

大學叢書
普通物理學

下冊之一

薩本棟著



商務印書館發行

大學叢書

普通物理學

下冊之一

大學叢書委員會

委 員

丁燮林君	王世杰君	王雲五君
任鴻雋君	朱經農君	朱家驊君
李四光君	李建勛君	李書華君
李書田君	李聖五君	李權時君
余青松君	何炳松君	辛樹幟君
吳澤霖君	吳經熊君	周 仁君
周昌壽君	乘 志君	竺可楨君
胡 適君	胡庶華君	姜立夫君
翁之龍君	翁文灝君	馬君武君
馬寅初君	孫貴定君	徐誦明君
唐 鈺君	郭任遠君	陶孟和君
陳裕光君	曹惠羣君	張伯苓君
梅貽琦君	程天放君	程演生君
馮友蘭君	傅斯年君	傅運森君
鄒 魯君	鄭貞文君	鄭振鐸君
劉秉麟君	劉湛恩君	黎照寰君
蔡元培君	蔣夢麟君	歐元懷君
顏任光君	顏福慶君	羅家倫君
	顧頡剛君	

AG
04
11
2:2

大學叢書
普通物理學

下冊之一

薩本棟著

中華教育文化基金董事會
編譯委員會編譯



商務印書館發行



普通物理學下冊目錄

第四編 電磁學 (0.11)電磁學總說

第三十五章 磁鐵 (35.1)天然磁鐵與人造磁鐵 (35.2)磁極 (35.3) 磁極之相互作用 (35.4)磁化方法 (35.5)磁量 (35.6)磁極間之力律：平方反比定律 (35.7)單位磁極

第三十六章 磁場 (36.1)磁場與磁場強度 (36.2)磁鐵之磁場 (36.3)作用於磁鐵之力偶 (36.4)磁矩 (36.5)磁鐵在兩個正交磁場中所受之力偶 (36.6)磁強計

第三十七章 磁力線 (37.1)磁力線之圖式 (37.2)磁力線之特性 (37.3)磁力線密度與磁場強度 (37.4)磁力線與媒介質

第三十八章 磁感與磁化 (38.1)磁感現象 (38.2)被感磁極之極性 (38.3)順磁體，反磁體與鐵磁體 (38.4)鐵與鋼之區別 (38.5)磁性之消失 (38.6)磁性之分子學說

第三十九章 地磁 (39.1)地球之磁場 (39.2)地磁之三要項 (39.3)地磁偏角 (39.4)地磁傾角 (39.5)磁鐵在磁場中之振擺 (39.6)地磁之水平強度 (39.7)地磁圖 (39.8)地磁之變更

第四十章 靜電學原理 (40.1)起電 (40.2)兩種電荷 (40.3)互擦物體所帶之電荷 (40.4)導體與非導體 (40.5)電量

(40.6)電荷間之力律 (40.7)電之本性

第四十一章 靜電感應 (41.1)靜電感應 (41.2)感應起電法 (41.3)驗電器 (41.4)金箔驗電器用法與驗電版 (41.5)起電盤 (41.6)靜電感應機

第四十二章 電力線 (42.1)超距作用與介遞作用 (42.2)電力線 (42.3)電場強度與電力線 (42.4)空心導體中之電場 (42.5)靜電感應時之電力線 (42.6) Faraday 之冰桶實驗

第四十三章 電位 (43.1)移動電荷所需之功 (43.2)電位差之意義 (43.3)一個小電荷所引起之電位差 (43.4)電位 (43.5)電位之單位 (43.6)導體之電位 (43.7)球形帶電體之電位 (43.8)同位面 (43.9)電力線圖 (43.10)導體面上電荷之分布 (43.11)電位與電場強度 (43.12)靜電計

第四十四章 電容量及容電器 (44.1)電容量之意義及其單位 (44.2)容電器 (44.3)容電器之形式 (44.4)單個球形導體之電容 (44.5)同心球形導體之電容 (44.6)兩個平行平面之電容 (44.7)數個容電器串聯時之總電容 (44.8)數個容電器並聯時之總電容

第四十五章 容電器之電能 (45.1)介電常數 (45.2)介電質與電荷間之力 (45.3)帶電導體所積之能量 (45.4)介電質每單位體積所含之能量 (45.5)容電器放電時之磁效 (45.6)空中雷電 (45.7)避電針 (45.8)介電質之絕緣強度

第四十六章 電荷與電流 (46.1)運動之電荷 (46.2)簡單伏特電池 (46.3)電池兩電版之電位差 (46.4)物質之電動勢次序 (46.5)電流之方向 (46.6)電流之性質與導體之種類 (46.7)電流之強弱 (46.8)電流之磁效 (46.9) Rowland 之實驗 (46.10)電流計 (46.11)電磁制之單位 (46.12) Laplace 之公式 (46.13)電磁單位制度中之電流單位與安培 (46.14)電磁單位制度中之電量單位與庫侖

第四十七章 電動勢與電阻 (47.1)電動勢之意義 (47.2)電動勢之單位 (47.3)電動勢與電位差之區別 (47.4)電阻之意義與 Ohm 定律 (47.5)電阻之單位 (47.6)國際歐姆 (47.7)電阻係數 (47.8)電阻之溫度係數 (47.9) Wheatstone 橋 (47.10)電阻之形式 (47.11)各式 Wheatstone 橋 (47.12)電阻之串聯與其並聯 (47.13) Kirchoff 定律 (47.14) Joule 定律 (47.15)白熾電燈 (47.16)弧燈 (47.17)金屬品導電之電子說

第四十八章 電解 (48.1)電解現象 (48.2) Faraday 之電解定律 (48.3)國際安培 (48.4)極化之反電動勢 (48.5)電解質之電阻 (48.6)電解液之電導與濃度之關係 (48.7)電解學說 (48.8)游子所帶之電量 (48.9)電解液之游子化

第四十九章 電池 (49.1)電池之主要部分 (49.2)電動勢及內阻 (49.3)電池之種類 (49.4)局部作用與極化 (49.5)

Leclanché 電池 (49.6) Daniell 電池 (49.7) 鉛蓄電池 (49.8) 鎳鐵蓄電池 (49.9) 蓄電池之灌電及其容量 (49.10) 標準電池 (49.11) 電池之聯接法 (49.12) 可逆電池之電動勢與化學反應 (49.13) 伏特電池之學說

第五十章 電流之磁效及物質之磁性 (50.1) 直線電流之磁場強度 (50.2) 攜磁極繞電流行一周所作之功 (50.3) 線筒內之磁場強度 (50.4) 電磁鐵 (50.5) 磁化強度 (50.6) 磁化係數 (50.7) 磁化之 IH 曲線 (50.8) 磁化線 (50.9) 磁感線 (50.10) 導磁係數 (50.11) BH 曲線 (50.12) 磁感線之連續無端性 (50.13) 磁極間力律之普遍式 (50.14) 磁通量 (50.15) 磁路定律 (50.16) 磁滯現象 (50.17) 磁場所儲之能量 (50.18) 磁鐵之吸引力 (50.19) 磁性學說

第五十一章 電學儀器及測量法 (51.1) 電流計 (51.2) 正切電流計 (51.3) D'Arsonval 式電流計 (51.4) 左手法則 (51.5) 磁場與通有電流之導體所互生之力 (51.6) D'Arsonval 式電流計之公式 (51.7) 電流計之常數 (51.8) 電流計常數之測定法 (51.9) 熱電流計 (51.10) 伏特計 (51.11) 安培計 (51.12) 用安培計及伏特計測定電阻法 (51.13) 電池之電動勢與內阻 (51.14) 瓦特計 (51.15) 電位計 (51.16) 衝擊電流計 (51.17) 電磁單位系統中電容之單位與法拉 (51.18) 靜電單位與電磁單位電量之比值

- 第五十二章 電磁感應 (52.1) 電磁感應現象 (52.2) Faraday 之實驗 (52.3) Lenz 定律 (52.4) 渦流 (52.5) 右手法則 (52.6) 被感電動勢 (52.7) Faraday 電磁感應定律 (52.8) 線圈在均勻磁場中轉動時所生之電動勢 (52.9) 被感應電量 (52.10) 地磁感應器 (52.11) 磁感之測定
- 第五十三章 電機 (53.1) 電機之種類 (53.2) Faraday 之盤形電機 (53.3) 電機之電樞與磁場 (53.4) 交流電機與直流電機之異同 (53.5) 直流電機聯接法 (53.6) 電機之電動勢 (53.7) 發電機之電動勢與機端電壓之區別 (53.8) 串繞發電機之外部特性 (53.9) 並繞發電機之外部特性 (53.10) 複繞發電機之外部特性 (53.11) Barlow 齒輪 (53.12) 電動機之反電動勢 (53.13) 直流電動機之線路 (53.14) 電動機之機械的功率 (53.15) 直流電動機之速度及轉矩 (53.16) 多相交流發電機 (53.17) 交流電動機 (53.18) 瓦時計
- 第五十四章 電感 (54.1) 自感現象 (54.2) 自感係數及其單位 (54.3) 自感係數之比較法 (54.4) 自感係數之計算法 (54.5) 電圈中所儲之磁能 (54.6) 互感係數 (54.7) 互感係數之測定 (54.8) 互感係數之符號 (54.9) 感應圈 (54.10) 交流變壓器 (54.11) 交流電與直流電之比較 (54.12) 電話機
- 第五十五章 電振動及電波 (55.1) 容電器放電時所生之電振動 (55.2) 電振動與機械式之振動 (55.3) 電振動之週期與頻

率 (55.4) 電的共振 (55.5) Hertz 之振動器與接收器 (55.6)
 高頻率能量之輻射與電磁波之構成 (55.7) 光之電磁學說 (55.8)
 Marconi 火花式無線電報 (55.9) 晶體檢波器

第五十六章 熱體發射之電子 (56.1) Edison 效應 (56.2)
 熱游子 (56.3) 熱金屬發射游子之說明 (56.4) 雙極真空管之應
 用 (56.5) 三極真空管之結構及電路 (56.6) 柵極之功用 (56.7)
 三極真空管放大器 (56.8) 三極真空管檢波器 (56.9) 真空管振
 動器 (56.10) 再生式檢波器 (56.11) 等幅波無線電報 (56.12)
 無線電話 (56.13) 真空管之他種應用

第五十七章 熱電現象 (57.1) Seebeck 效應 (57.2) 熱電
 電動勢與溫度之關係 (57.3) 熱電電動勢之來源 (57.4) 第三導
 體對於熱電電動勢之影響 (57.5) 熱偶之應用 (57.6) Peltier 效
 應 (57.7) Thomson 效應 (57.8) 熱偶之電動勢

第五十八章 氣體中之游子 (58.1) 放電管內之現象 (58.2)
 陰極射線 (58.3) 陰極射發質點所帶之電荷與其質量之比值
 (58.4) 陽射線 (58.5) 氣體導電之解釋 (58.6) C. T. R. Wilson
 之雲凝儀器 (58.7) J. J. Thomson 量測電子所荷之電量之方
 法 (58.8) 電子之質量 (58.9) Millikan 之油滴實驗

第五編 光學 (0.12) 光學總說

第五十九章 光之直進與其反射 (59.1) 光之直進 (59.2)
 光線及焦點 (59.3) 影 (59.4) 針孔像 (59.5) 位視差 (59.6) 光

之反射，散射，透射，與吸收 (59.7) 反射定律 (59.8) 在兩個平面上之多次反射 (59.9) 球面鏡 (59.10) 符號定則 (59.11) 球面鏡公式 (59.12) 虛像與實像 (59.13) 射鏡公式之討論 (59.14) 圖解方法 (59.15) 正像，倒像與反像 (59.16) 像之大小；放大率 (59.17) 反射焦散線

第六十章 光之折射 (60.1) 折射現象 (60.2) 折射定律 (60.3) 偏向角 (60.4) 物在透光質中之像似的深度 (60.5) 數個平行平面所生之折射現象 (60.6) 絕對折射係數 (60.7) 稜鏡 (60.8) 最小偏向角 (60.9) 色散現象 (60.10) 全反射現象 (60.11) 海市蜃樓及天文的折射現象

第六十一章 透鏡 (61.1) 球面上之折射 (61.2) 透鏡 (61.3) 透鏡之種類與 f 之符號 (61.4) 圖解方法 (61.5) 透鏡之放大率及像之狀態 (61.6) 凸面透鏡焦距之測定 (61.7) 凹面透鏡焦距之測定 (61.8) 透鏡造像之缺點

第六十二章 光學儀器 (62.1) 本章之目的 (62.2) 眼 (62.3) 視管之缺點及其矯正 (62.4) 視場 (62.5) 物體之像似的大小及光器之放大率 (62.6) 簡單顯微鏡或放大鏡 (62.7) 複式顯微鏡 (62.8) 折射望遠鏡 (62.9) 望遠鏡之放大率 (62.10) 反射望遠鏡 (62.11) 稜鏡式雙筒鏡 (62.12) 潛望鏡 (62.13) 測速器 (62.14) 目鏡 (62.15) Huygens 目鏡 (62.16) Ramsden 目鏡 (62.17) 正像目鏡 (62.18) 光線進行圖 (62.19) 攝影機

(62.20)映畫器 (62.21)活動電影 (62.22)六分儀 (62.23)實體鏡

第六十三章 光之速度 (63.1) Galileo 實驗之失敗與 Römer 觀察之結果 (63.2) Bradley 之方法 (63.3) Fizeau 之方法 (63.4) Foucault 及 Michelson 等之方法 (63.5) 光在各種媒質中之速度 (63.6) 光之速度與其顏色之關係 (63.7) 光之速度與光源及觀察者之運動

第六十四章 光度學 (64.1) 光能 (64.2) 光源之強度 (64.3) 光量 (64.4) 照度 (64.5) 平方反比律 (64.6) Lambert 之餘弦律 (64.7) 亮度 (64.8) 亮度與觀察者視線方向之關係 (64.9) 光度計 (64.10) 燈光強度之分布曲線 (64.11) 炫目之光 (64.12) 燈之發光效率

第六十五章 光之本性 (65.1) 光能傳播之二說 (65.2) Newton 之微粒說 (65.3) 光之波動說 (65.4) Huygens 原則 (65.5) 平面反射鏡 (65.6) 折射定律 (65.7) 透鏡公式之推演 (65.8) 光色與波長或振動頻率之關係 (65.9) 光源與光波之本性 (65.10) 光之電磁說與折射係數 (65.11) 光媒 (65.12) Michelson-Morley 實驗 (65.13) Lorentz 與 Fitzgerald 之縮短假設 (65.14) 狹義的相對論

第六十六章 光之干涉 (66.1) 波浪之干涉 (66.2) Young 之干涉實驗 (66.3) 兩光源之干涉 (66.4) 兩光源互相干涉時明

暗條紋所隔之速度 (66.5) Fresnel 之干涉實驗 (66.6) 發生干涉作用之基本條件 (66.7) 薄板之干涉作用 (66.8) Newton 之同心環 (66.9) Michelson 之干涉儀

第六十七章 光之繞射 (67.1) 繞射與干涉 (67.2) 單狹縫 (67.3) 光之直進之解釋 (67.4) 光柵 (67.5) 光學儀器之鑑別率 (67.6) 望遠鏡之鑑別率 (67.7) 眼之鑑別率 (67.8) 顯微鏡之鑑別率 (67.9) 光柵之鑑別率

第六十八章 雙折射與偏極 (68.1) 雙折射現象 (68.2) 方解石之形式；光軸與主截面 (68.3) 方解石之雙折射 (68.4) 方解石之折射係數 (68.5) 方解石中之波面 (68.6) 偏極之意義 (68.7) 熱電石與 Nicol 稜晶之作用 (68.8) 自然光之偏極情形 (68.9) 方解石雙折射之分析 (68.10) 反射光與透射光之偏極 (68.11) 反射光與透射光偏極之解釋 (68.12) 偏極儀 (68.13) 偏極光之干涉 (68.14) 偏極平面之轉動 (68.15) 圓偏極光與橢圓偏極光

第六十九章 光譜與輻射 (69.1) 光譜學 (69.2) Fraunhofer 線 (69.3) 產生光譜之各法 (69.4) 分光儀 (69.5) 光譜之種類 (69.6) 吸收光譜 (69.7) 光譜之界限 (69.8) 紅外線 (69.9) 紫外線 (69.10) 光譜分析在天文學上之應用 (69.11) 光譜之成因 (69.12) 物體之發射係數與吸收係數 (69.13) Kirchhoff 之輻射律 (69.14) 完全吸收體與完全發射體 (69.15) 發射之總能與

溫度之關係 (69.16) Wien 之遷移律 (69.17) 輻射能量之分配公式 (69.18) 量子論 (69.19) 自然界之兩元性

第七十章 光色——吸收與散射 (70.1) 物理的光色與生理的光色 (70.2) Young-Helmholtz 之色覺學說 (70.3) 互補色 (70.4) 色盲 (70.5) 顏料之色 (70.6) 物體之色 (70.7) 表面之色與雙色體 (70.8) 天空，山及海之色 (70.9) 虹 (70.10) 吸收光帶與反常的色散 (70.11) 選擇的反射與剩餘射線 (70.12) 螢光 (70.13) 磷光 (70.14) 輻射之化學作用 (70.15) 光電效應 (70.16) 光電效應之定律

第七十一章 X 射線，放射性與原子之構造 (71.1) X 射線 (71.2) X 射線之應用與 Coolidge 式 X 射線管 (71.3) 放射性 (71.4) α , β 及 γ 射線 (71.5) 原子核與質子 (71.6) 原子序數 (71.7) 原子核之組成 (71.8) 同位質 (71.9) Aston 之質譜 (71.10) 核外電子之分佈與 Bohr 氏之原子模型 (71.11) 放射質之自然崩潰與破壞原子核之實驗 (71.12) 宇宙射線

索引

下冊附表

第二十四表 中華民國各大城市地磁情況(39.5 節)

第二十五表 介電常數(45.1 節)

-
- 第二十六表 電阻係數 ρ 與其溫度係數(47.7 節)
- 第二十七表 折射係數(黃色鈉光)(60.9 節)
- 第二十八表 凸面透鏡造像情況(61.5 節)
- 第二十九表 凹面透鏡造像情況(61.5 節)
- 第三十表 各種操作所需之照度(64.7 節)
- 第三十一表 糖之光轉偏極係數(68.14 節)
- 第三十二表 Fraunhofer 線之波長(69.2 節)
- 第三十三表 各式電磁波之波長與頻率(69.9 節)
- 第三十四表 互補色(70.3 節)
- 第三十五表 元素週期表(71.6 節)

第四編 電磁學

(0.11) 電磁學總說 電磁的各現象可分為三科目討論：靜電學 (electrostatics)，靜磁學 (magnetostatics)，及電磁學 (electromagnetism) 是也。琥珀或玻璃與絲絹互相摩擦之後，均能吸取輕小物品。此等現象即為靜電學之基礎。磁針之功用，人類知之，為時固甚早，顧靜磁學之得成為科學之一，則僅晚近三百年事。其始，琥珀經摩擦後而有之吸力，與磁鐵吸取鐵屑之力，常混認為同種作用，迨 Gilbert 於 1600 年以實驗考究之，二現象之不同始明，而靜電學與靜磁學於是乃各立門戶。此係就靜止的現象而言。惟一離開靜止狀態，電與磁實有相當之關係，討論此等關係之科學是謂電磁學。

1800 年，Volta 發明電池以產學電流，越二十年，Oersted 在電流通行之導體之周圍，復發見其有磁場。是為吾人察覺電與磁有相互關係之始。其後 Faraday 於 1831 年發見置於變更磁場中之完閉導線，因感應作用，其中有電流通行。於是電與磁之關係，益為科學家所重視，而電磁學之基礎經多人之研究，乃益臻鞏固。

表示電，磁，及電與磁各作用之基本定律有三：其一表兩電荷間之力，其二表兩磁極間之力，其三則表電荷移動時，其對於磁極之力。前二者均為 Coulomb 氏 (1785 年) 所首先證明，後

者則爲 Ampère 氏 (1823 年) 之貢獻。以此三定律爲根據，而益以能量不滅原則，電磁學中其他各律例均可推得。然此三定律者，僅敘述電磁作用之效果，至於因何而有此三效果，則吾人至今尙無解釋。

除確定電磁作用之效果及用之以陳述其他之電磁現象外，電磁作用之如何傳播及電與磁之本性奚似，亦爲電磁學中之重要問題。在 Faraday 之前，物理家多認電磁現象爲超距作用(action at a distance) 之一。自 Faraday 藉力線 (lines of force) 之假設，以說明電磁現象後，介遞作用 (action in the medium) 之說法始露頭角。迨 Maxwell (1864 年) 擴充 Faraday 之說法，以成光之電磁說 (electromagnetic theory of light)，而將光，熱及其他輻射現象均歸納於電磁學之領域內，介遞作用之優點，已甚彰明。其後，Hertz (1888 年) 以實驗證實 Maxwell 之學說，於是超距作用之說法，乃全被推翻。至於晚近 Planck (1901 年) 之量子論 (quantum theory) 與 Einstein (1905 年) 之相對論 (theory of relativity) 皆爲補充 Maxwell 學說之假設，而非與之互相反對者也。

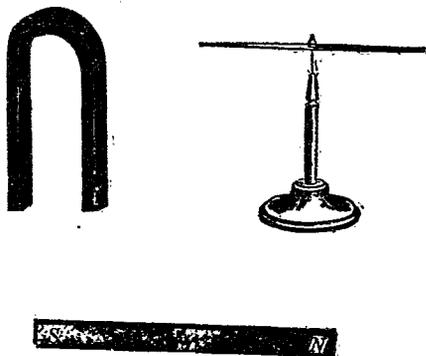
關於電之本性之假設，其始，有 Benjamin Franklin (1747 年) 之單性流體說 (single fluid theory)，及 Robert Symmer (1759 年) 之雙性流體說 (two fluid theory)。自介遞作用之說法出世之後，又有認電爲傳播電磁作用之以太 (ether) 中之應

變 (strain) 者。至於 Faraday 之電解定律，雖已暗示電之“原子性” (atomicity)，然明白的以電為微粒之電子論 (electron theory)，其理論的基礎，與實驗的證實，則於十九世紀末年，方經 H. A. Lorentz 及 J. J. Thomson 諸人所確定。利用電子論，不但可以解釋金屬導電與電解現象所遵循之各定律，如 Ohm 定律，Joule 定律，Faraday 電解定律等，及 Geissler 放電管 (discharge tube) 與熱游子真空管 (thermionic vacuum tube) 中之各現象，且可藉之以說明物體之磁性。此外，原子之構造，及光學中有關於原子構造之各問題，亦賴電子論與前段所述之相對論與量子論方有解釋。由是觀之，電磁學之範圍實甚廣大，其重要亦可概見之矣。

本編首論靜磁現象，次及靜電現象，然後陳述電與磁之相互的作用及電磁現象之應用。至於解釋電與磁之性質之說法，則於相當之章次中，參雜附述，以略示其概要。

第三十五章 磁鐵

(35.1) 天然磁鐵與人造磁鐵 天然磁鐵爲一種黑色礬石，富有吸引鐵屑之特性。此種礬石中所包含之主要物質爲四氧化鐵 (Fe_3O_4)。除天然磁鐵外，亦可以人工方法（見 35.4 節）將鐵條磁化。此等人造磁鐵不但能吸引鐵屑。且若以線結其中心而懸之空中，則該鐵條將依一定之方向而靜止，此一定之方向在地球上各處，雖稍有差別，然大致則略爲南北方向。因是，人造磁鐵遂爲測定方向之利器。惟此種功用與我國古史所傳之指南車，完全不同。或謂磁針與羅盤之發明乃吾國發其先河，而後傳入波斯，阿剌伯以及於歐洲者，其事實如何，尙須俟考古家之證明。人造磁鐵與天然磁鐵，其特性悉同，茲爲便利起見，概稱之



■ 209

爲磁鐵 (magnet)。通常吾人所用以表示磁鐵之特性者，多爲鋼質磁鐵，因其易於製造故也。人造磁鐵最普通之形式有三：馬蹄形磁鐵，條形磁鐵，及磁針（圖 209）。

(35.2) 磁極 將磁鐵插於鐵屑中，取出後，則見鐵屑聚集於磁鐵上數部。由此知磁鐵上有富於吸力之處，亦有竟無吸力之處。吸力強大之處，名曰磁極 (magnetic pole)，無吸力之處，名曰中性區 (neutral region)。吾人由經驗且知每個磁鐵至少有兩個磁極。例如，取一已磁化之鋼針，插於鐵屑中，即見鐵屑聚集於針之兩端，是知在針兩端之處，各有一個磁極。

前節已述懸在空間而能自由旋轉之磁鐵條，其兩端幾依南北方向而靜止，且無論如何旋轉此懸空之磁鐵，當其復靜止時，其指北者，仍幾指北，而指南者仍復指南。因此，吾人名此指北之極爲指北極 (north seeking pole) 或簡稱爲北極 (north pole) 或正極 (positive pole)。其指南之極，則名爲指南極，(south seeking pole) 或南極 (south pole) 或負極 (negative pole)。如磁鐵爲一條細小之針，則其磁極之位置，常約在針端末之一點。故爲便於計算起見，此後吾人常用點極 (point pole) 一詞，以表明磁性所集中之位置，並名聯磁鐵兩極之直線爲磁軸 (magnetic axis) 而規定其正方向爲自南極至北極。

(35.3) 磁極之相互作用 引一磁鐵使其北極接近懸於空中之磁針之北極，則見後者立被排斥。反之，若以南極試之，則懸

空磁針之北極，立被吸引。若在磁針之南極處，作同樣試驗，其結果亦與是相似。因知磁鐵之南北兩極，其性質迥異，而其互相之作用，則為同性極相推拒，而異性極相吸引。利用此事即可決定鐵桿之是否有磁性。例如某鐵桿之一端，被一種極所吸引，而為他種極所推拒，則知該桿必已磁化，而其端末之極性，必與拒之之極相同。

(35.4) 磁化方法 第(35.1)節已述及用人工方法可製得磁鐵。在未討論其他問題之前，請先選用撫摩法製造磁鐵之手續。此種手續有二：

(1) 用磁鐵之一極沿鋼條按圖(210)矢所示之方向撫摩十餘次，翻過鋼條再撫摩其反面十餘次。此磁化方法，名為單觸磁化法 (single touch method)。如用以撫摩之磁極為正極，則鋼條與此極初接觸之一端，亦為正極，其他端則為負極。換言之，鋼條與磁鐵接觸之一端，其極性與所用以撫摩之極性適相反。

(2) 平置欲磁化之鋼條於桌上，斜置兩條形磁鐵，而用其不同之兩極自鋼條中

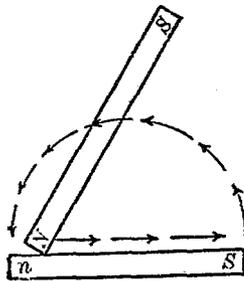


圖 210

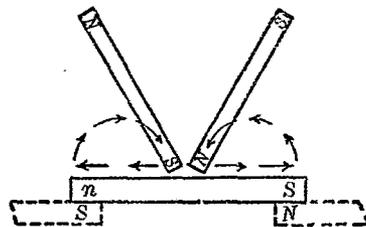


圖 211

部，向鋼條兩端撫摩之。抵各端後，舉起兩磁鐵，復自鋼條中心向兩端撫摩之如圖 (211)。如是者十餘次，而後翻過鋼條，在其反面作同樣之撫摩，亦十餘次。此法，名爲分觸磁化法 (divided touch method)。用此法時，若先將欲磁化之鋼條之兩端各放在另一異極之上，如圖 (211)，則所得結果更佳。

上述二種磁化方法，在電流之磁效未發見以前，甚爲重要，今則鮮用之，因藉電流以磁化鋼或鐵，其方法既簡易，而所得之磁鐵，其磁性且較強烈。

(35.5) 磁量 欲知磁極互相作用之數值的關係，必先知如何比較兩磁極之強弱。今用磁量一詞以表磁極之強度 (strength of pole)。例如甲極推拒乙極之力，與其推拒丙極在同一位置之力相等時，則稱乙丙兩極之磁量互等。今假設用磁量互等之同性磁極數箇爲單位，分組成兩個較強之磁極 A 與 B ，置之於一定距離之內，則可以實驗直接證明其推拒力係與兩極所各含單位磁極數目之乘積成正比例。換言之，假如 A 與 B 係各由 a 個與 b 個單位磁極組成，則當其相隔爲一定距離時，其互相推拒力，乃與 ab 乘積成正比例。若 A 與 B 之極性不同，則結果除推拒力改爲吸引力外，力之大小仍與 ab 之乘積成正比。

(35.6) 磁極間之力律：平方反比定律 前節已言兩磁極間之力乃由兩極磁量之乘積而定。此力與距離之關係仍可以實驗求之。惟通常磁鐵之磁極，均不聚在一點，故兩極之距離應如何量度，乃頗難決定之問題。爲力求準確起見，可用一細而長之磁針，如是吾人得假定磁極之位置，係在兩針端末之點。針既甚

長，遠端之影響，即可忽略。由實驗結果，Coulomb (1785 年) 推斷兩個點極間之力，係與其距離之平方成反比例。此定律可用下列方程式表示之：

$$F = c \frac{m_1 m_2}{r^2} \dots \dots \dots (1)$$

此式中， F 表兩極間之力， m_1 與 m_2 為兩極所含之磁量， r 為兩極之距離， c 乃一比例因數，其值視各量所用之單位及磁極所處之媒介質而定。假令北極所含之磁量為正，南極所含之磁量為負，則當方程(1)中 F 之符號為負時，其所表示者為吸引力，反之，若 F 之符號為正，則其所表示者為推拒力。此定律之直接的實驗證明，固有頗多之難點，然因應用此定律以計算各種磁的效應，與實驗之結果，互相比較，其相差之值均在實驗可有誤差範圍之內，故吾人深信此律乃自然界準確定律之一。

(35.7) 單位磁極 在方程 (1) 中， F 與 r 之單位，可依通用之厘米克秒制度而定，即 F 以達因 (dyne) 計， r 以厘米計。至 m_1 與 m_2 兩磁量之單位，則尚未有規定。惟方程(1)中之比例因數 c ，既可依各量之單位及磁極所處之媒介質而定，故吾人得採如下之規定：磁量之單位，須使當磁極放在真空中時，方程(1)中之比例因數 c 適等於 1。如是，在厘米克秒制度之下，兩箇等值之磁極，在真空中相距一厘米時，其所互受之力如為一達因，則兩極之磁量即各為一個單位。若採用此單位。則當在真空中兩磁極 m_1 與 m_2 相距為 r 厘米時，其互受之力之值

係：

$$F = \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ 達因。} \dots\dots\dots (2)$$

至於此力之方向乃沿聯接兩極之直線而作用，已如上述。此公式雖規定磁極須在真空中，然即使磁極係放在空氣中，而引用此式以計算，其所犯之差誤殊亦至微，故在尋常問題中，可不問磁極之是否在真空中抑或在空氣中，此公式均可應用。

第三十五章 問題

- (35.1) 試人造磁鐵與天然磁鐵之區別。舊日製造磁鐵之方法如何？
- (35.2) 何謂磁極？南極與北極之區別安在？
- (35.3) 何為磁鐵之磁軸？其正方向係如何規定，試陳述之。
- (35.4) 討論磁的問題時，常用點極一觀念，其故安在？如欲得與點極相近似之情形，所用之磁鐵應作何狀？
- (35.5) 磁極間之相互作用如何？試說明如何可以查得鐵條之是否有磁性。
- (35.6) 何謂磁量或磁極強度？
- (35.7) 問兩磁極間之力由何四事決定？
- (35.8) 試定單位磁極之義。

第三十五章 習題

- (35.1) 設有置在空中之兩磁極，其互受之力為 -32 達因，其距離則為 5 厘米。若其一為北極，所含之磁量為 40 單位。試求其他之極性與磁量。

(35.2) 有一細小之垂直磁針，其兩極之距離為 30 厘米，兩極之強度各為 9 單位。今在通過北極之水平面而與之相距為 20 厘米之點，置一單位北極。設他種磁的影響均甚微小，問此單位北極所受之力之大小及方向如何？又問此力之水平分力之值若干？

(35.3) 設前題之磁針，其質量為 1 克，今將其居上之南極懸於一點，使其可以自由旋轉於此點，問當針與垂直方向作 30° 角時，加於居下北極之水平力如何？若此水平力係因另一北極而起，且兩北極之距離為 2 厘米，問第二北極之磁量若干？

(35.4) 有一細小磁針，長為 40 厘米，兩端磁量各為 10 單位，今在等分此針之垂線上，置一磁量為 8 單位之北極。若此北極至磁針中心之距離為 15 厘米，試求此磁針所受之力之大小及其方向。

第三十六章 磁場

(36.1) 磁場與磁場強度 前章之方程 (2) 爲靜磁學之發軔點。惟應用此方程時，頗不靈便。蓋欲求一磁極所受之力，必先知其他各磁極之位置及其磁量，惟在實際問題中，磁極之位置，與其磁量，有時頗難確定，且發生磁效者，有時並非磁鐵。因此，吾人常另求一公式以便應用。

置一磁極於其他磁極或發生磁效之場所之內，則被推拒或吸引，交名凡有此種效應之場所爲磁場 (magnetic field)。在磁場內，磁極所受之力，因其位置與磁量而異。若磁極含 m 單位磁量，且磁場之分布，不因此磁極之存在而變更，則此磁極在某點所受之力必等於放在同點之單位磁極所受之力之 m 倍，故如知一個單位正磁極在磁場中各點所受之力之大小，及此力之方向，則任何磁極在此磁場中各點所受之力如何，皆得而計算之。今稱一箇單位正磁極在磁場中某點所受之力，爲該點之磁場強度 (field intensity)。如是，若某點之磁場強度爲 H 單位，而放在該點之磁極含 m 單位磁量，則其所受之力，即爲

$$F = Hm \quad \text{達因} \dots \dots \dots (1)$$

在厘米克秒制度之下， H 之單位稱爲奧斯特 (oersted)。方程 (1) 中之 H 乃一有向量，與其左項之 F 相同。兩個相等之 H ，不但數量相等，其方向亦須一致。故將兩個 H 相加時，必用

有向量相加法則。在某區域內，若 H 之數值均等，其方向又均平行，則在此區域內之磁場，名為均勻磁場 (uniform magnetic field)。

在較簡單之問題中，磁場各點之強度 H ，頗易計算。計算方法，均先假設置一單位北極於該點，而復求此北極所受之力。例如有 P 點，位在磁量為 m 之點極之磁場中，而 P 距 m 為 r 厘米，且其間均為真空，則 P 點之磁場強度為 $H = \frac{m}{r^2}$ ，因在第(35.7)節方程(2)中，令 m_2 等於 1， m_1 等於 m ，即得在 P 點之單位磁極所受之力為 $\frac{m}{r^2}$ 也。

(36.2) 磁鐵之磁場 一個條形磁鐵所生之磁場，極不均勻就中有二個位置，可用淺近方法計算得之。此兩位置為 Gauss 所首先考究，茲推演之如下：

(1) Gauss 第一位置 假定磁鐵 SN 之長為 $2l$ 厘米。今欲求在 P_0 點之磁場強度，而此 P_0 點，乃位於 SN 軸線之延長直線上者(參較圖 212)。令 P_0 與磁鐵中心 O 之距離為 d 厘米，若磁鐵兩極所含之磁量各為 m 單位，及 $-m$ 單位， P_0 點之磁場強度可為兩部分：一為因 m 在 N 點而生，又其一則因 $-m$ 在 S 點而生。前者之值為 $\frac{m}{(d-l)^2}$ ；後者之值則為 $-\frac{m}{(d+l)^2}$ 。



圖 212

後式之負號乃以表明其方向適與前者相反。於是 P_a 點之磁場強度為：

$$H_a = \frac{m}{(d-l)^2} - \frac{m}{(d+l)^2} = \frac{4ml}{(d^2-l^2)^2} \dots\dots(2)$$

倘 l 之長，與 d 相較，為值甚微，則 l^2 可以忽略，而上列方程可寫作：

$$H_a = \frac{4ml}{d^3} \dots\dots\dots(3)$$

(2) Gauss 第二位置 令磁鐵之長度與磁量同前，但 P_b 點乃在等分 SN 之垂線上如圖 (213)。令 P_b 點至磁鐵中心 O 之距離為 d 厘米。在 S 點之 $-m$ 磁量，其所生之磁場強度為 $H_s = \frac{m}{d^2+l^2}$ ，其方向乃自 P_b 向 S 。在 N 點之 $+m$ ，其所生之磁場強度 H_n ，其數值同此，惟其方向乃自 N 向 P_b 。今用有向量加法，則得在 P_b 點之磁場強度為：

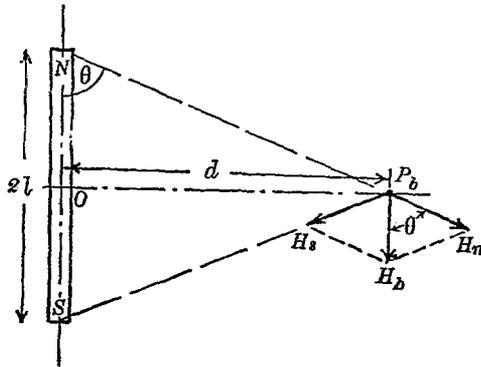


圖 213

$$H_b = \frac{2m}{d^2+l^2} \cos \theta = \frac{2ml}{(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots (4)$$

如 l^2 較諸 d^2 為甚小，則可忽視之，而此方程乃可書作：

$$H_b = \frac{2ml}{d^3} \dots\dots\dots (5)$$

此值僅為方程(3)所示之 H_a 值之半，此為吾人應特加以注意之點。

(36.3) 作用於磁鐵之力偶 置一條磁鐵於均勻磁場 H 內，

使其磁軸 SN 與 H 之方向作 θ 角。

如是，磁鐵兩極所各受之力，其數量皆等於 Hm ，惟其方向則相反。此力偶對於磁鐵有使之轉動之趨勢（參較圖 214），其轉矩 G (moment of couple) 乃等於任一極所受之力，與兩力間之垂直距離之乘積，即

$$\begin{aligned} G &= Hm \overline{SN} \sin \theta \\ &= 2Hml \sin \theta \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

上式中 $2l$ 表磁鐵長度。若 θ 等於零，

即磁軸與 H 平行時，此力偶亦等於零，而磁鐵遂靜止。

指南針及自由懸空之磁鐵，其必靜止於一定之方位者，即因大地有一頗強之磁場故，磁針在各處所指示之方向，即大地磁場之方向。地磁情形，在第三十九章中，當申論之，茲暫不述。

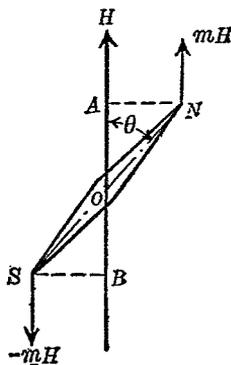


圖 214

在前段求磁鐵之力偶時，吾人須先認定磁鐵兩極所含之磁量爲等值，而後始可言其所受之影響僅爲一力偶。至磁鐵兩極之磁量乃等值一事，固可依 (35.5) 節之方法直接證實之，惟此外，如置一條可以自由運動之磁針（例如將磁針一條穿過一小木塞而浮之水上）於大地磁場之內，則其僅能旋轉而不移動之現象，亦足以證明磁鐵兩極之磁量係相等。因如其不然，則施於兩極之力必不同值，而該磁針，除旋轉外，尙應沿兩力之合力之方向以移動也。

(36.4) 磁矩 方程 (6) 中計含三量：一爲磁場強度 H ；二爲 $\sin \theta$ ，乃由磁鐵與 H 之相對位置而定；三爲 $2ml$ ，乃由磁鐵之長度與磁量而定者。此量 ($2ml$) 常稱爲磁鐵之磁矩 (magnetic moment)。若以理想之磁鐵（即磁鐵之兩極各聚集於一點者）爲例，則磁矩定義爲磁量與兩極距離之乘積。但自方程 (5) 觀之，如以磁矩 M 代 $2ml$ ，則力偶

$$C = HM \sin \theta \dots \dots \dots (6a)$$

故吾人可不必用磁量與極距之乘積作任何磁鐵之磁矩之定義。蓋磁鐵之磁矩，可由其在一定磁場內某處所受之力偶而測定之。若安置磁鐵，使其磁軸與磁場 H 成直角，即 $\theta = 90^\circ$ ， $\sin \theta = 1$ ，則其所受之力偶，即等於 HM 。因此，磁鐵之磁矩，亦等於磁鐵在單位強度之均勻磁場內所受之最大力偶。

在尋常磁鐵中，磁極既非集中於一點，故兩極距離一詞，實

僅可視為一種算學的平均長度而已。至於公式(6a)所表之磁距，則有一定之物理意義，可用簡單實驗以測度之。不過吾人為算學上之便利起見，仍常先用兩極距離作計算之基礎，迨得最後之公式後，始以 $M=2ml$ 代入之。例如表 Gauss 兩位置之磁場強度之(3)及(5)兩方程可各寫作

$$H_a = \frac{2M}{d^3} \dots\dots\dots (3a)$$

及 $H_b = \frac{M}{d^3} \dots\dots\dots (5a)$

讀者至此須勿忘力偶為有向量，故欲完全表示一條磁鐵在磁場中所受之力偶，不但須知磁距之數值，且須確定其方向，蓋磁鐵之磁距亦應視為一種有向量，其方向可以磁軸之方向代表之。因此，一個磁距可分解作數個部分，而數個磁距，亦可合併以成一個合成磁距。

(36.5) 磁鐵在兩個正交磁場中所受之力偶 設有二個正交

之均勻磁場，其強度各為 G

及 H 。今安置一條磁距為 M

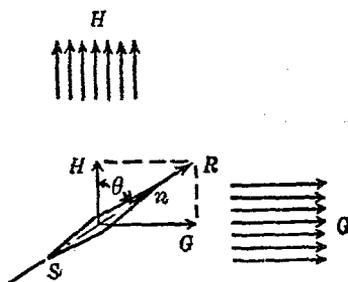
之磁鐵，使其磁軸與 H 成 θ

角，即與 G 作 $(90^\circ - \theta)$

角。據方程(6a)， H 磁場

所施於此磁鐵之力偶為

$$C_a = MH \sin \theta,$$



其效果將使磁鐵向 H 方向轉動，同時 G 磁場亦施一力偶 $G_p = MG \sin(90^\circ - \theta)$ 於此磁鐵，以使之向 G 方轉動。當磁鐵達到平衡狀態時，此二力偶相等，故

$$MH \sin \theta = MG \sin(90^\circ - \theta) = MG \cos \theta$$

或
$$\tan \theta = \frac{G}{H} \dots\dots\dots(6)$$

此結果亦可由兩磁場之合成強度之方向 R 推定之(見圖 215)。上述兩磁場，在實際問題中，其一，例如 H ，常表大地磁場之水平強度，其他，例如 G ，則常表他種磁場之強度，例如另一磁鐵或電流所生者。茲假設 G 乃另一磁鐵所生之磁場，而申論在 G 與 H 之共同影響下，磁針所取之方向。此問題之答案，顯然視磁針與磁鐵之相對位置係 Gauss 之第一位置或其第二位置而有差異。假令磁鐵 SN 位在磁針 O 之東(圖 216)或西(圖中虛線)，如是則在 O 點因 SN 而生之磁場幾為 $G_a = \frac{2M}{d^3}$ ，放置於該處之可以自由轉動之磁針 sn 與 H 所作之 θ_a 應滿足下列方程：

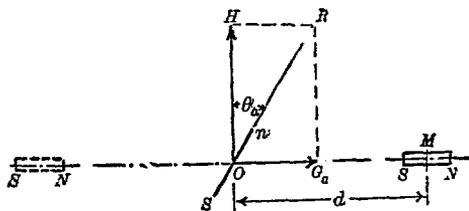


圖 216

$$\tan \theta_s = \frac{2M}{Hd^3} \dots\dots\dots (7)$$

若磁鐵 SN 之位置係在 O 點之南或北 (圖 217)，則在 O 點因 SN 所生之磁場幾等於 $G_b = \frac{M}{d^3}$ 。如是在 O 點之磁針 sn 與 H 所作之角 θ_s 乃自下列方程計得之：

$$\tan \theta_s = \frac{M}{Hd^3} \dots\dots\dots (8)$$

(7) 與 (8) 兩公式均假定 SN 磁鐵之長度較諸磁鐵中心距磁針之遠度甚為微小。否則當引用 (2) 與 (4) 兩方程方為準確。

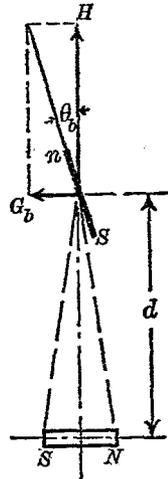


圖 217

本節所推得之公式為磁強計 (magnetometer) 所當用。茲特說明此儀器之用法於下。

(36.6) 磁強計 磁強計乃磁學中最重要儀器之一，圖(218)所示，乃一較簡單之設備。器中所用之磁針 sn 甚短，係附着於

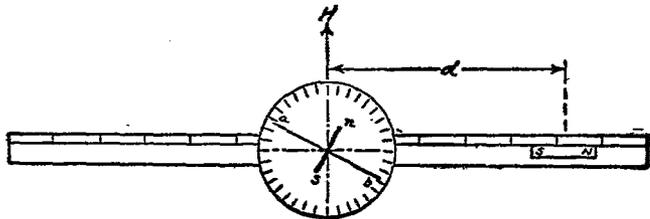


圖 218

一輕而稍長之鋁質指桿 ab 上。此十字架之中心，可用細絲懸掛之，或支持於一尖端上亦可。架下置一圓標度，以便指示指針之方位。用此器時，宜先安置之，使其指針兩端均表示 0° 。次置一個條形磁鐵 SN 於一長而直且附有刻度之架上，以求磁針之偏轉角。若用 Gauss 第一位置以作實驗，則此長架所取之方向須為東西；若用其第二位置，則架須取南北之方向。由偏轉角 θ 及磁鐵至磁針之遠度 d ，利用前節之公式即可計得磁鐵磁矩 M 及大地磁場水平強度 H 之比值。

作此實驗時，應知此儀器常有數種誤差。苟所用之磁強計非甚劣者：則此數種誤差可用下列各法免除或減少之。

(1) 磁針懸點，不在圓標度中心。如是，當實際之角為 θ 時，指桿 a 端所指之角太小，而 b 所指者反為太大（見圖 219），如用兩端所示之平均值，結果即較準確。

(2) 磁鐵 SN 兩端之磁性，不甚對稱。因此，如用前節所推求之公式以計算，其所得結果不能準確。補救之法，可將磁鐵先翻過面，再倒易其方向，以使南北極對調，而觀察其所生各偏轉角。由此項量測，共可得四個偏轉角之值，其平均較為可靠。

(3) 磁針懸點不在長標度之中心。如是，磁針至磁鐵之距離由長標度讀得者必有誤差。改正此誤差，可將磁鐵自東方（或西方）移於西方（或東方）同距離處，再重行按照

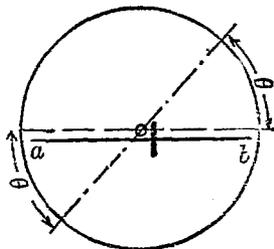


圖 219

(1) (2) 兩法測驗之。

以上所測得之偏轉角共八次，十六值，其平均，當較為準確。在製造此儀器時，指桿與磁針之磁軸，必須正交，否則當指桿表示 0 度時，此計之長軸，亦不能與地磁之水平強度成正交，而前節所推得之公式，遂不可用。為滿足此條件起見，可先將磁針中心支於尖點上，記錄指桿所指示之角度，再將磁針翻過面，以觀察其偏轉角是否不變。若兩次之偏轉角不同，則指針之方向須稍改移以達到目的為止。

本節所述之儀器有下列各種應用：——

(1) 可間接證實平方反比定律 依平方反比定律，可推出 (7) 及 (8) 兩方程。欲證實此二方程，可用同一之磁鐵，在同一地點作實驗。如是，因 M 與 H 之值均不變，故如平方反比定律無誤，則以各相關之 d 與 θ 代入方程中，所算得之 M/H 當為相等。故如此種實驗之結果表示 M/H 之值不變，則平方反比定律，即可謂為確實。

(2) 可以比較兩磁鐵之磁矩或兩處之 H 此法既可確定 $\frac{M}{H}$ 之比值，故用兩條不同之磁鐵，在同一地點作實驗，即可測定其磁矩之比值。同理，用同一磁鐵，在兩個不同地點作實驗，即可測得兩處 H 之比值。

(3) 若已知某處之 H ，在該處作實驗即可求得所用磁鐵之磁矩；反之，若已知磁鐵之磁矩，即可本此法以測定各處之地磁水平強度 H 。

第三十六章 問題

- (36.1) 試說明磁場與磁場強度之意義。
- (36.2) 磁場強度之計算法如何？試申述之。
- (36.3) 設有兩點，其距磁鐵中心之遠度均等，問當其一位在磁鐵之磁軸延長部分上，而其他則位在其等分之垂線上時，其磁場強度之價值各如何？
- (36.4) 磁鐵之磁矩，其定義有二，試分別陳述其優劣。
- (36.5) 在一個磁鐵兩端之磁極，其磁量互等，試舉一簡單之事實以證實之。
- (36.6) 設有磁針，同時受兩個正交磁場之作用，問當其靜止時，其所取之方向若何？
- (36.7) 何為磁強計？試略述其構造及其應用。問磁強計上之磁針，其磁矩之大小對於其偏轉角有無影響？
- (36.8) 試推求磁強計之公式。磁強計所用之磁針必為短小者，其故安在？
- (36.9) 試敘述磁強計之各誤差及其改正法。

第三十六章 習題

- (36.1) 設有兩點，其距一磁極之遠度各為 10 厘米與 20 厘米，問其磁場強度之比如何？
- (36.2) 設有一點，位在等分磁鐵之磁軸之垂線上，距磁鐵中心之遠度為 30 厘米。若此點之磁場強度為 3 奧斯特，問磁鐵之磁矩若干？
- (36.3) 若前題中之磁鐵，其長度為 3 厘米，問其北極所含之磁量如何？若長度

爲 30 厘米，則其磁量又爲若干？

(36.4) 設維持一磁針，使之與一強度爲 0.2 奧斯特之磁場作 60° 角，其所需之力矩爲 1.2 達因厘米，問磁針之磁矩若干？

(36.5) 若用 (3) 與 (5) 代 (2) 與 (4) 兩公式以計算磁場強度時，所容許之誤差不得超過 1%，問 d 之值應爲 1 之幾倍？

(36.6) 設有兩條短磁鐵，其磁軸同在一直線上，其一之磁矩爲 27 單位，其他則爲 8 單位，兩中心之距離爲 6 呎，試求在其軸線上磁場強度爲 0 之點。

(36.7) 試證明如兩點極間之力係與其距離之 n 方作反比，則在 Gauss 第一位置與其第二位置之磁場強度之比亦將爲 n 。

(36.8) 設用同一之磁鐵，在兩處作磁強計之實驗。在第一處之 θ_a 與 d ，各爲 45° 與 39 厘米，而在第二處之值則爲 30° 與 45 厘米。問兩處 H 之比若何？

(36.9) 今用兩個不同之磁鐵在同一地點作磁強計之實驗。所得之相關之 θ 與 d 各爲 $\theta_1=30^\circ$ ， $d_1=20$ 厘米，及 $\theta_2=15^\circ$ ， $d_2=40$ 厘米，問 M_1 與 M_2 之比若何？

(36.10) 設連兩條短磁鐵中心之直線，與二者均正交，而兩中心之距離爲 20 厘米，問在此直線上磁場強度爲 0 之點何在？(第一磁鐵之磁矩爲第二之值之 3 倍)。

第三十七章 磁力線

(37.1) 磁力線之圖式 磁場之分布情形，可由場中各點之強度決定之。此外，尚有以磁力線 (magnetic lines of force) 表明磁場者。在未說明磁力線之意義以前，請先述兩個繪描磁力線之方法。

設欲求某磁場中一平面上之磁力線狀況，可置一玻璃片 (或硬紙) 於此平面中，而撒布鐵屑於其上。繼輕敲玻璃片，使鐵屑可自由轉動，則各鐵屑將互相連接而表出各磁力線之形狀。茲略舉數圖以示此等磁力線在各種磁場中所作之形式 (圖220, 221, 222)。

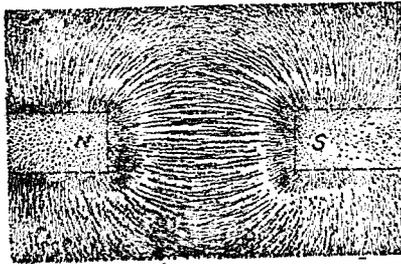


圖 220

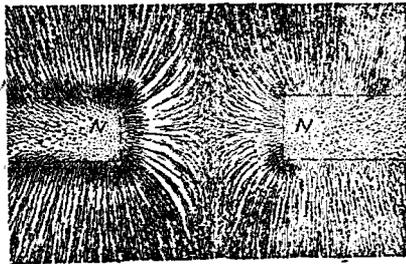


圖 221

若在均勻磁場中放置一條純鐵，則其四圍之磁力線圖式有如圖(223)。苟易以一圓鐵盤或環形純鐵則其圖式即如圖(224)或圖(225)。讀者可注意環內無磁力線。

在條形磁鐵周圍之磁力線形式，亦可用一小磁針，依下法，圖(226)，描繪之。置磁鐵於紙上，以其一端為始點，安放一小磁針於其處。在紙上誌明磁針兩極所在之點 a 及 b 。移置磁針，使其原在 a 點之端，與 b 點合，

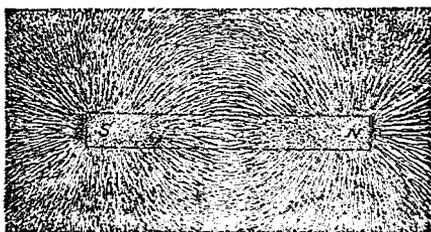


圖 222

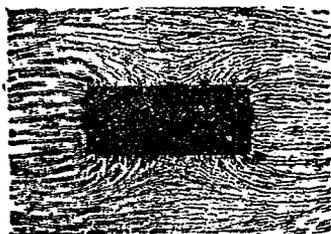


圖 223

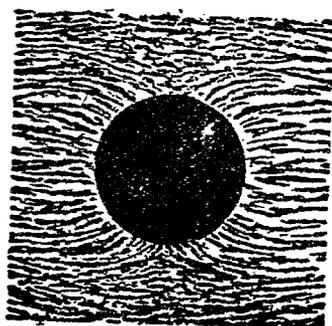


圖 224

再在紙上註明他端所在之點 c 。如是繼續標誌。至磁針與磁鐵他端相遇時為止，乃連所標誌各點 a, b, c, \dots 以一曲線，則得一條磁力線(圖 226)。其他磁力線，均可仿此法，自另一始點追跡之。

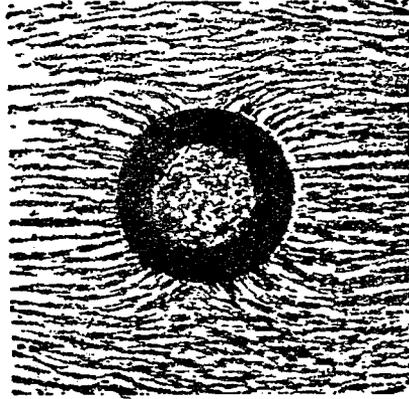


圖 225

由上所述，可知磁力線者，乃吾人在磁場內所繪之曲線，藉以表明磁場內各點強度之方向者也。準此意

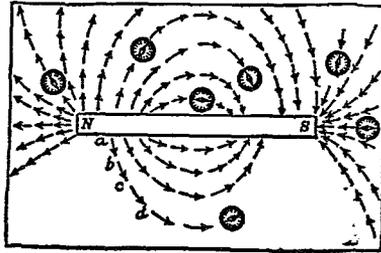


圖 226

義，亦可謂磁力線乃一個正磁極在磁場內自由移動時所將取之路徑。

(37.2) 磁力線之特性 細察前節各圖，可得下列各要點：——

(1) 磁力線與磁鐵相遇之點，即為磁極所在之處。磁力線在磁鐵之外部，係自一極始，而止於另一異性之極。惟磁力線之方向，既表磁場強度之方向，或正磁極將移動之方向，茲特規定其係出自北極而入於南極。

(2) 兩磁力線不相交割。此理甚為明顯，蓋若兩磁力線相交於一點，則該點之磁場強度，將有兩個方向，是顯與磁場強度之定義不符。

(3) 磁力線與鐵質物品相遇之處幾成直角。

(4) 在磁場強度強大之處，磁力線亦較密。

除以上數點外，吾人又設想各磁力線有沿其長度而縮短之趨勢，以作兩異性磁極互相吸引之解釋。如是則聯兩異性磁極之磁力線可視為已伸長之彈簧。惟若各磁力線只有沿其長度以縮短之趨勢，則在磁鐵四周之磁力線，必均收縮至最短為止；換言之，磁力線將悉成為直線。然各圖所示之磁力線，則均係曲線，以是知於此收縮假設之外，尚需另立一假設，始能與事實無悖。此第二假設，即各磁力線有向旁邊推拒其他磁力線之本能是也。此種互相推拒之特性，不特足以說明磁力線之彎曲，且能解釋兩同性磁極間之推拒力。

(37.3) 磁力線密度與磁場強度 按磁力線之定義，其所表明者，僅磁場強度之方向而已。惟查在磁場強度愈大之處，磁力線之集合亦愈密，故吾人常藉在各點之磁力線之密度，以表示磁

場強度之大小。如是則磁場之情形，乃可完全由磁力線確定之。

依照上段所述，欲表示某點之磁場強度為 n 奧斯特時，可在該點，立一單位面積，與磁場強度正交，而作 n 條磁力線通過此面積。換言之，每奧斯特之磁場強度係等於每方厘米中有一條磁力線。此後，凡用磁力線以表明磁場強度之數值時，均指此項有限數目之磁力線。惟讀者幸勿因此限制，遂誤會磁場之效應，只存於此若干條之磁力線上，而不呈現於各條之間，蓋磁的效應，在磁場中各點，均屬連續不斷；本節所規定之有限數目之磁力線不過表明磁場強度之一種法則而已。

在磁場強度為 H 之點，磁力線之密度亦為 H ；今在均勻磁場 H 內，作一面積 A 與 H 正交，則經過此面積之磁力線總數，必為 $\Phi = AH$ 。若磁場非均勻的，則可先分 A 面積為多數之小面積 a_1, a_2, \dots 等，使在各小面積處之磁場強度 h_1, h_2, \dots 等均可視為均勻的。如是則 A 面積內所含之磁力線總數乃為：

$$\Phi = h_1 a_1 + h_2 a_2 + \dots \dots \dots (1)$$

欲求在真空中與每單位磁極相關之磁力線數目，可先以磁極為中心，作一半徑為 r 之球面。若磁極所含之磁量為 m 。則在此球面上各點，其磁場強度均為 $H = \frac{m}{r^2}$ ，其方向均與球面正交，故通過此球面之磁力線之總數必為：

$$\Phi = HA = \frac{m}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi m \dots \dots \dots (2)$$

由此言之，與每單位正磁極相關之磁力線，共有 4π 條。同理，其與每個單位負磁極相關之磁力線，亦為 4π 條。

(37.4) 磁力線與媒介質 在 Faraday (1791–1867 年) 之時代以前，學者對於磁極因何而有推拒或吸引之作用，均認其為一種之超距作用 (action at a distance)，若重力然者。惟 Faraday 對於此點，則以為兩極之間，若無一種媒介質以傳遞其作用，殆難意想其能發生任何相互的影響。因此，彼乃假設磁極間之相互作用，係由處在兩極間之媒介質 (medium) 發生一種應變 (strain) 而來。此種應變之方向及大小，即以磁力線之方向及密度表示之。於是藉磁力線以討論磁場時，吾人所注重者，遂在於磁力線，而常不及於與其相關之磁極。是故磁力線之用意，實可視為使吾人向磁極間之媒介質中，探求磁極相互作用之解釋。

第三十七章 問題

- (37.1) 何謂磁力線？試作簡易之圖以表示下述之磁力線圖式：(1) 條形磁鐵；(2) 馬蹄形磁鐵；(3) 置在均勻磁場中之鐵質圓環；(4) 置在均勻磁場中之鐵桿。
- (37.2) 試敘述二個求磁力線圖式之方法。
- (37.3) 試略舉磁力線之特性。
- (37.4) 試以磁力線之特性解釋磁極間之吸引與推拒作用。
- (37.5) 磁力線之密度與磁場強度有何關係？試申述之。

(37.6) 與每單位磁極相關之磁力線計有 4π 條，試說明其理由。

(37.7) 試略述 Faraday 引用磁力線之理由。

第三十七章 習題

(37.1) 設在均勻之磁場 H 中，放置一平面，問平面與磁場所作之角度 θ 與通過此平面之磁力線之總數其關係若何？

(37.2) 設在一封閉之曲面內，例如球面，有數條磁鐵，試證明通過此曲面之磁力線之總數為零。

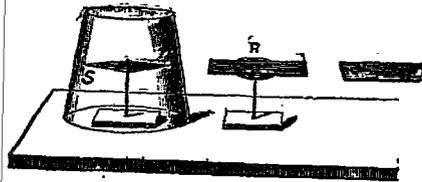
(37.3) 今如規定單位磁極之定義以使第(35)章方程(1)中之 $\frac{1}{\sigma}$ 等於 4π ，而磁場強度 H 之定義及其與磁力線密度之關係，則仍舊不改，問在此制度下與單位磁極相關之磁力線總數若干？又問此制單位磁極較諸第(35)章所採用者，其值較小或大若干倍？

第三十八章 磁感與磁化

(38.1) 磁感現象 前數章中所討論者，僅限於磁極之相互的影響。至於鐵屑與鐵質物體，被磁鐵吸引之詳細情形，則尚未考及，茲申論之。

引近磁鐵之一極，至一條純鐵之上端；（不必使二者接觸）而令鐵條之下端，沒入鐵屑中，則見鐵屑聚集此端，狀似鐵條業已變成磁鐵然者。設將磁鐵取去，則鐵條下端所附之鐵屑將多數落下。凡用此法以使鐵條化為磁鐵者，名為感應磁化法 (magnetization by induction)。此種作用可簡稱為磁感現象 (magnetic induction)。鐵條因感應作用而得之磁性，名為被感磁性 (induced magnetism)；引誘鐵條使其磁性之磁鐵，名為感應磁鐵 (inducing magnet)。

(38.2) 被感磁極之極性 欲知被感磁極之極性，可作下述實驗。將一平支磁針放於玻璃杯內，另在杯旁稍遠之處，置一磁鐵，使二者之北極間之推拒力不甚大。今若引近一條純鐵桿 R 至磁鐵與磁針之間，如圖(227)。



■ 227

則見針之北極立被推拒。由此可知，鐵條近於磁針之一端，必為北極，其近於磁鐵北極之一端，則為南極。換言之，鐵條上被感之磁極，在近於感應磁極之一端者，其極性係與該感應磁極相反，而在遠端之被感磁性則與感應磁極相同。

一條鐵桿，因感應作用而磁化之後，對於他鐵桿亦可發生感應作用，例如在前述之實驗中再置數個較短之鐵桿於 B 桿與磁針之間，其結果亦同。

被感之極性，既如上述，則磁鐵吸引鐵屑或鐵質物品之理由，甚為明顯。蓋被感的異性極係在近端，而被感的同性極復在遠端，故兩異性極之互吸力，必大於兩同性極之互拒力，其結果遂使鐵質物品，與磁鐵之任何極，均能互相吸引。散布鐵屑，以繪磁力線圖，其原理亦同此；蓋各鐵屑被感應而成爲小磁鐵後，即各依磁場之方向，互相連引，而成各磁力線之圖式。

(38.3) 順磁體，反磁體與鐵磁體 1778 年，Brugmans 發見當引近一塊鉍 (bismuth) 於磁極時，其作用爲推拒而非吸引。欲表示此現象，宜以甚強之磁場與一鉍針爲最佳。若鉍針可以自由轉動，則其所取之方位，將適與磁場之方向成直角。1845 年，Faraday 測驗多種物質，而發現各物多有磁性。例如，金，銀，銅，鉛等桿在強大磁場中，均與磁場方向成直角。此種物體，名爲反磁體(diamagnetic substance)。其他，如氧，鉛等，置之磁場中，則其軸線，常與磁力線一致，與鐵質物品

同，惟其所受之影響較小而已。此種物體，名為順磁體 (paramagnetic substance)，至於有較大之磁性之鐵族物質，如鐵，鎳，鈷，等則名為鐵磁體 (ferromagnetic substance)。Heusler 在 1903 年，發明一種合金，其組合之各原質，雖無強大之磁性，但配合後，則成頗強之鐵磁體。此合金之成分，約含有 26.5% 錳，14.6% 鋁，58.9% 銅。

(38.4) 鐵與鋼之區別 鐵與鋼，雖均為鐵磁體，但純鐵較鋼易於磁化，既磁化之後，鋼保留磁性之本領，較純鐵強大。此兩事實，可用下列實驗證明之：——

取未磁化之鐵針及鋼針各一條，將其一端沒入於鐵屑中。引近磁鐵，使與針之上端接觸，然後提起兩針，則見在鋼針末所聚集之鐵屑，較附着於鐵針末者為少。今若將磁鐵取去，則兩針各失卻其一部分之磁性，故被吸之鐵屑多下落。但此時，鋼針端所餘之鐵屑，反較附着於鐵針端者為多。由是吾人可知鋼之頑磁性 (retentivity) 與消除其磁性之矯頑力 (coercive force) 均較純鐵為強。至於矯頑力與頑磁性之量法，當在後第 51 章討論之。

(38.5) 磁性之消失 在下列各情形之下，磁性常易於消失：——

(1) 當不用各種磁鐵時，若將同性之兩極相對而放置之，則因感應作用，兩極均互相感應以生異性之磁極。如是，則兩極之磁量均漸減少。故為免除此種影響起見，放置兩個條形磁鐵時，應使其異性極互相倚倚。馬蹄形磁鐵之端末常另用一種鐵作鐵 (armature)，其用意即以防止磁性之消失。

(2) 用磁鐵時，如其粗率，則常可因器械的打擊而消滅其磁性。

(3) 熱磁鐵至呈紅色時，其磁性可完全消失。此後，即使再將該磁鐵冷卻至原始溫度，其磁性亦不能復存在。惟可再用磁化法以磁化之。此種現象，可用一極有興趣之實驗表現之：——

將一薄片之線 N ，鉚於一塗黑之銅片 G ，而以細絲懸之使可擺動如一擺子，(圖 228)。置一強磁鐵於架上，調節磁鐵至線片之距離，使線片擺動時，其一端可被磁鐵吸住。今放一燈火，將線片燒紅。如是，線失去磁性，乃向右擺。惟線既離火，立即冷卻，復可被磁化，故當其再向左擺時，又可被磁鐵吸住。不久，火復將線端燒紅，則線又向右擺。如是可往返擺動不息。自此種實驗，可知鐵質之溫度，達到一定高點時，不但失去磁性，且不能被磁化；惟若溫度減低之後，雖無磁性，然仍可被磁化。

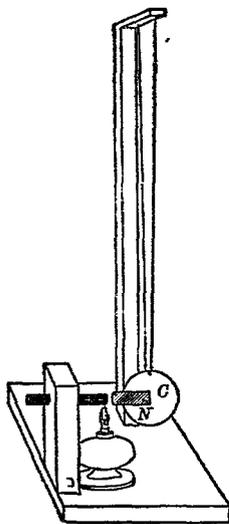


圖 228

(38.6) 磁性之分子學說 試將一條磁鐵折斷為若干段，不論段數多寡，或各段之長短如何，每段均各自成一磁鐵，其一端為一北極，而其他端則為一同強之南極。此事似表示各磁質係由多數之短小磁鐵所組成。Weber 於 1852 年曾以此等分子磁鐵 (molecular magnets) 為假設，以解釋磁化之各情形。依照 Weber 之說法，當鐵或鋼桿未被磁化以前，其內部之分子磁鐵

係亂雜排列，故其所生之磁的效果，互相抵消，而不呈現於其兩端（圖 229）。迨置桿於磁場內後，各分子磁鐵受磁場之作用，其軸線乃略依磁場方向以排列，故有磁極呈現於其兩端（圖 230）。純鐵內之分子磁鐵較在鋼內者，易於整列，亦易被擾亂，故純鐵之矯頑力與頑磁性，均較弱於鋼。當磁鐵之溫度過高時，其中各分子磁鐵之整齊陣式，復因其運動劇烈而散亂，故其磁性遂不存在。

在未磁化鐵桿內分
子磁鐵之排列狀況

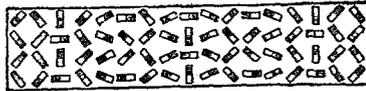


圖 229

在已磁化鐵桿內分
子磁鐵之排列狀況

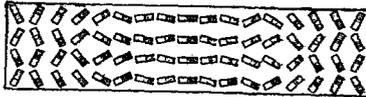


圖 230

上述之鐵或鋼之磁化情形，可以貯在玻璃管內之鋼屑作實驗以表示之。此等鋼屑原為微小之磁鐵，惟因其排列無一定之規則，故管之兩端不具磁性。今若以一強烈之磁極，依（35.4）節之磁化法加穿此管，則各鋼屑之磁軸，將略依磁化方向而排列，

而管之兩端乃各有一頗強之磁極。若敲動此管以亂各鋼屑之方向，則管之磁性立即消失。

Weber 之磁的分子說，經 Ewing 之增益，大體上雖能解釋磁化之情形，惟對於數量的關係及反磁性則不能完全解釋之。又物質中因何而有此種分子磁鐵，此簡單學說亦未言及。對此諸點，吾人將於論電流之磁效後（見後 50 章），再提出討論之。

第三十八章 問題

(38.1) 試說明磁的感應之情形。

(38.2) 引近磁鐵一端於一懸空鋼針之一端，針初被推拒，惟磁鐵與針之距離減短後，則反為吸引，試說明其故。

(38.3) 檢査鐵桿或鋼桿是否已磁化，何以必藉異性極之推拒作用以決定之？

(38.4) 何謂順磁體，反磁體與鐵磁體？試區別鐵磁體與磁鐵。

(38.5) 鐵與鋼同為鐵磁體，其異點何在？

(38.6) 試說明如何放置兩條磁鐵方能保存其磁性不易消失。

(38.7) 試述馬蹄形磁鐵端末之銜鐵之功用。

(38.8) 如欲消除鐵針上之磁性，當用何法？

(38.9) 試略述磁性之分子學說。

(38.10) 設放置兩條磁鐵，使其軸線同在一直線上。當二者距離為某值，而其同性極係相向時，則其推拒力為 F 。同放置之時，若其異性極係相向，其距離仍同前，則其吸引力是否與 F 同大？

(38.11) 設有一條鐵棒，置於磁場中，試作圖以表示在其四周磁力線之情形。

(38.12) 設在馬蹄形磁鐵之南北兩極之間，置一鐵棒，被感之磁極均不若感應之磁極之強烈。試以磁力線分佈之情形而解釋之。問在何種情形之下，被感之異性磁極，其強度方與感應之磁極相等？

第三十九章 地磁

(39.1) 地球之磁場 能自由轉動之磁針，在磁場中，必靜止於一定之方向。磁針在地球上各處，均指一定之方向，故知地球上有一磁場。因平懸磁針所指之方向又幾與地球之南北方向相一致，故若假定地球磁場乃一相當之磁鐵所產生者，則此磁鐵之負極之位置，頗近於地球之北極，而其正極則近於地球之南極。此為 Gilbert 所用以說明地球磁場之假設。惟關於地磁情形，近來已知之事實較多，實非一個置於地球中心之大磁鐵所能完全解釋之，茲僅就地磁分布之情形及量測之方法加以陳述。

(39.2) 地磁之三要項 地球之磁場，可以各處地磁強度之數值，及其方向確定之。表示強度之數值，可用水平強度，及垂直強度二項；若 H 為地磁之水平強度， V 為其垂直強度，則其總強度必為 $R = \sqrt{H^2 + V^2}$ (1)
 R 與 H 所作之角，名為地磁傾角 (dip)，今以 θ 表之。故如知 H 與 θ ，則 R 及 V 之價值亦可自下列兩方程計得之：—

$$R = \frac{H}{\cos \theta}, H = \frac{V}{\tan \theta} \dots\dots\dots (2)$$

除 H 及 θ 二者之外，欲完全確定地磁之方向，尚須知含 R 之垂直平面與真正南北方向所作之角度為若干。此角名為地磁偏角 (declination)。茲先述地磁偏角之測定法。

(39.3) 地磁偏角 爲便於說明起見，今先述地磁子午線 (magnetic meridian) 之意義。在某處作一垂直平面，通過指南針之磁軸，此平面與地球相交之大圓，即稱爲該處之地磁子午線。在地球上各處之地磁子午線，與地理的子午線（即真南北方向）所作之角度，即爲該處之地磁偏角。此偏角之值，各地固不相同，各時亦略異。各處之地理的子午線，可用天文方法測定之，茲不具論。至於地磁的子午線，則可用懸掛或支托於一點且可以自由在橫平面上轉動之磁針，大略決定之。但用磁針時，須知磁針之磁軸未必與其幾何的

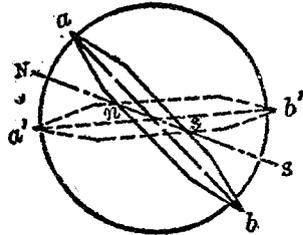


圖 231

軸線脗合。如是，設磁針之磁軸 ns 與其幾何的軸線 ab 相差如圖 (231)，則將磁針翻面之後， ns 之方向不改，而其幾何的軸線必取 $a'b'$ 直線之方向。今如等分 ab 與 $a'b'$ 所作之角度，即得真確之地磁子午線 NS 。

(39.4) 地磁傾角 欲定地磁傾角時，宜先支托磁針於其重心，而任其在地磁子午線之平面內自由旋轉，然後測定其磁軸與水平線所成之角度。在北半球，磁針向下垂傾之一端乃正極；在南半球，則爲負極。測定地磁傾角之儀器名爲磁傾儀 (dip circle)。

磁傾儀之重要部分，
 爲一個長磁針 ab ，與一有
 刻度之垂直圓環 M 。磁針
 係支托於圓環之中心，圓
 環並可沿其垂直直徑而旋
 轉如圖 (232)。用時，須
 先調節圓環之平面，使與
 地磁子午線一致，因不如
 是，則所得者，非所欲求
 之傾角 θ 也。欲使圓環平
 面與子午線脗合，可先旋
 轉此環至磁針完全達垂直
 狀態爲止；在此位置，地
 磁之水平強度所施於磁針
 之力，只能使磁針緊壓於
 支托點，故此時，圓環平
 面所取之方向，必適與地
 磁子午線成 90° 度角。得
 此之後，可旋轉圓環 90°
 度，如是則其平面必將與
 地磁之子午線同方向，而

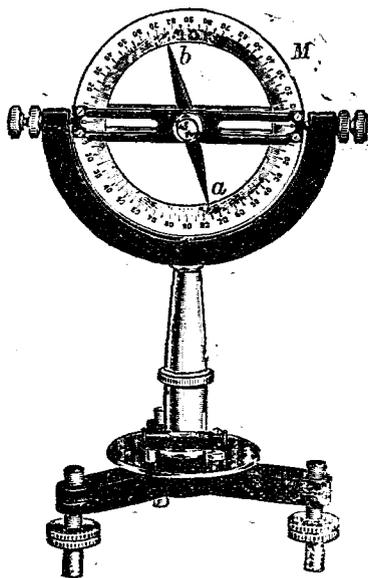


圖 232

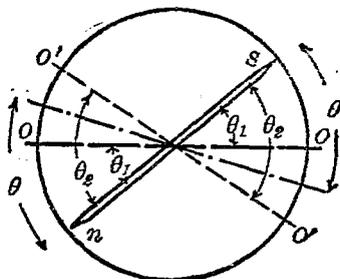


圖 233

在此位置之傾角，乃始為吾人所欲求之地磁傾角。用磁傾儀時須注意下述各誤差及改正法。

(1) 磁針之支點不在圓環中心。改正法，讀其兩端所指示之角度，而以其平均值作傾角（參較前 219 圖）。

(2) 在圓環上所刻之標度，其 $O-O$ 標準線不甚水平。如是若 $O-O$ 直線之傾斜與磁針之傾斜同向（圖 233），則所得之傾角 θ_1 ，較實際之值 θ 為小；反之則太大。補救方法，可將環旋轉於其垂直軸線 180 度，再記錄針兩端所指示之角度 θ_2 。如是本在 $O-O$ 方向之直線，經旋轉 180 度後，變作 $O'-O'$ ，故即以此兩次 θ_1 及 θ_2 之平均作傾角，結果當較為準確。

(3) 針之磁軸不與其幾何的軸 重合。改正方法可將磁針翻過面，再作如 (1) 及 (2) 兩實驗，其理由見前（圖 231）。

(4) 磁針之重心不在支持點。如此，雖無地球磁場，亦有力偶足使磁針傾斜（見圖 234）。改正方法可先

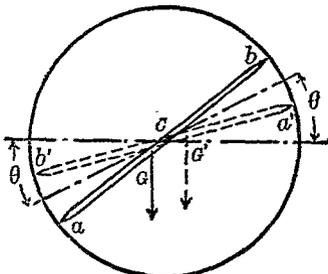


圖 234

消除針之磁性，然後再另行磁化之，使其磁化方向與原初之方向相反，而再依 (1)，(2)，(3) 各法重求傾角八次。此改正法之理，乃因本段所言之力偶，如本係足以增加針之傾斜者（圖 234 中之實線），則當針之磁化方向改變之後，此力偶將減少針之傾斜（圖 234 中之虛線）。故各次之平均值，可以互相消除，而與吾人以較準確之結果。

(39.5) 磁鐵在磁場中之振擺 在第(36.6)節中說明磁強計時，曾言若已知所用磁鐵之磁矩，則任何磁場強度 H ，均可由磁針之偏轉計得之；若不知磁鐵之磁矩，則磁強計僅能測定 M/H 之值。惟倘另有一法可以測定磁鐵之磁矩 M 與磁場強度 H 二者之乘積，則由磁強計與此法所得之結果，仍可算出 H 之絕對值，同時並可計得 M 之絕對值。欲定 MH 之乘積，可將磁鐵懸於空中，任其自由振擺，而觀察其週期 T 。由此週期與磁鐵之轉動慣量，即可依下述之公式以求得 MH 之值。

假令磁鐵已在磁場中擺動。當其磁軸與 H 之方向作 θ 角時，使磁鐵轉回到 H 方向之回復力偶為 $MH \sin \theta$ 。又令磁鐵之轉動慣量為 I ，而此時之角加速度為 α ，則按力學原理，(9.9 節)。

$$M H \sin \theta + I \alpha = 0 \dots \dots \dots (3)$$

假設擺角 θ 頗小， $\sin \theta$ 幾等於 θ ，則上式所表示磁鐵之擺動，乃角諧運動，其週期約為（見前 12.4 節）：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\theta}{\alpha}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{MH}} \dots \dots \dots (4)$$

因此 $HM = \frac{4\pi^2 I}{T^2} = 4\pi^2 I f^2 \dots \dots \dots (5)$

此中之 f 表每秒振動數，即頻率。

今若令同一磁鐵，在兩個不同之磁場中振擺，則兩處 H 之值，必與在各該處所得之週期之平方成反比例，或與其頻率之平方成正比例。即

第二十四表 中華民國各大城市地磁情況

城 市	北 緯	東 經	磁 角 (偏西)	傾 角	水 平 強 度	測 定 之 年
庫 倫	47°55.6'	106°52'	0°84'	66°46'	0.229	1915
齊齊哈爾	47°22'	123°59'	7°34'	64°27'	0.242	1916
吉 林	43°51'	126°36'	7°30'	60°20'	0.266	1916
瀋 陽	41°50'	123°23'	6°04'	58°39'	0.278	1916
北 平	40°00'	116°20'	4°53'	57°18'	0.288	1932
天 津	39°05.9'	117°11'	4°04'	56°21'	0.293	1916
太 原	37°51.9'	112°33'	3°18'	55°11'	0.301	1932
濟 南	36°39.5'	117°01'	3°38'	53°06'	0.308	1915
蘭 州	36°03.4'	103°48'	0°18'	53°05'	0.312	1916
鄭 州	34°45'	113°43'	3°02'	50°43'	0.320	1932
西 安	34°16'	108°57'	1°42'	50°29'	0.323	1932
南 京	32°03.8'	118°48'	2°28'	46°43'	0.331	1922
上 海	31°11.5'	121°26'	2°36'	45°38'	0.331	1907
成 都	30°38'	104°03'	0°06'	45°10'	0.344	1916
漢 口	30°37'	114°20'	2°04'	44°42'	0.341	1923
安 慶	30°32'	117°02'	— —	44°27'	0.341	1911
杭 州	30°16'	120°06'	2°59'	44°05'	0.337	1917
南 昌	28°42.4'	115°51'	1°51'	41°49'	0.349	1917
長 沙	28°12.8'	112°53'	0°50'	41°11'	0.352	1907
福 州	26°02.2'	119°11'	1°43'	27°28'	0.355	1917
桂 林	25°17.7'	110°12'	0°05'	36°13'	0.366	1907
雲 南	25°04.2'	102°42'	0°04'	35°19'	0.372	1911
廣 州	23°06.1'	113°23'	0°29'	32°01'	0.372	1917

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{f_1^2}{f_2^2} \dots\dots\dots (6)$$

用此法與用磁強計時，均已假定磁鐵之磁矩 M 不因磁場 H 之影響而變更。若磁場太強烈，因感應作用， M 之價值有變更之虞，則所得之結果，須加以改正方為可靠。

(39.6) 地磁之水平強度 試以同一磁鐵作磁強計及振擺磁鐵兩實驗，則自所得之結果，即可推算該處之地磁水平強度 H ，及磁鐵磁矩 M 。設用 Gauss 第一位置，則由磁強計所得之結果為：

$$\frac{H}{M} = \frac{2}{d^3 \tan \theta} \dots\dots\dots (7)$$

將此方程與方程 (5) 合併，可得：

$$H^2 = \frac{8\pi^2 f^2 I}{d^3 \tan \theta} \dots\dots\dots (8)$$

及 $M^2 = 2 \pi^2 I f^2 d^3 \tan \theta \dots\dots\dots (9)$

各處之地磁強度與方向，均因在各該處之鐵質物品，及電流線路而變更，故當作此種實驗時，欲得某處之地磁強度之正確價值，必先免除此等臨時影響，否則所得之結果，殊不可靠。

(39.7) 地磁圖 在地圖上，繪畫曲線以聯合地磁情形相同之點，則得地磁圖 (magnetic maps)。聯偏角相等各點之線，名為等偏線 (isogonic line)。聯傾角相等各點之線名為等傾線 (isoclinic line)。聯水平強度相同各點之線，名為等力線 (isodynamic line)。聯偏角為零之各點之線則稱無偏線 (agonic

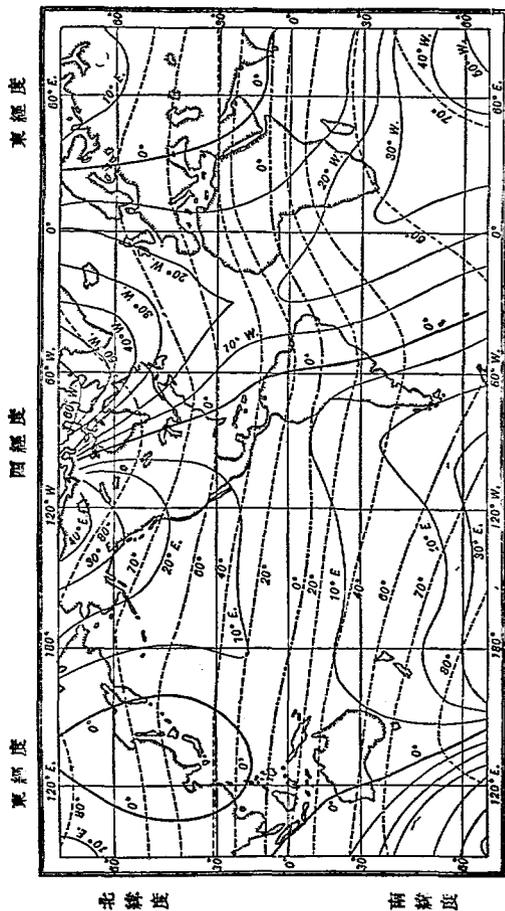


圖 28 地球圖

..... 等磁線
—— 等磁線

line)；在此線上各處，磁針所指之方向，即地理的南北。聯傾角爲零之各點之線，稱爲無傾線 (aclinic line)；此線可視爲地磁之赤道。等傾線之方向，與緯線大體尙相似；等偏線之形式則與經線相差甚巨，(圖 235)。

傾角爲 90 度之處，可視爲地球之磁極。在北半球，此點約在西經 97 度，北緯 70 度，(約在北美洲 Greenland 附近)；1831 年 James Ross 首抵其地。在南半球，此點約在東經 155 度，南緯 72 度，1909 年，南極探險家始經過其處。

(39.8) 地磁之變更 上述之地磁偏角與強度，不但各處不同，且各時亦異。其價值除長週期之變動外(secular variation)，尙有歲變(annual variation)與日變(diurnal variation)等。前者表示地磁之情形各季不同；後者表示其與晝夜有關。當太陽面上黑點最多之時，地磁之日變亦較劇烈；此事似表太陽與地磁有相當之關係。除有週期之變動外，地磁強度有時呈劇烈之偶然變動。此種變動名爲磁暴(magnetic storm)。

第三十九章 問題

(39.1) 何爲地磁之三要項，試分別陳述之。

(39.2) 求地磁傾角時，磁針所處之平面須與地磁子午線吻合，其故安在？試作簡單之圖以表示此條件未能滿足時之傾角之情形。

(39.3) 試述磁傾儀之構造及其用法。

(39.4) 磁傾儀中之磁針，其磁矩及長短，與其準確程度有何關係？磁傾儀之磁針與磁羅計之磁針，前者以較長為佳，後者則常甚短，試言其故。

(39.5) 試陳述磁傾儀之誤差，及其校正之方法。

(39.6) 試推證表磁儀在均勻磁場中擺動之週期之公式。

(39.7) 試述量測地磁之水平強度之方法。

(39.8) 試分別敘述等偏線，等傾線，及等力線之意義。

第三十九章 習題

(39.1) 在北平地磁之水平強度約為 0.29 高斯，在上海，其值則約為 0.33。若有平懸磁針在北平振動 100 次所需之時間共為五分鐘，問此磁針在上海之振動週期如何？

(39.2) 一橫置之磁針，在傾角為 70° ，地磁總強度為 0.6 之地點，其每分鐘振動之大數共為 40 次。今移之於另一地點，其處之傾角為 60° ，若在此處針每分鐘共振動 50 次，問第二處之總強度若干？

* (39.3) 將磁傾儀之平面置於地磁子午線中，而令其磁針自由振動。若摩擦阻力甚小可以不計，且當磁針靜止時，針與水平方向作 θ 角度，問磁針之磁矩 M ，其轉動慣量 I ，其週期 T 與地磁之水平強度 H ，及傾角 θ 之關係如何？

* (39.4) 若 (39.3) 題中之磁傾儀，其平面係與地磁子午線正交，且其磁針之重心位在支點之下 d 厘米，針之重量為 m 克，問其週期 T 與其他各量之關係如何？

* (39.5) 若當磁傾儀之平面與地磁子午線作某角時，其磁針與水平方向作 θ_1 角，今將儀之平面旋轉 90 度，則磁針與水平方向作 θ_2 角，試證真正傾角 θ 之值可

自下列方程計得之：——

$$\cot^2 \theta = \cot^2 \theta_1 + \cot^2 \theta_2$$

(39.6) 設有磁針，重 1.5 克，磁矩為 1,000 單位。今以細線結於距其重心為 0.4 厘米之點，且結點偏近南極。若在北半球傾角為 60 度， V 為 0.5 之地點，懸掛此針，問針與水平方向所作之角若何？

第四十章 靜電學原理

(40.1) 起電 琥珀與絲絹摩擦後，能吸取輕質物品，如碎紙等，前已述及之。此種現象，不僅限於用琥珀及絲絹兩物；例如以硬膠木桿與貓皮相摩擦後，亦可得相似之吸力。惟此種吸引力之性質，乃與磁鐵吸引鐵屑之性質，截然不同。其最明顯之異點，即為若令碎紙屑與被摩擦後之琥珀相接觸，則反為其推拒。今名具此種吸引或推拒力之物體為帶電體 (electrified body)，或云物體帶有電荷 (electric charge)。使物體帶有電荷之手續常名為起電 (electrification)。物體帶電之情況可以紙球擺 (pith ball pendulum) 表演之。

紙球擺為一個懸於絲線之小紙球，(有時以通草製成)。設引已與絲絹摩擦之玻璃桿至紙球旁，則紙球立被吸引 (圖 236)。惟紙球與此帶

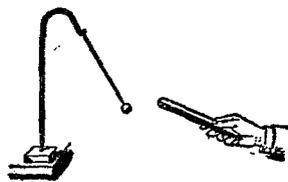


圖 236

電之玻璃桿接觸後，則反被推拒。

(40.2) 兩種電荷 物體之帶電現象，既如上述，吾人所宜先為考究者，乃各物體所帶之電荷是否相同。欲解決此問題，可作下述之實驗：以絲線結於一玻璃桿之中心，而平懸之。執桿之一端，而以絲絹與其他端摩擦，使其帶電。另取一玻璃桿。亦用

同法摩擦之，使其帶電。今若引第二玻桿之已帶電之端，接近懸空且帶電之桿端，則見懸空之桿立被推拒。由此結果，可知用同法所生之電荷，實具有互相推拒之特性。

另用一硬膠木桿 (ebonite) 與貓皮摩擦。仿前法，引此膠木桿至前此已經帶電之玻璃桿旁，則見兩桿立即互相吸引。此現象表明玻璃桿與絲絹摩擦後，其所帶之電，其性質與膠木桿與貓皮摩擦後所帶之電之性質互異。今苟將各種物質，經摩擦後而帶之電荷，均用此法，次第試驗之，則其結果有被玻璃桿推拒者，亦有被其吸引者；且凡被玻璃桿所推拒之電荷，均將被前此所述之帶電之膠木桿所吸引；反之，被前者所吸引之物質，均將被後者所推拒。因此，吾人知各物所帶之電，僅有兩種。為便於討論起見，玻璃桿與絲絹摩擦後，玻璃桿上所帶之電，常名為正電 (positive electricity)；至於膠木桿與貓皮摩擦後，膠木桿上所帶之電則名為負電 (negative electricity)。自本節所述之實驗結果，吾人可歸納而得一定律曰：——異號電荷相吸引；同號電荷相推拒。

(40.3) 互擦物體所帶之電荷 絲絹與玻璃桿摩擦後，不但玻璃桿帶電，絲絹亦帶電，惟其所帶之電荷，乃負號。此事亦可用前法以證明之。綜言之，兩物體經摩擦後，其一帶正電，其他則帶負電，乃一定不易之事實。但何體應帶正電，何體應帶負電，則視兩體之性質而異。玻璃桿與絲絹摩擦後，玻璃桿帶正

電 絲絹帶負電；如代玻璃桿以封臘條，摩擦之後，則封臘條將帶負電，而絲絹反帶正電。因此，吾人可將各種因摩擦而帶電之物體，列成一表，而規定在表中位置較高之物質，與在其下者相摩擦，則表中位置較高之物帶正電。惟各物在表中之位置，有時常因其表面之情形而變更，此等表中之次序，僅可視為近似的，茲列之于下：(1) 貓皮 (2) 羊毛 (3) 石英晶 (4) 玻璃 (5) 絲絹 (6) 木條 (7) 金屬 (8) 膠木 (9) 硬橡皮 10) 封臘 (11) 琥珀 (12) 硫磺。

(40.4) 導體與非導體 上表第七項為金屬質。然若執一銅桿，而用貓毛與之摩擦，則無論如何，均不能使其吸引圖 (236) 之小球。此實驗結果，似表示金屬質不應列在表中。當 Gilbert 在 1600 年研究電與磁之區別時，彼以為各物有能帶電者，有不能帶電者。能帶電之物體，如琥珀，玻璃之類，彼名之為“琥珀體” (electrics, 按希臘文，琥珀名為 electron)，其不能帶電者則以“非琥珀體” (non-electrics) 稱之。此種分類法 至 1736 年，Stephen Gray 發現物體有善於導電，與不善於導電之區別後，始不復用。欲知導電體 (conductor) 之意義，請先述如何可以使銅桿亦能帶電之方法。

鑲銅桿以一玻璃柄，握此柄，而以絲絹摩擦銅桿後，再用前述之方法試驗之，即可證明銅桿帶有負電。由此可知，銅桿經摩擦後，非不能帶電，不過未鑲有玻璃柄之銅桿，其所帶之電，常

因與試驗者之手相接觸而消滅。換言之，人體與銅桿接觸之後，可使銅桿失去其所帶之電。今再由下述之又一實驗證明之，將已帶電之玻璃桿上各點，與握在手中之一金屬球相接觸，則玻璃桿將失去其所有之電荷。惟若先放金屬球於另一玻璃板或膠木板上，然後令帶電之玻璃桿各點與之接觸，則玻璃桿所失之電，均將移在金屬球上，而不至於消失，如是，金屬球亦有吸引輕物及與之接觸後而推拒之之效應。是以知電可因接觸而自一物體移至他物體。帶電之玻璃桿，起初能吸引輕物；惟一經與輕物接觸後，則反推拒之，其原因即為玻璃桿將其所帶之電傳導於輕物，使輕物亦帶同號之電，而同號電荷乃互相推拒。由此等實驗觀之，金屬質及人體等，與玻璃桿及膠木等，對於電荷在其面上之自由傳移，頗有不同。凡電荷易在其上傳佈之物體，名為導電體或導體，例如金屬品等是；又凡電荷不易在其上傳佈之物體，如玻璃，膠木等，則稱為非導電體 (non-conductor) 或絕緣體 (insulator)。

導體與非導體兩詞，實無明顯之界限，僅為比較的之詞語而已。世間實無完全不導電之絕緣質。最良之導電體為各體金屬質，其次為炭，酸性，鹼性或鹽性溶液，濕土，人體，等。甚良之絕緣體為乾空氣，石英晶，玻璃，白蠟，膠木，絲，羊皮，瓷，油，等。至於乾木，棉，紙，等其絕緣性稍劣，此等物有時亦稱為半導體 (semi-conductor)。

(40.5) 電量 帶電體所荷之電之多寡，名為電量 (quantity)

tity of electricity)。設甲電荷與乙電荷間所互受之力，與甲電荷與丙電荷，在同一相對的位置所互受之力為同值，則乙丙兩電荷所含之電量即相等。欲比較兩電荷之電量，可以其在同一情形下，所施於第三電荷之力之大小而決定之。實驗結果表示在一定距離下，兩電荷間之力，係與其各個所含之電量之乘積成正比。

(40.6) 電荷間之力律 兩電荷間所互受之力，與二者之距離之關係，經 Coulomb 氏 (1885 年) 以實驗證明其亦係遵循一平方反比律。若用方程式表之則為：

$$F = c \frac{q_1 q_2}{r^2} \dots\dots\dots (1)$$

式中 q_1 與 q_2 表兩電荷之電量， F 表其互受之力， r 表二者之距離， c 為一比例因數，其價值乃由所用之單位及電荷所在之媒介質而定。讀者至此，須注意此處所討論之電荷，乃指集中於一點者而言。故如有電荷，佔據空間頗大之位置，則上式不能直接應用。但若兩電荷所佔之空間，較諸二者之距離極為微小，則用上式所計得之結果，可認為甚佳之近似值。例如兩電荷各在直徑十厘米之球面上，若兩球中心之距離不及二十厘米，則由上式所算得之力，甚不準確，但若兩中心之距離乃在一百厘米以上，則由上式所算得之結果，將與真值相差無多矣。

上式中之 F 與 r ，可各沿用達因及厘米作單位。至於電量 q_1 與 q_2 之單位，在厘米克秒制度中，尙未有規定。(1) 式中比例因數 c 之價值，既可依各量之單位，及電荷所處之媒介質而定，

故最簡易之電量單位，乃使當媒介質爲真空時，此式中 $c=1$ 。是以兩點等值之電荷，在真空中距離爲一厘米，而其所互受之力爲一達因時，則二者各含單位電荷。此單位名曰絕對制之靜電單位電量 (absolute electrostatic unit of quantity)。實用之電量單位，爲此值之 3×10^9 倍，其名爲庫侖 (coulomb)。電荷之正負亦以正負符號區別之，故當兩電荷之符號相同時， F 爲正號，(即正力表推拒)；反之，如兩電荷之符號不同時， F 爲負，(即負力表吸引)。若採用靜電單位，則當兩個電荷 q_1 與 q_2 在真空中相距爲 r 厘米時，其所互受之力爲

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ 達因} \dots\dots\dots (2)$$

其方向乃沿聯兩電荷之直線。此方程雖規定電荷須在真空中，然實際當電荷處於空氣中時，仍可應用之，蓋所得之結果僅較小約千分之五左右而已。

欲直接證明此平方反比定律，其難點亦頗多，故不易得極準確之結果。但由此定律所推出之各事實，與實驗比較，其準確之程度則甚佳，故吾人亦公認此律爲自然界準確定律之一。

(40.7) 電之本性 在討論正負電荷之相互的影響時，本不必計較電之本性果何似。惟晚近吾人有極多之事實，足以證明正負電荷在物質之構造中佔有極重要之位置。茲特略述近日關於電之本性之學說之大概，以助讀者了解電的現象。近日科學界公認各種原子均係由性質完全相同，而帶一定負電量之電子(electron)

與結構繁複而帶正電之原子核 (nucleus) 相組合而成。此諸電子在運動時，頗似有慣性之質點，故亦可謂其有相當之質量，惟其質量極小，僅約有最輕之原子（即氫）之 1850 分之一而已。各種原子核之質量，與所含之正電，各不相同。最簡單之原子核為氫，其質量幾等於氫原子之質量；而氫核所含之正電量則適等於一個電子所含之負電量之值，其數量為 4.77×10^{-10} 靜電單位。一個靜電單位之電荷，本已甚小，故可知電子之電荷，乃更為細微。氫核有時稱為質子 (proton)。以電子為說，凡帶負電之物體，可視為所帶之電子過多之表徵；而帶正電之物體則為缺少若干電子之狀態。至中性物體，其所含電子乃不太多亦不太少。故在固體中，當吾人稱正電荷自甲點移到乙點時，其實乃指電子自乙點移於甲點。至於在液體及氣體中之說法，此後當另有說明。不過此後討論時，吾人仍常云正電荷自某點移至另一點，而不提及電子之移動。此種措辭，當不至發生實際的困難或誤解，蓋物體有過多之電子，與缺少等量之正電荷，其外表之情形乃完全相同。惟有時（例如涉及原子內部構造之各現象）仍必言明所移動者果為正電荷，抑為電子，方不至誤。

除上段所述之電子說 (electron theory) 外，舊日對於電之本性亦有三種較重要且不同之假設。最初 Benjamin Franklin 於 1747 年主張各種電的現象乃由物體所含之“電的流體”過多或太少而起。是為電之單性流體說 (one fluid theory)。在 1759 年 Robert Symmer 將 Franklin 之說法更改，以便於說明異號電荷之

互相推拒及其他現象。Symmer 假設“電的流體”有二種，一爲正，一爲負。當物體呈中性時，其中之正負電流體適爲等量。是爲變性流體說 (two fluid theory)。除此二說外，尙有所謂彈性的位變說 (elastic displacement theory) 者，其說以爲電乃由彌滿宇宙之以太 (ether) 出入於物體而構成。此三說，在今日雖已爲歷史的陳述，然西文中所常用之電學術語，則仍有沿襲其舊義者。

第四十章 問題

- (40.1) 設有一紙球器，一條玻璃桿及一方絲絹，今欲測驗一物體上所帶之電荷之符號，問測驗之手續若何？
- (40.2) 何謂帶電體，導體及非導體？
- (40.3) 今欲以摩擦方法，使導體帶電，問當取何手續？
- (40.4) 冬天脫去皮襪時，常見微小之火花，在皮毛與綢衣接觸之處呈現，試言其故。
- (40.5) 電荷僅有二種，試陳述證明此事之實驗。
- (40.6) 試述電荷互施之力之大小，與其電量之多寡及其距離之遠近之關係。
- (40.7) 試定靜電單位電量之義。
- (40.8) 試略述電的性質。

第四十章 習題

- (40.1) 設一兩小紙球，分懸於兩長度各爲一米之絲線之末，線之上端則同結於一點。今令兩球各帶等值之電量，如是兩線在空中乃作 30° 角。設每球重爲 0.1 克，問其上之電量爲若干單位？

(40.2) 設有 A , B , 及 C 三電荷, 同在空中之一直線上。 A 之電量為 $+10$ 單位, B 為 $+50$, C 為 $+25$, A 至 B 之距離為 0.1 米, A 至 C 之距離則為 0.05 米。若 A 係位在 B 與 C 之間, 問其所受之力之大小及方向如何? 若 C 係位在 A 與 B 之間, 則 A 所受之力又如何?

(40.3) 設 AB 與 AC 兩直線係正交, 其他各數值均如前題, 試求 A , B , 及 C 所各受之力。

(40.4) 在 (40.2) 及 (40.3) 兩題中, 若 A 之電量為 -10 單位, 試求其答案。

(40.5) 若在 (40.2) 及 (40.3) 兩題中, A 之電量為 -10 單位, B 之電量為 -50 單位, 試求其答案。

(40.6) 假設在氫原子中, 原子核與電子之距離為 5.5×10^{-9} 厘米, 問二者互吸之力若干? 若此電子係繞原子核而轉動, 問其速度及頻率各如何? [電子之電量為 4.77×10^{-10} 靜電單位; 其質量為氫原子質量之 1850 分之一]。

(40.7) 若在前題中, 原子核至電子之距離為 2.2×10^{-8} 厘米, 試求電子之速度及頻率。又問在本題與前題兩軌道中運動之電子, 其頻率之差若干?

第四十一章 靜電感應

(41.1) 靜電感應 磁極吸引鐵屑之現象，乃因鐵屑之近端，受磁極感應作用而生異性之極，此在(38.2)節中已詳述之。今吾人又於前章中知異號之電荷，亦能互相吸引；因此，吾人茲特考究帶電物體，吸引輕物之原因，是否亦為一種感應作用。欲解決此問題，可作下述實驗：——

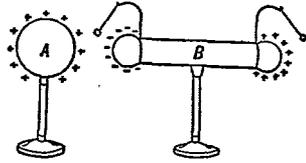


圖 237

懸兩個小紙球於一導體 B 之兩端如圖 (237)，而置導體於一絕緣質之架上。當引另一帶電物體 A 至 B 之一端時， B 兩端之小球，將均為 B 所推拒。此現象表明 B 因在帶電體 A 之旁，故亦帶有電荷，此種效應名為靜電感應現象 (electrostatic induction)，其本來帶電之物體 (例如 A) 名為感應體；因感應而帶電之物體 (例如 B) 名為被感應體； A 與 B 所帶之電荷，各名為感應電荷 (inducing charge)，與被感應電荷 (induced charge)。今再進而用小球擺以測驗被感應之電荷之性質。

先令紙球擺上之球與感應體 A 接觸，使其分得 A 之電荷，然後引之至被感應體 B 之遠端 (離 A 較遠之一端)，則見此帶電之小紙球亦被 B 所推拒。若引此小球至被感應體 B 之近端，

(離 A 較近之一端)，則見其反被 B 吸引。由此結果，即知由感應而生之電荷，亦為兩種：在離感應體較遠之一端，被感應之電荷，乃與感應電荷同號，其在近於感應體之一端者，則為異號。至被感應體之中部，則可用同一方法以證明其不帶電。今若取去感應體，則被感應之正負電荷在導體上將自由移動，在短時間內，即互相消滅，而導體遂復呈不帶電之狀態。因此，復知被感應之正負電荷，其電量乃等值。

(41.2) 感應起電法 當帶電之物體 A ，在被感應之物體 B 之旁時，若用手或他種導體，接觸 B ，使其與大地通聯，則在 B 遠端之電荷，即被傳導於地，而在其近端之電荷仍舊存在。此種能自由移動之電荷，常名為自由電荷 (free charge)；其不能自由移動者則稱為束縛電荷 (bound charge)。當 B 與大地通聯之時，若取去其感應體，則 B 上之束縛電荷亦傳於大地而其上遂無電荷。但假若先斷絕被感應體 B 與大地聯接之導線，然後取去感應體 A ，則被束縛在 B 上之電荷，將分布於 B 上而成自由電荷。此種電荷，與用摩擦法而生在玻璃桿或膠木桿上者，完全無異，故亦可供吾人試驗之用。用此方法以生電，名為靜電感應起電法 (electrification by induction)；頗多靜電機器，均係應用此原理。惟讀者至此，可注意感應體上之電荷，並不因其會感應而產生他電荷之故而減少。

(41.3) 驗電器 既知帶電現象之後，欲進而考究電荷間各

作用之數量的關係，須先有簡便之儀器。凡可以檢查電荷之存否及鑑別其性質之儀器，均稱為驗電器 (electroscope)。Gilbert 氏在 1600 年所用之驗電器，

乃一支托於中心點之乾草。將此草引近帶電體，則先被吸引，經接觸後，即被推拒。在前數節吾人所述之小球擺，亦係簡單驗電器之一種。

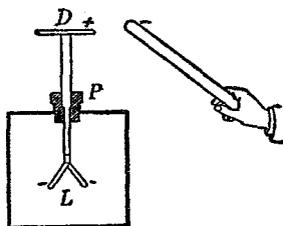


圖 238

比較精細之驗電器，名為金箔驗電器 (gold-leaf electroscope)，其結構大略如圖 (238)。在一銅桿之下端貼有金箔 L ，桿之他端穿過膠木塞 P ，而與一較大之銅板 D 連接，桿與金箔均放在玻璃瓶或箱中，以免受空氣流動之影響。有時，可在玻璃瓶之兩旁，加設兩個金屬版，以增加器之靈敏度。裝此驗電器之匣，有時常用金屬板為之，而在其前後兩面配置玻璃窗，以便觀察金箔之開閉。

(41.4) 金箔驗電器用法與驗電版 金箔驗電器可用以檢查 (1) 物體是否帶電，(2) 所帶之電為正或負，及 (3) 所帶電荷之電量約為若干。

當引近帶負電之物體至金箔驗電器上之銅盤旁時，因感應作用，正電荷被吸至器頂，負電荷被排至金箔，故金箔分開。但一經取去帶電體，則被感應之電荷互相中和，而金箔復合。因此，

由金箔之開合，即可辨識引近物體之是否帶電。若帶電體所帶之電量甚大，或帶電體不便搬移，則吾人可先用一驗電版（proof plane）與之接觸，使分得帶電體之電荷一部分，然後再將驗電版引至驗電器之旁而測驗其有無電荷。驗電版乃用一塊小金屬片鑲以絕緣質之柄而成。其體積既小，運用時自較靈便。

今若以帶正電之物體，與驗電器之頂相接觸，則當此正電荷與器頂被感應之負電荷相中和後，復有一部分之正電荷傳至器之導體全部，使器僅帶正電。如是，雖取去帶電體，金箔仍舊分開。故欲檢查某帶電體上所帶之電荷之性質，可先令驗電器帶正電（例如用帶正電之玻璃桿與驗電器頂接觸），然後再引近欲測驗之帶電體（或已與該體接觸之驗電版）於驗電器之旁。此時，金箔之分開若減小，則知引近之物體，係帶負電，此蓋因金箔上之正電荷，被吸至器頂，故金箔之分開乃較小也。反之，若金箔之分開增大，則知引近之物體所帶電荷，必與器上原有之電荷同號。

由金箔分開之大小，亦可大概測定物體所帶電量之多寡。惟欲得準確之數量的關係，則尋常之金箔驗電器，不甚適用。蓋嚴格言之，金箔分開之大小，僅視該箔所含電量多寡而定，並不因帶電體所帶電量之大小而定。例如兩個形式不同之帶電體，雖其所帶之電量為等值，然其影響於金箔驗電器之程度，可完全不同。詳細理由，須待說明容電器與電容量（見後 44 章）之意義後。

方能了然。

(41.5) 起電盤 起電盤 (electrophorus) 亦為利用靜電感應原理以生電之一種儀器。其重要部分，為一個絕緣質之盤 (膠木盤) A ，置於金屬之底版 S 上。盤上可放置一

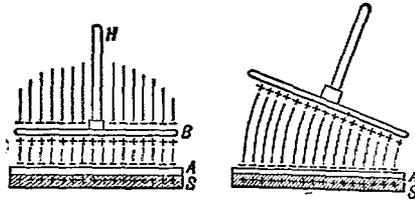


圖 239

金屬版 B ，版上並鑲有絕緣質之柄 H ，(圖 239)。用時，先以貓皮與膠木盤摩擦。取去貓皮後，膠木即帶有負電。今若置金屬版於膠木盤上，因盤之凹凸不平，故版與盤只有若干點相接觸。於是因感應作用，正電被吸至版之底面，負電被排至版之上面。繼用手指或銅線與版接觸，則版上面之自由負電荷被傳於地。取去手指或斷絕與地聯接之導線後，舉起金屬版，則版上所帶之正電，即可留供吾人取用。此時，膠木盤上所帶之電量並不因其會感應他電荷而減少，故用起電盤時，不必屢次以貓皮摩擦之。摩擦一次後，如無他種漏失，膠木盤上所帶之電，按理可供給無限電荷。或謂電乃能量之一式，此無限之電果由何而來？細究動作之情形，即不難解答此問。當每次置金屬版於盤上後，必先令版上之自由電荷傳導於地，然後舉起此版，版上方能有電。舉版之時，吾人實際上，須作相當之功，因盤上負電對於版底正電，有

相當之吸引力，以反抗二者之分離。故當分離二者之時，吾人所作之功，即儲於版上而變成電荷之能量。此種生電法實與能量不滅定律無背。

(41.6) 靜電感應機 此機亦應用靜電感應原理，乃各實驗室所常備者。此種電機之主要部分有四：(1)帶電體 (2)被感應體 (3)中和體，即聯接被感應體於地或消除被感應體上之電荷之導體，(4)集電器。在 Wimshurst 電機上，帶電體與被感應體均由二副金屬片擔任之，如圖 (240甲) 所示之錫箔 S 與 S' 等是。此多個錫箔，各粘貼於兩圓玻璃版 P 及 P' 之上。旋轉曲柄 C 時，此兩玻璃版各向反對之

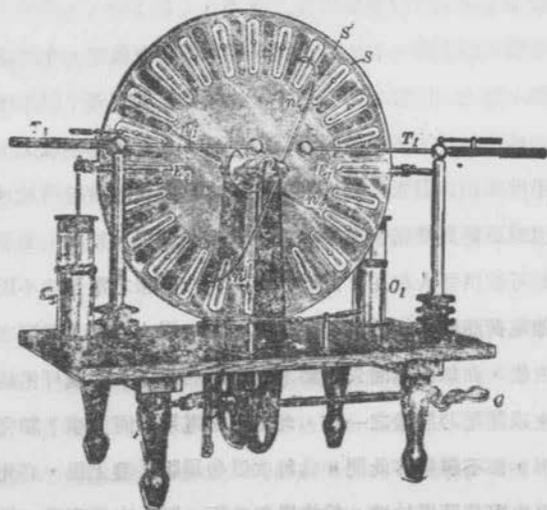


圖 240 甲

方向轉動。今以圖乙中之內
 圓周表向時針轉動方向轉動
 之玻版 P' ，以外圓周表向
 反對方向而轉動之玻版 P 。
 又圖中之 $n_1' n_2'$ 及 $n_3 n_4$
 兩桿乃中和體，其端末均繫
 有細鋼絲，可與各錫箔 S ，
 S' 等相接觸。此兩桿之相對
 的位置，幾成 90° 角。 E_1
 與 E_2 兩導體乃用以收集被

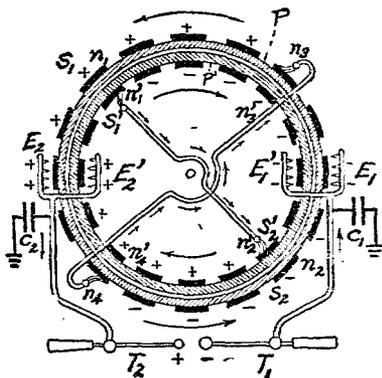


圖 240 乙

感體上所帶之電荷，二者雖不與錫箔直接接觸，但因其端末有帶形之梳，故錫箔上之電荷得與梳尖之異號電荷相中和（理由見後 43.10 節）。為增加所聚集之電量起見， E_1 與 E_2 常各接以一來登瓶 C_1 及 C_2 （見後 44.2 節），並各與一能移動之放電叉 T_1 及 T_2 相聯接，以備所積電荷過大時，其電荷得由此叉放出，以減少來登瓶中所蓄電量，而免儀器之受損。

此項電機之作用如下：—— 假設錫箔 S_1 有微小之正電荷，錫箔 S_2 有微小之負電荷，如圖乙。當其旋轉而各經過 n_1 與 n_2 點時，因感應作用，與 n_1 及 n_2 相接觸之 S_1' 及 S_2' 兩錫箔，將各帶負電與正電。又當內玻版 P 旋轉以使 S_1' 與 S_2' 離開 n_1' 與 n_2' 時， S_1' 與 S_2' 仍各帶其被感電荷而轉動。惟當其轉至 n_3 與 n_4 點時，在外版 P 上與 n_3 及 n_4 接觸之各錫箔，亦因感應作用而帶電荷向反方旋轉。此外外版上各錫箔之作用與起始時 S_1 及 S_2 同，茲不陳述。若繼續考察 S_1' 及 S_2'

之作用，則見當其轉近於 E_1' 及 E_2' 點時， S_1' 感應正電荷於 E_1' 之尖端，故 T_1 處有負電荷，而 E_2' 之尖端則受 S_2' 之感應而有負電荷，故在 T_2 處遂有正電荷。然以尖端作用（見後 43.10 節）， E_1' 與 E_2' 電荷易與 S_1' 及 S_2' 上之異號電荷相中和，故當 S_1' 及 S_2' 離開 E_1' 及 E_2' 後，即成無電荷之錫箔。惟一抵 n_1' 及 n_2' 處，則二者又因感應作用而各有電荷如圖。其在外版上之作用亦如是。因 P 與 P' 之轉動方向係相反，故內外兩版上各錫箔之帶負電者，均將其負電荷積存於 T_1 上；其帶正電者，則均向 T_2 積聚正電荷。迨至 T_1 與 T_2 之電量愈積愈多，最後乃有火花飛越其兩端之小球而出。

第四十一章 問題

(41.1) 試述電的感應現象。

(41.2) 靜電現象所異於靜磁現象者何在，試一一申述之。

(41.3) 被感於導體兩端之電荷，係同值之異號電荷，試舉一實驗以證明之。

(41.4) 紙球擺上之球，先被帶電體所吸引，惟一與帶電體接觸則反被推拒，試言其故。

(41.5) 用感應法使導體帶電時，何以必先以手與之接觸，而於未取去感應體之前，何以必令手離開被感應體？

(41.6) 何謂驗電器？試略述二種驗電器之構造及用法。

(41.7) 將一帶多量之電之小導體，徐徐引之至一含較少量同號電荷之甚大導體之旁，二者起初互相推拒，繼則互相吸引，試言其故。

(41.8) 問正負電荷可否在一導體或非導體上同時呈現？

(41.9) 設將一帶多量正電荷之物體，引至帶負電之金箔驗電器之旁，惟不與之接觸，試述金箔分開之變化情形。

(41.10) 今有一帶正電之物體於此，問用何法可使另一物體帶負電？若欲其帶正電，則應用何法？

(41.11) 起電盤之構造及用法若何，試陳述之。用起電盤時，理論上不必屢以貓皮與盤之膠木相摩擦，即可得甚多之電荷，問此與能量不滅原理有無不合之處？實際上，用起電盤時，則須常以貓皮與盤摩擦，其故安在？

(41.12) 試略述 Wimshurst 式感應機之構造及其如何生電。

第四十二章 電力線

(42.1) 超距作用與介遞作用 前章所述各帶電現象皆可以超距作用說明之。超距作用之意義，即電的作用可直接超越空間而影響於其他電荷之謂。至於此種作用如何傳播，則無更簡之解釋。例如金箔驗電器之作用，可謂乃由帶正電之物體將驗電器下端金箔之負電荷吸到頂上，以致金箔缺少負電，或有過剩之正電；並因各正電荷有互相推拒之傾向，故金箔即分開。此種說法，亦可視作未計及帶電體與驗電器間媒介質之影響。惟試舉一簡易實驗，則知在帶電體與驗電器間之媒介質實有極重要之影響，不容忽視。例如，在帶電體與驗電器之間，加入一片頗厚之膠木版，則金箔之分開，立即減少。取去此膠木版，其分開仍復原狀。又如代膠木版以他種絕緣質，如玻璃版等，其結果亦類此。由是可知帶電體上之電荷，其吸引金箔驗電器上電荷之力，乃視處在其中間之媒介質如何而定。

Faraday 以爲一個物體，對於不直接接觸之他物體，除藉二者間之媒介質以傳遞其作用外，不能互受何種之力。彼以此觀念說明電荷間所互受之力，並認在電荷四圍之絕緣質，即傳遞此種力之媒介質，彼並名帶電體四圍之區域爲電場，其意即電的效應所及之場所而已。

欲表明電場之分布情形，可襲用說明磁場之方法，而以場中

各點強度(electric field intensity)定之。此外，亦可用類似磁力線之電力線，或以在各點之電位 (electric potential) ——即將一個單位正電荷自極遠之處，遷移至場中各點所需之功——定之。本章先說明用電力線方法如何說明電的各種現象；下章則論電位。至於電場強度與電力線及電位之關係，在此兩章中，亦分別說明之，以略示各法之異同。

(42.2) 電力線 假設在一帶正電之物體 A ，及一帶負電之物體 B 所發生之電場內，放置一小正電荷，則此電荷即有由 A 移動於 B 之傾向，其在電場中各點所必取之路途，乃其所受之力之方向。此途徑名爲電力線 (electric line of force)。故電力線者，乃始於正電荷，而終於負電荷之曲線之謂。在此曲線上各點之切線方向，即置在該點之小電荷所受之力之方向。Faraday 初以爲電力線乃兩電荷中間媒介質內之一種應力線 (line of stress)。彼以爲聯接兩個異性電荷之電力線，有類於聯接兩個物體之已伸長而有彈性之線，例如橡皮帶之類。此等線均有縮短之傾向，故兩物體各帶異性電荷後，因有此種聯絡，遂有互吸之作用。惟爲說明電場中之各電力線之形狀起見，吾人亦須假定各電力線有向其旁側互相推拒之趨勢。因此推拒特性遂可說明兩個同性電荷之互相推拒。讀者至此，可以本節所說電力線與(37)章所說磁力線相參較，當覺其相同之點甚多。就中最重要之異點，乃電力線出自正電荷而止於負電荷，磁線則出自北極，入於南極後，復經磁

鐵內部而歸於北極。換言之，磁線爲完閉曲線，而電力線則非是。關於此點之說明，後(51)章將申論之。

(42.3) 電場強度與電力線 仿照磁場強度之定義，吾人亦可言某點之電場強度，乃等於置在該點之單位正電荷所受之力。如所用之電荷爲 q 單位，且此電荷之存在並不影響於電場之原始分布情形，則此電荷所受之力將爲：

$$F = Eq \quad \text{達因} \dots\dots\dots (1)$$

此式內 E 即 q 電荷所在點之電場強度。計算某處之電場強度時，可先假定在該處放一單位正電荷，若此單位正電荷所受之力爲 E 達因，則該點之電場強度即爲 E 個單位。依此定義，在空中距 Q 單位電荷 r 厘米之點，其電場強度即爲：

$$E = \frac{Q}{r^2} \dots\dots\dots (2)$$

如 Q 之單位爲前(40.6)節所規定之靜電單位，而 r 爲厘米，則 E 之單位，亦名爲絕對制之靜電單位 (e. s. u.)。

電場強度類似磁場強度，亦爲有向量，其在某點之方向，即放在該點之正電荷所將移動之方向，或通過該點電力線之切線方向。兩個相等電場強度，不但數值必等，方向亦須平行；凡電場強度完全相等之區域，名爲均勻電場。

電力線之方向既表電場強度之方向，吾人亦得仿照磁力線方法，在電場中，繪若干電力線，而以各點之電力線密度表該點電

場強度之數值。如是，仿照前推演磁力線之法則，亦可證明 4π 條電力線自每單位正電荷出發，而同數之電力線亦回歸於每單位之負電荷。利用電力線之觀念可說明許多現象，今分述如次。

(42.4) 空心導體中之電場 在平衡狀態時，同一電力線之起終點，不能棲止於同一導體上。蓋若非如此，則此線既有縮短傾向，勢必縮短；但當其縮短時，必攜其端末之電荷以俱動，因據導體定義，電荷得在其面上自由移動故也。惟電荷既在導體上移動，則與平衡狀態之假定不符，故知上說屬真。因此，在平衡狀態時，空心導體內，如無隔離之電荷，則不能有電力線，亦不能有電場。進一步言之，即電荷在靜止狀態中，僅能處於導體之表面。

若空心導體內有隔離之電荷，則此電荷因感應作用，可感應異號之電荷於導體內面上；此時，空心導體內亦有電場。惟導體內之電場，與導體外之電場，仍屬完全無關。換言之，完全封閉之導體，

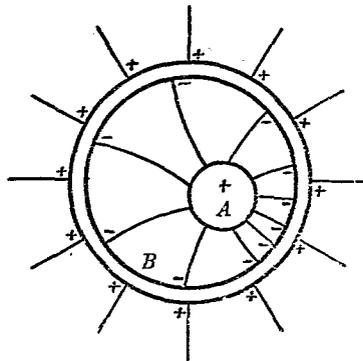


圖 241

可視作電屏 (electric screen)。圖 (241) 表示當一帶正電之小球 A 放入較大之金屬球 B 內時電力線之分布情形。讀者可注意

鐵內部而歸於北極。換言之，磁線為完閉曲線，而電力線則非是。關於此點之說明，後(51)章將申論之。

(42.3) 電場強度與電力線 仿照磁場強度之定義，吾人亦可言某點之電場強度，乃等於置在該點之單位正電荷所受之力。如所用之電荷為 q 單位，且此電荷之存在並不影響於電場之原始分布情形，則此電荷所受之力將為：

$$F = Eq \quad \text{達因} \dots\dots\dots (1)$$

此式內 E 即 q 電荷所在點之電場強度。計算某處之電場強度時，可先假定在該處放一單位正電荷，若此單位正電荷所受之力為 E 達因，則該點之電場強度即為 E 個單位。依此定義，在空中距 Q 單位電荷 r 厘米之點，其電場強度即為：

$$E = \frac{Q}{r^2} \dots\dots\dots (2)$$

如 Q 之單位為前(40.6)節所規定之靜電單位，而 r 為厘米，則 E 之單位，亦名為絕對制之靜電單位 (e. s. u.)。

電場強度類似磁場強度，亦為有向量，其在某點之方向，即放在該點之正電荷所將移動之方向，或通過該點電力線之切線方向。兩個相等電場強度，不但數值必等，方向亦須平行；凡電場強度完全相等之區域，名為均勻電場。

電力線之方向既表電場強度之方向，吾人亦得仿照磁力線方法，在電場中，繪若干電力線，而以各點之電力線密度表該點電

場強度之數值。如是，仿照前推演磁力線之法則，亦可證明 4π 條電力線自每單位正電荷出發，而同數之電力線亦回歸於每單位之負電荷。利用電力線之觀念可說明許多現象，今分述如次。

(42.4) 空心導體中之電場 在平衡狀態時，同一電力線之起終點，不能棲止於同一導體上。蓋若非如此，則此線既有縮短傾向，勢必縮短；但當其縮短時，必攜其端末之電荷以俱動，因據導體定義，電荷得在其面上自由移動故也。惟電荷既在導體上移動。則與平衡狀態之假定不符，故知上說屬真。因此，在平衡狀態時，空心導體內，如無隔離之電荷，則不能有電力線，亦不能有電場。進一步言之，即電荷在靜止狀態中，僅能處於導體之表面。

若空心導體內有隔離之電荷，則此電荷因感應作用，可感應異號之電荷於導體內面上；此時，空心導體內亦有電場。惟導體內之電場，與導體外之電場，仍屬完全無關。換言之，完全封閉之導體，

可視作電屏 (electric screen)。圖 (241) 表示當一帶正電之小球 A 放入較大之金屬球 B 內時電力線之分布情形。讀者可注意

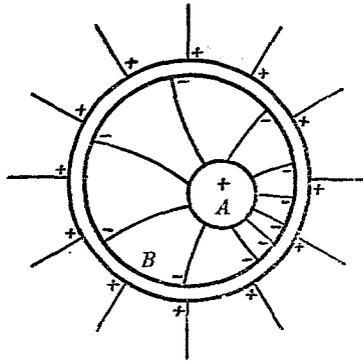


圖 241

B 內外之電力線並非連續之曲線，此蓋因內外兩組電力線僅能各棲止於導體表裏兩面上之電荷也。

本節所述之現象，可用簡單之佈置證明之。試取一空心球形導體，上鑽小穴，可任驗電版出入。今置之於絕緣質之架上如圖 (242)，而令之帶電。然後藉驗電版與其內外兩面接觸，而以驗電器檢查之，即可證明其所帶之電，係全居於導體之外表面上。另一方法證明此事，係將懸於絲線端之一帶電導體，徐徐墜入空心球之小穴，（先不使其與空心球接觸），俟其抵球內後，乃令

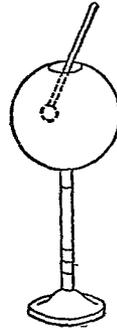


圖 242

之與球接觸，然後取出此導體而檢查之，則知

其原有之電荷，已完全消失，而移至空心球之表面上。

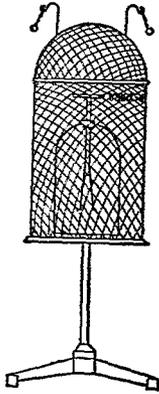


圖 243

置一靈敏之驗電器於一用導線編成之籠內。置籠於絕緣架上，而令驗電器與籠相連接，如圖 (243)。今苟用感應靜電機使籠強烈的帶電，籠內驗電器之金箔，仍毫不分開。是即籠內面毫無電荷之證。

Faraday 嘗製甚大金屬箱，而在其內放置驗電器。如是，雖箱外電花紛飛，箱內之驗電器，亦毫不受影

響。故凡遇欲作精細之實驗時，所用之儀器，如驗電器之類，均宜用金屬箱以作障蔽，庶免受外界電場之影響。

(42.5) 靜電感應時之電力線 設有一帶正電之物體 A 於此，則若干電力線將由之出發，而止於其鄰旁導體上之負電荷，例如棹，椅，牆等。此等被感應負電荷，雖係分散於較廣之面積上，但其總數量，則與感應之之正電荷相等，因電力線兩端之電荷為等值故。次在此帶正電物體 A 之旁，另放一未帶電之導體 B ，使其受帶電體之感應作用。此導體 B 既在 A 之電場內，勢必有若干電力線穿過之。但導體內不能有電力線，故穿過 B 之電力線，悉棲止於導體面上如圖 (244)。於是，進入 B 導體面上之電力線，其數目必與離開者之數目，完全相等，此即被感應體上之正負電荷必為等值之理由。此外，束縛電荷與自由電荷之

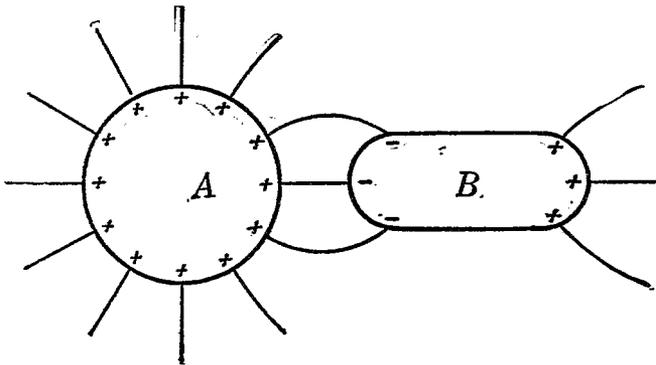


圖 244

區別，以電力線爲說，亦甚簡便。蓋自帶正電體所發出之電力線，將被感應之負電荷牽引至近於感應體之一端，而在被感應體遠端所發出之電力線，則均棲止於大地上之負電荷。因此，將被感應體連接於地時，近端之束縛電荷，不受影響，而遠端之自由電荷即被中和而消滅。又自圖(244)，更知在被感應體上之正負電荷，固係等值，但其值則永不能各等於帶電體上之原有電量，因自帶電體所發出之電力線僅有一部分棲止於被感應體上也。由此言之，兩體愈近，被感應體上之電荷將亦愈大；惟即使兩體相近至於將接觸，被感應體上之負電量，亦不能等於感應體上之正電量，因自感應體上所發出之電力線仍有一部分直接棲止於大地上之負電荷故也。

驗電器金箔之分開，前曾以金箔上同性電荷互相推拒爲說。此現象亦可視作因聯接金箔於大地之電力線縮短之結果。用此解釋，則知器旁裝以金屬版，或置器於金屬匣內，(見前40.3節)，其用意乃使金箔上之電荷，與地上之異性電荷，有較密切之連絡，以便利其縮短作用，而增大金箔之分開。起電盤與他種感應現象亦可仿此說明之。

(42.6) Faraday 之冰桶實驗 前節所述被感應之電荷，不能等於感應電荷一事，乃指被感應體不完全包围感應體而言。倘被感應體能完全包围感應體，則感應體所發出或收入之電力線，均必經過被感應體裏面，如圖(241)所示。故在此種情形之下，

被感應之電荷當適與感應電荷相等。此事曾經 Faraday 用貯冰桶作實驗證之(圖 245)。在一金屬桶 B 上，有一小穴。將桶置於一絕緣架上，而令之與一未帶電之驗電器 E 相聯

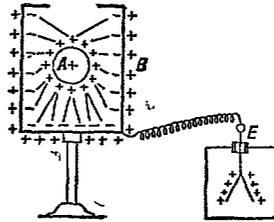


圖 245

接。將一個帶正電之小球 A ，懸以絲線，放入桶內，惟動作之時，不可令球與桶接觸。如是則驗電器顯然帶有正電，而桶之內面，則帶有負電，且此兩羣被感應之正負電荷乃等值，因取去感應體後，桶與驗電器均恢復其中性故。今若任意移動球 A ，以變更其在桶內之位置，則見驗電器之指示毫不因之改變。是以知空心導體內之電場與在體外者無關。不寧如是，即令球與桶接觸，驗電器之指示仍不改變。球既與桶接觸，其所帶之正電荷，與桶內面所被感應之負電荷完全中和；因此乃知被感應之電荷，與感應電荷實為等值，不過計算之時，應將感應體鄰近各導體上所有被感應之電荷均行計及，方為無誤。

Faraday 之冰桶設備，亦可藉以證明用摩擦法所發生之電荷，不惟異號，且為等值。例如將貓皮與膠木摩擦後，同懸於金屬桶內，則見驗電器之金箔不分開；倘取出其一，膠木或貓皮，則金箔立即分開。故綜上諸事實，吾人得下一結論曰無論用何法以起電，所得之異號電荷均係等值。

第四十二章 問題

- (42.1) 超距作用與介遞作用之區別何在？
- (42.2) 試述電場與磁場之異同各點。
- (42.3) 電力線與磁力線，有類似點，亦有互異點，試分別申述之。
- (42.4) 電場強度與電力線之關係若何？
- (42.5) 在空心導體中，若無隔離之電荷，其內不能有電力線，試舉一二實驗以表示之。此事亦可由電力線之性質推證之，試陳述所用之理由。
- (42.6) 試以電力線之特性說明金箔驗電器之用法。
- (42.7) 在被感應體上之兩組被感電荷，其數量均不能超過感應體上之感應電荷，試申敘其理由。
- (42.8) 問 Faraday 冰桶實驗所表示之事實爲何？

第四十二章 習題

- (42.1) 設有兩電荷 A 與 B ，相距爲 10 厘米， A 之電量爲 $+10$ 單位， B 則爲 -5 單位。同在 AB 直線上，何點之電場強度爲零？
- (42.2) 設前題 B 之電量爲 $+5$ 單位，試求其答案。
- (42.3) 設有兩電荷 $A=+27$ 單位， $B=-8$ 單位，其距離爲 10 厘米。試在通過 B 而垂直於 AB 之直線上，求出電場強度與 AB 平行之 C 點。若在 C 點放置電量爲 $+15$ 單位之電荷，其所受之力如何？
- (42.4) 設有轉動慣量爲 1000 單位之玻璃桿，其一端有 $+5$ 單位電荷，其他

端則帶 -5 單位電荷。桿長為 10 厘米。今支托之於其中心而任其在均勻電場內擺動。若電場之強度為 20 單位，問其擺動週期若何？

第四十三章 電位

(43.1) 移動電荷所需之功 電場之分布情形，亦可以場中各點之電位形容之。欲明電位之意義，請先討論在電場中移動電荷所需之功。

可以自由移動之正電荷，在電場中將依電場強度之方向以移動。假設電場之分布乃均勻的，則當單位正電荷沿電場之方向移動一厘米之後，其所作之功為

$$W = E \times 1 \text{ 爾格} \dots\dots\dots (1)$$

由此觀之，均勻電場強度 E 之值，亦可視作一單位正電荷沿電場強度之方向移動一厘米時所作之功。倘電場非均勻的，則電荷所作之功，即等於其移動之距離 S ，與在此距離內電場強度之平均值 E_{av} 之乘積即：——

$$W = E_{av} S \dots\dots\dots (2)$$

此方程所表者，乃電荷所作之功，故吾人所作於電荷之功，乃其負值。今自電場中 A 點，引一單位正電荷至 B 點，設吾人所作之功為 V_{AB} ，而 A 與 B 之距離為 S ，則按上理， A 與 B 兩點間之平均電場強度，當為：

$$E_{av} = -\frac{V_{AB}}{S} \dots\dots\dots (3)$$

此方程右方之負號，即以表示如 V_{AB} 為正， E_{av} 之方向係自 B 向 A ；如 V_{AB} 為負，則 E_{av} 之方向係自 A 向 B 。若 A 與 B

之距離 S 極短，則 E_{av} 即表示 A 點或 B 點之電場強度。

(43.2) 電位差之意義 水有自較高之處流向低處之趨勢，故欲水繼續流行於兩點間，苟無外加之力，則兩點之高度必須不同，是即高度差；熱量有自物體較熱之一端傳至較冷之端之趨勢，故欲熱量繼續傳流於兩端間，則兩端之溫度亦必須有異，是即溫度差。在電學中，吾人亦得用一類似名詞，以表明電荷移動之傾向，是曰電位差。質言之，正電荷有自電位高處移至電位低處之趨勢。此種趨勢，實有類於水之就下，或熱量之自熱體傳於冷體。在高處之水，其位能較大，在低處之水，其位能則較小，故水自高處流至低處時，其位能變小，不過其所減少之位能，同時實化為他種之能量。同理，正電荷自電位高處，移於電位低處後，其位能亦變小，但所減少之位能，亦化為他種之能量，例如供給吾人以相當之功，或化為熱能等等。反之，由電位較低之點，遷移正電荷於電位較高之點，則吾人必須作相當之功，此功即上節所述之 V_{AB} ，而用以增加電荷在電場中之位能者也。今稱此功 V_{AB} 為 A 與 B 兩點間之電位差 (potential difference)。因此可云，自 A 點至 B 點之電位差，乃遷移一個單位正電荷自 A 點至 B 點時所需之功。 苟吾人欲自 A 點移 Q 單位正電荷於 B 點，則所作之功將為

$$W_{AB} = V_{AB} Q \dots\dots\dots (4)$$

若令 V_B 表 B 點之電位， V_A 表 A 點之電位，(電位之測量法俟

後述之)，則上式可書作

$$W_{AB} = (V_B - V_A) Q \dots\dots\dots (5)$$

若 Q 爲正號，而所需之功 W_{AB} 亦爲正，則 V_B 大於 V_A ，是即言 B 點之電位較 A 點者爲大。

在上述情形中，吾人自一點移動電荷至另一點時所作之功，乃僅爲反抗電場所加於電荷之力，而未計其他各種消耗能量之阻力，如摩擦阻力等等。故自 A 點至 B 點之電位差，不論吾人遷移電荷時所取之途徑爲何，

其值悉等。欲明此理，試先假設將電荷自 A 點經 C 點而遷於 B 點時，所需之功 W_1 ，較將其自 A 經過 D 而遷移至 B 點時所需之功 W_2

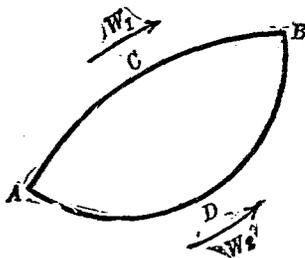


圖 246

爲小。如是吾人可遷移一電

荷於 $ACBDA$ 閉路一次，即獲得 $(W_2 - W_1)$ 可用之功(圖246)。若將電荷遷移無數次，即可獲得無限之功，且同時電場與電荷之情形仍與起初時相同。此顯然違背能量不滅定律，故知原始假設 $W_2 - W_1$ 之說不能成立。故曰兩點之電位差，純由兩點之位置確定之。

電位差乃無向量，因其係等於遷移單位正電荷時所需之功，是以電位差可互相加減，一如尋常之數目。

電位差之意義既明，茲舉一例以說明如何計算電場中兩點間之電位差。

(43.3) 一個小電荷所引起之電位差 假令 O 為 Q 電荷所在點，(見圖 247)，而欲求在 Q 之電場中 A 及 B 兩點之電位差。本題可分為兩部分。

第一部分先求自 A 點至 C 點之電位差， C 點乃 OB 直線與以 O 為中心， OA 為半徑之圓周相交之處。

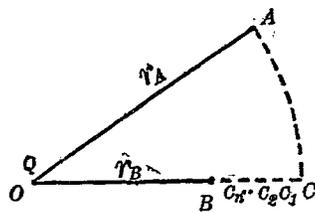


圖 247

第二部分，再求自 C 至 B 之電位差。根據前節所

述，自 A 至 B 之電位差，即等於此二部分之和。但 A 與 C 之電位差乃零，蓋在 AC 弧上各點，電荷 Q 所生之電場強度，其方向均與 AC 弧正交，故若順沿此弧以遷移電荷，則吾人不必作功。是以自 A 至 B 之電位差，即等於由 C 至 B 之電位差。欲計算由 C 點移電荷至 B 點時所需之功，可分 BC 距離為甚多小段，如 $CC_1, C_1C_2, \dots, C_nB$ 等，而先計算遷移單位正電荷自各段之首至各段之末所需之功，然後再求其總和。按定義，此結果即為所求之電位差。

今令 $OA = r_A$ ，故 $OC = r_A$ 。為簡便起見令 $CC_1 = r_1, CC_2 = r_2, \dots$ ，

$CC_n = r_n, OB = r_B$ ，在 C 點之電場強度為 $\frac{Q}{r_A^2}$ ，在 C_1 點之電場強度為

$\frac{Q}{(r_A - r_1)^2}$ ，故在 CC_1 段上之平均電場強度為：

$$E_{av} = \frac{1}{2} \left[\frac{Q}{(r_A - r_1)^2} + \frac{Q}{r_A^2} \right] = \frac{Q}{2} \left[\frac{2r_A^2 - 2r_A r_1 + r_1^2}{r_A^2 (r_A - r_1)^2} \right] \dots (6)$$

若 r_1 甚短，則 r_1^2 可以忽略不計，而上式即可寫作：

$$E_{av} = \frac{Q}{r_A(r_A - r_1)} \dots (7)$$

因此，由 C 移一單位正電荷至 C_1 點所需之功乃為：

$$W_1 = E_{av} r_1 = \frac{Q}{r_A(r_A - r_1)} [r_A - (r_A - r_1)] = \frac{Q}{r_A - r_1} - \frac{Q}{r_A} \dots (8)$$

同理，在 $C_1 C_2, C_2 C_3, \dots, C_n B$ 各段上，遷移單位正電荷所需之功，各為：

$$W_2 = \frac{Q}{r_A - r_2} - \frac{Q}{r_A - r_1}; W_3 = \frac{Q}{r_A - r_3} - \frac{Q}{r_A - r_2}; \dots; W_{n+1} = \frac{Q}{r_B} - \frac{Q}{r_A - r_n} \quad (9)$$

將 W_1, W_2, \dots 各值相加，即得所需之全功：

$$W = W_1 + W_2 + \dots + W_{n+1} \quad \text{即} \quad W = \frac{Q}{r_B} - \frac{Q}{r_A} \dots (10)$$

是以 A 與 B 之電位差乃為 $V_B - V_A = \frac{Q}{r_B} - \frac{Q}{r_A} \dots (11)$

(43.4) 電位 絕對電位一詞，本不能成立，其理與絕對高度一詞之不能成立同。當吾人言某點之高度為若干尺時，意蓋指該點較公認高度為零尺之某點（例如海平面）高若干尺之謂，是故言某點之電位為若干單位云者，其意亦指該點之電位。較公認電位為零之某點高或低若干單位之謂。一個有限之電荷，對於無窮遠之處，顯無影響，故吾人公認在無窮遠處之電位為零。因此，當吾人言某點之電位為若干，是即指該點與無窮遠點之電位差為若干。更引用前節之定義，則在某點之電位，乃等於自無窮遠點，

移單位正電荷至該點所需之功。故如 P 點距電荷 Q 為 r 厘米則

$$\text{其電位即等於 } V = \frac{Q}{r} - \frac{Q}{\infty} = \frac{Q}{r} \dots\dots\dots (12)$$

吾人對於大地之電位，常認之爲零，此蓋因大地之體積甚大，其電位不易受吾人在其上所作之任何實驗而呈可察得之變更。此與用海平面作高度之零點頗相似。故凡電位較高於大地之物體，其電位均視爲正，反之，則爲負；換言之，若正電荷有自某物體移於大地之傾向，則該物體之電位爲正；反之，則爲負。更自電子說言之，若電子有自地球移至物體之傾向，則物體之電位爲正；反之，則爲負。由是觀之，某點或某物體之電位，實等於自地球上遷移一單位正電荷至該點或該體所需之功。若此功爲正，則吾人遷移正電荷必須作功，而該點之電位亦爲正；反之，如正電荷移動時能供給吾人以相當之功，則該點之電位爲負。

電位與電位差均以功爲其量度，故皆爲無向量，可互相加減如尋常數目。欲求在若干個電荷所生之電場中各點之電位時，可先分求每個電荷所生於該點之電位，而後將各結果相加，即：

$$V = \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \frac{Q_3}{r_3} + \dots\dots\dots (13)$$

此中之 $Q_1, Q_2, \dots\dots$ 等爲距 P 點 r_1 厘米， r_2 厘米 $\dots\dots$ 各電荷所含之電量， V 則爲 P 點因此數個電荷而有之電位。

(43.5) 電位之單位 靜電學中表明電位（或電位差）之單

位名爲絕對制之靜電電位（差）單位。其定義如下：自某點遷移一個靜電單位電荷於他點，若其所需之功爲一個爾格時，則兩點間之電位差，乃一靜電單位。

在後討論電流時，將常用所號爲實用單位（practical unit）者。在實用制度中，電荷之單位爲庫倫，其值等於 3×10^9 靜電單位，已見前（40.6）節，至於電位或電位差之實用單位則名爲伏特（volt）。每一靜電單位之電位等於 300 伏特。因此，將一庫倫之正電荷自無窮遠之地點移至電位爲一伏特之處，其所需之功爲 $3 \times 10^9 \times \frac{1}{300} = 10^7$ 爾格或一焦耳（joule）。

（43.6）導體之電位 在電場中之導體，當其已達平衡狀態時，其電位全體悉相同。蓋若不如此，則自導體上一點遷移電荷於他點時，必需相當之功，而兩點間之電場強度必有一部分，其方向係沿導體表面者；此部分之電場強度。即可使在導體面上之電荷移動。惟導體上之電荷已達平衡狀態，實不能移動，是以知沿導體表面之電場強度爲零，而在導體面上移動電荷遂不需功，故其電位全係一致。讀者可注意導體面上之電場強度雖不能有一部分，其方向係沿導體表面者，然仍可有一部分，其方向係與導體表面爲正交。質言之，在帶電之導體面上各點，其電場強度均與導體正交。此即謂電力線棲止於導體面上時，必與導體正交。

當導體正受感應作用之時，即一種電荷被吸至體之一端，他

種電荷被排至體之他端之時，導體上各點之電位，實非一致。但一達平衡狀態，則導體之電位各點均同；雖然，其一端可有過剩之正電荷，他端亦可有過剩之負電荷。

(43.7) 球形帶電體之電位 在距離他物體甚遠之球形導體上，當其帶有電荷時，電荷之分布乃均勻而且對稱。在導體內部之電場既為零，且在球中心之電位必與球面之電位相等，故欲求球之電位時，可計算分布於球面之電荷所生於中心之電位即得。假令球面所帶之電荷總量為 Q ，球之半徑為 r ，今將 Q 分為多數之小電量 ΔQ 。各 ΔQ 所生於球中心之電位等於 $\Delta V = \frac{\Delta Q}{r}$ 。是以知全體 Q 所生於中心之電位為：——

$$V = \sum \frac{\Delta Q}{r} = \frac{Q}{r} \dots \dots \dots (14)$$

由是言之，欲計球形導體之電位時，可假定其所帶之電荷 Q 係集中於球之中心。

(43.8) 同位面 在第 (43.3) 節中，吾人曾以電荷為中心，繪畫一球面，並證明在球面上各點之電位差均等於零。今名凡由聯結電位相等各點而得之曲面為同位面 (equipotential surface)，例如導體之面。依此定義，包圍一個電荷之同位面，即為以該電荷所在點為中心之若干同心球面。

圖 (248) 各曲線表明包圍兩個不等值電荷之同位面之截面。繪此種圖式時，可應用電位乃無向量之定理。如是先以 A 點為中心，作圓周數個，令其半徑各為 $\frac{Q_1}{0.1}$ ，

$\frac{Q_1}{0.2}, \frac{Q_1}{0.3}, \dots, Q_1$ 爲在 A 點之電量 (圖中之 Q_1 係 $+3$ 單位)。次以 B 點爲中心, 亦作圓周數個, 其半徑則各爲 $\frac{Q_2}{0.1}, \frac{Q_2}{0.2}, \frac{Q_2}{0.3}, \dots, Q_2$ 爲在 B 點之電量, (圖中之 Q_2 係 -2 單位)。此兩組圓周乃代表兩電荷單獨存在時之同位面。在第一組同位面上各點之電位各爲 $0.1, 0.2, 0.3, \dots$ 單位; 在第二組同位面上各點之電位爲 $-0.1, -0.2, -0.3, \dots$ 等。今先分別標誌之, 然後再就各圓之交點, 註明該點因兩電荷同時存在而有之電位。例如 $+0.4$ 圓與 -0.2 圓相交之 T 點, 其電位爲 $+0.2$; $+0.3$ 圓與 -0.2 圓相交之 R 點, 其電位爲 $+0.1$; $+0.3$ 與 -0.3 兩圓之交點 P , 其電位爲 0 ; 餘類推。知此各點之電位後, 乃繪曲線聯接電位相同之各點, 即得各同位曲線如圖。

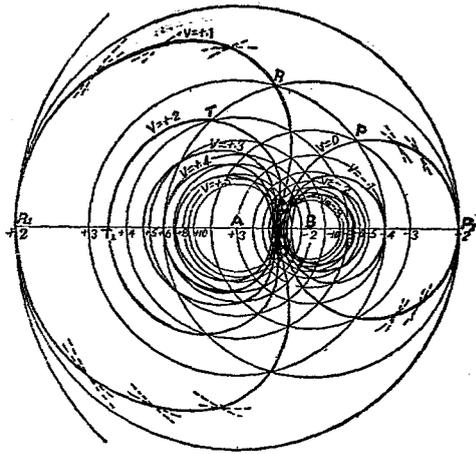


圖 248

(43.9) 電力線圖 自同位面上一點遷移電荷至其鄰點，既不需功，故穿過同位面之電力線，其方向均與同位面正交。本此理由，兩個或數個電荷間之電力線圖，即可由其同位面之圖式索得之。圖(249)中之虛線表兩個等值異號之電荷之同位面；其中之實線則表聯絡此兩電荷之電力線之形式。

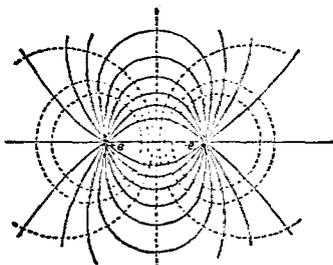


圖 249

(43.10) 導體面上電荷之分布 在球形導體上，如距離其他導體甚遠，則電荷之分布乃完全均勻，而且對稱，已如前述。但遇畸形導體時，則其面上各部分之電荷密度即不同。例如，在蛋形導體銳端之電荷，較在其圓端者為密。此事可用驗電版及驗電器測驗之。又導體之曲度愈大，即導體之銳端愈尖，則電荷之密度亦愈大，故尖端常能放電。靜電機上用尖銳之梳，即本此作用。此種作用，常可以電輪 (electric wheel) 表示之。電輪者，乃置在絕緣質上之一導體，由數個有尖端而略曲之金屬桿組成者也 (見圖 250 甲)。當此輪與靜電機之一端聯接而帶電時，其尖端即繼續射出電荷。所射出



圖 250 甲

之電荷，對於尖端，依 Newton 第三運動律，生有反作用，以使輪向後轉動。

至於在尖端或畸形導體之銳端，其電荷密度較大之故，可用在其鄰近之同位面之形狀說明之。導體表面既為同位面，則在其鄰近之同位面，其形狀與之彷彿相似。惟在距離導體較遠之同位面，其形狀則漸與球形類似。今若在此較遠之同位面，任取兩相等面積（圖 250 乙），其電力線密度幾相等。再自兩小面積繪電力線使達於導體，則見在尖端 A 鄰近之電力線，其密度較在圓端 B 者為大，因此知尖端之電荷密度亦較大。

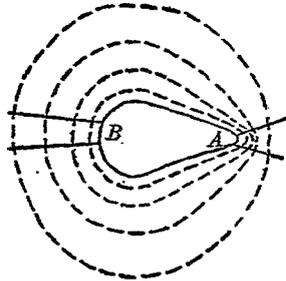


圖 250 乙

(43.11) 電位與電場強度 電場之情形，可以電力線或同位面說明之，其互相正交之關係，前(43.9)節已述及之，今當討論其數量關係。自電場中某一點，移動單位正電荷至另一點所需之功，若以兩點之距離除之，其商可視作在兩點間電場強度之平均值，已見前(43.1)節。故如自一同位面上 A 點（見圖 251）移動一正電荷至另一同位面上 B 點，設其所需之功為 $V_B - V_A$ ，則依(43.1)節原理， A 與 B 間之平均電場強度為

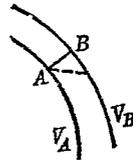


圖 251

$$E_{av} = - \frac{V_B - V_A}{AB} \dots\dots\dots (15)$$

此方程右方之負號乃表明電場強度之方向係與 \overline{AB} 之方向相反。在兩同位面間， $V_B - V_A$ 既為不變之值，故若 \overline{AB} 之距離為最短，則電場強度之平均值 E_{av} 即最大。惟電場強度之方向，乃與同位面正交，且兩個鄰近之同位面，可視作平行，故欲求某點之電場強度之數值時，可先作一直線與在此點鄰近之兩同位面正交，然後求此兩同位面之電位差與此最短直線長度之商。由是言之，在某點之電場強度，其數值係等於該點電位在空間之最大變化率。

(43.12) 靜電計 電位差與電位在簡單問題中之計算法，前已述之。茲在本節討論實驗室中用以測量電位差之儀器。此種儀器之利用靜電力者，常稱為靜電計 (electrometer)。普通之靜電計有象限靜電計，(quadrant electrometer)，引盤 (attracted disc) 靜電計，及靜電伏特計 (electrostatic voltmeter) 等多種。

(1) 象限靜電計 此靜電計之主要部分為一瓣形輕針 N (由鋁片或外敷以銀之紙製成者)，平懸於金屬質之細絲或石英絲 F 之端，而能在一筒形圓區 Q 內轉動。區分為 A, B, C, D 四象限，互相隔離以絕緣質。其對方兩象限，則另以導線聯接之，使其電位恆等，(圖 252)。

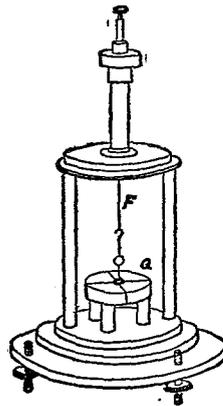


圖 252 甲

與各象限接觸，而接以一定之高電位；其鄰近之兩象限則各接於欲求電位差之兩點。當此兩點無電位差時，針之位置，乃對稱的靜止於象限之分界線。若兩點一有電位差，則針將受一方偶之作用，而向電位較低之象限方面旋轉，此蓋因針所取之位置，將使靜電計之位能為最低也。但針轉動至懸絲所生之反轉力偶與轉動力偶相等時即靜止。

若轉角不甚大，則針之偏轉角，與電位差適成正比。針之偏轉角，常藉懸絲上所繫小鏡之反射光，用遠望鏡與相當之標度等測定之。象限靜電計，有時亦可不加高電位於針而使用之。如是使用之時，針須與一對象限相聯接。惟由此所得之偏轉角，則與電位差之平方成正比。象限靜電計，如構造得當，其指示頗為靈敏。

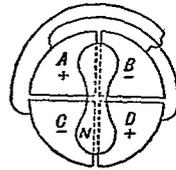


圖 252 乙
象限靜電計內之象限

(2) 靜電伏特計 縱立之靜電伏特計，常由一靜止翼形版 S ，與一可轉動之鉛質翼形針 N ，平衡於刃端組成之（見圖 253）。兩翼之電位差，可由針之偏傾決定。至於反抗針之偏傾之力偶，乃因地心吸力而生。此種計器不甚靈敏，惟用以測量高

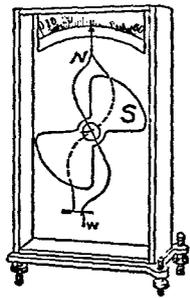


圖 253

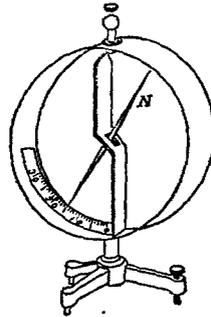


圖 254

電位，自 1,000 伏特至 20,000 伏特，尚稱適用。N 針之下可懸掛小重錘 W ，以變更此器之靈敏度及其可用之範圍。

(3) Braun 式針形靜電計 此器用一輕針 N (圖 254) 平衡於一橫軸。其作用與金箔驗電器同。嚴格言之，金箔驗電器之分開，實亦因金箔與匣之電位差而發生。尋常使用之時，將匣接地，故若分開不過大，其指示則與連於金箔之物體之電位成正比，而非與帶電體之電荷成正比。惟若物體所帶之電荷甚大，則其分布于驗電器之部分，常可忽視，故前 (40.4) 節曾云依其指示，可測定物體所帶電荷約為多寡。

(4) 引盤靜電計 此器有兩個平行之金屬版 A 及 B ，以備與欲測量電位差之兩點分別聯接。在層上之 A 版中心，有一部分 S 可上下移動。圖 (255) 示此部分懸於天秤之一端。 A 與 B 如有電位差，則此可動部分即被 B 吸引。吸引力之大小，可藉天秤測定之。此器層上之版所以分作兩部分之理由，乃以謀經過該版中心之電場得呈均勻狀況，庶免受板邊之影響。如是，由可動部分 S 之面積，兩版之距離 d ，及天秤所示之吸力，即可計算電位差 ($V_a - V_b$) 之大小。此種靜電計，其所量者乃經對制之單位，不似上述各儀器必須先用相當之方法校準後，方能知電位差之絕對值。以故，引盤靜電計遂常為標準實驗室中標準儀器之一。

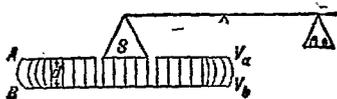


圖 255

第四十三章 問題

- (43.1) 試述在電場中移動電荷所需之功若何。
- (43.2) 電位差與高度差之異同何在？試定電位差之義。
- (43.3) 有 A 與 B 兩點，其距一個電荷 Q 之遠度各為 a 及 b ，問此兩點之電位差若何？若 a 與 b 不改，問此差值與 A, B ，及 Q 三點之相對的位置有無關係？試申述其理由。
- (43.4) 試定電位之義。大地之電位常認為零，其故安在？
- (43.5) 試定靜電單位電位差之義。問此單位與伏特之關係若何？
- (43.6) 試申述在導體上，如何可以：(a) 既有過剩之正或負電荷，而其電位為零？(b) 既有過剩之正電荷，而其電位則為負？或 (c) 既有過剩之負電荷而其電位，則反為正？
- (43.7) 設有一帶正電之球 A 及兩個未帶電且置在絕緣質上之金屬空心球 B 及 C 。試逐步陳述各體上之電荷及電位變化之情形：若 (a) 先將 A 置于 B 中，惟不任其接觸，(b) 次將 B 置於 C 中，惟亦不任其接觸；(c) 再以一導線將 B 及 A 連接；(d) 然後斷此接線；(e) 次將三體分開。
- (43.8) 何謂同位面？試證明帶電導體全部之電位係一致。
- (43.9) 在空心完閉導體之內，若無隔離之電荷，則其中之電場強度為零，試根據此理而證明在此等導體內各點之電位係與導體面上電位相等。
- (43.10) 若有均勻之帶電之球形導體，在球面之電位係等于其所帶之電荷 Q 與球之半徑之商，試證明之。

- (43.11) 試述尖端放電作用。
- (43.12) 電場強度之值與電位之關係若何？
- (43.13) 試略述各式靜電計之構造及用法。

第四十三章 習題

(43.1) 設將 $+10$ 單位之電荷自電位為 -25 單位之 A 點運移 1 米而達電位為 40 單位之 B 點，問吾人所作之功若干？(b) 又問若所行之距離為 2 米，而兩點之電位仍各為 -25 與 40 單位，所作之功若何？(c) 若自 B 點將此 $+10$ 單位電荷運移於 A ，答案為何？(d) 若所運移者為 -10 單位之電荷，試計所應作之功。

(43.2) 設有四個電荷，各據一正方形 $ABCD$ 之一角，正方形每邊長 10 厘米，各電荷之值為 $A=+10$ ， $B=-10$ ， $C=5$ ， $D=-15$ 靜電單位。試計算在自無窮遠地點運移一單位正電荷至正方形中心所需之功。又問在此點之電場強度及方向各如何？

(43.3) 在實用單位系統中，電量單位之名為庫侖 (coulomb)。將一庫侖之電荷自電位為零之點移至電位為 1 伏特 (volt) 之處，所需之功為一個焦耳 (joule)，一個焦耳則等於 10^7 爾格 (erg)。若 300 伏特等於一個靜電單位之電位差，問一個庫侖等於若干靜電單位之電量？

* (43.4) 設有半徑為 1 寸與 2 寸之 A 及 B 兩鋼球。 A 上有 $+10$ 單位之電量， B 上有 -15 單位之電量，二者之距離為 2 米。今若以一細小之導線聯接兩球，問聯接之後，其推拒力若干？又問未聯接之前與已聯接之後兩球之電位各若干？

(43.5) 設地球爲一完好之導電球體，其半徑爲 6,370 仟米，問其電量須增加若干方能使其電位增高 1 伏特？

(43.6) 設有兩電荷 A 與 B ， $A=+20$ 單位， $B=-80$ 單位，試作圖以表示其同位面及電力線之情形。

(43.7) 設有兩相等之異號電荷，各位於 A 及 B 兩點。試證明在等分 AB 之垂線上各點，電位爲零而電場強度則否。問電場強度若何？

(43.8) 設有兩相等之同號電荷，各位於 A 及 B 兩點。試證明在 AB 直線之中心，電場強度爲零而電位則否。問此點之電位若干？

(43.9) 設在導體面上，與其法線作 30° 角之方向，電場強度之值爲 50 單位，問在此地點之電場強度若干？

第四十四章 電容量及容電器

(44.1) 電容量之意義及其單位 一導體在一定之位置，其所能容之電量，乃視其電位而定，此理有如一定之罐內所能容貯之氣體乃視其氣壓而定。又兩個大小不同，或形狀各異之導體，其電位雖為等值，然其所含之電量，則未必相等。縱使兩導體之電位，形狀，大小，位置等均相同，但若其所處之媒介質不同，例如一在空中，一在油中時，則二導體所含之電量，常亦不等。凡此諸事，均可以簡單之實驗證之。由是觀之，一導體所能容之電量，除其電位外，尚須視其大小，形狀，位置，及所在之媒介質而定。倘他種情形均不變，則在尋常不太大之電位之下，一導體所含之電量 Q 與其電位 V 係成正比，即

$$Q = CV \dots\dots\dots (1)$$

此中之比例係數 C ，名為該導體之電容量，簡稱之曰電容 (capacity 或 capacitance)。自此方程言之，當某導體之電位為一單位時，其所含之電量之數值（如以同制度之單位計之），即等於該體之電容（亦以此制度之單位計），例如 V 與 Q 均用靜電單位表示之，則 C 之單位亦稱為靜電單位。在實用制度中， V 之單位為伏特， Q 之單位為庫侖， C 之單位則名為法拉 (farad)。因一伏特等於 $\frac{1}{300}$ 靜電單位，一庫侖等於 3×10^9 靜電單位，故一法拉等於 9×10^{11} 靜電單位。

(44.2) 容電器 凡可以儲積電荷之器，均稱為容電器 (condenser)。通常之容電器，乃由兩個導體，置於相當之媒介中組成之。為方便起見，茲名此兩導體為容電器之電版 (plate of condenser)。一個單獨之導體，亦得視為一容電器，蓋吾人常可認大地為此容電器之第二電版故也。各種容電器所含之電量，在尋常情形之下（即電位差不過大時），係與兩電版之電位差成正比。以方程表之，即為

$$Q = C(V_2 - V_1) \dots\dots\dots (2)$$

此中 Q 表容電器一電版上所含之電量， $(V_2 - V_1)$ 表兩版之電位差， C 為一正號之比例係數，即容電器之電容。（1）與（2）兩方程，其實乃完全相同，蓋據本節所述，單獨導體之容電器，其第二個電版乃電位等於零之大地，故其電位 V 即與方程（2）中之電位差 $(V_2 - V_1)$ 相當。

(44.3) 容電器之形式 1745 年 von Kleist 始用玻璃瓶，內外貼以錫箔者作容電器。此式器具由荷蘭之 Leyden 城傳入他處，因常稱曰來頓瓶 (Leyden jar)，圖 (256)。用來頓瓶時，常使外錫箔 B 與地連接，而加電位於內箔 A 。如是，瓶內錫箔既帶電荷，瓶外錫箔受其感應作用，亦帶異號之電荷。今若取去電源，而令內外兩箔連接，當正負

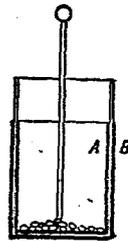


圖 256

電荷互相中和之時，則見火花飛越於接點；此時，容電器內所積之電能，即化為光熱或聲等式能量。

用錫箔若干片，中夾以蠟紙，或雲母片（圖 257），即成較輕便容電器。各單數之錫箔，與各雙數之錫箔均應分別互相聯接，以作容電器之兩個電版。如是，在

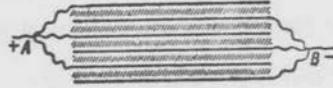


圖 257

頗小之空間中，可得頗大之電容，容電器之絕緣質如用雲母片時，可施以較大之電位差，而不至於破損。容量較大之標準容電器多用之。但用蠟紙所製之容電器，雖不能受高大之電位差，然其價值則較廉。

容量可變之容電器，常用空氣作絕緣質。其電容雖較小，然

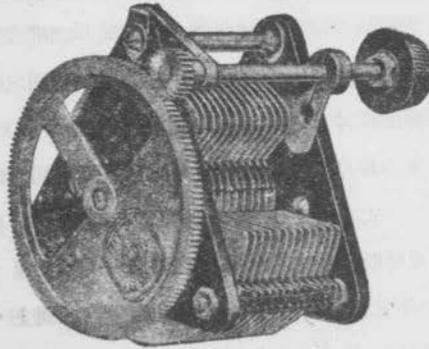


圖 258

在無線電中確甚合用。此式容電器（見圖 258）多由兩付半圓形之金屬版中隔空隙組成。版之一付，靜止不動，他付則可轉動。當兩付電版同在圓之半邊時，其電容最大。今若轉其可動之版，使入圓之他半邊，則器之電容量漸減，迄至兩付版分據圓之兩半時，其電容乃為最小。實用容電器之形式，大致如此，今再進而說明計算簡單容電器電容之方法。

(44.4) 單個球形導體之電容 在單獨的球形導體之中心，其電位與在球面者相等，在 (43.7) 節中，吾人已計出其數值為 $V = \frac{Q}{r}$ 。然按電容之定義，

$$C = \frac{Q}{V} \dots\dots\dots (3)$$

故一個單獨球形導體之電容，其以靜電單位計算之數值，即等於球之半徑以厘米計算之數值。讀者可注意本節所稱之單獨球形導體之電容，意即指此球與大地所組成之容電器之電容量也。

(44.5) 同心球形導體之電容 茲先假設外球之電位為零，而計算此組合之電容。令內外兩球之半徑各為 r_1 與 r_2 厘米。設內球所含之電量為 Q ，且知其電位 V 之值，則此組合之電容，即可用 $C = \frac{Q}{V}$ 公式求得之。按內球之電荷既為 Q ，在外球之裏面，必有因感應而發生之異號等值之電量 $-Q$ 。如是，內球之電位 V ，乃此兩正負電荷所生。蓋 Q 分布於內球面上，其所生於兩球中心之電位，係 $\frac{Q}{r_1}$ （見 43.7 節）；同理，因 $-Q$ 分布於

外球裏面上，兩球中心之電位應為 $-\frac{Q}{r_2}$ 值；故兩球中心之電位，遂為 $V = \frac{Q}{r_1} - \frac{Q}{r_2}$ 。惟在空心導體之內部，如無隔離之電荷，則導體面上之電位，即等於導體內任何一點之電位，故知此值亦為內球面上之電位。電容之定義既為 $\frac{Q}{V}$ ，故在此情形之下，同心球形導體之電容為

$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{r_1} - \frac{Q}{r_2}} = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \dots \dots \dots (4)$$

讀者須注意上列結果，係用於當外球電位為零之時。至於此公式可否用於兩球電位均不等零時，或內球電位等零，而外球電位反非零時，則仍須另待說明（見後 44.7 及 44.8 例題）。

(44.6) 兩個平行平面之電容 假設上節所述之兩同心球，其半徑均無限增大，但同時兩球半徑仍保持其原有之差值，則兩球一小部分之形狀，即與兩個平行之平面相差無幾。故欲求兩個平行平面之電容時，可先求當兩同心球之半徑無限增大時之電容。今假令內球面積為 $A = 4\pi r_1^2$ ，則兩球之電容可寫作：

$$C = \frac{4\pi r_1 r_2}{4\pi(r_2 - r_1)} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi \frac{r_1}{r_2}(r_2 - r_1)} = \frac{A}{4\pi \frac{r_1}{r_2}(r_2 - r_1)} \dots \dots (5)$$

如兩球之半徑均無限增大，而 $(r_2 - r_1)$ 之價值仍維持不變，此方程中之 $\frac{r_1}{r_2}$ 甚近於 1，故此兩球每單位面積之電容遂為

$$c = \frac{1}{4\pi(r_2 - r_1)} = \frac{1}{4\pi t} \dots\dots\dots (6)$$

$t = r_2 - r_1$ 表其中間不變之距離。由此觀之，兩平行平面，在空中距離為 t 厘米，面積各為 A 方厘米時，其電容係

$$C = \frac{A}{4\pi t} \text{ 靜電單位} \dots\dots\dots (7)$$

(44.7) 數個容電器串聯時之總電容 當數個容電器串聯時 (connected in series)，第一容電器之一電版，係聯於第二容電器之一電版，第二容電器之第二電版，復聯於第三容電器之一電版上，以次類推，至最後容電器，然後再以第一個與最後容電器尚未被聯接之電版為此組合之兩電版，如圖 (259)。如是聯接之後，在第一個容電器電版 A_1 上如有 $+Q$ 之電量，則在他版 B_1 上，因感應作用亦有一 $-Q$ ，而與此電版聯接之第二容電器之電版 B_2 復有 $+Q$ 電量，餘類推。因此，各個容電器電版上所積之電荷，其數量乃悉等於 Q 。今假設此等容電器之電位差，各為

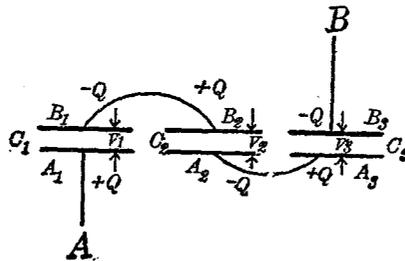


圖 259

V_1, V_2, V_3, \dots 等，則其總電位差必為 $V = V_1 + V_2 + \dots$ 。但依據容電器電容之定義，其各個之電容乃：

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1}; C_2 = \frac{Q}{V_2}; \dots \text{等},$$

故
$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots \dots \dots (8)$$

惟各容電器串聯後所組合之容電器，其電容為

$$C = \frac{Q}{V}, \text{ 或 } \frac{1}{C} = \frac{V}{Q} \dots \dots \dots (9)$$

故
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \dots \dots (10)$$

由此觀之，將數個容電器串聯後，其電容較組合中最小之電容為更小。

容電器電容 C 之倒數，有時稱為電彈量 (elastance)，蓋因其性質頗似力學中之彈性係數。故苟用 $S = \frac{1}{C}$ 代表容電器之電彈量，則公式 (10) 可書作

$$S = S_1 + S_2 + \dots \dots \dots (11)$$

此即謂若干個容電器串聯時，其總電彈量，乃等於各個容電器電彈量之和。

例題 在 (44.5) 節中，已算出當外球接地時，兩個同心球面之電容量。今可引用本節公式以證明，如內外兩球之電位各為 V_1 及 V_2 ($V_2 \neq 0$) 時，此容電器之電容亦等於前值， $C = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$ 。計算之時，可先假定另有第三個同心球面，半徑為 r_3 ，電位為零，且 $r_3 > r_2 > r_1$ 。在第一與第二球面中間之電場，其分布情形，不因此

第三球面之存在與否而變更，故計算第一球面與第二球面之電容時，可以利用此球面。

依本節所述，第一球面與第三球面所組成之容電器（見圖 260）可視作由兩容電器串聯而成。此兩容電器，一為第一與第二兩球面，其他則為第二與第三兩球面。是以

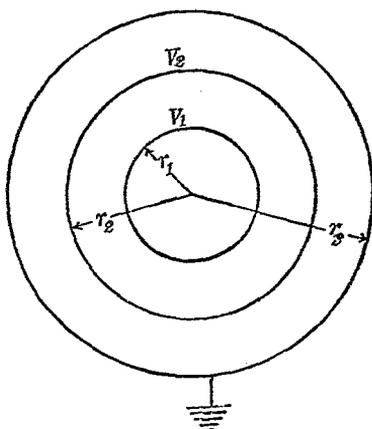


圖 260

$$\frac{1}{C_{13}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{23}} \dots\dots\dots(12)$$

C_{13} 表 1 與 3 兩球面之電容； C_{12} 表 1 與 2 兩球面之電容； C_{23} 表 2 與 3 兩球面之電容。今第三球面係與地相接，故據 (44.5) 節公式

$$C_{13} = \frac{r_3 r_1}{r_3 - r_1} ; \quad C_{23} = \frac{r_3 r_2}{r_3 - r_2} \dots\dots\dots(13)$$

而

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{r_3 - r_1}{r_3 r_1} - \frac{r_3 - r_2}{r_3 r_2} = \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \dots\dots\dots(14)$$

或

$$C_{12} = \frac{r_3 r_1}{r_2 - r_1} \dots\dots\dots(15)$$

此公式與外球之電位為零時，所得之結果，完全相同。惟讀者須注意此節之算法不能用於當第一球（即最內之球）之電位係等於零之時。

(44.8) 數個容電器並聯時之總電容 將各個容電器之一電版均聯接一起，其他電版亦聯接一起（見圖 261），是謂容電器之並聯法（parallel connection）。如此聯接，各容電器之電位差悉相等，但其各個所儲之電量則不等。故若 V 表此種組合或

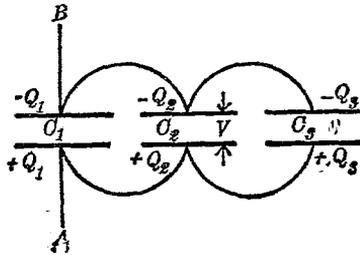


圖 261

各個容電器之電位差， C 表總電容， Q 表總電量， Q_1, Q_2, \dots 等表各個容電器之電量，則

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots, \text{ 而 } V = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = \dots, \dots (16)$$

$$\text{故 } C = \frac{Q}{V} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots}{V} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots (17)$$

是即謂數個容電器並聯時，其總電容等於各個容電器電容之和。
於是且知當數個容電器並聯時，其電容較組合中最大之電容為更大。

例題 今用此節原理再繼續討論兩同心球形之電容。設內球之電位為零，則前述之方法不能適用。但在此情形之下，兩同心球形電容器，可視作由兩個電容器並聯而成；一個電容器之兩電版，乃內球與外球之裏面；其他一個電容器之兩電版乃外球之外面，及電位為零之大地。此兩電容器均有一電版與大地聯接，故亦得應用前述之法。內球與外球裏面之電容，據方程(4)為 $C_{12} = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$ ，外球外面對於大地之電容據方程(8)則為 $C_3 = r_2$ ，故在此種情形之下，兩同心球形電容器之電容為

$$C = C_{12} + C_3 = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} + r_2 = \frac{r_2^2}{r_2 - r_1} \dots \dots \dots (18)$$

第四十四章 問題

- (44.1) 試說明電容量與電容器之意義。
- (44.2) 導體之電容量由何四事決定之？
- (44.3) 試說明一種固定及一種可變電容器之構造。
- (44.4) 單個球形導體之電容量與球之面積有何關係？增加球之面積 4 倍，問其電容增或減若干？
- (44.5) 設在單個球形導體之外，以另一同心球包圍之，問其電容增加若干？
- (44.6) 靜電單位之電容有時名為厘米，其故安在？
- (44.7) 若欲增大兩平行平面版之電容量，可用何法？
- (44.8) 試作圖以表明數個電容器串聯及其並聯之情形。
- (44.9) 試證兩電容器 C_1 及 C_2 串聯時，其電容為 $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ 。
- (44.10) 試證數個並聯電容器之總電容等於各個電容之和。

(44.11) 金箔驗電器所量者實為其電位，今若增加其電容量，問其靈敏度將如何變化？

(44.12) 設令金箔驗電器帶電之後，乃引一與地聯接之銅版於其頂盤之旁，問金箔之分開將若何變化？

第四十四章 習題

(44.1) 設有一球形水滴，直徑為 2 毫米，其電位為 100 單位，問其所帶之電量若干？若將此種水滴兩點合併，試計其電位（假設合併時，其電量未曾消失！）。

(44.2) 今有 11 片之平行鉛版所組成之空氣容電器（如圖 258），每片之面積為 40 方厘米，兩片之距離則為 0.4 厘米，試計其電容。

(44.3) 置在空中之兩同心球面之電位差為 50 伏特。若內球之半徑為 10 厘米而外球之半徑則為 10.5 厘米，問在內球上之電量若干？（注意，內球未接於地！）

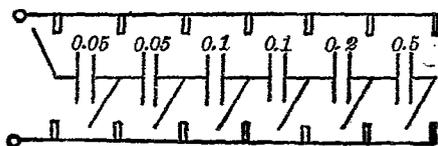
(44.4) 設有一對平行圓板，半徑各為 10 厘米，在空中相距 2 毫米，當其帶電後之電位差為 20 伏特。今以之與另一未儲電之容電器並聯，其電位差立降至 3 伏特，問第二容電器之電容若干？

(44.5) 設前題中之平行圓板，當其儲有一定電壓之後，其距離自 2 毫米增至 3 毫米，問其電位差之值若何？又若維持其電位差不變，問距離增後，其所儲之電量增或減若干？

(44.6) 設已有 150 單位之電容，今欲僅得 100 單位之電容，試述應如何將另一容電器與此相聯，且計其電容。

(44.7) 下圖表示一容電器箱面上所示接線之情形，各斜線表可以上下關閉之

電鍵。問此箱所能供給之最大及最小電容之值各若何？並作圖以示各電鍵應如何開閉。



第四十五章 容電器之電能

(45.1) 介電常數 各式容電器之電容，與其形狀，大小及位置之關係已在前章申述。今再進而討論容電器中之媒介質與其電容之關係，及容電器之電能。介在容電器兩電版間之絕緣媒介質，茲以介電質 (dielectric) 名之。

Faraday 為最先考究媒介質對於容電器電容之關係者。彼用兩個結構完全相同之同心球形容電器。器之內球 A 裝以小銅桿，桿外包以絕緣質，穿過外球 B 頂上小孔之後，方支托於外球上，如圖 (262)。外球可分為兩半，以便放置各種媒介質於兩球間，而視察其影響。今先積蓄一定電量於一個容電器，用空氣作介電質；然後將此器並聯於其他一個亦含空氣之球形容電器。此時，電量不變，而電容增加一倍，故容電器之電位差，應減少一半。

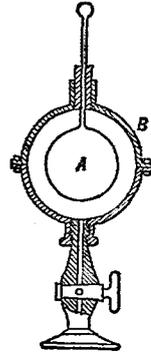


圖 262

此事可用靜電計測驗之。惟如第二容電器中間，含有他種媒介質，如硫磺或白蠟之類，則在兩器並聯後，靜電計所指示之電位差，尚不及原始之一半。由此事實，可知加入介電質後，容電器之電容增大。其理由如下：

合原有之電量爲 Q ，若只用空氣爲介電質時，容電器之電容爲 C ，則其電位差爲 $V = \frac{Q}{C}$ 。今將之與其他容電器並聯，若此容電器之電容爲 C' ，則所得之電位差爲 $V' = \frac{Q}{C+C'}$ ；但 $V' < \frac{V}{2}$ ，所以 $C+C' > 2C$ ，即 $C > C'$ 。

Faraday 用此方法以測定一容電器用某媒介質爲介電質與其僅藉空氣爲介電質時之電容之比值，而名此比值爲比電容 (specific inductive capacity) 或介電常數 (dielectric constant)。茲以真空爲標準而採用下述之定義：

$$\text{介電常數 } K = \frac{\text{用介電質時容電器之電容}}{\text{用真空時容電器之電容}} \dots\dots\dots (1)$$

各種媒介質之介電常數約如下表：

第二十五表 介電常數

白蠟	2.0至2.3	雲母片	6.0至8.0
硬橡皮	2.0至3.1	玻璃	6.6至9.9
硫磺	2.2至4.0	蒸餾水(極純淨的)	75+
空氣(常態)	1.00059	酒精	25

在尋常之氣壓與溫度之下，空氣之介電常數，既甚近於 1，故在實際問題中，均可用空氣代方程 (1) 中之真空，以作介電常數之定義。

前章所列各電容公式，均應乘以相當之介電常數，方爲準確，今彙集各公式於下：——

$$\text{單獨球： } C = Kr \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{同心球： } G = \frac{Kr_1r_2}{r_2 - r_1}, \text{ (內球電位不等於零).....(3)}$$

$$\text{或： } = \frac{Kr_2^2}{r_2 - r_1} \text{ (內球電位等於零).....(4)}$$

$$\text{平行平面： } G = \frac{KA}{4\pi t} \text{.....(5)}$$

(45.2) 介電質與電荷間之力 介電質對於容電器之電容量，既有上述關係，是以將兩電荷置於介電質中時，其互受之力，亦應隨介電質之不同，而有差異。此關係可由各種簡單容電器之電容公式推求之，蓋此諸公式均係根據平方反比定律

$$F = c \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{或} \quad E = c \frac{q}{r^2}$$

之關係而導得者也。在真空中此兩式中之 c 為 1，今欲解決者，乃為在一介電常數為 K 之媒質中， c 之值應為何？

假設有一平行平面容電器，不用介電質時，其電容為 $\frac{A}{4\pi t}$ ， A 表電版之面積， t 表兩版之距離。若兩版之電位差為 V ，則兩版間之電場強度必為 $E = \frac{V}{t}$ 。此電場強度，可視作兩版上正負電荷 $+Q$ 與 $-Q$ 對於位在其間真空之單位正電荷所生之力。今加入介電常數為 K 之媒質，則容電器之電容為 $G = \frac{KA}{4\pi t}$ 。此時，此器上所積之電量，若仍為 Q ，則兩電版之電位差 V' 必減少 K 倍，即 $V' = \frac{V}{K}$ 。故加入媒介質後，容電器中間之電場強度為 $E' = \frac{V'}{t} = \frac{V}{Kt}$ 。由此觀之，兩版上正負電荷 $+Q$ 與 $-Q$ 對於

處於其間媒介質之單位電荷所生之力，較兩電版間為真空時少 K 倍。故平方反比定律中之 c ，即等於 $\frac{1}{K}$ ，而兩電荷在介電常數為 K 之媒介質中所互生之力遂為

$$F = \frac{q_1 q_2}{K r^2} \dots\dots\dots (6)$$

今若仍假設與每單位電荷相關之電力線數目共為 4π 條，（參較前 42.3 節），則在介電質中之電場強度 E ，與電力線密度 N 之關係將為

$$N = \frac{4\pi q}{4\pi r^2} = \frac{q}{r^2} = KE \quad \text{或} \quad E = \frac{N}{K} \dots\dots\dots (7)$$

此關係雖係就一單獨之電荷 q ，作一半徑為 r 之球面，而推得之，然實為一普遍公式，可以用於任何之電場中。

(45.3) 帶電導體所積之能量 當帶電導體，或容電器上電荷與異性電荷互相中和時，常發生火花。此即表示當容電器或導體帶電時，必有相當之能量，儲於其中。此能量乃等於儲電時所需之功。計算儲電時所需之功，可先假定導體之電位乃自零漸次均勻的增至最後之值 V 。在儲電時間內，導體之平均電位遂為 $\frac{V}{2}$ ，故若所儲之電量為 Q ，則所作之功當為

$$W = \frac{1}{2} VQ \dots\dots\dots (8)$$

此即帶電導體所含之電能 U 也。若導體之電容為 C ，則其所積儲之電能將為

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C} \dots\dots\dots (9)$$

式中之 V 乃表導體之電位，或容電器兩版之電位差。

(45.4) 介電質每單位體積所含之能量 依介述作用言之，介電質乃容電器之最
重要部分，故容電器所儲之電能，常可認為儲在介電質中。今試求其每單位容積中所
含之能量。一平行平面容電器所含之電能為

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} (\sigma A) (Et) \dots\dots\dots (10)$$

此式中 σ 表電版單位面積所含之電量， A 表電版之面積， E 表兩版間之電場強度，
 t 表兩版之距離。在兩電版中之介電質，其容積既為 tA ，故介電質每單位容積所含
之能量當為

$$u = \frac{U}{tA} = \frac{1}{2} \sigma E \dots\dots\dots (11)$$

惟在平行平面容電器中之電場強度為 $E = \frac{N}{K}$ ，(方程 7)，而電力線密度 N
與電荷密度 σ 又有 $N = 4\pi\sigma$ 之關係，故 $E = \frac{4\pi\sigma}{K}$ ，而上式亦得寫作

$$u = \frac{KE^2}{8\pi} = \frac{2\pi\sigma^2}{K} \dots\dots\dots (12)$$

此係就平行平面容電器之能量而言。在推廣的理論中，Faraday 特別注意於用下列
定義之有向量 D ，以說明介電質中各點之情形：

$$D = \frac{K}{4\pi} E \dots\dots\dots (13)$$

或 $E = \frac{4\pi}{K} D \dots\dots\dots (13a)$

彼且證明在任何電場中各點之 u ，其值亦為

$$u = \frac{KE^2}{8\pi} = \frac{1}{2} ED \dots\dots\dots (14)$$

此兩方程 (13a) 及 (14) 與彈性學中之兩公式，即

Hooke 定律： 應力 = 常數 × 應變；及彈性位能： $U = \frac{1}{2} \times \text{應力} \times \text{應變}$ (見前

15.7 節) 形式完全相同，於是 Faraday 認 E 為介電質中之電的“應力” (electrical stress)， D 為介電質所受之電的“應變” (electrical strain)，且以為介選作用之學說，得此兩式而更為可信云。Maxwell (1884 年) 又名 D 為電的位移 (electric displacement)，而認之為電荷在介電質中實際的位移。

D 之性質亦可用電子論說明之。當置介電質於電場中時，其各原子中之束縛電子，與帶正電之原子核，受電場之作用，乃向反方面略遷移。此諸電荷既離開原始之平衡位置，故介電質即呈“應變”狀態。惟各束縛電子與原子核間，有互相牽引之力，故當撤去電場時，二者復可恢復其原始之平衡狀態。在多數之介電質中，撤去電場之後，原子核與電子常不能立即恢復其原始之平衡狀態，故吾人常見當來頓瓶就放過一次電後，歷少許時間，復可用放電又令其再放出較小之電量一次或二次。此種現象，與多數彈性體，受應力後所生之彈性後效 (見前 14.11 節) 甚相似。今名此剩餘之電為剩餘電荷 (residual charge)。

(45.5) 容電器放電時之磁效 當容電器放電時，除電花中之光，熱，聲等效應外，尚有磁的效應。此效應在電流之磁效經 Oersted 發見後 (見後 46.8 節)，始於 1826 年為 Felix Savary 所察及。氏用一線圈 A 聯於來頓瓶之一版，而令線圈之他端，與他版頂小球之間有一空隙如圖 (263)。當來頓瓶放

電使火花跳過 ab 空隙之時，苟置一鋼針於線圈之內，針即被磁化。

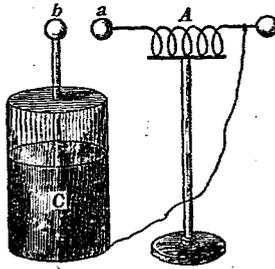


圖 263

(45.6) 空中雷電 在暴風雨時，空中閃電 (lightning) 之形狀與靜電機兩端所發生之電花甚相似，故學者多認閃電為較大之電花。雷電之性質經 Franklin 之研究，在 1752 年始完全明瞭。彼放紙鸞高入雲中，適遇驟雨，箒線盡濕，雲中電荷遂得沿線下移而產生頗強之火花於線端。於是彼乃悟閃電者，蓋雲與雲，或地與雲，積有過量之異性電荷互相中和時所發生之現象。隨閃電而生之雷鳴，乃正負電荷中和時，狂熱氣體膨脹所發之聲；因光之傳播，較速於聲，故吾人先見閃光，而後聞及雷響。閃電所耗之工率極巨，常可超過幾千萬匹馬力。

(45.7) 避電針 為避免電轟起見，房屋頂上多用避電針（俗名為避雷針）。此種裝置，在屋上者為尖銳之導體，其下部

則聯於屋中各金屬質物品，如鋼柱等，然後再以廣大之金屬版，埋沒於地下濕土中。因尖端作用，電荷易自尖端走失，故當雷電時，地上被感應之電荷有一部分自此避電針走失，而得與雲中電荷互相中和。如是房屋乃得保護而不致為雷電所傷。

(45.8) 介電質之絕緣強度 在相當情形下，電花可自導體越過空氣隙以至其旁之他導體，前已屢述之，此種現象名為火花放電 (spark discharge) 或迅烈放電 (disruptive discharge)。詳細實驗表示在空氣中火花放電之難易，不但視氣體中所已達之最大電場強度之值而定，且與空氣之密度，濕度，與所用之放電電極之形式有關。在標準氣壓與溫度下，若電場強度達到每厘米 3 萬伏特，則空氣中即有火花發生。使物質損壞之電場強度常名為其絕緣強度 (insulating strength)。玻璃，雲母片，瓷，及油等，其絕緣強度均比空氣為良，故為需要優良絕緣之設備所常用。

第四十五章 問題

(45.1) 同容電器之電容與其兩電版間之媒介質有何關係？

(45.2) 何謂介電質？介電常數？比電容？

(45.3) 設有已儲積電量之容電器，今在其電版之間加入一媒介質，問其電位差將若何變化？

(45.4) 置兩電荷於油中，其吸引或推拒力較諸其在空中同距離之時，孰為較大？

(45.5) 試述在介電質中，電場強度與電力線密度之關係。

(45.6) 自極遠之處運移電量 Q 於電位為 V 之導體時，所作之功為 VQ ，惟如儲電於導體，使其電位為 V ，其所帶之電量為 Q ，則所作之功僅為 $\frac{1}{2} VQ$ ，試說明之。

(45.7) 試以平行平面容電器為例，而示明每單位容積之介電質所含之能量為 $\frac{KE^2}{8\pi}$ 。

(45.8) 何謂電的應變？電的壓力？電的位移？

(45.9) 試略述雷電之成因及避雷針之功用。

(45.10) 試述絕緣強度之意義。

第四十五章 習題

(45.1) 設有兩個完全相同之同心球形容電器。今將其一之下半貯以油而後令之儲電至其電位差為 V 時而止。次令此容電器與其他未儲電之容電器並聯，則見其電位差降至 $\frac{3}{5}V$ 之值，試求油之 K 。

(45.2) 一夾瓶，厚 $\frac{1}{4}$ 厘米，半徑為 3 厘米，錫箔高 9 厘米。若玻璃之介電常數為 6，問此瓶之電容約若干？若兩版之電位差為 1,000 伏特，問每版上之電荷若干？問其所儲之電能若干？

(45.3) 今有置在介電常數為 3 之油中之單獨鋼球一個，球之半徑為 5 厘米，試計算儲積 20 靜電單位之電量於此球所需之功。

(45.4) 設有兩容電器，其電容各為 C_1 及 C_2 。若其所帶之電荷各為 Q_1 及

Q₂，問將之並聯之後，其所儲之能量減少若干？又問此減少之電量何往？

(45.5) 若在空中之平行平面電容器之最大電場強度不得超過每厘米 10,000 伏特，問其每單位面積上所能儲積之電量最多若干？

(45.6) 在實用之單位系統中，與伏特，庫侖 (coulomb)，焦耳 (joule) 相對應之電容單位，其名爲法拉 (farad)。問一法拉之電容等於若干靜電單位？尋常無線電機中所用之電容僅爲一法拉之百萬分之一（號爲微法拉 micro-farad 者）或微微法拉（即一法拉之萬萬萬分之一，micro-micro-farad）問一微微法拉與一靜電單位相較，孰爲較大？

(45.7) 今有兩個串聯之電容器，一爲 2 微法拉，一爲 8 微法拉。若加 100 伏特於此組合之兩端，試計算每個所儲之電能爲若干焦耳。

(45.8) 設前題之電容器係並聯，問當其所儲之電量共爲 $\frac{1}{1000}$ 庫侖時，其所儲之電能每個爲若干焦耳？

第四十六章 電荷與電流

(46.1) 運動之電荷 在靜電學中吾人所討論之現象，僅限於靜止之電荷。當時曾謂電荷可以在導體上移動，例如容電器放電時，電荷係自一電版移於他電版。惟對於電荷遷移時，其所生之效應，則尙未加以詳細之討論，茲爲便於討論起見，稱運動之電荷爲電流 (electric current)。

電流之重要效應有三：磁，熱，與化學作用是也。電流之磁效，前(45.5)節已略有陳述。除是之外，若當容電器放電時，電荷所通行之導線頗細，則此導線溫度之增加，甚易直接察得；有時，其溫度增大過甚，且足使線熔解。是即電流之熱效。至於電流之化學的效應，常可令其通過相當之溶液而察及之。凡此諸效應——磁，熱，化學——其發見及詳細之考究，均在吾人已知產生持久的電流之方法以後，蓋容電器放電時所生之電流，在短促時間內即行停止，實不能與觀察者以充分之機會，俾知其效應之情況也。最早且最簡單之設備，足以產生持久的電流者，厥爲 Volta 氏所製之電池。此等電池之結構及其工作情形，將於後第五十章討論之；茲先述其較簡單之一式，以略見其大概。

(46.2) 簡單伏特電池 1786 年，Galvani 氏發見若執兩個不同導體與新解剖之蛙之神經或相當肌肉相接觸，則其肌肉忽然收縮若被電擊然者。1800 年，Volta 對此發見，加以詳細之

考究，遂發明伏特電池 (voltaic cell)，其最簡單之一式，係用銅版及鋅版各一片，分開置於稀硫酸中而成。若以導線聯接簡單伏特電池之銅鋅兩版，則導線中即有電流。此電流之存在，可由其所生之熱或磁的效應證明之。

(46.3) 電池兩電版之電位差 按(42.3)節，電荷能自甲點移至乙點以成電流之理由，乃因甲乙兩點之電位不同。故電池中之兩個電版，例如上述之銅鋅兩片，在未用導線聯接以前，其間必已有電位差。至於何者之電位較高，何者較低，則可用容電器式之驗電器鑑別之如下。

在一驗電器之頂上，圖(264)，裝置一金屬平版 B ， B 上鋪以薄雲母片，然後再放置一塊金屬平版 A ，以作容電器。接簡單伏特電池之銅版於 B ，鋅版於 A ，使其各積異號之電荷，然後割斷接線。此時，

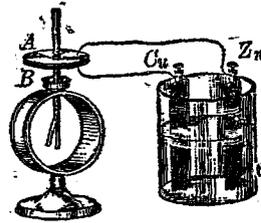


圖 264

B 版上之電荷多被 A 上異號電荷所吸引住，故不能自由傳至驗電器之金箔，而金箔之展開甚微。但若將 A 舉起，則 A 與 B 上之電荷均能自由移動，而 B 上之電荷乃有一部分傳至金箔，使之稍分開。得此結果後，可用前此已經申述之方法，證明與銅相接之電版，例如 B ，其所帶之電荷係正號，而與鋅相接者，則為負號。換言之，在稀硫酸中，銅之電位實較高於鋅。

(46.4) 物質之電動勢次序 伏特電池之種類甚多。實際上若將兩個不同之金屬版（不限於銅或鋅），置於稀硫酸中，兩版之電位各殊。惟此電位差之大小，則視版之性質而異。可用之溶液，亦不限於稀硫酸，例如用他種酸性，鹽性或鹼性之溶液，亦可製得相當電池，所不同者，僅在其所生電位差之大小而已。

一個電池兩端之最大電位差，常名為電池之電動勢，(electromotive force 簡作 e. m. f.)。所謂為最大電位差者，即指電池不供給電流時之值而言；蓋當電池供給電流時，其兩端之電位差，視電流之大小而定；電流愈大，電位差愈小，（詳見後 50.2 節）。各種電池之電動勢，只視電池所用之物質而定，與電池之大小，及其形狀無關。今若代上述簡單電池中之銅鋅二版，以他種物質，再檢查其所生之電位差，即可將各物質，依其電位之高低，列成一表；此種表，常名為電動勢次序表 (electromotive force series)。在此表中，其次序約如下：——

鋅，鉛，錫，鐵，鎳，鋁，鎘，銅，銀，金，鉑，碳
如將表中二物質，放入稀硫酸中，在表前之物質，其電位將較在表後者為低；惟有一二物質，在表中之次序，常因其純淨程度之不同，而須更調。又表中相隔愈遠之兩物質，若用作電池之電版時，其所生之電動勢亦愈大。

(46.5) 電流之方向 電動勢之值，乃等於電池兩端之最大電位差，惟其方向則尚未規定。在靜電學中，曾述及正電荷有由

電位高處遷移於電位低處之傾向，故討論電流時，亦得規定此方向為電動勢之方向。換言之，若以正電荷移動之方向為電流之方向，則驅電荷使其移動之勢力，其方向乃使電流由電位較高之電版，經過電池外之導線以流入於電位較低之電版。例如，簡單之伏特電池，其銅版之電位較高於鋅版，故用導線聯接兩版後，電流即自銅版經過導線以流入於鋅版。惟讀者請注意“經過電池外之導線”一語，蓋在電池內溶液中，電流之方向，乃由鋅版流向銅版也。

(46.6) 電流之性質與導體之種類 前節所述電流之方向，乃一公認之規定，此規定之由來，實有多年之歷史的背景。晚近對於在導體中流動之電之果為何性，及其果係向何方移動，科學界雖均有確切之說明，然吾人對於上述電流方向之規定（即電流在導體中，係自電位高處，流於電位低處一事），仍舊沿用，而不加以更改。誠以電流方向之規定，與說明電流性質之學說，乃截然兩事也。各種導體，依其導電之情形，可分為三類。

第一類導體，包括各金屬質，合金質，及碳。凡電流通過此種導體時，僅能發生熱及磁的效應，而無化學作用。在此種導體中，據電子說，移動以生電流者，乃多數帶負電荷之電子，然因電子所帶者為負電荷，故其移動之方向，適與前所規定之電流方向相反。此為公認規定之大不幸！

第二類導體，包括一切鹽性，酸性，及鹼性溶液。在此等溶

液中，電流所生之最重要效應為化學作用。此種導電情形，常名為電解現象（詳見後 49 章）。而在此等溶液中，移動以生電流之電荷，乃帶正電或帶負電之游子（ion）。帶正電荷之游子，其移動之方向仍如（46.5）節之規定，而帶負電荷者，其移動方向則反是。此等游子即一般帶正或負電荷之原子，或原子叢（atomic aggregate）。

除固體及液體外，氣體在相當情形之下亦可導電，是為第三類導體。在氣體中之電流，亦由帶正及負電荷之質點，各向反對之方向移動而成。此等質點，或為自由電子，或為附有電子之原子或原子叢，或分子，又或為缺少電子之原子，或原子叢，或分子等。

(46.7) 電流之強弱 電流之方向，既如前節之規定，茲再進而規定其強弱。按電流之意義，其強弱實可以在單位時間內移過某點之電量定之，即 $I = \frac{Q}{t}$(1)

此中 I 表通過某處之電流之平均強度， Q 表在 t 秒內通過該處之總電量。此方程有二種用法：（1）假如吾人已有獨立方法，足以測定 Q 之數值，則此公式可視為電流強弱之定義；例如在靜電學中，吾人以兩電荷間之力測定電荷之多寡，故既知在靜電制度下電量之單位，則由此方程可推出在靜電制度下電流之單位；（2）又如吾人已另採用他種制度以測定電流之強弱，則此方程可視為在此種制度下之電量之定義。

(46.8) 電流之磁效 電流之重要效應有三：熱，化學，與磁，已如前述。欲規定電流之強弱，除前節所述之方程(1)外，任用此三效應之一，亦無不可。通常多以其磁的效應為主。在未說明如何利用磁效以測定電流之強弱之前，宜先知電流所生磁效之情形，茲略述之。

在1820年，即Volta發明電池之後約二十年，始由Oersted首先發見電流通過導體時，在

導體鄰近之磁針，受有影響。若依南北方向置一直導線於磁針之上，則當電流通行於線中時，磁針即被偏轉；此偏轉之方向，視電流之方向而異。如電流之方向，自北而南，則磁針之北極向東偏，其南極則向西偏（見圖265甲）。反之，則偏轉之方向亦反是（圖265

乙）。若將磁針置於導線之上，則當電流之方向自北而南時，磁針之北極係向西偏，而其南極向東偏（圖265丙）；反之，亦反是（圖265丁）。

電流所生磁場之情形，亦可用鐵屑表示之。例如令頗強之電流，通過一垂直導線。將此導線穿貫於一玻璃版或硬紙版，在版

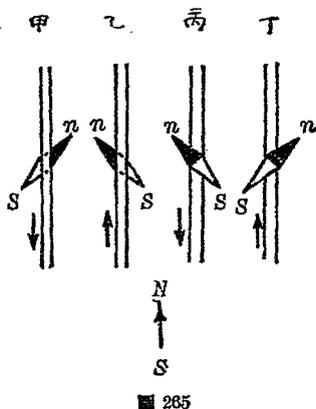


圖 265

上撒以鐵屑而輕敲之，則見鐵屑以導線為中心而作多數之同心圓（圖 266）；至於磁場之方向，可用一小磁針測定之。

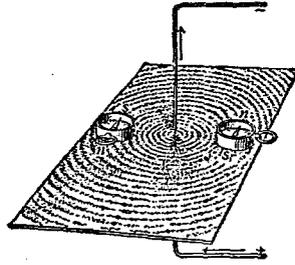


圖 266

由此種及類似之實驗，可知電流所生之磁場，係與電流之方向正交；至二者之正方向

之關係，則可用右旋螺釘法則（right hand screw rule）表明之：

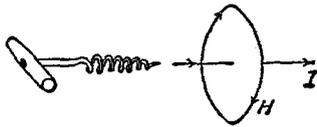


圖 267

若以右旋螺釘前進方向代表電流之方向，則電流所生磁場之方向，可以螺釘轉動之方向代表（見圖 267）之。此關係亦可藉右手說明之：

例如，以右手握導線，使大姆指指示電流之方向，則其餘各指所示之方向，即電流所生之磁場之正方向（圖 268）。

(46.9) Rowland

之實驗 吾人前以移動之電荷為電流，如是則移動之帶電體亦應產生磁效。

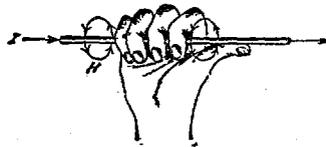


圖 268

此基本實驗於 1875 年時，始經 Rowland 表顯之。彼先將一個

鍍金之膠木盤，架於一縱軸。積正電荷於此盤面之後，乃以高速度旋轉之。如是即見盤旁之磁針向一方偏轉。設改變盤之旋轉方向，或將盤上所積之電荷改爲負號，則針之偏轉方向亦改變。自此實驗成功之後，電流之性質與運動之電荷相同，乃無疑義。

(46.10) 電流計 檢查電流存在與否之儀器，名爲電流計 (galvanometer)。最簡單之電流計，乃以一磁針置於線圈中間如圖 (269)。今若將線圈之兩端接入電流所通行之路途中，以便電路中之電流亦通行於線圈，則磁針即生相當之偏轉。惟此種簡陋之儀器僅可用以檢查電流之存在，及其方向，以及其大概之強弱而已。如欲得較準確之數量關係，非有較精細之構造不可 (見後 52 章)。

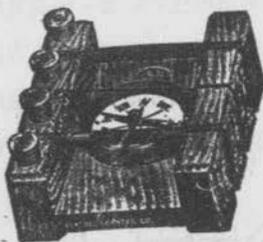


圖 269

(46.11) 電磁制之單位 在靜電學中，吾人以兩電荷所互生之力爲主，先規定電量之單位；由是乃推出電位，電容等單位。今再參以 (46.7) 節之定義，即得電流之單位。此諸單位自成一系統，即所謂絕對靜電單位 (absolute electrostatic units 簡作 e.s.u.) 是也。在靜磁學中，吾人則以兩磁極所互受之力爲主而先定磁量之單位。由磁量之單位，始推出磁場強度之單位。今既規定以電流之磁效測定電流之強弱，故根據已定之磁量及磁

場強度之單位，即可推定電流之單位。得電流之單位後，亦可推出一系之單位，以表明靜電學中所用各觀念，如電位，電量，電容等。如是所得之各單位，亦自成一系統，茲稱之為絕對電磁單位 (absolute electromagnetic units 簡作 e.m.u.)。

在電磁制度之下，所用以規定電流單位之公式，與靜電學或靜磁學所用以規定電量之單位公式甚為相似。此公式常名為 Laplace 定律，乃 Laplace 由 Ampère 之“等值磁壳定理” (equivalent magnetic shell) 脫化而來。此定律雖無直接之實驗的證明，但由之所推出之結果，均能與實驗相符合，故亦可視為電磁學中基本定律之一，以與前述兩個平方反比定律鼎足而立。

(46.12) Laplace 之公式 假設有電流 i 通過在 P 點 (見圖 270) 極短小之導線，線之長為 Δl 。據 Laplace 之公式，在距 P 為 r 之 Q 點處，因此小段電流 (elemental current) 所生之磁場強度，

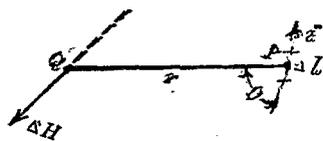


圖 270

ΔH ，其數值係與電流 i 及導線之長 Δl 成正比，與 r 之平方成反比，又與聯 PQ 之直線與 Δl 所作角度之正弦成正比。故 ΔH 之值可寫作：——

$$\Delta H = c \frac{i \Delta l}{r^2} \sin \theta \dots \dots \dots (2)$$

式中 c 乃一比例因數，其價值視所用之單位而定。至於 ΔH 之

方向乃與 Δl 及 r 兩線所成之平面成 90° 角，詳情已見前節。假若 ΔH 以電磁單位計（即奧斯特）， Δl 及 r 均以厘米計，則可規定電流 i 之電磁單位係使方程（2）中之 $c=1$ 。此項規定與（35.6）及（40.6）兩節規定電量及磁量單位之方法甚為相似。

(46.13) 電磁單位制度中之電流單位與安培 在電磁制度中，所用磁場強度之單位，與靜磁學中所用者同， Δl 及 r 均用厘米，惟直接用方程（2）作電磁制度中電流單位之定義，頗嫌與物理的觀念不通，蓋電流乃在連續的導體中流通，而上式乃限於一小段中之電流。雖全導體所生之效應，可用積分法推算之，然方程（2）究僅可視為一算學的公式，而非物理的定義。今試利用此式以求當電流通過一彎作圓形之導線時，在圓中心之磁場強度 H 。令圓之半徑為 r ，在其中心 C 點之磁場，乃由流行於圓周上各小段 Δl 內之電流 i 所生。此諸小段電流所生之磁場，其方向均與紙面正交（見圖 271），且自紙面向外。故在 C 點之磁場強度為：——

$$H = \sum \frac{i \Delta l}{r^2} \sin \theta \dots \dots (3)$$

惟各小段 Δl ，與各半徑 r 均為正交，故 $\sin \theta = 1$ ，且各小段中之 i 及各點之 r 均不變，故此公式可化為

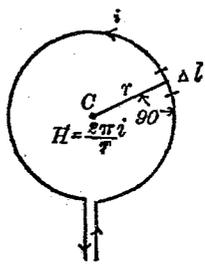


圖 271

$$H = \frac{i}{r^2} \Sigma \Delta l = \frac{i}{r^2} 2\pi r = \frac{2\pi i}{r} \dots\dots\dots (4)$$

由方程(4)觀之，吾人可謂當一電磁單位之電流通過一半徑為一厘米之圓形電路時，其所生於圓中心之磁場強度，乃為 2π 奧斯特。實用上則又以此絕對電磁單位之十分之一為電流之單位。此單位為紀念 Ampère 起見，名為安培，是以

$$10 \text{ 安培} = 1 \text{ 個絕對電磁單位之電流} \dots\dots\dots (5)$$

(46.14) 電磁單位制度中之電量單位與庫侖 在絕對電磁制度下之電量單位，可由本章方程(1)推算之；即當每單位電流通行一秒後，其所輸送之電量為一單位。此單位較諸(40.6)節之靜電單位電量，約大 3×10^{10} (三百兆)倍。

在實用單位制度中與安培相對應之電量，為紀念 Coulomb 起見，名為庫侖。一庫侖之電量，蓋等於一安培之電流通行一秒鐘。因此，

$$10 \text{ 庫侖} = 1 \text{ 個絕對電磁單位之電量} \dots\dots\dots (6)$$

且 $1 \text{ 庫侖} = 3 \times 10^9 \text{ 絕對靜電單位之電量} \dots\dots\dots (7)$

第四十六章 問題

(46.1) 試舉電荷移動時所生之主要效應。

(46.2) 簡單伏特電池之構造若何？試述銅與兩電所帶之電荷孰為正及孰為負。

(46.3) 今用容電器式之金箔驗電器以測定伏特電池之電位，試以金箔電位之變

化而說明此式驗電器之功用。

(46.4) 伏特電池供給電流時，可歷長久之時間，容電器則僅能在短促時間內供給電流，其故安在？

(46.5) 問電流之方向如何規定？此方向與電子移動之方向是否相同？

(46.6) 何謂電池之電動勢？電動勢之方向如何規定？

(46.7) 各種導電體可分三類，試分別說明之。

(46.8) 電流之強弱與電荷移動之速度有何關係？

(46.9) 既電量與時間之單位已經規定，問電流之單位應如何規定？

(46.10) 試陳述電流之方向及其與所生之磁場方向之關係。

(46.11) 何謂電流計？試述一簡單電流計之構造。

(46.12) 電磁單位制度與靜電單位制度，其主要之單位為何？

(46.13) 在電磁及靜電單位兩制度中，電流與電量之單位，孰為基本的？孰為推出的？

(46.14) 試述表示電與磁關係之 Laplace 公式及其應用。

(46.15) 試定一庫侖及一安培之義。

第四十六章 習題

(46.1) 尋常“110 伏”，32 燭光之電燈約需半安培之電流，問在一分鐘內通過燈絲之電子共為若干個？

(46.2) 設有導線彎成一圓周。今若增加其中所通過之電流 n 倍，同時將圓周半徑減小 K 倍，導線數目增加 m 倍，問在圓中心之磁場強度約增大若干？

(46.3) 設在半徑為 10 厘米之圓的電路之中心，其磁場強度為 10 奧斯特，問此中電流之值為若干安培？

(46.4) 設在氫原子中之電子係以每秒 10^9 厘米之速度繞原子核而作半徑為 10^{-8} 厘米之圓形軌跡，問在軌跡中心之磁場強度若干？

(46.5) 問一個電子所帶之電量為若干庫侖？

(46.6) 設將一銅線彎作半徑為 10 厘米之圓周，而令此圓周與地磁子午線平行，今在此圓之中心平放一短磁針後，而通電流於銅線。若地磁之水平強度為 0.3 奧斯特，而磁針之偏轉為 30° ，問電流之價值若何？

第四十七章 電動勢與電阻

(47.1) 電動勢之意義 電池之電動勢，乃其兩端之最大電位差，前已述之。但電動勢一詞，不限於電池所生之電位差。凡一種勢力，足以使電荷在電路中流動者，均名為電動勢。試用水流為例：尋常水自高處向低處流注，但除此之外，水亦可由壓力大處向壓力小處流動；有時，並因溫度之差異，或與運動之固體相接觸，水流亦有一定之方向。凡此種種，高度差，壓力差，溫度差等等，均可視為驅使水流之勢力。同此理由，電流固可因電位差而產生，亦可因感應現象（見後 53 章），或溫度差（見後 58 章）而呈現，此數種電動勢當在後詳論之，茲先述單位電動勢之定義，以便考究電流在第一類導體中之分布情形，及其他之數量關係。

(47.2) 電動勢之單位 電流通過導體時，可發生熱，化學磁等效應，故欲繼續維持電流，必費相當之功。此相當之功，乃由電源供給。如電源為電池時，此功乃由化學的能量變換而來。若電源為發電機時，則此功乃由機械的能量變成，餘可類推。此相當之功，其價值乃與電動勢，電流，及電流通行之時間三者成正比。此關係與維持水流所需之功係與水壓（水勢），及水量（水流乘時間）成正比，甚為相似。因此，在一定時間內，產生一定電流所需之功，即可用作電動勢單位之定義。換言之，當通行

之電流爲一個單位，而維持此電流之功，每秒需一個爾格時，其所生之電動勢，即爲單位電動勢。以方程式表之即得：——

$$W = \text{功 (以爾格計)} = eit \dots\dots\dots (1)$$

式中 i 表電流之值，以電磁 (或靜電) 單位計， e 表電動勢之值，以同制度之單位計； t 表秒數。由此方程觀之，電動勢與電流之乘積等於功率 (power)。在實用問題中，一個電磁單位之電動勢，及每秒一爾格之功率均嫌太小，故又常用電磁單位之 10^8 倍作實用之電動勢單位；而以每秒作 10^7 爾格之功爲實用之功率單位。實用電動勢單位爲紀念 Volta 起見，名爲伏特；實用功率單位爲紀念 Watt 起見名爲瓦特。電流，電動勢及電功率各實用單位與電磁制單位之關係如下：

$$1 \text{ 安培} = \frac{1}{10} \text{ 電磁單位之電流} \dots\dots\dots (2)$$

$$1 \text{ 伏特} = 10^8 \text{ 電磁單位之電勢} \dots\dots\dots (3)$$

$$1 \text{ 瓦特} = 1 \text{ 個安培} \times 1 \text{ 個伏特} = \text{每秒作 } 10^7 \text{ 爾格之功} \\ = \text{每秒作一個焦耳 (joule) 之功} \dots\dots\dots (4)$$

(47.3) 電動勢與電位差之區別 根據上述定義，則每單位電動勢亦等於移動單位電量所需之功。因是，電動勢之單位，遂與電位差之單位，完全相同。此點與上述電池之電動勢，乃電池兩端之最大電位差，顯然適合。電動勢與電位差，雖均以移動單位電量所需之功爲其量度之根據，惟其所代表之物理的觀念，則截然不同，茲陳述之如下。

電動勢之意義，乃一種驅使電流之勢力或形勢。故在具有數個電動勢之電路中，

每個電動勢各有其一定之方向，不因電流之方向如何，或其存在與否而改變，至於電路中兩點之電位差一詞，平時雖只計其數值，嚴格言之，實須指示其方向，以表明何點之電位較高，方為完備。電位差之方向，乃與電流之方向一致，蓋電流係由電位高處，流於電位低處故也。此點為電動勢與電位差之方向之區別。

若就與其相關之能量而言，電動勢與電位差所代表之意義亦屬不同。例如電流之方向，與電動勢之方向一致時，則產生此電動勢之電源，須供給相當之能量，其值乃由公式(1)決定。反之，若電流 i 與電動勢 \mathcal{E} 之方向相反，則產生 \mathcal{E} 之電源，非特不供給能量，且將能量吸收而儲藏之；此即表示他電源須供給能量，方足以維持電流 i ，使其向 \mathcal{E} 之反方運行。此時所儲於產生 \mathcal{E} 之電源之能量，亦可用上式算計之。是以在方程(1)中，倘 \mathcal{E} 與 i 之方向（即二者之符號）相同時，其所表之能量則為正號，意蓋謂電源放出其能量以維持電流，而其能量乃遞減。反之，知 \mathcal{E} 與 i 之方向不同，則功為負號，而吾人或其他電源須作功以維持此電流；此功之一部分乃儲於電源，以增加其能量；至其餘之部分，則常化作導體中之熱，而終歸於消滅。總之，與電動勢相關之能量，其值之正負，視電流與電動勢之方向，是否相同而定。至於與電位差相關之能量，則不問電流之方向如何，均係消耗為熱。由此觀之，倘以力學中之力，比擬電學中之電動勢，則電位差類似一種摩擦阻力。

量電勢之方法，今可暫用靜電學中所說明之各靜電計。至較簡便之設備，當於後62章說明之。

(47.4) 電阻之意義與 Ohm 定律 將不同之導體，分別接於完全相同之電池，或他種電源之兩端，然後用前述之電流計，測驗導體中之電流，則見所得之電流，其大小常不同。由是

知各種導體有善於導電者，有不善於導電者。善於導電之物質，可稱其電阻 (resistance) 小，或電導 (conductance) 大；不善於導電之物質，則常謂其有較大之電阻，或較小之電導。

在一定之導體中，電流之大小，乃隨所用之電動勢而定。電動勢愈大，電流常亦愈大。1828 年，Ohm 由實驗結果發見，多種物體中之電流 I 與所用以驅使此電流之電動勢 E 係成正比。Ohm 定律可用下列方程之一表明之：——

$$E = RI \text{ 或 } I = GE \dots\dots\dots (5)$$

在此二式中， R 及 G 均為常數，不因電流之大小而變更，二者之價值，僅依物體之性質，大小，形狀，及溫度而定。據前段所述之電阻及電導之意義， R 即表物體之電阻，而 G 則表物體之電導，其相互關係乃

$$R = \frac{1}{G} \dots\dots\dots (6)$$

在少數物質中，電流與電動勢不作正比。遇此種情形時，該物質之電阻 R 或電導 G ，仍常用方程(5)之定義決定之。不過此時， R 或 G 不為與電流大小無關之固定常數而已。

Ohm 定律之應用，不限於完閉電路，實亦可用於電路中不包含電動勢之各段落。應用於電路之一段時，方程(5)中之 E ，須改用此段兩端之電位差 V ，即：——

$$V = IR \text{ 或 } I = GV \dots\dots\dots (7)$$

在電路中兩點之電阻 R ，與通過該兩點間之電流之乘積，常稱爲

兩點間之電位降落 (potential drop)，或兩點間之電壓 (electric pressure 或 voltage)。在方程(7)中，電位降落，或電壓之方向，應隨電流之方向而定；凡順電流之方向者為正號，反電流之方向者為負號。惟在平時，電壓一詞，多僅指兩點間相差之伏特數 (number of volts) 而不計其符號。

(47.5) 電阻之單位 Ohm 定律可視作單位電阻之定義。以是當加於某物體兩端之電動勢為一單位，其所生之電流亦為一單位時，則此物體之電阻即為一單位電阻。無論用何種單位制度，此定義均可應用。在實用單位制度中，電阻之單位，為紀念 Ohm 起見，名為歐姆。一歐姆即為導線兩端之電位差為一伏特，而其中之電流為一安培時，其電阻之價值。因一伏特等於 10^8 個電磁單位之電動勢，一安培等於 10^{-1} 個電磁單位之電流，故

$$1 \text{ 歐姆} = \frac{10^8 \text{ 個電磁單位電勢}}{\frac{1}{10} \text{ 個電磁單位電流}} = 10^9 \text{ 電磁單位之電阻} \dots (8)$$

用 Ohm 定律所定之歐姆價值，實際上仍為一種絕對的實用單位，因其係絕對電磁單位之倍數，故有時名方程(8)所定之歐姆為絕對歐姆 (absolute ohm) 以表明其與下節所述之國際歐姆不同。

電導 G 既等於電阻 R 之倒值，故有時將歐姆倒寫以作電導之單位，茲讀之為姆歐 (mho)。

(47.6) 國際歐姆 前此所述之電動勢，電流，與電阻各實用單位，均為絕對電磁制度各單位之倍數。為便於比較各種電阻起見，在 1908 年之國際電學會議，各國曾承認採用一較易於做製之標準單位電阻，此單位名為國際歐姆 (international ohm) 或法定歐姆 (legal ohm)。一個國際歐姆，等於長 106.300 厘米，質量 14.4521 克，截面積均勻不變之水銀柱（即截面積約 1 方毫米）在冰點時，對於不變之電流所發生之電阻。此種標準電阻，悉按其定則製造，常為世界各國法律所公認之歐姆。其定義與絕對歐姆之定義根本不同，惟其價值則與絕對歐姆之價值相差甚微，故在實際問題中，國際歐姆，與絕對歐姆，多可不必區別。

(47.7) 電阻係數 導體之電阻，在同一溫度下，因其大小，長短，及形狀而不同，是以欲比較兩種物質之電阻或導電本領，必須用大小，長短及形狀相同之樣本。至於各導體之電阻，與其形狀，大小，長短之關係，可以水管為例。通水之管愈長，其阻力亦愈大；管之截面愈大，在一定壓力之下，所通過之水亦愈多。依照此理，或用實驗，即可證明一均勻導線之電阻，係與其長度成正比，而與其截面積成反比，其方程如次：

$$R = \rho \frac{l}{A} \dots\dots\dots (9)$$

式中 R 為電阻， l 為長度， A 為截面積， ρ 為一比例因數，其價值由導體之溫度及性質，與所用之單位而定。今名 ρ 為導體之電

阻係數 (resistivity)。以厘米作長度單位，取一立方厘米之導體，而量其一面至其對面之電阻，所得之值，即該導體在一定溫度時之電阻係數。 ρ 之倒數，常名為電導係數 (conductivity)。若用電導係數 γ ，則電導之方程可寫作

$$G = \gamma \frac{A}{l} \dots\dots\dots (9)$$

各物質之電阻係數，或電導係數，除因溫度之不同而有差別外，亦視其製造時，所經歷之情況而稍異。故同種物質之電阻係數，有時亦不一致。此外，光與磁場對於數種物質之電阻係數，亦有影響。例如硒 (selenium) 之電阻，為明亮之光所映照時，其值較諸其在黑暗中時可減少數倍，以至於十數倍。又如鉍 (bismuth) 在磁場中，其電阻之值隨磁場之方向而異。茲將各種普通物質之電阻係數之大略價值列表於下。

第二十六表 電阻係數 ρ 與其溫度係數

物 質	ρ (在 0°C. 時之值) (單位為歐姆與厘米)	溫度係數 (溫度單位為°C.)
鋁	3×10^{-8}	0.0043
銅	1.5×10^{-8}	0.0042
德國銀	20×10^{-8}	0.0004
鐵	8.53×10^{-8}	0.0062
鉅銅合金	42×10^{-8}	0.00002
錒	94×10^{-8}	0.00075
鉑	9.6×10^{-8}	0.00386
銀	1.5×10^{-8}	0.00377

(47.8) 電阻之溫度係數 各種物質之電阻，與其溫度之關係，在尋常溫度之範圍內，可以下列方程表明之：——

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t + \beta t^2 + \dots) \dots\dots\dots(10)$$

式中 R_t 表物體在 $t^\circ\text{C}$. 時之電阻， R_0 為其在 0°C . 時之電阻， α, β, \dots 等則為常數。常用物質之 α, β, \dots 等，其值以 α 為最大，其餘均可省略；換言之，在尋常情形之下，電阻與溫度之關係乃直線的；即

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t) \dots\dots\dots(11)$$

式中之 α 名為電阻之溫度係數，(temperature coefficient of resistance)。各種金屬品之溫度係數，據第二十六表所列舉者，均為正號。此即表示當溫度增加時，導體之電阻亦隨之而增。惟碳質之 α 則為負。此外，尚有數種合金，其 α 極小，例如表中之錳銅合金 (manganin)。此種物質，為各種需要不因溫度改變而變更之電阻所必用。銅質導體，其電導既大（僅較次於銀），價值又低，故在應用上，最為普遍。其電阻與溫度之關係常可寫作：——

$$\frac{R_t}{R_0} = \frac{234 + t(^{\circ}\text{C}.)}{234} \dots\dots\dots(12)$$

自此公式言之，讀者或將以為當 $t = -234^\circ\text{C}$. 度時，銅之電阻必將等於零，其實不然，蓋在極低溫度時，上式不能應用。Kalmerlingh Onnes 曾以實驗表示數種物體在極低溫度時之電阻 R_t 僅為其在零度時之 R_0 之數萬萬分之幾。在此種“超導”

(superconductivity) 狀況下，若電路有相當之電感量（見後 55 章），縱使取去電動勢，其電流常可繼續流行至數小時之久云。

電阻之價值，既因溫度而變更，故可利用此理，以測定溫度。此種設備，名為電阻溫度計，(resistance thermometer)。通常之電阻溫度計，乃用鉑線製成。鉑線之溫度係數，及阻電係數均頗大，故其靈敏度亦較佳。此外，鉑線電阻溫度計，所能量計之溫度範圍甚廣，上自 1200°C ，下至甚低之溫度，均適用之。

此外又有利用電阻隨溫度而變更之事以測輻射之強度者（參較後 69.8 節）。法將兩個完全相似之極薄鉑片（約 0.001 毫米），上各塗黑而分接於 Wheatstone 橋（下節）之兩臂。若令輻射落於其一之上，則自電阻之變更，即可計得溫度與其所吸收之輻射能量。此式電阻測溫器 (bolometer)，用於輻射之研究，頗稱便利。

(47.9) Wheatstone 橋 依電阻之定義，其價值可由電動勢與電流之比值測定之。此種測定電阻之法則，名為電位降落法 (method of potential drop)；惟由是所得之結果，常不易準確（見後 52 章）。如僅欲求兩個電阻之比值時，可用 Wheatstone 所首創之聯接法，名曰 Wheatstone 橋 (bridge) 者。此法用四個電阻，一電池，及一電流計，依（圖 272）之接法聯接之。當各電阻之值適可使電流計之指示為零時，在 b 及 d 兩點之電位係相等。茲簡稱此情形為平衡狀態。在平衡狀態時，各電阻之比

值可以 Ohm 定律求之。例如令各電阻之價值分爲 A, B, C, D, G , 如圖, 在平衡狀態時, 電流計 G 中無電流, 故通過 A 及 B 中之電流必相等。今假令其值爲 I_1 。同理, 在此時通過 C 及

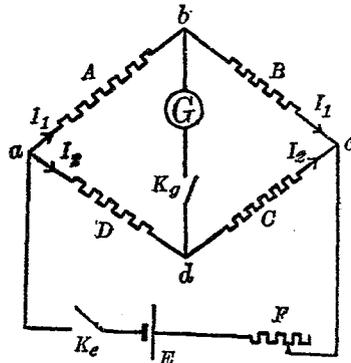


圖 272

D 之電流亦必相等, 茲令之爲 I_2 。因 b 及 d 兩點之電位相同, 故知

$$AI_1 = DI_2 \text{ 與 } BI_1 = CI_2 \dots\dots\dots (13)$$

由是即得

$$AC = BD. \text{ 或 } \frac{A}{B} = \frac{D}{C} \dots\dots\dots (14)$$

此即言在橋兩對方之兩個電阻, 其乘積彼此相等。準此, 倘已知兩電阻之比值, 則其他兩電阻之比值, 即可求得。若已知三電阻之值, 則第四電阻之值, 亦可計得。在平衡狀態時, 各電阻之比值, 既不受在電流計部分內, 或電池 E 部分內各電阻之影響, 故實際上, 電流計與電池之位置, 可以互相交換, 而不失其平衡狀態。

用 Wheatstone 橋時，在電流計 G 與電池 E 之路段中，均須接以電線如圖中之 K_g 及 K_e 以備調節時之用。求平衡點時，須先關閉 K_e ，然後啓閉 K_g 數次，以視電流計指針是否完全不動。若先關閉 K_g ，再開或閉 K_e ，則因各電阻所含之自感量不同之故，縱使已得平衡狀態，電流計指針，亦將於啓閉 K_e 時，呈相當之暫時的 (transient) 偏轉。此影響不但使平衡狀況難於測定，且有時偏轉過大亦足以毀壞電流計。除此點外，使用 Wheatstone 橋時，在電池 E 之路段中常串聯以一可變電阻 F ，以減少未平衡時之電流。這橋幾完全平衡，然後將 F 減小以增加橋之靈敏度。

(47.10) 電阻之形式 在實驗室中常需大小不等之電阻，例如前節所述之 Wheatstone 橋，需已知之電阻三個，方可測定第四個電阻之價值。茲述數種簡便之電阻形式於次。

實驗室中之電阻，可分為標準電阻原器 (primary standard)，與標準電阻副器 (secondary standard) 二種。標準電阻原器之構造，須按照國際歐姆定義製之。標準電阻副器，或為單個線圈，或為數組線圈，合置於一匣內而成。線圈均用“無感應”之繞法 (見後 54 章)，先將線疊為半長，然後繞在圓筒上，如(圖 273)。

標準電阻之導線，多用錳銅合金 (manganin)，

以免受溫度之影響。圖 (274) 所示乃一單個線圈

之標準電阻副器。由數個線圈所組合之電阻器，

有二式，一為轉盤十進阻 (dial decade box)，

一為塞子匣 (plug box)。二式內之線圈，亦

均用“無感應”繞法，繞於小管上；各管悉分



圖 273

置於膠木板下，每管上纏之兩端，則分別接於板上金屬質之接頭。此外，尚有兩個接柱，備將匣加入於電路中。在轉盤式電阻匣上（圖 275）每匣所包含之電阻，分為數組，每組由十個同值之電阻串聯而成。每個電阻之價值，均係單位電阻之十進倍數或分數。欲得相當之電阻，可旋轉各組之轉盤，以與匣上相當之接頭接觸。在塞子式之



圖 274

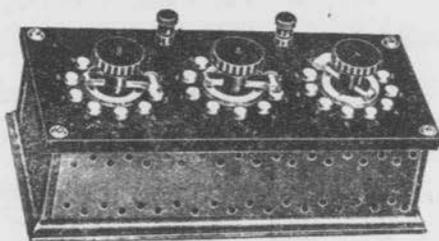


圖 275

電阻匣內（圖 276），其各電阻之比值多為 1, 2, 3, 4，或其十進倍數或分數。此等電阻悉行串聯，串聯後，其每個接點，復各與匣上一黃銅塊聯接。各銅塊間鑽有小穴，以收容黃銅質塞子。各塞子如均緊插於兩塊間，則全匣之電阻幾等於零。若拔去某兩塊間之塞子，則與該兩塊連接之電阻，即被加入電路中。用此式匣時，須將各塞子插緊，不然，則所得之電阻，與匣上所刻定之價值可有甚大之差異。此外，

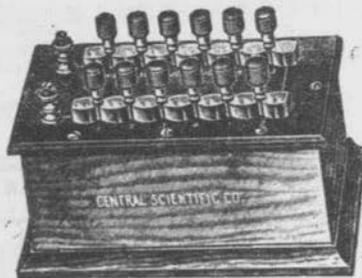


圖 276

欲作較準確之實驗時，電阻匣中各電阻，均須先與可靠之標準比較後，方可應用。

(47.11) 各式 Wheatstone 橋 Wheatstone 橋可由四個電阻組成。尋常用時，其三個已知電阻，常合併於一匣內，以便於攜帶。圖(277)表示一式 Wheatstone 橋匣內之連接方法。有時，橋中兩鄰近電阻，如圖(277)中之 A 與 B ，乃由一電阻頗大之長線兼任之。線長一米，上有一滑動之接頭以作圖

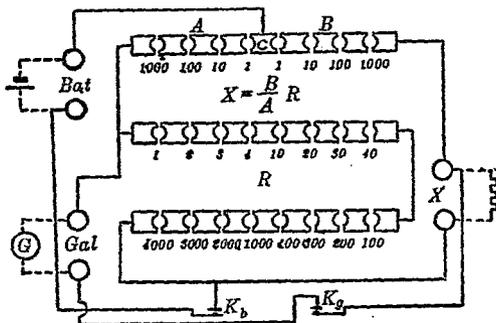


圖 277

(277) 中之 G 點。此式橋常名爲滑線橋(見圖 278)。凡欲比較之電阻，可各接於橋之左右兩空隙。由滑線上接觸點之位置，即可知 A 及 B 兩電阻之比值。滑線之電阻，與其長度成正比，故

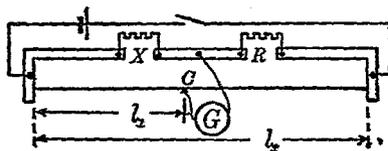


圖 278

當平衡時，若接觸點之位置，距左端為 l_1 ，則

$$\frac{X}{R} = \frac{l_1}{l-l_1} \dots\dots\dots (15)$$

式中 l 表滑線之全長，設 R 之值已知，則 X 之值即可求得。

滑線之粗細常不一致，故欲得較準確之結果，須將滑線各段之電阻，加以校正；

且如欲減少觀察之誤差，則其平衡時接觸點之位置，須近於滑線中部。

用滑線橋時，除滑線之電阻不均匀外，尚有兩種誤差，須特別注意：一為接觸點之指示不準，一為橋兩端較粗大之導體，亦有電阻。欲減少此兩誤差，可對調已知與未知電阻，再求平衡點一次。設在滑線左端外各導體之電阻，與滑線長 α 厘米之電阻相等，而在其右端外各導體之電阻，則等於滑線長 β 厘米之電阻，當 X 在左， R 在右時，平衡點距左端為 l_1 ，對調 X 與 R 後，平衡點改在 l_2 處，則按公式 (15)

宜有

$$\frac{X}{R} = \frac{l_1 + \alpha}{l + \beta - l_1} \text{ 與 } \frac{R}{X} = \frac{l_2 + \alpha}{l + \beta - l_2} \dots\dots\dots (16)$$

更引用分數之原理，即得

$$\frac{X}{R} = \frac{l + \alpha + \beta + (l_1 - l_2)}{l + \alpha + \beta - (l_1 - l_2)} \dots\dots\dots (17)$$

如 $(\alpha + \beta)$ 較之 l 極為微小，而可忽略，則上式可書作

$$\frac{X}{R} = \frac{l + (l_1 - l_2)}{l - (l_1 - l_2)} \dots\dots\dots (18)$$

此中 l 為線之全長， $(l_1 - l_2)$ 為平衡點移動之距離，二者均與接觸點指示之不準無關，故用此法即可免除此項誤差。

(47.12) 電阻之串聯與其並聯 既知電阻之意義，與其測量法，茲考究任意聯接若干電阻之後，其總值如何。設將電阻

R_1 之一端，接於第二電阻 R_2 之一端， R_2 之他端，復接於 R_3 之一端，如是以次串聯如圖 (279)；此種接法名為串聯法 (series connection)。將各電阻串聯時，通過各電阻之電流均係同值，

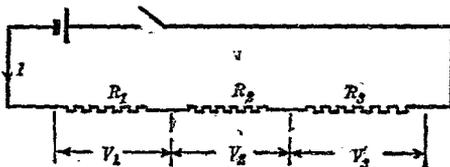


圖 279

而在此組合兩端之電壓 V 係等於各個電阻兩端之電壓 V_1, V_2, \dots 等之和，即

$$V = V_1 + V_2 + \dots + \dots \dots \dots (19)$$

但 $V_1 = IR_1, V_2 = IR_2, \dots$ 故 $V = I(R_1 + R_2 + \dots) \dots (20)$

惟據電阻定義，此組合電阻之總值係：—

$$R = \frac{V}{I} = R_1 + R_2 + \dots \dots \dots (21)$$

故串聯電阻之總值，乃等於各個電阻之值之總和。

設各電阻之一端，均接於一處，其他端亦均接於一處如圖 (280) 則名為並聯法 (parallel connection)。用此種接法時，各個電阻兩端之電位差均相等，而通過此組合之總電流 I ，則等於在各個電阻中之電流 I_1, I_2, \dots 等之總和，即

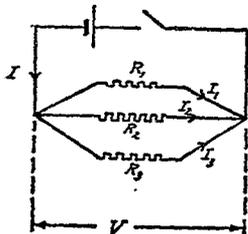


圖 280

$$I = I_1 + I_2 + \dots + \dots \dots \dots (22)$$

$$V = V_1 = V_2 = \dots \dots \dots$$

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 = \dots \dots \dots (23)$$

故
$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \dots = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \right) \dots (24)$$

依電阻定義，並聯電阻之總值 R 遂必滿足下列方程

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \dots \dots (25)$$

若以電導 G 表此關係，則得

$$G = G_1 + G_2 + \dots \dots \dots (26)$$

由此可知，並聯電阻之總電導等於各個電導之總和。

以上所算得之串聯及並聯電阻之總值可用 Wheatstone 橋或他法證實之。總言之，數個串聯電阻之總值，較各個電阻之最大值尤大；數個並聯電阻之總值，較各個電阻之最小值尤小。

(47.13) Kirchhoff 定律 在簡單之電路中，電流與電動勢之關係可由 Ohm 定律決定之。但在較繁複之電路中，如欲計算各部分中之電流，或某兩點之電位差，則須用 Kirchhoff 氏之兩個定律。Kirchhoff 之第一定律謂：通過電路中任何一點之電流之代數和等於零。此定律之意義甚明顯，蓋電流之流行，有如管內之水流，不能聚集於電路中任何一點，故向某點流入之電流，與從該點流出之電流係相等。假定流入一點之電流為正號，從該點流出者為負號，則此定律可寫作

$$\Sigma I = I_1 + I_2 + \dots = 0 \dots \dots \dots (27)$$

Kirchhoff 第二定律，乃由 Ohm 定律擴充而來。此定律謂：在任何完閉電路中，各電動勢 E 之代數和，等於在該電路中各段之電位降落 IR 之和。此律之物理的意義亦至明顯，蓋電位之升降，有如高度之升降，而電源之電動勢，實與增加電位無異，故自電路中任何一點出發，而回至此點時，其電位之值係不改變，而沿路以計，電位降落之總值遂等於其增加之總值，或電動勢之總值。若以方程表之，則有

$$\Sigma E = \Sigma IR \dots \dots \dots (28)$$

應用此定律時，可先假定一正方向，然後依此方向以定各電動勢 E 及各電位降落 IR 之符號。凡與正方向相同之 E 及 I ，其符號均為正，否則為負。

無論如何繁複之電路，均可用 (27) 及 (28) 兩方程以推出相當之方程式然後聯解之。但在計算問題時，初學者最好採取下列步驟，以免錯誤。

(1) 作一簡單之線路圖以表明各電動勢與電阻之位置，及其價值。如遇串聯或並聯之電阻時，最好先分別合併之使各組僅為一值。如是線路較簡，計算較便。

(2) 任意假定在線路各段中之電流方向，並在各段旁繪矢頭以表明此方向。在答案中，如所得某電流為負值時，即表示電流之實際方向與所假定之方向相反。

(3) 分別表明在電路各段中之電流。關於此層，應注意在同一導體或其引線部分內之電流須用同一記號，以免記號過多。照按此法標誌之後，共有 m 個電流則亦必

有 m 個互相獨立之方程，方能算出各電流之值。求此 m 個獨立方程時，可用 (27) 及 (28) 兩定律。但由此所得之方程常不僅 m 個，因其中非全為獨立者。故為免除重複起見，須特別注意下述之兩條。

(4) 如線路中數個電流之匯聚點共為 n 個，可任擇 $(n-1)$ 點，應用第一定律而得 $(n-1)$ 個獨立的方程。至於用第 n 個交點所得之方程，實可由此 $(n-1)$ 方程推出，而非獨立的，故不可重用。又一較便之方法，係於標誌各段線路中所通行之電流時，即引用方程 (27) 所示之關係，以減少未知量之數目。例如遇有三個電流匯聚於一點時，且已知或已假定其一為 I_1 ，其二為 I_2 ，則其三可直以一 (I_1+I_2) 表之，而勿庸另用一新的未知量 I_3 。

(5) 若用 Kirchhoff 之第一定律後尚有 $(m-n+1)$ 個未知量，則可自線路中選擇 $(m-n+1)$ 個獨立的完閉電路，而應用第二定律以推出其餘之 $(m-n+1)$ 個獨立的方程。

(6) 以最便利之方法，例如消除法，代替法，或行列式 (determinant) 聯解所得之 m 個一次方程式。茲舉數例於下：

例一 求 Wheatstone 橋不平衡時，電流計 G 中所通行之電流。

(1) 先繪一圖，並標誌各部之電阻如圖 (281)。

(2) 任意假定各段中電流之方向，並以矢表明之。

(3) 用下標 (subscript) 表在各電阻中之電流如 i_A, i_B, \dots 等。

(4) 圖中共有六個電流，匯聚點四個。由後者引用第一定律，可得三個獨立的方程，其餘三個方程須引用第二定律，方可求得。今選 a, b, c ，三點，依方程

(27) 得

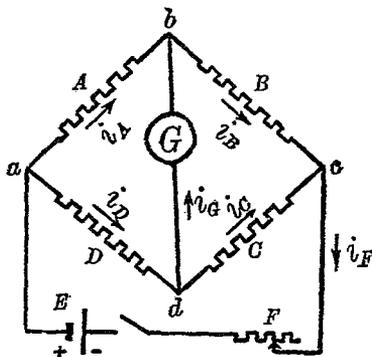


圖 281

$$i_F - i_A - i_D = 0 \dots\dots\dots (29)$$

$$i_A + i_G - i_B = 0 \dots\dots\dots (30)$$

$$i_B + i_G - i_F = 0 \dots\dots\dots (31)$$

讀者可自行證實，如用 d 點則所得之方程，可由上列三方程推出。由第一定律所求得之獨立方程已盡，今須引用第二定律。沿 $adcEa$ 電路，依方程 (28)，即有

$$E = Di_D + Ci_C + Fi_F \dots\dots\dots (32)$$

沿 $abda$ 電路：

$$0 = Ai_A - Gi_G - Di_D \dots\dots\dots (33)$$

此中電位降落之符號，凡與矢向同者為正，反之則為負。又沿 $abcd a$ 電路，

$$0 = Ai_A + Bi_B - Gi_G - Di_D \dots\dots\dots (34)$$

讀者至此亦可證實自其他電路，例如沿 $bcdb$ 或沿 $abcEa$ 兩電路，所得之方程，與上列 (32)，(33)，(34) 三方程，均非互相獨立者。今有六個未知量，且有六個方

程，解法可用行列式或他法求之，茲不陳述。

例二 求在圖(282)甲中 R_3 與 R_1 中之電流。

(1) 先聯合 R_5 及 E_6 而求其總值 R_{56} ，次聯合 E_3 與 R_4 為 R_{34} ，再聯合 R_{56} 與 R_{34} 以作 E_0 。如是此線路可用圖(282)乙表示之。至於 E_1 與 R_2 則非並聯，故不能先行按並聯法則以合併！

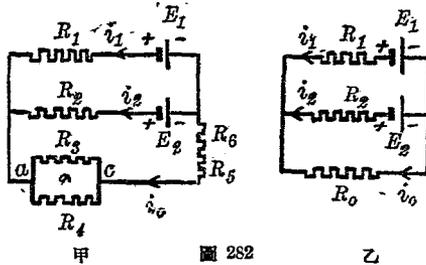


圖 282

(2) 以矢表各電流之方向，並用下標分別注明各電流。今未知之電流，僅有三個，故只需三個方程。

(3) 圖(282)乙中有兩個匯聚點，故自第一定律僅可得一個方程即

$$i_0 + i_1 + i_2 = 0 \dots\dots\dots (35)$$

用第二定律，沿 $E_1 R_1 E_0 E_1$ 線路得

$$E_1 = -E_0 i_0 + i_1 E_1 \dots\dots\dots (36)$$

沿 $E_1 R_1 E_2 E_2 E_1$ 線路，則得

$$E_1 - E_2 = R_1 i_1 - i_2 R_2 \dots\dots\dots (37)$$

讀者請注意此中之符號。今以沿 $E_1 R_1 E_2 E_2 E_1$ 方向為正，故 E_2 為負號， $E_1 i_1$ 為正，而 $E_2 i_2$ 為負！由此三方程，即可求得 i_0, i_1, i_2 各值。既知 i_0 之值，即可恢復原有

電路之 R_3 及 R_4 部分以求 i_3 及 i_4 之價值。至於在 R_5 或 R_6 中之電流應為 i_0 。則甚明顯。欲求 i_3 及 i_4 時，自第一定律，即得

$$i_3 + i_4 - i_0 = 0 \dots\dots\dots (38)$$

再引用第二定律於 aR_3aR_4c 線路中，乃有

$$R_3i_3 - R_4i_4 = 0 \dots\dots\dots (39)$$

聯解此二式後，則全題均解矣。

例三 求圖(283) E_a 及 E_b 兩電

阻中心點之電位差。令 i 為通過此電路中之電流。設以 V_{ba} 表 E_a 與 E_b 兩中心之電位差，而引用第二定律則得

$$\begin{aligned} -E_1 &= R_1i + \frac{R_b}{2}i + V_{ba} \\ +\frac{R_a}{2}i &\dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

又沿全路，得

$$E_2 - E_1 = i(R_a + E_1 + R_b + R_2) \dots\dots\dots (41)$$

由此二式， i 與 V_{ba} 均可先後算出。讀者可注意 V_{ba} 亦可用下式求之，即

$$+E_2 = \frac{R_a}{2}i + V_{ba} + R_2i + \frac{R_b}{2}i \dots\dots\dots (42)$$

且 $V_{ba} = -V_{ab} \dots\dots\dots (43)$

(47.14) Joule 定律 電流通過導體時，能使導體發熱，前已述之。至於所發生之熱量與電流及電阻之關係何若，則在 1841 年時 Joule 已用實驗求得一定律。Joule 定律謂：因電流

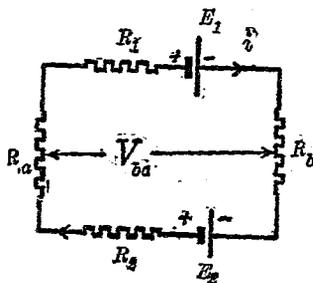


圖 283

所生之熱量 H ，與電流 I 之平方，及導體之電阻 R ，及通行之時間 t 三者成正比。其後彼復示明如 H 以卡路里計， R 以歐姆計， i 以安培計， t 以秒計，則

$$H = 0.238 I^2 R t \dots\dots\dots (44)$$

Joule 定律實可由能量不滅定律，與 Ohm 定律推求而得之。依電動勢與電流之定義，吾人知維持一定電流 I 所需之功，乃

$$W = EIt \dots\dots\dots (45)$$

當導體靜止，且不生他種耗費能量之作用時，此功均變為熱。但依 Ohm 定律， $E = RI$ ，故此功為 $W = I^2 R t$ 焦耳。將 W 除以熱之功當量，（即每卡路里 = 4.18 焦耳），即得因此功而生之熱量，其值為

$$H = \frac{W}{4.18} = 0.238 I^2 R t \dots\dots\dots (46)$$

電流所生之熱量，在頗多之應用上，均為無用之損失，例如電機與輸電之電線等。但在另一種應用上，則電流所生之熱頗有用，例如電燈與弧燈之供光；電爐之供烹飪，或冶金；保險線 (fuse) 之保護各種電路；熱線電流計之用於量測等等。在此等應用中，電燈與弧燈最為常見，茲分別說明其構造之大概於下。

(47.15) 白熾電燈 電流通過導線後，所生之熱量如甚大，可使導線發光。白熾電燈即應用此理。為免除氧化起見，燈絲常放置於真空玻璃泡內。絲之兩端，各穿過玻璃棒而達於燈泡上端之底金，以備插入燈座後，電流能通達於燈絲，以提高其溫度而使

之發光。Edison 在五十餘年前 (1879) 初發明電燈時，乃以碳質為燈絲。然碳絲可達之溫度有限，故不甚明亮。近日之電燈，多用鎢絲。鎢絲可達之溫度較高，故較為明亮。在鎢絲燈泡中，常充滿以氮氣，如是其所能達到之溫度更高，而其效率亦更大。不充氮式之白熾電燈，其效率約每支燭光需電功率 1.25 瓦特。用充氮式電燈，則有時可自 500 瓦特之功率得 1000 支燭之光量 (即每支燭光僅需 0.5 瓦特)。

(47.16) 弧燈 當兩碳桿有 50 至 100 伏特之電位差，而漸次接近至於兩桿間距離極近時 (約僅隔一薄紙片之距離)，兩碳開始通電流。既通電流之後，因接觸點之電阻甚大，故在該點遂有極大之熱量發生，以使其溫度達白熾狀況。各物質白熾時，即可放出電子，與帶有電荷之質點 (見後第 56 章)。故當碳端已達白熾溫度之後，若稍引離兩碳，其間即充滿已游子化之氣體 (即帶有電荷之質點)，而成爲甚良之導體。接於電源負極之碳，名爲陰極碳，接於電源正極之碳，名爲陽極碳。自陰極白熾點所發者，有電子，亦有帶負電荷之游子，故其速度較陽極白熾點所發射之帶正電荷之游子爲大。陽極之端，被此等速度較大之游子所射擊，乃呈凹狀之陷口 (crater)。陷口溫度極大，常達 3000°C . 之值。弧燈所發之光，大部分乃由此陷口射出。但弧之構成，須藉陰極之高溫度，因不如是，則陰極不能發射游子，而弧亦立熄。反之，陽極之溫度可減低，而弧仍能繼續存在。尋常之弧，

需電流自 6 至 10 安培，電位差自 45 至 60 伏特。此種弧燈，每耗一瓦特，可供燭光一二支。

爲維持兩碳間之距離起見，碳桿之上，常裝置自動機件，有如圖（284）所示。當未通以電流之時，因居上碳桿之重量，兩碳端乃互相接觸於 e 點。若有電流通行，則線圈 m, m 將 U 形鐵心吸上，以使兩碳分開而成弧。當碳端漸次耗失，電流漸減之時，吸力亦減而居上之碳乃下落。反之，若弧之距離過短，則線圈 m 所生之磁場頓加，遂吸引磁鐵，而令兩碳分開，至其應有之距離時而止。

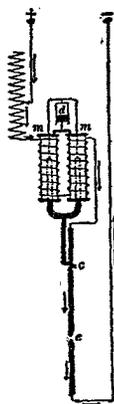


圖 284

(47.17) 金屬品導電之電子說 依照電子說，在金屬導體中之電流，乃由電子移動而構成，前已述之。此等電子不與一定之原子結合，可以自由移動，故可視作自由電子。在各種金屬導體中，自由電子之數目，約與原子之數目相等。當導線兩端無電位差之時，在線內之各電子，係向各方亂動，毫無偏向任何一方之趨勢，故導體中無電流。此情形頗似氣體分子之亂動。自由電子亂動之平均能量係由導體之溫度而定，其值亦可仿照 19 章所述氣體分子運動之學說推求之。當導線兩端有電位差之時，各電子除其原有之亂動外，均向電位較高之處移動。因其常與各原子碰衝，故其向一方移動之速度 u ，於達到一恆定之值後，即不復增。此恆定之平均速度，乃由各電子所受之力與其碰衝之頻率而定。電子所帶之電荷；既有一定之值 e ，其所受之力遂

與其所在地點之電場強度成正比，即與導線兩端之電位差 V 成正比。至於其與原子碰衝之頻率，則視在各種物質內，原子分佈之情況而異。據此則 Ohm 定律甚易說明，蓋若物質每立方厘米內共有 N 個自由電子，導線之截面積為 A 方厘米，則在一秒內通過此面積之電子，共為 $N Au$ 個，而在導線中之電流乃為 $I = N Au e$ ，此中之 u 既與導線兩端之電位差 V 成正比，故電流與電位差亦成正比，是即 Ohm 定律。在各種物質中， u 之值既亦視電子與原子碰衝之頻率而異，故各物質之電阻係數亦各不同。

當加電位差於導線兩端之後，各電子不但向電位較高之處移動，同時其亂動之程度亦較激烈。欲明此理，可先假設各電子起始均係靜止。當其向電位較高之處移動而與各原子碰衝之時，其反跳之方向仍為散亂的。此散亂運動之能量即為熱。於是電流之能量遂有一部分繼續的化為熱能。各電子移動之動能，既為 $\frac{1}{2} mu^2$ ， m 表其質量， u 表其速度，其所化為熱能者，復為此值之一定部分，故在每秒內所生之熱量亦與 u^2 ，即 I^2 ，成正比；是即 Joule 定律。

自本節所述之簡單情形觀之，良善之導體亦必為良善之導熱體。擴充此說法，並引用量子說，所推出物體電阻與絕對溫度之關係，及其導電率與導熱率之關係等，大體上均與事實符合，故自電子說出世後，金屬品電導之情形，可視作已有確實之解釋。

第四十七章 問題

(47.1) 何謂電動勢？電動勢與電位差之區別如何？試申述之。

(47.2) 試述單位電動勢之定義。一伏特之值與一電磁單位之電位差，其關係知

何？其與一靜電單位之電位差之關係又如何？

(47.3) 試述電阻與電導之意義。

(47.4) 何謂 Ohm 定律？試以電子說解釋此定律。

(47.5) 試區別絕對歐姆與國際或法定歐姆。

(47.6) 各物質之電阻或電導，係由何四項因子決定之？

(47.7) 言物體之電阻係數時，常稱其值為“每立方厘米若干歐姆”，其意云何？

(47.8) 何謂電阻之溫度係數？

(47.9) 試陳述以 Wheatstone 橋測定電阻之方法。

(47.10) 沿線橋兩端之聯接導線，及接觸點之指示不準，其所引起之誤差，可用何法以免除之？

(47.11) 將各電阻串聯，或並聯時，問其總值如何？

(47.12) 試申述 Kirchhoff 兩定律之意義及應用。

(47.13) 電流通行於導體中時，其所生之熱量之價值，由何三項因子決定之？

試以電子說解釋 Joule 定律。

(47.14) 試取一白熾電燈，並作簡圖以示其各部分之構造。

(47.15) 試述弧燈發光之情形。

(47.16) 設 V 表加於導線兩端之電位差， I 表其中所通行之電流， R 表導體之電阻， G 表其電導，試推出五式以表示導體所耗費電功率 P 之值。若所通過之電流有一定之值，則電阻愈小（或電導愈大）， P 之值亦愈小；若所加於導體兩端之電位差有一定之值，則電阻愈大（或電導愈小）， P 之值亦愈小；試自所得各式說明此兩事。

(47.17) 用炭絲之白熾電燈時，初通過之電流，常較燃亮後之值爲小，試說明之。

第四十七章 習題

(47.1) 茲有 32 支燭光，220 伏特之電燈一盞。若每支燭光所需之電功率爲 $\frac{5}{4}$ 瓦特，試計：(a) 此燈所通過電流之安培數，(b) 每小時所耗之能量；(c) 燈絲之電阻（以歐姆爲單位），(d) 燈絲之電導（以姆歐爲單位）。

(47.2) 設 (47.1) 題中之電燈係 110 伏特，32 支燭光者，試計算各量之值。

(47.3) 尋常住宅中所用之“保險線”，（即鎔化線 fuse）多僅能通過 5 安培之電流。問宅中同時燃點 32 支燭光，220 伏特之燈，其數至多爲若干盞？若用 50 瓦特，110 伏特之燈，則其數目至多若干？

(47.4) 設汞在 0°C . 時之比重爲 13.595，試自國際歐姆之定義計得其電阻係數。

(47.5) 設導線兩端之電阻爲 60 歐姆，問應如何加接另一導線以減少其電阻至 22 歐姆。試計此加入電阻之值。

(47.6) 電扇上所用銅質電線之溫度不得超過房溫 40°C ，若當房溫爲 25°C . 時，其電阻爲 220 歐姆，問其最大電阻之值不得超過若干歐姆？

(47.7) 表電線之電阻係數，電機工程界常用長一呎，直徑爲 $\frac{1}{1000}$ 吋（名爲密爾 mil）之圓線，或長一呎，截面積等於直徑爲 $\frac{1}{1000}$ 吋之圓線，（此面積之單位名爲圓密爾 circular mil）爲標準。同一圓密爾呎（circular mil foot）銅線之電阻約爲若干歐姆（若線之直徑爲 d 密爾，則其截面積爲 d^2 圓密爾）？

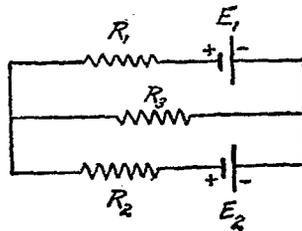
(47.8) 美國電線規 (American 或 Band Swire gauge) 所用以表示各線大小之號碼，每增大六號，線之直徑即約減小一倍。例如十號線之直徑約為 0.1 吋 (即 100 密爾)，其每千呎之電阻約為 1 歐姆，十六號線之直徑則約為 0.05 吋，其每千呎之電阻，則約為 4 歐姆，餘類推。試計 1, 20, 24, 30, 40 各號線長一千呎之電阻。

(47.9) 某銅線之電阻溫度係數 α 為 0.0039，炭絲之 α ，則為 -0.0003 ，今有電阻為 100 歐姆之炭絲，問應將若干歐姆之銅線與之串聯，方能得一不因溫度增減而變更之電阻。

(47.10) 若將 (47.9) 題所已求得之銅炭兩線並聯，問其電阻之溫度係數約為何？

(47.11) 用 Wheatstone 橋以測電阻時，若 A 與 B 之比值係固定， C 為已知可變之電阻， D 為未知之電阻 X 。當放 X 於 D 處時， C 之值當為 R_1 方能使橋平衡；今將 X 放於 C 處，則平衡時所應加於 D 處之電阻為 R_2 。試證明 $X = \sqrt{R_1 R_2}$ ，且與 A 及 B 之比值無關。若 A 與 B 之比值甚大，則此法不合於實用，試言其故。

(47.12) 問以鋁代銅作電線，二者每磅價格之比率應為若干方為合宜？



$$E_1 = 2 \text{ 伏特}, \quad E_2 = 10 \text{ 伏特},$$

$$R_1 = 10 \text{ 歐姆}, \quad R_2 = 20 \text{ 歐姆},$$

$$R_3 = 40 \text{ 歐姆}。$$

(47.13) 設有如上圖(155面)所示之電路；試求在各段中之電流。

(47.14) 若將前題中一電池之兩極對調，問各段中電流若何？

(47.15) 問前圖中之 E_1 ，其值與方向應為如何，在 R_3 中方無電流通行？

(47.16) 試計算當一Wheatstone 橋未平衡時，其電流計中所通過及電池所供給之電流各值。

(47.17) 設有銅線長 200 米，直徑為 0.5 厘米，其中通過 400 安培。若所生之熱量有百分之二十被輻射而消失，問在十分鐘內其溫度增加若干？

(47.18) 冬日維持某室之溫度於 20°C ，每日共需熱量 1,000,000 英熱單位。若用效率為 60% 之煤爐，而燃燒每磅可生 12,000 英熱單位之硬煤，煤每噸(=2000 磅)之價為十二元，問其所需之費用，與改裝電爐後相較，每日較多若干？電費每耗一千瓦一小時須付 0.24 元。

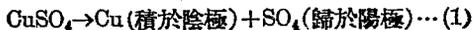
(47.19) 設在銅中自由電子之數目每立方厘米為 8×10^{19} 。今有 10 安培流行於半徑為 0.2 厘米之銅線，問各電子移動之平均速度若干？

第四十八章 電解

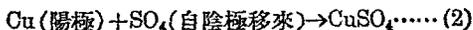
(48.1) 電解現象 鹽性，酸性，或鹼性之水溶液，通以電流之後，不惟生熱，且在導電流出入於溶液之金屬導體處，發生化學作用，將溶液分解為其原來成分。此種現象名為電解 (electrolysis)。因通過電流而被分解之導體名為電解質 (electrolyte)。在電解質中，放置兩金屬版，即成一電解器 (electrolytic cell)，可供電解實驗之用。兩金屬版名為電極 (electrode)；導電流入於電解質之電極名為陽極 (anode)；導電流離開電解質之電極則名為陰極 (cathode)。茲先舉數例以明電解現象之狀況。

例一 硫酸銅之電解 豎兩銅版於硫酸銅 (CuSO_4) 溶液中，以作銅電解器。通以電流之後，器內中部溶液之濃度幾不變更。惟陽極銅版之質量則漸減，陰極銅版之質量則漸增；且陰極所增之重，適等於陽極所失者。若所用之電流愈大，或電流通行之時間愈久，則陰極所積之銅亦愈多。此種積澱之銅，質甚純粹，故冶採純銅時，多利用電解方法。

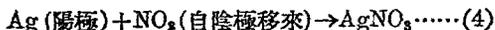
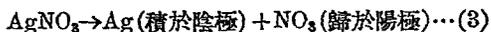
多數電解現象與本例所述之情形甚相似。例如用銀版為電極以硝酸銀 (AgNO_3) 作電解液，則積於陰極者，即為純銀。在銅電解器陰極所發生之反應為



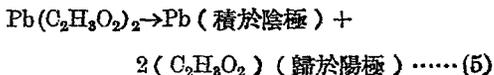
在陽極旁所發生之反應爲



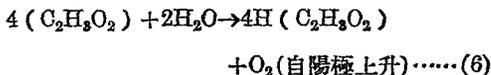
故電解時硫酸銅溶液本身之濃度不變。在銀電解器中之反應，則爲



例二 醋酸鉛之電解 置兩鉛版於醋酸鉛 $[\text{Pb}(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2)_2]$ 溶液中以作電解器。通以電流之後，在陰極上積得黑色之鉛，在陽極處，則有氣泡上升。若以相當方法，收集此氣而驗之，則知其爲氧。當電解時，在陰極旁之化學反應爲：



在陽極之化學反應則爲



因醋酸基 (acetic acid radical) 不與鉛發生化學作用，故在陽極遂有氧氣發生。自此等化學作用言之，即知當電解醋酸鉛時，其溶液之濃度必漸減。

例三 水之電解 極純淨之水，乃絕緣質，不能通導電流。但如稍加以電解質之後，用鉛版作電極，則水亦可被電解。今將已含少許稀硫酸之水，滿貯於有刻度之兩玻璃管中。倒置兩管於杯

中，如圖（285），在兩管之下端口內，各裝置一鉑片 A 及 C 以作陽極與陰極。通以電流之後，則氣泡自兩極上升以至管頂。用相當方法，可證明自陰極 C 所放出者為氫氣 (H_2)，而自陽極 A 所放出者則為氧氣 (O_2)。若計其所佔之容積，加以相當之改正後，並可知水分解後所生

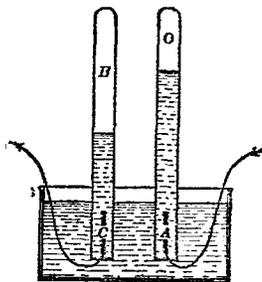
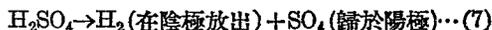
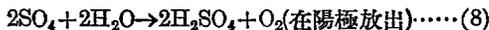


圖 285

之氫氣容積，實為氧氣之二倍。用此法以電解水時，其最後物質雖為氫與氧，然其實先被分解者乃硫酸，因在陰極之化學反應為：



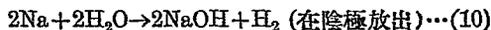
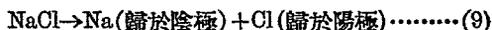
在陽極， SO_4 不能與鉑發生化學作用，故與水化合而放出氧氣，即



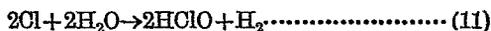
此例與前例二所述之現象，除原始之化學反應外（即硫酸與醋酸鉛之分解），在陽極處尚有副反應（secondary reaction）發生。此種副反應，乃電解時所常有之現象。茲再舉一例以顯明之。

例四 食鹽 (NaCl) 溶液之電解 置鉑版於食鹽溶液中以作電解器。在溶液中加入 phenolphthalein 一二滴。此液乃化學家

用以檢查鹼性溶液者，因其遇鹼性時，即呈明顯之紅色。今若通電流於此電解器，則在陰極旁之溶液立呈紅色。此乃因向陰極移動之鈉游子，既不能積於鉛版上，遂與水化合而成氫氧化鈉 (NaOH)，其反應如下：



至於移往陽極之氯游子則與水化合後常可產生次亞氯酸 (hypochlorous acid)，其化學反應較繁複，大致則可以下式代表之：



欲證明此酸質之存在，可改變電流之方向，如是則在陰極旁之溶液，須稍歷若干時間方呈紅色，此因新生之 NaOH 與原在該處之 HClO 化合故也。

例五 數個電解器之串聯 設將數個電解器串聯，以求分解時所得各物質之數量的關係。例如以一個水電解器，一個銅電解器，及一個銀電解器串聯於一電池。實驗畢，試將各陰極所積貯或放出物質之質量互相比較，即知在陰極所放出或積貯之質量與該物質之原子量 (atomic weight) 成正比，而與其原子價 (valency) 成反比。例如銀之原子價為 1，原子量約為 108，銅之原子價為 2，原子量約為 63.6，氫之原子價為 1，原子量約為 1，故由此三個串電解器所得之氫，銅及銀之質量之比值乃：

$$\text{氫} : \text{銅} : \text{銀} = \frac{1}{1} : \frac{63.6}{2} : \frac{108}{1} = 1 : 31.8 : 108$$

讀者可注意此節所述之關係，不問電解時有無副反應均可應用。電解現象之概要，已如上述，今可進而討論 Faraday 所發見之兩電解定律。

(48.2) Faraday 之電解定律 1834 年 Faraday 詳究甚多與前節所述各電解質相類似之電解情形，而歸納得兩條定律。其第一定律謂：電解時，在電解器陰極所放出或積貯之質量，與所通過之電流及時間成正比。例如 m 為在陰極所放出或積貯之質量（以克計）， I 為電流（以安培計）， t 為電流通行之時間（以秒計），則此定律之方程如下：

$$m = \epsilon I t \dots\dots\dots (12)$$

式中之 ϵ 為一比例係數，其值視所放出之物質及所用之單位而定。 ϵ 名為該物質之電化當量 (electrochemical equivalent) α 惟所通過之電量，乃等於電流與時間之乘積，故此式亦可寫作

$$m = \epsilon Q \dots\dots\dots (12a)$$

此即言某物質之電化當量 ϵ ，乃等於每單位電量所放出該物質之質量，或換言之，電化當量之倒數 $\left(\frac{1}{\epsilon}\right)$ ，等於放出一克質量所需之電量。試以氫為例，由實驗結果，吾人知放出一克氫所需之電量等於 96540 庫侖；故氫之電化當量為 $\frac{1}{96540} = 1.046 \times 10^{-6}$ 克/庫侖。Faraday 第一電解定律實可視為電化當量之定義。

Faraday 第二定律，則表示各種物質之電化當量之關係。此定律云：各種電解器通過等值之電量後，所放出各種物質之質

量，乃與各物質之化學當量(chemical equivalent)成正比，(化學當量之意義即前節第五例中所述之原子量與原子價之比值)。

此律可寫作下列方程：

$$\left(\frac{m_1}{m_2}\right) - \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\right) = \frac{w_1 v_2}{v_1 w_2} \dots\dots\dots (13)$$

式中 m 為質量， ϵ 為電化當量， w 為原子量， v 為原子價，下標 1 指第一個物質，下標 2 指第二個物質。是以若已知兩物質之原子量與其原子價，則自其一之電化當量，即可求得其他物質之電化當量。

前已言及欲放出一克氫所需之電量為 96540 庫侖。今自第二定律，且知如用各種不同之物質，欲電解得與其化學當量作正比之質量，其所需之電量亦悉相等；例如欲得 108 克之銀，或 31.8 克之雙價銅，其所需之電量亦為 96540 庫侖。因此，此電量常名為法拉第 (faraday) (參閱附註)。

(48.3) 國際安培 在應用上，除冶金，電鍍，電鑄之外，電解現象亦常用以測定電流之強弱。作此用之電解器，常名為庫侖計 (coulombmeter) 亦名伏達計 (voltmeter)，後名易與伏特計相混，故本書不用。在 1908 年之國際電學會議，亦曾採用一個法律的電流單位，名為國際安培 (international ampere)。其定義為，用一規定之銀電解計，通以不變之電流，如每秒所積

註：一個法拉第與一個法拉 (farad) 完全不同！1 個法拉第 = 96540 庫侖之電量，而一個法拉則等於實用單位之電容！

貯之銀爲 0.00111800 克，此不變電流即等於一個國際安培。此單位之定義，與由絕對制度所推導出之安培之定義根本不同，惟在實用上，二者相差不多，不必分別。

(48.4) 極化之反電動勢 在形式上，電解器與前節所述之簡單電池甚相似，其異點僅在電極。在電解器中所用之電極，多爲同質，而在電池中之電極則多爲異質。(48.1)節已述及電解器中所生之副反應，常使集於兩極之物質不同，例如當水被電解時，陰極放出氫，陽極放出氧。氧氫既各包圍兩極，其效果即與置兩個不同之電極於稀硫酸中相似。此種作用，名爲極化作用 (polarization)。極化後之電解器，其兩極所生之電動勢，其方向與外加電動勢之方向相反，故常名爲極化之反電動勢 (counter emf of polarization)。縱使電解時，無副反應足使集於電極之物質各異，例如用銅電解器時，極化反電動勢，仍常存在，蓋當電解時，雖無他質包圍兩電極，然陽極被溶化，陰極反增重，故在其旁之溶液，其濃度不同，於是電解器情形，即與濃差電池 (concentration cell) 相同，亦有一電動勢以反抗電流之通行。後(50.7)節所述之蓄電池，即利用極化現象以產生電勢者。電解器之極化現象，頗易顯示，茲述一例如次。

置兩鉑版於稀硫酸中，以作水電解器。今以一電流計與之串聯後，再接於電源。當電解既開始之後，電流計之指示，立即減少。此時若外加之電動勢減至一定值(約1.7伏特)之下，則電流將

不復通行，此蓋因水電解計之極化反電動勢約為 1.7 伏特故也。

(48.5) 電解質之電阻 因極化作用而生之氣體，對於電解質之電阻之實值，頗有影響，故測定電解質之電阻，不能用尋常 Wheatstone 橋之方法。但如將橋之電池，代以交流電，圖 (286) (即方向常變之電流)，則極化作用，可以免除，而 Wheatstone 橋之原理，亦可用以量電解液之電阻。惟改用交流電後，鑿定平衡點之直流電流計，亦須改用他種儀器，例如電話耳機 (telephone receiver)。作此種量度時，可滑動接觸點，以使耳機中聲音最

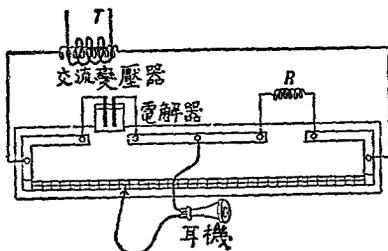


圖 286

微，然後再按 Wheatstone 橋公式以計算電解質之電阻。用此法所求得之電阻，在一定情形之下，例如濃度，溫度等均有一定之價值時，亦不因所用電流之大小而變更。換言之，Ohm 定律亦可用於電解液，惟在直流電路中，電解器之反電動勢必須計及之，故如以 E 表外加之電動勢， E_c 表電解器之極化反電動勢， R 表其電阻，則其中所通過之電流 I 為

$$I = \frac{E - E_c}{R} \dots \dots \dots (14)$$

(48.6) 電解液之電導與濃度之關係 電解液之電導與其濃度之關係，可用前節所述之交流 Wheatstone 橋方法測定之。溶液之濃度，可用每單位容量之溶液 (solution) 中被溶質 (solute) 之質量表之。在極稀溶液中，導電率與濃度幾成正比，但若濃度增大太甚，導電率雖亦增大，但其增加之比率則較小。此種結果，似表明在較濃之電解溶液中，所被溶化之分子未能全數參加導電作用。

(48.7) 電解學說 電解時所引起之化學作用，乃完全在電極之旁發生，在電解器中間，其溶液幾完全不受影響；此為電解時所生之化學作用，與尋常之化學作用不同之一點。Faraday 以為在電解液中之電流，乃由兩羣帶電荷之質點，即游子 (ion)，各向兩極移動而成。向陽極移動之游子，名為陽向游子 (anion)，向陰極移動之游子名為陰向游子 (cation)。陽向游子，乃自電位較低之陰極，向電位較高之陽極移動，其所帶者為負電荷；陰向游子所帶之電荷則為正號。在電解液中部，兩種游子均存在，故外觀上在此部分之電解液似無變化。至於在兩極處，此等游子各將其所帶之電荷卸於各極之後，乃與電極或溶液發生化學作用。

電解時金屬質與氫游子均向陰極移動，酸基之游子則向陽極移動，故金屬與氫游子均為陰向游子或正游子 (positive ion)，

非金屬質之游子則爲陽向游子或負游子 (negative ion)。

(48.8) 游子所帶之電量 在電解液中，游子所帶之電量可由 Faraday 定律推求之。據 Faraday 第二定律，凡與一定質量相關之電量，均有一定之價值，即每克當量 (gram equivalent) (某元素之化學當量以克表之者名爲克當量) 所帶之電量爲 $F=96540$ 庫侖。在單價元素中，每克當量所含之原子數目均爲 $N=6.06 \times 10^{23}$ ，而在雙價元素中，每克當量所含之原子數目則爲 $\frac{N}{2}$ ，……其餘類推。由是知每個單價原子所帶之電量乃爲 $e = \frac{F}{N} = 1.59 \times 10^{-19}$ 庫侖；每個雙價原子所帶之電量則二倍於此，餘類推。此結果表示任何原子游子化後，其所帶之電量，均爲此“天然單位”之倍數。

此天然單位電荷，與用他法 (見後 58.11 節) 所求出之電子之電量，完全相等，是爲現今所公認之最小電荷。前節所述之陰向游子，即爲短少一個或數個電子之原子，其所短少之數目即其原子價；陽向游子乃多帶一個或數個電子之原子，或原子羣，其所多帶之數目，亦即其價。在陽極處，陽向游子卸下其多帶之電子；在陰極處，陰向游子自電極收取電子，以補其不足。各原子或原子羣不缺少且亦無過剩之電荷後，始各與電極或溶液發生化學作用；至其不能發生化學作用者，則在電極處積貯或被放出。

(48.9) 電解液之游子化 綜上所述，知電解液中電流，乃由帶正或負電荷之游子移動而成。此等游子，在溶液中必先已存在，因用極微之電動勢，即可使電流

開始通行於電解液故。惟未加電動勢之前，此等游子之運動，無一定之方向，故液中無電流。既加電動勢之後，各游子乃依一定之方向移動以成電流。在濃度較密之溶液中，各分子固化為游子，但同時各距離較近之游子亦常復合而為分子。於是在某一定時刻，全體分子僅有一部分已游子化；而可參加導電作用，其餘未游子化之分子，則不能參加導電作用。若濃度減稀，各游子之距離較遠，則復合為分子之機會減少，而已游子化之分子；遂佔較大比率。在極稀之溶液中，分子之距離甚遠，游子化後而復合者極少。故其中各分子均可視為悉已游子化。據此以言，溶液之導電率，當不與其濃度成正比，蓋濃度依比例率增大，而其中參加導電之游子數則不依同率以增加也。至於各分子在水溶液中，所以游子化之理由，可謂因水之介電係數甚大（見前 45.1 節），故各分子中之帶電質點之互吸力較弱，而易分離。此理可用介電係數較小之溶液證明之。例如食鹽在介電係數較小之醋酸中溶化後，其導電率較溶化在水中時為小，是其一證。上述之游子化學說，不但可藉之以說明電解現象，即他種現象如溶液沸點之上升，凝固點之下降，以及滲透壓力等亦可利用此說法而解釋之。

第四十八章 問題

- (48.1) 試述下列各詞之意義：(a)電解器；(b)庫倫計；(c)陽極；(d)陰極；(e)電解質；(f)被溶質；(g)化學當量；(h)電化當量；(i)游子。
- (48.2) 電解時所生之化學變化，有時呈現副反應，有時則否，試各舉二例以證明之。
- (48.3) 當水或食鹽被電解時，如何可以辨識陽極與陰極？
- (48.4) 試敘述 Faraday 之電解兩定律。

- (48.5) 試區別國際安培與“絕對”安培。
- (48.6) 何謂法拉第？
- (48.7) 何謂極化之反電動勢？試舉一實驗以表示之。
- (48.8) 電解質之電阻，可否用 Wheatstone 橋測定之，試申述之。
- (48.9) 試簡述解釋電解現象之游子化學說。
- (48.10) 試敘述電解現象所示電之“原子”性之證據。

第四十八章 習題

- (48.1) 自原子量及原子價，試求下列各物之電化當量，假設已知銀之電化當量為每庫侖積澱 0.001118 克：
- 氫，氧，鉛，鋅，金，鐵(二價及三價)，銅(單價與二價)，鎳(二價與三價)。
- (48.2) 今欲將一寬三吋，長四吋之銅版鍍鎳，使其兩面均積有厚為 0.001 吋之鎳。若所用之電流密度，每方吋不得超過 0.02 安培，問所需之時間若何？鎳之比重為 8.9，其原子量為 58.6，其價為 2。
- (48.3) 設以稀 Na_2SO_4 溶液為電解質而欲在一小時內得 2000 立方厘米之氧氣，其溫度為 20°C ，其壓力為 76 厘米汞，試計所需之電流(一克分子之氣體在標準情形下所佔之容積為 22.4 升)。
- (48.4) 較準確之實驗表示一“絕對安培”每秒所積貯之銀為 0.0011183 克，則一絕對安培等於若干國際安培。
- (48.5) 設有兩電解器 A 與 B 並聯於一電池。 A 與 B 之電阻各為 5 與 10 歐姆，其極化之反電動勢則各為 0.1 與 1.5 伏特。電池之電動勢為 8 伏特，電池段內

之電阻（包含電池之內阻），則為 2 歐姆，試求兩電解器中之電流。問電池所供給之電功率若干？又問此電功率係如何分配？

(48.6) 設在用硝酸銀之電解器中，負游子與正游子之移動速度，為 7 與 3 之比，而每立方厘米溶液共有 3×10^{20} 個已游子化之分子。茲今通過此器之電流密度每方厘米為 0.5 安培，問正負游子移動之速度各如何？

(48.7) 設已知電子所帶之電荷為 1.591×10^{-19} 庫侖，試自鹽之電化當量計算每個鹽分子之質量。

第四十九章 電池

(49.1) 電池之主要部分 電池之形式，與電解器頗相似，惟最少須用三種不同之導體組合而成。常用之電池，多用兩種第一類導體作電極 (electrode)，以一種或兩種第二類導體作電解質 (electrolyte)。當電池供給電流時，導電流入於電池之電極，名爲負極 (negative pole)，其導電流離開電池之電極則名爲正極 (positive pole)。至於陽極與陰極兩詞，討論電池時，多不用之。

(49.2) 電動勢及內阻 當電池不供給電流時，其兩電極之電位差，名爲其電動勢。故電池之電動勢，等於其最大之電位差，蓋當電池供給電流時，兩電極之電位差，因須減去電池內部電阻之電位降落，故其值均較電勢爲小。準此，假定內阻爲 R_i ，當電池輸送電流 I 於一外阻 R_o 時，依 Ohm 定律，其電動勢應爲：

$$E = I(R_o + R_i) \dots \dots \dots (1)$$

各種電池之電動勢，視所用之電極，及電解質之性質，與溫度三者而定。至於其內阻，除所用之物質與溫度外，並因電池之大小而有差異。

(49.3) 電池之種類 各種電池，可分爲實用與標準兩種。實用之電池，又可分爲原電池 (primary cell) 與次電池 (secondary cell) 兩種。原電池係直接將化學能量變作電能；故

在原電池中，若供給化學作用之物品，一經消耗完畢，則其功用立即消失。此時，須更換或添加新材料，方可再生效能。次電池則不然。其化學能量，乃由電能變化而成。故當其所儲之化學能量用畢之後，可再將電能儲蓄於其中以增加其化學能量。此種手續名爲灌電 (charging) (俗名亦爲充電)。灌電之法係將電池之正極接於電源之正極，電池之負極接於電源之負極，以使通過電池之電流，其方向與電池自己供給電流 (即放電 discharge) 時之方向相反。次電池已經灌電後，即可供給電流。若其所灌之化學能量，經放電而用罄，可再行灌電以恢復其原狀，如是即可復用。次電池因可儲蓄能量，故又名爲儲蓄電池或蓄電池，(storage battery)。實用電池乃用以供給頗大之電流者，標準電池則不然，其職務在於供給一定之標準電動勢，以便與他種電動勢比較。重要之原電池有 Daniell 式與 Leclanché 式兩種；次電池則有鉛蓄電池與 Edison 蓄電池兩種；標準電池亦有 Clark 與 Weston 兩種。在未討論各種電池之前，茲先述簡單電池之缺點。

(49.4) 局部作用與極化 最簡單之電池，以銅鋅兩版放入稀硫酸中組成之者，其缺點有二：一爲局部作用(local action)，又一爲極化 (polarization)。

商用之鋅版，常含他種不純淨之物質，如鐵或碳之類。此等雜質，附着於鋅版上，置於硫酸內，即成多數之小電池，以使電

流作局部的流行，而發生化學作用。因此，雖在不用電之時，鋅版亦漸耗蝕，同時且被不導電之氣體所包圍。通常補救此弊之法，乃將鋅版先行洗淨，再置之於汞中，以使其成鋅汞齊 (zinc amalgam)。鋅版之面，既為鋅汞齊所包，硫酸遂不與各雜質等直接接觸。於是此等雜質將隨鋅之耗消而落下，而局部作用乃無從發生。

當電解液被分解時，在電極處所積之氣體，常生極化反電動勢。當簡單電池供給電流時，聚於銅版之氫，不但生一反電動勢，且增加電池之內阻而減少其所能供給之電流。通常有兩法可減少或消除此弊：一法在正極(銅版)處放置氧化劑 (oxidizing agent)，使氫氣化成水，此法為 Leclanché 電池所用；又一法則用不極化之電極，例如正極之物質與所積於其上者若為相同，則無極化現象，此法為 Daniell 電池所用。

(49.5) Leclanché 電池
Leclanché 電池，乃單液之電池，用氯化銨溶液 (NH_4Cl) 作電解質，碳與鋅

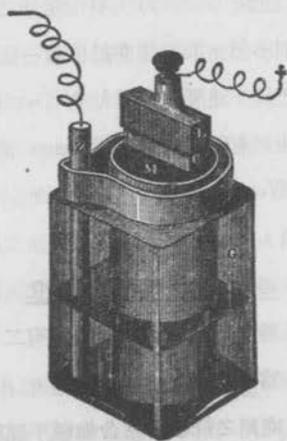
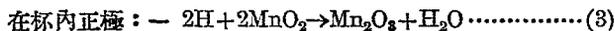
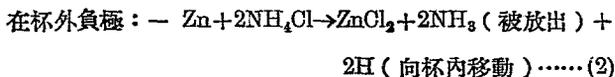


圖 287

作正負電極。爲免除極化起見，碳極常另置在瓷杯中，而以二氧化錳 (MnO_2) 及碳粉填塞其四圍 (圖 287)。當聯正負兩極以導體時，電池中所生之化學反應如下：——



Leclanché 電池之電動勢，約爲 1.5 伏特，但供給電流時，此值漸減少，因在碳極旁之氫不能立被 MnO_2 所氧化故也。惟如暫停其工作，則不久即能恢復其原有之電動勢。故此種電池，僅可供暫時之使用，例如電鈴之類。其電阻之值，比較上亦頗大。

尋常所用之乾電池 (dry cell)，實係 Leclanché 電池之變相。在乾電池中，鋅極製成圓筒，以作電池之貯器，碳桿則放於筒之中心，其四周以碳粉及二氧化錳填塞之後，並用吸水物質如木屑，紙屑等圍繞之，然後再充滿氯化銨 (NH_4Cl) 與氯化鋅溶液。裝好後，在其上以黑油封固之，以免蒸發 (圖 288) 所示者乃此種乾電池之截面。

(49.6) Daniell 電池

Daniell 電池，爲雙液電池，所用之銅鋅兩極，乃分放於濃硫酸銅溶

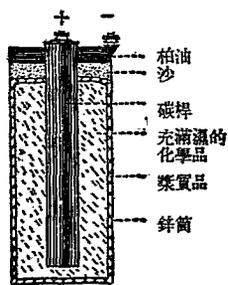


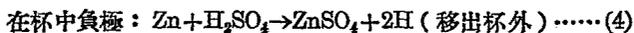
圖 288

液 (CuSO_4) 及稀硫酸鋅溶液 (ZnSO_4) 中。其稀硫酸鋅溶液，又先盛以微孔瓷杯 (porous cup) 而後放置於硫酸銅中如圖 (289)。用微孔瓷杯之目的，乃以去除兩溶液之互相混合，且同時可任杯內新生之氫，與杯外之硫酸銅溶液，發生化學作用。當聯銅鋅兩極之外部以



圖 289

導體時，電流自銅經導體流入於鋅，故銅為正極，鋅為負極。在電池內之化學反應如下：



Daniell 電池之電動勢，約為 1.1 伏特，因其無極化作用，故此電動勢不因使用多時而減少。但其內阻亦頗大。

Daniell 電池，有時不用瓷杯，而藉兩溶液比重之不同，以自行分離。此式電池，名為重力電池 (gravity cell) 式如圖 (290)。在杯底，先置爪形銅版以作正極，次注稀硫酸溶液於杯中，約達杯之一半，然後再藉一長玻璃管以注硫酸銅溶液於杯底，以使硫酸上升至上部，再置一爪形鋅版，以作負極。如是，兩溶液當不至混合，以影響於電池之功用。



圖 290

(49.7) 鉛蓄電池 次電池之原理，乃利用極化所生之反電動勢。此事吾人已於討論電解器時述及之。例如當水被電解後，在氧氫兩氣尚未完全逸散之前，苟用導體連接兩極，即可得少許電流，此電流之方向，乃與電解時電流之方向相反。不過氧氫二氣之存在，不能歷久，故用此法所得之電動勢，亦不能持久。

自 1860 年 Planté 發見製鉛蓄電池之方法後，蓄電池之應用始日益廣。Planté 置兩鉛版於稀硫酸中，外加電動勢以通電流。如是，陽版之鉛，氧化為二氧化鉛 (PbO_2)，其在陰版方面，則有氫氣放出。將此電池灌電之後，如用導體連接其兩極，則電流自紅色之 PbO_2 (正極)，經導體而流於鉛 (負極) (圖 291)。在此式電池中，其所生之化學反應甚為複雜，大

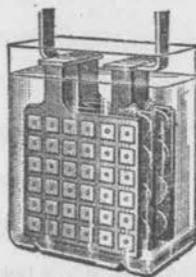
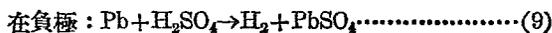
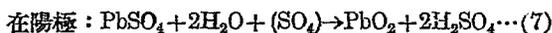
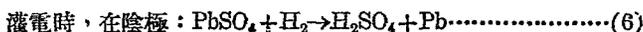


圖 291

約則如下列方程所示：



上列各化學反應可總合之爲



灌電時，其作用依上矢之方向進行；放電時則反之。自此方程可知此式電池灌電後，其溶液內之硫酸增加；放電後，則溶液內之硫酸減少，故由溶液之濃度，可決定此電池是否須灌電，灌滿電能之鉛蓄電池，其溶液之比重約爲 1.21；化學能量用完之鉛蓄電池，其溶液之比重則降至 1.16 左右。

尋常用 Planté 方法以製鉛蓄電池，須往反灌放電流多次，使鉛版面上屢經化學反應而呈海棉狀，方能延長其供給電流之時間。此種手續名爲電版的化成 (forming of plate)。其所需之時間甚久。迨後 Faure 發明先用氧化鉛及鉛分別裝於相當之鉛質架中以作電極。於是電版化成之時間始減少。

鉛蓄電池之電勢，在儲滿電能之後，約爲 2.2 伏特，此值可歷長時間之使用而不變。當所儲之化學能，幾完全用完之時，此電動勢漸降至 1.8 伏特。此時應立即灌電，否則電池將受損傷。鉛蓄電池之內阻甚小，故如用短而大之導線聯接其兩極，可得甚

強之電流。但在灌電或放電時，為延長此電池之壽命起見，切不可用過大之電流。

(49.8) 鎳鐵蓄電池 鎳鐵蓄電池乃 Edison 所發明。其所用之電解液為鹼性之 KOH，與鉛蓄電池之用酸性溶液有別。此式蓄電池之電極，其主要物質一為鐵，一為鎳(圖 292)。在此電池中之化學反應甚繁複，故至今尚未有確準之了解。惟其大概之情形如下：——

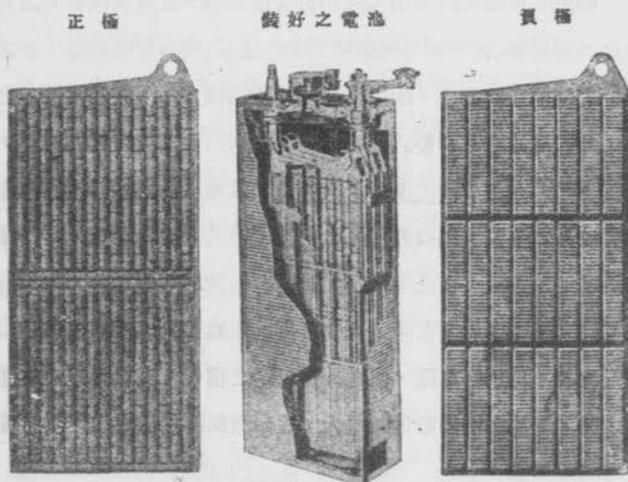


圖 292

灌電時，在陽極： $2\text{Ni}(\text{OH})_2 + 2(\text{OH}) \rightarrow 2\text{Ni}(\text{OH})_3 \dots\dots\dots (11)$

在陰極： $\text{Fe}(\text{OH})_2 + 2\text{K} \rightarrow 2\text{KOH} + \text{Fe} \dots\dots\dots (12)$

放電時，在正極： $2\text{Ni}(\text{OH})_3 + 2\text{K} \rightarrow 2\text{Ni}(\text{OH})_2 + 2\text{KOH} \dots (13)$

在負極： $\text{Fe} + 2(\text{OH}) \rightarrow \text{Fe}(\text{OH})_2 \dots \dots \dots (14)$

或總合之成一方程： $2\text{Ni}(\text{OH})_3 + 2\text{KOH} + \text{Fe}(\text{OH})_2 \rightleftharpoons$

$2\text{Ni}(\text{OH})_2 + 2\text{KOH} + \text{Fe} \dots \dots \dots (15)$

灌電時之反應，依上矢方向進行，放電時則反之。此方程兩邊之 KOH 係相等，故此種電池之溶液不因灌電或放電而改變，不似鉛蓄電池可用溶液之濃度以決定其放電之狀況者也。

鎳鐵蓄電池較容量同大之鉛蓄電池為輕，且可供給甚大之電流而不至損傷，故常用以供給較粗率之應用，例如電動機等。至其電極之結構則較繁複，故價格亦較鉛蓄電池為昂。在尋常情形之下，此式電池之電動勢，每個約為 1.3 伏特；至其內阻則亦甚小。

(49.9) 蓄電池之灌電及其容量 灌電於蓄電池時，須有電動勢較高之電源，然後將電源之正極，接於電池之正極，其負極接於電池之負極；在此電路中，並須有相當之可變電阻，安培計，及電鍵。當未開始灌電時，先令可變電阻為最大，待關閉電鍵以通電流後，再調節電阻，使電流達規定之價值。又當灌電尚在進行之時，電池之電動勢常漸增大，故如欲保持電流之值，須將可變電阻略為減少。

電池之容量，視其電極之大小，及所用之材料與數目而定。平常表示電池之容量，多用安培小時作單位，此蓋指電池繼續放出若干安培之電流，可經歷若干小時之謂。例如容量為 80 安培

小時之電池，可供給十安培，八小時；或五安培，十六小時。但如取用之電流太大，則電池之容量常減小。例如若自 80 安培小時之電池，取用四十安培，則不及兩小時即須灌電。

(49.10) 標準電池 在校定各種電池之電動勢，或比較電位差時(見後 51.15 節)，必先有一個標準電動勢，此電動勢須恆定不變，且如按法製造，隨時隨地，均須有一可靠之已知價值。依此目的而製成之電池，謂為標準電池 (standard cell)。現今所公認之標準電池有二種，一為 Clark 氏所首創，又一種則為 Weston 氏所發明。

在 Clark 標準電池中(見圖 263)，其正極為汞，且與硫酸汞粉接觸，其負極係鋅汞齊，電解液則為硫酸鋅。此種組合與 Daniell 電池甚相似，不過以汞代銅版，以硫酸汞代硫酸銅而已。依照規定之方法配合，Clark 電池之電動勢，在溫度 15°C . 時等于 1.434 伏特。若溫度為他值，則其電動勢可由下式計

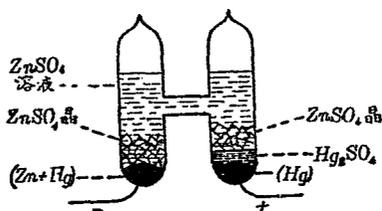


圖 263

算之：

$$e_t = 1.434 - 0.0012 (t - 15^\circ\text{C}.) \dots\dots\dots (16)$$

Weston 標準電池，與 Clark 電池大體相似，惟用鎘 (Cd) 汞齊代鋅汞齊，硫酸鎘 (CdSO₄) 代硫酸鋅，如圖 (294)。依照規定之配合法，其電動勢為 1.0183 伏特，此值幾完全不為溫度變更所影響。是為 Weston 電池之優點。此二種標準電池內所生之化學反應可用下列兩方程分別表出之：

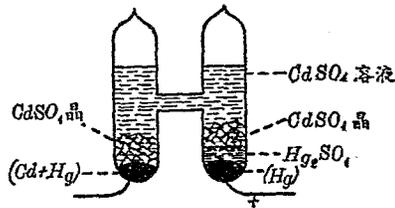
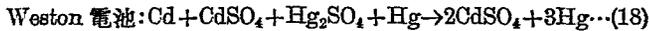


圖 294



兩電池之內電阻均甚大，故除供給標準電動勢之外，不能用以供給若干電流。若使用不謹慎，以致所通過之電流太大，則所發生之化學反應常可使其電動勢永久變更，而失去其原有之標準價值。

(49.11) 電池之聯接法 將一個電池之正極 (例如 Daniell 電池之銅版) 與第二電池之負極 (例如鋅版) 聯接，第二之正極與第三電池之負極聯接，以次類推，如圖 (295)，則得一組串

聯之電池。此電池組之總電動勢，等於各個電池電動勢之和，其總內阻亦等於各個電池內阻之和。如各電池悉為完全相同者，而其接於電

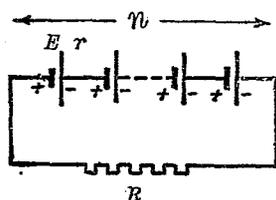


圖 295

池組外部之電阻為 R ，則所通過之電流依 Ohm 定律係等於

$$I = \frac{nE}{R + nr} \dots\dots\dots (19)$$

式中 n 表組中所含之電池數目， E 為每個電池之電動勢， r 為每個電池之內阻。

如將各個電池之正極與負極分別悉接之於一處，則得並聯電池組，如圖 (296)。倘所用之 n 個電池，均係完全相同者，則此種組合之電動勢，與單個電池之電動勢同值，其內阻則減少 n

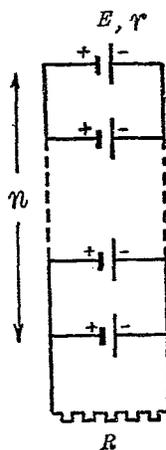


圖 296

倍。因此，如用之以通電流於外部電阻 R ，則所得之電流將為

$$I = \frac{E}{R + \frac{r}{n}} \dots\dots\dots (20)$$

此中各字母所代表之量同前。至於每個電池所供給之電流則僅為上值之 n 分之一。即 $\frac{I}{n}$ 。若各電池非完全相同者，則上式不能應用。遇此種問題時，必用前章所述 Kirchhoff 兩定律，方能得確切之解答。

電池組有時兼用串聯並聯兩法如圖 (297)。設共有 ps 個同樣之電池，混合接成一組，在組中串聯者每行為 s 個電池，並聯者共為 p 列。如是，此組之總電動勢，即等於每行之總電動勢

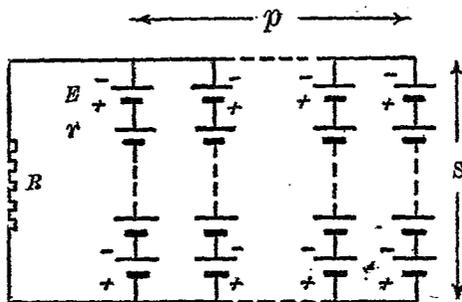


圖 297

sE 。每行之內阻為 sr ，但因有 p 列並聯，故此組合之內阻為 $\frac{sr}{p}$ ，如用此組合以通電流於外電阻 R ，其所得之電流為

$$I = \frac{sE}{R + \frac{sr}{p}} = \frac{psE}{pR + sr} \dots\dots\dots (21)$$

由上式可推得若有一定數目之電池，而欲使在一定外電阻 R 中通過最大之電流時，所用聯接法，須使電池組之總內電阻 $\frac{sr}{p}$ ，與

外電阻 R 之差為最小，因當 $\frac{sr}{p} = R$ 時， I 之值乃為最大故也。惟在此時，電池所供給之能量僅有一半輸到電路中，其餘一半乃耗於內阻，而變為無用之熱。換言之，在此種情形下，電池組之效率僅為 50%。

(49.12) 可逆電池之電動勢與化學反應 電池之電能既係由化學能量變換而來，故其電動勢之值可用能量不減原理以推求之。為簡便起見，茲假定電池為完全可逆的（即所儲於電池之電能均可全變為其化學能量），且其電動勢 E 之值不隨溫度而改變。如是若令電池負極溶化於電解液時，其每化學當量所放出之熱量為 H_1 卡路里，而每化學當量之正極溶化於電解液時所放出之熱量為 H_2 卡路里，則當電池供給一法拉第 F 之電量時，其化學能量之減少為 $(H_1 - H_2)$ 卡路里。是即其所供給之電能 EF ，或

$$EF = 4.18 (H_1 - H_2) \text{ 焦耳} \dots\dots\dots(22)$$

故電池之電動勢為

$$E = \frac{4.18 (H_1 - H_2)}{96540} \text{ 伏特} \dots\dots\dots(23)$$

(49.13) 伏特電池之學說 說明電池電動勢之來源，有數種學說；首為 Volta 所倡之接觸電位說 (theory of contact potential)，次為 Davy 之化學作用說 (chemical theory)，其三則為 Nernst 之滲透壓力說 (osmotic pressure theory)。

伏 Volta 之意見，兩個異質之物品相接觸後，即有電位差發生。彼曾用極靈敏之驗電器，以證明將鋅銅兩版在空氣中接觸後分開之，則鋅版帶有正電，銅版帶有負

電。依此實驗之結果，Volta 乃將各種物質列成一表，名爲物質之電動勢次序（見前 46.4 節），在此表中位置較前之物質，與在其後者相接觸，則前者帶正電，後者帶負電。若用二者作簡單電池之兩電極，則在表前之物質爲陽版（即負極），在表後之物質爲陰版（即正極）。Volta 之結果，大都均爲後來之實驗所證實，惟其接觸而生電位差之結論，則常被指爲不確。

按化學作用說，兩金屬接觸後所生之電位差，乃因氧化作用而來。Volta 所作之實驗，均在空氣中爲之，故在其金屬品上，難免有氧化作用。倘欲免除氧化作用之影響，則可將兩金屬質放在礦質油 (mineral oil) 中接觸，並熱之以消除面上之氧化薄膜。然如以此法作實驗，則銅鋅兩版分開後不有電位差。因此，反對接觸說者，乃認電池之電動勢，係因金屬品與溶液間之化學親和力 (chemical affinity) 所造成。

Nernst 之滲透壓力說，對於電池電動勢之構成之解釋，則更爲完滿。依其所得之實驗結果，Nernst 以爲當置金屬電極於溶液中時，溶液中各游子之滲透壓力，將驅迫各游子使之貯積於電極，而將其所帶之正電荷卸於電極上，同時在電極中之游子亦有溶化於溶液之趨勢，以令電極短少相當之電荷。此趨勢 Nernst 名之爲溶化壓力 (solution pressure)。若游子在溶液中之滲透壓力較其在電極中之溶化壓力爲大時（例如銅），則正游子將自溶液中向此極遷移；反之，例如鋅，則正游子將自電極向溶液中遷移。換言之，在電池內，電流將流之方向，係自後者（例如鋅）趨向前者（例如銅）。因此趨勢，在電池之外，如以導線連接兩極，則電流將自前者出發而流返於後者。此即銅之電位較高於鋅之理由也。根據此說法，不但可計得尋常各電池之電動勢，且可計得用濃度不等之同質電解液作所謂濃度電池 (concentration cell) 時其電動勢之價值。

第四十九章 問題

- (49.1) 試述電池之主要部分。
- (49.2) 何謂電池之電動勢？測定其值時何以電池必須不供給電流？
- (49.3) 試述標準電池之功用，及其異於實用電池之點。
- (49.4) 原電池與次電池之區別何在？
- (49.5) 試述簡單伏特電池之兩缺點，及其補救之方法。
- (49.6) 試比較 Leclanché 電池與 Daniell 電池之作用。
- (49.7) 歷久不用之乾電池失去其功用後，有時可在其蓋上鑿一小孔而注以淨水，即可復用，試言其故。
- (49.8) Daniell 電池是否可用作蓄電池？何以尋常不如是使用？
- (49.9) 鉛蓄電池之放電情形，可以比重計觀察之，而鎳鐵蓄電池之放電情形則否，其故安在？
- (49.10) 鉛蓄電池之電解液蒸發之後，應加添者為硫酸抑為淨水？
- (49.11) 試比較 Clark, Weston 與 Daniell 電池作用之異同。Weston 電池之優點何在？
- (49.12) 試作圖以示電池之串聯及並聯各法，並分別陳述其應用。
- (49.13) 電池之電動勢可自其電極之反應熱量之值計得之，試陳述計算時所用之公式及其應用之範圍。
- (49.14) 試略述解釋電池電動勢來源之各學說。

第四十九章 習題

- (49.1) 設以 120 歐姆之電阻接於一電池之兩端時，其兩端之電位差為 1 伏特。若用 2 歐姆之電阻，則所得之電流為 0.20 安培。試求電池之電動勢及其內阻。
- (49.2) 若鋅棒之價每克為 p 分，Daniell 電池之電動勢為 v 伏特，問其每供給一仟五小時之能量所需之費用若干？
- (49.3) 若一克分子之鋅，溶化於稀硫酸中所放出之熱量為 37,730 卡路里，而一克分子之銅溶化於稀硫酸中時所收入之熱量為 12,400 卡路里，問 Daniell 電池之電動勢應為若干伏特？
- (49.4) 試證明當電池之內阻遠與外接於電池之電阻相等時，其輸出功率為最大，並求此最大功率之值。
- (49.5) 設有三個電池，其電動勢各為 1.4 伏特，其內阻則為 0.8 歐姆。今以電阻為 9 歐姆之導體與之串聯，問所生之電流若干？若此三電池係並聯，問所得之電流若干？
- (49.6) 設有二十個電池，其電動勢悉為 1.7 伏特，其內阻亦悉為 3 歐姆，試就下述各情形計算每電池所供給之電流：
- (a) 外阻為 100 歐，各電池全串聯。
 - (b) 外阻為 100 歐，各電池全並聯。
 - (c) 外阻為 20 歐，各電池分為四列並聯，每列各有五電池串聯。
 - (d) 外阻為 20 歐，電池聯法可供給最大之電流於此電阻。
- (49.7) 灌電於鉛蓄電池時，每個之電動勢為 2.6 伏特，其內阻則為 0.02 歐

組。今若共有容量為 80 安培小時之串聯電池 50 個，欲在十小時內灌滿此組，問所需之電壓為若干(假定灌電效率為 80%，即電源所供給之電量共為 100 安培小時)？又問電源所供給之電功率若干？若將各電池悉行並聯，試計算所需之電壓及所供給之電功率。

第五十章 電流之磁效及物質之磁性

(50.1) 直線電流之磁場強度 電流所生之磁場強度可用前(46.12)節所述 Laplace 公式計算之。應用此式及積分法即可求得無限長之直線電流 i 所生之磁場強度。假令 r 表某點距此直線之距離， H 表此點之磁場強度，則 $H = \frac{2i}{r}$ 。Biot 及 Savart 兩人曾作實驗以證明此公式。如讀者未學過積分法，則可由下述之幾何方法證此公式之真確。

令 AB 為電流 i 所通過之直線(圖 288)，今欲求在距此直線 r 厘米之 P 點之磁場強度。在 AB 線上之任意點 Q 處，擇一短距離 Δl ，聯 PQ 兩點，令 PQ 與 AB 所作之角為 θ 。如是，在 Q 點之小段電流所生於 P 點之磁場強度，據 Laplace 公式為 $\Delta H = \frac{i(\Delta l)}{PQ^2} \sin\theta$ ，次再擇一 Q' 點，則得在 P 點磁場之又一小部分。將所有各小部分之磁場悉行相加，則得在 P 點之磁場總強度 H ，即

$$H = \sum i \frac{\Delta l}{PQ^2} \sin\theta \dots \dots \dots (1)$$

在此方程之右方 i 為不變值， PQ 與 $\sin\theta$ 則視所選擇之 Q 點之位置而異。求此右方之總和，其法先以 P 為中心， r 為半徑作一半圓與 AB

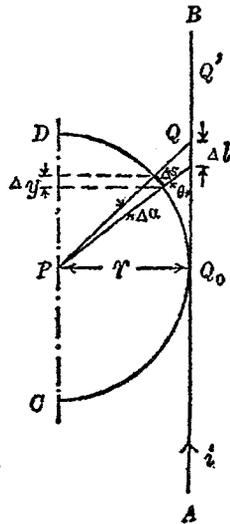


圖 288

相切於 Q_0 點。依圖即知：

$$\frac{\Delta l \sin \theta}{PQ} = \Delta \alpha = \frac{\Delta s}{r}, \quad \text{又 } \Delta s = \frac{\Delta y}{\sin \theta}, \quad \text{且 } r = PQ \sin \theta,$$

$$\begin{aligned} \text{故 } H &= i \Sigma \frac{\Delta l \sin \theta}{PQ} \cdot \frac{1}{PQ} = i \Sigma \frac{\Delta s}{r} \cdot \frac{1}{PQ} = i \Sigma \frac{\Delta y}{r PQ \sin \theta} \\ &= i \Sigma \frac{\Delta y}{r^2} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

但當 Q 點自直線之最低一端，移至其最高一端時， Δy 則自半圓之直徑 (CD) 下之 C 點移至其上之 D 端，故 $\Sigma (\Delta y) = 2r$ ，而方程 (2) 遂化為所欲證之 Biot 及 Savart 定律：

$$H = \frac{2i}{r} \dots \dots \dots (3)$$

(50.2) 攜磁極繞電流行一周所作之功 依前節結果，在距

離直線電流 r 厘米之處，一磁極 m 所受之力為 $F = Hm = \frac{2im}{r}$ 。今若以電流所在之直線上之 O 點作中心，以 r 為半徑，而畫一圓

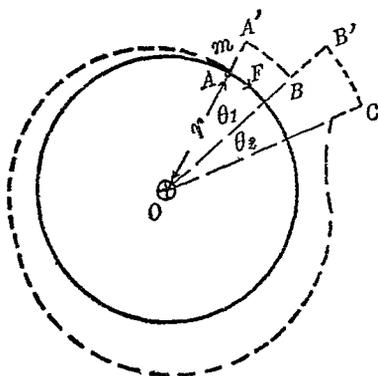


圖 293

周，則攜磁極 m 沿此圓周繞行一周所需之功等於

$$W = 2\pi Fr = 4\pi mi \dots\dots\dots (4)$$

此結果雖係用一定之路線而推出，然其實與用他式完全封閉路線所求得者相同，蓋吾人有將他式之封閉路途分作無數之小圓弧，及半徑，如圖中之 AA' ， BB' ，...等直線及 $A'B$ ， $B'C$ ，...等弧線，則磁極在各點所受之力與 AA' ， BB' 等直線正交，故沿各直線移動磁極時所作之功等於零，惟自 A' 至 B 所需之功則等於 $\frac{2im}{OA'} \theta_1 = 2im \theta_1$ ，自 B' 至 C 則需 $2im \theta_2$ ，是以繞電流行一周，其所需之功為：—

$$2im(\theta_1 + \theta_2 + \dots) = 4\pi mi \dots\dots\dots (4a)$$

不但攜磁極繞一無限長之直線電流一週所需之功，可由方程 (4) 計得之，即使通電流之導線之形狀甚為不規則，攜 m 磁極繞電流 i 一週所需之功亦等於 $4\pi mi$ ；此中 m 與 i 如均用電磁單位計，則所需之功係以爾格計。換言之，方程(4) 實與 (46.12) 節之 Laplace 公式具有同等效力，二者可以互相換用。遇實際問題時，常以用方程 (4) 更為便利，茲舉一例於下說明之。

(50.3) 線筒內之磁

場強度 繞導線於環，如圖 (300)，以成一線環 (ring solenoid)。若通導線以電流 i 在環內各點，例如位在其平均圓周 (圖 300 之虛線) 上之 P 點，

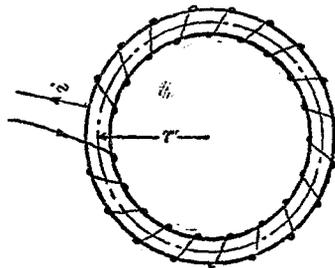


圖 300

其磁場強度 H 即可用方程 (4) 求之。令此圓周之半徑為 r (即環之平均半徑)，因其上各點之 H ，其值均等，其方向則與圓周相切，故攜一單位磁極沿此圓周行一週所作之功為 $2\pi r H$ 。惟沿此圓周行一週所繞過之電流共為 Ni ， N 表環上所繞之線圈匝數，而按方程 (4) 所需之功亦等於 $4\pi Ni$ ，故

$$W = 2\pi r H = 4\pi Ni$$

或
$$H = \frac{2 Ni}{r} \dots\dots\dots (5)$$

若以 n 表環周每單位長所繞之平均圈數，即 $n = \frac{N}{2\pi r}$ ，則

$$H = \frac{4\pi Ni}{2\pi r} = 4\pi ni \dots\dots\dots (6)$$

若繞導線於圓筒以成一線筒 (solenoid)，則在筒中部之磁場強度亦可仿此求之。如筒係無限長，而 n 表其每單位長之圈數，則在筒內 P 點，圖 (301) 之 H 亦等於方程 (6) 所示之值。若筒長為 L ，其半徑 r 較 L 為甚小，而

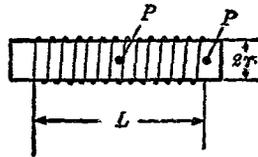


圖 301

P 點之位置復不太近筒端，例如 P 距筒一端之距離在 $10r$ 以上，而 L 之值則在 $20r$ 以上，則用公式 (6) 所計得之結果亦頗準確。遇此之時，公式 (6) 亦可寫作

$$H = \frac{4\pi Ni}{L} \dots\dots\dots (7)$$

此中之 N 表筒上所繞之線圈總數。至於 P 點之位置適在筒之一

端之中心時（圖 301 中之 P' ），其磁場強度則僅為公式（7）所示者之半，即

$$H_{P'} = \frac{2\pi N i}{L} \dots\dots\dots (8)$$

方程（8）之推演，以根據 Laplace 公式而求其積分為最便捷，茲不申述。

(50.4) 電磁鐵 前（50.3）節所述之線筒內如含有鐵桿，則當電流通行時，鐵桿即化為極強之磁鐵。此種磁鐵名為電磁鐵（electromagnet）。電磁鐵之應用甚廣，例如電機中之磁場舉重磁鐵，電鈴，電報，電話等等皆是。欲知電磁鐵應如何配製，則對於鋼與鐵之磁性，宜先有較詳細之了解。茲特論鐵之磁化各關係以補第（38）章之不足。

(50.5) 磁化強度 在實用磁鐵上，其磁極既不聚於一點，故欲確定其所含之磁量，頗不易易，是以在（38）章中曾引用磁矩一詞，以比較各磁鐵之強弱。今如置兩個大小不同之鐵桿於一定之磁場中，例如前（50.3）節所述之線筒內，而欲比較其磁化情形，則顯然須用同一之體積。茲稱磁鐵每單位體積所有之磁矩，為其磁化強度（intensity of magnetization）。若磁鐵之磁化情形係均勻者，則磁化強度亦可視為其端末每單位面積所含之磁量。因如 I 表磁化強度， V 表磁鐵體積， M 表其總磁矩，則 $I = \frac{M}{V}$ ；但若磁鐵之截面為 A ，長度為 l ，其端末所含之磁量為 m ，則 $M = ml$ ， $V = Al$ ，故 $I = \frac{m}{A}$ 。

磁化強度 I 既等於每單位體積之磁矩，故亦為有向量，其方向與磁矩 M 之方向同，即與沿聯接南極至北極之曲線的切線之方向一致。

(50.6) 磁化係數 同一之鐵桿，置於不同之磁場中，其磁化強度，乃由磁場強度而定。換言之，如 I 表磁化強度， H 表磁場強度，則二者之關係可以下列公式表之：

$$I = kH \dots\dots\dots (9)$$

此中之 k 名為磁化係數 (magnetic susceptibility)。各種不同之物質，其磁化係數固不相同，即同一物質，其磁化係數亦視其過去之磁化歷史而異。此即謂 k 之價值非一不變之常數。此外，吾人須注意在上式中之 H ，其值係指磁場總強度而言。例如未放置鐵桿在長線筒內時，其磁場強度可由方程 (6) 計算之，但放置長度有限之鐵桿在線筒內之後，則鐵桿兩端之磁極，其所生之磁場乃與原有磁場之方向適相反。此種效應常名為去磁 (dema-gnetization)。在此種情形之下，公式 (9) 之 H ，乃線筒原有之磁場強度 ($4\pi ni$) 與鐵桿兩端自由磁極 (free pole) 所生之磁場強度之代數和。

(50.7) 磁化之 IH 曲線 在直角坐標圖上，繪曲線以表示物質之磁化強度 I 與磁場強度 H 之關係，是謂磁化之 IH 曲線 (IH curve of magnetization)。尋常求此關係之方法如下：將樣本製成長桿而置之長線筒中。通電流於線筒後，用 (36.6) 節

所述之磁強計以測定桿端之磁量。實驗時，線筒磁場（未放置鐵桿於其中時之值）對於磁強計之影響，須加以改正。自所定之磁量 m 與桿之截面積 a ，即可計出磁化強度 $I = \frac{m}{a}$ 。至於磁場強度之價值，可用公式（8）（加以去磁效應之改正後）計得之。

圖（302）示鐵族物質磁化曲線之大概。其始， I 之增加甚緩，例如圖中自 O 至 A 點；

迨至 A 點後，則 I 之價值頓行激增，及 H 達較大之值時，例如 B 點，

I 之增率復緩，卒至於不復增大。當物質之磁化強度 I 達其最大

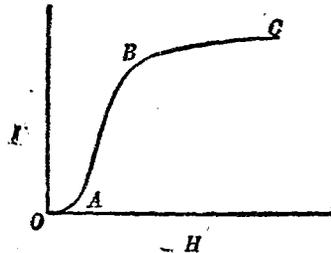


圖 302

值時，該物質之磁的狀況，常名為磁性飽和(magnetic saturation)狀態。若以分子磁鐵為說，當物質中之各分子磁鐵之軸線悉與磁場方向一致之時，則此物質即達磁性飽和狀態。

(50.8) 磁化線 在(37)章中，曾述磁場強度可以磁力線之密度表示之，並推得每單位磁極有 4π 條之磁力線。鐵條經磁化後，若折斷之，在斷點兩方之面上，每單位面積均有 I 單位磁量，故與此磁量相關之磁力線亦遂為 $4\pi I$ 條，且可視作通過鐵條之內部者。此項表示磁化強度之磁力線，名為磁化線(lines of magnetization)。磁化方向與磁矩同，故磁化線在磁鐵內之方

向，係自南極至北極，與磁力線在磁鐵外之出自北極以入於南極者不同。

(50.9) 磁感線 當未置鐵質於磁場 H 中之前，在磁場中各點之強度，可依磁力線之密度表示之。今放置一鐵塊於磁場中，因感應作用，鐵塊被磁化，遂有含磁量為 IA 之正負自由磁極呈現於其兩端。鐵塊既被磁化，在鐵體內，除原有之 H 條磁力線外，尚有 $4\pi IA$ 條磁化線。在均勻之磁場中，此兩組磁線之方向係一致，故在鐵體內，每單位面積遂有

$$B = H + 4\pi I \dots \dots \dots (10)$$

條磁線。此等磁線，名為磁感線 (lines of induction)。是以，若 H 與 I 之方向一致，磁感線之數目，等於磁力線與磁化線之和。方程(10)中之 B 常名為磁感應強度 (magnetic induction) 或磁通量密度 (magnetic flux density)。 B 之單位，常用高斯 (gauss)；至於使物質感應生磁之磁場強度 H 常名為磁化力 (magnetizing force)，若磁化力係由電流而來，其單位有時另以每厘米一個安培匝數 (ampere turn) 或每厘米一個吉柏 (gilbert) 表之 (見後 50.15 節)。

(50.10) 導磁係數 物質之磁化情形，固可依其磁化強度與磁化係數表示之，然據方程(10)，則磁感應強度亦為磁場強度之函數，故亦可用之以表示其磁化情形。今名 B 與 H 之比值為導磁係數 μ (permeability)，即

$$\mu = \frac{B}{H} \dots\dots\dots (11)$$

各物質之導磁係數亦如其磁化係數，不但視物質之異同而有區別，且因其已往之磁化歷史及磁化力而各有異。磁化強度 I 與 H 既有 $I = kH$ 之關係，故合併(10)與(11)兩方程，即得 μ 與 k 之關係為

$$\mu = 1 + 4\pi k \dots\dots\dots (12)$$

真空中無物質，故不能有自由磁極，因此，真空之磁化強度為零，即其 $k=0$ ， $\mu=1$ 。以真空為標準，則順磁體 (paramagnetic substance) 之磁化係數為正，反磁體 (diamagnetic substance) 之磁化係數為負。換言之，凡 $k>0$ ， $\mu>1$ 之物體即為(38.3)節之順磁體，而 $k<0$ ， $\mu<1$ 之物體則為反磁體。至於磁鐵體之導磁係數，常有達 5000 者。

(50.11) BH 曲線 試作一曲線於坐標紙上，以表示磁感應強度 B 與磁場強度 H 之關係，則得磁化之 BH 曲線 (BH curve of magnetization)。此種曲線，可由磁化曲線依公式(10)計算得之。但如在環形線筒中(見前 50.3 節)置鐵環，則可用直接方法(見後 52.11 節)測定 B 與 H 之關係。用環形鐵以求 BH 曲線時，因無自由之磁極，故 H 之值可依方程(8)直接計算之，不必加以改正。因此，求 BH 曲線較之求 IH 曲線更為簡易。圖(303)甲示數種物質之 BH 曲線之大概；圖(303)乙則表一種鐵之導磁係數 μ 與 B 之關係。

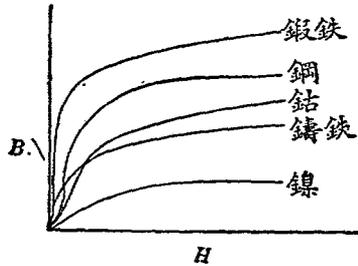


圖 303 甲

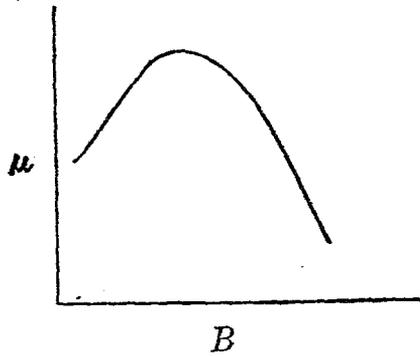


圖 303 乙

(50.12) 磁感線之連續無端性 電力線與磁力線之分別在於其連續性，前已述及之，即電力線自正電荷始而止於負電荷，磁力線則係無端之封閉曲線。在 (46.8) 節吾人已見圍繞電流之磁力線，乃完全封閉之曲線，例如圍繞直線電流之圓形磁力線及自線筒之一端出發以入於他端之磁力線等皆是。倘遇鐵質時，則

磁力線雖非封閉的，而磁感線則仍為完全封閉之曲線，蓋在空中磁力線與磁感線固相同，若在鐵質物體中，則磁感線與磁力線乃互異。茲先述鐵環中磁感線之情形。

設有鐵環置於環形線筒中。通線筒以電流以使鐵環磁化。如是鐵環既無自由磁極，故環外無磁力線。惟環確已被磁化，甚易證明；因若將該環割斷為數小段，則得數個小磁鐵。又若僅割去一小隙如圖（304），則在隙之一端得一北極 N 在其他端則得一南極 S 。無論所割出之空隙如何狹小，自北極至南極間，均有 $4\pi IA$ 條之磁力線。以故，此等 $4\pi IA$ 條之磁線，實可認為通過鐵條之連續曲線。惟在空隙中，此等磁線名為磁

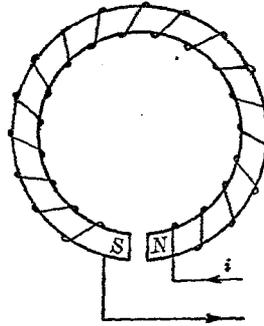


圖 304

力線，在磁鐵中，則此等線稱為磁化線。除此兩組磁線之外，尚有電流所生之磁力線 HA 。若環無空隙時，則環中之磁力線 HA 。與 $4\pi IA$ 之方向相同。將二者相加，即為前所述之磁感線 BA 。由此觀之，磁感線乃連續之封閉曲線明矣。環形磁鐵中磁感線之情形既明，茲再進而述條形磁鐵內外磁線之分布情形，以明磁化線，磁力線，及磁感線三者之區別。

設有條形磁鐵，其磁化強度為 I ，截面積為 A （圖 305）。

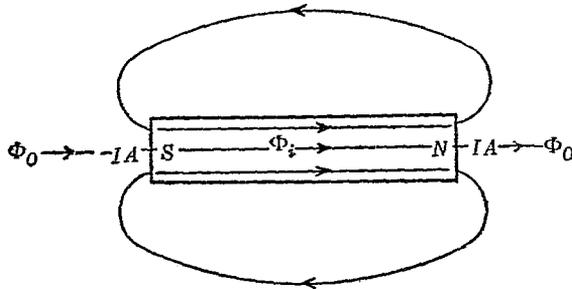


圖 305

在該條中共有 $4\pi IA$ 條之磁化線出自條之南極而止於其北極。設無鐵質僅有兩磁量 IA 及 $-IA$ 在圖中 N 及 S 兩處，則此兩磁極所生之磁場，將有一部分之磁力線 Φ_0 ，係出自北極經過條外空間而入於南極，又有一部分 Φ_i 係自北極出發，經過條所佔之空間而至於南極。此兩部分之總數亦等於 $4\pi IA$ 即

$$4\pi IA = \Phi_0 + \Phi_i \dots\dots\dots (13)$$

在鐵條外空間中，既無磁化線，故在條外空間之磁力線總數 Φ_0 ，亦為條外磁感線總數。在條內之磁感線，等於磁化線與磁力線之代數和，惟在條形磁鐵中，二者之方向乃相反，故條內之磁感線總數為 $\Phi' = BA = 4\pi IA - \Phi_i = \Phi_0 \dots\dots\dots (14)$

由此觀之，在條內外之磁感線數目相同，故前云磁感線係連續的完全封閉曲線，於此復得一證。

(50.13) 磁極間力律之普遍式 在真空中，兩點磁極所互

受之力為 $F = \frac{mm'}{r^2}$ ，已見前 (35.7) 節。在導磁係數為 μ 之媒介質中兩點磁極所互受之力則為

$$F = \frac{mm'}{\mu r^2} \dots\dots\dots (15)$$

欲證明公式且先討論一點磁極所生之磁場。試取一長而細之磁針置之於導磁係數為 μ 之媒介質中。令針之截面積為 A ，其磁化強度為 I ，如是則其北極之磁量為 $m = IA$ 。在針之北極處，以 r 為半徑，作一球面 (圖 306)。磁針既係甚長，則在媒介質中，位於此球面之各點，其磁感應強度 B 可視作等值。於是，在媒介質中之磁感線總數，遂為

$$\Phi_0 = (4\pi r^2 - A)B \dots\dots\dots (16)$$

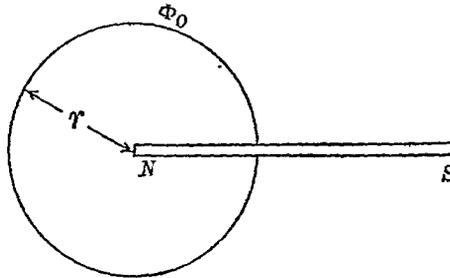


圖 306

至於在磁針內之磁感線總數 Φ_i 則係由磁力線 HA 及磁化線 $4\pi IA$ 二者所組成，且前者之方向適與後者相反，故

$$\Phi_i = 4\pi IA - HA = 4\pi m - HA \dots\dots\dots (17)$$

磁感線既係連續的，故 $\Phi_0 = \Phi_i$ 即

$$(4\pi r^2 - A) B = 4\pi m - H d \dots\dots\dots (18)$$

若磁針之截面積 d 係極微小，則此方程中含 d 各項均可忽略，如是遂得

$$B = \frac{4\pi m}{4\pi r^2} = \frac{m}{r^2} \dots\dots\dots (19)$$

惟按定義，在媒介質中之磁場強度 H ，乃 $H = \frac{B}{\mu}$ 故在導磁係數為 μ 之媒介質中，

距一點磁極 m 為 r 厘米之處，其磁場強度為

$$H = \frac{m}{\mu r^2} \dots\dots\dots (20)$$

據此，若在此處置另一磁極 m' ，其所受之力為 $F = H m' = \frac{m m'}{\mu r^2}$ 是即所求兩磁極間之普通力律也。

(50.14) 磁通量 在前 (50.9) 節曾用磁通量密度一詞以表明每單位面積所含之磁感線之數目。今名此等正交於一定面積之磁感線總數，為通過該面積之磁通量 (magnetic flux)。磁通量雖係代表一種靜止狀態，然在實用問題中吾人常以電流比擬磁通量，而借用電路中各觀念，以計算磁通量之多寡。例如形容有磁通量通過之路途通常名為磁路 (magnetic circuit)；使磁通量存在之力，名為磁通勢 (magnetomotive force)；物體反抗磁通量通過之特性，則名為其磁阻 (magnetic reluctance)。磁通量，磁通勢及磁阻三者，其關係首由 Rowland 測定，其公式與 Ohm 定律甚為相似。茲再以前 (50.3) 節之鐵環為例而說明之如下。

(50.15) 磁路定律 令環上繞有 N 匝線圈，環之平均圓周之長為 L ；線圈內電流為 i ，如是在環中之磁場強度為 $H = \frac{4\pi Ni}{L}$ 。若環之截面積為 d ，其中磁通量密度為 B ，導磁係數為 μ ，則因 $B = \mu H$ ，故環中之總磁通量為

$$\Phi = BA = \mu HA = \frac{\mu A}{L} (4\pi Ni) \dots \dots \dots (21)$$

在此式中括弧內之 $4\pi Ni$ ，係代表掘單位磁極在環內行一周所需之功，此與電動勢代表掘單位電荷在電路中行一周所需之功相同，茲名之為磁通勢 (magnetomotive force)。

至於式中右方之 $\frac{\mu A}{L}$ ，其形式與電路中之電導 $\frac{\gamma A}{L}$ (見 47.7 節) 亦甚相似，

故名為磁導 (permeance)。磁導之倒數 $\frac{L}{\mu A}$ 名為磁阻 (reluctance)。於是因某磁

$$\text{通勢所生之磁通量可寫為：磁通量} = \Phi = \frac{\text{磁通勢}}{\text{磁阻}} = \frac{M}{R} \dots \dots \dots (22)$$

此方程可視作在磁路中與 Ohm 定律相對應之定律。磁通勢之單位常名為吉柏 (gilbert)；磁通量之單位則名為馬克士威 (maxwell)，因 $M = 4\pi Ni$ ，有時磁通勢亦用安培匝數 (ampere turn) 作單位；故每安培匝數之磁通勢等於 1.257 吉柏。

利用方程 (21)，各種繁複磁路中所通之磁通量，均可仿照與 (47.13) 節類似之法則計算之。上列方程與 Ohm 定律固極相似，惟磁通量與電流之性質則根本不同。磁通量係代表一種靜止狀態，而電流則為移動之電荷，前已述之。在電工學中，不必問物質之結構如何，故此種電路與磁路算式相同之點，甚為有用。例如並聯磁阻與串聯磁阻之公式各為：——

$$\text{並聯時：} \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \dots \dots (23)$$

$$\text{串聯時：} R = R_1 + R_2 + \dots \dots \dots (24)$$

(50.16) 磁滯現象 當磁化力漸次增加時，磁化強度亦隨之增大。二者之關係，可以 IH 或 BH 曲線表明之。但當增加

H 至某值，例如達到 BH 曲線中之 c 點後（見 307 圖），乃逐漸減少之， B 則不沿原有之 BH 曲線而減少。且其減少率較原有曲線所指示者為少；此事表示 I 或 B 之變更，實滯落於 H 之後，故此種現象名為磁滯現象 (magnetic hysteresis)。

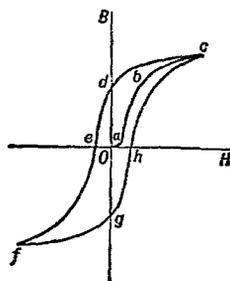


圖 307

因有此種磁滯現象，故縱使磁場完全消滅，鐵或鋼之磁化強度，仍有一部分存在，此剩餘之磁名為剩磁 (residual magnetism)，或頑磁性 (retentivity)。（圖中 od 表剩磁）。各種磁質之剩磁，其大小亦視其磁化歷史而異。欲完全消除鐵質之磁化強度，尚須加以相當之反向磁場強度，例如圖中 e 點所示。此反磁化力（圖中 oe 距離）名為矯頑力 (coercive force)。樣本之磁化既完全消滅之後，如繼續向反方增加磁場強度，則其磁化強度將沿 ef 曲線所示而變更。既達到 f 點後，如漸減磁場強度以至於零，後復令之向正方增加，則磁化強度將沿 $fghe$ 曲線而變更。如既抵 c 點復減少磁場強度，樣本內之磁化強度復依以前之 $cdef$ 曲線而變更。於是若以 c 及 f 兩點作界限，而往返變更磁場強度，則其相當 H 與 B 可由 $cdefghe$ 迴線求得之。此迴線名為磁滯迴線 (hysteresis loop)。

(50.17) 磁場所儲之能量 依介選作用說，在磁場與電場中之媒質均受一種

之總變，故在磁場中之每單位容積所儲之能，亦可仿照前述之法則，用磁感及磁場強度之乘積表示之。以方程式表之，則每單位體積內所儲之磁能為

$$w = \frac{1}{8\pi} BH = \frac{1}{8\pi} \mu H^2 \dots\dots\dots (25)$$

用積分法可證當磁化某樣本時，磁滯迴線內所含之面積，與所耗之能量成正比。此功最後係化為熱。

(50.18) 磁鐵之吸引力 自磁場中每單位容積所儲

之能，可計得磁鐵吸引力之大小。例如有一北極與南極相對而立如圖(308)。令其面積為 A 方厘米，在兩磁極中間之磁場強度為 H ，吸引力為 F 。在此間每單位體積所含之能既為 $\frac{\mu H^2}{8\pi}$ ，故當一極被吸引上升一小距離 l 時，磁場間所儲之能必減少 $\frac{\mu H^2}{8\pi} Al$ ，此減少之能遂變為 F 吸引力所作之功 W 。即

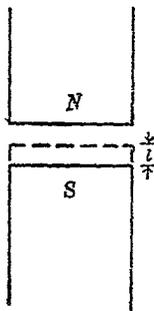


圖 308

$$W = Fl = \frac{\mu H^2}{8\pi} Al \quad \text{或} \quad F = \frac{\mu H^2}{8\pi} A \dots\dots (26)$$

當兩磁極在空中發生吸引作用時，自北極所發出之磁力線均經過空中而後達於南極，故方程(26)中之 $\mu=1$ ，即 $H=B$ ，而此方程亦常寫作：

$$F = \frac{B^2 A}{8\pi} \text{達因} \dots\dots\dots (27)$$

(50.19) 磁性學說 Oersted 既發見電流之磁效，Ampère 乃藉之以解釋分

子磁鐵(參閱前 38.6 節)之成因。Ampère 以為各分子所生之磁的效應乃因圍繞分子之電流而來。將此學說加以修改，以適應近世所陸續發見之事實，實為近世磁性學說之鼻祖。按 Ampère 說，所有磁之現象均因電流而生，故靜磁學亦可視為動電

學之一部分。

Ampère 對於分子磁鐵之成因，雖以小電流為說，但對於分子內之電流，係因何而生，尙無說明。若用電子論，則此種電流乃由圍繞原子核而運動之電子而生，甚為明顯，1905 年，Langevin 曾以電子運動之軌跡之分布情形，說明順磁體與反磁體之分別。據其學說，順磁與反磁兩性，乃各個原子內部所生之現象，至於鐵磁性之成因，則由各原子間互有之影響而來。

第五十章 問題

- (50.1) 試述在一直線電流周圍磁場強度之值。
- (50.2) 問磁極繞電流行一週所播之功若何？試舉例以示所得之公式之應用。
- (50.3) 何謂電磁鐵？試作電鈴及電報機上所用電磁鐵之圖並說明其作用。
- (50.4) 試述磁化強度及磁化係數之定義。
- (50.5) 試區別磁化線，磁力線及磁感線。
- (50.6) 試述磁感應強度之意義及導磁係數之定義。
- (50.7) 何謂磁化曲線？試說明 IH 及 BH 磁化曲線之形式及其相互之關係。
- (50.8) 介電常數之於靜電學與導磁係數之於靜磁學，其異同如何？試申論之。
- (50.9) 磁感線係連續的完閉曲線，試舉二例而申述之。
- (50.10) 兩磁極間之吸引力與其所處之媒質之導磁係數的關係何若？
- (50.11) 試論磁路與電路之異同。
- (50.12) 何謂磁滯現象？頑磁性與矯頑力之意義為何？

(50.13) 問磁場每單位體積所儲之能量，與兩磁鐵間之吸引力各如何？

(50.14) 試簡述 Ampère 之磁性說，及電子說對於磁性之解釋。

第五十章 習題

(50.1) 設有一直垂之電線，其中通行 10 安培之電流。今在線北距線為 5 厘米之處放置一平懸之磁針。若該點之地磁水平強度為 0.3，問磁針所取之方向如何？

(50.2) 有一線筒長三米，其上均勻之共繞有 10,000 匝銅線。今如在筒內部之磁場強度為 0.3，銅線之電阻共為 100 歐姆，問應施於線兩端之電壓為若干伏特？

(50.3) 設將 (50.2) 匝線筒之兩端連合以成一環形，試計算在環內，距平均圓周為 2 厘米之處之磁場強度。

(50.4) 有已均勻之磁化鐵棒一條，其導磁係數為 500，其所受之磁場總強度為 6。若棒長為 10 厘米，其半徑為 1 厘米，試計算 (a) 其磁感應強度；(b) 磁化強度，(c) 磁化係數；(d) 棒端之磁量，(e) 棒之磁矩，及 (f) 棒中磁感線之總數。

(50.5) 一鐵環，其截面積為 18 方厘米，其平均直徑為 20 厘米，茲在其上均勻之繞以 600 匝之線，並通過 10 安培於此線中，若環之導磁係數為 200，問其中之磁感線之總數若干？

(50.6) 設前題之鐵環由兩半環組成，在其兩半之接觸面處，各有長為 0.1 厘米之空氣隙，問其中之磁通量若干？又計此兩半環之互吸力。

(50.7) 設有三條鐵棒，其常數如下：(1) 長 30 厘米，半徑 1 厘米， μ 為 2,000；(2) 長 30 厘米，半徑 2 厘米， $\mu=200$ ；(3) 長 30 厘米，半徑 0.5 厘

米， $\mu=500$ 。試計串聯與並聯時之磁阻，且作簡圖以示其配置之情形。

(50.8) 若在(50.7)題中。欲各串聯桿中均有5,000條磁感線通過，問所需之磁通勢為若干？

(50.9) 若各桿係並聯，其所通過之總磁通量為15,000條，問各桿中所通過者各如何？所需之磁通勢又如何？

(50.10) 一鐵環之體積為3,840立方厘米，因其磁滯效應而耗去之能量，每立方厘米每週為16,300爾格。若所用以磁化此鐵環之電流，其方向每秒更變50次，問所耗費之功率為若干瓦特？

第五十一章 電學儀器及測量法

(51.1) 電流計 最簡單且應用最廣之電學儀器為電流計 (galvanometer)。尋常之電流計多利用電流之磁效，以測定其大小。電流計之種類，視其轉動部分為線圈或磁針，而有圈轉 (moving coil) 與磁轉 (moving magnet) 兩式。磁轉式電流計可以正切電流計代表之；至於各種 d'Arsonval 式電流計及尋常之伏特計，安培計等則均屬圈轉式。

(51.2) 正切電流計 正切電流計之形式如圖(309)所示。在一相當之架上，裝置一垂直圓形線圈，線約十餘匝。在線圈中心懸一短小磁針，此磁針之上，復鐸一較長之鉛桿與之正交。在此十字形之磁針與鉛桿下，置一有刻度之圓盤，以便測定磁針之方位。用時，先調節垂直線圈之平面，使與地磁子午線符合。次調節懸掛磁針之懸絲，使其毫不扭轉。如是，磁針必與線圈之平面同一方向。今若通

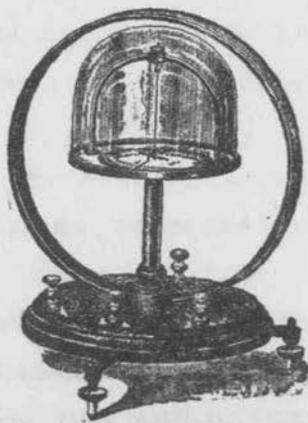


圖 309

電流於線圈，則在線圈中心發生之磁場強度 G ，依 (46.13) 節公式為

$$G = \frac{2\pi ni}{r} \dots\dots\dots (1)$$

式中 n 表線圈之匝數， i 表電流之大小，以絕對電磁單位計， r 表線圈之半徑。 G 之方向與大地磁場之水平部分 H 之方向正交，故磁針之偏轉角 θ 應滿足下列方程 (圖 310)：

$$\tan \theta = \frac{G}{H} = \frac{2\pi ni}{rH} \dots\dots\dots (2)$$

或
$$i = \frac{rH}{2\pi n} \tan \theta \text{ 電磁單位} \dots\dots\dots (2a)$$

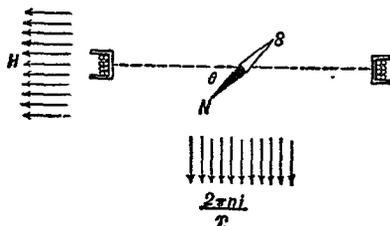


圖 310

因是，如已知某處地磁之水平強度 H 為若干，則電流之價值即可用正切電流計在該處測得之。

為免除誤差起見，測定 θ 角時，須先讀磁針兩端所指示之角度，次改變電流之方向，使磁針之偏轉亦改變，再讀磁針兩端之指示。至其他各種誤差，可參照 (30.6) 節所述各方法——加以改正。然由是所得之平均值，尚非 θ 角之實值，蓋因扭轉懸絲至某角度時，懸絲常有反轉矩，使磁針之偏轉減 θ_0 值。惟尋常 θ_0 角之值均極

殺小。再者，用正切電流計時，須將之置於不受他種磁鐵影響之處，方免公式中之 H 值受其影響而變更。

(51.3) D'Arsonval 式電流計 此式電流計之轉動部分爲一線圈。線圈多爲長方形，置在一永久 U 形磁鐵之磁場內如圖(311)。磁鐵之極面多削成圓形如圖乙，且線圈多繞在一圓柱形之鐵心上，使自磁極所發生之磁力線均沿半徑之方向。如是，無論線圈旋轉至何角度，在該處之磁場強度 H ，其方向均與含線圈之平面平行。在牆式 (wall type) 電流計中，線圈上部多接於含磷青銅絲 (phosphor bronze)。絲上粘有小鏡 M ，以備用標度及望遠鏡觀察其轉角之用。圈下懸有彈簧 S 以控制線圈之轉

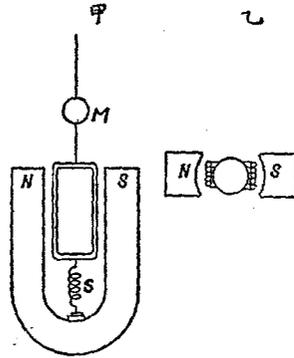


圖 311

動，在可攜式之電流計中，線圈係支於寶石上，其轉動之角，則由指桿直接指示之。欲明瞭此式電流計之原理，且先述在磁場中之導體，通以電流後，與磁場所發生之相互的作用。

(51.4) 左手法則 圖(312)表示一導線 AB 在 NS 兩磁極之間。當導線中未有電流時，磁力線均互相平行如圖甲。若導

線內有電流，而磁場不存在，則圍繞導體之磁力線係以導線上各點為中心而成圓形如圖乙。在丙圖中，電流之方向自 B 至 A ，即自紙面向內流，今以一 \times 表明此時吾人所見者，乃表示電流方向之矢之尾羽。又在丁圖中，電流之方向乃自 A 至 B ，即自紙面向外流，今以一小點表明此時吾人所見者為表示電流方向之矢之尖頭。

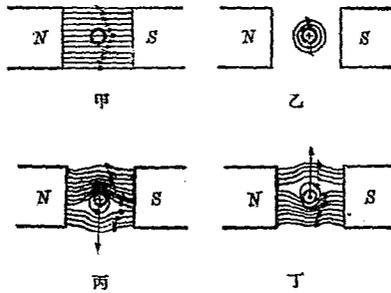


圖 312

今若置通有電流之導線於磁場中，則圍繞導線四圍之磁力線，其形狀即如丙或丁圖所示。在丁圖中，導體之下，磁鐵之磁力線，其方向與電流所生磁力線之方向相同，故此處之磁力線增多；又在導體之上，二者之方向相反，故其數目減少。至在丙圖中之情形，則適反此。按磁力線有互相旁拒及沿其長度而縮短之趨勢，故在丁圖所示分布情形之下，導線 AB 常受一使其向上移動之力，而在丙圖情形之下，則常受一使其向下移動之力。此

力之方向，與磁場方向，及電流方向，互成直角，可用左手之姆指，食指及中指三者，互作九十度角如圖 (313) 分別表明之。如是，若中指指示電流 C 之方向，食指示磁場 F 之方向，則姆指當示導線移動 M 之方向。此法則名爲 Fleming 之左手法則 (left hand rule) 或電動機法則 (motor rule)。

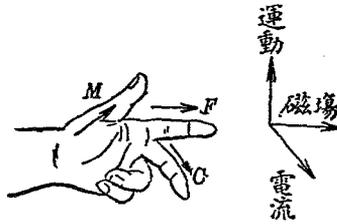


圖 313

如在磁場中之導體，非一直線而爲可旋轉於一軸線之線圈，如圖 (314)，則線圈轉動之方向亦可用左手法則決定之。例如線圈中電流之方向係自 a 而 b 而 c 而 d ，則線圈 ab 一邊向內動， cd 一邊向外動， bc 與 ad 兩邊則不受何力。當線圈之平面轉動至與磁場之方向成 90 度角時， ab 與 cd 所受之力互相消滅，不能復使線圈轉動，故在磁場之中，通有電流之線圈，其所取之位置乃使穿貫該圈之磁力線爲最多數。此理雖係就長方形線圈推出之，但用他式線圈，其結果亦與此同。

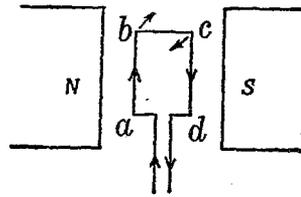
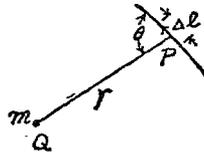


圖 314

(51.5) 磁場與通有電流之導體所互生之力 在磁場中之導體，若通以電流，

則向一定之方向移動。茲計算移動導體之力之大小。在 (46.12) 節中已述及在 P 點之一小段電流所生於 Q 點之磁場強度為

$$\Delta H = \frac{i\Delta l}{r^2} \sin \theta \dots\dots\dots(3)$$



式中 i 表電流，Δl 表小段導線之長度，r 表 PQ 兩點之距離，θ 表 Δl 與 r 所作之角度，

圖 315

(見圖 315)。今若在 Q 點放置一磁極 m，則此磁極所受之力必等於

$$F = (\Delta H)m = \frac{mi\Delta l}{r^2} \sin \theta \dots\dots\dots(4a)$$

但作用與反作用相等，此小段電流亦受有同值之力，即

$$F' = -\frac{mi\Delta l}{r^2} \sin \theta \dots\dots\dots(4b)$$

又 m 磁極所生於 P 點之磁場強度為 $H' = \frac{m}{r^2}$ ，故 F' 之數值為

$$F' = H'i\Delta l \sin \theta \dots\dots\dots(4c)$$

換言之，在磁場 H' 中之短導體，因有電流通過其中，故所受之力可由公式 (4) 推算之。此公式蓋為 d'Arsonval 電流計之基礎。

自此公式且可推出在磁場 H 內以速度 v 而運動之電荷 q 所受之力，蓋按電流之定義，其值係等於每秒通過線中某點之電量，故如有電荷 q 在 Δt 秒內行 Δl 之距離 (即其速度為 $v = \frac{\Delta l}{\Delta t}$)，則其效果可視作在 Δl 段內有電流 $i = \frac{q}{\Delta t}$ ，而此電荷所受之力乃為

$$H i \Delta l \sin \theta = H q v \sin \theta \dots\dots\dots(4d)$$

θ 表 v 與 H 所作之角度。

(51.6) D'Arsonval 式電流計之公式 令線圈之匝數為 N ，線圈 ab 與 cd 兩邊既均與磁場正交， $\sin \theta = 1$ 故其所受之力遂各為

$$F = N H i l \dots\dots\dots (5)$$

式中 H 表磁鐵所生之磁場強度， l 表線圈 ab 或 cd 邊之長度，表每導線內之電流。 ab 與 cd 所受之力既為相等且係反向，故轉動線圈之力偶為

$$G = F \times w = N H i l w \dots\dots\dots (6)$$

式中 w 表線圈之寬度。如 A 表線圈所含之面積即 $A = wl$ ，

則
$$G = N A H i \dots\dots\dots (7)$$

線圈轉動之後，控制其轉動之彈簧，亦被扭轉。故線圈之平衡位置係使方程 (7) 中之力偶，等於彈簧所生之扭力矩 G' 。惟彈簧所生之扭力矩 G' 與轉角 θ 成正比，即 $G' = K\theta$ ，

故
$$K\theta = N A H i \dots\dots\dots (8)$$

而電流與偏轉角 θ 之關係遂為

$$i = \frac{K\theta}{N A H} \dots\dots\dots (9)$$

正切電流計公式與 d'Arsonval 電流計公式有數個不同之點。用正切電流計時，電流與偏轉角之正切成正比，且可由線圈之半徑及匝數與磁場之強度直接計得電流之絕對價值。用 d'Arsonval 電流計時，電流與偏轉角成正比，且因公式 (7) 中包含一比例係

數 K ，故須經相當之校準，方能求得電流之價值。此外，讀者亦須注意用定值之電流時，在 d'Arsonval 式電流計中，偏轉角之大小，與所用之磁場強度成正比，而用正切電流計時，磁場強度愈大，定值電流所生之偏轉反愈小。

(51.7) 電流計之常數 上式中之 $\frac{K}{NAH}$ 在一定之電流計中，係一常數，今以 k 表之，並名之為 d'Arsonval 式電流計之常數。一電流計對於某種應用是否適宜，常由其靈敏度決定之。靈敏度有數義，其較常用者，係等於當標度放在距離電流計中之小鏡一米處時，發生一毫米偏轉所需之電流之價值。因電流計小鏡所轉動之角度，僅為其反射光線所轉動之角度之半，故此種靈敏度 f (英名為 figure of merit) 與電流計常數 k 有下列關係：——

$$f = \frac{1}{2000} k \dots\dots\dots (10)$$

製造電流計者，有時用兆歐靈敏度 (megohm sensitivity) 一詞以說明電流計之靈敏度。此係指當用一伏特之電壓時，在電流計電路中須增加幾兆歐電阻，方能使在距離電流計小鏡一米處之標度上，顯示一毫米之偏轉。在此種條件之下所通過於電流計之電流，其價值即等於前所述之靈敏度之數值 f ，故若 R 為兆歐靈敏度，則所通過之電流必為

$$f = \frac{E}{G + R \times 10^6} \cong \frac{1}{R \times 10^6} \dots\dots\dots (11)$$

式中 G 指電流計之電阻，其值較之 $R \times 10^6$ 小甚，故常可忽略不計。因是，如 R 以歐姆計時，則其數值即等於靈敏度 f 之倒值。

(51.8) 電流計常數之測定法 尋常電流計多僅能通過極小

之電流，故求其電阻時，多先用一高電阻 S 與之串聯，再用一低電阻 P 作支路，然後再串聯於一電阻 R 及電池 E 如圖(316)。今若調節 S, P, R 之價值以得相當之偏轉 d ，則可由 S, P, R 各值及電池之電動勢 E 計算得電流計之常數。

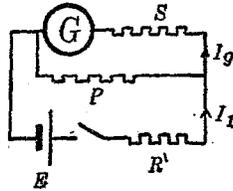


圖 316

計算時，須先求電池所供給之總電流 I_1 ，再計算電流計中之電流 I_g 。知 I_g 及所生之偏轉角後，可按定義以算電流計之常數及靈敏度。 I_g 與 I_1 之關係甚重要，蓋為電流計有支路時必用之公式，今先行導出之如下：

引用 Kirchoff 第二定律於 PSG 電路中，則得

$$PI_p = (G+S)I_g \dots\dots\dots (12)$$

惟 $I_1 = I_p + I_g$ ，故消去 I_p 即得：

$$I_g = \frac{P}{G+S+P} I_1 \dots\dots\dots (13)$$

在此式中，各電阻有係已知者，如 S 及 P ，有可用相當之方法測定之者，如電流計之電阻 G ，故只須求得 I_1 之值，即可計出

I_g 。求 I_1 時，如 P 之價值小於 R 極多，則 I_1 幾等於 $\frac{E}{R}$ ；如是則

$$I_g = \frac{E}{R} \frac{P}{G+S+P} \dots\dots\dots (14)$$

若標度與鏡之距離為 D , I_g 所生之偏轉為 d , 則鏡所轉動之角

當等於: $\theta = \frac{1}{2} \frac{d}{D}$ 弧度, 而電流計之常數遂為

$$k = \frac{I_g}{\theta} = \frac{2DI_g}{d} \dots\dots\dots(15)$$

知此則其優美數與靈敏度均可依前式計算矣。

(51.9) 熱電流計 尋常之電流計, 均利用電流之磁效應以測定電流之大小。熱電流計 (thermogalvanometer) 則利用電流

所生之熱量。此種儀器可分為熱線式 (hot wire) 與熱偶式 (thermocouple) 兩種。在熱線式中, 通過電流之導線 AB , 因溫度增加而伸長。線既伸長, 乃藉數個槓桿之動作以轉

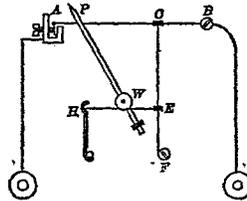


圖 317

動一指針而示其伸長之多寡如圖 (317)。在熱偶式儀器中, 通電流之導線, 上結有一對熱偶線 (見後 57.5 節)。熱偶之兩端, 則各接於尋常之電流計。當電流通行時, 熱偶與線之聯結點, 其溫度增加, 故發生一熱電動勢 (thermo emf.) 以輸送電流於一尋常之電流計中 (圖 318)。此兩種電流計之原理雖不同, 然所用以測電流之強弱者均為電流之熱的效應, 即 Joule 之定律 $H = I^2Rt$ 。故不論電流之方向如何, 電流計之指



圖 318

針，均向一方移動，而此式計器可用在直流電路中，亦可用在交流電路中，且常為測量極高頻率之交流電時所必用(例見後 55.4 節)。

(51.10) 伏特計 伏特計 (voltmeter) 乃用以測電路中兩點相差之伏特數之儀器。尋常伏特計之結構與 d'Arsonval 式電流計甚相似。其內部亦用一永久磁鐵，及一可轉動之線圈，與相當之彈簧。寶石支點，及指針等。除此數物外，伏特計之線圈，另接有一串聯高電阻。此高電阻乃用以減少伏特計自身所通過之電流，俾免當接伏特計於電路時，在電路中所取用之電流有劇大之改變。欲測電路中任何兩點之電位差或伏特數時，可將適當伏特計 V 之兩端各接於兩點如圖 (319)。

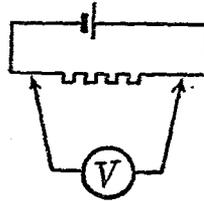


圖 319

簡言之，伏特計之接法，乃與電路或其一部分並聯。至於伏特計指針所轉動之角度，其實即與其所通過之電流之大小成正比；不過因其串聯電阻係有一定之價值，故其指示常先行校準，以直接表示其兩端之電位差。因伏特計中必有電流通行，故若接一伏特計於一電池之兩端時，其指示實不等於該電池之電動勢。但如伏特計之電阻較電池之內阻為甚大，且僅有伏特計與電池連接時，則伏特計兩端之電位差，亦常可視為電池之電動勢之值。

伏特計之結構，除串聯之高電阻外，其餘悉與電流計雷同。故在電流計之外，接以相當之串聯電阻，亦即可用作伏特計。同理，如某伏特計所能指示之伏特數太低時，再加以適當之串聯電阻，則其所能測量之範圍 (range) 亦即可增大。例如某伏特計之最大指示為 100 伏特，其電阻共為 5,000 歐，今如另加以 5,000 歐之串聯電阻，則其可用之範圍即增至 200 伏特。此種外加電阻，用以增大伏特計之範圍者，名為伏特計之倍加器 (multiplier)。

量千分伏特數之計器，其標度直接刻印千分伏特之值者，常名為毫伏特計 (milli-voltmeter)。

(51.11) 安培計 安培計 (ammeter 或 amperemeter) 乃用以測量電路中電流之安培數者，其結構與電流計大體亦相同，而所異者，僅其線圈係另與低電阻並聯而已。此低電阻名為安培計之分流器 (shunt)，蓋係用以減少計器自身之電阻，俾免當安培計串聯於電路後，電路中之電阻增加過多，致影響及其電流之分布情形也。測量電路中任何一點之電流時，可將過該點之電路開斷而後將安培計 A 接入如圖 (320)。簡言之，安培計之接法乃與電路串聯。

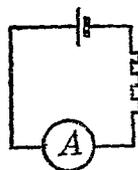


圖 320

安培計之結構，除並聯之分流器外，概與電流計完全相似，故在電流計外，加以適當之並聯電阻，亦可用作安培計。同理，

如欲增加某安培計所能測量之電流時，可外加以適當之分流器。例如某安培計之電阻為 0.01 歐姆，其所能量之最大電流為 10 安培，今若另加以 0.01 歐姆之分流器，則其最大範圍即可增至 20 安培。實際上，各種安培計多為毫伏特計加用適當之分流計。上例所述之安培計，倘若取去其內部之支路，即可用以量 100 千分伏特以下之伏特數。

通過安培計線圈之電流 I_a 與電路中總電流 I_t 之關係，可用公式 (18) 以計算之。即

$$I_a = I_t \frac{R_s}{R_s + R_a} \dots\dots\dots (16)$$

此式中 R_s 表分流器之電阻， R_a 則表線圈之電阻。

量千分安培之計器，且其標度直接刻印千分安培之價值者，常名為毫安培計 (milli-ammeter)。

(51.12) 用安培計及伏特計測定電阻法 伏特計之電阻雖頗大，但其中仍有電流通過；安培計之電阻雖甚小，但其兩端仍有電位差。記此兩點，則對於用伏特計與安培計以測定電阻時所應用之接法，自不至發生疑難。據 Ohm 定律， $R = \frac{V}{I}$ ，故如已知在一個電阻之兩端之電位差 V ，及在其中之電流 I ，即可計出其電阻 R 。但如同時接安培計及伏特計於電路，以量 I 及 V 之價值，則二者之互相位置可有二種如圖 (321)。用圖甲之接法時，伏特計所量者，固為 R 電阻兩端之電位差 V ，但因安培計

所指示之 I ，係包含 R 電阻及伏特計內所通過之電流，故若以 $\frac{V}{I}$ 作 R 之價值，實際上太小。然其所少之值，可由伏特計之電阻 R_V 計出之。今若令 I_R 表電阻中之電流， I_V 表伏特計中之電流， I 及 V 各

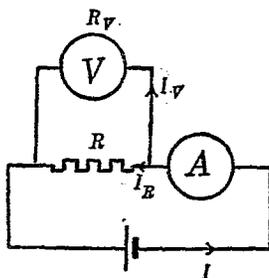


圖 521 甲

表安培計及伏特計之指示，則引用 Kirchhoff 定律

$$I = I_R + I_V \dots\dots\dots(17)$$

$$I_R R = I_V R_V = V \dots\dots\dots(18)$$

故
$$R = \frac{V}{I_R} = \frac{V}{I - I_V} = \frac{V}{I - \frac{V}{R_V}} = \frac{V}{I \left(1 - \frac{V}{IR_V}\right)} \dots\dots(19)$$

如 R 較 R_V 小甚，則 R 約等於 $\frac{V}{I}$ ，而上式可寫作

$$R = \frac{V}{I} \left(\frac{1}{1 - R/R_V} \right) = \frac{V}{I} \left(1 + \frac{R}{R_V} \right) \dots\dots(20)$$

由此式可知用 $\frac{V}{I}$ 作 R 之價值時，所犯之百分誤差約為 $\frac{100R}{R_V}$ 。

若 R 與 R_V 相差不多，或 R 大於 R_V ，則用 $R = \frac{V}{I}$ 公式時所生之誤差極大，而此種接法遂不能用。

用圖乙接法時，安培計所量者固為 R 中之電流，但伏特計所量者則包括安培計兩端之電位差在內。故用 $\frac{V}{I}$ 作 R 之價值實際上太大。其太大之值，可由安培計電阻 R_A 計出之。算法如下：

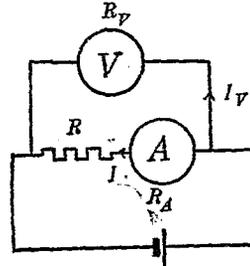


圖 321 乙

$$V = I(R + R_A) \dots\dots\dots (21)$$

$$R = \frac{V}{I} - R_A = \frac{V}{I} \left(1 - \frac{IR_A}{V}\right) \dots\dots\dots (22)$$

如 R_A 較 R 小甚，則 R 幾等於 $\frac{V}{I}$ ，而上式可寫作

$$R = \frac{V}{I} \left(1 - \frac{R_A}{R}\right) \dots\dots\dots (23)$$

由此可知用 R 作 $\frac{V}{I}$ 時，所犯之百分誤差約為 $\frac{100R_A}{R}$ 。如 R_A

與 R 之價值相差不遠，則用 V/I 以作 R ，其結果極不準確。

總而言之，用安培計與伏特計以測量低電阻時，接法當如圖甲；若量高電阻，則接法應如圖乙。如是，所欲求電阻 R 之價值，幾等於伏特計指示 V ，與安培計指示 I 之商數。

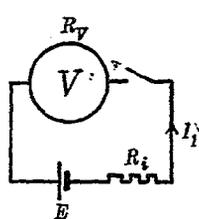
(51.13) 電池之電動勢與內阻 電池之電動勢不能僅用伏特計測定之，前已屢述之。今如有電阻已知之伏特計及安培計各

一具。則電池之內電阻及電動勢可依下法求之。先將伏特計直接聯於電池兩端如圖(322)甲。令所得之指示為 V ，則按 Kirchhoff 定律

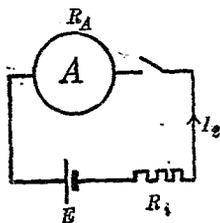
$$E = V + I_1 R_i = V + \frac{V}{R_V} R_i = V \left(1 + \frac{R_i}{R_V} \right) \dots \dots (24)$$

此中之 E 表電池之電動勢， R_i 為其內阻， R_V 則為已知之伏特計電阻。既得 V 之後，若電池之內阻頗大，可將安培計直接聯於電池兩端如圖(322)乙。如是則再引用 Kirchhoff 定律即得

$$E = I_2 (R_A + R_i) \dots \dots \dots (25)$$



甲



乙

圖 322

上式 I_2 表安培計之指示， R_A 為其電阻。聯解此兩方程，即可算出 E 與 R_i 之價值。

電池之電動勢 E 及內阻 R_i ，亦可由一已知之電阻 R ，與一伏特計，依下法測定之，圖(323)。當電鍵 K 未閉時，伏特計之指示 V_0 。

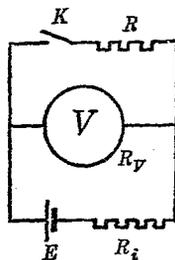


圖 323

滿足下列方程：

$$E = V_0 \left(1 + \frac{R_i}{R_V}\right) \dots\dots\dots (26)$$

當 K 關閉時，伏特計之指示 V_c 則滿足下列方程：

$$E = V_c + I_c R_i \dots\dots\dots (27)$$

此中之 I_c 為 K 關閉時電池所供給之總電流。但

$$V_c = R_V i_V = I_c \frac{R R_V}{R + R_V} \dots\dots\dots (28)$$

故
$$E = V_c \left(1 + \frac{R + R_V}{R R_V} R_i\right) \dots\dots\dots (29)$$

自 (26) 及 (29) 兩方程將 E 消去，而化之即可推出：

$$R_i = \left(\frac{V_0 - V_c}{V_c}\right) R \left(1 + \frac{R_i}{R_V}\right) \dots\dots\dots (30)$$

若伏特計之電阻 R_V 較內阻 R_i 大甚，則此方程可寫作

$$R_i = \frac{V_0 - V_c}{V_c} R \dots\dots\dots (31)$$

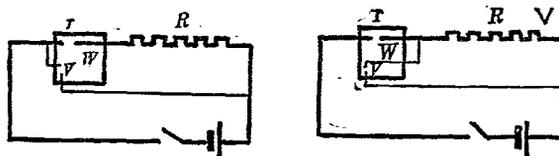
故用此法求電池之內阻及電動勢時，可先省略 $\frac{R_i}{R_V}$ 一項而用 V_0 及 (31) 公式，以分作電動勢 E 與內阻 R_i 之近似值，既得 R_i 之後，再引用 (26) 與 (30) 公式以求 E 與 R_i 之較準確的價值，以免聯解方程 (26) 及 (29) 時計算之繁。

(51.14) 瓦特計 在直流電路中任何部分 ab 所耗之電功率，等於在 ab 中之電流 I 與 ab 兩點之電位差 V 之乘積。是以欲求電路中之電功率，可由安培計及伏特計之指示計算之。今

如以一靜止之線圈代伏特計內之永久磁鐵，而令此線圈與電路串聯，則線圈所生之磁場與永久磁鐵相當。故將可轉線圈與電路之 *ab* 部分並聯時，可轉線圈之轉角即與在 *ab* 部分內所耗之電功率成正比，蓋依據電流計之公式，轉角 θ 與電流 i 及磁場強度 H 成正比，而在此種儀器中，可轉線圈內之電流 i 與電路 *ab* 兩點之電位差 V 成正比，且靜止線圈所生之磁場強度 H ，與電路內所通行之電流 I ，亦成正比，故轉角

$$\theta \propto iH \propto VI \propto P \dots\dots\dots(32)$$

此中 P 表在 *ab* 部分內所耗之電功率。此種儀器，名為瓦特計，(wattmeter) 圖(324)，其與電流計不同之點乃其永久磁鐵係由另一線圈代替之。此線圈常與電路串聯，故須用粗大之線以減少其電阻。因其所通過之電流較大，故製造時，特使之靜止不動。用瓦特計時，此靜止線圈可視為與安培計相似，故常名之為電流圈 (current coil)。至於可動之線圈，與伏特計內線圈之功用則完全相同。用瓦特計時，此圈之接法，係與電路並聯一如伏特計，故常名為電位圈 (potential coil)。瓦特計之指示，平



甲

圖 324

乙

常多用伏特計及安培計各一具以校準之。但用瓦特計時，須注意其本身亦耗費相當之能量。例如接法如圖(324)甲時，瓦特計之指示，包括電流圈所耗之熱量；如用乙圖接法，則其指示包括電位圈所耗之熱。當欲作準確測驗時，此兩種接法均須加以相當之改正，但作尋常測驗時，此兩誤差甚小，均可忽略不計。

(51.15) 電位計 欲比較兩個不同之電位差，例如兩個電池之電動勢時，固可用前已述之方法，以分別鑑定各個電動勢之價值。然此種比較法則，手續頗繁，故尋常多另用一種儀器。此儀器名爲電位計 (potentiometer)。最簡單之電位計，乃由一條均勻之高電阻導線 ac ，及一個標準電池 E_s ，與一個電源，電流計 G ，及一可變電阻

R 等，組合成之，其接法如圖(325)。設導線長 l 厘米，當電鑰與 E_s 相接，滑動接觸點至 b ，使電流

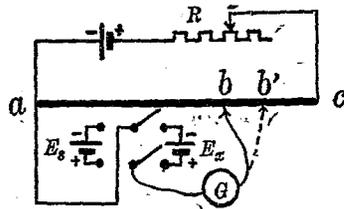


圖 325

計 G 之指示爲零時， ab 之電位差即等於標準電池之電動勢 E_s 。若 ab 之長度爲 l_1 ，則 ac 之電位差爲

$$V_{ac} = E_s \frac{l}{l_1} \dots\dots\dots (33)$$

知此，則 ac 線上任何兩點之電位差均可由此比例式直接求得之。若代標準電池 E_s 以另一電池 E_x (例如將圖中之雙擲雙極電鑰向

右方關閉) 其他部分均不變, 惟滑動接觸點以求另一平衡點 b' , 則未知電動勢 E_x 與標準電池之電動勢 E_s 之比值, 必等於 ab' 與 ab 兩長度之比, 即: ——

$$\frac{E_x}{E_s} = \frac{ab'}{ab} \dots\dots\dots (34)$$

利用電位計, 可以校準伏特計及安培計。欲校準伏特計時, 可先接伏特計於 ab' 兩點, 調節可變電阻 R , 使伏特計之指示達一定之價值, 然後再依前法求得 b 點, 使 ab 之電位差等於標準電池之電動勢。如是, 伏特計之真確指示為:

$$V = E_s \frac{ab'}{ab} \dots\dots\dots (35)$$

變更 b' 點或 R 以變更 V 之指示, 即

可將伏特計之全部標度校準。

欲校準安培計時, 須先有一標準之電阻 R_s ; 接法如圖 (326)。當電流計 G 之指示為零時, ab 兩點之電位差與標準電阻 R_s 兩端之電位差 V 相同, 若通過標準電阻之電流為 I , 則安培計之指示應為

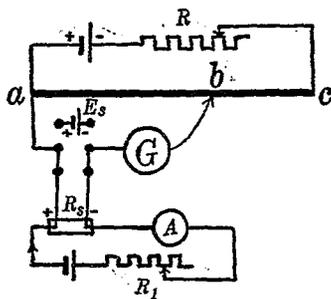


圖 326

$$I = \frac{V}{R_s} \dots\dots\dots (36)$$

求 V 時, 可依前法用標準電池 E_s 先將電位計校準。今若變更 R_1 以變更所通過之電流 I , 則安培計全部標度均可依法校準之。

(51.16) 衝擊電流計 在本章及前數章中，對於電學中重要之量，如電流，電動勢，電位差，及電阻等，均已述及一種或數種簡單且可靠之測定方法。但對於電容，除靜電學中所述之計算法，及比較法外，在動電學中尙未述及其如何測定之方法。按容電器之電容，係等於當其兩端之電位差為一個單位時，其所積之電量，故如能測定當容電器兩端之電位差為一定價值時，其所容之電量為若干，則其電容即可算得。倘用電池以積電於容電器，則其兩端之電位差，可用伏特計直接測量之。此點毫無困難。特其所積之電量，不能藉前此所已敘述之法則以測定之。欲測定容電器所積之電量，可用衝擊電流計 (ballistic galvanometer)。衝擊電流計與尋常電流計之結構大體相同，惟其擺動部分較尋常電流計為笨重，故其自由擺動週期較長久。此外，衝擊電流計中，無止擺的裝置，故其擺動部分，一經擺動之後，所受之阻尼的影響 (damping effect) 甚小。此為衝擊電流計與尋常電流計不同之兩點。

當容電器放電時，其所生之暫時電流 i (transient current)，雖僅經歷 t 秒，但可給與其串聯之衝擊電流計之擺動部分以相當之突然力量 (impulsive force)。若擺動部分之轉動慣性頗大，則在此短時 t 秒內，其所轉動之角度甚微，可以不計。如是，當放電完畢後，電流計第一次之最大指示 θ_0 ，即與電量 $Q=it$ 成正比。即

$$Q = b\theta_0 \dots\dots\dots(37)$$

此方程中之 b 爲一常數，其價值等於 $\frac{kT}{2\pi}$ ， k 表電流計之常數（見前 51.7 節）， T 表電流計之固有週期。茲證此方程如下：

設 i 爲放電時之平均電流，則在放電時間內之平均力偶爲（見方程 7）：

$$Ct = NHAi \dots\dots\dots(38)$$

若 t 爲放電之時間，則線圈所受之衝量矩 (impulse moment) 之全值爲

$$Ct = NHAit = NHAQ \dots\dots\dots(39)$$

根據 Newton 第二定律，衝量矩與角動量相等，故若以 J 表線圈之轉動慣量， ω 表其角速度，則

$$Ct = J\omega \dots\dots\dots(40)$$

即 $J\omega = NHAQ = \frac{K}{k}Q \dots\dots\dots(41)$

式中 k 表電流計之常數， K 表電流計所用彈簧之扭矩係數。此公式尙不能直接用以測定 Q ，因 ω 之值無簡便方法可以計得之也。今如觀察電流計最大之指示 θ_0 ，則 ω 之價值，用能量不減原理，即可表爲 θ_0 之函數，而方程 (41) 遂可化爲 Q 與 θ_0 之關係。在線圈開始轉動之時，其動能爲 $\frac{1}{2}J\omega^2$ ，當其轉動至 θ 角時，彈簧所受之扭力矩爲 $K\theta$ ，故當線圈轉動至最大角 θ_0 時，所儲於彈簧之能爲 $\frac{1}{2}K\theta_0^2$ ，此時，線圈之動能完全變爲彈簧之扭轉能，故

$$\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}K\theta_0^2 \dots\dots\dots(42)$$

以此中 ω 之值代入方程 (41)，則得

$$Q = k\theta_0 \sqrt{\frac{J}{K}} \dots\dots\dots (43)$$

惟固有週期(見 14, 13 節)為 $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{K}}$,

故 $Q = \frac{kT}{2\pi} \theta_0 \dots\dots\dots (44)$

在此式中右方之各量, 均可用直接方法測定之, 例如 k 值可依前(51.8)節之法則定之, T 可用停錶直接測之, θ_0 則為因電量 Q 所生之最大指示。若所用之電流計有甚大之阻尼, 則此公式應加以適當之改正, 方為準確(改正方法從略)。

(51.17) 電磁單位系統中電容之單位與法拉 用衝擊電流

計以測定容電器之電容時, 接法如圖(327)。圖中 BG 為衝擊電流計, C 為容電器, E 為電池, V 為伏特計。試驗時, 須先將電鍵 K 向下關閉, 如是則儲電於容電器, 其電位差即等於伏特計之指示 V 。次令電鍵 K 向上關閉, 則容電器向電流計中放電。今自電流計之最大偏轉角 θ_0 , 電流計之常數 k , 及其週期 T , 則得容電器之電容為

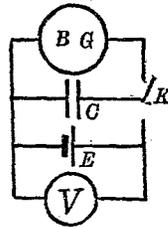


圖 327

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{kT}{2\pi} \frac{\theta_0}{V} \dots\dots\dots (45)$$

由此法所得電容之值, 係以絕對電磁單位計算, 蓋因 V, k 等值均用此系統之單位計之故也。在實用單位系統中, 電容之單

位名爲法拉 (farad)，每一法拉係等於 10^9 電磁單位之電容。

(51.18) 靜電單位與電磁單位電量之比值 前已述及靜電單位電量，與電磁單位電量有一定之比值；惟欲直接測定此比值，尙無簡便之直接方法耳。至於電容則不然。某容電器之電容爲若干電磁單位，既可以衝擊電流計測定之，其值爲若干靜電單位，復可由以前靜電學所述之公式計算得之，故在此兩種系統之下，電容單位之比值可直接計出。據甚多之實驗結果，一個電磁單位之電容約等於 9×10^{20} 個靜電單位電容。知此，即可進而推求電量單位之比值，蓋在電磁或靜電系統中，能量之單位均爲兩格，今復知容電器之能量爲 $\frac{1}{2} \frac{Q_s^2}{C}$ ，故若以下標 s 及 m 區別以靜電單位及以電磁單位計得之數值，則因

$$\frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C_m} = \frac{1}{2} \frac{Q_s^2}{C_s},$$

遂得：
$$\frac{Q_s}{Q_m} = \sqrt{\frac{C_s}{C_m}} = 3 \times 10^{10} \dots\dots\dots (46)$$

此即謂每個電磁單位 ($Q_m=1$) 之電量，等於 3×10^{10} 個靜電單位。

此比值 $C=3 \times 10^{10}$ 乃光在真空中之速度，以厘米/秒計。自其理論之結果，Maxwell 推得電磁波在真空中之傳播速度，等於兩系統之電量單位之比值，即上述之 C 。因此，彼乃斷定光爲一種電磁波，而創光之電磁論 (electromagnetic theory of light)。

Maxwell 之學說，經 Hertz 之實驗證明後，其基礎益臻鞏固，而光學與電磁學之聯帶關係亦於是成立。

第五十一章 問題

(51.1) 正切電流計與 d'Arsonval 式電流計之異同如何？

(51.2) 試述正切電流計之構造及其用法，並導出其公式。

(51.3) 通有電流之導體，在磁場中所受之力之方向，可用何法決定之？今若改變電流或磁場之方向，此力之方向則如何？設同時改變電流與磁場之方向，則力之方向又如何？

(51.4) 設有導線置在均勻之磁場內，線之方向與磁場正交，問其所受之力與磁場強度 H ，電流 i ，及線之長度 l 作何關係？若線之方向係與磁場平行，則結果如何？

(51.5) 試證 d'Arsonval 式電流計之公式。

(51.6) 電流計上之線圈共為 n 匝，今加以 V 伏特之電壓，其指示為 θ 。設將 n 匝線圈改為並聯，而仍加以 V 伏特之電壓。問其指示將如何更變？

(51.7) 試述電流計之常數，其靈敏度，及兆歐靈敏度等詞之意義。

(51.8) 試述一法以量測電流計之常數。

(51.9) 熱電流計之特點何在？熱電流計之標度分法是否均勻的，試說明之。

(51.10) 伏特計，安培計與電流計之異同安在？

(51.11) 何謂伏特計之倍加器及安培計之分流器？

(51.12) 今欲將一電流計改作伏特計或安培計，問當如何改造？

- (51.13) 欲測甚小之電流時，例如在千分安培之下者，有時可用伏特計量之，試作圖以示其接法，並加以詳細之說明。
- (51.14) 用安培計及伏特計量測電阻之時，其接法有二，試分別敘述何法應用於何時，並求其誤差。
- (51.15) 試陳述以伏特計及安培計量測 Daniell 電池之電動勢及內阻之方法。
- (51.16) 何謂瓦特計？其異於 d'Arsonval 式電流計之點何在？
- (51.17) 若用瓦特計以量某電阻所耗之電功率時，如電阻之值頗小，問其電流與電位圈應如何聯接？若電阻之值頗大，則接法又如何？
- (51.18) 試作簡單之圖以表示電位計之主要部分及用法，以及校正伏特計與安培計之方法。
- (51.19) 某人用電位計時，不能得到平衡點，問其原因大概為何？且應如何改正之？
- (51.20) 問衝擊電流計所量者為何？又問其與庫侖計之功用之異點何在？
- (51.21) 試述衝擊電流計與尋常電流計之異同。
- (51.22) 試推求衝擊電流計之公式。
- (51.23) 若衝擊電流計轉動部分之轉動慣量太小，問其所發生之影響如何？
- (51.24) 若衝擊電流計之阻尼太大，其影響如何？
- (51.25) 試說明如何利用衝擊電流計以量測電容器之電容。
- (51.26) 試述法拉之定義。
- (51.27) 電磁單位電量與靜電單位電量之比值常係如何推求之？

第五十一章 習題

(51.1) 在某處，一正切電流計之磁針，每分鐘振動四十次，其常數（即方程 2 中之 $\frac{\tau H}{2\pi n}$ ）之值為 35×10^{-6} 。今移之於另一地點，磁針之振動每分鐘則為 25 次，問此電流計在新地點之常數如何？

(51.2) 若 0.2 安培之電流可使一正切電流計之磁針偏轉 40° ，今將之移至 H 之值減半之地點，而仍通以 0.2 安培之電流，問其偏轉若何？

(51.3) 設正切電流計所通過之電流為 2 安培， $H=0.19$ ， $n=10$ 。今欲其偏轉為 25° ，問線圈之半徑應為若干厘米？

(51.4) 一電流計之電阻為 100 歐姆，今欲配製數個分流器，以使電流計中所通過之電流僅為總電流之 $\frac{1}{10}$ ， $\frac{1}{100}$ ，或 $\frac{1}{1000}$ ，問分流器之電阻各若干？

(51.5) 若用圖 (316) 之接法以測某電流計之常數，所用之各值如下： $E=2$ 伏特； $R=5,000$ 歐姆； $S=500$ 歐姆； $G=500$ 歐姆； $P=1$ 歐姆。若所得之偏轉為 5 厘米而標度距反射鏡之遠度為 50 厘米，問此器之常數為何？

(51.6) 一伏特計之最大指示為 3 伏特，其電阻為 300 歐姆。今欲增大其有效範圍至 150 伏特，問所用倍加器之電阻若干？

(51.7) 一安培計最大指示為 0.1 安培，其電阻為 1 歐姆。今欲增加其有效範圍至 30 安培，問所用之分流器之電阻若干？

(51.8) 一安培計之電阻為 0.1 歐姆，其最大指示為 0.15 安培，今用以量最大值為 15 伏特之電壓，問應配置之倍加器，其電阻若干？

(51.9) 一電流計之電阻為 25 歐姆。當其所通過之電流為 0.003 安培時，其

偏轉為一度。今用之以作安培計，若每度偏轉須等於 1 安培，問應如何配接？若用之以作伏特計，而每度偏轉須等於 1 伏特，問應如何配接？

(51.10) 有 100 歐姆之電阻與一 500 歐姆之電阻串聯於一電池之兩端。今以一伏特計量 100 歐姆電阻兩端之電壓，問其電阻之值最少應為若干，方不至使此兩端之電位差改變千分之一？

(51.11) 今有電阻約為 200 歐姆之導線，而欲藉一伏特計及安培計量其電阻。伏特計之電阻為 300 歐姆，安培計之電阻為 1 歐姆，所用之電壓則為 2 伏特。試作圖以表示當用之接法，並計算用 $R = \frac{V}{I}$ 方程所得結果之誤差。

(51.12) 設用圖 (323) 之方法以量電池之電動勢及內阻時，當電鍵互閉啓時，伏特計之指示為 1.01 伏特，當電鍵關閉之後，其指示為 0.10 伏特。若 $R_p = 200$ 歐姆， $R = 2$ 歐姆，問電池之電動勢 E 與其內阻 R_i 各若干？

(51.13) 一平行平面容電器之有效面積為 2,000 方厘米，其兩面之距離為 0.1 厘米。兩面間媒介質之介電常數為 8，今加以 10 伏特之後而令其放電於一衝擊電流計。若此電流計之週期為 20 秒，而所得之最大偏轉為 10 厘米，問當其恆定偏轉亦為 10 厘米之時，其所通過之恆定電流為若干安培？

(51.14) 試列舉實用系統之各單位，例如庫侖，伏特，安培，歐姆，法拉，焦耳，及電磁系統與靜電系統各單位之相互的關係。

(51.15) 設有兩平行之直電線，其距離為 10 厘米，線中之電流為 10 安培，問其每厘米長互生之力如何？試作簡單之磁力線以表示其互生力之方向。

第五十二章 電磁感應

(52.1) 電磁感應現象 前數章所討論者，多為電流所生各種效應，至於產生電流之方法，則僅述及電池一項。本章當進而討論將機械的能或磁能化作電能之方法與原理。此種發生電流之方法，首經 Henry 在 1830 年發見；其翌年 Faraday 亦獨立的發見此現象。Faraday 用實驗證明在完閉電路中，可用下述三種方法以產生電流：——

- (1) 移動在電路鄰近之磁鐵；
- (2) 移動在電路鄰近之另一通有電流之電路；
- (3) 變更在電路鄰近之另一電路中之電流。

Faraday 名此種效應為電磁感應 (electromagnetic induction)，其所產生之電流則名為被感應之電流 (induced current)。在實用上，電磁感應現象極為重要，蓋各種用電工程及設備莫不以此為基礎，而各種電動機，發電機以及電話等莫不利用此原理。今先述 Faraday 所作之各實驗。

(52.2) Faraday 之實驗

(1) 聯一線圈 B 於一靈敏電流計 G ，握一條形磁鐵，迅速將其北極塞入圈內，圖(328)，

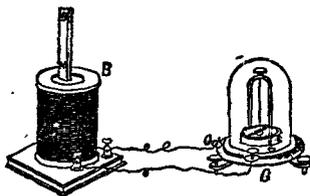


圖 328 甲

則見電流計之指針，向一方轉動。此即表示電路中有相當之被感應電流。磁鐵既在圈內之後，若急速將其取出，則電流計之指針，將向反對方向轉動。此表示此次所感應之電流，其方向與前次所感應者相反。若詳細考究電流之方向，則知當引進北極時，如沿磁軸之方向觀察（即自南極至北極）之，則線圈中電流之方向，與時針之轉動方向相反；反之，當取出北極時，電流之方向，乃與時針轉動之方向一致。又若引進或取出者係磁鐵之南極，則所得之電流，其方向與取出北極時相反。作此實驗時，可注意下述數點：(a) 被感應電流之產生與否，僅視線圈與磁鐵有無相對的運動，至於孰為靜止孰在運動，則可不計；(b) 電流通行之時間僅限於線圈與磁鐵有相對的運動之時；二者相對之運動一行停止，則電流亦停止；且相對的運動愈速，所生之電流亦愈大；(c) 被感應電流之方向常使其所生磁場有阻止線圈與磁鐵之相對運動之趨勢。

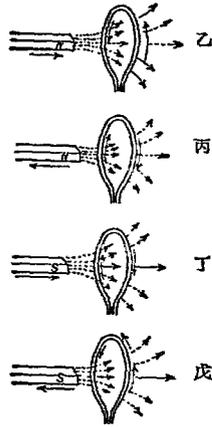


圖 328

上述實驗結果，以用磁力線申述之較為簡明。磁鐵之磁力線，乃出自北極而入於南極，故若在磁鐵之鄰近處，放置一線圈，則必有一部分磁力線貫穿此線圈而過。當線圈與磁鐵有相對

的運動時，穿過線圈之磁通量，亦因而變更；是以上述現象乃表示當穿過線圈之磁通量變更時，線圈電路中即有電流通行。磁通量變更愈速，被感應之電流亦愈大。此被感應電流之方向，有保持穿過線圈之磁通量使其不變更之趨勢，故當磁鐵向線圈內前進時，穿過線圈之磁通量漸增，而線圈內被感應電流所生之磁通量，其方向遂與磁鐵所生者相反；反之，當磁鐵退出線圈時，穿過線圈之磁通量漸減，而在線圈內被感應電流所生之磁通量，其方向遂與磁鐵之磁通量相同。能了解用磁力線申述本節所述之現象後，Faraday 之其餘兩實驗均易明瞭。

(2) 上述實驗中，磁鐵之功用不過供給相當之磁通量，故若代之以另一通有電流之線圈，如圖(329)之 A ，則 A 所生之磁通量亦有一部分穿過 B 線圈。今苟令 A 向 B 前進，則穿過 B 線圈之磁通量增加，在 B 內被感應之電流，其方向遂與在 A 內電流之方向反背，蓋如此， B 所生之磁通量其方向始與 A 所生者相反，而穿過 B 線圈之總磁通量，始有被保持不變之傾向。同理如令 A 離 B 後退，則穿過 B 之磁通量減少，而在 B 內被感應之電流，其方向遂與在 A 內原有電流之方向一致。

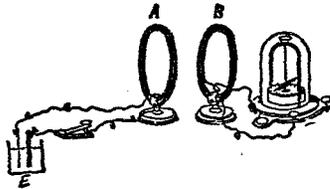


圖 329

(3) 上述實驗中，穿過 B 線圈之磁通量，不限於 A 與 B 有相對的運動時始有增減。例如在 A 線圈中聯一電鑰及電池，當關閉電鑰時，穿過 B 之磁通量，將在短時間內，自零增至一最大值。如是，在 B 內亦有被感應電流，使電流計指針向一方轉動。若開啓電鑰，則已穿過 B 線圈之磁通量，即自最大之值，在短時間內減至零。因此所生之被感應電流遂使電流計之指針向反對之方向轉動。此兩實驗中所用之 A 與 B 二線圈，常分名之爲原線圈 (primary coil) 與副線圈 (secondary coil)。在原線圈之電流，名爲原電流 (primary current)，或感應電流 (inducing current)；在副線圈內之電流名爲副電流 (secondary current)，或被感電流 (induced current)。依前段所述原理，當關閉電鑰時副電流之方向，與原電流之方向相反；開啓電鑰時則副電流之方向，與原電流之方向相同。

作此種實驗時， A 與 B 之位置，須使自 A 所生之磁通量有一部分穿過 B 。爲增加被感應之電流起見， A 與 B 兩線圈常同繞在一圓筒上。又 A 與 B 之形式不必定爲線圈，始有電磁感應作用。即兩平行之直電線亦能生電磁感應作用。在電話機中，有時可聽及他人之談話，是即亦因各導體互有電磁感應之故。

(52.3) Lenz 定律 1834 年，Lenz 由其研究電磁感應現象所得之結果，推出一定律謂：當導體與磁場有相對的運動時，在導體中被感應電流之方向，係另生一磁場，以反抗二者之相對

運動。此定律之實驗的證明，已如前節之第一及第二兩實驗所述。其實 Lenz 之定律不過能量不滅定律之變相而已。蓋當導體與磁場有相對運動時，如所生之電流無阻止此運動之趨勢，則儘可不必費功，即可獲得電能，是顯與能量不滅之原理相背。

如被感應之電流，係因電流在另一線圈增減而發生者，例如上述之第三實驗，則 Lenz 定律亦可應用。不過在此種情形下，所發生之作用及反作用均為電磁的，其相互的關係已詳於前節第三實驗中，茲不贅。簡言之，被感應電流之磁效與感應電流之磁效，乃互相相反者。

(52.4) 渦流 因電磁感應現象，置在變更磁場中之導體，常有渦流 (eddy current) 發生。此種渦流之電能，多散為無用之熱，故為減少渦流起見，在變更磁場中之導體，例如電機之電樞 (見後 53.3 節)，變壓器之鐵心等 (見後 53.3 節)，均用薄鐵片，上敷以油漆層疊而成，其用意即藉以增加渦流所遇之電阻而減小其值。渦流之方向，亦可由 Lenz 定律決定之。渦流阻止磁場與導體之相對運動，可用下述之實驗顯示之。

令一銅片在一電磁鐵間擺動 (圖 330)。當未用電流以激發 (excite) 電磁鐵以前，銅片之擺動甚自由。但一用電流以激發磁鐵之磁性後，銅片之擺動即被阻止。此種效應在 1824 年時 Arago 已先察得。彼於一磁針之下，旋轉一銅盤 (圖 331)。如是銅盤中被感應之渦流遂產生一磁場，而使磁針隨銅盤以俱轉。

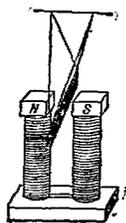


圖 330

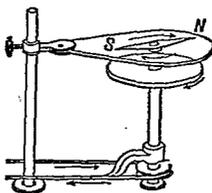
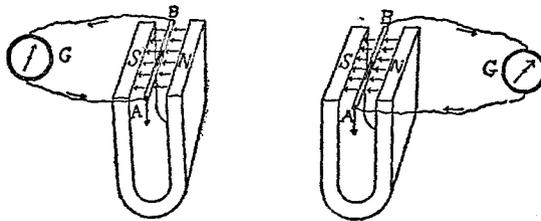


圖 331

在電流計中，常利用渦流效應，以促其擺動之速停。例如尋常電流計之線圈，常繞在銅架上，如是則當線圈在永久磁場內擺動時，銅架中之電流有阻尼 (damp) 線圈擺動之趨勢。不但如此，即當線圈之兩端接成一完閉電路時，亦有阻尼其擺動之效應。不過因是而生之阻尼效應，視線圈電路中電阻之大小而定：電阻大則電流小而阻尼效應亦小；反之則較大。故如欲電流計速停其擺動時，最簡便之方法係在其兩端接一電鑰。關閉此鑰，則電流計之擺動立可停止。

(52.5) 右手法則 電磁感應現象固可藉穿過線圈之磁通量之變更敘述之。有時，亦可用導體割切磁力線之概念以爲說。例如當一導體 AB 在一 U 形磁鐵中之磁場移動時，接於導體兩端之電流計亦指示電路中有相當的電流。在此種情況之下，常稱導線割切 (cut) 磁力線而生電磁感應作用。若磁場之方向如圖 (332) 所示， AB 向下移動時，引用 Lenz 定律，在 ABG 電路中之被感應電流，其方向係自 A 至 B 經 G 而返於 A 。此方向不因電

流計係位在 AB 之左或右而異。換言之，當 AB 導線割切磁力線時，其中之被感應電流，實有一定之方向。例如磁力線方向如圖



甲

圖 332

乙

(332)，若 AB 向下移動，則被感應之電流自 A 而 B ；如 AB 向上移動，則被感應電流之方向即反是，而自 B 流於 A 。由此知被感應電流之方向，與磁場之方向，及導體運動方向，三者可以右手之食指，中指，及姆指互作直角以表明之（圖 333）。假令姆指表導體運動之方向 M ，食指表磁場方向 F ，則中指必表示電流 C 之方向。此種法則與 (51.4) 節之左手法則相對應，常名為右手法則 (right hand rule) 或發電機法則 (generator rule)。

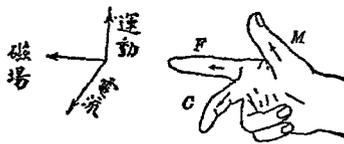


圖 333

(52.6) 被感電動勢 上數節所述者乃完閉之電路，故常用被感應電流一詞。然在完全閉路中所以有電流之故，乃因電路中有相當之電動勢所致。故當討論電磁感應現象時，與其言被感應之電流，勿寧用被感應之電動勢 (induced emf.)。蓋電流之存在與大小，乃視電路是否封閉及所含之電阻多寡而定，至於被感應電動勢之大小，則僅由磁場對於導體之變更之情形而定。換言之，不論電路是否封閉，或電路之電阻若干，被感應之電動勢，在一定之情形下，其值均為一定。

被感電動勢既為驅使被感電流之勢力，故二者之方向當然一致。是以前節所述之右手法則，亦可用以判定被感電動勢之方向。由實驗結果：Faraday 推定被感電動勢之大小，係與穿過電路磁通量之變化率成正比，或與導體割切磁通量之速度成正比。此定律可以下列方程表示之：

$$e = -K \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} \dots \dots \dots (1)$$

式中 e 為被感電動勢， $(\Phi_2 - \Phi_1)$ 表在 t 秒內穿過電路磁通量所變更之值。 K 則為一常數，其值視所用之單位而定。此式前之負號，乃用以表明由 e 所生之電流，有阻止磁通量變更（或磁場與導體互相運動）之趨勢。如 Φ 之單位為絕對電磁單位， t 為秒數， e 之單位亦為絕對電磁單位，則 $K=1$ 。此結果可用能量不減定律證明如下。

(52.7) Faraday 電磁感應定律 令圖 (334) 中之垂直各

矢表均勻磁場 H 之方向。
 今在此磁場中，置一 U 形
 導線，其平面與 H 正交。
 更在此線上置一能滑動之
 導線 AB 。今若令 AB 以
 一定之速度 v 向右移動，
 則在 $ABCD$ 電路中，必

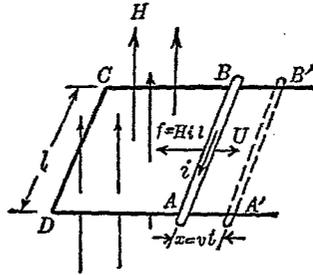


圖 534

有被感電動勢 e 使電流 i 沿 $BADCB$ 方向流動。經過 t 秒鐘
 後，在此電路中所產生之電能將為 eit 爾格， e 及 i 均以電磁
 單位計。但如 AB 中有電流 i ，磁場 H 對之所生之力為 Hil
 (l 表 AB 之長)，其方向則為向左如 f 矢所示。是以使 AB
 右移 $x=vt$ 距離所需之功為 $Hilx$ ，是即化為電路中之電能 eit ，

即
$$eit = Hilx \dots\dots\dots (2)$$

或
$$e = \frac{Hilx}{t} = Hlv \dots\dots\dots (3)$$

但 lx (即 $AA'B'B$) 表 $ABCD$ 面積增加之值，故 $Hilx$ 係表在
 t 秒內，與 $ABCD$ 電路相鏈之磁通量所增加之值，即方程 (1)
 中之 $(\Phi_2 - \Phi_1)$ 。以此與方程 (1) 相較，即知若所用之單位為
 電磁單位時， K 之數值為 1。至於方程 (1) 中之負號，其意義
 已見前節，茲不重述。若僅求被感電動勢之數值而不究其方向，
 且以伏特為單位，方程 (1) 即可寫作：

$$E = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} \times 10^{-8} = Hlv \times 10^{-8} \text{伏特} \dots \dots \dots (4)$$

對於此公式吾人須注意下述兩點。(1) 在推求此公式時， $ABCD$ 平面係假定其與 H 正交，故 AB 移動之方向，即 v 之方向，亦與 H 正交。如二者非正交則當僅用 H 與 $ABCD$ 平面正交之部分計算之，例如當 H 與 v 之方向作 θ 角時，被感電動勢之數值則等於：

$$E = Hlv \sin \theta \times 10^{-8} \text{伏特} \dots \dots \dots (5)$$

(2) 如此中之 v 係一定不變者，則 E 之價值亦為一定不變之值。若 v 依時刻而變，則 E 之價值在各時刻亦不同，而自 $E = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} \times 10^{-8}$ 公式所計得之值，則可視作在 t 秒內被感電動勢之平均值。

最後，讀者須更注意本節所用之電路，僅有一圈導線。在實際問題中，電路多包含多圈導線，如是則每圈線當視作一個電路。若共有 N 圈線串聯一處，則被感電動勢即等於 N 個電動勢相加。如各線圈所佔之位置不過大，則穿過各圈之磁通量，均可視作同值，而 Faraday 之公式應寫作：

$$e = \frac{N(\Phi_2 - \Phi_1)}{t} \dots \dots \dots (6)$$

在此式中之 $N\Phi$ 乘積，常名為磁通量鏈數 (flux linkage)。

(52.8) 線圈在均勻磁場中轉動時所生之電動勢 在甚多實

用設備中，電動勢之產生，乃由一線圈在均勻磁場內轉動而來。今先討論所生電動勢之大概情形，然後再引用前節結果以求所得電動勢之公式。

令圖(335)表線圈 $ABCD$

在兩磁極 NS 間旋轉， OO' 爲線圈之旋轉軸線。當 AB 在 X' ， CD 在 X 時， AB 及 CD 之移動方向與磁場之方向作 90 度角，故在此時，二者割切

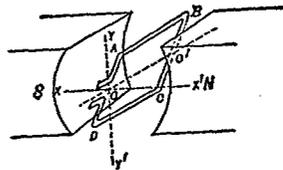


圖 335 甲

磁通量之速度爲最大，而其所生之電動勢遂亦最大。當其轉過 90 度角時，即轉到 Y' 及 Y 時，二者運動之方向與磁場方向一致，故在此時，二者均不割切磁力線，而其所生之電動勢遂爲零。在 AB 與 CD 中間之電動勢，其方向可用右手法則決定之。當 AB 自 Y 向 X 而轉至 Y' 時，被感應之電動勢，其方向均爲自 A 向 B ；同時 CD 自 Y' 轉至 X' 而至於 Y ，其電動勢方向乃自 C 向 D 。故無論在何時， AB 及 CD 內所生之電動勢均爲同向。至於線圈上之 AD 與 BC 兩段，其運動方向則與磁場平行而無被感電動勢。因此，在 $ABCD$ 線圈內所產生之電動勢，當線圈由

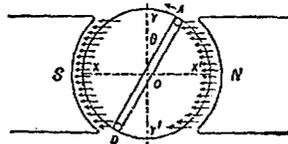


圖 335 乙

YY' 轉至 XX' 時，其價值自零增至一最大值；自 XX' 轉至 YY' 時，乃自此最大值減至零；自 YY' 轉至 $X'X$ 時，乃由零增至反方最大值，再自 $X'X$ 轉至 YY' 時，則復自反方最大值漸減於零。如是週而復始，遂成一有規則之交替變向之電動勢 (alternating emf.)。

此交替變向電動勢與線圈所在之位置，有甚簡單之關係。假設線圈之速度為每秒轉動 n 次，其半徑為 r 厘米， AB 與 CD 之長度各為 l 厘米，磁場之強度為 H ，則線圈之直線速度為 $v=2\pi rn$ ，故當線圈之平面與 YY' 方向作 θ 角時，依公式 (5) 被感電動勢為

$$E = \frac{2Hlv}{10^8} \sin \theta = \frac{4\pi r l H n}{10^8} \sin \theta = \frac{2\pi A H n}{10^8} \sin \theta = E_m \sin \theta \quad (7)$$

此中 A 表線圈之面積 $2rl$ ， $E_m = \frac{4\pi r l H n}{10^8}$ 乃線圈在 XX' 時被感

應電動勢之伏特數。自此公式，即知在上述情形下，被感電動勢之價值，係按一正弦曲線而變化如圖 (336)。

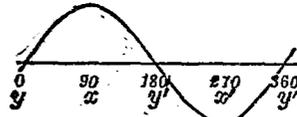


圖 336

線圈既以一定之速度轉動，則轉角 θ 與時間成正比。故圖中橫坐標亦可視作與時間 t 成正比。總之，一線圈在均勻磁場中，以一定之速度轉動時，被感應之電動勢，乃依一定之週期而交替變更其價值；此交變電動勢乃時間之諧和函數 (harmonic

function), 可用如圖 (336) 所示之正弦曲線表明其在各時刻之價值。

(52.9) 被感應電量 既知被感電動勢之價值, 則引用Ohm定律, 即可計出在電路中被感應電流之大小, 及其在短時間內所感應之電量。假令電路之電阻為 R , 在 t 秒鐘內, 電路之磁通量鏈數之變更爲 $N\Phi$, 被感電動勢之數值既爲 $e = \frac{N\Phi}{t}$, 故被感應之電流當爲 $i = \frac{e}{R} = \frac{N\Phi}{Rt}$ (8)

而在 t 秒鐘內所生之電量遂爲

$$q = it = \frac{N\Phi}{R} \text{ (9)}$$

q 之價值可用衝擊電流計測定之。知此, 則 $N\Phi$ 之價值亦可由已知之 R 值計出。今舉兩例以表明利用被感電動勢以測定磁場強度及(50.11)節所述 BH 磁化曲線之法則。

(52.10) 地磁感應器 地磁感應器 (earth inductor) 乃用以測定大地磁場強度之儀器。

其重要部分, 爲一個包含多匝之線圈。此線圈之軸線 SS' 可沿垂直或水平方向旋轉(見圖 337)。倘若線圈之平面與地磁子午線成直角, 且其軸線 SS' 係垂直, 今令之旋轉 180 度, 則穿過線圈之



■ 337

磁通量，當自一最大值減為零，而復增至反方之最大值。假令 H 表大地磁場之水平強度， A 表線圈所圍繞之面積， R 為線圈電路中之總電阻， N 為線圈之匝數，則所得之電量為

$$q = \frac{2HAN}{R} \dots\dots\dots (10)$$

如用衝擊電流計以測定此電量 q ，則 H 之價值可由此公式計出之。同理，如將線圈平置而令其軸線 $S'S$ 為水平而旋轉之，則上式中 H 當代以大地磁場之垂直強度 V 。知 H 及 V ，則大地磁場之總強度，及地磁之傾角均可算出。

(52.11) 磁感之測定 用電磁感應原理，可直接求得(50)章所述之 BH 磁化曲線。此法用一環形樣本，上繞以兩線圈如圖(338)。在原線圈 P 之電路中，串聯一安培計 A 與相當之可變電阻 R ，及電池 B ，復在副線圈 S 之電路中，聯一地磁感應器 I ，及一衝擊電流計 G 。

當變更原電路內電流以變更磁化力 (magnetizing force) H 時，鐵環內之磁通量，將即隨之變更。磁通量變更之大小，可用前節原理

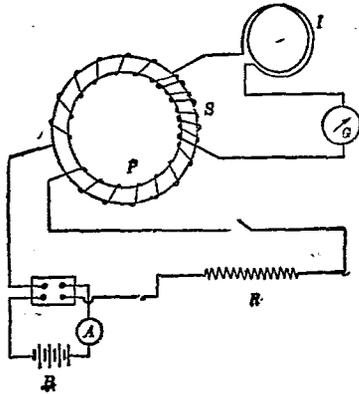


圖 338

由衝擊電流計之指示求之。爲便於實驗起見，次電路中，常聯有地磁感應器，或其他設備，以便計算衝擊電流計之常數。自磁通量所變更之值 $\Delta\Phi$ ，與環之截面積 A ，即可計得所變更之 ΔB 。至於在某時之磁化力 H ，則可由原電路每厘米長之匝數 n ，及安培計所指示之安培數 I_1 得之，因

$$H = \frac{4\pi n I_1}{10} \dots\dots\dots (11)$$

欲求 BH 曲線時，可先令電流爲零，然後漸次遞增之。每增加電流一次，即由衝擊電流計之指示，計算所增加之 ΔB ，如是，在某時之磁感應強度總值，即等於在該時前所有各次 ΔB 值之總代數和。磁滯迴線亦可用此法直接求得之。

第五十二章 問題

(52.1) 試敘述電磁感應現象。

(52.2) 試以磁通量變更之情形說明 Faraday 所作電磁感應各實驗之結果。

(52.3) 何謂 Lenz 定律？若被感電流之方向，與 Lenz 定律所規定者相反，則結果將如何？

(52.4) 一線圈在均勻磁場中移動。問在何種情形下，(a) 圈中無被感電動勢？

(b) 圈中無電流？(c) 被感電動勢爲最大？(d) 被感電流爲最大？

(52.5) 若此線圈係在均勻磁場中轉動，則(52.4)題之各答案如何？

(52.6) 何謂渦流？

(52.7) 欲使電流計振動之速停，當用何法？

(52.8) 當導體在磁場中割切磁力線時，其中被感電動勢之方向，與磁場及移動之方向可以右手法則表示之，試申述此法則。

(52.9) 被感電動勢之價值若何？試舉一簡單之例而推證之。

(52.10) 何謂磁通量鏈數？

(52.11) 在均勻磁場中轉動之線圈，其被感電動勢之值與線圈位置之關係若何？

(52.12) 當與線圈相鏈之磁通量自 $N\Phi_2$ 變至 $N\Phi_1$ 時，在線圈內被感電流之值，各時刻雖不等，然其中通過之總電量則與 $N(\Phi_2 - \Phi_1)$ 作正比例，試證之。

(52.13) 何謂地磁感應器？其功用何在？

(52.14) 試略述測定磁感應強度之方法，及求鐵環之 BH 磁化曲線之步驟。

第五十二章 習題

(52.1) 設在圖(334)之 $ABCD$ 電路中，置一電流計及一電輪。若此電路之總電阻為 4 歐姆， H 為 5,000， AB 長為 40 厘米，其被感電動勢為 1 伏特，試求：

(a) AB 移動之速度；(b) 關閉電輪後，電路中之電流；(c) 所加於 AB 之力及所作之功；(d) 當 AB 行 5 厘米後電路中所流通之電量。

(52.2) 若代前題中之電流計以一電池，其電動勢為 1 伏特。電路之總電阻為 4 歐姆，而 AB 之質量為 10 克，問其起始之加速度如何？當 AB 之速度達每秒 100 厘米之值時，問其加速度及其中之電流各若干？

(52.3) 設在某處地磁強度為 0.6，其傾角為 60° ，今有自東而西之電線水平之下落。若其長度為 100 厘米，其速度為每秒 50 厘米，問其兩端之被感電動勢若干？

(52.4) 一垂直懸掛之圓的線圈，直徑為 40 厘米，匝數為 100，以其垂直之直徑為軸而旋轉，每秒轉動 5 次。若地磁之水平強度為 0.2，問其中之被感電動勢之最大值若干？

(52.5) 設有圓形線圈，直徑為 30 厘米，電阻為 0.5 歐姆，匝數為 50。若當其自與磁場作直角之位置轉至與之平行時，其所流通之電荷為 0.015 庫侖，試計磁場強度 H 之值。

(52.6) 一銅盤半徑為 10 厘米，以每分鐘 2,000 次之速度旋轉於其軸線。若地磁之水平強度為 0.2，其傾角為 70° ，試求當其軸線為垂直時自其中心至其邊沿之電位差。

(52.7) 今有一鐵環，其平均直徑為 5 厘米，環之截面積為 2 方厘米，環上繞有 500 匝之原線圈，10 匝之副線圈。在原電路中接有 2 伏特電池一具，原電路之總電阻為 200 歐姆，副電路之總電阻則為 20 歐姆。設當原電流自其一方之最大值變至他方之最大值時，副電路所流通之電量為 10^{-4} 庫侖，試計：(a) 副電路磁通量總數之變更；(b) 環之磁感應強度；(c) 環之導磁係數。

第五十三章 電機

(53.1) 電機之種類 電機(dynamo) 可分為發電機與電動機兩大類。將機械的能量變為電能之機器，名為發電機 (electric generator)，將電能變為機械能之器，則名為電動機 (electric motor)。電機係發生或使用方向不變之電流者，名為直流電機 (direct current dynamo)。如係發生或使用依一定律例而交替變更其方向之電流，則名為交流電機 (alternating current dynamo)。

(53.2) Faraday 之盤形電機 最簡單之電機，莫過於 Faraday 之盤形發電機 (disc dynamo)。機為一圓銅盤 (圖 339)，在一 U 形磁鐵

間旋轉；盤之中心及邊沿各置一銅刷與盤接觸，以備聯接於外部電路。此式電機之盤，可視作由極多導體沿盤之各半徑分布

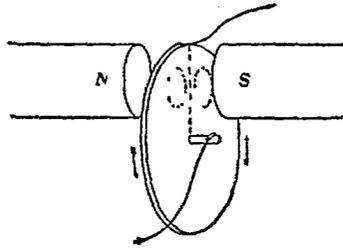


圖 339

而組成者。此諸導體之內端均聯接於中心，其外端則互相聯接於盤周。如是，當盤旋轉時，盤之各半徑次第割切磁力線，而與盤中心及邊沿接觸之兩刷，遂有相當之電動勢。此電動勢之方向，

可用右手法則決定之，其價值則可由(52)章之方程(4)推算之。設磁場強度為 H ，盤之半徑為 r 厘米，每秒旋轉次數為 n ，則各半徑割切磁力線之平均速度為

$$v = \frac{1}{2} \times 2\pi r n = \pi r n \dots\dots\dots (1)$$

故所生之電動勢為

$$E = \pi H n r^2 \times 10^{-8} \text{ 伏特} \dots\dots\dots (1a)$$

(53.3) 電機之電樞與磁場 除 Faraday 之盤形電機外，

簡單之發電機可用一線圈在均勻磁場內旋轉如 (52.8) 節所述。此種發電機所生之電動勢乃交變的，故可視作最簡單之交流發電機。現今所用各種電機，多由簡單交流發電機蛻化而來。電機之主要部分。可分為電樞線路 (armature circuit) 與磁場線路 (field circuit)，茲分別討論之。在發電機中，電樞線路，乃產生電動勢之部分，同時並通過主要電流；在電動機中，電樞線路通過主要電流，同時並產生一反電動勢 (counter emf.) 以反抗主要電流之通行。為增加電流與電動勢起見，尋常電機之電樞線路，係由許多線圈，依相當方法，繞於鐵質電樞上組成之。至於電機所需之磁場，可由永久磁鐵，或電磁鐵供給之。用以激起磁場之線路，是為磁場線路。

磁場線路所生之磁通量自一北極出發，越電樞與北極間之空隙 (air gap)，穿過電樞之鐵心 (core) 後，再越電樞與南極間之空隙，而入於南極。自此乃沿機床之軛鐵 (yoke)，復歸於北

極，而完成磁路（見圖 340）。此磁路之磁阻，其值視電機各部分鐵質之特性，及電樞與磁鐵間空隙之長短及大小等而定。為免除太大之磁阻起見，空隙須減至最短程度。電樞所以用鐵作心之理由，亦為此故。但電樞鐵心，係在磁場內轉動，故有渦流通行，而為減少渦流起見，此等鐵心多用面上塗有絕緣質之薄鐵片層疊而成。各電機之磁極數目，自一對以至於數十對不等。在多極電機 (multipolar dynamo) 中，南北各極均為相間的分布；換言之，即兩個鄰近磁極之磁性各相反（圖 340）。

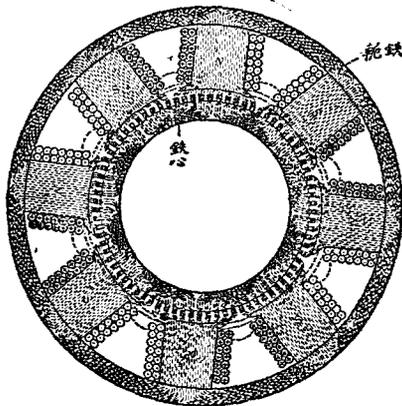


圖 340

(53.4) 交流電機與直流電機之異同 交流電機與直流電機，其磁場與電樞之結構相差無多。茲略說明二者之異點。在較小之交流電機中，電樞部分多為轉動者，而磁場部分則多為靜止

者，圖(341)。如是，電樞上各線圈，互相聯接之後，須提出兩端或數端，以與在樞軸上之兩個或數個隨軸轉動之集流環 R, R' (slip ring) 聯接。此數個集流環與在電樞架上所裝

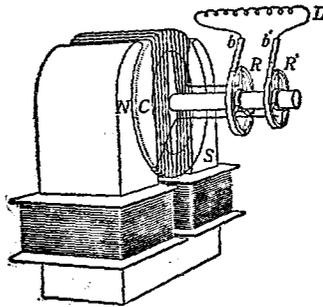


圖 341

置之靜止刷子 b, b' (brush) 接觸。外界電路 L 即藉此數刷與電樞通聯。至於磁場線路所需之直流，可自直流電源直接聯於線路之兩端以供給之。

在較大之交流電機中，電樞部分多靜止，而其磁場部分則為轉動的。磁場線路之兩端，各分別聯接於兩集流環，藉集流環上之刷子以與直流電源通聯。電樞既為靜止的，故在其上之線圈互相聯接後，不必再經集流環，即可與外界電路聯通。

線圈在均勻磁場內轉動而生之電動勢，既係交變的，故欲得直流電動勢，須用相當之設備，以矯正此電動勢之方向，使其在機外電路中，均向一方流動。此種設備，名為整流器(commutator)。如直流電機之電樞係轉動的，則整流器亦為轉動的，而與之接觸之刷子則為靜止的。反之，如電樞係靜止的，整流器亦為靜止的，而刷子則須轉動。欲知整流器之功用，可考究線圈旋轉

於磁場中時，其兩端電動勢之情況。假令線圈（圖 342）之 AB 邊自 Y 轉至 Y' ， GD 邊自 Y' 轉至 Y ，此時線圈兩端之電動勢，均自 A 經 B 及 G

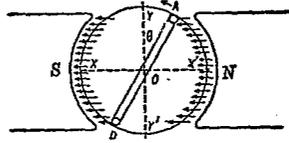


圖 342

而至於 D 。惟轉過 $Y'Y$ 後，線圈兩端之電動勢之方向則反此，如圖（343）虛線所示。今若當 AB 邊轉至 Y' ， GD 轉至 Y 時，線圈外邊電路本與 A 點聯接之一端，忽接於 D 點。同時本與 D 點聯接之一端，忽接於 A 點，則在外界電路兩端之電動

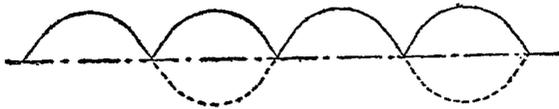


圖 343

勢均向一方。此電動勢與時間之關係，即圖中正弦曲線下半節倒向所成之曲線（圖 343 實線）為達到此目的起見，可用一個由兩半圓形環中隔以絕緣質製成之整流器，以代簡單交流發電機所用之集流環，如（圖 344）

中之 a 及 c 。前此所用之兩刷子 b 及 b' ，則置於環之一直徑之對方，使各與一半環相接觸。當線圈

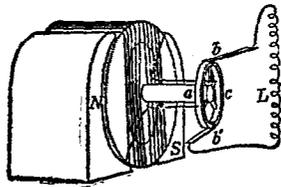


圖 344

中之電動勢為零時，兩刷子之接觸點立即由一半環上，換至其他半環上，於是在外界電路兩端之電動勢，遂為單向的，如圖(343)中實線所示。

用一個線圈，旋轉於磁場中，其所生之電動勢，雖可用整流器矯正其方向，但所得之結果尚多凹凸，而非恆定不變。故為減少電勢之起伏起見，可用兩個互作 90 度角之線圈及由四象限組合而成之整流器如圖(345)甲。此整流器對方兩象限各接於一

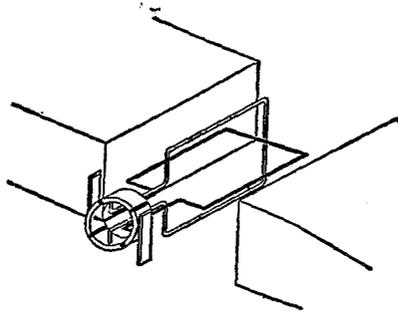


圖 345 甲

個線圈之一端。如是，在兩刷子處所生之電動勢遂如圖(345)乙中實線所示。若增加整流器之片數，及電機中所用之線圈數



圖 345 乙

目，而聯接之如圖(346)甲，則在 b 與 b' 處所得之電動勢亦

較爲恆定，如圖 (346)乙。實
 用電機之整流器，均係由甚多
 之銅條，中隔以絕緣質組成。
 至於刷子之數目，則視電機之
 磁極數目，及電樞各線圈之聯
 接法而定，茲不申述。

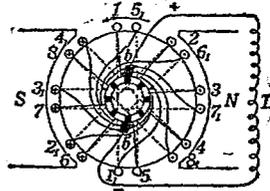


圖 346 甲

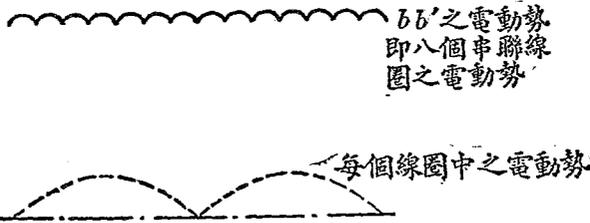


圖 346 乙

(53.5) 直流電機聯接法 在交流電機中，磁場線路所需直
 流，必另由直流電源供給之。直流電機既能供給直流電動勢。故
 其磁場線路所需之電流，亦能由其自行供給，不必外求。因此，
 直流電機除用永久磁鐵者外，又分爲自激 (self excited) 與另激
 (separately excited) 兩種。在另激電機中，電樞線路與磁場
 線路完全分離，不相聯接；至於自激電機，因磁場線路之聯接方
 法，又可分爲串繞 (series wound)，並繞 (shunt wound) 與
複繞 (compound wound) 三種。

串繞電機之磁場線路，外界線路，及電樞線路均係串聯（圖

347)。故外界線路之電流，皆經過磁場線路與電樞線路。在尋常情形之下，磁場線路中之電流既頗大，故串繞電機之磁場線路，須用較粗大之導線，以免所耗費之電能太大。惟因激磁電流甚大，故所用匝數亦可以較少，即能獲得所需之磁場強度。

在並繞電機中，磁場線路與外界線路並聯（圖 348）。如是縱使無外界線路，電樞之電動勢，亦可使電流通過磁場線路。此電動勢之值常頗大，故為減少磁場線路所耗費之電能起見，並繞電機之磁場線路須用較細小之導線。其激磁電流既不甚大，故線圈之匝數，必須加多，方能獲得所需之磁場強度。

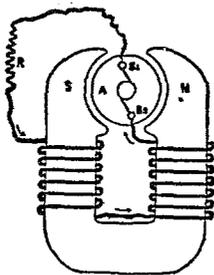


圖 347

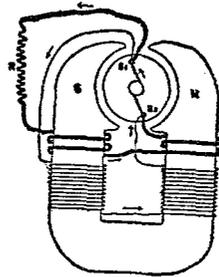


圖 348

在複繞電機中，磁場線路有一部分與外界線路串聯，亦有一部分與之並聯（圖 349）。串聯部分匝數較少，導線較粗，並聯部分，則匝數較多，導線較細。聯接此兩部分時，可使其所生之磁場方向一致或互相反背；前者名為累積複繞法（cumulative

compound), 後者則名為差向複繞法 (differential compound)。

以上三種直流電機，各有其特點，其應用之處，亦各不同。本書對於此層，將略述其大概。惟在未說明各直流電機之特性以前，茲先討論電機中

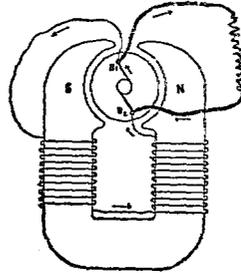


圖 349

被感電動勢，與速度及激磁電流之關係。

(53.6) 電樞之電動勢 當長 l 厘米之導體，以每秒 v 厘米之速度，割切磁力線時，在其兩端之被感電動勢，等於

$$E = Hlv \sin \theta \times 10^{-8} \text{ 伏特} \dots\dots\dots (2)$$

此公式亦為電機各線圈在磁場中轉動時，其中各導體兩端所生之電動勢。各線圈互相聯接之後，各導線所生電動勢，依聯接法，互加而成一個或數個之電動勢，此種情形與混合聯接許多電池後所生之電動勢頗相似。在一定電機中，各個導線所生之電動勢，既與磁場強度 H (在空隙中 $H=B$) 及導線之速度 v 成正比，故電機之總被感電動勢亦與磁極中之磁感應強度 B ，及電機每分鐘轉動數 n 成正比，即

$$E = KBn \dots\dots\dots (2a)$$

式中 K 為一比例係數，其值視電樞之大小，各線圈之接法及數

目等等而定。此公式用於發電機時，即為驅送電流於機外電路中之電動勢，其性質與電池放電時之電動勢相同；若用於電動機時， E 則為反抗電流通過於電樞線路之反電動勢，其性質則與通電流於電解器，或灌電於蓄電池時所遇之反電動勢相同。

自此式觀之，可知用一定之 B ，即一定激磁電流 I_f 時，若電機之速度愈高，所生之電動勢亦愈大。圖 (350) 所示各直線即表此關係。若速度不變， E 與 B 亦成正比。惟電機磁極中之 B ，與激磁電流 I_f 之關係乃與 (50.11) 節所述之 BH 磁化曲線之形式相同。故

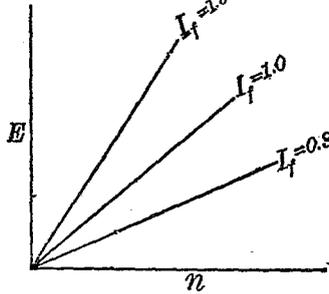


圖 350

當電機之速度不變時，激磁電流與 E 之關係，略如圖 (351) 各曲線所示。此種曲線常名為電機之磁化曲線(magnetization curve)或飽和曲線(saturation curve)。

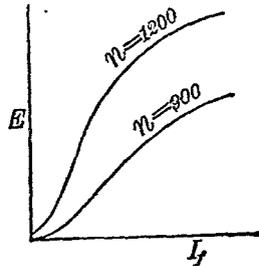


圖 351

(53.7) 發電機之電動勢與機端電壓之區別 當發電機供給電流時，在機內之電樞線圈及與

之串聯之各線圈，均有相當之電位降落。此與電池供給電流時，亦需相當之電位以克服其內阻同理。是以如發電機之電動勢不因其工作情形而改變時，則其值可視為機兩端之最大電位差，即發電機不供給電流時，其兩端之電位差。當發電機供給電流時，在其兩端之電位差，悉較其電動勢為小。茲為簡便起見，名此值為機端電壓 (terminal voltage)。以方程式表之，電動勢 E ，機端電壓 V_t ，與機內阻 R_i 之電位降落 $R_i I$ 有下列之關係：

$$E = V_t + R_i I \dots\dots\dots (3)$$

實際上，用(51)章之伏特計時，所能直接量得者，乃機端電壓 V_t ，而非電動勢 E 。但如亦知發電機之內阻 R_i (包括機內一切與電樞串聯之電阻)，與所供給之電流 I ，則 E 之價值，即可由此公式計出之。此公式與(49.2)節所述電池電動勢之公式(1)完全相似。故當計算電機之電路時，均可用相當之電池及電阻代替電機。在發電機兩端之電壓，即為外邊電路(此後稱之為擔負電路)兩端之電位差。此電壓 V_t 既因電機所供給之電流 I_t 之大小而變更，故某種發電機對於某種應用，是否適宜，即視 V_t 與 I_t 之關係而定。此關係名為發電機之外部特性 (external characteristic)，常用曲線繪於坐標圖紙上以表明之。

(53.8) 串繞發電機之外部特性 在串繞電機中，激磁線路與電樞線路，均與擔負電路串聯，如圖(352)。故擔負線路兩端之電壓 V_t 等於：

$$V_t = E - I (R_a + R_s) \dots\dots\dots (4)$$

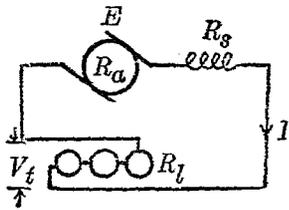


圖 352

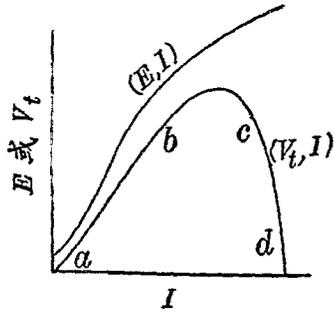
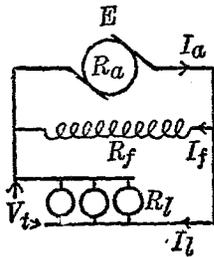
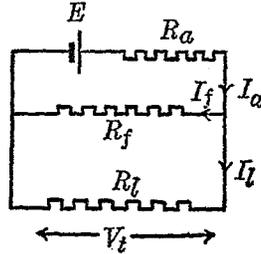


圖 353

式中 E_a 表電樞線路之電阻， R_g 表串繞磁場線圈之電阻。在此式中之 E 乃 I 之函數，其關係略如圖 (353) 所示。故串繞電機兩端之電壓 V_t ，在一定速度之下，起初隨所供給之電流 I 以增加，迨至電機之磁鐵呈飽和狀態時，則 E 之值不復增大，而 $I(R_a + R_g)$ 之值卻仍舊增加，以是，此後 V_t 之增率漸慢，迄 V_t 經過一最大值後，乃反而減少。除 $I(R_a + R_g)$ 之影響外，電樞線圈所生之磁場，亦有減少放發磁場之作用，故串繞發電機之特性略如圖 (353) 所示。此特性曲線自 a 點



甲



乙

圖 354

之部分，為尋常應用部分。在此部分內，機端電壓雖有頗大之變更，然所供給之電流，其變更並不多。因此，串繞發電機常用於需要恆定電流之設備中，如弧燈之類。

(53.9) 串繞發電機之外部特性 串繞發電機之磁場線路，係與擔負線路並

聯，其情形頗似一電池 E 供給兩並聯之電阻，如圖(354)乙。引用 Kirchoff 第一定律，通過電機電樞線路之電流 I_a ，係等於擔負電流 I_l ，與激磁電流 I_f 二者之和，

即 $I_a = I_l + I_f \dots\dots\dots (5)$

引用 Kirchoff 第二定律，則得：

$E = R_a I_a + V_t = V_t + R_a I_f + E_a I_l \dots\dots\dots (6)$

化此式即得：

$V_t = (E - I_f R_a) - R_a I_l = V_0 - R_a I_l \dots\dots\dots (7)$

此中之 V_0 表當電機外無擔負時，機端之電壓。由此觀之，擔負電流 I_l 增加，串繞發電機兩端之電壓 V_t 自一定價值 V_0 逐漸減少。若 $(E - I_f R_a)$ 之價值不因 I_l 而變更，則 V_t 與 I_l 之關係顯然為一直線，但實際上，因電樞磁場所生之反作用， $(E - I_f R_a)$ 之價值，將因 I_l 之增加而略減少，故實際之串繞發電機，其特性非一簡單直線所能表示。圖(355)表此種特性之形式。

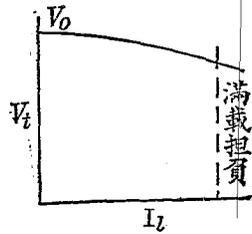


圖 355

串繞發電機兩端之電壓 V_t ，雖因 I_l 之增加而減少，惟其所減少之價值，均不甚大，其值約為 V_0 之百分之五至十，故

為需要恆定電壓之設備所常用，例如尋常之電燈，電爐等。

〔53.10〕 複繞發電機之外部特性 複繞發電機之磁場線路，有一部分與擔負

串聯，又有一部分與之並聯，如圖(356)。引用 Kirchoff 各定律即可求得下列數
方程：

$$I_a = I_f + I_l \dots\dots\dots(8)$$

$$E = I_a (R_a + R_s) + V_l \dots\dots\dots(9)$$

故 $V_l = E - I_l (R_a + R_s) - I_f (R_a + R_s)$

或 $V_l = V_0 - I_l (R_a + R_s) \dots\dots\dots(10)$

式中之 $V_0 = E - I_f (R_a + R_s)$ 亦可視作發電機無擔負時機端之電壓。此公式與公式
(7) 頗相似，但有一不同之點：即當 I_l 增加時，在並繞發電機中之 E 稍減少；
而在複繞發電機中， E 之價值，則視串繞與並繞兩線路所生之磁場之方向而定。若二
者所生之磁場方向係一致，即電機用累積複繞法，則 E 之價值之減少，可較僅用並
繞線路時稍慢；在此種情形下，若串繞線圈之影響甚大，則 E 之價值有時反可因 I_l
之增加而增大。因此，累積複繞發電機之外部特性，較並繞發電機之特性略高，有如
圖(357)中(3)或(2)曲線所示。若串繞與並繞磁場之方向相反，即電機用差

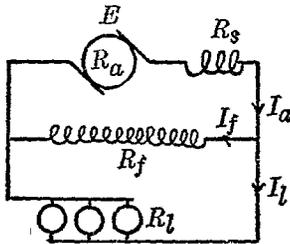


圖 356

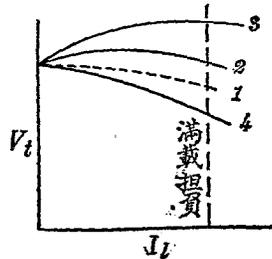


圖 357

向復繞法，則 E 之價值，因 I_f 之增加而減少愈甚，故 V_f 與 I_f 之關係有如(4)曲線所示。

累積復繞發電機之特性之下垂，較之並繞發電機之特性之下垂少，故用於需要一定電壓之設備中，實更為完美。差向復繞發電機通常多不用。

(53.11) Barlow 齒輪 利用通電流之導體與磁場所生之效應，可將電能變為機械能。此種機器名為電動機。最簡單之電動機乃將 Faraday 盤形電機外加以電流。不過為減少接觸點之摩擦阻力起見，Barlow

用一齒輪與汞池接觸。輪為星形之金屬片，支於橫軸上，可以自由旋轉(圖 358)。輪下之齒端，沈沒於置在 U 形磁鐵中間之汞

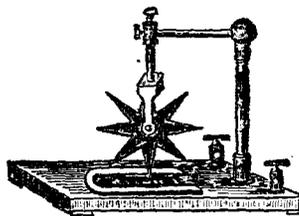


圖 358

池。如是，磁鐵所生之磁力線與輪盤正交。當電流自輪軸流至汞池時，輪即因電磁作用而旋轉。旋轉之方向，可用左手法則決定之。

(53.12) 雷動機之反電動勢 電動機之構造，與發電機完全相同，今不重述。所有之發電機，若外加以相當之電動勢，即可用作電動機。但在電動機中之作用，與在發電機中所生者，迥然不同。外加電動勢於電機兩端，當機轉動時，在電樞線路中各線圈即有一相當之電動勢，反抗電流之通行。此電動勢名為電動

機之反電動勢 (counter emf of a motor), 其價值 E_c 亦可由公式 (2a) 推算之, 即

$$E_c = K B n \dots\dots\dots (11)$$

電動機轉動時, 既有此反電動勢, 故當計算其所通過之電流時, 不得直接以加於電機兩端之電壓 V_i 與電樞線路總電阻 R 之商數作其價值。此與計算灌電於蓄電池時所需之電流頗相似。因此, 反電動勢 E_c , 與在電動機電樞線路中電流 I_a , 及外加於機端電壓 V_i 三者之關係遂為:

$$V_i = E_c + R I_a \dots\dots\dots (12)$$

式中 R 表電樞線路中所有之總電阻。在尋常之電機中, R 之價值均不甚大, 故當初加電壓於電動機時, 電動機之速度為零, 其反電動勢 E_c 亦為零, 而所通過之電流可達頗大之值。是以為減少開動電動機時所需之電流起見, 起初所用之電壓不可過大。通常多先用一可變之電阻, 與電動機串聯, 然後再接之於電源。此串聯之電阻, 有時與他種機件合裝於一匣內, 以成所謂開動匣 (starting box) 者。電機

之速度漸加之後, 其反電動勢亦增加, 於是可漸減串聯電阻, 以提高電機兩端之電壓, 使電流達規定之價值 (圖 359)。

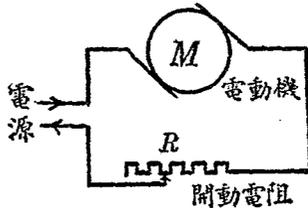
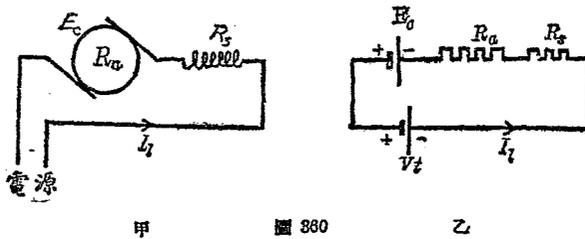


圖 359

(53.13) 直流電動機之線路 在計算各種直流電動機所需之電流時，亦只需用 Kirchhoff 兩定律。惟當特加注意者，即電動機在轉動時所生之反電動勢耳。串繞直流電動機線路如圖 (360) 甲，在計算時，可用乙圖所示之電池線路代替之。在電

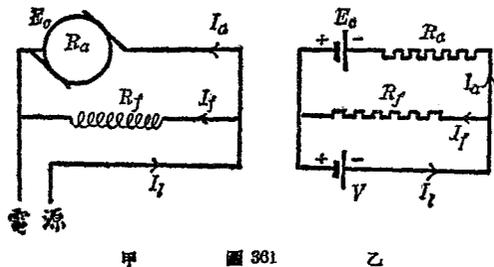


動機中，電流 I_t 即等於電源所供給者，其與電源之電壓 V_t 之關係為：

$$V_t = E_c + (R_a + R_f) I_t \dots\dots\dots (13)$$

至 E_c 之值，可由公式 (11) 計得之。

並繞直流電動機線路如圖 (361) 甲。在計算時，可用乙圖之



甲 圖 361 乙

電池線路。在此情形之下，電源所供給之電流 I_i 乃磁場線路中 I_f 與電樞線路中 I_a 之和，即

$$I_i = I_a + I_f \dots \dots \dots (14)$$

但在磁場線路中

$$V_i = I_f R_f \dots \dots \dots (15)$$

R_f 為磁場線路之電阻，而在電樞線路中

$$V_i = E_c + I_a R_a \dots \dots \dots (16)$$

由此數方程即可計得所欲求之各值。至於複繞電動機線路之解法，讀者可仿本節所述自行推演之，茲不贅述。

(53.14) 電動機之機械的功率 電動機之功用，係將電能變作機械的能。在理想情形下，若電動機各部分無電阻與摩擦阻力，則所輸入之電能，均將變為機械能。惟在實際情形下，電機之磁場線圈與電樞線圈，均有電阻以耗去相當能量，故除輸入磁場線路之電能皆變為熱不計外，輸入電樞線路中之電能，亦有一部分變為熱，其餘一部分則變為機械的能。若 V_i 表加於電樞線路兩端之電壓， I_a 表電樞線路中之電流， R 表電樞線路中之總電阻，則輸入於電樞線路之電功率為 $V_i I_a$ ，而電樞線路因熱而耗去之功率，則為 $I_a^2 R_a$ ，故電機所產生之機械的功率乃為

$$P = (V_i I_a - I_a^2 R_a) = (V_i - I_a R_a) I_a = E_c I_a \dots \dots (17)$$

由此觀之，反電動勢 E_c 與電樞線路中電流 I_a 之乘積，乃等於電動機所生之總機械的功率 (total power output)。此總功率尚

非全可用者，因當電動機轉動時，各部分有摩擦阻力，故須自此值減去因摩擦所損失之功率，方為實際淨得之功率 (net power output)。

(53.15) 直流電動機之速度及轉矩 當電流同時通行於直流電動機之電樞與磁場線路之時，電樞上各導線所受之力，係與空隙中之磁場強度 H (即各磁路中之磁感應強度 B)，及電樞線路中之電流 I 均作正比 (見前 51.5 節)，故轉動電機之轉矩 T (torque) 亦與 B 及 I 均作正比，即

$$T = K_1 BI \dots\dots\dots (18)$$

此中之 K_1 為一常數。在串繞電動機中， B 與 I 亦約為正比，故其轉矩與 I^2 成正比 (圖 332 中之曲線 1)。在並繞電動機中， B 之值隨 I 之增加而略減，故 T 與 I 幾作正比 (圖 332 中曲線 2)。

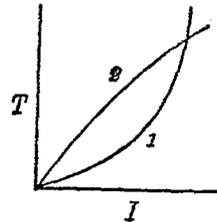


圖 332

在應用上，電動機之速度隨其擔負而變更之情形頗為重要。欲明其關係可將公式 (11) 與 (12) 合併以消去 E_c 。如是，

$$n = \frac{V_t - RI_a}{K B} = K_2 \frac{V_t - RI_a}{\Phi} \dots\dots\dots (19)$$

此中之 n 表電動機轉動之速度， V_t ， R ， I_a 之意義同前， Φ 表電機每極所產生之磁通量， K_2 則為一常數。由此公式觀之，欲變更電機之速度可任變 V_t ， R ， I_a 或 Φ 。聯接電機於一定之電源後， V_t 之值多係固定。茲討論當 V_t 不變時， n 與 I_a 之關係。

在並繞電動機中， Φ 之值幾不變，故 n 隨 I_a 之增加而略減，且當無擔負時（即 I_a 甚小之時）， n 仍有一固定之值。因 I_a 之值隨擔負之值同增減，故並繞電動機之速度與擔負之關係約如圖 (363) 中曲線 (2)，在尋常之並繞電動機中，滿載擔負 (full load) 時之速度較無擔負時僅低約 5% 以至 10%，故常用之於需要穩定不變速度之設備。

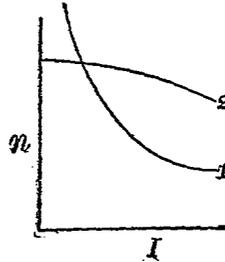


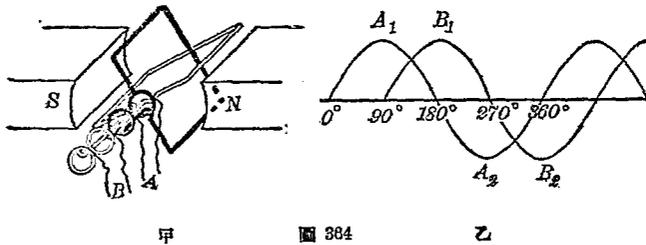
圖 363

在串繞電動機中， Φ 之值約與 I_a 作正比，故當 I_a 甚小之時， n 可達其大之值。因此，較大之串繞電動機，均須裝備機件，以防其擔負太小時，速度過大所發生之危險。圖 (363) 中之曲線 (1) 表示串繞電動機之速度與其擔負之關係。串繞電動機用於曳拉工作，如電車，甚稱合宜，因當車上山或開動之時，速度勿須甚大，而所需之轉矩則較大，且在平坦路途中，轉矩不必甚大時，速度即可達較大之值。

串繞電動機之轉矩與速度及擔負之關係，亦可根據方程 (18) 及 (19) 而討論之，茲不俱述。

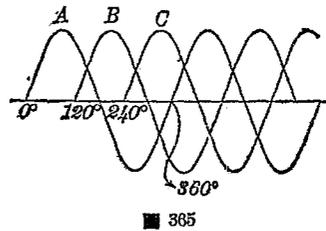
(53.16) 三相交流發電機 交流發電機結構之大概，前已述之。自簡單之交流發電機所生之電動勢，僅有一個。今如用兩個線圈，互成 90 度角繞在電樞上，且令線圈各端分別接於四個集流環（圖 364 甲），則可得兩個交變電動勢。此兩個交變電動勢之頻率 (frequency)（即每秒交變之次數）完全相同，至其相互之關係可用圖 (364) 乙兩正弦曲線表示之。當第一個電

動勢經過最大值 A_1 時，第二個電動勢之價值等於零；當第一個自 A_1 減至零時，第二個電動勢則達其正方之最大值 B_1 。當第



一電動勢達負方最大值 A_2 點時，第二電動勢復為零。當第一電動勢自 A_2 回到零時，第二電動勢乃達其負方之最大值 B_2 。依前所述之簡諧運動（前 12.2 節）言之，第二電動勢之位相，均落在第一電動勢之後之後九十度。換言之，此兩電動勢之位相差為 90 度。此種發電機所生電動勢，名為雙相交流電動勢 (two phase alternating emf.)。如用三個線圈互成 120° 角繞在電樞上，則三個線圈所生之

三個交變電動勢，有如圖 (365) 所示，其位相之差各為 120° 。此種電機名為三相交流發電機 (threephase alt-



ernator)。多相交流發電機各線端常可互相連接，使在機外之線

端數目較少。例如三相發電機之六端，常互相接成爲三端或四端。用多相電流以輸送一定量之電能，所需電線之重量較用單相電流時爲輕。此爲多相交流電優點之一。

(53.17) 交流電動機 交流電動機與交流發電機之結構相同，且亦有單相與多相之別。單相交流電機用作電動機時，不能自己開動，且開動後，其所生反電動勢之頻率，須與外加電壓之頻率相等，方能穩當的轉動。多相交流電動機中有一種名爲多相感應電動機者 (polyphase induction motor)，其結構簡單，價格低廉，運用極便，實爲應用最廣之一種電動機。在此種電動機中，因各相電流之交變，遂有旋轉的磁場，故一加以多相電壓即能開動。此爲多相交流電之又一優點。各種交流電動機之學理屬於電工專科，茲不陳述。

所有直流電機，在理論上，均可作交流電動機之用，此蓋因電樞線路中電流，與磁場線路中電流，其方向若同時改變，則依左手法則，其轉動之方向仍不變更故也。惟因磁場線路與電樞線路之電感量（見後 54.1 節）不同，致並繞或複繞直流電機用於交流電時，其電流在兩路中之分布，不與用直流電時相同，故所能得之效率甚微；因此，遂無實用之價值。至於串繞直流電動機，其電樞與磁場兩線路，既係串聯，故不論用交流電，或用直流電，其對於在兩路中電流之分布，均不生影響，因此，常用於電車，及電扇等等設備。惟在此種電動機中，爲減少渦流起見，

其電磁鐵亦須用薄鐵片組成之。

(53.18) 瓦時計 通常在用電之處，供電公司多裝置一“電表”以觀察用戶用電之多寡，藉便核計電價。此種電表，即前此所述電動機之一種。其所指示者，係等於所用之電能，以仟瓦特小時計算，即電功率與時間之乘積。此種“電表”名為瓦時計 (watthourmeter)。通俗所謂用電一度，即指用一仟瓦時之電能。

第五十三章 問題

- (53.1) 試述 Faraday 盤形電機之結構。
- (53.2) 試述電機之主要部分，及其功用。電動機與發電機之區別何在？
- (53.3) 試作簡圖以表示電機磁場所生之磁感線在電機中所取之途徑。
- (53.4) 交流機與直流機之異同如何，試申述之。
- (53.5) 何謂整流器？其作用若何？試作圖以表示之。
- (53.6) 若直流發電機之磁場未有剩磁，則機能否自激而發電？自激之直流電機可分為幾種，試詳述其聯接法。
- (53.7) 電機之電動勢與磁極所生之磁通量及其轉動之關係如何？
- (53.8) 發電機之電動勢與機端電壓有何區別？用電磁式伏特計以與電樞兩線端相接時，其所指示者為何？
- (53.9) 何謂發電機之外部特性？串繞，並繞，與複繞發電機之外部特性各如何？

- (53.10) 問如何可以改變直流發電機所生電動勢之方向？
- (53.11) 試述 Barlow 齒輪之作用。
- (53.12) 何謂電動機之反電動勢？
- (53.13) 較大之電動機不得直接聯於電源，以使之開始轉動，其故安在？
- (53.14) 試作簡圖以表示直流電動機各線路之接法。
- (53.15) 試證明電動機所放出之總功率為 $E_c I_a$ ， E_c 表其反電動勢， I_a 則表其電樞線路中之電流。
- (53.16) 試討論直流電動機之速度及轉矩與其齒頁之關係。
- (53.17) 問下述動作對於並繞或串繞之直流電動機之轉動方向有何影響：(a) 將其電樞兩線端對調；(b) 將其磁場線路兩線端對調；(c) 將電源兩線端對調；(d) 將電樞兩線端及磁場線路兩線端同時均對調？
- (53.18) 何謂多相交流發電機？
- (53.19) 直流電動機可否用於交流電路，試討論之。
- (53.20) 何謂瓦時計？

第五十三章 習題

- (53.1) 一 Faraday 盤形電機之半徑為 15 厘米。若其在一與盤正交之磁場中每分鐘旋轉 2,400 次而磁場強度為 2,000，試計其電動勢。
- (53.2) 一雙極發電機之電樞面上共有 480 條串聯線圈。若其電樞每分鐘轉動 1,200 次，每磁極共產生 1,250,000 條磁力線，問其平均電動勢為若干伏特？
- (53.3) 試作一圖以表示一串繞發電機聯接於一外電阻 R ，並繪一可變之電阻

X 與其激磁線圈並聯。此機之速度不變且供給一定之電流。假如其電動勢與激磁電流成正比，且當未加入 X 時，機之電動勢為 120 伏特，問 X 之值應為若干方能使其電動勢減為 110 伏特（激磁線圈之電阻為 0.2 歐姆）。又問若加入 X 後， E 仍為 110 伏特， $R=0.4$ 歐姆，電樞之電阻 $R_a=0.2$ 歐姆，其所供給之電流為若干？試計算其所放出之功率及其電的效率。

(53.4) 一並繞發電機之電樞線圈之電阻為 0.1 歐姆，其磁場線路之電阻則為 25 歐姆。當此機送 5 安培之電流於外電阻時，其機端電壓為 100 伏特，問其電動勢及激磁電流各若干？問其放出之功率及其電的效率各若干？

(53.5) 當發電機之外阻等於其內阻時，其放出功率為最大，試證之。

(53.6) 設有複繞之發電機，其並繞之激磁線圈，係直接聯於電樞線圈之兩端，然後將串繞之激磁線圈聯上，試求機端電壓 V_t ，電動勢 E ，擔負電流 I_t ，電樞之電阻 R_a ，與並繞及串繞線圈之電阻 R_f 及 R_s 等量之關係。

(53.7) 設圖書館至發電廠之距離為 650 米，館中共有 200 盞 50 瓦特電燈。發電機之機端電壓為 230 伏特。若各燈所需之電壓為 220 伏特，問所用之銅導線之直徑若干？若機之電動勢為 232.5 伏特，問其電樞之電阻幾何？如其並繞線圈所需之激磁電流為 2 安培試計此設備之全部電的效率。

(53.8) 一串繞電動機之內阻為 0.25 歐姆，其電樞中之電流為 30 安培。若與機端相接之伏特計示 100 伏特之值，問其反電動勢若干？又問其所放出之馬力為若干匹？若其摩擦阻力等所消耗之功率為 300 瓦特，問其效率如何？

(53.9) 一發電機之速度為某值時，其電動勢為 100 伏特。機之內阻為 0.55 歐姆。今將之用作電動機，其速度與激磁電流同前。若接於機端之伏特計示 104.2 伏

特，問機所通過之電流若干？問開動此機之時，其電流可達若干安培？今如限制開動時電流，使之不得超過 30 安培，問應增加若干歐姆電阻。

(53.10) 加於一並繞電動機之電壓為 120 伏特，其磁場線路之電阻為 60 歐姆，電樞線路之電阻則為 0.2 歐姆。若其所取用之電流共為 32 安培，問通過磁場線路及電樞線路之電流各若干？其反電動勢幾何？其輸入之機功率如何？若其效率為 70%，問因其摩擦阻力等（即電阻所耗之電功率除外）所耗之電功率若干？

(53.11) 一電動機之電樞上共有導線 200 條，樞之直徑為 6 吋，長為 8 吋。設各導線中之電流均為 30 安培，而所用之磁場強度為 6,000，試求轉動電樞之轉矩。若其轉動之速度每分鐘為 1200 週，問其輸出之機功率如何？

(53.12) 設有串繞之電動機其磁場強度與激磁電流成正比。其內阻為 0.5 歐姆。當其所受之電壓為 110 伏特，其電流為 30 安培，而其速度則為每分鐘 1000 週。若其擔負減少，因而電流僅為 15 安培，問其速度若干？又問其轉矩減少幾倍？

(53.13) 設有並繞之電動機，其磁場強度與激磁電流成正比，其電樞之電阻為 0.5 歐姆。當其所受之電壓為 110 伏特，其電樞之電流為 30 安培，其激磁電流則為 2 安培，而其速度則為每分鐘 1,000 週。今若將其磁場線路之電阻減至為 25 歐姆，問其轉矩及速度將如何變化？若維持其激磁電流不變，而減少其擔負至電樞電流僅為 15 安培時，問其轉矩與速度各如何？

第五十四章 電感

(54.1) 自感現象 1832 年時，Henry 及其他物理學者已察及當開斷電磁鐵之電路時，其斷點處有頗大之火花，惟關閉時則否。Faraday 詳細考究此現象，乃得下列數事實。當開斷線筒 (solenoid) 電路時，線筒雖非繞於鐵質之桿上，然斷點處亦有火花，惟較用鐵心時為小。若斷絕在一短線中之電流，則變無火花。又如將一長電線回疊於自身，使其所圍繞之面積等於零，則當斷絕其中之電流時，斷點亦無火花。其始，Faraday 以為電流頗似有慣性之物體，在其已流通後，有繼續流通之傾向，惟彼亦謂此種“慣性”不能認為電流自身所有，蓋同長之導線，其所生效應之大小，乃視線之形狀，與其所處之媒介質而定。其後，彼以電磁感應為說，乃認此現象為變更電流對於電路自身所發生之效應，而名此效應為自感現象 (self induction)。

自感現象可用下述實驗為更明顯之表演。在一繞於鐵心上之線圈之 C D 兩端，聯接一小電燈 L ，並接以電池 B 及一電鑰 k 如圖 (366)。當線路中已有電流時，開電鑰 k ，即見電燈忽然特別明亮。惟關閉此電鑰時，則

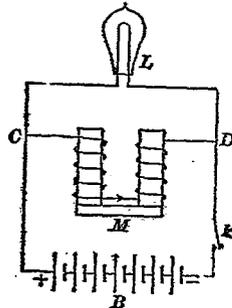


圖 366

無此效應。又如取去線圈之鐵心而作此實驗，則所得之效應較小。

若以電磁感應為說，此實驗之結果，頗易說明。當電路中通有電流之後，此電流所生之磁通量，常有一部分與電路鏈串，斷絕電流時，此等磁通量即被消滅，其情形與取去另一磁鐵之情形頗相似。因此，斷絕電路之電流時，電路中遂有被感應之電動勢呈現於電路斷點之兩端。此電動勢可達頗大之價值，以使火花飛越斷點。前段所述之電燈，於啓電鑰時忽然特明亮之情形，即由此電動勢所生較大之電流而來。此被感應電動勢之大小，既由磁通量變更之快慢而定，故當斷絕電磁鐵之線路時，被消滅之磁通量亦較多，所生之火花遂亦較明亮。若電路甚短，或電線回疊於自身上，則與電路相鏈貫之磁通量，其變更既甚微，所生之自感電動勢，自亦甚小。無被感應電動勢之電路，名為無感電路 (non-inductive circuit) 各式電阻箱內之線圈，多先回疊，然後再繞於圓筒上，即以避免其自感作用。

自感電動勢並非在斷絕電流時，方始呈現，即在通電流於電路時，實亦存在；不過當電流通行時，自感電動勢之方向係反抗電流之通行，使電路中電流之增加較

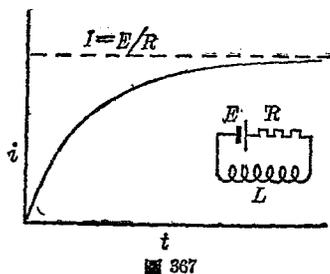


圖 367

慢，故不易察及耳。設用相當之儀器，以檢查各種電路中電流之增加，即可見在有感應性電路中，電流與時間之關係略如圖(367)之曲線。

(54.2) 自感係數及其單位 據上所述，自感電動勢之大小，乃由穿過電路自身之磁通量之變更率而定。但穿過電路自身之磁通量，其多寡乃由電流之大小，電路所圍繞之面積，暨其中有無鐵質三事而定。按與電路之 N 匝線圈相穿鏈之磁通量 Φ ，其總鏈數 (linkage) 為 $N\Phi$ ，圖 (368) 而在無鐵心之線路中，此鏈



圖 368

數乃與電流 i 成正比，即

$$N\Phi = Li \dots\dots\dots (1)$$

式中之 L 為一比例係數，今名之為自感係數 (coefficient of self induction) 或 (self inductance)，或電感 (inductance)。在無鐵心之電路中， L 之價值，乃由電路之大小及形狀而定，且係一不變之常數，可用相當之方法預先算得之（例見54.4節）。至於在有鐵心之電路中，上式之 L 非一不變常數，其價值須視鐵心之導磁率 μ 而定。在此種情形之下，自感係數一詞，雖仍可沿用，然由公式 (1) 所計得之值，常與量測之值不盡相同，蓋有鐵心線路之自感係數，其值乃視電流之大小，及鐵心之過去磁化歷

史而異故也。

自感係數之意義，若以自感電動勢說明之，或更爲明瞭。與線路自身 N 個線圈相穿鏈之磁通量鏈數，其值既爲 $N\Phi$ ，則因此鏈數之變更率而生之自感電動勢，必爲（見前52.7節）：

$$e = -\frac{N\Phi}{t} \dots\dots\dots (2)$$

但 $N\Phi = Li$

故
$$e = -L \frac{\dot{i}}{t} \dots\dots\dots (3)$$

因此，吾人亦得言當電路中電流之變更率，每秒爲一單位，而所生之自感電動勢，其數值亦爲一單位時，此電路之自感係數，亦爲一單位。實用之單位自感係數，與伏特，安培，歐姆，法拉等等相對應者，名爲亨利 (henry)，其值等於 10^9 絕對電磁單位



圖 569 甲

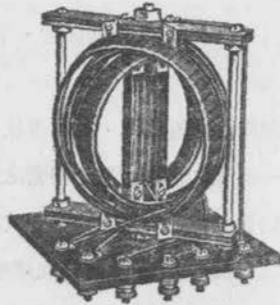


圖 569 乙

之自感係數。自感係數，電阻，及電容，為電路之三重要元素。為表顯三者之同等重要起見，今亦名之為電感 (inductance) 以與電阻及電容兩詞相鼎立。標準的電感，常用導線繞於非鐵質之圓柱上組成。其所含之電感，多為亨利的次倍數 (submultiple)。可變之電感常用兩個串聯線圈組成 (見圖369)。若變更兩線圈之相互的位置則其間所穿鏈之磁通量亦隨之而變更。如是所得之電感，即可在一最大值及一最小值之間。

(54.3) 自感係數之比較法 欲比較兩個線圈之自感係數，亦可用 Wheatstone 橋。不過測定之手續，較量電阻時略繁。假設 A 與 B 表兩個無感電阻 (non-inductive resistance) 之價值。L₁ 與 L₂ 為兩個待比較之線圈。若 L₁ 與 L₂ 之電感均大於其電阻甚甚，則可仿照量電阻方法，將 A, B, L₁ 與 L₂ 四者聯成一 Wheatstone 橋，如圖 (370)。至所用之電池與電流計，應各改用小交流機，例如微音器 (microphone hummer) 及一電話耳機，如

(48.5) 節測電解液之電阻時所用者。今若調節 A 與 B 使耳機中聲音達最低程度，即得平衡點。此時 L₁ 與 L₂ 之比值等於 A 與 B 之比值：—

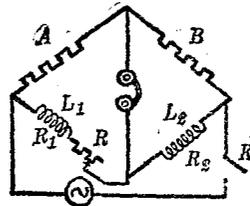


圖 370

即
$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{A}{B} \dots\dots\dots (A)$$

若 L₁ 與 L₂ 之電阻頗大，則此簡單方法不能引用。遇此種情形時，應在 L₁ (或 L₂) 中另加一無感應性之電阻 B，使橋四臂之電阻與其電感同時均達到平衡點

態，如是則

$$\frac{A}{B} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1 + R}{R_2} \dots\dots\dots (5)$$

此中 R_1 與 R_2 各表 L_1 與 L_2 之電阻， R 則表加入於 R_1 臂中之電阻。上列兩公式之證明，須用交流電原理，今略之。

當用 Wheatstone 橋作電阻之測驗時（見47.9節），應先關閉在電池線路中之電鑰，然後再關閉電流計線路中之電鑰，此點將已述及，茲說明其理如次。蓋所欲比較之各電阻，其自感係數常非相等，故如先關閉電流計之線路，然後再關閉電池線路，則電流將先沿自感係數較小之支路流通，如是即使各電阻已達平衡狀態，然當關閉電池線路之電鑰時，電流計指針亦常呈頗大之暫時偏轉，而使平衡點不易準確鑑定。

(54.4) 自感係數之計算法 依(54.2)節所述，電路之自感係數 L ，乃等於每單位電流所生之磁通量鏈數，即 $L = \frac{N\Phi}{i}$ 。在簡單電路中，磁通量 Φ 之價值，可用磁路定律推求之。例如有—環形線筒，上繞 N 圈。環之平均半徑為 r 厘米，環之截面積為 A 方厘米，當電流 i 通過此線筒時，其所生之磁通量為（見前50.15節）

$$\Phi = \frac{4\pi Ni}{2\pi r} = \frac{2NiA\mu}{r} \dots\dots\dots (6)$$

是則 $L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{2N^2A\mu}{r}$ 絕對電磁單位 $\dots\dots\dots (7)$

在牠式線圈中，自感係數不易計算。但由上式即可斷定各式線圈之自感係數，實與圈數 N 之平方，及其面積 A 幾成正比，而與其長度幾成反比。至於含有鐵質線路之

自感係數，因 μ 之值非恆定不變，故由上式所計得者，僅可視為一種之平均值。

(54.5) 線圈中所儲之磁能 在 (54.1) 節用電燈及電磁鐵表示自感現象時，曾述及當開啓電鑰時，電燈忽然特別明亮。此時，燈中所耗之能量，乃由電磁鐵線路所積儲之磁能變成。茲特計算此磁能之價值如下。

假設在一自感係數為 L 之線路中，電流在 t 秒內，均勻的自零增至一最大值 I 。在此時間內之平均電流為 $\frac{I}{2}$ ，故通過電路之總電荷乃 $Q = \frac{It}{2}$ 。然電流之增率既為一定，則被感電動勢在此時間內，亦為一定不變，即 $E = -\frac{LI}{t}$ 。又被感電動勢之方向，既為反抗電流之通行，故在此時內所需之功為

$$W = -EQ = \frac{1}{2}LI^2 \dots\dots\dots(8)$$

此功即為儲積於電感中之磁能。如電流之增加率非均勻的，則可用積分學原理求得同樣之結果。由此方程可知儲於電感之磁能，其大小僅由電感大小，及電流最後之價值而定。茲試以此式與容電器所儲之電能互相比較。在 (45.3) 節中已述及電容 C 內所儲之電能為：

$$U_s = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CE^2 \dots\dots\dots(9)$$

此中 Q 表容電器一電版上所積之電量， E 表其兩端之電位差。此與方程 (8) 甚相似。不過容電器所儲者為靜電能，而電感所儲者乃磁能耳。靜電能可視作一種位能（見前45.4節），磁的現象

既為流動之電荷所生，則磁能可視作一種動能。

(54.6) 互感係數 在第(52)章中說明電磁感應現象時，曾述及當通過一線圈之電流變更其值時，在其鄰近之線圈中，亦有被感應之電動勢，圖(371)。此電動勢之值，乃由穿過副線圈之磁通量之變更率而定。若原線圈與副線圈之相互的位置，大小，與圈數均不變，則與副線圈各圈 N_2 鏈穿之磁通量 Φ_2 ，係等於原線圈所生之一定部分。但原圈所生磁通量，與原線圈之電流 I 為正比，故副線圈之磁通量鏈數 $N_2 \Phi_2$ 亦與 I 為正比，即

$$N_2 \Phi_2 = M_{12} I_1 \dots\dots (10)$$

此中 M_{12} 為一比例常數，其價值完全由兩線圈之幾何的形式，相對位置，與圈數及所在之媒介質之導磁率而定。依被感電動勢之意義，則由上式亦可導出

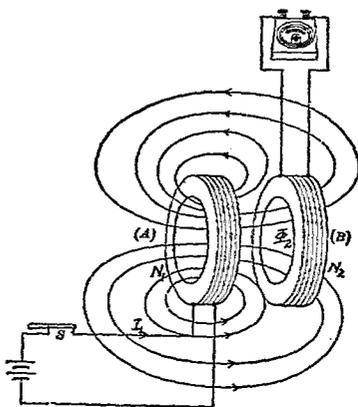


圖 371

$$E_2 = -N_2 \frac{\Phi_2}{t} = -M_{12} \frac{I_1}{t} \dots\dots\dots (11)$$

以表明原線路中電流在 t 秒內變更 I_1 值時，副線路中所生之平均電動勢等於 E_2 。

同理，吾人亦可以下列方程 $N_1 \Phi_1 = M_{21} I_2 \dots\dots\dots(12)$

表示當副線圈中電流為 I_2 時，此電流所生之磁通量有一部分 Φ_1 與原線圈各 N_1 圈穿鏈，此中之 M_{21} 為與 M_{12} 同性質之常數。倘以電動勢表之，則得

$$E_1 = -M_{21} \frac{d\Phi_1}{dt} = -M_{21} \frac{dI_2}{dt} \dots\dots\dots(13)$$

以表明當副線圈中電流在 t 秒內變更 I_2 值時，原線路中所生之平均電動勢。

上列兩方程中之 M_{12} 與 M_{21} 皆為一種感應係數，用以表明兩線路之互相感應作用者。初視之，二者之價值似不相同，其實乃完全相等。欲證明 $M_{12} = M_{21}$ ，可先計算當第一線圈中電流為 I_1 ，第二線圈中電流為 I_2 時，兩線圈間磁場所儲之總磁能。此種狀態，可用二個次序不同之手續完成之。第一法令第二線圈中電流為 I_2 ，且用相當方法維持其值，使之不稍改變，同時則漸令第一線圈中之電流自零增至 I_1 。第二法之手續略與第一法同，然其次序則為先令第一線圈中之電流恆為 I_1 ，然後再令第二線圈中之電流自零增至 I_2 。

依(54.5)節理由，第二線圈之電流為 I_2 時，因其自感係數為 L_2 而儲之能為 $\frac{1}{2} L_2 I_2^2$ 。第一線圈之電流為 I_1 時，因其自感係數為 L_1 而儲之能則為 $\frac{1}{2} L_1 I_1^2$ 。但當用第一法，使第一線圈中之電流自零增至 I_1 時，在第二線圈中有一被感電動勢

$E_2 = -M_{12} \frac{I_1}{t}$ 發生。此電動勢之方向，如與 I_2 相反，吾人當另作功以維持第二電路中之電流 I_2 ，使之不變。此功亦儲於磁場中，而成爲線圈間之磁能。但因 E_2 與 I_2 之方向相反，故此功爲

$$W = -E_2 I_2 t = M_{12} I_1 I_2 \dots\dots\dots (14)$$

而兩個線圈間總磁能遂爲

$$U_{12} = \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + M_{12} I_1 I_2 \dots\dots\dots (15)$$

如用第二法時，仿照上述理由，亦得推出兩個線圈間之總磁能爲

$$U_{21} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{21} I_2 I_1 \dots\dots\dots (16)$$

第一與第二法之結果既相同，故

$$M_{12} I_1 I_2 = M_{21} I_2 I_1 \dots\dots\dots (17)$$

而 $M_{12} = M_{21} \dots\dots\dots (18)$

因此， M_{12} 與 M_{21} 均可用同一記號以代表之，例如 M ，茲名之爲兩個線圈之互感係數 (coefficient of mutual induction 或 mutual inductance)。互感係數之單位。與自感係數之單位相同，在實用系統中，亦名爲亨利。不含鐵質之兩線圈，其互感係數 M 之價值乃一不變之常數，可用相當之方法計得之，若兩線圈中有鐵質，則 M 之值，須視鐵質之導磁率 μ 而定。

(54.7) 互感係數之測定 欲測兩線圈之互感係數，可用 (51.16) 節之衝擊電流計，接法如圖 (372)。當關閉電鍵 K 以至使原線圈 P 中之電流自零增至 I_1 ，則在副線圈 S 之線路中，各時刻之被感應電動勢將使電荷 $Q = \frac{MI_1}{R_2}$ 流過於衝擊電流計

BG 中, R_2 表副電路之總電阻。自 BG 之

首次最大偏轉 θ , 及其常數即可測得 Q 。按

(51.16)節原理, 如 k 表電流計之常數, T 表

其週期,

$$\text{則} \quad Q = \frac{kT}{2\pi} \theta$$

$$\text{故} \quad M = \frac{kT}{2\pi} \frac{R_2}{I_1} \theta \dots (19)$$

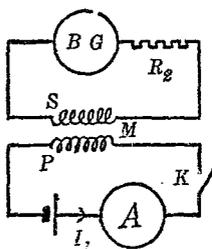


圖 372

(54.8) 互感係數之符號 當電流在一電路中變更時, 因自感作用而生之電動勢, 均反抗此變更, 故在 $E = -\frac{Li}{t}$ 公式中, L 永為正號。又當電流在電路中變更時, 在副電路中所生之電動勢, 雖有反抗副電流變更之趨勢, 然就副電路而言, 此副電動勢之是否減少或增加副電流, 則視兩線圈內電流所生之磁場方向是否相同而定。假設兩線圈本有之電流, 其所生之磁場方向係相同, 則當電流增加時, 依 Lenz 定律, 被感應之副電動勢即與本有之副電流方向相反。在此情形之下, 欲維持副電流使之不變, 宜如前節所述, 吾人必須作功; 換言之, 線圈間之總磁能將因線圈之有互感作用而增加, 即 M 之值為正號。反之, 若兩線圈本有之電流, 其所生之磁場方向係相反, 則當電流增加時, 被感應之副電動勢, 其方向必與本有之副電流方向相同。因此, 在此種情形之下, 吾人須自線圈內取去相當之功, 始能維持副電流使之不變; 換言之, 線圈間之總磁能, 因線圈之有互感作用, 而反減少, 即 M 之值為負號。

互感係數之為正或負, 可以一線圈之能在另一線圈內旋轉者表明之, 如圖(369)。當兩線圈之平面完全符合而其中所生之電流, 其方向相同時, 其互感係數為正方最大。今如漸旋轉一線圈, 則二者之互感係數亦漸減, 迄至兩線圈互作直角時, 二者之

互感係數，據理論言之，即等於零。迨轉過 90 度角位置後，二者之互感係數遂向負方增大，至旋轉及 180 度角時，二者之平面又符合，惟此時，其磁場方向乃與前反背，故互感係數為負方最大值。

(54.9) 感應圈 利用電磁感應現象之儀器與設備，除第(53)章所述之電機外，尚有多種。感應圈，變壓器，及電話機乃此中最重要之三種，今分別說明其構造之大概。

感應圈 (induction coil) 乃用以供給頗高之脈動 (pulsating) 的直流電動勢者。其主要部分為一個匝數較少之原線圈 P ，與一個匝數較多之副線圈 S ，同繞於鐵線製成之心 O 上，及一個斷續電流之設備，圖(373)。接於斷續器 (interrupter) 之兩端常有電

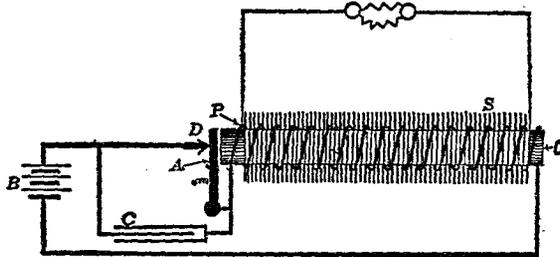


圖 373

容頗大之電容器 C 。最簡單之斷續器乃一枚振動之鐵片 A 。當電流經過接觸點 D 而通行於原電路時，鐵心變作磁鐵而吸引 A 。如是，原電路即被斷絕。原電流既停止， A 被彈簧牽引而跳回與 D 接觸，復完成原電路。此後，鐵片乃往返振動以斷續原電流。

當原電流被斷絕時，在副電路中即有甚大之電動勢。斷絕之時間愈短，所生之電動勢亦愈大。當原電流被繼續時，副電路中亦有相當之電動勢，但繼續電路之時間常不及斷絕時間之倉促，故所生之電動勢亦不如斷絕時之高。斷點兩端所以聯接容電器之原因，亦為增高副電動勢起見。在感應圈中，原電路之自感係數頗大，故當原電路被斷絕時，有甚大之火花跳越於斷點 D 。此火花不但易將接觸點燒蝕，且可延長原電流，使之不立即滅亡。今若接一容電器 C 於 A 及 D ，則當原電路被斷絕時，被感電動勢，將不復耗於發生火花，而被用以儲積電荷於容電器內，如是既無火花，接觸點之燃燒可免，而電流斷絕之時間亦可減少。此外，在原電流已被斷絕之後而尙未繼續之前，容電器所儲積之電荷，復可沿原電路及電池放出。此放電之電流與原電流之方向且係相反，故在鐵心中，磁通量之減率，因容電器之放電，更為迅速，而所生之副電動勢亦更高。

在較大之感應圈中，副電動勢可達甚大之價值，而使火花跳越 50 厘米以上之空隙。此種儀器，在近日需用高電壓之設備中，頗為重要。然副電動勢雖高，其所供給之電流則甚小，因在副電路中之電能，無論如何，均不能超過原電路所供給之電能故也。此外，吾人又可注意當原電路被斷絕時，其所生之電動勢，較其被繼續時所生者大甚。以是，有時常稱感應圈之副電路有正負之分別，其實此種電動勢，僅為脈搏的電動勢，而非平常之直流電

動勢。

(54.10) 交流變壓器 交

流變壓器乃一種感應圈，用以變更交流之電壓者。其結構包含兩個線圈 P 與 S ，繞於用薄鐵片組成之鐵心上，圖(374)。當

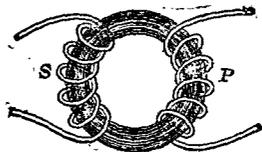


圖 374

交變電流通過變壓器之原線圈 P 時，鐵心中生有交變之磁通量。此磁通量與副線圈 S 相鏈，遂生交變的副電動勢，可用以驅使電流通過於副電路中。副電動勢與原電動勢之比值，可依被感電動勢之公式

$$E = -N \frac{\Phi}{t}$$

推求之，蓋在變壓器中，原線圈所生之磁通量 Φ 幾完全與副線圈相鏈，

故
$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} \dots\dots\dots (20)$$

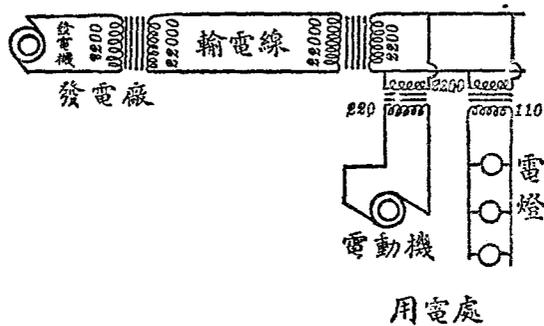
即兩電動勢之比值與兩線圈匝數之比相等。又在良好之變壓器中，副電路所供給之電功率，幾等於原電路所供給者，即

$$E_2 I_2 = E_1 I_1 \dots\dots\dots (21)$$

故副電流 I_2 與原電流 I_1 之關係為

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \dots\dots\dots (22)$$

(54.11) 交流電與直流電之比較 交流電在今日商用上，所以有如是重要之位置，其最大原因之一，乃其電壓可用變壓器任意使之甚經濟的變高或變低。在輸送電流至較遠之地方時，倘不用較高之電壓，則需甚大之導線，極不經濟。例如輸送 100,000 仟瓦，如用 110 伏特之電壓，所當輸送之電流則達 900,000 安培左右。如斯巨大之電流，倘不用極大之導線，則大部分之電能將被耗費為導體中之熱。但若增加所用電壓至 200,000 伏特，則所當輸送之電流僅 450 安培左右，而所需之導體自可減小。然欲得 220,000 伏特之電壓，苟僅用一個或數個串聯發電機以供給之，實際上，困難頗多。惟既有變壓器，則交流電壓可隨意變高或變低，而此問題乃易解決。例如，在發電廠中，發電機所生之電壓僅為 2,200 伏特，圖 (375)，經過相當之變壓器，變



爲 22,000 伏特後，輸送至用電處所，再用變壓器減至較安全之 110 或 220 伏特，以備尋常之應用。此種手續，在應用上極爲簡單。至於直流電之電壓。則不能如是變更。是爲交流電優點之一。

此外。交流發電機不用整流器，其構造既較簡而廉，且每機所能生之電動勢，較直流機爲高，而效率亦較佳。至於多相交流電與多相感應電動機之效率與便利，更爲直流電所不可望及。顧雖如是，然直流電在商用上，亦有其相當之位置，例如電鍍，電鑄，蓄電池，及供給真空管之版極等等，均非用直流電不可。遇此等情形時，常可用整流器 (rectifier) 將交流電矯正爲直流。

(54.12) 電話機 電話機 (telephone) 乃 Bell 氏在 1876 年所發明之通訊利器。當時所造之機器，係以一薄鐵片置於永久磁鐵磁極之端，而在磁鐵本身上，繞以多圈導線，圖 (376)。此式電話機可作發送器 (transmitter) 用，亦可作接收器 (receiver)

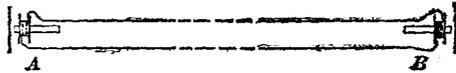


圖 376

用。當吾人向發送器說話時，聲浪擊動鐵片，使之振動。因此振動，話機中磁阻隨之而變，故永久磁鐵所生之磁通量亦隨之變更。此變更之磁通量，藉感應可生相當之電動勢，於繞在磁鐵上線圈之兩端，使其輸送相當電流至接受器內之線圈中。是時，接

收器之磁化力，受電流之影響，亦隨之變更。故其鐵片乃隨之振動以成聲浪。此種簡單之電話機，用作發送器時，效率甚小，所能通話之距離亦甚短。現今所用之發送器多為炭粒式之微音器 (carbon microphone)。在此種發送器中，有許多細炭粒 g 貯於兩碳版 cc' 間，圖 (377)。一版固定不動，他版與一薄鐵片 D 聯

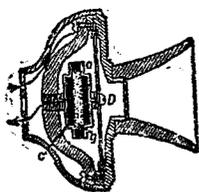


圖 377

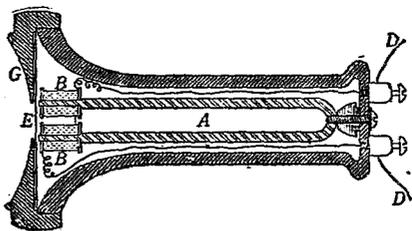


圖 378

接，可以振動，當聲浪擊動鐵片時，可動之碳版隨之振動，以變更碳粒所受之壓力。如是，碳粒之電阻，亦隨聲浪以增減。是時，發送器既接於電池電路中一部分，故因碳粒電阻之變更，可影響及電路中之電流。此變值的電流通過變壓器變作交流後，即可傳達至遠方之接受器，至在接受一端之作用，與已述者同，茲略之。圖 (378) 示常見收話耳機之一。

第五十四章 問題

(54.1) 何謂自感現象，試舉一實驗以說明之。

(54.2) 自感係數之定義可任用三公式之一，試申述之。若線圈中有鐵棒，問由

此三公式所計得之自感係數之值是否相同？

(54.3) 何謂磁通量鏈數？試述亨利之定義。

(54.4) 自感係數頗似力學中之慣性，試述其故。

(54.5) 試述比較線圈之自感係數之方法。

(54.6) 問用 Wheatstone 橋時，何以必先關閉在電池支路內之電鑰，然後方可關或開電流計段中之電鑰？

(54.7) 今有線筒，若增加其匝數一倍，問其自感係數約增大若干倍？又若維持其匝數不變，將線筒之長度增加一倍，同時且增大其截面積一倍，問其自感係數約增或減若干倍？

(54.8) 問如何可以製得無感電阻？

(54.9) 因線圈之自感作用，其所儲蓄之能量如何？當開啓線圈之電路以斷絕其中之電流時，問原儲於其四周磁場之能量何往？

(54.10) 試比較線圈所儲之能量，及容電器所儲之能量。

(54.11) 何謂互感係數？第一線圈對於第二線圈之互感係數，與第二線圈對於第一線圈之互感係數是否相同；試證明之。

(54.12) 試陳述如何可以量得兩線圈之互感係數。

(54.13) 互感係數有時冠以正負之符號以資區別，自感係數則否，試說明之。

(54.14) 試述感應圈之構造及其功用。

(54.15) 試述交流變壓器之構造及其功用，並其與感應圈之異同。在交流變壓器中所損失之能量，計有四因，試臚舉之。

(54.16) 設有最大指示為 150 伏特之交流伏特計，今欲量 2,200 伏特之電壓，問

可用何法？設有最大指示為 5 安培之交流安培計，今欲用之以量 100 安培之電流，問可用何法？

(54.17) 交流電與直流電在應用上孰為較便，試申述之。

(54.18) 試略述電話機上之主要部分。

(54.19) 電感之絕對電磁單位有時亦稱為厘米，其故安在？

第五十四章 習題

(54.1) 設一線圈之自感係數為 0.04 亨利，中有電流每秒變更 2,000 安培，問因此而生之自感電動勢若干？若最大之電流為 5 安培，問所儲之能量若干？

(54.2) 問一亨利等於若干電磁單位之電感？若干靜電單位？

(53.3) 設有兩線圈，其自感係各為 L_1 及 L_2 ，其互感係數則為 M ，試證其串聯時之總自感係數為 (L_1+L_2+2M) 或 (L_1+L_2-2M) 。

(54.4) 在(52.7)題中，若原線圈之電流自 5 安培於 0.1 秒內減為零，試計：(a) 其自感係數；(b) 其平均之被感電動勢，(c) 副線圈之自感係數；(d) 兩線圈之互感係數。

(54.5) 試作一表，以示電磁系統，靜電系統，及實用系統中各單位之名稱及其相互的關係。

第五十五章 電振動及電波

(55.1) 容電器放電時所生之電振動 當來頓瓶放電時，吾人只見有一火花飛越連接點；其實所生火花，不僅一個，不過各火花往來極快，非肉眼所能分別耳。在 1842 年，Henry 已察及，因受來頓瓶放電影響而磁化之鐵針，其磁化之方向，常無一定。彼由是斷定容電器放電時，電荷自一電版衝至他電版，決非一次即達平衡狀態。最初，電荷自第一電版衝入他電版，後復自第二電版流回於第一電版，經過數次較小之往復放電，方始完全達於平衡狀態。因是，此種放電，常稱為電振動 (electric oscillation)。

Henry 之結論，於 1858 年經 Feddesen 氏加以證實。氏用迅速旋轉之反射鏡觀察放電時之火花，乃發見其係由多數往返跳躍之火花所組成。特其每個火花較前一個稍為弱小而已。現時吾人已可用適當之儀器，以攝照放電時電流依時間而變化之形式，其結果則如圖 (379) 所示之曲線。此等實驗表示若電路中電阻不過大，則容電器放電時所生之電流係振幅漸減之交流電。

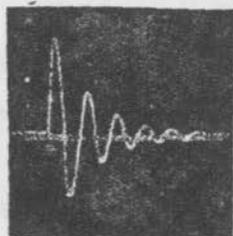


圖 379

(55.2) 電振動與機械式之振動

在力學中，已述及當物

體受一與其位變成正比之回復力的作用而運動時，其運動即為有週期性之簡諧運動。例如(12.3)節之單擺，當其擺動至 θ 角時，因大地之吸引，擺子受一使其回復至垂直位置之力。此引力幾與擺子擺動之角 θ 成正比，故擺之運動可視為一種有週期性之振動。又例如(14.12)節之彈簧振子，當其下端所懸之重體 M 向下運動，離其平衡點至 x 時，因彈簧之彈性， M 亦受一使其回復至平衡點之力，此回復力與 M 已移動之距離 x 成正比，故 M 之運動遂為簡諧振動。

在此兩種機械式之振動中，不但其位置係依一定有週期性之定律而變更，即其在各時之動能及位能，亦復依一定有週期性之定律而增減。茲先論擺子。當其與垂直線作最大之角度時，擺之速度等於零，惟其位能乃最大。至當其漸向垂直位置擺回時，其速度漸增，其位能漸變為動能；及其經過垂直位置時，其位能乃完全變為動能。此後擺子向反方擺動，其速度漸減，擺角漸大，故動能漸減，而位能漸增，直待其擺角達反方最大值時，其動能復完全變為位能。更分析彈簧振子，其情形亦不外位能變為動能，動能復變為位能，二者往返不息的變換而已。

倘此種機械式之振動，不受摩擦阻力之作用，則無論在何時刻，其所儲總能均不變。因此，其總能可謂係等於其動能最大時之值，或等於其位能最大時之值。例如振動體之質量為 M ，其最大之速度為 V_0 ，其最大之位變為 X_0 ，其彈力係數為 K ，則依彈

性力學之結果，其總能係等於

$$U_0 = \frac{1}{2} MV_0^2 = \frac{1}{2} KX_0^2 \dots\dots\dots (1)$$

在上式中，讀者可注意，在任何時刻之速度 V 乃距離 X 之變更率，即

$$V = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{X}{t} \dots\dots\dots (2)$$

以便與此後之電振動的能量公式相比較。

電振動之情形，與機械式振動頗相似。前節所述容電器放電時所生之電振動，亦即能量依一定的有週期性律例而變換之一種。在未論其他問題之前，吾人須先認明，在容電器放電之線路中，有相當之電感量 L 。當容電器 C 兩端之電位差為 E_0 ，所容之電荷為 $Q_0 = CE_0$ 時，其所儲之靜電能為

$$\frac{1}{2} CE_0^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \dots\dots\dots (3)$$

此靜電能，可謂為因容電器之媒介質受一“電的應變”而來，其情形頗似彈簧伸長或縮短時所積蓄之位能。故在 (45.4) 節曾言容電器之靜電能乃一種位能。當容電器放電時，電荷自容電器之一電版移於他版，以成導線中之電流；此後容電器之靜電能漸減，而變為線路四周之磁能。此與擺子自其一方最大位置向其平衡位置擺動之情形頗相似。又當容電器 A 版上電荷 $+Q_0$ 完全流出之時，容電器之靜電能乃完全變為電路之磁能，其值則等於

$\frac{1}{2} LI_0^2$, I_0 表電路中之最大電流。此時, 容電器 AB 兩電版之電位差雖等於零, 然因電路之電感 L 所生之電動勢, 有維持電流不變之趨勢, 故電荷仍舊自 A 版上流至 B 版上, 同時線路中之電流則漸減少。此種情形, 與擺子經過垂直位置後, 仍向前以減少之速度而運動之情形甚相似。當 B 電版上所積之電荷, 達最大之價值時, 線路中之電流復變為零, 而容電器乃又開始向反方放電。此與擺子擺至反方最大角度後, 復回轉而向垂直位置擺動之情形相同。由此觀之, 倘假設電路中毫無電阻, 則 B 版上最大之電荷, 必等於 A 版上原有之電荷 Q_0 , 且在此種情形之下, 線路中任何時之總能量, 必等於

$$U_0 = \frac{1}{2} LI_0^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \dots\dots\dots(4)$$

此公式與機械式之振動之總能甚相似, 蓋電流乃電荷之變更率, 即 $I = \lim_{t \rightarrow 8} \frac{Q}{t}$ 。故若用磁能 $\frac{1}{2} LI_0^2$ 代表電振動時最大之動能, 則自感係數之性質與力學中質量之性質頗相似, 是二者皆可視作一種慣性。又若用靜電能 $\frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$ 代表電振動時最大之位能, 則 $\frac{1}{C}$ 之性質與力學中彈力係數相類似, 故在 (44.7) 節中曾稱電容量 C 之倒數為電彈量 (elastance)。

上述電振動, 係在完全無電阻之電路中進行者, 其情形與擺子或彈簧振子不受摩擦阻力之影響甚相似。然在實際電路中, 電阻實為不可免之一要素, 於是電振動之總能乃漸減, 而化為電阻中之熱能, 至總能完全消滅時, 電振動亦即停止。此與擺子之振

幅，如不加以外力亦終漸減少，而擺子終歸停止之情形相似。因此，容電器放電時，各次火花漸漸變弱。圖(379)所示電流之值，亦漸漸減小。此種振動常稱為阻尼的振動(damped oscillation)；至於振幅不遞減之振動，則名為無阻尼的振動(undamped oscillation)。

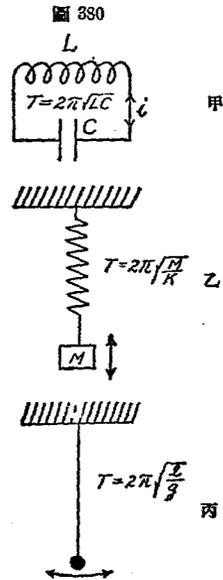
(55.3) 電振動之週期與頻率 倘摩擦阻力可以忽視，則彈簧振子之自然週期 (natural period)，即振子作一次完全振動 (complete oscillation) 所需之秒數，乃等於

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} \dots\dots\dots (5)$$

M 為振子之質量， K 為彈簧之彈力係數，(圖 380)，又上節已述及在電振動線路中，電感量 L 之性質與 M 相似，其電彈量 $\frac{1}{C}$ 之性質則與 K 相似，故電振動之自然週期，在無電阻之線路中，當為

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \dots\dots\dots (6)$$

此公式可用嚴正之算學的方法推演之。其中 L 與 C 須用同系統之單位計算，例如 C 以法拉計，則 L 以亨利計，或二者均用電磁單位或靜電單



位計之亦可；如是， T 之單位為秒。在討論電振動各問題時，常用振動之頻率 f 以作計算。頻率之意義，乃表示每秒振動之次數，故等於週期之倒數，即

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \dots\dots\dots (7)$$

由此觀之，容電器放電時所生之振動，與平常交流電之分別，乃在於頻率之差異。平常交流電機所生之頻率自 25 至 120 週不等，至於一微法拉容電器放電以通過一亨利之電感，其所生之頻率已有 $1000/6.28=156$ 週之多。倘容電器之電容 C 與電感體之電感 L 皆減小 1000 倍，則所生之頻率即增大至 156,000 週。此種高頻率之交流電或振動，為無線電所常用，其性質與低頻率交流電頗有不同之點，茲在下數節討論之。

(55.4) 雷的共振 在未說明高頻率之電振動，可輻射電能，而成所謂電磁波之前，茲先述電的共振現象 (electrical resonance)。此共振現象，與機械式之共振現象頗相似。在 (12.11) 節討論機械式之共振現象時，吾人曾用兩對長短不同之擺子作例。茲再將其情形申述一次。設此四擺子均懸於一可以略動之橫桿上如圖 (381)。當推開長擺 A ，使之振動後，不久第二個同長之擺子 D 亦

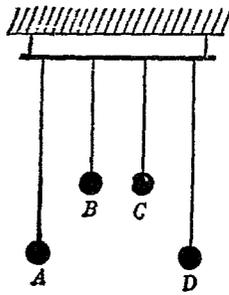


圖 381

隨之振動。惟較短之兩個擺子 B 及 C 則幾完全不動。經過數秒鐘後，原來振動之 A 擺子停止擺動，將其動能傳於 D 擺子上。此時 D 擺子之振幅最大，而變成供能之原，且漸將其動能輸送至 A 擺，使之再擺動。如是二者往返交換能量，至其總能因摩擦阻力而消失時，方完全停止。在此運動時間內，較短之兩擺子 B 及 C ，因其週期與 A 及 D 不同，故不受 A 或 D 運動之影響。假如僅令 B 振動，則 C 之週期因與 B 相同，亦將隨 B 而振動。但 A 與 D 則不能與 C 響應。此種因週期相同而互相響應之振動，名為共振 (resonance)。欲兩個電路發生共振時，須先將二者之自然週期調節，使之相等。圖 (382) 表示兩個同樣之容電器，聯於兩個平行電路，當加高電壓於一個線路中之容電器，使火花越過空隙 S 而放電時，若調節第二線路，使其自然週期與第一線路相等，則聯接於第二電路之小空隙 S' 間亦有火花飛越而過。

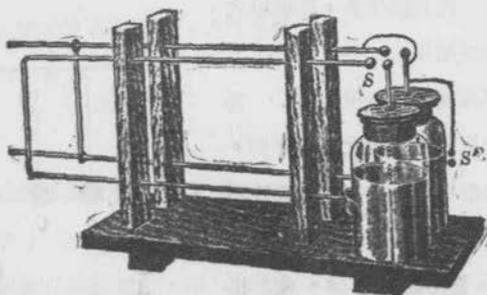


圖 382

上述實驗，乃 Lodge 氏首先用以表演電之共振。茲因共振現象之重要，再舉一實驗以明之。在兩個有互感量之線圈 L 與 L' 之兩端，各接一容電器 C 及 C' ， C' 乃一可變之空氣容電器。又在 $C L$ 電路中置一小球隙，更在 $C' L'$ 電路中串聯一熱線或熱偶電流計（圖 383）。今若用感應機積電於 C 使之放電，則在 $C L$ 電路中，必有電振動。其振動週期乃由 C 與 L 之價值而定。又若漸變更 C' 之價值，使自最小以增至最大，則見 $C' L'$ 電路中之電流計，當 C' 之價值在一定之小範圍內時，即有相當之指示。當 C' 在此小範圍內增加時，電流

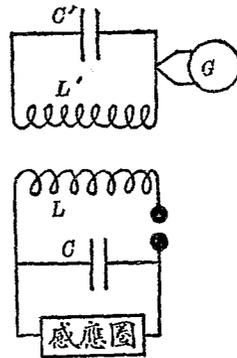


圖 383

計之指示亦隨之增加；及至 $C' L'$ 電路之自然週期與 $C L$ 電路之自然週期相等時，電流計之指示乃減少。此種手續，其目的乃為調節一電路使與另一振動電路發生共振現象，故常名為調諧 (tuning)。此實驗最重要之結果，乃表示當接收電路 $L' C'$ 與振動電路 $L C$ 共振時，在接收電路中，激其振動之勢力雖微，而所得之電流則頗可觀。若一離開共振狀態，則縱使兩路之自然週期相差不大，同值電動勢所生之電流仍頗小。故欲檢查電的振動時，須先調諧接收電路使與振動之電路共振。此為 Hertz 氏在

1888年，首先用以證明高頻率電振動能發生電磁波之基本原理之一。

(55.5) Hertz 之振動器與接收器 Hertz 用兩銅桿 A 與 B ，接於感應圈 C 之副線圈兩端(圖 384 甲)。 A 及 B 桿上，各置一球；此兩球 S 及 S' ，可在桿上移動，以便變更放電線路之電容及電感(即變更其頻率)。氏所用之接收器，為一環形導線，兩端置有一小球，而微露小空隙(圖 384 乙)。當振動器與接收器達到共振狀態時，振動器空隙 P 一有火花，則接收器之空隙 P' 亦發火花。

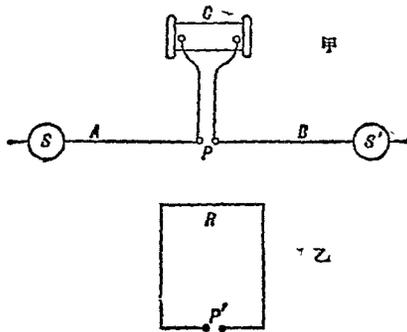


圖 384

(55.6) 高頻率能量之輻射與電磁波之構成 高頻率之電流可輻射能量，使成電磁波。其情形可用電力線與磁力線之本性說明之。按 Faraday 之說法，運動之電力線，附帶有磁場，故電力源可視為有相當之動能及慣性。今先假設所用之振動器，

其尺寸頗大，所發生之振動頻率甚低，而討論振動器四周之電磁各力線之變更狀態。
 假令振動器之 A 電版滿積正電荷， B 板滿積負電荷，是時電力線自 A 出發而止於 B ，有知圖 (385) 甲中之各弧形曲線 (為明瞭起見，圖中僅給出在振動器一邊之電力線)。此等力線之位置，約在包含振動器 AB 軸線之各平面上。當火花飛越 G 空隙時， B 上電力線之各端向下移動， A 上電力線則向上移動而成 AGB 中之電流。因此電流之移動，在 AB 周圍乃有磁力線發生，此等磁力線乃以 AB 軸線為中心之各圓周。同時，在 P 點，居於通過火花隙 G ，而正交於振動器軸線 AB 之 PG 直線上，磁力線，電力線與 PG 直線顯然互成 90° 角。是以當振動時，在 P 點即有一振動之電場強度 E ，及一與此正交之振動的磁場強度 H 。但電流為電荷之變更率，故當 E 值最大時， H 之值為零；反之當 H 值最大時， E 亦為零；此即音 E 之位相與 H 之位相，其相差之時間適為振動週期之四分之一。

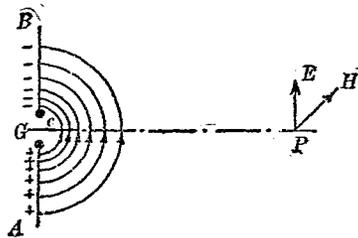


圖 385 甲

今再進而討論電力線運動後之分布情形。假如電力線無慣性，則當火花隙破裂之後，各電力線將漸次縮短，以至於消滅。惟因其有慣性，且同向之電力線有互相推拒之傾向，故在火花隙破裂後，其情形不如是簡單。蓋在此時，各電力線在 A 上之一端向上移，而在 B 上各端向下移。同時其中部，例如 C 點，因受其右方各力線之

推拒，而向左移動，迨至 A 與 B 上各端行抵 G 點，其慣性使其仍舊繼續移動，其正負兩端遂互相交換其位置，即電力線之正端沿 B 向上方移動，其負端則沿 A 向下方移動，其中部仍向左右外展。至各電力線之一半行過 G 隙後，在振動器旁，其分布情形乃略如圖 (385) 乙。此時各力線均係自右向左移動，且繼續運動至所有之電力線均行過 G 點，而成如圖 (385) 丙所示之形狀。此時各力線之動能，悉變為各線張力所生之位能，然後又起始向右移動。如是週而復始，循環不息，至其所有之能量悉消耗於導體中而化為熱量後始停止。以上乃假設振動器之頻率不高，各力線仍隨振動頻率而振動時之結果。由此觀之，低頻率振動器所生之能量，最後均化為 AB 導體中之熱量，而無永久的被輻射於空間遠方者。

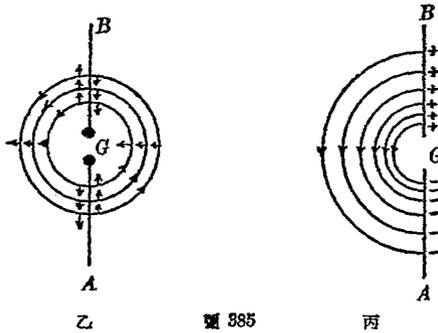


圖 385

若振動器之頻率頗大，所生之現象則異是。振動器之頻率既甚高，則 A 與 B 兩導線須甚短，蓋知是其 L 與 C 之價值方能較小也。當空隙將有火花時，電力線分布於振動器之大略情形有如圖 (386) 甲所示 (為明確起見，圖中亦僅繪在器之右半邊之力線)。當火花飛越 G 隙後，近於空隙之電力線各端，即互相交叉而過，有

如前段所述之情形(圖 986 乙)。例如鄰近於隙之磁力線 abc 或 def 等，其方向均更變而移至 AB 之左邊，至於較遠之磁力線，如 lmn ，其情形則稍異。此線兩端 l 及 n 較其中部 m 行抵 G 點之時刻較早，故當 l 與 n 交叉而換位時， lmn 之形狀即變如圖乙所示之 $lksmtkn$ 曲線。在此種進程中， lks 與 nkt 兩部分，其在 k 點之運動方向，必有一時與各部分之方向平行。此時途無動量 (momentum)，足使二者仍互相交叉，故 $lksmtkn$ 電力線遂分成二部分如圖丙所示：一部分為一完閉迴線 mst ，又一部分之兩端 l 與 n 仍在 AB 線上。在 AB 上之部分 lkn 係漸次向右增大，於是 mst 迴線受 lkn 之推拒乃傳播於空間。在此後半週期間，依上述之進程，振動器又放出另一與 mst 反向之迴線式之電力線。嗣後在每半週期中均放出一環。此種環形電力線與其相關之磁場在空間之傳播，即吾人所稱帶有電能與磁能之電磁波。在距振動器較遠之處，因其近處有上述繁複之變化，其電場強度 E 與磁場強度 H 之位相乃為一致。即電場強度與與磁場強度同時增減，不似前段所述，在鄰近振動器處，二者之位相，相差為振動週期之四分之一。至於 E 與 H 二者之方向，與波動進行之方向，則仍互成直角。此段所述之情形均可用謹嚴之算學的方法推演之。

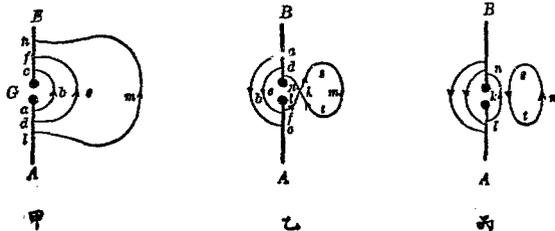


圖 986

(55.7) 光之電磁學說 在 Hertz 未作其實驗之前二十年，Maxwell 即創光乃一種電磁波之說，而稱其在空氣中之傳播速度，等於電磁單位與靜電單位電量之比值。其後 Hertz 始利用其振動器與接收器，以實驗證明：(1) 電磁波可自由面導體之面上反射，且遵循光的反射律；(2) 電磁波通過蠟，松香。或他種介電質所製之三稜體時，亦被折射，宛如光線通過三稜鏡之情形；(3) 若令電磁波通過用導線製成之繞射柵（參較後 67.4 節），即知其為一種偏極之縱波（polarized transverse wave）。不僅如是，Hertz 且自其振動器之大小，計算所生振動頻率後，又引用波動的基本公式，即波速 = 頻率 × 波長之定則，而算得電磁波傳播速度等於光之速度，即每秒為 3×10^{10} 厘米。Hertz 之實驗告成後，Maxwell 所預斷光波係電磁波之一說，遂完全證實。Maxwell 學說與 Hertz 實驗，實為十九世紀物理學上，理論與實驗最大功績之一。

電磁波與光波本性相同，其異點僅在於二者之波長。Hertz 所用之波長約為 5 米，至於吾人所能見之光波，其波長則甚短，僅在 0.00004 至 0.00007 厘米之間。尋常所用以通訊之無線電波，其波長自十餘米（短波）以至數萬米不等。各廣播電台所用之波長多在 300 米與 600 米之間。

(55.8) Marconi 火花式無線電報 電磁波既能自空間一處傳播而達於他處，故可利用之以遞送信息。不過用 Hertz 方法

所產生之電磁波，僅能傳播於數十米之內，至近世無線電報之成功，實有賴於 Marconi 之貢獻。Marconi 先架一垂直之長導線於空中，令一端接地，而後令振動器所發生之電磁波，自此長導線傳播於空間。如是能通訊之距離乃較遠。此架空導體名為天線 (antenna)。在接收處，Marconi 亦用一架於空中之天線與接收器聯接，且用 Branley 所發明之粉末檢波器 (coherer) 代 Hertz 所用之火花隙接收器。Branley 粉末檢波器為一管，內貯鐵屑及鎳屑。當接收天線被電磁波激發而振動時，所生之振動電流，能使粉末檢波器內之鐵鎳屑互相黏合，如是其電阻頓減。器之電阻既減，與器串聯之電路，其電流遂增大，至足以振動電鈴。電鈴既鳴，粉末檢波器同時受鈴錘之輕敲，其鐵鎳屑遂復分散如初。故當第二次電磁波到達時，乃能復行黏合，而再震動鈴，此後作用均仿此。

(55.9) 晶體檢波器 除粉末檢波器外。尚有數種晶體，例如方鉛礦 (galena)，紅鋅礦 (zincite)，亦可用以檢查電磁波之存在與否。此數種晶體之最重要性質，為單向導電性；即電流向一方流通時，所遇之電阻較小，但向他方流通則遇較大之電阻。圖 (387)

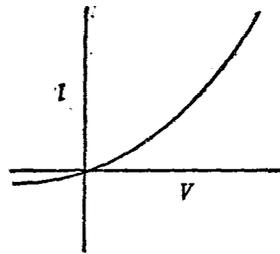


圖 387

示此種晶體之導電特性。當天線收到一羣電磁波後，所生高頻率之交變電流，經過此晶體，即被改爲單向電流，如圖(388)。

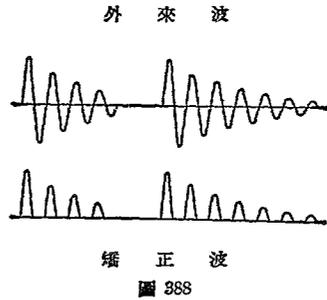
此單向脈動電流，通過前(54.12)節所述之電話耳機，即可使機中鐵片振動成音。此種設備名爲晶體檢波器(crystal detector)。

若無檢波器，電磁波之

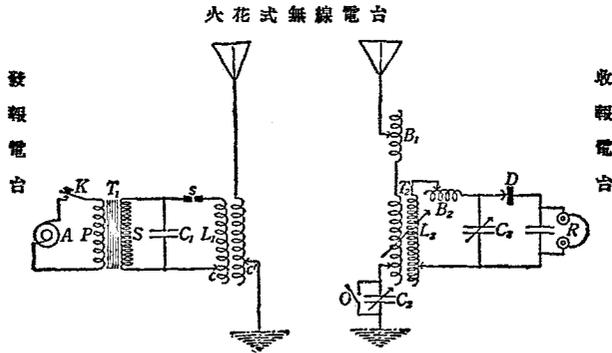
振動頻率太大，無論何種機械的設備，均不能隨其頻率以振動，故電話機之鐵片將不因電磁波之到達而振動。若用晶體或他種檢波器，則在接收處之電話機內，其鐵片可依所發信號之長短而振動。此爲接收無線電報之大概情形。

綜上所述，無線電報之主要部分，在發報站爲相當之振動電路與電源，如感應圈或高頻率之發電機之類。其所生之電流，須經過相當之天線，方能傳播於遠方。在收報站之主要部分，首爲接收天線，接收天線常附用相當之振動線路，以便調諧。調諧適當後，所得之高頻率電流，須用相當之檢波器矯正爲音頻(audio)電流，方能用電話耳機以聽之。圖(389)示火花式無線電報發送與接收站所備各器具之聯接圖式。

晶體檢波器雖較粉末檢波器良好，然仍須時時調節其接觸



點，方能得到良好結果。現今所用之檢波器，則以三極真空管爲最善，其功用極廣大，將於下章討論之。



第五十五章 問題

- (55.1) 容電器放電時所生之電流是否爲單向的，試申述之。
- (55.2) 試比較電的振動與機械式之振動。
- (55.3) 阻尼的振動與無阻尼的振動之區別安在？
- (55.4) 當電路自由振動之時，其自然週期係由何而定？電路之電阻對於其自然週期有何關係？
- (55.5) 何謂電的共振？試舉一實驗以表示之。
- (55.6) 試略述 Hertz 所用以發生及接收電磁波之方法。
- (55.7) 高頻率之電流，能輻射能量，而低頻率之電流則否，試說明之。
- (55.8) 試略述 Maxwell 之光之電磁說，及 Hertz 所作實驗以證實此說之大

概。

- (55.9) Marconi 對於無線電之主要貢獻為何？
- (55.10) 檢波器之功用何在？
- (55.11) 試作一簡圖以示簡單收發無線電報主要部分之佈置情形。

第五十五章 習題

(55.1) 若光之速度為每秒 3×10^8 米，試證明電容器 C 放電於電感量 L 所產生之電磁波，其波長為 $\lambda = 1.884 \sqrt{LC}$ 米，此中之 L 以微亨利 (microhenry) 計， C 則以微微法拉 (micro-micro-farad) 計。

(55.2) 設有 200 微亨利之線圈，今欲配以可變電容器，使之可以與波長自 200 米至 700 米之電磁波共振，問所需之最大及最小電容各若干？

(55.3) 問波長為 300 米及 100 米之電磁波；其頻率若干？

* (55.4) 電容器放電時，其電流與時間之關係可以下述三方程之一表之：

$$(a) i = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t; \quad (b) i = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \quad \text{或} \quad (c) i = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \sinh \omega_h t.$$

此中之 $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$, $\omega_h = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}$ 。(a) 式係用於 $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}$ 之時。

(b) 式係用於 $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$ 時；(c) 式則用於 $\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{4L^2}$ 時。試令 L 為 1, C 為 1, $R=1$, 或 2, 或 2.5 而分別繪曲線於坐標紙上以示此三方程之不同。又若 $R=0$, 則結果如何？

第五十六章 熱體發射之電子

(56.1) Edison 效應 1883 年，當 Edison 氏試驗電燈時，發現一極重要之現象。氏在其所新發明之白熾電燈泡內，另封置一金屬片 P ，以備接於外部電路。當燈絲用直流電燃亮後，若將此片 P 串聯於一電流計 G ，而後接於電池之正極，則電流計中即指示有電流自燈絲經燈泡外線路而流於 P (圖 390)。若

將 P 接於電池之負極，則電流計中無電流。此現象常名為 Edison 效應。然其意義至 1899 年 J. J. Thomson 倡電子學說後，始漸明瞭。其後復經過 Richardson 等

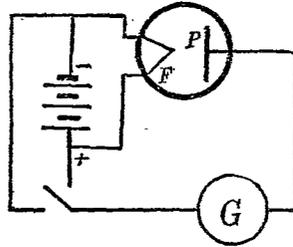


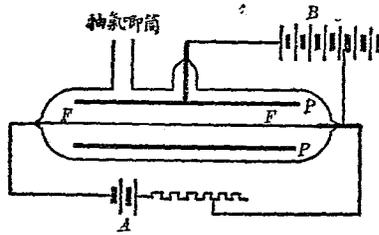
圖 390

之研究，至 1905 年，Fleming 氏乃利用此效應以檢查電波。近十幾年來，無線電事業發展之若是迅速，均當歸功於此數科學家之先驅工作。

(56.2) 熱游子 在 Edison 未發見此效應前數十年，物理家雖均已知發紅熱之金屬物，不能保存其所積之正或負電荷，惟研究熱的物體發射電荷之定律，實自 W. O. Richardson 始。彼名此種被射出之電荷為熱游子 (thermion)。

欲考究熱體發射熱游子之現象，最好用一鉛線張於一圓柱形之

金屬筒軸上，置筒與線於玻璃管中，更使玻管與一抽氣唧筒連接（圖 391）。今若令鉑線 FF 與一可變電阻串聯，而後接於一電池 A ，則其溫度將隨所通過之電流之多寡而變更。在玻管外再將一電流計之一端，接於鉑線，而令其他端與



一可變電動勢之電源 B 聯接，然後再接於筒 P 如圖。為方便起見，此後名此 PBF 線路為版極電路 (plate circuit)，鉑線 FAF 之線路，為燈絲電路 (filament circuit)。若玻管內之乾空氣係在尋常氣壓之下，則管中游子，正負均有，其情形較為複雜，當於後 (58) 章略述之。惟若繼續運用唧筒以抽出空氣，使管中為極高之真空，則管內僅有帶負電荷之游子，而此等游子均係熱燈絲所發射，且可用 (後 58 章) 相當方法以證明其為電子 (electron)。因此，版極 P 接於電池之正極時，此等負電荷被其吸引而成版極電路中之電流。若將 P 接於電池之負極，則自燈絲所發之電子反被其推拒，而版極電路中乃無電流。版極電路中電流之大小，乃視 P 與 F 之電位差 V_p 而定。若漸增其電位差，則版極電流亦增大，然如燈絲之溫度係一定不變，則 V_p 之價值雖繼續增加，版極電流 I_p 僅可達一定之極限而止，如圖 (392)

所示。 I_p 既達到飽和狀態，如欲再增加其值，則非增高燈絲之溫度不可。圖示在三個不同溫度之下，版極電流 I_p 與版極電位 V_p 之關係。當 Edison 作其實驗時，係以碳作燈絲，

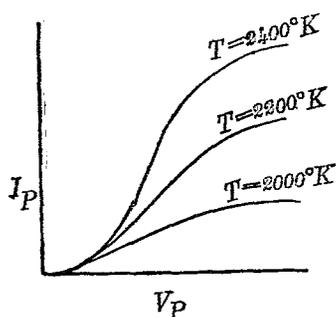


圖 392

而吾人上段所說之燈絲則為鉑，惟在實用上，現今則多用鎢絲 (tungsten)。有時，為增加所發射之電子起見，於鎢絲外且敷以氧化鈣或鎂 (oxides of calcium or barium)，或鈦。因鈦及此數種氧化物能在較低之溫度下發射衆多之電子故也。

(56.3) 熱金屬體發射游子之說明 接電子學說，各種金屬體內悉含甚多自由電子。此等電子可以在各原子間運動，其運動速度係依物體之溫度而定，其情形與氣體及液體分子之運動頗相似。金屬體之溫度增大後，遂有若干自由電子，其運動速度達甚大價值，可脫離物體而飛出。此情形與液體之溫度增大後，各分子漸有離開液體本身而汽化之情形亦甚相似。帶負電之質點，既被擠至物體之外，物體遂有過剩之正電荷。惟正負電荷將互相吸引，故熱體射出之電子亦有一部分復被吸入，直至吸入與射出之電子數目相等時，熱體四周，乃被一層電子包圍，而呈一種平

衡狀態。若在熱體之鄰近，另置一帶正電荷之物體，如前節所述之 P 筒，則由熱體所射出之電子，即可被此帶正電之 P 筒所吸引。其吸引之電子數目，當然視 P 之電位較熱體 F 高若干而定。 P 之電位愈高，其吸引力愈大，而電流亦愈大。惟在一定度之溫下，熱體每秒所發射之電子亦有一定之數目，故 P 之電位，雖繼續增加，然電流最後只能達一定之飽和價值而不再增。圖 (392) 所示各曲線之形狀即係此故。

熱體四週圍有一層電子一事，更可用另一組之特性曲線表示之。今若在上節所述之裝置中，維持版極電位使之為一定不變之值，而變更燈絲之溫度（即變更絲極中電流），然後觀察板極線路中電流之變更，即得如圖 (393) 曲線所示之各關係。例如當版極電位為 $V_P=60$ 伏特，燈絲所射出之電子數目尚不太多時，版極之吸引力對於所射出之電子可以隨射隨吸，無復遺漏，故當 I_f 之價值自零漸增時（即燈絲溫度逐漸增加時），射出之電子數目既增，版極所吸收者亦較多，故 I_p 即漸次增大。然當絲極所射出之電子數目過多，版極不能隨

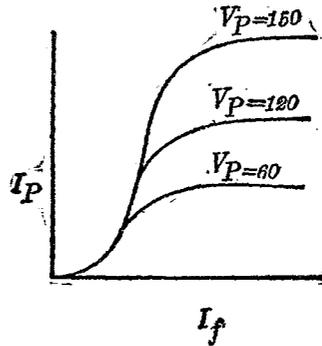


圖 393

時將其掃數吸收，則在版極與燈絲之間，遂有若干電子流落。此等滯留於版絲間之電子，對於後來被射出之同伴有頗強之推拒力，故此後即使燈絲之溫度增大，版極所吸收之電子亦為有限。因此， I_p 漸達至另一種飽和狀態，今名之為“空間電荷”效應 (space charge effect)。如欲減小此效應，可將版極電位加高，以增加其吸引電子之力。例如圖中 $V_2=120$ 伏特較大於 V_1 ， $V_3=150$ 伏特較大於 V_2 ，故其因“空間電荷”之影響，其飽和電流亦較 A_1 曲線所示者為大。

(56.4) 雙極真空管之應用 在一真空管內，封置一燈絲與一版極如圖(391)所示，則在 PBF 線路中之電流，僅能向一方流動。換言之，此種裝置亦有單向之導電性，與前(55.9)節所述之晶體略同。此種真空管，名為雙極真空管 (two electrode vacuum tube 或 diode)。自雙極真空管所引出之導線有三：兩線係接於燈絲之兩端，以備接於相當之電池或電源，使燈絲發熱；其第三線則與版極通聯。雙極真空管之單向導電性，為 Fleming 氏所首先利用，以檢查電波。此種檢波器之效率與穩度，較晶體為優，至其檢波情形，則與晶體相同，茲不贅。雙極真空管之又一應用，乃將交流電矯正為直流。蓋加一交變之電動勢於版極與燈絲之間，僅當版極之電位對於燈絲為正號時，方有電流通行，故通行於電路中之電流，遂形成如圖(394)所示之形狀。



圖 394

較大之雙極真空管可用以矯正高電壓之交流電者，常可通過數百厘安培，乃近代物理實驗室及 X 射線機所常備之器具，其結構大致與上述相同，惟聯於版極之線端，與聯於燈絲之線端，係位於玻管之對方，以免電位差太大，而生火花放電，致損壞玻管。

(56.5) 三極真空管之結構及電路 Fleming 利用雙極真空管以檢查電波之後二年，De Forest 氏復在管中版極與燈絲之間裝置一第三電極，其結構頗如柵欄，故名爲柵極 (grid)。此種真空管英文名稱甚多，如 audion, pliotron, radiotron 等等，今統名之爲三極真空管。三極真空管內之三個電極係版極，柵極與燈絲。三者聯接法，則如圖 (395) 乙。惟因燈絲之兩端，須與另一組電池接聯，以便燃亮，故實際上三極真空管燈座上有四個接頭 (圖 395) 甲，兩個與燈絲 F 聯接，其餘兩個，則各與版極 P 及柵極 G 聯接。版極 P 在真空管外與電阻或阻抗 Z_0 串

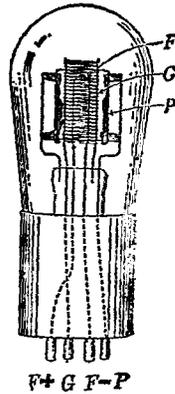


圖 395 甲

聯，通過一組電池 B (名爲 B 組電池) 之後，方聯於燈絲之一端，是爲版絲電路 (plate filament circuit)。柵極亦常與相當之阻抗 Z 串聯，經過又

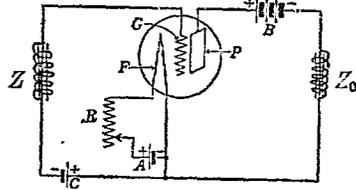


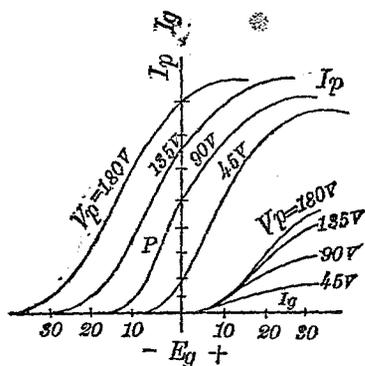
圖 395 乙

一組電池 G (名爲 G 組電池) 之後，乃聯於燈絲之一端，是爲柵絲電路 (grid filament circuit)。在燈絲電路中，常備一串聯可變之電阻 R ，以調節燈絲之溫度。燈絲兩端所需之電位差頗低 (在較小之真空管中，自一二伏特以至於五伏特不等，若在較大之管，則需自 7 伏特至 12 伏特不等)，用數個容電池即足以供給之。此組電池，名爲 A 組電池。版極線路中之 B 組電池，其所需電勢由 20 至數百或數千伏特不等，可由高電動勢之乾電池組，容電池組，或直流發電機，或整流器 (rectifier) 供給之。柵絲電路中之 G 組電池，可用亦可不用。用時，其接法常與 B 組電池之接法相反，蓋 B 組電池之正極係接於版，負極聯於燈絲，而柵極電池之正極，則常接於燈絲，其負極則反接於柵。此組電池有池有時亦稱爲柵偏電池 (grid biasing battery)，而柵極之電位，常名爲柵偏電壓 (grid bias)。

(56.6) 柵極之功用 在三極真空管內，柵極係位於版極與燈絲之間，故由燈絲所射出之電子，必先通過柵極各柵之空

隙，方能達到版極。於是版極電路中電流之大小，不但視燈絲之溫度，與版極之電位而異，且隨柵極電位之高低而變更。當柵極電位為負時，燈絲所射出之電子，為柵極所推拒，其穿過柵極而達於版極之電子數目，遂較不用柵極時為少。若變更柵極電位，使之自負值漸增至零，以達於正值，則由燈絲所射出之電子，被版極所吸收者將漸次增多，迄燈絲所發之電子，皆被版極與柵極所吸收而達到飽和價值。故如燈絲之溫度及版極電位不變，則版極電流 I_p 與柵極電壓 E_g

之關係，即呈如圖 (396) 左旁各曲線所示。惟當柵極電位為正時，有一部分電子亦被柵極所吸收，此時柵極電路中亦有相當之電流。此電流常稱為柵極電流 (grid current)。



(圖 396) 右下方各曲線

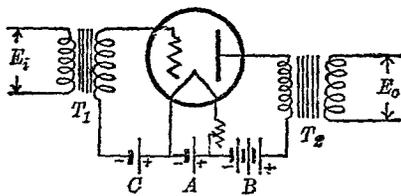
圖 396

即表示柵極電流與 V_p 及 E_g 之關係。

由上所述，柵極之電位，可節制版極電流。惟柵極與燈絲之距離既較版極與燈絲之距離為近，故柵極電位之變更，對於版極電流之效應，自較變更版極電位所生者為大。例如當柵極電位自 -1 伏特增至 0 伏特時 (參較圖 396)，版極電流自 4 增至 5

厘安培；今如維持柵極電位於 -1 伏特，而變版極電位，使版極電流亦自 4 增至 5 厘安培，則版極電位須自 90 伏特增至 100 伏特。由此觀之，柵極電位變更 1 伏之效應，與版極電位變更 10 伏特之效應相同；換言之，柵極所生之效果，為版極所生之效果十倍，故加於柵極之電勢雖小，經過幾個三極真空管之後，其最後結果即可大見增加，此即三極真空管可用作放大器 (amplifier) 之原因。

(56.7) 三極真空管放大器 圖 (397) 表示用三極真空管作放大器時接法之一。在柵極電路中接有一變壓器 T_1 ，而在版極電路中亦接一變壓器 T_2 。此兩個變壓器，應否用鐵心，須視所欲放大之交變電流之頻率而定。高頻率放大器 (例如每秒之振動次數在 $20,000$ 週以上者) 所用之變壓器，常為置在空中而有互感量之兩個線圈。此蓋因頻率既高，如用鐵心，則被鐵心所耗去之能量太大，其效率乃較小故也。若頻率較低，則可用鐵心以增加兩線圈之互感量。若在 T_1 之原線路處，放入一交變電勢 E_i ，則柵極電位即隨之變更。如所用之各組電池已預先調節妥



當，使運用點適位於特性曲線之直線部分上（例如圖 396 之 P 點），則版極電流 I_p 之變更，可與 E_i 之形式完全相同。此變更的單向電流 I_p 通過 T_2 變壓器之原線路，即感應一個與 E_i 同式之副電勢 E_o 。更因真空管之放大作用，及變壓器可用以增高電壓之故， E_o 之價值常可較 E_i 大若干倍。在版極之輸出電路中，不但所得之電位差，較輸入於柵極者為高，即其放出之電功率，亦較輸入於柵極電路者為大。此點與變壓器之原理大不相同，然並不違背能量不滅之定律，蓋三極真空管所輸出之功率，乃由 B 組電池供給，至於柵極電路，不過用以節制所輸出之功率而已，其所需功率原極有限也。

〔56.8〕 三極真空管檢波器 三極真空管亦可用以檢查電波。因三極真空管有放大之本領，故用之作檢波器，同時亦得放大之效果。

最普通之檢波器接法如圖（398），圖中 T_1 乃一高頻率之變

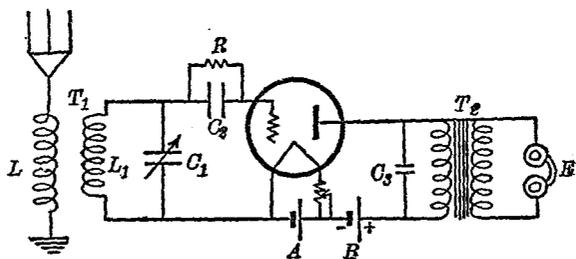


圖 398

壓器，其原線路與天線串聯，其副線圈與一可變空氣容電器 C 並聯。用此圖法時，多不用 C 組電池，而以一個容電器 C_2 (約 0.0001 至 0.00025 微法拉)，與一頗大之電阻 R (約 1 至 4 百萬歐姆)，名為柵極漏阻 (grid leak) 者，並聯代替之。在版極線路中，串聯一電話耳機，以備閒聽。或先接以一變壓器後再接以耳機。調諧 C_1 使 $C_1 L_1$ 電路與某發報機所生之電磁波共振，則加於柵極之電位頗大；更因柵極電位係隨波羣而變其值，故受話機中途發生聲音。 C_2 之值約為 0.001 微法拉，乃備高頻率電流之通行以增加管之檢波作用者。

欲知此式檢波器響應電波時所生之作用，可先假設柵極電路中無漏阻 R 。如是則當柵極電位為正時，柵極吸住一羣電子。但如其電位變為負時，此羣已吸住之電子，無法逃出，而柵極電位較原始為低。再當正值之波浪來到時，柵極復吸住另一羣電子，如是其電位因電波之到達，遂漸次減低，最終必達頗大之負值，以使版極電流減為零。此時，真空管將完全失其效用。今如在容電器兩端接一高電阻 R ，則前此被柵極所吸住之電子，可經此高電阻 R 漏去。但因漏阻價值甚大，故各羣電子完全漏去之時間，較電磁波之週期為大，惟此漏失之時間，較之各羣電磁波出發相隔之時間仍小。因此，當一羣電磁波過去之後，柵極電位已回復其原始價值，而真空管可復響應第二羣電磁波。在數羣電波來到時間之內，因柵極電位依各羣電波而變更，故版極電流亦依是而

變更，以使電話耳機中鐵片受磁鐵之吸引而發音。圖(399)表示本段所說各作用。讀者由此可知三極真空管作檢波器用時，其所收之電磁波，先因柵極之單向導電性，而被矯正為單向之電動勢，然後再被真空管放大，而成爲版

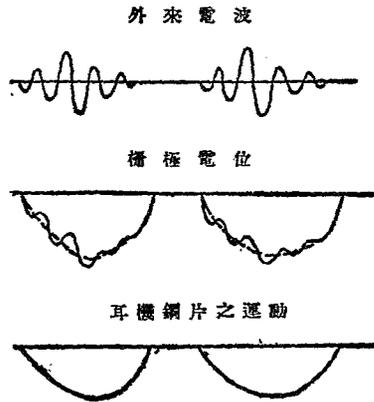


圖 399

極電路中之變更電流。此種檢波情形，與雙極真空管，或晶體檢波器之作用，截然不同。

(56.9) 真空管振動器 三極真空管既有放大本領，今如將版絲電路所生電功率之一部分，輸入於柵絲電路中，則此小部分功率被放大後，在版絲電路中之功率可大爲增加。例如真空管線路之功率放大常數 (power amplification constant) 爲 A ，則當輸入柵極之功率爲一單位時，版極所輸出者即爲 A 單位。今若自此輸出之功率內取出其百分之 r ，用相當方法輸入柵絲電路中，則版絲線路中尚餘 $A(1 - \frac{r}{100})$ 單位之功率。惟反送於柵極電路之功率 $\frac{rA}{100}$ 經放大後，係等於 $\frac{rA^2}{100}$ 。今因線路之聯接法，

自此值功率中復有 $\frac{r}{100}$ 被反送回於柵極線路，故經此第二次之反送或再生作用後，版絲線路中所有之功率將增多 $\frac{rA^2}{100} (1 - \frac{r}{100})$ 。依此推演，則版絲線路中之總功率將為（若 $rA < 100$ ）：

$$A(1 - \frac{r}{100}) (1 + \frac{rA}{100} + \frac{r^2 A^2}{100} + \dots) = \frac{A(100 - r)}{100 - rA}$$

因此，三極真空管，如聯接得當，縱使柵絲電路中，本無輸入之功率，然因此種再生作用，在版絲電路中，亦可有振動電流通行。此振動電流，且漸次增大，至其振幅被真空管飽和電流之值所限制而後止。據此，則用三極真空管作振動器時，其所生之振動，乃與容電器放電時所生者不同，蓋容電器放電時所生之振動，為波幅遞減之振動，而三極真空管所生之振動，在平衡狀態時，乃波幅不變的交變電流，或無阻尼之電流也（圖 400）。

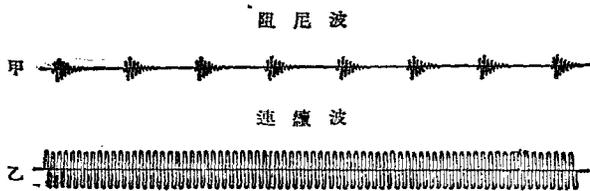


圖 400

自 1915 年，Armstrong 發現此再生原理後，復益以世界大戰之軍事需要，無線電報與電話之發展，乃極其迅速。曩昔所用之火花發報機，現今已在淘汰之列，在 1927 年萬國無線電會

議中，各國且通過，所有火花式發報機應在 1939 年以前完全廢止，是蓋因真空管發報機，既簡便靈敏，且不似火花式發送機之易互生干涉作用，以致互相妨礙故也。

圖 (401) 示真空管振動器聯接法之一。 L_g 與 L_p 為一個線圈 L 之二部，其中間一點可接於燈絲之一端。 A 及 B 兩組電池接法均如常狀， C 組電池則亦以一容電器 C_1 及漏阻 R 代之。在 L_g L_p 之兩外端接以可變之空氣容電器 G ，以備調節所生之頻率。此式振動器所生之頻率，亦

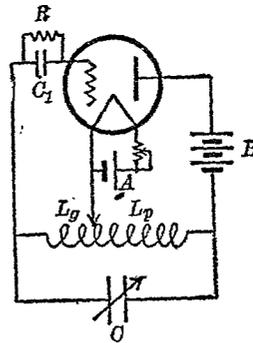


圖 401

可用 (55.3) 節之方程 (6) 計算之，即

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LG}} \text{ 週/秒} \dots\dots\dots(1)$$

(56.10) 再生式檢波器 利用前節再生之原理，可得一較靈敏之檢波器。其接法乃將圖 (398) 中接於版極 P 之導線。先經過另一線圈 T ，再接於版極如圖 (402)。此線圈 T 名為反饋圈 (tickler coil)，其位置係放在 L_1 線圈之鄰近，或能在 L_1 內部旋轉，使其與 L_1 之互感係數可以任意變更。圖中貫串 L_1 與 T 之矢，即表其相對位置可變更之意。如是，若調節得當，則在版

絲電路中之功率，有一部分因 T 線圈與 L_1 線圈之互感作用而復送入 L_1 中。因此之故，版絲電路所輸出之功率亦見增加。若 T 與 L_1 之互感量過大，則真空管立即振動，而話耳機中乃有不絕之雜音。此時，若將 T 略向一方旋轉，可減少其與 L_1 之互感量，而雜音立可停止。倘再調諧 $L_1 C_1$ 使其與所欲聞聽之電磁波共振，則所聞之聲，較不用時必為強大。

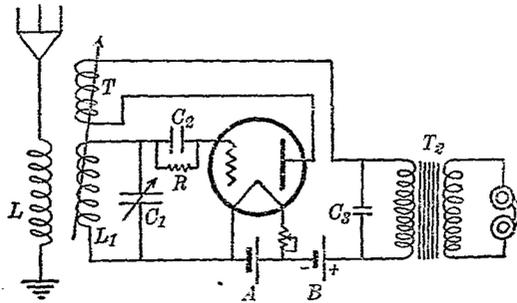


圖 402

(56.11) 等幅波無線電報 當按下火花式發報機之電鍵時，其所生者，乃係數羣之阻尼電波如圖(400)甲，故用尋常檢波器以檢查火花信號時，電話機之鐵片隨波羣之起伏而振動成音。通常發報電台若用真空管作振動器以生振幅不變之持續電波，如圖(400)乙，則驗波器中之電話機，僅於發報生按下與放開電鍵時，方各得到啞嗒之聲。欲藉是以分別信號之長短，殊不可能，故接收持續波式無線電報，多另裝一個振動器，使其振

動與外來振動互生一拍音，如圖(403)，而藉以激動電話耳機之鐵片。持續波無線電報雖需此種特別接收器，然因其通信距離，遠適用阻尼波或斷續波(interrupted continuous wave)所得之距離，故長距離之通信多採用之。

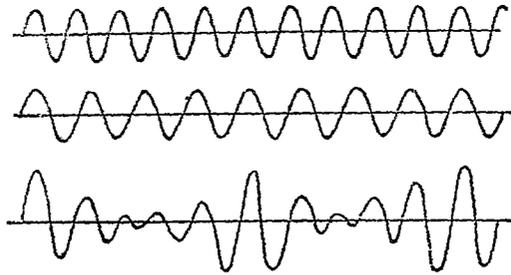


圖 403

(56.12) 無線電話 真空管振動器發明之後，無線電話之難題，亦即解決。蓋天線中既可得穩定之持續電波，則欲傳播語言或音樂，只須將此高頻率電流之振幅，依語言或音樂之波式而變更。至於在接收處，則此種電波經過檢波器，將其高頻率部分濾去，僅餘可以成音部分以激動電話耳機，故吾人遂得聞原來之聲音。此種用以調理高頻率電流，使其振幅依語言或音樂之波式而變更之手續，名為調波法(modulation)。最簡單調波器，可用炭式發音器，如(54.12)節所述者，聯於三極真空管而組成之。其接法之較常見者如圖(404)。

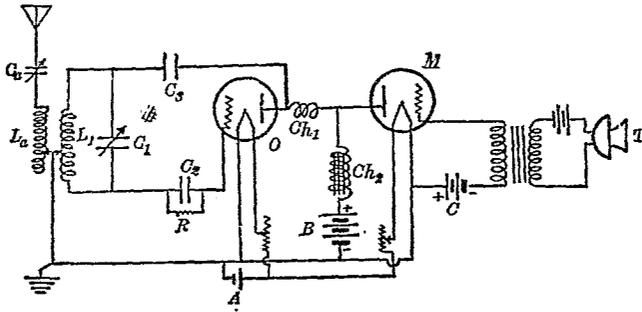


圖 404

綜言之，在無線電話站，或廣播電台中之儀器，有下列各部分：

- (1) 振動器 O 及放大器 PA 用以發生等幅之持續波。
- (2) 發音器 T 及聲音放大器 SA 與調波器 M 用以調變振動器所生之等幅持續波。
- (3) 天線及共振電路 T_2 用以傳播此已調節妥當之電磁波。
在接收處所備之器具，與前所述用以接收電報者相同，即：
 - (1) 相當之天線及共振電路 T_1 以接收電磁波。
 - (2) 高頻率放大器 (HFA) (亦可不用) 用以放大天線所收到之微小高頻率電流。
- (4) 檢波器 D 用以澄清被調變之電流波，僅存其音頻部分。
- (5) 低頻率放大器 LFA 用以放大通過檢波器之音頻電流。

(5) 高聲器 LS 或電話耳機，用以改變音頻電流，使成鐵片的機械振動。圖(405)表示發送與接收電站各儀器之聯接次序。

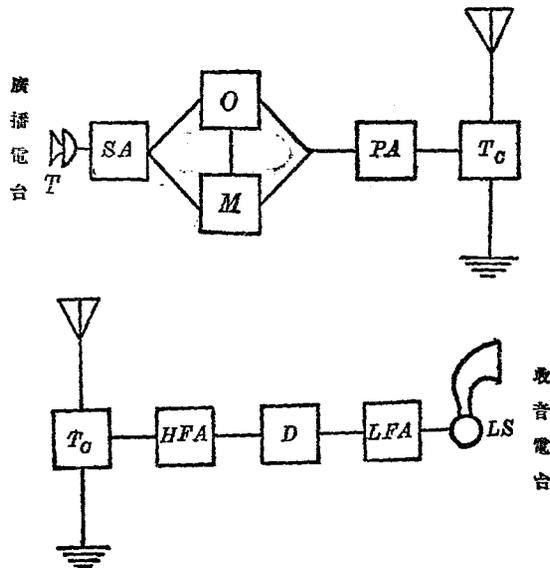


圖 405

(56.13) 真空管之他種應用 真空管之應用，不僅限於無線電，即極長路途（例如自紐約至舊金山）之有線電話，亦復藉此，方能通行無阻。此外，現已見諸商用之事業者，如電傳寫真，有聲電影等皆是；其已經發明成功，而尚未達到商用地步者，如無線電視 (radio vision) 等等，亦莫不均藉三種真空管之

力，方克發展。至於各種科學實驗室，其需用真空管之處極多，茲不臚述。

第五十六章 問題

- (56.1) 試略述 Edison 效應，並以電子說解釋之。
- (56.2) 何謂熱游子？物體所射發之熱游子，其多寡由何而定？
- (56.3) 試簡述雙極真空管之構造。在此等真空管中，板極電流之值由何二事決定之？板極電流有其一定之飽和價值，試說明之。
- (56.4) 何謂空間電荷效應？
- (56.5) 試述雙極真空管之應用。
- (56.6) 三極真空管之構造及接法若何？試略述之。
- (56.7) 試分別敘述 A ， B ，及 C 組電池之大約價值及功用。
- (56.8) 三極真空管中之柵極，其功用如何？試作曲線以表示其電位對於板極電流之影響。
- (56.9) 試作一線路圖以表示用變壓器之三極真空管放大器之接法。
- (56.10) 試舉一常用之接法，以示三極真空管用作檢波器時之情況，並說明其各部分之功用。
- (56.11) 三極真空管何以可以用以產生等幅之交流電？
- (56.12) 試作一線路圖以表示真空管振動器之接法。
- (56.13) 持續波式與火花式無線電報機之優劣若何？試比較之。
- (56.14) 何謂調波器？

(58.15) 試作簡圖以表示無線電話收發電站中各儀器之聯接次序，並說明各部分之功用。

第五十七章 熱電現象

(57.1) Seebeck 效應 在前(51)章說明各種電學儀器時，曾述及一對異質金屬體之兩接點，其溫度如有差異，則在此兩導體所組成之電路中，即有電流通行。此現象在 1822 年經 Seebeck 首先發見，故稱爲 Seebeck 效應。欲表示 Seebeck 效應，其事頗易。例如接一銅條與一鐵條使成電路，如圖(406)，在二者中間，置一可自由旋轉之磁針。繼熱此裝置之一接點，以提高其與其他接點之溫度差，則磁針立即偏轉。自針之偏轉方向。即知在此電路中，電流係自銅經熱接點而流入於鐵，復自鐵經過冷接點而仍歸於銅。此種裝置名爲熱電偶(thermocouple)。因溫度差而產生之電動勢名爲熱電電動勢(thermoelectromotive force)。

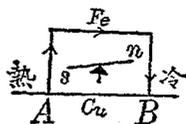


圖 406

(57.2) 熱電電動勢與溫度之關係 設置鐵銅熱電偶之一接點 B 於冰水中，以維持其溫度於冰點，漸次增加其他接點 A 之溫度，則所生之熱電電動勢與 A 點溫度之關係，將如圖(407)之拋物線所示。當 A 點溫度初增時，熱電電動勢亦隨之而增，至溫度約爲 275°C . 時，乃達其最大之值；此溫度常名爲熱電偶之中立溫度(neutral temperature)。此後，如再增加 A 點之溫度，則熱電電動勢反漸減，至 A 點之溫度達 550°C . 時，熱電電動勢

即等於零。此溫度常名爲反向溫度(temperature of inversion)，

蓋因 A 點溫度若超

過 550°C 以上時，

此熱偶中之電動勢方

向則與前相反，而電

流將自鐵經過熱點以

流入銅，復經過冷點

而歸於鐵。若 B 點

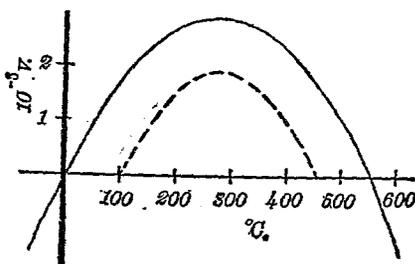


圖 407

之溫度係維持於 100°C ，則電動勢與 A 點溫度之關係，乃如圖

中第二拋物線所示。在此情形之下，反向溫度減低 100°C (即

450°C .)，而中立溫度仍爲 275°C 。故中立溫度，可視爲電動勢

改向時，熱冷兩點溫度之平均值。由此可知熱電電動勢之大小，視

熱電偶之性質，接點之溫度差，及兩接點之平均溫度三者而定。

在一定之溫度差及平均溫度下，鉍 (bismuth) 與銻 (antimony)

熱電偶所生之熱電電動勢，較其他尋常兩原質所生者爲大，故欲

得甚大之熱電電動勢時，常用鉍銻爲熱偶。

(57.3) 熱電電動勢之來源

熱電偶中之能，顯係由接點

所吸收之熱能而來，蓋當一接點之溫度增高時，在一種導體內自

由電子之運動速度，與其在其他種導體內之速度常不相同，故熱偶

之兩接點，一有溫度差，則電子自一導體之熱點，遷移入於他導

體者，其數目將較自其冷點遷移者爲多。於是在電路中遂有電

流。至於此等電子遷移之詳細情形如何，現今尙未能完全明瞭。

(57.4) 第三導體對於熱電電動勢之影響 試斷開一熱電偶電路 $ABCD$ 之一接點 C ，圖 (408)，而另接一導體 X 。倘若 X 與導體 B 及 D 之兩接點 C_1 及 C_2 之溫度，仍舊與未加入 X 前之 C 點之溫度相同，則當變更 A 點之溫度時，

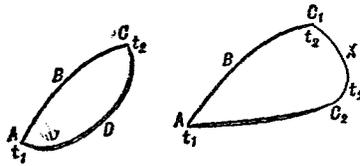
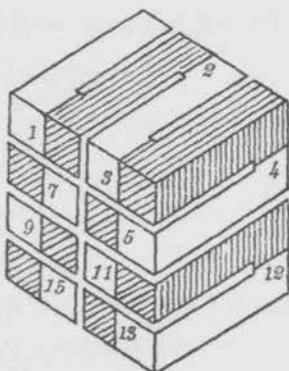


圖 408

在 ABC_1XC_2 電路中所生之熱電電動勢，將與未加入 X 時完全相同。由此實驗，故知如第三導體之溫度，等於熱偶接點之原有溫度，則此第三導體對於熱電偶之電動勢，不生影響。因此，若將熱電偶之接點，銲於他線上，或將其一接點開斷，而藉他種導線以聯接於電流計，只須此電流計與聯接導線之溫度均為原有之值，其所生之電動勢，即與未銲於他導體上，或未加以第三導體時相同。若加入之導體，其兩接點 C_1 及 C_2 之溫度係不等，其效果則與另加入二對熱電偶之結果相同。

(57.5) 熱偶之應用 熱偶所生之電動勢，甚為微小，且其內阻亦頗大，不能利用以作電源。若用以測定溫度差，則甚便利。測定微小之溫度差時，常用多數熱偶互相串聯以成一熱電堆 (thermopile)。此種器具 (見圖 409) 內含兩種金屬桿相間排置而成一長立方塊。其雙數之接點及單數之接點，各位於方塊之對

面，故此兩對面之溫度一有差異，則接於其開端之電流計，即有指示。



甲



乙

圖 409

Boys 所發明之輻射顯微計，亦利用熱偶以測微小之熱量或

輻射者，其構造略如圖(410)。一鉍銻熱偶之一接點，係以一團銅線完成之。銅線懸於石英絲之下端而位於兩強烈磁極之間。當熱偶居下之接點受輻射之作用而變熱時，其所生之電流即使銅線團在磁場轉動。因鉍銻偶係反磁的 (diamagnetic)，故其四周須圍以軟鐵以作屏障。此式儀器常能檢得百萬分之一度之溫度差，其靈敏度

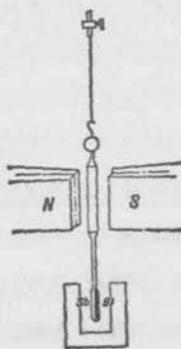
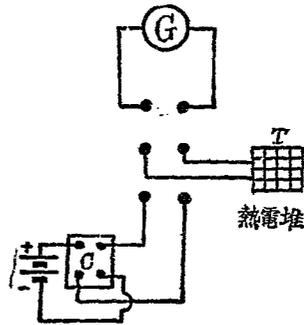


圖 410

亦云大矣。

測量頻率甚高之電流，亦常用熱電偶所生之電動勢。是蓋因高頻率電流通過一導體，即能生熱，而所生熱量之多寡，乃與電流 I 之平方成正比。故若銲一對電偶之一接點於導體上，而聯一直流電流計於其開端處，則電流計之指示，將與導體中所通行電流之平方成正比。此種裝置既不受頻率高低之限制，且不因電流方向而差異，故用以測定射頻 (radio frequency) 電流極為方便。通常射頻電流計，多利用此理。

(57.6) Peltier 效應 Seebeck 與效應相反逆之現象，於 1834 年，經 Peltier 氏發見。Peltier 令電流通行於一熱電偶之電路中，而發見熱偶之一接點放出熱量，而其他接點則吸收熱量；換言之，即一接點之溫度增大，而他接點之溫度減少。欲表顯 Peltier 之效應，可將一熱電堆 T 之兩端接於一雙連雙極電鍵之中間兩接柱，而以一組電池，及一靈敏電流計 G 各接於電鍵外部之接柱，如圖 (411)，以檢查之。當關閉電鍵於下方使熱電堆與電池串聯時，則電流通過各熱電偶，因 Peltier 效應，故在熱堆



一面之各接點變熱，在他面之接點則變冷。如是，若急將電鑰反關於上，使熱電堆之兩端接於電流計，因熱電堆兩面之溫度差尚存在，故其熱電電動勢將使電流計指針偏轉。設加用換向器 G ，將電池之正負兩端對調，使原始通行於熱電堆之電流方向更改，則當反連電鍵於電流計時，電流計之偏轉亦改向。倘詳細考究電流計中電流之方向，與原始用以發生 Peltier 效應之電流方向，即知熱偶上放出與吸收熱量之接點為何。此等實驗結果表示若通過熱電偶 A 點之電流方向，與因提高此點溫度而生之電流方向相同時，則 A 點將自其四周吸收熱量（即其溫度變冷）。反之，若電流之方向反此，則 A 點將放出熱量（即其溫度變熱）。據熱力學第二定律，此結果實為必然。蓋不如此，則當熱偶中略有電流通行之後，則其一接點變熱，其他接點變冷；因二者之溫度差，電流將增大；而電流增大時，熱接點將愈變愈熱，冷接點將愈變愈冷。於於是雖外界無何種變更，熱量可自行由熱偶之冷接點遷移於其熱接點。是顯然與熱力學第二定律不符。

Peltier 效應，可以在兩金屬質之接點處有一相當之電動勢解釋之。此電動勢之值視所用兩金屬之性質及接點之溫度而定。當電流與此電動勢之方向相同時，其所供給之能量係取諸接點，故接點變冷，而自其四周吸收相當之熱能以補償之；反之，則反此。若以 p_i 表某兩金屬接點之溫度為 t_i 時之 Peltier 電動勢，則當電流通過此接點時，其所吸收（或放出）之熱量每秒為 $\eta_i i$ 。

此與尋常導體中因有電流通行而生之 Joule 式熱量 (Joule heat), 其性質完全不同。蓋前者視電流之方向, 而有吸收與放出熱量之別, 而後者則不論電流之方向為何, 均係將熱量放出。換言之, Joule 所得之熱量與電流平方即 i^2 成正比, 而 Peltier 所得之熱量與電流成正比, 故其熱量視電流之方向而有正 (吸收熱時) 與負 (放出熱時) 之分別。

(57.7) Thomson 效應 引用熱力學原理, Thomson (即 Lord Kelvin) 預計當電流通過一導體時, 在導體中亦應有吸收與放出熱量之現象。此種現象名為 Thomson 效應。其價值頗小, 不易觀察。各種物質所生之 Thomson 效應, 亦各不相同。例如自銅桿之一冷端通過電流於其熱端, 則桿變冷, 若令電流自熱端流向冷端, 則銅桿變熱, 而在鐵桿中所生之效應則反是。又在鉛中之 Thomson 效應, 則幾等於零。

Thomson 效應亦可以一相當之熱電電動勢解釋之。例如當銅桿一端之溫度較其他端為冷時, Thomson 熱電電動勢係自其冷端指向其熱端, 故當電流沿此電動勢之方向而流通時, 桿乃變冷, 反之則變熱。鐵之 Thomson 效應, 與銅相反, 其 Thomson 熱電電動勢常視為負值。

(57.8) 熱偶之電動勢 設以 A 及 B 兩金屬質為熱偶。令 p_1 及 p_2 分表其接點溫度為 t_1 及 t_2 時之 Peltier 電動勢, 其方向係自 B 而 A 。又令 K_A 及 K_B 分表當溫度差為 $(t_2 - t_1)$

時，在 A 及 B 中之 Thomson 電動勢，其方向係自溫度較低之 t_1 指向 t_2 ，如圖 (412)。如是，則在此熱偶中之總熱電動勢 e ，可寫為

$$e = p_2 - p_1 - K_A + K_B \dots (1)$$

在多數熱偶中，其 Peltier

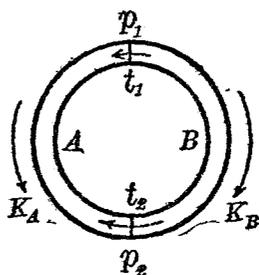


圖 412

電動勢係溫度 t 之直線函數，而 Thomson 電動勢則為兩接點溫度 t_2 及 t_1 之二次方程，與其中間各點之溫度無關，故 e 與溫度 t 之關係，常可以一拋物線表之。

第五十七章 問題

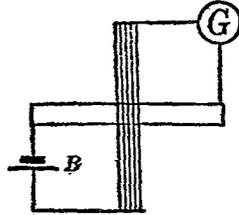
- (57.1) 試述將熱能直接變作電能之方法。
- (57.2) 何謂熱電偶與熱電動勢？多數熱電偶之熱電動勢與其兩接點之溫度有何關係？何謂中立溫度？何謂反向溫度？
- (57.3) 設將熱偶之一接點斷斷，而另接以第三質之導線，問其所生之電動勢將如何變更？
- (57.4) 試述熱偶之應用。
- (57.5) 試詳述 Peltier 效應。何謂 Peltier 電動勢？
- (57.6) 設有如下圖所示之銅鐵兩棒，其中心銲在一處而成一十字形。今在其兩鄰端接以電池 B ，而在其餘兩鄰端接以電流計 G ，試述電流計中電流之方向。

(57.7) 何謂 Thomson 效應，

並述 Peltier 電動勢及 Thomson 電

動勢對於 Seebeck 所觀察得之電動

勢之關係。



第五十七章 習題

(57.1) 設有 A 與 B 及 B 與 C 所組成之兩對熱偶；當其兩接點之溫度各為 t_1 及 t_2 時，其熱電電動勢則為 e_{AB} 及 e_{BC} 。今若以 A 與 C 合組以成一熱偶，其兩接點之溫度亦各為 t_1 與 t_2 ，問其熱電動勢如何？

(57.2) 當一熱偶之兩接點之溫度為 t_1 與 t_2 時，其熱電電動勢為 e_{12} 而當其兩接點之溫度為 t_2 與 t_3 時，其電動勢則為 e_{23} 。若接點之溫度各為 t_1 與 t_3 ，問其電動勢若何？

(57.3) 表熱偶之熱電電動勢之又一法，係以其兩接點之平均溫度為橫坐標而以兩接點之溫度相差為一度時之電動勢（即電動勢/溫度）為縱坐標，作曲線於方格紙上以表示之。若電動勢與溫度之關係為一拋物線如圖(407)，問用此圖表法所得之曲線當作何狀？

(57.4) 銅鉛與鐵鉛兩熱電偶之電動勢，在尋常之溫度範圍內，均為溫度之二次方程。當兩接點之平均溫度為 0°C 。時，銅鉛偶之電動勢為 13.6×10^{-8} 伏特/ $^\circ\text{C}$ ，鐵鉛偶之電動勢則為 17.34×10^{-8} 伏特/ $^\circ\text{C}$ ，而當兩接點之平均溫度為 100°C 。

時，銅鎳偶之電動勢為 25.1×10^{-6} 伏特 / $^{\circ}\text{C}$ ，鐵鎳偶之電動勢則為 12.47×10^{-6} 伏特 / $^{\circ}\text{C}$ 。今若以銅與鐵作熱偶，其兩接點之溫度各為 0°C 與 100°C ，問其電動勢若干？

第五十八章 氣體中之游子

(58.1) 放電管內之現象 在常氣壓之下，氣體雖為甚良之絕緣體，惟其絕緣性實非完全，蓋將帶電物體置於空氣中時，其所帶之電荷常可漸由其四圍之空氣漏失也。此外，前所述之放電現象（見前 45.8 及其他各節），即在空氣間兩個電極之電位差，若達一相當之價值，則火花可飛越兩極，而使氣體變為頗良之導體，亦為空氣在適當情形下可以導電之明證。茲先陳述氣體之密度，對於其導電之影響。

若加一適當之電位差於置在一封閉玻管中之兩電極（例如將此兩極接於一感應圈之副端而激發之），然後漸抽去管內之氣體，即可次第發見下述各現象。管內氣壓等於大氣壓力時，管中不生何種異態。至氣壓漸減至相當程度時，即聞爆裂之聲起於管內，並見管壁有藍色光線倏起倏滅。在此時，尙難由管內放電之狀態，辨別兩電極之孰為陽極，孰為陰極。若繼續抽氣至氣壓僅有三四厘米左右時，則此等光線愈加明顯，其情形頗似完全貫穿氣體，而將兩極互相連接然者（見圖 413 甲）。倘益減低管內氣壓，則光線漸散開，並充滿管之中部。此時，管中呈現紅色光柱 P ，自陽極始，幾抵於陰極，此光柱常稱為陽柱 (positive column)。在陰極與陽柱之間，有一黑暗區域， F ，常名為 Faraday 之黑暗區域 (Faraday dark space)。同時，陰極面上

略呈微光。若氣壓再減，則見陽柱為頗多光暗相間之層紋(striae)所組成，且全柱漸隨氣壓之減少而向陽極縮短。同時，在陰極旁之 Faraday 黑暗區域，漸次擴張，而陰極則另生一光輝(glow) G ，離陰極而向外進展。此光輝名為陰極光輝(cathode glow)。在此光輝與陰極間之黑暗區域 C ，名為 Crookes 或陰極黑暗區域(圖 413 乙)。此後，氣壓愈減，Crookes 與 Faraday 兩黑暗區域愈擴大，陽柱愈縮短，至氣壓約為 0.0001 厘米汞時，陽柱幾不能見，陰極光輝亦較弱。此時管壁呈極明亮之螢光，此光之顏色，視管之玻璃之性質而異。蘇打玻璃(soda glass)發綠

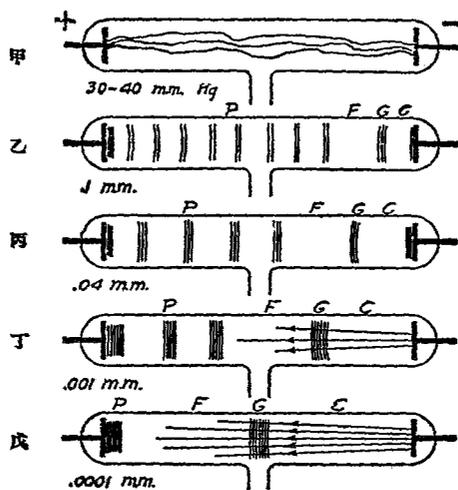


圖 413

色光，鉛玻璃(lead glass)則發藍色光。此式放電管名爲 Geissler 放電管或 Crookes 管。

(58.2) 陰極射線 前節管壁之螢光，蓋乃發自陰極之“射線”所生之效果。此等射線名爲陰極射線 (cathode ray)。

若在管內置一阻礙物，如一十字形雲母片，於陰極對面，圖(414)，則此等射線之一部分被阻礙物所阻止，而管端壁上立呈界限極清晰之影。此即表示陰極射線

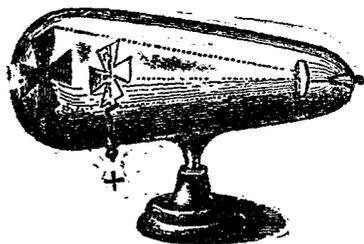


圖 414

乃依直線方向而進行者也。若在其進行之路途中置一可以轉動之翼形小輪(圖 415)，則輪之各翼受陰極射線之射擊，將即旋轉，宛如水車被水所射擊然者。此二事均似表示陰極射線係由發自陰極之一羣質點所組成。

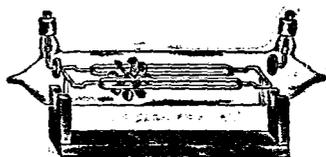


圖 415

倘若置一磁鐵於管旁，或加一與射線正交之電場，則各陰極射線所取之路途將不爲直線，圖(416)。自其偏傾之方向，即可斷定其性質與一羣自陰極射出帶負電之質點無異。陰極射線之

本性為何，經數年之爭執，始由 Perrin 於 1895 年將陰極射線直接引於驗電器之金箔上，而確定其為帶負電之質點。自此之後，乃無復認陰極射線為一種之波浪者。惟射線一詞，今則仍舊沿用不改。

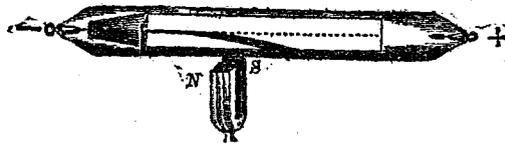


圖 416

陰極射線之特性除上已述者外，尚有下列數項：(1) 陰極射線離開陰極之方向，係與極面正交，故如用凹面陰極，可將之聚集於一焦點；(2) 當其落於物體之上時，除物體之可發螢光或磷光者發光外，亦有使物體變熱之效應；(3) 當其通過氣體中時，常使氣體“游子化”而可導電。凡此諸特性悉與放電管陰極或其中所剩餘氣體之性質完全無關。

(58.3) 陰極射發質點所帶之電荷與其質量之比值 自陰極射發之各質點，其所帶之電荷 e 與其質量 m 之比值，首由 J. J. Thomson 於 1897 年測定。Thomson 所用之陰極射線管，略如圖 (417) 所示。在陰極 C 之對方，置二金屬版，版中心各鑿一小孔。於是自陰極射出之質點，遂有若干可通過此二小孔，而射於管他端之幕 S ， S 上敷以氧化鋅，故被質點射擊後，即

生甚明晰之光點於 X 處。

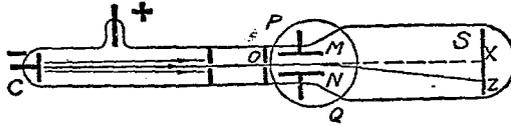


圖 417

今若在管外裝置相當線圈，通以電流後，使其所生之磁場 H 與射線正交（圖中 PQ 圓即表此磁場，其方向亦與圖紙正交），則質點受磁場之影響，所取之路途必作圓弧形，而射於管端 S 幕之光點，亦必離開其原始位置。如是，自磁場與 S 之距離，及光點離開原始之位置之速度，即可計得射線所作之圓之半徑 r 。既知此半徑 r ，及磁場強度 H ，與質點之速度 v ，則質點所帶之電量 e 與其質量 m 之比值，即可按下列方程計算之。 H 之價值，可由線圈之大小，及電流之值計得之（見前 46.12 節）。至於 v 之價值，Thomson 則另用一與 H 及射線均互相正交之電場 E 測定之。管內兩平行之金屬平面 M 及 N ，即備作此用。當加一相當之電位差於此兩平面，使質點同時受 H 與 E 所生之相等而相反之力之作用時，則射在 S 上之光點，可回至原位置 X 。由此時之 E 及 H 之價值，即可計出 v 之價值，算法如下：——

當一電荷 e 以每秒 v 厘米之速度而運動於與 v 正交之磁場 H 中時，其所受之力係（見前 51.5 節）

$$Hev \dots \dots \dots (1)$$

若同時亦有一電場 E ，生一相等而相反之力 Ee ，則電荷之速度可自 $Ee = Hev$ 之關係，即

$$v = \frac{E}{H} \dots \dots \dots (2)$$

之公式計出之。是為計算 $\frac{e}{m}$ 之初步方程。

陰極質點如僅受磁場影響，則其路徑將為圓形。今令圓形之半徑為 r ，如是則質點之加速度為 $\frac{v^2}{r}$ ，而其所受之離心力乃 $m \frac{v^2}{r}$ 。惟加於電荷之力為 Hev ，故令二者相等，即得

$$Hev = \frac{mv^2}{r} \text{ 或 } \frac{e}{m} = \frac{v}{Hr} \dots \dots \dots (3)$$

今 v 已由 $\frac{E}{H}$ 測定， H 復可自螺圈之大小及所通之電流計算， r 可由光點所移之位置計得，則 $\frac{e}{m}$ 之值可由此式計出之。

Thomson 實驗所用之陰極射線，其速度約自 2×10^9 至 4×10^9 厘米/秒（即約為光之速度之十分之一）。其所得之結果，加以各種改正後，表示每克陰極射線所荷之電量為 1.77×10^7 電磁單位。此值不因管中所遺留之氣體，或所用陰極之性質而有差別。若以之與電解一克氫所需之電量（即 9650 電磁單位）相比，陰極射線之 $\frac{e}{m}$ 則較大 1840 倍，因陰極質點之方向易受電場或磁場之影響而改變，其質量似較氫原子為小，惟此事是否如此，仍須其他實驗以證之。綜合各種實驗之結果，今日科學界均認陰極質

點實即電子,其所帶之負電荷,據最新之結果,係等 1.591×10^{-20} 電磁單位。

(58.4) 陽射線 在 Crookes 管內不但有帶負電荷之質點,實亦有帶正電荷之質點。此等帶正電荷之質點為陰極所吸引,故若陰極中鑽有小穴,圖(418)則此等質點即可由小穴透出而成所謂陽射線(positive

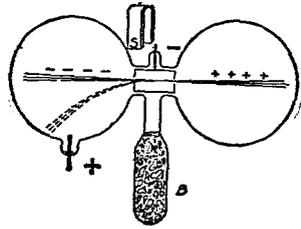


圖 418

ray) 者。陽射線於 1886 年已為 Goldstein 所發見。以混合電場及磁場之方法, W. Wien (1898 年) 曾測定陽射線之速度僅約為光速之千分之一,而其最大之 $\frac{e}{m}$ 比值,則與在電解液中,氫游子之 $\frac{e}{m}$ 相等。他種實驗且表示此等正游子所帶之電荷,適等於一個電子所帶之負電量之整數倍數。

(58.5) 氣體導電之解釋 金屬導電之理由,乃因其中有甚多之自由電子,故導體中兩點一有電位差,此等電子即從一點向他點移動以成電流。電解液導電之理由,則因其中有游子(即帶有正或負電荷之原子或分子),此等正游子受電場之影響而向陰陽兩極移動,即成電流。若固體中無自由電子,或溶液中缺乏游子,則均將不能導電。此為吾人今日所認為固體與溶液導電之概況也(見前 47.17 節及 48 章各節)。至於氣體中之電流,據前數節所述,雖亦由自由電子或正質游子分別向電極移動而構成,然此等游子之產生,與溶液之游子化頗不相同,蓋在尋常溫度與氣壓之

下，氣體中之自由電子及游子爲數甚少，故其所能通過之電流極爲微小，不似電解器兩端一有微小之電位差，即有頗大之電流通過於其中也。

游子化氣體之法，除增高其溫度外，尚有二種。其一係藉速度頗大之質點（例如自由電子，正負游子或原子或分子），與氣體分子相碰撞，而自分子中擊出一個或數個之電子，以使其游子化；此手續常名爲碰撞游離法 (ionization by collision)。其他則藉富有能量之輻射之作用（例如 X 射線， γ 射線等），以擾動分子，使其內部發生變化，因而游離。在不受外來輻射之影響之氣體中，其導電現象，則純爲碰撞游離之結果。茲根據此理而說明氣體中放電之情形於下。

當置在氣體中兩電極之電位差爲頗大之時，其間已有之少數自由電子與游子，因所受之力頗大，故當其移動而與分子碰撞時，其動能常可將分子游離。此等新產生之游子，在電場內運動，於其速度相當之值時，復可游離其他分子。由是類推，以至所產生之游子爲數甚多，氣體即能通過頗大之電流。此時各正負游子亦有在氣體中復行結合者，其復合時所輻射之能量即吾人所見之火花及光。不但當各游子與氣體中分子碰撞之時，可生自由電子與游子，即屬於陰極之正游子，若其與陰極相碰撞之速度達甚大之值，則亦可將陰極中各原子所含之電子擊出。此蓋即陰極射線所由來。至於 Crookes 管中各光輝及黑暗區域之詳情，至今尚乏具體之解釋。

(58.6) C. T. R. Wilson 之雲凝儀器 在濕度已達飽和狀態之空氣中，如有塵埃小粒，則當忽令空氣膨脹之時，過剩之水分，將以此等小粒爲中心而凝結成雲。C. T. R. Wilson 所用以表示此事之儀器，其較簡單之一式，略如圖(419)。玻管中之容量約爲 50 立方厘米，其下之 B 爲一頗硬厚之橡皮袋。擠壓

此袋而忽放任之，則管中之濕空氣突即膨脹。圖右之塞子乃用以引入含有炭屑之空氣。如是管內空氣忽然膨脹之時，白雲即可充滿管內。此雲旋即下沈，而使管上端復為清明。若屢作實驗多次，則管中所除之灰粒將為較小者，而最後僅餘一二小粒以凝結水滴。今若以適當之游離方法使氣體游子化，則雖無小粒，水滴亦可以各游子為中心而結成。此外，實驗且表示如氣體膨脹之程度，係在 1.25 倍以下，則水滴將僅凝結於負游子之上；若膨脹在 1.3 倍以上時，則正負游子上均凝結有水滴。

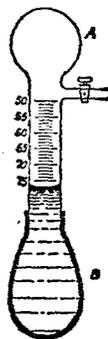


圖 419

(58.7) J. J. Thomson 量測電子所荷之電量之方法 利用 Wilson 之儀器，以使水滴凝結於已游子化之空氣中負游子上，J. J. Thomson 先觀察雲之下沈速度。自此速度及水之密度與已知空氣之滯性，Thomson 乃計得每個水滴之半徑 r 。引用熱力學原理，彼亦能計得所產生之雲之總質量 m 。由 r 及 m ，水滴之數目 N 乃可計出。各水滴上所帶之總電荷 Q ，則以一極靈敏之靜電計接於雲所沈澱之版上而量測之。自 Q 與 N 之值，可算出每個負游子之電荷 e 。此實驗結果，表示陰極射線中質點所荷之電量與氫游子在電解液中所荷者相等。此實驗甚為難作，惟經 Millikan 加以改良後，電子所荷電量之準確價值乃以確定。

(58.8) 電子之質量 自上述之實驗結果觀之，電子之質量僅約為氫原子之 $\frac{1}{1840}$ 。惟依照相對論(theory of relativity)，物體之質量當隨其速度而增大。若其運動速度等於光之速度，則其質量將為無限大。自相對論所推出電子質量與其速度之關係亦曾經 Bucherer 之實驗，完全證實。至於本章所述之結果，則係指電子靜止時之質量而言。

(58.9) Millikan 之油滴實驗 Millikan 以油滴代水滴，重作實驗，以測電子所荷之電量。其所用之設備略如圖(420)。甚小之油滴由 A 射入於 D 房內後，因其自身之重量，有時可自 M 版上小孔 P 落入 M 與 N 兩版之間。此中之氣體因受 X 射線之作用而游子化，故落入其間之油滴，常可拾得一個或數個之游子。油滴在 M 與 N 間之運動，可藉一置在 a 處之弧光之映照而觀察之。弧光先經過相當之水層，以吸收其熱射線，而免

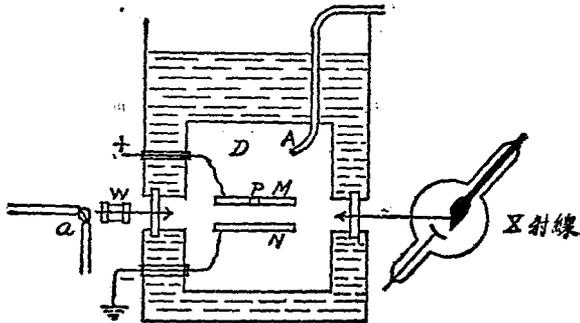


圖 420

M 及 N 間之氣體受熱而生對流。作實驗時，可藉一顯微鏡以觀察某一定油滴之自由降落速度。自此速度及油滴之密度，即可計出其質量。此後則調節電版之電位差，使此油滴靜止。由所需之電場強度，即可計出此油滴所荷之電量。惟觀察一滴，歷時頗久，故有時此滴因復拾得一同號或異號電荷，其靜止狀態立被破壞。遇此種情形時，須變更電版之電位差，方能復使此油滴靜止。此種觀察所得之結果，表示油滴所拾得之電量，均為一最小值之倍數，例如自二倍以至於四五倍不等。自其結果，Millikan 乃斷定最小之電荷為 1.591×10^{-20} 電磁單位（即 4.774×10^{-10} 靜電單位）。此值與一個單價原子在電解時所帶之電量相等，是為科學界所公認之最小電荷，即電子所帶之電量。

第五十八章 問題

(58.1) 試述放電管內之各現象。

(58.2) 何謂陰極射線？試列舉其特性。放電管內氣壓過大或過小均不能產生陰極射線，試言其故。

(58.3) 試簡述測定陰極射線中各質點所荷之電量與其質量比值之方法，並指出計算時所用之公式。

(58.4) 何謂陽射線？

(58.5) 何謂碰撞游離法？試根據此事而解釋氣體之導電。

(58.6) 試述 J. J. Thomson 測定電子所荷電量之方法。

(58.7) 試述 Millikan 測定電子所荷電量之方法。並其優點。

第五十八章 習題

(58.1) 試計算一個靜止電子之質量。

(58.2) 設已知在每秒內陰極射線射於一靜電計上之總電量 Q ，及其所產生之熱量，問其 $\frac{e}{m}$ 之值當如何推求之？

(58.3) 若用以偏轉陰極射線之電場與磁場係互相平行，其方向則與射線之原始方向正交，試述如何計算其速度及其 $\frac{e}{m}$ ？

(58.4) 設已知氫游子所荷之電量為 1.591×10^{-19} 庫侖，試自其電化當量之值對出在標準情形下，每立方厘米氫所含分子之數目。

(58.5) 試求在溫度為 0°C . 時，金屬品中自由電子亂動之平均速度。

(58.6) 設自鉑原子內擊出一電子所需之功約為 6.5×10^{-12} 爾格，問氫游子與鉑質陰極相碰撞時，其速度應如何方能產生陰極射線？

3135

