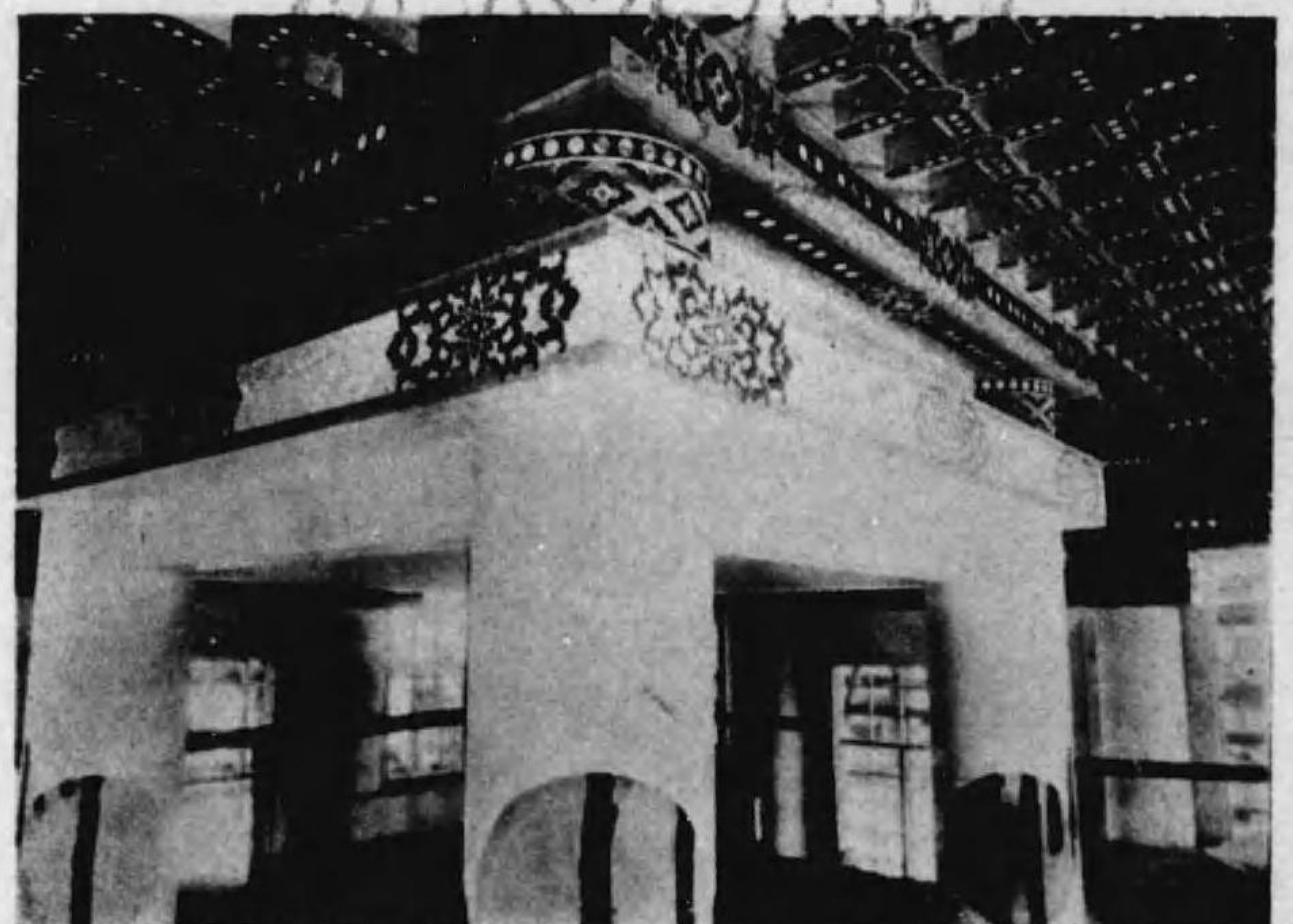
始

青年修養講座 才1

科學の發展



伊藤至郎著

まへがき

わたしは前著『科學のいとぐち』を諸君に讀んでもらふにあたつて、まづ一番はじめになぜ歴史を學ぶことが必要か、なぜ科學史が必要であるかを述べました。それにつづいてこの地球の大昔のことをいくつかの事項にわけて書きました。人類はどんなにして萬物の靈長といはれるこの優秀な素質を得るに至つたか。その智慧のはじめは何であつたか。人間はどんなに生活を組織だててきたか。歴史はどれほどの昔にさかのぼつて、わたしたちの祖先のことを、わたしたちに教へてくれたか――。エジプトやメソポタミアの文化はどうであつたらうか。インドと支那では、それからギリシアでは？　まだわが日本ではどうであつたか。わたしはそれらについて諸君に語るところがありました。昔の――古代や中世の知識・學問の概略でも知つておかなかつたならば、どうして近世のかがやかしい科學上の諸發見・創始が

なしとげられるに至つたかは（これから述べようとするのであるが）よくわかるはずがないからであります。

それからわたしは『科學のいとぐち』の最後に至つて文藝と科學の「めざめの世紀」について書きました。そして15世紀から16世紀の中頃にかけての西歐の科學の先驅者たちのうちの幾人かを諸君に紹介しました。そこでは當時の或る學者が叫んだ「おお世紀よ。學問は榮え、魂は甦へる。生きることは歡びなるかな」といふ言葉も。

しかし、この學者の生きてゐた世紀だけが學問の榮え、人間の魂が甦へつた世紀であつたわけではありません。それどころかこれは學問・科學のほんのいとぐちにすぎなかつたのでありました。わたしはこの『科學の發展』のなかにそれを示さうと思ひます。

この『科學の發展』はいはば前著『いとぐち』の續篇であります。しかし、文字通りの意味での「つゞき」ではありません。『いとぐち』のときよりももつと科學

の内容に立ち入ると同時に、たえずそこからこの歷史的な意味を汲みとらうといたすつもりです。それゆゑ科學の發展のすがたを取扱ふにあたつても、もしそれが諸君の理解の助けとなると思へば過去のことはいふまでもなくそれより後代のことまでも持ち込んで述べるつもりでゐます。またときには出來事の一歩一歩に氣をつけて進むこともあらうし、大股に歩いて科學史上の或る種の事項を看過する場合もあるでありませう。

さうしてどんなにかして本書にゆるされた僅かな頁數のなかに、主として數學と物理學の發展を述べながら、その時代の科學の急所ともいふべきものをうまく捕へてゆきたいとねがつてゐます。

思へば『いとぐち』を書き上げたのは昭和十六年の十一月のなかごろのことで、それからまもなく大東亞戰爭が始まつたのでした。そして現在に至る一年有餘の期間に、我が國は陸に海に幾多の輝かしい勝利を得ました。しかし米・英との戰はなほ今後もますます深刻につづけられるでありませう。現に我が勇武忠誠なる將兵た

ちは西に東に、北に南に、嚴寒と炎熱の中に、敵を討ちに討つて休む時をもちません。最後の勝利を確實にわが手に握るために、わたしたちもこれら第一線の將兵の日毎の御苦勞に恥ぢないやうに、おたがひ心をひきしめて或ひは學校の生徒・兒童として、或ひは產業戰線の戰士として、各々その每日を十分に生かし、勉勵しなければなりません。大東亞戰爭第2回の新春を迎へるとともにわたしもまた心をふるひおこして諸君のためにこの小さい書物を書き始めます。この小さい書物が幾らかでもさうした諸君の科學に對する愛好心を增す助けともなれば幸であります。

「人が幸福であるのは、その人の生存の仕方によるのではなくて、その人の感じかたによる。だが人が偉大であるのは、その人が幸福であるがためではなくてその人の思想による。偉大であるよりも幸福であるのがより價値があるのか。――おおわたしたちをして享樂を斷たしめよ、しかも苦難を絕えしむるなかれ。幸福な人が苦しみを知る人よりもどんなに劣つてゐることぞ。わたしたちは兵士が彼の胸間を飾る負傷を名譽とするやうにあくまでも苦しむことを名譽とする」――これは最初

のノーベル文學賞の受賞者フランス人シュリイ・プリュウドムが18歲のときにその感想錄に書きつけた一節であります。わたしはこれをアンリイ・ポアンカレといふ人のシュリイに關する文章のなかからぬきました。シュリイは詩人哲學者と呼ばれてゐます。彼は詩人です。そしてまた哲學者でもありました。しかし彼は詩人ではありましたが科學に緣の遠い詩人ではありませんでした。彼は哲學者ではありましたが、彼には數理哲學に關する澤山の遺稿があります。ここでは彼の生涯を紹介してゐるわけにはゆきませんが彼は中學校では理科をえらび、さらに砲工學校へ入學するつもりでゐたのでした。それを眼病のために中止したのでした。さうして科學の研究の代りに文學へ入つてゆきました。彼についてポアンカレはかういつてゐます。「望遠鏡と顯微鏡とが私たちに開いて見せる極大と極小、物理的法則のかくれた調和、常に更生して常に變異してゆく生命、それ等は詩人たちの試みるに値する題材であります。しかしシュリイがとりわけ好んで取扱つたのはかういふ問題ではありません。彼が讃美するのは科學者の精神であります。科學者の忍耐と勇氣とで

あります。」

18歳のシュリィの覺悟を諸君はどう思ひますか。シュリィがうたつた科學者の精神、科學者の忍耐と勇氣。しかしこの覺悟、これらの美德はシュリィや科學者だけのものではありません。昔のわが國にも「憂きことのなほこのうへにつもれかし限りある身の力ためさん」とうたつた人がゐます。艱難汝を玉にす、といふよく知られた格言が生々とわたしたちの胸をうつのは、實際に自分が艱難のただ中にとりこめられたときであります。それではわたしたちはその艱難の彼方に幸福を見るからこれに堪へられるのでせうか。金錢や有名を秤の一方にかけて苦しい一時をすごさうとするのでせうか。

否。わたしたちの希望するのは名や金錢であつてはなりません。幸福ではなくて「偉大」であるとシュリィはそこで思ひました。諸君の心に決するところは何でせうか。

シュリィも年長けて必ずしもこの18歳のときの自分の覺悟をそのままには實現し

得なかつたやうです。なぜなら「偉大」は必ずしもノーベル賞を以て測り得るものの中にあるとは云はれないからであります。ひとが詩人ダンテをかぞへゲーテを擧げるとき、或ひは哲學者カントに指を屈しヘーゲルの學風を云々するとき、おそらくシュリィはその仲間にははいり得ないでせう。

しかし、そもそも「偉大」とは何をいふか。「偉大なる人物」とは何をものさしとしてのことか。その偉大をわたしたちが仰ぎ、そしてこれをのぞむのは何故であるか。わたしはいま一般にこの問題に深入りしないことにします。けれども科學上の偉大なる人物とかまたは科學上の偉大な仕事については、これから澤山の場合を諸君のお眼にかけるわけです。

序ですからわたしは近代科學上の偉人たちについてポアンカレが指摘したいくつかの特質を擧げておきませう。さういふポアンカレもまた偉大な物理學者であり數學者であり、そのうへに科學思想家としても高名な學者でありました。それからシュリィが入學しようとしたフランス砲工學校（エコール・ポリテクニック）については後で

言及しませう。ボアンカレは彼等(偉大な科學者たち)の氣質はさまざまではありますが、みなよくしらべてみると勤勉な人たちであつたといつてゐます。またすべてが情熱家であるともいひます。勿論、その情熱は眞理に對する愛であり、科學に對する愛ではありましたが。そしてこの情熱は彼等のこころに悲しみをうゑつけないで喜びを生み出しました。さうして彼の心情をいつも若々しくさせました。次にボアンカレは彼等がみな批評的精神のもちぬしであつたと指摘してゐます。しかし彼等は謙遜でありました。ひとが多かれ少かれ高い理想を眺めてこれに自分をくらべて見るときには、どうしても自分の姿が小さく見えざるを得ないからです。それですから彼らの多くが温和であり、自分の優越を鼻にかけないで快く他人をうけ容れることも當然であります。無慾恬淡——これも學者の一般的美點であります。金錢に對する慾望は殆んどありません。また權勢とか名譽とかにも淡泊でありました。

以上、ボアンカレが指摘する學者の特質はすべてこれ學者ならぬわたしたちにもあつて欲しいものばかりです。わたしたちは自分が偉大な學者になることができな

いにしても志は高くもちたいものです。しつかりとこの現實に足をつけてゐるならば志は高いのがよいでせう。志は高く、心は誠實に——これがわたしたち日本人のすべてが守るべき一筋みちであります。わけてもこれからの我が日本を背負つて立つべき諸君は誠實な人間でなければなりません。誠實こそは萬古かはらぬ人間の美德の源泉であります。勤勉も批評的精神も謙遜もそして眞理への情熱もひとしくこれは誠實の庭に咲くときに一番美しく、そしていつまでも咲きつづきます。この誠實のなかに住みながらわたしたちは偉大を思ひませう。

科學もまた誠實とともにあります。

目次

科學の發展

科學の發展

伊藤至郎

第一章　科學者ガリレイ

その一　イタリア及びフィレンツェびと

西洋の中世といはれる5世紀から15世紀のなかごろにかけての約1000年のながい間に文化のいちじるしい進歩はみられませんでしたが、それでも諸都市が發達し、産業がおこりはじめ、大學が諸處に創立されました。また十字軍などの影響をうけて、ひろく世界を見わたす氣風が生れてきました。中世もその末期になりますと多くの人達が道理を敎へる科學の一歩々々のたしかな足音にだん〳〵耳をかたむける

に至りました。その足音は13世紀の頃からひびき始めました。都市の發達したところではイタリアをはじめフランスでもドイツでも、それからオランダでもさうでした。さうして中世の學問の育ての親であつたキリスト教會も學問が進むにつれてその古い位置を保つことがだん〳〵むづかしくなりました。(これは仕方のないことで、教會の人たちはまだ人々の知識や學問の貧弱だつたころにたてられた昔の說をいつまでも正しいものと信じて、物事の實際をみようとしなかつたからでした)神學や教理と物事の實際との間にひどいくひちがひのあることに氣づいた人達は本當のことを知りたいと思ひました。そして昔はどうであつたかとふりかへつてみました。ローマはどうだつたらうか、もつと昔のギリシアではどうであつたらうか、かう彼らは研究しはじめました。そして彼らは昔の人たちのすぐれた仕事をそこに見出しました。はじめは藝術上のことでギリシアその他の昔のすばらしさに驚嘆しました。それから科學の上でも同樣のすぐれた遺産をみました。

ところでイタリアはもと〳〵ローマ帝國の本國でありましたし、當時まだ文化が

退歩しないでゐた東ローマの後身のギリシア帝國に隣接してゐましたのでかうした氣運は他の國々に先立つておこりました。これに加へて14世紀の末から15世紀にかけてギリシア帝國がトルコに壓迫されたので、當時のギリシアの學者たちはイタリアの諸都市に避難してきました。イタリアの上流階級はこのギリシアの學者たちをよろこび迎へました。そして彼らから教へられて古代の學問の精神をつかまうとしました。力をつくして古書の搜索や謄寫をして、一方ではこれらの書物の内容を正しく解釋することに苦心しました。王たちや法皇までがこれを保護し奬勵するに至りました。書籍をあつめ、圖書館を建て、多くのギリシアの學者をローマに招いたのは法皇ニコラウスでした。また彼は商人をやつて小アジアから澤山のギリシア語の原本類を買ひあつめさせました。アルキメデスの著書もこのなかにまじつてゐました。ついでピウス二世といふ法皇も(自分が地理や歴史がすきなためもありましたが)科學の復興のためにつくしました。しかしこの頃には學問の興味は文藝方面が主であつて古代科學の研究はあまり進みませんでした。とにかくこの時代に詩人ダンテ(1265

—1321）は有名な『神曲』をイタリア語で書き、ペトラルカ（1304—1374）やその弟子のボッカチオ（1313—1375）の骨をりでイタリア語が完成されました。それでイタリアでは他の國のやうに學者はラテン語でなければ著述ができぬといふ偏見（へんけん）をもたぬやうになりました。

かうした時期に學問の普及に大いに役立つたのはドイツに於ける活字印刷の發明でありました。これは15世紀の中頃のことでしたが、ドイツから他の國々につたはり、イタリアの各都市へも入つてきました。そして書物は印刷本として比較的多數の人々の手に渡るやうになりました。しかし書物といつても主として宗教に關するもので科學書のごときはまだ極めて少數にとどまりました。

わたしは前著『科學のいとぐち』のなかで科學の先驅者としてレオナルド・ダ・ヴィンチ（1452—1519）を擧げました。そして彼がなした科學・技術方面の仕事について語り、レオナルドが有名な藝術家であることを述べておきました。彼はもともとその職業からいへば工學技師で、繪や彫刻はいはば「ひま仕事」でありました。彼は運河をつくり、城をきづき、またいろ〳〵の機械を設計し製作しました。（レオナルドの偉かつたことは後世になつてから彼ののこした手記の類が研究されて一層はつきりしました。）

ところがこのレオナルドの頃にもう一人のたくましい男がフィレンツェの市民の子として生れました。この男もレオナルドのやうに繪をかき彫刻をやりました。それはこの男の職業でもありました。さうしてときがくればフィレンツェを敵から守るためにはフィレンツェ防衛築城工事の總督ならびに監督官にえらばれて自由都市フィレンツェの要害や各地の堡壘の再建及び創設に精力をかたむけるだけの技倆をもつてゐました。この男の名はミケルアンヂェロ。西紀1475年生れ。そして1564年に90歳で死にゆきました。彼の一生の間にはいろ〳〵のことがありましたし、彼の藝術の偉大さを示す製作は現在なほいくつか殘つてゐます。しかし、わたしが彼を語るのは次の三つの理由からであります。

第一にわたしは彼のひたむきな勉强の一部分について述べたいからです。第二に

は彼が當時のイタリアの一都市フィレンツェに生ひ立ち、終生この都市を愛慕しつづけた裡には、どんな魅力がこのフィレンツェにあつて彼をひきつけたかを考へてみたいからであります。さうして第三には當時フィレンツェの支配下に(併合されて)あつたピサの

地に、彼の死と同じ年に(しかも4日とちがはずに)ガリレイが生れたことを思ふからであります。(こゝにイタリア半島の略圖をそへておきますからトスカナからロンバルヂア平原のあたりの都市の配置をみて下さい。フィレンツェをはじめとして當時名の知られたピサもベネチアもジェノバもそれからボロニアもこゝに見出すことができます。なほおほよその縮尺を書きそへてありますからこれらの諸都市の間の距離も目算してみて下さい)

さて第一のミケルアンヂェロのひたむきな勉强のうち、彼の18.9歳のころのことを諸君につたへませう。ミケルアンヂェロはすでに13歳の頃に或る畫家の弟子となり、めぐまれた天分とひたむきな勉强とから、約1年の後にはもうこの先生から學ぶものがなくなり、先生のところから去りました。それからフィレンツェにある古いいろ〜の大家たちの作品や他の人たちの制作から學びました。わけてもサン・マルコの庭園にあつた公開の美術館などは彼の時代の畫家や彫刻家には大いに役立つものでありました。彼はまた繪畫や彫刻のほかにダンテやペトラルカ及びボッカチオの文學を愛讀しました。わけてもダンテがすきになり、その作品のほとんどす

べてをたのしげに暗誦したといはれてゐます。さうしてもう15歳には彼の制作が世の人たちを驚かせました。

18,9歳のころには自分の藝術をしつかりと現實に根をおろすものとするために人体解剖をはじめました。もつともこのことは當時彼だけがやつたのではありません。醫學を學ぶ人たちは勿論ですし、彼とならび稱せられたあのレオナルド・ダ・ヴィンチもやつてゐます。レオナルドの人体解剖のすばらしさをこゝにくはしく紹介することはできませんが、彼はさまざまの年齢の男女の屍体を30餘も解剖してじつに綿密に研究しました。またこれとつながるものとして動物の解剖もしてゐます。レオナルドのこの方面の仕事の意義は古代から當時に至るまでの醫學上の進歩とくらべてみるとき、そのすばらしさがよくわかります。昔ギリシアには600の屍体を解剖したといはれた人もありました。なるほど數の上からはレオナルドの到底及ばぬところですが果してどんな研究が行はれましたことか。またローマの盛んなころにガレノスといふギリシア生れの學者が動物解剖によつて實驗生理學を創めましたがその後ながい間この方面の研究は中絶してゐました。そして14世紀の初めに至つてからのイタリアの醫學者のこの方面の研究はどうであつたでせうか。解剖學の開拓者といはれたボロニア大學の教授モンデイノ・デ・ルッツィでさへ屍体解剖は僅かに3個をなしたのみでした。彼の解剖學は主としてガレノスの動物解剖やその他の外國人の不完全な著書のまるうつしで進歩は認められませんでした。15世紀の末であるレオナルドやミケルアンヂェロの時代に至つても百年前の不完全な内容がそのまゝに各大學の解剖學とされてゐました。このやうな實状から脱け出るためには16世紀に入つてからギリシア醫學やガレノスを繼承しながら近代醫學と解剖學を樹立しようとしたパトワ大學の新進教授マルクアントニオ・デラ・トルレに配するにレオナルドの協力が必要でありました。レオナルドの手になる美しい解剖圖は今も800枚近く殘つてをります。ミケルアンヂェロはレオナルドよりは23歳の後輩です。さうして解剖學的研究に於いても、その科學的素質と量に於いては劣つてゐたかも知れません。彼は科學のためといふよりは藝術のために人体の研究をしたのでしたから。

けれども解剖はミケルアンヂェロが終生ふかい情熱を抱いてしたものでした。彼は20歳にみたぬ年少の身でありながら或る修道院の院長から便宜を得ていくつかの屍体を解剖しました。

ミケルアンヂェロ作　勝利者

「彼はひたすらに自然の現實から學ぶことを求めた。彼はいろ〳〵の動物を解剖し、さらにふかい思ひを抱きながら人体の解剖を行つた。そして彼はこの研究に全生涯（しやうがい）を費し、解剖の專門家も及ばないほどに彼の知識をふかめた。」とかう彼の弟子は後に至つて追憶（ついおく）してゐます。（こゝに『勝利者』といふ西紀1525年に彼がつくつた大理石の一彫像の寫眞をのせておきます。1525年といへば彼の50歳のときです。）

ミケルアンヂェロはなぜフィレンツェを愛したか。フィレンツェに住むために彼は生涯を通じてむなしい努力に骨身をけづりました。それは彼が故郷を愛してゐたからです。彼は愛郷者であつたからです。愛郷者は自分の故郷であるがゆゑに愛するのであつて、その故郷が他の土地にくらべてすぐれてゐるからではありません。いや、そこが他所にくらべて「惡い」ところであつてもかまひません。

けれどもフィレンツェは事實に於いてはすぐれた「めざめの世紀」—ルネサンスの一都市でありました。自分の經濟上の力とか社會的の力をもつて封建領主から自分たちの（都市の）自由を得て完全に獨立した生活をすることのできたところを自由都

市と呼ぶことにしますと、フィレンツェはまさしくそのひとつでありました。いろいろのいきさつはありましたが、とにかくフィレンツェは13世紀・14世紀とその都市を守りつづけ、そしてこれを強大にすることができました。そしてイタリアに於ける全文化のめざめの世紀の基礎(きそ)となり原動力となりました。獨立かたい產業の發達したこの都市を中心にしてその周圍(しうゐ)にあかるいゆたかな農村をもつたフィレンツェ。15世紀のころにはフィレンツェとその近くのトスカナ地方だけで全イタリアの人口の10分の1（約90萬人）もあつたといふことです。さうしてイタリアの近代的進步の先頭に立つてゐました。

こゝフィレンツェに詩人ダンテが生れ、ペトラルカやボッカチオが生活し、レオナルドが成長したことはすでに述べました。さらにこゝの市民として藝術家ヂオットオ、ドナテルロをもあげることもできます。しかし、このフィレンツェには全イタリアの文化が息づき、外國からも新しい知識が入つてきました。わたしはこゝにガリレイが生れる100年ばかり前あたりからの他國にさきがけしたイタリアの數學上

の功績を紹介しておきませう。

その二　イタリアの數學上の功績

西紀1445年頃に生まれ1514年頃に死んだタスカニー生まれのフランシスコ派の僧ルカス・パチオリは當時の算術・代數及び三角法の知識を集成した本を1494年にヴェニスで印刷しました。彼はローマやミラノやヴェニスやそしてフィレンツェと遍歷しながら數學を敎へました。このパチオリはレオナルドの友人でもありました。だがパチオリの時代の代數學はどの程度のものかを知つておくのもいいでせう。

そのまへに二、三のことを覺えてからにしませう。

等號で結ばれて左右の等しいことを示した式を等式といひます。次のやうなのが等式です。

$2+3=5.\quad a+3a=4a.\quad x-2=4.\quad ax+b=c$

そしてこの等式は二つに分類することができます。實際に等號の左と右が等しいものを恒等式、その中の文字が或特別な値のときにだけ成立つものを方程式と呼びます。 $2+3=5$ とか $a+3a=4a$ は恒等式で $x-2=4$ のやうなものは方程式の仲間に入ります。この式は x が6のときにだけ成立ちます。

次に $ax+b$ といふ式（これは $a\times x+b$ の意味）で特に x といふ文字に注目して考へるとき、これをこの式の元とよびます。x^2 は $x\times x$ のことで x^2y は $x\times x\times y$ をあらはします。そしてこのやうな元の積の因數の數をその元の次數とよびます。x^2 は2次、x^2y は x だけを元とすれば1次、x と y とをともに元とすれば3次となります。ax は x だけに注目すれば1次でそして1元です。ところで ax^2+bx+c のやうな式では x の次數の多いのは x^2 ですが、このときこの式は1元2次式とよびます。そして

$$ax+b=0,\quad ax^2+bx+c=0\quad (3x-5=4,\quad 2x^2-x-8=0)$$

のやうな方程式をそれぞれ1元1次方程式、1元2次方程式とよびます。

更にこの等式にあてはまる數をこの方程式の根（こん）といひ根を求めることを方程式を解くといひます。方程式にはその次數だけの數の根があります。1次方程式には根が一つ、3次方程式には三つの根があります。

さてパチオリの頃には1次方程式 $ax=bx$ もうまく解けませんでした。また

$$ax^4+cx^2=dx,\quad ax^4+dx=cx^2$$

のやうな四次方程式も解けませんでした。諸君にはこれらの根がうまくもとめられますか。パチオリの頃にはまだまだ式の取扱ひになれてゐなかつたのだから是非もありません。今なら

$$ax=bx,\quad ax-bx=0,\quad (a-b)x=0,\quad a-b\neq 0\quad x=0$$

として解けます。（$\neq$ は等しいの打ち消し、即ち等しくない）または $ax^4+cx^2=dx$

$$x(ax^3+cx-d)=0\quad x=0,\quad ax^3+cx-d=0$$

一根は o で他の三根は $ax^3+cx-d=0$ を解いて得られます。結局これは3次方程式の問題となります。ところがパチオリの頃には3次方程式は代數的にうまく

解けませんでした。

しかしこれを解いたのもイタリア人でタルタリャとカルダノでありました。

タルタリャの本當の名はニコロ・フォンタナでありますが、六歳のときフランス兵のために面部を傷つけられ、うまく喋べれなくなりました。そしてどもりました。タルタグリャは「吃る人」、タルタリャは「どもり」を意味するとか。ニコロは父を失ひ、母の手ひとつで貧乏の中に成長しました。それで學校へもゆかれず、獨學でラテン語やギリシア語や數學を學び、のち數學の先生となることができました。このタルタリャが苦心のすゑに3次方程式の一般的解法に成功しました。一般的に解くとはどんな形のものでもござれといふことで、3次方程式ならいつでも　$ax^3+bx^2+cx+d=0$　と書けますし、もうすこし變形して　$x^3+px^2+qx+r=0$　と書けますから、つまりこの根が求められるといふわけです。しかるにタルタリャの解法をカルダノの名で呼ばれるやうになつたのはカルダノがタルタリャからこの解法をきいて自分が發見したやうにして發表して有名になつたからです。このカルダノの

弟子のロドヴィコ・フェラリ（1522年—1560年頃）がはじめて4次方程式を代數的に解きました。（代數的に解くとは四則と開法とだけで解くことです。）この人も貧乏人の子でしたが苦勞してボロニア大學の教授にまでなつた優れた人でした。

カルダノは3次方程式の解法の發見者ではないが方程式の負根の處理については進んだ考へをもつてゐました。また虛根（虛數の根）も取扱ひました。虛數の一般的な取扱ひはずつと後世になつてなされて大きな役割を果すのですがこの時代に思ひきつて虛數の根を採用したところに當時のイタリアの數學者の進歩性があります。なほボロニアのラファエル・ボンベリといふ人も虛根について言及してゐます。彼は西紀1530年頃に生まれた16世紀最後のイタリアの數學者でありました。

次に幾何學方面ではイタリアはギリシアやアレキサンドリアの數學にくらべて內容からすればとり立てていふほどの進歩がありませんでした。しかしこの時代に見逃すことのできないのはガリレイの著作にでてくる幾何學と物理學との親しさであります。ガリレイはよく幾何學を使つて（その圖形の性質から）物體の運動、材料の强弱

などを研究してゐます。この精神は後に至つてニュートンがうけつぎ一層みごとな成果をあげます。もともと數學は人間の生活のなかで生まれ、育てられて來たものですからガリレイやニュートンがこれを物理學にうまく使つたからといつて驚くにはあたらないかも知れません。が、これは理窟といふもので、幾何學が一應まとまつた數學の一分科となつたギリシアに於ても幾何學は現實からきりはなされてをり、いはば頭を錬り上げるためのものとされてゐました。哲學者のプラトンが數學を重視したのもこの意味からでありました。

（わたしたちは後節に於てガリレイのみごとな幾何學の使ひぶりを見ませう）

その三　ガリレイによる物理學のよき出發

さきにかかげたイタリア半島のつけ根ちかくの略圖をもう一度みて下さい。水鄕都市ベネチアなどのあるのは東海岸でアドリア海がふかく入りこんでゐます。ピサ

やジェノバのあるのは西海岸の方で、リグリア海をへだてて遠くフランスのニース、ツーロンと對してゐます。ピサは海岸都市ではありませんがボロニアやフィレンツェにくらべるとずつと海に近いところで、アルノ河がフィレンツェの方から流れてきてここを通つてゐます。

ピサはあの斜塔で有名なところです。この塔が起工されたのは12世紀の頃でした。はじめは勿論こんなに傾いてゐたのではありません。13世紀の頃から傾きかけたのださうです。こんなに傾いてゐて倒れぬわけはこの建物の重心がなほうまく安定の位置を占めてゐるからです。

1564年にこの物理的な意味をもつ建物のあるピサの地にガリレオ・ガリレイが生まれました。當時ピサがフィレンツェに併合されて支配をうけてゐた事はさきに述べました。ルネサンスのイタリア文化の先頭に立つてゐたフィレンツェに於て、まづ藝術の花が咲き、それはレオナルドとミケルアンヂェロによつて最高度の美しさをみせ、やがて科學にその位置をゆづることになりました。ミケルアンヂェロの死

の年にガリレイが生まれてフィレンツェは、またピサは、後の世までも自ら誇ることができました。

ガリレイはおちぶれた貴族の出です。しかしあの貧乏な市民の子であつた數學者のタルタリアやフェラリにくらべれば學問するにはめぐまれた境遇にありました。ガリレイは18歳のとき(1581年)ピサの大學に入り、はじめはお父さんのすすめるままに醫學を修めましたがその頃の醫學は科學性がうすく彼を滿足させませんでしたそして到頭醫學の勉强をやめて數學と物理學とを學ぶことにしました。大學を出たのは1589年で彼の26歳のときでした。學生としてのガリレイは俊鋭でその學力ははるかに學友をぬいて秀でてゐましたので、卒業すると直ぐにピサの大學で數學の講座を得て敎へることになりました。

ガリレイは物理學もよく勉强しましたが、當時の物理學はまだアリストテレスの未熟な考へに支配されてゐてこれから一歩もぬけないで停滯してゐました。そしてアリストテレスの說であるから正しいと盲信されてゐました。ところがこのアリス

トテレスの物理說をガリレイがしらべてみるとまちがつてゐるのでびつくりしました。そのうちに自信が湧いてきました。彼は「新しい科學」――卽ち正しい物理學の建設にとりかかりました。そして敎壇の上から公然とアリストテレス的妄念を攻擊しました。彼はあくまでも觀察と實驗とによつて自分の見解の正しいことを基礎づけようとしました。「理性と經驗とに一致してゐる以上は、それがいかに多くの人たちの意見とは矛盾してゐようとも問題ではない」と若きガリレイは自信にみちた言葉でいひもしました。

彼の仕事についてはまもなくあとで述べることにしてまづその經歷をみませう。

ガリレイはこんなにして物理學上の所信を發表し、舊來の謬論に向ひましたので他の敎授連には快く思はれませんでした。彼らと論爭もしました。それでベネチアの元老院から招かれてパドヴァ大學へ轉任しました。そして1592年から1610年まで足かけ19年ここにゐました。ここでの主たる硏究は天文學でありました。1610年には彼の齡も47歳で彼の學問もずゐぶん各方面にわたつて深くなつてゐました。若い

頃に彼に最も多くの刺戟を與へた昔からの學者としてはユークリッド、アポロニウス及びアルキメデスの3人でありましたが、このパドヴァ時代にはこの3大家の學問をしのいで更に進まうとしてゐました。またすでにコッペルニクスの地動説にもうち込んでゐました。

西紀1610年、ガリレイは18年ぶりに再びピサの大學にもどりました。それは彼がかつて太子のときに教へた男がフィレンツェの君主となつて彼を招いたからであります。彼はここで講義を行ふ義務さへもなく、ひたすらに科學の研究をすることをゆるされました。そして、10年以上もガリレイはこのいい地位にゐることができました。

しかし、この頃からコッペルニクスの説はキリスト教會のはげしい憎惡の的となりました。そしてガリレイはつひに法皇の命によつて1615年にローマへ呼びよせられ、コッペルニクス説の信奉者としてのそれまでの彼の著書や行動に關して釋明を要求されました。さうして彼のねんごろな説明も無駄となり、1616年に至つて法皇

廰はコッペルニクスの説は不信であり異教的であると「決定」しました。學問の内容の眞僞にはおかまひなしに、ただ教會にとつて都合がいいことか惡いことかによつて取捨をきめるのですからたまりません。地球は宇宙の中心でもなく、不動でもなく、自轉するといふ説が「哲學的」には虚僞で不條理であり、「神學的」には信仰の上の誤謬を含むからいけないといふのです。この哲學や神學が果して正しいものかどうかについてはすこしも反省してゐないのです。そしてコッペルニクスの本やこれを解説したものは禁書になりました。ガリレイも地球の運動を教へたり信じたりすることを禁じられました。

かうしたことがあつてからガリレイもこれまでよりも愼重な態度で著述するやうにしましたが、それでも17年の後には再び糾問されることになりました。1633年70歳のガリレイはローマに呼ばれ、宗教裁判所で數回しらべられました。ガリレイはこのときの法王の舊友ではあり、高齡で健康も衰へてゐましたが、型のごとく取りしらべられ判決されました。

（ガリレオ・ガリレイ）

この後のガリレイの生活は痛ましいものでした。糾問裁判所は彼の住家としてフィレンツェに近い田舍アルチェトリの彼の別莊を指定しました。そして彼の日常生活にまで立ち入つて監視しました。この老人がフィレンツェへ移り住みたいとねがつても容易には

きいてくれませんでした。彼のこのささやかなねがひは1638年になつて彼がすつかり失明した後で許されました。彼は權力の前にこのやうに敗北しましたが、なほゆるされた範圍の研究を天文學上のことでつづけました。そして西紀1642年の1月8日にフィレンツェではなくアルチェトリで死去しました。79歳でした。今から300年ばかり前のことです。彼は死んでからも迫害され、フィレンツェの或教會にあつた一門の墓地に葬ることも（これは彼の臨終の希望でもありました）、弔辭を讀むことも、碑をたてることも許されませんでした。死後100年もたつてからやうやう一門の墓地へ埋葬されました。

（ガリレイの老年の肖像をみて下さい。この年よりの顔にみえる憂愁の影と、それにもかかはらず何かを考へてゐるらしい眼ざしと、ひげになかばおほはれたその口元とをみて下さい）。

その四　物理學上の「假說」と「理論」

わたしはガリレイを語るにあたつて「物理學のよき出發」といふ言葉を使ひました。ガリレイこそは物理學のよき開拓者でありました。ガリレイによつて物理學はゆるぎなき科學的基礎――科學的方法を與へられました。彼を模範としてニュートンが偉大な仕事をしました。更にニュートンを模範としてアインシュタインがこれを繼承しました。そしてかがやかしい物理學上の進歩に貢獻しました。ニュートンとアインシュタインばかりではありません。物理學上で名の知られてゐる學者たちはみんなガリレイの學問の仕方を學んでゐます。或は自分ではそれと氣がついてゐないかも知れませんが、彼がはじめた方法を採用してゐます。今もさうです。

それは測定的な「實驗」や「觀察」と數學的の「證明」とを結びつけて、それまでわたしたちにはつきりしなかつた事物の關係(現象)を科學的な認識におき換へてみせることでした。自然界の現象は複雜で際限がありません。しかしわたしたちは「假說」と「理論」とのたすけを以てこの複雜した現象と戰ひ、そこにひと筋の解釋の道をつけます。

ここのところをもうすこしくはしく申してみませう。はじめ一つの現象に出會ふとわたしたちはまづその仕組み(モデル)を心にとめておき、いろいろの經驗や實驗からこのモデルを完全なものにしようと心がけます。このモデルがよくその現象に適合するときは、今度はこのモデルから考へて外界に起る未來の現象を豫知することもできませう。このモデルから現象の仕組みを說明するのが「假說」です。この假說がよく多くの現象を說明し、實驗の結果とも矛盾しないとき、わたしたちはこれを「理論」と呼びます。ですから勿論「假說」は決して自然現象そのものではありません。わたしたちがつくつたモデル(模型)であることを忘れないで下さい。

假說――從つて理論とはこのやうな性質のものですから、或現象を說明するのに必要な假說・理論は決して唯一のものだとはいはれません。わたしたちはただそれがよき假說であるかどうかを問ふことができるのです。よき假說とは第一には合理的だといふことです(合理性)。次には實驗の結果と一致することを要します(實証性)。最後にこれが簡明適切であることです。このとき假說が理論と呼ばれることはさき

に申しました。（序ですからここに「科學的精神」とは何かを今おぼえた言ひ方で紹介しておきませう。科學的精神とは合理的で實証的な精神のことであります）。

次に物理的法則（定律）とは何かを覺えておきませう。物理的法則とはその現象の原因と結果との間の關係を示すものです。さうしてこの法則を確立することは物理學の研究の主なる目的であります。

ところで物理學的現象の原因や結果には大小・强弱の別がありますが、これは量ですから多くの場合に適當な單位を使へばこの量を數で表すことができませう。それで法則は結局に於て數式化にまでおちつく（精密化される）ものです。ガリレイはすでにこのことをはつきりと知つてゐたのでした。ガリレイは對話からなる彼の著述の中でその對話の一人物に對話者のもう一人のそれこそガリレイの化身ともいふべき一物理學者のことをかういはせてゐます――「サルヴィアチ君の說明は……極めて明瞭です。外見ばかりでなく事實むづかしい問題を誰にでも知られてゐるありふれた理窟や觀察・實驗を使つて明瞭に解きます。」これこそガリレイの態度でした。

もつともかういふ說明法のおかげで、或偉い學者はサルヴィアチ君の發見を價値のないものとけなしてゐます。その理由として、それらの發見が平凡な、つまらぬ、通俗的な根據の上に建てられてゐるからだといふのです。「よく知られた、誰にも認められてゐる原理を基礎としてその上に發展させるといふことがまるで科學の最も感嘆すべき、賞讃に値する一つの特徴ではないかのやうな口ぶりで。」とこの人は尙も言つてゐますが、この偉い學者とは決して眞の「偉い」學者を指して言つてゐるのではなく、所謂「有名」な學者といふ意味であります。「有名」ではあるがちつとも學問の本領を知らない「偉くない」哀れな學者といふ意味であります。

それでは實際にガリレイはどんな研究をしましたでせうか、彼のやつた研究をたどつてみませう。

ガリレイには天文學上の多くの研究・發見があります。これには望遠鏡の發明が多大の援助を與へてゐます。この望遠鏡については改めて述べる機會がありますからここではガリレイが自分で望遠鏡を、「物が1000倍も大きく、そして30倍も近く

みえる優秀な」ものに作りあげて使用したことを書いておきませう。彼は1608年以來、天文觀測に身を入れ、1610年には木星の五つの衞星のうち四箇を認めました。また金星が月のやうに盈ち虧けするのを發見しました。しかしこの重大な發見も舊式な偏見をもつた當時の學者たちには問題でありませんでした。ガリレイが自分の望遠鏡で木星の衞星を見せようとしても彼らは衞星をも望遠鏡をも見ようとしませんでした。「この人たちは探求すべき眞理は自然の中にはなく、たゞ本文(古典)の比較照合の中にのみあると信じてゐる」とガリレイは嘆息しました。

ガリレイには『星界の使者』といふ天文學上の著述があります。これは1610年にヴェネチアから出版されて非常な評判をとりました。これにはそのときまでの彼の諸發見がくはしく報告されてゐます。これによつてコッペルニクスの惑星の公轉説が一層たしかめられたわけです。

その後ガリレイは太陽の黒點を見つけました。もつともこれはガリレイだけが最初に見つけたのではなく、彼とは獨立に他の幾人かが望遠鏡によつたり、よらなか

つたりで同じくこれを見つけてゐます。さうして彼等はこの運動の研究から太陽の自轉を結論しました。

ついでガリレイは『二大世界説についての對話』を發表しました。これはプトレマイオスの地球中心説に對するコッペルニクスの太陽中心説の優位を説いた對話體の著述であります。これは1632年に出版されました。この書で注目すべきはその科學的な研究であり、アリストテレス的な考へ方に對立する思考の方法でありました。内容は四つの部分から成り、第一にはアリストテレスが天體について地上とは別な特質を想像したのに對して種々の點からこれを論破してゐます。ガリレイは月面の山嶽をあげて地球と月との同じ性質であることを述べてゐます。また天體は不易なものとなす彼らの考へに對しては太陽の黒點の短い持續性を擧げました。それから不易とか不變とかが決して事物の完全性を表すものでないことを強調しました。彼はそして不易・不變といふことが何かすぐれたもの、完全なものであり、これに反して變化し流動するものが何か不完全なものと認められてゐるのをきくと非常に反

感を覺える。自分は地球を、その上でなされる變化の故にこそ非常にすぐれたものと考へる。このことは月や木星その他の天體についても言へる、といつてゐます。太陽の上だけでなく、さらに遠くへだたつた恒星の領分にも地上のやうに發展や消滅といふ變化が存在する證據としてガリレイは1572年と1604年に突然現はれた新星を例に擧げました。

また全天體が24時間に地球を1周するか、それとも同じ時間に地球が自轉するかについては、兩者の假説は一見したところでは觀察される現象を説明し得るから優劣がなさそうだが、しかし、とガリレイはいふ、「地球の小さいのにくらべて何百萬もの地球を入れうるやうな天球のすてきに大きい容量を考へただけでも、また1日のうちに全天が1回轉する速度を考へただけでも、わたしは天球が回轉して地球が靜止するといふやうなことを信じることはできません。また地球を靜止するものたとすれば月の1ケ月、火星の2年、木星の12年、土星の30年と次第にその週期が大きくなつてゆき、そこへ突前これらとくらべものにならぬ大きい球面が24時間で1

回轉することになります。ところがもし地球が自轉するものとすると週期は最も遅い土星からはじまつて全然うごかぬ恒星にまでだんだんに大きくなるわけで考へ易くなる」と。

第二には物を落すと垂直に落ちてゆくことは地球の靜止を證明するものだといふまちがつた考へを論破してゐます。彼らアリストテレスの徒はもし地球が回轉するなら垂直に投げ上げられた物體が同じ線に沿うて最初の場所へ落ちてくるはずがあるまい、なぜなら上昇から落下までに要する時間の間にその投げ上げた場所は回轉のために東の方へ移つてゐるわけであるから。しかるにこれは實際みるところとちがふ、といふのです。また地球が回轉するとすれば、地球の極(回轉の軸の兩端)以外の點ではわけても赤道の附近ではすべての物體は遠心力によつてその表面からふり飛ばされるはずであるが、これも觀察するところと合はない、といふのです。これに對してガリレイは塔から石をおとすとき、その塔は石と同じ速度で東の方へ運動してゐることを指摘してゐます。この關係は停止してゐる船のマストと、大きい速さ

で航行してゐる船のマストから重い物を落す場合にも示されます。ガリレイはこの實驗の際にみられる小さい偏り（かたより）が空氣の抵抗によるものと考ふべきことを斷つてゐます。なぜなら空氣は航行してゐる船に對しては靜止してゐますが、塔から物をおとすときには塔も物もそして空氣も全く一樣に地球の回轉とともに運動するから大速力航行の船の場合のやうに落體の運動を亂すやうな影響を及ぼすことはないと言つてゐます。また回轉によつて生ずる遠心力の問題については、地球の回轉速度が重力にくらべて小さいのでそんなことがないのだと言つてゐます。

次にガリレイはコッペルニクスの説の詳細な解説を行ひました。遊星の留（りう）（動かずにゐるやうにみえること）と逆行（これまでと反對の向きに動いてゐるやうにみえること）が地球の公轉のために起ることも見てゐます。

最後にガリレイは潮汐作用について言及しました。潮汐作用が地球の公轉と自轉とのために起るといふのです。これは鋭い考へ方です。しかし、ガリレイの頃にはまだ天體間にはたらく力についての理論がなかつたので月の影響を考へることができなかつたので主要な原因をおとしてゐました。

このガリレイの『二大世界説についての對話』は非常に人氣がありましたが、そのために災難にあつたことはさきに述べた通りです。晩年のガリレイが失明に近い視力を以てなした天文上の研究をあげるとまづ月の秤動の發見であります。秤動といふのは月の地球に向ひた面（の點）が變動することであります。次には木星の衞星の蝕を利用して地球の經度を測定しようとして準備しましたが、これは彼の體が惡くなつたので實行できませんでした。

その五　運動の法則と數學的証明

アリストテレスは重さを異にした物體が同一の媒體（ばいたい）（例へば空氣とか水とか）の中で運動するときには互にその重さに比例した速さですると考へてゐます。それで例へば一方より10倍も重い物體は一方より10倍も大きい速さで運動するといふのです。ま

た異なつた媒體の中では同一の物體もその媒體の密度に反比例するものと考へました。もしかりに水の密度が空氣の密度の10倍とすれば空氣中の速さは水中の速さより10倍大きいだらうといふのです。これに對してガリレイはそのまちがひを『力學及び地上運動に關する二つの新しい科學に就ての對話及び數學的証明』(以後この本を『新科學對話』と略稱することにしませう)。といふ彼の著述の中で指摘してゐます。この本は1638年にオランダのライデンで出版になつたもので、ガリレイの力學方面の主著と言はれる、すばらしい仕事でありました。なぜオランダから出版したかといへばさきにも述べたやうなわけからイタリアでは駄目であつたからです。

さてこの『新科學對話』に出てくる對話の人物はサルヴィアチ、サグレド及びシムプリチオの3人で、シムプリチオはアリストテレスの說の信奉者でいはば頭のかたい哲學者で、サルヴィアチはガリレイのいはゆる新しい科學者(そしてガリレイの化身ともいふべきもの)、サグレドも新鮮な感覺と理性をもつたヴェネチアの市民であります。

ガリレイは次のやうにこの三人に對話を運ばせてゐます。ガリレイの鋭さを示す

場所ですからすこしながくそのところを抜いてみませう。

サルヴィアチ。……アリストテレスの証明が果してどの位の正しさをもつてゐるかを理解するためにも申上げねばなりませんが、わたしの思ひますに彼の假定の二つとも否定することができるのです。第一の假定については、わたしはアリストテレスが二つの石(一つは他より10倍も重い)が同時に、例へば100キュービット(1キュービットは約0.5メートル)の高さから落下したとすれば、重い方の石が地面に達した時には輕い方はまだ10キュービットも落下してゐない、それほど速さがちがふといふことが眞實であるかどうかを、彼は實驗で試してみたことが全然ないだらうと思ひます。

シムプリチオ。彼の言葉から考へますと、「我々は重い方が……見る」と言つてゐるのですから實驗したことがあるやうです。「見る」といふ言葉は彼が實驗したことがあるのを示してゐます。

サグレド。しかしシムプリチオ君、わたしは實驗したことがあるので100ポンドから200ポンドも、或はもつと重い大砲の彈丸が1/2ポンドの小銃の彈丸と一緒に

200キュービットの高さから落下する時、重い方は輕い方よりたかだか1スパンも先んじないといふことを斷言します。

サルヴィアチ。　いや、大して實驗をしなくても簡單にそして確實に、二つの物體が同じ材料からできてゐて、要するにアリストテレスが言つてゐるやうな物でありさへすれば、重い物體の運動は輕い物體の運動より速くないことが證明できます。でシムプリチオ君に伺ひますが、どんな落體でも自然によつて定められた一定の速さ、即ち外力或は抵抗力なしには增減することのない速度をもつてゐるといふことをお認めになるでせうか。

シムプリチオ。　一定の媒體中を運動する一定の物體は自然がきめた一定の速度をもつてゐて外から運動量が加へられなければその速度を增さず、また何かそれをはばむ抵抗がなければ速度は減じない、といふことは疑ひません。

サルヴィアチ。　ではもし自然速度の異なる二物體をとつて二つを結び合せた場合、速い方の物體は遲い方の物體のために幾分かその速さをゆるめられ、遲い方は幾分

か速められるといふことがあるわけですね。かういふことではわたしと考へが一致するでせうか。

シムプリチオ。　お言葉の通りです。

サルヴィアチ。　しかし、もしこれが本當だとし、そしてもし大きい石が例へば8の速さ、小さい方の石が4の速さで動くとすればその二つが結び合つたものは8より小さい速さで動くでせう。ですが二つの石が結び合ふとその大きさは以前8の速さで動いてゐた石よりも大となりますから、重い物體が輕いものよりも速度が小であるといふ、貴方の假說と全く反對の結果になります。これで貴方の假定即ち重い物體が輕い物體より速度が大きいといふことから推理して行けば重い方が輕い方より一層速度が小さくなる、と言へることがお分りでせう。

シムプリチオ。　それは困つた。小さな石を大きな石に結びつけるとその重さを增し、重さを增しながらどうして速さが增さないのか、或はせめてどうして減らないでゐることさへできないのか、わたしにはわかりません。

サルヴィアチ。　ここでもまた貴方は誤謬を犯してゐますよ、シムプリチオ君。小さな方の石は、大きな石の重きを増しはしないのですからね。

シムプリチオ。　さうですか。それはどうも腑におちませんね。

サルヴィアチ。　いや、そんなことはありませんよ。わたしが貴方の誤謬を（貴方はその上に立つて考へを進めてゐるのです。）明らかにすればいいのです。運動してゐる重い物體と靜止してゐる同じ物體とを區別する必要がある事をよく覺えておいて下さい。秤にかけた大きな石が追加重量を得るのは、その上にもう一つの石をのせた時だけでなく、一握りの麻くづを加へたときでもその重さは麻くづの量に應じて6オンスから10オンス增加します。しかし、もし麻くづを石に結びつけてある高さから自由に落下させた場合、貴方は麻くづが石をその上から押しつけてそのため石の運動が速められるとお思ひですか。それとも麻くづが石を上の方へひき上げるので石の運動がゆるめられると思ひますか。人間は自分のになつてゐる荷物の運動をさまたげるときつねに肩に壓力を感じます。しかし、もし人間が荷物の落ちる速さと同じ速さで

驅け降りればどうしてその荷物は人間を壓し、重力を感じさせることができませう。これは貴方が、貴方と同じか或はもつと大きい速さで逃げる人間を追ひかけ、その人間を槍で突かうとするのと同じことだとは思ひませんか。ですから貴方は双方とも自由で自然な落下をしてゐるときには小さな石は大きな石の上から壓しなく、従つて靜止のときと異りその重さを增さない、と結論しなくてはならないのです。

シムプリチオ。　しかし、もし大きな石を小さな石の上におけばどうなるでせう。

サルヴィアチ。　それは上の石の速さが大であれば小さな石の重さはふえるでせう。ですがわたしたちはすでに小さな石の速さが小であれば或程度まで大きな石の運動を遅くしますから大きな石よりも重い物體であるがその速さは小さくなるだらうといふ、貴方の假說とは反對の結論に達したのですから比重が同じであれば大きな物體も小さな物體も同じ速さであると推論することができます。

シムプリチオ。　貴方の議論の運び方には全く敬服させられます。しかし、それでもわたしには散彈が砲彈と同じ速さで落ちるとはちよつと信じられませんが。

サルヴィアチ。なぜ一粒の砂がつき臼の石と同じ速さで、とおつしやらないのです。

しかしシムプリチオ君、わたしは貴方を信じてゐますが、貴方は多くの人たちのやり口をまねて議論を本題からそらしてほんの毛ほどの弱みをもつたわたしの言葉じりをとらへ、それで船の碇(いかり)づなほどもある大きな誤謬をそのかげにかくすやうな事はなさらないでせうね。と申すのはアリストテレスは100キュービットの高所からおちる100ポンドの鐵球は同時に同じ高さから落下し始めた1ポンドの球が1キュービット落ちたときに地面に達するといひますが、わたしはそれが同時に地面に達するといふのです。貴方は實驗して大きい方は指幅二つだけ先んじてゐる、即ち大きな方が地面に達したとき小さな方は指幅二つだけ遅れてゐることを見出します。そこで貴方はこの指幅二つのかげにアリストテレスの99キュービットをかくされたり、またわたしの小さな誤謬をはやしたてて、彼の非常に大きな誤謬を看過したりしないでせうね。……しかしわたしは……もしこの二つの石が50或は100キュービットの高さから落下するときは地面に達する時間は同じであることを斷言します。

かうして議論は進められてゆきます。そしてガリレイはつひにサルヴィアチをして眞空中の自由落下を取扱はせてゐます。そして眞空中ではすべての物體は同じ速さで落下することを言明させました。

更に對話が進んだところでこの考へをサルヴィアチに要約させてゐます。「これまでわたしが話した事がら、特に重さの相違はたとへそれが大きくても落體の速さの變化には何ら影響しない。從つて重さに關する限り、物體はみな同じ速さで落下する、といふこのことは全く新しい意見であつて、一見したところでは事實から非常にかけはなれてゐます。」そしていひます。「ですから、この考へを白日のやうに明らかにすることができなければ言はない方がよい位です。しかし、一度口にした以上は實驗や論証をゆるがせにすることなく、この考へを完全なものに仕上げなければなりません。……重さの非常にちがふ二つの物體が與へられた高さから同じ速さで落下するかどうかを確める實驗には二、三の困難が生じます。高さが相當に高いときには落體のために貫ぬかれ傍へ押しやられる媒體(空氣)の影響が異つてきます。

ですから長距離では輕くてその運動量の小さい物體は取りのこされます。これに反して短距離では差があるかどうか疑はしいでせうし、たとへあつたにしろそれは目に止まらないでせう。」

そこでサルヴィアチ（即ちガリレイ）が考案したのは斜面及び振子の利用でありました。ここでは重力の加速度が自由落下の場合の分力となつてゐますから小さくなつてゐるわけです。それで觀察には好都合となります。ガリレイはこのことをよく知つてゐて巧みに利用しました。斜面とは斜めになつた面のことですし、振子とは細い糸の一端に小さい球をつけて吊したものをいひます。（糸はできるだけ細く質量の小さいものほどいいのです）。もつともこの二つの場合にも斜面には斜面の抵抗力があり、更に空氣の抵抗もありますし、振子の場合でも空氣の抵抗は依然としてのこりますが、重力の場合よりこれらの抵抗が小となるわけです。そこでガリレイはいはばゆるめられた重力——分速度によつて研究したのでした。

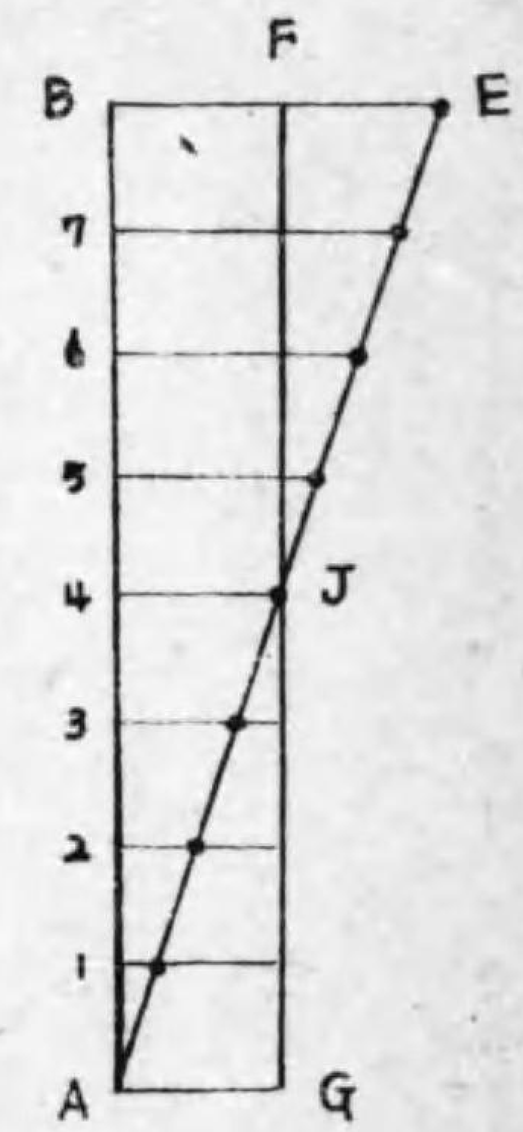
ガリレイが落下の實驗をピサの斜塔の上から試み、$\frac{1}{2}$ポンドの銃丸と100ポン

ドの砲彈を同時に落したところが砲彈がほんのすこし先におちた、といはれてゐます。これは銃丸の方が空氣の抵抗をより多くうけたためです。

次にガリレイの自由落下による等加速運動の研究の仕方を學びませう。

「すべて物體は外力がこれに作用しないときは靜止の狀態をつづけるか或は常速度運動をつづける。」——これはニュートンの運動法則或は慣性法則と呼ばれるものでありますが、この法則はガリレイの頃にはまだはつきりと知られてゐませんでした。それどころか彼以前にはあらゆる運動は一つの力が絶えず加へられないと、何らの故障がなくとも終には停止するものだと考へてゐた位でした。それをガリレイは否定して運動する物體はこれに外力が作用しなかつたら速度をかへないものとしました。そしてこのとき物體は靜止してゐようが運動してゐようがその作用の大きさは等しい、としました。ところで自由落下の場合にはたえず重力が作用してゐるから作用は（慣性法則によつて）つみかさなつてゆくものとみて次のやうに考へを進めました。（圖をみながらガリレイの考へをたどつて下さい）縦の線上に1, 2,……と目盛つたの

は時間(例へば秒)を表し、それぞれ1秒後、2秒後を示すものとしませう。これらの點から横に平行線を引いておいて、ここに或單位で左の端から測つてそれぞれ1秒後、2秒後……8秒後の速さを示す端にしるしをつけます。そしてこれらの端をAからEまで順につないでみます。



すると線分AEが得られます。(これは時間と速度の比が一定といふことを示します。言葉をかへれば速度の比が時間の比に等しいのです。)次にABの半分のところ、即ち第4秒後のところで圖のやうにして平行四邊形をつくると三角形ABEは平行四邊形ABFGと等積になります。これは $AB=t$, $BE=v$ と書けば二つとも面積が

$$\frac{1}{2}(v\times t)=\frac{1}{2}vt.\quad \frac{1}{2}v\times t=\frac{1}{2}vt$$

で等しいのです。ところで、このことはかう讀みとることができます――落下物體が等加速運動をしながら時間t(8秒)に通過する道のりは、同じく時間t(8秒)の間

をvの$\frac{1}{2}$の速さで等速運動した場合の道のりに等しい。そしてこれからガリレイは一定の時間(t)に通過する距離(s)は時間(t)の二乘に比例するといふ命題を得ました。またこれから同じ時間に通過する落下距離が奇數1, 3, 5……に比例しなければならぬこともわかりました。つまりかうなのです。いまt時間後の速度をv, 通過距離をsで一般に表しますと

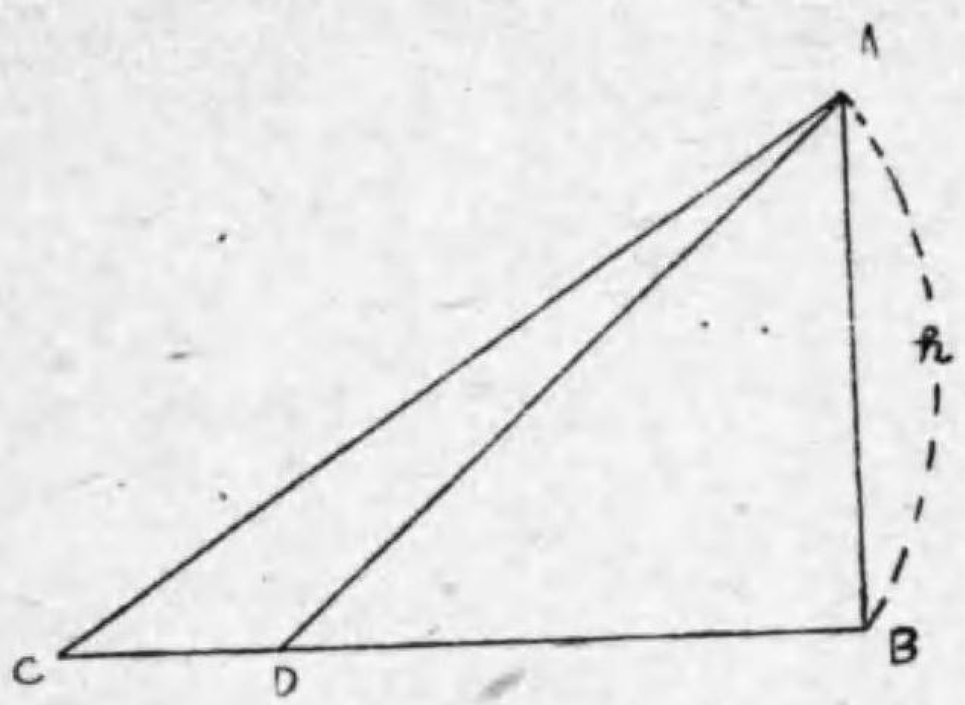
$$v=gt,\quad s=\frac{1}{2}gt^2$$

が成立ちます。gは重力の加速度を示すものです。

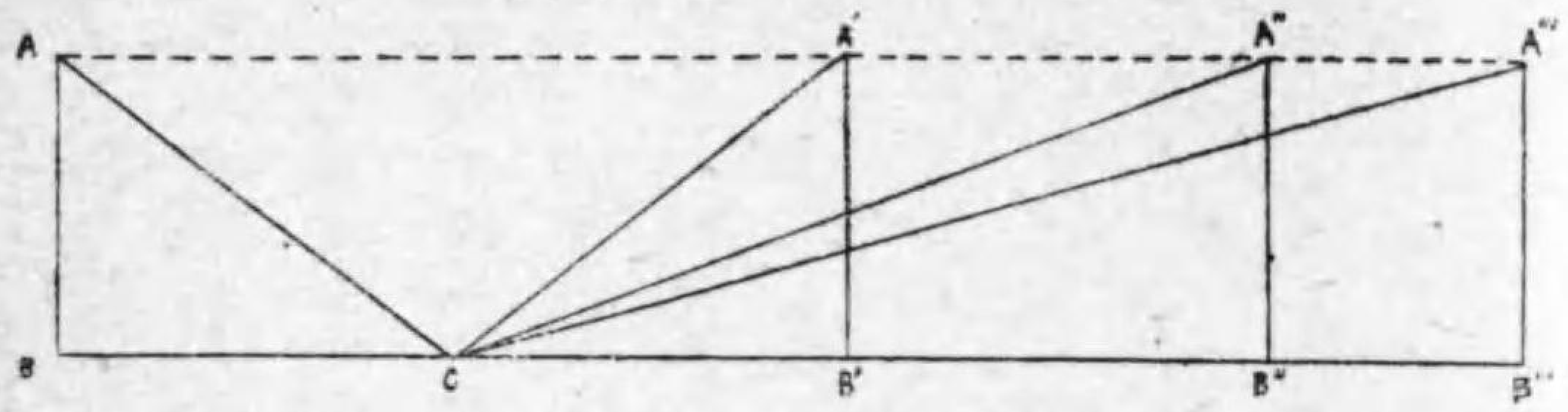
しかしgの値の算出にあたつてはガリレイも極めて大ざつぱな測定よりできませんでした。これには種々の原因があつたことと思ひます。時計その他の測器の不精密の故もあつたでせう。空氣の抵抗を考へに入れなかつたためもあつたでせう。とにかくgを500秒秒センチと出したのですから實際の値の980秒秒センチ(約)とはかなりちがつてゐます。

へgの値は地球の表面でも場所によつてすこしちがひますがそのわけはここでは述べません。序に申せば物理學上の單位には基礎單位と組立單位とがあります。基礎になるのは質量・長さ・時

間などでこれから速度や加速度の單位が組み立てられます。多くの場合質量の單位にグラム、長さにセンチメートル、時間に秒を使ひます。そこで毎秒何センチの速さ（略して秒センチ）とか、毎秒、毎秒何センチの加速度（略して秒秒センチ）とかいふわけです。〉



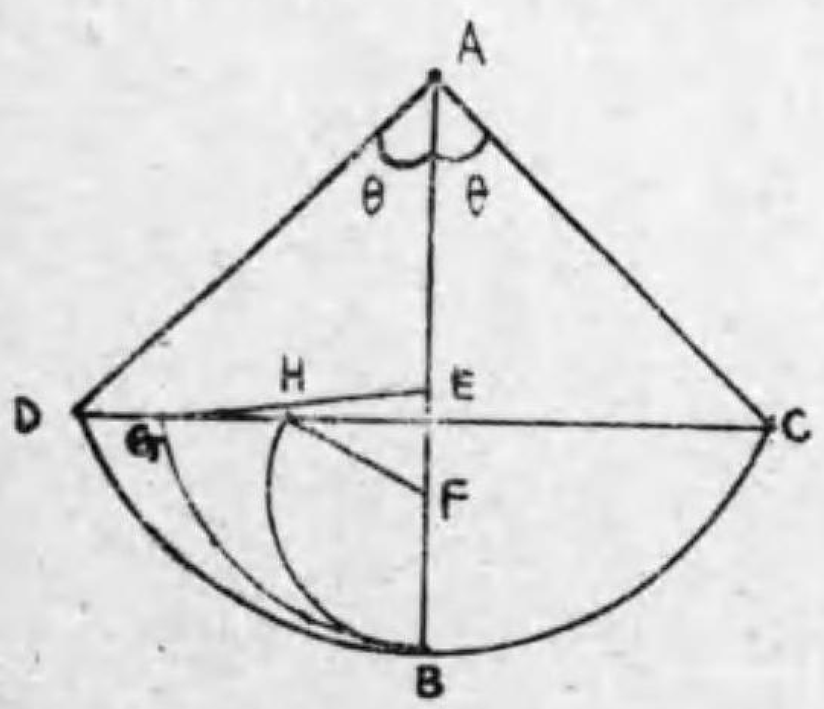
ガリレイは斜面上の落下によつて得られる速度がただその高さにのみ依存してその傾斜の度には關係しないことを認めました。即ち圖に於て物體がAから斜面ACやAD上を底BCまで落下してC或はDに達したときに得る速度は、Aからこの物體が垂直にBに達した時の速度に等しいことを知つたのです。なぜなら物體の質量をm, ABをh、重力の加速度をgで表すと、もし物體が落下のとき地球の引力以外の力（斜面との摩擦、空氣の抵抗等）が物體にはたらかないものとすれば、物體及び地球から成立するエネルギー（仕事をなし得べき能力）の領域ではそのエネルギーの總量は不變であります（これをエネルギー不滅の原理といひ



ます。）から落下のために失つた位置のエネルギー mgh は落下によつて得た運動のエネルギー$\frac{1}{2}mv^2$に等しいわけです。ここでvは物體がB或はD或はCに達したときの（即ち終りの）速度を表すものです。そこで等式$\frac{1}{2}ma^2=mgh$から　$v^2=2gh$ が出てきます。これから物體が高さhの間に挾まれた任意の面に沿うて降るときの終速度は物體が直接hの高さを降るときの速度に等しいといふことがわかります。このことがわかれば今度は物體をAから斜面ACに沿つて落下させて、更にこれをCA′に沿つて上昇させるときは、もし理想的な場合であればA′B′がABに高さが等しいなら物體はつひにはA′に達することが考へられます。（しかし實際には摩擦や空氣の抵抗などのためにCA′の途中までしか昇れないのですが）この考へを更に擴張すると、もしCA′の傾斜が極端にゆるやかになつた場合にはCA′の長さは限りなく大となります。言葉を

かへていへばCA′はCB′に重なつてしまひ、物體はBCB′上を限りなく等速直線運動をするはずだと推論されます。最後にもし斜面に於て高さABが零になつた場合にはAはBの上にきてこのときは位置のエネルギーが運動のエネルギーに變形できませんので物體はそのままでは運動できません(靜止)が、もしこれに直線1Cの向きに力を加へるなら、理想的な場合には物體は限りなく等速直線運動をつづけることも想像されるでせう。惰性法則はここにもかくされてゐたわけです。

ガリレイは右のやうな運動の關係を振子によつても確(たしか)めました。Aで吊した振子ABを壁のそばで小さい角θ(シータ)だけもち上げてACの位置をとらせて放しますと振子はBにもどり、つぎにCと反對に角θだけ昇つてCと同じ高さのDに(嚴密には少し低く)達します。今度は振子がCからBにもどつたとき、壁にAB線上のEをとり釘をうつてこの振子の運動をはばむと振子はBからEGがEBに等し



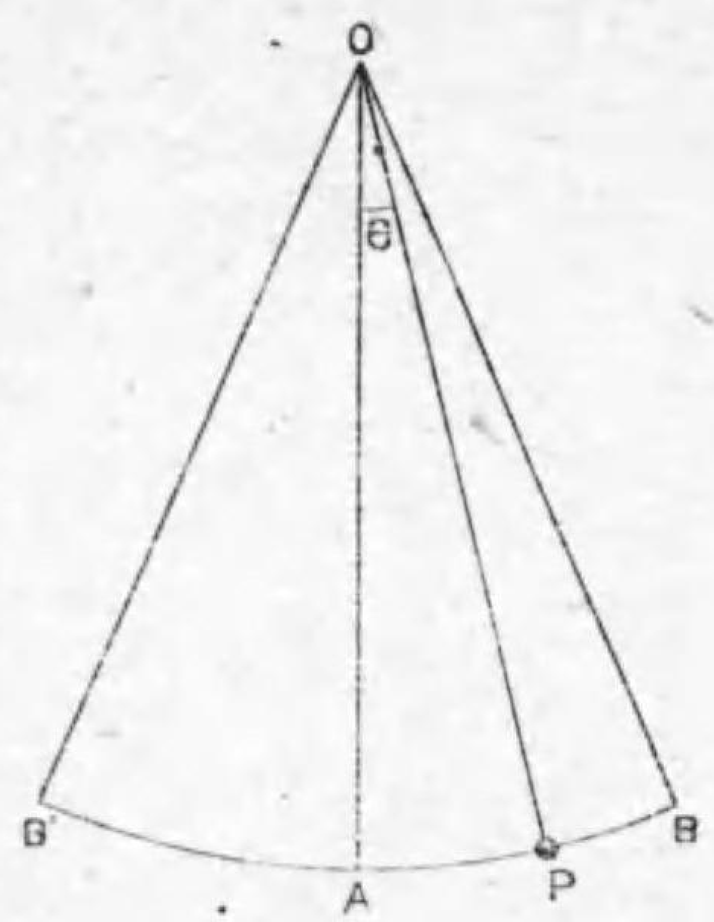
くなるやうな點Gまで昇る。GはCD線上の點です。Fをとつて右のやうにするとFHがFBに等しいやうな點Hまで昇ります。即ち振子がC點でもつてゐた位置のエネルギーが運動のエネルギーと變つて再びC點と高さの等しい位置D、G、Hまで運動して昇るわけです。しかし實際には空氣の抵抗などのために斜面の場合にもさうでしたがD、G、HはCと同高の位置でなくなりますが。

その六　物理學的實驗と機械

ガリレイが振子(運動)の等時性を發見したのは彼がまだピサ大學の學生であつた18歳のときのことだといはれてゐます。彼はそこの大會堂で說教をきいてゐたときそこの天井から吊されたランプがゆれるのをみて發見したといふのです。ランプのゆれ方はだんだん小さくなり(そしてつひには靜止し)ますが、その週期は、殆ど等しいのです。ガリレイは後になつて振子運動の實驗をやりました。コルクの球と鉛の球

とを等長の同じやうな細い糸で吊して靜止の位置から（小さい角度だけ）引きはなして同時に放しますと殆ど等しい時間に殆ど等しい圓孤を等しい時間にゑがいて往復しました。おもりの輕重はこの際ほ

とんど問題になりませんでした。この靜止の位置から振子を引き放す角度θが極めて小さいときには、この振子の週期(T)は糸の長さ(l)と重力の加速度の大いさ(g)との二つによつて（眞空中では）定まるもので$\left(T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right)$$\theta$の大いさが或範圍内にある限りは$\theta$にも振子のおもりの質量にも無關係です。$\theta$が大きいときにはすこしちがつてきます。圖に於ておもりPが靜止の位置Aから最も遠ざかつたときの角 AOBを



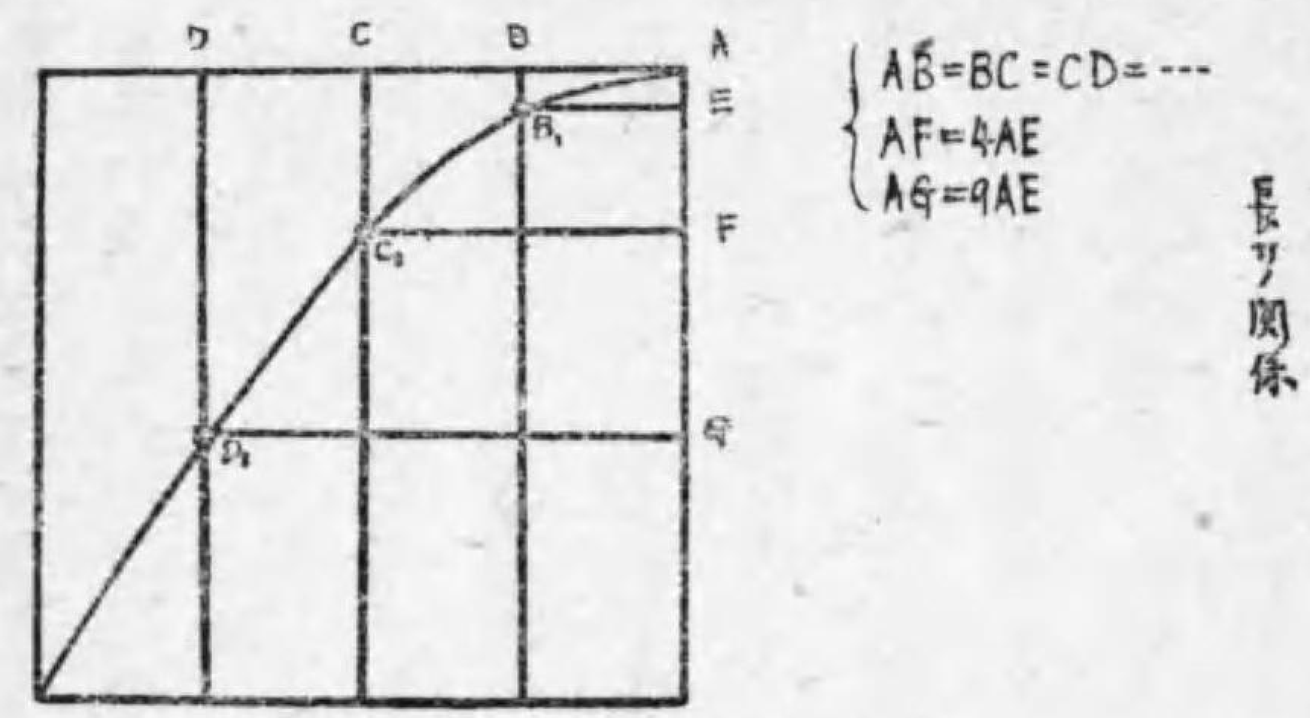
振幅、Pが例へば圖のP點からBの方に動き、（引返してB'まで行き、更に引返して）再びPからBの方へゆくまでの時間を週期といひます。この振子の性質をガリレイは實驗から知りました。しかしまだ重力のことや質量について後世ほど明確な概念を得てをらず、θについての制限あることに氣づ、なかつた彼には振子の運動の數學的な表現はできませんでした。

とにかくガリレイはこの振子の等時性を應用して（振子）時計をつくらうとしまし

た。惜しいことに實現はしませんでしたが。

振子の次にガリレイの取上げたのは拋射體の運動の問題でした。彼はここでもその優れた頭腦をはたらかせてこの問題の核心をつかみました。彼はこれを2點に於てとらへました。一つは慣性の法則です。もう一つは運動してゐる物體に他の一つの力(運動)が加へられるとそれによつて運動が合成されるといふことです。つまり力(運動)の平行四邊形の法則——二つの力(運動)は互に獨立に作用して結果に於てはこの二力は合成して、これを二邊とする平行四邊形の對角線として表される、といふことです。拋射體では拋射力と重力の作用がこの二つの力であります。ガリレイは自由落下の運動をしらべたときのやうに順を追つてこの過程をみました。まづ水平拋射の場合をとりあげました。圖に於てこの水平面をABCD……とします。もしAからBの方へそのまま拋射體が等速直線運動をして行くとき、t秒後、$2t$秒後、$3t$秒……にとる位置をそれぞれB, C, D……としませう。然るに物體は一方に於て絶えず重力の作用を受けてゐますので、すでに知つてゐるやうにt秒後には

$\frac{1}{2}gt^2$ だけ、$2t$秒後には $\frac{1}{2}g(2t)^2=\frac{1}{2}gt^2\times4$, $3t$秒後には $\frac{1}{2}g(3t)^2=\frac{1}{2}gt^2\times9$ だけの距離を落下します。それで例へばAEの長さを $\frac{1}{2}gt^2$ としますと、$\frac{1}{2}gt^2\times4$, $\frac{1}{2}t^2\times9$ はそれぞれAEの4倍、9倍となります。



AF, AGをこの長さとしますと、物體はt秒後にはABとAEを二隣邊とする平行四邊形のAの對頂B_1に、$2t$秒後にはACとAFからC_1に、$3t$秒後はD_1にあることがわかります。それゆゑ拋射體の通過するのはA, B_1 C_1 D_1……をつらねた線上です。今tを極めて小さくとればAB, BC等の間隔が小さくなり、從つてA, B_1 C_1 等も接近してきますからこの線は或曲 となります。これが所謂拋物線(の一部)であります。次いで斜めに上へ拋げた場合も同様の考へからその通

過のあとが抛物線を描くことを知りました。それでは垂直に上へ抛げたらどうなりますか――勿論もとのところへ落ちてきてしまひます。ここで斷るまでもありませんがこの研究では空氣の抵抗などは考へから除いてありますが實際は抛物線とちがつた曲線となります。ガリレイがこのことに氣づいてゐたことはいふまでもありせん。それから水平面とどれだけの角をもつて抛げるとき一番遠くへ達すべきかも知つてゐました。(45°です。)實際の、空氣の抵抗などを考へた彈丸の道の研究はずつと後になつてから數學的にくはしく研究されるやうになります。

ガリレイにはなほこのほかに力學に關する研究があります。ここではくはしく紹介してゐることができませんが2物體の衝突の問題、材料の强弱の問題、流體の性質の研究等々もあります。また音響の研究もしました。光學についても鋭敏な感を以て光の速度が有限であることを知つてゐました。光の速度の測定では成功しませんでしたが、その測定の實驗方法は後世の模範となりました。要點は遠くへだたつた2點で光の信號をとりかはすことでした。(アインシュタインなどはこのガリレイの方法から、

深い暗示を得てゐます。相對性の研究にあたつてもこの種の實驗の意味を究明してゐます)。

わたしはかなり具體的にガリレイの研究の仕方を紹介しました。彼の研究の特質であり、それはまた科學(物理學)の特質でもある、問題の取扱ひ方に示される合理性と實證性――。そこに於ける數學のたくみな使用と實際から歸納的に法則を發見してゆくすぐれた頭腦。一方に於てはたくましい意慾と自信を、そして他方には眞に偉大なるもののみがもつ虔しさを。

ガリレイは死にました。しかし彼の開拓した自然研究のたしかな方法はイタリアの人たちにどんな影響を與へたでせうか。

ガリレイが教會や舊式な思想にこりかたまつた人たちから冷たい眼でみられ、或は裁判にかけられて種々と行動を拘束されてゐた間を、よくこの師につかへた學徒にトリチエリとヴィヴィアニの2人がありました。そしてこの2人を中心にしてフィレンツェに自然を實驗的に研究しようといふ學會ができました。「實驗アカデミー」がこれです。この學會のすぐれた會員としては右の2人のほかに、解剖學者

のボレリ、トスカナの山岳研究家ステノ、自然發生に關する實驗で知られたレディのちにパリの天文臺長となつたカシニなどがゐました。これらの人たちは1657年から1667年にわたる10年の間を協同で多くの基礎的な物理學上の「實驗」をひたすらにつづけました。ここでは毛細管現象の研究（主としてボレリが）、ガリレイの説の實驗（水平拋射・自由落下）、光學の研究（主としてトリチェリが）などあげられます。トリチェリはまたガリレイがなしたポンプの中で水は一定の高さ以上に昇ることができない、といふ確認から進んで眞空ポンプで水を上昇させ、その高さをきめる大氣の壓力の存在を證明してゐます。なほ彼らは實驗・測定にとつて重要な役目をする寒暖計・濕度計・比重計及び振子の使用法及び製作について學界につくすところが大でありました。當時まだ確實な實驗的基礎が缺けてゐた學界にとつては大きな刺戟を與へました。彼等にガリレイほどの功績がなかつたにしても、科學の進展のためには重要な役目をしたわけであります。

なほここへ自然科學學會の創立についてすこし書いておきませう。最初の自然科

學會は1560年にナポリに創立された「自然の祕密のアカデミー」でしたが僅かの間つづいたのみでした。それから1603年に「炯眼者たちのアカデミー」（リンチェイ・アカデミー）がローマにつくられました。これは藝術・文學上の目的ももつてゐました。ガリレイもこの學會員の一人でありました。

次に光學の研究についてつけ加へておきたいのはイタリアに於て光の廻折及び干渉が實驗によつて知られたことです。ボロニアの宗教學校の數學の教授のグリマルディ（1618—1663）がそれを知りました。（光の廻折とは光が音波のやうに障礙物の後方へ廻る性質のあることをいひ、光の干渉とは光が重なつて助けあひ、消しあふことをいひます。）これらの光の性質はやがて光學の歴史の上で波動説の支柱となるものであります。

機械。わたしたちはガリレイの仕事をみ、またその繼承者たちの仕事をみるにつけても、そこに無言の援助者たる測定器及び實驗の器具のあつたことを忘れてはなりません。いはばこれらの機械は科學者たちの眼であり耳であります。さうしてこれらのものは科學者の（そしてまた一般に人間にとつての）感覺の感じ得ざるものを感じ、な

し得ざるものをしてくれます。さきにあげた寒暖計・時計等々のもののほかにこの頃の科學者を大いに助けたものは望遠鏡（1608年頃）及び顯微鏡（1590年頃）の發明でありました。この發明はレンズの製造が職業として行はれたオランダに於てなされまもなく他の國々へも傳へられました。ガリレイも望遠鏡によつてその天文學的發見をすることができました。ガリレイに限らず天文學者たちはみなこのおかげを蒙りました。顯微鏡も微生物の發見、植物の細胞構造の發見等には一役買つてゐるでせう。後世に至るに從つてこの使用は一層重要なものとなります。

わたしたちは科學者が諸種の發見をすることに深い尊敬の念を抱きます。しかしまた一方ではかうした發見をかげで助けてくれる、機械の發明者にも厚い感謝のこころをもちませう。

第二章　偉大なる創始と發見の時代

その一　科學技術の發展

前章でわたしたちはガリレイの學問上の仕事を中心にして、ほぼ16世紀のなかごろから17世紀のなかごろにかけてのヨーロッパの科學の歴史の大略を學びました。そのなかでわたしたちは特にイタリアに於ける科學の發展をくわしくみてきました。イタリア——わけてもフィレンツェがどうしてあの時代の文化の先頭に立つことができたかについてもすこしは述べるところがありました。ダンテ、ペトラルカ、レオナルド、ミケルアンヂェロそしてガリレイ——これらの人たちは當時のフィレンツェの文化の指標でありました。それはまた當時のイタリア文化の指標でもありました。まこと知識は文化とともにあり、科學は文化のなかでだけ成長することができ、さうしてそのなかでだけ花咲き實をむすぶことができます。

しかし文化は生きものでありますから養分なしには存續し繁榮することはできません。またその養分がかたよつたものとなりますと健全に成長・進展することができなくなります。養分があまりに一つのものに偏したり、或ひは全體として乏しくなりますと文化は枯死してしまひます。或ひは異常な天變地異に出あひますと農夫がせつかくつくつた作物が駄目になりますやうに、一國乃至一都市の文化もまた異常な大事件のために喪失することがあります。昔からの歴史がこのことを明かにしてゐます。エジプトの文化もギリシアの文化も或ひはアレキサンドリアやローマの盛時も、またポンペイの榮華の日も、決して永續きしませんでした。しかし、科學は一國家乃至一都市とともに生死をともにするものではありません。科學はまた同時代の他の國々乃至他の諸都市の人たちとともにあります。それはまた後の時代の人たちのための祖先の遺產ともなります。ですから、科學は現實には或る時代の或る一國家乃至一地方の文化の特質をうけて、そこにふさはしい進歩・發展をいたしますが、これを世界全體からみますと、いつでも前進であり進歩であります。科學

はつねに進歩的な人たちとともにあります。科學には退歩といふものがありません。ただこころの固い退歩的な人たちの手にかかると、科學は彼らに似た殘骸ばかりをのこしておいて、その生きた精神は別の進歩的な人たちのところへ去つてしまうばかりです。わたしたちは前章でフィレンツェに創立された『實驗アカデミー』の仕事をみました。このアカデミーは西紀1657年から1667年にわたる10年の間を協力して多くの基礎的な物理學上の實驗をしつづけたことを述べました。ところがこの學會もガリレイが排斥されたと同じやうな意味あひで、フィレンツェの主權者から解散させられてしまひました。そこで科學はフィレンツェから、イタリアから、別の國へ、進歩的な人たちのところへと去つてしまひました。

このやうなときにイギリス、オランダ及びフランスは科學のためには惠まれた國々でありました。そして幾人かの大科學者たちがこれらの國々を土臺としてあらはれ、科學の進展のためにつくしました。まもなくわたしはそれらの人たちについて諸君に話しませう。

イタリアでは『實驗アカデミー』のやうな學會が彈壓されるとき、この學會にならつた學會がイギリスにもフランスにもつくられました。しかもそこでは君主の恩恵と十分の資金とが學會の發展をたすけてくれました。1660年代に創立されたロンドンの『王立協會』（ロイヤル・ソサィエティ）及びパリの『科學アカデミー』がさうであります。『王立協會』の重點は講演にはなく實驗と證明とにありました。新しい法則や事實の發見者は、會員たちの眼前でその實驗と證明とをくり返してみせなければなりませんでした。また定期的に印刷文書を刊行しました。なほ協會は外國の著名な學者たちとも連絡をとりました。そればかりでなく、外國人の手になる科學的研究に對しても惜しみなく援助しました。この學會は天文學が創立以來の興味の中心でありましたが、これにはまた援助者たる國王が航海術へ天文學を應用させようとしてこの方面の研究心を助長させたためもあつたと思ひます。（この章ではおよそ18世紀のなかごろまでのことを取扱ひますが）18世紀のなかごろに學會の人たちが最も力を入れてゐた科學の課題はといへばそれは力學の問題でありました。わけても運動の理論を

僅かの公理・假說の上にきづかれた體系に仕上げることが目標でありました。そしてニュートンもこの學會の會員でありました。

『科學アカデミー』もルイ十四世といふ當時のこの國の君主の庇護をうけて基礎をかためました。そして『王立協會』と並立し得るものにまで成長しました。その仕組みはやはり科學の進展の　めに定期刊行物を出し、外國の學者の重要な研究もそこへどしどし發表できるやうになつてゐました。

西ヨーロッパその他の國々で、この二つの學會にならつて18世紀のなかごろまでにつくられた同樣の研究機關のうちの主なるものをあげれば、1700年にはベルリンに1725年にはペテルブルグに、1739年にはストックホルムに、そして1759年にはミュンヘンにつくられたものなどであります。

西紀1564年といふ年をわたしたちはミケルアンヂェロの死とガリレイの生誕との二つのことの重なつた年としておぼえました。いままたガリレイの死とニュートン

の生誕とのゆゑに西紀1642年といふ年をおぼえておきませう。ニュートンは1642年に生れて1727年に死にました。又このニュートンより4年おそく生れ、11年はやく死んだのがライプニッツでありました。ニュートンの名は諸君の誰もが知つてゐるでせうが、このライプニッツといふ學者のことを知つてゐるものは諸君のうちにも案外すくないのではないでせうか。しかし本章をよめば、諸君はこの偉人と親しくなつてふたたび忘れ去るやうなことはあるまいと思ひます。わけても本章ではこの二人の學者の活躍した17世紀のなかごろから18世紀のなかごろにかけての西洋の科學の樣子を學びますからこの時代を背景にしてこの二人の學者の姿がはつきりと浮び上つてくるでせう。

そのためにはまづこの時代の科學の進展のための地盤についてそのおほよそを述べておくのがよいと思ひます。

『科學のいとぐち』のなかで（第四章その四）わたしは文化と産業の關係にふれました。文化と産業とはわけることのできないつながりをもつてゐます。

ここに産業の盛んな一都市がありますとその都市（點）から手（線）がのびます。これが交通路です。この手と手が結ばれるところには點（都市）が生れます。そして貿易が盛んに行はれてきますと點は養分（原料）を吸收して肥ります。するとまた線も太くなります。小さい線が更に枝を出します。かうして生産の發展と交通の發達とはたがひに助けあひます。

さて『科學のいとぐち』では西歐の中世から文藝と科學の復興期にかけての國々の變化及び産業の發達の有樣を略敍しました（第五章その三）が、そこで氣がつくことは封建制度が確立されたといふことです。そして國々には國王―大諸侯―小諸侯―武士といふひとつながりの階級ができ、その下に商・工人や農民が位置しました。また別の一系統として（キリスト教の）法王―寺院―僧兵がありました。ところが産業が發達し、交通が盛んになり、そして十字軍などの影響もあつて諸都市の文化がますます進んできますと、まづキリスト教を信じる心もちの上に變化がおきて人心が理知的となり、法王や寺院の思ふやうにならなくなりはじめました。また一方では

諸都市のうちには、さきに學んだあのフィレンツェのやうに自由都市として諸侯から獨立して生活を守つたところもできてきました。それほどでなくても諸都市の富豊な大商人たちは、そこを治める國王や領主の經濟方面に關係してだんだん力をもつやうになりました。そして確立された封建制度は時代の進むとともに崩れはじめました。かうなるに從つて産業はますます發達し、諸都市の人民たちも文化の惠みに浴するやうになつてきました。イタリアではガリレイの時代ともなれば、貧乏人の子でも勉强すれば大學の敎授にもなれました。イギリスでもニュートンのやうな貧乏な農民の子が勉强して立派な學問上の功績をあげることができました。知識や學問はこのやうにして一部少數の限られたものの手から人民の間に普及するやうになつてきました。

以上は極めておほづかみではありますが一般に學問の地盤が西歐の地にできてきたといふことの説明ですが、これからもうすこし具體的に科學發展の地盤がつくられたといふ話に移りませう。

科學發展の地盤——産業の發展がつくりだした技術的問題。それは實際の解決を要求します。例へば商業が發展すると水上輸送の問題がでてきます。そこでは船の造り方(耐久力・速力・積載量・材料等)、航海法(位置の決定・時間の精密な測り方等)及び航路設備(港灣設備・運河・水門等)などが當然考へられなければなりません。で、ここではまづ液體(海水や河水)の性質が知られることが必要です。即ち液體の力學が必要です。次には材料の强弱性の知識・機械工學の知識も必要であります。更に天文學及び光學についても知つてゐなければなりますまい。

今度は工業方面についてこれをみませう。採鑛・冶金工業は14・15世紀ごろから大工業に發展しつつありましたが、ここでも効果的に採鑛するとなれば種々の問題ができました。(鑛坑を深く掘ること。揚水の設備をすること。鑛石の運搬をなすこと。更にこれが冶金の設備等々)。まづ幾何學と三角法。これは坑道をつくるに必要です。つぎには諸種の力學的知識、更に機械工學の知識等。これについてはいちいち場合をあげて説明す

るまでもないでせう。

最後には軍需工業方面について。效果的な大砲の鑄造といふ一事だけを例にとりませう。そのためには發射のときの砲の內部に起る作用の研究、射程・彈道の研究、照準の問題、材料と取扱ひ上の考慮等が必要でした。ですからここでも力學的な知識が不可缺なものでありました。あのガリレィが研究した拋射體の運動も單に物理學者の頭からとり出された問題ではなく、かうした實際方面の要求がおのづと作用してゐたわけであります。もしわたしたちがこのやうな觀點(くわんてん)から當時の科學上の諸研究をしらべますと拋射體のときだけでなくて、多くの場合にそれらの研究が實際方面とかなりのつながりがあることに氣づきます。産業の發達は科學の研究のために生れた新鮮な問題を提供してくれるばかりでなく、まだ研究のための新しい手段と新しい計量機械の作製の領分をも與へてくれました。實驗が科學のなかに重要な位置を占めるやうになつたのはかうした氣運にもよると思ひます。

その二　各國の科學者たち

ここへ出てくる科學者たちを、おほよそガリレイよりさきに生れた人たちと、ガリレイ時代の人たちと、それからもうすこし活動の時期がこれより後であつて、ニュートンやライプニッツと同時代に生きた人たちの三つにわけて、彼らの仕事の主要なもの、或ひは彼らの人となりなどを書きつけませう。

ウイリヤム・ギルバートは1540年に生れ1603年に死んだイギリスの學者でルネサンス以後イギリスが生んだ最初の科學者らしい科學者でありました。はじめケシブリッヂの或る學校で數學を修め、つぎに醫學を學びました。25歳のとき醫學の學位をとり、その後數年、ヨーロッパ大陸へ留學しました。そして特にイタリアにはながく滯在しました。1573年以來ロンドンに開業し、のちエリザベス女王の侍醫ともなりました。王立醫學校の總長にも任命されました。彼は電氣及び磁氣現象の最初

の科學的實驗者として知られてゐます。主なる功績はこの地球を巨大な磁石と見做して地磁氣現象をとりあげたことでありました。

フランシス・ベーコン(1561―1626)はガリレイやギルバートとちがつた精神的方面からこりかたまつたアリストテレス的な、或ひは宗教上の御用學者的な雰圍氣から學問の筋を脱却させることにつとめた哲學者であります。が、その意味で科學の進歩のためにつくした人ですからここに彼のことを書かぬわけにゆきません。(ベーコンにはもう一人ロージャー・ベーコンといふ學者がゐます。この人のことは『科學のいとぐち』で紹介しておきましたが、この人とここで紹介するフランシスとを混同しないで下さい。同じくイギリス人ではありますが、年代から言つても約350年のちがひがあります。ロージャーの方が昔の人です)

フランシス・ベーコンはギルバートや有名な大文豪シェークスピアと同時代でエリザベス女王の頃の人です。名門の出で13歳で大學へ入學、15の頃に大學卒業といふ特急ぶりです。パリの駐佛大使館の書記官として3年、それから18歳のときロン

ドンに歸つて法律學をやりました。職業は政治家。檢事總長・國璽尚書及び大法官樞密顧問官といふ顯官の椅子にもつきました。

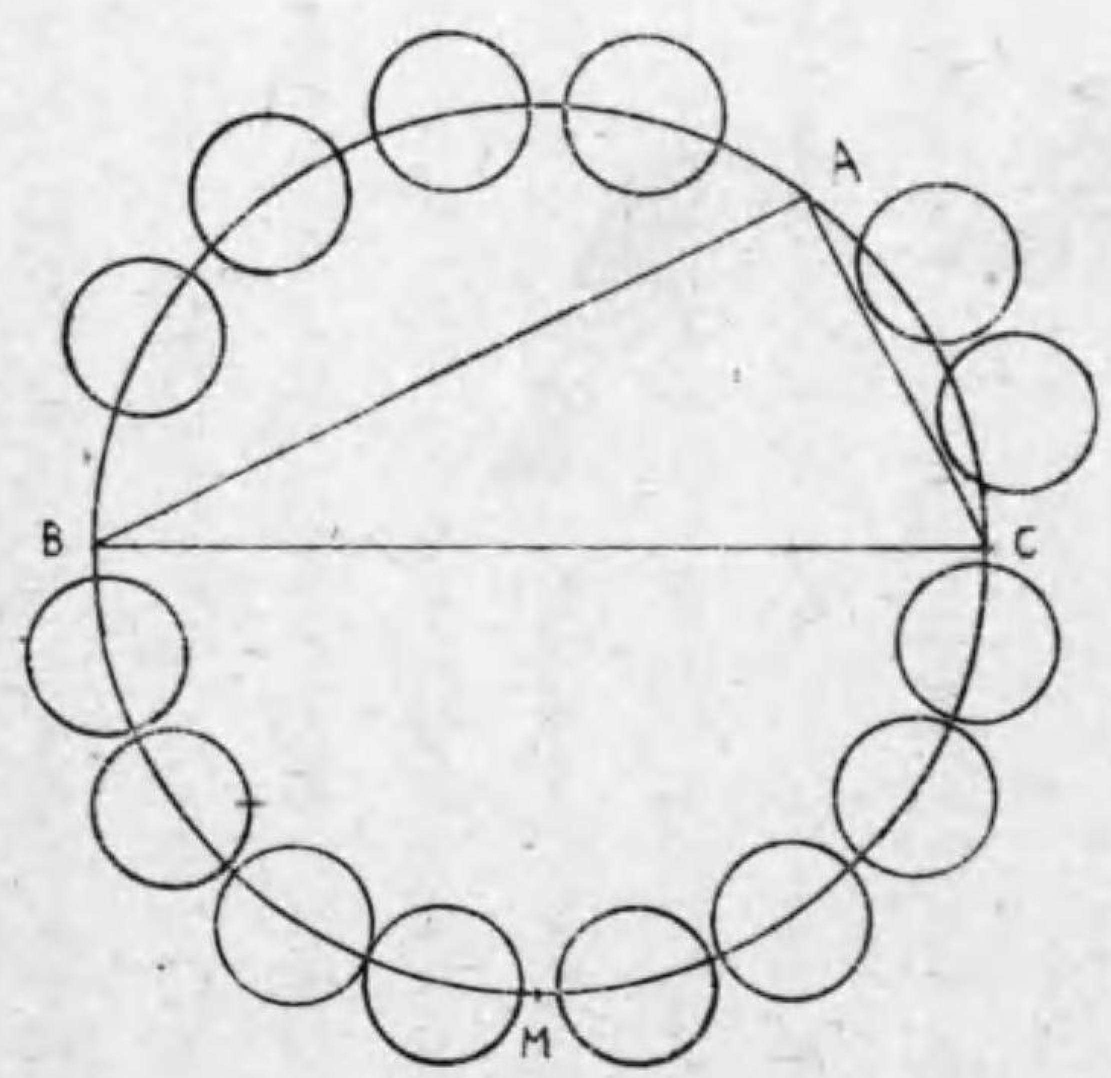
ベーコンはアリストテレスの論理學が「オルガノン」と呼ばれたのに對して「ノーヴム・オルガヌム」(新機關)といふ本を書きました。そして、まちがつた知識の出てくる四つの源を指摘しました。人間が自分を尺度として事物を見るために生ずる謬見は「種族の偶像」として、個人が自己流に考へることから生ずるものを「洞窟の偶像」、人間の相互關係、特に言語によるものを「市場の偶像」、そして傳承の考を無批判的にうけ入れるところには「劇場の偶像」ができると警告しました。彼は人間の感官は事物の尺度ではない、(なぜならそれは宇宙の本性に從つてなされるのではなくて人間の本性に從つてなされるのだから)謬見の最大の起因は感官がわたしたちを欺く所から生じるのだと言つてゐます。そして自然の眞の解明は適當な實驗を通じて行はれます。この際、感官はただ實驗の援助者にすぎません。科學の目的は人間生活を新しい發明や手段で富ませることであります。直接の利益はなくとも原因とか法則とかの發

見に役立つものもあります。とにかく實驗に重きをおく新しい方法によつて一定の原則を導入することが肝要であります。から彼は强調しました。これはすでにわたしたちがガリレイやギルバートでみたところです。實際にもこれらの人たちはこの方法によつて科學の前進をはかりました。ところがベーコン自身は本領は哲學にあつたものですから、すべての哲學（そして科學も）は經驗から出發すべきであると敎へましたが、彼は自分では重要な實驗を行ひませんでした。また當時としても彼の數學・物理學的知識はとぼしいものでありました。彼は一生コッペルニクスの地動說に反對しつづけました。またガリレイたちの仕事にも注意しませんでした。要するに、彼は科學の歸納的實驗的研究の代辯者の位置にあつたもの、といふことができます。

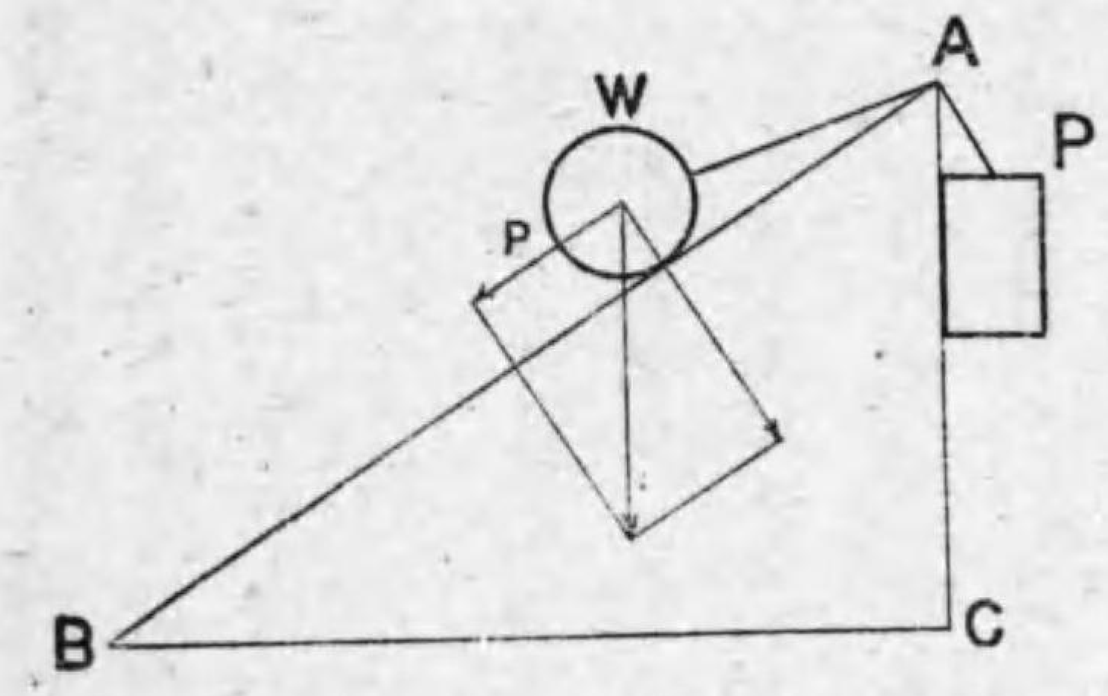
つぎにルネサンス以後に於ける流體力學のくわしい研究者としてオランダのシモン・ステーフィン（1548－1620）をあげませう。彼ははじめ商人でしたが、のちに技

術家として立ちました。そしてオランダ軍隊の經理部長となりました。彼は一方では小數發見の名譽をもつてゐます。彼は小數の大切なことをよく知つてゐて算術の計算にこれを使ひました。今日わたしたちが小數のおかげでどんなに日常にも學問上の計算にもらくをしてゐることでせう。この小數の創始とつながることですが、彼はまた度量衡に10進法を使ふことを政府にすすめてゐます。

彼は斜面に於ける「釣合ひ」の研究から力の平行四邊形の法則を導きました。圖は彼の研究を示すものです。三角形 ABC は邊ABの長さが邊ACの2倍になつてゐます。即ち AB＝2AC です。今ほそい



等質の紐で14個の等質・等形の球を連結してこのやうにおくと釣合ひを保つて紐は動かなくなります。このとき底BCから下の部分はMで左右ひとしく4個づつの球で釣合ふわけですから、結局この部分をぬきにしたAB・ACの部分がまた釣合つてゐる



ことがわかります。即ちAB上の4球はAC上の2球と釣合ひますそこでかういふ關係が成立ちます――もし斜面ABの長さがACの長さの2倍のときにはここで釣合ふ重さもまたAB上のものはAC上のものの2倍である。

さて上圖に於ては∠ACBが直角としWとPが釣合つたものとしませう。

$$\frac{W}{P}=\frac{AB}{AC}$$

$$P=W\times\frac{AC}{AB}$$

一方WをPと釣合ひを保たせてゐるのは斜面ABにそつたWの一部分の重さでWはこれと斜面に垂直な重さとにわかれてゐると考へられます。これはまた斜面の抵抗力と釣合つてゐるのです。即ちWは圖のやうなPとQとにわけられてゐるのです。或ひはこのやうな二邊をPとQとする平行四邊形からWがその對角線として合成されます。斜面ではABが垂線ACより長いほどPの値は小さくなります。換言すれば垂線ACが小さいほどPは小です。極端な場合としてACの長さが零となればPもまた零となります。

ステーフィンが液體を入れた器の底壓を研究した結果は驚くべきものでした。即ち底壓はただ壓力を受ける底面の大さと液柱の高さにのみ關係するものであつて、決して容器の形狀にはよらない、といふことでした。中途半端な「理窟」ではこのことはわからなかつたでせう。これなぞは實驗がいかに必要であるかを示すよい例であります。ステーフィンは實驗によつてこのことを發見しました。

ガリレイとほぼ同じ時代の人たちとしては次の7人をあげませう。

ケプレル（ドイツ）、デザルグ（フランス）、デカルト（フランス）、カヴァリエリ（イタリア）

フェルマ（フランス）、ロベルヴァル（フランス）及びパスカル（フランス）。

ヨハンネス・ケプレル（1571—1630）は南ドイツの貧しい新教徒の子でありました。

彼の一生は貧乏と病苦とそして艱難の連續でありました。はじめ神學校に入學、つぎにチュービンゲン大學生となりました。卒業後は神學の研究をすててグラーツといふところで數學と天文學の先生となりました。つぎにプラーグでルドルフ二世の庇護をうけて多くの發見をしました。これは當時そこの王室數學者の主席であつたチコ・ブラヘといふ人の招きによるもので、ケプレルはチコの助手となつてつましく生活し勉强しました。チコの死後その位置に代つてここでケプレルはチコが集成した豐富な觀測資料によりながいあひだ研究しましたが、ルドルフ王の死後はその待遇も甚だ惡くなり、リンツの高等學校へかはりました。リンツでの10年間は彼の最も窮迫した時代でした。當時ドイツは30年戰爭の時代でありました。最後の10年

間はまた別の諸處を轉々とし、つひにレーゲンスブルグといふところで死にました。

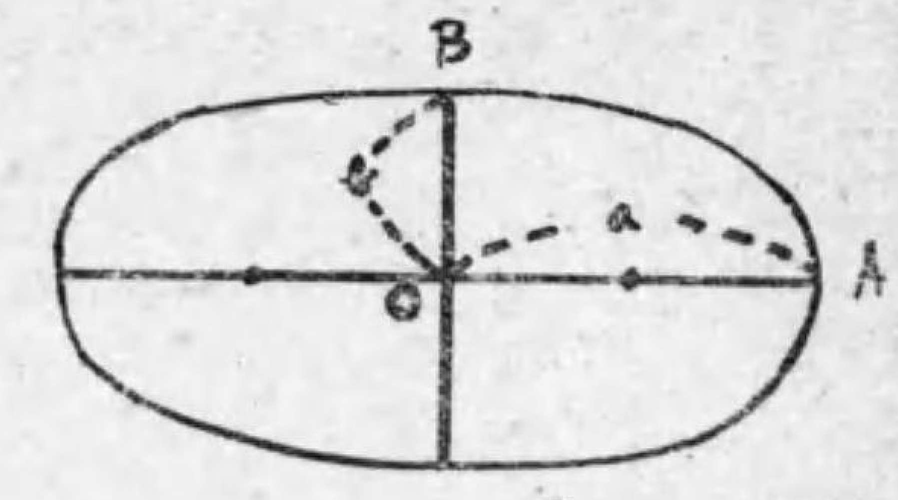
ケプレルが神學をすてて數學や天文學を研究するに至つたのは信教上の關係もありますが、彼がメストリンクといふコッペルニクスの信奉者であり、チュービンゲン大學の數學・天文學の教授であつた人の影響をうけたためもありました。

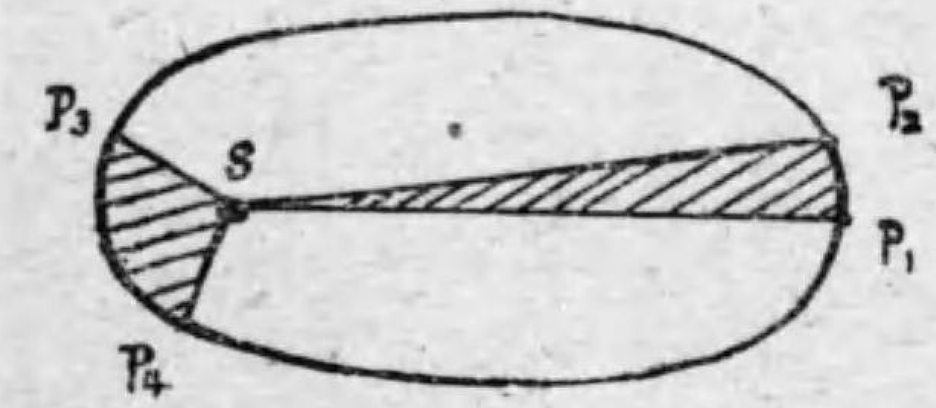
天體の軌道が圓であるといふアリストテレス以來の説に異議を出した最初の人はケプレルであります。彼も惑星の楕圓軌道説をとなへるまでには軌道が卵形なのではあるまいかと考へたこともありました。1605年の頃にはいよいよ楕圓だと確論したやうです。1609年に著した『新天文學』（火星の運動について）では惑星が太陽を焦點とする楕圓をゑがくものとすれば、チコの火星の觀測と計算とのくひちがひ8′が消されることを證明しました。

彼は自分の仕事として二つのことをとりあげました。それは精確な惑星表の作製とコッペルニクスの世界説に合ふやうな惑星運動の理論を確立することでした。

惑星公轉の軌道が太陽を一つの焦點とする楕圓である、といふ説にケプレルは更

に二つの重要な法則をつけ加へることができました。それは面積速度一定の法則と $T^2 \propto a^3$ の法則です。Sは太陽で楕圓は或る惑星の軌道とします。惑星が或る時は單位の時間にP_1からP_2まで運行し、他の時には同時間にP_3からP_4まで運行したとします。すると SP_1P_2 と SP_3P_4 とは面積が等しいのです。（從つて P_1P_2 よりも P_3P_4 の方が長い、換言すれば前者の速さの方が大。惑星は決して軌道を等速で進んでゐるのではない）。次に圖に於て楕圓の中心をOとしてOAが最大OBが最小の直徑です。aはOAの長さで、Tは惑星がこの軌道を1周するに要する時間です。





この三つの法則をケプレルの法則と呼びます。ケプレルはこのやうに惑星運行の模樣を明かにしましたが、それではな

せ惑星がこのやうな運行をするかについてふれてゐません。ニュートンがのちにこれを果しました。

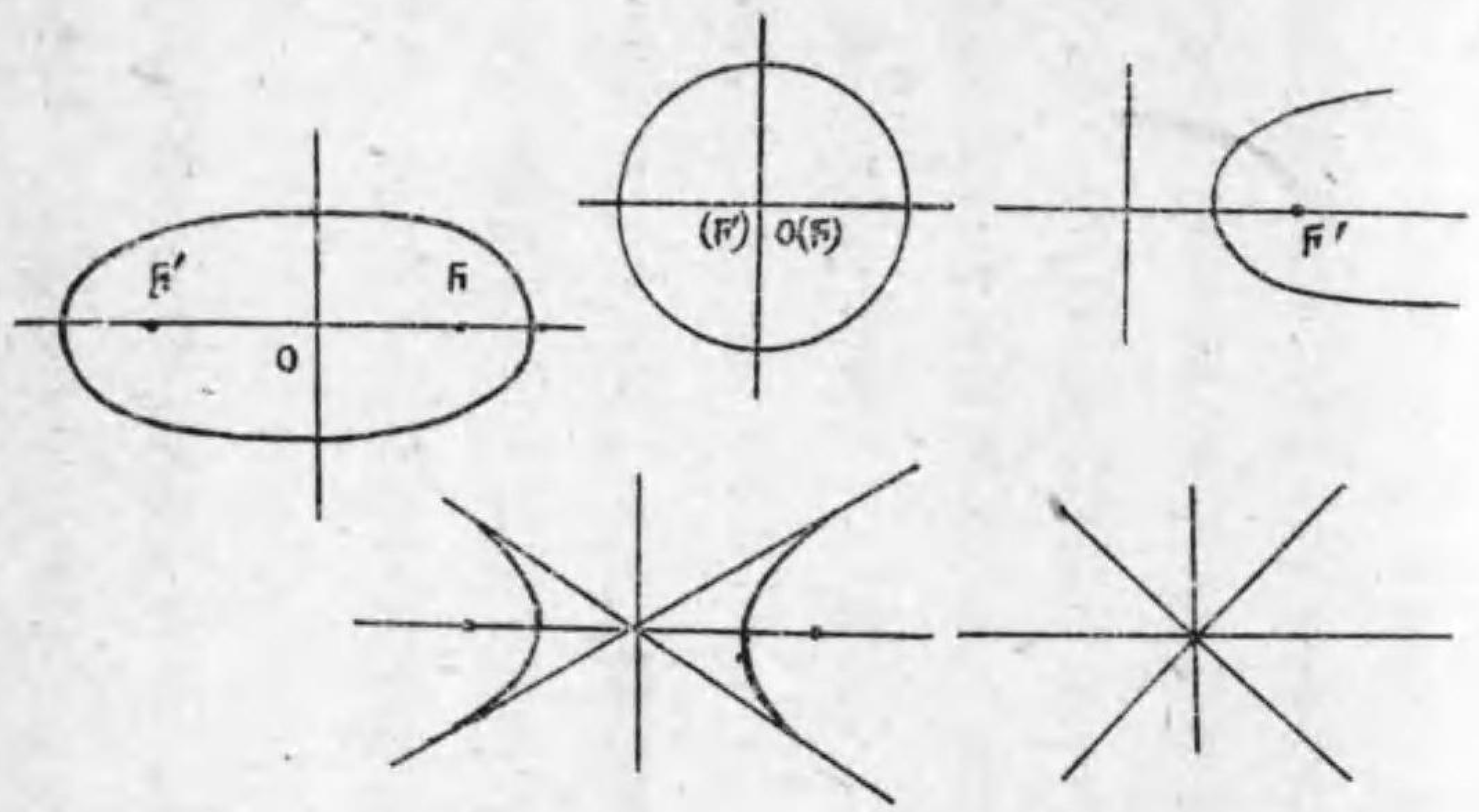
ケプレルにはなほ光學上の仕事として光の屆折の研究とレンズの性質の研究があります。視覺の理論を發展させた最初の人だとも言はれてゐます。しかしケプレルは光の傳播には時を要しないといふ意見をもつてゐました。彼は實驗もしたのです。月蝕を利用したのですが、勿論この實驗（測定）は不十分なものでしたのにケプレルにはこの方面の考慮が缺けてゐたために、光の速度は（測定できないで）有限なものではないと速斷してしまつたのです。

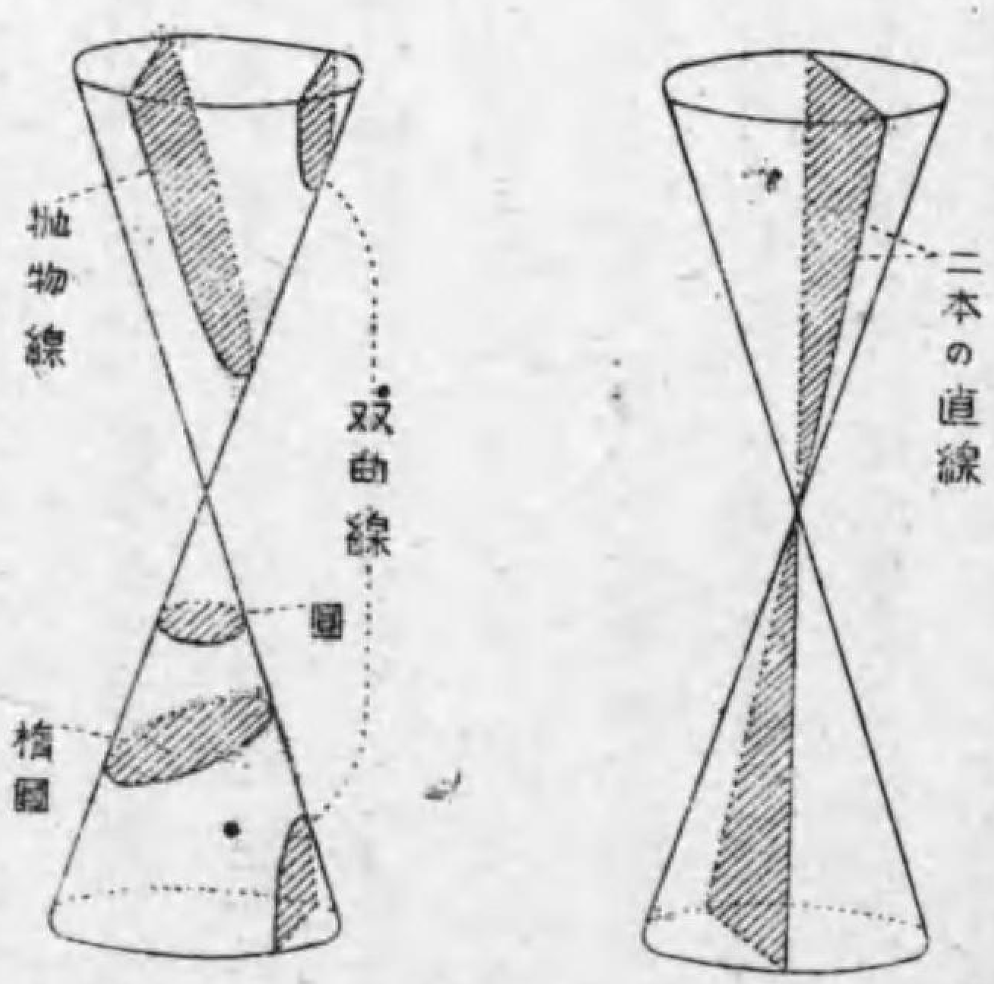
光は1秒間に約30萬キロの速さであることを諸君はもう知つてゐられるでせう。實驗から結論を導くためには愼重な注意のいることはこのケプレルの場合からもよくわかります。實驗は正確な實驗であれ。實驗が正確であるかどうかをあらゆる角度から檢査すること。速斷しないこと。しかし現在の測器類はおどろくべき精密度をもつてゐますし、これを使用する技術も甚だ發達してゐます。その上にこれに應

する理論や計算法もすぐれたものとなつてゐますから、ケプレルの頃のやうなあやまつた速斷は現在の科學者の間には9分9厘あり得ないものと思つてさしつかへありません。

ケプレルの數學上の主要な功績は幾何學の領域で連續の原理を考へたことでありました。連續の原理といふのは一つの圖形がその要素の間にもつ關係をかへないでその量の割合を變化させて他の一圖形に變り得るときは前者に成立する性質的關係は後者にも成立する、ことを内容としてゐます。ケプレルはこれによつて圓錐曲線の五種の關係を説明しました。

楕圓の二つの焦點がだんだん接近して（1點に重なり）圓ができます。即ち圓は楕圓の特別の場合です。焦點の一つがだんだん他の一つから遠ざかるに從つて楕圓は拋物線に似てきます。そして一つの焦點が限りなく遠くはなれた場合が拋物線となります。なほ楕圓が變化して双曲線となると考へることは右の場合ほど簡單にはゆきませんができないこともありません。更に双曲線からこれが2本の直線に變化する





ことも考へられないこともないでせう。現在わたしたちはこの五種を一つの平面が一つの圓錐を截つてできることを知つてゐます。卽ち圖のやう

に平面が連續して圓錐に對してその位置をかへるに從つて2本の直線―双曲線―抛物線―楕圓―圓と變形するのです。

しかしこの時代に於て幾何學上のかがやかしい仕事としては解析幾何學と射影幾何學（近世綜合幾何學）との二つの偉大なる創始があります。解析幾何學についてはデカルトのところで述べます。射影幾何學はデザルグ及びパスカルによつて開拓されました。

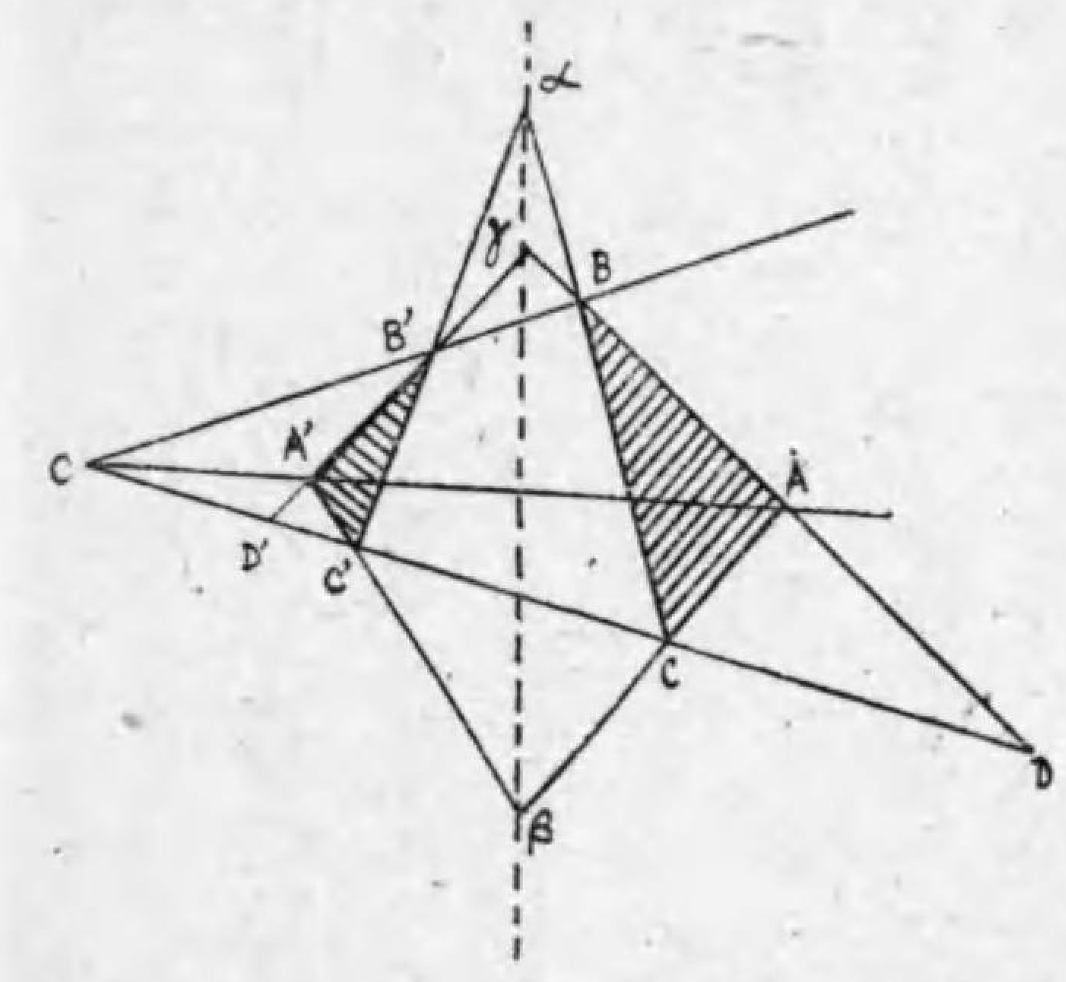
ジラール・デザルグ（1593―1662）はリヨン生れの建築家で技師でもあります。1628年頃は軍隊に關係してゐましたが、まもなくパリに隱退して幾何學の研究をしました。彼は同時代の英才のデカルトやパスカルには尊敬されましたが、彼の天才を見ぬくことのできない多數者からは壓迫され、顧みられずに終りました。そして19世紀の初めになつてからはじめて一般にも認められ有名になりました。デザルグもケプレルのやうに無限遠の要素を導入しました。誰でも知つてゐるやうに圓は大

きくなればなるほどその曲り方がゆるくなります。地球位の大きさになると曲つてゐるのがすぐにはわかりません。デザルグは直線は無限遠の點に中心をもつ圓であると見なしました。それで直線の兩端は無限遠の點で相會するものと考へられます。また同一平面上の二直線は相交るか平行かと區別する代りに平行な一直線は無限遠の點で交つてゐるものと統一しました。また平行平面も無限遠に於て一直線に從つて交ると考へるのです。このやうな無限遠要素の導入が幾何學にとつてどれほど効果的であつたかについて、ここにくわしく説明できないのは惜しいことです。幾何學ばかりでなく、このやうな考へ方は代數學上にもあつてわたしたちのために對象のつかみ方を連續的にやさしくしてくれます。

射影幾何學とは主として圖形の性質を研究するもので、そこで基礎となる理論は「射影」と「截斷」の二つであります。射影とは二つものを結びつける事、截斷とは二つのものの共通者をみつけることであります。そこから射影幾何學といふ名が出てゐます。またこの幾何學では連續の原理によつて、できるだけ圖形をその綜合

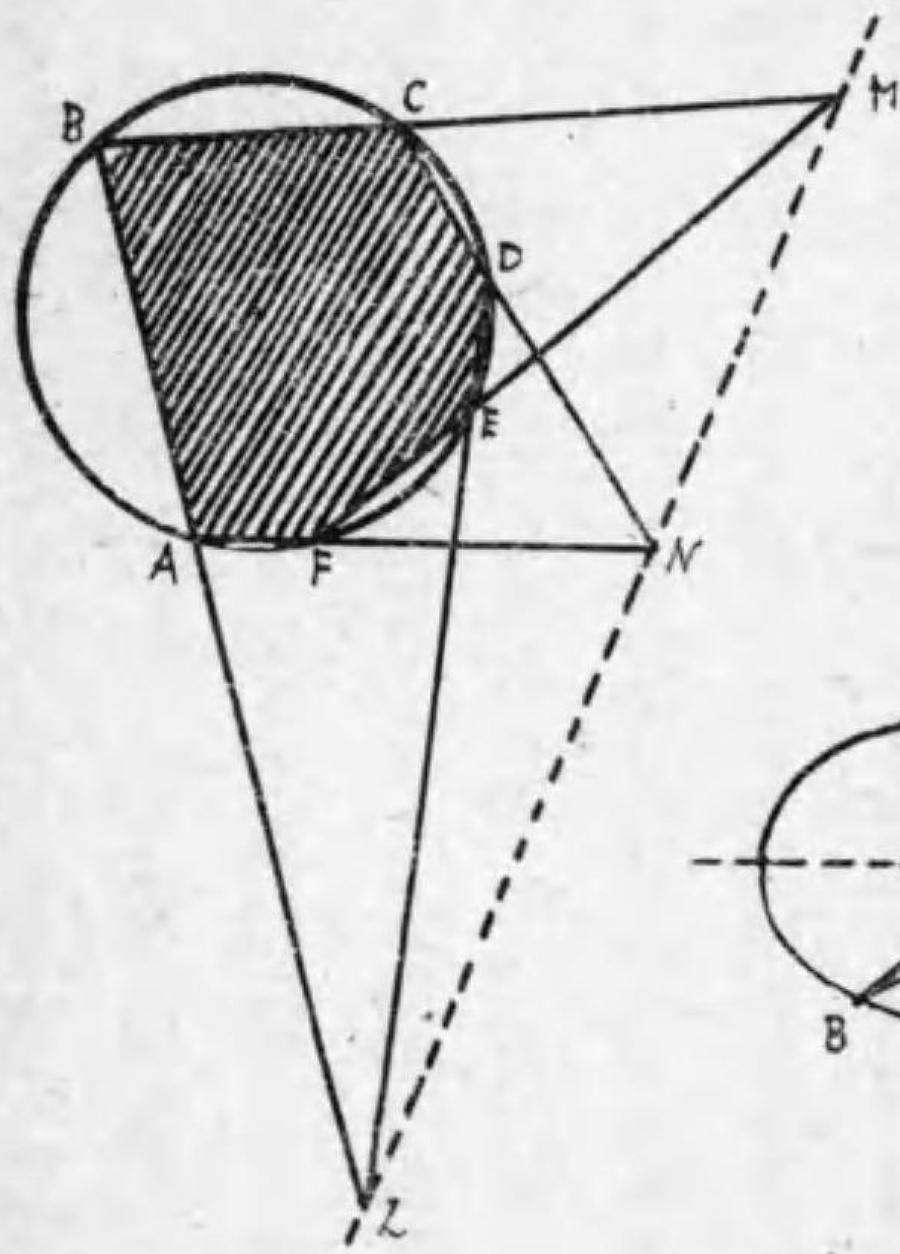
的立場から研究しますのでそこから綜合幾何學といふ名が出てゐます。ギリシアの昔からある幾何學（ユークリッド幾何學）にはかうした綜合的立場からの圖形の研究はされてゐません。それで種々の場合が別々に考察されてゐます。

デザルグの發見にかかる二つの美しい定理を掲げておきませう。

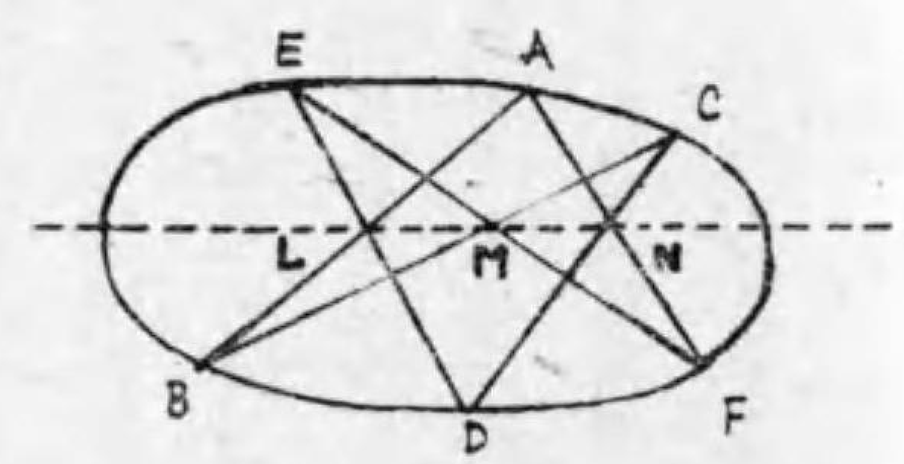


「二つの三角形 ABC, A'B'C' の頂點が二つづつ一點Oに會する三直線OA'A, OB'B, OC'C の上にあるときは、その邊は二つづつ一直線上にある三つの點 α, β, γ に於て交はる」

「二つの三角形 ABC, A'B'C' の邊が二つづつ一直線上にある三點 α, β, γ に於て交はるときはその頂點は二つづつ一點Oに會する三直線OA'A, OB'B, OC'C の上に在る」



圓 內接スル
六邊形, ABCDEF



圖によつてこの二つの定理の意味をおぼえて下さい。

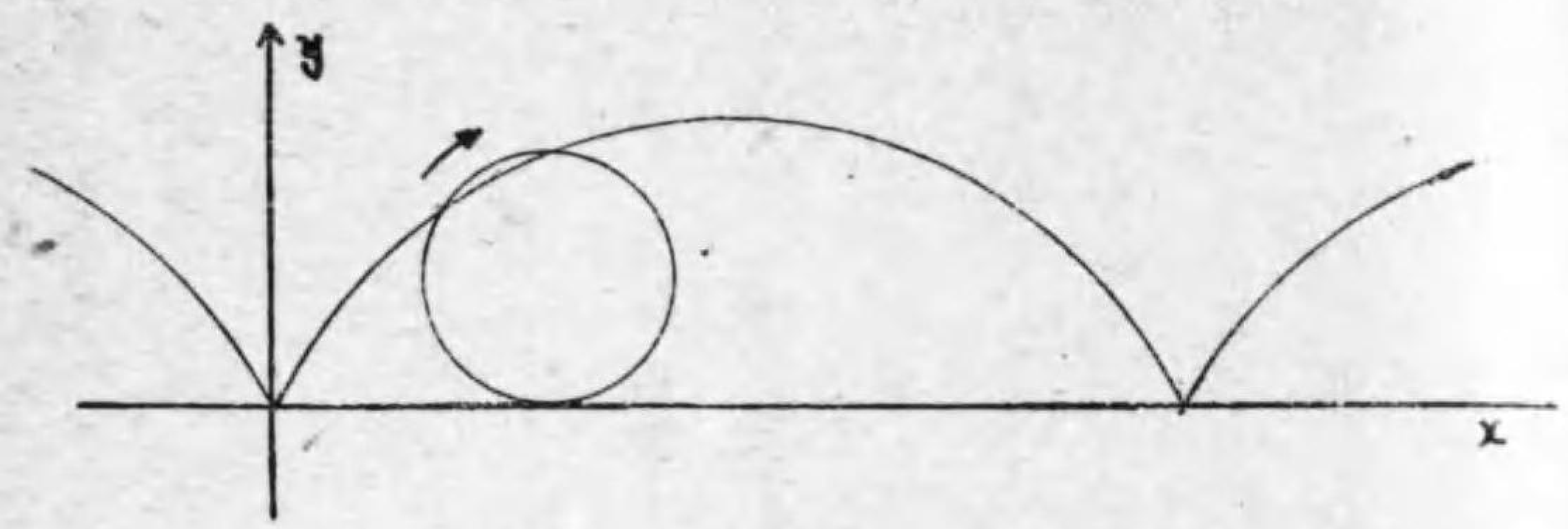
デザルグにこのやうな美しい定理があるやうに、彼のすぐれたことを見拔いてこれを尊敬したパスカルにもこれに負けぬ位に美しい定理があります。

「圓錐曲線に內接する任意の六邊形の相對する邊の三つの交點は一直線上に在る」

この定理の特別の場合として圓錐曲線が圓である場合と楕圓であ

る場合とを圖に示しておきます。卽ち圓（楕圓）に内接する六邊形 ABCDEF に於て三双の對邊AB と DF, BC と EF, CD と AF との交點L, M, N は一直線上にあります。

ブレーズ・パスカル（1623—1662）はクレルモンの名門の出です。パリにながく住んでゐました。數學者であり、また物理學者でもありました。そしてヤンセン教徒でした。彼はまことに早熟の天才で16歳の時に圓錐曲線論を書いてデカルトを驚嘆させました。18歳のときには計算機を發明しました。そしてフェルマ、ロベルヴァル等の著名な學者と交りました。31歳のときに液體の壓力傳播の法則「靜止流體内の或る一點に於ける壓力を或る大いさだけ增してもなほ流體が容積を變へずに靜止してゐる時はこの液體の內に於けるすべての點に於ける壓力は同じ大さだけ增す」を發見しました。これをパスカルの原理といひます。彼には大氣の壓力についての氣壓計による實驗もあります。なほ數學上には確率論（公算論）といふ部門の研究もありますしサイクロイド（一つの圓が或る直線上をすべることなく回轉してゆくとき、その圓周上の一定點がゑがく曲線）の研究もあります。（このサイクロイドの發明者はガリレイだといはれてゐます）



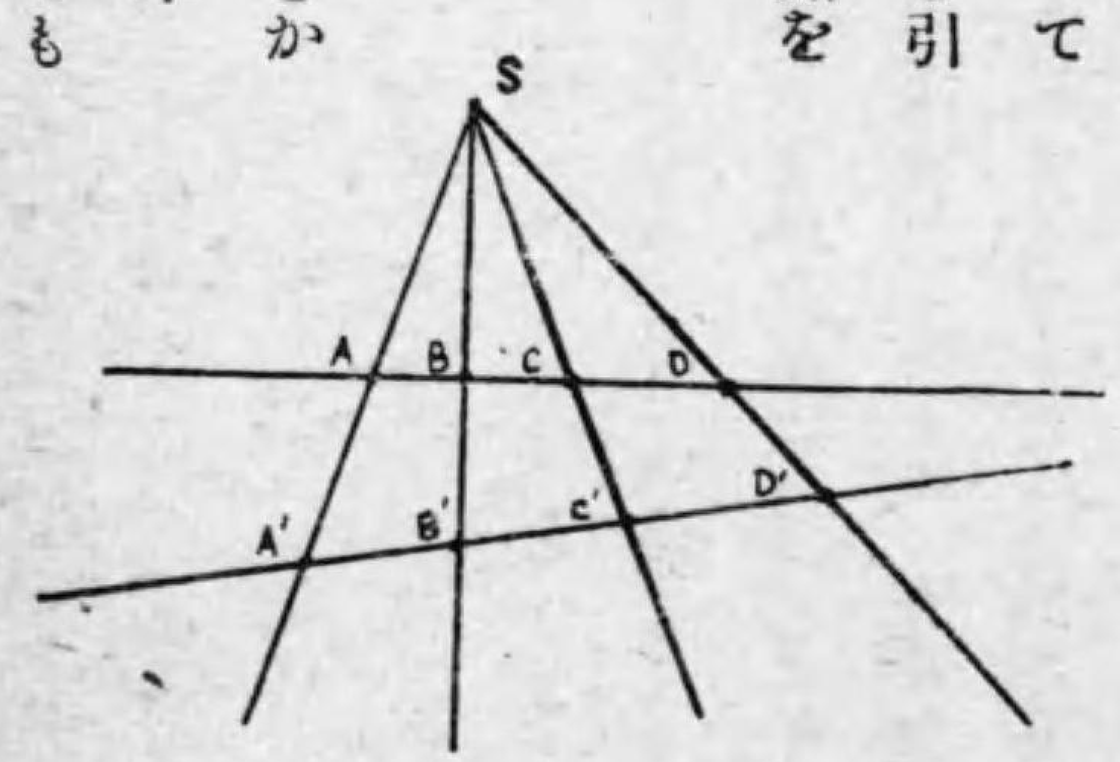
最後にもう一つパスカルが證明した美しい定理を見ませう。

「平面上の一點を通る四直線を一直線で截る（セッセン）ときはこの截線上の四線分は或る定比を成す」

圖ではS點を四直線が通つてゐます。いま任意の一直線を引いてこれが四直線と交つた點を A, B, C, D とすれば、

$\frac{AC}{AD} : \frac{BC}{BD}$

は或る定つた値です。言葉をかへていへばまた別にもう一本 A′B′C′D′ 直線を引くとここでも



また

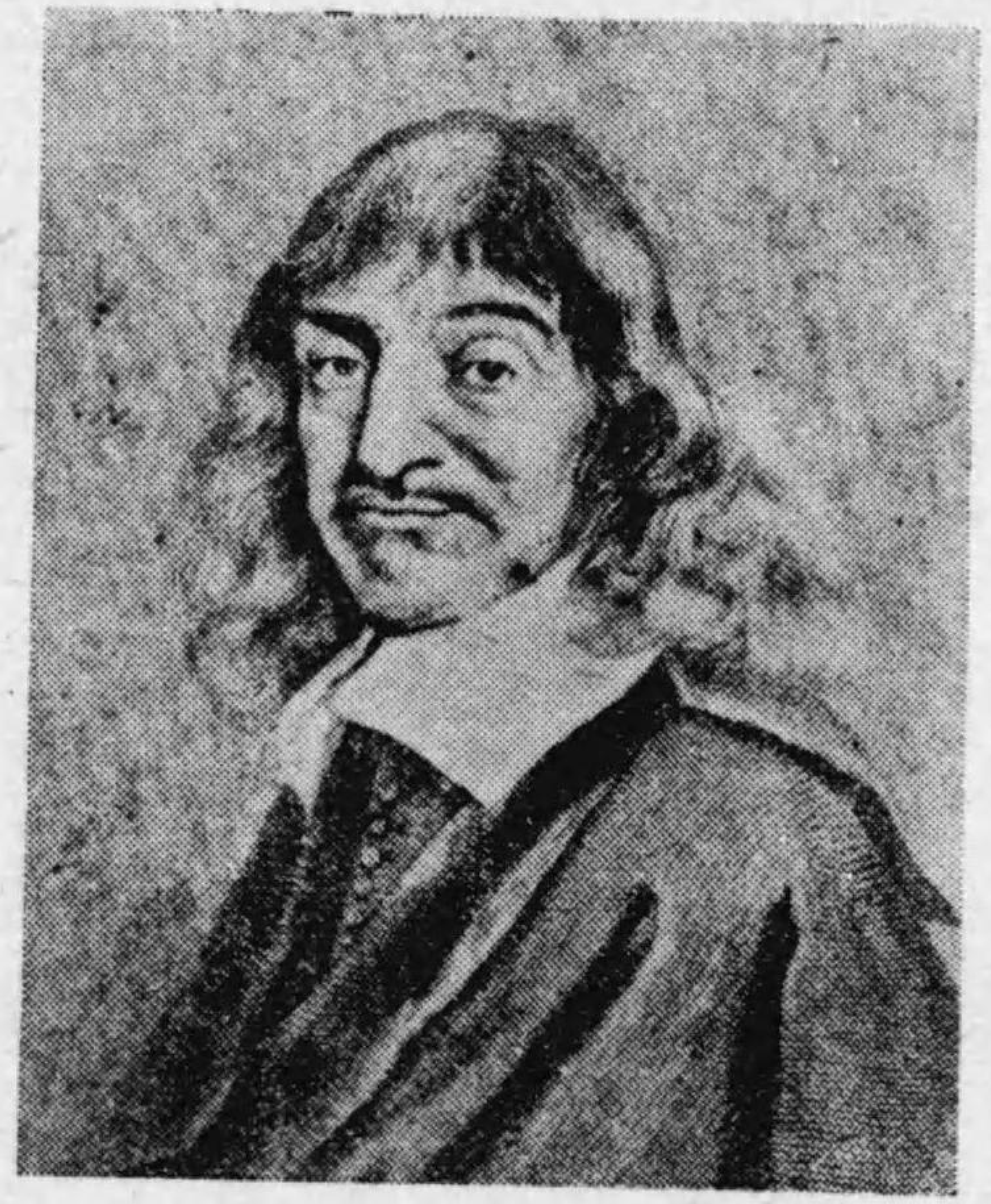
$$\frac{A'C'}{A'D'} : \frac{B'C'}{B'D'} \qquad \frac{AC}{AD} : \frac{BC}{BD}$$

後の價は先と等しくなります。（何故かそのわけが諸君にわかりますかしら）

さて、次ぎの肖像をみて下さい。ルネ・デカルト（1596—1650）です。彼もまた名門に生れ、パリに遊學しました。しかし貴族生活を厭つて軍隊生活（騎兵の士官として）に入りました。そこで時間に餘裕のあるにまかせて數學を勉強しました。解析幾何學は彼が陣營に於て（1619年）思ひついたものだと言ひ傳へられてゐます。1621年に軍隊生活を終り、5年ほど旅行に費し、1628年にオランダに移り、ここでは專ら哲學上の研究をしました。彼は哲學上でも甚だ有名であります。「われ思ふ、故にわれ在り」といふ彼の言葉は彼の哲學の出發點を示すものとして、近世の哲學を學ぶものの忘れ得ない一句であります。しかし、わたしたちは彼の哲學のことはおいて

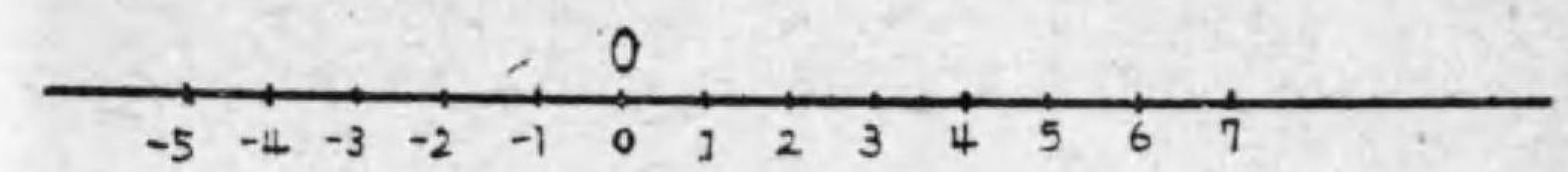
彼のかがやかしい功績——解析幾何學の創始について學ぶことにしませう。

しかし、（とわたしはここで言はなければなりません）——しかし、そのためには「解析幾何學」とは何をいふかが諸君にその骨ぐみだけでもわかつてゐて貰ひたいものです。



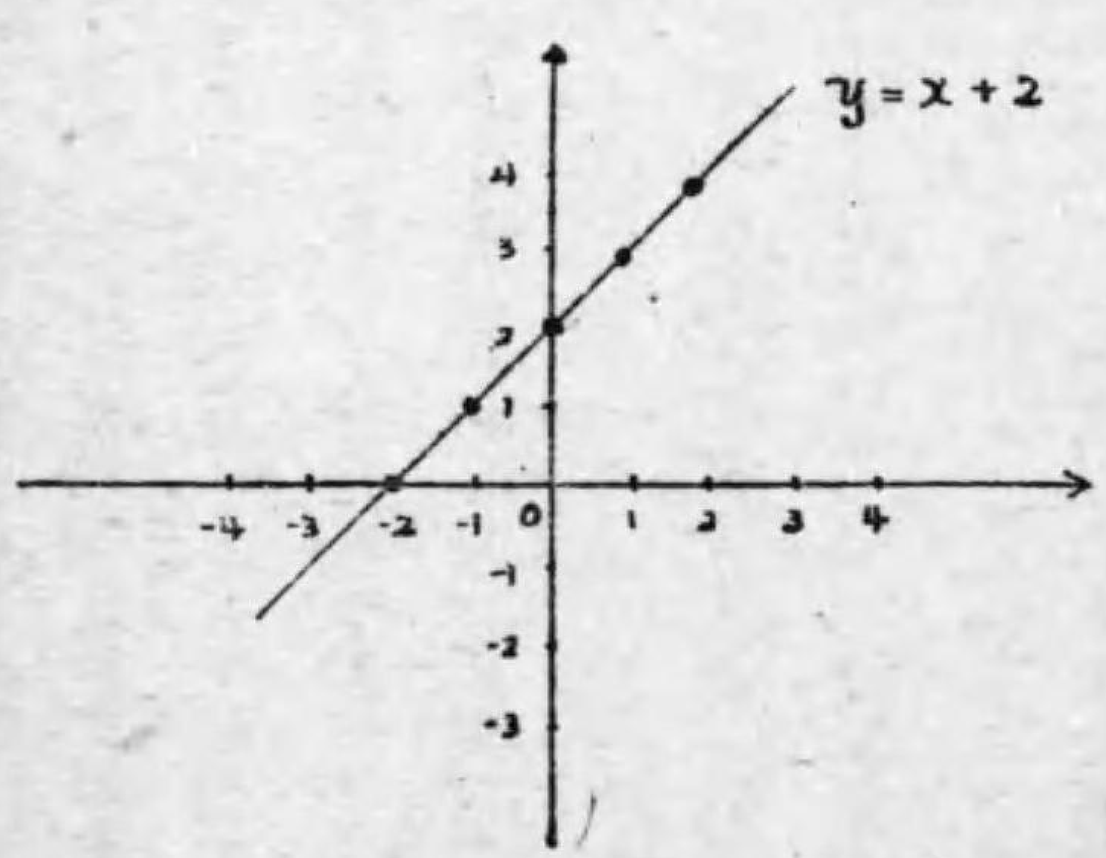
ルネ・デカルト

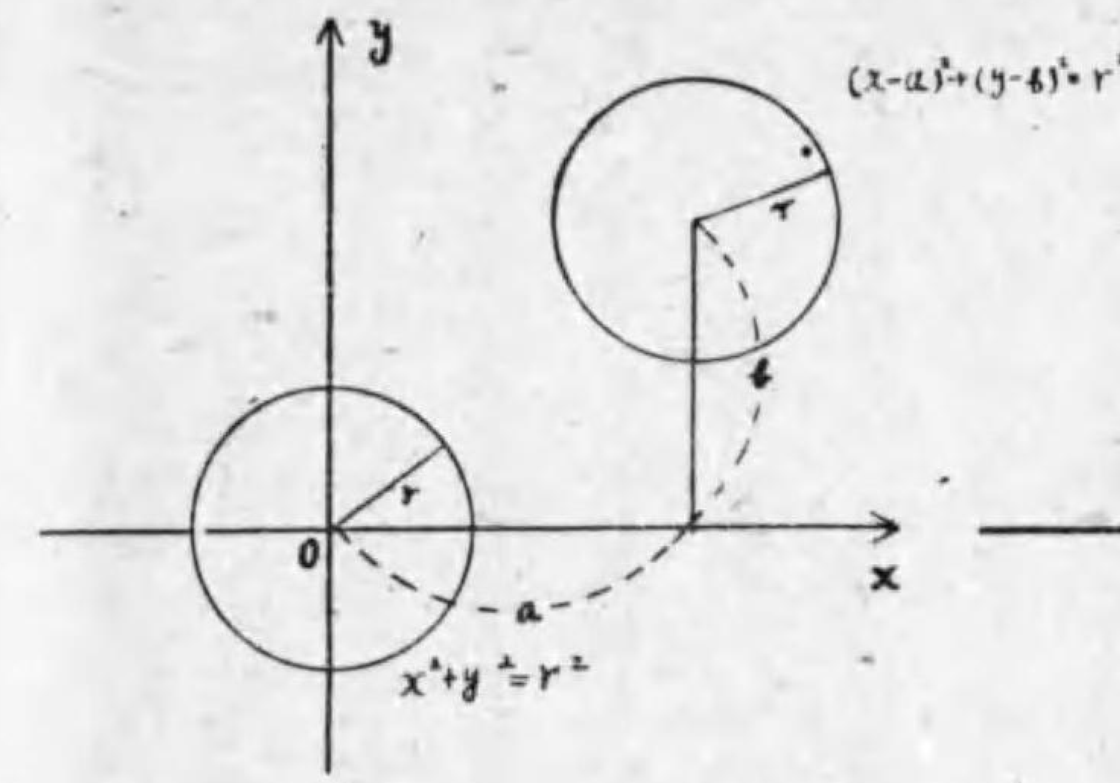
そこでまづ二、三の準備をしませう。一直線をとつて點を一つ（どこでもいいから）きめませう。その點をOとします。今Oから一方の向きに（ここでは右へ）或るきまつた長さを單位として一度、二度……と區ぎりをつけて

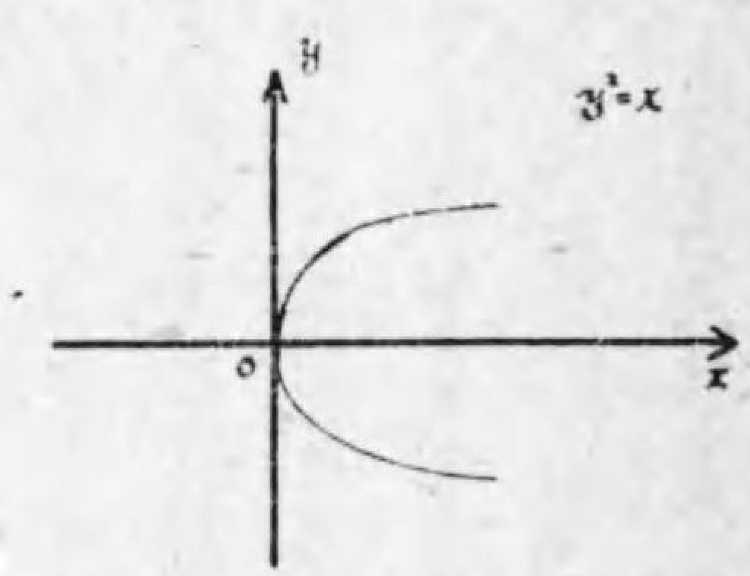


ゆきます。そしてここへ1, 2, 3,……と數字を對應させませう。すると2の次は3, 3の次は4といふやうに右へ行くに從つて1づつ大きくなります。また4から3, 3から2へと左へ行くと1づつ小さくなります。それで1から左の0へゆくとそこを0とすることが考へられます。更に1だけ左へゆくと0より1小さい數が對應しませう。いま0から左へ區ぎつた點を右の方から順に-1, -2, -3, ……と−(マイナス)をつけた數字を對應させて書いておきますと、この1本の直線上には諸君の知つてゐるどんな數でも(實數なら)必ず位置をもつことになります。またこの直線上のどんな點でも必ず或る一つの(實)數をあらはすことになりませう。つまりこの直線は(實)數の全體をあらはしてゐます。それでこの直線を數學では數軸と呼んでゐます。さて別にxについての式 $x+2$ をとり、この式でxの値を例へば0, 1, 2……として計算しますと、式の値は2, 3, 4……となります。又xを-1, -2……とすれば1, 0……となります。

そこでこの式の値をyと名づけ($y=x+2$ 諸君がグラフをつくる要領に從つて圖のやうに0から垂直にx軸に直線をつくつてy軸として、xが0ならyは2, xが1ならyは3ですからそれに應ずる場所に點をつけます。そしてこれらのxとyの組をあらはす點を線分でつなぎます。すると直線ができます。この直線を$y=x+2$といふ方程式のあらはすグラフといひます。この式に限らずxとyとについての一つの2元1次方程式($ax+by+c=0$)のグラフをつくると直線になります。また直線であれば適當に單位をえらんでこの直線がどんな點を通るかをしらべることによつて一つの2元1次方程式であらはすことができます。これはただ直線の場合だけでなく、2元の一つの方程式であれば、それは一つの圖







形に對應します。即ち圖形と方式との間にはこのやうな對應が成立します。これは幾何學（圖形の性質を研究する學問）と代數學（數についての學問）とが一般的に密接に結ばれてゐる證據であります。解析幾何學とはこのやうな關係をつかつて代數的に考へる幾何學のことであります。序に申せば例へば $x^2+y^2=r^2$ は原點（軸の交點）を中心とする半徑 r の圓ですし、$y^2=x$ は拋物線です。また $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ もやはり圓です。

なほ、今後のために二、三の數學の言葉を覺えておきませう。x についての式を $f(x)$、また x と y とについての式を $f(x, y)$ と書きます。これを x の函數（かんすう）、x, y の函數とも呼びます。$y=f(x)$ は y

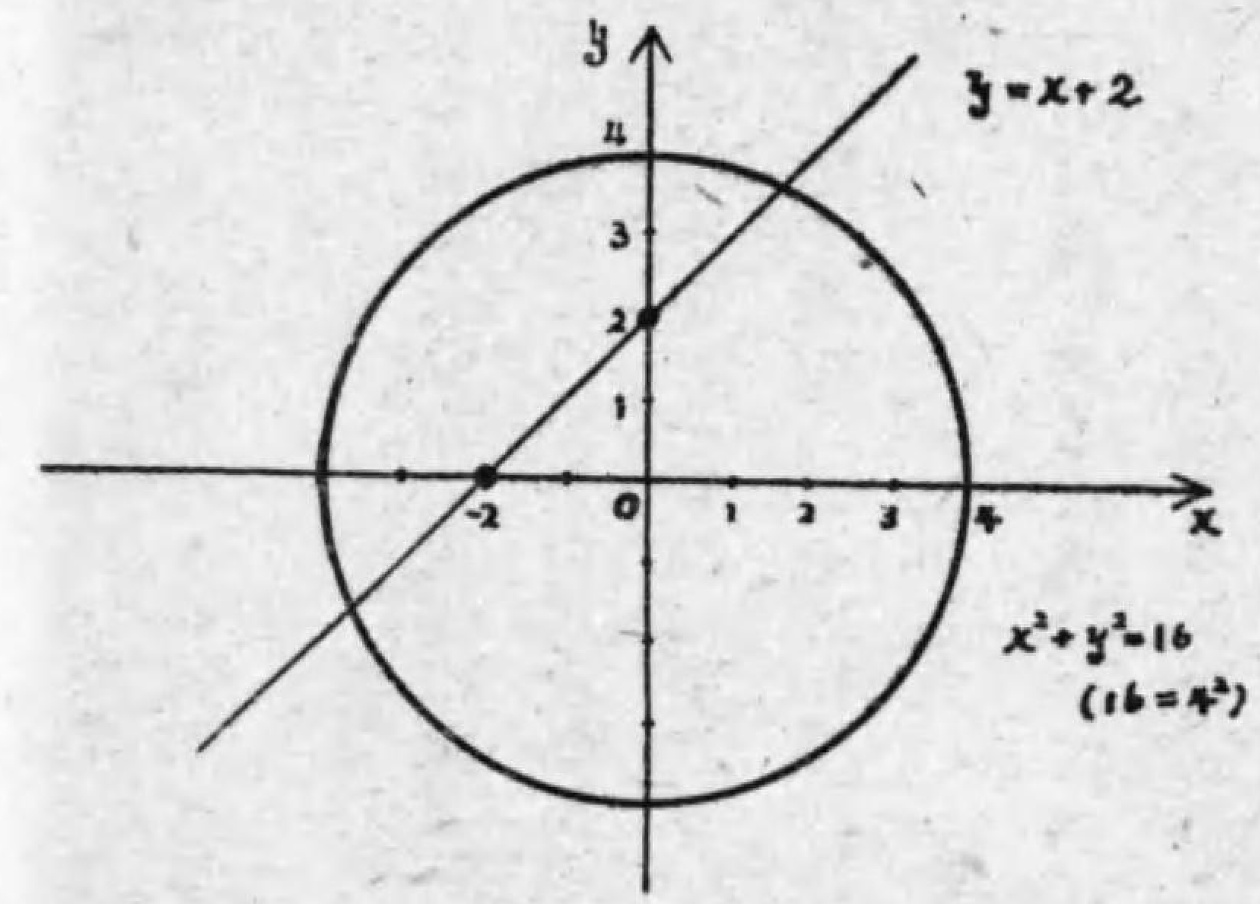
が x の或る式（函數）だといふことを示します。$f(x)=0$, $f(x, y)=0$ はそれぞれ x 及び x, y の方程式といふ意味です。また $f(2)$ とは x の値が2のときの $f(x)$ のことです。

次に數軸上の點の位置はただ一つの數できまります（例へば2とか5とか−2とかで）が平面上の點は二つの數の組を必要とします。即ち x 軸からと y 軸からのへだたり具合できまります。一平面に於ける一點を示すこの x と y との組 (x, y) のことや數軸上の點を示す數のことをこの點の座標（ざへう）と呼びます。またこの軸のことを座標軸といひます。

この準備を終るにあたつて x, y についての方程式を解くとは幾何學的には二つの圖形の共通點（交點）を求めることに歸着する例として $y=x+2$, $x^2+y^2=16$ から成る聯立方程式をとります。前者は直線で後者は圓です。それがどんな直線であり圓であるかは圖をみて下さい。交點はこのとき二つありますが、その座標は圖からもおほよそ求めることができませう。計算から出てくる根の値は約 (1.6, 3.6),

(−3.6, −1.6)の二組です。

かうした偉大な創始をデカルトはしたのです。そしてこの解析幾何學は微積分學と極めて親密な關係をもつてゐます。まもなくわたしたちは微積分學とも近づきになるでせう。（このほかデカルトには數學で使ふ文字の使用法、方程式の根の研究などがあります）



デカルトについては同じくフランスが生んだ大數學者ピエール・ド・フェルマのことにすこしふれませう。フェルマはツールーズの近くの革商人の子です。生年ははつきりしませんが、1608年頃です。家庭で教育され、1631年にはツールーズ地方議會議員となり、愼重・誠實かつ精密にその業務をつかさどり、大いに成績をあ

げました。數學の研究はこの餘暇の仕事でありましたが、そして研究も公表しませんでしたが、彼の功績はその死後に世にあらはれました。整數の性質を研究する整數論にはフェルマの定理といはれるものが今も學ぶ者の前に魅力ある存在を示してゐます。そのほかに解析幾何學の建設ではデカルトにつぐべき功勞者でありますし、微分學の方面でもライプニッツやニュートンの先驅者として認められてゐます。また物理學上では最小作用の原理といふのがフェルマの名に於て知られてゐます。即ち「自然は一切の

ピエール・ド・フェルマ

出來事を最小のつひえ（費用）を拂つて經過させる」といふのであります。彼はこの原理をつかつて光の屈折法則を説明してゐます。

フェルマは1665年に歿しました。彼にはフェルマの大定理と呼ばれてゐる（しかしフェルマ自身もその證明をのこしてゐない、そしてまだ誰にも證明されないが多分正しいだらうと言はれる）一つの命題があります。

「nを2以上の整數とするとき方程式 $x^n+y^n=z^n$ を滿足する整數x, y, zは存在せず」

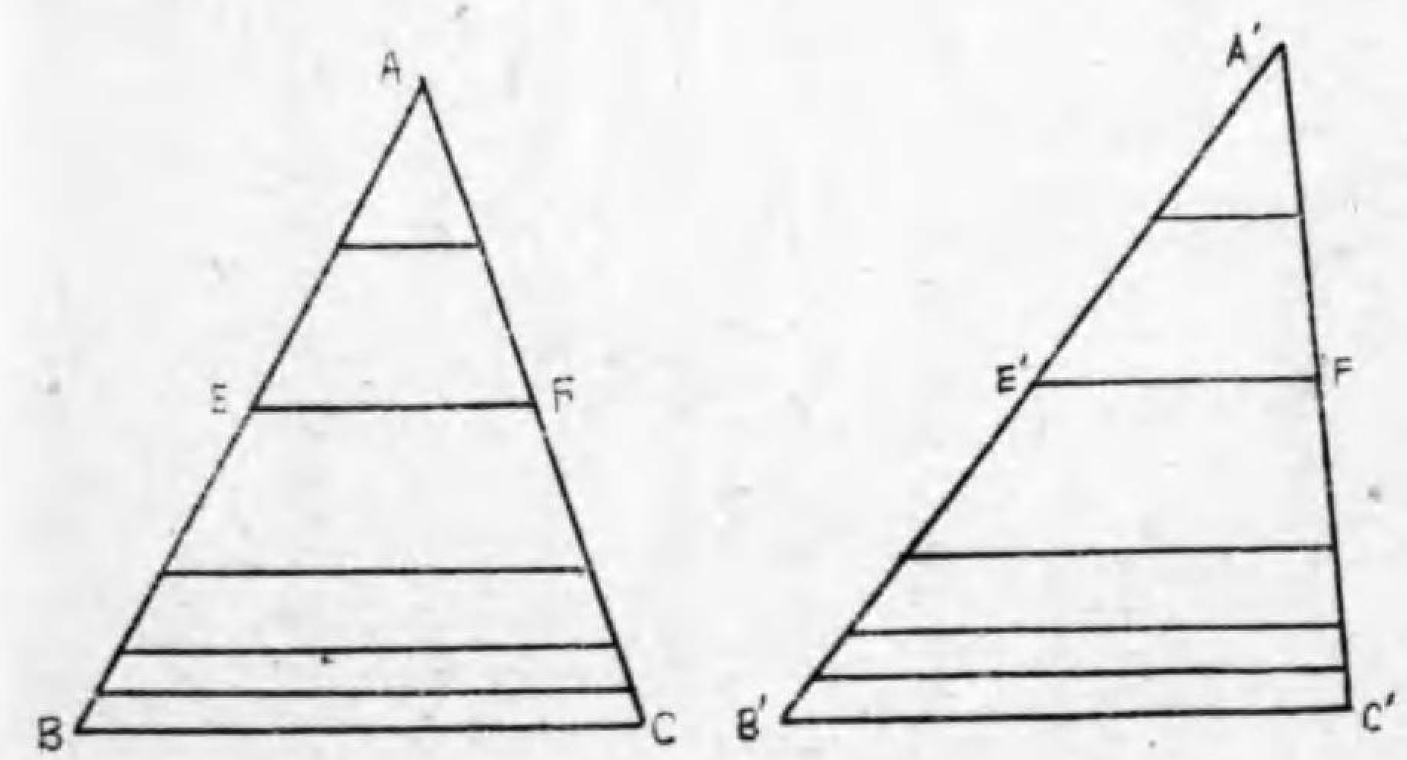
このnが2のときは成立ちます。この命題を證明しようとして大數學者たちがずゐぶん苦心しましたが現在でも未證明のまま存在してゐるので有名であります。

ボナヴェンツラ・カヴァリエリ（1598―1647）はガリレイの弟子の一人であります。ボロニア大學の數學の教授でしたが、この人には極微の法或ひは不可分の方法と名づくる問題處理法の創始があります。彼は面積や體積を求める場合にこの方法によ

りました。彼は線を無限個の點から成るもの、面を線の無限個からなるもの、立體も無限個の平面からなるものと考へたのです。この考へには點・線・面及び（立）體についての亂暴な關係づけがありますが、しかしこの方法は二つの相似な圖形の面積などの比を求めるときは有力でしかも正しい結果を與へました。そのわけは幸にしてこれは正しい考へ方と一定のひらきをもつてゐるからであります。例へば圖のやうな底と高さの等しい二つの三角形ABCとA'B'C'をとり、底に平行に他の二邊にはさまれる線分を同じやうな仕方で無數に二つの三角形につくりませう。するとABCの方で例へば一つEFのやうな線分をとれば A'B'C' の方にも必ずこれと等長なE'F' といふやうな線分をさがすことができませう。またこの逆も言へるでせう。それで二つの三角形がこのやうな線分を含む具合は全く等しいわけです。ところが三角形は底に平行なこのやうな線分でうづめることができますから――そのときこの線分の無數な集りは面積（となると彼はいふの）です。ゆゑに $\triangle A'B'C' = \triangle ABC$ がわかりました。しかし正しくいへばこれはいけないでせう。線分をいくらあつめても線分

には幅がありませんから面積にはならないことは申すまでもありません。この方法に對しては當時も相當の非難が出ました。しかしこれから正しい考へ方――微積分へはもう一歩といふところだつたのでした。

このカヴァリエリとちがつてその方が正しく、しかも同じく極微の方法をつかつて問題を處理した人としてはジール・ペルソン・ド・ロベルヴァル(1602―1675)があります。彼はパリの或る學校の數學の先生でした。ロベルヴァルは面を線分ではなく面の微小なものの無限個から、立體も面ではなく微小な立體の無限個から成るものと考へて、これを基礎としました。そして彼はみごとにサイクロイドが直線(x軸)とつくる圖形の



面積を求めることに成功しました。(圓の面積の三倍あります)これこそ微積分學への一層の接近であります。

ここでサイクロイドの發明者といはれるガリレイが右の面積を近似的に求めた面白いやり方を紹介しておきませう。ガリレイは厚紙で一つの圓をつくり、これを同じ厚紙の上の直線上を回轉させ、サイクロイドをつくり、この圖形をきりとつて目方をかけました。するとこれは厚紙の圓の目方の約三倍あることがわかりました。そこで約三倍といふ答が得られたわけです。諸君もこのやうに頭をはたらかせて、例へばつぶのそろつたリンゴの山をひとつひとつ數へるかはりに全體の目方と一個の目方とをはかつて、これから山の數はほぼ幾個と概算することがあるでせう。

ニュートンやライプニッツと同時代の科學者についてはまづドイツが生んだ物理學の實驗家として記憶せらるべきオットー・フォン・ゲーリケ(1602―1686)、同じく天文方面でのケプラーの後つぎと言はれるヨハン・ヘヴェリウス(1611―1687)か

ら入つてゆきませう。といつてこの二人が後續の三人にくらべてよりすぐれてゐるといふのではありません。ただ話をこの二人から始めるといふだけのことです。

　ゲーリケも名門の出です。はじめは法律を學びましたが、のちには數學・物理學及び築城學をやりました。フランスやイギリスへ遊學したこともあります。そして生れた土地であるマグデブルク市の參事會員をつとめました。また諸處の築城の設計なども賴まれました。つひにはマグデブルクの市長に任命されました。

　ゲーリケの仕事としては空氣ポンプの發明、電磁現象の研究及び起電機の製作などがあります。また電磁感應の觀察者でもありました。

　ヘヴェリウスもまた名門の出でありました。このやうに當時の學者に名門の子であつた人が多いのは、彼らには修學の便宜が一般の市民などにくらべてうんとあつたためであります。これに反して貧乏人の子はいい機會に惠まれないと學問の勉强は殆んど駄目でありました。さて、彼もまたゲーリケのやうに法律を修め、廣く諸國を旅行しては著名な人たちと交際を結びました。そして生れ故郷ダンチヒ市の參

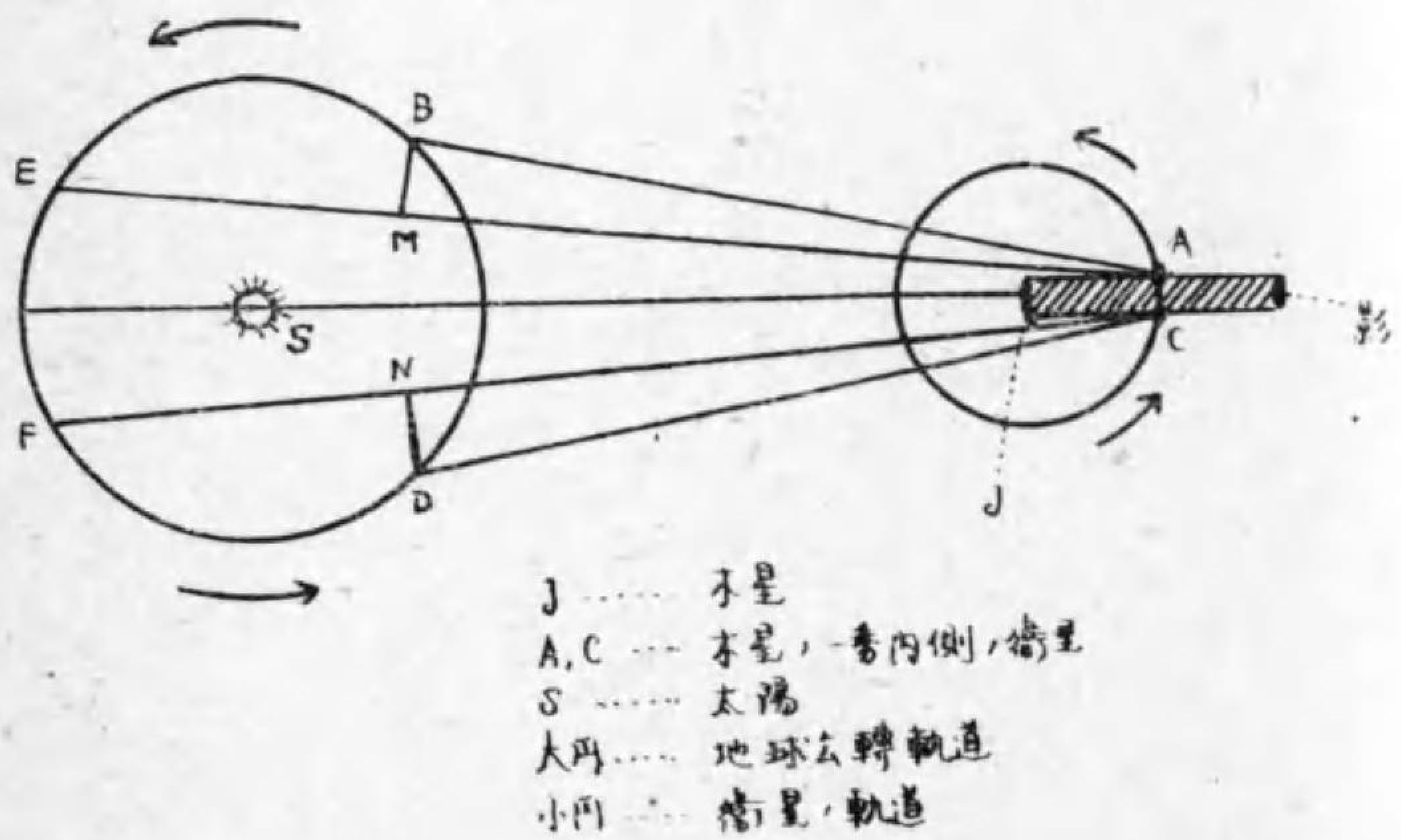
事會員となり、その餘暇に天文學の研究をしたのでした。ヘヴェリウスの最大の功績は月の研究で彼は初めて精確な月の地圖を描きました。彼の苦心になる月に關する著書は1647年に出ました。彼はまた彗星の研究もながい間つづけました。そして九個の彗星の觀測を行ひ、1660年に400個の彗星の記錄をこの方面の著書の中に發表しました。

　次にはデンマルクの天文學者レーメル(1644—1710)がこの時代に木星の衞星の研究中に、衞星の相つぐ2回の食の間に週期的の變化があることを利用して光の速度の有限なことを確認しました(1675年)。これは1672年から6年にかけて彼がパリの天文臺で研究・實驗したことでありました。レーメルはパリに遊學、のちにはコペンハーゲン大學の數學の教授となつた人です。

　この光の速度の測定の筋道は大體圖からわかりますから一應說明しておきませう

惑星中一番大きい木星にはいくつも衞星がありますが(現在は11個知られてゐる)その一番

内側のものは約42.5時間で木星を一と廻りします。即ちこの衛星が木星の影から出て再びその影へ入るまでにこれだけの時間がかかる譯です。いま地球がB點にあつて木星の影から衛星が出てきたものとします。もし地球がうごくことなくこの位置にゐて、衛星がその間に30回その軌道をまはるものとすれば42.5×30時間の後には衛星は木星の影から姿をみせるわけです。しかし實際にはその間に木星も地球もその軌道を公轉してゐます。ただその週期が木星は地球にくらべて大でありますので殆んど位置をかへぬものとみることができます。それで地球は木星に對して遠ざかりつつE點にきます。もし光の速度が有限なら衛星のみえるのはE點ではB點の時よりいくらか後れるわけです。なぜなら今AE上にABに等しくAMをとればMEだけ光が進む時間が加はるからであります。ところで今度は地球が木星と太陽を結ぶ線に對して折りまげをやつたときにEとBのとる位置FとDに於てみれば逆にF點から影に入らうとする衛星Cをみたときより、Dからこれをみたときには早くみえることになるでせう。なぜならCDよりCFの方がNFだけ距離が大となつてゐるからです。



レーメルの測定では光は有限の速度をもち、これは太陽と地球の距離を約11分で通過するものとなりました。(現在の精密な測定ではこれは11分ではなくて約8分であります即ち1秒間に約30萬キロといふ大きさであります)この驚くべき結果はケプラーの光速度に對するあやまれる速斷とあはせ考へるときわたしたちの心をうちます。なぜなら彼ら二人の研究對象のとりかたの別れがその學問的成果に多大の影響を與へることになつたのですから。

つぎはイギリスの數學者ジョン・ウォリ

ス(1616—1703)のことに移ります。ウォリスははじめ神學を學び牧師となりましたが、そのすぐれた物理學・數學方面の學識の故に1649年からオックスフォードの幾何學教授に任命されました。彼はあの王立協會の創立者の一人であります。ウォリスの仕事のうち數學に關するものとしては、ケプラーが樹立した連續の原理を代數學にまで適用したこと、冪指數として負指數・分數指數を實用的に使用したこと、無限大の記號∞の使用を始めたこと、そして何よりも重要な功績は彼が曲線形の面積に關する研究に於てケプラーやカヴァリエリにくらべてはるかにすぐれたる方法を以つて數學を進展せしめたことなどであります。圓錐曲線を2元2次の曲線として論究した最初の學者は彼であります。(x, yについての2元2次の方程式の一般形はこれを次のやうに表はすことができます。$ax^2+2h\ y+by^2+2gx+2fy+c=0$. ここで a, b, c, f, g, h は常數——ひとつの式の中ではきまつた一つの値をとるもの——です。この常數の大さの關係によつてこの方程式は2本の直線・双曲線・拋物線及び楕圓などとなります。)

なほウォリスには物體學上の仕事としては衝突の理論の研究があります。彼は二

つの非彈性体がその重心を結ぶ直線上で衝突する場合(向心衝突)を考へました。そして次の結果を得ました。

$$u=\frac{m_1v+m_2v_2}{m_1+m_2},\qquad u'=\frac{m_1v_1-m_2v_2}{m_1+m_2},$$

m_1, v_1 及び m_2, v_2 はそれぞれ二物體の質量と速度であります。また u は同じ方向の運動による衝突後の速度、u' は向きあつて衝突したときの衝突後の速度であります。非彈性體とはその物體が任意の歪(ひづみ)をうけたとき、すこしも舊に復しようとする彈力を表はさずに歪をうけたままでゐるものであります。(例へば水分を含んだ粘土のやうなものです)。

ウォリスがカヴァリエリの「不可分の法」を知つたのは1650年でありましたが、彼はこれを研究して更に完全なものとして曲線の求積法を仕上げました。それが彼の1655年の著『無限の算術』となりました。彼は面積を(カヴァリエリのやうに)線分の無限の集りだなどとは言ひません。彼は平面圖形を無限に多くの、限りなくせまい平

行四邊形に分解してその和として考へたのでした。いはばその和の「極限」を以てその圖形の面積と考へたのです。この方法は現在でも通用してゐます。が、この考へが解析幾何學と更によく結びつくとき、そこに微積分學が、定積分としての求積の問題が、でてきます。これはニュートンとライプニッツのときに至つてとりあげられるのです。「極限」の意義についてはのちにやや立ち入つた研究をしませう。なぜなら「極限」こそは微積分學の理論の基礎概念ともいふべきものだからであります。

ウォリスはカヴァリエリを勉强したばかりでなく、デカルトをもよく學びました。そしてデカルトより進歩しました。このことが彼の曲線の研究の中にもみることができます。

いよいよここに述べようとする最後の一人に至りました。クリスチャン・ホイヘンス。彼こそは數學に物理學に天文學に大きな足跡を殘した大學者でありました。

彼は理論に於てはいふまでもなく、望遠鏡の改良に、振子時計の發明に、またその他の重要な實驗にその才能を示しました。

ホイヘンスは1629年オランダに生まれました。ライデンで勉强をして若くしてその前途の大成を期待されました。1655年には土星の環を發見しました。それも自分でつくつた望遠鏡によつてであります。また同じ頃に振子時計も發明しました。この少壯學者の名聲はつひに彼をしてフランスの科學アカデミーの最初の外國會員たらしめました。ホイヘンスは1666年から1681年に至る間をパリにあつて學會で活躍しました。それからオランダに歸つて1695年に歿しました。

彼はエーテルの概念を物理學に導入して「光の波動説」を立てました。（エーテルは一口にいへば光の波をつたへる媒質を想定して言つたものであります）。そして光の反射や屈折等を理論的に説明しました。彼はガリレイの道を歩み、ニュートンに先行しました。（サイクロイドの）振子時計の發明者である彼には勿論サイクロイドの研究があります。サイクロイドの長さを求めることもできました。なほ彼はカテナリーといふ曲線も研究

してゐます。これは糸や鎖の兩端を固定して中間を自由に垂れ下げるときに重力によつて形づくる曲線であります。諸君はこの曲線がどんな形のものか自分で實際につくつてみて下さい。

ホイヘンスは仕事の上でニュートンに先行したばかりではなく、實際ニュートンの先輩としての關係がありました。彼らは交際してゐたのです。ニュートンはホイヘンスを尊敬し、彼の仕事から學びました。

その三　ゆたかなる泉——微積分學

微積分學は實函數を研究する學問です。しかしかう言つただけではあまりばくぜんとしてゐて諸君はつかみどころがないと思はれるでせう。そこでわたしはここにこの學問の骨ともいふべきものをつたへ、この學問を創始したニュートンやライプニッツのことを語る前に、彼らの偉大さを一層よく知ることに努めませう。

山本さんの家の人たち		年齢
戸主	山本正吉	64
妻	仝　みつ	61
長男	仝　幹夫	40
長男の妻	仝　つゆ	38
孫	仝　一郎	18
仝	仝　二郎	15
仝	仝　みつ枝	13
仝	仝　さゆり	9

上圖は或る山本といふ家の家族氏名と年齢を表にしたものです。この表から山本さんの家の人で15歳になるのは誰かはすぐわかります。それは二郎さんです。また山本さんの家の人で38歳なのは誰かと言へばそれは二郎さんのお母さんであるつゆさんにちがひありません。いまこの「山本さんの家の人で」といふことを示すのにf(エフ)といふ記號(文字)を用ひ、年齢をx，これに對應する名をyであらはし $y=f(x)$ といふ形式で右の關係を書いてみますなら 二郎$=f(15)$，つゆ$=f(38)$ が得られます。(ここで$f(x)$はエフエックスと讀みます。從つて$f(15)$はエフ15と讀みます)。そしてまた$f(40)$は幹夫さんで$f(9)$はさゆりさんをあらはすことも式の約束からすぐわかります。

しかし $y=f(x)$ は右の關係だけをあらはすものではありません。今度は x を名、y を年齢としてみませうか。すると $15=f(二郎)$, $38=f(つゆ)$ といふやうに書けませう。いづれにしましても f の意味がきまり、この x の値が與へられるとこれに應じて $f(x)$ 即ち y の値がきまります。世の中にはこのやうに二つのものを對應づけて考へるとたいへん便利な場合があります。わたしたちは x や y のやうに變り得るものを一般に「變數」と呼び、f と x によつてきまる $f(x)$ を x の「函數」と呼ぶことにしませう。即ち $y=f(x)$ では x が變數で y 即ち $f(x)$ は x の函數です。ところで變數 x は勝手に變り得るものではなくてそこにおのづから制限があります。例へば前の例でいへば x が山本さんの家の人たちの年齢をあらはす場合には、x は現在は9, 13, 15, 18, 38, 40 61, 及び64の8個の値をとり得るだけです。また名を x で示すならこれも正吉・みつ・幹夫・つゆ・一郎・二郎・みつ枝及びさゆりの8つの値をとり得るだけです。ですから f が「山本さんの家の人で」あるといふきめを守るなら今年は $f(50)$ や $f(とよ)$ といふものは存在しない筈であります。もつとも「山本さん」といふ家は日本に澤山ありますから別の山本さんの家を考へるなら話もまた別になります。變數の變り得る領域をその「變域」と呼びます。

わたしはさきに數式の中に出てくる元のことを述べました。方程式の場合の元はきまつたいくつかの數だけを代表する文字でしたが、一般には、或る制限のもとでもつと澤山の値を元にとらせて考へます。つまり元とは或る制限のもとに變はることのできる數であります。即ち元とは變數のことであります。これを數學らしくはつきりと言へば、變數とは「一群のもの(數)があつてそのどれをも表はすことのできる符牒(文字)であります。」この變數に對して一定の數(例へば1, 2, $\frac{1}{2}$など)や又は或る一定の數を代表する文字を「常數」と名づけます。

變數や函數についてもうすこしくわしく知るためにわたしたちは山本さん一家のことから一歩を進めて數學の中へ入つて行きませう。

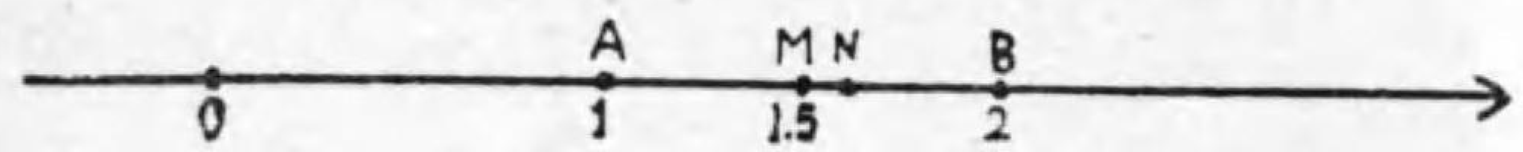
1と10及びこの間にはさまれた整數の全體は一群の數であります。そこで x を以てこれらの整數の一つを表はす文字とすれば x は變數となります。そして x の變域

は1から10までの10個の整數群です。またyを以て1と10との間にある任意の有理數(整數・分數)を表はすものとすればyは變數で、その變域は1と10との間にある無數の有理數群であります。變域にはこのやうに種種の場合がありますが、特に或る區間のあらゆる數(例へば1から10までのあらゆる數)を變域とするものを「連續變數」と言つてゐます。1と10の間の有理數だけでも無數にあるのに、なほこれに無數の無理數(整數でも分數でもなく無限小數で表はされる數)が加はるのですから、これに應ずる$f(x)$の値もいちいちあげる事はできなくなります。しかし場合はいくらにならうとも函數とは何かといふ段になればさきに述べた通りです。ただこれを數學らしくはつきりと定義しませう。「二變數x, yがあつてxの任意の値に對してyの値が(唯一つか或ひはいくつか)對應するときyを(この變域で定められた)xの函數といふ。」そしてyがxの函數であることを示すには $y=f(x)$, $f=F(x)$ などの記法を用ひます。さきに例とした山本さんの家の人たちの場合には名がみんな異なり、年齡も同じのものがありませんから、ひとつのxに對してはこれに對應する$f(x)$即ちyの値はただひとつで

ありました。このやうにひとつのxに對してただひとつのyが定まる函數を一價函數と呼びます。しかし函數によつては一つのxに對して二つ、三つ或ひは無數にyの値が存在する場合があります。これらのものは多價函數と言ひます。もし山本さんの家で幹夫さんの奥さんのつゆさんが「つゆ」といふ名でなく、お祖母さんと同名の「みつ」であつたらどうでせうか。世の中はひろいのでお嫁さんがその家族の誰かと同名である場合がまれにはあります。するとさきにあげたf(みつ)は61ともなり38ともなります。ですからこの場合には同じx「みつ」に對して二つのyの値61と38が定まることになります。即ちこの函數は「みつ」といふxの値のときは二價であります。わたしたちは山本さん一家でなく、もつと大きくfをきめることもできます。fを「某村の人で」とか「北海道の人で」とか、それから「日本の人で」とかきめることによつて$f(15)$も二郎さん一人ではなく、もつと澤山の値をとるでせう、或る家の太郎も某家の三郎も他の家の謙吉もといふ風に。f(みつ)も61や38ばかりでなく、1からはじまつて100以上までの整數の値をとることになりませう。これらは「多價」

函數の例であります。數學にはもつともつと面白い性質の多價や一價の函數が澤山ありますが、それは諸君が進んで數學の勉强をするときの樂しみにしておきませう。

　わたしは右の變數の說明のなかで、變數が或る區間のすべての數をとり得るときにこの變數は「連續」變數であると言ひました。連續してゐる、續いてゐる、といふ言葉は數學ばかりが使ふものでありませんから、諸君もときに使ふことがあると思ひます。しかし、數學で使ふ場合とその他の場合とではその意味がかなりちがつてゐます。「二郎さんは國民學校でづつと優等であつた」とか「さゆりさんはここ十日ほど引き續き風邪で學校を休んでゐる」とか、それから「二郎さんのところから學校までイテフの街路樹が20メートルおきに續いてゐる」とかいふ場合にはいつでもそこに間隔といふものが考へられてゐます。はじめの例では優等賞は一年毎にもらふのですし、次の例では毎日風邪で學校を休んでゐるのですし、最後の例ではイテフは20メートルの間隔をもつて植ゑられてゐるのです。つまりこれらの場合にはいつでも或る整數が土臺となつてゐて、その次、そのまた次といふやうに數へら



れるものばかりです。そしてその中間のものは問はないのです。しかし數學でいふ連續はこんなものではありません。ひと口でいへばそこには間隔がなく、その次、そのまた次と數へることもできないものです。圖はさきに述べた數軸ですが、ここで1から2までの數をあらはす點の數を考へてみませう。まづ1や2や1.5をあらはす點がどこかはすぐに指摘できるでせう。1や2はいふまでもないし、1.5は1と2との中點Mです。また1より小さくなく、2より大きくない數に對應する點は必ずこのABの間の線分上のどこかにあります。しかし1の次の數といふものはあるでせうか。1.5の次の數といふものがあるでせうか。また2のすぐ手前の數といふものはどうでせうか。これを點の關係でいへばAの次の點、Mの次の點、Bのすぐ手前の點といふものがあるかどうかといふのです。點の關係からみるとなぜといふのでなしに、確にさうしたものがありさうですね。けれどもそんなものはないのです。いま例へばMのす

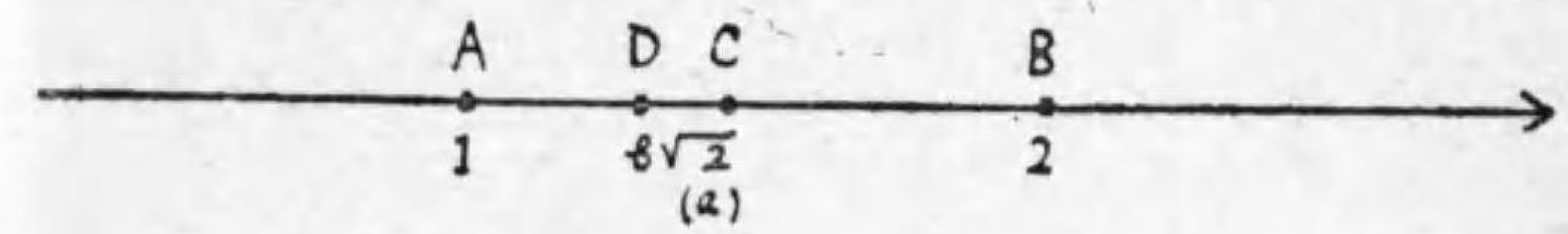
ぐ次の點があつたとしてこれをNとしませう。Nは勿論Mの右でBよりは左にあるでせう。ところでNはMとは別の點ですから區間MNには長さがあることは明らかです。從つて區間MNの間にはMでもNでもない第三の點が必ずあるはづです。するとNがMのすぐ次の點だといふのは本當ではないことになります。つまりMとNとの間には無數の點があつて、ここでは番號をつけて數へることなど到底できないのです。この議論は數の場合にもそのまま使へます。即ち1のすぐ次の數などといふものは存在しないのです。

それでは連續してゐるとは無數に點があつたり、無數に數があつたりすることでせうか。無數にものがならんでゐることでせうか。否。無數にものが並んでゐてもそこに間隔―隙間があつてはいけません。間隔がすこしもないときにはじめてものは連續してゐるといはれます。では隙間があるかないかはどうしてわかるでせうか。わたしたちはABといふ線分は隙間なく點が並んでゐるものと考へてゐます。また數の場合もさうで1から2までのあらゆる數をとればそこにも隙間がないと考へ

てゐます。ではどうしてそのことがわかるでせうか。しかし、線分をつくつて顯微鏡でしらべたところで、それは骨折り損でせう。何故なら眞の線分といふものは決してわたしたちに描けないし、また顯微鏡の能力といつても知れたものですから。數の場合には一層こまるでせう。何故なら數は眼にもみえないし、耳にもきこえない、思考上の存在物でありますから。しかし、直線や線分も嚴密には思考上の存在物ですから眼にも耳にもとらへることのできないものなのです。ただ、わたしたちが數の關係をあらはすに數字や文字を使つて考へるやうに、點や線や面を鉛筆を使つて紙上にその影を表現して考へてゐるのです。

わたしたちはさきに「極限」といふ言葉を使ひましたが、その意味はどうかと問ふこともせずに默つて使つてきました。いまこそこの極限の意味を說明するにはいい機會ですからこれからそれをしませう。どうぞ覺えて下さい。

いま變數xが1から2までの區間で「或る條件に從つて」變はるものとしませう。點AもBもこの條件にかなつたものとして、まづAから右の方へ條件にかなつた點



を追つて行くことにしませう。するとBは條件にかなつてゐますから、いつかは變數xはこのB點にやつてくるはづです。しかしABの間に例へば一點Cをとつて(この點に對應する數をaとします)この點が變數xとどんな關係にあり得るかを考へてみますと、條件の與へられ方によつてはCはxの占める點ともなるし、さうでないときもありませう。そこでばくぜんと「或る條件」やaなどと言はずに「xは1と2との間のあらゆる有理數(整數・分數)の値をとる」もの、aは$\sqrt{2}$(2の平方根の一つで無理數)として考へてみませう。無理數の定義はこの節でしました。變數xが無理數$\sqrt{2}$をあらはす點Cを占め得ないことは約束から明らかです。しかしxはこのC點のどんなに近くまでも迫ることはできます。なぜならさきにしらべたやうにACの間にCに近くDをとればDがCに重なつてゐない限りはDCは線分ですから長さがあります。いまD點の數値をbとしますと、bが無理數であつてもなくても、とにかくbよ

りは大きく$\sqrt{2}$よりは小さい有理數が必ずあります。即ちxはどんなにでもCに近く迫り得ることがわかりませう。$\sqrt{2}$とbとの差を0.000……1のやうな小數點以下0を百萬個もつてゐる數としても、なほそれよりも$\sqrt{2}$に近く有理數をとることができるのです。このやうに變數xが$\sqrt{2}$と異なりながら、いかほどでもこれに近寄れるときに、換言すればxが$\sqrt{2}$に限りなく近迫し得るとき、變數xは$\sqrt{2}$といふ極限値をもつといひます。また別の言葉でxは$\sqrt{2}$に收斂(しゆうれん)するともいひます。そして數學ではこれを表はすに $\lim x=\sqrt{2}$ などの式を用ひます。右の場合ではxは$\sqrt{2}$といふ値をとることはできませんが、もし變數の條件として「1と2との間のあらゆる數」を採用すれば$\sqrt{2}$はxの極限値ともなるし、また實際にxの一つの値ともなります。この關係を一般的に言ひ表はして變數の極限値の定義としませう。

或る變域で定められた變數xがaといふ常數にどんなにでも近づきうるとき、即ちxがaと異なつてゐて、しかもその差をどんな小さい數よりも小さくすることが

できるとき、aをxの極限値と名づけます。そしてこの場合a自身は變數が實際とり得る値であるかどうかを問題にしないのです。

ところが變數xがaで連續してゐるかどうかを問題にするときはこのことが重要な物さしとなります。aがxの極限値であり、その上にaが實際にxの一つの値であるときxはaで連續であるといひます。もしxがその區間のすべての點で連續であればxはその區間で連續となります。ひと口でいへばこの區間でxは隙間をもつてゐないわけです。

ここに或る單位の長さの2倍ある線分ABがあります。いまAからBに向つてABの$\frac{1}{2}$の距離のM_1まで進み、次に殘りのM_1Bの$\frac{1}{2}$のM_2まで進み、次にまたその殘りの$\frac{1}{2}$のM_3まで進み、同様にしてM_4, M_5……と進むときにAM_1 M_1M_2 M_2M_3 M_3M_4……の和をつくつたらどうなるでせうか。つまり

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots\cdots$ といふ和をつくつたらどうなるでせう。この

和は數を多くとるほど大きくなります。しかし決して2になることはありません。圖でいへばM_1よりもM_2が、M_2よりM_3が、更にM_3よりM_4がBに近いことは確かですがしかし決してこれらの點はBに達することはできないでせう。殘りは段段小さくなつてゆきますが、しかし依然として殘りがあります。ですから $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots\cdots=2$ と書くと嘘になるわけです。しかし $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots\cdots\right)-2$ は項數をうんと多くとればどんな小さい數をとつてもそれよりもなほ小さくすることができます。このことは2がこの和の極限であることを示すものです。今 $f(x)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots\cdots+\frac{1}{2^x}$ といふxの函數を考へますと、これが卽ち $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots\cdots$ なのですから $x\to\infty$ のとき $f(x)\to 2$ が得られるわけです。

他にもこのやうに變數xが或る數に限りなく近づくとき$f(x)$が或る一定の數に近づく場合が澤山あります。それでこの極限値や連續の考へを變數の場合から函數の場合に擴張しませう。xが限りなくaに近づくとき$f(x)$が限りなくbといふ常數に近づくなら、$f(x)$はbなる極限値をとるといひます。$\lim_{x\to a} f(x)=b$ はこのことを表現

してゐます。或ひはこれを $x \to a$ のとき $f(x) \to b$ （x が a に收斂するとき $f(x)$ は b に收斂する）と言つてもかまひません。そしてこの場合も $f(x)$ が實際極限値 $f(a)$ をとつてもとらなくてもそれはどうでもよいことにします。要は $f(x)$ の値が $f(a)$ の近傍に密集してゐる狀態がこれでわかればよいのです。

もし $x \to a$ のとき $f(x)$ が實際に $f(a)$ といふ有限の値をとるならば、變數の場合と同じように $f(x)$ は點 a で連續だといひます。そして $f(x)$ がひとり a のみでなく變域のあらゆる點でこのやうな關係をもつてゐるときに $f(x)$ はこの區間で連續な函數であるといひます。そして $y=f(x)$ のあらはす圖を連續曲線と呼びます。連續曲線とはその兩端は別としてその途中ではすこしの隙間もない曲線であります。

この節に二・三のことをつけ加へておきませう。$x \to a$ の場合に a は勿論或る常數を表はしますが、x の絶對値（正負の符號をとりさつた數の大いさ、例へば $+2$ や -2 から性質の符號 $+$、$-$ を除いた 2 といふ大いさ）がどんな大きい正數をもつてきてくらべても、なほそれを超えて限りなく大きくなり得るとき、この狀態を指して x は無限大になるといひ

ます。そしてこれを $x \to \infty$ と表はします。（ですから無限大に「なる」と言つても無限大といふ數があるのではありません）。また x の絶對値が限りなく小さくなり得るとき、即ちどんな小さい正數をもつてきてもそれを超えてもつと小さくなり得るとき、この狀態を指して x は無限小になるといひ、これを $x \to 0$ で表はします。（ですからこの場合も x の絶對値が實際に 0 となるかどうかに重點があるのではなく、その狀態を指して言つてゐるのです。つまり 0 はこの場合その極限値なのです）。

次に微積分學は實函數を研究する學問だとこの節の最初に書きましたが、ここで實函數の意味を説明しておきませう。實函數とはくわしくいへば變數が實數である函數のことですが、實數とはさきに學んだあの數軸上に表はすことのできる數、即ち正負の整數・分數（小數）及び無理數を指します。

では、どんなふうにして微積分學は實函數を研究するのでせうか。

春になつていろいろの草木が芽を出すやうになれば、わたしたちはそこからユリ

の球根をとることもウドやワラビの若芽をとつてくることもできます。それはいふまでもなくいままでかくされてゐたものが（或ひはなかつたものが）春の光をうけてわたしたちの眼にふれるやうになつたからであります。わたしたちはそこではじめてユリの芽やウドやワラビを他のものの間から見わけて採取することができるのです。つまりわたしたちはこれらの植物をその若芽によつて知つてゐるからこれができるのです。もつと突込んでいへばこれらの植物の特性がその若芽にさへみられるからです。

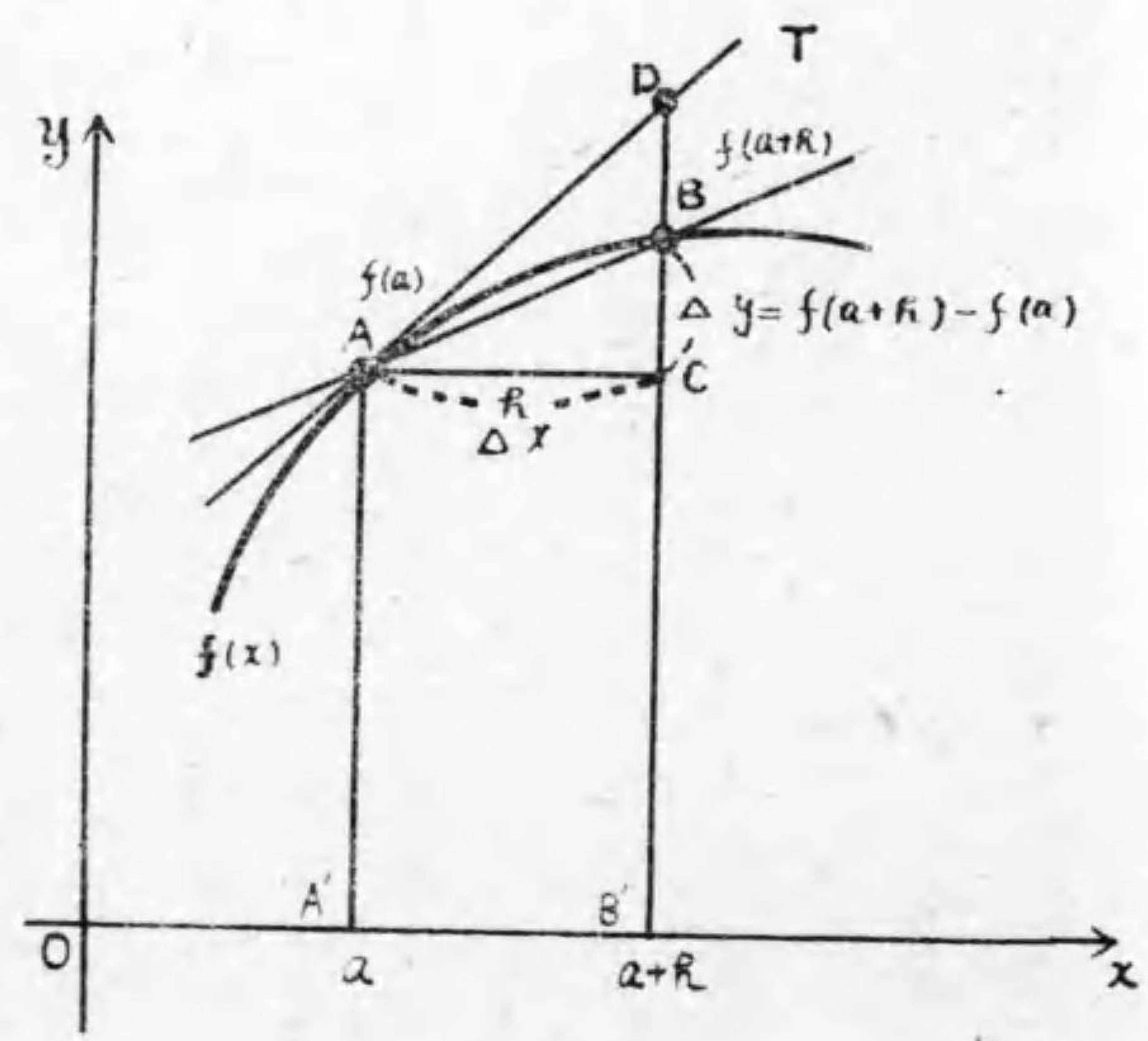
函數にあつてもこのことが言はれます。しかし函數の若芽はユリやウドの場合のやうに春の光をうけたからといつてわたしたちの前に現はれないことは勿論です。春の光の代りにわたしたちがその役をつとめなければなりません。

aのあたりで連續な函數$f(x)$があるとします。この函數がaのあたりでどんな變り方をするかをしらべることにしませう。それにはaとaとhだけ離れたところ$a+h$とで函數の値がどれほどちがふかをしらべることから始めませう。この差Δy（デルタッ）

を式で書くと　$\Delta y=f(a+h)-f(a)$　となります。これは圖の上ではBCになります。AA′が$f(a)$でBB′が$f(a+h)$でCB′はAA′をBB′上にうつしたものです。またACはA′B′に等しく、これは$(a+h)-a$でhです。この變數の差をΔxで表はすならACが$\Delta x\,(h)$を表はします。

右の分析からわかることは函數$f(x)$はxがaからhだけ離れると（A′からB′まで行くと）その値がAA′からBB′になる、即ちBCだけの差ができるものだといふことです。

しかしこれではただ二點AとBとで



は垂線AA'とBB'との差がBCだといふだけで、その途中即ち曲線上の點がAからBに進むのにどんな進み方をするかはこれではわかりません。そこで更にΔx (h)を小さくとつて、もつとBをAの近くにくる場合を考へますと、右に得られたやうなことがここでも言はれますから、依然としてこれでは函數$f(x)$の特性を知るには不十分なことがわかります。

そこで數學ではaのあたりの$f(x)$を知るためには　$h\to 0(\Delta x\to 0)$　といふ極限の場合に$\frac{\Delta y}{\Delta x}$がどうなるかを考へるのです。ちよつとみると　$\Delta x\to 0$　のときは　$\Delta y\to 0$　も成立してこの比の兩項が0になつてしまふから比の値などは考へられないのではないかと心配になるかも知れません。しかし　$\Delta x\to 0$　の意味を知つてゐる諸君は性急にさうだとは言はないでせう。なぜなら、これは決してΔxが0となつたときを考へてゐるのではなくて、0とちがつたものでありながら、ただ0をその一つの極限値としてもつてゐる(0に近づいて行く)ことを示してゐるのですから。

それでもし　$\Delta x\to 0$　のときに$\frac{\Delta y}{\Delta x}\to b$　といふやうに　$\frac{\Delta y}{\Delta x}$　が有限確定値bに收

斂する場合、わたしたちはこれをaに於ける$f(x)$の微係數と名づけます。そしてこれを$f'(a)$で表はすことにします。圖の上でこの$f'(a)$をさがしてみませう。Δxが0に收斂するといふことは圖の上では點B'が限りなく點A'に近づくことです。從つてこのときCは線分CA上を限りなくAに近づき、B點もまた曲線上を限りなくAに近づきます。そして直線ABはAに於けるこの曲線の切線ATに限りなく近づきます。で、$\Delta x\to 0$のとき

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{CB}{AC}\to\frac{CD}{AC}$$

でありますから$f'(a)$とはA點に於けるこの曲線の切線の勾配のことであります。換言すれば$f(x)$はA點で$f'(a)$といふ勾配の切線を有する曲線だといふことがこれでわかつたのです。これが即ち$f(x)$の特性であります。

しかしA點を通る曲線で$f(x)$と同じ切線をもつてゐたからと言つてもこれだけから

その曲線が$f(x)$と等しいものだと結論することはできません。それで、もつとくわしくその函數を知らうと思へば更にこの微係數の微係數を考へます。

$$\frac{f'(a+h)-f'(a)}{h}$$

をつくつてこの極限値をみるわけです。これが存在するときはこれをaに於ける第二次微係數と呼び$f''(a)$と記します。以下同様にして一層細かく辿つて行くことが考へられますが今はここで停止しませう。そしてもうすこしこれまでに得られた範圍で必要な數學の新しい言葉を覺えませう。

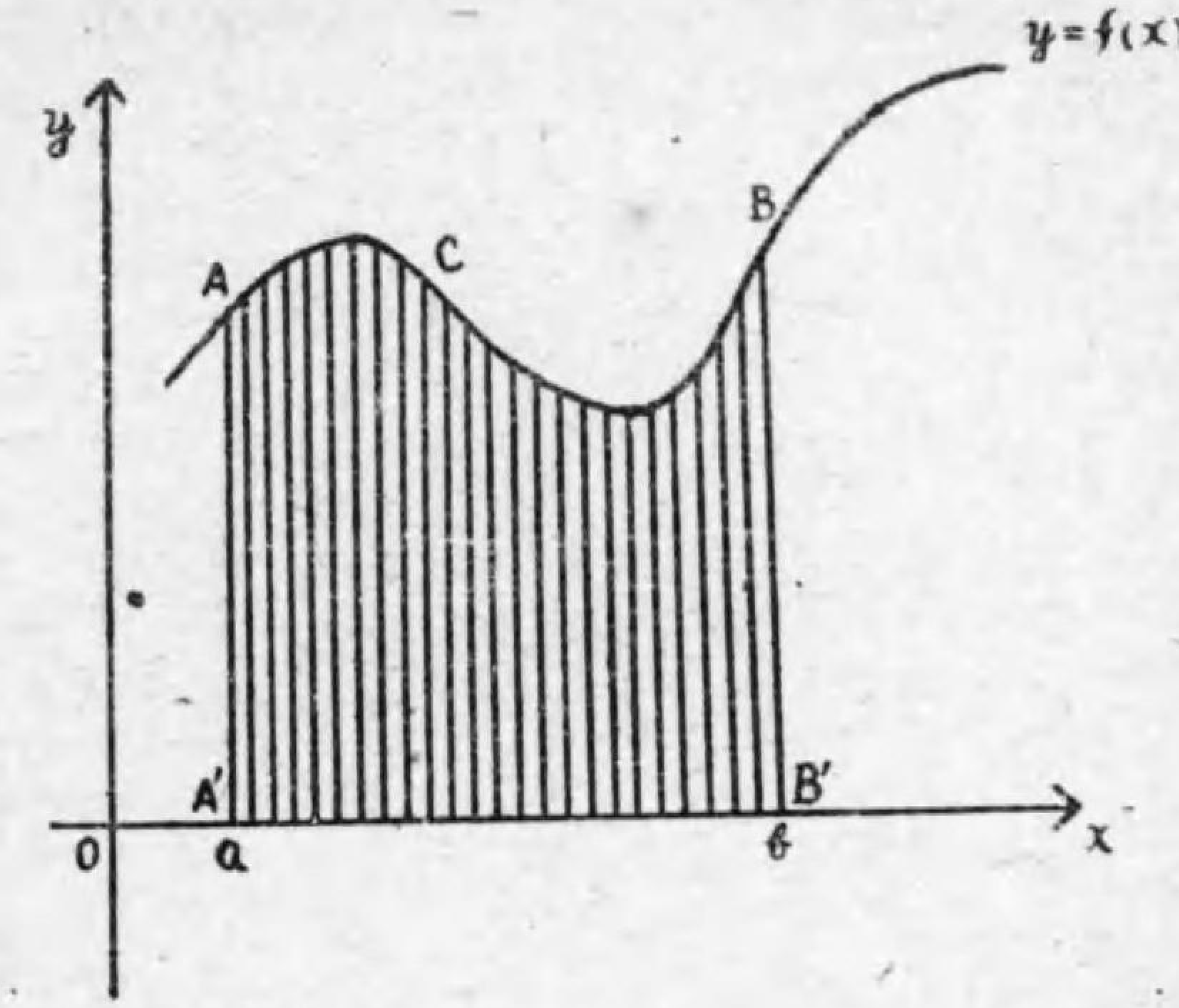
一般に$\Delta x(=h)$を變數の微分といひ、これをdxと記し、また $f'(a)dx$ といふ積をaに於ける$f(x)$の微分といひ、これをdyと記します。即ち $dy=f'(a)dx$. これを言葉で表はせば、aに於ける$f(x)$の微分とはその點に於ける微係數$f'(a)$と變數の微分dxの相乘積であります。（ここで$f'(a)$は一定のものですがdxは任意のものであります。従つてaに於けるdyも一定のものではありません。dxをいくらときめるとき に於けるdyもいくらときまります）。

わたしたちはaに於ける$f(x)$の微係數$f'(a)$がどんなものかを知りました。もし$f(x)$がひとりaばかりでなく或る區間のxの値に對していつでも微係數をもつてゐるときは微係數がまたxの函數となります。それを數學では$f'(x)$で表はします。そしてこれを$f(x)$の誘導（ゆうだう）函數と名づけます。$f'(x)$の微係數がまた誘導函數を生むときはこれを$f''(x)$で表はします。以下同様です。

わたしたちがユリやウドの若芽をみてこれらのものを他から見分けることができるやうに、$f'(x)$や$f''(x)$から$f(x)$を知ることができます。$f'(x)$や$f''(x)$などはいはば$f(x)$の若芽であります。若芽といふよりも$f(x)$の成長素とか魂とか言つた方がふさはしいかも知れません。$f(x)$から$f'(x)$をもとめることを$f(x)$を「微分」するといひます。

これに對して$f'(x)$や$f''(x)$から$f(x)$をもとめることが「積分」であります。つまり積分するとは函數の芽・魂といふやうなものから熟した函數をそだて上げることです。

$F(x)$といふ函數が或る變域で誘導函數$f(x)$を有するとき$F(x)$を$f(x)$の「積分函數」或ひは



單に「積分」といひます。即ち $F'(x)=f(x)$ といふ關係が成立つとき $F(x)$ は $f(x)$ の積分であります。$F(x)$ が $f(x)$ の積分だといふことを表はすに數學では

$F(x)=\int f(x)dx$　といふ記法を用ひます。

$\int$ は積分記號であります。これはのちに述べるライプニッツが始めた積分の記法であります。そしてこれはSの字の變形であつて「和」の意味を有してゐます。では、なぜ積分には和の意味があるか、それをこれから述べませう。

$f(x)$ は變域 (a, b) (a から b までの區間) で連續であるといたします。いまこの區間を或る仕方

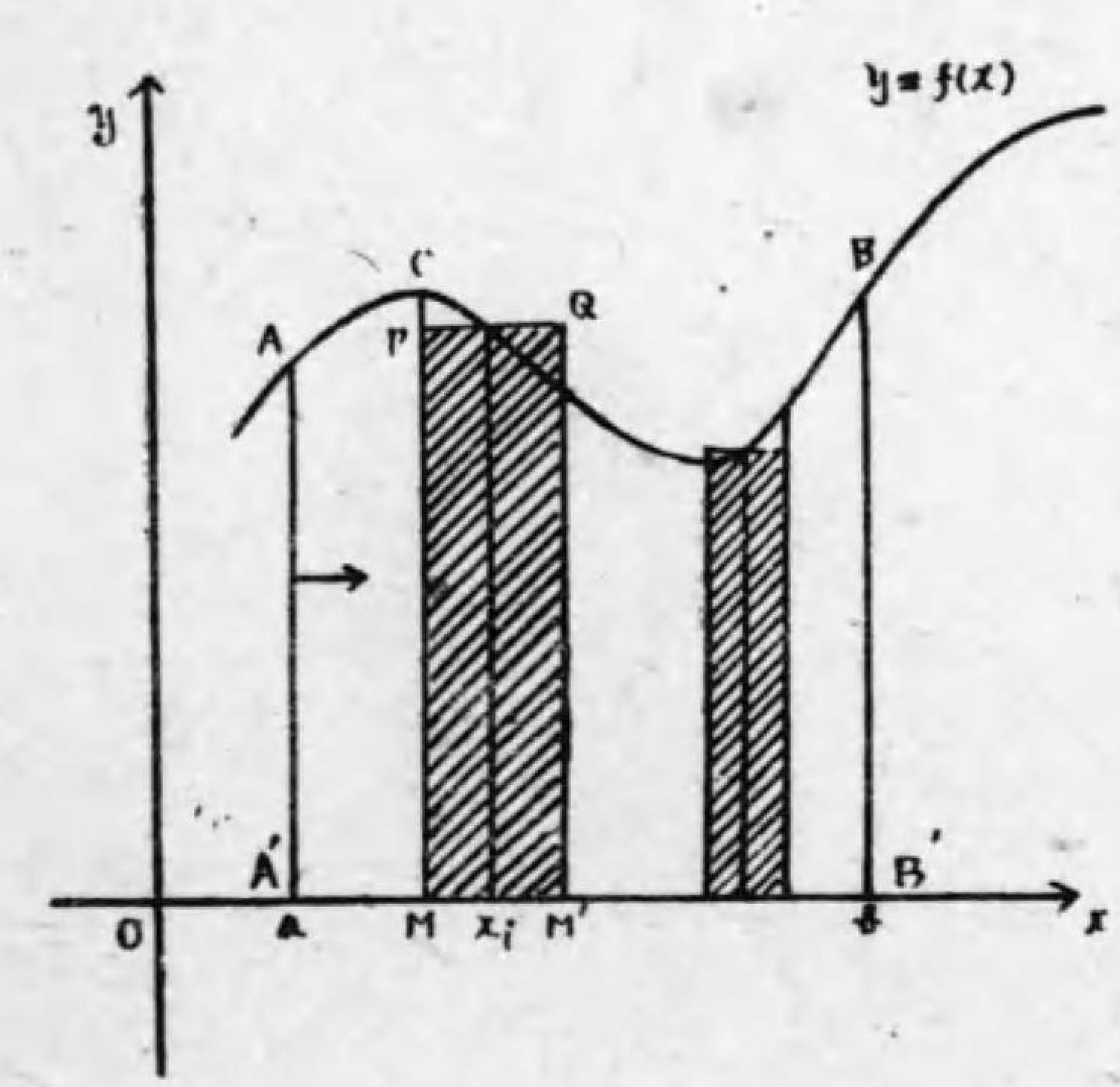
で n 個の小區間に分けます。そしてこの分け方では小區間のうちの一番大きいものでも、n を限りなく大きくするときは 0 に收斂する(どんなにでも小さくなる)ものとしませう。(從つて他の小區間は當然0に收斂します)。この各小區間上に任意の點 x_i をとつてここの $f(x)$ の値 $f(x_i)$ を求めます。また小區間の長さを h_i として和

$$f(x_1)h_1+f(x_2)h_2+\cdots\cdots+f(x_i)h_i+\cdots\cdots+f(x_{n-1})h_{n-1}+f(b)h_n$$

をつくります。すると $n\to\infty$ のときこの和は或る極限値をもちます。そしてこの極限値は小區間のとり方にも x_i のとり方にも無關係なものであります。この極限値が即ち $f(x)$ の (a, b) に於ける「定積分」と呼ばれるものです。そしてこれを表はすに $\int_a^b f(x)dx$　といふ記法を用ひます。定積分に對して $\int f(x)dx$ を「不定積分」といひます。つまり不定積分には兩端のしきり (a, b) のやうな限界がなくてただ $f(x_i)h_i$ のやうな積を加へることだけが示されてゐるわけです。

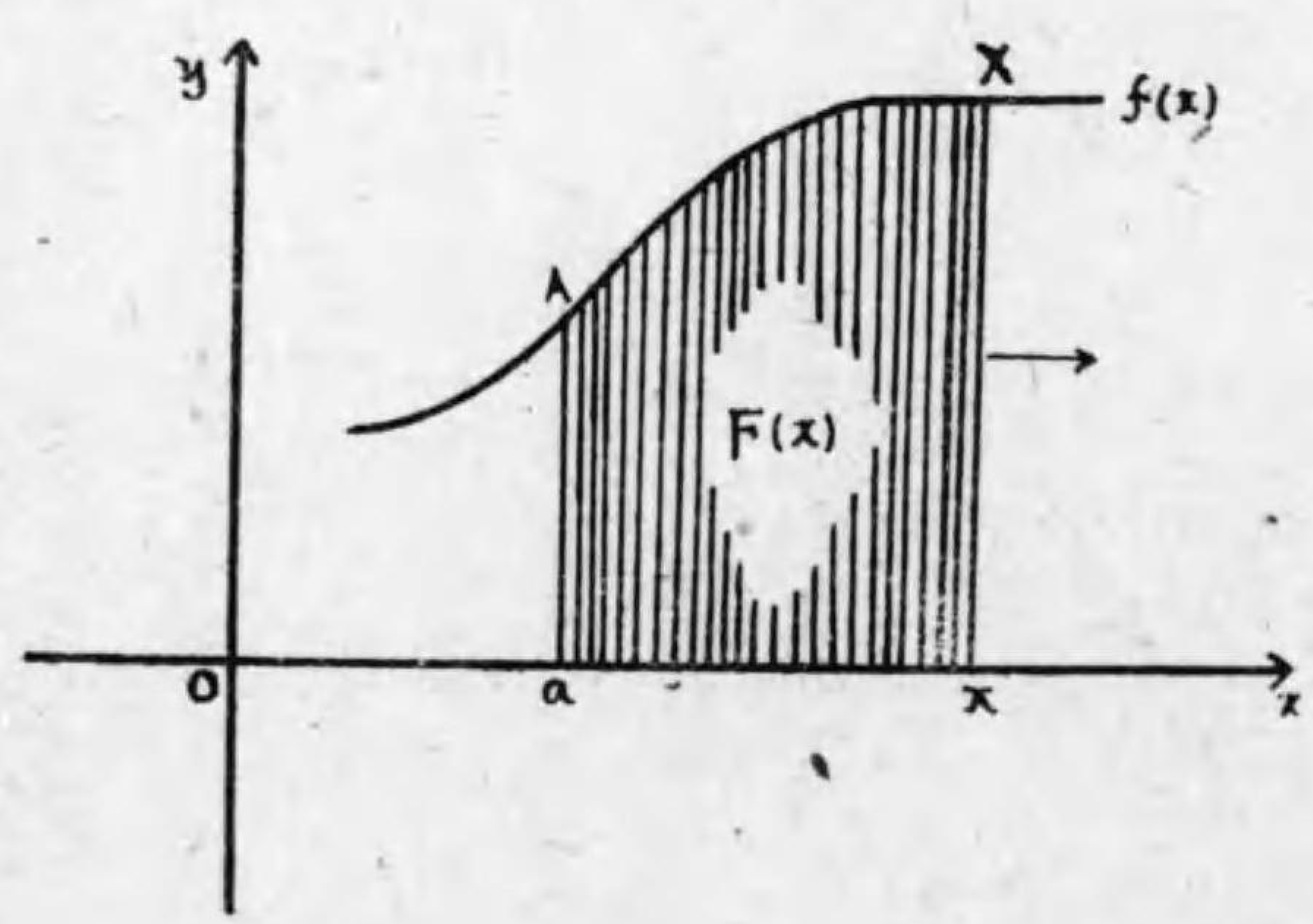
右の定積分の意味を圖から汲み取つてみませう。圖で ACB が $f(x)$ を表はすものとします。今小區間 MM' の長さ h_i とすれば $f(x_i)h_i$ とは矩形 MPQM' の面積を意味し

ます。圖で影をつけたものがさうです。ですからaからbまで$f(x)$を積分するとはかうした矩形の面積の和の極限、即ち$f(x)$とAA'とBB'とx軸でかこまれた圖形の面積を求めることになります。MM'のやうな矩形の底邊が大きいときには勿論この上にできる矩形はその一部分が曲線の外へはみ出したり全體が中へ入りこんでしまつたりしますから右の圖形の面積と等しくはないかも知れませんがMM'が限りなく小さくなればこの矩形は殆んど縦ばかりの矩形となつて、外へもはみ出さず、内へも入りこまぬものへ近づくわけです。ですからこの狀態のときはAA'といふ線分が上端は$f(x)$上を、下端はx軸上をBB'の方へすべりながら進むときできる



面積ともみることができます。

このことをもつとはつきりさせるためにわたしたちは變域の左端aだけをきめておいて右端はbときめずにぼんやりとxとおきませう。そして$\int_a^x f(x)dx$をとりませう。これは圖形$aAXx$の面積を表はします。そして右の限界xが移動すればそれに應じてXxが移動して面積も變化しますからこの圖形の面積はxの函數にちがひありません。そこで　$F(x)=\int_a^x f(x)dx$　といふ函數が或る面積で示されることをわたしたちは知りました。これまで函數をみんな曲線のやうに考へてきましたが、場合によつてはこのやうに面積と考へる方がはつきりつかめるもののあるこ



とがわかつたわけです。

以上で微積分學の骨となる諸定義と内容とをみてきました。が、これにもう一つ「微分方程式」といはれるものを紹介しておきませう。これは諸君が物理學をすこしくわしく勉强しようとすれば必ず出會ふ方程式だからであります。

微分方程式とはひと口でいへば、まだよくわからぬ函數の微係數その他が與へられてゐるとき、これらのものからできてゐる方程式のことです。そしてこの方程式を解くとは、その未知の函數をこれらの關係から求めることです。代數の方程式が根といはれる數を求めるのに對してこれは函數―即ち式を求めるものであります。例へば　$f''(x)=g$　のやうな簡單なものも微分方程式の一つであります。これから $f(x)$ といふ未知の函數(の形)を求めるのです。

なぜ微積分學はゆたかなる泉であるか。

わたしたちはさきに微分・積分とはどんなものであるかを學びましたがこれが數

學上どんな位置を占めてゐるものか、またこれが物理學に適用されるとき如何にその偉力を發揮するかについてはまだ何も言つてゐません。

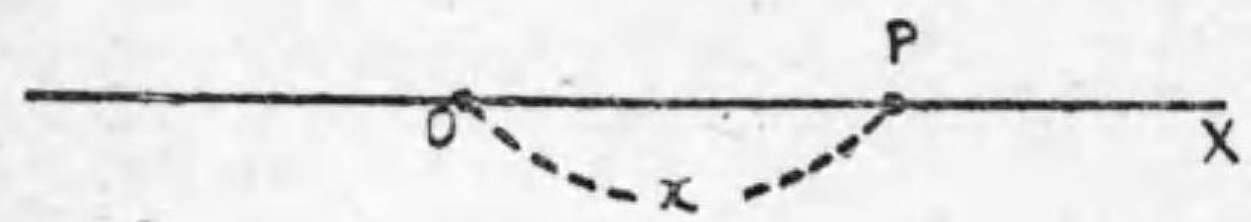
まづ數學内で言へばこれによつて函數の性質がよくわかるやうになりました。これを曲線として幾何學的に(解析幾何學の助けをかりて)觀察すれば、函數のすがたがよくわかるやうになつたのです。その曲線がどんな形のものか、或ひはどこが一番大きい(小さい)か、どんな範圍にあるものか、或る點では切線がどんなに引けるか、この曲線と他の線によつて圍まれた面積などはどうなるか、體積はどうして求められるか、曲線の長さはどうか、他の曲線とくらべるとどんなちがひがあるか、またこの函數を別の形に變へたらどんなに表はされるか等等は、微係數を求め、積分することによつて、またときには微分方程式を解くことによつて詳しく知ることができます。(しかし、ここでその實例をお眼にかけることができなくて殘念です)。

つぎには或る性質をあらかじめ與へておいて、これを滿足する曲線(函數)は何かといふ形の問題に對してもかなりの程度に解答を與へ得る力が微積分學によつてで

きました。

　微積分學の力を借りなかつたなら、どうしてこのやうな種種の場合に解答を與へることができませう。いはば微分は函數の生成の力を微係數といふ若芽によつてしらべることでありますし、積分は函數の生成の力を育成し收穫することによつてしらべることであります。さうして微分方程式の解法はこの兩者を兼用したものとみられます。更に言葉をつゞめていへば、微積分學は主として函數を性質的にとらへる學問であります。微積分學は函數のなかにひそんでゐた、この生成の力を捕へたところに重大な意味があります。

　それなればこそ微積分的な操作が物理學のやうに、物體の運動或ひは變化を研究する學問にとり入れられて、そこで偉力をみせることができるのであります。またかうした物理學上の問題を解決するために苦心してこの學問が創始・開拓されて現在に至つたのであります。以下、本書でこれまで取扱つてきた、速度・加速度などの範圍でこれらのものが如何に微積分と結びつけられてゐるかをみませう。



　直線OX上を運動する質點（質點とはその大さや形を度外視できるものをいひます）mを考へませう。OX上の定點Oから出發してt時間の後に質點のある位置をPとすれば、OPの長さxはこのtの値によつてきまります。即ち1秒後・3秒後・10秒後といふやうにtが變ればそれに應じてPの位置も變ります。ですからxはtの函數であります。どんなふうに運動するかはこれでは具體的にわかりませんが、とにかく$x=f(t)$と書けます。もし實際にこのfといふ形がわかつてゐるなら、これで運動の模樣がきまります。

　二つの時刻3秒と5秒との間に質點mの通過した距離は$x_5-x_3=f(5)-f(3)$ですし、費された時間は$5-3=2$秒であります。それゆゑ

$$\frac{x_5-x_3}{5-3}=\frac{f(5)-f(3)}{5-3}$$

は3秒から5秒までの2秒間に於ける平均速度であります。この場合2秒間ではなく3秒から3.1秒までといふやうに後の時刻を前の時刻に

近づければ近づけるほどこの平均速度は3秒後の速度に近くなります。それで3秒後の速度を知らうと思へば、さきに覺えた極限の考へを使つて $3+h$ 秒後の距離と3秒後の距離との差 $f(3+h)-f(3)$ を時間 $(3+h)-3=h$ で割つた商の極限

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=f'(3)$$

を求めればよいのです。否、嚴密に言へばこの極限値 $f'(3)$ を3秒後の速度と名づけるわけです。一般に t 秒後の速度は $f'(t)$ であります。

同樣のことは加速度の場合にもいはれます。5秒後の速度 $f'(5)$ と3秒後の速度 $f'(3)$ の變化は $f'(5)-f'(3)$ でこれに要した時間は $5-3=2$ 秒であります。それゆゑこの3秒から5秒までの平均加速度は

$$\frac{f'(5)-f'(3)}{5-3}$$

で測ることができます。もし3秒後の加速度を知らうと思へば h といふ短い時間を

とつて $3+h$ 秒後と3秒後との速度の變化をこの h で割つた商の極限をとればよいわけです。即ち

$$\lim_{h\to 0}\frac{f'(3+h)-f'(3)}{(3+h)-3}=f''(3)$$

を求めればよいのです。一般に t 秒後の加速度は $f''(t)$ で與へられます。要するに速度も加速度も時間 t の函數 $f(t)$ の微係數 $f'(t)$, $f''(t)$ を以て表はされるのです。

例へば自由落下運動では落下の距離 x は

$$x=f(t)=\frac{1}{2}gt^2$$

といふ時間 t（秒）の函數として表はされます。ですから t 秒後の速度は $f'(t)=gt$ で、t 秒後の加速度は $f''(t)=g$ です。ここで g は980秒秒センチであることはさきに學びました。t が3秒のとき、即ち3秒後には $f'(3)=g\times 3=980\times 3$ 秒センチ即ち毎秒2940センチの速度をもつてゐます。そして加速度の方は3秒後でも5秒後

でも常に980秒秒センチです。いつでも加速度は等しいのです。等加速度運動なのです。

逆にもし自由落下運動が等加速度運動だといふことがわかつてゐますと、これから靜止から運動t秒後の落下の速度も落下の距離も積分によつて求めることができます。卽ち $f'(t)=g$ から $f(t)=\int_0^t g\,dt=gt$ を、更にこの $f(t)=gt$ から $\int_0^t gt\,dt=\frac{1}{2}gt^2$ によつて距離が求められます。しかし、ここではただ求められると申すだけで微分や積分の仕方については說明しません。

右の例は極めて容易な簡單なものですが、このほか種種の場合に物理學は微分方程式その他の形で微積分學を利用して物理現象を硏究してゐます。

わたしはゆたかなる泉として微積分學を讃えましたが、決してそれが褒めすぎでなかつたことは以上の短い紹介でもわかつて頂けることと思ひます。

それにしてもわたしは解析幾何學の創始に對して褒め足りなかつたことを感じます。デカルトが曲線を運動する點の通過の跡としてとらへたことはそれ以前にはみ

られなかつた偉大なる功績があります。これによつて數學に運動といふ概念が重要な位置を占めるやうになつたのです。

その四　ニュートンの力學

アイザック・ニュートンは西紀(舊曆)1642年の十二月二十五日(新曆では1643年1月4日)にイギリスに生れました。父はささやかな自作農でしたが、この子が生れる前に36歲で早逝しました。この子も早生兒で非常に小さく虛弱でしたが助かりました。そして父のあとをついで農業をやることになつてゐました。しかし彼は農夫となるかはりに自分に適した學者の生活に入つて行きました。そのいきさつを話しませう。ニュートンは11歲のとき近くのグランサムの町の學校へ入りましたが、はじめの頃には決して目立つた生徒でも、勤勉な生徒でもありませんでした。1年生のときなどは級の最劣等生の仲間の1人でした。ところが或る日彼は模範生の1人になぐら

れました。このことが動機となつてそれから發奮しました。やがて彼は1番となりづつと1番でやり通しました。

ニュートンはこの時代から機械が好きで自分で風車や水時計、乘り手が自分でうごかす車など(の玩具)をつくつて樂しみました。また模型を考案したりしました。14歳のとき田舍へ歸つて農業に從事しましたが、それよりも本を讀んだり機械のことを考へたりすることに身を入れるのをみて、伯父さんは學資の方の心配を引きうけてこの甥に學問をさせることにしました。彼は再びグランサムで勉强できるやうになりました。そして19歳のときケンブリッヂ大學に入學しました。このことは彼の學者としての前途を決定しました。彼はまづ數學に眼をむけました。ユークリッドの幾何學は極めて易易とわかつてしまひ、それからデカルトの幾何學、ウォリスの無限に關する算法をのせた數學書・ケプラーの天文・光學方面の著作などを勉强しました。ケンブリッヂではアイザック・バーロウ(1630—1677)がニュートンの數學の先生でした。この人は當時のイギリスの政治的理由から1655年から1659年までフラン

ス・イタリア及びドイツ、更に東洋まで流浪しながら苦難をかさねましたが、その間よく各地で研究をつんだ知識の豐富な人でした。大學でははじめはギリシア語の

アイザック・ニュートン

教授となり、それから數學にかはりました。ニュートンはこの人の著書の手傳ひをしたこともありました。そして1669年にはこの人がニュートンに教授の職をゆづりました。ニュートンはその時28歳でした。大學ではじめは光學の講義をしましたがのちには代數や方程式論を教へました。しかし、彼のすぐれた學問上の仕事は大學の先生となる前から開始されてゐます。

1665年から1666年にかけてペストがケンブリッヂに流行しました。それでニュートンもこの期間を故郷で暮しました。しかしこの期間もニュートンにとつては惠まれた、思索に集中する事のできた、そして大きな收穫のあつた二ヶ年でありました。彼は「二項定理」を發見しました。「流分法」に考へつきました。プリズムやレンズを使用して光學方面の研究もしました。化學藥品による實驗もやりました。それから「萬有引力」の構想もこの時分にできました。二項定理といふのは、nが正整のとき$(a+b)^n$を多項式としてあらはすとき、どんな形のものとなるかをきめる定理であります。もつとも一般の二項定理といふのは、nを正整數と限らずに、任意の實數とした場合にxが $-1<x<1$ の範圍にあるときは

$$(1+x)^n=1+\frac{n}{1}x+\frac{n(n-1)}{1.2}x^2+\cdots\cdots+\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{1.2.3\cdots k}x^k+\cdots\cdots$$

が成立するといふのです。この右邊の式はnが0でも正整數でもないときはどこまでもつづく「無限級數」といふものになります。例へば

$$(1+x)^{\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+\frac{7}{256}x^5-\frac{21}{1024}x^6+\cdots\cdots$$

とどこまでもつづきます。次に流分法とは「流分―變化の速度」を考へることによつて曲線の性質を研究する方法で、ニュートンの謂ふところの流體とか流動する量とは變數或ひは函數のことを意味してゐます。彼にはまた曲線の求積、無限級數による積分の考へもあります。つまり彼はこの頃にすでに微積分學の分野に足をふみ入れてゐたといへませう。しかし彼はこの偉大なる創始をすぐに發表するのをさしひかへてゐました。せいぜい友人たちにもらしたぐらいのものでした。流分法の完成も1671年頃でありました。

ニュートンの科學的活動が人人の注目するところとなつたのは、ガリレイの場合のやうに光學の研究、わけてもその望遠鏡の製作・改良などからでありました。彼はそして認められ、1672年には王立協會の會員に推されました。彼はやがては(1703年この協會の會長ともなります。ニュートンの光學的研究は1676年でひとまづ終りま

す。この成果はのちに(1704年)に至って『光學』として、また彼の大學に於ける講義は更にのちに、彼の死後に(1729年)やうやく出版されました。1687年に『プリンキピア』が本となりました。(これは正しくは『自然哲學の數學的原理』といふ書名ですが、略して『プリンキピア』と呼んでゐます。ここに自然哲學とありますが、今でいへば自然科學といふほどの意であります)。これについては後でくわしく内容にふれませう。

ニュートンの科學的研究はこの頃でほぼ終ったといへます。1689年には大學から議員に選出され、議會に出席することになりました。彼はそのあひだ一言も發言しなかったと言はれてゐます。「默ってゐる議員の群のなかにアイザック・ニュートンのひろい額と物思はしげな顔がみえた」とマコーレーは書いてゐます。彼はそしてこの議會の終了とともに再び議會には出ませんでした。講義も1690年以後はしなかったやうです。それに二年も病床につくほど體も弱ってきました。1696年には造幣局の役員となりました。1699年にここの長官となりました。大學の教授の地位は1701年にやめました。バーロウからこの地位をゆづられてから33年でした。

1703年に王立協會の會長に推され、以後死に至るまで毎回この職に選擧されました。そして1727年に苦しいながわづらひの後で死にました。

ニュートンの主要な科學上の功績は微積分學の創始と『プリンキピア』を以て代表される萬有引力の法則の發見・數理物理學の建設及び光學研究、特に光の放射説の創始などであります。この最後の研究領域では光の分解(色の理論・虹の説明)、望遠鏡の發明などがありますがここには略します。ニュートンの光の放射説或ひは微粒子説といふのは光素といふ微粒子が發光體から放射され、これが眼を刺戟して光を感じさせるといふのです。なほ光の理論には波動説といふのもあります。ホイヘンスのはさうでした。この二つはそれぞれ光の特徴を説明しようとしてつくられた假説であります。しかし現在ではこの二つの説がもっとふかく追究され、統一されるまでに至ってゐます。わたしはずっと後になってこの問題にも若干ふれたいと思ひます。

ニュートンの微積分學の創始は、はっきりいつだったといふことはできませんが、

彼が大學の教授となつた1669年には、その要點をバーロウに報告してゐますし、1671年には(發表こそしなかつたが)『流分法』を書いてゐるのですから、多分この頃のことでせう。はじめて彼の流分法が世のなかに紹介されたのは『プリンキピア』の出版によつてであります。彼はこの中で諸處にこの原理をみせてゐます。しかし彼の使用した微積演算の記號は、すでにわたしたちが學んだやうなものではなかつたし、またあのやうな明確な極限概念の基礎の上にきづかれたのでもありませんでした。あの dx, dy, $\frac{dy}{dx}$ や $\int ydx$ の使用はライプニッツが始めたものなのです。

ニュートンの微積分は今からみればその基礎概念の明確さに於ても、その演算記號の點に於ても不完全なものでありました。しかしその精神に於て、その核心をつかんだ點に於てはまちがひがなかつたのです。彼は變化する量の性質を、ゆたかなる泉を發見したのです。「漸次に限りなく增大すると考へられる量」――彼の流(動)量はさきにも言つたやうに變數及び函數であり、「生成運動によつて增大するその流量の速度」―を彼は流分或は速度といつてゐますが、これは $\frac{dx}{dt}$ とか $\frac{dy}{dt}$ とかを表

はしてゐるやうです。もう一つ彼は「流量のモーメント―(瞬間分――瞬間變化)といふ考へを使つてゐます。そして彼はこれをその流分と無限小の量との相乘積として定義してゐますがこれはまた流量の無限小部分の增加によつて無限微小時間中に絶えず增加するもの―でもありますから、これは $\frac{dx}{dt}dt$ とか $\frac{dy}{dt}dt$ とかであると考へられます。かう考へるとき彼が $\dot{x}+x\dot{x}\dot{y}-ax^2=0$ をここにあらはれる流分に關して同次の式であるといふ意味も(彼の表現をはつきりさせれば) $\frac{dx}{dt}+x\frac{dx}{dt}\frac{dy}{dt}-ax^2=0$ から dt^2 をこの兩邊に乘じると $dxdt+xdxdy-ax^2dt^2=0$ となつて dx, dy, dt に關して2次の同次式となることから解釋できるやうに思はれます。

話がすこしむづかしくなりましたが、ニュートンが t の微分 dt を數の微分のなかへ入れてゐることは、普通の微分概念からみれば餘計なものが入つてゐるやうですが、これは別の立場からすれば決して餘計なものではないのかも知れません。

ニュートンは流分法をつかつて次のやうな問題を解くことをしてをります。

(1) 流量の間にある關係がわかつてゐるとき、これから流分の關係を見出すこと。

(2)流分の間にある關係がわかつてゐるとき、これから流量の關係を見出すこと。

(1)は現在のわたしたちの言葉でいへば、函數が與へられてゐるとき、これを微分することであり、(2)は微分方程式の解法に歸着する問題であります。そしてニュートンは(2)の解を無限級數の形で表はしました。「無限級數」とはどんなものかを今まで說明しないできましたからここでその定義を書いておきませう。$u_1, u_2, u_3, \cdots\cdots$ を無限の數列として $u_1+u_2+u_3+\cdots\cdots$ で表はしたものを無限級數といひます。數列とは(0,) 1, 2, 3, ……といふ正の整數で順番をつけた數の列のことです。次に「無限級數の和」とは何かを說明しませう。今 $S_n=u_1+u_2+\cdots\cdots+u_n$ といふ和（これを部分和といふ）を考へます。もしこれが $n\to 8$ のとき有限確定の値に收斂するとき、この極限値を和といふのです。もしこの S_n が有限確定値に收斂しないときはこの級數は「發散」するといひます。この無限級數のうち特に次の形のものはこれを「冪級數」と名づけてゐます。卽ち $a_0, a_1, a_2\cdots\cdots$ を無限の數列とし、$a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots\cdots$ といふ變數 x の入つた式で表はされたものであります。この冪級數は函數の研

究には重要な役目をするものですから、どんなものをいふか位はさつそく諸君も覺えておいて下さい。

これから微積分の創始者としてのニュートンの仕事を彼の主著『プリンキピア』によつて辿つてみませう。

彼はまづ「最初と最後の比の方法」といふことを述べてゐます。これはものの本質をその變化のうちにみようとすることで、變化の本質はその最初に、或はその最後に於ける函數と變數との極限比にあらはにされることをニュートンは知つてゐたのでした。最初といひ最後といふのは、例へば

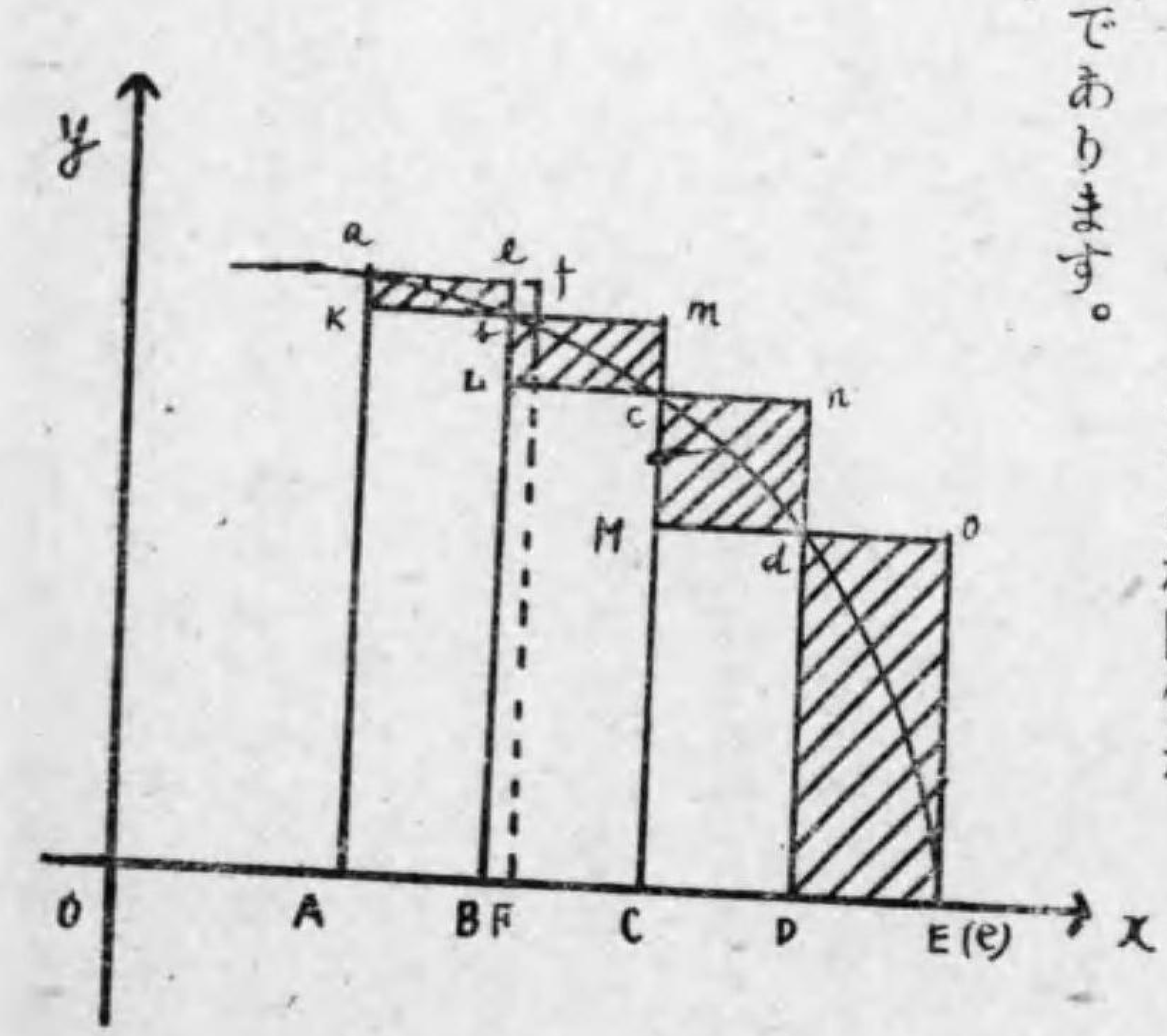
$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

でも $h\to 0$ には二つの場合があります。h が0よりも大きい値をとりながら小さくなつて0に近づくときと、0より小さい値をとりながら大きくなつて0に近づくときがそれであります。これは a を主として考へれば a からの出發（最初）と a への到

着(最後)でありませう。それで極限の比にもこの考へがとり入れられるわけでありま す。微係數でいへば右方微係數と左方微係數でこの二つの場合を區別します。そしてこの二つの極限値は必ずしも等しくはありません。二つの極限値が等しくなつたときそれが a 點での微係數 $f'(a)$ であります。

「任意の有限な時間内に、次第に等しくなり、且つその時間が終る前に、一が他に對し、任意の與へられた差よりもなほ近づくところの量及び量の比は、とどのつまりは等しくなる」と彼は書いてゐます。これは變數・函數乃至變分比の極限値のことを言つてゐるのです。

ここに線分 aA, AE 及び曲線 $abcd$E でかこまれた圖形 A$abcd$E をとり AE を等し



く區分して AB BC, CD, DE, をつくり各分點から垂線を立てて圖のやうに矩形をいくつもつくりますと矩形 AKbB, BLcC, CMdD によつて内接する直線形 AKbLcMdD と矩形 A$a$$lB, Bb$$mC, Cc$$n$D. D$d$$o$E によつて外接する直線形 A$albmcndo$E が得られます。さうすると大小關係として　外接＞原＞内接　となることは圖からすぐわかります。ところでこの外接圖形と内接圖形との差は陰影をつけた矩形の和で結局これは底が AB で高さが aK＋bL＋cM＋dD＝aA である矩形 A$a$$l$B と等積です。しかし、今もしこの底 AE の區分の數を限り無く大きくすれば矩形 AalB の面積は限りなく小さくなります。從つてそのときにはこの内接・外接兩圖形は限りなく接近し、極限に於ては原圖形に等積となりませう。ニュートンはかう證明しました。又この論法で區別の仕方を等分にしなくても、例へばそのうちの最大の底を AF として AF を底として高さの和を高さとした矩形を考へれば、これは内接・外接兩圖形の差よりは大きなものができますが、もしここでこの最大の BF さへ限りなく小さくなるやうに區分の數を增せば矩形 AafF の極限は零となり、結局兩圖形の極限は等積となりま

す。これも証明しました。これは曲線を $y=f(x)$ とし、底を x 軸にとり、$AB=BC=CD=DE=h$, A, B, C, … に於ける $f(x)$ の値をそれぞれ $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$, …… とすれば外接圖形は $f(a)h+f(b)h+f(c)h+$…… となり、内接圖形は $f(b)h+f(c)h+f(d)h+$…… となり、その差は $f(a)h$ です。ここで $h\to 0$ から $f(a)h\to 0$ がわかります。なほこの考へ方からすでにわたしたちが覺えてきた定積分 $\int_a^b f(x)dx$ も圖形的にはニュートンにわかつてゐたと言はれるやうです。

なは彼の變分比の極限に關する考へ方は急所を衝いてゐます。ニュートンは微積分を極限概念によつて基礎づけることは明確にやつてゐませんが、極限そのものについては深く考へてゐたのです。(『プリンキピア』第一書の註)またさきに言及したモーメント――瞬間變化(即ち dx, dy など)についても「わたしのここに考へるこれらの量は變ることができ、不定でいはば絶え間のない運動或ひは流動によつて増減しつつあるものです。そしてわたしはこれらの瞬間的な増減をモーメントの名で理解します。」ところで「有限部分はモーメントでなく、これこそモーメントによつて生成された

量であります。」そしてこのモーメントこそ「有限値が生成しようとしてゐる本質」だと彼はみてゐました。(『プリンキピア』第二書第一部)

萬有引力の法則の發見こそは物理學の領域に於けるニュートンの不朽の功績でありました。この法則とは「宇宙間にある任意の二個の質點はこれを連結する直線の方向に於てその質量の積に比例し、その距離の二乗に逆比例する力を

以て互に相引く」ことを述べたものであります。いま m, m' を二質點の質量、r をその距離、この間に働く力を f としますと $f=k\frac{mm'}{r^2}$ がそのことを表はす式であります。ここで k は比例の常數です。しかし單位を適當にとると k は 1 とすることができますから、そのときには $f=\frac{mm'}{r^2}$ が得られます。ですからこの式から m が m' に對する加速度は $\frac{m}{r^2}$ で、m' が m に對する加速度が $\frac{m'}{r^2}$ となることがわかります。（力＝質量×加速度）ニュートンは地球の表面で物體と地球との間に働く引力と同種の引力が、地球と月との間にも、或ひは太陽と各惑星との間にも働くのではないか、この引力が月や惑星の運行となるのではないかと考へて、それから萬有引力の構想をなし、月と地球の間の關係でこれを具體的に考へてみました。そしてこの法則の成立することを確かめました。

ニュートンは質點の場合から更に球面上に物質が一様に配布された球殻の場合に考察を進めて次のことを證明しました。

質量が一様に配布された球殻がその內部の一點に及ぼす引力の合力の大さは零で

ある。

質量が一様に配布された球殻が外部の一點に呈する引力はその全質量が球殻の中心に集合したものとみなしたときの引力に等しい。

これによつて萬有引力の法則は地球上でも月との間でも、太陽とその惑星の間にもこれを適用し得る素地ができたといふものであります。「わたしはここで引力なる言葉を、それがどんな種類のものであれ、物體を相互に近づけるところの任意の努力に對して一般に用ひました。即ちそれがエーテルの作用から起らうと、空氣の作用から起らうと、或ひはまたその媒質が物質なると非物質なるとを問はず、その裡に存在する物體を相互に向はしめるその方法がどうであるかを問題にせずに」と彼は『プリンキピア』に書きました。また同じくこの書の中で「科學に於ける推理の規則」を高く掲げました。「自然の事物の原因としては、それらの現象を眞にそして十分に說明するもの以外のものを認めぬこと」、「同じ自然の結果に對してはできるだけ同じ原因を以て考へること」——例へば人間に於ける呼吸と獸に於ける呼

吸と、ヨーロッパに於ける石の落下とアメリカに於ける石の落下と、わたしたちの臺所の調理用の火と太陽の光、それから地球に於ける光の反射と他の惑星に於ける光の反射といふやうに。これらのものはそれぞれ同一原因に歸着せしめて考へるのであります。また「その程度を强めたり弱めたり決してせず、その上にわたしたちの實驗の範圍內ですべての物體に屬することが見出し得る物體の性質は、すべての物體の普遍的性質と見ること」――即ち、もし實驗及び天文觀測で、すべて地球のまはりの物體が地球に向つて引かれ、その上に各の質量に比例すること、月が同樣にその質量に從つて地球に向つて引かれること、一方では海は月に向つて引かれること、すべての惑星が相互に引かれること、また彗星が太陽に對して同樣に引かれることが一般的に示されるなら、(この規則の結果として)一般的にすべての物體は如何なるものでも相互引力の本源を與へられてゐることを認めなければなりません。「何故なら現象からすべての物體は萬有引力が結論されるから」であります。

最後に「實驗科學に於ては現象から一般的な歸納によつて推論された命題は、考

へ得べきどんな反對の假說があらうと、それがもつと精確にされるか、例外とされるやうな他の現象が起るまではこの命題を精確なもの或ひは極めて眞に近いものとみなすべきで」あります。種々のことを歸納して得られた議論では採用した假說に誤られぬやうにしてこの規則に從はなければなりません。ニュートンは一般に理論なるものの性格をこのやうによく知つてをりました。勿論、彼が發見したこの萬有引力の法則とてもそのやうな運命をもつてゐることを彼自らよく知つてゐたことをこの言葉から推察することができます。もともと科學は人間の生活のなかに生れたものですから、どんな「理論」科學であつても一面に於ては「實驗」科學であるべきでせう。ニュートンのいふ「實驗科學」の意味をわたしたちは自然科學全般にわたるものとしてうけとりませう。

かうしてあらゆる自然現象を單に物體間の簡單な力で記述することははじめてなされることになりました。さうしてこの萬有引力の法則は偉力を發揮することになります。これにもとづく計算からフランスの星學者ルヴェリエは海王星の存在を指

摘しました。そしてこれは正しくあたりました。運動體の現在の狀態とそれに働く力とが知られるなら、これからその未來の通路を豫言することも過去の通路を明らかにすることもできます。それゆゑ惑星の未來の通路も豫見されます。そこで作用する力は距離のみに關係する萬有引力であります。ニュートンの時から19世紀にかけてこの勝利にもとづいて力學的な自然觀が成長して行きました。そしてついに科學の問題は自然現象をば强さが距離のみに關係する不變力に歸着させることにあるとなしました。この解決が自然を知るための唯一の條件だとさへ言ふやうになりました。この考へが世紀の進むとともにどんなに變容されねばならなかつたかは後で述べませう。

萬有引力の法則の下にこれまでなされてゐた重さと質量の混同がはつきりしてきました。重い物も輕いものも眞空の中では同じ速さで落ちるといふこともうなづけるやうになりました。重さは質量とそこでの重力の加速度の積であります。ニュートンははじめて質量を定義した人です。(彼は質量を密度と體積の積としました。現在はむしろ

密度を單位體積內の質量として定義するのですが)質量とは何でせうか。靜止した二つの異つた物體に同じ力が働いてもそこに生ずる速度は同じではありません。速度は物體の質量に依るので質量の大きいほど速度は小さくなります。これから二つの質量の比(二つが他の何倍かを)がわかります。ここには惰性の法則を用ひてゐます。もう一つの方法は秤で二つの物體の重さをはかつてこれから質量の比を出すことができます。これは重力によるものです。しかし惰性による方法では同一水平面上ですれば重力は關係してゐません。ところがこのまるきりちがつた方法で得られる二つの質量の値は等しいのです。すでにガリレイは水平面上の運動を斜面の特別の場合として考へました。この考へ方は惰性的質量と重力的質量の相等を暗示してゐます。そして現在の物理學もこの二つの質量の相等を意味ふかく認めてゐます。その上になほ質量とエネルギーの間にも關係があることがわかりました。

とにかく質量といふ概念を物理學へ導き入れたニュートンのすぐれたことを右にすこしく述べてみました。

なほニュートンの萬有引力の法則の發見のころ、ホイゲンスのほかにフック、ハリー、レンといふやうな人達もケプラーの第三法則に對して、もしこれが正しいなら、ここに働く力は距離の二乘に逆比例するだらうと考へてゐましたが、證明はできなかつたのでした。このこともつけ加へておきます。

いまこそ『プリンキピア』を紹介すべきときでありませう。この書は三つの部分から成立してゐます。第一書及び第二書では物體の運動を論じ、第三書ではこの理論の應用を試みてをります。第一書は最初に序論として諸種の定義から運動の法則を述べ、本文に入つてはまづ證明を助ける極限・微分の方法などを說き、それから求心力、萬有引力の導入、軌道上の運動などの主要な理論を構成してゐます。そして定義としては質量・運動量・物體に加へられた力・求心力などがあり、更に彼はそこの「註」でこれはまだはつきり知られてゐない言葉に定義をくだしたのだといひ、時間・空間・場所及び運動をみなよく知られてゐるものとして定義を與へない、と斷つてゐます。しかも彼はその同じ註に於てこれらについて立入つて考察を行つ

てゐます。

「プリンキピア」は過去の知識の集積ではない。そのときまでに書かれたもののうちで最も恆久的な、文字通りの獨創の書である。最初に力學の基礎法則が公式化され、論究に必要な數學的意想はことごとく著者自身の發見により、運動を說明するために呼びよせられた力は、ことごとく著者自身の直觀によつて到達せられたものであり、說明された現象は、それまで誰も十分に與へ得なかつたものであり、そこに發生した問題はその後の二世紀半、最も卓越した人々の腦裡を占有し、そこに導かれた結果は、その後の各時代の星學者・數學者の驚嘆おく能はざるものである」と彼の傳記者の一人は激賞しました。そしてこの賞辭は決してまちがつてはをりません。ガリレイの『新科學對話』が汲めどもつきぬ科學的精神の書であるといへるなら、この書もまたさうであります。それ以上にさうであります。

「わたしのみるところでは」とアインシュタインはいひました。「最も偉大な創造的天才と申せば、それはガリレイとニュートンとの二人です。(もつともこの二人はわた

しの眼には或る意味で同一體のやうに思はれるのです。科學の王國で最も著しい功績をあげたのはこの同一體としてのニュートンだといふことができます）この二人こそは僅か三、四の少數の法則を基としてそれによつて運動の一般的理論を教へてくれるあの力學の一體系をわたしたちのために創始してくれた最初の人です。」この言葉もまた正しいといはれませう。まことにニュートンこそはガリレイのもつ合理性と實證性とをかねそなへた彼のよき後繼ぎでありました。

その五　ライプニッツの方法

ゴットフリート・ヴィルヘルム・ライプニッツは1646年にライプチヒで生れました。ニュートンがささやかな自作農の息子であつたに對して彼はそこの大學教授をしてゐる人を父としました。6歳で父を喪ひましたが、彼もまた聰明な少年としてその時代を讀書と思索に送りました。そして15歳のときそこの大學に入り法律を專攻し

ました。さらにアルトドルフといふところの大學で學位をとり、ニュルンベルクでは錬金術の協會に關係しました。それからマインツでそこの政府に關係しパリに派遣されました。これは彼が27歳のときであります。パリに滯在してゐたことは彼にとつてはすこぶるよい影響を與へました。なぜなら彼はパリで當時の多數の大人物たちと、わけてもあのホイヘンスと識りあひになれたからであります。ライプニッツはそしてこの人の刺戟で數學や力學に深入りすることになりました。彼はすでにニュルンベルクにゐたとき計算器を發明しましたが今度はパリで微積分學を創始しました。ニュートンとは獨立になしたのです。1676年にはロンドンを經てドイツにもどりました。そしてハンノーヴァの圖書館の管理人となり、一生の大部分はここですごしました。彼は1716年にそこで死にました。

　ライプニッツの學問や仕事はニュートンの場合よりも廣範圍にわたつてゐました。大哲學者としても名を知られてゐます。また科學的啓蒙にも努力してゐます。彼の發案によつてベルリンに科學協會が設立され、彼はその初代の會長をつとめました。

彼の影響でロシアのペテルブルグにもアカデミーができるやうになりました。ドレスデンやヴィーンでもさうでした。學問の方は數學と物理學と哲學はいふまでもなく、法律・歷史・言語學・生物學その他にわたつてゐました。

ライプニッツはパリにあつてホイヘンスと交際しましたが、ホイヘンスはこのすぐれた青年に自分の振子研究の著書などをおくつて高等數學の研究をすすめました。それまでとてもライプニッツは自然科學、特に數學を愛してゐましたが、當時のドイツの數學の水準はイギリス・フランス・オランダなどとくらべて低くて、大學の數學とても知れたものでした。それで彼はパリへきてから猛烈に數學の勉强をはじめました。ホイヘンスは彼の友人でもあり先生でもありました。

ライプニッツはデカルト、パスカルなどの幾何學書を研究しました。また級數を學びました。$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots\cdots$ なる式は今も彼の名が發見者として記されてゐます。曲線の求積を精細に研究するとなるとどうしてもその曲線の性質がわかつてゐなければなりません。或る點から切線をひくにしても、また或る點の曲り具

合をしらべるにしても微分の考へがなければ難澁します。それで彼は dx, $f(x+dx)-f(x)=dy$ などが曲線上では何を表はすか、$\frac{dy}{dx}$ は何に相當するか、切線はこれとどんな關係にあるか等をしらべました。そして dx, dy 及びその間に生ずる比の値の研究からニュートンとは獨立に微分の原理を發見しました。また曲線の求積がこの微分とふかく關係する積分であることも知りました。即ちこれが彼の微積分學の創始となつたのです。もつとも彼に於てもニュートンの場合と同様にその基礎構造には不十分なところがありました。$\triangle x$, $\triangle y$ と dx, dy との關係については他から求められてもうまく說明できなかつたのでした。しかしさうした機微の點はうまくゆかなかつたにしても、彼がニュートンとともに變數及び函數の性質をその變化のなかに、その變化の本質たる dx 或ひは dy のなかに、射とめたことはすばらしい功績でした。ニュートンと彼のいづれがより早く微積分學を創始したかといふやうなことはわたしたち科學の愛好者にとつてはどうでもよいことです。けれどもライプニッツが微積分學の創始に於てそのよき記法を創始したことはニュートンのなし得なかつ

たところでありました。わたしたちは dx, dy, $\frac{dy}{dx}$, $\int ydy$ の簡明な記法をライプニッツから傳へられました。わたしたちはどんなに助かるか知れません。x の函數を $f(x)$ と表現することを誰がはじめたか、今わたしはしらべてゐませんが、これなどは如何にもよい記法であります。この記法のゆゑに函數の研究はどんなに利益を得てゐるかわからない位です。「解析學の秘密の一部は記號法に、即ち人々が用ひる符號を良く使用する術にある」と彼はいひました。またかうも言つてゐます——「記號において注意すべきは工夫するための便利性といふことであります。おほくの場合はさうです。が、また同様にしばしば物の内的本質を僅かなもので表はし、描寫するものであります。かやうにして實に不思議なほど思考の勞作は節約されるものです。わたしが求積の方程式の算法に適用してゐる記號はかうしたものです。これによつてわたしはしばしば困難な問題を解いてをります。」ここで彼のいふ「解析學」はこの本でははじめて使はれる言葉ですからその意義を說明しておきませう。解析學とは函數の連續性にもとづく性質を研究する（ことによつてその函數の性質を研究す

る）學問でありまして、多くの場合「幾何學」・「代數學」とならび稱せられる數學の一部門であります。勿論、微積分學はその一つであります。ここでライプニッツのいふところの解析學はほとんど微積分學と同意義に使つてゐるわけであります。しかし微積分學の創始者である彼の研究の歩みは基本的な微分の前で立止りました。$d(xy)$, $dxdy$, $d(\frac{y}{x})$, $\frac{dy}{dx}$ の異同をしらべるにも苦心しました。かくて1677年の頃には函數の和(差)・積・商・羃及び根號のあるものの正しい微分の方法をつくることができました。しかし、ライプニッツの微積分學の主要研究は或る式の前にdや$\int$がおかれるとその式がいかに變化するかを決定するにあつたやうであります。彼の發見にかかるxの函數fとφの積の第n次微分を求める公式はライプニッツの定理として知られてゐます。それを書いておきませう。ニュートンの二項定理と形が似てゐるのをみて下さい。

$$D^n(f\cdot\varphi)=f^{(n)}\cdot\varphi+\frac{n}{1}f^{(n-1)}\cdot\varphi'+\frac{n(n-1)}{1.2}f^{(n-2)}\cdot\varphi''+\cdots+\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{1.2.3.\ldots k}f^{n-k}\cdot\varphi^{(k)}$$
$$+\cdots\cdots+f\cdot\varphi^{(n)}.$$

ゴットフリード・ライプニッツ

ここでD^nは第n次微分を表はす記號で$f^{(n)}$のやうなものはfのn次微係數を示します。Dの意味さへ忘れなければこの定理は$D^n(f\cdot\varphi)=(Df+D\varphi)^n$と略記して二項定理と形の上で同じ展開をすることもできます。これも記號がどんなに數學を援助するものであるかのいい例であります。むづかしい長い式ですがその意味でこの定理を書きました。

ライプニッツの著書には多くの革新とすぐれた方法の創始が他にもみられます。例へば「媒介變數」（パラメーター）の使用も彼から始まると思ひます。パラメーターといふのはいくつかの變數の間をつなぐ他の或る變數のことです。さきにあげたサイクロイド

も、いまころがる圓が直線と切する點に於ける半徑と定點に於ける半徑のなす角（回轉の角）をθであらはせば（定點が直線上にあるとき、この點を座標の原點として）このθをパラメーターにして　$x=a(\theta-\sin\theta)$, $y=a(1-\cos\theta)$　としてかけます。（aは回轉圓の半徑）また同じくさきにあげた原點を中心とする半徑rの圓の方程式　$x^2+y^3=r^2$　もθをパラメーターにして　$x=a\cos\theta$, $y=a\sin\theta$　とかけます。パラメーターを使ふと函數の或るものはたいへん取扱ひ易くなります。

また彼は「位置解析」の道をひらきました。これはいまは「位相幾何學」とも呼ばれてゐます。これも位置の連續性にもとづく性質の研究をする學問です。次に「行列式」の導入があります。これは上揭のやうな形に行と列の同數な方形の數をかこんだもので、これは一定の法則で計算される式です。

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

この式は方程式の解法のときに考へ出されたもので、場合によつてはすばらしい效果をあげます。ライプニッツと同じ頃（天和三年）に我が國で關孝和といふ大數學者がこれを創始してゐます。（關孝和についてはのちにさらにくわしく述べます）。

なほライプニッツは有理函數の積分の際にこれを容易に處理し得るために部分分數に變化して積分することを始めました。即ち分母を原式のよりも低い次數の分母をもつ、いくつかの分數の和になほしてする方法であります。

位置解析でも行列式でも今は數學のなかで重要な位置を占めてゐます。行列式からはその後もつと一般な形の「行列」（マトリックス）の研究が發展しました。そして物理學のむづかしい理論のなかへ取り入れられました。

このやうなすぐれた創始も當時の數學者の多くのものには殆んどその卓拔さがわかりませんでした。行列式の研究のごときはのちに至つて認められました。微積分學も二、三のものがその重要さを認めてライプニッツに接近してきました。スイスの數學者ベルヌーイ兄弟がそのうちのすぐれたものでした。そしてライプニッツと交際を結び、微積分學を發展させました。

ライプニッツはまた物理學（及び哲學）の方面でも鋭い感覺をもつて、のちにエネル

ーギー恆存の原理に發展する、いはば「力の恆存則」を語つてゐます。彼はまた物體に於ける力の役目を重要視しました。

「宇宙は他の諸系と相交通することのない一つの系であります。從つてその中には常に同一の力が含まれてゐます。」

「衝突の際に極小微分子が消費した力も、宇宙全體から見れば失はれてはゐません。」

第三章　啓蒙・前進——反省

その一　啓蒙科學者の活動

わたしたちはこの章に於てほぼ18世紀の中葉から19世紀の末葉にかけてのヨーロッパの科學の歴史をたどりませう。ここでも主として數學と物理學が目標となります。（この時代を我が國の歴史と對照すれば徳川吉宗が學問の奬勵に力を入れた時代からはじまり明治のなかごろまでにあたります。我が國の科學の發展についてはあとで第四章に至つて述べることになつてゐます）。

西洋史を學んだ諸君はもう一度ルーテルの宗教改革あたりからはじめて近世史の部をみて下さい。フランス、イギリス、ロシヤ、プロシャ及びアメリカ合衆國はどんなにして國運が發展したでせうか。これらの國々はそれぞれ國内にごたごたはありましたものの、中央集權的な國家となりました。即ち國家として統一されるに至りました。社會にはまだ貴族・僧侶・平民の區別が嚴重でしたが、商工業が盛んに

なり、國民生活が一體に向上してきました。そして商人・銀行家・法律家・醫師などがだんだん勢力を得るやうになりました。　有名なドイツの大哲學者カント（1724—1804）、同じくヘーゲル（1770—1831）、同じくドイツの文豪ゲーテ（1749—1832）、シルレル（1759—1805）、同じくハイネ（1797—1856）、それからフランスの文豪モンテスキュー（1689—1755）、同じくヴォルテール（1694—1778）、同じくルソー（1712—1778）、同じくユーゴー（1802—1885）、ロシヤの文豪トルストイ（1828—1910）、音樂ではドイツのモッツアルト（1756—1791）及びベートヴェン（1770—1827）もこの時代を飾る哲學者・藝術家たちでありました。さうして17世紀以來、自然科學が發達するにしたがつて、これまでの迷信や因襲を、理性の光に照してみるやうになりました。先覺者たちは國民の蒙を啓くために骨を折りました。まづはじめは文學の領分でこれがなされました。右にあげたフランスのモンテスキュー、ヴォルテール、及びルソーのごときがさうであります。ついでこれは自然科學その他の學問にも及びました。フランスは18世紀の末葉に至つて國内が亂れ、その中から出てナポレオン

がヨーロッパに雄飛するやうになるのは諸君も御存知のことでせう。かうした動亂の時代にあつても學問に對する愛好心はますますヨーロッパの各國民の間にひろがつて行きました。極めて少數ではありましたがフランスやドイツなどの上流階級には王女・貴夫人と言はれるやうな人たちが科學の研究をたのしみとするものが出てきました。ニュートンの『プリンキピア』を自分の手で佛譯したシャトレ侯夫人のやうなものが（フランスには）ありました。ロシヤにはエカテリナ二世のやうな人物がでました。彼女はヴォルテールやディドロと文通し、ペテルブルクのアカデミーを發展せしめ、科學の普及につとめました。

またかういふ氣運はフランスではダランベルやディドロによる百科全書の刊行となりました。この書は18世紀の中葉までに得られたすべての知識をa, b, c, 順に編纂したもので、特に自然科學と數學には力が入れられてゐます。そして1751年から1780年の久しきにわたつてひきつづき33卷刊行されました。これは「百科全書又は科學・藝術及び手工業の合理的辭典」と名づけられてゐるところからもわかるやうに、