١٦٩

اقليدس

صحيفه		
٤	المقالة الاولى	
٣٨	المقالة الثانيه	
٤٨	المقالة الثالثة	
٦٦	المقالة الرابعة	
٧٦	المقالة الخامسه	
٨٨	المقالة السادسة	
١٠٦	المقالة السابعة	في الحساب
١١٨	المقالة الثامنه	في الحساب
١٢٦	المقالة التاسعه	في الحساب
١٣٦	المقالة العاشرة	
١٦٨	المقالة الحادية عشرة	
١٨٤	المقالة الثانية عشرة	
١٩٦	المقالة الثالثة عشرة	
٢١٠	المقالة الرابعة عشرة	
٢١٦	المقالة الخامسة عشرة	
٢٢٠	حل الشكل الخامس عشر من المقالة الثانية عشرة لمحرر هذا الكتاب النصير الطوسي	

بكرة سيم محمد
كتاب اقليدس

هذا كتاب اقليدس تحرير الحكيم المحقق والفيلسوف
المدقق قدوة العلماء المتبحرين واسوة الفضلاء
المحققين جامع المعقول والمنقول محمد بن
محمد المشتهر بنصير الدين
الطوسي رحمة الله
رحمة واسعة

بسم الله الرحمن الرحيم

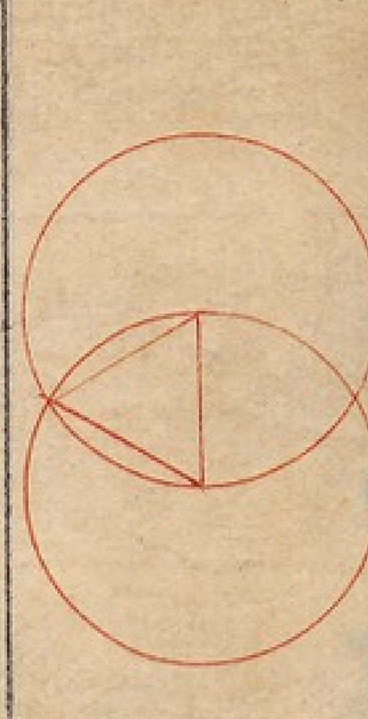
الحمد لله الذى منه الابتداء، واليه الانتهاء، وعنده حقايق الانباء، وبيده
ملكوت الاشياء، وصلوته على محمد وآله الاصفياء، وبعد فلما فرغت عن تحرير
المجسطي رأيت ان احرر كتاب اصول الهندسة والحساب المنسوب
الى اقليدس الصورى بايجاز غير مخل، واستقصي فى ثبت مقاصده استقصاء
غير ممل، واضيف اليه ما يليق به مما استفدته من كتب اهل هذا العلم واستنبطته
بقريحتي وافرز ما يوجد من اصل الكتاب فى نسختى الحجاج وثابت عن المزيد عليه
اما بالاشارة الى ذلك او باختلاف الوان الاشكال وارقامها ففعلت ذلك
متوكلا على الله انه حسبي وعليه ثقتي اقول الكتاب يشتمل على خمس عشرة
مقالة مع الملحقتين باخره هى اربعمائة وثمانية وستون شكلا فى نسخة الحجاج
وبزيادة عشرة اشكال فى نسخة ثابت وفى بعض المواضع فى الترتيب ايضا
بينهما اختلاف وانا رقمت عدد اشكال المقالات بالحمرة لثابت وبالسواد للحجاج
اذا كان مخالفا له المقالة الاولى سبعة واربعون شكلا وفى نسخة ثابت بزيادة
شكل وهو شكل مه قد جرت العادة بتصديرها بذكر حدود واصول
موضوعة وعلوم متعارفة يحتاج اليها فى بيان الاشكال الحدود النقطة
ما لا جزء له يعنى من ذوات الاوضاع الخط طول بلا عرض وينتهى بالنقطة
والمستقيم منه هو الذى يكون وضعه على ان يتقابل اى نقطة تفرض عليه
بعضها البعض السطح او البسيط ما له طول وعرض فقط وينتهى بالخط
والمستوى منه هو الذى يكون وضعه على ان يتقابل اى خطوط تفرض عليه
بعضها البعض الزاوية المسطحة هى المنحدب من السطح الواقع بين خطين

قوله الحجاج هو ابن مطر الكوفي وليس هو ابن يوسف الثقفي وثابت هو ابن قرة الحكيم الحراني المتوفى سنة ٢٨٨ مائتين وثمان وثمانين اه

يتصلان على نقطة من غيران يتحدا فيها مستقيمة الخطين وغيرها والقائمة
من الزوايا هي احدى المتساويتين الحادثتين عن جنبتي خط مستقيم قام على مثله
ويسمى القائم عمودا والحادة هي التي تكون اصغر من قائمة والمنفرجة هي التي
تكون اكبر سواء كانتا مستقيمتي الخطين اولىستا الحد النهاية والشكل ما احاط به
حد او حدود الدائرة شكل مسطح يحيط به خط واحد في داخله نقطة يتساوى
جميع الخطوط المستقيمة الخارجة منها اليه وذلك الخط محيطها وتلك النقطة
مركزها والخط المستقيم المار بالمركز المنتهي في جهتيه الى المحيط قطرها وهو
ينصف الدائرة ويحيط مع نصفي المحيط بكل واحد من النصفين والذي لا يمر به
يحيط مع قسمي المحيط بقطعتين اصغر واكبر من النصف الاشكال المستقيمة
الاضلاع هي التي يحيط بها خطوط مستقيمة واولها المثلث ومنه المتساوي
الاضلاع والمتساوي الساقين فقط والمختلف الاضلاع وايضا منه القائم الزاوية
والمنفرج الزاوية ان وقعت فيه قائمة او منفرجة والحاد الزوايا ان لم تقع
ثم ذو الاربعة الاضلاع ومنه المربع وهو المتساوي الاضلاع القائم الزوايا
والمستطيل وهو القائم الزوايا غير متساوي الاضلاع والمعين وهو المتساوي
الاضلاع غير قائم الزوايا والشبيه بالمعين وهو الذي لا يكون اضلاعه متساوية
ولا زواياه قائمة ولكن يتساوى كل متقابلين من اضلاعه وزواياه والمنحرف وهو
ما عداها وما جاوز الاربعة فهو كثير الاضلاع المتوازية من الخطوط هي
المستقيمة الكائنة في سطح مستو التي لا يتلاقى وان اخرجت في جهاتها الى غير النهاية
الاصول الموضوعة اقول من الواجب اولا ان يوضع ان النقطة والخط
والسطح والمستقيم والمستوي منهما والدائرة موجودة وان لنا ان نعين
نقطة على اي خط او سطح كان وان نفرض خطا على اي سطح كان او مارا
بنقطة كيف اتفق وان كل واحد من النقطة والخط المستقيم والسطح المستوي
ينطبق على مثله وان الفصل المشترك بين كل خطين نقطة وبين كل سطحين
خط وان توضع المقدمات المذكورة في الاصل وهي هذه لنا ان نصل خطا
مستقيما بين كل نقطتين وان نخرج خطا مستقيما محدودا على الاستقامة
وان نرسم على كل نقطة وبكل بعد دائرة الزوايا القائمة متساوية جميعا لا يحيط
خطان مستقيمان بسطح كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت
الزاويتان الداخلتان في احدى الجهتين اصغر من قائمتين فانهما يلتقيان في تلك
الجهة ان اخرجا فهذا ما ذكر في الاصل اقول القضية الاخيرة ليست

من العلوم المتعارفة ولانما ينضح فى غير علم الهندسة فاذن الاولى بها ان ترتب فى المسائل دون المصادرات وانا ساوضعها فى موضع يليق بها ووضعت بدلها قضية اخرى هى ان الخطوط المستقيمة الكائنة فى سطح مستو ان كانت موضوعة على التباعد فى جهة فهى لا تكون موضوعة على التقارب فى تلك الجهة بعينها وبالعكس الا ان يتقاطعا واستعمل فى بيانها قضية اخرى قد استعملها اقليدس فى المقالة العاشرة وغيرها وهى ان كل مقدارين محدودين من جنس واحد فان الاصغر منهما يصير بالتضعيف مرة بعد اخرى اعظم من الاعظم ومما يجب ايضا ان يوضع ان الخط المستقيم الواحد لا يتصل على الاستقامة باكثر من خط واحد مستقيم غير مسامة بعضها لبعض وان الزاوية المساوية للقائمة قائمة ا العلوم المتعارفة الاشياء المساوية لشىء بعينه متساوية واذا زيد على المتساوية اونقص منها متساوية حصلت متساوية واذا زيد على غير متساوية اونقص منها متساوية حصلت غير متساوية والتى اذا زيد عليها اونقص منها متساوية حصلت متساوية فهى متساوية والتى كل واحد منها اضعاف بعدة واحدة اواجزاء بعينها لشىء واحد فهى متساوية والاشياء المتطابقة من غير تفاضل متساوية والكل اعظم من جزئه فهذا ما اردنا ان نصدر الكلام به وسيأتى تعريفات وتصديرات اخر فى مواضع يليق بها وليعلم ان جميع النقط والخطوط الموردة من اول هذا الكتاب الى آخر المقالة العاشرة انما وضعت على انها فى سطح مستو واحد وانا اذا اطلق الخط والسطح والزاوية فانما اعنى بها المستقيم والمستوى والمستقيمة الخطين الاشكال

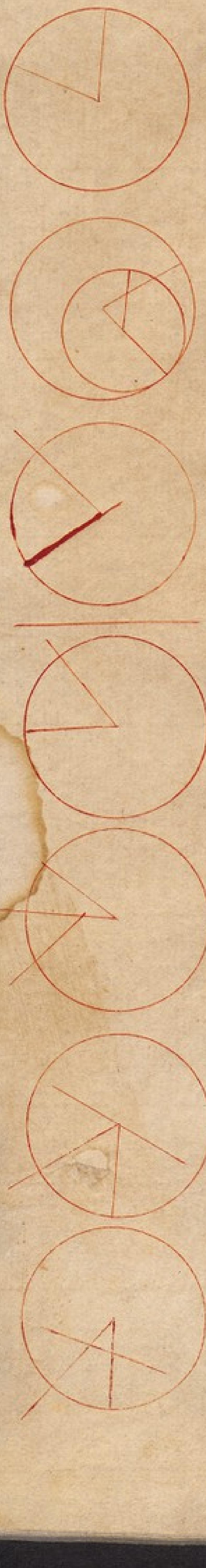
(ا)



نريد ان نرسم مثلثا متساوى الاضلاع على خط محدود * كاب فلنرسم على نقطتى ا ب ببعد الخط دائرتى بجد اده ونصل اد دب فمثلث ادب المرسوم على اب متساوى الاضلاع وذلك لان اب اد الخارجين من مركز دائرة بجد الى محيطها متساويان وكذلك با بد الخارجان من مركز دائرة اده الى محيطها فاد بد المساويان لاب متساويان فاذن اضلاع مثلث ابد متساوية وهو المراد

(ب)

نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا مساويا لخط محدود * وليكن النقطة ا والخط بج ونصل بين النقطة واحد طرفى الخط اب ونرسم عليه



مثلثا متساوى الاضلاع وهو مثلث ا ب د (ا) ونخرج د ا د ب فى جهتى ا ب
ونرسم على طرف الخط وهو ب ببعد الخط وهو ب ح دائرة ح ح ر فيمر
بنقطة ر وعلى د المباينة للخط ببعد د ر دائرة ر ط ه فخط ا ه هو المراد
وذلك لان ب ح ب ر الخارجين من مركز دائرة ح ح ر الى محيطها متساويان
وكذلك د ر د ه الخارجين من مركز دائرة ر ط ه الى محيطها وكان د ب
د ا متساويين فحصل ب ر ا ه متساويين فا ه ب ح المساويان لب ر
متساويان وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان النقطة
يمكن ان يقع مباينة للخط اما غير مسامتة اياه كما مر او مسامتة ويمكن ان يقع غير
مباينة له اما عليه او على طرفه وهذه اربعة والوجه فى الجميع واحد
اما الاول فكما مر ويمكن ان يقع فيه ا ب اما اقصر من ب ح فيقع المثلث
داخل دائرة ح ح ر كما مر او مساويا له فيمر الدائرة بنقطتى ا د او اطول منه
فيقطع محيطها ضلعى ا ب ب د وهما هكذا واما الثانى فمثل الاول ويقع
فيه الصور الثلث هكذا واما الثالث فلا يحتاج فيه الى ان نصل بين النقطة
وطرف الخط لان ا ب يكون بعض ب ح فلا يقع فيه الا صورة واحدة وهى
هكذا ويمكن فى جميع هذه الصور ان نرسم المثلث فى كلتى جنبتى خط ا ب
ويحدث بسببه ايضا فى اوضاع الخطوط اختلاف واما الرابع فلا يحتاج فيه
ايضا الى ان نصل بين النقطة والطرف لاتحادهما ولا الى عمل المثلث لعدم
البعد بينهما ولا الى عمل الدائرتين لكون المركزين واحدا بل يكفى فيه اخراج
دائرة واحدة على طرف الخط ببعده ثم اخراج خط من المركز الى المحيط كيف اتفق

(ح)

نريد ان نفصل من اطول خطين مثل اقصرهما * فليكن الاطول ا ب
والاقصر ح ونخرج من ا ا د مساويا لح ونرسم على ا ببعد ا د دائرة
د ه ر فينفصل بها ا ر من ا ب مساويا لا د اعنى ح وهو المراد

(د)

اذا ساوى ضلعان وزاوية بينهما من مثلث ضلعين وزاوية بينهما من مثلث
آخر كل لنظيره يساوى الضلعان والزوايا الباقية والمثلثان كل لنظيره *
فليكن فى مثلثى ا ب ح د ه ر ا ب مساويا لد ه و ا ح لد ر وزاوية ا
لزاوية د اقول فب ح مساو له ر وزاوية ب لزاوية ه وزاوية ح
لزاوية ر والمثلث للمثلث وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق ب ا على ه د

انطبقت نقطة ب على نقطة ه و ب ا على ه د لاستقامتهما و ا على
د لتساوى الخطين وزاوية ا على زاوية د لتساويهما و اج على دز
لاستقامتهما و ج على ز لتساوى اج دز فانطبق ضرورة بج
على هز لاستقامتهما والا فاحاطا بسطح وتساوت سائر الزوايا
والمثلثات لانطباقهما على نظائرها وذلك ما اردناه

(ه)

الزاويتان اللتان على قاعدة المثلث المتساوى الساقين متساويتان وكذلك اللتان
تحدثان تحتهما ان اخرج الساقان * فليكن مثلث ابج متساوى ساقى اب
اج فزاويتا ابج اجب متساويتان ونخرج اب اج فى جهتى د ه فزاويتا
جبد بجه الحادثتان من تحت ايضا متساويتان ولنعين لبيانه على بد
نقطة ز كيف اتفق ونفصل من جه جح مساويا لاز (ج) ونصل بح
جز ففى مثلثى ازج احب ضلعا جا از وزاوية ا مساوية لضلعى
با اح وزاوية ا كل لنظيره فيكون ضلعا جز بح متساويين
(د) وكذلك زاويتا ازج احب وزاويتا ز ح وايضا
فى مثلثى جبز بجح ضلعا بز زج وزاوية ز مساوية لضلعى
جح حب وزاوية ح كل لنظيره فتكون زاويتا زجب حبج متساويتين
(د) نلقيهما من زاويتى ازج احب المتساويتين تبق زاويتا اجب ابج
اللتان على القاعدة متساويتين ولذلك بعينه تكون زاويتا جبز بجح
اللتان تحتهما متساويتين وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل يلقب بالمأمونى
ويمكن ان نبين المطلوب الاول من غير اخراج الساقين وذلك بان نعين نقطة
د على ساق اب ونجعل اه مثل اد (ج) ونصل بين به هد دج ونبين
بمساواة با و اه وزاوية ا من مثلث ابه لجا اد وزاوية ا من مثلث
اجد تساوى زاويتى ابه اجد وضلعى به جد (د) ثم بتساويهما
ويساوى ضلعى بد جه من مثلثى بده جهد تساوى زاويتى بده
جهد وزاويتى بهد جده ثم تساوى زاويتى بدج بهج الباقيين
من الاوليين بعد القاء الاخيرتين وبتساويهما ومساواة ضلعى
بد دج لضلعى جه هب يتساوى زاويتى ابج اجب

(و)

اذا تساوت زاويتا مثلث تساوى ضلعاه الموتران لهما * فليكن زاويتا

ب ج من مثلث ا ب ج متساويتين نقول فاج اب متساويان والا فليختلفا
وليكن اج اطول ونفصل منه د ج مثل ب ا (ج) ونصل ب د فيكون في مثلثي
اب د ب ج ضلعا اب ب ج وزاوية اب ج مساوية لضلعي د ج ج ب
وزاوية د ج ب كل لنظيره فالمثلث يساوي المثلث (د) اعني الكل لجزئه
هذا خلف فاذن هما متساويان وذلك ما اردناه اقول وان اخرج ب ا الى د
وجعل ب د مثل ج ا (ج) ووصل ج د لزم الخلف بمثل البيان المذكور بعينه
وبوجه آخر ان كان اج اطول وفصلنا جد مثل اب (ج) فلنعين ه على
اب ونفصل جز مثل به (ج) ونصل ده زب هج فني مثلثي هب ج
زج ب ضلعا هب بج وزاوية هب ج مساوية لضلعي زج جب
وزاوية زج ب بالتناظر فزاويتا ب ج ه ج ب ز متساويتان (د) وكذلك
ضلعا هج زب والمثلثان وكذلك مثلثا ب ه ح ج ز ح بعد اسقاط
مثلث ب ح ج المشترك ويكون في مثلثي ا ز ب د ه ج ضلعا اب بز
وزاوية ا ب ز مساوية لضلعي دج جه وزاوية دجه بالتناظر فيساوي
المثلثان (د) ويبقى بعد اسقاط سطح هد زح المشترك مثلثا اده هح ب
معا مساويان لمثلث زح ج وكان مثلث هح ب وحده مساويا له فاذن مثلثا اده
هح ب معا مساويان لمثلث هح ب وحده الكل لجزئه
هذا خلف ولو اخر بيان هذا الشكل الى ان يتبين بالشكل
الثامن عشر لسهل جدا فان ذلك الشكل ليس مما يتبين بهذا

(ز)

اذا اخرج من طرفي خط خطان ملتقيان على نقطة فلا يمكن ان يخرج من
طرفيه في تلك الجهة آخران مساويان لهما خارجان من مخرجي نظيريهما
ملتقيان على غير تلك النقطة * مثلا اخرج من طرفي ا ب خطا اج بج
فالتقيا على ج فان امكن ان يخرج في جهة ج آخران مساويان لهما
ملتقيان على غير ج فليكونا اد المساوي لاج و ب د المساوي لب ج
وليلتقيا على د ونصل ج د فيكون زاويتا اجد ادج متساويتين (ه)
لتساوي ساقي اج اد وزاوية ب ج د اصغر من زاوية اد ج فهي اصغر
من زاوية اجد ايضا التي هي اصغر من زاوية ب د ج فزاوية ب ج د
اصغر كثيرا من زاوية ب د ج لكنهما متساويتان لتساوي ساقي ب ج ب د
هذا خلف فاذن ثبت الحكم وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف

وقوع فان د يقع اما خارج مثلث ا ح ب بحيث يتقاطع خطان من الاربعة الخارجة من الطرفين قبل الالتقاء او بحيث لا يتقاطعان واما داخله واما على احد ساقي ا ح ب من غير اخراجهما او بعد ذلك وهذه خمسة اما الاول فقد مر بيانه واما الثاني والثالث فيكونان هكذا ونصل فيهما د ح ونخرج ضلعي ا د ا ح الى ه ر فيكون زاويتا ه د ح ر ح د متساويتين (ه) لتساوي ساقي ا د ا ح ويلزم منه بمثل البيان المذكور تساوي الكل وجزئه فيظهر الخلف واما الرابع والخامس فيلزم فيهما تطابق الخطين الخارجين من احد الطرفين كخطي ب ح ب د مثلا وكون احدهما اكبر من الاخر مع فرض تساويهما فيظهر الخلف اسرع وهذه صورتهما

(ح)

اذا ساوى كل واحد من اضلاع مثلث كل واحد من اضلاع مثلث آخر تساوت زواياهما كل لنظيرتها وتساوى المثلثان * فليكن المثلثان ا ب ح د ه ر وقد ساوى ا ب د ه و ا ح د ر و ب ح ه ر نقول فزاوية ا تساوي زاوية د وزاوية ب زاوية ه وزاوية ح زاوية ر والمثلث للمثلث وذلك لانا اذا توهمنا تطبيق ضلع على نظيره مثلا ب ح على ه ر والمثلث على المثلث وجب ان ينطبق الضلعان الباقيان على نظيريهما ويظهر المطلوب والا فيلزم ان يقعا مباينين لهما مثل ه ح ر ح ويلزم منه خروج خطي د ه ر د و ه ح ر ح المساويين لهما جميعا من طرفي ه ر من جهة بعينها مع اختلاف الملتقى هذا خلف فاذن المطلوب ثابت وذلك ما اردناه

(ط)

نريد ان ننصف زاوية * كزاوية ب ا ح فلنعين على ا ب نقطة د كيف وقعت ونفصل من ا ح ا ه مثل ا د (ح) ونصل د ه ونرسم عليه مثلث د ه ر المتساوي الاضلاع (ا) ونصل ا ر فهو ينصف الزاوية وذلك لان اضلاع مثلثي د ا ر ه ا ر متساوية بالتناظر فزواياهما متساوية (ح) بالتناظر فزاويتا ر ا د ر ا ه متساويتان وذلك ما اردناه اقول والبيان يتم بان يبين ان نقطة ر انما تقع بين خطي ب ا ح ا وذلك لانها لو لم تقع هناك لوقعت اما على احدهما او خارجا عنهما هكذا ويتساوى زاويتا ر د ه ر ه د لا محالة وكانت زاويتا ب د ه ح ه د تحت القاعدة متساويتين (ه) فيلزم من ذلك ان يساوي الشيء جزءه او يساوي ما هو اكبر من الشيء جزءه هذا خلف وبوجه آخر

نعين على د ب نقطة ر ونجعل ه ح مثل د ر (ح) ونصل د ح ه ر متقاطعين على ط ونصل ا ط فهو ينصف الزاوية وذلك لانا نبين بمثل ما مر في الشكل الخامس ان زاويتي ر ه د ح د ه متساويتان ونبين ان د ط ه ط متساويان (و) ويصير اضلاع د ط ا ه ط ا متساوية فيظهر المطلوب

(ب)

نريد ان ننصف خطا محدودا * كخط ا ب فلنعمل عليه مثلث ا ح ب المتساوي الاضلاع (ا) وننصف زاوية ح بخط ح د (ط) فينتصف الخط به وذلك لان في مثلثي ا ح د ب ح د ضلعي ا ح ح د وزاوية ا ح د مساوية لضلعي ب ح ح د وزاوية ب ح د فاذن قاعدتا ا د د ب متساويتان (د) وذلك ما اردناه

(يا)

نريد ان نخرج من نقطة على خط غير محدود عمودا عليه * مثلا من نقطة ح على خط ا ب فلنعين عليه نقطة د كيف وقعت ونجعل ح ه مثل د ح (ح) ونرسم على د ه مثلث د ر ه المتساوي الاضلاع (ا) ونصل ر ح فهو العمود وذلك لان اضلاع مثلثي د ر ح ه ر ح متساوية كل لنظيره فزاويتا ر ح د ر ح ه الحادثتان عن جنبتي ر ح متساويتان (ح) فهما قائمتان وذلك ما اردناه اقول فان كان الخط محدودا من جانب ا واردنا ان نخرج العمود من ا من غير اخراج الخط وذلك مما يحتاج اليه اهل العمل كثيرا فلنعين ح ونجعل ح د مثل ا ح (ح) ونخرج من ح د عمودي ح ه د ر بالوجه المتقدم وننصف زاويتي ا ح ه ح د ر بخطي ح ح د ه فخ ه د ه الخارجان من خط ح د على اقل من قائمتين يتلاقيان بحكم المصادرة الموعود بيانها فليتلاقيا على ه ونجعل ح ح مثل د ه (ح) ونصل ح ا فهو عمود على ا ب وذلك لان يساوي ضلعي ا ح ح د وضلعي ح ح د ه وزاويتي ا ح ح ح د ه من مثلثي ح ا ح ه ح د النظائر يدل على ان زاوية ح ا ح مساوية لزاوية ه ح د القائمة (د)

(يب)

نريد ان نخرج من نقطة الى خط غير محدود ليست هي عليه عمودا * مثلا من نقطة ح الى خط ا ب فلنعين في الجهة الاخرى من الخط نقطة د كيف وقعت ونرسم على ح ببعد ح د دائرة ه د ر فهي يقطع الخط لا محالة

على نقطتين كه ر وننصف هر على ع (ب) ونصل دع فهو العمود وذلك لانا اذا وصلنا ده در كانت اضلاع مثلثي دهع درع النظائر متساوية وكانت زاويتا دعه دعر عن جنبتي دع متساويتين (ح) فهما قائمتان وذلك ما اردناه اقول واهل العمل اذا اشترطوا ان لا يجاوزوا الجهة الاخرى من الخط عينوا على الخط نقطة ه ووصلوا ده ورسموا ببعده دائرة ه ى حتى ينتهى الى الخط تارة اخرى فان انتهت على نقطة ه بعينها كان ده عمودا على ما بين فى المقالة الثالثة وان انتهت على نقطة اخرى كز مثلا نصفوا خط هر على ع ووصلوا دع العمود بالبيان المذكور

(ى)

اذا قام خط على خط كيف كان حدثت عن جنبتيه زاويتان اما قائمتان او متساويتان معا لقائمتين * فليقم اب على دى ولتحدث زاويتا اب د اب ى فان كان اب عمودا كانتا قائمتين والا اخرجنا من ب عمود به على دى (ا) فصارت الزوايا ثلثا هى اب د اب ه هب ى والثانية اذا اضيفت الى الاولى صارتا قائمتين واذا اضيفت الى الثالثة كانتا كما حدثتا فاذن الحادثتان معا متساويتان لقائمتين وذلك ما اردناه

(يد)

اذا اتصل خطان على نقطة بخط عن جنبتيه واحد تا معه قائمتين او متساويتين لهما كان الخطان معا على الاستقامة خطا واحدا * فليتصل اب على نقطة ب خطا دب ىب وليكن زاويتا دبا ىبا معادلتين لقائمتين نقول فخط دبى متصل على الاستقامة خطا واحدا والا فيخرج دبه على الاستقامة ويكون جميع زاويتى دبا هبا المعادلتين لقائمتين مساويا لجميع زاويتى دبا ىبا المعادلتين ايضا لهما (ى) فيبقى بعد اسقاط زاوية دبا المشتركة زاويتا هبا ىبا الصغرى والعظمى متساويتين هذا خلف فاذن الحكم المذكور ثابت وذلك ما اردناه

(يه)

الزاويتان المتقابلتان الحادثتان عن تقاطع كل خطين متساويتان * مثلا كزاويتى دهب اهى الحادثتين عن تقاطع خطى اب دى وذلك لان مجموع زاويتى بهد دها يساوى مجموع زاويتى اهى دها لكون

كل واحد من المجموعين معادل لقائمتين (يج) فيبقى بعد اسقاط زاوية حها المشتركة زاويتا حهب اهد متساويتين وذلك ما اردناه وتبين مع ذلك ان الزوايا الاربع الحادثة من تقاطعهما معادلة لاربع قوائم اقول وهذا الحكم ثابت لجميع زوايا تحيط بنقطة اين كانت النقطة وكم كانت الزوايا

(يو)

كل مثلث اخرج احد اضلاعه فالزاوية الخارجة الحادثة اعظم من كل واحدة من مقابلتيها الداخلتين * مثلا اخرج ضلع بح من مثلث ابح الى د نقول فزاوية احد اعظم من كل واحدة من زاويتي اب فلينصف اح على ه (ي) و نصل به ونخرجه ونجعل هر مثل به (ج) ونصل رح ففي مثلثي ابه حره ضلعا به ها مساويان لضلعي ره حه ومتقابلتاه متساويتان (يه) فزاوية باه مساوية لزاوية هحر (د) وزاوية احد اعظم من زاوية احر فهي اعظم ايضا من زاوية ا ولنخرج اح الى ح وبمثله نبين ان زاوية بحح اعني زاوية احد اعظم ايضا من زاوية ابح (يه) فتم البيان وذلك ما اردناه اقول وقد يتبين من ذلك انه ليس يمكن ان يخرج من نقطة الى خط خطان يحيطان معه بزاويتين متساويتين في جهة واحدة

(ير)

كل زاويتين من مثلث فهما اصغر من قائمتين * مثلا زاويتا ب ح من مثلث ابح ولنخرج بح الى د فزاويتا احد احب معادلتان لقائمتين (يج) وزاوية احد اعظم من زاوية ب (يو) فاذن زاوية ب مع زاوية احب يكون اصغر من قائمتين وهكذا في البواقي وذلك ما اردناه

(يح)

الضلع الاطول من المثلث يوتر الزاوية العظمى * فليكن ضلع اب من مثلث ابح اطول من ضلع اح نقول فزاوية ح اعظم من زاوية ابح وذلك لانا اذا فصلنا من اب اد مثل اح (ج) ووصلنا حد كانت زاوية ادح التي هي اعظم من زاوية ب (يو) مساوية لزاوية احد (ه) وزاوية احب اعظم من زاوية احد اعني من زاوية ادح فزاوية احب اعظم كثيرا من زاوية ب وذلك ما اردناه اقول وان اخرجنا اح الى د وجعلنا اد مثل اب (ج) ووصلنا دب امكن

اثبات المطلوب بمثل البيان المذكور وبوجه آخر نرسم على مركز ا ببعد اب دائرة ب ء ونخرج ب ح الى ء ونصل اء فزاوية اح ب الخارجة اعظم من زاوية اء ب المساوية لزاوية اب ء (ه)

(يط)

الزاوية العظمى من المثلث يوترها الضلع الاطول * فليكن زاوية ح من مثلث اب ح اعظم من زاوية ب نقول فضلع اب اطول من ضلع اح وذلك لانه ان لم يكن اطول منه فاما ان يساويه ويلزم منه تساوى زاويتى ب ح (ه) واما ان يكون اقصر منه ويلزم ان تكون زاوية ب اعظم من زاوية ح (٤) وليس كذلك فاذن اب اطول من اح وذلك ما اردناه

(ك)

كل ضلعى مثلث فهما معا اطول من الثالث * مثلا ضلعا اب اح في مثلث اب ح اطول من ضلع ب ح فلنخرج ب ا ونجعل اء مثل اح (ح) ونصل ء ح فيكون زاوية ب ح ء التى هى اعظم من زاوية اح ء المساوية لزاوية اء ح (ه) اعظم من زاوية اء ح فاذن وتر ب ء اعنى مجموع ب ا اح اطول من وتر ب ح (يط) وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل يلقب بالحمارى وبوجه آخر ننصف زاوية ا بخط اء (ط) فزاوية اء ح الخارجة اعظم من زاوية ب اء (و) اعنى من زاوية ح اء فاح اطول من ح ء (يط) وبمثل ذلك يبين ان اب اطول من ب ء وبوجه آخر ان لم يكن جميع اب اح اطول من ب ح كان اما مساويا له واصغر منه ونفصل ب ء مثل ب ا (ح) فيبقى ح ء اما مساويا لـ ح ا او اطول منه فان كان مساويا له كانت زاويتا ح ا ء ب اء مساويتين لزاويتى ح ء ا ب ء ا (ه) المعادلتين لقائمتين (ج) وكان ب اح متصلا على الاستقامة (يد) هذا خلف وان كان ح ء اطول من ح ا كانت زاوية ح ا ء اعظم من زاوية ح ء ا فجميع زاوية ب اح اعظم من جميع زاويتى ب ء ا ح ء ا اعنى من قائمتين (ج) هذا خلف (ر)

(كا)

كل خطين خرجا من طرفى ضلع مثلث وتلاقيا داخله فهما معا اقصر من ضلعيه الباقيين وزاويتهما اعظم من زاوية الضلعين * فليكن المثلث اب ح وقد خرج من طرفى ب ح خطا ب ء ح ء وتلاقيا على ء نقول فهما اقصر من ب ا اح وزاوية ب ء ح اعظم من زاوية ب اح ولنخرج ب ء الى ه

فب ا اه اطول من به (ك) ونجعل هج مشتركا فجميع با اج اطول من جميع به هج وايضا ده هج اطول من دج (ك) ونجعل دب مشتركا فجميع به هج اطول من جميع بد دج فاذن با اج اطول كثيرا من بد دج ولما كانت زاوية بدج الخارجة من مثلث جده اعظم من زاوية جهد (يو) الخارجة من مثلث ابه التى هى اعظم من زاوية ا (يو) كانت زاوية بدج اعظم كثيرا من زاوية ا وذلك ما اردناه
اقول وبوجه آخر ان لم يكن جميع بد دج اقصر من جميع با اج كان اما مساويا له او اطول وعلى التقديرين اما ان يكون احد خطى بد جد اقصر من نظيره من خطى با جا اولا يكون فان كان فليكن جد مثلا اقصر من جا ونجعل از بقدر فضل بد على با (ج) فز لا يقع على نقطة ه والا لكان با اه معا مساويين لبد فيكونان اقصر من به ولا فيما بين هج والا لكانا معا اقصر من به هذا خلف (ك) فهو يقع فيما بين اه ونصل دز زب فبد اعنى جميع با از اطول من بز (ك) فزاوية بزد اعظم من زاوية بدز (٤) ولما كان بد مساويا لجميع با از بقى جد مساويا لجز او اطول منه فزاوية جزد مساوية لزاوية جدز (ه) او اعظم منها (٤) فجميع زاوية بزج اعظم من جميع زاويتى بدز جدز اللتين هما اعظم من قائمتين هذا خلف (ح) وان لم يكن احد خطى بد جد اقصر من الذى يليه من خطى با جا بل كان اما مساويا او اطول وصلنا اد وبينا بمثل ما مر ان جميع زاوية باج اعظم من جميع زاويتى بدا جدا او مساوية لهما هذا خلف (ح) فاذن جميع بد دج اقصر من جميع با اج وايضا نخرج اد الى ح فيكون زاوية بدح الخارجة اعظم من زاوية باد (يو) وكذلك زاوية جدح اعظم من زاوية جاد فجميع زاوية بدج اعظم من جميع زاوية باج

(كب)

نريد ان نعمل مثلثا يساوى كل ضلع منه احد ثلثة خطوط مفروضة كل اثنين منها معا اطول من الباقى * فليكن الخطوط ا ب ج وليكن ده خطا محدودا من جهة د فقط ونفصل منه دز مثل ا (ج) وزح مثل ب وحط مثل ج ونرسم على ز ببعد زد دائرة دكل وعلى ح ببعد حط دائرة طكل فتتقاطعان على ك ونصل حك زك فيكون مثلث كحز

المطلوب لان ضلع ك ر منه المساوى ل ى يساوى ا وضلع ر ح يساوى
ب وضلع ح ك المساوى ل ح ط يساوى ح وذلك ما اردناه اقول وانما
اشترط كون كل خطين اطول من الثالث لوجوب كون اضلاع المثلث
(ى) هكذا وذلك بعينه هو الموجب لتقاطع الدائرتين فان جميع ا ب لو لم يكن
اطول من ح لكان ح ط مساويا ل ح ى او اطول منه وحينئذ تقع
دائرة ك ط ل محيطة بدائرة ك ى ل مماسة اياها من داخل او غير مماسة
ولو لم يكن جميع ب ح اطول من ا لكانت دائرة ك ى ل بمثل ذلك
محيطة بدائرة ك ط ل ولو لم يكن جميع ا ح اطول من ب لكان
ر ح مساويا لجميع ر ى ح ط او اطول منهما وحينئذ لم يكن بين الدائرتين
احاطة ولا تقاطع بل كانتا اما متماستين من خارج او غير متماستين

(كج)

نريد ان نعمل على نقطة مفروضة من خط مفروض زاوية مثل زاوية
مفروضة * مثلا على نقطة ا من خط ا ب مثل زاوية ح فنعين على خطى
الزاوية نقطتى ى ه ونصل ى ه ونعمل على ا ب مثلثا يساوى اضلاعه
اضلاع مثلث ح ى ه (كب) وهو مثلث ا ر ح على ان ا ح مساو ل ح ى
و ا ر ل ح ه و ح ر ل ى ه فزاوية ا المعمولة مساوية ل ح (ح) والتى اردناها

(كد)

اذا ساوى ساقا مثلث ساقى مثلث آخر كل لنظيره وكانت الزاوية التى بين الاولين
اعظم من التى بين الاخرين كانت قاعدة الاولين اطول من قاعدة الاخرين *
فليكن فى مثلثى ا ب ح ى ه ر ا ب مساويا ل ى ه و ا ح ل ى ر وزاوية ا اعظم
من زاوية ه ى ر نقول فب ح اطول من ه ر ولنعمل على ى من ى ه
زاوية ه ى ح مثل زاوية ب ا ح (كج) ونفصل ى ح مثل ا ح (ح) ونصل ه ح
فيكون مساويا ل ب ح (ى) ونصل ح ر فلتساوى ى ر ى ح المساوين ل ا ح
يتساوى زاويتا ى ر ح ى ح ر (ه) ويكون زاوية ه ر ح التى هى اعظم من
احديهما اعظم من زاوية ه ح ر التى هى اصغر من الاخرى فيكون ه ح
اعنى ب ح اطول من ه ر (ط) وذلك ما اردناه اقول وههنا اختلاف
وقوع لان ه ح اما ان يقطع ى ر او ينطبق على ه ر او يقع تحته وقد مر
الاول وظاهر فى الثانى ان ه ح اطول من ه ر واما فى الثالث فنخرج
ساقى ى ر ى ح الى ط ك ويتساوى زاويتا ط ر ح ك ح ر (ه)

فتبين

فبين كما مر ان زاوية هرح اعظم من زاوية هحر ويكون هح اطول من هر فان اشترطنا ان نعمل الزاوية على الذى لايوتر المنفرجة من ضلعى ده در سقط هذا الاختلاف لان ذلك الضلع ان كان ده كانت زاوية دره غير منفرجة ونخرج هر الى ط فتكون زاوية درط غير حادة وتكون زاوية درح من مثلث ردح المتساوى الساقين حادة فيكون هح قاطعا لدر بالضرورة وايضا ان عملنا على نقطة ا من خط اب مثل زاوية د امكن بيان المطلوب بمثل مامر

(كه)

اذا ساوى ساقا مثلث ساقى مثلث آخر كل لنظيره وكانت قاعدة الاول ابن اطول كانت زاويتهما اعظم * مثاله فى مثلثى ابح دهر اب مساو لده و اح لدر و بح اطول من هر نقول فزاوية ا اعظم من زاوية د والا فكانت اما مساوية لها ويلزم ان يكون بح مساويا له ر (د) واما اصغر منها ويلزم ان يكون بح اقصر من هر (كد) وكلاهما خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نرسم على د ببعد در دائرة رح ونخرج هر ونجعل هط مثل بح (ح) ونرسم على ه ببعد هط دائرة طح فيتقاطع الدائرتان على ح بمثل مامر فى شكل (كب) ونصل دح هح فاضلاع مثلث دهح مساوية لاضلاع مثلث ابح كل لنظيره وزاوية هدح اعنى زاوية ا اعظم من زاوية هدر (ع)

(كو)

اذا ساوى زاويتان وضلع من مثلث زاويتين وضلعا من مثلث آخر النظير للنظير تساوت الزاويتان والاضلاع الباقية منهما كل لنظيره والمثلث للمثلث * فليكن التساوى فى مثلثى ابح دهر لزاويتى ا د وزاويتى ب ه ولضلعى اب ده اللذين بين الزاويتين او لضلعى بح هر او ضلعى اح در الموترين لزاويتين متساويتين فان كان لضلعى اب ده فبح هر اما ان يتساويا او يتفاوتا فان تساويا ثبت الحكم (د) لكون ضلعين وزاوية بينهما مساوية لضلعين وزاوية بينهما فى المثلثين وان تفاوتا لزم الخلف لانا اذا جعلنا بط مثل هر (ح) ووصلنا طا صار مثلثا اطب دره متساويين لذلك بعينه وتكون زاوية طاب مساوية لزاوية رده (د) وكانت زاوية حاب مساوية لزاوية رده

فزاويتا دا ب طا ب الكل والجزء متساويتان وان كان التساوى لضلعى ب د ه ر فب ا ه ى اما ان يتساويا او يتفاوتا فان تساويا ثبت الحكم (ى) و الالزم الخلف لانا اذا جعلنا ب ع مثل ى ه و وصلنا ع د صار مثلثا د ع ب ر ى ه متساويين (ى) وتكون زاوية د ع ب مساوية لزاوية ر ى ه (ى) وكانت زاوية د ا ب مساوية لزاوية ر ى ه فزاويتا د ع ب د ا ب الداخلة والخارجة متساويتان (لو) وكذلك ان كان التساوى للضلعين الباقيين فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وان توهمنا تطبيق ا ب على ى ه وكان التساوى لهما انطبق كل واحد من ا د ب د على نظيره لتساوى الزاويتين فانطبقت د على ر ويطابق المثلثان وان كان التساوى لب د ه ر فاذا طبقنا ب على ه و ب ا على ه ى انطبقت د على ر وامتنع ان لا ينطبق ى على ا لانها لو انطبقت على غيرها مثلا على ع صارت زاويتا د ع ب د ا ب الخارجة والداخلة متساويتين وعند انطباق ى على ا يتطابق المثلثان

(كز)

كل خطين وقع عليهما خط وكانت المتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتين فهما متوازيان * فليكن الخطان ا ب د ى والواقع عليهما ه ر والمتبادلتان المتساويتان زاويتى ا ه ر ى ر ه وذلك لانهما لو لم يكونا متوازيين لتلاقيا فى احدى الجهتين مثلا على ع وكانت زاوية ا ه ر الخارجة من مثلث ه ر ع مساوية للداخلة ه ر ى هذا خلف (لو) فاذن هما متوازيان وذلك ما اردناه

(كح)

كل خطين وقع عليهما خط وكانت الخارجة من الزوايا الحادثة مساوية لمقابلتها الداخلة او كانت الداخلتان فى جهة معادلتين لقائمتين فهما متوازيان * فليكن الخطان ا ب د ى والواقع عليهما ه ر ع والخارجة والداخلة المتساويتان ه ر ب و ر ع ى والداخلتان فى جهة زاويتا ب ر ع ر ع ى وذلك لان كون زاوية ه ر ب مساوية لكل واحدة من زاويتى ا ر ع ر ع ى المتبادلتين يقتضى تساويهما وايضا كون زاوية ب ر ع مع كل واحدة منهما معادلة لقائمتين يقتضى ايضا تساويهما فثبت توازى الخطين (كز) وذلك ما اردناه اقول وهذا موضع بيان القضية التى صادرها اقليدس ووعدت بيانه فى صدر الكتاب وقد بينتها

بستة

بسبعة اشكال وهى هذه الاول اقصر الخطوط الخارجة من نقطة
مفروضة الى خط غير محدود لبست هى عليه وهو المسمى ببعدها عنه
هو الذى يكون عمودا عليه فليكن النقطة ا والخط ب د والعمود الخارج
منها اليه اب وذلك لانا اذا اخرجنا منها اليه خطا آخر كاد كانت زاوية
ادب الحادة اصغر من زاوية ابد القائمة (ز) فيكون اب اقصر
من اد (ط) وكذلك فى غيره الثانى اذا قام عمودان متساويان على خط
ووصل طرفاهما بخط كانت الزاويتان الحادثتان بينهما متساويتين
مثلا قام عمودا اب جد المتساويان على بد ووصل اج فحدثت بينهما
زاويتا باج دجا اقول فهما متساويتان ونصل اد بج متقاطعين
على ه فيكون فى مثلثى ابد جدب ضلعا اب بد وزاوية ابد
القائمة مساوية لضلعى جد دب وزاوية جدب القائمة كل
لنظيره ويقتضى ذلك تساوى باقية الزوايا (د) والاضلاع
النظائر ولتساوى زاويتى ادب جبد يكون به ده متساويين (و)
ويبقى اه جه متساويين فتكون زاويتا هاج هجا متساويتين (ه) وكانت
زاويتا داب بجد متساويتين (د) فتكون جميع زاوية باج مساوية
لجميع زاوية دجا الثالث اذا قام عمودان متساويان على خط ووصل
طرفاهما بخط كانت الزاويتان الحادثتان بينهما قائمتين ولنعد عمودى اب
جد على خط بد ونصل اج فاقول ان زاويتى باج دجا المتساويتين
قائمتان والا لكانتا امامنفرجتين او حادتين فليكونا اولا منفرجتين ونخرج من ا
عمود اه على خط اج (يا) فيقع لا محالة فيما بين خطى اب جد وتكون
زاوية اهد الخارجة من مثلث ابه اعظم من زاوية ابه القائمة (يو)
فتكون ايضا منفرجة ثم نخرج من نقطة ه عمود هز على خط هد ويقع
فيما بين خطى اه جد وتكون زاوية هزح ايضا منفرجة ثم نخرج من ز
عمود زح على زح ومن ح عمود حط على حد وهكذا الى غير نهاية
فتكون الاعمدة الخارجة من نقطة ازط من خط اج على خط بد اعنى
اعمدة اب زه طح متزائدة الاطول على الولاء واقصرها عمود اب
لانه يوتر زاوية اهب الحادة (ز) فهو اقصر من ها الموتر للقائمة (ط) و اه
الموتر لزاوية ازه الحادة اقصر من زه الموتر للقائمة (ط) فاب اقصر من اه
و اه من زه وكذلك زه من طح وعلى هذا الترتيب ويظهر من ذلك

ان ابعاد النقط التي هي مخارج الاعمدة الخارجة من خط اح على خط ب ى
عن خط ب ى متزائدة الاطول في جهة ح فاذن خط اح موضوع على التباعد
عن خط ب ى في جهة ح وعلى التقارب منه في جهة ا ولكون زاوية ىحا
ايضا منفرجة تبين بمثل هذا التدبير ان خط اح بعينه موضوع على التباعد
عن خط ب ى بعينه في جهة ا التي كان فيها بعينها موضوعا على التقارب
منه فاذن هو متباعد متقارب معا من خط واحد في جهة واحدة من غير تلاق
هذا خلف ثم ليكونا حادتين وتقيم الاعمدة المتوالية الا انا نبتدئ باخراج العمود
من نقطة ب على خط اح فيقع فيما بين خطي ب ح لكون زاوية ا حادة
اذ لو وقع خارجا عنهما لاجتمع في مثلث قائمة ومنفرجة وهكذا الى ان نخرج اعمدة
اه رح ط المتناقصة الاطول على الولاء ثم نبين بمثل ما مر ان خط اح
موضوع على التقارب من خط ب ى في جهة ح وعلى التباعد عنه
في جهة ا ونبين باستيناف العمل والتدبير انه موضوع على التباعد
عنه في الجهة التي كان موضوعا فيها على التقارب منه بعينه هذا خلف
فاذن ثبت ان زاويتي ب اح ىحا قائمتان الرابع كل ضلعين متقابلين
من سطح ذي اربعة اضلاع قائم الزوايا متساويان كضلعي اب حى
من سطح اب ى ح القائم الزوايا والا فليكن حى اطول ونفصل ىه مثل
اب (ح) ونصل اه فتكون زاويتا باه ىه ا قائمتين لحدوثهما
بين اب ه ى المتساويين القائمين (ح) على ب ى وقد كانت زاويتا ب اح
ىحا قائمتين والكل كالجزء والخارجة كالداخلة وكلاهما خلف (يو) فاذن
ثبت الحكم الخامس كل خط يقع على عمودين قائمين على خط فانه يصير
المتبادلتين متساويتين والخارجة مساوية لمقابلتها الداخلة والداخلتين
في جهة معادلتين لقائمتين مثلا وقع اب على عمودي ح ى ه ر القائمين
على ى ر وقطعهما على ح ط فاقول ان متبادلتي ى ح ط ه ط ح
متساويتان وكذلك خارجة ا ح ح وداخلة ا ط ه وان داخلتي ح ح ط
ه ط ح معا معادلتان لقائمتين وذلك لان ط ر ان كان مساويا لح ى كانت
جميع الزوايا المحيطة بنقطتي ح ط قوائم وثبت الحكم والا فليكن ح ى
اطول ونفصل ى ك مثل ر ط (ح) ونصل ك ط ونفصل ط ل ايضا
مثل ك ح (ح) ونصل ح ل فيكون سطح ح ل ط ك قائم الزوايا (ح)
ويكون في مثلثي ح ل ط ح ط ك ضلعا ح ل ل ط وزاوية ل مساوية

لضلعي

لضلعى ط ك ك ح وزاوية ك فتكون زاويتا ك ح ط ح ط ر النظيرتان
متساويتين وهما المتبادلتان (د) ولكون زاوية ط ح ك مساوية
لزاوية ا ح د (يه) تكون زاويتا ا ح د ح ط ه متساويتين وهما الخارجة
والداخلة ولكون زاوية د ح ط مع زاوية ا ح د معادلة لقائمتين (يج) فهى
مع زاوية ح ط ه معادلة لقائمتين وهما الداخلتان وذلك ما اردناه وهنالك
استبان ان كل خط يقع عمودا على احد هذين العمودين فهو عمود على الاخر
السادس اذا تقاطع خطان غير محدودين على غير قوائم وقام على احدهما عمود
فانه ان اخرج قاطع الاخر فى جهة الحادة فليتقاطع اب دى على ه ولتكن
زاوية ا ه د التى يلى ا حادة وجارتها التى يلى ب منفرجة ولنقم على دى
عمود رح (يا) فاقول انه ان اخرج قاطع اب فى جهة ا فلنعين على اه
نقطة ط ونخرج عمود ط ك على دى (يب) فلا يخلو اما ان يقع فيما بين
نقطتى ر ه او على نقطة ر منطبقا على ح ر او خارجا عن ه ر فان وقع
فيما بين ه ر فلنفرض خطا ونأخذ منه امثالا لـ ه ك على الولاء يزيد جميعها
على ه ر وهى ق ص ص ش ش ث ث ث ونفصل من ه ا امثالا لـ ه ط
بتلك العدة (ج) وهى ه ط ط س س ع ع ف ونخرج من نقط س ع ف
اعمدة س ل ع م ف ن على دى ومن ط عمود ط ى على س ل
(يب) فيكون فى مثلثى ه ط ك ط ى س زاويتا ه ط ك ط س ى الداخلة
والخارجة متساويتان وكذلك زاويتا ه ك ط ط ى س القائمتان وضلعا
ه ط ط س فيكون ى ط المساوى لـ ل ك لكونهما متقابلين فى سطح ط ى
ل ك القائم الزوايا مساويا لـ ه ك (كو) وبمثل ذلك نبين ان كل واحد من ل م م ن
ايضا مساو لـ ه ك فجميع اقسام ه ن متساوية ومساوية لاقسام ق ث وبتلك
العدة فه ن و ق ث متساويان و ق ث اطول من ه ر فه ن اطول من ه ر
فعمود ف ن قد وقع خارجا عما بين نقطتى ر ه وصار ح ر داخل مثلث
ف ن ه فاذن اذا اخرج عمود ح ر الموازى لعمود ف ن الى ان يخرج
من المثلث قاطع اب لا محالة فى جهة ح وهى التى تلى الحادة واما ان وقع عمود
ط ك على نقطة ر منطبقا على عمود ح ر او خارجا عما بين ر ه كان
ثبوت الحكم اظهر فاذن الحكم ثابت السابع كل خطين وقع عليهما خط
وكانت الداخلتان فى جهة اصغر من قائمتين فانهما ان اخرجا فى تلك الجهة
تلاقيا فليكن اب دى خطين وقع عليهما ه ر وكانت داخلتا ا ه ر د ر ه

معا اصغر من قائمتين اقول فانهما يتلاقيان فى جهة اح ان اخرجا وذلك لانه اما ان تكون احدى هاتين الزاويتين قائمة او منفرجة او لا تكون بل تكونان حادتين فان كانت احديهما قائمة كانت الاخرى حادة ويلتقيان فى جهة الحادة كما مر وان كانت احديهما منفرجة ولتكن هى زاوية اهر فلنخرج من ه عمود هح على اب ومن ر عمود رط ايضا على اب (ب) فتكون لوقوع هر على عمودى هح طر متبادلتا حهر هرط متساويتين (ه) ولما كانت زاويتا اهر هرح معا اصغر من قائمتين وكانت زاوية اهح قائمة بقى جميع زاويتى حهر هرح معا اعنى زاويتى هرط هرح بل زاوية طرح اقل من قائمة وكانت زاوية اطر قائمة فاذن الخطان متلاقيان فى جهة اح وان كانتا حادتين فلنخرج من ه عمود هح على حد ومن ر عمود رط ايضا على حد (ب) فاذا القينا زاويتى حره رهح معا اعنى زاويتى حره هرط معا المساويتين لزاوية حرط القائمة من زاويتى اهر دره بقيت زاوية اهح اصغر من قائمة وكانت حهه قائمة فاذن هما يتلاقيان فى جهة اح ولهذا الاخير وجه آخر وهو ان نخرج من ه عمود هك على خط هر (ا) فتكون زاوية كهر قائمة وزاوية هرح حادة فيتلاقى خطاهك رح ويلاقى ها رح لا محالة ان اخرج فى جهة ح ولبيان هذه القضية وجه آخر يتم بثمانية اشكال خمسة منها هى هذه التى مرت من الاول الى الخامس وثلثة هى هذه السادس كل زاوية حادة فصل من احد ضلعيها خطوط متساوية على الولاء واخرج من تلك المفاصل اعمدة على الضلع الاخر فالخطوط التى تفصلها مواقع الاعمدة من ذلك الضلع متساوية ايضا فلتكن الزاوية ـ اح وقد فصل من اب خطوط اد ده هر متساوية واخرج من د ه ر اعمدة دح هط رى على خط اح فاقول ان خطوط اح حط طى المفصولة بها ايضا متساوية فلنعمل على د من خط هد زاوية هدك مثل زاويه ا (ح) ونخرجه الى ك فيكون فى مثلثى احد دكه زاويتا حاد كده متساويتين وكذلك زاويتا ادح هدك الخارجة والداخلة (ه) وكذلك ضلعا اد ده فاح مساو لدك (كو) وزاوية احد القائمة لزاوية دكه فيكون سطح دك طح قائم الزوايا و دك منه يساوى حط (د) اعنى اح وبمثل ذلك نبين

ان ط ب ايضا مساو لاح السابع ككل زاويه فرضت
نقطة فيما بين خطيها فانه يمكن ان يوصل بينهما بخط مستقيم يمر بتلك النقطة
فلنفرض نقطة د بين خطى اب بج المحيطين بزاوية ابج وندير على
مركز ب ببعد بد قوس هدر المارة بنقطة د ونصل وتر هر وننصف
زاوية هبر بخط بح (ط) الحادثين فيكون فى مثلثى هبح ربح
ضلعا هب بح وزاوية هبح مساوية لضلعى رب بح وزاوية
ربح فتكون زاويتا بحه بحر متساويتين (د) بل قائمتين (ي)
ونخرج بح الى ى فيقطع قوس هدر على ط ونأخذ لبح اضعافا
تزيد مجموعها على بط ولتكن تلك الاضعاف خط عس ونفصل من ضلع
با امثالا لبه تكون عدتها عدة تلك الاضعاف وهى به هك ونخرج
من اطراف تلك الخطوط وهى ه ك اعمدة هح كل على بى (س)
فيفصل منه بح حل متساوية (و) ويكون مجموعها المساوى لعس
اطول من بط فيكون موقع عمود كل على بى وهو نقطة ل خارجا
عن بط ونفصل من بج بم مثل بك (ح) ونصل مل فيكون
فى مثلثى بكل بمل ضلعا كب بل وزاوية كبل مساوية لضلعى
مب بل وزاوية مبل فيتساوى زاويتا بلك بلم (د) و بلك
قائمة فبلم قائمة و كلم خط مستقيم (يد) ونصل بد ونخرجه
الى ن ونعمل على نقطة د من خط ند زاوية ندف مثل زاوية
دلك (يح) فيكون خطا فد كم متوازيين (كز) لتساوى متبادلتيهما
ونخرج فد حتى يخرج من مثلث بكم على نقطتى ف ص فيكون
خط فدص هو الموصول بين ضلعى اب بج المار بنقطة د الثامن وهو
لاثبات القضية وليكن الخطان اب جد والواقع عليهما بد والداخلتان
اللتان اصغر من قائمتين هما ابد جدب ونخرج بد فى الجهتين الى هر
ونفصل من با بح مثل بد (ح) فزاوية ابد مع زاوية جدب اصغر
من قائمتين ومع زاوية ابه كقائمتين (يج) تبقى زاوية ابه اعظم من زاوية
جدب فنعمل على ب من بح زاوية حبط مثل زاوية جدب (يح)
ونصل بين خطى طب بر المحيطين بزاوية ب بخط طحى مارا بنقطة
ح (ر) فزاوية طحب الخارجة من مثلث ىحب اعظم من زاوية حبى
(يو) ونعمل على نقطة ح من خط بح زاوية بحك مثل زاوية ابد

(يج) ونخرج ح ک الى ان يقطع ب ط على ک واذا تقدم ذلك اقول فخطا ا ب ح د يتلاقيان لانا لو توهمنا تطبيق ب د المساوى له انطبق د ح على ب ک لتساوى زاويتى ح ب ک ب د ح و ب ا على ح ک لتساوى زاويتى ب ح ک د ب ا فيتلاقيان ضرورة على نقطة ک وذلك ما وعدت بيانه ونعود الى الكتاب

(كط)

اذا وقع خط على خطين متوازيين فالمتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتان وكذلك الخارجة ومقابلتها الداخلة والداخلتان من جهة معادلتان لقائمتين فليقع * على خطى ا ب ح د خط ه ر ح نقول فزاويتا ا ر ح د ح ر المتبادلتان متساويتان والا فليكن ا ر ح اعظم ونجعل زاوية ب ر ح مشتركة فجميع زاويتى ا ر ح ب ر ح المعادلتين لقائمتين اعظم من جميع زاويتى د ح ر ب ر ح فا ب ح د لوقوع ه ح عليهما وكون داخلتى ب ر ح د ح ر اصغر من قائمتين يلتقيان فى جهة ب د وايضا فزاوية ه ر ب الخارجة تساوى زاوية ه ح د الداخلة لان الخارجة تساوى زاوية ا ر ح المقابلة لها وايضا فزاويتا ب ر ح د ح ر الداخلتان معادلتان لقائمتين لان زاويتى ب ر ح ا ر ح كذلك وزاويتا د ح ر ا ر ح متساويتان وذلك ما اردناه

(ل)

الخطوط الموازية لخط متوازية * مثلا كا ب ح د الموازيان ه ر وليقع عليها خط ح ط ک فلتوازى ا ب ه ر تكون متبادلتا ا ح ط ر ط ح متساويتين (كط) ولتوازى ح د ه ر تكون داخلة د ک ح وخارجة ر ط ح متساويتين (كط) فاذن متبادلتا ا ح ک د ک ح متساويتان ولتساويهما خطا ا ب ح د متوازيان (كز) وذلك ما اردناه

(لا)

نريد ان نخرج من نقطة مفروضة خطا موازيا لخط مفروض * مثلا من نقطة ا لخط ب ح فلنعين عليه د ونصل ا د ونعمل على ا من ا د زاوية د ا ه مثل زاوية ا د ح (كج) ونخرج ا ه الى ر فه ر مواز لب ح لتساوى المتبادلتين (كز) وذلك ما اردناه

(لب)

كل مثلث اخرج احد اضلاعه فزاويته الخارجة مساوية لمقابلتيها الداخلتين وزواياه الثلث مساوية لقائمتين * فليكن المثلث ا ب ح والضلع المخرج

بج الى د ولنخرج من ج جه موازيا لبا (لا) فزاوية اجه مساوية
لزاوية ا (كط) لكونهما متبادلتين وزاوية هجد مساوية لزاوية ب (كط)
لكونهما خارجة وداخلة فاذن جميع زاوية اجد الخارجة من المثلث
مساوية لزاويتي ا ب الداخلتين وزاوية اجد مع زاوية اجب مساوية
لقائمتين (يج) فاذن الثلث الداخلة كذلك وذلك ما اردناه اقول
وان اخرجنا ار موازيا لبد (لا) بدل جه كانت زاوية راب
مساوية لمبادلتها (كط) اعني زاوية ب وزاوية راج مساوية
لمبادلتها (كط) اعني زاوية اجد فاذن زاوية اجد مساوية لزاويتي ا ب

(لج)

الخطوط الواصلة بين اطراف الخطوط المتساوية المتوازية التي في جهة
بعينها متساوية متوازية * فليكن اب جد متساويان متوازيان ووصل
بين اطرافهما اج بد فهما متساويان متوازيان ولنصل بج ففي مثلثي
ابج بجد ضلعا اب بج مساويان لضلعي دج جب ومتبادلتا
ابج دجب متساويتان (كط) فاج مساو لبد (د) وايضا متبادلتا
اجب دبج متساويتان فاج مواز لبد (كز) وذلك ما اردناه اقول
وبوجه آخر نخرج اد ايضا متقاطعا لبج على ه فيكون في مثلثي
اهب جهد تتساوى زاويتا اهب جهد ومتبادلتي ابه دجه
وضلعي اب جد ضلعا اه ده متساويين (كو) وكذلك ضلعا
به جه ولتساويهما في مثلثي اهج بهد وتساوي زاويتي اهج
بهد (يه) بينهما فيكون اج مساويا لبد وزاويتا اجه دبه
المتبادلتان متساويتين (د) فاج ايضا يكون موازيا لبد (كو)

(لد)

الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية وكذلك الزوايا
المتقابلة واقطار تلك السطوح تنصفها * فليكن السطح ابجد والقطر
بد ففي مثلثي ابد بجد تتساوى متبادلتي ادب جبد ومتبادلتي
ابد جدب (كط) واشتراك بد يكون ضلعا اد جب متساويين
(كو) وكذلك ضلعا اب جد وزاويتا ا ج وجميع زاويتي ادج جبا
والمثلثان باسرهما فالسطح يتنصف ببد وذلك ما اردناه اقول وايضا
ان لم يكن اب مساويا لجد فليكن مساويا لجه ونصل اه فيكون مساويا

موازيا لب ح (ل) الموازى لا ء فيكون اه اء المتقاطعان متوازيين
(ل) هذا خلف وبمثل ذلك نبين يساوى اء ب ح واما الزوايا فان لم تكن
زاوية ب اء مساوية لزاوية ب ح ء فلتكن زاوية ب اه مساوية لها
ونصل اح فلتساوى متبادلتى ب اح ه ح ا (ط) تبقى زاوية ح اه
مساوية لزاوية اح ب وكانت زاوية ح اء مساوية لها (ط)
هذا خلف وبمثل ذلك نبين تساوى زاويتى ب ء ثم نبين بتساويهما
وتساوى الاضلاع تساوى مثلثى اب ح اء ح (ء) ويبين من ذلك
انه لاينصف لهذا السطح بخرج عن زاويته غير قطره

(له)

كل سطحين متوازى الاضلاع يكونان على قاعدة واحدة فى جهة واحدة
بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان * مثلا كسطحى اب ح ء
ه ب ح ر الكائنين على قاعدة ب ح بين متوازيى ب ح ار وذلك لان
اء ه ر المساويين لب ح (لد) متساويان ونجعل ء ه مشتركا فيصير
فى مثلثى ه اب ر ء ح ضلعا اه ر ء متساويين وكذلك ضلعا اب
ء ح وزاويتا ب اه ح ء ر الداخلة والخارجة (ط) ويكون المثلثان
متساويين (ء) ويصير ان بعد اسقاط سطح ء ح ه وزيادة سطح ح ب ح
المشتركين ايضا متساويين فهما السطحان وذلك ما اردناه
اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان نقطة ه تقع اما خارجة
عن اء ويتقاطع ب ه و ح ء على ح كما مر واما منطبقة على ء او فيما بين اء
ولا يقع فى الاخيرين الا مشترك واحد زائد هو مثلث او منحرف والبيان واضح

(لو)

كل سطحين متوازيى الاضلاع يكونان فى جهة واحدة على قاعدتين
متساويتين بين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان * مثلا كسطحى اب
ح ء ه ر ح ط الكائنين على قاعدتى ب ح ر ح المتساويتين وفيما بين
متوازيى ب ح اط وذلك لانا نصل ب ه ح ط فيكونان متساويين متوازيين
(لج) لكون خطى ب ح ه ط كذلك ويكون كل واحد من السطحين
مساويا لسطح ه ب ح ط المتوازى الاضلاع الكائن معه على قاعدة واحدة بين
متوازيين بعينهما فاذن السطحان متساويان وذلك ما اردنا

(لز)

كل

كل مثلثين يكونان فى جهة واحدة على قاعدة واحدة بين خطين متوازيين بعينها فهما متساويان * مثلا كمثلثى ا ب ج د ب ج على قاعدة ب ج بين متوازيى ب ج ا د ولنخرج ب ه موازيا لج ا و ج ز موازيا لب د الى ان يلتقيا ا د المخرج فى جهتيه على ه ز (لا) فيصير ه ب ج ا د ب ج ز سطحين متوازى الاضلاع على قاعدة ب ج فيمابين متوازيى ب ج ه ز فهما متساويان (له) وكذلك نصفاهما (لد) اعنى المثلثين وذلك ما اردناه

(لز)

كل مثلثين يكونان فى جهة واحدة على قاعدتين متساويتين فيمابين خطين متوازيين بعينهما فهما متساويان * مثلا كمثلثى ا ب ج د ه ز على قاعدتى ب ج ه ز المتساويتين وبين متوازيى ب ز ا د ولنخرج ب ح موازيا لج ا و ز ط موازيا له د الى ان يلتقيا ا د المخرج من جهتيه على ح ط (لا) فيصير ح ب ج ا د ه ز ط سطحين متوازيى الاضلاع على قاعدتين متساويتين فيمابين متوازيى ب ز ح ط فهما متساويان (لو) وكذلك نصفاهما (لد) اعنى المثلثين وذلك ما اردناه

(لط)

كل مثلثين متساويين فى جهة واحدة على قاعدة واحدة فهما بين خطين متوازيين * مثلا كمثلثى ا ب ج د ب ج على قاعدة ب ج ونصل ا د فهو مواز لب ج والا فليكن ا ه موازيا له وليلق ب د الخارج معه عن ا ب على اقل من قائمتين عند ه ونصل ه ج فمثلث ه ب ج مساو لمثلث ا ب ج (لز) المساوى لمثلث د ب ج ويلزم تساوى الكل والجزء هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وان وقع ه خارجا عن ب د كان البيان كما مر

(م)

كل مثلثين متساويين على قاعدتين متساويتين من خط بعينه فى جهة واحدة فهما بين خطين متوازيين * مثلا كمثلثى ا ب ج د ه ز الكائنين على قاعدتى ب ج ه ز المتساويتين من خط ب ز ونصل ا د فهو مواز لب ز والا فليكن ا ح موازيا له وليلق د ه على ح ونصل ح ز فيكون مثلثا ح ه ز د ه ز الجزء والكل متساويين لكون كل واحد منهما مساويا لمثلث ا ب ج هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ما)

كل سطح متوازى الاضلاع ومثلث يكونان فى جهة واحدة على قاعدة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما فالسطح ضعف المثلث* مثلا كسطح ا ب ح د ومثلث ه ب ح الكائنين على قاعدة ب ح وبين متوازيى ب ح اه ولنصل اح فسطح ا ب ح د هو ضعف مثلث ا ب ح (لد) المساوى لمثلث ه ب ح (لز) وذلك ما اردناه اقول وكذلك ان كانا على قاعدتين متساويتين وسيستعمله صاحب الكتاب فى الشكل الثالث من المقالة الثانية عشر

(م)

نريد ان نعمل سطحا متوازى الاضلاع يساوى مثلثا مفروضا وتساوى احدى زواياه زاوية مفروضة* وليكن المثلث ا ب ح والزاوية د فننصف ب ح على ه ونصل اه ونعمل على ه من ه ح زاوية ح ه ر كزاوية د (كح) ونخرج من ا اع موازيا لـ ه ح (لا) فيلقى ه ر لخروجهما عن اه على اقل من قائمتين ونخرج من ح ح ع موازيا لـ ه ر (لا) الى ان يلقى اع على ع فيحدث سطح ر ه ح ع المتوازى الاضلاع وهو مساو لضعف مثلث ا ه ح (ما) اعنى لمثلث ا ب ح المفروض (لح) وزاويته اعنى زاوية ر ه ح مساوية لزاوية د وذلك ما اردناه اقول وههنا اختلاف وقوع لان ه ر اما ان ينطبق على اه او يقع فى احدى جهتيه

(مح)

المتممان وهما كل سطحين متوازيى الاضلاع يقعان فى سطح مثلهما عن جنبتى قطره متلاقيين على نقطة من القطر ومشاركين لذلك السطح بزاويتين فهما متساويان* مثلا كسطحى ا ط ر ه ر ك ح ع الواقعان فى سطح ا ب ح د عن جنبتى قطر ب د المتلاقيين على ر من القطر المشاركين لسطح ا ب ح د بزاويتى ا ح وذلك لان سطحى ط ب ك ر ه ر ع د ايضا متوازيا الاضلاع فانصاف السطوح الثلثة اعنى مثلثى ا ب د ب ح د ومثلثى ط ب ر ب ك ر ومثلثى ه ر د ر ع د متساوية (لد) واذا القينا مثلثى ط ب ر ه ر د من مثلث ا ب د ومثلثى ب ك ر ر ع د من مثلث ب ح د بقى المتممان متساويين

(مد)

نريد ان نعمل على خط مفروض سطحا متوازى الاضلاع يساوى مثلثا مفروضا وتساوى احدى زواياه زاوية مفروضة* وليكن الخط

اب والمثلث د ه و والزاوية ر فنعمل سطح ح ب ك ط مساويا للمثلث وزاوية ب منه مساوية لزاوية ر (مب) على ان يكون اب ك خطا واحدا ونتمم سطح ل ا ب ح المتوازى الاضلاع ونصل قطر ل ب ونخرجه ونخرج ط ك الى ان يلتقيا على م لخروجهما عن ل ط على اقل من قائمتين ونخرج م ن موازيا لك ا (لا) ونخرج ل ا ح ب الى ان يلقياه على ن س لخروج كل واحد منهما مع م ن عن ل م على اقل من قائمتين اعنى على زاويتين متساويتين لزاويتى ب ل ا ل ب ا من مثلث ا ل ب فيكون سطح ط ن متوازى الاضلاع وسطحا ط ب ب ن فيه متممين فاذن سطح ب ن المعمول على اب مساو لسطح ب ط (مج) اعنى لمثلث د ه و وزاوية ا ب س منه اعنى زاوية ح ب ك مساوية لزاوية ر وذلك ما اردناه

(مه)

نريد ان نعمل على خط مفروض سطحا متوازى الاضلاع يساوى سطحا مفروضا مستقيم الاضلاع وتساوى احدى زواياه زاوية مفروضة * وليكن الخط ه ط والسطح المفروض ا ب ح د والزاوية ل فنقسم السطح بمثلثات ا ب ح ب ح د ونعمل على ه ط سطح ر ه ط ك مساويا لمثلث ا ب ح وزاوية ه منه مساوية لزاوية ل (مد) وعلى ر ك المساوى له ط (لد) سطح ح ر ك م مساويا المثلث ب ح د وزاوية ح ر ك مساوية لزاوية ل اعنى لزاوية ه (مد) فتكون هى مع زاوية ه ر ك معادلتين لقائمتين ويتصل ه ح خطا مستقيما (يد) وكذلك ط م فيكون ه م المتوازى الاضلاع معمولا على ه ط ومساويا السطح ا ب ح د وزاوية ه منه مساوية لزاوية ل وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل مما ليس فى نسخة الحجاج

(مو)

نريد ان نعمل على خط مربعا * مثلا على خط ا ب فنخرج من نقطة ا عمود ا ح (يا) ونجعله مساويا لا ب (ب) ومن ب خط ب د موازيا لا ح ومن ح خط ح د موازيا لا ب (لا) الى ان يلتقيا على د لخروجهما عن خط يتوهم واصلا بين ح ب على اقل من قائمتين فيكون سطح ا د المتوازى الاضلاع متساويها لتساوى ضلعى ا ب ا ح المساويين لمقابلتيهما قائم الزوايا لكون زاوية ا قائمة وزاوية ب اعنى تمامها من قائمتين ايضا قائمة (كط) والباقيتين مساويتين

(لد) لهما فاذن سطح اى مربع معمول على اب وذلك ما اردناه

(مز)

كل مثلث قائم الزاوية فان مربع وتر زاويته القائمة مساو لمربعى ضلعيها*
مثلا فى مثلث ابج مربع بج وتر زاوية ا القائمة لمربعى اب اج
ولنعمل المربعات بدهج جزا اطكج (مو) فنصل زاح خطا
واحدا لكون زاويتى بار باج قائمتين وكذلك باط ونخرج
من ا ال موازيا لب د (لا) فيقع داخل المثلث لان زاوية دبا اكبر
من قائمة فتكون زاوية بال اقل من زاوية باج القائمة ويقطع
لا محالة بج على ن وينقسم به ن مربع به الى سطحى بل لج
ونصل حج اد فلان فى مثلثى حجب باد ضلعى حب بج
وزاوية حبج مساوية لضلعى اب بد وزاوية ابد يكون المثلثان
متساويين (د) ومثلث حجب يساوى نصف مربع زب لكونهما
على قاعدة حب بين متوازيى حب زج وكذلك مثلث باد
يساوى نصف سطح بل لكونهما على قاعدة بد بين متوازيى بد
ال فمربع زب يساوى سطح بل لتساوى نصفيهما وبمثل ذلك
تبين ان مربع طج يساوى سطح جل فاذن مربع بج يساوى
مربعى با اج وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل يلقب بالعروس
ويمكن ان يختلف وقوع المربعات الثلثة بحسب جهات اضلاع المثلث
وينحصر ذلك فى ثمانية اوجه اذ لكل ضلع جهتان وضرب الاثنين فى الاثنين
فى الاثنين ثمانية ويختلف البيان بحسب الاختلاف فيكثر البراهين وايضا
ربما لا يخرج خط ال الموازى وربما لا يعمل مربع الضلعين عليهما او لا يعملان
اصلا بل يعمل مربع مجموعهما او فضل احدهما على الاخر وانا اشير
الى اكثر ذلك وان كان مؤديا الى تطويل فاقول اذا اردنا ان يكون مربع احد
ضلعى القائمة فى الجهة الاخرى من الضلع اعنى يكون منطبقا على المثلث
وليكن المثلث ومربع وتر القائمة وخط ال الموازى بحالها والمنطبق مربع
اب وهو بز فب اما ان يساوى جا او يكون اطول منه او اقصر ويقع
ز بحسبها اما منطبقة على ج او خارجا عن اج او عليه ونصل دج
فلان زاويتى ابج جبد قائمتان وزاوية دبج مشتركة تبقى زاويتا
ابج جبد متساويتين ويكون فى مثلثى باج جبد ضلعا اب بج

وزاوية

وزاوية اج مساوية لضلعي حب بد وزاوية حبد على التناظر
فتكون زاوية بحد كزاوية باج قائمة (د) وخط دحر خطا
واحدا (يد) موازيا لاب (كر) قاطعا لال على ط ولما كانت زاوية
هاج مساوية لزاوية جبا اذ كل واحدة منهما تمام زاوية باه من قائمة
وكانت زاوية ارح قائمة فنقطة ط تكون اما نقطة ح بعينها ويتصل
دطج خطا واحدا ان ساوى اب اج لتكون زاوية طاج اعنى زاوية
جبا نصف قائمة اوغيرها على خط رح ان كان اب اطول لتكون
الزاوية المذكورة اصغر من نصف قائمة اوخارجا عنه ان كان اب اصغر
لتكون الزاوية اعظم وعلى التقديرات فمربع با رح وسطح با طد
الكائنان على قاعدة اب وبين متوازيي اب در متساويان (له) وكذلك
سطحا باطد بهلد اللذان على قاعدة بد بين متوازيي بد اك
فمربع بارح يساوي سطح به لد وبمثل ما مر تبين ان مربع ضلع
اج ايضا يساوي سطح جل منطبقا كان على المثلث اوغير منطبق فتبين
البرهان على تقدير اربعة اختلافات من الثمانية ويبقى اربعة ينطبق مربع
وتر القائمة فيها على المثلث فلنرسمه كذلك وليكن الخط الموازى بحاله قاطعا
لبج على ه ولده على ل ولنقصد اولا كون مربع خط اب غير منطبق
على المثلث فنخرج جا الى ان يخرج عن المربع وخروجه يكون اما على نقطة
د وذلك عند تساوي ضلعي اب اج ليكون ضلعا اد اب ايضا
متساويين وزاوية داب اعنى زاوية اجب نصف قائمة او على نقطة غيرها
كنقطة ك امامن خط ده وذلك عند كون اب اطول من اج ليكون
ضلع كه اقصر من هج وزاوية هجك اعنى زاوية ابج اصغر
من نصف قائمة واما من خط دب وذلك عند كون اب اقصر من اج
ليكون ضلع كب اقصر من ضلع بج وزاوية كبا اعنى زاوية اجب
اصغر من نصف قائمة وعلى التقديرات نخرج عمود بح على اب (يا)
ومن د عمود دح على بح (ب) ونخرج اك الى ان يلتقي دح على ر
وذلك لانا لو توهمنا خطا يصل بين اح لاحاط معهما في جهة ر باقل
من قائمتين فيكون سطح اب رح متوازي الاضلاع قائم الزوايا ولان
في مثلثي دحب ابج ضلع دب وزاوية دحب القائمة وزاوية دبح
مساوية لضلع بج وزاوية باج القائمة وزاوية جبا يكون ضلعا

اب بح متساويين (كو) فيكون سطح ابزح مربعا (لد) وهو مربع
اب غير منطبق على مثلث ابج كما قصدناه ونخرج حز ال الى ان يلتقيا
على ط وذلك لخروجهما عن خط زا على اقل من قائمتين فيكون سطح
دباط المتوازي الاضلاع مساويا للمربع لكونهما على قاعدة اب وبين
متوازيي با حط ولسطح دبهل لكونهما على قاعدة بد وبين
متوازيي بد طه فاذن مربع خط اب يساوي سطح دبهل ولنرسم
مربع خط اب ايضا منطبقا على المثلث فتقع نقطة ز على ج ان يساوي
الضلعان او خارجة عن اج ان كان اب اطول او عليه ان كان اقصر
وتكون زاويتا هاج جبا متساويتين لكون كل واحدة منهما تمام زاوية
باه لقائمة ونخرج اه الى ان يلقى ضلع زح على ك وهي تقع اما على ح
نفسها ان ساوى اب اج وكانت زاوية هاج اعني زاوية جبا نصف قائمة
او على غيرها اما من ضلع زح ان كان اب اطول والزاوية المذكورة اصغر
من نصف قائمة او بعد اخراجه ان كان اب اقصر والزاوية اعظم ونخرج
دب زك الى ان يلتقيا على ط ففي مثلثي ابج ازك ضلع اب
وزاويتا باج ابج مساوية لنظائرها وهي ضلع از وزاويتا
ازك زاك فاك يساوي بج (كو) اعني دب وسطح اط المتوازي
الاضلاع يساوي تارة سطح دك لكونهما على قاعدتين متساويتين وبين
متوازيي دط لك وتارة مربع ابحز لكونهما على قاعدة اب وبين
متوازيي اب زط فالمربع يساوي السطح واذا بينا بمثل ذلك ان مربع ضلع
اج يساوي سطح جل منطبقا كان او غير منطبق تبين البرهان على
سائر الوجوه هذا اذا فصلنا مربع وتر القائمة بالخط الموازي الى ما يساوي
المربعين اما اذا لم نفصله ورسمنا مربع وتر القائمة منطبقا على المثلث واخرجنا
احد ضلعي المثلث بج ا مثلا الى ان نخرج من المربع على ط فان وقعت ط
على د كان ضلعا اب اج متساويين وان وقعت على احد ضلعي دب
ده كانا مختلفين ولنخرج من د عمود دز عليه ونخرجه في الجهتين
ومن نقطتي به عمودي بح هك عليه ومن ه على جز عمود هل
فيقع على ا او يتصل هل اب خطان يساوي الضلعان وعلى غيرهما
ان اختلفا ففي مثلثات ابج حبد كده لده الاربعة اضلاع بج
بد ده هج متساوية وزوايا اح ك ل قوائم والزوايا الباقية المتناظر

متساوية

متساوية مثلا زاويتا ابج حبد لكون كل واحدة منهما تمام زاوية ابد من قائمة فالمثلثات واضلاعها النظائر متساوية وسطح اح مربع لتوازي اضلاعه ويساوي ضلعي اب بح وهو مربع ضلع اب وسطح لك ايضا مربع لتوازي اضلاعه ويساوي ضلعي هك هل هو مساو لمربع اج المساوي هل اج فاقول انهما يساويان مربع به وذلك لان مثلثي هدب دكه معا مساويان لمثلثي ابج هلج معا فاذا جعلنا باقي السطح مشتركا واضفناه الى الاولين حصل المربعان او الى الاخيرين حصل المربع فان اردنا على تقدير الاختلاف ان لا يكون مربع اب ايضا عليه كما لم يكن مربع اج عليه اخرجنا ضلع با ملاقيا لحه على ن ومن كه عليه عمودي هز كط ونخرج هز ومن د عليه عمود دع (ب) ونجعل طك مثل طب (ج) ونخرج كل موازيا لطب (لا) وملاقيا لدب على م ومن ب عليه عمود بل (ب) ونبين ان مثلثات اج طدب عده متساوية وان سطحي لط دز مربعان مساويان لمربعي الضلعين ومن تساوي لب اج وتساوي الزوايا ان مثلثي لبم احن متساويان ومن تساوي مد نه الباقين ان مثلثي دمك هنز متساويان فيكون جميع مثلثي لبم دبط اعني جميع مربع لط ومثلث هنز مساو بالمثلث بنج ونضيف الى الاول مثلث عده والى الاخير مثلث طدب ونجعل سطح دط نه مشتركا زائدا ان كان اب اطول من اج او زائدا بعضه وناقصا بعضه ان كان اقصر ليصير المربعان مساويين لمربع الوتر وان اردنا مع ذلك ان يكون احد مربعي الضلعين منطبقا على الاخر نعمل مثل ما عملنا في الشكل المتقدم الا انا نجعل حك مثل حه ونخرج كل هل موازيين لحز حد (لا) الى ان يلتقيا على ل و كل يلاقي ده على م ونصل باج خطا ان كان الاطول اج ونبين بعد بيان تساوي المثلثات الثلثة من تساوي هل و اج وتساوي الزوايا يساوي مثلثي هلم جان ومن تساوي دك هز اعني فضل احد الضلعين على الاخر يساوي مثلثي دكم هزن فيكون جميع مثلثي دحه مله اعني مربع حل ومثلث هنز مساويا بالمثلث بنج ونضيف الى الاول مثلث دحه والى الاخير مثلث دطب ونجعل سطح ده طن مشتركا زائدا ان كان اب اطول او زائدا بعضه وناقصا بعضه ان كان اقصر يصير جميع مربعي حل حط مساويا بالمربع دج وايضا ان اردنا ان لا يكون

مربع الوتر منطبقا على المثلث بل يكون المنطبق مربع احد
الضلعين فقط وليكن الضلع اب ومربعه ازحب فز ينطبق على ج
ان تساوى الضلعان ويقع خارجا من اج اوعليه ان اختلفا ونصل دح
ونبين بمثل ما مر ان دحز خط واحد ونخرج من ه عليه وعلى از عمودى
هك هل فينصل هك بح خطا واحدا ان تساويا ويقع بين زح
وحد ان اختلفا ثم نبين تساوى المثلثات الاربع ومن تساوى هك هل
ان سطح كل مربع مساو لمربع ضلع اج ثم نبين من كون مجموع مثلثى
ابج لجه مساويا لمجموع مثلثى كده حبد وجعل باقى السطح
مشتركا ان المربعين مساويان لمربع الوتر وان اردنا ان لا يكون واحد منهما
منطبقا رسمنا المثلث ومربع الوتر واخرجنا الضلعين ومن د ه عمودى
دز هح عليهما ودط هك موازيين لهما يتقاطعان على ل ويقطعان
جه جب على من فيتحد نقط ب ك ن الثلث ونقط ج ط م
الثلث ان تساوى الضلعان ويحيط كل ثلث بمثلث ان اختلفا ونبين تساوى
مثلثات ابج زدب لده حجه وان سطحى زل لح مربعان
يساويان مربعى الضلعين ونبين من تساوى بك جط اعنى الفضل
بين الضلعين وتساوى الزوايا يساوى مثلثى بكن جطم ومن مثل ذلك
يساوى مثلثى دمه هنج فيبقى بعد اسقاط مثلث مله المشترك سطح
نلمج مساويا لمثلث دله اعنى جحه اعنى مجموع سطح مهحط
ومثلث بكن ونضيف اليهما مثلثى دله دزب المساويين ونجعل
مجموع سطح نبكل ومثلث مله مشتركا فيصير مربع الوتر مساويا للمربعين
وان اردنا ان يكون مع ذلك مربع احد الضلعين منطبقا على الاخر اما على تقدير
التساوى فظاهر واما على تقدير الاختلاف فلنخرج اب ومن د ه عمودى
دز هح عليه وليلق هح بج على ي ومن د عمود دط على حه
ومن ب عمود بك على دط ومن ج عمود جل على هح ونجعل دم
فى جهة ز مثل دك ونخرج من سع موازيا لدط ملاقيا لدب على
ن ولبك على س ولهح على ع ونبين تساوى مثلثات ابج لده
جطه دزب دبك وان مك زط مربعان مساويان لمربعى
الضلعين ونبين ايضا من تساوى مد جل وتساوى الزوايا يساوى مثلثى
مدن لجي ومن تساوى بس بح اعنى الفضل بين الضلعين

وتساوى

ونساوي الزوايا بساوي مثلثي ب ق ر ب ح فيظهر ان مجموع مثلثي
م ق ى ب ى ك اعني مجموع مربع م ك ومثلث ب ح ب يساوي مثلث
ه ح ب نزيد على الاول مثلث ر ى ب وعلى الاخير مثلث ط ى ه ونجعل سطح
ب ى ط ب مشتركا زائدا ان كان ا ب اطول او ناقصا بعضه وزائدا بعضه
ان كان اقصر يصير مربعا م ك ر ط مساويين لمربع ب ه وقس على
هذه الاشكال امثالها المختلفة باختلاف الشروط فان اشترطنا
ان يكون المربعات جميعا على الاضلاع انفسها في احدى جهتيها وقع على
ثمانية اوجه لما مر فمنها ما يكون فيه مربع الوتر منطبقا على المثلث فقط
فلنرسمها ولنخرج ضلعي ب ا ح ى الى ان يخرجا على المربع على ق م
فيقعان على ه ى ان تساويا او على احد الضلعين ان اختلفا ونخرج من ى ه
عمودي ى ر ه ط عليهما ونخرجهما ومن ب ح عمودي ب ح ح ك
الى ان يتلاقيا على ح ك ولكن على تقدير الاختلاف ب ا اطول فنخرج
من ه عمود ه ل على ح ر فيقع على غير نقطة ا التي يقع عليها على
تقدير التساوي ويكون سطحا ل ك ا ح متوازيي الاضلاع بل مربعين
مساويين لمربع ب ه على تقدير التساوي وذلك ظاهر واما على تقدير
الاختلاف فسطحا ا ك ا ح مربعان ولبس ل ك بمربع ومثلثات ا ب
ح ك ه ح ل ح ه ح ب ى متساويات متساويات الاضلاع والزوايا النظائر
ومثلثا ا ح م ل ق ه متساويان لتساوي زواياهما وتساوي ضلعي ا ح ل ه
ح م ه ق متساويان ويبقى م ه ق ى متساويين ويكون لذلك ولتساوي
الزوايا مثلثا ه م ط ى ق ر ايضا متساويين ولما كان مثلثا ا ح م ل ه ق
متساويين فاذا جعلنا سطح ل ا م ه مشتركا كان سطح ق ا م ه مساويا
لمثلث ل ح ه اعني مثلث ه ح ك اعني مجموع سطح م ح ك ط ومثلث ق ى ر
واذا اضفنا اليهما مثلثي ا ب ح ب ى المتساويين صار مجموع سطح
ق ا م ه ومثلث ا ب ح مساويا لمجموع سطح م ح ك ط ومثلثي ى ق ر
ح ب ى واذا جعلنا سطح ى ب ا ق ومثلث ا ح م مشتركا حصل من الاول مربع
ب ه ومن الاخير مربعا ا ح ا ك فثبت الحكم وقس عليه ان كان ب ا اقصر
ومنها ما يكون المنطبق فيه مع مربع الوتر مربع احد الضلعين مثلا ا ب اما
على تقدير التساوي فالحكم بين لتساوي المثلثات ويكون كل اثنين منها كمربع
احد الضلعين وكون الاربعة كمربع الوتر واما ان كان ا ب اطول رسمنا

مربعه ايضا على ما يجب واخرجنا جا الى ان يخرج من المربع على ز
من ضلع ده ومن د ه عمودى دب هل عليه ومن ج عمود جك على
اه ومن ه عمود هك عليه واخرجنا با الى ان يلاقيه على ط
ونبين ان اك مربع كامل ونصل جح دا ونبين من تساوى اه هل
وزاويتي اهم لهز يساوى مثلثي امج لهز ومن جعل سطح لا
مه مشتركا ان سطح زامه مساو لمثلث لده اعنى مثلث هجك ومن
تساوى جم هز تساوى مه زد الباقين ومنه ومن تساوى الزوايا
يساوى مثلثي دبز همط وايضا من تساوى زاويتي دبا جبح
وضلعي بد بج وضلعي بح با يساوى مثلثي دبا جبح ومن
تساوى زاويتي داب جحر الباقيتين وتساوى زاويتي بر القائمتين
وتساوى ضلعي اد حج يساوى مثلثي ادب جحر ثم نقول لما كان جميع
دب ابر مساويا لجميع جب حر وكان مثلث دبز مساويا
لمثلث همط يكون جميع سطح دباز ومثلث همط مساويا بالسطح جب
حر ونجعل سطح مجكط مشتركا فيصير جميع سطح دباز ومثلث
هجك اعنى سطح زامه بل جميع سطح دب مه مساويا لجميع سطحي
جبحر مجكط ونجعل مثلث مبج مشتركا يصير مربع الوتر
مساويا للمربعين واما ان كان اب اقصر واخرجناه الى ان يخرج عن ده
على ز ومن د ه عليه عمودي دل هط واخرجنا طه ومن ج عليه
عمود جك وبينا ان مثلثات ابج كهج دلب متساوية وان اك مربع
وان مثلثي دلز بحم متساويان وان زه مج الباقين متساويان وان
مثلثي زطه مرج متساويان فتبين ان جميع مثلثي بدز مرج مساو
لجميع مثلثات كهج زطه بحم واذا جعلنا باقي السطح مشتركا صار
مربع الوتر مساويا للمربعين ومنها ما يكون جميع المربعات منطبقا على
المثلث اما على تقدير التساوى فيتطابق مربعا الضلعين والحكم ظاهر
واما ان كان احد الضلعين اطول وليكن اب فنرسم المربعات على ما يجب
ونخرج جك الى ل وطك الى م ومن د عمود دز على اب ومن ه
عمود هب على دز ونخرج جا الى ان يلاقي هب على ع فينفصل
مربع جد الى اربعة مثلثات متساويات ويبقى مربع زع وهو مربع فضل
اب على اج ونصل طر فينفصل سطحا ال ام ايضا الى اربعة

مثلثات متساويات ومتساويات للاربعة الاولى ويبقى مربع كح مساويا لمربع دح فيبين ان مربع دك مساو لمربعي اح اك ومنها مايكون مربعا الضلعين منطبقين دون مربع الوتر اما على تقدير التساوي فيشبه مامر واما على تقدير ان يكون اب اطول فنرسم المربعات على مايجب ونصل حك كه ونبين ان كل واحد من دحر هكط خط واحد ونخرج دك الى ل فينفصل مربع دك الى المثلثات المتساوية الاربعة ومربع الفضل وهو حك ونصل طر فينفصل سطحا ال ام الى مثلثات اربعة متساوية ومساوية لتلك ويبقى كح مشتركا فيتبين الحكم ومنها مايكون مربع احد الضلعين وهو اب مثلا منطبقا فقط اما على تقدير التساوي فظاهر واما ان كان اب اطول رسمنا المربعات ووصلنا دح وبينا ان دحر خط واحد واخرجنا اد ومن ه عمودي هم هل عليه وعلى دز وبينا تساوي مثلثات ابد حدك لده مده وان لم مربع مساو لاك ثم نضع مثلثي دله دهم المتساويين ونجعل مثلث لهد مشتركا فيصير مثلث دده مساويا لجميع مربع لم اعني مربع اك ومثلث حدر ونضيف مثلث بدح الى الاول ومثلث ابد الى الثاني ونجعل باقي السطح مشتركا فيتبين المطلوب واما ان كان اب اقصر رسمناها على مايجب ووصلنا دح وبينا بمثل مامر ان سطح ددهم مع مثلث مرد يساوي مربع اك وان مثلث بدم يساوي جميع مربع اح ومثلث مرد فيتبين الحكم ومنها ان لايكون المربعات منطبقة كما في اصل الكتاب فلنرسمها على مايجب ونخرج حر كط الى ان يلتقيا على ل وحب كد الى ان يتلاقيا على م نتمم مربع كح وهو مربع مجموع الضلعين ثم نخرج اب اد ومن د ه عليهما عمودي دف هس ونخرجهما الى ان يتلاقيا على ع ونبين ان مثلثات ابد دفب عده سهد الاربعة متساوية وان فس مربع مساو لمربع حك ونصل رط ونبين ان مثلثات رلط زاط باد بمد الاربعة متساوية ومساوية للاربعة الاولى ونسقطهما من المربعين فيبقى مربعا اح اك مساويين لمربع به وههنا يتم الاوجه الثمانية وان اقتصرنا على مربع الوتر وجعلناه غير منطبق واخرجنا اب اد ومن د ه عليهما عمودي دز هح واخرجناهما الى ان يتلاقيا على ط فنتمم مربع اط اعني مربع مجموع الضلعين ويسهل البيان وذلك لكون مربع الخط مساو بالمربعي قسميه

وضعف سطح احدهما فى الاخر على ماتبين فى الشكل الرابع من المقالة الثانيه
من غير حاجة الى هذا الشكل لئلا يدور البيان ولايختلف هذا الشكل والذى
قبله بتساوى الضلعين واختلافهما وايضا ان جعلناه منطبقا واخرجنا عمود
دز على اب وعمود هح على دز واخرجنا حا الى ط بقى مربع التفاضل
ان اختلف الضلعان وهو مربع كح ولم يبق شئ ان تساويا بل اجتمعت مواقع
الاعمدة على ا وبتساوى المثلثات الاربعة ويكون كل اثنين منها مساويا بالسطح
احد الضلعين فى الاخر اعنى اب فى بز فاذا اضفناهما الى مربع كح حتى
صار مربع دح كان مساويا بالمربعى اب بز اعنى مربعى الضلعين وذلك
لكون مربعى الخط واحد قسميه معا مساويا بالضعف سطحهما ومربع القسم
الاخر معا على ماتبين فى الشكل السابع من المقالة الثانية من غير حاجة الى هذا
الشكل وهذا تمام الكلام فيه وانما اطنبت الكلام بايراد هذه الاوجه لانها تفيد
التدرب فى الصناعة فان هذه الاوضاع تدور بعضها على بعض ولما رأيت
من كثرة اعجاب المبتدئين ببعض ما ظفروا به منها واعود الى الكتاب

(مح)

اذا ساوى مربع ضلع مثلث مربعى ضلعيه الباقيين فالزاوية التى بين الباقين
قائمة * فليكن مربع حب من مثلث ابح مساويا بالمربعى اب اح اقول
فزاوية ا قائمة ولنخرج من ا عمود اد على اح (يا) مساويا لاب (ب) ونصل
حد فربعا دح حب متساويان لكون كل واحد منهما مساويا بالمربعى اح اب
اعنى اد فدح حب متساويان فاضلاع مثلثى احب احد
النظائر متساوية فزاوية حاب مساوية لزاوية
حاد القائمة فهى ايضا قائمة
وذلك ما اردناه

تمت المقالة الاولى بعون الله تعالى

* المقالة الثانية اربعة عشر شكلا *

صدر يقال لكل خطين يحيطان باحدى زوايا سطح متوازي الاضلاع قائم الزوايا المحيطان به اقول وانا اعبر عن ذلك السطح بسطح احدهما في الاخر ويقال لمجموع المتممين واحدا لمتوازيي الاضلاع اللذين بينهما العلم الاشكال

(ا)

سطح الخط في خط آخر يساوي جميع سطوحه في اقسام ذلك الخط* مثلا سطح ا في بج يساوي مجموع ا في خطوط بد ده هج التي هي اقسام بج ولنخرج عمود بز على بج (يا ا) مثل ا ونتم سطح بح القائم الزوايا فهو سطح ا في بج ونخرج دط هك موازيين لبز (لا ا) فيكونان مساويين له (لد) اعني لا ويكون سطوح بط دك هح سطوح ا في بد ده هج وجميعها مساويا بالسطح بح وذلك ما اردناه اقول وبعبارة اخرى لما لم يكن الحاصل من اقسام بد ده هج اذا اجتمعت مقدار غير مقدار خط جب لم يكن الحاصل من سطوح ا فيها اذا اجتمعت مقدار غير مقدار سطح ا في جب لان السطوح التي يكون احد اضلاعها جميعا خط ا لا يمكن ان يختلف مقاديرها الا باختلاف مقادير اضلاعها الاخر

(ب)

مجموع سطوح الخط في اقسامه يساوي مربعه* مثلا سطحا خط اب في خطي اج جب يساوي مربع خط اب ولنرسم على اب مربع اه (مو ا) ونخرج جز موازيا لاد (لا ا) فسطحا از جه هما سطحا اد اعني اب في قسميه وهما اج جب ومجموعهما هو مربع اه وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ليكن خط د مثل اب فيمثل ما مر سطح د في اب اعني مربع اب يساوي سطوح د في اقسام اب اعني سطوح اب في اقسامه

(ج)

سطح الخط في احد قسميه يساوي مجموع مربع ذلك القسم وسطحه في القسم الاخر* مثلا سطح اب في بج يساوي مجموع مربع بج وسطح اج في جب ولنرسم على بج مربع جه (مو ا) ونتم سطح اه فار اعني جد مساو لجب (لد ا) فسطح اه هو سطح اب في بج وهو مساو لمربع جه ولسطح اد الذي هو سطح اج في جب وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ليكن د مثل جب فسطح د في اب اعني سطح اب في بج

يساوى (ا) مجموع سطحى ى فى قسمى اد د ب اللذين احدهما هو سطح اد فى د ب والاخر هو مربع د ب

(ى)

مربع الخط يساوى مجموع مربعى قسميه وضعف سطح احدهما فى الاخر* وليكن الخط اب وقد قسم على د كيف اتفق ونرسم عليه مربع اه (مو ا) ونخرج د ر موازيا لاى (لا ا) ونصل ب ى قاطعا اياه على ح ومن ح ح ط ك موازيا لا ب فزاوية د ح ب الخارجة تساوى زاوية اى ب الداخلة (ط ا) وهى مساوية لزاوية اب ى (ه ا) لمساوى اى اب فى مثلث اى ب فخ د ب فى مثلث د ح ب متساويان وبوجه آخر لما كان اب اى فى مثلث اى ب متساويين وزاوية ا قائمة يكون كل واحدة من زاويتى اب ى اى ب نصف قائمة (لد ا) وايضا لما كانت زاوية ب د ح الخارجة المساوية (ط ا) لزاوية ا الداخلة قائمة مثلها يبقى فى مثلث د ح ب زاوية د ح ب ايضا نصف قائمة فيكون د ح د ب متساويين (ى ا) فسطح د ك المتوازى الاضلاع متساويها وهو قائم الزوايا لكون زاوية د ب ك منه قائمة وزاوية ب د ح تمامها من قائمتين ومقابلتيهما متساويتين (لد ا) لهما فهو مربع لخط د ب وبمثل ذلك تبين ان سطح ط ر مربع لط ح اعنى اد وسطح اح هو سطح اد فى د ح المساوى لد ب وسطح ح ه مساوله (مح ا) فاذن مربع اه يساوى مربعى ط ر د ك اللذين هما مربعا قسمى اد د ب وسطحى اح ح ه اللذين هما ضعف سطح اد فى د ب وذلك ما اردناه وقد بان منه ان المتوازية الاضلاع الواقعة على اقطار المربعات مربعات وان المربعات الواقعة فى المربعات بانطباق ضلعين على ضلعين انما يقع على اقطارها اقول وبوجه آخر لما كان سطح اب فى اد مساويا (ح) لجميع مربع اد وسطح اد فى د ب وسطح اب فى ب د مساويا لجميع مربع ب د وسطح اد فى د ب كان جميع سطحى اب فى اد ب د قسميه اعنى (ب) مربع اب مساويا لمربع اد د ب وسطح اد فى د ب مرتين

(ه)

كل خط نصف وقسم بمختلفين فمجموع سطح احد القسمين فى الاخر ومربع الفضل بين النصف والقسم تساوى مربع النصف* مثلا اب نصف على د وقسم على ى فجميع سطح اى فى ى ب ومربع د ى يساوى

مربع جب ولنرسم على جب بد مربعى جر دك (مو ا) ونصل القطر ونخرج دح كح الى ع ل بل الى ط ونتم سطح حط (لا ا) فلان حع يساوى ح ر (مح ا) ونجعل دك مشتركا يكون جك اعنى حط (لو ا) مساويا لدر ونجعل جح مشتركا يكون اح مساويا لعلم م ذ س ونجعل لع مشتركا يكون جميع اح الذى هو سطح اد فى دب و لع الذى هو مربع جد مساويا لجر الذى هو مربع جب وذلك ماردناه اقول وبوجه آخر لما كان سطح اد فى دب مساويا (ا) لمجموع سطح اج فى دب اعنى جب فى دب وسطح جد فى دب فاذا جعلنا مربع جد مشتركا صار مجموع سطح اد فى دب ومربع جد مساويا لمجموع سطح جب فى دب وسطح جد فى دب ومربع جد والاخيران من هذه الثلثة يساويان (ج) سطح جب فى جد وهو مربع الاول يساوى مربع جب فاذن مجموع سطح اد فى دب ومربع جد يساوى مربع جب

(و)

كل خط نصف وزيد فيه خط آخر على استقامته فمجموع سطح الخط مع الزيادة فى الزيادة ومربع النصف يساوى مربع النصف مع الزيادة * مثلا اب نصف على ج وزيد فيه بد فجميع سطح اد فى دب ومربع بج يساوى مربع جد ولنرسم على جد بد مربعى جر بل ونتم الشكل (لا ا) وسطح حط فلان سطح حط يساوى سطح جح (لو ا) اعنى سطح ح ر (مح ا) ونجعل جل مشتركا يكون سطح ال مساويا لعلم م ذ س ونجعل كع مشتركا يكون جميع ال الذى هو سطح اد فى دل اعنى فى دب ومربع كع الذى هو مربع جب مساويا لجر الذى هو مربع جد وذلك ماردناه اقول وبوجه آخر لما كان سطح اد فى بد مساويا (ج) لمجموع سطح اب فى بد اعنى ضعف سطح جب فى بد ومربع بد فاذا جعلنا مربع جب مشتركا صار مجموع سطح اد فى بد ومربع جب مساويا لمجموع ضعف سطح جب فى بد ومربعى جب بد (د) اعنى مربع جد وقد يمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذى قبله بقول واحد وهو ان يقال خط اب نصف على ج واخذ منه بد مما يلى ب فى احدى جهتيها كيف اتفق فسطح اد فى دب اذا نقص من مربع جب او زيد عليه حصل مربع جد وقس البيان عليه

(ز)

مربع الخط مع مربع احد قسميه يساوى مجموع ضعف سطح الخط فى ذلك القسم ومربع القسم الاخر * مثلا مربع اب مع مربع بح يساوى جميع ضعف سطح اب فى بح ومربع اح ولنرسم على اب مربع اه (مو ا) ونفصل بك مثل بح (ح ا) وتمم الشكل (لا ا) فسطحا ار ره متساويان (مج ا) ونجعل حك مشتركا فيصير اك حه متساويين وهما ضعف اك بل علم لم ن مع مربع حك فعلم لم ن مع مربع حك يساوى ضعف اك ونجعل طع مشتركا فمجموع علم لم ن ومربعى حك طع اعنى مربعى اه حك اللذين هما مربعا خطى اب حب يساوى مجموع ضعف اك الذى هو سطح اب فى بح ومربع طع الذى هو مربع اح وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر مربع اب يساوى مجموع مربعى اح حب وضعف سطح احدهما فى الاخر (د) ونجعل مربع حب مشتركا فيصير مجموع مربعى اب حب مساويا لمجموع ضعف مربع حب وضعف سطح اح فى حب ومربع اح ولكن مربع حب وسطح اح فى حب معا يساويان سطح اب فى حب (ح) فاذن مجموع مربعى اب حب مساو لضعف سطح ب فى حب ومربع اح ويمكن ان يعبر عن الشكل الرابع وعن هذا الشكل بقول واحد وهو ان يقال خط اب اخذ منه بح مما يلى ب فى احدى جهتيها فاذا نقص ضعف سطح اح فى حب من مربع اب او زيد عليه حصل مجموع مربعى اح حب وقس البيان عليه

(ح)

اربعة امثال سطح الخط فى احد قسميه مع مربع القسم الاخر يساوى مربع خط يزيد على ذلك الخط بقدر القسم الاول * وليكن الخط اب واحد قسميه حب وزيد فى اب بد بقدر حب فاربعة امثال سطح اب فى حب مع مربع اح يساوى مربع اد ولنرسم على اد مربع اه (مو ا) ونصل قطر در ونخرج خطى حع بط موازيين لار (لا ا) فقطعان در على كل ومنهما كم ن لس ع موازيين لاد فسطوح حك بن ف ص كع الاربعة مربعات لتساوى بد حب وكون بن ف ص مربعيهما والجميع اربعة امثال حك وسطوح اف مل صه لط متساويات لتساوى ام مس (لد ا) ولكون ال له متممين (مج ا) وكذلك مل لط

والجميع اربعة امثال اف فعلم ق ش ت اربعة امثال اك الذى
هو سطح اب فى بك اعنى فى جب وهو مع سح الذى هو مربع
اح يساوى اه الذى هو مربع اى وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لما كان
سطح اب فى جب مساويا لسطح اج فى جب ومربع جب معا (ح)
واربعة امثال سطح اج فى جب مساويا لضعف سطح اج فى جد
واربعة امثال مربع جب مساويا لمربع جد (د) فاربعة امثال سطح اب
فى جب يساوى ضعف سطح اج فى جد ومربع جد ونجعل مربع اج
مشتركا فيصير اربعة امثال سطح اب فى جب مع مربع اج مساويا لجميع
ضعف سطح اج فى جد ومربعى اج جد المساوى لمربع اد

(ط)

كل خط نصف وقسم بمختلفين فمجموع مربعى القسمين يساوى ضعف
مربعى النصف والفضل بين النصف والقسم * مثلا اب نصف على ج
وقسم على د فمجموع مربعى اد دب يساوى ضعف مربعى اج جد
فنخرج من ج عمود جه (يا ا) مساويا لاج (ب ا) ونصل اه به ومن
د در موازيا لجه ومن ر رح موازيا لدب (لا ا) ونصل ار فلان
فى مثلثى اجه بجه ضلعا اج بج مساويان لضلع جه وزاويتا ج
قائمتان تكون كل واحدة من زاويتى اهج بهج نصف قائمة (لب ا) وزاوية
اهر قائمة ولان فى مثلث بدر زاوية ب نصف قائمة وزاوية بدر
قائمة (لط ا) تبقى زاوية برد ايضا نصف قائمة ويكون بد رد
متساويين (و ا) ولمثل ذلك يكون فى مثلث حهر ضلعا هح رح
متساويين ولتساوى اج جه يكون مربع اه مساويا لضعف مربع اج
(مز ا) وايضا مربع هر مساو لضعف مربع رح اعنى جد (لد ا)
فمربعا اه هر اعنى مربع ار بل مربعى اد در اعنى مربعى اد دب معا
مساويان لضعف مربعى اج جد وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر
نرسم مربعى اد دب وهما در دس ونفصل جح مثل جد ونصل اه
ونخرج سه الى ل وحف حص موازيين لار و كش ق لاب ونبين
ان مربعى حل دس متساويان وان سطوح كم حط لع شف
الاربعة متساوية (لو ا) وكذلك مربعات هك قص مع كف الاربعة
وان مربعى حش قص المشتملين على خمسة من هذه السطوح هما

مربعا اد دى فالخمسة الباقية مساوية لها كل لنظيره والجميع مربعا در
دس فاذن مربعا ای دى يساويان ضعف مربعى اد دى وبوجه آخر
نعيد الخط ونفصل ده مثل دى ونقول اد قسم على ه فضعف سطح
اد فى ده مع مربع اه يساوى مربعى اد ده (ر) وده مثل دى
واه مثل ى فضعف سطح اد فى دى مع مربع ى يساوى مربعى
اد دى ونجعل مربعى اد دى مشتركا فيصير ضعف سطح اد فى دى ومربعا
اد دى ومربع ى اعنى مربعى ای ى مساويا لضعف مربعى اد دى

(ى)

كل خط نصف وزيد فيه خط آخر على استقامته فمربعا الخط مع الزيادة
والزيادة وحدها يساويان ضعف مربعى نصف الخط وحده ونصفه مع الزيادة
مثلا اب نصف على د وزيد فيه بى فمربعا اى بى يساويان ضعف
مربعى اد دى ولنخرج عمود ده مثل اد (يا ا) ونصل اه هب
ونخرج من ى ىر موازيا لده ومن ه هر موازيا لدى وملاقيا لىر على
ر ولما كانت زاويتا ىره دهر كقائمتين تكون زاويتا ىره بهر اقل
من قائمتين (يط ا) فنخرج هب رى الى ان يتلاقيا على ح ونصل اح فلان
فى مثلثى اده بده ضلعى اد بد مساويان لده وزاويتى د قائمتان
تكون كل واحدة من زاويتى اهد بهد نصف قائمة وزاوية ب قائمة
(لد ا) ولما كانت زاوية ده قائمة وزاوية رهد تمامها من قائمتين
فهى ايضا قائمة وتبقى زاوية حهر نصف قائمة وزاوية هرح قائمة
(لد ا) فزاوية رحه من مثلث هرح ايضا نصف قائمة (لد ا)
ويكون ضلعا هر حر متساويين (و ا) وبمثل ذلك نبين ان ضلعى بى
حى متساويان ولتساوى اد هد يكون مربع اه مساويا لضعف مربع
اد (مز ا) وايضا مربع هح مساو لضعف مربع هر اعنى دى فمربعا اه
هح اعنى مربع اح بل مربعى اى ىح اعنى مربعى اى بى يساويان ضعف
مربعى اد دى وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نرسم مربعى
ای بى وهما ىه ىع ونصل ار ومن ب د ك ل موازين
لاه ومن م ى م س ف ق ص ش موازيين لاى ونبين ان
مربعى ىع ش ل متساويان وان مربعات حس سم مص عق
الاربعة متساوية وكذلك سطوح ىع فى قه دك الاربعة وان

د ب في د المشتملين على خمسة من هذه السطوح هما مربعا اد د
وان الخمسة الباقية مساوية لها كل لنظيره والجميع مربعا ده دح
فاذن مجموع مربعي اد ب د يساوي ضعف مربعي اح حد وبوجه آخر
نعيد الخط ونقول حد خط قسم على ب فضعف سطح حب في حد
اعني اح في حد مع مربع ب د يساوي مربعي حب حد اعني اح
و حد (ر) ونجعل مربعي اح حد مشتركا فيصير مربعا
اد ب د مساويين لضعف مربعي اح حد ويمكن ان يعبر عن
هذا الشكل والذي قبله بعبارة واحدة وهي ان يقال ان خط اب
نصف على ح واخذ منه ب د مما يلي ب في احد الجهتين فمربعا
اد د ب يساويان ضعف مربعي اح حد وقس البرهان عليه

(يا)

نريد ان نقسم خطا بقسمين يكون سطحه في احدهما مساويا لمربع الاخر *
وليكن الخط اب فلنرسم عليه مربع اد (مو) وننصف اح على ه
(ي) ونصل ب ه ونخرج اه الى ان يصير هر مثل ه ب ونرسم على ار
مربع اح فينقسم الخط به على ط القسمة المذكورة وانما ينقسم به لان جميع
ها اب اطول من ه ب (كا) اعني ره ويلقى ها المشترك فيبقى ار
اعني اك اقصر من اب فينقسم الخط على ط وانما يكون القسمة
هي المذكورة لان خط حا نصف على ه وزيد فيه ار فسطح حر
في را مع مربع ها يساوي مربع هر (و) اعني ه ب اعني مربعي ها
اب (مز) ويلقى مربع ها المشترك فيبقى سطح حر في را اعني في رح
وهو سطح رك مساويا لمربع اب وهو اد ويلقى سطح اك المشترك
يبقى مربع اح مساويا لسطح طد الذي هو سطح طك اعني اح بل اب
في طب فسطح اب في طب يساوي مربع اط وذلك ما اردناه اقول
وبوجه آخر نرسم مربع اد وننصف ب د على ه (ي) ونصل ها
ونخرج هر مثل ها ونصل حر فينقسم الخط به على ح القسمة المذكورة
ولنخرج رط موازيا لب ا (لا) و حا الى ان يلتقيا على ط ومن ح
ح ك موازيا لب د فيكون متمما طح ح د متساويين (مج) ونجعل ال
مشتركا فيصير سطح طل مساويا لمربع اد ثم نبين من تنصيف ب د على ه
وزيادة ب ر فيه ان سطح در في رب مساو لمربع اد اعني سطح حط

المساوى لدر فى طك ويظهر من ذلك يساوى طك رب اعنى طا فيكون طح المساوى لحد اعنى سطح اب فى حب مربعا وهو مربع اح

(يب)

كل مثلث منفرج الزاوية فان مربع وتر زاويته المنفرجة اعظم من مربعى ضلعيها بضعف سطح القاعدة اعنى الضلع الذى يقع عليه العمود الخارج من احدى الباقيتين فى القدر الذى يقع منه بعد اخراجه بين الزاوية وموقع العمود * وليكن المثلث ابح والزاوية المنفرجة ونخرج من ب عمود بد على ضلع اح (يا) المسمى بالقاعدة فيقع على نقطة د منه بعد اخراجه فى جهة ا اذ لو وقع داخل المثلث او خارجة من جهة ح لاجتمع فى المثلث الحادث مع العمود والقاعدة وضلع با قائمة ومنفرجة نقول فمربع بح اعظم من مربعى با اح بضعف سطح اح القاعدة فى اد الذى بين الزاوية وموقع العمود وذلك لان حد مقسوم على ا فمربعه يساوى مربعى دا اح وضعف سطح دا فى اح (د) ونجعل مربع بد مشتركا فيصير مربعا بد دح اعنى مربع بح مساويا للمربعى بد دا (مز) اعنى مربع با مع مربع اح وضعف سطح دا فى اح ويظهر ان مربع بح اعظم من مربعى با اح بضعف السطح المذكور وذلك ما اردناه

(يج)

كل مثلث فمربع وتر زاويته الحادة اصغر من مربعى ضلعيها بضعف سطح القاعدة فى القدر الذى يقع منه بين الزاوية وموقع العمود الخارج من احدى الباقيتين * وليكن المثلث ابح والزاوية الحادة منه ب والعمود المخرج من ا على القاعدة وهى ضلع بح هو اد الواقع من الزاوية فى جهة المثلث اذ لو وقع خارجا فى الجهة الاخرى لاجتمع فى المثلث الحادث منه ومن القاعدة ومن ضلع اب قائمة ومنفرجة نقول فمربع اح اصغر من مربعى اب بح بضعف سطح بح فى بد وذلك لان حب مقسوم على د فمربعا حب بد يساويان ضعف سطح حب فى بد مع مربع حد ونجعل مربع اد مشتركا فيصير مربعات حب بد دا اعنى مربعى حب با مساوية لضعف سطح حب فى بد مع مربع حد دا اعنى مربع حا ويظهر ان مربع حا اصغر من مربع حب با بضعف سطح حب فى بد وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان زاوية ح ان كانت قائمة

انطبق العمود على ضلع اد وكان الواقع بين الزاوية وموقع العمود هو القاعدة نفسها وان كانت منفرجة وقع العمود خارجا من جهة د وكان الواقع اعظم من القاعدة وان كانت حادة وقع العمود في المثلث والواقع بعض القاعدة كما رسم في الكتاب ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل والذي قبله بعبارة واحدة وهي ان يقال كل مثلث فان الفضل بين مربع وتر زاويته التي لا يكون قائمة وبين مربعي ضلعيها يكون بضعف سطح القاعدة فيما يقع بين الزاوية وموقع العمود من خط القاعدة ثم نذكر البرهان المشترك على قياسه

(يد)

نريد ان نعمل مربعا يساوي شكلا مفروضا مستقيم الاضلاع *وليكن الشكل ا فلنرسم سطحا قائم الزوايا مساويا له (مه) وهو سطح ب د ه فان كان ب ه ده متساويين فقد عملنا (لدا) والا فلنخرج ب ه الى ان يصير ه ر مثل ه د ونرسم على ب ر نصف دائرة ب ط ر ونخرج د ه الى ط من المحيط فه ط ضلع المربع المطلوب وذلك لان ب ر منصف على ح ومقسوم على ه بمختلفين فسطح ب ه في ه ر مع مربع ح ه يساوي مربع ح ر (ه) اعني مربع ح ط بل مربعي ح ه ه ط (مز ا) ويلقى مربع ه ح المشترك يبقى سطح ب ه في ه ر الذي هو سطح ب د اعني سطح ا مساويا لمربع ط ه وذلك ما اردناه اقول وفي النسخ القديمة نورد المفروض مثلثا ولنا ان نعمل مثلثا يساوي اي سطح مستقيم الاضلاع اتفق كسطح ا ب ح د ه مثلا وذلك بان نقسمه الى مثلثات ا ب ح ا ح د ا د ه ونعمل اولا مثلثا يساوي مثلثي ا ب ح ا ح د بان نخرج د ح ومن ب ب ر موازيا لا ح الى ان يلقاه على ر ونصل ا ر فليتساوى (لرا) مثلثي ا ب ح ا ر ح الكائنين على قاعدة ا ح وبين متوازيي ا ح ب ر يكون جميع مثلث ا ر د مساويا لمثلثي ا ب ح ا ح د ثم نعمل كذلك مثلثا آخر يساوي مثلثي ا ر د ا د ه الى ان يحصل مثلث يساوي الشكل المفروض ثم لنا ان نعمل مربعا يساوي اي مثلث شئنا كمثلث ا ب ح مثلا بان نخرج من ا عمود ا د على ب ح فنخرجه الى ان يصير د ه مثل نصف ب ح ونرسم على ا ه نصف دائرة ا ر ه ملاقيا لخ ب على ر فد ر هو ضلع المربع المطلوب لان مربعه يساوي سطح ا د في د ه اعني في نصف ب ح المساوي للمثلث تمت المقالة الثانية

المقالة الثالثة خمسة وثلثون شكلا وفى نسخة ثابت بزيادة شكل فى آخرها
الحدود الدوائر المتساوية هى المتساوية الاقطار او المتساوية الخطوط الخارجة من المراكز الى المحيطات الخط المماس للدائرة هو الذى يلقاها ولا يقطعها وان اخرج فى الجهتين والدوائر المتماسة هى التى تتلاقى ولا تتقاطع والخطوط المتساوية الابعاد من المركز هى التى تتساوى الاعمدة الواقعة عليها من المركز والذى بعده اعظم هو الذى يكون عموده اطول وقطعة الدائرة شكل يحيط به خط هو قاعدتها وقوس ما هى بعض المحيط وزاوية القطعة هى التى يحيط بها ذلك الخط والقوس والزاوية التى فى القطعة هى التى يحيط بها خطان يخرجان من طرفى قاعدة القطعة ويتلاقيان على اى نقطة تفرض من قوسها والزاوية التى يحيط بها خطان يخرجان من نقطة ما على المحيط ويحوز ان قوسا منه يقال لها التى على تلك القوس وقطاع الدائرة شكل يحيط به خطان يخرجان من المركز وقوس ما يحوزانها من المحيط والقطع المتشابهة من الدوائر هى التى تقبل زوايا متساوية وفى بعض النسخ والقطع المتساوية هى التى زواياها متساوية الاشكال

(ا)

نريد ان نجد مركز دائرة * كدائرة اب فنعلم على محيطها نقطتى ج د كيف اتفق ونصل ج د وننصفه على ه (ي ا) ونخرج من ه عليه عمود ه ا (يا ا) قاطعا للمحيط فى الجهتين على اب وننصف اب على ح فهو المركز والا فليكن المركز ط ونصل ط ج ط د ط ه فمثلثا ط ه ج ط د ه متساويا الاضلاع النظائر فزاويتا ط ه ج ط ه د منه متساويتان (ح ا) بل قائمتان (يج ا) وكانت زاويتا ا ه ج ا ه د قائمتين هذا خلف فاذن لا مركز غير نقطة ح وذلك ما اردناه وقد تبين منه انه لا يتقاطع وتران على قوائم وينصف احدهما الآخر الا ويجوز احدهما بالمركز وبعبارة اخرى لا يخرج عمود من منتصف وتر الا ويمر على المركز اقول وان فرض المركز على اب غير نقطة ح كنقطة ر كان الخلف من جهة اخرى وهو انتصاف الخط فى موضعين هما ح ر

(ب)

كل خط وصل بين نقطتين على المحيط اى كل وتر فهو يقع داخل الدائرة مثلا فى دائرة اب وصل بين نقطتى ج د بخط ج د فهو يقع داخلا

والا

والا فليقع خارجا اومنطبقا على المحيط وليكن اولا خارجا كخط حهى وليكن
المركز ر (ا) ونصل رح رى ونعلم على حهى نقطة ه كيف وقعت
ونصل ر ه فليتساوى زاويتي ر ى ه ر ح ه (ه ا) من مثلث ر ى ح
المتساوى الساقين وكون خارجة ر ه ى اعظم من داخلة ر ح ه تكون
زاوية ر ه ى اعظم من زاوية ر ى ه (يز ا) ويلزم ان يكون وتر
ر ى اعنى ر ب اطول من وتر ر ه (ط ا) هذا خلف وبمثله تبين
ان ح ى لاينطبق على المحيط فهو اذن داخلة وذلك ما اردناه

(ح)

كل وتر خرج اليه من المركز خط فان نصفه فهو عمود عليه وان كان عمودا
عليه فهو قد نصفه * مثلا فى دائرة ا ب خرج الى وتر ح ى من مركز ر
خط ر ه وقد نصف ح ى على ه فهو عمود عليه وذلك لانا ان وصلنا
رح ر ى كانت فى مثلثى ر ح ه ر ى ه لتساوى اضلاعهما النظائر زاويتا
ر ه ح ر ه ى متساويتين (ح ا) بل قائمتين (ي ا) وايضا ليكن ر ه
عمودا على ح ى نقول فهو قد نصف ح ى على ه وذلك لتساوى زاويتي
ر ح ه ر ى ه وكون زاويتي ه قائمتين وضلع ر ه مشتركا (كو ا) وذلك
ما اردناه اقول وبوجه آخر لو نصف ر ه وتر ح ى ولم يكن عمودا فليكن
العمود الخارج من ه هو ه ع واذن قد يقاطع ه ع ح ى على قوائم
ونصف احدهما الاخر من غير ان يمر احدهما بالمركز هذا خلف
ولو كان عمودا ولم نصف فليكن المنتصف ط ونخرج منه ط ك
موازيا لره (لا ا) فيكون ايضا عمودا على ح ى (كط ا) ولزم الخلف الاول

(ى)

كل وترين يتقاطعان فى دائرة على غير مركزها فليس يمكن ان يتناصفا *
مثلا كوترى ح ى ه ر المتقاطعين على ع فى دائرة ا ب والمركز ط
وذلك لانا ان وصلنا ط ع كان عمودا عليهما معا فكانت زاويتا
ط ع ه ط ع ح القائمتين متساويتين هذا خلف فاذن الحكم ثابت
وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج من ع عمود ع ك على ح ى
وعمود ع ل على ه ر فيجب ان يمرا بالمركز معا لخروجهما
من منتصف وترين فاذن المركز هو ع وقد فرض غيره هذا خلف

(ه)

لايمكن ان يكون للدائرتين المتقاطعتين مركز واحد* مثلا كدائرتى ا ب
حـ ى والا فليكن ه مركزيهما ونصل ه ا ونخرج ه ر ى كيف اتفق فيكون
ه ر ه ى متساويين لكون كل واحد منهما مساويا له ا هذا خلف وذلك
ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج ى ر ه الى ح ط فيكون ه ر الذى هو
اقصر من ه ى اعنى من ه ح مساويا له ط الذى هو اطول من ه ح هذا خلف

(و)

لايمكن ان يكون للدائرتين المتماستين مركز واحد* مثلا كدائرتى ا ب
ا حـ والا فليكن مركزهما ى ونصل ى ا ونخرج ى حـ ب كيف
اتفق فيكون ى حـ ى ب متساويين لكون كل واحد منهما مساويا
لى ا هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ر)

كل نقطة فى دائرة غير مركزها يخرج منها خطوط الى المحيط فاطول الخطوط
المار بالمركز واقصرها تمام القطر منه والاقرب الى الاطول اطول من الابعد
وخطان عن جنبتيه فقط متساويان* وليكن الدائرة ا ب والمركز ط
والنقطة المذكورة ه ولنصل ه ط ونخرجه الى حـ والى ى ومن ه ه ر
ه ح ه ا فه حـ اطول من ه ر لانا اذا وصلنا ط ر كان جميع ه ط ط ر
المساوى له حـ اطول من ه ر (ك ا) وكذلك من كل خط غيره و ه ى
اقصر من ه ا (ك ا) لانا اذا وصلنا ط ا كان هو اعنى ط ى اقصر
من جميع ط ه ه ا فاذا القينا ط ه المشترك بقى ه ى اقصر من ه ا وكذلك
من كل خط غيره و ه ر الاقرب من ه حـ اطول من ه ح لانا اذا وصلنا
ح ط ر ط كان فى مثلثى ه ط ر ه ط ح ضلعا ط ر ط ح متساويين
وضلع ط ه مشترك وزاوية ه ط ر اعظم من زاوية ه ط ح فقاعدة ه ر
اطول من قاعدة ه ح (ك د) وكذلك فى غيرهما واذا جعلنا زاوية
ه ط ب مساوية لزاوية ه ط ا (ك ح) ووصلنا ه ب كان مساويا
له ا لان فى مثلثى ه ط ب ه ط ا ضلع ه ط مشترك وضلعى ط ب ط ا
متساويان وكذلك زاويتا ه ط ب ه ط ا ولا يساويهما غيرهما
كـ ك لانا اذا وصلنا ط ك كان مثلثا ك ط ه ب ط ه متساويى
الاضلاع النظائر فكانت زاويتا ك ط ه ب ط ه متساويتين (ك ح)
هذا خلف فاذن الاحكام المذكورة ثابتة وذلك ما اردناه

(ع)

كل نقطة خارجة من دائرة يخرج منها خطوط الى محيطها قاطعة اياها وغير قاطعة فاطول القاطعة هو المار بالمركز والاقرب اليه اطول من الابعد واقصر المنتهية غير القاطعة هو الذى على استقامة المركز والاقرب اليه اقصر من الابعد وخطان عن جنبتيه فقط متساويان * وليكن الدائرة ا ب والنقطة د والمركز م ونصل د م ملاقيا المحيط على ى ح ونخرج د ه د ر د ا فـ د ى اطول من د ه (ك ا) لانا اذا وصلنا م ه كان جميع د م م ه اعنى د م ى اطول من د ه وكذلك كل خط غيره وايضا د ه اطول من د ر لانا اذا وصلنا م ر كان فى مثلثى د م ه د م ر ضلع د م مشتركا وضلعا م ه م ر متساويين وزاوية د م ه اعظم من زاوية د م ر فقاعدة د ه اطول من قاعدة د ر (١٧ ا) وكذلك فى د ر د ا وايضا د ح اقصر من د ك لانا اذا وصلنا م ك كان د م اقصر (ك ا) من جميع د ك ك م فاذا القينا م ح م ك المتساويين بقى د ح اقصر من د ك وكذلك من كل خط غيره وايضا د ك اقصر من د ل لانا اذا وصلنا م ل كان جميع م ك ك د اقصر من جميع م ل ل د (كا) ويبقى بعد اسقاط م ك م ل د ك اقصر من د ل وكذلك فى د ل د ط واذا جعلنا زاوية د م ش مثل زاوية د م ك (ح ا) ووصلنا د ش كان مساويا لـ د ك (ى ا) لكون د م فى مثلثى د م ش د م ك مشتركا و م ش م ك متساويين وكذلك الزاويتان بينهما ولا يساويهما غيرهما كـ د س لانا اذا وصلنا م س كان فى مثلثى د م ك د م س زاويتا ك م د س م د متساويتين (ح ا) لتساوى الاضلاع النظائر وكانت زاوية ك م د متساوية لزاوية ش م د فتكون زاويتا س م د ش م د متساويتين هذا خلف فاذن الاحكام المذكورة ثابتة وذلك ما اردناه اقول ويمكن ان يعبر عن هذا الشكل وعن الذى قبله بعبارة واحدة وهى ان يقال كل نقطة ليست بمركز دائرة يخرج منها خطوط الى محيطها فاطول الخطوط هو الذى يمر بالمركز بعد خروجه من النقطة وقبل انتهائه الى المحيط واقصرها هو الذى لا يمر به ويكون على استقامته والاقرب من الاطول اطول ومن الاقصر اقصر ولا يتساوى منها الا اثنان عن جنبتيهما وقس عليه البرهان وللبيان وجه آخر وليكن الدائرة ا ب والمركز د والنقطة ى والخارج المار بالمركز اعنى الاطول ى ا وغير المار اعنى الاقصر ى ب

ولنخرج فى احدى جنبتى الاطول ده دز ونصل اه هح فزاويتا
حاه حها متساويتان (ه ا) وزاوية دها اعظم من زاوية داه
فوتر دا اطول من وتر هد (يط ا) وايضا نصل هز هح فزاويتا حهز
حزه متساويتان (ه ا) وزاوية دهز اصغر من احديهما وزاوية دزه
اعظم فوتر ده اطول من وتر دز (يط ا) وليكن فى احدى جنبتى دب
الاقصر دح دط ونصل بح حح فزاويتا حبح حجب متساويتان
(ه ا) وزاوية دحب اصغر من زاوية دبح فدب اقصر من دح
وبمثله نبين ان دح اقصر من دط وظاهر انا اذا عملنا عن الجنبتين
زاويتين متساويتين يساوى خطاهما ولا يساويهما غيرهما
الامتناع يساوى اثنين يقعان فى جنبة واحدة

(ط)

كل نقطة فى دائرة خرج منها الى المحيط خطوط متساوية فوق اثنين
فهى مركزها * ولتكن الدائرة اب والنقطة ح والخطوط المتساوية حب
حد حه ونصل بد به وننصفهما على زح (ى ا) ونصل حز حح
فنى مثلثى حبز حدز زاويتا ز متساويتان (ح ا) بل قائمتان لتساوى
الاضلاع النظائر فحز عمود على بد منصف فهو مار بالمركز ونخرجه
فى الجهتين الى ا ط من المحيط ونبين ايضا ان حح مار بالمركز ونخرجه
الى كل فاك كل ماران بالمركز ولا يمكن ان يمرا بنقطة غير ح فهى
المركز لا غير قال ثابت وفى بعض النسخ له وجه آخر ولتكن الدائرة اب دح
والنقطة ه والخطوط ها هز هح فلو لم يكن بالمركز ه لكان مثلا ط
ونصل هط ونخرجه الى بح من المحيط فيكون هب اطول الخطوط
الخارجة من ه (ز) وقد يساوى عن جنبتيه خطوط خارجة عنها مساوية
اكثر من اثنين هذا خلف (ى) فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ى)

لا يتقاطع دائرتان على اكثر من نقطتين * والا فليتقاطع دائرتا اب حد على
نقط هزحط ونصل هز زح وننصفهما على كل (ى ا) ونخرج
منهما عمودى كد لا الى بح (يا ا) فهما يمران بكل واحد من المركزين
لكونهما عمودين منصفين لوترى قوسى هبز زبح من دائرة اب
ولوترى قوسى هدز زمح من دائرة دح فاذن المركزان واحد وهو

نقطة د هذا خلف (ح) وفي بعض النسخ له وجه آخر اورده ايضا ثابت فليكن مركز احدى الدائرتين ى ونصل ى ا ى ب ى ح فهي متساوية لكونها خارجة من مركز ى الى محيط دائرته لكنها خطوط متساوية فوق اثنين خرجت من نقطة ى في الدائرة الاخرى الى محيطها فد ايضا مركز الدائرة الاخرى هذا خلف (ه) فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يا)

الخط المار بمركزي الدائرتين المتماستين يمر بنقطة التماس * وليكن دائرتا اب اح متماستين على ا ومركزاهما ه ر ونصل ه ر ونخرجه فان امكن ان لا يمر با فليقطع الدائرتين على حط ونصل ا ه ا ر فان كان التماس من داخل كان ه ر را معا اطول من ه ا (ك ا) لكن ه ر را معا يساويان ه ط و ه ا يساوي ه ح فه ط الجزء اعظم من ه ح الكل هذا خلف وان كان من خارج كان ا ه ا ر معا اطول من ه ر (ك ا) لكنهما يساويان ه ح ر ط الجزء فهو اعظم من ه ر الكل هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ر ليست (و) بمركز دائرة اب وقد خرج منها الى محيطها را رح و رح منهما على استقامة المركز وغير مار به فهو اقصر من را (ح) اعني من رط هذا خلف

(ب)

لا تماس دائرتان الا على نقطة واحدة * والا فلتماس دائرتا اب حى اما على نقطتي ح ى من داخل ونصل بين مركزيهما وهما ه ر ونخرجه فيمر بنقطتي ح ى لما مر ويكون ه ح اعني ه ى اقصر من ر ح اعني ر ى هذا خلف واما على نقطتي ا ب من خارج ونصل وتر ا ب فوقع داخل احدى الدائرتين وخارج الاخرى هذا خلف (ب) فالحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لما كان مركز دائرة اب و ر ليس بمركز لها فرح اطول من رى (ر) ولكن لكون ر مركز دائرة حى هما متساويان هذا خلف وايضا ليكن ح مركز دائرة حى من خارج فلو وصلنا ه ح لمر با و ب معا فاحاط خط مستقيم واحد بسطح هذا خلف

(ى)

ابعاد الاوتار المتساوية في الدائرة الواحدة من مركزها متساوية والاوتار التي ابعادها منه متساوية فهي متساوية * وليكن الدائرة اب والوتران

المتساويان دى هز والمركز ح ونخرج من ح عليهما عمودى حك
حط (ب ا) فهما متساويان وذلك لانا اذا وصلنا حد حى حه حز
كانت الزوايا النظائر من مثلثى حدى حهز متساوية (ح ا)
لتساوى الاضلاع النظائر وكان فى مثلثى حطد حكه
المتساوى زاويتى د ه وكون زاويتى ط ك قائمتين
وتساوى ضلعى حد حه ضلعا حط حك متساويين (كو ا) وايضا
ليكونا متساويين نقول فوترا دى هز متساويان وذلك لانا اذا القينا مربعى
حط حك المتساويين من مربعى حد حه المتساويين بقى مربعا دط
هك متساويين (مز ا) فهما متساويان وضعفاهما اعنى دى هز متساويان
(ج) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان كان دى هز متساويين
ولم يكن حط مساويا لحك فليكن حط اطول وتكون زاوية د اعظم من
زاوية ه (يح ا) وكذلك زاوية ى من زاوية ز فتبقى زاوية دحى اصغر من
زاوية هحز (لد ا) والساقان متساويان فيلزم ان يكون قاعدة دى المساوى
له ز اقصر منه (كد ا) هذا خلف وايضا نبين بالخلف عكسه وهو فرض
اختلاف طى كز ليلزم اختلاف مربعيهما مع تساوى مربعى
حط حك فيلزم اختلاف حى حز مع وجوب تساويهما

(يد)

اطول الاوتار فى الدائرة قطرها والاقرب الى المركز اطول من الابعد * فليكن
الدائرة اب والقطر دى و هز اقرب الى المركز من حط والمركز ك ونخرج
منه عمودى كل كم فيكون كل اقصر ونفصل من كم (ج ا) مثله وهو
كن ونخرج من ن وتر سنع موازيا لهز فسع يساوى هز (ج)
ونصل كس كع كح كط فمجموع كس كع اعنى دى اطول
من سع (ك ا) اعنى هز وايضا فى مثلثى سكع حكط اضلاع كح
كس كع كط متساوية وزاوية عكس اعظم من زاوية طكح
فسع اعنى هز اطول من حط (كد ا) وذلك ما اردنا اقول وبوجه آخر
لتكن الدائرة اب والقطر دى والمركز ه و زح وتر مواز لدى ونخرج من
ه عمودا عليه فلا يمكن ان يقع على ز لانا ان وصلنا هز كانت زاويتا دز
من مثلث دهز المتساويتين قائمتين (ه ا) وايضا لكانت كل واحدة
من زاويتى هزد حزد قائمة (كط ا) ولا ان يقع فيما بين زح كط

لان

لان زاوية طده حينئذ تكون قائمة واذا وصلنا هط واخرجناه الى ى ووصلنا دى كانت زاوية هدى اعنى هىد اكبر من قائمة (٥ ا) و هطد اصغر من حطد القائمة واكبر من هىد (يو ا) الذى هو اكبر من قائمة هذا خلف فلا محالة يقع خارجا كـ ل وهكذا من ى يقع على م ويكون دى اعنى لم اكبر من رح (لد ا) وبمثله نبين ان رح اطول مما هو ابعد منه ان كان موازيا له و الا رسمنا وترا موازيا لرح (لا ا) ومساويا للا بعد المفروض وبينا الحكم فيه فيتبين فى الابعد

(ب)

العمود الخارج من طرف القطر يقع خارج الدائرة ولا يقع بينه وبين المحيط خط آخر مستقيم وتكون زاوية نصف الدائرة اعظم من كل حادة مستقيمة الخطين والتى يحيط بها المحيط والعمود اصغر ولتكن الدائرة اب والقطر ىد ولنخرج من ى عمودا فان دخل الدائرة فلنخرج منها على ا ونصل ها فتكون زاويتا اىه هاى المتساويتان قائمتين (٥ ا) فهو يقع لا محالة خارجا وهو عمود ىر ولا يقع بينه وبين المحيط خط والا فليقع ىح ونخرج من ه عليه عمود هط فلا ينطبق على هى لانه ليس بعمود على ىح ولا يقع فى جهة ب والا لاجتمع فى المثلث الحادث منه ومن ىح ومن القطر قائمة ومنفرجة فيقع لا محالة فى جانب ا ويكون فى مثلث هطى زاوية ط اعظم من زاوية ى فوتر هى اعنى هك اطول من هط هذا خلف واذن لا زاوية حادة مستقيمة الخطين اعظم من زاوية اك ده ولا اصغر من زاوية رى كا والا لامكن وقوع خط بين العمود والمحيط وقد تبين مع ذلك ان العمود الخارج من طرف القطر يكون مماسا للدائرة وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر قد مر ان العمود الخارج من النقطة الى الخط هو اقصر الخطوط الخارجة منها اليه فكل خط يخرج من نقطة ه الى خط ىر يقع خارج الدائرة لكونه اطول من نصف القطر فاذن ىر لا يدخل الدائرة وايضا كل خط وقع بين عمود ىر وقطر ىد انما يقع داخل الدائرة لان العمود الخارج اليه من ه يكون اقصر من نصف القطر لمثل ذلك فاذن لا خط يقع بين ىر والمحيط

(يو)

نريد ان نخرج من نقطة الى دائرة خطا مماسا لها * مثلا من نقطة ا الى دائرة ب د وليكن مركزها ى ونرسم على ى ببعد اى دائرة اه ونصل اى

قاطعا لمحيط ب د على ر ومن ر عمود رح على اى (يا ا) ونصل ح ى
قاطعا لمحيط ب د على ط ونصل اط فهو مماس لدائرة ب د وذلك
لان فى مثلثى اط ى ح ر ى ضلعى اى ى ط مساويان لضلعى ح ى ى ر
وزاوية ى مشتركة فزاوية اط ى مساوية لزاوية ح ر ى القائمة فهى قائمة
مثلها فاط العمود على قطر ى ط مماس وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر
نصل اى ونخرج الى ه ونعمل مربعا مساويا لسطح اه فى ار ونفصل
من اه اح مثل ضلعه ونرسم على ا ببعد اح دائرة ح ط ونصل اط
فهو المماس وذلك لان ها فى ار اعنى مربع طا مع مربع ى ر اعنى مربع
ى ط مساو لمربع ى ا (و ب) فزاوية اط ى (ا. ٤) قائمة فاط مماس

(ر)

اذا وصل بين المركز ونقطة التماس بخط كان عمودا على الخط المماس * ولتكن
الدائرة ا ب والخط المماس د ى والمركز ه ونقطة التماس ب
ونصل ب ه فهو عمود على د ى والا فليكن العمود ه ر ويكون اقصر
من ه ب (يط ا) اعنى ه ح هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك
ما اردناه اقول وبوجه آخر لو لم يكن ه ب عمودا على ب د
فلنخرج من ب على ه ب عمود ط ب ك (يا ا) فهو ايضا مماس (يه)
وقد وقع بينه وبين المحيط فى احدى جهتيه ب د او ب ى هذا خلف

(ح)

اذا خرج من نقطة التماس عمود على الخط المماس فهو يمر بالمركز *
ولتكن الدائرة ا ب والخط د ى ونقطة التماس ب والعمود ب ا
وذلك لانه لو لم يمر بالمركز لكان لمركز مثلا ه ونصل ب ه فكان
عمودا و اب عمود هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يط)

زاوية المركز ضعف زاوية المحيط اذا كانتا على قوس واحدة * مثلا
فى دائرة اح التى مركزها ى زاوية ب ى د ضعف زاوية ب اد وذلك
لانا اذا وصلنا اى واخرجناه الى ه كانت زاوية ب ى ه المساوية لزاويتى
ى ب ا ى ا ب (لب ا) المتساويتين ضعف زاوية ب اه (ه ا) وكذلك زاوية
ه ى د ضعف زاوية د اه فيحصل زاوية ب ى د ضعف زاوية ب اد
وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان اى يقع اما بين ضلعى

اب اد كما فى الاصل اومنطبقا على احدهما اوخارجا عنهما هكذا والكل ظاهر
مما مر وقد استعمل فيه مقدمة يتبين فى احد شكلى اه من المقالة الخامسة

(ك)

الزوايا الواقعة فى قطعة واحدة متساوية * مثلا كزاويتى داى دهى الواقعتين فى قطعة ده اى من دائرة اب وليكن المركز ر ونصل رد رى فلان زاوية درى ضعف كل واحد من الزاويتين يكونان متساويتين وذلك ما اردناه اقول هذا اذا كانت القطعة اكبر من نصف الدائرة اما اذا لم يكن كذلك فلا يتبين الحكم بهذا الوجه اذ لا يكون هناك زاوية مركزية على قوس دى والوجه فيه ان نبين ان زاويتى هدا اىه الواقعتين فى قطعة هد ىا التى هى اكبر من النصف متساويتان ومتقابلتا ع متساويتان (يه ا) فيبقى فى مثلثى اعى هعد زاويتا ىاع دهع متساويتين (لد ا)

(كا)

كل متقابلتين زوايا ذى اربعة اضلاع يقع فى دائرة فهما معادلتان لقائمتين * مثلا كزاويتى باى بدى من ذى اربعة اضلاع ابدى الواقعة فى دائرة اد وذلك لانا اذا وصلنا اد بى كانت زاويتا ىاد ىبد الواقعتان فى قطعة ىا بد متساويتين (ك) وكذلك زاويتا باد بىد الواقعتان فى قطعة با ىد فجميع زاوية ىاب يساوى مجموع زاويتى ىبد بىد ونجعل زاوية بدى مشتركة يصير مجموع زاويتى ىاب بدى المتقابلتين مساويا لمجموع زوايا مثلث بدى المعادلة لقائمتين وذلك ما اردناه

(كب)

لا يمكن ان يقوم على خط واحد فى جهة واحدة قطعتان متشابهتان احديهما اعظم من الاخرى * والا فليقع على اب قطعتا ادب ايب وايب اعظم ونعلم على ادب نقطة ه كيف اتفق ونصل اه ونخرجه الى ر ونصل به بر فزاويتا اهب ارب الخارجة والداخلة متساويتان لتشابه القطعتين هذا خلف (يو ا) فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(كج)

القطع المتشابهة الكائنة على خطوط متساوية متساوية * مثلا كقطعتى اهب درى المتشابهتين الكائنتين على اب دى المتساويين وذلك لانا اذا توهمنا

تطبيق اب على حد والقطعة على القطعة وجب ان ينطبق عليه متساوية والا لوقع مثل قطعة حهد واذن اقام قطعتا حدر حهد المتشابهتين على حد واحد بهما اعظم هذا خلف (كج) فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(كه)

نريد ان نتمم قطعة دائرة * كقطعة احب فلننصف خط اب على د (ى) ونخرج من د على اب عمود دح (يا) ونصل اح ونرسم على ا من اح زاوية حاه مثل زاوية احه (كج) ونخرج اه حد الى ان يلتقيا على ه فه مركز الدائرة المطلوبة لانا اذا وصلنا به كان مساويا لاه (د ا) لتساوي ضلعي بد دا وكون ده مشتركا وزاويتي د قائمتين واه مساو لحه (و ا) لتساوي زاويتي احه حاه فه التي خرج منها الى محيط احب خطوط ها هح هب المتساوية مركز له (ط) وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان اه اما ان يقع خارجا من القطعة او منطبقا على اد ويتحد ه و د او داخلا في القطعة والاول مورد في الكتاب والباقيان هكذا وهما ظاهران

(كو)

الزوايا المتساوية في الدوائر المتساوية تقع على قسي متساوية مركزية كانت او محيطية * فليكن في دائرتي اب ح هر المتساويتين زاويتا ا د او زاويتا ح ط متساويتين نقول فقوسا بح هر متساويتان وذلك لانا اذا وصلنا وتري بح هر كانا متساويين (د ا) لتساوي اضلاع حب حح طه طر وزاويتي ح ط وكانت قطعتا باح هدر المتشابهتين القائمتين على خطين متساويين متساويتين (كد) فيبقى القوسان من الدائرتين المتساويتين متساويتين وذلك ما اردناه

(كز)

الزوايا التي تقع على قسي متساوية من دوائر متساوية متساوية مركزية كانت او محيطية * فليكن قوسا بح هر من دائرتي اب ح هدر المتساويتين متساويتين وقد وقعت عليهما زاويتا ح ط المركزيتين نقول فهما متساويتان والا لاختلفا ولنعمل زاوية هطك مساوية لزاوية ح (كج ا) فيكون قوس هك مساوية لقوس حب (كو) اعني لقوس هر هذا خلف فالحكم ثابت ويتبين من ذلك حال المحيطية وذلك ما اردناه

(كح)

قسى الاوتار المتساوية فى الدوائر المتساوية متساوية عظميات كانت
او صغريات * فليكن وترا ب ح ه ر فى دائرتى ا ب ح د ه ر المتساويتين
متساويين نقول فقوسا ب ا ح ه د ر او قوسا ب ح ه ر متساويتان وليكن
المركزان ح ط ونصل ح ب ح ح ط ه ط ر فزاويتا ح ط
من مثلثى ح ب ح ط ه ر متساويتان (ح ا) لتساوى اضلاعهما
النظائر فالقوسان المذكورتان متساويتان (كه) وذلك ما اردناه

(كح)

اوتار القسى المتساوية من الدوائر المتساوية متساوية * فليكن قوسا ب ح ه ر
من دائرتى ا ب ح د ه ر المتساويتين متساويتين نقول فوترا ب ح ه ر
متساويان وليكن المركزان ح ط ونصل باقية اضلاع مثلثى ح ب ح
ط ه ر المتساوية لتساوى الدائرتين وتكون زاويتا ح ط
متساويتين لتساوى القوسين فتكون القاعدتان اعنى ب ح ه ر
متساويتين (د ا) وذلك ما اردناه والشكل كما تقدم

(كط)

نريد ان ننصف قوسا * كقوس ب ا ح فنصل ب ح وننصفه على د (ي ا)
ونخرج منه عمود د ا (يا ا) فهو ينصفها على ا وذلك لانا اذا وصلنا ب ا ح ا
كانا متساويين (د ا) لتساوى ب د د ح وكون د ا مشتركا وزاويتى د القائمتين
متساويتين فكانت قوساهما اعنى ب ا ح ا متساويتين (كح) وذلك ما اردناه

(ل)

كل زاوية فى قطعة فهى قائمة ان كانت القطعة نصف دائرة وحادة
ان كانت اعظم من النصف ومنفرجة ان كانت اصغر وكل زاوية قطعة
فهى منفرجة ان كانت القطعة اعظم من النصف وحادة ان لم يكن اعظم *
فلتكن قطعة ا د ب نصف دائرة ا ب ح والمركز ه ولنعلم عليها د كيف
اتفق ونصل ا د د ب نقول فزاوية ا د ب الواقعة فيها قائمة وذلك لانا
اذا وصلنا د ه كانت زاوية ا ه د الخارجة من مثلث د ه ب مثلى زاوية
د ب (لد ا) لتساوى ضلعى د ه ه ب وزاوية ب ه د مثلى زاوية ا د ه
كذلك ايضا فجميع زاويتى ا ه د ب ه د المعادلتين لقائمتين (يج ا) مثلى جميع
زاوية ا د ب فهى قائمة وبوجه آخر لما كانت زاويتا ب د من مثلث د ه ب
متساويتين (ه ا) وزاويتا د ا من مثلث ا ه د متساويتين (ه ا) كان جميع

زاويتى ب ا من مثلث ا د ب مساويا لجميع زاوية ا د ب فهى لكونها نصف زوايا المثلث قائمة (لد ا) وبوجه آخر نخرج ب د الى ح فزاوية ا د ح تساوى زاوية ا د ب المساوية لجميع زاويتى د ا ب د ب ا لما مر فا د عمود على ب ح وايضا قطعة ا ب ح د اعظم من النصف والواقعة فيها زاوية ا ب د اومايساويها وهى حادة وايضا نعلم على قوس ا د نقطة ر كيف اتفق ونصل ا ر د ر فزاوية ا ر د من ذى اربعة اضلاع ا ر د ب الواقعة فى الدائرة التى هى تمام مقابلتها التى هى زاوية ب الحادة من قائمتين منفرجة (كا) وهى الواقعة فى قطعة ا ر د التى هى اصغر من النصف وايضا زاوية ا د الخط و د ح القوس التى هى زاوية قطعة اكبر من النصف منفرجة لكونها اكبر من زاوية ا د ب القائمة وزاوية ا د الخط و د ر القوس التى هى زاوية قطعة ليست اكبر من النصف حادة لكونها اصغر من زاوية ا د ح القائمة وذلك ما اردناه اقول وبالعكس اذا كانت زاوية د من مثلث ا ب د قائمة ورسمنا على ا ب نصف دائرة مر بنقطة د والا لاخرجنا ا د الى المحيط ووصلنا بينه وبين ب فكانت الخارجة والداخلة من المثلث الحادث قائمتين هذا خلف وهذا العكس مما يستعمل كثيرا وفى هذا الشكل ايضا استعمل مقدمة تبين فى الشكل الاول من المقالة الخامسة

(لا)

اذا اخرج من نقطة تماس الخط المماس للدائرة خط يفصل الدائرة الى قطعتين فالزاويتان الحادثتان عن جنبتيه يساويان اللتين يقعان فى القطعتين على التبادل * مثلا خرج من نقطة ب من خط د ه المماس لدائرة ا ح عليها خط ب ر وفصل الدائرة الى قطعتى ر ا ح ب ر ط ب فزاوية ر ب د مساوية للتى تقع فى قطعة ر ا ح ب وزاوية ر ب ه للتى تقع فى قطعة ر ط ب وذلك لانا اذا وصلنا بين ب و ح المركز واخرجناه الى ا ووصلنا ا ر كانت كل واحدة من زاويتى ا ر ب ا ب د قائمة وكل واحدة من زاويتى ر ا ب الواقعة فى القطعة و ر ب د تمام زاوية ر ب ا لقائمة فهما متساويتان ولنعلم ط فى قطعة ر ط ب كيف اتفق ونصل ط ر ط ب فزاوية ر ط ب الواقعة فيها تمام زاوية ر ا ب (كا) اعنى زاوية ر ب د لقائمتين فهى مساوية لزاوية ر ب ه لانها ايضا تمام زاوية ر ب د لقائمتين (يج ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج من ر ر ح موازيا لد ه

(لا ا)

(لا) ونصل جـ ب ح الى ك فب ك العمود (كو) على ى ه عمود على ر ح (يط ا) ومنصف اياه (ح) لكونه مارا لح المركزولان ر ك ك ح متساويان و ب ك العمود مشترك يكون زاويتا ب ر ح ب ح ر متساويتين (ى ا) وزاوية ب ر ح مبادلة لزاوية ر ب ى فزاوية ر ح ب الواقعة في القطعة مساوية لزاوية ر ب ى

(لب)

نريد ان نعمل على خط محدود قطعة تقبل زاوية مفروضة * وليكن الخط ا ب والزاوية ح ى ه فنرسم على ا من الخط زاوية تساويها (كج ا) وهي زاوية ب ا ر ومن ا عمودا على ر ا (يا ا) وهو ا ح وعلى ب من خط ا ب زاوية ا ب ح مثل زاوية ب ا ح ونخرج ا ح ب ح الى ان يلتقيا على ح لكون كل واحدة من الزاويتين اقل من قائمة ونرسم على مركز ح وببعد ح ا دائرة ا ب فقطعة ا ط ب هي المطلوبة لان ر ا العمود على ا ح مماس (يه) وقد خرج من نقطة تماسه ا ب فقصل الدائرة الى قطعتين احديهما ا ط ب القابلة لزاوية ب ا ر اعني زاوية ح ى ه وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان الزاوية ان كانت منفرجة وقع عمود ا ح فيما بين ا ر ا ب كما في الاصل وان كانت حادة وقع خارجا عنهما وان كانت قائمة انطبق على ا ب هكذا والكل ظاهر

(لج)

نريد ان نفصل من دائرة قطعة تقبل زاوية مفروضة * ولتكن الدائرة ا ب ح والزاوية ى ه ر فنعلم على الدائرة ح ونخرج ط ح ح المماس (يو) ونرسم على ح من ح ح زاوية ح ح ب مثل زاوية ى ه ر (كج ا) فخط ح ب فصل من الدائرة قطعة ب ا ح القابلة لزاوية ب ح ح (لا) اعني زاوية ى ه ر وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر وليكن المركز ح فان كانت الزاوية قائمة اخرجنا منه قطرا يفصل الدائرة الى نصفين يقبل كل واحد منهما الزاوية (لا) وان لم تكن قائمة اخرجنا ه ر الى ط فتكون احدى زاويتي ى ه ر ى ه ط حادة ولتكن ى ه ر فنرسم على ه من ه ر ر ه ك مثلها (كج ا) ونفصل ه ى ه ك متساويين (ح) ونصل ى ك ونخرج ح ح كيف اتفق وعلى ح منه زاوية ح ح مثل زاوية ه ى ك ونصل ح ب فتكون زاوية ح ب ح المساوية لح ح ب مثل زاوية ه ك ى المساوية لـه ى ك (ه ا) وتبقى مركزية ح ح ب مثل

زاوية د ه ز وهي ضعف كل محيطية (يط) تقع في قطعة د ا ب
فاذن هي القطعة القابلة لزاوية د ه ر وتماميها تقبل زاوية د ه ط

(لد)

كل وترين يتقاطعان في دائرة فالسطح الذي يحيط به قسما احدهما يساوي السطح الذي يحيط به قسما الاخر * ولتكن الدائرة اب والوتران اح بد وقد تقاطعا على ه فسطح اه في هح يساوي سطح به في هد ويختلف وقوع هذا الشكل لان الوترين يكونان اما قطرين او احدهما فقط قطرا او لا واحد منهما بقطر والثاني لا يخلو اما ان يتقاطعا على قوائم او على غيرها والثالث لا يخلو اما ان ينصف احدهما الاخر او لا ينصف وهذه خمسة والحكم في الاول ظاهر واما في الثاني وهو الذي يكون احدهما قطرا والتقاطع على قوائم وليكن المركز ر والقطر منهما اح ونصل رد فلان سطح اه في هح مع مربع هر اعني رح اعني مربعي ره هد (مر ا) ونسقط مربع ره المشترك يبقى سطح اه في هح مساويا لمربع هد اعني ضرب به في هد واما في الثالث وهو الذي اح فيه ايضا قطر والتقاطع على غير قوائم نخرج من ر عمود رط على بد (سـ ا) فلان اه في هح مع مربع ره اعني مربعي رط طه يساوي مربع رح (ه ب) اعني رد اعني مربعي رط طد فاذا اسقطنا مربع رط المشترك يبقى سطح اه في هح مع مربع هط يساوي مربع طد وايضا سطح به في هد مع مربع طه يساوي مربع طد فنسقط مربع طه المشترك يبقى سطح اه في هح مساويا لسطح به في هد واما في الرابع فهو الذي لا واحد منهما بقطر فيه واحدهما وهو اح ينصف الاخر ونخرج من ر عمود رح على اح ونصل رح رد وينطبق فيه رط على ره فلان سطح اه في هح مع مربع حه يساوي مربع حح ونجعل مربع رح مشتركا فيصير سطح اه في هح مع مربعي حه رح اعني مربع ره مساويا للمربعي حح رح اعني مربع رح بل مربع رد اعني مربعي ره هد ونسقط مربع ره المشترك فيبقى سطح اه في هح مساويا للمربع هد اعني سطح به في هد واما في الخامس وهو الذي لا واحد فيه منهما بقطر ولا منصف للاخر ولنتمم الخطوط ويقع عمودا رح رط اما ان احدى جنبتي ره او عن جنبتيه فلان سطح اه في هح مع مربع حه يساوي مربع حح ونجعل مربع حر

مشتركا

مشتركا فيصير سطح اه فی هد مع مربعی حه حر اعنی مربع ره مساویا
لمربعی حد حر اعنی مربع رد وایضا سطح به فی ءه مع مربع طه
یساوی مربع طء ونجعل مربع طر مشترکا فیصیر سطح به فی ءه مع مربعی
طه طر اعنی مربع ره مساویا لمربعی طء طر اعنی مربع رء بل مربع رد
ونسقط مربع ره المشترك فیبقی سطح اه فی هد مساویا لسطح به فی ءه
وذلك ما اردناه واورد الحجاج هذه الاختلافات واقتصر ثابت علی الاخیر

(له)

کل خطین یخرجان من نقطة خارجة من دائرة الیها یقطعها احدهما ویماسها
الاخر فان سطح جمیع القاطع فیما وقع منه خارجا یساوی مربع المماس
ولتکن الدائرة ابد والنقطة ء والخط القاطع ءدب والمماس ءا فسطح
بء فی ءد یساوی مربع ءا ویختلف وقوع هذا الشکل لان القاطع
اما ان یسامت المرکز او لا یسامته ولا یخلو اما ان لا یقع بینه وبین المماس
او یقع فان سامت المرکز ولیکن المرکز ه ونصل اه فلان سطح بء
فی ءد مع مربع هد یساوی مربع هء (و ب) اعنی مربعی ءا اه
(م ا) بل مربعی ءا هد واذا اسقطنا مربع هد المشترك بقی سطح بء
فی ءد مساویا لمربع ءا واما ان لم یسامت فنصل هء هد ومن ه علی
بء عمود هر (ب ا) فلان سطح بء فی ءد مع مربع رد یساوی مربع
رء واذا جعلنا مربع ره مشترکا صار سطح بء فی ءد مع مربعی رد
ره اعنی مربع هد مساویا لمربعی رء ره اعنی مربع هء بل مربعی اه
ءا اعنی مربعی هد ءا واذا اسقطنا مربع هد المشترك بقی سطح بء
فی ءد مساویا لمربع ءا وذلك ما اردناه واقتصر ثابت من هذه الاشکال
علی الاخیر ویتبین من هذا ان کل خطین یخرجان من نقطة ویماسان دائرة
بعینها عن جنبیها فهما متساویان اقول یمکن ان یجمع هذا الشکل والذی قبله
فی قول واحد وهو ان یقال اذا اخرج من نقطة خطان متسامتان الی ما یحاذیهما
من جانبی محیط دائرة وخطان آخران مثلهما وغیر مسامتین ایاهما فسطح احد
الاولین فی الاخر یساوی سطح احد الاخرین فی الاخر وقس البرهان علیه

(لو)

اذا اخرج خطان من نقطة خارجة من دائرة الیها قاطعا احدهما ایاها
ومنتهیا الاخر الیها غیر قاطع وکان سطح جمیع القاطع فیما وقع منه خارجا

مساو بالمربع المنتهى كان المنتهى مماسا للدائرة *ولتكن الدائرة ا ب ح والنقطة د
والقاطع د ح ب والمنتهى د ا ونخرج من د د ه مماسا لها (يو) ونصل بين
ر المركز وبين ه فلان سطح ب د فى د ح مساو لمربع د ا بالفرض ولمربع
د ه لما مر يكون د ا د ه متساويين وكان ر ا ر ه متساويين و ر د مشتركا
فزاوية د ا ر يساوى زاوية د ه ر (ح ا) القائمة (ير) فهى قائمة و د ا
العمود على ر ا مماس (يو) وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل ليس فى نسخة
الحجاج وهو مما زاد ثابت اذ وقع فى عاشر المقالة الرابعة اليه حاجة وله وجه
آخر ولنعد الدائرة والخطين ونصل ر ا ر ح و من ر على ب د عمود ر ح
(ب ا) فلان سطح ب د فى د ح مع مربع ح ح يساوى مربع ح د (و ب)
واذا جعلنا مربع ح ر مشتركا صار سطح ب د فى د ح مع مربعى ح ح ح ر
اعنى مربع ر ح بل مربع ر ا مساو بالمربعى ح د ح ر اعنى مربع ر د ولكن
سطح ب د فى د ح يساوى مربع د ا فربعا د ا ر ا يساويان مربع ر د
فزاوية ر ا د قائمة (٤) فدا مماس واختلاف
الوقوع على قياس الشكل
المتقدم

تمت المقالة الثالثة بعون الله تعالى

المقالة الرابعة ستة عشر شكلا اصدر اذا احاط شكل بشكل بحيث يماس زوايا المحاط
اضلاع المحيط يسند المحاط الى المحيط بانه فيه والمحيط الى المحاط بانه عليه الاشكال

(ا)

نريد ان نرسم فى دائرة وترا مثل خط مفروض ليس اطول من قطرها*
مثلا فى دائرة ابج مثل ده فنخرج لها قطرا وهو بج ونفصل منه جر
مثل دز (ج ا) ونرسم على ج وببعد جر دائرة ارح ونصل جا
فهو الوتر اذ هو مساو لجر اعنى ده وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر
ننصف ده على ر (ي ا) وليكن المركز ح ونفصل من جانبيه من قطر
بج حط حك مثل نصف ده (ج ا) ونخرج من ط ك عمودى
طل كم (يا ا) ونصل لم فهو الوتر اذ هو مساو لطك (لد ا) اعنى ده

(ب)

نريد ان نعمل فى دائرة مثلثا يساوى زواياه زوايا مثلث مفروض* ولتكن
الدائرة ابج والمثلث المفروض دهر فنرسم حط مماسا للدائرة على ا
(يو ج) وعلى ا منه زاوية حاب مثل زاوية ه (كج ا) وزاوية طاج
مثل ر ونصل بج فمثلث ابج هو المطلوب لان زاوية اجب منه
تساوى زاوية باح (لا ج) اعنى زاوية ه وزاوية ابج تساوى
زاوية جاط اعنى زاوية ر وتبقى زاوية باج مساوية لزاوية د
وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ننصف ضلعى زاوية د الحادة وهما ده
در (ي ا) على ح ط ونخرج منهما عمودين يلتقيان على ك ونصل
كد كه كر فهى متساوية (د ا) وليكن ل المركز ونخرج لا كيف اتفق
وعلى ل زاوية الب كزاوية دكه (كج ا) وزاوية الج كزاوية دكر
وتبقى زاوية بلج كزاوية هكر ونصل اب اج بج فيحصل المثلث
المطلوب ونبين ان زاوية لاب التى هى نصف تمام زاوية الب من قائمتين
(لد ا) مساوية لزاوية كدح التى هى ايضا نصف تمام زاوية
دكه اعنى الب من قائمتين وكذلك فى سائرها فتبين الحكم

(ج)

نريد ان نعمل على دائرة مثلثا يساوى زواياه زوايا مثلث مفروض* ولتكن
الدائرة ابج والمثلث دهر ونخرج هر الى ط و ك وليكن المركز
ح ونخرج حب كيف اتفق وعلى ح منه زاوية بحا مثل دهط وزاوية

بجد مثل درك ونخرج من ب اد خطوطا مماسة للدائرة الى ان يتلاقى
على لمن (يو د) (ما ا) فمثلث لمن هو المطلوب وذلك لان زوايا
كل ذى اربعة اضلاع يعادل اربع قوائم فاذا القينا من زوايا ذى اربعة اضلاع
ا ل ب ح زاويتى ا ب القائمتين بقى زاويتا ل ح معادلتين لقائمتين (يج د)
كزاويتى دهط دهر وكانت زاوية ح مثل زاوية دهط فتبقى زاوية
دهر مثل زاوية ل وبمثله نبين ان زاوية دره مثل زاوية م وتبقى زاويتا ى
ن متساويتين (لد ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ننصف زاويتى ه ر
بخطين (ط ا) يلتقيان على ط داخل المثلث والالاحاط خطان بسطح
ونخرج منه على هر عمود طك (يب ا) ونخرج حب كيف وقع ونعمل
على نقطة ح منه زاوية بحن كزاوية كطح (كج ا) ونخرج من ب
خطا مماسا للدائرة (يو د) ونخرجه (ما ا) ونخرج حن الى ان يلتقيا
على ن فزاوية بنح مثل زاوية كهط (لد ا) ونعمل على ح زاوية
نحس مثل زاوية هطر ونخرج نب الى ان يلقى حس على س فزاوية
بسح مثل زاوية كرط ونخرج من نس خطين مماسان الدائرة على
اد (يو د) ويتلاقيان على ع فمثلث نسع هو المطلوب ونصل
عا عد فلتساوى عا عب واشتراك عن وكون زاويتى عان
عبن قائمتين (يح د) يكون زاويتا انع بنع متساويتين
(ح ا) وجميع زاوية ادب مساوية لزاوية دهب وبمثله نبين ان زاوية
دسب مساوية لزاوية دره فتبقى زاويتا ى ع متساويتين (لد ا)

(ى)

نريد ان نعمل فى مثلث دائرة * مثلا فى مثلث ابد فننصف زاويتى ب د
(ط ا) بخطين يلتقيان على ر ومن ر اعمدة رى ره رح على الاضلاع
(يب ا) فهى متساوية (كو ا) لتساوى زاويتى ربه ربح فى مثلثى رهب
رحب وكون زاويتى ه ح قائمتين وضلع رب مشتركا وكذلك فى مثلثى
رحد رىد فاذن اذا جعلنا ر مركزا ورسمنا ببعد احد الاعمدة دائرة
ىهح عملنا ما اردناه اقول وينبغى ان نبين ان الاعمدة الخارجة من ر على
اضلاع مثلث ابد يقع داخل المثلث لا خارجا ولا على نقط الزوايا فلتكن
زاوية ا اولا حادة اقول فعمود رى لا يمكن ان يقع على دا خارجا مما يلى
ا لان ذلك انما يكون بعد ان يقطع ضلع با على ط وحينئذ يجتمع فى مثلث

طدا قائمة د ومنفرجة طاد هذا خلف (لد ا) ولا ايضا يقع على نقطة
ا والا لكانت زاوية زاج القائمة اصغر من زاوية باج الحادة وهذا
خلف ثم لتكن زاوية ا قائمة فعمود زد ان وقع خارجة لاجتمع في مثلث
طدا قائمتان ولو وقع على ا لكانت قائمة زاج اصغر من قائمة باج هذا
خلف ثم لتكن منفرجة ولنفرض العمود داخلا او لا خارجا ونخرج من ز على ضلعي
اب بج عمودي زه زح فيقعان داخل مثلثي بزط بزج لكون
زاويا قاعدتيهما حادة ويكون كل واحد من زد زه مساويا لزح (كو ا)
لتساوي مثلثي دزج حزج ومثلثي حزب هزب ونصل ده فيتساوي
زاويتا زده الحادة وزهد المنفرجة (ه ا) هذا خلف وايضا ليكن العمود
واقعا على ا فيتساوي زا زه وزاوية زها قائمة فتكون زاوية زاه
ايضا قائمة وهما في مثلث واحد هذا خلف وعلى هذا القياس في سائر
الزوايا فاذن الاعمدة تقع على الاضلاع من داخل فيما بين الزوايا وهو المطلوب

(ه)

نريد ان نعمل على مثلث دائرة* مثلا على مثلث ابج فننصف ضلعي اب
اج (ي ا) على ه د ونخرج منهما عمودي دز هز (يا ا) متلاقيين على ز
ونصل زا زب زج فهي متساوية لتساوي دب دا واشتراك دز
وكون زاويتي د قائمتين وكذلك في مثلثي ازه جزه واذا جعلنا ز مركزا
ورسمنا ببعد احد الخطوط الثلثة دائرة ابج عملنا ما اردناه اقول ولهذا
الشكل اختلاف وقوع فان تلاقي العمودين على ز يكون اما خارج المثلث
كما رسم في الاصل وذلك يكون عند كون زاوية باج منفرجة واما داخله
وذلك عند كونها حادة واما على ضلع بج عند كونها قائمة هكذا

(و)

نريد ان نعمل في دائرة مربعا* مثلا في دائرة ابجد وليكن المركز ه (ا د)
فنرسم فيها قطري اج بد متقاطعين على قوائم ونصل اب بج جد دا
فيتم المربع وذلك لانها متساوية لتساوي الاضلاع والزوايا المحيطة بها والزوايا
قوائم لكون كل واحدة مساوية لنصف قائمة (لد ا) وذلك ما اردناه
اقول وبوجه آخر نصل هز ونخرج من ز خط زحط المماس (يو ج)
ونجعل كل واحد من زح زط مثل زه ونصل هح هط فيكون كل
واحدة من زاويتي ح ط نصف قائمة وزاوية حهط قائمة (لد ا) ونصل

اد فيكون قوس ارح ربعا ونرسم وترى اب دح مثل اد ونصل ب ى الباقى فيتم المربع وانما تتساوى الاضلاع لانها اوتار الارباع (كح) وتكون الزوايا قائمة لوقوع كل واحدة منهما فى نصف الدائرة (لح)

(ر)

نريد ان نعمل على دائرة مربعا * مثلا على دائرة اب ح ى فنرسم فيها قطرى اح بى متقاطعين على قوائم عند ه المركز ونخرج من اطرافهما خطوطا مماسة للدائرة (يوح) متلاقية على رح طك فيتم المربع وذلك ما اردناه لان سطح ره متوازى الاضلاع لكون زوايا اه ب فيه قوائم قائم الزوايا لان زاوية ر ايضا قائمة وهو مربع لتساوى ها ه ب وكذلك السطوح الثلثة الباقية فجميع سطح رك ايضا مربع وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج ها كيف اتفق ومن ا ارح المماس ونجعل كل واحد من اح ار مثل اه ومن رح عمودى رط حك مساويين لرح ونصل طك فرك مربع ونبين ان رط تماس الدائرة بان نخرج عمود ه ب اليه فيكون مساويا لار اعنى اه نصف القطر وكذلك ان حك يماسها وان طك ايضا يماسها بان نخرج اليه عمود ه ح فيكون مساويا لرط المساوى لنصف القطر

(ح)

نريد ان نعمل فى مربع دائرة * مثلا فى مربع اب ح ى فننصف اب اى على ره ونخرج منهما عمودى ه ح رط متقاطعين على ك فنقسم المربع باربعة سطوح متوازية الاضلاع متساوية لتساوى الانصاف والاضلاع المتقابلة فيكون خطوط كه كر كح كط الاربعة متساوية واذا رسمنا على ك ببعد احدها دائرة ه ر ح ط فقد عملنا ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج القطرين اولا فينقسم المربع باربع مثلثات متساويات ونخرج من نقطة التقاطع اعمدة على الاضلاع ونبين تساويها ثم نرسم الدائرة

(ط)

نريد ان نعمل على مربع دائرة * مثلا على مربع اب ح ى فنخرج قطرى اح بى متقاطعين على ه ونبين تساوى ها ه ب هح هى الاربعة (كوا) بتساوى اضلاع المربع والزوايا الثمانية التى عند اب ح ى فان كل واحدة منها نصف قائمة ونرسم على ه ببعد احد الخطوط الاربعة دائرة اب ح ى وذلك ما اردناه

(ب)

نريد ان نعمل مثلثا متساوي الساقين يكون كل واحدة من زاويتي قاعدته
مثلي زاوية رأسه * فليكن اب خطا محدودا ونقسمه على ج بحيث يكون سطح
اب في بج مثل مربع اج (يا ب) ونرسم على ا ببعد اب دائرة به د ونرسم وتر
بد مثل اج (ب ا) ونصل اد فيكون مثلث ابد هو المطلوب ونصل جد
ونعمل على مثلث اجد دائرة اجد (ه) فبا بد خطان خرجا من ب الى دائرة
اجد قطعها احدهما وانتهى اليه الاخر وكان سطح اب في بج مثل مربع بد
فبد مماس لدائرة اجد (لو ج) وقد خرج من نقطة التماس دج قاطعا للدائرة
فزاوية جدا مثل زاوية بدج (لا ج) ونجعل زاوية جدا مشتركة فزاوية بدا
اعني زاوية ب مثل زاويتي جدا جاد اعني زاوية بجد الخارجة
فبد اعني اج مساو لجد (و ا) اونقول زاوية ا من مثلث ابد مساوية
لزاوية جدب (لا ج) من مثلث دجب وزاوية ب مشتركة فتبقى زاوية ادب
اعني زاوية ب مساوية لزاوية دجب (لد ا) فيكون بد اعني اج مساويا
لجد وبالجملة فزاوية ا مساوية لزاوية جدا وكانت مساوية لزاوية جدب
فكل واحدة من زاويتي ابد ادب مثلا زاوية ا وذلك ما اردناه اقول
وبوجه آخر نرسم دائرة اج باي بعد يتفق على مركزه ونعلم ا كيف
كان ونخرج منه خط اد مماسا للدائرة ونجعله مثل قطر الدائرة ونصل
دب هج ونرسم على ب ببعد بج نصف دائرة جزح فيقع ح خارجا
من بد لان بح يساوي بج اعني اد الذي هو اطول من دب
(ح ج) ونخرج جد الى ح ونرسم على مركز د وببعد دا قوس از
فيقطع قوس جزح على ز لكون دا اعني حب اطول من حد ونصل
زج زب زد ويتساوي زب بد لتساوي بج دا ونخرج من ز
عمود زط على حج فينتصف به دب (كوا) ولكون زاوية زطج قائمة
تكون زاوية زبج منفرجة ومربع زج يساوي مربعي زب بج (بب)
وضعف سطح جب في بط اعني سطح جب في بد لكون مربع بج
مع سطح جب في بد يساوي سطح دج في جب ومربع زب (ج ب)
اعني دا يساوي سطح جد في دب وسطحا دج في جب وجد في دب
يساويان مربع جد فربعا جز جد متساويان فهما متساويان
وزاويتا جزد جدز متساويتان وزاوية جدز اعني زبد مساوية

لزاويتي

زاويتى ب د ر ب ر د المتساويتين فاذن كل واحدة من زاويتى
د ر ى د ى ر من مثلث د ر ى المتساوى الساقين يساوى مثلى زاوية
د وهو المطلوب وهذا المثلث يعرف بمثلث المخمس

(يا)

نريد ان نعمل فى دائرة مخمسا ونعنى بالمخمس والمسدس وامثالهما متساوى
الاضلاع والزوايا* مثلا فى دائرة ا ب ج فنعمل مثلث مخمس (ب) وهو ى ه ر
وفى دائرة ا ب ج مثلثا تساوى زواياه زوايا مثلث ى ه ر وهو مثلث ا ب ج
وننصف زاويتى ا ب ج ا ج ب (ط ا) بخطى ب ح ج ط ونصل ا ح ح ج
ا ط ط ب فسطح ا ط ب ج ح مخمس وذلك لان زوايا ب ا ج ا ب ح ح ب ج
ا ج ط ط ج ب الخمس متساوية وقسيها متساوية (٩٧ د) واوتارها
متساوية (٤ د) فاضلاع المخمس متساوية وكل زاوية من زواياه وقعت على
ثلث من القسى لخمس المتساوية فالزوايا ايضا متساوية (كو د) وذلك
ما اردناه اقول وبوجه آخر ليكن المركز ر ونخرج ر ا كيف اتفق وعلى
ر منه زاوية ا ر ب مثل احدى زاويتى قاعدة مثلث المخمس (ع ا) وعلى ر
من ب ر زاوية ب ر ج مثلها وعلى ر من ر ج زاوية ج ر ى مثلها
وعلى ر من ى ر زاوية ى ر ه مثلها ولان زوايا المثلث قائمتان
وزاوية الرأس خمسا قائمة تكون تلك الزاوية اربعة اخماس قائمة واربع
منها ثلث قوائم وخمس فتبقى زاوية ا ر ه ايضا اربعة اخماس قائمة وتكون
الزوايا الخمس متساوية وكذلك قسيها واوتارها فاذن اذا وصلنا اوتار
ا ب ج ى ه كان مخمسا متساوى الاضلاع ومتساوى الزوايا لتساوى زوايا المثلثات

(ب)

نريد ان نعمل على دائرة مخمسا* فنرسم فيها مخمس ا ب ج ى ه (يا ا) ثم نخرج
من نقط الزوايا الخمس خطوطا خمسة مماسة للدائرة (يو د) متلاقية على نقط
ر ح ط ك ل فيحصل المخمس وليكن المركز م ونصل بينها وبين هذه
النقط العشر اعنى زوايا المخمسين فلان ر ج ر ى الخارجين من ر المماسين
للدائرة عن جنبيه متساويان لما مر و م ج و م ى متساويان و م ر مشترك تكون
زوايا مثلثى م ر ج م ر ى النظائر متساوية (ح ا) وكل واحدة من زاويتى
ر م ج ر م ى نصف زاوية ج م ى وهى مساوية لزاوية ى م ه (كو د) لتساوى
قوسى ج ى ى ه وكذلك نبين ان مثلثى ى م ح ه م ح متساوى الزوايا النظائر

وان زاوية دمح نصف زاوية دمه فهي مساوية لزاوية دمر وزاويتا
د قائمتان (كح) وضلع مد مشترك فمثلثا مدر مدح متساويا الاضلاع
والزوايا النظائر وهكذا الى ان يتبين ان المثلثات العشرة متساوية الاضلاع
والزوايا النظائر فالقواعد العشر متساوية وكل اثنين منها ضلع من اضلاع المخمس
فاضلاع المخمس متساوية وايضا الزوايا العشر التي يتألف من كل ثنتين منها زاوية
من زوايا المخمس متساوية وزوايا المخمس متساوية وذلك ما اردناه اقول وبوجه
آخر نخرج ما كيف اتفق ومن ا اح المماس (لو د) ونجعل على ام زاويتي
امر امح مثل زاوية رأس مثلث المخمس (ى ا) ونخرج مر مح الى ان
يلقيا رح على رح فزاوية رمح خمس اربع قوائم كما مر ونجعل زوايا
حمط طمك كمل لمر مثلها فينقسم الدائرة بخمسة اقسام متساوية
(كو د) ونجعل الاضلاع متساوية لمح ونصل حط طك كل لر
فتكون المثلثات الخمس متساوية الاضلاع والزوايا النظائر والمجموع مخمس
متساوي الاضلاع والزوايا ثم نخرج اعمدة مب مد مى مه ونبين انها
مساوية لما نصف القطر يتبين ان اضلاع المخمس مماسة للدائرة

(ى)

نريد ان نعمل في مخمس دائرة * مثلا في مخمس ابده فلننصف زاويتي حد
بخطين يلتقيان على ر ونخرج من ر اعمدة رح رط رك رل رم
على الاضلاع وهي متساوية لانا اذا وصلنا رب را ره كان في مثلثي
ردى ربح ضلعا دى حر مساويين لضلعي بح حر وكذلك زاويتا
ح منهما فتكون زاويتا دىر حبر متساويتين كل واحدة نصف زاوية
المخمس وتبقى زاوية ربا نصفا آخر ويكون ضلعا ىر بر متساويين
وبمثله نبين ان سائر الزوايا انصاف زوايا المخمس والخطوط المنصفة متساوية
فيتبين ان المثلثات الخمسة التي قواعدها اضلاع المخمس متساوية الاضلاع
والزوايا النظائر ثم من تساوي زاويتي ح وكون زاويتي ح م قائمتين واشتراك
رح نبين يساوي عمودي رح رم الى سائر الاعمدة فاذا رسمنا على ر ببعد
احد الاعمدة دائرة حطكلم عملنا ما اردناه اقول ويجب ان يبين ان الخطين
المنصفين لزاويتي حد انما يلتقيان داخل المخمس وذلك كذلك لان حر
اذا اخرج لم يمكن ان تخرج من المخمس على ضلع اب والا فلنخرج على ع
ونصل دح دع فلان في مثلثي دحع دبع ضلعي دب دى متساويان

وحـ ع مشترك وزاويتى د متساويتان فتكون زاوية حـ ع مساوية لزاوية
د ع وكانت مساوية لزاوية د ه هذا خلف ولا على نقطة ا والا فلتخرج
د ا ا ونبين كما مران زاوية حـ ا تساوى زاوية د ا وبمثله نبين انه لا يخرج
ايضا على ضلع د ه ولا على نقطة ه فهو يخرج ضرورة على ضلع ا ه ولذلك
بعينه يخرج د ر على ضلع ا ب فهما يتقاطعان داخل المخمس لا محالة وبوجه
آخر ننصف ضلعين متجاورين ونخرج منهما عمودين كعمودى ح ر ط ر
ونبين انهما يتلاقيان داخل المخمس على ر وذلك لان عمود ح ر لا يجوز
ان يخرج من المخمس على ضلع ب د ولا على نقطة ب والا لاجتمع فى مثلث
ر ح قائمة ومنفرجة فان زاوية المخمس منفرجة وعمود ط ر ايضا لا يجوز
لمثله ان يخرج على ضلع ه ا ولا على نقطة ا فان لم يتلاقيا داخل المخمس فاما
ان يتلاقيا على نقطة من ب ا او بعد خروجهما على ضلع ب ا ونصل
على التقديرين ر د ر حـ ونبين من تساوى ضلعى د ح د ط واشتراك ر د
وكون زاويتى ح ط قائمتين ان زاويتى ر د ح ر د ط متساويتان كل منهما
نصف زاوية المخمس ثم نبين فى مثلثى ر حـ د ر ح د ايضا تساوى زاويتى ر د ح
ر ح د فتبقى زاوية ر حـ ب ايضا نصف زاوية المخمس ويكون فى مثلثى
ر د ر ب تساوى زاويتى د ويساوى ضلعى د د ب واشتراك ضلع
ر حـ زاوية د ر التى هى بعض زاوية المخمس مساوية لزاوية حـ ب ر التى
هى زاوية المخمس او اعظم منه هذا خلف فاذن هما يتلاقيان داخل المثلث
ونخرج من ر اعمدة الى سائر الاضلاع ونبين تساويها ثم نرسم الدائرة وبوجه
آخر نخرج ضلع ا ب الى ى ونرسم على ا ب قطعة تقبل زاوية حـ ب ى (لد حـ)
وهى قطعة ا ر ب وننصفها على ر (ل ط حـ) ونصل ر ا ر ب فزاويتا ر ب ا
ر ا ب تساويان زاوية حـ ب ا لانهما معا تمام زاوية ا ر ب اعنى حـ ب ى
من قائمتين وهما متساويتان (كا حـ) فكل واحدة نصف زاوية المخمس وتبقى
زاويتا ر ا ه ر ب حـ نصفين ونصل ر حـ ر د ر ه ونبين تساوى
المثلثات ثم نخرج من ر اعمدة على الاضلاع ونبين تساويها ونرسم الدائرة

(يد)

نريد ان نعمل على مخمس دائرة * مثلا على مخمس ا ب حـ د ه فننصف
زاويتى حـ د بخطين يلتقيان على ر ونخرج منها ر ب ر ا ر ه ونبين
من تساوى المثلثات تساوى الاضلاع المحيطة به ونرسم عليها ببعد

احد الاضلاع الدائرة وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نصل اد دا
ونرسم على مثلث اب ح دائرة اب ح (ه) فهى تحيط بالمخمس وذلك
لان المخمس ينقسم الى ثلث مثلثات فزواياه تعادل ست قوائم والواحدة
تعدل قائمة وخمس قائمة ويبقى كل واحدة من زاويتى ب اح ب ح ا خمسى قائمة
وكذلك زاوية ه ا د ونبقى زاوية د ا د خمسى قائمة فجميع زاوية ب ا د
اربعة اخماس وهى مع زاوية ب ح د قائمتان ونبقى زاوية ا ب ح ا د ح قائمتين
فالدائرة يمر بنقطة د والافلير بغيرها قاطعة لا د على ر ونصل ر ح فتكون
زاوية ا ر ح التى هى تمام زاوية ا ب ح من قائمتين (كاح) مساوية لزاوية
ا د ح فتساوى الخارجة والداخلة هذا خلف وبمثله نبين ان الدائرة يمر بنقطة ه

(ه)

نريد ان نعمل فى دائرة مسدسا * ولتكن الدئرة اب د وقطرها ح د ومركزها ه
ونرسم على ح ببعد ه ح دائرة اب ر ونصل اه ه ب ونخرجهما
الى ح ط ونصل اوتار اح ح ب ب ح ح د د ط ط ا فيتم المسدس
وذلك لان مثلثى اه ح ب ه ح متساويا الاضلاع فكل واحدة من زواياهما
ثلثا قائمة فزاوية د ه ط المقابلة لزاوية ب ه ح ثلثا قائمة وتبقى ا ه ط لكونها
تمام مجموع زاويتى اه ح ط ه د او تمام جميع اه ب مثلها فجميع الزوايا المحيطة به
متساوية وكذلك قسيها واوتارها واما الزوايا فلان كل واحدة منها
يقع على اربع من القسى الست المتساوية فاذن الاضلاع والزوايا متساوية
(كوح) وذلك ما اردناه وقد تبين ان ضلع المسدس يساوى نصف قطر دائرته
ويمكن ان نعمل على دائرة مسدسا وفى مسدس او عليه دائرة كما مر فى المخمس
اقول وان اردنا اخرجنا ه ا كيف اتفق وعليه مثلث ه ا ح متساوى الاضلاع
(١١) فيقع ح على المحيط لتساوى ه ا ه ح ونعمل على اه زاية مساوية
زاوية اه ح (٤٢) وكذلك الى ان يتم الزوايا الست فيتساوى لكون
كل واحدة ثلثى قائمة ونصل الاوتار فيتم الشكل

(و)

نريد ان نعمل فى دائرة ذا خمسة عشر ضلعا متساوية متساوية الزوايا * مثلا
فى دائرة اب ح فنرسم فيها وترى اب اح مثل ضلعى مخمس (ا) ومثلث يقعان
فيها واذا توهمنا قسمة المحيط بخمسة عشر قسما متساوية وقع منها فى قوس
اب ثلثة وفى قوس اح خمسة فيكون الواقع فى قوس ب ح اثنين وننصفهما

على د (يط ه) فكل واحدة من قوسى ب د د ه احد الاقسام الخمسة
عشر ونصل وتريهما واذا رسمنا امثالهما فى الدائرة على التالى
الى ان يعود الى المبدأ تم الشكل وبمثل مامر يمكن ان نعمل
هذا الشكل على دائرة او فى مثل هذا الشكل
او عليه دائرة وذلك ما اردناه

تمت المقالة الرابعة بعون الله تعالى

* المقالة الخامسة خمسة وعشرون شكلا *

صدرها متى قدر اصغر المقدارين اعظمهما فهو جزء والاعظم ذو اضعافه النسبة اية احد مقدارين متجانسين عند الاخر وفى نسخه ثابت هى اضافة ما فى القدر بين مقدارين متجانسين التناسب تشابه النسب المقادير التى لبعضها نسبة الى بعض هى التى يمكن ان تفضل بعضها بالتضعيف على بعض المقادير التى على نسبة واحدة الاول الى الثانى والثالث الى الرابع هى التى اذا اخذ اى اضعاف امكن مما لانهاية لها للاول والثالث متساوية المرات وللثانى والرابع متساوية المرات كانت الاوليان معا ابدا اما زائدتين على الاخيرتين واما ناقصتين منهما واما مساويتين لهما بشرط ان يؤخذ على الولاء ولنسم امثال هذه المقادير بالمتناسبة فان كانت مثلا اضعاف الاول زائدة على اضعاف الثانى واضعاف الثالث غير زائدة على اضعاف الرابع ولو مرة واحدة بشرط تساوى المرات فى الاول والثالث وفى الثانى والرابع كانت نسبة الاول الى الثانى اعظم من نسبة الثالث الى الرابع اقل ما يقع فيه التناسب ثلثة حدود وذلك انما يكون بتكرير حد واذا تناسبت ثلثة مقادير على الولاء كانت نسبة الاول الى الاخير هى نسبته الى الثانى مثناة بالتكرير وكذلك فى الاربعة مثلثة وعلى قياسه المقادير المتسعة فى النسبة والنظيرة هى التى قيست المقدمات مع المقدمات والتوالى مع التوالى عكس النسبة وخلافها هو جعل التالى مقدما والمقدم تاليا فى النسبة ابدال النسبة هو اخذ النسبة للمقدم الى المقدم والتالى الى التالى تركيب النسبة هو اخذ نسبة مجموع المقدم والتالى الى التالى تفصيل النسبة هو اخذ نسبة فضل المقدم على التالى الى التالى قلب النسبة هو اخذ نسبة المقدم الى فضله على التالى نسبة المساواة هى ان تقع فى النسبة صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة نظيرتهما من الصنف الاخر فيؤخذ نسبة الاطراف دون الاوساط والمنتظمة منها هى التى تكون على الترتيب مثلا مقدم الى تال كمقدم الى تال والتالى الاول الى اخر كالتالى الاخير الى نظير ذلك الاخر والمضطربة هى التى لا تكون على الترتيب مثلا مقدم الى تال كمقدم الى تال والتالى الاول الى آخر كاخر الى المقدم الاخير الاشكال

(١)

اذا كانت مقادير فى الاول منها من اضعاف الثانى كما فى الثالث من اضعاف الرابع فى جميع الاول والثالث من اضعاف جميع الثانى والرابع كما فى احدهما

من

من اضعاف قرينة * مثلا في اب من اضعاف ه كما في حد من اضعاف ر
نقول ففي جميع اب حد من اضعاف جميع ه ر كما في اب من اضعاف ه ولنقسم
اب على ح به و حد على ط بر فجميع اح حط مثل جميع ه ر وجميع
ح ب طد مثل جميع ه ر مرة اخرى بعدد ما في اب حد مقترنين من اضعاف
ه ر معا كعدد ما في احدهما منفردا من اضعاف قرينة وحده وذلك ما اردناه

(ب)

اذا كان في الاول من اضعاف الثاني كما في الثالث من اضعاف الرابع وفي الخامس
من اضعاف الثاني كما في السادس من اضعاف الرابع ففي جميع الاول والخامس من
اضعاف الثاني كما في جميع الثالث والسادس من اضعاف الرابع * مثلا في اب من
ح كما في ده من ر وفي بح من ح كما في هط من ر ففي اح من ح
كما في دط من ر وذلك لان عدد ما في اب من الاضعاف لح مساو لعدد ما
في ده لز وعدد ما في بح مساو لعدد ما في هط واذا زيد على المتساوية
متساوية صارت متساوية بعدد ما في اح مساو لعدد ما في دط وذلك ما اردناه

(ح)

اذا كان في الاول من اضعاف الثاني كما في الثالث من اضعاف الرابع
واخذ للاول والثالث اضعاف متساوية العدة كان في اضعاف الاول
من اضعاف الثاني كما في اضعاف الثالث من اضعاف الرابع * مثلا في ا
من اضعاف ب كما في ح من اضعاف د وفي هر من اضعاف ا كما في ح ط
من اضعاف ح نقول ففي هر من اضعاف ب كما في ح ط من اضعاف د
وذلك لانا ان قسمنا هر على ك با و حط على ل بح كان في هك اعني ا
من اضعاف ب كما في ح ل اعني ح من اضعاف د وفي كر اعني ا
من اضعاف ب كما في لط اعني ح من اضعاف د ففي جميع هر من اضعاف
ب كما في جميع ح ط من اضعاف د لما مر وذلك ما اردناه

(د)

اذا كانت نسبة الاول الى الثاني كنسبة الثالث الى الرابع واخذ للاول والثالث
اضعاف متساوية وللثاني والرابع اضعاف آخر متساوية فنسبة اضعاف الاول
الى اضعاف الثاني كنسبة اضعاف الثالث الى اضعاف الرابع * مثلا نسبة ا
الى ب كنسبة ح الى د واخذ لا ح اضعاف متساوية وهي هر و لب د
اضعاف متساوية وهي ح ط نقول فنسبة ه الى ح كنسبة ر الى ط وذلك

لان كل اضعاف متساوية يؤخذ له ر كل م و ح ط كن س كانت لم
ايضا اضعافا لاح (ح) و د س لب ى وكانت لم بحكم المصادرة زائدة
اوناقصة اومساوية لن س معا فاذن اى اضعاف اخذت له ر و ح ط
كان الاول لان معا زائدين على الاخيرين اوناقصين اومساويين فبحكم
عكس المصادرة نسبة ه الى ح كنسبة ر الى ط وذلك ما اردناه

(ه)

اذا كان مقداران احدهما اضعاف الاخر ونقص منهما مقداران احدهما
اضعاف الاخر ايضا بتلك العدة النظير من النظير كان فى الباقى اضعاف للباقى
بتلك العدة * مثلا ا ب اضعاف حى وقد نقص منهما اه در و اه
اضعاف حر بتلك العدة نقول فه ب اضعاف رى مثلها ولنأخذ رى
اضعافا بتلك العدة وهى اط فجميع ط ه اضعاف لجميع دى بتلك العدة
وكان جميع اب اضعافا له كذلك فطه اب متساويان و اه مشترك يبقى اط
الذى هو اضعاف رى بتلك العدة مساويا له ب فه ب اضعاف رى كذلك
وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان لم يكن ه ب اضعافا رى كذلك فليكن
اضعافه المأخوذة بتلك العدة مع فجميع اح اضعاف حى (ا) كذلك وكان اب
اضعافا له كذلك فاح اب متساويان وكانا غير متساويين هذا خلف فالحكم ثابت

(و)

اذا كان مقداران اضعافا متساوية لاخرين ونقص منهما اضعاف متساوية
للاخرين بقى منهما اما مثلا الاخرين واما اضعاف لهما متساوية * مثلا اب دى
اضعاف متساوية له ر و اح المنقوص من اب اضعاف له مثل حط
المنقوص من دى لر نقول فحب الباقى ان كان مثل ه كان طى الباقى مثل
ر وان كان حب اضعا له كان طى اضعافا بتلك العدة لر ولنأخذ دك
ر مثلا او اضعافا كما كان حب له يصير فى اح الاول من ه الثانى ما فى حط
الثالث من ر الرابع وفى حب الخامس من ه الثانى ما فى دك السادس
من ر الرابع فيكون فى جميع اب من ه ما فى جميع كط من ر وكان
فى دى منه مثل ذلك فك ط دى متساويان و حط مشترك يبقى دى
مساويا لط ر فان كان مثل ر فهذا ايضا مثله وان كان اضعافا فهذا
اضعاف بعدته وذلك ما اردناه اقول وبالخلف كما فى الشكل المتقدم

(ز)

نسبة

نسب المقادير المتساوية الى مقدار واحد متساوية ونسبة اليها ايضا متساوية * مثلا ا ب متساويان فنسبة ا الى ح كنسبة ب الى ح ونسبة ح الى ا كنسبته الى ب وذلك لانا ان اخذنا لا ب اى اضعاف متساوية امكنت كده و لح اى اضعاف امكنت كر كانت زيادة ده على ر ونقصانهما منه ومساواتهما له معا لتساويهما وكذلك من الجانب الاخر فالنسبة المذكورة بعينها واحدة لعكس المصادرة وذلك ما اردناه

(ح)

نسبة اعظم المقدارين الى ثالث اعظم من نسبة اصغرهما اليه ونسبة الثالث الى اصغرهما اعظم من نسبته الى اعظمهما * مثلا ا ب اعظم من ح فنسبة ا ب الى د اعظم من نسبة ح اليه ونسبة د الى ح اعظم من نسبته الى ا ب ولنفصل مثل ح من ا ب وهو ب ه واحد قدرى اه ه ب الذى ليس باعظم من صاحبه يمكن ان نضعف حتى تزيد على د لوقوع النسبة بينهما كما ذكر فى الصدر اذ هما متجانسان فليكن هو اه ونضعفه حتى يصير رح وهو اعظم من د وان كان اه اعظم من د من غير تضعيف فلنأخذه اى اضعاف اتفقت وهو رح و له ب اضعافا بعددها وهو ح ط و لح كذلك وهو كل فح ط كل متساويان وكل واحد منهما اعظم من د ونأخذ لد ضعفه وهو م وثلثة اضعافه وهو ن وهكذا على التوالى الى ان ينتهى الى اول اضعاف له تزيد على كل وهو س و ن الذى قبله ليس باعظم من كل اعنى ح ط واذا زيد د على ن صار س و رح على ح ط صار رط و رح اعظم من د فجميع رط اعظم من س وجميع رط اضعاف لجميع ا ب كك ل لح فاذن وجد لا ب ح اضعاف متساوية و لد اضعاف ما وقد زاد اضعاف ا ب على اضعاف د ولم يزد اضعاف ح عليه فبحكم المصادرة نسبة ا ب الى د اعظم من نسبة ح اليه وايضا وجدت لد اضعاف زادت على اضعاف ح ولم تزد على اضعاف ا ب فنسبته الى ح اعظم من نسبته الى ا ب وذلك ما اردناه

(ط)

الاقدار المتساوية النسب الى مقدار واحد متساوية وكذلك التى تتساوى نسبة مقدار واحد اليها * مثلا نسبة ا الى ح كنسبة ب اليه فا ب متساويان وايضا نسبة ح الى ا كنسبته الى ب فا ب متساويان وذلك لانهما لو اختلفا

لاختلف النسبتان لكنهما متساويتان هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ي)

اعظم المقدارين اعظمهما نسبته الى ثالث والذى نسبة الثالث اليه اعظم فهو اصغرهما * مثلا نسبة ا الى ح اعظم من نسبة ب اليه فا اعظم من ب لانه لو كان مساويا لب لكانت نسبتهما الى ح واحدة (ب) ولو كان اصغر من ب لكانت نسبته الى ح اصغر من نسبة ب الى ح وليس كذلك فاذن هو اعظم وايضا نسبة ح الى ب اعظم من نسبته الى ا فا اعظم من ب لانه ان كان مساويا لب كانت نسبة ح اليها واحدة وان كان اصغر من ب كانت نسبة ح اليه اعظم من نسبته الى ب (ح) وليس كذلك فاذن هو اعظم اقول وهذه انما يقع فى المقادير المتجانسة وذلك ما اردناه

(يا)

النسب المساوية لنسبة واحدة متساوية * مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى د ونسبة ه الى ر كنسبة ح الى د فنسبة ا الى ب كنسبة ه الى ر ولنأخذ لاقدار ا ح ه اى اضعاف متساوية امكنت وهى ع ط ك ولاقدار ب د ر اى اضعاف متساوية امكنت وهى ل م ن فلان نسبة ا ب كنسبة ح د تكون زيادة ونقصان ومساواة ع ط لل م معا ولان نسبة ح د كه ر تكون زيادة ونقصان ومساواة ط ك لم ن معا فاذن زيادة ونقصان ومساواة ع ك ل ن معا فنسبة ا ب كنسبة ه ر وذلك ما اردناه

(يب)

النسب المساوية لنسبة اعظم من تاليه هى اعظم من الثالثة * مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى د ونسبة ح الى د اعظم من نسبة ه الى ر فنسبة ا الى ب ايضا اعظم من نسبة ه الى ر فلنأخذ لح ه و لد ر اضعافهما المتساوية التى تزيد التى لح على التى لد ولا تزيد التى له على التى لر ولتكن ح ط لح ه و ك ل لد ر ولنأخذ لا اضعاف م بعدة ما كانت ح ط لح ه ولب اضعاف ن بعدة ما كانت ك ل لد ر فلان نسبة ا ب كنسبة ح د تكون زيادة ونقصان ومساواة م ح لن ك معا ولكن ح تزيد على ك و ط ليس تزيد على ل فاذن نسبة ا الى ب اعظم من نسبة ه الى ر وذلك ما اردناه

(يب)

كانت مقادير متناسبة فنسبة مقدم واحد الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى* مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د وكنسبة ه الى ر فنسبة ا الى ب كنسبة جميع ا ج ه الى جميع ب د ر ولنأخذ لا ج ه اى اضعاف متساوية امكنت وهى ح ط ك ولب د ر ايضا وهى ل م ن ولان النسبة فى الجميع واحدة تكون الزيادة والنقصان والمساواة للاضعاف مع الاضعاف معا فاذا كان ح زائدا على ل كان جميع ح ط ك زائدا على جميع ل م ن واذا كان ناقصا كان ناقصا واذا كان مساويا كان مساويا فنسبة ا الى ب كنسبة الجميع الى الجميع وذلك ما اردناه

(يد)

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة فالاول ان كان اعظم من الثالث كان الثانى اعظم من الرابع وان كان اصغر كان اصغر وان كان مساويا كان مساويا* مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د ولتكن ا اعظم من ج نقول فب اعظم من د وذلك لان نسبة ا الاعظم الى ب اعظم من نسبة ج (ح) اليه ونسبة ج الى د كنسبة ا الى ب فنسبة ج الى د اعظم من نسبته الى ب (ى) فب اعظم من د (ى) ويمثل ذلك نبين المساوات والصغر وذلك ما اردناه اقول وبالخلف ان كان ا اعظم من ج ولم يكن ب اعظم من د فهو اما اصغر منه واما مساوله فان كان اصغر فنسبة ج الى ب اعظم (ح) من نسبة ج الى د اعنى نسبة ا الى ب فج اعظم من ا (ى) وكان ا اعظم منه هذا خلف وقس عليه المساواة وباقى البيان واعلم ان هذا الحكم انما يختص بالمقادير المتجانسة فان الاولين ان كانا من غير جنس الاخيرين لم يمكن المقايسة بينهما بالعظم والصغر والتساوى مع وجود التناسب فيها

(يه)

الاجزاء التى اضعافها متساوية فان نسبة بعضها الى بعض كنسبة الاضعاف الى الاضعاف على الولاء* مثلا اب اضعاف ج كده لر فنسبة ج الى ر كنسبة اب الى ده ولنقسم اب على ح ط بج وده على لم بر فنسبة ج الى ر كنسبة اح الى دل لانهما مثلاهما وكنسبة ح ط الى لم وكنسبة طب الى مه ونسبة الواحد الى الواحد كنسبة الجميع الى الجميع (يب) فنسبة ج الى ر كنسبة اب الى ده وذلك ما اردناه

(يو)

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة وابدلت كانت ايضا متناسبة * مثلا نسبة ا
الى ب كنسبة ح الى د نقول فنسبة ا الى ح كنسبة ب الى د ولنأخذ
لا ب اى اضعاف متساوية امكنت وهى ه ر ولـ ح د ايضا وهى ع ط
فنسبة ا الى ب كنسبة ه الى ر ونسبة ح الى د كنسبة ع الى ط (يه)
فنسبة ه الى ر كنسبة ع الى ط (يا) فان كان ه اعظم من ع فر
اعظم من ط (يد) وكذلك ان كان اصغر اومساويا فه ر اللذان هما
اضعاف ا ب يكونان معا على ع ط اللذين هما اضعاف ح د امازائدين
اوناقصين اومساويين فنسبة ا الى ح كنسبة ب الى د وذلك ما اردناه اقول
ويشترط فيه ان تكون الاربعة من جنس واحد فان التناسب قد يقع فى جنسين
مثلا تكون نسبة الخط الى الخط كنسبة السطح الى السطح ولا يقع الابدال هناك

(يز)

اذا كانت مقادير مركبة متناسبة وفصلت كانت ايضا متناسبة * مثلا نسبة
اب الى به كنسبة حز الى ذر على التركيب نقول فنسبة اه الى هب
كنسبة حر الى رز على التفصيل ولنأخذ لاه هب حر رز اى اضعاف
متساوية امكنت وهى حط طك لم من وعط لاه كطك لهب
فجميع ع ك لاب ايضا كذلك (ا) وايضا جميع لن لحز كذلك فح ك
لن اضعاف لاب حز متساوية ونأخذ لهب رز اى اضعاف متساوية
امكنت وهى كس نع فاضعاف طك الاول لهب الثانى كاضعاف
من الثالث لرز الرابع واضعاف كس الخامس لهب الثانى كاضعاف نع
السادس لرز الرابع فجميع طس لهب كجميع مع لرز (ب) فحك لن
اضعاف لاب حز متساوية وطس مع اضعاف لهب رز متساوية
ونسبة اب الى به كنسبة حز الى ذر فحك لن معا امازائدان على
طس مع اوناقصان اومساويان ونسقط طك من المشتركين فحط
لم معا امازائدان على كس نع اوناقصان اومساويان و حط لم
اضعاف متساوية لاه حر و كس نع اضعاف متساوية لهب رز
فبحكم عكس المصادرة نسبة اه الى هب كنسبة حر الى رز وذلك ما اردناه
اقول وبوجه آخر ان لم تكن نسبة اه الى هب كنسبة حر الى رز فلتكن
كنسبة طر الى رز واذا ابدلنا كانت (يو) نسبة اه الى طر كنسبة

ه‍ـ الى رى فنسبة اب الى طى كنسبة هب الى رى (ح) واذا ابدلنا كانت (و) نسبة اب الى هب اعنى حى الى رى كنسبة طى الى رى فحى مساو لطى (ع) هذا خلف وانما لم يورد فى الاصل هذا البرهان مع كونه اخف لان الابدال لا يعم عموم التفصيل لما مر واعتبر ذلك فيما سيأتى ايضا

(٤)

اذا كانت مقادير مفصلة متناسبة وركبت كانت ايضا متناسبة * مثلا نسبة اب الى بح كنسبة ده الى هر على التفصيل نقول فنسبة اح الى حب كنسبة در الى ره على التركيب والا فليكن كنسبة در الى رع وليكن رع اولا اصغر من ره فاذا فصلنا كانت نسبة اب الى بح اعنى نسبة ده الى هر كنسبة دع الى عر (ر) و ده اصغر من دع فهو اصغر من عر (يد) هذا خلف وكذلك نبين ان كان رع اعظم من ره فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر بناه على الابدال لما كانت نسبة اب الى بح كنسبة ده الى هر فاذا ابدلنا كانت نسبة اب الى ده (و) كنسبة بح الى هر فنسبة جميع اح الى جميع در كنسبة بح الى هر (ح) فاذا ابدلنا كانت نسبة اح الى حب كنسبة در الى ره (و) واعلم انه لما تبين التفصيل والتركيب نبين القلب مثلا اذا كانت نسبة اح الى حب كنسبة در الى ره فاذا قلبنا كانت نسبة اح الى اب كنسبة در الى ده وذلك لان بالتفصيل نسبة اب الى بح كنسبة ده الى هر (ر) وبالخلاف نسبة حب الى با كنسبة ره الى هد وبالتركيب نسبة حا الى اب كنسبة رد الى ده ولظهور ذلك لم يذكر فى الاصل واما اثبات التناسب على الخلاف فغير محتاج الى بيان لانه يتبين بالمصادرة

(ط)

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة ونقص اثنان من نظيريهما كان الباقيان ايضا على تلك النسبة * مثلا نسبة اب الى حى كنسبة اه الى حر فاذا نقص اه من اب و حر من حى كانت نسبة هب الى رى الباقيين كنسبة اب الى حى وذلك لانا اذا ابدلنا كانت نسبة اب الى اه كنسبة حى الى حر (و) واذا فصلنا كانت نسبة به الى اه كنسبة در الى رح واذا ابدلنا كانت نسبة به الى در كنسبة هر الى رح اعنى اب الى حى وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان لم تكن نسبة هب الى رى كنسبة

اه الى حر فليكن ه ب الى رح كذلك فنسبة جميع اب الى جميع حح كنسبة اه الى حر (ح) وكانت نسبة اب الى حد كذلك فنسبة اب الى حح و حد واحدة فحح مساو لحد (ط) هذا خلف فالحكم ثابت (ى)

(ك)

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الاخر وانتظمت النسب بقي المساواة ان كان الاول من صنف اعظم من الاخر كان الاول من الصنف الاخر اعظم من الاخير وان كان مساويا او اصغر كان كذلك * مثلا ا ب ح صنف و د ه ر صنف آخر ونسبة ا ب كنسبة د ه ونسبة ب ح كنسبة ه ر نقول فان كان ا اعظم من ح كان د اعظم من ر وذلك لان نسبة ا الاعظم الى ب اعني نسبة د الى ه يكون اعظم من نسبة ح (ح) الاصغر الى ب اعني نسبة ر الى ه فد اعظم من ر وقس عليه ان كان ا مساويا لح او اصغر منه وذلك ما اردناه اقول وبالخلف ان لم يكن د اعظم من ر فهو اما مساو واما اصغر وليكن مساويا فنسبة د الى ه اعني نسبة ا الى ب كنسبة ر الى ه (ر) اعني نسبة ح الى ب فا مساو لح (ط) وكان اعظم منه هذا خلف وليكن د اصغر من ر فنسبة د الى ه اعني نسبة ا الى ب اصغر من نسبة ر الى ه اعني نسبة ح الى ب فا اصغر من ح (ى) هذا خلف

(كا)

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الاخر واضطربت النسبة في المساواة ان كان الاول من صنف اعظم من الاخير كان الاول من الصنف الاخر اعظم من الاخير وان كان مساويا او اصغر كان كذلك * مثلا ا ب ح صنف و د ه ر صنف ونسبة ا ب كنسبة ه ر ونسبة ب ح كنسبة د ه نقول فان كان ا اعظم من ح كان د اعظم من ر وذلك لان نسبة ا الى ب اعني نسبة ه الى ر اعظم من نسبة ح الى ب (ح) اعني نسبة ه الى د فد اعظم من ر وقس عليه ان كان ا مساويا لح او اصغر منه وذلك ما اردناه اقول وبالخلف على قياس ما مر

(كب)

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الاخر وانتظمت النسب فانها في المساواة متناسبة * مثلا ا ب ح

صنف

صنف و د ه ز صنف ونسبة ا ب كنسبة د ه ونسبة ب ج كنسبة ه ز
نقول فنسبة ا ج كنسبة د ز فلنأخذ لا د اى اضعاف متساوية امكن
وهى ح ط ولب ه كذلك وهى ك ل ولج ز كذلك وهى م ن فلان نسبة
ا ب كـ د ه يكون نسبة ح ك (يه) كنسبة ط ل ولان نسبة ب ج كنسبة
ه ز تكون نسبة ك م (يه) كنسبة ل ن فمقادير ح ك م مع مقادير
ط ل ن على الانتظام فزيادة ونقصان ومساواة ح ط لم ن معا (ك)
فاذن نسبة ا ج كنسبة د ز وذلك ما اردناه اقول وان اخذنا لا ب ج
اى اضعاف امكن متساوية وهى ح ك م ولد ه ز كذلك وهى ط ل ن
كانت ح ك م على نسب ا ب ج (يه) و ط ل ن على نسب د ه ز
وح م يكون زائدا على ط ن (يد) معا او ناقصا او مساويا فنسبة
ا ج كنسبة د ز وبالابدال (يو) نسبة ا ج كنسبة د ز وبوجه
آخر نسبة ا ب كنسبة د ه فبالابدال نسبة ا د كنسبة ب ه ونسبة
ب ج كنسبة ه ز فبالابدال نسبة ب ه كنسبة ج ز فنسبة ا د كنسبة
ج ز (يا) وبالابدال نسبة ا ج كنسبة د ز (يو)

(كب)

اذا كان صنفان من المقادير متساويا العدة كل اثنين من صنف على نسبة اثنين
من الصنف الاخر واضطربت النسب فانها فى المساواة متناسبة * مثلا ا ب ج
صنف و د ه ز صنف ونسبة ا ب كنسبة ه ز ونسبة ب ج كنسبة
د ه نقول فنسبة ا ج كنسبة د ز فلنأخذ لا ب د اى اضعاف متساوية
امكن وهى ح ط ك ولج ه ز كذلك وهى ل م ن فح ط على
نسبة ا ب (يه) و م ن على نسبة ه ز فنسبة ح ط كنسبة م ن (يا)
وايضا نسبة ب ج كنسبة د ه فنسبة ط ل (د) كنسبة ك م فمقادير
ح ط ل مع مقادير ك م ن على الاضطراب فزيادة ونقصان ومساواة
ح ك ال ن (كا) معا فاذن نسبة ا ج كنسبة د ز وذلك ما اردناه
وفى بعض النسخ يؤخذ لا ب ج اى اضعاف متساوية امكن وهى
ح ط ل ولد ه ز كذلك وهى ك م ن ونبين ان ح ط ل على
نسب ا ب ج و ك م ن على نسب د ه ز فيكون على الاضطراب
مثلهما ثم تتم البرهان ولا يتم ايضا الا بالابدال

(كج)

اذا كانت مقادير نسبة الاول الى الثانى كنسبة الثالث الى الرابع ونسبة الخامس الى الثانى كنسبة السادس الى الرابع كانت نسبة مجموع الاول والخامس الى الثانى كنسبة مجموع الثالث والسادس الى الرابع * مثلا نسبة اب الى ج كنسبة ده الى ر ونسبة بح الى ج كنسبة هط الى ر فنسبة جميع اح الى ج كنسبة جميع دط الى ر وذلك لان نسبة اب الى ج كنسبة ده الى ر وبالخلاف نسبة ج الى بح كنسبة ر الى هط فبالمساواة المنتظمة نسبة اب الى بح كنسبة ده الى هط (كب) وبالتركيب نسبة اح الى بح كنسبة دط الى هط (يح) وكانت نسبة بح الى ج كنسبة هط الى ر فبالمساواة المنتظمة نسبة اح الى ج كنسبة دط الى ر (كب) وذلك ما اردناه

(كه)

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة اعظمها الاول واصغرها الاخير فمجموعهما اعظم من مجموع الباقيين * مثلا نسبة اب الى جد كنسبة ه الى ر و اب اعظم الاربعة و ر اصغرها نقول فمجموع اب ر اعظم من مجموع جد ه ولنفصل من اب اح مثل ه ومن جد جط مثل ر فنسبة اب الى جد كنسبة حب الى طد (يط) الباقيين و اب اعظم من جد فحب اعظم من طد (يد) ونجعل اح جط مشتركا فيصير جميع اب جط اعنى الاول والاخير اعظم من جميع جد اح اعنى الباقيين وذلك ما اردناه

تمت المقالة الخامسة بعون الله تعالى

* المقالة السادسة اثنان وثلثون شكلا *

وفي نسخة ثابت بزيادة شكل وهو شكل لا صدر السطوح المتشابهة هي التي
زواياها متساوية واضلاعها المحيطة بالزوايا المتساوية متناسبة والمتكافية
الاضلاع هي التي اضلاعها متناسبة على التقديم والتأخير اي يقع في كل منها
مقدم وتال ارتفاع الشكل هو العمود المخرج من رأسه على قاعدته الخط المقسوم
على نسبة ذات وسط وطرفين هو الذي يكون نسبته الى اعظم قسميه
كنسبة اعظم قسميه الى اصغرهما وفي نسخة ثابت النسبة المؤلفة من نسب
هي الحاصلة من تضعيف بعض اقدار تلك النسب ببعض وفي بعض
النسخ النسبة المنقسمة الى نسب هي التي تجزأ ببعض تلك النسب فيحدث البعض
اقول لما كان النسبة من عوارض الكمية فالتأليف من عوارض النسبة
وذلك ان المقدار يعتبر تارة من حيث هو كمية في نفسه وتارة من حيث هو كمية
بالقياس الى مقدار غيره من جنسه فالنسبة هي كمية الاضافية ثم ذلك الغير ان كان
مأخوذا من حيث هو مقيس الى غير آخر تارة اخرى كان هذا المعنى تأليفا
فان كانت النسبتان من جنس واحد سميت المؤلفة مثناة واذا جعلت حدودها
الوسطى مشتركة وقصد رفعها كانت مساواة وقد مر ذكرهما والغرض
ان جميع ذلك متعلق بالتأليف والرسم المورد ههنا انما يتحقق اذا وضع للمقادير
مقدار ما من جنسها لتقديرها بازاء الواحد في الاعداد وان كان في المقادير
ما لا يتقدر بذلك المقدار اصلا كما يتبين في المقالة العاشرة فاذا وضع ذلك المقدار
فقدر كل نسبة هو المقدار الذي يكون ذلك المقدار الموضوع بالقياس اليه
على تلك النسبة والمؤلفة يحصل من تضعيف بعض تلك الاقدار ببعض اعني
من ضرب بعضها في بعض فليكن ا الى ب نسبة و ج الى د نسبة وليكن
ه المقدار الموضوع بازاء الواحد و نسبته الى ز نسبة اب والى ح نسبة
جد فزح قدرا نسبتي اب جد ولنضعف زح اي ليأخذ قدرا تكون
نسبة ز اليه كنسبة ه الى ح وليكن ط فط هو قدر نسبة تألف
من تينك النسبتين اي هو قدر يقع بين ه وبينه قدر آخر تكون نسبة ه
الى ذلك الوسط احدى النسبتين ونسبة ذلك الوسط اليه النسبة الاخرى
وذلك لان نسبة ه ز كانت كنسبة اب ونسبة زط كنسبة ه ح اعني
كنسبة جد فقد وقع ز بين ه و ط على تينك النسبتين واذا تقرر هذا
فاقول اي ثلثة اقدار نفرض من جنس واحد تكون نسبة الاول الى الثالث

مؤلفة

مؤلفة من نسبته الى الثانى ومن نسبة الثانى الى الثالث * مثلا كمقادير ا ب ح فنسبة ا ح مؤلفة من نسبة ا ب ونسبة ب ح وذلك لانا اذا جعلنا نسبة ا ب كنسبة ه ز ونسبة ب ح كنسبة ه ح يتبين بمثل مامر ان نسبة ا ح تكون كنسبة ه ط وايضا اى نسبة تفرض بسيطة فهى يصير باعتبار وسط مؤلفة واى نسبة تفرض مؤلفة فهى تصير باعتبار رفع الوسط بسيطة بل اى نسبتين كانتا تصيران نجعلهما فى حدود مشتركة الاوساط نسبة مؤلفة واذا عرفت التأليف فقس التجزية المقابلة له عليه وذلك ما اردت ايضاحه الاشكال

(ا)

السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات اذا كانت متساوية الارتفاعات فنسبة البعض الى البعض نسبة القواعد * مثلا سطحا دح جز ومثلثا ابح ادى متساويا الارتفاع فنسبة احد السطحين او المثلثين الى الاخر كنسبة بح الى دا ولنخرج بى فى الجهتين ونفصل مثل بح ما امكن وهو بح ح ط ومثل دى ما امكن وهو دى كل ونصل اح اط اك ال فمثلثات ابح اح ب اط ح متساوية (لا) وجميعها اضعاف مثلث ابح وقواعد حب بح ح ط متساوية وجميعها اضعاف قاعدة بح وكذلك مثلثات ادى اىك اكل مساوية وجميعها اضعاف مثلث ادى وقواعد دى ىك كل متساوية وجميعها اضعاف قاعدة دى وجميع اطح ان كان زائدا على جميع الح كان طح زائدا على لح وان كان ناقصا او مساويا كان ناقصا او مساويا فنسبة مثلث ابح الى مثلث ادى كنسبة بح الى دى وكذلك فى السطح (لوا) وذلك ما اردناه اقول وان كانت السطوح والمثلثات على نسبة القواعد فهى المتساوية الارتفاعات ولكن مثلثا ابح دحه على خط به ونسبتهما كنسبة بح الى حه اقول فارتفاعهما اعنى ار دع العمودين متساويان والا فليكن طع مساويا لار ونصل طح طه فنسبة مثلث ابح الى مثلث طحه (ا) كنسبة بح الى حه فنسبة مثلث ابح (يا ه) الى مثلثى دحه طحه واحدة فهما متساويان (ط ه) هذا خلف فالحكم ثابت وقس السطوح عليه

(ب)

اذا اخرج خط من ضلع مثلث الى ضلع آخر فان كان موازيا للضلع الباقى فهو قد قطع الضلعين على نسبة واحدة وان قطعهما على نسبة واحدة فهو مواز للضلع الباقى * ولكن المثلث ابح والخط ده ولكن موازيا لبح ونصل

ب ه د ز فمثلثا ز ب ه ز ح ه اللذان على قاعدة ز ه و بين متوازيي ز ه ب ح متساويان (لز ا) ونسبة مثلث ا ز ه اليهما نسبة واحدة (ز ه) لكن نسبته الى مثلث ز ب ه كنسبة ا ز الى ز ب (ا) ونسبته الى مثلث ز ح ه كنسبة ا ه الى ه ح فنسبة ا ز الى ز ب (يا ه) كنسبة ا ه الى ه ح وايضا لتكن نسبة ا ز الى ز ب كنسبة ا ه الى ه ح ونسبة ا ز الى ز ب كنسبة مثلث ا ز ه الى مثلث ه ب ز (ا) ونسبة ا ه الى ه ح كنسبة مثلث ا ز ه الى مثلث ز ح ه فنسبة مثلث ا ز ه الى المثلثين نسبة واحدة (يا ا) فهما متساويان (ط ه) فز ه ب ح متوازيان (لط ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان كان ز ه موازيا لب ح ولم يكن نسبة ا ز الى ز ب كنسبة ا ه الى ه ح فلتكن كنسبة ا ه الى ه ر ونصل ب ر ز ر ونبين كما مر يساوي مثلثي ز ب ه ز ر ه ثم توازي ز ه ب ر (لط ا) فب ر ب ح الموازيين لز ه متوازيان (ل) وهما متقاطعان هذا خلف وايضا ان كانت نسبة ا ز الى ز ب كنسبة ا ه الى ه ح وليس ب ح موازيا لز ه فليكن ز ر موازيا له ونبين بمثل ما بينا ان نسبة ا ز الى ز ب كنسبة ا ر الى ر ح (يا ه) فنسبة ا ه الى ه ح كنسبة ا ر الى ر ح و ا ه اصغر من ا ر فه ح اصغر من ر ح (يد ه) هذا خلف

(ح)

كل مثلث خرج من احدى زواياه خط الى وترها فان كان الخط منصفا لتلك الزاوية كانت نسبة احد قسمي الوتر الى الاخر كنسبة احد ضلعي الزاوية الى الاخر على الولاء فان كانت النسبة هكذا كان الخط منصفا للزاوية * وليكن المثلث ب ا ح والخط الخارج من زاوية ا هو ا ز ولنخرج من ح ح ه موازيا لز ا (لا ا) ونخرج ب ا الى ان يتلاقيا على ه فزاويتا ب ا ز ب ه ح الخارجة والداخلة متساويتان (كط ا) وزاويتا ح ا ز ا ح ه المتبادلتان متساويتان ولنفرض اولا زاوية ب ا ح منصفة بخط ا ز نقول فنسبة ب ز الى ز ح كنسبة ب ا الى ا ح وذلك لان زاويتي ا ه ح ا ح ه تكونان حينئذ متساويتين وكذلك (و ا) ا ه ا ح فنسبة ب ز الى ز ح كنسبة ب ا الى ا ه (ب) اعني الى ا ح وايضا لنفرض نسبة ب ز الى ز ح كنسبة ب ا الى ا ح نقول فالزاوية منصفة لان نسبة ب ز الى ز ح كنسبة ب ا الى ا ه (ب) فنسبة ب ا الى ا ه و ا ح واحدة فهما متساويان (ط ه) فزاوية ب ه ح اعني زاوية ب ا ز مساوية لزاوية ا ح ه (ه ا) اعني زاوية

دای (رطا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نخرج من د عمودی ده دز على الضلعين فان كانت زاوية باد منصفة فهما متساويان (كوا) لتساوى زاويتي ا وكون زاويتي ه ز قائمتين وكون اد مشتركا وهما ارتفاعا مثلثي باد داد فنسبة مثلث باد الى مثلث داد كنسبة با الى اد (ا) وايضا نسبتهما ان جعلنا القاعدة بد دح كنسبة بد الى دح فنسبة بد الى دح كنسبة با الى اح (نا ه) وان كانت النسبة هكذا فالزاوية منصفة لان نسبة المثلثين يكون كنسبة بد دح اعني نسبة با اح فاذا جعلنا با اح قاعدتين كانت نسبة المثلثين نسبة القاعدتين وكان ارتفاعا ده دز متساويين و اد مشترك فزاويتا هاد زاد متساويتان (ع ا)

(د)

كل مثلثين تتساوى زواياهما النظائر فاضلاعهما النظائر متناسبة * مثلا في مثلثي ابح دده زاويتا باح دده متساويتان وكذلك بحا دده وكذلك زاويتا حبا هدد تقول فنسبة بح الى حه كنسبة با الى دد وكنسبة اح الى ده وليكونا على خط بحه ونخرج با هد الى ان يتلاقيا على ز ويكون اح موازيا لزه و دح موازيا لزب (كح ا) وسطح زح متوازى الاضلاع وذلك لتساوى الخارجة والداخلة فنسبة بح الى حه كنسبة با الى از (ب) اعنى الى حد (لد ا) ونسبة بح الى حه كنسبة زد اعنى اح الى ده فنسبة با الى دد ايضا كنسبة اح الى ده (يا ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر وليكن المثلثان ابح دحه والمتساويان زاويتا ا د وزاويتا ب ح وزاويتا ح ه فان كان اب مساويا لدح كان باقي الاضلاع متساوية وثبت الحكم وان اختلفا فليكن اب اطول ونفصل بز مثل حد (ح ا) ونخرج زط موازيا لاح (لا ا) فيكون مثلث زطب مساويا لمثلث دحه (كو ا) ونسبة از الى زب كنسبة حط الى طب (ب) فنسبة اب الى بز بالتركيب (يح ا) كنسبة حب الى بط وبز مثل حد و بط مثل حه فنسبة اب الى دح كنسبة حب الى هح ونخرج طك موازيا لبا ونبين ان نسبة حب الى بط اعنى حه كنسبة حا الى اك اعنى زط المساوى لده (لد ا)

(ه)

كل مثلثين يتناسب اضلاعهما النظائر فزواياهما النظائر متساوية * مثلا

في مثلثي ابج دهز نسبة اب الى ده كنسبة اج الى دز ونسبة بج الى
هز ولنعمل على ه من هز زاوية زهح مثل زاوية ب (كج ا) وعلى ز
منه زاوية هزح مثل زاوية ج ونخرج الضلعين الى ان يتلاقيا على ح فتكون
زوايا مثلثي ابج حهز النظائر متساوية ونسبة بج الى هز كنسبة با الى
هح (د) وكانت كنسبة با الى هد فهح هد متساويان (ط ه) وكذلك
نبين ان زح زد متساويان فزوايا مثلث هدز مساوية لزوايا مثلث حهز
(ع ا) اعني زوايا مثلث ابج على التناظر وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر
وليكن المثلثان كما وضعتهما في آخر الشكل المتقدم ابج دحه فان كانا
متساويي الاضلاع النظائر ثبت الحكم وان اختلفا فليكن اب اطول من دح
ونفصل بز مثل حد وبط مثل حه واك مثل ده ونصل زط
طك فنسبة اب الى دح اعني الى زب كنسبة جب الى حه اعني بط
واذا فصلنا كانت نسبة از الى زب كنسبة جط الى طب (يز ه) فزط
مواز لاج (ب) وبمثله نبين ان طك مواز لبا فيكون اك مثل زط
(لد ا) واضلاع مثلثي بزط حده النظائر متساوية لكن زوايا مثلثي بزط
باج النظائر متساوية فزوايا مثلثي باج حده النظائر متساوية (ع ا)

(و)

اذا تساوت زاويتا مثلثين وتناسبت الاضلاع المحيطة بهما تساوت باقي
زواياهما * فلتكن زاويتا ا د من مثلثي ابج دهز متساويتان
ونسبة اب الى ده كنسبة اج الى دز ولنعمل على د من خط دز
زاوية زدح مثل زاوية ا وعلى ز منه زاوية دزح مثل زاوية ج
ونخرج الضلعين الى ح فزوايا مثلثي ابج دحز متساوية فنسبة اج
الى دز كنسبة اب الى دح (د) وكانت كنسبته الى ده فدح ده
متساويان (ح ه) وكذلك زاويتا د المساويتين لزاوية ا فزوايا
مثلثي هدز حدز اعني باج النظائر متساوية (د ا) وذلك ما اردناه
اقول وبوجه آخر ان كان با اج مساويين لهد دز ثبت الحكم
(د ا) والا فليكن با اج اطول ونفصل اط كده واك كدز
ونصل طك فنسبة با اط كنسبة جا اك وبالتفصيل نسبة
بط طا كنسبة جك كا (يز ا) فبج طك متوازيان (ب)
وزوايا مثلثي باج طاك اعني هدز النظائر متساوية (كط ا)

(ز)

اذا تساوت زاويتا مثلثين وتناسبت اضلاع زاويتين اخريين وكانت كل من الزاويتين الباقيتين منهما اما اصغر او ليستا باصغر من قائمة تساوت الزوايا الباقية النظائر * مثلا تساوت زاويتا ا د من مثلثي ا ب ح د ه ز وكانت نسبة ا ب الى د ه كنسبة ب ح الى ه ز وكانت كل واحدة من زاويتي ح ز اما اصغر او ليس باصغر من قائمة فنقول زاويتا ب ه متساويتان وكذلك زاويتا ح ز فان لم تكن زاويتا ب ه متساويتين فلتكن ب اعظم ونعمل ا ب ح مثل ه فتبقى زاوية ب ح ا مثل زاوية ز (لب ا) فنسبة ا ب الى د ه كنسبة ب ح الى ه ز (د) وكانت كنسبة ب ح الى ه ز فب ح ب ح متساويان (ط ه) زاويتا ب ح ح ب ح ح متساويتان (ه ا) فان لم يكن كل واحدة من زاويتي ح ز اصغر من قائمة وقع في مثلث زاويتان ليستا باصغر من قائمتين هذا خلف (ز ا) وان كان اصغر من قائمة كانت زاوية ا ح ب اعني زاوية ز اكبر من قائمة وفرضت اصغر هذا خلف فاذن زاويتا ب ه متساويتان وتبقى زاويتا ح ز متساويتين (لب ا) وذلك ما اردناه

اقول وليكن لبيان فائدة الشرط كل واحد من مثلثي ا ب ح د ه ز الشبيهين حاد الزوايا و ا ب اطول من ب ح ونخرج من ب عمود ب ط على ا ح فيكون ا ط اطول من ط ح ونفصل ط ك مثل ط ح ونصل ب ك فهو مثل ب ح ويكون في مثلثي ا ب ك د ه ز زاويتا ا د متساويتين ونسبة ا ب الى د ه كنسبة ب ك اعني ب ح الى ه ز ولا يكونان متشابهين لكون زاوية ب ك ا منفرجة وزاوية ه ز د حادة وانما قيل اما اصغر او ليس باصغر ولم يقل اما اصغر او اكبر لئلا تخرج القائمة من القسمة وغفل ثابت عن ذلك

(ح)

اذا خرج عمود من زاوية قائمة في مثلث على وترها قسم المثلث بمثلثين متشابهين ومشابهين للمثلث الاعظم * مثلا خرج من زاوية ا القائمة في مثلث ا ب ح عمود ا د على ب ح نقول فمثلثا ا ب د ح ا د متشابهين ومشابهين لمثلث ح ب ا وذلك لان في مثلثي ا ب د ح ب ا زاوية ب مشتركة وزاويتي ا د ب ح ا ب قائمتان فتبقى زاويتا ب ا د ب ح ا متساويتين (لب ا) ويكونان متشابهين (د) نسبة د ب الى ب ا كنسبة ا ب الى ب ح وكنسبة ا د الى ا ح وكذلك الحكم في مثلثي ح ا د ح ب ا واما مثلثا ح ا د ا ب د فلان

زاويتا د منهما قائمتان وزاوية ج مثل زاوية داب وزاوية جاد مثل
زاوية ب يكونان متشابهين نسبة جد الى اد كنسبة دا الى دب وكنسبة
جا الى اب وقد تبين من ذلك ان العمود فى النسبة وسط بين قسمى الوتر وان كل
واحد من ضلعى المثلث وسط بين القاعدة وقسمها الذى يليه وذلك ما اردناه

(ط)

نريد ان نجد خطا وسطا فى النسبة بين خطين مفروضين * وليكونا اب بج
متصلين على الاستقامة ونرسم على المجموع نصف دائرة ادج ونخرج من ب
عمود بد (يا ا) فهو الوسط بين اب بج وذلك لانا اذا وصلنا دا دج
كانت زاوية ادج قائمة (لج) و دب عمود خارج منها الى الوتر فهو وسط
فى النسبة بين القسمين وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نجعل احدهما
منطبقا على الآخر ونرسم على الاطول نصف دائرة ونخرج من طرف الاقصر
عمودا الى المحيط ونصل بينه وبين الطرف المشترك فهو الوسط بينهما وذلك
ظاهر مما مر او نرسم على الفضل وهو اج نصف دائرة ادج ونخرج من ب
بد مماسا لها (يو ج) فهو الوسط بين اب بج وذلك لانا اذا وصلنا دا
دج ده كانت زاويتا ادج (لج) بده (يح) قائمتين ونسقط زاوية
هدج المشتركة تبقى زاوية جدب مساوية لزاوية هدا (ه ا) اعنى هاد
ففى مثلثى بدا بدج زاوية ب مشتركة وزاويتا دا ب جدب متساويتان
تبقى زاويتا بدا بجد ايضا متساويتين (لب) فنسبة اب الى بد كنسبة
بد الى بج وقد بان انه اذا كان عمود على خطين متصلين خارج عن فصلهما
وكان وسطا بينهما فى النسبة ورسم على الخطين نصف دائرة مر بطرف العمود

(ى)

نريد ان نجد خطا ثالثا لخطين مفروضين فى النسبة * وليكونا اب اج ونجعلهما
محيطين بزاوية ا كيف اتفق ونخرجهما ونجعل به مثل اج ونصل بج
ومن ه هد موازيا له فجد هو ثالث الخطين لان نسبة اب الى به اعنى اج
كنسبته الى جد وذلك ما اردناه (ب) اقول وبوجه آخر نجعل الخطين محيطين
بزاوية قائمة هى زاوية ا ونصل بج وعليه نصف دائرة باج ومن ج عمود
جد على بج ونخرج با الى ان يلقاه على د فاد هو ثالث الخطين لان جا
عمود من زاوية ج القائمة على وترها فنسبة با الى اج كنسبة اج الى اد
(ح) وبوجه آخر نرسم على اطولهما نصف دائرة باج وفيه وتر با (اد)

مثل

مثل اقصرهما ومن ا عمود اه على ب ح فبه ثالث الخطين وذلك ظاهر مما مر

(يا)

تريد ان نجد خطا رابعا لثلثة خطوط مفروضة في النسبة وهي * مثلا خطوط ا ب ح فنرسم خطين محيطين بزاوية وهما ده در ونفصل من ده دح مثل ا و حه مثل ب ومن در دط مثل ح ونصل ح ط ومن ه هر موازيا له فطر وهو رابع الخطوط لان نسبة دح اعني ا الى حه اعني ب كنسبة دط اعني ح الى طر (ب) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نجعل الاول والثاني وهما اب اح محيطين بزاوية ونصل ب ح ونجعل الثالث وهو اد منطبقا على اب ونخرج ده موازيا لب ح فينفصل اه الرابع به وذلك ظاهر وهذا الشكل من زيادة ثابت

(يب)

تريد ان نفصل من خط مفروض جزءا ما * وليكن الخط اب والجزء الثالث فنخرج اح يحيط معه بزاوية ا ونفصل منه اد ده هح متساوية كيف اتفق ونصل ب ح ونخرج من د در موازيا لحب (لا ا) فهو يفصل من اب ثلثه وذلك لان نسبة ار الى اب كنسبة اد الى اح (ى) واد ثلث اح فار ثلث اب وذلك ما اردناه اقول ولتثليث الخط وجه مشهور لا يحتاج فيه الى ما بعد شكل (لد) من المقالة الاولى وليكن الخط اب ونرسم عليه مثلث احب متساوي الاضلاع (ا ا) وننصف زاويتي ا ب (ط ا) بخطين يلتقيان على د وزاوية ادب بده وكل واحدة من زاويتي اده ب ده بدر دح اقول فاب صار على رح مقسوما بثلثة اقسام متساوية وذلك لان زاوية المثلث المتساوي الاضلاع ثلثا قائمة (لب ا) فكل واحدة من زاويتي داب دب ا ثلث قائمة وتبقى زاوية ادب قائمة وثلث (لب ا) فيكون كل واحدة من زوايا د ثلث قائمة والمساوي زاويتي راد ردا يتساوي ره رد (وا) وكذلك حب ح د ولكون زاويتي ادر بدح ثلثي قائمة تبقى زاوية ردح ثلثي قائمة وتكون كل واحدة من زاويتي درح دحر ايضا ثلثي قائمة فيساوي در رح ح د وكان ار كدر وبح كدح فاذن اقسام ار رح حب متساوية

(يج)

تريد ان نقسم خطا مفروضا على نسبة اقسام خط آخر * وليكن المفروض اب والمقسوم اح على ده ونجعلهما محيطين بزاوية ا ونصل ب ح ومن

ده دز هح موازيين لحب (لا ا) و دط ك موازيا لاب نقول فاذ
انقسم بح على نسبة اقسام اح وذلك لان نسبة از الى زح
كنسبة اد الى ده (ب) ونسبة زح الى حب اعنى نسبة دط الى
طك لكون كل واحد من سطحى زط حك متوازى الاضلاع
(لد ا) كنسبة ده الى هح (ب) وذلك ما اردناه

(ند)

اذا تساوت زاويتان من سطحين متوازى الاضلاع فان كان السطحان
متساويين كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متكافية وان كانت الاضلاع
المحيطة بهما متكافية كان السطحان متساويين * مثلا تساوت زاويتا ح
من سطحى اح حز المتوازيى الاضلاع وليتساو السطحان اولا نقول
فنسبة بح الى حه كنسبة ح د الى حد ولنفرض السطحين على
ان بح حه متصلان على الاستقامة وكذلك ح د حد ونتمم سطح ده
فلان نسبة سطحى اح حز المتساويين الى سطح ده واحدة (ز ه)
وكانت نسبة احدهما اليه (ا) نسبة بح الى حه ونسبة الاخر اليه نسبة ح د
الى حد فهى متناسبة (ىا ه) وايضا ليتساو النسبتان نقول فالسطحان
متساويان لان نسبتهما الى سطح ده هما نسبتا الاضلاع وتساوى
نسبتهما الى شئ واحد يقتضى تساويهما (ط ه) وذلك ما اردناه

(نه)

اذا تساوت زاويتان من مثلثين فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة
بالزاويتين متكافية وان كانت الاضلاع المحيطة بهما متكافية يساوى المثلثان *
مثلا تساوت زاويتا ح من مثلثى ابح حده ولتكونا اولا متساويين نقول
فنسبة اح الى حه كنسبة دح الى حب ولنجعل اح متصلا بحه
على الاستقامة و بح بحد ونصل به فلان نسبة المثلثين الى مثلث بحه
واحدة (ز ه) لتساويهما وكانت نسبة احدهما اليه نسبة اح الى حه (ا)
ونسبة الاخر اليه نسبة دح الى حب تساوت النسبتان (ىا ه) وايضا ليتساو
النسبتان نقول فالمثلثان متساويان لكونهما مع مثلث بحه على النسبتين
(ا) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ليكن المثلثان مثلثى ابح دهز
والمتساويتان زاويتى ا د فان تساوى ضلعا اب ده فالحكم ظاهر
لان تساوى المثلثين يقتضى تساوى ضلعى اح دز فانا اذا توهمنا تطبيق

اب على ده والزاوية على الزاوية واختلف ضلعا اح در اختلف المثلثان والنسبة المذكورة فى المقادير المتساوية ثابتة وايضا كون الاضلاع على تلك النسبة تقتضى تساوى ضلعى اح در (ح ا) المقتضى لتساوى المثلثين (د ا) وان اختلف ضلعا اب ده وليكن اب اطول فنفصل منه اح مثل ده ونصل ح ح فيجب على تقدير تساوى المثلثين ان يكون ضلع در اطول من اح لانه ان ساواه او كان اقصر منه كان مثلث ده ر اصغر من مثلث ا ب ح وليكن اط مثل در ونصل طح طب فمثلث احط يساوى مثلث ده ر (د ا) ومثلث اح ح مشترك يبقى مثلثا ح ب ح ح ط ح متساويين فح ح يوازى ب ط (لط ا) ونسبة اب الى اح اعنى الى ده كنسبة اط اعنى در الى اح (١٤) واما على تقدير تساوى النسبتين فاذا كان اح اعنى ده اقصر من اب وجب ان يكون اح اقصر من در ونتمم الشكل ونبين من تساوى النسبتين يساوى مثلثى ح ب ح ح ط ح ونجعل اح ح مشتركا فيبين تساوى المثلثين ثم انا ان قدمنا هذا الشكل على الذى قبله وقسمنا كل واحد من السطحين المتوازيي الاضلاع الى مثلثين وبينا الحكم فى المثلثات يتبين فى السطحين

(يو)

كل اربعة خطوط فان كانت متناسبة كان سطح الاول فى الاخير كسطح احد الباقيين فى الاخر وان كان سطح الاول فى الاخير كسطح احد الباقيين فى الاخر كانت الخطوط متناسبة *ولتكن الخطوط اب حد ه ر ونخرج من ا ح عمودى اح حك مثل خطى ر ه ونتمم سطحى اط حل (لا ا) فان كانت الخطوط متناسبة كانت اضلاع السطحين مع تساوى الزوايا متكافية نسبة اب الى حد كنسبة حك اعنى ه الى اح اعنى ر فكان السطحان متساويين (يد) وان كان السطحان متساويين كانت الاضلاع متكافية (يد) فالخطوط متناسبة وذلك ما اردناه

(يز)

كل ثلثة خطوط فان كانت متناسبة كان سطح الاول فى الاخير كمربع الاوسط وان كان سطح الاول فى الاخير كمربع الاوسط فهى متناسبة *ولتكن الخطوط اب ح ونرسم د مثل ب (ب ا) فيصير الخطوط اربعة فان كانت متناسبة يكون سطح ا فى ح مثل سطح ب فى د (يو) اعنى ب فى نفسه

وان كان سطح ا فى د مثل مربع ب اعنى سطح ب فى ء كانت نسبة ا الى ب (ى) كنسبة ء اعنى ب الى د وذلك ما اردناه

(٤)

كل مثلثين متشابهين فنسبة احدهما الى الاخر كنسبة ضلعه الى نظيره من الاخر مثناة * مثلا نسبة مثلثى ا ب د ء ه ر المتشابهين كنسبة ب د الى ه ر مثناة وليكن ب ح ثالث ضلعى ب د ه ر فى النسبة (ب) ونصل اح فمثلثا ا ب ح ء ه ر متساويا زاويتى ب ه ومتكافيا الاضلاع لنسبة ا ب الى ء ه اعنى ب د الى ه ر كنسبة ه ر الى ب ح فهما متساويان (ه) ونسبة مثلث ا ب د الى مثلث ا ب ح اعنى مثلث ء ه ر كنسبة ب د الى ب ح (ا) التى هى نسبة ب د الى ه ر مثناة وذلك ما اردناه اقول ولا يختلف البيان لكون ب ح مساويا لب د او اطول منه وبوجه آخر ان كان ء ه مساويا لا ب يساوى المثلثان (ءا) وثبت الحكم لان تثنية نسبة التساوى هى نسبة التساوى وان لم يكن مساويا له وليكن اقصر فنفصل من ب ا ب ح مثل ء ه و ب ط مثل ه ر ونجعل ب ك ثالثا لهما فى النسبة (ب) ونصل ح د ح ط ك ط ونبين يوازى ك ط ح د يتساوى نسبتى ب د ب ط ب ح ب ك ويساوى مثلثى ب ح ط ب ك د بذلك فيكون لكون مثلث ب ح ط كمثلث ء ه ر ومثلثى ا ب د ك ب د على نسبة ا ب ك ب نسبة مثلثى ا ب د ء ه ر كنسبة ا ب ك اعنى ب ا ب ح بل ب ا ء ه مثناة

(ط)

السطوح الكثيرة الاضلاع المتشابهة ينقسم بمثلثات متشابهة متساوية العدة ويكون نسبة سطح الى سطح كنسبة ضلعيهما النظيرين مثناة * مثلا سطحا ا ب د ء ه ر ح ط ك ل متشابهان ونصل ب ه ه د ح ل ل ط فينقسمان بها بمثلثات متساوية العدة متشابهة لان زاوية ا كزاوية ر ونسبة ا ب الى ر ح كنسبة ا ه الى ر ل فمثلثا ا ب ه ر ح ل متشابهان (و) وتبقى زاوية ه ب د كزاوية ل ح ط ونسبة ب ه الى ح ل اعنى ب ا الى ح ر كنسبة ب د الى ح ط فمثلثا ه ب د ل ح ط ايضا متشابهان وكذلك فى مثلثى ه د ء ل ط ك ولما كانت نسبة جميع الاضلاع النظائر واحدة ونسب مثلثات سطح الى نظائرها كنسبة واحد

الى واحد (مه) بل كنسبة ضلع الى ضلع مثناة (ع) فنسبة السطح الى السطح كنسبة ضلع الى ضلع مثناة وذلك ما اردناه

(ك)

نريد ان نعمل على خط مفروض شكلا مستقيم الخطوط يشبه شكلا مفروضا* مثلا على خط اب شكلا يشبه جد فنقسمه به ر بمثلثات ونرسم على ا من اب زاوية باح (يب) كزاوية دهر وعلى ب منه زاوية ب كزاوية د ونخرج ضلعيهما الى ح فيكون مثلث ابح شبيها بمثلث دهر (د) ثم نعمل على اح زاويتين كزاويتي حهر حره ونخرج ضلعيهما الى ط وهكذا الى ان يتم الشكل فيكون شبيها بجد لما تقرر وذلك ما اردناه

(كا)

السطوح المشابهة لسطح واحد متشابهة* مثلا كسطحي اح الشبيهين بسطح ب وذلك لتساوى الزوايا النظائر وتناسب الاضلاع النظائر فيهما لكونهما فى شكلى ا ب وفى شكلى ح ب كذلك وذلك ما اردناه

(كب)

اذا عملت سطوح متشابهة على خطوط كل اثنين منهما عملا واحدا فان كانت الخطوط متناسبة كانت السطوح كذلك وان كانت السطوح متناسبة كانت الخطوط كذلك* فلتكن الخطوط اب حد هر حط والسطوح كب لد وهما بعمل واحد وم‌هر سحط وهما بعمل واحد وليكن س ثالث خطى اب حد فى النسبة وع ثالث خطى هر حط (ب) فان كانت نسبة اب الى حد كنسبة هر الى حط كانت نسبة كب الى لد المتشابهين كنسبة اب الى س (لط) اعنى اب الى حد مثناة ونسبة مهر الى سحط كنسبة هر الى ع (ع) وبالمساواة نسبة اب الى س كنسبة هر الى ع (يه) فنسبة كب الى لد كنسبة مهر الى سحط (يا ه) وايضا ان كانت السطوح متناسبة كانت نسبة اب الى حد كنسبة هر الى حط فلتكن نسبة اب الى حد كنسبة هر الى فق (يا) ونعمل عليه ص فق شبيها بمهر (ك) فنسبة كب الى لد كنسبة مهر الى ص فق وكانت كنسبة مهر الى سحط فص فق سحط متساويان (ط ه) لتساوى نسبة مهر اليهما ومتشابهان لكونه شبيههما فهما متساويا الاضلاع النظائر فق كحط فنسبة اب الى حد كنسبة هر الى حط وذلك ما اردناه

(كج)

السطوح المتوازية الاضلاع الكائنة على قطر سطح متوازى الاضلاع مشابهة له ومتشابهة والكل على وضع واحد * مثلا كسطحى طه رح الكائنين على قطر ـ ء (لد ا) وذلك لان فى مثلث ـ دء يكون لتوازى هك دء نسبة ـ د الى هد بالتركيب (ـ) اعنى الى حك كنسبة ـ ء الى كء وفى مثلث ـ اء نسبة ـ ء الى كء كنسبة ـ ا الى طا اعنى الى كر فاضلاع سطحى اد رح النظائر متناسبة وزواياهما متساوية فهما متشابهان وكذلك تبين ان سطحى اد طه متشابهان فسطحا رح طه الشبيهان باد متشابهان (كا) وذلك ما اردناه

(كد)

اذا فصل سطح متوازى الاضلاع من سطح يشبهه على زاوية مشتركة ووضع واحد فهو على قطره * مثلا فصل سطح هح من اد على زاوية ء المشتركة فالقطر يكون ءر ـ والا فليكن ءط ـ ونخرج طك موازيا لاء (لا ا) و هر الى ل فسطح هك على قطر سطح اء فنسبة اء الى ءه كنسبة دء الى ءك (كج) وكانت كنسبة دء الى ءح فدك ءح متساويان (ط ه) هذا خلف فاذن القطر ءر ـ وذلك ما اردناه

(كه)

كل متوازيى الاضلاع تساوت زاويتان منهما فنسبة احدهما الى الاخر مؤلفة من نسبتى اضلاعهما * مثلا كسطحى اد در المتساويى زاوية د وليكن ـ د متصلا بدح على الاستقامة وهد بدء وتمم سطح ءح (لا ا) وليكن نسبة ـ د الى دح كنسبة ك الى ل ونسبة ءد الى ده كنسبة ل الى م (يا) فنسبة ك الى م كنسبة ك الى ل مؤلفة بنسبة ل الى م ولان نسبة سطح اد الى سطح دط كنسبة ـ د الى دح (ا) اعنى ك الى ل ونسبة سطح دط الى سطح در كنسبة ءد الى ده اعنى ل الى م تكون نسبة سطح اد الى سطح در بالمساواة المنتظمة كنسبة ك الى م (كد ه) ونسبة ك الى م مؤلفة من نسبة ك الى ل اعنى نسبة ـ د الى دح ومن نسبة ل الى م اعنى نسبة ءد الى ده فنسبة السطحين مؤلفة من نسبتى اضلاعهما وذلك ما اردناه

(كو)

نريدان نعمل سطحا يشبه سطحا ما ويساوى سطحا آخر * مثلا يشبه سطح ابد ويساوى سطح ء فنضيف الى بد سطحا يساوى ابد (مد ا) وهو بر ونخرج بد ونعمل على در سطح رح (مه ا) مساويا السطح ء على ان يكون مع رب بين متوازيى بح هر فيحدث عرض دح ولنستخرج بين بد دح وسطا فى النسبة (ط) وهو طك ونعمل عليه سطح طلك شبيها بسطح ابد (ب) فهو ما اردناه وذلك لان نسبة بد الى دح اعنى نسبة سطح بر الى سطح رح هو نسبة بد الى طك مثناة اعنى نسبة سطح ابد (ع) الى سطح لطك وسطح ابد مساو لسطح بر فسطح لطك الشبيه بسطح ابد مساو لسطح رح (مد ه) اعنى سطح ء وذلك ما اردناه

(كر)

اعظم السطوح المتوازية الاضلاع التى تضاف الى خط وتنقص عن تمامه سطوحا شبيهة بالمتوازى الاضلاع المعمول على نصف الخط وموضوعة كوضعه هو المعمول على نصف الخط المشابه لسطوح النقصانات * مثلا سطح در مضاف الى بد وهو نصف اب وتمم ده (لا ا) ونضيف الى اب سطح اك كيف اتفق بشرط ان تنقص عن تمام الخط سطح بك الشبيه بدر (ع) والموضوع كوضعه فنقول سطح ام المضاف الى اب الناقص عنه سطح در الشبيه بسطح بك وهو سطح النقصان اعظم من اك ونصل قطر بم ونتمم الخطوط (لا ا) فلان هط (لو ا) اعنى طر اعظم من زك (مج ا) اعنى دك يكون جميع ده اعظم من جميع اك وذلك ما اردناه

(كط)

نريدان نضيف الى خط مفروض سطحا متوازى الاضلاع مساويا لسطح مستقيم الخطوط على ان ينقص المضاف عن تمام الخط سطحا شبيها بشكل مفروض متوازى الاضلاع ويجب ان لا يكون السطح المستقيم الخطوط اعظم من الذى يضاف الى نصف الخط شبيها بالشكل المفروض لما مر فى الشكل المتقدم * فليكن الخط اب والسطح المستقيم الخطوط د والمتوازى الاضلاع المفروض ءر والمطلوب ان نضيف الى اب متوازى اضلاع مساويا لسطح د على ان ينقص عن اب سطحا يشبه سطح ءر فننصف

اب (ب ا) على ج ونعمل على بج جك شبيها بدر (كـ) ونتمم سطح
اط فان كان اط مثل حـ فقد عملنا وان كان اط اعظم من حـ جعلنا هم
مساويا لفضل اط على حـ وشبيها بدر (كو) فيكون سطحا جك هم
الشبيهان بدر متشابهين (كا) وليكن زاوية ل مساوية لط و هل نظيرا
لح ط فنفصل طس مثل هل و طع مثل لم ونخرج عه موازيا لطح
و سفق موازيا لاب ونصل بط القطر فسطح اب هو المطلوب
وذلك لان سع اعنى هم هو فضل اط اعنى جك على حـ (لوا)
فيكون علم سفع اعنى سطح اف مساويا لحـ فاذن قد اضفنا اف
الى خط اب مساويا لحـ وقد نقص عن تمام اب سطح هق الشبيه بدر
(ع) وذلك ما اردناه اقول والوجه فى تحصيل فضل اط على حـ ان نعمل
على اج سطح اس مثلا مساويا لحـ فيبقى سطح سص الفضل
(ط)
نريد ان نضيف الى خط مفروض سطحا متوازى الاضلاع مساويا لسطح
مفروض مستقيم الخطوط على ان نزيد المضاف على تمام الخط سطحا شبيها
بشكل متوازى الاضلاع مفروض * فليكن الخط اب والسطح المستقيم
الخطوط حـ والمتوازى الاضلاع المفروض دز والمطلوب ان نضيف
الى اب متوازى اضلاع يساوى سطح حـ على ان نزيد على تمام اب سطحا
يشبه دز فننصف اب على ج ونعمل على بج جك شبيها بدر (كـ)
ونعمل سطح قش مساويا لسطحى جك حـ معا وشبيها بدر (كو) فيكون
سطحا قش جك متشابهين (كا) ولتكن زاويتا ط ر متساويتين وضلعا
طح رق نظيرين ونخرج طح الى ان يصير طم مثل رق و طك
الى ان يصير طا مثل رش ومن م ل م هـ لهـ موازيين لاب كب
ونتمم الشكل فسطح اهـ هو المطلوب وذلك لان سطح م ل اعنى قش
يساوى جميع جك حـ فعلم جهك اعنى سطح اهـ يساوى حـ وهو
المضاف الى اب وقد زاد على تمامه هب الشبيه بدر وذلك ما اردناه اقول
وان اردنا جمع هذين الشكلين قلنا نريد ان نضيف الى خط اب متوازى
اضلاع يساوى سطح حـ و يحدث على الفضل بين ضلعه المنطبق على اب
وبين اب سطح يشبه ده فلننصف اب على ر ونعمل على بر سطح
بح شبيها بده ونتمم اح فان اردنا ان يكون المضاف ناقصا عن الخط ويشترط

فيه

فبه ان لا يكون د اعظم من اح وكان د مثل اح فقد عملنا والا اخذنا
فضل اح على د وان اردنا ان يكون زائدا اخذنا مجموعهما وعملنا طك
مساويا للمأخوذ شبيها بده فهو يشبه ىح (كا) ولتكن زاويتا ح ل متساويتين
وضلعا طل رح نظيرين فنفصل حم مثل لط و ح ى مثل لك
ونخرج مس ىس موازيين لضلعى سطح ىح فاس هو السطح المضاف
المساوى لـ ح وقد حدث على الفضل بين ضلعه وبين اب سطح ىس الشبيه
بده وبيان مساواته لـ ح بمثل ما مر فان اردنا ان يكون السطح الناقص او الزائد
مربعا نصفنا اب على ى فان كان مربع النصف مساويا لـ ح واردنا النقصان
فمربع النصف هو السطح المضاف والا عملنا مربعا يساوى فضل مربع نصف
اب على سطح د او مجموعهما ونفصل مثل ضلعه من نصف اب ان كان
اصغر منه او بعد اخراجه ان كان اعظم وهو ده فسطح اه فى هب هو السطح
المضاف لكون الفضل بينه وبين مربع ىب او ده هو مربع ه‍ى او ىب
يتبين ذلك بما مر فى المقالة الثانية ويكفى من هذا الشكل هذا القدر

(ل)

نريد ان نقسم خطا على نسبة ذات وسط وطرفين * مثلا خط اب فنعمل
عليه مربع اى ونضيف الى اح سطحا متوازى الاضلاع مثل اى (كط) وهو
رط نزيد على تمام الخط مربع رح فالخط قد انقسم على ح القسمة المذكورة
وذلك لان رط مثل اى ويبقى رح مثل ىح وزاويتا ح منهما متساويتان
فبالتكافؤ (يه) نسبة طح الى هح اعنى اب الى اح كنسبة اح الى
حب وذلك ما اردناه اقول وهذه القسمة هى التى ذكرت فى الشكل
الحادى عشر من المقالة الثانية الا ان حال النسبة لم يمكن ان نذكر
هناك فذكرها ههنا مع وجه آخر يليق بهذا الموضع

(لا)

اذا ركب مثلثان على زاوية يحيط بها ضلعان منهما متوازيان لآخرين ونسبة
المتوازية كل الى نظيره واحدة فان الضلعين الباقيين متصلان على الاستقامة
فليكن المثلثان ابح بده وقد ركب على زاوية حبه ونسبة اح الى
به المتوازيين كنسبة بح الى ده المتوازيين نقول فاب ى خط واحد
وذلك لان زاويتى ح ه متساويتان لكون كل واحدة مساوية لزاوية حبه
المبادلة لهما والاضلاع المحيطة بهما متناسبة فالمثلثان متشابهان وجميع زاويتى

اح المساوى لزوية حـ ء معزاوية حـ ا يعادل قائمتين (لد ا) فزاويتا حـ ا حـ ء يعادلان قائمتين فا ـ ء خط واحد (يد ا) وبعبارة اخرى اذا ركب مثلثان متشابهان على زاوية وقد احاط بها ضلعان متوازيان لنظيريهما فالقاعدتان متصلتان على الاستقامة وذلك لان زاوية ح كبادلتها حـ ه (يط ا) وزاوية ا كزاوية ه ـ ء فاذا جعلنا حـ ا مشتركة صارت زوايا المثلث كزوايا ـ فهى كقائمتين (لد ا) فالخط على الاستقامة (يد ا) وذلك اردناه

(لد)

كل مثلث قائم الزاوية فان الشكل المستقيم الخطوط المضاف الى وتر زاويته القائمة يساوى الشكلين المضافين الى ضلعيها اذا كانا شبيهين به وعلى وضعه * وليكن المثلث ا ـ ح والقائمة زاوية ا وذلك لان نسبة مربع ـ ح الى مربع ـ ا كنسبة ـ ح الى ـ ا مثناة (يط) وكذلك نسبة الشكل المضاف الى ـ ح الى شبيهه المضاف الى ـ ا فنسبة مربع ـ ح الى مربع ـ ا كنسبة الشكل المضاف الى ـ ح (يا ه) الى الشكل المضاف الى ـ ا وكذلك نسبة مربع ـ ح الى مربع حا كنسبة الشكل المضاف الى ـ ح الى الشكل المضاف الى حا فنسبة مربع ـ ح الى مربعى ـ ا حا كنسبة الشكل المضاف الى ـ ح الى الشكلين المضافين اليهما ومربع ـ ح يساوى المربعين (مز ا) فالشكل المضاف الى ـ ح يساوى الشكلين وبوجه آخر ولنخرج عمود ا ء فنسبة الشكل المضاف الى ـ ح الى المضاف الى ـ ا كنسبة ـ ح الى ـ ا مثناة (يط) اعنى كنسبة ـ ح الى ـ ء ونسبة الشكل المضاف الى ـ ح الى المضاف الى حا كنسبة ـ ح الى ح ء فنسبة الشكل المضاف الى ـ ح الى الشكلين المضافين الى ـ ا حا معا كنسبة ـ ح الى ـ ء ح ء معا ولكن ـ ح مساو لـ ء ح ء معا فالشكل المضاف الى ـ ح يساوى المضافين الى ـ ا حا وذلك ما اردناه

(لج)

اذا كانت فى دائرتين متساويتين زاويتان على المركز او على المحيط فان نسبة احديهما الى الاخرى كنسبة القوسين اللتين عليهما * ولتكن الدائرتان ا ـ ح ء ه ر والزاويتان اما على المحيط فزاويتا ا ء واما على المركز فزاويتا ع ط نقول فنسبة قوس ـ ح الى قوس ه ر كنسبة زاوية ا الى زاوية ء او زاوية ع الى زاوية ط ولنفصل فى دائرة ا ـ ح قسى ح ك كل مساوية لقوس

بد ما امكن وفى دائرة ده ر قسى ر م م د مساوية لقوس ه ر ما امكن
ونصل ح ك ح ل ط م ط د فقسى ب د د ك ك ل اضعاف لقوس
ب د وجميع زاوية ب ح ل اضعاف لزاوية ب ح د بتلك العدة وكذلك قسى
ه ر ر م م د لقوس ه ر وزاوية ه ط د لزاوية ه ط ر فان كانت
قوس ب ل زائدة على قوس ه د كانت زاوية ب ح ل زائدة على زاوية
ه ط د وان كانت قوس ب ل مساوية او ناقصة كانت زاوية ب ح ل
كذلك فاذن نسبة ب د الى ه ر كنسبة زاويتى ح ط
بل كنسبة نصفيهما اعنى زاويتى ا ى (ط د)
وذلك ما اردناه

تمت المقالة السادسة بتأييد الله تعالى

المقالة السابعة تسعة وثلثون شكلا

صدر الوحدة هی ما یقال به لشیء ما واحد والعدد هو الکمیة المتألفة من الوحدات اقول وقد یقال لکل ما یقع فی مراتب العد عدد فیقع اسم العدد علی الواحد ایضا بهذا الاعتبار العدد الاقل ان کان یعد الاکثر فهو جزء له والاکثر المعدود به اضعافه العدد الزوج هو الذی ینقسم بمتساویین والفرد هو الذی لا ینقسم بهما والذی تفاضل الزوج بواحد وزوج الزوج هو الذی یعده زوج مرات اعدادها زوج وزوج الفرد هو الذی یعده فرد مرات عددها زوج وفرد الفرد هو الذی یعده فرد مرات عددها فرد والعدد الاول هو الذی لا یعده غیر الواحد والمرکب هو الذی یعده عدد آخر وفی نسخة ثابت والاول عند عدد آخر هو الذی لا یعدهما معا غیر الواحد والمرکب عند عدد آخر هو الذی یعدهما عدد آخر الاعداد المشترکة هی المختلفة التی یعدها جمیعا غیر الواحد والمتباینة هی التی لا یعدها جمیعا غیر الواحد والعدد المضروب فی عدد هو الذی یضعف بعدة احاد المضروب فیه فیجتمع احد والعدد المربع هو المجتمع من ضرب عدد فی مثله ویحیط به عددان متساویان والعدد المکعب هو المجتمع من ضرب عدد فی مربعه ویحیط به ثلثة اعداد متساویة والعدد المسطح هو المجتمع من ضرب عدد فی عدد ویحیط به عددان هما ضلعاه والعدد المجسم هو المجتمع من ضرب عدد فی عدد مسطح ویحیط به ثلثة اعداد هی اضلاعه والاعداد المتناسبة هی التی یکون الاول منها للثانی والثالث للرابع اضعافا متساویة او جزءا او اجزاء بعینها والاعداد المسطحة او المجسمة المتشابهة هی التی اضلاعها متناسبة والعدد التام هو المساوی لجمیع اجزائه الاشکال

(١)

کل عددین ینقص من اکثرهما ما فیه من امثال الاقل فیبقی اقل من الاقل ثم من الاقل ما فیه من امثال ذلک الباقی فیبقی اقل منه ثم من الباقی الاول امثال الباقی الثانی وهکذا من غیر ان یعد باق باقیا یلیه قبله حتی ینتهی الی الواحد فهما متباینان* مثلا ننقص من اب الاکثر ما فیه من امثال حد الاقل فیبقی طا اقل من حد ثم ننقص من حد ما فیه من امثال طا فبقی حه ثم من طا ما فیه من حه فبقی کا الواحد نقول فاب حد متباینان والا فلیعدهما غیر الواحد وهو عدد هر فهر یعد

حد الذى يعد بط فهو يعد بط وكان يعد اب فيعد طا الذى يعد دح فيعد دح وكان يعد حد فيعد حح الذى يعد طك فيعد طك وكان يعد طا فيعد كا الواحد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ب)

نريد ان نجد اكثر عدد يعد عددين مشتركين * كعددى اب حد فان كان حد الاقل يعد اب وهو يعد نفسه فهو اكثر عدد يعدهما وان كان لا يعده بل يعد به منه ويبقى ها اقل من حد وهو لا يعد حد بل يعد در منه ويبقى حر اقل منه ويجب الانتهاء الى عدد يعد الذى قبله غير الواحد لكون اب حد مشتركين بالفرض فليعد حر اه فهو اكثر عدد يعدهما اما انه يعدهما فلانه يعد اه الذى يعد در فهو يعد در ويعد نفسه فهو يعد جميع حد و حد يعد هب فهو يعد هب وكان يعد اه فهو يعد اب ايضا واما انه اكثر عدد يعدهما فلانه ان لم يكن اكثر فليكن حط اكثر منه وهو يعدهما فيعد حد الذى يعد هب فيعد هب ويعد اب فيعد اه الذى يعد در فيعد در ويعد حد فيعد حر وكان اكثر منه هذا خلف فاذن لا اكثر من حر يعدهما وذلك ما اردناه وقد بان من ذلك ان كل عدد يعد عددين فانه ايضا يعد اكثر عدد يعدهما

(ح)

نريد ان نجد اكثر عدد يعد اعدادا مشتركة فوق اثنين * كاعداد ا ب ح فنأخذ اكثر عدد يعد اب (ب) وهو د ثم د ان كان يعد ح ايضا فهو اكثر عدد يعد الثلثة والا فليكن ه اكثر عدد يعدها فهو يعد اب ويعد اكثر عدد يعدهما (ب) اعنى د فه الاكثر يعد د الاقل هذا خلف وان كان د لا يعد ح اخذنا اكثر عدد يعدهما (ب) ولابد من وجوده لكون الاعداد مشتركة فليكن ه فهو يعد د الذى يعد اب ويعد ح فيعد الثلثة ولا اكثر منه يعدها والا فهو ر ولانه يعد اب يعد د وكان يعد ح فيعد اكثر عدد يعدهما اعنى ه فر الاكثر يعد ه الاقل هذا خلف فاذن وجدنا اكثر عدد يعد الثلثة اعنى ه وذلك ما اردناه

(د)

العدد الاقل من الاكثر اما جزء او اجزاء كحد من اب لانه ان كان يعده فهو جزؤه والا فلنفصله على حط الى آحاده ان كان متباينا لاب او الى اقسامه المساوية له ر ان كان مشاركا له ويعدهما ر فكل واحد من حح

ع ط ط ى جزء لاب والجميع وهو دى اجزاء وذلك ما اردناه اقول اما الجزء فلا يكون الا افضل واما الاجزاء فقد يكون افضل وقد يكون اكثر

(ه)

اذا كان عددان كل واحد منهما جزء بعينه لاخر كان مجموعهما ذلك الجزء من مجموع الاخرين* مثلا اب جزء لدى و هر ذلك الجزء لح ط فجميع اب هر ايضا ذلك الجزء لجميع دى ح ط ولنفصل دى بك الى امثال اب وح ط بل الى امثال هر فدك ح ل معا كاب هر معا وكذلك كى لط والعدة كالعدة فاذن فى دى ح ط مقترنين من اب هر معا مثل ما فى احدهما وحده من نظيره وذلك ما اردناه

(و)

اذا كان عددان كل واحد منهما اجزاء بعينها لاخرين فمجموعهما يكون تلك الاجزاء من مجموع الاخرين* مثلا اب اجزاء لدى و هر تلك الاجزاء بعينها لح ط فجميع اب هر ايضا تلك الاجزاء لجميع دى ح ط فلنفصل اب بك الى اجزاء دى و هر بل الى اجزاء ح ط و اك لدى و هل لح ط جزء واحد فجميع اك هل ذلك الجزء لجميع دى ح ط وعدة اك كب كعدة هل لر فمجموعهما لمجموع دى ح ط تلك الاجزاء التى كان احدهما لنظيره وذلك ما اردناه

(ر)

اذا كان عددان احدهما جزء للاخر ونقص منهما عددان احدهما ذلك الجزء للاخر النظير من النظير بقى عدد ان احدهما ذلك الجزء ايضا للاخر* مثلا اب لدى و اه لدر جزء واحد فاذا نقص الاخيران من الاولين بقى هب لرى ذلك الجزء وليكن هب لدح الجزء الذى كان اه لدر فجميع اب لحر ذلك الجزء وكان لدى ايضا كذلك فحر دى عدد واحد و در مشترك فحد كرى فهب لرى ذلك الجزء وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ان لم يكن هب لرى ذلك الجزء فليكن لرط ذلك الجزء فاب لحط ذلك الجزء (ه) وكان لدى كذلك فدى كحط هذا خلف فالحكم ثابت

(ع)

اذا كان عددان احدهما اجزاء للاخر ونقص منهما عددان احدهما تلك الاجزاء للاخر النظير من النظير بقى عددان احدهما ايضا تلك الاجزاء

من الاخر* مثلا اب اجزاء جد و اه جز المنقوصين تلك الاجزاء فهب زى
الباقيين تلك الاجزاء ولنجعل حط مثل اب ولنفصله الى اجزاء حى يك
ولنفصل اه الى اجزاء هز زل وعدة حى كط كعدة ال له وجزء
حى جد كجزء ال جز وحى اكثر من حز فحك اكثر من الحم وليكن
مثل ال فيبقى مك زى كحك جد (ز) وكذلك ليكن له مثل طن
ويبقى كن زى كطن جز فجميع حم طن اعنى اه جز كجميع من
اعنى هب زى وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لما كان الجزء الواحد من اه
جز اقل من الجزء الواحد من اب جد وكانت البقايا بعد نقصان الاجزاء التى
فى اه من الاجزاء التى فى اب هى هب فان لم تكن تلك البقايا اجزاء زى كاجزاء
اه جز فلتكن اجزاء زس كذلك ويكون جميع اب جس كذلك (و)
وقد كان جد كذلك فجس حى متساويان هذا خلف فالحكم ثابت

(ط)

اذا كان كل واحد من عددين جزأ بعينه لكل واحد من آخرين فاذا ابدلنا كان الجزء
للجزء ذلك الجزء او الاجزاء التى يكون الكل للكل على الولاء* مثلا اب جزء
جد و هز ذلك الجزء بعينه لح ط فاب لهز ذلك الجزء او الاجزاء الذى
يكون حى لح ط وذلك لانا اذا فصلنا حى الى امثال اب يك
و ح ط الى امثال هز بل كان حك من حل و كى من لط
ذلك الجزء او الاجزاء الذى يكون اب من هز فاذن جميع حى من حط
يكون ايضا ذلك الجزء (ه) او الاجزاء (و) وذلك ما اردناه

(ي)

اذا كان كل واحد من عددين اجزاء بعينها لكل واحد من آخرين فاذا ابدلنا كانت
الاجزاء للاجزاء ذلك الجزء او الاجزاء الذى يكون احد الآخرين للآخر على
الولاء* مثلا اب اجزاء جد و هز تلك الاجزاء لح ط فاب له ذلك الجزء
او الاجزاء الذى يكون حى لح ط ولنفصل اب الى اجزاء حى يك و هز
الى اجزاء ح ط زل وكل واحد من اك كب لكل واحد من هل لز هو
الجزء او الاجزاء الذى يكون جميع اب لجميع هز كاهز والذى يكون حى لح ط
كما فى الشكل المتقدم فاب له ز ذلك الجزء او الاجزاء الذى حى لح ط وذلك
ما اردناه

(يا)

اذا نقص من عددين عددان على نسبتهما كان الباقيان ايضا على تلك النسبة*

ثلا نقص من اب جد عددا اه جز وكانت نسبة اب الى جد كنسبة اه الى جز نقول فنسبة هب الى زد كذلك وذلك لان اب لجد هو الجزء او الاجزاء الذى يكون اه لجز فيبقى هب لزد كذلك (ز) (ح) فنسبتهما كتلك النسبة وذلك ما اردناه

(ب)

اذا كانت اعداد متناسبة فنسبة مقدم الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى *مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د فنسبة ا الى ب كنسبة جميع اج الى جميع بد وبيانه بالجزء (ه) والاجزاء (و) ظاهر وذلك ما اردناه

(ي)

اذا كانت اربعة اعداد متناسبة وابدلت كانت ايضا متناسبة *مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د فنسبة ا الى ج كنسبة ب الى د وذلك لان ا لب هو الجزء او الاجزاء الذى يكون ج لد وبالابدال ا لج هو الجزء (ط) او الاجزاء (ي) الذى يكون ب لد فهى متناسبة وذلك ما اردناه اقول وبهذه الاشكال الثلثة يبين التفصيل والتركيب فى الاعداد فليكن نسبة اب الى بج كنسبة ده الى هز تارة على سبيل التركيب وتارة على سبيل التفصيل اقول اذا فصلنا المركب او ركبنا المفصل كانت نسبة اج الى جب كنسبة دز الى زه وذلك لان بالابدال نسبة اب الى ده كنسبة بج الى هز فنسبة اج الى دز (ب) كنسبة بج الى هز وبالابدال نسبة اج الى بج كنسبة دز الى زه

(يد)

اذا كان صنفان من الاعداد كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من الصنف الاخر كانت فى المساواة متناسبة * مثلا ابج صنف و دهز صنف ونسبة اب كنسبة ده ونسبة بج كنسبة هز نقول فنسبة اج كنسبة دز وذلك لان بالابدال (ي) تكون نسبة ا د كنسبة ب ه ونسبة ب ه كنسبة ج ز فنسبة ا د كنسبة ج ز وبالابدال نسبة ا ج كنسبة د ز وذلك ما اردناه اقول وقد استعمل فى هذا الشكل ان النسب المساوية لنسبة واحدة متساوية ولم نبين ذلك فى الاعداد لسهولة بيانه بالجزء والاجزاء واما المساواة المضطربة فبيانها فى الاعداد انما يأتى بعد حكمين سيأتى بيانهما احدهما اثبات التأليف فى النسبة العددية وسيأتى هذا فى المقالة الثامنة والثانى ان مسطح عدد فى آخر كسطح الاخر فيه وسيأتى هذا عن قريب

وذلك

وذلك ليتبين ان الحاصل من ضرب قدر النسبة الاولى فى قدر النسبة الثانية هو الحاصل من ضرب قدر الثانية فى قدر الاولى فيثبت المطلوب

(ه)

اذا كان الواحد يعد عددا بقدر ما يعد ثان ثالثا فالواحد بالابدال يعد الثانى بقدر ما يعد الاول الثالث * مثلا الواحد يعد اب بقدر ما يعد جد هز فالواحد يعد جد بقدر ما يعد اب هز وذلك لان فى هز من امثال جد كما فى اب من الاحاد واذا فصلنا هز بك ل الى امثال جد و اب بح ط الى الاحاد فالواحد يعد جد ككل واحد من اح حط طب كل واحد من هك كل لز بل جميع اب (س) جميع هز وذلك ما اردناه اقول وبعبارة اوجز فلان عدد ما فى اب من الاحاد كعدد ما فى هز من امثال جد فالواحد يعد كما يعد جميع تلك الاحاد وهى اب جميع الامثال وهى هز

(و)

مسطح عدد فى آخر كمسطح الاخر فيه * فليكن مسطح ا فى ب د ومسطح ب فى ا ى نقول ى كد وذلك لان الواحد يعد ب كما يعد اد بحكم ضرب ا فى ب ويعد ا كما يعد ب ى بحكم ضرب ب فى ا فاذا ابدلنا صار الواحد يعد ب (ه) كما يعد ا ى وكان كما يعد ا د فاذن ا يعد د و ى عددا واحدا فهما عدد واحد وذلك ما اردناه

(ز)

كل عددين يضربان فى عدد فنسبة المسطحين كنسبتهما * مثلا ضرب عددا ب د فى ا فحصل مسطحا ى ه نقول فنسبة ى الى ه كنسبة ب الى د وذلك لان الواحد يعد ا كما يعد ب ى و د ه فنسبة ب الى ى كنسبة د الى ه واذا ابدلنا (ج) كانت نسبة ب الى د كنسبة ى الى ه وذلك ما اردناه

(ح)

كل عدد يضرب فى عددين فنسبة المسطحين كنسبتهما * مثلا ضرب د فى اب فحصل مسطحا ى ه نقول فنسبة ا الى ب كنسبة ى الى ه وذلك لانه لافرق بين ضرب د فى اب وبين ضربهما فيه (و) فى حصول مسطحى ى ه فاذن هما ههنا على نسبة اب كما كانا هناك وذلك ما اردناه

(ط)

كل اربعة اعداد فان كانت متناسبة كان مسطح الاول فى الرابع كمسطح الثانى

فى الثالث وان كان المسطح كالمسطح كانت متناسبة * مثلا ا ب
ح د اربعة اعداد وليكن متناسبة نقول فسطح ا فى د وهو ه كسطح
ب فى ح وهو ز ولنضرب ا فى ح فيحصل ح فا ضرب فى ح د
وحصل ح ه فنسبة ح الى د كنسبة ح الى ه (٤) وايضا ا ب
ضرب فى ح وحصل ح ز فنسبة ا الى ب اعنى ح الى د كنسبة ح
الى ز (ر) وكانت كنسبة ح الى ه فنسبة ح الى ه و ز واحدة
فهما متساويان وايضا ليكن ه ز متساويين نقول فنسبة ا ب كنسبة
ح د وذلك لان نسبة ح ز بالبيان المذكور كنسبة ا ب (ر)
ونسبة ح ه كنسبة ح د (٤) ونسبة ح الى ز ه المتساويين واحدة
فنسبة ا ب كنسبة ح د وذلك ما اردناه اقول وقد استعمل ههنا
ايضا ان نسبة المتساويين الى شئ واحد واحدة وعكسه ولم يبين ذلك
فى الاعداد لسهولة بيانهما بالجزء والاجزاء وقد ظهر من هذا ان كل ثلثة
اعداد فان كانت متناسبة كان مسطح الاول فى الثالث كمربع الثانى
وان كان المسطح كالمربع كانت متناسبة

(ك)

اقل الاعداد على نسبة يعد جميع الاعداد التى على نسبتها عدا واحدا الاقل
للاقل والاكثر للاكثر * فليكن ا ب ح د على نسبة و ه ز ح ط اقل عددين
على تلك النسبة فه ز يعد ا ب بقدر ما يعد ح ط ح د وذلك لان ه ز لا يخلوا
من ان يكون جزأ لا ب (ك) او اجزاء فان كان اجزاء فلنفصله بك الى جزئى
ه ك ك ز لا ب ويكون ح ط تلك الاجزاء بعينها (ك) لح د وليكن ح ل
ل ط ويكون قدر ه ك من ح ل كقدر ه ز من ح ط فه ك ح ل اقل
من ه ز ح ط وعلى نسبتهما وكان ه ز ح ط اقل عددين على نسبتهما
هذا خلف فاذن ه ز جزء لا ب ويكون لا محالة ح ط مثل ذلك
الجزء (ك) لح د فيكون عدهما لهما سواء وذلك ما اردناه

(كا)

اقل الاعداد على نسبة يكون متباينة * مثلا كا ب والا فليعد هما
ح بد ه فسطحا ح فى د ه هما ا ب فنسبة د ه كنسبة ا ب (٤)
وهما اقل من ا ب هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول
والواحد يجب ان يدخل فى قوله اقل الاعداد ليصح الحكم

(كب)

المتباينان اقل عددين على نسبتهما * كا ب والافليكن د ه اقل منهما وعلى نسبتهما فيعد انهما (ك) لامحالة بد ويعدهما ه بعددى د ه فهما مشتركان وفرضا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(كج)

العدد الذي يعد احد المتباينين مباين للآخر * كـ الذي يعد ا المباين لب فهو مباين لب والافليعدهما د فد يعد ح الذي يعد ا فيعد ا ويعد ب فا ب مشتركان وفرضا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(كد)

كل عددين يباينان آخر فسطح احدهما في الآخر يباينه * مثلا ا ب مباينان لـ ح ومسطحهما د فهو يباين ح والافليعدهما ه وليكن ه يعد د بر فه في ر د وكان ا في ب د فنسبة ه الى ا كنسبة ب الى ر (ط) و ه يعد ح فيباين ا (كج) فهما اقل (كب) عددين على نسبتهما ويعدان (ك) ب ر فه يعد ب وكان يعد ح فب ح مشتركان وفرضا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(كه)

مربع المباين مباين * مثلا ا مباين لب و ح مربع ا فهو مباين ايضا لب وليكن د مثل ا فا د مباينان لب و ح مسطح احدهما في الآخر فهو ايضا مباين لب (كد) وذلك ما اردناه

(كو)

اذا كان كل واحد من عددين يباين كل واحد من آخرين فسطح الاولين يباين مسطح الاخرين * مثلا يباين كل واحد من ا ب كل واحد من ح د ومسطح ا ب ه ومسطح ح د ر فهما متباينان وذلك لان ا ب يباينان ح فه يباين ح (كد) ويباينان د فه يباين د لكن ح د يباينان ه فر يباين ه وذلك ما اردناه

(كز)

كل متباينين فمربعاهما متباينان وكذلك مكعباهما ومايعدهما من المراتب التي لاتحصى * مثلا ا ب متباينان و ح د مربعاهما فهما متباينان و ه ر مكعباهما فهما ايضا كذلك وذلك لان ا ب متباينان فمربع كل واحد منهما يباين الآخر (كد) فا يباين د فمربعه وهو ح يباين د وكل واحد

من ا ح مباين لكل واحد من ب ى فسطح ا ح وهو ه مباين (كو) لمسطح ب ى وهو ر وكذلك فيما يعدهما وذلك ما اردناه

(كح)

كل عددين فان كانا متباينين كان مجموعهما بعد التركيب يباين كل واحد منهما وان كان مجموعهما يباين كل واحد منهما كانا بعد التفصيل متباينين * مثلا اب بح عددان وليكونا متباينين فاح يباين اب والا فليعدهما ى ويعد لامحالة بح فاب بح مشتركان هذا خلف وكذلك اح يباين بح وايضا ليكن اح اب متباينين فاب بح متباينان والا فليعدهما ى ويعد اح لامحالة فاح اب مشتركان هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وعلى هذا القياس ان جعلا مشتركين

(كط)

العدد المركب يعده عدد اول * مثلا ا مركب وليعده ب فان كان ب اولا ثبت الحكم والا فليعده ح وكذا القول فيه فان لم ينته الى عدد غير مركب وجب ان يعد عددا مفروضا متناهي الاحاد مركبات مرتبة غير متناهية كل واحد اكثر من الذي يعده هذا خلف فلابد من ان ينتهي الى عدد اول وليكن هو ح فح يعد ا وهو اول وذلك ما اردناه

(ل)

كل عدد فهو اول او يعده اول * مثلا ا عدد فان كان اولا ثبت احد القسمين والا فيعده اول (كط) وذلك ما اردناه

(لا)

الاول مباين لكل عدد لا يعده * مثلا ا اول فهو مباين لب الذي لا يعده والا فليعدهما عدد غير الواحد وكان ا اول هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لب)

اذا عد الاول مسطحا عد احد ضلعيه * مثلا ا اول و ب مسطح ضلعاه ح ى و ا يعد ب فهو يعد اما ح واما ى وذلك لانه ان كان يعد ح ثبت الحكم والا لكانا متباينين (لا) وليكن ا يعد ب بقدر ه فافي ه هو ب وكان ح في ى هو ب فنسبة ا الى ح (يط) كنسبة ى الى ه و اح اقل الاعداد على نسبتهما لكونهما متباينين (كب) فا يعد ى (ك) وذلك ما اردناه

(لج)

نريد

نريد ان نجد اقل الاعداد على نسبة اعداد معلومة كا ب د المتوالية فان كانت
متباينة فهي اقل الاعداد (كج) على نسبتها وان كانت مشتركة فليكن ه اكثر
عدد يعدها (د) وليعد اب و ب ز و د ح فه ز ح اقل الاعداد على
تلك النسبة والا فليكن ط ك ل اقل الاعداد وليعد (كد) ط ا و ك ب و
ل د بم فم فى ط ا وكان ه فى ه ا فنسبة ه الى ط (يط) كنسبة م الى
ه وه اكثر من ط فم اكثر من ه وهو يعد ا ب د وكان ه اكثر عدد يعدها
هذا خلف فاذن ليس غير ه ز ح اقل اعداد على تلك النسبة وذلك ما اردناه

(لد)

نريد ان نجد اقل عدد يعده عددان مختلفان* كا ب فان كان الاقل يعد الاكثر
والاكثر يعد نفسه فالاكثر هو المطلوب والا فان كانا متباينين فلنضرب ا فى ب
ليحصل د وهو المطلوب اما انهما يعدانه فظاهر واما انه اقل عدد يعدانه
فلانهما لو عدا اقل منه فليعد اه وليعده ا به و ب ز فضرب ا فى ه هو
ه وكذلك ضرب ب فى ز فنسبة ا الى ب (يط) كنسبة ز الى ه و ا ب
اقل الاعداد (كج) على نسبتهما لكونهما متباينين فا يعد ز (كد) و ب
ضرب فى ا ز فحصل د ه فنسبة ا الى ز كنسبة د الى ه (ع) فالاكثر
يعد ايضا ه الاقل هذا خلف فاذن ا ب لا يعدان اقل من د وان كانا
مشتركين فليكن ز ه اقل عددين (لج) على نسبتهما ونسبة ا الى ب كنسبة
ز الى ه ويضرب ا فى ه او ب فى ز ليحصل د (يط) وهو المطلوب
اما انهما يعدانه فظاهر واما انه اقل عدد يعدانه فلانهما لو عدا اقل منه فليعد
اه وليعده ا ح و ب ط فا فى ح ه وكذلك ب فى ط فنسبة ا الى ب
كنسبة ط الى ح (يط) وكانت كنسبة ز الى ه فنسبة ز الى ه كنسبة
ط الى ح (يد) و ز ه اقل عددين على نسبتهما فز يعد ط (كد) و ب
ضرب فى ز ط فحصل د ه فنسبة ز الى ط كنسبة د الى ه (ع) فالاكثر
يعد ايضا ه الاقل هذا خلف فاذن ا ب لا يعدان اقل من د وذلك ما اردناه

(له)

اقل عدد يعده عددان فهو يعد كل عدد يعدانه* مثلا ح ط اقل عدد يعده
عددا ا ب د ه وهما يعدان ه ز فح ط يعد ه ز والا فليبق من ه ز
الاكثر ز ك غير معدود بح ط الاقل لكونه اقل من ح ط و ا ب د ه
يعدان ه ك لانهما يعدان ح ط وهو يعد ه ك ويعدان جميع ه ز فهما

يعدان كـ ر وكان ح ط اقل عدد يعدانه وهو اكثر من كـ ر هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لو)

نريد ان نجد اقل عدد يعده اعداد فوق اثنين * كاعداد ا ب ح فلنأخذ اقل عدد (له) يعده عددا ا ب وهو ى فان عده ح فهو اقل عدد يعده الثلثة اما ان الثلثة يعده فظاهر واما انه اقل عدد فلانه لو لم يكن اقل فليكن الاقل ه ويعده ا ب فيعده ى (له) الذى هو اقل عدد يعدانه و ى اكثر منه هذا خلف وان لم يعد ح ى فلنأخذ اقل عدد (له) يعده ح ى وهو ه فهو اقل عدد يعده ا ب ح اما انه يعده فلان ا ب يعدان ى وهو يعد ه فهما يعدان ه و ح يعده واما انه اقل عدد فلانه لو لم يكن اقل فليكن الاقل ر ونبين بمثل ما مر ان ه يعده وهو اكثر منه هذا خلف فاذن وجدنا ما اردناه

(لر)

كل عدد يعده عدد فالمعدود جزء سمى للعاد * مثلا ا يعده ب وليكن الواحد يعد ح بقدر ما يعد ب ا وبالابدال (به) يعد الواحد ب بقدر ما يعد ح ا فالواحد من ب هو الجزء الذى يكون ح من ا والواحد من ب جزء سمى لب فح جزء لا المعدود سمى لب العاد وذلك ما اردناه

(لح)

كل عدد له جزء فسمى ذلك الجزء يعده * مثلا ب جزء من ا وليكن الواحد من ح ذلك الجزء فح سمى لجزء ب والواحد يعد ح كما يعد ب ا وبالابدال (به) الواحد يعد ب كما يعد ح ا فح الذى هو سمى لجزء ا يعده وذلك ما اردناه

(لط)

نريد ان نجد اقل عدد له اجزاء مفروضة * كا ب ح وليكن ى ه ر اسميائها فنأخذ اقل عدد يعده ى ه ر (لو) وهو ح فح هو الذى له تلك الاجزاء فلما مر (لر) واما انه اقل عدد له تلك الاجزاء فلانه لو لم يكن اقل فليكن الاقل ط ولكون تلك الاجزاء له يعده اسميائها وهى ى ه ر وهو اقل من ح هذا خلف فح هو العدد المطلوب وذلك ما اردناه

تمت المقالة السابعة بعون الله تعالى

المقالة الثامنة خمسة وعشرون شكلا وفى نسخة ثابت بزيادة شكلين هما ٢ ٤

(ا)

اذا توالت اعداد على نسبة واحدة وتباين طرفاها فهى اقل الاعداد على نسبتها * مثلا كاعداد ا ب حـ د وا د متباينان والا فليكن ه ر ح ط بعدتها وعلى نسبتها واقل منها فبالمساواة نسبة ا الى د كنسبة ه الى ط (ند ر) وا د اقل الاعداد على نسبتهما (كـ ر) لكونهما متباينين ويعدان كل عددين على تلك النسبة (كـ ر) فا يعد ه وهو اكثر منه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ب)

نريد ان نجد اقل اعداد متوالية كم كانت على نسبة ما * مثلا على نسبة ا ب وليكونا اقل عددين على تلك النسبة وعدة المتوالية المطلوبة اربع فنربع ا ونضربه فى ب ونربع ب يحصل اعداد حـ د ه الثلثة ونضرب ا فيها و ب فى ه يحصل اعداد ر ح ط ك الاربعة وهى المطلوبة وذلك لانا ضربنا ا فى نفسه وفى ب فحصل حـ د فهما على نسبة ا ب (٤ ر) و ب فى ا وفى نفسه فحصل د ه فهما ايضا على نسبتهما (٤ ر) فالثلثة متوالية على تلك النسبة وايضا ضربنا ا فى الثلثة فحصل ر ح ط فهى على تلك النسبة (٤ ر) و ا ب فى ه (بر ر) فحصل ط ك فهما ايضا على تلك النسبة فالاربعة متوالية عليها وهى اقل الاعداد عليها لان ا ب كانا متباينين (كا ر) و حـ ه مربعاهما و ر ك مكعباهما فاطراف الثلثة والاربعة متباينة وقس على ذلك ما جاوزها وذلك ما اردناه وقد بان ان طرفى الثلثة المتوالية يكونان مربعين وطرفى الاربعة مكعبين اذا كانت اقل ما يكون على نسبة

(حـ)

كل اقل اعداد متوالية على نسبة فطرفاها متباينان * مثلا كا د من اعداد ا ب حـ د الاربعة التى هى اقل اعداد على نسبتها ولنأخذ اقل عددين على تلك النسبة (لحـ ر) كا م وهى ه ر ثم اقل ثلثة وهى ح ط ك (ب) ثم اقل اربعة (ب) وهى ل م ن س فهى موافقة لاعداد ا ب حـ د فى العدة والنسبة وفى كونها اقل ما يكون عليها فهى هى و ل س متباينان (كـ ر) فا د متباينان وذلك ما اردناه

(د)

نريد ان نجد اقل اعداد متوالية على نسب مفروضة * كنسب ا ب حـ

د ه ز وليكن كل اثنين اقل مايكون على نسبتها فنأخذ اقل عدد (لد ز)
يعده ب و ج وهو ط ونجعل ا يعد ح كما يعد ب ط و د يعد ك
كما يعد ج ط ثم نأخذ اقل عدد يعده ك و ه وهو ل ونجعل ح ط
يعدان ن س كما يعد ك ل و ز يعد م كما يعد ه ل فن س ل م
على تلك النسب وذلك لان ا ب يعدان ح ط سواء و ح ط يعدان
ن س سواء فن س على نسبة ا ب (ط ز) و ج د يعدان ط ك
سواء و ط ك يعدان س ل سواء فس ل (ط ز) على نسبة ج د
و ه ز يعدان ل م سواء فهما على نسبتهما نقول فهي اقل اعداد
على تلك النسب والا فليكن ع ف ص ق اقل فنسبة ا ب كنسبة
ع ف و ا ب اقل عددين على نسبتهما فهما يعدان ع ف (كـ ز)
وكذلك ج د يعدان ف ص و ه ز يعدان ص ق فب و ج
يعدان ف وكان ط اقل عدد يعده ب و ج فط يعد ف (له ز)
ونسبة ط ك كنسبة ف ص فك يعد ص وكان ه يعده
فك و ه يعدانه وكان ل اقل عدد يعدانه فل يعد ص و ص
اقل هذا خلف فاذن الاقل هي ن س ل م لاغير وذلك ما اردناه

(ه)

نسبة كل مسطح الى مسطح مؤلفة من نسبتي اضلاعهما * مثلا ا مسطح
واضلاعه ج د و ب مسطح آخر واضلاعه ه ز فنسبة ا الى ب مؤلفة
من نسبة ج الى ه ونسبة د الى ز (د) ولنأخذ اقل ثلثة اعداد
على النسبتين (لد ز) وهي ح ط ك نسبة ج ه كنسبة ح ط ونسبة
د ز كنسبة ط ك والمؤلفة منهما نسبة ح ك ولنضرب د في ه
فيحصل ل فد ضرب في ج و ه وحصل ا ل فنسبة ج ه اعني نسبة
ح ط كنسبة ا ل (٤ ز) و ه ضرب في د ز فحصل ل ب فنسبة
د ز اعني نسبة ط ك كنسبة ل ب فبالمساواة نسبة ح ك
المؤلفة من النسبتين كنسبة ا ب (يد ز) فهي ايضا مؤلفة منهما
وذلك ما اردناه اقول قد مر في بيان معنى تأليف النسبة في المقادير ما فيه
كفاية فليعرف معناه في الاعداد من ذلك بعد ان يعلم انه لا حاجة
ههنا الى وضع شيء يقدر به فان الواحد هو الذي يعد جميع الاعداد

(و)

اذا كانت اعداد متوالية على نسبة والاول لا يعد الثانى فليس منها عدد يعد آخر يعده * مثلا ا ب ج د ه متوالية و ا لا يعد ب اما ان كل عدد منها لا يعد تالية فظاهر لكونها على نسبة ا ب واما غير ذلك كج ه فلانا اذا اخذنا اقل اعداد (د) على نسبة ج د ه وهى ز ح ط كان ز ط متباينين (ج) وليس ز بواحد لان نسبة ز ح كنسبة ج د و ج لا يعد د فز لا يعد ح والواحد يعد غيره فز لا يعد ط وبالمساواة نسبة ز ط كنسبة ج ه (يد ز) فج لا يعد ه وذلك ما اردناه

(ز)

اذا كانت اعداد متوالية على نسبة والاول يعد الاخير فهو يعد الثانى * مثلا ا ب ج د كذلك و ا يعد د فهو يعد ب لانه لو لم يعده لما عد الاخير (و) وذلك ما اردناه

(ح)

اذا وقع بين عددين اعداد وصارت كلها متوالية على نسبة فانه يقع بين كل عددين على نسبتهما مثل تلك الاعداد ويصير متوالية على تلك النسبة * مثلا وقع بين ا ب عددا ج د وصار ا ج د ب متوالية على نسبة ا ج وكان ه ز على نسبة ا ب فنقول يقع بينهما ايضا عددان يصيران معهما متوالية على نسبة ا ج ولنأخذ (د) اقل اعداد على نسبة ا ج د ب بتلك العدة وهى ح ط ك ل فح ل متباينان (ج) ونسبتهما كنسبة ا ب (ند ز) اعنى ه ز فهما يعدان ه ز عدا واحدا (كـ ز) وليعد ط م و ك ن كذلك فح ط ك ل على نسبة ه م ن ز (ط ز) اعنى على نسبة ا ج د ب وذلك ما اردناه

(ط)

كل متباينين يقع بينهما اعداد ويصير متوالية على نسبة فبين الواحد وبين كل واحد منهما يقع اعداد بتلك العدة ويصير متوالية * وليكن المتباينان ا ب والواقع بينهما ج د ونأخذ اقل عددين على نسبة ا ج (لج ز) وهما ه ز واقل ثلثة (ب) وهى ح ط ك وكذلك الى ان يصير بعدد ا ج د ب وهى ل م ن س وهى اقل اعداد على تلك النسبة (ا) فهى نظائر مساوية لا ج د ب و ه ضرب فى نفسه فصار ح وضرب فى ح فصار ل (ب) فالواحد يعده بقدر احاده و ه ايضا يعده ح و ح يعد ل

اعنى

اعنی ا بذلك القدرفيين الواحدو ا وقع عددا ه ح وتوالت متناسبة وكذلك نبين انه وقع بينه وبين ب عددا ر ك وتوالت وذلك ماارد ناه

(ح)

كل عددين يقع بين الواحد وبين كل واحد منهما اعداد ويصير متوالية فبينهما يقع ايضا مثل تلك الاعداد ويصير متوالية* وليكن العددان ا ب وقد وقع بين الواحد وهو ل وبين ا عددا ح د فصارت ل ح د ا متوالية وبينه وبين ب عددا ه ر فصارت ل ه ر ب متوالية نقول فيقع ايضا بين ا ب عددان ويصير متوالية وذلك لان نسبة ل الى ح كنسبة ح الى د و ل يعد ح بعدد آحاد ح فح يعد د بعدد آحاد ح فد مربع ح وايضا ل يعد ح كما يعد د ا فح فى د هو ا (لط ر) وكذلك نبين ان ر مربع ه وان ه فى ر هو ب ونضرب ح فى ه فيحصل ح ويتبين ان د ح ر متوالية ثم نضرب ح ه فى ح فيصير ط فا ط ك ب متوالية لان ح ضرب فى د ح فصار اط فهما على نسبة د ح (٤ ر) اعنى ح ه و ح ه ضربا فى ح فصار ا ط ك فهما ايضا على نسبتهما (ير) و ه ضرب فى ح ر فصار ك ب فهما ايضا على نسبة ح ر اعنى ح ه وذلك ماارد ناه

(ا)

بين كل مربعين عدد يتوالى الثلثة متناسبة ونسبة المربع الى المربع نسبة الضلع الى الضلع مثناة* وليكن المربعان ا ب وضلعاهما ح د ونضرب ح فى د فيكون ه فنسبة ا ه كنسبة ح د (٤ ر) وكذلك نسبة ه ب فاذن وقع بين ا ب ه وصارت ا ه ب متناسبة ونسبة ا ب كنسبة ا ه اعنى ح د مثناة وذلك ماارد ناه اقول وبوجه آخر لما كان ا ب مربعين يقع بين الواحد وبين كل واحد منهما عدد ويتوالى الكل فيقع بينهما ايضا عدد ويتوالى الكل

(ب)

بين كل مكعبين عددان يتوالى الاربعة متناسبة ونسبة المكعب الى المكعب كنسبة الضلع الى الضلع مثلثة* وليكن المكعبان ا ب وضلعاهما ح د فيتولد من ح د اعداد ه ر ح المتوالية كما مر (ا) فيكون ح فى ه ا و د فى ح ب ونضرب ح د فى ر فيحصل ط ك ونبين ان ا ط ك ب متوالية على نسبة واحدة هى نسبة ا ط اعنى نسبة ح د وان نسبة ا ب كنسبة

حـ د مثلثة وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لما كان ا ب مكعبان ويقع بين الواحد وبين كل واحد منهما عددان يتوالى الكل فيقع بينهما عددان (ح) ويتوالى الكل

(ى)

مربعات الاعداد المتوالية على نسبة متوالية وكذلك مكعباتها ومايعدها من المراتب * فليكن المتوالية ا ب حـ ومربعاتها د ه ر ومكعباتها ح ط ك واذا ضربنا ا فى ب صار ل و ب فى حـ صار م فاعداد د ل ه م ر الخمسة متوالية بمثل مامر (يا) وبالمساواة نسبة د ه كنسبة ه ر (مد ر) فالمربعات متوالية وايضا اذا ضربنا ا فى ل ه صار ى س و حـ فى ه م صار ع ف فاعداد ح ى س ط ع ف ك السبعة متوالية (ب) وبالمساواة نسبة ح ط كنسبة ط ك (مد ر) فالمكعبات ايضا متوالية وذلك ما اردناه

(يد)

كل مربعين يعد احدهما الاخر فضلعه يعد ضلع الاخر وان كان عدد يعد عددا فمربعه يعد مربعه * مثلا ا مربع ضلعه حـ و ب مربع ضلعه د فان عد ا ب عد حـ د وذلك لانا نضرب حـ فى د فيصير ه ويتوالى ا ه ب على نسبة حـ د (ى ر) ويعد الاول الاخير فيعد ا ه اعنى حـ د (ر) وايضا ان عد حـ د عد ا ه فعد ا ب وذلك ما اردناه وبان منه انه اذا لم يعد مربع مربعا لم يعد ضلعه ضلعه واذا لم يعد عدد عددا لم يعد مربعه مربعه

(يه)

كل مكعبين يعد احدهما الاخر فضلعه يعد ضلع الاخر وان كان عدد يعد عددا فمكعبه يعد مكعبه * مثلا ا مكعب ضلعه حـ و ب مكعب ضلعه د فان عد ا ب عد حـ د وذلك لانا نولد من حـ د ه ح ر المتوالية (ى ر) ثم نضرب حـ د فى ح فيحصل ط ك ويصير ا ط ك ب متوالية (ى ر) على نسبة حـ د ويعد ا الاول ب الاخير فيعد ا ط (ر) اعنى حـ د وايضا ان عد حـ د عد ا ط فعد ا ب وذلك ما اردناه وبان منه انه اذا لم يعد مكعب مكعبا لم يعد ضلعه ضلعه واذا لم يعد عدد عددا لم يعد مكعبه مكعبه اقول وفى ترتيب بعض هذه الاشكال خلاف وما اوردناه على ترتيب ثابت واما الحجاج فقد اورد ما ذكرنا فى شكلى يا ب فى شكل يا وحده وما اردناه فى شكل ى فى شكل ب واورد فى شكلى ى يد الاحكام المذكورة فى صدرى شكلى يد يه وفى شكل يه التذنيبات المذكورة فيهما ثم يوافقنا فيما بعد

(يو)

بين كل مسطحين متشابهين عدد يتوالى الثلثة ونسبة المسطح الى المسطح نسبة ضلع الى نظيره مثناة وليكن المسطحان ا ب وضلعا ا د ء وضلعا ب ه ر ونسبة د ه كنسبة ء ر فاذا ضربنا ء فى ه حصل ح وصار ا ح ب متناسبة لان ء ضرب فى د ه فحصل ا ح فهما على نسبة د ه (ءر) وه ضرب فى ء ر فحصل ح ب فهما على نسبة ء ر اعنى د ه ونسبة ا ب كنسبة ا ح اعنى د ه مثناة وذلك ما اردناه

(يز)

بين كل مجسمين متشابهين عددان يتوالى الاربعة ونسبة الجسم الى الجسم نسبة ضلع الى نظيره مثلثة *وليكن الجسمان ا ب واضلاع ا د ء ه واضلاع ب ر ح ط ونسبة د ر كنسبة ء ح وكنسبة ه ط ولنضرب د فى ء فيصير ك و ر فى ح فيصير ل فك ل مسطحان متشابهان ويقع بينهما م فيتوالى ك م ل على نسبة د ر (يو) ونضرب ه ظ فى م فيحصل ن س ويكون نسبتهما نسبة ه ط (يرر) اعنى د ر وكانت نسبة ا ن كنسبة ك م اعنى د ر لان ه ضرب فى ك م فحصل ا ن وايضا نسبة س ب كنسبة م ل اعنى د ر فاعداد ا ن س ب متوالية على نسبة د ر ونسبة ا ب كنسبة ا ن اعنى د ر مثلثة وذلك ما اردناه

(ح)

كل عددين يقع بينهما عدد ويتوالى على نسبة فهما مسطحان متشابهان كا ب* مثلا وقد وقع د بينهما فصار ا د ب متوالية ولنأخذ اقل عددين على نسبتهما (لحر) وهما ء ه فهما يعدان ا د عددا واحدا (ك ر) وليكن ب ر ويعدان د ب كذلك وليكن ب ح فد فى ر هو ا وه فى ح هو ب فا ب مسطحان وايضا فد فى ح هو د وكذلك ه فى ر فنسبة ء الى ه كنسبة ر الى ح (لطر) فسطحا ا ب متشابهان وذلك ما اردناه

(لط)

كل عددين يقع بينهما عددان ويتوالى متناسبة فهما مجسمان متشابهان كا ب* مثلا وقد وقع بينهما د ء فتوالت ا د ء ب ولنأخذ اقل ثلثة اعداد على نسبة ا د (لحر) وهى ه ر ح فه ح مسطحان متشابهان وليكن ضلعا ه ك ل وضلعا ح م ن ونسبة ك م كنسبة ل ن اعنى نسبة ه ر

(يو) وه ر ح على نسبة ا ح ء فهي تعدهما عددا واحدا (ك ر) وليكن
بط وكذلك هي على نسبة ح ء ب فيعدهما وليكن بس فه في ط
اعني ك في ل في ط هو ا و ح في س اعني م في ن في س هو ب
فا ب مجسمان و ط س ضربا في ح فحصل ء ب فط س على نسبة ء ب
(يد ر) اعني نسبة ك م و ل ن فمجسما ا ب متشابهان وذلك ما اردناه

(ك)

كل ثلثة اعداد متوالية على نسبة اولها مربع فالثالث مربع * كا ب ح مثلا و ا
مربع ونأخذ ء ه ر اقل اعداد على نسبتها (لح ر) فطرفا ء ر مربعان
وليكن ح ضلع ا و ط ضلع ء و ك ضلع ر وبالمساواة نسبة ء ر كنسبة
ا ح (يد ر) و ء ر متباينان (ح) فيعدان ا ح (ك ر) واذا عد مربع
مربعا (يد) عد الضلع الضلع فط يعد ح وليعد ك ل كما يعد ط ح
فنسبة ط ح كنسبة ك ل ونسبة مربعي ط ح كنسبة مربعي
ك ل (ع) ومربعا ط ح هما ء ا ومربع ك هو ر ونسبة ء ا
كنسبة ر ح فح هو مربع ل وذلك ما اردناه وبوجه آخر ا ح لوقوع ب
على التوالي بينهما مسطحان متشابهان (ع) و ا مربع فح مربع

(كا)

كل اربعة اعداد متوالية على نسبة اولها مكعب فرابعها مكعب * مثلا كا ب
ح ء و ا مكعب ونأخذ ه ر ح ط اقل اعداد على نسبتها فطرفا ه ط
مكعبان (ب) وليكن ل ضلع ا و ك ضلع ه و ن ضلع ط ونسبة ه ط
كنسبة ا ء (يد ر) و ه ط متباينان (ح) فيعدان ا ء (ك ر) واذا عد
مكعب ه مكعب ا عد ضلع ك ضلع ل (ه) وليعد ن س كما عد ك ل
فنسبة ك ل كنسبة ن س ونسبة مكعبي ك ل كنسبة مكعبي
ن س (ع) ومكعبا ك ل هما ه ا ومكعب ن هو ط ونسبة
ه ا كنسبة ط ء (ع ر) فد هو مكعب س وذلك ما اردناه وبوجه آخر ا ء
لوقوع ب ح بينهما على التوالي مجسمان متشابهان (يط) و ا مكعب فد مكعب

(كب)

كل عددين على نسبة مربعين واحدهما مربع فالآخر مربع * مثلا ا ب على
نسبة مربعي ح ء و ا مربع وذلك لان ح ء مربعان فيقع بينهما عدد ويتوالى
(يا) وكذلك بين ا ب و ا مربع (ع) فب مربع (ك) وذلك ما اردناه

(ج)

كل عددين على نسبة مكعبين واحدهما مكعب فالاخر مكعب * مثلا ا ب على نسبة مكعبي ح د و ا مكعب وذلك لان بين مكعبي ح د يقع عددان (س) وبتوالى وكذلك بين ا ب و ا مكعب (ح) فب مكعب (كا) وذلك ما اردناه

(كد)

كل عددين على نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان * مثلا ا ب على نسبة مربعى ح د وذلك لان بين ح د عددا يقع وبناسبهما (ما) وكذلك بين ا ب (ح) فهما مسطحان متشابهان (ع) وذلك ما اردناه

(كه)

كل عددين على نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان والبيان والشكل على قياس ما مر اقول وهذان الشكلان ليسا في نسخة الحجاج

(كو)

كل مسطحين متشابهين فهما على نسبة مربعين * مثلا كمسطحى ا ب وذلك لان ح يقع بينهما فيتوالى الثلثة متناسبة (يو) واذا اخذنا اقل ثلثة اعداد على نسبتها (لح ر) وهى د ه ر كانت نسبة ا ب كنسبة د ر المربعين (يد ر) وذلك ما اردناه

(كز)

كل مجسمين متشابهين فهما على نسبة مكعبين * مثلا كمجسمى ا ب وذلك لان ح د عددان يقعان بينهما ويتوالى الاربعة متناسبة (ير) واذا اخذنا اقل اربعة اعداد على نسبتها (لح ر) وهى ه ز ح ط كانت نسبة ا ب كنسبة ه ط المكعبين (ير ر)
وذلك ما اردناه

تمت المقالة الثامنة بعون الله تعالى

المقالة التاسعة ثمانية وثلثون شكلا

(ا)

اذا ضرب مسطح فى مسطح يشبهه حصل مربع *مثلا ا ب مسطحان متشابهان وضرب ا فى ب فصار ح (لو ر) فهو مربع لانا اذا ضربنا ا فى نفسه وصار ى كانت نسبة ا ب كنسبة ى ح (يز ر) ويقع بين كل اثنين منهما عدد فيتوالى الثلثة (لو ح) و ى مربع فح مربع (ك ح) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر يقع بين ا ب عدد ويكون ضرب ا فى ب كمربع ذلك العدد (ط ر) فضرب ا فى ب مربع

(ب)

اذا حصل من ضرب عدد فى عدد مربع فهما مسطحان متشابهان *مثلا مربع ح حصل من ضرب ا فى ب وذلك لانا اذا ضربنا ا فى نفسه فصار ى ونسبة ى ح المربعين كنسبة ا ب (يز ر) فهما مسطحان متشابهان (كا ح) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر يقع بين ا ب ضلع المربع الحاصل من ضرب احدهما فى الآخر ويتوالى الثلثة متناسبة فيكون الطرفان مسطحين متشابهين (ك ح) واعود الى الاصل وقد بان ان الحاصل من ضرب المربع فى المربع مربع وفى غير المربع غير مربع وان المربع اذا ضرب فى عدد فان حصل مربع فالعدد مربع وان حصل غير مربع فالعدد غير مربع

(ح)

مربع المكعب مكعب *مثلا ا مكعب و ب مربعه وليكن ح ضلعه و ى مربع ح وقد وقع بين الواحد و ا عددا ح ى فتوالت الاربعة متناسبة ونسبة الواحد الى ا كنسبة ا الى ب فاذن يقع بينهما عددان ويتوالى الاربعة (ح ح) و ا مكعب فب مكعب (كا ح) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر يضرب ح ى فى ا فيحصل ه ر بين ا ب ويتبين ان ح ى ا ه ر ب متوالية فاذن وقع بين ا ب عددان وتوالت الاربعة فب مكعب (كا ح)

(ى)

المكعب فى المكعب مكعب *مثلا ا ضرب فى ب وهما مكعبان فحصل ح فهو مكعب وذلك لانا نضرب ا فى نفسه فيصير ى المكعب (ح) ونسبة ا ب المكعبين كنسبة ى ح (يز ر) و ى مكعب فح مكعب (كح ح) وذلك ما اردناه

(ه)

اذا ضرب مكعب فى عدد وحصل مكعب فالعدد مكعب * مثلا ضرب
المكعب فى ب فحصل ج المكعب ولنضرب ا فى نفسه فيحصل ى المكعب
(د) ويكون نسبة ا ب كنسبة ى ج المكعبين (يا ر) و ا مكعب فب
مثله (يا ح) وذلك ما اردناه وقد بان ان المكعب اذا ضرب فى غير المكعب حصل
غير المكعب واذا ضرب فى عدد فحصل غير المكعب كان العدد كذلك

(و)

كل عدد مربعه مكعب فهو مكعب * مثلا ا عدد و ب مربعه وهو مكعب
ولنضرب ا فى ب فيحصل ج مكعبا لانه من ضرب الضلع فى مربعه ونسبة
ا ب كنسبة ب ج المكعبين (يا ر) فا مكعب (يا ح) وذلك ما اردناه

(ر)

العدد المركب اذا ضرب فى عدد صار مجسما * وليكن المركب ا
وليعده ى به (يط ر) فهو من ضرب ى فى ه واذا ضرب فى ب
وحصل ج كان ج مجسما لانه من ضرب ى فى ه فى ب وذلك ما اردناه

(ح)

اذا توالت اعداد متناسبة مبتدئة من الواحد فثالث الواحد مربع وكذلك
خامسه وسابعه ومابعده يترك واحد ويؤخذ آخر ورابع الواحد مكعب
وكذلك سابعه ومابعده يترك اثنان ويؤخذ واحد وسابعه مربع مكعب
وكذلك مابعده يترك خمسة ويؤخذ واحد * فليكن الاعداد بعد الواحد ا ب
ج ى ه ر فب مربع لان الواحد يعد ا كما يعد ا ب فضرب ا فى نفسه هو
ب وكذلك ى لان نسبة الواحد وهو مربع الى ب المربع كنسبة ب الى ى
(يد ر) وكذلك ر وايضا ج مكعب لانه من ضرب ا فى مربعه اعنى ب
وكذلك ر لان نسبة الواحد وهو مكعب الى ج المكعب كنسبة ج الى ر
(يد ر) وقد اجتمع التربيع والتكعيب فى ر وكذلك فى سابعه وذلك ما اردناه

(ط)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد وكان الذى يليه مربعا فالكل مربع
اومكعبا فالكل مكعب * وليكن الاعداد ا ب ج ى فان كان ا مربعا و ب
ثالث الواحد مربع (ح) فج مربع (يد ح) لان نسبة ب ج كنسبة ا ب
المربعين وكذلك فيما بعده وايضا ان كان ا مكعبا فب مربعه مكعب (د)
و ج رابع الواحد مكعب (ح) وكذلك ى لان نسبة ج المكعب

ضرب ا اليه كنسبة ا ب المكعبين وذلك ما اردناه

(ح)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد وكان الذى يليه غير مربع فليس فيها غير المراتب الثنائية مربع او غير مكعب فليس فيها غير المراتب الثلاثية مكعب * وليكن الاعداد ا ب ج د ه ر فان لم يكن ا مربعا فلا يكون ج مربعا والا فليكن مربعا ونسبة ب المربع اليه (ح) نسبة ا الى ب فا مربع هذا خلف (ى ح) وكذلك ه وايضا ان لم يكن مكعبا فلا يكون ب مكعبا والا فليكن مكعبا ونسبته الى ج المكعب (ح) كنسبة ا الى ب فا مكعب (ى ح) هذا خلف وكذلك فى غيره وذلك ما اردناه

(ط)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد فالاقل يعد الاكثر بعدد منها * وليكن الاعداد ا ب ج د ه و ج مثلا يعد ه فهو يعده بب لان ج د ه فى العدة والنسبة كالواحد مع ا ب فبالمساواة (يد ر) الواحد يعد ب كما يعد ج ه فج يعد ه بقدر ب وذلك ما اردناه

(ى)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد فكل عدد اول يعد الاخير فهو يعد الذى يلى الواحد * وليكن الاعداد ا ب ج د و ه الاول يعد د الاخير نقول فهو يعد ا والا فيكون ه ا متباينين (لا ر) واقل الاعداد على نسبتهما (كج ر) وليعد ه د ب ر فه فى ر هو د وا فى ج هو د فنسبته الى ا كنسبة ج الى ر (يط ر) وه ا يعدان ج ر (كد ر) وليعد ه ج ح ونبين ان نسبة ه ا كنسبة ب ح فيعد ه ب (كد ر) وليعده ب ط ونبين ان نسبة ه ا كنسبة ا ط فيعد ه ا (كد ر) وكان لا يعده هذا خلف فاذن يعده وذلك ما اردناه اقول وفى نسخة الحجاج هذا الشكل مقدم على الذى قبله

(يا)

اذا توالت اعداد متناسبة من الواحد وكان الذى يلى الواحد اول فلا يعد الاكثر منها عدد غيرها * وليكن الاعداد ا ب ج د و ا اول نقول فلا يعد د غير ا ب ج والا فليعده ه وهو لا يكون اول والا لعد ه ا الاول (ى) هذا خلف فهو مركب ويعده اول (لب ر) وذلك الاول ان كان غير ا مثل ك

عد د فعد ا (ب) هذا خلف فهو ا لا غير وليعد ه د ب ز فا في ج
كر في ه ونسبة ا ه كنسبة ز ج (ط ز) و ا يعد ه فز
يعد ج وليس هو باحد اعداد ا ب ج لان ه يعد د و يعد ز
و ه ليس باحدهما ونبين بمثل ما مر ان ز ليس باول ولا يعده غير ا
وليعد ج ب ح ونبين ان ح يعد ب وليس باحد ا ب وليس
باول ولا يعده غير ا وليعد ب بط ونبين ان ط ليس هو ا وان ح
في ط هو ب وا في مثله هو ب فنسبة ا الى ح كنسبة ط الى ا (ط ز)
و ا يعد ح فط يعد ا هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يد)

كل اعداد اوائل تفرض فمن الواجب ان يوجد اول غيرها * وليكن الاوائل
المفروضة ا ب ج ولنأخذ اقل عدد يعده ا ب ج (لو ز) وهو ه د
ونزيد عليه واحدا فيصير ز د فان كان ز د اولا ثبت الحكم والا لعده
اول (لا ز) وليكن ح و ح ليس باحد ا ب ج لانه لو كان احدها
لعد ه د وهو يعد ز د فيعد ز ه الواحد هذا خلف فاذن وجدنا غير
ا ب ج اول وذلك ما اردناه اقول وهذا الشكل في نسخة الحجاج هو العشرون

(يه)

اقل عدد يعده اعداد اوائل مفروضة فلا يعده اول غيرها * مثلا ا اقل عدد
يعده اعداد ب ج د الاوائل فلا يعده غيرها والا فليعده ه ب ز فه
في ز ا و ب اول يعد ا فليعد احد اضلاعه (لد ز) ولا يمكن ان يعد ه
الاول فيعد ز وكذلك ج و د فجميع ب ج د يعد ز وهو اقل من ا
وكان ا اقل عدد يعده هذه الاعداد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(يو)

مجموع كل عددين من اقل ثلثة اعداد متوالية على نسبتها يباين الثالث * وليكن
الاعداد ا ب ج ونأخذ اقل عددين على نسبتها وهما د ه ه ز فهما
متباينان (كا ز) ومربع د ه هو ا ومربع ه ز هو ج ومسطح د ه
في ه ز هو ب فلان كل واحد من د ز د ه يباين ه ز (كد ز) فضرب د ز
في د ه اعني عددي ا ب معا يباين ه ز (كه ز) ويباين مربعه (كه ز)
اعني ج وبمثله نبين ان عددي ب ج معا يباينان ا وايضا د ه ه ز
متباينان ومباينان لد ز (كد ع) فضرب د ه في ه ز يباين د ز ويباين مربعه

اعنى ضعف ضرب د ز فى ه ز ومربعى د ه ه ز واذا فصلنا كان
ضرب د ه فى ه ز مباينا لضرب د ه فى ه ز ومربعى د ه ه ز واذا
فصلنا ثانيا صار ضرب د ه فى ه ز اعنى ب مباينا لمربعى د ه ه ز
اعنى ا ج معا وذلك ما اردناه اقول قد استعمل فى هذا الشكل ان مسطح
ز د فى د ه كمجموع مربع د ه ومسطح د ه فى ه ز وان مربع د ز كمجموع
مربعى د ه ه ز وضعف سطح د ه فى ه ز وهذان الحكمان هنا
فى المقادير فى المقالة الثانية ولم يبين فى الاعداد ولكن بيانهما سهل
لان آحاد د ز ليس غير آحاد د ه وآحاد ه ز فتضعيف د ه باحاد
د ز هو تضعيفه باحاد د ه وهو مربع د ه وباحاد ه ز وهو مسطح د ه
فى ه ز فاذن مسطح د ه فى د ز كمربع د ه ومسطح د ه فى ه ز
وهذا هو الحكم الاول وبمثله تبين ان مسطح د ز فى ه ز كمربع ه ز
ومسطح ه ز فى د ه ولكن مسطح د ز فى د ه ومسطح د ه فى ه ز
معا هو مربع د ز لانه تضعيف د ز باحاد د ه وآحاد ه ز اعنى
آحاد د ز فمربع د ز كمربعى د ه ه ز وضعف مسطح د ه فى ه ز

(ز)

كل متباينين ليس احدهما بالواحد فلا ثالث لهما فى النسبة * وليكونا ا ب
والا فليكن ثالثهما ج فنسبة ا ب كنسبة ب ج و ا ب اقل عددين على
نسبتهما (كب ز) فيعدان ب ج (كد ز) فا يعد ب هذا خلف
فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ح)

كل اعداد متوالية على نسبة وقد تباين طرفاها وليس احدهما بالواحد فلا تالى
لاخيرها فى النسبة * وليكن الاعداد ا ب ج و ا د متباينان ليس احدهما
بالواحد نقول فلا تالى لـ د على نسبة ا د والا فليكن نسبة د ه كنسبة ا ب
فبالمساواة نسبة ا ب كنسبة ب ه و ا د اقل عددين على نسبتهما
فا يعد ب فيعد د هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ط)

نريد ان نجد لعددين ثالثا بينهما ان امكن * وليكونا ا ب وهما غير متباينين
فناخذ مربع ب وهو ج فان عد ا ج فليعده بـ د فد هو ثالثهما لان
ضرب ا فى د هو مربع ج فنسبة ا الى ب كنسبة ب الى د (يط ز)

وان لم يعد اح فلا ثالث لهما (ىر) والا فليكن د فضرب ب في د هو ح فا يعد ح وكان لا يعده هذا خلف وذلك ما اردناه

(ك)

نريد ان نجد لثلثة اعداد رابعا ناسبها ان امكن * وليكن الاعداد ا ب ح واح غير متباينين فضرب ب في ح فيحصل د فان عد ا د فليعده به فه هو رابعها لان ضرب ا في ه كضرب ب في ح فنسبة ا الى ب كنسبة ح الى ه (يط ز) وان لم يعد اد فلا رابع لها والا فليكن ه فضرب ا في ه هو د (يط ز) فا يعده وكان لا يعده هذا خلف وذلك ما اردناه

(كا)

مجموع اى ازواج كانت زوج * مثلا اب بح حد ازواج فاد زوج وذلك لان لكل من الازواج نصفا ومجموع الانصاف نصف المجموع فلاد نصف وذلك ما اردناه

(كب)

مجموع افراد عدتها زوج زوج * مثلا كافراد اب بح حد ده وذلك لانا اذا فصلنا من كل فرد واحدا بقيت ازواج والاحاد زوج آخر لانها بعدة الافراد ومجموع الازواج زوج (كا) فجميع اه زوج وذلك ما اردناه

(كج)

مجموع افراد عدتها فرد فرد * مثلا كافراد اب بح حد وذلك لانا اذا فصلنا من حد واحدا وهو ده بقي حه زوجا واه (كب) زوج لانه مجموع افراد عدتها زوج فاه زوج (كا) وده واحد فاد فرد وذلك ما اردناه

(كد)

اذا فصل من زوج زوج بقي زوج * مثلا فصل من اب بح وهما زوجان فاح زوج وذلك لانا اذا نقصنا نصف بح من نصف اب بقي نصف اح فلاح نصف وذلك ما اردناه

(كه)

اذا فصل من زوج فرد بقي فرد * مثلا فصل من اب الزوج بح الفرد فاح الباقي فرد وذلك لانا اذا فصلنا دب الواحد من بح بقي دح زوجا ويبقى من اب اد زوجا (كد) ودب واحد فيبقى اح فردا وذلك ما اردناه

(كو)

اذا فصل من فرد زوج بقى فرد * مثلا فصل من اب الفرد بج الزوج فاج الباقى فرد وذلك لانا اذا اضفنا الى اب بد الواحد صار اد زوجا و دج فرد فيبقى اج فردا (كد) وذلك ما اردناه

(كز)

اذا فصل من فرد فرد بقى زوج * مثلا فصل من اب بج وهما فردان فاج الباقى زوج وذلك لانا اذا فصلنا بد الواحد من اب و بج بقيا زوجين وكان الباقى اعنى اج زوجا (كد) وذلك ما اردناه

(كح)

اذا ضرب فرد فى زوج حصل زوج * مثلا ضرب ا الفرد فى ب الزوج حصل ج فهو زوج لانه حصل من تضعيف افراد عدتها زوج (ع) وذلك ما اردناه

(كط)

اذا ضرب فرد فى فرد حصل فرد * مثلا ضرب ا فى ب وهما فردان فحصل ج فهو فرد لانه حصل من تضعيف افراد عدتها فرد (ع) وذلك ما اردناه

(ل)

واستبان من ذلك ان الفرد اذا عد زوجا عده بعدة زوج * مثلا ا الفرد عد ب الزوج بعدة ج فج زوج والا فليكن فردا فا فى ج اعنى ب فرد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لا)

وايضا اذا عد الفرد فردا عده بفرد * مثلا ا عد ب وهما فردان يعده ج فهو فرد والا فليكن زوجا فا فى ج اعنى ب (كح) زوج هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه وروى عن ثابت ان هذا الشكل والذى قبله لم يكونا فى النسخ اليونانية

(لب)

اذا عد فرد زوجا عد نصفه * مثلا عد ا الفرد بج الزوج وليكن بد نصف بج وليعد ا بج بعدة هز فهو زوج (ل) وليكن نصفه هح فا يعد بهح نصف بج فهو يعد نصف بج وذلك ما اردناه

(لج)

كل فرد باين عددا فهو باين ضعفه * مثلا ا الفرد باين جد ولكن هج ضعف جد فا باين هج والا فليعدهما ب وهو فرد لانه يعد ا الفرد ويعد جد لانه يعد ضعفه وهو هج الزوج فا جد مشتركان هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(لد)

الاعداد الحاصلة من تضعيف الاثنين فهى زوج الزوج فقط * وليكن ا الاثنين و ب ح د تضاعيفه على الولاء فهى زوج الزوج اما انها ازواج فظاهر (كا) ولكون ا الاثنين اولا فلا يعد الاكثر منها غيرها (يح) والعاد يعد كل واحد منها بواحد منها (يا) فكل واحد منها زوج الزوج ولا يمكن ان يكون مع ذلك زوج الفرد والا لعدها فرد فكان احد هذه الاعداد فردا هذا خلف فاذن كل واحد منها زوج الزوج فقط وذلك ما اردناه

(له)

كل عدد نصفه فرد فهو زوج الفرد فقط * مثلا كا ب ونصفه اح اما كونه زوجا فلان له نصفا واما انه زوج الفرد فلان نصفه بعده مرتين ولا يمكن ان يكون مع ذلك زوج الزوج والا لكان نصفه زوجا فهو زوج الفرد فقط وذلك ما اردناه

(لو)

كل عدد ليس من تضاعيف الاثنين ونصفه ليس بفرد فهو زوج الزوج والفرد كا ب ونصفه اح اما انه زوج فلان له نصفا واما انه زوج الزوج فلان نصفه زوج واما انه زوج الفرد فلانه ينتهى بالتنصيف الى فرد غير الواحد اذ لم يكن من تضاعيف الاثنين وذلك الفرد يعده وذلك ما اردناه

(لز)

اذا توالت اعداد كم كانت على نسبة وفصل مثل الاول من الثانى ومن الاخير كان نسبة باقى الثانى الى الاول كنسبة باقى الاخير الى جميع ما قبله * مثلا اعداد اب دى رح طك متوالية وفصل مثل اب من دى وهو ه‍ى ومن طك وهو كم نقول فنسبة ده الى اب كنسبة طم الى جميع رح دى اب ونفصل من طك لك مثل دى وكك مثل رح فنسبة طك الى كك كنسبة كك الى لك وكنسبة لك الى مك واذا فصلنا كانت نسبة طك الى كك كنسبة كل الى لك وكنسبة لم الى مك ونسبة مقدم الى تاليه كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالى (ب ز) فنسبة لم الى مك اعنى ده الى اب كنسبة جميع طم الى جميع كك لك مك اعنى رح دى اب وذلك ما اردناه اقول وههنا استعمل نسبة التفصيل ولم يبين فى الاصل وقد مر بيانه (يح ر)

(لح)

اذا جمعت اعداد متوالية من الواحد على نسبة الضعف مع الواحد وكان المجموع

عدد اول ثم ضرب المجموع فی آخر تلك الاعداد حصل عدد تام وليكن الاعداد
ا ب ج د وهی مع الواحد وهو عدد اول و ه فی د هو رح فرح تام
ولنأخذ من ه علی نسبة ا ب ج د وتلك العدة ط ك ل م فنسبة ا د كنسبة
ه م فه فی د كا فی م فا فی م هو رح و الاثنان فرح ضعف م فهو
ايضا علی نسبة ل م واذا فصل مثل ه من ط ك وهو ك س ومن رح
وهو ع ح كانت نسبة ط س الی ه كنسبة رع الی جميع م ل ط ك ه
(بر) و ط س مثل ه فرع مثل هذه الاعداد و ه اعنی ع ح مثل جميع ا ب
ج د مع الواحد فرح مثل الواحد مع جميع ا ب ج د ه ط ك ل م
وكل واحد من هذه يعد رح فرح يساوی هذه الاجزاء جميعا ولاجزء له غيرها
والا فليكن ش جزء له غير هذه الاجزاء وليعده بف فف فی ش رح (يط ز)
وكذلك ه فی د فنسبة ه الی ف كنسبة ش الی د (يط ز) و ش ليس بواحد
من ا ب ج د فلا يعد د (ح) فه لا يعد ف و ه اول فه ف متباينان
(لا ز) واقل عددين علی نسبتهما (كج ز) فف يعد د (كد ز)
ولان ا اول فلا يعد د (د) غير ا ب ج فف احدها وليكن ب
ونسبة ب د كنسبة ه ل (يد ز) فه فی د كب فی ل (يط ز) وهو رح
فب يعد رح بعدة ل وكان ب يعده بعدة ش فش هو ل وكان غير هذه
الاجزاء هذا خلف واذ لا جزء لرح غير هذه الاجزاء فهو يساوی جميع اجزائه
فهو تام وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لو كان لرح جزء غير الاجزاء
المذكورة وهو ش لكان اما زوجا او فردا فان كان فردا وعد رح الزوج عد
نصفه (كب) وهو م الزوج ونصف م وهكذا الی ان يعد ه الاول هذا خلف
وان كان زوجا وعد رح الزوج عد نصفه نصف رح اعنی م ونصف
نصفه نصف م اعنی ل وهكذا الی ان ينتهی التنصيف الی عدة يعد ه
فان انتهی الی فرد قبل الانتهاء الی ه عد ذلك الفرد ه (كب) اذ عد زوجا هو ضعفه
وان انتهی الی واحد قبل الانتهاء الی ه او عند الانتهاء اليه
كان ش احد اعداد ا ب ج د وقد فرضت غيرها
هذا خلف

تمت المقالة التاسعة بعون الله تعالی وتوفيقه

المقالة العاشرة مائة وخمسة اشكال

وفى نسخة ثابت وتسعة اشكال اربعة منها كا كد كز كط هى من زياداته وجعل شكل ىر الحجاج شكلين هما يح يط وفى الترتيب خلاف ايضا صدر المقادير المشتركة خطوطا كانت اوسطوحا او اجساما هى التى تكون لها مقدار واحد يقدرها والمتباينة هى التى ليس لها ذلك والخطوط المشتركة فى القوة هى التى يكون لمربعاتها سطح واحد يقدرها والمتباينة فى القوة هى التى ليس لمربعاتها ذلك وسيتضح فى هذه المقالة انه اذا وضع خط مستقيم ليقاس اليه الخطوط كانت خطوط غير متناهية يباينه بعضها فى الطول فقط وبعضها فى الطول والقوة معا فليسم ذلك الخط وكل خط يشاركه فى الطول ومربعه وكل سطح يشاركه بالمنطق وكل خط يباينه وكل سطح يباين مربعه وكل خط يقوى على سطح مباين له اى يساوى مربعه ذلك السطح بالاصم الاشكال

(١)

كل مقدارين فصل من اعظمهما اكبر من نصفه ومما بقى اكبر من نصفه وهكذا على التوالى فسيبقى منه مقدار اصغر من الاصغر * فليكن اعظم المقدارين اب واصغرهما ج ولنضعف ج حتى يصير اعظم من اب ولتكن تلك الاضعاف لس وكل واحد من لم مد دس مثل ج ولنفصل من اب بط اعظم من نصفه ثم من اط طك اعظم من نصفه الى ان ينفصل اب الى اقسام عدتها كعدة امثال ج فى لس وهى بط طك كا فكا الباقى اصغر من ج ولنأخذ لكا امثالا بتلك العدة وهى ده فده اصغر من اب لان ور كاك ورح اصغر من كط وحه اصغر كثيرا من طب واب اصغر من سل فده اصغر كثيرا من سل ونسبة ور الى سد كنسبة رح الى دم وكنسبة حه الى مل فنسبة ده الى سل كنسبة ور الى سد (يه) وده اصغر من سل فدر اعنى كا اصغر من سد اعنى ج وذلك ما اردناه اقول وسيستعمل اوقليدس فى المقالة الثانية عشرة ان المفصول من الاعظم اذا كان نصفه ومن الباقى نصفه بقى ما هو اصغر من الاصغر ولذلك ذكر النصف ايضا فى بعض النسخ ههنا فقيل كل مقدارين فصل من اعظمهما نصفه او اكبر من نصفه والحق ان هذا الحكم ثابت على اى نسبة كان المفصول من المفصول منه بعد ان تراعى تلك النسبة دائما وتقييده بالنصف وغيره يجعله جزئيا فلتكن النسبة نسبة ع ف الى ف ص ونجعل سد مثل

د ونسبته الى دق كنسبة عف الى فص (ا و) فسق اصغر من
د وتكون نسبة سق الى قد كنسبة عص الى صف (يه)
ونأخذ لقد امثالا تزيد على اب وهى ده ونجعل نسبة سد الى دم
(ا و) ونسبة سم الى مل كنسبة عص الى صف وهكذا الى ان
يصير عدة قد دم مل كعدة ما فى ده من امثال قد ونسبة
دق الى قس كنسبة مد الى دس وبالابدال نسبة دق
الى مد كنسبة قس الى دس (يه) وقس اصغر من دس
فدق اصغر من مد وكذلك نبين ان مد اصغر من لم فجميع قل
اعظم من ده وهو اعظم من اب فجميع قل اعظم من اب و سل
اعظم كثيرا منه وكل واحدة من نسب سل لم و سم مد
و سد دق كنسبة عف فص (عه) ونفصل على
تلك النسبة (ا و) من اب بش ومن اش شط ومن اط طك
حتى يصير اقسام اب كاقسام سل وتكون على تلك النسبة
فنسبة اك الى اب كنسبة سق الى سل وبالابدال نسبة اك
الى سق كنسبة اب الى سل (يه) و اب اصغر من سل
فاك اصغر من سق وهو اصغر من د فاك اصغر كثيرا من د

(ب)

كل مقدارين ينقص من اعظمهما ما فيه من امثال الاصغر الى ان يبقى اصغر
منه ثم من الاصغر ما فيه من امثال الباقى وهكذا دائما ولم ينتهيا الى مقدار باق
يقدر الذى قبله فهما متباينان * وليكن المقداران اب جد فان لم يكونا
متباينين فليقدرهما ط وينقص جد الاصغر من اب فيبقى اه اصغر
من جد وينقصه منه فيبقى جز وينقصه من اه فيبقى اح فلان المفصول
الاول وهو هب اعظم من نصف اب والثانى وهو حه اعظم من نصف
اه يكون العمل مؤديا الى ان يبقى منه ما هو اقل من ط وليكن ذلك اح
و ط يقدر جد فيقدر هب وكان يقدر اب فيقدر اه وهو يقدر زد
فيقدر زج وكان يقدر جد فيقدر جز وهو يقدر حه فيقدر هح وكان
يقدر اه فيقدر اح وهو اصغر منه هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ج)

نريد ان نجد اعظم مقدار يقدر مقدارين مشتركين * كمقدارى اب جد

فان كان حد الاصغر يقدر اب فهو المراد والا فليبق اه اصغر من حد وهو يقدر رد ونعمل كما عملنا ولابد من الانتهاء الى مقدار يقدر الذى قبله لكونهما مشتركين فليكن حر يقدر اه فهو اعظم مقدار يقدرهما والا فليكن ح اعظم منه وهو يقدرهما فهو يقدر حد فيقدر هب ويقدر اب فيقدر اه فيقدر در فيقدر حر وهو اصغر منه هذا خلف فاذن حر اعظم مقدار يقدرهما وذلك ما اردناه وبان من ذلك ان كل مقدار يقدر مقدارين فهو ايضا يقدر اعظم مقدار يقدرهما

(د)

نريد ان نجد اعظم مقدار يقدر مقادير مشتركة فوق اثنين * كمقادير ا ب ح فنأخذ اعظم مقدار يقدر اب (ح) وهو د فان كان يقدر ح فهو اعظم مقدار يقدرها والا فليقدرها ه وهو اعظم فهو يقدر ا ب ويقدر اعظم مقدار يقدرهما اعنى د و د اصغر هذا خلف وان لم يقدر د ح فليكن ه يقدرهما ولتقدير ه د يقدر ا ب فهو اعظم مقدار يقدر الثلثة والا فليكن ر اعظم ولتقديره اب يقدر د ولتقديره دح يقدر ه وهو اصغر هذا خلف فاذا وجدناه وذلك ما اردناه

(ه)

نسبة كل مقدار الى مقدار يشاركه كنسبة عدد الى عدد * وليكن المقداران ا ب ويقدرهما ه وليقدر ا مرات عددها ح و ب مرات عددها د فنسبة ه الى ا كنسبة الواحد الى ح وبالخلاف نسبة ا الى ه كنسبة ح الى الواحد ونسبة ه الى ب كنسبة الواحد الى د فبالمساواة نسبة ا الى ب كنسبة ح الى د (يدر) وهما عددان وذلك ما اردناه اقول وهذه المساواة ليست بين مقادير واعداد فان ذلك مما لم يبين وانما هى بين معدودات واعداد وبعبارة اخرى كل واحد مما فى ا من امثال ه جزء لب فا اجزاء لب فنسبة ا الى ب نسبة الاجزاء الى ذى الاجزاء وهى نسبة عددية

(و)

اذا كانت نسبة مقدارين كنسبة عددين فهما مشتركان * وليكن المقداران ا ب والعددان ح د ونسبة ا ب كنسبة ح د ولنقسم ا باحاد ح (سو) فيحصل ه ونأخذ له امثالا بعدة د وهو ر فنسبة ا الى ه كنسبة ح الى الواحد ونسبة ه الى ر كنسبة الواحد الى د فبالمساواة نسبة ا الى ر

كنسبة

كنسبة جـ الى د (يد ز) بل كنسبة ا الى ب فب و ز واحد و ا ز مشتركان فا ب مشتركان وذلك ما اردناه اقول وبعبارة اخرى نسبة كل عددين هي نسبة اجزاء الى ذي اجزاء فنسبة ا ب كذلك والجزء من ا السمي بعدد جـ يعد ب فهما مشتركان

(ز)

كل خطين فان كانا مشتركين كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين وان كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين فهما مشتركان وان لم يكن نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين فهما متباينان* وليكن الخطان ا ب فان كانا مشتركين كانا على نسبة عددين (ه) وليكونا جـ د ونسبة مربعي ا ب كنسبة ا ب مثناة (يط و) ونسبة مربعي جـ د كنسبة جـ د (يا ح) اعني ا ب مثناة فاذن نسبة مربعي الخطين كنسبة مربعي العددين وايضا لتكن نسبة مربعيهما كنسبة عددي جـ د المربعين وليكن عددا ه ز ضلعي جـ د فنسبة مربعي الخطين كنسبة الخطين مثناة (يط و) ونسبة جـ د كنسبة عددي ه ز مثناة (يا ح) فنسبة الخطين كنسبة عددي ه ز (يا ه) فهما مشتركان وايضا ان لم تكن نسبة مربعي الخطين كنسبة عددين مربعين فهما متباينان والا فليكونا مشتركين وتكون نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين لكن ليست نسبة مربعيهما كذلك هذا خلف فاذن هما متباينان وذلك ما اردناه اقول وقد بان من هذا ان كل خطين مشتركين في الطول فهما مشتركان في القوة وكل متباينين في القوة متباينان في الطول ولا ينعكسان

(ح)

كل اربعة مقادير متناسبة فان كان الاول والثاني مشتركين كان الثالث والرابع كذلك واذا كانا متباينين كانا كذلك* وليكن المقادير ا ب جـ د وذلك لان ا ب ان كانا مشتركين كانا على نسبة عددين (ه) وكان جـ د ايضا على نسبتهما فكانا متشاركين وان كان ا ب متباينين فجـ د كذلك والا فليكونا مشتركين ويكونان على نسبة عددين (ه) فيكون ا ب كذلك (يا ه) لكنهما متباينان (و) هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول فان كان المقادير خطوطا وكان الاشتراك او التباين لا ب في القوة كان لجـ د كذلك لان المربعات يكون ايضا متناسبة (كب و)

(ط)

زيد ان نجد خطين يباينان خطا مفروضا احدهما فى الطول فقط والاخر فى الطول والقوة * وليكن الخط المفروض ا فنأخذ عددين ليست نسبتهما نسبة مربعين وهما ب ﺟ ونجعل نسبة مربع ا الى مربع د كنسبتهما فد باين فى الطول لان نسبة مربعيهما ليست كنسبة عددين مربعين ويشاركه فى القوة لان نسبة مربعيهما كنسبة عددين ونستخرج بين ا د وسطا فى النسبة (ط و) وهو ه فهو يباين ا فى الطول والقوة وذلك لان نسبة مربع ا الى مربع ه كنسبة ا الى د التى هى نسبة ا الى ه مثناة و ا يباين د فمربعا ا ه متباينان فهما متباينان فى القوة وكل مباين فى القوة مباين فى الطول وذلك ما اردناه اقول اما وجود عددين ليست نسبتهما نسبة مربعين فسهل لان نسبة العدد المربع الى العدد الغير المربع كذلك والا لكانت كنسبة عددين مربعين واحدهما مربع فهما مربعان (ط ح) هذا خلف وايضا نسبة العدد المربع الى كل عدد تفاضله بواحد كذلك لان ذلك العدد لو كان مربعا لكان بينه وبين المربع الذى تفاضله عدد متوسط (يا ح) وايضا نسبة عدد اول الى عدد اول ليس احدهما بالواحد ليست كنسبة مربع الى مربع والا لوقع بينهما وسط فى النسبة فيعدهما اقل عددين (ك ر) على تلك النسبة فان اردنا ان نزيد الخطوط المشاركة فى القوة فقط على اثنين جعلنا مربعاتها على نسبة الاعداد الاوائل واما كيف نجعل نسبة مربع ا الى مربع د كنسبة عدد الى عدد فهو ان تقسم ضلع مربع ا باحاد العدد الذى هو نظير ا ويؤخذ من تلك الاقسام بقدر العدد الذى هو نظير د ونرسم سطحا قائم الزوايا يحيط به المقدار المأخوذ وضلع مربع ا ونعمل مربعا مثله (يد ب) فضلعه هو د

(ى)

المقادير المشاركة لمقدار واحد متشاركة * فليكن ا ب مشاركين لج ونسبة ا ﺟ كنسبة عددى د ه (ه) ونسبة ﺟ ب كنسبة عددى ر ح (ه) ونستخرج اقل ثلثة اعداد على نسبتهما وهى ط ك ل فبالمساواة نسبة ا ب كنسبة عددى ط ل (يد ر) فهما مشتركان وذلك ما اردناه

(يا)

كل مقدارين فان كانا مشتركين كان مجموعهما بعد التركيب مشاركا لهما وان كان المجموع مشاركا لهما كانا بعد التفصيل مشاركين * مثلا ا ب ﺟ مقداران وليكونا متشاركين يعدهما د فهو يعد المجموع

وايضا

وايضا ان كان يعد المجموع واحدهما فهو يعد الاخر وذلك ما اردناه

(ب)

كل اربعة خطوط متناسبة فان كان الاول يقوى على الثاني بزيادة مربع خط يشاركه في الطول كان الثالث يقوى على الرابع كذلك وان كان بزيادة مربع خط يباينه في الطول كان الثالث يقوى على الرابع كذلك * فلتكن الخطوط ا ب ح د ومربع ا يساوي مربعي ب ه ومربع ح يساوي مربعي د ر فا يقوى على ب بمربع ه و ح على د بمربع ر ولانها متناسبة فنسبة مربع ا اعني مربعي ه ب الى مربع ب كنسبة مربع ح اعني مربع ر د الى مربع د (ي و) وبالتفصيل نسبة مربع ه الى مربع ب كنسبة مربع ر الى مربع د (ي ه) فنسبة ه الى ب كنسبة ر الى د (ك و) وبالخلاف نسبة ب ه كنسبة د ر فبالمساواة نسبة ا ه كنسبة ح ر (ك ه) فان شارك ا ه شارك ح ر (ع) وان باينه باينه وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر ولتكن الخطوط اب ح ده در فنسبة مربع اب الى مربع ب ح كنسبة مربع ده الى مربع در (ك و) وبالقلب فنسبة مربع اب الى فضل مربع اب على مربع ب ح كنسبة مربع ده الى فضل مربع ده على مربع در ونسبة اب الى ضلع فضل مربعه على مربع ب ح كنسبة ده الى ضلع فضل مربعه على مربع در (ك و) فان يشارك الاولان يشارك الاخيران وان يباينا باينا (ع)

(ح)

كل خطين اضيف الى اطولهما سطح كربع مربع الاقصر ينقص عن تمامه مربعا فالسطح ان قسم الاطول بمشتركين قوي الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه وان قوي الاطول بذلك فالسطح قسمه بمشتركين * فليكن الاطول ب ح والاقصر ا واذا اضفنا ربع مربع ا اعني مربع نصفه الى ب ح (ك ب) على الوجه المذكور ان قسم على د ولم ينتصف عليه لان مربع نصف ا اصغر من مربع نصف ب ح فليكن ب د اطول ونفصل ده كدح فسطح ب د في د ح اعني ربع مربع ا اربع مرات يساوي مربع ا ومع مربع ب ه يساوي مربع ب ح (ح ب) فب ح يقوى على ا بزيادة مربع ب ه نقول فان شارك ب د د ح شارك ب ح ب ه وذلك لان بالتركيب ب ح يشارك ح د المشارك لح ه (يا) فب ح يشارك ح ه (ب) فيشارك ب ه وايضا

ان شارك بح به شارك بى دح لان بح يشارك هح المشارك
لدح فيشارك دح فبى يشارك دح (يا) وذلك ما اردناه

(يد)

كل خطين اضيف الى اطولهما سطح كربع مربع الاقصر ينقص عن تمامه مربعا
فالسطح ان قسم الاطول بمتباينين قوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط
يباينه وان قوى الاطول بذلك فالسطح قسمه بمتباينين ونعيد الشكل ونبين كما مر *
ان بح يقوى على ا بزيادة مربع به ونقول فان باين بى دح باين بح
به لانه ان شارك شارك بى دح هذا خلف وايضا ان باين
بح به باين بى دح لانه ان شارك شارك بح به
هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم

(يه)

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان منطقان فهو منطق * وليكن السطح
بح والخطان اب اح ونرسم على اب المنطق مربع بى فهو منطق والسطح
يشاركه (ع) لان اح يشارك اى اعنى اب فهو ايضا منطق وذلك ما اردناه

(يو)

اذا اضيف الى خط منطق سطح منطق فالعرض الحادث ايضا منطق * فليكن
الخط اب والسطح المضاف بح والعرض الحادث اح ونرسم على اب مربع بى
فهو يشارك سطح بح لكونهما منطقين فدا اعنى اب يشارك
اح فهو منطق وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم

(يز)

كل سطح قائم الزوايا يحيط به خطان مشتركان ومنطقان بالقوة فقط فهو
اصم ويسمى الموسط والخط القوى عليه ايضا اصم ويسمى الخط الموسط *
فليكن السطح بح والخطان اب اح وهما متباينان فى الطول ونرسم
على اب مربع بى (مو ا) فهو منطق ويباين السطح (ع) لتباين الخطين
فالسطح اصم وكذلك الخط القوى عليه وذلك ما اردناه اقول والخطوط
الموسطة قد تكون مشتركة فى الطول وليكن اب منطقا فى الطول فالخط القوى
على سطح يحيط به اح وربع اب مثلا يكون موسطا (يز) مشاركا (و) للقوى
على سطح بح لكون مربعيهما على نسبة الواحد والاربعة وهما مربعان
وقد تكون مشتركة فى القوة فقط فان الخط القوى على سطح يحيط به

اد ويضيف اب يكون موسطا (ر) مشاركا (د) للقوى
على سطح بد بالقوة فقط لتكون مربعيهما على نسبة عددين
غير مربعين وقد تكون متباينة فى الطول والقوة فان الخط القوى
على السطح الذى يحيط به اب وخط منطق فى القوة ومباين لاد فى الطول
موسط (ر) مباين للقوى على بد فى الطول والقوة لتباين مربعيهما

(ع)

اذا اضيف الى خط منطق سطح يساوى مربع خط موسط فالعرض
الحادث منطق بالقوة فقط * فليكن الخط الموسط ا والمنطق
بد والسطح المضاف المساوى لمربع ا دى وليكن هو حال احاطة
المنطقين المتباينين فى الطول به هح فلتساوى زاويتى ب ر (مه ا)
فى سطحى دى هح المتساويين يكون نسبة حب الى هر كنسبة
رح الى بى (يدو) على التكافى و حب يشارك هر فى القوة فرح
يشارك بى فى القوة و رح منطق فى القوة فبى منطق فى القوة
(ب) ولتباين سطح دى ومربع بى يكون حب بى متباينين
فى الطول فاذن بى منطق فى القوة فقط وذلك ما اردناه

(ط)

الخط المشارك للموسط موسط * مثلا ا موسط و ب يشاركه فنضيف الى
دى (مه ا) المنطق مربعيهما وهما سطحا ده ور فهما مشتركان فهد
يشارك در و هد منطق بالقوة مباين لدى فى الطول فدر كذلك فدر
موسط (ر) فب القوى عليه موسط (ر) وذلك ما اردناه اقول وان كان
ب يشارك ا فى القوة فقط كان ايضا موسطا بهذا البيان بعينه

(ك)

فضل الموسط على الموسط اصم * وليكن احد الموسطين ا ب و الثانى ا
والفضل ب وليكن دى منطقا ونضيف الاول اليه فيحدث عرض ده
والثانى فيحدث عرض در فهما منطقان بالقوة (ع) ومباينان لدى
فى الطول (ع) ويكون الفضل سطح حه فنقول انه اصم والا فليكن منطقا
فيكون عرض ره منطقا (لو) ومربعه ومربع در منطقان وسطح در فى
ره باينهما (ح) لتباين در ره فى الطول فربعا در ره يباينان ضعف
سطح در فى ره فالكل اعنى مربع ده (ى ب) يباين مربعى در ره

المنطقين فهو اصم وكان منطقا هذا خلف فاذن سطح حه اصم وذلك ما اردناه
اقول وبوجه آخر الموسطان اما مشتركان او متباينان فان كانا مشتركين
كان الفضل مشاركا لهما ايضا فهو موسط (كط) ويكون اصم وايضا اذا كانا
مشتركين كان هد در مشتركين (ح) وسطح هد في در بل ضعفه
يشارك مربعيهما المنطقين اعني ضعف سطح هد في در (را) مع مربع ره
فربعا هد در المنطقان يشاركان ره فره منطق بالقوة ومباين لحر لكونه
مشاركا لحر (يا) المباين له فسطح حه موسط (كر) وهو اصم وان كانا متباينين
كان هد در متباينين (ح) وضعف سطح هد في در يباين مربعيهما
المنطقين فربعاهما المنطقان يباينان مربع ره فهو اصم فره ليس
بمنطق في الطول ولا في القوة فسطح حه اصم غير موسط ولا منطق

(كا)

نريد ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق * فنضع
خطي ا ب منطقين في القوة (ط) فقط ونجعل حـ وسطا بينهما (ط د)
في النسبة و د رابعا (يا و) فا في ب اعني حـ (بر و) في نفسه موسط فحـ
موسط (كر) ونسبة ا ب كنسبة حـ د (يو ه) و ا يشارك ب في القوة
فقط فحـ يشارك د في القوة فقط (ح) فد ايضا موسط (كط) وحـ في د
اعني مربع ب (بر و) منطق فاذن حـ د موسطان كما اردناه

(كب)

نريد ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بموسط *
فنضع ا ب حـ ثلثة خطوط منطقة في القوة فقط ونجعل د بين ا ب
وسطا في النسبة (ط و) ونسبة ا حـ كنسبة د ه (يا و) فبالابدال
(يو ه) نسبة ا ب اعني نسبة د ب كنسبة حـ ه و ا في ب كمربع
د فد موسط (كر) و ا يشارك حـ في القوة فقط فد يشارك ه في القوة
فقط فهو ايضا موسط (كط) يشارك د في القوة فقط و د في ه كب
في حـ (بر و) الموسط فاذن د ه موسطان كما اردنا

(كج)

كل سطح يحيط به موسطان مشتركان في القوة فقط فهو اما منطق واما موسط
فليكن الموسطان اب اد والسطح بد ونرسم على الضلعين مربعي
ب ي د ه (مو ا) وليكن رح منطقا ونضيف اليه (مه ا) سطوح ب ي ب د د ه

على

على الترتيب وهى ح ط كل م د فيحدث عروض رط طل لد وكل
واحد من رط لد منطق بالقوة فقط (٤) وهما مشاركان فى الطول (ح)
لتشارك اب اح فى القوة ولان نسبة مربع بد الى سطح بح اعنى نسبة دا
الى اح اعنى با الى اه كنسبة سطح بح الى مربع ده (اد) فسطوح ح ط
كل م د بل خطوط رط طل لن متناسبة (اى) و رط فى لد يساوى
مربع طل (رو) و رط فى لد يشاركه مربع رط المنطق فطل منطق
فى القوة فان كان طل مشاركا لرح فى الطول كان سطح كل اعنى سطح
بح منطقا (ه) وان كان مباينا له كان موسطا (ر) وذلك ما اردناه

(كح)

نريد ان نجد خطين منطقين فى القوة مشتركين فيها فقط يقوى الاطول
على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه فى الطول * فنضع عددين مربعين
ليس الفضل بينهما مربعا وهما اب بح ونرسم خطا منطقا وهو ده
وعليه نصف دائرة دره ونجعل نسبة مربع ده الى مربع در كنسبة عدد
اب الى عدد اح فده در هما الخطان المطلوبان ونجعل در وترا ونصل ەر
فلان نسبة مربعى ده در كنسبة عددين (ر) وليست كنسبة مربعين يكونان
مشتركين فى القوة فقط (و) و ده منطق فى القوة فدر كذلك ولان ده
يقوى على در (ر ا) بزيادة مربع ەر (لح) وبالقلب نسبة مربع ده اليه
كنسبة عددى اب بح المربعين فهو يشارك ده اذ مربعاهما على نسبة
عددين مربعين فالخطان كما اردنا اقول ومن طرق تحصيل عددين مربعين
ليس الفضل بينهما مربعا ان يؤخذ فرد اول وليكن اب ونفصل منه واحد
وهو اد وننصف الباقى على ى فمربعا اى دى هما المطلوبان وذلك لان
الفضل بينهما يكون بمربع اد وضرب اد فى دى مرتين وليكن مربع اد
هو اد وضرب اد فى دى مرتين هو دب فالفضل بين المربعين يكون
ذلك الفرد الاول وهو ليس بمربع فان اردنا ان يكون مع الخطين
آخر منطق بالقوة فقط جعلنا نسبة مربع ده الى مربع خط
آخر كنسبة عدد اب الى عدد اول غير اح كما مر

(كط)

نريد ان نجد خطين منطقين فى القوة مشتركين فيها فقط يقوى الاطول
على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه فى الطول * فنضع عددين مربعين لا يكون

مجموعهما مربعا وهما اد دب ونرسم خط ده المنطق ونعمل كما عملنا
فى الشكل المتقدم الى ان يحصل خط در فيكون خطا ده در هما المطلوبان
وذلك لان نسبة مربعيهما كنسبة عددى اب اد وليست ذلك كنسبة
مربعين فهما مشتركان فى القوة (و) فقط و ده منطق فدر منطق
فى القوة ولان نسبة عددى اب بج ليست كنسبة مربعين
ومربعا ده در على تلك النسبة فده يقوى على در (مرا) بزيادة مربع خط
مباينه فى الطول وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم اقول ومن طرق تحصيل
عددين مربعين ليس مجموعهما مربعا ان نزيد الواحد على كل مربع اتفق فهما
مربعان ليس مجموعهما مربعا كما مر واذا ضربنا المجموع فى اى مربع اتفق كان
الحاصل ايضا كذلك لان الحاصل يتألف من ضرب مربعين فى مربع فيكون
متألفا من مربعين ويكون من ضرب غير مربع فى مربع فلا يكون مربعا (ب ط)

(كو)

نريد ان نجد موسطين مشتركين فى القوة فقط ويحيطان بسطح منطق ويقوى
الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه فى الطول * فنضع خطين منطقين
فى القوة فقط (ط) وهما ا ب ونجعل ا قويا على ب بزيادة مربع
خط يشاركه ونستخرج بينهما وسطا (ط و) وهو ج ورابعا (ا و) هو
د فيكونان موسطين مشتركين فى القوة فقط ويحيطان بمنطق كما مر
ويقوى ج على د كما ذكرنا لانهما على نسبة ا ب وذلك ما اردناه

(كز)

نريد ان نجد موسطين كما ذكرنا الآن الاطول يقوى على الاقصر بزيادة
مربع خط يباينه فى الطول * فيضع خطين منطقين فى القوة (ط) وهما
اب ونجعل ا قويا على ب بزيادة مربع خط يباينه وباقى البيان
كما مر فيكون الموسطان كما اردناه والشكل كالمتقدم

(كح)

نريد ان نجد موسطين مشتركين فى القوة فقط ويحيطان بموسط ويقوى الاطول
على الاقصر بزيادة مربع يشاركه فى الطول * فنضع ثلثة خطوط
منطقة فى القوة فقط هى ا ب ج ونجعل ا قويا على ج (يد) بزيادة
مربع خط يشاركه ونستخرج د وسطا بين اب ونسبته الى ه كنسبة ا
الى ج فيكون ده موسطين كما اردناه والبيان كما مر

(ط)

نريدان نجد موسطين كما ذكرنا الان الاطول يقوى على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه والعمل كما مر * الا انا نجعل (٩) ا قوياء لى ح بزيادة مربع خط يباينه والشكل والبيان كما تقدم

(ل)

نريدان نجد خطين متباينين فى القوة يكون مجموع مربعيهما منطقا وضعف سطح احدهما فى الاخر موسطا فنضع خطين منطقين فى القوة فقط يقوى احدهما على الاخر بزيادة مربع خط يباينه فى الطول * وهما ا ب ب ح والاطول ا ب ونرسم على ا ب نصف دائرة ا ر ب ونضيف (يح و) ربع مربع ب ح الى ا ب ناقصا عن تمامه مربعا فنقسمه على ه و اه الاطول ونخرج من ه عمود ه ر ونصل ا ر ب ر فهما الخطان المطلوبان ولان نسبة ا ر الى ر ب كنسبة اه الى ه ر (ح و) ونسبة ه ر الى ه ب فنسبة مربعي ا ر ر ب كنسبة خطي اه ه ب المتباينين (يد) فا ر ر ب متباينان فى القوة ولان مربعيهما يساويان مربع ا ب المنطق فمجموع مربعيهما منطق ولان سطح اه فى ه ب يساوى مربع ه ر (ب و) وكان يساوى مربع ب ى اعنى ربع مربع ب ح فه ر يساوى ر ى ونسبة ا ب الى ا ر كنسبة ب ر الى ر ه (ح و) اعنى ب ى فسطح ا ر فى ب ر يساوى سطح ا ب فى ب ى (ا ب) فضعف سطح ا ر فى ر ب يساوى سطح ا ب فى ب ح الموسط وذلك ما اردناه

(لا)

نريدان نجد خطين متباينين فى القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما فى الاخر منطقا فنضع موسطين مشتركين فى القوة فقط (كر) يحيطان بمنطق ويقوى احدهما على الاخر بزيادة مربع خط يباينه فى الطول وهما * ا ب ب ح ونعمل بهما ما عملنا فى الشكل المتقدم الى ان يحصل ا ر ب ر وهما الخطان المطلوبان اما تباينهما فى القوة فلكون مربعيهما على نسبة اه ه ب المتباينين (يد) واما كون مجموع مربعيهما موسطا فلان مربعيهما كمربع ا ب الموسط واما كون ضعف سطح احدهما فى الاخر منطقا فلانه يساوى سطح ا ب فى ب ح المنطق وذلك ما اردناه والشكل كالمتقدم

(لب)

نريدان نجد خطين متباينين فى القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف

سطح احدهما فى الاخر موسطا مباينا للاول فنضع موسطين مشتركين
فى القوة فقط (بط) يحيطان بموسط ويقوى احدهما على الاخر بزيادة مربع
خط يباينه فى الطول وهما ا ب ب ح ونعمل بهما ما عملنا لى ان يحصل ا د
ب ر وهما الخطان المطلوبان اما بباينهما فى القوة وكون مجموع مربعيهما
موسطا فلما مر واما كون ضعف سطح احدهما فى الاخر موسطا
فلانه يساوى سطح ا ب فى ب ح الموسط واما مباينته للموسط الاول فلتباين
ا ب ب ح فى الطول فان ذلك يقتضى التباين بين مربع ا ب وسطح
ا ب فى ب ح وذلك ما اردناه والشكل كامل

(لج)

الخط المركب من خطين متباينين فى الطول فقط منطقين فى القوة
اصم ويسمى ذا الاسمين *مثلا كان المركب من ا ب ب ح فلتباينهما
فى الطول يكون سطح احدهما فى الاخر بل ضعفه مباينا لمربعيهما
المنطقين فيكون مربع الخط مباينا لمربعيهما فهو اذن اصم

(لد)

الخط المركب من خطين موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطا بمنطق اصم
ويسمى ذا الموسطين الاول *مثلا كان المركب من ا ب ب ح
فلتباينهما فى الطول يكون سطح احدهما فى الاخر بل ضعفه المنطق مباينا
لمربعيهما الموسطين فيكون مربع الخط مباينا للضعف (با) فهو اذن اصم

(له)

الخط المركب من خطين موسطين مشتركين فى القوة فقط يحيطان بموسط
اصم ويسمى ذا الموسطين الثانى *مثلا كان المركب من ا ب ب ح ولنكن
د ه منطقا ونضيف اليه مربعى ا ب ب ح وهو د ر (يو) وضعف
سطح احدهما فى الاخر وهو ر ط وهما متباينان لتباين الخطين
فخطا د ع ع ط منطقان (ع) بالقوة متباينان فى الطول فقط
ذو الاسمين (لج) و د ه منطق فسطح ه ط اصم فان القوى عليه اصم

(لو)

الخط المركب من خطين متباينين فى القوة يكون مجموع مربعيهما منطقا
وضعف سطح احدهما فى الاخر موسطا اصم ويسمى الاعظم *مثلا
كان المركب من ا ب ب ح والبيان والشكل كالذى الاسمين

(لز)

الخط المركب من خطين متباينين فى القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما فى الاخر منطقا اصم ويسمى القوى على منطق وموسط* مثلا كاه المركب من ا ب ح والبيان والشكل كالذى الموسطين الاول

(لح)

الخط المركب من خطين متباينين فى القوة يكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما فى الاخر موسطا مباينا للاول اصم ويسمى القوى على موسطين* مثلا كاه المركب من اب ح والبيان والشكل كالذى الموسطين الثانى وذلك ما اردناه .

(لط)

لاينقسم ذو الاسمين باسميه الاعلى نقطة يعنى ان انقسم على نقطة اخرى ولايكون القسمان مساويين لقسميه الاولين فلايكون بذلك الاعتبار ذا اسمين فان امكن* فلنقسم على د كذلك ويكون الفضل بين مربعى اب ب ح ومربعى اد دح اعنى الفضل بين منطقين هو الفضل بين ضعف سطح اب فى ب ح وبين ضعف سطح اد فى دح اعنى الفضل بين موسطين فيكون منطقا (ا) واصم (ك) معا هذا خلف فاذن لاينقسم اقول ليكن لبيان ان مجموع مربعى اب ب ح لايساوى مجموع مربعى اد دح ولاضعف سطح الاولين ضعف سطح الاخرين ده مربع الخط ونصل ار القطر ونخرج ب ك دل الموازيين لاه (لا ا) ونتمم الشكل فبح مح مجموع مربعى اب بح واوط سع مجموع مربعى اد دح ونلقى مربعات بح سع فضل المشتركة يبقى من مربعى اب بح متمما لم لح ومن مربعى اد دح متمما كى كط فان كان متمم لح مساويا لمتمم كط يساوى المجموعان وحينئذ يكون خط اب مساويا لخط دح فيكون قسمة اد على ب وعلى د قسمة واحدة تساوى اطولاهما واقصراهما وان اختلف المتممان يكون فضل احد المجموعين على الاخر وفضل احد الضعفين على الاخر بذلك القدر وهذا هو الذى بينا احالته

(م)

لاينقسم ذو الموسطين الاول بموسطيه الاعلى نقطة واحدة* والا فلنقسم على د ويكون الفضل بين مجموع مربعى اب ب ح ومجموع

ب

مربعى اد دح اعنى فضل موسط على موسط هو الفضل
بين ضعف سطح اب فى بح وضعف سطح اد فى دح اعنى
فضل منطق على منطق هذا خلف فاذن لا ينقسم

(ما)

لا ينقسم ذو الموسطين الثانى بموسطيه الا على نقطة واحدة والا * فلينقسم
على د وليكن هز منطقا ونضيف اليه مجموع مربعى اب بح وهو
زح وضعف سطح احدهما فى الاخر وهو كط فيكون هك
المنقسم على ح ذا اسمين (لح) ونضيف اليه ايضا مجموع مربعى
اد دح وهو زل ويبقى مك ضعف سطح احدهما فى الاخر
فيكون هك المنقسم على ل ذا اسمين فاذن هك انقسم على نقطتى
ح ل باسميه هذا خلف (لط) فاح لا ينقسم على غير ب بموسطة

(مب)

لا ينقسم الاعظم بقسميه الا على نقطة واحدة والا فلينقسم على د
وتبين الخلف كما فى ذى الاسمين والشكل كشكله

(مج)

لا ينقسم القوى على منطق وموسط بقسميه الا على نقطة واحدة * والا
فلينقسم على د وتبين الخلف كما فى ذى الموسطين الاول والشكل كشكله

(مد)

لا ينقسم القوى على موسطين بقسميه الا على نقطة واحدة * والا فلينقسم
على د وتبين الخلف كما فى ذى الموسطين الثانى والشكل كشكله وذلك
ما اردناه صدر ان قوى اطول قسمى ذى الاسمين على الاقصر بزيادة مربع
خط يشاركه فى الطول وكان الاطول مشاركا للمنطق المفروض
اولا اعنى يكون منطقا فى الطول فهو ذو الاسمين الاول وان كان
الاقصر كذلك فهو الثانى وان لم يكونا منطقين الا فى القوة فهو
الثالث وان قوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه فى الطول
وكان الاطول منطقا فى الطول فهو ذو الاسمين الرابع وان كان الاقصر
كذلك فهو الخامس وان لم يكونا منطقين الا فى القوة فهو السادس

(مه)

نريد ان نجد ذا الاسمين الاول * وليكن المنطق المفروض اولا ا و بح

١

خطا

خطاما يشاركه و ده د ر عددين مربعين وليس فضل ر ه مربعا (٧)
ونجعل نسبة مربع ب د الى مربع د ح كنسبة ده الى ه ر فب ح
ذوالاسمين الاول لان ب د اطول قسميه منطق فى الطول و د ح المشارك له
فى القوة فقط منطق فى القوة ومباين له فى الطول وليكن فضل مربع
ب د على مربع د ح هو مربع ط فبقلب النسبة نسبة مربع ب د
الى مربع ط كنسبة د ه الى د ر المربعين فط يشارك ب د
فى الطول و ب د يقوى على د ح بزيادة مربعه

(مو)

نريد ان نجد ذا الاسمين الثانى *وليكن المنطق المفروض ا و د ح خطا يشاركه
والعددان كما ذكرنا ونجعل نسبة مربع د ح الى مربع د ب كنسبة ر ه
الى د ه (ط) فب ح ذوالاسمين الثانى لان د ح اقصر قسميه منطق
فى الطول و ب د منطق فى القوة فقط وهو يقوى على د ح بزيادة
مربع ط المشارك له كما مر والشكل كما المتقدم

(مز)

نريد ان نجد ذا الاسمين الثالث *وليكن المنطق المفروض ا والعددان
المربعان ر ح ر ط وليس فضل ح ط مربعا و ه عددا آخر غير مربع
وليست نسبته الى ح ط كنسبة مربعين ونجعل نسبة مربع ا الى
مربع ب د كنسبة ه الى ر ط (ط) ونسبة مربع ب د الى مربع
د ح كنسبة ر ط الى ح ط فب ح ذوالاسمين الثالث لان قسميه
منطقان بالقوة متباينان لا فى الطول و ب د يقوى على د ح بزيادة
مربع ك المشارك لب د لان مربعهما على نسبة مربعى ر ط ر ح (٤)

(٤)

نريد ان نجد ذا الاسمين الرابع *فنعمل كما فى ذى الاسمين الاول الا انا نجعل عددى
د ر ر ه مربعين وليس مجموعهما وهو د ه مربعا فيكون ب د يقوى على
د ح بمربع ط المباين له لان مربعهما على نسبة د ه د ر والشكل كشكله

(مط)

نريد ان نجد ذا الاسمين الخامس * فنعمل كما فى ذى الاسمين الثانى الا انا
نجعل عددى د ر ر ه كما فى ذى الاسمين الرابع والشكل كما كان

(ن)

تريد ان نجد ذا الاسمين السادس * فنعمل كما في ذي الاسمين الثالث الا انا
نجعل العددين كما في الرابع والشكل كشكل الثالث وذلك ما اردناه

(نا)

اذا احاط منطق وذو اسمين اول بسطح فالخط القوى عليه ذو اسمين * فليكن
السطح ب ح والخط المنطق ا ب وذو الاسمين الاول ا ح ولنقسم باسميه
على د و د ح اقصر قسميه ونتصفه على ه ونضيف (كو) مربع د ه
اعنى ربع مربع د ح الى ا د ناقصا عن تمامه مربعا فينقسم على ر ويكون
ا ر ر د مشتركين (ح) ونخرج ر ح د ط ه ك موازية لا ب (لا ا)
ونعمل مربع س ه كاح ومربع م ه على قطره كح د (بدب) ونتم
مربع ع ق فلان نسبة مربع س ه الى سطح ه ع اعنى نسبة س ف
الى ف ع كنسبة سطح ه ع الى سطح ه م اعنى نسبة ف ه الى ه ص
بل س ف الى ف ع يكون سطح ه ع وسطا في النسبة (ناه) بين مربعي
س ه ه م اعنى بين سطحي ا ح ح د وكان سطح ط ه وسطا بينهما
لان نسبة ا ر ا ه كنسبة د ه ر د (ر و) فسطحا ه ع ط ه متساويان
(ط ه) فسطح ب ح يساوي مربع ع ق نقول فضلعه ذو اسمين لان ا ر
ر د المشاركين لا د المنطق (ما) منطقان فسطحا ا ح ح د اعنى
مربعي س ه ه م منطقان (به) فس ف ف ع منطقان بالقوة
ولان كل واحد من ا ح ح د المنطقين يباين كل واحد من ط ه ه ل
الموسطين (ر) فس ه ه ع متباينان فس ف ف ع متباينان
في الطول فاذن الخط القوى على ب ح اعنى س ع ذو اسمين (لج)

(نب)

اذا احاط منطق وذو اسمين ثان بسطح فالخط القوى عليه ذو موسطين
اول * وليكن السطح ب ح والخط المنطق ا ب وذو الاسمين الثاني ا ح
ونعمل كما عملنا فيما تقدم بعينه الا انه ههنا يكون سطحا ا ح ح د موسطين
مشتركين ومشاركين لموسط ا ط وسطحا د ك ك ح منطقين (به)
فيكون مربعا س ه ه م موسطين مشتركين ومتمما ه ع ه ق منطقين
فيكون س ف ف ع موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطان بمنطق
هو ه ع فس ع هو ذو الموسطين الاول والشكل كما تقدم

(نج)

اذا

اذا احاط منطق وذواسمين ثالث بسطح فالقوى عليه ذوموسطين ثان * وليكن السطح والخطان والشكل ما اوردناه ونعمل كما مر الان ههنا سطحى اح ح ى يكونان موسطين مشتركين وسطحا ى ك ك ه موسطين وجميع اط مباينان لجميع ط ه فيكون مربعا س د د م موسطين مشتركين ومتمما د ع د ق موسطين مباينين لهما فيكون س ف ف ع موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطان بموسط هو د ع فس ع ذو الموسطين الثاني

(ند)

اذا احاط منطق وذو اسمين رابع بسطح فالقوى عليه اعظم والمثال والشكل كما مر * ويكون ههنا ا ر ر ى متباينين (ند) وسطح اط اعنى مجموع مربعى س د د م منطقا (يه) وسطح ط ه اعنى مجموع متممى د ع د ق موسطا (ز) فيكون س ف ف ع متباينين بالقوة مجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما فى الاخر موسط فس ع هو الاعظم (لو)

(نه)

اذا احاط منطق وذواسمين خامس بسطح فالقوى عليه قوى على منطق وموسط والمثال والعمل والشكل كما مر * ويكون ا ر ر ى متباينين (ند) وسطح اط اعنى مجموع مربعى س د د م موسطا (ز) وسطح ط ه اعنى متممى د ع د ق منطقا (يه) فيكون س ف ف ع متباينين بالقوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما فى الاخر منطق فس ع هو القوى على منطق وموسط (لز)

(نو)

اذا احاط منطق وذواسمين سادس بسطح فالقوى عليه قوى على موسطين والمثال والعمل والشكل كما مر * ويكون ا ر ر ى متباينين (ند) وسطح اط اعنى مجموع مربعى س د د م موسطا (ز) وسطح ط ه اعنى متممى د ع د ق موسطا مباينا للاول فيكون س ف ف ع متباينين بالقوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما فى الاخر موسط مباين الاول فس ع هو القوى على موسطين (لح) وذلك ما اردناه

(نز)

اذا اضيف مربع ذى الاسمين الى خط منطق فالعرض الحادث ذواسمين اول * وليكن ذو الاسمين اب منقسما على ه والخط المنطق ى ه ونضيف مربع اب

اليه وهو سطح هر فحدث عرض ير فنقول انه ذو الاسمين الاول وليكن مربع
اح كسطح هج ومربع حب كسطح طك ويبقى لر كضعف سطح اح
فى حب (ى ب) فننصف كر على م ونخرج مذ موازيا لده فلان
مربعى اح حب منطقان (لج) يكون هك منطقا و يك منطقا (ير)
فى الطول و يح مشاركا لحك ولان سطح اح فى حب موسط فلر موسط
و كر منطق فى القوة فقط مباين لده فى الطول ولان مربعى اح حب
اعظم من ضعف سطح اح فى حب فدك اطول من كر ولان سطح
اح فى حب وسط فى النسبة بين مربعى اح حب يكون سطح كذ بين
سطحى يط طك كذلك فيكون كم وسطا فى النسبة بين يح حك
ونسبة يح الى كم كنسبته الى حك فاذا اضيف مربع كم (كو) اعنى
ربع مربع كر الى يك ناقصا عن تمامه مربعا قسم يك على ح بمشتركين
فاذن يك يقوى على كر بزيادة مربع من خط يشاركه فى الطول وثبت
الحكم وذلك ما اردناه اقول انما يكون مربعا اح حب اعظم من ضعف سطح
اح فى حب لان نسبة مربع اح اطول القسمين الى سطح اح فى حب كنسبة
سطح اح فى حب الى مربع حب (او) واذا كانت اربعة مقادير متناسبة
اولها اعظمها واخرها اصغرها كان الاول والاخر معا اعظم من الباقيين (كه)
وبوجه آخر خاص بهذا الموضع ليكن اى مربع اح و حه مربع حب ونفصل
حر مثل حب ونخرج رح موازيا لجى و نتمم سطح يه فضعف
سطح اح فى حب هو سطح بح والمشترك بينه وبين المربعين سطحا
دح ده فيبقى من المربعين اح ومن الضعف يه و اح اعظم من
يه لان يط يساوى ار و رح اعنى اح اعظم من طه اعنى حب (لدا)

(ع)

اذا اضيف مربع ذى الموسطين الاول الى خط منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين
ثان والمثال والشكل والعمل كما مر * ويكون هك ههنا موسطا لان مربعى اح
حب اعنى هح طك موسطان مشتركان و لر منطقا (لد) لان اح فى
حب منطق فيكون يك كر منطقين فى القوة فقط (كو) و كر منطق
فى الطول (يو) و يك يقوى على كر بزيادة مربع خط يشاركه
(ع) لان يح حك مشتركان فاذن ير ذو اسمين ثان

(يط)

اذا اضيف مربع ذى الموسطين الثانى الى خط منطق فالعرض الحادث
ذواسمين ثالث والمثال والعمل والشكل كما مر* ويكون هك ههنا موسطا
لان مربعى اح حب موسطان مشتركان و لر موسطا مباينا له (له) لتباين اح
حب فى الطول فيكون دك كر منطقين فى القوة متباينين ومباينين
لده فى الطول (ع) و دك يقوى على كر بمربع خط يشاركه
لاشتراك دع حك فاذن در ذواسمين ثالث

(سه)

اذا اضيف مربع الاعظم الى خط منطق فالعرض الحادث ذو اسمين رابع*
والمثال والعمل والشكل كما مر ويكون دع حك متباينين لتباين خطى اح حب
فى القوة و هك منطقا (لو) لكون مجموع مربعى اح حب منطقا و لر موسطا
فدك كر منطقان فى القوة (ع) و دك منهما منطق فى الطول (يو) وهو
يقوى على كر (يد) بمربع خط يباينه لتباين دع حك فاذن در ذواسمين رابع

(سا)

اذا اضيف مربع القوى على منطق وموسطا الى خط منطق فالعرض الحادث
ذواسمين خامس والمثال والعمل والشكل كما مر* ويكون دع حك متباينين
و هك موسطا لكون مجموع مربعى اح حب موسطا و لر منطقا فدك
كر منطقان فى القوة و كر منهما منطق فى الطول (يو) و دك يقوى
عليه بمربع خط يباينه لتباين دع حك فاذن در ذواسمين خامس

(سب)

اذا اضيف مربع القوى على موسطين الى خط منطق فالعرض الحادث ذواسمين
سادس* والمثال والعمل والشكل كما مر ويكون دع حك متباينين و هك
موسطا و لر موسطا مباينا له (لح) فدك كر منطقان فى القوة متباينان
ومباينان لده (ع) و دك يقوى على كر بمربع خط يباينه (يد) فدر
ذو اسمين سادس وذلك ما اردناه

(سج)

الخط المشارك فى الطول لذى الاسمين ذواسمين فى مرتبته بعينها* فليكن
اب ذا الاسمين منقسما على ح باسميه و ده مشاركا له فى الطول ونجعل
نسبة اب الى ده كنسبة اح الى دز ويبقى حب زه على نسبتهما (يط ه)
وكل واحد من اح حب مشارك لنظيره (ح) من دز زه منطق

مثله اما فى الطول والقوة او فى القوة فقط ونسبة اد دب كنسبة
در ره و اد دب متباينان فى الطول (لج) فدر ره كذلك (ح) و اد
ان قوى على دب بمربع خط يشاركه او يباينه فدر على ره كذلك
فاذن اب اى ذى اسمين كان من النسبة كان ده ذلك بعينه

(سد)

الخط المشارك فى الطول لذى الموسطين ذو موسطين فى مرتبته بعينها* فليكن
اب ذو الموسطين اما الاول والثانى منقسما على ح بقسميه و ده مشاركاله
ونجعل نسبة اب الى ده (يا و) كنسبة اد الى در و دب الى ره فكل
واحد من اد دب مشارك لنظيره من در ره (ح) موسط مثله (لط) و اد
دب متباينان فى الطول فدر ره كذلك ونسبة مربع اد الى سطح اد
فى دب اعنى نسبة اد الى دب كنسبة مربع در الى سطح در فى ره
(يا ه) اعنى نسبة در الى ره وبالابدال نسبة مربع اد الى مربع در كنسبة
سطح اد فى دب الى سطح در فى ره والمربعان مشاركان (ر) فالسطحان
مشاركان (ح) فان كان الاول منطقا او موسطا كان الثانى كذلك فاذن اب
اى ذى موسطين كان من الاثنين كان ده ذلك بعينه والشكل كالمتقدم
وبوجه آخر ليكن ا ذا الموسطين الاول والثانى و ب مشاركاله
ونضع دح منطقا ونضيف اليه مربع ا وهو ده ومربع ب وهو در
فده ذو الاسمين الثانى (ع) او الثالث (لط) و در يشاركه فهو
مثله فالقوى على در اعنى ب ذو الموسطين الاول او الثانى مثل ا

(سه)

الخط المشارك فى الطول للاعظم اعظم اما بالوجه الاول* فليكن الاعظم اب
منقسما على ح ويشاركه ده وقسم على تلك النسبة على ر (يح و) فيكون نسبة
اد دب كنسبة در ره و اد دب متباينان فى القوة (لو) فدر ره كذلك
(ح) ونسبة مربعى اد دب كنسبة مربعى در ره (كب و) ونسبة مجموع
مربعى اد دب الى احدهما كنسبة مجموع مربعى در ره الى نظيره (ع ه)
وبالابدال نسبة المجموع الى المجموع كنسبة احدهما الى نظيره (لو ه) واحدهما
مشارك لنظيره فالمجموع مشارك للمجموع ومجموع مربعى اد دب منطق
فمجموع مربعى در ره منطق وايضا ضعف سطح اد فى دب موسط
(لو) فضعف سطح در فى ره المشارك له ايضا موسط واما بالوجه الثانى

فليكن

فليكن ا الاعظم و ب مشاركه ونضيف مربعيهما الى ده المنطق فيحدث من مربع ا عرض ده وهو ذو الاسمين الرابع ويشاركه در فهو مثله (سج) فالخط القوى على ور اعنى مربع ب اعظم (ند)

(سو)

الخط المشارك فى الطول للقوى على منطق وموسط قوى على منطق وموسط ونبين بمثل بيان الاعظم والشكلان كما مرا

(سز)

الخط المشارك فى الطول للقوى على موسطين قوى على موسطين والبيان والشكل كما مر وذلك ما اردناه اقول وان كانت الخطوط المشاركة لهذه الخطوط الستة مشاركة فى القوة فقط كان الحكم كما ذكر بعينه تعين البيانات المذكورة

(سح)

الخط القوى على مجموع سطحين منطق وموسط يكون احد اربعة خطوط اما ذا اسمين او ذا موسطين اول او اعظم او قويا على منطق وموسط وليكن السطحان ا ب المنطق و ده الموسط ونضع هر منطقا ونضيفهما اليه وهما هح حك فيحدث عرض هط منطقا فى الطول (لو) و طك منطقا فى القوة فقط (٤) فان كان هط اطول من طك وقوى عليه بمربع خط يشاركه كان هك ذا اسمين اول (نا) والخط القوى على سطح رك ذا اسمين وان قوى عليه بمربع خط يباينه كان هك ذا اسمين رابعا والخط القوى على السطح اعظم (ند) وان كان طك اطول من هط وقوى عليه بمربع خط يشاركه كان هك ذا اسمين ثانيا والقوى على السطح ذا موسطين اول وان قوى بمربع خط يباينه كان هك ذا اسمين خامسا والقوى على السطح قويا (نه) على منطق وموسط وذلك ما اردناه

(سط)

الخط القوى على مجموع سطحين موسطين متباينين يكون احد خطين اما ذا موسطين ثانيا او قويا على موسطين *وليكن السطحان اب ده ونضع هر المنطق ونضيفهما اليه وهما هح حك فيحدث عرضا هط طك منطقين فى القوة (٤) متباينين فى الطول ومباينين لهر واطولهما يقوى

(عز)

لايتصل بمنفصل الموسط الاول فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال والافليتصل باب ح ب ى فيكون فضل مابين مربعي اح حب ومربعي اى ىب اعني فضل موسط على موسط هو فضل مابين ضعف سطح اح في حب وضعف سطح اى في ىب اعني فضل منطق على منطق هذا خلف فاذن الحكم ثابت والشكل كما م

(عح)

لايتصل بمنفصل الموسط الثاني فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال والافليتصل باب ح ب ى ونضع هر منطقا ونضيف اليه مربعي اح حب وهو سطح رك ومربع اب وهو سطح رح فيبقى سطح طك مساو بالضعف سطح اح في حب (ر ب) ولان مجموع المربعين موسط والضعف موسط مباين له يكون خطا هك كح منطقين بالقوة متباينين في الطول (ع) فهح منفصل (ع) وايضا نضيف الى هر مربعي اى ىب وهو سطح رل فيكون سطح طل مساو بالضعف سطح اى في ىب ويكون خطا هل لح ايضا منطقين بالقوة فقط وهح منفصل فاذن اتصل به ح خطا حك حل واعاداه الى حاله قبل الانفصال هذا خلف (عو) فاذن الحكم ثابت

(عط)

لايتصل بالاصغر فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال والا فليتصل باب ح ب ى ونبين الخلف كما في المنفصل بعينه والشكل كشكله

(ف)

لايتصل بالمتصل بمنطق يصير الكل موسطا فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال * والا فليتصل باب ح ب ى والبيان والشكل كما في منفصل الموسط الاول

(فا)

لايتصل بالمتصل بموسط يصير الكل موسطا فوق خط واحد مما يعيده الى حاله قبل الانفصال * والا فليتصل باب ح ب ى والبيان والشكل كما في منفصل الموسط الثاني وذلك ما اردناه صدر اذا اتصل بالمنفصل خط يعيده الى حاله فان قوى الكل على ذلك الخط بمربع خط يشاركه و كان الكل يشارك المنطق المفروض اولا اعني يكون منطقا في الطول فالمنفصل هو الاول وان كان ذلك

الخط

الخط منطقا فهو الثانى وان لم يكن احدهما منطقا فى الطول فهو
الثالث وان قوى الكل على ذلك الخط بمربع خط يباينه وكان الكل
منطقا فى الطول فهو الرابع وان كان ذلك الخط منطقا فهو الخامس
وان لم يكن احدهما منطقا فى الطول فهو السادس

(فب)

تريد ان نجد المنفصل الاول * وليكن المنطق المفروض اولا ا و بج خطا
يشاركه و ده در عددين مربعين وليس فضل هر مربعا ونجعل نسبة مربع
بج الى مربع جح كنسبة ده الى هر فبح المنفصل الاول لان جميع بج
منطق فى الطول و جح المشارك له فى القوة فقط منطق فى القوة مباين له
فى الطول وليكن فضل مربع بج على مربع جح هو مربع ط
فبقلب النسبة نسبة مربع بج الى مربع ط كنسبة ده الى در المربعين
(ع) فط يشارك بج فى الطول (ر) و بج يقوى على جح بزيادة مربعه

(فج)

تريد ان نجد المنفصل الثانى * وليكن المنطق المفروض ا و دح يشاركه
والعددان كما ذكرنا ونجعل نسبة مربع دح الى مربع بج كنسبة ره الى ده
فبح المنفصل الثانى لان دح منطق فى الطول و بج منطق فى القوة
فقط وهو يقوى على دح بزيادة مربع ط المشارك له كما مر والشكل كما تقدم

(فد)

تريد ان نجد المنفصل الثالث * وليكن المنطق الاول ا والعددان المربعان رح
رط وليس فضل طح مربعا و ه عدد آخر غير مربع ليست نسبته الى
طح نسبة مربعين ونجعل نسبة مربع ا الى مربع بج كنسبة ه
الى رح ونسبة مربع بج الى مربع جد كنسبة رح الى طح فبد
المنفصل الثالث لان بج جد منطقان بالقوة متباينان لا فى الطول و بج
يقوى على جد بزيادة مربع ك المشارك له لان مربعيهما على نسبة رح رط

(فه)

تريد ان نجد المنفصل الرابع * فنعمل كما فى المنفصل الاول الا انا نجعل عددى
در ره مربعين وليس مجموع ده مربعا فيكون بج يقوى على جح
بمربع ط المباين له لان مربعيهما على نسبة ده در والشكل كشكله

(فو)

نريد ان نجد المنفصل الخامس * فنعمل كما فى المنفصل الثانى الا انا نجعل عددى ىر ره كما فى المنفصل الرابع والشكل كما كان

(فر)

نريد ان نجد المنفصل السادس * فنعمل كما فى المنفصل الثالث الا انا نجعل العددين كما فى الرابع والشكل كشكل الثالث وذلك ما اردناه

(فح)

اذا احاط منطق ومنفصل اول بسطح فالخط القوى عليه منفصل * وليكن السطح ب ر والخط المنطق اب والمنفصل الاول ار وليتصل به رح فعاد الى حاله قبل الانفصال ونتمم سطح بح وننصف رح على ى ونضيف الى اح ربع مربع رح (لد) اعنى مربع حى (ىب) ناقصا عن تمامه مربعا فينقسم اح على ه ويكون نسبة اه الى ىح كنسبة ىح الى حه وليكن حه اقصر القسمين فهو اقصر من حى و حى اقصر من اه ونخرج هك ىط موازيين لاب ونرسم مربع سم مثل سطح به (لدب) وعلى قطره مربع سه مثل سطح هل ونتمم خطوط شكل ق ع فلان نسبة مربع سم الى سطح ق ف كنسبته الى مربع سه لكونهما على نسبة عس سف يكون ق ف وسطا فى النسبة بين المربعين اعنى بين سطحى به هل وكان سطح ىل متوسطا بينهما فسطح ىل كسطح ق ف وسطح ىح كسطح رع فسطح ىح كعلم نرش مع مربع سه ويبقى سطح بر كربع هم (ىب) وضلعه ف ع نقول فهو منفصل وذلك لان اح يقوى على حر بمربع خط يشاركه فاذا اضفنا ربع حى اعنى ربع مربع حر الى اح ناقصا عن تمامه مربعا قسمه على ه بمشتركين (ى) فاه هح مشتركان و اح منطق فسطحا به هل اعنى مربعى سم سه منطقان (ه) فخطا سع سف منطقان بالقوة و رح مباين لاح فدح المشارك لرح ايضا مباين لاه المشارك لاح (ا) فدل اعنى ق ف مباين له ب (او) اعنى مربع سم فعس سف متباينان فى الطول (ح) فف ع منفصل (ع) فاذن الخط القوى على سطح بر منفصل

(فط)

اذا احاط منطق ومنفصل ثان بسطح فالخط القوى عليه منفصل موسط اول * وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الا ان سطحى به هل اعنى مربعى سم سه يكونان ههنا موسطين مشتركين (ر) لكون اه هح

مشتركين و ئل اعنى ق ف منطقا (ه) فيكون خطا ع س س ف موسطين مشتركين فى القوة فقط يحيطان بمنطق فف ع القوى على ب ر منفصل الموسط الاول (عا)

(ص)

اذا احاط منطق ومنفصل ثالث بسطح فالخط القوى عليه منفصل موسط ثان * وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الان سطحى ه ب ه ل اعنى مربعى س م س د يكونان ههنا موسطين مشتركين لكون اه ه د مشتركين (ح) و ر ل بل ئل اعنى ق ف موسطا مباينا له (ر) فيكون خطا ع س س ف موسطين مشتركين بالقوة فقط يحيطان بموسط فف ع القوى على ب ر منفصل الموسط الثانى (عب)

(صا)

اذا احاط منطق ومنفصل رابع بسطح فالخط القوى عليه اصغر * وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الان اه ه د بل سطحى ب ه ه ل اعنى مربعى س م س د يكونان ههنا متباينين ومجموعهما منطقا (ه) وسطح ر ل اعنى ضعف سطح ق ف موسطا فيكون خطا ع س س ف متباينين بالقوة مجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما فى الآخر موسط فف ع القوى على ب ر اصغر

(صب)

اذا احاط منطق ومنفصل خامس بسطح فالخط القوى عليه متصل بمنطق يصير الكل موسطا * وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الان اه ه د بل سطحى ه ب ه ل اعنى مربعى س م س د يكونان متباينين ومجموعهما موسطا (ر) وسطح ر ل اعنى ضعف سطح ق ف منطقا (ه) فيكون خطا ع س س ف متباينين فى القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما فى الاخر منطق فف ع القوى على ب ر متصل بمنطق يصير الكل موسطا (عد)

(صج)

اذا احاط منطق ومنفصل سادس بسطح فالخط القوى عليه متصل بموسط يصير الكل موسطا * وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الان اه ه د بل سطحى ه ب ه ل اعنى مربعى س م س د يكونان متباينين ومجموعهما موسطا وسطح ر ل اعنى ضعف سطح ق ف موسطا مباينا للاول فيكون

خطا ب ع ه ف متباينين فى القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما فى الاخر موسط مباين له ففرع القوى على ب ر منفصل بموسط (عه) يصير الكل موسطا وذلك ما اردناه

(صد)

اذا اضيف مربع المنفصل الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل اول * وليكن المنفصل اب والذى يتصل به ونعيده الى حاله ب ح والخط المنطق ده ونضيف اليه مربع اب وهو سطح دط فيحدث عرض دح فنقول انه المنفصل الاول ولنضيف الى ده ايضا مربع اح وهو سطح دن ثم مربع ب ح وهو سطح ن ر فيكون سطح ط ر مساويا لضعف اح فى ح ب (ر ب) ونتصف ح ر على ك ونخرج ك ل موازيا لره فلان مربعى اح ح ب منطقان (ع) يكون سطحا دن ن ر بل خطا دم م ر منطقين (لو) مشتركين فدر منطق فى الطول ولان سطح اح فى ح ب موسط يكون سطح رل بل رط موسطا ورح منطق فى القوة مباين لده بل لدر فى الطول ولان سطح اح فى ح ب وسط بين مربعى اح ح ب فرل وسط بين دن ن ر ونسبة دم الى رك كنسبة رك الى رم فاذا اضيف مربع رك اعنى ربع مربع رح الى در ناقصا عن تمامه مربعا قسم در على م بمشتركين ويكون در يقوى على رح بمربع خط يشاركه فى الطول فاذن ثبت الحكم

(صه)

اذا اضيف مربع منفصل الموسط الاول الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل ثان * وليكن المثال والعمل والشكل كما مر الان دن ن ر يكونان ههنا موسطين مشتركين فدر موسط ودر منطق بالقوة فقط (ع) ورط اعنى ضعف اح فى ب ح منطق (عا) فرح منطق فى الطول (لو) ودر يقوى عليه بمربع خط يشاركه (ح) لاشتراك دم م ر فاذن ب ع منفصل ثان

(صو)

اذا اضيف مربع منفصل الموسط الثانى الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل ثالث * وليكن المثال والعمل والشكل كما مر ويكون در ايضا موسطا لكون دن ن ر موسطين مشتركين ودر منطق بالقوة فقط (ع) وطر ايضا موسط مباين للاول لتباين اح ب ح (عب) فرح ايضا منطق

بالقوة فقط مباين لدر ويكون ىر يقوى على رح بمربع خط يشاركه لاشتراك ىم م ر فاذن ىح منفصل ثالث

(صر)

اذا اضيف مربع الاصغر الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل رابع* وليكن المثال والعمل والشكل كما مر ولتباين مربعى اح ـ ح (ع) يكون سطحا ىه ه ر بل خطا ىم م ر ههنا متباينين ولكون مجموع المربعين منطقا (ع) يكون ه ر منطقا و ىر منطقا فى الطول ولكون ضعف سطح اح فى ـ ح موسطا يكون ط ر موسطا و ح ر منطقا فى القوة فقط وقوة ىر عليه بمربع خط يباينه لتباين ىم م ر فدح اذن منفصل رابع

(صح)

اذا اضيف مربع المتصل بمنطق يصير الكل موسطا الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل خامس* وليكن المثال والعمل والشكل كما مر ولتباين مربعى اح حـ (عد) يكون سطحا ىه ه ر بل خطا ىم م ر متباينين ولكون مجموع المربعين موسطا يكون ىر منطقا فى القوة فقط ولكون ضعف سطح اح فى حـ منطقا يكون رح منطقا فى الطول وقوة ىر عليه بمربع خط يباينه لتباين ىم م ر فاذن ىح منفصل خامس

(صط)

اذا اضيف مربع المتصل بموسط يصير الكل موسطا الى خط منطق فالعرض الحادث منفصل سادس* وليكن المثال والعمل والشكل كما مر ولتباين (عه) مربعى اح ـ ح يكون سطحا ىه ه ر بل خطا ىم م ر متباينين ولكون مجموع المربعين موسطا وضعف سطح اح فى ـ ح موسطا يباينه يكون خطا ىر رح منطقين فى القوة فقط متباينين وقوة احدهما على الاخر بمربع خط يباينه لتباين ىم م ر فاذن ىح منفصل سادس وذلك ما اردناه

(ق)

الخط المشارك فى الطول للمنفصل منفصل فى مرتبته بعينها* فليكن المنفصل اح ومشاركه ىر وليتصل باح حـ معيدا اياه الى حاله قبل الانفصال ونجعل نسبة ىر الى ره كذلك فان كان اـ يقوى على ـ ح بمربع خط مشارك او مباين كان ىه على ه ر كذلك وايضا لاشتراك الكل واحد من اـ ـ ح نظيره من ىه ه ر ان كان احدهما منطقا فى الطول او القوة كان

الاخر كذلك فاذن اد اى منفصل كان من الستة كان ىر ذلك المنفصل بعينه

(قا)

الخط المشارك لمنفصل الموسط منفصل موسط فى مرتبته بعينها *فليكن اد منفصل الموسط اما الاول او الثانى و ىر مشاركاله وليتصل باد دب معيدا اياه الى حاله الاول ونسبة ىر ره نسبتهما فكل واحد من اب بد مشارك (ح) لنظيره من ىه هر موسط مثله (لط) و اب بد متباينان فى الطول فده هر كذلك ونسبة مربع اب الى سطح اب فى بد كنسبة مربع ىه الى سطح ىه فى هر وبالابدال نسبة المربعين كنسبة السطحين والمربعان متشاركان فالسطحان كذلك فان كان الاول منطقا او موسطا فالثانى كذلك فاذن اد اى منفصل موسط كان من الاثنين كان ىر ذلك بعينه والشكل كما تقدم

(قب)

الخط المشارك للاصغر اصغر * وليكن ا اصغر و ب مشاركه ونضيف مربعيهما الى ىر المنطق فيحدث من مربع ا عرض ده وهو المنفصل الرابع ويشاركه دى فهو مثله (ق) فالخط القوى على ىر وهو ب اصغر (صا)

(قج)

الخط المشارك للمنفصل بمنطق يصير الكل موسطا متصل بمنطق يصير الكل موسطا متصل بمنطق يصير الكل موسطا *ونبين بمثل بيان الاصغر والشكل كما مر

(قد)

الخط المشارك للمتصل بموسط يصير الكل موسطا متصل بموسط يصير الكل موسطا *ونبين بمثل بيان الاصغر والشكل كما مر وذلك ما اردناه اقول ولنا ان نبين احكام الخمسة الاخيرة بالوجه الاخير المذكور فى نظائرها باب ذى الاسمين وايضا ان كانت الخطوط المشاركة لهذه الستة مشاركة فى القوة فقط كان الحكم كما ذكر بعينه تعين تلك البيانات

(قه)

الخط القوى على فضل السطح المنطق على السطح الموسط اما منفصل او اصغر *وليكن السطح المنطق اب والموسط اد والفضل دب ونضع هر منطقا ونضيف اب اليه وهو رك و اد اليه وهو رح فيكون هك منطقا فى الطول و حه منطقا فى القوة فقط فان قوى هك على هح بمربع خط يشاركه كان حك منفصلا اول و القوى على طك

اعنى د ب منفصلا وان قوى عليه بمربع خط يباينه كان
ح ك منفصلا (فح) رابعا والقوى على ط ك اعنى اح اصغر (صا)

(قو)

الخط القوى على فضل السطح الموسط على السطح المنطق اما منفصل موسط
اول او متصل بمنطق يصير الكل موسطا * والمثال والشكل كامر الا ان اح
يكون ههنا موسطا و ه ك منطقا في القوة فقط و ه ح منطقا في الطول و
ح ك منفصل ثان او خامس فيكون القوى على د ب احد المذكورين

(قز)

الخط القوى على فضل الموسط على الموسط المباين له اما منفصل موسط ثان
او متصل بموسط يصير الكل موسطا * والمثال والشكل كامر ويكون ههنا ه ح
ه ك منطقين في القوة فقط متباينين في الطول و ح ك منفصل ثالث او سادس
فيكون القوي على د ب احد المذكورين وذلك ما اردناه حكم من غير شكل لا واحد
من الخطوط الستة اعنى المنفصل وما يتلوه بموسط لا باخر منها لان مربع الموسط
اذا اضيف الى خط منطق احدث عرضا منطقا بالقوة ومربعات هذه الخطوط
تحدث عروضا مختلفة هى انواع المنفصل ولا واحد من هذه العروض هو من نوع
صاحبه فاذن الخطوط المحدثة لهذه العروض المختلفة بالنوع وذلك ما اردناه

(قح)

المنفصل ليس بذى الاسمين * والا فليكن ا كليهما و ب د منطقا ونضيف
مربع ا اليه وهو د ى فيحدث عرض ب ى ذا اسمين اول لكون ا ذا الاسمين
ومنفصلا اول لكونه منفصلا ولينقسم على ر باسميه وليكن ب ر اطول
قسميه فهو منطق فى الطول و ر ى منطق فى القوة فقط وليتصل به ى ه معيدا اياه
الى حاله الاول فيكون ب ه منطقا فى الطول و ه ى منطقا فى القوة فقط ويبقى ر ه
منطقا فى الطول فره مع ر ى او مع ى ه منطقان فى القوة فقط فى ه او ى ر
منفصل وكان منطقا بالقوة هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه
اقول وايضا لا واحد من توالى المنفصل بواحد من توالى ذى الاسمين
لانها تحدث عروضا منفصلة وهذه تحدث عروضا ذوات اسمين

(قط)

الخط الموسط يحدث عنه خطوط صم غير متناه ليس احدها من جنس الذى
قبله * وليكن ا ب منطقا و ا ر عمودا عليه غير محدود و ا ح منه موسطا و تمم

سطح اه فهو ليس بموسط لان الموسط اذا اضيف الى اب احدث عرضا منطقا بالقوة و اه احدث موسطا وليكن دى قويا عليه فهو ليس من جنس اد الموسط ونتم ەى فهو ليس من جنس سطح اه لان سطح اه يحدث عرضا موسطا وهو احدث دى الذى ليس من جنس الموسط والخط القوى على ىە ايضا ليس من جنس دى ولا من جنس اد وكذلك اذا فصلنا من ىر مثل ذلك الخط وعملنا كما مر حدثت خطوط غير متناهية مختلفة بالنوع وذلك ما اردناه

تمت المقالة العاشرة بعون الله تعالى

المقالة الحادية عشر احد واربعون شكلا

وليس فى المجسمات خلاف بين نسختى الحجاج وثابت صدر الشكل المجسم ماله
طول وعرض وسمك وينتهى بالذات بسطح اذا قام خط على سطح بحيث يحيط
مع كل خط يخرج فى ذلك السطح مماساله بزاوية قائمة فهو عمود على السطح
واذا قام سطح على سطح بحيث يحيط كل عمودين يخرجان فى السطحين من نقطة
واحدة من فصلهما المشترك بزاوية قائمة فالسطحان يحيطان بزاوية قائمة
السطوح المتوازية هى التى لا تماس ولا تتلاقى وان اخرجت فى الجهات الى غير
نهاية المجسمات المتشابهة المتساوية هى التى تحيط بها سطوح متشابهة متساوية
العدة متساوية فان لم يعتبر تساوى السطوح فهى متشابهة فقط المنشور هو الذى
يحيط به ثلثة سطوح متوازية الاضلاع ومثلثان الكرة ما يحوزه نصف دائرة اثبت
قطره محور الايزول وادير محيطه الى ان يعود الى موضعه ومركزها مركزه
المخروط هو الذى يحيط به سطوح يرتفع من سطح الى نقطة يقابله الاسطوانة
المستديرة اعنى المتساوية الغلظ اى قاعدتاها دائرتان متساويتان هى ما يحوزه
سطح قائم الزوايا اثبت احد اضلاعه محور الايزول وادير السطح الى ان يعود الى
موضعه وسهمه هو الضلع الثابت المخروط المستدير ما يحوزه مثلث قائم الزاوية اثبت
احد ضلعى القائمة محور الايزول وادير المثلث الى ان يعود الى موضعه فان كان الضلع
الثابت مساويا للاخر كان المخروط قائم الزاوية وان كان اطول كان حادتها
وان كان قصر كان منفرجها وسهمه الضلع الثابت وقاعدته دائرة ويسمى ايضا
مخروط الاسطوانة المستديرة اقول وذلك عند كونه على قاعدتها وسهمها
وارتفاعها الزاوية المجسمة هى التى تحيط بها زوايا مسطحة فوق اثنتين يجتمع
على نقطة ولا يكون فى سطح الاسطوانات او المخروطات المستديرة المتشابهة
هى التى تكون نسب سهامها الى اقطار قواعدها متساوية اقول فهذه تعريفات
ولنوضع ههنا بعد ما تقدم ان لنا ان نخرج اى سطح شئنا وان نتوهم سطح يمر باى
نقطة وخط مستقيم كانا وان سطحين مستويين لا يحيطان بجسم الاشكال

(ا)

الخط الواحد لا يكون بعضه فى السطح وبعضه فى السمك والا فليكن
من ا ب ج ا ب فى السطح و ب ج فى السمك وكان لنا ان نخرج اى خط محدود
كان فى سطح على الاستقامة فى ذلك السطح فلنخرج ا ب فى السطح الى د
فخطا ا ب ج ا ب د خط واحد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ب)

كل خطين يتقاطعان فهما فى سطح وكل مثلث فهو فى سطح *وليكن الخطان اب دى المتقاطعين على ه ونعلم عليهما رح كيف كان ونصل رح فمثلث رهح فى سطح واحد والا لكان بعض احد اضلاعه فى السطح وبعضه فى السمك والخطان فى سطح المثلث فاذن هما فى سطح وذلك ما اردناه

(ج)

الفصل المشترك بين كل سطحين يتقاطعان خط واحد *وليكن السطحان ادى هرحر وليتقاطع ضلعا اى طح على ك وضلعا بح هر على ل فان لم يكن الخط الواصل بين كل خطا واحدا فى كلا السطحين فليكن فى احدهما كمل وفى الاخر كدل وهما مستقيمان وقد تلاقيا فى موضعين واحاطا بسطح هذا خلف فاذن خط كل واحد فى كليهما وهو الفصل المشترك وذلك ما اردناه اقول وبعبارة اخرى نقطتا كل فى سطح ادى ولنا ان نصل بين اى نقطتين كانتا على سطح بخط فى ذلك السطح فيصل كل وايضا كل فى سطح هرحط ولنا ان نصل بينهما بخط فى ذلك السطح فيصل كل والخط الواصل بين النقطتين بعينهما على الاستقامة واحد فاذن خط كل خط واحد فى السطحين

(د)

كل عمود على خطين خرج من فصلهما المشترك فهو عمود على سطحيهما وليكن الخطان دى هر متقاطعين على ب والعمود عليهما با ونفصل بد به بى بر متساوية ونعلم على العمود ح كيف وقعت ونصل دح هح ىح رح فيحدث اربع مثلثات متساويات الاضلاع والزوايا النظائر ونصل ده ىر فيكون مثلثا دهب ىبر ومثلثا حده حىر ايضا كذلك ثم نخرج فى سطح خطى دى هر خط طبك مماسا لب كيف كان ونصل طح كح فيكون فى مثلثى بدط بىك تساوى زاويتى ب المتقاطعين (يه ا) وزاويتى بدط بىك وضلعى بد بى ضلعا دط طب متساوين (ىا) لنظيريهما اعنى ىك كب وفى مثلثى حدط حىك تساوى ضلعى حد حى وضلعى دط ىك وزاويتى حدط حىك ضلعا حط حك متساوين (ح ا) ويكون فى مثلثى حطب حكب تساوى الاضلاع النظائر زاويتا حبط حبك متساويتين

فاذن هما قائمتان وكذلك الحكم فى كل خط يخرج فى ذلك السطح
مماسا لـ ب ا فهو عمود على السطح وذلك ما اردناه

(ه)

كل ثلثة خطوط خرج من فصلها المشترك عمود عليها فهى فى سطح
واحد * ولتكن الخطوط ب ح ب د ب ه والفصل المشترك ب والعمود
ب ا فان لم تكن الخطوط فى سطح فلنخرج ب د من سطح خطى ب ح ب ه
وسطح ا ب ب د ليس بمواز لسطح ب ح ب ه لئلا فيهما عند ب
فليكن ب ر فصلهما المشترك فتكون زاويتا ا ب د ا ب ر الجزء
والكل قائمتين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(و)

كل عمودين قائمتين على سطح فهما متوازيان * مثلا كعمودى ا ب ح د ونصل
فى ذلك السطح ب د ونخرج د ه عمودا عليه ونعلم على ا ب ر كيف وقعت
ونفصل د ح مثل ب ر ونصل ر د ر ح ب ح فلان فى مثلثى ر ب د ح د ب
ضلعا ر ب ح د متساويان و ب د مشترك وزاويتا ر ب د ح د ب قائمتان
يكون ر د ح ب متساويين (د ا) وتكون فى مثلثى ر د ح ر ح ب المتساوى
الاضلاع النظائر زاويتا ر ب ح ر د ح متساويتان (ح ا) و ر ب ح قائمة
فر د ح قائمة فخط د ه عمود على خطوط د ب د ر د ح فهى فى ه سطح
و ب ر ا فى ذلك السطح فا ب ح د فى سطح وقد وقع عليهما ب د وصير
الداخلتين قائمتين فاذن هما متوازيان (كط ا) وذلك ما اردناه

(ر)

كل خط خرج من احد متوازيين الى الاخر كيف كان فهو فى سطحهما * مثلا
كـ ه ر الخارج من ا ب الى ح د وهما متوازيان والا فلنخرج ه ح ر فى سطحهما
فـ ه ر ه ح ر مستقيمان هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(ح)

اذا كان احد متوازيين عمودا على سطح فالاخر ايضا عمود عليه * وليكن
المتوازيان ا ب و ح د منهما ا ب عمود على سطح ونصل فى ذلك السطح
ب د ونخرج د ه عمودا عليه ونعلم على ا ب ر كيف وقعت ونفصل د ح مثل
ب ر ونصل ر د ر ح ب ح وتبين بمثل ما مر ان زاوية ح د ر قائمة فيكون
د ه عمودا على سطح د ب د ر (د) اعنى على سطح ا ب ح د فيكون ح د

عموداعلى ده دب اعنى على السطح الذى كان اب عموداعليه وذلك مااردناه

(ط)

الخطوط الموازية لخط وان لم يكن جميعا فى سطح فهى متوازية * مثلا الخطى دى هر الموازيين لاب وليست الثلثة فى سطح ولنخرج من ح ح ط ح ك عمودين عليهما فيكون خطا حط وك عمودين (ح) على سطح ح ط ح ك المتقاطعين لكون اح عمودا عليه (ى) فهما متوازيان (و) لكونهما عمودين على سطح وذلك مااردناه

(ى)

كل زاويتين توازت اضلاعهما النظائر ولم يكن الجميع فى سطح فهما متساويتان * فليكن الزاويتان ب ه وقد يوازى ضلعا ب ا ه ى وضلعا ب ح ه ر ونفصل ب ا ه ى متساويين وكذلك ب ح ه ر ونصل اح ى ر اى ب ه ح ر فكل واحد من اى حر موازمساو لبه (لح ا) فهما متوازيان متساويان فاح ىر متساويان فاضلاع مثلثى اب ح ده ر النظائر متساوية فزاويتا ب ه متساويتان (ح ا) وذلك ماارد ناه

(يا)

نريد ان نخرج عمودا على سطح من نقطة فى السمك * مثلا من نقطة ا وليكن خط ب ح فى ذلك السطح نخرج من ا عليه عمود ار ومن ى فى ذلك السطح عمود ده ومن ا عليه عمود اد فهو عمود على السطح ولنخرج من ر رح ط فى السطح موازيا لب ح فب ح لكونه عمودا على خطى ىا ىه عمود على سطح مثلث ار ى و ح ط لكونه موازيا لب ح عمود ايضا عليه فار لكونه عمودا على ده ح ط عمود على السطح وذلك ماارد ناه

(يب)

نريد ان نخرج من نقطة على سطح عمودا الى السمك * مثلا من نقطة ا على سطح اب فلنخرج من اى نقطة اتفق فى السمك كد الى السطح عمود دب فان وقع على ا فهو العمود والا فلنخرج من ا اح موازيا لب ى فهو العمود (ح) وذلك ماارد ناه

(يح)

لا يقوم على سطح عمودان على نقطة منه * كعمودى اب اح وليكن ده الفصل المشترك بين ذلك السطح وسطح العمودين فتكون زاويتا ب ا ى داى القائمتين متساويتين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ماارد ناه

(ند)

كل سطحين كان خط واحد عمودا عليهما فهما متوازيان * ولكن
السطحان د ى ط ر والعمود عليهما ا ب والا فلنخرج السطحين
الى ان يتلاقيا على ك ل ونعلم عليه م ونصل م ا م ب فتكون زاويتا ا ب
من مثلث ا ب م قائمتين هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(نه)

كل سطحين يخرج فى احدهما خطان من نقطة موازيين لخطين يخرجان
فى الاخر من نقطة فهما متوازيان * ولتكن النقطتان ب ه وقد خرج منهما
ب ا ه ى متوازيين و ب ح ه ر متوازيين ولنخرج من ب على سطح
ه عمود ب ح ونخرج فى ذلك السطح ح ط موازيا له ى و ح ك موازيا
له ر فيكون ح ط ح ك موازيين لب ا ب د (ط) وكان ب ح عمودا عليهما
فهو عمود على ب ا ب د بل على السطحين فاذن هما متوازيان (ند) وذلك ما اردناه

(نو)

اذا فصل سطح بسطحين متوازيين ففصلاهما متوازيان * ولنفصل سطح
ك ل م ن بسطحى ا ب د ى ه ر ح ط المتوازيين ففصلا ك م ل ن
متوازيان والا فليتلاقيا على س واذا اخرج السطحان يلاقيا ايضا
عنده هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(نر)

السطوح المتوازية اذا فصلت خطين فصلتهما على نسبة واحدة
مثلا سطوح ه ر ح ط ك ل م ن س ع ف ص المتوازية فصلت ا ب
على ا ث ب و د ى على د ش ى ولنصل ب د ا د ب ى فيمر ب د على
سطح ك ل م ن ب ت ونصل ت ث ت ش فلان سطحى ه ح ك م
فصلا مثلث ا ب د على ا د ت ث فاد ت ث متوازيان (نو) وكذلك
ب ى ت ش فنسبة ا ث الى ث ب كنسبة د ت الى ت ب (ب و)
اعنى كنسبة د ش الى ش ى وذلك ما اردناه

(نح)

اذا قام عمود على سطح فكل سطح يمر به يحيط مع الاول بزاوية قائمة * مثلا ا ب
عمود على سطح وقد مر به سطح فحدث فصل بين السطحين وهو د ى
وليكن ه نقطة عليه ونخرج (يا ا) منها ه ر فى السطح المار عمودا على د ى

فهو

فهو عمود على السطح الاول وعلى كل خط نخرج فيه من ه وكذلك من كل نقطة تفرض على جـ د فالسطحان اذن يحيطان بقائمة وذلك ما اردناه اقول وقد بان انه اذا قام سطح على سطح فكل عمود على فصلهما يخرج في احد السطحين فهو عمود على الاخر

(يط)

كل سطحين متفاصلين يقومان على سطح على قوائم ففصلهما عمود عليه * فليكن السطحان ا ب د ب جـ ط وفصلهما ك ل فان لم يكن هو عمودا على فصلي ذلك السطح فلنخرج من ل عمود ل م في سطح ا د على فصل ا د وذلك السطح وعمود ل ن في سطح ط ر على فصل ط ر وذلك السطح فهما عمودان على ذلك السطح هذا خلف (ح) فاذن ك ل عمود على فصلي ذلك السطح فهو عمود على ذلك السطح (د) وذلك ما اردناه

(ك)

اذا احاطت ثلث زوايا مسطحة بزاوية مجسمة فكل ثنتين منها اعظم من الباقية * مثلا احاطت زوايا ا ب جـ ا ب د جـ ب د بزاوية ب المجسمة فان كانت الزوايا متساوية فالحكم ظاهر وان اختلفت فليكن زاوية ا ب د اعظم من الباقيتين ونفصل (كج ا) منها زاوية ا ب ه مثل زاوية ا ب جـ ونعلم على ا ب د ب نقطتي ط ك ونصل ط ك ونفصل (ج ا) ب ر مثل ب ح ونصل ط ر ك ر فلان في مثلثي ط ب ر ط ب ح ضلع ط ب مشترك وضلعا ر ب ح ب متساويان والزاويتان بينهما متساويتان يكون ط ر مساويا (د ا) لط ح وكان ط ر ر ك معا اطول (ك ا) من ط ك فيبقى ر ك اطول من ح ك فزاوية ر ب ك اعظم (كه ا) من زاوية ح ب ك فاذن مجموع زاويتي ا ب جـ د ب جـ اعظم من زاوية ا ب د وذلك ما اردناه

(كا)

كل زاوية مجسمة فان جميع الزوايا المسطحة المحيطة بها اصغر من اربع قوائم * مثلا احاطت بزاوية ب زوايا ه ب ح ه ب ر ر ب ح ونصل ه ر ر ح ه ح ونعلم في سطح مثلث ه ر ح نقطة ط ونصل ه ط ر ط ح ط فالزوايا التسع التي لمثلثات ه ط ر ه ط ح ر ط ح الثلثة تعدل ست قوائم (لب ا) والست منها التي تجتمع كل ثنتين منها عند احدى نقطة ه ر ح اعني زوايا مثلث ه ر ح كقائمتين (لب ا) فالثلث المحيطة بط كاربع قوائم والست من مثلثات

ه ر ه ح ر ح التى تجتمع عند نقطة ه ر ح اعظم (ك) من الست الاول فتبقى الثلث المجتمعة عند ب اصغر من الثلث المجتمعة عند ط اعنى من اربع قوائم وذلك ما اردناه اقول وان لم نفرض ط وخطوطها امكن البيان لان الست من زوايا مثلثات ه ر ه ح ر ح لما كانت اعظم (ك) من زوايا ر ه ح التى هى كقائمتين (لا) بقيت الثلث اصغر من اربع قوائم وقس عليه ان كانت الزوايا فوق الثلثة

(ك)

اذا كانت ثلث زوايا مسطحة متساوية الاضلاع كل ثنتين منها معا اعظم من الثالثة امكن ان نعمل من اوتارها مثلث اعنى يكون مجموع كل اثنين منها اطول من الثالث * فليكن الزوايا ب ه ط واضلاعها المتساوية با بح ه ى ه ر ح ط ط ك واوتارها اح ى ر ح ك فان كانت الاوتار متساوية كان كل اثنين اعظم من الثالث وان كانت مختلفة فليكن ح ك اطول ونرسم على ب (كج) من حب زاوية حبل مثل زاوية ه ونفصل بم مثل بح ونصل حم ام فوتر حم مثل ى ر (ى ا) ومجموع اح حم اطول من ام (كا) و ام اطول من ح ك (كد) لان زاوية ا ب م اعنى زاويتى ب ه معا اعظم من زاوية ط والاضلاع متساوية فاذن مجموع اح حم اطول من ح ك وذلك ما اردناه اقول وقد يختلف وقوع ام فانه يقع اما بين اح اب وذلك اذا كانت زاويتا ب ه معا اصغر من قائمتين كما مر او منطبقا على اب وذلك اذا كانتا كقائمتين او خارجا عن اب اح وذلك اذا كانتا اعظم منهما وعلى التقديرين فاح حم اعظم من اب بم اعنى ح ط ط ك وهما اعظم (كا) من ح ك وهذه الزوايا الثلث جميعا تكون اما اصغر من اربع قوائم او ليس باصغر بعد ان يكون اصغر من ست قوائم كل واحدة من قائمتين لا محالة والغرض ههنا القسم الاول فانا سنحتاج اليه فى الشكل المتأخر ويجب فيه ان يكون فضل قائمتين على مجموع اصغرى الزوايا الثلث اقل من فضلهما على اعظمهما والا لم يكن الاصغران معا اعظم من اعظمهما واما القسم الثانى فيجب فيه ان يكون مجموع كل ثنتين اعظم من قائمتين وان يكون فضل مجموع الثلثة على اربع قوائم اقل من فضل اصغرهما على قائمتين والا لكانت الباقية قائمتين او اعظم وذلك محال

(كد)

نويد

نريد ان نعمل زاوية مجسمة من ثلث زوايا مسطحة مجموعها اصغر من اربع
قوائم وكل ثنتين منها معا اعظم من الباقية * ولتكن الزوايا ا د ط ونجعلها (د ا)
متساوية الاضلاع وهى اب اح ده در طح طك ونعمل (لـ) من اوتارها
وهى بح در حك مثلثا هو لمن لم كبح ومن كدر ولن كحك
ونرسم (ه د) عليه دائرة لمن ولتكن مركزها س ونصل س ل س م
س ن فبح مثل لم ولا يخلو ب ا د ا من ان يكونا مثلى ل س س م
او اقصر او اطول فان كانا مثليهما كانت زاوية ا كزاوية ل س م (ح ا) وبمثل
ذلك تكون زاوية ه كزاوية م س ن وزاوية ط كزاوية ن س ل فيكون
الثلث كزوايا س اعنى اربع قوائم وكانت اصغر من ذلك هذا خلف وان كانا
اقصر وركبنا بح على لم وقعت زاوية ا داخل مثلث ل س م وكانت
اعظم (كا ا) من زاوية ل س م وكذلك الباقيتان فيكون الثلث اعظم
من اربع قوائم هذا خلف فاذن كل واحد من اضلاع الزوايا اطول من نصف
قطر الدائرة ونخرج (ب) من س عمود س ف على سطح الدائرة ونفصل منه
(د ا) س ع بقدر ضلع مربع يقوى اب على ل س به ونصل ع ل ع م
ع ن فزاوية ع هى المطلوبة لان اضلاع الزوايا الثلث المحيطة بها كاضلاع
الزوايا الثلث واوتارها كاوتارها فهى مساوية لها (ح ا) وذلك ما اردناه اقول
وانما يقع ا داخل مثلث ل س م لانا اذا فصلنا (د ا) من كل واحد من ل س
م س مثل ب ا د ا وجعلنا نقطتى ل م مركزين ورسمنا ببعد المفصولين
دائرتين تقاطعتا داخل المثلث والا فلم يكن ل م اعنى بح اقصر من مجموع
ب ا د ا هذا خلف (كا ا) ثم اذا وصلنا بين نقطة التقاطع ونقطتى ل م
حدث مثلث مثل مثلث ب ا ح داخل مثلث ل م س فتكون زاوية الرأس
اعظم من زاوية س وزاويتا القاعدة اصغر من زاويتى ل م واعلم
ان لهذا الشكل اختلاف وقوع فان مثلث ل م ن يكون اما حاد الزوايا كما ورد
فى الاصل واما قائم الزاوية واما منفرج الزاوية هكذا ولتكن زاوية م هى القائمة
او المنفرجة ولنبين ان كل واحد من اضلاع الزوايا اطول من نصف القطر
فنجعل ضلعى اح ده لزاويتى ا ه المشتركين ونصل ب ر فيقع على احد
الوجوه الثلثة الموردة فى الشكل المتقدم ويكون اطول (١٧) من ح ك
لكون زاوية ب ا ر اعنى مجموع زاويتى ا ه فى الوجه الاول وتمامها
من اربع قوائم فى الوجه الثالث اعظم من زاوية ط وتساوى

اضلاعها واما فى الوجه الثانى فلكون ب ر مساويا لمجموع ح ط ط ك
وليكن ح ك يساوى ل د فب ر اطول من ا د وب ح د ر يساويان
ل م م د فزاوية ب ح ر اعظم من زاوية ل م د (١٧) وزاوية ب ح ر
هى مجموع زاويتين هما فوق قاعدتى مثلثى ا ب ح ه د ر ثم ان كان كل
من الاضلاع مساويا لنصف القطر كان مثلث ا ب ح كمثلث س ل م
ومثلث ه د ر كمثلث س م د (ح ا) فكان مجموع زاويتى ح د اعنى
زاوية ب ح ر مساويا لزاوية ل م د وان كان اصغر من نصف القطر
كانت زاوية ح اصغر من زاوية ل م س وزاوية د اصغر من زاوية
س م د لما مر ومجموعهما اصغر من زاوية ل م د وكان اعظم منها
هذا خلف فاذن الاضلاع اطول من انصاف الاقطار وتم البيان كما مر

(٢)

السطوح المتقابلة من الجسمات المتوازية السطوح متساوية متوازية الاضلاع
*وليكن الجسم ا ب وسطحا ا ح د ك ح ر ب ط منه متقابلين فلان سطح
ا ح د ك وقع على متوازى ر د ا ح ب ه ك ط وعلى متوازى ر ب ه ح ح ط ك ا
يكون فصلا ح ا ه ك متوازيين وكذلك فصلا ح ه ا ك وبمثله نبين ان ر ح ب ط
متوازيان (لو) ور ب ح ط متوازيان فاذن السطحان متوازيا الاضلاع
متساوياها ولان كل ضلعين يحيطان بزاوية من سطح يوازيان نظيريها من السطح
الاخر فازوايا النظائر ايضا متساوية وكذلك فى سائر المتقابلات وذلك ما اردناه

(٣)

كل مجسم متوازى السطوح يفصله سطح مواز لسطحين متقابلين منه الى قسمين
فنسبتهما كنسبة قاعدتيهما *مثلا مجسم ا ب فصله سطح ح د ه ر الموازى
لسطحى ح ط ا ك ب ل م د المتقابلين فيه نقول فنسبة مجسمى ا د ه ب
كنسبة قاعدتى ا ر د ه ولنخرج ا م فى جهتيه الى س ع غير محدودين
ونفصل فى جهة ه ا ا ف ف ص مساويا له ا ما امكن وفى جهة ه م م ق ق ر
مساوية له م ما امكن ونتم السطوح والمجسمات فيما بين ضلعى القاعدة
ومقابلتهما فان كان جميع ص ر مساويا لجميع ر ر اعنى اضعاف
قاعدة ا ر لاضعاف قاعدة ه د كان مجسم ص ح مساويا لمجسم ح ر
اعنى اضعاف مجسم ا ح لاضعاف مجسم ه ب وان كان ناقصا او زائدا كان
كذلك فاذن نسبة القاعدتين نسبة المجسمين وذلك ما اردناه

(كو)

نريد ان نعمل على نقطة من خط زاوية مثل زاوية مجسمة مفروضة * مثلا على نقطة ا من خط اب مثل زاوية د التي يحيط بها زوايا حده حدر هدر المسطحات فلنخرج من نقطة ما على ده وهى نقطة ح عمودا على سطح حدر وهو حط ونصل طد ونعمل على ا من اب زاويتي بال بام (ع ا) كزاويتي حدر حدط ونفصل من ام اد مثل دط ونخرج من د عمود دس على سطح بال ونفصل منه دع مثل طح ونصل عا فيكون زاوية ا هى المطلوبة ولنعلم على دح ك كيف اتفق ونصل حك طك ونفصل اف مثل دك ونصل عف دف فلان اد دع مساويان لدط طح وزاويتا ادع دطح قائمتان فاع يساوى دح (ء ا) وايضا لان زاويتي بام حدط متساويتان وضلعى ف ا اد مساويان لضلعى كد دط يكون فد كط متساويين وكان دع طح متساويين وزاويتا فدع كطح قائمتين ففع مساو لكح وكان ف ا اع مساويين لكد دح فزاويتا فاع كدح متساويتان (ع ا) وبمثله نبين ان زاويتي عال حدر متساويتان وكانت زاويتا بال حدر متساويتين فاذن الثلث المحيطة با مساوية لنظائرها المحيطة بد وذلك ما اردناه اقول ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود حط كما يمكن ان يقع فيما بين در كما مر فقد يمكن ان يقع على احد الضلعين او على نقطة د او خارجا فى احدى الجهات لكن العمل لا يختلف

(كز)

نريد ان نعمل على خط مفروض مجسما شبيها بمجسم متوازى السطوح * مثلا على خط اب كمجسم حد فنعمل على ا زاوية مجسمة (كو) كزاوية ح ونجعل نسبة اب الى اك والى اط كنسبة حر الى حح والى حه (يا و) ونتم سطح طب ونخرج من ط م ب خطوطا متوازية وموازية ومساوية لاك وهى طف مل بس ونصل فك فل كس لس فيتم المجسم ونبين التشابه وذلك ما اردناه

(كح)

كل مجسم متوازى السطوح منصف بسطح يمر بقطرى سطحين متقابلين منه الى منشورين * مثلا كمجسم اب بسطح حدهر المار بقطرى حد هر من سطحى اط حب وذلك لان المحيط بالمنشورين سطوح متقابلة متساوية

(٧) وسطح مشترك ومثلثات متساوية متشابهة هي انصاف السطحين المنصفين بالقطرين (لد) وذلك ما اردناه اقول وقد بان من ذلك عكسه وهو ان كل منشور تمم مجسما متوازي السطوح فهو نصف المجسم وسيحتاج اليه فيما بعد

(كط)

المجسمات المتوازية السطوح التي على قاعدة واحدة وبارتفاع واحد وعلى خط واحد فهي متساوية * مثلا كمجسمي ب ه ب ر الكائنين على قاعدة ا ب حد وفيما بين خطي ع ر كـ ه ولا محالة يكون ارتفاعهما واحدا وذلك لان منشوري ال ده متساويان لمساوي مثلثي اع ط دهر (ح ا) ومثلثي ب كل حم ه وسطحي ع كل ط ه م ه ر وسطحي ا ب ك ع د ح م ه وسطحي ا ب ل ط د ه ر ونجعل باقي المجسم مشتركا فيصير المجسمان متساويين وذلك ما اردناه

(ل)

المجسمات المتوازية السطوح التي على قاعدة واحدة وبارتفاع واحد لا على خط واحد فهي متساوية * مثلا كمجسمي ب ه ب ر الكائنين على قاعدة ا ب حد فان رأس احدهما سطح ل ه ورأس الاخر سطح س ر ولبسا على خط واحد ولكن ارتفاعهما واحد فنخرج كـ س الى ه و ل ط الى م و ع ه الى ع ونصل ام ب ه دع حف فيحدث مجسم ب ع الذي رأسه ه ع مع كل واحد من المجسمين على قاعدتهما وعلى خط واحد فلكونه مساويا لهما (كط) يكونان متساويين وذلك ما اردناه

(لا)

المجسمات المتوازية السطوح التي على قواعد متساوية وبارتفاع واحد وكانت خطوط سموكها اعمدة على قواعدها فهي متساوية * مثلا كمجسمي ب ك ر ل وقاعدتاهما ا ب حد ه ر ع ط فنخرج ر ع الى س ونفصل ع س مثل ا د ونعمل على ع زاوية س ع ع مثل زاوية د ا ب ونفصل ع ف مثل ا ب وكان ارتفاعا ع ت اف المتساويان عمودين على سطحي د ا ب س ع ع فزاويتا ا ح المجسمين متساويتان ونتمم مجسم ف ث فهو مساو لمجسم ب ك ونخرج من س خط س م ا موازيا لـ ط ع ونخرج ع ط الى ان يلقاه على م و ط ع الى ان يلقى ف ر على ق ونتمم مجسمي ع ش ق ث لمجسما ق ث ف ث لكونهما على قاعدة ع ت ث س وبارتفاع

واحد

واحد وعلى خط ق ف ر متساويان (يط) فجسم ق ث ايضا مساو لجسم ب ك ونسبة مجسمى رل ق ث الى مجسم ع ش كنسبة قاعدتى رط ق س الى قاعدة ع م (يه) وقاعدة ق س تساوى قاعدة ف س (له ا) لكونهما على ع س وبين متوازيى ع س ق ر فنسبة مجسمى رل ف ث اعنى مجسمى رل ب ك الى مجسم ع ش ث كنسبة قاعدتى رل ف ث اعنى قاعدتى رل ب ك المتساويتين الى قاعدة ع ش فلكون نسبة المجسمين الى مجسم ثالث نسبة واحدة (ياه) يكونان متساويين (ط ه) وذلك ما اردناه

(لد)

المجسمات المتوازية السطوح التى على قواعد متساوية وبارتفاع واحد ولم تكن خطوط سموكها اعمدة على قواعدها فهى متساوية * مثلا كمجسمى ب ك رق الكائنين على قاعدتى ب ك رط وذلك لانا اذا اخرجنا اعمدة اس ع دف وص من قاعدة ب ك على سطح م ك واعمدة ه ث رخ ح ى طض من قاعدة رط على سطح ش ق واتممنا المجسمين كان مجسما ب ك ب ص متساويين (ل) لكونهما على قاعدة واحدة وبارتفاع واحد وكذلك مجسما رق رض وكان مجسما ب ص رض متساويين (لا) لكونهما على قاعدتين متساويتين وبارتفاع واحد وخطوط السمكين اعمدة على القاعدتين فاذن مجسما ب ك رق متساويان وذلك ما اردناه

(لب)

نسبة المجسمات المتوازية السطوح المتساوية الارتفاعات بعضها الى بعض كنسبة القواعد * مثلا كمجسمى ب ك رل وقاعدتاهما ب ى رط ولنعمل على دى قاعدة دة مثل قاعدة رط على ان ا ى ة متصل على الاستقامة ونتم مجسم دس فجسم دس مع مجسم ب ك بارتفاع واحد على خط واحد فهو مساو لمجسم رل (ل) لتساوى القاعدتين والارتفاعين ونسبته الى مجسم ب ك كنسبة قاعدته الى قاعدة ب ى (ع) فاذن نسبة مجسم رل الى مجسم ب ك ايضا كنسبة قاعدته الى قاعدته وذلك ما اردناه

(لد)

كل مجسمين متوازيى السطوح تكون خطوط سمكهما اعمدة على قواعدهما فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما مكافئتين لارتفاعيهما وان كانت قاعدتاهما مكافئتين لارتفاعيهما كانا متساويين * مثلا

لمجسمى اب دى وقاعدتاهما اح دل وذلك لان ارتفاعى حب لى
ان كانا متساويين كانت نسبة المجسم الى المجسم كنسبة القاعدة الى القاعدة
(لج) وان كان المجسمان متساويين كانت القاعدتان كذلك ونسبتهما كنسبة
الارتفاعين بالتكافى وان كانت النسبة كذلك بالتكافى كانت القاعدتان متساويتين
فكان المجسمان كذلك وان كان ارتفاعا حب لى مختلفين وليكن لى اطول
ونفصل منه لع مثل حب وكذلك طق دس كش مساوية له ونصل
خطوط عق قس سش شع فيكون مجسما اب دع متساويى
الارتفاع ونسبتهما كنسبة قاعدتيهما (لج) واذا جعلنا سطحى كى كع
قاعدتى مجسمى دى دع صارا بارتفاع واحد وصارت نسبة دى الى دع
كنسبة قاعدة كى الى قاعدة كع اعنى خط لى الى خط لع فان
كان مجسما اب دى متساويين كانت نسبتهما الى مجسم دع اعنى
نسبة قاعدة اح الى قاعدة دل ونسبة خط لى الى خط لع اعنى الى خط
حب نسبة واحدة وذلك هو التكافى وان كانت نسبة اح الى دل اعنى نسبة
مجسم اب الى مجسم دع كنسبة لى الى حب اعنى الى لع التى هى نسبة
مجسم دى الى مجسم دع كان المجسمان متساويين (ط ه) وذلك ما اردناه

(له)

كل مجسمين متوازيى السطوح فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما مكافيتين
لارتفاعيهما وبالعكس * مثلا لمجسمى اب دى وقاعدتاهما اح دل ولنخرج
من نقط القاعدتين الثمانية اعمدة عليهما الى سطحى دب بى وتتم مجسمى ار
دط المساويين لمجسمى اب دى ويكون الحكم فيهما ثابتا للشكل المتقدم فهو
فى مجسمى اب دى ايضا ثابت لاتحاد القاعدتين والارتفاعين وذلك ما اردناه

(لو)

نسبة المجسمين المتوازيى السطوح المتشابهين كنسبة ضلع الى نظيره مثلثة * مثلا
لمجسمى اب دى ولتكن نسبة ار الى دط الطولين كنسبة كر الى
سط العرضين وكنسبة هر الى حط السمكين فلنخرج هر ونجعل رى
مثل حط ونخرج كر ونجعل رم مثل سط ونخرج ار ونجعل رل
مثل دط وتتم مجسمات عك فر قل فيكون كل اثنين منها ومن مجسم
اب على الترتيب يفصلهما سطح مواز لسطحيهما ويصير مجسم قل مساويا
لمجسم دى لتساوى ابعادهما وزواياهما النظائر فنسبة مجسم اب الى مجسم

دع كنسبة ره الى رد السمكين ونسبة مجسم عك الى مجسم فر كنسبة كر الى رم العرضين ونسبة مجسم فر الى مجسم قل اعني مجسم دد كنسبة ار رل الطولين فنسبة مجسم اب الى مجسم دد كنسبة احدهما الى نظيره مثلثة وذلك ما اردناه

(ل)

اذا كانت زاويتان مسطحتان متساويتان وقام عليهما خطان في السمك يحيطان مع خطي الزاويتين النظيرتين بزوايا متساوية على التناظر واخرج من اي نقطتين اتفقتا من القائمين عمودان على سطحي الزاويتين ووصل بين موقعيهما والزاويتين بخطين فانهما مع القائمين يحيطان بزاويتين متساويتين * فليكن الزاويتان ابح دهر والخطان القائمان بح حط على ان زاويتي ابح دهط متساويتان وكذلك زاويتا حبع رهط واخرج من نقطتي كل من خطي بع رط عمودا كم لد على سطحي ابح دهر فوقعا على مد ووصل بين مب ده نقول فزاويتا مبع دهط متساويتان فلنجعل بك مساويا له سر ان لم يكن مساويا له ل ونخرج من سر عمود سع على سطح دهر فهو يقع على ده لان نقط دعه تكون لامحالة في سطح عمودي لد سع وسطح دهر فهي على فصلهما وهو ده ونخرج من مع على اب ده عمودي مف مع ر وعلى حب ره عمودي مق عش ونصل فق رش كف سر كق سش فربع بك يساوي مربعي كم مب ومربع مب يساوي مربعي مف فب فربع بك يساوي مربعات كم مف فب وكان مربع كف مساويا لمربعي كم مف فربع بك يساوي مربعي كف فب فكف عمود على اب وكذلك نبين ان كق عمود على حب وان سر على ده وسش على ره عمودان فلان في مثلثي بفك هرس زاويتي به متساويتان وزاويتي فر قائمتان وضلعي بك هس متساويان يكون بف مثل هر (كو) وفك مثل رس وكذلك نبين ان بق مثل هش فيكون في مثلثي بفق هرش تساوي زاويتي به واضلاعهما ضلعا فق رش والزوايا اللتان فوقهما النظائر متساوية ويبقى في مثلثي مفق عرش بعد القاء تلك الزوايا من قوائم زاويتان متساويتان لنظيرتيهما مع تساوي ضلعي فق رش فيكون فم رع متساويين (كا) وكان فك

مثل سر فاذا القينا من مربعيهما مربع فم رع بقي مربعا مك عر متساويين واذا القيناهما من مربعي بك هر المتساويين بقي مربعا بم هع متساويين ونبين ان اضلاع مثلثي بكم هرع النظائر متساوية فتكون زاوية مبح مثل زاوية دهط (ح ا) وذلك ما اردناه

اقول ولهذا الشكل ايضا اختلاف وقوع فان عمود كم يمكن ان يقع على ب او على احد ضلعيها او خارجا ويكون البيان على قياس ما مر

(لح)

كل مجسمين متساويي الزوايا النظائر يحيط باحدهما ثلثة خطوط متناسبة وبالاخر اوسطها فهما متساويان * ولتكن الخطوط ا ب ح وده مثل ا ونعمل على د زاوية مجسمة (ع) كيف اتفقت ونجعل دح مثل ب و دط مثل ح ونتم مجسم دك المتوازي الاضلاع وليكن لم مثل ب ونعمل على ل زاوية مجسمة مثل زاوية د (كو) على ان زاوية مله كزاوية هدط وزاوية مل ر كزاوية هدح وزاوية رله كزاوية حدط ونجعل لس لع ايضا مثل ب ونتم مجسم كف نقول فهما متساويان لانا اذا جعلنا دح لس المتساويين سمكيهما كانا على نسبة قاعدتي هط مع (لح) المتساويين (يد و) لتساوي زاويتي هدط ملع وتكافي الاضلاع المحيطة بهما فاذن المجسمان متساويان (له) وذلك ما اردناه

(لط)

كل اربعة خطوط كان على اثنين منها مجسمان متشابهان متوازي السطوح وعلى الاخرين آخران كذلك فان كانت الخطوط متناسبة كانت المجسمات كذلك وان كانت المجسمان متناسبة كانت الخطوط كذلك * فلتكن الخطوط اب حد هر حط وعلى اب حد مجسما اك حد المتساويا الخلقة وعلى هر حط مجسما هم حد كذلك ولتكن الخطوط اولا متناسبة ونجعل نسبة اب الى حد كنسبة حد الى س (ب و) وس الى ع (يا و) ونسبة هر الى حط كحط الى ف و ف الى ق فتكون نسبة مجسم اك الى مجسم حل كنسبة اب الى ع (لو) ونسبة مجسم هم الى مجسم حد كنسبة هر الى ق وبالمساواة نسبة اب الى ع كنسبة هر الى ق (ى ه) فاذن المجسمات متناسبة ولتكن المجسمات متناسبة ونجعل نسبة اب الى حد كنسبة هر الى رش ونعمل على رش مجسم رن (كو)

كمجسم

كجسم ح د فهو ايضا كجسم ه م ونسبة ا ك الى د ل كنسبة ه م الى ر ت وكانت كنسبة ه م الى ح د فجسما ح د ر ت متساويان (ط ه) وكانا متشابهين فح ط مثل ر ش فاذن الخطوط متناسبة وذلك ما اردناه اقول وهذا مبنى على ان المجسمات المتشابهة لجسم واحد متشابهة وبيانه سهل مما تقدم

(م)

اذا نصف اضلاع سطحين متقابلين من مكعب واخرج من نقط التنصيف سطحان متفاصلان يفصلان المكعب كان فصلهما وقطر المكعب متناصفين * فليكن المكعب ا ب وسطحاه المتقابلان ى ه ر ط وقد نصف اضلاعهما على ك ل م د س ع ف ق واخرج منها سطحا ك ف ل ق المتفاصلان على ر ش وليكن قطر المكعب خط ا ب فنقول ان ا ب ر ش يتناصفان على ت ونصل ح ر ر ا فلان فى مثلثى ا ر ل ح ر د زاويتى ل د قائمتان (ك ا) والاضلاع المحيطة بهما متساوية يكون ضلعا ا ر ح ر متساويين وكذلك زاويتا ل ر ا د ر ح ونجعل زاوية ا ر د مشتركة فيصير زاويتا ل ر ا ا ر د القائمتين (ك ا) كزاويتى د ر ح د ر ا فخط ح ر ا متصل على الاستقامة (يد ا) ونصل ب س س ع ونبين اتصالهما و ح ب ا ع لكونهما موازيين له ط متوازيان (ط) وكانا متساويين فا ح ع ب متوازيان متساويان وقطر ا ب فى سطحهما فهو يقطع ر ش ولان فى مثلثى ا ر ت ب ش ت ضلعى ا ر ب ش متساويان والزوايا النظائر متساوية فا ت يساوى ت ب و ر ت يساوى ت ش (كو ا) وذلك ما اردناه

(ما)

كل منشورين متساويى الارتفاع تكون قاعدة احدهما مثلثا وقاعدة الاخر متوازية اضلاع يساوى ضعف المثلث فهما متساويان * كمنشورى ا ب د ى ه ر د ح ط ك ل م وقاعدتاهما متوازى اضلاع ب ى ومثلث ك ل د ونتم متوازيى اضلاع ت ل فنساوى متوازى اضلاع ب ى ونتم مجسمى ح ب ك ع فيتساويان لتساوى القاعدتين والارتفاعين فاذن نصفاهما وهما المنشوران متساويان (كد) وذلك ما اردناه

تمت المقالة الحادية عشر بعون الله تعالى

* المقالة الثانية عشر خمسة عشر شكلا *

(١)

كل سطحين كثيري الزوايا متشابهين في دائرتين فان نسبتهما كنسبة مربعي قطري الدائرتين * مثلا كسطحي ا ب ج د ه ح ط ك ل م وليكن القطران ب ز ط ن ونصل ا ز ح ن ب ه ط م فمثلثا ا ب ه ح ط م لتساوى زاويتي ا ح وتناسب الاضلاع المحيطة بهما تكون زاوية ا ه ب اعني زاوية ا ز ب مساوية (و و) لزاوية ح م ط (كو ح) اعني زاوية ح ن ط فمثلثا ا ز ب ح ن ط لتساوي المذكورتين وكون زاويتي ز ا ب ن ح ط قائمتين (ل ح) متشابهان (ى و) ونسبة ا ب ح ط كنسبة ب ز ط ن وكانت نسبة سطح ا ب ج د ه الى سطح ح ط ك ل م كنسبة ا ب الى ح ط مثناة (يط و) فهي اذن كنسبة ب ز الى ط ن مثناة اعني كنسبة مربعيهما وذلك ما اردناه

(ب)

نسبة كل دائرتين كنسبة مربعي قطريهما * ولتكن الدائرتان ا ح ه ح وقطراهما ب ى ز ط فان لم تكن نسبة مربع ب ى الى مربع ز ط كنسبة دائرة ا ح الى دائرة ه ح فلتكن كنسبتها الى سطح اما اصغر من سطح دائرة ه ح او اعظم ولتكن اولا الى اصغر وهو ث وليكن فضل دائرة ه ح على ث هو خ وننصف قوسي ز ه ط ز ح ط على ه ح ونصل ز ه ه ط ط ح ح ز فسطح ه ح اعظم من نصف دائرة ه ح وننصف القسي الاربعة على ك ل م ن ونصل اوتارها فيحدث مثلثات اربعة هي اعظم من انصاف القطع الاربع وهكذا الى ان يبقى قطع هي اصغر من خ فيكون كثير الاضلاع الحادث وهو سطح ك م مثلا اعظم من سطح ث ونعمل في دائرة ا ح كثير اضلاع يشبهه وهو س ف فنسبة مربع ب ى الى مربع ز ط كنسبة كثير اضلاع س ف الى كثير اضلاع ك م وكانت كنسبة دائرة ا ح الى سطح ث فنسبة كثير اضلاع س ف الى كثير اضلاع ك م كنسبة دائرة ا ح الى سطح ث وبالابدال نسبة كثير اضلاع س ف الى دائرة ا ح كنسبة كثير اضلاع ك م الى سطح ث وكثير اضلاع ك م اعظم من سطح ث فكثير اضلاع س ف اعظم من دائرة ا ح الجزء من كله هذا خلف وليكن ايضا نسبة مربع ب ى الى مربع ز ط كنسبة دائرة ا ح الى سطح اعظم من سطح دائرة ه ح واذا خالفنا كانت نسبة مربع

رط الى مربع ـ ى كنسبة سطح اعظم من سطح دائرة هح الى سطح دائرة اد
بل كنسبة سطح دائرة هح الى سطح اصغر من دائرة اد (به ه) ونبين الخلف
بالتدبير المذكور فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول انما تكون المثلثات
الواقعة فى القطع المذكورة اعظم من انصافها لانا اذا اخرجنا من رؤس
المثلثات خطوطا موازية لاوتار القطع ومن اطراف القطع اعمدة على تلك
الخطوط تحدث سطوح متوازية الاضلاع اعظم من القطع فالمثلثات
لكونها انصاف تلك السطوح يكون اعظم من انصاف القطع وانما
يصح الابدال بين الدوائر والسطوح المستقيمة الاضلاع لامكان وقوع
النسبة بينهما لكونهما من جنس واحد اذ تزيد بعضها بالتضعيف
على بعض بخلاف ما يكون من اجناس مختلفة كالخطوط والسطوح مثلا

(د)

لنا ان نفصل كل مخروط مثلث القاعدة الى مخروطين متساويين يشبهانه ومنشورين
متساويين يكونان اعظم من نصفه * فليكن المخروط ا ب ح د وقاعدته ا ب ح
ورأسه د ولننصف اضلاعه الستة على ه ر ح ط ك ل ونصل
هر رح هح رط رك طك طل حل فقد فصلناه الى ما ذكرنا وذلك
لان مثلثات مخروطى ا ه ح ر رط ك د النظائر متساوية لكون اضلاعها
النظائر انصاف نظائرها من اضلاع المخروط الاعظم وهى مشابهة لنظائرها
(ى و) من المخروط الاعظم لكون بعض الزوايا مشتركة وبعضها متساوية
لكون اضلاعها موازية لنظائرها من اضلاع المخروط الاعظم فهما متساويان
متشابهان (كا و) متشابهان للاعظم وقد بقى من المخروط الاعظم منشوران
متساويا الارتفاع مشتركان فى سطح رط لح قاعدة احدهما متوازيتى
اضلاع ه ب لح وقاعدة الاخر مثلث حلح وهو نصف ه ب لح
لتساوى ب ل لح وكون ب ح موازيا لبح فالمنشوران ايضا متساويان
والمنشور الذى قاعدته حلح اعظم من مخروط ا ه ح ر لانهما
متساويا القاعدة ورأس احدهما مثلث ورأس الاخر نقطة فاذن
المنشوران اعظم من نصف المخروط الاعظم وذلك ما اردناه

(ى)

كل مخروطين مثلثى القاعدتين متساويتى الارتفاعين فصلا الى مخروطين
متساويين يشبهانه ومنشورين متساويين فنسبة قاعدة احدهما الى قاعدة الاخر

كنسبة منشوريه الى منشوري الاخر * فليكن المخروطان ا ب د م ه س ع
ولنفصلهما الى المخروطين والمنشورين كما مر نقول فنسبة مثلث ا ب ح الى
مثلث م ه س كنسبة منشوري مخروط ا ب د الى منشوري مخروط م ه س ع
وذلك لان نسبة ب ح الى ح ل كنسبة ه س الى س ت فنسبة ح ب الى ح ل
مثناة اعني نسبة مثلث ا ب ح الى مثلث ع ل ح كنسبة ه س الى س ت مثناة
اعني نسبة مثلث م ه س الى مثلث ر ت س وبالابدال نسبة مثلث ا ب ح الى
مثلث م ه س كنسبة مثلث ع ل ح الى مثلث ر ت س اعني (لح يا) نسبة
المنشور الذي قاعدته ع ل ح الى المنشور الذي قاعدته ر ت س لتساوي
ارتفاعيهما وكون كل واحد منهما نصف مجسم متوازي الاضلاع
ونسبة المنشور الذي قاعدته ع ل ح الى الذي قاعدته ر ت س كنسبة
ضعف الاول الى ضعف الثاني (يه ه) اعني كمنشوري مخروط ا ب د الى
منشوري مخروط م ه س ع فنسبة القاعدة الى القاعدة كنسبة
المنشورين الى المنشورين وذلك ما اردناه وقد بان انا اذا فصلنا كل
مخروط من المخروطات الاربع ايضا الى مخروطين ومنشورين وهكذا
الى غير النهاية كانت نسبة كل قاعدة الى نظيرها كنسبة منشوريها
الى منشوري نظيرها ونسبة مقدم الى تال كنسبة جميع المقدمات الى جميع التوالي
(يب ه) فنسبة قاعدة ا ب ح الى قاعدة م ه س كنسبة جميع المنشورات
غير المتناهية التي في المخروط الاول الى نظائرها في المخروط الثاني

(ه)

كل مخروطين مثلثي القاعدتين متساويي الارتفاعين فنسبتهما كنسبة قاعدتيهما
وليكن المخروطان ا ب د م ه س ع فان لم تكن نسبة ا ب ح الى م ه س
كنسبة مخروط ا ب د الى مخروط م ه س ع فليكن كنسبته الى مجسم اصغر
او اعظم من مخروط م ه س ع وليكن اولا اصغر وهو مجسم خ وليكن
فضل مخروط م ه س ع عليه مجسم ض ونفصل مخروط م ه س ع
الى مخروطين ومنشورين وكل واحد من مخروطيه الى امثالها حتى تبقى
مخروطات اصغر من ض فتكون المنشورات اعظم من خ ونفصل مخروط
ا ب د الى نظائرها فنسبة ا ب ح الى م ه س كنسبة جميع منشورات ا ب د
الى جميع منشورات م ه س ع (ى) وكانت كنسبة مخروط ا ب د الى مجسم
خ فنسبة جميع منشورات ا ب د الى جميع منشورات م ه س ع كنسبة

مخروط ا ب ج د الى مجسم خ وبالابدال نسبة منشورات ا ب ج د الى مخروط ا ب ج د كنسبة منشورات م ص س ع الى مجسم خ وهى اعظم من مجسم خ فمنشورات ا ب ج د اعظم من مخروطها الجزء من كله هذا خلف ثم ليكن اعظم فتكون نسبة قاعدة م ص س الى قاعدة ا ب ج كنسبة مخروط م ص س ع الى ما هو اصغر من مخروط ا ب ج د ويعود الخلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه

(و)

لنا ان نفصل كل منشور مثلث القاعدة الى ثلث مخروطات متساويات مثلثات القواعد* مثلا كمنشور ا ب ج د ه ز الذى قاعدته ج ز د ولنصل ب د ب ز ز ه فقد فصلنا وذلك لان المخروط الذى قاعدته ج ب د ورأسه ز يساوى الذى قاعدته ب د ه ورأسه ايضا ز ويبقى من المنشور مخروط ا ب ه ز مساويا للثانى اذا جعلنا رأسيهما ب وقاعدتيهما مثلثى ا ز ه ه ز د فاذن الثلثة متساوية وذلك ما اردناه اقول وقد ظهر من ذلك عكسه وهو ان كل مخروط مثلث القاعدة تمم منشورا فهو ثلث المنشور وسيحتاج الى هذا العكس فيما يلى هذا الشكل

(ز)

كل مخروطين مثلثى القاعدة فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما متكافئتين لارتفاعيهما وبالعكس* وليكن المخروطان ا ب ج د ه ح ط وتمم مجسميهما المتوازى السطوح وهما ب ل ح ع فالحكم فيهما ثابت لكن نسبتهما نسبة سدسيهما (له ما) اعنى المخروطين و نسبة قاعدتيهما نسبة نصفيهما اعنى قاعدتى المخروطين و نسبة ارتفاعيهما نسبة ارتفاعى المخروط لانهما واحد فالحكم فى المخروطين كما كان فيهما وذلك ما اردناه

(ح)

كل مخروطين مثلثى القاعدة متشابهين فنسبتهما نسبة ضلع الى نظيره مثلثة* مثلا كمخروطى ا ب ج د ه ح ط وذلك لانا اذا تممنا مجسميهما وهما ب ل ح ع كان الحكم فيهما ثابتا للتشابههما لكن المخروطان على نسبة المجسمين لكونهما سدسيهما واضلاعهما النظائر على نسب اضلاعهما لاتحاد البعض بالبعض فاذن الحكم ثابت فى المخروطين كما كان فيهما وذلك ما اردناه والشكل كامر

(ط)

مخروط الاسطوانة المستديرة ثلثها والا فليكن اولا اصغر من الثلث فتكون

الاسطوانة اعظم من ثلثة امثال المخروط * مثلا بقدر مجسم ق وليكن
قاعدتاهما دائرة ا ب ج د ونعمل فى الدائرة مربع ا ب ج د وعليه مجسما
مضلعا بارتفاع الاسطوانة فهو اعظم من نصف الاسطوانة ثم ننصف
القسى الاربعة على ه ز ح ط ونقيم عليها منشورات بارتفاعها
فهى اعظم من نصف البقايا الاربعة من الاسطوانة وهكذا
الى ان يبقى منها بقايا اصغر من ق (ا ب) فتكون المنشورات اعظم
من ثلثة امثال المخروط ثم نعمل مخروطا مضلعا على قاعدة تلك المنشورات
بارتفاع المخروط المستدير والاسطوانة ويتألف لا محالة من مخروطات
بعدة المنشورات فتكون ثلثة امثاله مساوية (و) للمنشورات التى هى اعظم
من ثلثة امثال المخروط المستدير فالمخروط المضلع اعظم من المستدير وهو
داخل فيه هذا خلف ثم ليكن ايضا اعظم من الثلث مثلا بقدر مجسم ق
فتكون الاسطوانة اصغر من ثلثة امثاله ونعمل بالتدبير المذكور مخروطا
مضلعا فى المستدير بارتفاعه ينقص بقاياه من ق فتكون ثلثة امثاله اعظم
من الاسطوانة ونعمل منشورات على قاعدة المضلع بارتفاعه فتكون مساوية
(و) لثلثة امثال المخروط المضلع التى هى اعظم من الاسطوانة فالمنشورات
داخل الاسطوانة اعظم منها هذا خلف فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه
اقول وهذا مبنى على أن السطح المستوى الواصل بين خطين على محيط
الاسطوانة او المخروط المستديرين يقع داخلهما وبيان ذلك قريب مما تقدم
فى الدائرة والخط المستقيم الواصل بين نقطتين على محيطها وايضا مبنى
على ان المنشور الواقع فى قطعة الاسطوانة تفضل منها اعظم من نصفها
وكذلك فى المخروط وبيانهما قريب مما اوردته فى قطعة الدائرة والمثلث الواقع
فيها وبوجه آخر كل مجسم اصغر من ثلث الاسطوانة فهو اصغر من المخروط
وكل مجسم اعظم منه فهو اعظم من المخروط وليكن اولا لمجسم اصغر
وثلثة امثاله اصغر من الاسطوانة بقدر مجسم ق فنعمل بمثل ما مر فى الاسطوانة
منشورات يكون بقاياها اصغر من ق وجميعها اعظم من ثلثة امثال المجسم
الاصغر وفى المخروط مضلعا على قاعدة المنشورات فيكون اصغر من المخروط
ومساويا لثلثها الذى هو اعظم من المجسم الاصغر فاذن المجسم الاصغر
من ثلث الاسطوانة اصغر من المخروط بكثير ثم ليكن مجسم اعظم وثلثة امثاله
اعظم من الاسطوانة بمجسم ق ونعمل على دائرة القاعدة مربع ا ب ج د

وعليه

وعليه مجسما مضلعا بارتفاع الاسطوانة فيكون اما اعظم من ثلثة امثال المجسم
ابس باعظم فان كان اعظم فليكن بمجسم ش فتكون فصلات المنشور
على الاسطوانة اعظم من مجسم ق ونصل بين المركز وزوايا المربع بخطوط
تقع الدائرة على نقط ه ر ح ط ونخرج منها خطوطا مماسة للدائره فهى
تفصل من الفصلات اعظم من نصفها وليكن لبيان ذلك ا ب ا د مماسين
على م ھ و ل ه ك المماس على ه يلاقيهما على ك ل ونصل ه م ه ھ
فام يساوى ا ھ و ك ه يساوى ك م و ا ك اعظم من ك ه (١٤) لكون
زاوية ه قائمة فهو اعظم من ك م فمثلث ا ك ه اعظم من مثلث ك ه م
وكذلك مثلث ا ل ه من مثلث ل ه ھ فمثلث ا ل ك اعظم من نصف الفصلة
التى يلى ا وكذلك فى الباقية وهكذا نعمل الى ان يبقى من فصلات المضلع
ما هو اصغر من ق ويبقى على الجملة مجسم مضلع ابس باعظم من ثلثة امثال
المجسم الاعظم لكنه اعظم من الاسطوانة المستديرة ونعمل على قاعدته مخروطا
مضلعا تكون ثلثة (و) فيكون ابس باعظم من المجسم الاعظم وهو اعظم
من المخروط المستدير فاذن المجسم الاعظم من ثلث الاسطوانة اعظم من مخروطها
وبان ان المجسم الذى يساوى المخروط هو الذى يساوى ثلث الاسطوانة لاغير

(ب)

كل اسطوانتين مستديرتين متشابهتين او مخروطين كذلك فنسبة احدهما
الى الاخر كنسبة قطر القاعدة الى قطر القاعدة مثلثة * فلتكن قاعدتا
الاسطوانتين او المخروطين دائرتا ا ب ج د ه ر ح ط وقطراهما ب د ر ط
وسهماهما ك ل م ھ فان لم تكن نسبة ب د الى ر ط مثلثة كنسبة
مخروط ا ب ج د ل الى مخروط ه ر ح ط ھ اعنى المستديرين فليكن
كنسبة الاول الى مجسم اصغر من الثانى او كبر وليكن اولا اصغر بقدر مجسم
ا مثلا ونعمل فى الدائرة مربع ه ر ح ط (و ى) وعليه مخروطا ثم ننصف قسى
البقايا وعليه مخروطات الى ان يبقى بقايا اصغر من مجسم ا (ا ب) ويحصل
مخروط مضلع قاعدته ه س ر ع ح ف ط ق ورأسه رأس المخروط المستدير اعظم
من المجسم الاصغر ونعمل فى دائرة ا ب ج د كثير اضلاع يشبه تلك القاعدة
وهو ا ب س ب ج د ث وعليه مخروطا رأسه رأس المخروط فنقول انهما
متشابهان وذلك لان نسبة ل ك الى ب د كانت كنسبة م ھ الى ر ط لتشابه
المخروطين المستديرين فنسبة ل ك الى م ھ (يو ه) كنسبة ب ك الى ر م

وكنسبة رك الى سرم فمثلثا سكل رمد متشابهان وكذلك مثلثا
سكل سرمد لكون زاويتى كم فيهما قائمتين والاضلاع المحيطة بهما
متناسبة فتكون نسبة سل الى رد ونسبة رل الى سرد ايضا تلك النسبة
وايضا فى مثلثى سكر رمس المتشابهين لتساوى زاويتى سكر رمس
وتناسب الاضلاع المحيطة بهما نسبة سر الى رس ايضا تلك النسبة ويصير
جميع اضلاع مثلثى سرل ردس النظائر متناسبة فهما ايضا متشابهان
فمخروطات سر كل رس مد متشابهان لتشابه المثلثات النظائر المحيطة
بهما وكذلك فى سائر المخروطات المحيطة بالسهمين الى عدتها متساوية ونسبة
كل واحد الى نظيره كنسبة ضلع الى نظيره مثلثة بل كنسبة سى الى رط (ه ح)
مثلثة فاذن نسبة سى الى رط مثلثة كنسبة المضلع الذى فى مخروط اسدل
(ح ه) الى المضلع الذى فى مخروط هرحطد وبالابدال نسبة المضلع الذى
فى مخروط اسدل الى مخروطه كنسبة المضلع الذى فى مخروط هرحطد
الى الجسم الاصغر لكنه اعظم من الجسم الاصغر فالمضلع الذى فى مخروط اسد
دل اعظم منه هذا خلف ثم ليكن كنسبة الاول الى مجسم اكبر من الثانى ويصير
بالخلاف نسبة رط الى سى مثلثة ككنسبة مخروط هرحطد الى مجسم
اصغر من مخروط اسدل ويعود الخلف فاذن الحكم ثابت فى المخروطين
ويثبت كذلك فى الاسطوانتين وذلك ما اردناه.

(١)

كل اسطوانتين او مخروطين مستديرين متساويى الارتفاع فنسبتهما كنسبة
قاعدتيهما *وليكن المثال والشكل كما مر فان لم تكن نسبة دائرة اسدى الى دائرة
هرحط اعنى القاعدة الى القاعدة كنسبة المخروط الذى ارتفاعه كل
الى المخروط الذى ارتفاعه مد وهما متساويان فليكن كنسبة المخروط الاول
الى مجسم اصغر من المخروط الثانى ونعمل كما مر مخروطا مضلعا فى الثانى اعظم
من ذلك المجسم وفى الاول مضلعا على خلقته فيكونان متساويى الارتفاعين
ونسبتهما كنسبة مربع سى الى مربع رط اعنى كنسبة دائرة اسدى الى دائرة
هرحط اعنى كنسبة المخروط الذى ارتفاعه كل الى المجسم الاصغر وبالابدال
نسبة مضلع الاول الى مخروطه كنسبة مضلع الثانى الى المجسم الاصغر ومضلع
الثانى اعظم من المجسم الاصغر فالمضلع الاول اعظم من مخروطه هذا خلف
وكذلك ان كانت كنسبته الى مجسم اكبر فاذن الحكم فى المخروطين ثابت ويثبت

كذلك

كذلك فى الاسطوانتين اذ كل واحدة ثلثة امثال مخروطها (ط) وذلك ما اردناه

(ب)

كل اسطوانتين او مخروطين مستديرين فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما متكافيتين لارتفاعيهما وبالعكس *ولتكن قاعدة احدهما دائرة ا ب ح د وسهمه كل وقاعدة الاخر ه ر ح ط وسهمه م ن فان يساوى السهمان تساوت القاعدتان وثبت الحكم وعكسه وان اختلفا وليكن م ن اطول فصلنا م س مثل كل وعملنا على قاعدة ه ح وبارتفاع م س مخروطا آخر مستديرا وليكن اولا مخروطا ا ب ح د ل ه ر ح ط ن متساويين فنسبتهما الى مخروط ه ر ح ط س واحدة (ر ه) ولكن نسبة احدهما اليه (ه) نسبة الدائرة الى الدائرة (يا) ونسبة الاخر اليه نسبة م ن الى م س فنسبة دائرة ا ب ح د الى دائرة ه ر ح ط كنسبة م ن الى م س اعنى كل بالتكافى وايضا لتكن النسبتان هكذا فيكون نسبة مخروطى ا ب ح د ل ه ر ح ط ن الى مخروط ه ر ح ط س نسبة واحدة فيكونان متساويين وكذلك فى الاسطوانتين وذلك ما اردناه اقول هذا مبنى على ان نسبة مخروط ه ر ح ط ن الى مخروط ه ر ح ط س كنسبة ارتفاع م ن الى ارتفاع م س ولم يتبين ذلك فى الاصل وبيانه قريب مما مر (ب) وهو ان نسبة م ن الى م س ان لم تكن كنسبة مخروط ر ط ن الى مخروط ر ط س فلتكن كنسبة مخروط ر ط ن الى ما هو اكبر او اصغر من مخروط ر ط س ولتكن اولا الى ما هو اصغر منه مثلا كجسم ا ونعمل فى مخروط ر ط س مضلعا اعظم من الجسم الاصغر ومضلعا آخر فى مخروط ر ط ن على قاعدته والمضلعان يشتملان على مخروطات مثلثات القواعد بعدة واحدة يحيط بالسهم ونسبة احدهما الى نظيره كنسبة الكل الى الكل (ى) ولكن نسبة احدهما كمخروط ه ط م ن الى نظيره كمخروط ه ط م س يكون اذا جعلنا ط مثلا رأسيهما كنسبة مثلث ه م ن الى مثلث ه م س (ه) اعنى نسبة م ن الى م س فنسبة المضلع الاطول الى المضلع الاقصر كنسبة م ن الى م س اعنى كنسبة مخروط ر ط ن الى الجسم الاصغر وبالابدال نسبة المضلع الاطول الى مخروطه كنسبة الاقصر الى الجسم الاصغر والاقصر اعظم منه فالمضلع الاطول اعظم من مخروطه المحيط به هذا خلف وبمثل ذلك يبين الخلف ان كانت النسبة الى مجسم اكبر فاذن تكون نسبة م ن الى م س كنسبة

مخروطيهما المستديرين وبوجه اخف ونبدأ بالاسطوانة ونقول
ان اخذنا لاسطوانة رطح ولسهم مح اضعافا بعدة واحدة
ما امكن وكذلك لاسطوانة رطس ولسهم مس كانت الزيادة
والنقصان والمساواة للاولين والاخرين معا فاذن نسبة اسطوانة
رطح الى اسطوانة رطس كنسبة سهم مح الى سهم مس وكذلك
نسبة ثلث رطح الى ثلث رطس (يه ه) اعني المخروط الى المخروط (ط)

(ى)

نريد ان نعمل في اعظم دائرتين متحدتي المركز سطحا كثير الزوايا متساوي
الاضلاع غير مماس لاصغرهما * ولتكن الدائرتان ابجد حل وقطراهما
المتقاطعان على قوائم اج بد والمركز م ونخرج ن ع خطا يماس دائرة
حل (يه ح) وهو رع ط فهو يوازي اج (كح ا) ونصف قوس اد
(ط ح) ثم نصف نصفه وهكذا الى ان تحصل قوس هد اصغر من زد (ا ى)
ونخرج هك موازيا لرط فهو لا يماس دائرة حل ونصل هد وهو اولى
بان لا يماس، ونفصل الدائرة الى قسي مساوية لهد ونصل اوتارها يتم المطلوب
اقول وههنا اخذ من اعظم مقدارين نصفه ومن الباقي نصفه الى ان صار
اصغر من اصغرهما كما ذكرت في صدر المقالة العاشرة وبوجه آخر نعمل على
المركز زاوية امب القائمة وعلى ام نصف دائرة ادم ونعلم على ال نقطة د
كيف كانت ونرسم على م ببعد مد ربع دائرة دحط ونصف زاوية امب
تارة بعد اخرى الى ان يقطع الخط المنصف قوس دح على ك وهو خط مك
ونخرجه الى ه من قوس ادم ونصل اه ونخرجه الى ر فار لا يماس دائرة
حل لان مه اعظم من مك اعني مد وهو اعظم من مل وقوس ار يقدر
الدائرة لان نصفها اعني زاوية امم حصلت من تنصيفات قائمة فاذن
اذا فصلنا الدائرة الى اقسام مساوية لار ووصلنا الاوتار تم المطلوب

(يا)

نريد ان نعمل في اعظم كرتين متحدتي المركز مجسما كثير القواعد لا يماس قواعده
اصغرهما وان نبين انا ان عملنا في كرة اخرى مجسما آخر يشبه الاول كانت
نسبة الجسمين كنسبة قطري الكرتين مثلثة فلنتوهم سطحا يمر بمركزي
الكرتين فيحدث من فصله على العظمى دائرة ابجد وعلى الصغرى دائرة
هرحط وليكن المركز ك وليمر به قطرا اج بد متقاطعين على قوائم ونرسم

(ى) في دائرة ا ب جـ د سطحا كثير الاضلاع متساويها لا يماس دائرة هـ ز ح ط وليكن من اضلاعه ب م م ل لا ونخرج م ك الى س ب و ل ك الى ف و ن ك عمودا على سطح ا ب جـ د يماس الكرة وهو ك ع ونجيز سطحا يمر بك ع وآخر يمر بم س ع فيحدث من فصليهما نصفا دائرتي م ع س ل ع ف ونقسم (ا ى) ربعي ل ع م ع باقسام ل ق ق ف ف ع م ر ر ش ش ع المساوية لاقسام ربع ب ا ونصل ر ق ش ف ونخرج من ر ق على فصلي م س ل ف عمودي ر ت ق ث فيقعان عمودين على سطح ا ب جـ د ويكونان متوازيين متساويين لتساوي قوسي م ر ل ق وكونهما نصفي وتري ضعفيهما ويفصلان ايضا م ت ل ث متساويين ونصل ت ث فهو يوازي م ل (ب و) لكون نسبة ك ت ت م كنسبة ك ث ث ل ويكون اقصر منه لكونهما الى نسبة ك ت ك م و ر ق ت ث متوازيان متساويان لكون ر ت ق ث كذلك فرق ل م متوازيان (ط يا) و ر ق اقصر من ل م فذو اربعة اضلاع ر م ل ق في سطح واحد وهو احد القواعد وهو غير مماس للكرة الصغرى لان اضلاعه الثلثة المتساوية غير مماسة والرابع اقصر من احدها وكذلك نبين ان ذا اربعة اضلاع ش ر ق ف في سطح واحد وغير مماس وان مثلث ع ش ف غير مماس ونعمل في سائر الاقسام والارباع كذلك الى ان يتم المجسم واذا عملنا شبهه في كرة اخرى كانا متألفين من مخروطات قواعدها قواعد المجسمين ورؤسهما المركزان وعدة ما يقع في الكرتين واحدة وكل شبيه لنظيره لتشابه السطوح النظائر المحيطة بهما فيكون نسبة الواحد من المخروطات الى نظيره كنسبة ضلع الى نظيره مثلثة (ح) اعني نسبة نصف قطر احدى الكرتين الى نصف قطر الاخرى بل كقطر احديهما الى الاخرى مثلثة ونسبة الكل الى الكل كنسبة الواحد الى الواحد (يب ه) فنسبة المجسم الى المجسم كنسبة القطر الى القطر مثلثة وذلك ما اردناه اقول اما كون فصل السطح المار بمركز الكرة دائرة فظاهر واما كون ذي اربعة اضلاع ر م ل ق غير مماس للكرة الصغرى لكون اضلاعه غير مماسة لها فموضع نظر ونعيد لبيانه الدائرتين وذا الاربعة الاضلاع ونصفي دائرتيه وفصليهما وموازي اضلاع ق ر ت ث ونصل ك ر ك ق فخطوط ك ر ك ق ك م ك ل متساوية لانها انصاف اقطار الكرة ولا شيء منها بعمود على سطح ر م ل ق فنخرج من ك عليه عمود ك ص ونصل

رص مص قص لص ونخرج من ك على وتر لم عمود كظ فخطوط رص مص لص قص متساوية لان نصف قطر الكرة يقوى على كص بزيادة مربع كل واحد منها ومجموع مص صل اطول من لم (كا) فمص اطول من مظ فكص اقصر من كظ فاذن يحتمل ان يماس سطح رم لق الكرة الصغرى على ص وان لم يماسها لم فهذا شك يتوجه على ظاهر ما في الكتاب ولنخرج لبيان حله من ل عمود لف على مر ونقول لتساوى رم مل لق تكون زوايا رص مص ل لص ق متساوية ولكون رق اقصر من الثلثة تكون زاوية رص ق اصغر من الثلثة وكانت جميع زوايا ص اربع قوائم فكل واحد من الثلثة منفرجة فربع مص اصغر من نصف مربع لم (سب) ولكون زاويتي كلم كمل متساويتين (ها) تكون زاوية كمل اعظم من زاوية ملف فضلع لف اطول من ضلع فم (لطا) وكان مل يقوى عليهما فربع لف اعظم من نصف مربع مل فلف اطول من مص فكف اقصر من كص وكان كف على ما وضعه اقليدس في الشكل المتقدم اطول من نصف قطر الدائرة الصغرى ولف غير مماس اياها فكص اطول كثيرا منه فاذن سطح ذي اربعة اضلاع رم لق لا يماس الكرة الصغرى

(يه)

نسبة الكرة الى الكرة نسبة القطر الى القطر مثلثة * مثلا نسبة كرة اح الى كرة هح فان لم تكن نسبة قطر بد الى قطر رط مثلثة كنسبة كرة اح الى كرة هح فلتكن كنسبتها الى كرة اصغر او اعظم منها وليكن اولا اصغر ككرة ا ولنتوهم على مركز كرة هح كرة مثل كرة ا وهي كرة كم ونعمل في كرة هح كثير قواعد (يد) لا يماسها وفي كرة اح آخر يشبهه فنسبة بد الى رط مثلثة كنسبة كثير قواعد اح الى كثير قواعد هح وكانت كنسبة كرة اح الى كرة ا اعني كرة كم فنسبة كثير قواعد اح الى كثير قواعد هح كنسبة كرة اح الى كرة كم (يا ه) وبالابدال نسبة كثير قواعد اح الى كرته كنسبة كثير قواعد هح الى كرة كم وكرة كم اصغر من كثير قواعد هح فكرة اح اصغر من كثير قواعده الكل من جزءه هذا خلف ولتكن ايضا كنسبتها الى كرة اعظم وتكون بالخلاف نسبة رط الى بد مثلثة كنسبة كرة هح الى كرة اصغر من اح ويعود الخلف فاذن الحكم ثابت

وذلك

وذلك ما اردناه اقول اما توهم كرة كم مثل كرة ا على مركز كرة ه ع
فسهل لانا اذا فصلنا من قطر رط قطر لد كقطر ا على ان يكون المركز
على منتصفه ورسمنا عليه نصف دائرة واردناه الى ان يعود الى موضعه
ارتسمت كرة ككرة ا ولكن قوله ان لم يكن نسبة القطر الى القطر مثلثة
كنسبة الكرة الى الكرة فلتكن كنسبتها الى كرة اصغر او اكبر موضع نظر
لان ذلك مما لا يجب بل الواجب ان تكون كنسبتها الى مجسم اصغر او اكبر
من الكرة الثانية كما كان فى نظائره لان النسب انما هى من عوارض المقادير
بالذات دون الاشكال العارضة للمقادير وما لم نبين امكان وجود كرة تساوى
اى مجسم يفرض لا يثبت الحكم بهذا الوجه وهذا اعظم شك يرد على ما فى كتاب
اقليدس وانا ما وجدت من المهندسين من تعرض له او لحله الى الان ولم يقع لى
فيه بعد ما يستحق ان يورد اللهم الا ان يبنى البيان على بعض
قواعد ابلونيوس وايراد ذلك غير لائق
بهذا الموضع والله المستعان

تمت المقالة الثانية عشر بعناية الله تعالى

* المقالة الثالثة عشر احد وعشرون شكلا *

(ا)

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين واضيف نصفه الى اطول قسميه كان مربع ذلك خمسة امثال مربع نصف الخط * وليكن الخط اب والطول قسميه اح والنصف المضاف اليه اد نقول فمربع حد خمسة امثال مربع اد ولنعمل على حد مربع حه ونخرج ال وتتم الشكل وعلى اب مربع اه ونخرج طح لى ك فلان رح اعنى اب ضعف اد (د ب) اعنى ام يكون سطح اك ضعف سطح ار (ا و) وكان بك اعنى سطح اب فى بح يساوى مربع اح اعنى لس فمربع ار اعنى اربعة امثال مربع اد يساوى علم ق ع ر ويصير بزيادة مربع اد جميع حه خمسة امثاله

(ب)

وبوجه آخر سطح اب فى بح كمربع اح (ر و) ونجعل سطح اب فى اح مشتركا يصير مربع اب (ب ب) اعنى اربعة امثال مربع اد مساويا للسطح اب فى اح اعنى ضعف سطح دا فى اح مع مربع اح ونجعل مربع اد مشتركا يصير خمسة امثال مربع اد مساويا لمربع دح وذلك ما اردناه

(ح)

كل خط قسم بمختلفين وكان مربعه خمسة امثال مربع احد قسميه ثم زيد فى قسمه الاخر ما صار معه مثلى القسم الاول كان القسم الثانى مع الزيادة منقسما على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول هو القسم الثانى * فليكن الخط حد ومربعه خمسة امثال مربع دا والزيادة حب فنقول ان اب منقسم على ح على النسبة المذكورة والاطول اح ولنتم الشكل على ما مر ونسقط اد من مربع حه يبقى علم ق ع ر مساويا لاربعة امثال مربع دا اعنى مربع اب فلان سطح اك يساوى ضعف مح (ا و) اعنى متممى مح مه يبقى لس وهو مربع اح مساويا لحر وهو سطح اب فى بح فاذن الحكم ثابت (ر و)

(د)

وبالوجه الاخر اذا القينا من مربع دح مربع دا بقى ضعف سطح دا فى اح اعنى سطح اب فى اح مع مربع اح مساويا لاربعة امثال مربع دا اعنى مربع اب (د ب) ونسقط سطح اب فى اح المشترك يبقى مربع اح مساويا

لسطح

لسطح اب فی بج فاذن الحكم ثابت (ب و) وذلك ما اردناه والشكل كما مر

(ه)

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين واضيف نصف اطول قسميه الى اقصرهما كان مربع ذلك خمسة امثال مربع نصف القسم الاطول * وليكن الخط اب واطول قسميه اج ونصفه دج نقول فمربع دب خمسة امثال مربع دج ولنعمل على اب مربع اه ونصل قطر به ونخرج دع جط موازيين لاب ونتمم الشكل فلتساوى اد دج يتساوى سطوح اف جف كع عط الاربعة ومربعات مل سع فق لط الاربعة وكان سطح اب فی بج وهو سطح جه اعنی علم ت ر ث مساويا بالمربع اج (ا ب) وهو مط (د ب) اعنی اربعة امثال فق ونجعل مربع فق مشتركا فيصير جميع سطح دع اعنی مربع دب مساويا لخمسة امثال فق اعنی مربع دج

(و)

وبوجه آخر سطح اب فی بج اعنی سطح اج فی جب مع مربع جب بل ضعف سطح دج فی جب مع مربع جب يساوی مربع اج (ب و) اعنی اربعة امثال مربع دج (د ب) ونجعل مربع دج مشتركا يصير ضعف سطح دج فی جب مع مربعی دج جب اعنی مربع دب مساويا لخمسة امثال لمربع دج وذلك ما اردناه اقول وان اردنا بينا عكس هذا الحكم وهو قولنا كل خط قسم بمختلفين وكان مربعه خمسة امثال مربع احد قسميه ثم زيد فيه مثل ذلك القسم كان الجميع مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين والاقصر هو القسم الاخير هكذا ليكن الخط دب ومربعه خمسة امثال مربع دج والزيادة دا اقول فاب ينقسم على ج بتلك النسبة ففي الشكل الاول يكون دع خمسة امثال فق ونسقط فق المشترك يبقى علم ت ر ث اعنی سطح جه اعنی اب فی بج مساويا لاربعة امثال فق مساويا لاربعة امثال فق اعنی لم ط اعنی لمربع اج وبالوجه الثانی نسقط مربع دج من مربع دب يبقى ضعف دج فی جب مع مربع جب (د ب) اعنی سطح اج فی جب ومربع جب اعنی سطح اب فی بج مساويا لاربعة امثال مربع دج اعنی مربع اج فاذن الحكم ثابت (ب و)

(ز)

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وزيد فيه مثل اطول قسميه كان الجميع منقسما بتلك النسبة والاطول هو الخط الاول * مثلا قسم اب على ج

وكان الاطول اح فنزيد فيه ا ى مثله نقول فدب مقسوم على ا كذلك والاطول اب وذلك لان نسبة اب الى اح اعنى اى كنسبة اح الى حب وبالخلاف نسبة ىا الى اب كنسبة بح الى حا وبالتركيب (٤ ه) نسبة ىب الى با كنسبة با الى اح اعنى اى وذلك ما اردناه اقول وايضا ان فصل مثل اقصر قسميه من اطولهما صار الاطول منقسما بتلك النسبة والاطول هو المفصول مثلا كان ىب منقسما على ا والاطول اب وفصل مثل ىا من اب وهو اح اقول فاب ينقسم كذلك على ح والاطول اح وذلك لان نسبة ىب الى با كنسبة با الى اى اعنى اح فبالتفصيل (٢ ه) نسبة ىا اعنى اح الى اب كنسبة بح الى حا وبالخلاف نسبة اب الى اح كنسبة اح الى حب

(ح)

كل خط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين فمربعا الخط واقصر قسميه ثلثة امثال مربع اطولهما *وليكن الخط اب والاقصر بح وذلك لان مربع اب بح يساوى ضعف سطح اب فى بح مع مربع اح كما مر (ز ب) فهما يساويان ثلثة امثال مربع اح وذلك ما اردناه

(ط)

كل خط منطق قسم على نسبة ذات وسط وطرفين فكل قسم منه منفصل* وليكن الخط اب والاطول اح ونزيد فيه اى بقدر نصف اب فمربع ىح خمسة امثال مربع ىا فدح ىا منطقان بالقوة فقط ومتباينان فى الطول (ز ى) فاح منفصل (ع ى) واذا اضفنا مربعه الى اب المنطق حدث عرض حب فهو ايضا منفصل (صد ى) وذلك ما اردناه اقول واح هو المنفصل الخامس لان ىا منطق فى الطول وىح يقوى عليه بمربع خط يباينه فى الطول وبح هو المنفصل الاول المباين

(ى)

اذا تساوت ثلث زوايا فى مخمس متساوى الاضلاع تساوت جميع زواياه* وليكن المخمس ابحده والزوايا المتساوية غير متجاورة اولا كزوايا ابحى ونصل به بى فلتساوى زاويتى ا ح فى مثلثى باه بحى والاضلاع المحيطة بهما تكون زاويتا ع ط متساويتين (ى ا) وكذلك ضلعا به بى وزاويتا بهى بىه (ه ا) فاذن جميع زاوية ه مساوية لجميع زاوية ى وكذلك يبين ان زاوية ب مساوية لزاوية ح ثم لتكن الزوايا المتساوية متجاورة

كزوايا

كزوايا ح ى ه ونصل حه فيكون في مثلثي ب ح ى ه ى ح لتساوي زاويتي ح ى واضلاعهما زاويتا ع ل متساويتين وكذلك ضلعا ب ى حه وزاويتا ع م فدر حر متساويان (و ا) ويبق رب ره متساويين فزاويتا ه س متساويتان (ه ا) وكانت ق ط لتساوي اب اه متساويتين فاذن جميع زاوية ب مساوية لجميع زاوية ه وكذلك نبين تساوي اح وذلك ما اردناه

(١)

اذا احاطت دائرة بمثلث متساوي الاضلاع فربعه ضلعه ثلثة امثال مربع نصف قطرها * ولكن المثلث اب ح ومركز الدائرة ى ونصل اى ه ه ح فقوس اح ه نصف و اح ثلث (كو ح) فحه سدس ولان مربع اه اعني اربعة امثال مربع اى يساوي مربعي اح حه اعني مربعي اح اى بقي بعد اسقاط مربع اى مربع اح ثلثة امثال مربع اى وذلك ما اردناه اقول وقد وصل في الاصل ب ى حى ونبين بتساوي اضلاع مثلثي ب ا ى ح ا ى تساوي زاويتي رح (١٤) اعني قوسي ب ه حه (٢٧ ح) ليتبين ان حه سدس وقد ظهر من تساوي ى ح ه ح (٨ ى) وكون اه عمودا على ب ح ان عمود المثلث يكون ثلثة ارباع القطر وان ى ط ربع القطر

(٣)

ضلعا كل مسدس ومعشر يقعان في دائرة اذا اتصلا كان الكل مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول ضلع المسدس * فلتكن الدائرة اب ح وضلع معشرها ب ح وضلع مسدسها المتصل به ح ى فلان قوس اب اربعة امثال قوس ب ح تكون زاوية اه ب اربعة امثال زاوية ب ه ح (لج و) لكنها تساوي ضعف زاوية ب ح ه (لط ح) التي تساوي ضعف زاوية ى لكون ى ح ه متساويين (٨ ى) فهي تساوي اربعة امثال زاوية ى ايضا فزاويتا ب ه ح ب ى ه في مثلثي ب ه ح ب ى ه متساويتان وزاوية ب مشتركة فالمثلثان متشابهان (ى و) ونسبة ى ب الى ب ه كنسبة ب ه الى ب ح و ب ه يساوي ح ى (٨ ى) فنسبة ب ى الى ى ح كنسبة ى ح الى ح ب وذلك ما اردناه

(٤)

ضلع كل مخمس يقع في دائرة يقوى على ضلعي مسدسها ومعشرها * ولتكن الدائرة اب ى ح ومركزها ح وضلع مخمسها اب ونخرج قطر اح ر ونصل ح ب ومن ح على اب عمود ح ط ك ونصل اك ك ب وعلى اك عمود

حلم ونصل كه فلان قوس بم عشر ونصف وقوس بر ثلثة
اعشار تكون زاوية بحر مثلي زاوية بحم (لج و) وهي ايضا مثلي زاوية
باح لتساوي حب حا ففي مثلثي بحه بحا زاويتا بحه باح
متساويتان وزاوية حبه مشترك فيهما فهما متشابهان نسبة اب الى بح
كنسبة بح الى به فسطح اب في به يساوي مربع بح (ر و) وهو
ضلع المسدس (يه ي) وايضا الان حل عمود على اك فهو
منصف على ل (دد) وتكون اتساوي ها هك زاويتا هاك هكا
في مثلث كها متساويتان (ه ا) وكذلك في مثلث بكا زاويتا كبا
كاب متساويتان وزاوية كاب مشتركة بينهما فهما متشابهان
(لد ا) نسبة با الى اك كنسبة اك الى اه فبا في اه
يساوي مربع اك وهو ضلع المعشر ولكن سطح اب في به مع سطح اب
في اه هو مربع با (ب ب) ضلع المخمس فمربع ضلع المخمس يساوي
مربعي المسدس والمعشر وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر لتكن الدائرة
ابه وضلع المخمس اب والقطر القائم عليه حطك ونصل اح اه
ونصل حد كوتر المعشر اعني اك فهد على ح على نسبة ذات وسط
وطرفين ونسبة هد الى هح كنسبة هح اعني كح الى دح وبالتفصيل
نسبة دح الى حه كنسبة كد الى دح فسطح هح في كد كمربع دح
اعني اك وكان سطح هك في كط ايضا مثله لكون زاوية كاه قائمة
(لد) فنسبة كه الى هح كنسبة كد الى كط فكد منصف
على ط فضرب كد في دح مع مربعي دح دط يساوي مربع طح
(ي ب) ولكن مربع دح كان كسطح كد في ده فسطح كد في ده
مع مربع دط يساوي مربع طح وسطح كد في ده ضعف سطح
كط في ده ونجعل مربع كط مشتركا فيصير ضعف سطح كط
في ده مع مربعي دط كط اعني مع ضعف سطح كط في دط
بل ضعف سطح كط في طه (ا ب) مساويا لمربعي كط طح
وكان سطح كط في طه كمربع اط فضعف مربع اط يساوي مربعي
كط طح وجميعها اعني مربعي كا اح يساوي اربعة امثال مربع اط
اعني مربع اب و كا ضلع المعشر و اح ضلع المسدس فمربعهما يساوي
مربع ضلع المخمس وقد تبين مع ذلك بعض ما سيحتاج اليه وهو ان دح

ضلع

ضلع المعشر اذا فصل من كح ضلع المسدس انقسم على نسبة ذات وسط وطرفين لان سطح حه فى كد اعنى كح فى كد كان مساويا لمربع دح وايضا بنصف دح على ى فطى نصف وتر المسدس و ىح نصف وتر المعشر فاذن العمود الخارج من مركز الدائرة على وتر المخمس يساوى نصفيهما

(لد)

اذا تقاطع وترا زاويتى مخمس فى دائرة يقسما على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول يساوى ضلع المخمس * مثلا يقاطع وترا اى بد على ر فى مخمس ابىهد فمثلثا ابر بدا متشابهان لكون زاويتى بار بدا متساويتين (كو د) وزاوية ب مشتركة فنسبة دب الى با اعنى اد كنسبة اد الى بر وايضا لكون زاويتى ربا راب متساويتين تكون زاوية درا ضعف زاوية راب (لد ا) وايضا لكون قوس دهى ضعف قوس بى تكون زاوية دار ضعف زاوية راب (لج و) فزاويتا درا دار متساويتان فاد يساوى رد فاذن نسبة بد الى در كنسبة در الى رب فبد مقسوم على ر النسبة المذكورة و رد يساوى اد وكذلك اى على ر وذلك ما اردناه

(نه)

اذا كان قطر الدائرة منطقا فضلع مخمسها اصغر * ولتكن الدائرة والمخمس ابىهد ونخرج قطرى ار بح ونصل اى ونجعل طك ربع طب (ب و) فمثلثا الط امى لكون زاوية ا مشتركة وزاويتى ل م قائمتين يكونان متشابهين (ى و) نسبة اط اعنى بط الى لط كنسبة اى الى ىم ونسبة ربع بط اعنى طك الى طل كنسبة نصف لى الى ىم اعنى كنسبة لى الى ىه وبالتركيب نسبة كل الى كط كنسبة هىل على انه خط واحد الى ىل ونسبة مربع كل الى مربع كط كنسبة مربع هىل الى مربع ىل ولكون اى وتر زاوية المخمس و ىه ضلعه فهما اذا اتصلا كانا على ى بنسبة ذات وسط وطرفين وكان مربع هىل خمسة امثال مربع ىل (ه) فمربع كل خمسة امثال مربع طك و بك خمسة امثال طك فنسبة بك الى طك كنسبة لك الى طك مثناة فلك وسط بين بك طك فى النسبة فمربعه خمسة امثال مربع لك فبك كل لكون مربعيهما على نسبة الخمسة والواحد منطقان فى القوه متباينان فى الطول

(ر ى) ولكون ـ ك منطقا فى الطول قويا على ك ل بمربع خط يباينه يكون ـ ل منفصلا رابعا وسطح ـ ع فى ـ ل كمربع ـ ا فـ ا القوى عليه اصغر (صا ى) وذلك ما اردناه اقول وبوجه آخر نصل ى ر فيكون موازيا لل ط لكون زاوية اور ايضا قائمة (ل ح) وتكون نسبة اط الى ار (ى د) كنسبة ط ل الى ر ى فل ط يكون نصف ى ر اعنى نصف ضلع المعشر ونجعل ك د مثل ط ك فط د نصف ضلع المسدس و ل د مقسوم على ط بنسبة ذات وسط وطرفين (ب) لكون المسدس والمعشر كذلك فمربع ل ك خمسة امثال مربع ط ك و ـ ك خمسة امثال ط ك فمربع ـ ك خمسة وعشرون مثلا لمربع ط ك (لط و) وخمسة امثال لمربع ل ك وتم البيان كما مر

(يو)

نريد ان نعمل مخروطا ذا اربع قواعد مثلثات متساويات الاضلاع فى كرة مفروضة ونبين ان مربع قطرها مرة ونصف كمربع ضلعه * وليكن قطر الكرة ا ب وثلثه على ح (ب و) ونرسم عليه نصف دائرة ونخرج عمود ح ى ونصل ا ى ونعمل دائرة نصف قطرها كح وفيه مثلثا متساوى الاضلاع وهو كلم وليكن مركزها ر (ا ح) ونخرج منه عمودا على سطح الدائرة فى جهتى ه ع ونفصل ر د مثل ح ا ونصل ك د ل د م د فمخروط كلم د هو المطلوب وذلك لان نسبة ا ب ـ ح كنسبة ا ى ح مثناة و ا ب ثلثة امثال ـ ح فمربع ا ى ثلثة امثال مربع ى ح اعنى ك ر فك ل يساوى ا ى وكذلك سائر الاضلاع وايضا لان فى مثلثى ك ر د ى ح ا زاويتان قائمتان والاضلاع النظائر المحيطة بهما متساوية فك د كا ى وكذلك سائر الخطوط فاضلاع المخروط متساوية ونفصل ر ط مثل ح ب فن ط مثل ا ب واذا عملنا على د ط نصف دائرة وادرناه مرت بنقط كلم لكون اعمدة ر ك ر ل ر م كح ى فاذن المخروط واقع فى الكرة المفروضة ولان نسبة مربع ا ب الى مربع ا ى كنسبة ا ب الى ا ح فمربع قطر الكرة مرة ونصف مثل مربع ضلع المخروط وذلك ما اردناه اقول وهذا الجسم ينسب الى النار

(ر)

نريد ان نعمل مكعبا فى كرة مفروضة ونبين ان مربع قطرها ثلثة امثال مربع ضلعه * وليكن القطر ا ب وثلثه على ح (ب و) ونرسم عليه نصف دائرة

ا ى ب

اىب ونخرج عمود حى ونصل بى ونضع هز كبى ونرسم عليه مربع زط ثم مكعب زل فهو المطلوب ولنصل هح سح فمربع سح يساوى مربعى سه هح ومربع هح يساوى مربعى هز زح فمربع سح ثلثة امثال مربع هز اعنى بى ونسبة اب الى بح كنسبة مربع اب الى مربع بى فمربع اب ثلثة امثال مربع بى فاب سح متساويان واذا رسمنا على سح نصف دائرة وادرناه مر بنقطة ه لكون زاوية سهح قائمة وكذلك بسائر نقط المكعب فاذن هو واقع فى كرة اب وذلك ما اردناه اقول وهذا المجسم ينسب الى الارض

(ع)

نريد ان نعمل مجسما ذا ثمانى قواعد مثلثات متساويات الاضلاع فى كرة ونبين ان مربع قطرها مثلا مربع ضلعه * وليكن القطر اب وننصفه على ى ونرسم عليه نصف دائرة احب ونخرج عمود ىح ونصل حب ونضع هز مثله ونرسم عليه مربع هح ونصل هح زك فيتقاطعان على ط ونخرج منه عمودا على سطح المربع الى جهتى لم ونفصل طد طس مثل اى ونصل هد زد حد كد هس زس حس كس فمجسم هدزحكس هو المطلوب وذلك لان بح يقوى على بى حى المتساويين وهو مساو لهز القوى على هط زط المتساويين فطه طز كحب وكذلك طح طك وقد كان طد طس ايضا مثلهما فجميع الخطوط الواصلة بين نقط المربع ونقطتى دس متساوية فالقواعد الثمانى متساويات الاضلاع واذا رسمنا على دس المساوى لاب نصف دائرة وادرناه مر بنقط المربع لكون الاعمدة كدح فاذن هو واقع فى كرة اب ولكون مربع اب مثلى مربع بح يكون مربع قطرها مثلى مربع ضلعه وذلك ما اردناه اقول وهذا المجسم ينسب الى الهوى

(يط)

نريد ان نعمل مجسما ذا عشرين قاعدة مثلثات متساويات الاضلاع فى كرة مفروضة ونبين ان ضلعه يكون اصغر اذا كان قطرها منطقا * وليكن قطر الكرة اب ونفصل منه بح خمسة (ب و) ونرسم عليه نصف دائرة اىب ونخرج عمود حى ونصل بى ونرسم دائرة نصف قطرها مثل بى وهى دائرة هزح وفيها مخمس هزطحك (ما ى) وننصف قسيه على لم دس ع ونصل اوتار المعشر ونخرج من نقط المخمس اعمدة على سطحه بقدر نصف قطر الدائرة وهى دف زق طر حش كت ونصل

بين زوايا المعشر فيحصل مخمس لم هـ ع وبينها وبين رؤس الاعمدة بعشر خطوط يساوى كل واحد منها ضلع مخمس الدائرة لكونه فى القوة مثل ضلعى المسدس والمعشر ويحصل خمس مثلثات متساويات الاضلاع قواعدها اضلاع المخمس ونصل بين رؤسها فتكون موازية مساوية لاضلاع المخمس ويتم خمس مثلثات اخرى ولتكن مركز الدائرة ث ونخرج منه عمودا على سطحها الى الجانبين ونفصل ثخ كضلع المسدس وخذ كضلع المعشر وكذلك ثص من الجانب الاخر كضلع المعشر ونصل ثه نصف القطر وخف موازيا ومساويا له ونصل بين رؤس المخمس الاعلى وبين ذ فيحصل خمس مثلثات ونصل بين زوايا المخمس الثانى من اللذين فى الدائرة وبين ص فيتم الشكل ويكون كل واحد من هذه الخطوط ايضا كضلع المخمس لما مر (ح) ولان ثذ مقسوم على خ على نسبة ذات وسط وطرفين فثذ اعنى صخ فى ذخ يساوى مربع ثخ (ر و) اعنى خف فاذن خف وسط فى النسبة بين صخ خذ واذا رسمنا على صذ نصف دائرة مر بنقطة ف ثم بسائر نقط الشكل لذلك بعينه ولننصف ثخ على ا فربع ذا خمسة امثال مربع خا ونسبة صذ ثخ كنسبتهما فربع صذ خمسة امثال مربع خث اعنى نصف قطر الدائرة وكان مربع اب خمسة امثال مربع بد لانهما على نسبة اب بد فصذ كاب فاذن وقع الشكل فى الكرة المفروضة ولما كان ضلعه المخمس فهو اصغر (يه) وذلك ما اردناه اقول الحكم بان الدائرة يمر بنقط الزوايا لم يبين فى الاصل وانما يبين عكسه وايضا انما يكون ضلع المخمس اصغر اذا كان قطر دائرة منطقا وهاهنا كان قطر الكرة منطقا دون قطر الدائرة الا انه مربع نصف قطر الدائرة لما كان خمس مربع قطر الكرة كان قطر الدائرة منطقا فى القوة فقط ونسبة قطر دائرة يفرض منطقا الى قطر دائرة يفرض منطقا فى القوة فقط كنسبة ضلع مخمس الاولى الى ضلع مخمس الثانية لما مر ويشارك القطرين فى القوة يشارك الضلعان فى القوة (ع ب) فيكون ضلع مخمس دائرة هذا الشكل مشاركا للاصغر بالقوة فقط وقد مر ان مشارك الاصغر وان كان بالقوة فقط هو اصغر فاذن ضلع هذا الشكل اصغر وهذا الشكل ينسب الى الماء

(ك)

نريد ان نعمل مجسما ذا اثنتى عشرة قاعدة مخمسات متساويات الاضلاع والزوايا فى كرة مفروضة ونبين ان ضلعه منفصل اذا كان قطرها منطقا * فليكن

سطحان من سطوح مكعب يقع فى تلك الكرة احدهما قائم على الاخر عليهما اب
اد ونتصف جميع اضلاعهما على ح ط ك ل م د س ونصل بينها بخطوط
متقاطعة موازية للاضلاع ونقسم كل واحد من طف كف عل على
نسبة ذات وسط وطرفين (لو) والاطول فق فر عش ونخرج من
ق ر ش اعمدة على السطحين مساوية لفق وهى قت رث شخ
ونصل اخ ات تث ثر رخ فربعا طف طق اعنى مربعى اططق
ثلثة امثال مربع قف (ح) اعنى قت ومربع ات اربعة امثاله فات مثلا
قف (د ب) اعنى قر بل تث وكذلك كل من اخ خر رث يساوى
تث فاضلاع اتثرخ متساوية ونخرج عمود فذ على سطح اد ونصل
ذل لخ ولان نسبة فل اعنى فط الى شخ اعنى قف كنسبة ذف
اعنى قف الى شل اعنى طق وفل يوازى شخ وذف يوازى
لش (و يا) فخط ذلخ متصل على الاستقامة (لا و) والر خط مستقيم
فمخمس اتثرخ فى سطح واحد هو سطحهما ونصل اث ار وطر
مقسوم على ف على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول طف فربعا
طر رف اعنى مربعى طر رث ثلثة امثال مربع طف (ع) اعنى
طا ونجعل مربع طا مشتركا فيصير مربعات طر رث طا اعنى مربع
اث اربعة امثال مربع طا وكان مربع ار اربعة امثال مربع ال اعنى طا
فاث ار متساويان فزاويتا اتث اخر متساويتان (ح ا) وبمثل ذلك
نبين ان زاوية رثت تساويهما فزوايا المخمس متساوية (ب) وهو على احد
اضلاع المكعب وللمكعب اثنى عشر ضلعا فاذا رسمنا على كل واحد واحد
تم الشكل وكان ذا اثنى عشرة قاعدة مخمسات ونخرج ذف الى قطر المكعب حتى
يتلاقيا على ص فص ينصف القطر وهو مثل نصف ضلع المكعب وصذ
على ف على نسبة ذات وسط وطرفين ومربعا صذ ذف اعنى صذ ذث
بل مربع صت ثلثة امثال مربع صف (ح) نصف ضلع المكعب ونصف
قطر المكعب ايضا كذلك فالخطوط الخارجة من ص الى زوايا المخمس متساوية
فاذن الكرة المحيطة بالمكعب تحيط بالشكل ولما كان ضلع المخمس هو اطول قسمى
ضلع المكعب اذا قسم على نسبة ذات وسط وطرفين فهو منفصل (ط) وذلك
ما اردناه اقول انما يكون ذلك منفصلا اذا كان ضلع المكعب منطقا لكنا جعلنا
قطر الكرة منطقا الا ان مربع القطر لما كان ثلثة امثال مربع الضلع (ير) فالضلع

منطق فى القوة فقط واذا قسم منا خطين احدهما منطق فى الطول والاخر منطق فى القوة على نسبة ذات وسط وطرفين كانت نسبة الخط الى الخط كنسبة كل قسم الى نظيره على ما سيأتى عن قريب واذا كان الخطان متشاركين فى القوة كان القسمان كذلك (ع ـ) فيكون ضلع هذا الشكل مشاركا للمنفصل فى القوة فقط فاذن هو منفصل (ق ـ) واعلم ان بيانه مبنى على ان الخطوط المتساوية اذا قسمت على نسبة ذات وسط وطرفين كانت الاقسام الطوال متساوية وكذلك القصار وسيتضح ذلك فيما يأتى ايضا وهذا الشكل ينسب الى السماء

(كا)

نريد ان نمتحن اضلاع الخمسة اذا كانت واقعة فى كرة واحدة * وليكن قطر الكرة اب ونرسم عليه نصف دائرة ادب وننصف اب على ه ونثلثه على ح (ب و) ونخرج عمودى ه ر ح د ونصل ب ر ا د ب د فاد ضلع المخروط (يد) و ب د ضلع المكعب (يه) و ب ر ضلع ذى الثمانى قواعد (٤) ونقيم عمود ا ط على اب مساويا له ونصل ط ه ونخرج ك ل موازيا لـ ا ا (لا ا) فنسبة ط ا ا ه كنسبة ك ل ل ه و ط ا مثلا ا ه فكـ ل مثلا ل ه ومربع ا ط اربعة امثال مربع ا ه (د ب) فمربع ك ل اربعة امثال مربع ل ه (ب و) ومربع ه ك اعنى ه ا خمسة امثاله ونسبة اب الى ك ل كنسبة ا ه الى ل ه (د و) فمربع اب خمسة امثال مربع ك ل فكـ ل نصف قطر دائرة ذى العشرين قاعدة (نط) ولما كان اب ضعف ب ه و ا ح ضعف ب ح فـ ب الباقى ضعف ح ه فـ ه ب اعنى ه ا ثلثة امثال ه ح فمربع ه ا تسعة امثال مربع ه ح (نط و) وكان خمسة امثال مربع ل ه فـ ل ه اطول من ه ح ونفصل ه م مثل ل ه ونخرج عمود م ى وكل واحد من ل م ى م مثل ل ك ويبقى ل ا مثل م ب ولكون ل م ضلع مسدس دائرة ذى العشرين قاعدة يكون كل واحد منهما ضلع معشره ونصل ب ى فهو ضلع مخمسه (ى) اعنى ضلع ذى العشرين (نط) ونقسم د ب على نسبة ذات وسط وطرفين على س فالاطول وهو ب س ضلع ذى الاثنى عشرة قاعدة وظاهر ان اد ضلع المخروط اطول من ب ر ضلع ذى الثمانى قواعد وهو اطول من ب د ضلع المكعب وهو اطول من ب ى ضلع ذى العشرين قاعدة نقول وهو ايضا اطول من ب س ضلع ذى الاثنى عشرة قاعدة وذلك لان مربع ا ح اربعة امثال مربع ح ب (د ب) ومربع د ب ثلثة امثاله فاح اطول من د ب و ا م اطول

كثيرامنه وكل واحد من ام دب قسم على نسبة ذات وسط وطرفين (ب)
وكان اطولاهما مل بس فمل اعنى مذ اطول من بس فبذ اعظم
كثيرامنه وذلك ما اردناه اقول قد استعمل ههنا ان الخطوط المقسومة على
نسبة ذات وسط وطرفين انما ينقسم على نسبة واحدة ولم يبين ذلك فيما مضى
وسيأتى بيانه فى آخر المقالة الرابعة عشر فليكن لبيانه ههنا خطا اب ده
مقسومين على ح ر كذلك اقول فنسبة اب الى اح كنسبة ده الى در والا
فليكن كنسبته الى دع وبالتفصيل تكون نسبة بح الى حا كنسبة هع الى
دع فدع ايضا وسط فى النسبة بين ده عه وكان در وسطا بين ده ره
فسطح ده فى عه الذى يكون اعظم من سطح ده فى هر اعنى من مربع
در يكون كمربع دع الذى هو اصغر من مربع در هذا خلف فاذن ده
لا ينقسم على نسبة ذات وسط وطرفين الا على النسبة التى انقسم اب بها عليه
ووجه آخر لبيان حال ضلعى الاخيرين من المجسمات الخمسة هكذا نقول لما كان
قطر الكرة مساويا لضلع مسدس دائرة ذى العشرين قاعدة وضعف ضلع
معشره وكان ضلع المعشر اقصر من ضلع المسدس واطول من نصفه فقطر
الكرة يكون اطول من ثلثة امثال ضلع المعشر واقصر من اربعة امثاله فنفصل
فى شكل الامتحان بم مثل ضلع المعشر ويكون اقصر من بح لانه ثلث اب
ونخرج عمود مذ ونصل بذ ونقسم بد على س كما ذكرنا فمربعا بد
دس ثلثة امثال مربع بس و بس اطول من دس فمربع بد اعظم من
ضعف مربع بس وكان مربع اب ثلثة امثال مربع بد فمربع اب اعظم
من ستة امثال مربع بس وكان اصغر من اربعة امثال مربع بذ لكون بذ
اطول من به فان مربع هب المساوى لنصف ضلع المسدس وضلع
المعشر المذكورين يساوى خمسة امثال مربع نصف ضلع المسدس ومربع بذ
القوى على ضلع المسدس والمعشر يساوى اربعة امثال مربع نصف ضلع
المسدس مع مربع ضلع المعشر فمربع بذ اعظم من مربع بس فبذ اطول
من بس وعلى هذا الوجه لا يحتاج فى شكل الامتحان الى خطوط طا طه كل
حكم اورده ثابت فى آخر هذه المقالة من غير شكل لا يمكن ان يقع فى الكرة مجسم
ذو قواعد مسطحات متساويات الاضلاع من جنس واحد غير هذه الخمسة
وذلك لان الزاوية المجسمة لا يمكن ان يعمل من اقل من ثلث زوايا مسطحة ولا من
زوايا لا يكون مجموعها اقل من اربع قوائم واول الاشكال المتساوية الاضلاع

المثلث وزاويته ثلثا قائمة والست منها اربع قوائم فالواقعة منها فى الزاوية المجسمة يجب ان يكون اكثر من اثنتين واقل من ست فان كانت ثلاثا كان الشكل مخروطا وان كانت اربعا كان ذا ثمانى قواعد وان كانت خمسا كان ذا عشرين قاعدة واما المربع فزاويته قائمة واحدة والواقعة منها فى الزاوية المجسمة يجب ان يكون اكثر من اثنتين واقل من اربع فهى ثلث وشكله المكعب واما المخمس فزاويته قائمة وخمس والاربع منها يجاوز اربع قوائم فالواقعة منها ايضا لا يكون الا ثلثا وشكله ذو الاثنتى عشرة قاعدة واما المسدس فزاويته قائمة وثلث والثلث منها كاربع قوائم فلا يقع منها ومما جاوزها شىء فى الزاوية المجسمة فاذن المجسمات بالصفة المذكورة خمس لا غير اقول وان لم يشترط ان يكون القواعد من جنس واحد وجب ان لا يتجاوز فيه زاويتان من جنس واحد لئلا يخرج الشكل من التشابه فيمتنع وقوعه فى الكرة وحينئذ يكون الواقعة منها فى الزاوية المجسمة عددا زوجا وهو اربعة لا غير لامتناع التأليف من اثنين وكون الستة ومافوقها مجاوزة لاربع قوائم ويجب ان يكون احد الجنسين مثلثا لئلا يتجاوز ايضا من ذلك فان كان التأليف من مثلثات ومربعات كان الشكل ذا اربع عشرة قاعدة ثمانية مثلثات وستة مربعات كانه مؤلف من المكعب وذى الثمانى قواعد وضلعه يكون ضلع المسدس الواقع فى اعظم دوائر الكرة وان كانت من مثلثات ومخمسات كان الشكل ذا اثنتين وثلثين قاعدة عشرين من المثلثات واثنتى عشرة من المخمسات كانه مؤلف من هذين الشكلين وضلعه يكون ضلع المعشر الواقع فى اعظم دوائر الكرة ويصير بذلك المجسمات الواقعة فى الكرة سبعة

تمت المقالة الثالثة عشر وهى آخر الكتاب.

المقالة الرابعة عشر وهي ملحقة بالكتاب منسوبة الى ايسقلاوس عشرة اشكال

(ا)

العمود الخارج من مركز الدائرة الى ضلع مخمسها مثل نصف ضلعي مسدسها ومعشرها * ولتكن الدائرة ابج والمركز د وضلع المخمس بج والعمود ده ونخرجه الى ز ونصل جز فهو ضلع المعشر (كز د) و دج اطول من جز فدز اقصر من ده ونفصل من ده هح مثله ونصل جح فلان زاوية ادج اربعة امثال زاوية جدز (لج و) ومثلا زاوية دزج (لط ح) اعني حجز يكون زاوية جحز اعني زاويتي حدج حجد مثلي زاوية حجد فزاويتا حدج حجد متساويتان وكذلك ضلعا حج حد فجميع دزه مساو لهد فده نصف ضلعي المعشر والمسدس وذلك ما اردناه وقد مر ان العمود الخارج من مركز الدائرة الى ضلع مثلثها نصف ضلع المسدس فهذا العمود يساوي ذلك العمود مع نصف ضلع المعشر اقول وقد ذكرت فيما مر بيانا آخر لحكم هذا الشكل

(ب)

مربعا ضلع مخمس الدائرة ووتر زاويته معا خمسة امثال مربع نصف قطرها * ولتكن الدائرة ابج وضلع المخمس بج ووتر زاوية المخمس اج ونخرج قطر ادز ونصل جز فهو ضلع المعشر فربعا اج جز اعني مربع از اربعة امثال مربع دز ونجعل مربع دز مشتركا وهو مع مربع جز كمربع جب (ي ي) فربعا اج جب خمسة امثال مربع دز وذلك ما اردناه وقد كان ضلع مكعب الكرة (ك ي) وتر زاوية مخمس ذي الاثنتي عشرة قاعدة فاذن مربعا ضلع مكعب الكرة وضلع ذي الاثنتي عشرة قاعدة خمسة امثال مربع نصف قطر دائرة يقع ذلك المخمس فيها

(ج)

كل ذي اثنتي عشرة قاعدة وذي عشرين قاعدة يقعان في كرة فمخمس ذاك ومثلث هذا يقعان في دائرة * وليكن اب قطر الكرة و جدهوز مخمس ذي اثنتي عشرة قاعدة و طبك مثلث ذي العشرين قاعدة و زد ضلع مكعب الكرة و لم نصف قطر دائرة ذي العشرين وانقسم على نسبة ذات وسط وطرفين (ز و) على ن والاطول لن فلن ضلع المعشر و طب يقوى على لم لن (ي ي) ونسبة لم الى لن كنسبة زد الى دج وخمسة امثال مربع

لم كثلثة امثال مربع ر ى لان كل واحد منهما هو مربع ا ب فخمسة امثال مربعى لم لك اعنى مربع ط ى كثلثة امثال مربعى ر ى ىد وكان مربع ط ى ثلثة امثال (ا ع) نصف قطر دائرة يقع ط ى ك فيها ومربعا ر ى ىد خمسة امثال مربع نصف قطر دائرة يقع د ى ه و ر فيها فتكون خمسة امثال مربع ط ى خمسة عشر مثلا لمربع نصف قطر دائرة ط ى ك وثلثة امثال مربعى ر ى ىد خمسة عشر مثلا لمربع نصف قطر دائرة د ى ه و ر وهما متساويان فمربعا نصفى القطرين متساويان فنصفا القطرين متساويان فالدائرتان متساويتان وذلك ما اردناه اقول لم نبين فيما مر من الاصل ان ضلع المسدس اذا قسم على نسبة ذات وسط وطرفين كان الاطول ضلع المعشر وقد ظهر ذلك فيما تقدم مما ذكرته

(ى)

ثلثون مثلا لسطح عمود يخرج من مركز دائرة مخمس ذى الاثنى عشرة قاعدة الى ضلع المخمس فى ضلع المخمس يساوى جميع سطح ذى الاثنى عشرة قاعدة * فلتكن الدائرة ا ع و المخمس ا ب ى د ه والعمود ر ط و المخمس منفصل الى خمس مثلثات كرى د وجميع السطح الى ستين مثلثا والعمود فى احد الاضلاع يساوى مثلثين منهما فثلثون مثلاله يساوى جميع السطح وذلك ما اردناه

(ه)

ثلثون مثلا لسطح عمود يخرج من مركز دائرة مثلث ذى العشرين قاعدة الى ضلع المثلث فى ضلع المثلث يساوى جميع سطح ذى العشرين قاعدة * ولتكن الدائرة كا م و المثلث ا ب ى والعمود ى ه فالمثلث ينفصل الى ثلث مثلثات كد ب ى وجميع السطح الى ستين مثلثا والعمود فى احد الاضلاع يساوى مثلثين منها فثلثون مثلاله يساوى جميع السطح وذلك ما اردناه وقد بان ان نسبة سطح ذى الاثنى عشرة الى سطح ذى العشرين كنسبة سطح ر ط فى ى د من الشكل المتقدم الى سطح ى ه فى ب ى من هذا الشكل

(و)

نسبة سطح ذى اثنتى عشرة قاعدة الى سطح ذى عشرين قاعدة يقعان فى كرة كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع مثلث ذى عشرينها * ولتكن ا ب ى الدائرة المحيط بالقاعدتين و ا ب ضلع مثلثها و اد ضلع مخمسها و ط ضلع مكعب كرتها ونخرج عمودى ى ه ى ر و ى ر الى و ونصل او ضلع المعشر فدر نصف

ضلع المسدس والمعشر وهما على نسبة ذات وسط وطرفين والاطول نصف
ضلع المسدس فرى مع ده ايضا على تلك النسبة وكذلك ط مع اح فنسبة
ط الى اح كنسبة زر الى ده فاح في زر كده في ط وثلثون مثلا
لاحدهما كثلثين مثلا للاخر وكان ثلثون مثلا لدر في اح سطح ذي الاثنى
عشرة قاعدة فثلثون مثل ده في ط هو ذلك السطح وثلثون مثل
ده في اب سطح ذي العشرين فاذن نسبة ط الى اب كنسبة سطح
ذي الاثنى عشرة الى سطح ذي العشرين وذلك ما اردناه

(ز)

مقدمة لوجه آخر وهي ان نقول سطح ثلثة ارباع قطر الدائرة في خمسة اسداس
وتر زاوية مخمسها كسطح مخمسها ولتكن الدائرة اه والمخمس اب كلحو وتر زاويته
بح والقطر اه وننصف ده على ز فار ثلثة ارباع القطر ونثلث حط على
و (بو) فبو خمسة اسداس بح ونسبة ار الى اد كنسبة بط الى
ط فسطح ار في طو كسطح بط في اد اعني ضعف مثلث اب ولما كان
در نصف اد كان سطح بط في ار ثلثة امثال مثلث اب فاذا اضفناه الى
سطح طو في ار صار جميع سطح ار في بو كسطح المخمس وذلك ما اردناه

(ح)

نسبة سطح ذي الاثنى عشرة الى سطح ذي العشرين الواقعين في كرة كنسبة
ضلع مكعبها الى ضلع ذي عشرينها * ونعيد المخمس والمثلث مع دائرتيهما
وقطرهما ونصل بح ضلع المكعب (كع) فار ثلثة ارباع القطر
وسطح اب في خمسة اسداس بح وليكن حس هو كسطح المخمس
فسطح اب في اثنى عشر مثلا لحس اعني في عشرة امثال بح كسطح ذي الاثنى
عشر وايضا سطح اب في زط كمثلي المثلث فسطح اب في عشرة امثال زط
كسطح ذي العشرين فاذن نسبة السطحين نسبة حب زط وذلك ما اردناه

(ط)

نسبة ضلع مكعب الكرة الى ضلع ذي عشرينها كنسبة الخط القوى على خط قسم
على نسبة ذات وسط وطرفين وعلى اطول قسميه الى الخط القوى عليه وعلى
اقصرهما * فليكن بح خطا ما ولنقسم على د بنسبة ذات وسط وطرفين
والاطول دى ونرسم ببعد حب دائرة اب وليكن ه ضلع مثلثها و وتر زاوية
ح مخمسها اعني ضلع مكعب كرة يحيط هذه الدائرة بقاعدتي ذي اثنى عشرتها

وذي

وذى عشرينها وليكن ر الخط القوى على خطى حـ ـ ده فهو ضلع مخمسها (ى ى) و ط القوى على حـ ـ د و ك مثل حـ ـ الذى هو ضلع معشرها فربع ه ثلثة امثال مربع ـ حـ (يا ى) ومربع ط ثلثة امثال مربع د حـ (ح ى) اعنى ك فنسبة ه الى ـ حـ كنسبة ط الى ك (يـ و) وبالابدال نسبة ه الى ط كنسبة ـ حـ الى ك و و اذا قسم على نسبة ذات وسط وطرفين كان اطوله ر فنسبة و الى ر كنسبة ـ حـ الى ك اعنى ه الى ط وبالابدال نسبة و الى ه كنسبة ر الى ط وذلك ما اردناه اقول والبيان مع عدم ك اظهر حكم من غير شكل نسبة مجسم ذى الاثنى عشرة الى مجسم ذى العشرين الواقعين فى كرة كنسبة ضلع مكعبها الى ضلع ذى عشرينها فلنتوهم انصاف اقطار تخرج الى زوايا الشكلين لينفصلا الى مخروطات رؤسها المركز وقواعدها المخمسات والمثلثات ولتساوى دائرتى المخمس والمثلث يتساوى بعد هما عن المركز فيتساوى الاعمدة الواقعة من المركز على تلك القواعد اعنى ارتفاعات تلك المخروطات فتكون نسبة الواحد الى الواحد كنسبة القاعدة الى القاعدة ونسبة الجميع الى الجميع كنسبة السطح المحيط بالجميع الى السطح المحيط بالجميع (ى ه) اعنى نسبة ضلع المكعب الى ضلع ذى العشرين وذلك ما اردناه

(ـ)

كل ما يعرض لخط قسم على نسبة ذات وسط وطرفين من جهة النسبة يعرض لكل خط تقسم كذلك من تلك الجهة * وليكن ا ـ على حـ مقسوما كذلك والاطول احـ و ده اى خط اتفق ولنقسم على ر كذلك والاطول د ر فنسبة ا ـ الى احـ كنسبة احـ الى حـ ـ ونسبة ده الى د ر كنسبة د ر الى ر ه ونسبة سطح ا ـ فى ـ حـ الى مربع احـ كنسبة سطح ده فى ه ر الى مربع د ر ونسبة اربعة امثال ا ـ فى ـ حـ الى مربع احـ كنسبة اربعة امثال ده فى ه ر الى مربع د ر وبالتركيب نسبة جميع اربعة امثال ا ـ فى ـ حـ مع مربع احـ اعنى مربع ا ـ ـ حـ اذا اتصلا الى مربع احـ كنسبة جميع اربعة امثال ده فى ه ر مع مربع د ر اعنى مربع ده ه ر اذا اتصلا الى مربع د ر فنسبة ا ـ ـ حـ اذا اتصلا الى احـ كنسبة ده ه ر اذا اتصلا الى د ر وبالتركيب نسبة ضعف ا ـ الى احـ كنسبة ضعف ده الى د ر ونسبة ا ـ الى احـ كنسبة ده الى د ر وكنسبة ـ حـ الباقى الى ه ر الباقى

وبالابدال نسبة اب الى ده كنسبة اج الى در ونسبة جب الى ره فاذن
كل مايعرض لاحدهما يعرض للاخر وذلك ما اردناه اقول هذا الحكم
ما بينه بالخلف فى آخر المقالة الثالثة عشر قد بان ان كل خط اتفق اذا قسم
على نسبة ذات وسط وطرفين كانت نسبة الخط القوى عليه وعلى اطول
قسميه الى الخط القوى عليه وعلى اقصرهما كنسبة ضلع مكعب الكرة الى
ضلع ذى عشرين فيها (ط) وكنسبة سطح ذى اثنى عشرها الى سطح
ذى عشرين فيها وكنسبة مجسم ذلك الى مجسم هذا اقول وقد يعرض ما يشبه
ذلك للمكعب وذى الثمانى القواعد الواقعين فى كرة واحدة فلنبين اولا
ان قاعدتيهما يقعان فى دائرة واحدة وذلك لان مربع ضلع المكعب يكون ثلث
مربع قطر كرته كما تبين فيما مر ومربع نصف قطر دائرة يحيط بمربع يكون
نصف مربع ضلع ذلك المربع فمربع نصف قطر دائرة قاعدة المكعب سدس
مربع قطر كرته وايضا مربع ضلع ذى الثمانى قواعد نصف مربع قطر كرته
ومربع نصف قطر دائرة يحيط بمثلث يكون ثلث مربع ضلع ذلك المثلث
فمربع نصف قطر دائرة قاعدة ذى الثمانى قاعدة ايضا سدس مربع قطر كرته
فاذن اذا كانت كرتهما واحدة كانت دائرتاهما متساويتين فلنرسم تلك الدائرة
وليكن ح مركزها و اه قطرها و ابج مثلث ذى الثمانى و ادهر
مربع المكعب و حك عمودا على اد ونصل حب حج فحك فى اد مرة
يساوى ضعف مثلث ادح ومرتين يساوى مربع ادهر واثنتى عشرة مرة
يساوى سطح المكعب وايضا حل فى بج مرة يساوى ضعف مثلث حبج
واثنتى عشرة مرة يساوى سطح ذى الثمانى فنسبة سطح حك فى اد
الى سطح حل فى بج كنسبة سطح المكعب الى سطح ذى الثمانى و اك
يساوى كح فمربع اح مثلا مربع حك و حل يساوى له فمربع حه
اعنى اح يساوى اربعة امثال مربع حل (دب) فمربع حك ضعف مربع حل
ومربعات اح حك حل متوالية فى النسبة (كو) فخطوط اح حك حل
متوالية فى النسبة فسطح حل فى اح كمربع حك اعنى سطح حك فى اك
فنسبة سطح حل فى اه اعنى سطح حك فى اد الى سطح حل فى بج
كنسبة سطح المكعب الى سطح ذى الثمانى بل نسبة القطر الى ضلع المثلث نسبة
السطحين وبوجه آخر نفصل حط ثلث حد فنسبة حر الى طر كنسبة
ال الى اه فسطح حر فى اه اعنى مربع ادهر يساوى سطح طر فى ال

وستة مرات سطح ط ر فى الـ اعنى اربع مرات سطح الـ فى د ر يساوى
سطح المكعب وايضا سطح الـ فى ب حـ اربع مرات يساوى سطح ذى الثمانى
فنسبة د ر القطر الى ب حـ ضلع المثلث نسبة سطح المكعب الى سطح
ذى الثمانى وهى ايضا نسبة المجسمين على قياس ما مر ونسبة قطر كل دائرة الى
ضلع مثلثها كنسبة اى خط كان الى الخط الذى يقوى على ثلثة ارباع مربعه
لان مربع ضلع المثلث ثلثة ارباع مربع القطر فاذن نسبة كل خط الى الذى يقوى
على ثلثة ارباع مربعه كنسبة سطح المكعب الى سطح ذى الثمانى
قواعد الواقعين فى كرة وكنسبة مجسم
ذالك الى مجسم هذا

تمت المقالة الرابعة عشر بعون الله تعالى

المقالة الخامسة عشر وهى ايضا منسوبة الى ابسقلاوس ستة اشكال

(ا)

اذا قسم ضلع مسدس دائرة على نسبة ذات وسط وطرفين كان اطول قسميه ضلع معشرها * مثلا اب قسم على ج كذلك والاطول بج وليتصل باب بد مثل ضلع المعشر فاد على ب مقسوم كذلك لما مر (يج) وليكن هو مساويا لاب مقسوم كذلك على ر فخط ور مساو لبج ونسبة اد الى اب كنسبة هو الى ور (بج) وبالتفصيل نسبة اب بد كنسبة ور ره فسطح اب فى ره كسطح بد فى ور وكان اب مثل وه فسطح وه فى ره كسطح بد فى ور وكان كمربع ور فاذن ور اعنى بج مثل بد فبج ضلع المعشر وذلك ما اردناه اقول اظن ان هذا الشكل كان فى اول المقالة المتقدمة وانما وقع ههنا سهوا فان بعض احكام تلك المقالة مبنى عليه ولا حاجة ههنا اليه ومع ذلك فعن خط وه غنى فى البيان وقدمر لى ما فيه كفاية فى هذا المعنى (ح ج)

(ب)

نريد ان نرسم مخروطا متساوى اضلاع القواعد فى مكعب * وليكن المكعب بر ونصل ار رح اح اه حه ره فجسم احره هو المطلوب فان اضلاعه لكونها اقطار اضلاع المكعب متساوية وذلك ما اردناه اقول هذه الاحاطة ليست مما فسرناه من قبل اعنى تماس الزوايا او الاضلاع لانه تماس الفصول المشتركة والاضلاع

(ج)

نريد ان نرسم ذا ثمانى قواعد فى مخروط متساوى الاضلاع * وليكن المخروط ابجد فننصف اضلاعه الستة ونصل الخطوط فيحصل ذا ثمانى قواعد حرل وطه‍ى انما يتساوى اضلاعه لكونها انصاف اضلاع المخروط المتوازى وذلك ما اردناه

(د)

نريد ان نرسم ذا ثمانى قواعد فى مكعب * وليكن المكعب ابجده ورح ونصل بين النقط التى يتقاطع اقطار قواعد المكعب عليها

فيحصل

فيحصل ذو ثمانى قواعد ـ ط ل ك م س وذلك لانا اذا اخرجنا
من ط ع ف موازيا لاه و س ق موازيا لاى وكذلك فى سائر
الاضلاع حدثت خطوط متساوية هى اعمدة من تلك النقط
على الاضلاع يحيط كل اثنين منها بزاوية قائمة فتكون اوتارها
متساوية وهى اضلاع الشكل المعمول وذلك ما اردناه

(ه)

نريد ان نرسم مكعبا فى ذى ثمانى قواعد * وليكن ذو ثمانى قواعد
ا ـ د ه و ولنخرج مراكز المثلثات ولنصل بينها فيحصل مكعب
ر ع ط ـ ك ل م ن وذلك لانا اذا اخرجنا من المراكز اعمدة على
اضلاع المثلثات كانت متساوية محيطة بزوايا متساوية فان كل
قاعدتين من ذى الثمانى يحيطان بزاوية مساوية للتى يحيط بها اخريان
فتكون اوتارها اعنى اضلاع المكعب متساوية كل اربعة منها
يحيط بسطح واذا وصلنا بين المراكز ونقط الزوايا كانت الخطوط
متساوية ومحيطة بزوايا متساوية فيكون قطرا كل مربع
متساويين فتكون المربعات قائمة الزوايا والشكل مكعبا وذلك ما اردناه

(و)

نريد ان نرسم ذا اثنتى عشرة قاعدة فى ذى عشرين قاعدة * وليكن
ذو عشرين قاعدة ا ـ د ه و ر ح ط ـ ك ل فلنخرج مراكز مثلثاته
وهى التى اعملنا عليه ع ونصل بينها فيحصل الشكل لانا اذا اخرجنا من المراكز
اعمدة على اضلاع المثلثات كانت متساوية محيطة بزوايا متساوية فتكون
اوتارها متساوية ويحيط كل خمسة منها بسطح وايضا اذا اخرجنا
لذى العشرين قطرا يمر بزاويتين متقابلتين واخرجنا (١١)
من منتصف القطر اعمدة على المثلثات الخمسة الملتقية زواياها عند
طرفى القطر وقعت على مراكز المثلثات فكانت الاعمدة متساوية
ثم ان اخرجنا من مواقع تلك الاعمدة اعمدة على القطر اجتمعت الخمسة
عند نقطة واحدة فيكون لذلك الخطوط الخمسة الواصلة بين المراكز
فى سطح واحد وايضا لتساوى ابعاد مراكز المثلثات من تلك
النقطة التى يجتمع عندها الاعمدة ويساوى ابعاد كل مركزين
مركزين منها تكون زوايا المخمس متساوية ولكون كل ثلثة

من زوايا المخمس المتساوية محيطة زاوية واحدة (ى ع) يكون زوايا الشكل المعمول متساوية وذلك ما اردناه اقول ولنا ان نرسم ذا عشرين قاعدة فى ذى اثنى عشرة قاعدة بهذا الوجه بعينه فان زوايا كل واحد منهما بعدة قواعد الاخر والبيان قريب من بيانه واذ وفقنى الله تعالى فى تحرير هذا الكتاب حسب ما قصدته فلاختم الكلام بحمده انه خير موفق ومعين والحمد لله رب العالمين

قد تم طبع كتاب اقليدس تحرير نصير الدين الطوسى فى دار الطباعة للدولة العلية العثمانية صانها الله عن الافات والبلية بمعرفة عبد الرحمن معلم مهندسخانه ورئيس دار الطباعة سنة ستة عشر ومأتين والف

هذا حل الشكل الخامس عشر من المقالة الثانية
عشر من اقليدس الحكيم الفاضل
خواجه نصير الملة والدين
الطوسي رحمه الله تعالى
رحمة واسعة

القول فی اقامة البرهان علی الحکم المذکور فی الشکل الخامس عشر من المقالة
الثانیة عشر من هذا الکتاب وهو قوله نسبة الکرة الی الکرة کنسبة القطر
الی القطر مثلثة علی الوجه الصحیح الذی تقرر عندی مبنیا علی بعض قواعد
ابلونیوس وهو مرتب علی مقدمتین فالمقدمة الاولی هی ان لنا ان نجد خطین
فیما بین ای خطین محدودین کانا علی ان یتناسب الاربعة متوالیة * ولیکن
الخطان اب اح ونجعلهما محیطین بقائمة ا ونتمم سطح اب حد المتوازی
الاضلاع ونرسم علیه دائرة اب ونصل قطری اد بح متقاطعین علی مرکز
ه ونخرج اب اح الی غیر نهایة ونخرج علی د خط زدح موازیا لبح
فینتصف علی د لتساوی خطی زه هح ونرسم قطعا زائدا یمر بنقطة د
ویکون خطا اب اح اللذین لا یقعان علیه کما قرره ابلونیوس فی الشکل الرابع
من المقالة الثانیة من کتابه فی قطوع المخروطات ولیکن ذلک قطع دط فمن البین
انه اذا کان خطا اب اح متساویین کان قطر اه عمودا علی بح بل علی
زح وکان زح مماسا للدائرة لکونه عمودا علی زح ومماسا للقطع ایضا
لتساوی خطی زد دح کما تقرر فی الشکل التاسع من کتابه فالقطع لا یقطع
الدائرة وتکون خطوط اب دح بز اح الاربعة متساویة وذلک لتشابه
مثلثات احب زدب حدح الثلثة وتساوی اب اح فیکون خطا دح بز
قد وقعا بین خطی اب اح وتناسبت الاربعة واما اذا اختلفا ولیکن مثلا اب
اطول فیکون زح قاطعا للدائرة فیما بین حد لکون زاویة ادح حادة
ووجب من ذلک ان یقطع القطع الدائرة ایضا والا لوقع قوس دط من الدائرة
فیما بین القطع وخط زح المماس له وحینئذ یمکن ان یقع بینهما خطوط
مستقیمة فوصل بین نقطة د وای نقطة تفرض علی قوس طد هذا خلف
لما تقرر فی الشکل الثانی والثلثین من المقالة الاولی من کتابه ولا یمکن ان یتقاطعا
علی اکثر من نقطتین لتقابل انحدابهما کما تقرر فی الشکل الثلثین من المقالة الرابعة
من کتابه فلیتقاطعا علی نقطتی دط ونصل دط ونخرجهما الی کل
اقول فخطا حل زک هما المطلوبان وذلک لان خطی کد طل الواقعین
بین القطع والخطین اللذین لا یقعان علیه متساویان لما تقرر فی الشکل الثامن
من المقالة الثانیة من کتابه فسطح طک فی کد کسطح دل فی لط ولیکن
سطح طک فی کد یساوی سطح اک فی کب لخروج کط کا من نقطة ک

الى دائرة قاطعين اياها وكذلك سطح دل فى لط كسطح ال فى لح فسطح
اك فى كب يساوى سطح ال فى لح وتكون نسبة اك الى ال كنسبة حل
الثانى الى كب الثالث ونسبة اك الى ال كنسبة حد اعنى اب الاول الى حل
الثانى لتشابه مثلثى اكل حدل وكنسبة كب الثالث الى بد اعنى اح الرابع
لتشابه مثلثى اكل بكد فاذن وجدنا بين خطى اب اح خطا وتناسبت الاربعة
متوالية وذلك ما اردناه المقدمة الثانية هى انه اذا وقع بين مقدار واحد
وبين كل واحد من مقدارين مختلفين مقادير بعدة واحدة وتوالت الكل متناسبة
لكل واحد من الواقعة بينه وبين اعظم المختلفين يكون اعظم من نظيره الواقع
بينه وبين اصغرهما فليكن ذلك المقدار ا والمختلفان بح والاعظم منها
ب وليقع بين اب مقدارا ده وبين اح مقدارا زح وليتناسب ا ده ب
وكذلك ا زح ح على التوالى اقول فد اعظم من نظيره وهو ز لانه ان لم يكن
اعظم فهو اما مساو له او اصغر وليكن اولا مساويا فتكون نسبة اد اعنى نسبة
ده كنسبة از اعنى نسبة زح ويلزم منه تساوى هح ثم تساوى بح هذا
خلف وليكن ايضا د اصغر من ز فتكون نسبة ا اليه اعظم من نسبته
الى ز وكانت نسبة اد كنسبة ده ونسبة از كنسبة زح فنسبة ده اعظم
من نسبة زح ونسبة ز الاعظم الى ه اعظم من نسبة د الاصغر اليه التى
هى اعظم من نسبة ز الى ح فنسبة ز الى ه اعظم كثيرا من نسبته الى ح فه
اصغر من ح ولمثل ذلك يلزم ان يكون ب اصغر من ح وكان اعظم هذا
خلف فاذن د اعظم من ز اقول وه ايضا اعظم من ح لانه ان كان مساويا
له كان د مساويا ز لان ا فى ه كا فى ح ومربع د كمربع ز وان كان ه
اصغر من ح كان د كذلك بعينه اصغر من ز وقد ثبت انه اعظم منه هذا
خلف فاذن ه ايضا اعظم من ح وذلك ما اردناه واذا تقرر ذلك فانا نعيد
لبيان المطلوب كرتى اح هح المذكورتين فى الشكل الخامس عشر من المقالة
الثانية عشر من كتاب اقليدس بقطريهما وهما بد رط ونجعل نسبة بد
الى رط كنسبة رط الى س ونسبة س الى ع ونقول ان لم تكن نسبة
كرة اح الى كرة هح كنسبة قطر بد الى قطر رط مثلثة اعنى كنسبة بد
الى ع فليكن كنسبة بد الى خط اطول منه ع او اقصر منه وليكن اولا
الى خط اطول منه وهو ف ونأخذ فيما بين بد ف خطين يتوالى الاربعة
متناسبة كما تقرر فى المقدمة الاولى وليكونا ص ق فيكون ص ايضا اطول

من ر ط لما تقرر فى المقدمة الثانية ونرسم على مركز كرة ه ح كرة يساوى
قطرها ص وهى كرة ك م وقطرها ل د ونرسم فيها شكلا كثير القواعد
لا يماس كرة ه ح وفى كرة ا د شكلا شبيها به فتكون نسبة كثير قواعد ا د
الى كثير قواعد ك م كنسبة ـ ى الى ل د مثلثة اعنى كنسبة ـ ى الى ف التى
هى كنسبة كرة ا د الى كرة ه ح وبالابدال نسبة كثير قواعد ا د الى كرته التى
هى اعظم منه كنسبة كثير قواعد ك م الى كرة ه ح التى هى اصغر منه هذا
خلف ثم لتكن نسبة كرة ا د الى كرة ه ح كنسبة ـ ى الى ما هو اقصر من ع
ونجعل نسبة ر ط الى ـ ى كنسبة ـ ى الى ش وكنسبة ش الى ت فيكون
بالمساواة نسبة ت الى ر ط كنسبة ـ ى الى ع وتكون نسبة كرة ا د
الى كرة ه ح كنسبة ت الى ما هو اقصر من ر ط وبالخلاف نسبة كرة ه ح
الى كرة ا د كنسبة ر ط الى ما هو اطول من ط ونعيد التدبير الى ان يظهر
الخلف فاذن نسبة كرة ا د الى كرة ه ح كنسبة ـ ى الى ع لا غير اعنى كنسبة
قطر ـ ى الى قطر ر ط مثلثة وذلك ما اردناه فهذا ما قصدته
وانما لم اورده فى الكتاب لكونه مبنيا على ما هو خارج
منه فمن شاء فليلحقه والله الموفق والمعين
والحمد لله رب العالمين