爲甲戊辛庚丙丁壬三面磬折體形故依開立方次商法分之而得癸子丑三方廉寅卯辰三長廉巳一小隅

體次第歸除得一長方面積而用帶縱平方法算之也。

設如大小兩正方體，大體比小體每邊多四寸，積多二千三百六十八寸，問大小兩體邊各幾何。答曰：大體邊十六寸，小體邊十二寸。

法以邊較四寸自乘再乘，得六十四寸，如巳，一小隅體積。與積較相減，餘二千三百〇四寸，爲三方廉三長廉體積。三歸之，得七百六十八寸，爲一方廉一長廉體積，如午甲乙庚未申扁長方形。以邊較四寸除之，得一百九十二寸，爲長方面積，乃以邊較四寸爲長濶之較，用帶縱較數開平方法算之，得濶十二寸，即小方邊，加較四寸，得長十六寸，即大方邊。



如圖，試於甲乙丙丁大方體減去戊巳庚辛小方體，餘壬甲戊辛庚丙丁三面磬折體形，即大正方比小正方所多之積，甲戊爲磬折體之厚，即大正方比小正方所多之邊。此三面磬折體形，依開立方次商法分之，則得癸子丑三方廉，寅卯辰三長廉，巳一小隅體，故次第歸除，得一長方面積，用帶縱較數開平方法算之，而得大小二體之邊也。

設如正方青石一塊，紅石一塊，紅石比青石每邊多二寸，體積多五十六寸，問二石之邊及重各幾何。答曰：青石邊二寸，重二十三兩〇四分，紅石邊四寸，重一百六十三兩八錢四分。

法用大小二立方有邊較積較求邊法算之，以邊較二寸自乘再乘，得八寸，與積較相減，餘四十八寸，三歸之，得十六寸，以邊較二寸除之，得八寸，爲長方面積，以邊較二寸爲縱較，用帶縱較數開平方法算之，得濶二寸，即青石邊，加較得長四寸，即紅石邊，乃以一寸爲一率，紅石寸方重二兩五錢六分爲二率，紅石邊四寸自乘再乘得六十四寸爲三率，推得四率爲紅石重數，又以一寸爲一率，青石寸

方重二兩八錢八分為二率，青石邊二寸自乘再乘得八寸為三率，推得四率，即青石重數。此法因二石皆為正方體，故用大小二立方有邊較積較求邊法，求得二石之邊，自乘再乘，即得二石之體積，用寸方重數定率以比例之，即得二石之重數也。

設如有正方大中小水桶三箇，小桶每邊一尺，大桶比中桶每邊多二寸，其體積與中小兩桶之共積等，問三桶盛水重數各幾何。答曰：小桶九百三十兩，中桶一千五百七十兩九錢九分三釐有餘，大桶二千四百九十二兩二錢三分八釐有餘。

法以一寸為一率，水一寸方重九錢三分為二率，小桶邊一尺自乘再乘得一千寸為三率，推得四率，即小桶盛水重數。又以大桶比中桶每邊多二寸為邊較，以小桶體積一千寸為大桶比中桶所多之積較，用大小二立方有邊較積較求邊法算之，以邊較二寸自乘再乘得八寸，與積較相減，餘九百九十二寸，三歸之，得三百三十寸六百六十六分六百六十六釐有餘，以邊較除之，得一尺六十五寸三十三分三十三釐有餘，為長方面積，以邊較二寸為長闊較，用帶縱較數開平方法算之，得闊一尺一寸八分九釐有餘，為中桶邊數，加較二寸，得一尺三寸八分九釐有餘，為大桶邊數。乃以一寸為一率，水一寸方重九錢三分為二率，中桶邊自乘再乘得一尺六百八十寸九百二十四分有餘為三率，推得四率，即中桶盛水重數。又以大桶邊自乘再乘得二尺六百七十九寸八百二十六分有餘為三率，推得四率，即大桶盛水重數。此法因大桶體積與中小二桶之共積等，則小桶體積即大桶比中桶所多之積較，而大桶比中桶每邊多二寸，故用大小二立方有邊較積較求邊法，求得二桶之邊，自乘再乘，即得二桶之體積，用寸方重數定率以比例之，即得二桶水之重數也。

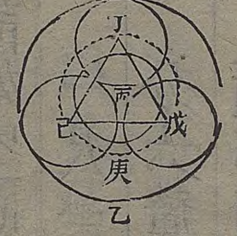
設如圓球積六尺，問徑幾何。答曰，一尺二寸五分四釐五毫〇二忽有餘。法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例，以球積一〇〇〇〇〇〇〇為一率，方積一九〇九八五九三一七為二率，今所設之圓球積六尺為三率，推得四率十一尺四百五十九寸一百五十五分九百〇二釐有餘，為與圓球徑相等之正方邊之正方體積，開立方即得圓球徑。

設如橢圓體積五十寸，大徑比小徑多二寸，問大小徑各幾何。答曰，小徑三寸九分九釐二毫有餘，大徑五寸九分九釐二毫有餘。法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例，以球積一〇〇〇〇〇〇〇為一率，方積一九〇九八五九三一七為二率，今所設之橢圓體積五十寸為三率，推得四率九十五寸四百九十二分九百六十五釐八百五十毫有餘，為長方體積，乃以大徑多小徑二寸為高與長濶之較，用帶一縱開立方法算之，得濶，即小徑，得高，即大徑。

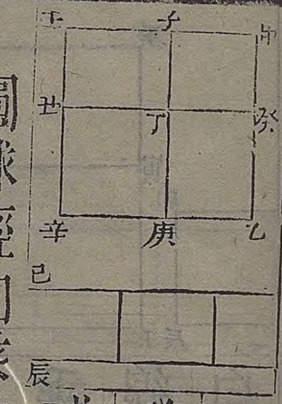
設如空心圓球積二千寸，厚三寸，問內外徑各幾何。答曰，內徑一尺一寸四分六釐三毫九絲七忽有餘，外徑一尺七寸四分六釐三毫九絲七忽有餘。法用球徑方邊相等球積方積不同之定率比例，以球積一〇〇〇〇〇〇〇為一率，方積一九〇九八五九三一七為二率，今所設之空心球積二千寸為三率，推得四率三尺八百一十九寸七百一十八分六百三十四釐有餘，為空心正方體積，乃用算空心正方體法，以厚三寸自乘再乘得二十七寸，八因之得二百一十六寸，與所得空心正方體積相減，餘三尺六百〇三寸七百一十八分六百三十四釐有餘，六歸之得六百寸六百一十九分七百七十二釐有餘，以厚三寸除之得二尺〇二十分六十五釐九十毫有餘，為內徑與外徑相乘長方面積，乃以厚三寸倍之得六寸為長濶之較，用帶縱較數開平方法算之，得濶，即內徑，得長，即

外徑一法求得空心正方體積用前第二法算之亦得

設如有一大球體內容四小球體大球徑一尺二寸求小球徑幾何答曰五寸三分九釐三毫 法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸倍之得二百八十八寸為長方積以大球徑一尺二寸四因之得四十八寸為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶五寸三分九釐三毫即內容四小球之徑如圖甲乙大球體內容丙丁戊己四



小球體試自四小球中心各作線聯之成一四等面體又以大球心為心四小球心為界作一虛圓成四等面體外切圓球體其四面體一邊即小球徑以四面體外切丁庚虛球徑加一小球徑即大球徑故以大球徑自乘得甲乙辛壬正方形內甲癸丁子為小球徑自乘方即四面體每邊

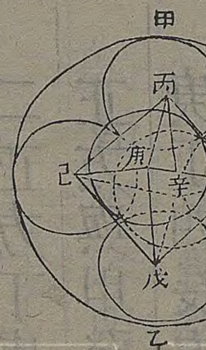


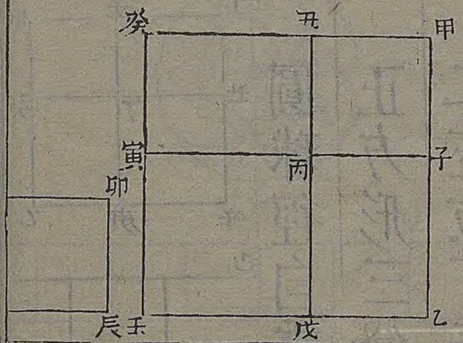
自乘方丁庚辛丑為四面體外切圓球徑自乘方癸乙庚丁子丁丑壬為四面體每邊與外切圓球徑相乘二長方凡四面體邊自乘方為外切圓球徑自乘方三分之二故甲癸丁子正方形為丁庚辛丑正方形三分之二將甲乙辛壬正方形倍之則得甲癸丁子二正方丁庚辛丑二正方癸乙庚丁四長方而丁庚辛丑二正方與甲癸丁子三正方等是共得甲癸丁子五正方癸乙庚丁四長方共成寅卯辰巳一大長方其巳午長濶之較為大球徑之四倍故四因大球徑為縱較求得濶即小球徑也

如有小球徑求大球徑則以小球徑為四面體之一邊自乘二歸三因開平方得外切圓球徑加一小球徑即大球徑

設如有一大球體內容六小球體大球徑一尺二寸求小球徑

幾何答曰四寸九分七釐 法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸為長方積以大球徑倍之得二尺四寸為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶四寸九分七釐即內容六小球之徑如圖甲

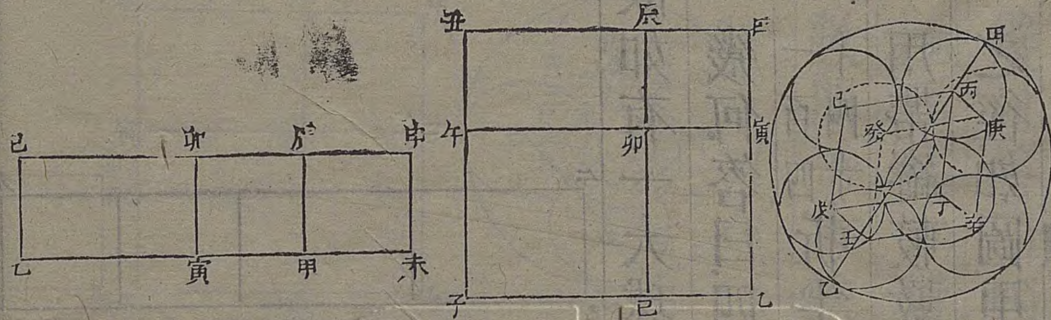




乙大球體內容丙丁戊己庚辛六小球體試自六小球之中心俱各作線聯之則成一八等面體其八面體之一邊即小球徑以八面體之對角線加一小球徑即大球徑故以大球徑自乘得甲乙壬癸正方形內甲子丙丑為小球徑自乘方即八面體邊自乘方丙戊壬寅為八面體對角線自乘方子乙戊丙丑丙寅癸為八面體邊與對角線相乘二長方凡八面體邊自乘方為對角線自乘方之一半故丙戊壬寅一正方與甲子丙丑二正方等是甲乙壬癸一正方共為甲子丙丑三正方子乙戊丙二長方與卯辰己午長方積等其午未長濶之較為甲乙球徑之倍數故倍大球徑為縱較求得濶即小球徑也

如有小球徑求大球徑則以小球徑為八面體之一邊自乘加倍開方得對角線加一小球徑即大球徑也

設如有一大球體內容八小球體大球徑一尺二寸求小球徑幾何答曰四寸三分九釐二毫 法以大球徑一尺二寸自乘得一百四十四寸折半得七十二寸為長方積以大球徑一尺二寸為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶四寸三分九釐二毫即內容八小球之徑如圖甲乙大球體內容丙丁戊己庚辛壬癸八小球體



試自八小球之中心俱各作線聯之則成一正方體其正方體之一邊即小球徑以正方體之丙壬對角斜線加一小球徑即大球徑故以大球徑自乘得甲乙子丑正方形內甲寅卯辰為正方體邊自乘方卯巳子午為正方體對角斜線自乘方寅乙巳卯辰卯午丑為正方體之每邊與對角斜線相乘二長方凡正方體對角斜線自乘方為邊自乘方之三倍故卯巳子午正方形為甲寅卯辰正方形之三倍折半即得未甲辰申甲寅卯辰二正方寅乙巳卯一長方共成未乙巳申一長方甲乙球徑即長濶之較故用帶縱較數開平方法算之得濶即小球徑也

如有小球徑求大球徑則以小球徑為正方體之一邊自乘三因開平方得正方體對角斜線再加一小球徑即大球徑

設如四面體積二百○三寸六百四十六分七百五十釐問每邊幾何

答曰一尺二寸

法用邊線相等體積不同之定率比例以四面體積一一七八五一二九為一率正方體積一○○○○○○○○為二率今所設之四面體積二百○三寸六百四十六分七百五十釐為三率推得四率一尺七百二十八寸開立方即得四面體之邊此法因四面體之邊與正方體之邊相等則四面體之積與正方體之積不同故先定為體與體之比例既得正方體積而後開立方得線也

設如八面體積八百十四寸五百八十七分十二釐問每邊幾何

答曰一尺二寸

法用邊線相等體積不同之定率比例

以八面體積四七一四〇四五二為一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之八面體積八百十四寸五百八十七分十二釐為三率推得四率一尺七百二十八寸開立方即得八面體之邊

設如十二面體積十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐問每邊幾何答曰一尺二寸 法用邊線相等體積不同之定率比例以十二面體積七六六三一一八九〇三為一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之十二面體積十三尺二百四十一寸八百六十九分四百六十四釐為三率推得四率一尺七百二十八寸開立方即得十二面體之邊

設如二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百〇六釐問每邊幾何答曰一尺二寸 法用邊線相等體積不同之定率比例以二十面體積二一八一六九四九六九為一率正方體積一〇〇〇〇〇〇〇〇〇為二率今所設之二十面體積三尺七百六十九寸九百六十八分九百〇六釐為三率推得四率一尺七百二十八寸開立方即得二十面體之邊

米求倉窖法

設如方倉一座共盛米八百七十八石八斗問倉高幾何答曰十三尺 法以石法二尺五百寸乘盛米數得二千一百九十七尺為立方積用開立方法商之其二千尺為初商積之單位止與一自乘再乘之數相準即定初商為一列於左而以一自乘再乘之一千尺與實相減餘一千一百九十七尺為次商廉隅共積而以初商之一十自乘得一百三因之得三百尺為次商三方廉面積以除餘積足三尺即定次商為三尺列於左而以初商之一十相乘得三十三因之得九十為次商三長廉

面積，又以次商三尺自乘得九尺為次商一小隅面積，合三方廉三長廉一小隅面積共三百九十九尺，為次商廉隅共法，以次商三尺乘之得一千一百九十七尺，除實恰盡，左商之十三尺，即方倉之高也。此法因米是石法所問乃倉之尺數，故先將石變為尺也。

設如圓倉一座，盛米一百六十石，高十尺，問周徑各幾何。答曰：徑七尺一寸三分六釐四毫九絲有餘，周二十二尺四寸一分九釐九毫四絲有餘。法以石法二千五百寸乘盛米數得四百尺，為圓倉積，以高十尺除之得四十尺，為圓倉面積，乃用圓積方積之定率比例，以圓積一○○○○○○○○為一率，方積一二七三二三九五四為二率，今所得之圓倉面積四十尺為三率，推得四率五十尺九十二寸九十五分八十一釐六十毫有餘，開平方得徑數，再用徑求周法得周數。

設如有米十石，欲用蓆囤盛之，先以一蓆作囤，較之盛米二石五斗，問該用蓆幾何。答曰：二領。法置米十石，以較囤米二石五斗除之得四領，以平方開之得用蓆二領。凡面加一倍者積必加四倍，如面二尺則積得四尺，若面加一倍為四尺則積必加四倍而為十六，此以蓆作囤為面，所盛米數為積故也。

束法求邊周訣

方圓三稜求周數　各減總一分明布　十六乘方帶縱八
十二乘圓加縱六　十八三稜添縱九　俱用帶縱開方術
倍方不倍縱開除　何愁外周不知數

設如方束積一百，問外周幾何。答曰：三十六。法以方束積一百開平方得一十，四因之得四十，內減四隅兩邊同用之四，餘即外周數。

一法以積減一，餘九十九，以十六乘之得一千五百八十四，為長方積以

八為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶三十六亦即

外周按後法乃歌訣法下二題同。

設如三稜束積六十六問外周幾何答曰三十。法以三稜束

積六十六倍之得一百三十二為長方積以一為長濶之較用帶縱

較數開平方法算之得濶十一為三稜束之每邊三因之得三十三

三內減三角兩邊同用之三餘即外周數

一法以積減一餘六十五以十八乘之得一千一百七十為長方積以九

為長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶三十亦即外周。

設如圓束積九十一問外周幾何答曰三十。法以圓束積減

去中心一餘九十以六歸之得十五倍之得三十為長方積以一為長

濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶五六因之即外周

數。

一法以積減一餘九十以十二乘之得一千八十為長方積以六為

長濶之較用帶縱較數開平方法算之得濶三十亦即外周。

一面堆求邊法

設如一面直角尖堆積二十八問底幾何答曰七箇。法倍積

得五十六為長方積以一為長濶之較用帶縱較數開平方法

算之得濶七即底數此法倍積為長方者如另將一直角尖

堆顛倒湊合於原形之側則成一長方形其長比濶多一蓋

原形之底與另形之尖並列一行故多一也以一為縱較開

方而得底濶矣。 一面三角尖堆同。

設如一面梯形堆積三十五下九問上幾何。法以下九用一

面尖堆求積法求得共積四十五內減梯形積三十五餘十為上

所虛小尖堆積用一面尖堆有積求邊法求得小堆底四加

一得五。卽梯形堆上濶數。如有上濶求下濶。則以上濶內減一為上所虛之底。用一面尖堆求積法。求得上虛小堆積。與梯形積相加。為三角尖堆之共積。乃用有積求邊法算之。卽得下濶。一面直角半堆同。

設如一面梯形堆。積三十五。上濶比下濶少四。問上下濶各幾何。答曰。上濶五。下濶九。法倍積得七十。以上下濶之較四加一得五為層數。以除倍積得十四。為上下濶之和。加較共十八。折半得九為下濶。內減較四。餘五為上濶。如有積與上下濶之和求上下濶。則倍積以和數除之。得層數。內減一。卽較。或有積與層數求上下濶。則於層數內減一。卽得較。以層數除倍積。卽得和。既有較有和。卽可得上下濶矣。

堆垜求廣縱法

設如三角尖堆積一百二十。問每邊幾何。答曰八箇。法以積六因之。得七百二十。為長方體積。以一為長與濶之較。以二為高與濶之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之。得濶八。卽每邊數。此卽三角尖堆有邊求積之法。而轉用之。蓋有邊求積則以每邊加一與每邊相乘。又以每邊加二再乘。得長方體積。為三角尖堆之六倍。是長比濶多一。高比濶多二。今以三角尖堆積六因之。得長方體積。故用帶兩縱不同較數開立方法算之。得濶為每邊之數也。

設如四角尖堆積二百〇四。問每邊幾何。答曰八箇。法以積三因之。得六百十二。為長方體積。以半為長與濶之較。以一為高與濶之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之。得濶八。卽每邊數。此亦卽四角尖堆有邊求積之法。而轉用之。

設如長方堆積二百七十六長比濶多二問每邊幾何答曰濶八箇長十箇　法以積三因之得八百二十八為長方體積以長濶較二折半仍添半得一箇半與原較二相加得三箇半為長濶較以一為高濶較用帶兩縱不同較數開立方法算之得底濶八加較二得十為底長此即長方堆有邊求積之法而轉用之蓋長方堆有邊求積則以原長濶之較折半又加半與原長相加乃與濶相乘又以濶加一再乘得長方體積為長方堆之三倍是長比濶原較之外又多半較仍多半高比濶多一今以長方堆積三因之得長方體積故用帶兩縱不同較數開立方法算之得濶加較得長也

設如三角半堆積一百上邊五問底邊幾何答曰八箇　法以上邊五減一餘四為上所虛小尖堆之底用三角尖堆有邊求積法求得虛尖堆積二十與半堆積相加共一百二十為全堆積用三角尖堆有積求邊法求得每邊八即底邊數　如有底邊求上邊則以底邊求得全堆積與半堆積相減餘為上所虛小尖堆積求得小尖堆之虛底加一即上邊也

設如四角半堆積六百二十上邊五問底邊幾何答曰十二箇　法以上邊五減一餘四為上所虛小尖堆之底用四角尖堆有邊求積法求得虛尖堆積三十與半堆積相加共六百五十為全堆積用四角尖堆有積求邊法求得每邊十二即底邊數

如有底邊求上邊亦照三角半堆法算之

設如長方半堆積四百十上長八濶六問底長濶各幾何答曰長十二濶十　法以上長濶各減一得長七濶五為上所虛小長尖堆之底用長方堆有邊求積法求得虛長尖堆積八十

五與半堆積相加得四百九十五為全堆積用長方尖堆有積求邊法求得濶十長十二即底邊數　如有底邊長濶求上邊長濶亦照三角半堆法算之

數學精詳卷五終

南海鄒仲庸初校
鄒鏡瀾覆校

數學精詳卷六

虞山屈曾發省園氏輯

商功章第五

商度也商量用力之法也此章以堅壤之率求穿地之實以廣濶高深求城堤河渠之積以用力之難易求人工之多寡以奔走之遲速求程途之遠近

穿地求堅壤訣

堅實土也壤鬆土也

穿地四尺為壤五　為堅三尺四歸明　壤求穿四求堅三
因之皆用五歸成　堅四因穿五因壤　三歸其積數皆真

毎穿地四尺為壤五尺為堅三尺故穿地求壤用五因求堅用三因皆四歸之壤地求穿用四因求堅用三因皆五歸之堅地求穿用四因求壤用五因皆三歸之

設如穿地一萬尺問為壤土堅土各幾何答曰壤土一萬二千五百尺堅土七千五百尺　法置穿地積一萬尺以五因四歸

之得壤土積另以三因四歸之得堅土積

挑土計方訣 每方長濶各一丈高一尺

東西併折半。南北亦如斯。互乘爲實位。深數再乘之。

設如田內開土挑泥填基東六丈五尺西七丈五尺南八丈北九丈深二尺問取泥該方數幾何答曰一百一十九方 法併東西十四丈折半得七丈另併南北十七丈折半得八丈五尺相乘得五十九丈五尺又以深二尺乘之即得方數

商功訣

城池開築問工程。兩廣併來折半平。高深乘之長又續。每日工程爲法行

設如開河長七千五百五十尺上廣五十四尺下廣四十尺深一十二尺每日用人夫一十二名開積六百尺問該用夫幾何答曰八萬五千一百六十四工 法併上下廣折半得四十七尺以深十二尺乘之得五百六十四尺又以長乘之得四百二十五萬八千二百尺爲實置日開積六百尺以夫十二名除之得每工開積五十尺爲法除實得該用夫數

設如前河每人日開五十尺今用人夫八百名問需日幾何答曰一百○六日不盡一萬八千二百尺 法置河積四百二十五萬八千二百尺爲實另置人夫八百名以日開五十尺乘之得四萬尺爲法除實得一百六日。不盡餘積不彀一日之工也

設如河口上寬十尺下寬六尺深五尺問每日流水幾何答曰五千七百六十萬尺 法以小木板一塊置水面用驗時儀墜子候之看六十杪內木板流遠幾丈如流遠十丈即以十丈化爲一百尺乃以河上寬十尺與下寬六尺相加折半得八尺與河

深五尺相乘得四十尺又與木板流遠一百尺相乘得四千尺即六十秒內所流之數又以六十秒收作一分為一率水流四千尺為二率以每日十二時化為一千四百四十分為三率每時八刻每刻十五分故一日得一千四百四十分推得四率即一日內所流水數此法先用木板以驗水流緩急水急則木隨水流亦急水緩則木隨水流亦緩看木之緩急即知水流之多少故先求得河口面積再以遠乘之即得水流積數也

築堤訣

築堤之法最蹊蹺．東高倍之加西高．上下廣併乘折半．西高另倍加東高．上下廣併仍乘折．兩數將來併相交．却用原長乘為實．五歸其實積無饒．

設如築堤一所東頭上廣八尺下廣一十四尺高九尺西頭上廣二十尺下廣二十二尺高二十一尺東至西長九十六尺問積幾何答曰二萬八千八百尺 法倍東高得十八尺加西高共三十九尺却併東上下廣二十二尺乘之折半得四百二十九尺又倍西高得四十二尺加東高共五十一尺却併西上下廣四十二尺乘之折半得一千〇七十一尺二數相併共一千五百尺再以長九十六尺乘之得十四萬四千尺以五歸之即得

築臺訣

築臺丈尺要推詳．上長倍之加下長．上廣乘之別列位．另倍下長加上長．仍以下廣乘見數．二數共併積相當．原高乘併積為實．六歸其實積如常．

設如築長臺一所上廣八尺長二丈下廣一丈八尺長三丈高一丈八尺問積幾何答曰六千尺 法倍上長加下長共七十

尺、以上廣乘之得五百六十尺、另倍下長加上長共八十尺、以下廣乘之得一千四百四十尺、兩數相併、共二千尺、再以高十八尺乘之得三萬六千尺、以六歸之即得、

若方臺求積、圓臺求積、用方田章方窖圓窖盤糧粟米法、

設如立錐高三十二尺、下方二十四尺、問積幾何、答曰、六千一百四十四尺　法以下方自乘得五百七十六尺、再以高乘之得一萬八千四百三十二尺、以三歸之即得、

若圓錐求積、用方田章平地尖堆算米法、

築牆截高問今上廣訣　若方錐改方臺、圓錐改圓臺、法並同、

上下原廣數相減、　餘用今高數相乘、　原高爲法除爲積、
積減下廣上廣存、

設如原築牆上廣一尺、下廣三尺、高一十二尺、今已築高九尺、問上廣幾何、答曰、一尺五寸　法以原上下廣相減餘二尺、以今築高九尺乘之得十八尺、以原高十二尺除之得一尺五寸、却於下廣內減去此數、餘得今上廣數　一法以原上下廣相減餘二尺、以原高今高相減餘三尺、相乘得六尺、以原高十二尺除之得五寸、加原上廣一尺、共一尺五寸、亦得、

設如原築牆上廣一尺、下廣三尺、高一十二尺、今欲築高一丈五尺、問上廣幾何、答曰、五寸　法以原上下廣相減餘二尺、以原高今高相減餘三尺、相乘得六尺、以原高十二尺除之得五寸、以減原上廣一尺、餘五寸、爲今上廣、

築牆截下廣問今高訣

原今下廣數相減、　餘以原高乘爲實、　原下廣減原上廣、
餘爲法除高數是、

設如原築牆上廣一尺下廣四尺高一十二尺今只築下廣二尺一寸問今高幾何答曰七尺六寸　法以原下廣今下廣相減餘一尺九寸以原高十二尺乘之得二十二尺八寸以原上下廣相減餘三尺除之卽得

設如原築牆上廣二尺下廣六尺高二丈今已築上廣三尺六寸問今高幾何答曰一丈二尺　法以原下廣今上廣相減餘二尺四寸以原高二十尺乘之得四十八尺以原上下廣相減餘四尺除之卽得

築方錐改方臺問截高訣圓錐改圓臺同

今上方與原高乘　便爲實積數分明　原下方數宜爲法　法除實兮截高成

設如原築方錐下方二十四尺高三十二尺今改築方臺只用上方六尺問截去高幾何答曰八尺　法以今上方乘原高得一百九十二尺爲實以原下方二十四尺爲法除之卽得

築方臺改方錐問接高訣圓臺改圓錐同

上方與高乘爲實　下方內減上方積　餘積爲法以除之　便見接高今丈尺

設如原方臺上方六尺下方二十四尺高二十四尺今改作方錐問接高幾何答曰八尺　法以上方乘原高得一百四十四尺爲實以上下方相減餘十八尺爲法除之卽得

行道遲速

設如兩人行路快者日行九十五里慢者日行七十五里今令慢者先行八日問快者幾日趕至行路程幾何答曰三十日趕至計程二千八百五十里　法以八日乘慢行者日行七十五里

得六百里以慢行快行相減每日餘二十里除之得三十日又以日行九十五里乘之得路程數此法因慢者先行八日以日行七十五里計之則已多行六百里今快者日行九十五里則比徐行者每日多行二十里多二十里為一日追行之數則多六百里為三十日追行之數可知矣既知日數而里數亦可乘而得矣

設如快行者日行八十里慢行者日行四十八里今令慢者先行二百四十里快者纔發步隨之問幾里可及答曰六百里 法以快者日行八十里乘先行二百四十里得一萬九千二百里為實以快行慢行相減餘三十二里為法除之即得 一法置先行二百四十里以快行慢行相減餘三十二里除之得七日半再以快者日行八十里乘之亦得此即前題算法首條是先乘後除次條是先除後乘

設如二人自鄉上城一人步行一人騎行使步行者先行三十七里騎行者追至一百五十四里尚不及二十三里問追及之里數再有幾何答曰二百五十三里 法置不及二十三里以追至一百五十四里乘之得三千五百四十二里為實以先行三十七里不及二十三里相減餘十四里為法除之即得此法因步行者已先行三十七里今騎馬者追之止不及二十三里是已追過十四里也追過十四里必須一百五十四里今尚不及二十三里又必須二百五十三里方能追及也此用異乘同除法

設如一人行路步行則三十日可到騎行則二十日可到今行二十六日到問步行騎行日數各幾何答曰步行十八日騎行八日 法以今行二十六日與騎行二十日相減餘六日以乘步行三十日得一百八十日以三十日二十日相減餘十日除之即步行日數如以

令行二十六日與步行三十日相減餘四日以乘騎行二十日得八十日以三十日二十日相減餘十日除之即騎行日數此法因步行比騎行遲十日騎行比步行早十日夫步行比騎行遲十日而步行爲三十日令步行比騎行遲六日則步行爲十八日可知矣騎行比步行早十日而騎行爲二十日今騎行比步行早四日則騎行爲八日可知矣

商功分合比例

設如三人治田一人日芸七畝一人日耕三畝一人日種五畝今令一人自耕自種自芸問一日治田幾何答曰一畝四分七釐有餘

法以七畝五畝三畝連乘得一百○五畝爲治田總差數以每日芸七畝除之得十五日爲芸田差數以每日耕三畝除之得三十五日爲耕田差數以每日種五畝除之得二十一日爲種田差數三數相併得七十一日爲一率一百○五畝爲二率一日爲三率推得四率一畝四分七釐有餘即每日自耕自種自芸之數也此法因一日芸七畝則一百○五畝須芸十五日一日耕三畝則一百○五畝須耕三十五日一日種五畝則一百○五畝須種二十一日併之得七十一日是一人自耕自種自芸治田一百○五畝即知一日治田一畝四分七釐有餘也

設如三女各納錦一方長女五日畢次女七日畢小女九日畢今令三女共納一方問幾日畢答曰二日一百四十三分日之二十九

法以五日七日九日連乘得三百十五日爲日總差數以長女五日除之得六十三方以次女七日除之得四十五方以小女九日除之得三十五方三數相併得一百四十三方爲一率三百十五日爲二率一方爲三率推得四率二日不盡二十九以法命之即三女共納一方之日數也

數學精詳卷六終

南海孔繼藩初校

鄒鏡瀾覆校