16

CHINESE - JAPANESE LIBRARY OF
HARVARD - YENCHING INSTITUTE
AT HARVARD UNIVERSITY
AUG 11 1936

T 7103. 2733

交食數理

交食總論

用日躔月離求實朔望

用日躔月離求實朔月食甚時刻及兩心實相距

用兩經斜距求日月食既生光附

求月食初虧復圓時刻

求日月實徑與地徑之比例 視徑附

求影半徑及影差

求黃道高弧交角

香港佛教大學漢仁圖書館珍藏印

求月食初虧復圓併徑黃道交角 卽緯差角
求白經高弧交角
求高下差
求日食食甚眞時及兩心視相距
求日食初虧復圓時刻 方位附
求日食帶食

交食總論

日月相會爲朔。相對爲望。朔而同度同道。則月掩日而日爲之食。望而同度同道。則月亢日而月爲之食。朔望日月皆東西同度。而南北不皆同道。同道則食。顧推步之法。月食猶易。而日食最難。以月在日下。人在地面。隨時隨處所見常不同也。自大衍以至授時。其法寖備。我朝用西法推驗尤精。上編言之詳矣。近日西人噶西尼等益復精求。立爲新表。其理不越乎昔人之範圍。而其用意細密。又有出於昔人所未及者。如求實朔實望用前後

二時日月實行爲比例。昔之用平朔平望實距弧者未之及也。日月兩心相距最近爲食甚。兩周初切爲初虧。初離爲復圓。皆用兩經斜距爲比例。昔之用月距日實行者未之及也。日食用圖算。月之視行不與白道平行。帶食日在地平。視差即圓之半徑。月之視距即見食之淺深。昔之言視差者亦未之及也。雖其數所差無多。而其法實屬可取。其他或因屢測而小有變更。或因屢算而益求簡捷。則又考驗之常規。而推步所當從也。各爲之說如左。

用日躔月離求實朔望

從來求實朔望有二法。一用本日次日兩子正日月黃道實行度比例。其相會之時刻爲實朔。相對之時刻爲實望。推逐月朔望用之。（見下編推合朔弦望法。）以已有本年逐日之日躔月離故也。一用本年首朔先求本月平朔望之時刻。然後求其平行實行之差。比例加減而得實朔望之時刻。推交食用之。（見上編朔望有平實之殊篇及下編推日食月食法。）因上考往古。下推將來。不必逐日悉推其躔離。而即可逕求其朔望故也。斯二法誠不可偏廢。但

從前交食求平行實行之差。太陰惟用初均。故甚整齊簡易。今求太陰初均又有諸平均之加減。既屬繁難。而黃白大距又時時不同。非推月離不得其準。故今交食推實朔望。合二法而兼用之。先推平朔望以求其入交之月次。次推本日次日兩子正之日躔月離以求其實朔望之時。又推本時次時兩日躔月離以比例其時刻。較之舊法似爲紆遠。然太陰之行甚速。因遲疾差之故。一日之內。行度時時不同。且平行實行之差。大者至八九度。則于朔望與實朔望之相距。

卽至十有餘時。今以前後兩時相比例。較之止用兩子正實行度相比例者固爲精密。卽較之以距時爲比例者亦又加詳矣。

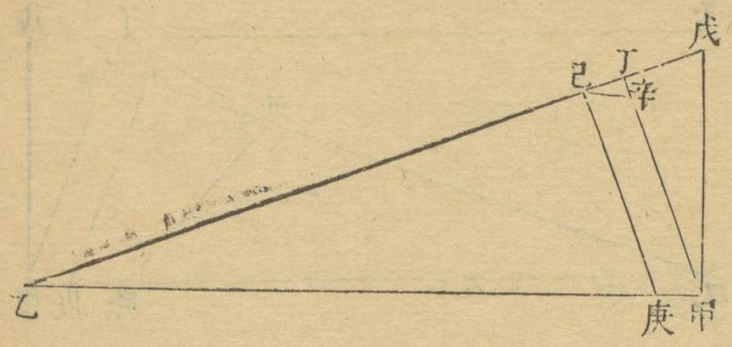
用兩經斜距求日月食甚時刻及兩心實相距

新法算書以實朔用時。卽爲日食食甚用時。以實望用時。卽爲月食食甚時刻。皆黃白同經。（太陰白道度與太陽黃道度相等。爲黃白同經。）上編以此時兩心斜距猶遠。惟自白極過太陽作經圈與白道成直角。太陰臨此直角之點。兩心相距最近。始爲食甚。故以白道升度差爲食甚距弧。以一小時月距日實行比例得時分。與實朔望用時相加減。方爲食甚時刻。（月食卽食甚時刻。日食爲食甚用時。）其法較前爲加密矣。（見月食五限時刻日食三限時刻篇。）近日西法用日躔月

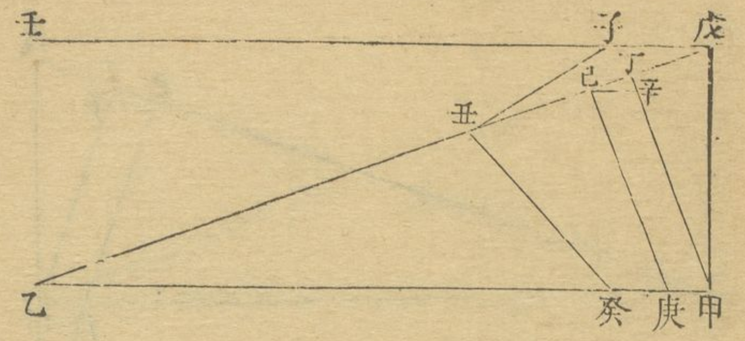
離比例求實朔望。是爲黃道同經較之新法算書。去食甚爲尤遠。而其求食甚之法。則亦以兩心相距最近爲食甚實緯。以實朔望太陰距最近點之度爲食甚距弧。又以黃白二道原非平行。而日月兩經常相斜距。若以太陽爲不動。則太陰如由斜距線行。故求兩心相距最近之線。不與白道成直角。而與斜距線成直角。其距弧變時。亦不以月距日實行度爲比例而以斜距度爲比例。較之上編爲尤近焉。雖度分時刻所差無多。而其理更爲細密。圖說詳著於左。

如圖。甲乙爲黃道。丙乙爲白道。乙角爲中交。新法算書以日心在甲。月心在丙。爲實朔。影心在甲。月心在丙。爲實望。甲乙與丙乙等。是爲黃白同經。無另求食甚之法。上編以月行至丁爲食甚。甲丙爲近。故丙丁爲食甚距弧。以月距日實行比例得時分。加於丙點實朔望之時刻。方爲食甚時刻。今用日

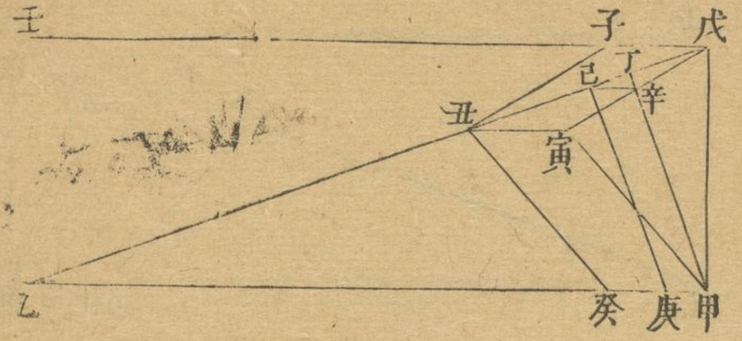
躔月離黃道度算。則以日心在甲。月心在戊。爲實朔。影心在甲。月心在戊。爲實望。甲戊距緯與黃道成直角。是爲黃道同經。戊之去丁。較丙丁爲尤遠。按上編之法。當以甲乙黃道度。求丁乙白道升度。與戊乙太陰距交白道度相減。餘戊丁爲食甚距弧。而仍以甲丁距緯爲食甚兩心實相距。夫日月各有行分。日在甲月既在戊。逮



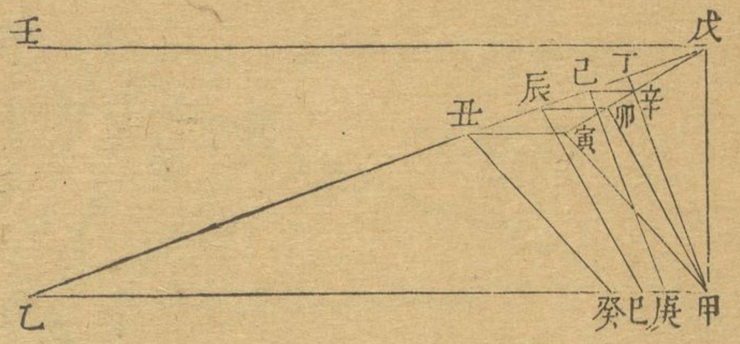
月由戊行至丁。則日亦不在甲。而顧謂甲丁爲食甚兩心實相距。戊丁爲食甚距弧者。蓋月由戊行至己。則日由甲行至庚。庚己與甲丁平行。甲庚與辛己等。庚己與甲辛等。丁己與辛己等。甲丁與庚己等。皆相差無多。故借甲丁爲與庚己等。爲兩心實相距。借丁己爲與辛己等。爲日行。而戊己原爲月行。則戊丁即爲月距。（月食爲影心行與日行等。）



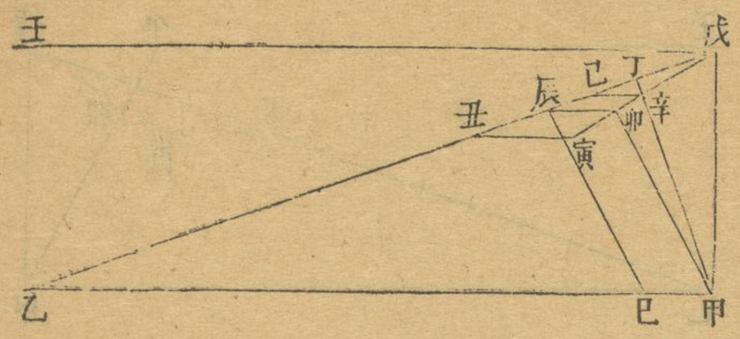
日之行。故即以戊丁爲距弧。以一小時月距日實行爲比例。即得食甚距時也。今求食甚之法。以戊乙與甲乙原非平行。日月兩經常相斜距。已點固爲直角相對之時。而其相距尤近必猶在已點之後。試與甲乙平行作戊壬線爲黃道距等圈取一小時日實行甲癸之分截之於子。取一小時月實行截白道於丑。則子丑爲一小



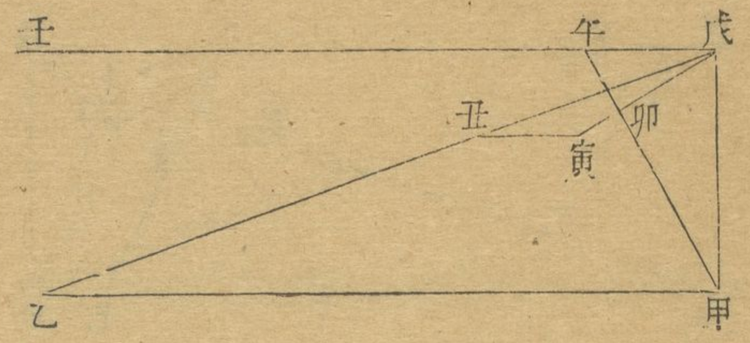
時兩經斜距。又與戊子平行作丑寅線。與子丑等亦爲一小時日實行。戊寅與戊子等亦爲一小時兩經斜距。戊寅子丑與戊辛已爲同式形。月行爲戊丑。則日行爲寅丑。與甲癸等。斜距爲戊寅。月行爲戊已。則日行爲辛已。與甲庚等。斜距爲戊辛。是日月二道原非平行。而兩經斜距則常爲一線。若以日心爲不



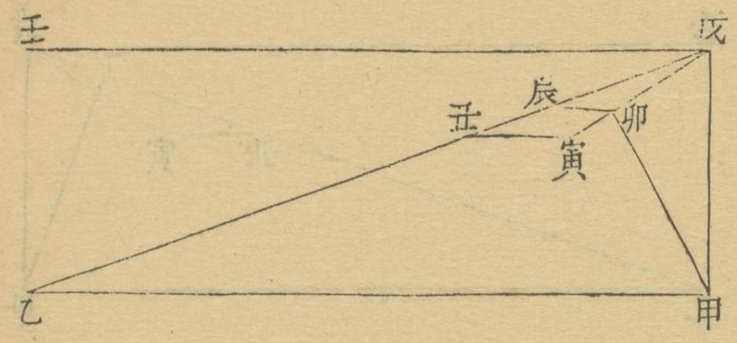
動。將庚點合於甲。則月心己點必合於辛。將癸點合於甲。則月心丑點必合於寅。是月在戊丑白道上行。即如在戊寅斜距線上行矣。乃自甲點與戊寅斜距成直角作甲卯線。與丑寅平行作卯辰線。與甲卯平行作辰巳線。則甲巳與卯辰等爲實朔至食甚之月之日實行。戊辰爲實朔至食甚之月實行。辰巳與甲卯等。即食甚兩心實



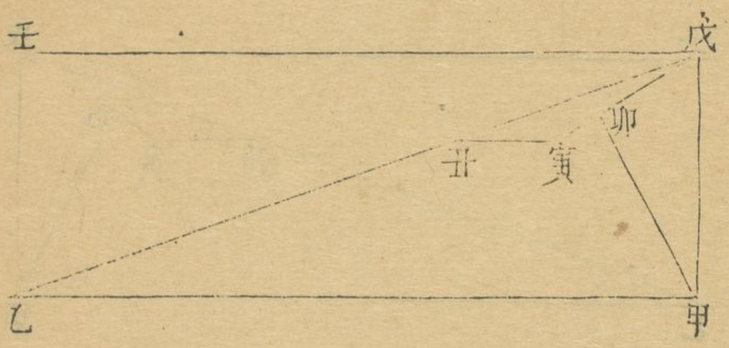
相距。甲卯相距之近尤近於甲辛。甲卯爲股。甲辛爲弦。股必短於弦也。是月心臨於辰點。方爲食甚。其實行在巳點後也。若以日心爲不動。將巳點合於甲。則月心辰點必合於卯。故戊卯爲食甚距弧。求之之法。先用戊丑寅三角形。寅丑邊爲一小時日實行。戊丑邊爲一小時月實行。丑角與乙角等。即本時黃白交角。用切線分外角法。求得戊角爲



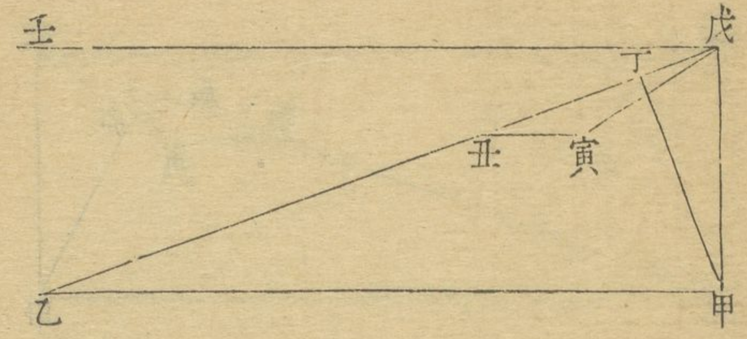
斜距交角差。斜距交角差者。乃斜距黃道交角與黃白交角之差。此本係弧線三角形。因其形甚小。故作直線算以從簡易。並求得戊寅邊爲一小時兩經斜距。次用甲戊卯三角形。以丑戊寅角與丑戊壬黃白交角相加。戊壬寅丑二線皆與甲乙線平行。故丑角戊角皆與乙角等。得寅戊壬角爲斜距黃道交角。卽與卯甲戊角等。甲戊午與甲卯戊及戊卯午。皆爲同式三角形。故寅戊壬角與卯甲戊角等。乃以半徑與甲角餘弦之比。同於甲戊與甲



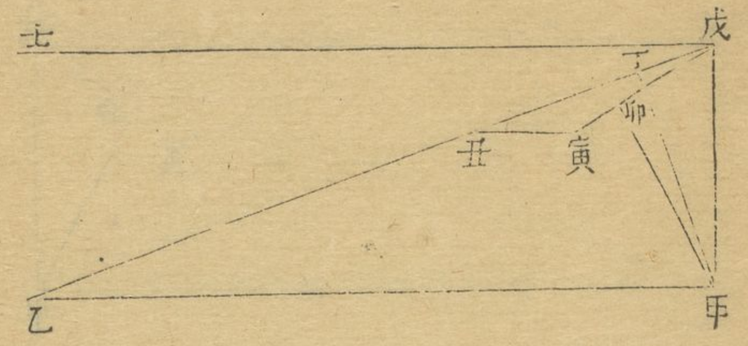
卯之比。此亦作直線算。而得甲卯爲食甚兩心實相距。又以半徑與甲角正弦之比。同於甲戊與戊卯之比。而得戊卯爲食甚距弧。然後以戊寅一小時兩經斜距爲一率。一小時爲二率。戊卯食甚距弧爲三率。求得四率爲食甚距時。蓋月行爲戊辰。日行爲卯辰。斜距爲戊卯。戊卯辰三角形與戊寅丑三角形爲同式比例也。今設乙角爲



秒三五。以日月二實行相減。得一小時月距日實行爲三十分二十八秒六一。比例食甚距時。得八分五十二秒二四。今法先用戊丑寅三角形。求丑戊壬角相加。得五度二十二分三十五秒八二。爲斜距黃道交角。與卯甲戊角等。又求得戊寅邊三十分二十九秒一九。爲一小時兩經斜距。次



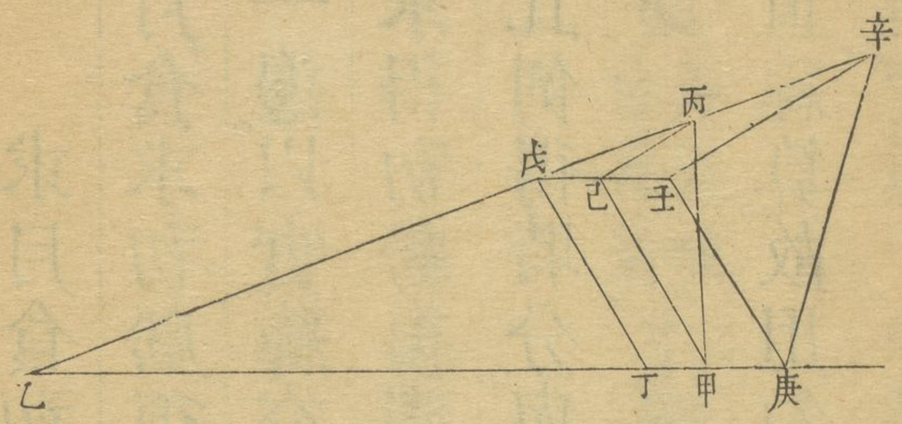
四度五十八分三十秒。丁甲戊角。戊丑寅角。丑戊乙角。皆與甲乙爲實朔太陰黃道距中交前十度。戊甲爲太陰距黃道北五十一分五十七秒六五。寅丑爲一小時月實行三十二分五十六秒四六。舊法用甲乙戊三角形。求得甲丁兩心實相距爲五十一分四十五秒九〇。戊丁距弧爲四分三十



用甲卯戊三角形。求得甲卯兩心實相距爲五十一分四十三秒九三。比甲丁近二秒。戊卯距弧爲四分五十二秒一三。以戊寅兩經斜距比例食甚距時得九分三十四秒九四。比戊丁距時遲四十三秒。是爲兩心相距最近之時。若實朔望在交後。則日由乙向甲。月由乙向戊。兩心以漸而遠。食甚在實朔望前。距時比舊爲早。其法並同。

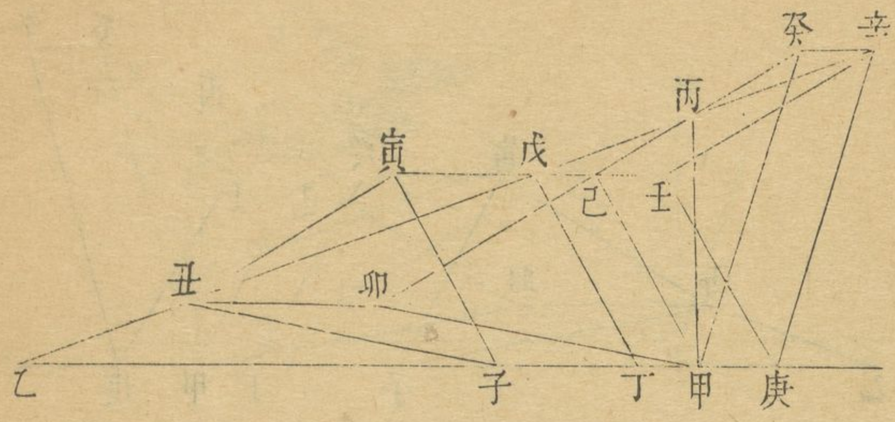
求月食初虧復圓時刻　食既生光附

月食求初虧復圓時刻。以食甚實緯爲一邊。併徑爲一邊。以實緯交白道之角爲直角。用正弧三角形法。求得初虧復圓距食甚之弧。以一小時月距日實行比例得時分。與食甚時刻相加減。即得初虧復圓時刻。（初虧減。復圓加。）上編言之詳矣。（見月食五限時刻篇。）今以弧線可作直線算。故用勾弦求股之法。即得距弧。至以距弧變時。則以一小時兩經斜距爲比例。蓋食甚兩心實相距既與斜距成直角。則初虧復圓之併徑亦與斜距

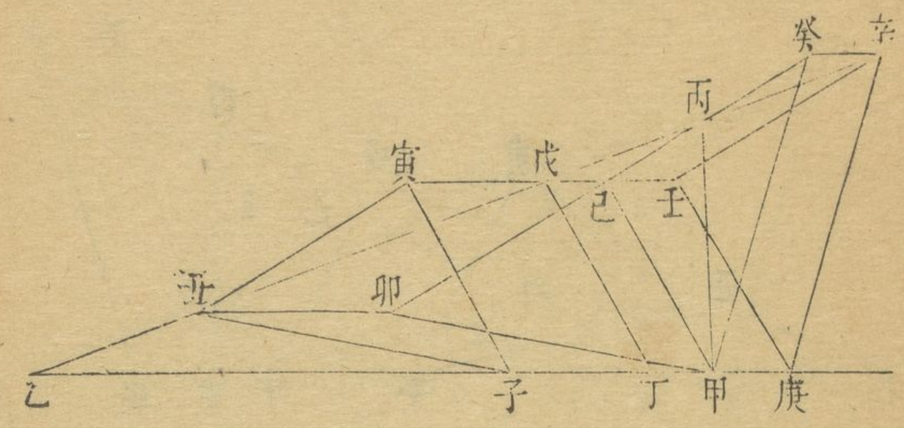


成勾股。故仍以斜距比例時分也。圖說并著於左。

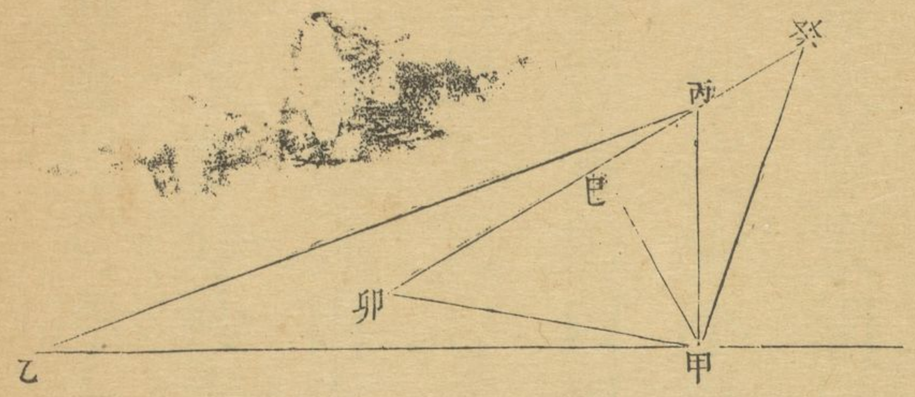
如圖。甲子爲黃白交角。實望時。地影心在甲。月心在丙。食甚時。地影心在丁。月心在戊。戊丁爲食甚兩心實相距與甲乙爲黃道。丙乙爲白道。乙角等。丙己爲食甚距弧。初虧時。地影心在辛。月心在庚。月心在辛。辛戊爲初虧至食甚之日實行。庚丁爲初虧至食甚之日實行與壬戊等。辛壬爲初虧至食甚



日月兩行之斜距與癸巳等。卽初虧距弧。理與食甚同。庚壬卽食甚兩心實相距與甲巳等。庚辛爲併徑與甲癸等。復圓時。地影心在子。月心在丑。戊丑爲食甚至復圓之日實行。丁子爲食甚至復圓之月實行。丁子爲食甚至復圓日月兩行之斜距與己卯等。卽復圓距弧。子寅卽食甚兩心實相距與甲己等。子丑爲併徑與



甲卯等。辛壬庚癸已甲。丑寅子。卯已甲。爲相等四勾股形。若以地影心爲不動。以食甚影心丁點合於甲。則月心戊點合於已。以初虧影心庚點合於已。而月心辛點合於已。而月心丑點合於卯。初虧復圓影心子點合於甲。則寅點合於已。而月心丑點合於卯。初虧復圓距弧。卽與癸卯斜距合爲一線矣。故今求初虧復圓距弧。卽用癸已



甲勾股形。以已甲爲勾。癸甲爲弦。求得癸已股與已卯等。爲初虧復圓距弧。夫癸已與已卯二弧。既皆爲兩經斜距。則以二弧變時。亦當與斜距爲比例。故以一小時兩經斜距與一小時之比。同於癸已或已卯初虧復圓距弧與初虧復圓距時之比也。若食既生光。則甲癸甲卯二線。爲月半徑與影半徑相減之較。其法并與初虧

復圓同。

求日月實徑與地徑之比例　視徑附

從來算家謂日月之在天。其實徑原爲一定之數。而視徑之大小。則因距地有遠近而時時不同。然所謂實徑者。仍以視徑之大小。距地之遠近比例而得。今日月本天心之距地心數皆與舊不同。則日月距地之遠近亦因之而各異。且視徑之大小。古今所測相差惟在分秒之間。在器只爭毫釐。而在數已差千百。則實徑究亦未有一定之數也。新法算書載日實徑爲地徑之五倍有餘。中距日天半徑與地半徑之比

例。爲一與一千一百四十二。月實徑爲地徑百分之二十七强。中距朔望時月天半徑與地半徑之比例。爲一與五十六又百分之七十二。上編仍之。以推最高日天半徑與地半徑之比例。爲一與一千一百六十二。最卑日天半徑與地半徑之比例。爲一與一千一百二十一。見日躔地半徑差篇。最高朔望時月天半徑與地半徑之比例。爲一與五十四又百分之八十四。見交食日月距地與地半徑之比例篇。今監臣戴進賢等據西人近年所測日天半徑與地半徑之比例。最高爲一與二萬零九百七十五。中距爲一與二萬零六百二十六。最卑爲一與二萬零二百七十七。月天半徑與地半徑之比例。最高爲一與六十三又百分之七十七。中距爲一與五十九又百分之七十八。最卑爲一與五十五又百分之七十九。詳本編日躔月離地半徑差篇。又用遠鏡儀西人默爵所製。以遠鏡加衡爲窺管。測得日視徑最高爲三十一分四十秒。中距爲三十二分四十五秒。最卑爲三十二分四十五秒。月視徑最高爲二十九分

二十三秒。中距爲三十一分二十一秒。最卑爲三十三分三十六秒。用此數推算日實徑爲地徑之九十六倍又十分之六。月實徑爲地徑百分之二十七小餘二六强。夫月實徑與舊大致相符。而日實徑差至十九倍者。蓋今所測日距地數比舊原大十八倍餘。則日實徑比舊大十九倍。止爲大十八分之一。故今之日視徑亦比舊大十八分之一。是則視徑之大小。固各得之實測。要亦合諸推算以成一家之言。至於日體純陽。其光恒溢於常徑之外。新法算書祇周圍皆大一分。今說謂大一十五秒。故推日食之法。必於併徑內減去太陽光分一十五秒。餘與視緯相較。方爲受食之分。而日之本徑則仍帶光分算。其理固應爾也。測算之法。並見上編。

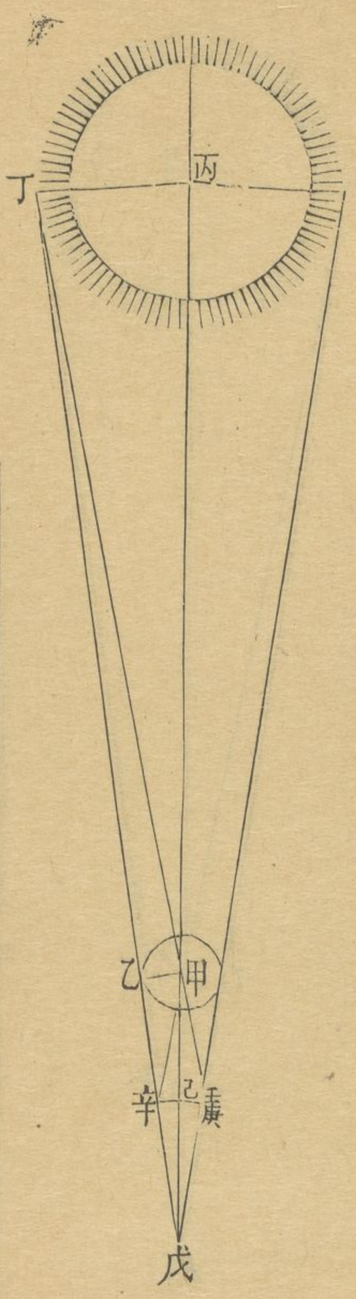
求影半徑及影差

地影半徑之大小。由於太陽距地有遠近。及太陰距地有高卑。故先以太陽在最高所生之大影爲率。求得太陰從高及卑所當地影之濶爲影半徑。又以太陽從高及卑所生各影小於大影之較爲影差。與影半徑相減。乃爲實影半徑。上編言之詳矣。見地影半徑篇。今以三角形之理考之。日月兩地半徑差相併。卽與日半徑影半徑相併之數等。而日月地半徑差及日半徑。皆推交食所必用之數。且又皆由距地之高卑遠

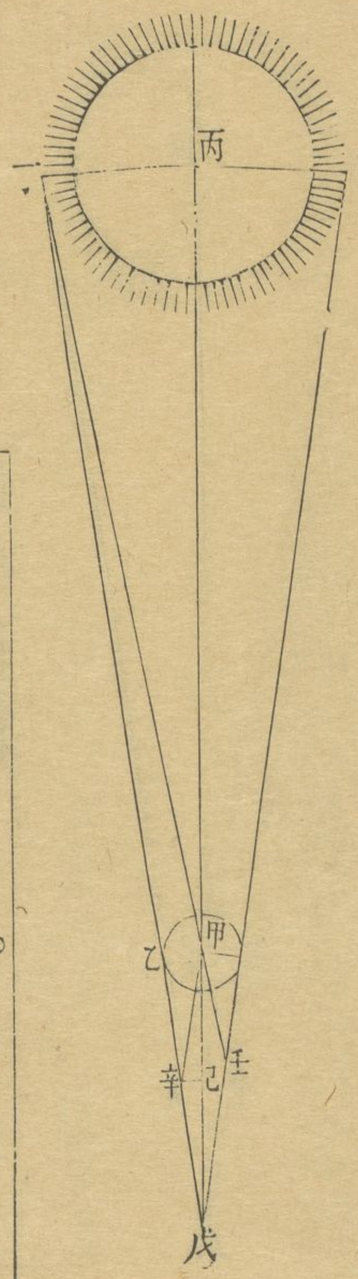
近而生。故近日西法皆不用另求影半徑。惟以日月兩地半徑差相加。內減去日半徑。餘卽爲實影半徑。以影差已在其中也。此外又有視影之說。蓋以地上有蒙氣差。能映小爲大。則太陽實徑必小於視徑。實徑小。則影大矣。又月食時日在地下。蒙氣轉蔽日光。則地影視徑必尤大於實徑。計其所大之分。約爲太陰地半徑差六十九分之一。故又以此爲影差。與實影半徑相加爲視影半徑。則所謂影差者名雖同而義實異也。總之算家立說。古今不必相同。然測驗皆期於合天。而推步必歸於有據。舊說謂太陽有光分能侵地影使小。今說謂地周有蒙氣能障地影使大。此亦極不同之致矣。然最大影半徑舊爲四十六分四十八秒。今爲四十六分五十一秒。相差不過三秒。最小影半徑舊爲四十二分三十八秒。今爲三十八分二十八秒。相差四分有餘。蓋地影之大小固由於太陽距地之遠近。及太陰距地之高卑。而太陰所關爲尤重。查最卑太陰距地。今昔相差不過百分地半徑之九十五。最高太陰距地。則相差至百分地半徑

之五百六十一。夫月之距地既因兩心差而不同。則月徑與影徑遂亦因之而各異。要皆據一時之所測。設法推步以求合。而非爲臆說也。圖說詳著於左。

如圖。甲乙爲地半徑。甲丙爲日天半徑。丙丁爲日半徑從丁切乙作光線。與丙甲線交於戊。甲戊爲地影之長。

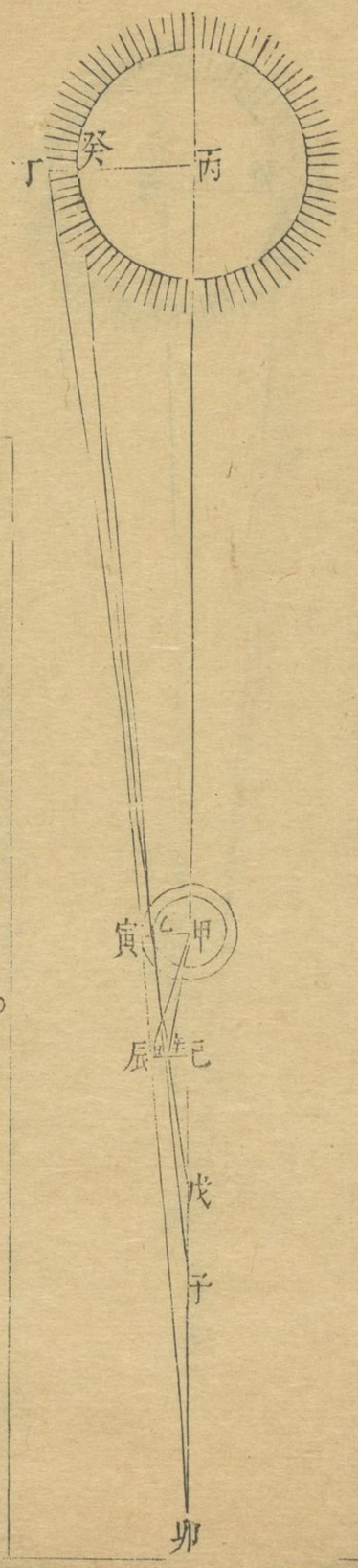


甲己爲月天半徑。庚己辛爲月行所當地影之濶。己甲辛角爲影半徑分。詳上編地影半徑篇。試觀甲丁辛三角形。丁辛二內角與壬甲辛一外角等。而丁角即太陽地半徑差。辛角即太陰地半徑差。甲丁線略與甲丙日天半徑等。甲辛線略與甲己月天半徑等。



而其角皆與甲乙地半徑相
當。故其角卽爲地半徑差角。壬甲己
角與丙甲丁角爲對角。卽日半徑。故
以丁角太陽地半徑差與辛角太陰
地半徑差相加。卽得壬甲辛角。內減
日半徑壬甲己角。餘己甲辛角卽實
影半徑。蓋日月地半徑差及日半徑。

既因日月距地之高卑遠近而時時
不同。故所得影半徑卽爲本時之實
影半徑。不復有影差也。又蒙氣映小
爲大。丙丁爲太陽視半徑。丙癸爲太
陽實半徑。從癸切乙作光線。與丙甲
線交於子。則月行所當地影半徑爲



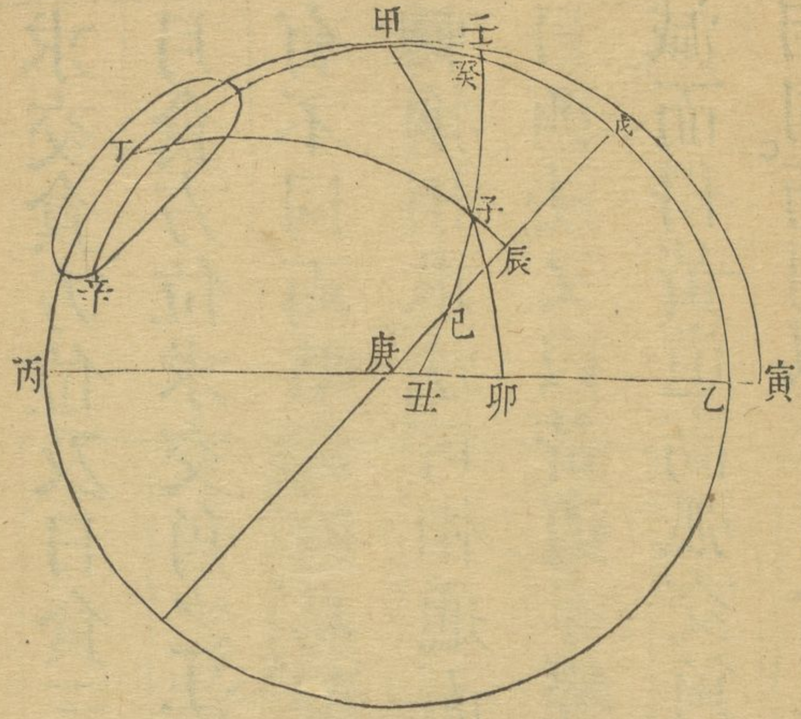
已丑。而已丑之分必大於已辛。且地球外蒙氣之厚如乙寅。從癸切寅作光線。與丙甲線交於卯。則月行所當地影半徑爲已辰。而已辰之分必尤大於已辛矣。此辛辰之分當辛甲辰角。約爲甲辛乙角六十九分之一。故

又以此爲影差。與實影半徑已甲辛角相加。得已甲辰角爲視影半徑也。

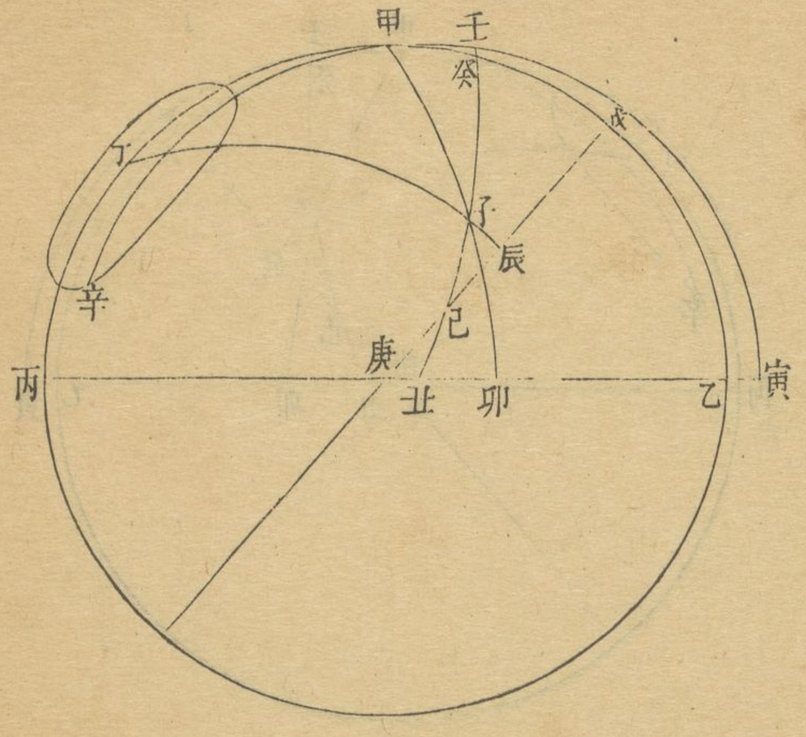
求黃道高弧交角

求交食方位及日食三差皆用黃道高弧交角。上編月食方位求交角之法。與日食三差之求交角者微有不同。而略爲簡易。蓋各圈相交皆成弧線三角形。轉換相求。法可相通。而理實一致。彼此互相發也。近日西法。又以黃道赤經交角與赤經高弧交角相加減。而得黃道高弧交角。用以求月食方位。繁簡大概相同。而用以求日食三差。則甚爲省便。蓋黃道隨天西轉。其象時時不同。而黃道赤經交角無異。不須逐

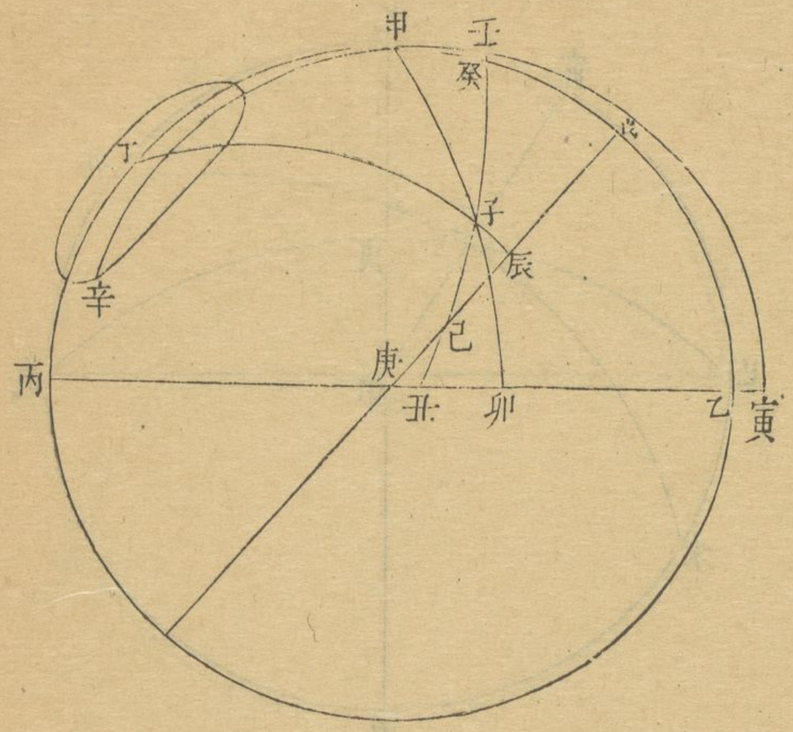
時推算也。因著其法於左。



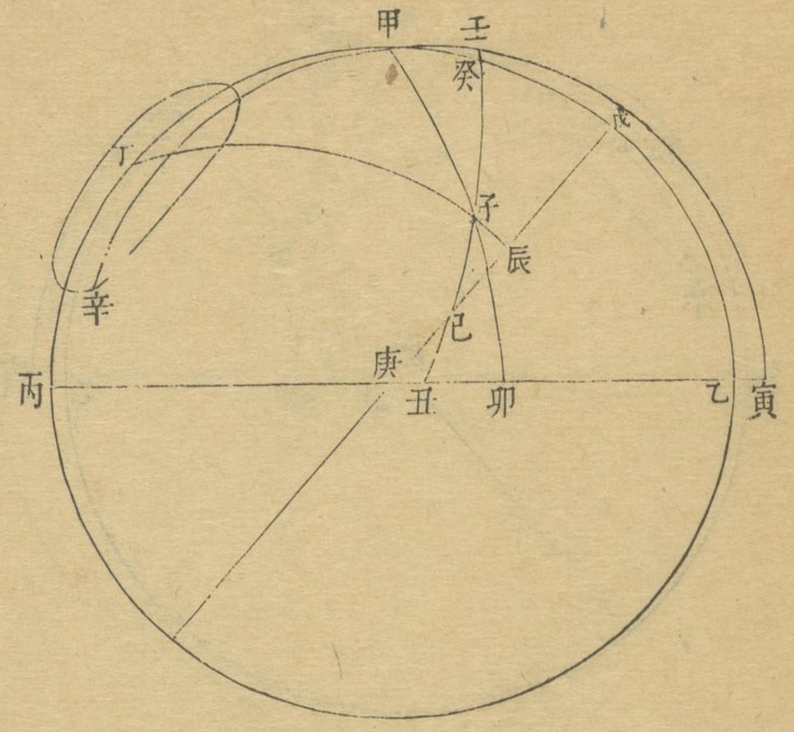
如圖。甲爲天頂。甲乙丙爲子午圈。乙丙爲地平。丁爲赤極。戊巳庚爲赤道。辛爲黃極。壬癸子丑爲黃道。巳爲春分。丑爲黃道交西地平之點。壬爲黃平象限距丑九十度。癸爲正午。壬癸爲黃平象限距正午之度。



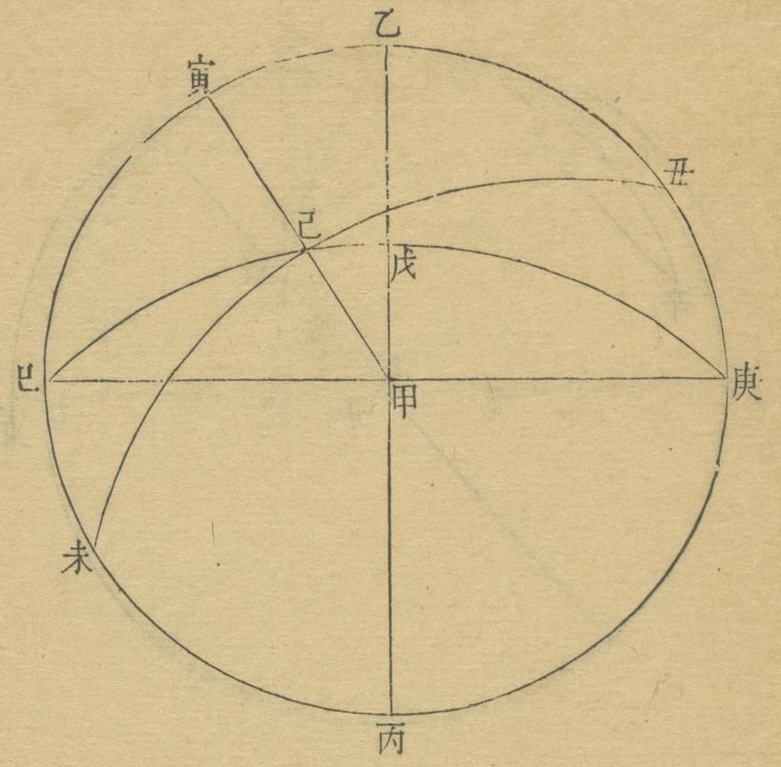
壬寅爲黃平象限距地平之度。卽丑角度。子爲太陰實行經度。日食卽爲太陽經度。月食爲太陽對衝地影之經度。子巳爲太陰距春分後之經度。子壬爲太陰距黃平象限之度。甲子卯爲高弧。丁子辰爲赤道經圈。辰巳爲赤道同升度。戊辰爲太陰距正午赤道



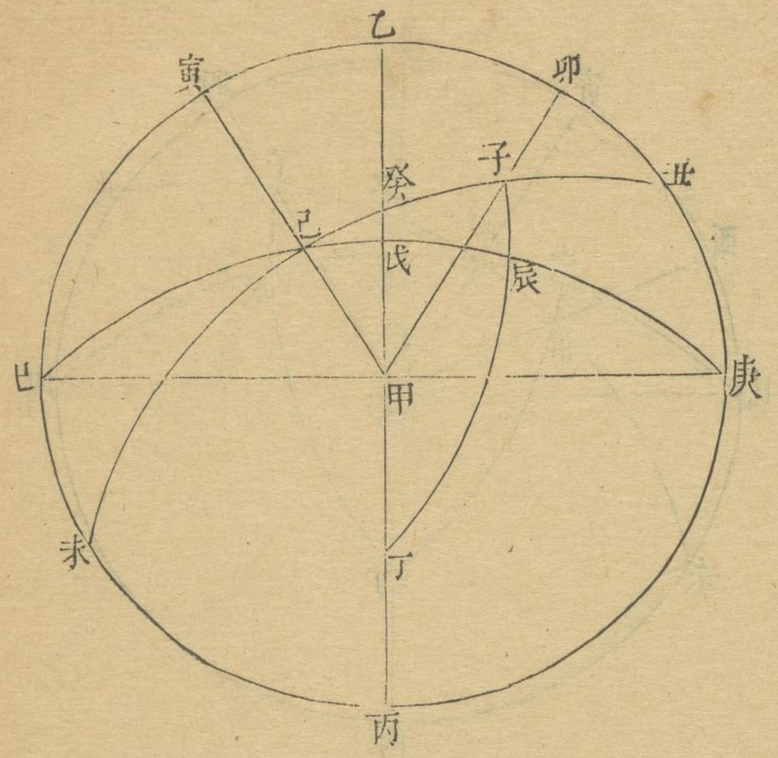
辰角卽黃道赤經交角。甲子丁角與辰子卯角爲對角。卽赤經高弧交角。兩角相減。卽得丑子卯黃道高弧交角。夫黃道交地平之丑角時時不同。而已子辰黃道赤經交角。至求黃道高



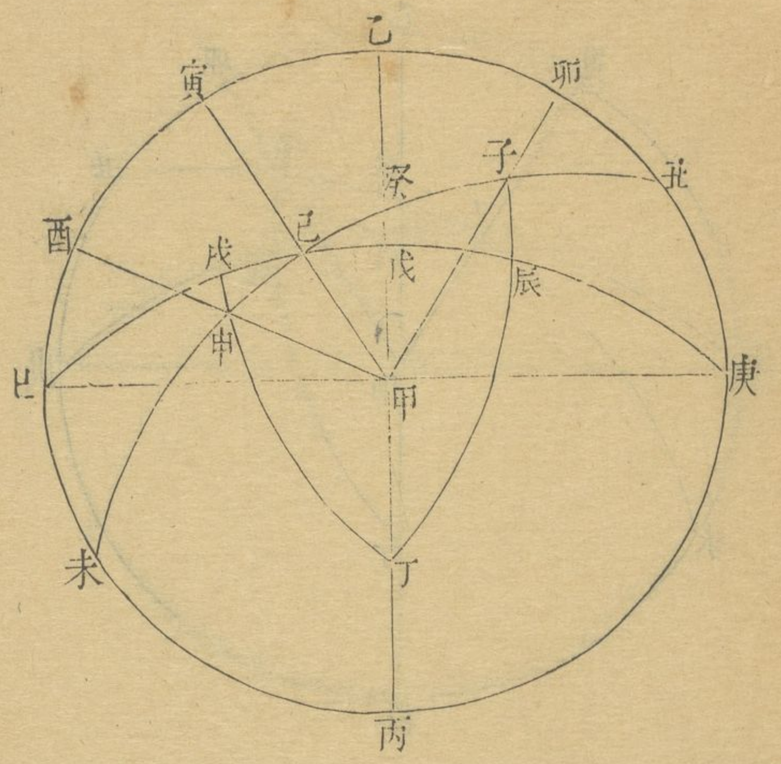
度。日食卽太陽距午正赤道度。月食爲太陽距子正赤道度。丑子卯角爲黃道高弧交角。求之之法。先用戊己弧求癸已癸戊二弧及癸角。次求癸丑弧及丑角以求子角者。日食三差之法也。先用已庚弧求已丑弧及丑角以求子角者。月食方位之法也。今按已子



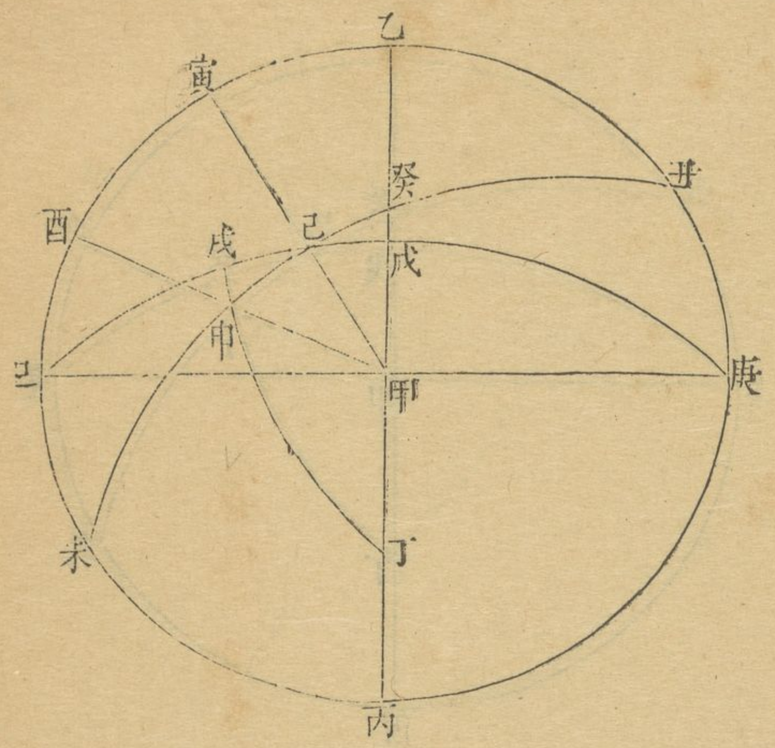
弧交角。則惟求一赤經高弧交角與之加減而已。其加減之法。以太陰在夏至前後各六宮與距正午之東西爲定。試以甲爲天頂。作乙庚丙巳地平圈。乙甲丙爲子午經圈。庚甲巳爲東西經圈。庚戊巳爲赤道。丑巳未爲黃道。己爲春分。

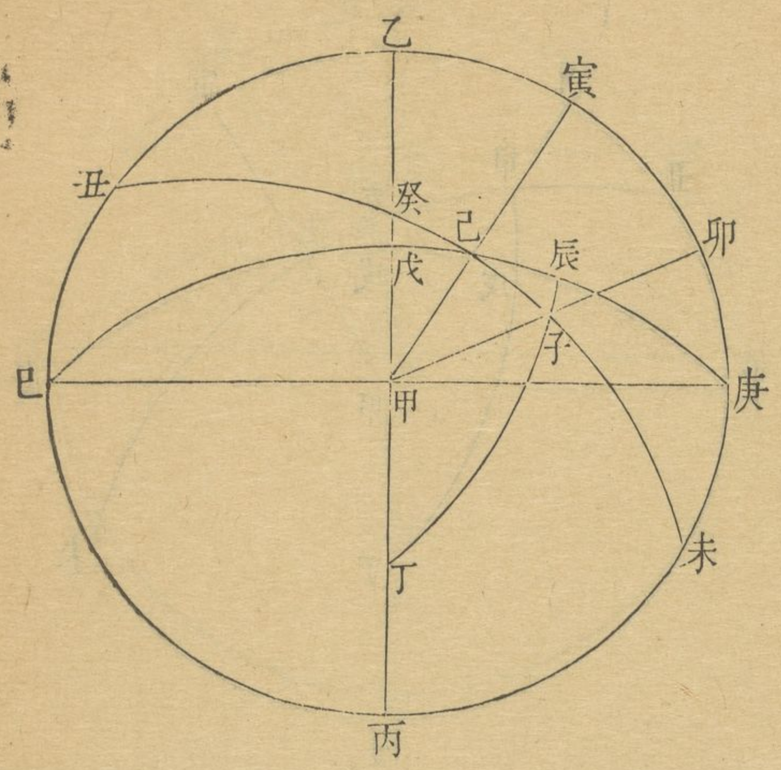


當黃平象限。丑爲冬至。當西地平。未爲夏至。當東地平。是爲夏至前六宮在地平上。癸爲黃道當正午之度。巳癸爲黃平象限距午東之度。設太陰子點在正午之西。甲子卯爲高弧。丁辰子爲過赤極經圈。巳子辰角爲黃道赤經交角。甲

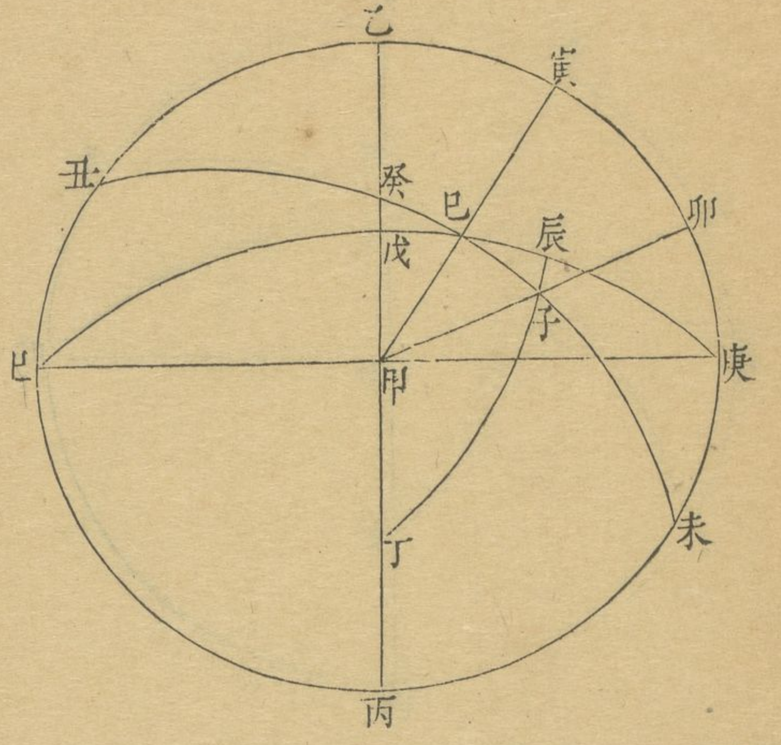


子丁角爲赤經高弧交角。丑子卯角爲黃道高弧交角。與甲子癸角等。是以甲子丁赤經高弧交角與已子辰黃道赤經交角相減。餘甲子癸角。卽黃道高弧交角也。設太陰申點在正午之東。甲申酉爲高弧。丁申戌爲過赤極經圈。已申戌角爲黃道赤經交角。與丁申未角等。甲申丁角爲赤經高弧交角。酉申未角爲黃道高弧交角。乃甲申未角之外角。是以甲申丁赤經高弧交角與丁申未黃道赤經交角相加。得甲申未角。與半周相減。餘酉申未角。卽黃道高弧交角

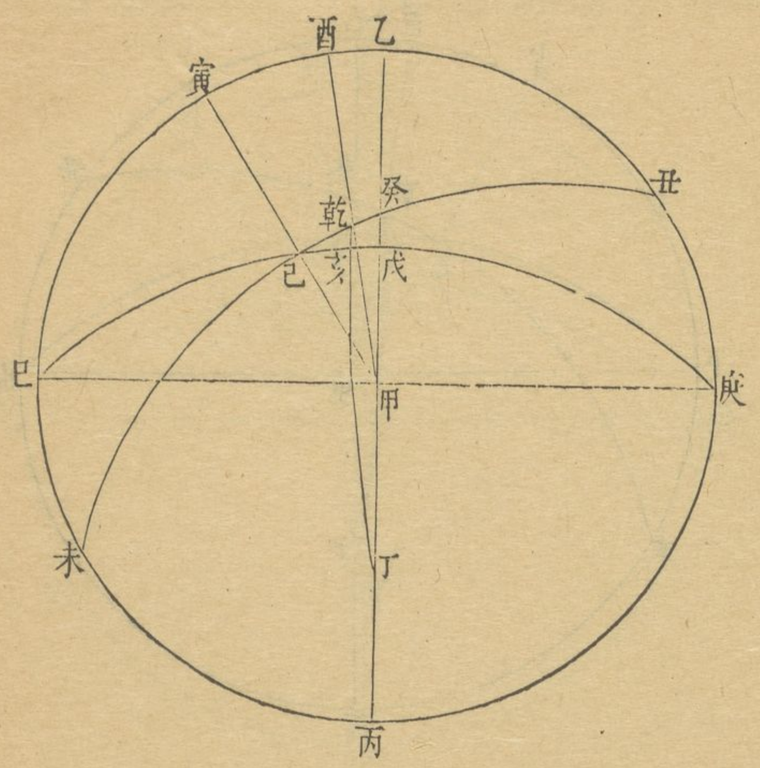




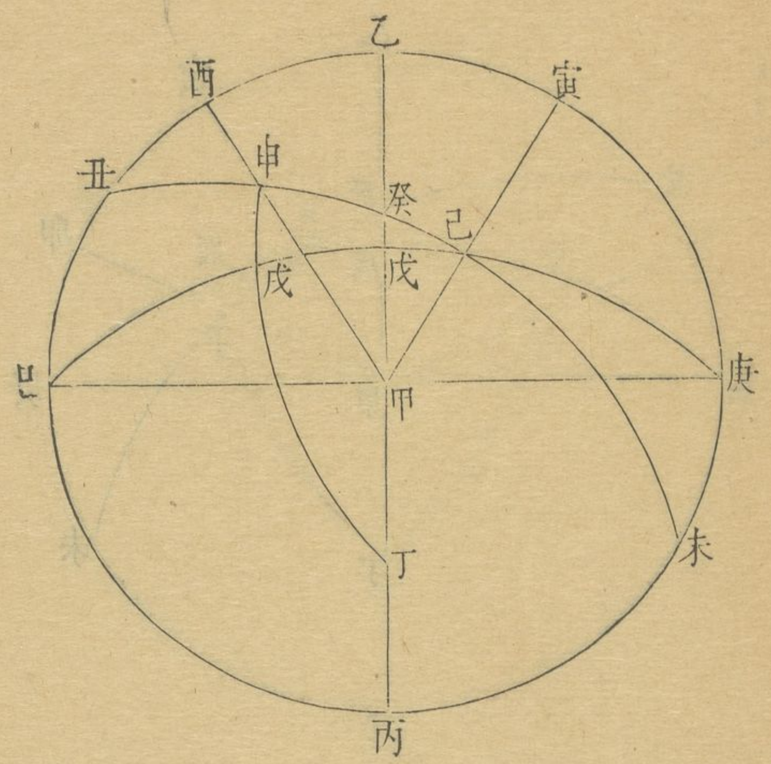
道赤經交角。與丁子未角等。甲子丁角爲赤經高弧交角。卯子未角爲黃道高弧交角。乃甲子未角之外角。是以甲子丁赤經高弧交角與丁子未黃道赤經交角相加。得甲子未角。與半周相減。餘卯子未角。卽黃道高弧交角也。設太陰



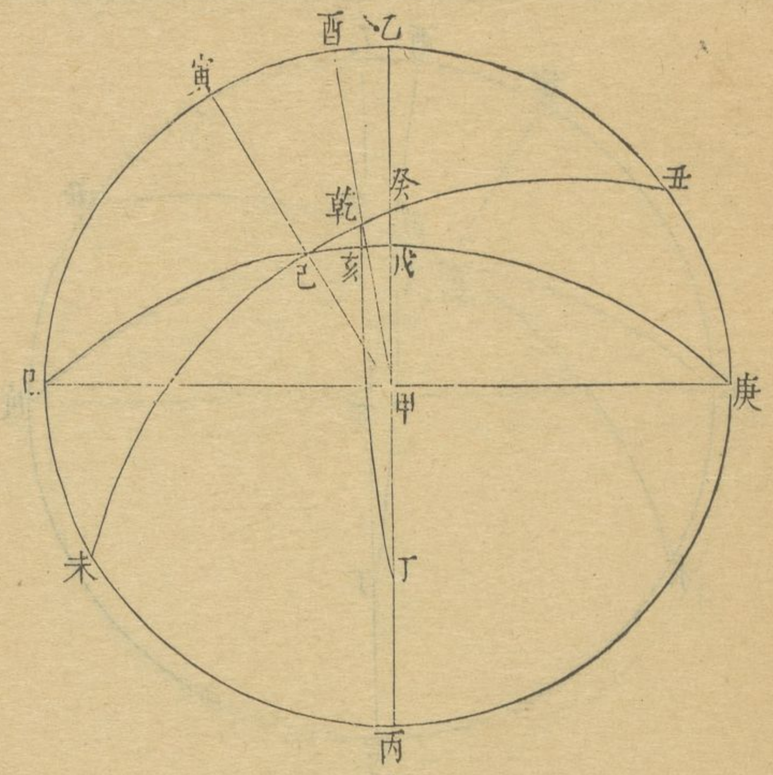
也。若已爲秋分。當黃平象限。未爲夏至。當西地平。丑爲冬至。當東地平。是爲夏至後六宮在地平上。癸爲黃道當正午之度。已癸爲黃平象限距午西之度。設太陰子點在正午之西。甲子卯爲高弧。丁子辰爲過赤極經圈。已子辰角爲黃



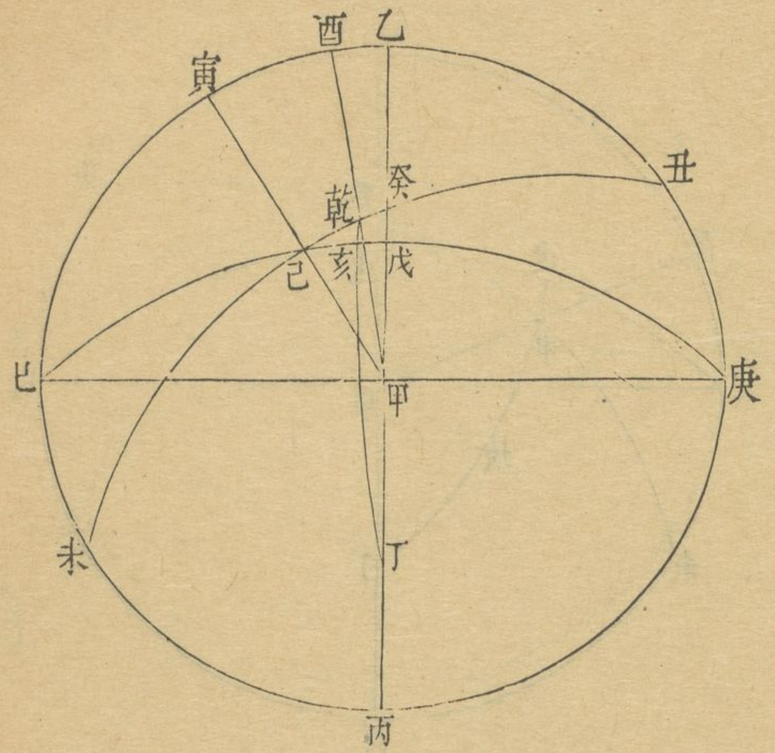
黃道高弧交角也。此太陰在午東而亦在限東。太陰在午西而亦在限西之常法也。若太陰在夏至前六宮而在正午之東如乾。以己乾亥黃道赤經交角與甲乾丁赤經高弧交角相加。得己乾甲角不足九十度。與酉乾丑角等。則不與



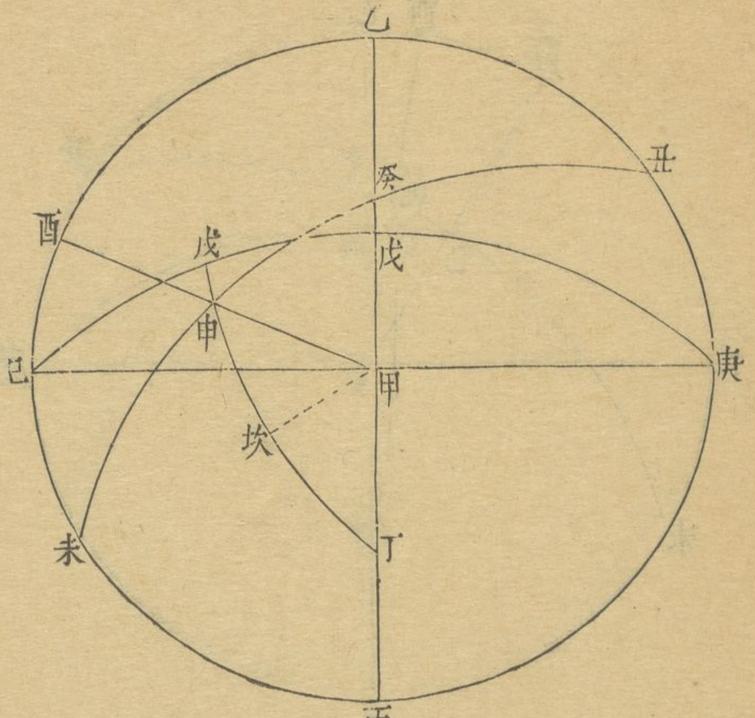
申點在正午之東。甲申酉爲高弧。丁戊申爲過赤極經圈。已申戊角爲黃道赤經交角。甲申丁角爲赤經高弧交角。丑申酉角爲黃道高弧交角。與甲申癸角等。是以甲申丁赤經高弧交角與已申戊黃道赤經交角相減。餘甲申癸角。卽



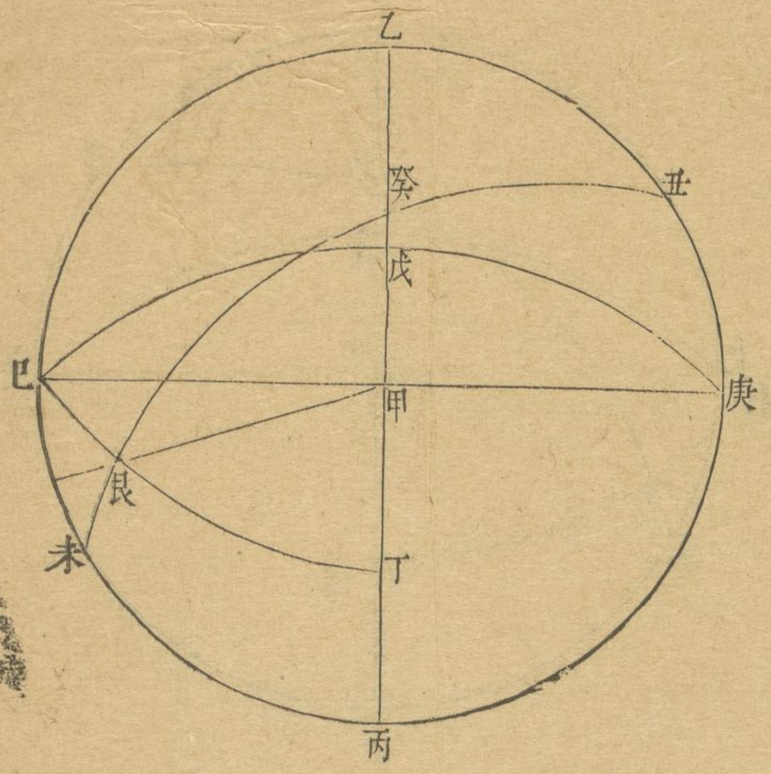
半周相減。即以酉乾丑角爲黃道高弧交角。乃知太陰乾點在黃平象限己點之西也。蓋惟正當黃平象限。高弧與黃道成直角。在限西者則高弧與限西之黃道成銳角。在限東者則高弧與限東之黃道成銳角。今己乾甲角既不及九十度。故知乾點在黃平象限己點之西。而乾酉高弧乃與限西之乾丑黃道相交成銳角也。太陰在午西地平。乃黃平象限偏午東午西之極大者。如二分當地平。則黃平象限當正午。加減之法並同。至求赤經高弧交角之法。則以北極距天頂爲一邊。影距



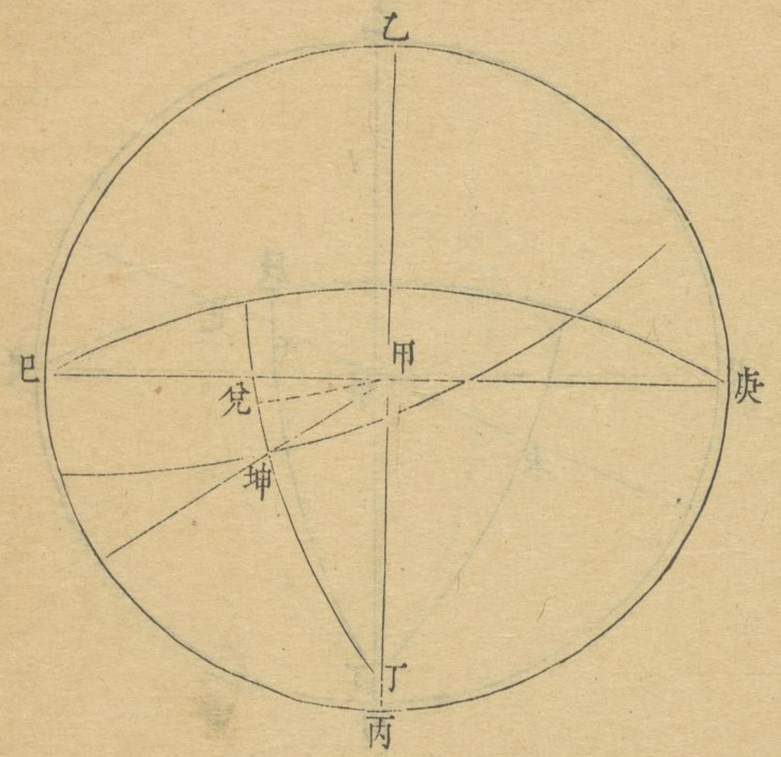
十度。故知乾點在黃平象限己點之西。而乾酉高弧乃與限西之乾丑黃道相交成銳角也。太陰在午西地平。乃黃平象限偏午東午西之極大者。如二分當地平。則黃平象限當正午。加減之法並同。至求赤經高弧交角之法。則以北極距天頂爲一邊。影距



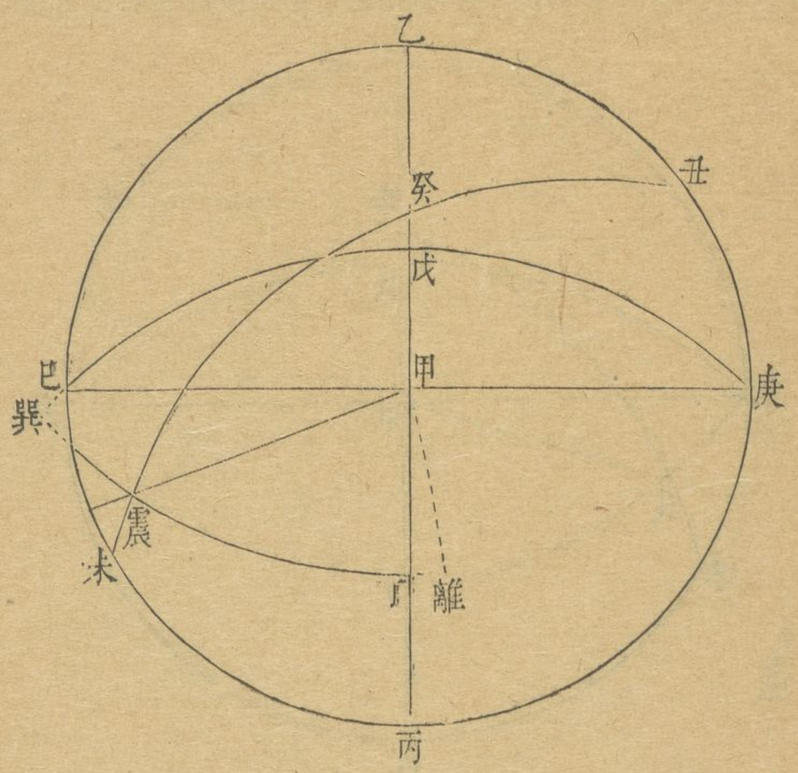
北極爲一邊。影距正午赤道度（日食則爲日距正午赤道度。）爲所夾之角。用弧三角法算之。如太陰在申。甲申丁三角形。申角爲赤經高弧交角。甲丁爲北極距天頂。申丁爲影距北極。丁角當戊戌弧。爲影距正午赤道度。因丁角爲銳角。則自天頂甲



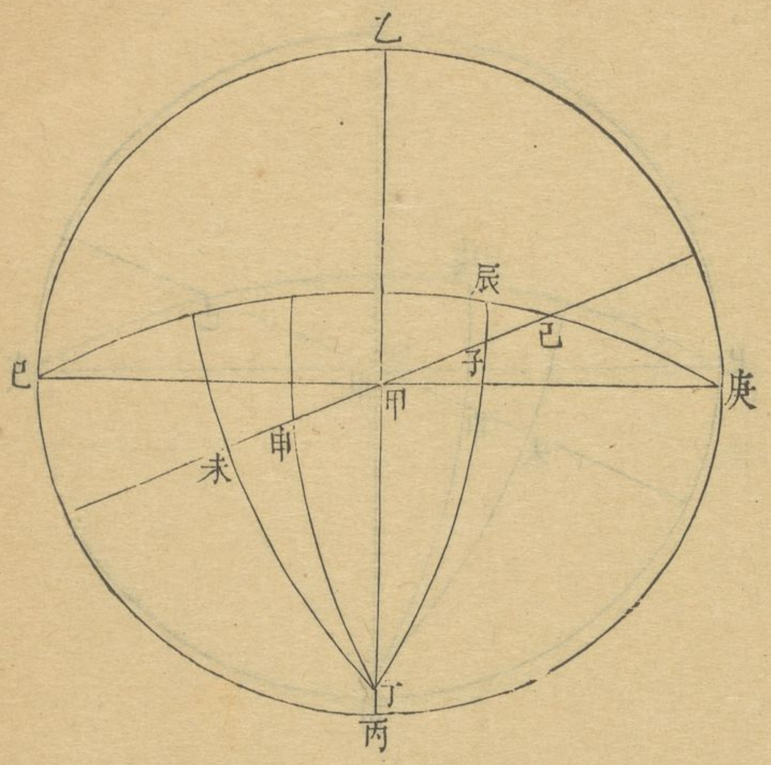
作甲坎垂弧於形內。使坎角成直角。求得甲坎丁坎二邊。以丁坎與丁申相減。即得坎申邊。用之與甲坎邊求申角也。如太陰在艮。甲丁艮角當戊己弧。適足九十度成直角。則甲丁即爲垂弧。即用甲丁艮正弧三角形以求艮角也。如太



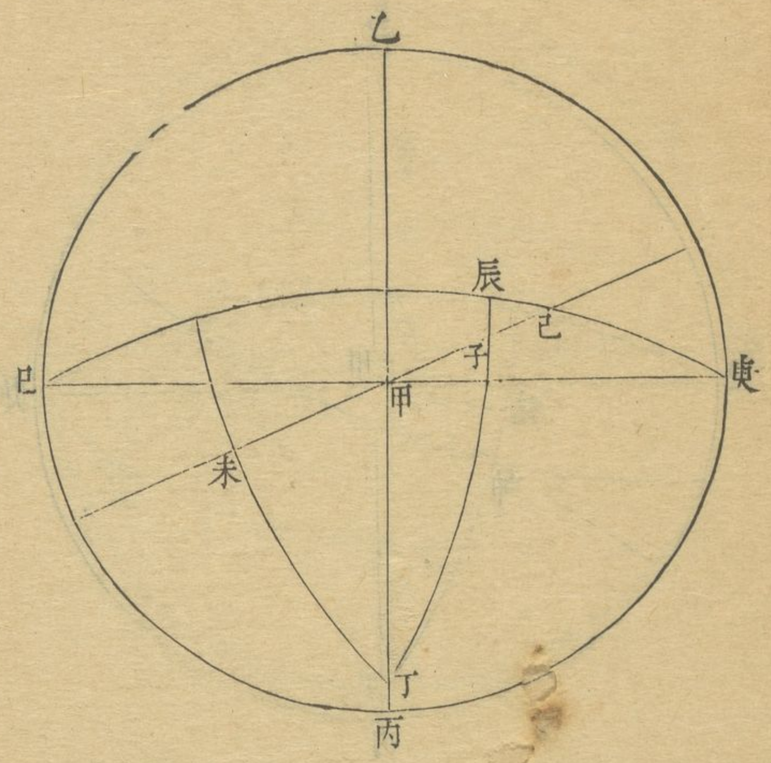
大於九十度。則自天頂甲作垂弧至兌。而所求之丁兌距極分邊。反大於丁坤影距北極。則以坤兌甲兌二邊求坤角之外角。即知甲坤丁角爲鈍角也。若所求距極分邊與影距北極等。即知赤經高弧交角爲直角。不待求也。至於赤經



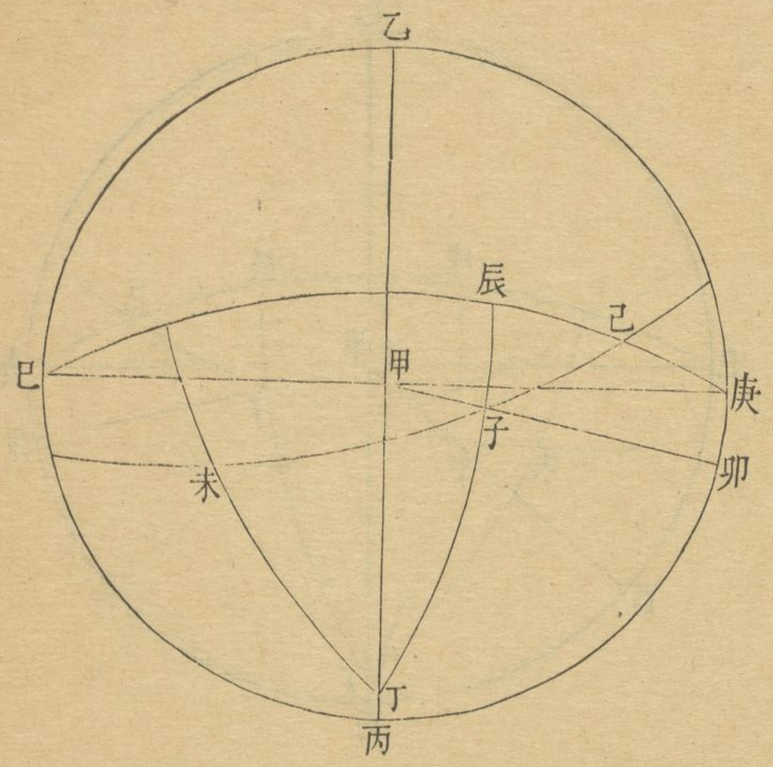
陰在震。甲丁震角當戊巽弧。過於九十度成鈍角。則自天頂甲作甲離垂弧於形外。使離角成直角。求得甲離離丁二邊。以離丁與丁震相加。即得離震邊。用之與甲離邊求震角也。又如黃道在天頂北。太陰在坤。甲坤丁赤經高弧交角



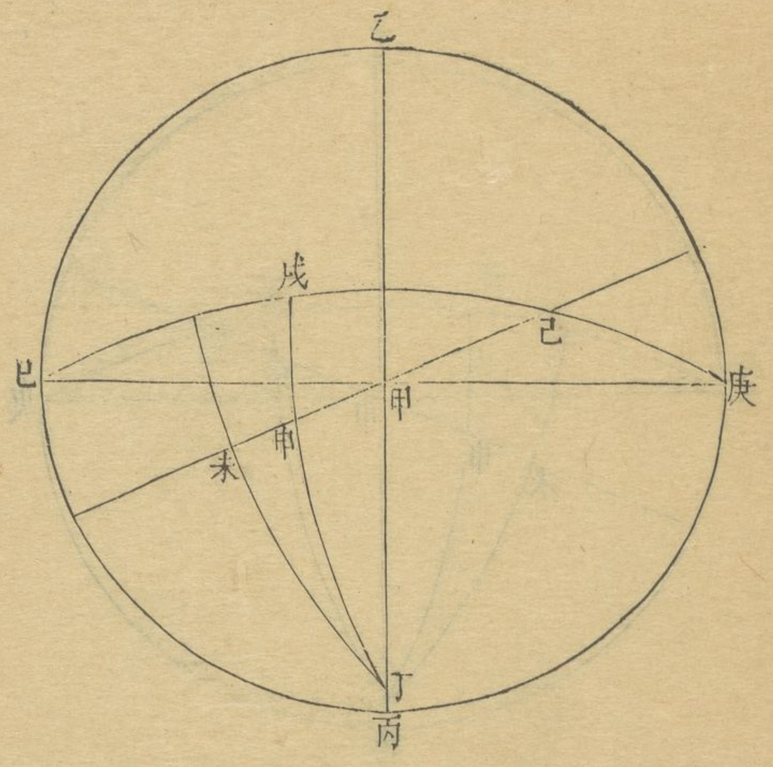
正當天頂。太陰子點在夏至未點之前而在正午之西。當以赤經高弧交角與道赤經交角相減爲黃道高弧交角。今甲子丁赤經高弧交角與己子辰黃道赤經交角相等。兩角相減無餘。卽知黃道與高弧交角也。又如太陰申



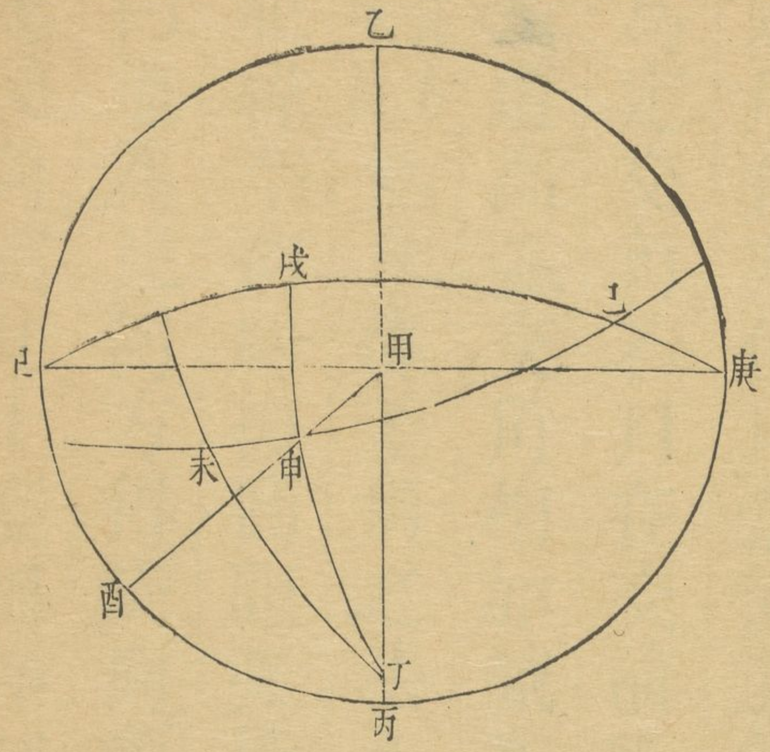
高弧交角。有與黃道赤經交角相等者。亦有與黃道赤經交角共爲一百八十度者。有反大于黃道赤經交角而不足減者。亦有與黃道赤經交角相加大于半周而又減去半周者。如北極出地二十三度二十九分以下。夏至前後黃道



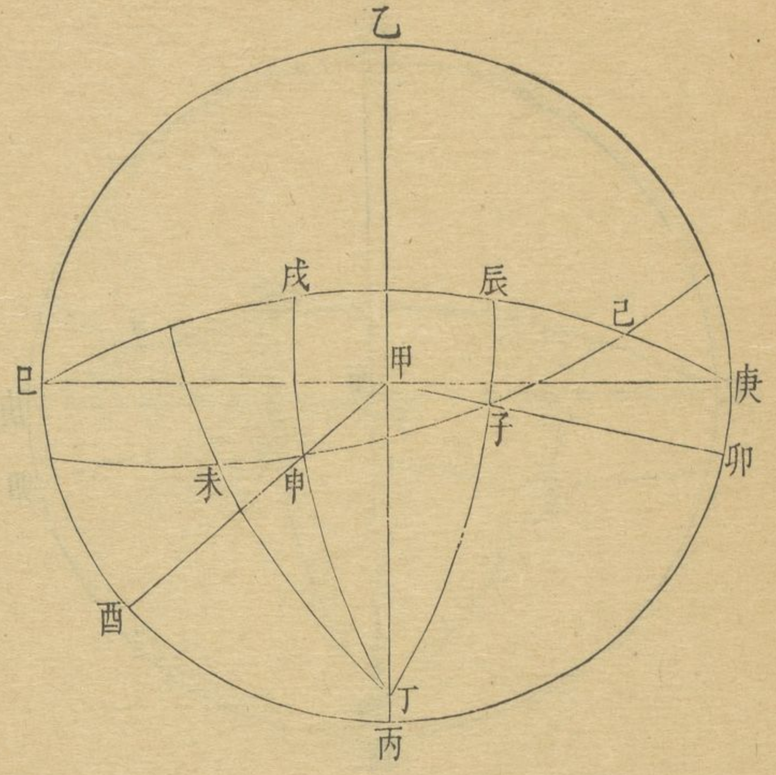
下。夏至前後黃道在天頂北。太陰子點在夏至未點之前而在正午之西。當於黃道赤經交角內減赤經高弧交角。爲黃道高弧交角。今甲子丁赤經高弧交角與辰子卯角等。反大於己子辰黃道赤經交角。則於辰子卯赤經高弧交角



點在夏至未點之前而在正午之東。當以赤經高弧交角與黃道赤經交角相加爲黃道高弧交角。今甲申丁赤經高弧交角與己申戊黃道赤經交角相加。共一百八十度。亦知黃道與高弧合無交角也。又如北極出地在二十三度以



申酉角等。與己申戌黃道赤經交角相加。大於一百八十度。則減去己申戌角及戊申未角共一百八十度。餘未申酉角爲黃道高弧交角。亦知黃平象限在天頂北也。總之。黃道出入於赤道之內外。隨天左旋。其高低斜正既隨時不同。

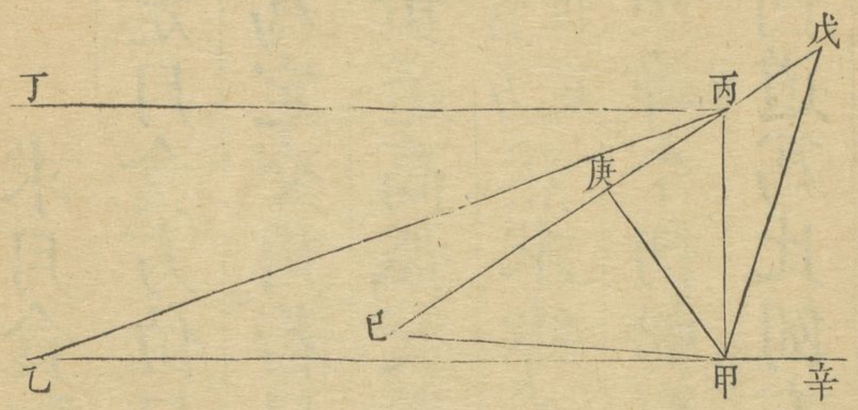


內反減己子辰黃道赤經交角。餘己子卯角爲黃道高弧交角。即知黃平象限在天頂北也。又如太陰申點在夏至未點之前而在正午之東。當以赤經高弧交角與黃道赤經交角相加爲黃道高弧交角。今甲申丁赤經高弧交角與戊

又以人所居之南北異地改觀。益多變換。然定之以數。自無遁形。或從地平立算。或從子午圈立算。或從赤道經圈立算。法雖不同。理實一致。合而觀之。益見弧線三角之用至通變矣。

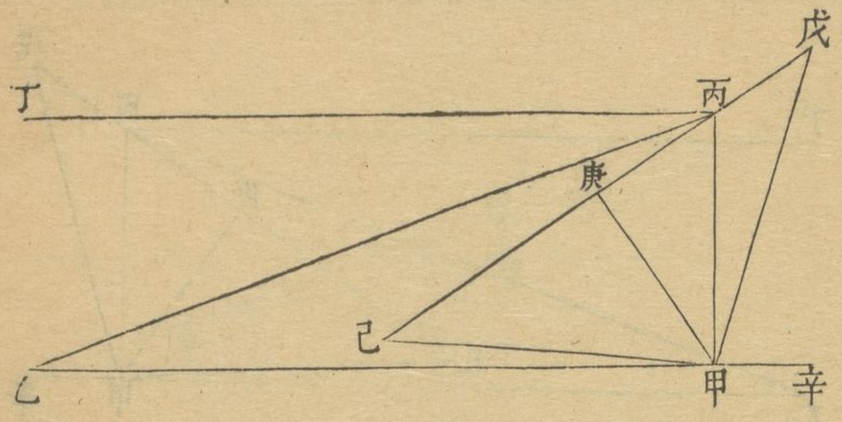
求月食初虧復圓併徑黃道交角 即緯差角

定月食方位。月當黃道無距緯。即用黃道高弧交角為定交角。若月在交前後有距緯。則又求緯差角。與黃道高弧交角相加減為定交角。上編言之詳矣。見月食方位篇。然求緯差角之法。必先用初虧復圓交周各求距緯。今初虧復圓距弧皆斜距之度。須復以斜距與白道為比例。方得交周。頗為費算。且前已有斜距黃道交角。與九十度相加減。即黃道交實緯角。則求得併徑交實緯角與之相減。餘併徑交黃道之角。即緯

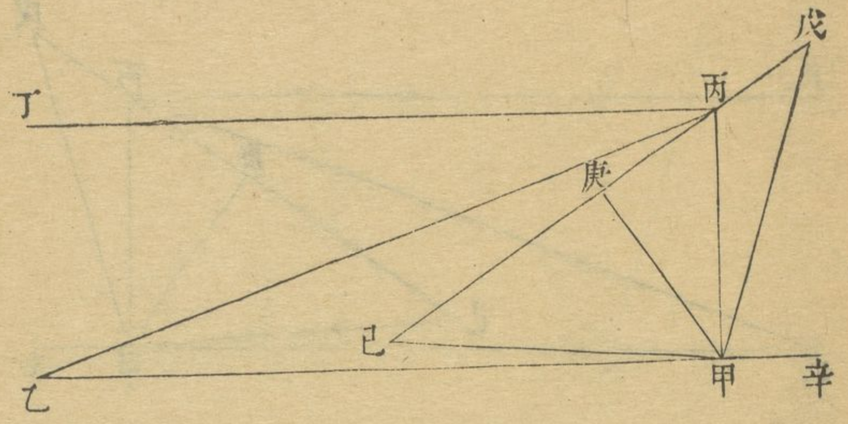


差角甚爲簡便。故質名之曰併徑黃道交角。至其與黃道高弧交角相加減之法。並同上編。茲不復載。

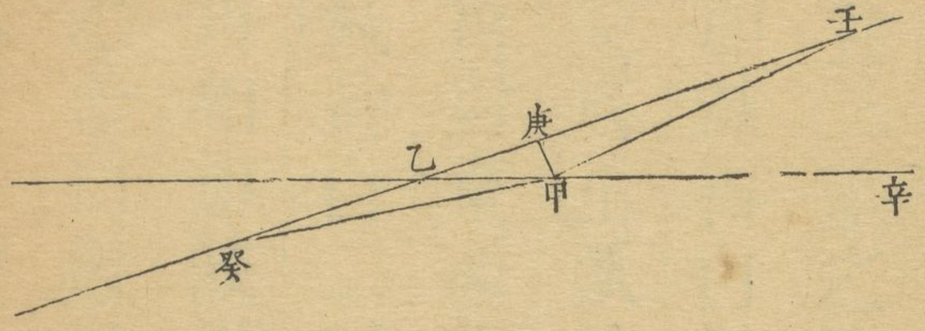
如圖。甲乙爲黃道距等圈。戊己爲日月兩經斜距。甲爲地影心。食甚時月心在庚。初虧時月心在戊。復圓時月心在己。戊甲辛角爲初虧併徑黃道交角。卽初虧緯差角。己甲乙角爲復圓併徑黃道交角。卽復圓緯差角。求之之法。先



以丙甲庚斜距黃道交角（丙甲庚角與庚丙丁角等。）與九十度相加。得庚甲辛角爲初虧黃道交食甚實緯角。（甲庚爲食甚兩心相距。不係經圈。以其爲南北之度。故借名實緯。）以丙甲庚斜距黃道交角與九十度相減。餘庚甲乙角爲復圓黃道交食甚實緯角。（此論在交前。地影由甲向乙。月由丙向乙。故戊爲初虧。己爲復圓。若在交後。地影由乙向甲。月由乙向丙。則己爲初虧。其角與九十度相減。戊爲復圓。其角與九十度次求得庚甲戊角與庚甲己相加。



角等。爲併徑交食甚實緯角。初虧則與庚甲辛角相減。餘戊甲辛角。卽初虧併徑黃道交角。復圓則與庚甲乙角。卽復圓併徑黃道交角也。乃視併徑交實緯角小於黃道交角。則初虧復圓在黃道之南北與食甚同。若併徑交實緯角。則南北與食甚相反。蓋太陰近交。初虧復圓一在



交前。一在交後。則距緯之南北必變。如乙爲中交。食甚地影心在甲。月心在庚。甲庚爲食甚實緯。在黃道北。初虧庚甲壬併徑交實緯角。小於庚甲辛黃道交實緯角。則初虧亦爲緯北。與食甚同。復圓庚甲癸併徑交實緯角大於庚甲乙黃道交實緯角。則復圓變爲緯南。與食甚相反也。食甚實緯在黃道南。及食甚在交後者。皆倣

此。既知初虧復圓併徑黃道交角及其在黃道之南北。則與黃道高弧交角相加減爲定交角。其理并與上編同。

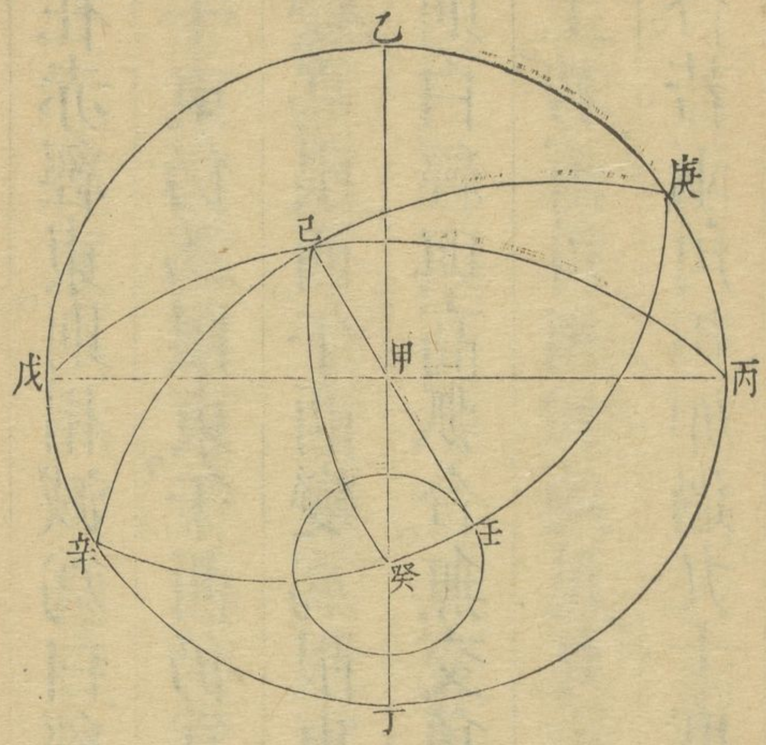
求白經高弧交角

日食三差之法。以黃白二道交角與黃道高弧交角相加減。得白道高弧交角。白道與高弧及白道經圈相交成正弧三角形。直角對高下差。交角對南北差。餘角對東西差。上編言之詳矣。今以黃赤二經交角加減黃白二經交角。得赤白二經交角。與赤經高弧交角相加減。得白經高弧交角。對東西差。餘角對南北差。蓋白道與白道經圈相交。其角必九十度。白經高弧交角即白道高弧交角之餘。凡弧角與九十度相減。所餘爲餘弧

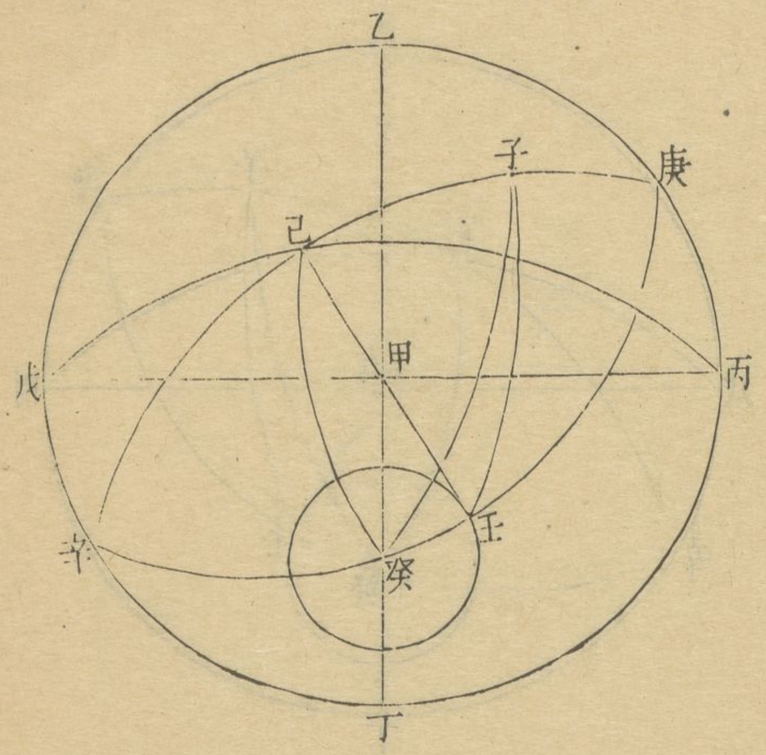
餘角。是用白經高弧交角與用白道高弧交角等。且以赤經高弧交角與黃道赤經交角相加減。得黃道高弧交角。見前篇。又加減黃白二道交角爲白道高弧交角。須加減二次。而黃赤二經交角即黃道赤經交角之餘。交食時日必近交。黃白二經交角又即與黃白二道交角等。故以黃赤二經交角與黃白二經交角相加減。得赤白二經交角。則爲初虧食甚復圓同用之數。至求三限白經高弧交角。止與赤經高弧交角一加減而得之。其法尤爲省便也。二經交角加減之法。以黃道之二至白道之二交爲定。蓋惟冬夏二至。黃經與赤經合。無交角。冬至後。黃道自南而北。黃經必在赤經西。夏至後。黃道自北而南。黃經必在赤經東。交周初宮十一宮在正交前後。白道自南而北。白經必在黃經西。猶黃道冬至後。交周五宮六宮在中交前後。白道自北而南。白經必在黃經東。猶黃道夏至後。乃視黃經在赤經西。白經又在黃經西。或黃經在赤經東。白經又在黃經東。則相加得赤白二經交角。東仍爲東。西仍爲西。若黃經在赤經西。而白經在黃經東。或黃經

在赤經東。而白經在黃經西。則相減得赤白二經交角。黃赤二經交角大。則從黃經之向。黃白二經交角大。則從白經之向。若兩角相等而減盡無餘。則白經與赤經合。無交角也。其與赤經高弧交角加減之法。則以日距正午之東西爲定。蓋惟日當正午。則赤經或赤經在高弧西。白經又在赤經東。則相加得白經與高弧合。無交角。午前赤經必在高弧東。午後赤經必在高弧西。乃視赤經在高弧西。白經又在赤經東。則相加得白經高弧交角。午東亦爲限東。午西亦爲限東。若赤經在高弧東。而白經在赤經東。則相減爲白經高弧交角。赤白交角大。則午東午東仍爲限東。午西仍爲限西。赤白交角小。則變爲限西。午西變爲限東。若兩角相等而減盡無餘。則白經與高弧合。無交角。即知太陽正當白平象限上。若兩角相加適足九十度。則白道在天頂與高弧交角而逕求白經高弧交角。入算甚簡。而理亦無遺。知白平象限在天頂北也。是法也。不用求黃道高弧交角。而逕求白經高弧交角。入算甚簡。而理亦無遺。

新法用簡平儀繪圖。尤爲明顯。列圖如左。

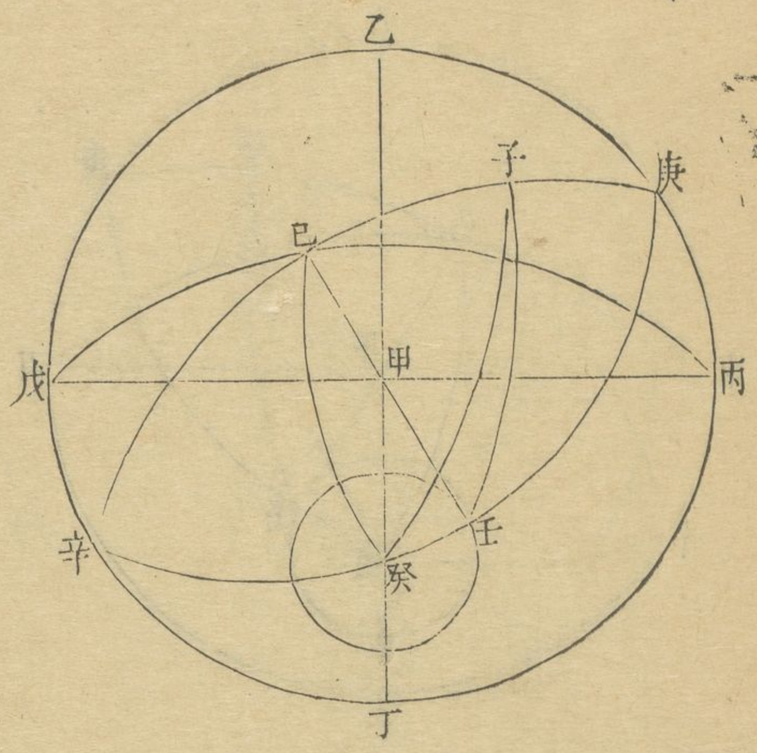


如圖。甲爲天頂。乙丙丁戊爲地平圈。丙己戊爲赤道。庚己辛爲黃道。己爲春分。庚爲冬至。辛爲夏至。癸爲赤極。即北極。壬爲黃極。庚壬癸辛爲過二至經圈。即過二極經圈。冬至日行在庚。黃赤二經合爲一線。無交

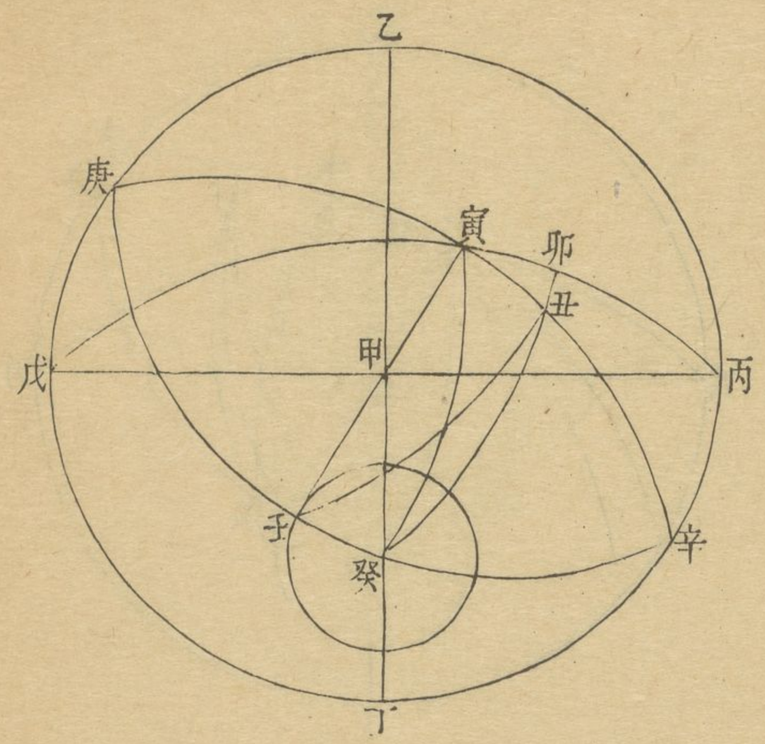


角。冬至後。日行自南而北。黃經必在赤經西。漸遠則角漸大。至春分而止。如日行在子。壬子黃經在癸子赤經西。壬子癸角爲黃赤二經交角。即癸子己黃道在癸己赤經西。壬己黃經

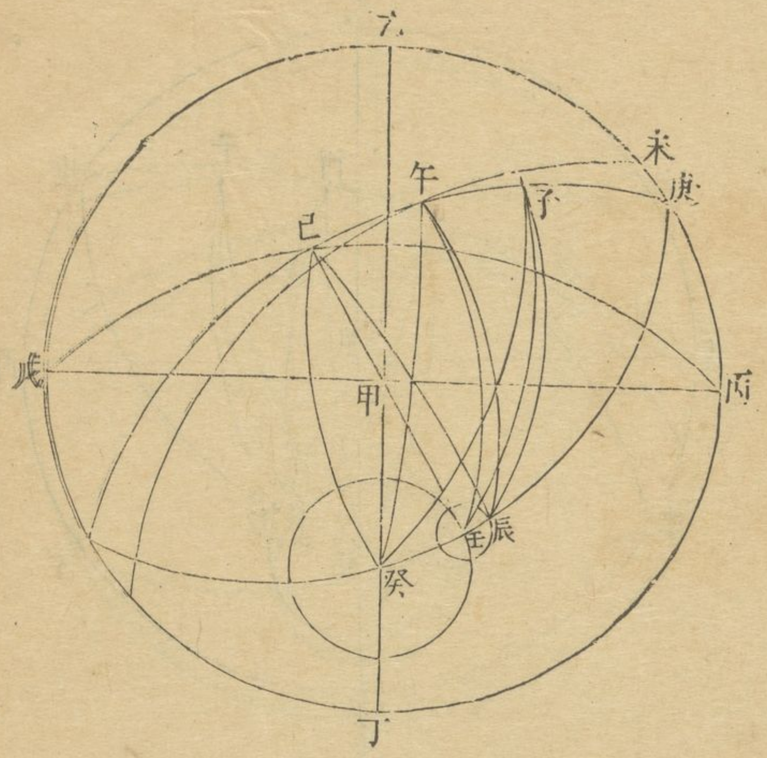
己子壬角九十度。



爲黃赤二經交角。與戊己辛二道交角等。壬己辛角。戊己癸角。皆九十度。是爲最大。過此又漸小。夏至日行在辛。則黃赤二經又合爲一線。無交角。夏至後。日行自北而南。黃經必在赤經東。漸遠則角又漸大。至秋分而止。如日行在丑。壬丑黃經在癸丑

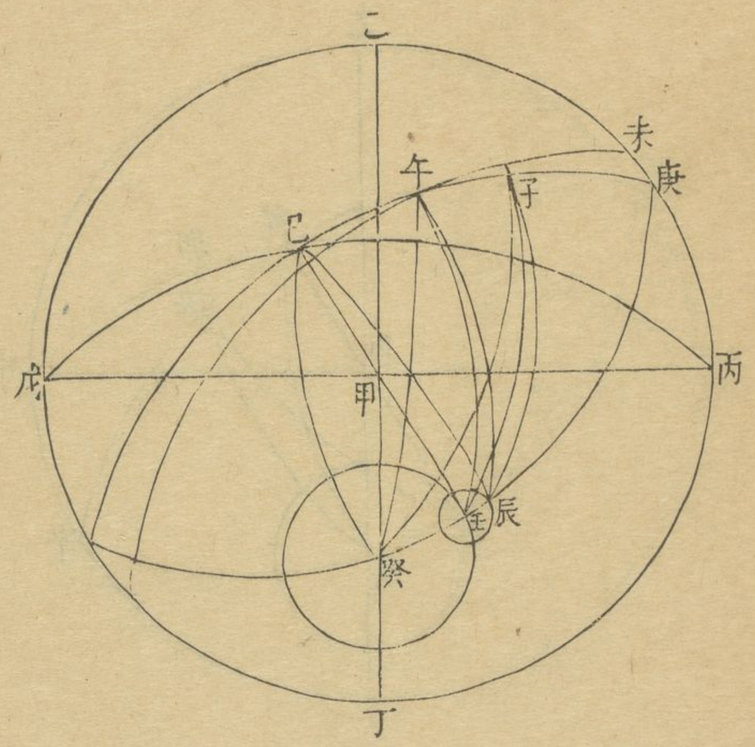


赤經東。壬丑癸角爲黃赤二經交角。卽癸丑辛黃道赤經交角之餘。癸丑辛角與寅丑卯角等。秋分日行在寅。壬寅黃經在癸寅赤經東。壬寅癸角爲黃赤二經交角。與丙寅辛二道交角等。過此又漸小。至冬至乃復合爲一線也。至白道之交於黃道。

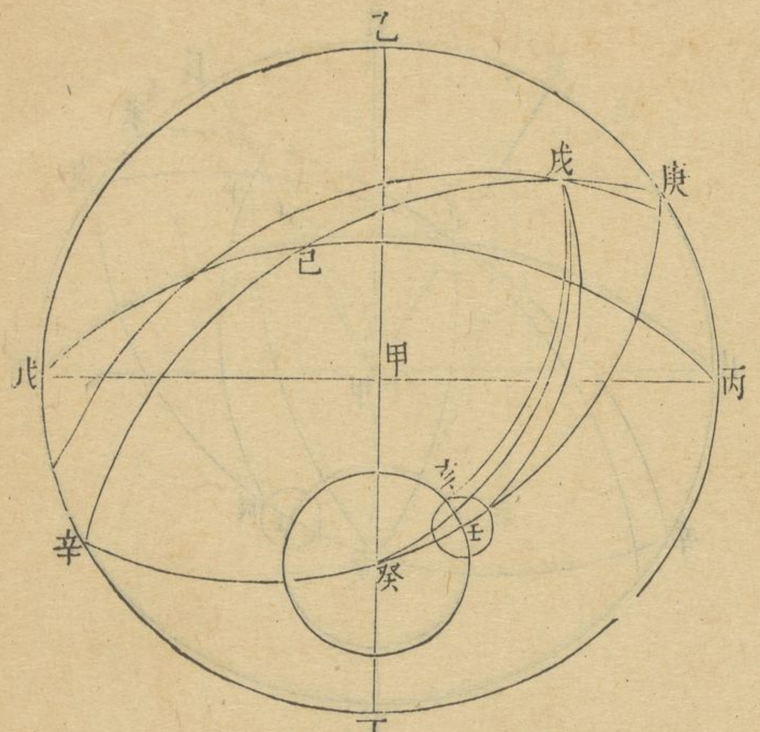


二經交角。皆與黃白二道交角爲相等。惟日在正交午點。其壬午辰黃白二經交角。與庚午未黃白二道交角等。若在交前如子。交後如己。其壬子辰與壬己辰黃白二經交角。皆微小於二道交角。然所差無多。故爲相等。與上編捷法同。

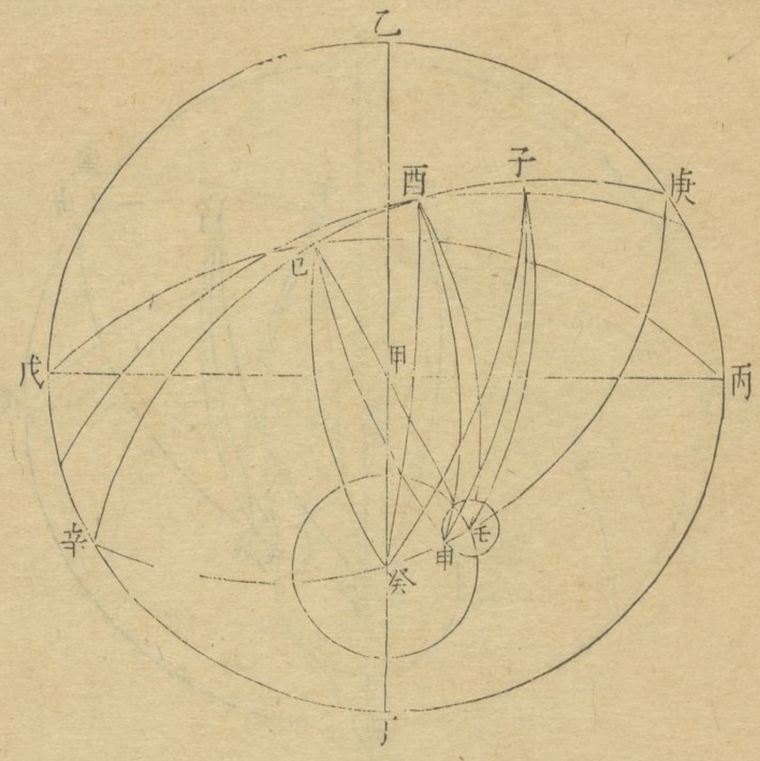
此黃經在赤經西。白經又在黃經西。則以黃白二經交角與黃赤二經交角相加。爲赤白二經交



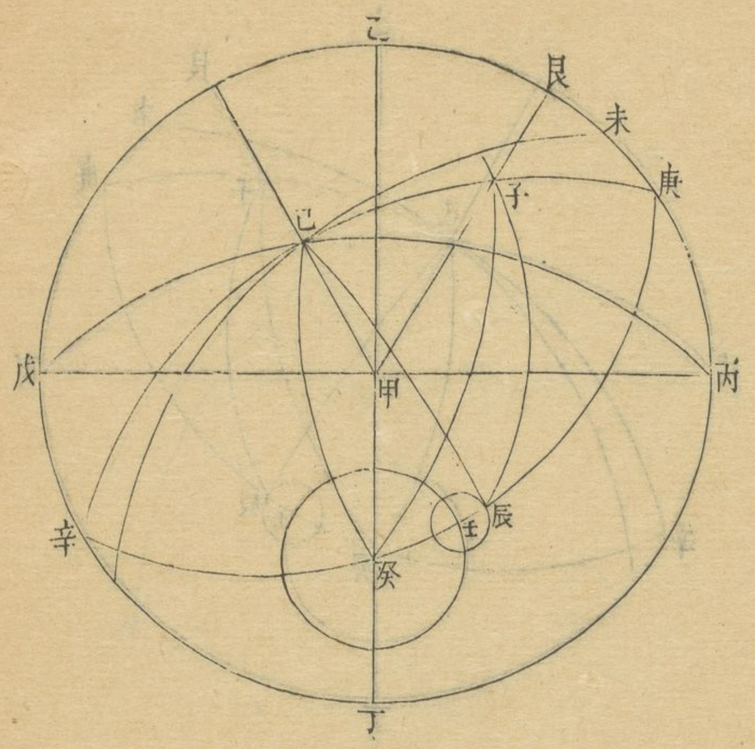
亦如黃道之交於赤道。但其行度自正交起算。交食時日月又必近交。故其南北東西及兩經交角惟以兩交爲定。設白極在辰。正交在午。白道自南而北。猶黃道之春分。日行在正交點如午。或正交前如子。正交後如己。白經皆在黃經西。黃白



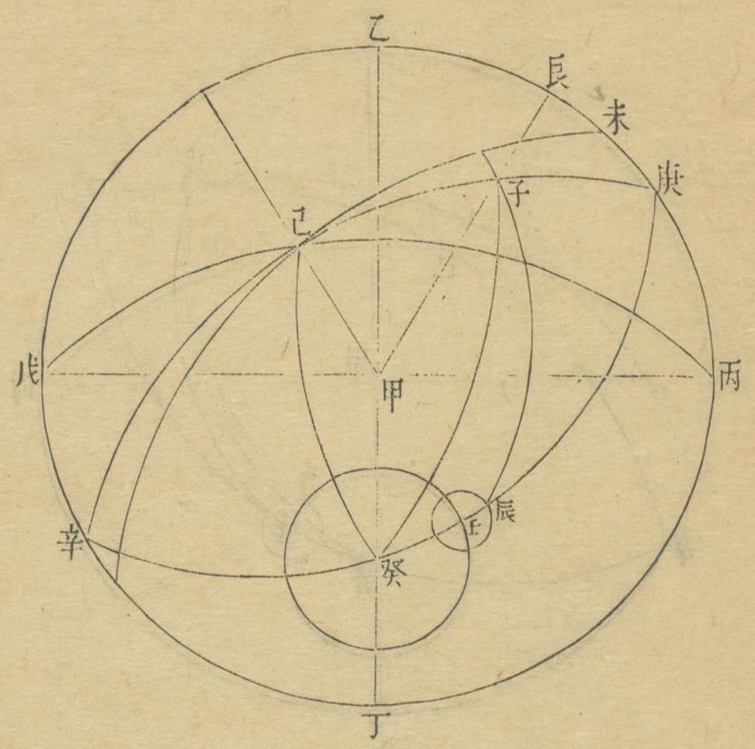
交角相減。爲赤白二經交角。黃赤二經交角大。則從黃經之向。白經亦在赤經西也。設黃經在赤經西。而中交近二至經圈如戊。亥戊白經在壬戊黃經東。壬戊亥黃白二經交角反大於壬戊癸黃赤二經交角。相減。餘癸戊亥角爲赤白



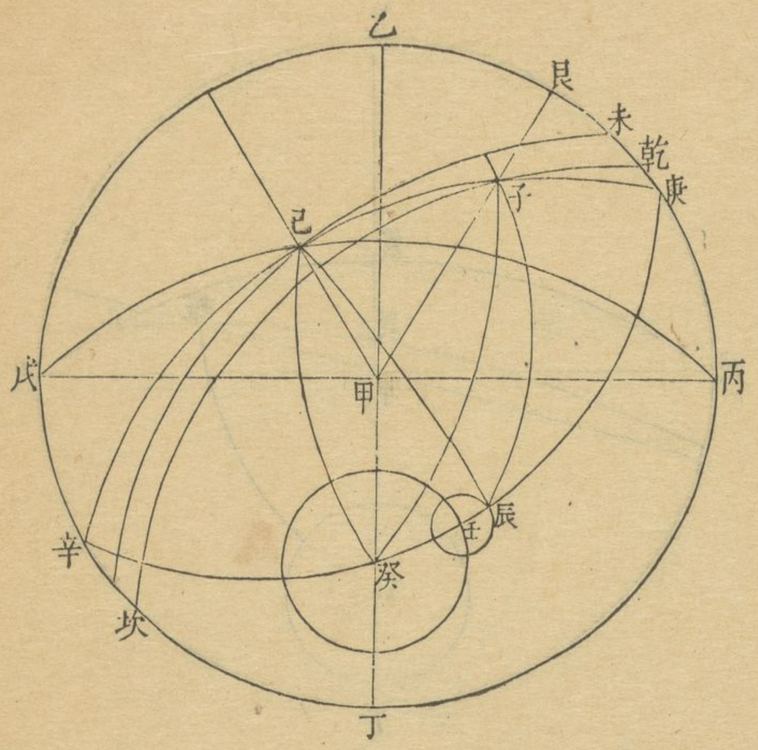
角也。設白極在申。中交在酉。白道自北而南。（猶黃道之秋分。）日行在中交點如酉。或中交前如子。中交後如己。白經皆在黃經東。黃白二經交角。亦與黃白二道交角爲相等。此黃經在赤經西。而白經在黃經東。則以黃白二經交角與黃赤二經



角。辰子癸角爲赤白二經交角。此赤經在高弧西。白經又在赤經西。則相加得辰子甲角爲白經高弧交角。白經更在高弧西。是知太陽在白平象限西也。又如日行在己。是爲午前。甲己癸角爲赤經高弧交角。辰己癸角爲赤白二經交

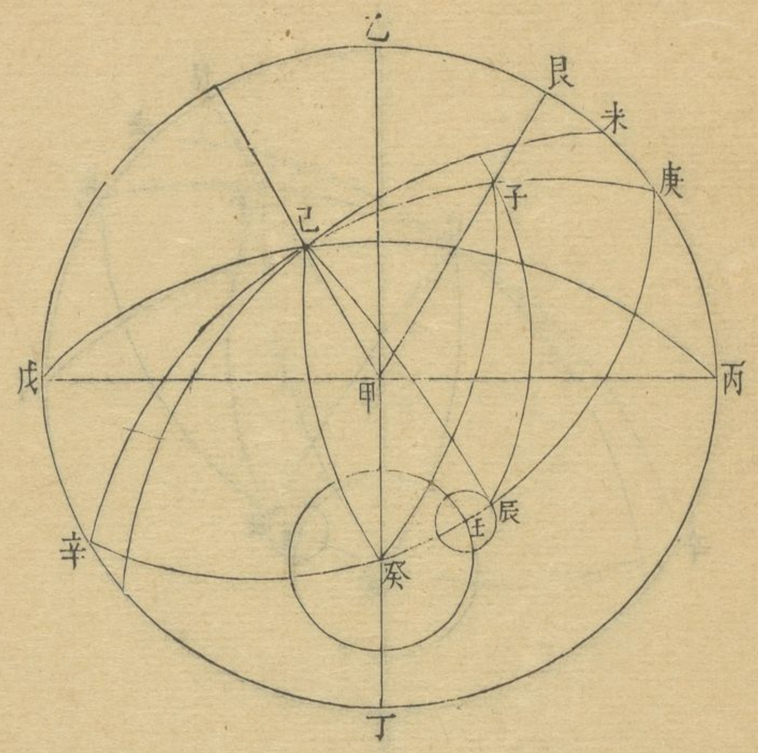


二經交角。則從白經之向。白經轉在赤經東也。既得赤白二經交角。是爲初虧食甚復圓同用之數。初虧至復圓。太陽行度無幾。故二經交角不改。隨時求得赤經高弧交角與之加減。即得各時白經高弧交角。如日行在子。是爲午後。甲子癸角爲赤經高弧交

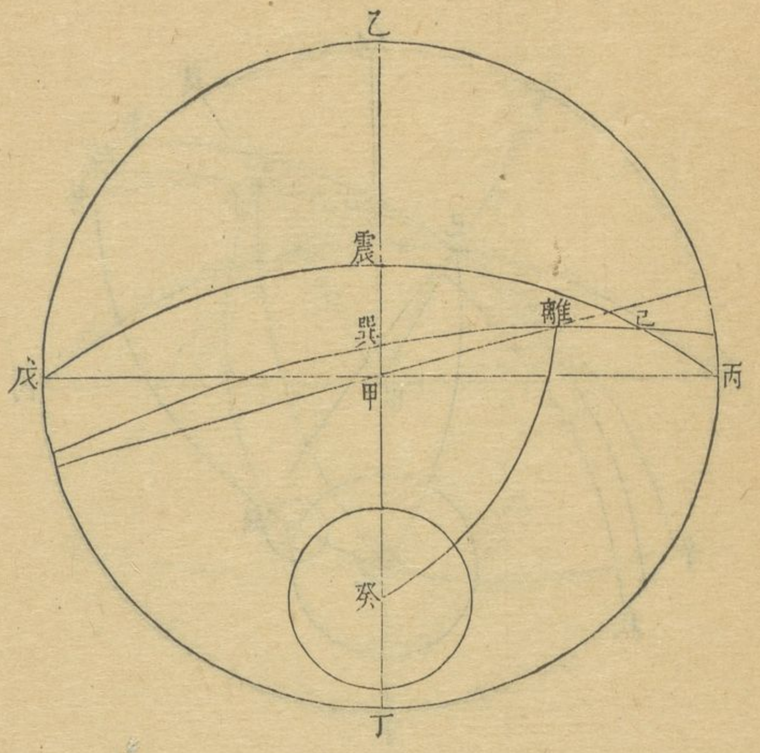


必在高弧東。限西者白經必在高弧西。是定白經之東西與白平象限一理也。

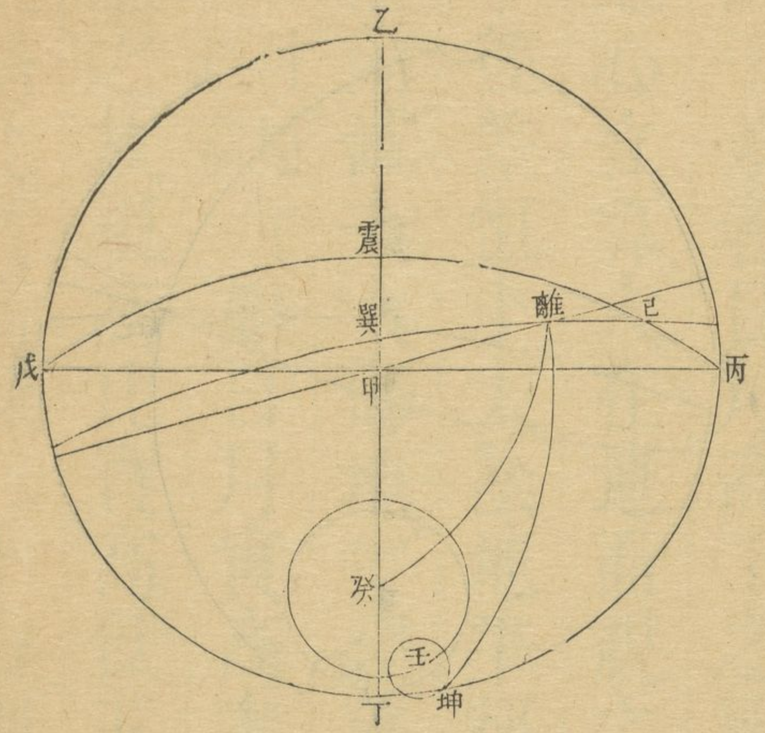
又與白道平行作乾坎線。則辰子坎角爲九十度。甲子坎角爲白道高弧交角。與乾子艮角等。甲子辰白經高弧交角。卽甲子坎角之餘。是用白經高弧交角



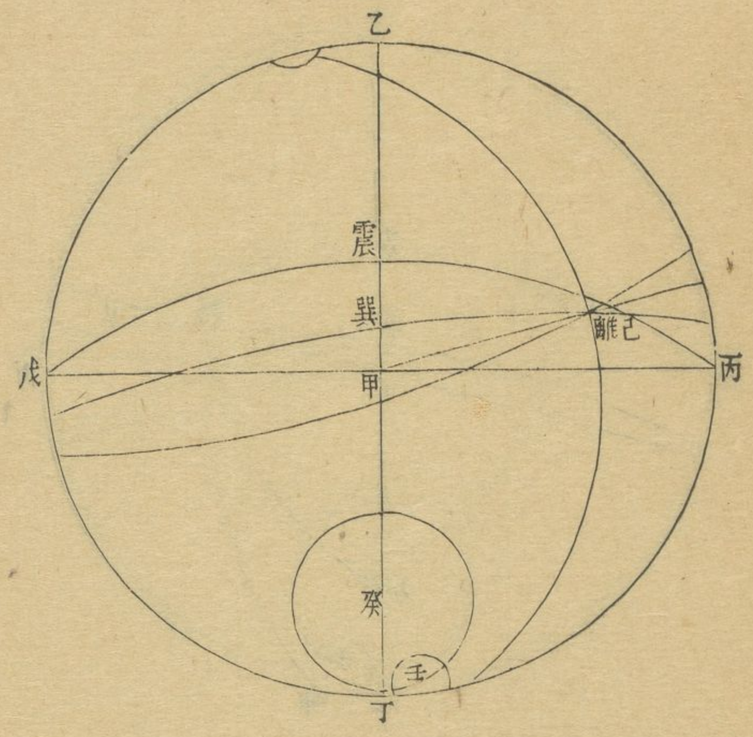
角。此赤經在高弧東。白經在赤經西。則相減餘甲己辰角爲白經高弧交角。赤白二經交角大。白經爲在高弧西。是知太陽雖在午東。而却在白平象限西也。蓋惟太陽正當白平象限。則白道經圈過天頂與高弧合爲一線。限東者白經



與用白道高弧交角一理也。又如癸丁北極出地二十八度。赤道距天頂之甲震弧亦二十八度。春分己點在午西。夏至前巽點當正午。震巽距赤道北二十三度餘。正交在離巽甲距黃道北又四度餘。則白道在天頂與高弧合。日行在



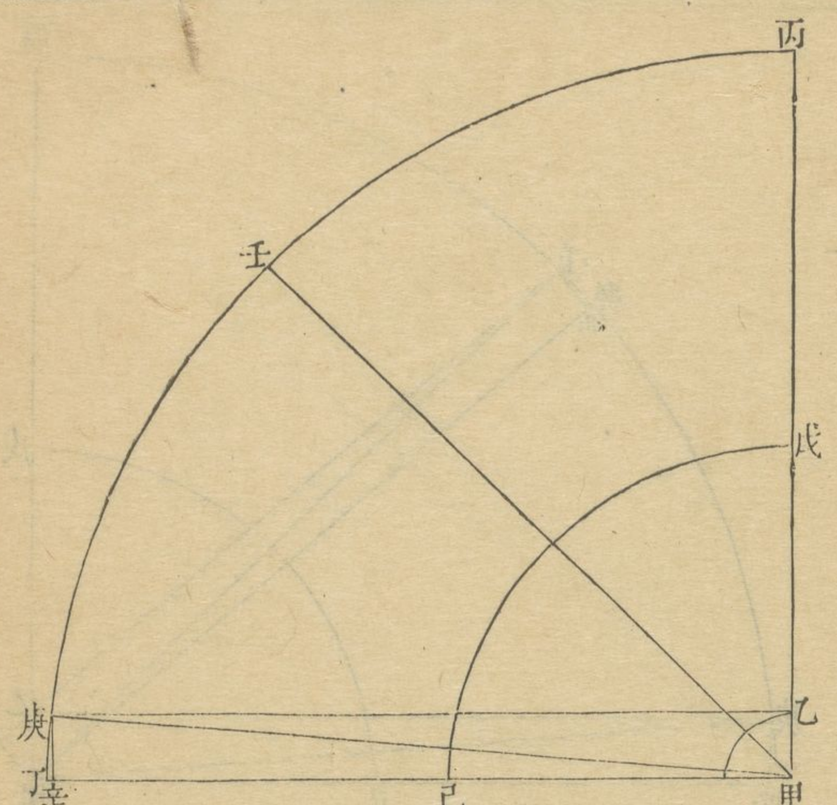
離。甲離癸赤經高弧交角與癸離坤赤白二經交角相加。得甲離坤白經高弧交角適足九十度。蓋白經與白道相交。其角必九十度。白道既與高弧合。故白經高弧交角亦九十度也。過此以往。北極愈低。則白道極北入地平下。南出地



平上。白道卽在天頂北。白經高弧交角卽大於九十度而成鈍角。則與半周相減。餘爲白道南之經圈與高弧相交之角。是不求限距地高。而白平象限在天頂之南北。俱以白經高弧交角爲定也。白經在赤經東者倣此。

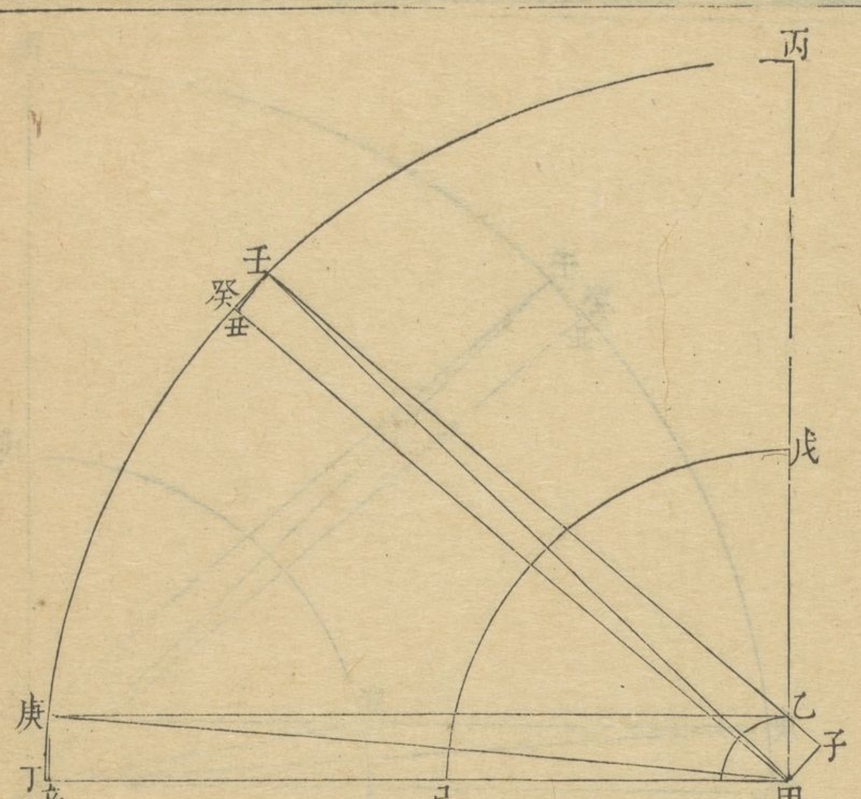
求高下差

高下差者。日月高下之視差也。日食食甚用時。乃從地心立算。人在地面視之。則有地半徑差。而太陽地半徑差恒小。太陰地半徑差恒大。故於太陰地半徑差內減去太陽地半徑差。始爲高下差焉。見上編日食三差及日月地半徑差篇。如日月實高本係同度。而太陽以地半徑差之故。視高比實高低五秒。太陰以地半徑差之故。視高比實高低三十分。則人之視太陰。必比太陽低二十九分五十五秒也。然求兩地半徑差而後相減。

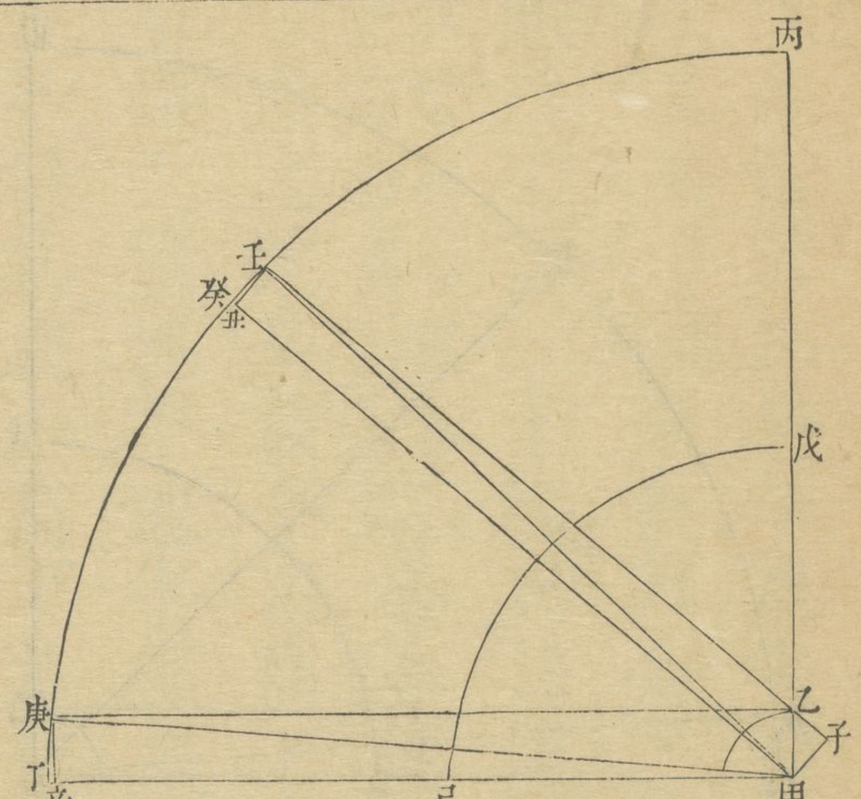


如圖。甲爲地心。乙爲地面。丙丁爲日天。戊己爲月天。假如日在庚。實距天頂爲丙甲庚角。視距天頂爲丙乙庚角。與丙甲丁角等。其差庚甲丁角。卽地平太陽地半徑差。與甲庚乙角等。甲乙地半徑卽其角之正弦。與庚辛等。又如日在壬。

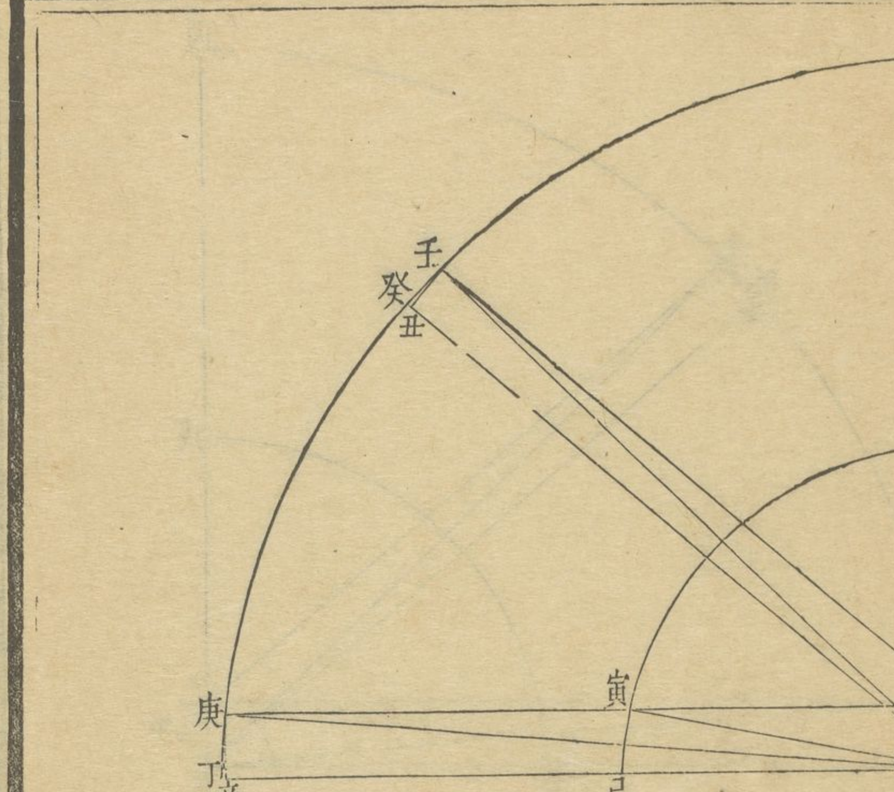
其法甚繁。今按半徑一千萬與日月距天頂正弦之比。既皆同於地平地半徑差與本時地半徑差之比。見本編日躔地半徑差篇。而全與全之比。又原同於較與較之比。則以半徑一千萬與日距天頂之正弦之比。交食時日高弧畧相等。故卽以日高弧爲月高弧。必亦同於地平高下差。唯以本時太陰距地數下差之比矣。故今求高下差。內減太陽地平地半徑差。求得太陰地平地半徑差。十秒。餘爲地平高下差。初虧食甚復圓。各以其時日距天頂之正弦爲比例。其法甚爲省便也。



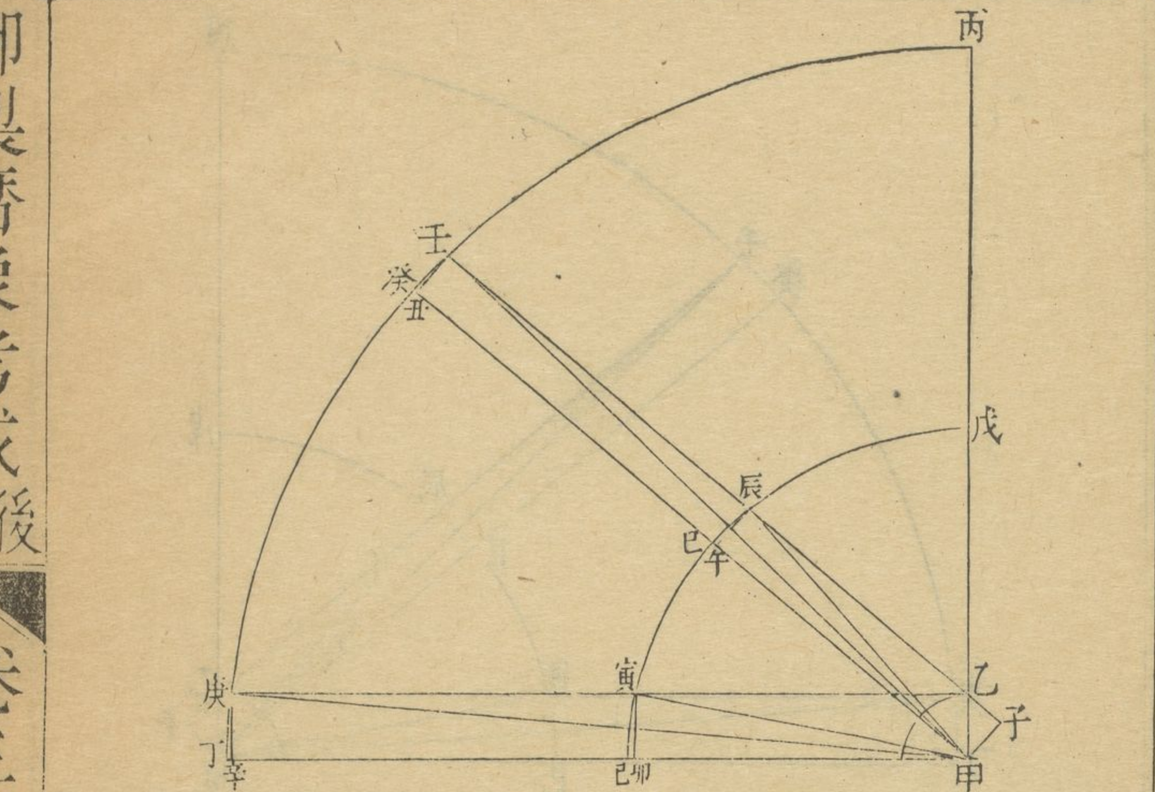
之度。甲乙卽地平太陽地半徑差之正弦。甲子卽本時太陽地半徑差之正弦。因其邊度甚小。正弦與弧線可以相爲比例。則甲乙卽爲地平太陽地半徑差。與庚丁弧等。甲子卽爲本時太陽地半徑差與壬癸弧等。故以子直角正弦與



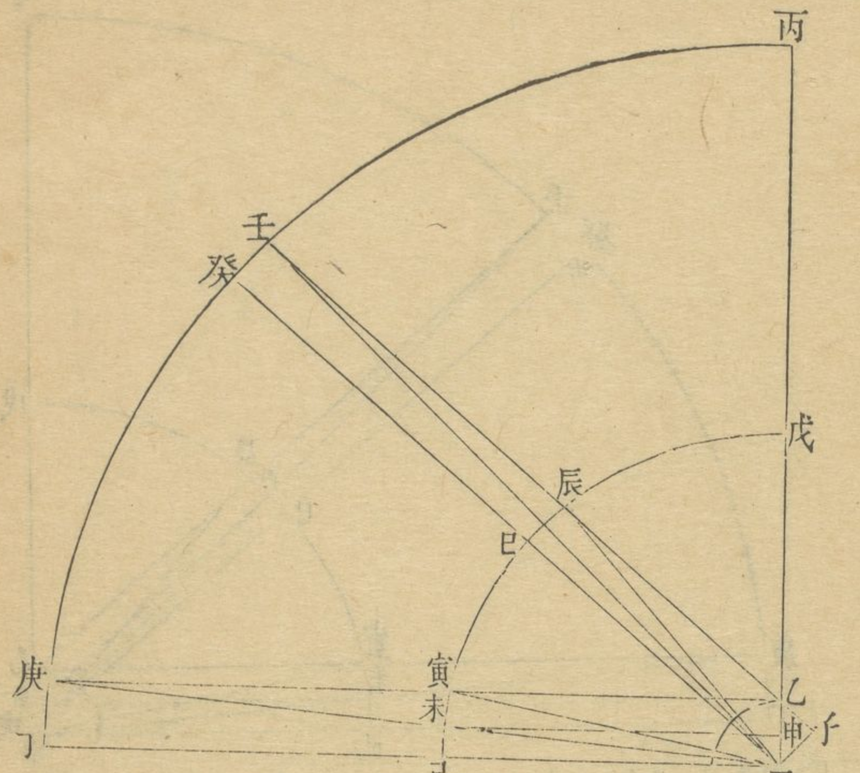
實高爲壬甲丁角。視高爲壬乙庚角與癸甲丁角等。其差壬甲癸角。卽本時太陽地半徑差與甲壬乙角等。將壬乙線引長作甲子垂線。卽其角之正弦與壬丑等。甲乙子勾股形。子角爲直角。乙角與丙乙壬角爲對角。卽太陽視距天頂



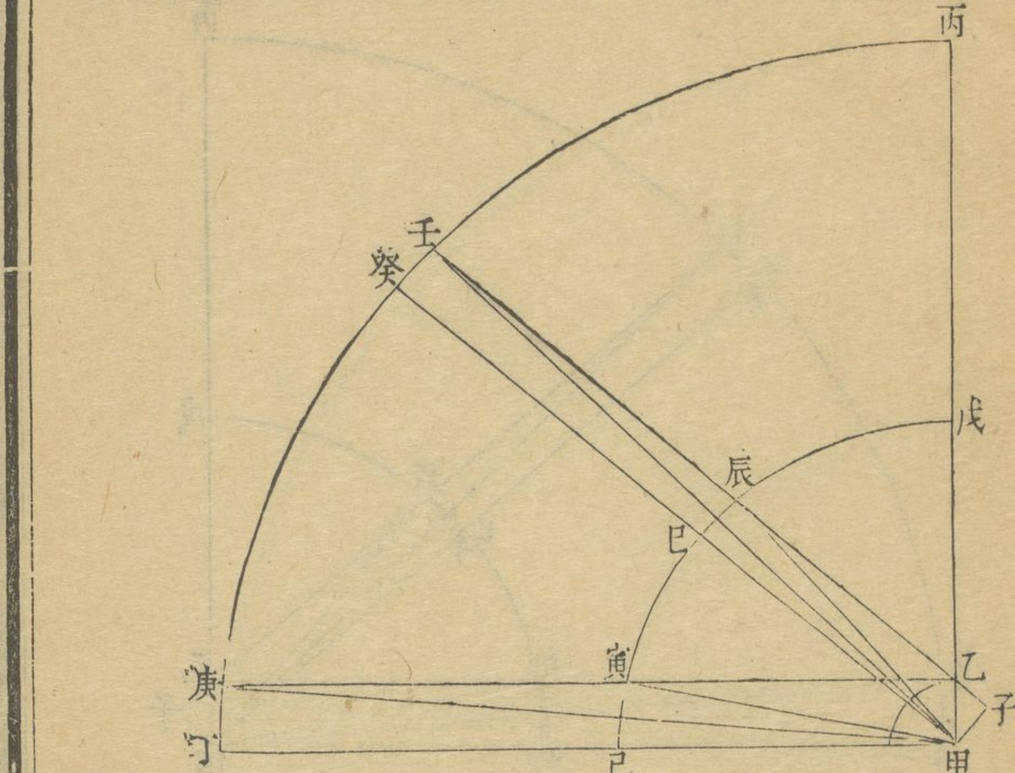
乙角正弦之比。卽同於地平太陽地半徑差甲乙與本時太陽地半徑差甲子之比也。假如太陰在寅。實距天頂爲寅甲戊角。視距天頂爲寅乙戊角與己甲戊角等。其差寅甲己角。卽地平太陰地半徑差與甲寅乙角等。甲乙地半徑亦



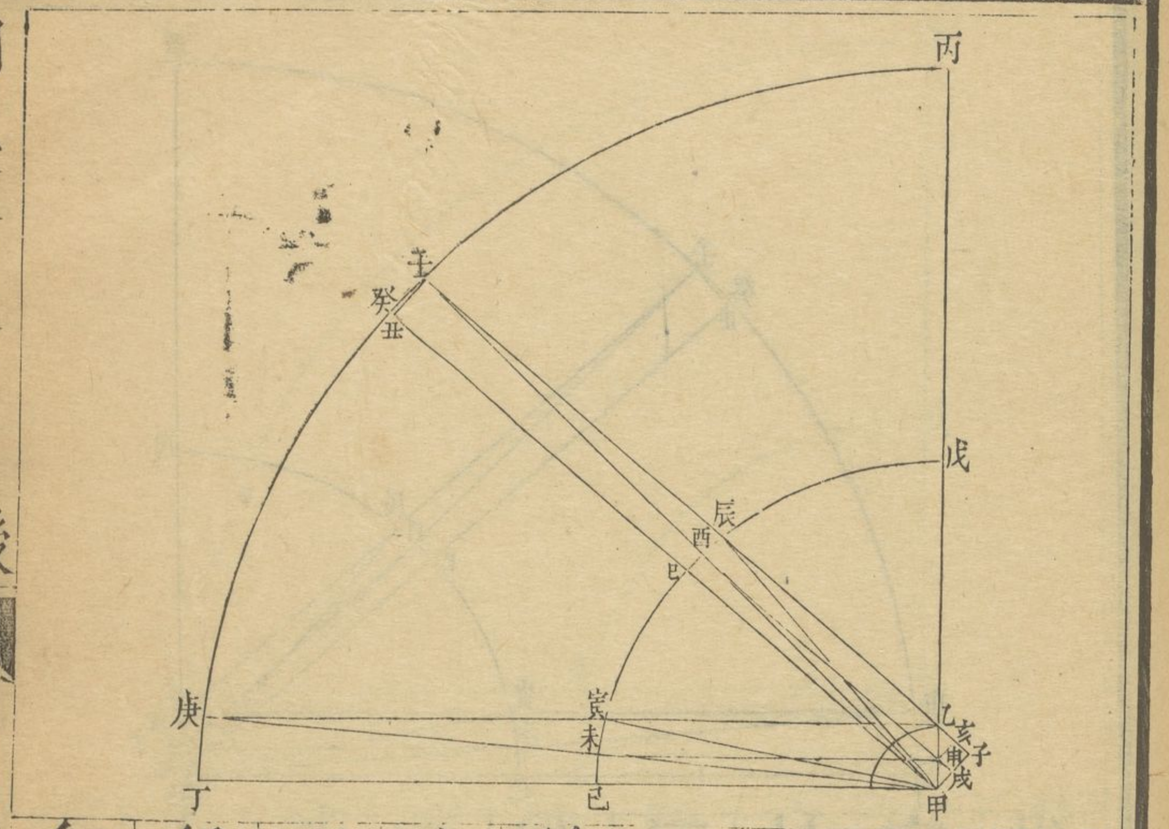
其角之正弦甲乙同爲地半徑。甲庚日天半徑大。故角小。甲寅月天半徑小。故角大。與寅卯等。又如月在辰。實高爲辰甲己角。視高爲辰乙寅角與巳甲己角等。其差辰甲巳角。卽本時太陰地半徑差與甲辰子角等。甲子亦其角之正弦與辰午等。因以正弦作弧度。則甲



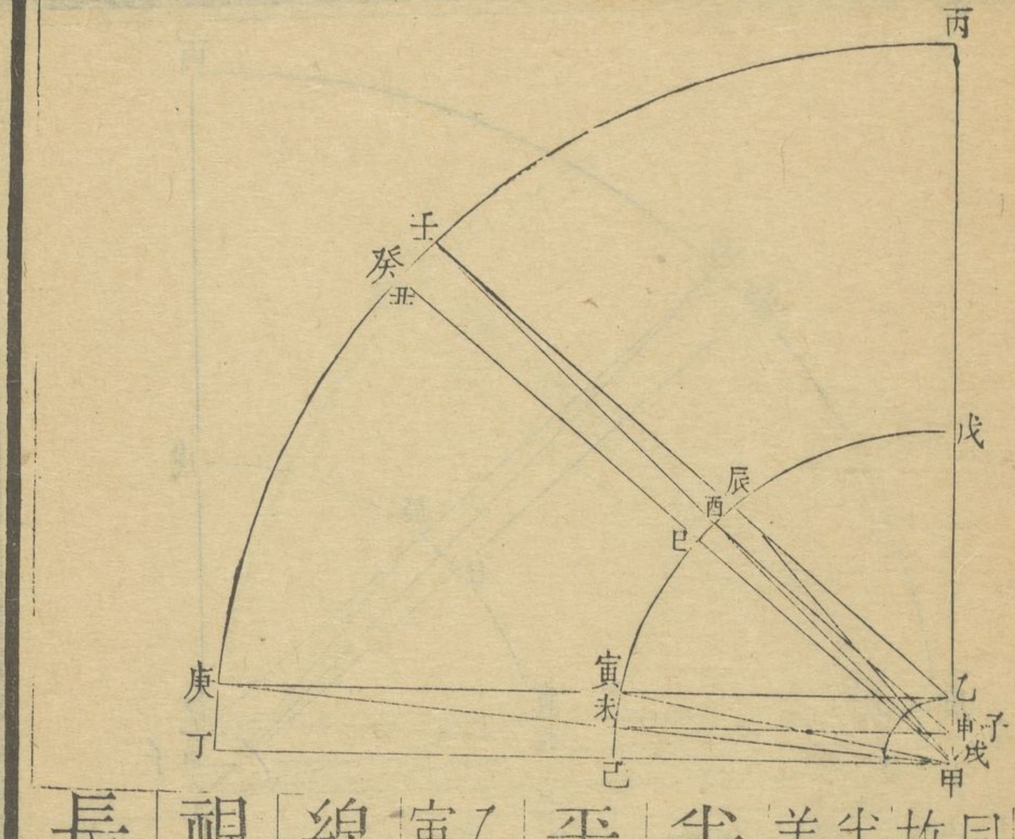
相等而比較之。日天月天半徑不等。故地半徑雖等而差角不等。今以日天半徑與月天等。則差角之不等者。爲相等。則差角之不等者。其正弦亦不等。乃可相較也。自地平太陽實高線割月天之未點。與乙庚視高線平行作未申線。則甲未申角與甲庚乙角等。甲申即地平太陽地半徑差。甲申本係甲未申角之正弦。因以正弦作弧度。則甲申正



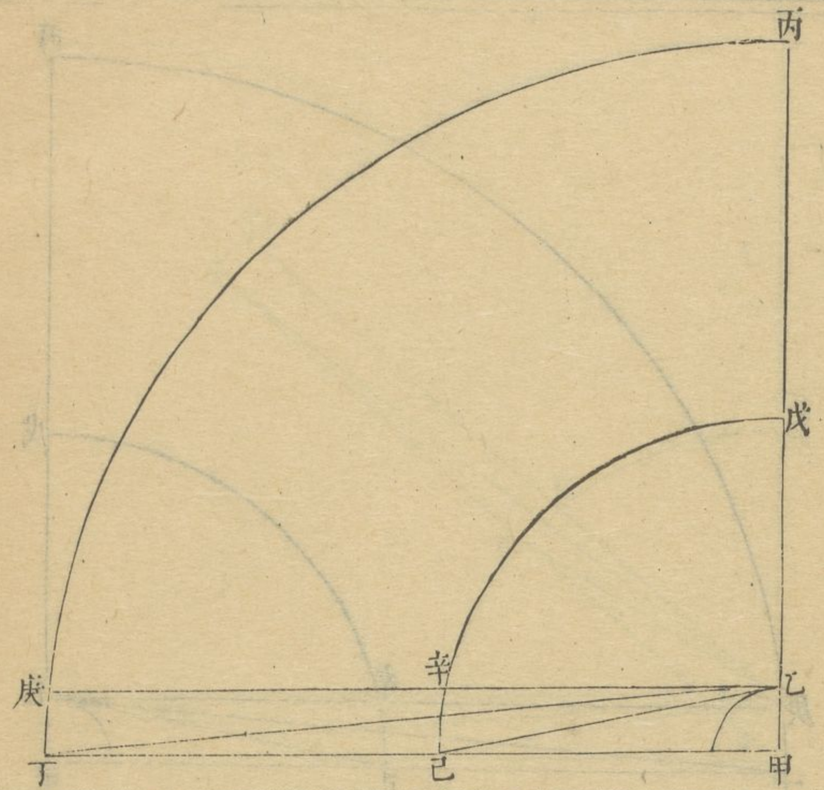
乙即地平太陰地半徑差與寅己弧等。甲子即本時太陰地半徑差與辰巳弧等。故以子直角正弦與乙角太陰視距天頂正弦之比。亦同於地平太陰地半徑差甲乙與本時太陰地半徑差甲子之比也。試以日天半徑與月天半徑爲



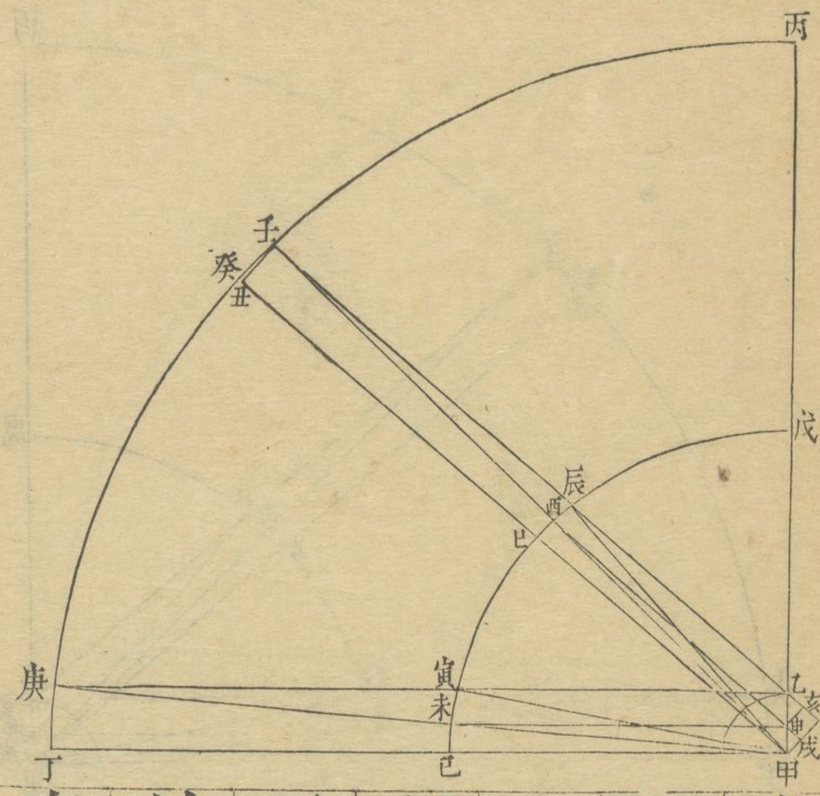
壬乙角等。甲戌卽本時太陽地半徑差。與甲子本時太陰地半徑差相減。餘戌子卽本時高下差與申亥等。甲子當辰巳弧。甲戌當酉巳弧。子戌當辰酉弧。申乙亥與甲乙子爲同式形。故以亥直角正弦與乙角曰距天頂正弦之比。亦卽同於地平高下差申乙



弦與未己弧等。而月天之未己弧與日天之庚丁弧。同當庚甲丁角。其度相等。故甲申卽爲地平太陽地半徑差。與甲乙地平太陰地半徑差相減。餘申乙卽地平高下差。甲乙當寅己弧。甲申當乙申當未巳弧。自本時太陽實高寅未弧。與乙壬線割月天之酉點。與乙壬視高線平行作酉申線。引長至戌。則甲酉戌角與甲

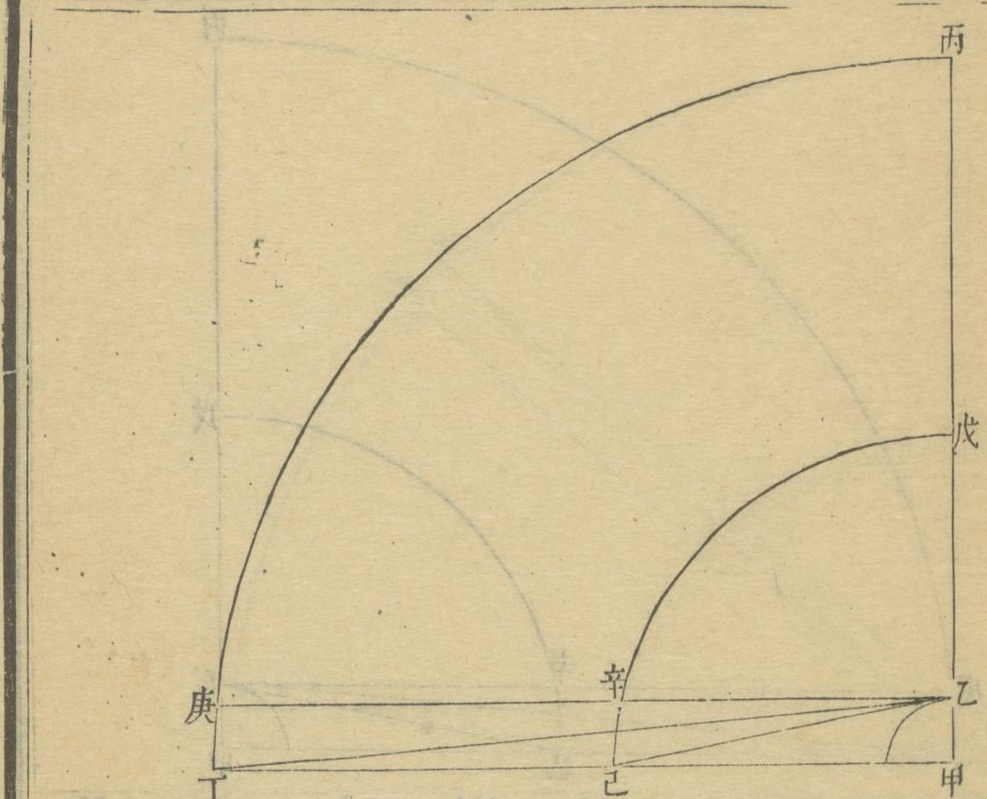


求。皆同一地半徑差。加減互用。不列二表也。如細辨之。地平太陽實高在丁。太陰實高在己。丁乙庚角爲地平太陽地半徑差與甲丁乙角等。甲乙地半徑爲其角之切線。當庚丁弧。己乙辛角爲地平太陰地半徑差與甲己乙角等。亦以

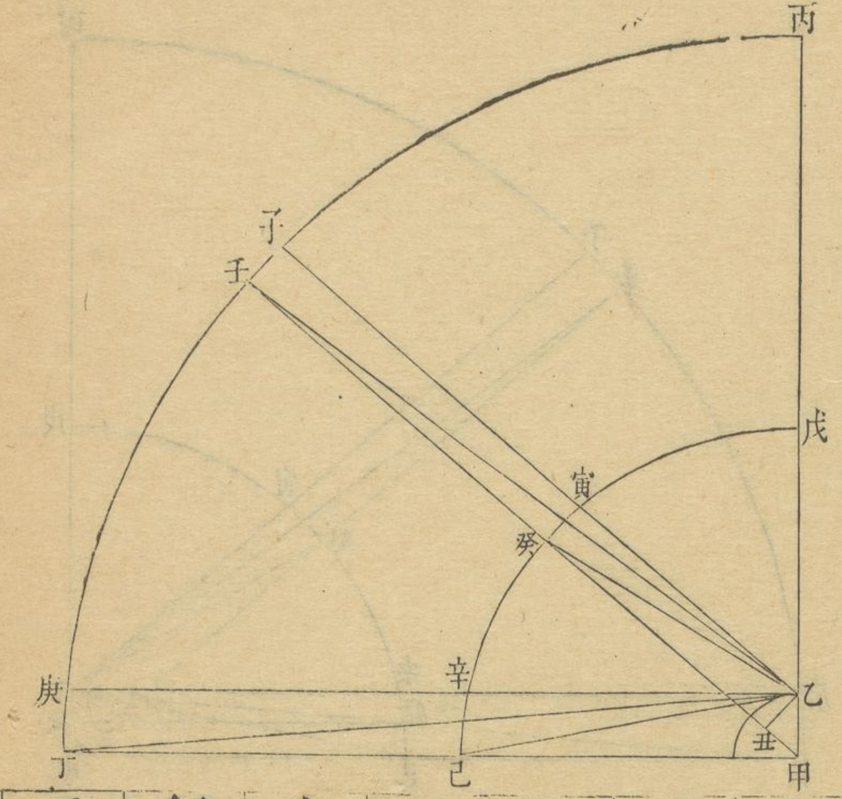


與本時高下差申亥之比也。

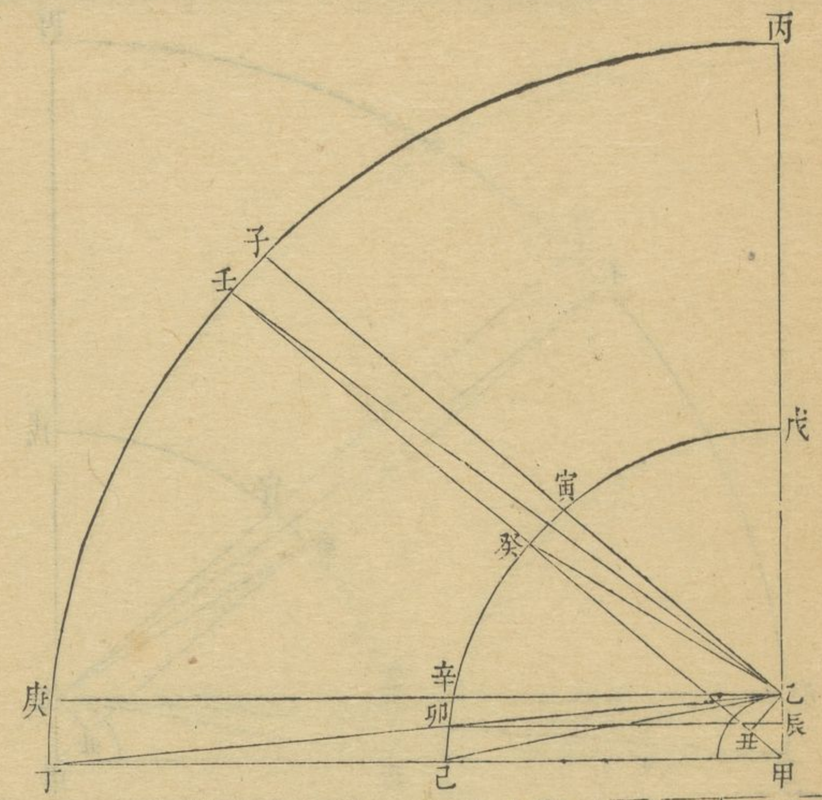
右求高下差。以半徑與太陽視距天頂之正弦爲比例。今日食所推太陽高弧乃實距天頂之度。而即以其正弦比例高下差者。蓋實高與視高所差無多。故借用之。自來實高視高相



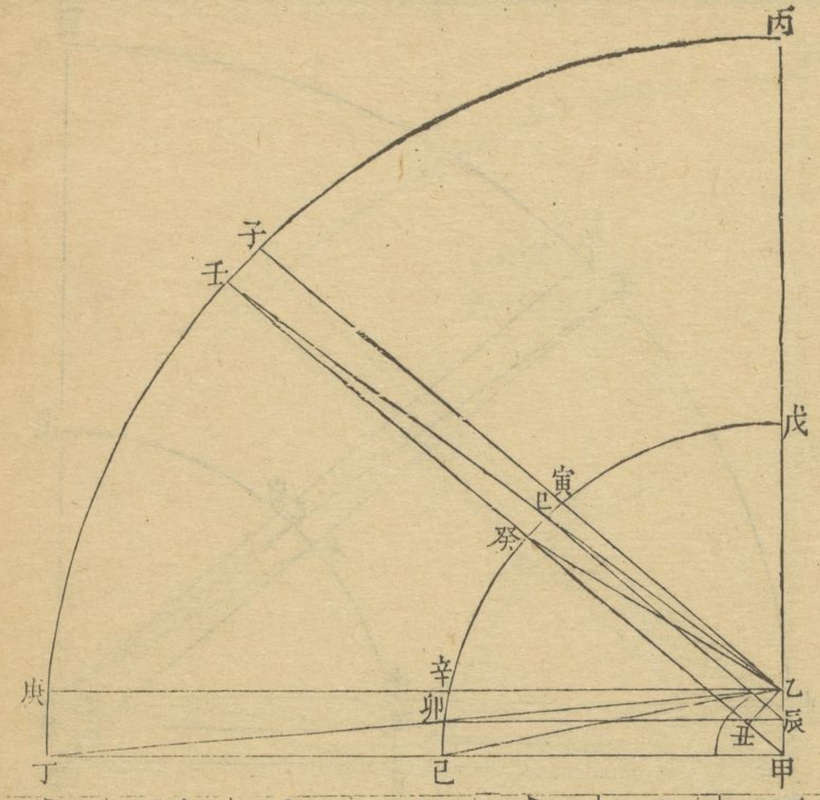
甲乙地半徑爲其角之切線。當辛己弧。前以地半徑爲其角之正弦。此以地半徑爲其角之切線。其角度雖有微差。然最大者不過半秒。愈高則愈小。故亦以弧度爲比例。而甲乙卽爲地平太陽地半徑差。亦卽爲地平太陰地半徑差也。



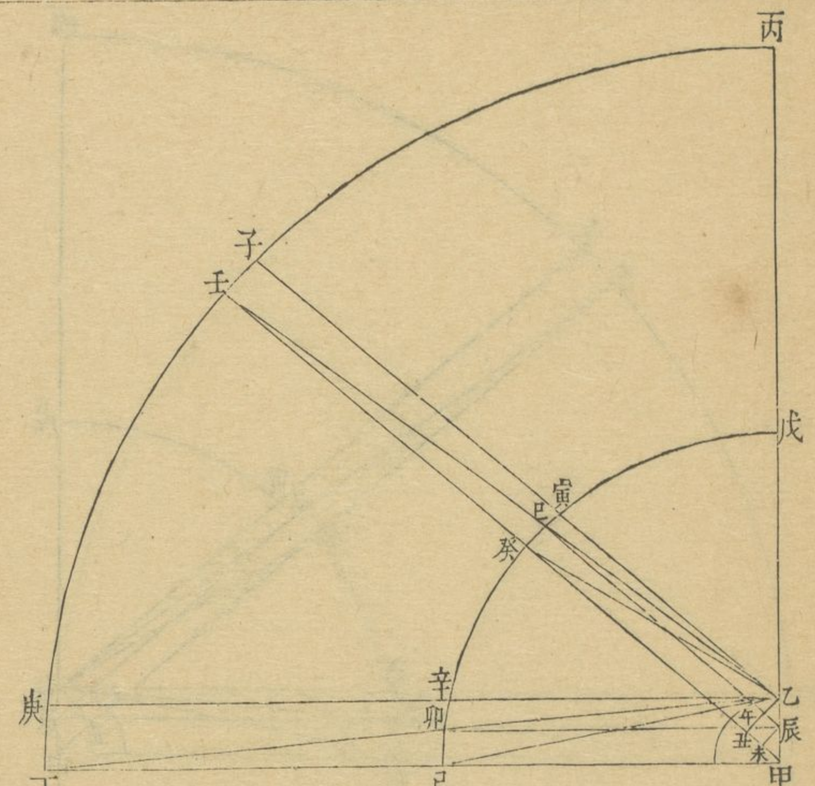
本時太陽實高在壬。太陰在癸。壬乙子角爲本時太陽地半徑差與甲壬乙角等。乙丑爲其角之垂線。當子壬弧。癸乙寅角爲本時太陰地半徑差與甲癸乙角等。亦以乙丑爲其角之垂線。當寅癸弧。丑壬之長小於甲壬。丑癸之長小於



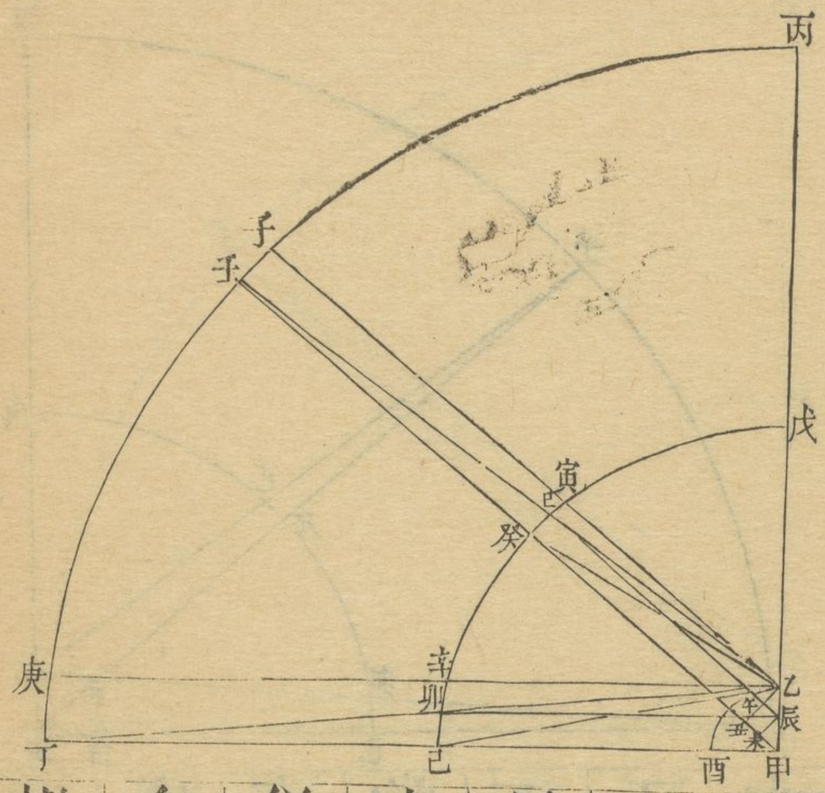
甲癸。則角度必較弧度爲稍大。蓋視高低於實高。其大固宜。然所差甚微。故亦以弧度爲比例。而乙丑卽爲本時太陽地半徑差。亦卽爲本時太陰地半徑差也。試自地平太陽視高線割月天之卯點。與甲丁實高線平行作卯辰線。則乙



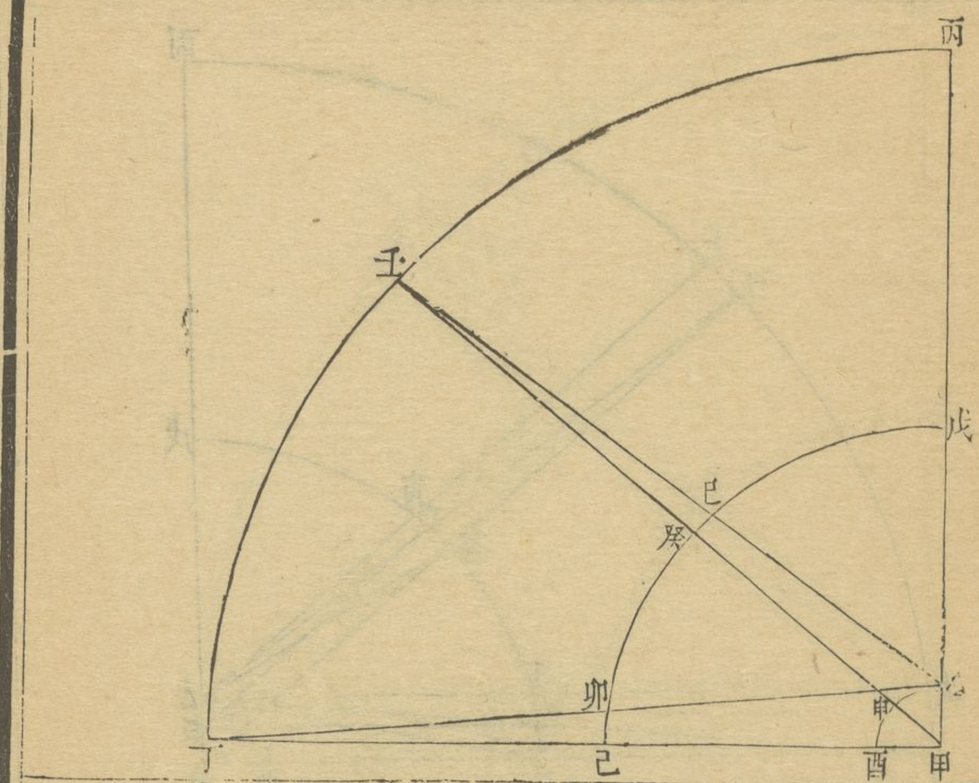
卯辰角與甲丁乙角等。乙辰當辛卯弧。卽地平太陽地半徑差。以乙辰與地平太陰地半徑差甲乙相減。餘甲辰。當卯己弧。卽地平高下差。自本時太陽視高線割月天之巳點。與甲壬實高線平行作巳辰線。則乙巳辰角與甲壬乙角等。



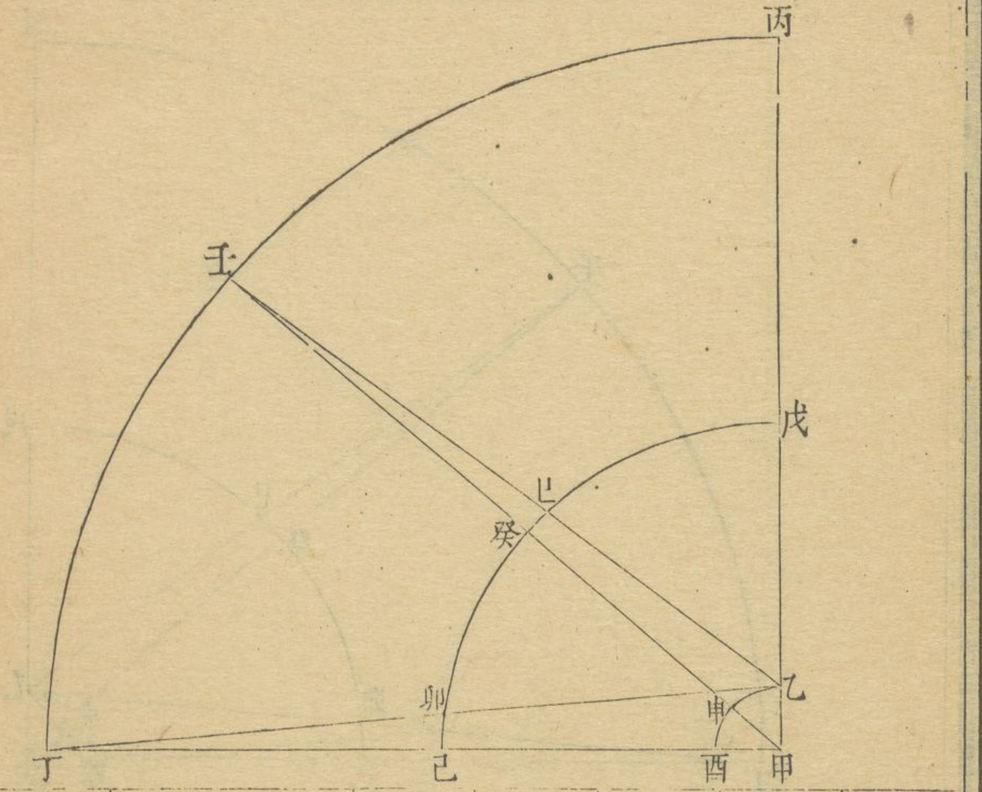
乙午當寅巳弧。卽本時太陽地半徑差。以乙午與本時太陰地半徑差乙丑相減。餘午丑與辰未等。當巳癸弧。卽本時高下差。甲乙丑與甲辰未爲同式形。丑未二角爲直角。甲角爲日月實距天頂之度。故以直角正弦與實距天頂正弦



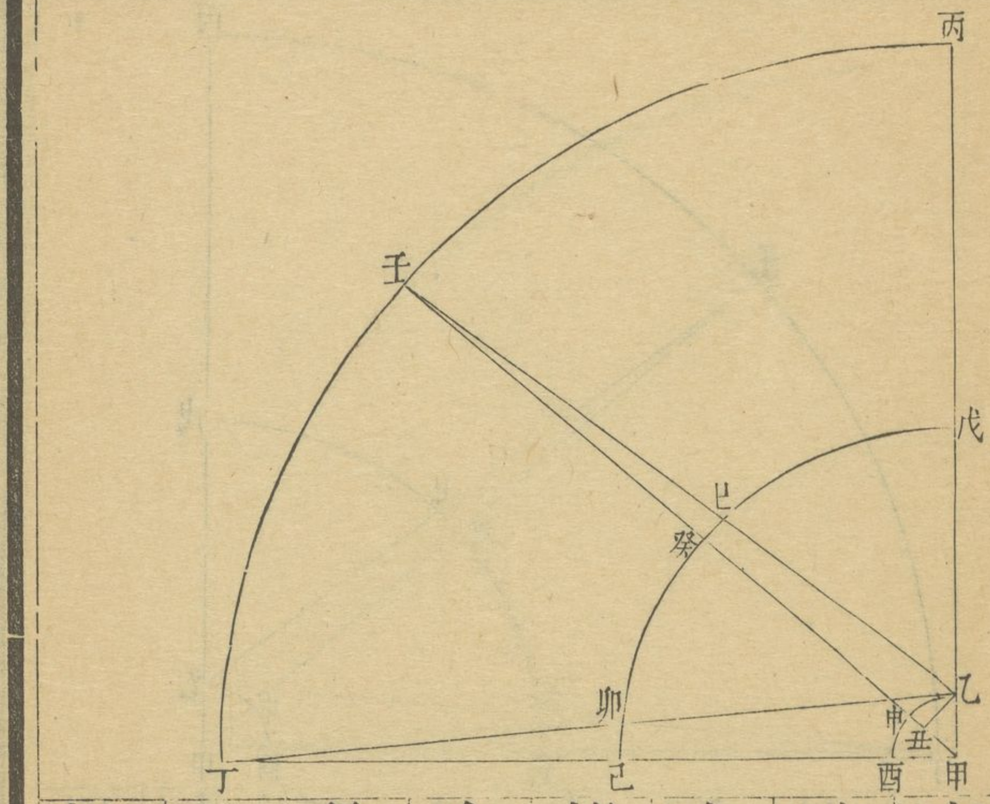
之比。同於地平地半徑差甲乙與本時地半徑差乙丑之比。亦同於地平高下差甲辰與本時高下差辰未之比也。今日食用簡平儀法。求地面日影心之所在。皆用實高比例高下差。設日實高在丁。則正射地心照至地面酉點之影。當



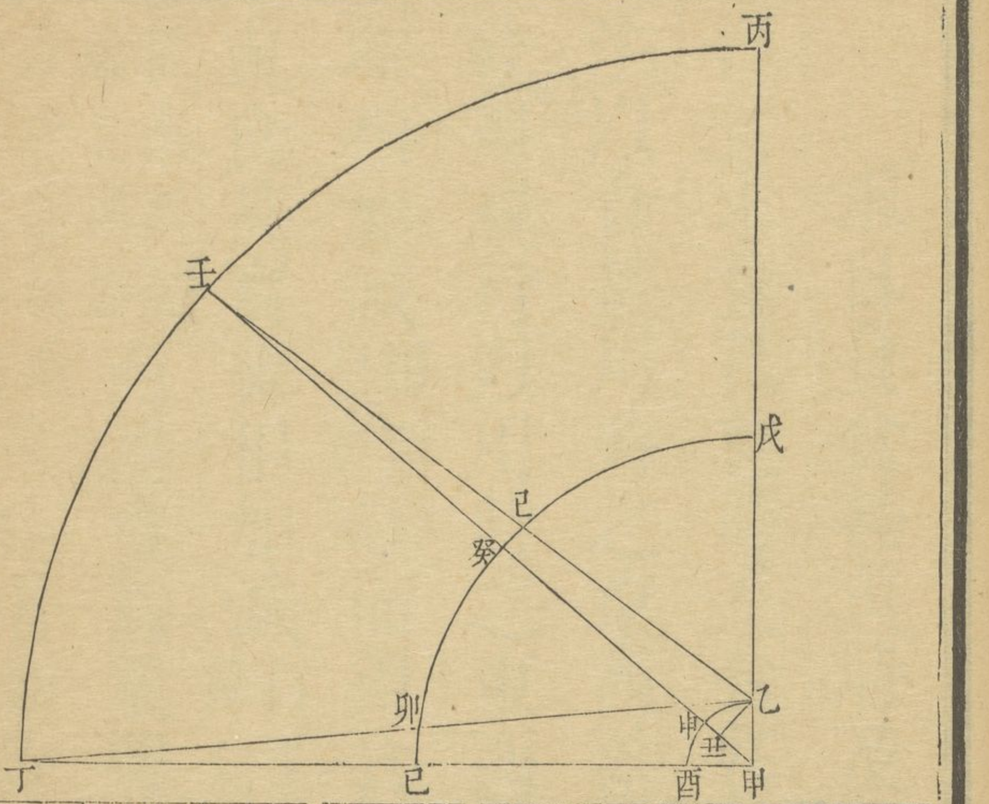
月天已點之度。照至地面乙點之影。當月天卯點之度。是酉乙地面上應日天實距天頂之丙丁弧。而其當月天之度。則爲卯己高下差也。設日實高在壬。則正射地心照至地面申點之影。當月天癸點之度。照至地面乙點之影。當月天



已點之度。是乙申地面上應日天實距天頂之丙壬弧。而其當月天之度。則爲已癸高下差也。若以地平高下差爲半徑作地面平圓。則甲乙卽卯己之度爲地平高下差。當乙酉地面。以地球爲平面。則地面之弧與正弦等。甲乙爲乙酉弧之正弦。故甲乙當乙酉弧。與日天之



丙丁弧等。乙丑即巳癸之度爲本時高下差。當乙申地面。乙丑爲乙申弧之正弦。故乙丑當乙申弧。與日天之丙壬弧等。由此推之。時時實距天頂之度。在地面皆與本時高下差等。實距天頂之度。原與地面之弧度等。簡平儀以地球爲平面。則地面之弧又與地面之正弦等。今地面之正弦既爲高下差。故實距天頂之度。即與高下



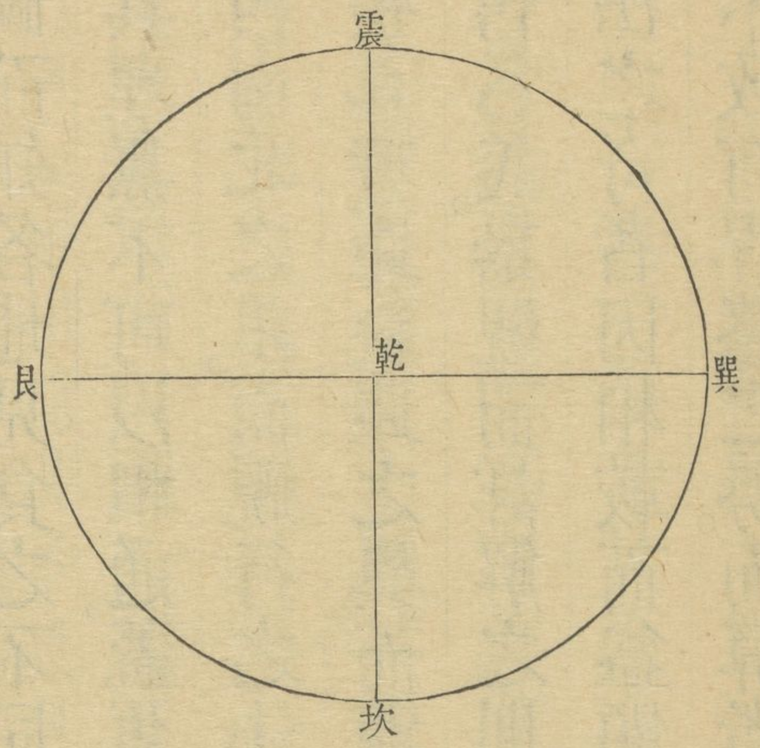
差等。故隨高弧之所向。以高下差之度自圓心取之。即日影心之所在。隨白經之所向。以實緯之度自圓心取之。即月影心之所在。此差之理尤爲顯而易明也。

求日食食甚眞時及兩心視相距

日食求食甚眞時及食甚視緯。新法算書用渾天儀法。以食甚用時之東西差與食甚近時之東西差比例得時分。與食甚用時相加減（限西加限東減）而得食甚眞時。以眞時之南北差與食甚實緯相加減（白平象限在天頂南緯南則加緯北則減。白平象限在天頂北緯北則加）而得食甚視緯。上編言之詳矣。（見日食三限時刻及求食甚眞時食甚視緯篇）然其求眞時也。必求太陰視行正當實緯之度。乃以視行之道與白道爲平行。故與實緯成

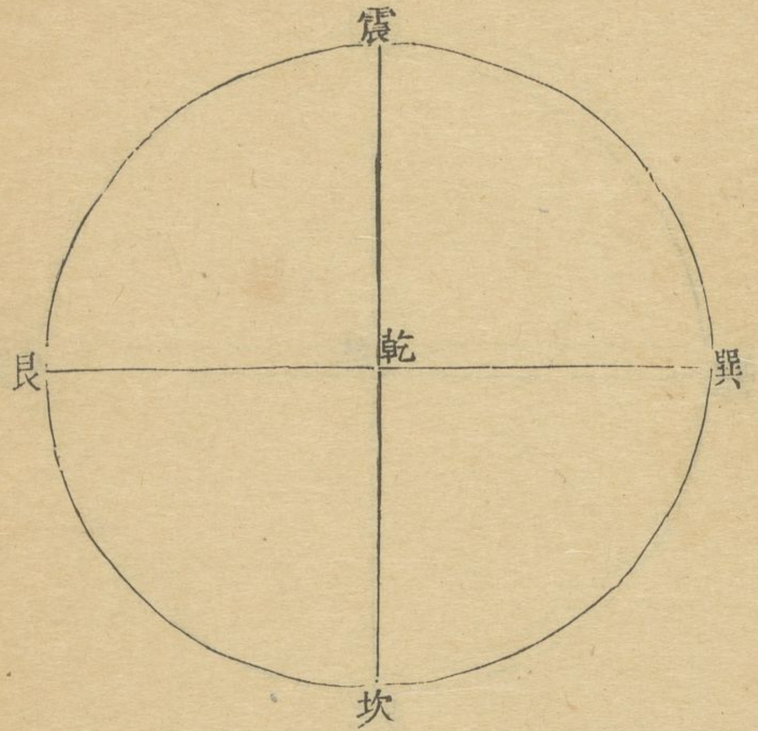
直角。而視緯與實緯必合爲一線也。夫近時之東西差與用時之東西差既不等。因白道高弧交角及高下差不同之故。則南北差亦不等。而視行即不與白道平行。視行既不與白道平行。則實緯即不與視行成直角。而日月兩心相距最近之線亦不與實緯合爲一線矣。近日西法用簡平儀繪圖算。渾儀從上視。如觀平面。是爲簡平儀。以本日地平高下差本日地平日月兩地半徑差相減。餘爲本日地平高下差。爲半徑作平圓。即地徑當月天之度。即地受日照之半面。上應渾天半周圓心即日射地面至地心之點。以人視日。則人所處之地面即日影心。以日照月。則月所當之地面即月影心。假令人所處之地面正在圓心。則必見日當天頂。又正當子午圈。而月之實緯即日月兩心視相距。外此則日影心之所在。隨時隨地不同。若日影心與月影心同點。則必見日全食。若日影心與月影心之相距大於併徑。則不見食。故先以食甚用時求其兩心視相距。復設一時。限西向後設。限東向前設。亦求其兩心視相距。以此兩視距線及所夾之角。求其對邊爲視行。自日影心至視行作垂線。與視行成直角。是爲兩心相距最

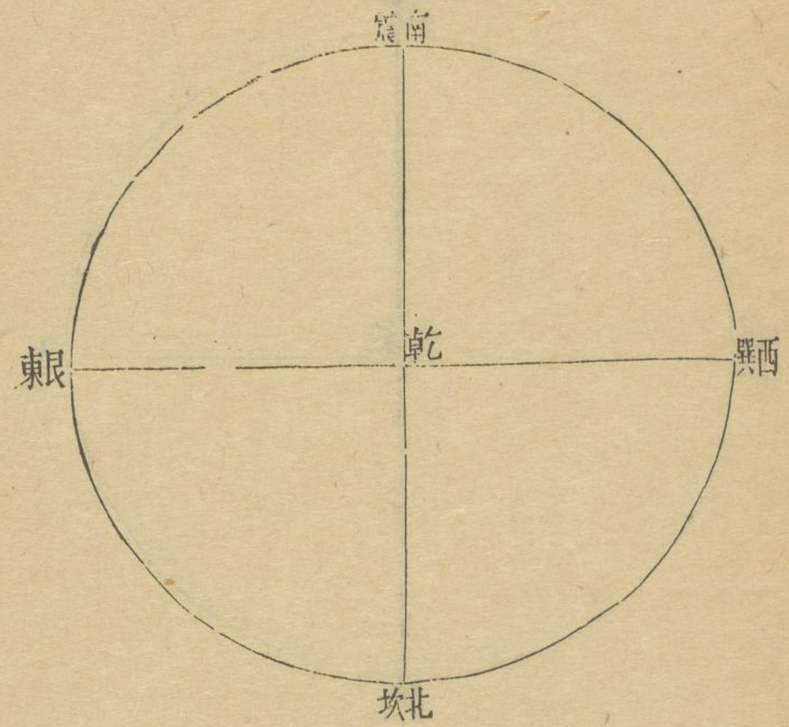
近之處。月影心臨此直角之點。即爲食甚眞時。因垂線不與實緯合。故不曰視緯而曰兩心視相距。然後以所得眞時復考其兩心視相距。果與所求垂線合。則食甚眞時即爲定眞時。不然。則又作垂線求之。蓋太陰視差時時不同。其視行之道既不與白道平行。又不能自成直線。其兩心視相距最近之線。不與白道成直角。而與視行成直角。兩心實相距不與白道成直角而與斜距成直角。兩心視相距又不與斜距成直角而與視行成直角。今法與舊法之不同在此。故反覆推求。務得太陰正當視行直角之點。斯爲兩心最近之處。而食甚乃爲確準也。是法也。可以圖代算。可以一圖而知各地見食之不同。新奇精巧。與舊法迥殊。然其理無不可以相通。蓋舊法以渾測渾。可實指其東西南北之差。而視行之法甚簡。新法寫渾於平。可實稽其實距視距之異。而視差之理尤精。今以新法合舊名義。參觀而詳解之。則理之確者以並觀而益明。法之奇者因相較而益顯。庶觀者由舊徑以適新途。不致有捍格之勢。而算者取新規以合舊範。更坐收密合之方矣。



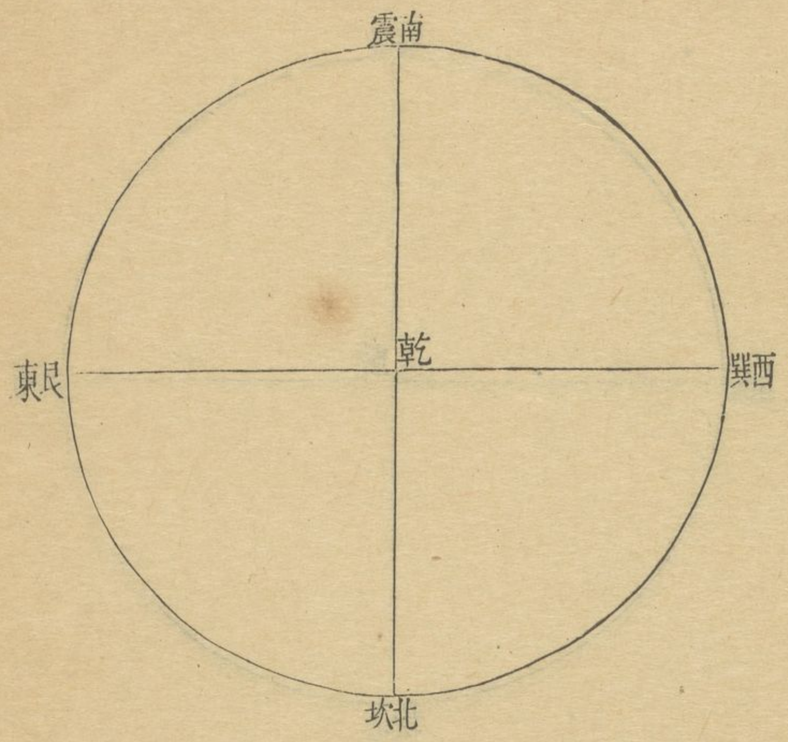
如雍正八年庚戌六月戊戌朔日食。太陰實引初宮八度四十七分三十一秒四〇。地平地半徑差五十三分五十九秒九〇。內減太陽地平地半徑差十秒。餘五十三分四十九秒九〇。爲本日地平高下差。以此爲乾坎半徑作坎艮震巽平圓。以五十三分作五十三分。以四十九秒九〇通作八釐三毫。繪圖用四分之一。後倣此。

即地球受日照之半面。上應渾天半周。而其當月天之度則爲五十三分五十秒。四十九秒九〇進爲五十秒。入算仍用小餘。他倣此。故以地球上應渾天之度而論。則乾爲日照地面之正中。距圓界各九十度。

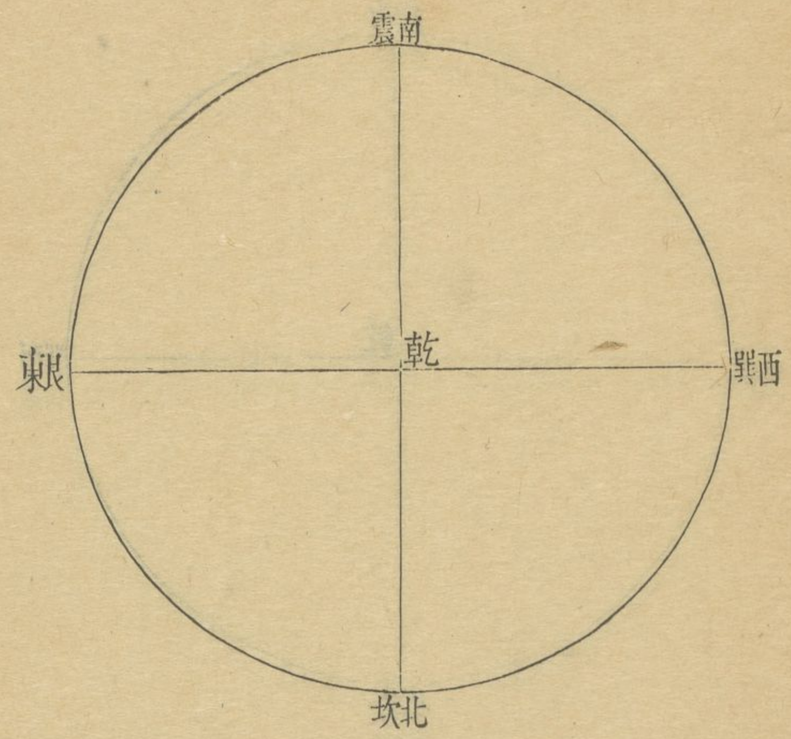




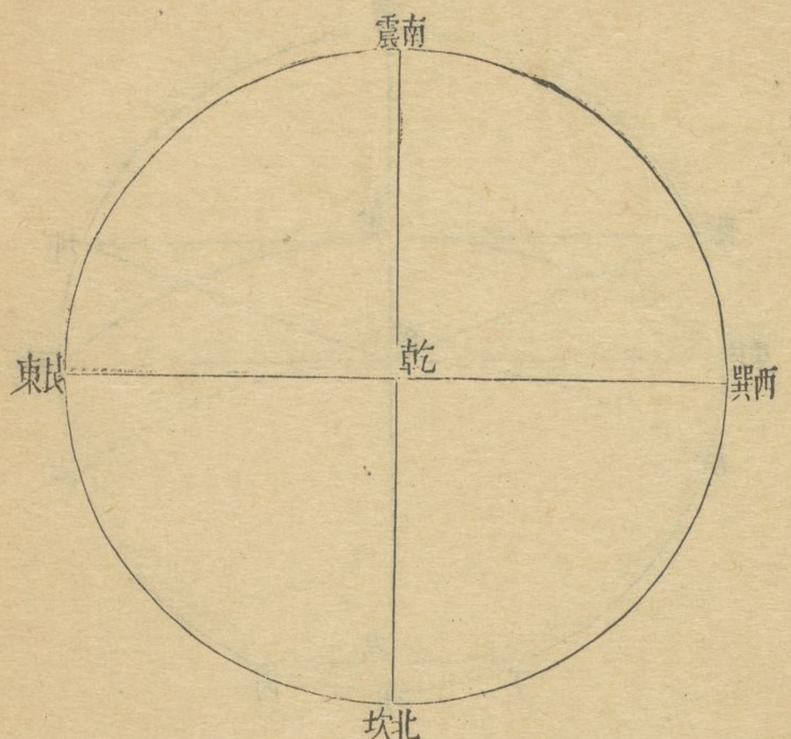
以地球爲平面。則地面之弧與正弦等。半徑爲九十度之正弦。故半徑卽九十度。假令人在圓心乾。則見日當天頂。又當正午。坎震赤道經圈。卽其地之子午圈。艮巽卽其地之卯酉圈。坎爲北。震爲南。艮爲東。巽爲西。若人在圓界。則見日當地平。在坎震線之西者見日爲午前。



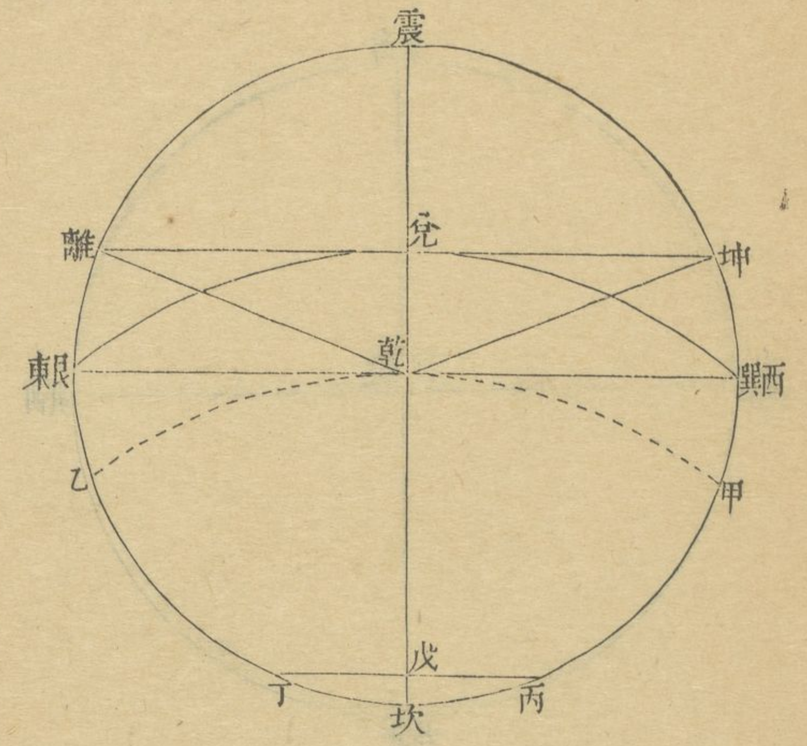
在坎震線之東者見日爲午後。自是以外。則見日之高下隨地不同。要以人所處之地面爲日影心。上應本處天頂。人距日照地面正中之度。卽日距天頂之度。而以地面所當月天之度而論。則地之半徑與地平高下差等。人距日照地



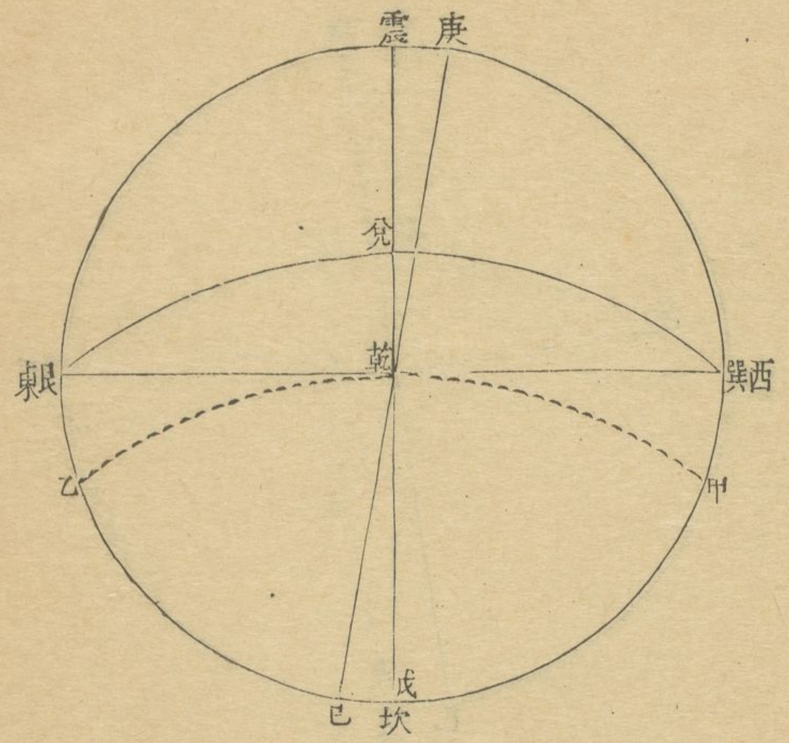
面正中之度與本時高下差等。見前高下差篇。故隨高弧之所向。以本時高下差之度。自圓心取之。卽人所處之地面。亦卽本時之日影心。隨白經之所向。以月實緯之度。自圓心取之。卽本時之月影心。夫月影心當月天之度。卽太陰之實緯度。

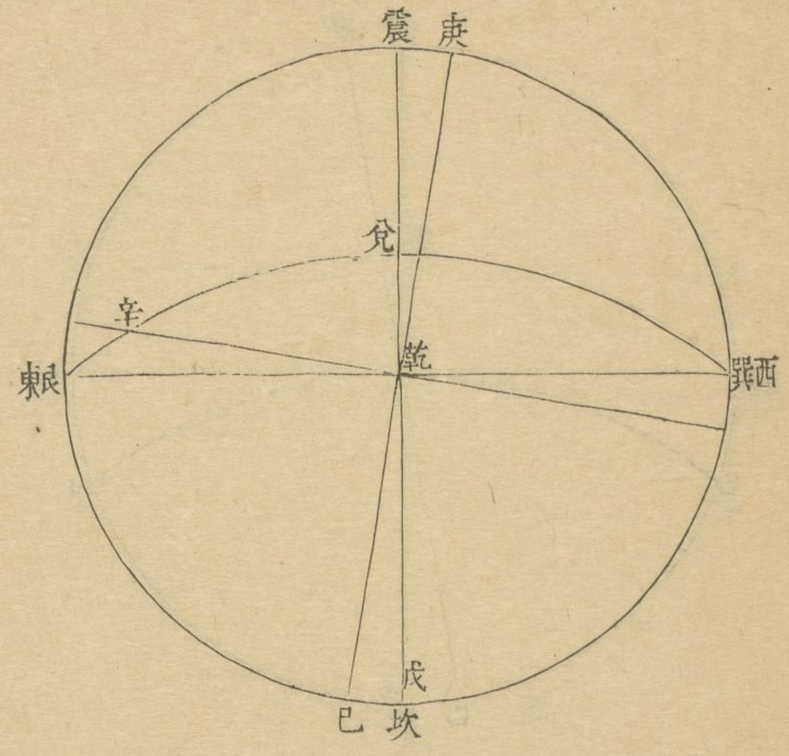


而日影心當月天之度。不爲太陽之實高度而爲太陽之視高度。則地面日月兩影心之相距。因高下差而殊。而食甚之早晚。食分之淺深。所以因視差而變者。皆可按圖而稽矣。乃以本時日距赤道北二十一度三十八分一十二秒〇

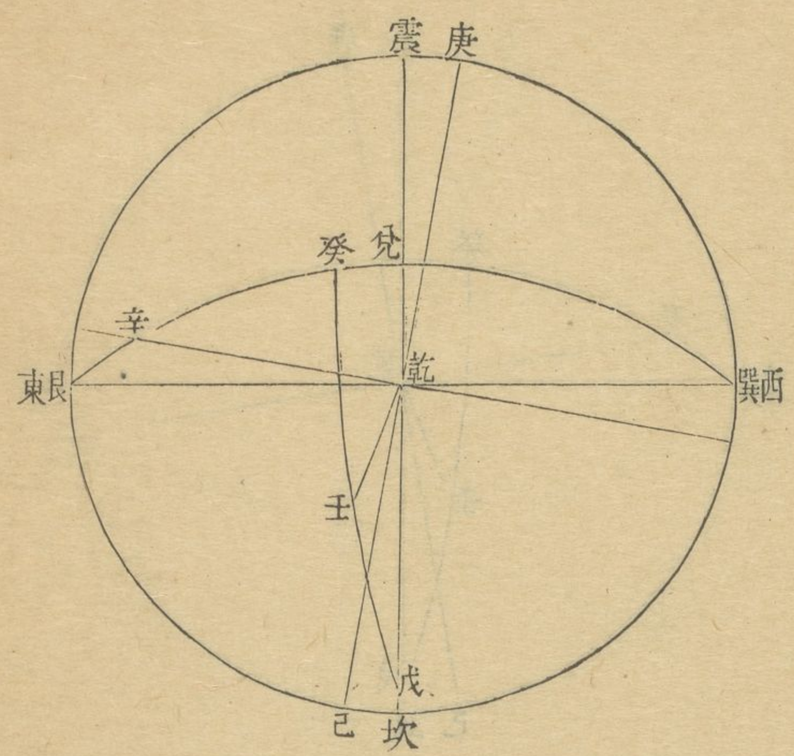


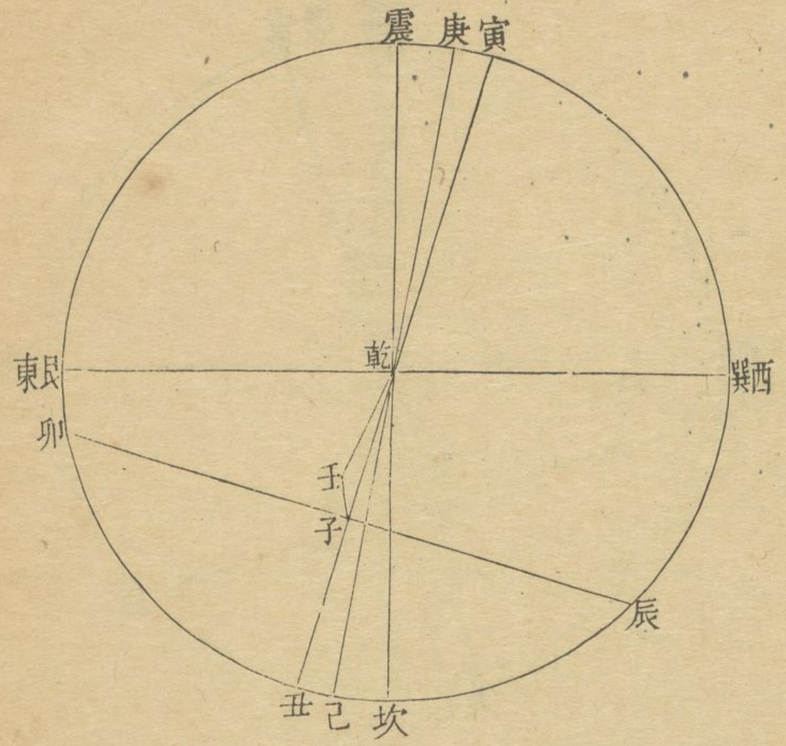
二。取艮離巽坤之分。即離乾艮角。與坤乾角等。作離坤線。截赤道經圈於兌。作艮兌巽弧爲赤道。則兌乾即日距赤道北之緯度。又作甲乾乙弧爲赤道距等圈。即太陽隨天西轉之軌。又以坎艮九十度之分。自離截圓界於丁。自坤截圓界於丙。作丙丁線。截子午圈於戊。則戊點爲北極。戊兌爲九十度。戊乾爲日距北極六十八度二十一分四十七秒九八。又以本時黃赤二經交角九度二十一分二十秒五七。取坎乾已角。（本時日在夏至後。黃經在赤經東。故向東取。）作己庚線爲黃道經圈。自乾與己



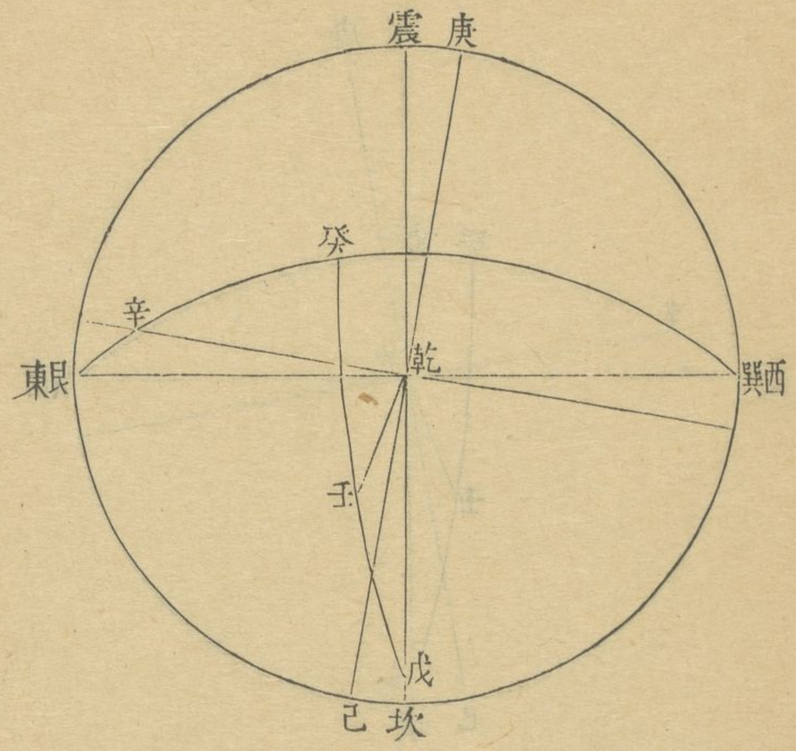


庚線取直角。作辛乾線爲黃道。辛爲秋分。乾辛爲日距秋分前六十七度四十二分五十四秒四三。是時京師食甚用時爲午正二刻九分五十八秒九五。日距午西赤道度爲九度五十九分四十四秒二五。則京師地面必在坎震線之東。故以用時赤經高弧交角二十二度四十三分八秒三九。取戊乾壬角。以用時日距天頂二十度九分四十八秒二七之高下差一十八分三十三秒三四。取壬乾之分。作壬乾線。自戊向壬作戊癸弧。則壬點爲京師之地面。即用時

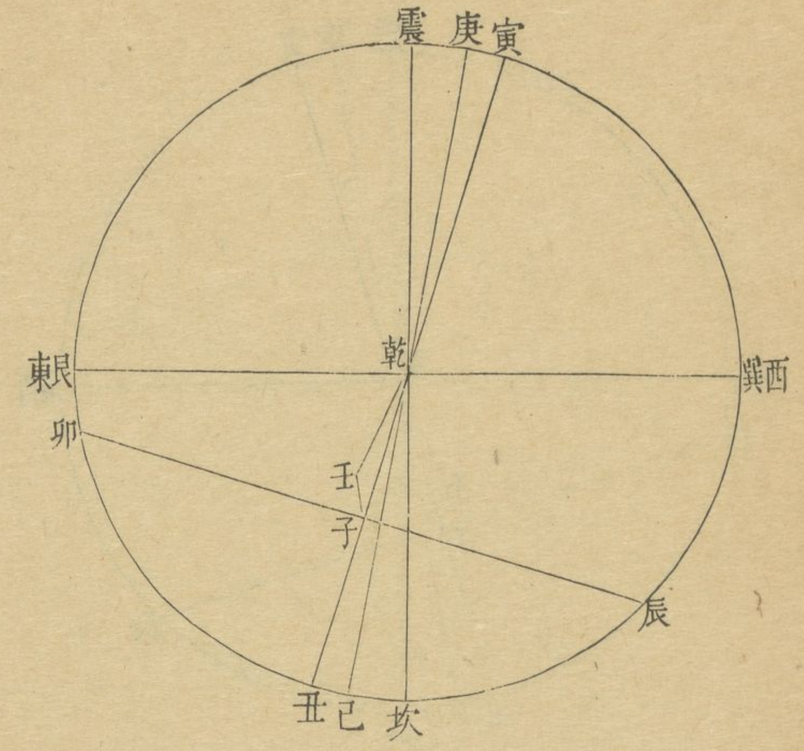




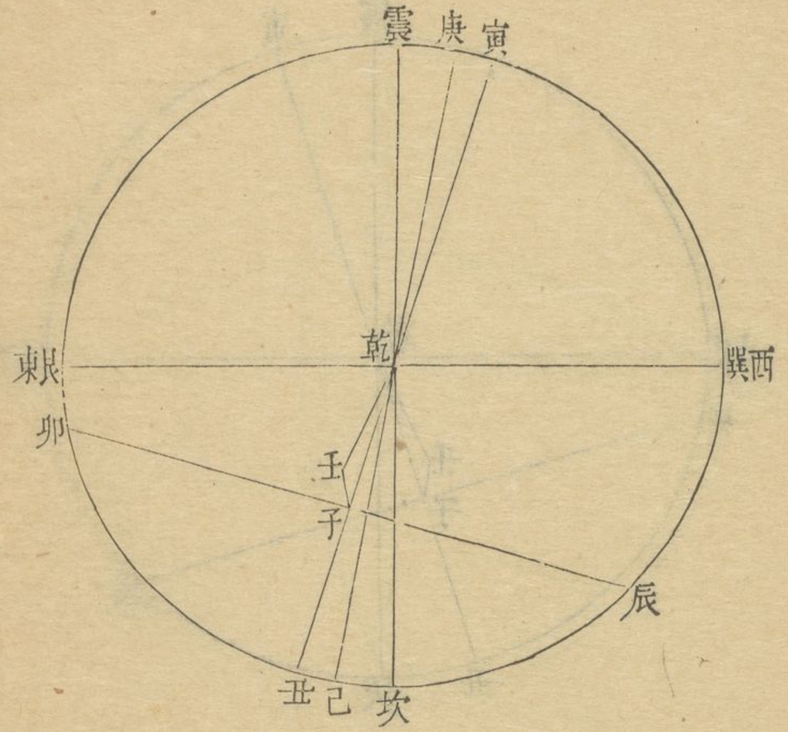
四分五十五秒二九。取已乾子角。本時月在中交前。白經在黃經東。故向東取。作丑寅線爲白道經圈。卽斜距圈。以月實緯距黃道北二十三分二十八秒四五。自乾向北截之於子。與丑寅線取直角。作卯辰線爲白道。卽兩經斜距。則子點爲用時月影心。壬子卽用



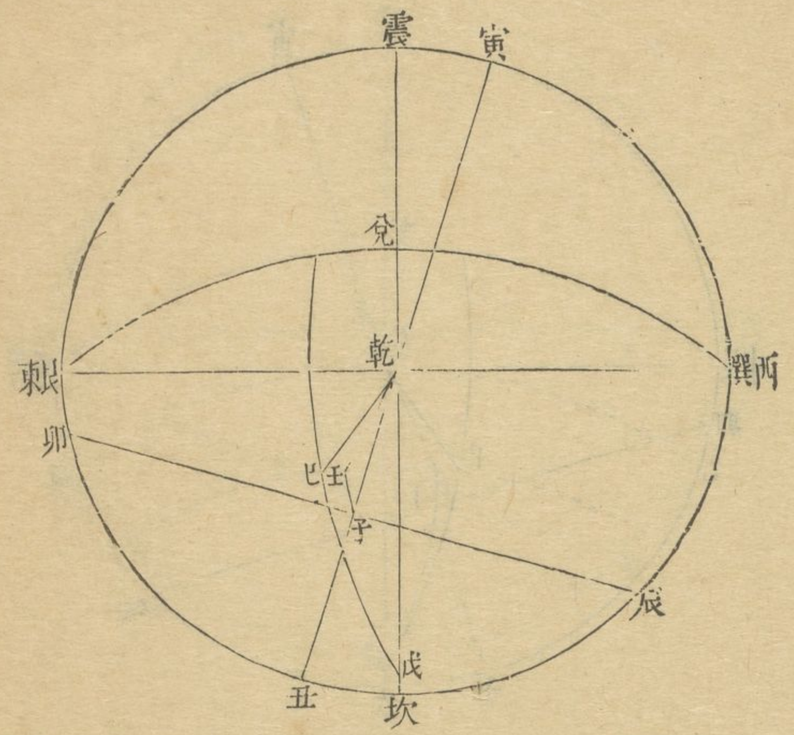
之日影心。上應京師天頂。壬乾爲用時日距天頂之高弧。在地則與用時高下差等。戊壬癸爲京師子午圈。戊壬爲京師北極距天頂五十度五分。戊角爲用時日距午西赤道度。戊乾壬角及乾壬弧。俱用戊乾壬三角形求之而得。又以斜距黃道交角五度四十



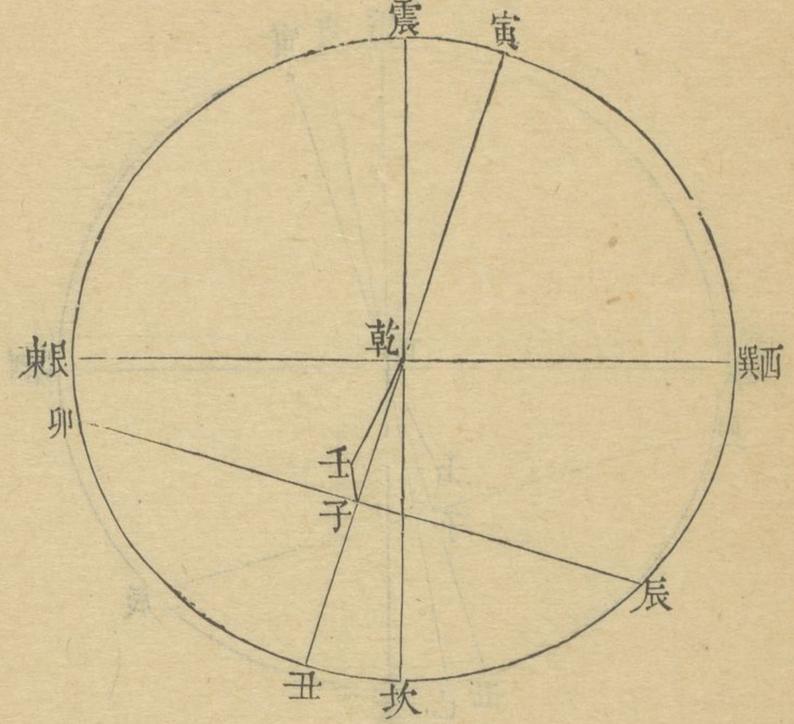
時日月兩影心視相距。乃用乾壬子三角形。乾子爲食甚用時日月兩心實相距。乾壬爲用時高下差。以己乾丑黃白二經交角與坎乾己黃赤二經交角相加。得坎乾丑角一十五度六分一十五秒八六。爲赤白二經交角。黃經在赤經東。白經又在



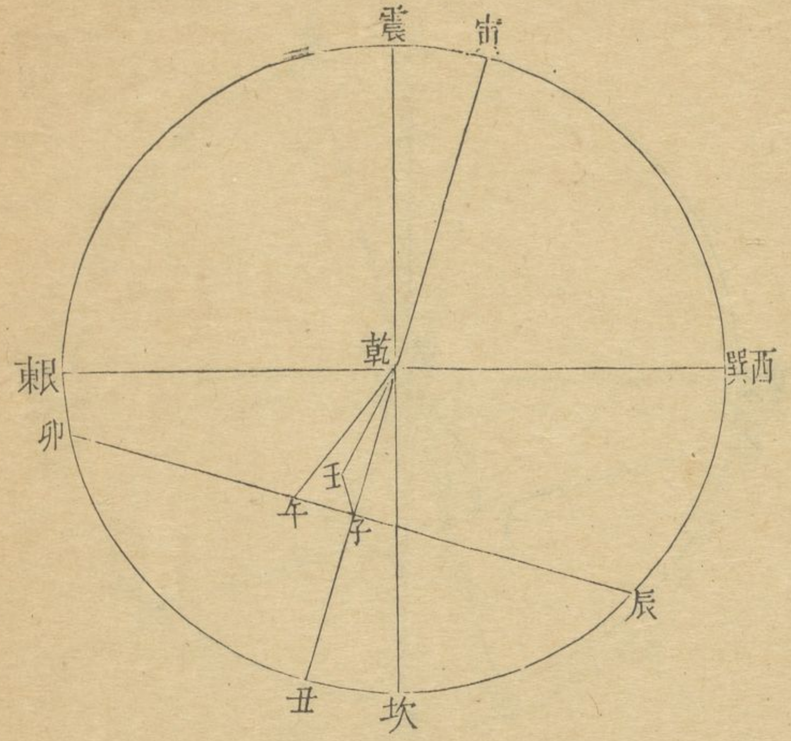
黃經東。故相加。與坎乾壬赤經高弧交角相減。餘丑乾壬角七度三十六分五十二秒五三。爲用時白經高弧交角。卽用時對兩心視相距角。赤經在高弧西。白經在赤經東。故相減。赤白交角小。白經仍在高弧西。用切線分外角法。求得壬角一百四十六度三十四分二秒〇七。



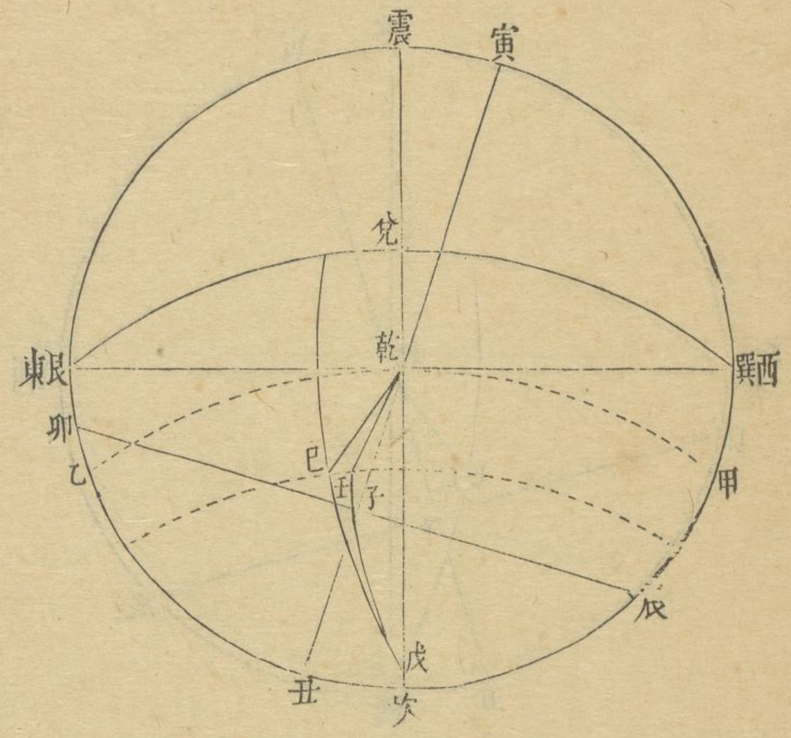
在高弧東月影心差而東。用時已過食甚後。則向前設。以設時赤經高弧交角三十一度三十三分一秒七三取戊乾巳角。以設時日距天頂二十二度一十七分四十二秒二六之高下差二十分二十五秒三五取乾巳之分。作乾巳線。自戊向巳作戊巳弧。則巳



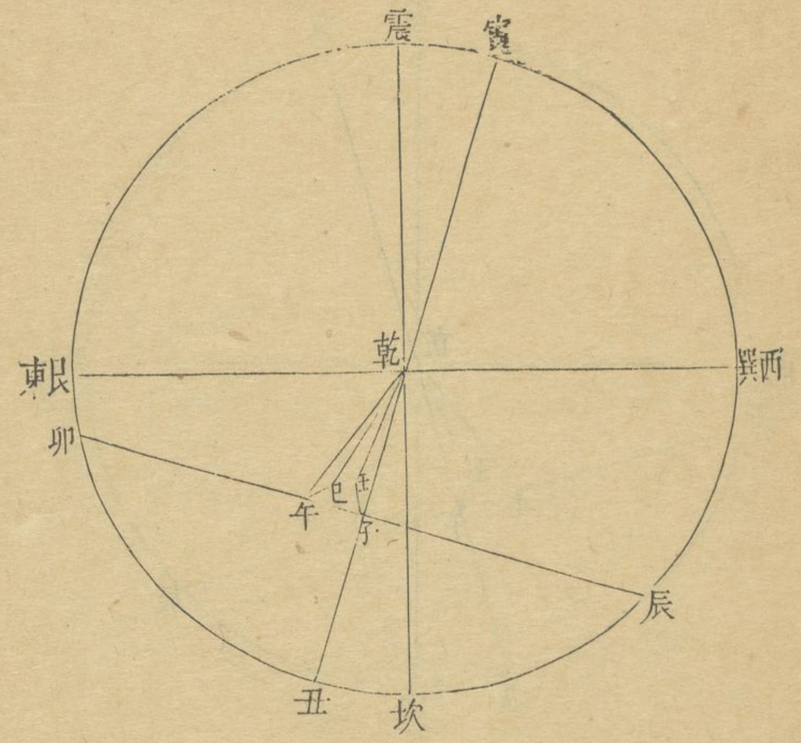
爲用時對兩心實相距角。又求得壬子邊五分三十八秒七四。爲用時日月兩影心視相距。此時白經實距在高弧西。月影心必在日影心之西。則食甚用時尚在食甚前也。次向後取未初初刻爲設時。白經在高弧西。用時尚在食甚前。故向後設。若白經



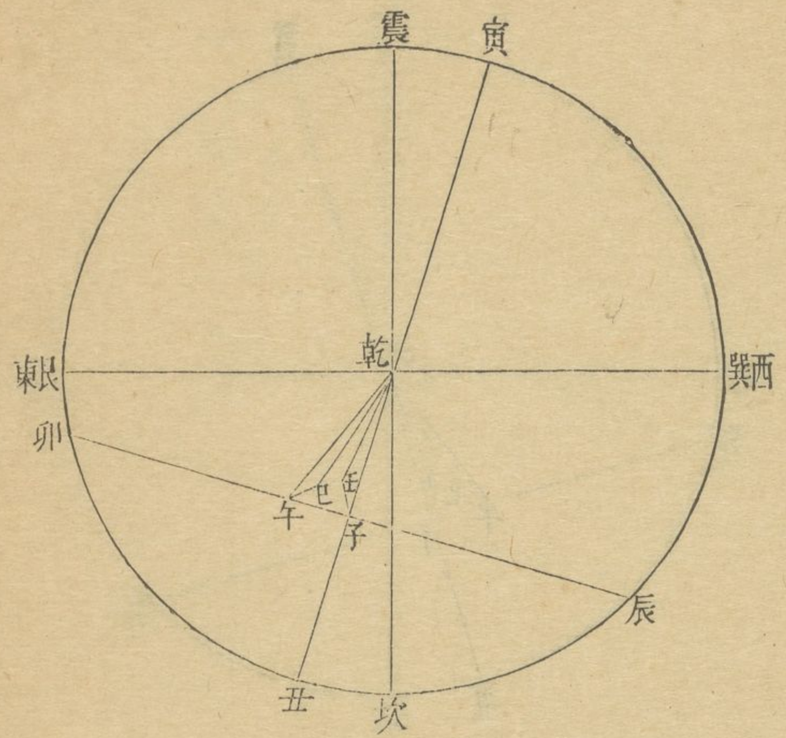
而得。次以設時距用時二十分一秒〇五與一小時兩經斜距二十七分一十六秒五六爲比例。得用時至設時之月實行爲九分六秒。自子向東截之於午。則午點爲設時月影心。午子爲設時距弧。月由白道東行。設時在用時後。故距弧向東取。午乾子角爲設



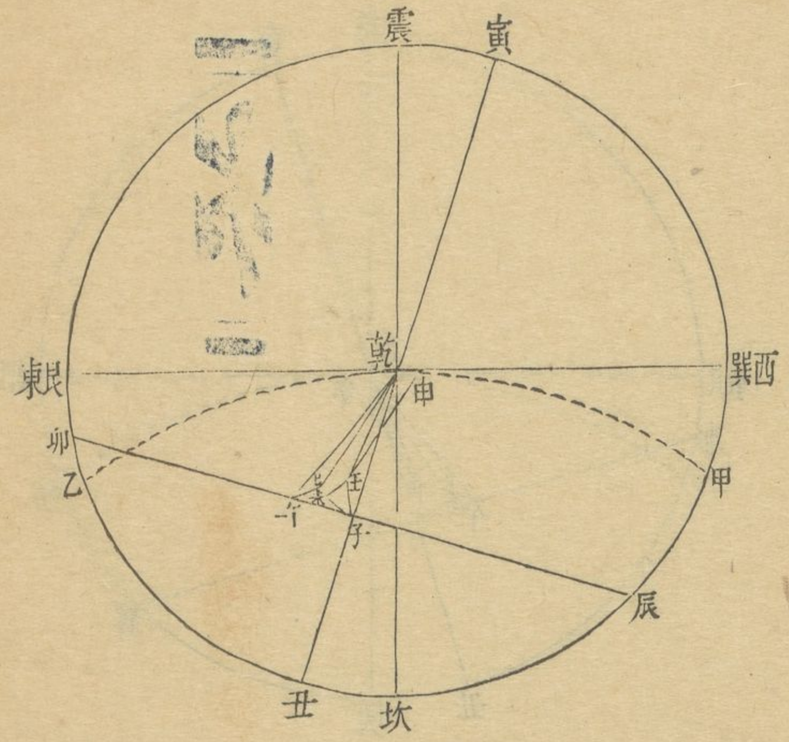
點爲設時日影心。乾巳爲設時日距天頂之高弧。在地則與設時高下差等。戊巳卽京師北極距天頂五十度五分。與戊壬等。太陽本隨距等圈西轉。今以太陽爲不動。則影向東移。亦與赤道成距等圈。其距北極皆相等。巳戊乾角卽設時日距午西一十五度。戊乾巳角及乾巳弧俱用戊乾巳三角形求之



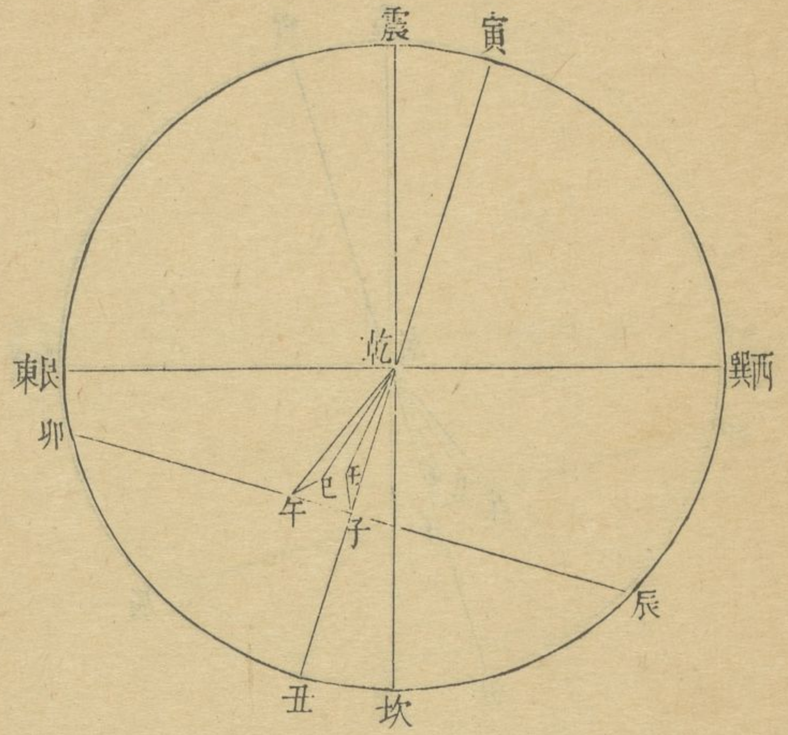
時對距弧角二十一度一十一分二十秒九九。午乾爲設時兩心實相距二十五分一十秒五八。午乾子角及午乾弧。俱用午乾子三角形求之而得。巳午爲設時日月兩影心視相距。乃用巳乾午三角形。以坎乾巳設時赤經高弧交角與坎乾丑赤白二經交角



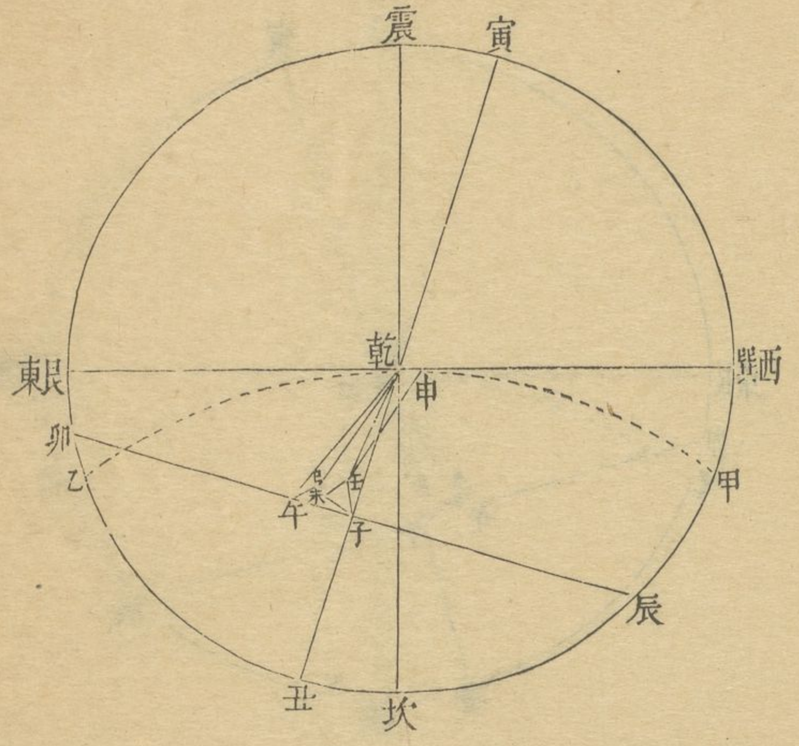
相減。餘丑乾巳角一十六度二十六分四十五秒八七。爲設時白經高弧交角。加減之理。與用時白經高弧交角同。與午乾子對距弧角相減。餘巳乾午角四度四十四分三十五秒一二。即設時對兩心視相距角。月在黃道北。白經在高弧西。對距弧角大。則實距在高弧東。對距弧角小。則實距在



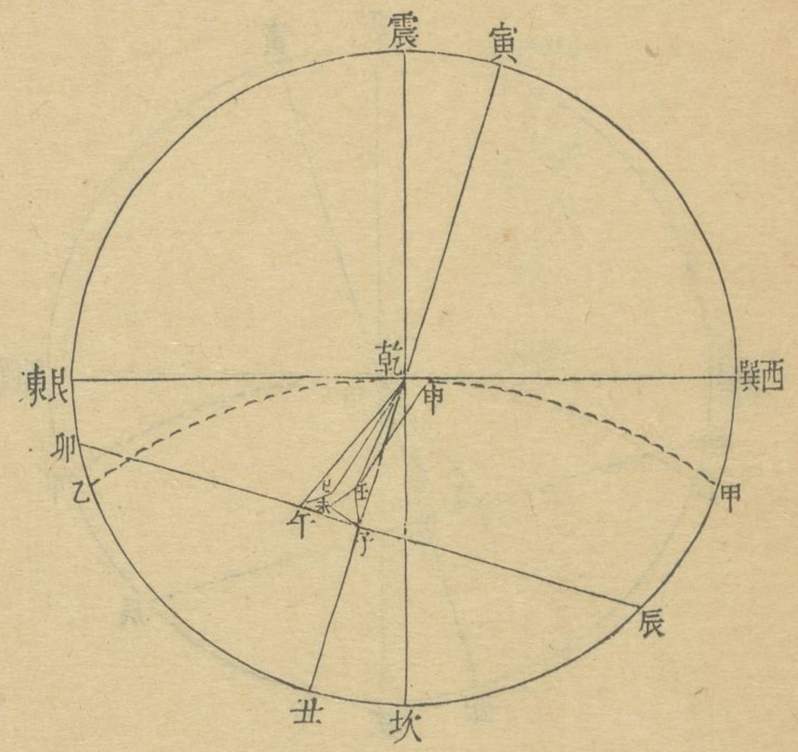
食甚眞時之月實行。必在子午二點之間矣。於是與巳午線平行。作壬未線與巳午等。爲設時兩心視相距。又與巳乾平行作壬申線爲設時高弧。則未壬申角與午巳乾角等。以丑乾壬用時白經高弧交角與丑乾巳設時白經高弧交



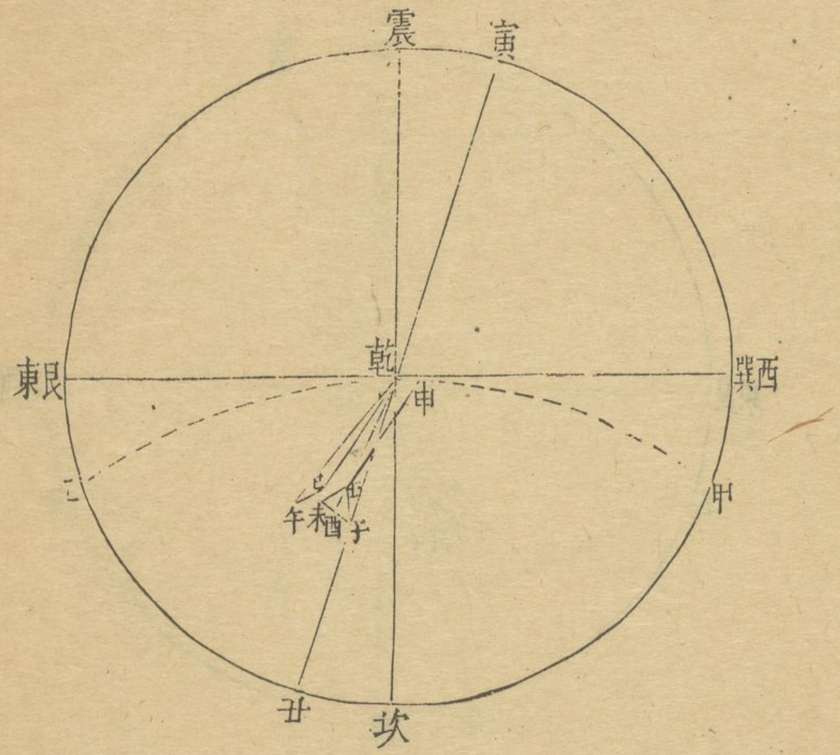
高弧西。白經在高弧東者倣此。用切線分外角法。求得巳角一百五十五度五十七分四十六秒四〇。爲設時對兩心實相距角。又求得巳午邊五分六秒六五。爲設時兩心視相距。此時實距在高弧東。月影心必在日影心之東。則設時已過食甚後。而



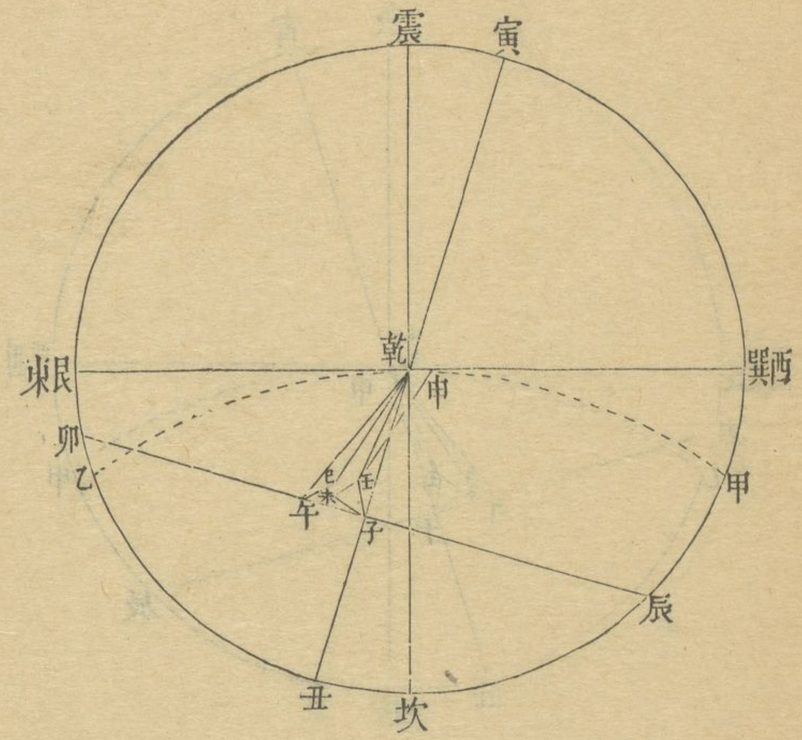
巳乾角等。卽對設時兩心實相距角。得二百九十三度四十一分五十五秒一三。與三百六十度相減。餘未壬子角六十六度一十八分四秒八七。爲對設時視行角。用時實距在高弧西。設時實距在高弧東。兩角與高弧相背。故相加。若同在高弧之一邊。則相減。又用時設時兩月影心俱在日影心之北。兩角與兩視距相背。俱爲鈍角。故相加。



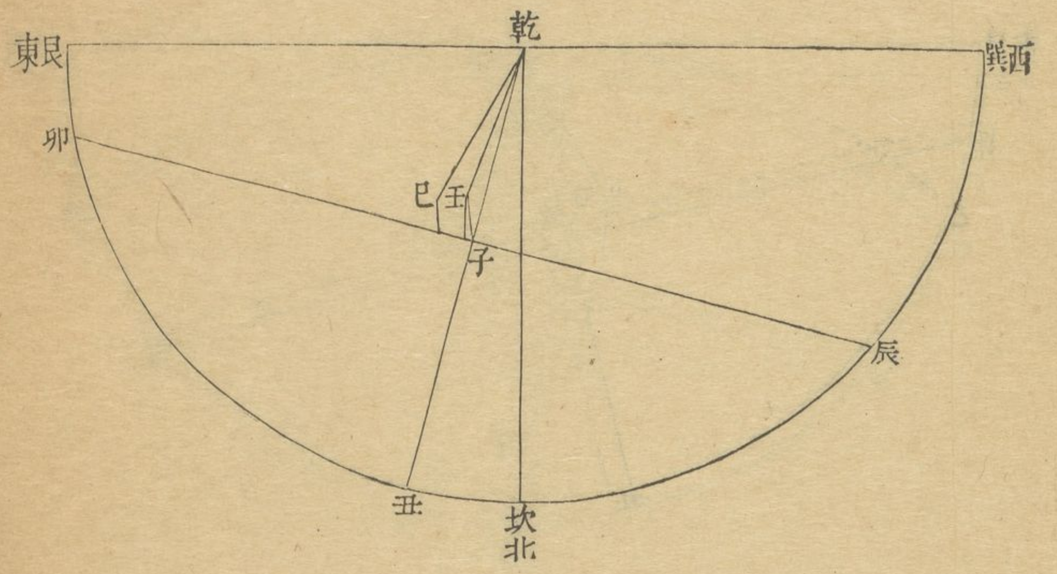
角相減。餘壬乾巳角八度四十九分五十三秒三四。爲兩白經高弧交角較與乾壬申角等。與乾壬子用時對兩心實相距角相減。餘申壬子角一百三十七度四十四分八秒七三。爲設時高弧交用時視距角。與未壬申角相加。未壬申角與午



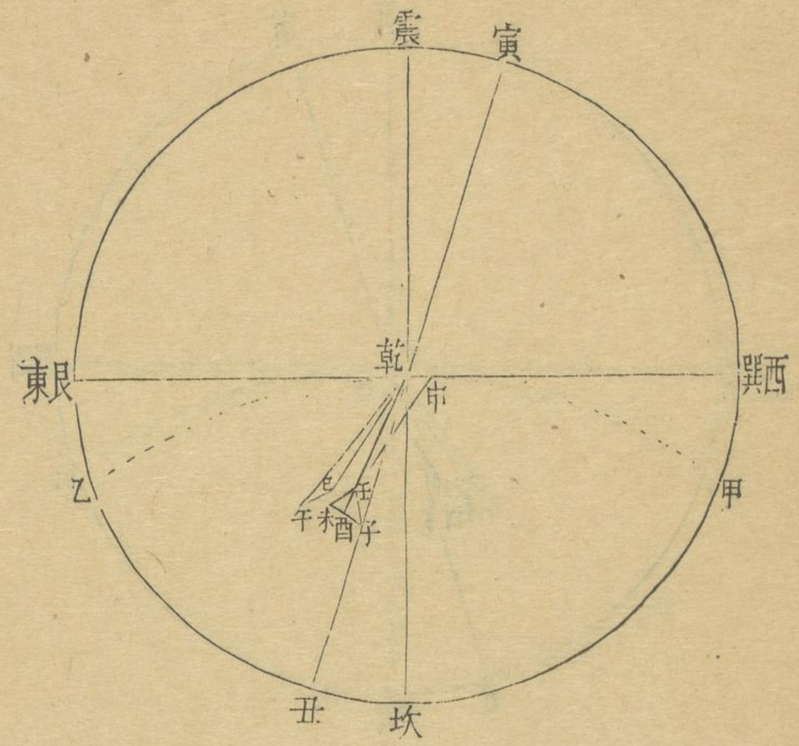
三秒九五。爲設時視行。次自壬作壬酉垂線。與子未視行成直角。則壬酉相距爲最近。故用壬子酉直角形。求得子酉分邊三分二十六秒二三。爲眞時視行。以子未設時視行與設時距分二十分一秒〇五之比。卽同於子酉眞時視行



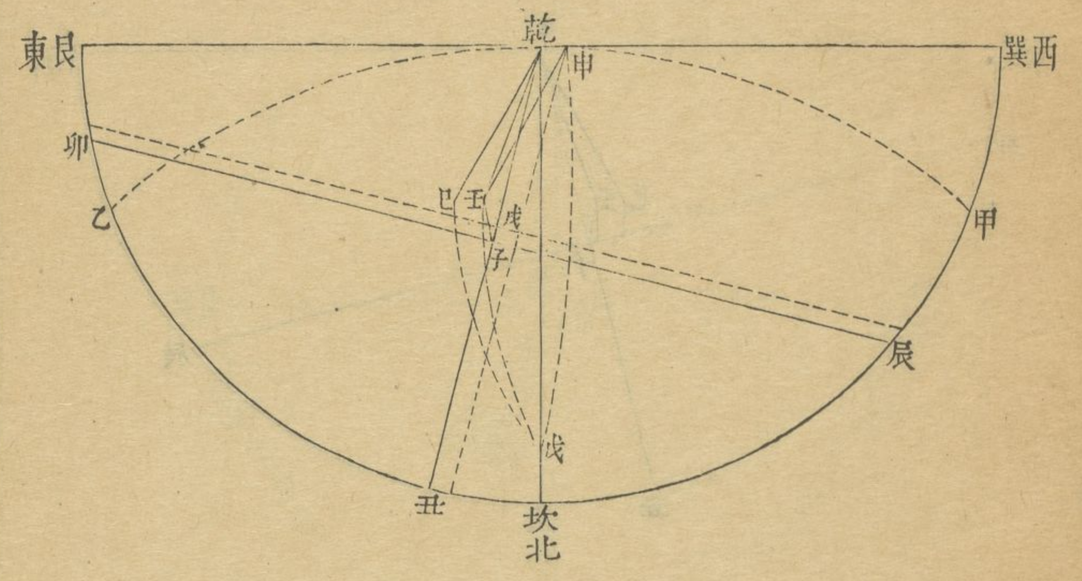
卽過一百八十度與全周相減。方爲兩視距所夾之角。乃用未壬子三角形。壬子爲用時兩心視相距。壬未爲設時兩心視相距。未壬子角爲所夾之角。用切線分外角法。求得子角五十二度二十九分四十五秒六九。爲對設時視距角。又求得子未邊五分五十



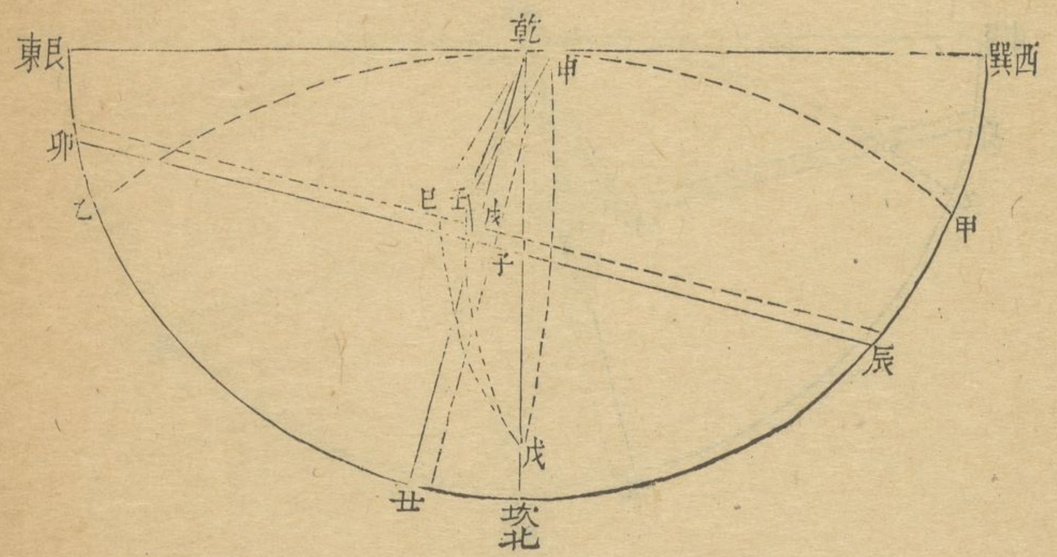
地面一也。既以人所處之地面爲日影心。而用時日影心在壬。設時日影心在巳。其故何也。此圖用三分之一。蓋人之所處原有定在。而太陽隨天西轉。其所照之地面時時不同。設時太陽既轉而西。人在壬視之。則乾點亦移而西矣。今仍就原



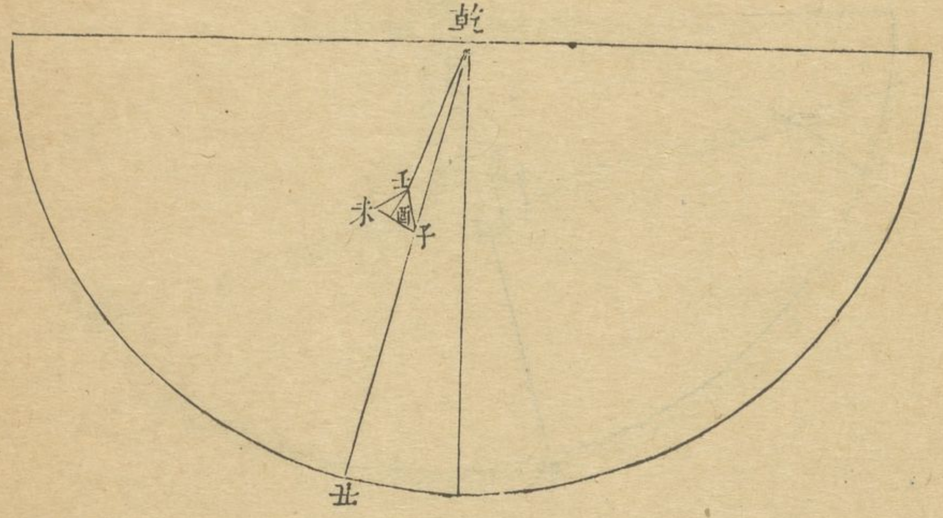
與眞時距分一十一分三十九秒八〇之比。與食甚用時相加。得午正三刻六分三十九秒爲食甚眞時。食甚用時白經在高弧西。月影視在西。眞時在用時後。故加。若白經在高弧東。月影視在東。眞時在用時前。則減。又求得壬酉垂線四分二十九秒。卽食甚眞時兩心視相距也。夫京師之



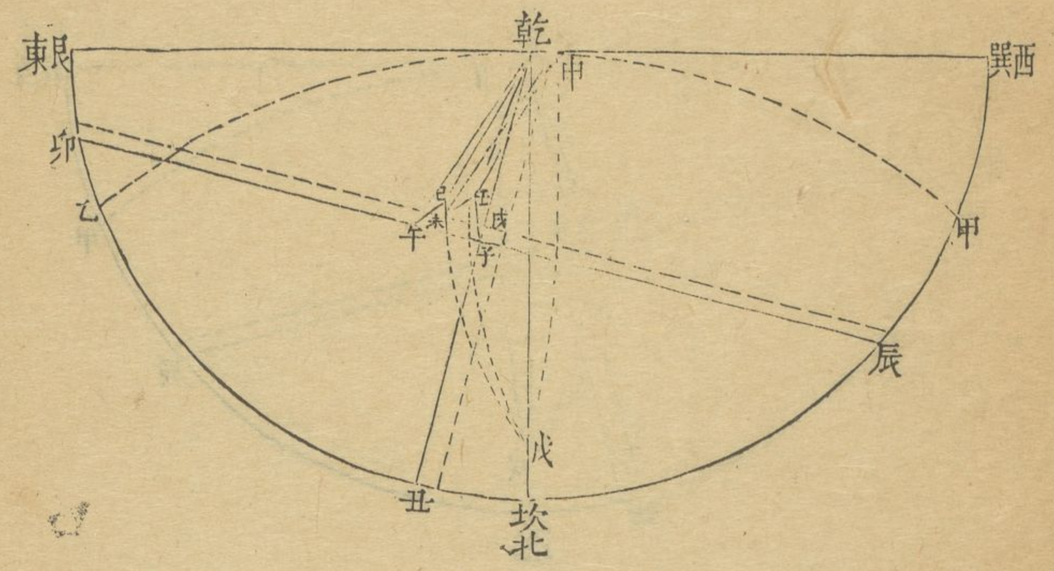
乾點立算。則人之視日。如在巳視乾。是非人所處之地面改也。日之所照者改也。若就一壬點立算。則設時日照地面正中之點。隨距等圈西轉至申。白道經圈西轉至戌。戌申爲太陽距北極與戌乾等。申戌爲距緯與子乾等。戌申戌角



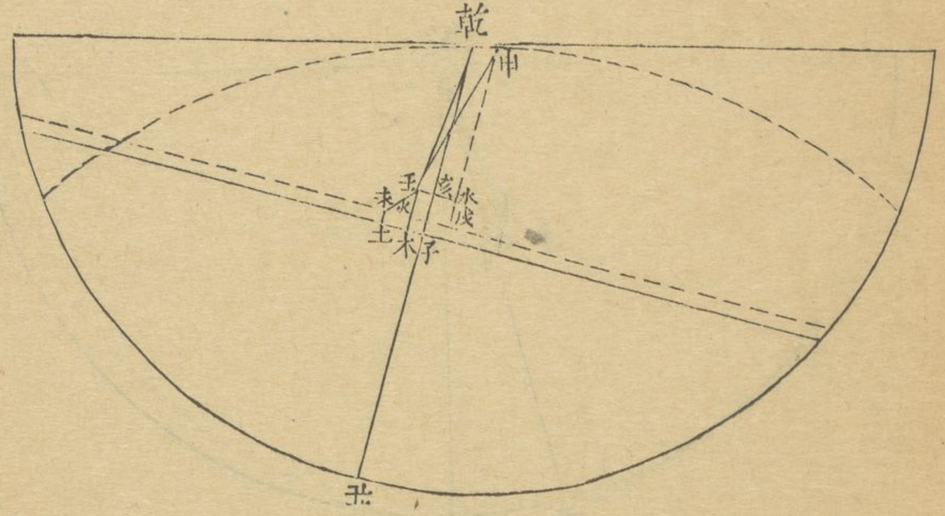
爲赤白二經交角與戌乾丑角等。戌壬爲京師北極距天頂與戌巳等。申戌壬角爲設時日距午西赤道度與乾戌巳角等。戌申壬角爲設時赤經高弧交角與戌乾巳角等。申壬爲設時太陽距天頂。卽設時高下差。與乾巳等。戌申壬角



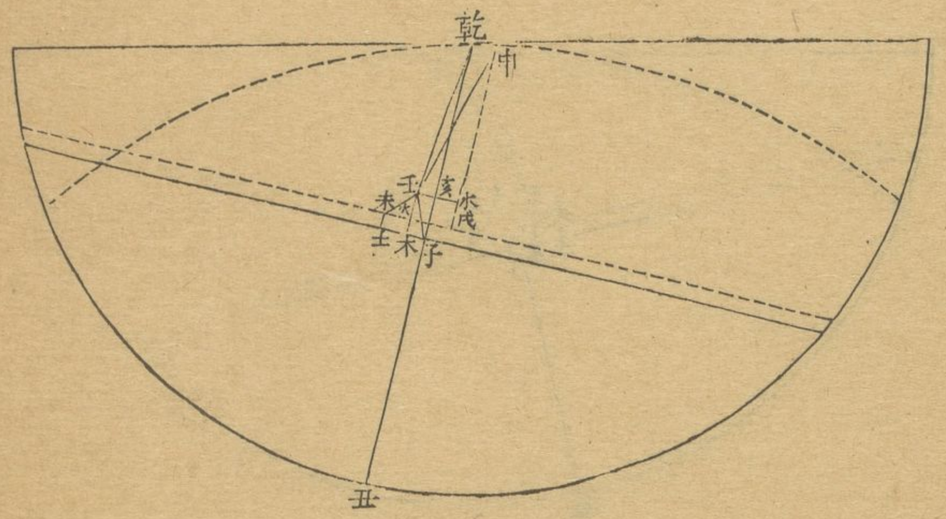
影心在未。是自用時至設時見月影心循子未線行。故子未爲設時視行。夫子未視行線既不與白道平行。則壬酉兩心相距最近之線。卽不與白道成直角。而與視行成直角。故以月影心臨於酉點爲食甚眞時。以壬酉垂線爲食甚兩



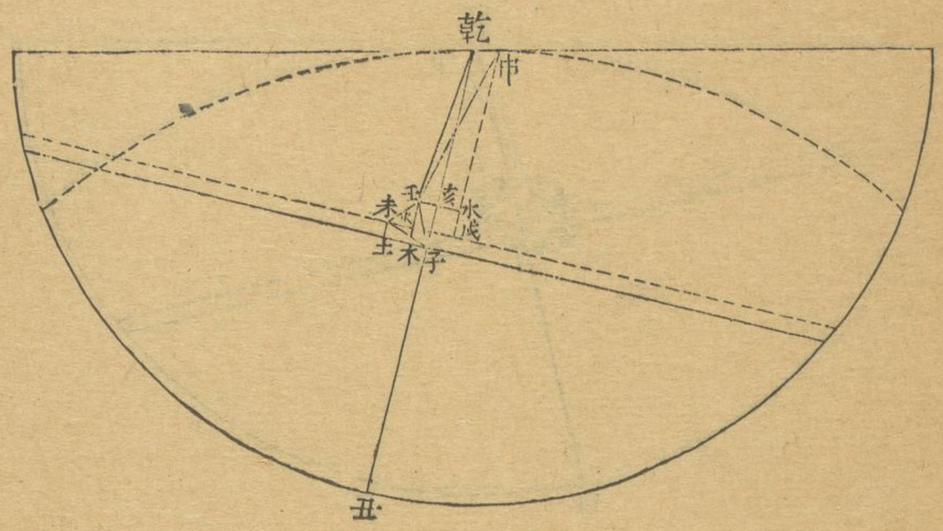
爲設時白經高弧交角與子乾巳角等。戌未爲設時距弧與子午等。未申戌角爲設時對距弧角與午乾子角等。壬申未角爲設時對兩心視相距角與巳乾午角等。人在壬視之。則日影心總在壬。而用時則見月影心在子。設時則見月



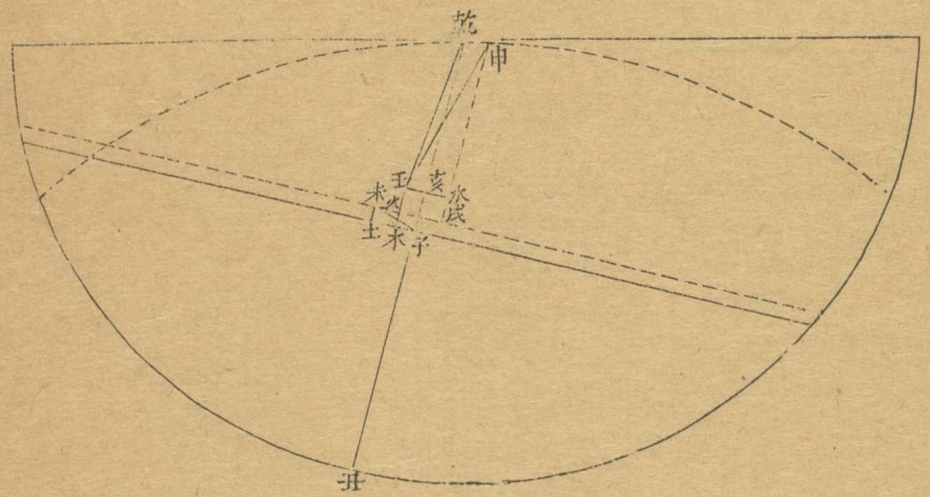
心視相距也。然則與舊法之可以相通者何也。蓋舊法從太陰取高下差。今從日影心當月天之度取高下差。形象雖殊。理數則一。試與白道平行作壬亥水線。與白經平行作壬火木線。及未土線。則壬亥即用時東西差。乾亥即用時南



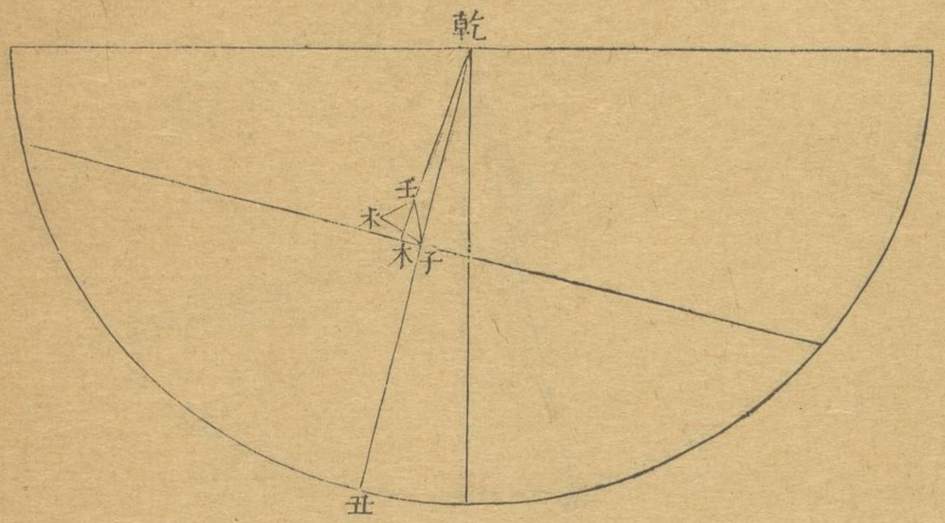
北差與乾子相減餘亥子。用壬亥子勾股形。亦可求壬子邊。壬水即設時東西差。申水即設時南北差。以申水與申戌相減餘壬火。壬火與水戊等。以壬水與戊未距弧相減餘火未。用壬火未勾股形。亦可求壬未邊。壬亥與火未相加得子土。壬亥



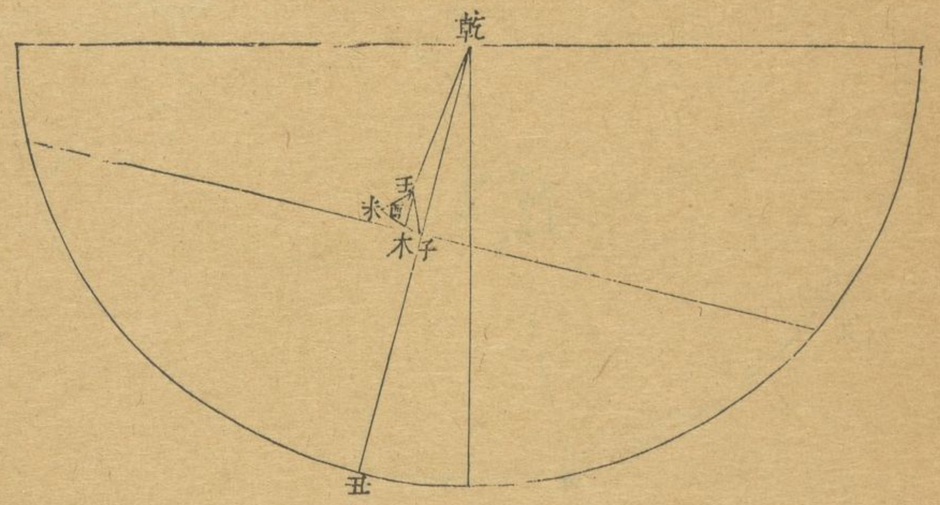
與子木等。火與木土等。壬火與亥子相減餘未土。亥子與壬木等。火木與未土等。用子未土勾股形。亦可求子未邊。既得三邊。則用壬子未三角形。亦可求中垂線矣。是則與舊法之可以相通者然也。然則與舊法之所以異者何也。按舊法當以壬水設時東西差



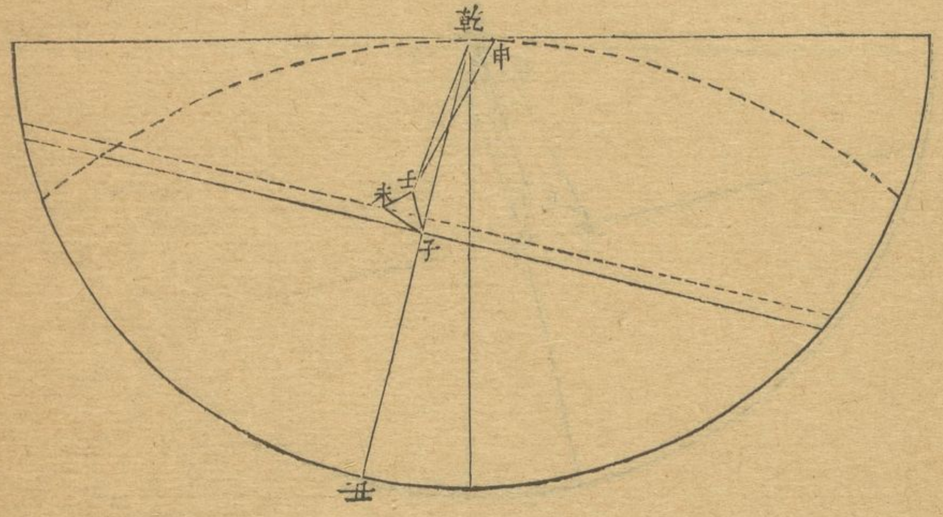
與戊未設時距弧相減。舊法以用時東西差爲距弧。故卽以兩東西差相減。餘火未與子木用時東西差相加。火未與木土等。子木與壬亥等。得子土爲設時視行。乃以白道度算。故以太陰視行經度臨於白道木點爲食甚眞時。壬木線與白道成直角。今以子未爲設時視行。不



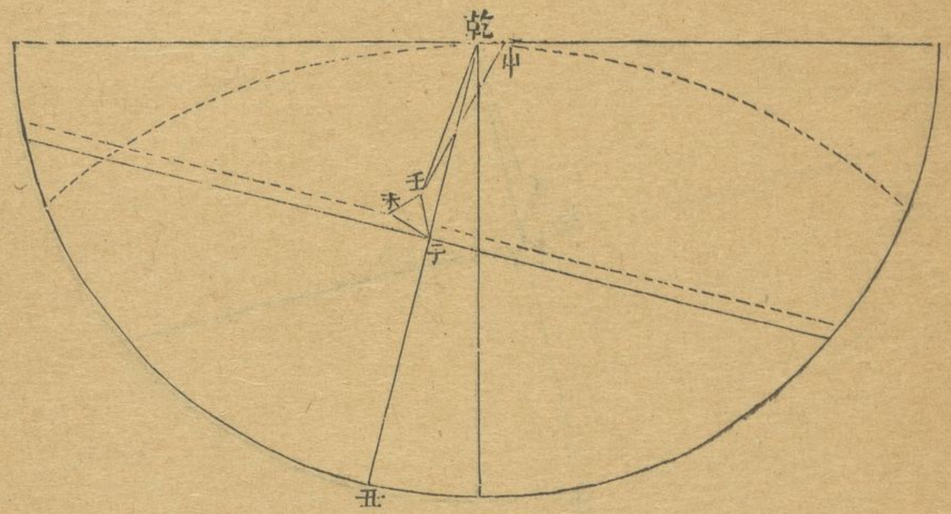
而近時視行又不正當木點。故又以近時視行與近時距分爲比例而得食甚眞時。今以實行至未點之時刻爲設時。故以設時視行與設時距分爲比例而得食甚眞時。其所不同者惟在視行與白道平行不平行之殊。若均以視行爲



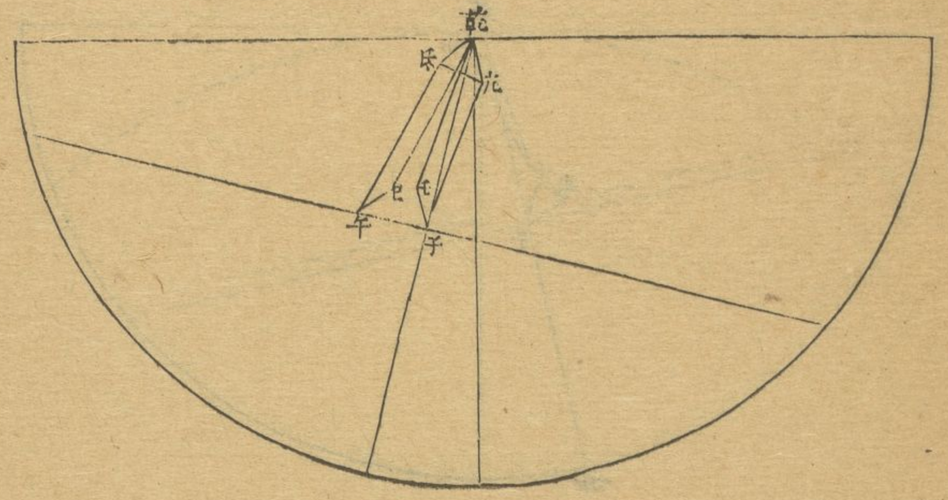
以白道度算。故以月影心臨於酉點爲食甚眞時。壬酉線不與白道成直角而與子未視行成直角。是則與舊法之所以異者然也。然則設時與近時之不同何也。蓋舊法以木點爲白道當太陽之度。故先求實行至木點之時刻爲近時。



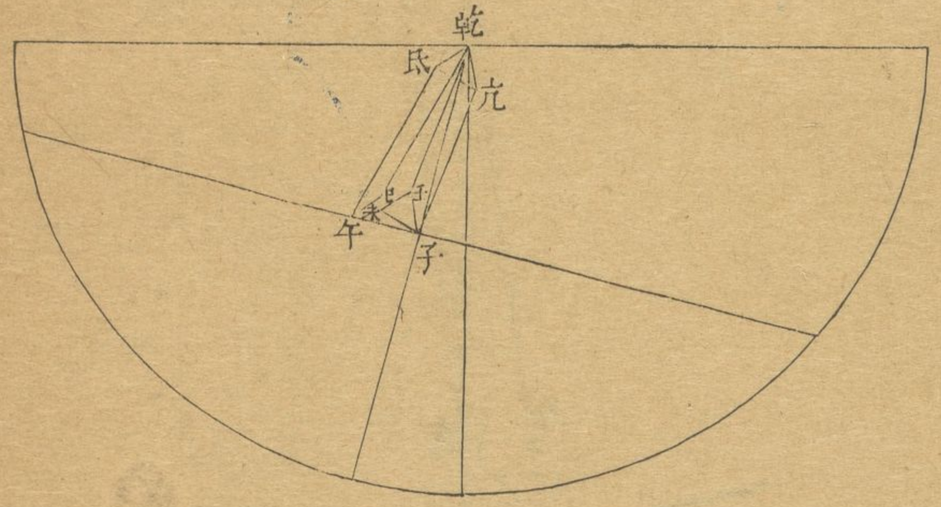
地心。乃太陽實高當月天之度。壬點之影。自日心照至地面。乃太陽視高當月天之度。（見前高下差篇。）故壬乾壬申皆爲高下差。夫太陽視高既當月天壬點。而用時月心原在月天子點。設時月心原在月天未點。故壬子壬未卽皆爲日月兩心



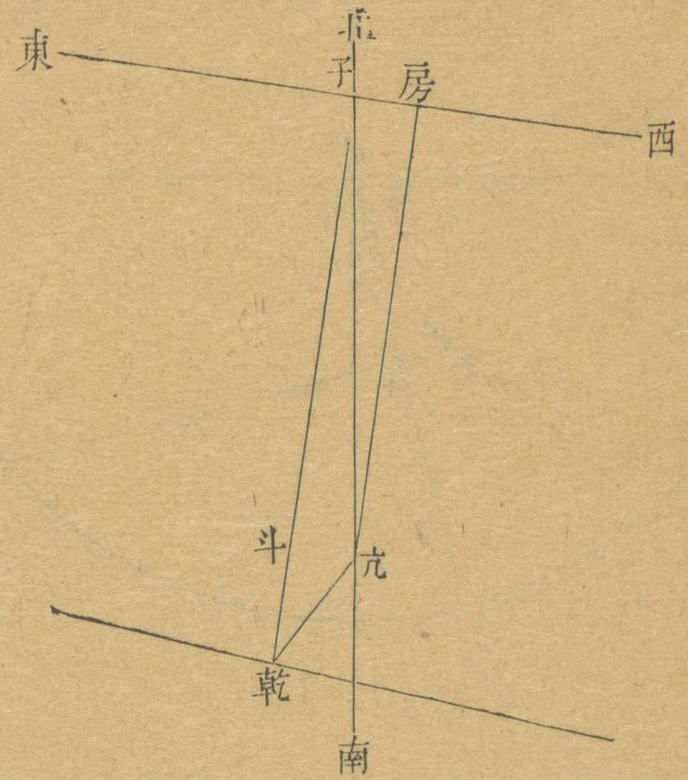
不與白道平行立算。則或用設時或用近時其所得眞時正自相同也。然則簡平與渾天之同異。何也。蓋渾天以仰觀立算。故以太陰當日天之度爲視差。簡平以俯視立算。故以太陽當月天之度爲視差。今乾申二點之影。自日心正射



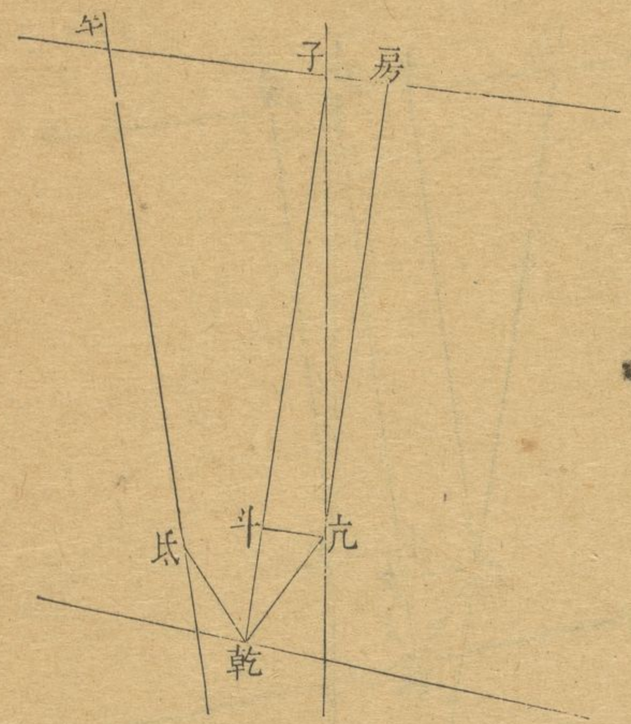
視相距。是以日天當月天之度算也。若以月天當日天之度而論。則用時月天壬點之度當日天之乾。而太陰子點卽當日天之亢。故子亢爲用時高下差與乾壬等。乾亢爲用時兩心視相距與壬子等。設時月天巳點之度當日天之乾。

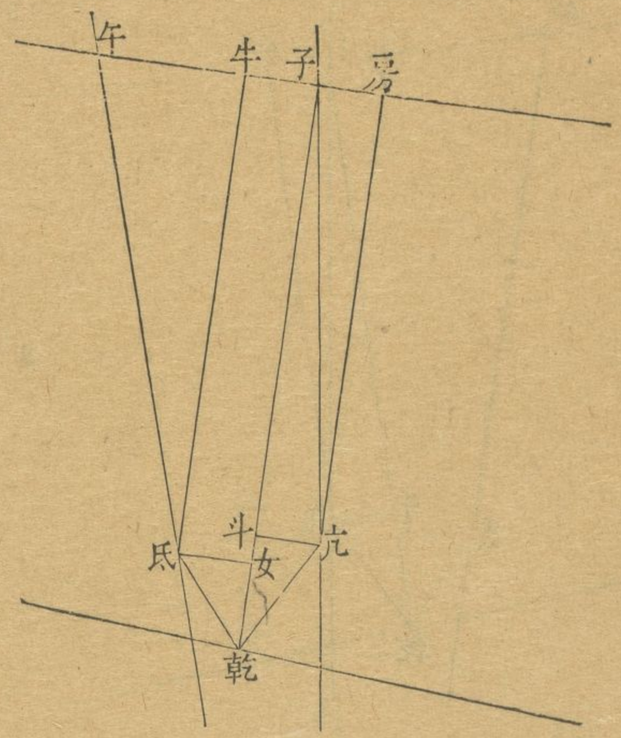


而太陰午點卽當日天之氐。故午氐爲設時高下差與乾巳等。乾氐爲設時兩心視相距與巳午等。亦與壬未等。而亢氐亦與子未等。是簡平與渾天本屬一理。但自圓外觀耳。如以圓內仰觀立算。則上爲北。下爲南。東西猶舊。此以白平象限在天

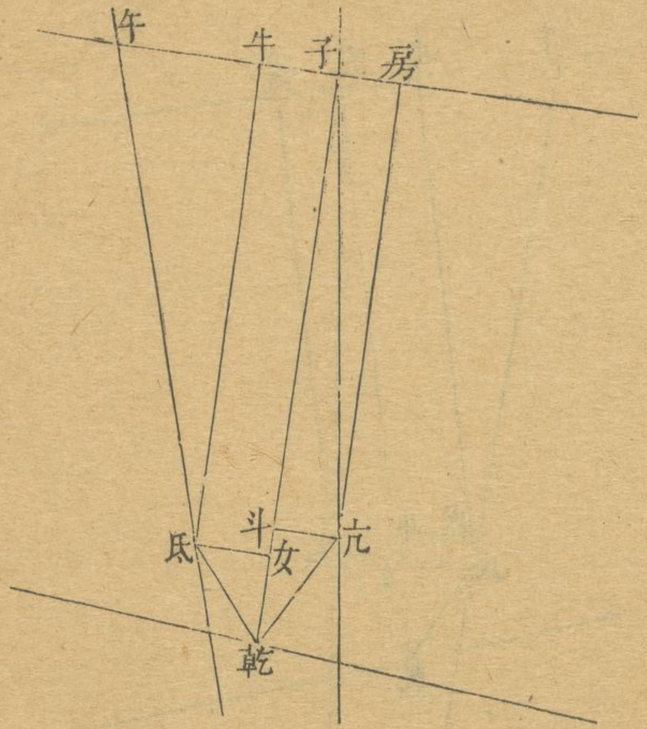


頂南而論。如白平象限在天頂北。則上爲南。下爲北。東西相反。用時日心在乾。月心實高在子。視高在亢。子亢爲用時高下差一十八分三十三秒三四。此圖用全分。乾子亢角爲用時白經高弧交角七度三十六分五十二秒五三。與子亢房角等。子房爲用時東西差二分二十七秒五三。與亢斗等。房亢爲用時南北差一十八分二十三秒五二。與子斗等。以子斗與子乾二十三分二十八秒四五相減。餘斗乾五分四秒九三。用乾斗亢勾股形。求得乾亢弦五分三十八秒七四。爲用時兩心視相距。設時日

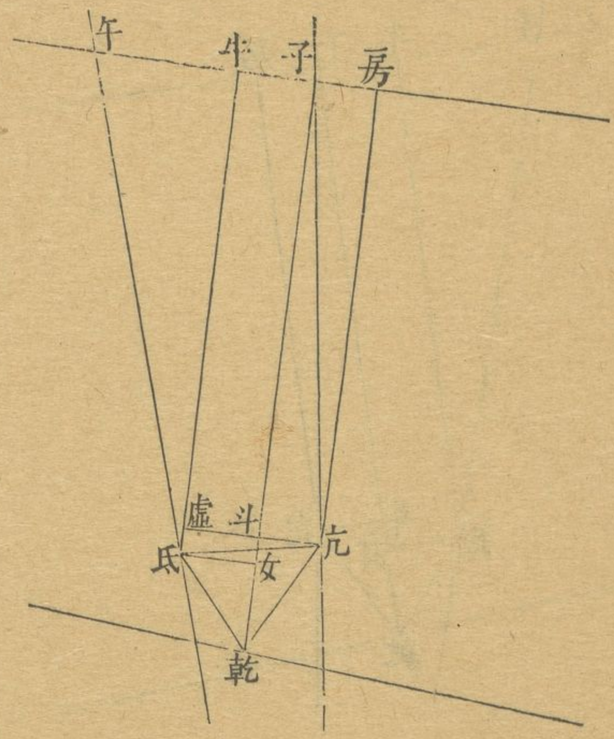




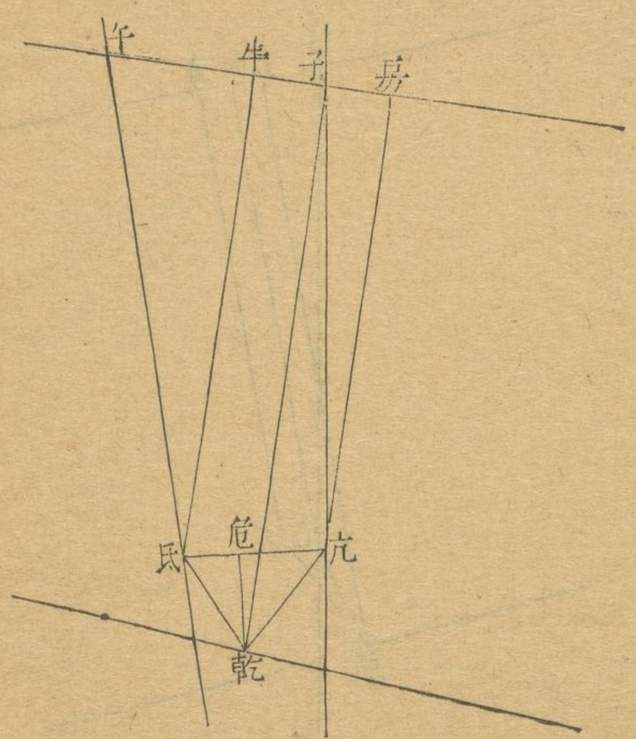
心仍在乾。月心實高在午。視高在氐。午氐爲設時高下差二十分二十五秒三五。午氐牛角爲設時白經高弧交角一十六度二十六分四十五秒八七。牛午爲設時東西差五分四十六秒九一。牛氐爲設時南北差一十九分三十五秒



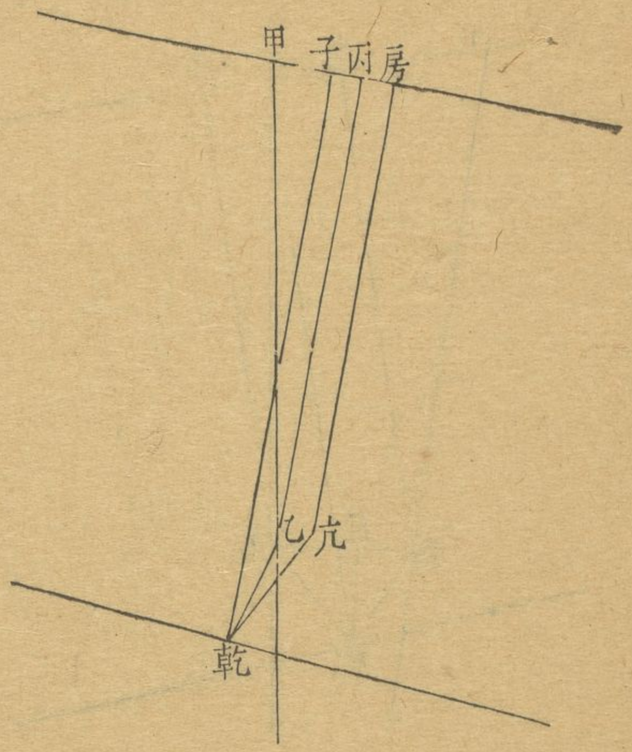
二二與子女等。以牛午與子午設時實距弧九分六秒相減。餘子牛三分一十九秒〇九。爲設時視距弧與女氐等。以子女與子乾相減。餘女乾三分五十三秒二三。用乾女氐勾股形。求得乾氐弦五分六秒六五。爲設時兩心視相距。次



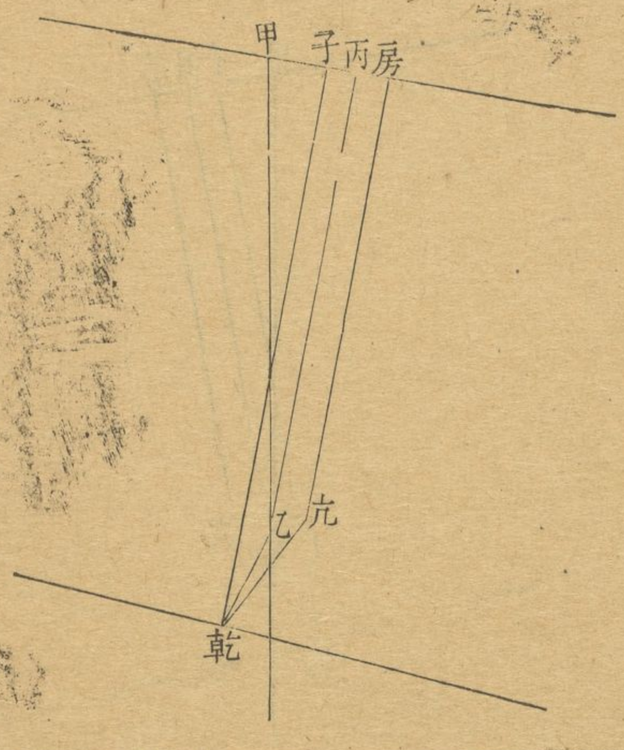
以女氐設時視距弧與亢斗用時東西差相加。女氐與斗虛等。得亢虛五分四十六秒六二。爲用設二時視距和。以房亢用時南北差與牛氐設時南北差相減。餘虛氐一分一十一秒七〇。爲用設二時緯差較。用亢氐虛勾股形。求得亢氐弦五



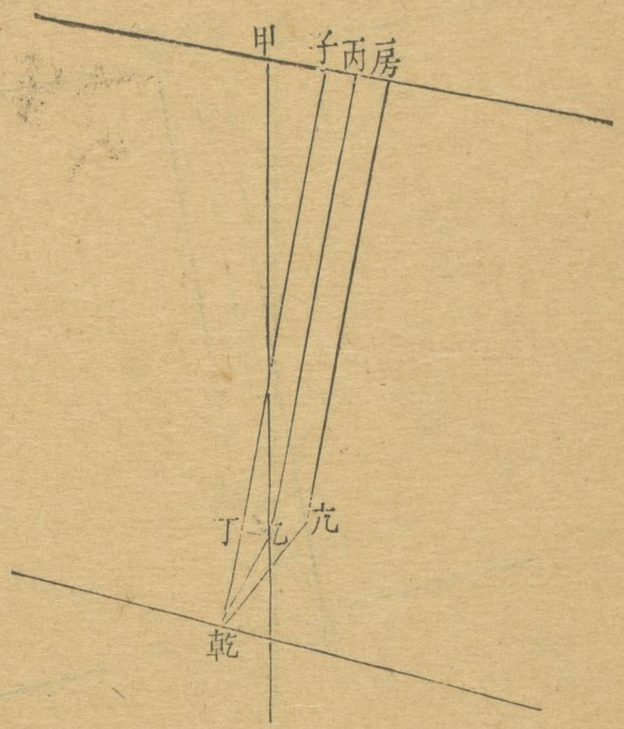
分五十三秒九六。爲設時視行。次用乾亢氐三角形。求中垂線。分爲兩勾股法。求得亢危分邊三分二十六秒二四。爲眞時視行。乾危垂線四分二十九秒。爲眞時兩心視相距。乾亢乾氐兩腰各自乘相減。以亢氐勾和除之。得勾較。與勾和相加折半。得亢危大勾。勾弦求股。得乾危垂線。其數



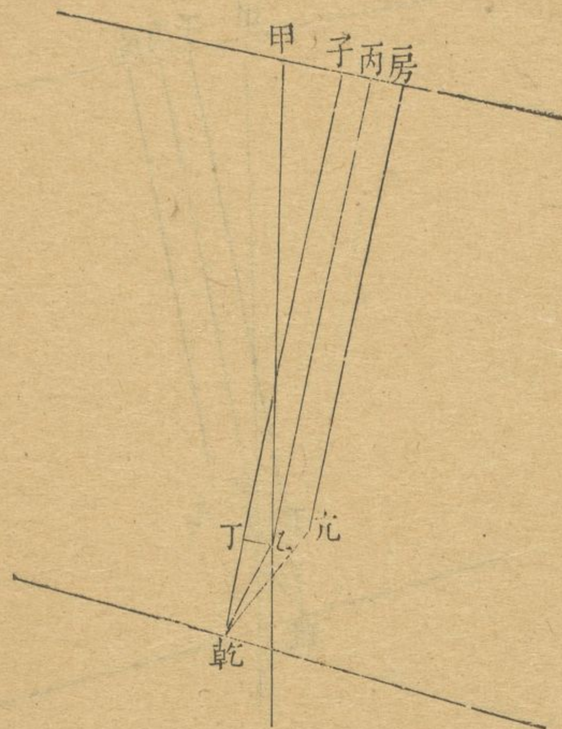
皆與前同。是東西南北差與實距視距一理也。如用近時之法算之。先以子房用時東西差二分二十七秒五三取子甲之分爲近時實距弧。以一小時兩經斜距二十七分一十六秒五六爲比例。而得近時距分五分二十四秒五二爲。



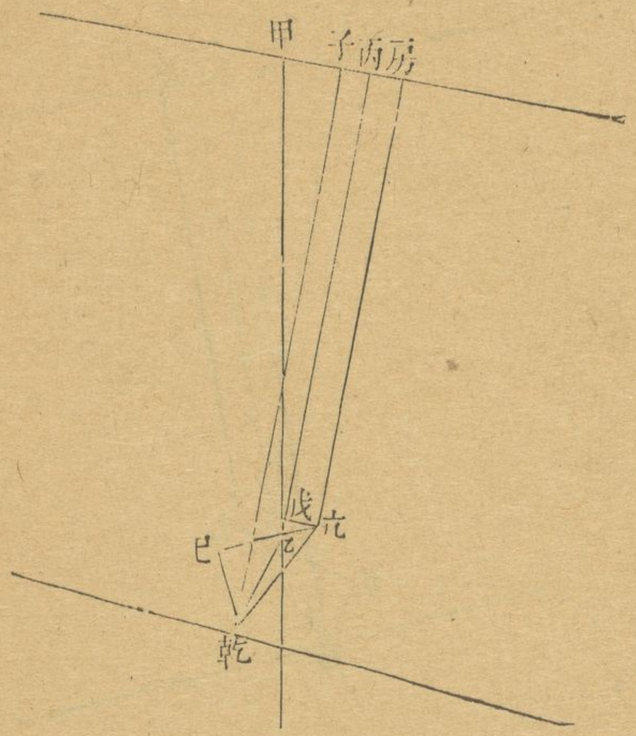
太陰行子甲弧之時分。即近時距用時之時分。與食甚用時午正二刻九分五十八秒九五相加。用時月在白平象限西。視經度差而西。近時在用時後。故加。若月在白平象限東。視經度差而東。近時在用時前。則減。得午正三刻零二十三秒四七。爲食甚近時。即太陰行至甲點之時刻。惟時太陰實高在



甲視高在乙甲乙爲近時高下差一十九分零百分秒之三十七按法求得甲乙丙角一十度一十二分一秒九二爲近時白經高弧交角甲丙爲近時東西差三分二十一秒九五丙乙爲近時南北差一十八分四十二秒三五與子丁等以子甲近時實距弧與甲丙近時東西差相減餘子丙五十四秒四二爲近時視距弧在實緯西即近時視行距實緯之弧月在白平象限西視經度差而西而東西差大於實距弧故爲緯西若小於實距弧則爲緯東月在限東反是與乙丁等以子丁近時南北差與子乾實緯二十三分二十八秒四

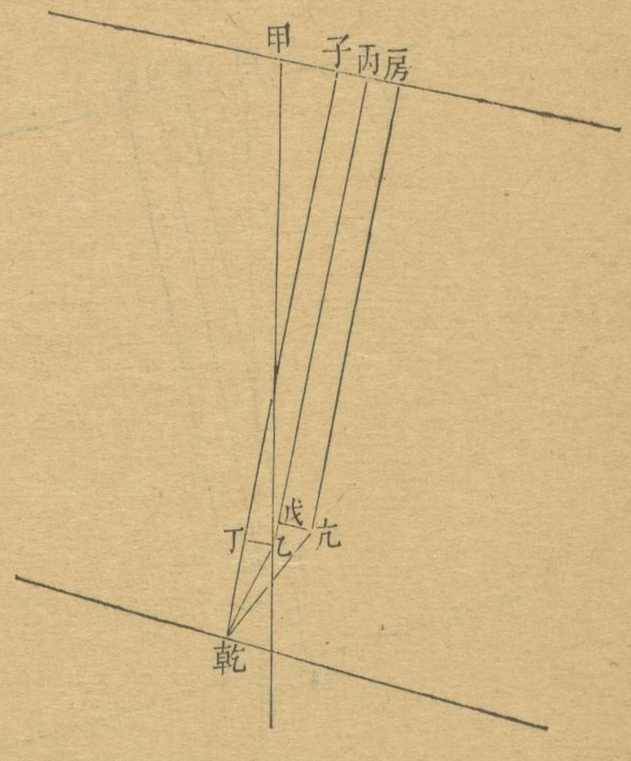


等以子甲近時實距弧與甲丙近時東西差相減餘子丙五十四秒四二爲近時視距弧在實緯西即近時視行距實緯之弧月在白平象限西視經度差而西而東西差大於實距弧故爲緯西若小於實距弧則爲緯東月在限東反是與乙丁等以子丁近時南北差與子乾實緯二十三分二十八秒四

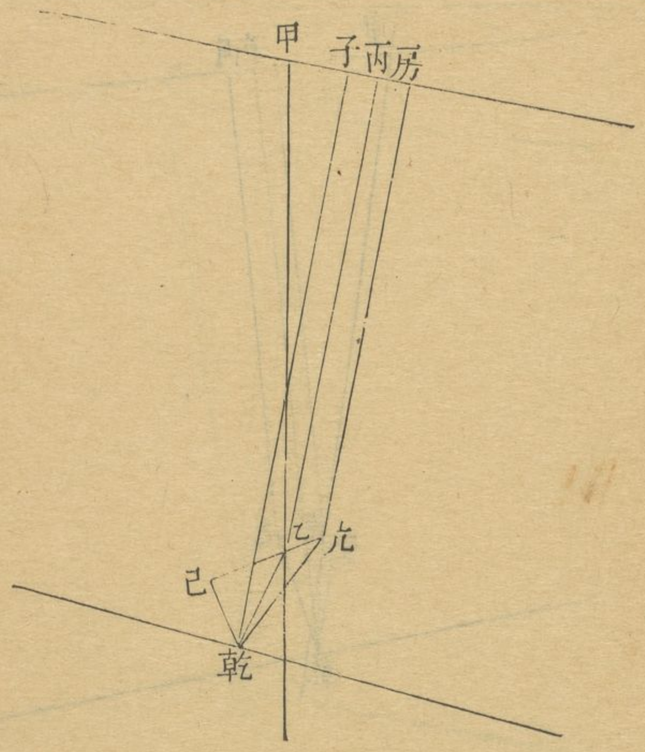


在緯西。故相減爲視距較。若一東一西。則相加爲視距和。以房亢用時南北差與丙乙近時南北差相減。房亢與丙戊等。餘戊乙一十八秒八三。爲用近二時緯差較。用亢戊乙勾股形。求得亢乙弦一分三十四秒九九。爲近時視行。即近時距用次時之視行。

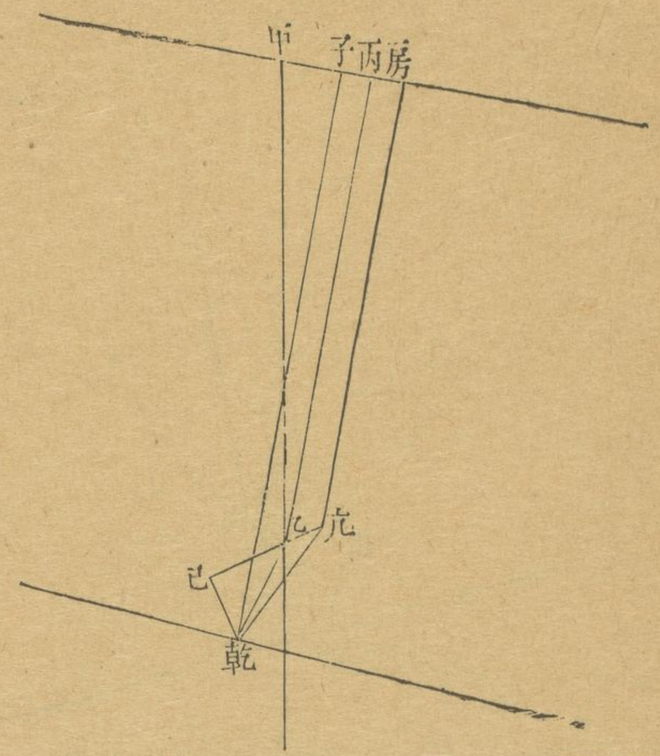
用乾亢乙三角形。求形外



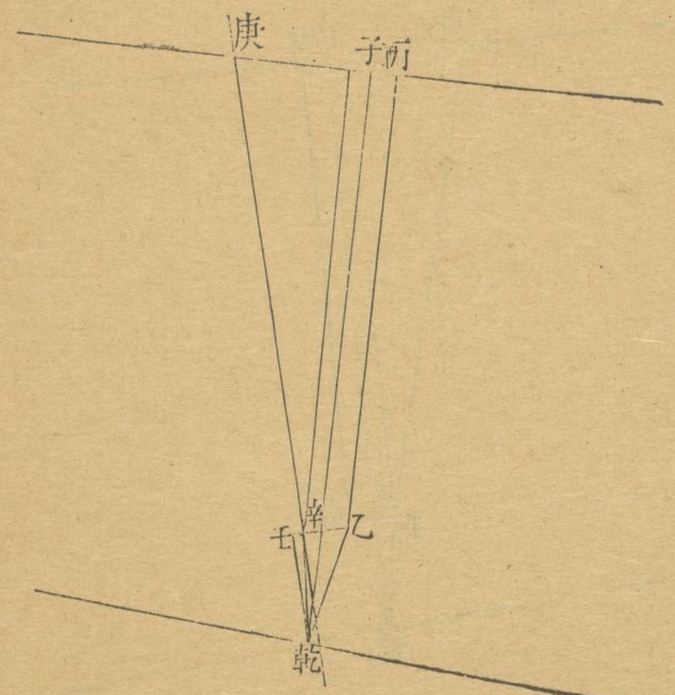
五相減。與丁乾四分四十六秒一〇。用乾丁乙勾股形。求得乾乙弦四分五十一秒二三。爲近時兩心視相距。次以子丙近時視距弧與子房用時東西差相減。餘丙房一分三十三秒一一。與亢戊等。爲用近二時視距較。用時東西差與近時視距弧同



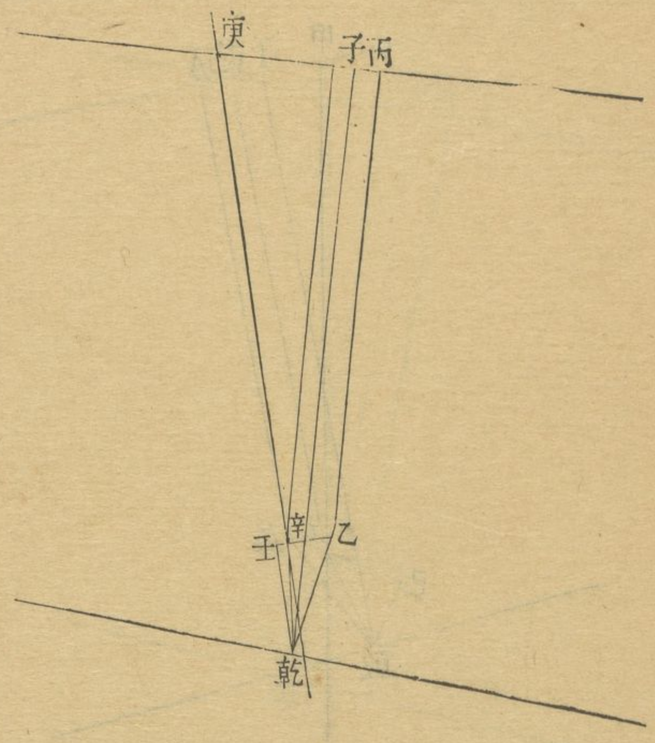
限西故加。限東則減。與近時同。得午正三刻六分三十九秒爲食甚眞時。又求得乾已垂線四分二十九秒。爲眞時兩心視相距。乾亢乾乙兩腰各自乘相減。以亢乙爲法除之。得數大於亢乙。則所得爲兩勾和。而亢乙爲兩勾較。故知垂線在形外若除得之數小於除之之數。則所得之數爲兩勾較。而除之之數爲兩勾和。即知垂線在形內。若除得之數與除之之數等。則知



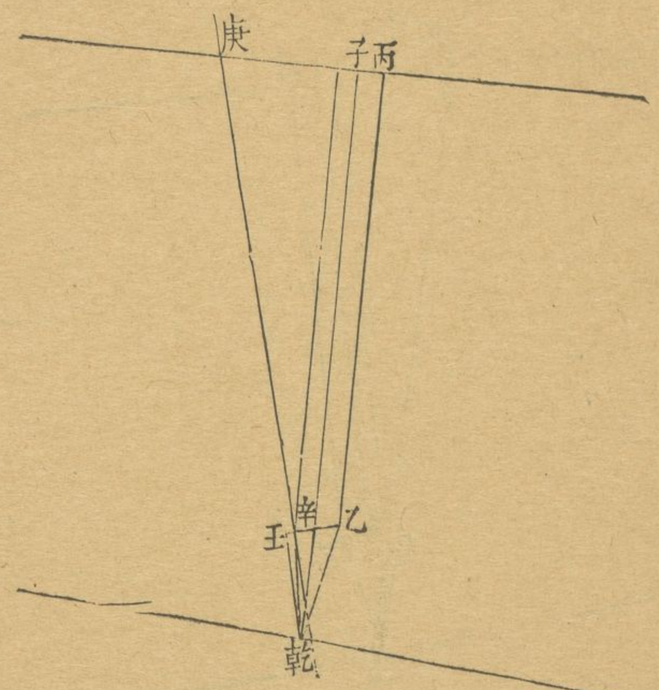
垂線補成兩勾股法求得亢己分邊三分二十五秒○三。爲眞時視行。即眞時距用時之視行。以亢乙近時視行與近時距分五分二十四秒五二之比。同於亢己眞時視行與眞時距分一十一分四十秒四六之比。即眞時距用時之時分。與食甚用時相加。



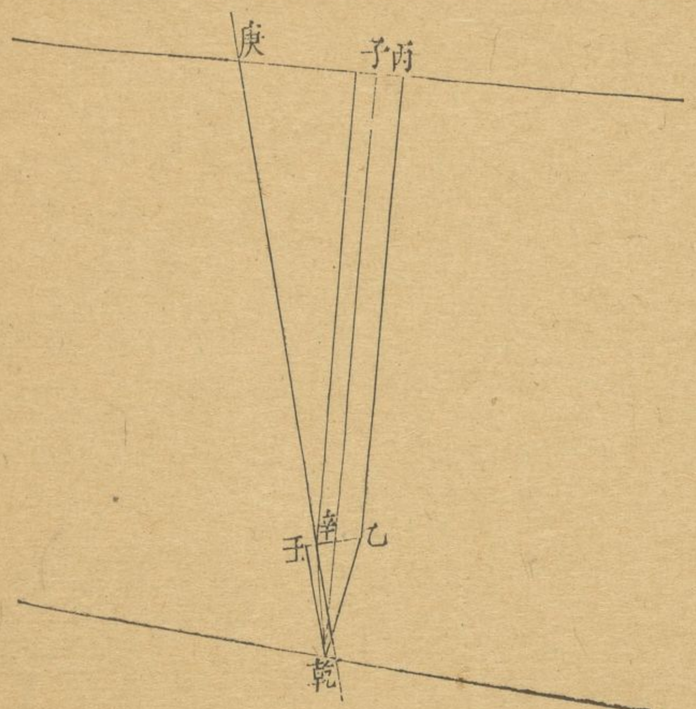
分五十秒四九。爲考眞時視行。乙壬邊五十一秒〇二。爲定眞時視行。乾壬垂線仍爲四分二十九秒。爲定眞時兩心視相距。以乙辛與考眞時距分六分一十五秒五三之比。即眞時距近時之時分。同於乙壬與定眞時距分六分一十七秒三二



小腰即係垂線。成直角也。其數與用設時所得同。是用近時與用設時一理也。乃以眞時午正三刻六分三十九秒。按前法求其實高在庚。視高在辛。乾辛兩心視相距果爲四分二十九秒。與前所求垂線合。而辛角猶未爲直角。故又求得乙辛邊一



之比。與近時相加得午正三刻六分四十秒七九。進爲四十一秒。始爲食甚定眞時焉。蓋食甚時兩心視相距之線。與視行成直角。故前後數秒之間。其相距皆相等。若秒下加小餘細考之。則午正三刻六分四十一秒之時。相距爲四分二十九



秒二三八九。其三十九秒之時。則相距猶爲四分二十九秒二三九九。至四十三秒之時。則相距又爲四分二十九秒二三九一。故以四十一秒之時爲相距尤近。然測候之際。至分已密。故推算之法。總以三十秒進一分。秒下之小餘。原

之推步而不忒矣

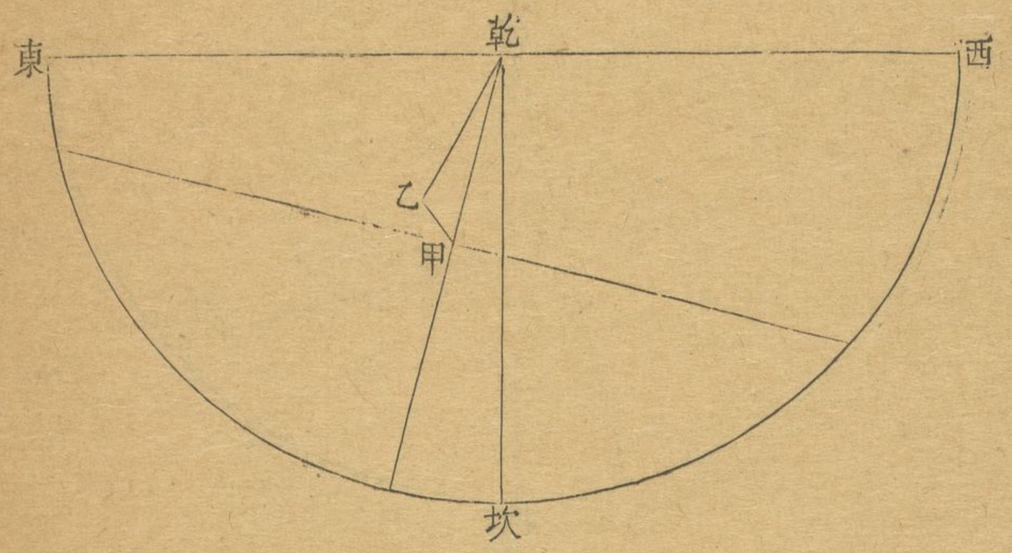
可不計。今考之又考者。第以求其確準耳。若用新數而以視行與白道爲平行算之。則早三分有奇。故今推視行之法。尤爲精密。至求近時。則猶求設時之法也。求視差。則猶求視距之法也。理無殊塗。法歸一致。庶幾質諸往昔而無疑。用

求日食初虧復圓時刻　方位附

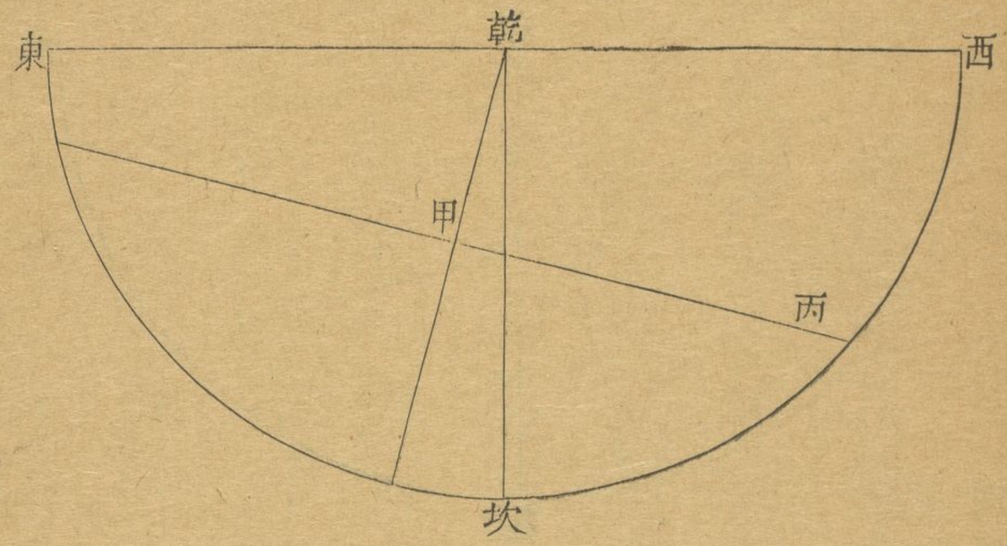
日食求初虧復圓時刻。先以食甚視緯爲一邊。併徑爲一邊。以視緯交白道之角爲直角。用正弧三角形法。求得初虧復圓距食甚之弧。以一小時月距日實行比例得時分。與食甚眞時相加減。爲初虧復圓用時。次以初虧復圓用時各求其東西差。與食甚眞時之東西差相較。得初虧復圓視行。與初虧復圓距弧比例得時分。與食甚眞時相加減。爲初虧復圓眞時。上編言之詳矣。見日食三限時刻及求初虧復圓用時眞時篇。今食甚眞時

兩心視相距與視行成直角。初虧復圓距食甚之弧亦卽視行之度。則求初虧復圓用時以食甚視行爲比例。較之以月距日實行爲比例者。必爲近之。且初虧復圓用時之東西差既不與食甚眞時等。則南北差亦不等。雖以初虧復圓視行比例得時分。而其時之兩心視相距亦未必與併徑等。然則卽以視行比例之時分與食甚眞時相加減。猶未必卽爲初虧復圓眞時也。近日西法初虧復圓各設一時爲前設時。求其兩心視相距。太陰如食甚用時兩心視相距與併徑相去不遠。則以食甚眞時爲初虧復圓前設時。小則向後設。大則向前設。又設一時爲後設時。亦各求其兩心視相距。前設時兩心視相距小於併徑。初虧向前設。復圓向後設。大於併徑。初虧向後設。復圓向前設。乃以兩視距之較爲一率。兩設時之較爲二率。後設時兩心視相距與併徑之較爲三率。求得四率爲初虧復圓眞時距分。與初虧復圓後設時相加減。得初虧復圓眞時。前設時兩心視相距小於併徑。初虧減。復圓加。大於併徑。初虧加。復圓減。然後又以眞時各考其兩心視相距。果與併徑等。方爲定眞時焉。蓋初

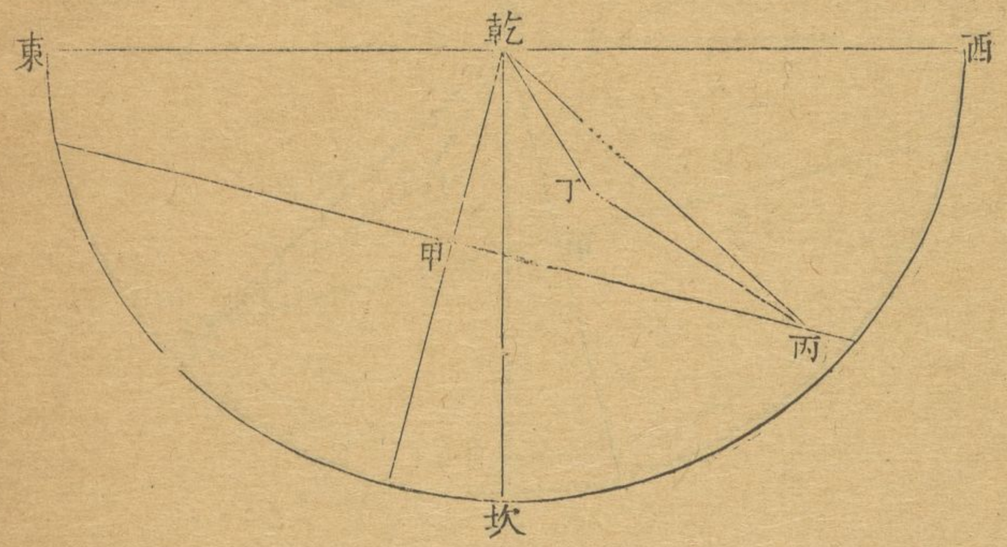
虧兩周初切。復圓兩周初離。日月兩心視相距必與併徑等。故務求其恰合而初虧復圓乃爲確準也。雖其數比舊法所差無多。而其理甚爲細密。至於設時之法。則亦猶食甚用時近時之義耳。今亦如食甚之次第。先求初虧復圓用時。（即前設時。）次求初虧復圓近時。（即後設時。）俾學者知設時之準。而其求兩心視相距與以兩視距比例時分。則猶是設時之法也。既得初虧復圓兩心視相距與併徑等。則求得併徑與高弧相交之角。即爲方位角。圖說並詳於左。



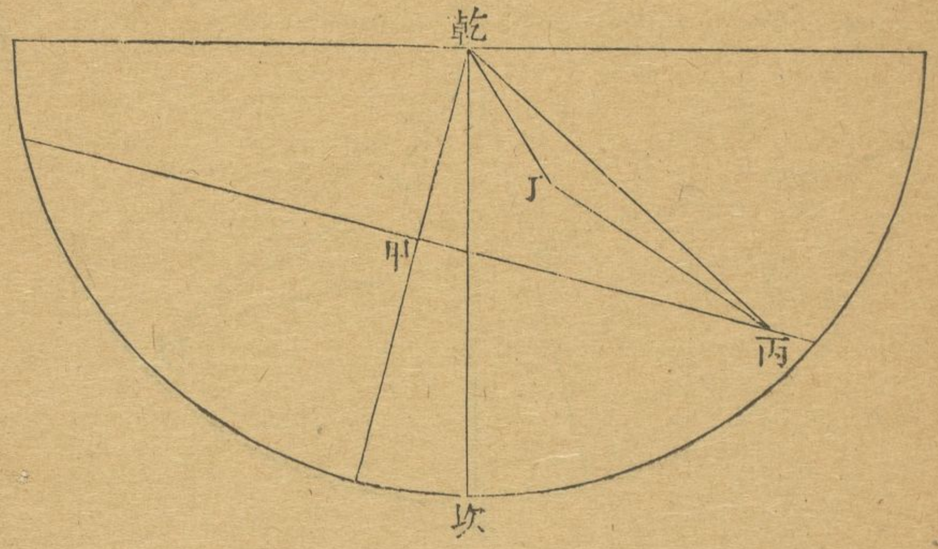
如雍正八年六月戊戌朔日食。日月實併徑三十分一十八秒六五。食甚用時午正二刻九分五十八秒九五。乾甲兩心實相距在黃道北二十三分二十八秒四五。甲乙兩心視相距五分三十八秒七四。小於併徑遠甚。故向前取午初



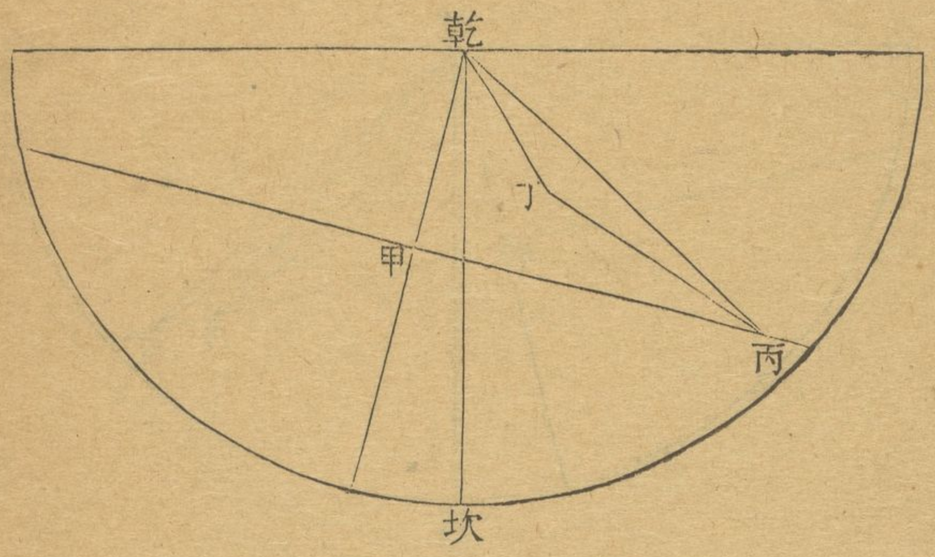
初刻四分爲初虧前設時。與食甚用時相減。餘一時三十五分五十八秒九五。與一小時兩經斜距二十七分一十六秒五六爲比例。得四十三分三十八秒○一。自甲向前截之於丙。則丙點爲初虧前設時月影心。甲丙爲初虧前設時



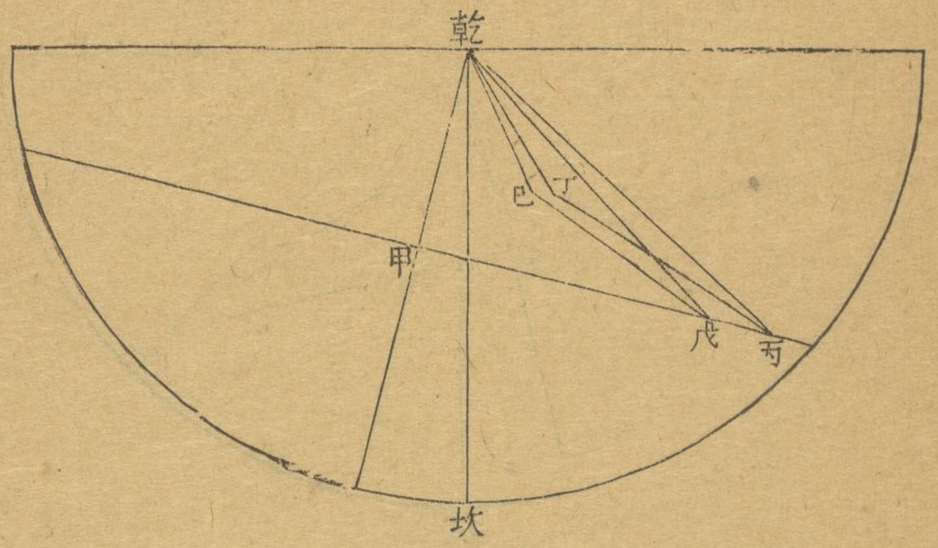
距弧。求得甲乾丙角六十一度四十三分一十三秒四七。爲對距弧角。乾丙邊四十九分三十二秒八三。爲初虧前設時兩心實相距。又以初虧前設時赤經高弧交角二十九度五十六分五十一秒○一。取坎乾丁角。午前赤經在高弧東。故從赤經向西



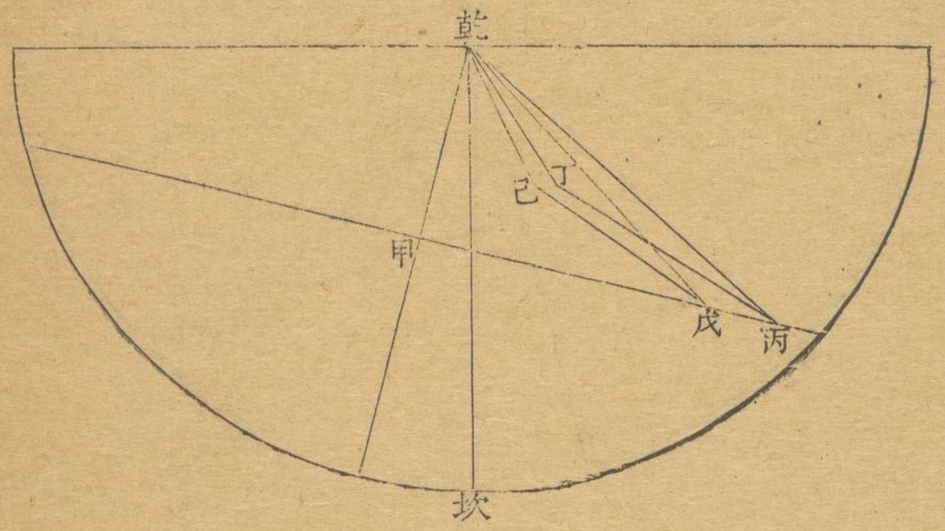
取高弧角。以本時日距天頂二十一度四十九分一十一秒〇八之高下差二十分零百分秒之五十一。取乾丁之分。則丁點爲初虧前設時日影心。求得甲乾丁白經高弧交角四十五度三分六秒八七。與甲乾丙對距弧角相減。餘丁乾丙



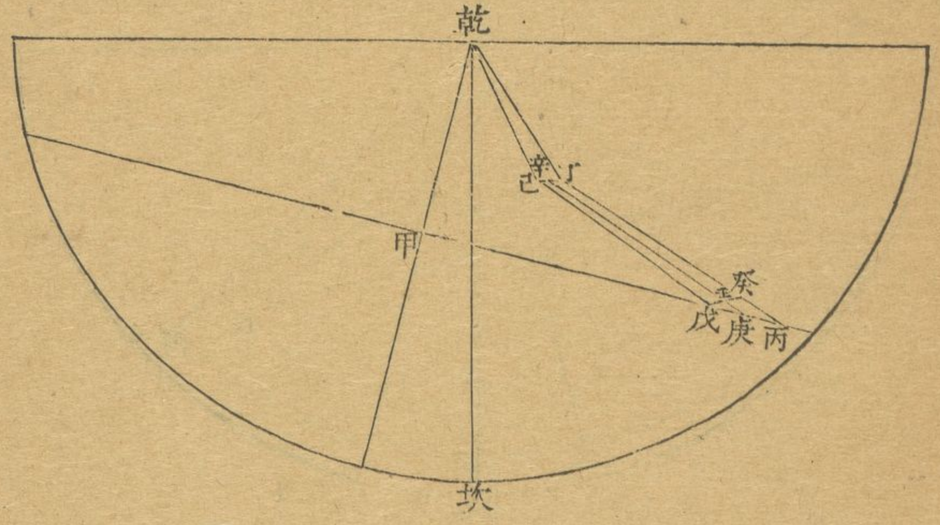
角一十六度四十分六秒六〇。爲對兩心視相距角。用乾丁丙三角形。求得丁角一百五十二度三十八分零百分秒之八十三。爲對兩心實相距角。丁丙邊三十分五十五秒〇一。爲初虧前設時兩心視相距。比併徑大三十六秒三六。



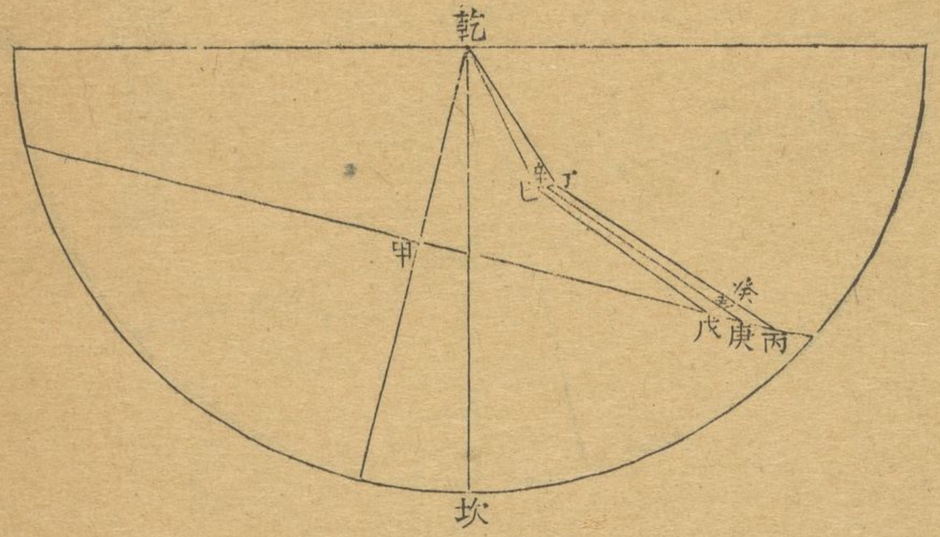
則初虧眞時必在前設時之後故又向後取午初初刻八分爲初虧後設時依法求得甲戊距弧四十一分四十八秒九一甲乾戊對距弧角六十度四十一分二十七秒六三乾戊兩心實相距四十七分五十七秒二一甲乾己白經高



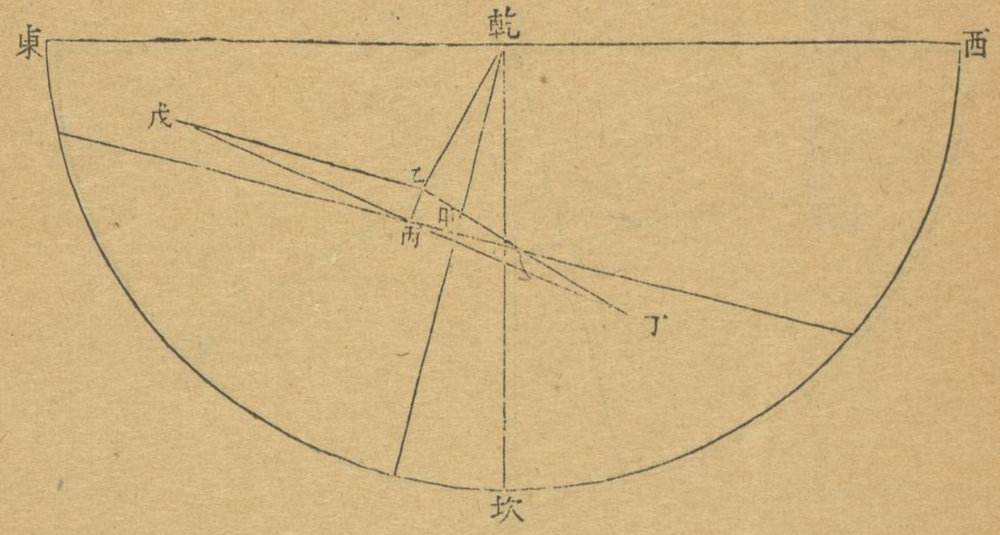
弧交角四十三度二十二分六秒七一己乾戊對兩心視相距角一十七度一十九分二十秒九二戊己乾對兩心實相距角一百五十一度二十二分四十四秒一一戊己兩心視相距二十九分四十八秒四四比併徑小三十秒二一



夫丙丁既大於併徑。戊己既小於併徑。則併徑必在二線之間如庚辛。乃自丁至己作丁己線。又取戊己之分截丙丁線於癸。作戊癸線。則癸丙爲兩視距之較一分六秒五七。丙戊爲兩設時之較四分。壬庚爲後設時視距小於併徑之

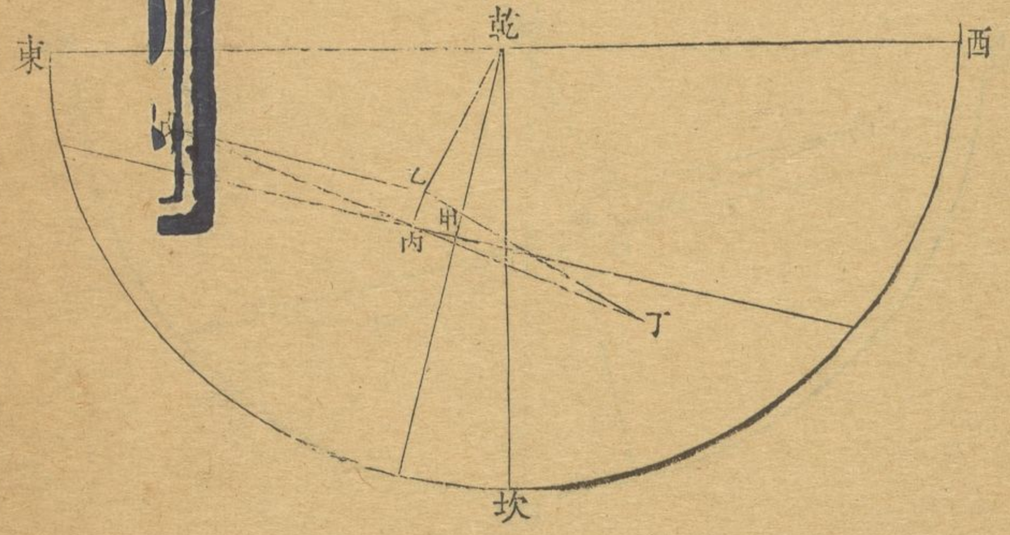


較三十秒二一。以丙癸與丙戊之比。同於壬庚與庚戊一分四十八秒九一之比爲初虧眞時距分。與初虧後設時相減。後設時兩心視相距小於併徑故減。得午初初刻六分一十一秒。○九爲初虧眞時。再以初虧眞時考其兩心視相距。果得三十分一

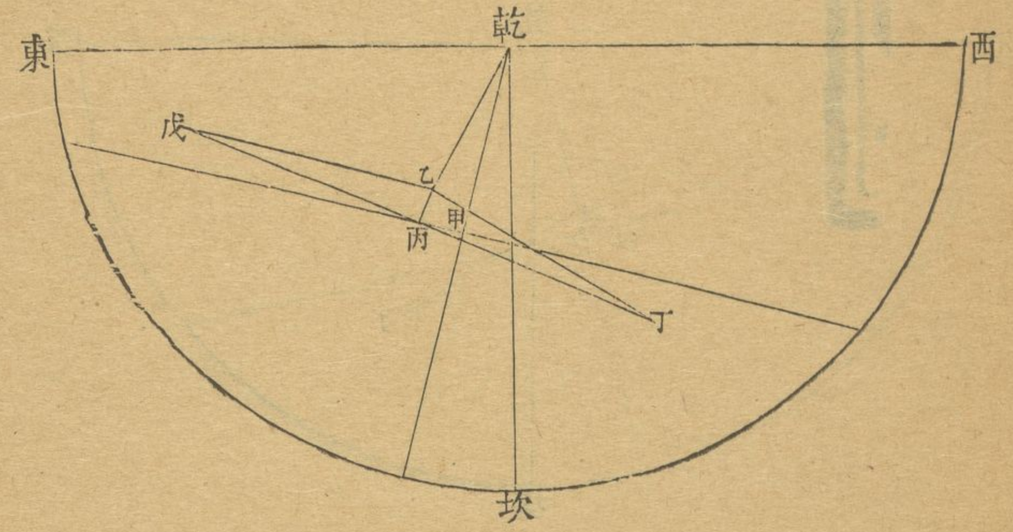


十八秒六三與併徑合。則初虧眞時卽爲初虧定眞時。其對考眞時兩心實相距角一百五十一度五十七分二十秒。卽初虧方位角。復圓倣此。

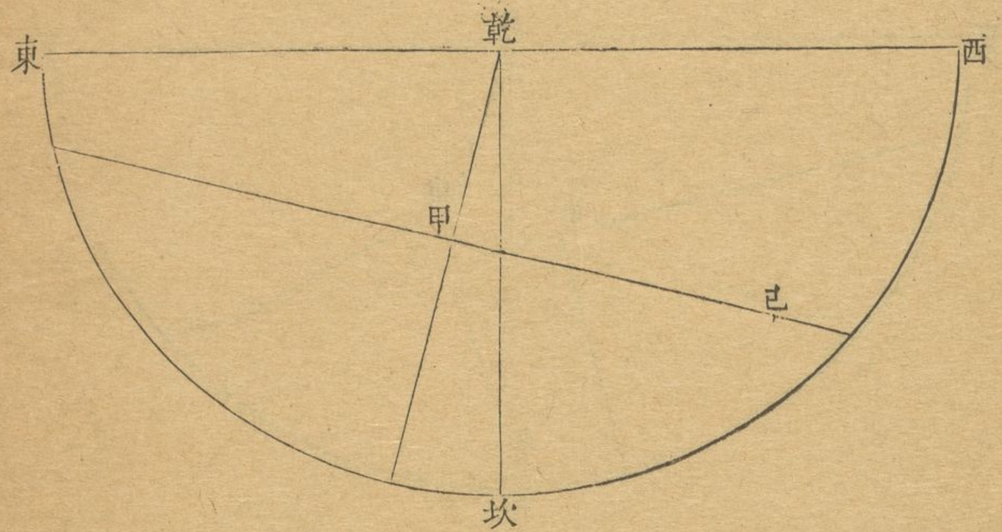
又法。先求初虧用時乾甲爲食甚實緯。卽食甚用時兩心實相距。乙爲食甚眞時日影心。丙



爲食甚眞時月影心。乙丙爲食甚眞時兩心視相距四分二十九秒二四。與乙丙取直角作線。以日月併徑三十分一十八秒六五。取乙丁。乙戊之分。合成乙丙丁。乙丙戊。兩勾股形。求得丙丁股二十九分五十八秒六一。與戊丙等。爲初

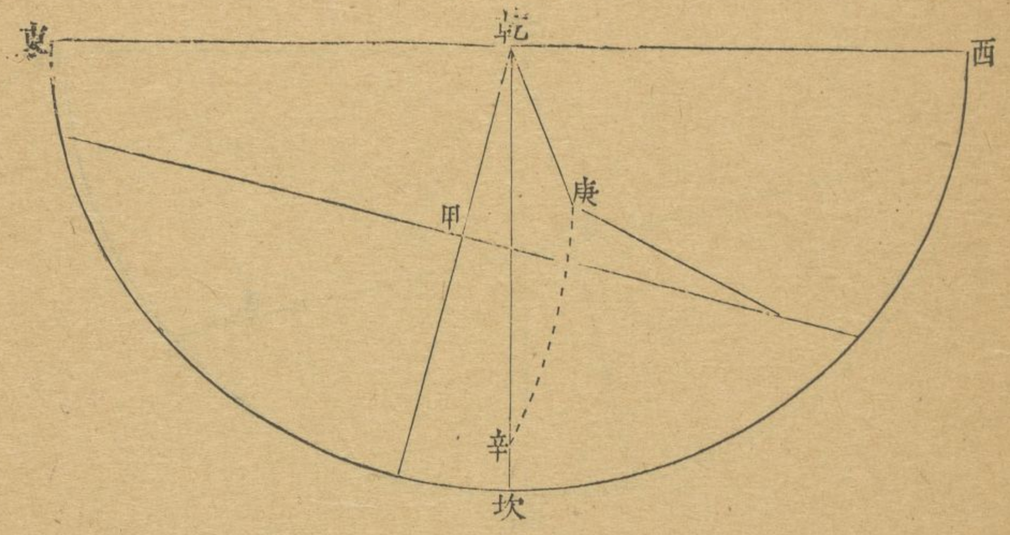


虧復圓平距。初虧復圓距食甚用時之度名距弧。故此名平距以別之。次以食甚定眞時視行一分五十一秒〇二爲一率。卽食甚眞時距食甚近時之視行。定眞時距分六分一十七秒三二爲二率。卽食甚定眞時距食甚近時之時分。俱見前篇。初虧復圓平距爲三率。求得四率一時四十一分五十二

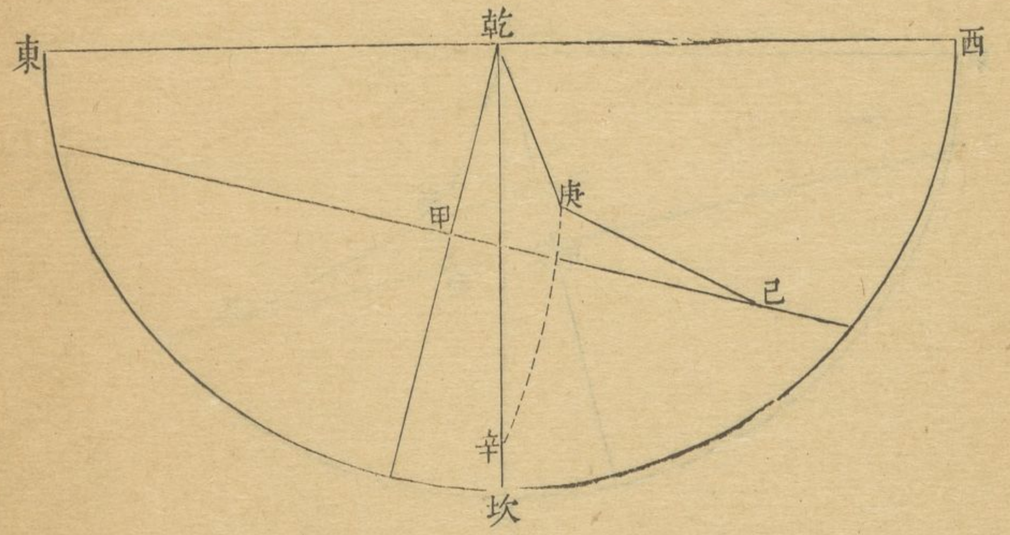


秒六六。爲初虧復圓用時距分。與食甚定眞時相減。得午初初刻九分四十八秒一三。爲初虧用時。以用時距分與食甚定眞時相加。得未正二刻三分三十三秒四五。爲復圓用時。

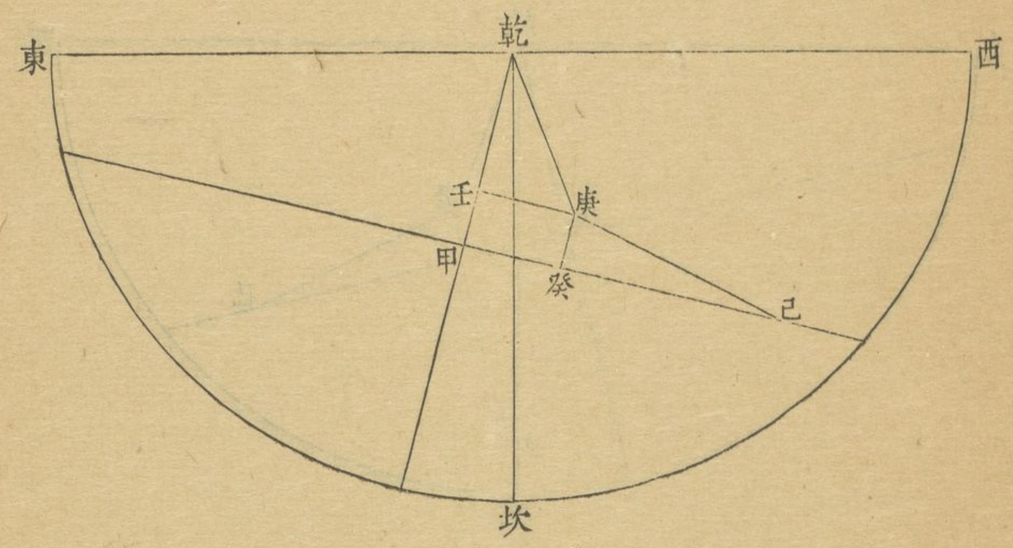
初虧用時月影心在已甲已爲初虧用時距弧四十



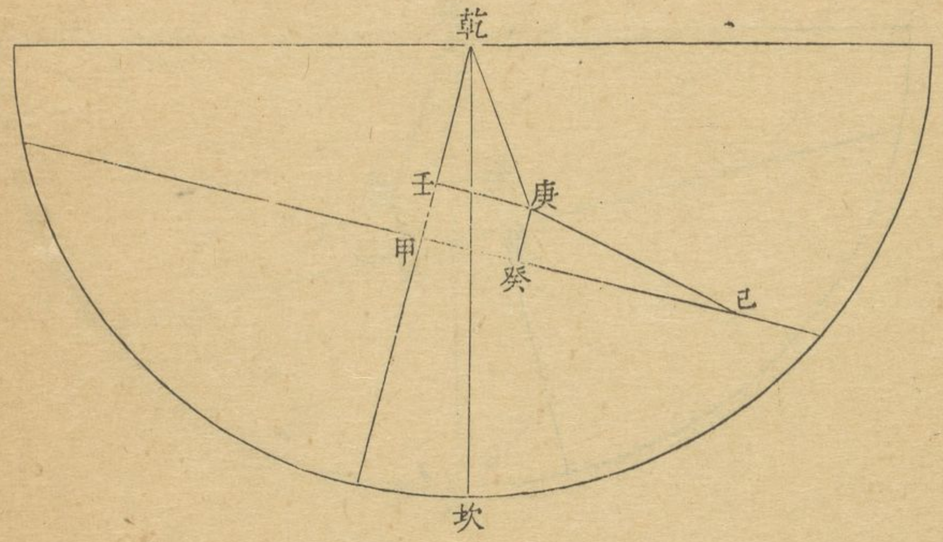
分五十九秒七五。以初虧用時與食甚用時相減。餘一時三十分一十秒八二。與一小時兩經斜距二十七分一十六秒五六爲比例。得初虧用時距弧。日影心在庚。辛庚爲京師北極距天頂五十度五分。乾辛爲日距北極六十八度二十一分四十七秒九八。庚辛乾角爲日距午東一十二度三十二



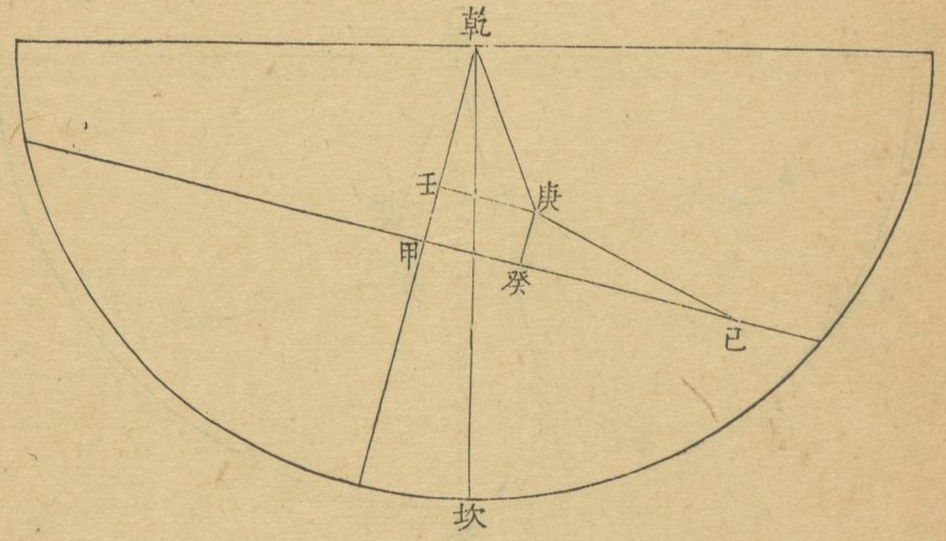
分五十八秒〇五。乾庚爲日距天頂二十一度一十分一十八秒二二。在地則爲初虧用時高下差一十九分二十六秒五三。庚乾辛角爲初虧用時赤經高弧交角二十七度二十八分四十五秒一〇。與辛乾甲赤白二經交角一十五



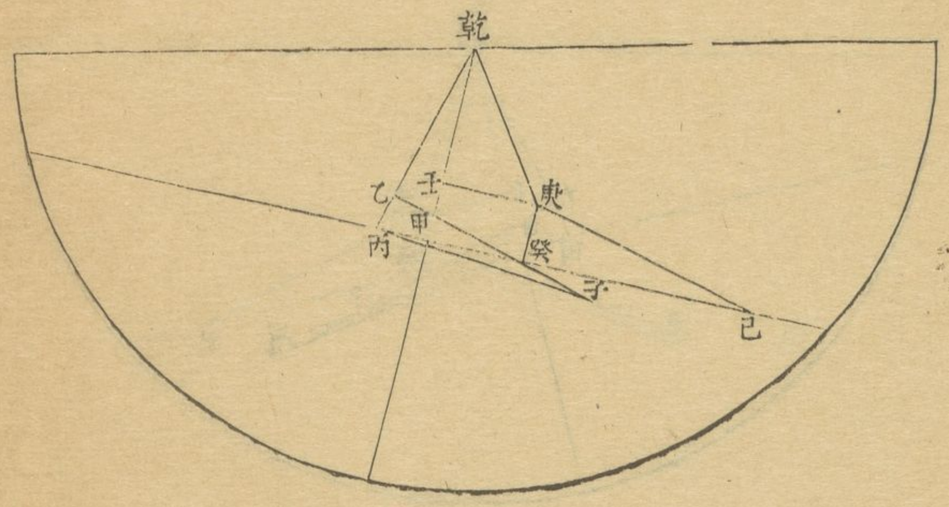
度六分一十五秒八六相加。得庚乾甲角四十二度三十五分零百分秒之九十六。爲初虧用時白經高弧交角。赤經在高弧東。白經又在赤經東。故加。庚壬爲初虧用時東西差一十三分九秒三五。與甲癸等。乾壬爲初虧用時南北差一十四分一十八



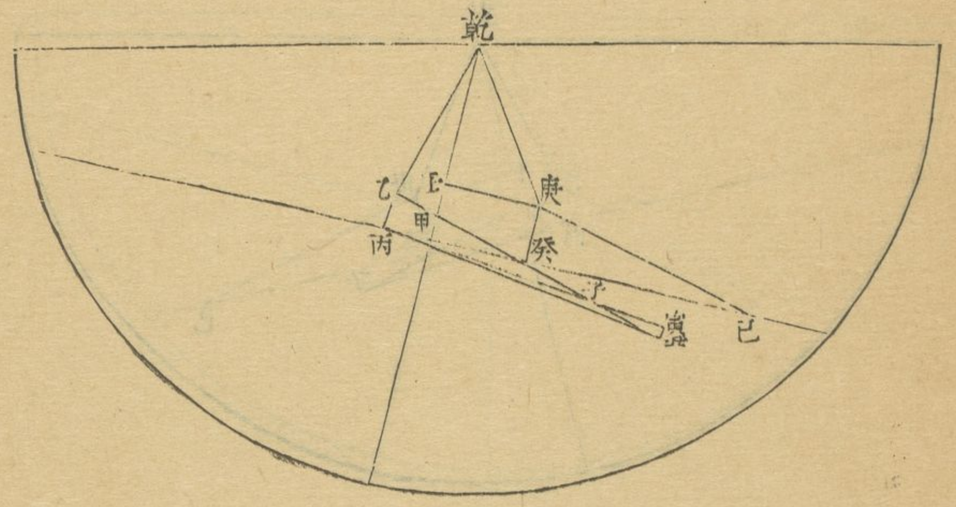
秒九〇。以甲癸與甲己距弧相減。餘己癸二十七分五十秒四〇。以乾壬與乾甲相減。餘壬甲九分九秒五五。與庚癸等。用庚癸已勾股形。求得庚已弦二十九分一十八秒四八。爲初虧用時兩心視相距。比併徑小一分零百分秒之一



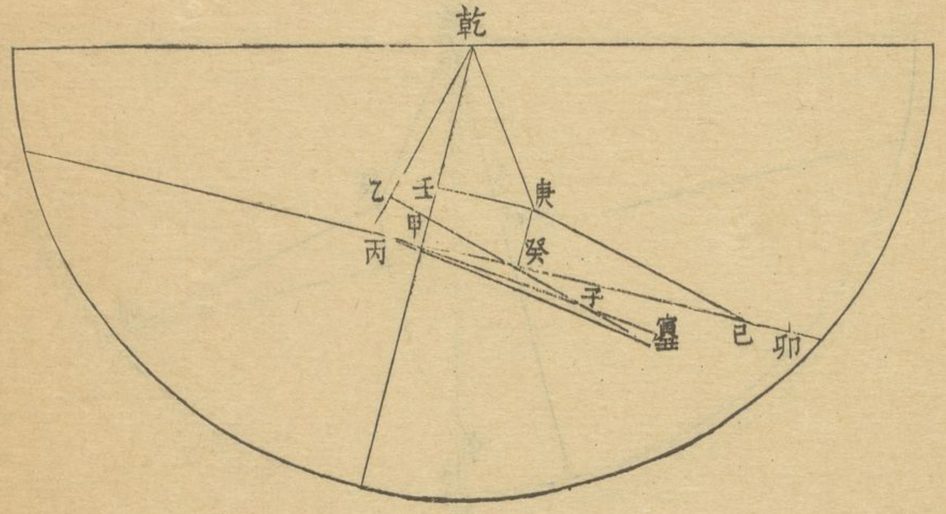
十七。則初虧眞時必猶在用時前也。乃以初虧用時兩心視相距爲一率。初虧用時距分爲二率。初虧用時兩心視相距小於併徑之較爲三率。求得四率三分二十九秒一六。爲初虧近時距分。與初虧用時相減。初虧用時兩心視相距小於併徑。故減。得



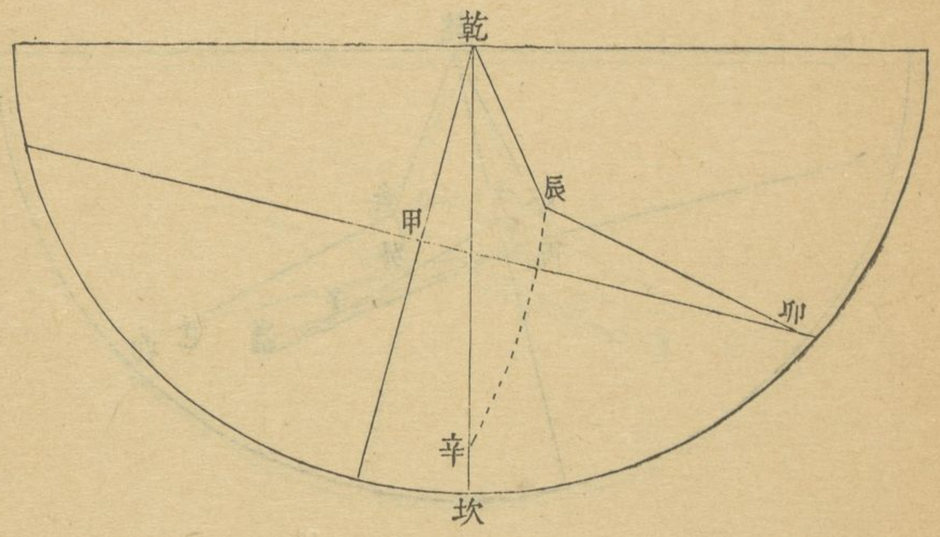
午初初刻六分一十八秒九七。爲初虧近時。蓋就食甚眞時乙點立算。與庚己平行作乙子線。與庚己等。即初虧用時兩心視相距自丙至子作丙子線。即初虧用時視行。即初虧用時距食甚定眞時之視行。以時刻而論。即初虧用時距分。即初虧用時距食甚定眞時之



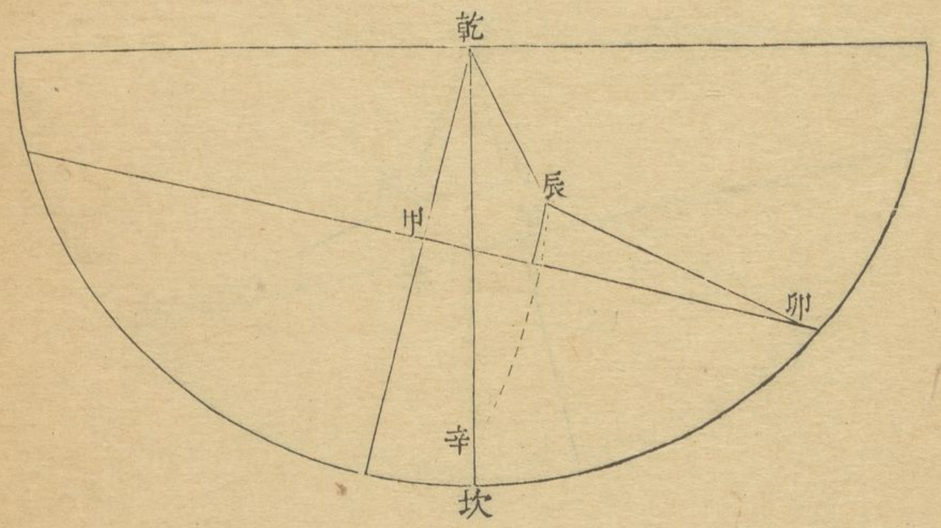
時分。試將乙子線以併徑之分引長至丑。則子丑卽初虧用時兩心視相距小於併徑之較。又將丙子線引長至寅。使子丑寅與子乙丙成同式形。則乙子與行丙子弧時分之比。卽同於子丑與行子寅弧時分之比。以子寅與丙子時分相



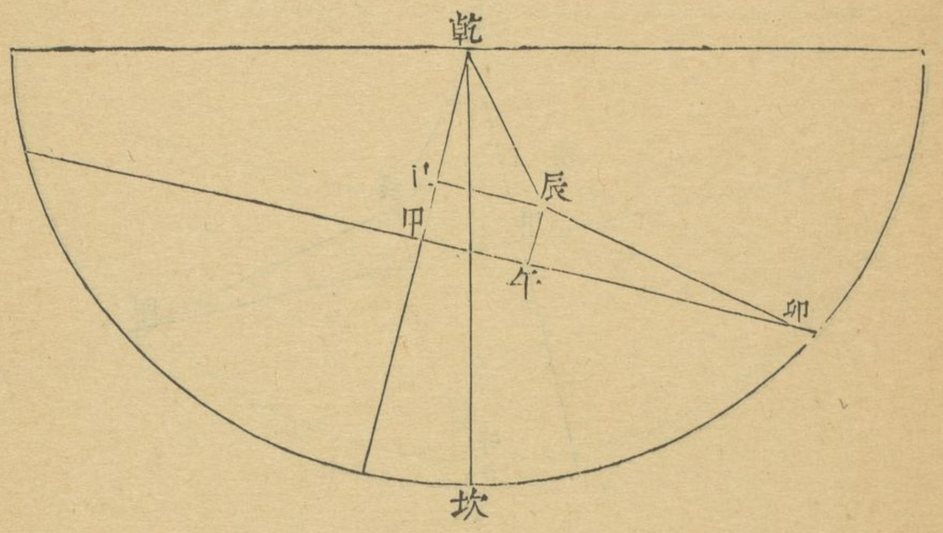
加。初虧在食甚前。時刻減而早。則距食甚前之視行愈多。故視行爲加。得丙寅與丙丑等。故以丑點爲初虧近時之月影心。丙丑爲初虧近時距食甚之視行。其乙丑兩心視相距乃與併徑等也。子丑寅與子乙丙爲同式形。則丙丑必長於丙寅。然所差無多。故以太陰視行臨於丑點。爲初虧近時。



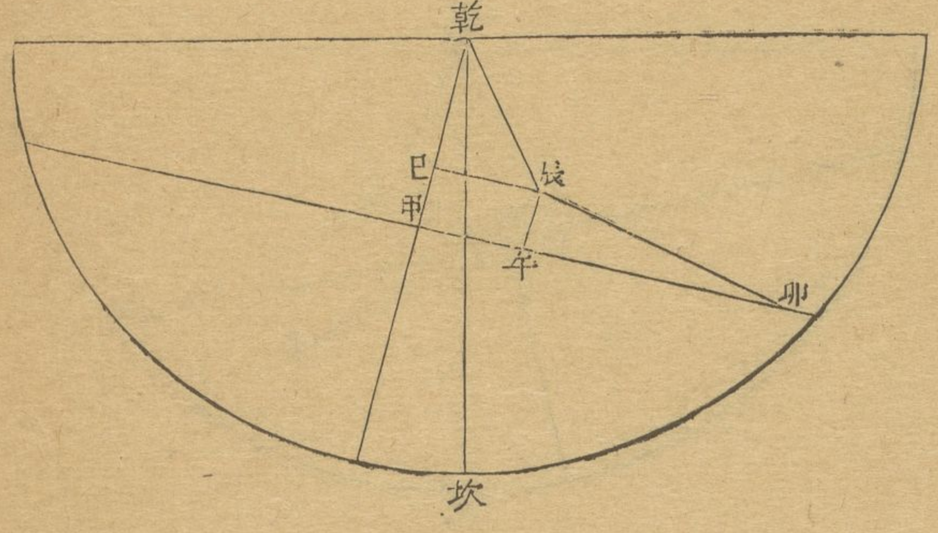
初虧近時月影心在卯甲。卯爲初虧近時距弧四十二分三十四秒八四。以初虧近時與食甚用時相減。餘一時三十三分三十九秒九八。與一小時兩經斜距爲比例。得初虧近時距弧。日影心在辰辛。辰爲京師北極距天頂五十度五分。辰辛乾角爲日距午東一十三度二十五分一十五



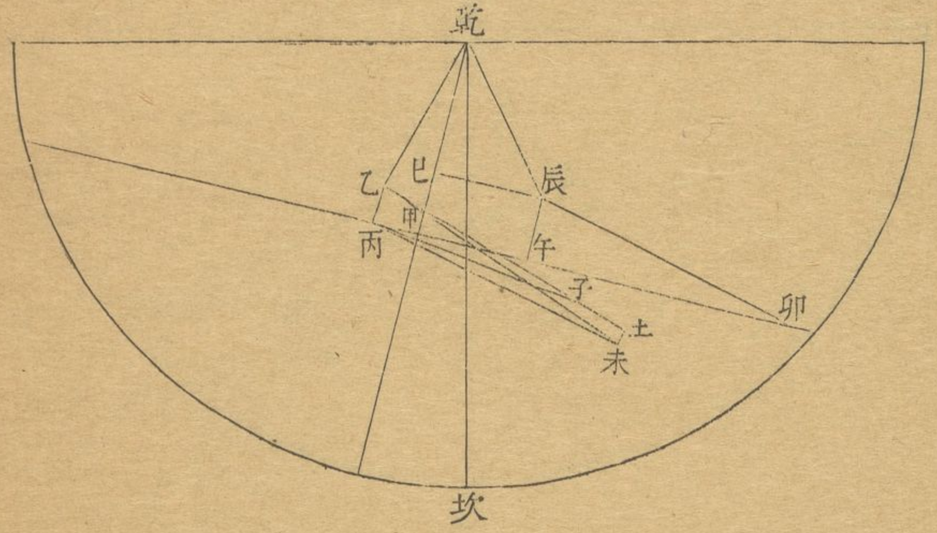
秒四五。辰乾爲日距天頂二十一度三十三分一十七秒九四。在地爲初虧近時高下差一十九分四十六秒六五。辰乾辛角爲初虧近時赤經高弧交角二十八度五十八分五十七秒四二。與辛乾甲赤白二經交角相加。得辰乾甲角



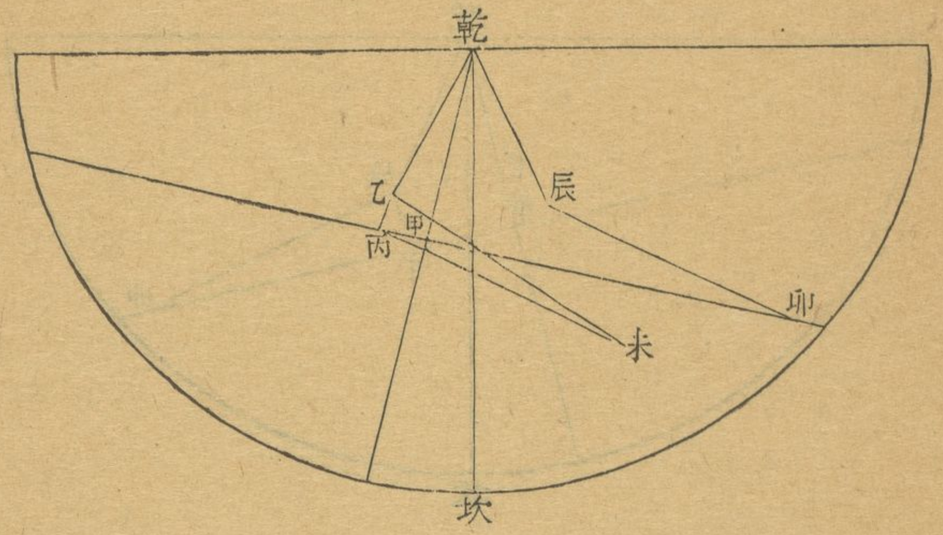
四十四度五分一十三秒二八。爲初虧近時白經高弧交角。辰巳爲初虧近時東西差一十三分四十五秒六一。與甲午等。乾巳爲初虧近時南北差一十四分一十二秒三五。以甲午與甲卯距弧相減。餘午卯二十八分四十九秒二三。



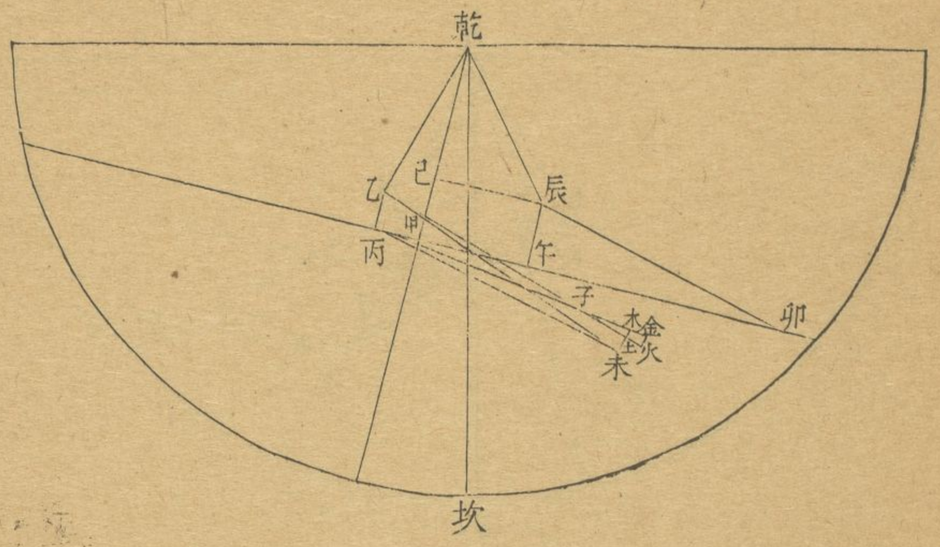
以乾巳與乾甲相減。餘巳甲九分一十六秒一〇。與辰午等。用卯辰午勾股形。求得辰卯弦三十分一十六秒四五。爲初虧近時兩心視相距。比初虧用時兩心視相距大五十七秒九七。而比併徑仍小二秒二〇。則初虧眞時必猶在近



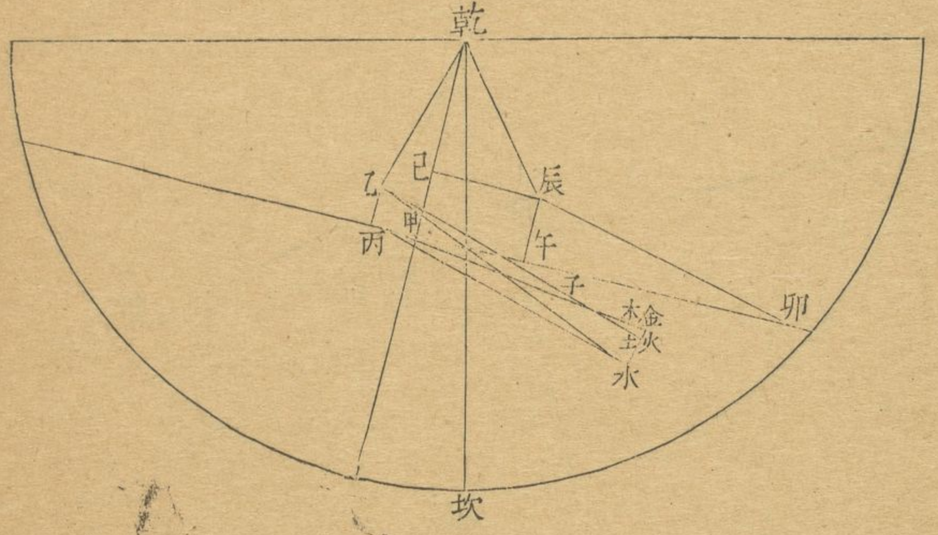
六分一十一秒〇二。爲初虧眞時。蓋仍就乙點立算與辰卯平行作乙未線。與辰卯等。卽初虧近時兩心視相距。自丙至未作丙未線。卽初虧近時視行。試依乙未之分。將初虧用時兩心視相距之乙子線引長至土。則子土卽初虧用近



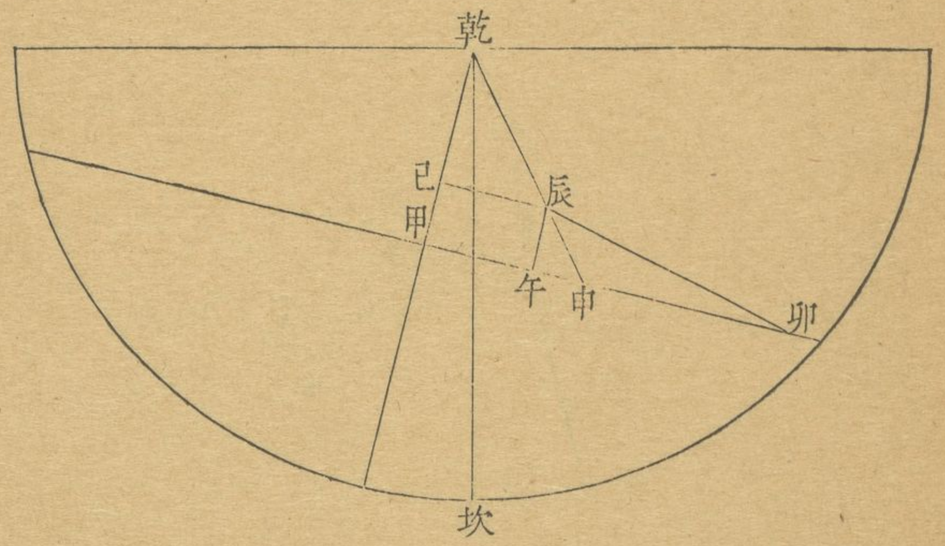
時前也。乃以用近二時兩心視相距之較五十七秒九七爲一率。近時距分三分二十九秒一六爲二率。用時兩心視相距小於併徑之較一分零百分秒之二十七爲三率。求得四率三分三十七秒一一。與初虧用時相減。得午初初刻



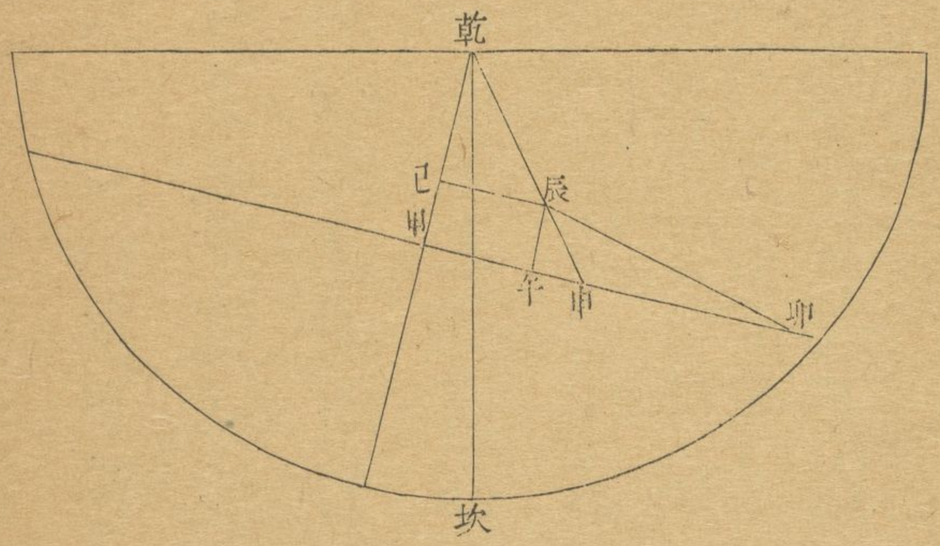
二時兩心視相距之較。依丙未之分。將初虧用時視行之丙子線引長至木。則子木即初虧用近二時兩視行之較。又依併徑之分。將乙子線引長至火。與土木平行作火金線。將丙木線引長合之於金。則子火即初虧用眞二時兩心視



相距之較。子金即初虧用眞二時兩視行之較。故子土與行子木弧時分之比。即同於子火與行子金弧時分之比。以子金與丙子相加。得丙金與丙水等。故以水點爲初虧眞時之月影心。丙水爲初虧眞時距食甚之視行。其乙水兩心



視相距。乃與併徑相等也。於是以初虧眞時依法求其兩心視相距。果得三十分一十八秒六五與併徑合。則初虧眞時卽爲初虧定眞時。（如或大或小。則又用比例求之。）又以辰午與卯午之比。同於半徑與卯辰午角正切線之比。而卯辰午角卽併徑



白經交角。與申辰午白經高弧交角相減。（辰午與乾甲平行。卽日影所當白道經圈。故申辰午角與辰乾甲角等。）申乾高弧在卯辰午角之內。故減。在外則加。餘卯辰申角爲併徑高弧交角。日在辰。月在卯。卯辰爲併徑。申乾爲高弧。申爲上。乾爲下。初虧方位爲上偏右。邊角俱用初虧定眞時立算。因與初虧近時相去不

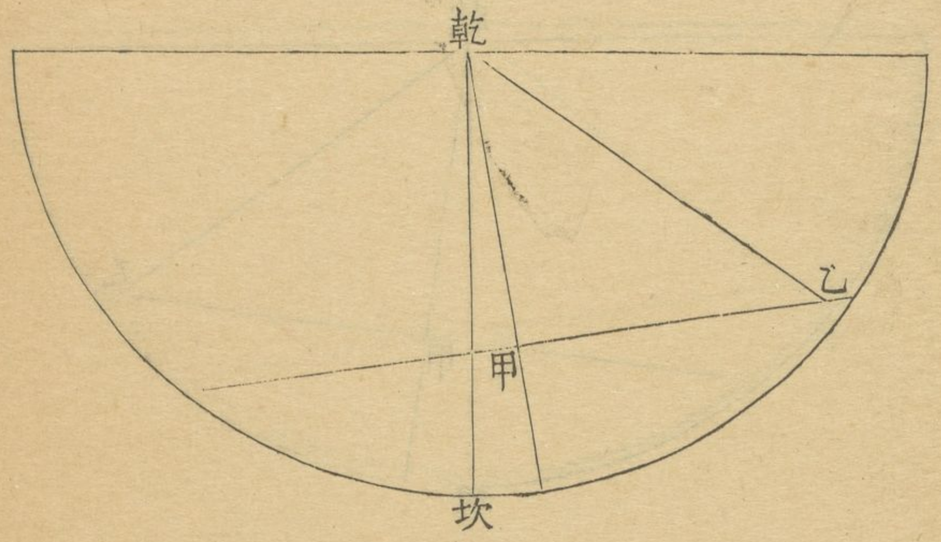
遠。故借近時之圖以明之。因卽以併徑立算。故質名之曰併徑高弧交角。不必又求緯差角。與黃道高弧交角相加減而後爲定交角也。復圓倣此。

求日食帶食

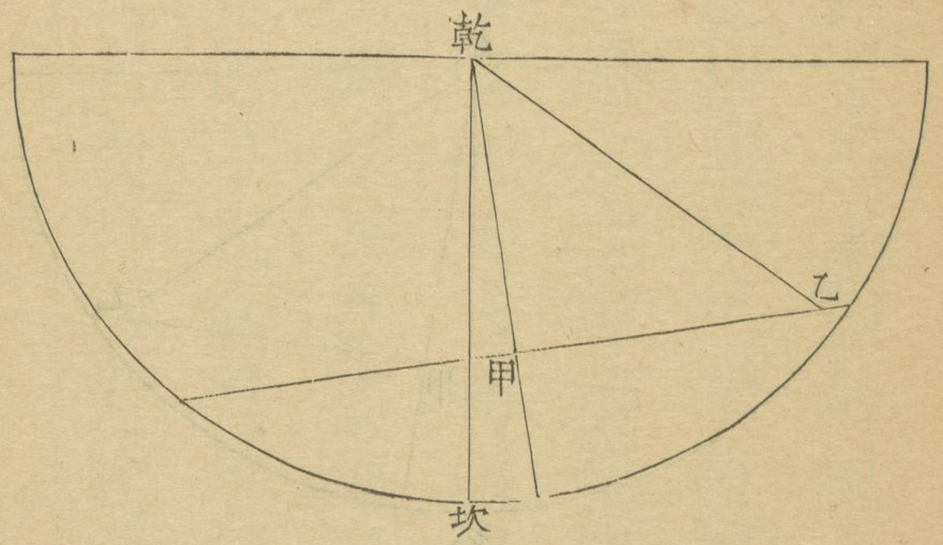
推日食帶食法。舊以初虧復圓距時之視行。帶食在食甚前。用初虧視行。帶食在食甚後。用復圓視行。與日出入距食甚之時分。卽帶食距弧。而後與食甚視緯求其兩心視相距。下編仍之。今推食甚。先求兩心視相距而後求視行。初虧復圓。止求兩心視相距。更不求視行。則帶食亦可逕求兩心視相距。不待先求視行矣。且舊法推視行。雖不見初虧食甚。或不見食甚復圓。皆猶多此一算。今逕求兩心視相距。

則以地平爲斷。凡已初虧而帶出者。止求帶出時之相距。不用求初虧視行。未復圓而帶入者。止求帶入時之相距。不用求復圓視行。若已過食甚而帶出者。即以帶食視緯求復圓用時。未及食甚而帶入者。即以帶食視緯求初虧用時。固不用求視行。亦不用求食甚。其法甚爲省便。況視行不與白道平行。帶食之視緯必不與食甚等。則逕求帶食兩心視相距。而不用視行者。其理尤爲確準也。

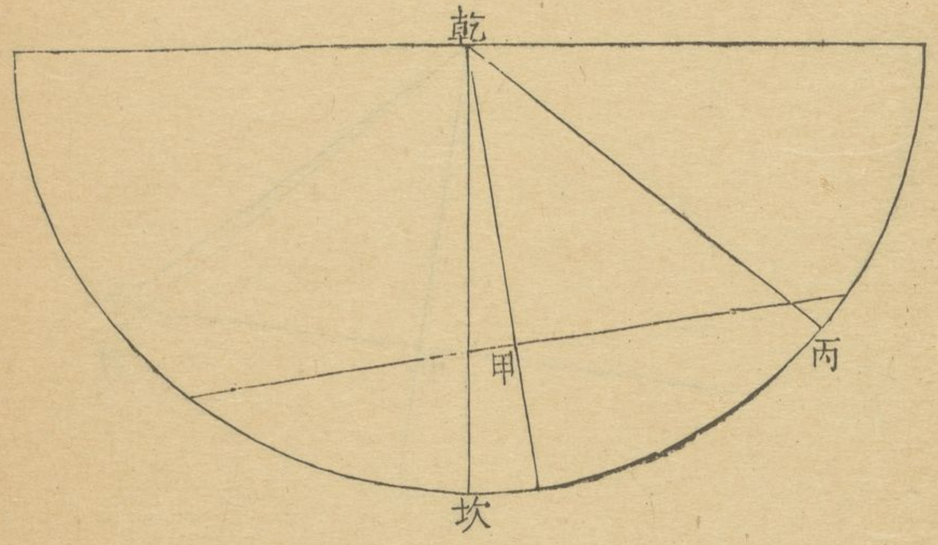
如雍正九年辛亥十二月



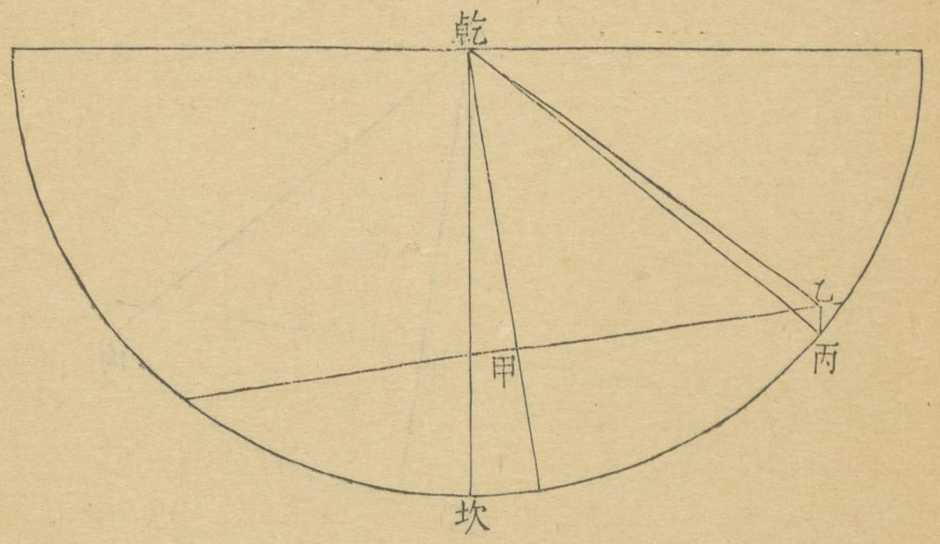
庚寅朔日食。帶食食甚用時辰正二刻一分五十一秒一六。日出辰初一刻九分二十九秒二三。在用時前四刻七分二十一秒九三。以一小時兩經斜距三十三分一十秒二三爲比例。得甲乙三十七分一十四秒五四。爲帶食距弧。甲



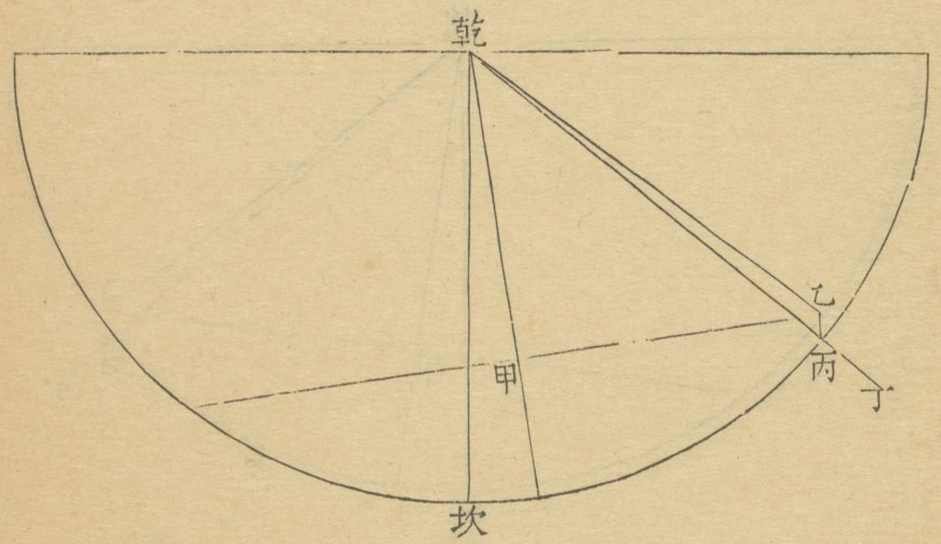
爲用時月影心。乙爲帶食月影心。乾甲爲用時兩心實相距四十三分三十七秒八〇。甲乾乙角爲帶食對距弧角四十度二十九分二秒二八。乾乙爲帶食兩心實相距五十七分二十一秒八一。坎乾甲角爲赤白二經交角八度四十



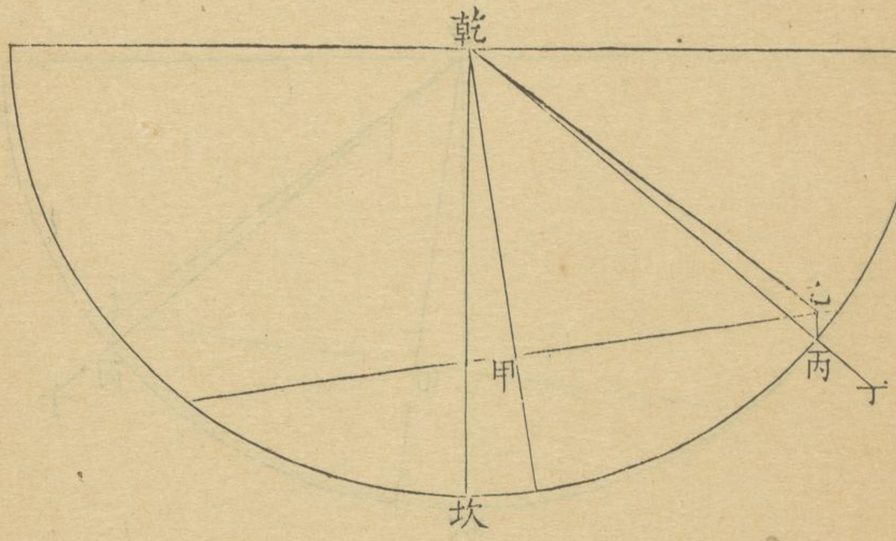
分五十秒六八。本時日在冬至後。黃經在赤經西。月在正交後。白經又在黃經西。故白經更在赤經西。坎乾丙角爲日出時赤經高弧交角四十五度四十分四十八秒三八。赤經在高弧東。內減坎乾甲角。餘甲乾丙角三十六度五十九分五十七秒七〇。爲日出時白經高弧交角。赤經在高



弧東。白經在赤經西。故以赤白二經交角與赤經高弧交角相減。餘爲白經高弧交角。與甲乾乙對距弧角相減。餘乙乾丙角三度二十九分四秒五八。爲帶食對兩心視相距角。丙爲帶食日影心。丙乾爲地平高下差五十九分二十秒二二。用乾乙丙三角形。求得丙角五十九

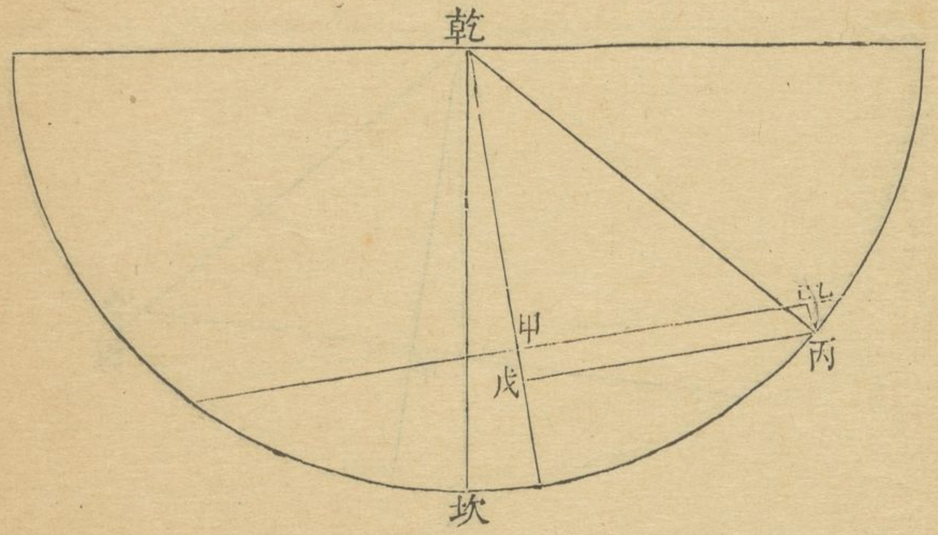


度一十一分一十七秒四七。爲帶食對兩心實相距角。即帶食方位角。與半周相減。餘乙丙丁角一百二十度四十九分。爲帶食視距高弧交角。（方位角止用度分。故不計秒。）丁爲上。乾爲下。帶食方位爲右偏下。又求得乙丙邊四分三秒五七。爲帶食

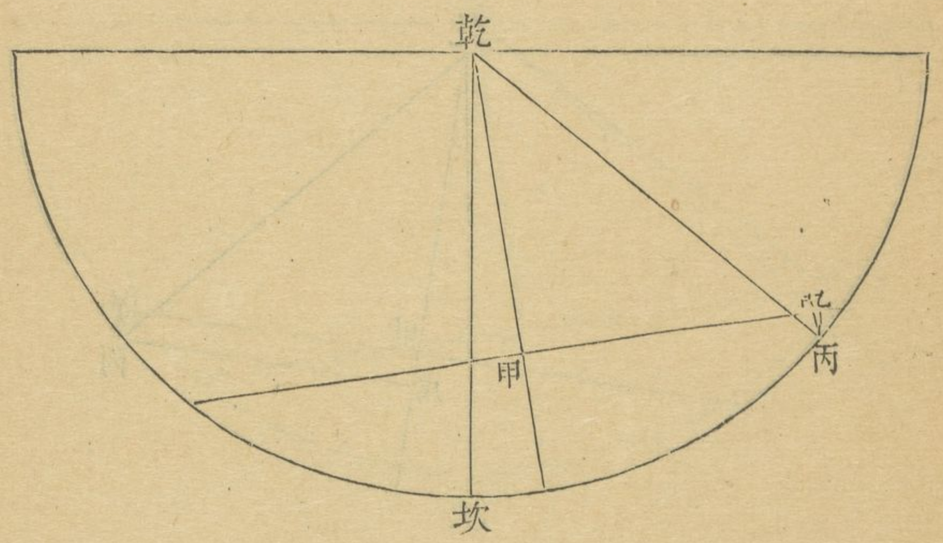


兩心視相距。與日月實併徑三十二分二十一秒四四相減。餘二十八分一十七秒八七。以日全徑三十二分四十六秒作十分爲比例。得八分三十八秒一七。即帶食分秒也。

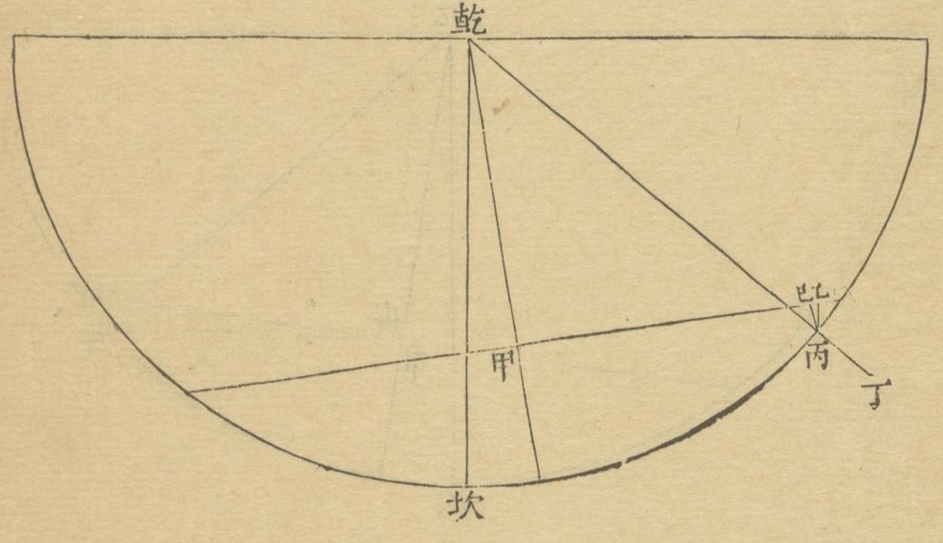
又法。以甲乾丙白經高弧交角及丙乾高下差。求得



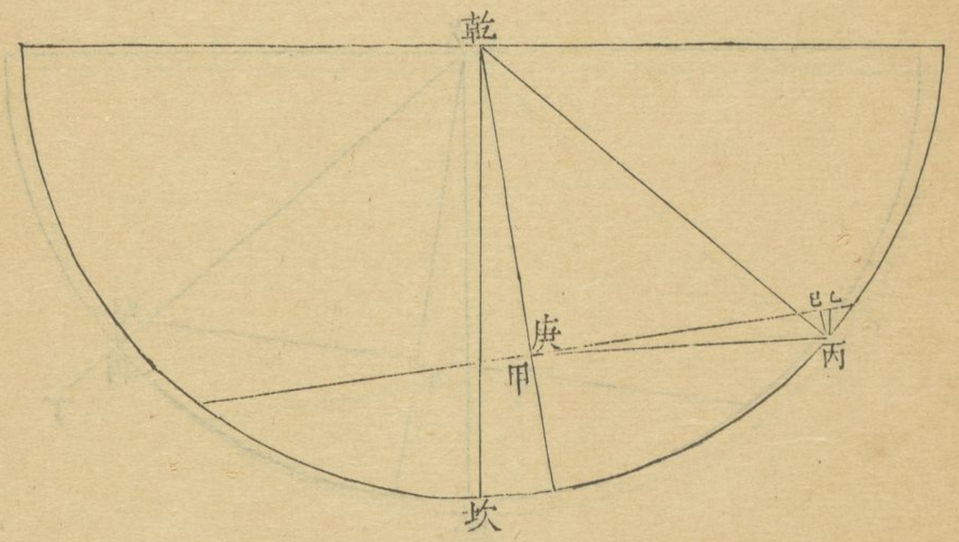
戊丙東西差三十五分四十二秒五六。與甲己等。乾戊南北差四十七分二十三秒三三。以乾甲實緯與乾戊南北差相減。餘戊甲三分四十五秒五三。與丙己等。爲帶食視緯。以甲己東西差與甲乙帶食距弧相減。餘乙巳一分三十一



秒九八。爲帶食視距弧。用乙丙己勾股形。求得乙丙弦四分三秒五七。爲帶食兩心視相距。與前所得數同。又以丙己與乙己之比。同於半徑一千萬與丙角正切線之比。而得丙角二十二度一十一分一十五秒。與乾丙己白經高弧交



角相加。乾丙己角與甲乾丙角等。得乙丙乾角五十九度一十一分。與半周相減。餘乙丙丁角一百二十度四十九分。爲帶食視距高弧交角。亦與前所得數同。此乙丙視距未與視行成直角。甲乙雖非視行。然相去不遠。帶食在食甚前。必按求食甚眞時之法。求



得眞時兩心視相距。再求復圓用時。如帶食在食甚後者。則不用求食甚。卽以丙己帶食視緯爲勾。丙庚併徑爲弦。求得己庚股。與乙己帶食視距弧相加。得乙庚爲復圓距弧。甲乙帶食距弧大於東西差。乙庚大於己庚。故加。若甲乙帶食距弧小於東西差。而乙庚小於己庚。則減以一小時兩經斜距爲比例。卽得復圓距時。與日出時刻相加。卽得復圓用時也帶食出地。復圓在日出後。故加。若帶食入地。初虧在日入前。則減。帶食入地者倣此。