然るに此等の各式の分母は

$$\frac{\Delta s_1}{\frac{I_0+I_1}{2}}=\frac{\Delta s_2}{\frac{I_1+I_2}{2}}=\frac{\Delta s_3}{\frac{I_2+I_3}{2}}=\cdots\cdots$$

Δs_1 Δs_2 Δs_3……の間に於ける平均惰性率であるから、結局 $\frac{\Delta s}{I}$ が常數になつたのである。斯の如くにして分割し得たる弧長 Δs_1 Δs_2 Δs_3 を拱肋中心線上に移し各弧長の中點毎に m, my, mx を算出しその各の總和を零と置けば(349)及び(353)式が滿足せられる事になるのである。第一九九圖及び第二〇三圖參照）

此等の公式によつて V_1 H_1 m_1 等を求め得れば任意の斷面に於ける軸應力、裁力及び彎曲率は計算上から求められる。例へば第二〇二圖の如き無鉸拱に於ては C に於ける N T m は(324)(325)式を應用して

$$m=m_1-V_1b+Q_1(b-a_1)+Hr$$

$$\varphi=0,\quad N=H,\quad T=V_1-Q_1$$

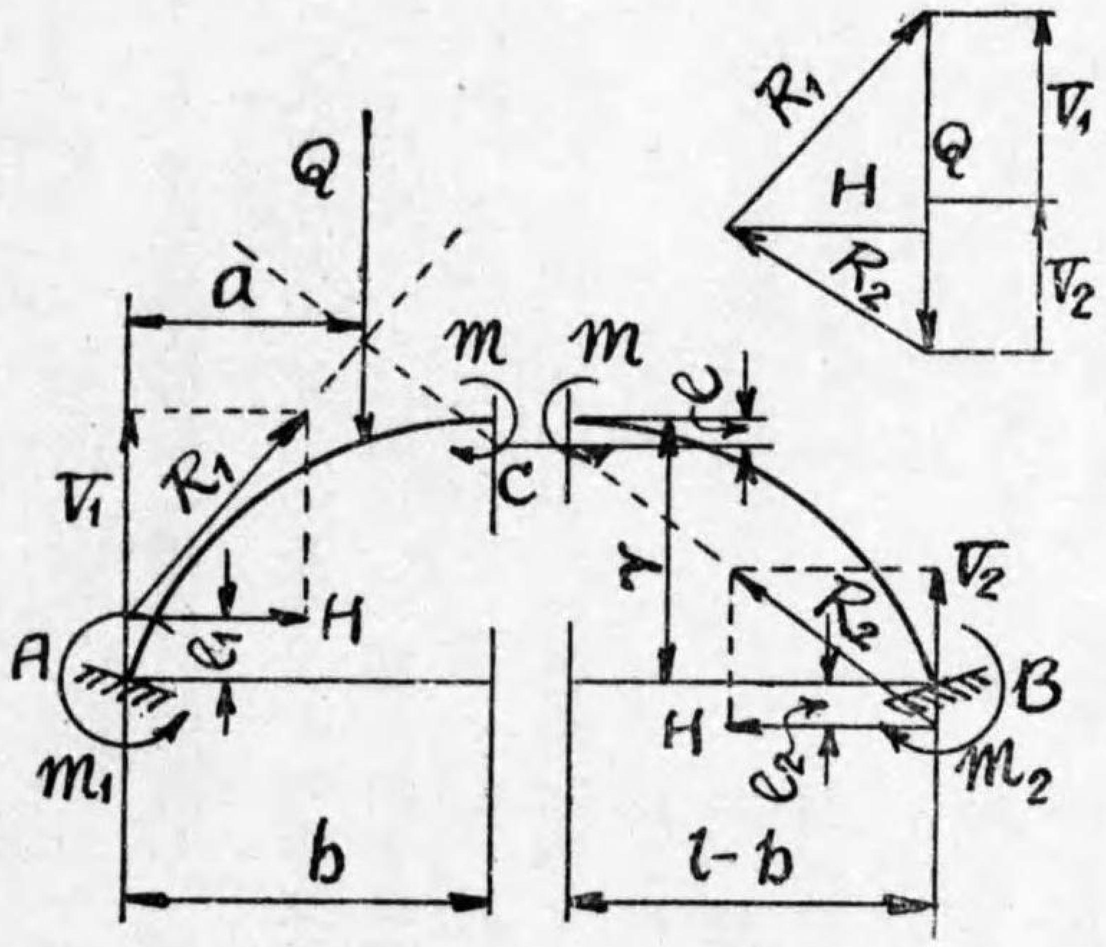
此の結果を圖式で求め樣とすれば反力 R_1 或はその分力 V_1 H_1 の働點を決定すればよい。此の働點が中立軸上にあれば起拱點に於ては彎曲率が存在しないのであつて $m_1=0$ 起拱點に反隅力率 m_1 が存在すると言ふ事は R_1 に偏心率 e_1 があると言ふ事になり $m_1=-He_1$

e_1 が正であれば A より上に計り負であれば A より下に計る斯くして R_1 の働點が分れば普通の方法によつて外力の索多角形即ち壓力線を書き得るのであつて、C に於ける推力 P その垂直分力 N 及び切觸分力 T 及び偏心率 e は圖式によつて求められる。即ち

$$m=Ne=-V_1b+Q_1(b-a_1)+H(r-e_1)$$

（(324)式參照）

第二〇二圖



猶圖式解法に於ける荷重の計り方に就て、開側拱で荷重が柱荷重として集中的に拱肋に傳へられる場合には第二〇二圖の如き作圖をすればよいのであるが充側拱の場合には水平軸に沿つての等布荷重を多くの集中荷重に換算して置くのが便利である。例へば第二〇三圖に於て拱肋 $b_0c_0c_1b_1$ の部分に加はる荷重 Q_1 は a_0a_1 の間の活荷重、死荷重 $a_0b_0b_1a_1$ の拱側重量、$b_0c_0c_1b_1$ の拱肋重量の總和であつて拱肋 $b_1c_1c_2b_2$ の部分に就ても同樣であるから、各 Δs の間の此等の總荷重を豫め算出して置いてそれを集中荷重 Q として取扱へばよいのである。

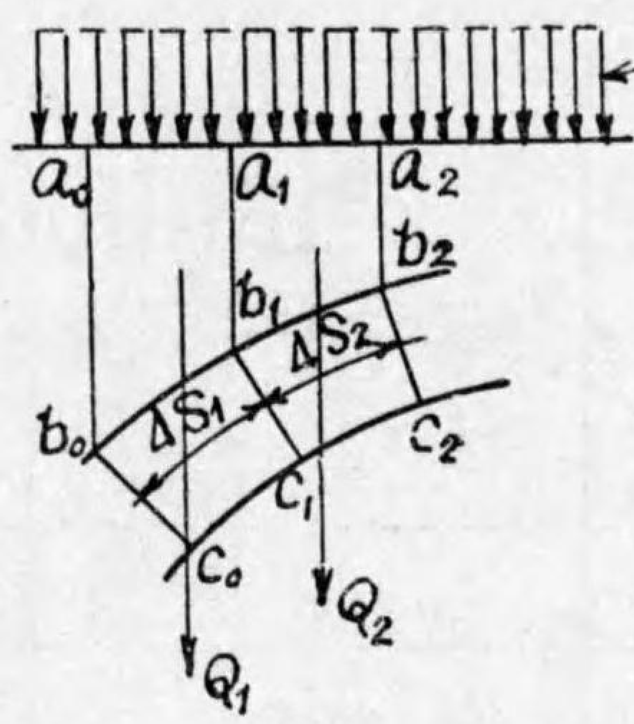
$q=a_0a_1$ 間の等布荷重

$w_1=$ 拱側單位重量

$w_2=$ 拱肋單位重量

$$Q_1=q\overline{a_0a_1}+w_1\cdot\overline{a_0a_1}\cdot\frac{\overline{a_0b_0}+\overline{a_1b_1}}{2}+w_2\cdot\frac{\overline{b_0c_0}+\overline{b_1c_1}}{2}\cdot\frac{\overline{b_0b_1}+\overline{c_0c_1}}{2}\cdots\cdots\cdots\text{(358)}$$

第二〇三圖

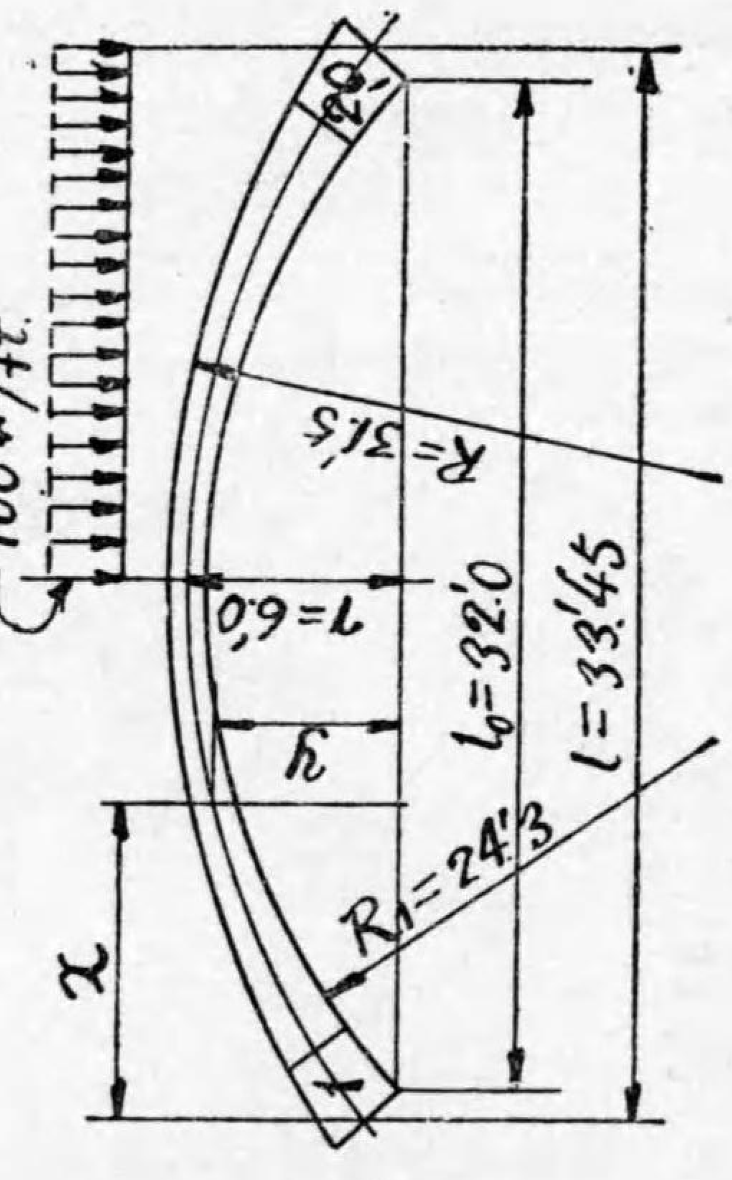


他も同樣である。(358)式は略算であるが、實地上之を使用して差閊へない。

計算例　第二〇四圖の如き鐵筋混凝土二鉸拱の水平反力の大さを求む。

徑間（純）三二呎、拱矢六呎、圓弧拱にして拱腹線半徑約二四・三呎、拱背線半徑約三一・五呎、拱側は混凝土充側とす。拱環を弧長と平均惰性率との比が一定なる二〇個の部分に分割し(358)式を用ひて拱環に加はる集中荷重 $Q_1\ Q_2\ Q_3$ ……及び拱環左端より荷重の働線に至る距離 $a_1\ a_2\ a_3$ ……を計算する。荷重を拱頂の左右に於て對稱とすると計算は半徑間に就て行へばよいのであるが、此の場合には右の半徑間だけ活荷重があるものとする。

第二〇四圖



番號	Q（听）	a（呎）	Qa（呎听）	號番	Q（听）	a（呎）	Qa（呎听）
1	2,760	0.50	1,380	11	770	17.35	13,360
2	2,000	2.73	5,460	12	820	18.75	15,380
3	1,650	4.55	7,510	13	900	20.20	18,180
4	1,400	6.36	8,900	14	1,000	21.85	21,850
5	1,200	8.18	9,820	15	1,200	23.40	28,080
6	1,020	10.00	10,200	16	1,380	25.25	34,850
7	840	11.58	9,730	17	1,590	27.04	42,990
8	750	13.24	9,930	18	1,840	28.85	53,090
9	680	14.70	10,000	19	2,200	30.65	67,430
10	630	16.10	10,140	20	2,990	32.86	98,250
Σ					27,620		476,530

$$V_2=\frac{\Sigma Qa}{l}=\frac{476{,}530}{33.45}\fallingdotseq 14{,}250\#$$

$$V_1=\Sigma Q-V_2=27{,}620-14{,}250=13{,}370\#$$

次に(350)式を用ひて水平推力 H を求める。次表に於ては例へば n 斷面に就て

$$\Sigma Q(x-a)=Q_1(x_n-a_1)+Q_2(x_n-a_2)+\cdots\cdots+Q_n(x_n-a_n)$$

斷面	x（呎）	y（呎）	xy（呎²）	y²（呎²）	ΣQ(x−a)（呎听）	ΣQ(x−a)y（呎²听）
1	1.00	0.75	0.75	0.56	1,380	1,040
2	2.90	1.95	5.66	3.80	6,960	13,560

3	4.70	2.90	13.63	8.41	15,780	45,760
4	6.50	3.70	24.05	13.69	27,510	101,790
5	8.20	4.25	34.85	18.06	40,820	173,490
6	10.00	4.80	48.00	23.04	57,030	273,740
7	11.58	5.10	59.06	26.01	72,880	371,690
8	13.24	5.40	71.50	29.16	90,920	490,970
9	14.70	5.50	80.85	30.25	107,890	593,400
10	16.10	5.52	88.87	30.47	125,110	690,610
11	17.35	5.52	95.77	30.47	141,270	779,810
12	18.75	5.50	103.13	30.25	160,450	882,480
13	20.21	5.40	109.13	29.16	181,670	981,020
14	21.87	5.10	111.54	26.01	207,260	1,057,730
15	23.45	4.80	112.56	23.04	233,380	1,120,220
16	25.25	4.25	107.31	18.06	265,350	1,127,740
17	26.95	3.70	99.72	13.69	297,160	1,099,490
18	28.75	2.90	83.34	8.41	334,030	968,690
19	30.55	1.95	59.57	3.80	373,880	729,080
20	32.45	0.75	24.34	0.56	418,730	314,050
Σ	334.50	79.74	1,333.63	366.90	3,159,460	11,816,360

$$\Sigma m'y=\Sigma\left[-V_1x+\Sigma Q(x-a)\right]y=-\Sigma V_1xy+\Sigma\Sigma Q(x-a)y$$

$$\therefore\quad H=\frac{13{,}370\,\Sigma xy-\Sigma\Sigma Q(x-a)y}{\Sigma y^2}$$

$$=\frac{13{,}370\times1{,}333.63-11{,}816{,}360}{366.90}\doteqdot16{,}910\#$$

(335) 式を用ひ拱頂に於ては

$$N=H=16{,}910\#$$

$$V=V_1-\sum_1^{10}Q=13{,}370-12{,}930=440\#$$

$$T=V=440\#$$

彎曲率は斷面 10 に於けるものを基として次の如くにして求められる。

$$m_0=-13{,}370\times\frac{33.45}{2}+125{,}110+12{,}930\times\left(\frac{33.45}{2}-16.10\right)+16{,}910\times5.53$$

$$=-223{,}610+125{,}110+8{,}080+93{,}510=+3{,}090'\#$$

故に偏心率 e は

$$e=\frac{3{,}090}{16{,}910}=0.18'$$

e は斷面重心より下に計る。

又溫度の變化に對しては(351)式を用ひ

$a=0.0000055$（第三編第四章第(1)節）　$t=40°$（華氏）

$E=2{,}600{,}000\#/\square'' = 374{,}400{,}000\#/\square'$（第十三編第三章第(2)節）

$l=33.45'$,　$\dfrac{\varDelta_s}{I}=21.37$

とすると

$$H=\pm\frac{0.0000055\times40\times374{,}400{,}000\times33.45}{21.37\times366.90}=\pm350\#$$

此の H に起因する拱頂推力及び彎曲率は

$$N=\pm350\#$$

$$m_0=\pm350\times5.53=\pm1{,}940'\#$$

又拱坐移動に對しては(352)式を用ひ　$\varDelta x=0.01$　と假定すると

$$H=\mp\frac{374{,}400{,}000\times0.01}{21.37\times366.90}\doteqdot\mp480\#$$

$$N=\mp480\#$$

$$m_0=\mp480\times5.53=\mp2{,}650'\#$$

即ち拱環の兩端支承に僅かに〇・〇一呎の移動を生じても拱環には少なからぬ應力が加へられるのである因みに三鉸拱の場合には溫度の變化によつても、又拱坐移動によつても拱環に應力を及ぼさない、否その影響が極めて微弱であるから別に之を論じないのである。

計算例　前例の鐵筋混凝土拱橋が無鉸拱なる場合の解法を求む。

此の場合には V_1 H m_1 を未知數と考へる。

$$m=m_1-V_1x+\Sigma Q(x-a)+Hy$$

(353)式を用ひ拱環分割部分數を n（此の場合には $n=20$）とすると

$$\left.\begin{aligned}\Sigma m&=nm_1-V_1\Sigma x+\Sigma\Sigma Q(x-a)+H\Sigma y=0\\\Sigma my&=m_1\Sigma y-V_1\Sigma xy+\Sigma\Sigma Q(x-a)y+H\Sigma y^2=0\\\Sigma mx&=m_1\Sigma x-V_1\Sigma x^2+\Sigma\Sigma Q(x-a)x+H\Sigma xy=0\end{aligned}\right\}$$

此の三方程式を聯立方程式として解くために前例の計算表に附加して次の計算をする。

斷面	x（呎）	y（呎）	x^2（呎^2）	$\Sigma Q(x-a)$（呎听）	$\Sigma Q(x-a)x$（呎^{2}听）
1	1.00	0.75	1.00	1,380	1,380
2	2.90	1.95	8.41	6,960	20,180
3	4.70	2.90	22.09	15,780	74,170
4	6.50	3.70	42.25	27,510	178,820
5	8.20	4.25	67.24	40,820	334,720
6	10.00	4.80	100.00	57,030	570,300
7	11.58	5.10	134.10	72,880	843,950
8	13.24	5.40	175.30	90,920	1,203,780

9	14.70	5.50	216.09	107,890	1,585,980
10	16.10	5.52	259.21	125,110	2,014,270
11	17.35	5.52	301,02	141,270	2,451,030
12	18.75	5.50	351.56	160,450	3,008,440
13	20.21	5.40	408.44	181,670	3,671,550
14	21.87	5.10	478.30	207,260	4,532,780
15	23.45	4.80	549.90	233,380	5,472,760
16	25.25	4.25	637.56	265,350	6,599,090
17	26.95	3.70	726.30	297,160	8,008,460
18	28.75	2.90	826.56	334,030	9,603,360
19	30.55	1.95	933.30	373,880	11,422,030
20	32.45	0.75	1,053.00	418,730	13,587,790
Σ	334.50	79,74	7,291.63	3,159,460	75,184,840

此等の値を前式に代入すると

$$\left.\begin{array}{l} 20m_1-334.50V_1+79.74H+3,159,460=0 \\ 79.74m_1-1,333.63V_1+366.90H+11,816,360=0 \\ 334.50m_1-7,291.63V_1+1,333.63H+75,184,840=0 \end{array}\right\}$$

或は計算を簡便ならしめるために數係數を簡約すると

$$\left.\begin{array}{l} m_1-16.725V_1+3.987H=-157,973 \\ m_1-16.725V_1+4.601H=-148,186 \\ m_1-21.799V_1+3.987H=-224,768 \end{array}\right\}$$

$$\therefore\quad H=\frac{157,973-148,186}{4.601-3.987}=\frac{9,787}{0.614}=15,940\text{封度}$$

$$V_1=\frac{224,768-157,973}{21.799-16.725}=\frac{66,795}{5.074}=13,160\text{封}$$

$$m_1=16.725\times13,160-3.987\times15,940-157,973$$
$$=220,101-63,553-157.973=-1,425'\text{封}$$

偏心率（斷面重心Aより上下に鉛直に計つた）e_1は

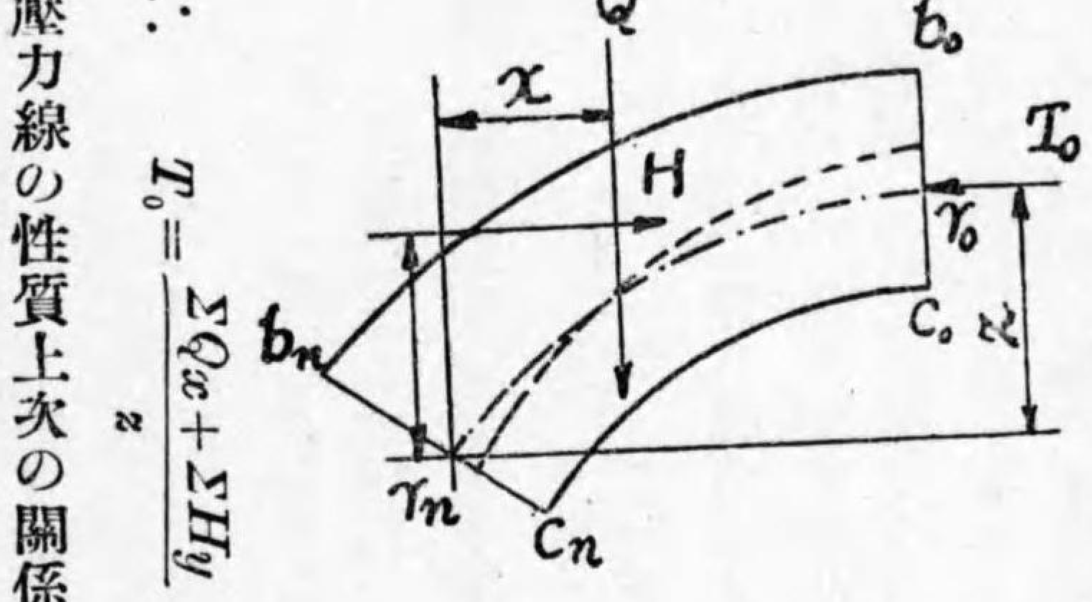
$$e_1=-\frac{m_1}{H}=\frac{1,425}{15,940}\fallingdotseq0.09'$$

e_1はAより上、即ち推力はAより上を通過する。此等の値を用ひて拱環各斷面に於ける$N\ T\ m$の値を算出する事を得可く、溫度變化拱坐移動に就ても計算は同じ樣になされるのであるが、玆では省略して置く。

(5) **石拱の理論**　石又は煉瓦を以て作つた所謂石拱（voussoir arch）はその凡ての斷面に於て應張力の存在を許さないのが設計の第一要件である。而して石又は煉瓦の如き材料を以て作つた拱環（石拱は凡て無鉸拱である）はその彈性が極めて微弱であるから之を前節の如き彈性變形から出發した解法によらしむる事は多少の疑問があるのであるが、實地上は之を彈性拱環と見做して前節の如き方法で解くか、或は又最小拱頂推力の原理によつて解くかの何れかを擇ぶのである。本節に於ては最小拱頂推力の原理を略說しよう。

拱環壓力線（抵抗力線）と拱頂推力T_0との關係を少しく說明する。若し荷重が拱頂を中心として左右對稱であるならば、拱頂斷面には裁力即ち鉛直分力は作用しない事になる。又拱頂推力T_0が斷面の重心を通過すれば拱頂彎曲率が零になる。即ち偏心率が零になる場合である。唯拱の性質上如何なる場合にもT_0は零にならないのである。

第二〇五圖



第二〇五圖に於て b_0c_0 を拱頂斷面とし b_nc_n を任意の斷面とする。又壓力線が b_0c_0 の斷面に於てはr_0を通過し（即ちr_0がT_0の働點になる）b_nc_n の斷面ではr_nを通過するものとする。

$\Sigma Qx=$ 凡ての鉛直荷重の r_n に關する力率

$\Sigma Hy=$ 凡ての水平荷重同上

$z=r_0$ と r_n との鉛直距離

とすると靜力學上次の關係がある

$\Sigma Qx+\Sigma Hy=T_0z$

$$\therefore\quad T_0=\frac{\Sigma Qx+\Sigma Hy}{z}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(359)$$

次に壓力線の性質上次の關係がある。r_0がc_0と一致しr_nがb_nと一致した時はがT_0最大であり、r_0がb_0と一致しr_nがc_nと一致した時がT_0最小であると言ふのである。換言すればT_0が最大の時は壓力線は扁平になりT_0が最小の時は壓力線は急峻になる。然るに石拱に於ては何れの斷面にも應張力の存在を許す事は危險であるから、壓力線をして凡ての拱環斷面の中央三分一區間（middle third）を通過せしめる事か必要である。從つて斷面に應張力を生ぜしめない範圍に於て拱頂推力を最小ならしめんがためには、r_0はb_0c_0斷面の上の三分の一分點、r_nはb_nc_n斷面の下の三分の一分點である事が必要である。即ち

$$b_0r_0=\frac{1}{3}b_0c_0\qquad c_nr_n=\frac{1}{3}b_nc_n\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(360)$$

壓力線をして(360)式を滿足せしめるのが即ち最小拱頂推力の原理（principle of least crown thrust）と言ふのである。

然るに b_nc_n は任意の斷面であるから果してそれがどの斷面であるか分らない。そこで(360)式の第二式によつて

$$c_1r_1=\frac{1}{3}b_1c_1,\quad c_2r_2=\frac{1}{3}b_2c_2,\quad c_3r_3=\frac{1}{3}b_3c_3\cdots\cdots$$

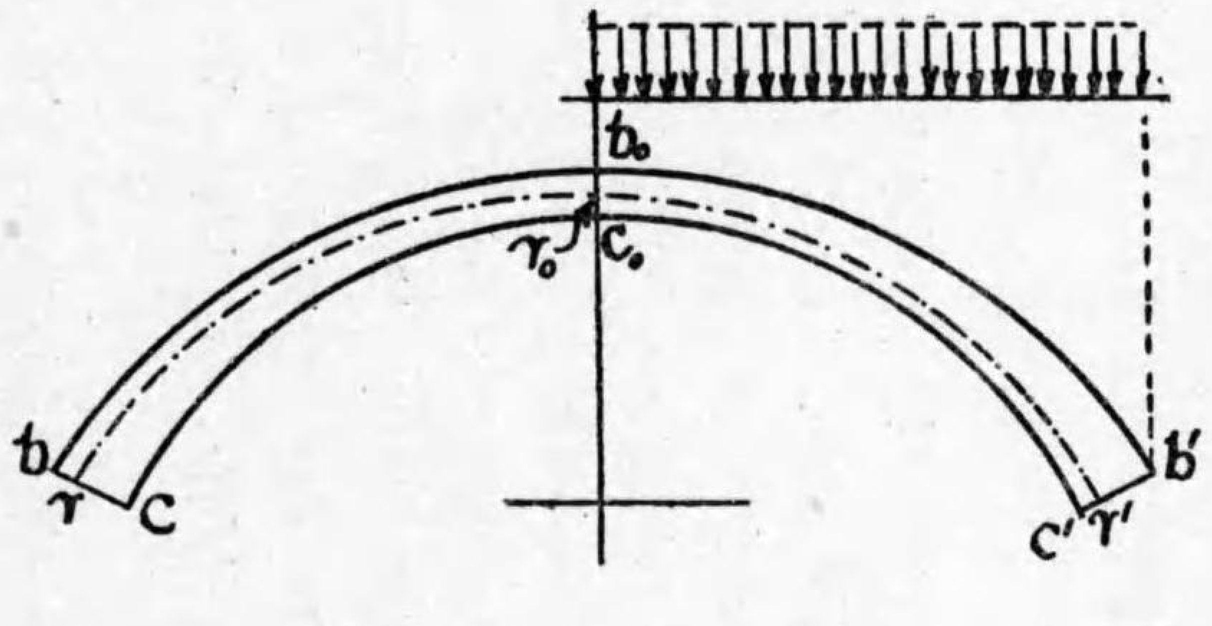
としてその各々の場合に對するT_0を(359)式から算出しその多くのT_0の中で最大値を取つて求むるT_0とする。即ち(360)式に於て最大T_0を與ふる斷面を以て b_nc_n とするのである。斯の如き斷面を裂層(joint of rupture)と稱する。裂層が決定せらるれば壓力線は左右對稱であるからr_0及び左右のr_nを通過する事になり前章第(3)節の末段に記した(ロ)の場合に歸着する。或は半拱環に就てT_0の大きさ方向及び働點が分つてゐるから同(イ)の場合に歸着する。何れにしても圖式によつて壓力線を書き得るのである。

次に荷重が非對稱である場合には之を一般的に取扱ふ方法がないが、通例半徑間に活荷重を滿載したものとし、荷重のかゝらない方の起拱斷面の上の三分の一分點、拱頂斷面の中點、荷重のかゝつた方の起拱斷面の下の三分の一分點、即ち第二〇六圖に於て

$$br=\frac{1}{3}bc$$

$$b_0r_0=\frac{1}{2}b_0c_0$$

第二〇六圖



$$b'r' = \frac{2}{3}\overline{b'c'}$$

の如き關係を有する$r\ r_0\ r_1$の三點を通過する樣な壓力線を求めるのである斯の如くにして定めたる壓力線が凡ての拱環斷面に於てその三分の一區間を通過しないか、或は次章に述べる樣な靜力學上の安定の要件を具備しない時は、或は拱の形狀をかへたり或は拱環の厚さをかへたりして幾度でも試算を反覆するのである。

前記の裂層は鉛直線と約六〇度の角をなすのが通例である。從つて中心角即ち2φが一二〇度以下の扁平拱であれば裂層が起拱斷面と一致する事になる。

猶(359)式に於て鉛直荷重Qは(358)式によつて求められるが、水平荷重Hは拱側裏込の土壓力によるものであるから第九編第一章の(84)式を應用して之を求める事が出來る。但し上置荷重qの存在する場合には(84)式の第一式のwhの代りに$(wh+q)$を置き第二式の$\frac{1}{2}wh^2$の代りに$(\frac{1}{2}wh^2+qh)$を置くのである。從つて第二〇三圖のb_0b_1の間に働く水平荷重は

$$H=\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}\left[q(\overline{a_0b_0}-\overline{a_1b_1})+\frac{w}{2}(\overline{a_0b_0}^2-\overline{a_1b_1}^2)\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(361)$$

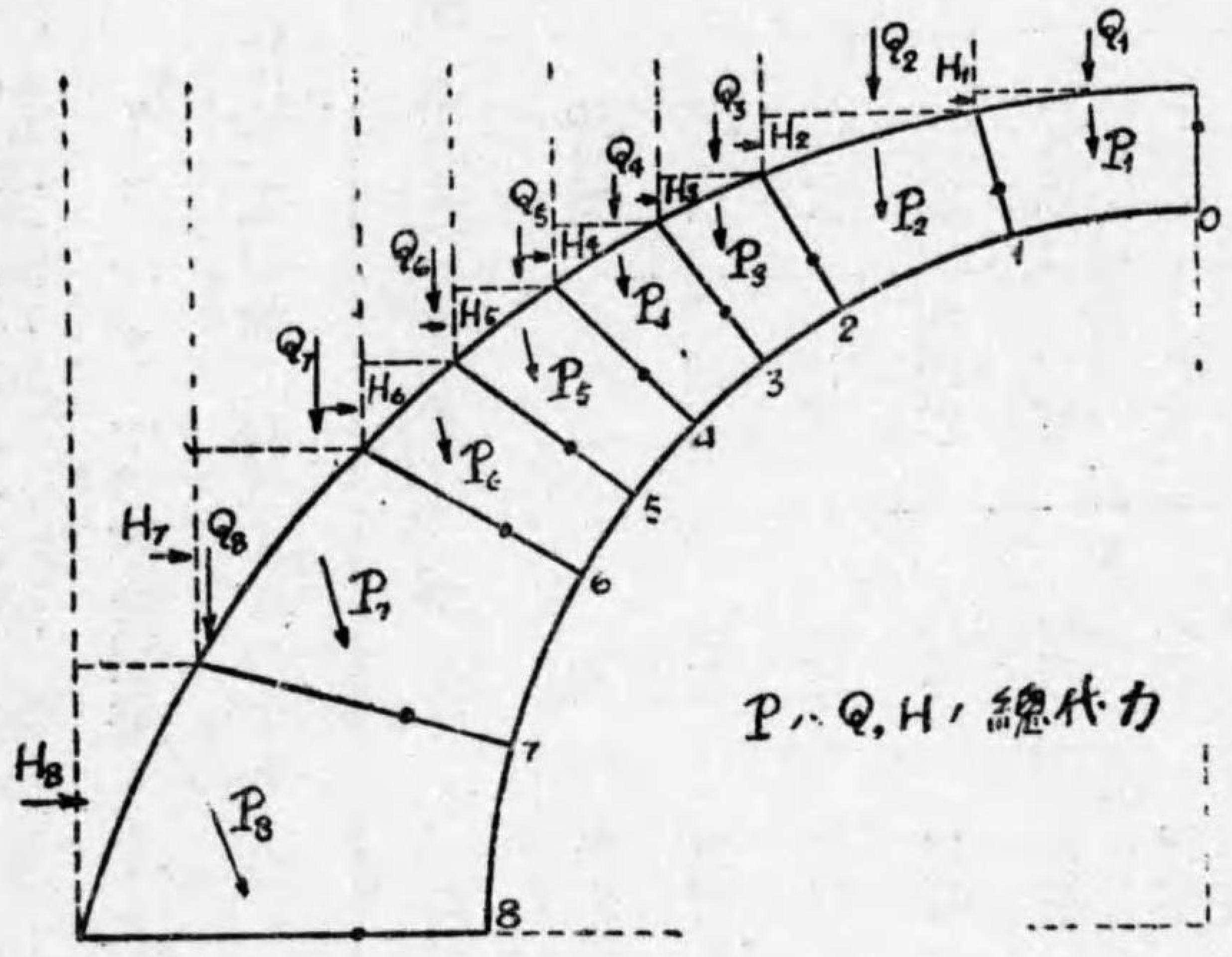
(361)式に於て係數$\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}$(壓力係數)の代りに$\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}$と$\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$(抵抗力係數)との間の任意の數値を

假定する事もある。又裏込が土でなく混凝土その他の石工の時は$H=0$又は之と石工の許容抗壓强度をcとして$H=c(\overline{a_0b_0}-\overline{a_1b_1})$との間の任意の値を水平荷重として假定する事がある。何れにしても拱頂附近に於てはHの値は微弱であつて殆んど論ずるに足らず、起拱點に近づくに從つて多少の影響を及ぼすに過ぎない。

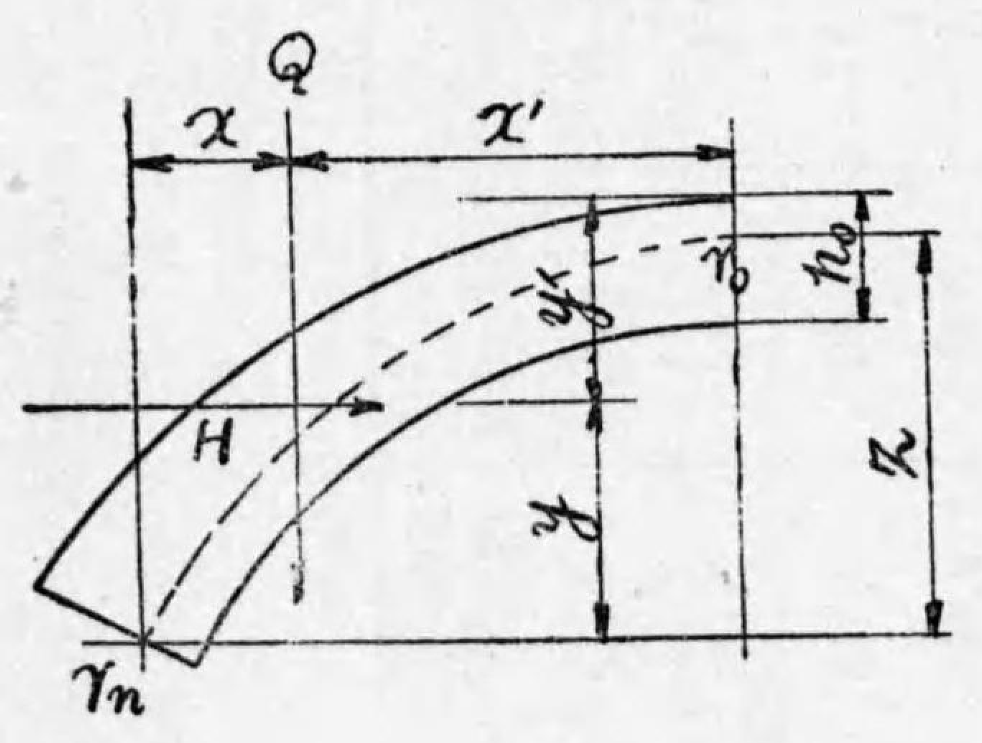
計算例　第二〇七圖の如き半圓石拱の裂層及び拱頂推力を求む。半拱環を八個の拱石に分割しその各の拱石に對する荷重QHを算出する。(359)式の適用に就ては次の如き順序によるのが便利である。

即ち第二〇八圖に於て

第二〇七圖



第二〇八圖



Q=鉛直荷重

H=水平荷重

x'=拱頂斷面よりQの働線に至る水平距離

y'=拱頂斷面上端よりHの働線に至る鉛直距離

$x+x'$=拱頂斷面よりr_nに至る水平距離

$y+y'$=拱頂斷面上端よりr_nに至る鉛直距離

h_0＝拱頂に於ける拱環の厚さ　$=1.25'$

$z=r_0$ と r_n との鉛直距離　$=y+y'-\frac{h_0}{3}$

とすれば次表の如く計算するのである。

斷面	Q（听）	x'（呎）	H（听）	y'（呎）	$x+x'$（呎）	$y+y'$（呎）	$\frac{\Sigma Qx}{z}$（听）	$\frac{\Sigma Hy}{z}$（听）	T_0（听）
1	2,938	1.20	66	0.10	2.20	1.18	3,866	94	3,960
2	3,045	3.57	243	0.55	4.27	1.86	7,744	308	8,052
3	1,644	5.33	192	1.17	5.27	2.42	8,518	424	8,942
4	1,716	6.45	259	1.78	6.17	3.11	8,748	662	**9,400**
5	1,825	7.50	315	2.53	6.98	3.90	8,577	700	9,277
6	1,888	8.47	415	3.40	7.71	4.81	8,407	941	9,348
7	3,939	9.77	1,030	5.02	8.85	6.84	7,506	1,407	8,911
8	4,098	11.05	1,624	7.70	9.50	9.25	5,990	1,983	7,973

例へば3の斷面に於ては

$$\Sigma Qx=2{,}938(5.27-1.20)+3{,}045(5.27-3.57)+1{,}644(5.27-5.33)$$
$$=11{,}958+5{,}177-99=17{,}036'\#$$
$$z=2.42-\frac{1.25}{3}=2.00$$
$$\therefore\quad \frac{\Sigma Qx}{z}=8{,}518\#$$
$$\Sigma Hy=66(2.42-0.10)+243(2.42-0.55)+192(2.42-1.17)$$
$$=153+454+240=847'\#$$
$$\therefore\quad \frac{\Sigma Hy}{z}=424\#$$
$$T_0=8{,}518+424=8{,}942\#$$

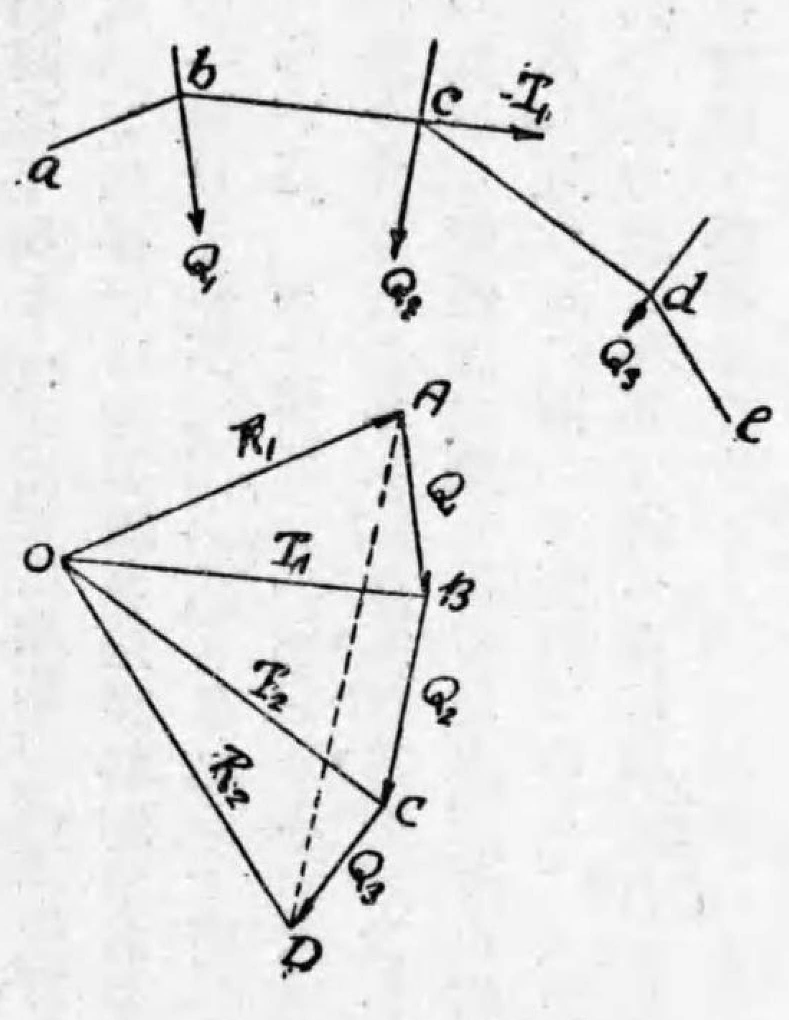
他も同様である。此の計算によつて4の斷面が裂層であり此の場合のT_0の値は九、四〇〇听である事を知る。

(6) **壓力線の圖式解法**　前數節で取扱つた通り、壓力線の通過す可き三點、又は一つの拱推力（或は壓力線をなす索多角形の一邊）の大きさ、方向及びその働點を知つて圖式上壓力線を求むる方法を示す。

第二〇九圖に於て$Q_1Q_2Q_3$を荷重とし

$AB \underline{\parallel} Q_1,\quad BC \underline{\parallel} Q_2,\quad CD \underline{\parallel} Q_3$

第二〇九圖



の如き作圖をすると $ABCD$ は此等の荷重の力多角形 (force polygon) である。($AB \parallel Q_1$ は AB と Q_1 とを相等しく且つ互に平行にする事を示す略符である)

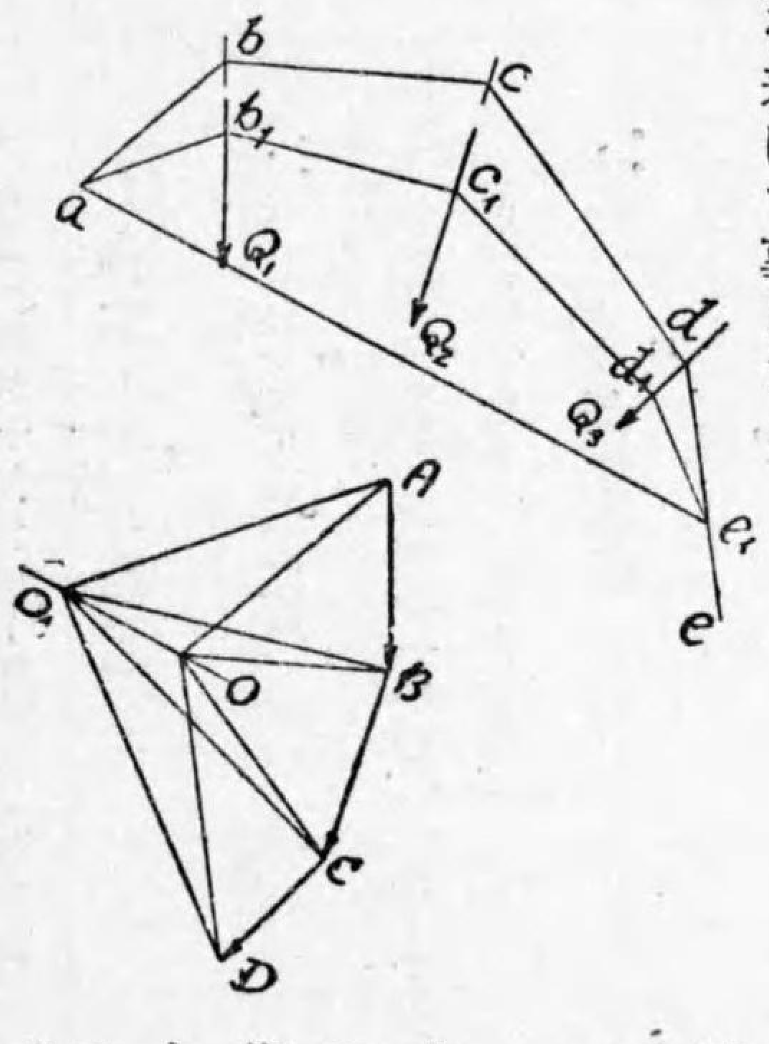
任意の一點 O を擇び OA OB OC OD を結ぶ。而して任意の點 a より始めて

$ab \parallel AO$, $bc \parallel BO$, $cd \parallel CO$, $de \parallel DO$

の如き作圖をすると $abcde$ を索多角形 (funicular polygon) と稱し O を此の索多角形に對する極 (pole) と言ふ。O 及び a が任意の點である以上、斯の如き索多角形は無數に畫き得る。即ち索多角形の數は O に關して無數であり且つ a に關して無數である。($ab \parallel AO$ は ab と AO とが平行である事を示す)

之を拱の壓力線に移して考へるに AB BC CD を荷重、AO DO を反力と考へると BO CO は途中の斷面に於ける拱推力を表はす事になる。

第二一〇圖



(イ) 拱推力又は反力の中任意の一つの大きさ方向及び働點を與へて壓力線を求む。

例へば拱推力 T_1 が與へられたものとしその方向は bc 線上にありて c 點を通過するものとする。BO を T_1 に等しく且つ平行に作り O を極として c 點を起點としてその左右に索多角形を作ると之が求むる壓力線である。即ち此の場合には極が與へられ且つ索多角形の通過す可き一點 c が與へられたのであつて求むる索多角形は唯一つに限るのである。

(ロ) 與へられたる三點を通過する壓力線を求む。

先づ與へられたる二點を通過する索多角形を求むる方法から説明しよう。第二一〇圖に於て與へられたる二點を a e とする。a 點より始めて任意の極 O_1 に對する索多角形 $ab_1c_1d_1e_1$ を書く。此の索多角形が e 點を通過しない時は d_1e_1 線上に任意の一點 e_1 を取り ae_1 を結ぶ。$OO_1 \parallel ae_1$, $DO \parallel ee_1$ として OO_1 DO の交點を O とすると O が求むる索多角形の極であつて、O を極として a から始めて索多角形を書くと此の索多角形は e をも通過するのである。(證明略)

e_1 が任意であるから從つて O の位置が無數であり從つて斯の如き索多角形は無數である事になる。

次に求むる索多角形をして與へられたる三點を通過せしめるには第二一〇圖の如き作圖を二度反覆すればよい事になる。與へられたる三點を a e i とすると上に説明した方法によつて索多角形 $abcde$ の部分をして a 及び e を通過せしめる極 O_1 と、索多角形 $efghi$ の部分をして e 及び i を通過せしめ極 O_2 とを求め、ae ei を結んで $O_1O \parallel ae$, $O_2O \parallel ei$ の如き作圖をすると O_1O O_2O の交點 O が求むる索多角の極である。而して斯の如き索多角形は唯一つに限る。

(7) **拱堰の理論**　拱堰 (arch dam) は水壓力を受ける水平拱である。而して此の水壓力は拱をなす弧の曲率中心に向ふものであり、斯の如き荷重を支へる拱としては圓弧拱が最も適當であるから、拱堰は殆んど凡て圓弧拱に作られる。

拱堰の解法に關しては種々の異説がある。拱堰は元來兩岸の岩盤によつて拱推力を支へしめるのが原則であるが、その底端に於ては河底の地磐に固定せられるのが普通であるから、突桁式擁壁が鉛直突桁として水平土壓力を支へるのと同樣に、堰は又鉛直突桁として水壓力を支へる事になる。即ち拱堰は水平拱及び鉛直突桁として荷重を支へるのである。

拱堰の最も簡單なる解法はその底端固定を度外して堰を單純なる水平拱として取扱ふのである。而して拱の厚さはその半徑に比して概して小であるから第十編第七章井筒基礎の設計の場合に使用した(148)式を此の場

合にも用ひる。(148)式は　$R \doteqdot r$　の假定から出發したのであるが、拱堰の場合には　$p'=p,\ p''=0$　即ち内壓力が零であるから

$$f=-\frac{pR}{t} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(263)$$

井筒の場合に説明した通り(362)式は t が R に比して小さく應力が t の全幅に等布分布をすると假定し得る場合にのみ使用し得るのであつて、拱には彎曲率が起らず、f が負であるから軸壓力のみが働くのである。

$$p=wh$$

此の公式は第九編第一章に與へた(85)式であつて w は水の單位重量、h は水面からの深さを示す。

拱堰の略算には此等の公式を使用すれば充分であると共に、拱斷面の大體の寸法を定めるのは此等の公式によるのである。

然しながら實際は前に言つた通り荷重は拱と突桁との合成作用で支へられるのであるから精密なる計算には此の兩作用を考慮しなければならない。此の合成作用は次の如く計算するのが普通である。

p_1=拱に依つて支へられる水の單位壓力

p_2=突桁同上

$p=p_1+p_2$=水の單位壓力

$w_1=\frac{p_1}{h}$

$w_1=\frac{p_2}{h}$

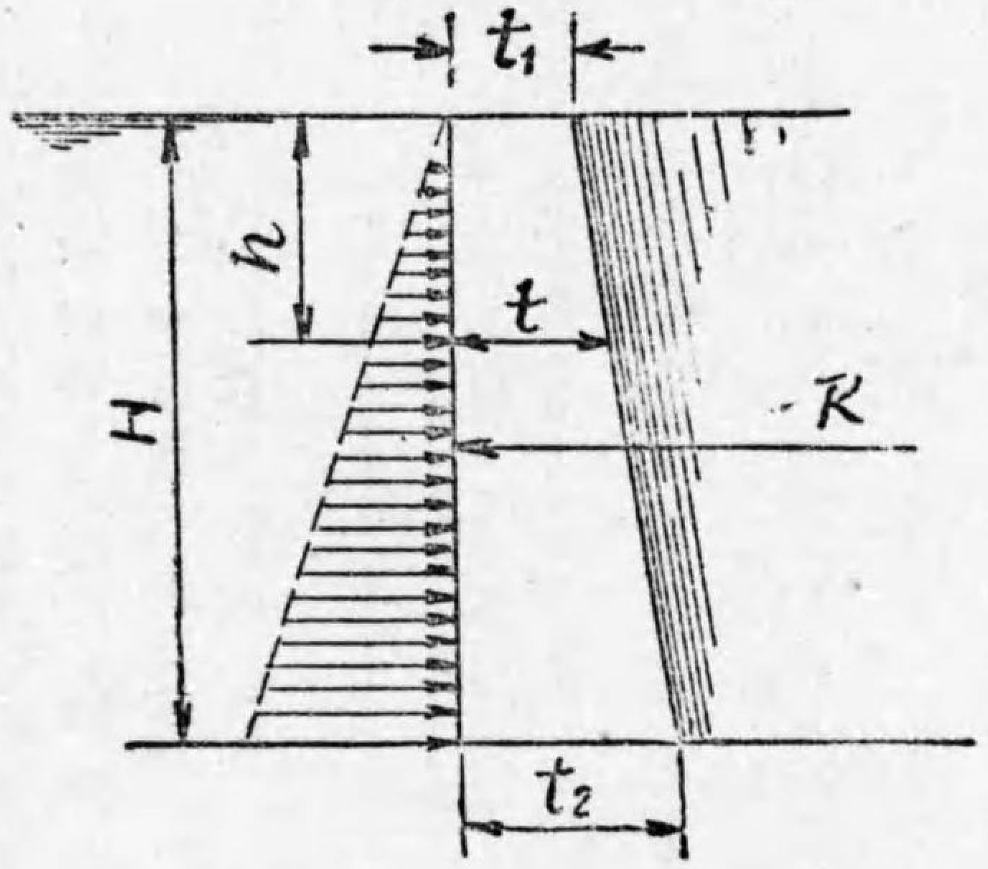
$w=w_1+w_2=62.4$ポ/ft.³

H=堰の全高

t_1=堰の上幅

t_2=堰の下幅

第二一一圖



t=上端より h の深さに於ける幅

E=材料彈性係數

R=拱背弧 (extradosal arc) 半徑

d_1=拱頂に於ける拱の撓度 (crown deflection)

d_2=突桁の撓度

水は堰頂 (crest) 迄あるものとし、且つ堰の上流面即ち拱背面は鉛直であると假定する。(第二一一圖)

p なる水壓力を受ける水平拱の拱頂撓度は次式で表はされる(證明略)

$$d_1=\frac{2p_1R^2}{tE}=\frac{2w_1hR^2}{tE} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(363)$$

又 p_2 なる水壓力、換言すれば $0-p_2H$ なる等變壓力を蒙る突桁の撓度は次式で表はされる(證明略)

$$d_2=\frac{p_2H^3(H-h)^2}{t_2^3hE}=\frac{w_2H^3(H-h)^2}{t_2^3E} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(364)$$

但し此の場合には堰の斷面を三角形と見做し $t_1=0$ として計算を簡單にしたのであつて、t_1 が零でない時は(364)式よりは遙かに複雜なる公式となるのである。

而して拱堰に於ける計算の根本的假定は、拱による撓度も突桁による撓度も相等しいと見る、換言すれば拱と突桁との撓度が相等しい樣に p が p_1 と p_2 とに分配せられると考へるのである。そこで(363)(364)式を用ひ

$$d_1=d_2,\quad \frac{2w_1hR^2}{tE}=\frac{w_2H^3(H-h)^2}{t_2^3E}=(62.4-w_1)\frac{H^3(H-h)^2}{t_2^3E}$$

$$\therefore\left.\begin{aligned} w_1&=\frac{62.4}{1+\dfrac{2hRt_2^3}{H_3(H-h)^2t}}\\ w_2&=w-w_1=62.4-w_1\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(365)$$

$$t=\frac{t_2-t_1}{H}h+t_1\cdots\cdots\cdots(366)$$

若し拱に於ても突桁の場合と同樣に三角形斷面の假定を用ひると(366)式に於て $t_1=0$ として

$$t=\frac{t_2h}{H}$$

之を(365)式に適用すると

$$\left.\begin{aligned} w_1&=\frac{62.4}{1+\dfrac{2R^2t_2^2}{H^2(H-h)^2}}\\ w_2&=62.4-w_1\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(367)$$

けれど(365)(367)式に見る如く w_1 w_2 は水深 h の函數であるから全水壓力 p は第二一一圖の如く三角形に變化するけれど p_1 p_2 は三角形には變化せず、換言すれば水深 h に正比例しない事になる。然るに突桁の撓度を求めた(364)式は水壓力が三角形に等變するものとして算出したものであるから、此の結果から見て此等の公式は不合理である事が一目瞭然となるのであるが、實地上は(365)(367)式を使用して拱堰が設計せられるのである。

以上說明した方法よりは更に合理的な計算法もあるが、その計算が極めて複雜であるから玆には紹介しない。實地上複雜なる公式を使用して誤算に陷るよりは畢竟合理不合理は程度の問題に過ぎないのだから、簡便な公式を使用して施工に注意する方が賢明である。

拱堰に對する鐵筋に就ては既に第十一編第五章に述べたが拱は原則として軸壓力のみを受けるのであるから拱の水平鐵筋は必ずしも必要でない。又突桁としての鉛直鐵筋は突桁の水平荷重と堰の自重（或る斷面以上の）との合力が斷面の中央三分の一區間内を通過する限り之も必ずしもその必要がないのである。

計算例　拱堰の外半徑 $R=240'$ 高さ $H=200'$ 上幅 $t_1=10'$ 下端 $t_2=90'$ とす。p_1 及び p_2 を算出せよ

(367)式を用ひる。

$$w_1=\frac{62.4}{1+\dfrac{2\times240^2\times90^2}{200^2(200-h)^2}}=\frac{62.4}{1+\dfrac{23,328}{(200-h)^2}}$$

$$p_1=w_1h$$

$$p_2=(62.4-w_1)h$$

h(呎)	w_1	p_1	w_2	p_2
20	36.3	726	26.1	552
40	32.7	1,308	29.7	1,188
60	28.6	1,716	33.8	2,028
80	23.8	1,904	38.6	3,088
100	18.7	1,870	43.7	4,370
120	13.4	1,608	49.0	5,880
140	8.3	1,162	54.1	7,574
160	4.0	640	58.4	9,344
180	1.1	198	61.3	11,034
200	0	0	62.4	12,480

此の計算の示す通り堰頂に於ては拱作用が強く堰底に於ては拱作用は零となり水壓力は全部突桁として支へられる。

拱に加はる水壓力强度は水深八〇呎にして最大であつて約一、九〇〇听（每平方呎）である。之を (362) (366) 式に適用すると

$$f=-\frac{1,900\times240}{42}=-10,860\text{听}/\square'=-750\text{听}/\square''$$

之は混凝土の許容抗壓强度を遙かに超過するから此の場合は鐵筋を挿入して補强するのである。

第三章　拱橋の設計

(1) **拱環斷面の應力分布**　拱環斷面に働く軸應力 N 裁力 T 及び彎曲率 m（或は N の偏心率 e）を知れば、斷面に於ける壓力分布を算定する事が出來る。

石拱又は混凝土拱に於ては前述の如く斷面に應張力を存在せしめないのを原則とするから拱環の厚さを h_0 とすると N の働線は h_0 の中央三分の一區間を通過しなければならない。換言すれば

$$e\leq\frac{h_0}{6}\qquad\cdots\cdots(368)$$

が必須の條件である。而して此の時は拱環を矩形斷面として第八編第六章に示した (61) 式の第一式によつて最大應壓力强度 f' が與へられるから、材料の許容抗壓强度を c として

$$f'\leq c$$

又裁力に關しては s を材料許容抗裁强度として

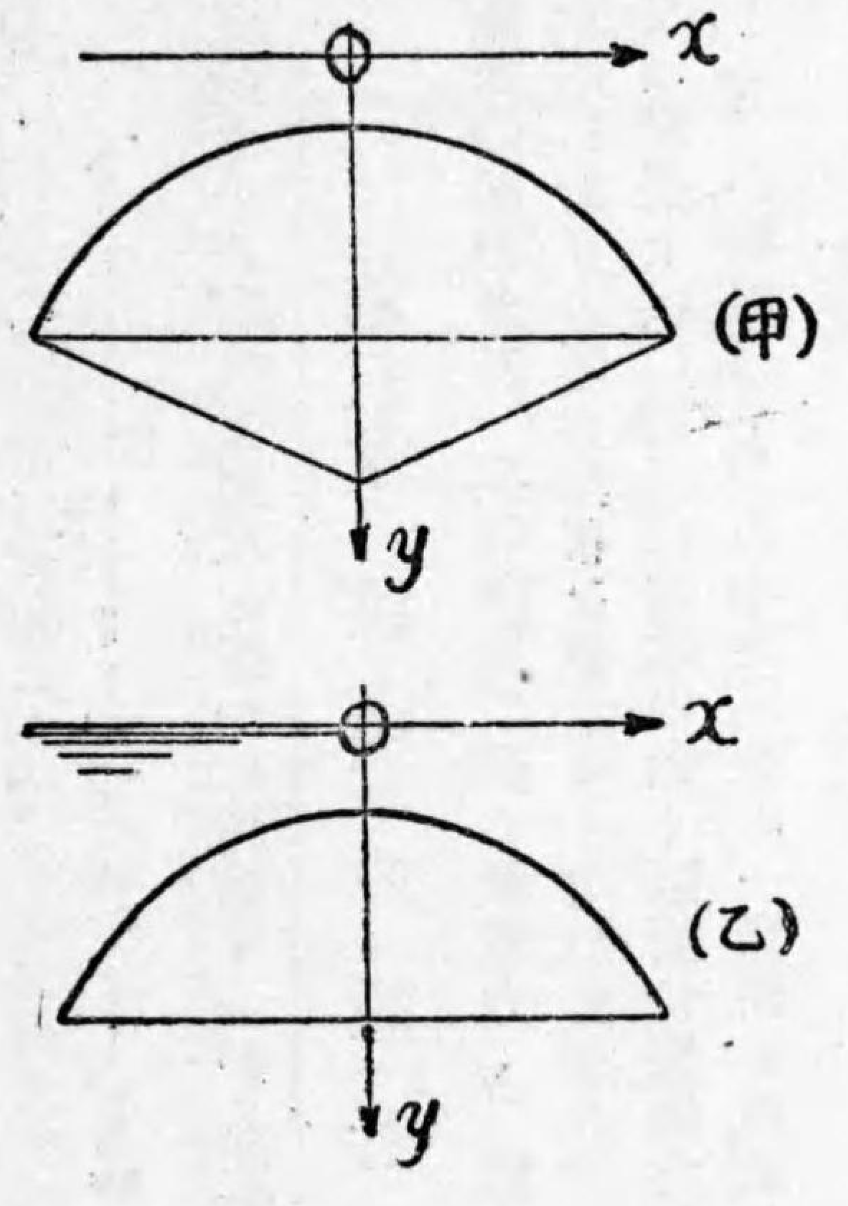
$$\frac{T}{bh}\leq s$$

鐵筋混凝土拱に就ては第八編第六章に示した (64) 乃至 (71) 式を用ひて混凝土及び鐵筋の最大應力强度が求

められるから、此等の値をして夫々混凝土及び鐵筋の許容强度以下にあらしむればよい。又裁力に關しては第八編第七章に與へた諸公式を使用する。

(2)**拱環形狀**　拱腹線の形狀には第一章第(2)節に示した樣な種々の曲線が使用せられてゐるが、力學上の安定即ち拱の壓力線が成る可く拱環の重心線と一致する樣に拱腹曲線を定めむがためには、荷重と平衡曲線(equilibrium curve)との間に存する次の如き性質を知つて置くのが便利である。長さに比して斷面の小さい物體を線體(linear body)と言ひ、線體が外力を受けて靜止の狀態を保つ時、此の線體を平衡線體と言ひその曲線を平衡曲線と言ふのである。

第二一二圖



(甲)荷重が垂直等布壓力なる場合の平衡曲線

之は第二一二圖(甲)に示し樣な場合であつて荷重が各點に於て線體に垂直なのである。拱堰は此の例に外ならない。此の時は平衡線は圓である。故に拱堰は圓弧に作るのが最も合理的だと言ふ事になる。

(乙)荷重が水なる場合の平衡曲線

第二一二圖(乙)に於て x 軸 y 軸を圖の如く取り且つ x 軸を水面とすると平衡曲線は次式で表はされる。

$$x=\int_a^y \frac{(b^2-y^2)dy}{\sqrt{(b^2-a^2)^2-(b^2-y^2)^2}} \quad \cdots\cdots(369)$$

(369)式の表はす曲線を水壓曲線(hydrostatic curve)と言ひ、楕圓に近い曲線である。

(丙)荷重が土なる場合の平衡曲線

荷重が土である場合には第二一二圖(乙)を用ひ x 軸を土の表面に取つて

$$\left.\begin{aligned} c&=\sqrt{\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}} \\ x&=c\int_a^y \frac{(b^2-y^2)dy}{\sqrt{(b^2-a^2)^2-(b^2-y^2)^2}} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(370)$$

(370)式の表はす曲線を土壓曲線(geostatic curve)と言ふ。

(丁)荷重が石工なる場合の平衡曲線

此の時にも同樣に

$$\left.\begin{aligned} y&=\frac{a}{2}(e^{mx}+e^{-mx}) \\ m&=\text{常數} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(371)$$

(371)式の示す曲綫を變形垂曲線(transformed catenary)と呼ぶ。

石工拱又は鐵筋混凝土拱の拱腹線は(370)又は(371)式によつて定めるのが合理的だと言ふ事になるが、製作の最も便利なるは圓弧拱であつて、若し安定と言ふ點から土壓曲線又は楕圓を使用したい場合には此等の曲線に近似する三心拱、五心拱などを採用するのが簡便である。三心圓の書き方にも種々の方法があるが次に示すのはその一例であつて、デゥボスク(Dubosque)法と言ふのである。

第二〇〇圖(丙)に於て

R_1＝主圓半徑
R_2＝側圓半徑
l＝徑間
r＝拱矢

$$\left.\begin{aligned}R_1&=\frac{l}{2}+1.366\left(\frac{l}{2}-r\right)\\R_2&=\frac{l}{2}-1.366\left(\frac{l}{2}-r\right)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(372)$$

R_1の中心は容易に求められるが R_2 の中心を求めるのは簡單なる幾何學的作圖をすればよい。即ち R_1 の中心を中心とし (R_1-R_2) を半徑とする圓弧と、起拱點を中心とし R_2 を半徑とする圓弧との交點を求むれば、それが R_2 の中心になる。

徑間と拱矢との關係は地理的狀態、航運上の必要などから定められ $\frac{r}{l}=\frac{1}{10}$ 位の扁平拱から $\frac{r}{l}=\frac{1}{2}$ の半圓拱までの間に變化してゐるが、最も適當なる割合は $\frac{r}{l}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$ と考へてよい。

(3) 拱環寸法及び配置

(甲) 石拱々環厚

h_0＝拱頂に於ける拱環厚（呎）
h_1＝起拱點同上（呎）
h'＝裂層同上（呎）
R＝主圓（拱頂を通過する圓）半徑（呎）
R'＝拱頂と起拱點とを通過する圓の半徑（呎）
r＝拱矢（呎）
l＝徑間（呎）

とすると h_0 に就ては次の如き標準がある。

（イ）トロートワイン（米國）法

$$h_0=\frac{1}{4}\sqrt{R'+\frac{l}{2}}+0.2\cdots\cdots(373)$$

(373)式は優良なる切石工に對する標準で、第二流の切石工に對しては此の一二％增、煉瓦工に對しては此の三三％增に取る。

（ロ）ランキン（英國）法

$$\left.\begin{aligned}h_0&=\sqrt{0.12R}&&\text{單拱}\\&=\sqrt{0.17R}&&\text{複拱}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(374)$$

（ハ）レンニー及びステフエンソン（英國）法

$$h_0=\left(\frac{1}{26}-\frac{1}{30}\right)R\cdots\cdots(375)$$

$$=\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{33}\right)l$$

（ニ）ペルロンネー（佛國）法

$$\left.\begin{aligned} h_0&=1.08+0.043l \\ &=1.00+0.035l \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(386)$$

（ホ）ドヂヤルダン（佛國）法

$$\left.\begin{aligned} \frac{r}{l}&=\frac{1}{3} & h_0&=1+0.070R \\ &=\frac{1}{6} & &=1+0.050R \\ &=\frac{1}{8} & &=1+0.035R \\ &=\frac{1}{10} & &=1+0.020R \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(377)$$

（ヘ）クロアゼット・デノイエー（佛國）法

$$\left.\begin{aligned} \frac{r}{l}&>\frac{1}{6} & h_0&=0.50+0.28\sqrt{2R'} \\ &=\frac{1}{6} & &=0.50+0.26\sqrt{2R'} \\ &=\frac{1}{8} & &=0.50+0.24\sqrt{2R'} \\ &=\frac{1}{10} & &=0.50+0.22\sqrt{2R'} \\ &=\frac{1}{12} & &=0.50+0.20\sqrt{2R'} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(378)$$

（ト）デユプイー（佛國）法

$$\left.\begin{aligned} h_0&=0.37\sqrt{l} & &\text{半圓拱} \\ &=0.28\sqrt{l} & &\text{その他の拱} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(379)$$

次に h_1 及び h' に就ては次の標準がある。

（イ）レンニー法

$$h_1=2h_0\cdots\cdots\cdots\cdots(380)$$

（ロ）ステフエンソン法

$$h_1=(1.2-1.3)h_0\cdots\cdots\cdots\cdots(381)$$

（ハ）クロアゼット・デノイエー法

$$\frac{r}{l}=\frac{1}{6}\qquad h'=1.40h_0$$

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{1}{8} && = 1.24h_0 \\ &= \frac{1}{10} && = 1.15h_0 \\ &= \frac{1}{12} && = 1.10h_0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (382)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{r}{l} &= \frac{1}{3} && h' = 1.80h_0 \\ &= \frac{1}{4} && = 1.60h_0 \\ &= \frac{1}{5} && = 1.40h_0 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (383)$$

(382)式は圓弧拱、(383)式は楕圓又は三心拱に對する標準である。或は又

$$h' = 2h_0 \cdots\cdots (384)$$

$$h = h_0 \sec\varphi \cdots\cdots (385)$$

の如き公式による事もある。(385)式に於て h は鉛直線と φ なる角度をなす斷面に於ける厚さである。

(乙)鐵筋混凝土拱々環厚

h_0 = 拱頂に於ける拱環厚（吋）

l = 徑間（呎）

w = 拱頂に於ける死荷重（听/呎²）

p = 等布活荷重（听/呎²）

h_0を定むるエフ、エフ、ウエルドの公式は次の如きものであつて最も廣く使用せられてゐる。

$$h_0 = \sqrt{l} + \frac{l}{10} + \frac{p}{200} + \frac{w}{400} \cdots\cdots (386)$$

その他の部分の拱環厚に關しては大體次の樣な標準がある。三鉸拱の場合には拱頂及び起拱點の厚さをh_0とし四分の一徑間の拱腰に於て厚さを$2h_0$とする事がある。二鉸拱の場合には拱頂に最大厚を與へ起拱點に於ける厚さを拱頂厚h_0の二分の一に取る事がある。

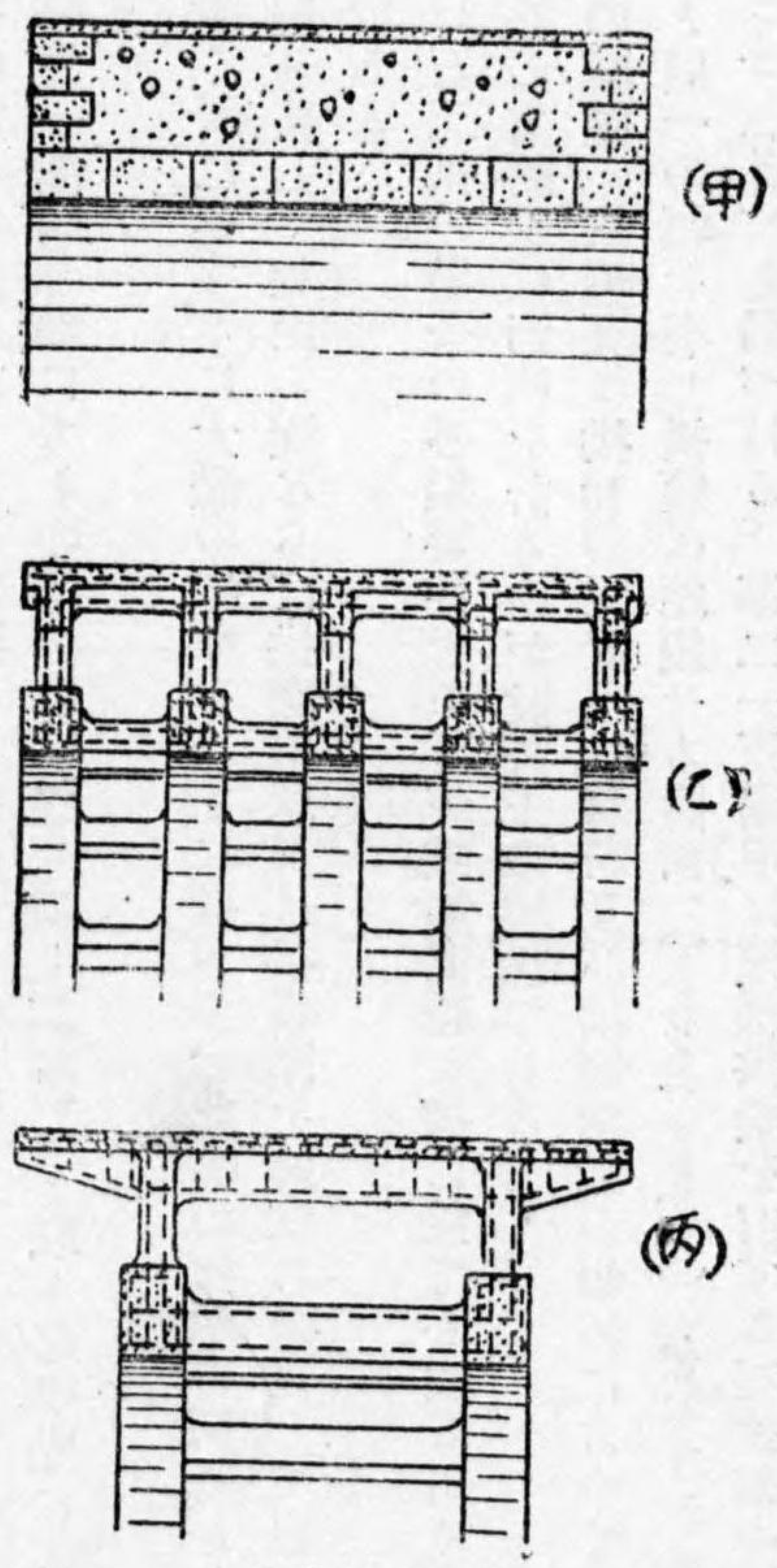
無鉸拱に於ては(380)式を用ひる事もあれば扁平拱に對しては(385)式を用ひる事もある。一般に無鉸拱に於ては四分の一徑間の點にてその厚さを$h = (1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2})h_0$と取り起拱點にて$h_1 = (2-3)h_0$に取るのが普通である。

以上說く所は要するに大體の標準を示すに過ぎず、此等の標準の何れかを採用して試算を始め壓力線が拱環重心線と甚しく相距る樣ならば拱環厚を適宜に變更して計算を繰返し、斯して最後の決定をするのである。

(368)式は石工拱の場合の必須要件であるが鐵筋混凝土拱に於ても成る可く此の條件を滿足せしめる事にして抗張鐵筋の省略又は節約を計るのが設計上の理想である。

(丙)拱環の配置　拱環又は拱肋の配置は拱材料及び拱側構造の如何によつて決定する。石拱に於ては拱環は拱橋幅員と同一の幅を有し拱腹は連續せる曲面（curved surface）をなすが普通である。之を連續拱環（continuous arch ring）と名づける。第二一三圖(甲)は連續拱環を有する石拱橋の拱頂橫斷面を示したのである。鐵

第二一三圖

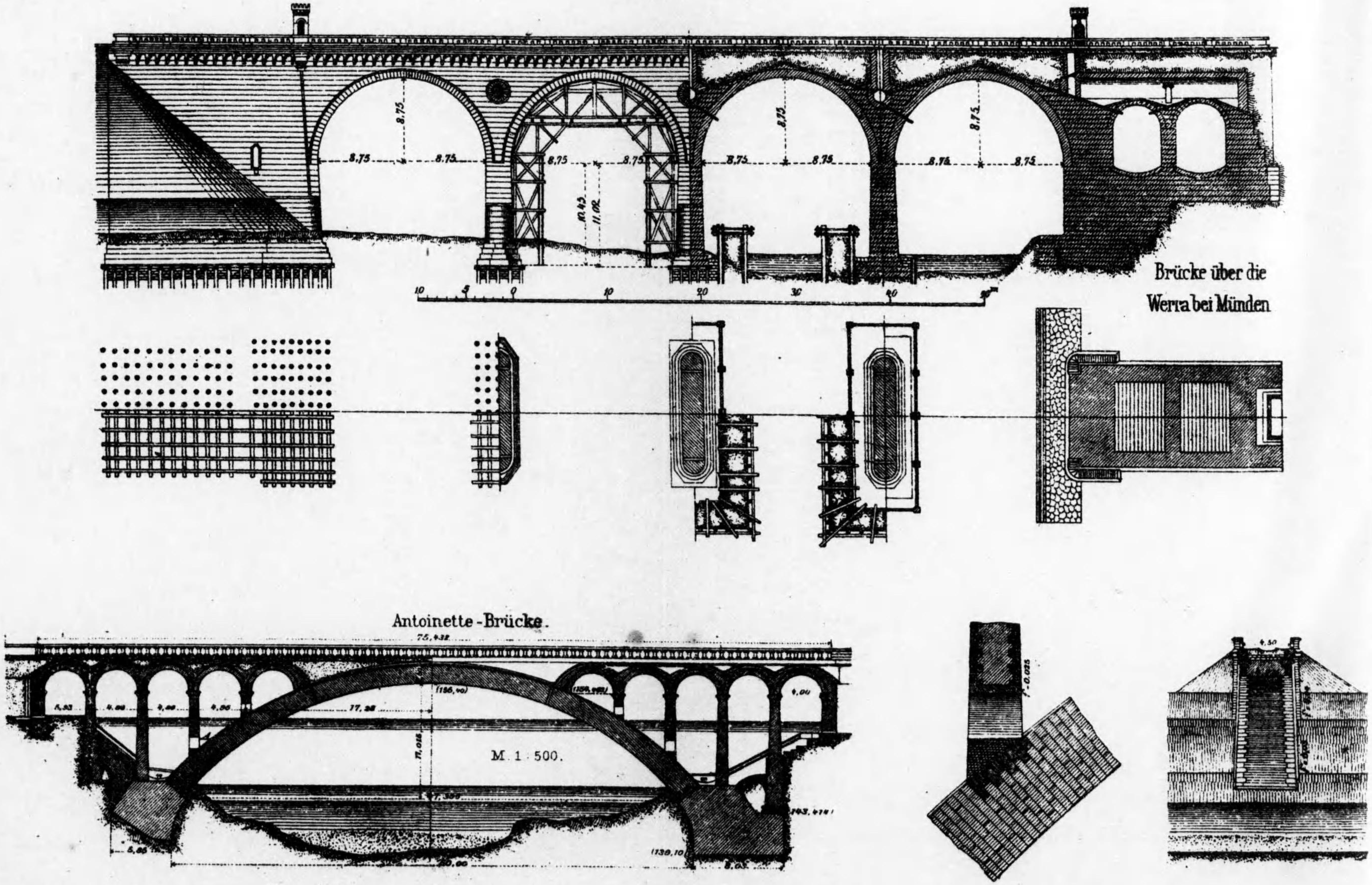


筋混凝土拱であつてもそれが充側拱であつて拱側裏込に土又は混凝土を使用する場合には矢張り連續拱環とするのであるが、開側拱であつて縱壁、橫壁又は支柱によつて路床を支へ拱側裏込を用ひない場合（後述）には連續拱環とせず、適宜の斷面を有する數個の拱肋を並列せしめその間を繫材によつて連絡するのが普通であつて之を**不連續拱環**(discontinuous arch ring) 又は**平行拱肋** (parallel arch rib) と名づける。鋼拱又は木拱の如きは凡て此の樣式によるのである。拱肋の數は荷重の大小、徑間及び幅員の長短によつて決定せられるのであるが、最も簡單なのは二個の拱肋を使用する場合であつて此の時は拱肋の斷面が比較的大きくなるのは勿論である。第二一三圖(乙)は五個の拱肋、同(丙)は二個の拱肋を有する鐵筋混凝土開側拱橋の拱頂橫斷面を示す。

(4) 拱側構造

(イ) 充側拱　充側拱と言ふのは拱環と路床との間の部分が土砂又は混凝土で充塡せられてゐるものを言ふ。此等の充塡物を**拱側裏込** (spandrel filling) とも言ひ、所謂**拱側壁** (spandrel wall) によつてその兩側を限られるのである、從つて拱側壁は裏込土砂の橫壓力を受ける擁壁となる。裏込の厚さは拱頂に於て最小、起拱點

（第二一四圖）



に於て最大であるからその横壓力を受ける拱側壁の厚さも一般に拱頂から起拱點に至るに從つて著しく增大するものである。

若し拱側壁と拱環とが鐵筋によつて連絡せられてゐない時は荷重のために拱環が變形を起すに從つて拱側壁と拱環との間に龜裂が起る。若し兩者の間に充分の鐵筋が使用せられて居れば此の龜裂は免れ得る代りに拱環に好ましからぬ不定應力を生ずるのである。此の危險を避けんがためには拱側壁を重力型(gravity type)に作り鉛直の方向に所々に伸縮接合を設けるのであるが之は拱側壁の重量を增大する缺點がある。

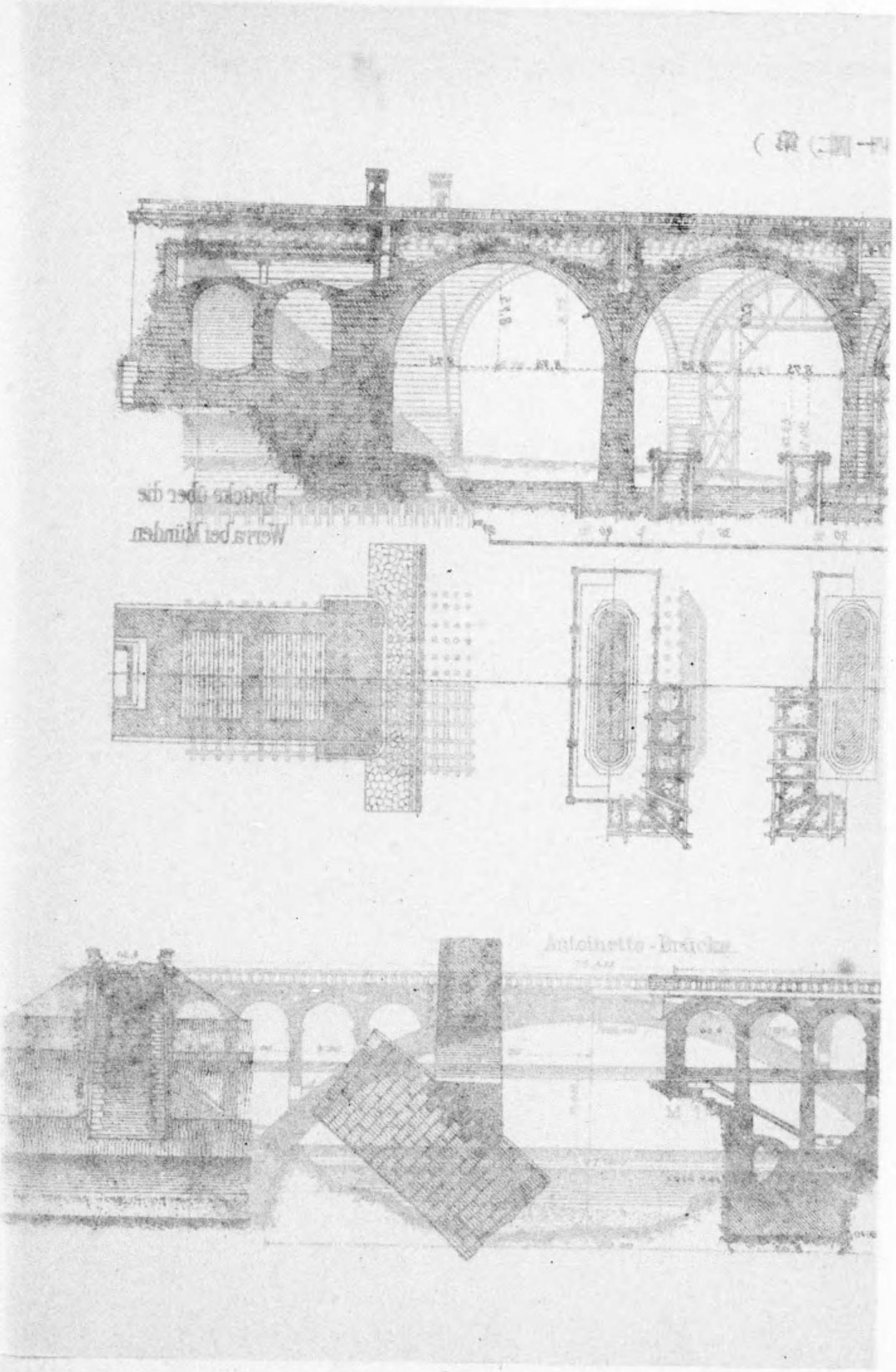
要するに充側拱は拱環の受くる荷重を著しく增大する最大缺點があるので近來は開側拱が事情の許す限り特に大拱橋に對して採用せられる。一般に充側拱は徑間八〇呎以內、或は r/l の比が $\frac{1}{10}$ 以下の拱橋でなければ使用しないのが得策とせられてゐる。

(ロ)開側拱　開側拱と言ふのは路床と拱環又は拱肋との間に空間を存するものを言ひ、路床は縱壁又は橫壁の上に支へられたる小型拱又は鐵筋混凝土床版から成り、此等の縱壁又は橫壁は直接拱環又は拱肋上に鉛直に築造せられるのであるが、重量輕減のためには此等の鉛直壁の代りに支柱を使用する場合も少くないのである。

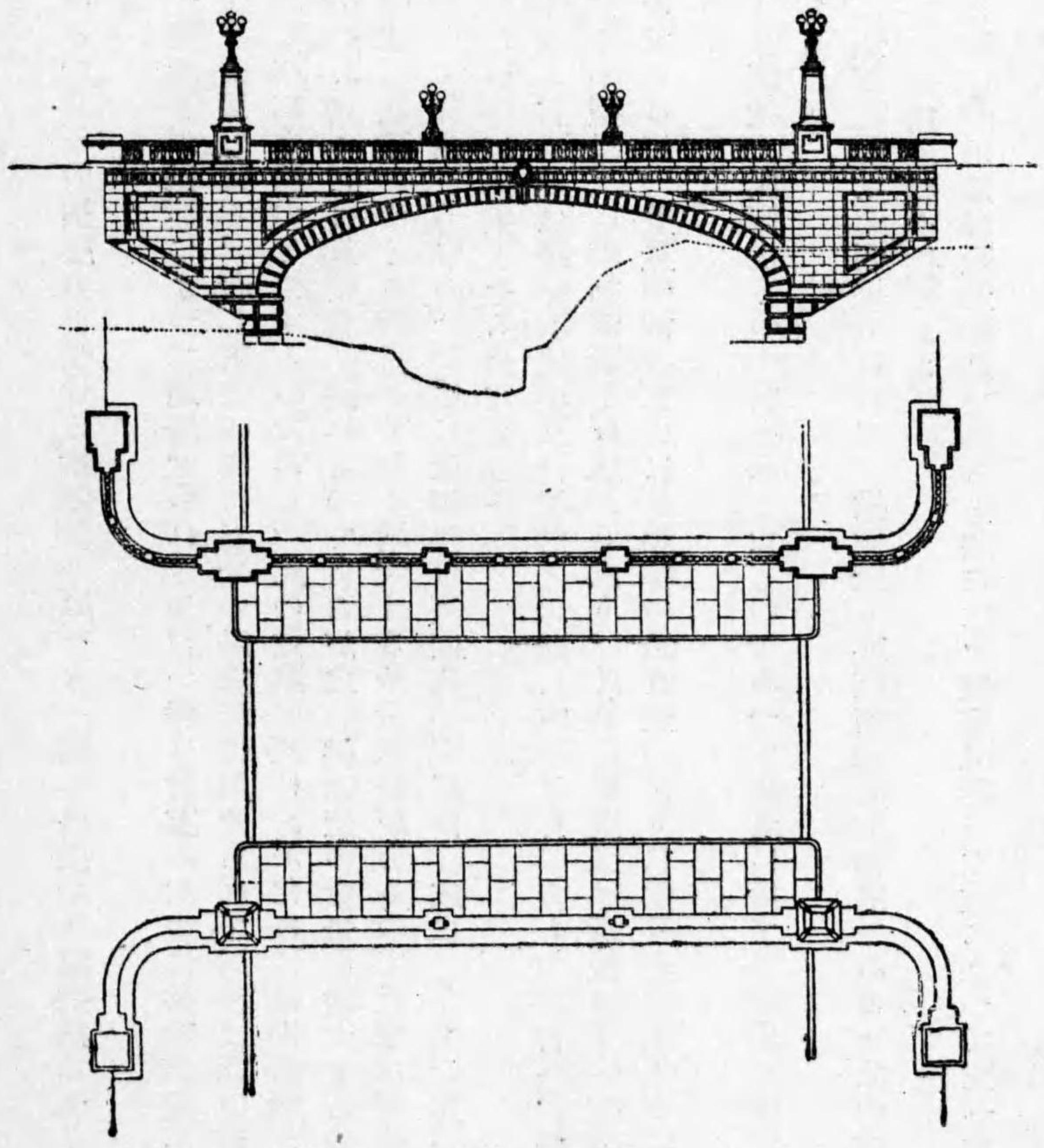
第二一四圖は充側拱と開側拱との一例を示したものであつて後者に於ては路床は橫壁上に支へられた小型拱から成立つてゐる。

第二一五圖は鐵筋混凝土充側拱であつて、拱側壁も亦鐵筋混凝土構造である。此の拱橋の外觀は石拱に類似してゐるが實は鐵筋混凝土拱である。

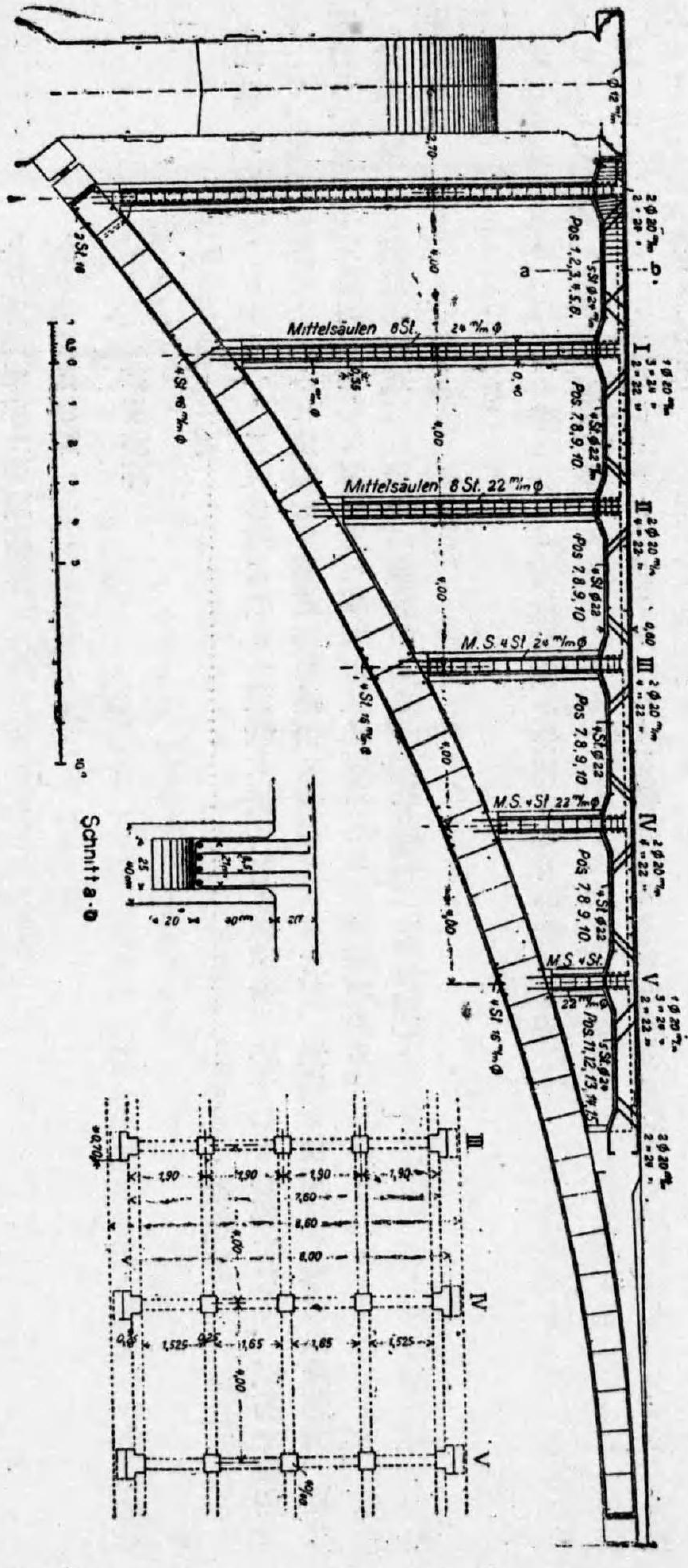
第二一六圖は路床が鐵筋混凝土構造であると共に之を鐵筋混凝土支柱によつて支へたる開側三鉸拱の一例である。



第二一五圖



第二一六圖



(5)**鐵筋**　鐵筋量は拱環應力から定められるのであるが普通に用ふる割合は

A_1＝拱環混凝土斷面積

A_2＝同軸鐵筋量

$p=\frac{A_2}{A_1}$＝軸鐵筋比

$$p=0.006-0.02 \qquad (387)$$

或は p を〇・五から一・二五%位に取る。混凝土拱に於ては鐵筋が必ずしも必要でなく、鐵筋を使用せずして混凝土の應壓力のみに依賴して築造した拱橋も少なくはないが、鐵筋を使用する事は溫度應力、硬化應力その他の不定應力に對して混凝土に龜裂を生ぜざらしめる利益がある。

拱橋に於ける鐵筋の樣式には種々の區分がある。（第五編第二章參照）

(甲)**細筋式**（small reinforcement system）

(イ)**平釬式**（plain bar system）

之は普通の丸鋼（plain round bars）又は角鋼を使用するものである。

(ロ)ジョンソン式（Johnson system）

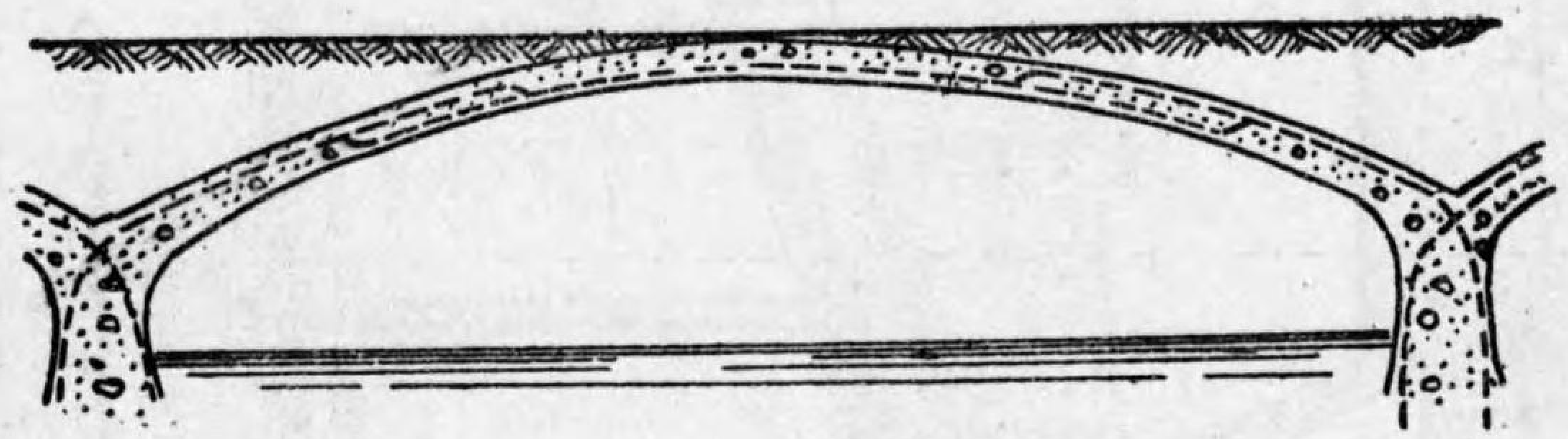
之はジョンソン、バー或はコルグーテッド、バーを使用するものである。

(ハ)カーン式（Kahn system）

之は所謂カーン、バーと稱する特殊鐵筋を使用するのであつて此の鐵筋は軸鐵筋と肋筋とを兼用する便宜がある。

以上は專ら鐵筋そのものゝ差異による區分であるが次の四種は鐵筋配置の樣式である。

第二一七圖



(ニ)モニエー式（Monier system）

之は一八七六年に佛國のジャン・モニエーの發明したもので始めは特殊の鐵網を拱腹面（intradosal surface or soffit）に近く配置したものであるが、後には拱腹面及び拱背面（extradosal surface）に近く鐵網を挿入する樣になり更に改良して拱環の上下兩面に近く稍太い縱鐵筋を配列し之に直交する橫鐵筋を稍細いものとし、上下の鐵筋層は肋筋によつて連絡するのである。前揭の第二一六圖はモニエー式の配筋法によつたもので徑間約七〇米の長拱である。

(ホ)ルーテン式（Luten system）

之は第二一七圖の如く拱頂に於ては鐵筋を拱腹面に近く起拱點に於ては拱背面に近く配置し約四分の一徑間の點に於て鐵筋を曲上するのである。（鐵筋混凝土管の鐵筋の配置を參照す可し）

(ヘ)メイラード式（Maillard system）

之は路床を支へるために鐵筋混凝土の縱壁及び橫壁を用ひた樣式である。

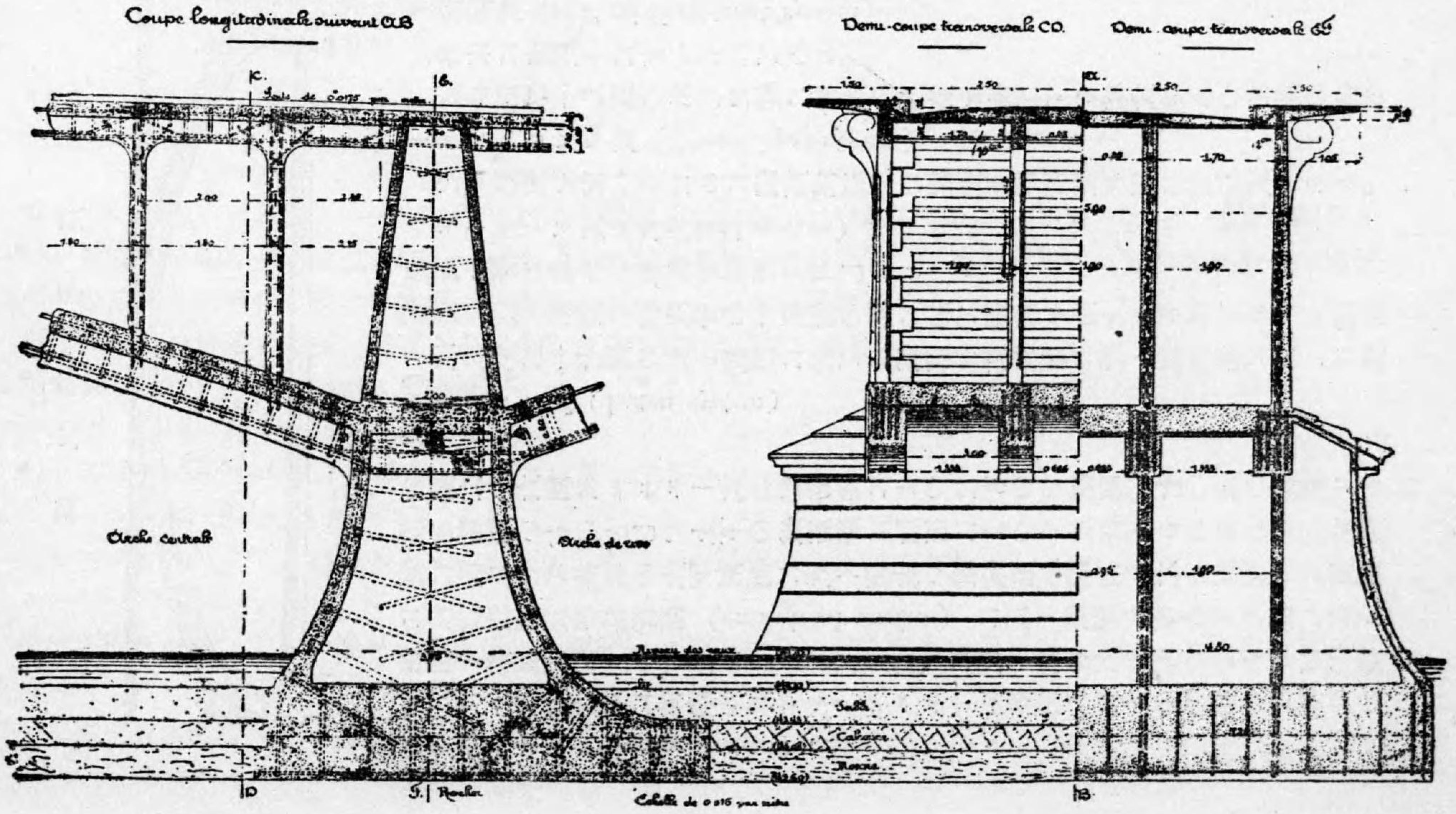
(ト)エンヌビック式（Hennebique system）

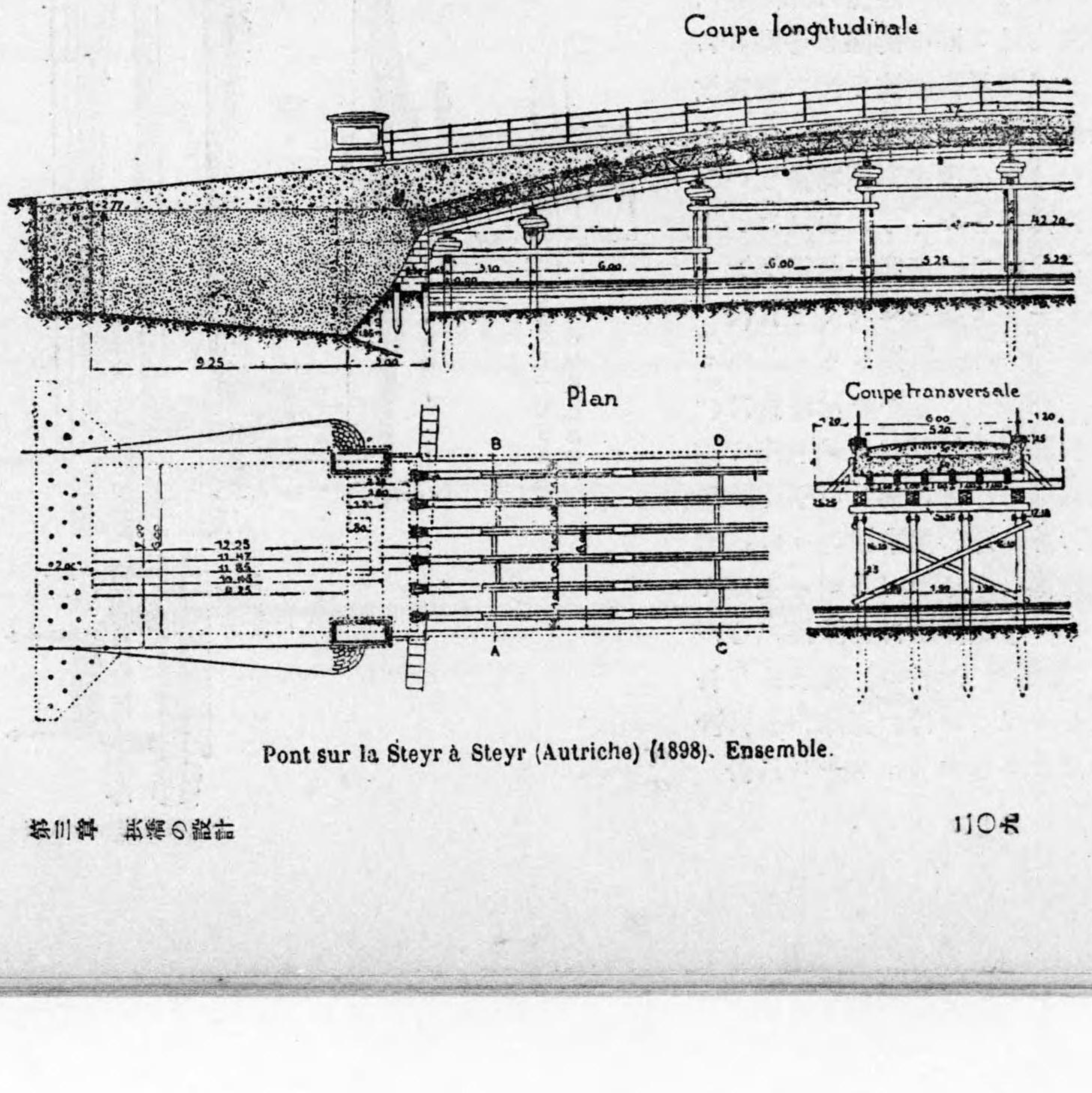
之は第二一八圖に示した樣に特殊の肋筋を使用する樣式であつて此の例では路床は支柱上に支へられてゐる。

(乙)**形鋼式**（stiff reinforcement system）

(イ)メラン式（Melan system）

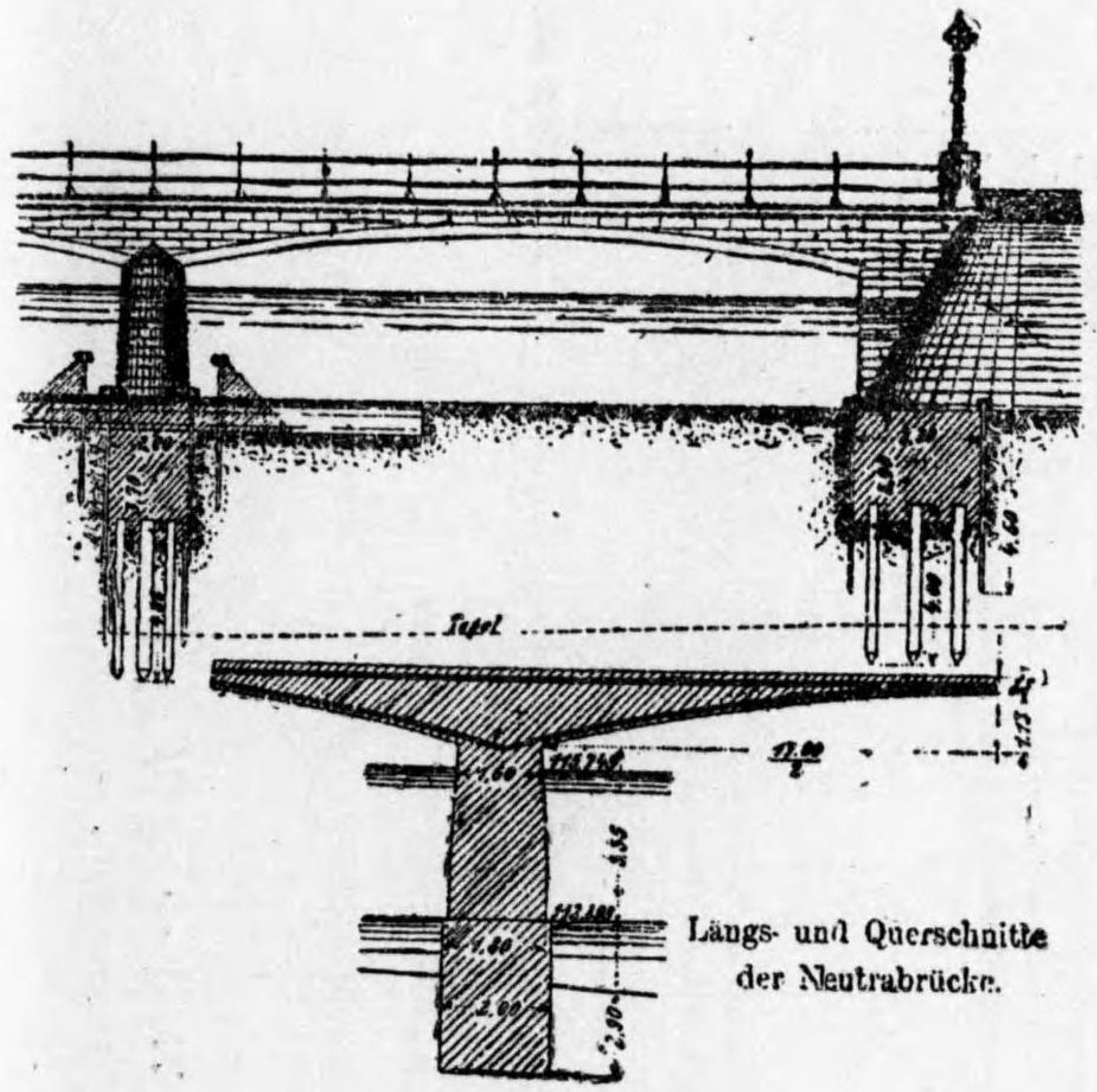
第二一八圖





Pont sur la Steyr à Steyr (Autriche) (1898). Ensemble.

第二二〇圖



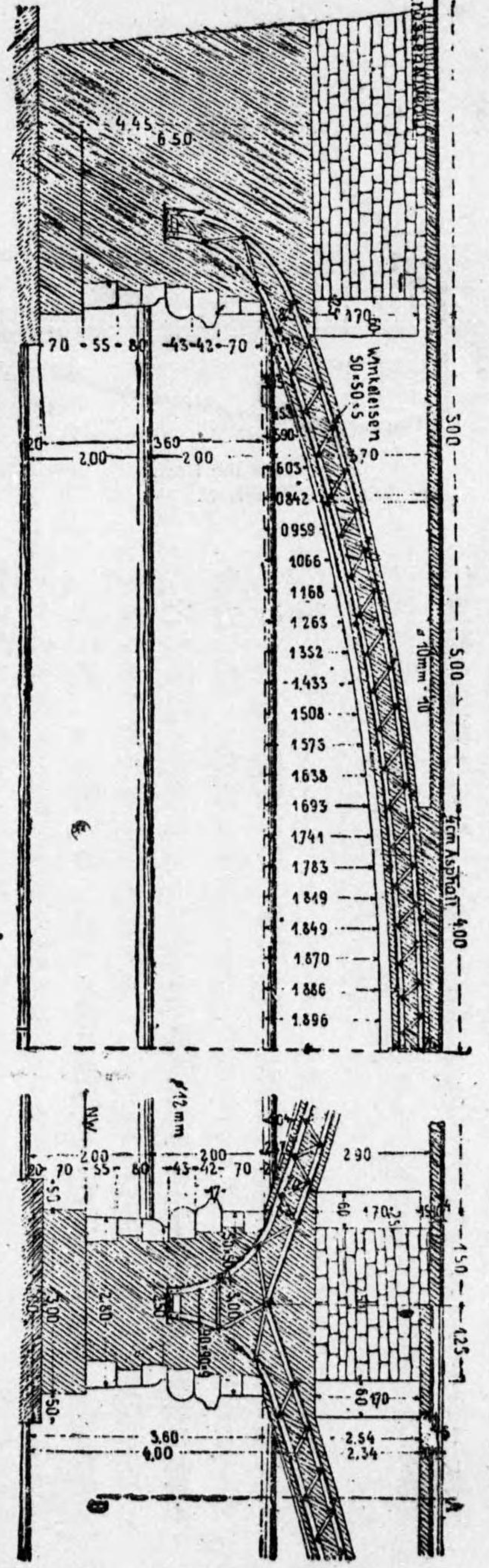
Längs- und Querschnitte der Neutrabrücke.

之はオーストリアのヨセフ・メランが一八九二年に發明したものであるが鐵筋として四本の山形拱（angles）を綾材（lattice bars）によつて連絡した曲綾桁（curved lattice girder）を使用するのであつて、綾桁の深さは拱頂に於てよりも起拱點に於て大にするのが普通である。小さい拱に對しては綾桁の代りにI字鋼を使用する。第二一九圖はメラン自ら設計した拱橋である。

（ロ）ヴユンシユ式（Wünsch system）

之はハンガリーのロバート・ヴユンシユが一八八四年に發明したもので餘り廣くは使用せられてゐない。その特徴は拱腹面は曲面であるが拱背面は平面であつて自然に路床を構成する。從つて拱腹に近い鐵筋は直材であつて、兩者の間には途中の連鎖を設けず、拱臺又は拱脚の點で鉛直材に鋲綴するのである。鐵筋は普通二本の山形鋼を鋲綴して用ひる。此の様式によ

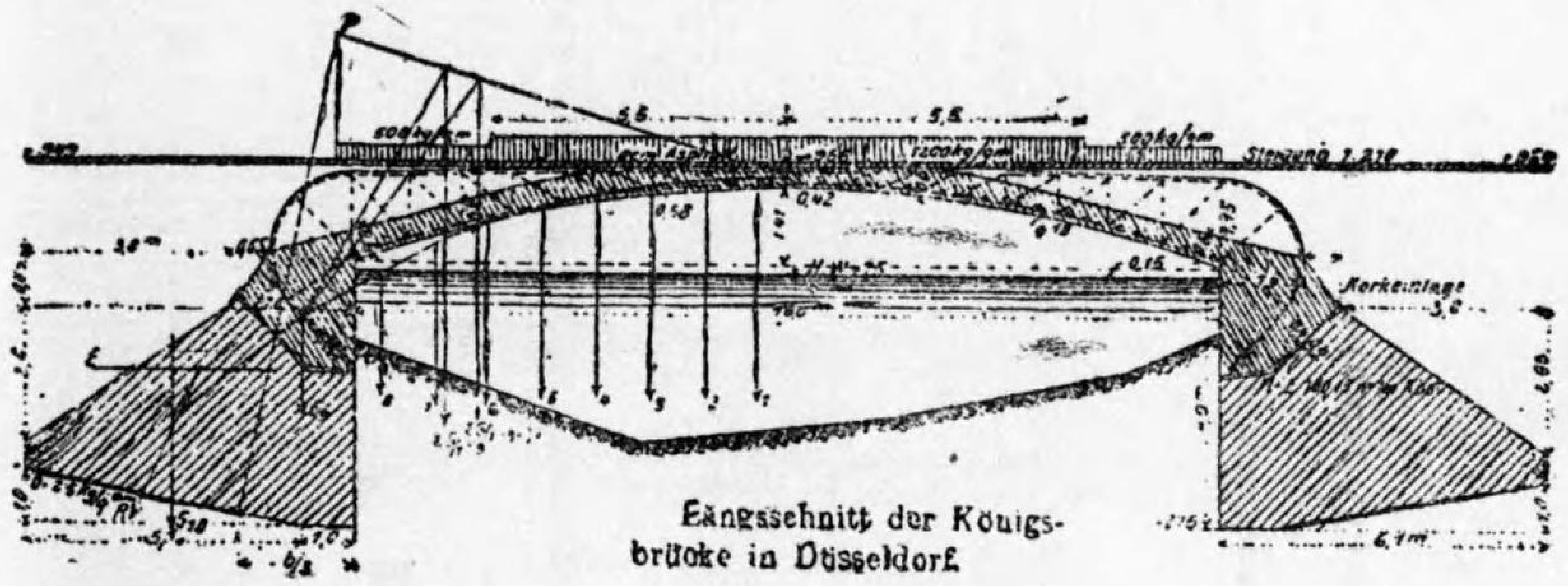
第二二一圖



Längsschnitt der Christinenbrücke in San Sebastian.

Schnitt durch einen Zwischenpfeiler, bei der Brücke in San Sebastian.

第二二二圖



る拱橋の中、最大徑間に屬するものゝ一つは彼の歐洲大戰爭の動因となつたセルヴィアの一青年が舊墺匈國皇儲を暗殺した場所として有名なボスニアのサラエヴォに於ける徑間八三呎の拱橋である。第二二〇圖は此の樣式による拱橋の一例である。

（ハ）**リベラ式**（Ribera system）

之は第二二一圖の如くメラン式に類似するものである。

（ニ）**モエラー式**（Möller system）

之も綾桁を使用するのであるが特異の點は上下の弦材を同一にせず應力に應じて斷面を變化せしめてあるから一種の非對稱綾桁をなす事である。又起拱點に於て綾桁の深さを著しく增大するのもその特徵である。（第二二二圖）

第四章　拱橋の雜論

(1)**混凝土拱橋の沿革**　石拱の起源は可なりに古い。イタリーのトレッツォに造られた花崗石拱は徑間七六・五米（約二五一呎）を有し一三七七年に竣功したものである。斯の如き長大なる徑間を有する石拱橋が歐洲に於ては十四世紀代に築造せられたのである。現存する最大徑間の石拱は一九〇三年、ザクゼンのプラウエンに造られたもので、徑間九〇米（約二九五呎）硬質の粘板岩を使用してある。

凡て科學的乃至技術的發明は理論から誘導せられる事は稀であつて何れも理論に疎い天才の思ひ付きに始まり學者は後から之に理論的解法を與へるか、或は之を理論的に補正するに過ぎない。鐵筋混凝土の發明者として知らるゝモニエーの如きも巴里の植木屋であつて、その理論は何れも獨佛墺の學者が之を創設したものである事は既に第五編第一章第(2)節に述べた通りであるが、石拱も亦最小拱頂推力の原理だとか彈性理論などには關係なく發達したので、所謂迫持によつて橋梁を造ると言ふ考案は可なり原始的な發明であらうと思はれる。既に石拱が發達してゐる所へ、石や煉瓦に代る建築材料として混凝土が發明せられた以上、拱石(voussoir)の代りに混凝土方塊（concrete block）を用ふる樣になり、更に進んで混凝土で單一體の拱環(monolithic arch ring)を造る樣になるのは寧ろ自然の推移でなければならない。

最初の混凝土拱は歐洲では一八六九年即ち前世紀の中葉、巴里水道の水路橋としてフォンテンブロー森に造られたグラン・メイトル橋であつて三五・三米（約一一六呎）の徑間を有し、米國では少し後れて一八七一年にブルックリンのプロスペクト公園に造られ徑間は三一呎に過ぎない。

鐵筋混凝土拱の發明者はモニエーであらうと言はれてゐるが、正確な記錄を有する最初の鐵筋混凝土拱は歐洲では一八七九年デンマークのコーペンハーゲンに造られ約二二米（七二呎）の徑間を有し、米國では一八八九年サン、フランシスコのゴールデン、ゲート公園にランサムによつて作られたもので徑間は三五呎である。以來、鐵筋混凝土拱は長足の發達を遂げ、現在最大徑間の鐵筋混凝土拱の一として知られるバイエルン、ミユンヘンのグリユンワルト拱は三鉸拱であつて徑間七〇米（二三〇呎）を有し、米國に於ては一九〇八年に造られた費府のウォルナット、レーン拱が二三三呎の徑間を有し純混凝土拱としては世界で一、二を爭ふものであるが、ピッツブルグのラリマー、アヴェニュー拱は三〇〇呎の徑間を有する鐵筋混凝土拱である。更に近年米國では徑間、實に七〇三呎の鐵筋混凝土拱が設計せられるなど寔に驚嘆の至りと言ふ可きで

ある。

本邦では鐵筋混凝土そのものゝ應用が極めて輓近の事であるだけに、鐵筋混凝土拱の築造は殆んど大正に這入つてから後の施工にかゝり、徑間も亦概して短かく未だ一五〇尺に達するものを聞かない。次表に示すものは本邦に於ける主なる鐵筋混凝土拱橋の一覽である。

第三七表
本邦に於ける主なる鐵筋混凝土拱橋

橋名	徑間	鐵筋	竣功
日本橋（大連）	$15' + 3@74' + 15'$	メラン式	明治四十一年三月
吉田橋（横濱）	$25' + 60' + 25'$	カーン式	明治四十四年十一月
猿橋水路橋（甲州）	104.4^{R}（約）	メラン式	明治四十五年六月
四條大橋（京都）	$4@48'-10''$	モニエー式（ジョンソンバー）	大正二年三月
七條大橋（京都）	$5@48'-10''$	同	大正二年四月
鍛冶橋（東京）	102.0^{R}	モニエー式（丸鋼）	大正三年十月
高橋（東京）	$21.0^{R} + 50.0^{R} + 21.0^{R}$	同	大正八年三月
外濠橋（東京）	$125'$	メラン式	大正八年一月
新常磐橋（東京）	$27.0^{R} + 30.0^{R} + 27.0^{R}$	（鐵筋なし）	大正八年三月
一石橋（東京）	$67.0^{R} + 67.0^{R}$	モニエー式（丸鋼）	大正十一年八月
昌平橋（東京）	70.0^{R}	同	大正十二年三月
柳原橋（東京）	42.0^{R}	同	同

此の內猿橋水路橋は甲州桂川に架した東京電燈株式會社の水路橋である。又外濠橋は鐵道省で施工した高架鐵道（東京驛から萬世橋又は上野に至る）の外濠の交叉點に架した斜拱である。東京に於けるその他の拱橋は凡て東京市役所の施工になる。

猶前掲第二一六圖はグリユンワルト拱を示したものである。

(2) **施工**　拱橋の混凝土の施工は拱環と拱側とに二大別する。拱環の施工には二種の工法があつて、その一は拱環を拱橋中心線に平行なる縱斷面によつて幾つかの縱の條片として各條片毎に混凝土を一度に施工するのであつて、主として鐵筋混凝土拱、特に斜拱に對しては此の工法を採用する。その二は拱環を拱橋中心線に直角なる橫斷面によつて幾つかの橫の條片として各條片毎に混凝土を一度に施工する。拱環が不連續である場合には此の工法は混凝土方塊の場所詰施工法と同じ事になる。之は普通混凝土拱、鐵筋混凝土拱の双方に採用せられ、恰も石拱の拱石積上と同じく左右の起拱點から對稱的に施工してゆくのであるが、長大なる徑間を有する拱に於ては拱の支保工即ち拱架が種々の變形を起すのを避けるために第七編第三章第二九圖に示した樣に左右對稱ではあるが起拱點から拱頂に向つて施工するのでなく、拱架上に荷重が平均して懸る樣に混凝土を打つてゆき拱架が充分に落付いて後に拱環を單一體に仕上げるのである。

拱側の施工は拱環の施工が終り混凝土が充分に硬化してから始める。前揭の如く拱側壁と拱環とは別々に築造しなければ兩者の間に龜裂を生ずる危險があるから、後者の混凝土は拱環が充分に落付いた後、換言すれば拱架を取外した後に施工するのがよい。

(3)伸縮接合　拱に於ける伸縮接合は最も必要である。硬化伸縮、溫度伸縮のみならず、拱に於ては拱環變形に對しても拱側その他の部分に龜裂なからしむるために伸縮接合の必要がある。

此のためには拱側壁と拱脚又は拱臺との接合線に沿つて鉛直の伸縮接合を設ける外、場合によつては前章第(4)節に述べた如く拱側壁の所々に鉛直伸縮接合を設けるのである。

(4)拱側裏込　充側拱の場合には裏込は左右對稱に施工しなければならないのは勿論、裏込が土砂の場合には之を充分に搗固める事が絕對に必要である。その工法には大規模には路輾機（roller）をかける事もあるがわが國に簡單に行はれるのは木蛸又は石蛸を以て搗固めるのである。撒水は土砂を落付かせるのに卓効がある。

拱頂に於ける裏込最小深は鐵道橋に於ては少くとも三呎、普通五、六呎に取る。公道橋に於ては少くとも拱頂拱環厚h_0の九〇％とし場合によつては一、二呎位にする事もある。要するに裏込の厚さが大であれば集中荷重を等布荷重に置換へ得るのみならず、拱環に加はる撃衝の影響を輕減する便益がある。

(5)拱架　拱に於ける支保工を拱架（arch centre）と言ふ。

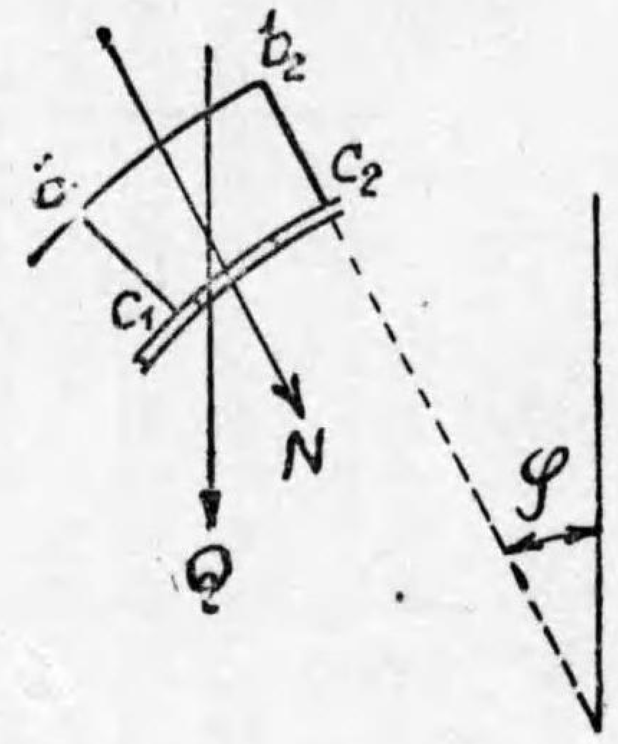
拱の型板及び拱架に就ては既に第七編第三章に一、二の例を示したが、拱架は特に注意を拂ひ混凝土施工中變形を起したり支柱が沈下したりする事のない樣に充分堅牢に造らなくてはならない。

石拱の拱架に加はる荷重は次の如し。（第二二三圖）

$Q=$拱石 $b_1c_1c_2b_2$ の部分の重量（鉛直）

$N=Q$ に起因する拱架の垂直（normal）荷重

第二二三圖



$\varphi=b_2c_2$ 斷面の鉛直角

$\mu=$拱石間の摩擦係數

とすれば

$$N=Q(\cos\varphi-\mu\sin\varphi)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(389)$$

混凝土拱の拱架に對しては第七編第一章第(3)節を參照し、混凝土を液體と見做して荷重を定める。

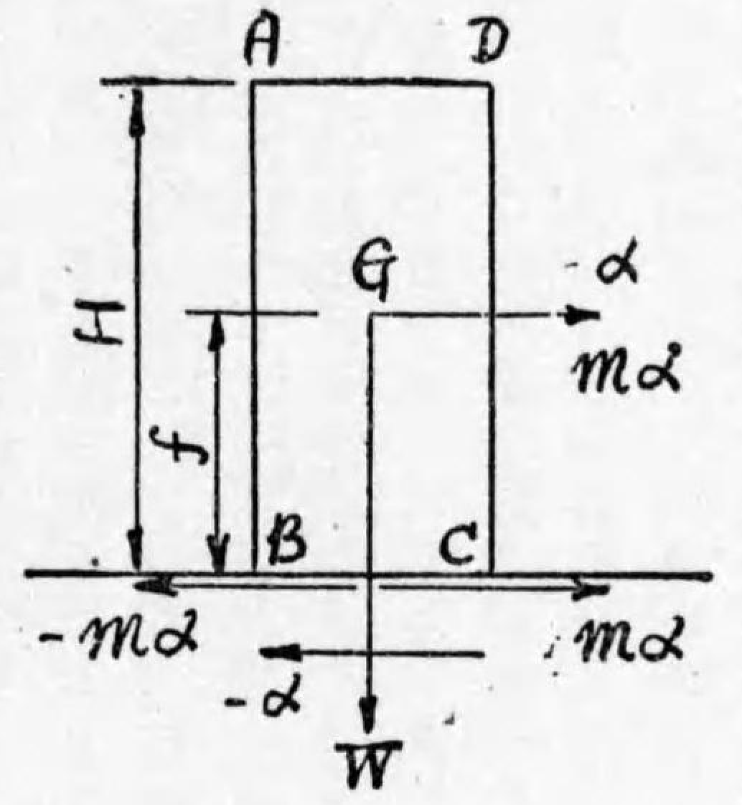
凡て拱架には桁橋の反りと同じ理由によつて始め多少の上げ越しを與へて置く必要がある。

第十五編　塔狀築造物

第一章　煙突

(一)**地震による應力**　橋脚、煙突、燈臺、水槽及び電柱の如き塔狀築造物は、普通の荷重、風壓などに對する應力のみならず、地震による應力を算定して所謂耐震安定 (seismic stability) を檢する事が必要である。特にわが國の如く地震の頻繁な國土に於ては一層その必要が認められる。地震學上の學說や理論を紹介する事は固より本講義の主意ではないから玆には簡單なる叙述をなすに止める。

第二二四圖



第二二四圖の ABCD を塔狀築造物とする。今地震のために地盤が矢の方向に $-\alpha$ の加速度 (seismic acceleration) を以て移動するものとすると、塔物築造物はその重心 G に於て反對に $+\alpha$ の加速度を蒙り地盤は靜止してゐるものと考へる事が出來る。

築造物に對する地震の力學的影響は、(イ)顚倒 (overturning) (ロ)滑動 (sliding) (ハ)廻轉 (rotation) (ニ)彎折 (fracture) の四つに大別する事が出來るが、本編で取扱ふが如き底面BCが固定狀態にある築造物にあつては(イ)乃至(ハ)は考慮する必要がないから最後の彎折だけを說明して置く。

W＝ABCD の重量

m＝同上質量 $=\dfrac{W}{g}$

g＝重力による加速度

$-\alpha$＝地震による加速度

H＝全高

f＝地盤上重心 G の高さ

とすると前述の如く G に $+\alpha$ の加速度が加はると言ふ事は G に $+m\alpha$ の力が働く事に外ならない。因みに G を求むる場合にはその自重ばかりでなく荷重の影響をも考慮に入れなくてはならない。例へば橋脚の如きはその自重の重心は全高の二分の一位の高さにあるが此の上に載る橋梁の重心が可なり高い所にあるから全體としての G の位置は全高の五分の四位の高さにあるのが通例である。即ち $f \fallingdotseq \frac{4}{5}H$

物體に働點と大きさとを同じくし方向相反する二つの力を加へてもその物體の力學的關係には何等の影響をも及ぼさないから、今底面 BC に $+m\alpha$, $-m\alpha$ の二つの水平力を加へても ABCD の受ける力の總和には何等の影響を及ぼさない。然るに G に働く $+m\alpha$ と BC に働く $-m\alpha$ とは一つの偶力を作り偶力率は $m\alpha f=\dfrac{W}{g}\alpha f$ である。而して BC に於ける殘りの $+m\alpha$ は此の斷面に於ける裁力となるから、結局、G に $+m\alpha$ の力が働く結果は BC に於ける $\dfrac{W}{g}\alpha f$ の偶力率 (彎曲率) と $\dfrac{W}{g}\alpha$ なる裁力とを生ぜしめ、B は抗張側、C は抗壓側となるのである。

今底面に於ける斷面抵抗率を M とすると

$$M=\frac{W}{g}\alpha f, \qquad \therefore \quad \alpha=\frac{Mg}{Wf} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (390)$$

斯の如くにして算出した α を彎折に對する耐震安定と稱し、その地方に於ける地震の加速度が此の α の

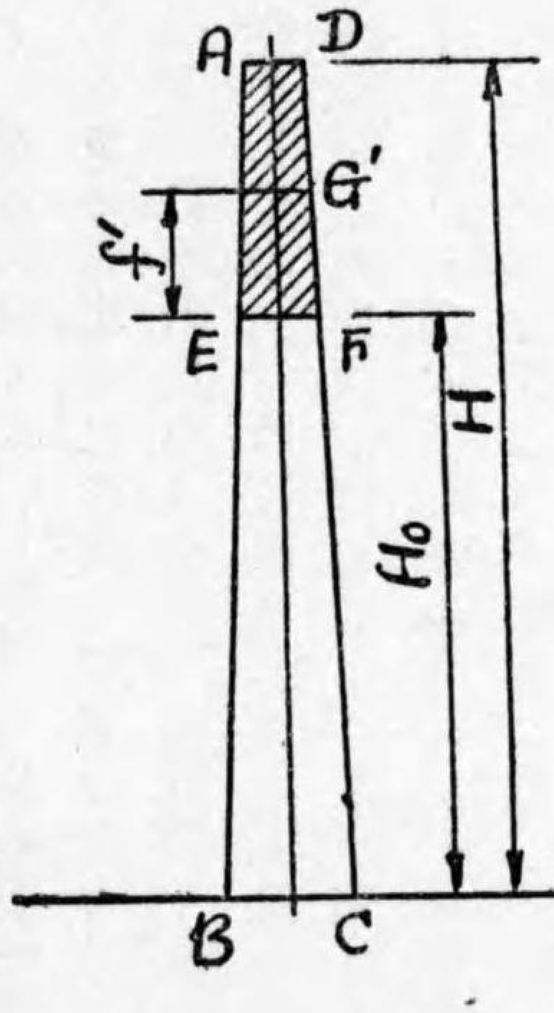
値より小さい限り、築造物は地震のために彎折する事がないのである。

彎折に對する安定を論ずる上に於ては地震學上、短柱（short column）と長柱（tall column）とを區別してゐる。地震學上では兩者の區別を震動の週期（period）に置くのであるが通俗的に言へば短柱と言ふのは比較的高さの低いものであつてその適例は橋梁の橋脚である。短柱に於てはその底面即ち地盤との接觸面が最弱斷面となり彎折は必ず此の斷面に起る。之に對して長柱と言ふのは比較的高さの高いものであつてその適例は煙突である。長柱に於ては最弱斷面は底面でなく底面から H_0 の高さだけ離れた第二二五圖に於けるEFの如き斷面がそれになる。此の場合には斷面EFに於て彎折が起る事になり、通例

$$H_0 \doteqdot \frac{2}{3}H$$

なる關係がある。明治二十七年六月東京の大地震の時の煙突被害の統計によると高さ三九尺から一五〇尺までの約五〇本の煙突に就て、その彎折箇所は地面から $0.24H-0.94H$ の間に變化し平均 $H_0=0.67H \doteqdot \frac{2}{3}H$ となつてゐる。

第二二五圖



長柱の場合の耐震安定を算出するには

W＝AEFD の重量

f＝EF 斷面上重心 G' の高さ

と直して (390) 式を適用する。但し G' は AEFD の部分の重心であつて、又此の場合の M は斷面 EF に於ける抵抗率を表はす事勿論である。

長柱と短柱との區別は前記の如く單に高さにのみよるのでなく材料の如何によつても大影響を蒙るのであつて、煉瓦煙突（brick chimney）の如きは通例長柱であつて中途に最弱斷面があるが、鋼製煙突（steel chimney）となると可なりの高さのものでも短柱となり底面が最弱斷面となるのである。鐵筋混凝土煙突に於ては其中間に位し、高さ一〇〇尺位ならば短柱として底面を最弱斷面と考へてよいが、九州の佐賀關に作られた高さ五五〇尺の鐵筋混凝土大煙突の如きは長柱であつてその最弱斷面は地面から約三分の二の高さにある可き事が實驗せられてゐる。その中間にあつて長短兩柱の區別が明瞭に定め難い時は長柱としての耐震安定と短柱としてのそれとを算出して、その何れか小さい方の値を取れば安全である。

地震の加速度の値と震災との關係を概言して見ると加速度 α が九〇〇秒々粍位迄は普通の煙突には損傷がないが一二〇〇秒々粍となると製造工場の煙突の二五％までは折れる。更に α が增して二〇〇〇秒々粍になると煙突の殆んど全部が折れると言ふのが從來の經驗であるが、鐵筋混凝土煙突は、煉瓦などゝ違つて厚さを薄くして充分耐震的に作り得ると言ふ一大長所を具へてゐるのである。耐震安定を檢する上に於て (390) 式の α を幾許に假定していゝかと言ふ問題はその地方の地震の性質上定められるのであるが、東京山の手方面ならば地震の加速度を一〇〇〇秒々粍、下町方面ならば二〇〇〇秒々粍位に假定して (390) 式の α を此の値より大ならしめてさへ置けば安全であらう。

計算例　此の例は明治二十七年六月の大地震の時折れた東京郊外の某煉瓦煙突であつて、鐵筋混凝土の場合にも計算は大同小異である。

此の煙突は地面上一〇〇尺の煉瓦造であるから最弱斷面は地面上六六尺許りの所にある事が推定せられるのであるが、實際は $H_0=0.617H=61.7$（尺）の點で彎折したのである。第二二五圖に就て計算すると

$W=133{,}200$ 听

$f=17.3$ 尺

煙突は圓形中空斷面であつてEF斷面に於て

d_1＝外徑＝9.2 尺,　　d_2＝內徑＝5.5 尺

煉瓦積の抗張强度を t とし斷面惰性率を I とすると

$$M=\frac{tI}{\frac{d_1}{2}}=\frac{t\pi(d_1^4-d_2^4)}{32d_1}=66.68t \quad (\text{尺の單位})$$

$t=55$瓩/□″≒7,920瓩/□′　と假定すれば

$M=528,105$　(听及び尺の單位)

$g=980\mathrm{cm/sec^2}=9,800\mathrm{mm/sec^2}$　とすると　(390)　式を用ひ

$$\alpha=\frac{528,105\times9,800}{133,200\times17,3}\fallingdotseq2,250\mathrm{mm/sec^2}$$

故に此の時の地震の加速度は二二五〇秒々粍であつた事が分る。逆に地震計で地震の加速度が測定せられて居れば煉瓦積の抗張强度 t を算定する事が出來るのである。

勿論此の結果は煙突の自重による應壓力を無視してゐる。此の應壓力强度はEF斷面に於て

$$\frac{W}{A}=\frac{W}{\frac{\pi}{4}(d_1^2-d_2^2)}=\frac{133,2000}{\frac{\pi}{4}(9.2^2-5.5^2)}=3,120\text{瓩/□′}=22\text{瓩/□″}$$

故に二、二五〇秒々粍の地震で此の煙突が彎折したものとすれば煉瓦積の應張力强度は

$t=55-22=33$瓩/□″

に過ぎなかつたと言ふ事になる。

鐵筋混凝土煙突の場合にも推算は同一であつて地面即ち煙突の根部を最弱斷面と見ればよいのであるが、その計算は次節の風壓力の場合と重複するから説明を次節に譲る。

(2) **風壓應力**　風速と風壓との關係は第九編第一章第(5)節の(88)(89)式に與へてある。煙突、電柱その他の塔狀築造物に水平に風壓が加はる時には此等の築造物は鉛直突桁として彎曲率を蒙る。然るに斯の如き塔狀築造物に於てはその高さの方向に於ける風速の變化即ち風壓の分布と言ふ事を考へなければならない。一般に風速は地面上の高さに從つて增大するものであつて地表では無風狀態であつても上層氣流は可なりの速度を以て動いてゐるのである。前掲の九州佐賀關の大煙突に於ても地表の風速が毎秒八、九米の時にも煙突頂部に於ては毎秒二四米の風速であつたと言ふ事が觀測せられてゐる。從つて煙突の受ける風壓力强度は一種の拋物線によつて變化し根部より頂部に向つて增大すると考へるのが合理的であるが、斯の如きは徒らに計算を複雜ならしめるばかりであるから設計上は一定强度の等布風壓强度がその全高に分布すると見做して差閊へない。特に高さが一〇〇呎や二〇〇呎の煙突ならば毎平方呎五〇听位の等布荷重を假定すれば充分であらう。

次には風壓を受ける面積の計算であるが、築造物が風の方向に對して直角なる平面をなす場合にはその全面積に風壓が加はるのが當然である。然るに電柱、煙突の如きものが圓形斷面を有する時にはその鉛直投影面積 (vertical projected area) 全部に風壓が加はると見做すのは過大に失する。

R＝根部外徑

R'＝頂部外徑

H＝高さ

$$A'=\text{鉛直投影面積}=\frac{2R+2R'}{2}\times H=(R+R')H$$

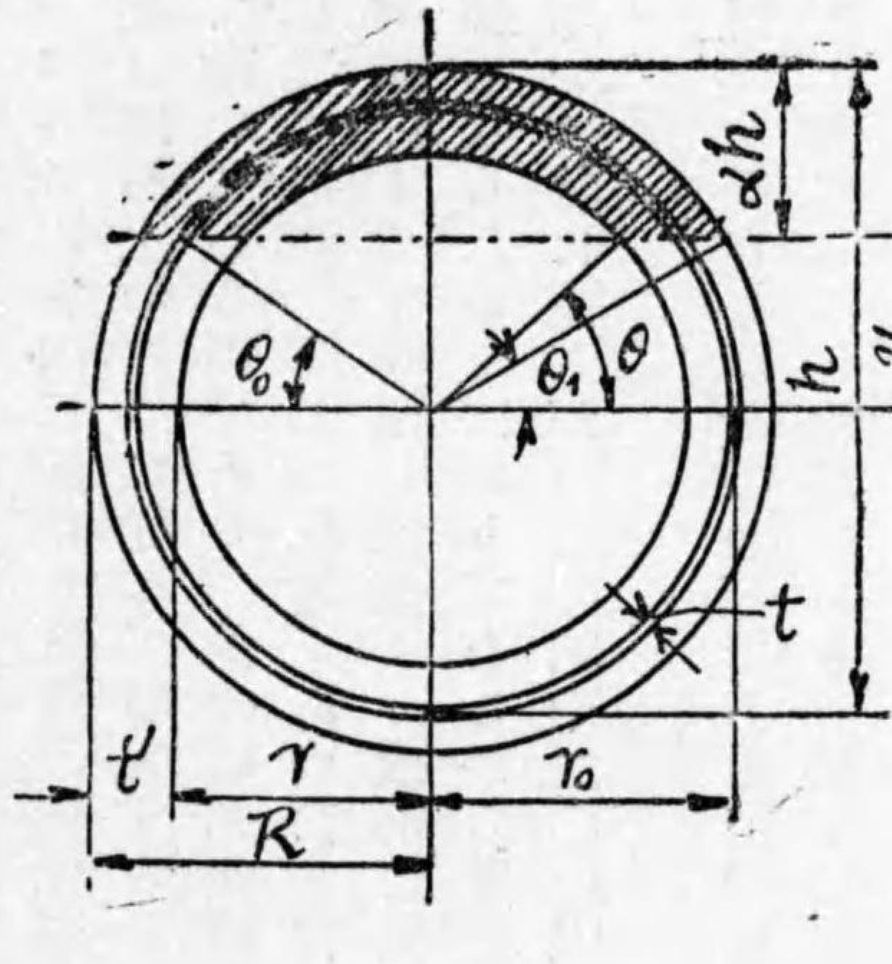
A＝風壓を受ける面積＜A'

A を A' の二分の一又は三分の二に取るのが普通である。即ち

$$\left.\begin{aligned} A &= CA' = C(R+R')H \\ &\fallingdotseq 2CRH \\ C &= \tfrac{1}{2}-\tfrac{2}{3} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(391)$$

而して地震又は風壓による彎曲率に對する煙突の抵抗率は、結局圓形中空斷面の桁の抵抗率を求むる問題に歸着するからその算式は既に第十二編第二章第(7)節に示してある。此の時には煙突の軸鐵筋を個々の分離した丸鋼と考へないで一つの連續した圓壔と見做すのである之は勿論鐵筋混凝土管に對しても適用する事が出來る。

第二二六圖



今第二二六圖に於て

R＝煙突斷面の外徑

r＝同內徑

r_0＝同鐵筋列に至る半徑

t＝鐵筋を圓壔と考へたる場合の厚さ

A＝鐵筋總斷面積

a＝鐵筋一本の面積

n_1＝鐵筋員數

C＝應壓力

T＝應張力

としその他の符號は第二二六圖の示す通りとすれば自重による軸應力を考へず、彎曲率のみを取扱ふ場合には (46) 式第（八編第五章）によつて

$$P=C-T=0, \qquad \therefore\ G_1+nG_2=0\cdots\cdots(392)$$

而して G_1 の値は第十二編第二章第(7)節の (239) (240) 及び (242) 式の第一式から求められる。α を混凝土及び鐵筋の應力强度の關係から定めると

$$\alpha=\frac{nc}{f+nc}, \qquad y_0=R-\alpha h=R-\alpha(R+r_0)$$

$$\therefore\ y_0=R-(R+r_0)\frac{nc}{f+nc}=\frac{fR-ncr_0}{f+nc}$$

$$y_1=R\sin\theta_1=r\sin\theta=r_0\sin\theta_0$$

之を用ひると (239) 式の代りに次式を得る。

$$\left.\begin{aligned} \sin\theta_1 &= \frac{y}{R}=\frac{fR-ncr_0}{R(f+nc)} \\ \sin\theta &= \frac{y}{r}=\frac{fR-ncr_0}{r(f+nc)} \\ \sin\theta_0 &= \frac{y_0}{r_0}=\frac{fR-ncr_0}{r_0(f+nc)} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(393)$$

而して G_2 は積分學の助けをかりて之を算出すると

$$G_2=2\pi r_0 t\sin\theta_0\cdots\cdots(394)$$

此等の値を (392) 式に代入すれば鐵筋の厚さ t が求められる。而して

$$A=2\pi r_1 t=an_1 \quad \cdots\cdots\cdots (395)$$

(395) 式を用ひて鐵筋の徑及びその員數從つてその間隔を決定する事が出來る。

次に煙突斷面の抵抗率 M を求めるには同じく (46) 式又は (74) 式を用ひる。而して I_1 の値は (239) 式又は (393) 式及び (241) (242) 式の第二式から求めるのであるが、I_2 は (394) 式と同樣にして次の如き公式によつて算出する

$$I_2=\pi r_0^3 t(2\sin^2\theta_0+1)=\pi r_0^3 t(2-\cos 2\theta_0) \quad \cdots\cdots\cdots (396)$$

若し煙突の壁が薄く $R\doteqdot r\doteqdot r_0$ と見做し得る場合には壁の厚さ $R-r=t'$ として (393) (240) (241) 式を簡單にする事が出來る。即ち此の場合には近似値として

$$y_0=r_0-a(2r_0)=r_0(1-2a)$$

$$\sin\theta_0=\frac{y_0}{r_0}=1-2a \quad \cdots\cdots\cdots (397)$$

$$\left.\begin{aligned} G_1 &\doteqdot -2r_0^2 t'\left[\cos\theta_0-\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)\sin\theta_0\right] \\ I_1 &\doteqdot 2r_0^3 t'\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)(2-\cos 2\theta_0)-\frac{3}{4}\sin 2\theta_0\right] \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (398)$$

計算例　次の寸法を與へて鐵筋混凝土煙突の鐵筋量を算出し、その抵抗率を見出せ。

$R=70.5''$,　$r=64.5''$,　$r_0=67.5''$,　$H=110'\text{-}0''$

材料の强度に關しては次の假定を用ひる。

$c=600$ 封/□″,　$f=15{,}000$ 封/□″,　$n=15$

自重應力の關係から假りに　$c=500$,　$f=16{,}000$　と置いて計算して見る。(393) 式により

$$y_0=\frac{16{,}000\times70.5-15\times500\times67.5}{16{,}000+15\times500}=26.5''$$

$$ah=a(R+r_0)=R-y_0=44''$$

$$\sin\theta_1=\frac{26.5}{70.5}=0.37589$$

$$\therefore\quad \theta_1=22^\circ\ 4'\ 45''$$

(240) 式の第一式により

$$G'=-70.5^3[(0.69500-0.03358)-1.18544\times0.37589]$$
$$=-350{,}402{,}625\times0.21581\doteqdot75{,}617$$

(393) 式より

$$\sin\theta=\frac{26.5}{64.5}=0.41085$$

$$\therefore\quad \theta=24^\circ\ 15'\ 30''$$

(240) 式の第二式により

$$G_1''=-64.5^3[(0.68378-0.02468)-1.14740\times0.41085]$$
$$=-268{,}336.125\times0.1878\doteqdot-50{,}394$$

(242) 式により

$$G_1=-75{,}617+50{,}394=-25{,}223$$

(393)式により

$$\sin\theta_0=\frac{26.5}{67.5}=0.39259$$

(394)式により

$$G_2=2\pi\times67.5^2\times0.39259t\doteqdot11,234$$

(392)式により

$$t=\frac{25,223}{15\times11,234}=0.1497''$$

(395)式を用ひ

$$A=2\pi\times67.5\times0.1497=63.47\square''$$

徑八分七吋丸鋼を使用するものとすると

$$a=0.601\square'',\quad n_1=\frac{63.47}{0.601}\doteqdot106$$

鐵筋の間隔 d は次の如くにして求める。

$$s=\frac{2\pi\times67.5}{106}\doteqdot4''$$

或は徑一吋丸鋼を使用して

$$a=0.785\square'',\quad n_1=\frac{63.47}{0.785}\doteqdot81$$

$$d=\frac{2\pi\times67.5}{81}\doteqdot5\frac{1}{4}''$$

次に抵抗率は(241)(242)式を用ひ

$$I_1'=70.5^4[0.29636\times1.56518-0.40637+0.02082]$$

$$=24,703,385.0625\times0.07822\doteqdot1,932,299$$

$$I_1''=64.5^4[0.28685\times1.67520-0.43700+0.02068]$$

$$=17,307,680.0625\times0.06421\doteqdot1,111,326$$

$$I_1=1,932,299-1,111,326=820,973$$

(396)式を用ひ

$$I_2=\pi\times67.5^3\times0.1497(2\times0.15413+1)$$

$$=189,387$$

(46)式を用ひ

$$M=\frac{500}{44}(820,973+15\times189,387)$$

$$=\frac{500}{44}\times3,661,778\doteqdot41,611,000''\#$$

風壓による彎曲率を求めるには(391)式の略式を用ひ且つ $C=\frac{2}{3}$ 風壓强度を $p=50\#/\square'$ と取つて

$$m=\frac{2}{3}\times 50\times 2\times\frac{70.5}{12}\times 110\times\frac{110}{2}\times 12=28,435,000''\text{#}$$

故に抵抗率の値は猶充分の餘裕がある。

(3) **自重應力**　煙突の自重は軸應壓力を生ずる。

V＝煙突の容積
w＝混凝土單位重量
W＝煙突の重量
c_1＝混凝土の應壓力强度
$c_2=nc_1$＝鐵筋同上

とすると

$$\left.\begin{aligned}W&=wV=c_1\pi(R^2-r^2)+2c_2\pi r_0t\\&=\pi c_1[(R^2-r^2)+2nr_0t)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(399)$$

略算の場合には

$$V\fallingdotseq\pi(R^2-r^2)H$$

$$\therefore\quad w(R^2-r^2)H=c_1[(R^2-r^2)+2nn_0t]\cdots\cdots(400)$$

更に (400) 式の右邊の第二項を無視すれば

$$c_1=wH,\qquad c_2=nwH\cdots\cdots(401)$$

計算例　前例に於て自重應力は如何

(400) 式を用ひると

$$c_1=\frac{150\times(70.5^2-64.5^2)\times 110}{[(70.5^2-64.5^2)+2\times 15\times 67.5\times 0.1497]\times 144}=83\text{#}/\square''$$

$$c_2=15\times 83=1,245\text{#}/\square''$$

之を風壓彎曲應力に加算すると

$$c=500+83=583\text{#}/\square''$$

$$f=16,000-1,245=14,755\text{#}/\square''$$

此等の値は許容應力强度　$c=600,\ f=15,000$　よりは猶少しく小さい。斯の如く自重の結果混凝土の應力は加重せられ鐵筋のそれは輕減せられるから、抵抗率の算出（前例）に於て始めに c を少し小さく取り f を少し大きく取つて置くのである。

(4) **彎曲率と軸應力の合成**　略式を用ゐる時は彎曲率と自重應力とを比較的簡單な公式で同時に取扱ふ事が出來る。之は比較的厚さの小なる場合に用ひられるのであつて　$R\fallingdotseq r\fallingdotseq r_0$　とし此の r_0 を煙突の平均半徑として取扱ふ。

t＝鐵筋の厚さ
t'＝煙突壁の厚さ
$t'-t$＝混凝土のみの厚さ

t は t' に比して小であるから　$t'-t\fallingdotseq t'$
(398) 式は此の假定に基づくものである。今 $\frac{G_1}{I_1}$ に就ては (398) 式、$\frac{G_2}{I_2}$ に就ては (394)(396) 式を使用するものとすると (46) 式から

$$P=C-T=-W$$

$$\therefore\quad -W=\frac{c}{2\alpha r_0}\left\{-2r_0^2t'\left[\cos\theta_0-\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)\sin\theta_0\right]+2n\pi r_0^2t\sin\theta_0\right\}$$

$$W=\frac{cr_0}{\alpha}\left\{t'\left[\cos\theta_0-\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)\sin\theta_0\right]-n\pi t\sin\theta_0\right\}\cdots\cdots\cdots(402)$$

或は

$$\left.\begin{aligned}&W=cr_0\{K_1t'-nK_2t\}\\&K_1=\frac{\cos\theta_0-\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)\sin\theta_0}{\alpha}\\&K_2=\frac{\pi\sin\theta_0}{\alpha}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(403)$$

次に斷面の中立軸に力率を取れば外力の彎曲率を m として次の關係がある。自重は斷面の中心に加はるが故にその力率は Wy_0 であり之と m とは符號（方向）が反對であるから (46) 式を用ひ

$$M=m-Wy_0$$

$$\therefore\quad m-Wy_0=\frac{c}{2\alpha r_0}\left\{r_0^3t'\left[\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)(2-\cos2\theta_0)-\frac{3}{2}\sin2\theta_0\right]+n\pi r_0^3t(2-\cos2\theta_0)\right\}$$

$$m-Wy_0=\frac{cr_0^2}{2\alpha}\left\{t'\left[\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)(2-\cos2\theta_0)-\frac{3}{2}\sin2\theta_0\right]+n\pi t(2-\cos2\theta_0)\right\}\cdots\cdots(404)$$

或は

$$\left.\begin{aligned}&m-Wy_0=cr_0^2\{K_3t'+nK_4t\}\\&K_3=\frac{\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)(2-\cos2\theta_0)-\frac{3}{2}\sin2\theta_0}{2\alpha}\\&K_4=\frac{\pi(2-\cos2\theta_0)}{2\alpha}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(405)$$

(402) 式或は (403) 式、(404) 式或は (405) 式を聯立方程式として解いて壁厚 t' 及び鐵筋厚 t を求める事が出來る。係數 K_1 K_2 K_3 K_4 の値は次表の如し。

第三八表

圓形中空斷面桁係數表

α	$\frac{y_0}{r_0}$	K_1	K_2	K_3	K_4
0.15	0.70	1.049	14.661	0.250	20.735
0.20	0.60	1.218	9.425	0.388	13.509
0.25	0.50	1.370	6.283	0.544	9.425
0.30	0.40	1.510	4.189	0.717	6.912
0.35	0.30	1.640	2.693	0.908	5.296

0.40	0.20	1.765	1.571	1.114	4.241
0.45	0.10	1.884	0.698	1.335	3.560
0.50	0	2.000	0	1.571	3.142

計算例　前例及び前々例を(403)(405)式にて解け。

煙突の厚さを平均五吋と取りその平均半徑六七・五吋を全高に亘つて假定する時は自重は

$$W \fallingdotseq 150 \times 2\pi \times \frac{67.5}{12} \times \frac{5}{12} \times 110 = 243{,}000\text{封}$$

風壓による彎曲率は

$$m = 28{,}435{,}000''\text{封}$$

$$\alpha = \frac{15 \times 600}{15{,}000 + 15 \times 600} = 0.375$$

第三八表により　$\alpha = 0.35$　と　$\alpha = 0.40$　との間に係數を求めて

$$y_0 = 0.25 r_0 = 16.9''$$

$$K_1 = 1.703, \qquad K_2 = 2.132, \qquad K_3 = 1.011, \qquad K_4 = 4.769$$

(403)式により

$$243{,}000 = 600 \times 67.5 \{1.703t' - 15 \times 2.132t\}$$

$$\therefore \quad 6 = 1.703t' - 31.980t$$

次に(405)式より

$$28{,}435{,}000 - 243{,}000 \times 16.9 = 600 \times 67.5^2 \{1.011t' + 15 \times 4.765t\}$$

$$\therefore \quad 8.9 = 1.011t' + 71.535t$$

此の聯立方程式より

$$t' = \frac{8.9 \times 31.980 + 6.0 \times 71.535}{1.011 \times 31.980 + 1.703 \times 71.535} = \frac{713.832}{154.156} \fallingdotseq 4.63''$$

$$t = \frac{1.702 \times 4.63 - 6.0}{31.980} = \frac{1.885}{31.980} \fallingdotseq 0.059''$$

(395)式より鐵筋量は

$$A = 2\pi \times 67.5 \times 0.059 = 25.02\square''$$

徑四分三吋丸鋼を使用して

$$a = 0.442\square'', \qquad n_1 \fallingdotseq 57$$

煙突根部の徑は　$t' = 4.63'' \fallingdotseq 5''$　とすると

$$R = r_0 + \frac{t'}{2} = 67.5 + 2.5 = 70''$$

$$r = r_0 - \frac{t'}{2} = 67.5 - 2.5 = 65''$$

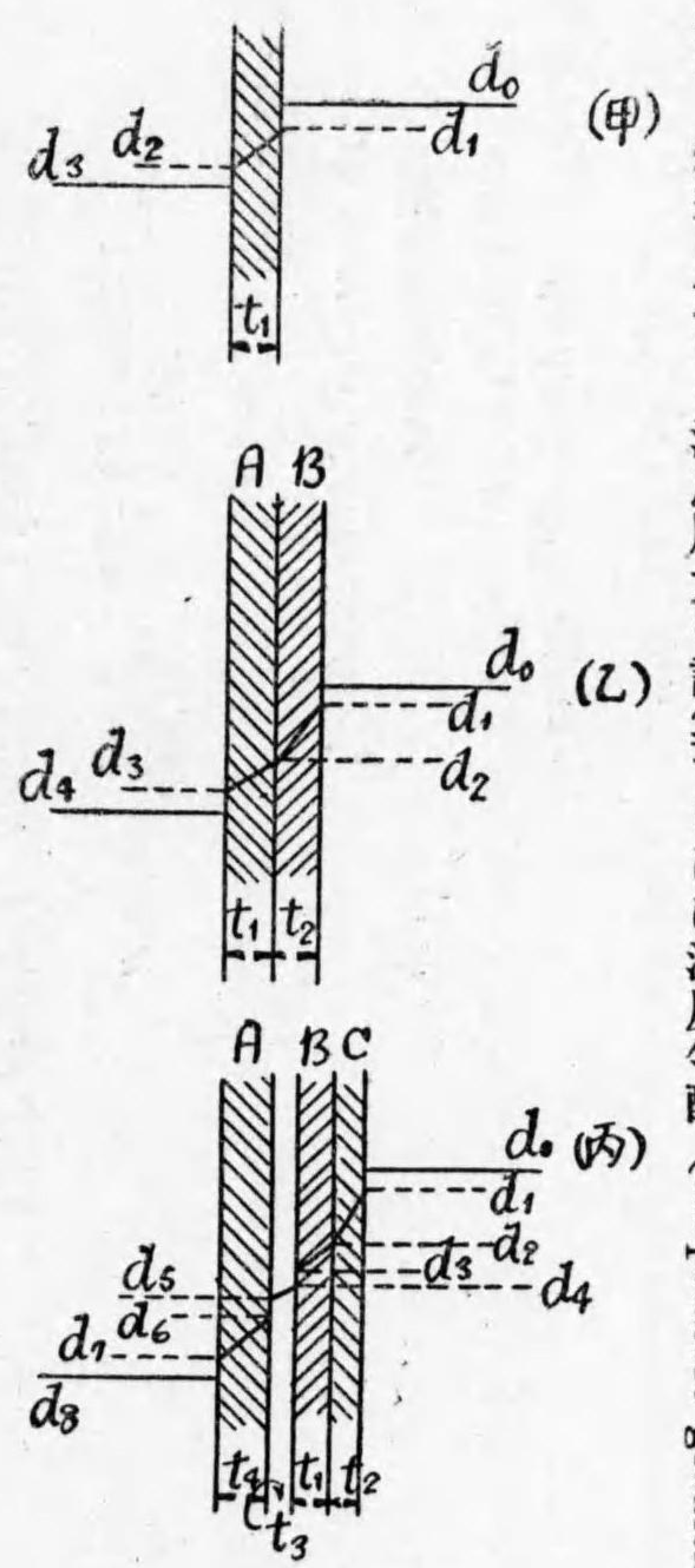
地震の場合にも自重 W 重心の高さ f 地震の加速度 α を知れば

$$m=\frac{W}{g}fa$$

として同樣に (403)(405) 式を用ゐる事が出來る。

(5) **溫度應力**　煙突に於ける溫度應力を計算するには溫度勾配 (temperature gradient) と言ふものを研究しなければならない。一物體の兩面が高低の二氣溫に晒される時は物體內部の各點に於ける溫度は高溫から低溫に向つて一つの勾配線を作る。之を溫度勾配と言ひ土堤內部に於ける滲透水の動水勾配 (hydraulic gradient) と同じ理由によるものである。

第二二七圖



(イ) 單殼混凝土壁（第二二七圖甲の場合）

之は混凝土煙突が單一殼壁 (single shell) から成る場合である。

d＝溫度（攝氏）

t_1＝混凝土厚（吋）

R＝材料によりて變化する係數

R_1＝混凝土に對する　$R=0.254$

R_2＝耐火煉瓦に對する　$R=0.163$

R_3＝空氣に對する　$R=0.762$

溫度は內部から外部に向つて d_0 から d_1 d_2 を經て d_3 まで低下する。卽ち混凝土表面の溫度は內部に於ては d_0 より稍低く外部に於ては d_3 より稍高い。此の時は次の關係がある。（證明略）

$$d_1-d_2=\frac{R_1t_1}{2+R_1t_1}(d_0-d_3)\cdots\cdots(406)$$

d_1 d_2 の値はその必要がないから茲には揭出しない。

(ロ) 耐火煉瓦裝工を有する單殼混凝土壁（第二二七圖乙の場合）

A が混凝土壁 B が耐火煉瓦裝工 (fire brick lining) である。此の時は

t_2＝耐火煉瓦厚（吋）

$$d_2-d_3=\frac{R_1t_1}{2+R_1t_1+R_2t_2}(d_0-d_4)\cdots\cdots(407)$$

(ハ) 耐火煉瓦裝工を有する複殼混凝土壁（第二二七圖丙の場合）

之は煙突壁を二重に作り複殼 (double shell) としてその間に相當の間隔を置くのである。此の時は

t_1＝混凝土壁 B の厚（吋）

t_2＝耐火煉瓦裝工 C の厚（吋）

t_3＝AB の純間隔（吋）

t_4＝混凝土壁 A の厚

$$\left.\begin{aligned} d_2-d_3&=\frac{R_1t_1}{4+R_1(t_1+t_4)+R_2t_2+R_3t_3}(d_0-d_8)\\ d_6-d_7&=\frac{R_1t_4}{4+R_1(t_1+t_4)+R_2t_2+R_3t_3}(d_0-d_8)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(408)$$

(406)乃至(408)式は混凝土兩面の混度差を示す公式である。

次に煙突の長さの方向の温度伸縮を考へるに若し煙突殼壁の各部が均一に伸張するものとすれば壁の内部に應力は起らない理屈であるが、壁の內部に温度勾配が存在する結果として、內部は多く伸張せんとし外部は少く伸張せんとするが故にその間に温度應力を生ずる。第二二八圖を煙突壁の一部斷面とし

R＝外徑（吋）

r＝內徑（吋）

d_1＝內面（高）温度（攝氏）

d_2＝外面（低）温度（同上）

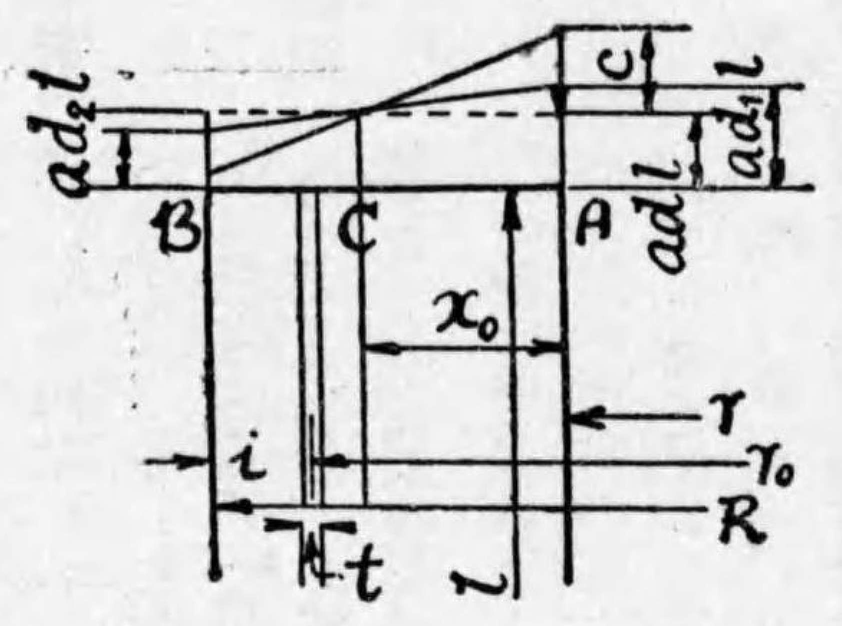
$\Delta d=d_1-d_2$

α＝膨脹係數

t＝鐵筋の厚さ（吋）

とする。煙突はその全斷面に亘つて d の温度に相當する伸張をなすものとすると d は d_1 と d_2 との中間の温度であるから温度勾配線上の一點で表はされる。壁の內側 A から此の點 C に至る距離を x_0 とす

第二二八圖



ると x_0 の間では温度は d より高いのであるから C 點に於けるよりは餘計に伸張しようとする。換言すれば AC の間では混凝土が應壓力を受けるのである。同理によつて壁の外側 B と C との間では應張力を生ずる。前者は混凝土によつて之に抵抗し後者は鐵筋によつて之を支へるものとすると C は中立軸上の一點を表はす事になつて桁の場合の計算と同様にして次の關係がある。

$$c=\alpha E(d_1-d)$$

$$f=\frac{nc}{x_0}(R-r-i-x_0)$$

$$\frac{d_1-d}{d_1-d_2}=\frac{x_0}{R-r}=\frac{d_1-d}{\Delta d}$$

$$\therefore\quad \frac{c}{x_0}=\frac{E\alpha\Delta d}{R-r}=\frac{f}{n(R-r-i-x_0)}\cdots\cdots(409)$$

$$ft(R-i)\theta=\int_{x_0}\frac{c}{x_0}x(r+x_0-x)\theta dx=\frac{c\theta}{6}x_0(3r+x_0)$$

$$\therefore\quad \frac{c}{f}=\frac{x_0}{n(R-r-i-x_0)}=\frac{6t(R-i)}{x_0(3r+x_0)}$$

(410)式によつて x_0 を求め之を(409)式に代入し且つ Δd の代りに(406)乃至(408)式の値を代入する時は第二二七圖に於け

$$x_0^3+3rx_0^2+6nt(R-i)x_0-6nt(R-r-i)(R-i)=0\cdots\cdots(410)$$

る混凝土壁 AB に於ける應力強度 c f の値を求め得るのである。

計算例　第(2)節の計算例に於ける煙突がその內側に厚さ四吋半の耐火煉瓦裝工を有し內温 $d_0=200°C$（攝氏）外温 $d_4=0°C$ に晒さるゝ時の温度應力如何。

(407) 式により　$\Delta d=d_2-d_3=\dfrac{6\times0.254\times200}{2+6\times0.254+4.5\times0.163}=72°C$

(410) 式に於て　$R=70.5''$,　$r=64.5''$,　$n=15$,　$i=3''$,　$t=0.1497''$　として

$$x_0^3+193.5x_0^2+909.4x_0-2{,}728.2=0$$

之を解いて　$x_0\doteqdot2.1''$

膨脹係數は第三編第四章に示した如く

$\alpha=0.0000055$（華氏一度に付き）

∴　$\alpha=0.0000099$（攝氏一度に付き）

彈性係數　$E=2{,}000{,}000$　とすれば (409) 式を用ひ

$E\alpha\cdot d=2{,}000{,}000\times0.000099\times72=1{,}425.6$

∴　$c=\dfrac{1{,}425.6\times2.1}{6}\doteqdot499$ 封度/□″（應壓力）

$f=\dfrac{1{,}425.6\times15\times0.9}{6}\doteqdot3{,}200$ 封度/□″（應張力）

此の例の示す如く温度應方は意外に大きいものであるから風壓應力、自重應力、温度應力が加算せられると混凝土は計算上、應力に耐へきれない事になる。之が對策としては壁を厚くするといふ樣に思はれるが、壁が厚くなれば Δd が增大して温度應力は益々大きくなる。そこで煙突を複殼式にすると言ふ事になるのである。

以上は煙突の高さの方向の應力であるが之と直角の方向にも同樣にして內側に應壓力外側に應張力を生ずるのであつて、此のためには〇・二五%位の箍鐵筋を挿入すればよい。斜張力に對する所要箍鐵筋に就ては次節に說明する。

(6) 斜張力

p＝風壓強度（平方呎に付听）

C＝(391) 式に示せる係數　$=\frac{1}{2}-\frac{2}{3}$

H＝或る斷面以上の煙突の高さ（呎）

A＝同上風壓を受ける面積（平方呎）

R＝或る斷面の外徑（吋）

r_0＝同鐵筋列に至る半徑（吋）

$j(R+r_0)$＝同上壓力中心點より張力中心點に至る距離

t＝同上煙突壁厚（吋）

S＝同上剪力（听）

s＝同上最大應剪力強度（平方吋に付听）

p_0＝箍鐵筋比

とすると

$$S=C_pA \doteqdot \frac{2C_pRH}{12}=\frac{C_pRH}{6}\qquad\text{(391) 式參照)}$$

第八編第七章の(74)式を用ひ此の場合は全裁力（斜張方）を箍鐵筋で支へしめる事として $\frac{2}{3}S$ の代りにSを置けば

$$a=2p_0ti$$

$$jh=j(R+r_0)\doteqdot 2jR$$

$$2p_0ti=\frac{Si}{f\times 2jR}=\frac{C_pRHi}{12fjR}$$

$$\therefore\quad p_0=\frac{C_pH}{24fjt}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(411)$$

多くの場合　$j\doteqdot 0.78$　であるから之を用ひると

$$p_0=\frac{0.053C_pH}{ft}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(412)$$

計算例　(412)式に於て　$p=50$#/□′，　$C=\frac{2}{3}$，　$H=100'$，　$f=15{,}000$#/□″，　$t=6''$　とすれば

$$p_0=\frac{0.053\times\frac{2}{3}\times 50\times 100}{15{,}000\times 6}=0.0020=0.20\%$$

前節の温度鐵筋を加算すると　$p_0=0.45\%$

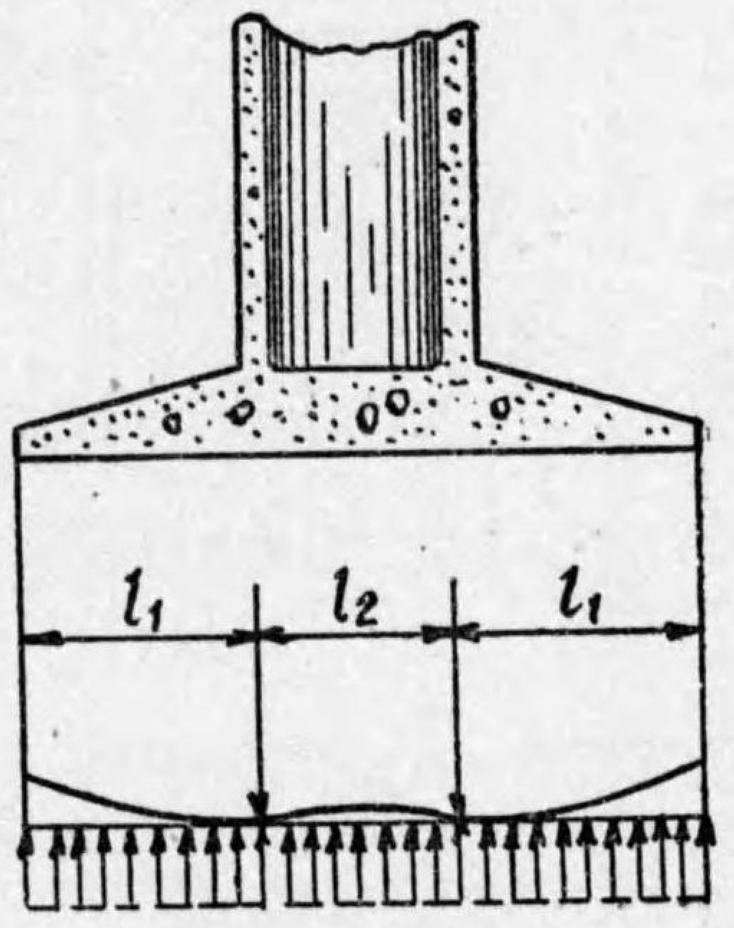
(74)式の　a　は箍鐵筋斷面積の二倍であるから

$$\frac{a}{2}=p_0ti=0.0045\times 6\times i=0.027i$$

$i=11''$　の間隔とすれば箍鐵筋は約〇・二三平方吋であるから徑八分五吋丸鋼でよい。

(7)煙突の基礎　柱の基礎としての圓版（第十編第二章第(2)節）はその中心に荷重を受けて地磐の等布反力によつて支へられるのであるが、煙突又は燈臺の基礎としての圓版はその周邊又は途中の點に於て圓形に荷重を受け自重に對しては地磐の等布反力によつて支へられ、自重及び風壓の合力に對しては地磐の等變反力によつて支へられるのである。從つて煙突基礎圓版は第二二九圖の如き變形を起す。此の場合の圓版の應力を理論的に解く事は複雜なる彈性理論の知識を要するから玆には簡單なる略式解法を示さう。

第二二九圖



煙突の基礎版は必ずしも圓形に作られるとは限らず正多角形正方形に作らるゝ場合も甚だ多い。基礎面積は(104)(105)式（第十編第一章）によつて算出せられるのであるが、煙突や燈臺の場合に特に考へなければならない事は風壓の影響である。自重に對しては荷重の働線が基礎版の中心と一致するから地磐には等布壓力が加はるけれど、風壓のために荷重の働線が基礎版中心に對して偏心率を生ずると地磐は等變壓力を蒙る事になる。第二三〇圖に於て

Q＝煙突（基礎版を含む）の自重

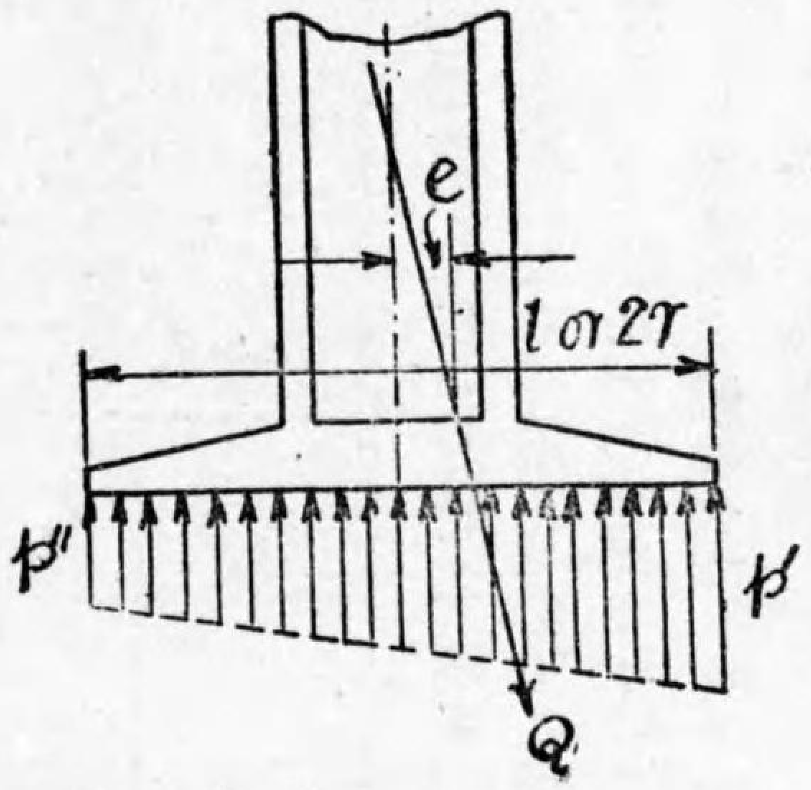
e＝Q の偏心率

A＝基礎版面積

l＝方形基礎版の邊長

r＝圓形基礎版の半徑

第二三〇圖



m＝基礎底面に於ける風壓力率

p'＝地盤の最大壓力强度

p''＝同　最小壓力强度

p＝地盤の安全支持力强度

とすれば　$m=6e$

方形基礎版の時は

$$\left.\begin{aligned} p' &= \frac{Q}{A}\left(1+\frac{6e}{l}\right) \\ p'' &= \frac{Q}{A}\left(1-\frac{6e}{l}\right) \\ A &= l^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (413)$$

圓形基礎版の時は

$$\left.\begin{aligned} p' &= \frac{Q}{A}\left(1+\frac{4e}{r}\right) \\ p'' &= \frac{Q}{A}\left(1-\frac{4e}{r}\right) \\ A &= \pi r^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (414)$$

基礎版と地盤との間に張力なからしむるためには

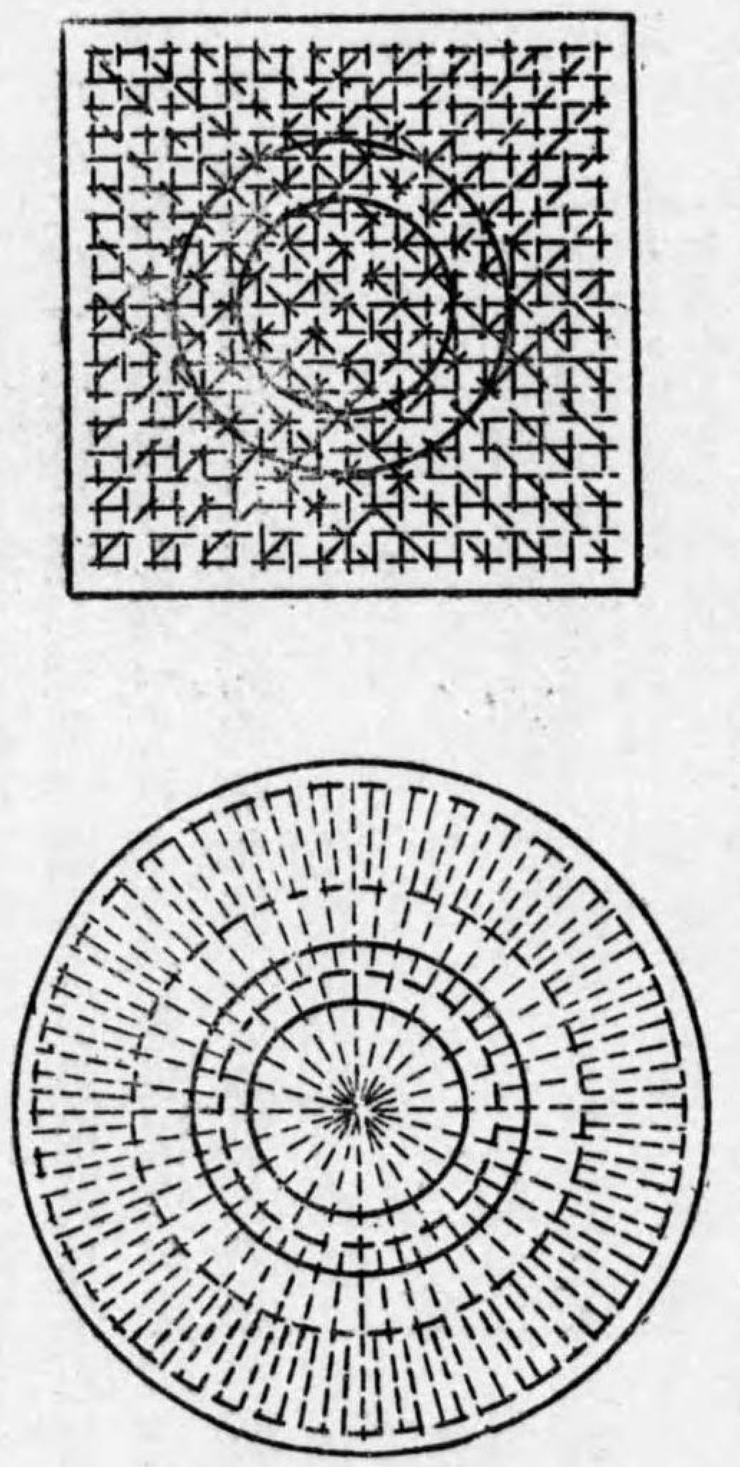
$$e \leqq \frac{l}{6},\quad e \leqq \frac{r}{4} \cdots\cdots\cdots (415)$$

故に自重と風壓との合力の働線は方形基礎版の中央三分の一區間、圓形基礎版の中央四分の一區間を通過する事が必要である。(413)(414)式に於て p'' は常に p' より小さいから地盤の支持力に關しては

$$p' \leqq p \cdots\cdots\cdots (416)$$

が滿足せらるればよいのである。基礎版の面積は(413)乃至(416)式によつて計算せられる。斯して基礎版の面積が求められると基礎版の厚さは穿裁力（第十編第二章參照）又は彎曲率から定める。彎曲率の計算には基礎版をその風壓の方向の單位幅の桁に分割し、第二二九圖の l_1 の部分は等變荷重を受ける突桁、l_2 の部分は等變荷重を受ける單徑間の連桁として計算する。（第十三編第一章參照）

第二三一圖



第二三一圖は煙突又は燈臺の方形又は圓形基礎版の鐵筋配置の樣式を示したものである。

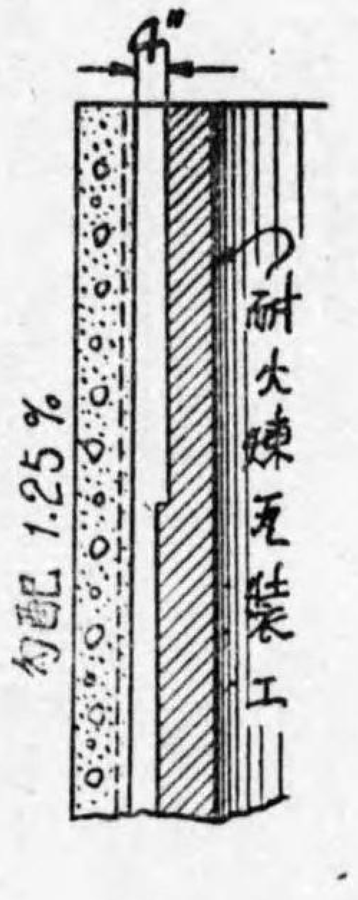
(8) **煙突の雜論**　煙突の施工は厚さが薄い關係上取別け困難である。砂利の最大寸法は二分の一吋位、配合は一、二、三が適當である。又高さが高いから混凝土は之を數段に分割施工するのが普通である。竪の鐵筋は應力を受けて拔出さない樣に充分基礎版中に緊約する必要があるのは言ふ迄もない。普通華氏の四〇〇度乃至五〇〇度の熱氣に晒される工場煙突としては鐵筋混凝土は被害がなく溫度が六〇〇度七〇〇度に達しても著しい被害を認めないが、極めて高溫に晒される場合には內面を耐火煉瓦張りにし或は或る高さ迄複殼式として內殼を耐火煉瓦裝工を有する鐵筋混凝土壁とするのがよい

複殼式の場合には外殼の上端及び下端に孔を開けて置き內外兩殼壁間の空氣が自然的に巡環する樣にすれば外殼の温度を低下せしめる效がある。

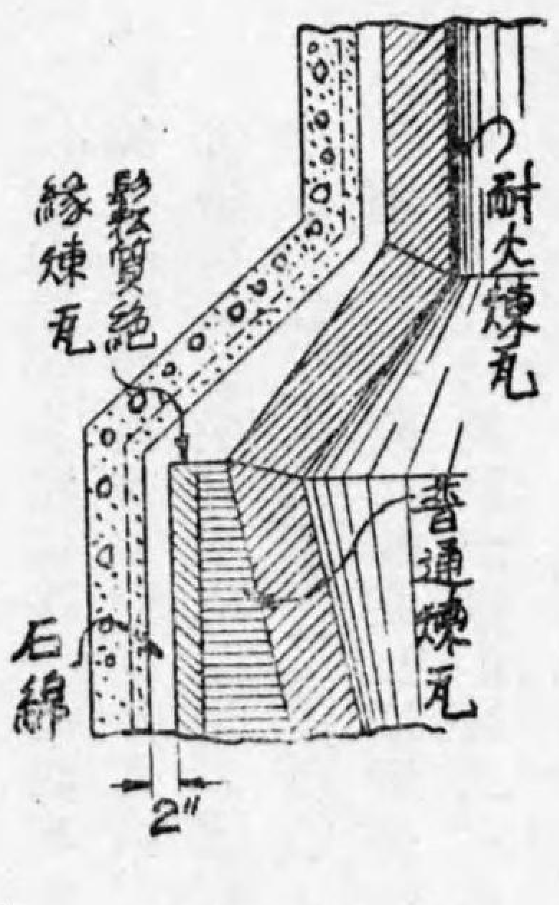
前述の九州佐賀關の久原製煉所の鐵筋混凝土大煙突は基礎版底面より頂上迄五六七呎、底部外徑四二呎八吋、壁厚二九吋半、頂部外徑二七呎五吋、壁厚七吋とし底部から一五〇呎の高さ迄は外殼から四吋を隔てゝ厚さ五吋の內殼を設けてある。基礎版は直徑九五呎の圓形であつてその厚さは外邊に於て三呎、壁底に於て一七呎、中心に於て七呎に達し鐵筋は圓形及び放射狀に挿入してある。

次に煙突の裝工の事を少し述べて見よう。普通温度が攝氏の三〇〇度迄は耐火煉瓦裝工を必要としないがこれ以上の高温に對しては必ず耐火煉瓦裝工を必要とする。而して此の煉瓦は混凝土壁の內面へ接觸せしめるのは不得策であつて第二三一圖(甲)の如くその間に適宜の間隔を置き鐵筋混凝土と耐火煉瓦とで複殼を作るのが設計として優つてゐる。煙突は普通五〇分一から八〇分一位の勾配を附けるから此の場合には煉瓦壁の厚さを外側で段狀に變化させ內面では鉛直にする。第二三一圖(乙)は鐵筋混凝土石灰竈の一例であつて耐火煉瓦、鬆性煉瓦(porous brick)石綿などを使用して混凝土壁に高熱の傳達するのを防いだのである。

第二三一圖（甲）



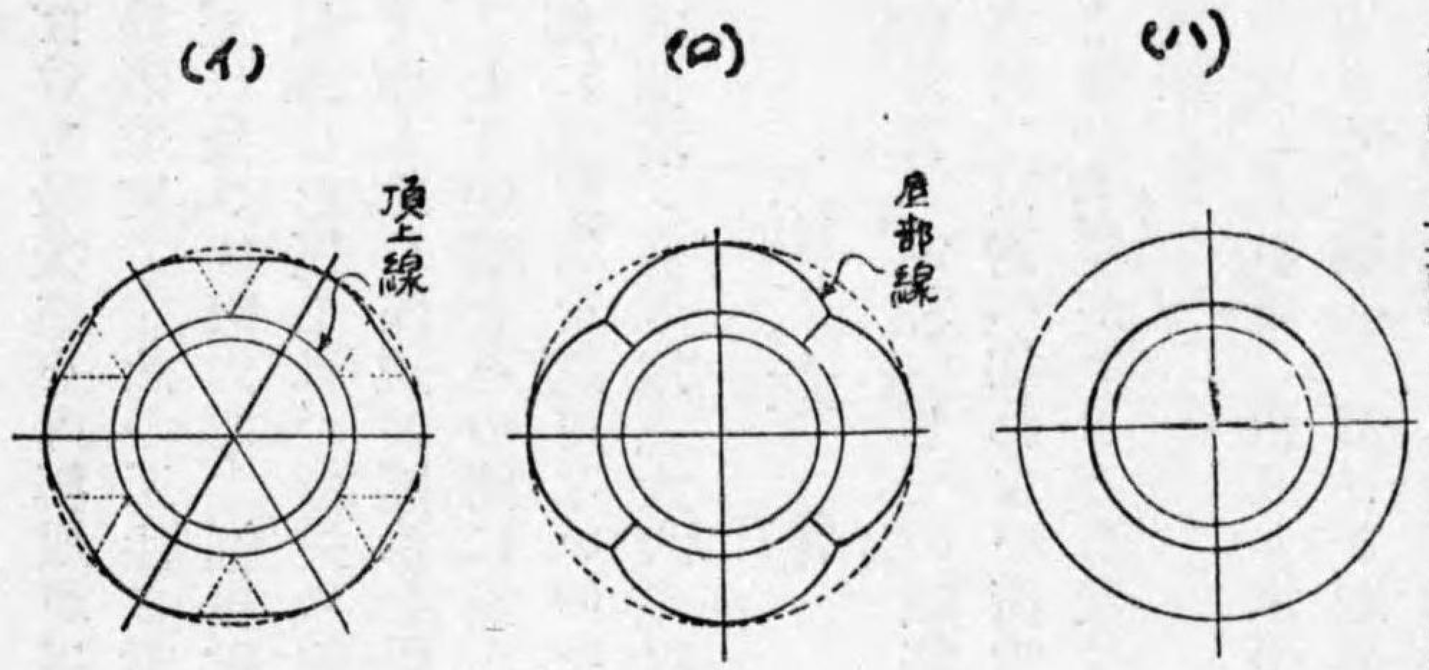
第二三一圖（乙）



製造工場などでは煙突の中段適宜の位置に、煙突によりて貫通せられる之と同心の圓形水槽を築造する場合が少くない。英國あたりでは斯の如き實例が非常に多く實際上は何等の損害を認めないと言ふ事であつたが、理論的には此の部分に限つて煙突壁の內面は熱せられ外面は冷やされるのであるから好ましからぬ應力を生ずる憂ひがあるから私は贊成しない。特にわが國の如く地震の多い地方では斯の如く重心を高める構造は頗る危險である。

何れにしても比較的低廉なる工費を以て耐震性に富む耐久的煙突を作らうとする場合には煉瓦煙突、鋼煙突は何れも鐵筋混凝土に及ばないのである。

第二三一圖（丙）



(9)斷面形狀　煙突の斷面形狀は原則として圓形中空斷面であるのは勿論であるけれど而も型板轉用の關係から言つて多少の異形が採用せられる場合がある。煙突は前述の如く數段に分つて混凝土を施工するから勾配の關係上每回の型板は周長が違ふと共に曲率が相違する。此の曲率が相違するがために單に周長を縮めたゞけでは下部の型を上部へ使用すると完全な圓弧とならずして外觀上不體裁に陥るので、之を匡正するために考案せられたのが第二三一圖(丙)の(イ)(ロ)に示した形狀(平面圖)であつて、英國のアングロ、デイニッシュ混凝土會社のパテントである。之ならば上から下まで曲率を一定にしてあるから型を切り

縮めるだけで最後迄その轉用が出來る。(ロ)はシャムロック（花の一種）型と呼ばれる工法である。同(ハ)は普通の圓筒形煙突で、此の工法に對して型板の轉用を經濟的ならしめるものに米國のウエーバアのパテントがある。型は長さ四呎六吋、幅四吋、厚さ一吋四分一位の板の條片を鐵線で綴つた簾様のもので、特殊の金物を以て目違ひを匡し且つ煙突の勾配に適應せしめるためには所々に楔形の條片を挿む。此の簾を以て全圓周を捲いて而も之に成規の圓形を保たしめるためには內側の型に圓環を添用して之を固定し、外側の型は前者を基準として矩規をその間に挾んで索條で締付けるのである。從つて此の工法では足場を煙突の內部に組立てゝ外部には足場を設けないのを特徵とし前揭佐賀關の大煙突（高さ地上五五〇呎）及び福島縣原の町の無線電信大圓塔（高さ地上六六〇呎）の如きは何れも此の工法に依つたのである。

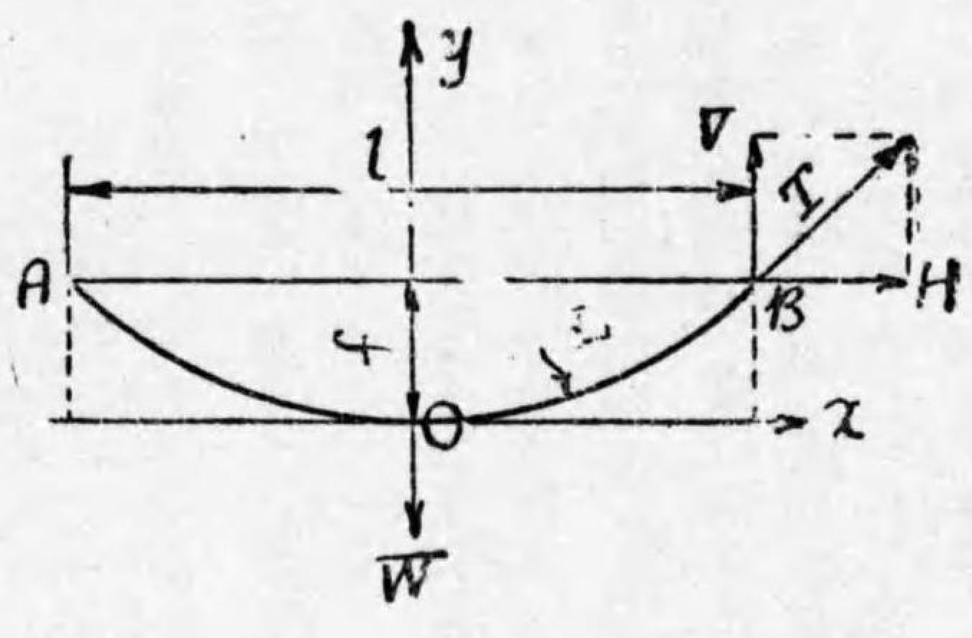
第二章　電　柱

(1)**電柱の外力**　電柱としての鐵筋混凝土は木材よりは多少高價ではあるが、任意の形狀寸法に作り得ること從つて木材では耐へ切れない荷重を受けしむる様に設計し得ること木材や鐵などの如く腐朽又は腐蝕の憂がないこと等の利益がある。形狀は圓形又は方形が普通であつて、根部から頂部に向つて細り（taper）を附けるのを通則とする。

電柱の受ける荷重に鉛直と水平との二種がある。鉛直荷重は電柱の自重、電線の重量などであつて之に對する反力はその底面に於ける地盤の鉛直支持力である。

電線の重量を求めるには相隣接する電柱間に架け渡した電線の長さを計算しなければならない。此の長さは電線に垂み（sag）がある結果、多少電柱の水平間隔よりは大であるが、略算には兩者を相等しいものと考へ得る。第二三二圖に於て

第二三二圖



l＝電柱間隔
f＝電線の垂み

L＝電線の長さ
w＝電線單位長重量
W＝電線重量＝wL
T＝電線應張力（支點にて）
a＝電線斷面積
t＝電線許容抗張强度
V＝T の鉛直分力
H＝同　水平分力

針金（wire）鎖（chain）綱（rope）などの如く單位長の重量一定なる線體（前編第三章第(2)節參照）が第二三二圖の如く空中に懸垂する時の平衡曲線は數學上垂曲線（catenary）と呼ばれる曲線をなしその方程式は次の如し。

（證明略）

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{1}{2c}\left[e^{cx}+e^{-cx}-2\right] \\ c &= \frac{w}{H} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(417)$$

此の方程式は電線の最低垂下點 O を原點としたものであるから $x=0$ の時は $y=0$ である。

垂曲線 AOB の長さ L は次式で與へられる。

$$L=\frac{1}{c}\left[e^{\frac{cl}{2}}-e^{-\frac{cl}{2}}\right] \cdots\cdots (418)$$

又 W V H T は次の公式で表はされる。

$$W=wL=\frac{w}{c}\left[e^{\frac{cl}{2}}-e^{-\frac{cl}{2}}\right]$$
$$V=\frac{W}{2}=\frac{w}{2c}\left[e^{\frac{cl}{2}}-e^{-\frac{cl}{2}}\right]$$
$$H=\frac{w}{c}$$
$$T=wf+H=\frac{w}{2c}\left[e^{\frac{cl}{2}}+e^{-\frac{cl}{2}}\right] \cdots\cdots (419)$$

(417)乃至(419)式は c の函數であるから常數 c の値が決定せられなければ解く事は出來ない。c は(417)式の第二式又は(419)式の第三式により w と H との函數であるが、之を l と f との函數にして考へる事も出來る。即ち(419)式の最後の式により

$$wf+\frac{w}{c}=\frac{w}{2c}\left[e^{\frac{cl}{2}}+e^{-\frac{cl}{2}}\right]$$

$$\therefore\quad f+\frac{1}{c}=\frac{1}{2c}\left[e^{\frac{cl}{2}}+e^{-\frac{cl}{2}}\right] \cdots\cdots (420)$$

(420)式は c l f の間の關係を示すものであるから、徑間 l と垂み f とが與へられてゐる時には c が求められ從つて水平張力 H が算出せられる。又徑間 l と水平張力 H が與へられてゐる時には垂み f が算出せられる。l と c 從つて H を與へて f を見出すのは簡單であるが、l と f とを與へて c 從つて H を求めるのは所謂漸近法 (successive approximation) によらなければならない。即ち(420)式の右邊の c に任意の値を代入して左邊の c を算出し斯くして始め假定した右邊の c の値と後に算出した左邊の c の値とが同一になるまで計算を續けるのである。

V は片徑間の電線が電柱に及ぼす鉛直荷重、H は同水平荷重であり、**T** は電線に生ずる最大應張力である。從つて電線がその自重のために切斷しないためには

$$T\leqq ta \cdots\cdots (421)$$

である事が必要である。

計算例　徑間 $l=240'$ 電線として B. W. G. 五番銅線を使用す。電線の斷面積 $a=0.038\square''$ 銅線の單位重量を一立方呎に付五五五六听（第九編第一章第一七表）として $\frac{556}{144}\times 0.038=0.1467$听/lin. ft. 又銅線の單位抗張力を $t=6{,}000$听$/\square''$ とすると(421)式より

$$T\leqq 6{,}000\times 0.038=228\text{听}$$

(419)式の最後の式から $T\fallingdotseq H$ であるから今、$H=225$听, $w=0.15$听/lin. ft. と假定すると(417)式より

$$c=\frac{0.15}{225}=0.000667$$

(420)式を用ひて計算すると e は自然對數の基數 (base) であつて $e=2.71828$, $\log e=0.43429$

$$e^{\frac{cl}{2}}=A,\quad \log A=\frac{cl}{2}\ \log e=0.03\times0.43429=0.03474$$

$$\therefore\quad A=1.0833$$

$$f+1{,}500=750\left[1.0833+\frac{1}{1.0833}\right]=750\times2.0064=1{,}504.8$$

$$\therefore\quad f=4.8'$$

故に垂みを約五呎とすればよい事が分る。此の時は電線の長さは (418) 式により

$$L=1{,}500[1.0833-0.9231]=1{,}500\times0.1602=240.3'$$

電線の長さは徑間より僅かに三寸長いだけである。

$$W=0.1467\times240.3=35.25\#$$

$$V=\frac{W}{2}=17.63\#\qquad H=235\#$$

$$T=0.1467\times4.8+225=225.7\#\leqq ta$$

f が比較的小さい場合には垂曲線を拋物線と見做しても大差はない。拋物線に對しては (417) 乃至 (419) 式の代りに次式を得る。

$$y=\frac{4fx^2}{l^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(422)$$

$$\left.\begin{aligned}L&=l\left(1+\frac{8}{3}n^2-\frac{32}{5}n^4+\cdots\cdots\right)\doteqdot l\left(1+\frac{8}{3}n^2\right)\\ n&=\frac{f}{l}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(423)$$

$$\left.\begin{aligned}W&=wL\doteqdot wl\left(1+\frac{8}{3}\frac{f^2}{l^2}\right)\\ V&=\frac{W}{2}=\frac{wl}{2}\left(1+\frac{8}{3}\frac{f^2}{l^2}\right)\\ H&=\frac{wl^2}{8f}\\ T&=H\left[1+\frac{16f^2}{l^2}\right]^{\frac{1}{2}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(424)$$

此の中 (422)(423) 式は前編第二章第(4)節の (355) 式と同じものである。

計算例　(422) 乃至 (424) 式を前例に適用せよ。　$H=225\#$, $w=0.15\#/\text{lin. ft.}$ $l=240'$ として (424) 式の第四式から

$$f=\frac{wl^2}{8H}=\frac{0.15\times240^2}{8\times225}=4.8',\qquad n=\frac{f}{l}=0.02,\qquad L=240\left(1+\frac{8}{3}\times0.02^2\right)=240.3'$$

$$W=35.25\#,\quad V=17.63\#,\quad H=225\#$$

$$T=225\sqrt{1+16\times0.02^2}=225.7\#$$

故に此の場合には平衡線を垂曲線と考へても亦拋物線と考へても計算上同じ結果になる。而して計算は前者よりも後者の方が遙かに簡單であるから實用上 (424) 式を使用するのがよい。即ち徑間が長ければ長い程、而して電線の自重が大きければ大きい程、f を大きくしなければならない。垂みを増して置く必要があるのである。市街の電話線などは垂みが極めて小さいが、徑の大きい動力線などが川を横斷する樣な場合には可なり大きい垂みが附けてあるのは日常目撃する所であらう。

降雪の多い地方、特にその雪が濕潤であつて電線の周圍に凍結する傾向のある地方では、一層此の垂みを增大して置かないと雪の重量のために電線が切斷する危險がある。米國の或る地方では電線の全長に沿つて雪が一吋の徑に凍結するものとして、その重量を算入した實例もある。凍結せる雪の重量を每立方呎二〇听（第九編第一章第一七表）とすると

$$a=0.7854\square''$$

$$w=\frac{20}{144}\times0.7854=0.109\#/\text{lin. ft.}$$

之を電線の自重に加算したものを w として取扱ふ事になるのである。前計算例に於て $w=0.1467\fallingdotseq0.15$ としたのは多少雪の重量に對する餘裕を見込んだのである。

次に電柱の受ける水平荷重は上述の H なる電線張力の分力、風壓力、地震加速度に起因する水平力などであつて之に對する反力はその地中埋込長に働く地盤の水平支持力である。

H なる荷重は電柱に於ける左右兩徑間の長さが同一であれば相消殺するものであつて、その否らざる場合に限つて餘剩張力として作用するのである。H は勿論電柱の腕木の點に働く。風壓は電柱に對してはその水平投影面積（方形斷面の場合）又はその二分の一或は三分の二、電線に對してはその水平投影面積（徑に長さを乘じて得られる）の二分の一或は三分の二を風壓を受くる面積と見做すのである。（第一章第(2)節參照）電柱に對する風壓力の中心はその水平投影面積（梯形）の重心、電線に對する風壓力の中心は電柱の腕木の高さにあるものとして計算する。最後に地震に對しては電柱と電線とから成る一系統の重心を求め之を力の働點と考へるのである。

計算例　地面よりの高さ三〇呎の鐵筋混凝土電柱あり。地表斷面一五吋平方、頂上斷面六吋平方、第一の腕木の地表よりの高さ二八呎六吋、第二の腕木の地表よりの高二六呎三吋、前者に B. W. G. 五番銅線四本後者に同二本を架す。電柱の間隔を二四〇呎とし單位風壓力每平方呎五〇听として電柱の最大軸壓力（地表斷面にて）及び最大彎曲率を見出せ。

前例を參照して電線總重量は

$$W=6@35.25=211.50\#$$

電柱の重量（地表以上）は截頭角錐の頂點が地上五〇呎の高さにあるから

$$W_0=150\times\left[\frac{15}{12}\times\frac{15}{12}\times50-\frac{6}{12}\times\frac{6}{12}\times20\right]\times\frac{1}{3}$$

$$=150\times24.375\fallingdotseq3,656.25\#$$

$$\Sigma W=211.50+3,656.25\fallingdotseq3,868\#$$

之が最大軸壓力である。

電柱に對する風壓力は

$$P_0=50\times\frac{15+6}{2\times12}\times30=1,312.5\#$$

電柱水平投影面積の重心の高さは

$$h_0=\frac{2\times6+15}{3\times(6+15)}\times30=12.86'$$

風壓彎曲率は

$$m_0=P_0h_0=1,312.5\times12.86=16,878.75'\#$$

第一腕木の電線四本に就ては (391) 式の係數 $C=\frac{2}{3}$ として電線の徑が〇・二二吋であるから

$$P_1=50\times\frac{2}{3}\times\frac{0.22}{12}\times 240.3\times 4=587.5\#$$

$$h_1=28.5'$$

$$m_1=P_1h_1=587.5\times 28.5=16,743.75'\#$$

第二腕木の電線二本に就ては

$$P_2=\frac{P_1}{2}=293.7\#$$

$$h_2=26.25'$$

$$m_2=P_2h_2=293.7\times 26.25=7,709.63'\#$$

$$\therefore\ \Sigma m=16,878.75+16,743.75+7,709.63$$

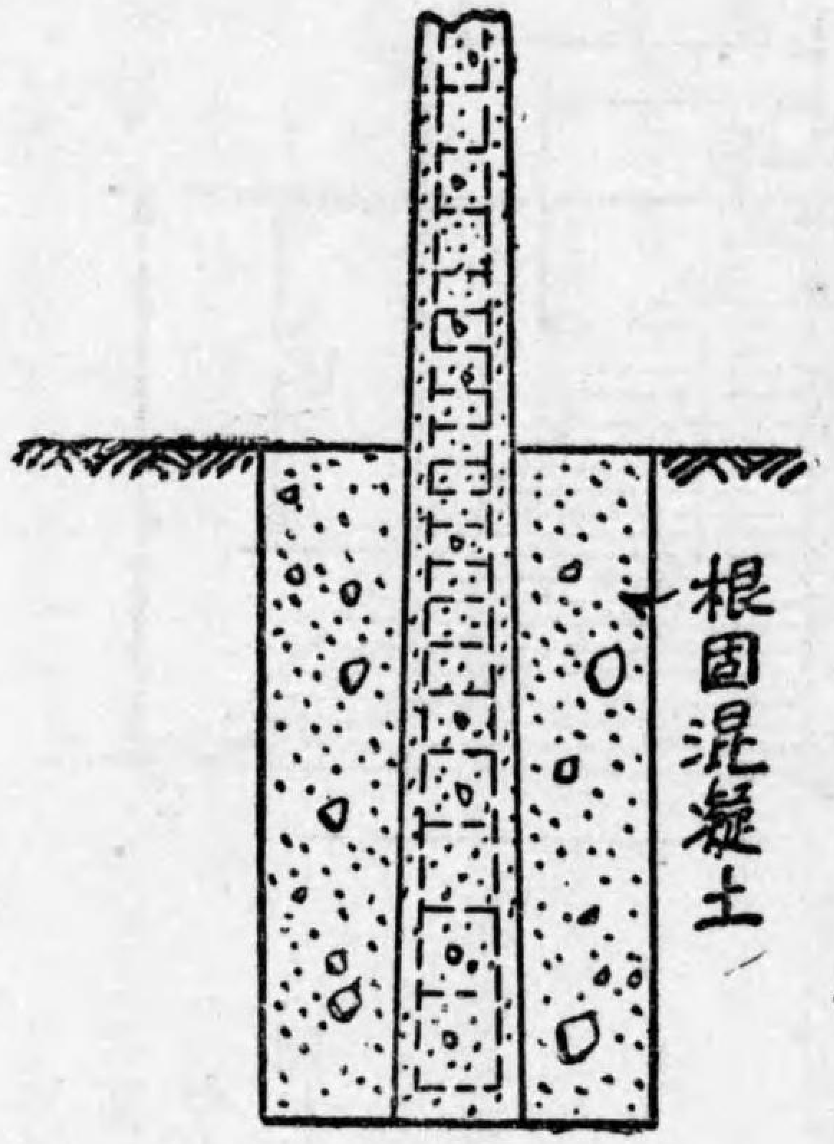
$$=41,332.13'\#\doteqdot 495,986''\#$$

之が最大彎曲率である。

(2)**電柱の設計**　電柱は軸壓力と彎曲應力とを蒙る築造物であるからその斷面の設計は前節の煙突の場合と同様に取扱へばよい。鉛直荷重に對してはその底面に於ける地盤の反力が之に抵抗する事は前述の通りであるが、水平荷重に對しては第十一編第二章第(3)節の墻壁の場合と同様にしてその埋込長を見出す。

地盤の鉛直支持力及び水平支持力を増大して電柱の安定を増すために通例地表以下に第二三三圖の如き配合一・三・六位の根固混凝土を施工して電柱を包み以てその底面積及び側面積の増加を計る。

第二三三圖



電柱に對しては腕木取付ボールト及び登攀用足場金物取付のために豫め孔を開けて置かなければならない。

電柱における軸鐵筋は煙突と同じく底部に於て最大量を使用し、頂部に至るに従つて漸減せしめるのである。

第三章　水　槽

(1)**圓形水槽の理論**　鐵筋混凝土で水槽(water tank)を作る事も近來一般に行はるゝ所であつて之には地上槽 (ground tank) 高架槽 (elevated tank) の別があるがその計算は水槽底を除いては兩者全く同一である。又水槽の形狀から言へば矩形槽 (rectangular tank) と圓形槽 (circular tank) との別があるが玆では後者のみを取扱ふ。

圓形水槽の計算は拱堰(第十一編第五章第(4)節及び第十四編第二章第(7)節參照)の計算と類似の觀念から出發する。拱堰の略式解法に於ては第十四編第二章第(7)節に示した (362) 式を使用し堰底の固定を度外視して外水壓力を全部拱堰壁の軸壓力によつて支へしめるのであるが、圓形水槽に於ても略式解法では水槽壁の壁底に於ける固定を度外視して內水壓力を全部水槽壁の軸張力によつて支へしめるのである。此の假定によれば

p＝內水壓力强度

r＝水槽內徑

t＝水槽壁厚

f＝同上應力强度

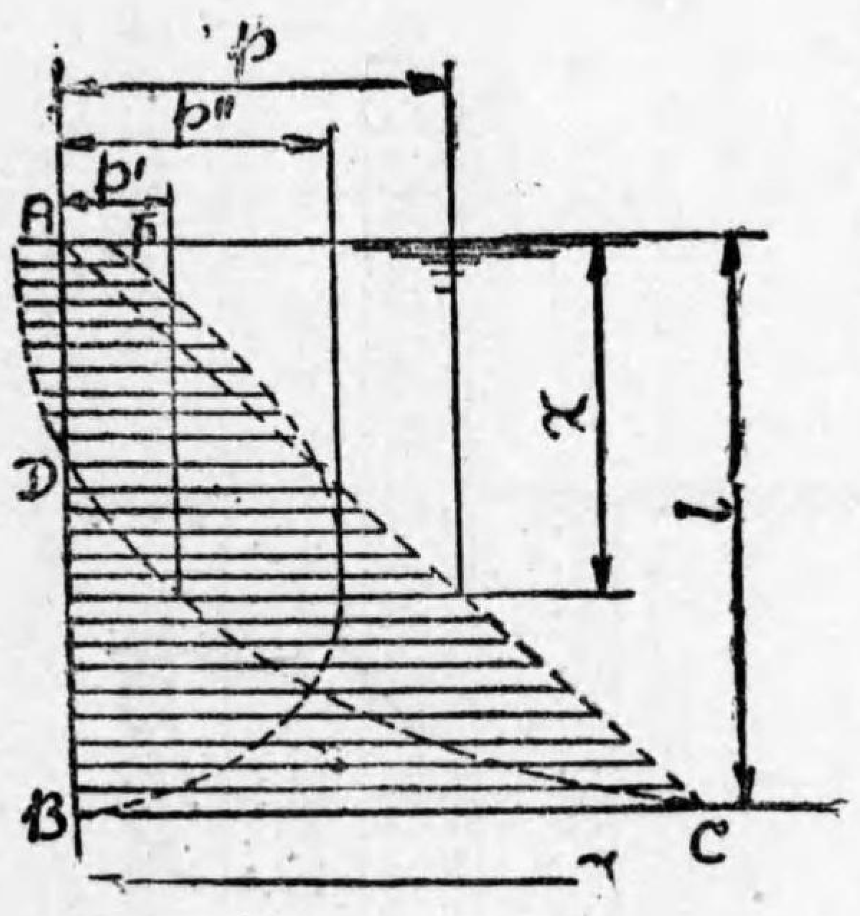
として第十編第七章の (148) 式により

$$f=\frac{pr}{t}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(425)$$

を使用するのであつて f は應張力である。

然しながら之は略式解法であつて水槽壁は鉛直の桁として水壓力の一部分を支へるものであるから水槽壁には拱壩に於けると同じく軸應力と彎曲應力とが生ずる事になりその解法には (425) 式の如き簡單な公式でなく可なり複雜なる計算を必要とするのである。本章に於ては圓形水槽の理論の要點を紹介する。

第二三四圖



今水槽の壁頂まで水が滿たされたものと假定し第二三四圖に於て

l＝水槽の深さ

r＝同上半(內)徑

x＝水面よりの深さ

w＝水の單位重量

p＝x の深さに於ける水壓力强度

p'＝水槽壁に彎曲應力を及ぼす分壓力强度

p''＝水槽壁に軸張力を及ぼす分壓力强度

とすれば次の關係がある

$$p=wx,\qquad p'+p''=p$$

p は x の一次函數であるから x が 0 から l まで增大する間に於ける p の變化は直線的であり、第二三四圖の AC 直線から AB 直線へ下した垂線の長さが各點に於ける p を表はす事になる。今 p' を次の如き式で表はされるものと假定する。

$$p'=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots\cdots+a_nx^n+\cdots\cdots$$

然る時は　$x=z$　の時の　$p'=p_1'$　として

$$p_1'=a_0x+a_1z+a_2z^2+a_3z^3+\cdots\cdots+a_nz^n+\cdots\cdots$$

故に x の深さに於ける彎曲率は

$$m=\int_0^x p_1'(x-z)dz$$

此の積分の結果は

$$m=\frac{a_0x^2}{1.2}+\frac{a_1x^3}{2.3}+\frac{a_2x^4}{3.4}+\cdots\cdots+\frac{a_nx^{n+2}}{(n+1)(n+2)}+\cdots\cdots,\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(426)$$

玆に係數 a_0 a_1 a_2 …… a_n の値を定め得れば彎曲率 m が定まり從つて水槽壁に於ける彎曲應力を算出し得るのである。次に水槽周壁に於ける軸張力は壁の單位幅に就て

$$\left.\begin{aligned}T&=p''r\\ p''&=p-p'\\ &=wx-a_0-a_1x-a_2x^2-\cdots\cdots-a_nx^n-\cdots\cdots\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(427)$$

故に問題は係數 $a_0\ a_1\ a_2 \ldots\ldots a_n$ の値を如何にして見出すかと言ふ事に歸着する。今 p' によつて生ずる彎曲率の結果水槽壁は撓度（deflection）を生ずる。又 p'' によつて生ずる軸張力のために水槽周壁は伸張し從つて半徑 r にも少許の伸張が起る。拱堰の場合と同一の推論によつて此の撓度と半徑の伸張度（elongation）とが相等しいと言ふ關係から $a_0\ a_1\ a_2$ 等の係數を定めるのである。次の二節に於て此の計算法を示す。

(2) 厚さ一定なる水槽壁の計算

$y = x$ なる深さに於て p' による撓度

E = 彈性係數

I = 水槽壁斷面（單位幅）惰性率

とすれば撓度の一般式は

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{m}{EI}$$

水槽壁の厚さが一定であるから從つて I が一定である。故に EI を常數として積分の外に置き此の微分方程式を x に就て二度積分すると次の結果を得る。

$$y = \frac{1}{EI}\Bigg[\frac{a_0x^4}{1.2.3.4} + \frac{a_1x^5}{2.3.4.5} + \frac{a_2x^6}{3.4.5.6} + \ldots\ldots + \frac{a_nx^{n+4}}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} + \ldots\ldots$$
$$- x\left(\frac{a_0l^3}{1.2.3} + \frac{a_1l^4}{2.3.4} + \frac{a_2l^5}{3.4.5} + \ldots\ldots + \frac{a_nl^{n+3}}{(n+1)(n+2)(n+3)} + \ldots\ldots\right)$$
$$+ \frac{a_0l^4}{1.2.4} + \frac{a_1l^5}{2.3.5} + \frac{a_2l^6}{3.4.6} + \ldots\ldots + \frac{a_nl^{n+4}}{(n+1)(n+2)(n+4)} + \ldots\ldots\Bigg]$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(428)$$

$\Delta r = x$ なる深さに於て p'' による半徑 r の伸張度

A = 水槽壁斷面（單位幅）面積

$f = p''$ による應張力強度

とすれば彈體の性質から

$$\frac{f}{\frac{\Delta r}{r}} = E, \qquad \therefore\ \Delta r = \frac{fr}{E}$$

(427) 式を用ひ

$$f = \frac{T}{A} = \frac{p''r}{A}$$

$$\therefore\ \Delta r = \frac{p''r^2}{EA}$$

$$= \frac{r^2}{EA}\left[wx - a_0 - a_1x - a_2x^2 - \ldots\ldots - a_nx^n - \ldots\ldots\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(429)$$

撓度と伸張度とを相等しいと置いて

$$y = \Delta r$$

(428)(429) 式から

此の等式の左右兩邊に於ける x を含まざる項、$x\ x^2\ x^3\ x^4 \ldots\ldots x^n$ 等の各項の係數を夫々相等しいと置くと、係數 $a_2\ a_3\ a_4$ 等は或は零となり或は $a_0\ a_1$ で表はす事が出來るのである。此の結果を代入すると次の諸式を得る。

$$K=\frac{Al^4}{r^2I},\quad z=\frac{x}{l}\cdots\cdots\cdots\cdots(430)$$

$$p'=a_0[1-\frac{K}{4!}z^4+\frac{K^2}{8!}z^8-\frac{K^3}{12!}z^{12}+\cdots]+a_1x[1-\frac{K}{5!}z^4+\frac{K^2}{9!}z^8-\frac{K^3}{13!}z^{12}+\cdots]\cdots(431)$$

$$m=a_0x_2\left[\frac{1}{2!}-\frac{K}{6!}z^4+\frac{K^2}{10!}z^8-\frac{K^3}{14!}z^{12}+\cdots\cdots\right]$$
$$+a_1x^3\left[\frac{1}{3!}-\frac{K}{7!}z^4+\frac{K^2}{11!}z^8-\frac{K^3}{15!}z^{12}+\cdots\cdots\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(432)$$

而して a_0 a_1 は次の二式を聯立方程式として解いて求められる。

$$\left.\begin{aligned}a_0[-\frac{K}{3!}+\frac{K^2}{7!}-\frac{K^3}{11!}+\cdots\cdots]+a_1l[1-\frac{K}{4!}+\frac{K^2}{8!}-\frac{K^3}{12!}+\cdots\cdots]=wl\\ a_0[1-\frac{K}{4!}+\frac{K^2}{8!}-\frac{K^3}{12!}+\cdots\cdots]+a_1l[1-\frac{K}{5!}+\frac{K^2}{9!}-\frac{K^3}{13!}+\cdots\cdots]=wl\end{aligned}\right\}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(433)$$

(430)式は(431)乃至(433)式の公式の形を簡約するために採用した符號に過ぎないのであるが(431)乃至(433)式に於ては一般に K^2 の項まで取り K^3 以上の項は切捨てゝも甚しい誤差はない。$n!$ は n の階乘(factorial)を表はし

$2!=1.2=2$

$3!=1.2.3=6$

$4!=1.2.3.4=24$ 等

計算例　水槽の内徑 $r=20'$ 深さ $l=10'$ に對して壁を設計せよ。

先づ第二三五圖の如き斷面を假定する。

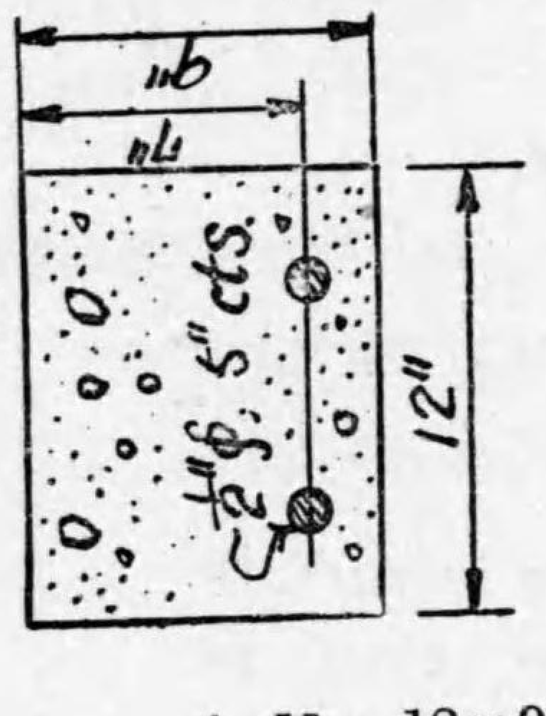
$b=12''$, $h_0=9''$, $h=7''$

鐵筋は單鐵筋と假定して

$\frac{1''}{2}\phi$ round, $5''$cts, $A=0.470_{\square}''$

強度を $c=500$, $f=15{,}000$, $n=15$ とすると $a=\frac{1}{3}$ となり $ah=\frac{7}{3}$

A 及び I の計算には次の假定を用ひる。即ち斷面積 A は混凝土のみに就て算出し



第二三五圖

$A=bh_0=12\times9=108\ \text{in}^2$.

惰性率 I の計算には抗張側の混凝土も之を算入し

$$I=\frac{b(ah)^2}{3}+\frac{b(1-a)^2h^3}{3}+nA(1-a)^2h^2$$

$$=\frac{12\times2.33^3}{3}+\frac{12\times4.67^3}{3}+15\times0.470\times4.67^2$$

$$=50.6+407.4+153.8=611.8\doteqdot612\ \text{in}^4.$$

猶此の壁の抵抗率は第八編第二章の第一五表から $M=43{,}500''$# である。

(430)式の第一式から $l=10'=120''$, $r=20'=240''$ として

$$K=\frac{108\times120^4}{240^2\times612}=635.3$$

$$\frac{K}{3!}=\frac{635.3}{6}=105.9,\qquad \frac{K}{4!}=\frac{635.3}{24}=26.5$$

$$\frac{K}{5!}=\frac{635.3}{220}=5.3,\qquad \frac{K^2}{7!}=\frac{403,606.1}{5,040}=80.1$$

$$\frac{K^2}{8!}=\frac{403,606.1}{40,320}=10.0,\qquad \frac{K^2}{9!}=\frac{403,606.1}{362,880}=1.1$$

K^3 以上の項を省略し (433) 式により

$$\left.\begin{aligned}a_0[-105.9+80.1]+a_1[1-26.5+10.0]\times10&=62.4\times10\\ a_0[1-26.5+10.0]+a_1[1-5.3+1.1]\times10&=62.4\times10\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}-25.8a_0-155a_1&=624\\ -15.5a_0-32a_1&=624\end{aligned}\right\}$$

此の聯立方程式を解いて

$$a_0=-48.8,\qquad a_1=4.1$$

(431) 式により

$$p'=-48.8[1-26.5z^4+10.0z^8]$$
$$+4.1x[1-5.3z^4+1.1z^8]$$

(427) 式より

$$p''=62.4x-p'$$
$$=+48.8[1-26.5z^4+10.0z^8]$$
$$-4.1x[-14.2-5.3z^4+1.1z^8]$$

種々の深さに於ける p' p'' の値は次の如し。

x(呎)	z	p (#/□')	p'(#/□')	p''(#/□')
0	0	0	−48.8	+48.8
2	0.2	124.8	−38.7	+163.5
4	0.4	249.6	− 1.8	+251.4
6	0.6	374.4	+118.8	+255.6
8	0.8	499.2	+252.2	+247.0
10	1.0	624.0	+624.0	0

故に水槽壁は鉛直桁として上部は外から内に向ふ壓力を受け下部は内から外に向ふ壓力を受け壁頂から約四割の深さの所に無壓力の點が存在する事が分る。之を第二三四圖に就て見るに三角形 ABC は全水壓力 p を表はし、ABF は p'' を表はし從つて ADE, BCD が p' を表はす。ADE は外から内に向ふ壓力、BCD

は內から外に向ふ壓力となるのである。

次に彎曲率を計算する。

$$\frac{1}{2!}-0.000,\quad \frac{1}{3!}=0.1667$$

$$\frac{K}{6!}=\frac{635.3}{720}=0.8824,\quad \frac{K}{7!}=\frac{635.3}{5,040}=0.1261$$

$$\frac{K^2}{10!}=\frac{403,606.1}{3,628,800}=0.1112,\quad \frac{K^2}{11!}=\frac{403,606.1}{39,916,800}=0.0101$$

(432) 式により m を呎听で表はして

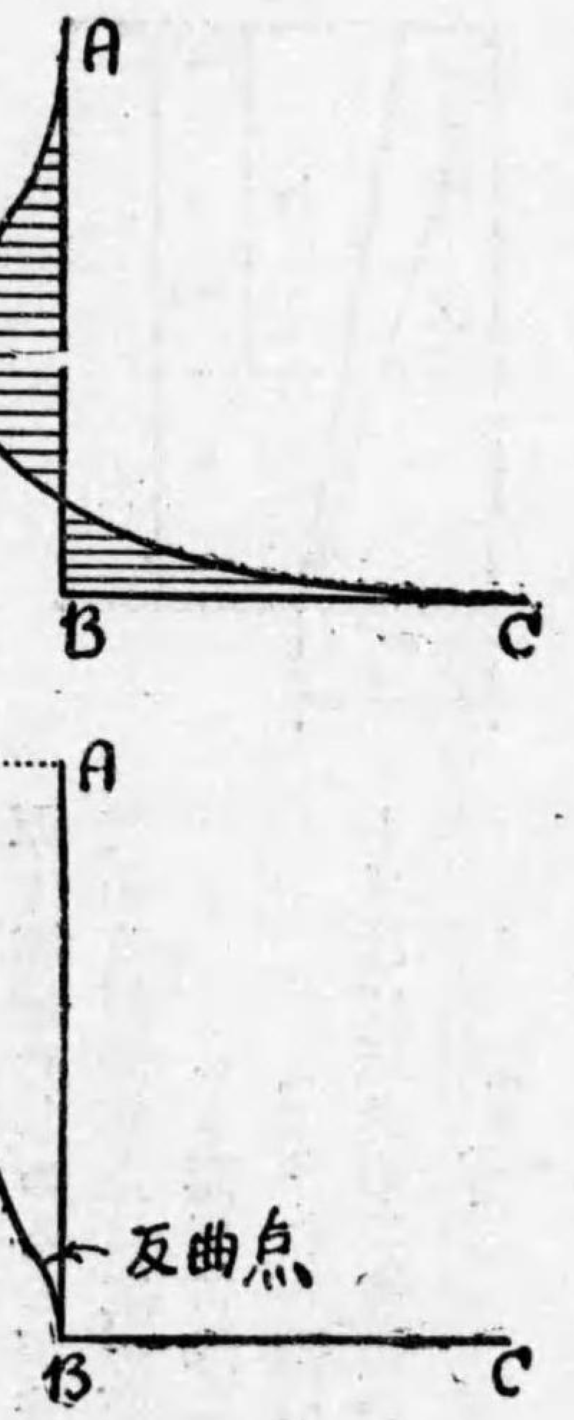
$$m=-48.8x^2[0.5000-0.8824z^4+0.1112z^8]+4.1x^3[0.1667-0.1261z^4+0.0101z^8]$$

x(呎)	z	m(呎听)
0	0	0
2	0.2	−1,100
4	0.4	−4,000
6	0.6	−6,600
8	0.8	−2,500
10	1.0	+18,400

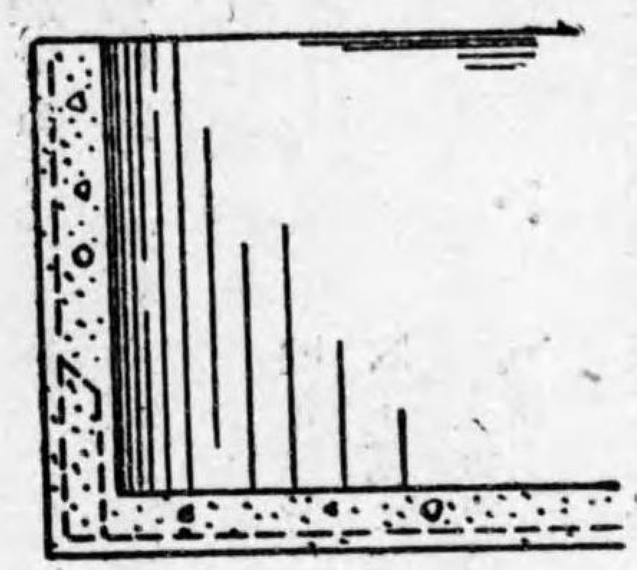
此の場合には負號の m は壁の外側に張力を生せしめる彎曲率、正號の m は壁の內側に張力を生せしめる彎曲率であるから、種々の水深に於ける彎曲率の變化は第二三六圖上圖の如きものである。從つて種々の深さの點に於ける水壁槽の撓度曲線或は彈性曲線は第二三六圖下圖の如き形狀を取り壁底に近く反曲點即ち彎曲率零の點が存在するのである。

最大彎曲率　$m=+18,400$″#　抵抗率（前掲）$M=48,500$″#　であるから此の設計では過度の安全を保有してゐる事になり、壁厚を今少し小さくしてもいゝ事が分る。但し壁は此の計算による彎曲應力の外その自重による軸壓力、屋根がある場合にはその屋根の重量及びその上の雪の重量などに起因する軸壓力を蒙るものであるから、彎曲應力と軸應力とを合成する場合は本編第一章の煙突の設計と同樣に計算する。

第二三六圖



第二三七圖



鉛直鐵筋は第二三七圖の如く下部では內側、上部では外側（底部まで延長）に挿入するが外側の鐵筋は內側のそれに比して間隔を疎にしてよいの

は當然である。

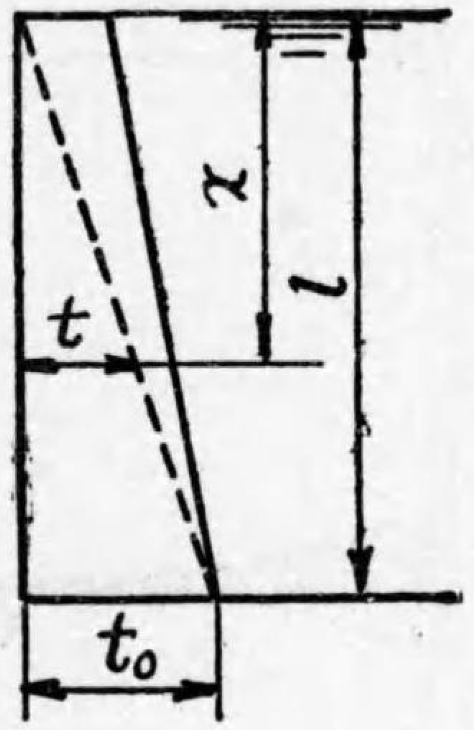
前掲の如く水槽周壁に應壓力を生ぜしめる水壓分力 p'' の最大値は毎平方呎約二六〇听であるから (427) 式を用ひ

$$T = 260 \times 20 = 5{,}200\#$$
$$A = 12 \times 9 = 108_{\square}''$$
$$\therefore\quad f = \frac{5{,}200}{108} \doteqdot 48\#/_{\square}''$$

故に此の應壓力强度に對しては環狀水平鐵筋の必要がないのであるが、安全のために徑八分三吋位の鐵筋を適宜の間隔、例へば一二吋位の間隔に挿入して置くのがよからう。

(3) 厚さが等變する水槽の計算　水槽壁はその全高に亘つて一定の厚さとせず、壁頂に於て薄く、壁底に於て厚く等變せしめるのが普通である。即ち壁の鉛直斷面は梯形をなすのであるが計算上は之を第二三八圖の如き三角形と假定するのである。

第二三八圖



t_0 = 壁底に於ける壁厚

$t = x$ なる深さに於ける壁厚

とすれば三角形の性質から

$$t = \frac{t_0 x}{l}$$

A_1 = 壁底に於ける水槽壁斷面積

I_0 = 同　上慣性率

とすれば略値に於て

$$A = \frac{A_1 x}{l},\quad I = \frac{I_0 x^3}{l^3} \cdots\cdots\cdots\cdots (434)$$

と假定する事が出來る。此の公式を用ひて前節と同様に計算すると (428) (429) 式の代りに次の二式を得る。

$$y = \frac{l^3}{EI_0}\Big[\frac{a_1x^2}{2.1.2.3}+\frac{a_2x^3}{3.2.3.4}+\cdots\cdots+\frac{a_nx^{n+1}}{(n+1)n(n+1)(n+2)}+\cdots\cdots$$
$$-x\Big(\frac{a_1l}{1.2.3}+\frac{a_2l^2}{2.3.4}+\cdots\cdots+\frac{a_nl^n}{n(n+1)(n+2)}+\cdots\cdots\Big)$$
$$+\frac{a_1l^2}{2.2.3}+\frac{a_1l^3}{3.3.4}+\cdots\cdots+\frac{a_nl^{n+1}}{(n+1)(n+1)(n+2)}+\cdots\cdots\Big]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots (435)$$

$$\Delta r = \frac{p''r^2}{tA} = \frac{p''r^2l}{EA_1x}$$
$$= \frac{r^2l}{EA_0}[w-a_1-a_2x-a_3x^2-\cdots\cdots-a_nx^{n+1}-\cdots\cdots] \cdots\cdots\cdots (436)$$

此場合には撓度の性質から $a_0 = 0$ となるから a_0 の項が消えるのである。$y = \Delta r$ と置いて前節と同様に計算し (430) 乃至 (433) 式の代りに次の諸式を得る。

$$K = \frac{A_0l^4}{r^2I_0},\quad z = \frac{x}{l} \cdots\cdots\cdots\cdots (437)$$

$$p'=a_1l\left[z-\frac{K}{2!2!}z^3+\frac{K^2}{4!5!}z^5-\frac{K^3}{6!7!}z^7+\cdots\cdots\right]$$
$$+a_2l^2\left[z^2-\frac{2K}{3!4!}z^4+\frac{2K^2}{5!6!}z^6-\frac{2K^3}{7!8!}z^8+\cdots\cdots\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(438)$$

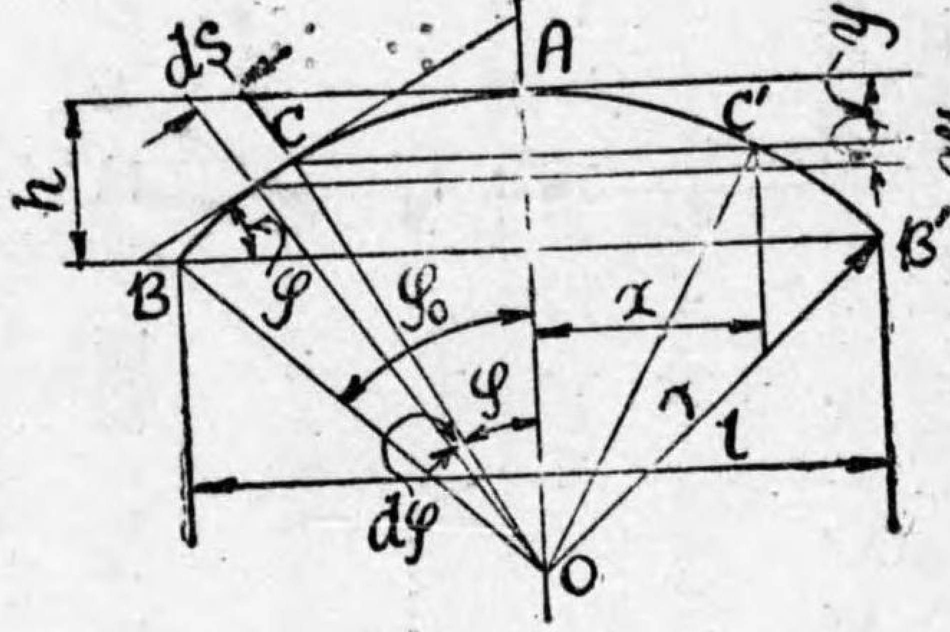
$$m=a_1l^3\left[\frac{1}{3!}z^3-\frac{K}{2!5!}z^5+\frac{K^2}{4!7!}z^7-\frac{K^3}{6!9!}z^9+\cdots\cdots\right]$$
$$+a_2l^4\left[\frac{2}{1!4!}z^4-\frac{2K}{3!6!}z^6+\frac{2K^2}{5!8!}z^8-\frac{2K^3}{7!10!}z^{10}+\cdots\cdots\right]\cdots\cdots(439)$$

$$\left.\begin{aligned}a_1\left[-\frac{K}{1!3!}+\frac{K^2}{3!5!}-\frac{K^3}{5!7!}+\cdots\cdots\right]+a_2l\left[1-\frac{2K}{2!4!}+\frac{2K^2}{4!6!}-\frac{2K^3}{6!8!}+\cdots\cdots\right]=0\\ a_1\left[-\frac{K}{2!3!}+\frac{K^2}{4!5!}-\frac{K^3}{6!7!}+\cdots\cdots\right]+a_2l\left[1-\frac{2K}{3!4!}+\frac{2K^2}{5!6!}-\frac{2K^3}{7!8!}+\cdots\cdots\right]=w\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(440)$$

此等の公式を用ひて前節に示した計算例と同様に計算するのである。前節及び本節に於て取扱つた水槽は壁頂が毫も支承せられてゐない場合、從つて水槽壁を鉛直突桁と考へ得る場合に限つたのであるが、水槽がその周壁に固定せられたる屋根を有する樣な場合には水槽壁は突桁ではなくして壁頂と壁底とに於て固定せられたる單徑間の連桁となり、その解法は第十三編第一章第(3)節及び第(4)節を應用する事によつて求められ此の場合には遙かに壁厚を減小する事を得るのであるが、計算が餘りに複雜であるから玆には省略する。

(4) **水槽圓頂屋**　水槽の屋背構造 (roof construction) を詳論する事は本講義の範圍では困難であるが、本節及び次節に於て水槽が鐵筋混凝土圓頂屋 (dome) 又は天幕屋 (pavilion roof) を有する場合だけを略述しよう。

第二三九圖



圓頂屋又は穹窿屋と言ふのは第二三九圖の如く曲線 BAB′ がその鉛直對稱軸 AO の廻りに回轉する時に生ずる曲面 (curved surface) から成るものであつて、曲線 BAB′ が圓弧である場合には此の曲面は球面 (spherical surface) となり此の圓頂屋を球狀穹窿屋 (spherical dome) と言ふ。本節に於ては此の球狀穹窿屋の場合を取扱ふ。屋根の荷重に四種ある。第一は自重であつて之は屋根の面に等布的に分布せられると考へる第二は雪の重量であつて之は屋根の鉛直投射面に等布分布をする。第三は圓頂屋の頂點に於ける換氣、採光などのための天窓の重量であつて之は頂點 A に於ける集中荷重と考へる。第四は風壓である。

(イ) **自重應力**　第二三九圖に於て屋根の中途に CC′ なる水平斷面を考へると CC′ は、一つの圓環を表はす。

r=球面又は圓弧 BAB′ の半徑
y=屋頂 A より斷面 CC′ に至る距離
x=圓環 CC′ の半徑
ds=微分弧長
φ=C に於ける圓弧の切線の仰角
　=圓弧 AC の中心角
g=屋根の單位面積の自重
Q=斷面 CC′ 以上の部分の重量

p_1＝圓環 CC′ の單位長に働く子午線應力
p_2＝圓弧 AC の單位長に働く圓周應力

とする。子午線應力（meridian stress）と言ふのは圓頂屋の子午線斷面 CAC′ に於て圓弧に對する切線の方向に働く應力である。

$$x=r\sin\varphi,\quad y=r(1-\cos\varphi),\quad ds=rd\varphi$$

而して CC′ 斷面以上の屋根の表面積は　$A=2\pi ry$　であるから

$$Q=gA=2\pi r^2g(1-\cos\varphi)\cdots\cdots(441)$$

(441) 式の Q は CC′ 斷面に於て鉛直に下方に働く總荷重であつて子午線應力 p_1 の鉛直分力 $p_1\sin\varphi$ の合力と釣合ふ。

$$\therefore\quad Q=2\pi x\, n_1\sin\varphi=2\pi rp_1\sin^2\varphi$$

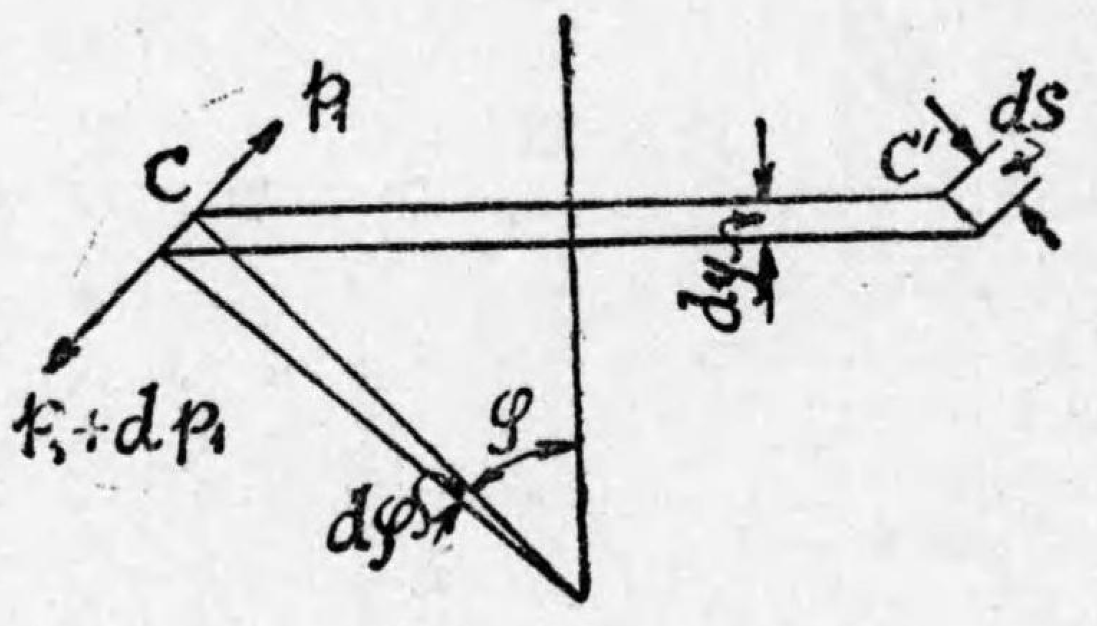
$$\therefore\quad p_1=\frac{Q}{2\pi r\sin^2\varphi}\cdots\cdots(442)$$

(442) 式に (441) 式を代入して

$$p_1=\frac{2\pi r^2g(1-\cos\varphi)}{2\pi r\sin^2\varphi}=\frac{gr}{1+\cos\varphi}\cdots\cdots(443)$$

p_1 は應壓力である。次に CC′ 斷面から鉛直には dy 圓弧に沿つては ds だけ下方の斷面を取り、此の二つの斷面の間に挾まれた圓環を考へると此の圓環の上の面では p_1 なる子午線應力、下の面では p_1+dp_1 の子午線應力が輻射狀に働く。（第二四〇圖）

第三四〇圖



此等の子午線應力の水平分力は夫々 $p_1\cos\varphi$, $(p_1+dp_1)\cos\varphi$ となり圓環はその差 $-d[p_1\cos\varphi]$ の張力を幅射狀に內から外に向つて受ける事になる。

$$\therefore\quad 2p_2ds=-\int_0^\pi d[p_1\cos\varphi]\,x\sin\theta d\theta=-2d[p_1x\cos\varphi]$$

$$p_2=-\frac{d[p_1x\cos\varphi]}{ds}$$

(442) 式の p_1 の値を代入すれば

$$p_2=-\frac{d[Q\cot\varphi]}{2\pi rd\varphi}\cdots\cdots(444)$$

(444) 式の Q に (441) 式の値を代入して微分すれば

$$p_2=-\frac{2\pi r^2\,d[(1-\cos\varphi)\cot\varphi]}{2\pi rd\varphi}=-gr\frac{\cos\varphi(1+\cos\varphi)-1}{1+\cos\varphi}\cdots\cdots(445)$$

p_1 は常に應壓力であるが p_2 は正ならば應張力、負ならば應壓力となる。その限界に於て $p_2=0$ の場合には

$$\cos\varphi(1+\cos\varphi)-1=\cos^2\varphi+\cos\varphi-1=0$$

$$\cos\varphi=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}=0.618,\qquad \varphi=51^\circ\ 50'\doteqdot 52^\circ$$

故に φ が約五十二度迄は p_2 は圓周應壓力、それ以上では同應張力となる、屋頂に於ては

$$\varphi=0,\quad p_1=\frac{qr}{2},\quad p_2=-\frac{qr}{2}$$

即ち子午線應力も圓周應力も共に同量の壓力となるのである。

(ロ)雪重應力　q を鉛直投射面の單位面積に於ける雪の重量とすれば (441) 式の代りに

$$Q=q\pi x^2=q\pi r^2\sin^2\varphi \quad \cdots\cdots(446)$$

之を (442) 及び (444) 式に代入すれば

$$p_1=\frac{q\pi r^2\sin^2\varphi}{2\pi r\sin^2\varphi}=\frac{qr}{2} \quad \cdots\cdots(447)$$

$$p_2=-\frac{q\pi r^2 d\left[\sin^2\varphi\cot\varphi\right]}{2\pi r d\varphi}=-\frac{qr(2\cos^2\varphi-1)}{2} \quad \cdots\cdots(448)$$

$p_2=0$ の點は　$2\cos^2\varphi-1=0,\quad \cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707,\quad \therefore\ \varphi=45^0$

又屋頂に於ては　$\varphi=0,\quad p_1=\frac{qr}{2},\quad p_2=-\frac{qr}{2}$

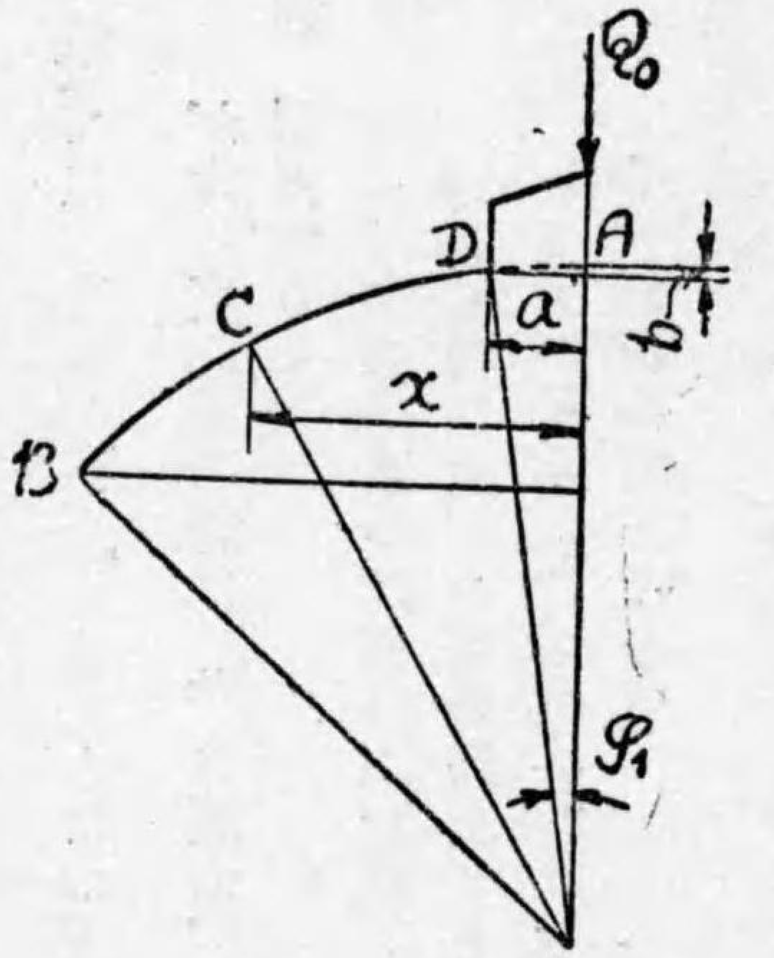
(ハ)天窓應力　第二四一圖の如く圓頂屋の半斷面に就て AD の部分に天窓(lantern)があるとする。

Q_0＝天窓の重量

a＝天窓の半徑

b＝A, D の鉛直高

第二四一圖



φ_1＝弧 AD の中心角

とすると Q_0 は a を半徑とする圓環に沿つて作用する事になる。Q_0のための應力を求めるには (442) 及び (444) 式の Q の代りに Q_0 を代入すればいゝのであるが、此の時には天窓があるがために AD の部分の球面穹窿の重量がなくなるのであるからその重量を控除しなくてはならない。

$$Q=Q_0-2\pi r^2 g(1-\cos\varphi_1) \quad \cdots\cdots(449)$$

(449) 式の右邊の第二項は (441) 式の應用である。之を (442) 及び (444) 式に代入して $x\geqq a$ なる C 點に於ては

$$p_1=\frac{Q_0-2\pi r^2 g(1-\cos\varphi_1)}{2\pi r\sin^2\varphi} \quad \cdots\cdots(450)$$

$$p_2=+\frac{Q_0-2\pi r^2 g(1-\cos\varphi_1)}{2\pi r\sin^2\varphi} \quad \cdots\cdots(451)$$

$Q_0>2\pi r^2 g(1-\cos\varphi_1)$ の時は p_1 は應壓力、p_2 は應張力

$Q_0=2\pi r^2 g(1-\cos\varphi_1)$ の時は p_1 p_2 共に零

$Q_0<2\pi r^2 g(1-\cos\varphi_1)$ の時は p_1 應張力、p_2 は應壓力

となるのである。

(ニ)風壓應力　風が水平の方向に吹く場合には γ を風壓强度、C を風壓係數(本編第一章 (391) 式參照)とし

て、p の鉛直分力が屋根の全面に等布的に作用するものと假定し次の公式を用ひる。（證明略）

$$Q=\frac{C\pi pr^2\sin^4\varphi}{2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(452)$$

屋根が扁平であつて l に比して h（第二三九圖）が小さい時は $C=\frac{2}{3}$ 屋根が急峻であつて h が $\frac{l}{2}$ に近い様な場合には $C=1$ と取る。(452) 式を $\binom{442}{444}$ 式に代入すれば

$$=\frac{C\pi pr^2\sin^4\varphi}{2\times2\pi r\sin^2\varphi}=\frac{Cpr\sin^2\varphi}{4}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(453)$$

$$p_2=-\frac{d[C\pi pr^2\sin^4\varphi\cot\varphi]}{4\pi rd\varphi}=-\frac{Cpr\sin^2\varphi(3-4\sin^2\varphi)}{4}\quad\cdots\cdots\cdots(454)$$

屋頂に於ては $\varphi=0$, $p_1=p_2=0$ となる。又 $p_2=0$ と置くと $3-4\sin^2\varphi=0$, $\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}=0.866$, $\varphi=60^\circ$

故に φ が六〇度以下の時は p_2 は壓力、六〇度以上の時は p_2 が張力となる。

計算例　圓頂屋あり。

h＝屋根の高さ（第二三九圖）$=5'$

l＝屋底に於ける圓環直徑 $=40'$

a＝天窓半徑（第二四一圖）$=2.5'$

Q_0＝天窓重量 $=3{,}000$ 斤

此の屋根を設計せよ。

球の半徑 r 第二四一圖の高さ b 圓弧 AB の中心角 φ_0（第二三九圖）及び圓弧 AD の中心角 φ_1（第二四一圖）は次の如くにして求める。

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2=h(2r-h),\qquad\therefore\quad r=\frac{l^2}{8h}+\frac{h}{2}=\frac{1600}{8\times5}+\frac{5}{2}=42.5'$$

$$a^2=b(2r-b),\qquad b^2-85b+6.25=0,\qquad b=42.426'$$

$$\sin\varphi_0=\frac{l}{2r}=\frac{40}{85}=0.47059,\qquad \varphi_0=28^\circ\ 4'\ 20''$$

$$\sin\varphi_1=\frac{a}{r}=\frac{2.5}{42.5}=0.05882,\qquad \varphi_1=3^\circ\ 22'\ 20''$$

屋根の厚さを三吋と取ると $g=150\times\frac{3}{12}=37.5$ 斤/□′

自重應力は $\binom{443}{445}$ 式を用ひ天窓底 D にて $\cos\varphi_1=0.99827$

$$p_1=\frac{37.5\times42.5}{1.99827}=798\text{斤},\qquad p_2=-\frac{37.5\times42.5\times0.99451}{1.99827}=-794\text{斤}$$

p_1 p_2 共に壓力である。屋底 B に於ては $\cos\varphi_0=0.88235$

$$p_1=\frac{37.5\times42.5}{1.88235}=847\text{斤},\qquad p_2=-\frac{37.5\times42.5\times0.66054}{1.88235}=-559\text{斤}$$

次に雪重應力は $q=30$ 斤/□′ と假定して $\binom{447}{448}$ 式を用ひ、天窓底 D にて

$$p_1=\frac{30\times42.5}{2}=638\text{斤},\qquad p_2=-\frac{30\times42.5\times0.99309}{2}=-633\text{斤}$$

屋底　B　にて

$$p_1=638\#,\qquad p_2=-\frac{30\times42.5\times0.55708}{2}=-355\#$$

天窓應力は (450)(451) **式を用ひる。天窓底　D　に於て**

$$p_1=\frac{3,000-2\pi\times42.5^2\times37.5\times0.00173}{2\pi\times42.5\times0.00346}=245\#,\qquad p_2=+245\#$$

又屋底　B　に於ては

$$p_1=\frac{3,000-2\pi\times42.5^2\times37.5\times0.00173}{2\pi\times42.5\times0.22146}=38\#,\qquad p_2=+38\#$$

故に此の場合には　p_1　は壓力、　p_2　は張力となる。

風壓應力は　$p=45\#/\square'$，　$C=\frac{2}{3}$　と假定して (453)(454) **式を用ひ、天窓底　D　にて**

$$p_1=\frac{\frac{2}{3}\times45\times42.5\times0.00346}{4}=1\#,\qquad p_2=-\frac{\frac{2}{3}\times45\times42.5\times0.00346\times2.98616}{4}=-3\#$$

屋底　B　に於ては

$$p_1=\frac{\frac{2}{3}\times45\times42.5\times0.22146}{4}=71\#,\qquad p_2=-\frac{\frac{2}{3}\times45\times42.5\times0.22146\times2.11416}{4}=-150\#$$

以上を加算して見ると天窓底　D　に於て

$$\Sigma p_1=798+638+245+1=1,682\#\ (\text{應壓力})$$

$$\Sigma p_2=-794-633+245-3=-1,185\#\ (\text{應壓力})$$

屋底　B　に於て

$$\Sigma p_1=847+638+38+71=1,594\#\ (\text{應壓力})$$

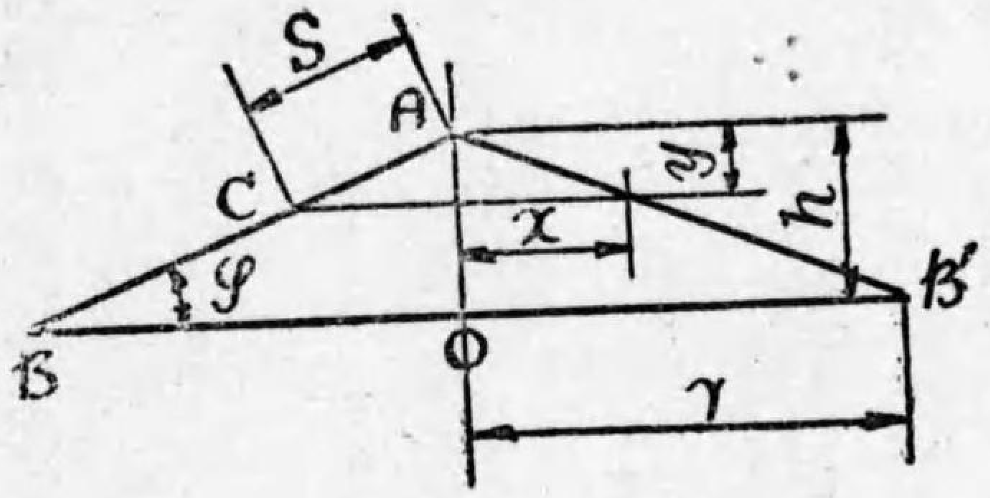
$$\Sigma p_2=-559-355+38-150=-1,026\#\ (\text{應壓力})$$

故に屋根の斷面には何處にも應張力が存在しない。最大應壓力は　$p_0=1,700\#$　であつて之は屋根の單位幅即ち一二吋幅に來る應力であるから抗壓斷面積は

$$A=12\times3=36\square'',\qquad \therefore\quad c=\frac{p_0}{A}=\frac{1,700}{A}=47.5\#/\square''$$

即ち混凝土の應壓力强度は僅かに許容强度の一〇分の一に過ぎないから抗壓鐵筋の必要もないのである。故に此の圓頂屋には鐵筋の必要がない事になるが、溫度龜裂、硬化龜裂を避けるために鐵筋を挿入しようとすれば、徑の細いものを幅射狀及び圓周狀に入れるのがよい。鐵筋の配置に就ては次節の計算例を見よ。

第二四二圖



(5) **水槽天幕屋**　天幕屋又は圓錐屋 (conical roof) と言ふのは第二四二圖の如く三角形　ABO　が鉛直軸　AO　の廻りに回轉する時に斜邊　AB　の畫く圓錐面から成る屋根を言ふ。此の場合を前節と同樣にして取扱ふ。

(イ) **自重應力**　第二四二圖に就て

r＝底面の半徑

φ＝斜邊　AB　の仰角

S＝斜邊長　$AC=\sqrt{x^2+y^2}$

としその他の符號は前節と同樣とすると

$$x=S\cos\varphi,\quad y=S\sin\varphi,\quad x=y\cot\varphi$$

斷面 CC' 以上の屋根の表面積は　$A=\pi xS$　であるから (441) 式の代りに次式を得る。

$$Q=gA=g\pi xS=\frac{g\pi y^2\cos\varphi}{\sin^2\varphi}\quad\cdots\cdots(455)$$

此の場合には (442) 式の代りに

$$p_1=\frac{Q}{2\pi x\sin\varphi}=\frac{Q}{2\pi y\cos\varphi}\quad\cdots\cdots(456)$$

$$\therefore\quad p_1=\frac{g\pi y^2\cos\varphi}{2\pi y\cos\varphi\sin^2\varphi}=\frac{gy}{2\sin^2\varphi}\quad\cdots\cdots(457)$$

此の場合には $\sin\varphi$ が常數であるから p_1 は y と共に增減する。卽ち屋頂にて $p_1=0$ となり屋底にて

$p_1=\dfrac{gh}{2\sin^2\varphi}=\dfrac{g(r^2+h^2)}{2h}$ となる。

次に圓周應力に就ては前節と同樣にして

$$p_2=-\frac{d[p_1x\cos\varphi]}{ds}=-\cos^2\varphi\frac{d[p_1y]}{dy}$$

依つて (444) 式の代りに

$$p_2=-\cos^2\varphi\frac{dQ}{2\pi\cos\varphi dy}=-\frac{\cos\varphi}{2\pi}\frac{dQ}{dy}\quad\cdots\cdots(458)$$

$$\therefore\quad p_2=-\frac{\cos\varphi}{2\pi}\cdot\frac{g\pi\cos\varphi}{\sin^2\varphi}\cdot\frac{d(y^2)}{dy}=-gy\cot^2\varphi\quad\cdots\cdots(459)$$

故に p_2 は常に應壓力であつてその値は y と共に增減し屋頂では $p_2=0$ 屋底では $p_2=-\dfrac{gr^2}{h}$ となる。

(ロ)雪重應力　圓錐屋に對しては (446) 式の代りに次式を得る。

$$Q=q\pi x^2=q\pi y^2\cot^2\varphi\quad\cdots\cdots(460)$$

之を (456) 及び (458) 式に代入して

$$p_1=\frac{q\pi y^2\cot^2\varphi}{2\pi y\cos\varphi}=\frac{qy\cos\varphi}{2\sin^2\varphi}\quad\cdots\cdots(461)$$

$$p_2=-\frac{\cos\varphi}{2\pi}\cdot q\pi\cot^2\varphi\frac{d(y^2)}{dy}=-qy\cos\varphi\cot^2\varphi\quad\cdots\cdots(462)$$

p_1 p_2 は共に y に正比例し屋頂にて $p_1=p_2=0$ 屋底にて $p_1=\dfrac{qr\sqrt{r^2+h^2}}{2h}$，$p_2=-\dfrac{qr^3}{h\sqrt{r^2+h^2}}$

(ハ)天窓應力　此の場合には (449) 式の代りに次式を得る。

$$Q=Q_0-\frac{g\pi b^2\cos\varphi}{\sin^2\varphi}\quad\cdots\cdots(463)$$

之を (456) (458) 式に代入すれば

$$p_1=\frac{Q_0-\dfrac{g\pi b^2\cos\varphi}{\sin^2\varphi}}{2\pi y\cos\varphi}\quad\cdots\cdots(464)$$

$$p_2=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(465)$$

(463)式の Q は常數であるから之を(458)式に代入して Q を y に就て微分した結果が零になる。即ち天窓の重量は圓周應力を生じないのである。

天窓底に於ては

$$p_1=\frac{Q_0-\dfrac{g\pi b^2a\sqrt{a^2+b^2}}{b^2}}{\dfrac{2\pi ba}{\sqrt{a^2+b^2}}}=\frac{Q_0\sqrt{a^2+b^2}-g\pi a(a^2+b^2)}{2\pi ab}$$

屋底に於ては

$$p_1=\frac{Q_0-g\pi a\sqrt{a^2+b^2}}{\dfrac{2\pi hr}{\sqrt{r^2+h^2}}}$$

p_1 は y に反比例するのである。

(二) 風壓應力 此の場合には(452)式の代りに次式を得る。(證明略)

$$Q=Cp\pi\cos^2\varphi y^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(466)$$

之を(456)及び(458)式に代入して

$$p_1=\frac{Cp\pi\cos^2\varphi y^2}{2\pi y\cos\varphi}=\frac{Cp\cos\varphi y}{2} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(467)$$

$$\therefore\quad p_2=-\frac{\cos\varphi}{2\pi}\cdot Cp\pi\cos^2\varphi\frac{d(y^2)}{dy}=-Cp\cos^2\varphi y \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(468)$$

此の場合にも p_1 p_2 は y と共に増減し屋頂に於ては $p_1=p_2=0$

屋底に於ては $p_1=\dfrac{Cprh}{2\sqrt{r^2+h^2}}$， $p_2=\dfrac{-Cpr^3h}{(r^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$ となる。

以上の諸公式に見るが如く圓錐屋に於てはその子午線應力及び圓周應力の何れも壓力であつて理論上、應張力を生ずる事がないのである。

計算例 圓錐屋あり。高さ $h=10'$ 屋底半徑 $r=20'$ として應力を計算せよ。

$$\sin\varphi=\frac{10}{\sqrt{10^2+20^2}}=\frac{10}{22.36}=0.447$$

$$\cos\varphi=\frac{20}{22.36}=0.894$$

$$\cot\varphi=\frac{20}{10}=2.000$$

屋底應力を求める。前例と同様にして自重を $g=37.5\#/□'$ とすると(457)及び(459)式を用ひ $y=10$

$$\therefore\quad p_1=\frac{37.5\times10}{2\times0.4472}=\frac{375}{0.4}=937.5\#\ (壓力)$$

$$p_2=-37.5\times10\times2^2=-1{,}500\#\ (壓力)$$

雪重應力は $q=30\#/□'$ として(461)及び(462)式を用ひ

$$p_1=\frac{30\times10\times0.894}{2\times0.447^2}=\frac{268.2}{0.4}=670.5\#\ (壓力)$$

$p_2=-30\times10\times0.894\times2^2=-1,072.8$ (壓力)

風壓應力は　$p=50$#/□′, $C=1$ と取つて (467) 及び (468) 式を用ひると

$p_1=\frac{50\times0.894\times10}{2}=223.5$# (壓力)

$p_2=-50\times10\times0.894^3=-357.3$# (壓力)

∴ $\Sigma p_1=937.5+670.5+223.5=1,831.5$# (壓力)

$\Sigma p_2=-1,500-1,072.8-357.3=-2,930.1$# (壓力)

即ち屋根の斷面には應壓力のみが存在する。屋根の厚さを三吋としたのであるから前例と同樣に

$p_0=3,000$#, $A=36$□″, $C=\frac{3,000}{36}=83$#/□″

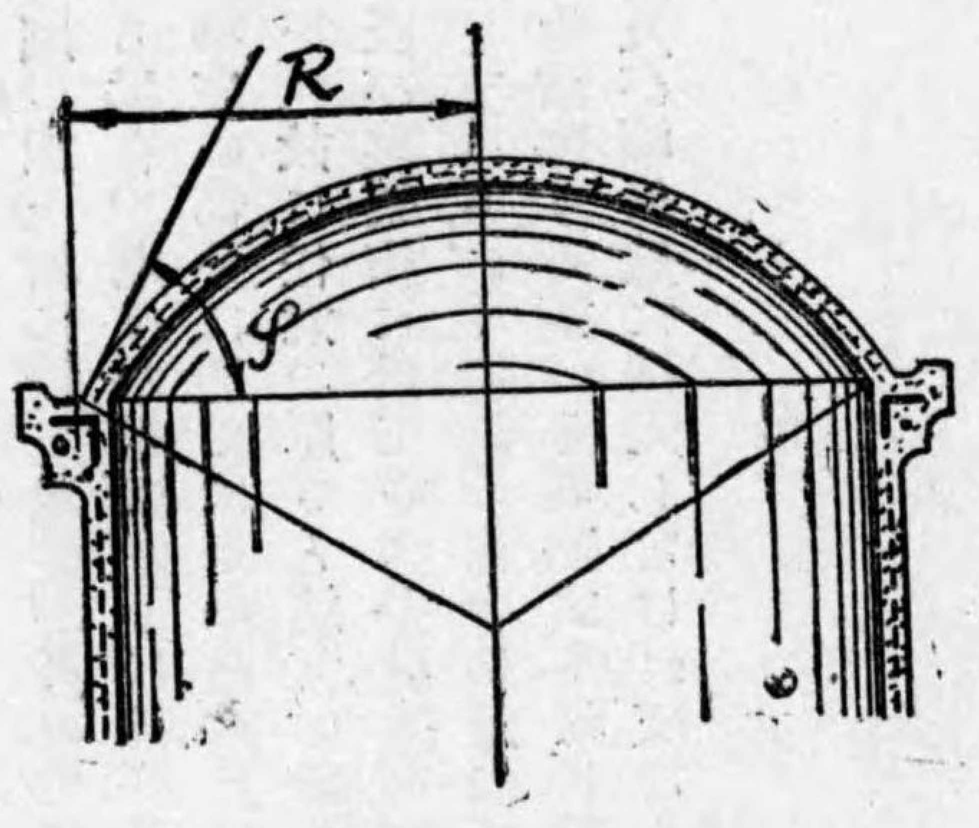
此の應壓力強度は混凝土の抗壓強度よりも遙かに低いから屋根は充分安全である。但し伸縮龜裂を避けるために鐵筋を挿入しようとする場合には徑八分三吋又は二分一吋丸鋼を幅射狀及び圓周狀に挿入する。

(6) **屋底抗張環**　圓錐屋に對しては子午線應力も圓周應力も共に壓力であるから理論上鐵筋の必要がないが、圓頂屋に於て應力が張力となる場合にはその全應力を鐵筋によつて取らしめる樣に計算する。然るに子午線應力が壓力である場合には、屋底圓環或は水槽壁頂は此の子午線應力のために幅射狀の水平張力を受ける事になる。

今單位幅屋底圓環を取つて考へると第二四三圖に於て此の圓環に對する子午線應壓力 p_1 に起因する幅射狀張力は $p_1\cos\varphi$ となり、之を第二四〇圖の場合の如く取扱ふと圓環應張力 T は屋底半徑を R として

$T=p_1\cos\varphi R$ ………………………… (469)

第二四三圖



となる。第(4)節の圓頂屋の場合には $R=\frac{l}{2}$ 第(5)節の圓錐屋の場合には $R=r$ と取ればよいのである。屋底圓環は此の外 p_2 の圓周應力を受けてゐるから、結局 $T+p_2$ だけの圓周應張力を受ける事になる。p_2は張力なれば＋壓力なれば－である。此の應張力は全部鐵筋で取らせるのであつて、此のために屋底には可なり大きい斷面積の鐵筋の必要があり、普通山形鋼、溝鋼、I字鋼などを圓形に曲げ、繼手は綴鋲 (rivet) を以て締付けたものを使用するのであつて、之を屋底抗張環 (tension ring) と稱する。鋼の許容強度を f とすると抗張環斷面積 A は (469) 式を用ひ

$A=\frac{p_1\cos\varphi R+p_2}{f}$ ………………………… (470)

計算例　前例及び前々例に於て抗張環を設計す可し。

前々例の圓頂屋の場合には

$\Sigma p_1=1,594$# (壓力),　$\Sigma p_2=-1,024$# (壓力)

$\cos\varphi=0.882$,　$R=\frac{l}{2}=20'$

$f=15,000$#/□″

$A=\frac{1,594\times0.882\times20-1,024}{15,000}=\frac{27,094}{15,000}=1.806$□″

故に山形鋼 $2\frac{1}{2}'' \times 2\frac{1}{2}'' \times \frac{7}{16}''$ を使用すれば $A=2.0_{\square}''$

前例の圓錐屋の場合には

$$\Sigma p_1 = 1{,}831.5\#\text{（壓力）},\quad \Sigma p_2 = -2{,}930.1\#\text{（壓力）}$$

$$\cos\varphi = 0.894,\quad R = r = 20'$$

$$A = \frac{1{,}831.5 \times 0.894 \times 20 - 2{,}930.1}{15{,}000} = \frac{29{,}817}{15{,}000} = 1.988_{\square}''$$

故に山形鋼 $3'' \times 3'' \times \frac{3''}{8}$ を使用すれば $A=2.11_{\square}''$

(7) **水槽底**　地上槽に於て地盤が極めて良好であつて水槽壁及び屋背構造の全重量を水槽壁直下の環狀面積で支へ得る場合、或は水槽壁直下に杭打工などを施工して上記の全重量を此の環狀地形によつて支へ得る場合には水槽底の部分に於てはその自重及び水の重量がその下の地盤反力と釣合つてゐるから水槽底は彎曲率を起さない。故に任意の厚さと適宜の鐵筋を挿入すればいゝのであるが、水槽の全荷重をその全底面積で支へる場合及び高架槽に於てその全荷重を水槽底の周邊に於て支へる場合には、全面等布荷重を受けて周邊反力によつて支へられる圓版の場合に歸着するからその解法は煙突基礎版の場合と同様である。玆にはその理論の紹介を省略するが、その略式解法に就ては本編第一章第(7)節を參照す可く、鐵筋は第二三一圖下圖の如く圓周狀及び幅射狀に挿入しなければならない。

第十六編　框構及び結構

第一章　框　構

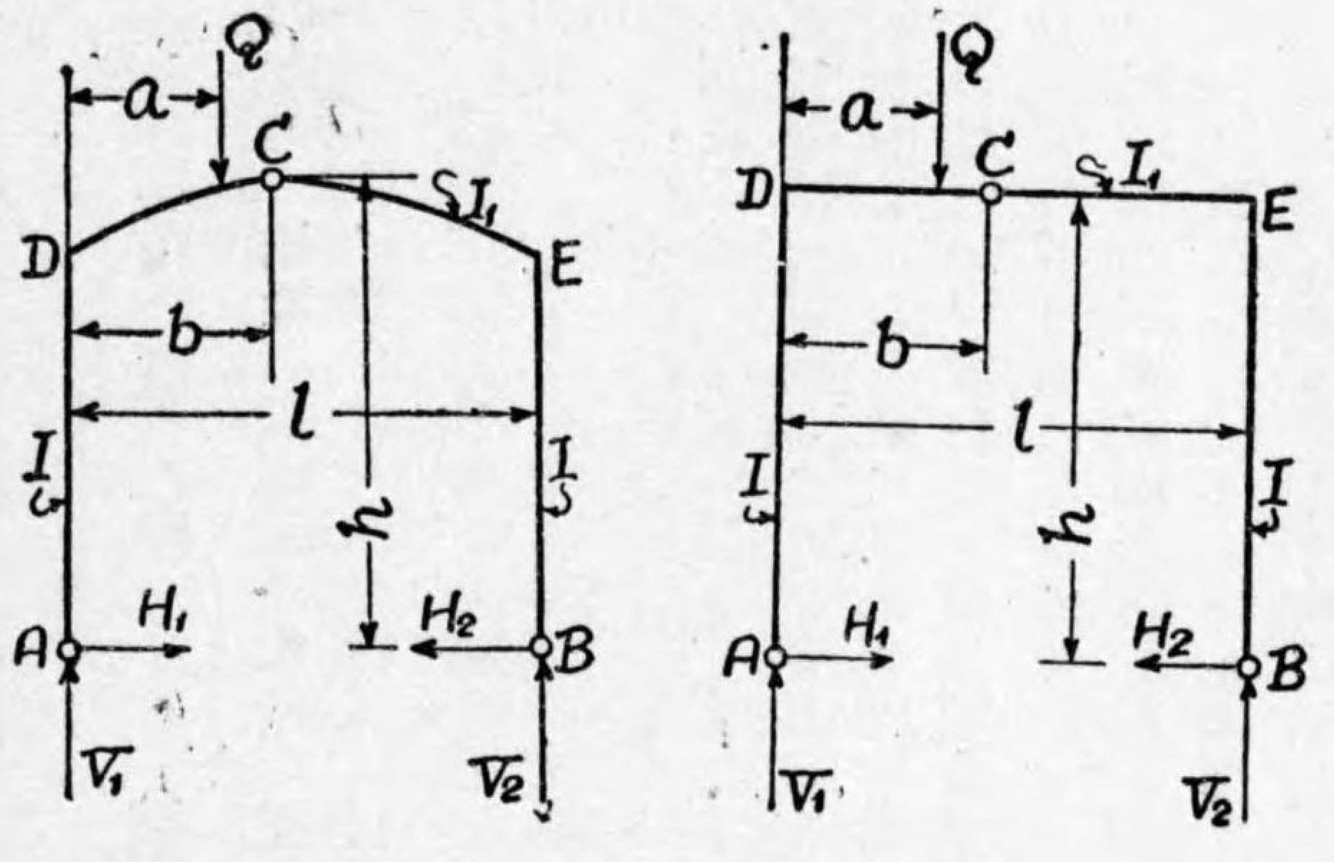
(1) **框構の應力**　橋梁の橋脚又は水槽の支柱として鐵筋混凝土で構脚 (bent) 又は構柱 (trestle or tower) を作る場合などには、鉛直材と水平材又は斜材は通例その交點に於て緊定せられてゐて自由廻轉を許さないのであるから、交點には彎曲率が存在し從つて框構 (frame) の各部材が彎曲應力の作用を蒙る。此の彎曲應力は各交點が鉸結 (hinged connection) せられてゐるものとして算出した所謂主應力 (principal stresses) に對する副應力 (secondary stresses) として後から之を算出するのは橋梁學上の普通の方法であるが、本編では框構の應力を所謂最小働の原理 (principle of least work) 又は傾斜角撓度解法 (slope deflection method) によつて算出する直接解法を説明しよう。部材の交點が緊定せられてゐると鉸結せられてゐるとに係らず、框構が便宜の數の鉸を有してゐる時には之を靜定構造としてその應力を普通の靜力學で算出する事が出來る。唯全然鉸を有してゐないか、假令鉸を有してゐてもその數が不足する場合には所謂不靜定構造となつて普通の靜力學ではその解法が不可能になるのである。例へば拱の場合を取つて考へて見ても三鉸拱は靜定構造物であり、二鉸拱や無鉸拱は不靜定構造物である事は、既に第十四編に説明した通りであるが、構脚や構柱ではなくとも、一般の建築構造に於ては柱と床構及び屋背構とは緊定せられてゐるのであるから、例へば床や屋根の荷重が柱に軸應力ばかりでなく彎曲を起し、壁に加はる風壓が床構に彎曲應力を蒙らしめ、而して此等の應力は何れも不靜定應力であつて、普通の靜力學では定められない。本編では一般の框構の應力を算出す可き方法を説明すると共に、最も應用の廣い特殊の場合に就ての公式を與へて置かう。

拱橋が三鉸式である場合の應力は靜定應力であるのと同じく、第二四四圖の如き弧形框や矩形框が三鉸式である場合には此等は靜定構造であるから、その應力は容易に求め得る。例へばB點に力率を取つて

$$m=Q(l-a)-V_1l=0,\quad \therefore\ V_1=\frac{Q(l-a)}{l}$$

從つて　$\Sigma V=0$　から　$V_2=\frac{Qa}{l}$

第二四四圖



（甲）　（乙）

次にC點に力率を取つてその左方の外力を考へると

$$m=Q(b-a)+H_1h-V_1b=0,\quad \therefore\ H_1=\frac{Qa(l-b)}{hl}$$

從つて　$\Sigma H=0$　から

$$H_1=-H_2=\frac{Qa(l-b)}{hl}\ \cdots\cdots\cdots(471)$$

即ち水平反力は相等しく且つ方向が相反するのである。DEの全長に亘る等布荷重に對しては同様にして

$$V_1=V_2=\frac{1}{2}ql$$

$$H_1=-H_2=\frac{qb(l-b)}{2h}\ \cdots\cdots(472)$$

此等の値は第十四編第二章、三鉸拱の理論に就て與へた(329)乃至(333)式の特殊の場合たるに過ぎない。

鉛直反力及び水平反力が分れば、その後は通例の力學的計算に依つて任意の點の彎曲率なり裁力、乃至は軸應力を容易に求め得るのである。所で之が二鉸式になつてC點の力率を零と置く事が出來ない場合には最早や普通の力學ではHを求める事が出來なくなる。又無鉸式になつてABに於ても彎曲率が存在する事になると此等の點に於ける彎曲率も水平反力も之を初等力學では求められなくて、何れも所謂不靜定構造の場合に歸着するのである。而して此の場合は構造物を彈體組織と考へ、所謂最小働の原理又は傾斜角撓度解法に依つて解くのが最も普通であり且つ最も便利である。

(2) カステイリアノの定理　最小働の原理 (principle of least work) 及び之に關するカステイリアノの定理 (Theorems of Castigliano) を詳しく説明する事は此の書物では困難であるから、玆にはその要點だけを平易に略説しよう。

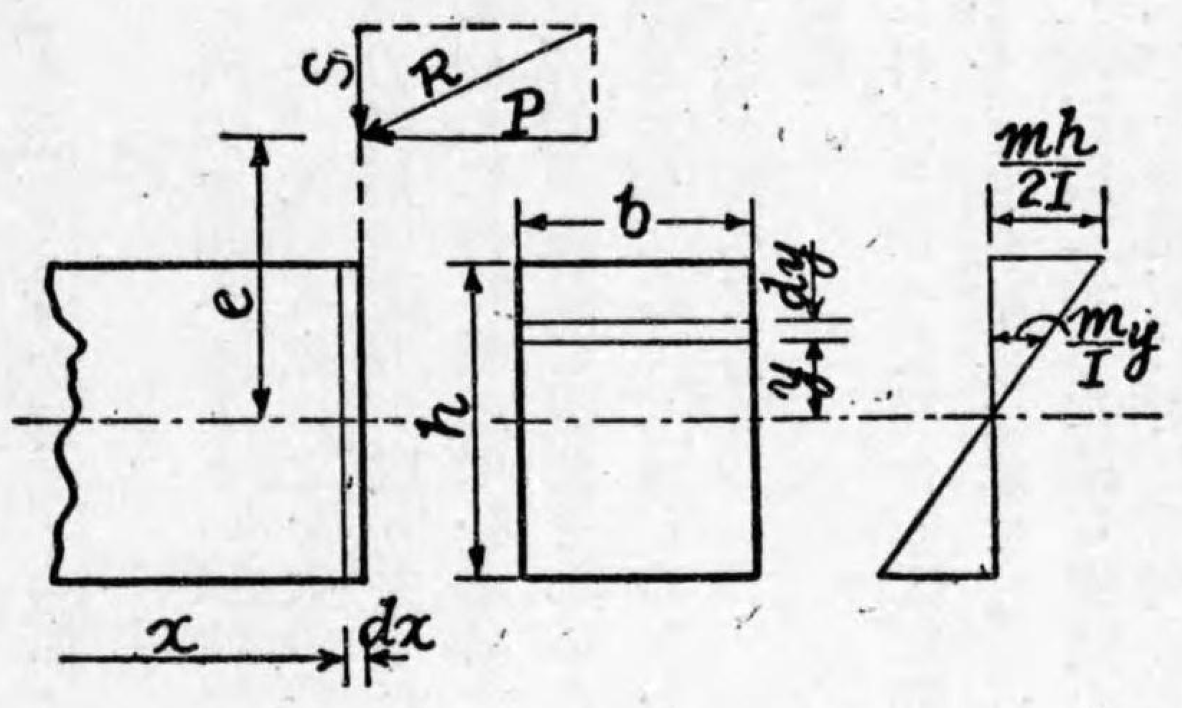
彈體に外力を加へるとその彈性限度内では應力はその應力變形に正比例し、外力を取り去れば應力變形も亦消滅する。此の現象は之を次の様に解釋する事が出來る。即ち尺蠖の縮むや將さに伸びんとするがためなりで、應力變形は應力が取り去られた後に彈體を原狀に復舊せしめんとする抵抗力の蓄積に外ならない。從つて應力變形に伴ふ働即ち仕事は之を抵抗働 (work of resistance) と名づける事が出來る。抵抗働が果して變形した彈體を原狀に復舊せしめんとするためのものであるならば、その働の量はその使命を果たすに要する最小限度の値でなくてはならないと言ふのが、最小働の原理の由來であつて、之に就てカステイリアノは二個の定理を與へてゐる。

(イ) 第二定理

彈體に外力を加へた場合の抵抗働を、自らは働を構成しない様に選定せられた不靜定力で偏微分 (partial differentiation) した結果は零に等しい。

今第二四五圖に示した様な彈體の一斷面を取りその中軸線からeの距離にRなる力が作用する場合を考へるに、Rをその斷面に對して垂直及び平行なる分力P及びSに分解すれば、Pは軸應力Sは裁力であつて且

第二四五圖



つ $m=Pe$ は彎曲率として此の断面に作用する。

(甲)彎曲率による抵抗働　第二四五圖に於て中軸線から y の距離に於ける彎曲應力は I を断面の惰性率として my/I であるから bdy なる断面に働く應力は $(my/I)\,bdy$ である。而して dx なる長さに就ての應力變形は E を材料の彈性係數とすれば $(m/EI)\,ydx$ であつて、應力は零から $(my/I)\,bdy$ に增大したのであるから平均應力としてはその二分の一を取ると、此の部分の抵抗働は

$$\frac{1}{2}\frac{m}{I}bydy\frac{m}{EI}ydx=\frac{1}{2}\frac{m^2}{EI^2}by^2dxdy$$

故に全断面に就ての抵抗働は

$$\frac{1}{2}\frac{m^2}{EI^2}dx\int by^2dy=\frac{1}{2}\frac{m^2}{EI^2}dx.I=\frac{1}{2}\frac{m^2}{EI}dx$$

故に桁の全長に就ての抵抗働は

$$W_1=\int\frac{m^2}{2EI}dx$$

(乙)軸應力による抵抗働　此の場合には應力は全断面に等布分布をするから應力度は零から P/A に增大したものとして平均値は同じくその二分の一を取り、且つ dx の長さに就ての應力變形は $(P/EA)\,dx$ であつて部材全長に就ての抵抗働は次の如き結果となる。

$$W_2=\int\frac{P^2}{2EA}dx$$

(丙)剪力による抵抗働　剪力に對する彈性係數を G とし剪力が断面に等布分布をすると假定すると、此の場合の應力變形即ち歪率は S/GA となり、應力は零から S に增大したのであるからその平均値は矢張り二分の一を取る。且つ剪力の分布は等布的でなく断面の形狀に依つて相違するから k を係數として抵抗働は

$$W_3=\int\frac{kS^2}{2GA}dx$$

故に抵抗働の總和は

$$W=\frac{1}{2}\int\frac{m^2}{EI}dx+\frac{1}{2}\int\frac{P^2}{EA}dx+\frac{1}{2}\int\frac{kS^2}{EA}\quad\cdots\cdots(473)$$

剪力 S の影響は極めて微弱であるから普通には之を無視して(473)式の右邊の第三項を消去するのであるが、軸應力 P の影響は之を彎曲率 m のそれに比すれば遙かに小さいから多くの場合之をも無視するも實地上差支へがない。從つて(473)式の代りに次式を用ひる。

$$W=\frac{1}{2}\int\frac{m^2}{EI}dx\quad\cdots\cdots(474)$$

今 $X_1\,X_2\,X_3\cdots\cdots$ を不靜定力とすると m は $X_1\,X_2\,X_3\cdots\cdots$ の函數であるから、カスティリアノの定理によつて

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial X_1}&=\int\frac{m}{EI}\frac{\partial m}{\partial X_1}dx=0\\\frac{\partial W}{\partial X_2}&=\int\frac{m}{EI}\frac{\partial m}{\partial X_2}dx=0\\\frac{\partial W}{\partial X_3}&=\int\frac{m}{EI}\frac{\partial m}{\partial X_3}dx=0\quad\text{等}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(475)$$

框構の不靜定力は實に此の(475)式を用ひて之を算出するのであるが、序にカスティリアノの第一定理をも紹介して置かう。溫度應力の算出の如きは此の定理に依る。

(ロ)第一定理

彈體に外力を加へた場合のその外力の方向に於ける働點の變位(displacement)又は撓度(deflection)は、外力に對する抵抗働の第一微分係數(first derivative)に等しい。

例へば　m_1＝彎曲率　　$\Delta\varphi = m_1$ に依る變形
　　　V_1＝鉛直外力　　$\Delta y = V_1$ に依る變位
　　　H_1＝水平外力　　$\Delta x = H_1$ に依る變位

とすれば(474)の略式を使用する場合には

$$\left.\begin{aligned}\frac{dW}{dm_1} &= \int \frac{m}{EI}\frac{\partial m}{\partial m_1}dx = \Delta\varphi \\ \frac{dW}{dV_1} &= \int \frac{m}{EI}\frac{\partial m}{\partial V_1}dx = \Delta y \\ \frac{dW}{dH_1} &= \int \frac{m}{EI}\frac{\partial m}{\partial H_1}dx = \Delta x\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (476)$$

(475)(476)兩式は所謂彈性理論の骨子たる可き重要なる公式なのである。

(3)最小働原理解法　カスティリアノの定理は靜定應力の算出に對しても極めて便利に使用せられるのであつて、第十三編第一章第(4)節の三反偶力の定理の如きも亦之から誘導する事が出來るのであるが、玆には此等の定理を不靜定應力の解法に應用する數例を示さう。

(イ)拱の解法　第十四編第二章第(3)節第一九八圖に於て

$$m = m_1 - V_1x + Hy \qquad x < a$$
$$= m_1 - V_1x + Hy + Q(x-a) \qquad x > a$$

m_1 V_1 H を不靜定力と取ると

$$\frac{\partial m}{\partial m_1} = 1, \quad \frac{\partial m}{\partial V_1} = -x, \quad \frac{\partial m}{\partial H} = y$$

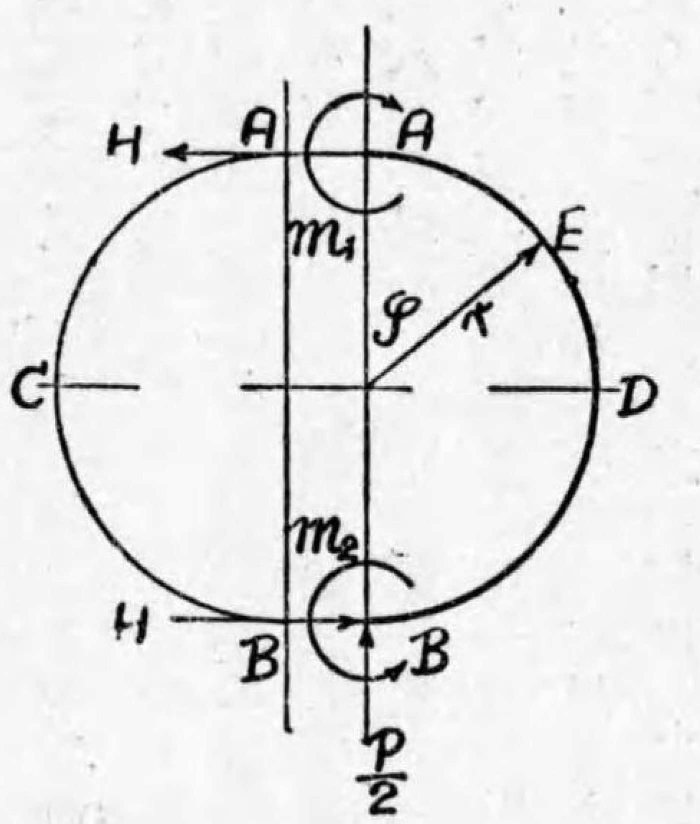
之を(476)式に代入し且つ此の場合の部材の長さは拱の弧に就て計るのであるから dx の代りに ds と置くと

$$\left.\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{1}{2}\int \frac{m}{EI}ds = 0 \\ \Delta x &= \frac{1}{2}\int \frac{m}{EI}yds = 0 \\ \Delta y &= -\frac{1}{2}\int \frac{m}{EI}xds = 0\end{aligned}\right\} \cdots\cdots (477)$$

此の公式は(345)又は(346)式と同じものであつて、玆では唯軸應力の影響を無視したがために N の項が消去されてゐるだけである。

(ロ)圓形管の解法　第十二編第二章に示した圓形管、楕圓形管及び卵形管の解法は要するに(477)の第一式の應用なのであるが、管の一般的解法としては(477)式從つて(476)式よりは(475)式を用ひなければならない。唯第一五一圖乃至一五八圖の場合には(476)の第一式と(475)式とが全く同一の公式となるがために、(206)式を以て基本公式としたのであるが、第一五九圖及び第一六〇圖の場合には(476)式では解法が不可能なのである。第一五九圖の如き圓形管を第二四六圖の如く折半して見ると、ＡＢには水平反力 H が存在する。從つて未知數が m_1 と H との二つになるから(475)式を用ひて之を算出しなければならない。今管頂Ａに圖の如き反力 H が働くとするとＥ點の彎

第二四六圖



曲率は

$$m=m_1+Hr(1-\cos\varphi)+wr^2\int_0^{\varphi}(\sin\varphi-\sin\theta)\,d\theta$$
$$=m_1+Hr(1-\cos\varphi)+wr^2(\varphi\sin\varphi+\cos\varphi-1)$$
$$\frac{\partial m}{\partial m_1}=1,\quad \frac{\partial m}{\partial H}=r(1-\cos\varphi)$$

EIを常數と取つて之を積分の外に置き且つ此の場合の　$dx=ds=rd\varphi$　として此等の値を(475)式の第一及び第二式に適用すると、m_1　H　に就ての一次の聯立方程式を得べく、之を解いて

$$m_1=-\frac{wr^2}{2},\quad H=\frac{wr}{2}$$

但し之は軸應力の影響を無視した略式である。第十二編第二章第(6)節に於ては斯の如くにして求めたHを使用して

$$m=m_1+\frac{wr^2}{2}(1-\cos\varphi)+wr^2(\varphi\sin\varphi+\cos\varphi-1)$$

なる公式を與へたのであつて、m_1とHが知れた場合にはmは直ちに之を算出し得るのであるが(206)式を管の解法に對する基本式として與へた關係上、故らに變則なる方法に依つてm_1を求めたので、實際はm_1は既にHと同時に算出せられてゐるのである。

第一六〇圖の場合にも同樣に(475)式を用ひて直接に

$$m_1=-wr^2\left(\frac{3\pi}{8}-\frac{5}{6}\right),\quad H=\frac{wr}{6}$$

なる値を求め得るのである。

(4)　**傾斜角撓度解法**　不靜定應力を見出すための傾斜角撓度解法 (slope-deflection method) と言ふのは前述のカステイリアノの最小働の原理を應用した解法に比すれば遙かに簡單であつて、橋梁の副應力を算出するために可なり古くから應用せられて居るものであるが、鐵筋混凝土框構の應力を見出す場合にも此の解法に依れば非常に便利である。その原理は既に第十三編に示した桁の彈性曲線の方程式から誘導せられたもので、之を最小働の原理による解法に比すれば偏微分や積分の必要がなく、積分を用ひる場合があつても非常に簡單であつて、多くの場合には積分の結果を數學上の初歩の知識から直ちに書き下し得ると言ふ特徴がある。

第十三編第三章の(323)式に曲率半徑の方程式を與へたが此の曲率半徑と桁の彈性曲線との間には數學上

$$\frac{1}{R}=-\frac{d^2y}{dx^2}$$

なる關係が存在し、從つて(323)式の第一式から

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{m}{EI}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(478)$$

傾斜角　$\theta\doteqdot\tan\theta=\dfrac{dy}{dx}$,　撓度　$d=y$　なる關係から(323)式の第二式、第三式が出て來るのである。

通例傾斜角 (angle of inclination) は小さいから直ちに之を傾斜 (slope or inclination) と見做し得る。從つて　$\theta\doteqdot\tan\theta$　と置くのであつて、此の解法では格點 (panel point) 或は部材交點の彎曲率を傾斜角及び撓度で表はす。之が即ち傾斜角撓度解法なる名稱の起りなのである。

今第二四七圖の部材　AB　が荷重を蒙つた後に　A′B′　の位置に來たものとすると　$AA'=y_1$、$BB'=y_2$　は夫

第二四七圖

夫AB點に於ける撓度を表はし、A'B' 曲線への切線が初めの直線 AB と挾む角はその點に於ける傾斜角を表はす。(478)式を積分すると次の様な結果になる。

$$\int_0^l \frac{m}{EI}\, xdx = \int_0^l \frac{d^2y}{dx^2}\, xdx = l\theta_2 - (y_2 - y_1)$$

$$\int_0^l \frac{m}{EI}\, (l-x)\, dx = \int_0^l \frac{d^2y}{dx^2}\, (l-x)dx = -l\,\theta_1 + (y_2 - y_1)$$

然るに第十三編第一章の(262)式から

$$m = m' + M_1 - \frac{M_1 - M_2}{l}\, x$$

なる關係があるから之を用ひると

$$\int_0^l mxdx = \frac{M_1 l^2}{6} + \frac{M_2 l^2}{3} + \int_0^l m'xdx$$

$$\int_0^l m(l-x)dx = \frac{M_1 l^2}{3} + \frac{M_2 l^2}{6} + \int_0^l m'\,(l-x)dx$$

此の故に部材の全長に亘つて EI が常數であると假定すると

$$M_1 + 2M_2 = -\frac{6}{l^2}\int_0^l m'\,xdx + \frac{6EI}{l}\left[\theta_2 - \frac{y_2 - y_1}{l}\right]$$

$$2M_1 + M_2 = -\frac{6}{l^2}\int_0^l m'\,(l-x)\,dx + \frac{6EI}{l}\left[-\theta_1 + \frac{y_2 - y_1}{l}\right]$$

之は(289)(290)兩式に於て $\tan\theta = \theta$ と置いた結果と全く同じ事なのである。今

$$\frac{I}{l} = K, \quad y_2 - y_1 = \Delta, \quad \frac{\Delta}{l} = R$$

と置き、且つ $\int_0^l m'\,xdx$, $\int_0^l m'\,(l-x)\,dx$ は m' の表はす曲線と x 軸との間の面積のA及びBに關する面率(geometrical moment)であるから之を夫々 G_1 G_2 で表はせば M_1 M_2 を次の如く書き表はす事が出來る。

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -\frac{2}{l^2}(2G_2 - G_1) - 2EK(2\theta_1 + \theta_2 - 3R) \\ M_2 &= -\frac{2}{l^2}(2G_1 - G_2) + 2EK(2\theta_2 + \theta_1 - 3R) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(479)$$

之が所謂傾斜角撓度解法の基本式なのである。荷重の加はらない部材に對しては G_1 G_2 が消えて

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -2EK(2\theta_1 + \theta_2 - 3R) \\ M_2 &= 2EK(2\theta_2 + \theta_1 - 3R) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(480)$$

A端が緊定端、B端が鉸端である場合には(479)(480)式に於て $M_2 = 0$ と置き、A端が鉸端、B端が緊定端である場合には同樣に $M_1 = 0$ と置いて次式を得る。

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -\frac{3G_2}{l^2} - 3EK(\theta_1 - R) \\ M_2 &= -\frac{3G_1}{l^2} + 3EK(\theta_2 - R) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(481)$$

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -3EK(\theta_1 - R) \\ M_2 &= 3EK(\theta_2 - R) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots(482)$$

即ち此の解法に於ては水平反力、鉛直反力を求むる事なくして、直ちに格點彎曲率を見出すのである。唯此の解法は曲線部材に對して適用し難いのみならず、部材と部材とが直交してゐない場合に適用しては正確な結果を得難いと言ふのが短所である。

(5) **框構の解法例**　次に最も簡單な場合に就て最小働の原理又は傾斜角撓度解法を用ひて框構の應力を見出す順序を説明しよう。

(イ)二鉸式矩形框　第二四四圖(乙)の矩形框が二鉸式であつてC點の鉸がない場合には、反力V_1V_2は靜力學的に直ちに求められるから水平反力Hだけが不靜定力であつて、之をカステイリアノの第二定理に依つて解く場合には(475)式の第一式だけを使用すればよい。

AD BEの間では　$m=Hx,\quad \frac{\partial m}{\partial H}=x,\quad \therefore \int \frac{m}{I}\frac{\partial m}{\partial H}dx=\frac{h^3H}{3I}$

DEの間ではm'をDE單桁なる場合の彎曲率即ち靜定彎曲率とすれば　$m=m'+Hh,\quad \frac{\partial m}{\partial H}=h$

$$\therefore \int \frac{m}{I_1}\frac{\partial m}{\partial H}dx=\frac{h}{I_1}\int m'\,dx+\frac{h^2lH}{I_1}$$

部材のEを全框構に亘つて同一とし、且つ$I_1h/Il=k$とすれば(475)式から

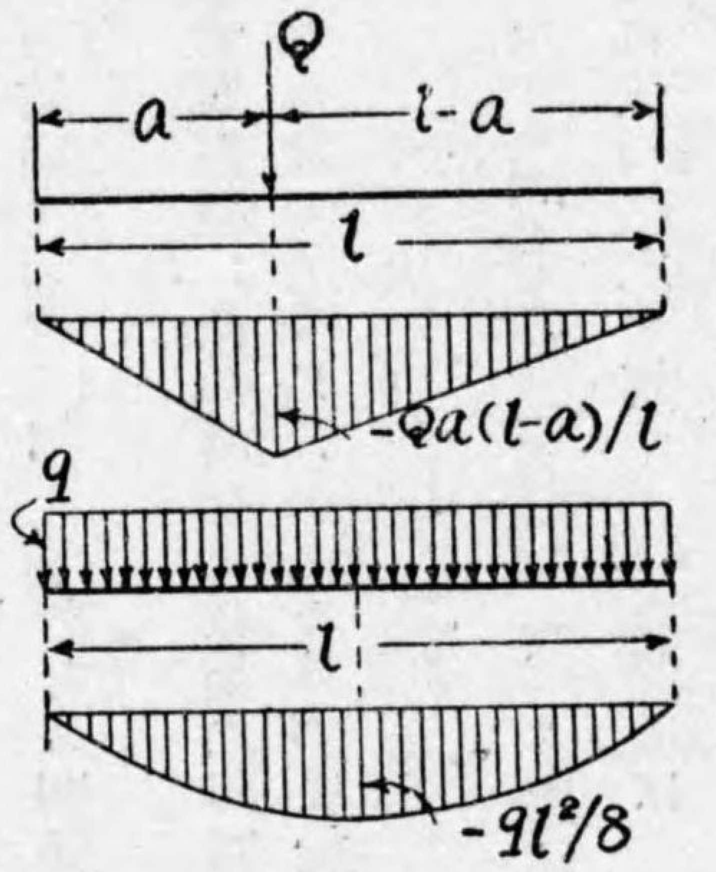
$$\frac{2}{3}\frac{h^3H}{I}+\frac{h}{I_1}\int m'\,dx+\frac{h^2lH}{I_1}=0$$

$$\therefore \quad H=-\frac{3\int m'\,dx}{hl(2k+3)}$$

此の場合の分子の積分$\int m'\,dx$はm'圖形の面積であるから第二四八圖の彎曲率圖を用ひて直ちに算出し得る。

即ち單一集中荷重の場合には

第二四八圖



$$\int m'\,dx=-\frac{Q(l-a)a}{2},\quad \therefore \quad H=\frac{3Q(l-a)a}{2hl(2k+3)}$$

又全長に亘る等布荷重の場合には

$$\int m'\,dx=-\frac{ql^3}{12},\quad \therefore \quad H=\frac{ql^2}{4h(2k+3)}$$

此等の値は次章に示す通りである。次に傾斜角及び撓度解法を用ひて(479)乃至(482)式を框構に適用する場合には、鉸を用ひない格點は完全に緊定せられてゐるものと假定し、且つ直應力及び裁力に依る部材の變形を無視する。此の場合には集中荷重がDEの中點に加へられるのでない限りAD BEに加はる直壓力の相違からその長さの壓縮に多少の相違があるが、之を無視すると$\Delta=0$, $R=0$となり$I_1/l=K$とすると(479)式から

$$M_D=-\frac{2}{l^2}(2G_E-G_D)-2EK(2\theta_D+\theta_E)$$

$$M_E=-\frac{2}{l^2}(2G_D-G_E)+2EK(2\theta_E+\theta_D)$$

此のG_D G_Eはm'圖形の面積Fに夫々DEからFの重心に至る距離を乘じたものであるから積分を用ひずして初等數學の助けを借りて書き下し得る。即ち第二四八圖を用ひ單一集中荷重の場合には

$$G_D=-\frac{1}{6}Qa(l-a)(l+a),\quad G_E=-\frac{1}{6}Qa(l-a)(2l-a)$$

又全長に亘る等布荷重の場合には

$$G_D=G_E=-\frac{2}{3}l\left(\frac{1}{8}ql^2\right)\left(\frac{1}{2}l\right)=-\frac{1}{24}ql^4$$

次に部材ADBEに就ては　$I/h=K/k$　であるから(482)式から

$$M_D=\frac{3EK}{k}(\theta_D-R),\quad M_E=-\frac{3EK}{k}(\theta_E-R)$$

且つ框構の安定の條件からAB線に力率を取つて　$-M_D+M_E=0,\quad M_D=M_E$

此等の式からRとθとを消去すると單一集中荷重に對しては

$$M_D=M_E=\frac{3Qa(l-a)}{2(2k+3)}$$

全長に亘る等布荷重に對しては

$$M_D=M_E=\frac{ql^2}{4(2k+3)}$$

此等の結果は　$M_D=M_E=Hh$　なる關係から曩に最小働原理によつて求めたものと同じ公式である事が明瞭である。

(ロ)無鉸式矩形框　此の場合には第二四四圖(乙)の支柱端ＡＢに反偶力率M_1M_2が存在し、且つ反力V_AV_Bは靜定反力ではなくなる。今V_1V_2を夫々ＡＢに於ける靜定反力とすると

$$V_1=\frac{Q(l-a)}{l},\quad V_2=\frac{Qa}{l}$$

今　$V_A=V_1+V,\quad V=V_2-V$　と置けば　$M_2=M_1+Vl$　であるから$M_1V H$だけが不靜定力となる。最小働の原理に依つて之を解くとADの間では

$$m=M_1+Hx,\quad \frac{\partial m}{\partial M_1}=1,\quad \frac{\partial m}{\partial H}=x,\quad \frac{\partial m}{\partial V}=0$$

$$\therefore\ \int\frac{m}{I}\frac{\partial m}{\partial M_1}dx=\frac{1}{I}\left(hM_1+\frac{1}{2}h^2H\right)$$

$$\int\frac{m}{I}\frac{\partial m}{\partial H}dx=\frac{1}{I}\left(\frac{1}{2}h^2M_1+\frac{1}{3}h^3H\right)$$

$$\int\frac{m}{I}\frac{\partial m}{\partial V}dx=0$$

次にDEの間では　$m=M_1+Hh-Vx+m',\quad \frac{\partial m}{\partial M_1}=1,\quad \frac{\partial m}{\partial H}=h,\quad \frac{\partial m}{\partial V}=-x$

$$\therefore\ \int\frac{m}{I_1}\frac{\partial m}{\partial M_1}dx=\frac{1}{I_1}\left(lM_1+hlH-\frac{1}{2}l^2V+\int m'dx\right)$$

$$\int\frac{m}{I_1}\frac{\partial m}{\partial H}dx=\frac{1}{I_1}\left(hlM_1+h^2lH-\frac{1}{2}hl^2V+h\int m'dx\right)$$

$$\int\frac{m}{I_1}\frac{\partial m}{\partial V}dx=\frac{1}{I_1}\left(-\frac{1}{2}l^2M_1-\frac{1}{2}hl^2H+\frac{1}{3}l^3V-\int m'xdx\right)$$

BEの間では　$m=M_1+Hx-Vl,\quad \frac{\partial m}{\partial M_1}=1,\quad \frac{\partial m}{\partial H}=x,\quad \frac{\partial m}{\partial V}=-l$

$$\therefore\ \int\frac{m}{I}\frac{\partial m}{\partial M_1}dx=\frac{1}{I}\left(hM_1+\frac{1}{2}h^2H-hlV\right)$$

$$\int\frac{m}{I}\frac{\partial m}{\partial H}dx=\frac{1}{I}\left(\frac{1}{2}h^2M_1+\frac{1}{3}h^3H-\frac{1}{2}h^2lV\right)$$

$$\int\frac{m}{I}\frac{\partial m}{\partial V}dx=\frac{1}{I}\left(-hlM_1-\frac{1}{2}h^2lH+hl^2V\right)$$

此等の値を(475)式に適用すれば $I_1h/Il=k$ として

$$(2k+1)\ M_1+(k+1)\ hH-\frac{1}{2}(2k+1)\ lV=-\frac{1}{l}\int m'\,dx$$

$$(k+1)\ M_1+\frac{1}{3}(2k+3)\ hH-\frac{1}{2}(k+1)\ lV=-\frac{1}{l}\int m'\,dx$$

$$(2k+1)\ M_1+(k+1)\ hH-\frac{2}{3}(3k+1)\,lV=-\frac{2}{l^2}\int m'\,x\,dx$$

此の聯立方程式を解いて

$$M_1=\frac{6\,(k+2)\int m'\,xdx+(3k-5)\ l\int m'\,dx}{l^2\,(k+2)\ (6k+1)}$$

$$H=-\frac{3\int m'\,dx}{hl\ (k+2)},\qquad V=\frac{6\left[2\int m'\,xdx-l\int m'\,dx\right]}{l^3\ (6k+1)}$$

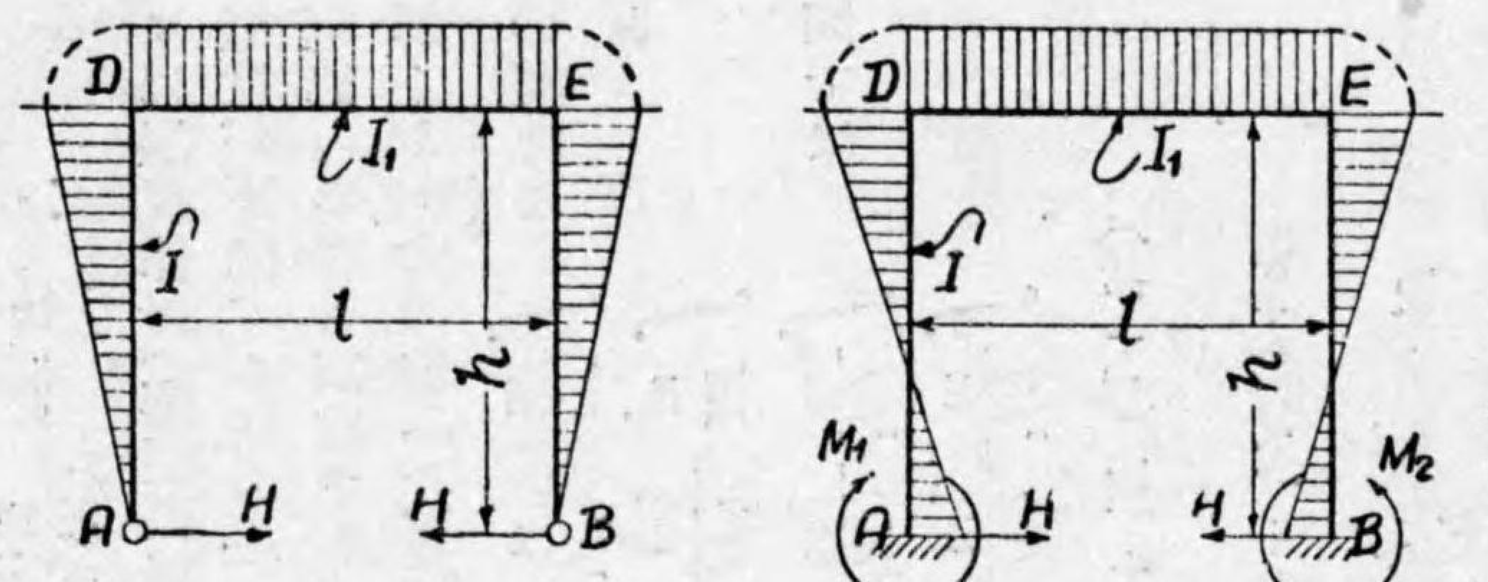
例へば單一集中荷重の場合には前記の $\int m'\,dx=F,\ \int m'\,xdx=G_D$ の値から $a=zl$ として

$$M_1=-\frac{Qa\,(l-a)}{2l}\,\frac{5k-1+2z\,(k+2)}{(k+2)\,(6k+1)},\quad H=\frac{3Qa\,(l-a)}{2hl\,(k+2)}$$

$$V=\frac{Q\,(l-a)}{l}\,\frac{z-2z^2}{6k+1},\quad\therefore\ V_A=\frac{Q\,(l-a)}{l}\,\frac{6k+1+z-2z^2}{6k+1}$$

全長に亘る等布荷重の場合には同樣にして

第二四九圖



$$M_1=-\frac{1}{12}\,\frac{ql^2}{k+2},\quad H=\frac{1}{4}\,\frac{ql^2}{h\,(k+2)},\ V=0,\quad\therefore\quad V_A=V_1=\frac{ql}{2}$$

此等の値は第三章に示す通りである。傾斜角撓度解法を用ひても同樣にして之を解く事を得るのである。

(6) **溫度應力**　溫度の昇降のために部材に應力を生ずる事は既に第十四編第二章、拱の場合に就て之を說明したが框構の場合にあつても同樣に此の溫度應力と言ふものを考へなければならない。

今第二四九圖に示した樣な二鉸式矩形框を取つて見ると、溫度の昇降のために各部材に伸縮があつても、AD及びBEのそれは框構に應力を生じない唯DEの伸縮はA及びBに水平反力Hを生じ（鉛直反力は零）此のために框構は應力を生ずる事になるのである。而して此の場合にはカステイリアノの第一定理を用ひ(476)式の第三式に於てΔxを溫度伸縮と取ると、前節の(イ)の場合と同樣にして次の如き結果となる。

AD BE の間では　$\int\frac{m}{EI}\,\frac{\partial m}{\partial H}\,dx=\frac{h^3}{3}\,\frac{H}{EI}$

DE の間では　$\int\frac{m}{EI_1}\,\frac{\partial m}{\partial H}\,dx=h^2l\,\frac{H}{EI_1}$

$$\frac{2}{3}\,\frac{h^3H}{EI}+\frac{h^2lH}{EI_1}=\pm\Delta x=\pm\alpha tl$$

$$\therefore\quad H=\frac{\pm 3\varDelta xEI_1}{(2k+3)h^2l}=\pm\frac{3\alpha tlEI_1}{(2k+3)h^2l}=\pm\frac{3\alpha tEI_1}{(2k+3)h^2}$$

茲にαは温度係數(膨脹係數)tは温度である。温度が上昇する時の$\varDelta x$は正であつてHは各ABより内側に向ひ、温度が下降する時の$\varDelta x$は負であつてHは外側に向ふが故に、Hの符號は前者を正、後者を負とする。

無鉸式框構の場合も同樣であつて此の時は水平反力(鉛直反力は零)と反偶力率とを生じ、第二四九圖を用ひて之を解くと(476)式の第一式及び第三式を用ひ前節の(ロ)の場合と同樣にして次の結果を得る。

AD BE の間では

$$\int\frac{m}{EI}\frac{\partial m}{\partial M_1}dx=\frac{1}{EI}\left(hM_1+\frac{1}{2}h^2H\right)$$

$$\int\frac{m}{EI}\frac{\partial m}{\partial H}dx=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}h^2M_1+\frac{1}{3}h^3H\right)$$

DEの間では

$$\int\frac{m}{EI_1}\frac{\partial m}{\partial M_1}dx=\frac{1}{EI_1}(lM_1+hlH)$$

$$\int\frac{m}{EI_1}\frac{\partial m}{\partial H}dx=\frac{1}{EI_1}(hlM_1+h^2lH)$$

$$(2k+1)M_1+(k+1)hH=\frac{\varDelta\varphi EI_1}{l}=0$$

$$(k+1)M_1+\frac{1}{3}(2k+3)hH=\frac{\varDelta xEI_1}{hl}=\frac{\alpha tEI_1}{h}$$

$$M_1=\frac{\mp 3(k+1)\alpha tEI_1}{k(k+2)h}$$

$$H=\frac{\pm 3(2k+1)\alpha tEI_1}{k(k+2)h^2}$$

故に框構の外側に張力を生せしめる彎曲率を正、壓力を生せしめるものを負とすれば、温度が上昇する時のM_1は負、下降する時のM_1は正となるのである。

次章以下此等の解法を框構の特殊の場合に適用して、その結果を列記して見よう。

第二章　二鉸式單框構

(1) **總論**　第二五〇圖乃至第二六四圖に示した樣な單框構(simple frame)が支柱端に鉸を有する時は問題が最も簡單であつて、鉸の點に於ては彎曲率が存在しないから$M_1=M_2=0$であり且つ鉛直反力は鉸の點に力率を取つて容易に之を求める事が出來る。例へば第二五〇圖(甲)(乙)(丙)(丁)の場合に於て鉛直反力は夫々

$$V_1=\frac{Q(l-a)}{l},\quad V_2=\frac{Qa}{l}$$

$$V_1=V_2=\frac{ql}{2}$$

$$V_1=-V_2=\frac{wh^2}{2l}$$

$$V_1=-V_2=\frac{wf(2h+f)}{2l}$$

從つて不靜定力は水平反力Hだけであつて、此の故に此の場合を單一不定(singly indeterminate)と呼ぶ。從つてHを求めるためにはカスティリアノの(475)式の第一式のみを用ふれば足る。以下種々の特殊の場合に就てHを求めた結果式を示さう。彎曲率の符號は部材の外側に張力を生せしめるものを正、内側に張力を生せしめるものを負とする。

(2) 二鉸式圓弧框

$A=r^2(\varphi-\sin\varphi\cos\varphi)$ ＝弓形 DCE の面積

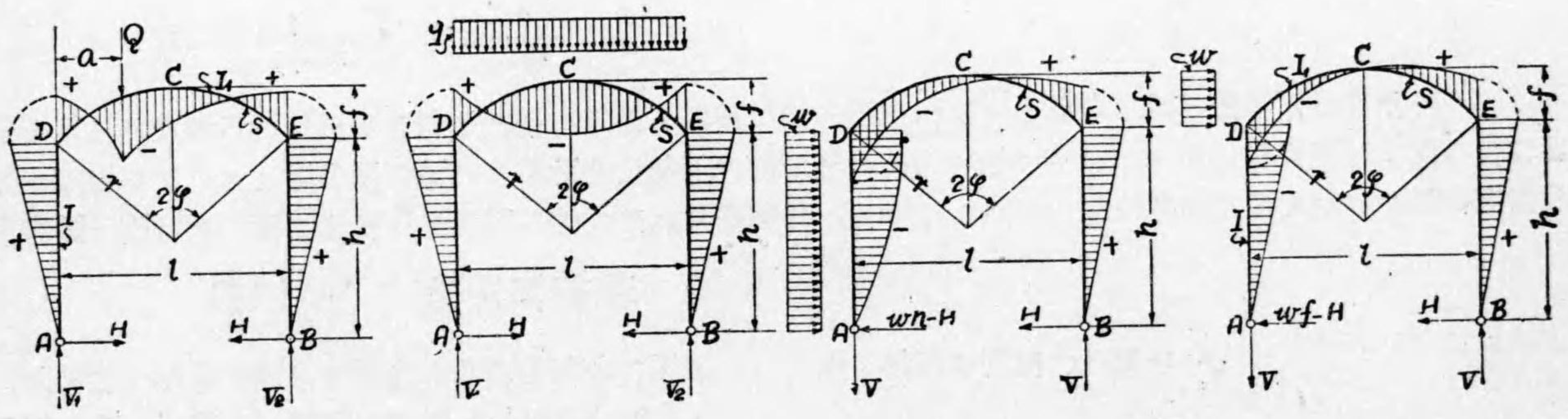
$G=\frac{2}{3}r^3\sin^3\varphi-Ar\cos\varphi$ ＝DE に關する同上面率

$s=2r\varphi$ ＝圓弧長 DCE

$r=(l^2+4f^2)/8f$ ＝圓弧の半徑

(イ) 鉛直集中荷重　（第二五〇圖(イ)の場合）

第二五〇圖



（イ）　（ロ）　（ハ）　（ニ）

一般の荷重に對する結果は餘りに複雜であるから $a=\frac{1}{4}l$ なる特殊の場合だけを取扱ふ。

$$\left.\begin{aligned}H&=\frac{Q}{4}\,\frac{12rshl-24fr^2(2h+f)-l(24G+l^3)}{B_1}\\B_1&=3rs(4h^2-l^2)+36Ar^2+2h(24G+l^3)+8kh^2lr\\k&=I_1h/Il\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(483)$$

(ロ) 鉛直等布荷重（第二五〇圖(ロ)の場合）

$$H=\frac{q}{8}\,\frac{12hr(sl^2-4Ar)+l^2(24G+l^3)-48Gr^2}{B_1}\cdots\cdots(484)$$

(ハ) 水平等布荷重（第二五〇圖(ハ)の場合）

$$H=\frac{wh^2}{4}\,\frac{12rsh+24G+l^3+10khlr}{B_1}\cdots\cdots(485)$$

(ニ) 水平等布荷重（第二五〇圖(ニ)の場合）

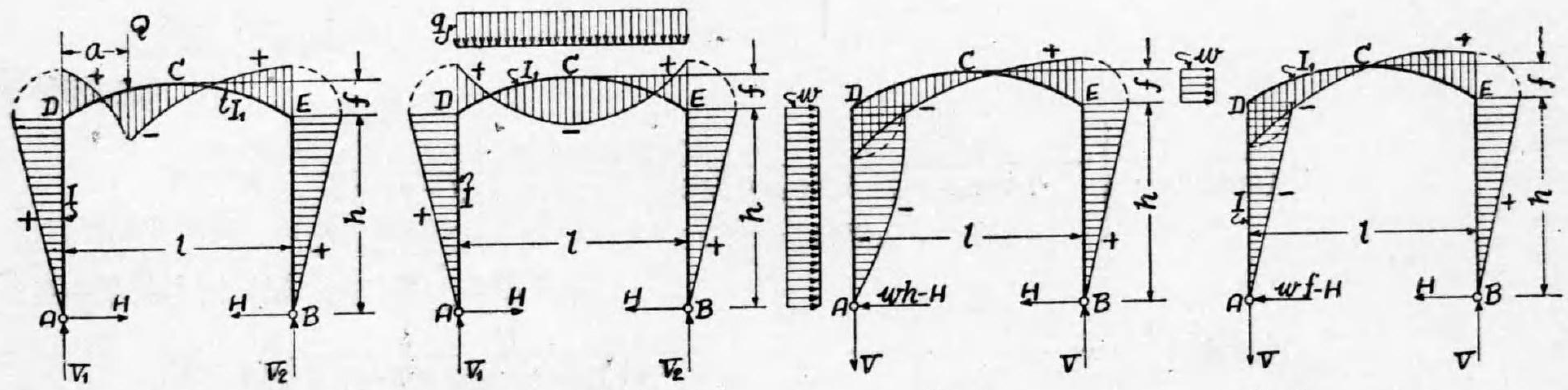
$$H=\frac{w}{8}\,\frac{12rs[2fh(2h-f)+l^2(h-2f)]+144Ar^2(f-2h)+2(6h-f)(24G+l^3)-24G(10r^2+l^2)-l^5+32kfh^2lr}{B_1}\cdots\cdots(486)$$

(ホ) 溫度應力

$$\left.\begin{aligned}H&=\pm\frac{12\alpha trlEI_1}{B_1}\\\alpha&=\text{膨脹係數},\quad t=\text{溫度}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(486_1)$$

(3) 二鉸式抛物線框

第二五一圖



(イ) (ロ) (ハ) (ニ)

D點を原點とした抛物線の方程式は $y=\frac{4f}{l^2}x(l-x)$

此の時は $ds=dx\sqrt{1+(dy/dx)^2}\doteqdot dx$ と假定し得る扁平なる抛物線のみを取扱ふ。而して斯の如き扁平抛物線に對しては圓弧も抛物線も同一と見做し得るのである。

(イ) 鉛直集中荷重（第二五一圖(イ)の場合）

$$\left.\begin{aligned} H&=\frac{5Qa(l-a)}{2l^3}\frac{3hl^2+2f[l^2+a(l-a)]}{B_2}\\ B_2&=5h^2(2k+3)+4f(5h+2f)\\ k&=I_1h/Il \end{aligned}\right\}\qquad(487)$$

$a=\frac{1}{2}l$ なる特殊の場合には

$$H=\frac{5Ql}{16}\frac{6h+5f}{B_2}\qquad(488)$$

(ロ) 鉛直等布荷重（第二五一圖(ロ)の場合）

$$H=\frac{ql^2}{4}\frac{5h+4f}{B_2}\qquad(489)$$

(ハ) 水平等布荷重（第二五一圖(ハ)の場合）

$$H=\frac{5wh^2}{8}\frac{h(5k+6)+4f}{B_2}\qquad(490)$$

(ニ) 水平等布荷重（第二五一圖(ニ)の場合）

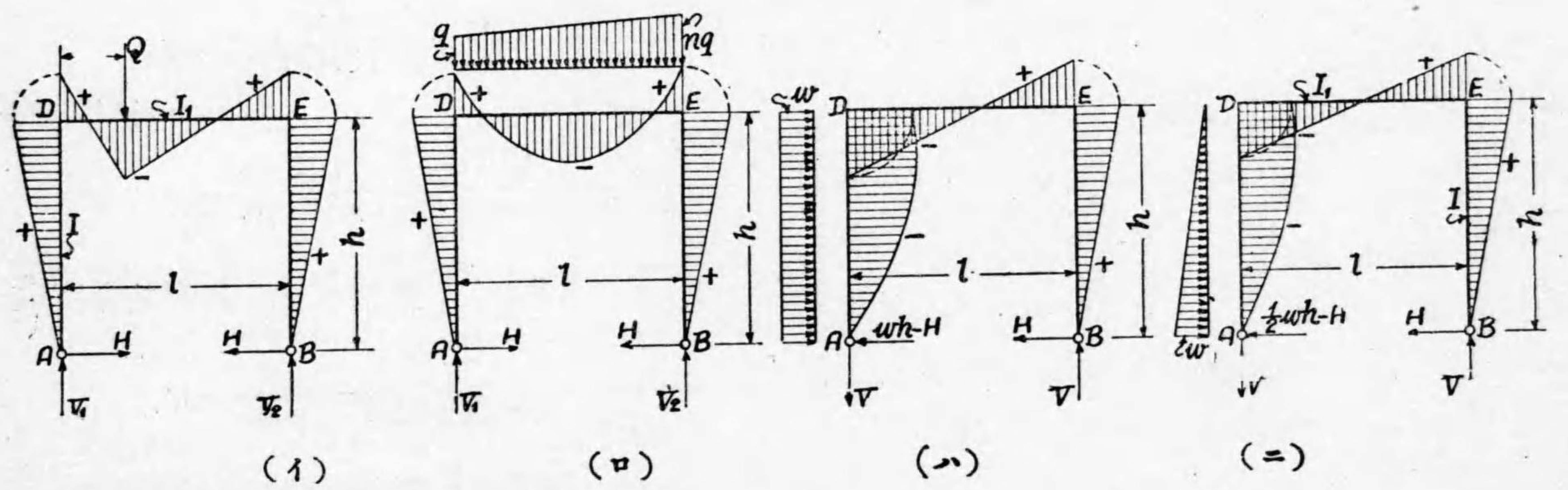
$$H=\frac{wf}{14}\frac{35h^2(2k+3)+16f(7h+2f)}{B_2}\qquad(491)$$

(ホ) 溫度應力

$$H=\pm\frac{15\alpha tEI_1}{B_2}\qquad(491_1)$$

(4) 二鉸式矩形框

第二五二圖



(イ)鉛直集中荷重（第二五二圖(イ)の場合）

$$H=\frac{3Qa(l-a)}{2\ B_3},\quad B_3=hl(2k+3),\quad k=I_1h/Il \quad\cdots\cdots(492)$$

$a=\frac{1}{2}\ l$ なる特殊の場合には

$$H=\frac{3Ql^2}{8\ B_3} \quad\cdots\cdots(493)$$

(ロ)鉛直等變荷重（第二五二圖(ロ)の場合）

$$H=\frac{ql^3}{8\ B_3}(n+1) \quad\cdots\cdots(494)$$

$n=0$　即ち三角形荷重の場合

$$H=\frac{ql^3}{8B_3} \quad\cdots\cdots(495)$$

$n=1$　即ち等布荷重の場合

$$H=\frac{ql^3}{4B_3} \quad\cdots\cdots(496)$$

(ハ)水平等布荷重（第二五二圖(ハ)の場合）

$$H=\frac{wh^2l}{8}\ \frac{5k+6}{B_3}\doteqdot\frac{1}{4}wh \quad\cdots\cdots(497)$$

(ニ)水平等變荷重（第二五二圖(ニ)の場合）

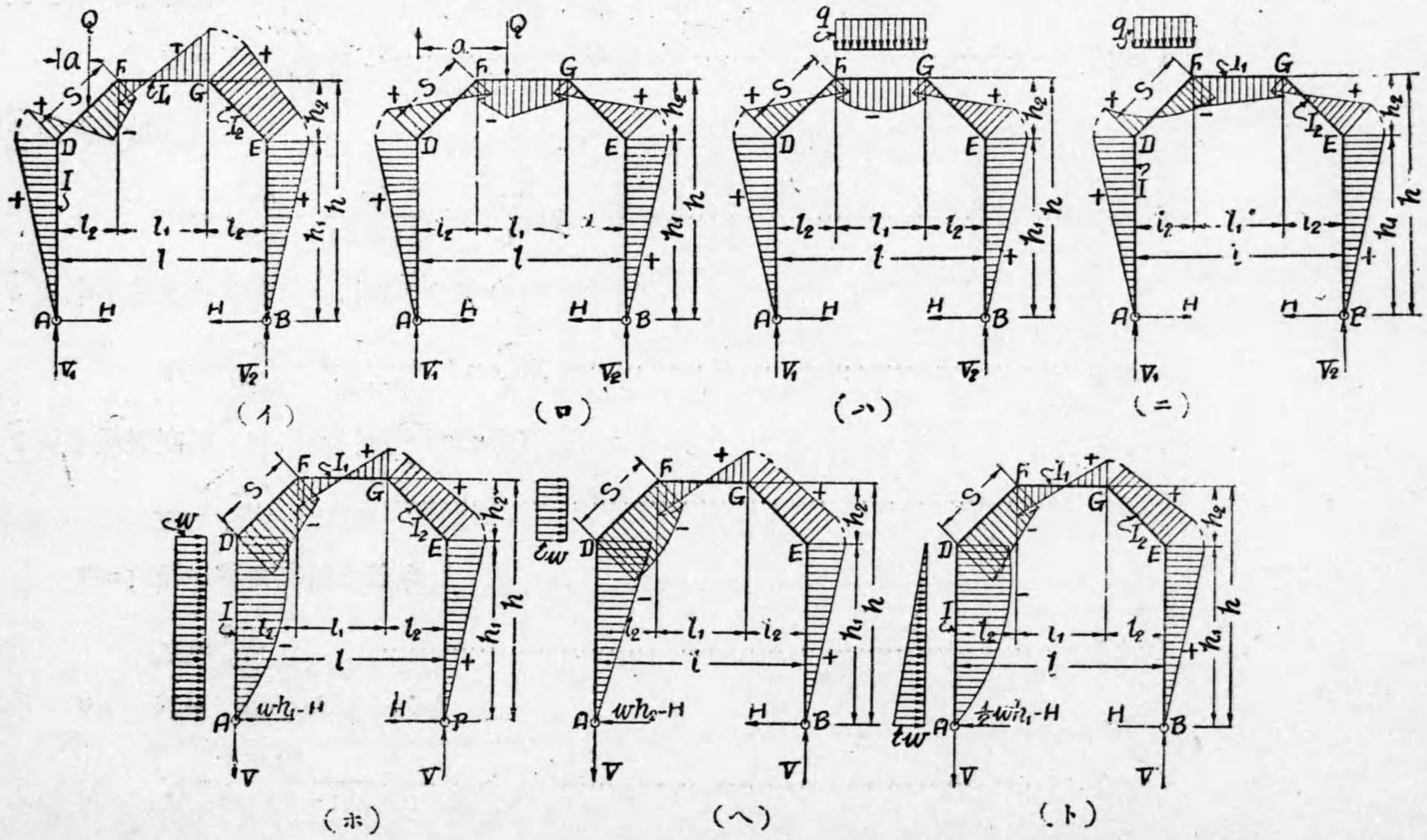
$$H=\frac{wh^2l}{40}\ \frac{9k+10}{B_3}\doteqdot\frac{1}{12}wh \quad\cdots\cdots(498)$$

(ホ)溫度應力

$$H=\pm\frac{3\alpha tlEI_1}{hB_3} \quad\cdots\cdots(498_1)$$

(5)二鉸式多角框

第二五三圖



(イ)鉛直集中荷重（第二五三圖(イ)の場合）

$$\left.\begin{aligned} H&=\frac{Qa}{2l_2^2}\ \frac{3l_2^2\left[(1+k_2)h+h_1\right]-a\left[3h_1l_2+ah_2\right]}{B_4} \\ B_4&=2(1+k_1)h_1^2+2hh_1+h^2(2+3k_2) \\ k_1&=I_2h_1/Is,\quad k_2=I_2l_1/I_1s \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(499)$$

$a=l_2$ なる特殊の場合には

$$H=\frac{Ql_2}{2}\ \frac{h(2+3k_2)+h_1}{B_4} \qquad \cdots\cdots(500)$$

(ロ)鉛直集中荷重（第二五三圖(ロ)の場合）

$$H=\frac{Q}{2l_1}\ \frac{l_1l_2(2h+h_1)+3hk_2\left[a(l-a)-l_2^2\right]}{B_4} \qquad \cdots\cdots(501)$$

$a=\frac{1}{2}l$ なる特殊の場合には

$$H=\frac{Q}{8}\ \frac{4l_2(2h+h_1)+3hk_2(4l_2+l_1)}{B_4} \qquad \cdots\cdots(502)$$

$a=l_2,\ a=l_1+l_2$ 即ちＦＧ二點に各Qなる集中荷重が加はる時のHは(500)式の二倍になる。

$$H=Ql_2\ \frac{h(2+3k_2)+h_1}{B_4} \qquad \cdots\cdots(503)$$

(ハ)鉛直等布荷重（第二五三圖(ハ)の場合）

$$H=\frac{ql_1}{4}\ \frac{2l_2(h_1+2h)+hk_2(l+4l_2)}{B_4}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(504)$$

(ニ)鉛直等布荷重（第二五三圖(ニ)の場合）

$$H=\frac{ql_2^2}{8}\ \frac{6hk_2+5h+3h_1}{B_4}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(505)$$

荷重が對稱的であつてDFとEGの間に存する時のHは(505)式の二倍であつて

$$H=\frac{ql_2^2}{4}\ \frac{6hk_2+5h+3h_1}{B_4}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(506)$$

荷重がlの全長に亘る時はHは(504)(506)兩式の和である。

(ホ)水平等布荷重（第二五三圖(ホ)の場合）

$$H=\frac{wh_1^2}{8}\ \frac{6h(1+k_2)+h_1(5k_1+6)}{B_4}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(507)$$

(ヘ)水平等布荷重（第二五三圖(ヘ)の場合）

$$H=\frac{wh_2}{8}\ \frac{h_1^2(8k_1+9)+h[2h_1(5+3k_2)+h(5+6k_2)]}{B_4}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(508)$$

(ト)水平等變荷重（第二五三圖(ト)の場合）

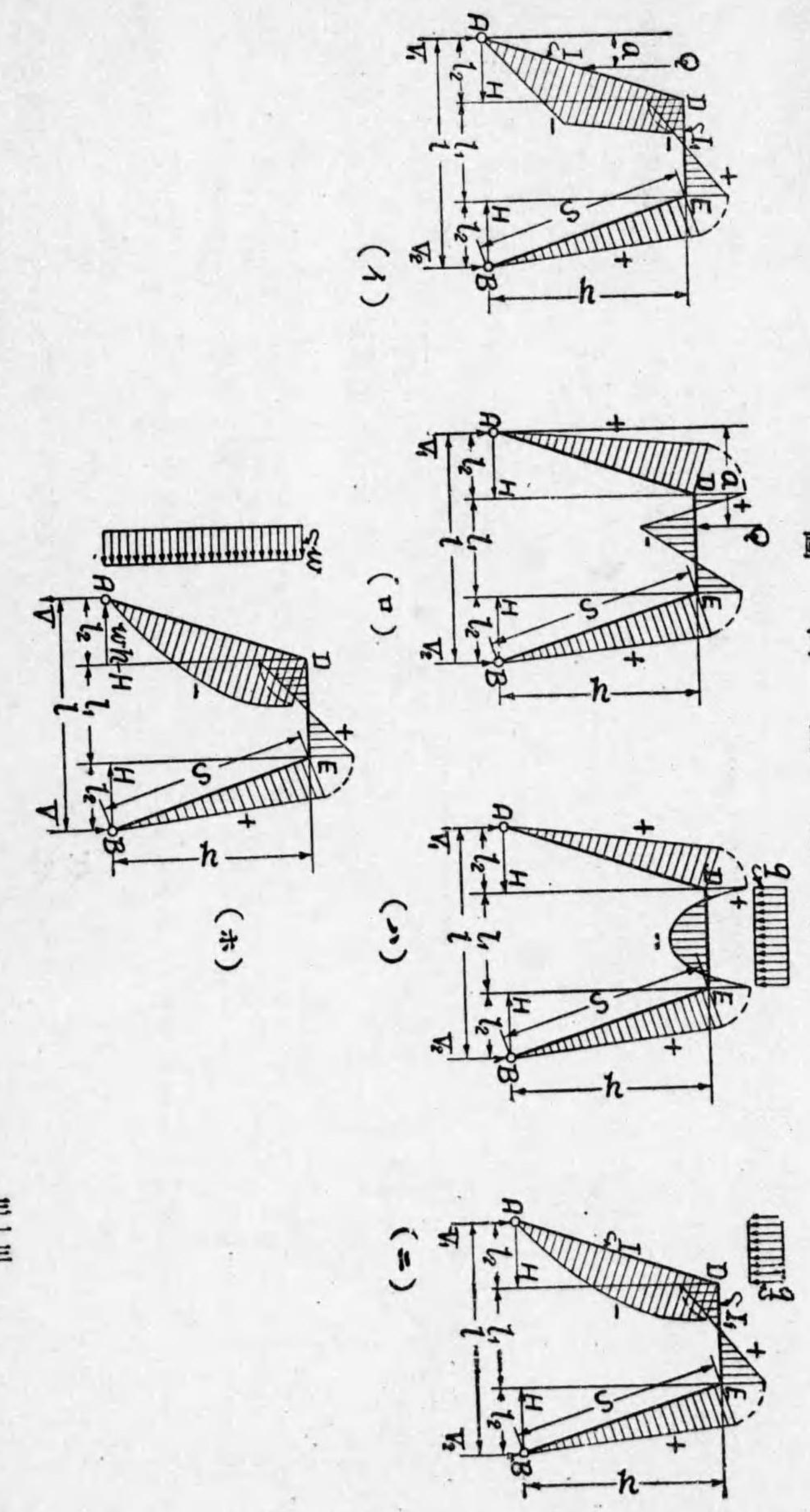
$$H=\frac{wh_1^2}{40}\ \frac{10h(k_2+1)+h_1(9k_1+10)}{B_4}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(509)$$

(チ)溫度應力

$$H=\pm\frac{3\alpha tlEI_2}{8B_4}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(509_1)$$

(6)二鉸式梯形框

第二五四圖



(イ) 鉛直集中荷重（第二五四圖(イ)の場合）

$$H=\frac{Qa}{2h}\ \frac{3+k(3-z^2)}{B_5}$$

$$B_5=2k+3,\quad k=I_1 s/Il_1,\quad z=a/l_2 \qquad \cdots\cdots(511)$$

$a=l_2$,　$z=1$　なる特殊の場合には

$$H=\frac{Ql_2}{2h} \qquad \cdots\cdots(511)$$

(ロ) 鉛直集中荷重（第二五四圖(ロ)の場合）

$$H=\frac{Q}{2l_1 h}\ \frac{3\left[a(l-a)-l_2^2\right]+2kl_1 l_2}{B_5} \qquad \cdots\cdots(512)$$

$a=\frac{l}{2}$　なる特殊の場合には

$$H=\frac{Q}{8h}\ \frac{3(4l+l_1)+8kl_2}{B_5} \qquad \cdots\cdots(513)$$

(ハ) 鉛直等布荷重（第二五四圖(ハ)の場合）

$$H=\frac{ql_1}{4h}\ \frac{l_1+2l_2(2k+3)}{B_5} \qquad \cdots\cdots(514)$$

(ニ) 鉛直等布荷重（第二五四圖(ニ)の場合）

$$H=\frac{ql_2^{\,2}}{8h}\ \frac{5k+6}{B_5} \qquad \cdots\cdots(515)$$

荷重が對稱的であつてADとBEの間に存する時は

$$H=\frac{ql_2^{\,2}}{4h}\ \frac{5k+6}{B_5} \qquad \cdots\cdots(516)$$

荷重がlの全長に亘る時はHは(514)(516)式の和である。

(ホ) 水平等布荷重（第二五四圖(ホ)の場合）

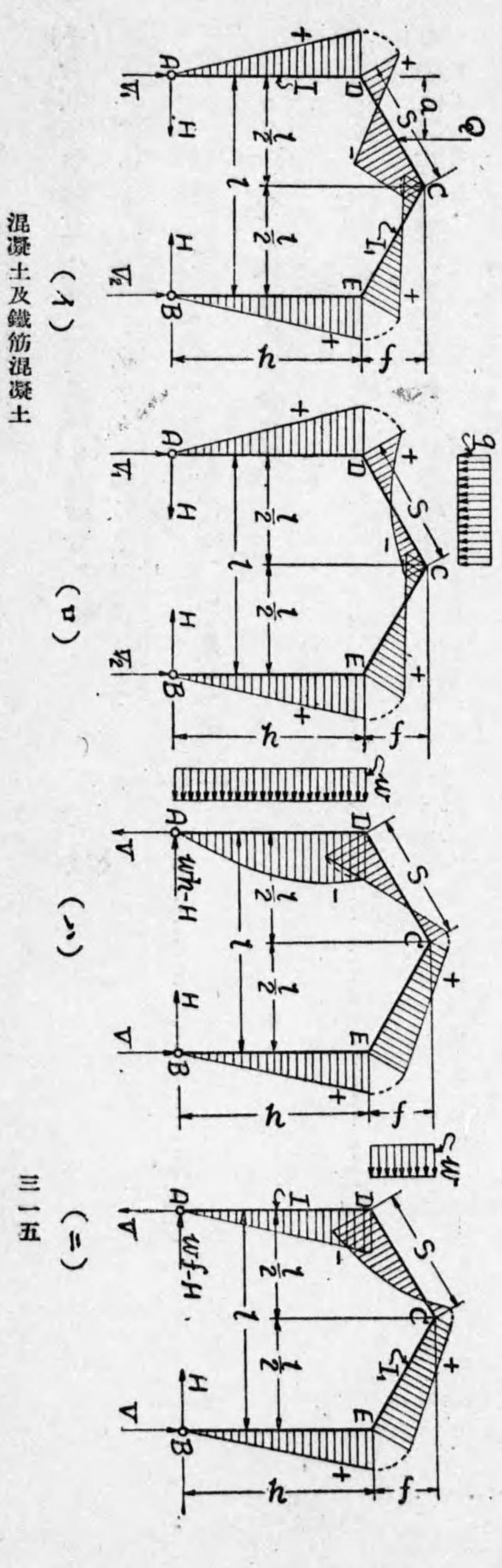
$$H=\frac{wh}{8}\ \frac{5k+6}{B_5} \qquad \cdots\cdots(517)$$

(ヘ) 溫度應力

$$H=\pm\frac{3\alpha tl\,EI_1}{h^2 l_1 B_5} \qquad \cdots\cdots(517_1)$$

(7) 二鉸式三角框

第二五五圖



(イ)鉛直集中荷重（第二五五圖(イ)の場合）

$$\left.\begin{array}{l} H=\dfrac{Qa}{4l^2}\,\dfrac{6h(l-a)l+f(3l^2-4a^2)}{B_6} \\ B_6=h^2(k+3)+f(3h+f),\quad k=I_1h/I_S \end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(518)$$

$a=\dfrac{l}{2}$ なる特殊の場合には

$$H=\frac{Ql}{8}\,\frac{3h+2f}{B_6}\quad\cdots\cdots(519)$$

(ロ)鉛直等布荷重（第二五五圖(ロ)の場合）

$$H=\frac{q\,l^2}{64}\,\frac{8h+5f}{B_6}\quad\cdots\cdots(520)$$

荷重が半徑間CEの間にのみ存する時のHは同じく(520)式で與へられ、荷重がDEの全徑間に亘る時のHは(520)式の二倍になる。

(ハ)水平等布荷重（第二五五圖(ハ)の場合）

$$H=\frac{wh^2}{16}\,\frac{5kh+6(2h+f)}{B_6}\quad\cdots\cdots(521)$$

(ニ)水平等布荷重（第二五五圖(ニ)の場合）

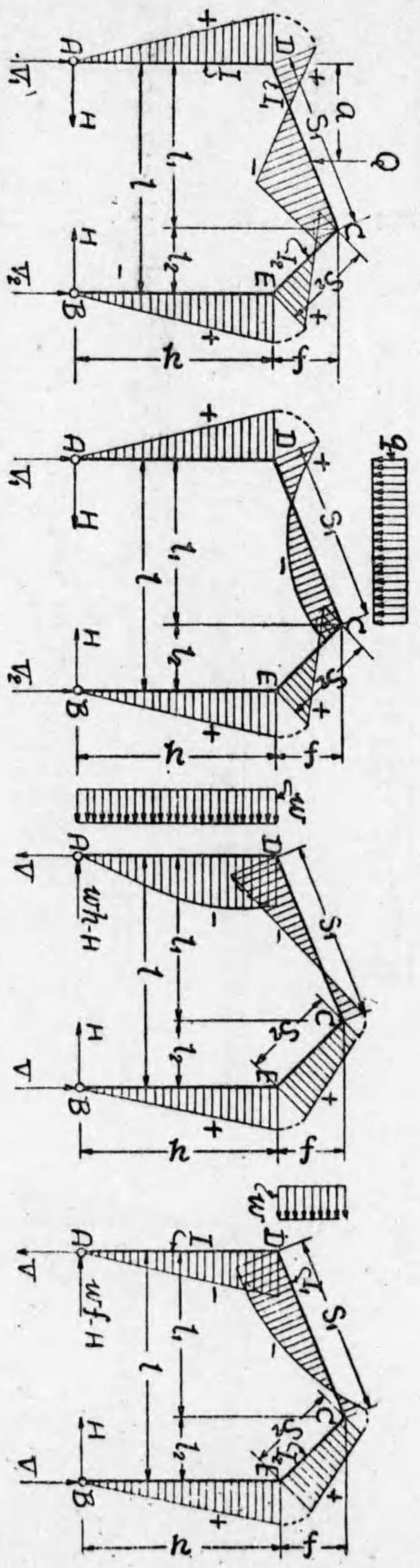
$$H=\frac{wf}{16}\,\frac{8h^2(k+3)+5f(4h+f)}{B_6}\quad\cdots\cdots(522)$$

(ホ)温度應力

$$H=\pm\frac{3\alpha t l EI_1}{2sB_6}\quad\cdots\cdots(522_1)$$

(8) **二鉸式鋸齒框**

第二五六圖



（イ）　（ロ）　（ハ）　（ニ）

之は前節の三角框の異形である。

(イ)鉛直集中荷重（第二五六圖(イ)の場合）

$a=l_1$ なる特殊の場合の公式を與へる。

$$\left.\begin{aligned}H&=\frac{Ql_1l_2}{2l}\frac{(1+k_2)(3h+2f)}{B_7}\\B_7&=2k_1h^2+(1+k_2)(3h^2+3hf+f^2)\\k_1&=I_1h/Is_1,\quad k_2=I_1s_2/I_2s_1\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(523)$$

(ロ)鉛直等布荷重（第二五六圖(ロ)の場合）

$$H=\frac{q}{8l}\frac{2(3h+2f)l_1^2(l+l_2+k_2l_2)-l_1^2l(4h+3f)}{B_7}\cdots\cdots(524)$$

荷重が反對に CE の徑間の部分にのみ存する時は

$$H=\frac{q}{8l}\frac{2(3h+2f)l_2^2(k_2l+k_2l_1+l_1)-k_2l_2^2l(4h+3f)}{B_7}\cdots\cdots(524_1)$$

荷重が DE の全徑間に亘る時は前兩式を加へて

$$H=\frac{q}{8}\frac{2(3h+2f)(l_1+k_2l_2)l-(4h+3f)(l_1^2+k_2l_2^2)}{B_7}\cdots\cdots(524_2)$$

(ハ)水平等布荷重（第二五六圖(ハ)の場合）

$$H=\frac{wh^2}{8l}\frac{5k_1hl+6(2h+f)l-2(3h+2f)(l_1-k_2l_2)}{B_7}\cdots\cdots(525)$$

(ニ)水平等布荷重（第二五六圖(ニ)の場合）

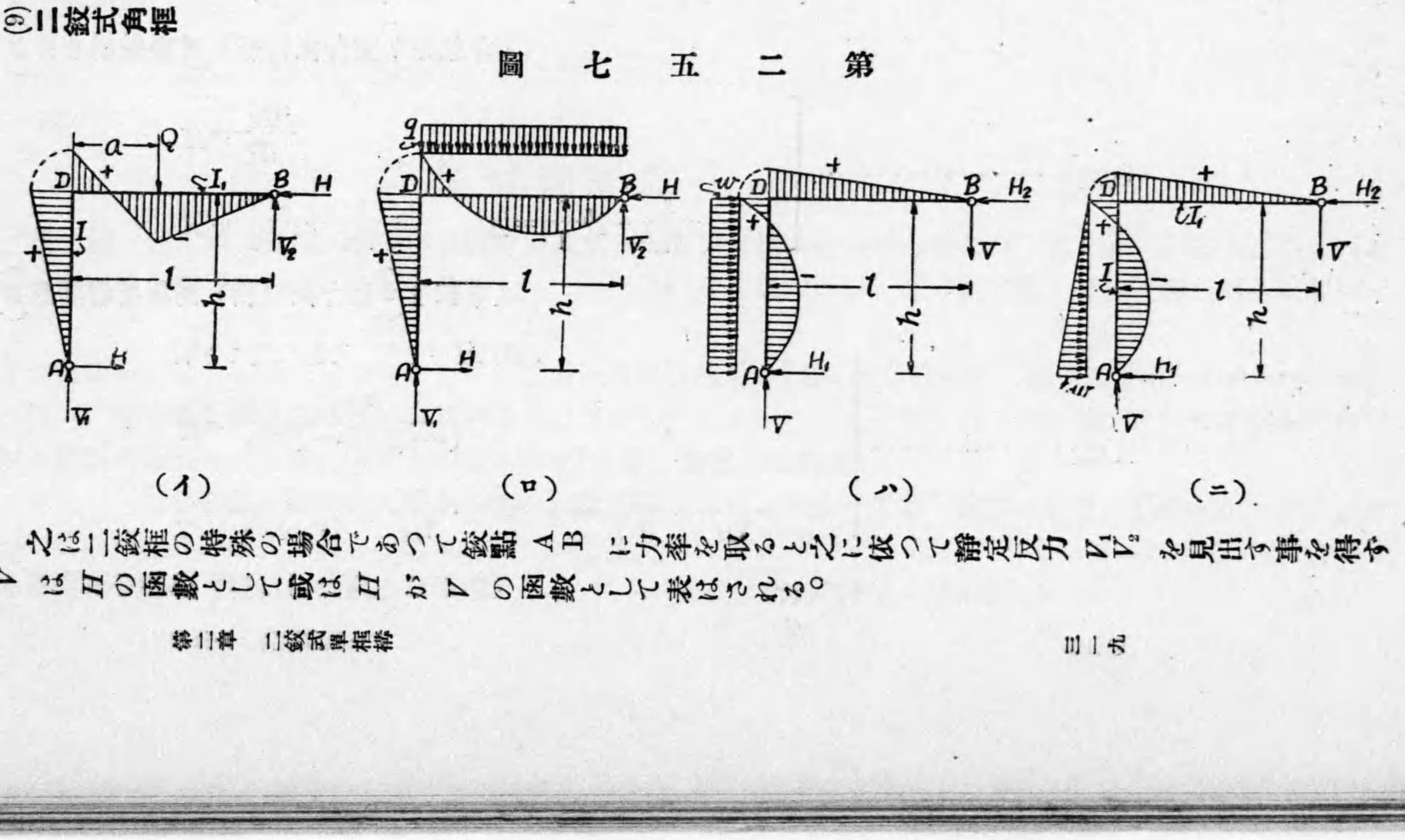
$$H=\frac{wf}{8l}\frac{8(k_1+3)h^2l+5f(4h+f)l-2(2h+f)(3h+2f)(l_1-k_2l_2)}{B_7}\cdots(526)$$

(ホ)溫度應力

$$H=\pm\frac{3\alpha tlEI_1}{s_1B_7}\cdots\cdots(526_1)$$

(9)二鉸式角框

第二五七圖



之は二鉸框の特殊の場合であつて鉸點 A B に力率を取ると之に依つて靜定反力 V_1 V_2 を見出す事を得 V は H の函數として或は H が V の函數として表はされる。

(イ)鉛直集中荷重（第二五七圖(イ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}V_1&=\frac{Q(l-a)}{l}+\frac{Hh}{l},\qquad V_2=\frac{Qa}{l}-\frac{Hh}{l}\\ H&=\frac{Qa(l-a)(2l-a)}{2B_8}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(527)$$

$B_8=hl^2(1+k),\qquad k=I_1h/Il$

(ロ)鉛直等布荷重（第二五七圖(ロ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}V_1&=\frac{1}{2}ql+\frac{Hh}{l},\qquad V_2=\frac{1}{2}ql-\frac{Hh}{l}\\ H&=\frac{ql^4}{8B_8}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(528)$$

(ハ)水平等布荷重（第二五七圖(ハ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}H_1&=\frac{1}{2}wh-\frac{Vl}{h},\qquad H_2=\frac{1}{2}wh+\frac{Vl}{h}\\ V&=\frac{wkh^3l}{8B_8}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(529)$$

(ニ)水平等變荷重（第二五七圖(ニ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}H_1&=\frac{1}{3}wh-\frac{Vl}{h},\qquad H_2=\frac{1}{6}wh+\frac{Vl}{h}\\ V&=\frac{7wkh^3l}{120B_8}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(530)$$

(ホ)温度應力

$$H=\frac{\pm 3at(h^2+l^2)EI_1}{hB_8},\qquad V=\frac{Hh}{l}\cdots\cdots(530_1)$$

第三章　無鉸式單框構

(1)**總　論**　第二五八圖以下に示した様な單框構が支柱端に鉸を有しない場合は、鉸の點に力率を取つて之を零と置く事を得ないから、不靜定力は $V_A V_B H_1 H_2 M_1 M_2$ の六個になる。但し既に第一章第(5)節に述べた如く

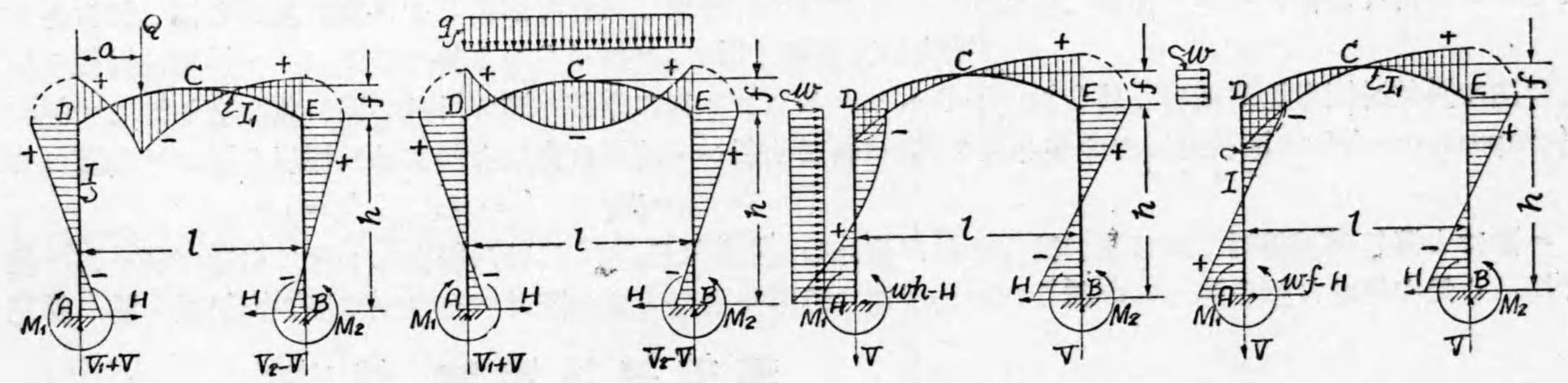
$$\Sigma V=0,\qquad \Sigma H=0,\qquad \Sigma m=0$$

なる關係から此の不靜定力は之を三個に限定する事が出來る。故に此の場合を三重不定(triply indeterminate)と稱し、最小働原理に依つて之を解く場合にはカスティリアノの(475)式の第一乃至第三の三方程式を用ひ、之を聯立方程式として解法を求めるのである。（第一章第(5)節參照）

次に二、三の實例に就てその結果を示す。彎曲率の符號は前節と同樣、部材の外側に張力を生ずるものを正、同じく壓力を生ずるものを負とする。又脚端反力に於て V_1+V, V_2-V の如く記したものゝ内 V_1V_2 は靜定反力、即ち DE 單桁なる場合の反力を示し、その値は茲に列記する事を省く。

(2) 無鉸式拋物線框

第二五八圖



(イ)　　(ロ)　　(ハ)　　(ニ)

(イ) 鉛直集中荷重（第二五八圖(イ)の場合）

$$\left.\begin{aligned} H&=\frac{15Qa(l-a)}{2l}\,\frac{k(3h+4f)+2(2k+1)fz(1-z)}{C_1}\\ V&=\frac{Q(l-a)}{l}\,\frac{z(1-2z)}{K_1}\\ M_1&=-\frac{3(k+1)h+2f}{3(2k+1)}H+\frac{Qa(l-a)}{2(2k+1)l}+\frac{l}{2}V\\ M_2&=-M_1-Vl\\ C_1&=15k(k+2)h^2+60kfh+4(12k+1)f^2\\ K_1&=6k+1,\qquad k=I_1h/Il,\qquad a=zl \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(531)$$

$a=\frac{l}{2}$,　$z=\frac{1}{2}$ なる特殊の場合には

$$\left.\begin{aligned} H&=\frac{15Ql}{16}\,\frac{6kh+(10k+1)f}{C_1},\qquad V=0\\ M_1&=M_2=-\frac{3(k+1)h+2f}{3(2k+1)}H+\frac{Ql}{8(2k+1)} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(532)$$

(ロ) 鉛直等布荷重（第二五八圖(ロ)の場合）

$$\left.\begin{aligned} H&=\frac{ql^2}{4}\,\frac{15kh+2(12k+1)f}{C_1},\qquad V=0\\ M_1&=M_2=-\frac{3(k+1)h+2f}{3(2k+1)}H+\frac{ql^2}{12(2k+1)} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(533)$$

(ハ) 水平等布荷重（第二五八圖(ハ)の場合）

$$H=\frac{5wh^2}{8}\,\frac{3k(2k+3)h+8kf}{C_1}$$

$$V=\frac{wh^2}{l}\,\frac{k}{K_1}$$

$$M_1=-\frac{3(k+1)h+2f}{3(2k+1)}H+\frac{wh^2(5k+3)}{6(2k+1)}-\frac{l}{2}V$$

$$M_2=-\frac{1}{2}wh^2+M_1+Vl \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (534)$$

(ニ)水平等布荷重（第二五八圖(ニ)の場合）

$$H=\frac{3wf}{14}\,\frac{35k(k+2)h^2+112kfh+4(16k+1)f^2}{C_1}$$

$$V=\frac{wf}{8l}\,\frac{12kh+(12k+1)f}{K_1}$$

$$M_1=-\frac{3(k+1)h+2f}{3(2k+1)}+\frac{wf[10(3k+2)h+(10k+9)f]}{20(2k+1)}-\frac{l}{2}V$$

$$M_2=-\frac{1}{2}wf(2h+f)+M_1+Vl$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (535)$$

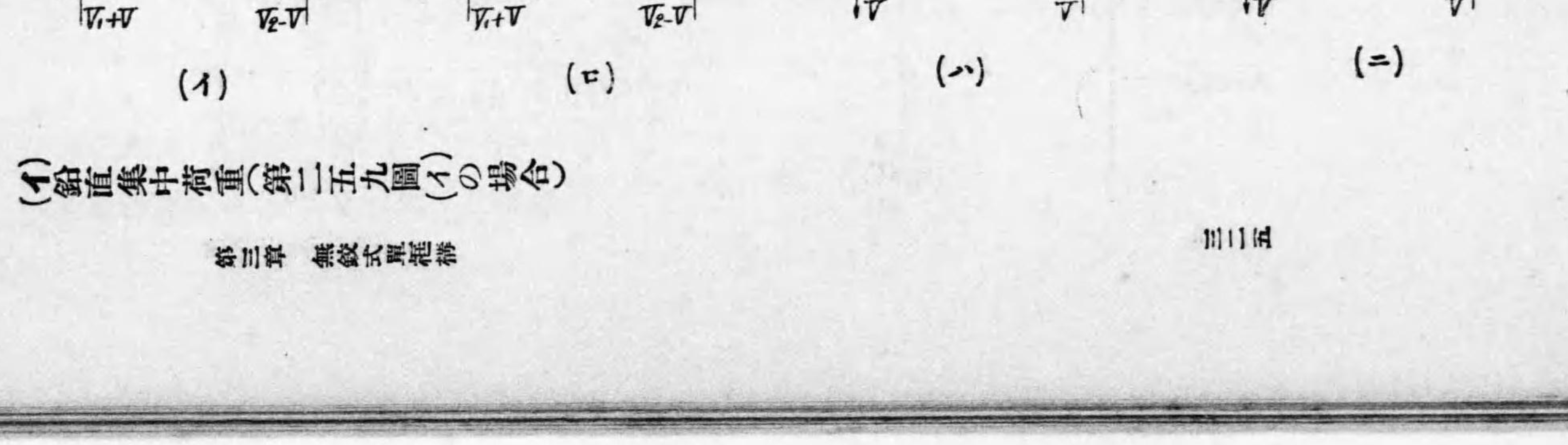
(ホ)温度應力

$$H=\frac{\pm 45(2k+1)\alpha tEI_1}{C_1}$$

$$M_1=M_2=\frac{\pm 15[3(k+1)h+2f]\alpha tEI_1}{C_1} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (535_1)$$

(3)無鉸式矩形框

第二五九圖



(イ)鉛直集中荷重（第二五九圖(イ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}&H=\frac{3Qa(l-a)}{2l}\ \frac{1}{C_2},\quad V=\frac{Q(l-a)}{l}\ \frac{z(1-2z)}{K_2}\\&M_1=-\frac{Qa(l-a)}{2l}\ \frac{5k-1+2z(k+2)}{(k+2)K_2},\qquad M_2=-M_1-Vl\\&C_2=(k+2)h,\quad K_2=6k+1,\quad k=I_1h/Il,\quad a=zl\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(536)$$

$a=\frac{l}{2}$, $z=\frac{1}{2}$ なる特殊の場合には

$$\left.\begin{aligned}&H=\frac{3Ql}{8}\ \frac{1}{C_2},\ V=0\\&M_1=M_2=-\frac{Ql}{8(k+2)}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(537)$$

(ロ)鉛直等變荷重(第二五九圖(ロ)の場合)

$$\left.\begin{aligned}&H=\frac{ql^2}{8}\ \frac{n+1}{C_2},\qquad V=-\frac{ql}{60}\ \frac{n-1}{K_2}\\&M_1=-\frac{ql^2}{120}\ \frac{29k+3+n(31k+7)}{(k+2)K_2},\\&M_2=-\frac{ql_2}{120}\ \frac{31k+7+n(29k+3)}{(k+2)K_2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(538)$$

等布荷重の場合は　$n=1$　として

$$\left.\begin{aligned}&H=\frac{ql^2}{4}\ \frac{1}{C_2},\qquad V=0\\&M_1=M_2=-\frac{ql^2}{12(k+2)}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(539)$$

三角形等變荷重の場合は　$n=0$　として

$$\left.\begin{aligned}&H=\frac{ql^2}{8}\ \frac{1}{C_2},\qquad V=\frac{ql}{60}\ \frac{1}{K_2}\\&M_1=-\frac{ql^2}{120}\ \frac{29k+3}{(k+2)K_2},\quad M_2=-\frac{ql^2}{120}\ \frac{31k+7}{(k+2)K_2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(540)$$

(ハ)水平等布荷重(第二五九圖(ハ)の場合)

$$\left.\begin{aligned}&H=\frac{wh^2}{8}\ \frac{2k+3}{C_2},\qquad V=\frac{wh^2}{l}\ \frac{k}{K_2}\\&M_1=\frac{wh^2}{24}\left[12-\frac{5k+9}{k+2}-\frac{12k}{K_2}\right]\\&M_2=-\frac{wh^2}{24}\left[\frac{5k+9}{k+2}-\frac{12k}{K_2}\right]\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(541)$$

(ニ)水平等變荷重(第二五九圖(ニ)の場合)

$$H=\frac{wh^2}{40}\,\frac{3k+4}{C_2},\qquad V=-\frac{wh^2}{4l}\,\frac{k}{K_2}$$

$$M_1=\frac{wh^2}{120}\left[20-\frac{7k+12}{k+2}-\frac{15k}{K_2}\right]$$

$$M_2=-\frac{wh^2}{120}\left[\frac{7k+12}{k+2}-\frac{15k}{K_2}\right]\qquad\cdots\cdots(542)$$

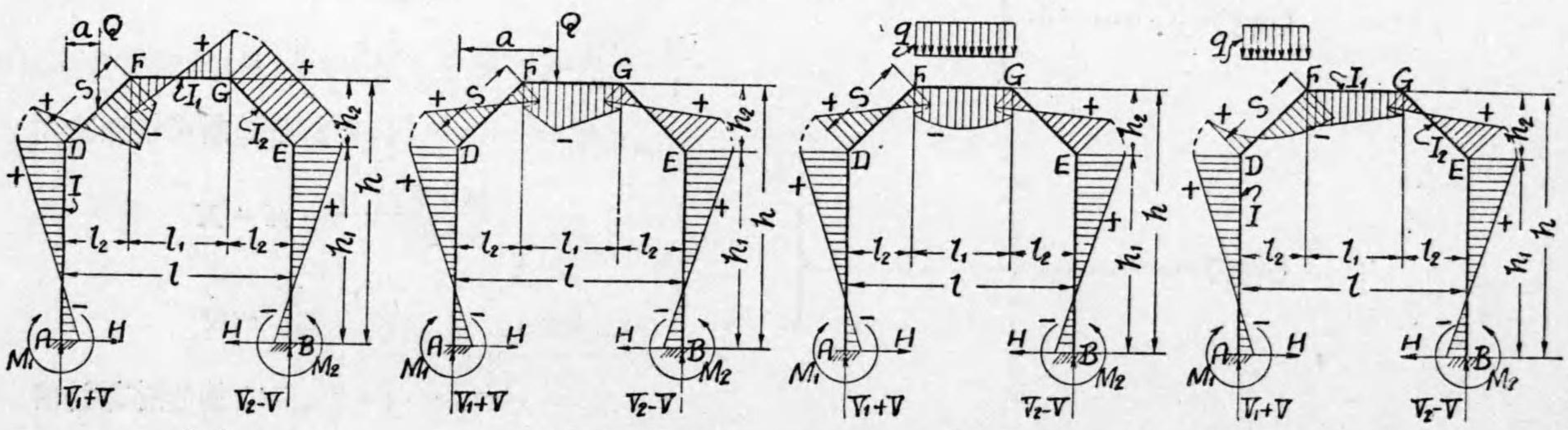
(ホ) 溫度應力

$$H=\frac{\pm 3(2k+1)\alpha tEI_1}{k(k+2)\;h^2}$$

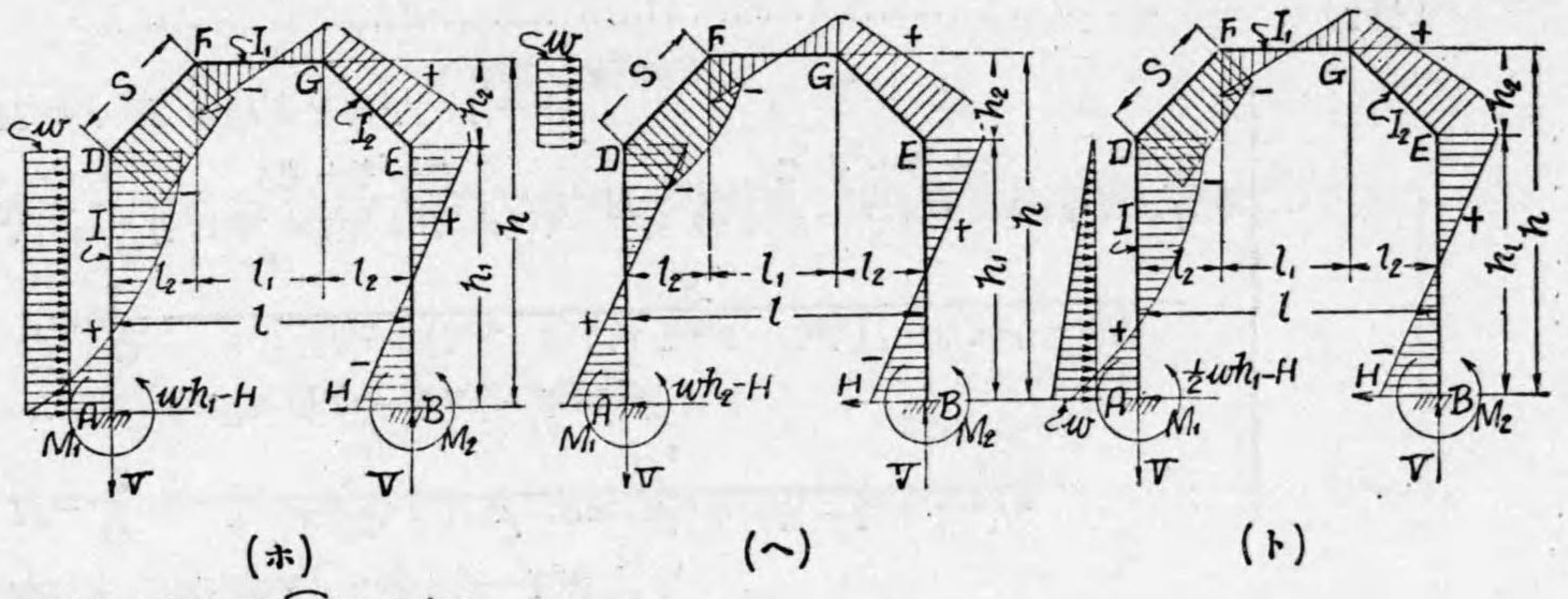
$$M_1=M_2=\frac{\pm 3(k+1)\alpha tEI_1}{k(k+2)h}\qquad\cdots\cdots(542_1)$$

(4) 無鉸式多角框

第二六〇圖



(イ)　(ロ)　(ハ)　(ニ)



(ホ)　(ヘ)　(ト)

(イ) 鉛直集中荷重(第二六〇圖(イ)の場合)

$$H=\frac{Qa}{2}\,\frac{3k_1(k_2+2-z)h_1+[3(k_2+1)(2k_1+z)-(2k_1+k_2+2)z^2]h_2}{C_3}$$

$$V=\frac{Qa}{l}\,\frac{(k_2+6-3z)\,l^2-2(2k_2+6-z^2)\,ll_2+4(k_2+2)\,l_2^2}{K_3}$$

$$M_1=-\frac{(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2}{(2k_1+k_2+2)}\,H+\frac{Qa(k_2+2-z)}{2\,(2k_1+k_2+2)}+\frac{l}{2}V\qquad\cdots\cdots(543)$$

$$M_2=-M_1-Vl$$

$$C_3=k_1(k_1+2k_2+4)h_1^2+6k_1(k_2+1)h_1h_2+(6k_1k_2+4k_1+2k_2+1)h_2^2$$

$$K_3=(6k_1+k_2+6)\,l^2-4(k_2+3)\,ll_2+4(k_2+2)\,l_2^2$$

$$k_1=I_2h_1\,/\,I_S,\quad k_2=I_2l_1\,/\,I_1S,\quad a=zl_2$$

$a=l_2$, $z=1$ なる特殊の場合には

$$\left.\begin{aligned}
H&=\frac{Ql_2}{2}\ \frac{3k_1(k_2+1)h_1+(6k_1k_2+4k_1+2k_2+1)h_2}{C_3}\\
V&=\frac{Ql_2}{l}\ \frac{(k_2+3)\,l^2-2\,(2k_2+5)\,ll_2+4(k_2+2)l_2^2}{K_3}\\
M_1&=-\frac{(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2}{2k_1+k_2+2}H+\frac{Ql_2(k_2+1)}{2(2k_1+k_2+2)}+\frac{l}{2}V\\
M_2&=-M_1-Vl
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(544)$$

(ロ)鉛直集中荷重(第二六〇圖(ロ)の場合)

$$\left.\begin{aligned}
H&=\frac{Q}{2}\ \frac{3k_1\left[k_2z\,(l-a)+(1-k_2n)\,l_2\right]h_1+\left[3k_2(2k_1+1)\,(zl-az-nl_2)+(4k_1-k_2+1)l_2\right]h_2}{C_3}\\
V&=\frac{Q}{l}\ \frac{k_2zl^3+3\left[(1-k_2n)l_2-k_2za\right]l^2+2\left[(3k_2z+2k_2n-2)\,l_2^2+k_2za^2-3al_2\right]l-8(k_2zl_2-a)l_2^2}{K_3}\\
M_1&=-\frac{(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2}{2k_1+k_2+2}H+\frac{Q\left[k_2z(l-a)+(1-k_2n)l_2\right]}{2(2k_1+k_2+2)}+\frac{l}{2}V\\
M_2&=-M_1-Vl,\quad a=zl_1,\quad l_2=nl_1
\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(545)$$

$a=\frac{l}{2}$, $z=\frac{l}{2l_1}$, $n=\frac{l_2}{l_1}$ なる特殊の場合には

$$\left.\begin{aligned}
H&=\frac{Q}{8}\ \frac{3k_1\left[k_2l+2(k_2+2)\,l_2\right]h_1+\left[3k_2(2k_1+1)l+2(6k_1k_2+8k_1+k_2+2)\,l_2\right]h_2}{C_3}\\
V&=0\\
M_1=M_2&=-\frac{(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2}{2k_1+k_2+2}H+\frac{Q}{8}\ \frac{k_2l+2(k_2+2)\,l_2}{2k_1+k_2+2}
\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(546)$$

(ハ)鉛直等布荷重(第二六〇圖(ハ)の場合)

$$\left.\begin{aligned}
H&=\frac{ql_2^2}{8}\ \frac{k_1(6k_2+8)h_1+(12k_1k_2+10k_1+3k_2+2)h_2}{C_3}\\
V&=\frac{ql_2^2}{2l}\ \frac{(k_2+4)\,l^2-(4k_2+11)\,ll_2+4(k_2+2)\,l_2^2}{K_3}\\
M_1&=-\frac{(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2}{2k_1+k_2+2}H+\frac{ql_2^2(3k_2+4)}{12(2k_1+k_2+2)}+\frac{l}{2}V
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(547)$$

$$M_2=-M_1-Vl$$

(ニ)鉛直等布荷重(第二六〇圖(ニ)の場合)

$$H=\frac{ql_1}{4}\cdot\frac{k_1[k_2l+2(2k_2+3)l_2]h_1+[k_2(2k_1+1)\,l+2\,(k_2+1)\,(4k_1+1)\,l_2]\,h_2}{C_3}$$

$$V=0$$

$$M_1=M_2=-\frac{(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2}{2k_1+k_2+2}\,H+\frac{ql_1[k_2l+2(2k_2+3)l_2]}{12(2k_1+k_2+2)}$$

……………………………………………………(548)

(ホ)水平等布荷重（第二六〇圖(ホ)の場合）

$$H=\frac{wh_1^2}{8}\cdot\frac{k_1(2k_1+3k_2+6)h_1+4k_1(k_2+1)h_2}{C_3}$$

$$V=\frac{wh_1^2k_1l}{K_3}$$

$$M_1=-\frac{(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2}{2k_1+k_2+2}H+\frac{wh_1^2(5k_1+3k_2+6)}{6(2k_1+k_2+2)}-\frac{l}{2}V$$

$$M_2=-\frac{1}{2}wh_1^2+M_1+Vl$$

……………(549)

(ヘ)水平等布荷重（第二六〇圖(ヘ)の場合）

$$H=\frac{wh_2}{8}\cdot\frac{4k_1(k_1+2k_2+4)h_1^2+2k_1(9k_2+10)h_1h_2+[3k_2(4k_1+1)+2(5k_1+1)]h_2^2}{C_3}$$

$$V=\frac{wh_2}{2}\cdot\frac{2[3k_1h_1+(3k_1+1)h_2]\,l-h_2l_2}{K_3}$$

$$M_1=-\frac{(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2}{2k_1+k_2+2}\,H+\frac{wh_2}{6}\cdot\frac{(9k_1+6k_2+12)h_1+(3k_1+3k_2+5)h_2}{2k_1+k_2+2}-\frac{l}{2}V$$

$$M_2=-\frac{1}{2}wh_2(2h_1+h_2)+M_1+Vl$$

……………………………………………………(550)

(ト)水平等變荷重（第二六〇圖(ト)の場合）

$$H=\frac{wh_1^2}{40}\cdot\frac{k_1(3k_1+4k_2+8)h_1+5k_1(k_2+1)h_2}{C_3}$$

$$V=\frac{wh_1^2k_1l}{4K_3}$$

$$M_1=-\frac{(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2}{2k_1+k_2+2}\,H+\frac{wh_1^2(7k_1+4k_2+8)}{24(2k_1+k_2+2)}-\frac{l}{2}V$$

$$M_2=-\frac{1}{6}wh_1^2+M_1+Vl$$

……………………………………………………(551)

(チ)温度應力

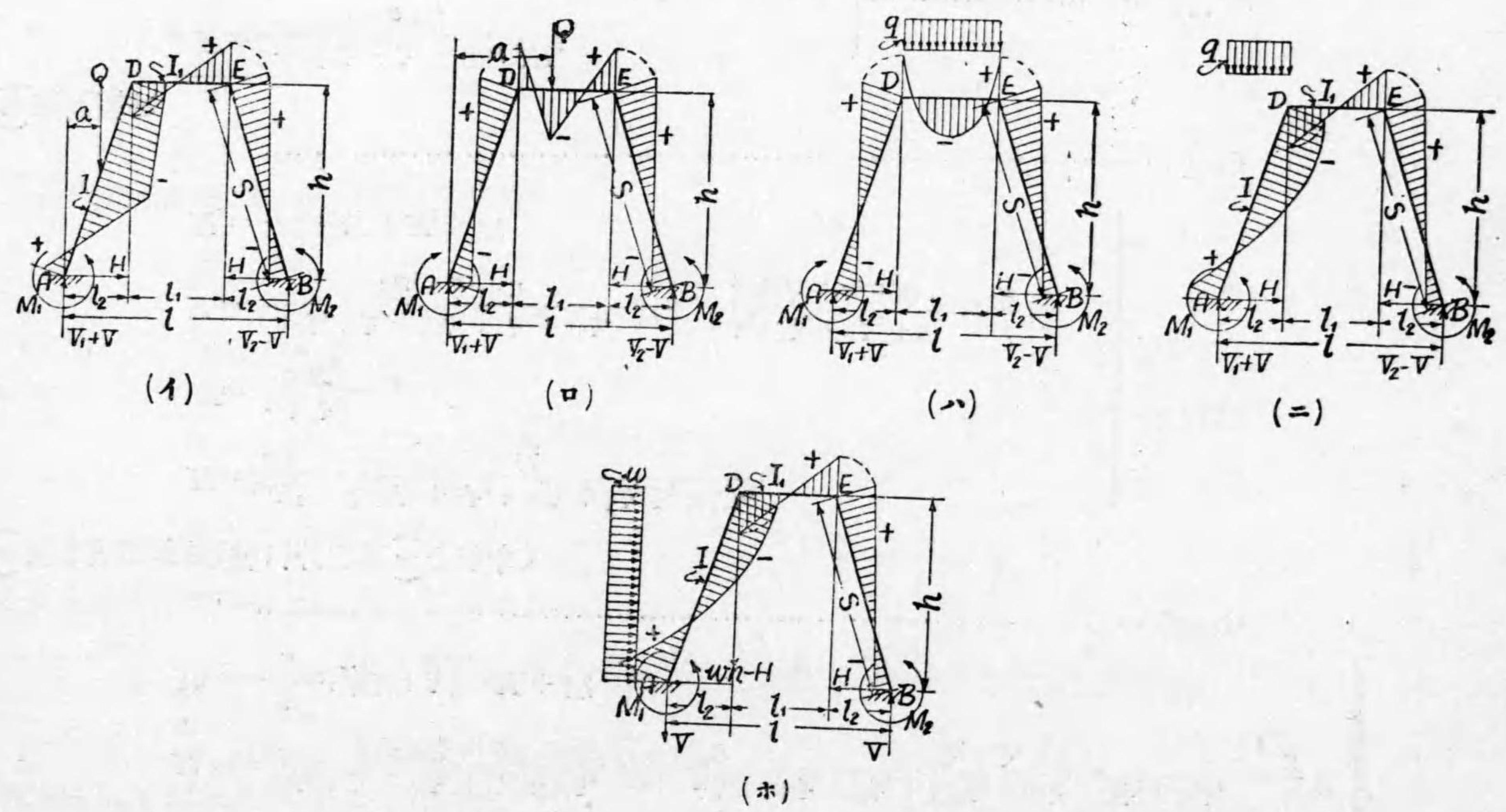
$$H=\frac{\pm3(2k_1+k_2+2)\alpha tlEI_2}{s\,C_3}$$

$$M_1=M_2=\frac{\mp3[(k_1+k_2+2)h_1+(k_2+1)h_2]\,\alpha tlEI_2}{sC_3}$$

…………………………(551₁)

(5) 無鉸式梯形框

第二六一圖



(イ) 鉛直集中荷重(第二六一圖(イ)の場合)

$$\left.\begin{aligned}
&H=\frac{Qa}{2}\,\frac{3z(k+1)-z^2(2k+1)}{C_4}\\
&V=\frac{Qa}{l}\,\frac{(6k-3kz+1)\,l^2-2(6k-kz^2+2)\,ll_2+4(2k+1)\,l_2^2}{K_4}\\
&M_1=-\frac{(k+1)h}{2k+1}H+\frac{Qa(2k-kz+1)}{2(2k+1)}+\frac{l}{2}V,\quad M_2=M_1-Vl\\
&C_4=(k+2)h,\quad K_4=(6k+1)l^2-4(3k+1)ll_2+4(2k+1)l_2^2\\
&k=I_1s/Il_1,\qquad z=a/l_2,
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(552)$$

$a=l_2$,　$z=1$　なる特殊の場合には

$$\left.\begin{aligned}
&H=\frac{Ql_2}{2}\,\frac{k+2}{C_4}=\frac{Ql_2}{2h}\\
&V=\frac{Ql_2}{l}\,\frac{(3k+1)l^2-2(5k+2)ll_2+4(2k+1)\,l_2^2}{K_4}\\
&M_1=\frac{l}{2}V,\qquad M_2=-\frac{l}{2}V
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(553)$$

故に相等しき集中荷重がDとEとにかゝる時は

$$H=\frac{Ql_2}{h},\quad V=0,\quad M_1=M_2=0\cdots\cdots(554)$$

(ロ) 鉛直集中荷重(第二六一圖(ロ)の場合)

$$H=\frac{Q}{2}\,\frac{3(zl-az-nl_2)+(k-1)l_2}{C_4}$$

$$V=\frac{Q}{l}\,\frac{zl^3+3[(k-n)l_2-za]l^2+2[(3z+2n-2k)l_2^2+za^2-3kal_2]\,l-8\,(zl_2-ka)\,l_2^2}{K_4}$$

$$M_1=-\frac{(k+1)h}{2k+1}H+\frac{Q[z(l-a)+(k-n)l_2]}{2(2k+1)}+\frac{l}{2}V,\qquad M_2=-M_1-Vl$$

$$z=a/l_1,\qquad n=l_2/l_1 \qquad\cdots\cdots(555)$$

$a=\frac{l}{2}$，　$z=\frac{l}{2l_1}$ なる特殊の場合には

$$H=\frac{Q}{8}\,\frac{3l+(4k+2)l_2}{C_4},\qquad V=0$$

$$M_1=M_2=-\frac{Q}{8}\,\frac{l_1}{(k+2)} \qquad\cdots\cdots(556)$$

(ハ)鉛直等布荷重(第二六一圖(ハ)の場合)

$$H=\frac{ql_2^2}{8}\,\frac{2k+3}{C_4}$$

$$V=\frac{ql_2^2}{2l}\,\frac{(4k+1)\,l^2-(11k+4)\,ll_2+4(2k+1)\,l_2^2}{K_4}$$

$$M_1=\frac{ql_2^2\,(k+3)}{24\,(k+2)}+\frac{l}{2}V,\qquad M_2=M_1-Vl \qquad\cdots\cdots(557)$$

(ニ)鉛直等布荷重(第二六一圖(ニ)の場合)

$$H=\frac{ql_1}{4}\,\frac{l+2(k+1)l_2}{C_4},\qquad V=0$$

$$M_1=M_2=-\frac{ql_1^2}{12(k+2)} \qquad\cdots\cdots(558)$$

(ホ)水平等布荷重(第二六一圖(ホ)の場合)

$$H=\frac{wh^2}{8}\,\frac{2k+3}{C_4}$$

$$V=\frac{wh^2}{2}\,\frac{k(2l-l_2)}{K_4}$$

$$M_1=\frac{wh^2(7k+15)}{24(k+2)}-\frac{l}{2}V$$

$$M_2=-\frac{wh^2(5k+9)}{24(k+2)}+\frac{l}{2}V \qquad\cdots\cdots(559)$$

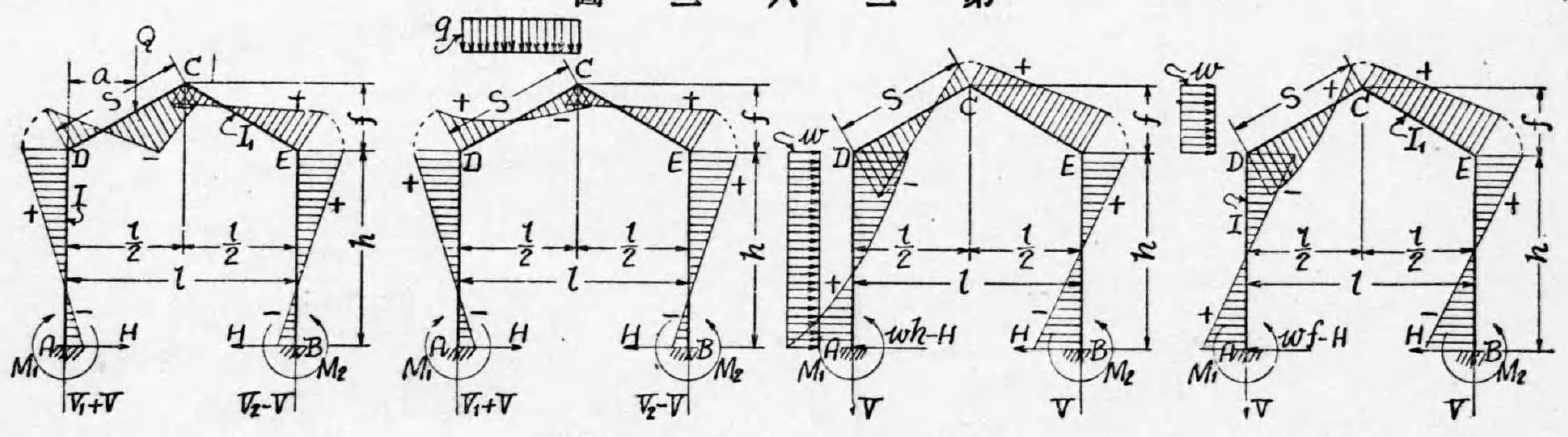
(ヘ)温度應力

$$H=\frac{\pm 3(2k+1)\alpha tlEI}{s(k+2)h^2}$$

$$M_1=M_2=\frac{\mp 3(k+1)\alpha tlEI}{s(k+2)h} \qquad\cdots\cdots(559_1)$$

(9) **無鉸式三角框**

第二六二圖



(イ) 鉛直集中荷重（第二六二圖(イ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}H&=\frac{Qa}{l^2}\,\frac{3k(l-a)lh+[3(kl+a)l-4(k+1)a^2]f}{C_5}\\V&=\frac{Qa}{l^3}\,\frac{(l-a)(l-2a)}{K_5}\\M_1&=-\frac{(k+2)h+f}{2(k+1)}H+\frac{Qa(l-a)}{2(k+1)l}+\frac{l}{2}V\\M_2&=-M_1-Vl\\C_5&=k(k+4)h^2+6khf+(4k+1)f^2\\K_5&=3k+1,\qquad k=I_1h/Is\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(560)$$

$a=\dfrac{l}{2}$ なる特殊の場合には

$$\left.\begin{aligned}H&=\frac{Ql}{4}\,\frac{3kh+(4k+1)f}{C_5},\qquad V=0\\M_1&=-\frac{Ql}{4}\,\frac{kh^2+(2k+1)hf}{C_5}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(561)$$

(ロ) 鉛直等布荷重（第二六二圖(ロ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}H&=\frac{ql^2}{16}\,\frac{4kh+(5k+I)f}{C_5}\\V&=\frac{ql}{32K_5}\\M_1&=-\frac{ql^2}{96}\left[\frac{8kh^2+(15k+6)hf-f^2}{C_5}-\frac{3}{2K_5}\right]\\M_2&=-M_1-Vl\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(562)$$

荷重が全徑間に亘る時は

$$\left.\begin{aligned} H&=\frac{ql^2}{8}\ \frac{4kh^2+(5k+1)f}{C_5}, \qquad V=0 \\ M_1=M_2&=-\frac{ql^2}{48}\ \frac{8kh^2+(15k+6)hf-f^2}{C_5} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(563)$$

(ハ)水平等布荷重(第二六三圖(ハ)の場合)

$$\left.\begin{aligned} H&=\frac{wh^2}{4}\ \frac{k(k+3)h+2kf}{C_5} \\ V&=\frac{wh^2}{2l}\ \frac{k}{K_5} \\ M_1&=\frac{wh^2}{24}\left[\frac{k(k+6)h^2+15khf+(16k+6)f^2}{C_5}+\frac{12k+6}{K_5}\right] \\ M_2&=-\frac{1}{2}wh^2+M_1+Vl \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(564)$$

(ニ)水平等布荷重(第二六三圖(ニ)の場合)

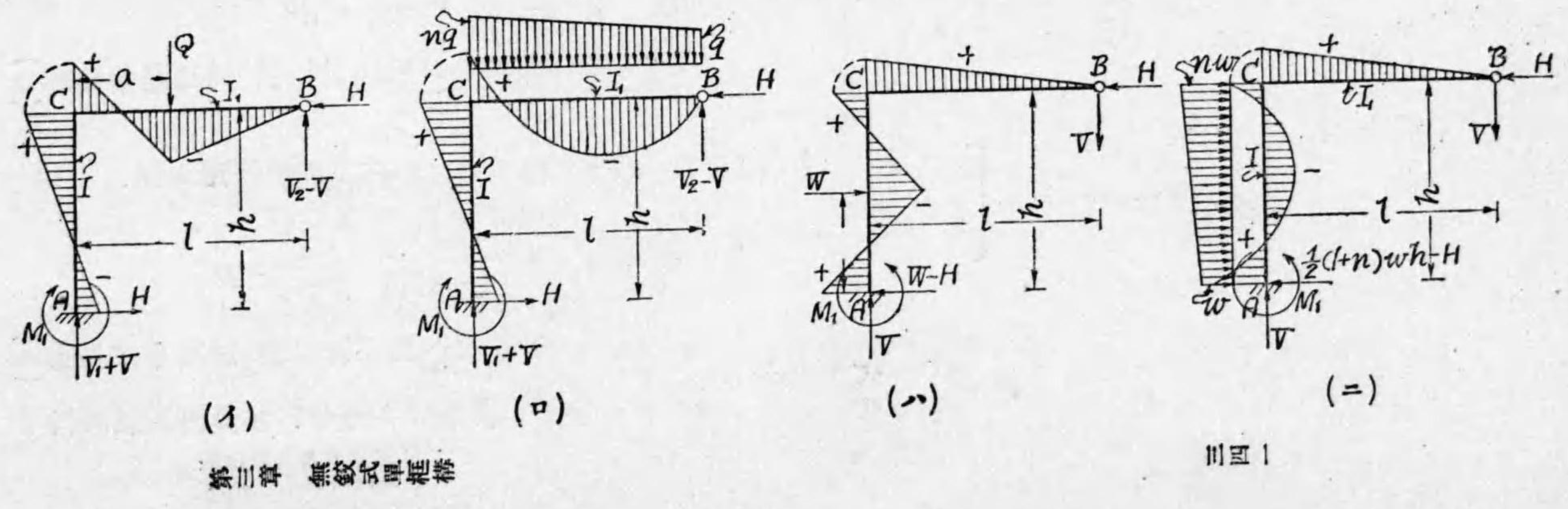
$$\left.\begin{aligned} H&=\frac{wf}{4}\ \frac{2k(k+4)h^2+10khf+(5k+1)f^2}{C_5} \\ V&=\frac{wf}{8l}\ \frac{12kh+3(4k+1)f}{K_5} \\ M_1&=\frac{wf}{24}\left[\frac{4kh^2f+(9k+6)hf^2+f^3}{C_5}+\frac{12(3k+2)h+3f}{2K_5}\right] \\ M_2&=-\frac{1}{2}wf(2h+f)+M_1+Vl \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(565)$$

(ホ)温度應力

$$\left.\begin{aligned} H&=\pm\frac{6\alpha tEI_1l(k+1)}{s\,C_5} \\ M_1=M_2&=\mp\frac{3\alpha tEI_1l}{s}\ \frac{(k+2)h+f}{C_5} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(565_1)$$

(7)單鉸式角框

第二六三圖



之は無鉸式框構に準ずべき特殊の場合である。

(イ)鉛直集中荷重(第二六三圖(イ)の場合)

$$\left.\begin{array}{l} H=\dfrac{3Qa(l-a)(2l-a)}{C_6}, \quad V=\dfrac{2}{3}\,\dfrac{Hh}{l} \\ M_1=-\dfrac{Hh}{3}, \quad C_6=(3k+4)hl^2, \quad k=I_1h/Il \end{array}\right\} \cdots\cdots (566)$$

(ロ)鉛直等變荷重(第二六三圖(ロ)の場合)

$$\left.\begin{array}{l} H=\dfrac{ql^4}{20}\,\dfrac{7+8n}{C_6}, \quad V=\dfrac{2}{3}\,\dfrac{Hh}{l} \\ M_1=-\dfrac{Hh}{3} \end{array}\right\} \cdots\cdots (567)$$

$n=1$ 即ち等布荷重の場合には

$$H=\frac{ql^4}{4}\,\frac{3}{C_6} \cdots\cdots (568)$$

$n=0$ 即ち三角形等變荷重の場合には

$$H=\frac{ql^4}{20}\,\frac{7}{C_6} \cdots\cdots (569)$$

(ハ)水平集中荷重(第二六三圖(ハ)の場合)

$$\left.\begin{array}{l} V=\dfrac{3kWa^2l(h-a)}{hC_6} \\ H=\dfrac{Wa^2l^2}{h^2}\,\dfrac{(9k+6)h-2(3k+1)a}{C_6} \\ M_1=\dfrac{Wa(h-a)l^2}{h}\,\dfrac{(3k+4)h-(3k+2)a}{C_6} \end{array}\right\} \cdots\cdots (570)$$

(ニ)水平等變荷重(第二六三圖(ニ)の場合)

$$\left.\begin{array}{l} V=\dfrac{wkh^3l}{20}\,\dfrac{3n+2}{C_6} \\ H=\dfrac{wh^2l^2}{20}\,\dfrac{(21k+22)n+(9k+8)}{C_6} \\ M_1=\dfrac{wh^2l^2}{60}\,\dfrac{(6k+14)n+(9k+16)}{C_6} \end{array}\right\} \cdots\cdots (571)$$

$n=1$ 即ち等布荷重の場合には

$$V=\frac{wkh^3l}{4C_6}, \quad H=\frac{3wh^2l^2}{2}\,\frac{k+1}{C_6}, \quad M_1=\frac{wh^3l^2}{4}\,\frac{k+2}{C_6} \cdots\cdots (572)$$

$n=0$ 即ち三角形等變荷重の場合には

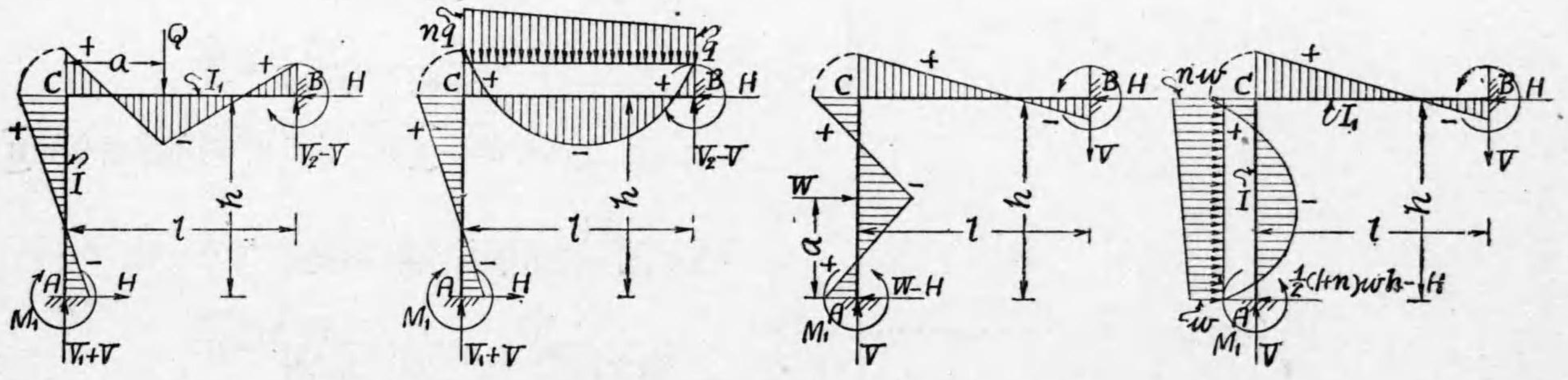
$$V=\frac{wkh^3l}{10\,C_6}, \quad H=\frac{wh^2l^2}{20}\,\frac{9k+8}{C_6}, \quad M_1=\frac{wh^3l^2}{60}\,\frac{9k+16}{C_6} \cdots\cdots (573)$$

(ホ) 溫度應力

$$\left.\begin{aligned} H &= \pm\frac{6\alpha tlEI}{h^2}\ \frac{2(3k+1)l^2+3kh^2}{C_6} \\ V &= \pm\frac{6\alpha tkEI}{h}\ \frac{3l^2+2h^2}{C_6} \\ M_1 &= \mp\frac{6\alpha tlEI}{h}\ \frac{(3k+2)l^2+kh^2}{C_6} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(571_1)$$

(8) 無鉸式角框

第二六四圖



(イ)　(ロ)　(ハ)　(ニ)

(イ) 鉛直集中荷重(第二六四圖(イ)の場合)

$$\left.\begin{aligned} H &= \frac{3Qa(l-a)^2}{C_7} \\ V &= -\frac{Qa(l-a)h}{l}\ \frac{(k-2)l+(k+4)a}{C_7} \\ M_1 &= -\frac{Qa(l-a)^2h}{C_7},\quad M_2=\frac{Qa(l-a)[kl+(k+2)a]h}{C_7} \\ C_7 &= 2(k+1)hl^2,\qquad k=I_1h/Il \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(574)$$

(ロ) 鉛直等變荷重(第二六四圖(ロ)の場合)

$$\left.\begin{aligned} H &= \frac{ql^4}{20}\ \frac{3n+2}{C_7} \\ V &= -\frac{qhl^3}{60}\ \frac{(7k-2)n+(8k+2)}{C_7} \\ M_1 &= -\frac{qhl^4}{60}\ \frac{3n+2}{C_7},\quad M_2=\frac{qhl^4}{60}\ \frac{(7k+4)n+(8k+6)}{C_7} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(575)$$

$n=1$　即ち等布荷重の場合には

$$H=\frac{ql^4}{4C_7},\quad V=-\frac{kqhl^3}{4C_7}$$

$$M_1=-\frac{qhl^4}{12}\;\frac{1}{C_7},\quad M_2=\frac{qhl^4}{12}\;\frac{3k+2}{C_7}\qquad\cdots\cdots(576)$$

$n=0$　即ち三角形荷重の場合には

$$\left.\begin{aligned}&H=\frac{ql^4}{10C_7},\quad V=-\frac{qhl^3}{30}\;\frac{4k+1}{C_7}\\&M_1=-\frac{qhl^4}{30C_7},\quad M_2=\frac{qhl^4}{30}\;\frac{4k+3}{C_7}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(577)$$

(ハ)水平集中荷重(第二六四圖(ハ)の場合)

$$\left.\begin{aligned}&V=\frac{3Wa^2(h-a)l}{h}\;\frac{k}{C_7}\\&H=\frac{Wa^2l^2}{h^2}\;\frac{(6k+3)h-(4k+1)a}{C_7}\\&M_1=\frac{Wa(h-a)l^2}{h}\;\frac{2(k+1)h-(2k+1)a}{C_7}\\&M_2=-\frac{Wa^2(h-a)l^2}{h}\;\frac{k}{C_7}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(578)$$

(ニ)水平等變荷重(第二六四圖(ニ)の場合)

$$\left.\begin{aligned}&V=\frac{wh^3l}{20}\;\frac{k(3n+2)}{C_7}\\&H=\frac{wh^2l^2}{20}\;\frac{(14k+11)n+(6k+4)}{C_7}\\&M_1=\frac{wh^3l^2}{60}\;\frac{(4k+7)n+(6k+8)}{C_7}\\&M_2=-\frac{wh^3l^2}{60}\;\frac{k(3n+2)}{C_7}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(579)$$

$n=1$　即ち等布荷重の場合には

$$\left.\begin{aligned}&V=\frac{wh^3l}{4}\;\frac{k}{C_7},\quad H=\frac{wh^2l^2}{4}\;\frac{4k+3}{C_7}\\&M_1=\frac{wh^3l^2}{12}\;\frac{2k+3}{C_7},\quad M_2=-\frac{wh^3l^2}{12}\;\frac{k}{C_7}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(580)$$

$n=0$　即ち三角形荷重の場合には

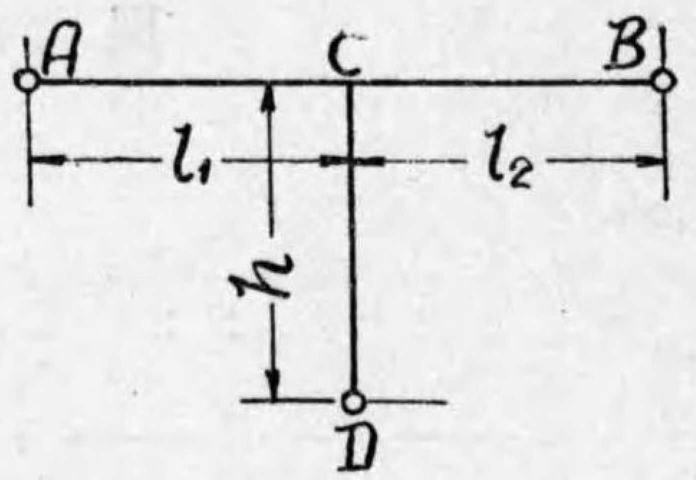
$$\left.\begin{aligned}&V=\frac{wh^3l}{10}\;\frac{k}{C_7},\quad H=\frac{wh^2l^2}{10}\;\frac{3k+2}{C_7}\\&M_1=\frac{wh^3l^2}{30}\;\frac{3k+4}{C_7},\quad M_2=-\frac{wh^3l^2}{30}\;\frac{k}{C_7}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(581)$$

(ホ)温度應力

$$\left.\begin{aligned}H&=\pm\frac{3atEI_1}{kh}\cdot\frac{(4k+1)l^2+3kh^2}{C_7}\\V&=\pm\frac{3atEI_1}{l}\cdot\frac{3l^2+(k+4)h^2}{C_7}\\M_1&=\mp\frac{3atEI_1}{k}\cdot\frac{(2k+1)l^2+kh^2}{C_7}\\M_2&=\mp 3atEI_1\frac{l^2+(k+2)h^2}{C_7}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(581_1)$$

第四章　簡單なる複框構

(1)總論　複框構（double or composite frame）とは前二章に取扱つた單框構が二つ以上連續した形のものを總稱し、その形式は殆んど無數に存在するが故に從つてその解法も、原理は最小働なり傾斜角撓度なりであるから比較的簡單ではあつても、之を個々の複雜なる複框構の場合に適用するとなると、到底その計算の煩に耐へないのが通例である。框構のみを專門的に取扱つたのでは獨逸のクラインローゲルなどが、殆んど世界的に有名であるけれど、それさへも框構の極めて特殊な場合を取扱つたに過ぎず、著者が前二章の中に算出掲載した公式の中にはクラインローゲルも猶ほ省略した幾多の框構が含まれてゐるのであつて、斯の如き專門の書物すら猶ほ且つ然り本書の如き專門外の書物で框構を詳論する事は固より不可能である。



第二六五圖

例へば第二六五圖に示した樣な複框構は前々章に示した角框を二つ連續せしめた最も簡單なる形式の例であるが、此の場合でさへも(イ)AB端共に鉸端なる場合、(ロ)ABの内一つが鉸端一つが支端（支端には原則として水平反力なし）である場合、(ハ)AB共に支端なる場合、(ニ)ABの内一つが鉸端一つが固定端なる場合、(ホ)ABの内一つが支端一つが固定端なる場合、(ヘ)AB共に固定端なる場合、而して此の六つの場合の各に就てD端が鉸端である場合と固定端である場合との別があるから、總計十二個の場合を區別する事が出來る斯の如き框構の詳論は固より著者の目的を脱するが故に、本章では實際に起り得べき最も應用の廣い複框構の數例を說明するに止める。

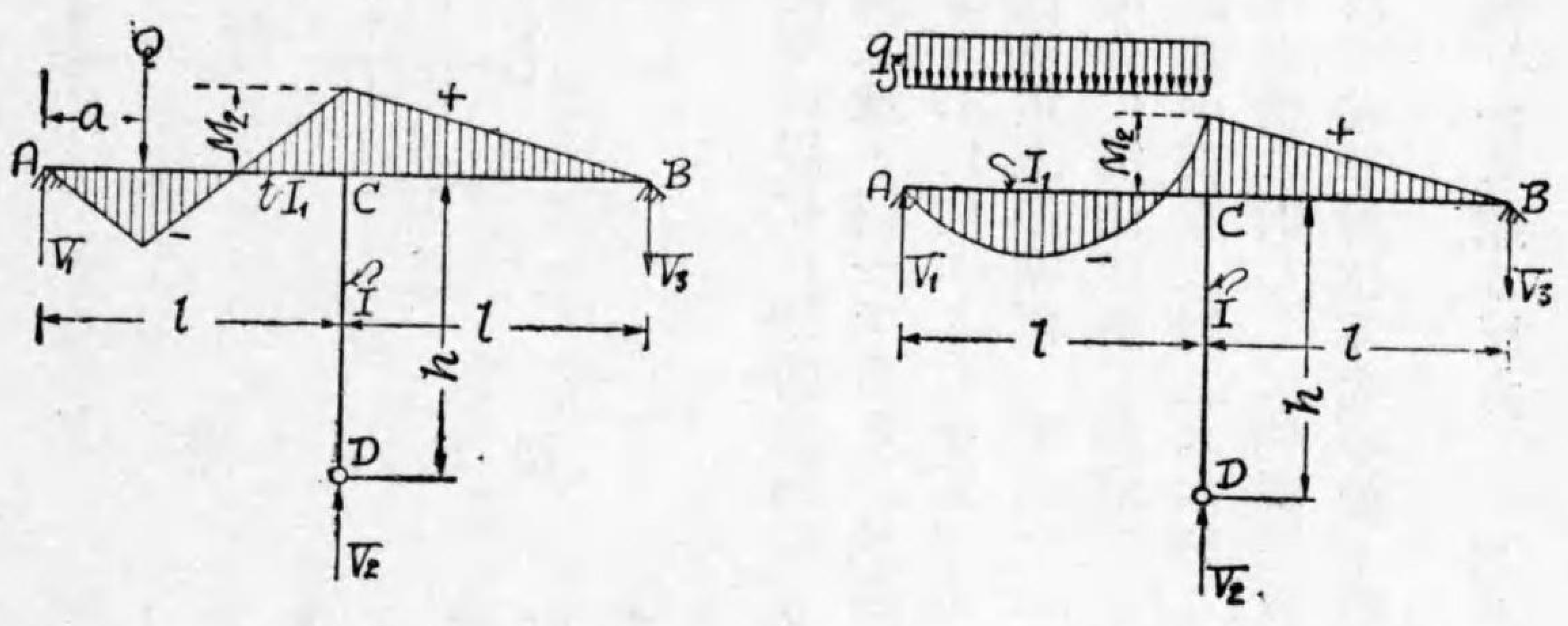
彎曲率の變化は彎曲率圖によつて之を示し、各部材に於て彎曲率圖の書かれてある方の側が張力側である事は前二章と同一である。又鉛直反力は上方に向ふものを正、下方に向ふものを負とする。水平反力に就ては左より右に向ふものを正、之に反するものを負と定める。

(2)彈性支承上の連桁　第二六六圖に示した樣な桁が兩端支端を有し、中間に彈性支承（elastic support）を有する場合の解法は最も簡單であつて、第十三編第一章三反偶力の定理から容易に之を求め得るのである。

(イ)鉛直集中荷重（第二六六圖(イ)の場合）
彈性支承に對しては軸應壓力に依る支柱 CD の彈性變形即ち壓縮長を計算に入れる事を必要とし、此の軸壓力は(262)式を用ひて次の如く計算する。

徑間ACから來る反力　$V=\frac{Qa}{l}+\frac{M_2}{l}$

第二六六圖



（ロ）　（イ）

徑間BCから來る反力　$V'' = +\frac{M_2}{l}$

故に此の兩者を加算して　$V_2 = V' + V'' = \frac{Qa}{l} + \frac{2M_2}{l}$

從つてCDの壓縮長は　$y_2 - y_1 = -(y_3 - y_2) = \frac{V_2 h}{AE}$

AはCDの斷面積である。此の値を(291)式に代入し、且つ $m_1 = m_3 = 0$ と置いて計算すれば

$$4lM_2 = \frac{Qa(l^2-a^2)}{l} - 6EI_1\frac{2V_2h}{AEl} = \frac{Qa(l^2-a^2)}{l} - \frac{12I_1h}{Al^2}(Qa+2M_2)$$

$$\therefore\quad M_2 = \frac{Qa}{l}\cdot\frac{\frac{l^2-a^2}{6I_1} - \frac{2h}{Al}}{\frac{2l}{3I_1} + \frac{4h}{Al^2}} \quad \cdots\cdots(582)$$

支柱CDに於ける直應力の影響を無視すれば結果は簡單になつて

$$\left.\begin{array}{l} M_2 = \frac{Qa}{4}\cdot\frac{l^2-a^2}{l^2},\quad V_1 = \frac{Q(l-a)}{l} - \frac{M_2}{l} \\ V_2 = \frac{Qa}{l} + \frac{2M_2}{l},\quad V_3 = -\frac{M_2}{l} \end{array}\right\} \cdots\cdots(583)$$

即ち此の場合には支端AB從つて鉸端Dに水平反力が存在せざる結果としてCDは彎曲率の作用を蒙らず、桁ABの彎曲率はC點に支點がある場合と同じ結果になる。

(ロ)鉛直等布荷重（第二六六圖(ロ)の場合）

同樣にしてCD彈性支承なる時は

$$V_2 = \frac{ql}{2} + \frac{2M_2}{l},\quad 4lM_2 = \frac{ql^3}{4} - \frac{6I_1h}{Al_2}(ql^2 + 4M_2)$$

$$\therefore\quad M_2 = ql\frac{\frac{l^2}{24I_1} - \frac{h}{Al}}{\frac{2l}{3I_1} + \frac{4h}{Al^2}} \cdots\cdots(584)$$

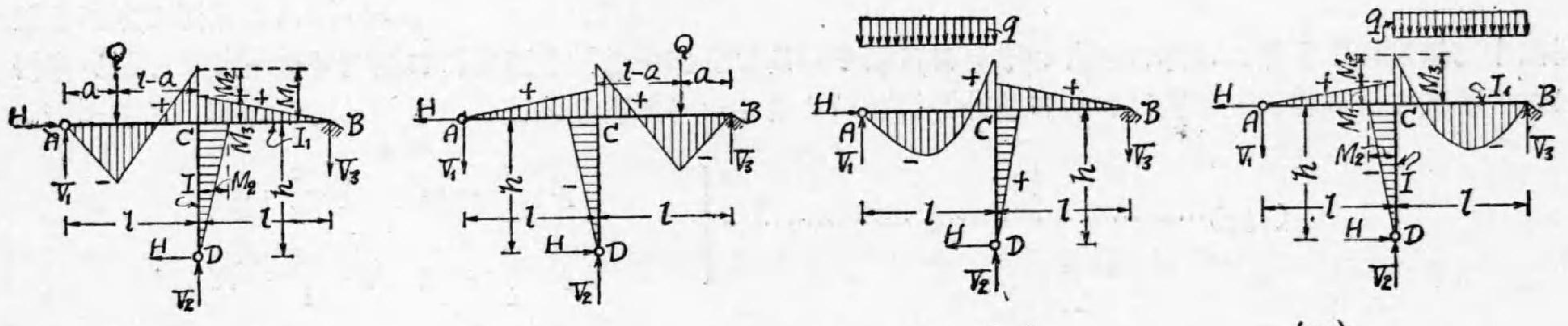
支柱CDに於ける直應力の影響を無視すれば

$$\left.\begin{array}{l} M_2 = \frac{1}{16}ql^2,\quad V_1 = \frac{7}{16}ql \\ V_2 = \frac{5}{8}ql,\quad V_3 = -\frac{1}{16}ql \end{array}\right\} \cdots\cdots(585)$$

以下凡ての場合に於て直應力の影響を無視する。從つて第二六六圖に示した樣な複框構は之を框構として取扱ふ事を必要とせず、單に二徑間の連桁と考へればよい事になるから次節に於ては桁の一端鉸端、一端支端の場合を取扱つて見よう。

(3) 一支柱を有する二徑間複框

第二六七圖



(イ)　(ロ)　(ハ)　(ニ)

(イ)鉛直集中荷重（第二六七圖(イ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}
&M_1=\frac{Qa}{2}\ \frac{(k+1)(1-z^2)}{D_1},\qquad a=zl\\
&M_2=\frac{Qa}{2}\ \frac{k(1-z^2)}{D_1},\qquad M_3=\frac{Qa}{2}\cdot\frac{1-z^2}{D_1}\\
&V_1=\frac{Q(l-a)}{l}-\frac{M_1}{l},\quad V_2=\frac{Qa}{l}+\frac{1}{l}(M_1+M_3)\\
&V_3=-\frac{M_3}{l},\quad H=\frac{M_2}{h},\quad D_1=k+2,\quad k=\frac{Il}{I_1h}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(586)$$

(ロ)鉛直集中荷重（第二六七圖(ロ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}
&M_1=\frac{Qa}{2}\ \frac{1-z^2}{D_1},\quad a=zl\\
&M_2=-\frac{Qa}{2}\ \frac{k(1-z^2)}{D_1},\quad M_3=\frac{Qa}{2}\ \frac{(k+1)(1-z^2)}{D_1}\\
&V_1=-\frac{M_1}{l},\quad V_2=\frac{Qa}{l}+\frac{1}{l}(M_1+M_3)\\
&V_3=\frac{Q(l-a)}{l}-\frac{M_3}{l},\quad H=\frac{M_2}{h}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(587)$$

(ハ)鉛直等布荷重（第二六七圖(ハ)の場合）

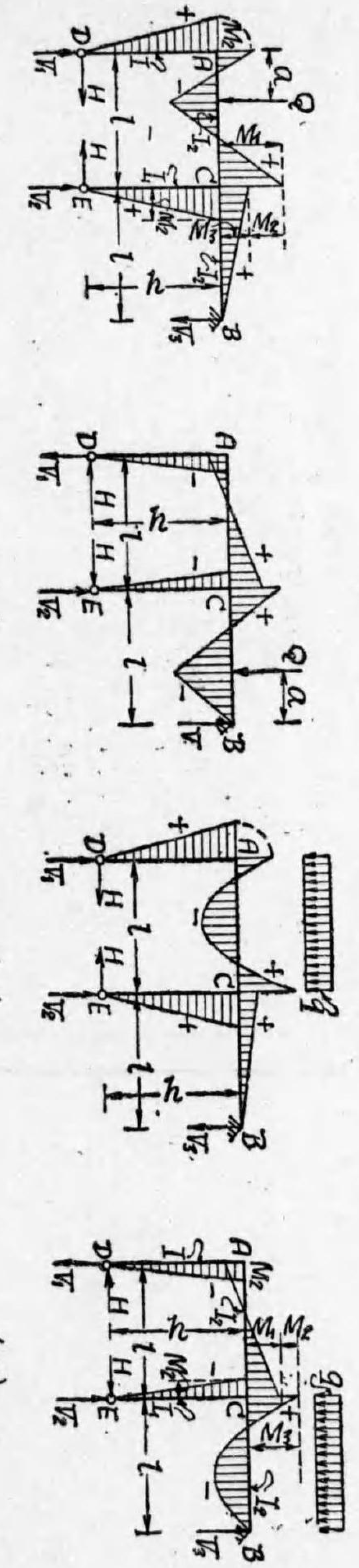
$$\left.\begin{aligned}
&M_1=\frac{ql^2}{8}\ \frac{k+1}{D_1},\qquad M_2=\frac{ql^2}{8}\ \frac{k}{D_1}\\
&M_3=\frac{ql^2}{8}\ \frac{1}{D_1},\qquad V_1=\frac{ql}{2}-\frac{M_1}{l}\\
&V_2=\frac{ql}{2}+\frac{1}{l}(M_1+M_3),\qquad V_3=-\frac{M_3}{l},\qquad H=\frac{M_2}{h}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(588)$$

(ニ)鉛直等布荷重（第二六七圖(ニ)の場合）

$$
\left.\begin{aligned}
&M_1=\frac{ql^2}{8}\cdot\frac{1}{D_1}, \qquad M_2=-\frac{ql^2}{8}\,\frac{k}{D_1}\\
&M_3=\frac{ql^2}{8}\,\frac{k+1}{D_1}, \quad V_1=-\frac{M_1}{l}\\
&V_2=\frac{ql}{2}+\frac{1}{l}(M_1+M_3), \quad V_3=\frac{ql}{2}-\frac{M_3}{l}, \quad H=\frac{M_2}{h}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(589)
$$

(4) **二支柱を有する二徑間複框**　支柱端DEは鉸端であり桁の端Bは支端である第二六八圖の如き場合のみを取扱ふ。

第二六八圖



（イ）　（ロ）　（ハ）　（ニ）

(イ) 鉛直集中荷重（第二六八圖(イ)の場合）

$$
\left.\begin{aligned}
&M_2=\frac{3Qa(l-a)}{l}\,\frac{3-z}{D_2}, \quad z=a/l\\
&M_3=\frac{Qa(l-a)}{l}\,\frac{2(3+k+k_1)(1+z)-9}{D_2}, \quad M_1=M_2+M_3\\
&V_1=\frac{Q(l-a)}{l}-\frac{M_3}{l}, \quad V_2=\frac{Qa}{l}+\frac{2M_3}{l}\\
&V_3=-\frac{M_3}{l}, \quad H=\frac{M_2}{h}\\
&D_2=15+8(k+k_1), \quad k=I_2h/Il, \quad k_1=I_2h/I_1l
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(590)
$$

(ロ) 鉛直集中荷重（第二六八圖(ロ)の場合）

$$
\left.\begin{aligned}
&M_2=-\frac{3Qa(l-a)}{l}\,\frac{1+z}{D_2}, \quad z=a/l\\
&M_3=\frac{2Qa(l-a)}{l}\,\frac{(3+k+k_1)(1+z)}{D_2}, \quad M_1=M_2+M_3\\
&V_1=-\frac{M_3}{l}, \quad V_2=\frac{Qa}{l}+\frac{2M_3}{l}\\
&V_3=\frac{Q(l-a)}{l}-\frac{M_3}{l}, \quad H=\frac{M_2}{h}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(591)
$$

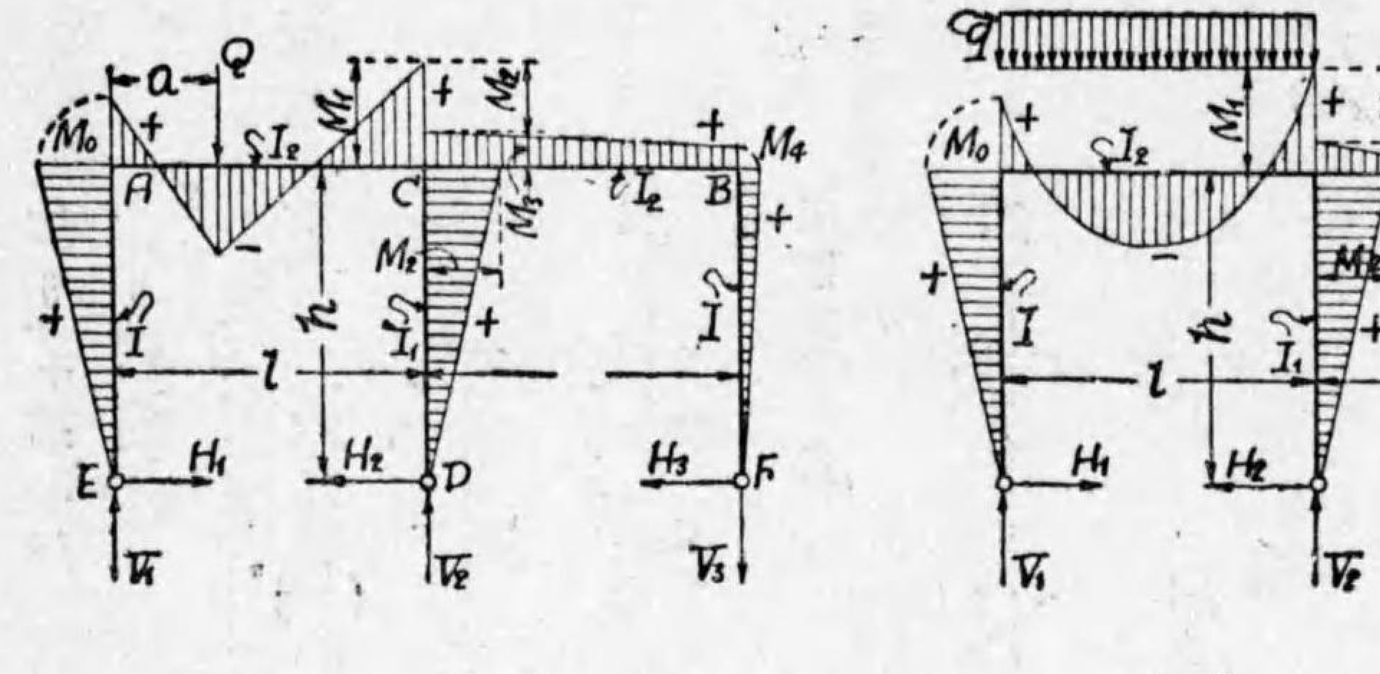
(ハ)鉛直等布荷重（第二六八圖(ハ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}&M_2=\frac{ql^2}{4}\cdot\frac{5}{D_2}\\&M_3=\frac{ql^2}{2}\cdot\frac{k+k_1}{D_2},\quad M_1=M_2+M_3\\&V_1=\frac{ql}{2}-\frac{M_3}{l},\quad V_2=\frac{ql}{2}+\frac{2M_3}{l}\\&V_3=-\frac{M_3}{l},\quad H=\frac{M_2}{h}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(592)$$

(ニ)鉛直等布荷重（第二六八圖(ニ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}&M_2=-\frac{3ql^2}{4}\cdot\frac{1}{D_2}\\&M_3=\frac{ql^2}{2}\cdot\frac{3+k+k_1}{D_2},\quad M_1=M_2+M_3\\&V_1=-\frac{M_3}{l},\quad V_2=\frac{ql}{2}+\frac{2M_3}{l}\\&V_3=\frac{ql}{2}-\frac{M_3}{l},\quad H=\frac{M_2}{l}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(593)$$

第二六九圖



(イ)　(ロ)

(5)三支柱を有する二徑間複框　之は二鉸式矩形框（第二章第(4)節）を二個連續した複框構である。

(イ)鉛直集中荷重（第二六九圖(イ)の場合）

$$\begin{aligned}&M_0=\frac{3Qa(l-a)}{2l}\left[\frac{1-z}{D_4}+\frac{1}{2D_3}\right]\\&M_1=\frac{Qa(l-a)}{2l}\left[\frac{z(2k+3)+2k}{D_4}+\frac{3}{2D_3}\right]\\&M_3=\frac{Qa(l-a)}{2l}\left[\frac{z(2k+3)+2k}{D_4}-\frac{3}{2D_3}\right]\\&M_4=\frac{3Qa(l-a)}{2l}\left[\frac{1-z}{D_4}-\frac{1}{2D_3}\right]\\&M_2=M_1-M_3,\quad a=zl\\&V_1=\frac{Q(l-a)}{l}+\frac{M_0-M_1}{l},\quad V_3=-\frac{M_3-M_4}{l}\\&V_2=\frac{Qa}{l}-\frac{M_0-M_1}{l}+\frac{M_3-M_4}{l}\\&H_1=\frac{M_0}{h},\quad H_2=-\frac{M_2}{h},\quad H_3=-\frac{M_4}{h}\end{aligned}$$

$$D_3=k+2k_1+3,\qquad D_4=4k+3$$
$$k=I_2h/Il,\qquad k_1=I_2h/I_1l \quad\cdots\cdots(594)$$

(ロ)鉛直等布荷重(第二六九圖(ロ)の場合)

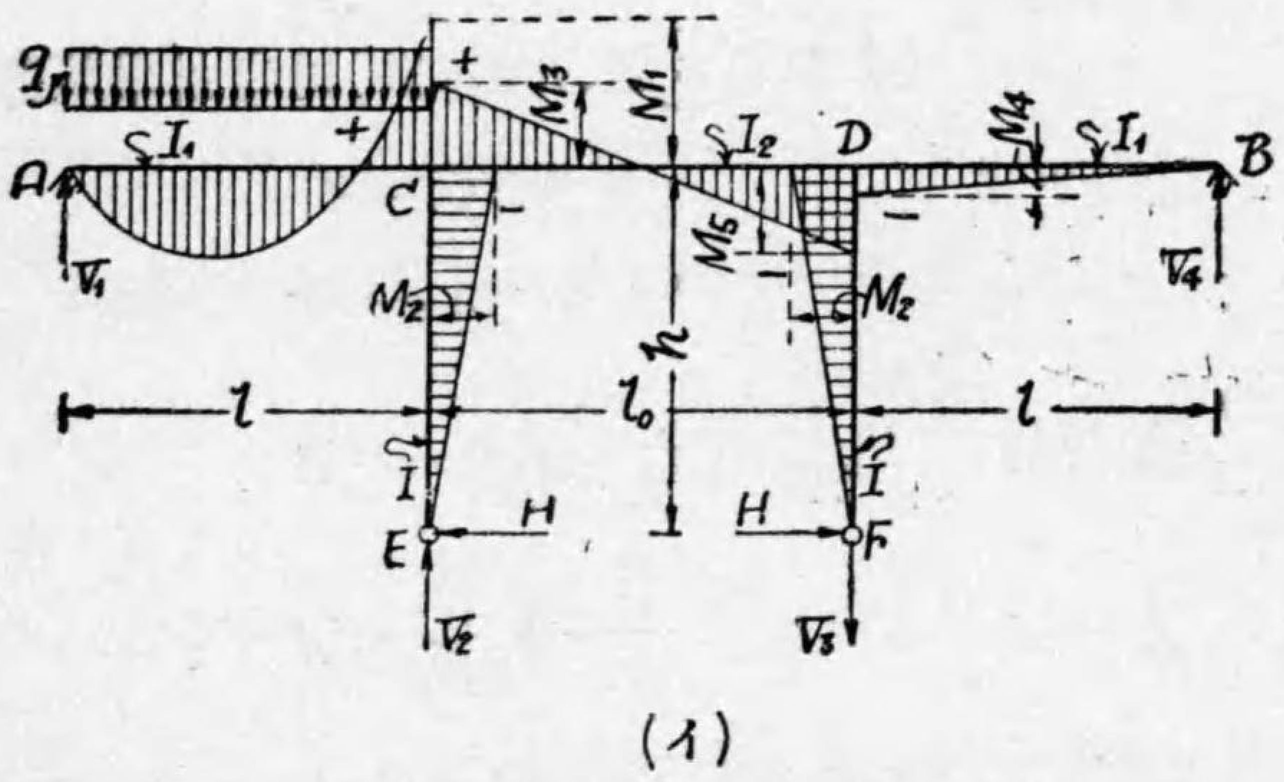
$$M_0=\frac{ql^2}{8}\left[\frac{1}{D_3}+\frac{1}{D_4}\right],\quad M_1=\frac{ql^2}{8}\left[\frac{2k+1}{D_4}+\frac{1}{D_3}\right]$$
$$M_3=\frac{ql^2}{8}\left[\frac{2k+1}{D_4}-\frac{1}{D_3}\right],\quad M_4=-\frac{ql^2}{8}\left[\frac{1}{D_3}-\frac{1}{D_4}\right]$$
$$M_2=M_1-M_3,\qquad V_1=\frac{ql}{2}+\frac{M_0-M_1}{l}$$
$$V_2=\frac{ql}{2}-\frac{M_0-M_1}{l}+\frac{M_3-M_4}{l},\quad V_3=-\frac{M_3-M_4}{l}$$
$$H_1=\frac{M_0}{h},\qquad H_2=-\frac{M_2}{h},\qquad H_3=-\frac{M_4}{h} \quad\cdots(595)$$

荷重がABの全長に亘る時は

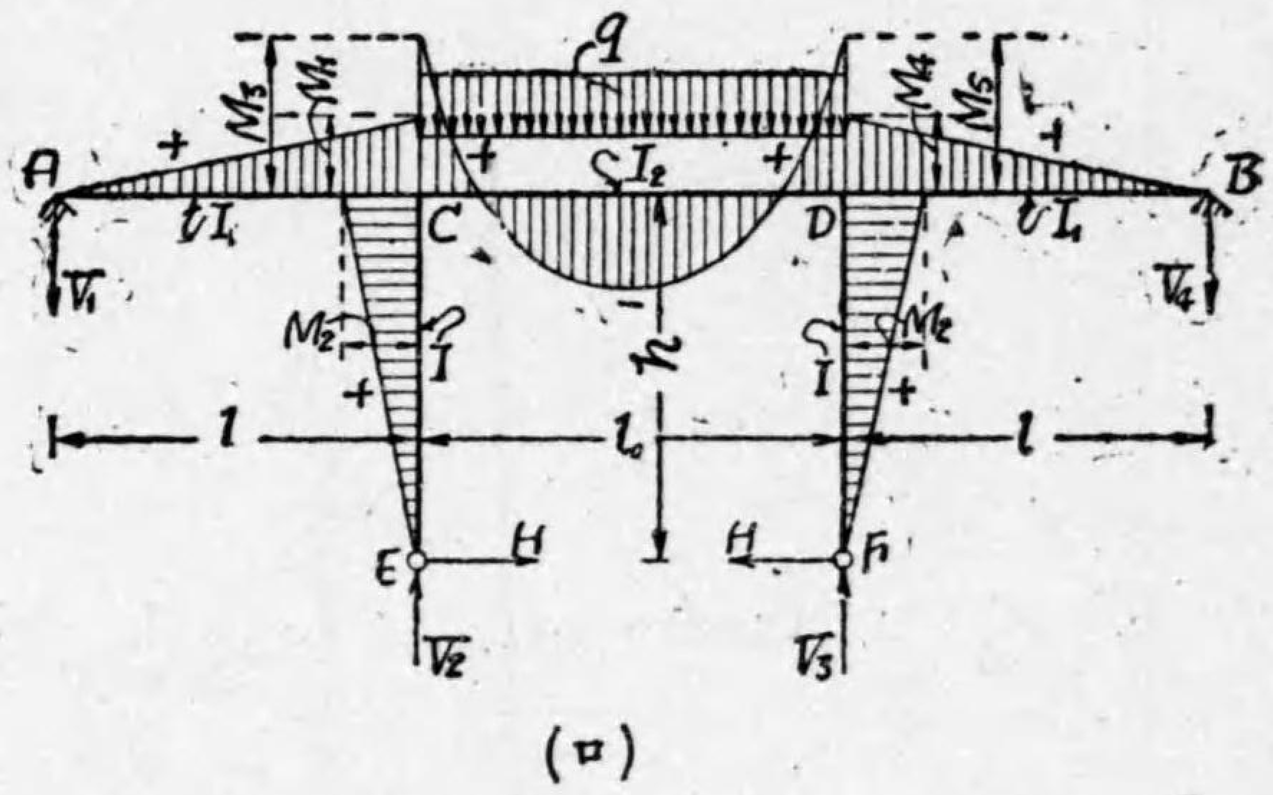
$$M_0=M_4=\frac{ql^2}{4D_4},\quad M_1=M_3=\frac{ql^2}{4}\,\frac{2k+1}{D_4}$$
$$M_2=0,\qquad V_1=V_3=\frac{ql}{2}+\frac{M_0-M_1}{l}$$
$$V_2=ql-\frac{2(M_0-M_1)}{l},\quad H_2=0$$
$$H=H_1=H_3=\frac{M_0}{h}=\frac{M_4}{h} \quad\cdots\cdots(596)$$

(6)二支柱を有する三徑間複框

第二七〇圖



(イ)



(ロ)

(イ)鉛直等布荷重(第二七〇圖(イ)の場合)

$$M_1=\frac{ql^2}{16}\left[\frac{2k}{D_6}+\frac{2k+3}{D_5}\right],\quad M_4=-\frac{ql^2}{16}\left[\frac{2k}{D_6}-\frac{2k+3}{D_5}\right]$$

$$\left.\begin{aligned}
&M_3=\frac{ql^2}{8}\left[\frac{k}{D_6}+\frac{k}{D_5}\right], && M_5=-\frac{ql^2}{8}\left[\frac{k}{D_6}-\frac{k}{D_5}\right]\\
&M_2=-\frac{3ql^2}{16D_5}, && H=\frac{M_2}{h}\\
&V_1=\frac{ql}{2}-\frac{M_1}{l}, && V_2=\frac{ql}{2}+\frac{M_1}{l}+\frac{M_3-M_5}{l}\\
&V_3=-\frac{M_3-M_5}{l}+\frac{M_4}{l}, && V_4=-\frac{M_4}{l}\\
&D_5=3+2k+3k_1, && D_6=2k+k_1\\
&k=I_2h/Il_0, && k_1=I_1h/Il
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(597)$$

(ロ)鉛直等布荷重（第二七〇圖(ロ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}
&M_1=M_4=\frac{ql_0^2}{4}\ \frac{k_1}{D_5}, && M_3=M_5=\frac{ql_0^2}{4}\ \frac{k_1+1}{D_5}\\
&M_2=\frac{ql_0^2}{4D_5}, && H=\frac{M_2}{h}\\
&V_1=V_4=-\frac{M_1}{l}, && V_2=V_3=\frac{ql_0}{2}+\frac{M_1}{l}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(598)$$

特殊の場合として　$l_0=l,\ \ I_2=I_1,\ \ k_1=k=I_1h/Il$　とせば　$D_5=3+5k$　にして(598)式は

$$\left.\begin{aligned}
&M_1=M_4=\frac{ql^2}{4}\ \frac{k}{3+5k}, && M_3=M_5=\frac{ql^2}{4}\ \frac{k+1}{3+5k}\\
&M_2=\frac{ql^2}{4}\ \frac{1}{3+5k}, && H=\frac{ql^2}{4}\ \frac{1}{h(3+5k)}\\
&V_1=V_4=-\frac{ql}{4}\ \frac{k}{3+5k}, && V_2=V_3=\frac{ql}{4}\ \frac{6+11k}{3+5k}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(599)$$

(7) 四支柱を有する三徑間複框

(イ) 鉛直等布荷重（第二七一圖(イ)の場合）

$$\left.\begin{aligned}
&M_0=\frac{ql^2}{8}\left[\frac{3k(2k_2+1)+2k_2}{D_7}+\frac{2k+1}{D_8}\right]\\
&M_7=\frac{ql^2}{8}\left[\frac{3k(2k_2+1)+2k_2}{D_7}-\frac{2k+1}{D_8}\right]\\
&M_1=\frac{ql^2}{8}\left[\frac{2(k+k_1+k_2)+1}{D_8}+\frac{(2k_1+1)L}{D_7}\right]\\
&M_4=-\frac{ql^2}{8}\left[\frac{2(k+k_1+k_2)+1}{D_8}-\frac{(2k_1+1)L}{D_7}\right]
\end{aligned}\right.$$

$$M_3=\frac{ql^2}{4}\left[\frac{k_1+k_2}{D_8}+\frac{k_2(2k_1+1)}{D_7}\right]$$

$$M_6=-\frac{ql^2}{4}\left[\frac{k_1+k_2}{D_8}-\frac{k_2(2k_1+1)}{D_7}\right]$$

$$M_2=M_1-M_3,\qquad M_5=M_4-M_6$$

$$V_1=\frac{ql}{2}+\frac{M_0-M_1}{l},\quad V_2=\frac{ql}{2}-\frac{M_0-M_1}{l}+\frac{M_3-M_6}{l}$$

$$V_3=-\frac{M_3-M_6}{l}+\frac{M_4-M_7}{l},\quad V_4=-\frac{M_4-M_7}{l}$$

$$H_1=\frac{M_0}{h},\quad H_2=-\frac{M_2}{h},\quad H_3=\frac{M_5}{h},\quad H_4=-\frac{M_7}{h}$$

$$D_7=12k(k_1+k_1k_2+k_2)+2k_2(4k_1+3)+9k$$

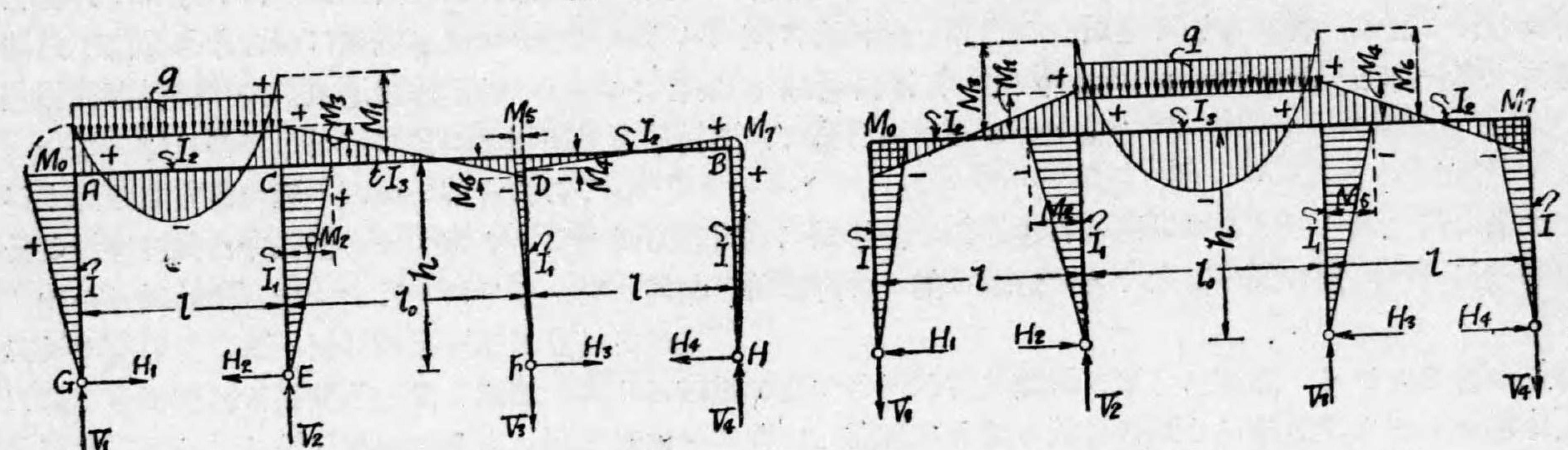
$$D_8=2(k_1+k_2)(k+2)+3(2k+1)$$

$$L=3k+2k_2$$

$$k=I_2l_0/I_3l,\quad k_1=I_2h/Il,\quad k_2=I_2h/I_1l$$

$$\cdots\cdots(600)$$

第二七一圖



（イ）　　（ロ）

(ロ)　鉛直等布荷重（第二七一圖(ロ)の場合）

$$M_0=M_7=-\frac{ql_0^2}{2}\ \frac{kk_2}{D_7},\quad H_1=H_4=\frac{M_0}{h}$$

$$M_1=M_4=ql_0^2\ \frac{kk_2(k_1+1)}{D_7},\quad H_2=H_3=-\frac{M_2}{h}$$

$$M_3=M_6=\frac{ql_0^2k}{4}\ \frac{4k_2(k_1+1)+4k_1+3}{D_7}$$

$$\cdots\cdots(601)$$