

始



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 18 8 0 1 2 3 4 5

女子新代數

改訂版

理學博士 岩付寅之助著



精華房

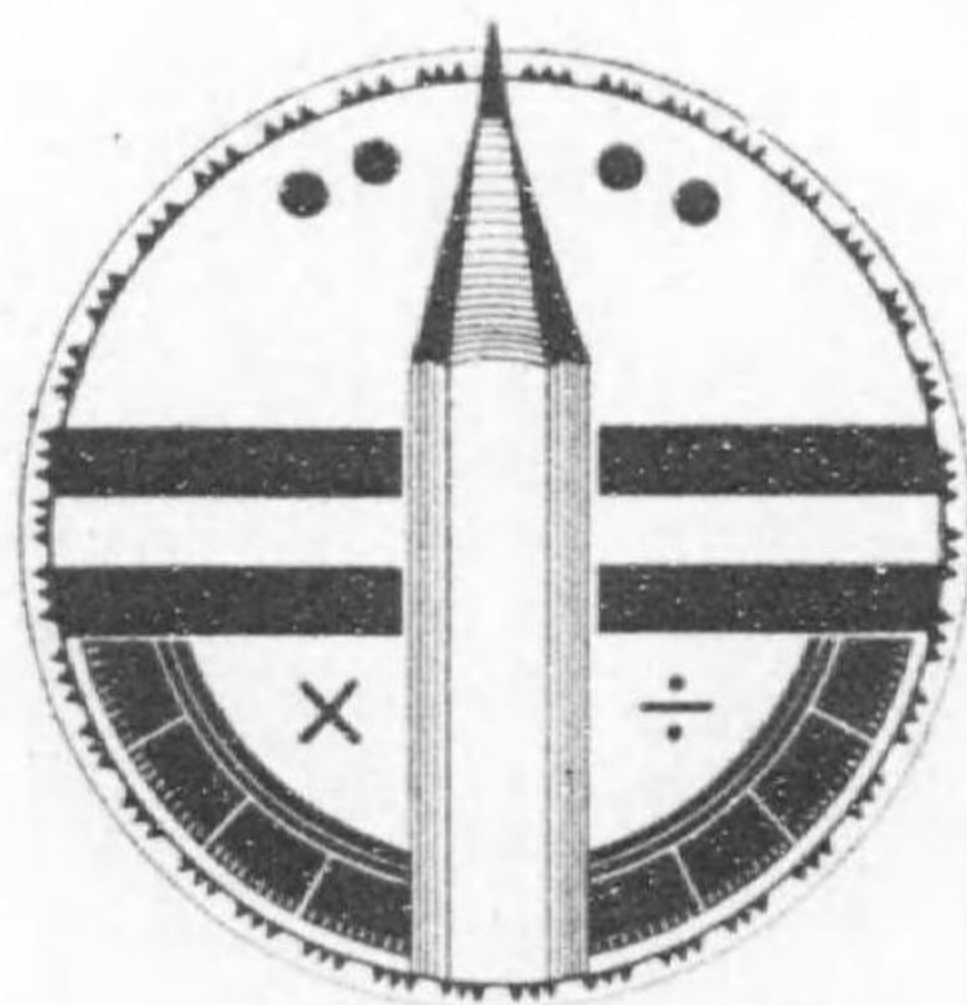
特 219
838

女子新代數

改訂版

廣島文理科大學教授

理學博士 岩付寅之助著



大阪 精華房 藏版





ニ ヲ - と ん (Isaac Newton)
(1642-1727)

にゆーとん ハ 1642年12月25日英國リ
んこるん州ニ生レ幼年ヨリ才智人ニ優レ
テキタ。

英國劍橋大學ニ學ビ (1661—1665), 1669年
26歳デ母校ノ教授ニ任ゼラレ, 1684年ニ不
朽ノ著, 原則論 (Principia)ヲ公ニシタ。コノ
出現ニ依テ世界ノ數學物理學ガ劃世的ノ
進歩ヲナシタノデアアル。即チコノ中ニハ
微積分學ノ發明, 萬有引力ノ法則ナドガ書
カレテキルノデアアル。

1727年3月20日コノ古今ノ巨人ハ齡85
歳ヲ以テ薨去シ, 其遺骸ハ今猶英國ウエス
とみんすたニ寺院ニ祭ラレテキル。

改訂ノ序

本書ハ曩ニ高等女學校ノ代數學教
科書トシテ編纂セルモノ、改訂版ナ
リ。

特ニ注意セルハ算術ニテ養成セラ
レタル數量ノ概念ヲ整理統一シ, 日常
實際問題トノ關係ヲ顧慮セリ。

叙述ハ實際ニ即シテ出來得ル限リ
平易簡潔, 以テ學生ノ理解ヲ容易ナラ
シムルト共ニ, 教授者獨自ノ手腕ニ自
由ノ餘地アラシメタリ。然レ共, 一方
コレガ爲ニ理論ノ骨子ニ於テ缺クル
憾ミナカラムコトニ, 細心ノ留意ヲ拂

ヒ、内容ノ充實ト練習題ノ統制・精選ヲ
行ヒ更ニ完璧ヲ期シタリ。

昭和十年十一月

著 者 識

目 次

第一章 緒 論	[1—9]
1. 數ヲ文字デ表ハスコト	1
2. 文字、記號	3
3. 代數式ト其數値	6
4. 等式及ビ不等式	7
第二章 正數ト負數	[10—28]
5. 正數及ビ負數	10
6. 負數ノ應用	12
7. 代數的數ノ大小	13
8. 加 法	15
9. 減 法	18
10. 乘 法	20
11. 多クノ數ノ積及ビ冪	22
12. 除 法	24
第三章 整 式	[29—49]
13. 一項式及ビ多項式	29

14. 同類項	31
15. 同類項ノ加法	32
16. 整式ノ次數	33
17. 多項式ノ整頓	35
18. 整式ノ加法及ビ減法	37
19. 冪ノ乘法及ビ指數ノ法則	40
20. 整式ノ乘法	42
21. 冪ノ除法	46
22. 整式ノ除法	47

第四章 一次方程式 [50—79]

23. 恒等式ト方程式	50
24. 等式ノ性質	51
25. 方程式ノ種類	54
26. 一元一次方程式	55
27. 一次方程式ノ應用問題	58
28. 不定及ビ不能ノ問題	66
29. 聯立方程式	69
30. 二元一次聯立方程式	70
31. 三元一次聯立方程式	73

32. 聯立方程式ノ應用問題	74
----------------	----

第五章 ぐらふ [80—91]

33. 平面内ノ點ノ位置ノ定メ方	80
34. 相伴ツテ變ル二量及ビ其ノぐらふ	82
35. 代數式ノぐらふ	85
36. 二元一次方程式ノぐらふ	87
37. 二次式ノぐらふ	88
38. ぐらふノ應用	90

第六章 整式(續キ) [92—107]

39. 乘法公式	92
40. 因數分解	97
41. 整式ノ倍數及ビ約數	103
42. 最大公約數ノ求メ方	104
43. 最小公倍數ノ求メ方	105

第七章 開法 [108—116]

44. 平方根	108
45. 整數及ビ小數ノ開平法	109
46. 根號ヲ含ム式ノ計算	113

第八章 一元二次方程式……………[117—135]

47. 一元二次方程式ノ解キ方…………… 117
 48. 二次方程式ノ根ノ公式…………… 119
 49. 一元二次方程式ノ應用問題…………… 121
 50. 虚數…………… 125
 51. 二次方程式ノぐらふ解法…………… 128
 52. 根ト係數トノ關係…………… 132

第九章 分數方程式……………[136—148]

53. 分數式…………… 136
 54. 分數式ノ基本的性質…………… 136
 55. 分數式ノ計算例…………… 139
 56. 一元分數方程式…………… 141
 57. 聯立分數方程式…………… 143
 58. 分數方程式ノ應用問題…………… 145

第十章 比及比例……………[149—181]

59. 比…………… 149
 60. 比ノ性質…………… 150
 61. 比例…………… 152

62. 比例式ノ性質…………… 153
 63. 比例式ヲ解クコト…………… 156
 64. 比例配分…………… 158
 65. 混合法…………… 161
 66. 互ニ比例スル二量…………… 163
 67. 反比例…………… 167
 68. 自乗比例…………… 171
 69. 二種以上ノ量ニ伴ツテ變化スル量…………… 172
 70. 複比例…………… 173
 71. 廣義ノ複比例…………… 177

第十一章 對數……………[182—199]

72. 指數法則ノ擴張…………… 182
 73. 對數…………… 185
 74. 1ヨリ大キイ數ノ對數…………… 187
 75. 小數ノ對數…………… 188
 76. 對數表…………… 189
 77. 對數ニ依ル計算…………… 194
 78. 對數ニ依ル複利法ノ計算…………… 197

第十二章 級 數	[200—215]
79. 等差級數	200
80. 等差級數ノ和	202
81. 等比級數	204
82. 等比級數ノ和	206
83. 無限等比級數	208
84. 循環小數ヲ分數ニナホスコト	210
85. 積立金	211
86. 年賦償還	213
87. 年 金	215

——(目次終リ)——

女子新代數

改訂版

第一章

緒 論

1. 數ヲ文字デ表ハスコト。

例 1. 縦 8 cm , 横 5 cm ノ 矩形ノ 面積ハ,

$$8 \times 5 = 40(\text{sq cm})$$

一般ニ,

矩形ノ 相隣ル二邊ヲ 夫々 $a\text{ cm}$, $b\text{ cm}$ トシ, ソノ 面積ヲ $A\text{ sq cm}$ トスレバ, ソノ 關係ヲ 次ノ式デ表ハスコトガ 出來ル。 $A = a \times b$

例 2. 三角形ノ 面積ハ,

$$(\text{底邊ノ長サ}) \times (\text{高サ}) \div 2$$

デ表ハサレルコトハ 既ニ 知ル所デアル。

故ニ, 三角形ノ 底邊ヲ 表ハス數ヲ a , 高サヲ 表ハス數ヲ h , ソノ 面積ヲ 表ハス數ヲ A トスレバ,

ソノ關係ヲ次ノ式デ表ハスコトガ出來ル。

$$A = \frac{a \times b}{2}$$

例 3. $2+2+2=2 \times 3$

$3+3+3=3 \times 3$

$4+4+4=4 \times 3$

ナルコトヲ一般ニ、 a ヲ以テ一ツノ數ヲ表ハスコトスルトキハ、

$$a+a+a=a \times 3$$

ト表ハスコトガ出來ル。

例 4. $(3+5) \times 2 = 3 \times 2 + 5 \times 2$

一般ニ、三ツノ數ヲ a, b, c トスレバ、

$$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$$

問 1. 直六面體ノ縦・横・高サヲ夫々 a, b, c 米トシテ、其ノ體積ヲ表ハスコトヲ書ケ。

問 2. 單利法ニヨリ元金ヲ A 圓、年利率ヲ r 、期間ヲ t 年トスルトキ元利合計ヲ表ハスコトヲ書ケ。

問 3. 半徑 r cm ノ圓周及ビ圓ノ面積ヲ書キ表ハセ。但シ圓周率ハ π ト記號スル。

問 4. 半徑 r ノ球ノ表面積及ビ體積ヲ書キ

表ハセ。

上ニ述ベタ諸例デワカルヤウニ、

數ノ代リニ文字ヲ使用スレバ極メテ一般的ナル表ハシ方ヲ得ル。

コノヤウニ數ノ代リニ文字ヲ用ヒタ數學ヲ代數學トイフ。

2. 文字, 記號。

(I) 數ヲ表ハス文字。

數ヲ表ハス文字トシテハ、普通

a, b, c, \dots, x, y, z

A, B, C, \dots, X, Y, Z

等ヲ用フ。

(II) 演算ノ記號。

$a+b$ ハ a ト b トヲ加ヘルコト。

$a-b$ ハ a カラ b ヲ引クコト。

$a \cdot b$ 或ハ ab ハ a ト b トヲ掛ケルコト。

$a \div b$ 或ハ $\frac{a}{b}$ ハ a ヲ b デ割ルコト。

【注意 1】 數ノ掛算ノ場合例ヘバ、 $3 \times 5 \times 7$ ハ $3 \cdot 5 \cdot 7$ ト書

クコトモアルガ、コノトキ 357 トシテハナラナイ。

【注意2】 數字ト文字トノ積ヲ表ハスニハ、數字ヲ先キニシ、文字ヲ後ニシテ、文字ハ普通 a, b, c, \dots ノ順ニスル。例ヘバ、

$$c \times a \times 3 \times b \times y \times x = 3abcxy$$

【注意3】 括弧ノ間ノ乘號 \times モ略ス。例ヘバ、

$$3(a+b), \quad 5(a-b)(c+d)$$

【注意4】 $1 \times a$ ハ單ニ a ト記ス。

又 $ab \div cd$ ハ $\frac{ab}{cd}$ デアツテ、 $a \times b \div c \times d$ デハナイ。

$a \div \frac{b}{c}$ ハ $a \div (b \div c)$ デアツテ、 $a \div b \div c$ デハナイ。

(III) 冪(特別ナ積)。

$$a(=a^1) \quad abb=ab^2$$

$$aa=a^2 \quad abbbcc=ab^3c^2$$

$$aaa=a^3 \quad a(bc)(bc)=a(bc)^2$$

.....

(IV) 關係ノ記號。

$$a \text{ ト } b \text{ トハ相等シイ} \dots \dots \dots a=b \quad (1)$$

$$a \text{ ト } b \text{ トハ相等シクナイ} \dots \dots \dots a \neq b$$

$$a \text{ ハ } b \text{ ヨリ大キイ} \dots \dots \dots a > b$$

$$a \text{ ハ } b \text{ ヨリ小サイ} \dots \dots \dots a < b$$

(1)ニ於ケル記號ニヨリ等號トイヒ、(2)ニ於ケル記號 $>, <$ ヲ不等號トイフ。

例 題

1. 次ノ式ヲ前頁ノ注意ニ從ツテ書キ表ハセ。

$$a \times b \times c \times 3, \quad x \times a \times x \times 7 \times y$$

$$(a+b) \div (c+d), \quad c \times b \div d \times a$$

$$a \times 2 \times b \times a \times b \times a, \quad a + b \times 3 + c \times 4$$

$$x \times y + (a+b) \times a, \quad (a+b) \div (a-b)$$

$$3 \times x \times y \times 3 \times y \times y \times x, \quad 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times x \times x \times x$$

$$a \times b \times a \times b \div (c \times d), \quad (a+b) \times c \times x \div \{(x-y) \times y\}$$

2. 間口 a 米、奥行 b 米ノ宅地ノ面積ヲ求メヨ。

3. 一邊ノ長サ a 種ナル正方形ノ面積ハ如何。

4. 一稜ノ長サ a 米ナル立方體ノ體積ハ幾立方種カ。

5. 前問ニ於ケル體積ノ水ノ目方ハ幾底デアルカ。

6. 速サ毎時 s 哩ノ汽船ハ n 日間ニ幾哩ヲ航行スルカ。

7. 毎月 a 圓宛貯金スレバ n 年 m ケ月ノ總額何程トナルカ。

8. 一ノ位ノ數字ガ a 、十ノ位ノ數字ガ b 、百ノ位ノ數字ガ c ナル三桁ノ整數ヲ表ハス式ヲ書ケ。

9. 一ツノ偶數ヲ m デ表ハストキ, ソノ次ノ偶數及ビ其前ノ偶數ヲ表ハス式ヲ書ケ。
10. n ヲ整數トスレバ, $2n+1$ ハ如何ナル數ヲ表ハスカ。
11. $1kg$ 20錢ノ白米 akg ト $1kg$ 5錢ノ大麥 bkg ヲ混ゼタラ $1kg$ 幾ラノモノヲ得ルカ。
12. 甲ノ所持金ハ a 圓, 乙ノ所持金ハ甲ノ k 倍, 丙ノ所持金ハ甲ノ m 分ノ一ト乙ノ n 分ノ一トノ和ニ等シトイフ。丙ノ所持金ヲ表ハス式ヲ書ケ。
13. 或仕事ヲナスニ甲ハ x 日, 乙ハ y 日デ仕上ゲルトイフ。甲乙共ニ從事シテ仕上ゲルニ要スル日數ヲ表ハス式ヲ書ケ。

3. 代數式ト其數値。

$$a+b, 2a+3c, 3xyz, a^2-x^2, \frac{a-b}{a+b}, \frac{x}{y}$$

ノヤウニ

數字及ビ文字ヲ演算記號デ結ビ附ケタモノヲ代數式トイフ。

代數式中ニアル文字ニ或格段ナ數ヲ置

キ換ヘテ計算シタ結果ハ一ツノ數トナル。コレヲ文字ノ格段ナ數値ニ對スル代數式ノ數値又單ニ值トイフ。

例ヘバ,

$$a=5, x=4, y=3 \text{ ニ對スル}$$

$$a^2-x^2+\frac{x-y}{x+y}$$

ノ值ハ,

$$5^2-4^2+\frac{4-3}{4+3}=9\frac{1}{7}$$

問 1. $a=3, b=4$ トシテ

$$4a-3b, \frac{a+b}{a-b}$$

ノ值ヲ求メヨ,

問 2. 利息ヲ表ハス式,

$$Art$$

ニ於テ $A=500$ (圓), $r=0.06$, $t=4$ (年) トシテ Art

ノ值ヲ求メヨ。

4. 等式及ビ不等式。

二ツノ代數式ヲ等號(=)デ結ビ附ケタ式ヲ等式トイヒ, 不等號(>, <)デ結ビ附ケタ式ヲ不等式トイフ。

例へば,

$$\text{等 式: } \begin{cases} a+b=b+a \\ xy=yx \\ a+b=c \end{cases}$$

$$\text{不 等 式: } \begin{cases} x < x+1 \\ x > 2 \end{cases}$$

等號(またハ不等號)ノ左方ニアル代數式ヲソノ等式(またハ不等式)ノ左邊,右方ニアルモノヲ右邊トイフ。

問 1. a, b 二數ノ和ト一數 c トノ積ハ, a, c ノ積ト b, c ノ積トノ和ニ等シイ。コレヲ式デ書キ表ハセ。

問 2. a ト b トノ和ノ平方ハ a ノ平方ト b ノ平方ノ和ト a, b ノ積ノ 2 倍トノ和デアアルトイフ。コレヲ式デ表ハセ。

例 題

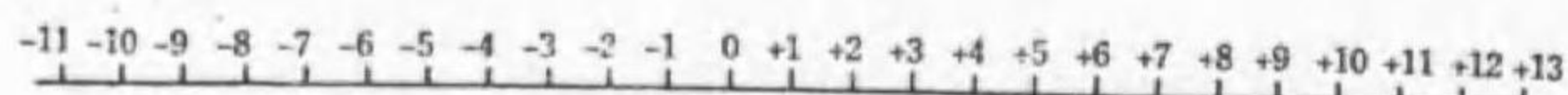
1. a ノ平方カラ b ノ平方ヲ引イタ差ハ, a, b ノ和ト a カラ b ヲ引イタ差トノ積ニ等シイ。コレヲ式デ示セ。

2. a ニ b ヲ加ヘタモノト, a カラ b ヲ引イタモノトノ積ハ a ノ平方カラ b ノ平方ヲ引イタモノトニ等シイ。之ヲ式デ示セ。
3. 元金ガ a 圓, 年利率 r , 期間 n 年ノ元利合計ガ A 圓デアアルトキ, コノ關係ヲ式デ表ハセ。
(單利法)
4. 前問ニ於テ $a=100, r=0.06, n=5$ ノトキ A ヲ求ム。
5. 圓ノ面積(A)ハ其半徑(r)ノ平方ヲ圓周率(π)倍シタルモノニ等シイ。コレヲ式デ示セ。
6. 半徑 35 cm ノ圓ノ面積ヲ求ム。但シ $\pi=3.1416$
7. 球ノ體積(V)ハソノ半徑(r)ノ三乗ト圓周率(π)トノ積ノ三分ノ四デアアル。コレヲ式デ書キ表ハセ。
8. 半徑 35 cm ノ球ノ體積ヲ求ム。 $\pi=3.1416$
9. 二數ノ平方ノ和ハ, 其ノ積ノ二倍ヨリモ大キイ。コレヲ式デ書キ表ハセ。
10. 資本金 a 圓ナル A 會社ガ資本金 b 圓ナル B 會社ト合併シタトイフ。然ルニ C 會社ノ資本金ハ合併シタ會社ノ資本金ノ n 倍ヨリ c 圓丈ケ少イ。 C 會社ノ資本金ヲ示ス式ヲ書ケ。

第二章 正数ト負数

5. 正数及ビ負数。

一ツノ直線上ニ圖ノ様ナ目盛ヲ附ケル。



(1) $1+2$ ハ 1 ナル點カラ 2 ダケノ刻ミヲ
右ヘ測ツタ 3 ナル點ニ行クコトデアル。

即チ, $1+2=3$

(2) $5-3$ ハ 5 ナル點カラ 3 ダケノ刻ミヲ
左ヘ測ツタ 2 ナル點ニ行クコトデアル。

即チ, $5-3=2$

故ニ, 一般ニ $a+b$ トイフコトハ a ナル點ヨ
リ b ダケノ刻ミヲ右ニ測ツタ $a+b$ ナル點ニ
行クコトデアル。又 $a-b$ トハ a ナル點カラ
 b ダケノ刻ミヲ左ヘ測ツタ $a-b$ ナル點ニ行
クコトデアル。

(3) $3-5$ ハ上ニ述べタ方法ニ從ヘバ, 3 ナ
ル點ヨリ 5 ダケノ刻ミヲ左ヘ測ツタ點ニ行ク
コトニナル。

ソコデ 0 ヨリ右デアアル刻ミ 1, 2, 3, ……
ニ對シテ左ニアアル刻ミヲ $-1, -2, -3, ……$
ト名附ル。

然ルトキ $3-5$ ハ 3 ナル點カラ 5 ダケ左ヘ
測ツタ -2 ナル點ニ行クコトニナル。故ニ,

$$3-5=-2$$

ト書キ表ハスコトガ出來ル。

コノヤウニシテ得タ,

新シイ數 $-1, -2, -3, ……$ ヲ總稱シテ負
數トイヒ, コレヲ,

まいなす 1, まいなす 2, まいなす 3, ……

ト讀ム。

コレニ對シテ今マデ取扱ツタ數 1, 2, 3, ……
ヲ正數トイヒ, 負數ト區別スルタメニ, コレニ +
ヲ附ケテ, $+1, +2, +3, ……$ ト書キ, コレヲ

ぶらす 1, ぶらす 2, ぶらす 3, ……

ト讀ム。

零ハ正負何レノ數ニモ屬セヌモノトシ,
正數・負數・零ヲ總稱シテ代數的數トイフ。

コレヲ表デ示セバ、

代数的 数	負 数	零	正 数
整 数	..., -4, -3, -2, -1	0	1, 2, 3, 4, 5,
分 数	$-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}, \dots$		$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \dots$
	$-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}, \dots$		$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \dots$
	$-\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}, -\frac{5}{4}, -\frac{7}{4}, \dots$		$\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \dots$

【注意】正数ニハスベテ+號ヲ附ケネバナラスノデア
ルガ、特ニ區別ヲ要スル以外ハ正號ハ取り去ツテ書
ク。

6. 負数ノ應用.

正数ヲ以テ一直線上ノ一點0ヨリ右ヘ測ツ
タ長サヲ表ハスモノトスルトキ、負数ハ0ヨリ
左ヘ測ツタ長サヲ表ハスコトニナル。

寒暖計デ5度ニ對シテ零下5度ハ-5度ト
考ヘルコトガ出來ル。

(-5)圓ノ利益トハ5圓ノ損ノコトデアル。

(-3)年前トハ3年後ノコトデアル。

コノヤウニ、

正数及ビ負数ニヨツテ表ハサレル同種
ノ量ハ互ニ正反對ノ意味ヲ持ツ。

例 題

1. -200圓ノ財産トハ何ノコトカ。
2. -300圓ノ負債トハ何ノコトカ。
3. -3年後トハ何ノコトカ。
4. -3米上トハ何ノコトカ。
5. 「足スコトノ(-4)」トハ何ノコトカ。
6. 「(-5)人減ル」トハ何ノコトカ。
7. 或水槽ヨリ-2立ノ水ヲ汲ミ出シタトイ
フ。ソノ意味ヲイヘ。

7. 代数的数ノ大小.

代数的数ニ於テ、正数ナラバソレ自身ヲ、
負数ナラバ負號ヲ取り去ツタモノヲ、ソノ
数ノ絶対値トイフ。

例ヘバ、3ノ絶対値ハ3、-5ノ絶対値ハ5デ
アル。

(1) スベテノ正数ハ零ヨリ大キイ。

(2) スベテノ負数ハ零ヨリ小サイ。

例ヘバ、 -2 ト 0 トノ大小ヲ比較スルニ同ジ数 2 ヲ双方ニ加ヘタモノ、大小ヲ比較シテ見レバ、 0 ト 2 ニナリ右ノ方が大キイカラ、

$$-2 < 0$$

故ニ又、

(3) スベテノ負数ハスベテノ正数ヨリ小サイ。

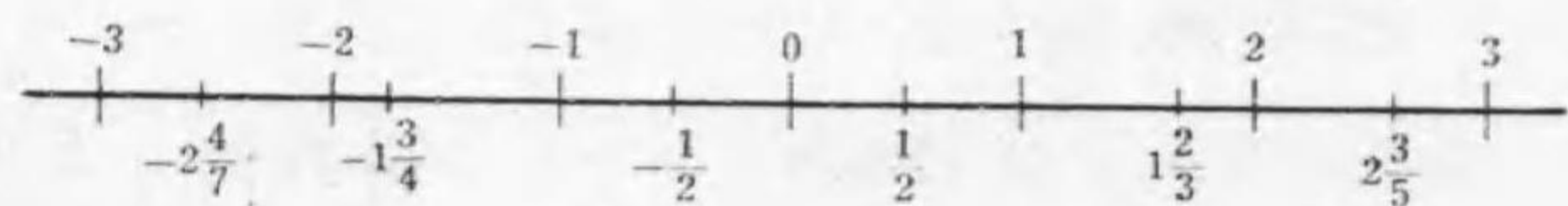
(4) 負数ハ絶対値ノ大キイモノホド小サイ。

例ヘバ、 -5 ト -2 トヲ比較スルニ、同ジ数 5 ヲ双方ニ加ヘテ見レバ、 0 ト 3 ニナリ右ノ方が大キイカラ、

$$-5 < -2$$

ソコデ代數的數ヲ大小ノ順ニ並ベルト、次ノ

* 圖ノヤウニナル。(左方ガ小デ右方ガ大)



例題

1. 次ノ數ノ絶対値ヲイヘ。

$$-25, +5, -0.2, -\frac{2}{3}$$

2. 次ノ各組ノ數ノ大小ヲ不等號デ示セ。

$$5, 3; -3, -5; -10, -7$$

$$-0.1, 0; \frac{100}{7}, -0.3; -\frac{17}{15}, -\frac{23}{18}$$

3. 次ノ數ヲ大小ノ順ニ並ベヨ。

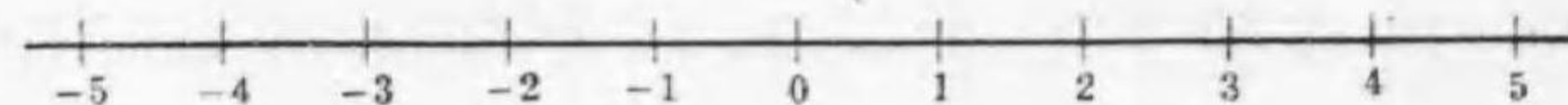
$$7, -12, 0, -8, -3, 4, -\frac{1}{3},$$

$$-2\frac{1}{5}, 3\frac{1}{4}$$

4. a ガ正数デアルコトヲ不等號ヲ以テ書キ表ハセ。

5. a ガ負数デアルコトヲ不等號ヲ以テ書キ表ハセ。

8. 加法。



上圖ノ如ク直線上ニ配置シタ數列ニ於テ、

$(+2)+(+3)$ ハ 2 ノ點カラ右ヘ 3 ダケ進ンデ 5

ノ點ヘ行クコトニ當ル。同様ニ、 $(-2)+(+3)$

ハ (-2)ノ點カラ右へ3ダケ進ンダ1ノ點へ行クコトニ當ル。

負數ヲ加ヘルコトハ正數ヲ加ヘルコト、反對デアルカラ、

(+2)+(-3) ハ2ノ點カラ左へ3ダケ退イテ

(-1)ノ點へ行クコトニナル。同様ニ、

(-2)+(-3) ハ(-2)ノ點カラ左へ3ダケ退イテ

(-5)ノ點へ行クコトニナル。

又零ヲ加ヘルコトハ動カナイコトニナル。

即チ、 $(+2)+(+3)=(+5)$

$$(-2)+(+3)=(+1)$$

$$(+2)+(-3)=(-1)$$

$$(-2)+(-3)=(-5)$$

$$(+2)+0=(+2)$$

$$(-2)+0=(-2)$$

〔加法規則〕

(I) 同符號ノ二數ノ和ハ、夫等ノ絶對値ノ和ニ共通ノ符號ヲ附ケタ數デアル。

(II) 異符號ノ二數ノ和ハ、夫等ノ絶對値ノ差ニ大ナル絶對値ヲ有スル方ノ符號ヲ

附ケタ數デアル。

特ニ絶對値ガ等シク、符號ガ異ナル二數ノ和ハ零デアル。

(III) 或數ニ零ヲ加ヘテモ變ラナイ。

代數的數ノ和ヲ**代數和**トイフ。

【注意1】代數和ハ加ヘ合セル順序ニハ關係シナイ。

$$a+b=b+a$$

【注意2】數個ノ數ノ代數和ヲ求メルニハ正數ハ正數

同士、負數ハ負數同士ヲ加ヘ、然ル後ニソノ結果ヲマトメルノガ便利デアル。

例 $(+2)+(-10)+(+9)+(-8)$
 $= (2+9)+\{-(10+8)\}=11+(-18)=-7$

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。(1—9)

1. $(+3)+(+15)$ 2. $(+50)+(-35)$

3. $(-7)+(-8)$ 4. $(-23)+(+49)$

5. $(+18)+(-20)+(-25)$

6. $(+\frac{1}{2})+(-\frac{5}{2})+(+\frac{7}{2})$

7. $(-\frac{2}{3})+(\frac{5}{6})+(-\frac{11}{2})$

8. $(+1)+(-2)+(+3)+(-4)+(+5)$

9. $(-\frac{1}{2})+(\frac{1}{3})+(-\frac{3}{2})+(\frac{2}{3})$

次ノ式ヲ代数和ニナホシ圖ヲ用ヒテ計算セヨ。(10-15)

10. $3-8+4$

11. $(-3)+2-7$

12. $15-7-18+2$

13. $(-20)-5-15+12$

14. $7-8+9-10+11$

15. $(-13)+14-15+16-17$

16. 次ノ等式ノ x ヲ求メヨ。

$x+(+5)=0$

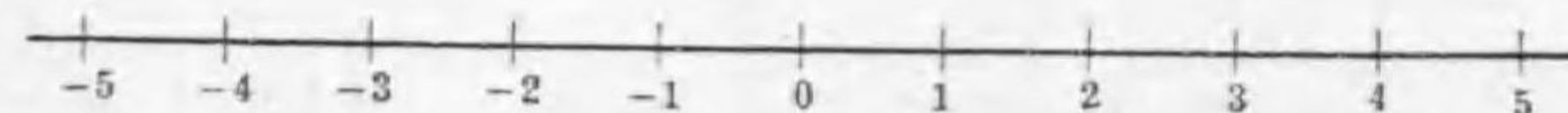
$(-3)+(-7)+x=0$

17. 或地點カラ出發シテ、東へ 150 km 行キ、ソレヨリ西へ 230 km 、サラニ東へ $x\text{ km}$ 、ナホ東へ 200 km ニシテ出發點ニ歸ツタトイフ。 x ノ値ヲ求メヨ。

9. 減法

問1. 右へ (-3) ダケ進ムトハ如何ナル意味カ。

問2. 左へ (-5) ダケ進ムトハ如何ナル意味カ。



$(+5)-(+3)$ ハ $(+5)$ ナル點カラ左へ $(+3)$ 即チ左へ3ダケ測ツタ點 $(+2)$ へ行クコトデアル。

故ニ $(+5)-(+3)=(+2)$

コレハ $(+5)+(-3)=(+2)$ ト同ジイ。

$(+5)-(-3)$ ハ $(+5)$ ナル點カラ左へ (-3) 即チ右へ3ダケ測ツタ點 $(+8)$ へ行クコトデアル。

故ニ $(+5)-(-3)=(+8)$

コレハ $(+5)+(+3)=(+8)$ ト同ジイ。

$(-5)-(+3)$ ハ (-5) ナル點カラ左へ $(+3)$ 即チ左へ3ダケ測ツタ點 (-8) へ行クコトデアル。

故ニ $(-5)-(+3)=(-8)$

コレハ $(-5)+(-3)=(-8)$ ト同ジイ。

$(-5)-(-3)$ ハ (-5) ナル點カラ左へ (-3) 即チ右へ3ダケ測ツタ點 (-2) へ行クコトデアル。

故ニ $(-5)-(-3)=(-2)$

コレハ $(-5)+(+3)=(-2)$ ト同ジイ。

(減法規則)

- (I) 代數的數ノ減法ハ減數ノ符號ヲカヘテ被減數ニ加ヘル加法トシテ計算スル。
- (II) 或數カラ零ヲ引イテモ値ハ變ラナイ。

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。(1-12)

1. $(+15)-(+7)$ 2. $(+7)-(+15)$
3. $(-7)-(-8)$ 4. $(+36)-(-20)$
5. $(-18)-(-17)-(+16)$ 6. $(-25)-(+20)-(-15)$
7. $(+0.01)-(+0.47)+(-0.04)$
8. $\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(+\frac{3}{10}\right)$
9. $[1-\{2-(3-4)\}]-[5-\{6-(7-8)\}]$
10. $(0.12-0.23)-(0.34-0.45)-(0.56-0.67)$
11. $\left[\frac{1}{2}-\left\{\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)\right\}\right]-\left[\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{6}\right)\right]$
12. $25-\{37-(7-9\times 2)-(15-20)\}$
13. 次ノ等式ヨリ x ヲ求ム。
 $5-x=0$ $x-(-8)=0$
 $x-\{6-(3-7)-(4-8)-5\}=0$

10. 乗法。

$$(+5)\times(+3) \quad \text{ハ}$$

$$(+5)+(+5)+(+5)=(+15)$$

即チ

$$(+5)\times(+3)=(+15)$$

マタ

$$(-5)\times(+3) \quad \text{ハ}$$

$$(-5)+(-5)+(-5)=(-15)$$

即チ

$$(-5)\times(+3)=(-15)$$

マタ

$$(+3)\times 0=0$$

$$(-3)\times 0=0$$

マタ

$$(+5)\times\{(+3)+(-3)\}$$

$$=(+5)\cdot(+3)+(+5)\cdot(-3)$$

$$=(+15)+(+5)\cdot(-3)$$

然ルニコレハ 0 ノ答デアルカラ

$$(+5)\times(-3)=(-15)$$

マタ

$$(-5)\cdot\{(+3)+(-3)\}$$

$$=(-5)\cdot(+3)+(-5)\cdot(-3)$$

$$=-15+(-5)\cdot(-3)$$

然ルニコレハ 0 ノ答デアルカラ

$$(-5)\times(-3)=(+15)$$

(乗法規則)

 a, b ヲ正数トスル。

$$(+a) \times (+b) = (+ab)$$

$$(-a) \times (+b) = (-ab)$$

$$(+a) \times (-b) = (-ab)$$

$$(-a) \times (-b) = (+ab)$$

同符号ノ二数ノ積ハ正数デ、異符号ノ二数ノ積ハ負数デア。何レモソノ絶対値ハ各ノ絶対値ノ積デア。

【注意1】 $0 \times a = 0$

【注意2】 $ab = ba$

【注意3】 $-(-a)$ ハ $(-1) \times (-a)$ ト考ヘテ $+a$ デアル。

11. 多クノ数ノ積及ヒ冪。

乗法規則ニヨツテ、幾ツカノ数ノ積ハ各数ノ絶対値ノ積ニ、負数ノ因数ヲ含マヌ場合又ハ偶数個含ム場合ハ正号ヲ、奇数個含ムトキハ負号ヲ附ケタ数ニ等シイ。又因数中ニ一ツデモ0ガアレバ積ハ0トナル。

例ヘバ $3 \times 4 \times 5 = 60$ $(-3) \times 4 \times 5 = -60$

$(-3) \times (-4) \times 5 = 60$ $(-3) \times (-4) \times (-5) = -60$

正数ノ冪ハ正数デア。

負数ノ偶数乗冪ハ正数デ、奇数乗冪ハ負数デア。

例ヘバ $(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$

$(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。(1-11)

1. $(+4)(+5)$
2. $(-3)(-4)$
3. $(-3)\left(+\frac{1}{2}\right)$
4. $(-4)(+8) \times 0$
5. $\left(-\frac{1}{5}\right)\left(+\frac{5}{3}\right)\left(-\frac{3}{7}\right)$
6. $(+0.75)(-0.25)(+0.4)$
7. $\left(+\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(+\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)$
8. $(-1)^3(-1)^5$
9. $(-1)(-2)(-3)(-4)(-5)$
10. $(-2)^2(-3)^3$
11. $\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(-\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)$
12. 次ノ等式ニアル x ヲ求ム。
 $(+2)(-3)(-4) \cdot x = 52$ $(-1)^4(+2)^4 \cdot x = 112$
13. 毎日3分ヅツ進ム時計ガ或日正確ナ時計ヨリモ15分進ンデキタ。ソレヨリ丁度 x 日後ニハ幾分進ンデキルベキデア。カ。
14. 前問ニ於テ、 x ガ 3, -3, -8 ノトキ如何。

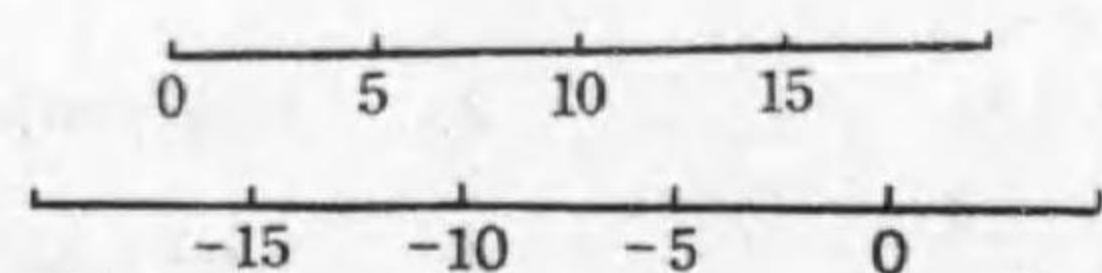
12. 除 法。

$(+15) \div (+3)$ 及 ビ

$(-15) \div (+3)$ ハ各 $(+15), (-15)$ ヲ三等分シター
ツデアルカラ

$$(+15) \div (+3) = (+5)$$

$$(-15) \div (+3) = (-5)$$



$(-15) \div (-3)$ ハ (-15) ノ中ニ (-3) ガイクツ含マ
レテイルカラ求メルコトデアルカラ,

$$(-15) \div (-3) = (+5)$$

マタ $0 \div (-3) = 0$ ヨリ

$$\begin{aligned} & ((+15) + (-15)) \div (-3) \\ & = (+15) \div (-3) + (-15) \div (-3) \\ & = (+15) \div (-3) + (+5) \end{aligned}$$

上ノ式ハ $0 = 0$ ニ等シイ筈デアルカラ

$$(+15) \div (-3) = (-5)$$

〔除法規則〕 a, b ヲ正数トスル。

$$(+a) \div (+b) = \left(+\frac{a}{b}\right)$$

$$(-a) \div (-b) = \left(+\frac{a}{b}\right)$$

$$(-a) \div (+b) = \left(-\frac{a}{b}\right)$$

$$(+a) \div (-b) = \left(-\frac{a}{b}\right)$$

同符号ノ二数ノ商ハ正数デ、異符号ノ二
数ノ商ハ負数デアル。何レモソノ絶対値
ハ各ノ絶対値ノ商デアル。

【注意】 0 デ割ルコトハ無意味デアル。

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。〔1—10〕

1. $(-30) \div (+6)$
2. $(-30) \div (-15)$
3. $(+48) \div (-12) + (+24) \div (+6)$
4. $(-50) \div (-15)$
5. $\left(+\frac{7}{3}\right) \div \left(-\frac{3}{7}\right)$
6. $\left(\frac{-11}{12}\right) \div \left(\frac{14}{-17}\right)$
7. $(-3)^2 \div (-2)$
8. $(-6)^3 \div (-3)^2$
9. $\left(+\frac{8}{9}\right)^2 \div \left(\frac{-2}{3}\right)^2$
10. $\left(-\frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{-1}{3}\right) \div \left(\frac{1}{-4}\right)$

11. 次ノ等式ノ x ハ如何ナル数カ。

$$x \times 2^3 = -4^2, \quad \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot x = 3$$

12. 負債 x 圓ヲ 4 ヶ月前カラ月々同額宛返却シ今月ヨリ 8 ヶ月ニテ返却シ終ルト云フ。月額ハ何程カ。

雑題

1. $+1$ ト -2 トノ間ニアル数デ 3 ヲ分母トスル分数ヲ大キサノ順ニ書キ, コトゴトクノ積ヲツクレ。
2. 積ガ 6 トナル二ツノ整数ノ組ヲコトゴトクアゲヨ。

次ノ式ヲ計算セヨ。 (3-10)

3. $\frac{1}{2}(3-5) \div \frac{1}{3}(6-9)$
4. $-\frac{7}{5}(11-15) + \frac{5}{3}(-4+2)$
5. $(4-6) \div 2 + (3-11) \times 2$
6. $3^3 - \frac{1}{3}(6-4 \times 5) + 7 \times (-3)$
7. $2^4 + 3^4 - 2^2 \times 3^2 + (-3)^3 - (-3)^2$
8. $-24 - 3 \times (-4) + (-2)^2 \times 4$

9. $\left(\frac{5}{2}\right)^2 \div (0.3 - 0.03) + \left(1\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{12}{-9}\right)$
10. $\{(-5)^2 + (-4)^2 - (-3)^2\} \div \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right\}$
11. 次ノ各組ノ数ハ相等シイカ。
 $(-a^3)^3$ $(-a^3)^2$; $-a^3$, $(-a)^3$
12. n ガ如何ナル整数ナラバ $(-a)^n = a^n$ トナルカ。
13. 或数ト $-\frac{4}{3}$ トノ積ノ絶対値ハ 2 デアルトイフ。或数トハ何カ。
14. 次ノ表ハ各地ノ最高最低温度デアル。ソノ差ヲ求メヨ。

	臺北	鹿児島	下關	大阪	京都	東京	新潟	青森	旭川	京城	新京
最高	37.7	33.8	33.0	35.2	36.0	35.4	35.6	32.9	34.5	35.4	37.1
最低	6.01	-4.9	-5.7	-4.9	-7.0	-5.4	-7.7	-17.0	-27.9	-15.4	-28.4

15. $(a-b)^2 = a^2 + 2a\Box + b^2$
 コノ兩邊ガ常ニ等シイタメニハ \Box ノ代リニ如何ナル数ヲ入レレバヨイカ。 a, b ニ夫々 3, 4 ヲ代入シテ \Box ヲ求メヨ。
16. 一立 a 圓ノ酒 x 立ト, b 圓ノ酒 y 立トヲ混

合スレバ一立ノ價幾圓ノ酒ヲ得ルカ。

17. 華氏ノ f 度ガ攝氏ノ c 度ナラバ

$$c = \frac{5}{9}(f - 32)$$

デアル。 $f = 90^\circ, 60^\circ, 35^\circ, 15^\circ$ ハ攝氏デハ何度カ。

18. 流レノ速サ毎時 c km ノ川ヲ速サ毎時 v km ノ船ガ s km ノ距離ヲ往復スルニ要スル時間 (t) ヲ式デ示セ。

19. 前問ニオイテ $c = 1.2, v = 3, s = 5$ ノトキ如何。

第三章 整式

13. 一項式及ビ多項式。

$$x, 5ab, -6x^2, \frac{1}{2}abc \dots\dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{(i) } a+2b \quad \text{(ii) } x^2+5x-7 \\ \text{(iii) } 3x^3-2ax^2-3bx+d \end{array} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

(1)ノヤウニ、數字或ハ文字、又ハコレ等ノ積ヲ表ハス式ヲ一項式トイヒ、(2)ノヤウニ、幾ツカノ一項式ヲ加法又ハ減法ノ記號デ結ビツケタ式ヲ多項式トイフ。多項式ヲ組立テル各、ノ一項式ヲソノ項トイヒ、項數ニ應ジテ、二項式、三項式等トイフ。

例ヘバ、(2)ノ(i)、(ii)、(iii)ハ夫々二項式、三項式、四項式デアル。

一項式ト多項式トヲ總稱シテ整式トイフ。

整式ノ各項ニ於ケル數字因數ヲ文字因數ノ積ノ係數トイフ。文字ヲ含マナイ項

ヲ常數項トイフ。

例へバ(1)ニ於ケル $5, -6, \frac{1}{2}$

(2)ノ(i)ノ2, (2)ノ(ii)ノ5等ハ皆係數デアツテ,
(2)ノ(ii)ノ7ハ常數項デアル。

【注意1】一ツ或ハ二ツ以上ノ特別ナ文字ニ就イテ整式トイフコトガアル。

コノトキ、整式ノ各項ニ於テ、特別ナ文字ヲ含マヌ部分ヲ含ム部分ノ係數トイヒ、特別ナ文字ヲ全ク含マヌ項ヲ常數項トイフ。

例へバ、 $ax^2 + 2\frac{b}{c}x - 3d$

ハ x ニ就イテ整式デアツテ、

a ハ x^2 ノ、 $2\frac{b}{c}$ ハ x ノ係數、

$-3d$ ハ常數項デアル。

又 $\frac{a}{b}x^2 + \frac{b}{c}xy + \frac{c}{b}y^2$

ハ x 及ビ y ニ就イテ整式デアツテ、

$\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{b}$ ハ夫々 x^2, xy, y^2 ノ係數デアル。

例 題

次ノ各式ヲ、次ノ條項ニ分ケテ考ヘヨ。

- (i) 何項式デアルカ。
(ii) 各項ノ係數ヲイヘ。
(iii) x, y ニ就イテ係數及ビ常數項ヲイヘ。

1. $-5a+6b$ 2. $-\frac{1}{2}abc$
3. $ax^2+2bx+c$ 4. $x^2-xy+6y^2+3$
5. $23b-bx+ay+b$ 6. $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^2+e$

14. 同類項。

同ジ文字因數ヲ持ツ二ツ以上ノ單項式ヲ同類項トイフ。

$$2ax^2, \quad -3ax^2, \quad \frac{1}{2}ax^2$$

ハ同類項デアル。

【注意】或特別ナ文字ニ就イテ同類項トイフコトガアル。

$$ax^2, \quad 2bx^2, \quad -cx^2$$

又ハ $px, \quad qx$

イヅレモ x ニ就イテ同類項デアル。

マタ $2axy, \quad -6bxy$

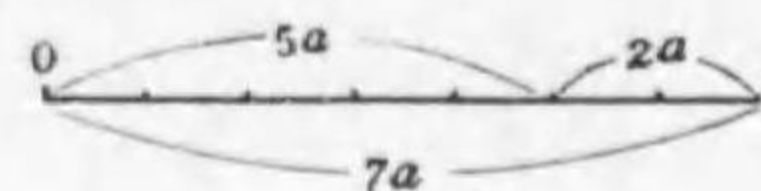
ハ x 及ビ y ニ就イテ同類項デアル。

15. 同類項ノ加法。

例 1. $5a+2a$ ヲ求ム。

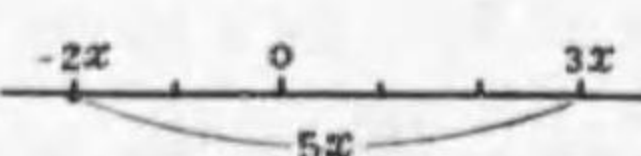
$5a+2a$ ハ a ノ 5 倍ト a ノ 2 倍ノ和デアルカ
ラ a ノ 7 倍ニナル。即チ

$$5a+2a=7a$$



例 2. $3x-5x$ ヲ求ム。

圖ノヤウニ、0 ヨリ $3x$ ダケ
右ニ進ミ、 $5x$ ダケ左へ退イタ



點 $-2x$ ニ行ク。

即チ $3x-5x=-2x$

例 1, 例 2 ハ次ノヤウニ書ケル。

$$5a+2a=(5+2)a$$

$$3x-5x=(3-5)x$$

ソコデ、次ノ規則ヲ得。

幾ツカノ同類項ノ代數和ヲ求メルニハ、
各項ノ係數ノ代數和ヲ係數トスル同類項
ヲ作レバヨイ。

コノヤウニスルコトヲ同類項ヲ約ストイフ。

例 3. $3ab+5+2bc-2ab+7bc-8-10bc$

ノ同類項ヲ約セ。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \underbrace{3ab-2ab} + \underbrace{2bc+7bc-10bc} + \underbrace{5-8} \\ &= ab-bc-3 \end{aligned}$$

例 題

次ノ式ノ同類項ヲ約セ。

1. $3a+5a$

2. $5b-2b$

3. $2x-7x$

4. $3ax-7ax$

5. $-6by-7by$

6. $2x-3x+7x$

7. $5y-7y+9y$

8. $7a^2+6a^2-11a^2$

9. $5x-9x^2-4x+11x^2$

10. $2x^2+4xy-7y^2-5x^2-2xy-3y^2$

16. 整式ノ次數。

(1) 一項式ノ次數。

一項式ニ含マレル文字因數ノ數^{カス}ヲソノ
次數トイフ。例へバ、

$$3a, \quad 2x$$

ハ共ニ一次、

$$5ab, \quad 7x^2, \quad -6a^2$$

ハ共ニ二次デアル。

一項式ハ、ソノ次數ニ應ジテ一次式、二次式、三次式等トイフ。

次數ノ大小ニヨツテ高次、低次トイヒ、次數ノ等シイニツノ一項式ハ同次デアルトイフ。

問. $3x, \frac{5}{3}x^3, -7x^2$ ヲ次數ノ高低ニナラベヨ。

(II) 多項式ノ次數.

多項式中ニアル最高次ノ項ノ次數ヲ、ソノ多項式ノ次數トイフ。例ヘバ、

$$2x^2-3x+1, \quad 2ab+3a^2+5a-6$$

ハ共ニ二次、

$$ax^2+bx+c, \quad 3x^3-2x^2+x-7,$$

$$x^3+y^3+z^3-2x^2y-2y^2z+3xyz$$

ハ共ニ三次デアル。即チ

多項式ニ於テモ一項式ト同ジク、ソノ次數ニ應ジテ一次式、二次式、三次式等トイフ。

【注意】 次數モ特別ノ文字ニ就イテ言フコトガアル。

例ヘバ

$$ax^2+bx+c$$

ハ x ニ就イテハ二次式デ、

$$ax^2+2bxy+cy^2$$

ハ x 及ビ y ニ就イテハ二次式デアル。

問. $2xy-3ax-3by+5c^2$

ハ何次式カ。 x, y ニ就イテハ何次式カ。

又 x ノミニ就イテハ如何。 y ニ就イテハ如何。

17. 多項式ノ整頓.

式ノ形ヲ順序ヨク見易クスルコトヲ式ヲ整頓スルトイフ。

一項式又ハ多項式ノ各項ヲ整頓スルニハ

(i) 係數ヲ前ニシ、(符號ハ一ツニマトメル)

(ii) 文字ハ a, b, c, \dots ノ順ニシ

(iii) 同ジ文字ノ積ハ冪ノ形ニスル。

多項式ニ於テハ

(i) 同類項ヲ約シ

(ii) 項ハ次數ノ順ニ列ベ、或ハ

(iii) 特別ノ文字ニ就イテノ次數ノ最モ高イ項

又ハ最モ低イ項カラ始メテ順ニ並ベル。

例 1. $x \cdot b \cdot 2c \cdot 3a \cdot (-b)$ ヲ整頓セヨ。

原式 $= -6ab^2cx$

例 2. $1+8x^2+2x-5x^2-3x-4$ ヲ整頓セヨ。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (8x^2-5x^2)+(2x-3x)+(1-4) \\ &= 3x^2-x-3 \end{aligned}$$

例 3. $2xy-y^2-3xy+x^2+2y^2$ ヲ整頓セヨ。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= x^2+(2xy-3xy)+(-y^2+2y^2) \\ &= x^2-xy+y^2 \end{aligned}$$

例 4. $-3xy+4x^2-2xy+5+x-2y-3y^2$

ヲ整頓セヨ。

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 4x^2+(-3xy-2xy)-3y^2+x-2y+5 \\ &= 4x^2-5xy-3y^2+x-2y+5 \end{aligned}$$

例 題

次ノ式ヲ整頓セヨ。

1. $a+2a+4a^2$
2. $2+8x-5x^2-7x$
3. $3b^2+2ab+2a^2-3ba$
4. $4yx+x^2+y^2-2xy$
5. $(2a)(-3b^2)+(5a^2)(2b)+5ab^2+2a^3-5b^3$
6. $2x^2y+3xz^2-2y^2x+5x^2z-8z^2y+y^2z$
7. $-2xy+6y-5x+4x^2-1+y^2$

8. $-3xy^2+2y^3-3x^2y+x^3+5y^2+7xy-x^2$

9. $2x^2+3x-y+y^2-4x+6xy+3x^2+6+4y^2$

10. $a^2+ab+b^2-ab+3+4a+3b-2a-2b+8$

18. 整式ノ加法及ヒ減法。

整式ヲ加ヘ合ハスニハ、ソノスベテノ項ノ代數和ヲ作レバヨイ。

整式ノ引算ハ、減式ノ各項ノ符號ヲ變ヘテ、被減式ニ加ヘレバヨイ。

何レノ場合ニモ最後ノ結果ハ整頓シテ置クベキデアル。

例 1. $(3a+5b)+(-2a+7b+6c)$
 $= 3a-2a+5b+7b+6c$
 $= a+12b+6c$

例 2. $(ax^2+2bx+c)+(ax+b)$
 $= ax^2+2bx+ax+b+c$
 $= ax^2+(2b+a)x+b+c$

例 3. $(3a-7b)-(2a-b-c)$
 $= 3a-7b-2a+b+c$
 $= 3a-2a-7b+b+c$
 $= a-6b+c$

$$\begin{aligned}
 \text{例 4. } & (5x^2-x+1)-(2x^2+3x-2) \\
 & = 5x^2-x+1-2x^2-3x+2 \\
 & = 5x^2-2x^2-x-3x+1+2 \\
 & = 3x^2-4x+3
 \end{aligned}$$

實際ノ演算ハ次ノ様式ニ依ツテ行フノガ便利デアル。(引算ノトキハ豫メ減式ノ符號ヲ變ヘテ置ク)

$$\text{例 5. } (a+2b+3c)+(4a-5b+6c)+(-7a+8b-9c)$$

$$\begin{array}{r}
 a+2b+3c \\
 4a-5b+6c \\
 (+) -7a+8b-9c \\
 \hline
 -2a+5b
 \end{array}
 \quad \text{答 } -2a+5b$$

$$\text{例 6. } (2x^2+3xy)+(7x^2-y^2)-(5x^2-4xy+7y^2)$$

$$\begin{array}{r}
 2x^2+3xy \\
 7x^2 \quad -y^2 \\
 (+) -5x^2+4xy-7y^2 \\
 \hline
 4x^2+7xy-8y^2
 \end{array}
 \quad \text{答 } 4x^2+7xy-8y^2$$

括弧ヲ解クニハ次ノヤウニ小サナ括弧カラ解クノガ普通デアル。

$$\begin{aligned}
 \text{例 7. } & 4b-\{3c-(5a-4a-2b+3)-10\} \\
 & = 4b-\{3c-(5a-4a+2b+3)-10\} \\
 & = 4b-\{3c-5a+4a-2b-3-10\} \\
 & = 4b-3c+5a-4a+2b+3+10=a+6b-3c+13
 \end{aligned}$$

例 題

次ノ式ノ和ヲ求メヨ。(1-9)

1. $3x, 8x, -2x, -5x$
2. $11xy, -5x^2y, -6xy, 8x^2y$
3. $2a-7b+5c, 4a+10b-6c$
4. $4x-3y, 6x-4y, -8x+6y$
5. $7x-8y+9z, -7y+8z-9x, 6z-3y$
6. $ab-2bc+3ac, -ab-3ac+3bc, 5bc+3ac-ab$
7. $3(a-b)-2(x+y), 3(a-c)+5(x+y)$
8. $x^2-2xy+y^2, x^2+4xy+y^2, -3y^2-3x^2$
9. $10x^3+4x^2-3x-1, 7x^3+5x+7, x^4-8x^2-5$

次ノ左ノ式カラ右ノ式ヲ引ケ。(10-14)

10. $7a-3b+2c \quad 5a-7b-8c$
11. $9x-6y-3z \quad -11x-7y+6z$
12. $7x^2+8xy+9y^2 \quad 5x^2+11xy-3y^2$
13. $-2l+7m-5n \quad 3l+12m-8n$
14. $\frac{1}{3}ax+\frac{1}{2}by-\frac{1}{4}cz \quad \frac{1}{4}ax-by-\frac{2}{3}cz$

次ノ式ノ括弧ヲ取去ツテ簡單ニセヨ。

(15-23)

15. $(3a+3b)+(2a-2b)+(-a+b)$
16. $3x-(2x-3y)+(x+2y)$

- 17. $(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)-4ab$
- 18. $2a-\{b-(2a-3b)\}$
- 19. $(a+b+c)-(a-b+c)+(a+b-c)-(-a+b+c)$
- 20. $5x-3y+\{7x-(5x-3y)\}$
- 21. $10a-5b-\{7a-(6b-2a)+9b\}-5a$
- 22. $8x-(3x^2-\{-3x+(5x^2-6)-5\}+2)+2$
- 23. $a-(b-c-\{3a-3c-(5c-3a+3b-5a)+3b\}+a)$

次ノ()ノ中へ適當ナ式ヲ入レヨ。(24-26)

- 24. () $+2x^3-3x^2-5x=0$
- 25. $x^2+3x+2+()=x^3-7-10$
- 26. $3x^2-2x+3-()=2x^2-7x+2$
- 27. 甲,乙,丙三數アリ。乙數ハ甲數ノ平方ニ,丙數ハ乙數ノ平方ニ等シトイフ。甲數ノ四倍ト乙數ノ二倍ト丙數トノ和ハ,三數ノ和ノ二倍ヨリ何程大キイカ。

19. 冪ノ乗法及ヒ指數ノ法則。

(I) 冪ノ積。

$$a^2 \cdot a^3 = aa \cdot aaa = (=a^5) = a^{2+3}$$

$$a^2 \cdot a^3 \cdot a^4 = aa \cdot aaa \cdot aaaa (=a^9) = a^{2+3+4}$$

$$a^l \cdot a^m \cdot a^n = a^{l+m+n} \dots\dots\dots(1)$$

(II) 冪ノ冪。

$$(a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^{2+2+2} = a^{2 \times 3} = a^6$$

$$(a^m)^3 = a^m \cdot a^m \cdot a^m = a^{m+m+m} = a^{3m}$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \dots\dots\dots(2)$$

(III) 積ノ冪。

$$(ab)^2 = ab \cdot ab = a^2b^2$$

$$(abc)^3 = abc \cdot abc \cdot abc = a^3b^3c^3$$

$$(abc)^m = a^m b^m c^m \dots\dots\dots(3)$$

(1),(2),(3) デ表ハサレテキル事柄ヲ指數ノ法則

トイフ。

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|----------------------------------------|------------------------------------|
| 1. $a^4 \cdot a^7 \cdot a^9$ | 2. $(-x)^3 \cdot (-x)^2 \cdot x^5$ |
| 3. $(axy)^7 \cdot a^3$ | 4. $(-x^2yz)^5$ |
| 5. $a^3 \cdot b^2 \cdot a^2 \cdot b^5$ | 6. $(2ab^2c^3)^4$ |
| 7. $(xyz)^3$ | 8. $(-xyz)^5$ |
| 9. $(-a^3)^4$ | 10. $(-3axy^2)^5$ |
| 11. $a^3(a^3b^2)^3 \cdot b^5$ | 12. $(x^3)^4 \cdot (x^4)^2$ |
| 13. $\{(a^2)^3\}^4$ | 14. $(2^3)^2$ |

20. 整式ノ乗法。

(I) (一項式)×(一項式)

一項式ニ一項式ヲ掛ケルニハ文字因數ノ積ニ、係數ノ積ヲ係數トシテ附記スレバヨイ。

例 1. $(abc) \times (bcd) = ab^2c^2d$

例 2. $\left(\frac{1}{2}xy\right) \times \left(-\frac{8}{3}x^2y^3z\right) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{8}{3}\right) \cdot xy \cdot x^2y^3z$
 $= -\frac{4}{3}x^3y^4z$

例 3. $\left(\frac{3}{5}abc\right) \cdot \left(\frac{5}{7}bcx\right) \cdot \left(\frac{7}{6}acy\right)$
 $= \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{6} \cdot abc \cdot bcx \cdot acy = \frac{1}{2}a^2b^2c^3xy$

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 1. $3a^2b \cdot 7b^2c \cdot 2ac^2$ | 2. $(-3xy)(-7x^3y^2)$ |
| 3. $\frac{1}{3}x^2y \cdot \frac{6}{5}x^2z^3 \cdot \frac{15}{7}xz^2$ | 4. $(12a^2b)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}a^3b^2\right)^3$ |
| 5. $(-pq)(-9q^2r^2)(-2r^3p^3)$ | 6. $\left(\frac{2}{3}ax^2\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}ay\right)^3$ |
| 7. $(x^3y^4z^5)^4 \cdot (3xyz)^2$ | 8. $l^2mn \cdot m^2nl \cdot n^2lm$ |
| 9. $(-5x)^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}xy\right)^3$ | 10. $(2a^3b^4c^5)^4 \cdot (3abc)^2$ |

(II) (多項式)×(一項式)

多項式ニ一項式ヲ掛ケルニハ、多項式ノ各項ト一項式トノ積ヲ作り、コレラノ代數和ヲ作レバヨイ。即チ

A, B, C, M ヲ一項式トスレバ

$$(A+B+C) \cdot M = A \cdot M + B \cdot M + C \cdot M$$

例 1. $(a^2+b^2) \cdot ab = a^2 \cdot ab + b^2 \cdot ab = a^3b + ab^3$

例 2. $(-2xy)(4x^2-2xy+y^2)$
 $= (-2xy)(4x^2) + (-2xy)(-2xy) + (-2xy) \cdot y^2$
 $= -8x^3y + 4x^2y^2 - 2xy^3$

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|----------------------------|-----------------------------------------------|
| 1. $5(2a+3b)$ | 2. $(-7)(3b-2a)$ |
| 3. $(3x-5y) \cdot 2z$ | 4. $(2a+3b-4c) \cdot (-7a^2)$ |
| 5. $(a+2b-3c) \cdot x^2$ | 6. $ab(a^2-2ab+b^2)$ |
| 7. $5x \cdot (x^2-3x+8)$ | 8. $\frac{1}{2}a^2b \cdot (2a^3-6a^2b+10b^3)$ |
| 9. $(x+y) \cdot 5abx^2y^3$ | 10. $(-abc)(ab+bc+ac)$ |
| 11. $(a+b)c + (a-b)c$ | 12. $(a+b^3)ab - (a-b^2)a^2b$ |

13. $c(a-b)+a(b-c)+b(c-a)$

14. $x^4-2x\{2x^2-(3x-2)(7x^2)+2x^2+9\}$

15. $a+2\{a-3\{a+5(a-b)-6b\}+5b\}$

(II) (多項式)×(多項式)

多項式ニ多項式ヲ掛ケルニハーツノ式ノ各項ニ他ノ式ヲ掛ケテ得ルスベテノ積ヲ加ヘレバヨイ。

$$\begin{aligned} \text{即チ } & (a+b+c)(d+e) \\ & = a(d+e)+b(d+e)+c(d+e) \\ & = ad+ae+bd+be+cd+ce \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 1. } & (3a+2b)(5c-7d) \\ & = 5c(3a+2b)-7d(3a+2b) \\ & = 15ac+10bc-21ad-14bd \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 2. } & (a^2+2ab+3b^2)(a-2b) \\ & = (a^3+2a^2b+3ab^2)-(2a^2b+4ab^2+6b^3) \\ & = a^3-ab^2-6b^3 \end{aligned}$$

【注意】 乗法ヲ行フ前ニ豫メ乗數モ被乘數モ必ラズ整頓シテオクベキデアル。

實際ノ演算ハ次ノ様式ニヨルガ便利デアル。

(乘法演算)

例 1. $(a^2+2ab+3b^2)(a-2b)$

$$\begin{array}{r} a^2+2ab+3b^2 \\ a-2b \\ \hline a^3+2a^2b+3ab^2 \\ -2a^2b-4ab^2-6b^3 \\ \hline a^3 \quad \quad -ab^2-6b^3 \end{array} \quad \text{答 } a^3-ab^2-6b^3$$

例 2. $(6+2x-7x^3)(2x^2-7x+2)$

$$\begin{array}{r} -7x^3 \quad \quad +2x+6 \\ 2x^2-7x+2 \\ \hline -14x^5 \quad \quad +4x^3+12x^2 \\ \quad \quad 49x^4 \quad \quad -14x^2-42x \\ \quad \quad \quad -14x^3 \quad \quad +4x+12 \\ \hline -14x^5+49x^4-10x^3-2x^2-38x+12 \end{array}$$

答 $-14x^5+49x^4-10x^3-2x^2-38x+12$

【注意】 乗數モ被乘數モ共ニ次數ノ高イモノカラ順ニ並ベ、次數ノ缺ケテキル所ハ空所ヲ置イテ書キ並ベル。

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|------------------------|-------------------|
| 1. $(x+2)(x-3)$ | 2. $(x-4)(x+5)$ |
| 3. $(x-7)(x-8)$ | 4. $(x+a)(x-2a)$ |
| 5. $(3x-4)(5x+7)$ | 6. $(4x-7)(3x-8)$ |
| 7. $(2x^2-5x+3)(3x-2)$ | 8. $(a-b)^2$ |

9. $(a+b)(a-b)$ 10. $(x+a)(x+b)$
 11. $(x+1)(x-2)+(x+3)(x-4)+(x+5)(x-6)$
 12. $(2a-b)(a-b)+(3a+b)(12a-4b)$
 13. $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ 14. $(a-b)(a^2+ab+b^2)$
 15. $(x^2-x+1)(x^2+x+1)$ 16. $(x^2+2x-3)(2x^2+3)$
 17. $(x^2-2x+3)^2$ 18. $(2x^2-x+3)^2$

21. 冪ノ除法.

$$\frac{a^5}{a^3} = \frac{a^3 \cdot a^{5-3}}{a^3} = a^{5-3} (= a^2)$$

$$\frac{a^4}{a^4} = 1$$

$$\frac{a^4}{a^6} = \frac{a^4}{a^4 \cdot a^{6-4}} = \frac{1}{a^{6-4}} \left[= \frac{1}{a^2} \right]$$

一般ニ、 a ヲ任意ノ數トシ、 m 及ビ n ヲ正ノ整數トスレバ

$$m > n \quad \text{ナレバ} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{a^m}{a^m} = 1$$

$$m < n \quad \text{ナレバ} \quad \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$$

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| 1. $\frac{a^7}{a^4}$ | 2. $\frac{a^4}{a^7}$ |
| 3. $\frac{(-y)^5}{(-y)^2}$ | 4. $\frac{(-y)^2}{(-y)^5}$ |
| 5. $\frac{(-ax)^6}{(-ax)^9}$ | 6. $\frac{a^{3n}}{a^{2n}}$ |
| 7. $\frac{a^{n+1}}{a^{n-1}}$ | 8. $\frac{a^{5n+1}}{a^{2n-3}}$ |

22. 整式ノ除法.

(I) (一項式)÷(一項式)

一項式ヲ一項式デ割ルニハ分數ノ形ニ直シ冪ノ除法ノ規則ニ從ツテ既約分數ニスレバヨイ。

$$\text{例 1. } (15a^3b^2) \div (3a^2b) = \frac{15a^3b^2}{3a^2b} = 5a^{3-2}b^{2-1} = 5ab$$

$$\text{例 2. } (20a^5b^3x^3y) \div (12a^3x^2y) = \frac{20a^5b^3x^3y}{12a^3x^2y} \\ = \frac{5}{3}a^2b^3x$$

$$\text{例 3. } (10a^2b) \div (2ac) = \frac{10a^2b}{2ac} = \frac{5ab}{c}$$

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。

1. $6a^7 \div 3a^3$
2. $15a^3b^2 \div 5a^2b$
3. $(-12x^4y^7) \div 6x^3y^4$
4. $18a^2b^3c \div 6ab^2c$
5. $7a^2b^2x^3 \div (-ab^2x^3)$
6. $9(x+y)^3 \div 3(x+y)^2$
7. $6a^2b(x+y)^6 \div ab(x+y)^2$
8. $7a^{2m}b^{2n+1} \div 14a^{m-1}b^{n+1}$
9. $a^nb^m \div a^{n-3}b^{m-5}$
10. $(abxy)^{11} \div a^{10}b^7x^3y^6$

(II) (多項式) \div (一項式)

多項式ヲ一項式デ割ルニハ多項式ノ各項ヲ一項式デ除シタ商ヲ加ヘ合ハセレバヨイ。

例. $(ax^2 - 2abx^3 + a^3x^4) \div ax$

$$= \frac{ax^2}{ax} - \frac{2abx^3}{ax} + \frac{a^3x^4}{ax} = x - 2bx^2 + a^2x^3$$

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。

1. $(5x-15) \div 5$
2. $(4ab-16a^2) \div 4a$

3. $(x^3 + x^2 + a) \div a$
4. $(-5x^2 + 15x^3 - 25x) \div (-5x)$
5. $(16x^2y - 8x^4y^2 + 12x^6y^4) \div 4x^2y$
6. $(21a^2x^3 + 18a^3x^2) \div 3a^2x^2$
7. $(a^2b^2c + ab^2c^2 + a^2bc^2) \div abc$
8. $\{2(a-b)^4 - 4a(a-b)^3 - 6(a-b)^2\} \div 2(a-b)^2$
9. $(12x^{2n+1}y^5 - 16x^{3n+1}y^6) \div 4x^{2n}y^3$

第四章 一次方程式

23. 恒等式と方程式。

$$(a+b)c=ac+bc \text{ 又ハ } (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

ノヤウニ、

式中ノスベテノ文字ガドンナ値ヲトツ
テモ成リ立ツ等式ヲ**恒等式**トイフ。

$$x-5=0 \text{ 又ハ } x+2y=3$$

ノヤウニ、

式中ノ文字ガ或値ヲトツタトキノミ成
リ立ツ等式ヲ**方程式**トイヒ、ソノ文字ヲ**未
知数**トイフ。

例へバ、 $x-5=0$

ハ $x=5$

ノトキニノミ成立スル。

$$\begin{array}{l}
 x+2y=3 \text{ デハ、} \\
 \left. \begin{array}{l} x=3 \\ y=0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x=1 \\ y=1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x=0 \\ y=\frac{3}{2} \end{array} \right\} \dots\dots
 \end{array}$$

ナドノトキ成リ立ツガ勝手ニ $x=3, y=1$ ナド
ト置イテハ成リ立タナイ。

方程式ヲ成立セシメル未知数ノ値ヲ方
程式ノ**根**トイヒ、根ヲ求メルコトヲ方程式
ヲ**解ク**トイフ。

x ヲ未知数トスル方程式ノ根ガ5デアルト
イフコトヲ、 $x=5$ ハ**方程式ヲ満足スル**トイフ。

【注意】 未知数ハ普通アルファベットノ終リノ方ノ文
字 x, y, z 等デ表ハシ、未知数デナイ数ヲ表ハスニハ、
初メノ方ノ文字 $a, b, c \dots\dots$ 等ヲ用ヒル。

24. 等式ノ性質。

相等シイ数ニ他ノ相等シイ数ヲ加ヘテモ、引
イテモ亦相等シイ。故ニ、

(I) **等式ノ兩邊ニ同ジ数ヲ加ヘ、又ハ同ジ数
ヲ引イテモ等式ガ成リ立ツ。**

故ニ、 $a+b=c$ ナルトキハ

$$a+b-b=c-b,$$

即チ、 $a=c-b$

或ハ又、 $a+b-c=c-c$

即チ, $a+b-c=0$

コノコトカラ,

等式ノ一邊ニアル項ヲ符號ヲ變ヘテ他ノ邊ニ移スコトガ出來ル。

コノヤウニスルコトヲ移項スルトイフ。

(II) 等式ノ兩邊ニ零以外ノ同ジ數ヲ掛ケ、又ハ兩邊ヲ零以外ノ同ジ數デ割ツテモ等式ハ成リ立ツ。

即チ, $a=b$

ナルトキ, $ak=bk$ ($k \neq 0$)

$$\frac{a}{k} = \frac{b}{k}$$

【注意】 等式ノ兩邊ニ零ヲ掛ケルコトハ一般ニヨクナイ。例ヘバ方程式 $x-5=0$ ノ兩邊ニ零ヲ掛ケレバ $0=0$ トナツテ等式ハ成リ立ツガ未知數ヲ失ツテ方程式トシテハ取扱フコトガ出來ナクナル。

又等式ノ兩邊ヲ零デ割ルコトモヨクナイ。何トナレバ數ヲ零デ割ルコトハ全ク無意味ナ故デアル。

例 1. $-4x+10=4-x$ ヲ簡單ニセヨ。

$$-4x+10+x-4=0$$

$$-3x+6=0$$

$$x-2=0$$

例 2. $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ ヲ簡單ニセヨ。

$$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 0$$

$$\frac{x}{3} - \frac{5}{6} = 0$$

$$x - \frac{5}{2} = 0$$

$$2x - 5 = 0$$

例題

次ノ等式ニ於テ、項ヲスベテ左邊ニ移シテ整頓シ係數ハスベテ出來ルダケ簡單ナ整數ニナルヤウニセヨ。

1. $2x-3=x+5$

2. $2x^2+7x=3x+4$

3. $x^2+5x=(x+1)^2$

4. $3x^2+5=6x-4$

5. $ax^2+3ax+a=5ax^2-7ax+9a$

6. $ax^2+bx+c=2ax^2-3bx-2c$

7. $x + \frac{1}{2} = 2x - \frac{1}{4}$

8. $3 - \frac{4}{3}x = (1-x)^2$

9. $\frac{x^2}{3} - \frac{7}{4} = \frac{x}{3} - \frac{1}{5}$

10. $\frac{x^2}{3} - \frac{5}{4} = \frac{5}{2}x - \frac{7}{6}$

25. 方程式ノ種類.

方程式ニ含マレテキル異ナツタ未知數ノ數ヲ元トイフ。

例へバ,

$$x-1=0 \quad \text{ハ 一元方程式 (} x \text{ ガ未知數)}$$

$$x-y=0 \quad \text{ハ 二元方程式 (} x, y \text{ ガ未知數)}$$

$$x+y=z \quad \text{ハ 三元方程式 (} x, y, z \text{ ガ未知數)}$$

方程式ノ各項ヲ皆左邊ニ移シテ,整頓シタ式ノ未知數ニ就イテノ次數ヲソノ方程式ノ次數トイフ。

例へバ, $x-5=0$ ハ一次方程式

$$x^2-a=0 \quad \text{ハ二次方程式 (} x \text{ ガ未知數)}$$

$$ax^2y+2bx+c=0 \quad \text{ハ三次方程式 (} x, y \text{ ガ未知數)}$$

方程式ヲ元數ト次數トニ應ジテ分類シ,コレヲ何元何次方程式トイフ

例へバ, $x-1=0,$

$$2y+5=0$$

ハ 共ニ一元一次方程式,

$$x^2-a=0$$

ハ 一元二次方程式,

$$x-y=0.$$

ハ 二元一次方程式,

$$x+y=z$$

ハ 三元一次方程式

デアル。

例題

次ノ方程式ハ何元何次デアルカ。

1. $x^2+2y=0$

2. $x^5-1=0$

3. $x+y=z^2$

4. $x^3+2x=z$

5. $(x+1)^2=y-5$

6. $(x-2)^3=yz$

7. $ax^3y=byz+cz^3$

8. $ax^2+bxy+cy^3=0$

26. 一元一次方程式.

例 1. $3x-6=x-2$ ヲ解クコト。

解 $3x-x=-2+6$

$$2x=4$$

$$\therefore x=2 \quad \dots\dots\text{答}$$

驗 $x=2$ トスレバ, 左邊= $3 \times 2 - 6 = 0$

$$\text{右邊} = 2 - 2 = 0$$

例 2. $2(x-1)+3(x-2)=8(x-3)$ ヲ解クコト。

解 $2x-2+3x-6=8x-24$

$$2x+3x-8x=-24+2+6$$

$$-3x=-16$$

$$3x=16$$

$$\therefore x=\frac{16}{3} \dots\dots\dots \text{答}$$

例 3. $5\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right)=10\left(\frac{x}{3}+\frac{1}{4}\right) \dots\dots\dots(1)$

ヲ解クコト。

解 (1)÷5 $\frac{x}{2}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}x+\frac{1}{2} \dots\dots\dots(2)$

(2)×6 $3x-2=4x+3$

$$3x-4x=3+2$$

$$-x=5$$

$$\therefore x=-5 \dots\dots\dots \text{答}$$

上ノ例デ見ルヤウニ、

一元一次方程式ハ、未知數ヲ含ム項ヲ左邊ニ、未知數ヲ含マナイ項ヲ右邊ニ集メレバ、

$$ax=b$$

ナル形ニ導クコトガ出来テ、ソノ根ハ $\frac{b}{a}$ デアル。

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

- | | |
|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------|
| 1. $2x=6$ | 2. $12x=36$ |
| 3. $11x=0$ | 4. $7x=-133$ |
| 5. $\frac{4}{3}x=7$ | 6. $3x=-\frac{21}{5}$ |
| 7. $-5x=100$ | 8. $-9x=-117$ |
| 9. $5x-10=0$ | 10. $7x+21=0$ |
| 11. $\frac{4}{3}x+\frac{3}{2}=0$ | 12. $2x+3=17$ |
| 13. $5x-1=14$ | 14. $11=12x-25$ |
| 15. $13=34-10x$ | 16. $15x-7=8x-7$ |
| 17. $3x-(5x-2)=0$ | 18. $\frac{x+1}{3}+\frac{x}{2}=7$ |
| 19. $18=2y-(10-y)$ | 20. $\frac{10}{7}=\frac{10}{9}-(12-x)$ |
| 21. $1-\left(\frac{2}{5}x-10\right)=\frac{7}{6}x$ | 22. $6-(4-5x)=15x$ |
| 23. $3(s-1)=5(s+1)$ | 24. $\frac{4}{5}(7-t)=-\frac{3}{7}(t+6)$ |
| 25. $2\left(1-\frac{7}{2}x\right)=5\left(1+\frac{9}{5}x\right)$ | |
| 26. $8(u-3)=10(2u-4)$ | |
| 27. $\frac{x+3}{4}-\frac{x-2}{3}=1$ | 28. $\frac{4}{3}(2-s)=-\frac{5}{3}(s-6)$ |
| 29. $2\{x-2(x-1)\}=4\{x-7(3x-2)\}$ | |
| 30. $6x-(3x-10)=17-(20-5x)$ | |

31. $3\{x-2(x+1)\}=4\{x-7(2x-1)\}$
 32. $12y-3\{5-(y-6)\}=10-\{11-3(y-7)\}$
 33. $16-7\{10z-(2z-8)\}=15z+10\{4z-(3z-4)\}$

27. 一次方程式ノ應用問題。

例1. 或數ヲ3倍シ,コレニ7ヲ加ヘタトキ,モトノ數ノ2倍ヨリ3ダケ少ナカツタトイフ。或數ヲ求ム。

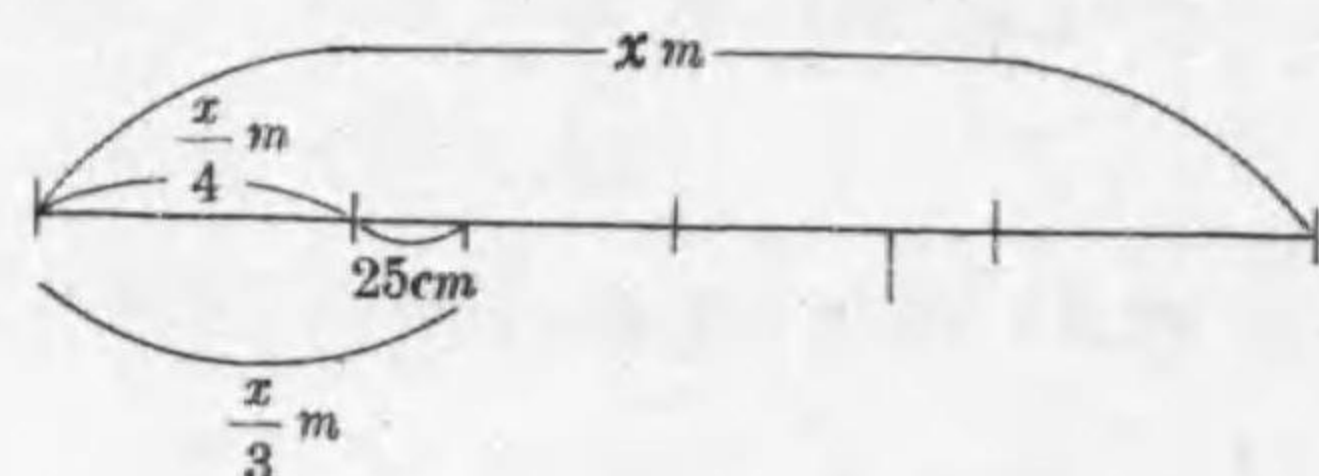
【解】 求メル數ヲ x トスレバ,題意カラ次ノ方程式ガ成立スル。

$$3x+7=2x-3$$

コレヲ解クト,

$$x=-10 \quad \text{答 } -10$$

例2. 或紐ヲ3ツ折リニシタ長サハ4ツ折リニシタ長サヨリ25cm長イトイフ。紐ノ長サハ何米デアアルカ。



【解】 求メル長サヲ x 米トスルト題意カラ次ノ方程式ガ成立スル。

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 0.25$$

$$4x = 3x + 3$$

$$x = 3 \quad \text{答 } 3m$$

例3. 現在甲ノ貯金ハ50圓,乙ノ貯金ハ30圓デアアル。二人共毎月2圓宛貯金ヲシテキル。今ヨリ何年後ニ甲ノ貯金ハ乙ノ貯金ノ3倍ニナルカ。

【解】 求メル月數ヲ x トスレバ,題意ニヨツテ次ノ方程式ガ成立ツ。

$$50+2x=3(30+2x)$$

$$50+2x=90+6x$$

$$-40=4x$$

$$x=-10$$

-10ヶ月後即チ10ヶ月前デアアル。

答 10ヶ月前

例4. 或人郵便葉書ト3錢切手ト合ハセテ47枚ヲ買ヒ1圓紙幣デ4錢ノ釣錢ヲ

得タトイフ。各何枚宛買ツタノデアルカ。

【解】 郵便葉書ヲ x 枚トスレバ、

3 錢切手ハ $(47-x)$ 枚トナル。

題意ニヨツテ次ノ方程式ガ成リ立ツ。

$$1.5x + 3(47-x) = 100 - 4$$

$$-1.5x + 141 = 96$$

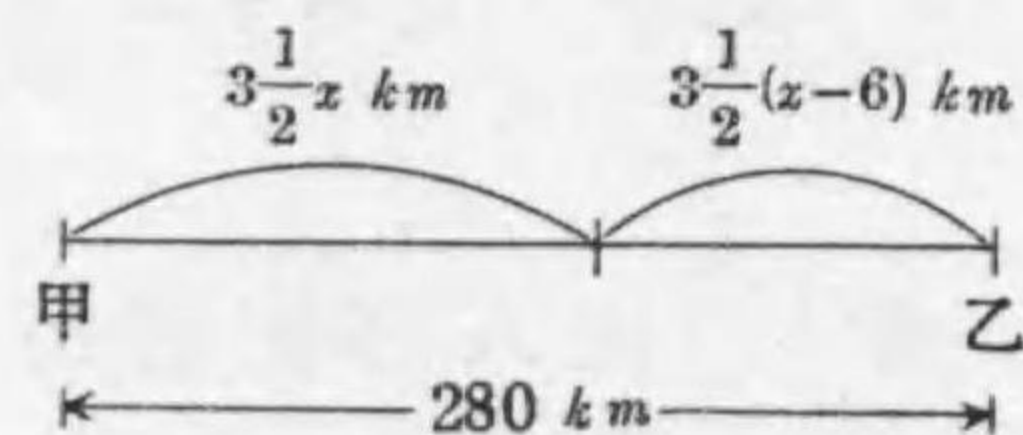
$$\therefore 1.5x = 45$$

$$x = 30$$

$$3 \text{ 錢切手ハ, } 47 - 30 = 17$$

答 $\begin{cases} \text{郵便葉書 } 30 \text{ 枚} \\ \text{3 錢切手 } 17 \text{ 枚} \end{cases}$

例 5. 甲、乙兩驛間ノ距離ハ 280 km , A 列車ハ B 列車ヨリ毎時 6 km ダケ速ク A, B 兩列車ハ夫々甲、乙兩驛ヨリ同時ニ向ヒ合ツテ出發シ、3 時間 30 分ノ後出逢ツタトイフ。兩列車ノ速サヲ求ム。



【解】 A 列車ノ速サ……………毎時 $x \text{ km}$ トスレバ、

B 列車ノ速サ……………毎時 $(x-6) \text{ km}$,

出逢フマデニ A 列車ハ $\left(3\frac{1}{2} \cdot x\right) \text{ km}$,

B 列車ハ $\left\{3\frac{1}{2}(x-6)\right\} \text{ km}$

題意ニヨリ、

$$3\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}(x-6) = 280$$

$$\text{コレヲ解ケバ, } x = 43$$

$$\text{從ツテ } x - 6 = 37$$

答 A ハ速サ毎時 43 km , B ハ 37 km

〔應用問題ノ解キ方〕

- (i) 題意ヲヨク了解シテ、適當ナ未知數ヲ選ビ、其ノ單位ヲ明瞭ニシテ置クコト。
- (ii) 題意ニヨツテ方程式ヲ作ルコト。
- (iii) コノ方程式ヲ解イテ得タ根ニ、始メニ定メタ單位ヲ附シテソノ意味ヲ解釋シ、問題ノ要求ニ答ヘルコト。

例題

1. 或數ノ7倍ニ24ヲ加フレバ,ソノ數ノ10倍ニナルトイフ。ソノ數ヲ求メヨ。
2. 或數ノ7倍ニ2ヲ加フレバ,ソノ數ヨリ1ダケ小ナル數ノ8倍ニナルトイフ。ソノ數ヲ求メヨ。
3. 或數ノ五分ノ一ニ5ヲ加フレバ10ニナルトイフ。ソノ數如何。
4. 或數ニ3ヲ加ヘテ,3デ割リ,3ヲ引イテ,3倍スレバ,3ニナルトイフ。ソノ數ヲ求メヨ。
5. 或連続セル三ツノ整數ノ和ガ63デアルトイフ。コレ等ノ整數ヲ求メヨ。
6. 或連続セル三ツノ偶數ノ和ハ,ソノ間ニアル二ツノ奇數ノ和ヨリモ30ダケ大キイトイフ。三ツノ偶數ハ何々カ。
7. 三錢ト一錢五厘ノ郵便切手合ハセテ300枚,ソノ價格ハ6圓デアルトイフ。各幾枚カ。
8. 甲,乙二數アリ。乙數ハ甲數ノ5倍ヨリ1ダケ大キク,二數ノ和ハ100デアルトイフ。コノ二數ヲ求メヨ。

9. 若干ノカードヲ若干人ニ分配スルニ5枚ヅツ分ケレバ10枚餘リ,7枚ヅツ分ケルニハ4枚不足スルトイフ。カードハ幾枚アルカ。

10. 時計ノ兩針ガ三時ト四時ノ間デ重ナリ合フ時刻ヲ求ム。



11. 華氏ノ f 度ヲ攝氏ノ c 度トスレバ次ノ關係ガアルカ。

$$c = \frac{5}{9}(f - 32)$$

攝氏ト華氏トガ同ジ度數ヲ示ストキハ何度デアルカ。

12. 或學生ノ第一學期ノ得點80アリ,第二學期ノ試験ハ病氣ノタメ受ケルコトガ出来ナカッタ。第三學期ニハ何點以上ヲ獲レバ平均點數60以上トナルカ。但シソノ學校ノ採點規則トシテ缺席學期ノ補點ハ他ノ二學期ノ得點ノ平均ノ $\frac{7}{10}$ ヲ與ヘルコトニナツテキル。マタ第一學期ノ得點30ノトキハ如何。

13. 大賣出ニ於テ、賣價 2 圓 50 錢ノ品ヲ何割カ値上ゲシタモノヲ定價ニ書キ換ヘ、コレヲ定價ノ三割引デ賣ツテ元ノ賣價ヨリ 5 錢安クスルニハ初メノ値上ヲ何割ニスレバヨイカ。
14. 入場料ガ一等席 2 圓、二等席 1 圓ノ音樂會ニ於テ、入場者 875 人カラノ入場料總額ハ 1025 圓デアッタトイフ。各等入場者ノ數夫々幾人カ。
15. 音樂會ヲ開キ一等ガ 400 人、二等ガ 800 人ノ入場者アル見込ミデ 1800 圓ノ收入ヲ得ヨウトスルニ各等ノ切符ヲ各幾ラニスレバヨイカ。但シ一等ノ切符ハ二等ノ倍額ニスル。
16. 若干人ガ講堂ノ腰掛ニ着席スル場合、一脚ニ 3 人ヅツ掛ケタトキ 74 人分ノ席ガ不足シタ。次ニ 4 人ヅツ掛ケタトキ 19 脚餘ツタトイフ。コノ人數ハ何程カ。
17. 複線ニ添ヒ向ヒ合ツテ進行スル A 、 B 兩列車ガアル。 A 列車ノ長サハ 120 m 、速サハ每秒 12 m デ、 B 列車ノ長サハ 150 m 、速サハ每秒 10 m

- デアルトイフ。兩列車ノ先端ガ出會フ瞬間カラ末端ガ相離レル瞬間マデノ時間ヲ求メヨ。
18. 一立ノ價 1 圓 10 錢ト 70 錢トノ酒ヲ混合シテ、一立 90 錢ノ酒 130 立ヲ造ルニ、兩種ノ酒幾立ヅツヲ混ゼタラヨイカ。
19. 甲、乙、丙ノ出金高ハ合ハセテ 290 圓、乙ハ甲ノ半分ヨリモ 10 圓多ク、丙ハ乙ノ半分ヨリモ 30 圓多ク出シタトイフ。各人ノ出金高如何。
20. 今年姉ノ年齢ハ 18、妹ノ年齢ハ 14 デアル。二人ノ年齢ノ和ガ 100 トナルニハ何年後カ。
21. 母 35 歳ノトキ生レタ子供ノ年齢ガ母ノ年齢ノ半分トナルニハ生レテカラ幾年後デアルカ。
22. 時計ノ兩針ガ一度重ナリ合ツテカラ、ソノ次ニ重ナリ合フマデノ時間ヲ求ム。
23. 3%ノ鹽分ヲ含ム海水カラ水ノ幾%ヲ蒸發セシムレバ 5%ノ鹽分ヲ含ムモノトナルカ。

24. 或仕事ヲ甲ハ5日,乙ハ4日デ仕上ゲルトイフ。甲,乙共ニ3日働イタ後,乙一人デナセバ幾日デ仕上ゲルカ。

28. 不定及ヒ不能ノ問題。

例1. 相隣ル三ツノ整数ノ和ガ,ソノ中央ノ整数ノ3倍ニ等シイトイフ。之等ノ整数ヲ求ム。

〔解〕 中央ノ整数…………… x トスレバ,
小ナル整数…………… $(x-1)$
大ナル整数…………… $(x+1)$

題意ニヨリ,

$$(x-1)+x+(x+1)=3x$$

$$3x=3x$$

コレハ x ニ就イテ恒等式デアル。即チ x ノ如何ナル値ニ對シテモ成立スルカラ,コノ種ノ問題ヲ不定トイフ。

例2. 或學校ノ第一學年入學者ハ100人デ之ヲ50人ツツ A, B ノ二組ニ編成シタガ,

學年末ニハ退學休學者ガ7人出來テ B 組ノ人數ハ A 組ノ人數ノ二十分ノ二十トナルニハ,學年末ノ各組ノ人數如何。

〔解〕 學年末ノ總人數…………… $100-7=93$

A 組ノ人數…………… x トスレバ,

B 組ノ人數…………… $(93-x)$

題意ニヨリ,

$$\frac{21}{20}x=93-x$$

$$x=45\frac{15}{41}\dots\dots\dots A組ノ人數$$

$$93-x=47\frac{26}{41}\dots\dots\dots B組ノ人數$$

學級ノ人數ガ分數トイフコトハ出來ナイカラ,コノ種ノ問題ヲ不能ノ問題トイフ。

例3. 或仕事ヲ甲ハ5日,乙ハ4日デ仕上ゲルトイフ。甲,乙共ニ3日働イタ後,乙一人デナセバ幾日デ仕上ゲルカ。

〔解〕 甲一人一日デハ全體ノ $\frac{1}{5}$ 仕上ゲル。乙一人一日デハ全體ノ $\frac{1}{4}$ 仕上ゲル。

二人、一日デハ、 $\frac{1}{5} + \frac{1}{4}$

二人、三日デハ、 $3\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right)$

求ムル日數ヲ x トスレバ題意ニヨリ、

$$3\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right) + \frac{x}{4} = 1$$

$$x = -\frac{7}{5}$$

乙ノ働クベキ日數ガ負數デアルコトハ不適當デアル。實ハ二人共ニ働ケバ3日以内ニ仕上ゲテキルノデアル。

問1. 連続セル三ツノ奇數ノ和ノ2倍ハ、ソノ間ニアル二ツノ偶數ノ三倍ニ等シイトイフ。三ツノ奇數ハ何々カ。

問2. 姉妹ノ年齢ハ夫々、15, 12デアル。二人ノ年齢ノ和ノ3倍ガ丁度100ニナルノハ今ヨリ何年後カ。

問3. 或矩形ノ地面ノ縦ハ横ノ2倍ニ等シク、横ヲ $2m$ 減ズルト同時ニ縦ヲ $1m$ 増セバ面積ハ變ラナイトイフ。縦、横各幾 m カ。

29. 聯立方程式。

幾ツカノ共通ナ未知數ヲ含ムニツ以上ノ方程式ヲ合ハセ考ヘタトキ、コノ一組ノ方程式ヲ聯立方程式トイヒ、コレラノ方程式ヲ同時ニ満足スル未知數ノ値ノ組ヲ根トイフ。マタ根ヲ求メルコトヲ聯立方程式ヲ解クトイフ。

例ヘバ、

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

ハ一ツノ聯立方程式デアツテ、

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

ハソレラノ方程式ヲ満足スルカラ根デアル。

聯立方程式ニ就イテ特筆スベキコトガアル。即チ一般ニ未知數ノ數ト方程式ノ數トガ同ジデアルトキハコノ聯立方程式ハ解ケルモノデアル。

30. 二元一次聯立方程式。

(I) 加減法。

例 1.
$$\begin{cases} x+y=9 & \dots(1) \\ x-y=3 & \dots(2) \end{cases}$$
ヲ解クコト。

解 (1)+(2)

$$2x=12 \quad x=6$$

(1)-(2)

$$2y=6 \quad y=3$$

答
$$\begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}$$

例 2.
$$\begin{cases} 5x+2y=39 & \dots(1) \\ 3x-8y=-41 & \dots(2) \end{cases}$$
ヲ解クコト。

解 y ヲ含マナイ方程式ヲ得ルタメニ、

$$(1) \times 4 + (2)$$

$$23x=115 \quad \dots(3), \quad x=\frac{115}{23}=5 \quad \dots(4)$$

x ヲ含マナイ方程式ヲ得ルタメニ、

$$(1) \times 3 - (2) \times 5$$

$$46y=322 \quad y=\frac{322}{46}=7 \quad \text{答} \begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases}$$

驗 各自行へ。

【注意】例 2 ノ(1),(2)カラ(3)ヲ得ルヤウニ、幾ツカノ方程式カラ或未知數ヲ含マナイ方程式ヲ導キ出スコトヲ、夫等ノ方程式カラ其未知數ヲ消去スルトイフ。

(II) 代入法。

例.
$$\begin{cases} 5x+2y=39 & \dots(1) \\ 3x-8y=-41 & \dots(2) \end{cases}$$
ヲ解クコト。

解 (1)ヨリ、

$$y=\frac{39-5x}{2} \quad \dots(3)$$

(3)ヲ(2)ニ代入シテ、

$$3x-8 \cdot \frac{39-5x}{2} = -41$$

$$3x-4 \times 39 + 20x = -41$$

$$23x=115$$

$$x=5 \quad \dots(4)$$

(4)ヲ(3)ニ代入シテ、

$$y=\frac{39-25}{2}=7$$

答
$$\begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases}$$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

- | | |
|----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=5 \end{cases}$ | 2. $\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 2x+5y=26 \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} 2x+y=15 \\ 3x+2y=-2 \end{cases}$ | 4. $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ y=3x+3 \end{cases}$ |
| 5. $\begin{cases} 8x+6y=14 \\ 3x+4y=8 \end{cases}$ | 6. $\begin{cases} x+y=10 \\ 2x+3y=20 \end{cases}$ |
| 7. $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 5x+3y=6 \end{cases}$ | 8. $\begin{cases} x+7y=28 \\ 3x+y=14 \end{cases}$ |
| 9. $\begin{cases} 3x+7y=0 \\ 2x+4y=3 \end{cases}$ | 10. $\begin{cases} 5x+8y=9 \\ x-3=2y \end{cases}$ |
| 11. $\begin{cases} x=3y \\ 3x-65=-4y \end{cases}$ | 12. $\begin{cases} 5(x+2y)-(3x+11y)=0 \\ 7x-9y-3(x-4y)=10 \end{cases}$ |
| 13. $\begin{cases} 10x-13y=21 \\ 15x+26y=\frac{21}{2} \end{cases}$ | 14. $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 13=0 \\ \frac{3}{2}x - \frac{5}{3}y + 33=0 \end{cases}$ |
| 15. $\begin{cases} 3(2x+4)=2(x-2y)+1 \\ 5x+3y+2=3y+2x+8 \end{cases}$ | |
| 16. $2x-3y-3=7x+y-8=-3x+4y+25$ | |

31. 三元一次聯立方程式。

例.
$$\begin{cases} x+y+z=0 \dots\dots\dots(1) \\ 5x-3y-z=2 \dots\dots\dots(2) \\ 4x+3y+2z=4 \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

解 (1), (2), (3) ヨリ z ヲ消去スレバ x, y ノ聯立方程式トナル。

$$(1)+(2) \quad 6x-2y=2 \dots\dots(4)$$

$$(2)\times 2+(3) \quad 14x-3y=8 \dots\dots(5)$$

(4), (5) ヨリ y ヲ消去シテ,

$$(4)\times 3-(5)\times 2 \quad -10x=-10$$

$$x=1 \dots\dots(6)$$

(6) ヲ (4) ニ代入スレバ,

$$6-2y=2$$

$$y=2 \dots\dots(7)$$

(6), (7) ヲ (1) ニ代入スレバ,

$$1+2+z=0$$

$$z=-3$$

答 $x=1, y=2, z=-3$

例題

次ノ聯立方程式ヲ解ケ。

$$1. \begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-y+3z=9 \\ x+2y-z=2 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y=1 \\ x+z=5 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x+y=7 \\ y+z=9 \\ z+x=8 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 2x+y+z=10 \\ x+2y+z=8 \\ x+y+2z=6 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x-3y+4z=8 \\ 3x+5y-7z=24 \\ 5x-y-8z=5 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 2x+3y+3z=12 \\ 2y+2z+3x=13 \\ 2z+3x+3y=15 \end{cases}$$

32. 聯立方程式ノ應用問題。

例1. 或書籍ノ上製5冊ノ價ハ並製6冊ノ價ヨリモ1圓高く、並製50冊ト上製20冊トノ代價合セテ115圓デアルトイフ。各1冊ノ價ハ何程カ。

解 上製1冊ノ價…………… x 圓
並製1冊ノ價…………… y 圓トスレバ、

題意ニヨリ、

$$\begin{cases} 5x-6y=1 \\ 20x+50y=115 \end{cases}$$

コレヲ解ケバ、

$$\begin{cases} x=2 \\ y=1.5 \end{cases}$$

答 上製1冊2圓、並製1冊1.5圓

例2. 三桁ノ整數アリ。各位ノ數ノ和ハ15、十ノ位ノ數ノ2倍ハ百ノ位ノ數ト一ノ位ノ數トノ和ニ等シク、百ノ位ノ數ヲ除イタ二桁ノ整數カラーノ位ノ數ヲ除イタ二桁ノ整數ヲ引イタ差ハ22デアルトイフ。コノ數ヲ問フ。

解 百ノ位ノ數字…………… x
十ノ位ノ數字…………… y
一ノ位ノ數字…………… z トスレバ、
百ノ位ノ數字ヲ除イタ整數… $(10y+z)$
一ノ位ノ數字ヲ除イタ整數… $(10x+y)$

題意ニヨリ,

$$\begin{cases} x+y+z=15 \\ 2y=x+z \\ (10y+z)-(10x+y)=22 \end{cases}$$

コレヲ解ケバ,

$$\begin{cases} x=3 \\ y=5 \\ z=7 \end{cases}$$

答 357

例題

1. 二數アリ。ソノ和ハ86,差ハ14デアルトイフ。各數ヲ求ム。
2. 甲,乙二數ガアツテ,甲ノ2倍カラ2ヲ引ケバ乙ニ等シク,乙ノ3倍ヨリ3ヲ引ケバ甲ニ等シクナルトイフ。甲,乙各幾ラデアルカ。
3. 甲,乙二人ノ商人ガ等額ノ金ヲ出シテ,1反5圓ノ反物50反ヲ仕入レ,ウチ甲ガ30反取ツタトイフ。甲ハ乙ニ幾ラ支拂ヘバヨイカ。
4. 林檎35個ノ價ト梨25個ノ價ハ等シク,何レモ100個ヅツ買ツテ代價12圓ヲ支拂ツタト

イフ。一個ノ價夫々何程カ。

5. 河ニ沿フテ240km隔タル兩地アリ。ソノ間ヲ定期ニ往復スル汽船ガ上リニハ15時間,下リニハ10時間ヲ要スルトイフ。靜水ヲ行クコノ汽船ノ速サ及ビ流レノ速サヲ求ム。
6. 東京・大阪間(425km)ノ定期旅客飛行デ,或日東京ヨリ大阪マデ2時間45分,歸リハ2時間20分カ、ツタ。コノ日ハ東京ハ丁度大阪ノ風下ニアタツテキタトイフ。
無風ノトギノ飛行機ノ速度(秒ニツキ)及ビコノ日ノ風ノ速度ヲ求メヨ。
7. 或人2000圓ヲ二口ニ分ケ,年利3分ノ郵便貯金ト,年利3分5厘ノ銀行ニ預金シテ一年ノ利息50圓ヲ得タトイフ。各口ノ元金夫々何程カ。
8. 三錢切手ト一錢五厘ノ葉書各若干枚アリ。ソノ代價ハ合ハセテ3圓90錢デ,ソノ枚數ヲ取り換ヘレバ代價ハ30錢増ストイフ。各幾枚デアツタカ。
9. 今ヨリ5年後ニハ母ノ年齢ハ子ノ年齢ノ

- 4倍ニ等シク,10年後ニハ3倍ニ等シクナルトイフ。現在ノ年齢ハ各如何。
10. 或仕事ヲナスニ,甲,乙二人デハ12日間,乙,丙二人デハ16日間,甲,丙二人デハ14日間デ仕上ゲルトイフ。甲,乙,丙三人共同デ仕上ゲルニハ幾日ヲ要スルカ。
11. 潜水艦ガ18km行クウチニ飛行機ハ60kmヲ行ク。初メ75km距ツタ地點ヨリ飛行機ガ潜水艦ヲ追ヒカケ30分デ追付イタトイフ。各,速サハ毎時如何。
12. 上酒6lト下酒4lトヲ混ゼレバ1lニツイテ90錢ノ酒ヲ得,上酒10l,下酒35lトヲ混ゼレバ1l80錢ノ酒ヲ得ルトイフ。
上酒,下酒1lノ價ハ幾ラデアルカ。
13. 矩形アリ。縦ヲ3cm増シ,横ヲ4cm減ラシテモ,縦ヲ9cm増シ,横ヲ8cm減ラシテモ面積ハ變ラナイトイフ。ソノ面積ハ幾sqcmデア
ルカ。
14. 或學年ノ生徒ハ125人デ,コレヲA・B・Cノ三組ニ分ケル。ソノ人員ニ就イテ見レバA組

- ノ21倍ハB組ノ20倍ニ等シク,B組ノ8倍ハC組ノ7倍ヨリモ5人ダケ多イトイフ。各組ノ人員ヲ問フ。
15. 或夏大人,青年,少年30名ヨリ成ル團體デ海岸ニ合宿ヲシタ。會費ハ夫々2圓50錢,1圓80錢,1圓50錢デ,別ニ往復ノ汽車賃ハ,大人,青年各一人40錢,少年ハ一人ニ就イテ20錢デアツテ,會費總計58圓60錢,汽車賃總計10圓40錢デアツタトイフ。各何人デア
ルカ。
16. 井戸ガアル。2個ノ唧筒ヲ用フルトキハ30分間ニ,又4個ヲ用フルトキハ12分間ニソノ水ヲ盡ストイフ。今,是ヲ10分間ニ盡クスニハ幾個ノ唧筒ヲ用フレバヨイカ。

第五章

ぐらふ

33. 平面内ノ點ノ位置ノ定メ方。

平面上ノ點ノ位置ヲ決定スルニハ、互ニ直交スルニ定直線ヲ基トシテ、ソノ點ヨリコノ二直線ニ至ル距離ヲ以テ定メルコトガ出來ル。

例へバ、東・西・南・北ニ走ル
ニツノ道路アリ、南北路ヨ
リ西へ10m、東西路ヨリ北
へ20mノ地點トイヘバソ
ノ點ノ位置ガ定マル。



問1. 南北路ヨリ東5m、東西路ヨリ北10mノ
地點ヲシルセ。

問2. 南北路ヨリ東5m、東西路ヨリ南10mノ
地點ヲシルセ。

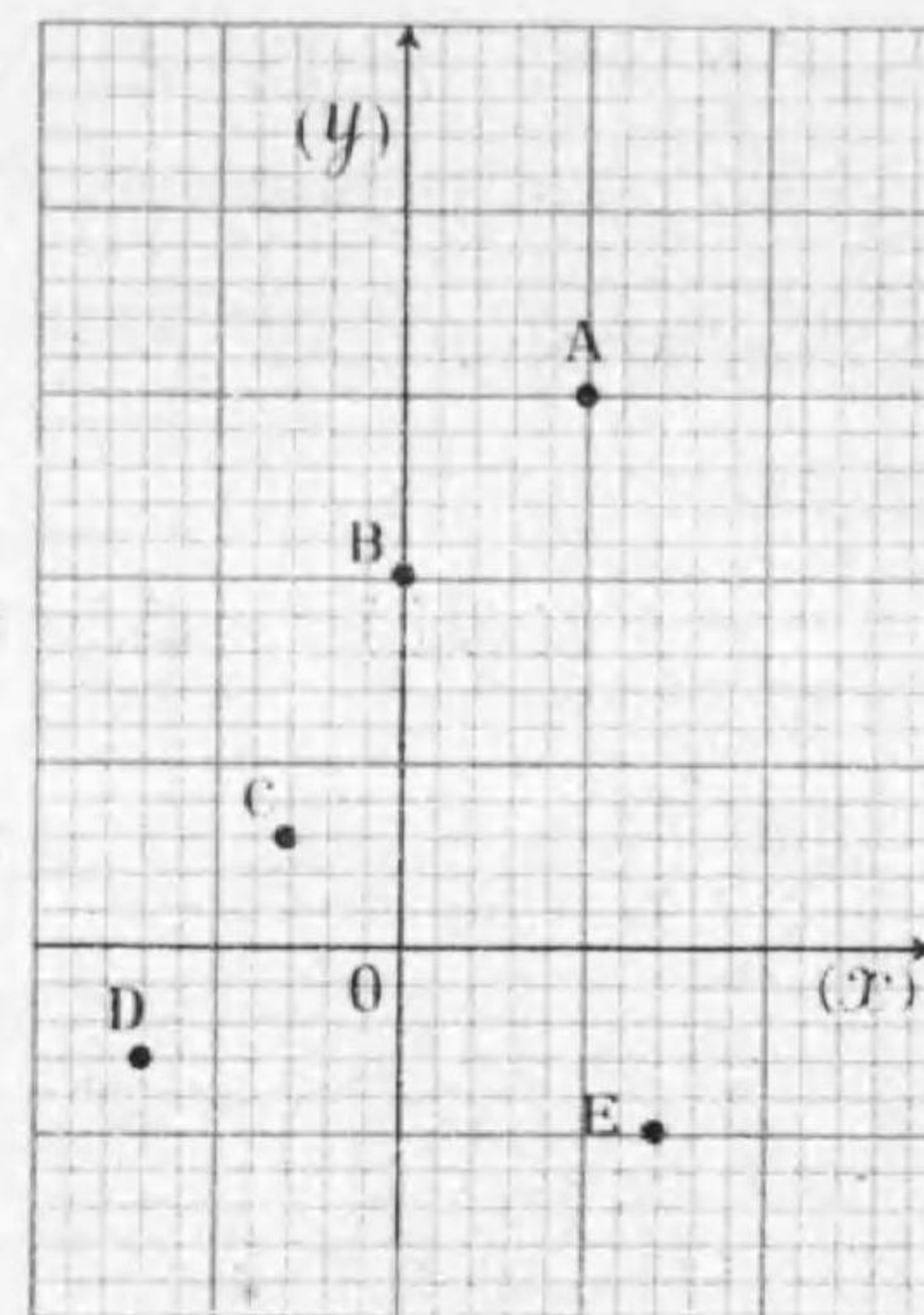
圖ノ如ク、二定直線ヲ(x)及ビ(y)トシ、之ヲ基ト
シテ、適當ナ長サヲ一眼ノ長サトスル方眼ヲ作

ツタトスル。然ルトキ、

Aハ(y)ヨリ右5、
(x)ヨリ上15ノ所
ニアリ、

Dハ(y)ヨリ左7、
(x)ヨリ下3ノ所
ニアル。

コノトキ、左、右、
上、下等ノ名稱ヲ
一々附ケテイフ
コトハ繁雜デア
ルカラ、



(y)ヨリ右ノ距離ヲ正、左ノ距離ヲ負

(x)ヨリ上ノ距離ヲ正、下ノ距離ヲ負

ト定メ、或ル點ノ

(y)ヨリノ距離 a トイフ代リニ

$$x=a$$

(x)ヨリノ距離 b トイフ代リニ

$$y=b$$

トシ、ソノ點ヲ $(x=a, y=b)$ ナル點トイフ。

例へバ、圖ニ於テ

$$A \text{ ハ } (x=5, y=15) \quad B \text{ ハ } (x=0, y=10)$$

$$C \text{ ハ } (x=-3, y=3) \quad D \text{ ハ } (x=-7, y=-3)$$

$$E \text{ ハ } (x=7, y=-5) \quad O \text{ ハ } (x=0, y=0)$$

デアル。

コノトキ直線 (x) ヲ x 軸, 直線 (y) ヲ y 軸, O ヲ原点トイフ。

問. 次ノ點ヲ圖ニ刻メ。

$$(x=1, y=-8), \quad (x=-4, y=0)$$

$$(x=-2, y=-4), \quad (x=0, y=-3)$$

34. 相伴ツテ變ルニ量及ビ其ノぐらふ。

問. 次ノ表デ x 及ビ y ト同ジ横ノ並ビノ數ハ

夫々 x 及ビ y ノ値ヲ表ハシタモノデアル。

上下相對スル數值ノ組ヲ圖上ニ表ハシ、順次ソレラノ點ヲ結ベ。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	...	-12	-5	0	3	4	3	0	-5	-12

二ツノ量ガアツテ、一方ガ變ルニ從ツテ他方モ變ル場合ガアル。

コノヤウナ實例ハ極メテ多イ。例へバ、一日中ノ氣温ハ時間ガ經過スルニ從ツテ變動スル。

ソノ他

正方形ノ邊トソノ面積,

圓ノ半径トソノ面積,

歩ク時間トソノ距離,

一日中ニ從事スル人數ト

仕上ゲル仕事,

面積一定ナル矩形ノ高サト

ソノ底邊,

x トソノ代數式

ナドハ皆コノ例デアル。

コノコトヲ精シクイヘバ、相伴ツテ變ル二ツノ量ヲ表ハス數值ヲ夫々 x, y トスルトキ x ガ色々ノ值 (例へバ $x=-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$) ヲトルトキ, y ガコレニ應ジタ值ヲトツテ變ルモノデアル。

x ノ値トソレニ應ズル y ノ値トヲ互ニ對應スル値トイフ。

例ヘバ、邊ノ長サ x 耗ノ正方形ノ面積ヲ y 平方耗トスレバ、ソノ對應スル値ハ次ノヤウナ表デアラハサレル。

x	0	1	2	3	4	...
y	0	1	4	9	16	...

コノトキ、方

眼紙上ニ x 軸、

y 軸ヲ定メ、對

應スル x, y ノ

値ヲ點トシテ

表ハシ、ソレヲ

ノ點ヲ順ニ繼

ギ合ハセルト

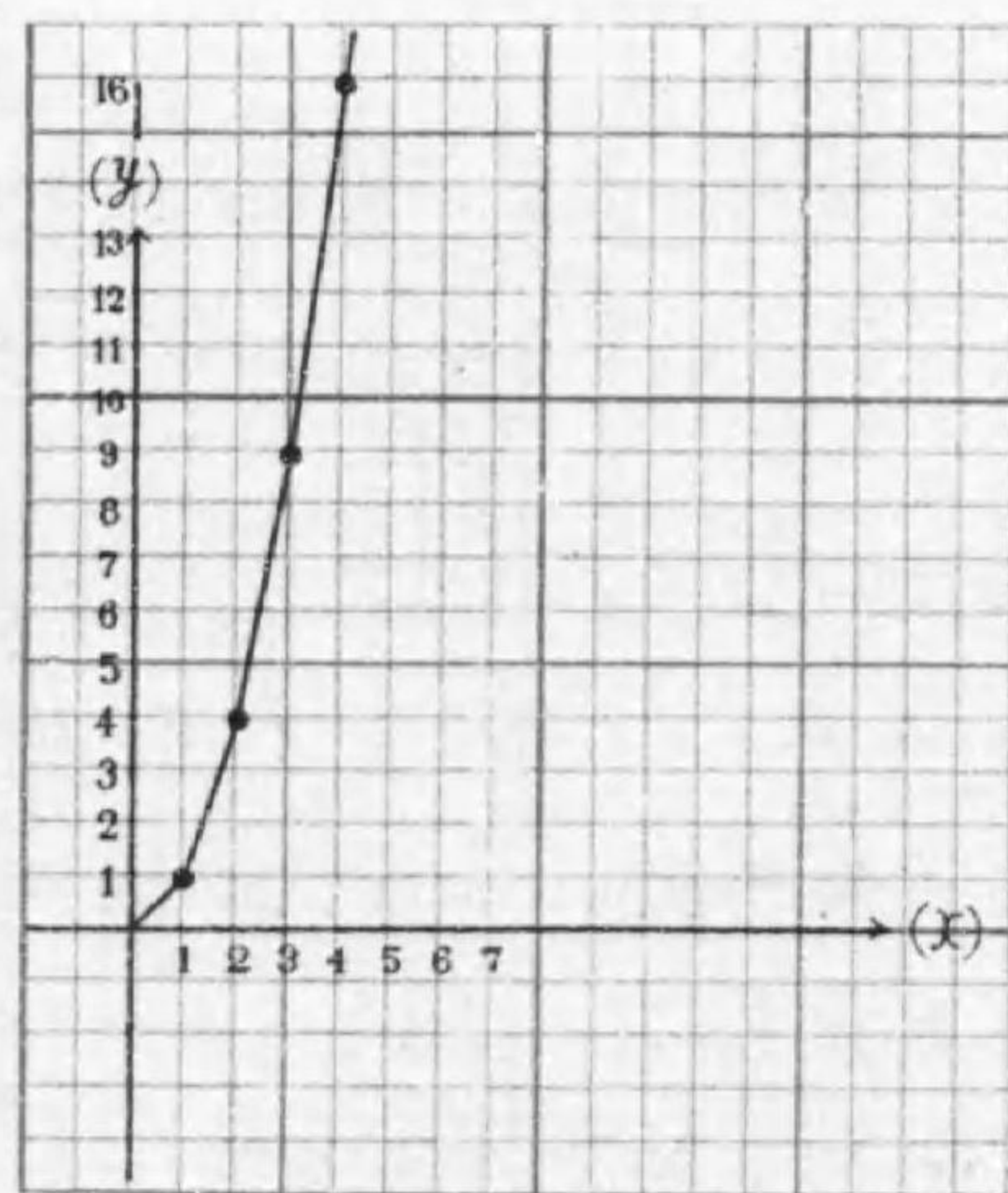
線ヲ得ル。コ

レヲ

x ガ變化シ

タトキノ y ノ

ぐらふトイフ。



35. 代數式ノぐらふ。

例1. 代數式 $2x+1$ ノ變化ノ有様ヲ圖ニ表ハセ。

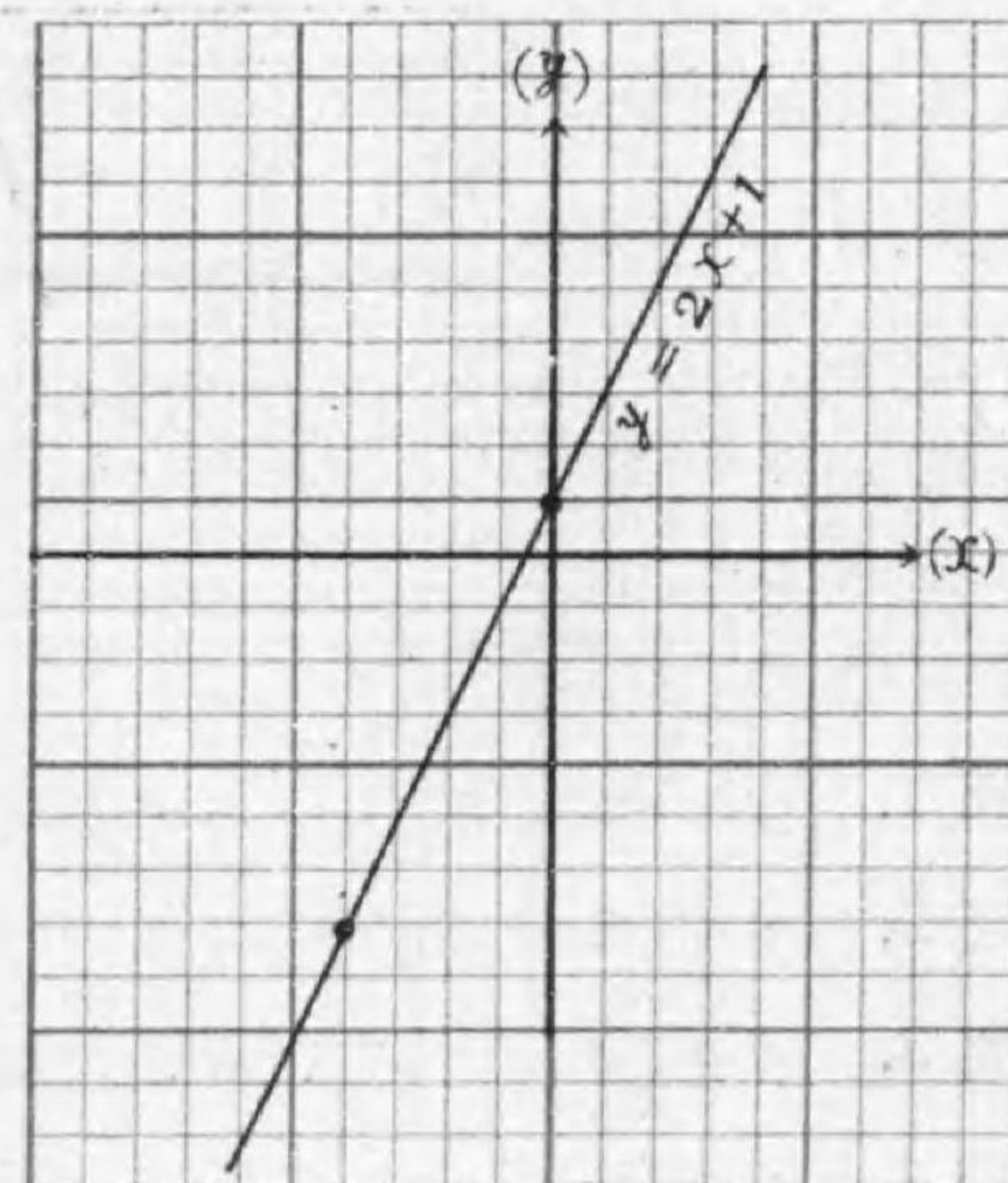
$$y=2x+1$$

トオケバ、 x ノ一々ノ値ニ應ジテ y ノ値ガ定マル。コレヲ表デ示セバ、

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	...

コレヲぐらふデ描ケバ、圖ノヤウニナル。

コレヲ一次式 $2x+1$ ノぐらふ、又ハ方程式 $y=2x+1$ ノぐらふトイフ。



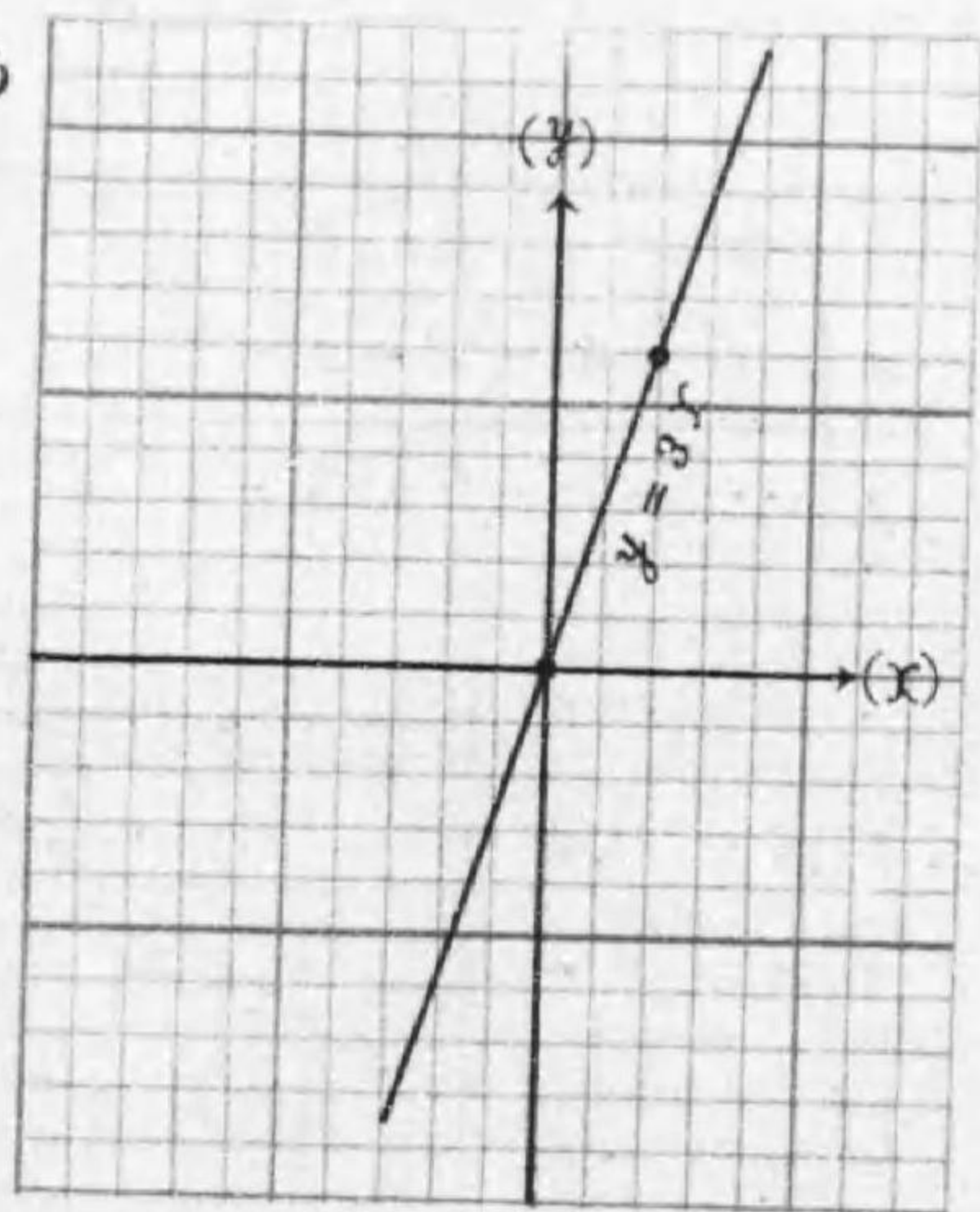
例 2. $y=3x$ ノぐらふヲ描ケ。

x	...	-1	0	1	...
y	...	-3	0	3	...

一般ニ、

一次式 $ax+b$

ノぐらふハ直線ニナルモノデアアル。故ニ二ツノ x ニ對スル式ノ値ヲ求メ、コレヲ圖上ニ表ハシ定規ヲ以テソノ



二點ヲ結ベバヨイ。

問 1. $y=3-x$ ノぐらふヲ描ケ。

問 2. $y=-3x+2$ ノぐらふヲ描ケ。

問 3. $y=\frac{1}{2}x+4$ ノぐらふヲ描ケ。

問 4. $y=2(x-3)$ ノぐらふヲ描ケ。

36. 二元一次方程式ノぐらふ。

例. 方程式 $2x-3y=1$ ヲ満足スルスベテノ

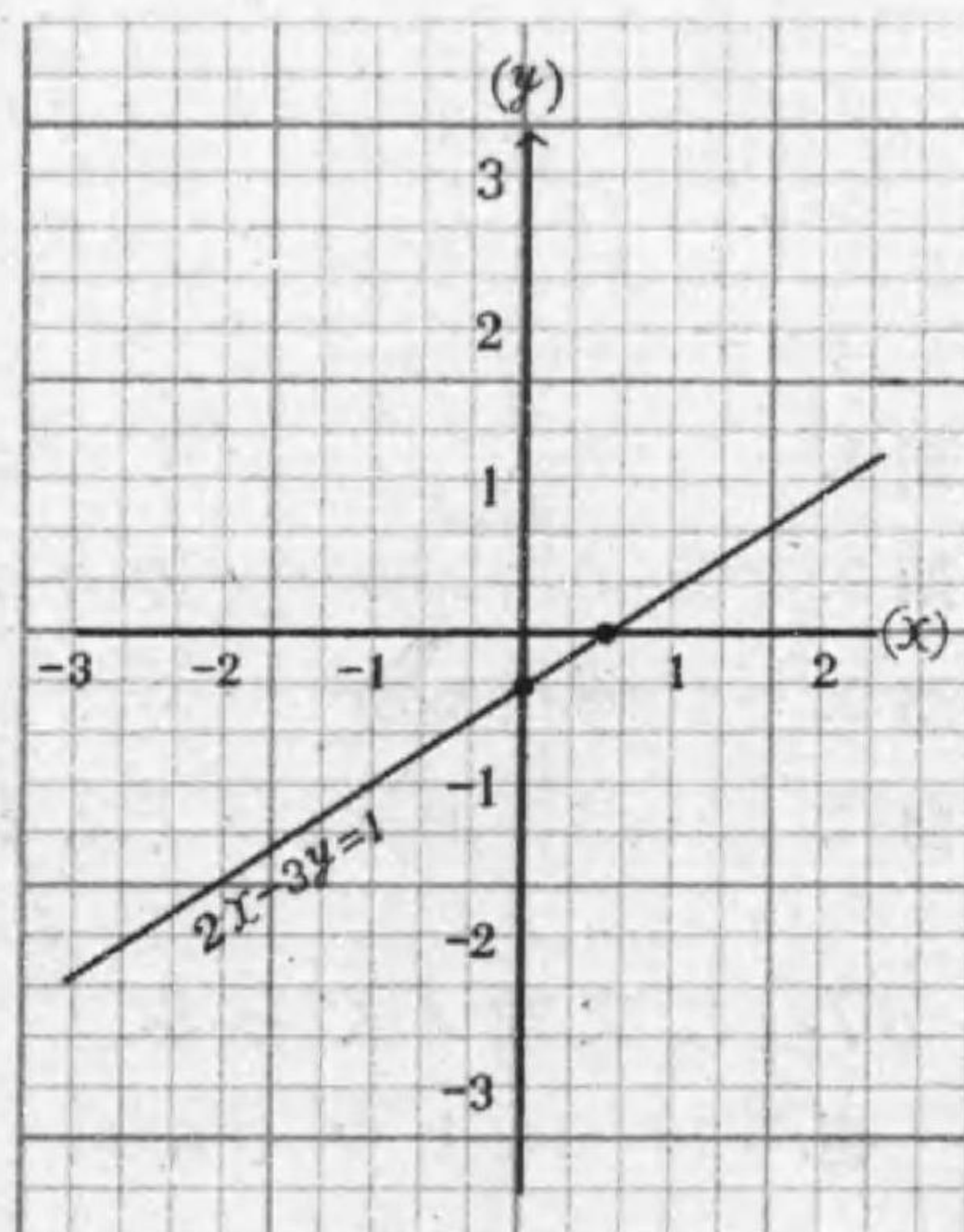
x, y ヲぐらふデ描クコト。

原方程式ヲ y = 就イテ解ク。

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

表ニヨツテ x, y ノ相應ズル値ヲ示シ、ぐらふニ描ケバ次ノヤウニナル。

x	$\frac{1}{2}$	0
y	0	$-\frac{1}{3}$



コレヲ

方程式 $2x-3y=1$ ノぐらフトイフ。

一般ニ、二元一次方程式

$$ax+by+c=0$$

ノぐらふハ直線ニナルモノデアアル。故ニ

對應スル二組ノ x, y ノ値ヲ圖上ニ點デ表ハシ、コノ二點ヲ定規デ結ベバソノぐらふヲ得ル。

【注意】一次式ノぐらふトイフノモ二元一次方程式ノぐらふトイフノモ同ジコトヲ意味シテキル。

例ヘバ、 $2x-3y=1$ ノぐらふトハコレヲ $y=$ 就イテ解イター一次式 $\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$ ノぐらふノコトデアル。

又 $2x+1$ ノぐらふトハ方程式 $y=2x+1$ ノぐらふノコトデアル。

- 問 1. $2x+8y=1$ ノぐらふヲ描ケ。
 問 2. $5x-6y+2=0$ ノぐらふヲ描ケ。
 問 3. $2x+4y+3=0$ ノぐらふヲ描ケ。
 問 4. $3x+5y-8=0$ ノぐらふヲ描ケ。

37. 二次式ノぐらふ。

例. $2x^2-3x-1$ ノぐらふ。

$$y=2x^2-3x-1$$

ト置キ、 x ト y トノ對應ヲ示セバ、

x	...	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	...
y	...	13	4	1	-1	-2	-2	-1	1	...

コレ等ノ對應スル x, y ノ表ハス點ヲ順次ニ結ベバ、右圖ノヤウニナル。

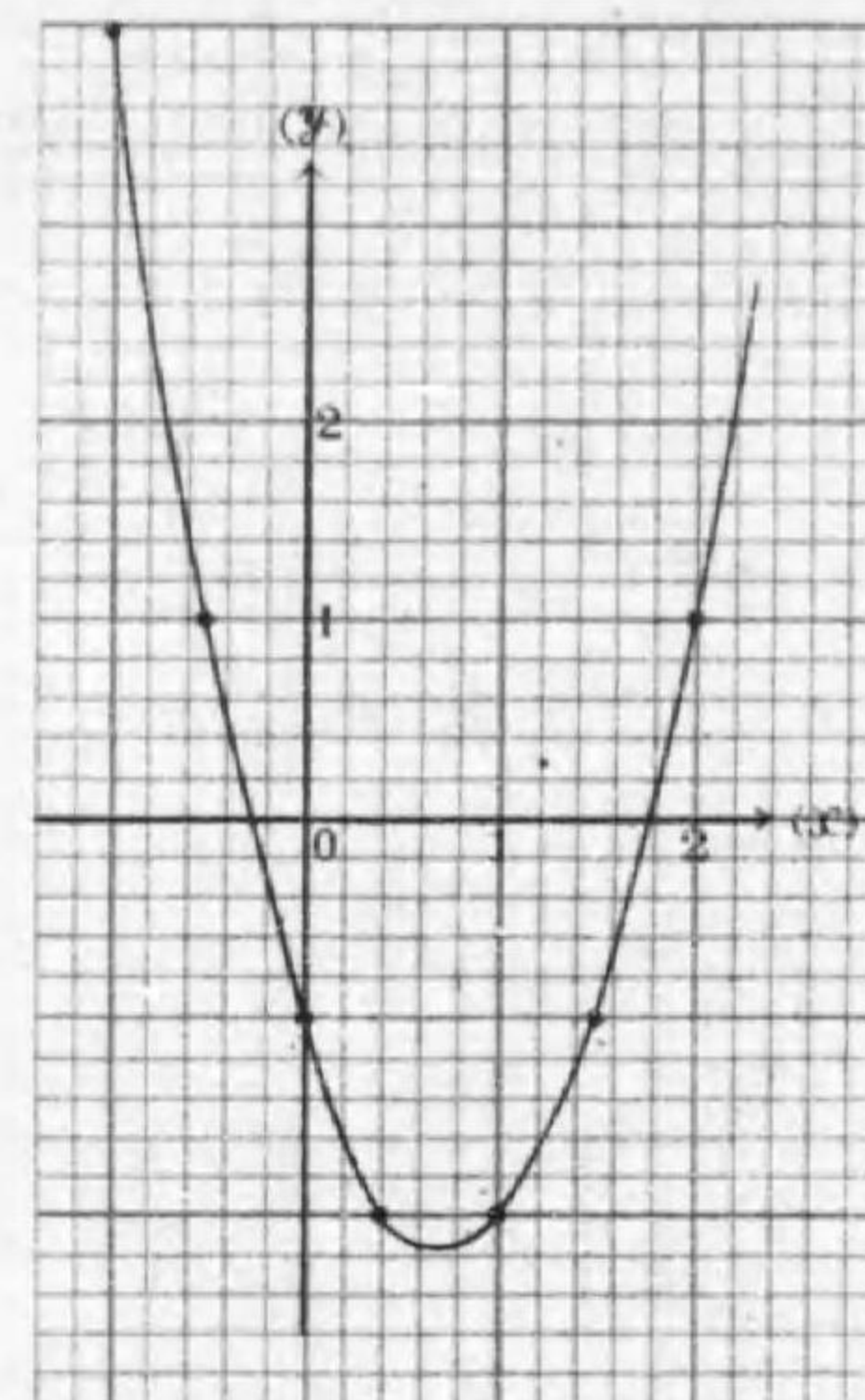
コレガ求メルぐらふデアル。

一般ニ x ノ二次式

$$ax^2+bx+c$$

ノぐらふハ常ニ右圖ト同型ノ曲線トナル。

コノ種ノ曲線ヲ拋物線トイヒ、彈丸、ボール等ハホボコノ形ヲ描イテ飛ブ。



(圖ヲ倒マニ見タ形)

【注意】二次式 $2x^2-3x-1$ ノぐらふトイフ代リニ方程式 $y=2x^2-3x-1$ ノぐらふトモイフ。

- 問 1. $y=x^2-3x-2$ ノぐらふヲ描ケ。
 問 2. $y=5x-1-2x^2$ ノぐらふヲ描ケ。

38. ぐらふノ應用。

聯立方程式ノ解法。

$$\begin{cases} \text{例 1. } x-y=1 \cdots(1) \\ x+y=4 \cdots(2) \end{cases} \text{ヲ解クコト。}$$

(1)ノぐらふヲ描ケバ、

$$\left. \begin{array}{l} x=1 \\ y=0 \end{array} \right\} \text{及ビ} \left. \begin{array}{l} x=0 \\ y=-1 \end{array} \right\}$$

ノ二點ヲ結ブ直線トナル。

同様ニ(2)ノぐらふハ

$$\left. \begin{array}{l} x=4 \\ y=0 \end{array} \right\} \text{及ビ} \left. \begin{array}{l} x=0 \\ y=4 \end{array} \right\}$$

ノ二點ヲ結ブ直線トナル。

コレ等二直線ノ交點ニ對スル x ト y ノ値ハ

(1)ト(2)トヲ同時ニ満足スル値デアル。故ニソ

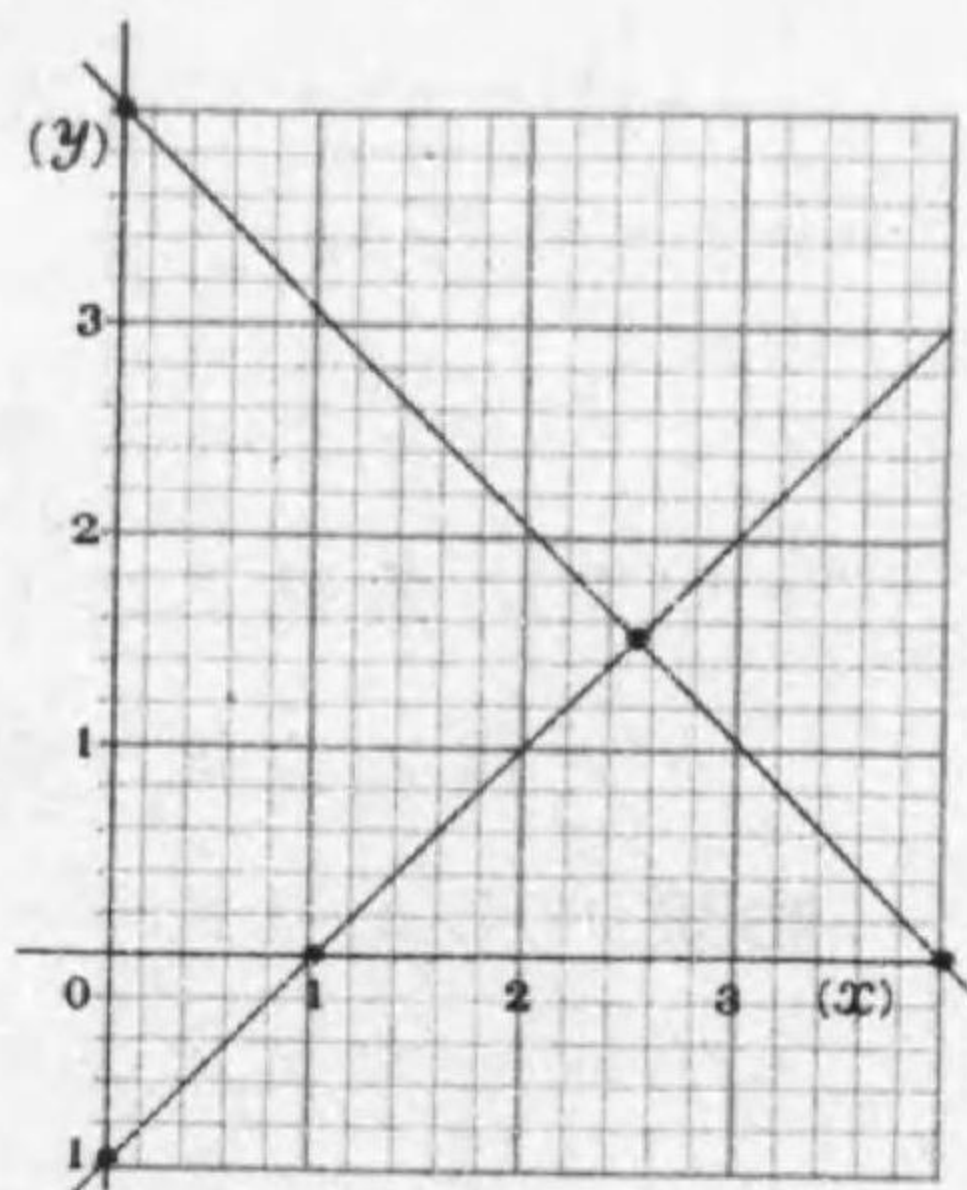
ノ x ト y トノ長サヲ測レバ求ムル根ヲ得ル。

即チ

$$x=2.5$$

$$y=1.5$$

ガ求ムル根デアル。



問. 次ノ方程式ヲぐらふヲ用ヒテ解ケ。

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} \begin{cases} 2x+3y=6 \\ 3x-2y=9 \end{cases} & \text{(ii)} \begin{cases} x+y=1 \\ y=2x \end{cases} \\ \text{(iii)} \begin{cases} x+2y=3 \\ 3x-y=2 \end{cases} & \text{(iv)} \begin{cases} 2x+5y=0 \\ 3y+8x=23 \end{cases} \\ \text{(v)} \begin{cases} x=2y+1 \\ y=3x+2 \end{cases} & \end{array}$$

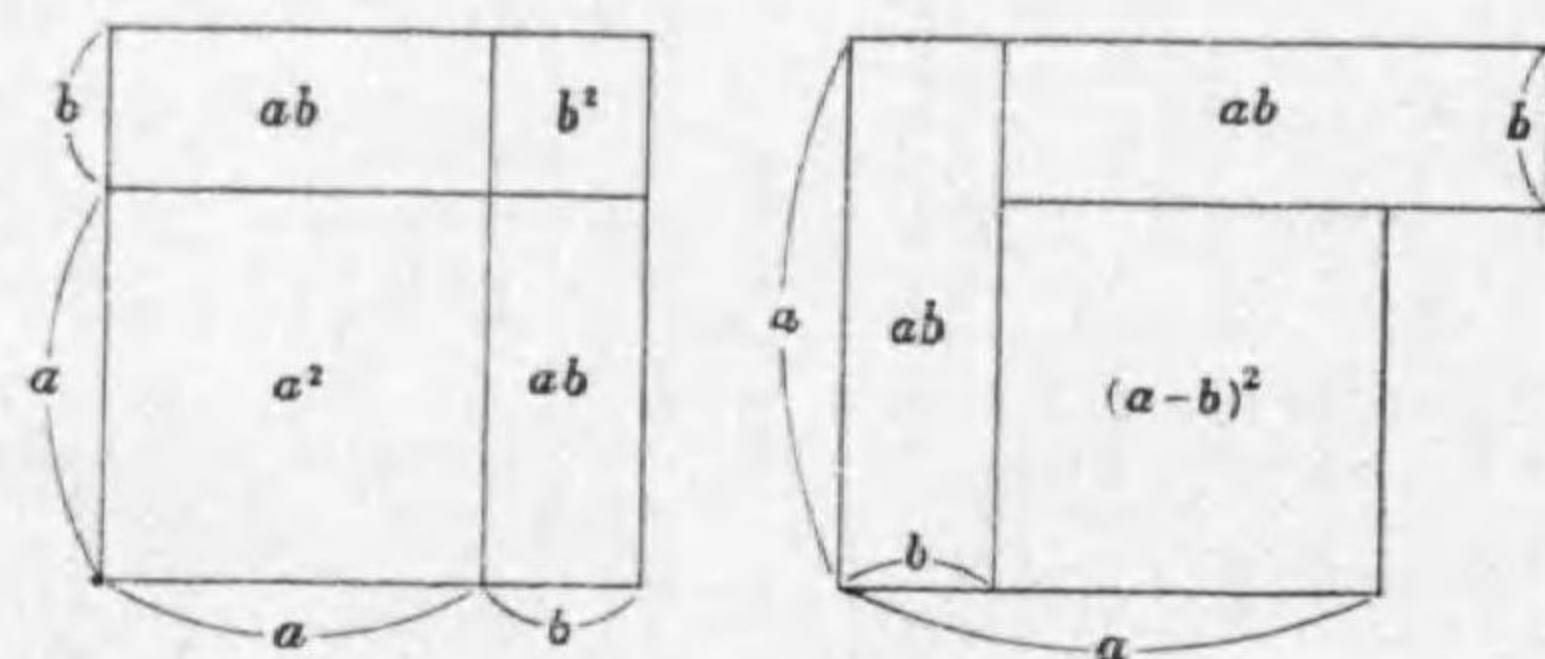
第六章 整式(續キ)

39. 乘法公式*

(1) 二項式ノ平方。

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



例 1. $(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
 $= 4x^2 + 12x + 9$

例 2. $(ax-b)^2 = (ax)^2 - 2axb + b^2$
 $= a^2x^2 - 2abx + b^2$

例 3. $83^2 = (80+3)^2 = 80^2 + 2 \times 80 \times 3 + 3^2$
 $= 6400 + 480 + 9 = 6889$

* 公式トハ文字ノ如何ナル値ニ對シテモ成リ立ツ一般ノ規則ヲ書キ表ハシタモノデアアル。

例 4. $98^2 = (100-2)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$
 $= 10000 - 400 + 4 = 9604$

【注意】 $(-a+b)^2 = \{-(a-b)\}^2 = (a-b)^2$
 $(-a-b)^2 = \{-(a+b)\}^2 = (a+b)^2$

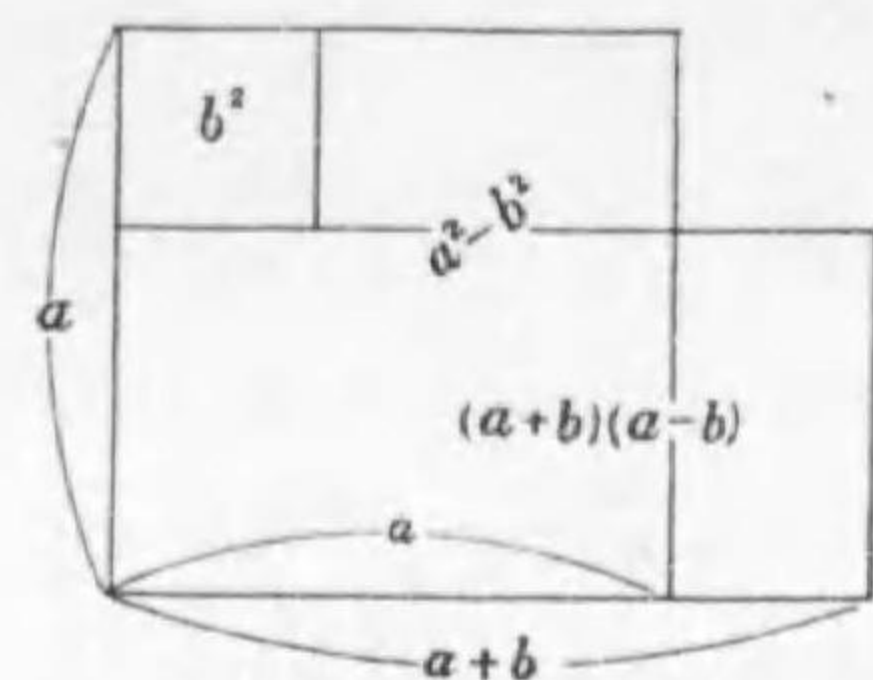
例題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 1. $(x+1)^2$ | 2. $(x-1)^2$ |
| 3. $(x+2)^2$ | 4. $(x+a)^2$ |
| 5. $(2x-3)^2$ | 6. $(x-2a)^2$ |
| 7. $(3y+2b)^2$ | 8. $(a^2+b^2)^2$ |
| 9. $(x+\frac{1}{2})^2$ | 10. $(2x-\frac{1}{2})^2$ |
| 11. $(-ax+b)^2$ | 12. $(-2ax-b)^2$ |
| 13. $49^2,$ $97^2,$ $107^2,$
$998^2,$ $497^2,$ $1005^2,$
$1030^2,$ 9999^2 | |
| 14. $(a+b+c)^2$ | 15. $(a-b-c)^2$ |
| 16. $(a+b)^2 + (a-b)^2$ | 17. $(\frac{a}{2} + \frac{b}{2})^2 - (\frac{a}{2} - \frac{b}{2})^2$ |

(II) 二數ノ和ト差トノ積。

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$



例 1. $(x+1)(x-1)(x^2+1)=(x^2-1)(x^2+1)=x^4-1$

例 2. $(5a^2+3b)(3b-5a^2)=(3b+5a^2)(3b-5a^2)$
 $= (3b)^2 - (5a^2)^2 = 9b^2 - 25a^4$

例 3. $(-ax^2-7x)(-ax^2+7x)=(-ax^2)^2-(7x)^2$
 $= a^2x^4 - 49x^2$

例 4. $55 \times 65 = (60-5)(60+5)$
 $= 60^2 - 5^2 = 3600 - 25 = 3575$

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|-----------------------------------------------------------|-------------------|
| 1. $(x-3)(x+3)$ | 2. $(2x+1)(2x-1)$ |
| 3. $(x+a)(x-a)$ | 4. $(3a+5)(3a-5)$ |
| 5. $\left(\frac{x}{2}+2\right)\left(\frac{x}{2}-2\right)$ | 6. $(2a+3)(2a-3)$ |

- | | |
|--------------------------------|------------------------------|
| 7. $(a+b)(b-a)$ | 8. $(3y-4z)(4z+3y)$ |
| 9. $(ax+by)(ax-by)$ | 10. $(2a^2-5b^2)(2a^2+5b^2)$ |
| 11. $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$ | 12. $(a+b+c)(a+b-c)$ |
| 13. $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$ | |
| 14. 次ノ計算ヲ行ヘ。 | |

$$71 \times 69 \qquad 53 \times 47 \qquad 105 \times 95$$

$$998 \times 1002 \qquad 4950 \times 5050$$

(III) x ニ就イテ一次二項式ノ積。

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

例 1. $(x+2)(x+3)=x^2+(2+3)x+2 \times 3$
 $= x^2 + 5x + 6$

例 2. $(x+5)(x-7)=x^2+(5-7)x+5 \times (-7)$
 $= x^2 - 2x - 35$

例 3. $(x-5)(2x+3)$
 $= 1 \times 2x^2 + \{1 \times 3 + (-5) \times 2\}x + (-5) \times 3$
 $= 2x^2 - 7x - 15$

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。

- | | |
|------------------------------|---------------------------|
| 1. $(x+1)(x+2)$ | 2. $(x-1)(x-2)$ |
| 3. $(x+1)(x-2)$ | 4. $(x-1)(x+2)$ |
| 5. $(2-x)(x+5)$ | 6. $(x+5)(x-12)$ |
| 7. $(a+3)(a-5)$ | 8. $(a-\frac{1}{2})(a-4)$ |
| 9. $(2x-3)(3x+4)$ | 10. $(3x-5)(4x+9)$ |
| 11. $(2a-3)(3a-4)$ | 12. $(5a+8)(6a-7)$ |
| 13. $(x^2+3x-4)(x^2+3x+6)$ | |
| 14. $(2x^2+3x-4)(2x^2+3x+6)$ | |
| 15. 次ノ數ヲ計算セヨ。 | |

$$103 \times 102 \quad 99 \times 98 \quad 999 \times 998$$

(IV) 二項式ノ三乗。

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\begin{aligned} \text{例 1. } 21^3 &= (20+1)^3 = 20^3 + 3 \times 20^2 \times 1 + 3 \times 20 \times 1^2 + 1^3 \\ &= 8000 + 1200 + 60 + 1 = 9261 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 2. } 19^3 &= (20-1)^3 = 20^3 - 3 \times 20^2 \times 1 + 3 \times 20 \times 1^2 - 1^3 \\ &= 8000 - 1200 + 60 - 1 = 6859 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 3. } (x+2y)^3 &= x^3 + 3x^2 \cdot 2y + 3x(2y)^2 + (2y)^3 \\ &= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 \end{aligned}$$

(V) 三乗ノ和及三乗ノ差ヲ生ズル積。

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。(1-10)

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 1. $(x+1)^3$ | 2. $(x-2)^3$ |
| 3. $(2x+3)^3$ | 4. $(3x-2)^3$ |
| 5. $(2x+1)^3 - (2x-1)^3$ | 6. $(3x+2)^3 - (3x-1)^3$ |
| 7. $(x+1)(x^2-x+1)$ | 8. $(x+2)(x^2-2x+4)$ |
| 9. $(3-x)(x^2+3x+9)$ | 10. $(ax+b)(a^2x^2-abx+b^2)$ |
| 11. 次ノ數ヲ計算セヨ。 | |

$$101^3 \quad 99^3 \quad 98^3$$

40. 因數分解。

整式ヲ幾ツカノ整式ノ積トシテ表ハスコトヲ因數ニ分解スルトイフ。

(I) 多項式ノ各項ニ共通因數アル場合。

$$ma+mb+mc+\dots=m(a+b+c+\dots)$$

カクスルコトヲ共通因數 m ヲ括り出ストイフ。

例 1. $5a^2b+10a^2b^2-15ab^3=5ab(a^2+2ab-3b^2)$

例 2. $3(a+b)+5(a+b)x=(a+b)(3+5x)$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | |
|-------------------------------------------------|----------------------------|
| 1. $ax+bx$ | 2. $xy-y^2$ |
| 3. a^2+ab | 4. $3a^2b+3a$ |
| 5. $5a^3b^2+5ab$ | 6. $(a+b)c+(a+b)d$ |
| 7. $a^2bc+ab^2c+abc^2$ | 8. $2yz(x+y)-(x^2y+xy^2)$ |
| 9. $a(x-y)-b(x-y)$ | 10. $ax+by-bx-ay$ |
| 11. $ax+by+bx+ay$ | 12. $ax-by-bx+ay$ |
| 13. $2xy-4x-9y+18$ | 14. $2yz(x+y)-(x^2y+xy^2)$ |
| 15. $(a-b)x+(b-c)x+(c-a)x$ | |
| 16. $yz(x^2+xy+xz)+xz(xy+y^2+yz)+xy(xz+yz+z^2)$ | |

(II) $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$ ノ應用。

例 1. $x^2+2x+1=x^2+2\times x\times 1+1^2=(x+1)^2$

例 2. $4x^2+12x+9=(2x)^2+2(2x)\cdot 3+3^2$
 $= (2x+3)^2$

例 3. $x^2-x+\frac{1}{4}=x^2-2\times x\times \frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2$
 $= (x-\frac{1}{2})^2$

例 4. $2a^3x^2+4a^2bx+2ab^2=2a(a^2x^2+2abx+b^2)$
 $= 2a\{(ax)^2+2\cdot(ax)\cdot b+b^2\}=2a(ax+b)^2$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1. x^2-6x+9 | 2. $x^2-8x+16$ |
| 3. $x^2-10x+25$ | 4. $x^2-12x+36$ |
| 5. $x^2-18x+81$ | 6. $x^2+14x+49$ |
| 7. $4x^2-32x-64$ | 8. $9x^2+30x+25$ |
| 9. $16x^2-8x+1$ | 10. $25x^2+20x+4$ |
| 11. $a^2b^2-2ab^2+b^2$ | 12. $a^2b^2-2abc+c^2$ |
| 13. $(a+b)^2+2(a+b)+1$ | 14. $a^2x^2-6ax+9$ |

次ノ式中□ノ所へ何ヲ入レタラ丁度平方ノ形トナルカ。

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 15. $x^2-4x+\square$ | 16. $x^2+14x+\square$ |
| 17. $9x^2-24x+\square$ | 18. $4x^2-\square x+9$ |

(Ⅲ) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ノ使用。

例 1. $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x + 1)(x - 1)$

例 2. $a^4 - 1 = (a^2)^2 - 1^2 = (a^2 + 1)(a^2 - 1)$
 $= (a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$

例 3. $20x^2 - 45 = 5(4x^2 - 9) = 5\{(2x)^2 - 3^2\}$
 $= 5(2x + 3)(2x - 3)$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 1. $x^2 - 9$ | 2. $a^2 - 496^2$ |
| 3. $x^2 - 121$ | 4. $x^2 - 144y^2$ |
| 5. $(x + 3)^2 - (x + 2)^2$ | 6. $(x - 3y)^2 - (x - 2y)^2$ |
| 7. $(a + b)^2 - (b - c)^2$ | 8. $1 + 2x + x^2 - x^4$ |
| 9. $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$ | 10. $52^2 - 48^2$ |
| 11. $105^2 - 95^2$ | |

(Ⅳ) 二次三項式 $(x^2 + px + q)$ ノ因數分解。

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

コノ式ヨリ, $x^2 + px + q$ ナル形ノ式ハ, 積ガ q ニ,
 和ガ p ニナル二數ヲ求メ得レバ上ノ公式ニ依
 ツテ因數ニ分解スルコトガ出來ル。

例 1. $x^2 + 9x + 18$ ノ因數ニ分解スルコト。

解 $ab = 18 \begin{cases} a, & 1, & 2, & 3 \\ b, & 18, & 9, & 6 \end{cases}$

$$a + b = \quad 19, \quad 11, \quad 9$$

故ニ, $x^2 + 9x + 18 = x^2 + (3 + 6)x + 3 \times 6 = (x + 3)(x + 6)$

例 2. $x^2 - 9x + 18$ ノ因數分解。

解 $ab = 18 \begin{cases} a, & -1, & -2, & -3 \\ b, & -18, & -9, & -6 \end{cases}$

$$a + b = \quad -19, \quad -11, \quad -9$$

故ニ, $x^2 - 9x + 18 = x^2 + \{(-3) + (-6)\}x + (-3)(-6)$
 $= (x - 3)(x - 6)$

例 3. $x^2 + 2x - 35$ ノ因數分解。

解 $ab = -35 \begin{cases} a, & -1, & 1, & 5, & -5 \\ b, & 35, & -35, & -7, & 7 \end{cases}$

$$a + b = \quad 34, \quad -34, \quad -2, \quad 2$$

故ニ, $x^2 + 2x - 35 = x^2 + (-5 + 7)x + (-5) \cdot 7$
 $= (x - 5)(x + 7)$

例 4. $x^2 - 2x - 35 = x^2 + \{5 + (-7)\}x + 5 \cdot (-7)$

$$= (x + 5)(x - 7)$$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| 1. x^2+3x-4 | 2. $x^2-7x+12$ |
| 3. $x^2-5x-14$ | 4. x^2+6x+5 |
| 5. a^2-8x-9 | 6. x^2-x-12 |
| 7. x^2+5x+6 | 8. x^2-5x+6 |
| 9. x^2+6x+5 | 10. y^2-6y+5 |
| 11. x^2-x-12 | 12. a^2-4a-5 |
| 13. x^3+4x^2-21x | 14. $x^2+11xy+30y^2$ |
| 15. $(x+a)^2+5(x+a)-14$ | 16. $x^4-(5x+6)^2$ |
| 17. $(x+3)^2+5(x+3)-14$ | 18. $x^4-(5x+6)^2$ |

(V) 立方ノ和及ビ差。

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

例 1. $x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$

例 2. $8x^2-27=(2x)^3-3^3=(2x-3)\{(2x)^2+3\times 2x+3^2\}$
 $= (2x-3)(4x^2+6x+9)$

例題

次ノ式ヲ因數ニ分解セヨ。

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1. x^3-8 | 2. $\sqrt{a^3+27}$ |
| 3. x^3y^3-125 | 4. $(x+1)^3+(x-1)^3$ |
| 5. x^6-y^6 | 6. $a^3+(b+c)^3$ |
| 7. $(a-b)^3+a^3-b^3$ | 8. $8x^3-(x-1)^3$ |

41. 整式ノ倍數及ビ約數。

整式 A = 任意ノ整式ヲ掛ケテ出來タ整式 P ヲ A ノ倍數トイヒ, A ヲ P ノ約數トイフ。

即チ P が A ノ倍數ナラバ, A は P ノ約數デア
ル。

例ヘバ, $a(a+b)$ 即チ a^2+ab は $a+b$ 及ビ a ノ倍數デアリ, $a+b$ 及ビ a は a^2+ab ノ約數デアル。

二ツ以上ノ整式ニ共通シタ約數ヲ, ソノ公約數トイヒ, 公約數ノ中, 次數ノ最モ高イモノヲ最大公約數(G.C.M.)トイフ。同様ニ共通ナ倍數ヲ公倍數トイヒ, ソノ中デ次數

ノ最低イモノヲ最小公倍数(L.C.M.)トイフ。

42. 最大公約數ノ求メ方。

(I) 一項式ノ G.C.M.

幾ツカノ一項式ノ G.C.M. ヲ求メルニハ、總テノ式ニ共通ナ文字因數ヲ悉ク選ビ出シ、ソノ各、ニスベテノ式ヲ通ジテソノ文字ノ最小指數ヲ附シテ、積ヲ作レバヨイ。

ソノ數係數トシテハ、元ノ式ノ數係數ノ G.C.M. ヲ附シ、符號ハ正ニスルノガ普通デアル。

例. $18a^3b^3c^3x$, $24a^2b^2c^4y$, $30ab^2c^5z$ ノ G.C.M. ヲ求ムルコト。

〔解〕 係數 18, 24, 30 ノ G.C.M. ハ 6

共通ノ文字ハ a, b, c , ソノ最小指數ハ夫々 1, 2, 3 デアルカラ、求メル G.C.M. ハ $6ab^2c^3$

(II) 多項式ノ G.C.M.

多項式ヲ因數ニ分解シテ、ソレヲノ因數ヲ文字因數トシタ一項式ノ場合ト同様ニ取扱フ。

例. $5(x-1)^2(x+1)^2$ ト $10(x-1)(x+1)^2(x+2)$ ノ

G.C.M. ヲ求メルコト

共通因數ハ 5, $(x-1)$, $(x+1)^2$ デアルカラ、

求メル G.C.M. ハ $5(x-1)(x+1)^2$

例題

次ノ式ノ G.C.M. ヲ求メヨ。

1. $6x^2y$, $12xy^2$, $15xy^3$
2. $36a^2b^3x^2$, $42a^2b^4x^2$, $63a^3b^2x^3$
3. $6a^3b^2c^5$, $4a^5b^3c^2$, $10a^2b^2c^6$
4. x^2-xy , $ax-ay$
5. x^2-1 , x^2+2x+1 , x^2+4x+3
6. $(x-1)^2(x+1)$, $(x-1)(x+1)^2$, $(x^2-1)^2(x+2)$

43. 最小公倍数ノ求メ方。

(I) 一項式ノ L.C.M.

幾ツカノ一項式ノ L.C.M. ヲ求メルニハ、總テノ式ヲ通ジテ異ナル文字ヲ悉ク選ビ出シ、ソノ各、ニスベテノ式ヲ通ジテソノ文字ノ最高指數ヲ附シテ、積ヲ作レバヨイ。

ソノ數係數トシテハ、元ノ係數ノ L.C.M. ヲ附シ、符號ハ正トスルノガ普通デアル。

例. $18a^3b^3c^3x$, $24a^2bc^4y$, $30ab^2c^5z$ ノ L.C.M.

解 $18=2\cdot3^2$, $24=2^3\cdot3$, $30=2\cdot3\cdot5$

ノ L.C.M. ハ $2^3\cdot3^2\cdot5=360$, 異ナル文字ハ a, b, c, x, y, z デソノ最大指數ハ夫々 3, 3, 5, 1, 1, 1 デアルカラ求メル L.C.M. ハ $360a^3b^3c^5xyz$

(II) 多項式ノ L.C.M.

多項式ノ場合ニハ先ヅ因數ニ分解シテ一項式ノ場合ト同様ニ取扱ヘバヨイ。

例. x^2-1 , $(x+1)^2$, x^2-x-2 ノ L.C.M. ヲ求メヨ。

解 コレヲ因數ニ分解スレバ,

$$(x-1)(x+1), (x+1)^2, (x+1)(x-2)$$

故ニ求ムル L.C.M. ハ,

$$(x+1)^2(x-1)(x-2)$$

例題

次ノ L.C.M. ヲ求メヨ。

1. $8a^2bc$, $3ab^2c$, $12a^3bc^3$

2. xy^2 , xyz , y^2z

3. $8a^4b^5c^2$, $3a^3b^2d$, $12a^2b^2c^3$

4. $x+1$, $x-1$, $1-x^2$

5. x^2+2x+1 , x^2+3x+2 , x^2-1

6. x^2-1 , $(x+1)^2$, x^2-x-2

7. x^2-y^2 , x^3+y^3 , $x^2+3xy+2y^2$

第七章
開 方

44. 平方根。

一ツノ數 a ノ平方ガ A ニ等シイトキ、即チ、

$$a^2 = A$$

ナルトキ、 a ヲ A ノ平方根トイフ。

例ヘバ、25ノ平方根ハ何カトイフニ、

$$5^2 = 25$$

デアルカラ、5ガ25ノ平方根デアル。

又 $(-5)^2 = 25$

デアルカラ、-5モ25ノ平方根デアル。

一般ニ A ノ平方根ガ " a デアルナラバ $-a$ モ亦 A ノ平方根デアル。

平方根ヲ求ムルコトヲ平方ニ開クトイヒ、ソノ方法ヲ開平法トイフ。

一ツノ數 A ノ平方根ノ内正ナルモノヲ

$$\sqrt{A}$$

デアハシ、 $\sqrt{\quad}$ ヲ根號トイフ。

例. $\sqrt{1}=1, \sqrt{4}=2, \sqrt{9}=3, \sqrt{16}=4$

又 $a^3 = A$

ナルトキ、 a ヲ A ノ立方根(三乗根)トイフ。

一般ニ、 $a^n = A$

ナルトキ、 a ヲ A ノ n 乗根トイヒコレヲ

$$\sqrt[n]{A}$$

デアハス。但シ n ガ2ナルトキハ單ニ \sqrt{A} ト記ス。

例. $\sqrt[3]{27}=3, \sqrt[5]{32}=2$

問. 次ノ數ヲ求メヨ。

$$\sqrt[3]{216}, \sqrt{144}, \sqrt{512}$$

數ヲ乗根ニ開クトキ $\sqrt{16}, \sqrt[3]{27}$ ナドノヤウニ、丁度開キ切レル場合ト $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{2}$ ナドノヤウニ開キ切レナイ場合トガアル。

開キ切レナイ乗根ヲ不盡根數トイフ。不盡根數ハ有限小數ニモ循環小數ニモナラナイモノデアル。

45. 整數及ヒ小數ノ開平法。

$1^2=1, 2^2=4, 3^2=9, \dots, 9^2=81$ ヲ示ス九九ヲ特ニ開平九九トイフ。

例 1. $\sqrt{105625}$ ヲ求ムルコト。

【演算】 $\begin{array}{r} 3^{(4)} \quad 2^{(10)} 5^{(15)} \dots\dots (\text{平方根}) \\ \overline{105625} \\ 9^{(5)} \\ \hline 6^{(7)} 2^{(8)} \quad 1 \quad 5 \quad 6^{(6)} \\ 2^{(8)} \quad 1 \quad 2 \quad 4^{(9)} \\ \hline 6 \quad 4^{(12)} 5^{(13)} \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad 5^{(11)} \\ 5^{(13)} \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad 5^{(14)} \\ \hline 0^{(16)} \end{array}$ (證明ヲ略ス)

【説明】

- ① 平方根ヲ求ムベキ數。
- ② 一ノ位ヨリ二桁宛ニ句切ル。
- ③ 數ノ上ト左ヘ線。
- ④, ⑤ 句切ラレタ左端ノ部分ヲ開平九九デ處理スル。
- ⑥ 左端ノ區分サレタ數カラ⑤ヲ引イタ差1ヲ下シソノ右ヘ次ノ區分ノ數字ヲ下ス。
- ⑦ ④ノ二倍。
- ⑧ ⑦デ⑥ノ右ノ一桁ヲ除イタ數15ヲ割ツ

- タ整商。
- ⑨ ⑦⑧ノ62ト⑧ノ2ノ積。
- 【注意】 ⑨ガ⑥ヨリ大ナルトキハ⑧ヲ1ヅツ減ラシテ試ミル。
- ⑩ ⑧ト同ジ數。
- ⑪ ⑥カラ⑨ヲ引イタ差ノ右ニ①ノ第三番目ノ區分ノ數ヲ下ス。
- ⑫ コノ上ニアル二數ノ和。
- ⑬ ⑫ノ64デ⑪ノ右ノ一桁ヲ除イタ數322ヲ割ツタ整商。

- ⑭ ⑫ノ右ニ⑬ヲ添ヘタ645ニ下ノ⑬ヲ掛ケタモノ。
- ⑮ ⑬ト同ジ數。
- ⑯ コレガ0トナツタカラ求メル平方根ハ
- 丁度④⑩⑮ノ數デアル。
- 【注意】 ⑯ガ0デナイナラバ④⑩⑮ニアタル數ヲ平方根ノ整数部分,⑯ヲソノトキノ残りトイフ。

例 2. $\sqrt{10404}$ ヲ求ムルコト。

【演算】 $\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad 2 \\ \overline{10404} \\ 1 \\ \hline 2 \quad 0 \quad 2 \quad 4 \quad 0 \quad 4 \\ 2 \quad 4 \quad 0 \quad 4 \\ \hline 0 \end{array}$ 答 102

例 3. $\sqrt{0.00100489}$ ヲ求ムルコト。

【演算】 $\begin{array}{r} 0.2 \quad 0.3 \quad 3.4 \quad 1.10 \quad 7.15 \\ \overline{0.00100489} \\ 9^{(5)} \\ \hline 6^{(7)} 1^{(8)} \quad 1 \quad 0 \quad 4^{(6)} \\ 1^{(6)} \quad 6 \quad 1^{(9)} \\ \hline 6 \quad 2^{(12)} 7^{(13)} \quad 4 \quad 3 \quad 8 \quad 9^{(11)} \\ 7^{(13)} \quad 4 \quad 3 \quad 8 \quad 9^{(14)} \\ \hline 0 \end{array}$ 答 0.0317

【説明】 小數ノ場合ハ小數點カラ右ヘ二桁宛區分スル。演算ハ整数ノ場合ト全ク同様デアル。

例 4. $\sqrt{2}$ を求ムルコト。

	1.	4	1	4	2
	2.00	00	00	00	00
	1					
24	100					
4	96					
281	400					
1	281					
2824	11900					
4	11296					
28282	60400					
2	56564					
		38	36			

答 1.4142..

【注意】 不盡根數ハ有限小數又ハ分數デ表ハスコトハ出来ナイカラ、普通 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ ノ形ノマ、デ表ハシ、必要ニ應ジテ幾術マデカ計算スル。

例 題

次ノ各數ノ平方根ヲ求メヨ。開キ切レナイモノハ小數第三位マデ求メヨ。

- | | |
|-----------|-----------|
| 1. 729 | 2. 15129 |
| 3. 119025 | 4. 494209 |
| 5. 746496 | 6. 3 |
| 7. 7 | 8. 13 |

46. 根號ヲ含ム式ノ計算。

(I) 根號ノ意味カラ直チニ

$$(\sqrt{a})^2 = a, \quad \sqrt{a^2} = a$$

(II) $(\sqrt{a}\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2(\sqrt{b})^2 = ab$ デアルカラ

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

例. $\sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

(III) $\sqrt{k^2 a} = \sqrt{k^2} \sqrt{a} = k\sqrt{a}$

例. $\sqrt{180} = \sqrt{6^2 \times 5} = 6\sqrt{5}$

$$\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{3^2} \sqrt{5^2} = 3 \times 5 = 15$$

或ハ $\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{(3 \times 5)^2} = 3 \times 5 = 15$

$$\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = \sqrt{2 \times 10^2} = 10\sqrt{2}$$

或ハ $= 14.1421 \dots$

$$\sqrt{20000} = \sqrt{2 \times 100^2} = 100\sqrt{2} = 141.421 \dots$$

(IV) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$ デアルカラ

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

例. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{0.666 \dots}$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

(V) \sqrt{b} が不盡根數ナルトキ

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

例. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{180}} &= \frac{1}{\sqrt{6^2 \times 5}} = \frac{1}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{6 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{6 \times 5} = \frac{\sqrt{5}}{30} \end{aligned}$$

(VI) \sqrt{a} , \sqrt{b} ノ中, 少クトモ一方が不盡根數ナルトキ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} &= \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \\ &= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b} \end{aligned}$$

例. $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

【注意】(V), (VI)ノ如ク分母ノ不盡根數ヲ除クコトヲ分

母ヲ有理化スルトイフ。

分母ニ不盡根數ヲ含ム分數ノ値ヲ求メルニハ, 分母ヲ有理化シテ後計算スル。

(VII) 上述ノ(I),(II),(III),(IV)ノ式ニ於テ $\sqrt{\quad}$ ノ代リニ $\sqrt[n]{\quad}$, 二乗ノ代リニ n 乗ヲ用フレバ, ソレ等ニ相當スル n 乗根ノ性質ヲイヒ表ハス式トナル。

特ニ四乗根, 八乗根等ハ開平法ヲ繰リ返シテ求メ得ラル、モノデアル。

即チ

$$(\sqrt{\sqrt{a}})^4 = \{(\sqrt{\sqrt{a}})^2\}^2 = \{\sqrt{a}\}^2 = a \text{デアルカラ}$$

$$\sqrt[4]{a} = \sqrt{\sqrt{a}}$$

同様ニ $\sqrt[8]{a} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{a}}}$ デアル。例ヘバ

$$\sqrt[4]{81} = \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt[8]{256} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}} = \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$$

例 題

次ノ式ヲ計算セヨ。(1—8)

1. $\sqrt{\frac{9}{49}}$

2. $\sqrt{441}$

3. $\sqrt[3]{3375}$

4. $\sqrt[3]{\frac{125}{729}}$

5. $\sqrt{6400}$

6. $\sqrt{\frac{225}{2304}}$

7. $\sqrt{x^2y^4}$

8. $\sqrt[3]{-x^6y^{12}}$

次ノ數ヲ小數ニ直ホセ。(9—14)

9. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

10. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

11. $\sqrt{\frac{22}{7}}$

12. $\frac{3}{1+\sqrt{2}}$

13. $\frac{3+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

14. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+1}$

15. $x = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ ナルトキ x^2+3x+1 ノ値ヲ求

メヨ。

16. $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^3 - (\sqrt{a}-\sqrt{b})^3$ ヲ簡單ニセヨ。

第八章

一元二次方程式

47. 一元二次方程式ノ解キ方。

例 1. $x^2-4=0$ ヲ解クコト。

〔解〕 原方程式ヨリ, $(x+2)(x-2)=0$

因數ノ何レカガ零デアルトキニ限ツテ積

ハ零ニナルカラ

$$x+2=0 \quad | \quad x-2=0$$

$$x=-2 \quad | \quad x=2 \quad \text{答 } x=2, -2$$

例 2. $x^2+3x=0$ ヲ解クコト。

$$x(x+3)=0$$

$$\therefore x=0 \quad | \quad x+3=0$$

$$x=-3 \quad \text{答 } x=0, -3$$

例 3. $(x-1)^2=4$ ヲ解クコト。

〔解〕 $(x-1)^2-4=0$

$$\{(x-1)+2\}\{(x-1)-2\}=0$$

$$(x+1)(x-3)=0$$

$$x+1=0 \quad | \quad x-3=0$$

$$x=-1 \quad | \quad x=3 \quad \text{答 } x=-1, 3$$

例 4. $3x^2+6x=105$ ヲ解クコト。

解 $3x^2+6x=105$

3 割ツテ

$$x^2+2x-35=0$$

左邊ヲ因數ニ分解スレバ

$$(x-5)(x+7)=0$$

$$\therefore x-5=0 \quad | \quad x+7=0$$

$$x=5 \quad | \quad x=-7 \quad \text{答 } x=5, -7$$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| 1. $7x^2-10=4x^2-2$ | 2. $5x^2+3=15-7x^2$ |
| 3. $x^2-2x-8=0$ | 4. $x^2+2x-15=0$ |
| 5. $x^2-x+6=x-2$ | 6. $x(x-5)=2(x-6)$ |
| 7. $x^2+x-42=0$ | 8. $x^2+5x+6=0$ |
| 9. $x^2-5x-50=2$ | 10. $x^2-8x+15=5$ |
| 11. $3x^2-27x-30=0$ | 12. $2(x^2-4)=x(x+2)$ |
| 13. $(2x-1)^2=9$ | 14. $(5x-2)^2=1$ |

48. 二次方程式ノ根ノ公式。

一元二次方程式ノ一般ノ形ハ

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0)$$

デアル。移項シテ兩邊ヲ a 割レバ

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

左邊ヲ平方ノ形ニスル爲ニ、兩邊ニ x ノ係數ノ

$\frac{1}{2}$ ノ平方、即チ $(\frac{b}{2a})^2$ ヲ加ヘテ

$$x^2+2\frac{b}{2a}x+(\frac{b}{2a})^2=-\frac{c}{a}+(\frac{b}{2a})^2$$

$$\therefore (x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$\therefore x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \dots\dots(1)$$

特ニ、 $x^2+2px+q=0$

ナルトキハ

$$x=-p\pm\sqrt{p^2-q} \dots\dots(2)$$

(1) 及ビ (2) ガ一元二次方程式ノ根ノ公式デアル。

例 1. $x^2 - x - 1 = 0$ ヲ解コト。

公式ニ於テ $a=1, b=-1, c=-1$ トスレバ

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \dots \text{答}$$

例 2. $3x^2 - 4x - 7 = 0$ ヲ解クコト。

公式ヨリ

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \times 3 \times 7}}{6}$$

$$= \frac{4 \pm 10}{6}$$

$$= \frac{14}{6} \text{ 或ハ } \frac{-6}{6}$$

$$= \frac{7}{3} \text{ 或ハ } -1 \text{ 答 } x = \frac{7}{3}, -1$$

例 3. $x^2 - 2x - 8 = 0$ ヲ解クコト。

〔解〕 公式(2)ニヨツテ, $p=-1, q=-8$

$$x = 1 \pm \sqrt{1+8} = 1 \pm \sqrt{9} = 1 \pm 3$$

$$\therefore x = 4 \text{ 或ハ } -2$$

答 $x=4, -2$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $3x^2 + 4x - 7 = 0$
2. $5x^2 - 6x + 1 = 0$
3. $2x^2 + 8x + 5 = 0$
4. $x^2 + 2x - 8 = 0$
5. $x^2 - 4x - 12 = 0$
6. $3x^2 + 12x - 11 = 0$
7. $3x^2 + 2x - 1 = 0$
8. $5x^2 + 14x - 55 = 0$
9. $12x^2 + 35x - 11 = 0$
10. $x^2 - 6x - 325 = 0$
11. $12x^2 - 20x + 3 = 0$
12. $5x^2 - 37x + 42 = 0$
13. $12x^2 - x - 6 = 0$
14. $20^2 - x - 1 = 0$
15. $10x^2 - 5x + 6 = 0$
16. $x(1-x) = (x+1)(x-1)$
17. $(x+1)^2 + (x+2)^2 = (x+3)^2$
18. $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{10}x - \frac{1}{20} = 0$
19. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(x + \frac{1}{2}\right) = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

49. 一元二次方程式ノ應用問題。

例 1. ニツノ相隣ル正ノ整数ノ積ハ、其ノ和ノ 6 倍ヨリモ 6 ダケ大キイトイフ。コノ二數ヲ求メヨ。

解 小ナル數ヲ x トスレバ

大ナル數ハ $x+1$

題意ニヨリ

$$x(x+1)=6\{x+(x+1)\}+6$$

$$x^2+x=12x+12$$

$$x^2-11x-12=0$$

$$\therefore x=12 \text{ 或ハ } -1$$

根ノ解釋 負數ハ題意ニ適シナイカラ -1

ハ捨テル。故ニ、求メル小サイ方ノ整數ハ 12, 大
キイ方ハ $12+1=13$

答 12ト13

例 2. 正方形ノ地面ガアツテ、各邊ノ長
サヲ $4m$ ツツ増セバ面積ガ 2 倍ヨリモ
 $4sqm$ ダケ小サイ正方形ニナルトイフ。
元ノ正方形ノ一邊ノ長サヲ求ム。

解 求ムル正方形ノ一邊ヲ xm トスレバ

ソノ正方形ノ面積ハ x^2sqm

一邊ノ長サヲ $4m$ 増セバ $(x+4)m$

ソノ正方形ノ面積ハ $(x+4)^2sqm$

題意ニヨリ

$$(x+4)^2=2x^2-4$$

$$\therefore x^2+8x+16=2x^2-4$$

移項シテ符號ヲ變ヘレバ

$$x^2-8x-20=0$$

$$\therefore x=10 \text{ 或ハ } -2$$

根ノ解釋 求ムル x ノ値ハ正方形ノ一邊ヲ
表ハス數デアルカラ負數ハ適シナイ。

答 $10m$

例題

1. 30ヲ二ツノ正ノ數ニ分ケテ、ソノ積ガ 221
ニナルヤウニセヨ。
2. 二ツノ正數ノ差ハ 7 デ、平方ノ和ハ 289 デ
アル。コノ二數ヲ求メヨ。
3. 25ヲ二ツノ正ノ數ニ分ケテ、各ノ平方ノ和
ガ 325 ニナルヤウニセヨ。
4. 或數トソノ數ニ 5 ヲ加ヘタ數トノ積ハ
234 デアル。ソノ數如何。
5. 二ツノ正ノ數ノ差ハ 6 デ、平方ノ差ハ 60 デ

- アルトイフ。コノ二數ヲ求メヨ。
6. 二數ノ差ハ7デ、平方ノ和ハ289デアルトイフ。コノ二數如何。
7. 連続スル二ツノ正ノ偶數ノ積ハ168デアルトイフ。コノ二數ヲ求ム。
8. 連続スル二ツノ正ノ奇數ノ積ハ195デアアル。コノ二數ヲ求メヨ。
9. 連続スル三ツノ正ノ整數ノ平方ノ和ハ194デアアル。各數如何。
10. 矩形ノ地面ガアツテ、ソノ周ハ264m、ソノ面積ハ4320sqmデアルトイフ。各邊ハ幾め一とるデアアルカ。
11. 三角形ノ高サハ底邊ヨリ5cm短ク、ソノ面積ハ52sqcmデアアル。底邊ト高サヲ求メヨ。
12. 直角三角形ノ直角ヲ夾ム二邊ノ和ハ70cmデ、面積ハ600sqcmデアアル。三邊ノ長サ如何。
13. 毎秒 v 米ノ速度デ物ヲ眞上ニ投ゲタトキ t 秒ノ後ノ高サヲ s 米トスレバ

$$s=vt-4.9t^2$$

トナル。

- 今毎秒343米ノ速度デ物ヲ投ゲ上ゲタトキ49米ノ高サニ昇ルニ何秒カ、ルカ。
14. 前ノ問題デ再ビ地上ヘモドル時間ハ如何。
15. 元金3000圓、一ケ年毎ノ複利デ二年間ノ元利合計ガ3434.7圓デアツタトイフ。コノトキノ年利率ハ何程デアツタカ。

50. 虚數。

$$x^2-2x+2=0 \quad \text{ヲ解ケバ、}$$

$$\text{答 } x=1\pm\sqrt{-1} \quad \text{ヲ得ル。}$$

サテ、 $\sqrt{-1}$ ハ二乗シテ -1 ニナルヤウナ數デアアル。然ルニコレマデ知ツテキル數ハ二乗スレバ必ラズ正數トナルベキモノデアアル。故ニ $\sqrt{-1}$ ノヤウナ數ハ全ク新シイ數デアアル。

二乗シタトキ負トナル數ヲスベテ**虚數**トイフ。特ニ $\sqrt{-1}$ ヲ i ト記ス。

普通ノ數ヲ虚數ト區別シテ**實數**トイフ。虚數ノ取扱方ハ次ノヤウニスル。

$$\sqrt{-5}=\sqrt{5}\sqrt{-1}=5i$$

$$\sqrt{-3}\sqrt{-5}=\sqrt{3}i\sqrt{5}i=\sqrt{15}i^2=-\sqrt{15}$$

二次方程式ノ根ガ虚数トナルトキ,コレヲ**虚根**トイヒ,實數ノトキコレヲ**實根**トイフ。

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ハ次ノ三ツニ分類セラレル。

$b^2-4ac>0$ ノトキ二ツノ異ナル實根ヲ持ツ。

$b^2-4ac<0$ ノトキ二ツノ異ナル虚根ヲ持ツ。

$b^2-4ac=0$ ノトキ二ツノ一致シタ實根ヲ持ツ。
(コレヲ等根トイフ)

b^2-4ac ヲ二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ判別式トイフ。

虚数ハ實數ノヤウニ一ツノ直線ノ上ニ刻ミ込ムコトガ出来ナイ。従ツテコレマデ知ツタぐらふデ描キ表ハスコトガ出来ナイ。又實際ノ問題ノ解トシテ虚数ヲ得タトキハ實際ノ解ガナイコトヲ示スモノデアル。

例. 2 cm ノ長サヲ二ツノ部分ニ分ケテ,ソレヲ縦,横トスル矩形ノ面積ガ 82 sq cm ニナルヤウニセヨ。

解 コノ問題ハ一見シテ不可能デアルコトガワカルガ題意ニヨツテ方程式ヲ作ツテミル。一部ノ長サヲ $x\text{ cm}$ トスレバ他ハ $(2-x)\text{ cm}$ トナル。

故ニ,題意ニヨリ,

$$x(2-x)=82$$

$$x^2-2x+82=0$$

コノ判別式ハ

$$2^2-4\times 82=\text{負數}$$

故ニ根ハ虚トナル。即チ實際ノ解ハナイ。

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $x^2-4x+13=0$

2. $x^2+x+1=0$

3. $x^2-4x+4=0$

4. $x^2-12x+36=0$

5. $ax^2-(2a+b)x+2b=0$ ノ根ガ實,等,虚根ニナル a, b ノ關係ヲ求メヨ。

51. 二次方程式ノぐらふ解法。

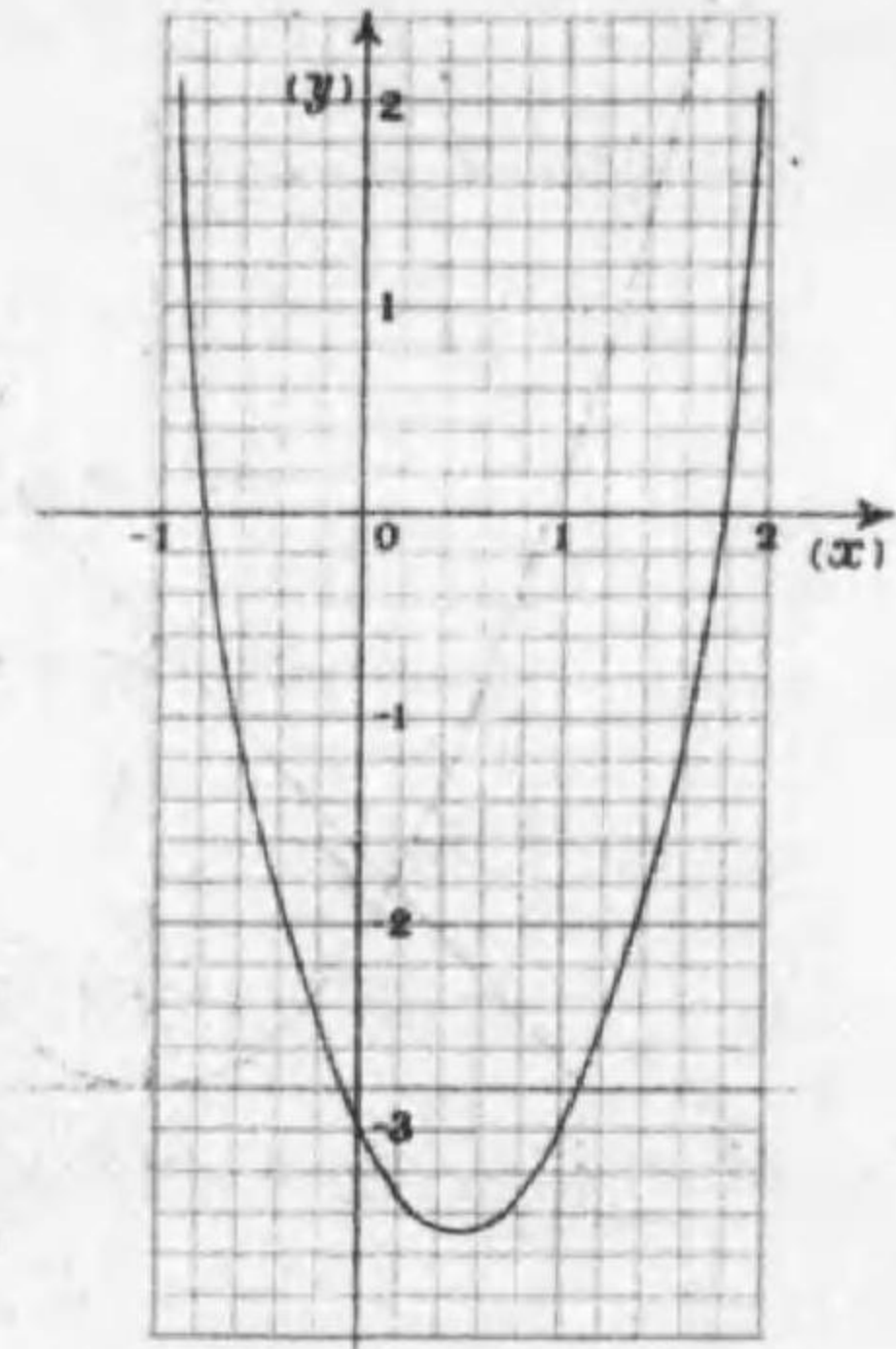
例. $2x^2 - 2x - 3 = 0$

ヲ解クコト。

解 $y = 2x^2 - 2x - 3$

ト置イテコノぐらふヲ描ケバ、原方程式ノ根ハ、 $y=0$ トナル x ノ値ニ外ナラナイ。

故ニ x 軸トぐらふトノ交リニ對スル x ノ値ガ求メル根デア
ル。



即チ實際ニ測ツテ大略

$x = 1.8, \quad x = -0.8$

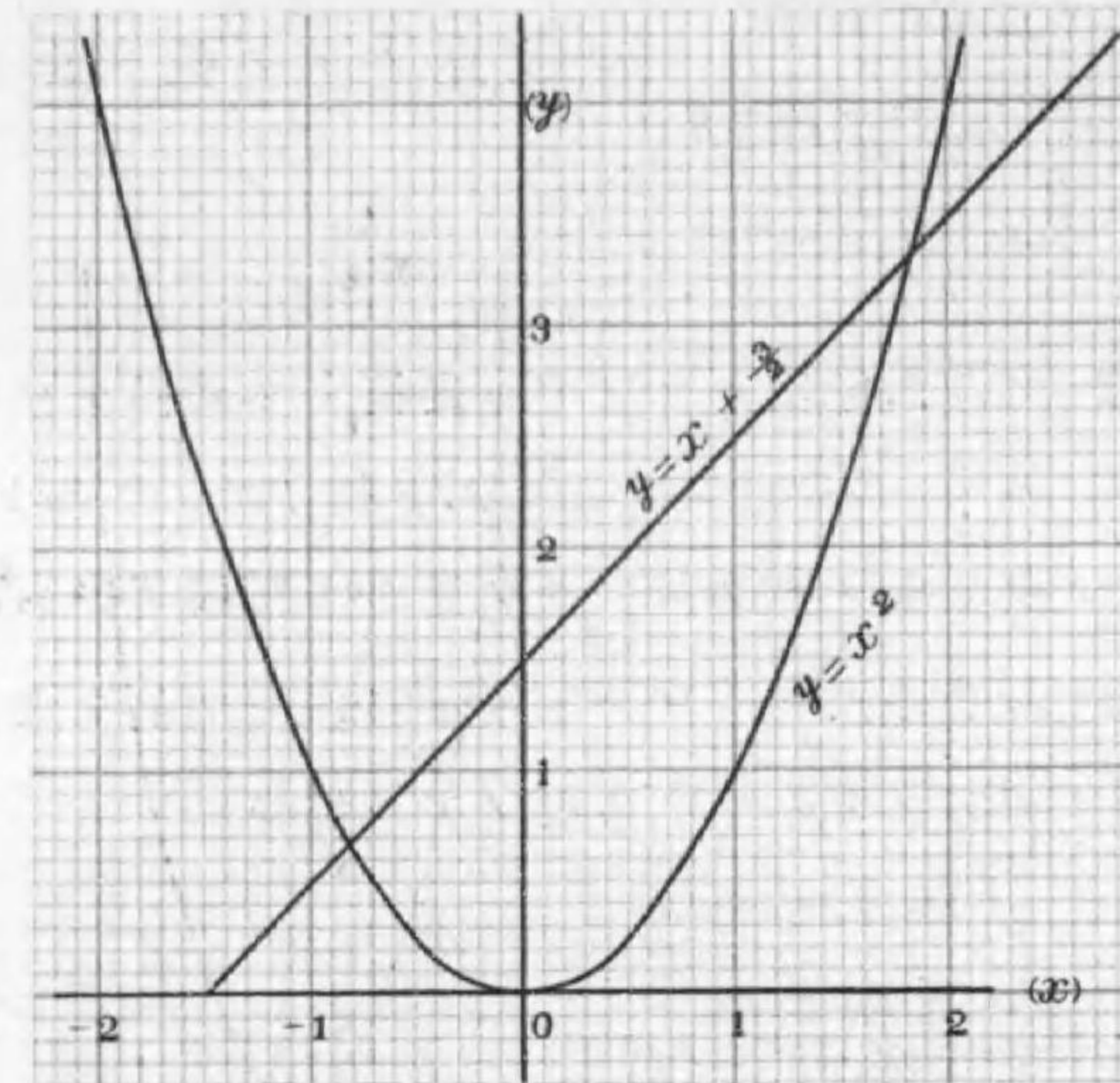
ヲ得ル。コレガ求ムル根ノ近似値デア
ル。

(別解) 原方程式ヲカキカヘテ、

$x^2 = x + \frac{3}{2} \dots\dots\dots(1)$

今 $y = x^2 \dots\dots\dots(2)$

$y = x + \frac{3}{2} \dots\dots\dots(3)$



コノ二ツノぐらふヲ描キノ交點ヲ求ムレバ
ソノ x ノ値ガ丁度(1)ヲ満足スルモノデア
ル。

即チ

$1.8 \text{ ト } -0.8 \text{ ヲ得ル。}$

コノ解法ノ便利ナコトハ

$y = x^2$ ノぐらふヲ一度描イテオケバ任意ノ
二次方程式

$x^2 + px + q = 0$

ノ實根ハ直線ヲソノ都度カヘルコトニヨリ求
メルコトガ出來ル。

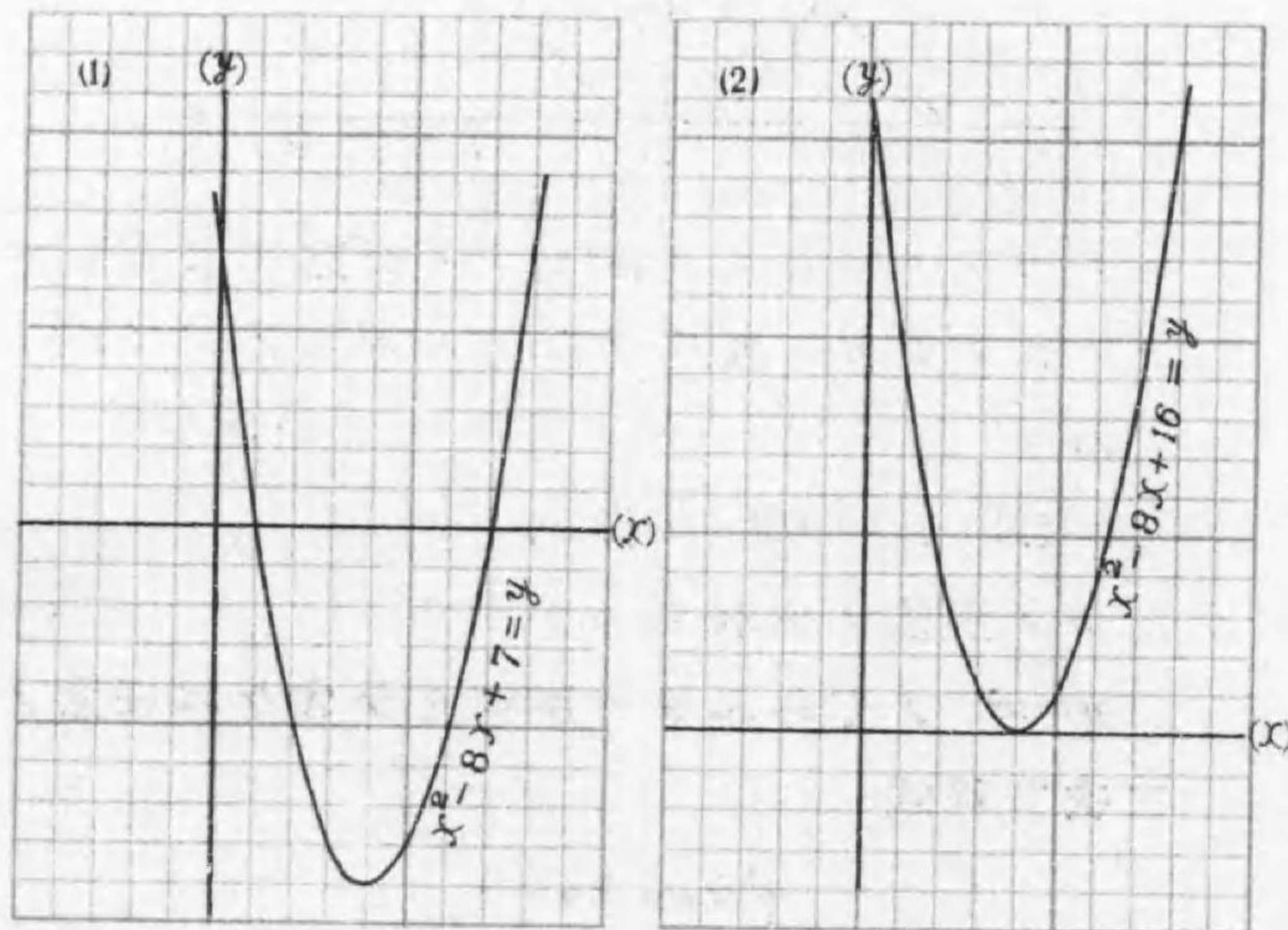
即チ $y=x^2$ } ノ交點ノ x ノ値ヲ求ムレ
 $y=-px-q$ }

バヨイ。

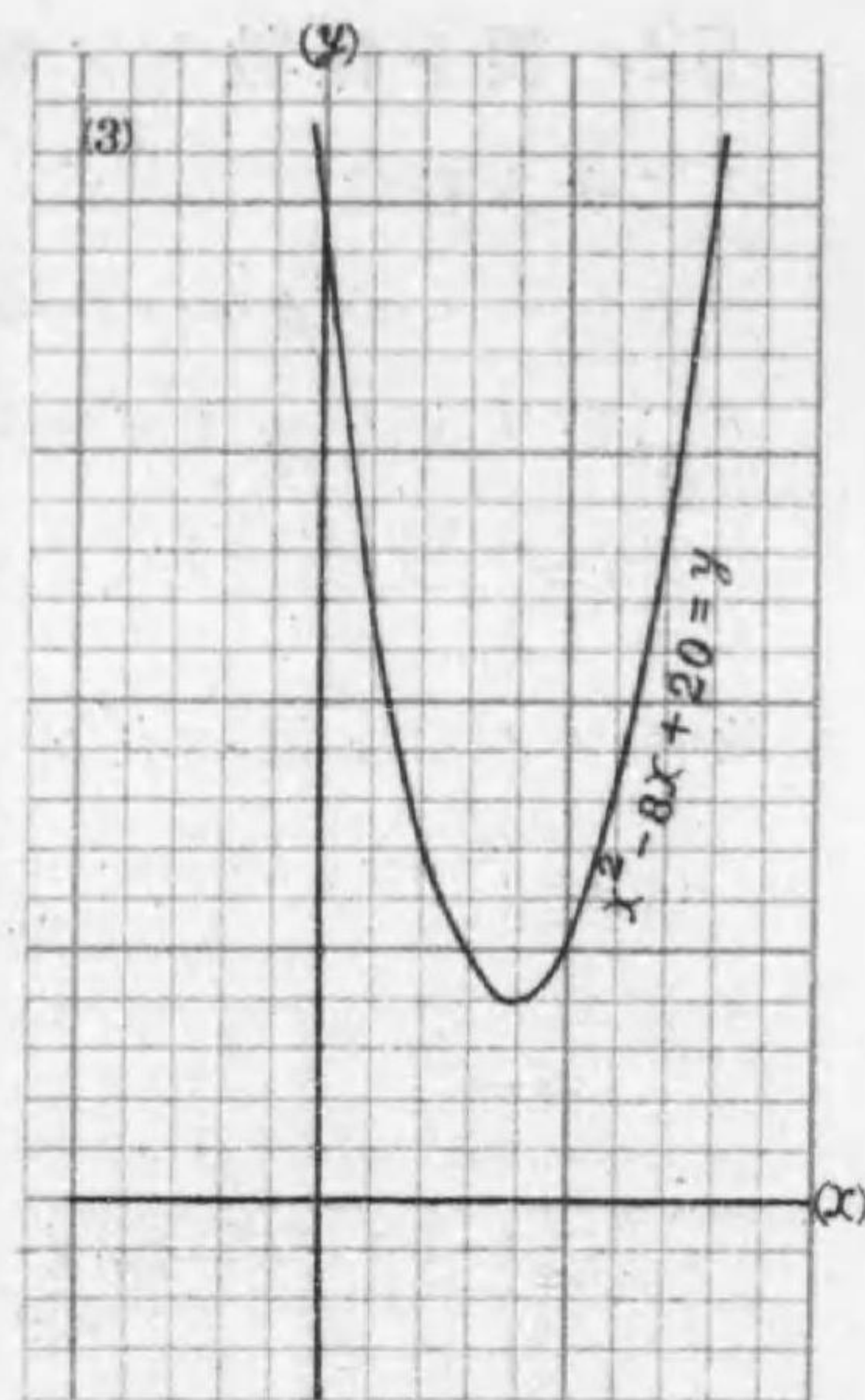
【注意】 ぐらふ解法ニヨツテハ實根ノミガ得ラレル。

(1) ハ $y=x^2-8x+7$ ノぐらふヲ描イテ $x^2-8x+7=0$ ノ根ヲ求メタノデ、二ツノ異ナル實根ノアル場合。

(2) ハぐらふニヨツテ $x^2-8x+16=0$ ノ根ヲ求メタノデアツテ、一ツノ等根ノアル場合。



(3) ハぐらふニヨツテ $x^2-8x+20=0$ ノ根ヲ求メタノデアルガ、曲線ト x 軸トハ交ハラナイカラ實根ノナイ場合ニ相當スル。



問. 次ノ方程式ヲぐらふヲ用ヒテ解ケ。

- (1) $x^2=2$ (2) $x^2=5$
- (3) $x^2-x-1=0$ (4) $x^2-8x+5=0$
- (5) $2x^2+3x-3=0$ (6) $3x^2-4x-7=0$

故に a, β は (3) より方程式

$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

の根である。

$$\therefore x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 180}}{2} = 9 \pm 6 = 15 \text{ 或 } 3$$

答 15 と 3

例題

1. $15x^2 + 8x - 17 = 0$ の二根を a, β とシテ、次の各式の値ヲ求メヨ。

$$(1) a^2 + \beta^2, \quad (2) (a - \beta)^2, \quad (3) a^3 + \beta^3$$

2. 二数の和と積とヲ夫々次の如ク與ヘテ二数ヲ求メヨ。

$$\begin{array}{l} \text{和:} \\ \text{積:} \end{array} \quad (1) \begin{cases} 13 \\ 25 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} -17 \\ 30 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 20 \\ -37 \end{cases}$$

3. 次の各組ノ二数ヲ根トスル二次方程式ヲ作レ。

$$(1) \begin{cases} 3 \\ 5 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} -3 \\ 5 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 3 \\ -5 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} -3 \\ -5 \end{cases}$$

4. $3x^2 + 4x - 5 = 0$ の二根ヲ a, β ヲトシテ、 $a + \beta$

ト $a\beta$ トヲ二根トスル二次方程式ヲ作レ。

5. $ax^2 + bx + c = 0$ ノ二根ノ逆數ヲ二根トスル方程式ヲ作レ。

6. $x^2 - (2m - 3)x + 2m = 0$ ノ二根ガ相等シクナル様ニ m ノ値ヲ定メヨ。

52. 根と係数との関係.

二次方程式

$$ax^2+bx+c=0 \dots\dots(1)$$

ノ二根ヲ夫々 α, β デ表ハセバ,

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

故ニ、ソノ和ト積ハ夫々

$$\alpha + \beta = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac}) + (-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}$$

$$= -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{4a^2}$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$$

$$= \frac{c}{a}$$

即チ

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{cases}$$

コレヲ二次方程式ノ根と係数との関係トイフ。

$$x^2 - px + q = 0 \dots\dots(2)$$

ノ二根ヲ α, β トスレバ、根と係数ノ関係ハ

$$\begin{cases} \alpha + \beta = p \\ \alpha\beta = q \end{cases}$$

トナル。逆ニ任意ノ二数 α, β ノ和ト積ヲ夫々方程式(2)ノ p, q ノ所へ代入シタ方程式

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0 \dots\dots(3)$$

ハ α, β ヲ根トスル。例1. $2x^2 + 3x + 1 = 0 \dots\dots(1)$ ノ二根ノ平方ノ和ヲ求メルコト。解 (1) ノ二根ヲ α, β トスレバ

$$\alpha + \beta = -\frac{3}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 - 2\alpha\beta$$

$$= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$$

例2. 二数ノ和ハ18、積ハ45デアルトイフ。

コノ二数ヲ求ム。

解 二数ヲ α, β トスレバ

$$\alpha + \beta = 18 \quad \alpha\beta = 45$$

故に a, β は (3) の方程式

$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

の根である。

$$\therefore x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 180}}{2} = 9 \pm 6 = 15 \text{ 或 } 3$$

答 15 と 3

例題

1. $15x^2 + 8x - 17 = 0$ の二根を a, β とシテ、次の各式の値を求めよ。

$$(1) a^2 + \beta^2, \quad (2) (a - \beta)^2, \quad (3) a^3 + \beta^3$$

2. 二数の和と積とを夫々次の如く與へテ二数を求めよ。

$$\begin{array}{l} \text{和:} \\ \text{積:} \end{array} \quad (1) \begin{cases} 13 \\ 25 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} -17 \\ 30 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 20 \\ -37 \end{cases}$$

3. 次の各組の二数を根とする二次方程式を作れ。

$$(1) \begin{cases} 3 \\ 5 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} -3 \\ 5 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 3 \\ -5 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} -3 \\ -5 \end{cases}$$

4. $3x^2 + 4x - 5 = 0$ の二根を a, β とシテ、 $a + \beta$

と $a\beta$ とを二根とする二次方程式を作れ。

5. $ax^2 + bx + c = 0$ の二根の逆数を二根とする方程式を作れ。

6. $x^2 - (2m - 3)x + 2m = 0$ の二根が相等シクナル様 m の値を定めよ。

第九章 分數方程式

53. 分數式.

二ツノ整式ヲ P 及ビ Q デ表ハシタトキ式 $\frac{P}{Q}$ ヲ分數式トイフ。

コノトキ P ヲ分子, Q ヲ分母トイフ。

Q ハ必ラズ文字ヲ含ミ, 其ノ文字ハ Q ヲ零トスル値ヲトラナイモノトスル。

例ヘバ, $\frac{x+a}{13}$ ハ分數式デハナク,
 $\frac{(a^2+1)x}{a+b}$ ハ a 及ビ b ニ就イテハ分數式デアアルガ,
 x ニ就イテハ分數式デハナイ。

且ツ $a+b=0$ デナイモノトスルノデアアル。

式中ノ文字ハスベテ數ヲ代表スルノデアアルカラ, 算術ニ於ケル分數ノ性質ハ分數式ノ場合ニモアテハマル。

54. 分數式ノ基本的性質.

分數式ノ意味カラ直ニ次ノ式ガ成リ立ツ。

$$(I) \quad \frac{P}{Q} \cdot Q = P \dots\dots\dots(1)$$

(1)ノ兩邊ニ他ノ整式 T ヲ掛ケレバ,

$$\frac{P}{Q} \cdot Q \cdot T = P \cdot T$$

コノ兩邊ヲ QT デ割レバ,

$$(II) \quad \frac{P}{Q} = \frac{PT}{QT}$$

コノ性質カラ, 分數式ノ分母, 分子ニ共通因數ガアレバ約分スルコトガ出來ル。

即チ
$$\frac{PT}{QT} = \frac{P}{Q}$$

特ニ分母, 分子ノ G.C.M. デ約分スレバ既約分數式トナル。

又(II)ノ性質カラ幾ツカノ分數式ヲ通分スルコトガ出來ル。

即チ
$$\frac{A}{B} \quad \text{ト} \quad \frac{P}{Q}$$

トハ夫々
$$\frac{AQ}{BQ} \quad \text{ト} \quad \frac{BP}{BQ}$$

ニ等シクナル。

【注意】 通分スルトキハ分母ノ積ノ代リニ, 夫レ等

ノ L.C.M. ヲ用ヒルノガ普通デアアル。

例題

次ノ各分數式ヲ約セ。(1-8)

1. $\frac{12a^2b^3c}{8ab^2c^3}$

2. $\frac{14abcxy}{21b^2cy^2}$

3. $\frac{52x^2y^3z}{63x^4y^5}$

4. $\frac{42ab^2m^2n}{36a^3b^4n^2}$

5. $\frac{x+a}{x^2-a^2}$

6. $\frac{(x-1)^2}{x^2-1}$

7. $\frac{(x^2-1)(x^2+4x+4)}{x^2+3x+2}$

8. $\frac{mx^2-7mx+12m}{nx^2+2nx-15n}$

次ノ式ヲ通分セヨ。(9-20)

9. $\frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}, \frac{1}{ab}$

10. $\frac{b}{2ax}, \frac{a}{3cx^2}, \frac{bx}{6ac}$

11. $\frac{1}{x-1}, \frac{1}{(x-1)^2}$

12. $\frac{x-1}{x+1}, \frac{x+1}{x-1}$

13. $\frac{1}{x-1}, \frac{2}{(x+1)^2}$

14. $\frac{1}{x^2-1}, \frac{2x-6}{x^2-2x-3}$

15. $\frac{1}{x^2-y^2}, \frac{1}{x^3+y^3}$

16. $\frac{1}{x^2-y^2}, \frac{1}{x^3-y^3}$

17. $\frac{1}{x^2-2x-8}, \frac{1}{x^2-3x-10}$

18. $\frac{1}{x^2-x-6}, \frac{1}{x^2-8x+15}$

19. $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2+yx}, \frac{1}{x^3+y^3}$

20. $\frac{x+1}{x^2+x-6}, \frac{x-2}{x^2+4x+3}, \frac{x+3}{x^2-x-2}$

55. 分數式ノ計算例.

例 1. $\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x-a}$ ヲ簡單ニスルコト.

$$\begin{aligned} \text{解} \text{ 原式} &= \frac{x-a}{(x+a)(x-a)} + \frac{x+a}{(x+a)(x-a)} \\ &= \frac{(x-a)+(x+a)}{(x+a)(x-a)} = \frac{2x}{x^2-a^2} \end{aligned}$$

例 2. $1 - \frac{4x}{(x+1)^2}$ ヲ簡單ニスルコト.

$$\begin{aligned} \text{解} \text{ 原式} &= \frac{(x+1)^2-4x}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+1-4x}{(x+1)^2} \\ &= \frac{x^2-2x+1}{(x+1)^2} = \frac{(x-1)^2}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

例 3. $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} - \frac{4xy}{x^2-y^2}$

解 原式各項ノ分母ノ L.C.M. ハ x^2-y^2

故ニ

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{(x+y)^2+(x-y)^2-4xy}{x^2-y^2} \\ &= \frac{2(x^2-2xy+y^2)}{x^2-y^2} = \frac{2(x-y)^2}{x^2-y^2} \\ &= \frac{2(x-y)}{x+y} \end{aligned}$$

例題

次ノ式ヲ計算セヨ。

$$1. \frac{1}{x+a} - \frac{1}{x-a} \qquad 2. \frac{a}{x^2-a^2} - \frac{2a}{(x-a)^2}$$

$$3. \frac{x-3}{x^2-3x-4} - \frac{x-1}{x^2-x-2}$$

$$4. \frac{1}{x-1} + \frac{x+1}{(x-1)^2} \qquad 5. 1 - \frac{4x}{(x+1)^2}$$

$$6. \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+x^2}$$

$$7. \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x-2}{x^2+3x+2}$$

$$8. \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4}$$

$$9. \frac{2x-1}{x^2+x} + \frac{2x+1}{x^2-x} + \frac{4x+2}{x-x^3}$$

$$10. \frac{1}{x^2-x-6} + \frac{1}{x^2+x-12} - \frac{1}{x^2+6x+8}$$

$$11. 1 + \frac{x-1}{x+1} + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3$$

$$12. \frac{\frac{a}{x} + \frac{x}{a}}{\frac{x-a}{a} - \frac{a}{x}} \qquad 13. \frac{1}{x + \frac{x}{x^2 - \frac{x^2}{x^3 + 1}}}$$

$$14. \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}\right) \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right)$$

56. 一元分數方程式。

未知數ニ就イテノ分數式ヲ含ム方程式ヲ分數方程式トイフ。

例 1. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+3} = 0$ ヲ解クコト。

〔解〕 左邊ヲ一ツノ分數式ニマトメテ、

$$\frac{-x+5}{(x-1)(x+3)} = 0$$

コレヨリ $-x+5=0$

$$\therefore x=5 \qquad \text{答 } x=5$$

一元分數方程式ヲ解クニハスベテノ項ヲ左邊ニ移シ、通分シテ一ツノ分數式ニナホシ、分母子ヲ既約ニシ、然ルノチ分子ヲ0トオイタ方程式ノ根ヲ求ムレバヨイ。

例 2. $\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+2} = \frac{2x}{x^2-1}$ ヲ解クコト。

〔解〕 移項通分シテ

$$\frac{2(x+2) + x^2 - 1 - 2x(x+2)}{(x+2)(x^2-1)} = 0$$

整頓シテ $\frac{x^2+2x-3}{(x+2)(x^2-1)} = 0$

$$\frac{(x+3)(x-1)}{(x-2)(x^2-1)} = 0$$

$$\frac{x+3}{(x+2)(x+1)} = 0$$

$$\text{コレヨリ } x+3=0$$

$$\therefore x=-3 \quad \text{答 } x=-3$$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

1. $\frac{x+1}{x+2}=0$
2. $\frac{1}{x-2}=3$
3. $\frac{5}{x-3}-\frac{4}{x+2}=0$
4. $\frac{x}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}=0$
5. $\frac{2x+3}{x-3}=\frac{2x-8}{x+4}$
6. $\frac{x-10}{x+5}=\frac{x-5}{x-10}$
7. $\frac{x-1}{x+1}+\frac{x-2}{x+2}=\frac{1}{2}$
8. $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-3}=\frac{2}{x+2}$
9. $\frac{x+3}{x-1}-\frac{x+1}{x-2}=\frac{1}{x+1}$
10. $\frac{5}{x^2+x-6}=\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x+3}$
11. $\frac{1}{4(x-1)}+\frac{3}{4(x+3)}-\frac{1}{(x-1)(x+3)}=1$
12. $\frac{x-3}{x+3}+\frac{x+3}{x-3}=3\frac{1}{3}$
13. $\frac{x+4}{x-2}+\frac{x-6}{x+3}=\frac{2x+2}{x-2}-\frac{3x}{x+3}$
14. $\frac{x}{x+4}-\frac{2}{x-1}=\frac{20}{(x+4)(x-1)}$

57. 聯立分數方程式。

$$\text{例 1. } \begin{cases} \frac{20}{x+y}=2 & \dots(1) \\ \frac{20}{x-y}=5 & \dots(2) \end{cases} \text{ヲ解クコト。}$$

解 (1)ノ分母ヲ拂ツテ2デ割レバ

$$x+y=10 \quad \dots(3)$$

(2)ノ分母ヲ拂ツテ5デ割レバ

$$x-y=4 \quad \dots(4)$$

(3),(4)ヲ聯立ニ解ケバ, $x=7, y=3$ ヲ得ル。

コノ値ハ原方程式ノ何レノ分母ヲモ零ト

シナイカラ求メル根デアル。

$$\text{答 } x=7 \quad y=3$$

$$\text{例 2. } \begin{cases} \frac{5}{x}+\frac{4}{y}=-1 \\ \frac{10}{x}+\frac{2}{y}=1 \end{cases}$$

解 $\frac{1}{x}=X, \frac{1}{y}=Y$ トオイテ X, Y ノ聯立方

程式ニナホセバ

$$5X+4Y=-1$$

$$10X+2Y=1$$

コレヲ解イテ

$$X = \frac{1}{5}, \quad Y = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ヲ得。故ニ } x = \frac{1}{X} = 5, \quad y = \frac{1}{Y} = -2$$

$$\text{コレハ原方程式ニ適合スル。答 } \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$$

例題

次ノ方程式ヲ解ケ。

$$1. \begin{cases} 2x-3y=8 \\ \frac{8x}{2x+3y}=1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x+3y=-1 \\ \frac{5x}{2x-3y}=1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \frac{5x-2y}{7x+3} = 1 \\ \frac{3x+5y}{4y-x} = 2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \frac{x+1}{y-1} = 1 \\ \frac{x^2-1}{y^2-1} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4 \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 5 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} + \frac{2}{z} = 8 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} - \frac{1}{z} = -3 \end{cases}$$

58. 分數方程式ノ應用問題。

例1. 鶏卵ノ價一個ニツキ2錢アガリ、1.20圓ニツキ10個少クナツタトイフ。元ノ鶏卵ノ價ハ幾ラデアツタカ。

解 元ノ價ヲ x 錢トスル。題意ニヨツテ次ノ方程式ヲ得。

$$\frac{120}{x+2} + 10 = \frac{120}{x}$$

移項シテ通分スレバ、

$$\frac{x(x+2)+12x-12(x+2)}{x(x+2)} = 0$$

$$\frac{x^2+2x-24}{x(x+2)} = 0$$

$$\frac{(x+6)(x-4)}{x(x+2)} = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 或ハ } 4$$

故ニ求メルモノハ $x=4$ 答 4 錢

例2. 甲乙二人從事スレバ6日デ仕上ゲ得ル仕事ヲ、初メノ4日ハ二人共ニ働キ、残りヲ乙一人ガ5日間デ仕上ゲタトイフ。同ジ仕事ヲ各一人デスレバ夫々幾日ヲ要スルカ。

【解】 甲一日デ仕上ゲル日數… x

乙一人デ仕上ゲル日數… y トスレバ

甲一日ノ仕事ノ分量… $\frac{1}{x}$

乙一日ノ仕事ノ分量… $\frac{1}{y}$

故ニ題意ニヨリ

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \dots\dots(1) \\ 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{5}{y} = 1 \dots(2) \end{cases}$$

(2)-(1)×4

$$\frac{5}{y} = 1 - \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore y = 15 \dots\dots(3)$$

(3)ヲ(1)ニ代入スレバ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore x = 10 \dots\dots(4)$$

(3),(4)ハ方程式ノ根デアリ,問題ノ答トシテモ適當デアル。

答 甲ハ10日,乙ハ15日

例題

1. 或數ニ5ヲ加ヘタ數ヲ分子トシ,5ヲ引イタ數ヲ分母トスル分數ハ $\frac{3}{2}$ ニ等シイトイフ。ソノ數ヲ求メヨ。
2. 或分數ノ分母,分子ノ和ハ25デ,各ニ5ヲ加ヘタ分數ハ $\frac{3}{4}$ ニ等シクナルトイフ。初メノ分數ヲ求メヨ。
3. $\frac{23}{32}$ ノ分母,分子ニ同ジ數ヲ加ヘテ,其ノ値ガ $\frac{3}{4}$ ニナルヤウニセヨ。
4. 或分數ノ分母,分子カラ11ヲ引イテ得タ分數ハ $\frac{5}{4}$ ニ等シク分母,分子ニ3ヲ加フレバ $\frac{6}{5}$ ニナルトイフ。コノ分數如何。
5. 甲列車ハ乙列車ヨリモ毎時8kmダケ速ク,甲列車ガ250km走ル間ニ,乙列車ハ210km走ルトイフ。各列車ノ速サ如何。
6. 甲乙兩地間ノ距離ハ600kmデアル。現在兩地間ヲ運轉スル列車ノ速サヲソノ $\frac{1}{5}$ ダケ増セバ兩地間ノ運轉時間ヲ2時間短縮スルコトガ出來ルトイフ。列車ノ速サヲ求メヨ。
7. 或商人ガ鶏卵ヲ28圓ダケ仕入レタトキ,内

- 125 個破損シタタメ,結局一個ニ付キ 4 厘ダケ高イ割合ニナツタトイフ。仕入レタ個數ハ幾ラデアツタカ。
8. 水槽ニ甲乙兩管アリ。甲管ダケナラ 8 時間,乙管ダケナラ 10 時間デ水槽ニ水ヲ滿タスコトガ出來ルトイフ。二ツノ管ヲ同時ニ開イタラ何時間デ水ヲ滿タスコトガ出來ルカ。
9. 或舟ガ川ヲ上下スルニ,10.5 km ヲ上ルニハ 3 時間ヲ要シ,同所ヲ下ルニハ $1\frac{2}{5}$ 時間ヲ要スルトイフ。コノ舟ガ靜水ヲ漕グ速サ及ビ流レノ速サヲ求メヨ。
10. 水槽ニ水ヲ滿タスニ乙管ヲ以テスレバ甲管ニヨルヨリ 2 倍ノ時間ヲ要シ,丙管ニヨレバ乙管ヨリ 2 倍ノ時間ヲ要スル。甲,乙,丙ノ三管ヲ同時ニ開ケバ 24 時間ヲ要スルトイフ。各管一ツデ水ヲ滿タスニ幾時間ヲ要スルカ。
11. 或仕事ヲスルニ,甲乙二人ガ從事スレバ延べ時間 60 時間,乙丙ナラバ 84 時間,甲丙ナラバ 70 時間ヲ要スルトイフ。各一人ナラバ幾時間カ、ルカ。

第十章 比及ビ比例

59. 比。

或數(又ハ量) a ガ他ノ數(又ハ量) b ノ何倍デアルカヲ示ス關係ヲ a ノ b ニ對スル比トイヒ,コレヲ $a:b$

ト書キ表ハシ,分數 $\frac{a}{b}$ ヲソノ比ノ値トイフ。

時ニハ,比ノ値 $\frac{a}{b}$ ヲ以テ直チニ比 $\frac{a}{b}$ トイフコトガアル。

二ツノ比ノ値ガ等シイトキ其ノ比ガ相等シイトイフ。

比 $a:b$ ニ於テ a ヲ比ノ前項, b ヲ後項トイフ。

比ノ兩項ヲ取り換ヘテ得タ比ヲ元ノ比ノ反比又ハ逆比トイフ。

例ヘバ, $b:a$ ハ $a:b$ ノ反比デアル。

三ツ以上ノ數ノ二ツ宛^{ツツ}ノ比ヲ同時ニ書キ表ハシタモノヲ,ソレ等ノ數ノ連比トイフ。

例へバ、甲ト乙ノ所持金ノ比ガ $a:b$

乙ト丙ノ所持金ノ比ガ $b:c$

デアルトキ、コレヲ同時ニ書キ表ハシタ式

$$a:b:c$$

ヲ甲乙丙ノ所持金ノ連比トイフ。

60. 比ノ性質。

分數ノ性質ヨリ

$$\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb}$$

故ニ $a:b=ma:mb$

即チ

(I) 比ノ兩項ニ零以外ノ同ジ數ヲ掛ケ又ハ割ツテモソノ値ハ變ラナイ。

コノ性質ヲ用ヒテ比ヲ簡單ナ形ニナホスコトガ出來ル。

例 1. $24:16$ ヲ簡單ニスルコト。

$$24:16=3:2$$

例 2. $\frac{2}{3}:\frac{3}{5}$ ヲ簡單ニスルコト。

兩項ニ分母ノ L.C.M. 15ヲカケテ

$$\frac{2}{3}:\frac{3}{5}=10:9$$

$$\text{又 } \frac{1}{a}:\frac{1}{b}=\frac{b}{ab}:\frac{a}{ab}=b:a$$

即チ

(II) 二數ノ逆數ノ比ハソノ反比ニ等シイ。

例題

1. 次ノ比ヲ簡單ニセヨ。

$$56:24 \quad 124:84 \quad \frac{5}{12}:\frac{7}{16}, \quad \frac{7}{24}:\frac{3}{28}$$

$$2.16:4.8 \quad 0.08:1.2 \quad 3\text{時}20\text{分}:2\text{時}30\text{分}$$

$$3\text{日}8\text{時間}:2\text{日}10\text{時間}$$

2. 次ノ比ノ反比ヲ作り簡單ニセヨ。

$$\frac{7}{15}:\frac{3}{20}, \quad 1\frac{1}{5}:2\frac{1}{3}$$

3. 甲ハ3日デスル仕事ヲ乙ハ2日デスルトイフ。ソノ能力ノ比ヲ求メヨ。

4. 次ノ比ノ値ヲ求メヨ。

$$x^2-3x+2:x-2 \quad x^2+2x-8:x+4$$

$$a^3-b^3:a^2-b^2 \quad a^3+b^3:a^2-b^2$$

$$x^2-2x-3:x^2-5x+6 \quad x^2-3x-10:x^2-6x+5$$

* a ノ逆數トハ $\frac{1}{a}$ ノコトデアル。

5. 次ノ式ヨリ $x:y$ ヲ求メヨ。

$$(i) 3x-2y=0 \quad (ii) 6x-12y=0$$

$$(iii) x^2-3xy-4y^2=0 \quad (iv) 5x^2+6xy+y^2=0$$

6. 次ノ式ヨリ $x:y:z$ ノ値ヲ求メヨ。

$$(i) \begin{cases} x-2y+z=0 \\ 2x-y-z=0 \end{cases} \quad (ii) \begin{cases} 2x+3y-3z=0 \\ 3x+y-8z=0 \end{cases}$$

61. 比例.

二ツノ比ガ相等シイコトヲ等號デ書キ表ハシタ式ヲ比例式トイフ。

例ヘバ, $15:9=5:3$

a, b, c, d ガ比例式

$$a:b=c:d$$

ヲ満足スルトキ, 四數 a, b, c, d ハ比例スルトイフ。コノ比例式ニ於テ a, b, c, d ヲ順次ニ第一項, 第二項, 第三項, 第四項トイヒ, a ト d トヲ外項, b ト c トヲ内項トイフ。

a, b, c ガ特別ナ比例式

$$a:b=b:c$$

ヲ満足スルトキハ b ヲ a, c ノ比例中項トイフ。

二組ノ數, $a, b, c, \dots; A, B, C, \dots$ ガアツテ, 比例式

$$a:A=b:B$$

$$b:B=c:C$$

$$c:C=d:D$$

.....

或ハ

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} \dots$$

ヲ満足スルトキ, a, b, c, \dots ハ A, B, C, \dots ニ比例スルトイヒ, コレヲ一ツノ式

$$a:b:c:\dots=A:B:C:\dots$$

デ書キ表ハス。

62. 比例式ノ性質.

(I) 一ツノ比例式ガ成リ立ツトキ, ソノ内項ノ積ト外項ノ積トハ相等シイ。

何トナレバ, $a:b=c:d$ ナラバ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

故ニコノ兩邊ニ b, d ヲ掛ケテ

$$ad=bc$$

(II) 一ツノ比例式ガ成リ立ツトキ,ソノ内項ヲ交換シテモ,又外項ヲ交換シテモ比例式ハ成リ立ツ。

$$\text{即チ } a:b=c:d \dots\dots(1)$$

ガ成リ立ツトキ,

$$a:c=b:d \dots\dots(2)$$

$$d:b=c:a \dots\dots(3)$$

ガ成リ立ツ。

何トナレバ, (1)ヨリ,

$$ad=bc \dots\dots(4)$$

(2)及(3)ヨリモ同ジ式ガ成リ立ツカラデアル。

(III) 一ツノ比例式 $a:b=c:d$ ガ成リ立ツトキ,次ノ三ツノ等式ガ成リ立ツ。

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots\dots(1)$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots\dots(2)$$

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d} \dots\dots(3)$$

何トナレバ

$$a:b=c:d$$

$$\text{ヨリ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \dots\dots(4)$$

(4)ノ兩邊 = 1ヲ加へ,

$$\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$$

$$\therefore \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

即チ(1)ヲ得ル。

$$\text{又(4)ヨリ, } \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$$

$$\therefore \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

即チ(2)ヲ得ル。

又(2)ヲ(1)デ邊々相除スレバ,(3)ヲ得ル。

(IV) 幾ツカノ相等シイ比ガアルトキ,コレ等ハ,前項ノ和ヲ前項トシ,後項ノ和ヲ後項トスル比ニ等シイ。(加比ノ理)

何トナレバ,幾ツカノ等シイ比ヲ $a:A, b:B, c:C, \dots$ トシ,コノ値ヲ k ト置ケバ

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \dots = k$$

$$\therefore a=kA, b=kB, c=kC \dots$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a+b+c+\dots}{A+B+C+\dots} &= \frac{kA+kB+kC+\dots}{A+B+C+\dots} \\ &= \frac{k(A+B+C+\dots)}{A+B+C+\dots} \\ &= k \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \dots = \frac{a+b+c+\dots}{A+B+C+\dots}$$

63. 比例式ヲ解クコト。

例 1. $15:35=x:100$ ヲ解クコト。

解 原比例式ヨリ、

$$35x=15 \times 100$$

$$\therefore x = \frac{15 \times 100}{35} = 42\frac{6}{7} \quad \text{答 } 42\frac{6}{7}$$

例 2. $2(x+2):(3x-5)=5:2$ ヲ解ク。

解 原比例式ヨリ、

$$5(3x-5)=4(x+2)$$

$$11x=33$$

$$\therefore x=3 \quad \text{答 } x=3$$

例 3. $\begin{cases} x:y=3:5 & \dots(1) \\ x+y=12 & \dots(2) \end{cases}$ ヲ解クコト。解 (1)ヨリ $\begin{cases} 5x=3y \\ x+y=12 \end{cases}$

$$\text{コレヲ解イテ, } \begin{cases} x=\frac{9}{2} \\ y=\frac{15}{2} \end{cases} \dots \text{答}$$

例題

次ノ比例式ヲ解ケ。(1-8)

1. $2x-1:3=3:1$

2. $(3x+2):7=(5x-7):3$

3. $3x-2:2=2x+2:1$

4. $(x+3):(x-5)=(x+8):(x+4)$

5. $x-1:x+2=x-3:x-2$

6. $(2x-3):(x+4)=(x+5):(x+6)$

7. $x:2=y:5, 3x+4y=10$

8. $\begin{cases} x:y:z=1:2:4 \\ x+y+z=72 \end{cases}$

9. $\frac{2x-3y}{1} = \frac{2y-3z}{2} = \frac{2z-3x}{3}$ ヲリ $x:y:z$ ヲ求メヨ。

10. $\sqrt{7}+\sqrt{3}$ ト $\sqrt{7}-\sqrt{3}$ トノ比例中項ヲ求ム。11. $a:b=c:d$ ナルトキ、次ノ式ガ成リ立ツ。

(i) $pa+qb:pa-qb=pc+qd:pc-qd$

(ii) $a-c:b-d=\sqrt{a^2+c^2}:\sqrt{b^2+d^2}$

(iii) $\frac{a+b+c+d}{a-b+c-d} = \frac{a+b-c-d}{a-b-c+d}$

12. $\frac{y+z}{b-c} = \frac{z+x}{c-a} = \frac{x+y}{a-b}$ ナルトキ,

(i) $x+y+z=0$

(ii) $(b+c)x+(c+a)y+(a+b)z=0$

ナルコトヲ示セ。

13. 甲,乙,丙ノ所持金合ハセテ 270 圓, 甲ハ乙ノ 3 倍, 乙ト丙トノ比ハ 5:7 デアルトイフ。各ノ所持金ハ幾ラデアルカ。

64. 比例配分。

例 1. 金 360 圓ヲ甲,乙,丙三人ニ, 5, 4, 3 ノ割合ニ分配スレバ, 各人ノ分ケ前ハ夫々幾圓トナルカ。

解 甲,乙,丙ノ分前ヲ夫々, x 圓, y 圓, z 圓トスレバ, 題意ニヨリ

$$\begin{cases} x+y+z=360 & \dots\dots(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x:y:z=5:4:3 & \dots\dots(2) \end{cases}$$

(2) ヨリ $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{5+4+3} \dots\dots(3)$

(3) = (1) ヲ代入スレバ

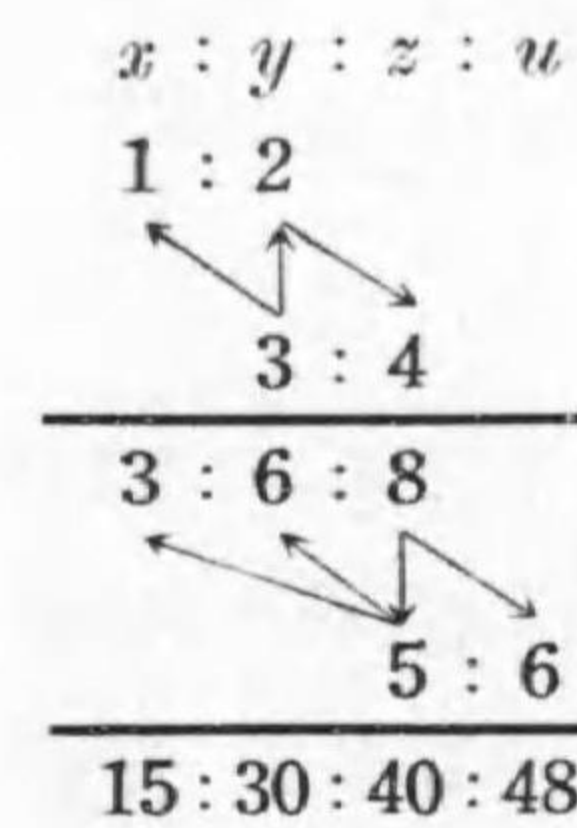
$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{360}{12} = 30$$

$\therefore x=150, y=120, z=90$

答 甲,乙,丙ノ分ケ前ハ夫々
150 圓, 120 圓, 90 圓

例 2. $x:y=1:2, y:z=3:4, z:u=5:6$ ヨリ, x, y, z, u ノ比ヲ求ムルコト。

解



答 $x:y:z:u=15:30:40:48$

例題

1. 次ノ式カラ $A:B:C$ ヲ求メヨ。

(i) $A:B=2:3$ $B:C=12:13$

(ii) $A:B=7:5$ $B:C=\frac{1}{2}:\frac{2}{3}$

2. $A:B=2:3$ $B:C=7:10$ $C:D=11:9$

ヨリ $A:B:C:D$ ヲ求メヨ。

3. 6666 ヲ $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$ ノ比ニ分ケヨ。
4. 兄ハ 25 歳,妹ハ 21 歳,末ノ弟ハ 18 歳デアル。
遺産 30000 圓ヲ年齢ノ割合ニ分配スレバ,各人所得ハ夫々幾圓トナルカ。
5. 甲,乙,丙ガ夫々,2000 圓,1700 圓,1500 圓出資シテ商業ヲ營ミ,一ケ年間ニ利益金 936 圓ヲ得タ。コレヲ出資額ニ比例シテ分ケレバ各人ノ取り高ハ幾圓トナルカ。
6. 甲ハ 2000 圓ヲ一年半,乙ハ 2000 圓ヲ一年,丙ハ 1500 圓ヲ一年間出資シテ,或事業ヲ營ミ利益金 1950 圓ヲ得タ。コレヲ出資ノ額ト期間ニ比例シテ分ケレバ各人ノ分前如何。
7. 一ツノ仕事ヲ甲ハ 30 日,乙ハ 35 日,丙ハ 40 日間ニ仕上ゲルトイフ。三人ガ共ニ從事シテ若干日間ニ 146 圓ノ賃金ヲ得タ。コレヲ各人ノ能力ニ比例シテ分配スレバ,分ケ前各,如何。
8. 或仕事ヲスルニ,男工二人ト女工三人,女工二人ト子供三人ノ能力ハ等シイトイフ。今男 12 人ト女 6 人ト子供 9 人トガ若干日働イ

テ賃金 360 圓ヲ得タ。コレヲ能力ノ割合ニ分配スレバ,男女,子供各一人ノ賃金ハ如何。

9. $a:b=b:c=c:d$ ナルトキハ
 $(b+c)(b+d)=(a+c)(c+d)$ ナルコトヲ證明セヨ。

65. 混合法。

例 1. 一立ノ價 A 錢, B 錢, C 錢ノ酒ヲ夫夫 $a:b:c$ ノ割合ニ混ズレバ,一立ノ價何程ノモノヲ得ルカ。

解 混合酒一立ノ中ニ含マレテキル各酒ノ分量ハ夫々一立ヲ $a:b:c$ ノ割合ニ分ケテ得ラレル。即チ

$$\frac{a}{a+b+c} \text{立}, \frac{b}{a+b+c} \text{立}, \frac{c}{a+b+c} \text{立}$$

故ニ混合シタ 1 立ノ價ハ

$$\frac{a}{a+b+c}A + \frac{b}{a+b+c}B + \frac{c}{a+b+c}C \\ = \frac{aA+bB+cC}{a+b+c}$$

答 $\frac{aA+bB+cC}{a+b+c}$ 錢

例2. 一立ノ價1圓10錢及ビ85錢ノ二種ノ酒ヲ如何ナル割合ニ混合スレバ一立1圓トナルカ。

解 1圓10錢ノ酒ノ混ズベキ分量ヲ x
85錢ノ酒ノ混ズベキ分量ヲ y
トスレバ、例1ニヨツテ次ノ式ヲ得ル。

$$100 = \frac{110x + 85y}{x + y}$$

$x + y \neq 0$ デアルカラ、分母ヲ拂ヘバ、

$$100(x + y) = 110x + 85y$$

$$10x = 15y$$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{y}{2}$$

故ニ混ズベキ割合ハ 答 3:2

例題

1. 一立ノ價各、2圓、1圓40錢、1圓20錢ノ酒ヲ5:4:3ノ比ニ混合スレバ、一立ノ價何程ノ酒ヲ得ルカ。
2. 2lノ價ガ夫々、2圓20錢、1圓75錢ノ二種ノ酒ヲ混ジテ、2lノ價2圓ノ酒ヲ作ルニハ如何

ナル割合ニ混合スレバヨイカ。

3. 21金ノ金ヲ4kgト14金ノ金ヲ3kg鎔和シタトキ出來ル金ノ品位ヲ問フ。
4. 10gノ純金ト幾ぐらむノ16金ヲ鎔和スレバ18金ヲ得ルカ。
5. 銅ト亞鉛トノ合金二種類アリ。甲ハ銅ト亞鉛トヲ2:3ノ割合ニ含ミ、乙ハ7:5ノ割合ニ含ンデキル。銅ト亞鉛トヲ丁度半分宛含ム合金ヲ60kg作ルニハ、二種ノ合金甲乙ヲ夫々幾斤ヅツ鎔和スレバヨイカ。

66. 互ニ比例スル二量。

例ヘバ1時間 = 30kmヲ走ル汽車ガアルトキ、

2時間 デハ 60km

3時間 デハ 90km

t 時間 デハ 30t km

ヲ走ル。故ニ

$$(\text{走ツタ距離}) : (\text{カ、ツタ時間}) = 30 \quad (\text{一定數})$$

* 21金ノ金トハ目方24gノ中ニ純金21gガ含マレテキル合金ノコトデアル

トナル。コノヤウニ、

相伴ツテ變化スルニツノ量アリ、相對應スル値ヲ夫々 x, y トスルトキ、比ノ値

$$y : x$$

ガ常ニ一定ノ値ヲ持ツトキニツノ量ハ互ニ比例スルトイフ。

今一定ノ比ノ値ヲ k トスレバ、

$$\frac{y}{x} = k$$

即チ

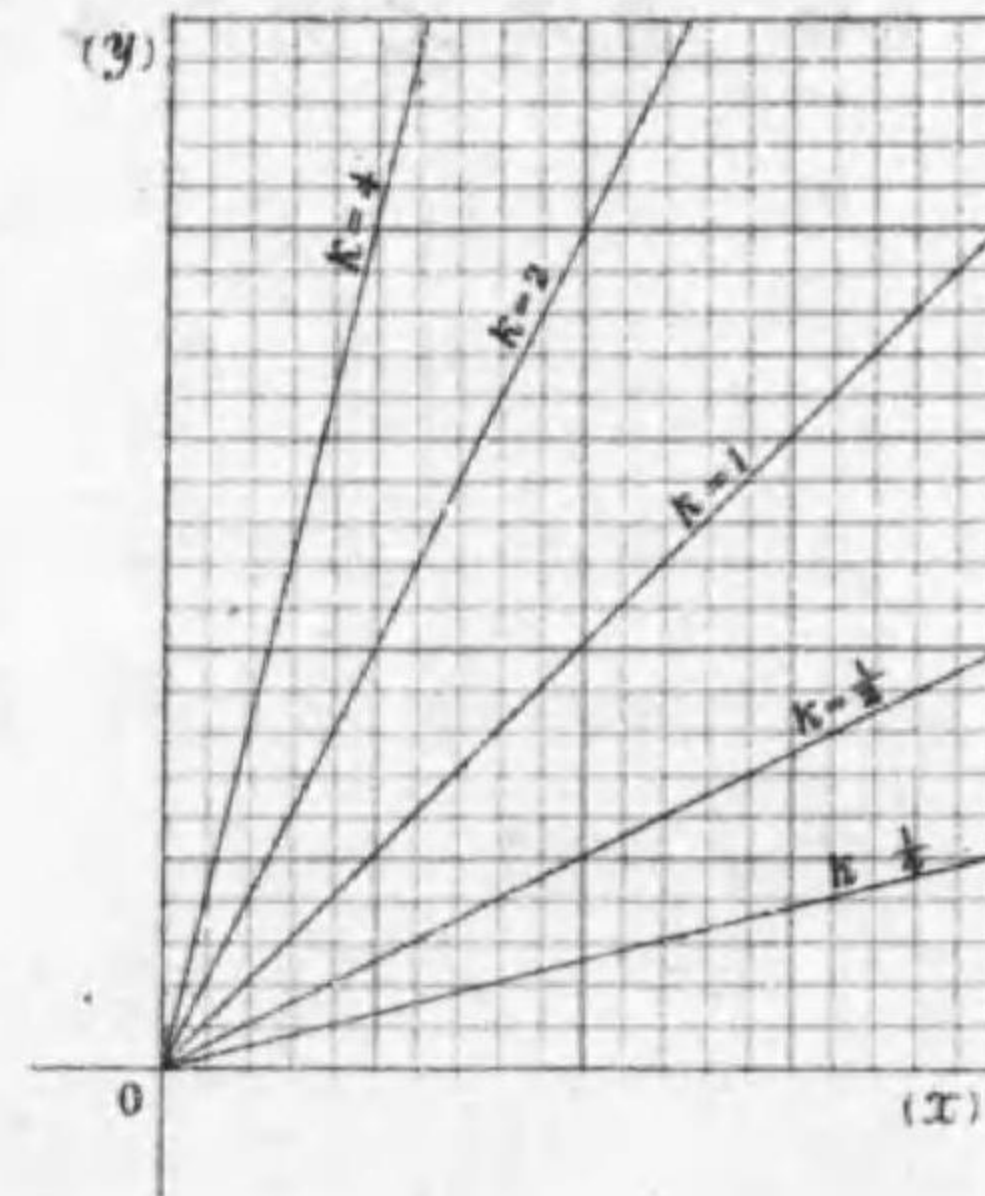
$$y = kx$$

故ニ、互ニ比例スルニツノ量アリ、相對應スル數値ヲ夫々 x, y トスルトキ常ニ次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$y = kx \dots\dots(1)$$

k ヲ比例係數トイフ。

比例係數 k ハ二量ノ關係ニヨツテ定マル一定値デアル。



(1) ヨリ x ガ 2 倍、3 倍、 \dots トナレバ y モ 2 倍、3 倍、 \dots トナル。即チ

互ニ比例スル二量ニ於テ一方ガ 2 倍、3 倍、 \dots トナレバ他方モ 2 倍、3 倍、 \dots トナル。

二量ガ比例スルカドウカヲ見分ケルニハコノ性質ヲ用フルノガ最モ便利デアル。

互ニ比例スル二三ノ例ヲ擧ゲレバ次ノヤウナモノガアル。

品物ノ分量ト價、

仕事ニ従事スル人數トコレヲ仕遂ゲル分量、

歩イタ距離トカ、ツタ時間、

時計ノ針ノ廻ツタ角度ト經過シタ時間、

働イタ日數ト賃銀。

互ニ比例スルニツノ量ノ相對應スル二組ノ値ヲ夫々 x, y 及ビ x', y' トスレバ、次ノ比例式ガ成リ立ツ。

$$x : x' = y : y' \dots\dots(2)$$

何トナレバ、(1) ニヨツテ、

$$y = kx$$

$$y' = kx'$$

$$\therefore x : x' = y : y'$$

例. 或反物ノ價ハ $3m$ ガ 1 圓 50 錢デアルトイフ。ソノ反物ノ長サト價格トノ關係ヲ求メ、且ツ $7m$ ノ値ヲ求メヨ。

解 反物ノ長サハ價格ニ比例スル。故ニ y 錢ニ對スル反物ノ長サヲ xm トスレバ、

$$(i) \quad y = kx \dots\dots\dots(1)$$

トナル。然ルニ、 $x=3$ ナルトキ $y=150$ デアルカラ

$$(1) \text{ヨリ, } 150 = k \cdot 3$$

$$\therefore k = 50$$

故ニ (1) ニ k ノ値ヲ入レテ、

$$y = 50x \dots\dots\dots(2)$$

コレガ求メル關係デアル。

$$(ii) \text{次ニ (2) ニ於テ } x=7 \text{ トオケバ } y=350$$

答 3 圓 50 錢

(ii)ノ別解) 求メル價格ヲ x トスレバ

$$3 : 7 = 150 : x$$

$$\therefore x = 350 \quad \text{答 3 圓 50 錢}$$

問 1. 時計ノ長針ハ 12 分間ニ何度廻轉スルカ。

問 2. 直立シタ $1m$ ノ杖ノ影ガソノ一倍半アツタトキ、塔ノ影ハソノ杖ノ 12 倍アツタ。塔ノ高サハ幾 m デアルカ。

問 3. 1 時間 $4km$ ノ割合デ行ク人ガ $10km$ 行ク間ニ、 $60km$ ヲ 15 分ノ割合デ飛ブ飛行機ハ幾 km 行クカ。

67. 反比例.

相伴ツテ變化スル二ツノ量アリ、相對應スル數値ヲ夫々 x, y トスル。一方ガ他方ノ逆數ニ比例スルトキ二ツノ量ハ互ニ反比例スルトイフ。

コレヲ式デ表ハセバ

$$y = k \frac{1}{x} \quad (k \text{ハ一定ノ數値})$$

或ハ $xy = k$ トナル。即チ

互ニ反比例スル二ツノ量ガアルトキ相對應スル値 x ト y トノ間ニハ次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$xy = k \dots\dots\dots(1)$$

$xy = k$ ハ二ツノ量ノ性質ニヨツテ定マル一定ノ數値デアル。

コレヲ比例係數トイフ。

(1) ヨリ

x ガ 2 倍, 3 倍, ……トナルニ從ツテ,
 y ハ $\frac{1}{2}$ 倍, $\frac{1}{3}$ 倍, ……トナル。

即チ

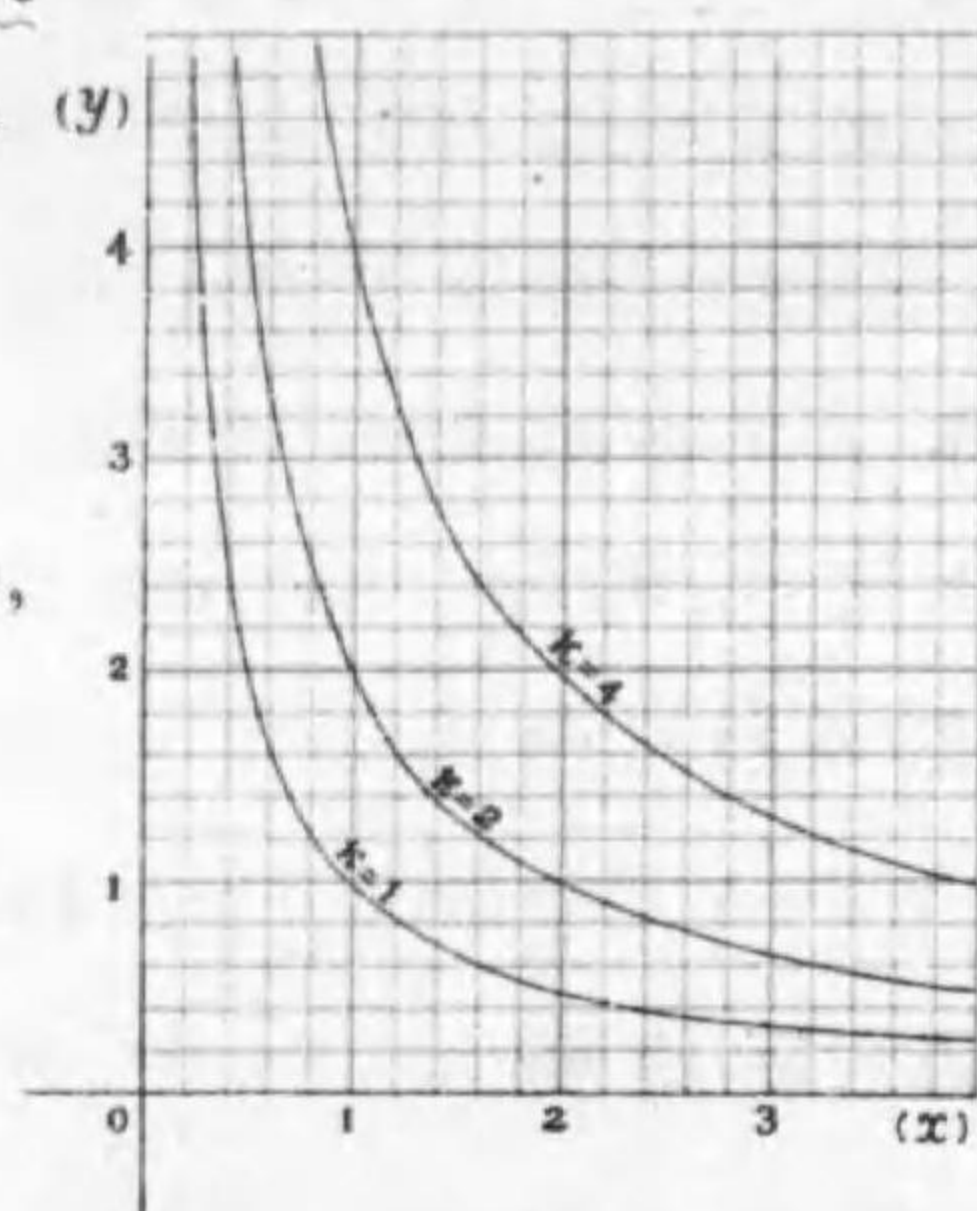
互ニ反比例スル二ツノ量ニ於テハ、一方ノ量ガ 2 倍, 3 倍, ……トナレバ他方ハ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ……トナル。

コノ性質ハ二ツノ量ガ反比例スルカドウカヲ判別スルニ便利デアル。

互ニ反比例スル二量ノ例ヲ示セバ、

定マツタ仕事ヲ仕上ゲルニ要スル日數ト人數(同ジ時間)

一定ノ金額ヲ分配スルトキ、人數ト一人ノ分ケ前(各人ニ等分)



定マツタ仕事ヲ仕上ゲルニ要スル日數ト毎日働ク時間(同ジ人數)

一定ノ量ヲ種々ノ單位デ測ルトキ、單位ノ大サト、測ツテ得ル數値。

面積ガ一定デアル矩形ノ縦ト横。

ナドガアル。

互ニ反比例スル二ツノ量ノ相對スル二組ノ値ヲ夫々 x, y 及ビ x', y' トスルトキ次ノ比例式ガ成リ立ツ。 $x : x' = y' : y$

何トナレバ
$$\begin{cases} xy = k \\ x'y' = k \end{cases}$$

ヨリ $xy = x'y'$

$\therefore x : x' = y' : y$

例. 8 人デ 3 日カ、ル仕事アリ。

(i) 人數ト日數トノ關係ヲ求メヨ。

(ii) 6 人ナラバ何日カ、ルカ。

解

(i) 人數ト日數トハ互ニ反比例スル。故ニ
人數ヲ x 人、仕上ゲル日數ヲ y 日トスレバ、

$$xy = k$$

然ルニ、 $x=8$ ノトキ $y=3$ トナルカラ、

$$\therefore 8 \times 3 = k$$

$$\therefore k = 24$$

即チ求メル關係式ハ

$$xy = 24 \dots\dots(1)$$

(ii) (1)ニ $x=6$ トオケバ $y=4$ ヲ得。

故ニ求メル答ハ 4 日デアル。 答 4 日

(ii)ノ別解) 反比例スルコトカラ求メル日數

ヲ x 日トスレバ

$$8:6=x:3$$

$$\therefore 6x=3 \times 8$$

$$\therefore x=4 \quad \text{答 4 日}$$

問 1. 27 哩^{カイリ}ガ 50 km デアル。 150 哩ハ何 km デアルカ。

問 2. 15 節ノ速サデ丁度 3 晝夜ニシテ達セラレル港ヘ、ソレヨリモ 12 時間早ク達スルニハ速サハ毎時何程トスレバヨイカ。

問 3. 800 m ノ競走デ甲ガ決勝線ニ入ル時乙ハ 35 m 後ニ居タ、コノ割合デ乙ガ 1500 m 走ルニ 5 分ヲ要スルトスレバ甲ハ幾分ヲ要スルカ。

68. 自乗比例。

相伴ツテ變化スル甲、乙二種ノ量ガアツテ、ソノ對應スル數值ヲ夫々 x, y トシ、ソノ間ニ

$$y = kx^2 \quad (k \text{ ハ一定ナル數})$$

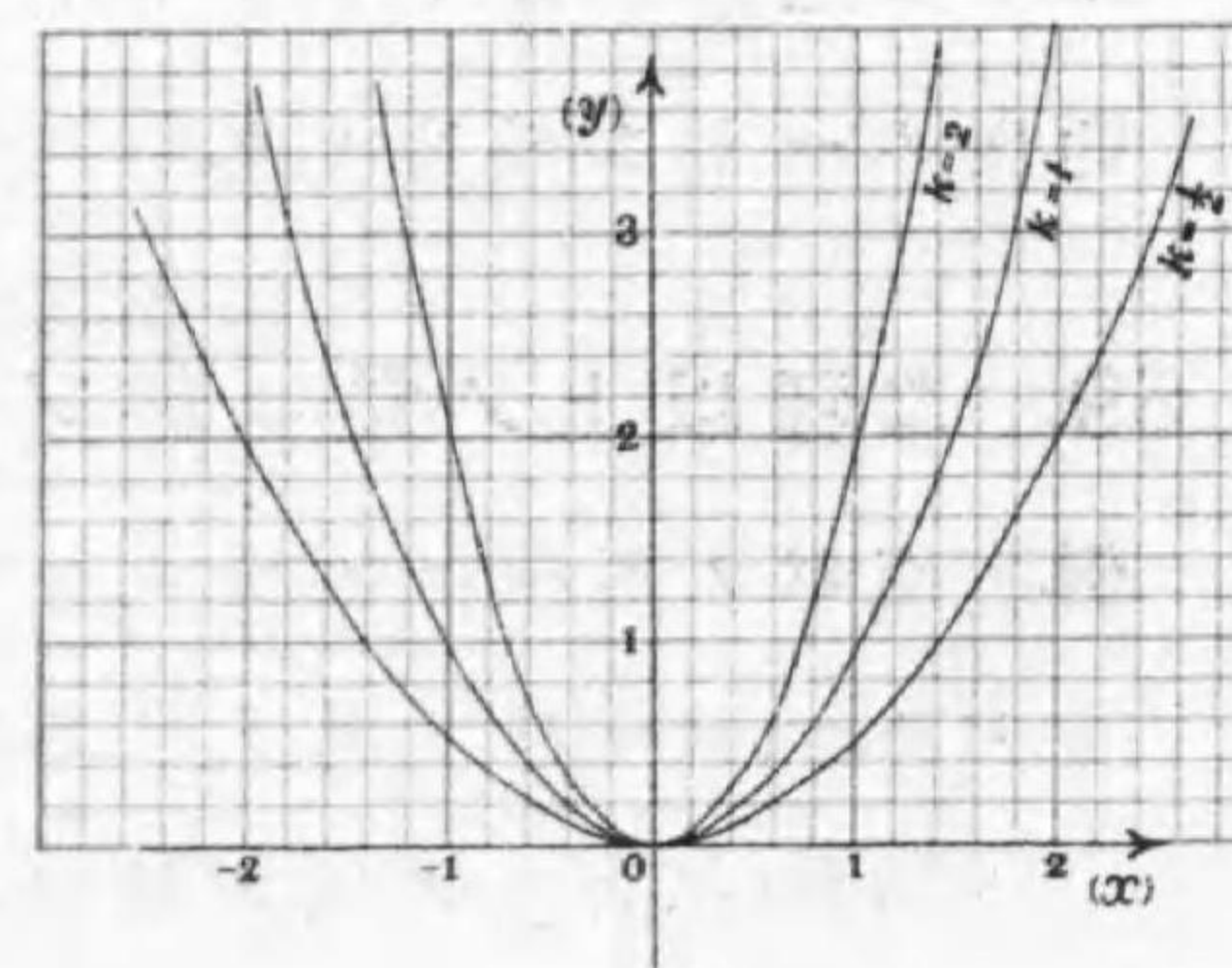
ナル關係ガ成リ立ツトキ、乙ハ甲ノ自乗ニ比例スルトイフ。 k ヲ比例係數トイフ。

相對應スル二組ノ值ヲ夫々 x, y 及ビ x', y' トスレバ、次ノ式ガ成リ立ツ。

$$y : y' = x^2 : x'^2$$

二三ノ實例ヲ舉ゲレバ、

圓ノ面積ハ半徑ノ、球ノ表面積ハ半徑ノ、同ジ土地ノ地圖ノ面積ハソノ縮尺



ノ、

自乗ニ比例スル。

問 1. 縮尺 $\frac{1}{30000000}$ ノ地圖デ南アメリカノ面積ヲ測ツタ所 198 sq cm アツタトイフ。實際ノ面積ヲ求メヨ。但シ地圖ノ測定デ 10 sq cm 未滿ハ四捨五入シタモノデアアル。

問 2. 物が落下スル距離ハ、落ち始メカラノ時間ノ自乗ニ比例シ、5 m 落ちルニ約一秒カ、ルトイフ。落下スル距離ト時間トノ關係ヲ書キ表ハセ。

問 3. 或塔ノ上カラ物ヲ落シテ地面ニ達スルマデニ二秒半カ、ツタトイフ。塔ノ高サハ約幾メーとるデアアルカ。

69. 二種以上ノ量ニ伴ツテ變化スル量。

例. 矩形ノ面積ハ縦横ノ長サノ積デ表ハサレル。今縦横ノ長サヲ x, y トシ、面積ヲ z トスレバ、 x, y ノ値ノ變化ニ伴ツテ z ノ値モ變ル。

コノトキ x ト y トノ間ニハ何等關係ガナクトモヨイ。

コノヤウニ、勝手ニ變化スル二種ノ量ニ伴ツテ變化スル量ハ日常生活デシバシバ遭遇スルモノデアアル。

例ヘバ 反物ノ値段ハ品質ト長サトデ高低ガアル。

仕事ノ量ハ働ク人数ト日數トデ變ル。歩イタ里程ハ速サト時間トニ關係スル。

電燈ニヨル机上ノ書物ノ上ノ明ルサハ電燈ノ燭光ト電燈カラノ距離デ變ル。

特ニ重要ナノハ次ニ擧ゲルモノデアアル。

70. 複比例。

二ツノ量甲、乙ニ伴ツテ變ル第三ノ量丙ガアツテ、乙ヲ變ヘナイデ甲ノミ變ヘルトキ、丙ハ甲ニ比例シ、

甲ヲ變ヘナイデ乙ノミ變ヘルトキ、丙ハ乙ニ比例スル場合、

丙ハ甲及ビ乙ニ複比例スル又ハ單ニ比例スルトモイフ。

例ヘバ、

仕事ノ分量ハ働ク人数ト日数トニ、

矩形ノ面積ハ縦ト横ノ長サトニ、

三角形ノ面積ハ底邊ト高サトニ、

歩ク距離ハ速度ト時間トニ

複比例スル。

今、甲量ヲ x 、乙量ヲ y トシタトキ、コレニ對スル丙量ヲ z トスレバ、 z ハ x 及ビ y ノ如何ナル式デ表ハサレルカ。

例. 職工8人が10日間働イテ得タ賃銀ハ

136圓デアル。コノ割合デ x 人、 y 日間ノ賃銀(z 圓)ヲ求メヨ。

解 人数ヲ一定ニスレバ賃銀ハ日数ニ比例シ、

日数ヲ一定ニスレバ賃銀ハ人数ニ比例スル。

故ニ賃銀ハ人数ト日数ニ複比例スル。

今人数ヲ初メノマ、8人ニシテ y 日間働イタトキノ賃銀ヲ t 圓トスレバ、

$$10:y=136:t \dots\dots\dots(1)$$

或ハ $136y=10t$

然ル後日数ヲ y 日ニシタマ、人数ヲ x トシタトキ、賃銀ハ z 圓トナル。故ニ

$$8:x=t:z \dots\dots\dots(2)$$

或ハ $8z=xt$

(1)カラ t ヲ求メテ(2)ニ代入スレバ

$$8z=\frac{136}{10}xy.$$

$$\therefore z=\frac{136}{10 \times 8}xy$$

即チコレガ求メル關係デアル。

以上ハ特別ナ例ニ就イテ求メタ x 、 y ト z トノ關係デアルガ、コノ求メ方ハ複比例ノスベテノ場合ニ通用スル。故ニ

量 z ガニツノ量 x 及ビ y ニ複比例スルトキ、 z ハ x 、 y ノ連乘積ニ比例スル。即チ、次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$z=kxy$$

k の問題ノ性質ニヨツテ定マル數デコレヲ比例係數トイフ。

例. 水力デ得ラレル馬力 P ハ落差(水ノ落ちル高サ) h ト一時間ニ落ちル水量 v ニ比例スル。

$h=15m, v=50l$ ノトキ $P=10$ 馬力デアル。

(i) P ト h, v ノ關係ヲ求メ,

(ii) 高サ $25m$, 一時間ノ流水量 $60l$ ナル瀑布ヨリ得ラレル馬力ヲ求メヨ。

解

(i) 題意カラ, $P=khv$

ヲ得ル。

$h=15, v=50$ ノトキ $P=10$ デアルカラ

$$10=k \cdot 15 \times 50$$

$$\therefore k = \frac{1}{75}$$

$$\text{故ニ} \quad P = \frac{1}{75} hv$$

(ii) $h=25, v=60$ ナルトキ

$$P = \frac{1}{75} \times 25 \times 60 = 20$$

答 20 馬力

問 1. 間口 $15m$, 奥行 $20m$ ノ宅地ノ價ハ 1200 圓デアアル。コノ割合デ間口 $26m$, 奥行 $35m$ ノ土地ノ價額ハ幾ラデアアルカ。但シ實測ノ結果ハ $1m$ 未滿ハ四捨五入ニヨツテ得タ測定値デアアル。

問 2. 甲ナル量ハ乙, 丙ナル二量ニ伴ツテ變ルモノデアツテ, 丙ヲ一定ニシタトキ乙ニ比例シ, 乙ヲ一定ニシタトキ丙ノ自乗ニ比例スルトイフ。ソノ數値ノ關係式ヲ求メヨ。

71. 廣義ノ複比例.

A ガ x, y, u^* ノ變化ニ伴ツテ變化スルモノデアツテ, A ハ

y, u ヲ一定ニシタトキ x ニ正比例シ,

x, u ヲ一定ニシタトキ y ニ正比例シ,

x, y ヲ一定ニシタトキ u ニ反比例スル

* 一々量某ノ値 x, y 等トイフノガ煩雜デアアルカラ量ノ値ヲ以ツテソノママ量ノ種類ヲモアラハシ量 x, y 等トイフ。

トキ, A ハ x, y ニ比例シ, u ニ反比例スルトイフ。コノトキ次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$A = k \frac{xy}{u}$$

何トナレバ, u ヲ一定ニシタトキ A ハ xy ニ比例シ, xy ヲ一定ニシタトキ u ニ反比例, 即チ $\frac{1}{u}$ ニ比例スル。故ニ

$$A = k(xy) \cdot \frac{1}{u} = k \frac{xy}{u}$$

一般ニ

A ハ x, y, z, \dots ニ比例シ, u, v, w, \dots ニ反比例スル量デアルトキ次ノ關係ガ成リ立ツ。

$$A = k \frac{xyz \dots}{uvw \dots}$$

例. 15人ガ10日間毎日6時間ヅツ働イテ, 巾300m, 長サ800mノ矩形ノ荒地ヲ開墾シタトイフ。コノ割合デ, 巾1600m, 長サ4000mノ矩形ノ土地ヲ開墾スルニ60人ガ毎日8時間ヅツ働ケバ幾日ヲ要スルカ。

解 要スル日數(A)ハ土地ノ巾(x m), 長サ(y m)ニ比例シ, 人數(u 人), 毎日ノ勞働時間(v 時)

ニ反比例スル。故ニ

$$A = k \frac{xy}{uv}$$

然ルニ $x=300, y=800, u=15, v=6$ ノトキ $A=10$ デアルカラ,

$$10 = k \frac{300 \times 800}{15 \times 6}$$

$$\therefore k = \frac{15 \times 6 \times 10}{300 \times 800} = \frac{3}{800}$$

$$\therefore A = \frac{3}{800} \cdot \frac{xy}{uv}$$

次ニ $x=1600, y=4000, u=60, v=8$ トオケバ,

$$A = \frac{3}{800} \cdot \frac{1600 \times 4000}{60 \times 8} = 50$$

答 50日

問1. 毎頁15字詰, 20行, 100頁ヲ寫スニ20時間ヲ要スル人ハ, コノ割合デ毎頁20字詰, 20行, 150頁ヲ寫スニ幾時間ヲ要スルカ。

問2. 甲, 乙二人ノ歩キ方ヲ比較スルニ, 甲ガ5歩デ行ク距離ヲ乙ハ6歩デ行キ, 甲ガ8歩運ブ間ニ乙ハ9歩運フトイフ。然ラバ甲ガ10時間ヲ要スル距離ヲ行クニ乙ハ幾時間カ、ルカ。

例題

1. 甲乙兩驛ノ間ヲ速サ毎時 40 km ノ汽車ガ1時間24分カ、ルトイフ。同ジ驛間ヲ毎時 45 km ノ汽車ガ何時間カ、ルカ。
2. 縦 30 cm , 横 20 cm , 高サ 10 cm ノ直方體ノ目方ハ 42 kg デアルヤウナ合金デ、別ノ直方體ヲ作り、其ノ目方ハ 150 kg , 縦 60 cm , 横 90 cm ナラシメルニハ高サ幾 cm トスレバヨイカ。
3. 砂糖 15 kg ト茶 4 kg ノ價格ハ相等シイトイフ。砂糖 30 kg ノ値段ガ 12.25 圓ナラバ、 20 圓分ノ茶ハ幾 kg デアルカ。
4. 風ガ平面ニ及ボス壓力 (p) ハ風速 (v) ノ平方及ビ平面ノ廣サ (s) ニ比例スルトイフ。 p, v, s ノ關係ヲ求メヨ。且ツ風速毎秒 1 m ノトキ 1 sq m ノ平面ヘ及ボス壓力ガ 80 g ノ重サニ相當スルトイフ。風速毎秒 30 m ノ暴風ノトキ 8 sq m ノ平面ニ及ボス壓力ヲ求メヨ。又昭和九年關西ヲ襲ツタ暴風ノ風速ハ毎秒 60 m ノ速サデアツタ。コノトキノ 2 sq m ノ戸ニ及ボシタ壓力ヲ求メヨ。

5. 海面ヲ望ミ得ル距離ハ眼ノ高サノ平方根ニ比例シ 1.8 m ノ眼ノ高サデ 12 km ヲ見ルコトガ出來ルトイフ。 20 m ノ高サヨリ望ミ見ラレル距離ヲ求メヨ。
6. 遊星ガ太陽ヲ一周スルニ要スル時間ノ自乗ハ太陽カラ遊星マデノ距離ノ三乗ニ比例スルトイフ。太陽カラ地球及ビ金星迄ノ距離ハ夫々 $148.6 \times 10^6\text{ km}$ 及ビ $107.3 \times 10^6\text{ km}$ デアツテ、地球ガ公轉スル時間ハ $365\frac{1}{4}$ 日デアアル。金星ノ公轉ノ日數ヲ求メヨ。
7. 光線ヲ垂直ニ受ケル面ノ明ルサハ、光源ノ燭光ニ比例シ、距離ノ自乗ニ反比例スル。或人ガ 16 燭光ノ電燈ヲ 50 cm 隔テ、讀書シテキル。 1 燭光ヲ 1 m 隔テタ明ルサヲ單位ニトレバ、コノ明ルサヲ表ハス數値如何程トナルカ。次ニ又 16 燭光ヲ 50 燭光ト取り替ヘテ、モト、殆ンド同ジ明ルサヲ得ルニハ、何程隔テタラヨイカ。

第十一章 對 數

72. 指數法則ノ擴張.

(1) 零指數. 指數ノ法則ニヨレバ m, n ガ正ノ整數デアツテ $m > n$ ナルトキ

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

デアル。今コレガ $m = n$ ノトキニモ成リ立ツモノトスレバ, $1 = a^0$ トナル。

故ニ a ガ零デナイ任意ノ數デアルトキ

$$a^0 = 1$$

ト規約スル。

(2) 負指數. 指數ノ法則 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ガ指數ガ負ノトキニモ成リ立ツトスレバ

$$a^m \cdot a^{-n} = a^{m-n}$$

トナリ,

$$\text{一方} \quad a^m \cdot \frac{1}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\text{トヲ比較シテ} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

トナル。故ニ a ヲ零デナイ數トスルトキ,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

ト規約スル。

(3) 分數指數. 指數ノ法則 $(a^n)^m = a^{nm}$ ガ p ガ分數ノトキニモ成リ立ツモノトスレバ,

$$(a^{\frac{m}{n}})^n = a^{\frac{m}{n} \cdot n} = a^m$$

$$\therefore a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} [= (\sqrt[n]{a})^m]$$

故ニ

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} [= (\sqrt[n]{a})^m]$$

ト規約スル。

特ニ $m = 1$ ノトキハ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

(1), (2), (3) ノ規約ヲ入レルコトニヨツテ

$$\text{指數法則} \quad a^m a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

ハ m, n ガ如何ナル數デアツテモ成リ立ツコトニナル。

$$\text{例 1.} \quad \frac{a^3 b^5}{a^2 b^2} = a^0 b^{5-2} = b^3$$

$$\text{例 2.} \quad \sqrt[7]{a^3} = (a^3)^{\frac{1}{7}} = a^{\frac{3}{7}}$$

$$\text{例 3.} \quad \frac{\sqrt[5]{a^2}}{a^3} = a^{\frac{2}{5}} \cdot a^{-3} = a^{\frac{2}{5}-3} = a^{-\frac{13}{5}}$$