曆算全書

籌筭

卷四至卷七

第廿二冊

籌筭卷四

開帶縱平方法

勿菴氏曰筭有九極于句股句股出于圓方故少廣旁要相資為用也然開平方以御句股而縱法以御和較右有益積減積翻積諸術參伍錯綜盡神通變要之皆帶縱一法而已

帶縱圖

平方者長濶相等如碁局也平方帶縱者直田也長多于濶之數謂之縱縱之濶如平方之數其長則如縱之數縱與方相乘得縱積以加方積成一直田形積也

倍方不倍縱之圖

平方與方縱兩形初商之積也兩廉一
隅一廉縱者次商之積也廉有二故倍
之廉之縱只一故不倍也

又圖

如前圖除積不盡則有第三商如此圖
雖三商亦只倍廉而不倍縱四商以上
倣此詳之

用法曰先以積列位如法作點從單位起隔位點之視點在首
位獨商之點在次位合兩位商之皆命為實
次以帶縱數用籌與平方籌並列之各為法
視平方籌積數有小于實者用其方數為初商用其積數為
方積初商自乘之數也即視縱籌與初商同行之積數用之為縱
積初商乘縱之數也如初商一則用縱籌第一行兼方積縱積兩數以減原實而定
初商以原實中兼此兩積之數則初商無悮矣故曰定若原實不及減改而商之
如前求得兩積以減之為初商定數　不及減又改商之及
減而止
若應商十數因無縱積改商單九是初商空也則于初商之
位作○而紀其改商之數于○下若次商有然初商應是百而改九十應

是千而改九百並同

定位法 曰既得初商視所作原實之點共有幾何以定其得數之位以知其有次商與否 如一點則得數是單而無次商二點則得數是十而有次商之類皆如平方法取之

次商法 曰依前定位知初商未是單數而減積又有未盡是有次商也 次商之法倍初商加入縱為廉法用籌除之視廉法籌行內之積數有小于餘實者用為廉積以減餘實用其行數為次商就以次商自乘為隅積以減餘實以定次商 必餘實內有廉隅兩積則次商無誤 不及減者改商之及減而止皆如平方法

商三次以上並同次商

命分法 曰若得數已是單而有不盡則以法命之 法以所商數倍之加入縱為廉又加隅一為命分不盡之數為得分亦有得數非單而餘實少在廉法以下不能商作單一者亦以法命之 法即以廉法加隅一為命分

列商數法 曰依平方法視所作點而以最上一點為主

若初商五以上 不論單五或五十或五千或五百並同 皆用進法書其得數于點之上兩位則不論縱之多少也

若初商四以下 亦不論單十百千 則以縱之多少而為之進退法以縱折半加入初商 單從單十從十百千名以類加 若滿五以上者變從進法書于點之上兩位 如初商四而縱有二初商三而縱有四之類

若縱數少雖加之而仍不滿五數者仍用常法書其得數于

點之上一位如初商四而縱只有一初商三而縱只有二只有三之類
總而言之所商單數皆書于廉法之上一位故初商得數有
進退之之法乃豫為廉法之地以居次商也初商五以上倍
之則十雖無縱加廉法已進位矣初商雖四以下而以平縱
加之滿五則其倍之加縱而為廉法也亦滿十而進位矣廉
法進位故初商必進而位書也若加平縱仍不滿五則其廉
法無進位矣故初商只進一位而書之蓋豫筭所商單數已
在廉法之上也
又初商若得單數其廉法即為命分凡商得單數必在命分
之上一位以此考之庶無謬誤
假如有直田積六十三步但云濶不及長二步

列位依平方法作點縱單位起
六三、視點在次位合六十三步商之為實
七 次以平方籌與縱二籌平列之各為法視平
方籌積有四九小于六三其方七也商作單七用進法書于點之上兩立
一點知所商是單
即視帶縱籌第七行積數一四用為縱積
併方積四十九縱積一十四共六十三除實盡此亦偶除盡耳設不盡其命分必是十數故前商七之數必進書之以存其位
定為濶七步 加縱二步得長九步
凡得數在五以上用進法書于點之上兩位此其例也
假如有直田六百三十步但云長多濶二步

列位 無單位補作圈作點

二「六 視點在首位獨商之以〇六百步為實

一九二「 以平方帶縱二各用籌為法

〇六三〇、 視平方籌積數有〇四小于〇六其方二

二四 命分 商二十步（二點故初商十）自棄得方積四百步隨

視縱籌第二行是四得縱積四十步併兩積共四百四十

步以減原實餘一百九十步再商之（初商十故有次商也）

（商數二十以縱折半得單一加之共二十一仍不滿五數故只用常法書于點之上一位）

次以初商二十步倍之四十步加縱二步共四十二步為廉

法（用第四第二兩籌）

合初兩籌第四行積數一六八小于一九〇次商四減廉積

一百六十八步餘二十二步（所減首位不空次商故書本位）

次以次商四步為隅法自棄得一十六步為隅積用減餘實

不盡六步以法命之（初商雖不進位所得次商單數已在命分之上一位矣列商數法妙在于此）

倍所商二十四步為四十八步加縱二步又加隅一步共五

十一步為命分

命為濶二十四步又五十一分步之六 加縱二步得長二十

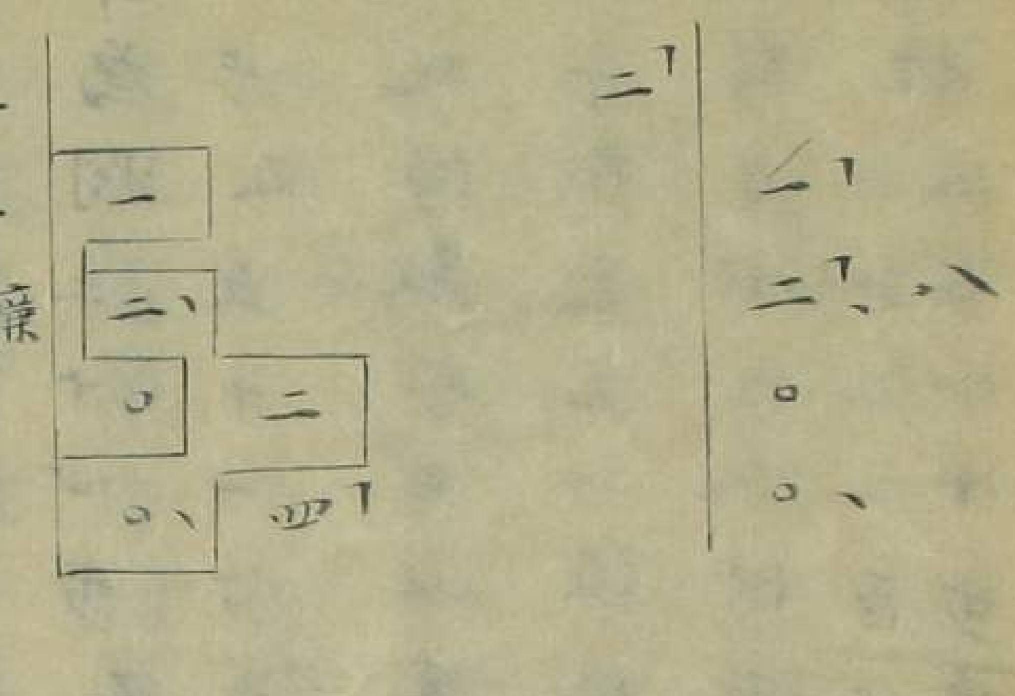
六步又五十一分步之六

凡得數在四以下以半縱加之仍不滿五則只用常法書

于點之上一位此其例也

假如有直田五畝但云長多濶八十八步

列位（以畝法二百四十通之得一千二百步十步單步空補作兩圈作點）



視點在次位合商之以一千二百步為
實
縱有兩位用兩籌與平方籌並列各為
法
先視平方籌有。九小于一二宜商三
十二點商十因有縱次商二十其方積四百
步縱積一千七百六十步初商十與縱相乘故縱單
一二廉法
數皆成兼兩積共二千一百六十步大于實不及減所商有
十數
誤抹去之
次商一十步其方積一百步其縱積八百八十步併兩積共
除實九百八十步餘二百二十步再為實以求次商初商十故有次

商也
縱折半四十步加初商一十步共五十四步故壹用進法
次以初商一十步倍之二十步加縱八十八步共一百〇八
步為廉法用第一空位第八三籌
合視籌第二行積二一六小于二二〇。次商二步于初商一
十步之下減廉積一百一十六餘四步所減首位。故進書之初商豫進正為此
也
次以次商二步自乘得四步為隅積除實盡
定為濶一十二步加縱八十八步得長一百步
假如有直田一十二畝半但云長多濶七十步
列位以畝法二百四十通之得作點三千步百十草皆作圖

三〇〇〇、

視點在次位以三千〇百步為實

四

以平方帶縱七十各用籌為法

三〡〇、〇〇、

先視平方籌積有二五小于三〇宜商五十

因縱改商四十步其方積一千六百步其縱

積二千八百步共四千四百步大于實不及

三〇 命分

減抹去之

改商三十步其方積九百步其縱積二千一百步共三千步

除實盡

縱七十折半三十五加初商三十共六十五 是五以上也故用進法書商三于點上兩位 假有餘實則當再商或命之以分今雖商盡當存其位 命分有廉法加隅一也倍初商加縱共一百三十是原實 百者廉法之位也進一位乃單 位初商不進兩位何以容單數

凡閒得三方三十步為田濶加縱七十步共一百步為長

假如有直田七畝但云長多濶六十步

列位 以畝法二百四十通之得一千六百八十步單位空作圈 一作點

一六、八〇、

視點在次位合商之以一千六百步為實

三〡

以平方帶縱六十步用籌各為法

一〡六〡、八〇、

先視平方籌有一六與實同宜商四十 二點初商

十是因帶縱改商三十步其方積九百步縱積

一千八百步共二千七百步大于實不及減

二〡〇 命分

抹去之

改商二十步其方積四百步縱積一千二百步共減一千六

百步餘八十步再商之

縱折半三十加初商
共五十故進書之
假餘實滿命分一百。一步即當商一步故初
商豫進以居次商今次商雖空當存。位故也
次以初商二十步倍之四十步加入縱六十步共一百步為
廉法　廉法大于餘實不及減次商作。其餘實以法命之
法以廉法加隅一為命分
命為濶二十步又一百。一分步之八十加縱為長八十步
丈一百。一分步之八十

假如有直田四畝但云長多濶九十步
列位以畝法通之得作點
九百六十步
視點在首位獨商之以。九百步為實
。九、六。、
以平方帶縱九十步各用籌為法

九
。九、六。、
。九命分
先視平方籌積有。九與實同宜商三十
步　二點故初商十　因帶縱改商二十步其方積四
百步縱積一千八百步不及減又改商一
十步其方積一百步縱積九百步共一千步仍不及減　此
有二點宜商十步今改商一十仍不及減是初商十位空也
縱九十折半四十五加初商十步滿
五十以上故商一進書點之上兩位
改商單九步其方積八十一步縱積八百一十步共八百九
十一步以減實餘六十九步不盡　此宜商十數有變商單步
故初商之位作。而以改
商之九步書于。位下如次商然也　蓋如
此書之所商單數乃在命分之上一位也
商數已得單步而有不盡以法命之以商九步倍之加縱九
十步共一百。八步更加隅一步共一百。九步為命分

命為濶九步又一百〇九分步之六十九一加縱為長九十九步又一百〇九分步之六十九

以上四則乃縱多進位之法也凡得數雖四以下以半縱加之滿五即用進法書于點之上兩位此其例也

開帶縱立方法

勿庵氏曰泰西家說勾股開方甚詳然未有帶縱之術同文算指取中算補之其論帶縱平方有十一種而于立方帶縱終缺然也程汝思統宗所載又皆兩縱之相同者惟難題堆垛還原有二例祇一可用其一强合而已非立術本意又不附少廣而雜見于均輸雖有善學何從而辨之茲因籌算稍以鄙意完其缺義取曉暢不厭煩復使得其意有可施之他率不窮云爾

凡立方帶縱有三

一只帶一縱

如云長多方若干或高多方若干是也 淩即同高

一帶兩縱而縱數相同

如云長不及方若干高不及方若干是也 此方多數為縱

一帶兩縱而縱數又不相同

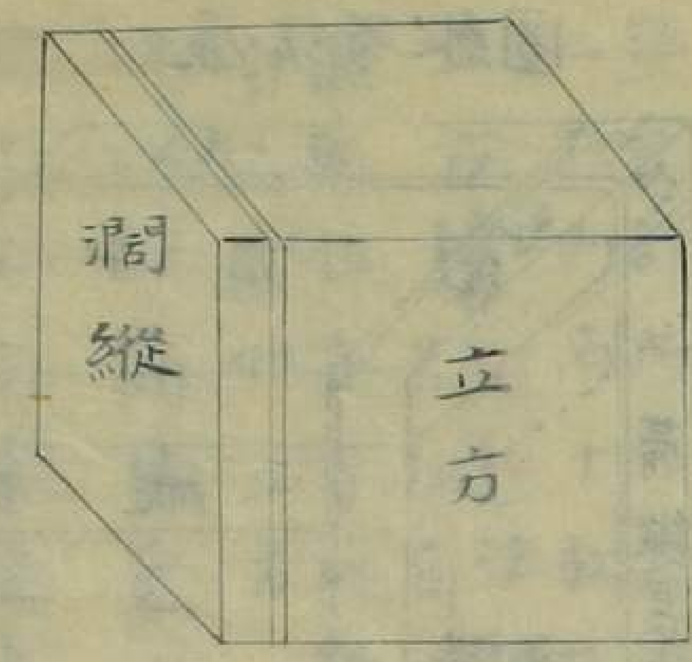
如云長多濶若干濶又多高若干是也

大約帶一縱者只有縱數而已帶兩縱者有縱廉又有縱方

故其術不同

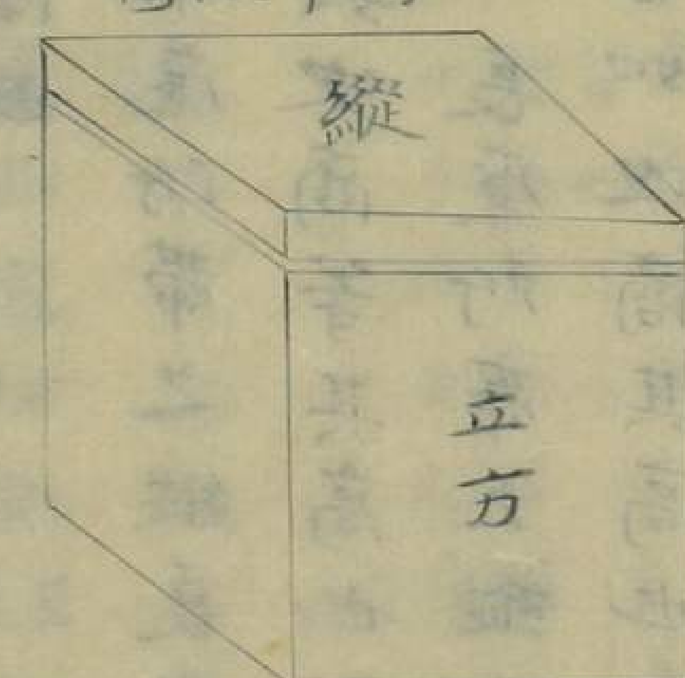
帶一縱圖三

濶帶縱圖



此長多于方也為橫縱橫縱之形濶與高等如其方其厚也如其縱所設

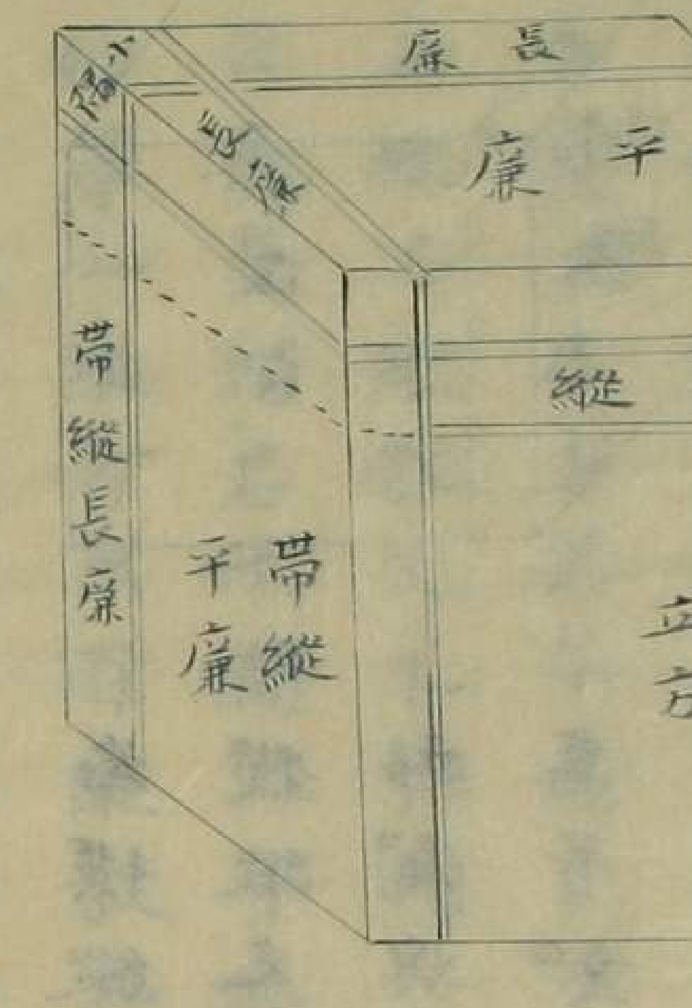
高帶縱圖



此高多于方也為直縱直縱之形長濶相等如其方其高也如其縱所設

俱立方一縱形一合為長立方形

廉法帶縱圖



如圖立方形方縱形合者初商也平廉三內帶縱者二長廉三內帶縱者一小隅一此七者次商也

平廉所帶之縱長與立方等厚與次商等其高也則如縱所設

長廉所帶之縱兩頭橫直等皆如次商其高也如縱所設

用法曰以積列位乃作點從單位起隔兩位點之　點畢視積首位有點獨商之以首位為初商之實　首位無點以首位合有點之位商之　點在次位以首兩位為初商之實　點在第三位以首三位為初商之實　皆同立方法

先視立方籌積數有小于初商之實者用其方數為初商**定位**法合計所作點共有若干一點者商單數二點則商十數每一點進一位皆如立方用其積數為初商立方積**定位**法視初商方數若初商單數其積亦盡于單位若初商十數其積乃盡于千位每初商進一位其積進三位亦可以點計之皆如立方

次以初商自乘以乘縱數為縱積

合計立方積縱積共數以減原積而定初商若初商無誤者原實中必兼此而命初商為方數加縱數為高數或長數皆依先所設不及減者改商積之及減而止

次商法曰依前定位知初商是何等或單十百千等若初商未是單數

而減積又有不盡是有次商也
法以初商自乘而三之又以縱與初商相乘而兩之共為平
廉法　又法以初商三之縱位之併其數與初商相乘得數
為平廉法　或以初商加縱而倍之併初商數以乘初商為
平廉法並同
又以初商三之加縱為長廉法
乃置餘實列位以平廉法除之得數為次商用籌為法除而得之
依除法定其位
于是以次商乘平廉法為三平廉積　又以次商自乘以乘
長廉法為三長廉積　就以次商自乘再乘為隅積　合計
平廉長廉隅積共若干數以減原實原實中兼此併積知次商無誤矣乃併
初商次商所得數為方數加縱命為高數或長數皆如先所設合問
不及減者改商之及減而止
商
三次者以初商次商所得數加縱而倍之併商得數為法仍
與商得數相乘為平廉法
又以商得數三之加縱為長廉法　餘並同次商
命分法
曰已商至單數而有不盡則以法命之　其法以所商
得數加縱倍之加所商得數以乘所商得數如平廉又以所商
得數三之加縱如長廉併兩數又加單一如隅為命分不盡之數
為得分

或商數尚未是單而餘實甚少在所用平廉長廉兩法併數之下或僅同其數（僅同者無隅積）是無可續商也亦以法命之法即以所用平廉長廉兩法併之又加隅一為命分

列商數法

曰依立方法以初商之實有點者為主（即原實內最上之一點）凡初商得數必書于點之上一位乃常法也惟初商一數者用常法

有以初商得數書于點之上兩位者進法也初商二三四五者用進法

有以初商得數書于點之上三位者超進法也初商六七八九者用超進之法

若縱數多廉法有進位則宜用常法者改用進法宜用進法者用超進之法宜超進者更超一位書之其法于次商時酌而定之蓋次商時有三平廉法三長廉法再加隅一為命分法于原實尋命分之位為主命分上一位單數位也從此單數逆尋而上自單而十而百而千至初商位止有不合者改而進書之若與初商恰合者不必强改此法甚妙乎方帶縱亦可用之

若宜商一十而改單九或宜商一百而改九十凡得數退改小一等數者皆不用最上一點而以第二點論之此尤要訣（或于初商位作圖而以所商小一等數書于圖之下即可以上一點論也細考其數則同此商數列位立法之妙宜詳說之）

假如淺井計立方積七百五十四万九千八百八十八尺但云

濴多方八百尺　法以立方帶縱為法除之

列位　作點　視點在首位獨商之以。

初商不定之圖

。。七五四九、八八八、

。七百万尺為初商之實

以立方籌為法　視立方籌積有。。一小于。。七商一

百尺三點故初商百商一百故用常法書于點之上一位得立方積一百万尺三點有方積盡百万之位初商之方積皆盡于最上之一點

次以初商一百尺自乘一万尺乘縱八百尺得八百万尺為

縱積併兩積九百万尺大于原實不及減抹去之不用改

商如後圖

視立方籌第九行積七二九改商九十尺得立方積七十二

三。

万九千尺百改十故亦改用第二點第二點是

改商之圖

七、五、四九、八八八、

。九

十位故方積亦盡於千位次以初商九十

尺自乘八千一百尺乘縱八

百尺得六百四十八万尺為縱積　併兩積共七百二十万

。九千尺以減原實餘三十四万。八百八十八尺再商除

之初商一百今改商九十故上一點不用用第二點論之商九者書于第二點之上三位超進法也

次用次商又法以縱八百尺加初商九十尺而倍之得一千

七百八十尺併初商九十尺共一千八百七十尺用與初商

九十尺相乘得一十六万八千三百尺為平廉法　又以初

商九十尺三因之得二百七十尺加縱八百尺共得一千。

七十尺為長廉法

乃列餘實以平廉為法除之　用第一第六第八第三共四籌
商九十用超進法書于第二點之上三位今以縱多致廉
法進為十万故次商時應更為酌定又超一位書之然後
次商草數在廉法上一位矣故如後圖　廉法十万上一位草數位也今商九
十不合在此位故改之

酌改進位之圖

三。
七五四九八八八
廉法 九九

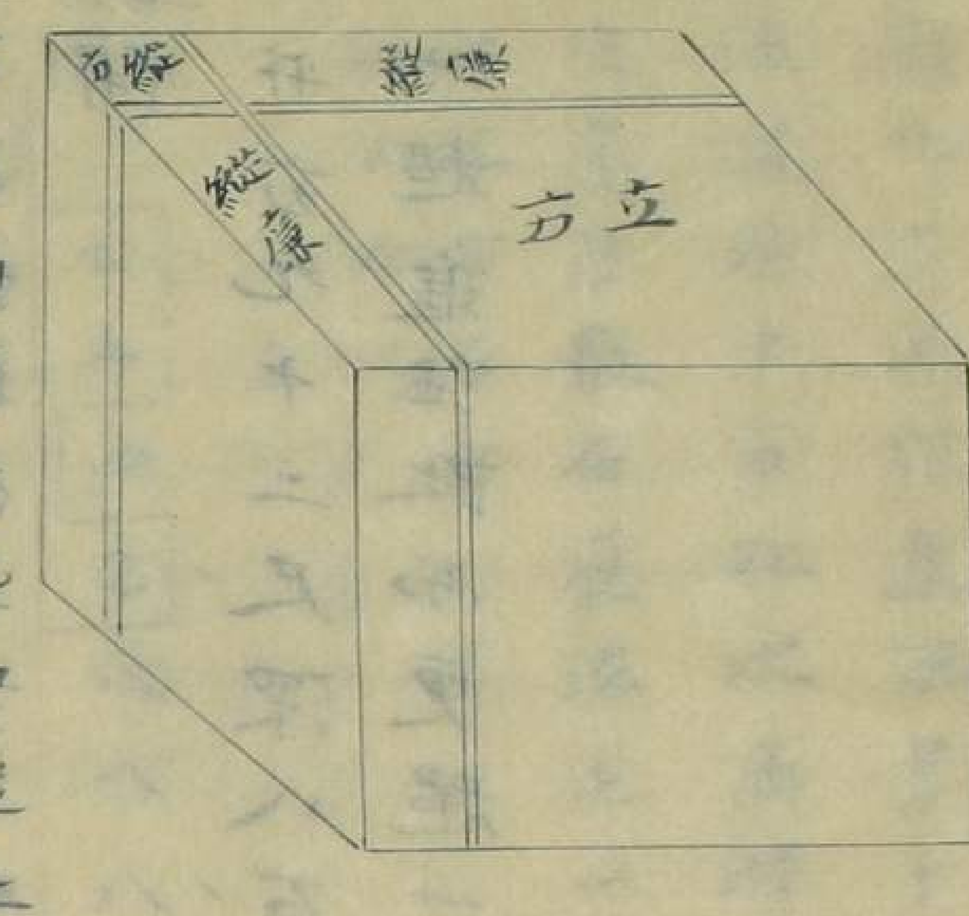
。三。
七五四九八八八
廉法 九二

合視籌第二行積。三三六六小于餘實次商二尺于初商
九十之下　所減首位是。法宜進書也初商不改而更超之何以居次商
就以次商二尺乘平廉法得三十三万六千六百尺為平廉

積　又以次商二尺自乘四尺用乘長廉法得四千二百八
十尺為長廉積　又以次商二尺自乘再乘得八尺為隅積
併三積共三十四万〇八百八十八尺除實盡
乃以商數命為井方加縱為井深
計開
井方九十二尺深八百九十二尺
此超進法改而更超一位也

帶兩縱縱數相同圖二

帶兩縱圖



此高不及方也方之橫與直俱多于高是為兩縱兩縱有縱廉二縱方一并立方而四

立方形長濶高皆相等

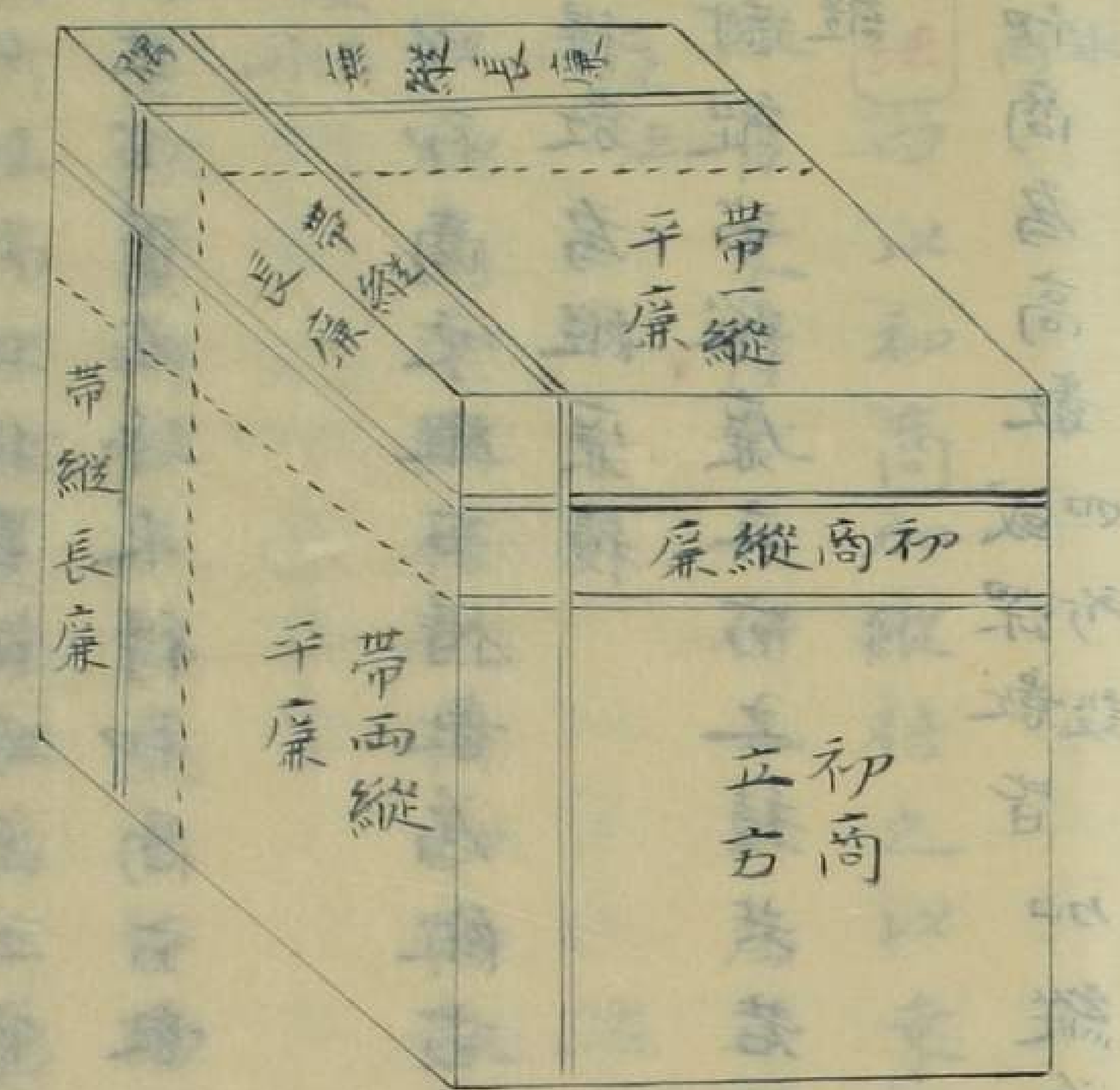
縱廉形高與濶相等如其方之數其厚也如所設縱之數

縱方形兩頭等皆如縱數其高也如立方之數

兩縱廉輔立方兩面兩縱方補其隅合為一短立方形

不及之數有在立方前者觀後圖可互見其意

廉帶兩縱圖



如圖初商有立方有縱廉二縱方一共四形今只圖其二餘為平廉所掩意會之可也此橫頭不及方也即前圖之眡體

次商平廉三內帶一縱者二帶兩縱者一長廉三內帶縱者二小隅一共七

平廉帶一縱者濶如初商加縱為長厚如次商其帶兩縱者高濶皆等皆如初商加縱之數厚如次商長廉帶縱者長如初商加縱之數其兩頭橫直皆等皆如次商　無縱長廉長如初商兩頭橫直等如

次商小隅横直高皆等皆如次商

用法曰先以縱倍之為縱廉兩縱併也以縱自乘為縱方兩縱相乘

此因兩縱數同故其法如此也若兩縱不同徃用乘法併法矣

乃如法列位作點求初商之實

以立方籌為法求得初商方數及初商立方積皆如立方法皆依定位法命之

次以初商乘縱方得數為縱方積 又以初商自乘數乘縱

廉得數為縱廉積

合計縱方縱廉立方之積共若干數以減原實而定初商皆如一縱法

命初商為高數或深數皆如所設 加縱為方數不及減改商之若初商未是草數則以餘

實求次商

次商法

次商法曰以初商加縱倍之以乘初商高數得數 又以初商

加縱自乘得數 併之共為平廉法又法初商三之加縱以初商加縱乘之得數為平廉法亦同

次以初商加縱倍之併初商數共為長廉法又法初商三之縱倍之併為長廉法亦同

乃置餘實列位 以廉法位酌定初商列法而進退之以平

廉為法而除餘實得數為次商皆以所減首位是。與不而為之進若退 又法

合平廉長廉兩法以求次商

于是以次商乘平廉法為平廉積 又以次商自乘數乘長

廉法為長廉積 又以次商自乘再乘為隅積 合計平廉

長廉隅積共若干數以減餘實而定初商縱法皆如一
又法以次商乘長廉法為長廉法又以次商自乘為隅法併
平廉長廉隅法以與次商相乘為次商廉隅共積以減餘實
亦同
乃命所商數為高或深之類如所設加縱數命為方合問
不盡者以方倍之乘高又以方自乘如平廉又以方倍之併高如長
廉又加單一如隅為命分
假如有方臺積五百八十六萬六千一百八十一尺但云高不
及方一百四十尺　以帶兩縱立方為法除之方者長闊等每面各多高
一百四十尺
先以縱一百四十尺倍之得二百八十尺為縱廉又縱自
乘之得一萬九千六百尺為縱方

列位　加點　視點在首位獨商之以○。五
一○。　百萬尺為初商之實視立方積
○。○。五、八、六、六一八一、　有。○。一小千○。○五商一百
一$\boxed{二}$單廉數法　尺三點故商百尺得立方積一百萬尺
商一數宜用常法書千點之上一位今因縱多致廉法昇為
十萬法上一位為單單上一位為十今初商是百尺故改用
進法書之廉
法之昇見後
就以初商一百尺乘縱方得一百九十六萬尺為縱方積
又以初商一百自乘一萬乘縱廉得二百八十萬尺為縱廉
積
合計立方縱方縱廉積共五百七十六萬尺以減原實餘一
十萬○六千一百八十一尺初商百尺宜有續商

初商一百尺高也　加縱共二百四十尺方也
次以方倍之四百八十尺用乘高數得四万八千尺又以方
自乘之得五万七千六百尺併之得一十万〇五千六百尺
為平廉法
又以方倍之併高得五百八十尺為長廉法
乃列餘實　以廉法酌定初商改進一位書之

一〇
〇〇五八六六一八一
一〇一

以平廉法用籌除餘實
視籌第一行〇一〇五六小于
餘實次商一尺于初商一百尺
之隅位所減是〇一〇五六首位〇宜進書然猶與初商隅位故知為單一尺　就以次商一
尺乘平廉法如故又以次商一尺自乘以乘長廉法亦如故

就命為平廉長廉積　又以次商自乘再乘仍得一尺如故
合計三積共一十万〇六千一百八十一尺除實盡
乃以所商數命為臺高　加縱為方
計開
臺高一百〇一尺　方二百四十一尺
此常法改用進法也
假如有方池積五十万尺但云深不及方五十尺　先以縱五十
尺倍之一百為縱廉　又縱自乘之得二千五百尺為縱方
列位　加點　視點在第三位合商之以五十万
五〇〇〇〇〇　〇〇尺為初商之實
五　五
視立方籌有三四三小于五〇〇宜

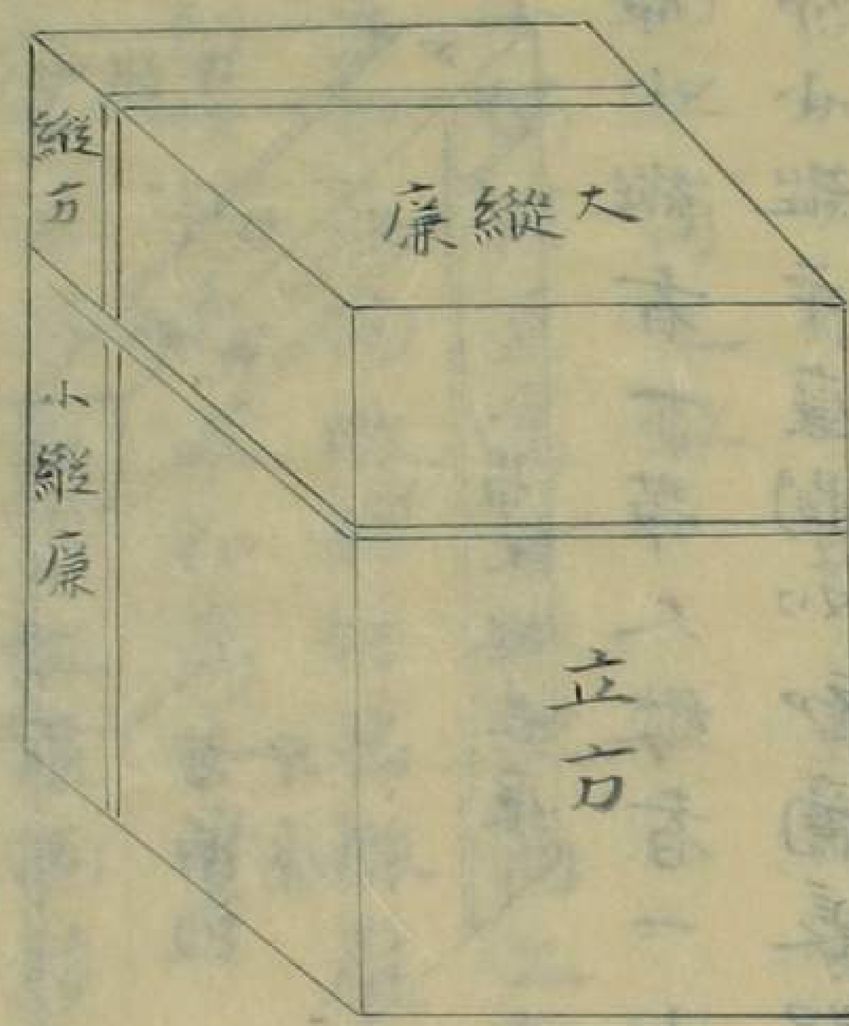
商七十尺二點十尺商因縱改商六十尺得立方積二十一万六千尺　次以初商六十尺自乘三千六百尺用乘縱廉一百尺得三十六万尺已大于實不及減不必求縱方積矣改商五十尺用籌求得立方積一十二万五千尺就以初商五十尺乘縱方得縱方積亦一十二万五千尺又以初商五十尺自乘二千五百尺用乘縱廉得縱廉積二十五万尺　併三積共五十万尺除實盡　以商數命為池深加縱為方

計開　池深五十尺　方一百尺

此進法亦為超進也假有次商則其平廉法二万尺矣假有命分則其命分二万〇二百五十一矣亦有高與長同而濶不及數者準此求之但以初商命為濶而加縱為高與長

帯兩縱縱數不相同圖二

初商兩縱不同圖



此長多于濶而高又多于長也是為兩縱而又不相同凡為大縱廉小縱廉各一縱方一并立方形而四

立方形長濶高相等

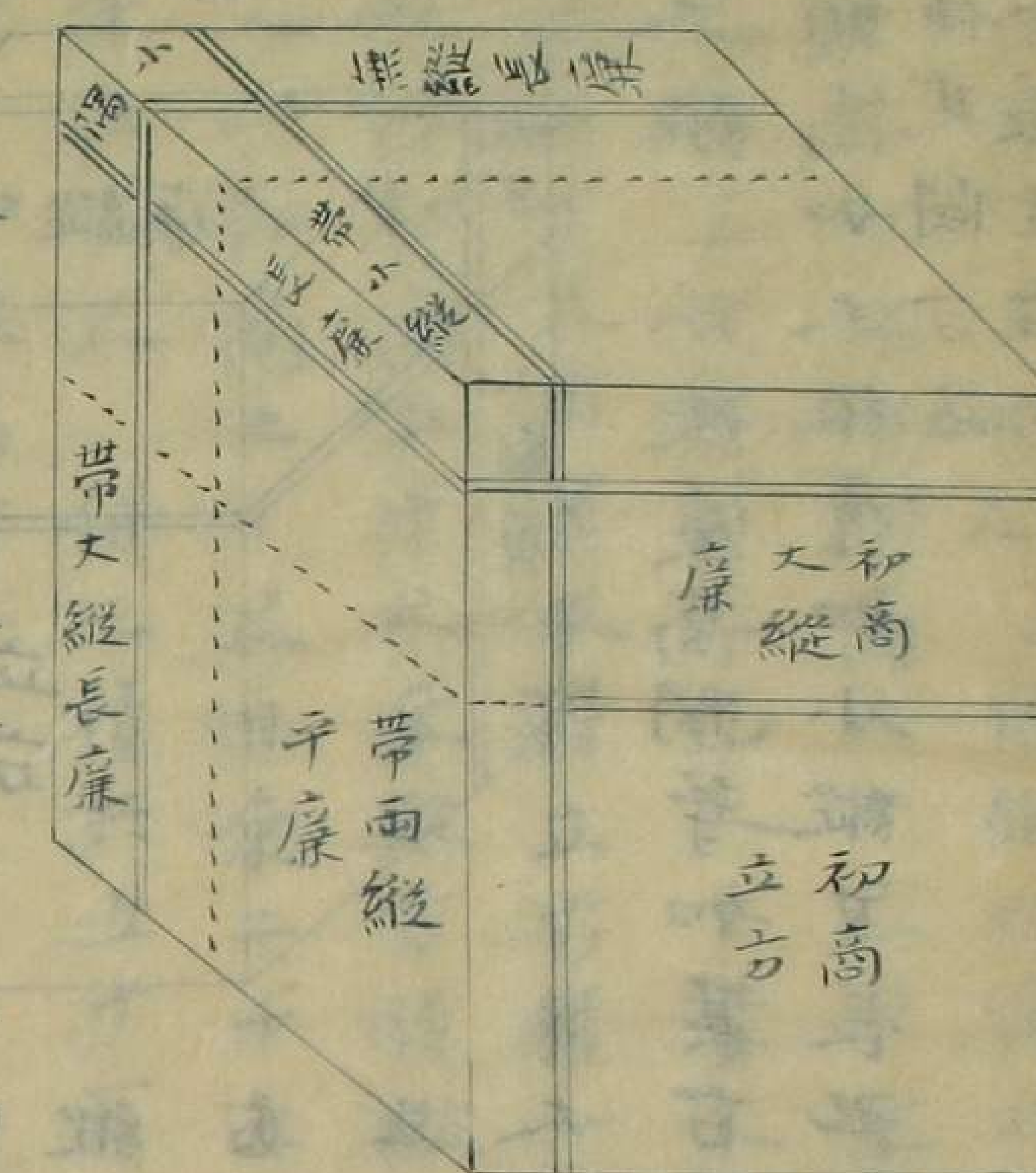
大縱廉橫直等如其方而高如大縱

小縱廉高濶等如其方而厚如小縱

縱方形之兩頭高如大縱厚如小縱其長也則如立方大縱小縱以輔立方之兩面而縱方補其闕合為一長立方形

如圖初商有立方有大縱
廉小縱廉縱方各一共四
只圖其二餘為平廉所掩
也
次商平廉三内帶小縱者
一帶大縱者一右初商大縱立方之
皆商帶兩縱者一長廉三内

次商兩縱不同圖



帶小縱者一帶大縱者一小隅一共七
帶小縱平廉濶如初商長如次商
帶大縱平廉濶如初商高如次商
帶小縱平廉濶如初商加小縱之數高如次商
帶大縱平廉濶如初商高如初商加大縱之數厚如次商
帶兩縱平廉濶如初商加小縱之數高如初商加大縱之數

厚如次商
帶小縱長廉長如初商加小縱之數 帶大縱長廉高如初
商加大縱之數 無縱長廉長如初商數 其兩頭横直皆
如次商之數
小隅横直高皆如次商之數
用法曰以兩縱相併為縱廉 以兩縱相乘為縱方
列位作點求初商之實 以立方筭求得初商立方積 以
初商求得縱方縱廉兩積 皆如前法
乃以初商命為濶 各加縱命為長為高
求次商者以初商長濶高得數而併之為平廉法 之以
初商長濶高併之為長廉法

乃置餘實列位以平廉酌定初商之位以平廉為法求次商及平廉積
長廉積隅積以減餘實乃命所商為濶各以縱加之為高為
長如所設皆如前法
不盡者以所商長濶高維乘併之如平廉又以長濶高併之如長廉
又加單一如隅為命分

假如有長立方形積九十尺但云高多濶三尺長多濶二尺
先以兩縱相併五尺為縱廉　以兩縱相乘六尺為縱方
列位作點　視點在第二位合商之以〇九十〇尺為
〇九〇　初商之實
三　乃視立方籌有〇六四小于〇九〇宜商
四尺因有縱改商三尺得二十七尺為立方積原實只一點故初商是單
商三故書于點之上兩位用進法也
次以初商三尺自乘九尺乘縱廉得四十五尺為縱廉積
又以初商三尺乘縱方得一十八尺為縱方積
併三積共九十尺除實盡
乃以初商命為濶各加縱為高為長
計開
濶三尺　長五尺　高六尺

假如有立方積一千六百二十尺但云長多濶六尺高多濶三
尺
先以兩縱相併九尺為縱廉　以兩縱相乘一十八尺為縱
方

列位　作點

○○一′、六′二′○、

視點在首位獨商之以○○一千尺為

(一)九　初商之實

乃視立方實有○。一與實同商一十尺二點商十得立方積一千尺次以初商一十尺自乘一百尺乘縱廉得九百尺為縱廉積又以初商一十尺乘縱方得一百八十尺為縱方積合計之共二千。八十尺大于實不及減商一十故用常法書于點之上一位改商九尺得七百二十九尺為立方積十變為草則上一點不用用第二點故商九書于第二點之上兩位用超進法也

次以初商九尺自乘八十一乘縱廉亦得七百二十九尺為縱廉積

次以初商九尺乘縱方得一百六十二尺為縱方積

併三積共一千六百二十尺除實盡

乃以商數命為闊各加縱為長為高

計開

闊九尺　長一十五尺　高一十二尺

假如有長立方積六百四千尺但云長多闊五尺高又多長一尺

先以長多五尺高多六尺併之得一十為縱廉　又以五尺六尺相乘三十為縱方

解曰長多闊五尺高又多長一尺是高多闊六尺也

列位　作點

二六二
〇六、四、〇、〇、
三

視點在第二位合商之以〇六万四千
尺為初商之實
視立方籌有〇六四與實同宜商四十商三
尺因有縱故商三十尺二點故商十尺得二万七千尺為立方積
十故書于點之上両位用進法也
次以初商三十尺自乘九百尺乘縱廉得九千九百尺為縱
廉積
次以初商三十尺乘縱方得九百尺為縱方積
併三積共三万七千八百尺以減原實餘二万六千二百尺
再商之初商十宜有次商
初商三十尺濶也　加縱五尺共三十五尺長也　又加一
尺共三十六尺高也
乃以初商長濶高維乘之
濶乘長得一千〇五十尺　高乘濶得一千〇八十尺
長乘高得一千二百六十尺
併三維乘數共三千三百九十尺為平廉法又法併長與高乘濶又以
高乘長併之亦同
次以初商長濶高併之共一百〇一尺為長廉法又法初商三之加両
縱亦同
乃以平廉用籌為法以餘實列位除之
如後圖合視籌第六行是二〇三四小于餘實次商六尺所減
首位不空故書本位得二万〇三百四十尺為平廉積次商乘平廉法也

二〇 次以次商六尺自乘三十六尺乘長廉法
二「六「二「八 得三千六百三十六尺為長廉積
六四 〇小 又以次商六尺自乘再乘得二百一十六
三六 廉法 尺為隅積
併三積共二万四千一百九十二尺以減餘實餘二千〇〇
八不盡以法命之
法以初商濶高長各加次商為濶高長而維乘之
濶乘長得一千四百七十六尺 高乘濶得一千五百一
十二尺 長乘高得一千七百二十二尺
併得四千七百一十尺 如平廉 又併濶高長得一百一十九尺
如長廉 又加一尺 如隅 共得四千八百三十尺為命分不盡之數

為得分
命為四千八百三十分尺之二千〇〇八即奇數也
計開
濶三十六尺有奇 音基 長四十一尺有奇
高四十二尺有奇
假如有長立方形積一十万〇一千尺但云長多濶五尺高多
濶六尺
先以兩縱併得一十一尺為縱廉
以兩縱乘得三十尺為縱方
列位作點
視點在第三位合三位商之以一十万〇一千為初商之實

一八二　乃視立方籌有〇六四小于一〇一商
一〇一〇〇、　四十尺二商十點得六万四千尺為立方積
四　商四十故書于點之上兩位進法也
次以初商自乘一千六百尺乘縱廉得一万七千六百尺為
縱廉積
次以初商乘縱方得一千二百尺為縱方積
併三積共八万二千八百尺以減原實餘一万八千二百尺
再商之
初商四十尺濶也　加縱五尺得四十五尺長也　加縱六
尺得四十六尺高也
乃以初商濶長高而維乘之

長乘濶得一千八百尺　濶乘高得一千八百四十尺　又法
併高與長九十一尺以濶四十尺乘之共　高乘長得二
三千六百四十尺首兩維乘其數亦同
千〇七十尺
併維乘數共五千七百一十尺為平廉法
又以濶長高併之共一百三十一尺為長廉法
乃列餘實以平廉用籌為法除之
六　合視籌第三行是一七一三小于餘實次
一八二四八　商三尺所減首位不空故本位書之就以次商三尺乘
一〇一〇〇一〇一、　平廉法得一万七千一百三十尺為平廉
四二　積　又以次商三尺自乘九尺乘長廉法
得一千一百七十九尺為長廉積　又以次商三尺自乘再

乘得二十七尺為隅積　併之得一万八千三百三十六尺
大于餘實不及減
故商二尺
就以次商二尺乘平廉法得一万一千四百二十尺為平廉
積即用籌第二行取之
次以次商自乘四尺乘長廉法得五百二十四尺為長廉積
又以次商自乘再乘得八尺為隅積
併之共一万一千九百五十二尺以減餘實仍餘六千二百
四十八不盡以法命之
法以濶長高各加次商二尺為濶長高而維乘之併高四
十八尺長四十七尺共九十五尺以濶四十二尺乘之得三

千九百九十尺代兩維乘又以長乘高得二千二百五十六尺併
得六千二百四十六尺　又以長濶高併之得一百三十七
尺　又加一尺　共六千三百八十四為命分
命為六千三百八十四之六千二百四十八即奇數也
計開
濶四十二尺有奇
長四十七尺有奇
高四十八尺有奇

籌筭卷六

開方提法

勿菴氏曰廉隅二形也故有二法今借開方大籌為隅法列于廉法籌之下而合商之則廉隅合為一法而用加提矣存前法者所以著其理用提法者所以善其事

平方

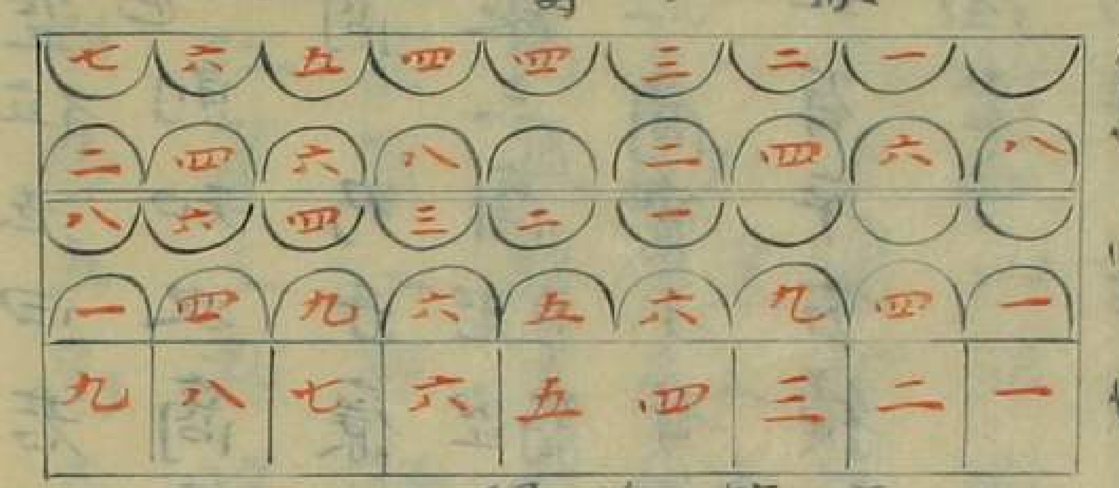
法曰如前列實從單位作點每隅位點之以求初商初商列位有常法進法俱如前既得初商即倍根數為廉法亦同前法以廉法數用籌廉法幾位用籌幾根列于平方籌之上為廉隅共法或省曰次商法合視廉隅共法籌其行內有次商之實同者或略少者減實以得次商以本行內方根命之

三商者合初商次商倍之以其數用籌列平方籌上為廉隅共法或省曰以三商法除三商之實而得三商
四商以上倣此求之
解曰隅者小平方也故可以平方籌為法　廉之數每大于隅一位今以平方籌為隅列于廉之下則隅之進位與廉之本位兩半圓合成一數故廉隅可合為一法
何以知廉大于隅一位也曰有次商則初商是十數矣平方廉法是初商倍數其位同初商故大于隅一位
凡初商減積盡最上一點故最上一點者初商之實也次商減積盡第二點故第二點以上次商之實也三商減積盡第三點故第三點以上三商之實也推之第四點為四商之實第五點為五商之實以上並同

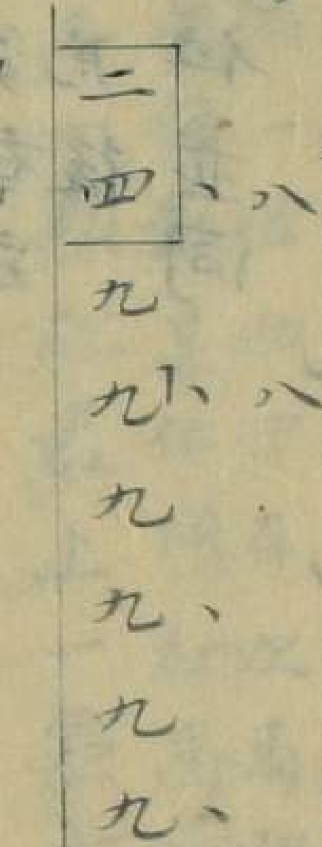
審空位法曰若次商之實小于廉隅共法之第一行凡籌第一行最小數也則知次商是空位也不能成一數故空即作圈于初商下以為次商乃于廉法籌下平方籌上加一空位籌為廉隅共法以求三商若空位多有另有簡法見後
三商實小有空位並同
假如有平方積二千四百九十九万九千九百九十九尺問每面若干　如圖點在次位以二千四百万為初商實
列位　作點
八
二、四、九九、九九、九九、
四
視平方籌有小于上四者是一六其方四也商四千尺減積一千六百万

尺有四點故初商是千而有次商
次以初商四千尺倍之得八千尺為廉法用第八籌列平方
籌上為廉隅共法

廉法籌列上



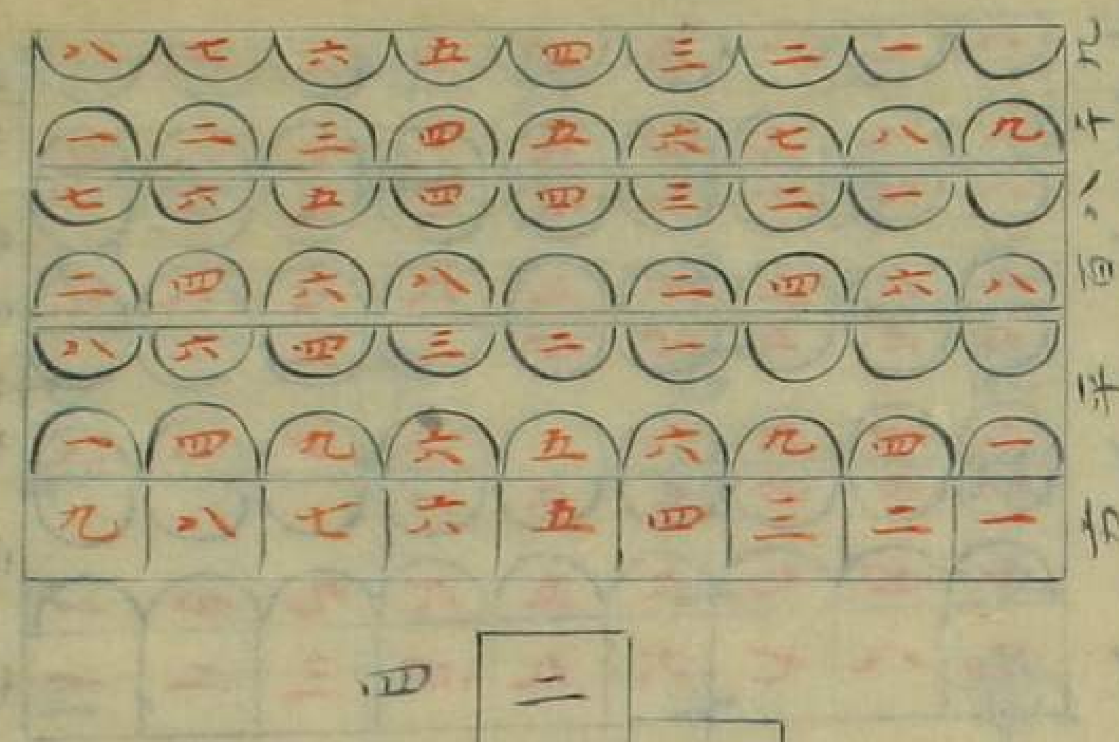
平方籌為隅法列下

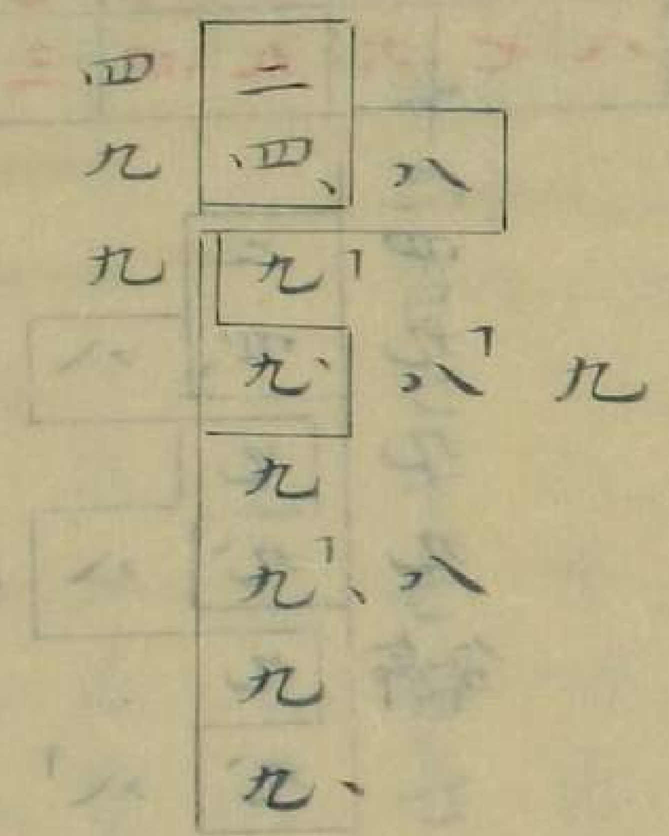


以第二點餘實八百
九十九万為次商實
視籌第九行合數八
。一小于實次商九
百尺減實八百。一
万尺

此所減首位不空故對位書之

次倍初商次商共四千九百尺得九千八百尺用第九第八
兩籌列平方籌上為廉隅共法以第三點上餘實九八九
九為三商之實



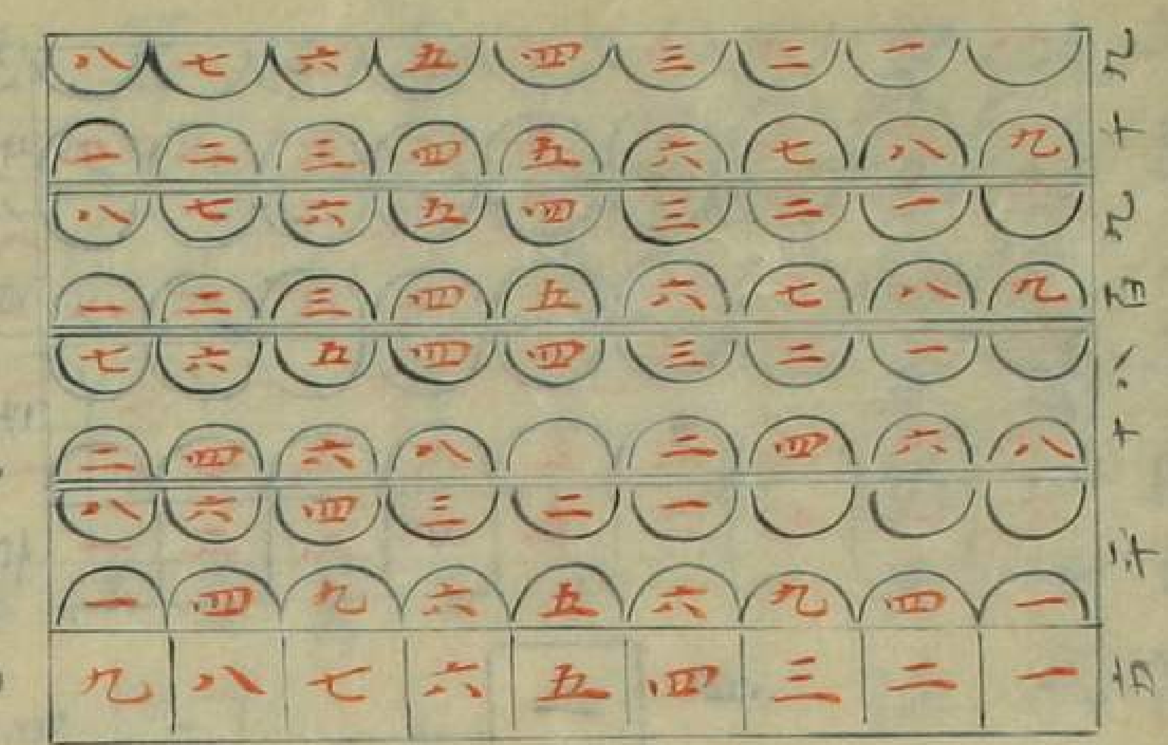


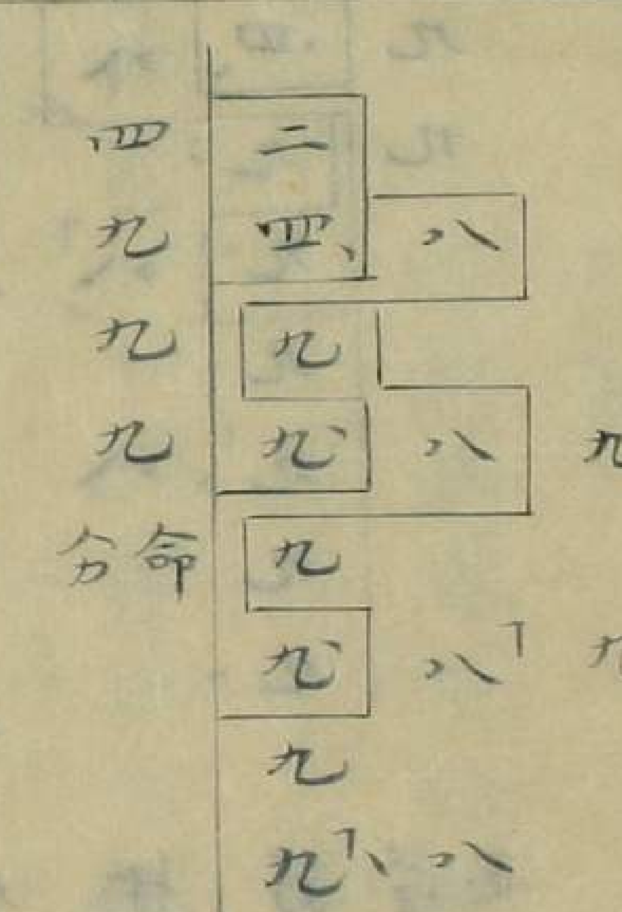
合視籌第九行是八
九。一小于實商九
十尺減餘實八十九
万。一百尺

首位不空故亦對位書之

次倍三次商共四千九百九十尺得九千九百八十尺用九

九八三籌列平方籌上為廉隅共法　以第四點上餘積九
九八九九為四
商之實





合視籌第九行
積八九九。一
小于實商九尺
減餘實八万九
千九百。一尺

不盡九千九百九十八尺
開方已得単尺而有不盡以法命之倍方根加一數得九千
九百九十九為命分

凡開得平方四千九百九十九尺又九千九百九十九之九
千九百九十八
右例可明四以上用常法之理蓋積所少者不過万分之
一不能成五數之方而其法迥異

加空籌式

假如有平方積一千六百七十七万七千二百一十六問每面
若干

列位　。　作點

一六、七七、七二、一六

四

如圖點在次位以一千六百万
為初商實
視平方籌有一六與實同其方

四商四千尺減積一千六百万尺凡餘實必在商數下一位起倘空位則作圈補之後做此

次以初商四千尺位得八千尺為廉法用第八籌列平

方籌上為廉隅共法籌見前例

以第二點上餘實〇七七為次商實

〇7 籌最小數是〇八一第一行數大于實

一六
七七、二一六、

不及減是商數無百也

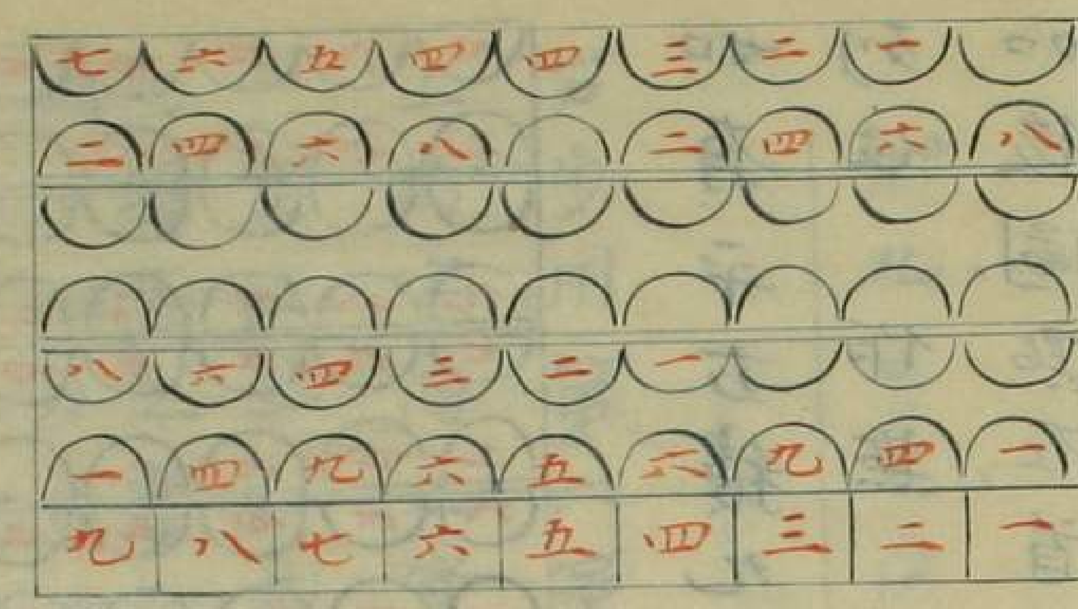
四〇

乃于初商四千下作一圈以為次

商減去實中〇位 次如上圖加一空位籌于次商廉法之下平方

籌之上為三商廉隅共法

以第三點上七七七二為三商實



八十空位平方

視籌第九行是七

二八一小于實商

九十尺減積七十

二万八千一百

一六 〇
七七七二一六
四九一
四〇九

次合初商次商三

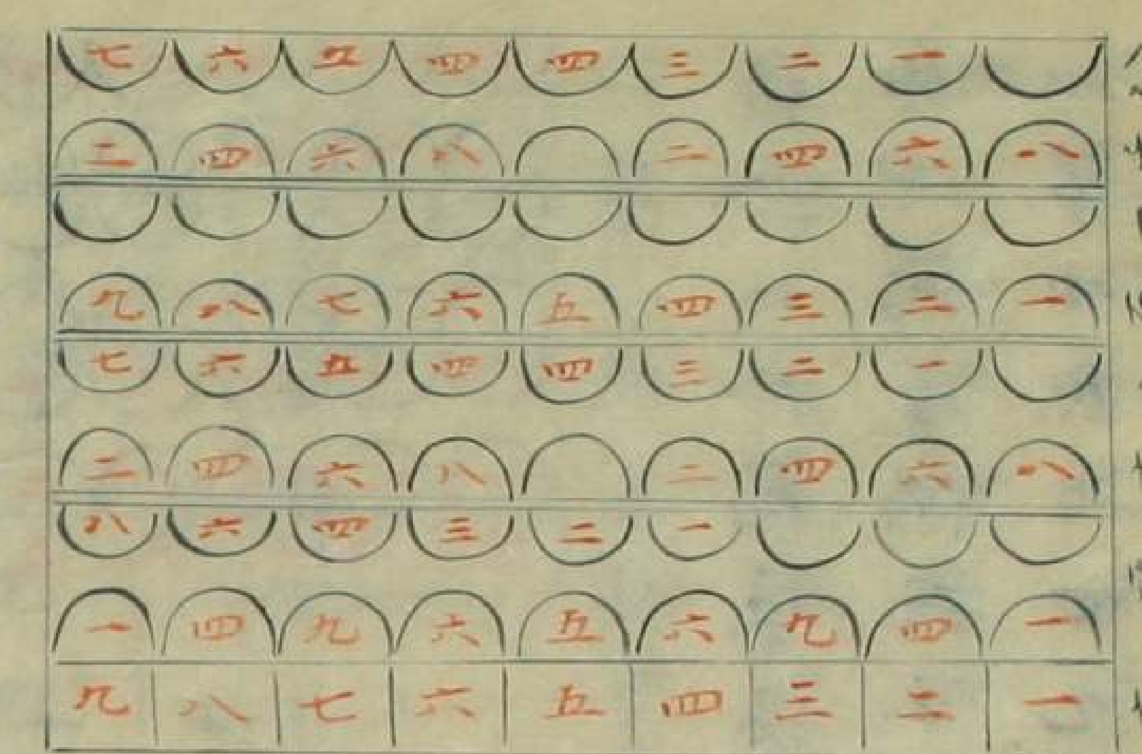
商共四〇九倍之

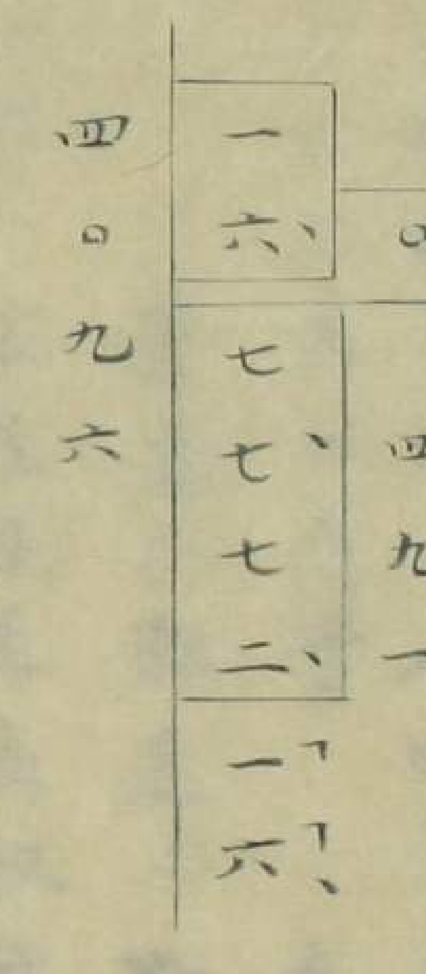
得八一八為廉法去空位籌加一八兩籌列于平方籌之上

為四商廉隅共法

以第四點上四九一一六為四商之實

合視籌第六行
數與實合商六
尺減積四百九
千一百一十六
尺恰盡
凡開得平方四
千〇九十六尺



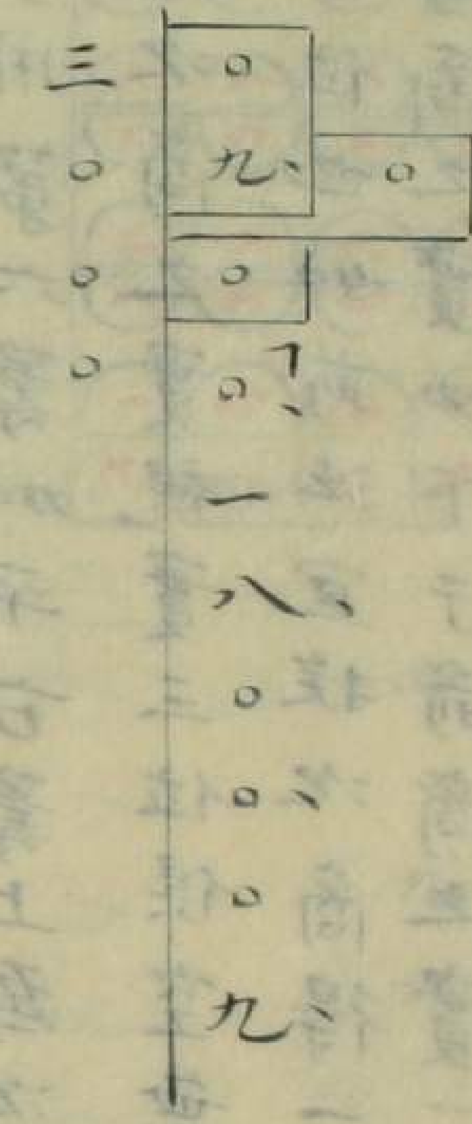


假如有平方積九億〇〇一十八萬〇〇〇九步問每面若干
列位作點
如後圖點在首位以〇九億步為初商實

〇
九〇〇一八〇〇〇九
三

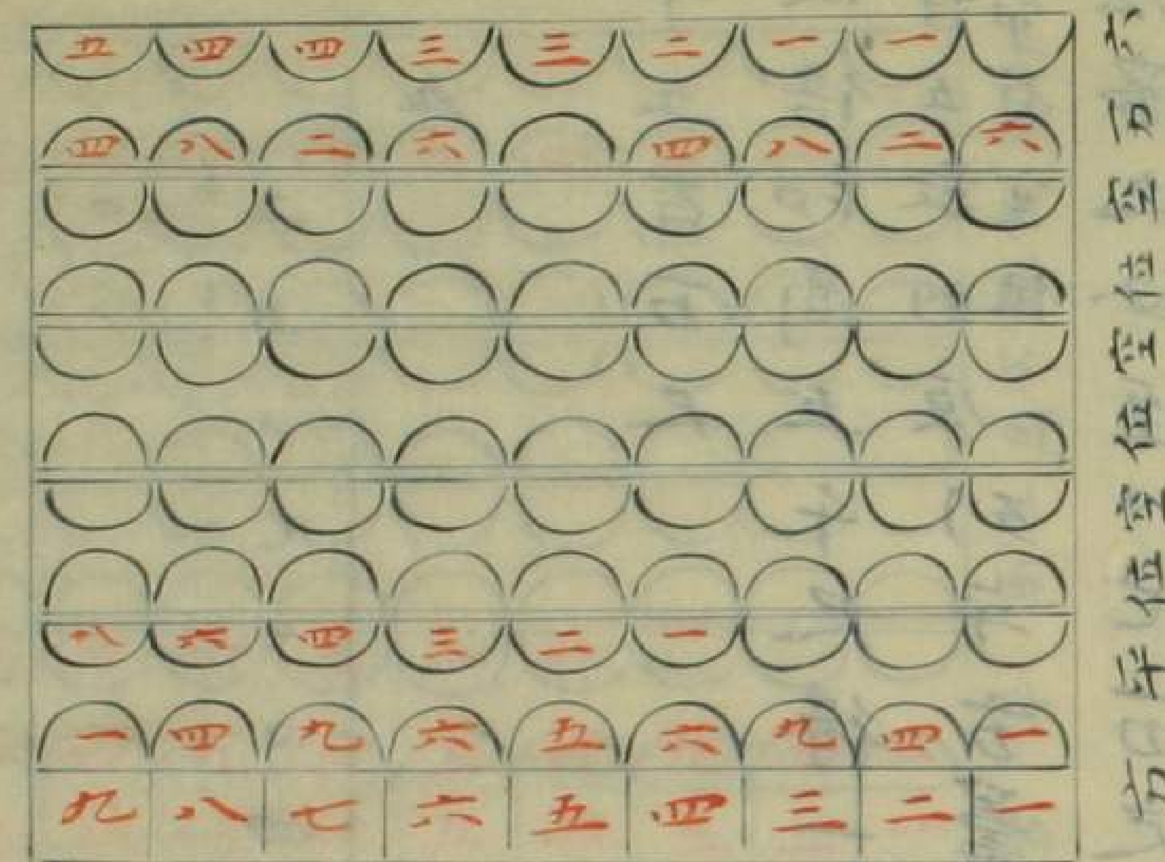
視平方籌有〇九與實同商
三萬步五點故初商萬減積九億步
次以初商三萬步倍之得六
萬步用第六籌加平方籌上為次商法即廉隅共法以第二點
上為次商之實視實三位俱空無減知商數有空位且不止
一空位也如前法宜挨次商得一空位則于原實內銷一圈
凡續商之實必下于前商之實一位故雖〇位必減去之以清出續商之實而于共法籌內加一
空位籌如此挨商頗覺碎雜故改用又法
又法曰凡實有多空位者知商數亦有多空不必挨商當于
原實中審定可減之數在何位則此位之上皆連作圈而徑
求後商如此餘實有三圈皆無積可減必至〇一乃有可減

而法是第六籌籌最小是○六大于○一仍不可減必至一
八方可減而一是籌之進位當以商數對之則知以上俱是
空位仍皆作圖合視之有三圖即次商三商四商也于原實
內銷去三圖如後圖

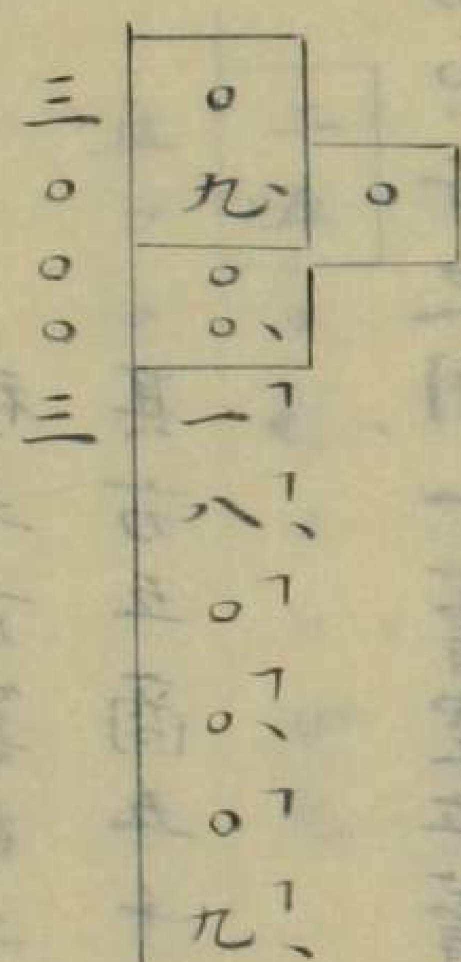


此即次商三商四
商合圖也

次加三空籌于平廉第六籌之下平方之上為五商廉隅共法
往以第五點上一八○○○九為五商實



視籌第三行數與餘實合商尺
除積一八○○○九恰盡



凡開得平方三万○○○三步

又假如積二千五百〇七万〇〇四十九尺問方若干

列位　作點

五

〇〇

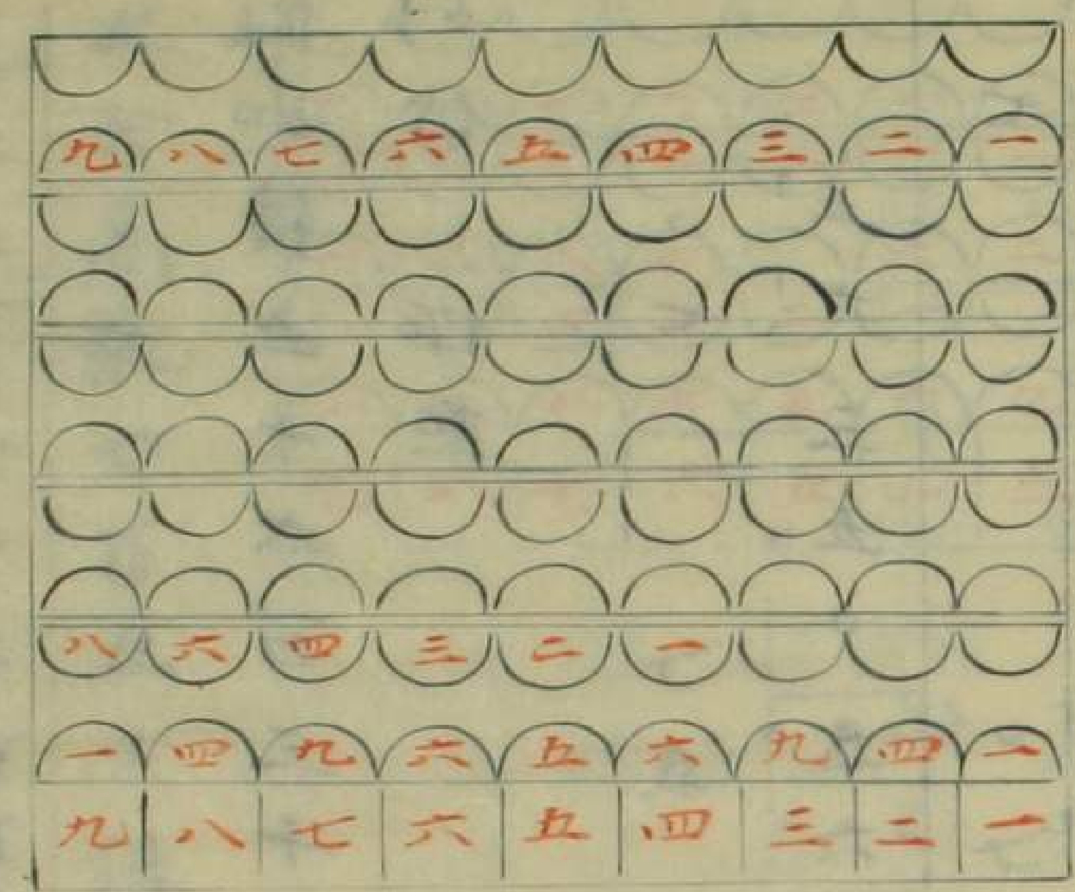
二五〇七〇〇四九

如圖點在次位以二千五百万尺為初商實

視平方籌有二五與實同

其方五商五千尺減積二千五百万尺

次倍初商五千尺得一万〇千尺用一籌空位籌為廉法商乃得五數則原列平方籌上為次商法帶有空位實多空位以前條又法審之必至〇七万尺乃有可減而〇七之〇與籌上首位之〇對當以商數居之則知此以上俱無商數也于是于初商五千下作兩圖如後圖



五〇〇

二五〇七〇〇四九

此次商三商合圖也

原實上減兩圖商數下加兩圖

如上圖加兩空位籌于廉法一万〇千之下平方之上為四商法

次商三商之兩點已錯故徑用第四點

以〇七〇〇四九為四商實

○○
二五 ○七○○四九
五○○七

視籌第七行相合商七尺減實恰盡凡開得平方五千○○七尺

又假如積五十六万三千五百○○尺問方若干

列位　作點

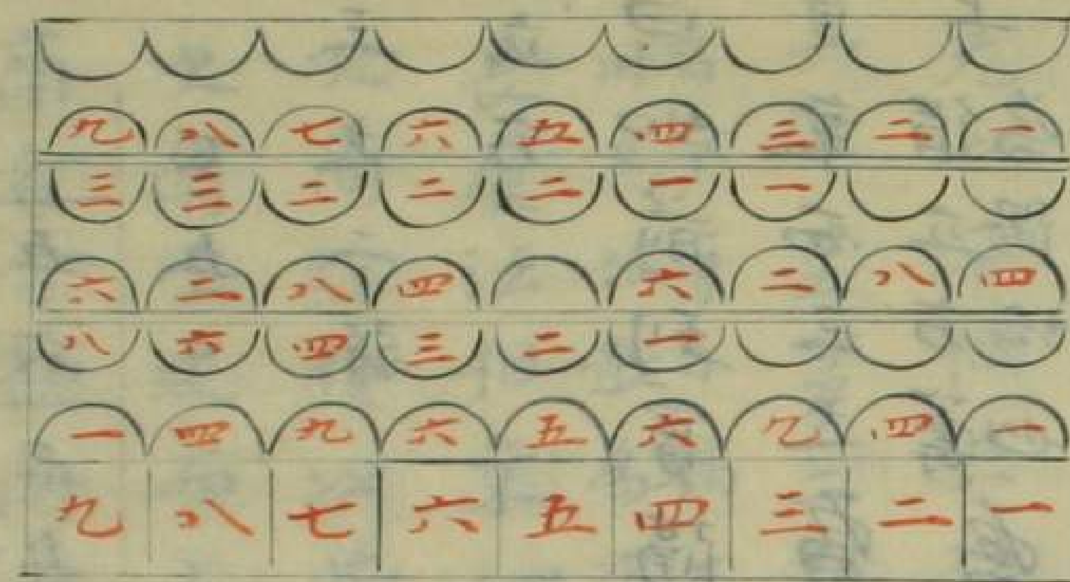
○七
五六三五○○
七

如圖點在次位以五十六万為初商實

視平方第七行是四九小于實商七百尺除實四十九万

次倍初商七百得一千四百用第一第四兩籌列平方籌上為次商法　以第二點上○七三五為次商實

和商倍數平方



○七一○
五六三五○○
七五

合視籌第五行是○七二五小于實商五十尺減去餘積○七万二千五百尺

次合商數七百五十倍之得一千五百○尺應用第一第五空位三籌加于平方籌上為三商法以第三點上○一千○○○尺為三商實而實小于法不能成一尺乃于商數末作

一圖以為三商其不盡之數以法命之
〇　凡廉隅共法籌第一行數即命分
〇七一〇　也蓋能滿此數即成一單數矣
五六三五〇〇、　凡開得平方七百五十〇尺又一
七五〇　千五百〇一之一千〇〇〇約為
三之二弱

立方

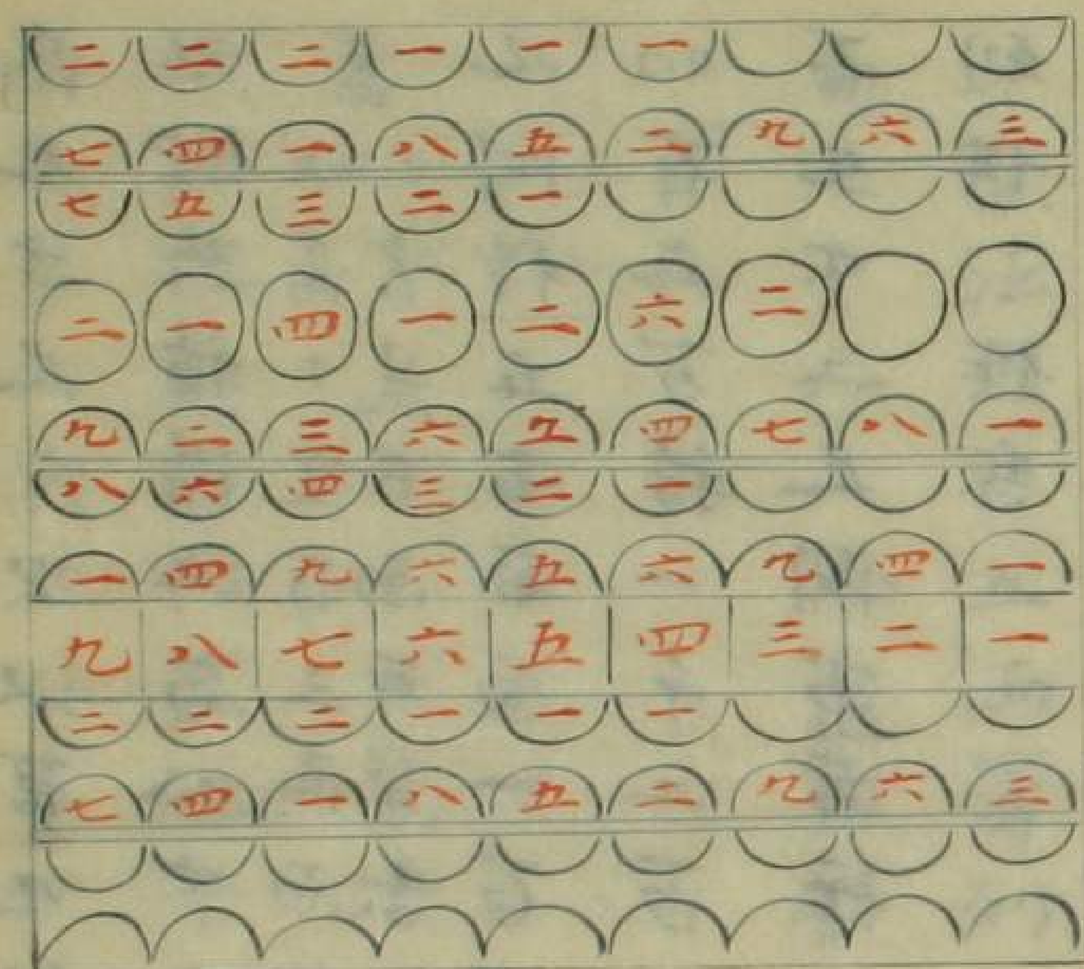
法曰如前列實隅兩位作點以求初商既得初商即以初商數
自乘而三之為平廉法（即方法）以平廉法用籌列于立方籌之
上（借立方籌為隅法也）為平廉小隅共法
別以初商數三之而進一位為長廉法（即廉法）以長廉法用籌
列于立方籌之下（法于長廉數下加一空籌以合進一位之數）
先以平隅共法（即平廉小隅共法或省曰共法）為次商之法即截取初商下
一位至第二點止為次商之實法除實得次商（視共法籌內有小于實者）
（為平廉小隅共積用其根數為次商）次以次商之自乘數（即大籌立積下所帶平方積數）與
長廉法相乘（以平方數尋長廉籌之行取其行內積數用之）得數加入平隅共積為
次商總積以此總積減次商之實及減則已倘不及減轉改
次商及減而止（因廉積或大有不及減者）

三商者合初商次商數自乘而三之為平廉法以其數用籌列
立方籌上為平廉小隅共法
別以初商次商數三而進位以其數用籌加一空位籌列立
方籌下為長廉法

截取次商下一位至第三點為三商之實共法為法除之以
得三商其積為共積次以三商自乘數與長廉法相乘得數加
入共積為三商總積減實又一法長廉法不必加空位籌但于得數下加一圈即進位也
四商以上做此
解曰隅者小立方也故可以立方籌為法平廉之數每大于隅
二位今以立方籌為隅列于平廉下則隅之首位與平廉之
末位兩半圓合成一數故平廉小隅可合為一法 長廉之
兩頭皆如次商自乘之數故可以平方乘之又長廉之數每
大于隅一位故于下加一空籌以進其位便加積也
何以知平廉大于隅二位而長廉只大一位也曰平廉者初商自乘之數也初商于次商為十數十乘十則百數是隅積
者次商本位也故平廉與隅如百與單相去二位也若長廉只是初商之三倍位同初商初商與次商如十與單故長廉
與小隅亦如十與單相去一位也
凡初商積盡于上一點故上一點為初商實次商積盡于第二
點故第二點以上為次商實推之三點為三商實四點為四
商實以上並同
審空位法曰若次商之實小于平廉小隅共法之第一行或僅
如共法之第一行而無長廉積則次商是空位也即作圈于
初商下以為次商乃于平廉籌下立方籌上加兩空位籌為
三商平廉小隅之共法以求三商其長廉法下又加一空位
籌并原有一空位籌共兩空位籌為三商長廉法又法長廉不必加空籌但于得數下加兩圈
若商數有兩空位者平廉小隅籌下加四空位籌長廉積下
加三圈

解曰百空位則所求者三商也初商于三商如百與草而平廉
者初商之自乘百乘百成万故平廉與三商之隅如万與草
大四位也此加兩空籌之理也平廉原大二位加二空籌則大四位矣初商與
三商既如百與草則長廉與隅亦如百與草大兩位也此比工
加一空籌之理也
初商列位商一用常法二至五用進法六至九用超法今各存
一例于後
假如有立方積六百八十五万九千尺問每面若干
列位作點　五
。。六、八五九。。。、
一商數一故書于點之上一位用常法例也
如圖點在首位以。。六百
一万為初商實
視立方籌有小于。。六者

。。一也其立方一商一百尺三點故初商百減積一百万尺次截
取第二點上五八五九為次商實
以初商一百尺自乘得一万尺而三因之得三万尺為平廉
法用第三籌列立方籌上為平
廉小隅共法　別以初商一百
尺三而進位
得三百。十
尺為長廉法
列立方籌下
視平隅共法



五
。。六、八五九。。。、
一九。

籌第九行是三四二九小于實

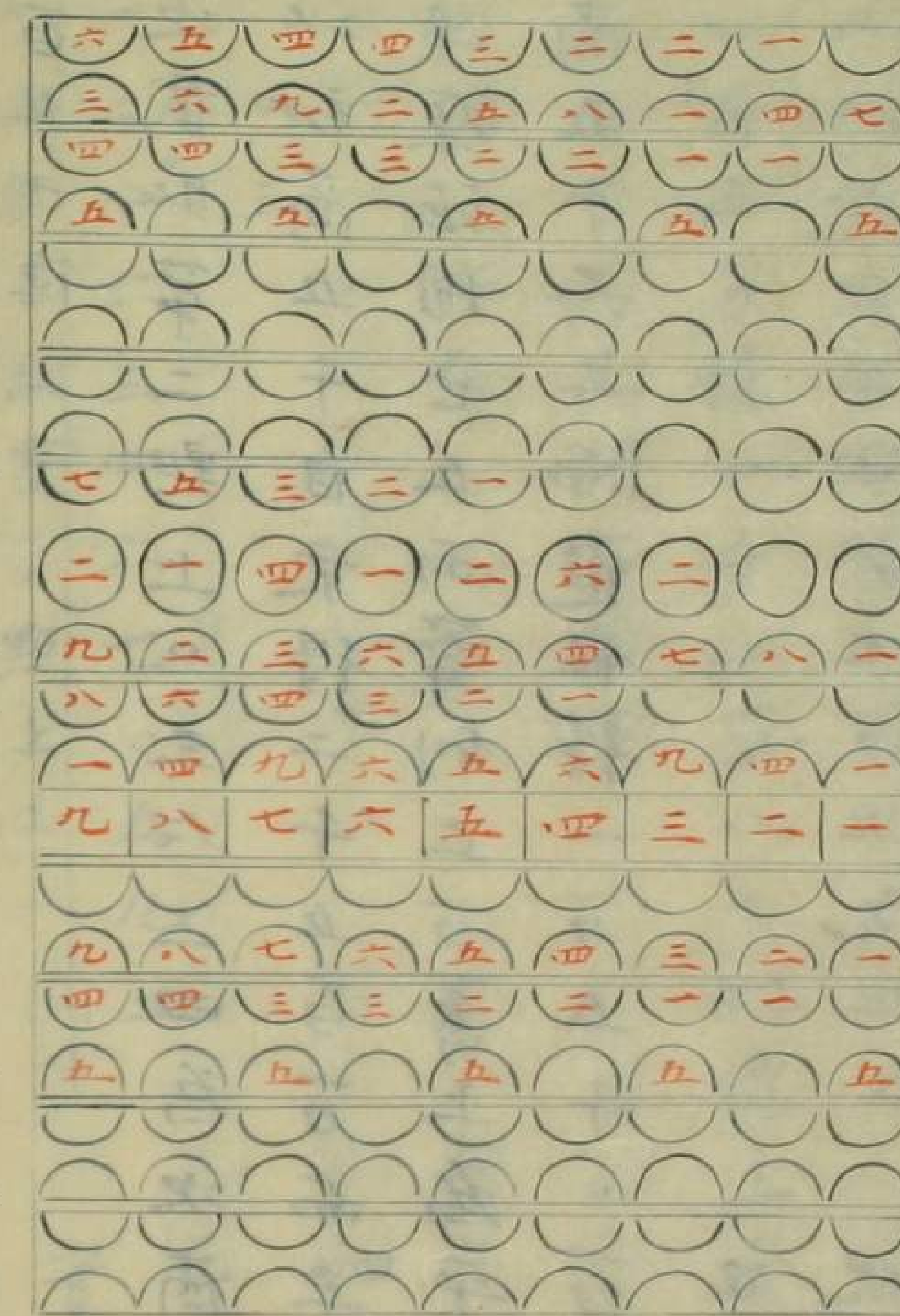
商九十尺次以第九行平方八一乘長廉三得二四三。
以加共積得五百八十五万九千為次商九十尺之積除實
盡次商十宜有三商而除實已盡是方面無単數也
凡開得立方每面一百九十。尺

假如有立方積一千二百八十六億三千四百六十七万。五
百九十二尺問方若干
列位 作點

。三
一二八、六三四、六七。五九二、
商數五故書于點之上
五兩位二至五用進法也
實
如圖點在第三位以一
千二百八十億為初商
視立方籌内有小于一

二八者是一二五其方五也商五千尺四點故初商千減積一千二
百五十億
次截取第二點上。三六三四為次商實
以初商五千自乘得二千五百万而三之得七千五百万為
平廉法用七五而籌列立方籌上為平廉小隅共法別以初
商五千尺三而進位得一万五千。百尺為長廉法用籌列
。三 立方籌下
一二八
六三四、六七。五九二、 視共法籌第一行是。
五。 七五。一大于實不及
減知次商百位空也于初商下作一圈為次商原實上減一圈
乃截第三點三六三四六七。為三商實

次于平廉籌下立方籌上加兩空位籌為平廉小隅共法
于長廉籌下又加一空位籌原有一空位籌共二空位為長廉法
視共法籌第四行
是三〇〇〇〇六
四小于實用為共

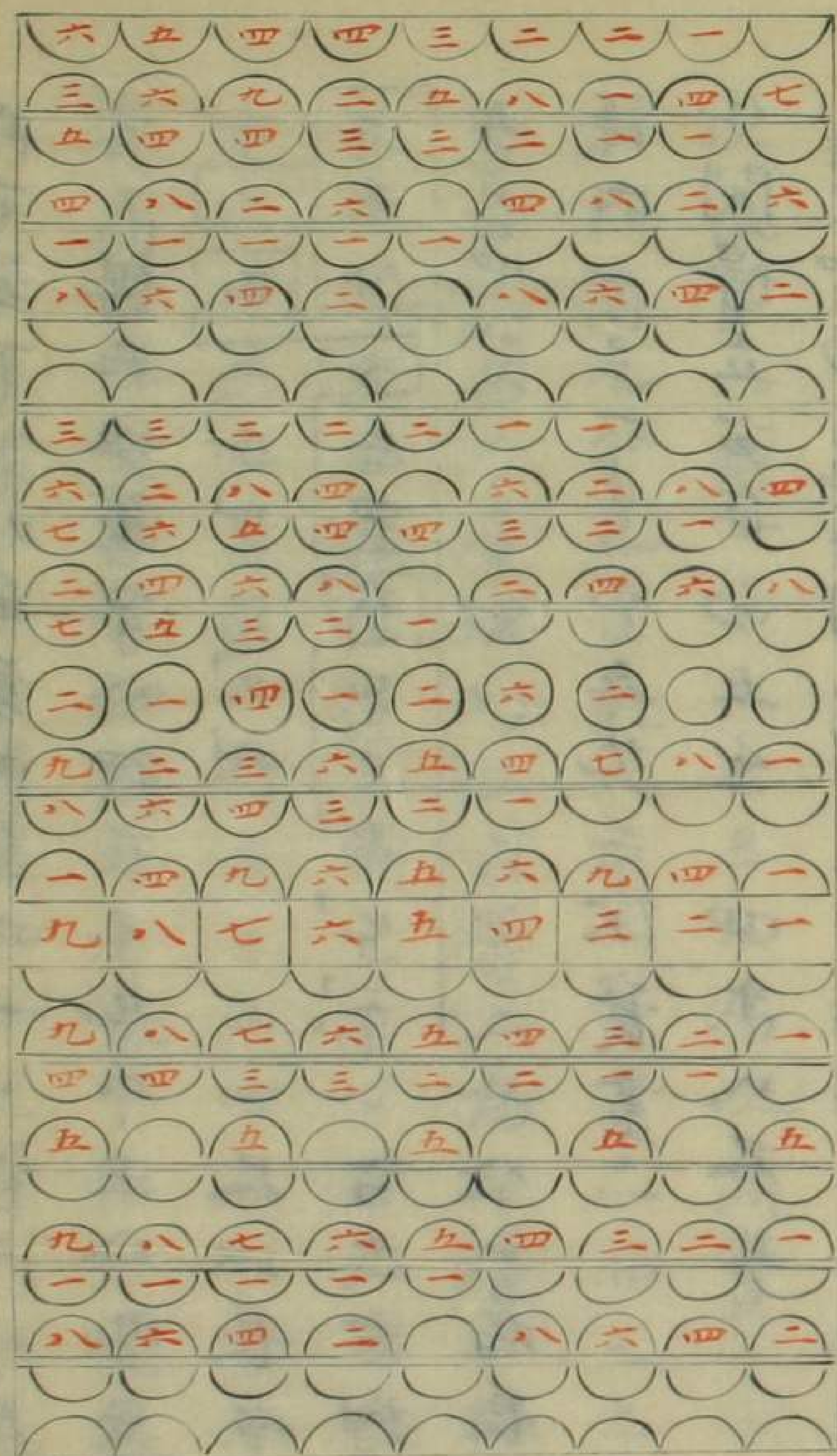


平廉兩空位立方平方長廉二空位

一二八
〇
三
一〇〇六
六三四六七〇五九二
五四

積商四十尺以
長廉法與四行之
平方一六相乘得二四〇〇〇〇為長廉積加入共積得三〇

二四〇六四減積三十〇億二千四百〇六万四千尺
次以商數五千〇四十自乘得二千五百四十〇万一千六
百尺而三之得七千六百二十〇万四千八百尺為平廉法



平廉立方平方長廉

列立方籌上
為平隅共法
別以商數五
千〇四十尺
三而進位得
一万五千一
百二十〇尺
為長廉法列

立方籌下 乃截第四點六一〇六〇六五九二為四商之實 視共法籌第八行六〇九六三八九一二小于實商八尺以長廉法與第八行平方六四相乘得九六七六八〇為長廉積以加共積

〇
三
一〇〇六
一二八
六三四、六七〇五九二、
五〇四八

得六一〇六〇六五九二除實盡

凡開得立方每面五千〇四十八尺

右加兩空籌例

假如有立方積七千二百九十七億二千九百二十四万三千〇二十七尺問每面若干

列位 作點

〇〇〇〇
七二九、七二九二四三〇二七、
商數九書于點上三位 六至九用超進法也
九

如圖點在第三位以七千二百九十億為初商實 視立方籌方九之四點故初商千積七二九與實同商九千尺減積七千二百九十億次截第二點〇〇七二九為次商實以初商九千尺自乘八千一百万尺而三之得二億四千三百万尺為平廉法列立方籌上為平廉小隅共法別以初商九千尺三而進位得二万七千〇百尺為長廉法列立方籌下視共法籌第一行是〇二四三〇一大于實不及減知次商百位空也于初商九千尺下作一圈為次商原實上減去一圈乃于平廉籌下立方籌上加兩空籌為平廉小隅共法于長

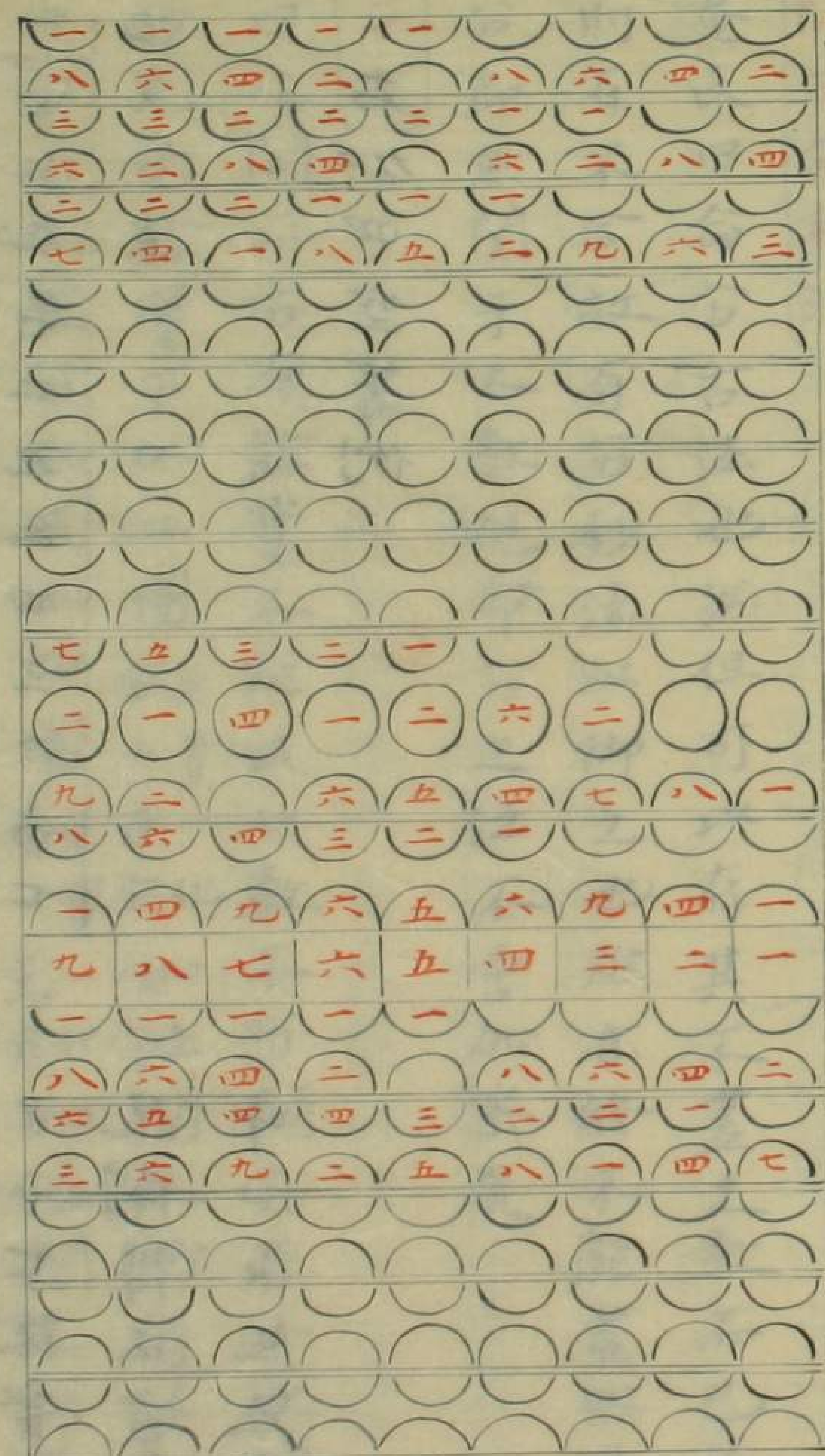
廉籌下又加一空籌得二七〇〇爲長廉法　截取第三點
〇〇七二九二四三爲三商實　視共法籌第一行是〇二
四三〇〇〇一大于實仍不及減知三商十位亦空也于商
得九千〇百下加一圈爲三商（原實上又減去一圈）
（又法實多空不必挨商但尋至不空之界如〇七乃與平廉相應即于〇七之上初商之下作連圈爲次商三商而于原實中銷兩圈）

〇〇〇
七二九　七二九、二四三、〇二七、
九〇〇

此次商三商合圖也

乃于平廉籌下立方籌上又加兩空籌（共四空籌）爲平廉小隅共法　其長廉籌下又加一空籌（共三空籌）得二七〇〇〇爲長廉法（或不必加籌只于得數下加三圈亦同）

截取第四點〇七二九二四三〇二七爲四商實



視共法籌第三行是〇七二九〇〇〇〇〇二七小于實商三
尺　以長廉法與第三行平方〇九相乘得二四三〇〇〇

爲長廉積以加共積
得〇七二九二四三
〇二七除實盡
凡開得立方每面九
千〇〇三尺

〇〇〇
七二九七二九二四三〇二七
九〇〇三

右加四空籌例

開方分秒法

勿菴氏曰命分古法也然但可以存其不盡之數而已若還原則有不合故有分秒法以御之也雖亦終不能盡然最小之分即無關于大數視命分之法不啻加密矣

平方

法曰凡開平方有餘實不能成一數不可開矣若必欲開其分秒則于餘實下加二圈原實一化為一百分如法開之所得根數是一十分內之幾分也或加四圈原實一化為一萬分如法開之所得根數是一百分內之幾分也或加六圈原實一化為一百万分如法開之所得根數是一千分內之幾分也如此遞加兩圈則多開得一

位乃至加十圈為原實一化百億分其根數則十万分因之幾万幾千
幾百幾十幾分也
假如平方積八步開得二步除實四步餘四步不盡分秒幾何
四
法于餘實下添兩圈則餘實四步化為四
百○○分為次商之實 依捷法以初商
二步倍作四步為廉法列平方籌上為廉

四一六七六
八○八○八

二八二
隅共法簡籌第八行積三八四小于餘實
次商八分除實三百八十四分開得平方每面一步八分不
盡一十六分再開之
又于餘實下加兩圈則餘實一十六分化為一千六百○○
秒為三商之實

依捷法以初商次商共二步八分倍之得五步六分為廉法
列平方籌上為廉隅共法簡籌第二行積一一二四小于餘
實商作二秒除實一千一百二十四秒共開得平方每面二
步八分二秒不盡四百七十六秒
此單下開兩位式也所不盡之數不過百分之四 若欲再
開亦可得其忽微如後式
還原 以二步八二用籌為法又以二步八二列為實而自相
乘之得七万九千五百二十四分加不盡之分四百七十六
共八万仍以一万分為一步之法除之 當退四位 仍得八步合原
數
解曰此以一步化為百分故其積万分何也自乘者積一步

直一步也今既以一步化為一百分則是積一千百分直一百
分而其積一万分為一步

〇五六四二
二二五六八
〇五六四二步

自乘　不盡　共得

七九五二四
四七六
八〇〇〇〇

萬

七九五二四

假如平方九十步開得九步除實八十一步餘實〇九步不盡小分幾何
法于餘實九步下加八圈則餘實九步化為九億共作五點
而以第二點〇九億〇〇分為次商之實
依提法以初商九步倍作一十八步為廉法列平方籌上為
廉隅共法簡籌第四行〇七三六略小于餘實商四
千分除實七億三千六百万分餘一億六千四百〇
〇万分為第三商之實第三點也

一〇六
一二五八二五
〇九六四九六〇四七六
九〇、〇〇、〇〇、〇〇、〇〇、

九四八六八
步分秒忽微

又依提法以初商次商九步又十之四倍之得一十八步八
為廉法列平方籌上為廉隅共法簡籌第八行一五一〇四
略小于餘實商八除實一億五千一百〇四
九十六万分〇〇為第四次商之實第四點也
又依提法以三次所商共九步四八倍之得一十八步九六

為廉法列于方籌上為廉隅共法簡籌第六行一一三七九
六略小于實商六除實一千一百三十七万九千六百分餘
一百五十八万〇四百〇〇分為第五次商之實第五點也
又依提法以所商九步四八六倍之得一十八步九七二為
廉法列于方籌上為廉隅共法簡籌第八行一五一七八二
四略小于實商八除實一百五十一万七千八百二十四分
餘六万二千五百七十六分不盡九開得平方每面九步四
千八百六十八分亦可名為四分八秒六忽八微不盡一〇〇〇〇〇〇
〇之〇〇〇六二五七六即一万分之六分有奇
雖不盡不過万分之一不足為損益可棄不用
還原 以九步四八六八用籌為法又為實自乘得八十九億
九千九百九十三万七千四百二十四分加入不盡之分六
万二千五百七十六共九十億以一億分為一步之法除之
當退八位仍得九十步合原數解曰此以一步化為一万分故
其自乘之積一億何也自乘者橫一步直一步之積也今既
以一万分為步則是橫一万分直一万分而其積一億為一
步

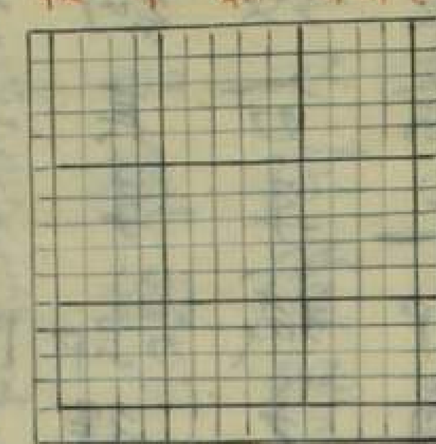
七五八九四四 | 八
五六九二〇八 | 六
七五八九四四 | 八
三七九四七二 | 四
三
八 三八一二 | 九步

八九九九三七四二四
十億 千 百 十 万 千 百 十
億 百万 万

自乘 八九九九九三七四二四
不盡 六二五七六
共得 九十億〇〇〇〇〇〇〇〇〇

若依命分法則還原不合
如前例原實八步開得方二步除實四步不盡四步法當倍每方二步作四步又加隅一步為命分命為二步又五分步之四意若曰若得五步則商三步矣今只四步是五分內止得四分也然還原有不合何也
以算明之
用通分法以命分五通二步得一十分又加得分四共一十四分自乘得一百九十六為實以命分五自乘得二十五分為法每步通作五分積一步直一步則共得二十五分也除之得七步又二十五分之二十一以較原實少二十五之四
二一
一九六
七

以圖明之



每步作五分其冪積二十五分方二步積四步共一百分又五之四以乘方二步得四十分倍之為廉積八十分又五之四自乘得隅積一十六分共九十六分以合原餘積四步該一百分少二十五分之四
以此觀之實數每縮虛數常盈故命分之法不可以還原其故何也曰隅差也何以謂之隅差曰平方之有奇零其在兩廉有實其在隅有虛何也廉之虛有一面而隅之虛有兩面也即如二步五之四謂五分內虛一分故不能成一步也然試觀于圖兩廉之四步皆虛一分積四分直五分積二十分以二十五分計之是

為亍五分之而隅之一步虛一分有零一積四分直亦四分積一十六分虛九合以
中虛一分二十五分計之是為五分之中虛二分弱則是邊數二步五之四有其積不及五
之四也今餘積四步有實數也其邊數常盈亍五之四有奇
也而命之曰五之四宜其不及矣然則古何以設此法曰古
率常寬以為所差有微故命之也不但此也古率圓一圍三
方五斜七今考之皆有微差故曰寬也
愚常考定開平方隅差之法法曰如法以命分之母通其整
而納其子即得分為全數以全數自相乘得數為通積另置分
母以分子減之餘數以乘分子而加之為實乃以分母自乘
為法除之即適還原數 如上方二步五之四以分母五通
二步得十納子四共十四自乘得方積一百九十六分另以

分子四減分母五餘一以轉乘分子四得四即隅差也以隅
差加入方積共二百分為實乃以分母五自乘得二十五為
法以除實得八步合原積
又如後例原實九十步開得九步除實八十一步不盡九
步法當倍每方九步作十八步又加隅一共十九步為命分
命為九步又十九分步之九意若曰若得十九步則加商一
步成十步今只九步是十九分內止得九分也然還原亦不
合
以算明之
用通分法以命分十九通九步得一百七十一步又加得分
九共一百八十步自乘得三万二千四百為實以命分十九

自乘得三百六十一為法每步十九分横十九分直十九分共得三百六十一分也除之
得八十九步又三百六十一分之二百七十一以較原實之
九十步計少三百六十一分之九十分

二七

三'五'二'一

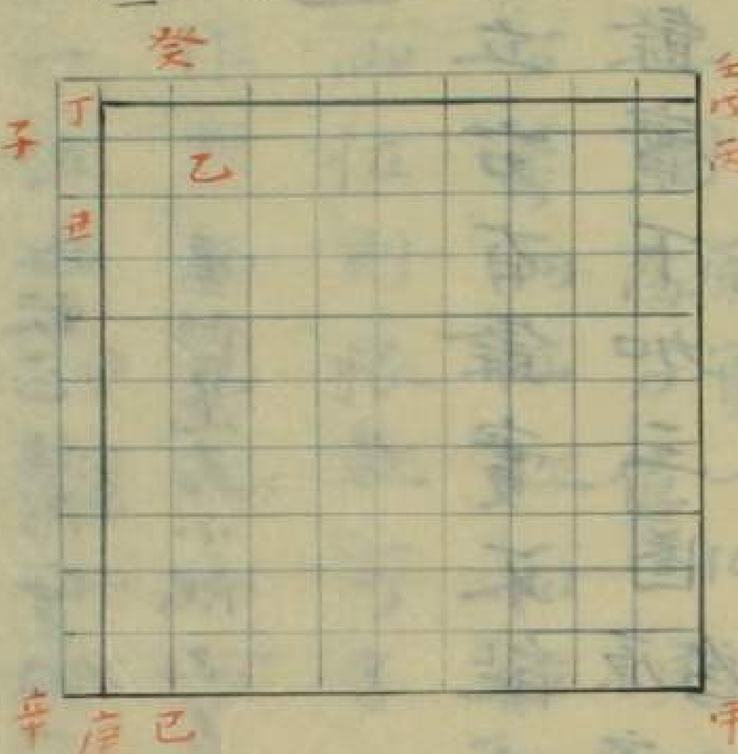
$\boxed{三二四}$〇〇

八九

若依隅差之分以得分九減命分十九餘十轉乘得分得九
十分為隅差以加自乘通積三万二千四百共得三万二千
四百九十為實乃以命分自乘三百六十一為法除之恰得
九十步合原積

以圖明之

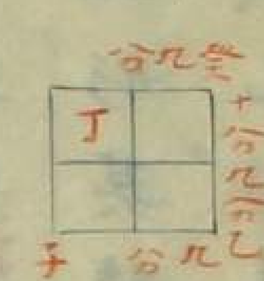
隅差総圖



甲戊丁庚形者方九步九分之総
形也通為一百八十分積三万二
千四百分以三百六十一為步除
之較原實少九十分
内分甲丙乙巳形為初商方九步
之形其積八十一步
戊乙形庚乙形次商廉積之形也長九步通為一百七十一分濶九分
積一千五百三十九分両廉共計三千〇七十八分
丁乙有小隅也積直各九分以較廉積中每一步之形如乙丑
之一丁癸形即隅差也

以積考之廉九步每步濶九分長一步（通為十九分）積一百七十一分隅濶九分長亦九分積八十一分少九十分為隅差

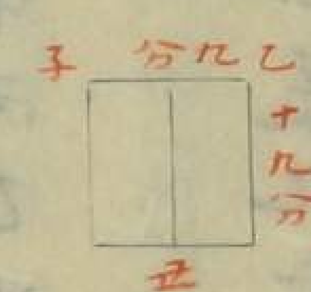
散形



癸乙丁子者方一步之形

癸丁乙者廉法每步之形也（即同乙丑形）丁乙者小隅也

以較乙丑形實欠一丁癸虛形是為小隅之差



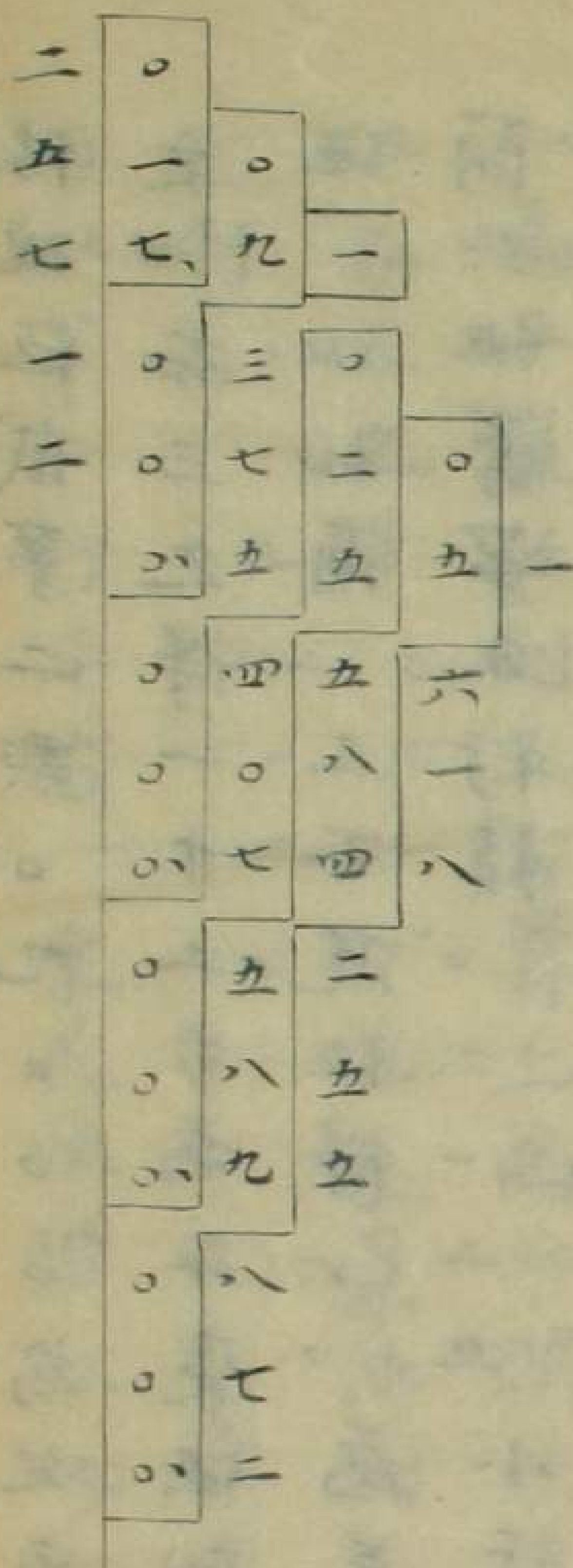
乙丑子者方一步之形也乙丑者廉積每步之形也

立方

法曰凡立方有餘實不能成一數不可開矣若必欲知其分秒則于餘實下加三圈（原實一化為一千分）如法開之所得根數是一十分之幾分也若加六圈（原實一化為一百萬分）所得根數是一百分之幾分也若加九圈（原實一化為十億）則根數是一千分之幾分也若加十二圈（原實一化為萬億）則根數是一萬分之幾分也

解曰平方籌兩位故兩位作點而其化小分亦以兩位為率蓋積多兩位則根數可多一位也（廉一位隅一位故兩位）立方籌三位故三位作點而其化小分亦以三位為率蓋積多三位則根數可多一位也（平廉一位長廉一位隅一位故三位）

假如立方積一十七步開得立方二步除八步餘實九步不盡法于餘實下加十二圈則餘實九步化為九萬億分增四點可加開四位



依捷法截第二點。九〇〇〇為次商之實 以初商二自
乘四而三之得一十二步為平廉法列立方籌上為平隅共
法 以初商二三而進位得六〇為長廉法列立方籌下
簡共法籌第五行積〇六一二五 小于實商五分 六行七行
六小于實因無長廉積故不用
乃以第五行平方二五與長廉法相乘得一五〇〇為長廉
積以加共積共得〇七六二五是為次商五分之積以除實
餘一三七五以俟三商
又截取第二點一三七五〇〇〇為三商之實 以初商次
商共二步五分自乘得六二五而三之得一八七五為平廉
法列立方籌上為平隅共法 以初商次商二步五分三而
進位得七五〇為長廉法列立方籌下簡共法籌第七行一
三一二八四三 小于實商七秒 乃以第七行平方四九與
長廉法相乘得三六七五〇為長廉積以加共積共得一三
四九五九三為三商七秒之積以除實餘〇二五四〇七以
候續商
又截取第四點〇二五四〇七〇〇〇為四商之實
以商數二五七自乘得六六〇四九而三之得一九八一四
七為平廉法列立方籌上為平隅共法 以商數二五七進
位而三之得七七一〇為長廉法列立方籌下簡共法籌第
一行〇一九八一四七〇一 小于實商一忽
乃以第一行平方一乘長廉得七七一〇為長廉積以加共

積得一九八二二四一一為商一忽之積以除實餘。五五
八四五八九以候末商
通第五點。五五八四五八九。〇〇。為末商之實以商
數二五七一自乘得六六一。〇〇四一而三之得一九八三
〇一二三為平廉法列立方籌上為平隅共法　以商數二
五七一進位而三之得七七一三。為長廉法列立方籌下
簡共法籌第二行。三九六六。二四六。八小于實商二
微
乃以第二行平方。四乘長廉法得三。八五二。為長廉
積以加共積得。三九六六三三一二八為末商二微之
積以減實餘一六一八二五五八七二不盡

凡開得立方每面二步五分七秒一忽二微不盡之數不能成一微棄不用
還原 以二步五七一二用籌為法別以二步五七一二列為
實以法乘實得六六一一〇六九四四

〇川五丨一四二四　二
〇川二五七一二　一
一川七九九八四　七
一二八五六〇　五
〇五一四二四　二步
六六一一〇六九四四

再乘之得一十六万九千九百八十三億八千一百七十四
万四千一百二十八分

一○二八四八
四

一○二八四八
四

二三一四○八
九

一五四二七二
六

○二五七一二
用省乘法往進二位
一○

○二五七一二
一

一五四二七二
六

一五四二七二
六

一六九九八三八一七四四一二八

十万億万億千億百億十億億千万百万十万万千百十

乃以不盡之積一十六億一千八百二十五万五千八百七

十二分加入再乘積共得一十七万億以一万億為一步之
法以一步為万分積一万一万高一万共一百億直除之得一十七步合原數

再乘 六九九八三八一七四四一二八

不盡 一六一八二五五八七二

共得 一七○○○○○○○○○○○○

若依命分法則還原不合
如前所設立方積一十七步開得立方每面二步除積九步
餘九步法當以立方二步自乘得四步而三之得十二步為
平廉又以立方二步三之得六步為長廉又加一步為隅共
一十九步為命分命為立方二步又十九分步之九意若曰
餘積若滿十九步則加商一步矣今只有九步是以十九分

為一步而今僅得九分也然還原則有不合

以算明之

用通分法以命分十九通立方二步得三十八分又加得分九共四十七分此即所云二步又十九分之九乃立方一面之數也以此自乘得二千二百〇九分再乘得一十〇万三千八百二十三乃立方二步又十九分之九所容積數也為實別以命分十九自乘得三百六十一再乘得六千八百五十九乃方一步之積為法以除實得一十五步又六千八百五十九之九百三十八較原實一十七步少一步又六千八百五十九分之五千九百二十一

其故何也曰長廉小隅之差也何以言之曰立方之有奇零

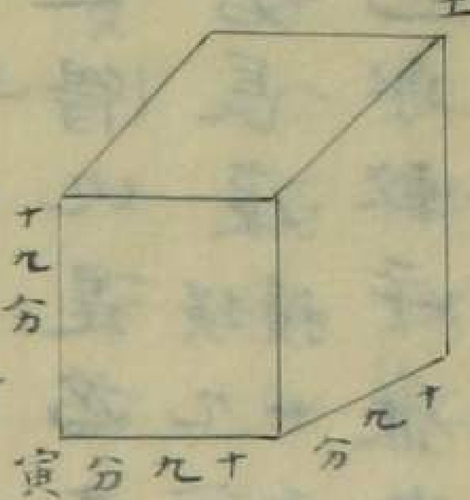
其在平廉者實其在長廉小隅者虛何也平廉之虛者一面而長廉虛兩面小隅虛三面故也今以十九分為一步其立方積六千八百五十九分為步法以十九分除之得每三百六十一為分法平廉每步橫十九分直十九分高九分分積三千二百四十九分法除之得九是為十九分之九適合命分之數也

若長廉橫九分直十九分高九分積一千五百三十九分分法除之得四分有奇而已以較平廉九分之積三千二百四十九少一千七百一十分三長廉共六步共少一万〇二百六十分步法除之得一步又三千四百〇一分為長廉差

若小隅橫直高各九分積七百二十九分分法除之得二分有奇而已以較平廉九分之積三千二百四十九少二千五百二十分

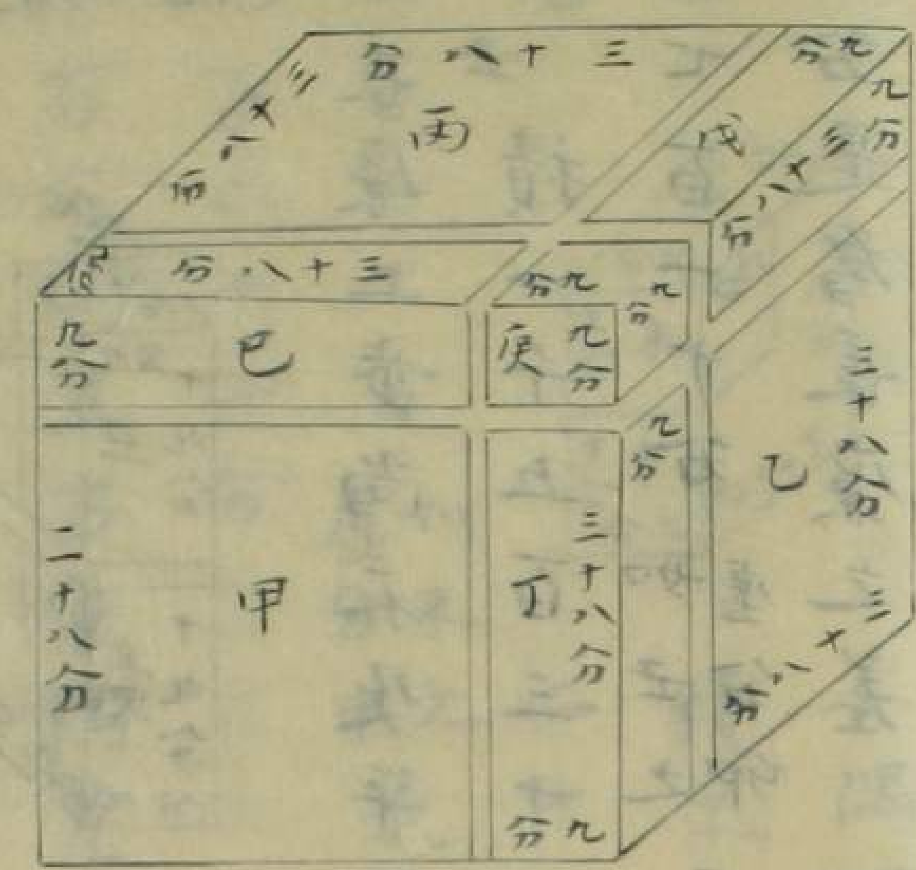
為隅差
合廉隅兩差計之共少一步又六千八百五十九分之五千
九百二十一
以圖明之

步法圖



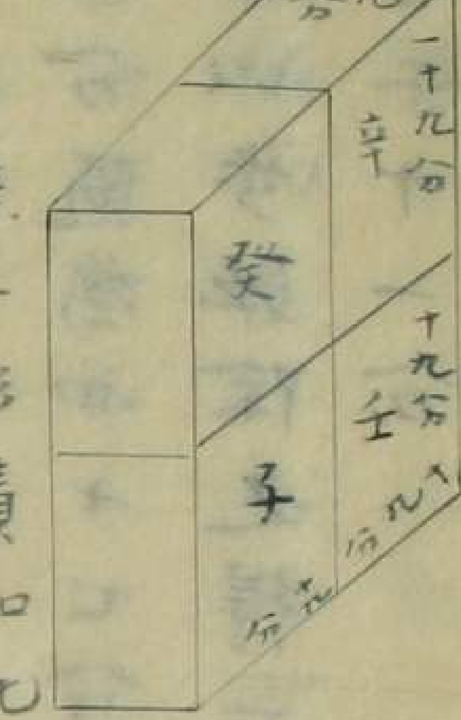
丑寅為立方一步之形每步通為十九分
橫直高各十九分積六千八百五十九分
是為步法
以十九分除步法得三百六十一分是為分法
廉隅總圖見左
甲乙丙三平廉也縱橫各方二步通為三十八分厚九分積
一万二千九百九十六分三廉共三万八千九百八十八分

廉隅總圖



丁戊己三長廉也各長二步通為
三十八分厚闊各九分積三千○
七十八分三廉共九千二百三十
四分
庚小隅也長闊高皆九分積七百
二十九分
三長廉三平廉一小隅共包一正方形在內正方形縱橫各
二步通為三十八分積五万四千八百七十二分總形方二
步九分通為四十七分高如之積一十○万三千八百二十
三分以步法除之得一十五步有奇不滿原實一步又五千
九百二十一分

平廉圖



長廉之圖

平廉方二步其容四步即辛壬癸子之分形也每步縱橫皆一步通為十九分厚皆九分積三千二百四十九（辛一形積如此壬癸子者同）以分除之還得九分長廉長二步（如丑寅合形）通為三十八分厚九分皆與平廉同所不同者平廉濶十九分而長廉濶只九分故長廉二步尚不及平廉一步之積以積計之每長廉一步（如壬形）積一千五百三十九分較平廉每步之積（如壬卯合形）少一千七百一十分（如壬之虛分卯）三長廉計六步共少一万〇二百六十分是為長廉之差

隅差圖

小隅橫直高皆九分（如未形）于平廉一步之積不及四之一以積計之小隅之積七百二十九較平廉一步之積（如未申合形）少二千五百二十分（如未之虛分申）是為小隅之差合二差共一步五千九百二十。一分

今有定開立方廉隅差法法曰凡立方有命分者如法以分母（即命分）通其整而納以分子（即得分）為立方全數以全數自乘再乘得數為立方通積另置命分母數與得分子數各自乘得數以相減用其餘數以乘得分得數為隅差又置命分與得分相減用其餘數轉與得分相乘以乘命分得數是為長廉每步虛數又以長廉法乘之得數為長廉差合二差數以

加通積為實以命分自乘再乘得數為法除之即還原數
如所設立方積十七步開得立方二步又十九分之九法
以分母十九通立方二步而以分子九分納之共四十七分
為立方全數以全數自乘再乘得一十〇万三千八百二十
三為通積另置命分十九自乘得三百六十一內減分子九
自乘八十一餘二百八十分以分子九乘之得二千五百二
十分為隅差又置命分一十九內減得分九餘十分轉乘得
分九得九十分以乘命分十九得一千七百一十分為長廉
每步虛數又以長廉法六步乘之得一万〇二百六十分為
長廉差合二差共一万二千七百八十分以加通積共得一
十一万六千六百〇三分為實以命分一十九自乘再乘得

六千八百五十九分為法以除實得一十七步合原積