

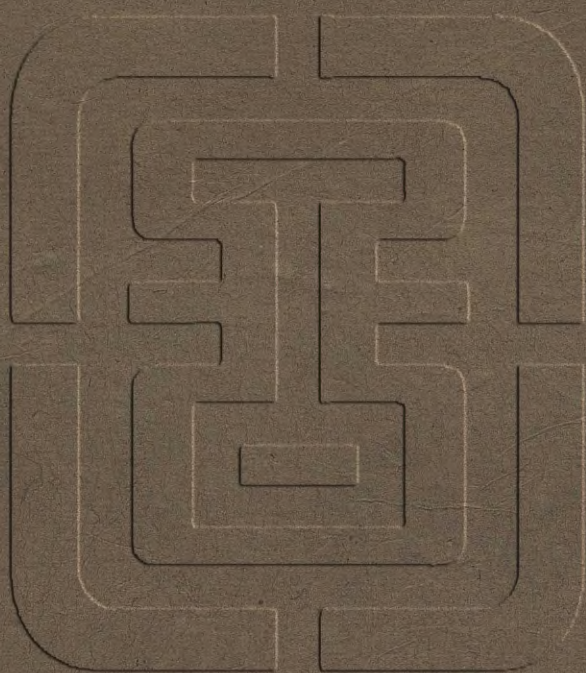
4
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44

科100
322

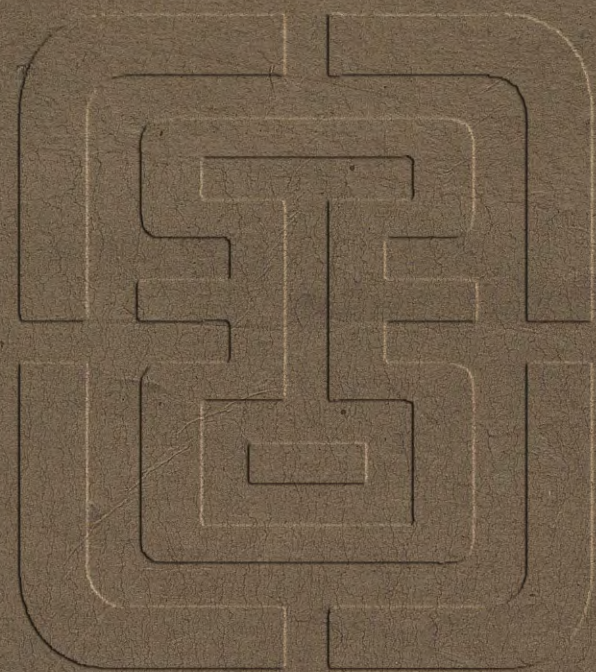
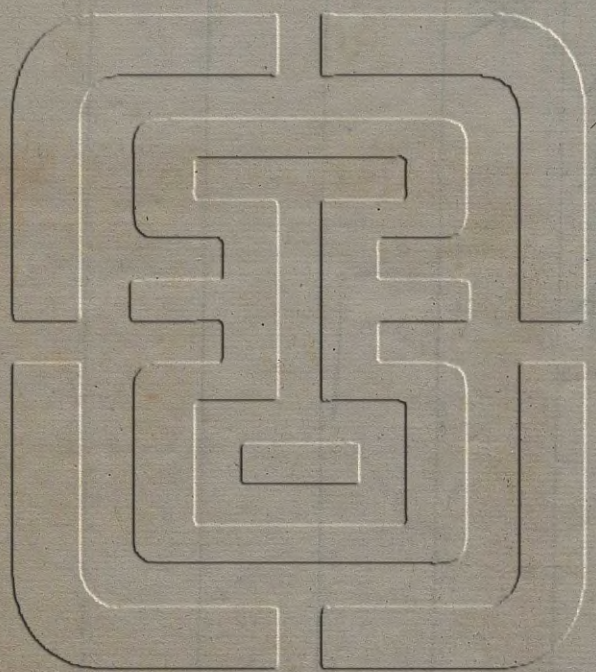
23000

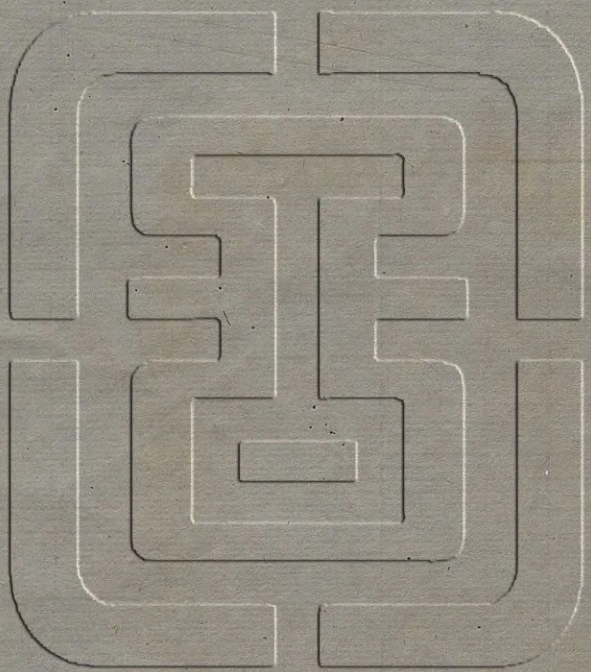
807.0

21



甲戌



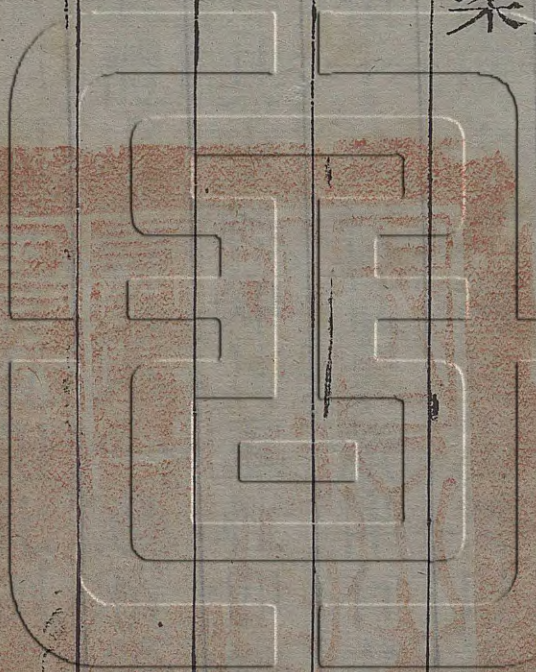


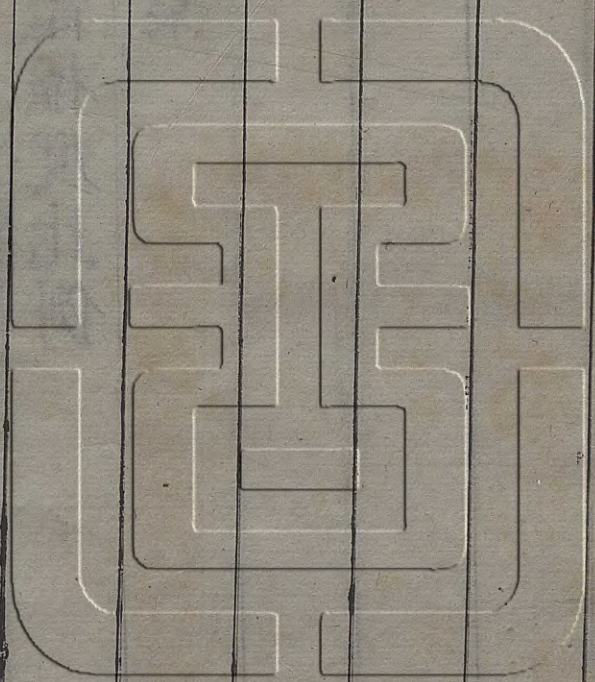
御製數理精蘊下編卷三十

體部八

各體權度比例

堆梁





各體權度比例

數學至體而備。以其綜線面之全。而盡度量衡之用也。蓋線面存乎度。體則存乎量。求輕重則存乎衡。是以又有權度之比例。其法槩以諸物製為正方。其邊一寸。其積千分。較量豪釐。俾有定率。然後凡物知其體積。即知其重輕。知其重輕。即知其體積。而權度無遁情也。且體之為質不一。邊積等者。輕重不同。輕重等者。邊積不同。皆有互相比例之法。而各體無混淆也。

赤金十六兩八錢

紋銀九兩

水銀十二兩二錢八分

紅銅七兩五錢

白銅六兩九錢八分

黃銅六兩八錢

鋼六兩七錢三分

生鐵六兩七錢

熟鐵六兩七錢三分

高錫六兩三錢

六錫七兩六錢

倭鉛六兩

黑鉛九兩九錢三分

白玉二兩六錢

金珀八錢

白瑪瑙二兩三錢

紅瑪瑙二兩二錢

砵礪一兩五錢二分

青石二兩八錢八分

白石二兩五錢

紅石二兩五錢六分

象牙一兩五錢四分

牛角一兩九錢

沉香八錢二分

白檀八錢三分

紫檀一兩零二分

花梨八錢七分

楠木四錢八分

黃楊七錢五分

烏木一兩一錢

油八錢三分

水九錢三分

設如有金一方。每邊三寸。問重幾何。

一率 一寸 法以一寸為一率。金寸方重一十六兩

二率 一十六兩八錢 八錢為二率。今所設之金方每邊三寸

三率 二十七寸 自乘再乘。得二十七寸為三率。求得四

四率 四百五十三兩六錢

一率 一寸

二率 一十六兩八錢

三率 二十七寸

四率 四百五十三兩六錢

率四百五十三兩六錢。即金之重數也。此法蓋因金方每邊三寸則體積為二十七寸。以一寸與一十六兩八錢之比。同於二十七寸與四百五十三兩六錢之比也。

設如有銀一

方。每邊二寸。問重幾何。

一率 一寸

二率 九兩

三率 八寸

四率 七十二兩

法以一寸為一率。銀寸方重九兩為二率。今所設之銀方每邊二寸自乘再乘得八寸為三率。求得四率七十二兩即

問內水銀

銀之重數也。此法蓋因銀方每邊二寸則體積為八寸。以一寸與九兩之比。同於八寸與七十二兩之比也。

設如黃銅一

條。重三百七十四兩。問積幾何。

一率 六兩八錢

二率 一寸

三率 三百七十四兩

四率 五十五寸

法以黃銅寸方重六兩八錢為一率。一寸為二率。今所設黃銅重三百七十四兩為三率。求得四率五十五寸。即黃銅之積也。

設如熟鐵一

塊。重十六兩。欲鎔為正方體。問每邊幾

何。

法以熟鐵寸方重六兩七錢三分為一

率。一寸為二率。今鐵重十六兩為三率。

求得四率二寸三百七十七分四百一

十四釐有餘。開立方。得一寸三分三釐

有餘。即每邊之數也。

設如水銀一匣。但知匣闊四寸。長六寸。高三寸五分。

問內水銀重數幾何。

法以匣闊四寸與長六寸相乘。得二十

四寸。又以高三寸五分再乘。得八十四

寸。為水銀一匣之積數。爰以一寸為一

率。水銀寸方重一十二兩二錢八分為

二率。今所得之水銀一匣之積數八十

四寸為三率。求得四率一千零三十一

兩五錢二分。即水銀之重數也。

設如白玉一方。重九十三兩六錢。但知闊比高多一

寸。長比闊多三寸。問高闊長各幾何。

法以玉寸方重二兩六錢為一率。一寸

一率一寸

二率一十二兩二錢八分

三率八十四寸

畢一千零三十一兩五錢二分

為二率。今所設玉重九十三兩六錢為三率。求得四率三十六寸。為長方體積。乃以闊比高多一寸長比闊多三寸為

一率 二兩六錢
二率 一寸
三率 九十三兩六錢

帶兩縱之較。用帶兩縱不同較數開立方法算之。得高二寸。加闊比高多一寸得三寸為闊。再加長比闊多三寸得六寸為長也。

四率 三十六寸

設如金與銀鑄於一處。共得正方體積二十七寸。重二百七十四兩二錢。問金與銀各幾何。

一率 七兩八錢
二率 一寸
三率 三十一兩二錢
四率 四寸

法以其積二十七寸。以銀寸方重九兩乘之。得二百四十三兩。與共重二百七十四兩二錢相減。餘三十一兩二錢。乃以銀寸方重九兩與金寸方重十六兩八錢相減。餘七兩八錢為一率。金一寸為二率。今相減所餘之三十一兩二錢為三率。求得四率四寸。即金之寸數。於共積二十七寸內減去四寸。餘二十三寸。即銀之寸數也。以金四寸與金寸方

重十六兩八錢相乘。得六十七兩二錢。以銀二十三寸與銀寸方重九兩相乘。得二百零七兩。兩數相併。得二百七十四兩二錢。仍與原數相合也。此卽和較比例之法。蓋銀二十七寸。則其重數應得二百四十三兩。與共重二百七十四兩二錢相減。餘三十一兩二錢。卽金重於銀之數。而金每寸比銀每寸多七兩八錢。故多七兩八錢。則金有一寸。今多

一率 七兩八錢
二率 一寸
三率 一百七十九兩四錢
四率 二十三寸

三十一兩二錢。則知金有四寸也。若欲先得銀數。則仍以七兩八錢爲一率。一寸爲二率。將共積二十七寸以金寸方重十六兩八錢乘之。得四百五十三兩六錢。內減共重二百七十四兩二錢。餘一百七十九兩四錢。爲三率。求得四率二十三寸。卽銀之寸數。與共積二十七寸相減。餘四寸。卽金之寸數。蓋少七兩八錢。則銀有一寸。今少一百七十九兩

御製算理精義

卷三十一

四錢則知銀有二十三寸也。

設如金鑲玉爐一座。共重四十六兩七錢。問金玉各幾何。

法用盛水器皿一件。置爐其中。實之以水。取出爐看水淺幾何。設如盛水器皿四係正方形。每邊五寸。取出爐水淺五分。即以每邊五寸自乘。得二十五寸。以水淺五分為高再乘。得一十二寸五百分。為爐之體積。即金玉之共積。爰以共積

一十二寸五百分以玉寸方重二兩六錢乘之。得三十二兩五錢。與其重四十六兩七錢相減。餘一十四兩二錢。乃以玉寸方重二兩六錢與金重一十六兩八錢相減。餘一十四兩二錢。為一率。金一寸為二率。今相減所餘一十四兩二錢為三率。求得四率一寸。為金之寸數。於共積一十二寸五百分內減去一寸。餘十一寸五百分為玉之寸數。金一寸

一率 一十四兩二錢
二率 一寸
三率 一十四兩二錢
四率 一寸

一率一寸
 二率一十六兩錢
 三率一百二十九寸。四四。六。
 四率一千一百七十九四。

十釐有餘為三率。求得四率二千一百六十七兩九錢四分有餘。即空心金球體之重數也。

設如正方青石一塊。紅石一塊。紅石比青石每邊多二寸。體積多五十六寸。問二石之邊數及重數各幾何。

法以紅石比青石每邊多二寸為邊較。體積多五十六寸為積較。用大小二立方有邊較積較求邊法算之。以邊較二

一率一寸
 二率二兩五錢六分
 三率六十四寸
 四率一百三十三兩錢四分

寸自乘再乘得八寸。與積較五十六寸相減。餘四十八寸。三歸之得一十六寸。以邊較二寸除之得八寸。為長方面積。以邊較二寸為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊二寸。即青石之邊數。加紅石比青石每邊多二寸得四寸。即紅石之邊數。乃以一寸為一率。紅石每寸方重二兩五錢六分為二率。紅石每邊四寸自乘再乘得六十四寸為三率。

一率 一十

二率 二兩五錢六分

三率 六十四寸

四率 一百二十三兩八錢四分

求得四率一百六十三兩八錢四分。即紅石之重數也。又以一寸為一率。青石每寸方重二兩八錢八分為二率。青石每邊二寸自乘再乘得八寸為三率。求得四率二十三兩零四分。即青石之重數也。此法因二石皆為正方體。故用大小二立方有邊較積較求邊之法。求得二石之邊。自乘再乘。即得二石之體積。用寸方重數定率以比例之。即得二石之

一率 七寸

二率 二兩八錢八分

三率 八寸

四率 二十三兩零四分

重數也。

設如有正方水桶三個。第一桶每邊一尺。第三桶比第二桶每邊多二寸。第三桶體積與第一桶第二桶兩桶之共積相等。問三桶水之重數各幾何。

一率 一十

二率 九錢三分

三率 一千寸

四率 九百三十兩

法以一寸為一率。水寸方重九錢三分為二率。第一桶正方每邊一尺自乘再乘得一千寸為三率。求得四率九百三十兩。為第一桶水之重數。又以第三桶比第二桶每邊多二寸為邊較。以第一

桶體積一千寸為第三桶比第二桶所
 多之積較。用大小二立方有邊較積較
 求邊法算之。以邊較二寸自乘再乘得
 八寸。與積較一千寸相減。餘九百九十
 二寸。三歸之得三百三十寸。六百六十
 六分。六百六十六釐有餘。以邊較二寸
 除之。得一尺六寸五寸三十三分三十
 三釐有餘。為長方面積。以邊較二寸為
 長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。

得闊一尺一寸八分九釐有餘。為第二
 桶之邊數。加較二寸得一尺三寸八分
 九釐有餘。為第三桶之邊數。乃以一寸
 為一率。水寸方重九錢三分為二率。第
 二桶每邊一尺一寸八分九釐有餘。自
 乘再乘得七尺六百八寸九百二十
 四分有餘。為三率。求得四率一千五百
 七十兩九錢九分三釐有餘。即第二桶
 水之重數。又以一寸為一率。水寸方重

一率 一寸
 二率 九錢三分
 三率 一尺六百八寸九分
 四率 一千五百七十九兩九分

一率 一寸
 二率 九錢三分
 三率 二尺六分三釐
 四率 二寸七分七釐

九錢三分爲二率。第三桶每邊一尺三寸八分九釐有餘。自乘再乘得二尺六百七十九寸八百二十六分有餘。爲三率。求得四率二千四百九十二兩二錢三分八釐有餘。卽第三桶水之重數也。此法蓋因第三桶之體積與第一第二兩桶之共積相等。則第一桶體積一千寸卽第三桶體積比第二桶體積所多之較也。而第三桶比第二桶每邊多二

寸。故用大小二立方有邊較積較求邊法。求得二桶之邊數。自乘再乘卽得二桶之體積。用寸方重數定率以比例之。卽得二桶水之重數也。
 設如金球一個。徑二寸二分六釐。今欲作一銀球。其重與金球等。問徑幾何。

一率 一寸
 二率 一寸二分三釐
 三率 二寸二分六釐
 四率 二寸七分七釐

法以金方邊一寸爲一率。銀方邊一寸二分三釐爲二率。今所設之金球徑二寸二分六釐爲三率。求得四率二寸七

分七釐有餘。即銀球之徑數也。此法蓋因各色俱為正方體。其重數俱設為十六兩八錢與金寸方等。故金方邊為一寸。銀方邊為一寸二分三釐。水銀方邊為一寸一分一釐。鉛方邊為一寸一分九釐。銅方邊為一寸三分一釐。鐵方邊為一寸三分六釐。錫方邊為一寸三分九釐。石方邊為一寸八分九釐。水方邊為二寸六分四釐。油方邊為二寸七分

四釐。皆係邊與邊之比例。故球徑與球徑之比。同於方邊與方邊之比。而為相當比例四率也。

設如青石一塊。正方一尺二寸。重四千九百七十六兩六錢四分。今欲作與青石一樣大熟鐵一塊。問重幾何。

一率 三兩錢六分

二率 六兩錢五分

三率 四兩七錢六分

四率 萬五千九百四錢

法以青石寸方重二兩八錢八分為一率。熟鐵寸方重六兩七錢三分為二率。今所設之青石重四千九百七十六兩

一率二兩錢八分

二率六兩錢三分

三率四兩九錢十六兩錢分

四率一萬二千九百九十九兩錢分

六錢四分爲三率。求得四率一萬一千

六百二十九兩四錢四分。卽與青石一

樣大熟鐵之重數也。

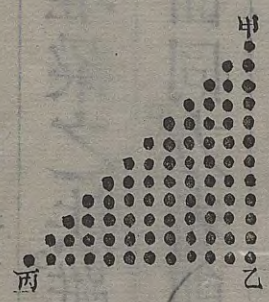
堆梁

堆梁之法。雖爲體屬。而一面平堆與方圓束形實與面同。方者卽平方法。其餘則用梯形法。以其每層皆遞加之數也。束形亦與一面平堆同法。蓋圓者以六包一。方者以八包一。三角者以九包一。有邊求積。有周求積。其理皆相通也。若夫以方面層累者則爲四角尖堆。以三角面層累者則爲三角尖堆。此二者每層之邊。皆同爲遞加一數。每層之面積。則三角爲按位相加之數。四角爲按位自乘相加之數。其傍皆峻

嶒不平。故與體亦微異也。至於以長方面層累者則為長方堆。以全堆而減去上截者則為半堆。總以尖堆之法御之。分之以立其法。合之以明其理。一一按法解之於後。

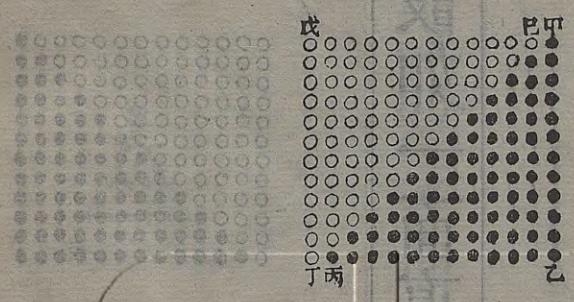
設如一面直角尖堆。底十二。求積幾何。

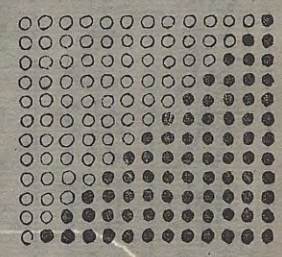
法以底十二加尖上一得十三。與層數十二相乘。得一百五十六。折半得七十八。即一面直角尖堆之積也。如圖甲乙丙。一面直角尖堆。乙丙為底十二。其甲



批案

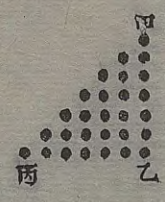
乙高亦即為十二層。其每層皆加一為挨次遞加之數。成直角三角形。試另作一丁戊己直角三角形。合於原形之側。則成甲乙丁戊長方形。其高即層數。其底即首數與末數相加之數。其積即總數加一倍之數。見算法原本二卷第三十二節。故以底十二與上尖一相加。與層數十二相乘。得長方積。折半即得一面直角尖堆之積也。此法與勾股求積之法異者。蓋勾





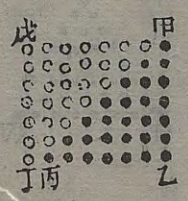
股之上尖為一點無數可紀。此上尖一
即其上之闊。成斜方形。故用斜方求積
之法。以上闊與下闊相加。以高數乘之。
折半而得積也。

設如一面直角尖堆積二十八。求底幾何。



法以一面直角尖堆積二十八。倍之得
五十六為長方積。以一為長闊之較。用
帶縱較數開平方法算之。得闊七。即一
面直角尖堆之底數也。如圖甲乙丙一

面直角尖堆積。倍之則成甲乙丁戊長

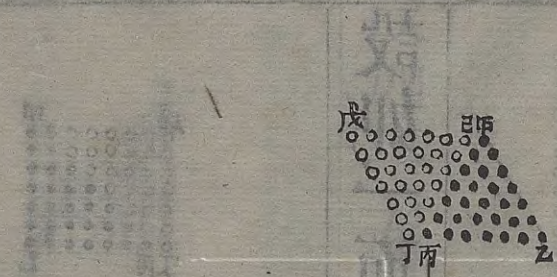


方形積。其乙丁長比甲乙闊多一。故用
帶縱較數開平方法算之。得甲乙與乙
丙等。為一面直角尖堆之底闊也。

設如一面三角尖堆。底七。求積幾何。

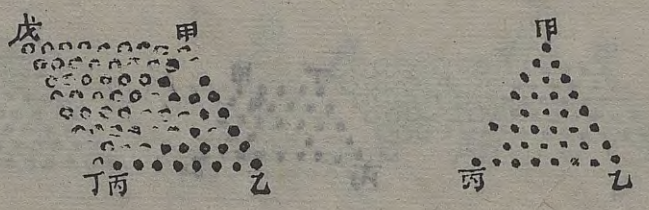


法以底七加上尖一得八。與層數七相
乘得五十六。折半得二十八。即一面三
角尖堆之積也。如圖甲乙丙一面三角
尖堆。乙丙為底七。其甲乙高亦即為七



層其每層皆加一為挨次遞加之數成等邊三角形。試另作一丁戊己等邊三角形合於原形之側。則成甲乙丁戊斜方形。其高即層數。其底即首數與末數相加之數。其積即總數加一倍之數。故以底七與上尖一相加。與層數七相乘得斜方積。折半得一面三角尖堆之積也。

設如一面三角尖堆積三十六。求每邊幾何。

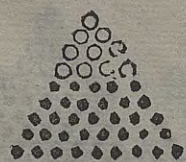
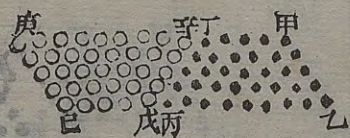


法以一面三角尖堆積三十六。倍之得七十二為長方積。以一為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊八。即一面三角尖堆每一邊之數也。如圖甲乙丙一面三角尖堆積。倍之則成甲乙丁戊斜長方積。若直排之。即與直角長方積等。故其求邊之法亦與前直角尖堆求邊之法同也。

設如一面梯形堆。上五下九。求積幾何。



法以上五與下九相加得十四。又視上五以上至一虛四位。卽以所虛之四與下九相減。餘五爲層數。與上下相加之。十四相乘得七十。折半得三十五。卽一面梯形堆之積也。如圖甲乙丙丁一面梯形堆。甲丁爲上五。乙丙爲下九。甲乙爲層數五。凡自一遞加之數其末數卽位數。今首數爲五。計自一已截去四位。故於末數內減去所少之位。卽爲今之所有之位。見算法原本二卷第三十節。試另作一戊己庚辛梯形合於



原形之側。則成甲乙己庚斜方形。其底卽上數與下數相加之數。其高卽層數。其積卽總數加一倍之數。故以上數與下數相加與層數相乘。折半卽得一面梯形堆之積也。
又法以底九用一面三角尖堆求積法。求得總積四十五。又以上五內減一餘四。爲上虛小一面三角尖堆之底。亦用三角尖堆求積法。求得上虛小一面三

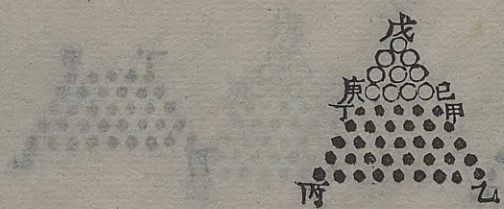
角尖堆積十。兩積相減餘三十五。卽一面梯形堆之積也。如圖甲乙丙丁一面梯形堆。先求得戊乙丙三角尖堆總積。又求得戊己庚上虛小三角尖堆積。相減卽得甲乙丙丁梯形堆之積也。如有上闊或下闊與層數求積者。則於層數內減一。餘爲上下闊之較。與上闊相加。則得下闊。與下闊相減。則得上闊。皆用有上下闊之法算之。而得積也。



設如一面梯形堆。積三十五。下九。問上幾何。

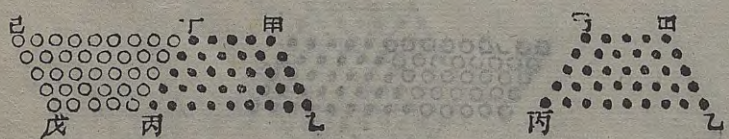
法以下九用一面三角尖堆求積法。求得總積四十五。內減梯形積三十五。餘十爲上虛小一面三角尖堆積。用一面三角尖堆有積求邊法。求得每邊四。加一得五。卽一面梯形堆之上闊也。如圖甲乙丙丁一面梯形堆。先以乙丙下九求得戊乙丙三角尖堆總積。內減甲乙丙丁梯形堆積。餘戊己庚上虛小一面





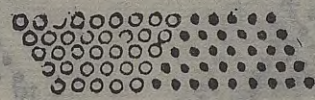
三角尖堆積。乃用有積求邊法。求得已庚四。因每層挨次遞加一。故加一即得甲丁五為上闊也。如有上闊求下闊者。則以上闊內減一為上虛小三角尖堆之底。求得上虛小三角尖堆積。與梯形積相加。為三角尖堆總積。亦用有積求邊法算之。即得下闊也。

設如一面梯形堆。積三十五。上闊比下闊少四。問上下闊各幾何。



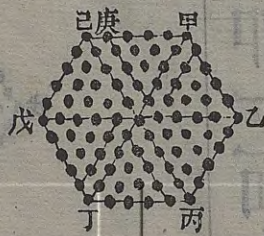
法以梯形堆積三十五。倍之得七十。又以上下闊之較四加一得五為層數。以除倍積七十得十四。為上下闊之和。加較四得十八。折半得九為下闊。內減較四餘五為上闊也。如圖甲乙丙丁一面梯形堆積。每層挨次加一。今甲丁上闊比乙丙下闊少四。即知甲乙為五層矣。故以甲乙丙丁梯形積倍之。則成甲乙戊己斜方積。以甲乙五層除之得乙戊。

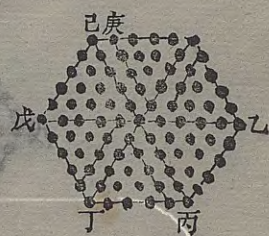
爲上下闊之和。加上下闊之較折半卽得下闊。於下闊內減上下闊之較卽得上闊也。如有積與上下闊之和求上下闊者。則將積數加一倍。以上下闊之和除之卽得層數。內減一卽得上下闊之較。或有積與層數求上下闊者。則於層數內減一卽得上下闊之較。以層數除倍積卽得上下闊之和。既有較有和卽得上下闊矣。



設如一面六角堆。每邊六。求積幾何。

法以一面六角堆分作六三角尖堆算之。以每邊六減一餘五。爲每一面三角尖堆之底。與每邊六卽底加一也相乘得三十。折半得十五。爲每一面三角尖堆積。六因之得九十。加中心一得九十一。卽一面六角堆之積也。如圖甲乙丙丁戊己一面六角堆。六分之則成甲庚辛類六三角尖堆。而餘中心一。其每一三角

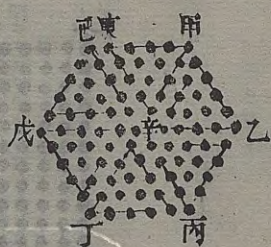
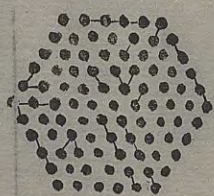




尖堆之甲庚一邊比六角堆之甲己一邊尖一。故以六角堆之每一邊內減一。即得三角尖堆之每一邊。而求得一面三角尖堆積。六因之再加中心一。即得一面六角堆之總積也。

設如一面六角堆積九十一。求每邊幾何。

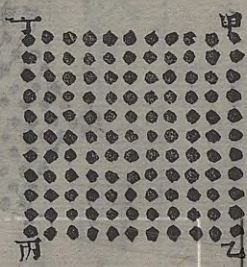
法以一面六角堆積九十一。減中心一。餘七十。六歸之得十五。為一面三角尖堆積。用一面三角尖堆有積求邊法算。



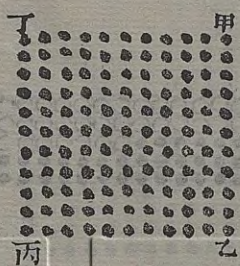
之。得每邊五。加一得六。即六角堆之每一邊也。如圖甲乙丙丁戊己一面六角堆積。先減去中心一。以六歸之。則得甲庚辛一三角尖堆積。其三角尖堆之甲庚一邊比六角堆之甲己一邊少一。故用一面三角尖堆有積求邊法。求得一邊。再加一。為一面六角堆之每一邊也。此即算書所謂圓束也。本以六包一。不能成圓。凡云圓者皆六邊也。

設如方束外周四十求積幾何。

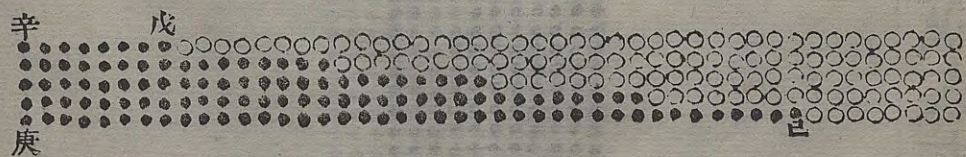
法以外周四十加四得四十四。四歸之得十一。為方束每一邊之數。自乘得一百二十一。即方束之積也。如圖甲乙丙丁方束。其四隅之四各為兩邊所同用。故必以外周加四。以四歸之。始得甲乙每一邊之數。以一邊自乘。即為方束之積數也。



又法以外周四十加八得四十八。與外



周四十相乘得一千九百二十。十六除之得一百二十。加中心一。得一百二十一。為方束之積也。蓋方束以八包一。其外周所包之數亦必以八遞加。為超位平加之數。如甲乙丙丁方束。除却中心之一。最內一層為八。第二層為十六。第三層為二十四。第四層為三十二。第五層為四十。每層皆加八。為超位平加之數。引而長之。成戊己庚辛梯形。外周四



十卽梯形之底。內周八卽梯形之上闊。如以首數八與末數四十相加得四十

八。用層數五乘之。折半卽得總數。見算法原

本二卷第三十二節然其層數之五。乃係外周四

十用八歸所得之數。今以內周八與外

周四十相加。卽與外周四十相乘。是未

用八歸。故將相乘所得之數。必以八歸。

又以二歸。卽折半。始得總數。夫先用八歸

後用二歸。卽與用十六歸除等。二與八相因得

一十六。合兩次除爲一次除。故以十六歸除得總數。

再加中心一。卽得方束之積也。又按第

一法。以外周四十加四。以四歸之。得方

束之每一邊。是外周加四則得每邊之

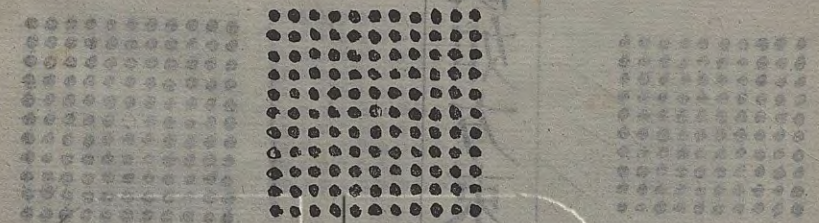
四倍。若以外周加四自乘。必得方束積

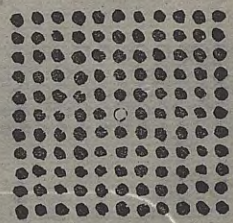
之十六倍。而以十六歸除。亦卽得方束

之積。今以外周加八與外周相乘。成長

方形。則其長比每邊之四倍多四。其闊

比每邊之四倍少四。其積必爲方束積

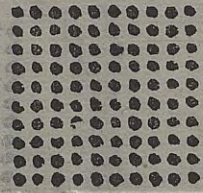
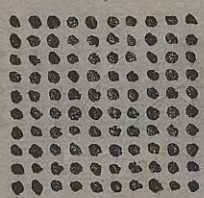




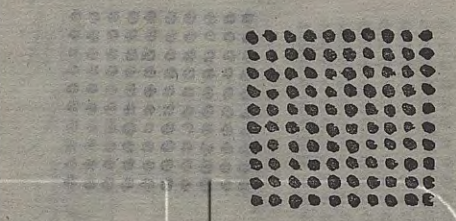
之十六倍而少十六。以十六歸除則得方束積而少一。故加一而得方束積也。此方束每邊十一係奇數。故有中心之一。若方束每邊係偶數者。則無中心之一。詳見下法。

設如方束外周三十六。求積幾何。

法以外周三十六加四得四十。四歸之得一十。為方束每一邊之數。自乘得一百。即方束之積也。



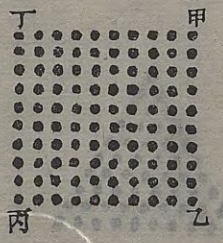
又法以外周三十六加八得四十四。與外周三十六相乘。得一千五百八十四。十六除之。得九十九。加一得一百。為方束之積也。此方束每邊係偶數。無中心一。其最內一層為四。其外周三十六用八歸之。則得四層半。然其立法亦與前法同。乘除得數仍加一者。蓋以外周加四。則得每邊之四倍。若以外周加四自乘。必得方束積之十六倍。而以十六歸



除亦即得方束之積。今以外周加八與外周相乘成長方形。則其長比每邊之四倍多四。其闊比每邊之四倍少四。其積必為方束積之十六倍而少十六。以十六歸除則得方束積而少一。故加一而得方束積也。

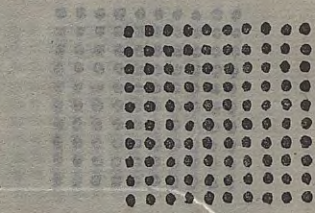
設如方束積一百。求外周幾何。

法以方束積一百開平方得一十。四因得四十。內減四餘三十六。即方束外



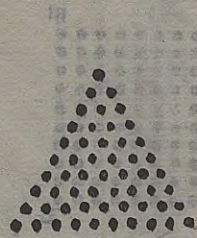
周之數也。如圖甲乙丙丁方束開方則得甲乙一邊。前法以外周加四。四歸之而得一邊。此法以一邊四因之。減四而即得外周也。

又法以方束積一百內減一餘九十九。以十六乘之得一千五百八十四為長方積。以八為長闊之較。用帶縱較數開平方法算之。得闊三十六。即方束之外周數也。此即方束有外周求積之法而

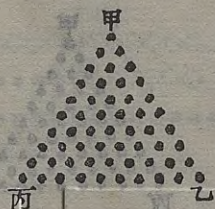


轉用之前法以外周加八與外周相乘。十六除之。再加一而得積。此法則以積數減一。餘用十六乘之。以八為長闊之較。用帶縱開方得闊而為外周也。

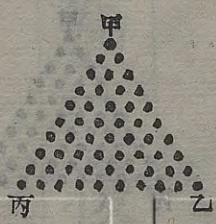
設如三稜束。外周二十七。求積幾何。



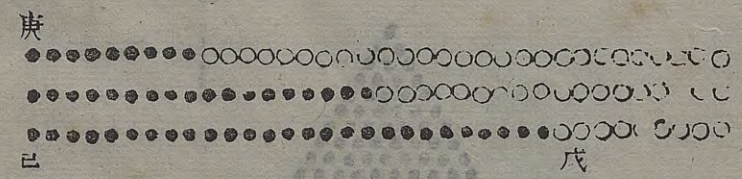
法以外周二十七加三得三十。三歸之得一十。為三稜束每一邊之數。用一面三角尖堆有邊求積法。以每邊一十加一得一十一。與每邊一十相乘。得一百



一十。折半得五十五。即三稜束之積也。如圖甲乙丙三稜束。其三角之三各為兩邊所同用。故必以外周加三以三歸之。始得甲乙每一邊之數。即如一面三角尖堆之每一邊。故用一面三角尖堆有邊求積法算之。即得三稜束之積也。又法以外周二十七加九得三十六。與外周二十七相乘。得九百七十二。以十八歸除得五十四。加中心一得五十五。



為三稜束之積也。蓋三稜束以九包一。其外周所包之數。亦必以九遞加。為超位平加之數。如甲乙丙三稜束。除却中心之一。最內一層為九。第二層為十八。第三層為二十七。每層皆加九。為超位平加之數。引而長之。成丁戊己庚梯形。外周二十七。即梯形之底。內周九。即梯形之上闊。如以首數九與末數二十七相加得三十六。用層數三乘之。折半即



得總數。見算法原本二卷第三十二節然其層數之三。乃係外周二十七。用九歸所得之數。今以內周九與外周二十七相加。即與外周二十七相乘。是未用九歸。故將相乘所得之數。必以九歸。又以二歸。即折半。始得總數。夫先用九歸。後用二歸。即與十八歸除等。二與九相乘得十八。合兩次除為一次除。故以十八歸除得總數。再加中心一。即得三稜束之積也。又按第一法。以外周二十



七加三以三歸之得一面三角尖堆之
 每一邊。是外周加三則得每邊之三倍。
 若以每邊之三倍再加三與每邊之三
 倍相乘。必得一面三角尖堆積之十八
 倍。蓋以一面三角尖堆之每一邊加一
 與每邊之數相乘則得一面三角尖
 堆積之二倍。今以每邊之三倍加三與
 每邊之三倍相乘。是邊加三倍則積加
 九倍。彼既為一面三角尖堆積
 之二倍。故此即為十八倍也。而以十
 八歸除亦即得三稜束之積。今以外周
 加九與外周相乘成長方形。則其長比

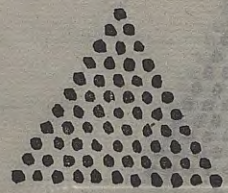


每邊之三倍加三者尚多三。其闊比每
 邊之三倍少三。其積必為一面三角尖
 堆積之十八倍。面少十八。以十八歸除。
 則得一面三角尖堆積而少一。故加一
 而得三稜束之積也。此三稜束亦有無
 中心之一者。蓋緣三稜束包中心一為
 一層者。周圍九其底則四。包中心一為
 二層者。周圍十八其底則七。凡如此類
 周遞加九邊遞加三者。皆有中心之一。

其餘皆無中心之一。詳見下法。

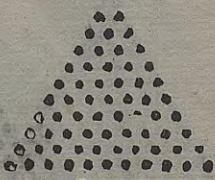
設如三稜束。外周三十。求積幾何。

法以外周三十加三得三十三。三歸之得十一。為三稜束每一邊之數。用一面三角尖堆有邊求積法。以每邊十一加一得十二。與每邊十一相乘。得一百三十二。折半得六十六。即三稜束之積也。又法以外周三十加九得三十九。與外周三十相乘。得一千一百七十。十八除



之得六十五。加一得六十六。為三稜束之積也。此三稜束無中心。其最內一層為三。其外周三十。用九歸之。則得三層

又三分之一。然其立法亦與前法同。乘除得數仍加一者。蓋以外周加三。則得每邊之三倍。若以每邊之三倍。再加三與每邊之三倍相乘。必得一面三角尖堆積之十八倍。而以十八歸除。亦即得三稜束之積。今以外周加九與外周相

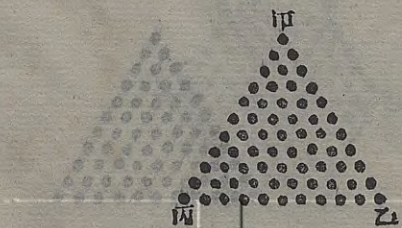


乘成長方形。則其長比每邊之三倍加三者尚多三。其闊比每邊之三倍少三。其積必為一面三角尖堆積之十八倍而少十八。以十八歸除。則得一面三角尖堆積而少一。故加一而得三稜束之積也。



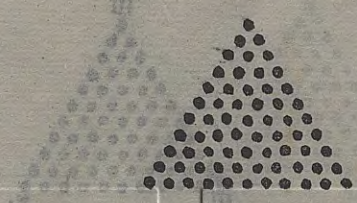
設如三稜束積六十六。求外周幾何。

法以三稜束積六十六。倍之得一百三十二。為長方積。以一為長闊之較。用帶



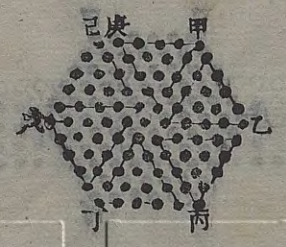
縱較數開平方法算之。得闊十一。為三稜束之每一邊。三因之得三十三。內減三餘三十。即三稜束之外周數也。如圖甲乙丙三稜束。用一面三角尖堆有積求邊法。求得甲乙一邊。前法以外周加三。三歸之而得一邊。此法以一邊三因之。減三而即得外周也。

又法以三稜束積六十六。內減一餘六十五。以十八乘之。得一千一百七十為



長方積以九為長闊之較。用帶縱較數開平方算法算之。得闊三十。即三稜束之外周數也。此即三稜束有外周求積之法。而轉用之前法以外周加九與外周相乘。十八除之。再加一而得積。此法則以積數減一。餘用十八乘之以九為長闊之較。用帶縱開方得闊而為外周也。設如圓束。外周三十。求積幾何。

法以外周三十。六歸之得五。為一面三

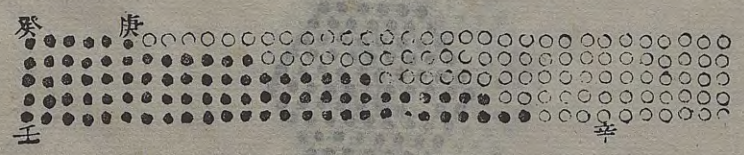


角尖堆之每一邊。用一面三角尖堆有邊求積法。以每邊五加一得六。與每邊五相乘得三十。折半得十五。為每一三角尖堆積。六因之得九十。加中心一得九十一。即圓束之積也。如圖甲乙丙丁戊己圓束。未分之則成甲庚辛類六三角尖堆形。而餘中心一故以外周六分之而得甲庚每一邊之數。即如一面三角尖堆之每一邊。而求得一三角尖堆

積六因之得六三角尖堆積。加中心一。即為圓束之積數也。



又法以外周三十加六得三十六。與外周三十相乘得一千零八十八。十二除之得九十一。加中心一得九十二。為圓束之積也。蓋圓束以六包一。其外周所包之數亦必以六遞加。為超位平加之數。如甲乙丙丁戊己圓束除却中心之一。最內一層為六。第二層為十二。第三層為

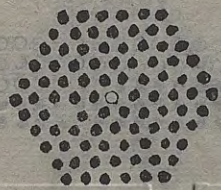


十八。第四層為二十四。第五層為三十。每層皆加六。為超位平加之數。引而長之。成庚辛壬癸梯形。外周三十。即梯形之底。內周六。即梯形之上闊。如以首數六與末數三十相加得三十六。用層數五乘之。折半即得總數。見算法原本二卷第三十二節。然其層數之五。乃係外周三十用六歸所得之數。今以內周六與外周三十相加。即與外周三十相乘。是未用六歸。故

將相乘所得之數。必以六歸。又以二歸。
即折半。始得總數。夫先用六歸後用二歸。

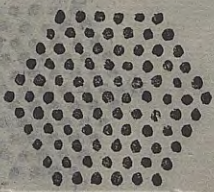
即與十二歸除等。二與六相因得一次。合兩次除為一次。
除。故以十二歸除得總數。再加中心一。

即得圓束之積也。又按第一法。以外周
三十六歸之得一面三角尖堆之每一
邊。是圓束之外周為一面三角尖堆每
邊之六倍。若以外周加六與外周相乘。
則必得一面三角尖堆積之七十二倍。



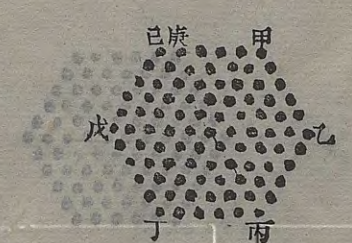
蓋以一面三角尖堆之每一邊加一與
每一邊之數相乘。則得一面三角尖堆
積之二倍。今以每邊之六倍加六與每
邊之六倍相乘。是邊加六倍則積加三
十六倍。彼既為一面三角尖堆積
之二倍。故此即為七十二倍也。以一

面三角尖堆積六倍之。加中心一則得
圓束積。今將七十二倍積以十二除之。
亦得一面三角尖堆積之六倍。故加中
心一而得圓束之積也。凡圓束皆有中
心。設此解與前法相通耳。



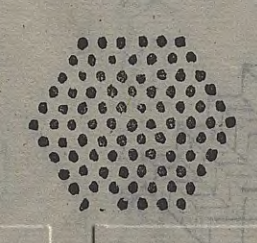
設如圓束積九十一。求外周幾何

知收圓束積



法以圓束積九十一減中心一餘九十。
 六歸之得一十五。倍之得三十。或即以九十三
歸之所得亦同。蓋六歸二。因與三歸所得之數同也。為長方積。以
 一為長闊之較。用帶縱較數開平方法
 算之得闊五。又以六因之得三十。即圓
 束之外周數也。如圖甲乙丙丁戊己圓
 束減去中心一。以六歸之則得甲庚辛
 一面三角尖堆形。故用一面三角尖堆
 有積求邊法。求得甲庚一邊。以六因之
 而得外周也。

知收圓束積

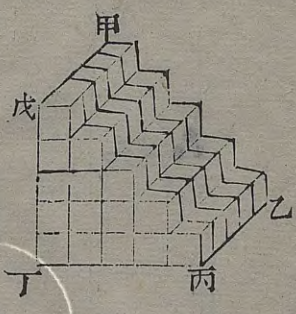
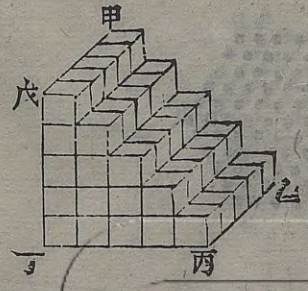


又法以圓束積九十一減一餘九十。以
 十二乘之得一千零八。十為長方積。以
 六為長闊之較。用帶縱較數開平方法
 算之得闊三十。即圓束之外周數也。此
 即圓束有外周求積之法。而轉用之前
 法以外周加六與外周相乘。十二除之。
 再加一而得積。此法則將積數減一。餘
 用十二乘之。以六為長闊之較。用帶縱

開方得闊而為外周也。

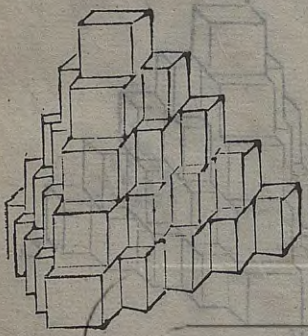
設如塹堵堆。底五。求積幾何。

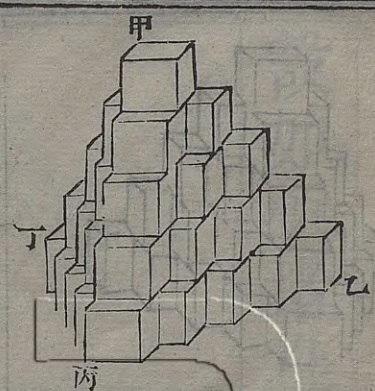
法以底五自乘得二十五為底面積。又以位數五加一得六。與底面積二十五相乘。得一百五十。折半得七十五。即塹堵堆之積也。如圖甲乙丙丁戊塹堵堆。即一面直角尖堆累積之體也。兩直角面相合成長方面形。比原位數多一行。而兩塹堵體相合成長方體形。比原位數亦必多一面。故以位數加一與底面積相乘。所以增其一面之數。成長方體形。為塹堵堆之二倍。折半而得塹堵堆之積也。



設如三角尖堆。每邊五。求積幾何。

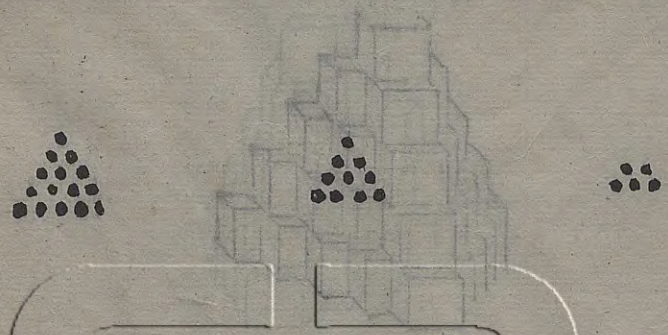
法以每邊五加一得六。與每邊五相乘得三十。折半得十五為底面積。再以每邊五加二得七。與底面積十五相乘。得一百零五。三歸之得三十五。即三角尖





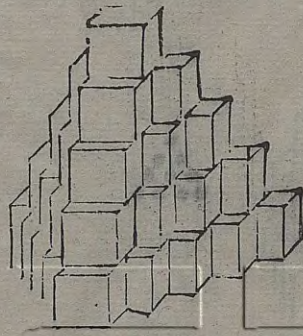
堆之積也。如圖甲乙丙丁三角尖堆。每面皆一面三角尖堆。累積成等邊三角體形。其每邊之數卽位數也。試按位作點排之。第一層爲一。第二層爲三。第三層爲六。第四層爲十。第五層爲十五。爲每次按位相加之數。如以位數加二與末數相乘。取其三分之一。卽得總數。見算

法原本二卷第三十四節今以每邊加一與每邊之數相乘。折半卽得底面積。再以位數加

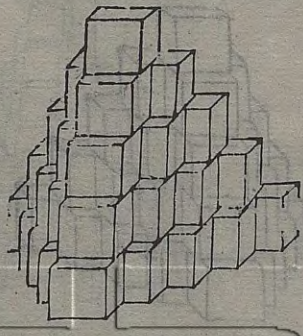


二爲高與底面積相乘。成平行面之三稜體。是爲三角尖體之三倍。故以三除之而得也。然必以位數加二爲高者。蓋以三三角尖體相湊。乃成上下相等之平行面體。其高必比原有之位數多二。兩三角面相合。比原位數多一行。今三三角體相合。故必比原位數多二也。又以一平行面三稜體分爲三三角尖體。其二面爲兩體所同用。今以位數加二爲高與底數相乘。所以增其二面

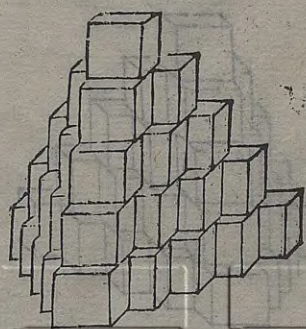
之分也。



又法以每邊五加一得六。與每邊五相乘得三十為倍底積。再以位數加二得七。與倍底積三十相乘得二百一十。六歸之亦得三十五。為三角尖堆之積也。此法與前法同。蓋以每邊加一與每邊之數相乘。則得底面積之二倍。前法以位數加二與底數相乘。既為三角尖堆積之三倍。此法以位數加二與倍底積相乘。即為三角尖堆積之六倍矣。故以六歸之得積也。

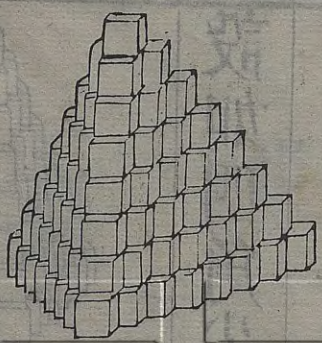


又法以每邊五自乘再乘得一百二十。五為第一數。再以每邊五自乘得二十五為第二數。又以每邊五加一得六。與每邊五相乘得三十。倍之得六十為第三數。三數相加共得二百一十。六歸之得三十五。即三角尖堆之積也。此法與第二法同。蓋以每邊自乘再乘為第一

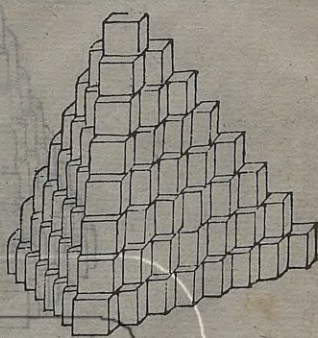


數。是未以每邊加一相乘。亦未以位數
 加二再乘也。因未以每邊加一相乘。則
 其所成之正方形必比前所得之長少
 一層之數。故又以每邊自乘為第二數
 也。因未以位數加二再乘。則其高必比
 前所得之高少二層之數。故又以每邊
 加一與每邊相乘。即如前之又倍之為
 第三數也。三數相加始為三角尖堆積
 之六倍。故以六歸之而得積也。

設如三角尖堆積一百二十求每邊幾何。

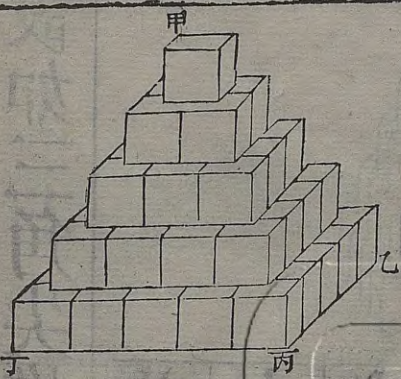


法以三角尖堆積一百二十。六因之得
 七百二十為長方體積。以一為長與闊
 之較。以二為高與闊之較。用帶兩縱不
 同較數開立方方法算之得闊八。即三角
 尖堆之每一邊也。此法即三角尖堆有
 邊求積之法而轉用之。蓋有邊求積。則
 以每邊加一與每邊相乘。又以每邊加
 二再乘。得長方體積。為三角尖堆積之

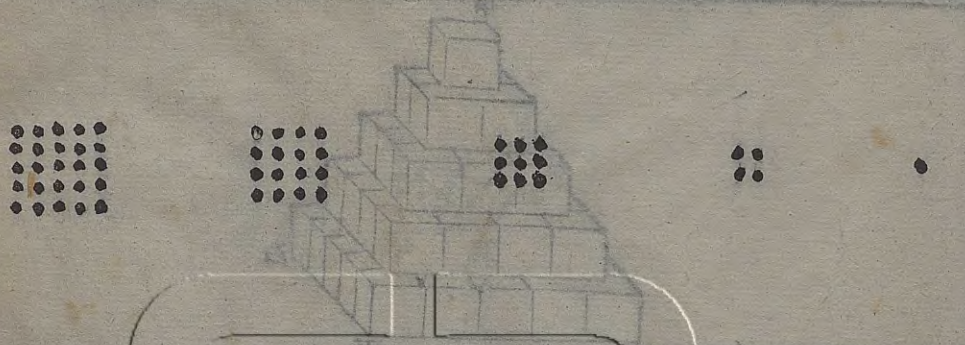


六倍。是長比闊多一。高比闊多二。今以三角尖堆積六因之得長方體積。故用帶兩縱不同較數開立方方法算之。得闊為每邊之數也。

設如四角尖堆。每邊五。求積幾何。

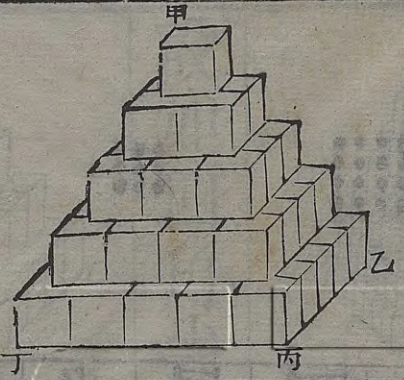


法以每邊五加半得五個半。與每邊五相乘得二十七個半。又以每邊五加一得六與二十七個半相乘得一百六十五。三歸之得五十五。即四角尖堆之積



數也。如圖甲乙丙丁四角尖堆底面為正方形。傍四面皆一面三角尖堆。累積成方底四角尖體形。其每邊之數即位數也。試按位作點排之。第一層為一。第二層為四。第三層為九。第四層為十六。第五層為二十五。為每次按位自乘相加之數。如以每邊加半與每邊相乘。復以位數加一乘之。取其三分之一。即得總

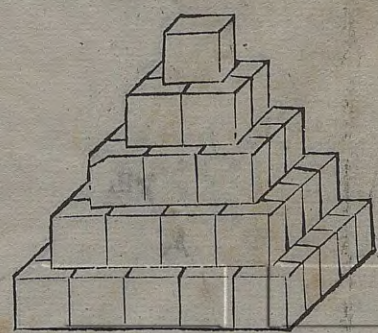
數。見算法原本二卷第三十五節。今以每邊加半與每



邊相乘是得長方面積。復以位數加一為高乘之。是得長方體積。為四角尖體之三倍。故以三除之。即得也。然以邊數加半為長。以位數加一為高者。蓋以三四角尖體相湊。乃成上下相等之長方體。其底必比正方面多半行。其高必比原有之位數多一層。三角體以邊數加一與邊數相乘。四角體以邊數加二為高。四角體以位數加一為高。總以四角體比三角體底式大一倍。故三角體為長方體六分之一。四角體為長方體三分之一。三角體加數幾何。而此四角體皆用其半也。又以一長方體分為三四角尖體。其三面為兩體所同用。而少一行之數。試以甲乙丙丁四角尖體作為戊己庚辛陽馬尖體形。為長方體三分之一。所餘為三分之一。其戊己庚。戊庚辛兩面。為兩體所同用。而戊庚一行。又為兩面所同用。是此兩面為兩體所同用。而少一行之數也。又以其所餘三分之二平分。必有



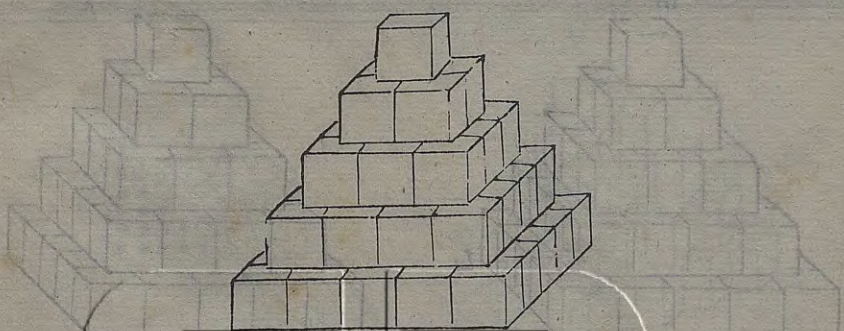
也。又以其所餘三分之二平分。必有



一面為兩體所同用。是以長方體分為三四角尖體。有三面為兩體所同用而少一行之數也。今以每邊加半與每邊之數相乘。又以位數加一乘之。所以增其三面少一行之分也。蓋其高既比原位數多一。則其

傍面一層。宜為一而三角尖堆之倍數。而其傍面只比每邊多半。是傍面只為一面三角尖堆之數也。又其高既比原位多一。則其上面一層為每邊自乘之數。即為一而三角尖堆之倍數而少一行。共之為三面少一行之數也。

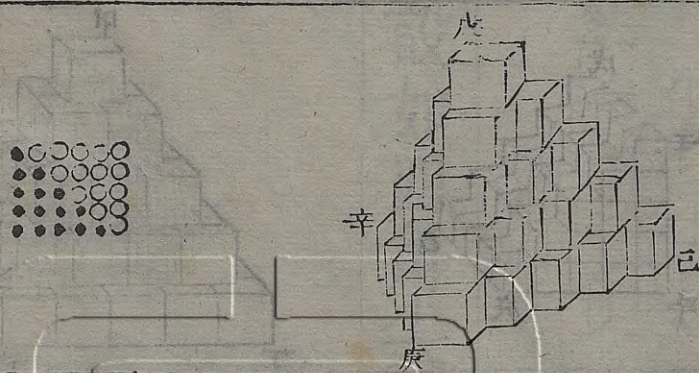
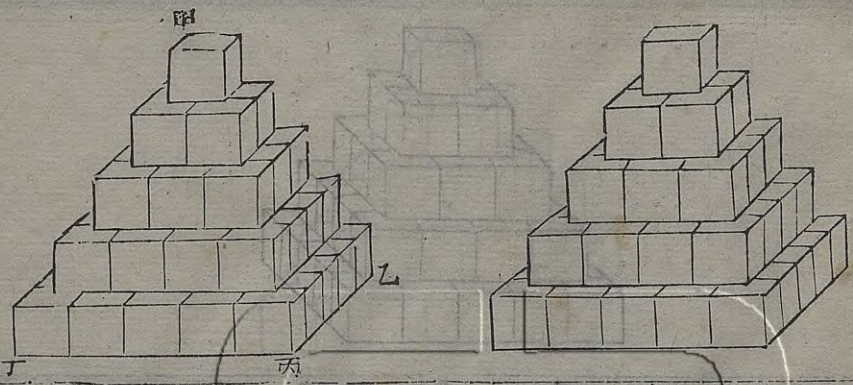
又法以每邊五自乘再乘。得一百二十



五為第一數。再以每邊五自乘。得二十五為第二數。又以每邊五加一得六。與每邊五相乘。得三十。折半得十五為第三數。三數相加。共得一百六十五。三歸之得五十五。即四角尖堆之積也。此法與第一法同。蓋以每邊自乘再乘為第一數。是未以每邊加半與每邊相乘。亦未以位數加一再乘也。因未以位數加一再乘。則其上層即少一每邊自乘之

數。故以每邊自乘為第二數也。因未以每邊加半相乘。則其傍面即少一面三角尖堆之數。故以每邊加一與每邊相乘折半為第三數也。三數相加。始為四角尖堆積之三倍。故以三歸之而得積也。

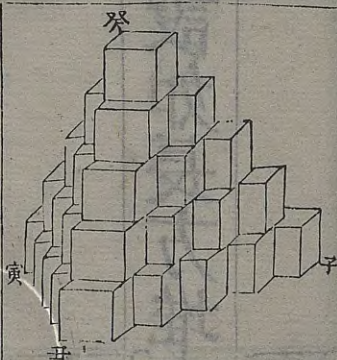
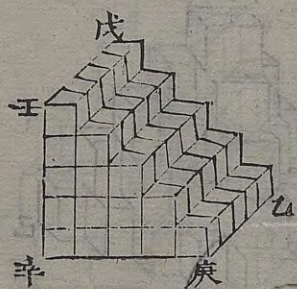
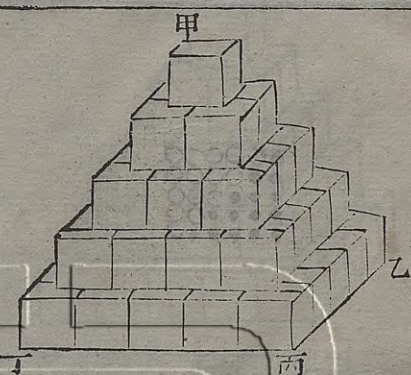
又法以每邊五加一得六。與每邊五相乘得三十。又以每邊五加二得七乘之。得二百一十。三歸之得七十。為三角尖



堆之倍積。又以每邊五求得一面三角尖堆積十五。與倍三角尖堆積七十相減。亦得五十五。為四角尖堆之積也。如圖甲乙丙丁四角尖堆。為戊己庚辛三角尖堆積之一倍而少一面之數。蓋四角尖堆底面積。為三角尖堆底面積之一倍而少一行。故四角尖堆體積。為三角尖堆體積之一倍而少一面。是以求得倍三角尖堆積內減一面三角尖堆

積。即得四角尖堆積也。

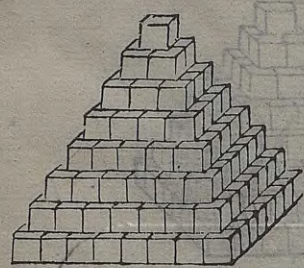
又法以每邊五用塹堵堆求積法。求得塹堵堆積七十五。又以每邊五用三角尖堆求積法。求得三角尖堆積三十五。兩數相加得一百一十。折半得五十五。即四角尖堆之積也。如圖甲乙丙丁四角尖堆。先以乙丙一邊求得戊己庚辛壬塹堵堆積。四角尖體為塹堵體三分之一。故之二三角尖體為塹堵體三分之一。故

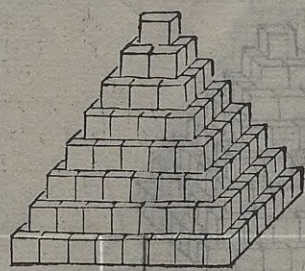


又求得癸子丑寅三角尖堆積。與塹堵堆積相加。即與二方底四角尖堆之積等。故折半而得四角尖堆之積也。

設如四角尖堆積二百零四。求每邊幾何。

法以四角尖堆積二百零四。三因之得六百一十二。為長方體積。以半為長與闊之較。以一為高與闊之較。用帶兩縱不同較數開立方。法算之。得闊八。即四角尖堆之每一邊也。此法即四角尖堆

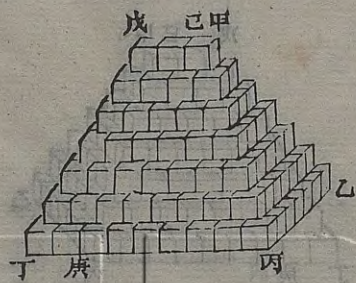




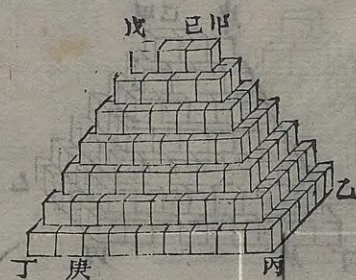
有邊求積之法而轉用之。蓋四角尖堆有邊求積。則以每邊加半與每邊相乘。又以每邊加一再乘。得長方體積。為四角尖堆積之三倍。是長比闊多半。高比闊多一。今以四角尖堆積三因之。得長方體積。故用帶兩縱不同較數開立方。法算之。得闊為每邊之數也。

設如長方堆。底長九。闊七。上一行收頂。求積幾何。

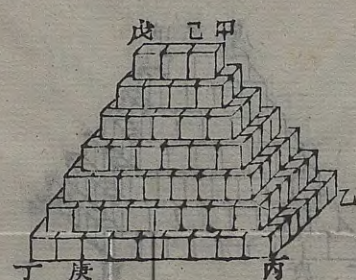
法以底闊七為方堆之底。用四角尖堆



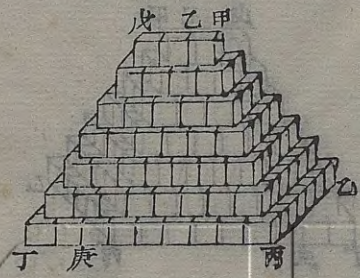
有邊求積法。求得四角尖堆積一百四十。又以底闊七與長九相減餘二。為兩一面三角尖堆。即以底闊七用一面三角尖堆有邊求積法。求得一面三角尖堆積二十八。二因之得五十六。為兩一面三角尖堆積。與前所得四角尖堆積一百四十相加。得一百九十六。即長方堆之積也。如圖甲乙丙丁戊長方堆。丙丁長比乙丙闊多庚丁二。試自己至庚



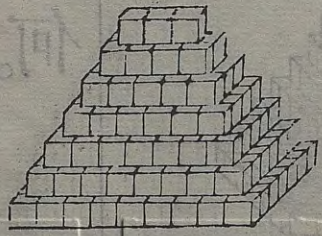
截去二面。則成甲乙丙庚一四角尖堆形。已庚丁戊兩一面三角尖堆形。其乙丙闊與丙庚等。卽四角尖堆之每一邊亦卽一面三角尖堆之每一邊。故以一邊求得四角尖堆積。又求得兩一百三角尖堆積。相加卽得長方堆之積也。又法以闊七與長九相減餘二。折半得一。又加半得一個半。與長九相加得十個半。與底闊七相乘得七十三個半。又



以底闊七卽層數加一得八再乘得五百八十八。三歸之得一百九十六。卽長方堆之積也。此法與前法之理同。如甲乙丙丁戊長方堆。既分爲一四角尖堆。兩一面三角尖堆。其甲乙丙庚四角尖堆。固當以丙庚加半與乙丙相乘。以甲乙加一再乘。得一長方體形。爲一四角尖堆之三。其已庚丁戊兩一面三角尖堆。當以庚丁與乙丙相乘。以戊丁同甲乙



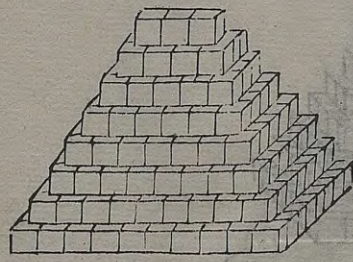
加一再乘。得二長方面形。為兩一面三角尖堆之二倍。因一為三倍。一為二倍。其倍數不同。故又以庚丁折半與庚丁相加。即增其一長方面之分。得三長方面形。亦為兩一面三角尖堆之三倍。故以三歸之。得一四角尖堆。兩一面三角尖堆。合之。與甲乙丙丁戊一長方堆之積相等也。



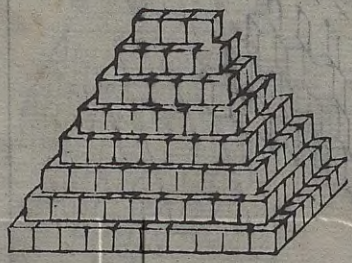
又法以底闊七與長九相減。餘二。再加一得三。為頂上之長。乃以底長九倍之。得十八。加頂長三。得二十一。與底闊七相乘。得一百四十七。再以高數七加一得八。再乘。闊數即高數也。得一千一百七十六。六歸之。得一百九十六。即長方堆之積也。此法與第二法同。蓋前法以長闊相減。折半加半與長相加。此法以長闊相減。折半加一與倍長相加。則其長比前法多一倍。闊與高皆與前數同。而體

積亦必比前數大一倍。故前法用三歸。此法用六歸也。

設如長方堆積二百七十六。長比闊多二。求每邊幾何。



法以長方堆積二百七十六。三因之得八百二十八為長方體積。以長比闊多二折半。又加半得一個半。與二相加得三個半。為長與闊之較。以一為高與闊之較。用帶兩縱不同較數開立方方法算

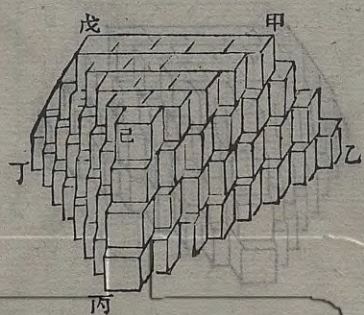
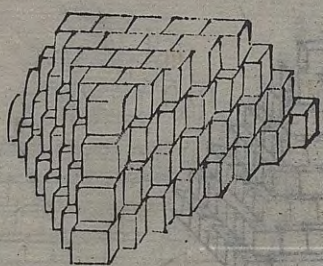


之。得闊八為底闊。加長比闊多二。得十為長也。此法即長方堆有邊求積之法。而轉用之。蓋長方堆有邊求積。則以原長闊之較折半。又加半與原長相加。乃與闊相乘。又以闊加一再乘。得長方體積。為長方堆之三。倍。是長比闊多原長闊之較。又多半較。仍多半。高比闊多一。今以長方堆積三。因之得長方體積。故用帶兩縱不同較數開立方方法算之。得

闊為底邊之闊。加長闊之較。得數為長也。

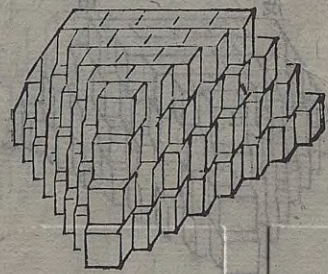
設如三角半堆。底邊八。上邊五。求積幾何。

法以底邊八用三角尖堆有邊求積法。求得三角尖堆全積一百二十。又以上邊五減一得四。為上虛三角尖堆之每邊。亦用三角尖堆有邊求積法。求得上虛三角尖堆積二十。與先所得三角尖堆全積一百二十相減。餘一百。即三角

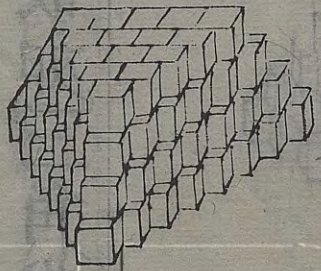


半堆之積也。如圖甲乙丙丁戊己三角半堆。若於其上加一小三角尖堆。則成一大三角尖堆形。其上所加之小三角尖堆之每邊。比三角半堆之上邊少一。故先求得大三角尖堆全積。又求得上虛小三角尖堆積。相減。即得三角半堆之積也。

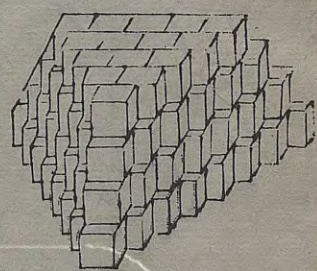
又法以底邊八加一得九。與底邊八相乘。得七十二為第一數。又以上邊五與



底邊八相併得十三。以上邊五加一得六乘之。得七十八為第二數。兩數相併。得一百五十。又以上邊五與下邊八相減餘三。加一得四為層數。與兩數相加。之一百五十相乘。得六百。六歸之得一百。為三角半堆之積也。此法與等邊三角尖堆求積之法同。蓋等邊三角尖堆。其上尖一即上邊。其每邊之數即底邊。亦即層數。其法以每邊加一與每邊相乘。又以每邊加一再乘。得長方體積。為三角尖堆積之六倍。分之則得長比高闊多一之一長方體形。又得長比闊多一之二長方面形。即上多二層若依此法以底邊加一與底邊相乘。即長比闊多一之長方體之一面數也。以上邊一與下邊相加。又以上邊一加一得二乘之。則得長比闊多一之二長方面之兩行數也。此兩數相併。以層數乘之。則亦得長

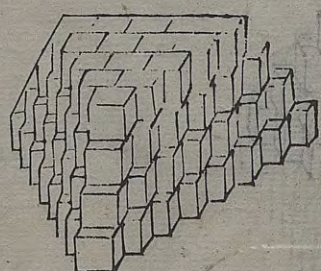


也。此兩數相併。以層數乘之。則亦得長

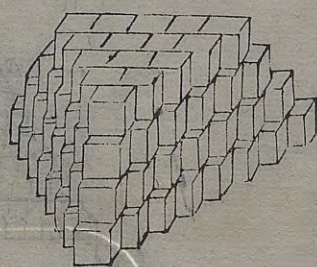


比高闊多一之一長方體形。又得長比闊多一之二長方面形。共成一長方體形。為三角尖堆之六倍矣。

設如三角半堆積一百。上邊五。求底邊幾何。

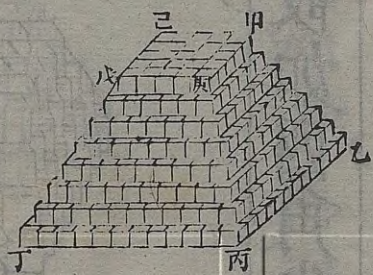


法以上邊五減一餘四。為上虛小三角尖堆之底。用三角尖堆有邊求積法。求得上虛三角尖堆積二十。與半堆積一百相加得一百二十。為等邊三角尖堆全積。用三角尖堆有積求邊法。求得每邊八。即三角半堆之底邊也。如有底邊求上邊者。則以底邊求得三角尖堆全積與半堆積相減。餘為上虛三角尖堆積。求得上虛小三角尖堆之每邊。加一即上邊也。



設如四角半堆。底邊十二。上邊五。求積幾何。

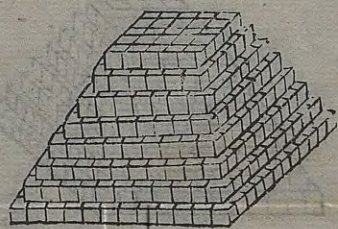
法以底邊十二用四角尖堆有邊求積法。求得四角尖堆全積六百五十。又以上邊五減一得四。為上虛四角尖堆之

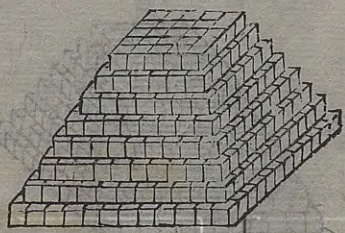


每邊亦用四角尖堆有邊求積法求得
 上虛四角尖堆積三十與先所得四角
 尖堆全積六百五十相減餘六百二十
 卽四角半堆之積也如圖甲乙丙丁戊
 己庚四角半堆若於其上加一小四角
 尖堆則成一大四角尖堆形其上所加
 之小四角尖堆之每邊比四角半堆之
 上邊少一故求得大四角尖堆全積又
 求得上虛小四角尖堆積相減卽得四

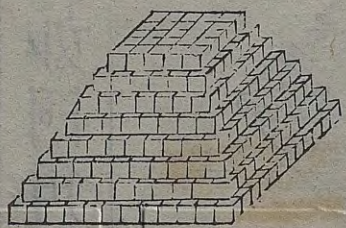
角半堆之積也

又法以上邊五自乘得二十五爲第一
 數以底邊十二自乘得一百四十四爲
 第二數以上邊五與底邊十二相乘得
 六十爲第三數又以上邊五與底邊十
 二相減餘七折半得三個半爲第四數
 四數相併得二百三十二個半又以上
 下邊相減所餘之七加一得八爲層數
 與四數相併之二百三十二個半相乘





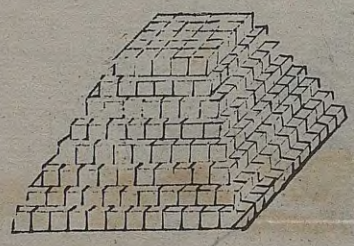
得一千八百六十。三歸之得六百二十。即四角半堆之積也。此法與等邊四角尖堆求積之法同。蓋等邊四角尖堆。其上尖一即上邊。其每邊之數即底邊。亦即層數。其法以每邊加半與每邊相乘。又以每邊加一再乘。得長方體積。為四角尖堆積之三倍。分之則得每邊自乘再乘之一正方面形。每邊自乘之一正方面形。又得長比闊多一之半層長方



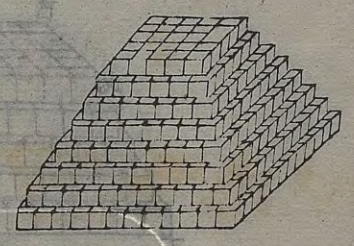
面形。若以底邊自乘即正方面形之一面數也。以上邊一與底邊相乘則得每邊自乘正方面形之一行數也。以上邊一自乘。又以上邊一與底邊相減折半。此兩數相併。即得長比闊多一之半層長方面形之一行數也。四數相併。再以層數乘之。則亦得一正方面形。一正方面形。又得長比闊多一之半層長方面形。共成一長方體形。為四角尖堆之六倍矣。又

此法與上下不等正方體之法異者。在多上下邊相減折半之一數。因堆垛之傍面有餘分故也。

設如四角半堆積六百二十。上邊五。求底邊幾何。



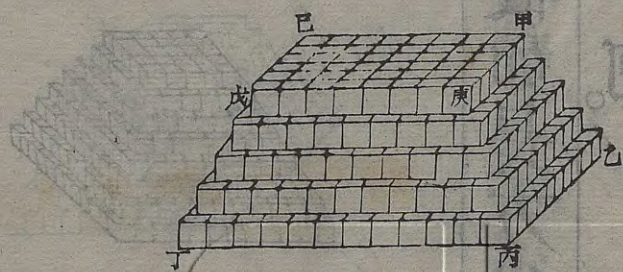
法以上邊五減一餘四。為上虛小四角尖堆之底。用四角尖堆有邊求積法。求得上虛四角尖堆積三十。與半堆積六百二十相加。得六百五十。為等邊四角尖堆全積。用四角尖堆有積求邊法。求



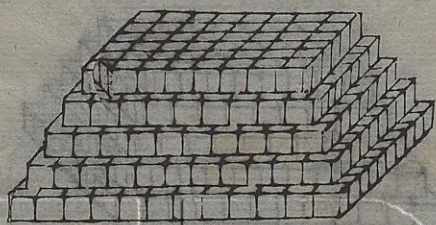
得每邊十二。即四角半堆之底邊也。如有底邊求上邊者。則以底邊求得四角尖堆全積。與半堆積相減。餘為上虛四角尖堆積。求得上虛小四角尖堆之每邊。加一即上邊也。

設如長方半堆。底長十二。闊十。上長八。闊六。求積幾何。

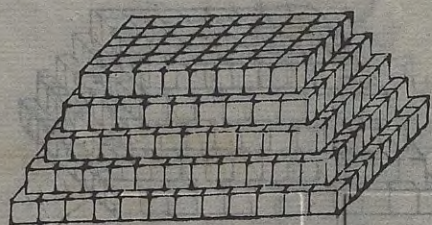
法以底長十二。闊十。用長方堆求積法。求得長方堆全積四百九十五。又以上



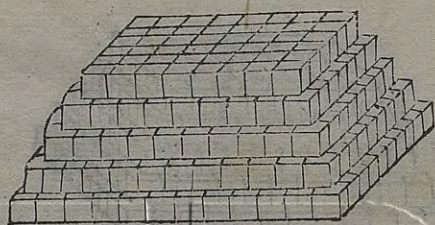
長八闊六各減一。得長七闊五。為上虛
 長方堆之長闊。亦用長方堆求積法。求
 得上虛長方堆積八十五。與先所得長
 方堆全積相減。餘四百一十。即長方半
 堆之積也。如圖甲乙丙丁戊己庚長方
 半堆。若於其上加一小長方堆。則成上
 一行收頂之長方堆形。其上所加之小
 長方堆之每邊。比長方半堆之上邊少
 一。故先求得長方堆全積。又求得上虛



小長方堆積。相減。即得長方半堆之積
 也。
 又法以上長八與上闊六相乘。得四十
 八為第一數。以底長十二與底闊十相
 乘。得一百二十為第二數。以上長八與
 底闊十相乘。得八十。以上闊六與底長
 十二相乘。得七十二。兩數相併。折半得
 七十六為第三數。又以上下長相減。餘
 四。折半得二為第四數。以此四數相加

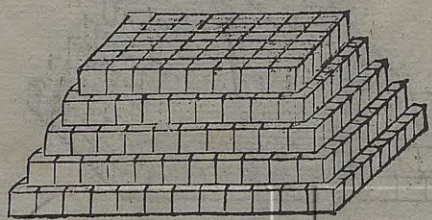


得二百四十六。又以上長與底長相減
 所餘之四加一得五為層數。與四數相
 加之二百四十六相乘。得一千二百三
 十。三歸之得四百一十。即長方半堆之
 積也。此法與四角半堆求積之法同。蓋
 四角半堆長闊皆相等。此則有長闊之
 不同。故四角半堆以上邊自乘為第一
 數者。此則以上長闊相乘為第一數。四
 角半堆以下邊自乘為第二數者。此則



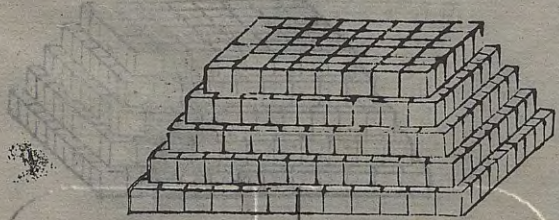
以下長闊相乘為第二數。四角半堆以
 上下相乘為第三數者。此則以上長與
 下闊相乘。上闊與下長相乘。相併折半
 為第三數。四角半堆以上下相減折半
 為第四數者。此則以上下長相減折半
 為第四數。如以上下闊相減折半亦同。其理皆相通
 也。

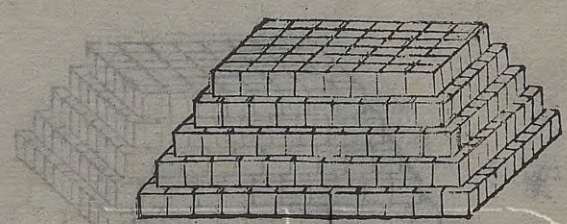
又法以上長八倍之得十六。加下長十
 二得二十八。以上闊六乘之得一百六



十八。又以下長十二倍之得二十四。加上長八得三十二。以下闊十乘之得三百二十。又以下長十二與上長八相減餘四。三數相加得四百九十二。又以上下長相減所餘之四加一得五為層數。與三數相加之四百九十二相乘得二千四百六十。六歸之得四百一十。即長方半堆之積也。此法與第二法同。蓋此法用數比前法大一倍。故前法用三歸。此法用六歸也。又此法與上下不等長方體之法異者。在多上下長相減之一數。因堆梁之傍面有餘分故也。

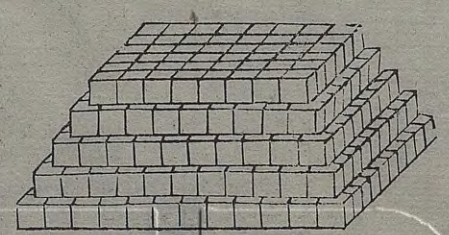
又法以底闊十與長十二相乘得一百二十。又以長十二闊十各減一。得長十一闊九相乘得九十九。又以長十一闊九各減一。得長十闊八相乘得八十。又以長十闊八各減一。得長九闊七相乘得六十三。再以長九闊七各減一。得長





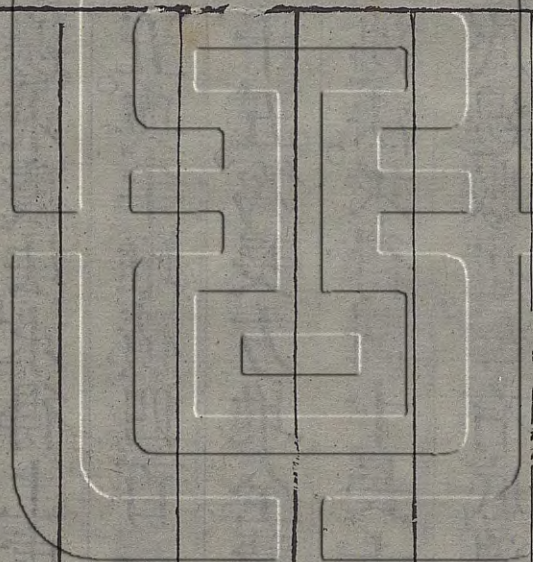
八闊六。即上長闊。相乘得四十八。以此五數相加。共得四百一十。即長方半堆之積也。此法將每層長闊相乘得每層之積。故總加之。即五層之共積也。法雖層累相加。實為顯而易見。凡堆垛諸法。皆可以此法御之。若層數太多者。用本法為簡易也。

設如長方半堆。積四百一十。上長八。闊六。求底長闊各幾何。



法以上長八闊六各減一。得長七闊五。為上虛小長方堆之長闊。用長方堆有邊求積法。求得上虛小長方堆積八十五。與半堆積四百一十相加得四百九十五。為長方堆全積。用長方堆有積求邊法。求得闊十長十二。即長方半堆之底邊數也。如有底邊長闊求上邊長闊者。則以底邊求得長方堆全積與半堆積相減。餘為上虛小長方堆積。求得上

虛小長方堆之長闊兩邊各加一。即長方半堆上邊長闊之數也。

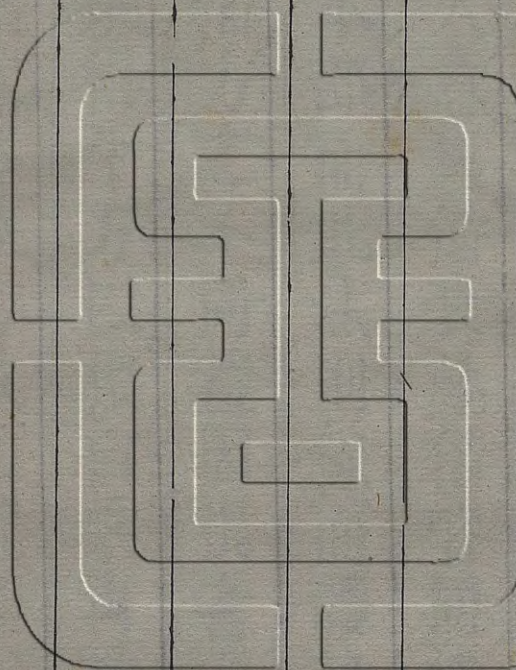


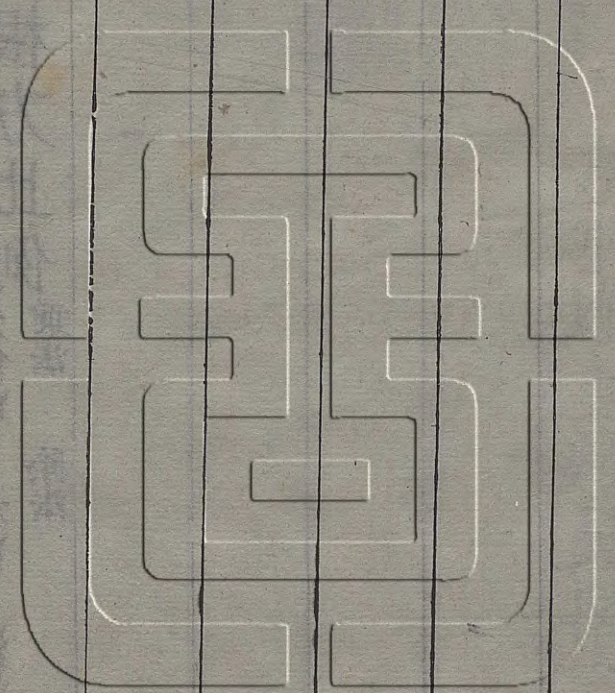
御製數理精蘊下編卷三十一

末部一

借根方比例

定位法 加法 減法
乘法 除法





借根方比例

借根方者。假借根數方數以求實數之法也。凡法必借根借方。加減乘除。令與未知之數比例齊等。而本數以出。大意與借衰疊借略同。然借衰疊借之法。止可以御本部。而此法則線面體諸部。皆可御之。其中有借根借方之不同。蓋因根者方之邊數。即所謂線。以根自乘得平方。以根自乘再乘得立方。以根累次乘即得累次多乘方。故以線類為問者。則借根數以比之。以面類為問者。則借平方長方以比之。以體類

為問者。則借立方或累次多乘方以比之。至於借數。又有一定之位。與降位之法。定位降位法俱詳後。要之此法設立虛數。依所問之比例乘除加減。務令根方之數。與真數相當適等。而所求之數以出。此亦借數之巧也。

定位法

眾數之經緯。盡歸乘除。而乘除之條理。又取準於定位。况借數一法。又用根方諸名。一經乘除。俱變為幾根幾方之號。而本數之比例。由此而生。其定位與常法稍異。故變從簡易。設表如左。

定位表	
後	前
。	真
一	數
二	根
三	方
四	旁
五	旁
六	旁
七	旁
八	旁
九	旁
。	旁
一	旁

右表前行所列者借數之名。後行所列者定數之位。其借數者即比例也。根與方數。俱為相連比例率。如根為二。則平方為四。立方為八。以立方與平方之比。同於平方與根數之比。即為八與四之比。同於四與二之比也。然必借方借根者何也。蓋以已知未知之數。權約為幾根幾方以統御之。加減後餘幾根幾方。即知真數若干矣。如根為二數。其平方即為四。若餘二平方。即知其真數有八。或餘二

根。即知其真。其定位者即視根方所對之位也。乘法數有四也。

定位。以兩數所對之位數相加。其加數所對之方。即

乘出之方也。除法定位。以兩數所對之位數相減。其

減餘數所對之方。即除出之方也。乘法以真數乘根仍得根。蓋根對一

而真數對。無可加也。如以根乘根。即得平方。蓋根對一。一與一相加得二。二所對之表為平方。故定乘

得之數為平方也。如以根乘平方。即得立方。蓋根對一。平方對二。一二相加得三。而三所對之表為立方。

故定乘得之數為立方也。又如以平方乘平方。則二與二相加為四。察所對之表得三乘方。以平方乘立

方。則二與三相加為五。察所對之表得四乘方。以立方乘立方。則三與三相加為六。察所對之表得五乘

方。餘皆倣此。除法以真數除根。仍得根。蓋根對一。而真數對。無可減也。如以根除根。即得真數。蓋根對

一。一與一相減得。而。所對之表為真數。故定除得之數為真數也。如以根除平方。即得根。蓋根對一。

平方對二。一二相減餘一。而一所對之表為根。故定除得之數為根數也。又如以平方除平方。則二與二

減盡為。察所對之表得真數。以平方除立方。則二與三相減餘一。察所對之表得根數。以立方除立方。

則三與三相減得。察所對之表亦得真數也。餘皆倣此。

定多少與相同號式

凡數有多者用此號。一如一平方多二

根。則如此列之。

凡數有少者用此號。一如一立方少二

平方。則如此列之。

一 一 二 根

一 一 二 方

二考——六

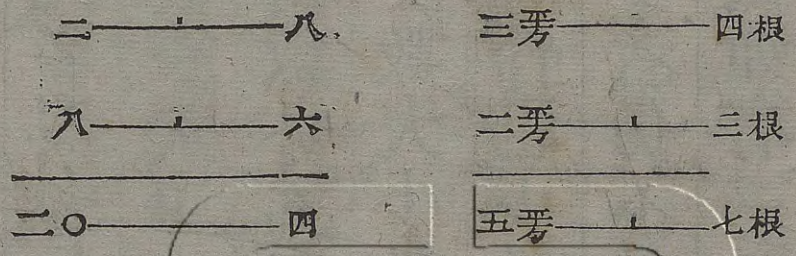
凡數有相等者用此號。一如二立方與十六相等。則如此列之。

至於數之多少不齊。用號各異。加減乘除之後。有不變者。有以多變少。以少變多者。俱詳於本法。

加法

凡多與多加。得數仍為多。少與少加。得數仍為少。多與少加。少與多加。則反相減為所得數。而多數大則得數亦為多。少數大則得數亦為少。其故何也。蓋因多數大。少數小。以其所多補其所少。而其所多者尚有餘也。少數大。多數小。以其所多補其所少。而其所少者仍不足也。多少之號定。而加法不淆矣。

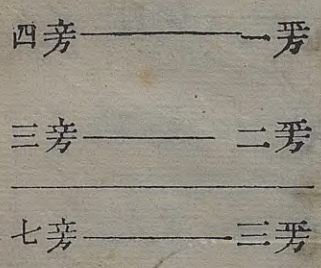
設如有三平方多四根。與二平方多三根相加。問得幾何。



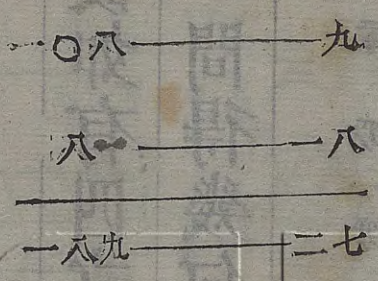
法以三平方與二平方相加得五平方。四根與三根相加得七根。是為五平方多七根。即所求之數也。此多與多加得數仍為多也。如以數明之。以根為二。則一平方為四。上數三平方得十二。多四根得多八。是十二多八。共二十。下數二平方得八。多三根得多六。是八多六。共十四。上十二與下八相加得二十。即五平方之數。上多八與下多六相加得十

四。即多七根之數。蓋上數共二十。下數共十四。兩數相加得三十四。即二十多十四也。

設如有四立方少一平方。與三立方少二平方相加。問得幾何。



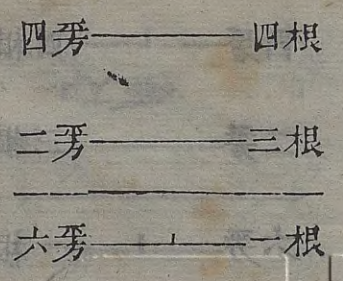
法以四立方與三立方相加得七立方。一平方與二平方相加得三平方。是為七立方少三平方。即所求之數也。此少與少加得數仍為少也。如以數明之。以



平方為九。則一立方為二十七。上數四
 立方得一百零八。少一平方得少九。是
 一百零八少九。為九十九。下數三立方
 得八十一。少二平方得少十八。是八十
 一少十八。為六十三。上一百零八與下
 八十一相加得一百八十九。即七立方
 之數。上少九與下少十八相加得二十
 七。即少三平方之數。蓋上數九十九。下
 數六十三。兩數相加得一百六十二。即

一百八十九少二十七也。

設如有四平方多四根。與二平方少三根相加。問得
 幾何。



法以四平方與二平方相加得六平方。
 四根與三根相加應得七根。今多少兩
 數不同。故於多四根內。反減去少三根。
 餘一根。因多數大。故得數為多。是為六
 平方多一根。即所求之數也。此多少兩
 數不同相加。所多數大。以其所多補足

所少。而所多仍有餘。蓋以上數多四根。

補足下數少三根。仍多一根也。如以數

明之。以根為二。則一平方為四。上數四

平方得十六。多四根得多八。是十六多

八。共二十四。下數二平方得八。少三根

得少六。是八少六為二。上十六與下八

相加得二十四。即六平方之數。上多八

補足下少六仍餘二。即多一根之數。蓋

上數二十四。下數二。兩數相加得二十

六。即二十四多二也。

設如有二立方少三平方。與一立方多二平方相加。

問得幾何。

法以二立方與一立方相加得三立方。

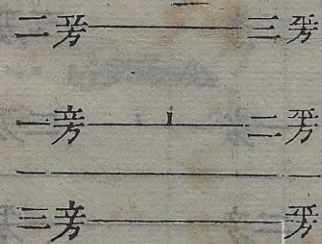
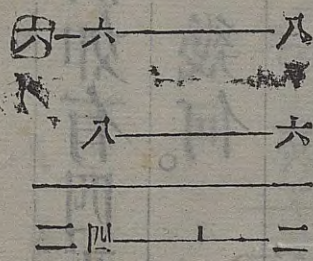
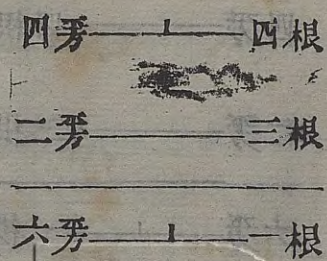
三平方與二平方相加應得五平方。今

多少兩數不同。故於少三平方內。反減

去多二平方。餘一平方。因少數大。故得

數為少。是為三立方少一平方。即所求

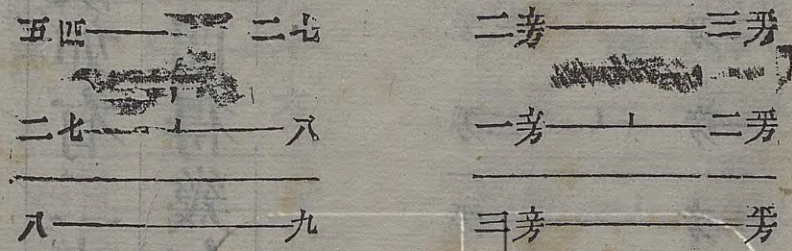
之數也。此多少兩數不同相加。所少數



加

加法

末部

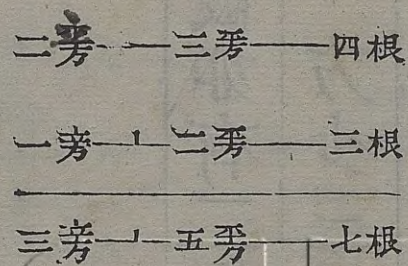


大以其所多補其所少。而所少仍不足。蓋於上數少三平方內。增入下數多二平方。仍少一平方也。如以數明之。以平方為九。則一立方為二十七。上數二立方得五十四。少三平方得少二十七。是五十四少二十七。為二十七。下數一立方得二十七。多二平方得多十八。是二十七多十八。共四十五。上五十四與下二十七相加得八十一。即三立方之數。

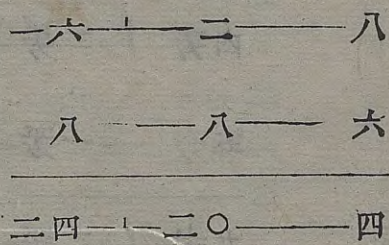
上少二十七內。增入下多十八。仍少九。即少一平方之數。蓋上數二十七。下數四十五。兩數相加得七十二。即八十一少九也。

設如有二立方多三平方。少四根。與一立方多二平方少二根。相加。問得幾何。

法以二立方與一立方相加得三立方。三平方與二平方相加得五平方。四根與三根相加得七根。是為三立方多五



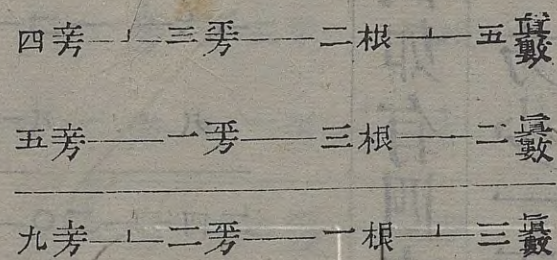
平方少七根。即所求之數也。此三位相加多少各自相同。故多與多加仍為多。少與少加仍為少也。如以數明之。以根為二。則一平方為四。一立方為八。上數二立方得十六。多三平方得多十二。少四根得少八。是十六多十二又少八。為二十。下數一立方得八。多二平方得多八。少三根得少六。六是八多八又少六。為十。上十六與下八相加得二十四。即三



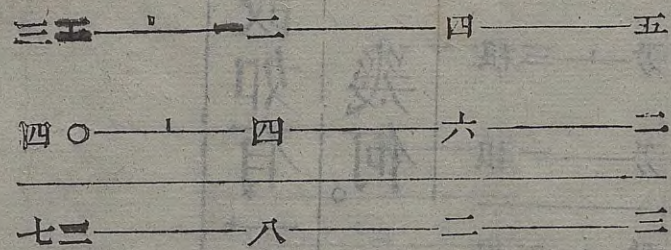
立方之數。上多十二與下多八相加得二十。即多五平方之數。上少八與下少六相加得十四。即少七根之數。蓋上數二十。下數十。兩數相加得三十。即二十四多二十又少十四也。

設如有四立方多三平方少二根多五真數。與五立方少一平方多三根少二真數相加。問得幾何。

法以四立方與五立方相加得九立方。多三平方與少一平方相減餘二平方。



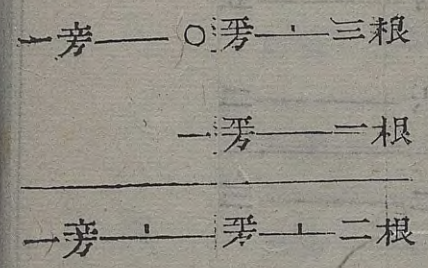
多數大。故為多。少二根與多三根相減
 餘一根。多數大。故為多。多五真數與少
 二真數相減。餘三真數。多數大。故為多。
 是為九立方多二平方多一根多三真
 數。即所求之數也。此四位相加而多少
 各自不同。須各以所多補足所少。故相
 減所餘為所得數也。如以數明之。以根
 為二。則一平方為四。一立方為八。上數
 四立方得三十二。多二平方得多十二。



少二根得少四。又多真數五。是三十二
 多十二少四又多五。為四十五。下數五
 立方得四十。少一平方得少四。多三根
 得多六。又少真數二。是四十少四多六
 又少二。為四十。上三十二與下四十相
 加得七十二。即九立方之數。上多十二
 補足下少四。仍餘八。即多二平方之數。
 上少四增八。下多六反多二。即多一根
 之數。上多五補足下少二。仍餘三。即多

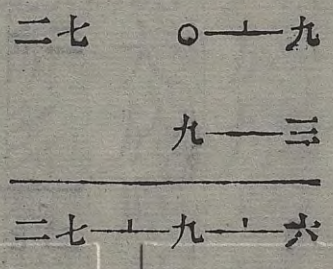
三真數。蓋上數四十五。下數四十。兩數相加得八十五。即七十二多八又多二。又多三也。

設如有一立方多三根。與一平方少一根相加。問得幾何。



法以一立方與一平方相加。得一立方多一平方。多三根與少一根相減。餘二根。多數大。故為多。是為一立方多一平方。多二根。即所求之數也。此相加兩數

位分不同。須各按位列號。補足位分。始不相淆。今上層無平方位。而下層却有平方位。故上層列一空平方位以補之。凡法皆當如此也。如以數明之。以根為三。則一平方為九。一立方為二十七。上數一立方得二十七。多三根得多九。是二十七多九共三十六。下數一平方得九。少一根得少三。是九少三。為六。上二十七與下無可加。仍得二十七。即一立



$$\begin{array}{r}
 \text{九} \\
 \text{一} \\
 \text{一} \\
 \text{三} \\
 \hline
 \text{九} \\
 \text{一} \\
 \text{一} \\
 \text{六} \\
 \hline
 \text{二} \\
 \text{七}
 \end{array}$$

方之數。下九與上空位亦無可加。仍得九。卽一平方之數。上多九補足。下少三。仍餘六。卽多二根之數。蓋上數三十六。下數六。兩數相加得四十二。卽二十七多九又多六也。

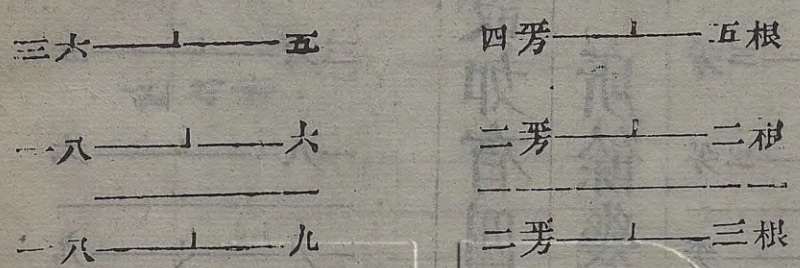
減法

凡多與多減。原數大於減數。則減餘仍爲多。少與少減。原數大於減數。則減餘仍爲少。若多與多減。減數大於原數。則反減。而減餘卽變爲少。蓋減數之所多。既大於原數之所多。則原數之所多內。減盡與原數之所多相等之數。仍須於原數之整分內。多減去所大之幾何。則所餘之整分內。卽少幾何矣。若少與少減。減數大於原數。則反減。而減餘卽變爲多。蓋減數之所少。既大於原數之所少。則原數之所少內。減盡

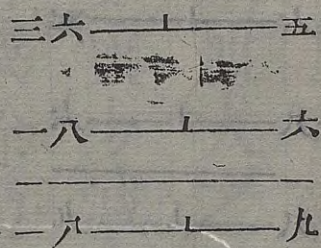
與原數之所少相等之數。仍須於原數之整分內。少減所大之幾何。故所餘之整分內。即多幾何矣。至於多與少減少與多減。則反相加為減餘數。而原數多則減餘仍為多。原數少則減餘仍為少。其故何也。蓋因原數多減數少。則原數已多在彼。而減數又少於此。是所餘益多也。原數少減數多。則原數已少在彼。而減數又多於此。是所餘益少也。多少之號明。而減法不淆矣。

幾何。

設如有四平方多五根。內減二平方多二根。問所餘

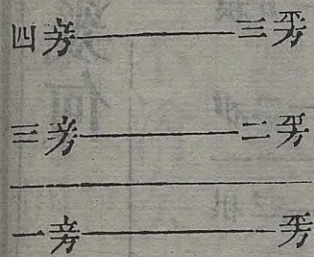


法以四平方減二平方餘二平方。五根減二根餘三根。是為二平方多三根。即所求之數也。此多與多減。原數大於減數。故減餘仍為多也。如以數明之。以根為三。則一平方為九。上數四平方得三十六。多五根得多十五。是三十六多十五。共五十一。下數二平方得十八。多二根得多六。是十八多六。共二十四。上三

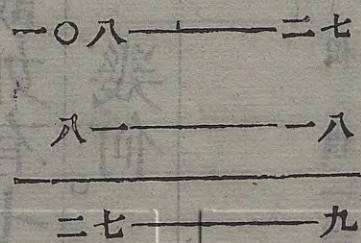


十六內減下十八餘十八。卽二平方之數。上十五內減下六餘九。卽三根之數。蓋上數共五十一。下數共二十四。兩數相減餘二十七。卽十八多九也。

設如有四立方少三平方。內減三立方少二平方。問所餘幾何。



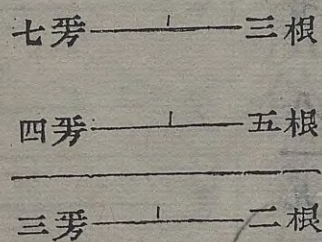
法以四立方減三立方餘一立方。三平方減二平方餘一平方。是爲一立方少一平方。卽所求之數也。此少與少減。原



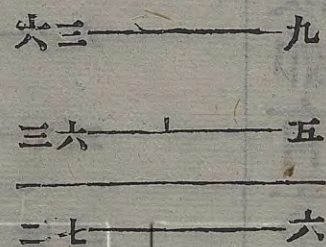
數大於減數。故減餘仍爲少也。如以數明之。以十方爲九。則一立方爲二十七。上數四立方得一百零八。少三平方得少二十七。是一百零八少二十七。爲八十一。下數三立方得八十一。少二平方得少十八。是八十一少十八。爲六十三。上一百零八內減下八十一。餘二十七。卽一立方之數。上二十七內減下十八。餘九。卽少一平方之數。蓋上數八十一。

下數六十三。兩數相減餘十八。即二十
七少九也。

設如有七平方多三根。內減四平方多五根。問所餘
幾何。



法以七平方減四平方餘三平方。三根
內不能減五根。乃於下數多五根內。反
減上數多三根。餘二根。即變為少。是為
三平方少二根。即所求之數也。此多與
多減。減數大於原數。故反減。而減餘。即



變為少。蓋原數多二根。減數多五根。是
減數比原數大二根。如於原數三根內
減去減數三根。則減數仍餘二根。此二
根必須於原數平方內減之。原數既多
減二根。則餘數即少二根也。如以數明
之。以根為三。則一平方為九。上數七平
方得六十三。多三根得多九。是六十三
多九。共七十二。下數四平方得三十六。
多五根得多十五。是三十六多十五。共

六三	——	九
三六	——	五
二七	——	六

五十一。上六十三內減下三十六餘二十七。卽三平方之數。下十五內反減上九餘六。卽少二根之數。蓋上數共七十二。下數共五十一。兩數相減餘二十一。卽二十七少六也。

設如有六平方少三根。內減二平方少四根。問所餘幾何。

法以六平方減二平方餘四平方。三根內不能減四根。乃於下數少四根內反減上數少三根。餘一根卽變爲多。是爲四平方多一根。卽所求之數也。此少與少減。減數大於原數。故反減。而減餘卽變爲多。蓋原數少三根。減數少四根。是減數比原數大一根。如於原數三根內減去減數三根。則減數仍餘一根。此一係原數平方內所少減之一根。原數既少減一根。則餘數卽多一根也。如以數明之。以根爲四。則一平方爲十六。上

六旁	——	三根
二旁	——	四根
四旁	——	根

數六平方得九十六。少三根得少十二。是九十六少十二。為八十四。下數二平方得三十二。少四根得少十六。是三十二少十六。為十六。上九十六內減下三十二餘六十四。即四平方之數。下十六反減上十二餘四。即多一根之數。蓋上數八十四。下數十六。兩數相減餘六十八。即六十四多四也。

九六———二

三二———六

六四———四

設如有三平方多四根。內減二平方少一根。問所餘

幾何。

三芳———四根

二芳———一根

一芳———五根

法以三平方減二平方餘一平方。四根減一根應餘三根。今多少兩數不同。故反相加得五根。因原數多。故得數仍為多。是為一平方多五根。即所求之數也。此多少兩數不同相減。原數多。減數少。原數已多。而減數又少。則所餘者愈多。蓋原數多四根。減數少一根。是原數比減數已多五根。故減餘即為多五根也。

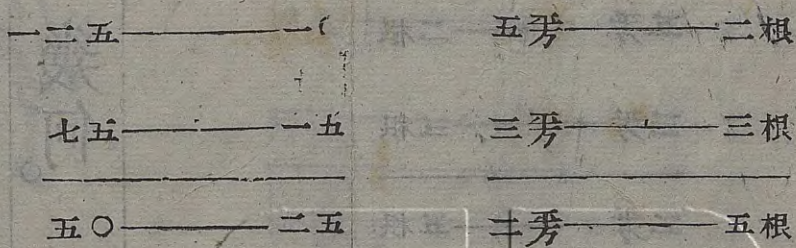
四八——六
三二——四
一六——二〇

如以數明之。以根為四。則一平方為十六。上數三平方得四十八。多四根得多十六。是四十八多十六。共六十四。下數二平方得三十二。少一根得少四。是三十二少四。為二十八。上四十八內減下三十二。餘十六。即一平方之數。上多十六。加下少四。得二十。即多五根之數。蓋上數六十四。下數二十八。兩數相減。餘三十六。即十六多二十也。

設如有五平方少二根。內減三平方多三根。問所餘幾何。

五旁——二根
三旁——三根
二旁——五根

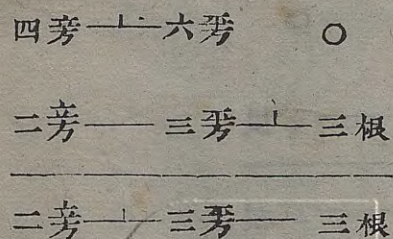
法以五平方減三平方。餘二平方。二根不能減三根。且多少兩數不同。故反相加得五根。因原數少。故得數仍為少。是為二平方少五根。即所求之數也。此多少兩數不同。相減。原數少。減數多。原數已少。減數又多。則所餘者愈少。蓋原數少二根。減數多三根。是原數比減數已



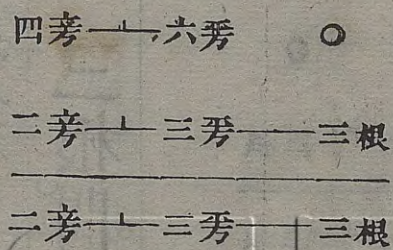
少五根。故減餘即為少五根也。如以數明之。以根為五。則一平方為二十五。上數五平方得一百二十五。少二根得少十。是一百二十五少十。為一百一十五。下數三平方得七十五。多三根得多十五。是七十五多十五。共九十。上一百二十五內減下七十五。餘五十。即二平方之數。上少十。加下多十五。得二十五。即少五根之數。蓋上數一百一十五。下數

九十。兩數相減。餘二十五。即五十少二十五也。

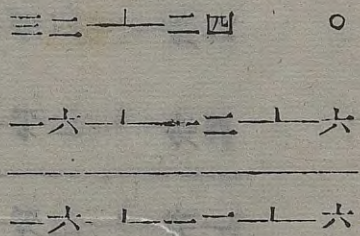
設如有四立方多六平方。內減二立方多三平方。多三根。問所餘幾何。



法以四立方減二立方。餘二立方。六平方減三平方。再減三根。餘三平方。少三根。是為二立方多三平方。少三根。即所求之數也。此相減兩數位分不同。須各按位列號。補足位分。始不相淆。今上層



無根位。而下層却有根位。故上層作一
空根位以補之。是原根位無數。而減數
多三根。故所餘即少三根也。如以數明
之。以根為二。則一平方為四。一立方為
八。上數四立方得三十二。多六平方得
多二十四。是三十二多二十四。共五十
六。下數二立方得十六。多三平方得多
十二。多三根得多六。是十六多十二又
多六。為三十四。上三十二內減下十六



餘十六。即二立方之數。上二十四內減
下十二。餘十二。即三平方之數。下六無
可減。仍為六。即少三根之數。蓋上數五
十六。下數三十四。兩數相減。餘二十二。
即十六多十二。又少六也。

設如有五立方多四平方多三根少八真數。內減四
立方多二平方多二根少九真數。問所餘幾何。

法以五立方減四立方。餘一立方。四平
方減二平方。餘二平方。多與多減。原數

八 叢
 三 根
 四 旁
 五 旁
 九 叢
 二 旁
 二 根
 一 旁
 二 旁
 一 根
 一 叢

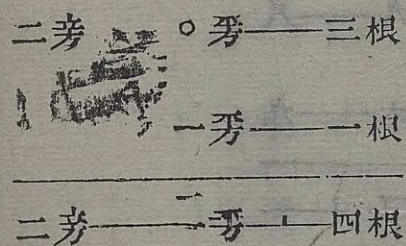
大故為多。多三根減二根餘一根。多與
 多減。原數大故為多。八真數不能減九
 真數。乃於下數少九內反減上數少八。
 餘一即變為多。是為一立方多二平方
 多一根多一真數。即所求之數也。如以
 數明之。以根為三。則一平方為九。一立
 方為二十七。上數五立方得一百三十
 五。多四平方得多三十六。多三根得多
 九。又少真數八。是一百三十五多三計

八
 九
 一
 三
 八
 一
 三
 六
 一
 九
 一
 八
 一
 三
 五
 一
 二
 七
 一
 八
 一
 三
 一
 一

六又多九又少八。為一百七十二。下數
 四立方得一百零八。多二平方得多十
 八。多二根得多六。又少真數九。是一百
 零八多十八又多六又少九。為一百二
 十三。上一百三十五內減下一百零八
 餘二十七。即一立方之數。上三十六內
 減下十八餘十八。即多二平方之數。上
 九內減下六餘三。即多一根之數。下九
 反減上八餘一。即多一真數。蓋上數一

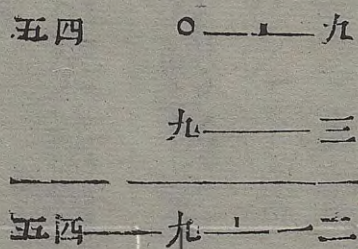
百七十二。下數一百二十三。兩數相減
 餘四十九。即二十七多十八又多三又
 多一也。

設如有二立方多三根。內減一平方少一根。問所餘
 幾何。

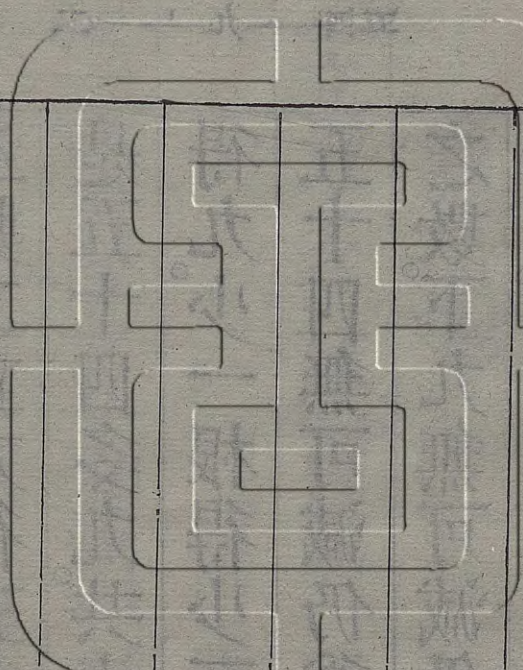


法以二立方減一平方餘二立方少一
 平方。三根減一根應餘二根。今多少兩
 數不同。故反相加得四根。因原數多。故
 得數仍為多。是為二立方少一平方多

四根。即所求之數也。如以數明之。以根
 為三。則一平方為九。一立方為二十七。
 上數二立方得五十四。多三根得多九。
 是五十四多九。共六十三。下數一平方
 得九。少一根得少三。是九少三。為六。上
 五十四無可減。仍為五十四。即二立方
 之數。下九無可減。仍為九。即少一平方
 之數。上多九與下少三相加得十二。即
 多四根之數。蓋上數六十三。下數六。兩



數相減餘五十七。即五十四少九又多十二也。



Faint vertical text columns, likely bleed-through from the reverse side of the page.

乘法

凡乘法各按位分上下積列自末位起逐位遍乘與

常法同其書乘出之數以類相從。如乘出之數為根俱書於根之下。

出之數為平方俱書於平方之下。皆依定位表例。其定多少之號則臨期互

有轉移。蓋法實俱止一位者其乘出之數為多不必

言矣。法實不止一位俱係多者。如幾平方多幾根或幾根多幾真數又或

幾平方多幾根又其乘出之數亦俱為多。蓋以多乘

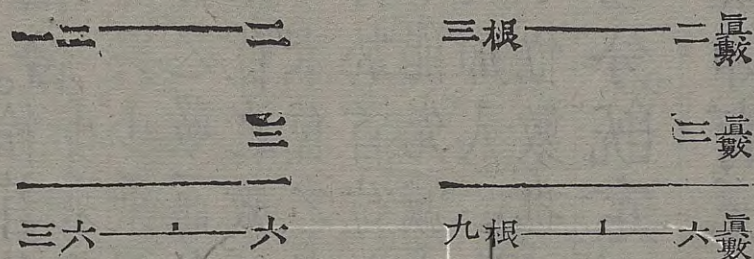
多則多者益多也。法實兩數俱係少者其為首一位

已係整數為多。如幾平方少幾根或幾根少幾真數或幾平方少幾根又少幾真數之類

故乘出之數。則有多少之分。如為首位相乘係多與多乘。其乘出之數為多。而次位為少者與首位乘。是為少與多乘。或首位與次位為少者乘。是為多與少乘。則其乘出之數俱為少。蓋少與多乘。多與少乘。則少者益少。而得數固少也。如幾平方少幾根。與幾真數相乘。以真數乘平方。即為多與多乘。以真數乘根。即為多與少乘也。

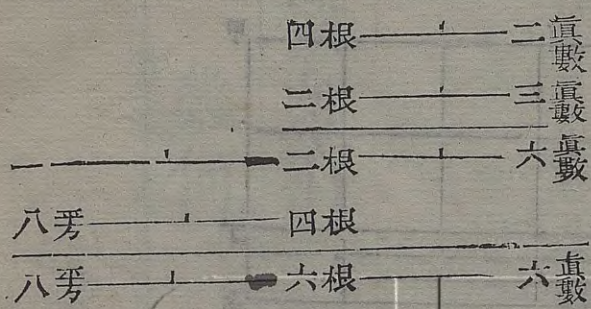
至於少與少乘。其乘出之數。反變為多。如幾立方少幾平方。與幾根少幾真數相乘。以真數乘平方。即為少與少乘也。其故何也。蓋法實首位為多。次位以後為少。則乘出之數。首位內少次位之數。必多末位之數。須於乘出首位數中。減去次位之數。加入末位之數。始與實數相合。除首位上下兩整數相乘以後。次位皆係少與少乘。為多。而次位對首位乘。必為少與多乘。或多與少乘。則此兩數俱為少。合之為首位數內少次位之數。而多末位之數。蓋因次位所少數內。有兩分末位之數。首位數內減去次位之全數。即如多減去一末位之數。倘能於次位數中先減去末位數。然後再於首位數中減之。始與實數相合。今次位數中既不能先減去末位數。故轉於首位數中減去次位數。反加入一末位數也。所謂減者即少數。所謂加者即多數。多少之分既定。則依加法相加。即為所得之數也。

設如有三根多二真數。以三真數乘之。問得幾何。法以三真數乘二真數得六真數。以

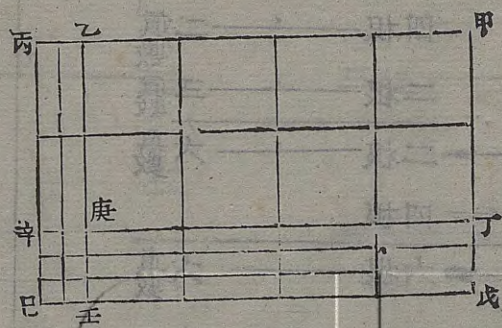


與多乘故為多也。又凡以真數乘根方之數。其位皆不變。如以真數乘真數。仍得真數。以真數乘根。仍得根。蓋定位表中真數之位為○。於根方之位無所加也。以三真數乘三根。得多九根。是為九根。多六真數。即所求之數也。如以數明之。以根為四。則上數三根。得十二。多二真數。共得十四。以下真數三乘之。所得三十六。即九根之數。所得多六。即多六真數。蓋以下數三與上數十四相乘。得四十二。即三十六多六也。

設如有四根多二真數。以二根多二真數乘之。問得幾何。



法以多二真數乘多二真數。得多六真數。以多二真數乘四根。得多十二根。又以二根乘多二真數。得多四根。以二根乘四根。得八平方。以根與根乘。即得平方。蓋根所對之位為一。以一加一為二。即平方所對之位。故得數定為平方。相加得八平方。多一十六根。又多六真數。即所求之數也。如圖甲乙為四根。乙丙為多二

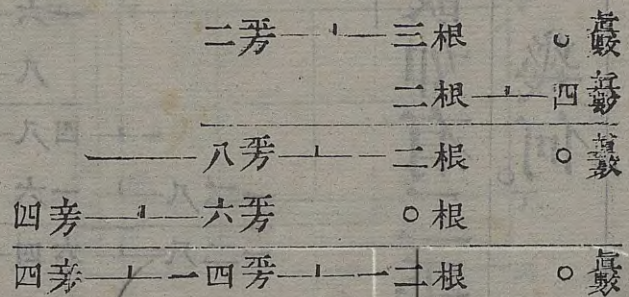


真數。甲丁為二根。丁戊為多三真數。以甲丙四根多二真數與甲戊二根多三真數相乘。成甲戊己丙長方形。其甲丁庚乙長方形。即八平方。其乙庚辛丙與丁戊壬庚二長方形。即所多十六根。其庚壬己辛長方形。即所多六真數也。如以數明之。以根為四。則一平方為十六。上數四根得十六。多二真數。共得十八。下數二根得八。多三真數。共得十一。相乘所得一百二十八。即八平方之數。所得多六十四。即多十六根之數。所得多六。即多六真數。蓋以下數十一與上數十八相乘。得一百九十八。即一百二十八多六十四又多六也。

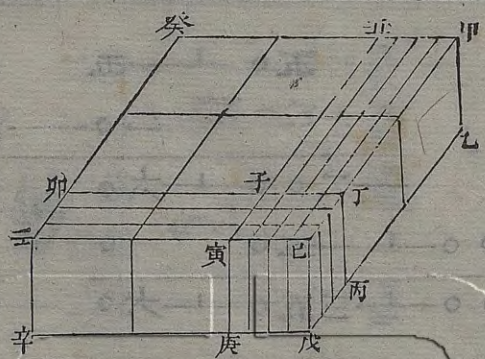
一六——二
 八——三
 一四八——六
 一二八——一六
 一二八——六四——六

設如有二平方多二根。以二根多四真數乘之。問得幾何。

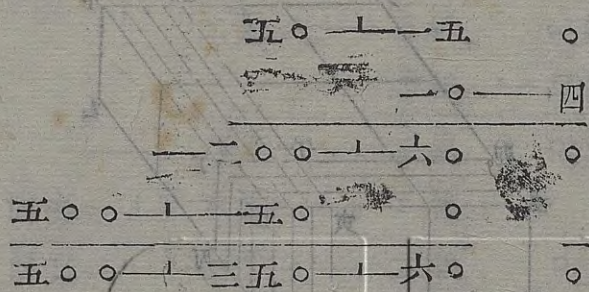
法因上層無真數位。故列一空位以補之。以多四真數乘空真數仍為空。以多



四真數乘多二根得多十二根。以多四真數乘二平方得多八平方。以二根乘空真數仍為空。以二根乘多三根得多六平方。以二根乘二平方得四立方。以乘平方。即得立方。蓋根所對之位為一。平方所對之位為二。以一加二得三。即立方所對之位也。相加得四立方多十四平方。又多十二根。即所求之數也。此相乘兩數位分不同。須各按位列號補足位分。始不相淆。凡法皆當如此。如圖甲乙丙

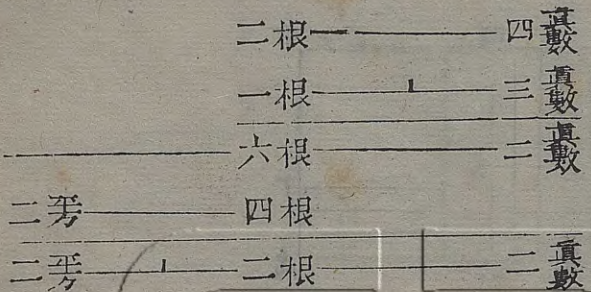


丁為二平方。丁丙戊己為多三根。庚辛為二根。戊庚為多四真數。以甲乙戊己二平方多三根與戊辛二根多四真數相乘。成乙己辛癸扁方體。其丙己庚子十二根。即四真數乘三根之數。其甲乙丙丁子丑八平方。即四真數乘二平方之數。其子寅庚辛壬卯六平方。即二根乘三根之數。其丑子卯癸四立方。即二根乘二平方之數也。如以數明之。以根

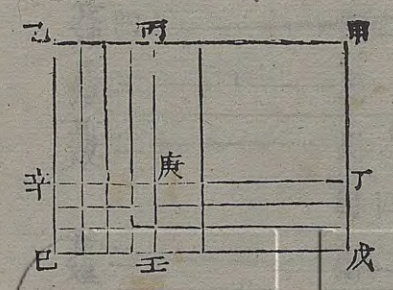


為五。則一平方為二十五。一立方為一百二十五。上數二平方得五十。多三根得多十五。共得六十五。下數二根得一十。多四真數。共得十四。相乘所得五百。即四立方之數。所得多三百五十。即多十四平方之數。所得多六十。即多十二根之數。蓋以下數十四與上數六十五相乘。得九百一十。即五百多三百五十。又多六十也。

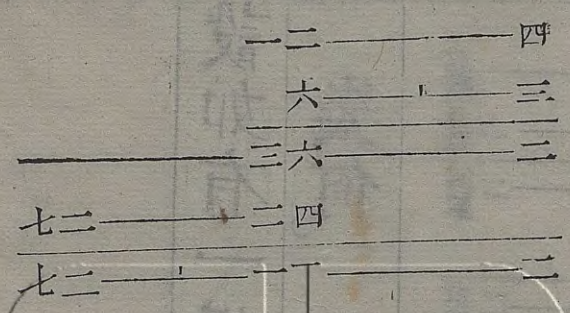
設如有二根少四真數以一根多三真數乘之。問得幾何。



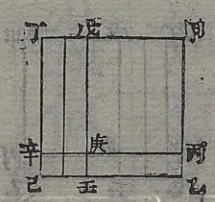
法以多三真數乘少四真數得少十二真數。多與少乘故為少。以多三真數乘二根得多六根。凡為首位皆為多。而數前無號者亦即為多。今以多三真數與多二根相乘。故其得數仍為多。又以一根乘少四真數得少四根。以多與少乘故為少。以一根乘二根得二平方。相加得二平方多二根少十二真數。即所求之數也。如圖甲乙為二



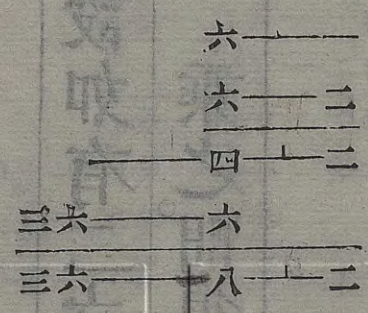
根。丙乙為少四真數。甲丁為一根。丁戊為多三真數。以甲乙二根少四真數與甲戊一根多三真數相乘。成甲戊己乙長方形。其庚壬己辛長方形。即多三真數乘少四真數之十二真數。丁戊己辛長方形。即多三真數乘二根之六根。丙庚辛乙長方形。即一根乘少四真數之四根。甲丁辛乙長方形。即一根乘二根之二平方。合之為甲丁辛乙二平方。而



少丙庚辛乙之四根。又多丁戊己辛之六根。而少庚壬己辛之十二真數。今以丁戊己辛之多六根少十二真數。補丙庚辛乙之少四根。仍多二根而少十二真數也。如以數明之。以根為六。則一平方為三十六。上數二根得十二。少四真數。則餘八。下數一根得六。多三真數。共得九。相乘所得七十二。即二平方之數。所得多十二。即多二根之數。所得少十

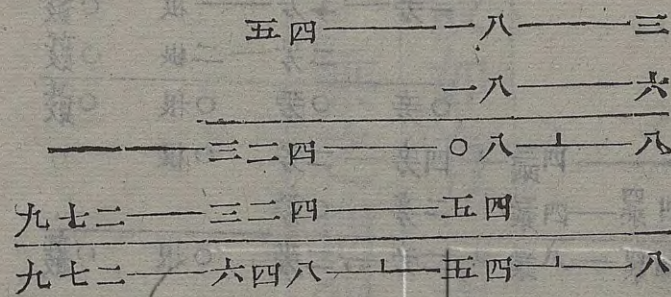


少一真數之一根。其甲乙己丁為一根。乘一根之一平方。合之為甲乙己丁一平方。而少丙乙己辛之一根。又少戊壬己丁之二根。而多庚壬己辛之二真數。實得甲丙庚戊之一長方形。蓋甲乙己丁之一正方形內。減戊壬己丁之二根。又減丙乙己辛之一根。是重減去庚壬己辛之二真數。則甲丙庚戊長方形內必缺二真數。故將少二真數乘少一真數所得之二真數。即預定為多號。以補重減之分。然後得甲丙庚戊之一長方。為所得之實數也。是則少與少乘之為多者。非於整數之外有盈分而為多。實因所少之數有過分而為多也。如以數明之。以根為六。則一平方為三十六。上數一。根為六。少一真數則餘五。下數一根為六。少二真數則餘四。相乘所得三十六。即一平方之數。所得少十八。即少三根。



六——
 六——二
 四——二
 三六——六
 三六——八——二

即一平方之數。所得少十八。即少三根。

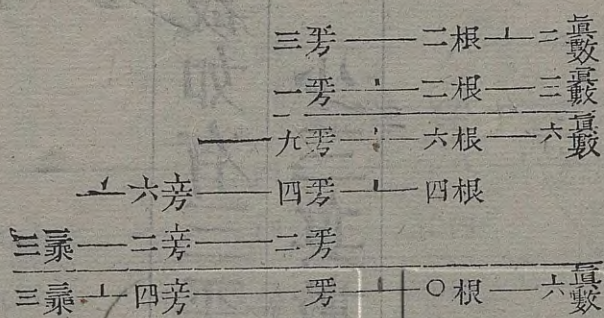


方為八十一。一四乘方為二百四十三。上數二立方得五十四。少二平方得少十八。少一根得少二。是五十四少十八。又少三為三十三。下數二平方得十八。少二根得少六。是十八少六為十二。相乘所得九百七十二。即四四乘方之數。所得少六百四十八。即少八三乘方之數。所得多五十四。即多二立方之數。所得多十八。即多二平方之數。蓋以下數

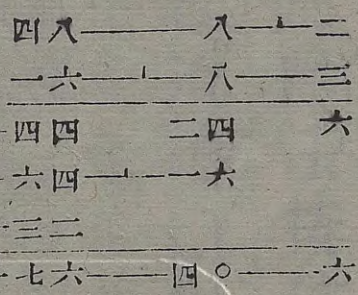
十二與上數三十三相乘。得三百九十六。即九百七十二內少六百四十八。又多五十四復多十八也。

設如有二平方少二根多二真數。與一平方多二根少三真數相乘。問得幾何。

法以少三真數乘多二真數得少六真數。以少三真數乘少二根得多六根。以少三真數乘三平方得少九平方。又以多二根乘多二真數得多四根。以多二

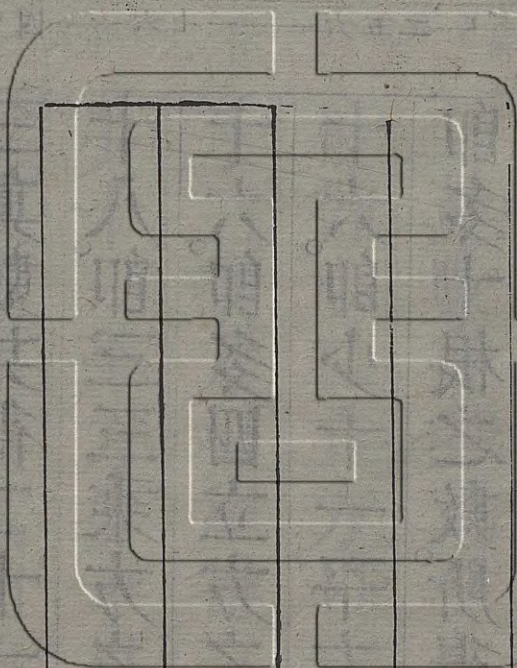


根乘少二根得少四平方。以多二根乘
 三平方得多六立方。又以一平方乘多
 二真數得多二平方。以一平方乘少二
 根得少二立方。以一平方乘三平方得
 三三乘方。相加得三三乘方多四立方
 少十一平方多十根少六真數。即所求
 之數也。如以數明之。以根為四。則一平
 方為十六。一立方為六十四。一三乘方
 為二百五十六。上數三平方得四十八。



少二根得少八。多二真數。共得四十二。
 下數一平方得十六。多二根得多八。少
 三真數。共得二十一。相乘所得七百六
 十八。即三三乘方之數。所得多二百五
 十六。即多四立方之數。所得少一百七
 十六。即少十一平方之數。所得多四十。
 即多十根之數。所得少六。即少六真數
 之數。蓋以下數二十一與上數四十二
 相乘。得八百八十二。即七百六十八多

二百五十六又少一百七十六仍多四十復少六也。



除法

凡除法按位列數。必以真數為單位。法尾未至真數

者。須補○以存其位。

如法尾為根。則補一。○以有真數位。法尾為平方。則補二。○以

存真數位。法尾為立方。則補三。○以存真數位。將得數首位紀於真數之上。

如真數之位為○者。真數所對實中之位。即得數首

則紀於○位之上。

位之數。

如真數對實中根位。即定得數首位為根。如真數對實中平方位。即定得數首位為平方。

如真數對實中立方位。即定得數首位為立方。餘俱倣此。其歸除遞減。皆與常法

同。至於定號亦與乘法同。俱詳設如於左。

設如有十二立方多九平方多六根。以三真數除之。

爲六百一十二。法數四平方爲三十六。除之。所得之九。卽一平方之數。所得多六。卽多二根之數。所得多二。卽多二真數之數。蓋六百一十二以三十六除之。得十七。卽九多六又多二也。

設如有四立方多八平方多七根多二真數。以二平方多三根多二真數除之。問得幾何。

法以二平方多三根多二真數除四立方多八平方多七根。得二根。以二根乘

法實	二旁	三根	二根	一真數
四旁	八旁	七根	二真數	二真數
四旁	六旁	四根	三根	二真數
〇	二旁	三根	三根	二真數
〇	二旁	三根	三根	二真數

多二真數乘多四根。以二根乘多二根得多六平方。以二根乘二平方得四立方。與實相減。餘多二平方多三根多二真數。復以二平方多三根多二真數除。二平方多二根多二真數。得多一真數。以多一真數乘多二真數。得多二真數。以多一真數乘多二根。得多三根。以多一真數乘二平方。得多二平方。與實相減。恰盡無餘。是爲二根多一真數。卽所

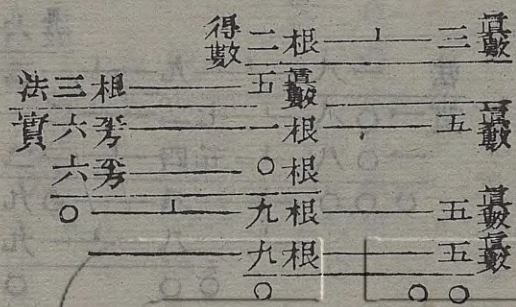
法實	二	三	根	二	根	二	數
四	旁	八	旁	七	根	二	數
四	旁	六	旁	四	根	二	數
〇	〇	二	旁	三	根	二	數
		二	旁	三	根	二	數
		〇		〇			

求之數也。此法蓋因平方多根多真數除立方多平方多根多真數故以平方除立方得根。以平方除多平方得多真數。且真數之位下對實中根位故定得數首位為根。又因實數皆為多。故得數亦皆為多也。如以數明之。以根為三。則一平方為九。一立方為二十七。實數四立方得一百零八。多八平方得多七十二。多七根得多二十一。多二真數即多

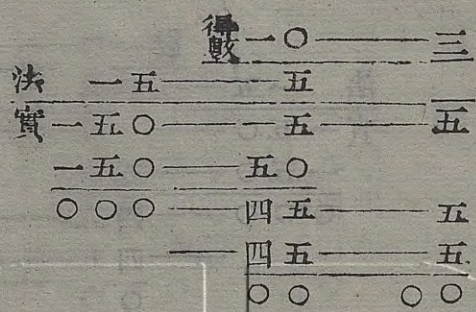
法實	一	九	六	二	二	二	二
〇	八	七	二	二	二	二	二
一	〇	五	四	一	二	二	二
〇	〇	八	〇	九	二	二	二
		八	〇	九	二	二	二
		〇	〇	〇			

二是為一百零八多七十二又多二十。一又多二。共為二百零三。法數二平方得十八。多三根得多九。多二真數即多二。是為十八多九又多二。共為二十九。除之所得之六。即二根之數。所得多一。即多一真數。蓋二百零三以二十九除之得七。即六多一也。

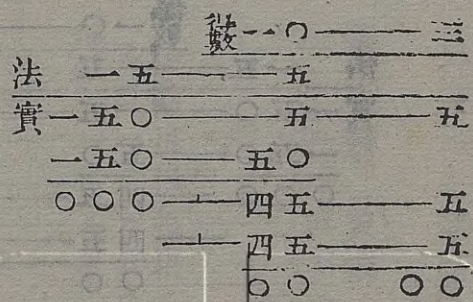
設如有六平方少一根少十五真數。以三根少五真數除之。問得幾何。



法以三根少五真數除六平方少一根。得二根以二根乘少五真數得少十根。以二根乘三根得六平方與實相減。平方恰盡根之減數大於原數轉減之餘多九根少十五真數復以三根少五真數除多九根少十五真數得多三真數減餘之九根為多故除得之三真數亦為多也。以多三真數與少五真數相乘得少十五真數以多三真數與三根相乘得多九根與實相減

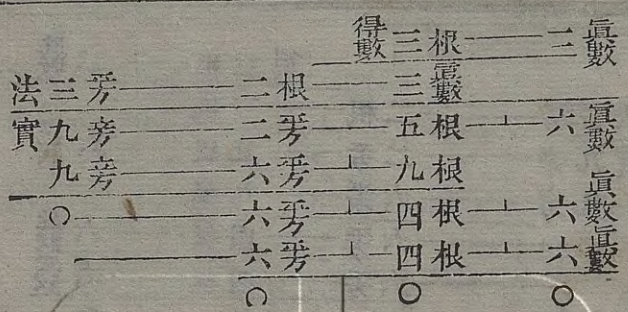


恰盡無餘是為二根多三真數即所求之數也。此法蓋因根少真數除平方少根少真數故以根除平方得根以根除多根根原為少而減餘數變為多得多真數且真數之位下對實中根位故定得數首位為根。又因實數原為少而次位餘實之數變為多故定得數次位為多也。如以數明之以根為五則一平方為二十五實數六平方得一百五十少一根得少五。



少十五真數即少十五。是為一百五十。少五又少十五。共為一百三十。法數三根得十五。少五真數即少五。是為十五。少五。共為一十。除之。所得之一十。即二根之數。所得之多三。即多三真數之數。蓋一百三十以十除之得十三。即十多三也。

設如有九立方少十二平方少五根多六真數。以三平方少二根少三真數除之。問得幾何。



法以三平方少二根少三真數除九立方少十二平方少五根。得三根。以三根乘少三真數得少九根。以三根乘少二根得少六平方。以三根乘三平方得九立方。與實相減。立方恰盡。原少十二平方。減少六平方。餘少六平方。原少五根。不能減九根。轉減之。餘多四根。又多六真數。復以三平方少二根少三真數除少六平方多四根多六真數。得少二真

法實	一四七	四	三	三
	三〇八七	五八八	三五	六
	三〇八七	二九四	六三	六
	〇〇〇	二九四	二八	六
		二九四	二八	六
		〇〇〇	〇〇	〇

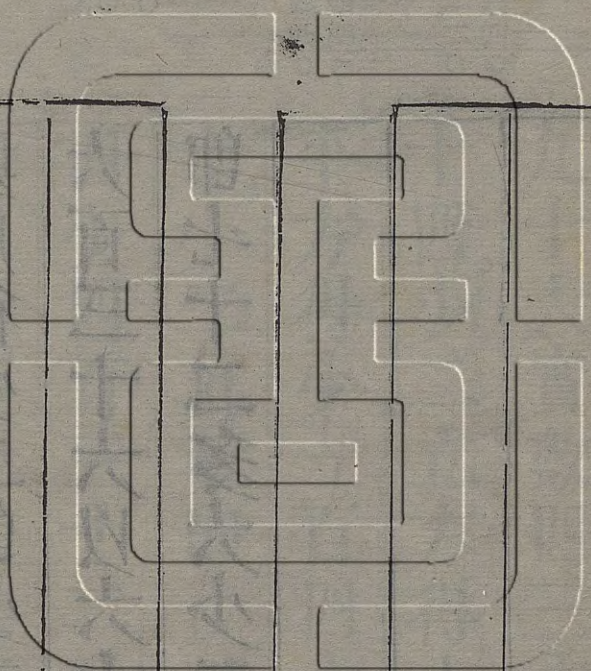
四。少三真數即少三。是為一百四十七少十四又少三。共為一百三十除之。所得之二十一。即三根之數。所得之少二。即少二真數之數。蓋二千四百七十以一百三十除之得十九。即二十一少二也。

設如有八立方多八平方多二根少四真數。以二平方多三根多二真數除之。問得幾何。

法以二平方多三根多二真數除八立

法實	二	三	四	二	四	二
	八	八	八	二	二	二
	八	二	二	八	八	八
	〇	四	四	六	六	六
		〇	〇	〇	〇	〇

方多八平方多二根得四根以四根乘多二真數得多八根以四根乘多三根得多十二平方以四根乘二平方得八立方與實相減立方恰盡平方與根之減數俱大於原數故皆轉減之餘少四平方少六根又少四真數復以二平方多三根多二真數除少四平方少六根少四真數得少二真數以少二真數乘多二真數得少四真數以少二真數乘



增三平式之嫂視將參六暗參一第之
 又參一其或六十一錯之視
 增三平式之嫂視將參六暗參一第之
 又參一其或六十一錯之視

