123

Mittheilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1893.

Nr. 1305—1334.

Redaktion: Prof. Dr. J. H. Graf.

BERN.
Druck und Verlag von K. J. Wyss.
1894.

FÜNFZIGSTER

JAHRES-BAND

DER

MITTHEILUNGEN

DER

BERNISCHEN NATURFORSCHENDEN GESELLSCHAFT

1843—1893.

Prof. Dr. Rudolf Wolf von Zürich

Begründer und erster Redaktor

der

„Mittheilungen der Bernischen Naturforschenden Gesellschaft"

(geboren den 7. Juli 1816, gestorben den 6. Dezember 1893)

Aus der schweizerischen Portrait-Gallerie 1892, Heft 47.

Mittheilungen

der

Naturforschenden Gesellschaft

in Bern

aus dem Jahre 1893.

Nr. 1305—1334.

Redaktion: Prof. Dr. J. H. Graf.

BERN.
Druck und Verlag von K. J. Wyss.
1894.

Herr Th. Steck, Conservator 1 Vortrag, 2 Demonstrationen,
„ Prof. Dr. Th. Studer 2 Vorträge, 1 Demonstration, 1 Mittheilung,
„ Apoth. B. Studer Sohn 1 Vortrag mit Demonstration,
„ Dr. Thiessing 2 Demonstrationen,
„ Prof. Dr. Tschirch 1 Vortrag, 1 Demonstration, 2 Mittheilungen,

Besten Dank allen genannten Herren für diese bedeutende Thätigkeit! Sie rief meist langen und interessanten Besprechungen, die der Gesellschaft noch viele hübsche und lehrreiche Ergänzungen brachten.

Ueber den Lesezirkel erstattet Herr Conservator Th. Steck, der denselben in vortrefflicher Weise leitet, folgenden verdankenswerthen Bericht:

„Der nun seit 4 Jahren bestehende Journallesezirkel wird gegenwärtig von 39 Theilnehmern benützt. Die Zahl der cirkulirenden Zeitschriften beträgt 12. Davon werden 5 angeschafft und 7 erhält die Bibliothek der Naturforschenden Gesellschaft im Tausch gegen ihre Mittheilungen. Es wurde, um die nicht unbedeutenden Kosten, die der Gesellschaft durch Abonnirung der Zeitschriften erwachsen, zu reduziren, eine Anzahl der anfänglich gehaltenen Zeitschriften fallen gelassen, den Theilnehmern aber ein Ersatz durch Einlage regelmässig der Bibliothek zukommender Zeitschriften geboten, so dass sich die Anzahl der cirkulirenden Schriften gegenüber früher nicht verändert hat.

Die Bestellung von Kontroleuren hat sich bewährt, indem die Klagen über unregelmässige Spedition von Seiten der Theilnehmer sich vermindert haben. Immerhin liessen sich hie und da auftretende Störungen, die besonders in Folge von zeitweiliger Abwesenheit während der Ferien eintreten, bei gutem Willen von Seiten der Betheiligten leicht heben."

Unsere Sitzung in Thun, den 19. Juni 1892, gestaltete sich, Dank der unerwartet zahlreichen Theilnahme von Seiten des Alpenklubs und der übrigen Bevölkerung von Thun, zu einem recht hübschen Feste. Vor einer bis 100 Köpfe zählenden Zuhörerschaft hielten in einem Saale des „Freien Hofes" die Herren Prof. Dr. Graf, Prof. Dr. Brückner und Dr. Fischer ihre äusserst interessanten Vorträge und ernteten grosse Anerkennung und Dank. Die Herren von Thun verliessen uns auch bei dem Mittagessen nicht, welches in gedeckter Halle im grossen schönen Garten servirt wurde. Ernste und heitere Reden wechselten mit gediegenen musikalischen Vorträgen der Thuner Kurkapelle, die im Garten concertirte. Trotz des unsichern Wetters machte man noch einen Ausflug nach der besonders im Frühsommer des Wasserreichthums wegen so interessanten Kohlerenschlucht und schloss dann in gemüthlicher Unterhaltung die Sitzung in der Bierbrauerei Feller. Die Herren von Thun riefen uns bei Abgang des Zuges noch lebhaft zu: „Wiederkommen!"

Nicht allen Mitgliedern ist es leicht möglich, an einer auswärts stattfindenden Sitzung Theil zu nehmen und dabei sich ein wenig in die Gesellschaft einzuleben. Bessere Gelegenheit dazu bot allen Gesellschaftsgenossen das Jahresfest, welches den 9. Dezember 1892 im gewöhnlichen Sitzungslokale im Storchen gefeiert wurde. Da die musikalischen Leistungen der Gesellschaft an der Sitzung in Thun ausserordentlich minim waren, sorgte das Unterhaltungskomite theilweise durch Beiziehung fremder Kräfte für sehr hohe musikalische Genüsse. Manch gutes und heiteres Wort wurde gesprochen und ganz besonders trugen zur Erheiterung bei die Schattenbild-Demonstrationen der Herren Prof. Dr. Tschirch und Dr. Bannwarth, welche durch geistvolle humoristische Deklamation vortrefflich gewürzt wurden.

Den 9. Juli 1892 betheiligten sich der Vorstand und einige Mitglieder an dem feierlichen Akte der Geschenkübergabe und Begrüssung des Hrn. Prof. Dr. Flückiger in seiner Villa an der Schwarzthorstrasse. Die Gesellschaft schätzt sich glücklich, Hrn. Prof. Dr. Flückiger wieder unter die aktiven Mitglieder zählen zu dürfen.

Zur Feier des 50jährigen Doktorjubiläums des Hrn. Prof. Dubois-Reymond, die am 12. Februar im Kaiserhotel in Berlin stattfand, sandte die Gesellschaft ein Glückwunschtelegramm, welches der Jubilar in freundlicher Weise verdankte.

Für das neue Vereinsjahr 93/94 wurde zum Präsidenten der bisherige Vizepräsident, Herr Prof. Dr. Tschirch, gewählt und zum Vizepräsidenten: Herr Dr. Ed. Fischer.

Unterzeichneter schliesst den Bericht, indem er noch die Hoffnung ausspricht, es möge doch für die Naturforschende Gesellschaft die Zeit einmal wiederkehren, da alle Gebiete der Naturforschung in den Vorträgen etwas gleichmässiger vertreten sein werden.

BERN, 1. Mai 1893.

Der abtretende Präsident:
A. Benteli.

Sitzungsberichte.

856. Sitzung vom 14. Januar 1893.

Abends 7½ Uhr im Gasthof zum Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 33 Mitglieder.

1. Herr E. v. Fellenberg: 2 Meteoriten aus dem naturhist. Museum.
2. Herr L. Fischer weist papierähnliche, getrocknete Fladen vor, die aus abgestorbenen Oedogonien und Diatomeen bestehen.
3. Herr Th. Studer: Modelle fossiler Thiere.
4. Herr Steck: Ueber die Familie der Goldwespen.

857. Sitzung vom 4. Februar 1893.

Abends 7½ Uhr im Gasthof zum Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 27 Mitglieder und 1 Gast.

1. Herr Gruner: **Ueber Licht- und Wärmestrahlung fester Körper.**

Es wird die allmählige Entwicklung der Strahlung fester Körper untersucht, zunächst der sichtbaren Strahlung, wie sie sich dem Auge darstellt und wie sie seit den Versuchen Prof. Weber's endgültig festgestellt ist. Aus diesen subjektiven Erscheinungen kann aber nicht auf die objektive Vertheilung der Strahlungsintensitäten im Spectrum geschlossen werden. Dieselbe, sowie deren Aenderungen mit wachsender Temperatur des strahlenden Körpers, wird an Hand von Langley's bolometrischen Messungen dargethan. Es geht daraus hervor, dass wohl bei allen Temperaturen Strahlen von allen Wellenlängen emittirt werden, dass mit wachsender Temperatur alle Strahlen an Intensität zunehmen, während das Maximum der Strahlung zu immer kleinern Wellenlängen übergeht. — Als mathematischer Ausdruck des Zusammenhanges zwischen Strahlungsintensität, Wellenlängen und Temperatur wird die Weber'sche Strahlungsformel angeführt, die sich im Grossen und Ganzen befriedigend den Beobachtungen anschliesst. Zum Schluss wird auf die praktische Bedeutung des Strahlungsgesetzes für die elektrische Beleuchtung hingewiesen.

2. Herr Tschirch: **Ueber Guttapercha- und Kautschukgewinnung in Indien.**

Herr Tschirch bespricht unter Vorlage zahlreicher Photographien die *Guttapercha* und *Kautschuk* liefernden Pflanzen Asiens und schildert die *Gewinnung des Produktes.* Zur Zeit wird bei der Guttaperchagewinnung durch die Eingeborenen Sumatra's und Borneo's derartig Raubbau getrieben, dass man nur etwa 1% des im Baume enthaltenen „Getah“ gewinnt. Der Vortragende sieht auf Grund anatomischer und chemischer Untersuchungen, sowie an Ort und Stelle gemachter Erfahrungen die Sicherung dauernder und regelmässiger Zufuhren an Guttapercha in folgenden Punkten:

1) Anlage von Guttaperchaplantagen.
2) Statt des Fällens des Baumes Anschneiden der stehen bleibenden Bäume.
3) Eventuell Anbohren bis ans Mark, wo zahlreiche Milchschläuche liegen.
4) Ausserdem Extraktion der Blätter und jungen Zweige *an Ort und Stelle* mittelst Schwefelkohlenstoff oder Toluol, da der Export der Blätter nach Europa zu theuer und zu unsicher ist.

858. Sitzung vom 11. Februar 1893.

Abends 7 1/2 Uhr im Gasthof zum Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 21 Mitglieder und 1 Gast.

1. Herr Flückiger: **Bemerkungen über Manna.**

Prof. *Flückiger* gibt, von der *Manna* des alten Testaments (Exodus 16, Num. 11, Josua 5) ausgehend, eine Uebersicht der mit diesem Namen bezeichneten Produkte der Pflanzenwelt. Aus den kurzen Andeutungen der Bibel ist nicht mit Sicherheit zu erkennen, was die Manna der Israeliten war. Möglicherweise haben zu der betreffenden Erzählung die kleine Flechte *Lecanora esculenta* und eine an *Tamarix mannifera* durch Insektenstich hervorgerufene süsse Ausscheidung Veranlassung gegeben. Lecanora esculenta ist von der nordafrikanischen Wüste durch Arabien bis in die Steppen und Wüsten Centralasiens sehr verbreitet, haftet nur leicht am Boden und kann durch heftigen Wind abgerissen und weiter getragen werden. Die Flechte, obwohl überreich an Calciumsalzen, kann doch zur Noth genossen werden; sie schmeckt nicht süss, sondern schwach bitterlich. Von recht angenehm süssem Geschmacke ist dagegen die Manna der Tamarix, von welcher kleine Proben durch die Leute des berühmten, seit dem Jahre 527 bestehenden St. Katharinaklosters am Sinaï gesammelt und den Reisenden verkauft werden.

Kommt auch wohl die Bezeichnung Manna zuerst im alten Testament vor, so sind doch z. B. in Mesopotamien und Persien süsse Aussonderungen einer ganzen Reihe von Pflanzen sicherlich ebenfalls in recht früher Zeit genossen worden. Solche Pflanzen sind namentlich die folgenden: *Alhagi Maurorum* De C., Familie der Papilionaceen, deren Manna als Terengebin (Feuchthonig) bekannt ist und vermuthlich die im Mittelalter in Europa gebrauchte Körner-Manna, Manna granata oder Manna mastichina, war. Der gleichen Pflanzenfamilie gehören an *Astragalus adscendens* und *A. florulentus*, welche die Ges-engebin genannte Manna liefern. Shirkischt heisst die Aussonderung mehrerer Arten *Pirus*, darunter auch der Apfelbaum, aber auch die Manna der *Atraphaxis spinosa,* Familie der Polygonaceen, so gut wie die der *Cotoneaster nummularia*, welche den Pirus-Arten nahe steht. Auch persische *Weiden-* und *Salsola*-Arten erzeugen Manna. Als küdret halwa, Himmelssüssigkeit, geniesst man die Manna von *Quercus persica* und *Q. Vallonea.* Im Himalaya wie in Californien wird Manna von *Fichten* gesammelt und ebenso im Dauphiné, unweit Grenoble, von der Lärche, Larix europaea. Die letztere, *Manna von Briançon,* heute eine Seltenheit, war im XVI. Jahrhundert bisweilen reichlich und billig zu haben. Vergeblich hat der Vortragende sich im Wallis und in Graubünden danach erkundigt.

Von der Sinaï-Manna abgesehen, sind die erwähnten Mannasorten einfach Aussonderungen von Pflanzen, deren Entstehung und biologische Bedeutung nicht erkannt ist. In andern Fällen sind Insekten an der Bildung solcher Süssigkeiten betheiligt. Auf ostpersischen Disteln bauen sich Rüsselkäfer (Larinus) Puppen-Cocons, welche an *Trehalose* sehr reich sind. Diese Zuckerart findet sich auch in manchen Pilzen. Cicada moerens bedingt auf *Eucalyptus riminalis* und andern Arten Australiens die Bildung einer Manna, worin ebenfalls ein besonderer Zucker nachgewiesen wurde, den man seither auch aus Runkelrüben, Baumwollsamen u. s. w. erhalten hat. Noch merkwürdiger ist die australische *Lerp-Manna*, welche einer Psylla (Livia longipennis?) die Entstehung verdankt; der Zucker ist hier von einem sehr eigenartigen Kohlehydrat begleitet.

Die oben genannte Manna granata, welche vermuthlich durch die arabische Medicin in Europa verbreitet worden ist, gab vielleicht den Anstoss zur Aufsuchung ähnlicher Aussonderungen in Unteritalien. Um das Jahr 1450 wurde man in Calabrien auf Manna aufmerksam, welche sich auf Blättern und an Stämmen der *Fraxinus Ornus,* Mannaesche oder Blumenesche, zeigte.

Dieser kleine, vom Orient bis an die Südgrenze der Schweiz verbreitete Baum gedeiht auch, auf die gemeine Esche gepfropft, diesseits der Alpen, doch ohne Manna zu erzeugen. Im Gegensatze zu der gemeinen Esche, sind die Blüthen der Fraxinus Ornus mit Blumenblättern ausgestattet, so dass ihre gelblichweisen Rispen zur Blüthezeit recht hübsch aussehen. Um die Mitte des XVI. Jahrhunderts wurde in Calabrien viel Manna durch Einschnitte in den Stamm von Fraxinus Ornus gewonnen. Man stellte sie als „Manna forzata“ der vom Himmel gefallenen Manna gegenüber, welche ohne Zuthun der Bauern erschien. Vergeblich bekämpfte der neapolitanische Hofarzt *Spinelli* 1562 die Manna forzata.

Erst 1697 wird genauer berichtet, dass Sicilien Manna liefere. Die Insel stand von 827 bis 1040 unter der Herrschaft der Araber, welche vielleicht auch die Cultur der (allerdings auf Sicilien auch einheimischen) Mannaesche einführten. Schon im IX. Jahrhundert scheinen die Venezianer in Sicilien Manna geholt zu haben. Ein Berg unweit Cefalù heisst Gibil Manna, Mannaberg, was auf arabischen Einfluss hinweist. Doch lässt sich ein bezüglicher Beweis nicht beibringen.

Auf Grund eigener Anschauung schildert der Vortragende den Bestand und Betrieb der Mannapflanzungen in der Nähe von Palermo und weist getrocknete Zweige der Fraxinus Ornus mit Blüthen und Früchten vor, sowie ein mit einer prächtigen Mannakruste bekleidetes, zehnjähriges Stammstück, das auch die Einschnitte darbietet, welche von Seite zu Seite abwechselnd Jahr für Jahr in die Rinde gezogen werden.

Nur wenige, von dem Vortragenden genauer bezeichnete Orte, besonders über der Stadt Cefalù, östlich von Palermo, auch einige westlich von der Hauptstadt gelegene, befassen sich mit der Manna, deren Verbrauch in der Medicin nicht eigentlich zunimmt. Calabrien führt keine Manna mehr aus.

Hauptbestandtheil der Eschen-Manna ist der Mannazucker oder *Mannit,* $C^6 H^8 (OH)^6$, eine auch sonst im Pflanzenreiche weit verbreitete Verbindung, welche ohne Schwierigkeit durch verschiedene chemische Reaktionen dargestellt werden kann, auch oft bei Gährungen auftritt. Nirgends aber kommt Mannit so reichlich vor, wie in der zuletzt besprochenen Manna. Es ist bemerkenswerth, dass keine einzige der anderen, vom Vortragenden geschilderten Aussonderungen Mannit enthält. Um so auffallender, dass zu Ende des vorigen Jahres durch den Vorsteher des technologischen Museums in Sydney, *J. H. Maiden*, gegen 90 Procent Mannit in der Aussonderung des *Myoporum platycarpum* Rob. Brown getroffen worden sind. Dieser kleine Baum wächst in der Victoriawüste im Innern West-Australiens; die Bildung seiner (schon länger bekannten) Manna soll durch Insekten hervorgerufen werden.

(Einzelheiten über die besprochenen Produkte in des Vortragenden Pharmakognosie, 3. Auflage, Berlin 1891, Seite 24—34 und in dessen Notiz in Nr. 7 der Apotheker-Zeitung, Berlin, 25. Januar 1893.)

2. Herr Beer: Ueber das Sehen der Vögel mit Berücksichtigung der Accommodation.

859. Sitzung vom 25. Februar 1893.

Abends $7^1/_2$ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 24 Mitglieder und 3 Gäste.

1. Herr Brückner: Ueber die Schwerkraft im Gebirge.
2. Herr E. Jordi: Warum erstickt man in geschlossenen Räumen.

860. Sitzung vom 11. März 1893.

Abends $7^1/_2$ Uhr im Storchen.

(Demonstrationsabend.)

Vorsitzender: Herr Rector Benteli. Anwesend 23 Mitglieder.

1. Herr Sidler: Trapa natans vom Lago Maggiore und aus Schlesien.
2. Herr Thiessing: Eigenthüml. Artefakte aus den Pfahlbauten.
3. Herr Th. Steck: Ueber Blattwespen.
4. Herr E. von Büren: Ueber die Familie der Parnassier.
5. Herr E. v. Fellenberg: { Acquisitionen der mineralogischen Sammlung des naturhist. Museums. Beiträge z. geol. Karte d. Schweiz. 21. Lief.
6. Herr Ed. Fischer: Ueber eine Cingularia.
7. Herr Bannwarth: Verwendung einiger Metalle zur Herstellung anatomischer Präparate.
8. Herr Graf: Vorweisung eines Instrumentes, das als Sonnenuhr diente und die Taschenuhren ersetzte.
9. Herr Tschirch: Vorweisung einiger Tafeln des pflanzenphysiolog. Atlasses von Frank und Tschirch.

861. Sitzung vom 29. April 1893.

Abends $7^1/_2$ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Benteli. Anwesend 22 Mitglieder.

1. Wahlen: Zum Präsidenten für das Vereinsjahr 1893/94 wird gewählt Herr Prof. Dr. Tschirch.

Zum Vicepräsidenten Herr Dr. Ed. Fischer.

2. Herr A. Kaufmann: **Marine Kruster in Schweizerseen.**

Im Anschluss an die Untersuchungen über die Ostracoden der Umgebung Berns (vide: Mittheilungen 1892) stellte ich mir die Aufgabe, die Verbreitung der durch Forel im Genfersee aufgefundenen und durch Vernet als Acanthopus elongatus und Ac. resistans bezeichneten Cytheriden in den Schweizerseen festzustellen. — Vorerst wurde durch genaue Untersuchungen an Objekten aus dem Genfersee konstatirt, dass die genannten Species identisch sind mit früher bekannt gewordenen Arten aus andern Ländern, so Ac. resistans mit Cytheridea lacustris, Sars aus dem Mälarsee und Ac. elongatus mit Limnicythere relicta Liljeborg aus der Nähe von Upsala. —

Die Excursionen ergaben für Limnic. relicta folgende Verbreitung in Tiefen von 10—60 m: Genfer-, Thuner-, Brienzer-, Neuenburger-, Murtner-, Bieler-, Hallwyler-, Sempacher-, Vierwaldstätter-, Zuger-, Lowerzer-, Aegeri-, Zürcher-, Walen- und Bodensee; für Cytheridea lacustris alle diese Seen und ferner noch Luganer- und Langensee.

Aus dem Genfer-, Brienzer- und Thunersee ist mir sodann eine gänzlich unbekannte Art in's Netz gegangen, der ich den Namen Leucocythere mirabilis nov. gen. beilegte und die im „Zoologischen Anzeiger" Nr. 404 in Kürze beschrieben wurde.

Die Frage nach der Herkunft dieser Thiere ist bis anher ungelöst geblieben. Thatsache ist, dass die genannten Formen im Meere nicht vorkommen.

So auffällig das Auftreten mariner Thierformen — damit bezeichnen wir solche, deren nächste Verwandte ausschliesslich im Meere oder nur ausnahmsweise im süssen Wasser gefunden wurden — im Seebecken ist, so ist es nichtsdestoweniger eine häufig wiederkehrende Erscheinung, und wir finden aus fast allen Klassen marine Vertreter im süssen Wasser. Zur Erklärung aller dieser Fälle nahmen eine geraume Zeit lang Geologen und Zoologen die von Lovén aufgestellte Relictentheorie zu Hülfe, die in der Annahme gipfelte, dass die Seebecken mit marinen Thierformen Ueberreste früherer Meeresbedeckung darstellten.

Diese Verallgemeinerung aber erwies sich, besonders nach den einlässlichen Studien Kredner's als unzulässig, und wir sind genöthigt, nach andern Erklärungen zu suchen.

Die Resultate geologisch-palaeontologischer Forschung, sowie entwicklungsgeschichtliche Untersuchungen sprechen für eine Bevölkerung der Kontinente vom Meere aus durch Wanderungen aktiver oder passiver Natur, wie sie heute noch an verschiedenen Thiergruppen nachweisbar sind. Während die Bevölkerung der entlegensten Wasserbehälter durch direkte Uebertragung vermittelst Wasservögel, Schwimmkäfer etc. sich wohl ausnahmslos erklärt, tritt bei der Uebertragung aus dem Meere die Konstitution des Mediums hemmend in den Weg. Auf experimentellem Wege ist durch Beudant, Quatrefages, Räuber u. a. nachgewiesen worden, dass eine plötzliche Uebertragung auf die meisten Thiere tödtlich wirkt, während andere Versuche (Beudant, Schmankewitsch) den schadlosen Verlauf einer allmähligen Aussüssung darthun.

Dadurch ist eine direkte Uebertragung der Ostracoden durch Vögel durchaus ausgeschlossen, eine solche durch Wanderfische, in deren Magen sich die Eier vielleicht erhalten hätten, höchst unwahrscheinlich, wesshalb wir wieder zur Relictentheorie in modifizirter Form unsere Zuflucht nehmen.

Die Bevölkerung unserer Schweizerseen muss, aus naheliegenden Gründen, in der Postglacialzeit stattgefunden haben. In dieser Zeit können die kleinen Crustaceen, einer allmähligen Aussüssung widerstehend, langsam eingewandert sein. Es mag dies wiederum vor der Bildung des Rheinfalls und der Perte du Rhône geschehen sein, ist aber nur dann möglich, wenn diese Seengebiete in offenem Zusammenhange mit dem Meere gestanden haben. Bei Ausschluss der Annahme einer postglacialen Meeresbedeckung dürften daher breite, langsam fliessende Ströme, anastomosirende Flusssysteme, bei einer ganz anderen Vertheilung von Wasser und Land als zur Jetztzeit, die Gletscherwasser dem Meere zugeführt haben.

Diese Theorie, die uns auch die eigenthümliche geographische Verbreitung gewisser mariner Thierformen im süssen Wasser verständlich zu machen geeignet wäre, bedarf zu weiterer Existenz einer Bestätigung durch geologische Forschungen.

3. Herr Apotheker B. Studer, jun.: **Das Genus Amanita.**

An der Hand zahlreicher Aquarellbilder demonstrirt der Vortragende die wichtigsten Species und Varietäten dieser höchst entwickelten Art der Hymenomyceten. Bei *Amanita muscaria* erfahren wir, dass Kobert in Dorpat in diesem Pilz neben dem Muscarin noch ein zweites Alcaloid Pilzatropin, entdeckt, welches gegenüber dem Muscarin sich als ein natürliches Gegengift erweise, und aus dessen Vorkommen in grösserer oder geringerer Menge sich die grossen Schwankungen in der Giftigkeit des Fliegenschwammes erklären lassen.

Bei *Amanita phalloides* wird mitgetheilt, dass es Kobert endlich gelungen sei, durch Behandlung des getrockneten Pilzes mit kalter Kochsalzlösung das giftige Prinzip dieses Pilzes zu isoliren und zwar in Form eines Toxalbumins, dem er den Namen Phallin gibt.

Bei *Amanita Mappa* macht der Vortragende darauf aufmerksam, dass es ihm gelungen ist, einen durchgreifenden Unterschied zwischen diesem Pilz und der grünen Form von Amanita phalloides aufzufinden, welcher darin besteht, dass bei A. Mappa die Epidermis des Hutes leicht abgelöst werden kann, während bei allen Varietäten von A. phalloides dies unmöglich ist.

4. Herr Thiessing: Fossiles Holz im Glaciallehm der Umgebung von Thun.

862. Sitzung vom 13. Mai 1893.

Abends 7 1/2 Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 25 Mitglieder und 4 Gäste.

1. Herr Drechsel: Beziehungen des Eiweisses zum Harnstoff.
2. Herr Tschirch: Ueber die Harzbildung in den Scheidewänden der Frucht von Capsicum annuum L. und das Capsaicin.

863. Sitzung vom 10. Juni 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 15 Mitglieder.

1. Herr E. Kissling: Nachweis der obern Süsswassermolasse im Seeland. (Siehe die Abhandlungen.)
2. Herr H. Frey: Ueber das Gypslager Ossasco.
3. Herr Jenner: Abnorm entwickelte Rosenblüthen.
4. Herr Tschirch: Blutlaus auf Cornus.

864. Sitzung vom 2. Juli 1893

in Langenthal.

Vorsitzender: Herr Tschirch.

1. Herr Th. Studer: Zugstrassen der Vögel in der Schweiz.
2. Herr Ed. Fischer: Pilzgärten einiger südamerikanischer Ameisen.
3. Herr Tschirch: **Stickstoffernährung der Pflanzen und ihre Bedeutung für die Landwirthschaft.**

Herr *Tschirch* sprach über die Stickstoffernährung der Pflanzen, anknüpfend an die Untersuchungen von Frank und Hellriegel. Er betonte, dass zwar allen grünen Pflanzen, wenn dieselben ihre Assimilationsorgane normal entwickelt haben, die Fähigkeit, den Stickstoff der Luft zu assimiliren zukomme, dass jedoch erhebliche Differenzen in der Ergiebigkeit dieser Stickstoffassimilation bestehen. Die Leguminosen sind als die am stärksten Stickstoff erwerbenden zu betrachten. Der Nachweis, dass das die *Knöllchen* der Leguminosen bewohnende Rizobium, dessen Entwicklunsgeschichte der Vortragende an der Hand seiner und Frank's pflanzenphysiologischen Wandtafeln schilderte, die Stickstoffassimiliation besorge, ist als noch nicht geführt zu betrachten.

4. Besuch der erratischen Blöcke auf dem Steinhof.

865. Sitzung vom 28. Oktober 1893.

Abends 7½ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 23 Mitglieder und 3 Gäste.

1. Herr Ed. Fischer: **Ueber die Sklerotienkrankheit der Alpenrosen** (Sclerotinia Rhododendri Ed. Fischer).

Im Jahre 1891 hatte Vortragender auf dem Sigriswylergrate Alpenrosen aufgefunden, deren Früchte von Sklerotien befallen waren. Ihrem ganzen Auftreten nach konnte es schon damals kaum einem Zweifel unterliegen, dass letztere einer Sclerotinia angehören. (S. Mitth. der Naturf. Gesellsch. in Bern aus dem Jahre 1891 Seite XVI.) Diese Annahme fand nun ihre Bestätigung durch die im letzten Sommer angestellten Kulturversuche: es gelang dem Vortragenden, aus den Sklerotien Becherfrüchte zu erziehen und die Ascosporen in Nährlösung zu kultiviren. Im Wesentlichen zeigte dabei der Pilz Uebereinstimmung mit den von Woronin so gründlich studirten Sclerotinien der Vaccinieenbeeren, nur bildete er nicht die kleinen, keimungsunfähigen Conidien, welche bei jenen so häufig auftreten. In Betreff des Verhaltens der Sclerotinia Rhododendri in der Natur sind dagegen noch einige Punkte unklar geblieben. Für das Nähere sei hingewiesen auf die Arbeit des Vortragenden in den Berichten der schweiz. botanischen Gesellschaft Heft IV, Seite 1—18.

2. Herr A. Rossel: Neuere Versuche zur Feststellung der Rolle, welche Stickstoff, Kali und Phosphorsäure in der Pflanzenernährung spielen.

866. Sitzung vom 11. November 1893.

Abends $7^1/_2$ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 24 Mitglieder.

1. Herr Kronecker: Untersuchungen Meltzer's betreffend den Einfluss der Erschütterung auf Mikroorganismen.
2. Herr R. Huber: Abhängigkeit der Regenmenge von der Orographie des Landes.

867. Sitzung vom 25. November 1893.

Abends $7^1/_2$ Uhr im Storchen.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 21 Mitglieder und 2 Gäste.

1. Herr L. Fischer: Norwegische Meeresalgen.
2. Herr Flückiger: Reaktion auf Jod in den Laminarien.
3. Herr O. Rubeli: Ueber das Gehgelenk einiger Hausthiere.

868. Sitzung vom 2. Dezember 1893.

Abends $7^1/_2$ Uhr im Hörsaal des pharmaceut. Instituts.

Vorsitzender: Herr Tschirch. Anwesend 37 Mitglieder und 10 Gäste.

1. Herr Ed. Fischer: Podaxon aus dem südwestl. Afrika. Doppelpyramiden von Quarz aus Adelboden.
2. Herr Tschirch: Vorweisung von Photographien, die den Einfluss chem. Stoffe auf die Entwicklung der Pflanzen in ausgezeichneter Weise erläutern.

   Vorweisung einer Anzahl von Tafeln des pflanzenphysiologischen Atlasses von Frank und Tschirch.

   Projektionen von Pflanzentypen aus den Tropen mittelst des Scioptikons.

   Demonstration der Sammlungen und Einrichtungen des neuen pharmazeut. Institutes.

Verzeichniss der Mitglieder

der

Bernischen naturforschenden Gesellschaft.

(Am 31. Dezember 1893.)

Die mit * bezeichneten Mitglieder wurden im Jahre 1893 neu aufgenommen.

Vorstand.

Prof. Dr. *A. Tschirch,* Präsident vom 1. Mai 1893 bis 30. April 1894.
Prof. Dr. *Ed. Fischer,* Vicepräsident.
B. Studer, jun., Apotheker, Kassier seit 1875.
Dr. *E. Kissling,* Secretär seit 1892.
Prof. Dr. *J. H. Graf,* Redaktor der Mittheilungen seit 1883 und Oberbibliothekar seit 1889.
Dr. *E. Kissling,* Unterbibliothekar seit 1888.
Dr. Th. Steck, Geschäftsführer des Lesezirkels.

Mitglieder.

1. *Anderegg,* Ernst, Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern . 1891
2. *Andreæ,* Philipp, Apotheker, Bern 1883
3. *Badertscher,* Dr. A., Sekundarlehrer, Bern 1888
4. *Balmer,* Dr. Hans, Privatdocent, Bern 1886
5. *Baltzer,* Dr. A., Professor der Mineralogie und Geologie, Bern 1884
6. *Bannwarth,* Dr. Emil, Privatdocent und Prosector an der Anatomie Bern 1891
7. *Baumberger,* Ernst, Sekundarlehrer in Twann . . . 1890
8. *Beck,* Dr. Gottl., Vice-Direktor des Freien Gymnasiums, Bern 1876
9. *v. Benoit,* Dr. jur. G., Bern 1872
10. *Benteli,* A., Rector und Docent, Bern 1869
11. *Benteli,* A., V. D. M., Bern 1891
12. *Berdez,* H., Professor an der Thierarzneischule, Bern . . 1879
13. *Berlinerblau,* Dr. J., Fabrikdirect. in Sosnowice (Russ.-Polen) 1887
14. *Bindy,* Jos., Curé à Vermes, Jura bernois 1890
15. *v. Bonstetten,* Dr. phil. August, Bern 1859
16. *Bourgeois,* Dr. med. E., Arzt, Bern 1872
17. *Brückner,* Dr. Ed., Prof. der Geographie, Bern . . . 1888
18. *Brunner,* C., Dr. phil., Trautsohngasse 6, Wien . . . 1846
19. *Büchi,* Fr., Optiker, Bern 1874
20. *v. Büren,* Eug., allié von Salis, Sachwalter, Bern . . 1877
21. **Bützberger,* F., Dr. phil., Lehrer am Technikum Burgdorf. 1893
22. *Cherbuliez,* Dr. Director, Mülhausen 1861

23. *Christeller*, Dr. med., Bordighera 1870
24. *Coaz*, eidgenössischer Oberforstinspektor, Bern . . . 1875
25. *Conrad*, Dr. Fr., Arzt in Bern 1872
26. *Cramer*, Gottl., Arzt in Biel 1854
27. *Dick*, Dr. Rud., Arzt in Bern 1876
28. *Dmitrenko*, Frl. E., stud. phil., Bern 1887
29. *Drechsel*, Prof. Dr., Bern 1892
30. *Droz*, Arnold, Kantonsschullehrer in Pruntrut . . . 1890
31. *Dubois*, Dr. med., Arzt, Privatdocent, Bern . . . 1884
32. *Dumont*, Dr. med. F., Arzt, Privatdocent, Bern . . . 1890
33. *Dutoit*, Dr. med., Arzt in Bern 1867
34. *Eggenberger*, J., Dr. phil., Könitzstrasse 32 1892
35. **Epstein*, Dr. phil., Bern 1893
36. *Engelmann*, Dr., Apotheker in Basel 1874
37. *v. Fellenberg*, Dr. phil. E., Bergingenieur, Bern . . . 1861
38. *Fischer*, Dr. phil. Ed., Professor der Botanik, Bern . . 1885
39. *Fischer*, Dr. L., Professor der Botanik, Bern . . . 1852
40. *Flückiger*, Prof. Dr., Bern 1853
41. *Frey*, Dr. H., Gymnasiallehrer und Privatdocent, Bern . 1889
42. *Frey*, Dr. Rob., Arzt in Rubigen 1876
43. *v. Freudenreich*, Dr. E., Bern 1885
44. *Fuchs*, U., Pfarrer in Unterseen 1891
45. *Geering*, Dr. T., Chef der eidg. Handelsstatistik, Bern . 1889
46. **Gerber*, Paul, Dr. phil., Apotheker, Bern 1893
47. *de Giacomi*, J., Dr. med. Arzt und Privatdocent, Bern . 1889
48. *Girard*, Prof. Dr. med., Arzt in Bern 1876
49. *Glur*, J. G., Dr. phil., Bern 1890
50. *Gosset*, Philipp, Ingenieur, Wabern bei Bern . . . 1865
51. *Graf*, Dr. J. H., Professor der Mathematik, Bern . . 1874
52. *Gressly*, Alb., Oberst, Maschinen-Ingenieur, Bern . . 1872
53. *Grimm*, J., Präparator, Bern 1876
54. *Gruner*, Dr. Paul, Gymnasiallehrer, Bern 1892
55. *Guillaume*, Dr. L., Direkt. des eidgen. statist. Bureaus, Bern 1892
56. *Guillebeau*, Professor Dr., Bern 1878
57. *Haaf*, C., Droguist, Bern 1857
58. *Haas*, Dr. med, Sigismund, Arzt in Muri b. Bern . . 1890
59. *Hafner*, René, Apotheker in Biel 1891
60. *Hasler*, Dr. phil. G., Dir. d. Telegraphen-Werkstätte, Bern 1861
61. *Held*, Leon, Ingenieur, Bern 1879
62. *Hess*, E., Professor an der Thierarzneischule, Bern . . 1883
63. *Holzer*, Ferd., Lehrer in Oberwyl bei Büren . . . 1890
64. *Huber*, Dr. G., Professor der Mathematik, Bern . . . 1888
65. *Huber*, Rud., Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . . 1891
66. *Jenner*, E. Entomolog, Stadtbibl., Bern 1870
67. *Jonquière*, Dr., Professor der Medicin, Bern . . . 1853
68. *Jonquière*, Dr. med. Georg, Arzt in Bern 1884
69. *Jonquière*, Dr. phil. Alf., Statistiker, Bern 1884
70. *Käch*, P., Sekundarlehrer in Bern 1880
71. *Kaufmann*, Dr., Sekretär des schweizerischen Industrie-departements, Bern 1881
72. *Kaufmann*, Alfr., Dr. phil. und Gymnasiallehrer, Bern . 1886
73. *Kesselring*, H., Lehrer an der Sekundarschule in Bern . 1870

74.	*Kissling*, Dr. E., Sekundarlehrer und Privatdocent, Bern .	1888
75.	*Kobi*, Dr., Rector der Kantonsschule Pruntrut . . .	1878
76.	*Kocher*, Dr., Professor der Chirurgie, Bern . . .	1872
77.	*Koller*, G., Ingenieur, Bern	1872
78.	*König*, Dr. Emil, Arzt in Bern	1872
79.	**König*, Emil, Dr. phil., Gymnasiallehrer, Bern . . .	1893
80.	*Körber*, H., Buchhändler in Bern , ...	1872
81.	*Kraft*, Alex., Besitzer des Bernerhofs, Bern . . .	1872
82.	*Krebs*, A., Seminarlehrer in Bern	1888
83.	*Kronecker*, Dr. H., Professor der Physiologie, Bern . .	1884
84.	*Kummer*, Dr. med. J., Arzt in Aarwangen . . .	1890
85.	*Langhans*, Fr., Lehrer am städt. Progymnasium, Bern .	1872
86.	*Lanz*, Dr. Em., Arzt in Biel	1876
87.	*Leist*, Dr. K., Lehrer an der Sekundarschule, Bern . .	1888
88.	**Lesser*, Ed., Dr., Prof. der Dermatologie, Bern . .	1893
89.	*Lindt*, Dr. med. Wilh , Arzt in Bern	1854
90.	*Lindt*, Dr. med., W. jun., Arzt und Docent, Bern . .	1888
91.	*Lütschg*, J., Waisenvater, Bern	1872
92.	*Marckwald*, Dr. Max, Bonn a. Rh.	1889
93.	*Markusen*, Professor Dr. Johann, Bern	1889
94.	*Marti*, Christian, Sekundarlehrer in Nidau . . .	1889
95.	*Marti*, Lehrer a. d. n. Mädchenschule, Bern . . .	1892
96.	*Moser*, Dr. phil. Ch., Privatdocent, Bern	1884
97.	*Moser*, Friedrich, Schreinermeister, Bern	1877
98.	*Müller*, Emil, Apotheker in Bern	1882
99.	*Müller*, Professor, Dr. P. in Bern	1888
100.	**Müller*, Max, Dr. med., Bern	1893
101.	*Münger*, F., Dr. phil., Sekundarlehrer, Steffisburg . .	1892
102.	*v. Mutach*, Alfr., von Riedburg, Bern	1865
103.	*Mützenberg*, Dr. med. Ernst, Spiez	1885
104.	*Nanni*, Dr. Wilh., Arzt in Mühleberg	1890
105.	*Nicolet*, L., Pharmacien, St. Imier	1892
106.	*Niehans-Boret*, Dr. med., Arzt in Bern	1870
107.	*Pfister*, J. H., Mechaniker in Bern	1871
108.	*Pflüger*, Dr. Professor, Bern	1889
109.	*Prêtre*, Henri, Sekundarlehrer in Moutier	1890
110.	*Pulver*, E., Apotheker in Interlaken	1890
111.	*Pulver*, Fried., Apotheker in Bern	1876
112.	*Pulver*, G., Sekundarlehrer in Wiedlisbach . . .	1891
113.	*Ris*, Lehrer der Physik am städt. Gymnasium . . .	1869
114.	*Rollier*, L., in Zürich-Fluntern	1890
115.	**Rossel*, A. Dr., Professor der Chemie, Bern . . .	1893
116.	*Rothen*, Dr. phil., internationaler Telegraphendirektor, Bern	1872
117.	*Rothenbach*, Alfr. Gasdirector in Bern	1872
118.	*Rubeli*, Dr. O., Professor an der Thierarzneischule, Bern .	1892
119.	*Rüefli*, Secundarlehrer in Bern	1890
120.	*Sahli*, Professor Dr. H., in Bern	1875
121.	*Santi*, Dr. med. Aug., Arzt in Bern	1890
122.	*Schällibaum*, Dr. H., Arzt in Wattenwyl	1889
123.	*Schärer*, Dr. med. Ernst, Bern	1885
124.	*Schärtlin*, Dr., Chef im eidgen. Versicherungsamt in Bern	1888
125.	*Schaffer*, Dr., Kantonschemiker und Docent, Bern . .	1878

126. *Schenk*, Dr. Karl, Bundesrath, Bern 1872
127. *Schlachter,* Dr., Lehrer an der Lerberschule, Bern . . 1884
128. *Schmid*, Dr. W., Major im Generalstab, Bern . . . 1891
129. **Schmidt,* F. W., Dr. phil., Assistent am chem. Laboratorium, Bern 1893
130. *Schuppli*, M., Direktor der N. Mädschenschule, Hilterfingen 1870
131. *Schwab,* Alfr., Banquier in Bern 1873
132. *Schwab,* Sam., Dr. med., Bern 1885
133. *Schwarz-Wälly*, Commandant, Bern 1872
134. *Sidler*, Dr., Professor der Astronomie, Bern . . . 1872
135. **Stähli,* F., Dr. phil., Gymnasiallehrer in Burgdorf . . 1893
136. *Steck,* Th., Dr. phil., Conservator am Naturhist. Museum, Bern 1878
137. *Stooss*, Dr. med. Max, Arzt in Bern 1883
138. *Strasser*, Dr. Hans, Professor der Anatomie, Bern . . 1872
139. *Stucki,* Fr., Sekundarlehrer in Wangen a. A. . . . 1890
140. *Stucki,* G., Sekundarlehrer in Bern 1890
141. *Studer,* Bernhard, sen., Bern 1844
142. *Studer,* Bernhard, Apotheker, Bern 1871
143. *Studer,* Dr. Theophil, Professor der Zoologie, Bern . . 1868
144. *Studer,* Wilhelm, Apotheker in Bern 1877
145. *Tanner,* G. H., Apotheker in Bern 1882
146. *Tavel,* Professor Dr. E., Bern 1892
147. *Thiessing,* Dr., Redactor, Bern 1867
148. *v. Tscharner,* Dr. phil. L., Oberstlieutenant, Bern . . 1874
149. *v. Tscharner-de Lessert,* Oberstlieutenant, Bern . . 1878
150. *Tschirch,* Dr. A., Professor der Pharmakognosie in Bern . 1890
151. *Tschumi,* Dr., Lebensmittelinspector, Bern 1890
152. *Valentin,* Professor Dr. med. Ad., Arzt in Bern . . 1872
153. *Volz,* Wilhelm, Apotheker in Bern 1887
154. *Wäber-Lindt,* A., Bern 1864
155. *Wander,* Dr. phil., Chemiker, Bern 1865
156. *Wagner,* Karl, cand. phil., Enge-Zürich 1892
157. *Wanzenried,* Sekundarlehrer in Grosshöchstetten . . 1867
158. *Wartmann,* Apotheker in Biel 1891
159. *v. Wattenwyl-v. Wattenwyl,* Jean, Gemeinderath, Bern . 1877
160. *Weingart,* J., Sekundarlehrer in Bern 1875
161. *Wüthrich*, Dr. phil. E., Direktor der Molkereischule Rütti . 1892
162. *Wyss*, Dr. G., Buchdrucker in Bern 1887
163. *Wyttenbach-v. Fischer,* Dr., Arzt in Bern 1872
164. *de Zehender,* Marq., Ingenieur, Bern 1874
165. **Zeller*, R., Geolog, Bern 1893
166. *Ziegler,* Dr. med. A., eidgen. Oberfeldarzt, Bern . . 1859
167. *Zumstein,* Dr. med. J. J., in Marburg 1885
168. *Zwicky,* Lehrer am städt. Gymnasium, Bern . . . 1856

Im Jahre 1893 ausgetreten:

Christen, Förster in Biel 1889
Heller, J. H., Kaufmann in Bern 1872
Klopfenstein, F., Sekundarleher, Wimmis 1890
Kuhn, F., gewes. Pfarrer, Bern 1841
Lindt, Franz, Ingenieur, Bern 1870

Lanz, J., Dr. med., Biel	1856
Lommel, Ingenieur, Bern	1890
Niehans, Paul, Dr. med., Bern	1873
Polikier, Th.. Dr. phil., Bern	1890
Stämpfli, K., Buchdrucker, Bern	1870
v. Steiger, Dr. A., Bern	1890
Wyss, C., Sekundarlehrer, Basel	1889

Im Jahre 1893 verstorben:

Fankhauser, J., Gymnasiallehrer und Priatdocent, Bern	1873
Lauterburg, R., Ingenieur, Bern	1851
Lindt, R., Apotheker, Bern	1849
Neuhaus, Carl, Dr. med., Biel	1854
Schnell, Dr. Alb., Lochbach bei Burgdorf	1872
Werder, Dan., Sekr. d. eidg. Telegraphen-Direktion, Bern	1876
v. Werdt, Grossrath, Toffen	1887
Wolf, Dr. R., Professor in Zürich	1839

Correspondirende Mitglieder:

1. *Biermer,* Dr. Professor in Breslau	1861
2. *Custer,* Dr., in Aarau	1850
3. *Flesch,* Dr. M., Arzt in Frankfurt	1882
4. *Gasser,* Dr. E., Professor der Anatomie in Marburg	1884
5. *Gelpke,* Otto, Ingenieur in Luzern	1867
6. *Graf,* Lehrer, in St. Gallen	1858
7. *Grützner,* Dr. A., Prof. in Tübingen	1881
8. *Hiepe,* Dr. Wilhelm, in Birmingham	1874
9. *Imfeld,* Xaver, Topograph in Hottingen	1880
10. *Krebs,* Gymnasiallehrer in Winterthur	1864
11. *Landolf,* Dr., in Chili	1881
12. *Lang,* Dr. A., Professor in Zürich	1876
13. *Leonhard,* Dr., Veterinär in Frankfurt	1870
14. *Lichtheim,* Professor in Königsberg	1881
15. *Lindt,* Dr. Otto, Apotheker in Aarau	1866
16. *Metzdorf,* Dr. Professor der Vet.-Sch. in Proskau, Schlesien	1870
17. *Petri,* Dr. Ed., Prof. der Geographie in St. Petersburg	1883
18. *Pütz,* Dr. H., Professor der Vet.-Med., Halle a. S.	1870
19. *Regelsperger,* Gust, Dr., rue la Boétie 85, Paris	1883
20. *Rothenbach,* Lehrer am Lehrerseminar in Küssnacht	1871
21. *Rütimeyer,* Dr. L., Professor in Basel	1853
22. *Schiff,* Dr. M., Professor in Genf	1856
23. *Wälchli,* Dr. med. D. J., Buenos Ayres	1873
24. *Wild,* Dr., Professor, in St. Petersburg	1859

Auszug

aus der

Jahres-Rechnung der bernischen Naturforschenden Gesellschaft

1892

Einnahmen.

Saldo letzter Rechnung	Fr.	812. 45
Jahres-Beiträge	„	1,384. —
Eintrittsgelder	„	55. —
Zinse	„	105. 15
Verkauf von Mittheilungen	„	12. —
	Fr.	2,368. 60

Ausgaben.

Mittheilungen	Fr.	957. 85
Sitzungen	„	119. 10
Bibliothek	„	175. 15
Lesezirkel	„	146. 15
Verschiedenes	„	294. 15
	Fr.	1,692. 40

Bilanz.

Die Einnahmen betragen	Fr.	2,368. 60
Die Ausgaben betragen	„	1,692. 40
Es ergiebt sich demnach ein Activ-Saldo von	Fr.	676. 20

Vermögensetat.

Das Vermögen der naturforschenden Gesellschaft besteht auf 31. Dec. 1892 in

a. einer Obligation der eidgenössischen Bank . . .	Fr.	1,000. —
b. dem Reservefonds auf der Hypothekarkasse . .	„	528. 55
c. dem Activ-Saldo obiger Rechnung	„	676. 20
	Fr.	2,204. 75

Auf 31. Dec. 1891 betrug das Vermögen	Fr.	2,341. —
Auf 31. Dec. 1892 beträgt dasselbe	„	2,204. 75
Es ergiebt sich also pro 1892 eine Verminderung von	Fr.	136. 25

Reservefonds

ist im Rechnungsjahr unverändert geblieben mit . . Fr. 528. 55

Der Cassier: **B. Studer**, Apoth.

Ed. Fischer.

Einige Bemerkungen über die Calamarieen-Gattung Cingularia.

Mit einer Tafel in Lichtdruck und einem Holzschnitt.

Unter den Calamarieen-Fructificationen, welche bis jetzt aus den carbonischen Ablagerungen bekannt geworden sind, nähern sich die einen mehr den jetztlebenden Equisetineen dadurch, dass ihre sporangientragenden Blätter eine schildförmige Spreite besitzen, an deren Unterseite die Sporangien zu mehreren befestigt sind. Es gehören dahin diejenigen Formen, welche von *Weiss**) und *Solms***) unter dem Namen *Calamostachys* und *Palæostachya* zusammengefasst werden. Freilich weicht ihre Gliederung insoferne von derjenigen der heutigen Equiseten ab, als die fertilen Blattquirle mit sterilen alterniren. Neben diesen Formen giebt es aber andere, deren Fruchtähren von denen der jetzt lebenden *Equisetum*arten weit mehr abweichen. Zu diesen gehört insbesondere die merkwürdige *Cingularia typica* Weiss, von der im Folgenden die Rede sein soll.

Cingularia typica wurde bisher hauptsächlich im Saargebiete in den sog. Saarbrücker Schichten bei St. Ingbert und in den Umgebungen von Saarbrücken und Neunkirchen aufgefunden. Ihre Kenntniss verdanken wir besonders den schönen Untersuchungen von *Weiss*,***) nach welchen sich die Gliederung der Fruchtähren dieser Pflanze etwa

*) Weiss, Ch. E. Beiträge zur fossilen Flora III: Steinkohlen-Calamarien II. Berlin 1884 p. 154 ff. Abhandlungen zur geolog. Spezialkarte von Preussen Band V. Heft 2.

**) H. Graf zu Solms-Laubach. Einleitung in die Palæophytologie. Leipzig 1887 p. 334.

***) Weiss, Ch. E. Beiträge zur fossilen Flora. Steinkohlen-Calamarien mit besonderer Berücksichtigung ihrer Fructificationen. Berlin 1876 p. 88. Taf. VI.—IX. Abhandlungen zur geologischen Spezialkarte von Preussen. Band II. Heft 1.

folgendermassen gestaltet: die ziemlich dünne Axe trägt in Abständen von 7—10 Millim. je zwei einander bis zur Berührung genäherte Blattquirle, von denen der obere steril, der untere fertil ist. Ersterer besteht aus lanzettlichen, zuweilen an ihrer Spitze lang ausgezogenen Blättern, welche in ihrem untern Theile zu einer flach trichter- oder tellerförmigen Scheide verwachsen sind. Die freien Enden der Blätter sind durch meist gerundete Buchten von einander getrennt. Die Zahl der einzelnen Blätter dürfte sich auf 20 oder mehr belaufen. Der untere, sporangientragende Quirl oder, wie ihn *Weiss* nennt, die Sporangienscheibe, ist horizontal ausgebreitet und besteht aus 10 oder 12 keilförmigen, an ihrem Ende abgestutzten Blättern, die ebenfalls an ihrem Grunde verwachsen sind; die freien Theile derselben sind ungefähr bis zur Mitte hinein durch einen Einschnitt in zwei Lappen gespalten. Eine vom Grunde dieses Einschnittes radial gegen die Basis hin verlaufende Naht und eine am Grunde der beiden Endlappen quer verlaufende Linie theilen ferner jedes Blatt in vier Felder, auf deren jedem man an der Unterseite die Ansatznarbe eines Sporangiums wahrnimmt. Die Sporangien selber sind abgerundet viereckig und auf ihrer Oberfläche mit sehr feinen Linien skulptirt.

Dieser Beschreibung von *Weiss* hat dann *Stur**) späterhin noch einige Details über Skulptur und Nervenverlauf der sporangientragenden Blätter beigefügt.

Ueber die *vegetativen Theile* von *Cingularia* kann ein abschliessendes Urtheil noch nicht gegeben werden, da bisher nur kleine Stücke von Zweigen mit den Aehren im Zusammenhange gefunden wurden. Die Zweige sind gegliedert und längsgestreift und erinnern am meisten an Asterophylliten und Annularien.**) *Stur* hat sich,***) gestützt auf das vielfach beobachtete, ganz oder fast ganz ausschliessliche Zusammenvorkommen der *Cingularia typica* mit *Annularia radiata* Brgt. sp., für die Zusammengehörigkeit mit letzterer ausgesprochen.

---

*) Stur, D. Die Culmflora der Ostrauer und Waldenburger Schichten. Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Band VIII. Wien 1875—1877. pag. 42 ff.

**) s. Weiss l. c. Band II. Heft 1 Tafel VI. Figur 6, Tafel VII. Figur 1, Tafel IX. Figur 2.

***) Stur, D. Die Carbon-Flora der Schatzlarer Schichten. Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt Band XI. Abtheilung 2. Wien 1887. p. 218 ff.

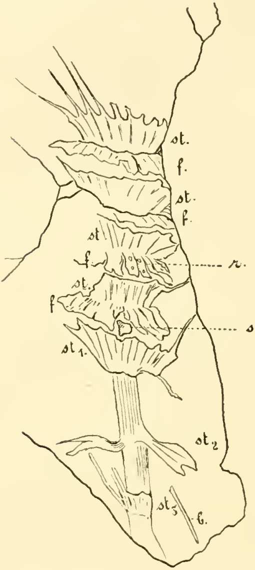
Die Exemplare, welche obigen Darstellungen von *Weiss*, *Stur* und *Solms* zu Grunde liegen und welche namentlich *Weiss* in grösserer Anzahl abbildet, sind in der Weise erhalten, dass ihre Quirle auf der Gesteinsfläche ausgebreitet liegen und daher von oben oder unten her flachgedrückt zur Anschauung kommen. Diese Art der Erhaltung erschwerte die Untersuchung bedeutend, indem der fertile und der sterile Quirl dabei oft dicht aufeinandergepresst sind und ineinander verfliessen, sodass es erklärlich ist, wenn früher nur ein einziger Blattkreis angenommen wurde; so ist z. B. nach *Schimper's**) Darstellung nur eine Art von Quirlen vorhanden, die in der Jugend an ihrem Rande lanzettliche Spitzen besitzen, welche dann später abfallen und abgestutzte keilförmige Bracteen zurücklassen. «Um sich von der Existenz zweier getrennter Blattkreise zu überzeugen», schreibt *Weiss*, «muss man solche Exemplare untersuchen, bei welchen dieselben nicht aufeinandergepresst sind und deshalb ineinander verfliessen, wie es nicht selten vorkommt, sondern wo die zwischen beide eingedrungene Gesteinsmasse sie deutlich geschieden hält. Dies ist gewöhnlich an solchen Exemplaren zu beobachten, welche den einen Kreis vollständiger, den andern nur theilweise sichtbar werden lassen.» Immerhin gestatteten die von *Weiss* untersuchten Stücke nicht einen völlig sicheren Entscheid darüber, ob nicht die innersten, der Axe nächst gelegenen Theile der beiden Quirle untereinander verwachsen seien. Wenn *Weiss* eine solche Verwachsung nicht annimmt, so thut er dies aus dem Grunde, weil «das häufige isolirte Auftreten einzelner Wirtel eine solche Annahme nahezu widerlegen würde.»

Bei einer Excursion in das Saargebiet im Frühjahr 1892 sammelte ich auf den Halden der Grube Wellesweiler bei Neunkirchen verschiedene Exemplare von *Cingularia typica*; dieselben waren aber nicht geeignet, unsere Kenntnisse über diesen eigenthümlichen Pflanzenrest weiter zu fördern, als es *Weiss* gethan, indem auch hier die Quirle von oben und unten her plattgedrückt auf der Gesteinsfläche zur Anschauung kamen. Anders dagegen ein Exemplar, welches ich auf den Halden der Skalley-Schächte bei Dudweiler fand. Dasselbe

*) Schimper, W. Ph. Traité de Paléontologie végétale. Bd. III. 1874. p. 460, siehe auch Weiss l. c. Band II. Heft 1 p. 91, 92. — In Zittel's Handbuch der Palæontologie schliesst sich dann aber Schimper der Weiss'schen Darstellung an.

scheint mir hinreichendes Interesse zu haben, um es im Folgenden kurz zu beschreiben. Tafel 1 stellt eine Ansicht dieses Exemplars in ungefähr natürlicher Grösse dar, und nebenstehende Skizze, welche die gleiche Aehre darstellt, giebt die nöthigen Erläuterungen zu dieser Tafel. Es handelt sich um eine Fruchtähre, bei welcher die Quirle nicht wie sonst von oben und unten her plattgedrückt und aufeinandergepresst sind, sondern von der Seite her gesehen werden, wobei die sterilen Quirle nach oben und die zugehörigen fertilen nach unten gebogen sind, sodass beide deutlich von einander geschieden sind und Einblicke in ihre Insertionsverhältnisse gewähren.

Das ganze Exemplar, soweit es erhalten geblieben ist, misst $7\,^1/_2$ Cm. Länge, vom Rande des obersten sterilen Blattkreises (ohne die Zipfel) bis unten gemessen; davon entfällt auf die Fruchtähre selbst etwa die Hälfte, das Uebrige gehört dem ausschliesslich mit sterilen Quirlen besetzten Stiele an. Es sind im Ganzen 4 Paare von verbundenen sterilen und fertilen Wirteln vorhanden und unten folgen dann auf diese noch 3 sterile Wirtel. Ob damit die Aehre vollständig ist oder ob sie sich ursprünglich nach oben noch mehr verlängerte und weitere Wirtelpaare trug, das muss dahingestellt bleiben; nach Analogie anderer Fälle ist man eher geneigt, das letztere anzunehmen. —



Cingularia typica Weiss, von den Halden der Skalley-Schächte bei Dudweiler, nat. Gr. Dasselbe Exemplar wie Taf. 1 und zur Erläuterung derselben dienend. st, st_1, st_2, st_3 sterile Quirle, f fertile Quirle, r sporangientragender Lappen, an welchem Andeutungen der Sporangien-Ansatz-Stellen (?) sichtbar, spg Sporangium??, b Blattzipfel zum sterilen Quirle st_2 gehörig.

Von den sterilen Quirlen (st) ist der oberste am vollkommensten erhalten; es sind von demselben 9 Blätter sichtbar, die in ihrem unteren Theile scheidenartig verbunden sind, nach oben aber in sehr lange Zipfel ausgehen, von welchen 4 noch erhalten geblieben sind. Es erreichen diese freien Enden eine Länge von $1\,^1/_2$ Cm. oder darüber; sie sind durch gerundete Buchten von einander getrennt. Auf dem Rücken jedes Blattes lässt sich bis zur Abgangsstelle der freien Zipfel ziemlich deutlich die Spur einer längsverlaufenden Mittelrippe erkennen, wie sie *Weiss* auch für seine Exemplare beschrieben hat. Von den drei nächstunteren sterilen Quirlen ist der Rand resp. die freien Zipfel an den meisten Stellen abgebrochen, im Uebrigen stimmen dieselben mit dem obersten Wirtel wesentlich überein. Der Abstand der 4 besprochenen Quirle beträgt durchschnittlich etwa 1 Cm. Was ihre Form anbetrifft, so erhält man bei Betrachtung des Exemplars den Eindruck, es sei dieselbe eine ziemlich steil trichterförmige; indess ist es — besonders da die Aehre an den Seiten nicht überall gut erhalten ist, — etwas schwer zu beurtheilen, ob sie im lebenden Zustande wirklich ebenso steil war, oder ob die trichterförmige Gestalt nur auf eine Zusammendrückung bei der Fossilisation zurückzuführen ist.

Jedem der vier besprochenen sterilen Wirtel entspricht ein fertiler (f). Während aber die ersteren nach oben gerichtet sind und daher von der Unterseite gesehen werden, sind die fertilen nach unten gerichtet und daher ihre Oberseite sichtbar. Es sind dieselben nicht so vollkommen deutlich wie bei den von *Weiss* und den andern Autoren beschriebenen von oben und unten plattgedrückten Exemplaren, vielmehr sind ihre Lappen einigermassen verbogen; indess liess sich doch an einigen Stellen, so besonders im drittobersten Quirl, ihre abgestutzte, zweilappige Gestalt und die mediane radial verlaufende Naht noch erkennen. An einer Stelle (bei r) glaube ich sogar auch die Andeutung der Sporangien-Ansatzstellen noch erkannt zu haben. — Die gegenseitige Lage der fertilen und sterilen Quirle, wie sie sich in unserem Stücke darbietet, gestattet nun einen besseren Einblick in die Insertionsverhältnisse derselben, als es in den bisher beschriebenen Stücken möglich war. Wir sahen oben, dass *Weiss* nicht *direct* feststellen konnte, ob die beiden Quirle am Grunde frei oder verwachsen seien. An unserem Exemplare kann man sich nun dem Eindrucke nicht verschliessen, dass die fertilen und sterilen Wirtel nicht unabhängig von einander an der Axe entspringen, sondern dass sie vielmehr ein Stück weit verwachsen sind, oder besser, dass der fertile Quirl an der Unterseite des sterilen inserirt sei. Wären nämlich beide Quirle frei, so müsste bei dem vorliegenden Erhaltungszustande die Aehre an der Vereinigungsstelle derselben eine bis zur Axe hineingehende Einschnürung zeigen. Nun haben aber thatsächlich die Einschnürungen an der Grenze beider Quirle einen Durchmesser von 1—1½ Cm., während die Axe an der Basis der Aehre nur ca. 4 Mm. dick ist. Dass die Grenzlinie zwischen beiden Wirteln wirklich die *Ansatz*stelle der fertilen Quirle bezeichnet, ergiebt sich daraus, dass man da und dort den Kohlebelag sich direct über dieselbe fortsetzen sieht.*) — Sporangien konnte ich nicht mit Sicherheit nachweisen. Vielleicht dürfte ein solches vorliegen bei dem isolirten dunkeln, etwas vertieften Fragment, welches in der Mitte des drittobersten fertilen Quirles zu sehen ist (bei spg), da man aber an demselben die characteristische Streifung nicht wahrnimmt, so könnte es sich ebensogut um ein Bruchstück eines Wirtelblattes handeln.

Auf die vier beschriebenen Paare von fertilen und sterilen Quirlen folgt nach unten zunächst ein steriler Quirl (st_1) von genau gleicher Beschaffenheit wie die vier oberen und auch in gleichem Abstande stehend, wie diese unter einander, aber es ist derselbe, soviel man erkennen kann, nicht von einem fertilen Wirtel begleitet. Es folgt dann ein etwas mehr verlängertes Internodium von etwa 13 Mm. Länge; hier ist die Axe nicht von Blattquirlen verdeckt und lässt daher ihre Beschaffenheit klar erkennen: sie zeigt eine deutliche Längsberippung und hat, wie bereits erwähnt wurde, einen Durchmesser von 4 Mm. Der nach unten folgende Quirl (st_2) ist nur theilweise sichtbar, zeigt aber doch, dass er in seinem ganzen Aufbau mit den oberen sterilen Wirteln übereinstimmt, mit dem einzigen Unterschiede, dass er ganz horizontal ausgebreitet gewesen zu sein scheint. Seine Blätter sind, wie dort, am Grunde verwachsen und endigen — wie man es am Gegendruck des abgebildeten Stückes an einer Stelle deutlich sehen kann, in einem langen Zipfel (bei b ist auch im abgebildeten Stück ein Theil desselben zu erkennen.) — Noch ein weiterer Quirl (st_3) folgt in einem Abstande von 11—12 Mm., aber derselbe ist schlecht erhalten und lässt nicht recht feststellen, wie weit nach unten seine Blätter, welche übrigens wieder ziemlich steil nach oben gerichtet erscheinen, frei sind.

Dass es sich bei unserer Fruchtähre wirklich um eine *Cingularia* handelt, kann bei der Uebereinstimmung in der Gliederung der sterilen Wirtel und in der Form der Lappen der fertilen wohl kaum ange-

*) Die scharfe Linie, die im obersten und zweitobersten Quirlpaare den sterilen vom fertilen Wirtel scheidet, rührt von Sprüngen im Gesteine her.

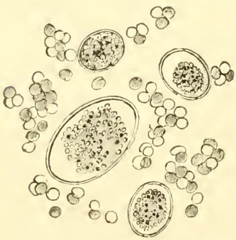
zweifelt werden. Unter den beiden von Weiss auseinander gehaltenen Formen der *C. typica* zeigt sie durch ihre Dimensionen und die grosse Länge der sterilen Blattzipfel mehr Analogie mit der Forma *major*. Freilich konnte ich die Zahl der Lappen der Sporangienscheibe, welche bei der Unterscheidung der f. *major* und *minor* auch in Betracht kommt, nicht feststellen. — Von den bisherigen Beschreibungen von *Cingularia* weicht aber unser Exemplar dadurch ab, dass die Sporangienscheibe an dem sterilen Quirle inserirt ist und dass letzterer möglicherweise eine mehr trichterförmige Gestalt besitzt. Soll man nun daraus den Schluss ziehen, dass bei *C. typica* überhaupt, entgegen der bisherigen Annahme, eine partielle Verwachsung der beiden Blattkreise stattfindet oder soll man für *C. typica* bei der bisherigen Anschauung verbleiben und unsere Aehre als besondere Art betrachten, die sich durch verwachsene Quirle von jener unterscheidet? Das ist eine Frage, die erst an der Hand weiteren Materiales entschieden werden kann.

Alfred Guillebeau.

Ueber das Vorkommen von Coccidium oviforme
bei der rothen Ruhr des Rindes.

Wie allgemein bekannt ist, unterscheidet man unter den *Protozoen* eine Gruppe von Wesen, welche durch das Vorkommen sichelförmiger Dauerformen oder Sporen sich auszeichnet und auf Grund dieser Eigenthümlichkeit den Namen der *Sporozoen* erhalten hat. Zu dieser Gruppe gehört das *Coccidium oviforme*, ein häufiger Leber- und Darmparasit des Kaninchens. In einigen, als Raritäten zu bezeichnenden Fällen hat man diesen Schmarotzer auch beim Menschen gefunden. Zu Anfang dieses Jahres nun sind von den Professoren Erwin *Zchokke* in Zürich und Ernst *Hess* in Bern in Arbeiten*) über die *rothe Ruhr* des Rindes ebenfalls Coccidien als sehr wahrscheinliche Ursache des betreffenden Leidens bezeichnet worden. In der That enthielt der Darm der kranken Thiere eine sehr grosse Zahl dieser Parasiten, deren Zugehörigkeit zu der Species *Coccidium oviforme* von den genannten Schriftstellern indessen nicht genauer untersucht wurde.

Die Symptome des bei den Rindern beobachteten Leidens entsprechen denjenigen eines starken Durchfalles. Die abgesetzten Kothmassen sind dünnflüssig und vielfach enthalten sie grosse, blutig gefärbte Schleimklumpen, ja manchmal sogar kleinere und grössere Blutgerinnsel. Stets finden sich in diesen Exkrementen eine grosse Zahl von Coccidien in voller Ausbildung vor, in einigen Fällen auch vorherrschend die kleine Jugendform, von der später die Rede sein wird. Einzelne Praktiker behandeln pro Jahr bis 50 von dieser Krankheit befallene Rinder, eine unter den gegebenen Verhältnissen gewiss stattlich zu nennende Zahl. Bald kommen in einem Viehstand nur vereinzelte



Präparat aus dem Kothe eines ruhrkranken Rindes mit 4 Coccidien, umgeben von vielen rothen Blutkörperchen.

*) Schweizer. Archiv f. Thierheilkunde 34. Bd. 1892.

Fälle zur Beobachtung, manchmal häufen sich an einem Orte und in kurzen Zwischenräumen die Zahl der Erkrankungen, doch nimmt das Leiden niemals den Character einer von Individuum zu Individuum übergehenden Seuche an. Es führt in 5—10 % der Fälle den Tod durch Erschöpfung herbei; in der Regel aber heilt es nach Tagen oder Wochen spontan ab, indem die Schmarotzer aus dem Darme verschwinden. Verlauf und Ausgang prägen dem Leiden eine unverkennbare Aehnlichkeit mit den akuten Exanthemen auf, immerhin mit dem Unterschiede, dass das Ueberstehen der Krankheit die Prädisposition für dieselbe nicht tilgt. Es gelangten im Gegentheil mehrere Fälle zur Beobachtung, bei welchen Thiere widerholt von dem Leiden befallen wurden.

Am häufigsten erkranken junge von dem Säugen entwöhnte Rinder, und der Besuch der Weide, sowie die Sommerszeit sind erfahrungsgemäss für den Eintritt des Durchfalls sehr begünstigende Momente; jedoch gewähren weder dauernder Stallaufenthalt, noch der Winter, noch höheres Alter vollkommenen Schutz. Empirisch ist festgestellt, dass die ersten Symptome öfters drei Wochen nach dem Auftrieb auf die Weide eintreten *(Hess)*.

Es scheint mir äusserst wahrscheinlich, das die früher von *Zürn**) beschriebenen Erkrankungen von drei Saugkälbern, welche in kurzer Zeit tödtlich endeten, mit der in der Schweiz beobachteten rothen Ruhr identisch gewesen sein dürften.

Die histologischen Veränderungen sind von *Zchokke* ausführlich geschildert worden. Sie stimmen mit den bekannten Thatsachen betreffend die Leber- und Darmcoccidien der Kaninchen überein und beginnen mit der Einwanderung der Parasiten in die Darmepithelien, welche hierauf abfallen. Zu dieser Entblössung gesellt sich eine eiterige Infiltration der Schleimhaut, sodass die Gesammtheit der Veränderungen als eiterig katarrhalische Enteritis einzelner Darmabschnitte bezeichnet werden kann. Der genannte Schriftsteller hat auf einem Quadratmillimeter der Schleimhaut 150,000 Coccidien gezählt, was 15 Millionen dieser Gebilde pro Quadratcentimeter ausmacht.

Die Coccidien sind runde oder ovale Körperchen von 30 μ Länge und 20 μ Durchmesser, mit doppelt begrenzter Hülle. Es scheinen zwei Varietäten dieser Gebilde vorzukommen, eine grössere Rasse von

*) Bericht über das Veterinärwesen im Königreich Sachsen. 1877. XXII. Jahrg. S. 113.

ausgesprochen eiförmiger Gestalt und eine etwas kleinere runde. Bald füllt das Protoplasma den Innenraum ganz aus; bald zieht sich dasselbe zu einer centralen Kugel zusammen, während an den Polen der Inhalt der Hülle völlig durchsichtig erscheint.

Hat man auf die Coccidien Sublimat einwirken lassen, so scheidet das Protoplasma eine, manchmal auch zwei kleine homogene Kugeln von 3 bis 7 μ Durchmesser aus, die als Kern aufgefasst werden können. Die Coccidien der Rinder sind gegen Reagentien sehr empfindlich, so dass Glycerin und Alkohol ein Zusammenfallen der Hüllen bis zur Unkenntlichkeit veranlassen. Durch Jod werden dieselben gelb, braun oder dunkelblau gefärbt. Setzt man diese Gebilde auf feuchtem Filtrirpapier oder unter ganz wenig Wasser einer Temperatur von 20—30° aus, so theilt sich das Protoplasma sehr bald in 4 rundliche oder elliptische Segmente, von denen jedes durch eine besondere Hülle umgeben wird, und einige Tage später sind innerhalb derselben zwei sichelförmige Körperchen entstanden, neben welchen ein kleines, körniges Klümpchen von Protoplasma als *Restkörper* (nucléus de reliquat) liegt.

Die Zugehörigkeit dieser Gebilde zur Gattung *Coccidium* ist auf Grund der *Aimé Schneider*'schen*) Klassification wegen der Viertheilung des Protoplasmas völlig ausser Zweifel. Aber auch die Zutheilung zur Species *C. oviforme* erscheint durchaus gerechtfertigt durch die Grössenverhältnisse, den Entwicklungsgang und den Ort des Vorkommens, vorausgesetzt, dass man *C. oviforme* und *C. perforans* wiederum zu einer Species vereinigt, wie es mit guten Gründen von *Balbiani* vorgeschlagen wird.

Die Gewinnung von Sporen war Anfangs mit Schwierigkeiten verbunden. *Balbiani***) betont mit Recht, dass die Gegenwart von viel organischer Substanz einen Fäulnissprocess von solcher Intensität veranlasst, dass eine grosse Zahl von Coccidien zu Grunde gehen. Um zum Ziele zu gelangen, mussten die Faeces mit Wasser ausgelaugt und nachträglich die Flüssigkeit abgegossen werden, um den grösseren Theil des Eiweisses entfernen zu können. So hindernd aber der Eiweissgehalt für die Sporenbildung war, so vortheilhaft zeigte er sich für einen andern Vorgang, über den ich in der mir zugänglichen Litteratur nichts gefunden habe. In einem eiweissreichen

*) Citirt nach *G. Balbiani*: Leçons sur les Sporozoaires. S. 73.
**) L. c. p. 87.

Koth, dessen Fäulniss durch Zusatz von Borsäure stark eingedämmt wurde, theilten sich unter dem Einflusse einer Temperatur von 39° C. die Coccidien sehr rasch. Aus dem Protoplasma entstanden zahlreiche kleine, 3—7 μ breite Kugeln von meist ganz homogener, glänzender Beschaffenheit. Manchmal besassen dieselben eine dünne, von dem Inhalte durch eine vollkommen durchsichtige Zone getrennte Hülle. Hier lag also die Neubildung von zahlreichen Individuen, ohne das Zwischenstadium der sichelförmigen Körperchen vor. Da nun in einigen Fällen der Koth der Rinder nebst typischen Coccidien auch eine grosse Menge dieser Gebilde enthielt, so muss die Annahme gemacht werden, dass dieselben auch im Darme entstehen können. Schon *Baranski* *) und *Malassez* **) hatten diese Körperchen im Eiter der Leberknoten von Kaninchen gesehen und abgebildet, aber die Frage, ob es sich um Entwicklungsstadien der Dauersporen, oder um etwas anderes handelte, unberührt gelassen.

R. Pfeiffer ***) war der erste, welcher für unseren Parasiten zwei Arten von Fortpflanzung annahm, einmal die sehr gut studirte Sporenbildung, zweitens eine im lebenden Wirthe rasch sich vollziehende Vermehrung, bei welcher im Innern des Coccidiums sehr zahlreiche, sichelförmige Körperchen gebildet werden sollten. In kurzer Zeit entstanden auf diese Weise eine grosse Zahl von Sicheln, von welchen ausserdem noch bemerkt wird, dass sie sehr labil seien und alsbald aus den Präparaten verschwänden. Ob die hier beschriebene Vermehrung verschieden, oder identisch mit der von *Pfeiffer* geschilderten ist, muss noch genauer untersucht werden. In Schnitten durch die gehärtete Darmwand sah ich oft Coccidien mit zahlreichen, kleinen Rundkörperchen im Inneren, jedoch niemals die *Pfeiffer*'sche Sichelform, denn alle kleinsten Coccidien, die mir bis jetzt zu Gesichte kamen, besassen eine runde Gestalt.

Die «*rothe Ruhr*» ist eine schon durch ihren Symptomenkomplex wohl abgegrenzte nosologische Species. In der That ist ihr Auftreten sehr charakteristisch, indem dieselbe innerhalb einer Heerde, deren sämmtliche Stücke gleich gehalten werden, nur einige Individuen mit auffallender Intensität befällt. Wir können noch weiter gehen und

*) Oesterreich. Vierteljahrsschrift für Veterinärmedicin 1879. Bd. 51. Seite 107.

**) Archives de Médecine expérimentale et d'Anatomie pathologique 1891. Bd. 3. S. 11.

***) Beiträge zur Protozoen-Forschung 1. Heft. S. 9.

für alle Fälle dieselbe Ursache feststellen. In dieser Beziehung ist zunächst von sehr grosser Wichtigkeit, dass die Ausleerungen stets Coccidien enthalten, bald in sehr grossen Mengen, bald weniger zahlreich.

Um die pathogene Wirkung der Coccidien ganz evident zu beweisen, waren Fütterungsversuche nothwendig. Dank einer financiellen Unterstützung durch die hohe kantonale *Direction des Innern* (Vorstand Hr. Regierungsrath *von Steiger*), für welche wir hier den wärmsten Dank aussprechen, wurde die Möglichkeit geschaffen, dass Herr Prof. *Hess* und ich gemeinschaftlich drei junge Rinder mit sporenhaltigem Material füttern konnten. Drei Wochen nach der Infektion trat unter den Erscheinungen eines gelinden Fiebers (1° Zunnahme der Körperwärme) eine 1—3-tägige Diarrhœ ein, und der Koth war zu dieser Zeit coccidienhaltig, freilich war die Zahl der Coccidien stets eine sehr kleine, auch kam es nicht zu blutigen Beimischungen zu den Darmentleerungen.

Früher, bevor die zoologische Diagnose gemacht war, habe ich Ziegen, Schafe, Kaninchen, Meerschweinchen, Mäuse und Hühner mit Coccidien ohne sichelförmige Dauersporen gefüttert, auf diese Weise jedoch niemals brauchbare Resultate erzielt.

Die Beschreibung der «*rothen Ruhr*» wäre keine vollständige, wenn ihre geographische Verbreitung nicht angegeben würde. Was zunächst das Rind anbetrifft, so wird die grosse Mehrzahl der Fälle in der Schweiz auf den Bergweiden der Alpen und des Jura, sowie auf den Kuppen der dazwischen liegenden Hügelketten beobachtet. In den Thälern fehlt die Krankheit zwar nicht vollständig, aber sie kommt hier seltener vor. Diese örtlichen Verhältnisse sind so konstant, dass sie unmöglich als blosser Zufall bei der Zusammenstellung der Einzelfälle betrachtet werden können. Die Kaninchenkrankheit, welche wir mit obiger in Bezug auf Ursache als identisch betrachten, ist dagegen im Thale sehr verbreitet. Auf Grund dieser Erfahrungen und unserer sonstigen Kenntnisse über das *Coccidium oviforme* kommen wir zu der Einsicht, dass die, wie bekannt sehr langlebigen Keime dieser Thierart bei uns überall, auf den Höhen und in den Thälern zu den sehr häufigen Bestandtheilen des Staubes gehören dürften, dass aber das Rind im Thale bis zu einem gewissen Grade vor einer Infektion geschützt ist.

Dieser durch die Bodenverhältnisse gegebene Schutz muss in der Trinkwasserversorgung gesucht werden. Das Thalvieh stillt seinen

Durst aus laufenden Brunnen, deren Wasser beim Filtriren durch den Boden gereinigt wurde; das Weidevieh säuft dagegen vielfach aus Tümpeln und Cysternen und nimmt mit dem Wasser Schlamm, sowie Staubpartikel aus der Luft und als Bestandtheil dieser beiden Arten von Verunreinigungen auch Zoosporen des Coccidiums auf.

Die grosse Verbreitung des Parasiten wäre nicht verständlich, wenn wir nicht Wirthe namhaft machen könnten, die gleichmässig über das ganze Gebiet der Schweiz ausgebreitet sind. Ein solcher Wirth ist zunächst das Rind. Das Kaninchen kommt weniger in Betracht, weil es bei uns meist in geschlossenen Räumen lebt. Von grösserer Bedeutung ist dagegen der Hase. *V. Rieck**) erwähnt das Auftreten der Krankheit bei einem Feldhasen aus dem zoologischen Garten in Dresden. Aus der Umgebung von Bern ist mir folgender Fall bekannt: Ein Landmann in Ostermundingen hatte im Frühjahr 1890 vier junge Hasen gefangen und dieselben auf einem eingefriedeten Platze, im Freien, aufwachsen lassen. Sie gediehen den Sommer hindurch sehr gut, verendeten aber Mitte Oktober ganz plötzlich, sodass eine Vergiftung vermuthet wurde. Die Section ergab aber als Todesursache eine ausgebreitete Infektion des Dünndarmes mit Coccidien.

Sind die Coccidien aus dem Darme ausgeschieden, so erfordert die Entwicklung der sichelförmigen Körperchen nach *Balbiani* etwas Wasser, freien Sauerstoff und ein bestimmtes Mass von Wärme. Bei einer Zimmertemperatur von 15—18° ist die Viertheilung des Protoplasmas nach 3 Tagen, die Sporenbildung nach 2 Wochen vollendet. Bei niederer Temperatur wird der Vorgang entsprechend verzögert, oder er bleibt vollständig aus. Durch diese Wärmebedürfnisse ist der durch die Erfahrung festgestellte Einfluss des Sommers auf die Häufigkeit der «rothen Ruhr» erklärt. In einem Düngerhaufen oder einem Jauchekasten können die Coccidien ihren Bedarf an Sauerstoff nicht decken; sie werden vielmehr durch die Fäulniss ziemlich rasch zerstört. Wie wohlthätig wirkt für sie ein starker Regenguss, welcher die auf der Weide abgesetzten Kothhaufen verdünnt und in einen Tümpel oder ein fliessendes Wasser fortschwemmt! Auf unseren Bergweiden treffen diese günstigen Bedingungen nun so häufig zu, dass uns die Erhaltung vieler mit den Excrementen ausgeschiedenen Coccidien und dadurch ihre grosse Verbreitung nicht überraschen darf. Damit ist auch das Vorkommen der Krankheit unter den Rindern

*) Deutsche Zeitschrift für Thiermedicin und vergleich. Pathologie 1889. Bd. 14. S. 65.

erklärt. Der Umstand, dass bei unseren Versuchen der Erfolg ein positiver, aber in Bezug auf die Intensität ein auffallend milder war, lässt verschiedene Erklärungen zu. Vielleicht enthielt das zwar jedesmal in reichlicher Menge eingegossene Material doch nur wenig entwicklungsfähige Keime, oder es kommt für die Entstehung der Krankheit noch eine Prädisposition, einstweilen unbekannter Natur, in Betracht, deren Wesen vielleicht später einmal genauer festgestellt werden kann.

E. Kissling in Bern.

Nachweis der obern Süsswassermolasse im Seeland.

Eingereicht den 28. Juni 1893.

In seiner Arbeit über das «Tertiaire du Jura bernois» macht uns Rollier*) bekannt mit dem Vorkommen der obern Süsswassermolasse im St. Immerthal, wo dieselbe am *Rainson*, einem Hügel am linken Ufer der Schüss zwischen Cortébert und Courtelary schön entwickelt ist. Zugleich macht Rollier aufmerksam auf die Uebereinstimmung des Muschelsandsteins und der untern Süsswassermolasse im St. Immerthal mit den analogen Bildungen, welche die Hügel am Südfuss des Jura zusammensetzen.

Obschon nun in dem südlicher gelegenen Thälchen von *Orvin* und auf dem *Tessenberg* Aufschlüsse im Tertiär fehlen (glaciale Ablagerungen bedecken in bedeutender Mächtigkeit die tiefer liegenden Schichten), so vermuthet Rollier, wie übrigens schon Greppin auch, dass gewisse Beziehungen bestehen müssen zwischen dem Tertiär des Jura und dem der vorlagernden Ebene, mit andern Worten, dass auch dort die obere Süsswassermolasse vorhanden sei.

Nehmen wir dazu, dass diese bereits bekannt war aus der Gegend von *Huttwyl* und *Lützelflüh*, so erscheint die genannte Vermuthung a priori sehr wahrscheinlich.

In der That gelang es mir, die obere Süsswassermolasse an zwei verschiedenen Stellen aufzufinden, nämlich im *Brüggwald* und am *Jensberg*.

1.

Der *Brüggwald* ist ein waldiger Hügel zwischen Madretsch-Mett und dem Zihlkanal. Von Mett nach Brügg führt ein Fahrweg, der die Molasseschichten ziemlich senkrecht zur Streichrichtung schneidet und

*) Rollier, Tertiaire du Jura bernois. Eclogae geol. Helv. Vol. III. No. 1.

stellenweise ordentliche Aufschlüsse bietet. Kommen wir von Mett her an den Rand des Waldes, so treffen wir vorerst die bunten Mergel der untern Süsswassermolasse, auf denen dann eine Nagelfluhbank von etwa $1^1/_2$ m Dicke liegt, die sich durch das Vorkommen von Fischzähnen als Basis der marinen Molasse zu erkennen gibt. Diese selbst tritt hier in der Form des Muschelsandsteins auf.

Ueber dem Muschelsandstein folgen nun in der Höhe des Brüggwaldes Molasseschichten, die sofort durch ihr Aussehen auffallen. Die Molasse ist hier hell gefärbt, die grünen Körnchen der marinen Molasse fehlen, dagegen bemerkt man ausserordentlich zahlreiche Glimmerblättchen. Das Gestein ist stellenweise grobkörnig und enthält eine Menge von kalkreichen Mergelknollen. Auch gröbere Gerölle sind regellos eingebettet. Namentlich treten diese auf zu beiden Seiten eines 2 dm dicken Kalkbandes, das sich in den untern Schichten der ganzen Ablagerung zu befinden scheint. Einzelne Gerölle erreichen beinahe Kopfgrösse. Ich erkenne:

Quarzite.
Glimmerquarzite.
Gneiss mit grünlichem Glimmer.
Kalk (Valangien?).

Aus diesen Molasseschichten sammelte Pfarrer Ischer in Mett schon vor Jahren einige Blattabdrücke und Schnecken und betrachtete die ganze Stufe als ein Brackwassergebilde.

Durch Herrn Ischer aufmerksam gemacht, unterzog ich die betreffenden Schichten einer genaueren Prüfung und es gelang mir unter vieler Mühe, einige Petrefakten zu sammeln, die zur Bestimmung des Horizontes genügten.

Vorerst tritt im tiefern Theil der ganzen Ablagerung über dem erwähnten Band von Süsswasserkalk eine *Pflanzenschicht* auf. Es ist ein hellgrauer, feinkörniger Sandstein mit zahlreichen Glimmerblättchen, im ganzen hart und sehr schlecht spaltbar, so dass gut erhaltene Blätter nur schwer zu erhalten sind.

Die gefundenen Arten sind folgende:

Cinnamomum Scheuchzeri Heer.

Ein langes, schmales Blatt, ganzrandig, mit ziemlich starkem Mittelnerv, der bis zur Spitze verläuft und zwei Sekundärnerven, die zum Rande parallel laufen. Länge 6 cm, grösste Breite 8 mm. Ich konnte dieses Blatt mit keiner der beschriebenen Formen identificiren.

Dryandroides lignitum Heer. Oberer Theil eines Blattes mit starkem Mittelnerv und Seitennerven, die fast in rechtem Winkel abzweigen. Der obere Theil des Blattes ist mit grossen, nach vorn gebogenen Zähnen versehen. Das Stück wurde von Herrn Ischer gefunden und liegt im Museum in Biel.

Cinnamomumblätter und die Dryandroides kommen in der marinen und untern Süsswassermolasse vor, können also nicht wegleitend sein. Ich wandte daher mein Augenmerk auf das Vorhandensein von Süsswasserschnecken. Diese treten denn auch an verschiedenen Stellen der Ablagerung stellenweise in grösserer Zahl, wenn auch nicht sehr guter Erhaltung auf, hauptsächlich in dem grobkörnigen Sandstein mit den Mergelknauern. Es fanden sich:

Paludina Courtelaryensis Mayer in sehr zahlreichen Exemplaren. Es ist dies die gleiche Form, wie sie am *Rainson* in der Paludinenschicht so häufig ist.

Melanopsis impressa Kr.

Planorbis Cornu var. Mantelli Dunker, eine Form, die gemein ist in der obern Süsswassermolasse.

Steinkerne von *Lymnaeus, Neritina, Helix.*

Durch die Lagerung *über* dem Muschel-Sandstein, und durch das Vorkommen von Süsswasser-Schnecken sind die genannten Schichten in genügender Weise als obere Süsswassermolasse charakterisirt.

2.

Der *Jensberg* ist das östliche Ende des Hügelzuges, der sich auf dem Südufer des Bielersees hinzieht. Die Grundlage des ganzen Hügelzuges ist wieder gebildet aus den Sandsteinen und bunten Mergeln der untern Süsswassermolasse, die im Hageneckeinschnitt so schön aufgeschlossen sind. Darüber finden wir wieder die Nagelfluhbank und den Muschelsandstein und auf diesem Schichten, die sich ebenfalls als *obere Süsswassermolasse* erwiesen. Diese ist aufgeschlossen am nördlichen Fusse des Hügels, unweit der Kirche von Bürglen. Von dort nämlich führt ein Strässchen dem Waldrande nach nach Port. An der ersten Waldecke zweigt ein Fussweg ab nach Jens, der die Molasseschichten schräg zur Streichrichtung schneidet. Wir finden dort wieder die glimmerreiche, helle Molasse, die ausserordentlich leicht zu weissem Sand mit vielen Glimmerblättchen verwittert und zahlreiche Trümmer von Schneckenschalen enthält. Der Sand wird in einer am Wege liegenden Grube ausgebeutet.

Steigen wir durch den erwähnten Hohlweg aufwärts, so treffen wir auf feste Molassebänke, in denen da und dort dünne Geröllager auftreten.

Ich erkenne:

Quarzite.

Glimmerquarzite.

Granit mit weissem Feldspath.

Granit mit rothem und grünlichem Feldspath.

Porphyr.

Glimmerschiefer.

Jurakalk.

Wenn wir die genannten Gesteine betrachten, so erhalten wir im Allgemeinen den Eindruck, dass wir hier vorherrschend Material der bunten Nagelfluh vor uns haben.

Untergeordnet treten einzelne jurassische Gerölle auf.

Darüber folgt wieder eine *Blätterschicht*, bestehend aus einem feinkörnigen, stark eisenschüssigen Sandstein, der ganz erfüllt ist von Blattresten, namentlich *Zimmt- und Weidenblättern.* Im Gegensatz zur Blätterschicht im Brüggwald ist die Molasse hier sehr leicht spaltbar, so dass gute Abdrücke leicht zu erhalten sind, wenn dann auch beim Transport der leichten Verwitterbarkeit wegen vieles wieder zu Grunde geht.

Ich fand hier:

Salix angusta A. Br., zahlreiche Bruchstücke.

Cinnamomum Scheuchzeri Heer, zahlreiche, gut erhaltene Formen, die indessen in Grösse und Form merkliche Unterschiede zeigen.

Cinnamomum lanceolatum Heer. Ein einziges Blatt, das indessen durch die nach beiden Enden sich gleichmässig verschmälernde Blattfläche, die dem Rande genäherten Seitennerven und den langen Blattstiel als C. lanceolatum charakterisirt ist.

Cinnamomum polymorphum Heer, sowohl in der rundlichen als in der typischen Form.

Daphnogene Ungeri Heer.

Ueber der Blätterschicht finden wir nun den nämlichen grobkörnigen Sandstein mit Mergelknauern wie im Brüggwald. Es enthält diese Schicht zahlreiche Schnecken, die noch mit der Schale erhalten sind, beim Herausschlagen aber gewöhnlich zerfallen, wenn noch so sorgfältig gearbeitet wird. Die erhaltenen Stücke mussten sofort mit dicker Gummilösung bestrichen werden.

Prof. Sandberger hatte die Güte, die Arten zu bestimmen. Es sind folgende:

Helix inflexa Martens in zahlreichen Exemplaren, gehört ausschliesslich der obern Süsswassermolasse an.

Helix osculum var. giengensis Kr.

Planorbis Mantelli Dunker, selten.

Planorbis solidus Thomae, selten.

Unio spez.

Den Charakter der eingeschlossenen Fauna bestimmen hier die *Heliciten* (im Brüggwald war es die Paludina Courtelaryensis). Namentlich häufig ist die Helix inflexa. Es ist daher auch am Jensberg die obere Süsswassermolasse unzweifelhaft nachgewiesen.

Auf den andern Hügeln längs des Jura, dem Jolimont, Büttenberg, Bucheckberg fehlt sie, d. h. der Muschelsandstein ist dort das oberste erhaltene Glied, die obere Süsswassermolasse ist durch Denudation entfernt worden.

Vergleichen wir endlich noch unsere obere Süsswassermolasse mit den nächstgelegenen jurassischen Ablagerungen am Rainson im St. Immerthal, so finden wir folgendes: Die Fauna des Brüggwaldes stimmt vollkommen überein mit derjenigen des Rainson. Wir haben hier die nämlichen, zahlreichen Exemplare der Paludina Courtelaryensis, wie dort in der Paludinenschicht.

Dann zeigt aber auch das Gestein petrographisch grosse Aehnlichkeit. Am Jensberg, wie im Brüggwald tritt ein grobkörniger Sandstein mit Mergelknollen auf, den wir in ähnlicher Ausbildung am Rainson wieder antreffen. Nur ist dort das Bindemittel Eisenoxyd, welches sich häufig um die Mergelknollen in Form einer Rinde ablagert und uns so die Bildung der Klappersteine veranschaulicht.

Gestützt auf diese Verhältnisse betrachte ich die Süsswasserschichten des Seelandes als identisch mit denjenigen des St. Immerthales und stelle sie in das untere Niveau der Süsswassermolasse am Rainson.

Theodor Steck.

Beiträge zur Biologie des grossen Moosseedorfsees.

Eingereicht im Juli 1893.

In einem vor 12 Jahren gehaltenen Vortrag lässt sich der bekannte Zoologe Rich. Hertwig[1]) folgendermassen vernehmen: «Der moderne Zoologe vernachlässigt im Allgemeinen das Arbeitsgebiet, auf welchem seine Vorgänger thätig gewesen sind und welches noch immer einen unerschöpflichen Reichthum ungelöster Probleme enthält; ihn lockt die Thierwelt, welche die Küsten und Tiefen des Meeres bewohnt oder in rastloser Behendigkeit die klaren Fluthen durchschneidet; und so zieht er es vor, die unwirthlichen Monate, in denen der Winter mit dem siegreich vordringenden Frühjahr ringt, unter einem milderen Himmel an den Gestaden des Mittelmeeres zu verleben, oder er eilt zur Zeit, wo die Sonne des Juli und August den Boden mit drückendem Staube bedeckt, nach den kühleren Ufern nordischer Meere, um auf dem felsigen Helgoland, den meerumbrandeten Küsten Norwegens oder den Küsten Englands und Frankreichs sein leicht verpflanzbares Laboratorium aufzuschlagen. Diese noch immer steigende Wanderlust ist jetzt so mächtig geworden, dass man bald die Frage wird aufwerfen müssen, ob nicht die Zoologie sich dabei den einheimischen Thieren entfremdet und blind wird gegen das Leben, welches auch in unserer Gegend, in Bächen und Teichen, in Feld und Wald sich viel reichhaltiger entfaltet, als es der oberflächliche Beobachter annimmt.»

Erfreulicherweise ist nun die von Hertwig ausgesprochene Befürchtung nicht eingetreten. Nachdem in der That das Meer eine Zeit lang in seiner vielgestaltigen Formenwelt die einzigen der Untersuchung würdigen Objekte zu liefern berufen schien, finden wir seit einem Jahrzehnt zahlreiche Forscher thätig, die ihnen erreichbaren Gebiete des Festlandes und der dasselbe durchziehenden Gewässer zu durchstreifen, und gerade in der Schweiz, die leider einer Meeresküste entbehrt, sehen wir einen Gelehrten, Herrn Professor Dr. F. A. Forel in Morges bemüht, die Untersuchung eines Süsswasserbeckens — des Genfersees — in einer Weise durchzuführen, wie es ähnlich kein anderes Meeres- oder Süsswasserbecken erfahren hat.

Seit Ende der sechziger Jahre hat F. A. Forel in zahlreichen Aufsätzen[2]) die Bausteine zu einem Werke zusammengetragen, die er nun gegenwärtig durch eine mehrere Bände umfassende Arbeit zu einem abgeschlossenen Ganzen zusammenzufügen im Begriffe ist und von welchem ein vor kurzem erschienener erster Band*) das Fundament zu dem mehrstöckigen Gebäude liefert. Niemand wird bezweifeln, dass die während mehr als 20 Jahren erschienenen diesbezüglichen Mittheilungen eine Reihe anderer Forscher angeregt haben, ähnliche allgemeine Untersuchungen in den ihnen besonders geeignet scheinenden Wasserbecken vorzunehmen.

Um einen kurzen geschichtlichen Rückblick auf die Seenforschung in der Schweiz und einiger Nachbarländer werfen zu können, müssen wir schon hier darauf aufmerksam machen, dass die Untersuchungen F. A. Forel dazu geführt haben, die Thier- und Pflanzenwelt der Seen nach 3 Gruppen zu sondern. Am längsten bekannt, aber deswegen gleichwohl noch nicht genügend erforscht, ist diejenige Thiergesellschaft, die das Ufer bewohnt. Man nennt die rings um einen See, je nach der Grösse desselben, bis zu einer Tiefe von 5—25 Metern und in wechselnder Breite sich hinziehende Zone die *Ufer- oder Littoralzone.* Sie fällt topographisch mit der von Seligo als Schaar bezeichneten Fläche zusammen.

Zu Anfang der sechziger Jahre machten dann hauptsächlich nordische Forscher, wie Lilljeborg, O. G. Sars und P. E. Müller darauf aufmerksam, dass weiter vom Ufer weg auf offener Fläche der Seen eine Thierwelt zu finden ist, die sich in mancher Hinsicht von derjenigen der Uferzone unterscheidet. Diese in der Mitte der grossen Gewässer lebenden Thierarten bildeten nach damaliger Bezeichnungsweise die *Seefauna.* Später wurde dieser Ausdruck in Uebertragung von im Meere festgestellter Thatsachen durch *pelagische Fauna* ersetzt. In neuester Zeit hat nun Haeckel[3]) vorgeschlagen, den Ausdruck «*pelagische Fauna*» nur in seinem ursprünglichen Sinne zu gebrauchen und die die freie Seefläche belebende Thier- und Pflanzenwelt die *limnetische*

*) Unter dem Titel: F. A. Forel. Le Léman. Monographie limnologique. Lausanne. 1892.

Fauna beziehungsweise *Flora* zu bezeichnen. Die limnetische Fauna ist im Allgemeinen charakterisirt durch die den Verhältnissen vorzüglich angepasste glasartige Durchsichtigkeit dieser Geschöpfe und von einigen sessilen, weil auf limnetischen Thieren schmarotzenden oder besser gesagt symbiotisch lebenden Formen abgesehen, durch ihre unaufhörhörlich schwimmende Lebensweise.

Eine dritte Gruppe von Thieren bewohnt den Seeboden und zwar seewärts der Uferzone, die je nach der Grösse des Sees in 5—25 Metern Tiefe den muldenförmigen Theil des Seebeckens erreichen kann. Man bezeichnet die Gesammtheit der in diesem Gebiete lebenden Thiere als die *Tiefenfauna*.

Wie bereits erwähnt, bildeten die in der Uferzone lebenden Thiere die ersten Objekte eingehender Studien über Süsswasserthiere. Was unser Vaterland anbetrifft, müssen wir hier ehrend der für ihre Zeit epochemachenden Arbeiten von Jurine über die *Entomostraken* der Umgebung von Genf aus dem Jahre 1820[4]), eines Perty über die *Rotatorien* und *Protozoen* der Schweiz (1852)[5]), der beiden Genfer Forscher Claparède und Lachmann über *Rhizopoden* und *Infusorien* (1858—1861)[6]) gedenken und bedauern, dass erst in neuester Zeit sich die Versuche gemehrt haben, einzelne Thiergruppen zum Gegenstand faunistischer Studien zu machen. Wir werden später bei Betrachtung der von uns am gr. Moosseedorfsee nachgewiesenen Thierarten Gelegenheit haben, die für jede Thiergruppe in Betracht kommenden Spezialarbeiten zu erwähnen.

In der Schweiz gab zuerst der Däne P. E. Müller[7]) durch den von ihm erbrachten Nachweis von *limnetisch* lebenden Cladoceren in einigen Schweizerseen den Anstoss zu weiterer Erforschung *der limnetischen Organismen*. Fast gleichzeitig wurden nun dem von P. E. Müller gegebenen Beispiele folgend, in unsern beiden grössten Wasserbecken, dem Genfer- und Bodensee Untersuchungen über die limnetische Fauna angestellt; die ersteren haben wir dem bereits erwähnten F. A. Forel in Morges,[2]) die letzteren dem bekannten Freiburger Zoologen August Weismann[8]) zu verdanken. Letzterer hat uns in einem populär gehaltenen Vortrag eine prächtige Schilderung des Lebens einzelner Thiere in der pelagischen Region eines Süsswasserbeckens gegeben. Kurz darauf begann Prof. P. Pavesi[9]) die Resultate seiner Untersuchungen über die im Süden der Schweiz gelegenen Seen zu veröffentlichen. Eine Zusammenfassung der zerstreuten kleineren Publikationen des zuletzt genannten Forschers stammt aus dem Jahre 1883.

Nachdem die Seen der Grenzgebiete in genannter Weise in Angriff genommen waren, konnte es nicht fehlen, dass auch die in der inneren Schweiz gelegenen Wasserbecken zu speziellen Untersuchungen herangezogen wurden. Verschiedene im Jahre 1880 erschienene Arbeiten des leider verstorbenen Zürcher Forschers Prof. Dr. Asper[10]) füllen für eine Anzahl in der Ost- und Centralschweiz gelegene grössere und kleinere Seen der Ebene und des Gebirges die Lücken aus. Gleichzeitig unternahm Asper in den betreffenden Seen auch Untersuchungen über die Tiefenfauna, auf die wir noch zu sprechen kommen werden.

Während nach den Arbeiten der bisher genannten Förderer unserer Kenntnisse über das Thierleben in der limnetischen Zone unserer Seen die *Entomostraken* das Hauptkontingent der limnetischen Thierwelt ausmachen, beginnt nun mit dem Jahre 1883 eine neue Phase der Forschung durch den von O. E. Imhof erbrachten Nachweis, dass ausser den genannten Thieren auch Thiere und Pflanzen von geringeren Dimensionen, wie *Rotatorien*, *Protozoen* und zahlreiche *Microphyten* in ungeheuren Schaaren die limnetische Region bevölkern.[11]) Die Suche nach limnetischen Organismen wurde nun von Imhof weit über die Schweizergrenze ausgedehnt, über deren Resultate eine ganze Reihe von Verzeichnissen limnetischer Geschöpfe aus Seen Oberitaliens, Oesterreich's, Baiern's, der Vogesen etc. vorliegen.[12]) In der Schweiz wandte sich Imhof vorzugsweise der Fauna hochalpiner Seen, insbesondere des Kantons Graubünden zu.[13])

Das Verdienst, in der Tiefenzone unserer Seen die ersten Untersuchungen vorgenommen zu haben, gebührt dem bereits mehrfach erwähnten Erforscher des Genfersees, Prof. F. A. Forel in Morges, dessen erste bezügliche Mittheilungen bereits aus dem Jahre 1868 stammen.[2]) Weitere Untersuchungen verdanken wir in Seen der Ost-, Central- und Südschweiz Herrn Prof. Asper in Zürich.[10]) Einen vorläufigen Abschluss erhielten die während vieler Jahre unter Beiziehung verschiedener Bearbeiter für einzelne Thiergruppen fortgesetzten Untersuchungen Forels durch die Beantwortung einer von der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft gestellten Preisfrage, worin Forel ausser dem Genfersee noch zahlreiche andere Seen in Berücksichtigung zog.[2f]) Gleichzeitig übernahm aber auch Prof. Duplessis-Gouret in Lausanne die Lösung der Preisfrage,[14]) so dass wir nun auf Grund dieser beiden Arbeiten über die Tiefenfauna unserer grossen Seebecken verhältnissmässig gut unterrichtet sind.

Neben diesen besondere Gesichtspunkte verfolgenden Forschungen nahmen sich nun die beiden Zürcher Zoologen Prof. Asper und Dr. J. Heuscher[15]) auf Anregung und mit Unterstützung der St. Galler naturforschenden Gesellschaft eine Untersuchung der gesammten Lebewelt der in den St. Galler und Appenzeller Alpen gelegenen Seen zum Ziel. Die beiden Forscher begnügten sich nicht, durch einen oder mehrere Netzzüge durch die freie Wasserfläche die Grundlage für eine faunistische Abhandlung zu gewinnen, sondern zogen auch die Fauna und Flora der Umgebung der von ihnen untersuchten Wasserbecken in Berücksichtigung; die von ihnen gegebenen Schilderungen der genannten Seen unterscheiden sich desshalb vortheilhaft von den knapp gehaltenen Verzeichnissen Imhofs.

Wohl am genauesten sind wir aber über die Thierwelt der im Gebiete des Rhätikon (Kt. Graubünden und Vorarlberg) liegenden Seen und kleinern Wasseransammlungen unterrichtet, die durch Herrn Prof. F. Zschokke in Basel[16]) in mehrmaligen, in verschiedene Jahreszeiten fallenden längeren Aufenthalten in Bezug auf ihre biologischen Verhältnisse untersucht wurden. Diese Forschungen sollen noch weiter fortgesetzt werden, was wir im Interesse der Wissenschaft lebhaft begrüssen müssen.

Wie aus dieser kurzen Auseinandersetzung hervorgeht, sind den in Gebieten des Alpenvorlandes gelegenen Wasserbecken nur sehr einseitige Untersuchungen zu Theil geworden, indem besonders die zur Littoralfauna gehörigen Thiergruppen nur mangelhaft festgestellt sind. In engeren Gebieten ist zwar bereits in dieser Richtung gearbeitet worden. Von den um Bern liegenden Seen sind die *Cladoceren* im Jahre 1878 durch Herrn Dr. Adolf Lutz[17]) in gründlicher Weise, die *Hydrachniden* aus einem etwas weiteren Gebiete im Jahre 1882 durch Dr. G. Haller[18]), die *Ostracoden* der Umgebung Berns im Jahre 1892 durch Dr. A. Kaufmann[19]) festgestellt worden. Doch harren immer noch zahlreiche Thiergruppen einer systematischen Bearbeitung. Ich erinnere hier nur an die gewiss ziemlich weit verbreiteten *Schwämme*, an die *Copepoden*, *Turbellarien*, *Nematoden*, *Bryozoen*, *Hirudineen* und *Oligochaeten*, an die zahlreichen im Wasser lebenden Larvenformen der *Ephemeriden*, *Perliden*, *Odonaten*, *Trichopteren* und *Dipteren* unter den Insekten, deren Imagines in grossen Schwärmen die Umgebung der Seen beleben. Ich habe nun versucht, die in einem kleinen Wasserbecken des Alpenvorlandes vorkommenden Formen festzustellen, ohne natürlich den Anspruch auf irgend welche Vollständigkeit zu erheben; es mussten im Gegentheil von vornhinein einige Gruppen ausgeschlossen werden, zu deren Studium die Beschaffung einer weit zerstreuten Litteratur und ein längerer Aufenthalt in unmittelbarer Nähe des Sees unbedingtes Erforderniss ist.

Auch in unseren Nachbarstaaten ist in den letzten 10 bis 20 Jahren Vieles für die Erforschung der Lebewelt der Süsswasserseen geschehen. Wohl die ältesten diesbezüglichen systematisch geleiteten Bestrebungen machten sich in Böhmen geltend, wo bereits seit 1864 ein Komité für naturwissenschaftliche Landesdurchforschung besteht, durch dessen Thätigkeit bereits schöne Resultate erzielt wurden[20]. Neben der Erforschung der topographischen Verhältnisse, der geologischen Bodenbeschaffenheit etc., wurden auch dem Studium der Pflanzen- und Thierwelt besondere Berücksichtigung geschenkt und insbesondere die Flüsse, Bäche, Teiche und Seen vorerst des Böhmerwaldes, später auch die im Süden des Landes gelegenen zahlreichen Seen und Teiche untersucht. Zum Studium der Teichfauna wurde ein zerlegbares und transportables Haus angefertigt, das den Forschern Beobachtungen an noch lebenden Thieren an Ort und Stelle gestattet, und seit dem Jahre 1890 besitzt Böhmen ein durch die Munificenz des Grafen Bela Dertscheni gestiftetes, bleibendes, ausschliesslich für biologische Studien in den Gewässern Böhmens bestimmtes zoologisches Laboratorium. Als Beweis für die Leistungsfähigkeit der von Herrn Prof. Fritsch in Prag geleiteten zoologischen Abtheilung des Komités der naturwissenschaftlichen Landesdurchforschung Böhmens möge folgendes Verzeichniss der bisher im Archiv der Landesdurchforschung veröffentlichten, bezüglichen Arbeiten dienen:

A. Friç: die Krustenthiere Böhmens. Prag, 1872.

B. Hellich: die Cladoceren Böhmens. Prag, 1877.

A. Slavik: Monographie der Land- und Süsswassermollusken Böhmens. Prag.

Josef Kafka: die Süsswasserbryozoen Böhmens. Prag, 1887.

A. Friç: die Wirbelthiere Böhmens.

— : die Flussfischerei in Böhmen.

Wenzel Vávra: Monographie der *Ostracoden* Böhmens. Prag, 1891. 8°.

Untersuchungen über die Fauna der Gewässer Böhmens:

I. Fr. Klapálek: die Metamorphose der *Trichopteren*. 2 Theile. Prag, 1888 und 1893.

II. Jos. Kafka: die Fauna der böhmischen Teiche. Prag, 1893.

und ausserdem wurden auf Anregung des Komités der Landesdurchforschung Böhmens mit Unterstützung der k. Akademie der Wissenschaften in Wien von Herrn Prof. Vejdovsky die beiden Werke:

Monographie der *Enchytraeiden.* Prag, 1879 und

System und Morphologie der *Oligochaeten.* Prag, 1884.

verfasst und selbständig herausgegeben.

In Deutschland sind hauptsächlich die Herren Dr. Otto Zacharias aus Kunersdorf bei Hirschberg in Schlesien[21]), Poppe in Vegesack[22]), Seligo in Heiligenbrunn (Danzig)[23]) in der Erforschung der zahlreichen in Norddeutschland gelegenen Seen thätig. Ersterem, der sich auch durch seine Untersuchungen der beiden im Riesengebirge gelegenen Koppenteiche bekannt gemacht hat, verdankt Deutschland die erste an einem Binnensee (dem grossen Plöner-See) angelegte biologische Station, die seit dem 1. April 1892 ihre Thätigkeit eröffnet hat, über welche uns bereits ein erster Bericht vorliegt[24]).

Auch in Frankreich, wo das Studium der Thier- und Pflanzenwelt der Süsswasserbecken so lange brach gelegen, haben sich in neuester Zeit verschiedene Forscher diesem Gebiet zugewendet. Im Norden finden wir R. Moniez[25]), im mittleren und südlichen Frankreich Jules Richard[26]) in dieser Richtung thätig, während Baron de Guerne und Delebecque sich zahlreiche Seen der Franche Comté, des französischen Jura und der Dauphiné, E. Belloc eine Anzahl Pyrenäenseen, Raphael Blanchard diejenigen der Umgebung von Briançon zum Untersuchungsgebiet gewählt haben. Eine von den Herren Berthoule[27]) und Richard über die Seen der Auvergne herausgegebene Arbeit beweist, dass diese Forschungen ein vorwiegend praktisches, die Interessen der Fischerei verfolgendes Ziel im Auge haben.

Auch in Ungarn hat auf Veranlassung der ungarischen Akademie Herr Eugen von Daday zahlreiche Untersuchungen über die Thierwelt der Seen angestellt[18]), nachdem er sich bereits durch monographische Bearbeitung einzelner, hervorragend in Betracht kommender Thiergruppen, wie *Copepoden, Cladoceren, Branchiopoden, Ostracoden* und *Rotatorien* als gründlichen Kenner der dortigen Fauna legitimirt hatte. Demselben soll von Seiten der wissenschaftlichen Kommission, welche die geologische und biologische Durchforschung des Plattensees betreibt, demnächst auch die Beschaffung einer temporären Station am Plattensee in Aussicht gestellt sein.

In Italien, wo Pavesi[9]), Maggi und Andere bereits frühe die Kenntniss der limnetischen Fauna förderten, wird gegenwärtig auch für ein lakustrisches Laboratorium agitirt und zwar von Seiten des Direktors der k. Fischzuchtanstalt in Rom, Prof. Vinciguerra, das wohl hauptsächlich die Interessen der praktischen Fischerei zu fördern berufen wäre.

Dass uns die Arbeiten vieler nordischen Forscher, wie P. E. Müller, G. O. Sars, Lilljeborg, Nordquist und Neumann, ferner diejenigen von Plateau, Hoek, Brady, Hudson und Gosse die Grundlagen für die systematische Feststellung zahlreicher hervorragend in Betracht fallender Thiergruppen bilden, darf natürlich nicht ausser Acht gelassen werden. Auch in diesen Staaten ist von Seiten der Behörden ein reges Interesse für die Sache vorhanden, wie es die Entstehung eines von Dr. O. Nordquist geleiteten Institutes zu Ewois in Finland beweist, das von der russischen Regierung subventionirt wird. Wie lange wird es wohl dauern, bis auch unsere Behörden den Nutzen derartiger Institute erkennen und unterstützen lernen?

Physiographische Verhältnisse des grossen Moosseedorfsees.

Ungefähr 2 Stunden nördlich von Bern zieht sich ein weiter Thalboden in annähernd westöstlicher Richtung von Schüpfen gegen Schönbühl hin, beiderseits überragt von sanften Molassehügeln, auf denen Gletscherschutt als jüngste Ablagerung aufruht. In dieser flachen Mulde finden wir zwei Seebecken von sehr ungleicher Grösse eingesenkt, das westliche führt den Namen des kleinen oder obern, das östliche den des grossen Moosseedorfsees. Ersterer wird wohl auch mit dem Namen Hofwylersee belegt. Diese beiden Seen bilden die Ueberreste eines einzigen ausgedehnten Wasserbeckens, das sich in früherer Zeit in mehr als doppelter jetziger Länge und entsprechender Breite überall dahin erstreckt hat, wo heute die Seekreide als Unterlage unter der Humus- oder Torfschicht gefunden wird. Die Verbreitung der Seekreide finden wir auf einem von Herrn Dr. Uhlmann in Münchenbuchsee gezeichneten Kärtchen dargestellt[29]).

Die Ursachen zur Bildung dieses Wasserbeckens sind wohl nicht mit Sicherheit festzustellen. Rütimeyer[30]) denkt sich für eine frühere geologische Epoche den Lauf der Aare über das von der Urtenen, dem jetzigen Abfluss des Moosseedorfsees durchflossene Gebiet verlegt, wohl in der Voraussetzung, dass ein so unbedeutender Bach, wie die Urtenen ihm nicht genügend schien, den breiten Einschnitt in das Molasseplateau, den wir jetzt in dieser Gegend finden, veranlasst zu haben. Ebenso sollten die Thäler der Lyss und des Limpachs der Aare gedient haben, bevor irgend ein Ereigniss die letztere — nicht ohne Widerstand von ihrer Seite — in den sonderbaren Biegungen unterhalb Bern weit höher in die grosse Niederung am Jura zu fallen nöthigte als heute.

Für die weitere Entwicklung der für uns in Betracht kommenden Thalstrecke scheint mir die Thatsache von Bedeutung, dass der Thalboden nach zwei entgegengesetzten Seiten entwässert wird, indem der Lyssbach nach Nordwesten, die Urtenen nach Osten abfliesst. Die Wasserscheide selbst liegt mitten im flachen Thalboden, durch keine besondere Erhebung bezeichnet. Während die Lyss nach Verlassen des Thales in starkem Gefälle die westlich vorlagernden Molassehügel durchbricht, fliesst die Urtenen in vielfachen Windungen anfänglich durch ziemlich ebenes, verschwemmtes Gletschergebiet, um sich dann nach Norden zu wenden und unterhalb Bätterkinden mit der Emme zu vereinigen.

Da nun gegenwärtig der tiefste Punkt des grossen Moosseedorfsees in 503 Meter Meereshöhe liegt, ist die Aushöhlung dem ostwärts fliessenden Gewässer zuzuschreiben, das heute allerdings erst bei Fraubrunnen, also in 2 Stunden Entfernung auf diese Erhebung über dem Meeresspiegel sinkt, sofern man nicht die ganze Aushöhlung des Thales einem ostwärts verlaufenden Arme des Rhonegletschers als Erosionswirkung zuzuschreiben geneigt ist. Der Lyssbach nämlich durchschneidet in enger Furche den aus Molasse bestehenden Untergrund in höherem Niveau. Während der Gletscherzeit hat sich nun ein Moränenhügel in der Richtung Urtenenberg-Urtenen gebildet und auf diese Weise wurde der Ablauf des Thales zu einem See aufgestaut.

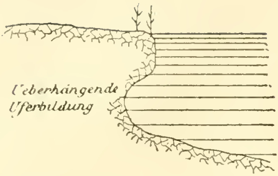
Leider liegen uns keine genauen Angaben aus historischer Zeit über die frühere grössere Ausdehnung des Sees vor. Jedenfalls war die Trennung des Sees in 2 Becken zur Pfahlbauzeit bereits vollzogen, da nach den bisherigen Erfahrungen die Pfahlbauer ihre Wohnungen nur in unbedeutender Entfernung vom Ufer zu erstellen pflegten und eine solche Station unweit des oberen Endes des grossen Moosseedorfsees aufgefunden wurde. Gegenwärtig besitzt derselbe eine Oberfläche von 310670 m². Er hat eine langgestreckte, in der Mitte etwas eingeschnürte Form. Diese Einschnürung bedingt die Theilung in zwei ungleich grosse Becken. Der Wasserspiegel liegt in 523,78 Meter Meereshöhe. Da auf unsern topographischen Karten bisher nur für die grösseren Seen genaue Auslothungen vorliegen, musste zur Bestimmung des Bodenreliefs eine Lothung erst vorgenommen werden. Dass sich natürlich auch an diese Seen im Volke die Sage an eine fast unergründliche Tiefe knüpfte, ist als selbstverständlich anzusehen; doch war gelegentlich der Herausschaffung eines vor circa 20 Jahren beim Schlittschuhlauf im Eise eingebrochenen Mannes an der betreffenden Stelle eine Tiefe von circa 80 Fuss bestimmt worden.

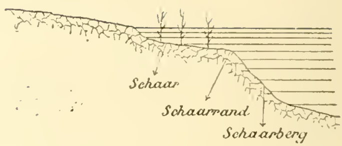
Es würde uns zu weit führen, hier eine Darstellung zu geben über die Art der Ermittlung der Tiefenverhältnisse, wie sie mit Unterstützung des eidgenössisch-topographischen Bureau im Herbst 1891 vorgenommen wurde. Es möge bloss erwähnt werden, dass im grossen See an 86, im kleinen See an 11 verschiedenen Punkten die Tiefen gemessen wurden. Diese Lothungen gestatteten nun eine ziemlich genaue Tiefenkarte der beiden Wasserbecken zu erstellen. Die in einer Aequidistanz von 2,5 Metern gezogenen Isobathen geben einen bequemen Ueberblick über die Tiefenverhältnisse der beiden Seen. Aus diesem geht hervor, dass der schon durch seine Umrisse in zwei deutliche Becken getrennte Moosseedorfsee auch bathymetrisch in solche zerfällt, welche Trennung durch eine nur 10 Meter unter dem Wasserspiegel liegende Bodenschwelle bewirkt wird. Die grösste Tiefe des grossen Sees liegt im westlichen, d. h. oberen Becken und beträgt 21,5 Meter, diejenige im untern Becken 19 Meter. Erstere liegt deutlich in der Verbindungslinie der Ein- und Ausmündungsstelle der Urtenen, letztere etwas nördlich von dieser Linie, besser gegen die Seemitte zu. Die in das Kartenbild eingetragenen Isobathen erlauben auch eine Volumenbestimmung des Sees, die mit Zuhülfenahme der hypsographischen Curve [31]) für den grossen Moosseedorfsee

3′447′600 Kubikmeter ergibt.

Danach beträgt die mittlere Tiefe des Sees 11,1 Meter.

Das Ufer fällt an verschiedenen Stellen des Sees sehr ungleich gegen die Tiefe ab. Da an einzelnen Strecken die Wurzelgeflechte der Uferpflanzen als zusammenhängende Decke auf dem Wasserspiegel vorrücken und zwischen sich Humusschichten ablagern, kommt auf diese Weise eine geradezu überhängende Uferbildung zu Stande; wir können an solchen Stellen unmittelbar neben dem Ufer eine Tiefe des Sees von 2—4 Meter messen. Häufiger senkt sich dagegen der Seeboden





anfänglich ganz allmählig vom Ufer gegen die Seemitte zu, um einen Rand von wechselnder Breite zu bilden, der normal von Wasser bedeckt ist, bei sehr niedrigem Wasserstand, wie ich ihn beispielsweise am 1. Oktober 1892 traf, sogar stellenweise trocken liegen kann. Meistens wird dieser Rand aus lockeren Steinen gebildet, die einestheils von den Besitzern der angrenzenden Felder im See ausgeschüttet, andererseits aber auch in Folge der Wellenbewegung des Wassers aus den den See begrenzenden Landstrichen herausgespült werden. Zwischen diesen Steinen lagert sich wieder eine schlammartige Masse ab, in der wir nun das Schilfrohr, die weissen und gelben Seerosen nebst andern stehenden und schwimmenden Wasserpflanzen wurzelnd finden. Dieser flache Rand wird von Seligo[23]) die Schaar genannt. Erst von diesem an fällt der Grund steiler ab. Seligo bezeichnet diesen Abhang des Seegrundes mit dem Ausdruck: Schaarberg, die Kante zwischen Schaar und Schaarberg den Schaarrand. In unsern grössern Schweizerseen pflegt man die Schaar als die Wysse, den Schaarberg als Seehalde zu bezeichnen. Die auf der Schaar und dem Schaarrand wurzelnden Gewächse bedingen eine bedeutende Vergrösserung der vielen Thieren Nahrung produzirenden Oberfläche. Auf unserer Karte gibt (mit einigen Ausnahmen) die 2,5 Meter Isobathe den Verlauf des Schaarrandes an. Nur auf sehr genauen mit dem richtigen Verständniss von Seite des aufnehmenden Topographen gezeichneten Karten wird es möglich sein, die Breitenentwicklung der Schaar zu ermitteln. Dass auf die Mannigfaltigkeit und den Reichthum des Thier- und Pflanzenlebens in einem See auch die Uferentwicklung von grossem Einflusse ist, kann als selbstverständlich angesehen werden. Seligo hat (l. c.) sogar einen mathematischen Ausdruck für die Uferentwicklung aufgestellt, der aber hauptsächlich da in Anwendung kommen dürfte, wo es sich um den Vergleich zahlreicher Wasserbecken handelt.

Wie bereits erwähnt liegt die Wasserscheide zwischen der nach Westen abfliessenden Lyss und der nach Osten abfliessenden Urtenen mitten in einer ausgedehnten Ebene; nicht die geringste Bodenwelle lässt sie von weitem als solche erkennen. Das Zuflussgebiet der beiden Seen hat eine Ausdehnung von annähernd 16 Quadratkilometern. Ein einziger Sammelkanal führt das Wasser aus den obern Torfgräben dem kleinen See zu, in demselben ein flaches Delta ablagernd. Ueber kurz oder lang wird der kleine See, der an seiner tiefsten Stelle nur noch 3,5 Meter misst in Folge der hereingeschwemmten Massen und des vom Ufer her vordringenden Pflanzenwuchses vollständig verschwinden. Derselbe soll sich seit Menschengedenken bereits bedeutend verkleinert haben. Vom kleinen See führt der Urtenenkanal in gerader Richtung in den grossen See, ohne jedoch hier, wie im obern See ein Delta ab zusetzen; der Einlauf ist eher durch eine kleine Aushöhlung des Seebodens bezeichnet. Ausser diesem Kanal eilen nun eine Anzahl kleiner Wasseradern den Seen zu; von diesen besitzt keine einzige grosse Bedeutung. In Ermangelung von Pegeln können einstweilen genaue Zahlen für das Fallen und Steigen des Seespiegels im Laufe eines Jahres hier nicht gegeben werden. Es lässt sich vorläufig nur so viel konstatiren, dass der Wasserspiegel nicht immer in gleicher Meereshöhe liegt, dass besonders in Frühjahrsmonaten nach dem Schmelzen des Eises ein höherer Stand sich vorfindet als im Herbst. Aber sogar jeder anhaltende Regen ist im Stande den See zu schwellen, trotzdem der Ablauf des Sees keineswegs in künstlicher Weise verhindert wird. Ohne Zweifel ist auch ein anhaltend in gleicher Richtung wehender Wind im Stande eine Aenderung des Wasserspiegels trotz der relativ kleinen Ausdehnung des Sees hervorzurufen. Ob auch die seit Jahrhunderten am Genfersee bekannte, von Forel genau studirte Erscheinung der «Seiches» in unserm Wasserbecken nachzuweisen ist, muss erst noch festgestellt werden. Jedenfalls muss sie hier entsprechend den kleinen Dimensionen des Sees nur ganz geringe Schwankungen des Wasserspiegels erzeugen.

Zu verschiedenen Malen hatte ich Gelegenheit, die im Meere so oft bewunderten Chiarien, wie sie in Neapel genannt werden, zu beobachten. Es sind dies ölglatte Stellen der Oberfläche, die durch leicht wellig bewegte Streifen begrenzt werden. Am 30. August 1892 zog sich bei gänzlich wolkenfreiem Himmel eine solche vollständig glatte Partie quer zur Längsrichtung des Sees, die während des ganzen Vormittags dieselbe Lage beibehielt. Leider war es mir damals nicht möglich nachzuweisen, ob hier, wie es im Meere für diese Stellen bekannt ist, eine stärkere Anhäufung der pelagischen Fauna gegenüber den wellig bewegten Stellen des Sees stattfindet.

Während in unseren grössern Seen wir noch in bedeutende Tiefen herunterzublicken im Stande sind, verschwindet im grossen Moosseedorfsee das pelagische, in die Tiefe gesenkte Netz ziemlich rasch vor unsern Augen; in circa 2 Metern Tiefen ist es häufig nicht mehr sichtbar. Es ist also die Durchsichtigkeit des Wassers eine geringe, was sich schon daraus entnehmen lässt, dass die schön blaue Färbung unserer grössern Seen hier einer wechselnden, bald braungrünlichen, bald gelblich grünen Farbe weichen muss.

In Ermangelung eines jener Präcisionsinstrumente, wie sie in neuerer Zeit so vielfach für die Bestimmung der Temperaturen des Wassers in verschiedenen Tiefen der Seen und Meere gebraucht werden, musste ich, um einige Zahlen in dieser Beziehung zu erhalten, zu einem primitiveren Mittel greifen, die Wärmeverhältnisse unseres Sees festzustellen. Dasselbe bestand darin, dass ich aus verschiedenen Tiefen Wasser schöpfte und dann über der Oberfläche dessen Temperatur bestimmte. Zu diesem Zwecke band ich an eine von 2 zu 2 Meter mit Marken versehene Lotleine eine Schöpfflasche, deren Hals durch einen mit seitlich angebrachten Einschnitten versehenen Kork nur unvollständig verschlossen bleibt. Diese Flasche wird durch ein angehängtes Gewicht beschwert. Die in eine bestimmte Tiefe heruntergelassene Flasche füllt sich nun, sofern die Einschnitte im Kork klein genug gemacht wurden, nur sehr langsam mit Wasser, das zugleich seine Temperatur der Flasche selbst mittheilt. Man kann hiebei die Erfahrung machen, dass sich in grösseren Tiefen, in Folge des daselbst herrschenden Druckes die Flasche rascher füllt als in geringen. Nachdem die Flasche die nöthige Zeit in der Tiefe geblieben, wird sie so rasch als möglich wieder heraufgezogen und nachdem der Kork entfernt, vermittelst eines empfindlichen Thermometers die Temperatur des geschöpften Wassers bestimmt. Die auf diese Weise erhaltenen Grössen dürfen, da beim raschen Herablassen und Hinaufziehen eine Mischung mit dem Wasser der obern Schichten nur in geringem Masse stattfindet, und die Wärmezufuhr durch Mischung und Leitung, sofern man die Messung mit der nöthigen Vorsicht, d. h. rasch und im Schatten vornimmt, die Temperatur des geschöpften Wassers nur wenig verändert, auf grosse Genauigkeit zwar keinen Anspruch machen, aber doch für viele Zwecke genügen, da schon geringe Tiefenunterschiede deutlich messbare Temperaturdifferenzen ergeben. Es würde sich empfehlen, wenn Einer, der über eines der in der Neuzeit gebräuchlichen Instrumente, wie z. B. das Umkehrthermometer von Negretti und Zambra verfügt. Vergleiche mit der von mir angewandten Methode anstellen würde.

Diese Messungen wurden nun zu verschiedenen Malen angestellt und ergaben folgende Resultate:

1892	16. Juli	27. Juli	16. Aug.	30. Aug.	16. Sept.	20. Okt.
Lufttemperatur	16 ° C.	— ° C.	20,4 ° C.	° C.	° C.	° C.
Oberfläche	20,7	19,6	23,3	21,2	18,8	11,5
2 m Tiefe	20,5		22,2		18,3	
4 m Tiefe	17,8		21,1		17,4	
6 m Tiefe	15,5		17,4	17,0	16,4	10,6
8 m Tiefe	14,3	10,7	14,8	13,2	13,3	
10 m Tiefe	13,4		12,2	11,8	11,8	9,0
12 m Tiefe	12,5		11,8	11,2	11,1	
14 m Tiefe	12,0		11,5	11,2	10,9	8,8
16 m Tiefe	11,2			10,6	10,5	
18 m Tiefe	10,3	10,2		10,5	10,5	8,6

Die nur unvollständig durchgeführten Beobachtungsreihen gestatten wenigstens theilweise, sich ein Bild von den Temperaturunterschieden im Laufe des Sommers zu machen. Es ergibt sich daraus, dass im Sommer 1892 die Temperatur in der Tiefe jedenfalls wenig über 10,5 gestiegen ist, während an der Oberfläche das Wasser im August das Maximum mit 23,3 erreichte. Da diese Messungen meist Vormittags zwischen 7 und 10 Uhr angestellt wurden, so ist es wahrscheinlich, dass die Oberflächentemperatur des Wassers in der Seemitte noch höher stieg, wie denn auch die Wassermassen über der Schaar stets eine höhere Temperatur im Sommer aufweisen als die offene Seefläche. Die Temperatur der dem See zufliessenden kleinen Bäche bleibt im Sommer niedriger als diejenige des Seewassers, im Juli und August zeigten solche gewöhnlich bloss 11 oder 12 ° C.

Der See friert in jedem Jahre zu; es bleiben aber öfter die Einmündungen der Bäche eisfrei, darauf weisend, dass ihre Temperatur etwas höher bleibt als diejenige des Seewassers, da der schwache Lauf gewiss nur wenig zur Verhinderung der Eisbildung beiträgt.

Der Moosseedorfsee gehört nach seinen Wärmeverhältnissen bei Anwendung einer von F o r e l vorgeschlagenen Klassifikation zum *gemässigten Typus* der Seen. Diesen repräsentiren alle diejenigen Seen, in denen im S o m m e r das wärmste Wasser an der Oberfläche, das kälteste am Grunde sich befindet, im W i n t e r dagegen die Verhältnisse gerade umgekehrt liegen. Die erstere Anordnung der Wasserschichten nennt F o r e l :

«*stratification directe*», was Ed. Richter[32]) mit «*regelmässiger Schichtung*» übersetzt. Für die im Winter bestehenden Verhältnisse, wo das wärmste Wasser in der Tiefe, das kälteste an der Oberfläche sich findet, hat Forel die Bezeichnung «*stratification inverse*» («*umgekehrte Schichtung*» nach Ed. Richter) eingeführt.

Da der grosse Moosseedorfsee eine Maximaltiefe von 21.5 Metern besitzt, erreichen die jährlichen Temperaturschwankungen auch den Grund. Von den in der Schweiz liegenden Seen weist nach den bisherigen Forschungen nur der Genfersee mit 309 Meter Maximaltiefe während des ganzen Jahres, abgesehen von etwa eintretenden «*säkularen*» Aenderungen, die durch Erkalten in einem besonders strengen Winter stattfinden können, die gleiche Temperatur in der Tiefe auf, die Wärmeschichtung bleibt hier stets regelmässig; Seen vom Charakter des Genfersees bilden den *tropischen Typus*, zu dem auch die italienischen Seen, sowie die eigentlich tropischen Becken in Afrika gehören. Alle übrigen Seen der Schweiz gehören zum gleichen Typus wie der Moosseedorfsee, sofern sie nicht, wie einige Gletscherseen, den «*polaren Typus*» repräsentiren, bei dem sich das ganze Jahr die umgekehrte Wärmeschichtung vorfindet. Ohne Zweifel wirkt die im Winter vorhandene Eisdecke auch auf die Temperatur der Umgebung ein; im Frühjahr wird durch die Eismasse Wärme gebunden und im Herbst bei eintretender Kälte das noch relativ warme Wasser die Luft der Seeumgebung erwärmen.

Bevor ich nun zu einer Schilderung der Pflanzen- und Thierwelt des grossen Moosseedorfsees übergehe, möge es gestattet sein, eine kurze Darstellung der Bodenverhältnisse der Umgebung der beiden Seen zu geben.

Wer sich vom Dorfe Münchenbuchsee aus nordwärts bewegt, wird, nachdem er die mit Gletscherschutt überdeckten Molassehügel, in die beim Bau der Strasse vielfach tiefe Einschnitte gemacht wurden, überschritten hat, überrascht vor der besonders in der Richtung von West nach Ost ausgedehnten Ebene stehen, in deren östlicher Hälfte die beiden Seespiegel der Landschaft einen anmuthigen Anblick verleihen. Westwärts dagegen dehnt sich in derselben Ebene ein weites Torfmoor aus, in dem Torfstiche mit angrenzenden Trockenplätzen für den zu trocknenden Torf, magere Wiesen und gut bebautes Land abwechseln. Ausser den meist an der den flachen Thalboden der Länge nach durchziehenden, grossen Landstrasse gelegenen stattlichen Bauernhäusern, treffen wir die Ebene mit zahlreichen Holzhütten übersät, in denen der Torf, nachdem er auf dem freien Felde getrocknet worden, aufbewahrt wird. Nördlich von der Thalsohle steigt das Gelände wieder stark an, um in meist mit Wald bedeckten, die Seespiegel um 50 bis 60 Meter überragenden Hügeln den Horizont zu begrenzen. Zwischen diesen Wäldchen trägt der aus Gletscherschutt bestehende fruchtbare Boden fleissig bebautes Acker- und Wiesland, stellenweise unterbrochen von schmucken, in allemannischer Art von Obstgärten umgebenen Bauernhöfen. Im äussersten Osten lehnt sich der durch eine Landstrasse und Eisenbahnlinie überdämmte Thalboden an die waldigen Höhen des Grauholzes, an dessen Fuss ein weithin sichtbarer Obelisk an ein für die Geschicke der alten Republik Bern verhängnissvolles Treffen erinnert. In diesem ganzen Thalboden tritt, wie bereits früher erwähnt, die Seekreide als Unterlage auf.

Diese Seekreide[33]), auch Alm oder Blanc-fond genannt, kommt in zahlreichen kleinern Torfmooren der Alpen, sowie auf den Mooren auf den Alluvialgebieten der grössern Flüsse und in den Wiesenmooren längs verschiedener europäischer Flüsse und Ströme vor. Eine weite Verbreitung besitzt sie in Südbaiern und der Schweiz. In unsern Gegenden treffen wir sie vielfach als Untergrund der verschiedenen Torfmoore, so im Vilbringenmoos, im Moos bei Beitenwyl, Gümligen, Ursellen etc. Dieselbe liegt in verschiedener Mächtigkeit den Gletscherablagerungen und Schottermassen auf. Ueber die Verbreitung und Ausdehnung derselben in unserem Gebiete vergleiche man die bereits angeführte Arbeit von Uhlmann[29]). Die Seekreide stellt im feuchten Zustande eine weissliche, schlüpfrig breiige, das Wasser zurückhaltende, im ausgetrockneten Zustande eine feinerdig sandige, lockere, aus feinen krystallinischen Kalktheilchen bestehende Masse dar, die sich als Niederschlag aus der doppelkohlensauren Lösung im Wasser durch Entweichen von Kohlensäure und Verdunstung des Wassers bildet. Während sich in den die Seekreide überlagernden Torfmassen in Folge der Löslichkeit der kohlensauren Kalkschalen in dem sich hier bildenden gerb- und quellsatzsauren Ammoniak nur selten Reste von Mollusken vorfinden, sind diese in der Seekreide selbst dagegen stellenweise häufig und gehören natürlich den see- und sumpfbewohnenden Arten von Schnecken an, die zum Theil noch jetzt, sofern die Wasseransammlung über diesen Bildungen nicht verschwunden ist, in der betreffenden Gegend zu finden sind.

Während das westlich von den beiden Seen gelegene Torfmoor noch eine ziemliche Anzahl seltener Pflanzenarten aufweist, die aber durch die fortschreitende Entsumpfung immer mehr ihrem Aussterben entgegengehen, sind mit geringen Ausnahmen dieselben in unmittelbarer Nähe der Seen, wohl hauptsächlich wegen der im Jahre 1856 vorgenommenen Korrektion der Urtenen, verschwunden. Gut angebautes Land tritt fast rings um den grossen See unmittelbar an die Wasserfläche heran, häufig von derselben nur durch ein undurchdringliches Gebüsch von Weiden und Erlen getrennt. Der kleine See dagegen ist fast ringsum von sauren Wiesen, die zu einer grossen Zeit des Jahres überschwemmt sind und desshalb ein Herantreten an die offene Wasserfläche verhindern, in weiter Erstreckung umgeben.

Die eigentliche Wasserfläche der Seen ist nun in ihrer Randzone, die wir bereits oben mit Seligo als die Schaar bezeichnet haben, in dichten Beständen von Schilf *(Phragmites communis* Trin*)* dem schmalblätterigen Rohrkolben (*Typha angustifolia* L.) und der Binse (*Scirpus lacustris* L.) etc. in weiter Ausdehnung bewachsen. In den Lücken zwischen den genannten Pflanzen treffen wir häufig die flachschwimmenden Blätter der weissen Seerose, während die gelbe Seerose (*Nuphar luteum* Sm.*)* weiter vom Lande weg, ausserhalb des Schilfwaldes die innere Umrandung der Wasserfläche darstellt. Da und dort ragen Wasserlilien *(Iris pseudacorus* L.) aus dem Uferdickicht hervor. In den Uferstreifen zwischen den beiden Schiffshäuschen am Südufer tritt das Hornblatt *(Ceratophyllum demersum* L.) und *Chara fœtida* A. Br. auf, während das Tausendblatt *(Myriophyllum spicatum* L.) wohl längs des ganzen Seeufers in vereinzelten Beständen zu finden ist, da und dort der Thierwelt eine bequeme Wohnstätte bietend.

In der westlichen Ecke des gr. Sees, unmittelbar neben dem Badehäuschen, sowie auch am kl. See finden wir die Halme des *Acorus calamus* L., allerdings nicht von jeher hier heimisch, sondern vor unbekannter Zeit angepflanzt, wie denn alle unsere Kalmuspflanzen nach Ludwig[34]) von einem Rhizom abstammen sollen, das 1574 von Clusius in Wien eingeführt wurde.

Am nördlichen Ufer, da wo eine breite Landstrecke die Einschnürung des See's bewirkt, ist der Standort einer typischen Sumpfpflanze, des Fieberklee's *(Menyanthes trifoliata* L.*)* Reste aus der Phahlbauzeit beweisen uns, dass auch die gegenwärtig aus unserem Gebiete verschwundene Wassernuss (*Trapa natans*) in unserm See vorkam, deren einzige Standorte in der Nordschweiz heute nach Christ ein Teich bei Roggwyl und Elgg im Kanton Zürich sein sollen.

Der Verbindungskanal der beiden Seen zeigt eine von der Randzone der Seen nicht erheblich verschiedene Flora. Hier wie dort stehen mächtige Schilfhalme, verdecken Seerosenblätter den Wasserspiegel. Während aber im grossen See die typische Form der *Potamogeton natans* L. sich findet, hat die durch schmälere, gekräuselte Blätter der Strömung besser angepasste *var. fluitans* Roth sich hier angesiedelt.

Begreiflicherweise bilden aber auch niedere Gewächse einen wichtigen Bestandtheil der Pflanzenwelt unserer Seen. Die in dichten Rasen stehenden Armleuchtergewächse (*Chara fœtida* A. Br.) haben wir, weil auch dem oberflächlichen Beobachter in die Augen fallend, bereits erwähnt. Daneben sind Ufersteine, die im Wasser befindlichen Theile von Schilfstengeln, ins Wasser gefallene, abgestorbene Aeste der das Ufer bewohnenden Bäume und Sträucher von zahlreichen Fäden von *Conferroiden* und *Zygnemaceen* wie mit einem Schleier überzogen. Auf den Steinen erheben sich zudem kleine unregelmässig geformte Polster von *Chaetophora endiriaefolia* Ag. Eine genauere Durchforschung wird neben den von mir aufgefundenen *Bulbochaete setigera* Ag., *Cosmarium botrytis* Menegh und *Pediastrum Boryanum* Men. noch eine Menge anderer Grünalgen als Bewohner der Uferzone ergeben. Die zuletzt genannte Pflanze zeigt eine überaus grosse Variabilität in der Zahl der eine Familie bildenden Zellen; weitaus am häufigsten sind 16 Zellen zu einem Coenobium vereinigt, während mir 32 Zellen seltener und mehr gar nie zu Gesicht kamen.

Unter den Diatomeen sind mir besonders die in Gallertröhren eingeschlossenen Schalen der *Encyonema prostratum* Ralfs und die durch ihre Grösse auffallende *Synedra capitata* Ehrenberg, verschiedene *Gomphonema*-Arten aufgefallen. Auch hier wird eine spezielle Untersuchung noch viele weitere Arten nachweisen, wie ein Vergleich der von uns gefundenen Formen mit den viel mannigfaltigeren Funden von Paul Petit[35]) in Vogesenseen zeigt.

Ausserhalb des Schaarrandes treffen wir nur vereinzelt festwurzelnde Gewächse an. Hier treten meist freischwimmende, limnetische Formen an ihre Stelle. Auch im Moosseedorfsee, und zwar nach meinen bisherigen Resultaten nur im grossen See, tritt die aus zahlreichen Wasserbecken, besonders durch die Untersuchungen von Imhof, nachgewiesene zierliche *Asterionella formosa* nebst anderen nicht näher bestimmten Diatomeen als limnetisch lebende Pflanze auf. Es mag hier auch des häufigen Vorkommens des *Ceratium hirundinella* Ehrbg. Erwähnung gethan werden, da die Gruppe der Peridineen in neuester

Zeit von einigen Botanikern, wie Klebs und Schilling[36]) dem Pflanzenreich zugetheilt wurde. Dass auch hier fortgesetzte Studien das Vorhandensein von zahlreichen weiteren Vertretern aus den genannten Gruppen nachweisen werden, beweisen uns die von Imhof gegebenen Verzeichnisse pelagischer Diatomeen[37]) aus verschiedenen Seen, Arbeiten von Brun über den Genfersee[38]) und solche von Penard[39]) über Rhizopoden und Peridineen desselben Wasserbeckens.

Die Thierwelt des grossen Moosseedorfsees.

Für die Betrachtung der Thierwelt des gr. Moosseedorfs liegen uns zwei Wege offen, entweder die Gruppirung derselben nach den bereits charakterisirten drei in jedem See von grösserer Ausdehnung in Betracht kommenden Zonen, der Littoralzone, des limnetischen Gebietes und der Tiefenregion, oder die Aufzählung nach systematischer Reihenfolge. Wir schlagen den letzteren Weg ein, werden aber nicht ermangeln, nachher wenigstens die limnetischen Formen zusammenzustellen.

Der unterste Typus der Thiere, die **Protozoen** umfassend, fand bei meinen Untersuchungen einstweilen nur ganz nebensächliche Behandlung. Ich begnügte mich mit der Bestimmung derjenigen Formen, die mir in dem aus der limnetischen Region stammenden Material zu Gesichte kamen. In diesem mussten die in ungeheuren Mengen auftretenden Kolonien von *Dinobryon sertularia* Ehrbg. sogleich auffallen. Eigentümlicherweise fand ich im kleinen See keine Spuren derselben, während z. B. eine ganz unbedeutende, nirgends über 1 Fuss tiefe Lache auf dem Murifelde bei Bern mir einige Exemplare lieferte. Ich muss zugeben, dass die an diesen beiden Orten gefundenen Kolonien nicht vollständig übereinstimmen, so dass ich die Vermuthung hege, die aus dem Torfgraben auf dem Murifeld stammenden Exemplare gehören der typischen *Dinobryon sertularia* Ehrbg. an, die im Moosseedorfsee vorkommende Spezies sei dagegen eine der von Imhof beschriebenen Arten. Falls das letztere der Fall ist, so scheint für das Vorkommen dieser zweiten Form und ihre gedeihliche Entwicklung eine gewisse Ausdehnung und Tiefe des Wasserbeckens erforderlich zu sein. Diese Dinobryonkolonien bevölkern in Gesellschaft mit *Ceratium cornutum* Ehrbg., *Asterionella formosa* und andern nicht näher bestimmten Diatomeen, und den später zu erwähnenden Räderthieren die obern Wasserschichten, wo sie mit dem feinen Netz leicht erhalten werden, während das Netz aus grobmaschiger Gaze meist nur *Copepoden* und *Daphniden* enthält, zusammen jene Thier- und Pflanzengesellschaft bildend, die man in neuester Zeit nach Haeckel mit dem Ausdruck *Limnoplankton* zu bezeichnen pflegt.

Von den übrigen von Imhof in seinem Aufsatz über die Zusammensetzung der limnetischen Fauna der Süsswasserbecken aufgezählten Protozoen habe ich trotz häufig in verschiedenen Jahres- und Tageszeiten wiederholter Versuche keine Spur auffinden können, dagegen waren die aus dieser Region stammenden Entomostraken sehr häufig mit *Epistylis lacustris*, verschiedenen Suktorien und andern Infusorien besetzt.

Unzweifelhaft bieten auch die littoralen Gebiete eine reiche Fundgrube für Protozoen der verschiedensten Art. Einzelne Funde mögen nur beiläufig erwähnt sein. Geradezu in Unzahl belebt *Coleps hirtus* O. F. Müller den Uferschlamm und zwar den ganzen Sommer hindurch. Häufig treten uns zwischen Algenfäden die verhältnissmässig grossen Formen von *Stentor polymorphus* Ehrbg. entgegen, unter etwas abweichenden Verhältnissen, durch eine Gallerthülle zu einer Kolonie vereinigt *Stentor Roeselii* Ehrbg. Zahlreiche *Hypotrichen* schwimmen zwischen Algenfäden hindurch. Auf dem nach Hause gebrachten Pflanzenmaterial entfalten sich nach kurzer Zeit zierliche Vorticellen und Carchesiumstöckchen. Es scheint mir nicht unwichtig hervorzuheben, dass die im Limnoplankton auftretenden Copepodenformen mit Epistylisstöckchen, die sich durch einen starren Stiel auszeichnen, besetzt sind, während auf den in der littoralen Zone anzutreffenden Cyclopsarten meist Vorticellen aufsitzen, die einen contractilen Stiel besitzen. Sollte wohl diese letztere Form eine Anpassung an das Leben zwischen einem dichten Gewirr von Pflanzen darstellen, wodurch der Schmarotzer vermöge seiner Contractilität leichter der Gefahr von seinem Wirtsthier abgerissen zu werden, entgeht?

Aus der im Meere in grosser Vielgestaltigkeit auftretenden Klasse der **Hydrozoen** hat sich eine einzige Gattung *Hydra* in die Süsswasserbecken der Alpen und des Alpenvorlandes geflüchtet, die auch im Moosseedorfsee zu den häufigen Erscheinungen gehört. Nicht dass ich mir die Zeit genommen hätte den Polypen oftmals an Ort und Stelle in seinen Bewegungen zu verfolgen, dagegen hatte ich fast jedesmal Gelegenheit, ihn an den Wänden der meine Beute fassenden Gläser oder an darin enthaltenen Zweigen von Ceratophyllum, Myriophyllum oder Charen zu beobachten, die ich bei meinen Exkursionen nach Hause brachte. Nach kurzer Zeit fingen die Thiere an sich durch Knospung zu vermehren. Da ich die Diagnosen, der von Forel aus dem Genfersee erwähnten 6 verschiedenen Hydra-Arten nicht zur Verfügung habe, muss ich auf eine Artbezeichnung verzichten, glaube aber, sofern wenigstens die Namen *fusca*. *grisea*, *aurantiaca*, *rubra*, *viridis* wichtige konstante Eigenschaften — hier allerdings bloss die Farbe — bezeichnen, die vorliegende Form als *H. fusca L* ansprechen zu müssen. Das Thier war kurz nach der Eisschmelze bis zum Gefrieren der Oberfläche immer wieder aufzufinden.

Aus der in vielen Wasseransammlungen vorkommenden Klasse der **Schwämme** habe ich trotz besonderer Nachforschungen keine Vertreter auffinden können.

Unter den **Würmern** gehören die *Räderthiere* ohne Zweifel zu den interessantesten Formen des Süsswassers. Ihre systematische Stellung ist noch jetzt umstritten; die grosse Mehrzahl der Zoologen theilt sie ohne Zögern der vielgestaltigen Gruppe der Würmer zu, andere Forscher, wie L e y d i g, finden Anhaltspunkte für eine Zuweisung zu den Arthropoden, insbesondere den Krebsen.

Schon vor 40 Jahren hat P e r t y in seinem bereits erwähnten Werke: «Zur Kenntniss der kleinsten Lebensformen» eine für damals ganz stattliche Anzahl von Arten aus der Schweiz namhaft gemacht, wobei ihm die Umgebungen Berns einen grossen Theil des Materials lieferten. Seine Beobachtungen beziehen sich aber ausschliesslich auf Littoralformen und in kleineren Wasseransammlungen lebende Arten und doch umfasst sein Verzeichniss nicht weniger als 102 in der Schweiz vorkommende Species, zu denen dann erst in viel späterer Zeit eine weitere Zahl hinzukam, die von S c h o c h, I m h o f, W e b e r und T e r n e t z in der Schweiz aufgefunden, beziehungsweise neu beschrieben wurden.

Wir verdanken hauptsächlich dem eifrigen Erforscher der limnetischen Thierwelt, Dr. O. E. I m h o f den Nachweis, dass die Rotatorien einen wesentlichen Bestandtheil des Limnoplankton ausmachen. Durch die Anwendung feinerer Netze mussten ihm die in ungeheurer Anzahl die Seen bevölkernden Vertreter dieser Thierklasse massenhaft zur Beute werden; der bereits im Jahre 1871 geführte, aber erst 1877 weiter bekannt gewordene Nachweis des Vorkommens von *Conochilus volvox* in einem der Wittingauerteiche (Böhmen) durch den Cladocerenforscher B. H e l l i c h, scheint damals nicht weiter beachtet worden zu sein, oder wenigstens nicht Veranlassung zu weiteren Nachforschungen gegeben zu haben. Erst seit dem Erscheinen in kurzen Zeit-intervallen sich folgender Notizen Imhofs im zoologischen Anzeiger hat sich die Ansicht befestigt, dass auch noch andere Organismen als Crustaceen an der Zusammensetzung des Limnoplanktons sich betheiligen.

Die von mir in verschiedenen Jahreszeiten im grossen Moosseedorfsee aufgefundenen Arten von *limnetischen Rotatorien* sind:

1. *Asplanchna priodonta* Gosse *var. helvetica* Imh., sehr häufig,
2. *Synchaeta pectinata* Ehrenbg., nur vereinzelt,
3. *Polyarthra platyptera* Ehrenbg., ebenfalls nur vereinzelt,
4. *Euchlanis macrura* Ehrenbg., sehr selten,
5. *Metopidia lepadella* Ehrenbg., ebenfalls sehr selten,
6. *Anuraea aculeata* Ehrenbg., häufig,
7. " *cochlearis* Gosse, «
8. *Notholca longispina* Kellic, zu Zeiten sehr häufig.

Die Mehrzahl der eben erwähnten Arten hat eine sehr grosse Verbreitung und es sind dieselben in den meisten Seegebieten nachgewiesen, in denen mit dem feinen Netz nach limnetischen Organismen gefischt wurde. Zacharias fand dieselben in den norddeutschen Seen, Pavesi in italienischen Süsswasserbecken, Imhof in vielen von ihm durchforschten Seegebieten Oesterreichs, Deutschlands, Frankreichs und der Schweiz.

Neuerdings werden eben dieselben Arten von Richard für die zahlreichen Seen der Auvergne namhaft gemacht. Dass einige dieser Arten sehr hoch in den Alpenseen noch vorkommen, ist besonders von Imhof mehrfach hervorgehoben worden.

Gelegentlich fielen mir auch bei Untersuchungen des Materials aus der Uferzone Vertreter dieser Thierklasse unter die Augen, von denen *Anuraea aculeata* Ehrenbg. und *Rotifer macrurus* Ehrbg. sich in dem Gewirre der Spirogyrenfäden aufhielten, die vielerorts Steine und Detritus überziehen.

Imhof[38]) hat in ähnlicher Weise wie die später zu besprechenden Crustaceen die in der Schweiz bisher aufgefundenen Räderthiere zusammengestellt, wobei ihm aber natürlich eine seither erschienene Arbeit von Ternetz[39]) über die Rotatorien der Umgebung von Basel noch nicht zugänglich war. Sein Verzeichniss umfasst 130 Arten und 2 Varietäten. Vergleichen wir damit eine von Dalla Torre[40]) in Innsbruck gegebene Aufzählung der in Tyrol beobachteten Arten, so muss die übereinstimmende Artenzahl (132) auffallen. Immerhin ergeben sich bei genauerem Vergleich ziemlich erhebliche Differenzen. Die beiden Verzeichnisse weisen 71 Arten gemein-sam auf, und von den um Basel durch Ternetz namhaft gemachten Arten (107) sind 70 nach Dalla Torre für das Tyrol nachgewiesen. Es wäre sehr zu wünschen, dass in den verschiedensten Theilen der Schweiz Nachforschungen nach diesen Thieren angestellt würden, um ein möglichst vollständiges Bild der Verbreitung derselben zu erhalten. Es steht hier ein Arbeitsfeld offen, das demjenigen, der über die nöthige Zeit und ein ausgezeichnetes Instrument verfügt, hohen Genuss und wesentlichen Erfolg bieten muss, zumal in dem grossen Werke von Hudson und Gosse[41]) *The Rotifera or wheel animalcules* ein Hilfsmittel ersten Ranges geschaffen ist, das nicht so leicht übertroffen sein wird.

Es mag hier vielleicht auch der Ort sein, des Vorkommens zweier Thiere im Uferschlamme unseres Sees zu gedenken, deren systematische Stellung ebenfalls noch viel umstritten wird; es betrifft dies:

1. *Macrobiotus macronyx* Duj. nach Plate der einzige Bewohner des Süsswassers unter seinen Artgenossen, der mir im Juni 1892 mehrmals zu Gesicht kam und von Zschokke auch für sämmtliche Seen des Rhätikon erwähnt wird, und

2. eine *Ichthydium*-Art, die ich nicht näher bestimmt habe.

Wenn wir von den soeben betrachteten Räderthieren absehen, so kommen für die Süsswasseransammlungen aus dem vielgestaltigen Typus der Würmer unter den freilebenden Formen hauptsächlich die *Hirudineen*, *Oligochaeten*, *Nematoden* und *Turbellarien* in Betracht. Unter den **Hirudineen** treffen wir allerdings häufiger im kleinen als im grossen See *Nephelis octoculata* Bergm. Dieses Thier hält sich meist auf der Unterseite von Steinen auf und findet sich im Frühjahr, wenn nach der Schneeschmelze der Wasserstand besonders hoch ist, vielfach sogar in den an den See grenzenden überschwemmten Wiesen, die in späterer Jahreszeit vollständig trocken liegen. In den Seen selbst fielen mir die bekannten, fast in jedem Wassergraben zu findenden Pferdeegel (*Aulastomum gulo*) nicht auf, dagegen sah ich im Frühjahr eine grosse Anzahl in dem von Norden her dem kleinen See zufliessenden Bächlein willenlos dem offenen See zutreiben. Haben dieselben wohl im genannten Bächlein die rauhe Jahreszeit überstanden, in das sie sich im Herbst zurückgezogen oder war es der rasche Lauf, der sie gegen ihren Willen aus ihrem gewöhnlichen Standorte vertrieb?

In Gesellschaft der *Nephelis* treffen wir sehr häufig unter Steinen zwei *Clepsine*-Arten und die grosse auffällige Turbellarie *Dendrocoelum lacteum* Oersted, während *Polycelis nigra* Ehrbg. von mir nur unter

Steinen der dem See zufliessenden Bächlein, niemals aber im See selbst gefunden wurde. Begreiflicherweise kommen in der Littoralzone verschiedene Rhabdocoeliden vor, unter denen ich einstweilen bloss *Mesostomum viridatum* O. Schm. und *rostratum* Ehrbg. anführen kann, da ich die Bestimmung der übrigen, nicht gerade selten auftretenden Vertreter der Familie wegen Mangel an Litteratur nicht durchführen konnte. Es war mir bei dem soeben erwähnten Uebelstande auch nicht sehr daran gelegen, Material aus den übrigen Würmergruppen zu erhalten; dagegen konnten mir die fast jedesmal mit dem Untersuchungsmaterial nach Hause gebrachten und hier sich lebhaft theilenden, durchsichtigen *Stylaria lacustris* L. (*Naïs proboscidea* Autor.) nicht entgehen.

Nicht gerade eine Thiergruppe, wie die das Süsswasser bewohnenden Würmer, bedarf so dringend einer neuen systematischen Bearbeitung, soll es dem Forscher, der sich mit der gesammten in seiner nähern Umgebung heimischen Thierwelt vertraut machen will, möglich sein, sich ohne Bewältigung ganzer Serien von Zeitschriften über die Systematik dieser Thiere klar zu werden. Es ist desshalb ganz unbegreiflich, wie Dr. O. Zacharias in der Vorrede zu dem Sammelwerke: «*Die Thier- und Pflanzenwelt des Süsswassers*» behaupten kann, es sei über die Gruppen der Würmer (nebst Infusorien und Hydren) viel leichter, sich Aufschluss zu verschaffen, als über die übrigen im Werke behandelten Thier- und Pflanzengruppen. Zudem halte ich die Ausführung des genannten Werkes zum grössten Theil als eine verfehlte, denn mit Ausnahme des Aufsatzes von Dr. Weltner über die Schwämme, der uns eine vollständige Systematik der in unsern Seen anzutreffenden Spongien nebst sehr nützlichen Winken über das Sammeln und Conserviren dieser Thiere gibt, enthalten die einzelne Thiergruppen behandelnden Abschnitte wenig mehr als was in einer Vorlesung über systematische Zoologie geboten wird. Herr Dr. Weltner hat desshalb mit seiner Kritik des Werkes in der naturwissenschaftlichen Wochenschrift, Jahrgang 1892, Nr. 44 und 46 uns vollständig aus dem Herzen gesprochen.

Einen integrirenden Bestandtheil der Fauna aller Wasseransammlungen bilden die **Crustaceen**; unter diesen ragen, was die Zahl der Arten und Individuen anbetrifft, hervor die *Entomostraken*, die desshalb bei der Untersuchung der Fauna des grossen Moosseedorfsees unser Hauptaugenmerk bildeten.

Während die *Cladoceren* der Umgebung Berns vor 15 Jahren durch Dr. A. Lutz [17]), die *Ostracoden* in neuester Zeit durch Dr. A.

Kaufmann[19]) in ausgezeichneter Weise erforscht wurden, liegen über die **Copepoden** unseres Gebietes noch keine Vorarbeiten vor. Ich war desshalb bemüht, zunächst für den grossen Moosseedorfsee den Bestand an Copepoden möglichst vollständig festzustellen und gedenke später die Verbreitung dieser Ordnung von Krebsthieren auch in andern Wasserbecken einer weitern Umgebung Berns zu erforschen, um auf diese Weise die Kenntniss der in unserem Gebiete vorkommenden freilebenden Entomostraken zu einem vorläufigen Abschlusse zu bringen.

In der Schweiz ist der erste Versuch einer Classification der Copepoden im Jahre 1820 durch den Genfer Jurine gemacht worden, nachdem bereits im Jahre 1785 der auch um die Kenntniss anderer Thiergruppen sehr verdiente dänische Forscher O. F. Müller, dem wir die erste systematische Zusammenstellung der Hydrachniden verdanken, eine verhältnissmässig grosse Anzahl dieser Thiere beschrieben und abgebildet hatte. Ihm folgte der bekannte Spinnenforscher C. L. Koch, der in den Jahren 1835 bis 1841 eine Anzahl Copepoden abbildete und beschrieb. Allerdings sind seine bildlichen und schriftlichen Darstellungen mangelhaft, so dass es in den wenigsten Fällen möglich ist, festzustellen, auf welche Arten sich seine Angaben beziehen. Ungleich sorgfältiger sind die Beschreibungen und Zeichnungen, des tüchtigsten Entomostrakenforschers Sebastian Fischer, die in den Jahren 1851—1860 erschienen. Im Jahre 1857 veröffentlichte der bekannte Zoologe und Crustaceenforscher Prof. Dr. Carl Claus seine ersten Studien über die Arten des Genus *Cyclops*, leider ohne die Arbeiten seiner Vorgänger, besonders diejenigen Fischer's gehörig zu berücksichtigen. Fast gleichzeitig (1863) mit seiner grossen, für alle späteren Bearbeiter grundlegenden *Monographie der freilebenden Copepoden* erschien die Arbeit von G. O. Sars in Christiania über die Ruderfüsser seiner an Seen so reichen Heimat, worin eine grosse Anzahl neuer Arten beschrieben sind, deren Vorkommen in viel weiteren Gebieten erst in neuerer Zeit festgestellt wurde. Es ist hier nicht der Ort, alle die zahlreichen Forscher namhaft zu machen, die sich die Erforschung der Süsswasser-Copepoden zum Ziel gemacht haben. Eine lange Liste diesbezüglicher Schriften findet sich in der von Herren Jules de Guerne und Jules Richard verfassten *Révision des Calanides d'eau douce* (63 Nummern) oder in einer Arbeit vom Jahre 1891 von Dr. O. Schmeil: *Beiträge zur Kenntniss der freilebenden Süsswassercopepoden Deutschlands mit besonderer Berücksichtigung der Cyclopiden* (51 Nummern). Wem es bloss daran gelegen ist, die in einem bestimmten Gebiete vorkommenden Arten festzustellen, wird ausser den beiden soeben genannten Schriften besonders: *Die freilebenden Copepoden Württembergs und angrenzender Gegenden* von Julius Vosseler (1886) und Jules Richard: *Révision des espèces des copépodes libres d'eau douce qui vivent en France (Annales des sciences naturelles 1892, XII)* benützen müssen. Eine im vorigen Jahre erschienene ausführliche Arbeit von Schmeil: *Deutschlands freilebende Copepoden, I. Theil, Cyclopiden* war mir leider bisher nicht zugänglich.

Ein nicht zu unterschätzender Vortheil in dem Studium der Copepoden liegt nach meiner Ansicht in der grossen Lebenszähigkeit dieser Thiere im Vergleich zu den meist äusserst empfindlichen Cladoceren, so dass man im Stande ist, dieselben längere Zeit lebend zu erhalten und so immer frisches Material untersuchen kann. Für die Unterscheidung der Arten sind, wenigstens bei Cyclopiden, hauptsächlich die geschlechtsreifen Weibchen geeignet, während es nach dem bisherigen Stande unserer Kenntnisse nicht möglich ist, Larvenstadien mit Sicherheit nach Arten zu trennen. Für die im Folgenden aufgezählten Copepoden bedienen wir uns der von Schmeil festgestellten Namen, weil nach unserer Ansicht, dessen Diagnosen, bei aller Kürze die genauesten sind. Es sind von mir bisher im gr. Moosseedorfsee folgende Arten aufgefunden worden:

I. Eucopepoda.

1. *Cyclopidæ.*

1. *Cyclops fuscus* Jur. (*signatus* Koch).
2. » *albidus* Jur. (*tenuicornis* Cls.)
3. » *viridis* Jur. (*brevicornis* Cls.)
4. » *strenuus* Fischer.
5. » *Leuckarti* Sars, (*simplex* Pogg., Voss.).
6. » *bicuspidatus* Cls. (*pulchellus* Koch).
7. » *serrulatus* Fischer (*agilis* Koch).
8. » *macrurus* Sars.
9. » *affinis* Sars.
10. » *phaleratus* Koch.
11. » *oithonoides* Sars.

2. *Harpactidæ.*

1. *Canthocamptus spec?*

3. *Calanidæ.*

1. *Diaptomus gracilis* Sars.

II. Branchiura.

1. *Argulus foliaceus* L.

Unter den aufgezählten Arten sind *C. fuscus* Jur., *albidus* Jur. und *serrulatus* Fisch. diejenigen Formen, die während des ganzen Jahres, so lange der See eisfrei ist, in riesigen Schaaren die geschützteren Uferstellen bevölkern. Es dürfte wohl kein Tümpel in der Umgebung Berns aufgefunden werden, in der diese 3 Arten nicht vorkommen. *C. fuscus* und *albidus* lassen sich schon von blossem Auge leicht unterscheiden, erstere Art ist etwas grösser und trägt die Eiersäcke dem Körper eng anliegend, diese sind zudem von dunkler Farbe; letztere Form ist schlanker und trägt die beiden milchweissen Eiersäcke stark seitwärts vom Körper abstehend.

Auffallend wollte es mir vorkommen, dass der in fast allen Bearbeitungen als gemein bezeichnete *Cyclops viridis* Jur., der von allen Autoren mit *C. brevicornis* Cls. identificirt, von Imhof[38]) dagegen in seinem Verzeichniss der in der Schweiz bisher bekannt gewordenen Crustaceen als besondere Art neben *brevicornis* Cls. aufgezählt wird, mir nur im Frühjahr in der Litteralzone begegnete: der Irrthum rührte aber daher, dass ich bei meinen Untersuchungen mich hauptsächlich an die mit Eiersäckchen versehenen Weibchen hielt. Daher kam es, dass ich anfänglich *C. viridis* Jur. in den übrigen Jahreszeiten, wo er auch häufig in der Littoralzone gefunden wird, übersah. Es scheint sich danach bei dieser Art, wenigstens im Moosseedorfsee, die Fortpflanzungsthätigkeit hauptsächlich auf das Frühjahr zu beschränken.

Grosse habituelle Aehnlichkeit weisen *C. serrulatus* Fisch (agilis Koch) und *C. macrurus* Sars auf, die sich beide öfter in den schütteren Schilfbeständen vorfinden. *C. macrurus* Sars ist allerdings seltener, doch kann nach der genauen Beschreibung von Schmeil und der Abbildung Lande's[58]) über die Richtigkeit der Bestimmung kein Zweifel bestehen. Eigenthümlicherweise wird diese Art von Vosseler aus Württemberg nicht angeführt.

Cyclops phaleratus Koch, den ich während der früheren Jahre immer nur einzeln vorfand, war im Juni 1893 sehr häufig und zwar im littoralen Gebiet, an einer Stelle, wo der dichte Schilfbestand auf dem Schaarrand eine ruhige Wasserfläche auf der Schaar entstehen liess, auf welcher zahlreiche Exemplare von *Lemna minor* L. schwammen. Es ist dieser Cyclops leicht mit unbewaffnetem Auge von den ihr ähnlich sehenden und in der Grösse übereinstimmenden *C. serrulatus* Fisch und *macrurus* Sars an den viel kürzeren Fühlern und prächtig blau gefärbten Eiersäcken zu unterscheiden. In Glasschalen gebracht kriecht er lebhaft herum, verlässt unter Umständen sogar das Wasser, so dass flache Schalen, in die man das Thier in nur wenig Wasser gebracht hat, bedeckt bleiben müssen. Fast regelmässig fand ich den Körper besetzt mit zahlreichen Suctorien, unter denen ich allerdings die von Schewiakoff[42]) neuerdings beschriebene *Trichophrya oviformis* nicht aufzufinden vermochte; dagegen waren die vorderen Antennen dicht besät mit *Tokophrya cyclopum* Cl. und L.

In der limnetischen Region resp. auf dem Grund des Sees fanden sich besonders *C. bicuspidatus* Cls., *affinis* Sars, *oithonoides* Sars und *strenuus* Fisch. Diese letztere Form wurde von mir im Frühjahr im littoralen Gebiet, im Sommer dagegen stets nur in den tiefsten Stellen des Sees gefunden. Es weicht die Lebensweise dieser Art in unserem See sonach nicht ab von dem, was ich einer Mittheilung Schmeils[43]) über die *Copepoden des Rhätikon* entnehmen kann: «In der Ebene fällt die Hauptentwicklungszeit unserer Art sicher mit den kältern Monaten des Jahres zusammen, und selbst unter dicker Eisdecke trifft man oft Individuen in fast unglaublichen Mengen an. Mit Anbruch der wärmeren Jahreszeit verschwinden die grossen Schaaren unseres Copepoden immer mehr; im Sommer findet man ihn da, wo er im Winter als dominirende Spezies auftrat, nur ausnahmsweise und zwar nur — soweit meine (Schmeil's) Beobachtungen reichen — in bedeutend schwächer gebauten Exemplaren.» *C. Leuckarti* Sars (*simplex* Pogg) scheint sich sowohl in der limnetischen Zone wie im littoralen Gebiete wohl zu fühlen, wo das Thier während den Sommermonaten sich fortpflanzt.

Die von mir nicht näher bestimmte *Canthocamptus*-Art fand sich fast das ganze Jahr hindurch, nicht bloss im Frühjahr, wie Vosseler für den einzigen von ihm in Württemberg aufgefundenen *C. minutus* Müll., mit dem unsere Art möglicherweise zusammenfällt, angibt.

Weitaus am häufigsten unter allen Copepoden tritt *Diaptomus gracilis* Sars im Limnoplankton auf, und waren auch die Männchen häufig zu treffen. Von den übrigen Arten der *Calaniden* gelang es mir nicht, weitere Vertreter zu constatiren.

In einem vereinzelten Exemplare wurde mir am 30. August 1892 ein freischwimmender *Argulus foliaceus* L. zur Beute.

In bei weitem grösserer Artenzahl als die Copepoden treten im gr. Moosseedorfsee die **Cladoceren** auf. Nachdem dieselben im Jahre 1878 in Folge einer von der philosophischen Fakultät der Universität Bern ausgeschriebenen Preisfrage durch Herren Dr. A. Lutz[17]) eine gründliche Bearbeitung erfahren, durfte ich nicht erwarten, in meinem besonderen Untersuchungsgebiet wesentlich Neues beizubringen. Es ist der Artenbestand unseres Sees nach den Untersuchungen von Lutz und meinen Ergänzungen folgender:

1. *Sida cristallina* O. F. Müller.
2. *Daphnella brandtiana* Fisch.
3. *Daphnia hyalina* Leydig.
4. *Simocephalus vetulus* O. F. Müller.
5. » *exspinosus* Koch.
6. *Ceriodaphina pulchella* Sars.
7. *Scapholeberis mucronata* O. F. Müller. *var. brevicornis* Lutz.
8. *Bosmina laevis* Leydig.
9. *Iliocryptus sordidus* Liévin.
10. *Camptocercus macrurus* O. F. Müller.
11. *Acroperus leucocephalus* Koch.
12. *Alona quadrangularis* O. F. Müller.
13. « *costata* Sars.
14. *Pleuroxus truncatus* O. F. Müller.
15. » *exiguus* Lilljeborg.
16. » *aduncus* Jur.
17. » *personatus* Leydig.
18. » *excisus* Fischer.
19. *Chydorus sphaericus* O. F. Müller.
20. » *globosus* Baird.

Es beleben also unser Wasserbecken die stattliche Anzahl von 20 Arten, eine Zahl, die von keiner andern der von Lutz in Untersuchung gezogenen Lokalitäten erreicht wird. Es ist zwar leicht möglich, dass die bequeme Erreichbarkeit dieses Sees von Bern aus auf dieses günstige Resultat von Einfluss gewesen ist.

Die Litteratur über diese Krebsgruppe ist eine sehr reiche. Meine Bestimmungen basiren hauptsächlich auf den Beschreibungen, Tabellen und Abbildungen des Werkes von B. Hellich, die Cladoceren *Böhmens*, der Arbeit von Daday über die Cladoceren *Ungarns* mit sauber ausgeführten Tafeln und glücklicherweise in lateinischer Sprache gegebenen Diagnosen, während der übrige Text in ungarischer Sprache verfasst ist, den knappen, aber brauchbaren Tabellen von Paul Matile in der Bearbeitung der Cladoceren der Umgebung von

Moskau und endlich dem Hauptwerke in deutscher Sprache: *Naturgeschichte der Daphniden* von Dr. Franz Leydig, das mir aber nur während kurzer Zeit zur Verfügung war.

Während nach Imhof erst 53 Arten von Cladoceren aus der Schweiz bekannt sind, besitzt *Böhmen* nach Hellich 96, *Ungarn* nach Daday sogar 100, *Schweden-Norwegen* 84 und *Dänemark* 73 Arten. Nach Matile finden sich in der *Umgebung von Moskau* nicht weniger als 74 Arten. Es steht daher zu erwarten, dass auch die in der Schweiz vorkommenden Cladoceren eine grössere Artenzahl aufweisen werden, da allein für die Umgebung von Bern von Lutz deren 42 namhaft gemacht wurden.

In Bezug auf die in unserm See vorkommenden Formen ist Folgendes zu bemerken:

1. *Sida cristallina* O. F. Müller, ist in der Uferzone überaus häufig und wurde während der ganzen Zeit, während welcher der Wasserspiegel eisfrei war, gefunden. Die im Spätherbst auftretenden Exemplare zeichnen sich durch eine ganz bedeutende Grösse aus. Trotzdem diese Art vermöge des Besitzes eines an der Grenzfurche von Kopf und Thorax gelegenen Haftapparates als eine Bewohnerin der Uferzone sich kennzeichnet, wie es hin und wieder zahlreiche auch beim Herausheben noch an der Unterseite von Steinen haftende Exemplare beweisen, wird sie doch ab und zu aus der von ihr bevorzugten Littoralzone in das limnetische Gebiet hinausgetrieben, wo sie sich vermöge ihrer Durchsichtigkeit und der ausgezeichneten Ausrüstung mit Bewegungsorganen ganz heimisch fühlen kann.

2. *Daphnella brachyura* Liévin wird von Lutz auch aus unserm See angegeben. Ich muss die von mir häufig unter dem limnetischen Material gefundene Art als *Daphnella brandtiana* Fisch bezeichnen. Wie Matile auf Seite 111 seiner oben angeführten Arbeit nachweist, sind diese beiden Arten bei neuern Autoren vielfach verwechselt worden.

3. *Daphnia hyalina* Leydig ist in den Sommermonaten sehr häufig im Limnoplankton.

4. Der in allen Wassertümpeln überaus häufige *Simocephalus vetulus* O. F. Müller tritt im Sommer im grossen See nur in vereinzelten Exemplaren, im Herbst dagegen in zahlreichen Schaaren in der Uferzone auf. Im übrigen kann ich die von Lutz hervorgehobene Häufigkeit nur bestätigen; in Teichen bei Bætterkinden war sie im August 1892 in Gesellschaft von *Cyclops albidus* Jur, *fuscus*

Jur., *serrulatus* Fisch und *pentagonus* Voss ebenfalls in zahlreichen Exemplaren zu finden. Eigenthümlicherweise erwähnt Lutz nicht das Vorkommen von

5. *Simocephalus exspinosus* De Geer, der in der littoralen Zone häufig anzutreffen ist.

6. Im Limnoplankton ist eine *Ceriodaphnia*-Art ziemlich häufig, die ich nach der mir zugänglichen Litteratur als *C. pulchella* Sars ansprechen muss. Lutz führt *C. punctata* P. E. Müller aus dem Moosseedorfsee auf; ich kann aber an meinen Exemplaren die für *punctata* charakteristischen Dornen an der Stirn nicht entdecken, muss desshalb eine genauere Bestimmung auf die Zeit verschieben, wo mir die Müller'sche Beschreibung zugänglich sein wird.

7. *Scapholeberis mucronata* O. F. Müller ist im littoralen Gebiet in der südöstlichen Ecke des Sees überaus häufig und zwar in der von Lutz mit dem Namen *brevicornis* bezeichneten Form. Die beiden andern Varietäten wurden von mir dagegen nicht gefunden.

8. Die Unterscheidung der *Bosmina*-Arten ist ziemlich schwierig. Ich acceptire desshalb einstweilen den von Lutz den Thieren aus dem Moosseedorfsee ertheilten Namen. Auffallend für die *Bosmina*-Arten ist ihr starker *Heliotropismus*. In den den Limnoplankton enthaltenden Gläsern lassen sie sich leicht von der Oberfläche abfischen. Sie bleiben auf derselben wie ein vom Wasser nicht benetzter Körper schweben.

9. Den von Lutz für unsern See aufgeführten *Iliocryptus sordidus* Liévin konnte ich niemals finden, er scheint aber jedenfalls als Schlammbewohner der littoralen Zone anzugehören.

10—13. Die folgenden 4 Arten: *Camptocercus macrurus* O. F. Müller, *Acroperus leucocephalus* Baird, *Alona quadrangularis* O. F. Müller und *costata* Sars sind mir wohl aus dem Grunde so lange entgangen, als ich ihre Lebensweise zu wenig erkannte. Es sind dies Schlammbewohner und leben in grosser Zahl im littoralen Gebiet des Sees.

14—18. Unter den *Pleuroxus*-Arten ist *truncatus* O. F. Müller unbedingt die gemeinste Form, ausserdem kann ich den von Lutz bereits nachgewiesenen Arten *Pleuroxus excisus* Fisch als weiteres Vorkommen beifügen.

19—20. In Bezug auf die *Chydorus*-Arten muss ich bloss konstatiren, dass ich sie durchaus nicht so häufig fand, wie man aus der Darstellung von Lutz entnehmen sollte.

Da für die grosse Mehrzahl der Arten ein vollständiges Austrocknen ihres Wohnortes auch bei tiefem Stande des Wasserspiegels nicht zu befürchten ist, so scheint eine Ephippienbildung nicht nothwendig. Es ist mir denn wirklich auch nicht gelungen bei irgend einer der 20 aufgezählten Arten eine solche nachzuweisen.

In nur geringer Artenzahl treten im Moosseedorfsee die **Ostracoden** auf. Herr Dr. Kaufmann hatte die Freundlichkeit die von mir aufgefundenen Arten zu bestimmen. Darnach kommen in unserm Wasserbecken *Cyclocypris laevis* O. F. Müller und *Cypridopsis vidua* O. F. Müller im littoralen Gebiete häufig vor.

Unter den **höhern Krebsen** ist in erster Linie zu erwähnen der Flusskrebs, der stellenweise sehr häufig ist und sich auch in dem Zu- und Abfluss des Sees vorfindet. Nach meinen Untersuchungen ist etwa $^1/_4$ bis $^1/_5$ der gefangenen Exemplare mit *Branchiobdella astaci* Odier besetzt. Nur ganz vereinzelt tritt dagegen im See der Flohkrebs, *Gammarus pulex* auf, der in dem Verbindungskanal der beiden Seen und in der abfliessenden Urtenen ihm besser zusagende Wohnplätze zu finden scheint. Ob die Tiefen des Sees noch andere Arten dieser Gattung, von der beispielsweise aus der Fauna der Süsswasserseen Frankreichs laut einer Mittheilung von de Guerne bereits 4 Arten bekannt wurden, beherbergen, bleibt erst noch festzustellen.

Negativ waren bisher meine Nachforschungen nach einem Vertreter der Isopoden, indem ich den sonst in Wasserbecken weit verbreiteten *Asellus aquaticus* nicht auffinden konnte. Eigenthümlicherweise wird dieses Thier auch in der Liste der in der Uferzone des Genfersees nachgewiesenen Crustaceen vermisst, während J. Heuscher sein Vorkommen im Werdenbergersee, dem Wenigerweiher und Dreilindenweiher bei St. Gallen erwähnt, dagegen auch in der Uferzone des obern Zürcher-Sees bei Schmerikon nicht gefunden zu haben scheint. Nach Jos. Kafka halten sich die Wasserasseln gerne an Orten auf, wo viel Algen vorkommen, oder wo es eine weiche, verwesende Vegetation gibt. Es sind mir aus dem See keine Stellen bekannt, wo ihnen eine derartige Wohnstätte geboten wäre.

Zu den zierlichsten Geschöpfen, die in der Uferzone der Seen zu treffen sind, gehören unbedingt die **Hydrachniden** oder **Wassermilben,** deren grössere, theilweise leuchtend roth gefärbte Arten auch dem Laien auffallen. Ihnen hat bereits vor 10 Jahren der bekannte Milbenforscher Dr. G. Haller eine Studie gewidmet. Es gelang demselben 32 Arten aus der Schweiz nachzuweisen. Ohne Zweifel werden auch hier weitere Nachforschungen die Artenzahl bedeutend vermehren, da z. B. Dr. O. Zacharias in den viel gleichartigere Verhältnisse bietenden westpreussischen Seen 25, ja Dr. W. Dröscher[44]) im Schwerinersee allein 24 Arten auffand, von denen die Hälfte dem Haller'schen Verzeichnisse fehlt. Bei der Schwierigkeit der Bestimmung dieser Thiere sah ich mich veranlasst, einen Spezialisten um die Bearbeitung der von mir gefundenen Exemplare anzugehen. Der bekannte Hydrachnidenkenner Dr. F. Könike in Bremen hatte die Güte diese Arbeit für mich zu besorgen, wofür ich ihm zu grossem Danke verpflichtet bin. Unter dem bereits im vorigen Herbst und in diesem Jahre erbeuteten Materiale befanden sich folgende Arten:

1. *Acercus latipes* C. L. Koch. 1 ♀.
2. *Atax crassipes* O. F. Müller. 5 Nymphen.
3. *Arrenurus claviger* Könike. 1 ♂, 4 ♀.
4. » *maculator* O. F. Müller. 1 ♂.
5. *Atractides ovalis* Könike. 1 ♂, 1 ♀.
6. *Brachypoda versicolor* O. F. Müller. 12, ♂, 35 ♀.
7. *Curvipes conglobatus* C. L. Koch. 4 ♂, 3 ♀.
8. » *rotundus* Kramer. 1 ♀.
9. » *viridis* C. L. Koch. 1 ♀, 3 Nymphen.
10. *Diplodontus despiciens* O. F. Müller. 6 Individuen.
11. *Hydrochoreutes ungulatus* C. L. Koch. 7 Nymphen.
12. *Hydryphantes helveticus* Haller. 1 ♀.
13. *Limnesia undulata* O. F. Müller. 2 ♀.
14. » *maculata* O. F. Müller. 2 ♂, 2 ♀.
15. *Hydrachna globosa* Deger. 2 ♀.
16. *Eylais extendens* O. F. Müller. Zahlreiche Individuen.

Es enthält sonach der grosse Moosseedorfsee nach dem von mir gesammelten Materiale die stattliche Anzahl von 16 Arten, von denen einige, trotz der bezüglichen Untersuchungen Haller's, bisher aus der Schweiz nicht bekannt geworden sind; es sind dies: *Arrenurus claviger* Könike, *Atractides ovalis* Könike, *Curvipes viridis* C. L. Koch, *conglobatus* C. L. Koch, *rotundus* Kramer, *Hydrochoreutus ungulatus* C. L. Koch, und *Hydrachna globosa* de Geer, also 7 Arten, sofern nicht eine Anzahl derselben von Haller unter andern Namen aufgezählt wurden. In Bezug auf die einzelnen Arten habe ich Folgendes zu bemerken:

1. *Acercus latipes* C. L. Koch ist nach Könike die von Haller unter dem Namen *Forelia Ahumberti* neu beschriebene Milbe, die

Haller nur aus dem Genfersee bekannt war und von Dröscher auch aus dem Schwerinersee als häufig vorkommende Art erwähnt wird.

2. *Atax crassipes* O. F. Müller ist eine nach Haller in allen grösseren Seen bis zu einer Tiefe von 30—40 Metern häufig vorkommende Art, die sich Nachts auch der pelagischen Fauna beimischt. Sie wird in fast allen Hyrachnidenverzeichnissen aus europäischen Gebieten aufgezählt und besitzt demnach eine grosse Verbreitung.

3. *Arrenurus claviger* Könike.

Das Thier wurde von Könike zuerst in der Umgebung von Bremen aufgefunden und war Haller desshalb noch nicht bekannt.

4. *Arrenurus maculator* O. F. Müller.

Scheint eine ziemlich weit verbreitete Art darzustellen, da sie in zahlreichen Verzeichnissen erwähnt wird.

5. *Atractides ovalis* Könike.

Die von Könike mit diesem Namen belegte Art wurde von Neumann[45]) unter dem Namen *Megapus spinipes* Koch beschrieben. Nun wurde bereits für eine verwandte Art: die typische *Megapus spinipes* Koch der Gattungsname *Atractides* geschaffen und da die Koch'sche Art *Atractides spinipes* von der vorliegenden verschieden ist, so wurde die von Neumann unter *Megapus spinipes* Koch beschriebene Art von Könike mit *Atractides ovalis* bezeichnet. Die Art ist bisher nur von wenigen Orten bekannt.

6—8. *Curvipes viridis* C. L. Koch, *rotundus* Kramer, *conglobatus* C. L. Koch, bisher mit dem Gattungsnamen *Nesaea* bezeichnet, sind im Haller'schen Verzeichniss nicht berücksichtigt und, wie es scheint, bisher nur vereinzelt aufgefunden worden.

9. *Brachypoda versicolor* O. F. Müller, besser unter dem Namen *Axona versicolor* bekannt, ist unbedingt die häufigste aller Hydrachniden des Moosseedorfsees und wird sonderbarer Weise von Haller nur aus der Uferzone des Genfersees erwähnt. Diese Art ist auch in Norddeutschland weit verbreitet. Obwohl eine gewandte Schwimmerin, kriecht sie in Gefangenschaft meist nur an den Wänden der Glasgefässe herum.

10. *Diplodontus despiciens* O. F. Müller (*filipes* de Geer) ist offenbar eine weit verbreitete Art und zwar auch in Seen, da sie mir ausser vom Moosseedorfsee auch aus dem Geistsee bekannt wurde.

11. *Hydrochoreutes ungulatus* C. L. Koch, die von Zacharias für die westpreussischen Seen als seltenes Vorkommen aufgezählt wird, fehlt auch im Verzeichniss der von Dröscher im Schweriner-See

nachgewiesenen Arten und wurde von Haller auch nicht in der Schweiz beobachtet.

12. *Hydryphantes helveticus* Haller (*Hydrodroma helvetica* Haller) wurde von Haller im Egelmoos bei Bern aufgefunden und nach diesen Exemplaren beschrieben. Sie ist hiemit für ein weiteres Wasserbecken nachgewiesen.

13. *Limnesia undulata* O. F. Müller wurde bisher in der Schweiz nach Haller nur im Genfer- und Zürchersee gefunden.

14. *Limnesia maculata* O. F. Müller ist eine in unsern schweizerischen Gewässern häufige Art, die auch in Norddeutschland und Finnland nach Könike[46]) weit verbreitet ist.

15. *Hydrachna globosa* Degeer ist die erste in der Schweiz nachgewiesene echte Hydrachna-Species. Zacharias hat ihr Vorkommen in westpreussischen Gewässern konstatirt; im Harz und Thüringerwald wurde sie von Könike[47]) und Kramer nicht aufgefunden, dagegen gibt Könike[48]) finnische Seen als weiteren Standort an, von wo sie ihm durch Nordquist zukam. In dem nicht weniger als 24 Species umfassenden Verzeichniss der von Dröscher im Schweriner See gefischten Hydrachniden fehlt sie dagegen. Es ist die Auffindung dieser Art ein Beweis, wie mangelhaft wir einstweilen noch über die Hydrachnidenarten der Schweiz, trotz der bezüglichen Arbeiten Hallers, unterrichtet sind.

16. *Eylais extendens* O. F. Müller ist als weitverbreitete Art auch in der Uferzone des Moosseedorfsees eine häufige Erscheinung.

Da Haller in seiner Bearbeitung der schweizerischen Hydrachniden für die wenigsten Arten genaue Standorte angibt, ist es nicht möglich, aus seiner Arbeit ein Verzeichniss der von ihm im Moosseedorfsee gefundenen Species zusammenzustellen; vermuthlich möchten ihm aber noch *Hydrodroma rubra* de Geer, *Nesaea coccinea* Koch und *fuscata* Herm., sowie einige in Anodonta und Unio schmarotzende *Atax*-Arten in unserem See begegnet sein.

Ausser den genannten Hydrachniden fand ich in der Littoralzone auch einen Vertreter der **Oribatiden:** die im Wasser lebende *Notaspis lacustris* Michael.

Die **Insekten** sind in der Littoralzone des Sees sehr zahlreich vertreten, häufiger jedoch als Larven als im geschlechtsreifen Zustande. Da laufen zahlreiche Hydrometren hurtig über den Wasserspiegel dahin, treiben sich Schwimmkäfer aus der Gruppe der *Dytisciden, Gyriniden* und *Hydrophiliden* im Wasser herum, schnell zwischen Steinen sich versteckend, wenn man ihrer habhaft werden will. In ähnlicher

Weise treiben es auch eine Anzahl Wasserwanzen, den Gattungen *Naucoris*, *Corixa* und *Notonecta* angehörend, während die auffällige *Ranatra linearis* und *Nepa cinerea* langsam in dünnen Schilfbeständen herumkriechen.

In den Monaten Mai und Juli bilden die Rohrkäfer ständige Bewohner der aus dem Wasserspiegel hervorragenden oder auf demselben schwimmenden Gewächse. Ihre Larven leben als ächte Wasserthiere im Schlamm an den Wurzeln verschiedener Wasserpflanzen und benutzen zur Athmung die Luft, die sich in den bei den Wurzeln dieser Pflanzen stets mächtig entwickelnden Intercellularräumen vorfindet, wie es Dr. Schmidt-Schwedt für die *Donacien* und Dr. Bugnion[48]) in Lausanne für die an Potamogeton lebenden Larven der *Haemonia equiseti* nachgewiesen haben. Eigenthümlich ist ferner die Erscheinung, dass eine Anzahl Donacien, wie *impressa Payk*, *dentipes* Fbr., *bicolora* Zschach, *vulgaris* Zschach und *Plateumauris sericea* L. bald mit nach oben, bald nach unten gerichtetem Kopfe an senkrecht sich über das Wasser erhebenden Stengeln verschiedener Pflanzen sitzen, oder an diesen herumklettern und sich bei rauhem Wetter in die Blattachseln verkriechen, während dagegen die Ende Mai und Anfang Juni häufige *Donacia clavipes* Fbr. nur auf den schwimmenden Blättern der in der Uferzone des Sees und im Verbindungskanal häufig sich findenden Seerosen in wagrechter Stellung sich aufhalten.

Mit jedem Zuge mit dem grobmaschigen Netze in der Uferzone erbeuten wir neben bereits erwähnten Krebsen und Milben eine grosse Zahl verschiedener Insektenlarven, die wir nach der Form leicht als *Neuropteren*, *Perliden*, *Ephemeriden*, *Odonaten* und *Dipteren* zu unterscheiden im Stande sind. Unter den genannten ragen die *Odonaten*-Larven durch ihre Grösse hervor; sie zeigen gewöhnlich eine grünliche oder bräunliche Färbung, ein Beweis dafür, dass sie zum Leben in der Uferzone bestimmt sind, obwohl mir zu verschiedenen Malen Agrioniden-Larven im limnetischen Gebiete begegnet sind. Da die Artbegrenzung der Larven ohne ein sehr umfassendes Vergleichungsmaterial eine missliche Sache ist, so suchte ich durch Einfangen der Imagines über den Larvenbestand der Odonaten ins Klare zu kommen.

Als diejenige Form, die uns zuerst eine Vorahnung des lebhaften Treibens dieser Thiere in den Sommermonaten gewährt, tritt die tiefgrüne, goldglänzende *Cordulia aenea* L. auf, kurze Zeit nachher *Libellula quadrimaculata* L.; erstere fast stets in raschem Fluge über dem offenen Wasserspiegel jagend, letztere dagegen sich öfter an den vorjährigen, dürren Schilfstengeln niedersetzend. Wie mit einem Schlage rücken dann Anfangs Juni zahlreiche Schaaren der Gattung *Agrion* auf, jede mit ihren besonderen Gewohnheiten, so dass man fast am Fluge die Art zu erkennen im Stande ist. Da ist vorerst zu nennen *Agrion najas* Hansem., im Leben leicht kenntlich an ihren rothen Augen und dem mehlig bestäubten Hinterleib. Mit leichtem Fluge schwebt sie über dem Wasserspiegel dahin, dann und wann sich auf Seerosenblättern niederlassend, von denen aus die Weibchen den Hinterleib in das Wasser tauchen, um ihre Eier in den See fallen zu lassen; dagegen sind *Agr. pulchellum* v. d. L. und die prächtig roth gefärbte *Agr. minium* Harr. häufig ausserhalb des Schilfwaldes zu treffen. Unter zahlreichen typisch gefärbten *Agrion elegans* v. d. L. taucht als Ausnahme die durch ihren orangefarbigen Thorax gekennzeichnete Varietät *aurantiaca* de Sélys auf. Neben diesen finden wir ebenfalls in grosser Zahl die durch ihre breiten Schienen von Agrion leicht zu unterscheidende *Platycnemis pennipes* Pall., das Männchen in hellblauer, das Weibchen in gelblich-weisser Färbung. *Lestes fusca* v. d. L., die einzige Odonate unserer Fauna, die im Imagostadium zu überwintern im Stande ist und desshalb auf Waldblössen, oft fern von jedem Wasserspiegel, im Spätherbst wie im ersten Frühjahr, nachdem der Schnee verschwunden, zu erblicken ist, treibt auch ihr munteres Wesen und ist an ihrer braunen Körperfarbe und tiefblauen Augen mit keinem ihrer Gattungsgenossen zu verwechseln.

Gegen Mitte Juni treten noch weitere Vertreter dieser Ordnung auf: der, wie es scheint, ausschliesslich auf Seen beschränkte *Gomphus pulchellus* de Sel, der mir schon vor Jahren zahlreich am Gerzensee, nicht aber an andern damals von mir besuchten Odonatenfangstellen begegnet war, und die durch ihren prachtvoll rothen Leib und die orangeroth angelaufenen Innenränder der Unterflügel leicht kenntliche *Libellula Fonscolombei* de Sélys. Beide setzen sich mit Vorliebe auf den an den See angrenzenden Aeckern ab. In raschem Fluge jagen die grossen *Anax formosus* v. d. L. und *Aeschna grandis* L. über das Ufergebüsch, meist in einiger Entfernung vom Ufer mit ihren grossen Augen auf Beute lauernd. Auch die *Libellula fulva* Müll. setzt sich da und dort auf vorstehende Aeste des Ufergesträuchs oder abgebrochene Schilfstengel, um von ihrem Fluge auszuruhen. Die zahlreichen Bäche, Kanäle und Torfgruben im obern Moos werden von einer wesentlich andern Odonatenfauna belebt; es sind also jedenfalls nur die Larven der vorhin erwähnten Arten Bewohner des Sees.

Während langsam fliessende Gewässer, kleine Bäche und Tümpel von Phryganidenlarven oft geradezu in Unzahl belebt sind, sind dieselben im grossen Moosseedorfsee eher spärlich zu nennen, und doch müssen sie sich, nach der Menge der zu gewissen Zeiten das Ufer belebenden Imagines zu schliessen, stellenweise in ziemlicher Anzahl vorfinden. Die ausgebildeten Insekten zweier schon durch ihre Grösse auffälliger Arten sassen Ende Mai und Anfangs Juni häufig an vorjährigen Schilfstengeln *Phryganea striata* L. und *Agrypnia pagetana* Curt. Erstere Art, merkwürdiger Weise von Pictet noch nicht aufgeführt und auch Meyer-Dür bei Abfassung seiner ersten Arbeit über die schweizerische Neuropterenfauna (1874)[50]) nur in einem einzigen Exemplar aus dem Aargau bekannt, wird dagegen bereits 1882[51]) stellenweise als gemein bezeichnet. *Agrypnia pagetana* Curt tritt gewöhnlich Ende Mai und Anfang Juni in erster Generation auf, um nach kurzer Zeit zu verschwinden und sich im August in zweiter Generation zu zeigen. Ich fand ein Stück dieser Art am 22. August 1883 am Burgäschisee bei Herzogenbuchsee, der als Standort der nur sehr lokal auftretenden, am Moosseedorfsee fehlenden Aeschnide *Anax parthenope* de Sélys bekannt ist, damals also in zweiter Generation, wie es ähnliche Funde von Ris am Katzensee beweisen. Ebenfalls Anfangs Juni tritt in dem Verbindungskanal der beiden Seen die tiefschwarze *Notidobia ciliaris* L. auf, die sich dann etwas später an der Einmündungsstelle eines kleinen Bächleins auf der Südseite des Sees in grossen Schwärmen vorfand. Ein am 25. Mai erbeutetes Exemplar des grössten unserer Leptoceriden, des besonders im Herbst häufigen *Odontocerum albicorne* Scop, bewies ein Auftreten dieses Thieres in erster Generation, wie dies bereits von Meyer-Dür erwähnt wird. Unter vielen anderen, meist kleinen Trichopterenarten, die aufzuzählen ich nicht für nöthig finde, ragt zu Zeiten durch seine Häufigkeit und Grösse *Limnophilus lunatus* Curt. hervor.

Ungleich zahlreicher als Trichopterengehäuse erhalten wir auf unsern Streifzügen mit dem Netze zwischen den Wasserpflanzen nebst schon früher erwähnten Entomostraken die Larven zahlreicher *Dipteren*. Aber nicht nur die Uferregion wird von denselben belebt, auch die Tiefen des Sees wimmeln von prachtvoll durchsichtigen Larven der *Corethra plumicornis* Fbr., die Nachts an die Oberfläche steigen, wo man nun neben Larven auch Puppen antrifft. Aus dem aus dem Grunde des Sees emporgeholten Schlamm winden sich die rothen Larven von *Chironomus plumosus* L. Auf der Unterseite von schwimmenden

Seerosenblättern kriechen allerlei Thierformen herum. Zuweilen werden hier weitere Blattstücke von Larven der *Nymphula potamogalis* an die Unterseite angesponnen, um in den so erhaltenen Behausungen das Leben zu fristen, wie Prof. Th. Studer[52]) nachgewiesen hat.

Angesichts des grossen Heeres der das Ufer belebenden Insektenlarven berührt die vorliegende Hinweisung nur das Auffälligste. Leichter gelingt es noch, sich über den Artenbestand der **Mollusken** ein Bild zu machen, die in dem reichen Pflanzenwuchse der Uferregion geeignete Wohnplätze finden. Die im Süsswasser lebenden Mollusken vertheilen sich auf die beiden Klassen der Schnecken und Muscheln. Während sich die ersteren als frei bewegliche Thiere sowohl im Schlamme des Grundes und der Littoralzone, als auch in der letzteren an Wasserpflanzen oder sogar an der Oberfläche des Wasserspiegels kriechend vorfinden, bleiben die Muscheln des Süsswassers meist auf dem Grunde. Es wurden von mir in der Uferzone des grossen Moosseedorfsees folgende Arten, theils lebend, theils nur noch in gebleichten Schalen aufgefunden, für deren Bestimmung ich dem bekannten Malakologen S. Clessin in Ochsenfurt zu Danke verpflichtet bin.

1. *Limnaea stagnalis* L.
2. » *auricularia* L.
3. » *palustris* Müll. *var. corvus.* Gmel.
4. » *ovata* Drap.
5. » *truncatula* Müll.
6. *Bythinia tentaculata* L.
7. *Valvata alpestris* Blauner.
8. *Valvata cristata* Müller.
9. *Physa fontinalis* L.
10. *Planorbis carinatus* Müller.
11. » *contortus* L.
12. » *albus* L.
13. *Acroloxus lacustris* L.

In den tiefern Stellen des Sees finden sich:

14. *Anodonta cellensis* Schroet.
15. *Sphaerium corneum* L. *var. nucleus* Studer und
16. *Pisidium nitidum* Jenyns.

Unter den genannten Arten ragt besonders *Bythinia tentaculata* L. durch die Massenhaftigkeit ihres Auftretens hervor. Ohne Zweifel werden weitere Nachforschungen die Artenzahl etwas erhöhen, da wir dieser Thierklasse einstweilen nur wenig Aufmerksamkeit zugewendet haben. Ein von Herrn Prof. Th. Studer[53]) zusammengestelltes Verzeichniss der um Bern nachgewiesenen Molluskenarten enthält eine weitaus grössere Anzahl von Süsswassermollusken, von denen die eine oder andere hier noch nicht aufgezählte in unserem Wasserbecken noch aufzufinden sein wird. Während *Anodonta celleusis* im See selbst nicht gerade häufig ist, tritt sie dagegen im Verbindungskanal der beiden Seen in grösserer Menge auf, und enthält der Ablauf des grossen Sees, die Urtenen, *Unio batavus* Lam. in grosser Zahl, was uns schon die vielen längs des Ufers herumliegenden, geöffneten Schalen, deren Inhalt Vögeln zur Nahrung gedient hat, beweisen.

Eine reiche Ausbeute an Muscheln und Schnecken liefert die Seekreide, die besonders auf der Südseite des Sees längs der dem See zueilenden Bächlein schön aufgeschlossen ist. Eine Untersuchung und Vergleichung der Fauna der Seekreide mit der jetzigen Molluskenfauna des Sees würde jedenfalls interessante Resultate zu Tage fördern.

Häufig trifft man auf der Unterseite der Seerosenblätter oder auf Steinen Kolonien einer Moosthierart: *Plumatella repens* L., deren gelbe oder gelblich-braune, durchscheinende, von einem Mittelpunkte ausstrahlende Röhren nur kurze aufstrebende Seitensprosse entwickeln, die in die dunkler gefärbten Polypide übergehen. Ihre Entwicklungsgeschichte habe ich bisher nicht näher verfolgt.

Wenn wir von den die seichteren Uferstellen belebenden Froscharten, den auf dem Wasser und im Röhricht sich aufhaltenden Wasservögeln absehen, so bleiben uns an **Wirbelthieren** noch die Fische, die nach eigenen Beobachtungen und eingezogenen Erkundigungen in folgenden Arten im See vertreten sind:

1. *Anguilla vulgaris* Flem., Aal.
2. *Esox lucius* L., Hecht.
3. *Cobitis barbatula* L., Grundel.
4. *Phoxinus laevis* Agass., Ellritze, Moosbutz.
5. *Squalius cephalus* L., Aalet.
6. » *Agassizii* Heck, Riesling, Rundischer.
7. *Scardinius erythrophthalmus* L., Röteli.
8. *Spirlinus bipunctatus* Heck., Bambeli, Breitischer.
9. *Abramis brama* L., Brachsle.
10. *Cyprinus carpio* L., Karpfen.
11. *Perca fluviatilis* L., Barsch, Egli.

Es fehlen also vor Allem die für unsere grossen Seen charakteristischen *Coregonen* und *Forellen*, die ein klares Wasser bevorzugen, andererseits fehlt aber auch die *Schleie*, *Tinca vulgaris*, die ruhige, schlammige Gewässer liebt und im Burgäschi-See bei Herzogenbuchsee, der mehrfach überhängende Uferstrecken aufweist, zahlreich vorkommt, aber auch dem kleinen Geistsee im Seegebiete der Amsoldinger-Moränenlandschaft nicht fehlt.

Nachdem wir nun den von mir nachgewiesenen Bestand der Thierwelt in systematischer Reihenfolge aufgeführt, würde uns noch die Aufgabe bleiben, denselben nach seiner Vertheilung in die 3 angegebenen Zonen zu gruppiren. Um nicht bereits früher Erwähntes mehrfach zu wiederholen, beschränken wir uns auf die Zusammenstellung der limnetischen Fauna, da die Mehrzahl der übrig bleibenden Thiere der Littoralregion angehört und nur ein kleiner Theil den Grund des Sees bewohnt.

Der Limnoplankton des grossen Moosseedorfsees setzt sich aus folgenden Formen zusammen:

1. *Dinobryon sertularia* Ehrbg.
2. *Ceratium hirundinella* O. F. Müller.
3. *Asplanchna priodonta var. helvetica* Imh.
4. *Synchaeta pectinata* Ehrbg.
5. *Polyarthra platyptera* Ehrbg.
6. *Euchlanis macrura* Ehrbg.
7. *Metopidia lepadella* Ehrbg.
8. *Anuraea aculeata* Ehrbg.
9. » *cochlearis* Gosse.
10. *Notholca longispina* Kellic.
11. *Daphnella brandtiana* Fisch.
12. *Sida cristallina* O. F. Müller.
13. *Daphnia hyalina* Leydig.
14. *Ceriodaphnia pulchella* Sars.
15. *Bosmina laevis* Leydig.
16. *Cyclops strenuus* Fisch.
17. » *bicuspidatus* Cls.
18. » *Leuckarti* Sars (*simplex* Pogg).
19. » *affinis* Sars.
20. » *oithonoides* Sars.
21. *Diaptomus gracilis* Sars.
22. *Corethra plumicornis* Fbr.

und ausserdem eine grössere Anzahl Diatomeen, unter denen *Asterionella formosa* durch ihre zierlichen sternförmigen Kolonien dem Beobachter besonders auffällt. Zudem sind die genannten Thiere und Pflanzen öfter mit Protozoen besetzt, die von ihren Wirthen natürlich auch in die limnetische Region getragen werden.

Vergleichen wir den Bestand unseres Limnoplankton etwa mit demjenigen des grossen Plönersees, so ist die Uebereinstimmung auffallend. Es deutet dies darauf hin, dass die bereits vielerorts beobachteten Transportmittel für diese Organismen auch bei uns Geltung haben, denn eine so gleichartige Vertheilung der Organismen weit auseinanderstehender Wasserbecken setzt gewiss eine passive Wanderung voraus und kann nicht durch einen ursprünglichen Zusammenhang dieser Wasserflächen erklärt werden. Dagegen ist die Fauna des gr. Moosseedorfsees ziemlich verschieden von derjenigen der Alpenseen, wobei wir die von Zschokke in gründlicher Weise erforschten Seen des Rhätikon als Typus solcher betrachten. Immerhin sind die von mir erhaltenen Befunde noch zu mangelhaft, um bestimmte Schlüsse in dieser Richtung zu ziehen. Um dieser Aufgabe im vollen Masse gerecht zu werden, müssen die Studien über den Moosseedorfsee noch fortgesetzt werden. Wir haben uns bei unsern Beobachtungen mehr darauf beschränken müssen, das Vorkommen bestimmter Thierarten zu constatiren, und konnten den Lebensverhältnissen derselben, ihren Entwicklungsvorgängen nur wenig Berücksichtigung zu Theil werden lassen. Erst wenn man sich mit der Systematik der in Frage kommenden Thiergruppen genau bekannt gemacht hat, was bei der weit zerstreuten Literatur mit vielen Mühen verbunden ist, wird man daran gehen können, weitere Fragen zu lösen. Als solche erachten wir erstens festzustellen, ob in der littoralen Zone ein Unterschied besteht zwischen der Fauna der mit Pflanzen bewachsenen und der freien, offenen Uferstrecken; zweitens, welchen Einfluss die erwähnten Unterschiede auf die Entwicklung der dieselben bewohnenden Thierarten ausüben; drittens, in welcher Weise einströmende Quellen und Bäche den Bestand der Uferfauna verändern; viertens, ob das Vorkommen bestimmter Uferpflanzen auch auf die Thierwelt von Einfluss ist, etc.

Ich habe in Ermangelung von verschliessbaren Netzen darauf verzichtet, die häufig erwähnten Wanderungen bestimmter Thierspecies im Laufe eines Tages zu verfolgen. Nach meinen Befunden, die sich auf mehrfach wiederholte Netzzüge stützen, ist bei jeder Tageszeit, bei trübem und hellem Wetter die ganze Wassermasse von oben bis unten von zahlreichen Geschöpfen belebt, wobei allerdings nach den Jahreszeiten eine kleine Verschiebung stattfindet. Es mag vielleicht ein Unterschied in quantitativer, aber gewiss nicht in qualitativer Richtung vorhanden sein. In ersterer Beziehung könnten uns die in neuerer Zeit von verschiedenen Seiten in Angriff genommenen Messungen des Planktons, über deren Technik uns Arbeiten von Hensen, Schütt und Apstein[54]) Aufschluss geben, die nöthige Auskunft ertheilen.

Ein abgeschlossenes Wasserbecken, auch wenn es wie der gr. Moosseedorfsee mit sichtbarem Zu- und Abfluss versehen ist, stellt, wie Forel[55]) auseinandersetzt, eine Welt, die sich selbst genügt dar, wo jede Pflanzen- und jede Thierart die zur Lebensfristung nothwendigen Elemente vorfindet. Die Grösse eines solchen Wasserbeckens, nebst einer Reihe von anderen Faktoren, wie Uferentwicklung, Wasserhärte, Durchsichtigkeit des Wassers, wie Seligo in seinen hydrobiologischen Untersuchungen hervorgehoben hat, wird auch in unsern gemässigten Gegenden von Einfluss auf die in ihm enthaltene Pflanzen- und Thierwelt sein. Dieser Reichthum an Pflanzen und Thieren kann sich in verschiedener Weise entfalten, entweder in einem hervorragenden Reichthum an verschiedenen Arten, wobei nach meinem Dafürhalten eine Ausnutzung der verfügbaren Stoffe in reichstem Masse stattfindet, oder in der Massenhaftigkeit des Auftretens einiger weniger Formen. Nach beiden Seiten hin scheint es eine bestimmte Grenze zu geben.

Zschokke führt aus dem See von Partnun 65 Species, aus demjenigen von Tilisuna 54, aus dem Lünersee 58, und endlich aus dem See von Garschina 61 Arten auf, wobei nur die Befunde des Jahres 1890 berücksichtigt sind, also aus keinem Wasserbecken mehr als 70 Species an. Vergleichen wir damit die Resultate, die laut einem ersten Bericht über die Thätigkeit der biologischen Station zu Plön, aus dem gr. Plönersee bekannt wurden, nämlich:

20 Arten *Fische*
36 » *Crustaceen*
69 » *Würmer* (darunter 37 *Räderthiere*).
78 » *Protozoen*

im ganzen 226 Arten, wobei die gewiss auch dem Plönersee nicht fehlenden Amphibien und Insekten noch nicht, andere, wie Hydrachniden nur oberflächlich berücksichtigt sind, so müssen wir gestehen, dass die Möglichkeit, auch für den Moosseedorfsee in ähnlicher Weise zum Abschluss zu kommen, wie es Zschokke für seine alpinen Seen gelingen wird, uns in weite Ferne gerückt erscheint. Denn es umfasst unser Verzeichniss bisher an

Crustaceen	38	Arten.
Räderthieren	11	»
Hydrachniden	16	» etc.,

so dass ein Vergleich mit dem gr. Plönersee uns auf einen weit grösseren Artreichthum für den gr. Moosseedorfsee schliessen lässt, als ich ihn hier feststellen konnte. Immerhin sollen meine Bestrebungen darauf gerichtet sein, nicht nur den Moosseedorfsee, sondern auch eine Reihe weiterer in der Umgebung Berns gelegener Seen zu erforschen, um damit die Grundlagen zu gewinnen, den wesentlich andere Verhältnisse bietenden, grösseren alpinen Becken des Berner Oberlandes mit Erfolg beizukommen.

*

* *

Eine Schilderung des Moosseedorfsees, und wenn sie noch so lückenhaft ist, wie die vorliegende, darf die beiden Pfahlbaustationen nicht vergessen, die sich in seinem Bereich vorfinden und durch welche der Name dieses Süsswasserbeckens auch schon in weitere Kreise gedrungen ist.

Als zu Anfang der fünfziger Jahre die Entdeckung der Pfahlbauten eine neue Aëra der Alterthumsforschung eröffnete, folgte als eine der ersten in der übrigen Schweiz diejenige im Moosseedorfsee durch die bekannten Alterthumsforscher Jahn, Uhlmann und von Morlot. Die im Frühjahr 1856 erfolgte Tieferlegung des Sees, die als Folge der Kanalisation der Urtenen eintrat, legte am östlichen Ufer, rechts von der Ausmündungsstelle der Urtenen, ein Pfahlwerk bloss, dessen Länge circa 20 Meter und dessen Breite 16 Meter mass. Dieser Pfahlbau, der zahlreiche rohe und bearbeitete Thierknochen, Topfscherben und Feuersteinwerkzeuge enthielt, wurde mit grossem Fleisse von Dr. Uhlmann in Münchenbuchsee und Albert Jahn in Bern ausgebeutet. Im gleichen Jahre entdeckte Dr. Uhlmann noch einen weiteren Pfahlbau unweit des westlichen Endes des Sees; derselbe, etwa 15 Meter vom jetzigen Westufer des gr. Sees, konnte aber nicht vollständig ausgegraben werden, da sich das Areal im Kanaleinschnitt befand; immerhin wurden auch hier ähnliche Gegenstände wie bei dem zuerst aufgefundenen Pfahlwerk erbeutet. Wir besitzen über die an beiden Stellen ausgegrabenen Alterthümer einen

Bericht von den Herren A. Jahn und Dr. J. Uhlmann[56]). Danach gehören vorerst die Ueberreste, die sich hauptsächlich im Torfe vorfanden, einem Völkerstamme an, der sich auf der Kulturstufe der Steinzeit befand. Diese Menschen waren bereits im Stande sich mit Hülfe der eingehandelten Feuersteine Werkzeuge aus Knochen, Horn und Holz herzustellen. Die noch etwas roh aus Thon gefertigten Geschirre beweisen, dass diesen Pfahlbauern die Töpferscheibe noch unbekannt war. Die Auffindung verbrannter Weizenkörner spricht dafür, dass unsere Ansiedler nebst Jagd und Fischfang auch bereits Ackerbau trieben. Von grossem Interesse sind für uns die Ueberreste aus dem Thierreich. Wir haben bei den in Pfahlbauten aufgefundenen Thierresten bereits zu unterscheiden zwischen Hausthieren und wilden Thieren. Die ersteren wurden theilweise in Rassen gezüchtet, die sich ziemlich weit von den gegenwärtig in unsern Gegenden gehaltenen Thieren entfernen, letztere werden zum Theil durch Arten vertreten, die heute vollständig aus unserm Vaterlande verschwunden sind. Nach der klassischen Bearbeitung Rütimeyers[57]) fanden sich bei den Pfahlbauern des Moosseedorfsees folgende Hausthiere:

1. Der Torfhund *(Canis familiaris palustris).*
2. Das Rind und zwar in 2 Formen,
   1. in der sog. Primigeniusrasse und
   2. in der Brachycerosrasse; letztere Form wird gewöhnlich schlechthin als die Torfkuh bezeichnet.
3. Die Ziege und
4. das Schaf.

Der im gr. Moosseedorfsee aufgefundene Metatarsusknochen eines Pferdes, der auf eine grosse Rasse hinweist, ist möglicherweise eingehandelt worden. Die im Berichte von Uhlmann und Jahn aufgezählte Katze hat nach Rütimeyer zur ältern Steinzeit noch nicht als Hausthier gedient; es sind die betreffenden Ueberreste der Wildkatze zuzuschreiben. Ausserdem belebte eine reichhaltige Auswahl jagdbarer Thiere, die von den Pfahlbauern theilweise zur Befriedigung ihrer Nahrungsbedürfnisse, theils der Felle wegen zur Strecke gelegt wurden, die weitere Umgebung des Sees und diesen selbst. Nach Rütimeyer haben uns die Küchenabfälle dieses Pfahlbaues von folgenden wild lebenden Thieren Spuren hinterlassen:

1. *Canis vulpes*, L., Fuchs.
2. *Ursus arctos*, L., Bär.
3. *Mustela foina* Briss, Hausmarder.

4. *Mustela martes* L., Edelmarder.
5. *Lutra vulgaris* Erxl., Fischotter.
6. *Felis catus* L., Wildkatze.
7. *Erinaceus europaeus* L., Igel.
8. *Sciurus vulgaris* L., Eichhörnchen.
9. *Lepus timidus* L., Hase.
10. *Castor fiber* L., Biber.
11. *Sus scrofa ferus*, Rütimeyer, Wildschwein.
12. » *scrofa palustris*, Rütimeyer, Torfschwein.
13. *Cervus alces* L., Elenthier.
14. » *elaphus* L., Edelhirsch.
15. » *capreolus* L., Reh.
16. *Bos primigenius* Boj., Ur.
17. *Aquila haliætus* Meyer?
18. *Astur palumbarius* Bechst., Taubenhabicht.
19. *Tinnunculus nisus* L., Sperber.
20. *Columba palumbus* L., Wildtaube.
21. *Ardea cinerea* Lath., Reiher.
22. *Ciconia alba* Bell, Storch.
23. *Anas boschas* L., Wildente.
24. » *querquedula* L., Knäckente.
25. *Cistudo europæa* Gray, europ. Süsswasserschildkröte.
26. *Rana esculenta* L., grüne Frosch.
27. *Cyprinus carpio,* L., Karpfen.
28. *Squalius spec?* Häsel, Alet.
29. *Esox lucius* L., Hecht.
30. *Salmo salar* L., Lachs?

Literaturverzeichniss.

1. *Hertwig, Dr. Rich.*, der Zoologe am Meer. Sammlung gemeinverständlicher wissenschaftlicher Vorträge, herausgegeben von Virchow und Holzendorff. Serie XVI. Heft 371. Berlin, 1881.
2. *Forel, F. A.*
   a. Introduction à l'étude de la faune profonde du lac Léman. Bulletin de la soc. vaudoise des sciences naturelles. No. 62. Lausanne, 1868.
   b. Matériaux pour servir à l'étude de la faune profonde du lac Léman. ibid. série I—VI, 1874—80.
   c. Faunistische Studien in den Süsswasserseen der Schweiz. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Supplementband, Bd. XXX, 1878.
   d. La faune pélagique des lacs d'eau douce. Archives des sciences physiques et naturelles. Genève, 1882, vol. VIII.
   e. Pelagische Fauna der Süsswasserseen. Biologisches Centralblatt Bd. II. Erlangen, 1872.
   f. La faune profonde des lacs suisses. Nouveaux mémoires de la soc. helvét. des sciences naturelles, vol. XXIX. 1885.
   g. Le lac Léman, précis scientifique, 2me éd. Bâle-Genève, 1886.
   h. Faune pélagique du lac Léman. Bulletin de la soc. vaud. vol. XIV.
3. *Haeckel.* Planktonstudien. Jena, G. Fischer, 1890.
4. *L. Jurine.* Histoire des monocles qui se trouvent aux environs de Genève. 288 pp., 22 tables col. Genève, 1820. 4⁰.
5. *Perty, M.* Zur Kenntniss der kleinsten Lebensformen nach Bau, Funktionen, Systematik mit Specialverzeichniss der in der Schweiz beobachteten Arten. 228 pp. und XVII lithochrom. Tafeln. Bern, 1852. 4⁰.
6. *Claparède* et *Lachmann.* Études sur les Infusoires et les Rhizopodes. Genève, 1858—61. 4⁰.
7. *P. E. Müller.* Cladocères des grands lacs suisses. Archives des sciences physiques et naturelles. A. XXXVII. Genève, 1870.
8. *Weismann, A.*, a. Leptodora hyalina. Bau und Lebenserscheinungen. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. XXIV. Leipzig, 1874.
   b. Zur Naturgeschichte der Daphnoiden. Z. f. wissenschaftl. Zoologie, Bd. XXVIII. Leipzig, 1877.
   c. Das Thierleben im Bodensee. Lindau, 1877. 4⁰.
9. *Pavesi P.* a. Materiali per una fauna del cantone Ticino. Atti della società italiana di scienzi naturali. vol. XVI. Milano, 1873.

b. Intorno all' esistenza della fauna pelagica o d'alto lago anche in Italia. Bullettino della soc. ent. ital. vol. IV, p. 293. Firenze, 1877.
c. Ulteriori studi sulla fauna pelagica dei laghi italiani. Rendiconto di R. istituto lombardo. vol. VII. Milano, 1879.
d. Altra serie di ricerche e studi sulla fauna pelagica dei laghi italiani. Atti della soc. Veneto-trentina di scienze naturali. vol. VIII Venezia, 1883.

10. *Asper, G.* a. Die pelagische und Tiefenfauna der Schweiz. In: Bericht über die internationale Fischereiausstellung zu Berlin. — Schweiz. Leipzig, 1880.
b. Wenig bekannte Gesellschaften kleiner Thiere unserer Schweizerseen. Neujahrsblatt der Zürcher naturforschenden Gesellschaft, 1881. Zürich, 1880. 4°.
— *et Heuscher.* Eine neue Zusammensetzung der pelagischen Organismenwelt. Zool. Anzeiger Nr. 228. Leipzig, 1886.

11. *Imhof, O. E.* a. Studien zur Kenntniss der pelagischen Fauna der Schweizerseen. Zoolog. Anzeiger Nr. 147. Leipzig, 1883.
b. Sur la faune pélagique des lacs suisses. Archives des sciences phys. et naturelles. Genève, 1883.
c. die pelagische und die Tiefenfauna der zwei Savoyerseen: lac du Bourget et lac d'Annecy. Zoologischer Anzeiger Nr. 155. Leipzig. 1883.
d. Resultate meiner Studien über die pelagische Fauna kleinerer und grösserer Süsswasserbecken der Schweiz. Zeitschrift f. wissenschaftliche Zoologie. Bd. 40. Leipzig, 1884.
e. Weitere Mittheilung über die pelagische Fauna der Süsswasserbecken. Zoologischer Anzeiger Nr. 169. Leipzig, 1884.
f. Nouveaux membres de la faune pélagique. Archives des soc. phys. et nat. Genève, 1884.
g. Weitere Mittheilung über die pelag. und Tiefenfauna der Süsswasserbecken. Zoologischer Anzeiger Nr. 190. Leipzig, 1885.
h. Die Rotatorien als Mitglieder der pelag. und Tiefenfauna der Süsswasserbecken. Zool. Anzeiger Nr. 196. Leipzig, 1885.

12. *Imhof, O. E.* a. Faunistische Studien in 18 kleineren und grösseren Süsswasserbecken Oesterreichs. Sitzungsberichte der Wiener Akademie. 1885.
b. Ueber die pelagische und Tiefenfauna einer grösseren Zahl oberbairischer Seen und Vorweisung neuer Apparate zur Erforschung der Faunen etc. Tageblatt der 58. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Strassburg, 1885.
c. Pelagische Thiere aus Süsswasserbecken in Elsass-Lothringen. Zoologischer Anzeiger Nr. 211, pag. 720. Leipzig, 1885.
d. Neue Resultate über die pelagische und Tiefsee-Fauna einiger im Flussgebiet des Pogelegener Seen. Zoolog. Anzeiger Nr. 214. Leipzig, 1885.

e. Ueber mikrosk. pelagische Thiere aus den Lagunen von Venedig. Zool. Anzeiger Nr. 216. Leipzig, 1886.
f. Zoologische Mittheilungen. Vierteljahrsschrift der Zürcher naturforschenden Gesellschaft. Bd. XXX. Zürich, 1886.
g. Vorläufige Mittheilungen über die horizontale und vertikale geographische Verbreitung der pelag. Fauna. Zool. Anzeiger Nr. 224, Leipzig, 1886.
h. Notizen über die pelagische Fauna der Süsswasserbecken. Zool. Anzeiger Nr. 264 und 265. Leipzig, 1887.
i. Fauna der Süsswasserbecken. Zool. Anzeiger Nr. 275 und 276. Leipzig, 1888.
k. Die Vertheilung der pelagischen Fauna in den Süsswasserbecken. Zool. Anzeiger Nr. 280. Leipzig, 1888.
l. Beitrag zur Kenntniss der Süsswasserfauna der Vogesen. Zoolog. Anzeiger Nr. 290. Leipzig, 1886.
m. Notiz über pelag. Thiere in einem Teiche in Galizien. Zool. Anz. Nr. 336. Leipzig, 1890.
n. Notizen über die pelagische Thierwelt der Seen in Kärnthen und in Krain. Zool. Anzeiger Nr. 335, 338, 339. Leipzig, 1890.
o. Die Zusammensetzung der pelag. Fauna der Süsswasserbecken nach dem gegenwärtigen Stand der Untersuchungen. Biologisches Centralblatt Bd. XII. Erlangen, 1892.

13. *Imhof, O. E.* a. Studien über die Fauna hochalpiner Seen insbesondere des Kantons Graubünden. Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft Graubündens. Jahrgang XXX. Chur. 1887.
b. Ueber die mikroskop. Thierwelt hochalpiner Seen. Zool. Anzeiger Nr. 241 und 242. Leipzig, 1887.
c. Ueber das Leben und die Lebensverhältnisse zugefrorener Seen. Mittheil. der aarg. naturforsch. Gesellschaft. Bd. VI. Aarau, 1892.

14. *Duplessis-Gouret.* Essai sur la faune profonde des lacs de la Suisse. Nouveaux mémoires de la soc. helvét. des sciences naturelles. vol. XXIX. 1885.

15. *Asper, G. & J. Heuscher.* a. Zur Naturgeschichte der Alpenseen. Jahresbericht der St. Gallischen naturforschenden Gesellschaft. 1885/86.
b. idem. loc. cit. 1887/88.
c. *Heuscher, J.* Zur Naturgeschichte der Alpenseen. loc. cit. 1888/89.
d. Hydrobiologische Exkursionen im Kanton St. Gallen. loc. cit. 1890/91.

16. *Zschokke, F.* a. Faunistische Studien an Gebirgsseen. Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel. Bd. IX., 1890.
b. Beiträge zur Kenntniss der Fauna der Gebirgsseen. Zool. Anzeiger Nr. 326. Leipzig, 1890.
c. Faunistisch-biologische Betrachtungen an Gebirgsseen. Biologisches Centralblatt Bd. X. Erlangen, 1890.

d. Die zweite zoologische Exkursion an die Seen des Rhätikon. Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft Basel. Bd. IX, 1891.

e. Weiterer Beitrag zur Kenntniss der Fauna von Gebirgsseen. Zool. Anzeiger Nr. 360 und 361. Leipzig, 1891.

17. *Lutz, A.* Untersuchungen über die Cladoceren der Umgebung von Bern. Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern. Jahrg. 1878.

18. *Haller, G.* Die Hydrachniden der Schweiz. Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern, Jahrg. 1882.

19. *Kaufmann, A.* Die Ostracoden der Umgebung Berns. Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern, Jahrgang 1892.

20. *Koristka, K.* Uebersicht der Thätigkeit der naturwissenschaftlichen Landesdurchforschung von Böhmen vom Jahre 1864 bis zum Jahre 1890. Archiv der naturw. Landesdurchforschung von Böhmen, Bd. VIII, Nr. 1. Prag, 1891.

21. *Zacharias, O.* a. Studien über die Fauna des grossen und kleinen Teiches im Riesengebirge. Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie. Bd. 42. 1885.

b. Ergebnisse einer zoologischen Excursion in das Glatzer-, Iser- und Riesengebirge. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie Bd. 43. 1886.

c. Faunistische Untersuchungen in den Maaren der Eifel. Zoolog. Anzeiger Nr. 295, Leipzig, 1888, und biolog. Centralblatt IX, Nummern 2—4. Erlangen, 1889.

d. Die Ergebnisse einer zweiten faunistischen Exkursion an den grossen und kleinen Koppenteich. Jahresbericht der schles. Gesellschaft für vaterländische Cultur. Breslau, 1885.

e. Faunistische Studien in westpreussischen Seen. Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. Band VI, Heft 4. Danzig, 1887.

f. Zur Kenntniss der Fauna des Süssen und Salzigen Sees bei Halle a./S. Zeitschrift für wissensch. Zoologie. Bd. 46. 1888.

g. Ergebnisse einer Seeuntersuchung in der Umgebung von Frankfurt a./O. Monatliche Mittheilungen aus dem Gesammtgebiete der Naturwissenschaften 1888/89. Nr. 8. Frankfurt a/O., 1888/89.

h. Die niedere Thierwelt unserer Binnenseen. Sammlung wissensch. Vorträge, herausgegeben von R. Virchow und W. Wattenbach. Neue Folge 4. Serie, Nr. 90. Hamburg, 1889. 8°.

i. Ueber die lacustrisch-biologische Station am grossen Plönersee. Zoolog. Anzeiger. XII. Leipzig, 1889.

k. Zur Kenntniss der niedern Thierwelt des Riesengebirges nebst vergleichenden Ausblicken. Forschung zur deutschen Landes- u. Volkskunde Bd. IV, Heft 5. Stuttgart, 1890.

22. *Poppe, S. A.* Notizen zur Fauna der Süsswasserbecken des nordwestlichen Deutschlands mit besonderer Berücksichtigung der Crustaceen. Abh. des naturw. Vereins in Bremen. Bd. X, 1888.

23. *Seligo, A.* Hydrobiologische Untersuchungen. I. Zur Kenntniss der Lebensverhältnisse in einigen westpreussischen Seen. Schriften der naturforschenden Gesellschaft Danzig. Bd. VII. Heft 3. Danzig, 1890.

24. *Zacharias, Otto.* Forschungsberichte aus der biologischen Station zu Plön. I. Theil. Berlin, 1893.

25. *Moniez, R.* a. Liste des Copépodes, Ostracodes, Cladocères et de quelques autres crustacés recueillis à Lille en 1886. Bulletin de la soc. zool. de France. Année XII. Paris, 1887.

b. Le Lac de Gérardmer, dragages et pêches pélagiques. Feuille des jeunes naturalistes. Année 17, Paris, 1886.

c. Faune des eaux souterraines du département du Nord et en particulier de la ville de Lille. Revue biologique du Nord de la France, année I. Lille, 1889.

26. *Richard, Jules.* a. Sur la faune pélagique de quelques lacs d'Auvergne. Compte rend. de l'académie des sciences de Paris. Paris, 1887.

b. Remarque sur la faune pélagique de quelques lacs d'Auvergne. ibid.

c. Liste des Cladocères et des Copépodes d'eau douce observés en France. Bulletin de la soc. zool. de France. Paris, 1887.

27. *Berthoule, A.* Les lacs d'Auvergne. Paris, 1890.

28. *Daday, Eugen, von.* a. Monographia Eucopepodorum liberorum in Hungaria hucusque repertorum. Ungar. Text, latein. Diagnosen. Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen. Bd. XIX. Budapest, 1884.

b. Uebersicht der Diaptomus-Arten Ungarns. Naturhistorische Hefte. Revue. vol. XIII, Budapest, 1890.

c. Tabula synoptica specierum generis Diaptomus hucusque recte cognitarum. Naturhistorische Hefte, vol. XIV. Budapest, 1891.

d. Crustacea cladocera faunae Hungaricae. Ungar. Text, latein. Diagnosen. Budapest, 1888. 4°.

e. Conspectus specierum Branchipodorum faunae hungaricae. Mathematische und naturw. Mittheilungen. Bd. XXIII, Heft 3. Ungar. Text, latein. Diagnosen. Budapest, 1888.

f. Uebersicht der Branchipus-Arten Ungarns. Mathemat.-naturw. Berichte aus Ungarn. Bd. VI. Budapest, 1889.

g. Branchipus paludosus O. F. Müller in der ungar. Fauna. Naturhistorische Hefte. Revue vol. XIII. Budapest, 1890.

Daday, Eugen, von. h. Die Ostracoden der Umgebung von Budapest. Naturhist. Hefte, Bd. XV. Budapest, 1892.

i. Neue Beiträge zur Kenntniss der Räderthiere. Mathem.-naturw. Berichte aus Ungarn. Bd. I. Budapest (1882/83), 1884.

k. Morphologisch-physiologische Beiträge zur Kenntniss der Hexarthra platyptera Schmarda. Naturhist. Hefte, Bd. X. Budapest, 1886.

l. Räderthiere des Golfes von Neapel. Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaft, Bd. XIX, Nr. 7. Budapest, 1890; deutscher Auszug in mathem.-naturwissensch. Berichte aus Ungarn. Bd. VIII, pag. 349 bis 353. Budapest, 1891.

m. Revision der Asplanchna-Arten und deren ungarländ. Repräsentanten. Math.-naturw. Berichte aus Ungarn. Bd. IX. Budapest, 1892.

n. Die geographische Verbreitung der im Meere lebenden Rotatorien. l. c. Bd. IX.

o. Ein interessanter Fall der Heterogenesis bei Rotatorien. Mathem. naturw. Berichte aus Ungarn. Bd. III. Budapest, 1890.

p. Beiträge zur Kenntniss der Krustaceenfauna von Klausenburg und Umgebung. Mathem.-naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn, Bd. I. Budapest, 1884.

q. Beiträge zur Kenntniss der Plattenseefauna. Mathem. naturw. Berichte aus Ungarn, Bd. III. Budapest, 1886.

r. Neue Thierarten aus der Süsswasserfauna von Budapest. Naturhist. Hefte, Bd. IX. Budapest, 1885.

s. Daten zur Kenntniss der Krustaceenfauna der Seen am Retyezat. Naturhist. Hefte, Bd. VII. (ungar., latein. Diagnosen). 1883.

t. Beiträge zur mikroskopischen Süsswasserfauna Ungarns. Naturhist. Hefte, Revue, Bd. XIV. Budapest, 1891.

u. Die mikroskopische Thierwelt der Mesöséger Teiche. Naturhistor. Hefte, Bd. XV. Budapest, 1892.

29. *Uhlmann, J.,* geologisch-archaeologische Verhältnisse am Moosseedorfsee. Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern. Jahrg. 1860.

30. *Rütimeyer,* über See und Thalbildung. Basel 1869, p. 102.

31. *Steck, Th.,* die Wassermassen des Thuner- und Brienzersees. Jahresbericht der geogr. Gesellschaft in Bern. Bd. XI. Bern, 1893.

32. *Richter, E.,* Jahresübersicht der wissenschaftlichen Literatur über die Alpen. II. 1886—89. II. Seen. Zeitschrift des deutsch-österreichischen Alpenvereins. Jahrg. 1890. Bd. XXI.

33. *Wiesner, C. A.,* Beitrag zur Kenntniss der Seekreiden und des kalkigen Teichschlammes der jetzigen und früherer geologischen Perioden. Würzburg, 1892.

34. *Ludwig, Fr.*, zur Biologie der phanerogamischen Süsswasserflora. In Zacharias: Die Thier- und Pflanzenwelt des Süsswassers. Bd. I, p. 178. Leipzig, 1891.
35. *Petit, P.*, Diatomacées observées dans les lacs des Vosges. Feuille des jeunes naturalistes. Année XVIII. Nr. 217. p. 105—109. Paris, 1888.
36. *Schilling, Aug. Jak.*, die Süsswasser-Peridineen. Flora, Heft 3, p. 1—81. 1891.
37. *Imhof, O. E.*, Pelagische Diatomeen. Notarisia 1890, pag. 996 bis 1000.
38. *Imhof, O. E.*, Beiträge zur Fauna der schweizer. Thierwelt der stehenden Gewässer. Mittheilungen der aargauischen naturforsch. Gesellschaft. Bd. VI. Aarau, 1892.
39. *Ternetz, C.*, Rotatorien der Umgebung Basels. Basel, 1892. Dissertation.
40. *Dalla Torre, K. W. v.* Studien über die mikroskopische Thierwelt Tirols. I. Theil Rotatoria. Zeitschrift des Ferdinandeums. Heft 33. Innsbruck, 1889.
41. *Hudson, C. T.* und *Gosse, P. H.*, the Rotifera or wheel-Animalcules. 2 Bände und Supplement. London 1886—89. gr. 8°.
43. *Schewiakoff, W.*, über einige ekto- und entoparasitische Protozoen der Cyclopiden. Bulletin de la soc. impér. des naturalistes de Moscou. Année 1893 p. 1—29, Moscou, 1893.
43. *Schmeil, O.*, Copepoden des Rhätikon-Gebirges. Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Halle. Bd. XIX. Halle, 1893.
44. *Dröscher, W.*, Beiträge zur Biologie des Schweriner Sees. Schwerin, 1892.
45. *Neumann, C. J.*, om Sveriges Hydrachnider. K. Svenska Vetensk. — Akad. Handling. Bd. XVII. Stockholm, 1880.
46. *Könike, F.*, Verzeichniss finnländischer Hydrachniden. Abhandlung. des naturwissenschaftlichen Vereins in Bremen. Bd. X. Bremen, 1889.
47. *Könike, F.*, Verzeichniss von im Harz gesammelten Hydrachniden. Ibid. Bd. VIII.
48. *Bugnion, Ed.*, Ueber die Athmung von Haemonia equiseti. Mittheilungen der schweiz. entomolog. Gesellschaft. Bd. VIII. Heft 10. Schaffhausen, 1892.
49. *Pictet, F. J.*, recherches pour servir à l'histoire et à l'anatomie des Phryganides. Genève, 1834.
50. *Meyer-Dür, R.*, Neuropteren-Fauna der Schweiz. Mittheilungen der schweizerischen entomolog. Gesellschaft. Bd. IV. Schaffhausen, 1874.

51. *Meyer-Dür, R.*, Uebersichtliche Zusammenstellung aller bis jetzt in der Schweiz einheimisch gefundenen Arten der Phryganiden. Ibid. Bd. VI. 1882.
52. *Studer, Th.*, Beobachtungen über Nymphula potamogalis. Mittheilungen der bernischen naturforschenden Gesellschaft. Jahrg. 1873.
53. —, Verzeichniss der in der Umgebung Berns vorkommenden Mollusken. Mitth. der bern. naturforsch. Gesellsch. Jahrg. 1883. Heft II. Bern, 1884.
54. *Apstein, C.*, a. Ueber die quantitative Bestimmung des Plankton im Süsswasser. In Zacharias: die Thier- und Pflanzenwelt des Süsswassers. Bd. II. Leipzig, 1891.
b. —, das Plankton des Süsswassers und seine quantitative Bestimmung. Schriften des naturwissenschaftlichen Vereins für Schleswig-Holstein. Bd. IX. Kiel, 1892.
55. *Forel, F. A.*, Allgemeine Biologie eines Süsswassersees. In: Zacharias: die Thier- und Pflanzenwelt des Süsswassers. Bd. I. Leipzig, 1891.
56. *Jahn, A. & Uhlmann*, J. Die Pfahlbau-Alterthümer von Moosseedorf im Kanton Bern. Bern, 1857.
57. *Rütimeyer,* Fauna der Pfahlbauten der Schweiz. Neue Denkschriften der schweiz. naturforschenden Gesellschaft. Bd. XIX. Zürich, 1862.
58. *Lande, A.*, a. Materialien zur Copepodenfauna Polens. I. Cyclopiden. (polnisch) mit 6 Tafeln. Warschau, 1890.
b. Quelques remarques sur les Cyclopides. Mémoires de la société zoologique de France. T. V. Paris, 1892.

Achille Bécheraz.

Ueber die Sekretbildung in den schizogenen Gängen.

Eingereicht am 25. Juli 1893.

Einleitung.

Eine grosse Anzahl von Pflanzen und die von denselben herrührenden Droguen verdanken ihre Verwerthung in medizinischer sowie in technischer Beziehung den Produkten, welche in Sekretbehältern im Inneren der Gewebe entstanden sind. Diese Sekretbehälter weichen sowohl in der Art ihrer Entstehung, als auch in Bezug auf Gestalt und Grösse, sowie auch in chemischer Zusammensetzung des Inhaltes und dessen Menge von einander ab.

Sie sind, wie es die mannigfache Verwendung ihrer Inhaltskörper auch erwarten lässt, zu verschiedenen Zeiten von verschiedenen Forschern untersucht worden; aber die Untersuchungen erstreckten sich in den meisten Fällen hauptsächlich auf die Entstehung, Entwicklung und Stellung der Sekreträume im Gewebe, der Genese des Inhaltes wurde weniger Beachtung geschenkt. Wir haben denn auch bis heute keine genaue Kenntniss über die Art und Weise, wie die Sekrete in den Sekretbehältern entstehen, und stossen beim Durchgehen der diesbezüglichen Literatur auf vielfache Widersprüche.

Meyen*) hat die Ansicht aufgestellt, dass das Harz ein Sekret sei, welches innerhalb der Zellen gebildet und abgeschieden werde und durch Diffundiren durch die Zellmembran in den Harzgang gelange, welch' letzterer durch Auseinanderweichen von Zellen entstanden sei.

*) Meyen, Sekretionsorgane der Pflanzen 1837.

Diese Ansicht wurde befestigt durch die Mittheilungen von N. I. C. Müller,*) welcher bei den Coniferen, Umbelliferen, Anacardiaceen, Compositen und Araliaceen die Entstehung der Sekretbehälter und Sekrete studirte und zu dem Schlusse kam, dass das in der Zelle entstehende Sekret in kleinen Partikelchen nach dem Orte grösster Ansammlung durch die Zellmembran diffundire und dass also eine grosse Sekretmasse nur entstanden sein könne, nachdem die sehr zahlreichen, kleinen Harztröpfchen durch verschiedene Zellwandungen hindurchgewandert seien. Er gebrauchte zur besseren Erkennung der ganz kleinen Harztröpfchen ein Färbemittel und zwar verdünnten Alkohol und kleine Stückchen pulverfreier Borke von Alkannawurzel, deren Farbstoff vom Harz gespeichert wird und sich durch Auswaschen mit Wasser nicht entfernen lässt.

Müller fand bei dieser Tinktionsweise in ganzen Zellkomplexen rothe Harzpünktchen; aber ich bin der gleichen Ansicht wie Mayr**), dass das Harz durch die Präparation des Beobachtungsobjektes aus dem Kanal in und auf das umliegende Gewebe gelangt sei.

Auch Mohl***) schliesst sich der Meyen'schen Ansicht an und betrachtet die den Intercellularraum umgebenden kleinen Zellen als die Organe, welche das Harz bereiten und in den von ihnen umschlossenen Hohlraum ausscheiden.

Dippel†) ist der Meinung, dass die Entstehung des Harzes in den eigentlichen Gängen von einer Umbildung der Stärke in ätherisches Oel abhängt, welches anfänglich in einem ganzen Zellstrange entsteht und verbreitet ist, später aber aus den äusseren Zellpartien nach den mittleren diffundirt, wo es seine weitere Umwandlung erleidet, d. h. in Harz übergeführt wird.

Nach Frank††) ist von den Vorgängen, welche bei der Entstehung von Balsamen und ätherischen Oelen in den schizogenen Gängen

*) N. I. C. Müller. Untersuchungen über die Vertheilung der Harze, ätherischen Oele, Gummi und Gummiharze und die Stellung der Sekretionsbehälter im Pflanzenkörper. Pringsh. Jahrbücher. Bd. V, 1866.

**) Mayr, Entstehung und Vertheilung der Sekretionsorgane der Fichte und Lärche. Bot. Centralblatt. 1884. Bd. XX.

***) Mohl. Ueber die Gewinnung des Terpentins. Bot. Ztg. 1859, pag. 333.

†) Dippel. Die Harzbehälter der Weisstanne und die Entstehung des Harzes in denselben. Bot. Ztg. 1863, pag. 258.

††) Frank. Ueber die Entstehung der Intercellularräume der Pflanzen. 1867.

stattfinden, nur so viel erwiesen, dass das erforderliche Material zur Sekretbildung durch die Wandzellen bezogen werden muss.

Der Theorie der Diffusion von Harz nach den Sekretbehältern stehen die Ergebnisse der Untersuchungen anderer Forscher gegenüber.

Karsten*) veröffentlichte im Jahre 1857 seine Beobachtungen über die assimilirende Thätigkeit der Zellmembran, in welchen er der Ansicht Ausdruck verleiht, dass die Sekrete theils durch Umwandlung der Membran der Gewebezellen, theils als Erzeugniss kleiner, im Safte derselben befindlicher Zellchen entstehen. Er findet die Gewebezellhaut in einigen Fällen verflüssigt und resorbirt, in andern Fällen wohl mehr oder weniger verflüssigt, aber nicht resorbirt, sondern das Produkt der Umwandlung der Gewebezellhaut mit dem Inhalt der Sekretionszellen zu neuen chemischen Verbindungen vereinigt. Auch beobachtet er eine Durchtränkung der Membran mit Harz, und beim Auswaschen der Präparate mit Alkohol hinterbleibt ihm ein mehr oder weniger in Zellform erkennbares, wie korrodirt erscheinendes Häutchen.

Wigand**) ist sieben Jahre später, nach angestellten Untersuchungen über die Desorganisation der Pflanzenzelle, zu einem ähnlichen Resultate gelangt.

Er sieht das Harz oder den Balsam zuerst als Wandbekleidung in denjenigen Zellkomplexen, welche später zu den Sekretbehältern ausgebildet werden sollen. Mit der Zunahme der Harzbildung hält die Abnahme der Dicke der Zellwände gleichen Schritt, und schliesslich sieht man letztere als zarte Umrisse sich allmählig in der strukturlosen Harzmasse verlieren, sich aber oft nach Auswaschen mit Alkohol durch Chlorzinkjod noch bläuen. Es wäre demnach diese Reaktion ein Beweis des Vorhandenseins von Zellstoffresten, von Cellulose im Sekrete. Eine Sekretion von Harz oder Balsam findet im strengen Sinne also nicht statt, vielmehr werden die Sekrete innerhalb der Zelle durch Umwandlung der Membran erzeugt.

De Bary***) wirft, nach Berücksichtigung der damals über Entstehung der Sekrete herrschenden Ansichten, die Frage auf, ob nicht

---

*) Karsten. Ueber die Entstehung des Harzes, Wachses, Gummis und Schleimes durch die assimilirende Thätigkeit der Zellmembran. Bot. Ztg. 1857.

**) Wigand. Ueber die Desorganisation der Pflanzenzelle, insbesondere über die physiologische Bedeutung von Gummi und Harz. Pringsh. Jahrb. III.

***) De Bary. Vergleichende Anatomie der Vegetationsorgane. 1877.

wohl allgemein die Sekrete der schizogenen Behälter zunächst als Bestandtheil der Zellwand aufzufassen seien. Eigene Beobachtungen von ihm über den Gegenstand liegen jedoch nicht vor. Nach seinen Untersuchungen sind in den Hautdrüsen der Epidermis, sowie besonders in den Zwischenwanddrüsen, welche rein histologisch betrachtet, geradezu einen der Epidermis angehörenden Spezialfall schizogener Sekretlücken darstellen, Sekrete zu beobachten, welche denjenigen der schizogenen Behälter durchaus ähnlich sind und vielfach zuerst als Bestandtheil der Zellwand anatomisch nachgewiesen werden können.

Dies stimmt überein mit den Resultaten, welche Hanstein*) aus seinen Beobachtungen über die Harzbildung bei den Colleteren erhalten hat. Nach ihm tritt das Sekret der Colleteren zuerst als Bestandtheil der Zellwand auf. Die letztere verdickt sich, und zwischen der Cuticula und der Celluloseschicht erscheint das Sekret als eingelagerte Masse von stets zunehmender Mächtigkeit. Er findet zwar Harz auch schon fertig gebildet im Inneren der Zottenzellen, aber dasselbe sammelt sich doch vor seinem Austritte erst zwischen Cuticula und Cellulosehaut an, erstere auftreibend und endlich zerreissend. Es scheint den Protoplasmaschlauch und die Zellwand in Gestalt kleinster Theile durchdringen zu können, doch bleibt auch eine Entstehung aus Cellulose und ähnlichen Wandschichten in Frage. Die zerrissene Cuticula kann regenerirt werden und hat demnach bei der Sekretanhäufung in den Hautdrüsen nicht nur eine passive Rolle, sondern es kommt ihr vielmehr die Aufgabe zu, ein sofortiges Wegfliessen des Sekretes zu verhüten. Für die eigentliche Entstehung des Harzes hegt Hanstein die Ansicht, dass die Ursubstanz als Körper schleimartiger Natur die Cellulosehaut durchwandere und sich erst in den Zwischenwandschichten zu Harz umbilde.

Haberlandt**) schliesst sich dieser Meinung an, dadurch, dass er die Wahrscheinlichkeit zulässt, dass die Sekrete das Produkt einer chemischen Umwandlung bestimmter Membranschichten seien. Die Thätigkeit der Sekretzellen würde in diesem Falle darin bestehen, das Material zum Wachsthum jener Zellwandschichten vorzubereiten und zu liefern.

Tschirch***) hat in seiner «Angewandten Pflanzenanatomie» in umfassendster Weise die Verhältnisse, welche bei den Sekretbehältern

---

*) Hanstein. Ueber die Organe der Harz- und Schleimabsonderung bei den Laubknospen. Bot. Ztg. 1868.

**) Haberlandt. Physiologische Pflanzenanatomie. 1884.

***) Tschirch. Angewandte Pflanzenanatomie. Bd. I, 1889.

in Betracht kommen, berücksichtigt und sie besonders nach der Art ihrer Entstehung auseinandergehalten. Er theilt an der Hand seiner eigenen Untersuchungen und mit Berücksichtigung aller einschlägigen Litteratur die intercellularen Sekretbehälter ein in:

1. schizogene, entstanden durch Auseinanderweichen ursprünglich verbundener Zellen.

2. lysigene, oder rexigene (de Bary), entstanden durch Auflösen bez. Zerreissen der Membranen einer Gruppe von Zellen, und

3. schizo-lysigene, entstanden durch Kombination beider Entstehungsarten, indem zuerst ein Auseinanderweichen und sodann Auflösung beobachtet wird.

Auch über die Bildung der Sekrete, die rückschreitende Metamorphose der Membran finden sich in Tschirchs Anatomie zahlreiche Einzelangaben.

Ueber den Ort der Sekretbildung bei schizogenen und lysigenen Gängen äussert sich Tschirch in folgender Weise: *)

Bei der Untersuchung der schizogenen Gänge hat sich ergeben, dass das sogenannte Secernirungsepithel, welches den Kanal auskleidet, niemals Harz oder ätherisches Oel enthält, also auch niemals diese Stoffe als solche in den Kanal secerniren kann, das Sekret sich vielmehr stets erst in dem Intercellularkanal, wahrscheinlich unmittelbar nach Austtritt der resinogenen Substanzen durch dis Membran der Secernirungszellen, an der Aussenseite derselben bildet. Selbst in den jüngsten Stadien enthält nur der Kanal, nie die Secernirungszellen Sekret. Schon die jüngsten Sekretbehälter sind vollständig mit Sekret erfüllt, und oftmals erhält man den Eindruck, dass es das Sekret ist, welches den Kanal erweitert.

Bei den lysigenen Gängen entstammt das Harz-Sekret zum allergeringsten Theile einer in ausgiebiger Weise überhaupt sehr seltenen Membranmetamorphose, — auch hier werden die resinogenen Substanzen von dem umgebenden Gewebe in den Kanal secernirt, um dort die Umbildung in Oel oder Harz zu erleiden. Diese Umbildung muss ein rein chemischer Prozess sein, der unabhängig von dem Plasma und seinen Lebensäusserungen verläuft. Denn man findet selbstverständlich niemals, weder in dem schizogenen, noch dem lysigenen Sekretraume lebendes Protoplasma. Bei den meisten schizolysigenen Gängen sind die Membranen der den Kanal auskleidenden Zellen nur

*) Sitzungsberichte der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin. 19. November 1889.

stark obliterirt, nicht aufgelöst. Aber auch, wenn sie alle gelöst wären, würden sie doch nicht die grossen Mengen Sekretes, die man in dem Kanale findet, liefern können. —

Damit war der Ort der Sekretbildung näher präzisirt, und es erschien nunmehr wünschenswerth, derselben an dieser Stelle weiter nachzugehen. Ich bin daher auf Vorschlag des Herrn Prof. Dr. Tschirch der Frage der Entstehung des Sekretes näher getreten und habe zunächst die Entstehung der Sekrete in den langgestreckten schizogenen Behältern untersucht, wie sie bei den *Abietineen*, *Compositen*, *Burseraceen*, *Clusiaceen* und anderen Familien vorkommen. Die kurzen Sekretbehälter, z. B. der *Myrtaceen*, bei denen die Verhältnisse anders zu liegen scheinen, sind zunächst von der Untersuchung ausgeschlossen worden.

Um nicht später darauf zurückkommen zu müssen, will ich gleich an dieser Stelle die Bezeichnungen anführen, welche bei den schizogenen Sekretbehältern angewendet werden.

Der Sekretraum, das Lumen des Ganges oder Kanales ist unmittelbar begrenzt von einer Zellschicht, welche aus kleinen, zartwandigen, meist tangential zum Gange zusammengedrückten, hin und wieder nach demselben zu etwas vorgewölbten Elementen besteht, die, einzeln secernirende Zellen oder Epithelzellen, in ihrer Gesammtheit Epithel, Wandbekleidung genannt werden. Ich behalte wie Tschirch*) promiscue mit «Epithel» den Ausdruck secernirende Zellen bei, da diese Zellen es sind, welche die resinogenen Substanzen liefern müssen.

Die das secernirende Epithel zunächst umgebende Zellschicht, die mechanische Scheide der Sekretbehälter, wie Moebius**) sie nennt, tritt vor diesem meist deutlich hervor durch grössere Gestalt der einzelnen Zellen, sowie sehr häufig durch Wandverdickung, welche in einzelnen Fällen bedeutende Mächtigkeit erlangen kann. Die Elemente dieser Schicht heissen Begleitzellen. Sie sind meist auch von dem angrenzenden, parenchymatischen Gewebe verschieden, sei es durch verdickte Membran, oder durch Streckung in der Längsrichtung; selten besitzen sie die gleiche Form. Ihrer charakteristischen Eigenschaften werde ich in den einzelnen Fällen Erwähnung thun.

Zur Bezeichnung des Inhalts der Kanäle gebrauche ich kurzweg das Wort Harz, worunter ich dasjenige verstehe, was von anderen

*) Tschirch, Angewandte Pflanzenanatomie.

**) Moebius, Die mechanischen Scheiden der Sekretbehälter. Pringsh. Jahrb. Bd. XVI.

Autoren als Oel, Balsam oder auch Harz bezeichnet worden ist, also die Inhaltskörper der Sekretbehälter, welche durch verdünnten oder konzentrirten Alkohol, Aether, Chloroform, Amylalkohol, Benzol, Schwefelkohlenstoff gelöst werden. Ich kann den Ausdruck Harz um so eher anwenden, als zwischen Oel, Balsam und Harz nur ein Unterschied in der Consistenz besteht, hervorgerufen durch wechselnden Gehalt an ätherischem Oel, und wir in jungen, frischen Kanälen das Sekret meist dünnflüssig, in älteren Gängen dagegen oder bei getrocknetem, z. B. Herbariummaterial, meist dicklich oder wachsartig bis glasig fest vorfinden.

Ich werde folgende Fragen zu beantworten suchen:

1. In welchem Entwicklungsstadium des Ganges tritt das Sekret in demselben auf und findet sich dasselbe auch anderwärts als im Gange selbst?
2. Wo ist der Ort der Sekretbildung?

I.

In welchem Entwicklungsstadium des Ganges tritt Sekret in demselben auf und findet sich dasselbe auch anderwärts als im Gange selbst?

Bevor ich an die Frage nach der Entstehung des Harzes herantrete, erscheint es mir nothwendig, einmal endgiltig festzustellen, wann das Harz zuerst auftritt und wo, ob im Kanale selbst, oder im umgebenden Gewebe, oder aber in beiden zu gleicher Zeit.

N. I. C. Müller*), sowie Sachs**) und van Tieghem***) fanden ganz junge Sekretbehälter noch sekretfrei, und nur von *Pinus* behauptete Sanio†) das Gegentheil, dass nämlich schon in den jüngsten Stadien Harz vorkomme. Mayr††) hat auf seine Untersuchungen

*) N. J. C. Müller, s. o.

**) Sachs. Vorlesungen über Pflanzenphysiologie.

***) van Tieghem. Les canaux secreteurs des plantes. Ann. d. sc. nat. 5. S. T. XVI.

†) Sanio. Pringsh. Jahrb. IX.

††) Mayr, a. a. O.

der Harzgänge von Fichte und Lärche gestützt erklärt, dass er niemals sekretfreie Kanäle gefunden habe, und auch Tschirch*) äussert sich in der Weise, dass er sagt: «Das Sekret tritt nur in dem Intercellularraume auf».

Da die Beobachtungen in dieser Richtung weniger zahlreich sind, so erschien die weitere Prüfung der Sache wünschenswerth.

Da in frischen Pflanzentheilen die schizogenen Sekretbehälter das Harz meist in halb- oder ganzflüssigem Zustande enthalten, so wird dieses durch die Präparation für die mikroskopische Beobachtung in den meisten Fällen herausgestrichen oder herausgedrückt, und das Erkennen des Ortes, wo es sich ursprünglich befunden hat, wird sehr erschwert, wenn nicht gar unmöglich gemacht. Ich habe daher das Harz dadurch an den Ort seiner Entstehung fixirt, dass ich die Pflanzentheile unter Vermeidung rascher Temperaturerhöhung, allmählig bis auf 100 ° C. steigend, so lange im Trockenschranke erhitzte, bis das Sekret infolge von Verdunstung eines Theiles des ätherischen Oeles in den Gängen festgeworden war. Auf solche Weise vorbereitetes Material gestattete das Herstellen von Querschnitten, ohne dass das Harz über die ganze Schnittfläche gestrichen wurde. Das Sekret war dann oft in bandförmiger Gestalt von wechselnder Dicke der Aussenwand der Epithelzellen aufgelagert, oft auch erfüllte es noch den ganzen Hohlraum.

Um es genau zu erkennen, wandte ich die oben erwähnte, N. J. C. Müller'sche Tinktionsmethode an, welche ich wegen der oft störenden Rindenstücke der Alkannawurzel auf folgende Weise modifizirt habe.

Ich stellte mir eine Tinktur dar aus einem Theil Alkannawurzel und vier Theilen konzentrirten Alkohols, mischte dieselbe mit destillirtem Wasser (kalkhaltiges Brunnenwasser fällt den Farbstoff theilweise) im Verhältnisse von zwei Theilen der Tinktur und fünf Theilen Wasser und liess von dieser Mischung zu dem im Wasser liegenden Beobachtungsobjekte zufliessen. Bei dieser Konzentration der Tinktur kommt eine Lösung des Harzes trotz des Vorhandenseins von Alkohol nicht zu Stande, wie man sich leicht durch einen Kontrolversuch mit geschabtem, trockenem Fichtenharz oder Kolophonium überzeugen kann, und es findet auch trotz des hohen Wassergehaltes keine Ausscheidung des Alkannafarbstoffes statt.

*) Tschirch. Angewandte Pflanzenanatomie.

Bei der Betrachtung des Objektes kann man den Vorgang deutlich verfolgen, wie das Harz nach und nach den Farbstoff aus der umliegenden Flüssigkeit aufnimmt und sich schön roth färbt, während das umliegende Gewebe nur leicht tingirt wird. Wäscht man nach einiger Zeit das Präparat mit Wasser aus, so entfärbt sich das Gewebe, während das Harz seine Farbe unverändert beibehält. Durch diese Art des Vorgehens bin ich zu folgenden Ergebnissen gelangt.

Die langgestreckten, schizogenen Sekretbehälter enthalten von ihren jüngsten Entwicklungsstadien an die Sekrete. Dieselben sind allerdings trotz der Rothfärbung, oft nicht leicht zu erkennen, denn ein kleiner rother Punkt oder eine rothe Lamelle, umgeben von dunkler Membran, tritt nicht immer deutlich hervor. Wenn man aber während der Betrachtung Alkohol zum Untersuchungsobjekte zufliessen lässt, so beweist uns die Aufhellung, welche durch Lösung des Sekretes in dem kleinen Kanal eintritt, die Gegenwart von Harz. Ich habe das Vorhandensein von Sekret in ganz jungen Gängen so deutlich zu Gesicht bekommen, dass ich obigen Satz mit Sicherheit aufstellen darf, ebenso wie denjenigen, dass sich in dem den Hohlraum des Sekretbehälters mittelbar oder unmittelbar begrenzenden Gewebe keine Sekrete vorfinden, weder in dem zunächst liegenden, plasmahaltigen Epithel, noch in den umschliessenden stärkehaltigen oder chlorophyllführenden Begleit- oder Parenchymzellen.

Bei Untersuchungsmaterial (*Pinus, Abies, Picea, Levisticum, Imperatoria, Arnica, Inula* und anderen), welches auf oben angeführte Weise getrocknet worden war, habe ich ausserhalb der Harzgänge durch Tinktion niemals Harz nachweisen können, obschon sich dasselbe nach der Rothfärbung besonders in den farbloses oder schwachgelbliches Plasma enthaltenden Epithelzellen auffallend abheben müsste.

Es liesse sich nun allenfalls denken, dass, wenn das den Sekretraum umgebende Gewebe Tröpfchen von harzbildendem Oele enthalten hätte, letzteres durch das Austrocknen verjagt worden wäre. Ich kann mir aber nicht denken, dass das Oel vollständig rückstandslos verdunstet wäre, sondern muss eher annehmen, dass dasselbe einen harzigen, also durch Tinktion nachweisbaren Rückstand hinterlassen haben würde.

Ausserdem habe ich bei der Untersuchung der grossen Menge frischen Materials fast niemals Harztröpfchen gefunden in den Gewebepartien, durch welche beim Querschneiden das Messer geführt worden war, bevor es auf den Harzgang stiess, sondern erst in den nachfolgenden Gewebetheilen, und hier war in den meisten Fällen durch verschieden hohe Einstellung des Objectives die direkte Auflagerung der Harztheilchen leicht festzustellen. Auch da, wo sich einige Sekrettröpfchen in dem Gewebe rings um den Gang herum zeigten, ist ihr Vorkommen leicht erklärlich. Durch den in den Harzkanälen frischer Pflanzentheile bestehenden Druck wurde das dünnflüssige Harz aus dem eben angeschnittenen Gange gedrückt und verbreitete sich in dem ihm offenstehenden Raume, in diesem Falle in dem vor dem Sekretgange durchschnittenen Gewebe. Wir sehen aber auch hier bei variirter Einstellung, dass sich die Harztröpfchen meist über und nicht im Zellinhalte befinden, und erkennen besonders da, wo Harztheilchen auf den durchschnittenen Membranen liegen, dass ihr Vorkommen an diesen Stellen durch äussere, mechanische Einflüsse bedingt ist.

Ein fernerer Beweis für die Abwesenheit von Harz in den secernirenden Zellen und dem umgebenden Gewebe der Kanäle scheint mir auch der Umstand zu sein, dass wir in den seltensten Fällen Harz ausserhalb ganz junger Sekretbehälter finden, und zwar aus dem einfachen Grunde, weil der Druck in diesen kleinen Behältern noch keinen hohen Grad erreicht hat, und weil ferner die Harzmenge in den jungen Stadien zu gering ist, um sich über einen grösseren Zellkomplex in einzelnen Tröpfchen vertheilen zu können.

Ich muss also die Frage, ob Sekrete auch in dem die langgestreckten, schizogenen Sekretbehälter umgebenden Gewebe gebildet werden, dahin beantworten, dass dies nicht der Fall ist, sondern, dass dieselben in den Gängen, und n u r i n d i e s e n entstehen, und dass ihr Auftreten in umliegenden Gewebepartien durch die Präparation verursacht wurde, also ein zufälliges ist.

II.

Wo ist der Ort der Sekretbildung?

a. Spezieller Theil.

Es erscheint mir zweckmässig an dieser Stelle die Beschreibung der von mir beobachteten Verhältnisse folgen zu lassen, welche uns Aufschluss zu geben vermögen über die Entstehung der Harze in den langgestreckten, schizogenen Sekretbehältern oder wie Tschirch*) sie nennt, den Oelgängen.

Mich an die systematische Reihenfolge der verschiedenen Pflanzenfamilien zu halten, erachte ich nicht als nothwendig, sondern ich werde mit derjenigen beginnen, welche uns die Genese des Harzes am auffallendsten zeigt.

Umbelliferen.

Imperatoria Ostruthium L. Der Wurzelstock und die Nebenwurzeln von *Imperatoria* sind von einer grossen Anzahl von schizogen entstandenen Sekretbehältern durchzogen, deren Anlage nach Art aller schizogenen Gänge durch Theilung einer Mutterzelle und Auseinanderweichen der Theilzellen vor sich geht. Diese Theilzellen, die späteren secernirenden Epithelzellen, zeichnen sich durch ihren hellen, pigment- und stärkefreien Inhalt, welcher durchaus plasmatischen Charakter hat, von dem angrenzenden Gewebe aus, welches meist durch Speicherung von Stärkekörnern weniger durchsichtig ist und daher dunkler erscheint. Dieser Umstand erleichtert das Auffinden der ganz jungen Stadien der Kanäle ganz bedeutend, wenn letztere sich in der Grösse noch kaum von luftführenden Intercellularräumen unterscheiden.

Sobald ein Sekretbehälter wahrnehmbar ist, finden wir ihn auch schon mit Sekret erfüllt, und zwar enthält dieses schon fertiges Harz, welches sich in Alkohol löst. Durch die Einwirkung von Alkohol schwindet aber nur ein Theil des Inhaltes des Sekretganges unter gleichzeitiger schwacher Kontraktion des ganzen Gewebes, und der kleine Harzbehälter erscheint noch locker erfüllt von einer wenig durchsichtigen, schleimartig aussehenden Masse, welche sich beim Hinzutreten von Wasser zugleich mit den umgebenden Zellen wieder dehnt und etwas durchsichtiger wird. Bei diesen ganz jungen Entwicklungsstadien ist aber eine deutliche Beobachtung schwierig, und wir erhalten noch sehr wenig Aufschluss über die Entstehung des Sekretes wegen der geringen Grösse der in Betracht kommenden Organe.

Gehen wir einen Schritt weiter und betrachten die Sekretgänge in demjenigen Zustande, in welchem der Querdurchmesser des Kanales ungefähr gleich ist dem kürzeren, also dem zum Gange radialen Durchmesser der Epithelzellen, so finden wir den Sekretbehälter erfüllt mit einer undurchsichtigen, nur in der Mitte etwas durchscheinenden Masse. Durch

*) Tschirch. Angewandte Pflanzenanatomie. pag. 486.

Alkohol geht das in der Mitte des Kanales befindliche Sekret in Lösung; die Undurchsichtigkeit der Randpartien lässt nach, dadurch, dass sich aus denselben ebenfalls Bestandtheile lösen, und es hinterbleibt ein farbloser trüber Schleim, der auch hier noch das Lumen des Kanales ganz erfüllt. Er ist der den Sekretbehälter begrenzenden Aussenwand der Epithelzellen fest und lückenlos aufgelagert, am Rande des Ganges dichter, nach der Mitte zu weniger dicht; in der übrigen Beschaffenheit erscheint er homogen (Fig. 1).

Bei einem weiteren Stadium der Entwicklung zeigt sich nach der Lösung des Harzes durch Alkohol und Quellung des Schleimes durch Wasser in der Mitte des Kanales eine hautartige Falte (Fig. 2), welche bei der Kontraktion des Schleimes durch Alkohol ein kleines Lumen sehen lässt, in welchem sich vor seiner Auflösung das fertige Harz befunden hat.

Vom Inneren des Sekretganges besteht ein Druck nach aussen hin, was sich daraus ergibt, dass während der Lösung des Harzes und der Kontraktion des Schleimes mit Alkohol eine Ausdehnung und Vorwölbung der Epithelzellen nach dem Ganginneren zu stattfindet. Lässt man den Schleim mit Wasser wiederum aufquellen, so werden die Epithelzellen zusammengedrückt, sobald das Lumen des Kanales durch die Schleimmasse wieder erfüllt ist. Selbstredend lässt sich diese Beobachtung nicht mehr machen in denjenigen Stadien, in welchen der Schleimbeleg nicht mehr so mächtig ist, dass er nach erfolgter Quellung den ganzen Sekretbehälter erfüllen kann.

Bei fortschreitendem Wachsthume beginnen die Epithelzellen sich radial zum Harzkanal zu theilen, und es treten nun Gänge auf mit 5, 6, 7, 8 und mehr secernirenden Zellen. Diese weichen von dem sie unmittelbar umgebenden Gewebe darin ab, dass sie zartwandiger, stets noch mit hellerem, stärke- und chlorophyllfreiem Plasma erfüllt sind und geringere Grösse besitzen. Die Begleitzellen zeichnen sich durch schwach verdickte Membranen von dem umschliessenden, parenchymatischen Gewebe aus.

Die Schleimmasse im Inneren des Sekretbehälters hat im Wachsthume mit der Erweiterung des Kanales nicht Schritt gehalten (Fig. 3), denn nach Entfernung des Harzes durch Alkohol und Quellung mit Wasser erfüllt sie den Gang nur noch selten bis zum Verschwinden des Lumens (Fig. 4). Dagegen sieht man nun auf dem Querschnitte die Schleimmasse in Form eines Beleges von wechselnder Dicke der Aussenwand der Epithelzellen aufgelagert und nach dem Ganginnern zu von einer zarten, aber ganz deutlichen Haut begrenzt. Durch Alkohol wird dieser Schleimbeleg kontrahirt und erscheint als Verdickung der Epithelzellmembran; mit Wasser dehnt er sich wieder aus, und die Haut umschliesst ihn wieder in der früheren, unregelmässig welligen oder wulstigen Form.

Dies beweist uns, dass der Schleimbeleg im gegebenen Falle eine bestimmte, scharf begrenzte Gestalt besitzt und nicht etwa durch die Operation des Schneidens verzogen und in verschiedener Dicke den Epithelzellen aufgelagert worden ist, da sonst die den Beleg begrenzende Haut nach wechselndem Zusammenziehen und Aufquellen wohl kaum stets dieselbe Form und Lage annehmen würde.

Bei vorgerückteren Entwicklungsstadien, bei welchen sich die Zahl der secernirenden Zellen vermehrt, und ihre Grösse, wenn auch nicht wesentlich, vermindert hat, lassen sich in Bezug auf den Inhalt der Sekretbehälter folgende Beobachtungen machen.

Querschnitte durch Material, welches schwach getrocknet wurde, um durch Verdunstung des ätherischen Oeles den Druck im Inneren der Kanäle herabzusetzen, zeigen in der Mitte des Sekretbehälters einen hellgelben bis braunen Harztropfen. Derselbe ist dicht umschlossen von einer schmalen, undurchsichtigen, selten an einzelnen Punkten gelb durchscheinenden Masse, welche ihrerseits lückenlos der Gangseite der Epithelzellenwand aufgelagert ist. Beim Hinzutretenlassen von verdünntem Alkohol fängt der zentral liegende Harztropfen an allmählig in Lösung überzugehen, während in der umliegenden Schicht noch kaum Veränderungen wahrzunehmen sind. Bei gesteigerter Konzentration des Alkohols löst sich der Harztropfen ganz, und in der Begrenzungsschicht geht ebenfalls eine Lösung von vielleicht noch nicht fertig gebildetem, aber doch schon alkohollöslichem Harze vor sich. Es hinterbleibt nach Auswaschen mit konzentrirtem Alkohol an den Epithelzellen ein schmaler Wandbeleg, welcher sich bei Wasserzusatz sofort ausdehnt und sich als Schleimbeleg mit deutlicher Haut erweist. Ich nenne diese Haut, welche als äusserste Zone die Schleimschicht bedeckt, also auch gewissermassen den Harztropfen im Inneren des Kanales umgibt, die i n n e r e H a u t.

Bei längsdurchschnittenen Gängen stossen wir auf dieselben Verhältnisse (Fig. 5). Der Schleimbeleg, umgrenzt von der inneren Haut, zieht sich der ganzen Länge des Sekretbehälters nach, in der Dicke der Auflagerung wechselnd, wie dies auch auf den Querschnitten zu sehen ist. Oft reicht der gequollene Beleg von der einen Seite des Kanales bis über die Mitte desselben hinaus; während auf der entgegengesetzten Seite der Schleimbeleg nur dünn ist; oft sind zwei Seiten sehr mächtig, eine dritte nur schwach entwickelt; dazu kommen noch oft scharfe Einfaltungen, kurz die Dicke des Schleimbeleges in einem Sekretgange wechselt so, dass wir uns seine Oberfläche, vom Ganginneren aus gesehen, vorstellen müssen als bestehend aus kleinen unregelmässigen Bergen und Thälchen.

Der Schleim selbst ist in der Schicht, welche an die Epithelzellenwand angrenzt, dicht und homogen; nach dem Ganginneren zu wird er lockerer, mitunter etwas blasig, und enthält oft kleine körnchen- oder stäbchenförmige Gebilde, welche sich stellenweise netzartig kreuzen und verzweigen.

Gegen chemische Reagentien verhält sich der Schleimbeleg folgendermassen:

Verdünnte und konzentrirte Kalilauge erhöhen die Quellung, bewirken aber auch beim Erwärmen keine Lösung oder bestimmte Farbenveränderung.

Jod färbt gelb, ebenso Chlorzinkjod. Bei Anwendung des letzteren Agens habe ich in keinem einzigen Falle eine Bläuung beobachten können*).

Eisenchlorid färbt gelb; Millonsches Reagens bleibt ohne Einwirkung, auch bei schwachem Erwärmen.

Gegen Salzsäure ist die Schleimmasse resistent, ebenso gegen Schwefelsäure, dagegen löst sie sich langsam bei gelindem Erwärmen in Schultzescher Macerationsflüssigkeit; doch bleiben die eingelagerten Körnchen und Leisten unverändert.

Die innere Haut, welche nicht selten an einzelnen Stellen schwache Verdickungen zeigt, an anderen durchbrochen zu sein scheint, verhält sich in chemischer Beziehung dem Schleime analog, mit der Ausnahme jedoch, dass sie gegen Schultzesche Flüssigkeit resistent ist und nur nach langer Einwirkung und Erwärmung durch dieses Reagens stellenweise zerstört wird.

Durch Einwirkung von Jod und Schwefelsäure färben sich der Schleimbeleg und die innere Haut gelbbraun, so dass jedenfalls den beiden Körpern die reine Cellulosenatur abgesprochen werden muss. Es erhellt vielmehr aus dem Verhalten des Schleimbeleges gegen Jod und Jod-Schwefelsäure, dass wir es mit einem echten Schleime nach Tschirch's Terminologie zu thun haben**).

---

*) Vergl. Wigand a. a. O.

**) Tschirch, Angewandte Pflanzenanatomie, pag. 193.

Mit Tinktionsmitteln verschiedener Art, auch aus der Reihe der Anilin-Farbstoffe, wie z. B. Anilinblau ($^1/_{100}$), Eosin (alkohol- und wasserlöslich), Fuchsin, Congoroth, Methylgrün-Essigsäure (Strasburger), Pikrin-Nigrosin, Ammoniak-Carmin, Grenachers Carmin-Alaun und anderen gelangt man zu keinem positiven Resultate, da sowohl innere Haut wie Schleimbeleg, Epithel- und Begleitzellen wie Parenchym durch den Farbstoff gleichmässig tingirt werden, denselben aber beim Auswaschen in gleichem Maasse wieder abgeben.

Meist scheinen allerdings der Beleg und die innere Haut den Farbstoff in geringerer Menge speichern zu können, wodurch sie dann weniger intensiv gefärbt erscheinen als das umliegende Gewebe; aber dieser Umstand ist wohl zurückzuführen auf weniger dichte Struktur der beiden Gebilde gegenüber den begrenzenden Zellen.

Die Sekretbehälter der Wurzelorgane von:

Levisticum officinale Koch;
Archangelica officinalis Hoffm. und
Pimpinella Saxifraga L.

habe ich wie bei *Imperatoria* entwicklungsgeschichtlich untersucht und bin zu völlig übereinstimmenden Resultaten gelangt. Das fertig gebildete Harz findet sich im Innern der Sekretgänge, die mit einer Schleimschicht belegt sind, welche dieselbe Quellungsfähigkeit und Kontrahirbarkeit zeigt, wie die oben beschriebene (Fig. 6—11).

Auch in Bezug auf das Verhalten gegen chemische Reagentien erweisen sich diese Schleimsubstanzen analog. Wir finden ebenfalls, besonders bei *Archangelica*, Körnchen eingelagert und hin und wieder ein Stück eines feinen Leistennetzes, welches sich bei der Kontraktion durch Alkohol scheerenartig zusammenlegt. Auch hier zeigt sich bei der Lösung des Sekretes ein harzähnlicher Körper, vielleicht theilweise schon fertiges Harz emulsionsartig mit dem Schleime vermischt, und bei der Einwirkung von Alkohol verschwindend.

Ich habe versucht mit Hansteins Fuchsin-Anilinviolett Tinktionen vorzunehmen. Nach ihm färbt sich Harz rein blau, Gummi roth, Plasma violett und Schleim rosenroth bis fleischfarben. Es zeigten sich mir jedoch in der Schleim-Harzemulsion die Farbentöne niemals charakteristisch, sondern es waren im Bilde alle Uebergänge von roth bis violett sichtbar, so dass ich von weiterer Ausdehnung der Versuche mit diesem Färbemittel Umgang nahm.

Gestützt auf die obigen Beobachtungen betrachte ich bei den langgestreckten, chizogenen Sekretbehältern der Umbelliferen als den

Herd der Harzbildung den Schleimbeleg, welcher den Intercellularraum auskleidet. Seine feste Auflagerung an die Aussenwand der Epithelzellen, und der Umstand, dass häufig der Uebergang der Epithelzellenwand in den Schleimbeleg ein vollkommener ist, führen zu der Annahme, dass die resinogene Schicht ein Theil der Secernirungszellenmembran selbst ist, was auf ähnliche Verhältnisse deuten würde, wie sie Hanstein für die Colleteren dargethan hat.

Die resinogenen Substanzen werden von den secernirenden Zellen abgeschieden und lagern sich in oder an der den Kanal begrenzenden, äussersten Schicht der Secernirungszellmembran in der Form einer Schleimmembran ab. In dieser Schleimschicht entsteht das Harz, welches sich im fertigen Zustande in der Kanalmitte ansammelt. Dort, wo es an die resinogene Schicht stösst, befindet sich die innere Haut, welche Durchlässigkeit für das Harz zu besitzen scheint. Ich glaube jedoch, dass auch Durchbrechung derselben stattfindet, wenn die Harzbildung sehr intensiv vor sich geht, wenigstens lassen die hin und wieder auftretenden Unterbrechungen in der Kontinuität der inneren Haut derartiges vermuthen.

Durch Beobachtung lässt sich nicht unmittelbar feststellen, ob die Harzbildung an eine Resorption der Schleimmasse gebunden ist, aber die Annahme erscheint mir zulässig, denn wir finden häufig in älteren, fertig entwickelten Sekretgängen stellenweise nur noch die innere Haut, und der in jüngeren Stadien zwischen derselben und der Secernirungszellmembran liegende, resinogene Beleg ist verschwunden.

Ueber die Natur der inneren Haut gibt uns ihr chemisches Verhalten den Aufschluss, dass wir es weder mit einer Cellulosemembran noch mit einer Cuticula oder ähnlichen Haut zu thun haben, denn sie wird durch Jod-Schwefelsäure nicht gebläut und von Schwefelsäure nicht gelöst, ist aber löslich in Chromsäurelösung.

Compositen.

Arnica montana L. Das Rhizom und die Wurzeln von *Arnica* führen schizogene Sekretbehälter, erstere im innersten Theile der Mittelrinde, letztere unmittelbar ausserhalb des Cambiums. Bei einem vollständig entwickelten Gange sind die Begleitzellen nur wenig different von dem sie umgebenden, dünnwandigen Parenchym, und die Epithelzellen selbst sind von demselben nicht auffallend verschieden. Sie zeigen oft eine plattgedrückte Gestalt, die aber selten von allen einen Gang begrenzenden Zellen angenommen wird, sind zartwandig und enthalten helles Plasma. Der gegen den Kanal gerichteten Wand der secernirenden Zellen ist eine farblose, durchscheinende Substanz, die resinogene Schicht, sammt der inneren Haut aufgelagert.

Die jüngsten Stadien der Sekretbehälter enthalten schon das gelbbraune, dünnflüssige Harz, welches sich vollständig in Alkohol löst.*) Nach der Lösung sehen wir dem Rande der Epithelzellen theilweise aufgelagert eine helle, durchschimmernde Substanz, welche beim Hinzutreten von Wasser keine deutlich sichtbare Quellung zeigt, dagegen mit mässig verdünnter Kalilauge schwach quillt und nach dem Auswaschen des Kalis wieder die frühere Gestalt annimmt. Schon hier ist die begrenzende innere Haut wahrnehmbar (Fig. 12 u. 13).

In der Entwickelung weiter vorgeschrittene Harzgänge lassen uns den Beleg schon so erkennen, wie wir ihn später bei den fertig gebildeten Kanälen antreffen (Fig. 14 u. 15). Er ist in höchst unregelmässiger Dicke aufgelagert und bildet kurze, wallartige Leisten, welche sich der Längsrichtung des Ganges nachziehen (Fig. 16). Die Querschnitte durch diese leistenartigen Bildungen zeigen die verschiedensten Uebergänge von der schwachen Welle bis zur stark gewölbten Keulenform. Der Beleg zieht sich um den ganzen Sekretgang. An einzelnen Stellen ist er allerdings so dünn, dass man nur die innere Haut als cuticulaähnlichen Ueberzug erblickt. Hin und wieder sind an den Berührungspunkten zweier Epithelzellen grössere Mengen der resinogenen Substanz zu sehen, und es ist an diesen Stellen zu beobachten, dass die Substanz nicht ganz homogen ist, sondern an der Epithelzellenwand dichter, an der inneren Haut viel weniger dicht, wie in zwei undeutlich begrenzte Schichten getrennt.

Bei einem dicken Schnitte, der uns den Harzgang noch mit dem Sekrete erfüllt zeigt, sehen wir die Begrenzungsschicht zwischen dem Harz und der Secernirungszellwand dunkler als die Kanalmitte. Durch Lösung mit Alkohol verschwindet das Harz, und die Grenzschicht wird heller, bis zuletzt der resinogene Beleg ganz farblos zurückbleibt. Das Harz scheint hier durch die innere Haut zu diffundiren, da bei derselben keine Durchbrechungen wahrgenommen werden können. Der resinogene Beleg und die innere Haut sind resistent gegen Mineralsäuren, Laugen und Schultze'sche Macerationsflüssigkeit. Jod, Chlorzinkjod, Jod und Schwefelsäure färben gelblich bis bräunlich. Ohne Einwirkung sind Millonsches Reagens sowie Tinktionsmittel.

*) A. Vogl (Commentar zur 7. Ausgabe der österreichischen Pharmakopœ) findet das Harz nur zum Theil in Alkohol löslich, was ich jedoch nicht bestätigen kann.

Inula Helenium L. Die im Sieb- und Holztheil des Rhizomes und der Wurzeln von *Inula**) vorkommenden, schizogenen Sekretgänge enthalten ein farbloses bis gelbliches oder gelbbraunes Harz, welches sich im Alkohol vollständig löst. In mit diesem Lösungsmittel ausgewaschenen Gängen finden wir einen zarten Beleg mit der inneren Haut, welche beide aber meist erst nach Behandlung mit verdünnter Kalilauge deutlich sichtbar werden, obschon auch dieses Agens keine bedeutende Quellung hervorruft.

Die unmittelbar ausserhalb der Cambiumzone befindlichen, jungen Stadien der Harzkanäle zeigen den resinogenen Beleg in dünner Schicht den kleinen Intercellularraum auskleidend (Fig. 17). Mit der Erweiterung des Ganzen nimmt seine Oberfläche zu, ohne die Dicke wesentlich zu verändern, und nur hin und wieder sehen wir an den Berührungsstellen zweier Epithelzellen, oder seltener vor der Mitte der Zellen, die Masse der resinogenen Schicht verstärkt. Die innere Haut ist deutlich als feine, ununterbrochene Linie zu sehen (Fig. 18.) Die Secernirungszellen sind bei grösseren Gängen stark zusammengedrückt, so dass man sie oft vor dem Aufquellen kaum deutlich von von dem resinogenen Belege unterscheiden kann.

Selten stösst man auf Sekretbehälter, deren Beleg nach der, Quellung bewirkenden, Behandlung mit Kalilauge eine Dicke vom radialen Durchmesser der Epithelzellen zeigt (Fig. 19.) In diesen Fällen erkennt man, dass der Beleg feinkörnig und da und dort von kleinen Leisten durchzogen ist, welche von Schultze'scher Flüssigkeit nicht gelöst, sondern höchstens bei stärkerem Erwärmen angegriffen werden.

Artemisia vulgaris L. Die Nebenwurzeln von *Artemisia* zeigen auf dem Querschnitte einige Gruppen von je drei bis vier schizogenen Harzgängen dicht an der Kernscheide zwischen Mittel- und Innenrinde liegend. Sie sind, was für diese Art von Sekretbehältern der seltenere Fall ist, in zur Wurzel radialer Richtung zusammengedrückt und erlangen schon frühzeitig ihre grösste Ausdehnung. Das ganze um den Kanal liegende Gewebe ist zartwandig und unterscheidet sich kaum von den Epithelzellen. Eigentliche Begleitzellen mit charakteristisch verdickter Membran kommen hier überhaupt nicht vor, wie denn auch häufig zwischen zwei Kanälen nur die zwei Reihen der Secernirungszellen liegen.

---

*) R. Triebel. Ueber Bau und Entwicklung der Oelbehälter in den Wurzeln der Compositen. Dissertation. Königsberg. 1885.

Das Innere des Sekretbehälters finden wir erfüllt von einem gelbbraunen Harze, welches sich in Alkohol nur zum Theil löst und besonders aus der Wandschicht erst durch Aether völlig ausgezogen wird. Die Aussenwand der Epithelzellen tritt nach der Entfernung des Sekretes hervor, quillt aber weder mit Wasser, noch mit Kalilauge so, dass sie uns die innere Struktur deutlich zeigen würde. Wir sehen sie nur verdickt und zwar in der Weise, dass ihr kleine Körnchen und Stäbchen aussen aufgelagert sind, welche aber unter sich in keinem direkten Zusammenhange zu stehen scheinen (Fig. 20). Auch bekommt man hier nicht eine deutliche innere Haut zu Gesicht, sondern muss wohl eher die Stäbchen und Körnchen als Fetzen und Theile derselben betrachten. In chemischer Beziehung verhalten sich diese Körperchen wie die Leisten in den Sekretgängen von *Arnica*.

Anacyclus officinarum Hayne. Die deutsche Bertramswurzel führt in der Rinde zerstreute, schizogene Sekretbehälter. Wie bei *Artemisia* besitzen nur die Epithelzellen eine vom umgebenden parenchymatischen Gewebe verschiedene Form, während die Zellschicht um das Epithel, die Begleitzellen sich in keiner Weise von dem Rindenparenchym unterscheiden. Beide bestehen aus grossen im Verhältniss zum Epithel mässig verdickten Zellen, während die Secernirungszellen zartwandig, plattgedrückt, hin und wieder sogar obliterirt erscheinen.

Der Sekretgang enthält hellbraunes Harz, welches sich leicht und völlig in Alkohol löst. Nach erfolgter Lösung und Hinzutretenlassen von Wasser lässt sich an den zusammnngedrückten Epithelzellen noch wenig Deutliches erkennen, sondern erst bei Behandlung mit Kalilauge, und nach schwachem Erwärmen sieht man die Aussenwand der Secernirungszellen überzogen mit dem resinogenen Beleg. Derselbe ist von geringer Mächtigkeit, an einzelnen Punkten schwach wulstig verdickt. Die innere Haut gibt stellenweise das Bild einer zarten, aber deutlichen Schicht (Fig. 21.)

Es scheinen bei den Compositen die Verhältnisse so zu liegen, dass der resinogene Beleg der Secernirungszellmembran in der Regel nicht bedeutende Entwicklung erlangt, dagegen von ziemlich kompakter Konsistenz ist, was wir aus seinem Verhalten gegen mechanische und chemische Einwirkung ersehen. Die Fähigkeit der Quellung und nachherigen Kontraktion ist gering, die Widerstandsfähigkeit gegen Lösungsmittel dagegen gross, sowohl für den resinogenen Beleg als für die innere Haut. Mit Tinktionsmitteln bin ich zu keinem bestimmten Resultate gelangt, und die chemischen Reaktionen haben denselben Verlauf genommen wie bei den Umbelliferen.

Bevor ich zu den Familien der Coniferen übergehe, will ich die Beobachtungen einschalten, welche ich an *Cycas revoluta Thbg.* gemacht habe, obschon bekanntlich in den schizogenen Sekretbehältern der Cycadeen kein Harz, sondern Schleim vorkommt.

Querschnitte durch die Mittelrippe der Blattwedel, welche die schizogenen Kanäle enthält, werden in Alkohol gelegt, wodurch der Inhalt des Ganges bräunlich gefällt wird. Beim Zutreten von Wasser verschwindet, mit gleichzeitiger, theilweiser Lösung der Schleimsubstanz, deren bräunliche Farbe, und es hinterbleibt ein wolkiger, durchschimmernder, der Aussenwand der Epithelzellen fest anliegender Schleim als Wandbeleg im Kanal zurück. Dieser Wandbeleg hat die Eigenthümlichkeit, dass er, obschon durch Alkohol kontrahirbar und mit Wasser wieder aufquellend, nach dem Inneren des Intercellularraumes hin nicht deutlich abgegrenzt ist. Er besteht vielmehr aus wolkenartig an- und übereinandergreifenden Protuberanzen, welche aus der Epithelzellenwand herauszutreten scheinen (Fig. 22 u. 23).

Der Schleim ist widerstandsfähig gegen Mineralsäuren und Kalilauge, nicht aber gegen Schultze'sche Macerationsflüssigkeit; durch Jod und Jod-Schwefelsäure tritt Gelbfärbung ein. Mit wässeriger Eosinlösung lassen sich die Bilder etwas deutlicher machen, da der Schleimbeleg bei schwachem Auswaschen den Farbstoff leichter abgibt als das umliegende Gewebe und sich dann besser abhebt; doch kann auch nach dieser Tinktion eine die schleimige Masse nach aussen begrenzende Haut nicht erkannt werden. Die Schleimschicht liegt der Kanalwand dicht und lückenlos an in wechselnder Mächtigkeit. Die Epithelzellen sind zartwandig, von geringer Grösse und umgeben von einem Kranze von ziemlich dickwandigen Begleitzellen.

Coniferen.

Abies pectinata D C. und *Abies Nordmanniana Spach.* können zusammen besprochen werden, da die Verhältnisse bezüglich der Sekretgänge, sowie deren Inhalt bei beiden völlig übereinstimmen.

In den Nadeln*) finden wir je zwei Harzgänge, welche nur durch eine Zellschicht von der Blattunterseite getrennt und blatteigen sind.

*) Willy Meyer. Die Harzgänge im Blatte der Abietineen. Dissertation Königsberg 1883.

Die Winterknospe zeigt rein meristematisches Gewebe, die Gefässbündel sind noch nicht differenzirt, die Harzkanäle noch nicht angelegt. Erst wenn im Frühjahr die jungen Nadeln eine Länge von c. 1.5 mm. erreicht haben, und die Gefässbündel schon deutlich ausgebildet sind, ist die Anlage der Sekretgänge vorhanden in Form eines Complexes von chlorophyllfreien, mit hellem Plasma erfüllten Zellen. Ein Blättchen von 2 mm. Länge ist schon von zwei kleinen, harzerfüllten Intercellularräumen durchzogen, welche von vier bis fünf Secernirungszellen begrenzt werden. Nach der Lösung des Harzes durch Alkohol erscheint der kleine Harzgang meist trübe durchsichtig, ohne dass man bestimmt sagen könnte, von welcher Substanz er erfüllt sei, da wir weder deutliche Quellung und Kontraktion beobachten können, noch durch chemische Agentien bestimmte Aufschlüsse erhalten, und auch mit Tinktionsmitteln nichts Ausschlaggebendes erreicht werden kann (Fig. 24).

Erst die Sekretbehälter grösserer Blättchen von 4—5 mm. Länge zeigen, nach Entfernung des Harzes, bestimmte Eigenthümlichkeiten. Die Zahl der Epithelzellen hat sich wohl um das Doppelte vermehrt, und wir finden oft an ihrer den Gang begrenzenden Wand Verdickung der Membran oder Auflagerung einer durchsichtigen Substanz, welche bei diesen jungen Gängen nicht immer kontinuirlich die ganze Peripherie auskleidet (Fig. 25).

Mit der Zunahme der Grösse der Harzkanäle wächst durch Theilung die Zahl der Epithelzellen, wobei sie aber kleiner werden und sich deutlich von den Begleitzellen abheben, welche meist den doppelten bis dreifachen Durchmesser haben und dickwandiger sind. Die Gänge sind mit Harz erfüllt, welches sich sehr leicht in Alkohol löst. Um die Vorgänge bei dieser Lösung genau beobachten zu können, lässt man zuerst verdünnten Alkohol zum Objekte zutreten und steigert die Konzentration erst nach und nach, bis schliesslich mit konzentrirtem Alkohol ausgewaschen wird. Es hinterbleibt nun in dem Harzgange ein hautartiger Körper von charakteristischem Verhalten. Oft tritt er auf als einfache Haut, welche den Secernirungszellen unmittelbar aufgelagert ist, oder ihre Berührungsstellen, welche meist eingebuchtet sind, überbrückt (Fig. 26). Oft ist die Haut in ihrer Continuität unterbrochen und zeigt dann einzelne Leisten oder Körnchen (Fig. 27), hin und wieder perlschnurartig aneinandergereiht. Oft wieder sieht man diese Haut, die innere Haut, von der Epithelzellenmembran abgelöst und mit derselben durch eine durchscheinende, glashelle Substanz verbunden, welche auch ihrerseits von der Zellwand theilweise losgelöst sich vorfinden kann. In dieser Substanz kommen ebenfalls nicht selten die Körnchen vor, doch erscheint sie sonst homogen, nur an vereinzelten Stellen etwas dichter und dunkler.

Das chemische Verhalten der inneren Haut, sowie des zwischen derselben und der Epithelzellwand vorkommenden, resinogenen Beleges zeugt von grosser Widerstandsfähigkeit der beiden Körper. Salzsäure, Salpetersäure und Schwefelsäure greifen sie nicht an, Schultze'sche Macerationsflüssigkeit löst in der Wärme den Beleg, nicht aber die eingelagerten Körnchen und die innere Haut. Eisenchlorid, Jod, Chlorzinkjod, Jod-Schwefelsäure färben alle gelb, und Kalilauge bringt ausser Aufhellung kaum eine Veränderung hervor. Chloralhydratlösung hellt so stark auf, dass der Beleg meist nicht mehr, die innere Haut nur noch undeutlich zu sehen ist; doch treten beide nach vorsichtigem Auswaschen des Chlorals wieder hervor. In mässig konzentrirter Chromsäurelösung gehen sowohl innere Haut, als wie Beleg zu Grunde; doch ist erstere zum mindesten ebenso resistent wie eine Cellulosemembran, was beim Vergleichen mit der Begleitzellenwand festgestellt werden kann.

Die in der Zweigrinde vorkommenden Sekretbehälter unterscheiden sich weder in der Art ihrer Entstehung, noch in Bezug auf den Inhalt von den Nadelgängen. Auch hier finden wir den Beleg und die innere Haut (Fig. 28); in einem Falle war sogar der Sekretgang fast bis zur Hälfte erfüllt mit dem zahlreiche Stäbchen und Körnchen enthaltenden Beleg (Fig. 29).

Ich will noch bemerken, dass, wenn zur Lösung des Harzes gleich von Anfang an konzentrirter Alkohol angewendet wird, es vorkommen kann, dass der Beleg und die Haut weggerissen werden, da die Lösung der kleinen Harzmenge in Alkohol äusserst energisch vor sich geht.

Der in den jungen Wurzeln im Centrum sich befindende Harzgang unterscheidet sich von den in der Rinde und in den Nadeln vorkommenden dadurch, dass die Begleitzellenschicht aus fast bis zum Verschwinden des Lumens verdickten Zellen besteht und nur an zwei Stellen Durchbrechung in Form von dünnwandigen Zellen zeigt (Fig. 30). Der Beleg und die innere Haut treten auch hier deutlich hervor und besitzen den Charakter derjenigen der anderen Pflanzentheile.

Die Nadeln von *Abies canadensis L.* sind nur von einem einzigen, schizogenen, blatteigenen Sekretgange durchzogen, welcher zwischen der Blattunterseite und dem Siebtheil des Gefässbündels, letzterem parallel, verläuft. Die Secernirungszellen zeigen eine Verschiedenheit in den Grössenverhältnissen unter sich. An den die Blattunterseite, sowie den Siebtheil berührenden Stellen sind sie klein, nicht selten obliterirt, rechts und links unter dem Siebtheil abgehend drei- bis viermal so gross, wenn auch zusammengedrückt. Von einer eigentlichen Begleitzellenschicht kann hier nicht gesprochen werden, da das Epithel unten direkt an die Epidermis, oben an den Siebtheil grenzt. Wie bei den besprochenen Abietineen tritt auch hier der Beleg und die innere Haut auf, für welche beide in Bezug auf mechanisches und chemisches Verhalten das oben Gesagte gilt (Fig. 31).

Picea vulgaris Link. Für die schizogenen Harzgänge der Nadeln und Rinde, welche bei Picea vorkommen, kann auf dasjenige verwiesen werden, was bei Abies gesagt wurde, sowohl was die Entstehung des Ganges als den resinogenen Beleg und die innere Haut anbelangt (Fig. 32). In der Wurzel sehen wir die Harzkanäle im Holzkörper vertheilt und finden hier das Epithel sehr zartwandig, besonders im Verhältniss zu den stark verdickten Begleitzellen (Fig. 33). Eigenthümlicherweise kommen hier auch Unterbrechungen in der Secernirungszellschicht vor, dadurch, dass bei einzelnen Zellen die Wände verdickt werden und verholzen. In diesem Zustande sind sie natürlich für die Harzbildung ausser Funktion gesetzt, und ich habe auch an ihrer Aussenwand keinen Beleg und keine innere Wand auffinden können (Fig. 34).

Pinus montana Miller. var. Pumilio und *Pinus Strobus L.* verhalten sich analog in Bezug auf den resinogenen Beleg und die innere Haut. Anfangs März fand ich die Nadelknospen noch in rein meristematischem Zustande, obschon die einzelnen Nädelchen schon eine Länge von 2 mm. erreicht hatten. Erst bei ca. 5 mm. langen Nadeln, wenn die Gefässbündel schon deutlich differenzirt sind, lassen sich die kleinen Intercellularräume erkennen, erfüllt mit hellem Harz, und nach dessen Entfernung mit der trüben, durchsichtigen Substanz (Fig. 35), in welcher sich bald die innere Haut zu bilden anfängt. Sie scheint in jungen Stadien noch nicht von sehr dichter Consistenz zu sein, sondern tritt eher wulstartig im Inneren der resinogenen Masse auf (Fig. 36 u. 37).

Mit der Grössenzunahme der Nadeln und der Gänge erlangt die Haut die innere Struktur, in welcher wir sie später finden. Sie ist von derselben Widerstandsfähigkeit wie bei den anderen Abietineen, und hin und wieder treffen wir sie auch bei ausgewachsenen Kanälen von der Epithelzellenwand weit abgehoben durch den hell durchsichtigen, oft gekörnelten Beleg.

Die Zahl der Sekretbehälter jeder Nadel von Pinus Strobus L. beträgt zwei, während sie sich bei Pinus montana auf sechs bis acht beläuft. Ausserdem sind die Harzgänge der letzteren Spezies mit auffallend stark verdickten Begleitzellen versehen, welche das Epithel ohne Durchbrechung umschliessen (Fig. 38). Die Verholzung der Begleitzellenwand beginnt jedoch erst, wenn die Harzgänge ihre volle Grösse erreicht haben und mit der Harzmasse ganz erfüllt sind, und eine Zufuhr von Nährstoffen nach den Epithelzellen nicht mehr nothwendig ist.

Die Nadeln von *Larix europaea DC.* sowie diejenigen von *Larix leptolepis Gord.* haben eine besondere Eigenthümlichkeit in betreff der Entwicklung ihrer Sekretbehälter, die sie von den übrigen Gattungen der Abietineen unterscheidet.

Auf den polsterförmigen Kurztrieben befindet sich die Anlage der Blätter, umhüllt von den Deckschuppen. Schon sehr früh differenzirt sich das Gefässbündel, und bald nachher entsteht die mit dem farblosen Plasma erfüllte Zellgruppe, welche später die Epithelzellenschicht darstellt. Bei einem Blättchen von 2 mm. Länge ist auch der kleine, harzerfüllte Intercellulargang sichtbar, welcher mit dem fortschreitenden Wachsthume gleichen Schritt hält. Es tritt Theilung der Epithelzellen ein bis im Querschnitt ihre Zahl auf höchstens sieben bis acht gelangt ist, was der Fall ist bei Nadeln von etwa 4 bis 5 mm. Länge, welche eben anfangen die Deckschuppen zurückzudrängen und aus dem Polster hervorzutreten. In diesem Stadium hat der Harzgang den Höhepunkt seiner Entwicklung erreicht und behält nun seine Grösse und Gestalt bei, auch während des weiteren Wachsthumes der Blätter. Da das letztere auf intercallare Weise vor sich geht, so wird der ganze Harzgang der Blattbasis entrückt, und wir finden ihn bei den ganz ausgewachsenen, 25—30 mm. langen Nadeln an deren Spitze in einer Länge von 3—4 mm. An seiner Stelle findet sich im sekretgangfreien Blattheile nicht sehr stark verdicktes Festigungsgewebe. Der resinogene Beleg und die innere Haut finden sich auch in diesen kleinen Gängen; letztere erscheint mir allerdings zarter als bei den übrigen Abietineen, aber sie ist von derselben Widerstandsfähigkeit gegenüber Reagentien (Fig. 39 bis 42).

Dammara alba Rumph. führt in den Blättern zwischen je zwei der parallel verlaufenden Gefässbündel einen Harzgang, welcher in fertigem Zustande von einer grossen Zahl von Epithelzellen umschlossen ist, welche, von nicht sehr grossen Begleitzellen umgeben, sich von dem weitzelligen Mesophyll deutlich abheben. Den resinogenen Beleg sieht man stellenweise, die innere Haut meist den ganzen Gang auskleidend. Oefters sind zwischen der Haut und der Epithelzellwand wohlausgebildete, gelbe Tetraëder eingeschlossen, welche den Lösungsmitteln einen sehr grossen Widerstand entgegensetzen (Fig. 43). Durch konzentrirte Schwefelsäure werden sie allerdings farblos, lösen sich aber nicht, so dass ich nicht angeben kann, welchen Körper wir vor uns haben.

Auch bei *Araucaria imbricata Pav.* bin ich bei frischem Untersuchungsmaterial in den harzführenden Sekretbehältern der Blätter auf den Beleg mit der inneren Haut gestossen. Hier ist die resinogene Schicht quellbar mit Wasser und noch mehr mit verdünnter Kalilauge, lässt sich aber durch Alkohol kaum mehr kontrahiren. Durch Färbung mit wässeriger Eosinlösung erhielt ich ein Bild, welches den Beleg ganz homogen, ohne eingelagerte Körnchen und Stäbchen zeigte (Fig. 44).

Von *Podocarpeen* habe ich untersucht: *Podocarpus neglecta Blume, P. macrocarpa, P. bracteata Bl., P. Junghuhniana Miq., P. amara Bl., P. cupressina Brown.*, welche mir Herr Prof. Dr. Tschirch gütigst aus seinem Herbarium zur Verfügung stellte. Die Verhältnisse bei diesen verschiedenen Spezies von Podocarpus sind in Bezug auf die Harzgänge analog. Letztere finden sich in der Rinde in grösserer Zahl und sind von schizogener Entstehung und gewöhnlichem Bau. Das Epithel der Kanäle ist einschichtig, kleinzellig (dies besonders bei *P. cupressina*), und umgeben von einer Schicht von Begleitzellen, welche sich nicht bedeutend von den umliegenden Rindenparenchymzellen unterscheiden. Die Gänge sind erfüllt mit Harz, welches, da wir getrocknetes Material vor uns haben, eine farblose bis lichtgelbe, glasige Masse bildet und sich in Alkohol völlig löst. Nach der Entfernung des Harzes finden wir die an den Gang grenzende Aussenwand der Secernirungszellen verdickt durch den resinogenen Beleg, welcher mit Wasser schwach quillt. Die Quellung wird gesteigert durch Anwendung von Kalilauge, und das durch diese Einwirkung erhaltene Bild lässt uns folgende Verhältnisse erkennen:

Der Beleg liegt den Epithelzellen fest und lückenlos an, ist jedoch nicht überall von derselben Dicke, sondern oft bei den durch das Wachsthum tangential zur Rinde zusammengedrückten Gängen an denjenigen Stellen, welche den längeren Durchmesser treffen, in dickerer Schicht aufgelagert und zwar in bauchiger, wulstiger Form. Die Struktur ist nicht ganz homogen, sondern an der Secernirungszellmembran dichter, häufig vollständig in dieselbe übergehend, nach dem Ganginnern zu weniger dicht, stellenweise deutlich fein gekörnelt und begrenzt von der dünnen, inneren Haut, welche keine Durchbrechungen zeigt (Fig. 45 bis 49).

Wenn wir die bei den Coniferen gemachten Beobachtungen betrachten, so finden wir eine grosse Uebereinstimmung in den Verhältnissen, welche die Entstehung der Harze in den schizogenen Kanälen betreffen: Es tritt aus den sehr früh durch ihren farblosen Inhalt ins Auge fallenden Kanalmutterzellen ein Körper aus, welcher in jungen Stadien ein schleimartiges Aussehen hat, später jedoch keine bedeutende Quellungsfähigkeit mehr aufweist. Dieser Körper, welcher aus den Funktionen der ihn ausscheidenden Zellen ausgeschaltet ist, geht in Harz über, welches nach der Kanalmitte gepresst wird, da dort augenscheinlich die resinogene Schicht weniger dicht ist als an der Secernirungszellwand, wie es die Verhältnisse bei *Podocarpus* direkt zeigen. An der Berührungsstelle des resinogenen Beleges und des fertigen Harzes entsteht die innere Haut, vielleicht gebildet durch den Kontakt der ungleichartigen Substanzen. Die Haut dürfte permeabel für Harz sein, da ihr nach der Art ihrer Entstehung ein Gehalt an Wasser nicht zugesprochen werden muss, doch scheint auch Durchbrechung stattzufinden, wenigstens lassen die oft vorkommenden Unterbrechungen in der Kontinuität der inneren Haut diese Annahme zu. Bei den fertig entwickelten Gängen ist der resinogene Beleg entweder noch theilweise vorhanden, oder aber meist selbst in Harz übergegangen, und die innere Haut fest auf die Epithelzellenwand aufgedrückt worden. Sie überbrückt dann nur noch die eingebuchteten Berührungsstellen der secernirenden Zellen.

Burseraceen.

*Amyris balsamifera**), eine der Elemiharz liefernden Pflanzen, hat in den jungen Trieben schizogen angelegte Secretbehälter, welche sich im Markgewebe befinden. Die Gänge besitzen während ihrer Wachsthumsperiode ein zartwandiges Epithel und wenig verdickte Begleitzellen, beide auffallend kleiner als das grosszellige, sie umgebende Gewebe. Auch die Weite der Kanäle ist gering und erreicht nicht die Länge des Durchmessers der Markzellen (Fig. 50.).

*) Material aus dem Herbarium von Herrn Prof. Dr. Tschirch.

Nach dem Abschluss der Entwicklung beginnt eine Verholzung der Begleitzellen, so dass wir sie in älteren Zweigen mit stark verdickter Membran finden. Zugleich obliteriren die Secernirungszellen und können in allen Gängen nur durch Einwirkung von Kalilauge oder Chloralhydratlösung sichtbar gemacht werden. Wir finden die Kanäle ausgekleidet von der inneren Haut, welche nicht immer fest aufgelagert, sondern stellenweise vom Epithel abgelöst ist. Ein eigentlicher resinogener Beleg ist mir auch in jungen Stadien nicht deutlich zu Gesicht gekommen, sondern ich fand meist zwischen der inneren Haut und der Secernirungszellwand kleine Leisten, welche aussahen, wie Theile der inneren Haut (Fig. 51), und auch dieselben Reaktionen zeigten, resp. dieselbe Widerstandsfähigkeit gegen die verschiedenen Lösungsmittel.

Guttiferen.

*Calophyllum Inophyllum L**), die Stammpflanze des ostindischen Takamahakharzes, weist in allen ihren Theilen eine grosse Zahl von schizogenen Sekretgängen auf. Bei den Blättern sind sie von geringem Durchmesser und sehr langgestreckt und befinden sich zwischen je zwei Nebenrippen, welche unter sich parallel von der Mittelrippe nach dem Blattrande hin verlaufen. Da diese Rippen nahe aneinander gerückt sind, und die Blätter eine bedeutende Grösse erreichen, so kommt es vor, dass bei einem 20 cm. langen und 10 cm. breiten Laubblatte in der Spreite 450 und mehr Harzkanäle liegen; ausserdem wird die Mittelrippe in ihrem collenchymatischen Gewebe von Sekretgängen durchzogen. In den Zweigen, und zwar sowohl in der Rinde als im Marke, treffen wir zahlreiche Harzgänge an, welche eine ziemliche Grösse erreichen. Die Epithelzellen sind tangential abgeplattet, an den zum Gange radial gestellten Wänden sehr zart und häufig in fertigen Kanälen erst sichtbar nach erfolgter Einwirkung eines Quellungsmittels. Nur selten erlangen sie die Weite der Begleitzellen, welche sich durch ungleichmässige Gestalt auszeichnen.

Die Kanäle sind erfüllt von alkohollöslichem Harz, nach dessen Entfernung man die Aussenwand der Secernirungszellen überzogen findet von dem resinogenen Beleg und der inneren Haut. Der Beleg selbst ist in jungen Gängen als deutliche Verdickung der Epithelzellwand zu sehen und zeigt keine Bräunung. Später ist er gelbbraun, in unregelmässiger Dicke aufgelagert und in einzelnen Gängen von

*) Herbarium- und Alkoholmaterial.

geringerer, in anderen von grösserer Mächtigkeit. Die innere Haut begrenzt ihn deutlich und vollständig; selten nur kommt es vor, dass sie vom Beleg stellenweise losgetrennt erscheint.

Wenn der Beleg mit Alkohol, Aether und Amylalkohol tüchtig ausgewaschen und von allem Harz befreit ist, so erhöht sich seine Quellungsfähigkeit bedeutend. Er quillt dann schon auf Zusatz von Wasser stark, beträchtlicher aber beim Einwirken von Kalilauge. Man erkennt in gequollenem Zustande, dass er von der Epithelzellenwand nach dem Ganglumen zu an Dichte abnimmt, und unter der inneren Haut oft ziemlich locker erscheint (Fig. 52). Gegen lösende, chemische Agentien sind Beleg und innere Haut von grosser Widerstandsfähigkeit, ersterer wird jedoch in der Wärme von Schultze'scher Macerationsflüssigkeit stark angegriffen.

Dipterocarpaceen.

Die Sekretbehälter von *Dryobalanops Camphora Colebroke*, der Stammpflanze des Borneocamphers, sind schizogen angelegt und markständig und finden sich sowohl innerhalb des Gefässbündelringes als auch in den Rindenbündeln. Sie entwickeln sich schizogen und gehen erst später in älteren Organen in lysigen erweiterte Kanäle über Während der ersten Entwicklungsperiode, die für unseren Fall in Frage kommt, besteht das Epithel aus Zellen von verschiedener Grösse, von welchen die einen die andern um das Vierfache übertreffen. Auch sind sie theils tangential zum Kanal zusammengedrückt, theils aber wulstig und prall. Die zum Gange radial gestellten Wände der secernirenden Zellen zeigen keinerlei Verdickung. Die angrenzende Begleitzellenschicht ist zusammengesetzt aus wenig, sowohl in Bezug auf Grösse als auf Verholzung der Membran auffallenden Elementen, welche ihrerseits umgeben sind von dem dickwandigen Markgewebe.

Nach Lösung und Auswaschen des farblosen, glasigen Harzes durch Alkohol-Aether tritt an der gangständigen Epithelzellwand ein gelblich brauner Beleg deutlich hervor, der mit Wasser, viel mehr aber mit verdünnter Kalilauge oder Chloralhydratlösung quillt und nun auch die innere Haut sehen lässt. Die Dicke des Beleges wechselt an den verschiedenen Stellen und geht vom stark erhabenen Wulst bis zur dünnen Schicht zurück; es kann sogar der Beleg schleifenförmig in das Lumen des Kanales hineinragen (Fig. 53). Nicht selten erscheint der resinogene Beleg als einfache Wandverdickung der secernirenden Zellen infolge eines vollständigen Ueberganges derselben in die Zellwand. Man erkennt in diesem Falle die äussere Begrenzungsschicht der Epithelzellmembran nicht mehr oder nur als äusserst feine Linie. Der Beleg nnd die innere Haut sind sehr widerstandsfähig gegen Lösungsmittel.

Wie bei Dryobalanops liegen die Verhältnisse auch bei *Dipterocarpus trinervis Bl.**) in Bezug auf schizogene Anlage und Entwicklung der Sekretgänge, welche ebenfalls markständig sind. Sie enthalten farbloses bis schwachgelbliches Harz, welches durch Lösung in Alkohol und Chloroform entfernt werden kann. Es tritt auch hier ein mit Kalilauge quellbarer, von der inneren Haut deutlich begrenzter Beleg auf, welcher sich nur schwer wieder contrahiren lässt und in dünner Schicht dem Epithel aufgelagert ist. Die Zellen desselben, sowie die Begleitzellen sind regelmässig gebaut (Fig. 54).

Dipterocarpus trinervis führt grosse, zahlreiche Schleimzellen, deren Inhalt erst durch längeres Einlegen in Alkohol gehärtet werden muss, da sonst der Schleim bei der Herstellung der Schnitte leicht in die Sekretkanäle gelangen und zu irrigen Annahmen führen könnte.

In den Blatt- und Stengeltheilen von *Vatica moluccana*, welche mir aus dem Herbarium von Herrn Prof. Tschirch zur Verfügung stand, kommen schizogene Sekretbehälter vor, welche bei dem getrockneten Material ein glasiges, farbloses Harz enthalten. Die Kanäle sind zahlreich, so dass wir in einem jungen Triebe deren schon acht bis zehn finden. Sie sind markständig, wie bei den übrigen Dipterocarpeen und haben höchst ungleichmässige Epithel- und Begleitzellen. Erstere variiren besonders in der Grösse und sind oft tangential zum Gange stark zusammengedrückt, letztere zeigen hauptsächlich bedeutende Grössenunterschiede unter sich. Die Membranen beider Zellschichten sind zart und heben sich daher deutlich ab von den verdickten, oft sklereïdischen Markzellen. Die Gangwand der Secernirungszellen erscheint bei harzerfüllten Gängen dunkel und bleibt nach Lösung des Sekretes durch Alkohol und Chloroform verdickt. Die Verdickung quillt mit Wasser schwach; immerhin etwas mehr als gewöhnliche, mit Alkohol behandelte Gewebe quellen, aber den Höhepunkt der Quellung erreicht man erst durch Erwärmen mit Chlorallösung. Wir sehen den resinogenen Beleg, in unregelmässiger Dicke aufgelagert, den ganzen Gang auskleidend (Fig. 55) und finden ihn da, wo er wulstige Form hat, oft auf das deutlichste geschichtet. Die Schichtung

*) Herbariummaterial.

ist zart, drei- vier- bis fünffach und verläuft konzentrisch zum Gange. Die äusserste Schicht, welche unmittelbar unter der scharf konturirten. inneren Haut liegt, ist gewöhnlich homogen und fast ebenso breit als die anderen Schichten zusammen (Fig. 56).

Durch Jod und Schwefelsäure wird der Beleg mehr röthlich als gelb und hebt sich gut von der blauwerdenden Cellulosemembran der Secernirungszellen ab; auch ist er resistent gegen Salzsäure und Schwefelsäure, scheint also von gleicher Widerstandsfähigkeit zu sein wie der Beleg schon beschriebener Sekretbehälter.

Vatica ruminata hat ebenfalls schizogene Sekretbehälter, und zwar stehen diese, in der Grösse wechselnd, in einem Kreise zwischen dem Gefässbündelring, welcher sehr reich an Calciumoxalat ist, und dem Markgewebe. In Zweigen von 3 mm. Durchmesser finden wir häufig schon zwanzig Kanäle, erfüllt von dem farblosen Harze, welches sich in Alkohol und Chloroform vollständig löst. Die Epithelzellen sind klein und wenig verschieden von den angrenzenden Begleitzellen, und auch diese unterscheiden sich in der Grösse kaum, durch geringe Wandverdickung nur wenig von dem unmittelbar umschliessenden Markgewebe. Die entfernter liegenden Markzellen fangen sehr früh an ihre Membran zu verdicken und sich in Sklereïden umzuwandeln, bei welchen Schichtung, Porenkanäle und Kommunikation derselben aufs schönste zu sehen sind. Die Harzkanäle von *Vatica ruminata* sind ausgekleidet mit einem in regelmässiger Weise die Aussenwand des Epithels überziehenden Beleg mit deutlicher innerer Haut (Fig. 57).

Eine Schichtung des Beleges war hier, auch nach Einwirkung von Chloralhydratlösung, nicht zu sehen, aber gegen Reagentien verhält er sich wie bei *Vatica moluccana*.

Clusiaceen.

Die Sekretbehälter von *Garcinia Morella Desrousseaux**), der wichtigsten der Gummigut liefernden Bäume, sind schizogen angelegt und entwickelt. Sie kommen in den Zweigen, Blättern, Blüthen u. Früchten**) vor, in ersteren, sowie in den Blattrippen in grosser Zahl. Besonders die Rinde führt grosse langgestreckte Harzgänge, aber auch im Markgewebe finden wir sie regelmässig. Die Epithelzellen, welche anfangs im Querschnitte rund sind, werden durch Druck bald stark zusammen-

*) Material aus dem Herbarium des Herrn Prof. Tschirch.

**) Flückiger, Pharmakognosie des Pflanzenreiches. 1891.

gepresst in tangentialer Richtung zum Gange und lassen bei dem getrockneten Material in grossen Sekretbehältern ihr Lumen nicht mehr oder selten erkennen. Die Begleitzellen sind grösser, doch auch tangential zusammengedrückt und bilden einen Uebergang zu den grossen umgebenden Parenchymzellen, sowohl der Rinde als des Markes. Die Harzgänge sind erfüllt von gelblichweissem, trübe durchschimmerndem Harze, welches an der Epithelbegrenzungszone ganz undurchsichtig ist. Nach Entfernung desselben durch Zufliessenlassen von Alkohol, Aether und Chloroform bleibt die Epithelzellenschicht noch zusammengepresst, doch lässt sich ausserhalb derselben an vielen Stellen ein bräunlichgelber Beleg erkennen, der von der inneren Haut scharf begrenzt ist. Mit Chloralhydrat bringt man das Epithel zum Quellen und zugleich auch den resinogenen Beleg, welcher sich besonders beim Erwärmen stark ausdehnt und viel heller wird. Ich fand keine Harzkanäle, in welchen sich der Beleg am ganzen Epithel hinzog, wenigstens konnte ich es niemals deutlich sehen; dagegen fand ich ihn stellenweise stark gedunsen und wulstig (Fig. 58 und 59). Er lässt sich nach der Quellung mit Alkohol kontrahiren, zeigt aber keine Schichtung. Der Beleg sowohl als die innere Haut sind von oben besprochener Widerstandsfähigkeit gegen chemische Agentien.

Araliaceen.

Hedera Helix L. hat schizogene Sekretbehälter in Blättern und Zweigen, und in diesen letzteren befinden sie sich theils in der Innenrinde, dicht aussen am Gefässbündelring, theils in der Randpartie des Markes, innen am Gefässbündelring. Das Epithel ist ziemlich regelmässig, und die wenigen Zellen, die es bilden, sind gross im Verhältniss zu dem kleinen Ganglumen. Die Gänge selbst sind alle von gleicher und zwar geringer Grösse und erfüllt von einem grünlichgelben Harze, welches durch Alkohol leicht und völlig gelöst wird. Nach sorgfältigem Auswaschen des Harzes finden wir in dem Gange meist die innere Haut, seltener einen deutlichen Beleg (Fig. 60).

Pittosporeen.

Bei *Pittosporum timorense* sind die Harzgänge stark tangential zusammengedrückt in der Rinde der Zweige und der Aeste, in welch letzteren sie in mehreren Kreisen vorkommen können. Ein 1 cm. dicker Ast hat zwei Kreise von schizogenen Kanälen, von welchen der eine in der schmalen, 1 mm. breiten Rinde, der andere in dem obliterirten, breiten Leptom angelegt ist. Die Epithelzellen sind zartwandig, und nur die Grenzwand zeigt Verdickung durch den farblosen, resinogenen Beleg, welcher durch die innere Haut begrenzt ist (Fig. 61).

---

b. Allgemeiner Theil.

Wenn wir die bei den verschiedenen Pflanzenfamilien beobachteten Verhältnisse in ihrer Gesammtheit ins Auge fassen, so finden wir, dass unter ihnen eine gewisse Analogie besteht, und können für die Entstehung des Sekretes folgendende Schlüsse ziehen:

Eine sehr früh durch ihren farblosen Inhalt sich auszeichnende Zellgruppe, entstanden aus der Kanalmutterzelle, bildet an der gemeinschaftlichen Berührungsstelle der Zellen an der Aussenwand einen Schleimbeleg, welcher die resinogenen Substanzen enthält. Dieser Schleimbeleg, der wohl als Theil der Membran selbst angesprochen werden darf, erfüllt anfänglich den ganzen Intercellularraum und bildet in seinem nicht sehr dichten Inneren das Harz, d. h. es entsteht aus ihm ein alkohollöslicher Körper.

Zugleich mit der Pflanze wachsen auch die Harzgänge bis sie ihre volle Entwicklung erreicht haben, und in der Schleimmembran der Kanal- oder Secernirungszellen, in dem resinogenen Belege, geht die Harzbildung schritthaltend weiter vor sich.

Der resinogene Beleg ist an derjenigen Stelle, wo er der Cellulosemembran der secernirenden Zellen unmittelbar anliegt, am dichtesten (*Podocarpus, Imperatoria, Dryobalanops, Vatica*) und wird nach dem Ganginneren zu lockerer. Das fertige Harz sammelt sich in der Kanalmitte an. Sobald hier eine gewisse Harzmenge abgelagert ist, bildet sich an der Berührungsstelle von Harz und resinogenem Beleg ein hautartiges Gebilde, die innere Haut (*Imperatoria, Picea, Pinus*), wahrscheinlich ausschliesslich hervorgerufen durch den anhaltenden Kontakt der beiden verschiedenartigen Substanzen, ähnlich wie in den Zellen die feine Plasmahaut entsteht, welche die sogenannten Vacuolen begrenzt.

Bei der Grössenzunahme der Harzgänge findet die Absonderung der resinogenen Substanzen so lange statt, bis der Sekretkanal völlig entwickelt ist. Sie bilden einen Beleg, welcher entweder den Gang ganz auskleidet (*Umbelliferen, Arnica, Inula, Podocarpus, Dryobalanops,* *Vatica)*, oder nur an einzelnen Stellen sichtbar ist (*Abies*, *Dammara*, *Araucaria*, *Amyris*, *Garcinia*). Auch ist der resinogene Beleg nicht überall in derselben Dicke aufgelagert, sondern wir sehen ihn besonders bei den *Umbelliferen*, *Podocarpus* und *Garcinia* in der Mächtigkeit stark wechselnd.

Schichtung habe ich nur in einem Falle deutlich beobachten können, nämlich bei *Vatica moluccana*, so dass Schichtung nicht als charakteristische Eigenthümlichkeit für den Beleg bezeichnet werden kann, wie bei anderen Schleimmembranen.*)

Anders verhält es sich mit der inneren Haut, von welcher der resinogene Beleg, sobald der Kanal eine gewisse Grösse erreicht hat, stets begrenzt ist. Diese ist wohl aus dem Belege selbst hervorgegangen und beweist durch ihre Gegenwart in älteren Gängen an denjenigen Stellen, wo der Beleg nicht zu sehen ist, dass er in einem früheren Stadium des Kanales an der betreffenden Stelle vorgekommen ist und sich an der Harzbildung bis zum völligen Verbrauch der resinogenen Schicht betheiligt hat. So finden wir bei den Abietineen in den ausgewachsenen Nadeln, wo die Gänge schon im ersten Jahre zu ihrer vollen Entwicklung gelangen, meist nur die innere Haut entweder dicht am Epithel oder theilweise von demselben losgelöst, und der Beleg hat sich ganz in Harz verwandelt.

Die im Beleg öfters auftretenden kleinen Leisten, Stäbchen oder Körnchen sind vielleicht auf gleiche Weise entstanden wie die innere Haut oder möglicherweise sind es Theilchen derselben. Es scheint nämlich bei der inneren Haut sowohl Diffusion als Durchbrechung stattzufinden, denn wir finden sie oft ganz intakt, oft aber in der Kontinuität unterbrochen, so dass die Möglichkeit nicht ausgeschlossen ist, dass wenigstens ein Theil der körnchenartigen Körperchen kleine Partikel der inneren Haut sind, da auch bei beiden das Verhalten gegen chemische Agentien dasselbe ist. Dass sie nicht Cuticulargebilde sind, beweist uns ihre Löslichkeit in Chromsäurelösung.

Ueber die chemischen Vorgänge, welche sich bei der Harzentstehung abspielen, habe ich mir noch keine bestimmte Vorstellung machen können. Es wäre möglich, dass das Phloroglucin, welches ich in den meisten Untersuchungsobjekten, und in besonders grosser Menge bei *Vatica* und *Calophyllum*, mit Vanillin-Salzsäure habe nachweisen können, mit der Genese des Harzes in Beziehung steht, aber die Beweise für eine solche Annahme sind noch zu erbringen.

*) Tschirch. Angewandte Pflanzenanatomie.

Figuren-Erklärung.

sb. = Schleimbeleg, ih. = innere Haut.

Fig. 1. *Imperatoria Ostruthium L.*

Querschnitt durch einen ganz jungen Kanal des Wurzelstockes. Mit Alkohol ausgewaschen. Der Schleim erfüllt den ganzen Intercellularraum.

Fig. 2. Querschnitt durch einen jungen Gang (Wurzelstock). Mit Alkohol ausgewaschen. Schleimbeleg (sb) nach Zusatz von Wasser gequollen. In der Mitte die Falte der inneren Haut (ih).

Fig. 3 u. 4. Querschnitte durch ältere Gänge des Rhizoms mit unregelmässig dickem Schleimbeleg (sb). Deutliche innere Haut (ih).

Fig. 5. Längsschnitt durch einen Kanal. Der resinogene Beleg ist unregelmässig wellig.

Fig. 6—9. *Archangelica officinalis.*

Verschiedene Entwicklungsstadien von Wurzelgängen. Der Schleimbeleg oft mit Körnchen und Leisten.

Arnica montana.

Fig. 12 u. 13. Querschnitte durch junge Gänge des Rhizoms.

Fig. 14. Fertiger Sekretbehälter des Rhizoms.

Fig. 15. Junger, am Cambium liegender Harzgang der Nebenwurzel.

Fig. 16. Längsschnitt durch einen Harzgang des Rhizoms.

Inula Helenium.

Fig. 17 u. 18. Querschnitte durch das frische Rhizom.

Fig. 19. Querschnitt durch einen Kanal des Rhizomes. Der Schleimbeleg ist mit Kalilauge zur Quellung gebracht.

Artemisia vulgaris.

Fig. 20. Querschnitt durch einen an der Kernscheide der Wurzel liegenden Gang.

Anacyclus officinarum.

Fig. 21. Querschnitt durch einen Gang der Wurzel mit sehr zartem Beleg.

Cycas revoluta.

Fig. 22 u. 23. Gänge der Mittelrippe der Blattwedel im Querschnitt mit dem protuberanzenartigen, nicht scharf begrenzten Beleg.

Abies pectinata.

Fig. 24—26. Entwicklungsstadien der Harzgänge in den Nadeln.

Abies Nordmanniana.

Fig. 27. Querschnitt durch einen fertigen Sekretgang der Nadel.

Fig. 28. Harzkanal aus der Zweigrinde.

Abies pectinata.

Fig. 29. Rindenkanal mit einseitig sehr mächtig entwickeltem Beleg.

Fig. 30. Sekretgang aus der Wurzel. Die sehr stark verdickte Begleitzellenschicht zeigt zwei Durchbrechungen durch dünnwandige Zellen (d).

Abies canadensis.

Fig. 31. Fertiger Harzgang des Blattes mit theilweise abgelöster innerer Haut.

Picea vulgaris.

Fig. 32. Rindenkanal mit deutlich sichtbarem Beleg und innerer Haut.

Fig. 33 u. 34. Gänge aus der Wurzel. 33. mit sehr regelmässigem Beleg. 34. mit einer verdickten Epithelzelle.

Pinus montana. var. Pumilio.

Fig. 35 u. 36. Querschnitt durch junge Nadelgänge.

Fig. 37. Längsschnitt durch einen jungen Gang in der Nadel. Mit Alkohol ausgewaschen. Zeigt die innere Haut deutlich.

Fig. 38. Ausgebildeter Kanal der Nadel mit verholzten Begleitzellen.

Larix europea.

Fig. 39—42. Die aufeinanderfolgenden Entwicklungsstadien eines Sekretganges der Nadel.

Dammara alba.

Fig. 43. Querschnitt durch einen Harzgang des Blattes. Der resinogene Beleg schliesst ein wohlausgebildetes Tetraëder ein.

Araucaria imbricata.

Fig. 44. Harzgang des Blattes mit homogenem Beleg.

Podocarpus neglecta.

Fig. 45. Rindengang mit wulstigem Beleg.

Podocarpus macrocarpa.

Fig. 46. Beleg des fertigen Ganges der Rinde sehr stark entwickelt.

Podocarpus bracteata.

Fig. 47. Theilstück des Beleges, welcher aussen feine Körnelung zeigt.

Podocarpus Junghuhniana.

Fig. 48. Querschnitt durch einen Rindengang.

Podocarpus cupressina.

Fig. 49. Rindenkanal mit feinzelligem Epithel.

Amyris balsamifera.

Fig. 50. Junger, markständiger Harzgang mit theilweise abgelöster Haut.

Fig. 51. Alter Gang mit stark verdickten Begleitzellen. Innere Haut deutlich sichtbar.

Calophyllum Inophyllum.

Fig. 52. Harzgang aus der Blattrippe mit gequollenem Beleg.

Dryobalanops Camphora.

Fig. 53. Markständiger Harzgang mit an einer Stelle schleifenartig vorgewölbtem Beleg.

Dipterocarpus trinervis.

Fig. 54. Querschnitt durch einen Harzgang in einem Rindenbündel.

Vatica moluccana.

Fig. 55. Markständiger Sekretbehälter mit dem gequollenen Beleg.

Fig. 56. Ein Theil eines sehr deutlich geschichteten Beleges.

Vatica ruminata.

Fig. 57. Querschnitt durch einen Harzgang eines Zweiges.

Garcinia Morella.

Fig. 58. Sekretbehälter mit dem an zwei Seiten stark entwickelten Beleg.

Garcinia Morella.

Fig. 59. Stark wulstiger Beleg.

Hedera Helix.

Fig. 60. Harzgang aus dem Mark. Zeigt den selten sichtbaren Beleg.

Pittosporum timorense.

Fig. 61. Ein an das Leptom angrenzender Gang.

Sämmtliche Gänge sind nach Entfernung des Harzes (mittelst Alkohol) gezeichnet.

J. Eggenberger.

Beiträge zur Darstellung des Bernoulli'schen Theorems, der Gammafunktion und des Laplace'schen Integrals.

Eingereicht im August 1893.

Vorbemerkungen.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung meines verehrten Lehrers, des Herrn Prof. Dr. J. H. Graf, unternommen.

Sie zerlegt sich in zwei Theile, von denen der erste (die Abschnitte I—VI) historischer, der zweite (die Abschnitte VII und VIII) analytischer Natur ist. Abschnitt I weist einleitend mit einigen Belegen auf den fructificirenden Einfluss der Entwickelung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf diejenige der Analysis hin und präcisirt den Zweck der historischen Untersuchung des ersten Theils. In Abschnitt II wird sodann die philosophische und analytische Begründung des Gesetzes der grossen Zahlen nach Bernoulli's Ars conjectandi gegeben. Die Abschnitte III, IV und V sind den mit Erfolg gekrönten Bemühungen Moivres, dem Bernoulli'schen Theorem einen bestimmten mathematischen Ausdruck zu verleihen, gewidmet, stellen das Summationsverfahren jenes Mathematikers zur Bestimmung eines Näherungswerthes für den Binomialcoefficienten dar, beleuchten die Verdienste Moivres und Stirlings um die Darstellung eines Näherungswerthes für Log Γ(x) und geben die Moivre'sche Darstellung des Laplace'schen Integrals. Abschnitt VI zeigt die Auffindung einer Summationsformel durch MacLaurin und Euler, die in hinreichend allgemeiner Weise gestattet, dem Bernoulli'schen Theorem jenes analytische Gewand zu geben, dessen Schöpfer Laplace ist, da mittelst jener Formel Näherungswerthe sowohl für Log Γ(x) wie auch für die Summe von Termen einer binomischen Entwickelung von sehr hoher Potenz innerhalb gewisser

Grenzen gefunden werden können. Den Schluss dieses Abschnittes bildet eine Zusammenstellung der gewonnenen historischen Resultate.

Der analytische Theil enthält zunächst (in Abschnitt VII) eine Untersuchung des Verfassers über eine Verallgemeinerung der von J. A. Serret gegebenen, eleganten Entwicklung eines Näherungswerthes für $\Gamma(x+1)$ aus der Formel von Wallis, zeigt dann durch eine weitere Untersuchung (in Abschnitt VIII), dass der immer noch gebräuchliche Laplace'sche Ausdruck für das Bernoulli'sche Theorem, nämlich

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\gamma} e^{-t^2}\,dt + \frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi\mu pq}} \text{ gleich ist } \frac{2}{\pi}\int_0^{\delta} e^{-t^2}\,dt.$$

Diese Vereinfachung des Laplace'schen Ausdrucks dürfte für die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die Versicherungstechnik von Werth sein.

In den Anhang wurden neben dem Quellenverzeichniss einige Anmerkungen, die den Text sonst allzu störend unterbrochen hätten, als Noten verwiesen.

I.

1. Seit *Laplace* und *Gauss* ist die Wahrscheinlichkeitsrechnung für die exakte wissenschaftliche Forschung ein unentbehrliches Hilfsmittel geworden und auch bei Fragen der Sozialpolitik und der Kultur im weiteren Sinne ist sie berufen, immer werthvollere Dienste zu leisten. Neben diesem ihrem Antheil an der Entwicklung der beobachtenden Wissenschaften ist aber auch der Gewinn nicht unbedeutend, den diese angewandte mathematische Disciplin der reinen Mathematik gebracht hat. Denn, ähnlich wie andere angewandte mathematische Wissenschaften, die Astronomie und die mathematische Physik, auf die Erfindung und Entwicklung der Infinitesimalrechnung und auf die Theorie der partiellen Differentialgleichungen im höchsten Grad anregend gewirkt haben, so ist auch die Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht ohne Einfluss auf die Entwicklung der Analysis des Endlichen und Unendlichen gewesen. Ein kurzer Blick in deren Geschichte soll uns davon überzeugen.

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung nahm ihren Ursprung im 17. Jahrhundert, in der Zeit der mathematischen Entdeckungen. Einige Würfelspielprobleme, die ihm vom *Marquis de Méré* im Jahre 1654 vorgelegt wurden, veranlassten den geistvollen französischen Philosophen und Mathematiker *Blaise Pascal* (1623—1662) mit der Unterstützung seines Zeitgenossen Pierre Fermat (1608—1665) genauer mit dem neuen Calcul sich zu beschäftigen, und die ersten Prinzipien desselben feststellend, wurden Pascal und Fermat die Begründer der Wahrscheinlichkeitsrechnung, von ihnen «géometrie du hasard» auch «aleæ geometria» genannt. Weil aber die Hilfsmittel der Analysis damals für die Lösung der Spielprobleme keine genügenden waren, erweiterte Pascal die Combinationslehre*) und zeigte deren Zusammenhang mit den figurirten Zahlen**).

Der grosse Basler Mathematiker *Jakob Bernoulli* I. (1654—1705) gab dann in seinem epochemachenden Werke über Wahrscheinlichkeit, Ars conjectandi***) (Muthmassungskunst) eine beinahe vollständige Theorie der Combinatorik, der figurirten Zahlen†) und fand auch die nach ihm benannten Zahlen†), die bekanntlich in der Reihen- und Interpolationstheorie von Wichtigkeit sind.

Pierre Raimond de Montmort (1678—1719) lieferte im Dienste der Wahrscheinlichkeitsrechnung ebenfalls Beiträge zur Analysis der Reihen††), namentlich in Bezug auf die Summation von arithmetischen Reihen höherer Ordnung.

Ein anderer, sehr bedeutender französischer Mathematiker, der nach Aufhebung des Ediktes von Nantes in London ein Asyl gefunden hatte, *Abraham de Moivre*, entdeckte bei seinen Studien über die Wahrscheinlichkeitsrechnung die recurrenten Reihen, deren Theorie er in dem für die Analysis bedeutsamen Buche: *Miscellanea analytica de seriebus et quadraturis* (London 1730) vortrug†††). Moivres weitere sehr werthvolle Beiträge zur Analysis werden im Verlaufe meiner historischen Untersuchung noch deutlicher hervortreten.

Den Forschungen der beiden grossen französischen Analysten, *Joseph Louis Lagrange* (1736—1813) und *Pierre Simon Laplace* (1749

*) Die Anfänge der Combinatorik waren aus einer Schrift Guldins vom Jahre 1622 bekannt.

**) In einem nachgelassenen Werke Pascals: Traité du triangle arithmétique. Paris 1665.

***) Basel 1713. Herausgegeben und mit einem Vorwort versehen von Nikolaus Bernoulli, dem Neffen Jakob Bernoulli's.

†) Ars conjectandi, Lib. II.

††) Montmort, Essai d'analyse sur le jeu de hasard. Paris 1708.

†††) Lib. II. Cap. II. De natura serierum recurrentium.
Lib. IV. Cap. II. De summis serierum recurrentium.
Auch Moivres Doctrine of chances enthält in der 2. Ausgabe (London 1738) einen Abriss der Theorie von «the summation of the recurring series», p. 193 ff.

bis 1827), auf dem Gebiete der Wahrscheinlichkeit verdankt die höhere Analysis (die sich allerdings inzwischen durch die Arbeiten von Newton, Leibnitz, Moivre, Stirling, Taylor, Mac-Laurin, der Bernoulli, Euler u. a. schon bedeutend entwickelt hatte) ebenfalls neue und wichtige Kapitel.

Schon 1759 veröffentlichte*) der 23jährige Professor an der Artillerieschule in Turin, Lagrange, eine für die Differenzenrechnung epochemachende Abhandlung über «L'intégration d'une équation differentielle à difference finie qui contient la théorie des suites recurrentes», worin die Theorie der recurrenten Reihen verallgemeinert und deren Bedeutung für die Wahrscheinlichkeitsrechnung hervorgehoben wird.

Derjenige, welcher die Bedeutung der Lagrange'schen Arbeit am klarsten erkannte, war der ebenfalls noch junge Professor an der Pariser Militärakademie, Laplace. Schon 1774 schrieb er sein *Mémoire sur les suites recurro-recurrentes et sur leurs usages dans la théorie des hasards.***) In der Vorrede zu einem andern Mémoire***) sur la probabilité konnte er schreiben: *«J'ose me flatter que l'analyse dont je me servis pour cet object pourra mériter l'attention des géomètres».* Aus den vielen und langjährigen Arbeiten von Laplace über die Wahrscheinlichkeitsrechnung ging schliesslich sein grosses Werk über diesen Gegenstand, die *Théorie analytique des probabilités.*†) hervor, welches nicht nur für die *Wahrscheinlichkeitsrechnung grundlegend,* sondern auch für *die Integralrechnung, die Funktionen- und Interpolationstheorie sehr werthvoll ist.*

Die vorstehenden Notizen mögen dargethan haben, wie der Wahrscheinlichkeitsrechnung durch die Auffindung analytischer Hilfsmittel nicht nur die Pfade ihrer eigenen Entwicklung geebnet wurden, sondern wie sie dadurch ihrerseits auch einen wesentlichen fördernden Einfluss auf die Analysis ausgeübt hat.

Als Frucht der Wahrscheinlichkeitsrechnung darf auch das Laplace'sche Integral, welches in der mathematischen Physik eine grosse Rolle spielt,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2}\, dt = \sqrt{\pi}$$

*) In Miscellanea Taurinensia, tome I. pag. 33—42.

**) In den «Mémoires, présentés par divers savants. t. VI. p. 353—371.

***) Histoire de l'Académie des sciences pour l'année 1778. p. 227 ff. Auf den Inhalt dieser Abhandlung soll später noch zurückgekommen werden.

†) Das klassische, Napoleon I. gewidmete Buch, erschien zum ersten Mal anno 1812.

zeichnet werden. Man erhält dieses Integral aus dem Bernoulli'schen Theorem.

Sind p und q die einfachen und konstanten Wahrscheinlichkeiten zweier entgegengesetzter Ereignisse E und E', so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer sehr grossen Anzahl von $\mu = m + n$ von Versuchen das Ereigniss E in einer Anzahl von m Malen, wobei m zwischen $\mu p \pm l$ liegt, eintreffe (vorausgesetzt, dass für ein μ p-maliges Eintreffen des Ereignisses E das Maximum von Wahrscheinlichkeit vorhanden), ausgedrückt durch

$$W = \sum_{m = \mu p - l}^{m = \mu p + l} \frac{\mu !}{m!\ n!} p^m q^n$$

und zwar kann diese Wahrscheinlichkeit mit wachsendem μ beliebig nahe der Einheit gebracht werden.

Der Summenausdruck kann nun (vermittelst mehrmaliger Näherungen) in folgenden Integralausdruck übergeführt*) werden:

$$W = \frac{2}{\pi} \int_0^\gamma e^{-t^2} dt + \frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi\mu qp}}$$

Es ist dies ebenfalls die Wahrscheinlichkeit dafür, dass m innerhalb der Grenzen $\mu p \pm l$ oder hier nun innerhalb $\mu p \pm \gamma \sqrt{2\mu pq}$ liege, wo

$$\gamma = \frac{l}{\sqrt{2\mu pq.}}$$

eine Funktion von l, μ und p ist.

Den Summenausdruck für W hat Jakob Bernoulli I. schon zu Anfang des vorigen Jahrhunderts gegeben, der Integralausdruck aber in obiger Form wurde erst beinahe ein Jahrhundert später von Laplace aufgestellt.

Die Festlegung jener Summe durch Jakob Bernoulli, deren Entwickelungsprocess bis zum Integralausdruck und die dabei aufgetretenen analytischen Methoden und Resultate historisch klar zu legen, ist die Aufgabe, die ich im ersten Theil meiner Arbeit zu lösen versucht habe. Dabei waren mir die vortrefflichen Notizen von Laplace**) und

*) Vrgl. Note 1 im Anhang.

**) Laplace, Essai philosophique sur les probabilités, veröffentlicht als Einleitung in der Théorie analyt. des probabilités und in einer Separatausgabe.

Todhunter*) über die Geschichte der analytischen Darstellung des Bernoulli'schen Theorems wegleitend.

Im Essai philosophique sur les probabilités**) sagt Laplace im Abschnitt: les lois de la probabilité qui résultent de la multiplication indéfinie des évènemens: «Ce théorème indiqué par le bon sens «était difficile à démontrer par l'analyse. Aussi l'illustre géomètre «Jacques Bernoulli qui s'en est occupé le premier, attachait-il une «grande importance à la démonstration qu'il en a donnée». Weiter im Abschnitt: Notice historique sur le calcul de probabilité, wo Laplace von Bernoulli's Ars conjectandi spricht, finden wir:***)

«Cet ouvrage est encore remarquable par la justesse et la finesse «des vues, par l'emploi de la formule du binome dans ce genre de ques- «tions, et par la démonstration de ce théorème, savoir, qu'en multipliant «indéfiniment les observations et les expériences; le rapport des événe- «mens de diverses natures, approche de celui de leurs possibilités respec- «tives, dans des limites dont l'intervalle se reserre de plus en plus, en «mesure qu'ils se multiplient et devient moindre qu'aucune quantité assig- «nable. Ce théorème est très utile pour reconnaître par les observations, «les lois et les causes des phénomènes. Bernoulli attachait avec raison, «une grande importance à sa démonstration qu'il dit avoir méditée pen- «dant vingt années. . . . . .

«Moivre a repris dans son ouvrage le théorème de Jacques Bernoulli «sur la probabilité des résultats déterminés par un grand nombre d'ob- «servations. Il ne se contente pas de faire voir comme Bernoulli, que «le rapport des événemens qui doivent arriver, approche sans cesse de «celui de leurs possibilités respectives; il donne de plus une expression «élégante et simple de la probabilité que la différence de ces deux rap- «ports est contenue dans des limites données. Pour cela, il détermine «le rapport du plus grand terme du développement d'une puissance très «élevée du binome, à la somme de tous ses termes; et le logarithme hy- «perbolique de l'excés de ce terme, sur les termes qui en sont très voi- «sins. Le plus grand terme étant alors le produit d'un nombre considé- «rable de facteurs; son calcul numérique devient impraticable. Pour «l'obtenir par une approximation convergente, Moivre fait usage d'un «théorème de Stirling sur le terme moyen du binome élevé à une haute «puissance, théorème remarquable, surtout en ce qu'il introduit la racine

*) J. Todhunter, A history of the mathematical theory of probability from the time of Pascal to that of Laplace. London 1865.

**) Separatausgabe (3. éd. Paris 1816) p. 74: Théorie analyt. des probabilités, introduction p. XLVII.

***) L. c. p. 211; p. CXLVI.

«carrée du rapport de la circonférence au rayon, dans une expression «qui semble devoir être étrangère à cette transcendante. Aussi Moivre «fut-il singulièrement frappé de ce résultat que Stirling avait déduit de «l'expression de la circonférence en produits infinis, expression à laquelle «Wallis était parvenu par une singulière analyse qui contient le germe «de la théorie si curieuse et si utile des intégrales définies.»

Den Laplace'schen Bemerkungen zur Geschichte des Bernoulli'schen Theorems lasse ich noch die Uebersicht folgen, die J. Todhunter*) über die nämliche Materie gibt: «With respect to the history of the «result obtained in art. 994 (Laplace'sche Darstellung des Bernoulli'-«schen Theorems), we have to remark that James Bernoulli began «the investigation; then Stirling and De Moivre carried it on by the «aid of the theorem known by Stirling's name; and lastly, the theo-«rem known by Euler's name gave the mode of expressing the finite «summation by means of an integral. But it will be seen that prac-«tically we use only the first term of the series given in Euler's «theorem, in fact no more than amounts to evaluating an integral by «a rough approximate quadrature. Thus the result given by Laplace «was within the power of mathematiciens as soon as Stirling's Theo-«rem had been published.»

Das vortreffliche Werk Todhunters über die Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung gibt die Notizen über das Bernoulli'sche Theorem zerstreut bei der Besprechung der Arbeiten von Bernoulli, Moivre und Laplace über die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Dagegen konnte in seiner Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Darstellung der analytischen Hilfsmittel desselben gar nicht eingegangen werden. Eine zusammenhängende, eingehende Darlegung dieser Verhältnisse, besonders wenn sie wesentlich neue Resultate zu Tage zu fördern vermag, schien mir daher ebenso interessant wie werthvoll zu sein.

II.

3. In einem Begleitschreiben zu seiner Schrift: De rationiis in ludo aleae**), schrieb der gelehrte Huygens an seinen Lehrer der Mathematik Franziskus von Schooten u. a. Folgendes:

*) J. Todhunter, History of the mathematical theory of probability. art. 995 pag. 553.

**) Diese Arbeit erschien als Anhang zu Schootens Exercitationes mathematicae, 1657. Huygens hat darin zum ersten Mal die Prinzipien der Wahrscheinlichkeitslehre systematisch und analytisch formulirt, so dass Jacob Bernoulli diese Huygen'sche Schrift dann in sein erstes Buch der Ars conjectandi aufgenommen und commentirt hat.

«Quanquam, si quis penitus ea quae tradimus examinare caeperit, «non dubito quin continuò reperturus sit, rem non, ut videtur, ludicram «agi, sed pulchrae subtilissimaeque contemplationis fundamenta explicari. «Et problemata quidem, quae in hoc genere proponuntur, nihilo minus «profundae indaginis visum iri confido, quam quae Diophanti libris conti- «nentur, voluptatis autem aliquanto plus habitura, cum non, sicut illa, «in nuda numerorum consideratione terminentur.»

Bekundet damit Huygens eine hohe Meinung von der Wichtigkeit des neuen Calcüls und verheisst er demselben eine grosse Zukunft, so gelang es ihm aber doch noch nicht, sich über das Niveau der üblichen Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie, die sich bis zu jener Zeit auf das Gebiet der Spielprobleme beschränkt hatte, zu erheben.

Wenige Jahre später machte zwar der berühmte Grosspensionär von Holland, Jean de Witt, der treffliche Kenner und Förderer der Cartesianischen Geometrie, die ersten nützlichen Anwendungen auf die Rentenrechnung*); aber es blieb dem genialen Kopfe Jakob Bernoulli's I. vorbehalten, der neuen mathematischen Disciplin ihr weites Arbeitsfeld zu eröffnen.

In einer Zeit grosser wissenschaftlicher Entdeckungen hatte sich Bernoulli's schöpferische Kraft entfaltet. Längst schon hatten Baco von Verulam, Giordano Bruno u. a. m. der wissenschaftlichen Forschung den Weg der Beobachtung gewiesen und eine Reihe von grossen Forschern hatte bereits die neue Methode der Induction durch glänzende Erfolge gerechtfertigt. Kopernikus hatte die richtige Vorstellung von unserem Planetensystem gegeben, Kepler seine Gesetze der Planetenbewegung berechnet, Galilei die Fallgesetze erkannt und Newton der letzteren Gültigkeit im Universum als Gravitationsgesetz nachgewiesen. Vieles, was früher als zufällig erscheinen mochte, war durch Causalgesetze erklärt und die Domäne des Zufalls und des Aberglaubens hatte schon bedeutend an Terrain verloren. Und dennoch waren es kühne Fragen, die Bernoulli's weiter Blick in den Thatsachen zu lesen vermochte. Gibt es in den gesammten Erscheinungen überhaupt einen Zufall? Erscheint uns vielleicht das *anscheinend Zufälligste* nur *desshalb zufällig*, weil wir *seine Ursachen nicht zu ergründen vermögen?* Ist es möglich, durch fortgesetzte Beobachtungen auch das Zufälligste

*) Jean de Witt, De vardye van de lifrenten na proportie van de losrenten, ou la valeur des rentes viagères en raison des rentes libres et remboursables. La Haye 1671.

als von Gesetzen abhängig zu erkennen? Ist es überhaupt möglich, durch Beobachtungen ein genügend sicheres Resultat zu erhalten? Und in welcher Beziehung steht die Zahl der Beobachtungen zur Genauigkeit des Resultates?

4. Jakob Bernoulli I. hat seine diesbezüglichen Gedanken in dem hochinteressanten vierten Buche seiner Ars conjectandi*), betitelt: Ad Usum et applicationem praecedentis Doctrinae in Civilibus, Moralibus et Oeconomicis, niedergelegt. Das nach ihm benannte Theorem**) findet sich dort im 4. und 5. Kapitel. Die Hauptgedanken sollen ihrer grundlegenden Bedeutung wegen hier ihre Stelle finden. Cap. IV. betitelt: De duplici Modo investigandi numeros casuum. Qui sentiendum de illo, qui instituitur per experimenta. Problema singulare eam in rem propositum, hat zusammengefasst folgenden Inhalt:

Es wurde im letzten Cap. (III) gezeigt, wie die Beweiskraft von Argumenten für gewisse Dinge nach der Zahl von günstigen und ungünstigen Fällen durch Rechnung zu schätzen ist. Hier aber liegt die Schwierigkeit; denn nur für die wenigsten Erscheinungen ist die Zahl der günstigen oder ungünstigen Fälle und das Gewicht jedes Einzelnen bekannt. Beim Würfelspiel ist es allerdings nicht schwer, die Zahl der günstigen Fälle für das Eintreffen eines bestimmten Ereignisses zu berechnen und ebenso leicht ist es, die Fälle für das Ziehen eines weissen oder schwarzen Steinchens aus einer Urne, wenn das Verhältniss der verschiedenartigen Steinchen gegeben ist, zu bestimmen. Wer könnte aber jemals die Anzahl von Krankheiten, die den menschlichen Körper an allen Theilen und zu jedem Alter befallen und den Tod herbeiführen können, bestimmen und herausfinden, um wie viel leichter diese oder jene Krankheit den Tod herbeiführen können, so dass dann eine Vermuthung über das Leben eines Menschen oder dasjenige zukünftiger Generationen ausgesprochen werden könnte? Oder wer könnte die zahllosen Fälle von Veränderungen ergründen, denen die Luft tagtäglich ausgesetzt ist, um heute schon Vermuthungen über deren Zustand nach einem Monat oder nach einem Jahr aufzustellen? Oder wer kennt die Natur des menschlichen Geistes und den wunderbaren Bau unseres Körpers so genau, dass er bei einem Spiele, das grösstentheils von der Schnelligkeit und dem Verstande des Spielers abhängt, die Fälle vorauszusagen sich unterstünde, in welchen dieser oder jener Spieler gewinnt oder verliert?

---

*) Von der Liagre in seinem Calcul des probabilités sagt: «Cette ouvrage contient en germe toute la philosophie de la probabilité».

**) «The memorable theorem in the fourth part, which justly bears its authors name, will ensure him a permanent place in the history of the Theory of Probability.» J. Todhunter, History of the Theory of Probability p. 77.

Wegen der Beschränktheit unseres Geistes wäre es also ein eitles Bemühen *die verschiedenen Fälle a priori auffinden zu wollen; doch steht uns hier der Weg der Beobachtung offen: wir können die Wahrscheinlichkeit auch a posteriori, durch Beobachtung finden. Voraussetzung ist dabei, dass für bestimmte Ereignisse eine gewisse Konstanz der Ursachen angenommen werde.* Denn, wenn z. B. einmal 300 Menschen untersucht worden sind vom Alter und der Konstitution des Titius und man gefunden hätte, dass 200 davon vor Verfluss von 10 Jahren gestorben sind, so kann man den Schluss ziehen, dass es 2 Mal mehr Fälle gibt dafür, dass auch Titius innerhalb von 10 Jahren sterben, als dass er diesen Zeitraum überleben werde. Ebenso wenn einer mehrere Jahre das Wetter beobachtet, wenn er oft bei 2 Spielenden gestanden und deren Spiel verfolgt hat, so kann er mit ziemlicher Sicherheit die Wahrscheinlichkeit bestimmen dafür, dass ein diesbezügliches Ereigniss unter denselben Umständen eintritt oder nicht eintritt.

Und diese empirische Art der Bestimmung der Zahl von Fällen durch Beobachtungen ist weder neu noch ungewohnt und wird in der Praxis von jedermann angewendet. Auch ist jedem klar, *dass um einen richtigen Schluss ziehen zu können, nur wenige Beobachtungen nicht genügen, sondern dass eine grosse Anzahl derselben nöthig sind.* Obgleich diess nun aber aus der Natur der Sache von jedermann eingesehen wird, so liegt doch der auf wissenschaftlichen Prinzipien gegründete Beweis durchaus nicht auf der Oberfläche. *Es muss vielmehr untersucht werden, was vielleicht noch niemand eingefallen ist, ob durch Vermehrung der Beobachtungen auch die Wahrscheinlichkeit vermehrt werde dafür, dass die Zahl der günstigen zu den ungünstigen Beobachtungen ein wahres Verhältniss erreiche und dass diese Wahrscheinlichkeit zuletzt jeden beliebigen Grad von Gewissheit erreichen könne, oder ob das Problem vielmehr, um so zu sagen, seine Asymptoten hat, d. h. ob ein bestimmter Grad der Gewissheit gegeben sei, der auch bei beliebiger Vermehrung der Beobachtungen niemals überschritten werden könne, z. B. $^1/_2$ oder $^2/_3$ oder $^3/_4$ der Gewissheit.* Seien z. B. in einer Urne ohne dein Wissen 3000 weisse und 2000 schwarze Steinchen verborgen und du nehmest, um das Verhältniss derselben zu bestimmen, ein Steinchen nach dem andern heraus (so jedoch, dass du das gezogene, bevor du ein neues ziehst, wieder hineinlegst), und du beobachtest nun, wie oft ein weisses, wie oft ein schwarzes herauskommt. Die Frage ist nun, wie oft du dies thun könnest, damit es 10-, 100-, 1000-fach wahrscheinlicher (d. h. am Ende intellectuell gewiss) werde, dass die Zahl der Male, in denen du ein weisses, zu denen, in welchen du ein schwarzes bekommst, das Verhältniss $1^1/_2$ bilde, als dass dieses Verhältniss ein anderes davon verschiedenes sei. Ist dies nicht der Fall, so ist unser Unternehmen, die Zahl der Fälle durch Versuche zu bestimmen, werthlos. Wenn es aber der Fall ist (was wir im folgenden Cap. [V] zeigen werden), so können wir die Zahl der Fälle a posteriori erforschen, wie wenn sie uns a priori bekannt wären und das ist im praktischen Leben, wo das der Vernunft Gewisse als absolut gewiss angesehen wird, genügend, um unsere Vermuthungen in einem beliebigen Zufallsgebiet nicht weniger wissenschaftlich zu leiten als bei den Würfelspielen. Denn stellen wir uns vor, dass die Luft oder der menschliche Körper den Herd vieler Veränderungen und Krankheiten in sich schliessen, gerade so wie die Urne die Steinchen, so werden wir ebenfalls auf diesem Gebiet bestimmen können, wie viel leichter dieses oder jenes Ereigniss eintreten kann als ein anderes.

Es ist noch zu bemerken, dass ich das Verhältniss der durch die Beobachtung zu bestimmenden Fälle nicht ganz genau angeben, sondern in gewisse Grenzen einschliessen will. Im oben gegebenen Beispiel würden wir vielleicht das Verhältniss $1^1/_2$ einschliessen zwischen $\frac{301}{200}$ und $\frac{299}{200}$ oder zwischen $\frac{3001}{2000}$ und $\frac{2999}{2000}$. Es zeigt sich dann, dass es durch fortgesetzte Beobachtungen immer wahrscheinlicher wird, dass das durch Beobachtung gefundene Verhältniss der Fälle innerhalb, als dass es ausserhalb dieser Grenzen liegt.

Jakob Bernoulli schliesst den Kommentar zu seinem Theorem wörtlich so: «Hoc igitur est illud Problema, quod evulgandum hoc «loco proposui, postquam jam per vicennium pressi, et cujus per novi-«tas, tum summa utilitas cum pari conjuncta difficultate omnibus reli-«quis hujus doctrinae capitibus pondus et pretium superaddere potest.»

Schliesslich wendet sich Jakob Bernoulli noch polemisirend an gewisse Gelehrte*), welche gegen seine Theorie Einwände zu machen versucht hatten.

1) Werfen sie vor, das Verhältniss zwischen den Steinchen sei anders beschaffen als dasjenige zwischen den Krankheiten oder den Luftveränderungen; die Zahl jener sei bestimmt, die Zahl dieser dagegen unsicher und unbestimmt. Antwort: Beides ist nach unserer Erkenntniss gleich unsicher und gleich unbestimmt; aber das was an sich oder von Natur aus so ist, dass es von uns nicht allseitig erkannt werden kann, dasselbe ist ebenfalls von Gott erschaffen, und was Gott erschaffen, das bestimmte er auch, ehe er es schuf.

2) Bemerken sie: die Zahl der Steinchen sei endlich, die der Krankheiten aber nicht. Antwort: Sie ist eher erstaunlich gross als unendlich; aber zugegeben, sie sei unendlich, so ist bekannt, dass auch zwischen zwei unendlichen Grössen ein bestimmtes Verhältniss bestehen kann und dass dasselbe auch durch endliche Grössen genau oder wenigstens an-

*) Es ist damit wohl Leibnitz gemeint, der über diesen Gegenstand in Briefen an Bernoulli polemisirte.

nähernd bestimmt werden kann. Ich erinnere z. B. an die Ludolf'sche Zahl. *Es hindert daher nichts, dass ein Verhältniss zwischen unendlichen Grössen doch durch eine endliche Zahl annäherungsweise ausgedrückt und durch eine endliche Zahl von Beobachtungen bestimmt werden kann.*

3) Wenden sie ein: *die Zahl der Krankheiten sei nicht constant,* sondern täglich entstünden neue. Antwort: Dass sich im Laufe der Zeit die Krankheiten vermehren, kann man nicht läugnen, *und sicherlich wird der, welcher aus heutigen Beobachtungen auf antediluviale Zeiten schliessen wollte, sehr irren. Aber hieraus folgt nur, dass bisweilen neue Beobachtungen zu machen sind,* wie sie bei den Steinchen zu machen wären, wenn die Vermuthung nahe läge, dass sich ihre Zahl verändert hätte.

5. Im V. Kapitel: «Solutio Problematis praecedentis», gibt Jakob Bernoulli I. die analytische Darstellung seines Theorems wie folgt*):

Lemma I.

Sei gegeben die Reihe

$0, 1, 2, \ldots\ldots r - 1, r, r + 1, \ldots\ldots r + s - 1, r + s$ und es werde dieselbe fortgesetzt bis ihr letztes Glied $nr + ns$ heisst, so entsteht die neue Reihe

$0, 1, 2, \ldots\ldots nr - n \ldots\ldots nr \ldots\ldots nr + n \ldots\ldots nr + ns,$

in welcher die Zahl der Glieder zwischen $nr + n$ und $nr + ns$ die Gliederzahl zwischen nr und $nr + n$ nicht mehr (wie gross auch n werde) als $s - 1$ mal übertrifft und die Zahl der Glieder links von $nr - n$ die Zahl der Glieder zwischen $nr - n$ und nr nicht mehr als $r - 1$ mal.

Lemma II. Wenn das Binom $(r + s)$ in irgend eine Potenz erhoben wird, so hat die Entwicklung immer ein Glied mehr als der Exponent Einheiten.

Lemma III. In der Entwicklung von $(r + s)^n$ ist ein Term M dann der grösste, wenn die Zahl der vorausgehenden Glieder zur Zahl der nachfolgenden, mit r und s, in indirekter, oder wenn die Dimensionen von r und s in M mit r und s in direkter Proportion stehen.

Dieser Term M hat zum näheren einen kleineren Verhältnisswerth als — bei gleichem Intervall — der nähere zum entfernteren.

Demonstr. 1. Setzt man $nt = nr + ns$, so wird

$$(r + s)^{nt} = r^{nt} + \binom{nt}{1} r^{nt-1} . s + \ldots\ldots \binom{nt}{nt-1} r . s^{nt-1} + s^{nt}$$

und der grösste Term

*) In gedrängter Uebersicht.

$$M = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,.\,(nt-ns+1)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,ns}\, r^{nr}\,.\,s^{ns} \quad \text{oder}$$

$$M = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(nt-nr+1)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,nr}\, r^{nr}\,.\,s^{ns}$$

Bezeichnet man ferner mit R_1, R_2, R_3 . . . . die rechts von M aus aufeinanderfolgenden Terme, und mit L_1, L_2, L_3, ... die entsprechenden links, so ist

$$R_1 = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,(ns+2)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,(nr-1)}\, r^{nr-1}\,.\,s^{ns+1}$$

$$L_1 = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,.\,(nr+2)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(ns-1)}\, r^{nr+1}\,.\,s^{ns-1}$$

$$R_2 = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,.\,(ns+3)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(nr-2)}\, r^{nr-2}\,.\,s^{ns+2}$$

$$L_2 = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\,.\,.\,.\,.\,.\,(nr+3)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,(ns-2)}\, r^{nr+2}\,.\,s^{ns+2},$$

woraus sich durch Division ergibt:

$$\frac{M}{L_1} = \frac{(nr+1)\,s}{n\,.\,r\,.\,s} \quad \Big| \quad \frac{L_1}{L_2} = \frac{(nr+2)\,s}{(ns-1)\,r}$$

$$\frac{M}{R_1} = \frac{(ns+1)\,r}{n\,.\,r\,.\,s} \quad \Big| \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{(ns+2)\,r}{(nr-1)\,s}.$$

Es leuchtet aber ein, dass

$$nrs + s > nrs \quad \Big| \quad nrs + 2\,s > nrs - r$$

$$nrs + r > nrs \quad \Big| \quad nrs + 2\,r > nrs - s;$$

also ist auch

$$M > R_1,\ M > L_1,\ L_1 > L_2,\ R_1 > R_2.$$

Demonstr. 2. Weil

$$\frac{nr+1}{ns} < \frac{nr+2}{ns-1},\quad \frac{ns+1}{nr} < \frac{ns+2}{nr-1}.$$

so folgt auch

$$\frac{(nr+1)s}{nrs} < \frac{(nr+2)s}{(ns-1)r},\quad \frac{(ns+1)r}{nrs} < \frac{(ns+2)r}{(nr-1)s}$$

oder

$$\frac{M}{L_1} < \frac{L_1}{L_2},\ \frac{M}{R_1} < \frac{R_1}{R_2}\,.\ \text{q. e. d.}$$

Lemma IV. *In der Potenz eines Binoms, dessen Exponent nt sei, kann n so gross genommen werden, dass der grösste Term M in Bezug auf 2 Terme L und R, welche um das Intervall von n Termen* *nach links und rechts von M abstehen, einen grösseren Verhältnisswerth hat, als irgend ein gegebenes Verhältniss.*

Demonstr. Es wurde gefunden

$$M = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\ldots\ldots(nr+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots\ldots ns}\,r^{nr}\,.\,s^{ns}$$
$$= \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\ldots\ldots(ns+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots\ldots nr}\,r^{nr}\,.\,s^{ns},$$

und weil

$$L_n = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\ldots\ldots(nr+n+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots\ldots ns-n}\,r^{nr+n}\,.\,s^{ns-n},$$
$$R_n = \frac{nt\,(nt-1)\,(nt-2)\ldots\ldots(ns+n+1)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots\ldots nr-n}\,r^{nr-n}\,.\,s^{ns+n},$$

so wird

$$\frac{M}{L_n} = \frac{(nr+n)\,(nr+n-1)\ldots\ldots(nr+1)}{(ns-n+1)\,(ns-n+2)\ldots\ldots ns}\,.\,\frac{s^n}{r^n},$$

$$\frac{M}{R_n} = \frac{(ns+n)\,(ns+n-1)\ldots\ldots(ns+1)}{(nr-n+1)\,(nr-n+2)\ldots\ldots ns}\,.\,\frac{r^n}{s^n}.$$

Hieraus erhält man, wenn man die Potenzen r^n und s^n auf die einzelnen Faktoren vertheilt,

$$\frac{M}{L_n} = \frac{(nrs+ns)\,(nrs+ns-s)\ldots\ldots(nrs+s)}{(nrs-nr+r)\,(nrs-nr+2\,r)\ldots\ldots nrs},$$
$$\frac{M}{R_n} = \frac{(nrs+nr)\,(nrs+nr-2)\ldots\ldots(nrs+r)}{(nrs-ns+s)\,(nrs-ns+2\,s)\ldots\ldots nrs}.$$

Dividirt*) man durch n, so folgt für $\lim n = \infty$

$$\frac{M}{L_n} = \frac{(rs+s)\,(rs+s)\ldots\ldots(rs+s)\,rs}{(rs-r)\,(rs-r)\ldots\ldots(rs-s)\,rs}$$
$$\frac{M}{R_n} = \frac{(rs+r)\,(rs+r)\ldots\ldots(rs+r)\,rs}{(rs-s)\,(rs-s)\ldots\ldots(rs-s)\,rs}.$$

Der Werth dieser Quotienten ist aber wegen der unendlichen Anzahl von Factoren, von denen jeder grösser als 1 ist, selber unendlich gross. Wenn aber sowohl $\frac{M}{L_n}$ wie auch $\frac{M}{R_n}$ unendlich gross

---

*) Bernoulli gebraucht hier bei der analytischen Erläuterung für das Zeichen $+$ das wohl bei keinem andern Mathematiker angewendete Zeichen ♉︎. Sein Gleichheitszeichen ist übrigens immer ∞.

werden kann, so ist gezeigt, dass in der That der Werth des Verhältnisses vom grössten Term einer binomischen Entwicklung zu einem andern Term grösser ist, als bei irgend einem gegebenen Verhältniss.

Lemma V. *Es kann die Zahl n so gross genommen werden, dass die Summe aller Glieder in der binomischen Entwicklung, genommen vom grössten M nach beiden Seiten bis und mit L_n und R_n, zur Summe aller übrigen Glieder ein Verhältniss von grösserem Werth bildet als irgend ein gegebenes.*

Demonstr. Man bezeichne die Terme links von M wie früher mit L_1, L_2, L_3 . . . . links von L_n mit L_{n+1}, L_{n+2}, L_{n+3}, ... , dann ist noch Lem. III.:

$$\frac{M}{L_1} < \frac{L_n}{L_{n+1}}\,,\ \frac{L_1}{L_2} < \frac{L_{n+1}}{L_{n+2}}\,;\ \frac{L_2}{L_3} < \frac{L_{n+2}}{L_{n+3}}\,, \ldots\ldots$$

ebenso

$$\frac{M}{L_n} < \frac{L_1}{L_{n+1}} < \frac{L_2}{L_{n+2}} < \frac{L_3}{L_{n+3}} < \ldots\ldots$$

Für lim n $= \infty$ wird nach Lem. IV $\frac{M}{L_n} = \infty$, umsomehr $\frac{L_1}{L_{n+2}} = \infty$ und $\frac{L_2}{L_{n+2}} = \infty$. . . . . Daher schliesslich:

$$\frac{L_1 + L_2 + L_3 + \ldots\ldots}{L_{n+1} + L_{n+2} + L_{n+3} + \ldots\ldots} = \infty.$$

d. h. die Summe aller Terme zwischen M und L_n genommen, ist unendlich mal grösser als die Summe von ebenso viel Termen ausserhalb von L_n. Nach Lemma I ist aber die Anzahl der Glieder ausserhalb von L_n s—1, also eine endliche Zahl mal grösser als die Anzahl der Glieder zwischen L_n und M: daher ist die Summe der Glieder zwischen L und M (auch mit Ausschluss von M) unendlich mal grösser als die Summe der Glieder ausserhalb L_n.

Das Nämliche kann gezeigt werden vom Verhältniss der Summe der Glieder zwischen M und R_n zu der Summe derjenigen ausserhalb R_n. Schliesslich wird somit die Summe aller Glieder zwischen L_n und R_n (inclus. L_n, R_n und M) das Unendlichvielfache aller übrigen Glieder.

Scol. Es soll noch gezeigt werden, *dass auch dann, wenn n endlich bleibt, die Summe der Terme zwischen L_n und R_n zur Summe der übrigen Terme ein Verhältniss ausmacht, das jedes gegebene Verhältniss C an Werth übertrifft.*

Es werde das Verhältniss $\frac{r+1}{r}$, welches kleiner ist als $\frac{rs+s}{rs-r}$, in die m^{te} Potenz erhoben, so dass

$$\left(\frac{r+1}{r}\right)^m \overline{>} c\,(s-1).$$

Um m zu bestimmen, hat man

$$m \operatorname{Log}(r+1) - m \operatorname{Log} r \overline{>} \operatorname{Log} c\,(s-1), \text{ also}$$

$$m \overline{>} \frac{\operatorname{Log} c\,(s-1)}{\operatorname{Log}(r+1) - \operatorname{Log} r}.$$

In Lemma IV wurde das Verhältniss $\frac{M}{L_n}$ aus dem Produkt

$$\frac{nrs+ns}{nrs-ns+r} \cdot \frac{nrs+ns-s}{nrs-nr+2r} \cdot \ldots\ldots \frac{nrs+s}{nrs} \text{ gefunden.}$$

Wird nun n richtig gewählt, so muss einmal einer dieser Brüche gleich $\frac{r+1}{r}$ sein. Bezeichnen wir die Ordnung dieses Bruches in der Faktorenreihe mit m, so ist

$$\frac{r+1}{r} = \frac{nrs+ns-ms+s}{nrs-nr+mr} \text{ und}$$

$$n = m + \frac{ms-s}{r+1},$$

$$nt = mt + \frac{mst-st}{r+1}.$$

nt ist der Exponent, welcher dem Binom gegeben werden muss, damit der grösste Term M der Entwicklung die Grenze L_n um mehr als c (s—1) übertrifft. Der Beweis ergibt sich so: Der Bruch von der Ordnung m wird durch obige Annahme von n gleich $\frac{r+1}{r}$. Nun ist aber nach Voraussetzung $\left(\frac{r+1}{r}\right)^m \overline{>} c\,(s-1)$. Weil nun aber alle Brüche, die in obigem Product dem Factor von der Ordnung m vorausgehen, grösser sind als $\frac{r+1}{r}$, die nachfolgenden aber nach der Einheit convergiren, so muss das Product aller grösser sein als $\left(\frac{r+1}{r}\right)^m$ und also um so mehr grösser als c (s—1). Da nun aber jenes Product gleich dem Verhältniss von $\frac{M}{L}$ ist, so folgt

$$M > c\,(s-1)\,L.$$

Ferner ist

$$\frac{M}{L_n} < \frac{L_1}{L_{n+1}} < \frac{L_2}{L_{n+2}} < \ldots\ldots < \frac{L_n}{L_{2n}},$$

also

$$\frac{L_1 + L_2 + L_3 + \ldots\ldots}{L_{n+1} + L_{n+2} + L_{n+3} + \ldots\ldots} > c\,(s - 1).$$

Weil aber die Gliederzahl ausserhalb L_n $(s-1)$ mal grösser ist als diejenige zwischen L und M, so folgt, dass das Verhältniss der Summe der Glieder innerhalb von M und L_n zur Summe aller Glieder ausserhalb von L_n grösser als c ist.

Für die Terme rechts von M erhält man dasselbe Resultat. Ausgehend vom Verhältniss $\frac{s+1}{s} < \frac{rs+r}{rs}$ erhalte ich analog durch dieselbe Betrachtung

$$m \geqq \frac{\operatorname{Log} c\,(r - 1)}{\operatorname{Log}(s+1) - \operatorname{Log} s} \text{ und}$$

$$nt = mt + \frac{mrt - rt}{s+1}.$$

Die gestellte Aufgabe ist somit gelöst; es kann eine bestimmte Potenz berechnet werden, welche die verlangte Eigenschaft besitzt.

6. *Propos. Princip.* Es folgt endlich der Satz selbst, zu dessen analytischer Darstellung die vorausgegangenen Lemmata gegeben werden mussten.

Es seien einem Ereigniss r Fälle günstig, s Fälle ungünstig, so dass das Verhältniss der günstigen zu den ungünstigen Fällen genau oder annäherungsweise gleich $\frac{r}{s}$ ist; dann ist das Verhältniss der günstigen zu allen möglichen Fällen, — wenn $r + s = t$ — gegeben durch $\frac{r}{t}$, gelegen zwischen den Grenzen $\frac{r+1}{t}$ und $\frac{r-1}{t}$.

Es ist nun zu zeigen, dass so viele Beobachtungen gemacht werden können, dass es irgend eine beliebige Grösse (etwa c) mal wahrscheinlicher wird, es sei das Verhältniss der günstigen zu allen Beobachtungen innerhalb der Grenzen $\frac{r+1}{t}$ *und* $\frac{r-1}{t}$, *als ausserhalb derselben gelegen.*

Demonstr. Angenommen nt sei die Zahl der gemachten Beobachtungen. Dann ist, da nach Voraussetzung jeder Beobachtung r Fälle günstig, s Fälle ungünstig sind, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle Beobachtungen, oder alle mit Ausnahme von einer, von zweien von dreien etc. ein günstiges Resultat liefern, gegeben resp. durch (Part. I, Prop. XIII.)

$$\frac{r^{nt}}{t^{nt}} \cdot \binom{1}{nt} \cdot \frac{r^{nt-1} . s}{t^{nt}} ; \binom{nt}{2} \frac{r^{nt-2} . s^2}{t^{nt}} ,$$

$$\binom{nt}{3} \frac{r^{nt-3} . s^3}{t^{nt}} ; \ldots\ldots\ldots$$

Es sind dies die Glieder der binomischen Entwicklung von $\left(\frac{r + s}{t}\right)^{nt}$. Hieraus ist leicht zu schliessen, dass der Wahrscheinlichkeitsgrad*) dafür, dass das Ereigniss bei nt Versuchen nr mal eintreffe, ns mal nicht, gleich ist dem grössten Terme in der Entwicklung von $(r + s)^{nt}$; ebenso wird die Zahl der günstigen Fälle für das nr + n resp. nr — n malige Eintreffen des Ereignisses bei nt Versuchen gegeben durch die Glieder L_n resp. R_n jener binomischen Entwicklung. *Folglich wird der Wahrscheinlichkeitsgrad dafür, dass das Ereigniss bei einer Zahl von nt Versuchen höchstens nr + n und wenigstens nr — n mal eintreffe, ausgedrückt sein durch die Summation aller Terme innerhalb L_n und R_n.* Der Wahrscheinlichkeitsgrad aber dafür, dass das Ereigniss mehr oder weniger als nr ± n mal eintreffe, wird ausgedrückt sein durch die Summe aller übrigen Terme, die ausserhalb von L_n und R_n liegen. Da nun aber die Potenz des Binoms so gross genommen werden kann, dass die Summe der Glieder zwischen den Grenzen L_n und R_n mehr als c mal grösser ist als die Summe der übrigen Glieder, so folgt auch, *dass so viele Beobachtungen gemacht werden können, dass der Wahrscheinlichkeitsgrad dafür, dass das Verhältniss der Zahl der günstigen Beobachtungsresultate zur Zahl aller innerhalb der Grenzen* $\frac{nr + n}{nt}$ und $\frac{nr - n}{nt}$ oder $\frac{r + 1}{t}$ und $\frac{r - 1}{t}$ *liege, mehr als c mal*

---

*) Unter dem Wahrscheinlichkeitsgrad eines Ereignisses versteht Bernoulli immer die Zahl der dem betreffenden Ereigniss günstigen Fälle.

den Wahrscheinlichkeitsgrad dafür übertrifft, dass jenes Verhältniss ausserhalb der angegebenen Grenzen liege, mit andern Worten, dass es mehr als c mal wahrscheinlicher wird, es liege die Zahl der günstigen Beobachtungsresultate innerhalb der Grenzen nr $\pm$ n als ausserhalb.

Bei der speciellen Betrachtung erklärt es sich von selbst, dass je grösser r, s und t genommen werden, desto enger die Grenzen $\frac{r+1}{t}$ und $\frac{r-1}{t}$ zusammenrücken, so dass das Verhältniss $\frac{r}{t}$ um so bestimmter gegeben werden kann. Wenn daher das Verhältniss der günstigen zu den ungünstigen Fällen etwa gleich $\frac{3}{2}$ ist, so setze man für r und s nicht 3 und 2, sondern 30 und 20, also $t = 50$, so dass die Grenzen $\frac{31}{50}$ und $\frac{29}{50}$ werden und wenn $c = 1000$ gesetzt wird, so ergibt sich (nach Scol.) als Versuchszahl

links von M

$$m > \frac{\text{Log}\,(c\,(s-1))}{\text{Log}\,(r+1) - \text{Log}\,r} = \frac{4\,.\,2787536}{142405} < 301,$$

$$nt = mt + \frac{mst - st}{r+1} < 24728;$$

rechts von M

$$m > \frac{\text{Log}\,c\,(r-1)}{\text{Log}\,(s+1) - \text{Log}\,s} = \frac{4\,.\,4623980}{211898} < 211.$$

$$nt = mt + \frac{mrt - rt}{s+1} < 25500.$$

Aus diesem Exempel geht hervor, dass es bei 25500 viel mehr als 1000 Mal wahrscheinlicher ist, dass das Verhältniss der günstigen Beobachtungen zu allen innerhalb die Grenzen $\frac{31}{50}$ und $\frac{29}{50}$ fallen werde als ausserhalb. Und ebenso, wenn man $c = 10{,}000$ setzt, dass dies mehr als 10,000 mal wahrscheinlicher wird bei 31,258 Experimenten und mehr als 100,000 mal bei 36,966 Experimenten; auf diese Weise kann man in infinitum fortfahren, indem man fortwährend zu 25,500 ein Vielfaches von 5708 addirt. Dann sagt Bernoulli weiter: «Unde «tandem hoc singulare sequi videtur, quod si eventuum omnium obser-«vationes per totam æternitatem continuaretur, — probabilitate ultimo «in perfectam certitudinem abeunte — omnia in mundo certis rationibus «et constanti vicissitudinis lege contingere deprehenderentur; adeo ut «etiam in maxime casualibus atque fortuitis quandam quasi necessitatem, «et, ut sic dicam, fatalitatem agnoscere teneamur; quam nescio annon «ipse jam Plato intendere voluerit, suo de universali rerum apocatastasi «dogmate, secundum quod omnia innumerabilium seculorum decursum «in pristinum reversura statum praedixit.»

Mit dieser weitausschauenden philosophischen Betrachtung schliesst Jakob Bernoulli I. seine Ars conjectandi, das Produkt zwanzigjähriger Geistesarbeit, sein bleibendes Denkmal in der Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

7. Die neuen genialen Ideen Bernoulli's konnten nicht verfehlen, die Polemik der einen, die Bewunderung der andern Gelehrten hervorzurufen, und es ist dafür nicht uninteressant, was Montmort schrieb:*) «On ne nous a point appris quels sont les Jeux dont cet Auteur — «Bernoulli — déterminoit les partis, ni quels sujets de politique et «de morale il avoit entrepris d'éclaircir, mais quelque surprenant que «soit ce projet, il y a lieu de croire que ce sçavant Auteur l'auroit «parfaitement exécuté. M. Bernoulli étoit trop supérieur aux autres «pour vouloir en imposer, il étoit de ce petit nombre d'hommes qui «sont propres à inventer et je me persuade qu'il auroit tenu tout ce «que promettoit le titre de son livre.»

Bernoulli hat nicht versucht, einen bestimmten mathematischen Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl der günstigen Beobachtungen innerhalb gewisser Grenzen liege, aufzustellen. Sein sehr allgemeiner aber klarer Beweis bezweckte nur, auf exaktem analytischem Wege festzulegen, dass in der That mit der Vermehrung der Beobachtungen auch die Wahrscheinlichkeit immer grösser und schliesslich zur Gewissheit wird, dass die Zahl der günstigen zu den ungünstigen Beobachtungen dem wahren Verhältniss der für das Ereigniss günstigen zu den ungünstigen Fällen gleich kommt (Gesetz der grossen Zahlen). Schon daraus geht hervor, was Bernoulli übrigens auch ausspricht, wenn er sagt:**) «Nisi enim hoc fiat, fateor actum fore de nostro conatu explorandi numeros casuum per experimenta», *dass er das bewiesene Theorem nur als Hülfssatz für die Erforschung der Wahrscheinlichkeit a posteriori betrachtet.* Und dies möchte ich

*) Montmort, Essai d'analyse sur les Jeux de hasard, 1. éd. (Paris 1708) Vorrede p. 6. Montmort kannte die Ideen Bernoulli's, dessen Werk noch nicht erschienen war, aus Fontenelle's Eloge de Mr. Bernoulli, Hist. de l'Académie de Paris 1705.

**) Ars conjectandi Lib. IV. Cap. IV. pag. 226.

ganz besonders betonen. Denn es scheint nicht berechtigt zu sein, wenn Laplace in seiner Notice historique sur le calcul des probabilités bei der Erwähnung der Verdienste Daniel Bernoulli's sagt:*) «On doit «surtout placer au nombre de ces idées originales la considération di-«recte des possibilités des événemens tirées des événemens observés. «Jacques Bernoulli et Moivre supposaient ces possibilités connues; et «ils cherchaient la probabilité que le résultat des expériences à faire «approchera de plus en plus de les représenter.»

Nicht Daniel, wie aus dem Citat hervorgehen möchte, sondern Jakob Bernoulli ist der Begründer der Theorie von der Erfahrungswahrscheinlichkeit. Er hat auch den ersten analytischen Ausdruck dafür gegeben.**) Wenn in einer Urne sich weisse und schwarze Kugeln befinden, deren Zahlenverhältniss aber unbekannt ist, so wird, wenn man in einer sehr grossen Anzahl von Versuchen a weisse und b schwarze herausgezogen hat, die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer weissen ausgedrückt durch $\frac{a}{a+b}$. Auch über die Wahrscheinlichkeit der Ursachen hat Jakob Bernoulli zuerst Untersuchungen angestellt.***) Gewiss hatte er noch tiefere analytische Studien über die Wahrscheinlichkeit a posteriori vorgesehen, wahrscheinlich auch praktische Versuche auf socialem Gebiete, aber leider wurde Bernoulli†) viel zu früh, schon mit 51 Jahren, der Wissenschaft durch den Tod entrissen und ein halbes Jahrhundert ging dahin, bis er richtig verstanden wurde, bis Daniel Bernoulli, sein Neffe, praktisch und Bayes theoretisch seine Untersuchungen über die Erfahrungswahrscheinlichkeit weiter führten.

---

*) Essai philosophique p. 214. Théorie analyt. des prob. introd. p. CXLVIII.

**) Ars conj. Lib. IV. Cap. IV.

***) id. Lib. IV. Cap. III.

†) Jakob Bernoulli I., in Basel als Sohn des Rathsherrn Nikolaus Bernoulli am 27. XII. 1654 geboren, studirte in seiner Vaterstadt Theologie und daneben fleissig Mathematik. Nach seinem theologischen Examen (1676) bereiste er die Schweiz, Holland, England und Frankreich, widmete sich dann nach seiner Rückkehr als Privatmann ganz der Mathematik und wurde im Jahre 1687 zum Professor der Mathematik an der Universität Basel ernannt, welche Stellung er bis zu seinem Tode am 16. VIII. 1695 innehatte. Mit seinem Bruder Johannes I. und seinem Neffen Daniel gehört Jakob Bernoulli I. zu den berühmtesten der Bernoulli.

III.

8. Abraham de Moivre*) war der erste, der dem Theorem Bernoulli's gebührende Aufmerksamkeit schenkte und dasselbe in geschickter Weise zu fördern verstand.

Indem aber Moivre dasselbe nicht wie Bernoulli vom Standpunkt der Wahrscheinlichkeit a posteriori aus anfasste, sondern als Untersuchungsobjekt für sich, trachtete er darnach, für den Fall, in welchem die einfache Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E als bekannt und constant gleich p, diejenige des entgegengesetzten E' gleich q vorausgesetzt wird, einen bestimmten Werth zu suchen für die Wahrscheinlichkeit, dass in einer grossen Anzahl von μ Versuchen das Ereigniss E in einer solchen Anzahl m von Malen eintreffe, die zwischen den Grenzen μ p $\mp$ l liegt, d. h. einen bestimmten Werth zu geben für den Bernoulli'schen Summenausdruck

$$\sum_{m = \mu p - l}^{m = \mu p + l} \frac{\mu!}{m!\, n!} p^m q^n$$

Zwei Schwierigkeiten mussten ihm dabei entgegentreten, die Auffindung eines allgemeinen, numerisch leicht zu berechnenden Ausdrucks für den Binomialcoefficienten resp. für die Facultät und die Summation der Terme einer binomischen Entwicklung innerhalb gewisser Grenzen. Unsere weitere historische Untersuchung wird daher in der Folge eine Periode der Geschichte der Summationsformeln in sich einbeziehen müssen.

Moivre hat die Hauptresultate seiner Untersuchungen über das Bernoulli'sche Theorem niedergelegt in einem grössern Abschnitt seiner Doctrine of chances**), betitelt: A Method of approximating the Sum

---

*) Abraham de Moivre (geb. 26. V. 1667 in Vitry, Champagne, gest. 27. XI. 1754 in London), protestantischer Refugié, durch den Widerruf des Edikts von Nantes durch Louis XIV. 1785 genöthigt, in London ein Asyl zu suchen, erwarb sich dort lange Zeit durch Privatstunden kümmerlich sein Brot. Später genoss er die Protektion Newtons und wurde 1697 Mitglied der Royal Society. Neben seinen Hauptwerken, die in der Arbeit citirt sind, schrieb er: A new method for valuing of annuities upon lives. Der nach ihm benannte Lehrsatz findet sich auf der ersten Seite seiner Miscell. anal. Der grosse Newton soll in den letzten Jahren seines Lebens zu denjenigen, welche ihm mathematische Fragen vorlegten, gesagt haben: «Go to Mr. Moivre, he knows these things better than I do.» Ein ehrenderes Zeugniss konnte Moivre wohl nicht gegeben werden.

**) P. 235 ff. Uns lag die 2. Auflage (London 1738) vor: zum ersten Male erschien das bedeutende Werk im Jahre 1718 unter dem Titel: De mensura sortis.

of the Terms of the Binomial $(a + b)^n$ expanded into a series from whence are deduced some practical Rules to estimate the Degree of Assent which is to be given to Experiments*). Die analytischen Erläuterungen zu den Resultaten dieser Untersuchung gibt Moivre zerstreut in seinem andern Buche Miscellanea analytica de serieb. et quadrat., und es mag nicht ganz ohne Werth sein, hier eine zusammenhängende Darstellung derselben zu geben.

9. In die oben erwähnte Abhandlung einleitend, erwähnt Moivre die Schwierigkeit der Summation von Gliedern einer binomischen Entwicklung und er hat für seine Zeit vollkommen Recht. Selbst die grossen Mathematiker Jakob und Nikolaus Bernoulli hätten eigentlich nicht eine Summe von solchen Gliedern gegeben, sondern nur weite Grenzen gezeigt, in welchen sich eine gewisse Summe derselben bewegen könne. Moivre sagt dann weiter: Es sind mehr als 12 Jahre verflossen**) seit ich gefunden habe, dass wenn man das Binom $(1 + 1)^n$ entwickelt, der mittlere Term zur Summe aller Terme — zu 2^n — ein Verhältniss hat, das gleich ist

$$\frac{2\ A\ (n - 1)^n}{n^n \sqrt{n-1}}\text{, worin}$$

$$\text{Log } A = \frac{1}{12} - \frac{1}{360} + \frac{1}{1260} - \frac{1}{1680} \pm \cdots\cdots\cdots$$

Für $n = \infty$, folgt

$$\text{Log } \frac{(n-1)^n}{n^n} = \text{Log } \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = -1 \text{ und}$$

setzt man

---

*) Die Abhandlung findet sich in lateinischer Uebersetzung auch als Anhang in der Miscell. analyt. Sie war schon vor der Doctrine of chances im Druck erschienen, jedoch nicht veröffentlicht worden. Es geht dies aus folgender interessanten Bemerkung hervor, die Moivre im Zusatz von Problem 87, wo er über die Schwierigkeiten des Problems sich ausspricht, macht: «I take the liberty to «say, that this is the hardest Problem, that can be proposed on the subject of «chance, for which reason I have reserved it for the last, but I hope to be for- «given if my solution is not fitted to the capacity of all Readers; howewer I shall «derive from it some Conclusions that may be of use to everybody: in order «thereto here translate a Paper of mine, which was printed Nov. 12. 1733, and «communicated to some Friends, but never yet made public, reserving to myself «the right of enlarging my own Thoughts, as occasion shall require.»

**) Es war also ums Jahr 1720.

$$\text{Log B} = -1 + \frac{1}{12} - \frac{1}{360} + \frac{1}{1260} - \frac{1}{1680} + \ldots.$$

so wird das obige Verhältniss für $n = \infty$ gleich $\frac{2B}{\sqrt{n}}$, oder wenn man die Gleichung von Log B mit — 1 multiplizirt, wird es gleich $\frac{2}{B\sqrt{n}}$.

Ueber den Werth von B äussert sich Moivre auf folgende Weise: «When I first began that inquiry, I contented myself to determine «at large the Value of B, which was done by the addition of some «Terms of the above-written Series; but as I perceiv'd that it con- «verged but slowly*), and seeing at the same time that what I had «done answered my purpose tolerably well, I desisted from proceeding «farther, till my worthy and learned Friend Mr. James Stirling, who «had applied himself after me to that inquiry, found that the Quan- «tity B did denote the square-root of the Circumference of a Circle «whose Radius is Unity, so that if that Circumference be called c the «Ratio of the middle Term to the sum of all the Terms will be ex- «pressed by $\frac{2}{\sqrt{nc}}$.»

10. Ueber diesen eleganten Ausdruck für sein gesuchtes Verhältniss war Moivre hocherfreut. Wie er aber zum Ausdruck

$$\frac{2\,A\,(n-1)^n}{n^n\sqrt{n-1}}$$

gekommen ist, darüber finden wir Auskunft in Miscellanea analytica de serieb. et quadrat. Lib. VI. Cap. II.: De regressu et Serie data ad Summam. Hier führt Moivre aus: Der Coefficient c des mittleren Gliedes im Binom $(1+1)^n$ ist, wenn man $\frac{n}{2} = m$ setzt

$$c = \frac{(m+1)\,(m+2)\,(m+3)\ldots\ldots.2\,m}{(m-1)\,(m-2)\,(m-3)\ldots.2.1.m},$$

und es wird

*) Moivre war in dieser Convergenzfrage im Irrthum. Denn die Reihe $1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{360} - \frac{1}{1260} \pm \ldots\ldots\ldots$ ist gleich der divergenten Reihe $1 - \frac{B(1)}{1.2} + \frac{B(2)}{3.4} - \frac{B(3)}{5.6} \pm \ldots\ldots$, wenn $B_{(1)}, B_{(2)}, \ldots\ldots$ die Bernoulli'schen Zahlen bedeuten.

$$\begin{aligned}\text{Log } c = & \; 2\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{3m^3} + \frac{1}{5m^5} + \frac{1}{7m^7} + \ldots\ldots \text{ in inf.}\right) \\ & + 2\left(\frac{2}{m} + \frac{8}{3m^3} + \frac{32}{5m^5} + \frac{128}{7m^7} + \ldots\ldots \text{ in inf.}\right) \\ & + 2\left(\frac{3}{m} + \frac{27}{3m^3} + \frac{243}{5m^5} + \frac{2187}{7m^7} + \ldots\ldots \text{ in inf.}\right) \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & \vdots \\ & + 2\left(\frac{m-1}{m} + \frac{(m-1)^3}{3m^3} + \frac{(m-1)^5}{5m^5} + \frac{(m-1)^7}{7m^7} + \ldots \text{ in inf.}\right)^{*)} \\ & + \text{Log } 2.\end{aligned}$$

Nimmt man aus diesen $m - 1$ Logarithmenreihen die Colonnen zusammen, so wird

$$\begin{aligned}\text{Log } c = & \; \frac{2}{m}\left(1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots\ldots + m - 1\right) \\ & + \frac{2}{3\,m^3}\left(1 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots\ldots + (m-1)^3\right) \\ & + \frac{2}{5\,m^5}\left(1 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \ldots\ldots + (m-1)^5\right) \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & \vdots \\ & \text{in inf.} \qquad + \text{Log } 2.\end{aligned}$$

Bezeichne ich nun die Reihen nach einander mit I, II, III, . . . und setze $m - 1 = s$, so wird nach den Tafeln Jakob Bernoulli's:

$$\text{I} = \frac{s^2 + s}{m}$$

$$\text{II} = \frac{\frac{s^4}{2} + s^3 + \frac{s^2}{2}}{3\,m^3}$$

$$\text{III} = \frac{\frac{s^6}{3} + s^5 + \frac{5\,s^4}{6} + \frac{s^2}{6}}{5\,m^5}$$

$$\text{IV} = \frac{\frac{s^8}{4} + s^7 + \frac{7\,s^6}{6} - \frac{7\,s^4}{12} + \frac{s^2}{6}}{7\,m^7}$$

$$\text{V} = \frac{\frac{s^{10}}{5} + s^9 + \frac{3\,s^8}{2} - \frac{7\,s^6}{2} + s^4 - \frac{3\,s^2}{10}}{9\,m^9}$$

in inf.

*) Die Convergenz der letzten Reihen ist allerdings sehr gering.

Die Colonnen dieser Summen wieder in Reihen zusammengefasst ergibt als erste, wenn $\frac{s}{m} = x$ gesetzt wird:

$$s\left(x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{x^5}{3.5} + \frac{x^7}{4.7} + \ldots\ldots \text{ in inf.}\right)$$

$$= s\left(\frac{2x}{1.2} + \frac{2x^3}{3.4} + \frac{2x^5}{5.6} + \frac{2x^7}{7.8} + \ldots\ldots \text{ in inf.}\right).$$

Entwickle ich $\text{Log}\,\frac{1+x}{1-x} = v$ in die logarithmische Reihe und multiplizire beiderseits mit $\dot{x}$*), so kommt

$$\frac{2x\dot{x}}{1} + \frac{2x^3\dot{x}}{3} + \frac{2x^5\dot{x}}{5} + \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.} = v\dot{x},$$

und nimmt man auf beiden Seiten die Fluenten (d. h. integrirt man), so hat man

$$\frac{2x^2}{1.2} + \frac{2x^4}{3.4} + \frac{2x^6}{5.6} + \ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$= x\,\text{Log}\,\frac{1+x}{1-x} - \text{Log}\,\frac{1}{1-x^2}.$$

Auf beiden Seiten mit $\frac{s}{x}$ multiplizirt, erhält, weil $\frac{s}{m} = x$, die Gleichung die Form

$$\frac{s^2}{m} + \frac{s^4}{2.3\,m^3} + \frac{s^6}{3.5\,m^5} + \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$= m\,x\,\text{Log}\,\frac{1+x}{1-x} - m\,\text{Log}\,\frac{1}{1-x^2},$$

oder weil $s = m - 1$, und $x = \frac{s}{m} = \frac{m-1}{m}$, so erhält man leicht für die Summe der

1. Colonne $= (2m - 1)\,\text{Log}\,(2m - 1) - 2m\,\text{Log}\,m$.

Die 2. Colonne besteht aus folgender Reihe

$$\frac{s}{m} + \frac{s^3}{3m^3} + \frac{s^5}{5m^5} + \ldots\ldots \text{ in inf.} = \frac{1}{2}\,\text{Log}\,\frac{m+s}{m-s}$$

$$= \frac{1}{2}\,\text{Log}\,(2m - 1).$$

Die Summe beider Colonnen wird daher gleich

$$\left(2m - \frac{1}{2}\right)\text{Log}\,(2m - 1) - 2m\,\text{Log}\,m.$$

*) Moivre bezeichnet, wie es bei den englischen Mathematikern im vorigen Jahrhundert nach dem Vorgange Newtons üblich war, das Differential dx mit $\dot{x}$.

Nimmt man dazu noch den beiseite gesetzten Log 2, so wird das Summenaggregat für Log c in erster Näherung

$$\left(2\,m - \frac{1}{2}\right) \operatorname{Log}\,(2\,m - 1) - 2\,m \operatorname{Log} m + \operatorname{Log} 2.$$

Subtrahirt man hievon den $\operatorname{Log} 2^{2m} = 2\,m \operatorname{Log} 2$, so bleibt

$$\left(2\,m - \frac{1}{2}\right) \operatorname{Log}\,(2\,m - 1) - 2\,m \operatorname{Log} 2\,m + \operatorname{Log} 2,$$

und dieser Ausdruck wird, weil $2\,m = n$, wenn man zugleich zur Exponentialfunktion übergeht, zu

$$\frac{2\,(n - 1)^{n - \frac{1}{2}}}{n^n}$$

und dies ist der angenäherte Wert des Verhältnisses des mittleren Coeffizienten des mittleren Gliedes in der Entwicklung von $(1 + 1)^n$ zur Summe aller Glieder.

Im gegebenen Ausdruck sind aber nur die beiden ersten Colonnen des logarithmischen Summenaggregates für Log c berücksichtigt, während es deren unendlich viele gibt. Die 3. Colonne konstituirt die geometrische Progression:

$$\frac{s^2}{6\,m^3} + \frac{s^4}{6\,m^5} + \frac{s^6}{6\,m^7} + \ldots\ldots \text{ in inf.} = \frac{1}{6\,m} \cdot \frac{(m-1)^2}{2\,m-1}.$$

Die 4. Colonne gibt die recurrente Reihe:

$$\frac{s^2}{180\,m^5}\left\{6 + \frac{15\,s^2}{m^2} + \frac{28\,s^4}{m^4} + \frac{45\,s^6}{m^6} + \frac{66\,s^8}{m^8} + \ldots \text{ in inf.}\right\}.$$

deren Beziehungsscala $3, -3, +1$, ist und deren Summe gefunden wird, als

$$-\frac{(4\,m^4 + 2\,m^3 + 3\,m^2 - 4\,m + 1)\,(m-1)^2}{180\,m^3\,(2\,m-1)^3}$$

Indem ich bemerkte — fährt Moivre fort — dass diese Reihen obwohl durchaus summirbar, doch sehr verwickelt werden, brachte ich sie auf den Fall des Unendlichen. Wird $m = \infty$, so ist der Werth der 3. Colonne gleich $\frac{1}{12}$, von der 4 gleich $-\frac{1}{360}$, wie man aus obigen Formeln leicht finden kann. Für die 5. und 6. Colonne habe ich die Werthe $+\frac{1}{1260}$, resp. $-\frac{1}{1680}$ gefunden.

Wird der Numerus der Logarithmenreihe Moivre's

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{360} + \frac{1}{1260} - \frac{1}{1680} \pm \ldots\ldots \text{ in inf.}$$

mit A bezeichnet, so wird das Verhältniss des mittleren Gliedes im entwickelten Binom $(1+1)^n$ — wenn n = sehr gross vorausgesetzt wird — zur Summe aller Glieder ausgedrückt durch $\frac{2A(n-1)^{n-\frac{1}{2}}}{n^n}$, wie ihn Moivre in der Doctrine of chances gegeben hat.

11. Als Resultat eines Versuches, die Constante 2 A durch Addition der 4 ersten Terme seiner logarithmischen Reihe zu bestimmen, fand Moivre die Zahl 2,168. Dieser Versuch darf hier aber um so eher übergangen werden, weil Moivre durch Bemerkungen*) von Seiten Stirlings selber zur Einsicht von der Unzulänglichkeit seiner Methode gelangte und in dem Miscellaneis Analyticis Supplementum die Untersuchung neu begann. Er bemerkt dort einleitend:

«Attamen post receptam Stirlingii Epistolam, cum mihi aliquid «vacui temporis suppeteret, constitueram totum illud denuo excutere, «atque initium sumere ab isto Problemate de inveniendis Summis Lo-«garithmorum ab unitate incipientium; ecce autem gradus quibus ad «meam solutionem adductus sum, quam ideo trado quod modus solutionis «quo utor sit longe diversus ab eo quem Stirlingius adhibuit, quo fiet «ut suspicio a me aberit me voluisse actum agere».

Moivre sucht also hier direct wie Stirling — auf den wir noch zurückkommen werden — die Summe der Logarithmen der natürlichen Zahlen und nicht mehr wie früher das Verhältniss des Coeffizienten vom mittleren Gliede zur Summe aller Glieder. Er geht aus vom Product:

$$\frac{m}{m-1} \cdot \frac{m}{m-2} \cdot \frac{m}{m-3} \cdots\cdots \frac{m}{m-m+2} \cdot \frac{m}{m-m+1},$$

und entwickelt die Logarithmen der einzelnen Factoren in folgender Darstellung:

$$\operatorname{Log} \frac{m}{m-1} = \frac{1}{m} + \frac{1}{2m^2} + \frac{1}{3m^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\operatorname{Log} \frac{m}{m-2} = \frac{2}{m} + \frac{4}{2m^2} + \frac{8}{3m^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\operatorname{Log} \frac{m}{m-3} = \frac{3}{m} + \frac{9}{2m^2} + \frac{27}{3m^3} + \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\operatorname{Log} \frac{m}{m-m+1} = \frac{m-1}{m} + \frac{(m-1)^2}{2m^2} + \frac{(m-1)^3}{3m^3} \ldots \text{ in inf.}$$

*) In einem Briefe an Moivre vom 17. Juni 1729. Vergl. Misc. analyt. Lib. VII.

Analog wie beim Coeffizientenproblem stellt nun Moivre die Colonnen als Zeilen zusammen, deren er unendlich viele erhält. Die Zähler jeder dieser Zeilen stellen eine Reihe dar von der Form:

$$1^n + 2^n + 3^n + \cdots\cdots\cdots + (m-1)^n.$$

Moivre summirt diese Potenzreihen, dividirt jede Summe durch den zugehörigen Nenner und erhält so, indem er $m - 1 = l$ setzt, folgende neue Reihen als Summen der obigen Colonnen:

$$\frac{\frac{1}{2} l^2}{m} + \frac{\frac{1}{2} l}{m}$$

$$\frac{\frac{1}{3} l^3}{2 m^2} + \frac{\frac{1}{2} l^2}{2 m^2} + \frac{\frac{1}{6} l}{2 m^2}$$

$$\frac{\frac{1}{4} l^4}{3 m^3} + \frac{\frac{1}{2} l^3}{3 m^3} + \frac{\frac{1}{4} l^2}{3 m^3}$$

$$\frac{\frac{1}{5} l^5}{4 m^4} + \frac{\frac{1}{2} l^4}{4 m^4} + \frac{\frac{1}{3} l^3}{4 m^4} - \frac{\frac{1}{30} l}{4 m^4}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\vdots$$

in inf.

Moivre nimmt wieder die Colonnen als Reihen zusammen, dividirt die erste durch m, die dritte durch $\frac{A}{2\,m}$, die vierte durch $\frac{B}{3\,.\,4\,m^3}$, die fünfte durch $\frac{C}{5\,.\,6\,m^5}$, $\cdots\cdots\cdots$; worin

$$A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$B = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} - \frac{4}{2} A = -\frac{1}{30}$$

$$C = \frac{1}{2} - \frac{1}{7} - \frac{6}{2} A - \frac{6\,.\,5\,.\,4}{2\,.\,3\,.\,4} B = \frac{1}{42}$$

$$D = \frac{1}{2} - \frac{1}{9} - \frac{8}{2} A - \frac{8\,.\,7\,.\,6}{2\,.\,3\,.\,4} B - \frac{8\,.\,7\,.\,6\,.\,5\,.\,4}{2\,.\,3\,.\,4\,.\,5\,.\,6} C = -\frac{1}{30}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

also die Bernoullischen Zahlen bedeuten, und erhält die folgenden neuen Reihen:

$$\frac{l^2}{2m} + \frac{l^3}{6m^3} + \frac{l^4}{12m^4} + \frac{l^5}{20m^5} + \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{l}{2m} + \frac{l^2}{4m^2} + \frac{l^3}{6m^3} + \frac{l^4}{8m^4} + \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{l}{m} + \frac{l^2}{m^2} + \frac{l^3}{m^3} + \frac{l^4}{m^4} + \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{3l}{m} + \frac{6l^2}{m^2} + \frac{10l^3}{m^3} + \frac{15l^4}{m^4} + \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{5l}{m} + \frac{15l^2}{m^2} + \frac{35l^3}{m^3} + \frac{70l^4}{m^4} + \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{7l}{m} + \frac{28l^2}{m^2} + \frac{84l^3}{m^3} + \frac{210l^4}{m^4} + \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

. . . .
in inf.

Die ersten beiden dieser Reihen sind logarithmische. Die Summe der ersten findet man auf folgende Weise:

Sei $v = \text{Log}\,\frac{1}{1-x}$, so ist, wenn man entwickelt,

$$xdx + \frac{1}{2}x^2dx + \frac{1}{3}x^3dx + \frac{1}{4}x^4dx + \ldots\ldots \text{ in inf.} = vdx.$$

Integrirt man, so wird

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{20}x^5 + \ldots\ldots \text{ in inf.} = v\,x + x - v$$

$$= x\,\text{Log}\,\frac{1}{1-x} + x - \text{Log}\,\frac{1}{1-x}.$$

Oder für $x = \frac{1}{m}$ gesetzt, so erhält man weil $l = m - 1$ als Summe der ersten Reihe

$$\frac{1}{2}\,\frac{(m-1)^2}{m^2} + \frac{1}{6}\,\frac{(m-1)^3}{m^3} + \frac{1}{12}\,\frac{(m-1)^4}{m^4} + \ldots \text{ in inf.}$$

$$= \frac{m - 1 - \text{Log}\,m}{m}.$$

Multiplizirt man noch mit m (wodurch man früher dividirt hat), so wird der gesuchte Werth der Reihe

$$\frac{1}{2}\,\frac{(m-1)^2}{m} + \frac{1}{6}\,\frac{(m-1)^3}{m^2} + \ldots \text{ in inf.} = m - 1 - \text{Log}\,m.$$

Die zweite Reihe hat folgende Summe, wie unmittelbar folgt:

$$\frac{1}{2}\,\frac{m-1}{m} + \frac{1}{4}\,\frac{(m-1)^2}{m^2} + \frac{1}{6}\,\frac{(m-1)^3}{m^3} + \ldots \text{ in inf.} = \frac{1}{2}\,\text{Log}\,m.$$

Die beiden ersten Reihen konstituiren also die Summe

$$m - 1 - \frac{1}{2} \operatorname{Log} m.$$

Die Summen der übrigen Reihen lassen sich rational und zwar auf folgende Weise ausdrücken (indem man zugleich wieder mit jenen Factoren, mit welchen die Reihen multiplizirt wurden, dividirt):

$$\text{Summe der 3. Reihe} = \frac{A}{2\,m}(m-1) = \frac{1}{12} - \frac{1}{12\,m}.$$

$$\text{» » 4. »} = \frac{B}{3\,.\,4\,m^3}(m^3-1) = -\frac{1}{360} + \frac{1}{360\,m^3}\ ^{*)}.$$

Analog wird:

$$\text{» » 5. »} = \frac{1}{1260} - \frac{1}{1260\,m^5}.$$

$$\text{» » 6. »} = -\frac{1}{1680} + \frac{1}{1680\,m^7}.$$

. . . .

Es wird somit:

$$\operatorname{Log}\left[\frac{m}{m-1}\cdot\frac{m}{m-2}\cdot\frac{m}{m-3}\cdots\frac{m}{2}\cdot\frac{m}{1}\right] = m - 1 - \frac{1}{2}\operatorname{Log} m$$

$$-\frac{1}{12\,m} + \frac{1}{360\,m^3} - \frac{1}{1260\,m^5} + \frac{1}{1680\,m^7} \mp \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$+\frac{1}{12} - \frac{1}{360} + \frac{1}{1260} - \frac{1}{1680} \pm \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.},$$

oder

$$\operatorname{Log}\Big[1\,.\,2\,.\,3\,\ldots\ldots(m-1)\Big] = \left(m - \frac{1}{2}\right)\operatorname{Log} m$$

$$-m + \frac{1}{12\,m} - \frac{1}{360\,m^3} + \frac{1}{1260\,m^5} - \frac{1}{1680\,m^7} \pm \ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$+1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{360} - \frac{1}{1260} + \frac{1}{1680} \mp \ldots\ldots \text{ in inf.}$$

Dies ist die *Moivre'sche Reihe für Log $\Gamma(m)$*. Fügt man derselben noch Log m bei, bezeichnet man die Summe der Constanten mit C und führt in der Reihe

$$\frac{1}{12\,m} - \frac{1}{360\,m^3} + \frac{1}{1260\,m^5} \mp \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

---

*) Es ist $3\,x + 6\,x^2 + 15\,x^3 + 21\,x^4 + \ldots \text{ in inf.} = \frac{1}{1 - x^3} - 1$ also

$$3\,\frac{m-1}{m} + 6\,\frac{(m-1)^2}{m^2} + 15\,\frac{(m-1)^3}{m\,3} + \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.} = m^3 - 1.$$

die Bernoulli'schen Zahlen ein, so geht dieselbe über in die folgende Summationsformel:

$$\sum_{m=1}^{m=m} \text{Log } m = C + \left(m + \frac{1}{2}\right) \text{Log } m - m + \frac{B(1)}{1 \, . \, 2 \, . \, m}$$

$$- \frac{B(2)}{3 \, . \, 4 \, m^3} + \frac{B(3)}{5 \, . \, 6 \, m^5} - \frac{B(4)}{7 \, . \, 8 \, m^7} \pm \ldots .$$

welche sich auch leicht aus der allgemeinen Summationsformel, die Euler, wie später gezeigt werden soll, in den Inst. Calc. Diff. Part. II, C. V. aufgestellt hat, ergibt, nämlich aus der Formel:

$$\sum z = \int z \, dx + \frac{1}{2} z + \frac{B(1)}{2\,!} \frac{dz}{dx} - \frac{B(2)}{4\,!} \frac{d^3z}{dx^3}$$

$$+ \frac{B(3)}{6\,!} \frac{d^5z}{dx^5} \mp \ldots \ldots \ldots ,$$

wenn man für $z = \text{Log } m$ setzt.

Es verdient daher hier hervorgehoben zu werden, dass Moivre zuerst, wenn auch empirisch, diese Summationsformel angewendet hat.

12. Im Weitern gibt Moivre in den Supplementa auch eine besser convergirende Reihe für die Constante, d. h. für die Reihe

$$1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{360} - \frac{1}{1260} + \frac{1}{1680} \mp \ldots \ldots \ldots \ldots \text{ in inf.},$$

welche nach seiner Ansicht «satis commode convergit in principio «post terminos quinque primos convergentiam amittit, quam tamen «postea recuperat». Indem er $m - 1 = 9$ setzt, erhält er nach seiner Formel:

$$1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{360} - \frac{1}{1280} + \frac{1}{1680} \mp \ldots \text{ in inf.} = \text{Log} 5040 \, . \, 72$$

$$- 9\tfrac{1}{2} \text{ Log } 10 + 10 - \frac{1}{12 \, . \, 10} + \frac{1}{360 \, . \, 10^3} - \frac{1}{1260 \, . \, 10^5} \pm \ldots \text{ in inf.}$$

Den cyklometrischen Charakter der Constanten hat aber Moivre nicht von sich aus erkannt; denn er war sehr erstaunt darüber, als ihm Stirling in einem Schreiben) vom 19. Juni 1729 mittheilte, dass der Werth der Constanten $\sqrt{2\pi}$ betrage.* «Nemo est profecto «qui post visam hanc superioris problematis solutionem fateri recuset «eam esse usquequaque mirabilem: sed nihil in ea fortasse mirabilius «videbitur quam qua arte Quadratura Circuli potuerit in eam induci», sagt Moivre über Stirlings Lösung. Er spricht dort auch die Vermuthung aus, Stirling habe sein Resultat mit Hülfe der Formel von

*) Veröffentlicht in Miscellanea analyt. Cap. VII.

Wallis gefunden. Er selbst habe die Sache *desshalb* nicht weiter verfolgt, weil ihm die Lösung nur ein *Mittel zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten* sei. «Adde quod cum non ideo susceptum fuisset ut «propter se solveretur, sed ut juvaret solutionem alterius cujusdam «problematis quod pulcherrimum judicaveram, mihi videbar in iis «quae feceram aliquo jure posse acquiescere.»*)

IV.

13. Es erscheint hier geboten, Moivre und seine Doctrine of chances für einen Augenblick zu verlassen, um in Stirlings mathematischem Werke: Methodus differentialis sive Tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum**) nach der Bestimmung der Constanten $\frac{1}{2}$ Log 2π zu sehen.

Stirling findet dieselbe zuerst bei der Berechnung des Verhältnisses, welches der Coeffizient des mittleren Gliedes einer binomischen Entwicklung zur Summe aller Coeffizienten hat. Die Priorität der Lösung dieses Problems erkennt er aber ausdrücklich Moivre zu, wenn er am Schlusse der Vorrede zu seinem Buche sagt: «Problema de «invenienda Uncia media in permagna dignitate binomii solutam erat «a Moivraeo ante aliquot annos quam ego idem attingeram: Nec pro«babile est quod in hunc usque diem de eodem cogitassem, in sugges«sisset Spectatissimus Vir, D. Alex. Cuming***) se plurunum suspicari «an idem solvi posset per Methodum Differentialem Newtoni.»

Stirling gibt zwei verschiedene Methoden zur Lösung des Coeffizientenproblems, wovon die eine, die auf Interpolation mit Hülfe der Differenzenrechnung beruht†), hier nicht berücksichtigt werden soll, weil dort die Bestimmung der Constanten auf numerischer Berechnung††) beruht.

Die andere Methode†††) ist nach ihm folgende:

Sei gegeben die Reihe:

$$1,\ 2,\ \frac{8}{3},\ \frac{16}{5},\ \frac{128}{35},\ \frac{256}{63},\ \ldots\ldots$$

*) Miscellaneis analyticis Supplementum p. 3.

**) London 1730.

***) Alex. Cuming darf in der Geschichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht unerwähnt bleiben. Aus Bemerkungen, die Moivre in Miscell. analyt. Cap. V macht, geht hervor, dass derselbe auch ihm manche Anregungen gegeben hat. Ueber das Leben Cumings habe ich nichts in Erfahrung gebracht.

†) Dargestellt im Propos. XXII, Ex. I p. 116 ff.

††) Vergl. Note 2 im Anhang.

†††) Method. diff. Propos. XXIII.

deren Glieder das gesuchte Verhältniss für resp. die 0., 1., 2., 3.. . . . . . . Potenz reciprok darstellen, so handelt es sich um die Interpolation des allgemeinen Gliedes der Reihe:

$$1, \quad \frac{2A}{1}, \quad \frac{4B}{3}, \quad \frac{6C}{5}, \quad \frac{8D}{7} \quad \ldots\ldots,$$

wenn mit A, B, C, D, ... allgemein unsere Reihe ausgedrückt wird.

Sei nun T irgend ein Glied dieser Reihe, so wird das folgende Glied, wenn wir einer Variablen n die Werthe 0, 2, 4, 6, ... geben, gleich sein

$$T_1 = \frac{n+2}{n+1}\, T, \text{ oder}$$

$$T_1^2 = \frac{n^2+4n+4}{n^2+2n+1}\, T^2 \text{ und}$$

$$2T_1^2 + (n+2)(T^2 - T_1^2) - \frac{T_1^2}{n+2} = 0 \quad . \qquad \alpha)$$

Man setze nun

$$T^2 = an + \frac{bn}{n+2} + \frac{cn}{(n+2)(n+4)} + \frac{dn}{(n+2)(n+4)(n+6)} + \cdots, \quad \beta)$$

worin a, b, c, d, ..., noch zu bestimmende Constante bedeuten; diese Reihe in andere Form gebracht, wird zu

$$T^2 = an + b + \frac{c-2b}{n+2} + \frac{d-4c}{(n+2)(n+4)} + \cdots\cdots$$

Analog:

$$T_1^2 = a(n+2) + b + \frac{c-2b}{(n+4)} + \frac{d-4c}{(n+4)(n+6)} + \cdots,$$

hieraus

$$(n+2)\left\{T^2 - T_1^1\right\} = -2a(n+2) + \frac{2c-4b}{n+4}$$
$$+ \frac{4d-16c}{(n+4)(n+6)} + \cdots.$$

Substituirt man neben diesem Werthe noch diejenigen für $2T_1^2$ und für $-\dfrac{T_1^2}{n+2}$ in die Gleichung α, so kommt:

$$2b - a + \frac{4c-9b}{n+4} + \frac{6d-25c}{(n+4)(n+6)} + \frac{8e-49d}{(n+4)(n+6)(n+8)} + \cdots = 0.$$

Aus dieser Gleichung ergeben sich für die Coefficienten die folgenden Bedingungsgleichungen:

$$\begin{array}{l|l} 2b - a = 0 & \text{also: } b = \frac{a}{2} \\ 4c - 9b = 0 & \quad c = \frac{9b}{4} = \frac{9a}{2.4} \\ 6d - 25c = 0 & \quad d = \frac{25c}{6} = \frac{9.25a}{2.4.6} \\ 8e - 49d = 0 & \quad e = \frac{49d}{8} = \frac{9.25.49a}{2.4.6.8}. \end{array}$$

Werden diese Werthe in die Gleichung β substituirt, so ergibt sich:

$$T^2 = a(n + \frac{n}{2(n+2)} + \frac{9n}{2.4(n+2)(n+4)} + \frac{9.25n}{2.4.6(n+2)(n+4)(n+6)} + \ldots)$$

$$= an(1 + \frac{1}{2(n+2)} + \frac{9}{2.4(n+2)(n+4)} + \frac{9.25}{2.4.6(n+2)(n+4)(n+6)} + \ldots)$$

Den Coeffizienten a bestimmt nun Stirling durch folgende Ueberlegung: Je grösser n, desto wahrer wird die Gleichung

$$T^2 = an.$$

Setzt man nun in dieser Gleichung für n der Reihe nach seine Werthe 0, 2, 4, ... und die entsprechenden für T^2, so erhält man eine Reihe von Näherungsgleichungen für a, nämlich:

$$a = 2, = 2 \cdot \frac{8}{9}, = 2 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{24}{25}, = 2 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{48}{49}, = \cdots$$

Daher ist der Werth von a gleich dem ins Unendliche fortgesetzten Produkt

$$2 . \frac{8}{9} . \frac{24}{25} . \frac{48}{49} . \frac{80}{81} . \frac{120}{121} \ldots ,$$

dessen Werth aber nach der Formel von Wallis gleich $\frac{\pi}{2}$ ist.

Es resultirt somit für T folgender Werth:

$$T = \sqrt{\frac{\pi n}{2}\left[1 + \frac{1}{2(n+2)} + \frac{9}{2.4(n+2)(n+4)} + \frac{9.25}{2.4.6(n+2)(n+4)(n+6)} + \cdots\right]}.$$

Oder es ist nach Annahme, wenn man mit M den Coeffizienten des mittleren Termes der binomischen Entwicklung bezeichnet, mit S die Summe aller Coeffizienten:

$$M : S = 1 : \sqrt{\frac{n\pi}{2}}\left[1 + \frac{1}{2(n+2)} + \frac{9}{2 \cdot 4 (n+2)(n+4)} + \ldots\ldots\right].$$

Stirling gelangt daher zu folgendem Satze:

Der Exponent des Binoms, wenn gerade, sei n, wenn ungerade n — 1; dann wird sich der mittlere Coeffizient zur Summe aller Coeffizienten verhalten, wie die Einheit zur mittleren Proportionale zwischen dem halben Kreisumfang und der einen oder anderen von folgenden Reihen:

$$n + \frac{A}{2(n+2)} + \frac{9B}{4(n+4)} + \frac{25C}{6(n+6)} + \ldots\ldots,$$

$$n - 1 - \frac{A}{2(n-3)} - \frac{9B}{4(n-5)} - \frac{25C}{6(n-7)} - \ldots\ldots,$$

wenn man allgemein die Reihen nach Newton'scher Bezeichnung mit

$A \pm B \pm C \pm D \pm \ldots\ldots.$ darstellt.

Ueber den Gebrauch der Formel spricht sich Stirling dahin aus, es genüge, wenn n = sehr gross werde, zu setzen

$$T^2 = \frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right), \text{ oder}$$

$$T = \sqrt{\frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)}.$$

Es ist also

$$M : S = 1 : \sqrt{\frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2\pi n}} \text{ (für lim n = sehr gross).}$$

Das Stirling'sche Resultat beim Coeffizientenproblem ist somit demjenigen Moivre's genau gleich: denn Moivre hat für das Verhältniss des mittleren Gliedes zur Summe aller im entwickelten Binom $(1 + 1)^n$, *für n = gerade, den nämlichen Ausdruck, jedoch ohne cyklometrische Darstellung der Constanten, gefunden.*

14. Wie Moivre, so musste auch Stirling durch das Coeffizientenproblem darauf kommen, einen numerisch leicht zu berechnenden Summenausdruck für Log $\Gamma(x)$ resp. für $\Gamma(x)$ zu suchen. Er behandelt dazu folgende Aufgabe*): *Es sei die Summe beliebig vieler Logarithmen zu finden, deren Numeri in arithmetischer Progression fortschreiten.*

*) Loc. cit. Propos. XXVIII. p. 135.

Es mögen $x + n, x + 3n, x + 5n, x + 7n, \ldots\ldots\ldots z - 3n, z - n$, beliebig viele Zahlen in arithmetischer Progression bezeichnen, die letzte sei $z - n$. Es seien ferner $\log z$ und $\log x$ die Tafellogarithmen der Zahlen z und x, und a sei gleich dem Modul, d. h. gleich dem reciproken Werth des Log. nat. von 10. Dann wird die Summe der Logarithmen der vorliegenden Reihe gleich sein der Differenz zwischen den beiden folgenden Reihen:

$$\frac{z\log z}{2n} - \frac{az}{2n} - \frac{an}{12z} + \frac{7an^3}{360z^2} - \frac{31an^5}{1260z^5} + \frac{127an^7}{1680z^7} + \ldots \mp \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

$$\frac{x\log x}{2n} - \frac{ax}{2n} - \frac{an}{12x} + \frac{7an^3}{360x^2} - \frac{31an^5}{1260x^5} + \frac{127an^7}{1680z^7} \mp \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

Diese Reihen setzen sich so ins Unendliche fort:

Man setze

$$-\frac{1}{3.4} = A, \; -\frac{1}{5.8} = A + 3B.$$

$$-\frac{1}{7.12} = A + 10B + 5C,$$

$$= \frac{1}{9.16} = A + 21B + 35C + 7D,$$

. . . .

Die Zahlen, die in den verschiedenen Werthen von A, B, C, D . . . . multiplizirt werden, sind die ersten, dritten, fünften, ... Coeffizienten der ungeraden Potenzen des Binoms. Dann wird der Coeffizient des dritten Terms $-\frac{1}{12} = A$, der des vierten $B = \frac{7}{360}$, der des fünften $C = -\frac{31}{1260}$ und so fort.

B e w e i s. Es werde die Variable z um ihre Abnahme (constante Differenz) $2n$ vermindert, d. h. man substituire $z - 2n$ für z in die Reihe

$$\frac{z\log z}{2n} - \frac{az}{2n} - \frac{an}{12z} + \frac{an^3}{360z^3} - \frac{31an^5}{1260z^5} \pm \ldots\ldots \text{ in inf.}$$

Man subtrahire die neue Reihe von der vorigen, so wird sich, nachdem man durch Division die Terme auf die nämliche Form gebracht, als Rest ergeben:

$$\log z - \frac{an}{z} - \frac{an^2}{2z^2} - \frac{an^3}{3z^3} \mp \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

d. h. der Logarithmus der Zahl $z - n$.

So ist allgemein die Abnahme zweier successiven Werthe der Reihe gleich dem Logarithmus von $z - n$, der allgemein jeden beliebigen der Logarithmen bedeuten kann, welche zu summiren sind. Die Reihe wird also die Summe der vorgegebenen Logarithmen sein, wenn von ihr die andere Reihe subtrahirt wird. Denn die Summen der Reihen sind wie diejenigen der Flächen zuweilen zu corrigiren, damit sie richtig werden (Constante).

In Exemp. II, al. 2 geht Stirling alsdann so weiter: *Will man die Summen von beliebig vielen Logarithmen der natürlichen Zahlenreihe 1, 2, 3, ... z — n haben,* so ist $n = \frac{1}{2}$, und es werden 3 oder 4 Glieder der Reihe

$$z\log z - az - \frac{a}{24z} + \frac{7a}{2880z^3} \mp \ldots\ldots\ldots\ldots,$$

zu denen man den halben Logarithmus des Kreisumfanges, dessen Radius die Einheit ist, d. h. 0.39908 zu addiren hat, die gewünschte Summe geben und zwar mit um so weniger Mühe, je mehr Logarithmen zu summiren sind (Convergenz).

15. Dies die Stirling'sche Darstellung seiner nach ihm benannten Reihe. Stirling findet also zunächst*), zwar ohne ein Verfahren anzugeben, für

$$\mathrm{Log}(x+n) + \mathrm{Log}(x+3n) + \mathrm{Log}(x+5n) + \ldots\ldots\ldots$$
$$+ \mathrm{Log}(z-3n) + \mathrm{Log}(z-n) =$$

die Differenz der beiden Reihen von natürlichen Logarithmen:

$$\frac{z\mathrm{Log}z}{2n} - \frac{z}{2n} - \frac{n}{12z} + \frac{7n^3}{360z^3} - \frac{31n^5}{1260z^7} \pm \ldots\ldots \text{ in inf.}$$
$$\frac{x\mathrm{Log}x}{2n} - \frac{x}{2n} - \frac{n}{12x} + \frac{7n^3}{360x^3} - \frac{31n^5}{1260x^7} \pm \ldots\ldots \text{ in inf.}$$

Um die Richtigkeit seines Satzes zu beweisen, erhärtet dann Stirling denselben für den Spezialfall $x = z - 2n$. Handelt es sich aber um den Logarithmus des Produktes 1. 2. 3 . . . ., so wird, da $n = \frac{1}{2}$ und $x = \frac{1}{2}$ ist,

*) Jedenfalls durch Entwicklung der einzelnen Logarithmen.

$$\operatorname{Log}\left(1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,\ldots\ldots\, (z - \tfrac{1}{2})\right) = z \operatorname{Log} z - z - \frac{1}{24z} + \frac{7}{2880\, z^3} \mp \ldots\ldots$$

$$-\left\{\frac{1}{2} \operatorname{Log} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \frac{7}{360} - \frac{31}{1260} \pm \ldots\ldots \text{ in inf.}\right\}.$$

Stirling gibt als Resultat nur die erste dieser Reihen mit der Bemerkung, man habe dazu noch $\frac{1}{2}$ Log2π zu addiren.

Wie oft in seinem Buche, gibt Stirling auch hier nur das Resultat, ohne zugleich den Weg zu weisen, auf welchem er dazu gelangt ist, was das Studium desselben sehr erschwert. *Es entzieht sich daher einer sicheren Beurtheilung, wie Stirling die Constante bestimmt hat.* Eine *numerische* Berechnung scheint mir ausgeschlossen zu sein, gerechtfertigter aber erscheint die Vermuthung, *dass er auch hier wie beim Coeffizientenproblem die Formel von Wallis angewendet hat* und *am meisten Wahrscheinlichkeit besitzt wohl die Annahme, derselbe habe in diesem Falle die Constante durch Vergleichung mit dem Resultate des Coeffizientenproblems gefunden.**)

16. Stirling gab**) schon, was hier Erwähnung verdient, das Euler-sche Integral 1. Art., nämlich:

$$B\,(r + z,\, p - r) = \int_0^1 x^{r+z-1}\,(1 - x)^{p-r-1}\,dx$$

und benutzte dasselbe zur Interpolation z. B. der Reihe

$$a,\ \frac{ra}{p},\ \frac{(r+1)b}{p+1},\ \frac{(r+2)c}{p+2},\ \ldots\ldots,$$

indem er für das allgemeine Glied T der Reihe fand:

---

*) Wenn n = gerade, so gilt nach Stirling und Moivre in der Entwicklung von $(1 + 1)^n$

$$\frac{n!}{\left(\frac{n}{2}\right)!\left(\frac{n}{2}\right)!\,2^n} = \frac{2}{\sqrt{2n\pi}}$$

woraus man, wenn für die Fakultäten der Stirling'sche Näherungswerth substituirt wird, die Constante bestimmen kann.

**) L. c. Propos. XXIV, p. 126.

$$\frac{T}{a} = \frac{\int_0^1 x^{r+z-1} (1-x)^{p-r-1} dx}{\int_0^1 x^{r-1} (1-x)^{p-r-1} dx}$$

$$\text{also } T = \frac{a\Gamma(r+z)\,\Gamma(p)}{\Gamma(r)\,\Gamma(p+z)}.$$

Ebenso fand er als intermediäres Glied T zwischen dem ersten und zweiten der folgenden Reihe

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1.3}{2.4}, \frac{1.3.5}{2.4.6}, \ldots\ldots\ldots,$$

$$T = \frac{\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}}\,dx}{\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}\,dx} = \frac{2}{\pi}$$

und *gewiss ist nicht daran zu zweifeln, Stirling war nahe daran, die Näherungswerthe für den Binomialcoeffizienten und die Fakultät auf analogem Wege zu suchen, wie es Laplace später gethan*), nämlich mit Hülfe der sogenannten Euler'schen Integrale.*

17. Es scheint, dass Stirling über sein Verfahren, die Constante zu bestimmen, auch in keiner andern Publikation**) Auskunft gegeben hat, denn Moivre schrieb noch 1738:

«But altho it be not necessary to know what relation the number «B may have to the Circumference of the Circle, provided its value «be attained, either by pursuing the Logarithmic Series before men«tioned, or any other way; yet J own with pleasure that this discovery, «besides that it has saved trouble, has spread a singular Elegancy on «the Solution.»

Bezeichnet man in der Stirling'schen Reihe $z - \frac{1}{2}$ mit m und führt die Bernoullischen Zahlen ein, so ergibt sich folgende Summationsformel:

---

*) Vergl. Note 4 im Anhang.

**) Doctrine of chances, p. 236.

$$\text{Log}\,(1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,\ldots\ldots\, m) = \frac{1}{2}\,\text{Log}\,2\pi + (m + \frac{1}{2})\,\text{Log}\,(m + \frac{1}{2})$$
$$- (m + \frac{1}{2}) - \frac{(2-1)\,B(1)}{1 \,.\, 2 \,.\, 2\,(m + \frac{1}{2})} + \frac{(2^3 - 1)\,B(2)}{3 \,.\, 4 \,.\, 2^3\,(m + \frac{1}{2})^3} + \ldots\ldots,$$

welche eine von der Moivre'schen etwas abweichende Form hat. Aus beiden Formeln aber ergibt sich für lim m $= \infty$, wenn man zur Exponentialfunktion übergeht:

$$\lim_{m=\infty} m! = m^m \; e^{-m} \sqrt{2\pi m} \;,$$

welche Formel auch die *Stirling'sche* genannt wird.

Es ist unstreitig das Verdienst des mit mathematischem Scharfsinn ausserordentlich begabten Stirling), die Constante $\sqrt{2\pi}$ bestimmt zu haben. Berücksichtigt man aber, dass Moivre zuerst das Coeffizientenproblem gestellt und gelöst hat und dass derselbe auch die andere Aufgabe, die sich aus jenem ergeben musste, die Summe der Logarithmen der natürlichen Zahlen zu suchen, unabhängig und fast gleichzeitig mit Stirling ebenfalls gelöst hat, vergisst man nicht, dass Moivre diese Formel zuerst in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, für welche ihr grosse Bedeutung zukommt, praktisch verwendet hat, so muss man sagen, dass dessen Name mit der Formel in ebenso verdienstvollem Sinne verbunden ist, wie derjenige Stirlings.*

Die Ursprungsgeschichte der Stirling'schen Formel aber ist ganz besonders geeignet, zu zeigen, wie befruchtend eine angewandte mathematische Disziplin auf die reine Mathematik wirken kann.

V.

18. Nachdem hiemit die Untersuchungen Moivres und Stirlings über das *Coeffizientenproblem* und über *die Summe von Log* $\Gamma(x)$ sowohl unter sich wie auch in ihrem gegenseitigen Verhältniss gewürdigt sind, kehren wir wieder zu Moivres Abhandlung über das *Bernoullische Theorem* in dessen «Doctrine of chances» zurück.

---

*) James Stirling, geb. 1696 in St. Ninians, Grafschaft Stirling, Schottland, gest. 5. Dez. 1770 in Leadhiks, studirte in Oxford Mathematik, bewarb sich als Agent einer schottischen Bergbaugesellschaft erfolglos um eine Professur. Er wurde schon 1729 Mitglied der Royal Society. Sein Hauptwerk, ***Methodus differentialis***, erlebte 3 Auflagen (1730, 1753, 1764), war aber schon 1718 unvollständig in den Philos. Transact. erschienen.

Als zweiten analytischen Fundamentalsatz gibt Moivre folgenden*): *Der Logarithmus des Verhältnisses, welches der Coeffizient des mittleren Termes einer binomischen Entwicklung von sehr hoher Potenz n in Bezug auf den Coeffizienten irgend eines um das Intervall l von ihm entfernten Termes hat,* wird in erster Näherung durch folgende Grösse ausgedrückt:

$$\left(m + l - \frac{1}{2}\right)\mathrm{Log}\,(m + l - 1) + \left(m - l + \frac{1}{2}\right)\mathrm{Log}(m + l - 1)$$

$$- 2m\mathrm{Log}m + \mathrm{Log}\,\frac{m + l}{m},$$

vorausgesetzt, dass $m = \frac{n}{2}$ gesetzt wird.

Sein Lösungsverfahren für dieses Resultat ist ein analoges wie beim Coeffizientenproblem, geht also aus von logarithmischen Reihen (v. Miscell. analyt. p. 128 ff.) und es braucht daher hier nicht wiederholt zu werden.

Moivre zieht dann weiter aus dem angeführten Satze die folgenden hier skizzirten Schlüsse in Form von Zusätzen.

Zusatz 1. Wenn $m = \frac{n}{2}$ eine unendliche Grösse bedeutet, so ist *der Logarithmus des Verhältnisses, welches ein Term* (immer in der Entwicklung $(1 + 1)^n$) *der vom mittleren Term um das Intervall l entfernt ist, zum letzteren hat, gleich* $-\frac{2l^2}{n}$.

Zusatz 2. Die Zahl, deren hyperbolischer Logarithmus $-\frac{2l^2}{m}$, ist gleich der Reihe

$$1 - \frac{2l^2}{n} + \frac{4l^4}{2n^2} - \frac{8l^6}{6n^3} + \frac{16l^8}{24n^4} - \frac{32l^{10}}{120n^5} \pm \ldots \text{ in inf.}$$

woraus folgt**), dass *die Summe der Terme vom grössten an bis und mit jenem, der um l Glieder entfernt* ist, gleich ist:

$$\frac{2}{\sqrt{2n\pi}}\left\{1 - \frac{2l^3}{1\,.\,3n} + \frac{4l^5}{2\,.\,5n^2} - \frac{8l^7}{6\,.\,7n^3} + \frac{16l^9}{24\,.\,9n^4} \mp \ldots \text{ in inf.}\right\}$$

Setzt man nun $l = s\sqrt{n}$, alsdann wird die Summe:

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\left\{s - \frac{2s^3}{1\,.\,3} + \frac{4s^5}{2\,.\,5} - \frac{8s^7}{6\,.\,7} + \frac{16s^9}{24\,.\,9} \mp \ldots \text{ in inf.}\right\}$$

*) Loc. cit. p. 236.

**) Moivre gibt keine weitere Begründung dieser Folgerung.

und für $s = \frac{1}{2}$, entsteht die Reihe:

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{3 \, . \, 4} + \frac{1}{2 \, . \, 5 \, . \, 8} - \frac{1}{6 \, . \, 7 \, . \, 16} + \frac{1}{24 \, . \, 9 \, . \, 32} - \frac{1}{120 \, . \, 11 \, . \, 64} + \ldots\right\}.$$

Durch Addition von 7 oder 8 Gliedern dieser ziemlich gut convergirenden Reihe erhält man nach einfacher logarithmischer Rechnung als Verhältniss der Summe der l Terme zwischen dem mittleren und dem um l entfernten in der Entwicklung von $(1 + 1)^n$ zur Summe aller Terme die Zahl 0,341344.

Z u s a t z 3. Hat ein Ereigniss dieselbe einfache und constante Wahrscheinlichkeit auf Eintreffen wie auf Nichteintreffen, so wird, wie aus den Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung hervorgeht, die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereigniss bei n Versuchen höchstens $\frac{n}{2} + l$ und wenigstens $\frac{n}{2} - l$ Mal eintreffe, ausgedrückt durch $\frac{S}{2^n}$, wenn S die Summe aller Terme in der Entwicklung von $(1 + 1)^n$, genommen zwischen den Gliedern, die um l Terme links und rechts vom mittleren abstehen (die äussersten inbegriffen), bedeutet. Die *Wahrscheinlichkeit* also, dass *ein Ereigniss unter gleichen Verhältnissen in einer solchen Zahl von Malen eintrifft, die zwischen* $\frac{n}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{n}$ *liegt, ist daher gegeben durch das Doppelte der Zahl, die im Zusatz* 2 *gefunden wurde, durch* 0,682688 und die Wahrscheinlichkeit des Gegentheils, dass die Eintreffenszahl ausserhalb diese Grenzen fällt, ist somit 0,317312.

Z u s a t z 4. Weil es aber unausführbar ist, eine unendliche Zahl von Experimenten anzustellen, so können wir den vorhergehenden Schluss auch auf grosse endliche Zahlen anwenden (folgt ein Beispiel für $n = 3600$).

Z u s a t z 5. Wir können daher als fundamentale Maxime hinstellen: *Das Verhältniss, welches in der Entwicklung des Binoms von hoher Potenz die Summe der Glieder, welche vom mittleren Term aus nach beiden Seiten um ein Intervall von* $\frac{1}{2}\sqrt{n}$ *Gliedern liegen, zur Summe der ganzen Entwicklung hat, wird ausgedrückt durch die Zahl* 0,682688 oder nahezu $\frac{28}{41}$; hiebei ist aber nicht nöthig, dass

$n = \infty$ sei; sogar für $n = 100$ liefert die Regel noch ein erträgliches Resultat, wie ich durch Versuche bestätigt finde. Noch ist zu bemerken, dass $\frac{1}{2}\sqrt{n}$, im Verhältniss bezogen auf n, um so kleiner wird, je mehr n wächst; wächst also die Zahl der Beobachtungen, so werden die Grenzen im Verhältniss zu n immer enger während die Wahrscheinlichkeit dieselbe bleibt.

Zusatz 6. Wenn $l = \sqrt{n}$ gesetzt wird, so konvergirt die Reihe in Coll. 2 weniger gut als für $l = \frac{1}{2}\sqrt{n}$, und für eine erträgliche Annäherung sind daher viel mehr Terme zu addiren. In diesem Falle gebrauche ich die mechanische Quadratur, die von Sir Isaac Newton erfunden, von Mr. Cotes*), Mr. James Stirling und mir, vielleicht noch von anderen weiter ausgebildet worden ist. Sie besteht in der Bestimmung der Fläche einer Curve, wenn man von ihr eine gewisse Anzahl von Ordinaten A, B, C, D, ... kennt, die sich in gleichen Intervallen folgen, wobei auch gilt, dass, je kürzer die Intervalle genommen werden, desto genauer das Resultat wird. Im vorliegenden Falle beschränke ich mich auf 4 Ordinaten, die mit A, B, C, D bezeichnet sein mögen. Wenn nun der Abstand der ersten von der letzten gleich l ist, so wird die Fläche gleich $\frac{(A + D) + 3(B + C)}{8} \cdot l$ sein**). Setzen wir nun die Distanzen gleich 0, $\frac{1}{6}\sqrt{n}$, $\frac{2}{6}\sqrt{n}$, $\frac{3}{6}\sqrt{n}$, $\frac{4}{6}\sqrt{n}$, $\frac{5}{6}\sqrt{n}$, und $\sqrt{n}$, verwenden für unsern Fall die 4 letzten: $\frac{3}{6}\sqrt{n}$, $\frac{4}{6}\sqrt{n}$, $\frac{5}{6}\sqrt{n}$, $\frac{6}{6}\sqrt{n}$, nehmen alsdann die Quadrate dieser Ausdrücke, verdoppeln jeden, dividiren durch n und geben jedem das Zeichen minus, so haben wir die Grössen: $-\frac{1}{2}$, $-\frac{8}{9}$, $-\frac{25}{18}$, -2, welche die hyperbolischen Logarithmen der

---

*) Cotes Roger (10. VII. 1682 — 5. VI. 1716), Professor der Astronomie und Physik in Cambridge, war der Verfasser der Harmonia mensurarum (Cambridge 1722), welche den bekannten Cotesischen Lehrsatz enthält.

**) Moivre leitet diese Formel (Miscell. analyt. lib. VII c. II: «De Methodo differentiarum») aus der Newton'schen Interpolationsformel ab, nämlich aus:

$$u_n = u + \binom{n}{1} \Delta u + \binom{n}{2} \Delta^2 u + \ldots\ldots \binom{n}{n} \Delta^n u,$$

worin u_n das allgemeine Glied, u das Anfangsglied und Δu, $\Delta^2 u$, $\Delta^3 u$ . . . . . die Anfangsglieder der ersten, zweiten, dritten . . . . . Differenzreihen sind.

Zahlen 0,60653, 0,41111, 0,24935, 0,13534 sind, die unsere 4 Ordinaten darstellen. Weil nun $l = \frac{1}{2}\sqrt{n}$ ist, so ergibt sich nach der Formel für unsere Fläche $0{,}170203\sqrt{n}$. Das Doppelte hievon multiplizirt mit $\frac{2}{\sqrt{2n\pi}}$ ergibt die Zahl 0,27160, und diese zu 0,682688 (Zusatz 7) addirt gibt 0,95428, welches die Wahrscheinlichkeit ist, dass bei n Versuchen das Ereigniss weder mehr als $\frac{n}{2} + \sqrt{n}$, noch weniger als $\frac{n}{2} - \sqrt{n}$ eintritt.

Zusatz 7. Auf demselben Wege kann man finden, wie gross die Wahrscheinlichkeit sei, dass die Zahl des Eintreffens zwischen andern Grenzen liege, z. B. zwischen $\frac{n}{2} \pm \frac{3}{2}\sqrt{n}$. Hiefür würde sich die Zahl 0,99874 finden lassen.

Bei allen Beispielen spielt $\sqrt{n}$ die Rolle eines Modulus für die Schätzung der Grenzen und der Wahrscheinlichkeiten.

Zusatz 8. *Ist die einfache und constante Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses nicht gleich der entgegengesetzten,* bildet die Zahl der günstigen zu den ungünstigen Fällen das Verhältniss $\frac{a}{b}$, *so lässt sich die Wahrscheinlichkeit dafür,* dass *das Ereigniss in n Versuchen eine solche Zahl von Malen eintreffe, die zwischen* $\frac{an}{a+b} \pm l$ *liegt,* ausdrücken durch $\frac{S}{(a+b)^n}$, wo S die Summe aller Glieder in der binomischen Entwicklung von $(a+b)^n$ bedeutet, die links und rechts im Intervall von l Gliedern (die äussersten inbegriffen) vom grössten Gliede abstehen. Das Verhältniss, welches bei einer sehr hohen Potenz des Binoms $(a+b)^n$ das grösste Glied der Entwicklung zur Summe aller übrigen Glieder hat, wird ausgedrückt durch den Bruch

$$\frac{a+b}{\sqrt{abn\pi}} \text{*)}.$$

Zusatz 9. Der Logarithmus des Verhältnisses, welches ein Term in der binomischen Entwicklung, der um das Intervall von l Termen vom grössten absteht, zu diesem hat, ist gleich

$$-\frac{a+b}{2abn}l^2.$$

*) Meines Wissens gibt Moivre nirgends eine analytische Herleitung weder von dieser Formel, noch jener im Zusatz 9. Die Lösung ergibt sich jedoch analog wie jene bei Voraussetzung gleicher entgegengesetzter Wahrscheinlichkeiten.

Zusatz 10. Ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses auf Eintreffen verschieden von derjenigen auf Nichteintreffen, so werden die Probleme, die Summation der Terme in der Entwicklung von $(a + b)^n$ betreffend, mit derselben Leichtigkeit und Methode aufgelöst wie diejenigen, wo die entgegengesetzten Wahrscheinlichkeiten dieselben sind.

Aus dem Gesagten folgt, dass der Zufall die Ereignisse, die natürlichen Institutionen gemäss eintreten, sehr wenig in ihrem Eintreffen stört. Wird z. B. ein rundes Metallstück, dessen Seiten fein polirt sind und verschiedene Farben, z. B. schwarz und weiss zeigen, aufgeworfen, so wird mit der Vermehrung der Würfe das Verhältniss der erhaltenen Schwarz und Weiss sich immer mehr der Gleichheit nähern und es ist schon bei 3600 Versuchen die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Erscheinungszahl der einen oder andern Farbe zwischen 1770 und 1830 liege annähernd $\frac{2}{3}$; in diesem Falle macht also die Abweichung von der perfekten Gleichheit nur $\frac{1}{120}$ der gesammten Versuchszahl aus und mit derselben Wahrscheinlichkeit wäre die Abweichung bei 10.000 Versuchen nur $\frac{1}{2000}$ aller Erscheinungen. Mit der Erweiterung der Grenzen aber würde die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen einer der Farben in einer Anzahl von Malen, die in diesen Grenzen liegt, immer wachsen und schliesslich zur Gewissheit werden. Diese Ausdehnung der Grenzen aber, und das ist nicht zu vergessen, ist bei Vermehrung der Beobachtungen im Vergleich zum Wachsthum der Versuchszahl nicht so beträchtlich, diese wächst direct, jene mit der Quadratwurzel.

Schliesslich müsste also bei unendlich vielen Versuchen mit Gewissheit eine *Gleichheit* unter der *Zahl der Erscheinungen von Schwarz und Weiss* eintreten.

Die nämliche Betrachtung liesse sich auch durchführen für den Fall, in welchem die entgegengesetzten Wahrscheinlichkeiten ungleiche sind.

Abraham de Moivre schliesst seine werthvolle Abhandlung mit einer Ueberlegung, die an Jakob Bernoulli's kühne Schlusskonsequenzen erinnert: «And thus in all cases it will be found, that altho Chance «produces Irregularities, still the Odds will be infinitely great, that in «process of Time, those Irregularities will bear no proportion to the «recurrency of that Order which naturally results from original Design.»*)

*) Doctrine of chances, 2. ed. p. 243.

19. J. Todhunter hält Moivre neben Laplace für den grössten Analytiker in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wenn er sagt*): «*It will not be doubted that the theorie of Probability owns more to him than to any other mathematician, with the sole exception of Laplace.*»

Pflichtet man diesem Urtheil ohne Einschränkung bei, *so muss insbesondere noch hervorgehoben werden, dass kein Mathematiker um die analytische Darstellung des Bernoulli'schen Theorems grössere Verdienste hat als Moivre.* Nicht von vorneherein von einer so hohen philosophischen Warte ausschauend wie Jakob Bernoulli und sich demnach nicht weiter über die Wahrscheinlichkeit a posteriori verbreitend, schenkte Moivre der mathematischen Analyse des Problems sein Hauptinteresse, und erfolgreich hat er die heutigen Methoden und Resultate der analytischen Darstellung desselben im Prinzip gegeben.

Es gelang Moivre nicht nur, mit Stirlings Hülfe einen leicht zu berechnenden Ausdruck für die Fakultät zu finden, sondern er hat auch schon als Summe von Termen einer binomischen Entwicklung innerhalb gewisser Grenzen den Laplace'schen Integralausdruck gegeben.

Denn:

Bezeichnet M das Mittelglied der Entwicklung von $(1+1)^n$, M_l das um ein Intervall von l Gliedern entfernte Glied, so wird nach Moivre (v. Zusatz 2)**):

$$1)\ \frac{M_l}{M} = e^{-\frac{2l^2}{n}} = 1 - \frac{2l^2}{n} + \frac{4l^2}{2n^2} + \frac{8l^6}{6n^3} \pm \ldots\ldots\ldots \text{ in inf.}$$

Wie nun Moivre die Summe der Terme zwischen M und M_l gefunden, sagt er nirgends; es lässt sich aber annehmen, dass er die Ausdrücke der linken Seite der folgenden Gleichung in Exponentialreihen entwickelt und summirt hat:

$$\frac{M_l}{M} + \frac{M_{l-1}}{M} + \ldots \frac{M_1}{M} + \frac{M}{M} = e^{-\frac{2l^2}{n}} + e^{-\frac{2(l-1)^2}{n}} + e^{-\frac{2(l-2)^2}{n}} + \ldots\ldots e^{-\frac{2}{n}} + e^0,$$

woraus sich ergibt

$M_l + M_{l-1} + \ldots\ldots + M_1 + M = M.$ [Summe der Exponentialr.]

Moivre erhält dann, indem er noch durch die Summe der ganzen Entwicklung dividirt den Ausdruck:

$$\frac{2}{\sqrt{2n\pi}}\left\{1 - \frac{2l^3}{1\,.\,3n} + \frac{4l^5}{2\,.\,5n^2} - \frac{8l^7}{6\,.\,7n^3} + \frac{16l^9}{24\,.\,9n^4} \mp \ldots \text{ in inf.}\right\}.$$

*) Todhunter, History of the Prob. p. 193.

**) Bei den folgenden Hinweisen auf Zusätze sind immer diejenigen in Moivre's Abhandlung gemeint.

Man wird sich nun leicht überzeugen, dass der Ausdruck in Parenthese weniger jene [Summe der Exponentialgrössen] darstellt, sondern genau das unbestimmte Integral der Reihe in Gleichung 1), d. h., Moivre nimmt für das Verhältniss der Summe der Terme von M bis M_1 (inclus. die äussersten) zur Summe aller Terme das bestimmte Integral, welches man gewöhnlich als Laplace'sches bezeichnet

$$\frac{2}{\sqrt{2n\pi}} \int_0^l e^{-\frac{2x}{n}} dx.$$

Um die Wahrscheinlichkeit zu erhalten, dass bei n Versuchen die Zahl der günstigen Beobachtungen sich innerhalb der Grenzen $\frac{n}{2} \pm l$ liege, verdoppelt Moivre den Werth jenes Integrals (Zusatz 3) und erhält somit allgemein für die bezeichnete Wahrscheinlichkeit:

$$W = \frac{4}{\sqrt{2n\pi}} \int_0^l e^{-\frac{2x^2}{n}} dx,$$

oder im besondern Fall, wenn $l = \frac{1}{2} \sqrt{n}$ gesetzt wird

$$W = 0{,}682688.$$

Für den Fall, in welchem die entgegengesetzten einfachen Wahrscheinlichkeiten ungleich sind, würde Moivre nach Zusatz 9 für W erhalten:

$$W = \frac{2(a+b)}{\sqrt{2abn\pi}} \int_0^l e^{-\frac{a+b}{2abn}x^2} dx.$$

Dieser Deduction haften zwei Ungenauigkeiten an. Zunächst wird das *mittlere grösste Glied zweimal gezählt.* Dieser Fehler compensirt sich zwar bei gleichen einfachen und entgegengesetzten Wahrscheinlichkeiten, wenn die Versuchszahl n als ungerade Zahl vorausgesetzt wird, in welchem Falle dann 2 Mittelglieder vorhanden sind.

Im Weiteren *benützt Moivre offenbar die Summationsformel:*

$$\sum_{x=0}^{x=l} \varphi(x) = \int_0^l \varphi(x)\, dx.$$

Wie aber im nächsten Abschnitt gezeigt werden soll, hat Maclaurin zuerst gefunden und Euler es auf andere Weise bestätigt, dass für eine stetige, nach endlichen Incrementen fortschreitende Funktion in erster Näherung die Formel gilt (wenn die Variable sehr gross wird):

$$\sum_{x=0}^{x=l} \varphi(x) = \int_0^{l+1} \varphi(x)\, dx - \frac{1}{2}\Big[\varphi(x)\Big]_0^{l+1}.$$

Darnach würde, bei gleichen entgegengesetzten, constanten Wahrscheinlichkeiten, wenn man die *Moivre'sche Funktion* $e^{-\frac{2x^2}{n}}$, die Stetigkeit besitzt und für $x = o$ ein Maximum liefert, statt $\varphi(x)$ setzt und unter der Voraussetzung, dass die Versuchszahl n eine gerade ist,

$$W = \frac{2}{\sqrt{2n\pi}}\left[2\int_0^{l+1} e^{-\frac{2x^2}{n}}\, dx - e^{-\frac{2(l+1)^2}{n}}\right]$$

und im andern Falle, wenn die Versuchszahl ungerade,

$$W = \frac{2}{\sqrt{2n\pi}}\left[2\int_0^{l+1} e^{-\frac{2x^2}{n}}\, dx - e^{-\frac{2(l+1)^2}{n}} + 1\right].$$

Ungeachtet dieser Ungenauigkeiten, die sich wohl begreifen lassen, bleibt *Moivre der Schöpfer des Laplace'schen Integrals* und hat überhaupt das Verdienst, die Infinitesimalrechnung zuerst in der Wahrscheinlichkeitstheorie fruchttragend verwerthet zu haben (z. B. auch beim Coeffizientenproblem). Ferner hat Moivre *zum ersten Mal* eine *Wahrscheinlichkeitscurve* angenommen, einzelne Flächentheile derselben durch mechanische Quadratur bestimmt (Zusatz 6) und deren Wendepunkte angegeben*). Interessant ist auch, dass Moivre im Falle von gleichen entgegengesetzten einfachen Wahrscheinlichkeiten die *Wendepunktsordinate* resp. den Term für $l = \frac{1}{2}\sqrt{n}$ (Zusatz 2) als *Fehlergrenze wählt*. Diese spielt heute bekanntlich in der Fehlertheorie**) eine wichtige Rolle, weil sich aus ihr ein charakteristischer Fehler, welcher der Wurzel aus dem mittleren Fehlerquadrat entspricht, ergibt.

Was die Analysis aus den Moivre'schen Wahrscheinlichkeitsstudien für sich gewonnen, braucht nach alledem nicht mehr weiter ausgeführt zu werden; dagegen möchten wir schliesslich noch der *logischen Klarheit und Uebersichtlichkeit* in Moivres analytischen Entwicklungen, die man bei Stirling oft vermisst und worin Moivre vielleicht der Lehrer der Meister in dieser Hinsicht — *Euler* und *Lagrange* — geworden ist, lobend gedenken.

---

*) Vergl. Note 3 im Anhang.

**) S. Hagen, Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung, p. 73 ff.

VI.

20. Zeigte sich im letzten Abschnitt die Unzulänglichkeit des Moivre'schen Verfahrens für die Ueberführung einer nach endlichen Incrementen fortschreitenden Summe zum Integral, so geht hinwieder aus den Abschnitten III und IV hervor, dass die Summationsformeln von Moivre und Stirling zur angenäherten Bestimmung eines Werthes für Log $\Gamma(x+1)$ mehr empirischer Natur waren und daher der Allgemeingültigkeit ermangelten. Aber bis um die Mitte des vorigen Jahrhunderts hatte sich die Analysis schon bedeutend entwickelt, und es musste sich in der Reihentheorie selbst das Bedürfniss nach allgemeinen Summationsformeln geltend machen.

*Maclaurin**) war der erste, der auf Grund der von *Newton* begründeten mechanischen Quadratur eine allgemeinere Summationsformel für Reihen mit endlichen Differenzen aufstellte. Er betrachtet**) eine parabolische Curve von der Gleichung:

$$y = A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + \ldots\ldots\ldots,$$

oder wenn a die Anfangsordinate bezeichnet,

$$y = a + \frac{zda}{dz} + \frac{z^2d^2a}{2\,!\,dz^2} + \frac{z^3d^3a}{3\,!\,dz^3} + \ldots\ldots\ldots$$

Maclaurin setzt nun $dz = 1$ und bezeichnet mit A, B, C, D, ... die Flächen, deren gemeinsame Basis gleich dz und deren Ordinaten respective y, dy, d^2y, d^3y ..... sind und findet für

$$A = a + \frac{da}{2\,!} + \frac{d^2}{3\,!} + \frac{d^3a}{4\,!} + \ldots\ldots\ldots$$

dann wird

$$a = A - \frac{da}{2\,!} - \frac{d^2a}{3\,!} - \frac{d^3a}{4\,!} - \ldots\ldots\ldots$$

Werden nun auf analoge Weise da, d^2a, d^3a, d^4a ...., bestimmt, wie z. B.

$$da = B - \frac{d^2a}{2\,!} - \frac{d^3a}{3\,!} - \frac{d^4a}{4\,!} - \ldots\ldots\ldots$$

. . . .

so ergibt sich schliesslich durch Substitution:

$$a = A - \frac{B}{2} + \frac{C}{12} - \frac{E}{720} + \frac{G}{30240} \mp \ldots\ldots\ldots$$

oder allgemein:

---

*) Colin Maclaurin, geboren zu Killnodden in Schottland im Jahre 1698, war Professor der Mathematik zu Aberdeen und Edinburgh. Er starb 1746.

**) Treatise of Fluxions (Edinburgh 1742) art. 830. a. fs.

$$a = A - KB + LC - MD + NE \mp \dots\dots\dots$$

worin die Coeffizienten K, L, M, N ...., wenn man $k = \frac{1}{2!}$, $l = \frac{1}{3!}$, $m = \frac{1}{4!}$, ... setzt, nach folgendem Gesetze fortschreiten:

$$K = k = \frac{1}{2}$$

$$L = kK - l = \frac{1}{12}$$

$$M = kL - lK + m = o$$

$$N = kM - lL + mK - n = -\frac{1}{720}$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots,$$

so dass also die Coeffizienten der Flächen D, F, H .... verschwinden. Nun ist A gleich dem Integral von ydz, B dasjenige von dy dz, C von d^2y dz, ..., alle Integrale innerhalb der Grenzen o und dz $= 1$ genommen. Daher ist B gleich der Differenz der Ordinaten $y_1 - y_0 = y_1 - a$, und C ist gleich der Differenz der ersten Ableitungen dieser Ordinaten nach z, E und G gleich der Differenz der 3. resp. der 5. Ableitungen derselben Ordinaten, ... Bezeichnet man diese Differenzen mit α, β, γ, δ, ..., so wird a oder:

$$y_0 = A - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{12} - \frac{\gamma}{720} + \frac{\delta}{30240} \pm \dots\dots\dots$$

Setzt man nun eine Basis z_0 z_n in n aequidistante Theile zerlegt voraus, von denen jeder Theil gleich dz $= 1$ sei, bezeichne S die Summe der aequidistanten Ordinaten $y_0 + y_1 + y_2 + \dots y_{n-2} + y_{n-1}$, sei ferner nach gegebener Definition $\alpha = y_n - y_0$,

$$\beta = \frac{dy_n}{dz} - \frac{dy_0}{dz};\ \gamma = \frac{d^3y_n}{dz^3} - \frac{d^3y_0}{dz^3}; \dots, \text{ so ist}$$

$$S = A - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{12} - \frac{\gamma}{720} + \frac{\delta}{30240} \pm \dots\dots\dots$$

Dies ist die Summationsformel von Maclaurin für den Fall eines Incrementes gleich 1; für ein beliebiges Increment h erhält derselbe analog die Formel:

$$S = \frac{A}{h} - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta h}{12} - \frac{\gamma h^3}{720} + \frac{\delta h^5}{30240} \mp \dots\dots\dots$$

Erinnert man sich, dass A die Fläche der Curve von z_0 bis z_n ist und denkt man an die Bedeutung von α, β, γ ...., so ist leicht die Identität der letztern Formel mit der folgenden, nämlich mit der Euler'schen (für h = 1)

$$\sum_{z=0}^{z=n-1} y_z = \int_0^n y dz - \frac{1}{2}\Big[y_z \Big]_0^n + \Big[\frac{B(1)}{2!}\frac{dy}{dz}\Big]_0^n - \Big[\frac{B(2)}{4!}\frac{d^3y}{dz^3}\Big]_0^n + \dots\dots\dots\dots ;$$

worin B(1), B(2), B(3) .... die Bernoulli'schen Zahlen bedeuten, festzustellen.

21. *Euler* gibt die Formel auf rein analytischem Wege in den Inst. Calcul. Different. p. II c. V: «Investigatio summae serierum ex Termino generali». Sei

$$y = f(x), \text{ dann wird:}$$

$$v = f(x-1) = y - \frac{dy}{dx} + \frac{d^2y}{2!\,dx^2} - \frac{d^3y}{3!\,dy^3} + \dots\dots\dots\dots$$

Nun ist, wenn man mit A den Werth für x = o bezeichnet, $\Sigma v = \Sigma y - y + A$, und substituirt man diesen Werth in die Gleichung:

$$\Sigma v = \Sigma y - \Sigma \frac{dy}{dx} + \frac{1}{2!}\Sigma\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^3y}{dx^3} + \dots\dots\dots ,$$

so kommt:

$$y - A = \Sigma\frac{dy}{dx} - \frac{1}{2!}\Sigma\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^3y}{dx^3} \mp \dots\dots\dots\dots$$

Setzt man $\frac{dy}{dz} = z$, so ergibt sich durch Substitution:

$$\Sigma z = \int z\,dx + \frac{1}{2!}\Sigma\frac{dz}{dx} - \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^2z}{dx^2} \pm \dots\dots\dots\dots\dots$$

$$+ \text{ Constante.}$$

Es ist aber ebenso:

$$\Sigma\frac{dz}{dx} = z + \frac{1}{2!}\Sigma\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^3z}{dx^3} \pm \dots\dots\dots$$

$$\Sigma\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{dz}{dx} + \frac{1}{2!}\Sigma\frac{d^3z}{dx^3} - \frac{1}{3!}\Sigma\frac{d^4z}{dx^4} \pm \dots\dots\dots$$

. . . .

Diese Werthe in die Gleichung für Σz eingesetzt, ergibt die neue Formel:

$$\Sigma z = \int z\,dz + \alpha z + \beta\frac{dz}{dx} + \gamma\frac{d^2z}{dx^2} + \dots\dots\dots\dots\dots ;$$

und zur Bestimmung der Coefficienten α, β, γ, ... ergeben sich die Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha - \frac{1}{2} = 0 \\ \beta - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{6} = 0 \\ \gamma - \frac{\beta}{2} + \frac{\alpha}{6} - \frac{1}{24} = 0 \\ \delta - \frac{\gamma}{2} + \frac{\beta}{6} - \frac{\alpha}{24} + \frac{1}{120} = 0. \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \text{also:} \quad \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = \frac{1}{12} \\ \gamma = 0 \\ \delta = \frac{1}{720} \\ \ldots\ldots\ldots \end{array}$$

Das Fortschreitungsgesetz der Coefficienten findet Euler nach einer längeren Untersuchung über die Bernoullischen Zahlen, die hier nicht ausgeführt werden soll, als folgendes: $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{B(1)}{2!}$, $\gamma = 0$, $\delta = -\frac{B(2)}{4!}$, $\varepsilon = 0$, ... und demnach wird seine Summenformel:

$$\Sigma z = \int z\, dx + \frac{1}{2} z + \frac{B(1)}{2!} \cdot \frac{dz}{dx} - \frac{B(2)}{4!} \cdot \frac{d^3 z}{dx^3} + \frac{B(3)}{6!} \cdot \frac{d^5 z}{dx^5} - \frac{B(4)}{8!} \cdot \frac{d^7 z}{dx^7} \pm \ldots\ldots + \text{Const.}$$

Aus dieser von Euler gegebenen Form erhält man sofort durch Subtraktion von z und durch Annahme von Grenzen, wenn man $z = \varphi(x)$ setzt, die folgende:

$$\sum_{x=0}^{x=x-1} \varphi(x) = \int_0^x \varphi(x)\, dx - \frac{1}{2}\Big[\varphi(x)\Big]_0^x + \left[\frac{B(1)\,\varphi'(x)}{2!}\right]_0^x - \left[\frac{B(2)\,\varphi'''(x)}{4!}\right]_0^x + \left[\frac{B(3)\,\varphi^{(V)}(x)}{6!}\right]_0^x \mp \ldots\ldots$$

22. Unter den zahlreichen Anwendungen, die Euler von dieser Formel macht, findet sich (im nämlichen Kapitel, Art. 157) auch diejenige zur *Ermittlung eines Näherungswerthes für Log* $\Gamma(x+1)$*). Ist $z = \text{Log}\, x$, so wird:

$$\sum_{x=1}^{x=x} \text{Log}\, x = x\, \text{Log}\, x - x + \frac{1}{2} \text{Log}\, x + \frac{B(1)}{1.2.x} - \frac{B(2)}{3.4\,x^3} \pm \ldots + C.$$

und für $x = 1$, folgt

$$C = 1 - \frac{B(1)}{1.2} + \frac{B(2)}{3.4} - \frac{B(3)}{5.6} \pm \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

*) Die folgende Darstellung gibt übrigens schon Maclaurin mittelst seiner Summationsformel, v. Treatise of fluxions, art. 842.

Nun ist nach der Formel von Wallis:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \ldots\ldots (2x-2)2x}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \ldots\ldots (2x-1)(2x-1)} \qquad (\text{für } x = \infty)$$

somit

$$\text{Log}\,\pi - \text{Log}\,2 = 2\,\text{Log}\,2 + 2\,\text{Log}\,4 + 2\,\text{Log}\,6 + \ldots + \text{Log}\,2x$$
$$- 2\,\text{Log}\,1 - 2\,\text{Log}\,3 - 2\,\text{Log}\,5 \ldots\ldots$$

Weil aber für $\lim x = \infty$:

$$\sum_{x=1}^{x=x} \text{Log}\,x = C + (x + \frac{1}{2})\,\text{Log}\,x - x$$

$$\sum_{x=1}^{x=2x} \text{Log}\,x = C + (2x - \frac{1}{2})\,\text{Log}\,2x - 2x$$

$$\sum_{x=1}^{x=x} \text{Log}\,2x = C + (x + \frac{1}{2})\,\text{Log}\,x + x\,\text{Log}\,2 - x,$$

so folgt aus den beiden letzten Gleichungen:

$$\text{Log}\,1 + \text{Log}\,3 + \text{Log}\,5 + \ldots \text{Log}(2x-1) = x\,\text{Log}\,x + (x + \frac{1}{2})\,\text{Log}\,2 - x,$$

also für $\lim x = \infty$:

$$\text{Log}\,\frac{\pi}{2} = 2\,C + (2\,x + 1)\,\text{Log}\,x + 2\,x\,\text{Log}\,2 - \text{Log}\,2 - \text{Log}\,x - 2\,x$$
$$- 2\,x\,\text{Log}\,x - (2\,x + 1)\,\text{Log}\,2 + 2\,x$$

$$\text{Log}\,\frac{\pi}{2} = 2\,C - 2\,\text{Log}\,2,\ \ C = \frac{1}{2}\,\text{Log}\,2\,\pi.$$

Es ergibt sich somit für

$$\lim_{x=\infty} \sum_{x=1}^{x=x} \text{Log}\,x = \frac{1}{2}\,\text{Log}\,2\pi + (x + \frac{1}{2})\,\text{Log}\,x - x, \text{ oder}$$

$$\lim x = \infty \quad x! = \sqrt{2\pi} + x^{x+\frac{1}{2}} e^{-x}.$$

23. Die Summationsformel von Euler und Maclaurin ist aber nicht nur geeignet für die Darstellung eines Näherungswerthes für $\text{Log}\,\Gamma(x+1)$, sondern auch *zweckmässig zur Summation der binomischen Terme* in derjenigen Form, in der sie nach Anwendung der sog. Stirling'schen Formel bei der Darstellung des Bernoulli'schen Theorems erscheinen, und in der That ist seit Laplace, der jene Formel von Euler und Maclaurin zuerst für den bezeichneten Zweck verwendete*), kein anderes Summationsverfahren gefunden worden. *Jene Formel ersetzt somit in hinreichender Weise die mühsamen empirischen Methoden Moivre's zur Ermittlung eines Näherungswerthes für den Bernoullischen Summenausdruck.*

---

*) S. Note 1 im Anhang.

Der geniale Laplace hat zum ersten Male mittelst seiner «fonctions génératrices» eine noch allgemeinere Methode angegeben, um einen Näherungswerth für Log $\Gamma(x+1)$ zu erhalten, nach welcher auch die Constante ohne Benutzung der Wallisischen Formel direct aus der Entwicklung hervorgeht*); er hat auch, nach dem Vorgange von Lagrange, die Euler-Maclaurin'sche Summationsformel auf anderem Wege gefunden. Aber Laplace räumt seinen «fonctions génératrices» gewiss einen zu grossen Einfluss auf die Darstellung des Bernoullischen Theorems ein, wenn er schreibt**): «Le calcul des fonctions génératrices, appliqué à cet objet, non seulement démontre avec facilité ce théorème, mais de plus il donne la probabilité que le rapport des évènemens observés ne s'écarte que dans certaines limites du vrai rapport de leurs possibilités respectives»; denn alle diese Consequenzen sind in genügend allgemeiner Weise schon mit Hülfe der Formel von Euler und Maclaurin zu ziehen. Schon vor Laplace, um die Mitte des vorigen Jahrhunderts, wäre es möglich gewesen, dem Bernoullischen Theorem diejenige analytische Form zu geben, die es heute besitzt. Der Grund, warum es nicht geschehen, liegt darin, dass sich von Moivre bis auf Laplace kein Mathematiker in productiver Weise auf diesem Gebiete bethätigte.

* * *

24. Die Ergebnisse des historischen Theiles dieser Arbeit, der die Entwicklungsgeschichte des Bernoulli'schen Summenausdruckes zum Laplace'schen Integralausdruck geben sollte, fassen wir folgendermassen zusammen:

1. Jakob Bernoulli I. hat nicht versucht, einen Näherungswerth für

$$\sum_{m=\mu p-1}^{m=\mu p+1} \frac{\mu!}{m!\,n!} p^m q^n$$

zu geben. Weil er das nach ihm benannte Theorem nur als Hülfssatz seiner Theorie der Wahrscheinlichkeit a posteriori betrachtete, genügte ihm der ganz allgemein gegebene Nachweis, dass mit der Vermehrung der Beobachtungen auch die Wahrscheinlichkeit immer grösser wird, dass die Erfahrungswahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich seiner absoluten wird.

---

*) Vgl. Note 4 im Anhang.

**) Essai philosophique sur les probabilités p. 74. Théorie anal. des probab., introduction p. XLVIII.

2. *Abraham de Moivre gab im Prinzip die Laplace'sche Analyse des Bernoulli'schen Theorems. Er fand nicht nur Näherungswerthe für den Binomialcoefficienten und für $\Gamma(x)$, sondern gab auch das Laplace-sche Integral als Summe des Bernoulli'schen Ausdrucks in der Form von*

$$\frac{2(p+q)}{\sqrt{2pq\mu\pi}}\int_0^1 e^{\frac{p+q}{2pq\mu}x^2}dx.$$

3. *James Stirling hat, auf Anregung Moivre's, den cyklometrischen Charakter der den Näherungswerth für $\Gamma(x)$ und das Laplace-sche Integral begleitenden Constanten erkannt.*

4. *Aber erst der Summationsformel, welche von Maclaurin, dann von Euler gefunden worden ist, verdankt das Bernoulli'sche Theorem die allgemeine Entwicklung jener exakten analytischen Form, die ihm von Laplace gegeben wurde.*

VII.

25. Der jetzt folgende Abschnitt gibt *eine Verallgemeinerung der Serret'schen Ableitung der Stirling'schen Formel.*

Die ersten Darsteller dieser Formel benutzten zur Bestimmung der Constanten die Formel von Wallis. Nun hat *J. A. Serret* in einem Mémoire sur l'évaluation approchée du produit 1 . 2 . 3 . . . . . x, lorsque x est un très grand nombre, et sur la formule de Stirling*) auf elegante Weise gezeigt, dass *die Formel von Wallis zur Ableitung derjenigen von Stirling vollkommen hinreichend ist.* Er sagt darüber einleitend: « . . . . . Or, cette simple formule de Wallis suffit, à elle «seule, pour établir complètement celle de Stirling et la déduction est «si facile que la deuxième formule peut être regardée avec raison comme «une transformée de la première.» Serret's Darstellung ist die folgende:

Die Formel von Wallis ist:

$$\frac{\pi}{2}=\frac{2\,.\,2\,.\,4\,.\,4\,.\,6\,.\,6\,.\,.\,.\,.\,(2x-2)\,(2x-2)\,2x}{1\,.\,3\,.\,3\,.\,5\,.\,5\,.\,7\,.\,.\,.\,.\,2\,(x-3)\,(2x-1)\,(2x-1)},\ (\text{für } x=\infty)$$

und sie nimmt die sehr einfache Form**) an:

---

*) Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, année 1860, t. I. p. 1662.

**) Die Transformation ergibt zunächst:

$$S(x)=\frac{2}{\pi}\,\frac{[(x-1)!]^4\,2^{4(x-1)}}{[(2x-1)!]^2}\cdot 2x=\frac{1}{\pi x}\,\frac{(x!)^4\,2^{4x}}{[(2x)!]^2},$$

dann nach einfacher Umformung

$$S(x)=\left[\frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}}\right]^4:\left[\frac{(2x!)}{(2x)^{2x}\sqrt{4\pi x}}\right]^2=\frac{[\varphi(x)]^2}{\varphi(2x)}.$$

1. $$\frac{[\varphi(x)]^2}{\varphi(2x)} = 1 \qquad \text{(für } x = \infty)$$

wenn man mit $\varphi(x)$ entweder den Ausdruck:

$$\frac{1.2.3 \ldots\ldots x}{\sqrt{2\pi}\, x^{x+\frac{1}{2}}}$$

oder das Produkt dieses Quotienten mit einer Exponentialfunktion von der Form a^x bezeichnet, wobei a eine beliebige positive Constante bedeutet. Die Gleichung 1) gilt also auch, wenn man setzt:

2. $$\varphi(x) = \frac{1.2.3 \ldots x}{\sqrt{2\pi}\, e^{-x}\, x^{x+\frac{1}{2}}}. \quad \text{(e = Basis der natür. Logarith.)}$$

Aus dieser Gleichung folgt:

3. $$\frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = \frac{1}{1}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+\frac{1}{2}} = e^{-1+(x+\frac{1}{2})\operatorname{Log}(1+\frac{1}{x})}.$$

Da $x > 1$, wird, wenn Θ' und Θ'' zwei Grössen bezeichnen, die sich zwischen 0 und 1 bewegen,

$$\operatorname{Log}\left(1+\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} - \frac{\Theta'}{2x^2} = \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + \frac{\Theta''}{3x^3}$$

folglich

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)\operatorname{Log}\left(1+\frac{1}{x}\right) = 1 + \left(\frac{\Theta''}{3} - \frac{\Theta'}{4}\right)\frac{1}{x^2} = 1 + \frac{\Theta}{x^2},$$

wo Θ zwischen -1 und $+1$ gelegen ist, daher

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = e^{\frac{\Theta}{x^2}}.$$

Aendert man nun successive x in $x+1$, $x+2$, ... $2x-1$, und bezeichnet man mit Θ_1, Θ_2, Θ_3, ... Θ_{x-1} Grössen, die zwischen -1 und $+1$ liegen, so wird

$$\frac{\varphi(x+1)}{\varphi(x+2)} = e^{\frac{\Theta_1}{(x+1)^2}},\ \frac{\varphi(x+2)}{\varphi(x+3)} = e^{\frac{\Theta_2}{(x+2)^2}},\ \ldots\ldots \frac{\varphi(2x-1)}{\varphi(2x)} = e^{\frac{\Theta_{x-1}}{(2x-1)^2}}.$$

Multiplizirt man alle diese Gleichungen und beobachtet, dass

$$\frac{\Theta_0}{x^2} + \frac{\Theta_1}{(x+1)^2} + \ldots \frac{\Theta_{x-1}}{(2x-1)^2} < \frac{1}{x},$$

so kann man schreiben:

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = e^{\frac{\Theta}{x}},$$

wo Θ eine Grösse ist, die zwischen -1 und $+1$ liegt, und wird $x = \infty$, so hat man

4. $$\frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = 1. \qquad \text{(für } x = \infty).$$

Dividirt man nun Gleichung 1) durch 4) so kommt:

$$\varphi(x) = 1 \qquad \text{(für } x = \infty)$$

d. h. nach Formel 2):

$$1 . 2 . 3 \ldots x = \sqrt{2\pi}\, e^{-x}\, x^{x + \frac{1}{2}} (1 + \varepsilon_x),$$

wo ε_x eine Grösse ist, die für $x = \infty$ zu 0 wird.

26. Ist nun diese von Serret gegebene Darstellung eines Näherungswerthes für $\Gamma(x + 1)$ auch die einfachste und eleganteste, die je gegeben wurde, so erscheint sie doch einer Verallgemeinerung fähig zu sein. Wenn man die von Serret gefundene Funktion mit $S(x)$ bezeichnet, so ergibt sich aus der Formel von Wallis für

$$\lim_{x=\infty} S(x) = \left[\frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}}\right]^4 : \left[\frac{(2x)!}{(2x)^{2x}\sqrt{4\pi x}}\right]^2 = 1,$$

oder wenn man den Ausdruck

$$\frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}}$$

mit $\varphi(x)$ bezeichnet, so wird

$$1) \lim_{x = \infty} S(x) = \frac{\varphi^2(x)}{\varphi(2x)} = 1.$$

Serret setzt aber die Funktion

$$\frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}\; e^{-x}} = \varphi(x).$$

Diese Erweiterung von $S(x)$ mit e^{4x} ist in der That beim Gedanken an den Stirling'schen Näherungswerth für $x!$ sehr naheliegend.

Aber im allgemeineren Falle *muss jene Exponentialgrösse erst im Verlaufe der Entwicklung als gewisse Bedingung sich darstellen*, wie im Folgenden gezeigt werden soll.

Es sei also

$$\varphi(x) = \frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}},$$

$$\lim_{x = \infty} S(x) = \frac{\varphi^2(x)}{\varphi(2x)} = 1.$$

Wie finden wir hieraus einen Werth für $x!$? Offenbar, wenn es gelingt, nachzuweisen, unter welcher Bedingung

$$\lim_{x = \infty} \frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = 1 \text{ ist.} \quad \text{Denn alsdann wird}$$

$$\lim_{x=\infty} \frac{\frac{\varphi^2(x)}{\varphi(2x)}}{\frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)}} = \varphi(x) = \frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}} = 1.$$

Es soll nun untersucht werden, unter welchen Bedingungen
$\lim\limits_{x=\infty} \frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = 1$ ist.

Dazu ist

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+\frac{1}{2}}$$

und $\operatorname{Log} \frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = 1 + \frac{1}{12x^2} - \frac{1}{12x^3} + \cdots + \frac{(n-1)(-1)^n}{2n(n+1)x^n} + \cdots$ in inf.

Die Reihe ist, da $x > 1$, convergent und die Glieder nehmen, selbst für $x = 1$. schon vom Gliede $-\frac{1}{12x^3}$ an, ab.

Es wird daher

$$2)\begin{cases} \operatorname{Log} \frac{\varphi(x)}{\varphi(x+1)} = 1 + \frac{\Theta_0}{x^2}, \text{ wo } 0 < \Theta_0 < \frac{1}{12} \\ \operatorname{Log} \frac{\varphi(x+1)}{\varphi(x+2)} = 1 + \frac{\Theta_1}{(x+1)^2}, \text{ wo } 0 < \Theta_1 < \frac{1}{12} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots, \dots\dots\dots\dots\dots \\ \operatorname{Log} \frac{\varphi(2x-1)}{\varphi(2x)} = 1 + \frac{\Theta_{x-1}}{(2x)^2}. \text{ wo } 0 < \Theta_{x-1} < \frac{1}{12}. \end{cases}$$

Werden die Gleichungen 2) addirt, so findet man

$$3)\ \operatorname{Log} \frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = x + \frac{\Theta}{x}. \text{ wo } 0 < \Theta < \frac{1}{12}$$

woraus, wenn man zur Exponentialfunktion übergeht, folgt

$$\frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)}\, e^{-x} = e^{\frac{\Theta}{x}}, \text{ oder}$$

$$4)\ \lim_{x=\infty} \frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)}\, e^{-x} = 1.$$

Die Multiplikation mit der Exponentialgrösse e^{-x} ist somit die gesuchte Bedingung für die Existenz der Gleichung:

$$\lim_{x=\infty} \frac{\varphi(x)}{\varphi(2x)} = 1.$$

Durch Division der Gleichungen 1) und 4) geht hervor:

$$\lim_{x=\infty} \varphi(x)\, e^x = 1, \text{ oder da } \varphi(x) = \frac{x!}{x^x\sqrt{2\pi x}},$$

resultirt schliesslich

$$\lim_{x=\infty} x! = x^x\, e^{-x} \sqrt{2\pi x},$$

$$\text{oder } x! = x^x\, e^{-x} \sqrt{2\pi x}\,(1+\omega_x).$$

worin ω_x für $\lim x = \infty$ verschwindet.

Bei der Bestimmung der Grenzen findet man*)

$$x^x\, e^{-x} \sqrt{2\pi x} < x! < x^x\, e^{-x+\frac{1}{12}} \sqrt{2\pi x} \qquad \text{und}$$

weil die Quantität $\frac{1}{12x}$ schon in der Gleichung 3) als Grenze aufgetreten, hegte ich die Vermuthung, dass sie sich ebenfalls durch die *obige Entwicklung als Grenze finden liesse.* Der Nachweis ist mir aber bis jetzt nicht gelungen.

VIII.

27. Dieser Abschnitt gibt einen *neuen vereinfachten Ausdruck für das Bernoullische Theorem.*

Es wurde im historischen Theil dieser Arbeit gezeigt, wie *Moivre* zuerst für den *Bernoullischen Summenausdruck*

$$W = \sum_{m=\mu p - l}^{m=\mu p + l} \frac{\mu!}{m!\, n!}\, p^m q^n,$$

worin $m + n = \mu$, $p + q = 1$ und $l = \gamma\sqrt{2pq\mu}$ ist, einen Integralausdruck gegeben hat, welchen alsdann *Laplace* wie in Note 1 im Anhang ersichtlich, mit vollkommeneren Methoden genauer gab durch

$$W = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-t^2}\, dt + \frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi\mu pq}}.$$

Dieser Ausdruck ist seit Laplace unverändert geblieben, man findet ihn heute noch in den besten Handbüchern für Wahrscheinlichkeitsrechnung, so in denen von *Meyer* und *Czuber*, von *Bertrand* u. a. m.

Bei Operationen mit demselben erweist sich jedoch die *Restfunktion* $\frac{e^{-\gamma^2}}{\sqrt{2\pi\mu pq}}$ als sehr *unbequem.* Um so mehr muss es auffallen, dass seit Laplace noch niemand es versucht hat, dieselbe durch Vereinigung mit dem Integral ihrer isolirten Stellung zu entheben.

Dass dies möglich ist, soll im Folgenden gezeigt werden.

Es sei

$$y = \frac{\mu}{m!\, n!}\, p^m q^n \quad \text{das allgemeine Glied des}$$

Binoms $(p + q)^\mu$, worin p und q die bekannte Bedeutung haben. Alsdann wird, wie es schon Laplace gezeigt hat, mit Hülfe der Formel

*) Serret gibt diese Grenzenbestimmung auf hübsche Weise in seinen Cours d'algèbre supérieure (5. éd., Paris 1885) tome II, art. 393, p. 218.

von Stirling und unter Berücksichtigung des Satzes, dass diejenige Combination der Zahlen des Eintreffens und Nichteintreffens des Ereignisses ein Maximum von Wahrscheinlichkeit besitzt, die unter der Relation steht $p : q = m : n$, die Wahrscheinlichkeit, dass bei μ Versuchen das Ereigniss (dessen einfache und konstante Wahrscheinlichkeit gleich p, dessen entgegengesetzte gleich q ist) eine Anzahl Male eintreffe, die zwischen $\mu p \pm l$ liegt, ausgedrückt durch

$$W = \sum_{m=\mu p - l}^{m=\mu p + l} \frac{\mu!}{m!\ n!} p^m q^n = y_{\nu-l} + y_{\nu-l+1} + \ldots$$

$$+ y_{\nu-1} + y_\nu + y_{\nu+1} + \cdots y_{\nu+l-1} + y_{\nu+l},$$

worin also in allen Gliedern m durch μp und n durch μq ersetzt ist und y_ν das Maximalglied bedeutet.

Dann kann man setzen:

$$W = \sum_{\lambda=0}^{\lambda=l} [y_{\nu-\lambda} + y_{\nu+\lambda}] - y_\nu, \text{ oder}$$

$$= \sum_{\lambda=0}^{\lambda=l} \varphi(\lambda) - \frac{1}{2}\varphi(0), \text{ wenn}$$

$$\varphi(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}} . e^{-\frac{\lambda^2}{2\mu pq}}, \text{ also } \varphi(0) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}} \text{ ist.}$$

28. So viel mir bekannt ist, wurde der Uebergang von der zuletzt gegebenen Summe zum Integral seit Laplace immer mit Hülfe der Summationsformel von Maclaurin und Euler gemacht. Eine eigene Methode für diesen Uebergang, auf mechanischer Quadratur beruhend, gab mein verehrter Lehrer, Herr Privatdozent *Dr. Ch. Moser* in Bern, der sich bei versicherungstechnischen Arbeiten oft mit dieser Materie beschäftigte, in seiner Vorlesung über das Bernoullische Theorem (im Sommer-S. 1892) und zwar in folgender Weise:

$$\text{Sei } f(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}} e^{-\frac{x^2}{2\mu pq}} \text{ und}$$

$$W = \sum f(x) - \frac{1}{2} f(0)$$

$$x = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ l.$$

Die Funktion f(x) liefert, weil μpq positiv ist, für $x = 0$ ein Maximum und nimmt mit wachsendem x stetig ab. Die rechte Seite der Gleichung für W kann, da x nur die ganzzahligen Werthe 0, 1, 2, ... l betritt, geschrieben werden:

$$W = \frac{1}{2} f(0) + 1 \,.\, f(1) + 1 \,.\, f(2) + \ldots\ldots\ldots 1 \,.\, f(x).$$

Die einzelnen Summanden seien als Rechtecke dargestellt und zwar f (0) mit der Basis $\frac{1}{2}$ und die übrigen Werthe je mit der Basis 1. Werden diese Rechtecke über einer gemeinsamen Grundlinie aneinandergereiht und wird über dieser Grundlinie als Axe der x die Curve f(x) construirt, so schneidet diese die der Basis gegenüberliegenden Seiten der für f(1), f(2) . . . . f(l) erstellten Rechtecke je in der Mitte. Die Fläche, welche von der Grundlinie, den Ordinaten f(0) und $f\left(l + \frac{1}{2}\right)$ und der Curve f(x) eingeschlossen ist, hat zum Ausdrucke: $\int_0^{l+\frac{1}{2}} f(x)\, dx$. Substituirt man diese Fläche für die Summe der Rechtecke, so kommt bei einem einzelnen Rechteck ungefähr ein so grosses Dreieck hinzu, wie die Curve von dem Rechteck abschneidet, — absolut genau, sobald die Curve für ihren über der Basis eines Rechtecks gelegenen Theil als geradlinig betrachtet werden kann. Nur beim ersten Rechteck, $\frac{1}{2}$ f (0), hebt sich das kleine Fehlerdreieck nicht auf. Dieses wird jedoch, da f(x) für x = 0 ein Maximum aufweist, sehr klein. In Näherung muss daher gelten:

$$W = \sum_{x = 0,\, 1,\, 2, \ldots\ldots l} f(x) - \frac{1}{2} f(0) = \int_0^{l+\frac{1}{2}} f(x)\, dx.$$

Das Resultat, das diese geometrische Ueberlegung liefert, leuchtete mir ein und regte mich an, eine Untersuchung auf analytischem Wege vorzunehmen.

29. Sei also

$$1)\quad W = \sum_{x=0}^{x=l} \varphi(x) - \frac{1}{2} \varphi(0) \text{ oder auch}$$

$$2)\quad W = \sum_{x=0}^{x=l-1} \varphi(x) + \varphi(l) - \frac{1}{2} \varphi(0),$$

worin $\varphi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}} e^{-\frac{x^2}{2\mu pq}}$ ist.

Nach Euler's Summationsformel*):

$$\sum_{x=0}^{x=x} \varphi(x) = \int_0^{x+1} \varphi(x)\,dx - \frac{1}{2}\Big[\varphi(x)\Big]_0^{x+1} + \left[\frac{B(1)\varphi'(x)}{2!}\right]_0^{x+1} - \left[\frac{B(2)\varphi'''(x)}{4!}\right]_0^{x+1} \pm \cdots\cdots$$

wird

$$3) \quad \sum_{x=0}^{x=l} \varphi(x) = \int_0^{l+1} \varphi(x)\,dx - \frac{1}{2}\varphi(l) + \frac{1}{2}\varphi(0)$$

und

$$4) \quad \sum_{x=0}^{x=l-1} \varphi(x) = \int_0^{l} \varphi(x)dx - \frac{1}{2}\varphi(l) + \frac{1}{2}\varphi(0).$$

bei Vernachlässigung der mit $\varphi'(x)$, $\varphi'''(x)$ .... behafteten Glieder, weil $\varphi'(x) = -\frac{4}{\sqrt{2\pi\mu pq}} \cdot \frac{1}{2\mu pq} e^{-\frac{x^2}{2\mu pq}}$, also von der Ordnung $\frac{1}{\mu}$ ist (wo μ sehr gross vorausgesetzt wird).

Die Werthe 3) und 4) in die Gleichungen 1) und 2) substituirt, ergibt:

$$5) \; W = \int_0^{l+1} \varphi(x)\; dx - \frac{1}{2}\varphi(l+1) \text{ oder}$$

$$6) \; W = \int_0^{l} \varphi(x)\; dx + \frac{1}{2}\varphi(l).$$

Also liegt

W zwischen $\int_0^{l} \varphi(x)\,dx$ und $\int_0^{l+1} \varphi(x)\,dx$, und es sei daher

*) Dr. Bruno Borchardt benutzt in seiner «Einführung in die Wahrscheinlichkeitslehre» (Berlin 1889. Jul. Springer) diese Summationsformel unrichtig, indem er die Grenzen auf beiden Seiten der Gleichung gleich nimmt, während die obere Grenze rechts um eine Einheit höher genommen werden muss. Borchardt erhält auch ein unrichtiges Resultat (p. 31 und 32 seines Buches). Auch in Meyer und Czuber «Vorlesungen über Wahrscheinlichkeit» (Leipzig 1879, Teubner) finden sich Unrichtigkeiten (oder sind es bloss unkorrigirte Druckfehler?) im Gebrauche der Grenzen (p. 101 und 102).

$$W = \int_0^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx,$$ wo ε eine kleine Grösse, zwischen 0 und 1 gelegen, ist, die bestimmt werden soll. Zu diesem Zwecke suche ich zu entwickeln

$$\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx.$$

7) Man setze $\int \varphi(1) = f(1)$, dann wird

8) $$\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx = f(1+\varepsilon) - f(1)$$ oder nach Taylor

$$= f(1) + \varepsilon f'(1) + \frac{\varepsilon^2 f''(1)}{2!} + \frac{\varepsilon^3 f'''(1)}{3!} + \ldots \text{ in inf.} - f(1)$$

$$= \varepsilon f'(1) + \frac{\varepsilon^2 f''(1)}{2!} + \frac{\varepsilon^3 f'''(1)}{3!} + \ldots \text{ in inf.}$$

Es ist aber nach 7):

$f'(1) = \varphi(1)$, $f''(1) = \varphi'(1)$, $f'''(1) = \varphi''(1)$, ... ,

somit folgt durch Substitution dieser Werthe in 8):

9) $$\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)dx = \varepsilon\varphi(1) + \frac{\varepsilon^2\varphi'(1)}{2!} + \frac{\varepsilon^3\varphi''(1)}{3!} + \ldots \text{ in inf.}$$

Weil $\varepsilon < 1$ ist, so ist die Reihe q) convergent und man erhält unter Vernachlässigung der Glieder von der Ordnung $\frac{1}{\mu}$ in erster Näherung:

$$\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx = \varepsilon\,\varphi(1).$$

Es war aber nach 6):

$$\int_1^{1+\varepsilon} \varphi(x)\,dx = \frac{1}{2}\,\varphi(1) \quad , \text{ also}$$

$$\varepsilon\,\varphi(1) = \frac{1}{2}\,\varphi(1) \quad \text{oder}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \quad .$$

Daher wird:

$$W = \int_0^1 \varphi(x)\,dx + \int_1^{1+\frac{1}{2}} \varphi(x)\,dx = \int_0^{1+\frac{1}{2}} \varphi(x)\,dx.$$

Analog folgt aus Gleichung 5):

$$\int_{l+1}^{l+1\cdot\Theta} \varphi(x)\,dx = -\frac{1}{2}\,\varphi\,(l+1)$$

, und durch Entwicklung des Integrals links, nach Taylor, wie oben, ergibt sich wieder:

$$-\Theta\,\varphi(l+1) = -\frac{1}{2}\,\varphi(l+1) \qquad \text{oder}$$

$$\Theta = \frac{1}{2}$$

und

$$W = \int_0^{l+1} \varphi(x)\,dx - \int_{l+1-\frac{1}{2}}^{l+1} \varphi(x)\,dx = \int_0^{l+\frac{1}{2}} \varphi(x)\,dx.$$

30. Es war aber $\varphi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}}\,e^{-\frac{x^2}{2\mu pq}}$, also wird

$$W = \frac{2}{\sqrt{2\pi\mu pq}} \int_0^{l+\frac{1}{2}} e^{-\frac{x^2}{2\mu pq}}\,dx.$$

Oder setzt man $\xi^2 = \varrho\,x^2$, wo $\varrho = \frac{1}{2\mu pq}$, so wird

$$\xi = x\sqrt{\varrho}\,,\quad d\xi = dx\,\sqrt{\varrho} \quad \text{und} \quad dx = \frac{d\xi}{\sqrt{\varrho}}\,.$$

Für die Grenzen gilt dann:

$$x = 0 \qquad ,\quad \xi = 0$$

$$x = l + \frac{1}{2} \qquad ,\quad \xi = \left(l + \frac{1}{2}\right)\sqrt{\varrho} = \gamma$$

und nach einfacher Substitution geht hervor:

$$W = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-\xi^2}\,d\xi.$$

Die dem *Laplace'schen Integralausdrucke anhaftende, bei Anwendungen desselben lästig werdende Restfunktion ist hier mit dem Integral vereinigt.* Dabei hat eine Veränderung der oberen Grenze stattgefunden: im Laplace'schen Integral war $\gamma = l\sqrt{\frac{1}{2\mu pq}}$, hier ist $\gamma = \left(l + \frac{1}{2}\right)\sqrt{\frac{1}{2\mu pq}}$.

Dieser neue Ausdruck erleichtert nicht nur die sehr zahlreichen theoretischen und praktischen Anwendungen des Bernoulli'schen Theorems, sondern ermöglicht auch genauere Resultate, und ich behalte mir vor, gelegentlich einige dieser Consequenzen zu ziehen.

Anhang.

Note 1. Laplace gibt folgende Darstellung des Bernoulli'schen Theorems*): Seien p und q resp. die einfachen Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse E und E', dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass in $m + n = \mu$ Versuchen das Ereigniss E m mal, E, n mal eintreffe, gleich dem $(m + 1)^{ten}$ Terme in der Entwicklung von $(p + q)^{\mu}$, nämlich gleich

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots \mu}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots m \; 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n} p^m q^n.$$

Bezeichnen wir den grössten Term in dieser Entwicklung mit M, so wird sein ihm vorangehender gleich $\frac{Mp}{q} \cdot \frac{n}{m+1}$, sein nachfolgender gleich $\frac{Mq}{p} \cdot \frac{m}{n+1}$ sein. Damit aber M der grösste Term ist, muss gelten

$$\frac{m}{n+1} < \frac{p}{q} < \frac{m+1}{n}$$

und hieraus folgt, dass

$$(\mu+1)\, p - 1 < m < (\mu+1)\, p$$

oder

$$m = (\mu+1)\, p - \sigma, \text{ wo } \sigma < 1, \text{ ist.}$$

Nun wird

$$p = \frac{m+\sigma}{\mu+1}, \; q = 1-p = \frac{n+1-\sigma}{\mu+1}, \; \frac{p}{q} = \frac{m+\sigma}{n+1-\sigma},$$

und sind m und n sehr grosse Zahlen, so gilt die Relation

$$\frac{p}{q} = \frac{m}{n},$$

d. h. das *Eintreffen derjenigen Combination der Ereignisse E und E' hat ein Maximum von Wahrscheinlichkeit,* die *unter der Relation $p : q = m : n$ steht.*

*) Théorie analytique des probabilités (3. éd. Paris 1820) Liv. II, Chap. II, p. 280 e. l. s.

Der l^te^ Term nach dem grössten M ist gleich

$$\frac{\mu!}{(m-l)!\,(n+l)!}\, p^{m-l}\, q^{n+l}.$$

Nun ist

$$1\,.\,2\,.\,3\,\ldots\ldots\, n = n^{n+\frac{1}{2}}\, l^{-n}\sqrt{2\pi}\,\left\{1 + \frac{1}{12n} + \cdots\cdot\right\}$$

und es wird

$$\frac{1}{(m-l)!} = (m-l)^{l-m-\frac{1}{2}}\,\frac{e^{m-l}}{\sqrt{2\pi}}\left\{1 - \frac{1}{12(m-l)} - \cdots\cdot\right\}$$

$$\frac{1}{(n-l)!} = (n-l)^{l-n-\frac{1}{2}}\,\frac{e^{n-l}}{\sqrt{2\pi}}\left\{1 - \frac{1}{12(n-l)} - \cdots\cdot\right\}$$

Durch logarithmische Entwicklung und unter Vernachlässigung der Glieder von der Ordnung $\frac{1}{\mu}$ wird

$$(m-l)^{l-m-\frac{1}{2}} = e^{l-\frac{l^2}{2m}}\, m^{l-m-\frac{1}{2}}\left\{1 + \frac{l}{2m} - \frac{l^3}{6m^2}\right\}$$

$$(n+l)^{-l-n-\frac{1}{2}} = e^{-l-\frac{l^2}{2n}}\, n^{-l-n-\frac{1}{2}}\left\{1 + \frac{l}{2n} - \frac{l^3}{6n^2}\right\}.$$

Weil $p = \frac{m+s}{\mu+1}$ ist $(s < 1)$, so kann man setzen: $p = \frac{m-\zeta}{\mu}$, wenn ζ sich in den Grenzen $\frac{n}{\mu+1}$ und $-\frac{\mu-n}{\mu+1}$ bewegt, also ein ächter Bruch ist. Dann wird $q = \frac{n+\zeta}{\mu}$ und man hat

$$p^{m-l}\, q^{n+l} = \frac{m^{m-l}\, n^{n+l}}{\mu^{\mu}}\left\{1 + \frac{\mu\zeta l}{m\,n}\right\},$$

woraus sich ergibt

$$\frac{\mu!}{(m-l)!\,(n+l)!}\, p^{m-l}\, q^{n+l} = \frac{\sqrt{\mu}\; e^{-\frac{\mu l^2}{2mn}}}{\sqrt{2\pi mn}}\left\{1 + \frac{\mu\zeta l}{m\,n} + \frac{l(n-m)}{2mn} - \frac{l^3}{6m^2} + \frac{l^3}{6n^2}\right\}.$$

Nimmt man in der letzten Gleichung l negativ, so erhält man einen Ausdruck für den Term, der dem grössten um l Glieder vorausgeht, und die Summe der beiden ist gleich

$$\frac{2\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}}\, e^{-\frac{\mu l^2}{2mn}}$$

Nun wird die Summe derjenigen Terme in der Entwicklung von $(p+q)^{\mu}$, welche gelegen sind zwischen 2 Termen, die nach links und rechts aequidistant um l Terme vom grössten M abstehen (inclus. die äussersten), ausgedrückt durch das endliche Integral:

$$\sum_{l=0}^{l=l} \frac{2\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}}\, e^{-\frac{\mu l^2}{2mn}} - \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}}.$$

wobei berücksichtigt ist, dass man das grösste Glied, welches man für $l = 0$ bekommt, nur einmal zu zählen hat.

Wenn nun y_l eine Funktion von l bezeichnet, so gilt die Formel (nach Maclaurin und Euler):

$$\sum y_l = \int y_l dl - \frac{1}{2} y_l + \frac{1}{12} \frac{dy}{dl} + \dots + \text{Const.},$$

welche sich in unserm Falle, wo $y_l = \frac{2\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}} e^{-\frac{\mu l^2}{2mn}}$ ist, und die erste Derivirte nach l von der Ordnung $\frac{1}{\mu}$ wird und vernachlässigt werden kann, in erster Näherung reduzirt auf:

$$\sum y_l = \int y_l dl - \frac{1}{2} y_l + \text{Const.}$$

Und nimmt man rechts die bestimmten Integrale (deren obere Grenze um eine Einheit höher ist als bei der Summe links) so wird, wenn man das Maximalglied für $l = 0$ mit Y bezeichnet:

$$\sum_{\lambda=0}^{\lambda=l-1} y_\lambda = \int_0^l y d\lambda - \frac{1}{2} y_l + \frac{1}{2} Y \quad \text{oder auch}$$

$$\sum_{\lambda=0}^{\lambda=l} y_\lambda = \int_0^l y d\lambda + \frac{1}{2} y_l + \frac{1}{2} Y.$$

Substituirt man nun für y_l und für Y die gegebenen Werthe in den Ausdruck 1), so wird derselbe, wenn man $t = \frac{l\sqrt{\mu}}{\sqrt{2mn}}$ setzt, gleich

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{l\sqrt{\frac{\mu}{2mn}}} e^{-t^2} dt + \frac{e^{-t^2}\sqrt{\mu}}{\sqrt{2\pi mn}}$$

Weil nun $m = \mu p + \zeta$, $(\zeta < 1)$, so hat man

$$\frac{m+l}{\mu} - p = \frac{l+\zeta}{\mu} = \frac{t\sqrt{2mn}}{\mu\sqrt{\mu}} + \frac{\zeta}{\mu},$$

also drückt die Formel 2) die Wahrscheinlichkeit aus dafür, dass die Differenz zwischen dem Verhältniss der Zahl des Eintreffens des Ereignisses E zu μ, der Gesammtzahl aller Versuche und der einfachen Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses E innerhalb der Grenzen

$$\pm \frac{t\sqrt{2mn}}{\mu\sqrt{\mu}} + \frac{\zeta}{\mu}$$

gelegen ist.

Note 2. In Propos. XXI *interpolirt Stirling die Fakultätenreihe* 1, 1, 1 . 2, 1 . 2 . 3, 1 . 2 . 3 . 4, ... und *zwar speciell das zwischen 1 und 1 liegende Glied.*

Wegen der stark vorhandenen Divergenz der Differenzen der Reihe interpolirt er deren Logarithmenreihe, sucht zunächst den Logarithmenterm zwischen 10! und 11! und findet*) dafür 7.0 755 259 569 dem als Numerus 11899423. 08 entspricht. In Propos. XVI hat Stirling aber zugleich gezeigt, dass, wenn die intermediären Glieder der obigen Fakultätenreihe mit a, b, c, d, ... bezeichnet werden, die Relationen bestehen: $b = \frac{3}{2} a$, $c = \frac{5}{2} b$, $d = \frac{7}{2} c$ . . . . Indem er nun das Glied zwischen 10! und 11! successive durch $\frac{19}{2}, \frac{19}{2}, \frac{17}{1}, \ldots \frac{3}{2}$ dividirt, erhält er für das gesuchte intermediäre Glied die Zahl 0.8862269251. Das Quadrat dieses Werthes ist gleich der Fläche des Kreises vom Durchmesser 1, also wird das Glied selber gleich $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ sein. Ebenso folgt hieraus, dass dasjenige intermediäre Glied, das dem ersten vorausgeht, gleich $\sqrt{\pi}$ sein wird.

Stirling findet also durch äusserst mühsame numerische Berechnung folgende Reultate:

$$\Gamma\left(\frac{23}{2}\right) = \frac{21 . 19 . 17 \ldots\ldots 5 . 3}{2 . 2 . 2 \ldots\ldots 2 . 2}\,\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = 11899423.08$$

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = 0.8862269251 = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}.$$

Dieses letzte Resultat benutzt Stirling bei der ersten Lösungsmethode des Coeffizientenproblems in Propos. XXII, die im wesentlichen darin be-

---

*) Mit Hülfe der Interpolationsformel (T = allgemeines Glied):

$$T = \frac{A + az}{2} + \frac{3B + bz}{2}\,\frac{z^2-1}{4 . 6} + \frac{5C + cz}{2}\,\frac{(z^2-1)(z^2-9)}{4 . 6 . 8 . 10} + \ldots\ldots$$

Die Formel gilt allgemein (auch für die intermediären Glieder) einer Reihe mit 2 Mittelgliedern, von der Form

. . . .	${}_3A\ \ {}_1A\ \ A_1\ \ A_3$	. . . .
wenn die 1. Differenzen	${}_2a\ \ a\ \ a_4$	. . . .
die 2. »	${}_1B\ \ B_1$	. . . .
die 3. »	b	. . . .

. . . . ,

wenn man ferner $A = {}_1A + A_1$, $B = {}_1B + B_1$, $C = {}_1C + C_1$ . . . . setzt und mit z das Verhältniss bezeichnet, welches die Entfernung des zu interpolirenden Gliedes T von der Mitte zum constanten Intervall der Variabelen hat. Stirling gibt diese Formel in Propos, XX. deutet aber nur an, er sei mit Hülfe der Differenzenrechnung auf dieselbe gekommen.

steht, mit Hülfe der unten gegebenen Interpolationsformel das m^te^ Glied der Reihe

$$1,\ \frac{2}{1}A,\ \frac{4}{3}B,\ \frac{6}{5}C,\ \frac{8}{7}D\ldots\ldots$$

zu bestimmen.

Note 3. Die *Inflexionspunkte der Wahrscheinlichkeitscurve* bestimmt Moivre*) wie folgt: Wenn alle Glieder einer binomischen Entwicklung $(a+b)^n$ in gleichen Abständen auf eine gemeinsame Basis aufgetragen werden und man durch die Endpunkte derselben eine Curve legt, so hat diese 2 Inflexionspunkte, die auf verschiedenen Seiten des Maximalgliedes gelegen sind. Um nun den Inflexionspunkt zu bestimmen, sei H die zugehörige Ordinate, deren Stelle vom Anfang der Reihe aus mit l bezeichnet werde, dann wird das nächste Glied gegen den Anfang der Reihe hin gleich

$$\frac{l-1}{n-l+2}\cdot H\cdot\frac{a}{b},$$

und das nächste gegen das Ende der Reihe gleich

$$\frac{n-l+1}{l}\cdot H\cdot\frac{b}{a}.$$

Werden nun die Differenzen dieser Glieder in Bezug auf H gleichgesetzt, so ergibt sich aus

$$\frac{n-l+1}{l}\cdot\frac{b}{a}-1=1-\frac{l-1}{n-l+2}\cdot\frac{a}{b}$$

als Werth für l

$$l=\frac{a+3b+2bn\pm\sqrt{a^2+6ab+4nab+b^2}}{2a+2b}.$$

Wird im letzten Ausdruck die Wurzel mit r bezeichnet, so wird das Intervall, um welches der Inflexionspunkt links resp. rechts vom grössten Gliede absteht, gleich $\frac{a-b+r}{2a+2b}$ resp. $\frac{b-a+r}{2a+2b}$ sein, und wenn $a=b$ (wenn also die Wahrscheinlichkeitscurve symmetrisch zum grössten Terme verläuft), ist jeder der beiden Inflexionspunkte vom grössten und mittleren Gliede um das Intervall $\frac{1}{2}\sqrt{n+2}$ oder $\frac{1}{2}\sqrt{n}$ (für $n=$ sehr gross) abstehend.

Note 4. Laplace findet auf folgende Weise *einen Näherungswerth für die Fakultät***): Sei

---

*) Miscell. analytica lib. V, c. IV.

**) V. Mémoires de l'Académie royale des sciences pour l'année 1778: Mémoires sur les probabilités par P. S. Laplace art. XXIII. Dort gibt Laplace mittelst des Euler'schen Integrals $\int_0^1 x^p\,(1-x)^q\,dx$ auch einen Näherungswerth für den Binomialcoeffizienten.

$$y = x^p e^{-x}, \text{ so wird}$$
$$\int_0^\infty x^p e^{-x} dx = p!$$

y liefert sein Maximum, wenn $x = p$ ist. Setzt man nun $p = \frac{1}{\alpha}$ und $x = \frac{1}{\alpha} + \Theta$, so wird

$$\operatorname{Log} y - \operatorname{Log} p^p e^{-p} = \frac{1}{\alpha} \operatorname{Log}(1 + \alpha\Theta) - \Theta \text{ und}$$
$$\int_0^\infty y dx = p^p e^{-p} \int e^{\frac{1}{\alpha} \operatorname{Log}(1+\alpha\Theta) - \Theta} d\Theta.$$

Substituiren wir noch

$$\operatorname{Log}(1 + \alpha\Theta) - \alpha\Theta = -\alpha t^2, \text{ so wird}$$
$$\frac{\alpha\Theta^2}{2} - \frac{\alpha^2\Theta^3}{3} + \frac{\alpha^3\Theta^4}{4} \mp \ldots\ldots = t^2.$$

Nun kann man finden:

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}(ht + h' \alpha^{\frac{1}{2}} t^2 + h'' \alpha t^3 + \ldots\ldots),$$
$$\text{worin } h = \sqrt{2},\ h' = \frac{2}{3},\ h'' = \frac{\sqrt{2}}{18}, \ldots\ldots$$

und

$$d\Theta = \frac{dt}{\sqrt{\alpha}}(h + 2h'\alpha^{\frac{1}{2}} t + 3h''\alpha t^2 + \ldots)$$

Dann wird

$$\int_0^\infty y\, dx = p^{p+\frac{1}{2}} e^{-p} \int_{-\infty}^\infty (h + 2h'\alpha^{\frac{1}{2}} t + 3h''\alpha t^2 + \ldots) e^{-t^2} dt.$$

Nun ist

$$\int_0^\infty t^{2n} e^{-t^2} dt = \frac{1.3.5\ldots\ldots(2n-1)}{2^n} \int_0^\infty e^{-t^2} dt.$$

und mit Hülfe von

$$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{\xi(1+\eta)} d\xi\, d\eta = \frac{\pi}{2} \text{ findet man, dass}$$
$$\int_0^\infty e^{-t^2} dt = \tfrac{1}{2}\sqrt{\pi}. \text{ Somit ergibt sich}$$
$$\int_0^\infty t^{2n} e^{-t^2} dt = \frac{1.3.5\ldots\ldots(2n-1)}{2^n} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$

und wenn darnach die letzte Formel für $\int_0^\infty y\,dx$ integrirt wird, erhält man schliesslich*):

$$p! = \int_0^\infty y dx = p^{p+\frac{1}{2}} e^{-p} \sqrt{\pi} \left(h + 1 . 3 \frac{\alpha h''}{2} + 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{\alpha^2 h''''}{2^2} + \cdots\right)$$

oder

$$p! = p^{p+\frac{1}{2}} e^{-p} \sqrt{2\pi} \left(1 + \frac{1}{12} \alpha + \cdots\right)$$

Nach dem Vorgange von Lagrange gibt Laplace**) die Eulersche Summationsformel durch den Beweis, dass

$$\sum y = \left[e^{h\frac{dy}{dx}} - 1\right]^{-1} + \text{Const.}$$

wenn man in der Entwicklung der rechten Seite die Exponenten zugleich auf die Ordnung der Derivation $\frac{dy}{dx}$ bezieht und wenn $h \gtrless 1$ das Increment der unabhängigen Variabeln x bedeutet. Es wird dann, wie man zeigen kann:

$$\sum y = \frac{1}{h} \int y dx - \frac{1}{2} y + \frac{hB(1)}{2!} y' - \frac{h^3 B(2)}{4!} y''' \pm \cdots + \text{Const.}$$

---

*) Die Integrale von der Form $\int_{-\infty}^{\infty} t^{2n+1} e^{-t^2} dt$ sind $= 0$.

**) V. Lacroix, Grand Traité, 2. édit. t. III, p. 98.

Berichtigungen.

Seite 126, 10. Zeile v. o. lies: $\frac{s+1}{s} < \frac{rs+r}{rs-s}$.

» 128, 14. » v. o. » 12787536.

» » 17. » v. o. » 44623980.

» » 13. » v. u. » 25500 Versuchen.

Benutzte Quellen und Werke.

Bernoulli J., Quaestiones nonnullae de usuris cum solutione problematis de sorte Aleatorum in Ephemerid. Gallic. Act. erud. Lips. 1690, p. 219.

Bernoulli J., Ars conjectandi, Basileae 1713.

Montmort, Essai d'analyse sur le jeu de hasard. Paris 1708.

Moivre A., The doctrine of chances or a method of calculating probability of events in play. London 1738.

— Miscellanea analytica de seriebus et quadraturis. London 1730.

— Miscellaneis analyticis supplementum.

Stirling, Methodus differentialis sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum. London 1730.

Simpson, Treatise on the nature and laws of chance. London 1740.

Maclaurin, Treatise of Fluxions. Edinburgh 1742.

Bayes, An Essay towards solving a Problem in the doctrine of Chances. Phil. Transact. 1763, p. 370.

Euler, L., Institutiones calculi differentialis. Petropoli 1755.

Lagrange, Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations. Miscell. Taur. Tom. V, Turin 1775.

Laplace, Mémoire sur les probabilités. Mémoires de l'académie royale des sciences de Paris 1778, 1782.

— Essai philosophique sur les probabilités. 3. éd. Paris 1812.

— Théorie analytique des probabilités. Paris 1812.

Lacroix, Traité du calcul différentiel et du calcul intégral. t. s. Paris 1797.. (7. éd. par Hermite et Serret.)

Poisson, Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile. Paris 1837.

Liagre, Calcul des probabilités. Bruxelles 1852.

Serret, Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences, année 1860, t. I, p. 1662: Mémoire sur l'évaluation approchée du produit 1 . 2 . 3 . . . . . x, lorsque x est un très grand nombre, et sur la formule de Stirling.

Todhunter, History of the mathematical theorie of probability. Cambridge und London 1865.

Hagen, G., Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 3. Aufl. Berlin 1882.

Meyer, Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung. Deutsche Ausgabe v. E. Czuber. Leipzig 1879.

S. Sigismund Epstein.

Mathematische Irrthümer

Eingereicht im September 1893.

Es ist eine fast durchgängige Wahrnehmung, dass die Mathematik-Historiker denjenigen Erscheinungen der Mathematik gegenüber, die in das Gebiet der transcendentalen Philosophie und der Cabbala hinüberspielen, eine fast ängstliche Reserve beobachten.

Die Folge davon ist, dass der Mathematiker sich gewöhnt, an diesen Erscheinungen achtlos vorüberzugehen, oder in ihnen blos das Spiel einer überhitzten Phantasie zu sehen, welches mit der Entwickelung der Mathematik selbst eigentlich gar keinen Zusammenhang hat.

Wenn nun die mathematischen Verirrungen in der That so ganz ohne jedweden Zusammenhang wären mit der Entwickelung des mathematischen Gedankens, so wäre es sehr merkwürdig, wenn nicht geradezu unerklärlich, dass zu einer Zeit, wo alle Wissenschaften schliefen, wir auch sehr wenig von diesen mathematisch-cabbalistischen Spielereien hören, zu einer Epoche hingegen, wo die reine Mathematik Fortschritte zu machen begann, wie noch nie, wo sie bereits mit vollem Recht Anspruch machen durfte, eine philosophisch-exacte Wissenschaft genannt zu werden, dass gerade zu jener Zeit auch das mathematische Unkraut üppig blühte.

Für den Rechenkünstler mögen ja diese Verirrungen werthlos sein; für denjenigen aber, der die Entwickelung des mathematischen Gedankens mit Interesse verfolgt, sind sie von grossem Werth, denn man wird in ihnen Phasen eines unbewussten, aber um so mächtigeren

Ringens nach denjenigen Idealen erblicken, welche von der modernen Mathematik verwirklicht worden sind, man wird in ihnen oft Keime zu Theorien erkennen, die sich nach mehr als 200 Jahren siegreich behauptet haben; man wird in ihnen endlich eine leitende Idee herausfinden, die für die gesammte Entwickelung der mathematischen Anschauung unendlich fruchtbringend wurde.

Es soll die Aufgabe der vorliegenden Studie sein, zu zeigen, wo der Ursprung dieser Verirrungen liegt, und welchen Einfluss sie auf die Entwickelung der mathematischen Anschauung hatten.

Fragen wir uns vor allem, wie weit wir zurückgehen müssen, um auf den ersten Anlass zu diesen Verirrungen zu kommen. Wenn wir auch schon bei den Egyptern gewissen symbolisirenden Zahlenspielereien begegnen, so war es doch erst Pythagoras, der eine Zahlenphilosophie schuf; es ist klar, dass wir in ihm sowohl den Vater der Mathematik, als auch der cabbala erkennen müssen. Das Wunder der Zahlen,das heisst, ihre scheinbare Zweckmässigkeit zur Auflösung gewisser Probleme, hat auf Pythagoras eine Art Zauber ausgeübt und ihn veranlasst, den geheimnissvollen Eigenschaften der Zahlen weiter nachzuspüren. Bedenkt man aber, dass das Zeitalter des Pythagoras einen Unterschied zwischen Geist und Körper noch nicht kannte, so liegt es nahe, dass man der Zahlenharmonie ein eigenes Wesen zutheilte und hier befinden wir uns bereits auf der ersten Stufe zur mystischen Zahlensymbolik.

Plato, der das Reale aus seinem System verbannt haben will, und ihm die Rolle des Nichtseienden zutheilt, konnte sich ebenso wenig, wie Pythagoras vom mächtigen Zauber der Zahlenharmonie freihalten; sein zweiter Nachfolger in der Akademie, Xenocrates, nahm die Ideen geradezu für den adäquaten Ausdruck der mathematischen Zahlen selbst an, und ein anderer Platoniker, Philippos, kommt zum Schluss, die wahre Frömmigkeit liege in der Beschäftigung mit Mathematik und Astronomie.*)

Es ist jedoch bezeichnend, dass, trotz dieser Verirrungen, es gerade die aus der platonischen Schule hervorgegangenen Mathematiker waren, welche die Mathematik auf den Gipfel der Höhe brachten, die sie im Alterthum erreichen sollte und dass diese Mathematiker sich zugleich zum philosophischen System Plato's bekannten; es lässt sich dies dadurch erklären, dass Plato die von ihm erfundene analytische Methode sowohl auf die Mathematik, als auch auf die Philosophie anwendete; sowohl die Mathematik, als auch die Philosophie verdanken

*) Aristoteles, Metaphysik XIII. I.

Plato den für beide Wissenschaften so unendlich wichtig gewordenen Beweis vermittelst der «deductio ad absurdum» und den Begriff der stricten Definition.

Wie sehr die Mathematik in das platonische System hineingewachsen war, geht am klarsten daraus hervor, dass es wenige grosse Mathematiker zu Alexandria gab, die nicht zugleich Platoniker gewesen wären, und wenn wir die dort stattgehabte unnatürliche Verquickung von Judenthum, Pythagoreismus und Platonismus zum sogenannten Neuplatonismus ins Auge fassen, so werden wir uns der Ueberzeugung nicht verschliessen können, dass hier die mathematischen Verirrungen nothwendig Orgien feiern mussten, obwohl der Geist des Pythagoreismus und Platonismus von gediegener mathematischer Forschung beseelt war. Dass die mathematische Forschung jedoch nirgendwo anders eine Heimstätte fand, als gerade bei den Platonikern, wird man leicht begreifen, wenn man bedenkt, dass der Aristotelismus und die aus ihm hervorgegangene Scholastik auf die Entwickelung der Mathematik geradezu lähmend wirkten und sie bis ins 14. Jahrhundert im Banne hielten.

Das Wissen, welches von dem Stagiriten und den Peripatetikern ausging, war neben seiner Gediegenheit, ein wesentlich nüchternes, ja sogar trockenes und diese Trockenheit ist das Erkennungszeichen der ganzen Epoche, welche unter dem Einfluss des Aristoteles steht*); für eine neue Methode, für eine Analysis im Sinne Plato's hatte das aristotelische System keinen Raum, wovon wir uns am besten an den Mathematikern, die aus der aristotelischen Schule hervorgingen, überzeugen können. Euclid, Archimedes, Apollonius von Pergä und schliesslich Ptolemäus, sie vereinigten alle neben gediegener Forschung, die gewisse axiomatische Methode des Aristoteles, welche an die eigenen Voraussetzungen blind glaubte.

Es ist desswegen mehr als zufällig, ja sogar charakteristisch, dass das Mittelalter, welches ja unter der geistigen Einwirkung des Aristoteles, und der Nachwirkung des Römerthums steht, nur zwei Wissenschaften zu erzeugen vermochte: die Jurisprudenz und die Theologie; dass nun für die Naturforschung im allgemeinen und für die Mathematik im besonderen sich unter diesem starren geistigen Regime kein Platz fand, braucht nicht erst gesagt zu werden. Wenn auch die jüdisch-arabische Schule in ihrer Mitte bedeutende Mathemathiker zählte, so wirkten dieselben auf die Mathematik höchstens ausgestaltend und er-

*) Vgl. Cantor, Gesch. d. Math. Bd. I.

haltend, verliessen aber mit keinem Schritt die Bahnen und Methoden Euclid's. Die euclidischen Elemente waren aber erschöpft, commentirt und übercommentirt, und an neue Methoden oder Voraussetzungen wagte man gar nicht zu denken.

Es lag in der Natur der Sache, dass sich schliesslich gegen die Scholastik, die so viel versprochen und so wenig gehalten, eine umso kräftigere Reaction geltend machen musste.

Diese Reaction bestand in einem leidenschaftlichen und zügellosen Trieb nach Naturerkenntniss. Aristoteles war wohl der Schöpfer aller Naturwissenschaften; doch lag es in seinem System, dass es unverrückt auf dem Standpunkt seines Schöpfers bleiben musste, und der Trieb nach Naturerkenntniss mit sieben Siegeln verschlossen war. Die Vertiefung ins classische Alterthum, als dessen Repräsentant Plato galt, sollte dazu verhelfen, das Joch der Scholastik abzuschütteln und zur Erkenntniss der Natur zu gelangen; mit dem Concil zu Ferrara und Florenz, wo Georg Gemisthos Plethon seine begeisterten Vorträge über Plato hielt, hatte auch die Scholastik ihre Rolle ausgespielt. Einer nach dem anderen erhoben sich Männer, die gegen die Scholastik mit Wort und Schrift auftraten, so dass schliesslich alle in dem einen übereinkamen, dass wenn man überhaupt Aussicht haben wolle, in die Geheimnisse der Natur einzudringen, man den Aristotelismus als überwunden betrachten müsse.

So war das alte Gebäude zerstört, aber um ein neues aufzubauen fehlte die wissenschaftliche Kraft und die Folge davon war, dass Männer, wie Agrippa von Nettesheim aufstanden, die überhaupt alles Wissen und Erkennen leugneten*). Aber die Sehnsucht nach der verbotenen Frucht der Naturerkenntniss bestand fort und verlangte stärker, denn je, nach Befriedigung.

Wie jedoch eine Schlingpflanze, wenn alles um sie leer ist, sich instinctiv bis zum nächsten Baum fortbewegt, um sich an ihm hinaufzuwinden, so dieser Trieb, der einer Stütze, einer Handhabe bedurfte; wo er immer hintappte: überall Ruinen der alten Zeit und Luftschlösser der neuen. Eine einzige Wissenschaft stand felsenfest da, unwiderlegbar und consequent von Alters her: die Mathematik. Und an diese klammerte sich der sehnende Trieb nach Erkenntniss, von ihr wollte er die Lösung des Welträthsels erbitten, und, wenn das nicht ginge, erzwingen.

*) De incertidudine et vanitate omnium scientiarum et artium. Köln 1527 Paris 1529, Antwerpen 1530.

Dies ist der Moment, wo sich der Bund zwischen Mathematik und Philosophie vollzog, welcher der ganzen zukünftigen Epoche seinen Stempel aufdrückt und dem die Philosophie so unendlich viel zu verdanken hat.

Sowie jedes mächtige unbefriedigte Sehnen einen religiösen mystisch-schwärmerischen Zug annimmt, so wurde auch das Streben, den gesammten Naturzustand auf mathematische Verhältnisse zurückzuführen, mit neuplatonischer Schwärmerei und pythagoreischer Zahlensymbolik vermengt.

Man begnügte sich nicht, mittelst der Mathematik neu entdeckte Weltsysteme, wie das copernicanische, zu beweisen, man wollte auch durch sie neue Systeme erzwingen, indem man, auf Pythagoras zurückgreifend, annahm, nichts sei ausserhalb der Zahl, sie bedeute das All-Sein und desswegen wohne ihr eine geheimnissvolle Kraft inne.

Die zwei Richtungen, nämlich die Mathematik und die Cabbala, gingen von nun an nicht nur neben einander, sondern fanden sich oft und zumeist in ein und derselben Person derartig fest verwachsen, dass es schwierig scheint, den Entscheid zu fällen, ob die mathematischen Speculationen von den cabbalistischen oder diese von den mathematischen befruchtet wurden.

Geradezu ein Typus einer solchen Verquickung ist Hieronymus Cardanus. Seine berühmte Formel zur Auflösung von Gleichungen dritten Grades will er für die Naturphilosophie symbolisiren, und umgekehrt liegt in seinen mathematisch-naturphilosophischen Phantasmagorien manche tiefe mathematische Wahrheit verborgen.

Doch ist Cardanus keine blos sporadische Erscheinung.

Mit Johann Pico von Mirandola,*) dem Neubegründer und Wiedererwecker der mathematisch-cabbalistischen Speculation, zieht sich diese in geschlossener Reihenfolge bis zum Anfang des 18. Jahrhunderts.

Wenn man andererseits bedenkt, dass ein Mann von so gediegenem wissenschaftlichen Geiste, wie Reuchlin, ebenfalls vom cabbalistischen Taumel ergriffen wurde und die Anfang- und Endlosigkeit Gottes dadurch zu erklären sucht, dass er ihn mit dem mathematischen Punkt identificirt, der ebenfalls Anfang und Ende aller Dinge sei**), so muss man unwillkürlich auf den Gedanken kommen, dass in diesen Auswüchsen einer überhitzten Phantasie ein gewisses instinctives Streben

*) Conclusiones cabbalisticae. Rom 1486.

**) De verbo mirifico, Basel 1494.

zu suchen ist, diejenigen Ziele zu verwirklichen, die später all' den grossen Mathematikern klar vor Augen traten.

Welches waren nun die Mittel, die Methoden, deren sich die sogenannte practische Cabbala bediente?

Die Apokalypse Johannis bedient sich eines in der späteren Cabbala unter dem Namen Gematria oder Temura beibehaltenen Vorganges, um den inneren Sinn der Worte mit Hülfe der Zahlen zu erklären*); so bedeutet die Zahl 666 den Antichrist in der Person Nero's, weil die Worte «Nero Cæsar» hebräisch die Zahl 666 ergeben**).

Diese Art der Worterklärung war im Mittelalter sehr beliebt und wurde von Johann Faulhaber «bestelltem Rechemeister und Modisten» in Ulm zu einem förmlichen System verarbeitet.***) Faulhaber sucht nachzuweisen, dass in den verschiedenen Zahlencombinationen mehr stecke als blosse Rechenkunst; sie hätten vielmehr einen prophetischen, inneren, geheimen Sinn, vermittelst dessen man Wunder vollbringen könne.

Das interessanteste Buch auf diesem Gebiete ist aber jedenfalls das von einem Zeitgenossen Faulhabers verfasste Buch unter dem Titel: «Das Geheimniss der Zahl.»†) Der Autor dieses Werkchens, Petrus Bungus, ein Berufsmathematiker, offenbar ein überspannter Kopf, bemüht sich nachzuweisen, die Zahl sei nicht blos eine todte Ziffer, sondern sie habe eine «Seele», eine wirkliche, wahre, wahrhaftige Seele, d. h. es kämen ihr gute, wie schlechte Eigenschaften zu; sie könne bald willig, bald störrisch, bald gut, bald böse sein.

---

*) Vgl. S. Munk, Palèstine, p. 520.

**) Aehnliche Zahlenspielereien weist schon der ältere Pythagoreismus und auch der Stoizismus auf.

***) Andeutung Einer unerhörten newen Wunderkunst . . . . Welches allen Gelehrten in allerhand Faculteten zu wohlmeinender Aufmunterung und Vermahnung dienen kann, das sie nach dem ausgedruckten und klaren Befehl Gottes solche hochwichtige Zahlen gründlich zu erforschen keinen Fleiss sparen etc. etc. Durch Johann Faulhabern, Bestellten Rechenmeistern und Modisten in Ulm. Nürnberg, Abraham Wagenmann. 1613.

Himmlische geheime Magia, Oder Newe Cabbalistische Kunst und Wunderrechnungen vom Gog und Magog Aus teutschem, Lateinischem, Griechischen und Hebräischen Kunst und wunder Alphabeth in verborgene Retzel eingewickelt und in den truck gegeben durch Johann Faulhabern, bestellten Rechenmeistern und Modisten etc. in Ulm. Gedruckt zu Nürnberg durch Abraham Wagenmann 1613. In Verlegung Herrn Johann Remmelin Phil. et Med. Doct. Ulm.

†) Petri Bungi Bergomatis numerorum mysteria etc. Paris 1618.

So hirnverbrannt dieser Gedanke im ersten Augenblick erscheint, so ist es doch umso merkwürdiger, dass in den Phantasien jenes Verfassers eine Art Vorahnung der modernen mathematischen Auffassung liegt. Betrachten wir den heutigen Stand der Mathematik, wo die Verallgemeinerung immer mehr und mehr fortschreitet, wo nicht mehr mit einzelnen Zahlen, sondern bereits mit ganz allgemeinen Functionen operirt wird; betrachten wir die unsterblichen Schöpfungen Riemanns auf functionentheoretischem Gebiete und fragen wir uns dann, ob durch diese Schöpfungen in die Functionen nicht wirklich eine Art Seele hineingelegt wurde; wenn das Wort «Seele» für unsere Funktionen auch paradox erscheinen mag, aber Charakter kann man ihnen ruhig zusprechen, und dazu noch oft einen recht störrischen, schwer zu bändigenden; sind sie nicht den Operationen gegenüber, die wir mit ihnen vorhaben, oft willig, oft störrisch, bald stetig, bald unstetig, bald sprungweise fortschreitend, bald ruhend, bald sich ins Unendliche verlierend? Die nächste und naheliegendste Frage ist nun, auf welche Weise die Verfechter der praktischen Cabbala dazu kamen, anzunehmen, man könne vermittelst der Zahlencombinationen hexen und zaubern?

Darüber gibt uns am besten das Buch der Bücher der Cabbala Aufschluss, nämlich das «Buch der Schöpfung»*); in diesem heisst es, dass Gott die Welt nicht direkt schuf, weil er sich dadurch profaniren würde, sondern durch Vermittelung der zehn himmlischen Zahlen (Sefirot). Jeder dieser zehn Zahlen komme eine eigene schöpferische Bedeutung zu.

Nun gäbe es aber drei Welten: 1) mundus creationis, der himmlischen Sphären, 2) mundus formationis, der Engel und Intelligenzen, 3) mundus terminationis, unsere materielle Welt.

Diese drei Welten sind durch die Sefirot verbunden und einander in den kleinsten Theilen ähnlich. Da nun das ganze Universum blos Zahlenharmonie ist, so können wir, falls uns gewisse Zauberformeln zu Gebote stehen, und durch Aussprechen gewisser Zahlencombinationen, die Harmonie in jenen transcendentalen Welten nach Gutdünken verändern. Wenn nun unsere Welt nichts anderes ist, als ein mit jenen transcendentalen Welten vermittelst der Sefirot verbundenes, in den

*) Das «Buch der Schöpfung» hebräisch «Jezirah» ist schon im 10. Jahrhundert von Saadia und Sabbatai Dandolo commentirt worden, die dessen Niederschrift ins zweite nachchristliche Jahrhundert setzen; man nimmt jedoch jetzt übereinstimmend an, dass man dessen Ursprung ins 7. Jahrhundert zu verlegen habe.

kleinsten Theilen ähnliches Abbild, so müssen sich durch Veränderung jener Zahlencombinationen nothwendiger Weise bei uns hienieden dieselben Combinationen ergeben, wodurch wir die Sphärenharmonie nach Gutdünken verändern können und die Naturgesetze in unsere Hand bekommen.

Es wird uns nicht einfallen, und es wäre auch zu paradox, behaupten zu wollen, dass Riemann vom «Geheimniss der Zahl» oder Möbius durch das «Buch der Schöpfung», zu ihren Forschungen angeregt wurden; ja wir zweiflen sogar stark, ob sie von diesen Büchern überhaupt Kenntniss hatten.

Aber es ist immerhin interessant zu sehen, wie Gedanken, die zur Funktionentheorie oder zur Theorie der conformen Abbildung in einem nicht zu läugnenden Aehnlichkeitsverhältnisse stehen, auf einer ganz anderen Linie und zu einer ganz anderen Zeit selbständig auftraten, und dass es erst der Kant'schen Kritik gelang, den scheinbaren Widerspruch zu erklären, wie es denn eigentlich komme, dass eine anscheinend ganz gleiche Methode auf der mathematischen Linie zu epochemachenden Entdeckungen, auf der metaphysischen zu einer geradezu heillosen Verwirrung führte.

Man sollte nun allerdings glauben, dass die Kant'sche Kritik wenigstens die Wirkung gehabt hat, dass man sich nun klar bewusst wurde, wo die Grenzscheide zwischen Mathematik und Philosophie liege; aber gerade in unserem Jahrhundert haben die Entdeckungen auf dem Gebiete der höheren Mathematik gezeigt, dass es gar keine wissenschaftliche Enttäuschung giebt, die nicht im tiefsten Herzensgrunde ein: «vielleicht doch!» verborgen hätte, und das «vielleicht doch!» gab zu förmlichen mathematisch-psychologischen und metaphysischen Odysseusfahrten Veranlassung.

Wir hatten Eingangs die Frage aufgeworfen: ob die cabbalistisch-mathematischen Spielereien der Entwickelung des mathematischen Gedankens auch einen anderen Nutzen geleistet haben, als einen blos negativen?

Um diese Frage zu beantworten ist vor Allem festzuhalten, welch' enorme Verdienste sich Plato um die Entwickelung des mathematischen Gedankens und um die Begründung der neuen mathematischen Methodik erwarb. Nun geht jedoch ein Gedanke niemals verloren; wenn wir in der Geschichte einem grossen leitenden Gedanken begegnen, derselbe dann plötzlich von der Bildfläche verschwindet und ebenso plötzlich wieder auftaucht, so können wir über-zeugt sein, dass jener Gedanke, wenn auch unterirdisch, wenn auch als Sclave irgend einer Afterwissenschaft, wenn auch kümmerlich und verkümmert, so doch immerhin gelebt hat, in der Erwartung, wieder die nothwendige Nahrung zu bekommen, um dann wieder aufzuleben.

Aus nichts wird nichts und, wie wir Mathematiker nur dann mit einer Funktion gut operiren können, wenn sie stetig ist, so müssen wir auch den geistigen Entwicklungsgang ansehen; er ist stetig, oder wenigstens abtheilungsweise stetig d. h. bald rascher im Wachsen begriffen, bald für gewisse Intervalle constant, manchmal sich unserer Betrachtung ganz entziehend, ein vollständiges Verschwinden jedoch ist beinahe unmöglich.

Es konnte nun dem Leser nicht entgangen sein, welch' eine bedeutende Rolle in den bisher angeführten und auseinandergesetzten mathematischen Verirrungen der Pythagoreismus, beziehungsweise Neuplatonismus, spielen.

Während das ganze gebildete Europa sich in den Angeln des Aristotelismus, beziehungsweise der Scholastik bewegte, fand der mathematische pythagoreisch-platonische Gedanke hier keine andere Heimstätte, als eben diese Afterwissenschaft. die Cabbala, und Jahrhunderte lang fristete er in ihr sein kummervolles und verkümmertes Dasein, bis endlich der Moment kam, wo er sein Haupt stolz erhob, in der mathematischen Methode Leibnizens und Newtons den höchsten Triumph feiernd.

Sehr verfehlt wäre es jedoch zu glauben, dass nun das Uebertragen der Mathematik auf andere Disciplinen verschwindet.

Wenn auch der mathematische Irrthum den Zauberstab nothgedrungen weglegen musste, so war er deswegen durchaus noch nicht entthront, sondern er hatte eben blos das Gewand des Magiers mit dem Talar des Gelehrten vertauscht, um in dieser Verkleidung um so ungehinderter die ihm gezogene Grenze überschreiten zu können.

Und so sehen wir denn, wie Leibniz und seine Zeitgenossen sich abmühten eine Art mathematische Gedankenmaschine herzustellen und wie ein so tiefer Geist, wie Spinoza, es versuchte, auf einigen Definitionen nach mathematischem Vorbild das ganze Weltall zu construiren; wie Laplace sein ganzes Leben nicht vom Gedanken lassen konnte, es sei vielleicht möglich eine mathematische Weltformel zu finden, in der man die Zeit blos $+\infty$ oder $-\infty$ zu setzen brauche, um Anfang und Ende des Weltalls zu kennen.

Diese Versuche erinnern wahrlich an den alten griechischen Mythus, der uns erzählt, die Erde ruhe auf den mächtigen Schultern des Atlas, worauf jedoch dieser ruht, uns weise verschweigt.

Selbst in unserem Jahrhundert unterzog sich Herbart der undankbaren Aufgabe, auf ganz willkürlichen Voraussetzungen eine vollständige mathematische Mechanik unseres Bewusstseins zu construiren, ein Versuch, dessen Unfruchtbarkeit nur gar zu bald erkannt wurde.

Aber gerade jenem mathematischen Irrthum Herbart's haben wir die auf thatsächlich mathematischer Grundlage durchgeführten psychophysischen Untersuchungen Webers und Fechners zu verdanken.

Auch Eduard von Hartmann sucht die Existenz seines «Unbewussten» mathematisch zu begründen; wenn aber seine Theorie keine festere Stütze hat, als die von ihm angewendete Wahrscheinlichkeitsrechnung, so ist sie, ebenso wie diese, falsch.*)

Wie dem auch immer sei, sollten wir auf die mathematischen Irrthümer, mögen sie Cabbala, Astrologie oder anderswie heissen, nicht mit souveräner Verachtung herabsehen; wir würden dies nur dann thun dürfen, wenn wir mit Auguste Comte annehmen dürften, die Wissenschaft sei eigentlich nichts anderes, als der, nach Verdrängung aller hindernden Phantasien zur Geltung gekommene «common sense».

Dem ist aber nicht so!

Die ganze Geschichte des menschlichen Geistes zeigt uns Wahrheit und Irrthum fest verknüpft; ja der Irrthum, das Vorurtheil sind oft geradezu Träger der Wahrheit und schützen dieselbe, wie das Ei das noch in der Entwickelung begriffene Vöglein; fühlt sich dasselbe stark genug, um ein selbständiges Dasein zu führen, dann, aber erst dann, wird die überflüssig gewordene Hülle zersprengt.

Gerade aus den Kreisen der Alchymisten ging die Chemie hervor, aus denen der Astrologen die eigentliche Astronomie, und auch der mächtige Baum der mathematischen Wissenschaften hat mehr wie eine Wurzel in der Gemeinschaft der Cabbalisten und Neupythagoreer.

Und so glauben wir denn die vorliegende Studie nicht besser schliessen zu können, als mit der Bemerkung, dass bei unserer, wie bei jeder anderen Wissenschaft, in jedem ehrlichen Streben ein Körnchen Wahrheit zu finden ist; es gehören dazu blos Vorurtheilslosigkeit und — etwas guter Wille.

*) Vgl. Lange, Geschichte des Materialismus, p. 234.

Mathemat. Seminar.
Hochschule Bern 1893.

Prof. Dr. Rudolf Wolf

(1816 — 1893).

Der bernischen Naturforschenden Gesellschaft zum Andenken beim 50-jährigen Jubiläum ihrer «Mittheilungen» gewidmet von Prof. Dr. J. H. Graf.

Es mag vielleicht da und dort aufgefallen sein, dass bei Anlass des Todes dieses trefflichen Mannes in der bernischen Tagespresse kein eingehender Nekrolog erschienen ist, der die Bedeutung und die Leistungen Wolfs im Allgemeinen und in dem, was er speziell Bern gewesen ist, gebührend hervorgehoben hat. Es ist eben schwer, von heute auf morgen ein einigermassen ähnliches Bild eines so thatenreichen Lebens zu geben, und so sei es uns denn gestattet, dieser unserer Pflicht mit Nachfolgendem Genüge zu leisten. Die bernische Naturforschende Gesellschaft hat um so eher noch die Aufgabe, das Andenken dieses Mannes in Ehren zu halten, als wir in Rudolf Wolf nicht nur unser ältestes Mitglied, unsern Senior, verloren haben, sondern gerade in seinem Todesjahr die Mittheilungen der bernischen Naturforschenden Gesellschaft, die Wolf anno 1843 durchgesetzt, gegründet und 12 Jahre redigirt hat, das Jubiläum ihres 50-jährigen Bestandes feiern konnten.

Rudolf Wolf entstammt dem berühmten Geschlecht der sogenannten Windegg-Wolfen, die ihren Namen von ihrem Stammhause, dem «hintern Windegg» in Zürich, erhalten haben, zum Unterschied der sogenannten Bach-Wolfen, die ein Haus am Bach besassen und welchem Zweig z. B. der Pfarrer Ph. Heinrich Wolf angehört. Wolf selbst hat in einem Neujahrsblatt des Waisenhauses*), wie auch schon früher, als er das Leben des berühmten Stadtarztes Kaspar Wolf**) (1532 — 1601), des Stammvaters der Bach - Wolfen, beschrieb, den

*) Johannes Wolf und Salomon Wolf. Zwei zürcher. Theologen sammt ihren Familien. Zürich, J. J. Ulrich 1874. 22 S. mit 3 Bildnissen.

**) Biogr. z. Kulturgesch. I S. 43 u. ff.

Stammbaum seiner Familie auf 400 Jahre sicher zurückgeführt, sicher bis auf Heinrich Wolf 149?—1531, der an Zwinglis Seite bei Kappel an jenem verhängnissvollen 11. Oktober den Tod fand. Die Familie gab der Stadt Zürich eine Reihe von Magistraten und tüchtigen Geistlichen. Der Vater unseres Rudolf Wolf, Johannes Wolf (1768—1827), heirathete Regula Gossweiler und dort, im glücklichen Pfarrhause zu Fällanden, Kt. Zürich, wurde Rudolf am 7. Juli 1816 geboren.

Er hatte noch eine ältere Schwester Elisabeth und einen ältern Bruder Johann (1813—1839), der Theologie studirte, ein tüchtiger Turner war und leider zu früh am Nervenfieber auf einer Studienreise in Bonn starb. In das Pfarrhaus zu Fällanden war auch die reichhaltige Bibliothek des Dekans Salomon Wolf (1752—1810) gekommen, die von Rudolfs Vater sorgfältig besorgt und erweitert wurde. Den ersten Unterricht genoss Rudolf bei seinem Vater, wo sich bald eine Vorliebe für's Rechnen zeigte; im Uebrigen sagte Wolf selbst von sich, dass er ein lebhafter «nüdrächzer» Knabe gewesen sei. Nachdem am 4. Mai 1827 sein Vater gestorben war, siedelte die ganze Familie nach Zürich über, wo Rudolf von 1828—1830 die sogenannte Kunstschule, von 1831—1833 das technische Institut, den Vorläufer der Industrieschule, besuchte. Hier genoss er den Unterricht Gräffe's in der Mathematik, machte mit Joh. Wild (gebor. 13. III. 1814) Bekanntschaft und Freundschaft und besuchte 1833—1836 die Vorlesungen auf der neugegründeten Hochschule Zürich, wo er hauptsächlich bei J. L. Raabe (1801 — 1859) höhere Mathematik, bei Mousson Physik und bei Eschmann (1808—1852) Astronomie hörte. Inzwischen war durch jene von Dufour präsidirte denkwürdige Kommissionssitzung (12. III. 1833) die Frage der Landesvermessung der Schweiz in ein neues Stadium getreten und Hofrath Horner hatte die Aufmerksamkeit Dufour's auf Eschmann gelenkt. Eschmann hatte auf der frühern Sternwarte Feer's Uebungen veranstaltet und eine kleine topographische Gesellschaft gebildet, deren Präsident er, deren Aktuar und Quästor Wolf war, und welcher noch Wild und Hofmeister angehörten. Sobald dieser Gesellschaft auf Verwendung von Horner und Pestalozzi von der Regierung einige Subsidien zur Deckung der Kosten zugesichert worden waren, begann man Signale zu bauen und Winkel zu messen. Jede Woche sollte wenigstens ein ganzer Tag auf die Arbeit verwendet werden, bei guter Witterung auf dem Felde, wo zuerst alle, später Eschmann und Wolf triangulirten, während Wild die Aufnahme mit dem

Messtisch begann; bei schlechtem Wetter wurde gerechnet und gezeichnet. Die andern Mitglieder, wie Hofmeister, Studer, Hüni, Peyer etc. zogen sich bald zurück. So ist es denn zu begreifen, dass Eschmann, als er von Horner vorgeschlagen wurde, seinen von Oeri construirten Basisapparat zu probiren und Personal einzuüben, als Gehülfen seine beiden eifrigen Schüler R. Wolf und J. Wild wählte.

Bei der Arbeit, die Basis, welche schon Feer bestimmt hatte, im Sihlfeld zu messen, und die vom 12. IV. bis 25. IV. 1834 vollzogen wurde, besorgte Eschmann die Alignements, Wolf die Nivellirungen und Thermometerablesungen und Wild die Büreauarbeiten, alles unter den Augen von Horner und Dufour; Dufour war sogar einmal in Begleit von Louis Napoleon anwesend. So ausgerüstet konnte man es wagen, die eigentliche Grundlinie des schweizerischen Dreiecksnetzes, die von Tralles und Hassler gemessene Basis bei Aarberg zu bestimmen. Diese Nachmessung vollzog sich vom 20. IX. 1834 bis 11. XI. 1834 durch Eschmann-Wolf-Wild, wo jeder dieselbe Arbeitspartie, welche er bei der Probemessung übernommen hatte, wieder ausführte. Ausserdem wohnten der Einleitung der Arbeit Buchwalder und Trechsel bei, die auch wiederholt den Fortgang der Sache inspizirten. 40 strenge Arbeitstage lieferten als Basislänge bei 13^0 R und Reduction auf den Meeresspiegel 13.053. 74 m. Darauf kehrte Wolf wieder zu seinen Studien nach Zürich zurück und unterhielt einen lebhaften Verkehr mit dem auf Triangulation in Bünden und Tessin befindlichen Eschmann, den er auch im Spätherbst 1835 in Colico besuchte. Im Frühjahr 1836 bezog Wolf die Universität Wien, wo er bei Ettinghausen Physik, Petzval und dann ganz besonders beim Astronomen J. J. von Littrow (1781—1840) hörte. Des Letzteren Unterricht war für Wolf überaus anregend und von grösstem Einfluss. Hier entstand auch seine litterarische Erstlingsarbeit «Ueber Curven II. Grades» (Annalen der Wiener Sternwarte). Im Frühjahr 1838 gieng Wolf nach Berlin, frequentirte die Vorlesungen von Encke, Dirichlet und ganz besonders von seinem Landsmann Steiner von Utzenstorf, Kt. Bern, mit dem er einen regen Verkehr unterhielt. Im Herbst 1838 gieng er über Göttingen, wo er die Bekanntschaft von Gauss und Stern machte, nach Bonn, wo er mit seinem dort studirenden Bruder Johannes zusammentraf und Argelander aufsuchte. Dann ging's über Brüssel nach Paris, wo er Arago, Biot, Bernard und Sturm kennen lernte und auch einige Vorlesungen anhörte, bis er schliesslich im Dez. 1838 über Genf und Bern wieder in Zürich eintraf, um im Sommer

1839 ein Vicariat für Gräffe am Gymnasium in Zürich zu übernehmen. Die im Jahr 1829 gegründete Realschule der Stadt Bern hatte am 15. September 1839 an der Grabenpromenade ein neues, von der Burgerschaft erstelltes Schulgebäude bezogen, und zugleich wurde Rudolf Wolf als Lehrer der Mathematik an diese Schulanstalt auf diesen Zeitpunkt berufen. In welcher Weise er sein Amt aufgefasst und in welchem Masse er die anvertraute Jugend für seine Fächer begeistern konnte, beweist die Liebe und Verehrung, die ihm die noch heute lebenden Schüler bei jedem Aufenthalt in Bern gezollt haben. Man richtete ihm bald auf dem Dach des neuen Schulgebäudes eine Plattform ein, wo er nächtlich allein oder im Kreise vertrauter Schüler der Astronomie pflegte. An den Schulreisen, welche das grosse Legat seines 1841 verstorbenen Kollegen F. Meyer ermöglichte, hatte er, so lange er an der Realschule lehrte, d. h. bis 1855, jedes Jahr von 1842 weg als Hauptleiter theilgenommen. Auf diesen 14 Reisen mit im Ganzen 202 Schülern*) hat er manch' schönes Stück unseres Vaterlandes gesehen, viel Gutes gewirkt und sich treue und dankbare Freunde erworben. Ganz hervorragenden Antheil nahm Wolf gleich von seiner Ankunft in Bern an am wissenschaftlichen Leben seiner neuen Heimatstadt. Am 9. Nov. 1839 wurde er Mitglied der bernischen Naturforschenden Gesellschaft, der er auch treu blieb, trotzdem er von 1855 an in Zürich wirkte. Am 6. Juni 1840 eröffnete er mit einem Vortrag über die Kometen die Reihe der wissenschaftlichen Leistungen in dieser Gesellschaft und als Dr. v. Fellenberg als Professor der Chemie an die Akademie in Lausanne berufen wurde und das Secretariat abgab, erhielt er am 19. Jan. 1841 in R. Wolf einen würdigen Nachfolger als Secretär und Kassier der Gesellschaft. In der gleichen Sitzung gab Wolf eine Notiz über seinen am 30. Nov. 1840 verstorbenen unvergesslichen Lehrer J. J. v. Littrow, dessen Andenken er sein Erstlingswerk, «Die Lehre von den geradlinigen Gebilden in der Ebene», ein Buch, das zwei Auflagen erlebte, widmete. Am 22. Okt. 1841 übernahm er zu seinen Beamtungen noch das Archiv. Auf seinen Antrag beschliesst die Gesellschaft, die Doubletten der in demselben enthaltenen, nach und nach geschenkten Bücher und Flugschriften auf angemessene Weise zwischen den Bibliotheken der Stadt Bern und der schweizer. Naturforsch. Gesellschaft zu vertheilen. Mit der Ausführung wird der Sekretär beauftragt.

*) Siehe Schlussbericht über die Realschule der Stadt Bern nebst einer kurzen Chronik der wichtigsten Ereignisse während ihres 50jähr. Bestandes. Bern, Stämpflische Druckerei. 1890. 75 S.

Um weiter in demselben nun definitiv Ordnung zu schaffen, wurden auf seinen Antrag hin folgende zwei Punkte zum Beschluss erhoben:

1) Der Archivar hat alljährlich in der Sitzung der bernischen Gesellschaft, welche dem Feste der allgemeinen Gesellschaft vorangeht, einen Bericht abzugeben, damit die Delegirten im Stande sind, etwaige Anträge am Feste zu stellen;
2) soll dem Archivar zum Betrieb des Archives ein jährlicher Kredit zur Disposition gestellt werden, den man durch freiwillige, per Zirkular zu erhaltende Beiträge noch vermehren will.

Mit dem letzten Punkt ward gleich begonnen und Wolf eine dem dannzumaligen Kassenstand angemessene Summe angewiesen. Wolf hatte auf das Jahr 1842 schon einen neuen Katalog des Archivs*) ausgearbeitet, und es wurde ihm vom Centralpräsidenten A. Escher von der Linth die Kompetenz ertheilt, ihn drucken zu lassen. So erschien auf seine Initiative 1843 der erste Katalog des Archivs und der Bibliothek der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft, wodurch die Benutzung derselben erheblich erleichtert wurde. Sodann wird in diesem Jahr noch ein bedeutender Schritt vorwärts gethan. Nachdem schon im Februar Prof. Valentin die Anregung gemacht hatte, die Protokolle der Gesellschaft in ähnlicher Weise drucken zu lassen, wie dies in Lausanne geschehe, so beschliesst am 4. März 1843 die Gesellschaft, einzelne Vorträge in zwanglosen Nummern auf Vereinskosten drucken zu lassen und bestellt in den Herren Shuttleworth, Studer, Valentin und Wolf eine Kommission, die ein geeignetes Reglement ausarbeiten soll. — Die Publikationen erscheinen unter dem Titel: «Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern» und die Herausgabe wird reglirt in einem Statut von 8 Paragraphen.

Durch die Herausgabe der «Mittheilungen» trat die Gesellschaft**) in eine neue Lebensepoche. Nach dem ersten Reglement sollten sie Vorträge einzelner Mitglieder oder auch Arbeiten fremder Gelehrten enthalten, die jedoch von einem Mitglied vorgelegt werden mussten. Nekrologe und Krankheitsgeschichten wurden von vorneherein ausgeschlossen. Ein halber Druckbogen bildet eine Nummer, die dem Buchhändler zu einem Batzen in Kommission überlassen wird, die

*) Der noch im Manuscript vorhanden ist.

**) Vergl. J. H. Graf, die Naturf. Ges. in Bern vom 18. Dez. 1786 bis 18. Dez. 1886, S. 60.

Auflage*) beträgt 300 Exemplare, der Autor erhält 12 Freiexemplare, muss jedoch die Kosten für die Holzschnitte und allfällige Tafeln selbst bezahlen. Die Redaktion wurde dem jeweiligen Sektretär übertragen. Wolf gab die «Mittheilungen» heraus bis 1855, dann besorgte die Herausgabe der auf Wolf folgende Sekretär, Herr Prof. Dr. L. Fischer bis 1860, dann trat Dr. R. Henzi an seine Stelle, der die Herausgabe bis 1877 besorgte, ihm folgte für 1878 Prof. Dr. A. Valentin, 1879 und 1880 J. Fankhauser, 1881 und 1882 Dr. G. Beck, 1883 wurde die Redaktion der «Mittheilungen» vom Sekretariat abgetrennt und Dr. Graf mit der Herausgabe der Akten betraut. Welche Phasen die «Mittheilungen» in den 50 Jahren ihres Erscheinens bis zum gegenwärtigen Moment durchgemacht haben, kann hier bloss kurz angedeutet werden. 1849 wurde ein eigener Fonds gegründet, der bis 1857 in Kraft war, um die Unkosten der Illustrationen zu decken, worauf der jetzt noch übliche Usus folgte, die Tafeln und Beilagen aus der Gesellschaftskasse zu zahlen. Im Anfang des vorigen Dezenniums wurde der Antrag gestellt, die «Mittheilungen» in zwanglosen Heften herauszugeben, was auch von 1881 — 1885 geschehen ist. Von diesem Modus ist man glücklicherweise wieder abgekommen, indem man wie früher einen Jahresband publizirt. Im Jahre 1888 wurde der Druck und Verlag gegen einen fixen Vertrag der Firma K. J. Wyss in Bern übertragen. Unsere Mittheilungen mit ihren 50 ununterbrochenen Jahresbänden feiern somit ein interessantes Jubiläum, und es ist zu bedauern, dass dem Anreger und Stifter dieser Publikationen nicht noch der Dank der Gesellschaft zu Lebzeiten hat votirt werden können.

Ueber die Fülle von Stoff, die in diesen Jahresbänden vorhanden sind, gibt uns Auskunft das alphabetische Personal- und Sachregister der Jahre 1843—1854 von R. Wolf, siehe «Mittheilungen» 1854, die Fortsetzung desselben über die Jahre 1855—1880 wurde von J. Fankhauser, diejenige von 1881—1890 vom derzeitigen Redaktor aufgestellt.

Nach dem ersten Register sind von Prof. C. Brunner 24 Arbeiten, von Dr. Brunner 15, L. R. v. Fellenberg-Rivier 9, C. v. Fischer 13, M. Perty 17, L. Schläfli 9, R. Shuttleworth 10, B. Studer, F. Trechsel 7, R. Wolf 56, etc. etc.

Das zweite weist 510 Themata auf, welche von 106 Mitgliedern behandelt wurden; hiebei betheiligten sich Prof. Dr. Bachmann mit

*) Gegenwärtig 550 Ex., der Autor erhält 50 Freiexemplare.

39, Prof. C. Brunner mit 20, Dr. E. v. Fellenberg mit 34, Prof. Dr. L. Fischer mit 17, Prof. Dr. A. Forster mit 21, Prof. Dr. F. A. Flückiger mit 20, Prof. Dr. M. Perty mit 33, Prof. Dr. B. Studer mit 167, Prof. Dr. Th. Studer mit 26, Prof. Dr. Wolf mit 20, Prof. H. Wydler mit 13 Arbeiten, etc.

Das letzte Verzeichniss endlich weist an Arbeiten auf, indem wir nur die Mitglieder aufzählen, die 3 oder mehr solche geliefert haben:

Bachmann 12, Baltzer 24, A. Benteli 3, Brückner 6, J. Coaz 13, Fankhauser 6, E. v. Fellenberg 19, E. Fischer 5, L. Fischer 10, M. Flesch 17, Ch. Moser 3, S. Schwab 3, Th. Steck 7, B. Studer jun. 7, J. B. Thiessing 5, J. H. Graf 17, E. Grützner 7, A. Guillebeau 10, G. Huber 3, E. v. Jenner 8, A. Jonquière 3, H. Kronecker 8, B. Luchsinger 20, Th. Rothen 3, V. Schwarzenbach 6, H. Strasser 3, Th. Studer 52, Valentin 3.

Ich füge noch bei, dass vom Jahr 1866 an auch eigentliche Sitzungsberichte dem jeweiligen Jahresband beigegeben wurden und dass 1876 die Gesellschaft für ihre »Mittheilungen« von der Weltausstellung in Philadelphia ein Anerkennungsdiplom erhielt. Durch diese 50 Jahre hindurch sind wir allmählig mit 23 schweizerischen und circa 280 ausländischen gelehrten Gesellschaften in Tauschverkehr eingetreten, und so dürfen wir wohl, ohne uns zu überheben, freudig auf die «Mittheilungen» blicken, als auf ein beredtes Zeugniss des die Gesellschaft stets beseelenden Eifers zur Vermehrung der naturwissenschaftlichen Kenntnisse. Wir dürfen aber auch dankbar des Mannes gedenken, der vor 50 Jahren diese Publikation durchsetzte, mit so viel Sachkenntniss redigirte und selbst zur Hebung ihres wissenschaftlichen Werthes so viel beitrug. In den «Mittheilungen» erschienen 1852 «Neue Untersuchungen über die Periode der Sonnenflecken und ihre Bedeutung», jene epochemachende Schrift, worin sich die genaue Bestimmung der Periode auf $11^1/_9$ Jahr findet, welche Wolf den Ehrendoktor der Berner Hochschule und 1852 die Stelle und den Rang eines ausserordentlichen Professors der Mathematik eintrug.

Schon im Jahr 1841 hatte er der Gesellschaft beantragt, eine Autographensammlung der berühmtesten Naturforscher des In- und Auslandes anzulegen. Diese Sammlung ist durch seine stete Beihülfe auf 12 stattliche und kostbare Bände, eine Zierde unseres Archivs, angewachsen. Einen Hauptbestandtheil dieser Sammlung*) bildet die naturwissenschaftliche Correspondenz von J. S. Wyttenbach, darunter alle Briefe, welche er über die Stiftung der schweiz. Naturf. Gesellschaft von Naturforschern erhalten hat. Wolf entfaltete in der Bibliothek der bern. und schweizer. Naturforschenden Gesellschaft eine so umfassende Thätigkeit, dass es ihm im April 1845 selbst zu viel wurde und er dringend darum bat, man möge ihn der Quästur der Gesellschaft entheben. «Soll sich noch bis zum Herbst gedulden!» war der Bescheid der Gesellschaft, und erst im Herbst nahm ihm sein Kollege Hamberger dieses Amt ab. Vom 7. Febr. 1846 bis zum 4. Nov. 1854 sind alle Protokolle mit musterhafter Genauigkeit von seiner Hand geschrieben. Wolf hatte sich gleich im Jahre 1839 um die Venia docendi an der Hochschule beworben, war aber auf Antrag der Fakultät deshalb abgewiesen worden, weil bereits sechs unbeschäftigte Docenten der Mathematik vorhanden seien. Daraufhin hielt er gut besuchte Privatkurse und im Jahre 1844 bekam er von der Erziehungs-Direktion mit Uebergehung der Fakultät ohne neues Gesuch die Venia. 1845 forderte ihn Schultheiss Neuhaus auf, um die gesetzliche Docentenbesoldung einzukommen; er wurde aber bei dessen Abwesenheit vom Erziehungsrath ziemlich schnöde abgewiesen, und erst 1847, da man ihn aus Parteirücksichten nicht zum Professor der Mathematik befördern wollte, gab man ihm das Docentenhonorar und ernannte ihn zum Vorsteher der Sternwarte. Dort müssen damals patriarchalische Zustände geherrscht haben. Der Erziehungsdirektor getraute sich z. B. nicht, vom Regierungsrath zu verlangen, dass der Erlass aufgehoben werde, wonach der Landjäger beim Aarbergerthor verpflichtet war, jeden Morgen das Thor des Sternwartgärtchens für das Publikum zu öffnen. Wolf wurde nur ermächtigt, dem Landjäger zu insinuiren, er möge das Oeffnen vergessen, was dieser sich nicht zweimal sagen liess. Die ihn in seinen Beobachtungen hindernden Bäume des Gartens liess er in einer Nacht umhauen, und so hatte er erreicht, dass das Territorium der Sternwarte wieder dem Publikum abgeschlossen und die Beobachtungen aufgenommen werden konnten. Als Wolf im April 1847, nachdem Trechsel die Sternwarte abgegeben hatte, diese übernahm, so liess er sich auch als Bibliothekar entlasten, und Christener trat an seine Stelle. Wolf's Lieblingswunsch war erfüllt, er stand an der Spitze einer kleinen Sternwarte, die aber

---

*) Vergl. B. Mittheilungen 1848, No. 142, wo ein Verzeichniss zu finden ist.

durch ihren Leiter bald Bedeutung gewann. Im Herbst machte er eine Studienreise, um die Sternwarten in Bonn, Hamburg, Altona, Berlin, Leipzig und München zu besuchen.

Die Sternwarte in Bern*), bei der Triangulation der Schweiz als Fundamentalpunkt für die Berechnung sämmtlicher Längen und Breiten angenommen, hat nach Delcros, Henry, Trechsel und Eschmann eine geogr. Breite von 46° 57′ 6,02″ und eine Länge östlich von Paris = 0^h 20^m $24{,}72^s$ und nach Trechsel eine Höhe von überm Meer = $572{,}50^m$ im Mittel. Schon im Jahr 1812 wurde auf dem höchsten Punkte der 1612 nordwestlich von der Stadt aufgeführten grossen Schanze ein Cabinet für Beobachtungen eingerichtet, und Trechsel bemühte sich beständig, dasselbe durch ein grösseres, zweckmässiger eingerichtetes Gebäude zu ersetzen. Bei seinem Freunde Ingenieur Feer in Zürich holte er sich Rath, bis es ihm schliesslich gelang, die Regierung im Jahr 1821 und 1822 zur Ausführung eines Baues zu vermögen. Auf solidem Fundamente wurde in leichtem Mauerwerk ein achteckiger Saal von ca. 10′ Diameter und Höhe mit Meridiandurchschnitt construirt, so dass das Centrum des neuen Gebäudes genau mit dem des alten coincidirte. Für Mittagsrohr, Uhr und vor den Schiebfenstern für bewegliche Instrumente wurden von dem Boden isolirte steinerne Fussgestelle angebracht. Der Saal hatte leider kein Drehdach, sondern über der Mitte desselben wurde eine Art Thürmchen mit festem Dach erbaut, wo man bedauerlicherweise so kein Instrument bleibend montiren konnte. Ein heizbares Zimmer und anderes war nicht vorhanden, hingegen fanden sich folgende Instrumente vor:

1. der grosse Ramsden'sche Azimuthalkreis,
2. eine Pendeluhr von Vulliamy in London,
3. ein Bordakreis von Schenk, 18 P.″ Durchm.,
4. ein Reichenbach'sches Repetitons-Theodolith, 1′ Durchm.,
5. ein Dollond'sches Fernrohr von 3½′ Focallänge bei 30‴ Oeffnung mit 38—150 Vergrösserung und ein kl. Heliometer,
6. ein Sextant und ein Barometer.

Sehr nothdürftig war sie eingerichtet, unsere Sternwarte, so dass Trechsel nicht viel machen konnte. Wolf selbst sagt, das von mächtigen Bäumen umschattete Häuschen mit der Inschrift «Uraniae» sah

*) B. Mitthlg. 1848, No. 114.

mehr einer Grabstätte der «Urania», denn als ein ihr geweihtes Gebäude aus, und er verwunderte sich selbst, dass er den Muth fand, den Versuch zu wagen, dem Institute bessere Tage zu verschaffen und dieses Institut, das nach seiner Meinung zu einer Zierde Berns werden könnte, zu heben.

So berichtet denn Wolf schon im September 1848, dass er vor allem darnach getrachtet habe, einen heizbaren Raum zu erhalten, da ihm seine Beobachtungen von 1847/1848 bei — 10° Reaumur dies als dringend nothwendig erscheinen liessen, und im Frühjahr 1848 entsprach die Regierung diesem Wunsch und schaffte durch zweckmässige Anbauten mehr Platz, so dass nun die Beobachtungen bei allen Jahreszeiten ihren ungestörten Fortgang nehmen konnten. Einzelne Instrumente wurden auch reparirt. Seine Zuhörer wie Risold, Lamarche, Ott, Thormann und Henzi halfen ihm oft bei seinen nächtlichen Beobachtungen. Wolf klagt darüber, dass die ihm zu Gebote stehenden optischen Mittel zu schwach seien, ihnen auch die parallaktische Aufstellung fehle, und so sehe er sich leider angewiesen, mehr auf litterarischem Wege für seine Lieblingswissenschaft thätig zu sein*).

Immerhin finden sich zahlreiche Beobachtungen über Sonnenflecken, Sternschnuppen, Zodiakallicht, Nebensonnen, Vertheilung der Fixsterne. Die Länge der Sternwarte bestimmte er auf $0^h\ 20^m\ 25^s$, $0 \pm 2{,}56$ ö. P. Getreu dem Worte des berühmten Olbers: «Ich halte Beobachtungen erst für gerettet, und gegen Verlust gesichert, wenn sie gedruckt sind», setzte Wolf alle diese Bestimmungen mit erneutem Eifer und grösserer Ausdehnung fort. Für Anschaffung der Instrumente that zwar der Staat nichts, so musste Wolf selbst für die meteorologischen Beobachtungen sich dieselben kaufen.

Am 10. Mai 1852 sagt Wolf: «Die Declinationsvariationen der «Magnetnadel haben genau die gleiche Periode wie die Sonnenflecken; «wenn für die einen ein Maximum oder Minimum eintritt, so hat gerade «auch für die andere ein Maximum oder Minimum statt. Dieses Resultat «dürfte der Schlüssel zu wichtigen Aufschlüssen werden, und ich muss «offen gestehen, dass ich mich glücklich schätze, diese Zusammenstellung «versucht zu haben und dadurch vielleicht Entdecker eines wichtigen «Naturgesetzes geworden zu sein!» bis dann eben in Nr. 255 der Mittheilungen, am 6. Nov. 1852 vorgetragen, der Beweis über die Coincidenz der Perioden und ihre Dauer von $11^1/_9$ Jahren von ihm erbracht worden

*) B. Mitthlg. 1849, No. 167.

ist. Im Jahr 1853 stellte Wolf Schönbeins Ozonometer*) und einen Regenmesser auf, ferner versenkte er in eisernen Röhren Krüge mit Wasser zur Messung von Bodentemperatur. Interessant ist auch seine Beobachtung vom Schattenwerfen der höchsten Berggipfel der Berneralpen im Gewölk, wie es auch von Sidler und mir wiederholt beobachtet worden ist. Im Jahr 1854**) hatte Wolf die Genugthuung, dass die Regierung endlich einen Umbau der Sternwarte ausführen liess und ihm die Mittel gab, ein neues Meridianinstrument zu kaufen, welches von Ertel-München geliefert und montirt wurde. Das Fernrohr hat $3^1/_2{}'$ Fokaldistanz auf 34''' Oeffnung. Dazu kam noch eine Pendeluhr von Leuenberger in Sumiswald, die nach mittlerer Zeit ging. Woher war diese Fürsorge der Regierung gekommen? Ministerialrath von Steinheil, welcher das schweizerische Telegraphennetz einrichtete, hatte die Telegraphenverwaltung veranlasst, mit der Regierung von Bern Unterhandlungen anzuknüpfen, um die Sternwarte zur telegraphischen Zeitabgabe zu veranlassen, und Wolf hatte sofort am rechten Ort das Eisen geschmiedet, so lange es noch warm war. Hipp hatte ausserdem einer zweiten Leuenberger-Uhr die Einrichtung gegeben, dass der Anfang jeder Minute mittlerer Bernzeit auf die Telegraphenwerkstätte übermittelt und von da aus sämmtliche Post- und Telegraphenuhren des Landes regulirt werden konnten. Wie wichtig die Verbindung der Sternwarte mit dem schweizerischen, ja mit dem europäischen Netz für sein kleines Institut war, sah Wolf sofort ein; ein Seitenthurm hat damals auch ein Drehdach erhalten, wo zu den Sonnenbeobachtungen ein 4füssiger Frauenhofer- mit einigen Detailapparaten montirt war. So ging denn Wolf mit erneutem Eifer und Energie an seine Arbeiten. Schüler wie Koch, Graberg, Garraux, Wyttenbach, Frauchiger, Fezer, Schaufelberger, Lüscher, Jeanrenaud etc. helfen ihm und es finden sich denn im Ganzen 60 verschiedene Aufsätze von Wolf, «Nachrichten von der Sternwarte in Bern» betitelt, in unsern Mittheilungen.

Aber auch für die meteorologischen Beobachtungen interessirte sich Wolf sehr. Schon 1844 übernahm er mit seinen Schülern an der Realschule die Reduction der täglichen Barometerbeobachtungen, welche Trechsel nicht besorgen wollte. Sein begeisterter Schüler F. Henzi rechnete die Beobachtungen um und nach dem Tode Trechsels wurden die Beobachtungen energisch fortgesetzt bis zum Moment (25. Mai 1855).

*) Seine Beobachtungen verglichen mit denen von Dr. Tscharner und Apotheker Müller finden sich in B. Mittheilungen 1854 Nr. 312.

**) Vergleiche B. Mittheilungen 319.

wo Wolf Bern verliess. An seine Stelle trat für die meteorologischen Beobachtungen J. R. Koch und Wolfs Beobachtungsjournal, genau und sauber geführt, liegt auf der Bibliothek der schweizer. Naturforschenden Gesellschaft.

Im Weitern ist nicht zu vergessen, dass Wolf in unsern Mittheilungen 38 verschiedene Aufsätze und Beiträge zur Geschichte der Mathematik in der Schweiz publizirt und sich so ein Material gesammelt hat, das er später gar gut verwerthen konnte. Endlich hat Wolf in öffentlichen Vorträgen, welche die Naturforschende Gesellschaft in Bern abhielt, mitgewirkt. Am 4. Nov. 1854 nahm er seine Entlassung als Sekretär der Gesellschaft, behielt aber die Redaction der Mittheilungen noch bei. An seine Stelle trat in jene Beamtung unser Prof. Dr. L. Fischer. Die Gesellschaft ehrte in Wolf das thätige Mitglied dadurch, dass er für 1855 zum Präsidenten gewählt wurde, welche Würde er aber nicht das ganze Jahr bekleiden konnte, da er im Juni 1855 nach Zürich verreiste, wohin er als Lehrer der Mathematik an das Gymnasium und für die Astronomie an das neugegründete Polytechnikum berufen wurde. Die Redaction der Mittheilungen übernahm Dr. L. Fischer. Mit der Uebersiedelung nach Zürich hat Bern in Prof. R. Wolf einen grossen Verlust erlitten; das ermessen wir daraus, wenn wir sehen, was er für Zürich geworden ist und für Bern hätte sein können. Damit gehen wir zur zweiten Phase im Leben Wolfs über.

Der Ruf nach Zürich war nicht von ungefähr gekommen. Im Sommer 1854 hatte eine vom Bundesrath eingesetzte Organisationskommission in Bern getagt, welche die Grundzüge für die Einrichtung des Polytechnikums berathen sollte. Es gelang Wolf, dieselbe zu überzeugen, dass zur allseitigen Ausbildung von Lehrern der mathematischen Wissenschaften und Ingenieuren nothwendig auch astronomische Kurse und Uebungen gehören müssen; man forderte ihn auf, eine Eingabe über die nöthigsten astronomischen Instrumente zu machen, worauf 10,500 Fr. dafür in der Meinung büdgetirt wurden, dass die Instrumente einstweilen in dem schon in Zürich vorhandenen Lokal aufgestellt werden sollten. Hiebei war die Aufmerksamkeit auf Wolf gelenkt, und am 23. April 1855 wurde er als Nachfolger von Raabe an das Gymnasium berufen und übernahm eben nebenbei die Verpflichtung, am Polytechnikum astronomische Kurse abzuhalten.

Hiezu benutzte er jene kleine Sternwarte, welche 1811 auf Betreiben Feer's und Horner's in der Nähe der Kronenpforte errichtet worden war, bis sie schliesslich 1864 zu einem Gartenpavillon des Blindeninstituts wurde. Dort übernahm er die alten Instrumente und kaufte aus der angewiesenen Summe von 10,500 Fr. eine Repsold'sche Pendeluhr, einen Ertel'schen Theodoliten und Meridiankreis, einen Merz'schen Sechsfüsser. Die Schülerzahl nahm aber rasch zu, und als erst noch die Astronomie für die Ingenieurschüler als obligatorisches Fach erklärt wurde, da genügte der Raum nicht mehr, und auf wiederholte Eingaben erhielt er vom Schulrath den Auftrag, u. a. eine Kostenberechnung für einen Neubau einzureichen. Durch eine Schenkung von 25.000 Fr. der Kunz'schen Erben an den Bau einer Sternwarte kam die Angelegenheit in Fluss, so dass schliesslich der Bund den Bau einer Sternwarte übernahm, während der Kanton Zürich einen zweckdienlichen Bauplatz beschaffen und die Beobachtungssphäre stets freihalten musste. Der Bau, am 21. VII 1861 vom Bundesrath beschlossen und nach den Plänen Semper's ausgeführt, wurde am 23. X 1864 von den bundesräthlichen Experten Hirsch und Architekt Kubli inspizirt und collaudirt und kam auf rund 250,000 Fr. zu stehen. Davon fallen 70% auf die eigentliche Bausumme, 20% auf die Instrumente und 10% auf das offizielle Mobiliar. Wolf war stets bestrebt, die Zahl der Instrumente zu vermehren oder dieselben durch bessere zu ersetzen; er legte sich auch eine sehr interessante Sammlung von historischen Apparaten an, die manch werthvolles Stück aufweist. Von seinem eigentlichen Wirken als Astronom an der neuen Sternwarte ist zu sagen, dass er bis gegen 1875 sich einer intensiven praktischen Thätigkeit hingab und über die wissenschaftlichen Arbeiten mit seinen Assistenten Weilenmann, Leuch und seit 1875 A. Wolfer legen die bis auf die Nr. 82 angewachsenen «Astronomischen Mittheilungen» reichlich Zeugniss ab. Er bestimmte von 1874—1877 aus 1369 gemessenen Zenithdistanzen die Breite seiner Sternwarte auf $47^0\ 22'\ 39'',991 \pm 0,04$ und die Länge vorläufig auf $0^h\ 24^m\ 51^s.67$. Längen- und Polhöhebestimmungen, Untersuchungen über persönliche Fehler sind die wesentlichsten Objekte seiner Thätigkeit. In den letzten Jahren waren seine Vorlesungen vorwiegend historischen Inhalts, die eigentlichen Fachvorlesungen wurden seinem Stellvertreter, Prof. A. Wolfer von Maur, Kanton Zürich, übertragen. Noch im letzten Semester hatte er nochmals Mechanik des Himmels angekündigt, eine Vorlesung, die er sich vorbehalten hatte. Seinen Sonnenfleckenbeobachtungen ist er treu geblieben bis in die letzten Tage. Stets trug er sein Handfernrohr mit sich, das ihm fast 50 Jahre lang gedient und in den Besitz Wolfers übergegangen ist. Es ist dies ein Handfeldstecher von

Plössl, wo er sich der Vergrösserung Nr. 3 bediente.*) An den Instrumenten der Sternwarte beobachtete er seit 1883, als er H. Wolfer ausser dem Refractor auch den grossen Meridiankreis übergeben hatte, nicht mehr. In den letzten 20 Jahren trat seine historisch-litterarische Thätigkeit auch auf dem Gebiete der Astronomie mehr in den Vordergrund, so publizirte er 1869—1872 sein «Handbuch der Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie.» I. Bd. 492 S., II. Bd. 459 S. Zürich, F. Schulthess, von 1890—1893 sein «Handbuch der Astronomie, ihre Geschichte und Litteratur». 2 Bde., I. Bd. 712 S., II. Bd. 658 S. Zürich, F. Schulthess. 1877 erschien als Band XVI der Geschichte der Wissenschaften in Deutschland, welche auf Veranlassung und mit Unterstützung S. Majestät des Königs von Bayern, Maximilian II., durch die historische Kommission der königlichen Akademie der Wissenschaften in München herausgegeben wird, «Die Geschichte der Astronomie», 815 S., 8°, München bei R. Oldenburg.

Diese Handbücher zeugen von einer staunenswerthen, geradezu phänomenalen Belesenheit und Beherrschung des Stoffes und zeigen seine systematische Art des Arbeitens auf das Eklatanteste. «Jeden Tag ein Stückchen» und selbst dann noch eins, wenn er bis in den Abend hinein im trauten Freundeskreis gesessen hatte, bis dann durch diese emsige continuirliche Arbeit nach und nach eine jener umfangreichen Leistungen entstanden war, die uns Staunen und Bewunderung abnöthigen.

Auf der eidgenössischen Sternwarte ist seit deren Gründung auch die schweizerische meteorologische Centralanstalt untergebracht. Nachdem 1861 auf der Versammlung der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft in Lausanne**) Mousson im Namen der in Lugano 1860 bestellten Kommission einen einlässlichen Bericht abgestattet hat, der 1. dahin gipfelte, wie die meteorologischen Beobachtungen einzurichten seien; 2. vorschlug den Bund um eine Summe von 14,000 Fr. und die Kantone um entsprechende Subventionen anzugehen, und 3. zur Leitung eine Kommission von 7 Mitgliedern vorschlug, wurde die meteorologische Kommission gewählt, bestehend aus den Herren Mousson-Zürich, Wild-Bern, Kopp-Neuchâtel, Ch. Dufour-Morges, Plantamour-Genf, Wolf-Zürich, Mann-Frauenfeld, Ferri-Mendrisio. Diese Kommission, deren Präsident Wolf nach dem Rücktritt

*) In B. Mittheilungen Nr. 144.

**) Vergl. Compte-rendu de la 45me session de la Société suisse des Sciences naturelles p. 24 ss., p. 87 ss.

von Mousson wurde, nahm die Organisation der Arbeit, sobald von Bund und Kantonen aus das Unternehmen finanziell gesichert war, eifrig an die Hand. In der Sternwarte Zürich und unter der Leitung von Wolf wurde die meteorologische Centralanstalt untergebracht, deren Direktor, Quästor, ja Sekretär er war, bis er sich auch in R. Billwiller, dem jetzigen Direktor, einen tüchtigen Nachfolger auf diesem Zweige der wissenschaftlichen Thätigkeit herangezogen hatte. Die Berichte der schweizerischen meteorologischen Kommission an die schweizerische Naturforschende Gesellschaft sind von 1867 an bis zum Schlussbericht 1880 von Wolf abgefasst. Durch Bundesbeschluss vom 23. Dezember 1880 wurde die meteorologische Centralanstalt zur eidgenössischen Staatsanstalt erhoben und R. Billwiller, der sich mit einer tüchtigen Preisarbeit «Ueber die Klimatologie der Schweiz» einführte, zum Direktor der Anstalt gewählt. An die Spitze der eidgenössischen meteorologischen Kommission, welche den Gang der neuen Anstalt zu überwachen hatte, wurde dann, wie recht und billig, Prof. Wolf berufen.

Ich gehe nun dazu über, Wolfs Thätigkeit als Präsident der geodätischen Kommission zu skizziren. Als im Jahr 1861 General Baeyer den Plan der mitteleuropäischen Gradmessung fasste, um die lokalen Abweichungen der Form der Erde von derjenigen eines abgeplatteten Rotationsellipsoids festzustellen, wandte er sich sowohl an den Bundesrath als an die schweizerische Naturforschende Gesellschaft, um sich die Mitwirkung der Schweiz zu sichern. Die letztere Gesellschaft ernannte am 22. VIII 1861 eine schweizerische geodätische Kommission bestehend aus R. Wolf als Präsident, H. Dufour, E. Ritter, A. Hirsch und H. Denzler, welcher der Bundesrath einen Kredit für ihre Arbeiten eröffnete. Man muss den Bericht mit seinen Beilagen lesen, den Wolf 1862 in Luzern*) der Versammlung der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft unterbreitet hat, um zu sehen, mit welcher Genauigkeit und Umsicht er die Sache angriff, ebenso den für Zürich für 1864.**) Es würde zu weit führen, hier im Text alle die Arbeiten über telegraphische Längenbestimmungen zwischen den einzelnen Observatorien aufzuführen, an denen Wolf betheiligt war. Er unterbreitete im Jahr 1879 der Kommission sein grossartiges Werk: «Geschichte der Vermessungen in der Schweiz als historische Einleitung zu den Arbeiten der schweizerischen geodätischen Kommission», Zürich, 1879. 4°. 320 S., ein Werk, das der schweizerischen Karto-

*) Verhandlungen 1862, S. 52 u. ff.

**) Verhandlungen 1864, S. 124 u. ff.

graphie und ihren Bestrebungen für alle Zeiten ein würdiges Denkmal setzt und von grossartigem Inhalt ist.

In die Zürcher Naturforschende Gesellschaft ist Wolf schon im Jahr 1839 eingetreten und dem Eintritte nach das älteste Mitglied gewesen. Wie er nach Zürich übergesiedelt ist, finden wir ihn im Comité. Die Gesellschaft hatte bei ihrem Wiederaufleben seit dem Jahr 1849 Mittheilungen publizirt in der Art der Berner Gesellschaft. Dieselben sind in Hefte von 13 Nummern eingetheilt und brachten es auf 10 solche mit 131 Nummern. An diese «Mittheilungen» schliesst sich nun die «Vierteljahrschrift», deren Redaktor seit der Gründung im Jahr 1856 bis zu seinem Tode, also fast volle 37 Jahre lang, R. Wolf in der hingebendsten Weise gewesen ist. Am 1. Februar 1892 beschloss die Gesellschaft neben einem kurzen Gesammtregister über die 12 letzten Jahrgänge ein detaillirtes Generalregister sämmtlicher Jahrgänge anzulegen, und Wolf hat diese wichtige und zeitraubende Arbeit nicht nur durchgeführt, sondern derselben noch ein Generalregister der «Mittheilungen» und der «Neujahrsblätter» voraus gehen lassen. Man vergleiche dieses Register und nehme dazu noch, was Dr. K. Fiedler in seinem Aufsatz «Die Naturforschende Gesellschaft in Zürich während der letzten 12 Jahre» über die Publikationen derselben sagt, dann wird man inne, welch eine Unsumme rein äusserer Arbeit des Anordnens und Corrigirens und der Durchsicht Wolf geleistet hat, nicht zu reden von dem, was er selbst publizirt hat. In allererster Linie sind da zu nennen seine «Astronomischen Mittheilungen», welche mit dem 1. Heft des 38. Jahrgangs der «Mittheilungen» auf 82 Nummern gestiegen sind*) und theils die Beobachtungen auf der eidgenössischen Sternwarte, theils die anderer und eine Unmasse Besprechungen interessanter Art über Astronomen, astronomische Instrumente und Schriften etc. enthalten. Seine bibliographischen Notizen über ältere Werke, in der Zahl von 40, sind ebenso werthvoll, und eine Fundgrube kulturhistorischen Materials werden seine Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte, die bis auf 466 Nummern gediehen sind, sein und bleiben. Was die Brauchbarkeit besonders erhöht, ist das, dass Wolf gelegentlich Register zum bequemen Auffinden des gegebenen Materials einflocht, wofür ihm Jeder, der auf diesem Gebiet arbeitet, nur dankbar sein wird. Seine Fürsorge erstreckte sich auch auf die Bibliothek der Gesellschaft. Manch' werthvolles

*) No. 83, noch vollständig von Wolf redigirt, ist gegenwärtig im Druck.

Buch ist schon von Bern aus durch ihn an die Gesellschaft geschenkt worden, und in Zürich angelangt, zählt Wolf bis zu seinem Tode zu den in aller erster Linie zu nennenden Gönnern dieses werthvollen Instituts der Gesellschaft. Der Bibliothek des Polytechnikums stand er bis zu seinem Tode als Bibliothekar vor. Ich kann Wolf's Persönlichkeit nicht besser charakterisiren, als wie es Prof. Dr. A. Heim in seinem Nachruf gethan hat, wo er sagt:

«Bei Gelegenheit der Feier seines 70. Geburtstages im Kreise der Zürcher Naturforschenden Gesellschaft äusserte sich Wolf in seiner natürlichen Bescheidenheit selbst wie folgt: «Ich habe mich immer damit getröstet, dass auch derjenige, der wie ich, kein Genie besitzt, doch viel Nützliches leisten kann, wenn er seine Arbeit richtig und seinen Fähigkeiten angemessen wählt.» Wolf hat das gethan. Er hat seinen feinen historischen Sinn, sein ungewöhnliches Gedächtniss, seine Genauigkeit, Zähigkeit und Ausdauer, seinen Ordnungssinn und Sammelfleiss und die ganze Konstanz und Sicherheit seines Wesens mit grosser Pflichttreue und Gewissenhaftigkeit ausgenützt. Er hat aber auch noch eine Fähigkeit bei all seinen Arbeiten zum glänzenden Durchbruch gebracht, die in solchem Masse, wie er sie besass, wohl gerade so selten ist, wie enormes Gedächtniss und ungeheure Ausdauer, sogar noch seltener als das Genie, das durch Gedankenblitze neue Wege öffnet: es ist eine geradezu verblüffende *Klarheit* und *Kürze,* eine *geniale* Klarheit, — wir können es nicht anders sagen! Was ein Anderer in fünfzig guten Worten klar darlegte, das sagte Wolf in bloss zehn Worten doppelt so klar, und dieser Zug geht durch alle seine Arbeiten hindurch. In seiner Hand wurden komplizirte mathematische Ableitungen von ungeahnter Einfachheit und Natürlichkeit. Im Lehrvortrag, der in schlichter Art ganz nur auf die Sache gerichtet war, trat diese Kürze und Klarheit ganz wie im geschriebenen Worte hervor. Sein Taschenbuch und seine Handbücher sind in der Art der Darstellung vollständig originell und bieten eine solche Fülle von Dingen auf kleinem Raume, wie wohl kein anderes Buch der Welt. Wenn Wolf auch langsam sprach, kam er doch weiter als mancher gewandte Redner. Recht oft hat er, seiner humoristischen Gemüthsart entsprechend, einen originellen Spass eingeflochten; derselbe war immer kurz und trocken hergesagt und diente nur der Sache, charakterisirte aber dieselbe in drei Worten besser als eine lange Rede. Wo immer es galt, zu erfassen, für sich oder Andere darzustellen, Erscheinungen der Natur oder Geschichte des menschlichen Forschens: Wolf hat immer aus dem grössten Wirrwarr der Beobachtungen und Thatsachen schnell den durchgehendsten Leidfaden gefunden, an welchem das Ganze am klarsten und kürzesten zu durchschauen ist. Diese geniale Durchsichtigkeit erfüllt all sein Denken und Schaffen, so dass vor seinem Auge ein grosser Komplex von Dingen heller lag, als jemals vorher vor menschlichem Fassungsvermögen.

Im persönlichen Verkehr mit dem ehrwürdigen Verstorbenen kam noch eine andere höchst seltene, wahrhaft klassische Eigenthümlichkeit zum Vorschein. Wolf war in allem seinem Thun zwar ohne Rast, doch *ohne Hast*. Es hat ihn wohl niemals jemand in Hast gesehen. Seine zahlreichen Werke lernen wir um so mehr bewundern, wenn wir wissen, mit welcher Ruhe, ohne Hast sie geschaffen worden sind. Es ist also möglich, ohne Hast und Nervosität so Gewaltiges zu leisten. Wolf hat es durch die That bewiesen. Ein vortreffliches, überlegtes Haushalten mit seiner Arbeitskraft und mit der Zeit, und ein einfaches, stilles Leben in Konzentration auf die nächsten selbstgewählten Pflichten, bildeten die Grundlage dieses ruhigen Schaffens. So ist es möglich geworden, dass Wolf sich nicht erschöpft und sich nicht überlebt hat. Seine Triebräder gingen so ruhig und gleichmässig ohne seitliche Schwankungen, dass sie sich bis ins hohe Alter nicht abnutzten. Was Wolf in seinen letzten Jahren geleistet hat, zeigt ihn uns noch so, wie wir ihn schon aus seinen 40 bis 50 Jahre älteren Schriften kennen.

Vor Allem aber kam diese Ruhe wohlthätig zur Geltung im persönlichen Verkehr mit dem liebenswürdigen Manne. Frei von jeder *Hast* versagte ihm sein heiteres, freundliches, liebevolles und humorvolles Gemüth niemals. In allen Situationen behielt er stets eine gleichmässige, wahrhaft klassische Ruhe und Sicherheit, und wenn er auch mit grösster Bestimmtheit auftrat, war er doch ruhig und milde. Kein Neid hat jemals seinen bescheidenen Sinn getrübt. Ein Streit mit Vater Wolf war völlig undenkbar. Wenn er Kritik übte, war sie treffend, aber so rein und wohlwollend, dass sie nur belehrte und mahnte, nie verletzte. Er liess niemals seine eigene Ueberlegenheit andere fühlen und ureinfach, schlicht, ohne Ceremonien, treu und offen war sein ganzes Wesen, ungekünstelt seine Herzlichkeit. Er war in seinem Wesen ein Eidgenosse vom alten Schrot und Korn, durch und durch.

In der Gesellschaft gehörte er namentlich in späteren Jahren zu denen, von denen es heisst: stille Wasser sind tief, aber nicht zu jenen stillen Wassern, vor denen uns ein geheimes Grauen erfüllt, sondern zu jenen, wo Treue und Wohlwollen und wahre Herzensgüte aus dem Spiegel ihrer Seele leuchtet.

Wie in seinem wissenschaftlichen Schaffen, so ist Wolf auch in seinem Wesen als Mensch stets Derselbe, Unveränderliche geblieben: ein ehrwürdiger, ungetheilt verehrter Kollege, ein väterlicher Freund. Er scheidet von uns als der letzte noch im Amte Gestandene, der seit Gründung des eidgenössischen Polytechnikums, seit vollen 38 Jahren an beiden Hochschulen gelehrt hat.»*)

«Bis ins hohe Alter einer guten, nur einmal vorübergehend ernstlich bedrohten Gesundheit sich erfreuend, erhielt der Heimgegangene bei seinem diesjährigen Herbstaufenthalt auf dem Rigi eine ernste Mahnung, dass seine Tage gezählt sein möchten. Eine vor kurzer Zeit eingetretene Erkältung hatte eine Brustfellentzündung zur Folge und brachte eine rasch zunehmende Entkräftung mit sich. Bis kurz vor seinem Tode blieb er im Besitze seiner Geisteskräfte und unterhielt sich mit seinem, ihm durch achtungsvolle Freundschaft verbundenen Assistenten. Noch einmal öffnete sich das schon brechende Auge, um dem herbeigeeilten treuesten Freunde einen Blick der Liebe zu spenden und das Licht des Gestirns zu grüssen, dessen Erforschung er einen grossen Teil der Arbeit seines Lebens und Geistes gewidmet hatte. Er entschlief den 6. Dezember, Mittags 12 Uhr, sanft und ohne sichtbaren Todeskampf.»**)

So wurde er denn in imposantem Zug, der Zeugniss von der hohen Achtung, in der der Verstorbene stand, gab, zur letzten Ruhe geleitet. Von Genf, Neuenburg, Bern, Basel waren sie herbeigeeilt. die den treuen Lehrer und Freund, den Mann der Wissenschaft verehrten. Im Trauergottesdienst in der «Predigerkirche» gab zuerst Herr Pfarrer W. Bion einen allgemeinen Ueberblick über die Lebensumstände und den Charakter des Verstorbenen, Prof. Dr. A. Heim feierte ihn als Gelehrten und Lehrer am Polytechnikum und der Hochschule, Prof. Dr. Lang übermittelte die Beileidsbezeugungen des Central-Comités der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft und resümirte seine Verdienste und Arbeiten für die Gesellschaft, und Cand. math. E. Amberg zeigte in einfachen und schlichten Worten, was er der studirenden Jugend beider Hochschulen gewesen ist.

Wolf war auch im Ausland hochgeachtet; so wurde er 1864 Mitglied der Royal Astronomical Society in London, 1885 correspon-

---

*) Rede des Hrn. Prof. Dr. Alb. Heim S. 8 ff.

**) Rede des Hrn. Pfr. W. Bion-Zürich. S. 5.

direndes Mitglied der Pariser Akademie an Stelle von E. Plantamour, 1889 der Società degli spectroscopisti italiani, 1893 Ehrenmitglied der östreichischen Gesellschaft für Meteorologie und so correspondirendes Mitglied oder Ehrenmitglied zahlreicher schweizerischer oder ausländischer gelehrter Gesellschaften.

«Professor Wolf blieb unverehlicht. Hiezu mag nebst seinem rastlosem Studium gewidmeten Leben, wohl auch wesentlich der Umstand mitgewirkt haben, dass er, so lange Mutter und Schwester noch mit ihm zusammenlebten, ein schönes häusliches Glück genoss. Er brachte denselben den reichen Schatz seines treuen und liebevollen Herzens dar, und als sie ihm entrissen worden, so übertrug er ihn auf einen ihn noch überlebenden, an Charakter und wissenschaftlicher Tüchtigkeit seiner würdigen Freund, der wenn auch verhindert, leiblich in unserer Mitte zu sein, gewiss mit uns, in Geist und Liebe vereint, diese Gedächtnissstunde schmerzlich ergriffen mitfeiern wird: Professor Wild, gewesener Lehrer der Topographie und Geodäsie am Polytechnikum. Doch die Fülle des wohlwollenden Herzens unseres Entschlafenen erschöpfte sich nicht an seinen nächsten Familienangehörigen und Freunden, sondern war reich genug, um auch Fernerstehende zu erfreuen und zu beglücken. Er that im Stillen viel Gutes und hatte allezeit ein offenes Herz und eine offene Hand für jede Noth, welche ihm der Hülfe würdig erschien.»*)

Seine Liebe zum Institut, das er so recht eigentlich geschaffen, bekundete er in seinem letzen Willen, datirt vom 21. November 1893.

Wir lesen darüber im Schweiz. Bundesblatt 1894 Nr. 4:

Der schweizerische Bundesrath

nach Einsicht

1. einer authentischen Abschrift der letzten Willensverordnung, vom 21. November 1893, des am 6. Dezember gleichen Jahres verstorbenen Dr. Rudolf Wolf, von Zürich, gewesenen Professors am eidgenössischen Polytechnikum daselbst, welche Willensverordnung u. a. folgende Verfügung enthält:

«Die nach Ausrichtung obiger, zusammen Fr. 40,000 und einen Theil meiner Fahrhabe beschlagenden Legate noch übrigbleibende Summe von cirka Fr. 60,000, sowie meine Bücher, Instrumente und überhaupt die sämmtliche übrige Fahrhabe, vermache ich der «Sternwarte des eidgenössischen Polytechnikums», dabei folgende nähere Bestimmungen treffend:

*) Rede des Hrn. Pfr. W. Bion-Zürich. S. 4.

«1. Das Kapitalvermögen soll unter eigene Verwaltung gestellt und als unantastbar erklärt werden, so dass nur die Zinsen zur Verwendung kommen können.

«2. Diese Zinsen sollen in erster Linie zur Fortführung und Versendung meiner «Astronomischen Mittheilungen» dienen. Von diesen soll alljährlich unter dem Titel «Astronomische Mittheilungen, gegründet von Dr. Rudolf Wolf, Nr......., herausgegeben von......», wenigstens eine Nummer erscheinen, welche in bisheriger Weise den Fleckenstand der Sonne im abgelaufenen Jahre gibt, damit meine mit 1749 beginnende Reihe der monatlichen Relativzahlen in homogener Weise fortgeführt werden kann, und die ferner Fortsetzungen der Sonnenfleckenlitteratur und des Sammlungsverzeichnisses enthält. Der weitere Inhalt dieser und allfälliger anderer Nummern bleibt dem freien Ermessen des Herausgebers überlassen.

«3. In zweiter Linie können mit Hülfe dieser Zinsen, welche von den Mittheilungen (wenigstens solange diese nur als Separatabdrücke aus der Vierteljahrsschrift abgezogen werden) nur schwach beansprucht sind, grössere Publikationen der Sternwarte ermöglicht werden, unter welche allenfalls auch einzelne der von mir «als druckbereit» hinterlassenen Manuskripte eingereiht werden können.

«4. Ist in solcher Weise für die Veröffentlichungen der Sternwarte und damit auch für ihren Tauschverkehr hinlänglich gesorgt, so können allfällige Zinsrestanzen auch zur Bereicherung der Sammlungen und für andere nicht etatsmässige Bedürfnisse der Sternwarte Verwendung finden.

«5. Aus der Bibliothek, welche infolge früherer vielfacher Verschenkungen nicht gross ist, aber manche Rarissima enthält, sind diejenigen Werke auszuscheiden, deren Verbleib auf der Sternwarte wünschbar erscheint, die übrigen sind der allgemeinen Schulbibliothek einzuverleiben. In allfällige Dubletten mögen sich die Bibliotheken der zürcherischen und schweizerischen Naturforschergesellschaft und die Privatbibliothek von Herrn Professor Wolfer theilen.

«6. Die Sammlung, zu welcher auch viele der eingerahmten Bilder, sowie die Galilei, Kepler und Bürgi gehören, ist nach und nach, soweit es nicht von mir bereits geschehen ist, der Sammlung der Sternwarte einzuverleiben und dabei jedes Stück in dem Verzeichnisse kurz zu beschreiben.

«7. Von der übrigen Fahrhabe soll alles, was für die Sternwarte brauchbar ist, auf derselben bleiben und auf ihr Inventar gesetzt werden. Ein allfälliger Rest soll nicht vertrödelt, sondern, sei es an einzelne Personen als Andenken, sei es an wohlthätige Anstalten, verschenkt werden.

«8. Dem Donator soll auf der Sternwarte eine einfache Gedenktafel gewidmet und sein Grab mit einem Kreuz nach Art derjenigen, welche er Mutter und Schwester setzen liess, geschmückt werden. Für Instandhaltung aller drei Gräber darf ich wohl die Schulbehörde zu sorgen bitten.»

2. eines Berichtes des schweizerischen Schulrathes;

gestützt auf Art. 105, litt. *f*, des Reglementes für die eidgenössische polytechnische Schule,

beschliesst:

1. Der schweizerische Bundesrath erklärt die Annahme des genannten testamentarischen Vermächtnisses.

2. Dasselbe erhält die Benennung «Wolf-Stiftung für die Sternwarte des eidgenössischen Polytechnikums» und wird als Spezialfonds vom eidgenössischen Finanzdepartement verwaltet.

3. Der schweizerische Schulrath verwendet die Zinse der Stiftung gemäss den testamentarischen Bestimmungen und erstattet darüber jährlich Rechnung und Bericht an den Bundesrath.

4. Der schweizerische Schulrath sorgt in Verbindung mit dem Testamentsvollstrecker für die gehörige Ausführung der Bestimmungen des Donators in Betreff der Gedenktafel und des Grabes.

Bern, den 19. Januar 1894.

* * *

Sein Name wird in unserm Vaterlande als der eines treuen Sohnes und begeisterten Freundes der Wissenschaft stetsfort einen guten Klang behalten, sein uneigennütziges und hingebendes Wirken mag uns zum Vorbilde dienen, sein Andenken bleibe im Segen.

Grössere Nekrologe erschienen:

1. Reden gehalten bei der Trauerfeierlichkeit für Hrn. Dr. J. Rudolf Wolf, Professor der Astronomie und Direktor der eidgenössischen Sternwarte in der Predigerkirche zu Zürich am 9. Dezember 1893. 15 S. Mit Portrait.
2. Prof. Rudolf Wolf †. Allgemeine Schweizer-Zeitung, 1893 Nr. 291 und Separatabdruck, 6 S., von Prof. A. Riggenbach-Burckhardt-Basel.

3. Zürcher Post 1893, XII, 8, von Direktor R. Billwiller-Zürich.
4. Zum Gedächtniss von Dr. J. Rud. Wolf, Professor der Astronomie und Direktor der Sternwarte in Zürich, von Pfr. W. Bion-Zürich. Schweizerisches Protestantenblatt 1893 Nr. 50.
5. Le professeur Rodophe Wolf. Gazette de Lausanne 23. Déc. 1893. Ch. Dufour.
6. Rodolphe Wolf. Journal de Genève, 14 Déc. 1893. R. Gautier.
7. Schweizer. Bauzeitung Nr. 24, 16. Dez. 1893, von Dr. Maurer. Mit Bild.
8. Illustrirte Zeitung, 6. Jan. 1894. Nr. 2636 von Dr. B. Messerschmidt. Mit Bild.
9. Erinnerungen an Prof. Rudolf Wolf †. Neue Zürcher-Zeitung, 26. Februar 1894.

Wolf's Werke sind:

A. Astronomie.

Sonnenfinsterniss 1847. B. M.*) 1847, 65.

Nachrichten von der Sternwarte in Bern. B. M. 1848: 41, 45, 145, 169, 209, 233, 237. — 1849: 16, 129, 134, 177. — 1850: 1, 6, 97, 98, 99, 113, 121, 129, 131, 134. — 1851: 89, 156, 172, 176, 180, 182. 1852: 41, 48, 49, 149, 169, 175, 179, 305. — 1853: 28, 33, 120, 138, 224, 229, 233, 267, 284. — 1854: 9, 17, 65, 73, 77, 105, 108, 113, 123, 145.

Sehen der Sterne bei Tage aus tiefen Schachten. B. M. 1851, 159.

Vertheilung der Fixsterne. B. M. 1851, 121.

Neue Untersuchungen über die Periode der Sonnenflecken und ihre Bedeutung. (Mittheilungen der bernischen Naturforschenden Gesellschaft. Bern, 1852 Haller'sche Druckerei. Genaue Bestimmung der $11^1/_9$ Jahre. S. 5. 24 S. 8°.)

Die Periode der Sonnenflecken und ihre Bedeutung. B. M. 1852, 249.

Jährlicher Gang der magnet. Declinations-Variation. B. M. 1853, 217.

Nachrichten von der Sternwarte in Bern. B. M. 1855: 7, 89, 121, 127, 129, 189.

Beobachtungen der Sonnenflecken in der ersten Hälfte des Jahres 1855 und Nachträge zur Untersuchung über Periodicität. B. M. 1855, 201.

Ergänzungen zu Mairan's «Liste des apparitions de l'Aurore boréale» Z. V.**) 1856, 196.

Mittheilungen über Sternschnuppen und Feuerkugeln. Z. V. 1856: S. 301.

Dasselbe auch separat. Aus der Vierteljahrsschr. der Naturf.-Gesellschaft in Zürich besonders abgedruckt. Zürich, Druck von Zürcher & Furrer. 1856, 32 S.

Ueber Kometen und Kometen-Aberglauben. Ein populärer Vortrag, den 22. Januar 1857 zu Zürich gehalten von Dr. R. Wolf, Prof. der Mathematik. Aus der Monatsschr. d. wissensch. Vereins bes. abgedruckt. Zürich, Verlag v. Meyer & Zeller 1857, 24 S.

*) B. M. = Mittheilungen der Berner Naturforschenden Gesellschaft.
**) Z. V. = Vierteljahrsschrift der Zürcher » »

Ergänzungen zum neuen Katalog der Nordlichter von Dr. Boué. Z. V. 1857: 81, 400.

Sternschnuppen-Beobachtungen 1857/58. Z. V. 1858: 88, 302. 1858/59. 1859: 197.

Aeltere Beobachtungen über die Abweichung der Magnetnadel in Zürich. Z. V. 1858, 91.

Ueber die Deklination in Basel nach einem Manuscript von Daniel Huber. Z. V. 1858, 175.

Eglinger über den Kometen von 1664. Z. V. 1858, 289.

Ueber die bisherigen Bestimmungen der geogr. Lage von Zürich. Z. V. 1858, 403.

Ueber den mittleren jährlichen Verlauf des Sternschnuppenphänomens in den Jahren 1851—1859. Z. V. 1859, 379.

Basler's Beschreibung des Nordlichts vom 2/12. Sept. 1621. Z. V. 1859, 389.

Louis Pictet's Nordlichtbeobachtungen in Russland. Z. V. 1860, 218.

Die Nordlichterscheinungen von Placidus Heinrich und zwei von Basler erwähnte Nordlichterscheinungen. Z. V. 1860, 327.

Die Feuerkugel von 1861, XI 12. Z. V. 1861, 452.

Flaugerges und Huber's Beobachtungen über das Zodiakallicht und über die veränderlichen Sterne. Z. V. 1862, 416.

Einige in der Winterthurer Chronik verzeichnete Nordlichterscheinungen. Z. V. 1864, 302.

Abweichung der Magnetnadel in Zürich. Z. V. 1867, 399.

Wilhelm Herrschel. Ein Vortrag, geh. den 28. Febr. 1867 auf dem Rathhause in Zürich. Zürich, F. Schulthess 1867. 19 S. 8⁰.

Ueber bisherige astronomische Geschichtschreibung. Z. V. 1869, 114.

Sur quelques Publications récentes par le Prof. Rod. Wolf. Tiré des Archives des Sciences de la Bibliothèque universelle. Juillet 1870. A. G.

Die Erfindung des Fernrohrs und ihre Folgen für Astronomie. Vortrag, gehalten den 6. Jan. 1870 auf dem Rathhaus in Zürich. Zürich, Verlag Fr. Schulthess 1870. 27 S. 1 Tafel.

Beiträge zur Geschichte der Astronomie. Ohne Ort und Datum. (Vierteljahrsschrift der astronom. Gesellschaft XVII, 2. Heft. 11 S. 8⁰.)

Nachrichten über den Sternschnuppenregen 1872 XI 27. Z. V. 1872, 294.

Ueber das Sehen der Sterne aus tiefen Brunnen. Z. V. 1875, 179.

Aus einem Schreiben von C. v. Littrow. Z. V. 1876, 228.

Untersuchung über die persönliche Gleichung. Z. V. 1876, 310.

Zeitgenössischer Beitrag zur Geschichte der Erfindung des Fernrohrs. 1876, 290.

Aus einem Schreiben von H. Gyldèn. Z. V. 1877, 199.

Geschichte der Astronomie als Bd. XVI der Gesch. der Wissenschaften in Deutschland. Auf Veranlassung und mit Unterstützung S. Maj. des Königs v. Bayern Maximilian II. herausgegeben durch die histor. Kommission bei der Königl. Akademie der Wissenschaften. München 1877. R. Oldenburg. 815 S. 8⁰.

Die Zürcher Beobachtungen der ringförm. Sonnenfinsterniss am 7. IX. 1820. Z. V. 1881, 186.

Ueber die Abspiegelung der Sonnenfleckenperiode in den zu Rom beobachteten magnet. Variationen. Note von R. Wolf, Prof. am eidgen. Polytechnikum. Estratto dal volume pubblicato in commemorazione di Domenico Chelini. Neapel, Mailand, Pisa. Verlag v. Ulrich Hoepli. 1881, 8 S.

Emil Plantamour., ein Nekrolog mit Portrait. Leipzig 1883. 8⁰, 20 S.

Einige Notizen über Name und Familie des Astronomen Lalande. Z. V. 1883, 65.

Ueber zwei zeitweise Verdunklungen der Sonne. Z. V. 1884, 69.

Ueber das Nordlicht vom 19. Oktober 1726. Z. V. 1884, 269.

Zwei Nachträge zu den Mittheilungen über Lalande und Zach. Z. V. 1888, 179.

Notiz über das in der Schweiz in der Nacht v. 27/28. Dez. 1560 gesehene grosse Nordlicht. Z. V. 1890, 87.

Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur. (1890—93) I Bd. 712 S. II Bd. 685 S. Zürich, F. Schulthess.

Aus einer alten Chronik (Kometen). Z. V. 1893, 115.

Quelques Résultats déduits de la statistique solaire par Rod. Wolf. 15 S. Estratto dalle Memorie della Società degli Spettroscopisti Italiani.

On the Period of Sun-spot frequency. 15 S. französ. 4°. 1 Taf. (Royal Astronomical Soc. Vol. XLIII).

Astronomische Mittheilungen I—II (Sonnenfleckenbeobachtungen in Bern und Zürich 1849—1855, eine dem Erdjahr entsprechende Periode in den Sonnenflecken). Z. V. 1856: 151, 262.

— — III—V (Sonnenflecken 1856: Staudacher's Beobachtungen 1749—99; Minimumsepoche 1755,5; grosse Sonnenfleckenperiode; Venusperiode; Buys-Baliot's Periode von 27,628 Tagen; zur Entdeckung des Zusammenhangs zwischen Erdmagnetismus und Sonnenflecken; Tafel der magnetischen Variationen; Nordlichtskatalog; Sonnenfleckenlitteratur Nr. 1—61.) Z. V. 1857: 109, 272, 349.

— — VI—VII (Sonnenflecken 1857; Serie Harriot 1611—13; Serie Stark 1813—36; Bestimmung einiger Minimumsepochen; über die Relativzahlen; Rückwirkung der Planeten auf die Sonne; Arbeiten von Schmidt und Carrington; Sonnenfleckenlitteratur 61—100). Z. V. 1858: 124, 373.

— — VIII—IX (Sonnenflecken 1858; Epochen-Tafel; Einfluss der Sonnenflecken auf die Temperatur; Aufstellung einer Formel für die Sonnenfleckenkurve; über die Möglichkeit, aus den Relativzahlen die Declinationsvariationen zu berechnen; Auszug aus einem Schreiben von Hansteen; über neue Publikationen von Carrington, John Herschel, Thiele etc. Sonnenfleckenlitteratur 111—132). Z. V. 1859: 66, 213.

— — X—XI (Sonnenflecken 1859; Serie Schwabe 1826—1848; Bestimmung einiger älterer Epochen; Untersuchung der die monatlichen Relativzahlen darstellenden Kurve; ältere Variationsbeobachtungen, Vergleichung der Erscheinungen von Nordlicht und Sonnenflecken; neue Publikationen von Carl, Carrington, Leverrier etc.; Sonnenfleckenlitteratur 133—153). Z. V. 1860: 1, 233.

— — XII—XIII (Sonnenflecken 1860; Relativzahlen 1749—1860; Formel zur Berechnung der Minima; Höhenperiode; einige ältere Variationsbeobachtungen; Berechnung der Variationen aus Relativzahlen; Vortrag über die Sonne und ihre Flecken; Sonnenfleckenlitteratur 154—168). Z. V. 1861: 157, 416.

— — XIV (Sonnenflecken 1861; Sonnenfleckenlitteratur 169—178). Z. V. 1862: 225.

— — XV (Sonnenflecken 1862; neue Variationsformeln; Parallelismus der Häufigkeit von Sonnenflecken und Nordlicht nebst betreffenden

Untersuchungen von Prof. Fritz; Sonnenfleckenlitteratur 179—186). Z. V. 1863: 97.

Astronomische Mittheilungen XVI—XVII (Sonnenflecken 1863 und 1864; Variationsformel für Greenwich; über den jährlichen Gang der Declinationsvariation; Mittheilungen von Prof. Fritz über die Vertheilung der Flecken nach heliocentrischen Breiten und über seinen Nordlichtkatalog; Sonnenfleckenlitteratur 187—210). Z. V. 1864: 111, 229.

— — XVIII—XX (Studien über den mittlern Gang des Sonnenfleckenphänomens; das Verhältniss zwischen Sonnenfleckenperiode und Jupiterumlauf und die Declinationsvariationen in Petersburg, Katharinenburg, Barnaoul und Nertschinsk; Uebersicht über seine bisherigen Arbeiten und Publikationen in Betreff der Sonnenflecken, magnetische Variationen und Nordlichterscheinungen, sowie Aufstellung einiger neuer Gesichtspunkte und Gesetze; Mittheilungen von Prof. Fritz über das periodische Erscheinen des Polarlichts; Sonnenfleckenlitteratur 221—224 und Register über 1—224). Z. V. 1865: 142, 229, 349.

— — XXI—XXII (Die ältern Sternwarten Zürichs und die neue Sternwarte des schweiz. Polytechnikums; vorläufige Bestimmung der Polhöhe und einiger die Meridiankreise betreffenden Verhältnisse und Konstanten; Bestimmung der Marsrotation; Sonnenflecken 1865; Variationen in Utrecht und betreffende Formeln; Schreiben von H. Secchi über seine Beobachtungen in Rom und Aufstellung einer betreffenden Variationsformel; Sonnenfleckenlitteratur 225—228). Z. V. 1866: 1, 362.

— — XXIII (Vortrag über Wilhelm Herschel; Sonnenflecken 1866; Uebersicht des Fleckenstandes in der 1. Hälfte des vorigen Jahrhunderts; Variationsformel für Berlin; Vergleichung der Häufigkeit der Kometen mit der Sonnenfleckenperiode; Beobachtung der partiellen Sonnenfinsterniss 1867 III 5; Sonnenfleckenlitteratur 239 bis 245). Z. V. 1867: 109.

— — XXIV (Sonnenflecken 1865; Zusammenstellung der bisher bestimmten Epochen und Relativzahlen; über die frühern Bestimmungen der Länge von Zürich und vorläufige Nachricht über eine betreffende Operation; über einen zur Nadir-Bestimmung konstruirten Apparat; Studie von Weilenmann über die Refraktion; Sonnenfleckenlitteratur 246—247). Z. V. 1868: 113.

— — XXV (Sonnenflecken 1868; Bestimmung des letzten Minimums und Bemerkung über eine eigenthümliche Anomalie der Sonnenfleckenkurve; Untersuchung einer Anomalie, die bei Ermittlung der Personalgleichung eintreten kann; über den Sternschnuppenregen von 1868, XI 13.; neue Studien von Weilenmann über die Refraktion; Sonnenfleckenlitteratur 248—250). Z. V. 1869: 241.

— — XXVI—XXVII (Sonnenflecken 1869; neue Bestimmung der Epochen 1755 und 1769; mittlerer Gang des Sonnenfleckenphänomens; Declinationsvariationen in Bombay; Mittheilungen von Prof. Fritz über Sonnenflecken, Polarlichter und Erdmagnetismus, sammt Katalog der in der Schweiz beobachteten Nordlichter; weitere Untersuchungen über die eigenthümliche Anomalie, welche bei der Ermittlung der Personalgleichung auftreten kann und Versuch einer Erklärung derselben; Sonnenfleckenlitteratur 251—262). Z. V. 1870: 225, 230.

Astronomische Mittheilungen XXVIII—XXIX (Sonnenflecken 1870; Besprechung des Verlaufs der Sonnenflecken in dem Zeitraume 1784 bis 1811 mit Rücksicht auf eine betreffende Abhandlung von Prof. Loomis; über die Längenvergleichung Rigi-Zürich-Neuenburg und die daraus vorläufig folgende Länge von Zürich; Vergleichungen verschiedener Quecksilberbarometer und eines Goldschmied'schen Aneroides; Sonnenfleckenlitteratur 263—268; beschreibendes Verzeichniss der Sammlungen der Zürcher Sternwarte 1—6). Z. V. 1871: 81, 342.

— — XXX—XXXII (Sonnenflecken 1871; Variationsformel für Peking; über die Sonnenfleckenperiode parallele Periodicität der Cirruswolken und der Cyclonen; Studien über ein von Hipp construirtes electrisches Secundenpendel; über Joost Bürgi's Arithmetik und seine Methoden zur Berechnung eines grossen Canon Sinuum; über Regiomontan's deutschen immerwährenden Kalender; Geschichte der Tycho, Wittich und Bürgi als Vorläufer der in den Logarithmen erfundenen Prostaphaeresis; Sonnenfleckenlitteratur 269—284; Sammlungsverzeichniss 7—53). Z. V. 1872: 1, 238, 372.

— — XXXIII—XXXV (Sonnenflecken 1872; neue Variationsformeln für Batavia, Petersburg und Pest, Uebersicht der bis jetzt erhaltenen Formeln und Aufstellung einer einheitlichen Variationsreihe; Studien über den Einfluss der Sonnenflecken auf die Witterung und über den Zusammenhang zwischen der Grösse des Sonnendurchmessers und der Häufigkeit der Flecken; historische Studie über den Freiherrn v. Zach und seine Zeit; über einen alten Kalender der Basler Bibliothek; die Verbesserung der Instrumente durch Tycho, Bürgi, Morin, Gascoigne, Picard, Vernier, Thévenot und Huygens; Sonnenfleckenlitteratur 285—305; Sammlungsverzeichniss 54—93). Z. V. 1873: 97, 236, 335.

— — XXXVI—XXXVII (Sonnenflecken 1873; einige vergleichende Messungen mit Aneroiden von Goldschmied; Untersuchungen über die mittlere Ablaufszeit einer Sanduhr: Sonnenfleckenlitteratur 306 bis 324; Sammlungsverzeichniss 94—151). Z. V. 1874: 143, 329.

— — XXXVIII (Sonnenflecken 1874; Variationsformeln für Mailand unter Beigabe einer neuen Tafel der Sonnenflecken-Relativzahlen: Sonnenfleckenlitteratur 325—334). Z. V. 1875: 322.

— — XXXIX—XLII (Sonnenflecken 1875 und 1876; Reihe der ausgeglichenen monatlichen Relativzahlen von 1749 bis 1876 und Epochentafel von 1610—1870; mittlere Sonnenfleckenkurve und Vergleichung des mittleren Ganges mit dem wahren Gange; Vermuthungen über eine grosse Sonnenfleckenperiode; über eine neue Methode die Personalcorrection zu bestimmen; neue Untersuchungen über den Einfluss der Ocular- und Spiegelstellung auf die Durchgangszeit; einige ältere Beobachtungsreihen zur Ermittlung der Polhöhe; zur Erinnerung an Heinrich Schwabe und Gottfried Schweizer; Sonnenfleckenlitteratur 335—351; Sammlungsverzeichniss 152—189). Z. V. 1876: 72, 129, 257, 337.

— — XLIII—XLV (Ableitung neuer Variationsformeln für Mailand, München, Prag, Berlin, Christiania, und Zusammenstellung der bisher erhaltenen Formeln; Studien über den jährlichen Gang der Variationen und Versuche der Aufstellung von Monatsformeln; neue

Bestimmung der Polhöhe von Zürich; Längenbestimmung Pfänder-Zürich-Gäbris; Ermittlung der Elemente des Doppelsternsystems ζ Ursae majoris; die hessischen Sternverzeichnisse; Sonnenfleckenlitteratur 352—362; Sammlungsverzeichniss 190—210). Z. V. 1877: 1, 225, 353.

Astronomische Mittheilungen XLVI—XLVIII (Sonnenflecken 1877; Ableitung der mittleren Länge der Variatonsperiode zur Widerlegung der von den Herren Broun und Faye publizirten Bestimmungen und Schlüsse; über den Einfluss einer nicht ganz richtigen Einführung der Temperatur auf die Polhöhe-Bestimmungen; Sonnenfleckenlitteratur 363—374; Sammlungsverzeichniss 211—241). Z. V. 1878: 38, 166, 305.

— — XLIX (Sonnenflecken 1878; Sonnenfleckenlitteratur 375—398). Z. V. 1879: 1.

— — L—LI (Sonnenflecken 1879; Tafel der von 1749—1876 beobachteten Relativzahlen; über Gould's Temperaturformel für Buenos-Ayres; neue Variationszeichen und Formeln von Greenwich, Helder und Rom; Bestimmung und Vergleichung der Minimumsepochen für Sonnenflecken und Variationen; neue Bestätigung des parallelen Ganges von Nordlicht- und Sonnenflecken-Häufigkeit; Sonnenfleckenlitteratur 398—426; Sammlungsverzeichniss 242—251). Z. V. 1880: 44, 321.

— — LII—LV (Sonnenflecken 1880 bis 81; Besprechung der Spörerschen Bestimmnng der Länge der Fleckenperiode und verschiedene einschlägige Untersuchungen; Vergleichung der Fleckenstände der Sonne auf der nördlichen und südlichen Halbkugel derselben nach Weber's Beobachtungen; neue Studien über Personaldifferenzen in Höheneinstellungen; zwei Mittheilungen über eine neue Serie von Würfelversuchen; Sonnenfleckenlitteratur 427—466; Sammlungsverzeichniss 252—259). Z. V. 1881: 50, 121, 201, 345.

— — LVI—LVIII (Studien über die Sonnenfleckenperiode mit Berücksichtigung der betreffenden Arbeiten von Duponchel, Wichard, von der Gröben und Balfour Stewart, sowie der Ergebnisse einiger Versuchsreihen; dritte Mittheilung über die neue Reihe von Würfelversuchen; Sandauslauf und Fehlerkurve; Sonnenfleckenlitteratur 467—469; Sammlungsverzeichniss 260—276). Z. V. 1882: 59, 189, 241.

— — LIX—LX (Sonnenflecken 1882; Fortsetzung der neuen Studien über die Sonnenfleckenperiode; weitere Ergebnisse der neuen Reihe von Würfelversuchen; Sonnenfleckenlitteratur 470—485; Sammlungsverzeichniss 277). Z. V. 1883: 1, 97.

— — LXI—LXIII (Sonnenflecken 1883; neuer Beweis für die Berechtigung der Relativzahlen; Mittheilung der durch Ausgleichung erhaltenen Variationsreihen für Christiania und Batavia; einheitliche Variationstafel für 1781—1880; Studien über die von Dr. Hilfiker berechnete Neuenburger-Reihe von Sonnenradien; neue Beiträge zur Geschichte des Gothaer-Kongresses vom Jahre 1798; Sonnenfleckenlitteratur 486—500; Sammlungsverzeichniss 278—298). Z. V. 1884: 1, 113, 243.

— — LXIV—LXVI (Sonnenflecken 1884; Studien über die in den Formeln zur Berechnung der Relativzahlen vorkommenden Erfahrungsfaktoren und über die Constanten der Variationsformeln; Besprechung einer Note von Prof. Korteweg und Mittheilung eines Ergebnisses der einheitlichen Variationsreihe; Sonnenfleckenlitteratur 501—521; Sammlungsverzeichniss 299—317). Z. V. 1885: 1, 230, 321.

Astronomische Mittheilungen LXVII—LXVIII (Sonnenflecken 1885; Versuch einer Ehrenrettung von Nicolaus Reymers; Sonnenfleckenlitteratur 522—538; Sammlungsverzeichniss 318—323). Z. V. 1886: 113, 313.

— — LXIX—LXX (Sonnenflecken 1886; über die zu Klausthal von 1844—1886 beobachteten Declinationsvariationen; neuer Beitrag zur Geschichte der ersten Pendeluhren; Sonnenfleckenlitteratur 539—562; Sammlungsverzeichniss 324—330). Z. V. 1887: 1, 149.

— — LXXI—LXXII (Sonnenflecken 1887; Note von Professor Spörer in Potsdam und einige darauf bezügliche Bemerkungen; zu Bessel's Untersuchungen über den Einfluss einer Ellipticität der Zapfen; zu E. Quetelet's Studien über die seculären Bewegungen der Magnetnadel; über die Rechtschreibung des Namens von Joost Bürgi und über die Beziehungen von Willibrord Snellius zu Cassel; Sonnenfleckenlitteratur 563—583; Sammlungsverzeichniss 331—334). Z. V. 1888: 1, 222.

— — LXXIII—LXXV (Sonnenflecken 1888; Versuch einer Bestimmung der grossen Sonnenfleckenperiode; Besprechung des von W. Sellmeier unternommenen Versuchs, die elfjährige Periode in der Sonnenthätigkeit zu erklären, und die neuesten Untersuchungen von Prof. Spörer über die Wanderung der Fleckenzonen; Studien über das sogenannte Petersburger-Problem; Sonnenfleckenlitteratur 584—602; Sammlungsverzeichniss 335—343). Z. V. 1889: 47, 257, 338.

— — LXXVI—LXXVII (Sonnenflecken 1889; Revision der Variationsformelm für Greenwich und Wien und Fortsetzung der Variationsreihen; Mittheilungen betreffend die von Gauss im Sommer 1815 gehaltenen Vorlesungen über die «Elemente der Astronomie»; Sonnenfleckenlitteratur 603—623; Sammlungsverzeichniss 344—346). Z. V. 1890: 113, 225.

— — LXXVIII (Sonnenflecken 1890; bibliographische Studie über den «Thurecensis phisiti Tractatus de Cometis»; Sonnenfleckenlitteratur 624—641; Sammlungsverzeichniss 347—349). Z. V. 1891: 1.

— — LXXIX—LXXX (Bestimmung einer Variationsformel für Tiflis und Festsetzung der Epoche des letzten Sonnenfleckenminimums; Auszüge aus Briefen von Emile Gautier und Urbain Leverrier; Sammlungsverzeichniss 350—355. Sonnenflecken 1891; sowie Berechnung der Relativzahlen und Variationen dieses Jahres und Mittheilung einiger betreffender Vergleichungen; Beiträge zur Geschichte des Planimeters; Sonnenfleckenlitteratur 642—660; Sammlungsverzeichniss 350—359). Z. V. 1892: 1, 105.

— — LXXXI—LXXXII *) (Einige neue Beiträge zur Biographie von Joost Bürgi [Bildniss] und zur Geschichte des Planimeters; neue Serie von Würfelversuchen; Fortsetzung des Sammlungsverzeichnisses; Beobachtungen 1893, 1. Der Sonnenflecken 1892, sowie Berechnung der Relativzahlen und Variationen dieses Jahres und Mittheilung einiger betreffender Vergleichungen; Variationsreihen und Formeln für Genua und Bombay; Sonnenfleckenlitteratur 661—678; Sammlungsverzeichniss 360—365). Z. V. 1893: 1, 133.

*) No. LXXXIII, noch ganz von Wolf redigirt, erscheint demnächst.

B. Meteorologie.

Mondregenbogen und Nebensonnen. B. M. 1849, 64.
Meteorologische Beobachtungen. Manuscr. Mai 1851 — Mai 1855. — (Bibl. der Schweiz. Naturf. Ges. Bern.)
Brief von F. Lang. B. M. 1854, 139.
Verschiedene Notizen (Gletscher etc.). B. M. 1855, 51.
Ueber den jährlichen Gang der Temperatur in Bern und seiner Umgebung. B. M. 1855, 97.
Ueber den Ozongehalt der Luft und seinen Zusammenhang mit der Mortalität. B. M. 1855, 57, 113.
Mittheilungen aus einem Briefe an Herrn Oberst Göldlin in Luzern. B. M. 1855. 132.
Meteorologische Beobachtungen in Bern im Frühling 1855. B. M. 1855, 187.
Ueber meteorologische Beobachtungen in Guttannen. B. M. 1855, 209.
Neue Beobachtungen und Bemerkungen über den Ozongehalt der Luft. B. M. 1856. 57.
Auszug aus Guggenbühl's „Wyn-Rechnung der statt Zürich". Z. V. 1856, S. 406. 1857, S. 93, 205.
Aus Guggenbühl's Chronik. Z. V. 1857, 314. 1858, 169.
Auszug aus dem Chronicon Bernensi Abrahami Musculi ab anno 1581 ad annum 1587. B. M. 1857, 107.
Schaffhauser Weinrechnung 1466—1793 und Fruchtrechnung von 1594 bis 1793. Z. V. 1858, 177.
Ueber die Witterung in Zürich. 1856—1859. Z. V. 1860, 88.
Auszüge aus dem Tagebuch des Junker Rathsherr Schmid. Z. V. 1583 bis 1585. 1861, 199.
Das Erdbeben 1861 XI, 14. Z. V. 1861, 456.
Ueber die Witterung in den Jahren 1856—1861. Z. V. 1862, 95.
» » » » » » 1856—1862. Z. V. 1863, 199.
» » » » » » 1856—1863. Z. V. 1864, 139.
Auszüge aus verschiedenen handschriftlichen Chroniken der Stadtbibliothek in Winterthur. Z. V. 1865, 84, 174.
Aus einem Schreiben des Herrn Telegrapheninspector Kaiser in St. Gallen vom 25. Februar 1866. Z. V. 1866, 107.
Aus einem Schreiben des Herrn Pfarrer Moritz Tscheinen in Grächen vom 28. April 1866. Z. V. 1866, 194.
dito vom 3. April 1868. Z. V. 1868, 281. 1877, 401.
Aus einem Brief von W. Bandelier in Highland von 1870. VIII, 4. Z. V. 1870, 380. 1881, 264.
Auszug aus einem Brief des Herrn Jos. Caviezel in Sils-Maria. Z. V. 1871, 263.
Die kalten Winter von 1572/73 und 1586/87. Z. V. 1873, 166.
Zur Witterungsgeschichte der Jahre 1589 und 1590. Z. V. 1873, 276.
Aus einem Schreiben von Herrn Pfarrer J. Meyer in Vitznau von 1874. II, 4. Z. V. 1873, 414.
Das Erdbeben vom 20. Februar 1874; aus einem Briefe von A. Gautier. Z. V. 1874, 79.
Aus einem Schreiben von Pfarrer Tscheinen, Pfarrer Anton Hagen und Dr. Killias. Z. V. 1874, 196, 298, 301.
Mittheilungen von C. von Deschwanden über die Ankunft der Schwalben in Stanz von 1829—1864. Z. V. 1874, 417.

Gewitter in Zürich, von 1499—1778. Z. V. 1877, 402.
Notizen von Herrn Freihauptmann Kündig über Blüthe und Reife der Trauben bei Zürich. Z. V. 1878. 387.
Ueber die am 20. Juli 1884 auf dem Zürichsee entstandenen Wasserhosen. 1884, 267.

C. Mathematik.

Ueber Curven II. Grades. (Annalen der Wiener Sternwarte).
Die Lehre von den geradlinigen Gebilden in der Ebene. Ein Versuch einer systematischen elementaren Entwickelung der sogenannten Planimetrie, Goniometrie und Trigonometrie, der Anfangsgründe der analytischen Geometrie etc., von R. Wolf, Lehrer der Mathematik an der Realschule in Bern. Bern und St. Gallen, Verlag von Huber & Comp., 1841. (Littrow gewidmet.) I, 121 S. und 2 Bl.
— — Dasselbe, II. Auflage, VI, 155 S. Bern und St. Gallen, 1847.
Graphische Darstellung der Primzahlen. B. M. Bern, 1843. S. 8, 28.
Wolf, R., Das Dreieck. Das Vieleck. 1844. 4. S.
— — Die Kreislinie. 1844. 4 S.
— — Regeln für die trigonometrischen Rechnungen. 4. S. Wolf, 1844.
— — Sätze aus der Curvenlehre. 4 S. 1844.
Grundregel für geometrische Schattenconstructionen. B. M. 1846, 166.
Zur Geschichte der Quadratur des Kreises. B. M. 1846, 31.
Zur Ballistik. B. M. 1846, 177.
Das centrische Vielflach, B. M. 1847, 93.
Transformation der Coordinaten, B. M. 1848, 25.
Zur Methode der kleinsten Quadrate. B. M. 1849, 140.
Versuche zur Vergleichung der Erfahrungswahrscheinlichkeit mit der mathematischen Wahrscheinlichkeit. B. M. 1849, 97, 183. 1850, 85, 209. 1851, 17. 1853, 25.
Wolf, R., Versuche mit Würfeln. (100,000 Versuche.) Manuscr. (Bibl. der Schweiz. Naturf. Ges. Bern.) 1851.
Taschenbuch für Mathematik und Physik. Zum eigenen Gebrauche entworfen von R. Wolf. Bern, Haller'sche Buchdruckerei. 1852, 128 S. und Tafeln.
Zur Lehre der Wahrscheinlichkeit. B. M. 1852, 133.
Taschenbuch für Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie, von Dr. R. Wolf, Professor in Zürich. Zweite, ganz umgearbeitete und sehr erweiterte, mit zahlreichen Tabellen und 5 Figurentafeln ausgestattete Auflage. Bern, 1856. 200 S. und Tafeln.
— — Dasselbe, dritte, umgearbeitete Auflage. Bern, 1860, 269 S.
— — Dasselbe, fünfte, neu durchgearbeitete Auflage. Zürich, 1877, 434 S.*)
Handbuch der Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie. Von Dr. R. Wolf, Professor in Zürich. 2 Bände. Zürich, Druck und Verlag von F. Schulthess, I. Bd., 492 S.; II. Bd. 1872, 459 S.
Aus einem Schreiben des sel. Prof. Dr. Gräffe vom 13. April 1872. Z. V. 1875, 352.
Wolf R., Drei Mittheilungen über neue Würfelversuche. Zürich, 1881 bis 1883. 59 S. 8. Z. V. XXVI, XXVII.
Eine Studie über π. Z. V. 1882, 308.
Ein eigenthümlicher Vorfall. Z. V. 1892, 88.

---

*) Die 7. Auflage, noch von Wolf vorbereitet, erscheint in nächster Zeit.

D. Vermessungen.

Zur Geschichte der Vermessungen in der Schweiz. B. M. 1844, 111, 185.
Zur Geschichte der Gradmessungen. B. M. 1848, 93.
Der grosse Schweizeratlas und die damit in Verbindung stehenden Karten einzelner Kantone. Z. V. 1856, 274.
Ueber die Bedeutung der mitteleuropäischen Gradmessung für die Kenntniss der Erde im Allgemeinen und für die Schweiz im Besondern. Z. V. 1862, 337.
Plantamour, E.. Wolf R. et A. Hirsch. Détermination télégraphique de la différence de longitude du Righi-Kulm et les observatoires de Zurich et de Neuchâtel. Genève-Bâle, 1871.
Plantamour, E., A. Hirsch et R. Wolf. Détermination télégraphique de la différence de longitude entre les stations suisses, Righi-Kulm et les observatoires de Zurich et de Neuchâtel 1871, Weissenstein et Neuchâtel et Berne et Neuchâtel 1869, Simplon et Milan et Neuchâtel, 1875. 4°.
Wolf, R., Zur Erinnerung an Hans Heinrich Denzler, Separatabdruck aus den Verhandlungen der 59. Jahresversammlung der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft in Basel, 1876. 24 S.
Plantamour et Wolf, Détermination télégraphique de la différence de longitude entre l'observatoire de Zurich et les stations astronomiques du Pfänder et du Gäbris. Exéc. 1872. Geneve, Bâle, Lyon, 1879.
Wolf, R., Geschichte der Vermessungen in der Schweiz als historische Einleitung zu den Arbeiten der schweizerischen geodätischen Commission. Mit einem Titelbilde in Lichtdruck und mehrern Holzschnitten. Zürich, Commission von S. Höhr, 1879. III. Bd., 320 S. mit Register.
Ueber seine Geschichte der Vermessungen in der Schweiz. Z. V. 1879, 106.
Denzler's Studien über die Loth-Ablenkung. Z. V. 1885, 93.

Dazu kommen Wolf's Berichte als Präsident der schweizerischen geodätischen Commission vom Jahr 1862 an (siehe die «Verhandlungen» der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft).

E. Kulturgeschichte. Varia.
(Gelehrtengeschichte und Geschichte der Wissenschaften).

Wolf, R., 12 Bände Autographen. (Bibl. der Schweiz. Naturf. Ges. Bern.)
Autographensammlung für die schweizerische Naturforschende Gesellschaft. B. M. 1848, 271. 1854, 14.
Bohrens Sturz in den Grindelwaldgletscher. B. M. 1843, 32.
Auszüge aus Samuel König's Briefen an Albrecht von Haller mit litterarisch-historischen Notizen. B. M. 1845, 33, 57.
Zur Geschichte der Mathematik und Physik in der Schweiz. B. M. 1845: 121, 131, 137. — 1846: 161, 162, 209. — 1847: 68, 101, 161. — 1848: 46, 217, 269. — 1849: 102. — 1850: 61, 136. — 1851: 37, 49, 96, 118, 127, 132, 145, 151, 186, 208. — 1852: 105, 184, 314. — 1853: 125, 140, 345. — 1854: 69, 157, 162.
Auszüge aus Briefen von Albrecht von Haller mit litterarisch-historischen Notizen. B. M. 1845: 33, 57. — 1846: 17, 39, 63, 70, 82, 101, 105, 131, 167, 203, 218, 234. — 1847: 9, 17, 52, 78, 109, 123, 140, 165. — 1848: 7, 33, 52, 109, 155, 187, 210, 239, 265.
Nachkommen Albrecht von Haller's. B. M. 1846, 82.

Gyger, Conrad, Ein Beitrag zur Zürcherischen Kulturgeschichte. Der physiologischen Gesellschaft in Zürich zu ihrer Sekularfeier gewidmet von R. Wolf. Bern, 1846. Haller'sche Buchdruckerei. 12 S.

Gessner, Johannes, der Freund und Zeitgenosse von Haller und Linné, nach seinem Leben und Wirken dargestellt von R. Wolf. Mit Gessner's Bild. Zürich, Verlag von Meyer & Zeller. 1846. 27 S. Neujahrsblatt der Zürcher Naturforschenden Gesellschaft auf das Jahr 1846.

Briefwechsel der Bernoulli. B. M. 1848: 1. — 1853: 127.

Uebersicht der Briefe an Haller. B. M. 1848, 267.

Bestimmung mittlerer Längen, Gewichte und Kräfte der Schüler der Realschule Bern in verschiedenem Alter. 1848: 239. — 1849: 183. — 1850: 10, 213.

Auszüge aus Briefen. B. M. 1849: 64, 96, 142. — 1850: 118, 139, 214. — 1851: 120, 162. — 1852: 68, 95, 102, 150, 220, 245, 322. — 1853: 20, 47, 166, 243, 270. — 1854: 126, 141. 1855: 51.

von Haller, Albrecht. B. M. 1850: 216. — 1851: 189, 191.

Johann Baptist Cysat von Luzern. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik und Physik in der Schweiz. (Mittheilungen der Bern. Naturforschenden Gesellschaft). Bern, 1853. Haller'sche Druckerei. 15 S. 8⁰.

— — Notizen zur Geschichte der Mathematik und Physik in der Schweiz. Bern. Mittheilungen. 1855: 1, 28, 114, 198. — 1856: 153, 226.

Historische Notizen (Ludw. Lavater, Jak. Wiesendanger. Saverien's Würdigung der Bernoulli). Z. V. 1856: 294.

— — (Dan. Bernoulli; Fatio; Seb. Münster). 1857: 91, 208.

Auszüge aus Briefen (A. Argand, Gagnebin, Jallabert). Z. V. 1856: 91, 290.

» » » (A. Argand, Höschel, Planta, Tralles). Z. V. 1857: 80, 209, 315.

» » » (Engel, Höschel). Z. V. 1858, 303.

» » » (Fort. de Felice, Jeanneret, Mallet, Sulzer). Z. V. 1859, 202.

» » » (Fort. de Felice, Hegner, Jeanneret, Linder, M. A. Pictet, Sulzer, Tralles). Z. V. 1860, 219, 328, 425.

» » » (Bonnet, Jetzler, Trechsel, Zwinger). Z. V. 1861, 199.

Fischer, J. E., von Erlach. Z. V. 1856, 199.

Zur Geschichte der Optik. Z. V. 1856. 87.

Wild, Franz Samuel, von Bern. Ein Beitrag zur Kulturgeschichte der Schweiz, von Dr. R. Wolf, Professor der Mathematik in Zürich. Bern, Haller'sche Buchdruckerei. 1857. 45 S.

Die Erfindung der Röhren-Libelle. Z. V. 1857, 306.

Auszüge aus Fries' «Vaterländische Geschichten». Z. V. 1858. 173.

Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz. I. Cyclus. Mit dem Bilde von Conrad Gessner. Zürich, Orell Füssli & Cie. 1858. (Der Zürcher Hochschule zur Feier ihres 25jährigen Bestehens am 29. April 1858 gewidmet von einem ihrer ersten Zöglinge.) II, 462 S. mit Register. (H. Glarean, K. Gessner, K. Wolf, Joost Bürgi, M. Hirzgarter, R. von Graffenried, J. B. Cysat, J. Rosius, Jak. Bernoulli, J. Fäsi, J. J. Scheuchzer, B. Micheli du Crest, Th. Spleiss, J. Gessner, N. Blauner, Barb. Reinhart, S. Wyttenbach, S. Lhuilier, J. Feer, D. Huber).

— — II. Cyclus. Mit dem Bildniss von Albrecht von Haller. Zürich, Orell Füssli & Cie. 1859. II, 464 S. mit Register. Der Berner

Hochschule zur Feier ihres 25jährigen Bestehens am 15. November 1859 in dankbarer Anerkennung der 1852 erhaltenen Ehrenpromotion und in Erinnerung an 12jährige Wirksamkeit an derselben. (S. Münster, B. Leemann, Chr. Wursteisen, K. Gyger, P. de Crousaz, Joh. Bernoulli, A. v. Haller, S. König, J. J. Ott, Mart. Planta, Chr. Jetzler, J. R. Meyer, J. A. Mallet, F. S. Wild, P. L. Guinand, H. A. Gosse, F. R. Hassler, J. K. Horner, F. Trechsel, J. Eschmann).

Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz. III. Cyclus. Mit dem Bildniss von Daniel Bernoulli. Zürich, Orell Füssli & Cie. 1860. II, 444 S. mit Register. Der Basler Hochschule zur Feier ihres 400jährigen Bestehens am 6. und 7. Sept. 1860 in dankbarer Erinnerung an ihr stetes Bestreben, dem Vaterland grosse Männer der Wissenschaft zu bilden, zu erhalten und zu gewinnen. (Th. Paracelsus, K. Dasypodius, K. Bauhin, M. Zingg, J. J. Wagner, M. S. Merian, Th. Zwinger, M. A. Cappeler, D. Bernoulli, G. Cramer, A. Gagnebin, Ph. Loys de Cheseaux, Ch. Bonnet, J. G. Sulzer, J. H. Lambert, A. Lanz, M. A. Pictet, Lucius Pool, S. Studer, J. F. Osterwald).

— — IV. Cyclus. Mit dem Bildniss von H. B. de Saussure. Zürich, Orell Füssli & Cie. 1862. II. S. 435 S. mit Generalregister zu allen vier Bänden. (Der Genfer Academie zur Nachfeier ihres dritten Secular-Jubiläums am 5. Juni 1859). F. Plater, J. Ardüser, J. J. Wepfer, J. H. Rahn, N. Fatio, L. Euler, J. R. Perronet, J. Jallabert, G. S. Gruner, G. L. Lesage, J. A. Deluc, F. Berthoud, J. R. Schellenberg, H. B. de Saussure, G. Piazzi, K. U. von Salis-Marschlins, Chr. Girtanner, J. K. Escher, A. P. de Candolle, Ch. F. Sturm).

Notizen für alle Tage des Jahres, für die Neue Zürcher-Zeitung zusammengestellt. 1859. (Druck von Orell Füssli & Cie., Zürich.) 80 S.

— — Erinnerungstafel auf alle Tage des Jahres. Für die Neue Zürcher-Zeitung entworfen. 1860. Druck von Orell Füssli & Cie. 102 S.

— — dito für 1861. 118 S.

Dekan Lucius Pool von Malix, Graubündens Escher von der Linth. Lebensskizze aus der Revolutionszeit nach den von Dr. Brügger von Churwalden gesammelten Materialien entworfen von R. Wolf, Professor in Zürich. Aus dessen «Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz». III. Cyclus besonders abgedruckt. Zürich, Druck bei Orell Füssli & Comp. 1860.

Matériaux divers pour l'histoire des Mathématiques, recueillis par R. W. Extrait du Bulletino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche. Tom. II. Juillet, 1869. Rome, 1869. 32 S. 4°. 1 Tafel.

Keppler, Joh., und Bürgi, Joost. Vortrag, gehalten den 4. Januar 1872 auf dem Rathhaus in Zürich, von Dr. Rud. Wolf, Professor in Zürich. Zürich, Druck und Verlag von Friedr. Schulthess. 1872. 30 S.

Aus Manuscripten von J. C. Horner. (Mittlere und extreme Thermometer- und Barometerstände in Zürich, 1807—1820; über chinesische Waagen und Gewichte). Z. V. 1872: 177, 404.

Johannes Feer, ein Beitrag zur Geschichte der Schweizer-Karten. Neujahrsblatt der Zürcher Naturforschenden Gesellschaft auf das Jahr 1873.

Verschiedene Notizen von J. C. Horner (Barometervergleichungen, Wasserstände des Zürichsee's, etc.). Z. V. 1873, 60.

Wolf, Joh., und Wolf, Salomon, Zwei Zürcher Theologen sammt ihren Familien geschildert von R. Wolf. Zürich, Druck von J. J. Ulrich. 1874. 3 Bilder. (Neujahrsblatt des Waisenhauses Zürich.)

Die Correspondenz von Joh. Bernoulli. Z. V. 1876. 384.

Instruction für J. C. Horner. Z. V. 1877. 400.

Aus einem fliegenden Blatte von Horner's Hand. Z. V. 1878, 182.

Einige Aufzeichnungen von Horner. Z. V. 1879, 97.

Auszüge aus einigen Briefen von Leverrier. Z. V. 1881, 376.

Messungen von Horner auf dem Zürichsee im Februar 1830. Z. V. 1882, 103.

Werth, Wilhelm. 1882, 225.

Aus einem Briefe von Julius Schmidt. Z. V. 1884, 173.

Zur Biographie von Jos. Morstadt. Z. V. 1886, 358.

Aus einem Notizbuche von Joh. Feer. Z. V. 1888, 68.

Zwei kleine Notizen zur Geschichte der Mathematik im Anfang des XVII. Jahrhunderts. 1889. 8°. (Bibliotheca Mathematica. III, No. 2.)

Ein Schreiben von Willebrord Snellius an Landgraf Moritz von Hessen. Z. V. 1889, 103.

Zwei Notizen aus den nachgelassenen Papieren von Hofrath Horner. Z. V. 1890, 367.

Aus den Manuscripten von Hofrath Horner. Z. V. 1891, 393.

Aus einem Briefe von Pater Carl Braun. Z. V. 1892. 213.

Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte, No. 1—12 (Fäsch, Labalye, Mossbrugger, Nonhebel; aus Briefen von Jak. II Bernoulli, Spleiss, Sulzer). Z. V. 1861: 325, 459.

— — No. 13—67 (Ardüser, Constant, Cysat, P. Decandolle, Dentand, Franscini, Garcin, Gruner, Guyer, Harsu, Hegetschweiler, S. Kaufmann, Kitt, Landwing, Leu, Locher, Löw, E. Mallet, Maunoir, J. A. Müller, J. Muralt, Piazzi, M. Planta, Rechsteiner, Respinger, Roques, Salis, Schäfer, Schalch, Scherer, Schmutz, Scholl, Schumacher, Steck, Steiger, Stucki, Thomas, E. Thourneyser, L. Thourneyser, Tollot, Turretini, Vadian, Wurstemberger, Wyder, Zellweger; aus Briefen von Charpentier, G. Cramer, Hegner, Jeanneret, Saussure, Trechsel). Z. V. 1862: 98, 217, 333, 420.

— — No. 68—89 (Amstein, Baup, Dan. und Jak. Bernoulli, E. Bertrand, Brunfels, J. Brunner, Colladon, Diodati, Euler, H. Favre, Hettlinger, Hirzel, J. J. Huber, H. Keller, Lamon, Landwing, Seb. Merian, Necker, E. Ritter, J. und J. J. Scheuchzer, Schöpf, B. Studer, von Wattenwyl, Werdmüller, Würz, Wursteisen, Wyder, Zollikofer; aus Briefen von J. E. Müller, Zellweger). Z. V. 1863: 82, 215, 446.

— — No. 90—124 (Amiet, d'Angreville, Ch. Bernoulli, Biett, Blösch, Boyve, Candrian, Chaillet, J. P. Droz, Ducomun, Euler, Gélieu, C. Gyger, Hettlinger, Houriet, Jaquet-Droz, Lambert, Lutz, Moosmann, Paracelsus, Perrelet, Perret, B. von Salis, R. Schinz, R. Steiger, J. Steiner, Tralles, Truitte; aus Briefen von J. C. Escher, Feer, Horner, Lachenal, Scherer, Trechsel, Wyttenbach, J. H. Ziegler; die schweizerischen Mitglieder der Berliner-Akademie; Auszüge aus Brügger's Naturchronik und der Biographie neuchâteloise von F. A. Jeanneret et J. H. Bonhôte). Z. V. 1864: 39, 145, 226, 303.

Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte No. 125—136 (Berchtold, Jak. Gessner, Gressli, Fr. Huber, Laharpe, Lauterburg, Lindauer, Meisner, Jak. Meyer, Mossbrugger, Odier, Schalch, F. S. Wild, Wurstemberger). Z. V. 1865: 190, 299.

— — No. 137—151 (R. Cysat, W. von Deschwanden, J. K. Escher, Gressly, Guinand, J. Hermann, J. K. Hirzel, S. König, H. Locher, D. Meyer, Montagne, P. L. Morin, Murith, Perrot, A. Schläfli, F. J. Soret, Spescha, Trog, F. L. Wartmann, Wiser). Z. V. 1866: 105. 195, 296, 391.

— — No. 152—158 (Esser, Gaudin, Geilfuss, Hommel, H. Keller, E. und J. Kern, Kumpfler, D. Meyer, Rosius, J. J. Siegfried, Troxler, Vadian). Z. V. 1867: 106, 218, 401.

— — No. 159—178 (Abauzit, J. Abys, Basler, Bourget, Bousquet, Breguet, C. E. Brunner, G. Cramer, J. Dietrich, R. Egli, J. C. Escher, Fatio, Gringallet, J, C. Horner, J. A. Kaiser, G. L. Lesage, Lhuilier, Maunoir, J. Maurer, G. F. und J. Meyer, Micheli du Crest, Moula, P. Prevost, J. C. Rosius, Rytz, Schaub, Chr. Schenk, Schweinfurter, Spescha, J. Steiner, Strauch, Streulin, Varro, Th. Zschokke; Auszüge aus dem Bündner Monatsblatt). Z. V. 1868: 110. 220, 290, 377.

— — No. 179. Auszüge aus der Korrespondenz von J. C. Horner und J. G. Repsold. Z. V. 1869: 122, 231, 327, 433.

— — No. 179—205. (Zur Geschichte des Planimeters; Bestand und Schicksal der Bernoullischen Correspondenz; Auszüge aus Briefen von Horner, Repsold und Zach; d'Annone, Dan. Bernoulli, Bürgi, Catani, Crousaz, Diodati, J. A. Sautier, S. v. Hegner, J. H. Hurter, Jecklin, S. König, R. Meyer, Micheli du Crest, Morlot, Schönbein, Socin, Zingg, Zubler). Z. V. 1870: 93, 206, 299, 402.

— — No. 205—231. (Auszüge aus Briefen von Zach: d'Angeville, Ardüser, Jak. Bernoulli, Bolley, Bousquet, Bruni, Js. Bruckner, Bürgi, Campiche, Claparède, R. Egli, J. C. Escher, Chr. Girtanner, Hör, J. C. Horner, J. J. Huber, Jäcklin, Jeanneret, Kessler, M. Socin, Theobald, Willomet). Z. V. 1871: 62, 149, 273, 417.

— — No. 231. Auszüge aus Briefen von Zach. Z. V. 1872: 78, 201, 307, 423.

— — No. 231—247. (Schreiben der naturforschenden Gesellschaft an den Stadtrath vom 12. August 1848 wegen Organisation des Zeitdienstes; Beitrag zur Geschichte des Planimeters, Auszüge aus Briefen von W. Christen, Clara Eimmart, J. Hess, S. Hirzel, J. H. Keller, A. Ruchat, J. H. Scheuchzer, F. L. Sprüngli, J. P. Tschudi, J. C. Werndly und F. v. Zach; Blauner, Bolley, Claparède, A. Fischer, A. v. Haller, E. und J. H. Hurter, R. Merian, F. J. Pictet, Reuter, L. Spengler, Tralles, H. Weiss, Willomet). Z. V. 1873: 68, 178, 285, 520.

— — No. 247—260. (Aus dem Nachlasse J. H. Waser's; über die Missweisung der öffentlichen Uhren in Basel bis gegen Ende des vorigen Jahrhunderts; über die ehemalige Kunstkammer auf der Stadtbibliothek in Zürich; über J. C. Horner's Reise nach Genua im Sommer 1822; Auszüge aus Briefen von J. R. Gruner, Loys de Rochat, Ruchat und Seigneux; Agassiz. Forell, Garcin, Joh. Gessner, Gressly, J. J. und S. Simmler, J. Steiner). Z. V. 1874: 99, 210 313, 429.

Notizen zur schweizerischen Kulturgeschichte, No. 260—264. (Aus dem Nachlasse J. H. Wasers; Auszüge aus Briefen von Langsdorf, Meissner, Lindenau, Littrow; J. C. Brunner, A. Wirz, C. Wolf.) Z. V. 1875: 208, 379, 491.

— — No. 264—269. (Auszüge aus Briefen von Bader, Benzenberg, Blumenbach, Brandes, D. Breitinger, Cramer, Ebel, P. Erman, Ertel, Eschmann, Feer, Finsler, J. C. Horner, Kotzebue, Krusenstern, Lindenau, J. J. Littrow, Olbers, Schiferli, Schwickert; L. Agassiz, Campell, H. Dufour, Goldschmied, Hommel, Krieger, K. F. Meissner, Shuttleworth, Th. Simmler). Z. V. 1876: 113, 240, 314, 388.

— — No. 269. (Auszüge aus Briefen von Benzenberg, Bohnenberger, Brandes, Buzengeiger, Develey, N. Fuss, Gauss, J. C. Horner, D. Huber, Krusenstern, Chr. von Mechel, M. Schenk, Schlichtegroll, Schumacher, W. Struve, Trechsel). Z. V. 1877: 116, 209, 345, 421.

— — No. 269. (Auszüge aus Briefen von Barth, Bohnenberger, Brandes, Buzengeiger, D. Hess, J. C. Horner, Houriet, Krusenstern, Parrot, Rytz, Scherer, Schumacher, W. Struve, J. J. Sulzer, Trechsel). Z. V. 1878: 114, 188, 283, 407.

— — No. 269. (Auszüge aus Briefen von A. Bouvard, Brandes, Carlini, J. C. Horner, D. Huber, F. M. König, Krusenstern, P. Merian, Nell de Bréauté, Parrot, Plana, A. Rengger, Rytz, Scherer, B. Studer, Trechsel). Z. V. 1879: 132. 319, 420.

— — No. 269—292. (Schreiben der physikalischen Gesellschaft vom Jahre 1787 an die Regierung wegen der Sternwarte auf dem Karlsthurm; über den von Casp. Wolf auf 1594 gestellten Kalender; über die „Descriptio“ von Türst; Auszüge aus Briefen von Berchtold, Blatter, X. Bronner, Buchwalder, Heer, J. C. Horner, Kämtz, Krusenstern, G. Maurice, Muncke, Osterwald, Poggendorff, Roger, Scherer, Trechsel, L. F. Wartmann, A. H. Wirz, Wydler; Arzet, N. Bernoulli, Dürsteler, S. Fabritius, Gianella, J. C. Horner, Micheli du Crest, J. Murer, Plantamour, Plepp, Ramelli, Rosenschild, Rosius, Schäppi, H. Siegfried, Stampf, J. Steiner, Türst, Werdmüller, Wocher, Casp. Wolf, Wurster). Z. V. 1880: 116, 201, 313, 435.

— — No. 293—317. (Erinnerungsfeier an Daniel Bernoulli; K. Privilegium für Joost Bürgi; Beschluss der Zürcher Regierung für eine Kantonskarte; Schlüssel zu den für die Geschichte der Vermessungen vorgenommenen Genauigkeitsbestimmungen der Schweizerkarten; Auszüge aus Briefen von Bayer, A. Beck, F. Burckhardt, Feer, P. P. Merian, E. Ritter, B. Studer; Boll, Desor, L. Euler, N. Fatio, A. Gautier, Geilfuss, Greppin, Gundelfinger, M. Henry, Ineichen, L. Merz, H. B. de Saussure, J. J. Siegfried, C. Stocker, G. Studer, Türst, Völkel, D. Wiser). Z. V. 1881: 110, 195, 283, 391.

— — No. 317—336. (Ueber den Martinsbrunnen in Chur; Auszüge aus Briefen von Gelpke und J. C. Horner; F. Berthoud, Boll, Breguet, Culmann, Desor, Guinand, S. König, P. Merian, Plantamour. Quiquerez, Schüppach, H. Siegfried, Souvey, Thourneyser, Watt). Z. V. 1882: 121, 236, 332.

— — No. 336—352. (Auszüge aus Briefen von J. C. Horner; J. Bachmann, Buchwalder, Delabar, E. L. Gruner, Hassler, Heer, R. Hottinger, Léschot, M. Planta, Quiquerez, Schönholzer, Türst, Wydler, J. M. Ziegler). Z. V. 1883: 88, 292, 423.

F. Geschichte von Instituten und Gesellschaften.

Geschichte der Berner Naturforschenden Gesellschaft. Bern. Mittheilungen 1843, S. 1.

Zur Geschichte der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft. B. M. 1847: 57, 86, 129.

Auszüge aus dem Tagebuch der physikalischen Gesellschaft. Z. V. 1860, 424.

Das schweizerische Polytechnikum. Historische Skizze zur Feier des 25-jährigen Jubiläums im Juli 1890. Zürich, Orell Füssli & Cie. 48 S.

G. Bibliographie.

Bibliographische Curiosität. B. M. 1850, 117.

Litterarische Notizen über Bücher, Zeitschriften und Karten, insoweit sie die Natur- und Landeskunde der Schweiz betreffen. Z. V. 1859: 200, 385, 1860: 208, 1861: 100.

Bibliographische Notizen Nr. 1—12 (Ausgaben 1 und 3 von Lalande's Astronomie; H. Wolf's Chronologia von 1585 u. A.) Z. V. 1887, 79.

— — Nr. 13—24 (Lacroix über d'Alembert u. A.) Z. V. 1889: 245, 397.

— — Nr. 25—30 (Joh. Gesser's Exemplar von Muschenbroeks «Elementa physicae» u. A.) Z. V. 1890, 211.

— — No. 31—37 (Ausgabe der Newton'schen Principien von 1723; Galiläi's Schrift vom Proportionalzirkel, ein Briefchen von Tycho Brahe u. A.) Z. V. 1891: 114, 209.

— — Nr. 38—40 (A. R. Clarke, Comparisons of the standards of length etc.) (J. W. Zollmann, Geodäsie, Joh. Heinr. Rahn, Teut'sche Algebra). Z. V. 1893: 227.

J. H. Graf.

Notizen zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften in der Schweiz.

Nr. 33. Am 15. Januar 1894 feierte Prof. Dr. Ludwig Schläfli seinen 80. Geburtstag. Eine Deputation der philosophischen Fakultät der Hochschule, bestehend aus dem Dekan Prof. Dr. A. Rossel und den Schülern Schläfli's, Prof. Dr. Graf und Prof. Dr. G. Huber, überreichte dem Jubilar eine von Staatskalligraph Eckert verfertigte und von Hrn. Erziehungsdirektor Dr. Gobat gespendete, geschmackvolle Gratulationsurkunde, deren Wortlaut folgender ist:

Die philosophische Fakultät der Hochschule Bern, an welcher Sie während 45 Jahren mit grosser Auszeichnung als akademischer Lehrer gewirkt haben, beehrt sich hiemit, Ihnen, hochgeehrter Herr Kollege, zu Ihrem 80. Geburtstage die herzlichsten Glückwünsche darzubringen. Die Fakultät hat nicht vergessen, in welch' hervorragender Weise Sie das Fach der mathematischen Wissenschaften an der Hochschule vertreten haben, und fühlt sich hochgeehrt, Sie noch zu den ihrigen zählen zu dürfen. Möge es Ihnen vergönnt sein, nach des Lebens harter Arbeit die wohlverdiente Ruhe zu geniessen, und genehmigen Sie etc.

Der Dekan: **Rossel.** Der Schriftführer: **Freymond.**

Der greise Gelehrte war leider durch seine Schmerzen gezwungen, die Deputation im Bett zu empfangen; geistig schien er jedoch noch sehr munter.

Telegramme liefen ein: *Von der Akademie in Berlin:* die Akademie Berlin gratuliert herzlich. Präs. Dubois-Reymond, Auwers, Frobenius, Fuchs, Helmholz, Schwarz, Schwendener;

von Hrn. Cremona zu Rom: «Auguri saluti cordiali all' illustre scienzato ottimo amico Luigi Cremona»;

von Göttingen: «dem bernischen Altmeister der Mathematik sendet zu seinem 80. Geburtstage die herzlichsten Glückwünsche die mathem. Gesellschaft in Göttingen» (F. Klein u. A.);

Académie Lincei appréciant votre éminent valeur de géomètre vous envoie dans ce jour ses souhaits les plus cordiaux. Prés. Brioschi.

Herr Prof. Beltrami-Rom hat Prof. Graf telegraphisch beauftragt, dem Jubilar seine Glückwünsche zu übermitteln. Es gratulirten weiter: Prof. Schiff-Florenz, Prof. Sidler-Berlin, die Prof. A. Meyer und A. Lang-Zürich, Direktor Dr. Gysel, Schaffhausen, E. Gubler-Zürich, Dr. Schärtlin, Dr. Ch. Moser, Dr. Jonquière, Prof. Jonquière, Bern.

Nr. 34. Hr. Apotheker W. Volz ist im Besitz eines Galileischen Proporzionalzirkels, wie ein solcher im vorigen Jahrhundert in keinem grössern mathematischen Besteck fehlen durfte. Er zeigt zunächst die 6 gewohnten Scalen:

I des parties égales $b = a \,.\, \beta : \alpha$

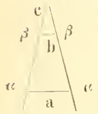
II des plans $b = a \sqrt{\beta : \alpha}$

III des solides $b = a \sqrt[3]{\beta : \alpha}$

IV des cordes $a = r.\ \alpha = 60^0,\ b = 2r \sin \tfrac{1}{2} \beta$

V des polygones $a = r,\ \alpha = 6,\ b =$ Seite vom β-Eck

VI des méteaux $a : b = \sqrt[3]{p_2} : \sqrt[3]{p_1}$



wo a die mit einem Handzirkel gefasste Grösse ist: Man setzt den einen Fuss bei einem Scalentheil α ein und öffnet den Proporzionalzirkel, bis der andere Fuss ebenfalls nach α kommt, dann stehen die beiden β um b von einander ab.

Man kann also nach Scala I Linien theilen, nach Scala II oder III die Seiten oder Kanten zweier ähnlicher Gebilde finden, die ein gegebenes Inhaltsverhältniss haben — nach IV die Sehnen für den Radius r bestimmen — nach V die Seiten der regelmässigen in einen Kreis vom Radius r einbeschriebenen 3 bis 12 Ecken erhalten — und endlich nach VI das Verhältniss der Durchmesser a und b zweier gleichschwerer Kugeln der spezifischen Gewichte p_1 und p_2 finden, — lezteres allerdings nur für die 6 Metalle ⊙ Gold, ♄ Blei, ☾ Silber, ♀ Kupfer, ♂ Eisen und ♃ Zinn.

Ausser diesen sechs Hauptscalen kommen dann noch meistens (je nach dem Spezialzweck, oder auch nach Laune des Verfertigers) einige untergeordnete Scalen oder auch Massstäbe vor, so bei dem Exemplar des Herrn Volz, einige Linien für das Geschützwesen, die manchmal schwer zu deuten sind, da Ueberschriften oder sonstige nöthige Anhaltspunkte fehlen. —

Nr. 35. Anlässlich einer Doctorarbeit über das Bernoulli'sche Theorem von Dr. J. Eggenberger mussten die eigenthümlichen Operationszeichen, die Jakob Bernoulli in seiner ars conjectandi braucht, festgestellt werden. Er setzt fortwährend

∞ als Gleichheitszeichen $=$

$> \ <$ grösser und kleiner, wie wir es gewohnt sind,

/ für $\pm$ und ? für $\mp$, Zeichen, die ihm eigenthümlich sind.

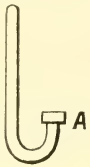
Nr. 36.

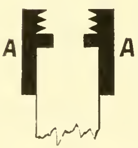
J. G. Tralles an D. Huber in Basel.

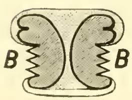
Neuenburg, den 23. Juni 1803.

Hochzuverehrender Herr!

Vielmals danke ich Ihnen für das übersandte Barometer, welches ganz glücklich angekommen ist. Es scheint indessen, als ob auf der Reise durch den Spalt im Glase ein paar Tropfen Quecksilber durchgesickert haben, denn es hängen noch diesen Augenblick ein paar Perlen an dieser Stelle. Nun bemerke ich, dass gleichfalls Quecksilber durch das Reservoir dringt (unten), wenn man das Barometer schraubt. Allein, wenn es offen im Gebrauch ist, quillt nichts durch. Ich werde daher das Barometer nicht auf Höhen nehmen, wo die Trockenheit der Luft dem Holzwesen schadet. Das Zusammengesetzte bei allen tragbaren Barometern wird Ihnen ohne Zweifel aufgefallen sein. Vielleicht ist Ihnen daher nicht unangenehm, wenn ich Ihnen mit ein paar Worten meine Einrichtung eines Heberbarometers anzeige. Der kurze Schenkel ist sehr kurz und wird auf folgende Weise geschlossen. Das Ende desselben ist von einer Hülse A A umgeben, deren oberer über die Glasröhre hervorragender Theil inwendig ein paar Schraubengänge hat. Materie Eisen — Holz kann's auch thun. In diese Schraubengänge passt der Stöpsel B B von eben der Materie, unten und oben ausgehöhlt. Über die obere Höhle ist ein Stück Blase, über die untere ein dünnes Leder gebunden; letzteres geschieht nachdem jene schon überbunden und der leere Raum beider konischer Höhlungen mit ☿ angefüllt ist. Der so zubereitete Stöpsel wird in A A eingeschroben, nachdem man das ☿ im Barometer durch dessen Steigerung bis zum Ende der langen Röhre hat steigen lassen; nur muss der kleine Schenkel dann auch noch bis an die innern Schraubengänge angefüllt sein. Der Stöpsel schliesst Luft und Quecksilber dicht zu — vorzüglich wenn man einen Lederring an die vorspringende Fläche des Stöpsels gerade über die Schraubengänge legt — und demohngeachtet hat das ☿ im Barometer Spielraum für die Veränderung seines Volumens durch Aenderung der Temperatur. Im Falle der Erwärmung tritt ☿ aus dem Barometer durch's Leder im Stöpsel und stemmt die Blase, im Falle der Erkältung treibt der Druck der äussern Luft, der auf die Blase wirkt, ☿ durch's Leder in's Barometer. Der eigentliche kurze Schenkel des Barometers ist abgesondert. Er hat eine Hülse mit einer Schraube, welche in die A A passt, und nachdem man bei geneigter Lage des Barometers den Stöpsel B B hereingeschroben, schraubt man diese Röhre dafür hinein und richtet das Barometer zur Beobachtung auf. Diese Einrichtung ist viel sicherer und einfacher als der Hahn des Deluc'schen mit allen möglichen Verbesserungen, und die Beobachtung leidet keinen Verzug durch ein paar Schraubenwendungen, da man ohnehin das Barometer die Temperatur nehmen lassen muss, die ihm zur Beobachtung gebührt, und überdem ist es vortheilhafter, ein sicheres als ein geschwind parates Barometer zu haben, das am Orte, wo man beobachten will, sich in Unordnung findet.







Paul*) hat leider keine Nachahmer noch Nachfolger, und ich wüsste Ihnen keinen Menschen in der Schweiz, der das Saussur'sche Hygrometer verfertigte. In Paris kann man es bei einem gewissen Richez haben, des Künstlers Wohnung weiss ich aber nicht mehr. Ich hatte seit einiger Zeit ein Hygrometer sehr nöthig und habe mich des Deluc'schen Fischbein-Hygro-

*) Jacques Paul von Genf, geschickter Mechaniker. 1733 in Genf geboren.

meters in Ermangelung eines Saussur'schen bedient, seitdem ich aber letzteres wieder habe, sehe ich jenes nicht mehr viel an. Es ist gar zu träge und zeigt nur Gefühl, wenn's ersäuft wird. Deluc hat seit seinem ersten Versuch im physischen Fache — seine Modifications de l'atmosphère — keine gesunde Idee fast mehr gehabt, und ohne Lichtenberg's sonderbare freundschaftliche Anhänglichkeit würde man sich um seine Grillen in Deutschland so wenig als anderswo bekümmert haben.

Genehmigen Sie die Versicherung meiner besondern Achtung.

Tralles.

J. G. Tralles an D. Huber in Basel.

Neuchâtel, den 15. Oktober 1803.

Hochzuverehrender Herr Professor!

Sie werden ohne Zweifel verwundert sein, keine Nachricht von Ihrem Barometer und von mir zu vernehmen. Allein seitdem ich Ihnen zum letzten mahle im verflossenen Sommer schrieb, war ich beinahe stets auf Exkursionen. Ihr Barometer hat dabei Dienste geleistet, er diente mir hier in der Stadt oder am Ufer des Sees zu correspondirenden Beobachtungen mit denjenigen, die ich auf Höhen anstellte und ist ohne Miesgeschick im Zustande verblieben, in welchem ich denselben von Ihnen erhalten. Die Zahl der barometrischen Beobachtungen ist freilich nicht beträchtlich, auch leideten die Hauptbeobachtungen, mit welchen ich beschäftigt war, nicht, auf jene eine ausgezeichnete Aufmerksamkeit zu verwenden. Die Barometer, deren ich mich aus Noth bedienen musste, waren eben nicht die vortrefflichsten. Einer von schwachem Kaliber wurde auf dem Moleson gebraucht. Ein anderer, zwar sehr guter in Materie und Grösse und Verfertigung, hatte hingegen Mangel an bequemer mechanischer Vorrichtung. Indessen darf ich es meiner Uebung wohl zutrauen, nicht Fehler von $\frac{1}{10}$ Linie in jedesmaliger Bestimmung der Barometerhöhe begangen zu haben. Dieser hat nachher gedient. Es ist wohl etwas Schade, dass ich auf dem Moleson nicht mit einem bessern Barometer versehen war, indem ich 5 Tage lang auf diesem Berge blieb. Er liegt über Greyerts (Gruyere), ist beiläufig 4700 Fuss hoch über Neuenburg erhaben. Sollte Ihnen indessen an den Beobachtungen etwas gelegen sein, so werde ich sie Ihnen gerne mittheilen. Hier haben Sie diejenigen, die ich auf dem Chasseron angestellt habe, eine Kuppe des Juragebirges über Yverdon gelegen. Diese sind mit dem guten Barometer angestellt, in welchem noch (obwohl er 3 Linien beinahe zu einem Durchmesser hat) nach einigen beträchtlichen Exkursionen das ☿ hängen blieb, wenn man das Barometer langsam aufrichtet.

Diese letzteren Beobachtungen setze ich Ihnen hieher:

1803, 24. August, $3\frac{1}{2}$ Fuss über der Fläche des Neuenburger-See's.

Zeit des Tages	Barometer	Temp. d. Barom.	Temp. d. Luft
6h Morgens	26″ 11‴ $\frac{5}{16}$	$\frac{1}{2}$	9,5 Reaumur
$7\frac{1}{2}$	—. —. 5,5	$\frac{1}{2}$	10,5
$9\frac{3}{4}$	—. —. 5	$2\frac{1}{2}$	12,5
$11\frac{3}{4}$	—. —. 5,5	5	14
$1\frac{1}{2}$ Nachmittags	—. —. 6	$10\frac{1}{2}$	15,5
$2\frac{1}{2}$	—. —. 5	12	17,3

Zeit des Tages	Barometer	Temp. d. Barom.	Temp. d. Luft
$3^{1}/_{2}$ Nachmittags	—. —. 6	10	19,25
4	—. —. 5	10	
$5^{1}/_{4}$	26. 11. —	10,3	16,7
6	26. 11. —	9,5	16,2

1803, 24. August, Chasseron Barometer 3 Fuss tiefer als der höchste Felsen.

Zeit des Tages	Barometer	Temp. d. Barom.	Temp. d. Luft
$8^{1}/_{4}$ U. d. morg.	23″, 530	12°,1 Réaumur	9°, 6
10 „	23″, 530	16, 5	11, 3
11 „	23, 535	15, 8	11, 9
0 U. $^{1}/_{4}$ N. M.	23, 535	16, 9	11, 9
$2^{1}/_{4}$	23, 510	14, 9	11, 9
5	23, 492	11, 4	11, 7
6	43, 487	10, 5	10, 5
Sonnenuntergang			9, 6

Ich bemerke Ihnen hiebei, dass die Höhe des Chasseron trigonometrisch bestimmt ist, 3625,3 par. Fuss überm See, die Vertikaldistanz des Barometer war also 6,5 Fuss geringer. Haben Sie Gelegenheit, Ihren Barometer zurücknehmen zu lassen, so wird er sich jederzeit zum Mitnehmen nach Basel bereit finden. Ich werde nicht ermangeln, die Gelegenheit zu ergreifen, die mir hier bekannt werden sollte, um Ihnen denselben zuzusenden.

Empfangen Sie die Versicherung meiner besondern Hochachtung.

Tralles.

Berichtigung.

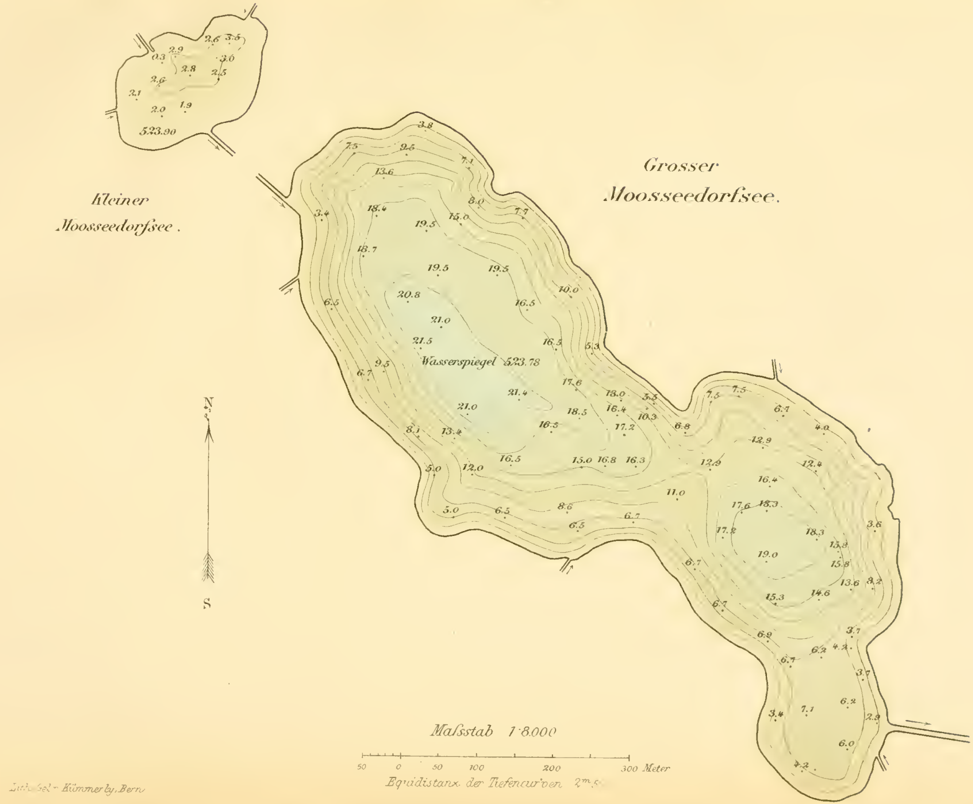
Seite 111 lies vor dem $\int$-Zeichen an beiden Orten

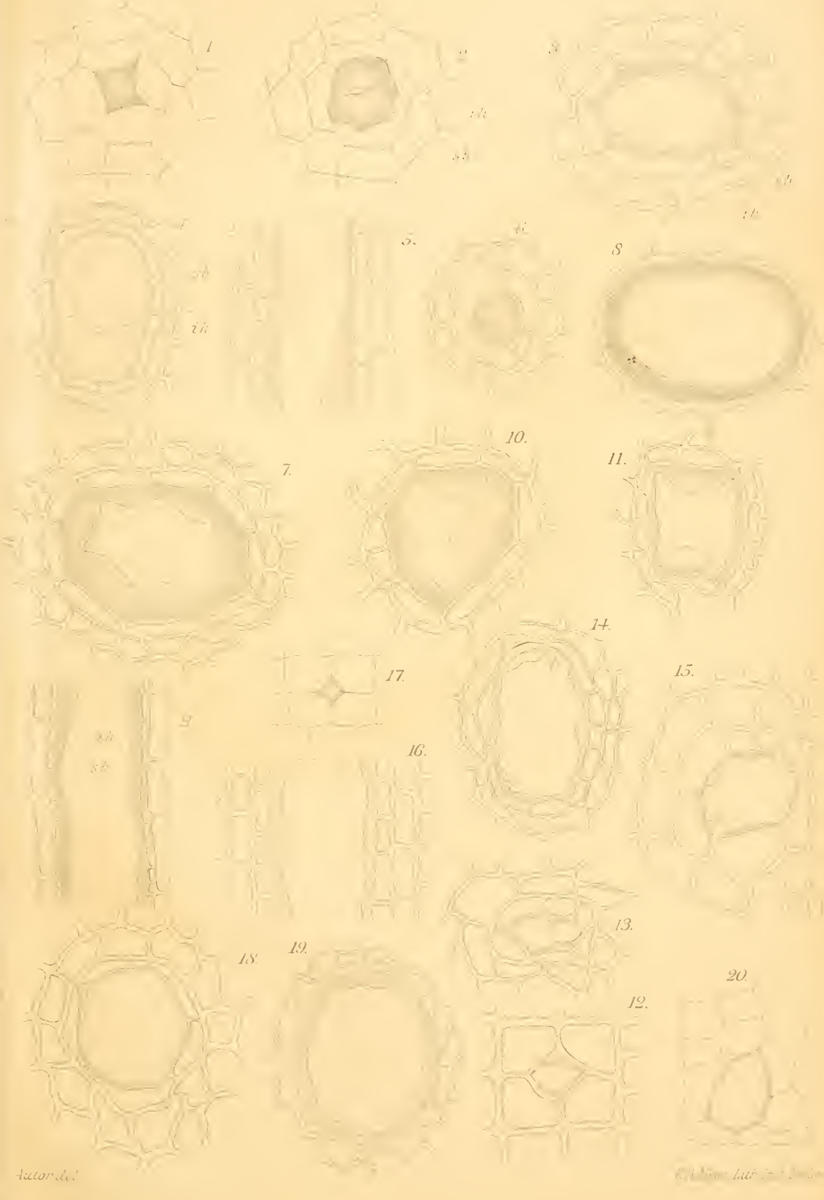
$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad \text{statt} \quad \frac{2}{\pi}$$

Einige Ergänzungen zur Biographie R. Wolf's folgen das nächste Jahr. Seine Anhänglichkeit an die bernische Naturforschende Gesellschaft hat Prof. Wolf dadurch gezeigt, dass er ihr testamentarisch 1000 Fr. vermacht hat.

Inhalts-Verzeichniss.

Tafel I.


Kleiner
Moosseedorfsee.
523.90
Grosser
Moosseedorfsee.
Wasserspiegel 523.78
N
S
Mafsstab 1:8000
50 0 50 100 200 300 Meter
Equidistanz der Tiefencurven 2m.5
Lith. Anst. v. Kümmerly, Bern



Autor del.

W.A. Meyn lith.