

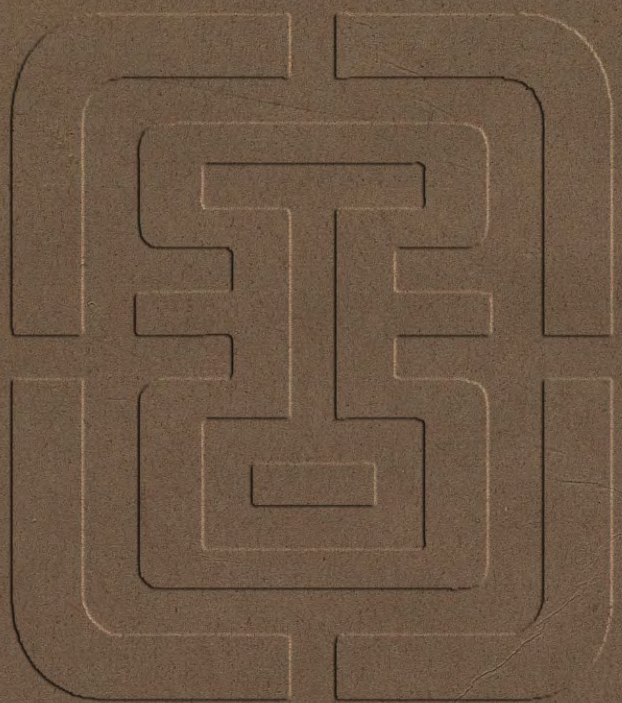
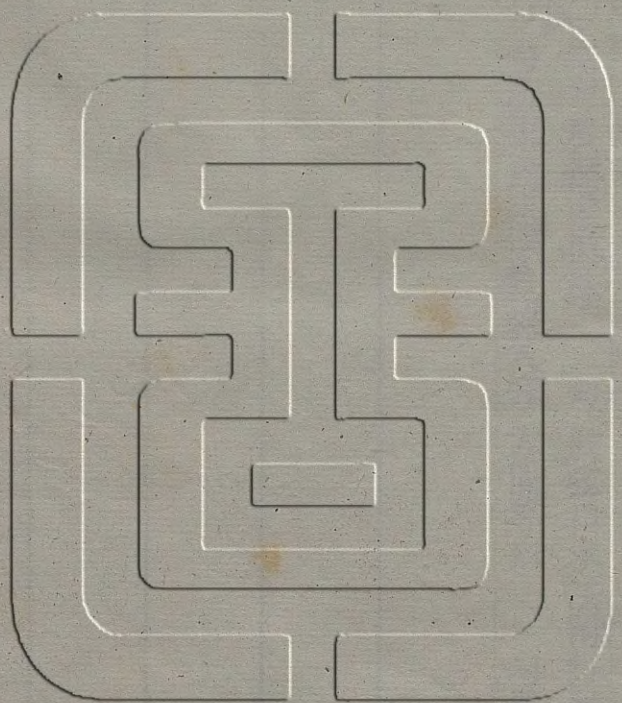
93100
8172

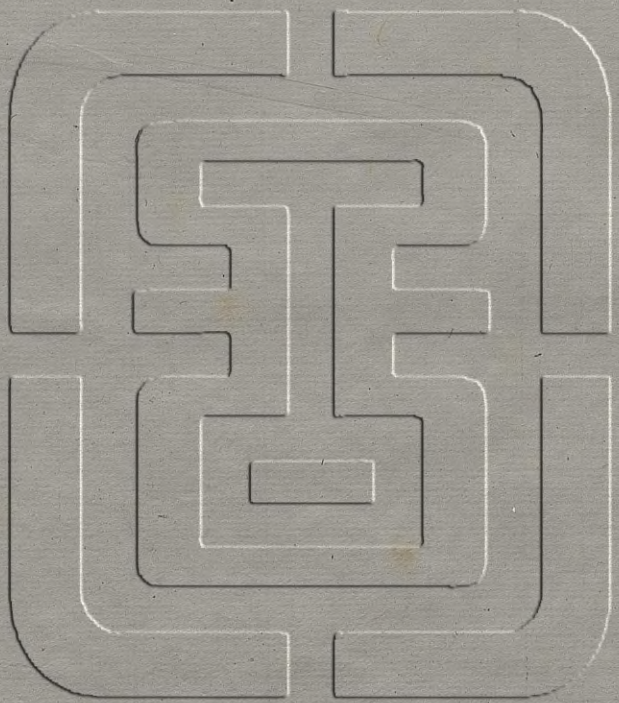
12

17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45



26499





御製數理精蘊下編卷十二

面部二

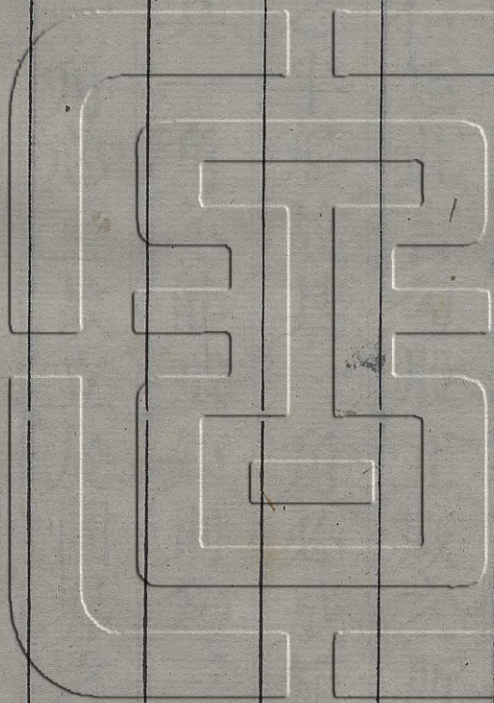
勾股

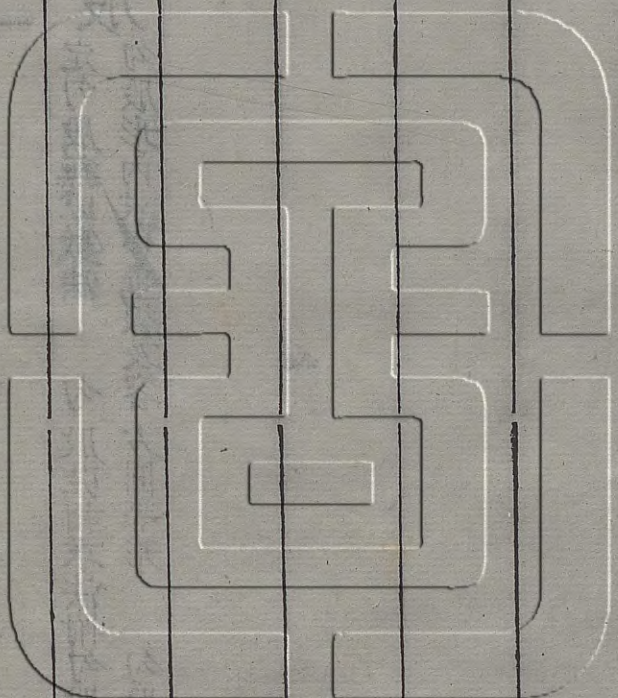
定勾股無零數法

勾股弦相求法附勾股求積

勾股形內求中垂線及容方圓等形

勾股弦和較相求法上





論幾何學卷十二

勾股



周髀曰。折矩以爲勾廣三。股修四。徑隅五。既方其外。半其一矩。環而共盤。得成三。四。五。兩矩共長二十有五。是爲積矩。此言勾股正數之所以立法也。蓋勾股得長方之半形。故其一角必成矩。所謂直角也。面後可謂勾股。如其一角不能成矩。則爲三角形而非勾股矣。因勾股一角必直。故立於圓界之正一半。而自直角所作垂線。遂成連比例三率。是以直角相對界所作方形之積。必與兩傍二界所作兩方形之積等。見幾何原

本九卷而勾股弦彼此相求之法於此生焉其法所
第四節

該有四。一勾股弦三者知其二而得其一。或知其二

而得其積。一勾股形自其直角對弦界求垂線。一勾

股形內容方圓等形。一勾股弦三者知其一。復知其

餘二者之較。或二者之和。而得其二。或知其兩較。或

兩和。或一較一和。而得其三。勾股弦和較之法雖雜

出多端。然皆不出勾股

弦方積相求之理。較有勾股較。勾弦較。股弦較。和有

勾股和。勾弦和。股弦和。和較相疊。則又有弦與勾股

和相和。或名之曰弦和。和有弦與勾股和相較。或名

之曰弦和較。有弦與勾股較相和。或名之曰弦較和。

有弦與勾股較相較。或名之曰弦較較。又有勾與股

弦和相和者。或名之曰勾和。股與勾弦和相較者。或名之曰股

較和。即弦較和也。股與勾弦和相較者。或名之曰股

較也。勾與股弦較相和者。或名之曰勾較和。即弦較

較也。勾與股弦較相較者。或名之曰勾較較。股與

此

四者皆勾股之正法。理一定而數隨之者也。至若勾

三股四弦五之類。倍之至於億兆而總不越此一定

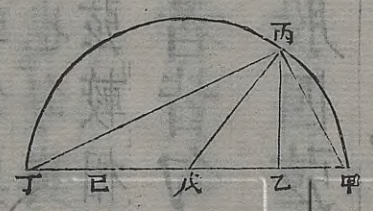
之分者。名曰正勾股。槩以比例推之。則三者止有其

一。即可得其二。或有積而即得其三界。此為數一定

定勾股弦無零數法

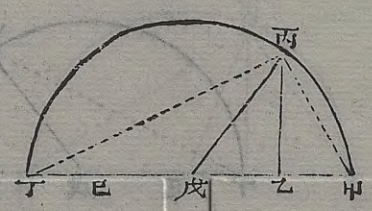
而法隨之者也。一一按類列題發明如左。

設如用二四八連比例三率。定勾股弦無零數。問各得幾何。



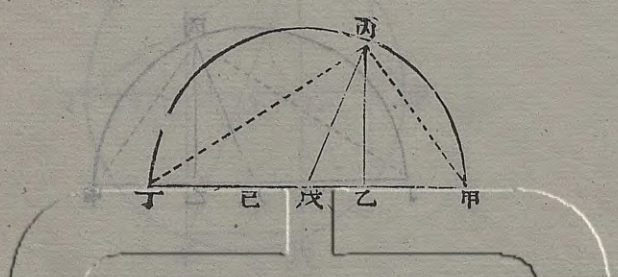
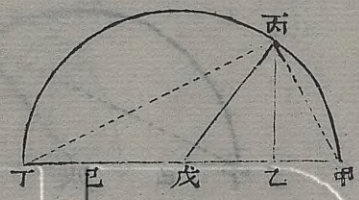
法以中率四命為四尺為股。首率二尺與末率八尺相減餘六尺。折半得三尺為勾。首率二尺與末率八尺相加得十尺。折半得五尺為弦也。如圖甲乙為首率二尺。丙乙為中率四尺。乙丁為末率八尺。今以甲乙與乙丁相和。共為甲丁十尺。而以丙乙立於甲丁線相和之乙

問各幾幾

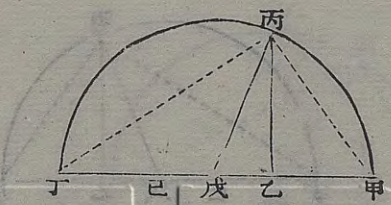


處。乃以甲丁折半於戊。以戊為心。甲丙丁為界作半圓。復自丙至甲。至丁。作丙甲丙丁二線。遂成甲丙丁勾股形。其丙角立於圓界之半。必為直角。見幾何原本四卷第一節。而丙乙為垂線。即將甲丙丁勾股形分為甲乙丙。丙乙丁兩勾股形。而與原形為同式三勾股形矣。見幾何原本九卷第一節。其甲乙與丙乙之比。同於丙乙與乙丁之比。為連比例三率。故以中率丙乙為

股而首率甲乙與己丁等與末率乙丁相減。餘乙已折半得乙戊為勾。又首率甲乙與末率乙丁相加之甲丁折半得甲戊戊丁二半徑與丙戊等為弦也。此法原為定勾股弦三者俱無零數之法。所設之數必彼此可以度盡。始可立為準則。否則勾股弦三者必有一不盡之數矣。設如有四六可以度盡之兩數。欲定勾股弦無零數。問各得幾何。



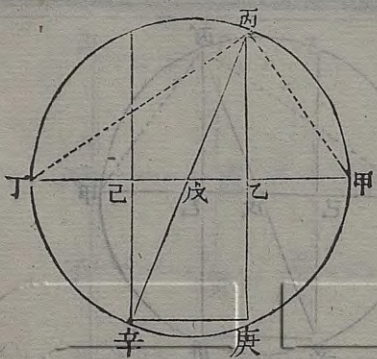
法以四尺為首率。六尺為中率。將中率六尺自乘得三十六尺。用首率四尺除之。得九尺為末率。乃以中率六尺為股。首率四尺與末率九尺相減餘五尺。折半得二尺五寸為勾。首率四尺與末率九尺相加得十三尺。折半得六尺五寸為弦也。如圖甲乙為首率四尺。丙乙為中率六尺。今以中率六尺自乘。用首率四尺除之。乃得乙丁末率九尺。爰以甲



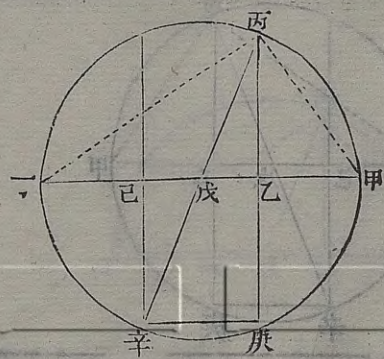
乙首率乙丁末率相和折半於戊以戊為心甲丙丁為界作半圓復自丙至甲至丁作二線則成甲丙丁直角三角形其丙乙中率即為丙直角之垂線故以中率丙乙為股而首率甲乙與末率乙丁相減餘乙己折半得乙戊為勾而首率甲乙與末率乙丁相加得甲丁折半得甲戊戊丁與丙戊等為弦也

設如有四六九連比例三率以中率六倍之為股定

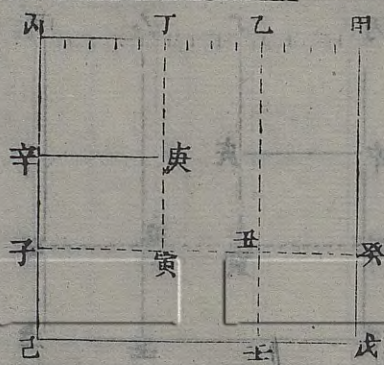
勾弦無零數問各得幾何



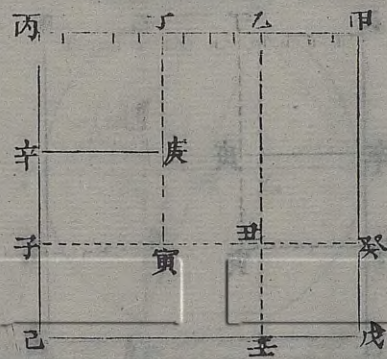
法以首率四尺與末率九尺相減餘五尺為勾首率四尺與末率九尺相加得十三尺為弦也如圖甲乙為首率四尺丙乙為中率六尺乙丁為末率九尺爰以甲乙首率與乙丁末率相和折半於戊以戊為心甲丙丁為界作一全圓復自丙至甲至丁作二線則成甲丙丁直角三角形其丙乙中率即為丙直角之



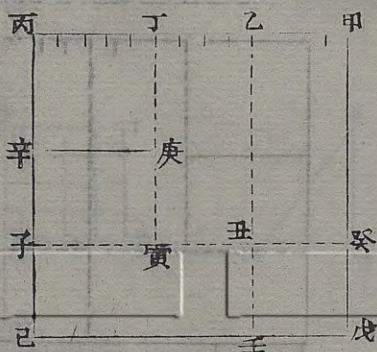
垂線。今將中率丙乙倍之。即得丙庚為股。故以首率甲乙與已丁等與末率乙丁相減。餘乙已與庚辛等為勾。又首率甲乙與末率乙丁相加得甲丁。全徑與丙辛等為弦也。蓋前二法用中率為股。故以首率末率相減折半為勾。首率末率相加折半為弦。此法則倍中率為股。故以首率末率相減即為勾。首率末率相加即為弦。而皆不用折半也。又圖甲乙為



首率四尺。乙丙為末率九尺。甲丙為首率與末率相加之十三尺。丁丙為首率與末率相減所餘之五尺。如依甲丙線度作甲戊己丙正方形。即為弦自乘之方。如依丁丙線度作丁庚辛丙正方形。即為勾自乘之方。今以乙丙末率亦作一正方形。將兩邊線引長至甲戊己丙正方形界。則成甲癸丑乙與丑壬己子二長方形。仍餘癸戊壬丑一小正方形。



又以丁庚辛丙正方形之丁庚界引長至乙丑子丙正方形之丑子界則又成乙丑寅丁一長方形與前一長方形等仍餘庚寅子辛一小長方形合前癸戊壬丑一小正方形則亦與前一長方形等。是此四長方形皆為首率與末率相乘之長方而與中率自乘之正方形相等矣。見算法原本二卷第三節如以此四長方形共計之則為甲戊己辛庚丁一磬折形。今



甲戊己丙既為弦自乘之一正方形而丁庚辛丙又為勾自乘之一正方形則兩方相減所餘之甲戊己辛庚丁磬折形之積與股自乘之一正方形等。見幾何原本九卷第四節甲戊己辛庚丁磬折形既為四長方之共積則四長方之共積亦必與股自乘之一正方形等。首率末率相乘之四長方既與股自乘之一正方形等則中率自乘之四正方形亦必與股自乘之一正方形等。

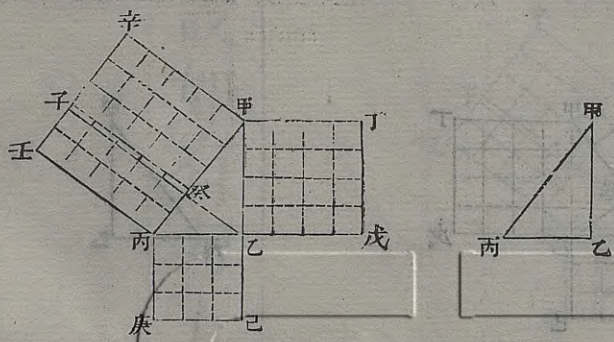
是故中率自乘之四正方形。合之而為股
 自乘之一正方形。則其每邊必比中率各
 大一倍。見幾何原本
七卷第五節。故倍中率而為股
 者。必取首率末率之和而為弦。首率末
 率之較而為勾。蓋首率末率相和自乘
 之一正方形。內減去首率末率相較自乘
 之一正方形。甫能得中率加倍自乘之一
 正方形積也。



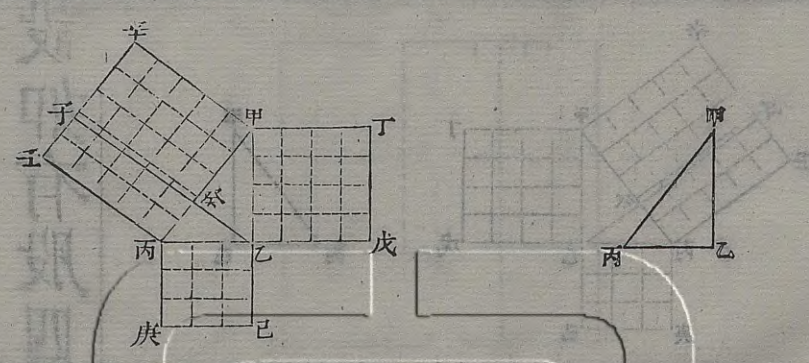
勾股弦相求法

勾股求積附

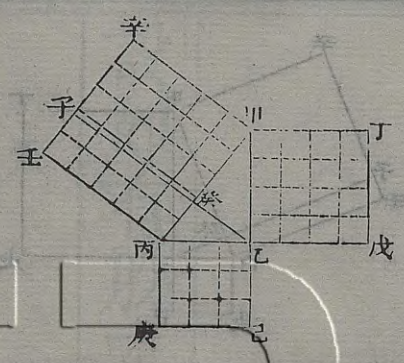
設如有股四尺。勾三尺。求弦幾何。



法以股四尺自乘得十六尺。勾三尺自
 乘得九尺。相加得二十五尺。開方得五
 尺。即為弦也。如圖甲乙丙勾股形。其甲
 乙股所作丁戊乙甲正方形積。乙丙勾
 所作乙己庚丙正方形積相併。必與甲
 丙弦所作甲丙壬辛正方形積等。試自
 乙直角過甲丙弦作一乙癸子線。則將



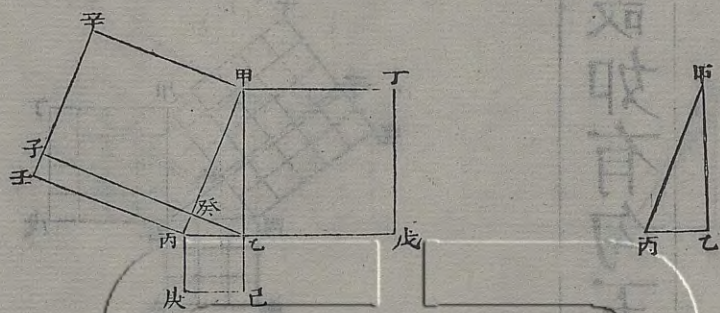
甲丙壬辛正方形。分爲甲癸子辛。癸丙壬子二長方形。而甲乙丙勾股形。分爲甲乙癸。乙丙癸。同式兩勾股形矣。其甲癸與甲乙之比。同於甲乙與甲丙之比。爲連比例三率。故甲乙中率所作丁戊乙甲正方形。與甲癸首率甲丙末率相等之甲辛所作甲癸子辛長方形之積相等也。又癸丙與乙丙之比。同於乙丙與甲丙之比。爲連比例三率。故乙丙中



率所作乙己庚丙正方形。與癸丙首率甲丙末率相等之丙壬所作癸丙壬子長方形之積相等也。一正方形所分之二長方。既與二正方形之積相等。則此二正方形之積相合。與彼一正方形之積相等可知矣。

設如有勾五尺。弦十三尺。求股幾何。

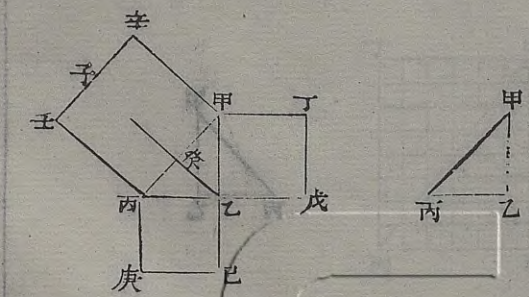
法以勾五尺自乘得二十五尺。弦十三尺自乘得一百六十九尺。相減餘一百



四十四尺。開方得十二尺。即為股也。如圖甲乙丙勾股形。自乙直角過甲丙弦作一乙癸子線。則將甲丙壬辛正方形。分為甲癸子辛。癸丙壬子二長方形。其癸丙壬子長方形積。與乙丙勾所作乙己庚丙正方形積等。其甲癸子辛長方形積。與甲乙股所作丁戊乙甲正方形積等。故甲丙弦所作甲丙壬辛正方形。內減去與乙己庚丙正方形相等之癸

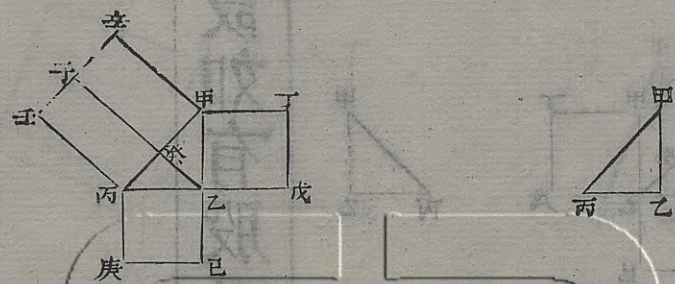
設如有股二十一尺。弦二十九尺。求勾幾何。

丙壬子長方形。餘甲癸子辛長方形。即與丁戊乙甲正方形之積相等。故開方而得甲乙為股也。



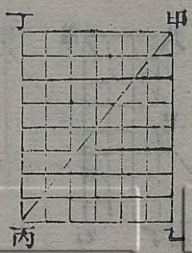
法以股二十一尺自乘得四百四十一尺。弦二十九尺自乘得八百四十一尺。相減餘四百尺。開方得二十尺。即為勾也。如圖甲乙丙勾股形。自乙直角過甲丙弦作一乙癸子線。則將甲丙壬辛正

方形。分爲甲癸子辛。癸丙壬子二長方形。其甲癸子辛長方形積。與甲乙股所作丁戊乙甲正方形積等。其癸丙壬子長方形積。與乙丙勾所作乙己庚丙正方形積等。故甲丙弦所作甲丙壬辛正方形。內減去與丁戊乙甲正方形相等之甲癸子辛長方形。餘癸丙壬子長方形。卽與乙己庚丙正方形之積相等。故開方而得乙丙爲勾也。



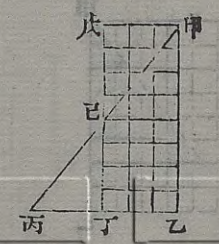
設如有勾六尺。股八尺。求面積幾何。

法以勾六尺與股八尺相乘得四十八尺。折半得二十四尺爲面積也。如圖甲乙丙勾股形。其乙丙勾與甲乙股相乘。則成甲乙丙丁長方形。其積比甲乙丙勾股形正大一倍。故折半得勾股積也。若有勾弦求面積。則用勾弦求股之法。得股與勾相乘。折半得面積。或有股弦求面積。則用股弦求勾之法。得勾與股



相乘折半得面積也。

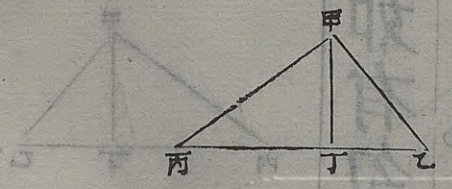
又法將勾六尺折半得三尺。與股八尺相乘亦得二十四尺為面積也。如圖甲乙丙勾股形將乙丙勾折半為乙丁。與甲乙股相乘成甲乙丁戊長方形。其甲戊己小勾股形與己丁丙小勾股形之積等。如以甲戊己小勾股形移於己丁丙。適合甲乙丙勾股形積。故甲乙丁戊長方形積與甲乙丙勾股形積相等也。

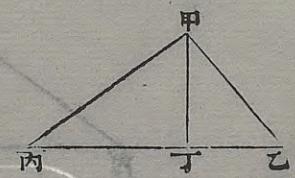


勾股形內求中垂線及容方圓等形

設如有勾六尺股八尺弦十尺欲自直角對弦界作垂線問得幾何。

法以弦十尺為一率勾六尺為二率股八尺為三率推得四率四尺八寸即為自直角對弦界所作垂線也。如圖甲乙丙勾股形作甲丁垂線則將甲乙丙勾股形分為甲丁乙甲丁丙兩勾股形皆與原形為同式故原甲乙丙勾股形之

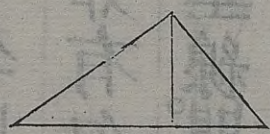




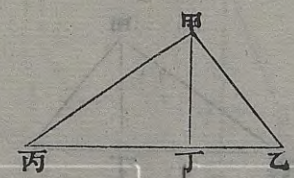
乙丙弦與甲乙勾之比。同於今所分甲
丁丙勾股形之甲丙弦與甲丁勾之比。
而為相當比例四率也。

設如有勾六尺。股八尺。弦十尺。欲自直角對弦界作

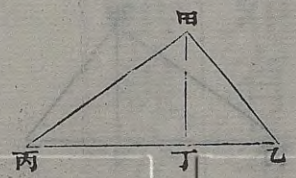
垂線。分弦為二段。問所分二段大小各幾何。



法以勾六尺自乘得三十六尺。以弦十
尺除之得三尺六寸。為垂線所分之小
界。以股八尺自乘得六十四尺。以弦十
尺除之得六尺四寸。為垂線所分之大



界也。如圖甲乙丙勾股形。作甲丁垂線。
則分甲乙丙勾股形為甲丁乙。甲丁丙
兩勾股形。皆與原形為同式。故原甲乙
丙勾股形之乙丙弦與甲乙勾之比。同
於今所分甲丁乙勾股形之甲乙弦與
乙丁勾之比。為連比例三率。而原甲乙
丙勾股形之乙丙弦與甲丙股之比。又
同於今所分甲丁丙勾股形之甲丙弦
與丙丁股之比。亦為連比例三率。是以



原甲乙丙勾股形之甲乙勾文為今所分甲丁乙丙勾股形之弦者為中率自乘。而以原甲乙丙勾股形之乙丙弦為首率除之。得末率乙丁。為甲丁垂線所分之小界。原甲乙丙勾股形之甲丙股。又為今所分甲丁丙勾股形之弦者為中率自乘。而以原甲乙丙勾股形之乙丙弦為首率除之。得末率丁丙。為甲丁垂線所分之大界也。

設如有勾五尺。股十二尺。問內容方邊幾何。

答自西門法以勾五尺與股十二尺相加。得十七

尺為一率。勾五尺為二率。股十二尺為

三率。推得四率三尺五寸二分九釐有

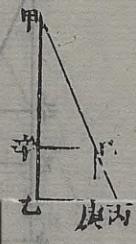
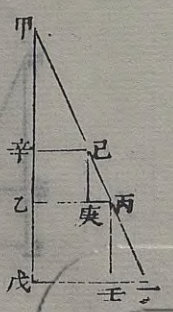
餘。為內容方邊也。如圖甲乙丙勾股形。

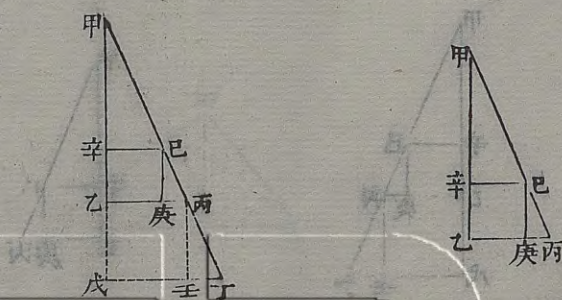
甲乙為股十二尺。乙丙為勾五尺。試依

乙丙勾數。將甲乙股引長作甲戊線。為

勾股和十七尺。自戊與乙丙勾平行作

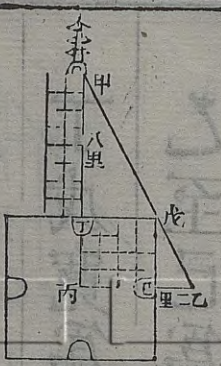
戊丁線。又將甲丙弦引長作甲丁線。則



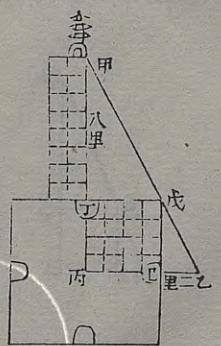


成甲戊丁同式勾股形。復自丙角與甲戊線平行作丙壬線。則成丙壬戊乙正方形。即為甲戊丁勾股形所容之方。故甲戊丁勾股形之甲戊股與乙丙方邊之比。同於甲乙丙勾股形之甲乙股與己辛方邊之比也。

設如有方城一座。四正有門。自南門直行八里。有一塔。自西門直行至二里。切城角亦望見塔。問城每面幾何。



法以西門外二里與南門外八里相乘。得十六里。開方得四里。倍之得八里。即為城每一面之數也。如圖甲乙丙勾股形。乙己為西門外二里。甲丁為南門外八里。戊己與戊丁皆為城之每邊之一半。而甲丁戊勾股形與戊己乙勾股形為同式。故乙己與己戊之比。同於戊丁與丁甲之比。為相當比例四率。且己戊與戊丁皆為一體。故又為相連比例三

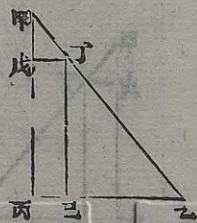


率。是以乙己首率與甲丁末率相乘。開方而得戊丁或戊己。皆為中率。為城之每邊之一半也。

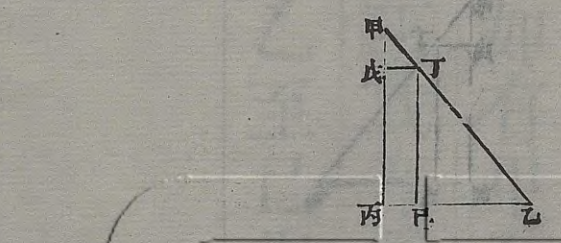
設如有甲乙丙勾股形。內容丁己丙戊長方形。但知丁戊寬為戊丙長四分之一。從甲至戊為四尺。從乙至己為九尺。問長方及勾股各幾何。

法以甲戊四尺與乙己九尺相乘。得三十六尺。為內容長方之積。用四歸之。得九尺。開方得三尺。為己丙。即長方之闊。

勾股形



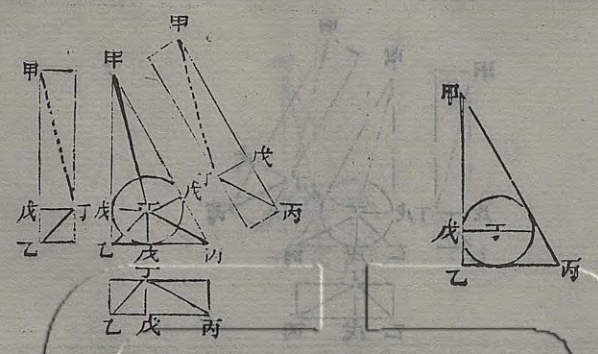
以四因之。得十二尺。為戊丙。即長方之長。以戊丙十二尺加甲戊四尺。得十六尺。為股。以己丙三尺加乙己九尺。得十二尺。為勾也。蓋丁己乙勾股形與甲戊丁勾股形。皆與甲乙丙勾股形為同式。故丁己乙勾股形之乙己勾。與丁己股之比。即同於甲戊丁勾股形之丁戊勾與甲戊股之比。而乙己首率與甲戊四率相乘之數。必與丁己二率與丁戊三



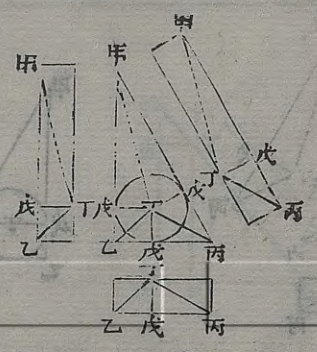
率相乘之數相等是以乙己與甲戊相乘。即為丁己丙戊長方形之積也。丁戊既為戊丙之四分之一。則以四歸之即成丁戊線所作之正方形積。故開方得丁戊之闊。又四因之而得戊丙之長也。既得丁戊。而丁戊與己丙等。故己丙與乙己相加得乙丙之勾。而戊丙與甲戊相加得甲丙之股也。

設如有勾八尺。股十五尺。弦十七尺。問內容圓徑幾

何。



法以勾八尺與股十五尺相乘。得一百二十尺。乃以勾八尺股十五尺弦十七尺三數相加。共四十尺。除之得三尺。為容圓半徑。倍之得六尺。為容圓全徑也。如圖甲乙丙勾股形。內容丁圓形。試自圓中心至甲乙丙三角。作丁甲。丁乙。丁丙三線。則分甲乙丙勾股形為甲丁乙。甲丁丙。乙丁丙三三角形。勾股弦三線

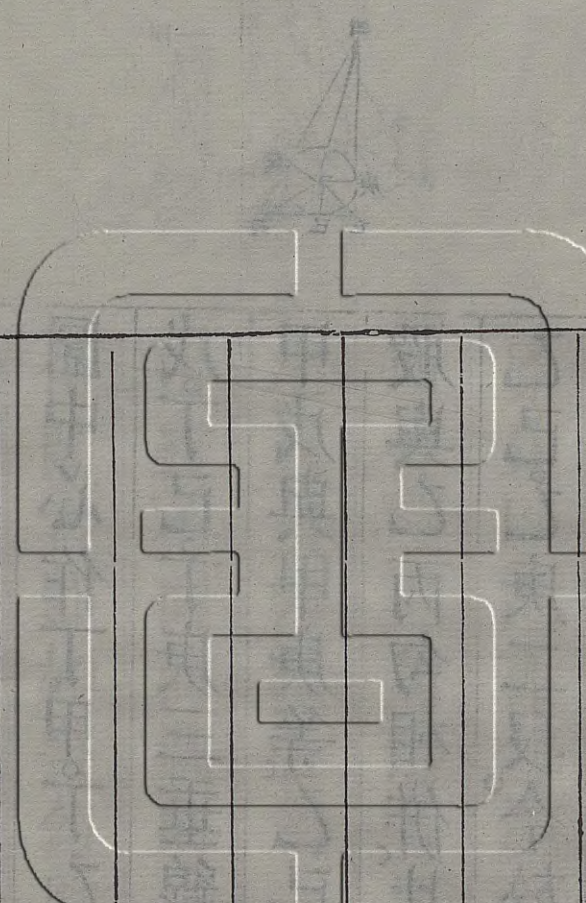


皆為三角形之底邊。而丁戊半徑。皆為其垂線矣。今勾股相乘所得之長方積。原比甲乙丙勾股形積大一倍。即如將所分三三角形。各用垂線乘底邊所得之三長方積。合為一長方也。三長方之長雖不同而闊則一。故各以長除積而得闊者。即如合勾股弦三邊除勾股相乘之積而得半徑也。又法以勾八尺與股十五尺相加得二



十三尺。丙減弦十七尺。餘六尺。即為內容圓之全徑也。如圖甲乙丙勾股形。自圓中心作丁甲。丁乙。丁丙三線。又作丁戊。丁己。丁庚三垂線。則丙戊與丙己等。甲戊與甲庚等。乙己與乙庚原等。甲乙股與乙丙勾相併。比甲丙弦所多者。惟乙己。乙庚二段。今於甲乙股乙丙勾相併度內減去甲丙弦。即如甲乙股內減去與甲戊等之甲庚。乙丙勾內減去與

丙戌等之丙己所餘者止乙庚與乙己皆為圓之半徑。二半徑相合非全徑耶。



勾股弦和較相求法上

勾股弦和較相求之法。錯綜變換共有六十。舊算書所有者八。按舊法可以變通者三十有四。舊法所無今創立者一十有八。依題比類列目於前。按法循序設問於後。以備人之觀覽焉。

有勾。有股。弦較。求股弦。第一 舊有

有勾。有股。弦和。求股弦。第二 舊有

有股。有勾。弦較。求勾弦。第三 舊有

有股。有勾。弦和。求勾弦。第四 舊有

有弦。有勾股較。求勾股。第五 舊有

有弦。有勾股和。求勾股。第六 舊有

有勾弦和。有股弦和。求勾股弦。第七 舊有

有勾股和。有股弦和。求勾股弦。第八 新立

有勾股和。有勾弦和。求勾股弦。第九 新立

有勾弦較。有股弦較。求勾股弦。第十 舊有

有勾股較。有勾弦較。求勾股弦。第十一 舊法變通

有勾股較。有股弦較。求勾股弦。第十二 舊法變通

有勾股和。有勾弦較。求勾股弦。第十四 新立

有勾股和。有股弦較。求勾股弦。第十五 新立

有勾弦和。有股弦較。求勾股弦。第十三 舊法變通

有股弦和。有勾弦較。求勾股弦。第十四 新立

有股弦和。有勾股較。求勾股弦。第十三 并見第十三 按舊法變通

有勾。有勾股弦總和。求股弦。第十八 舊法變通

有勾。有弦與勾股和之較。求股弦。第十六 舊法變通

有勾。有弦與勾股較之和。求股弦。第十九 舊法變通

有勾。有弦與勾股較之較。求股弦。第十七 舊法變通

有股。有勾股弦總和。求勾弦。第二十二按 舊法變通

有股。有弦與勾股和之較。求勾弦。第二十按 舊法變通

有股。有弦與勾股較之和。求勾弦。第二十三按 舊法變通

有股。有弦與勾股較之較。求勾弦。第二十一按 舊法變通

有弦。有勾股弦總和。求勾股。第二十六按 舊法變通

有弦。有弦與勾股和之較。求勾股。第二十四按 舊法變通

有弦。有弦與勾股較之和。求勾股。第二十七按 舊法變通

有弦。有弦與勾股較之較。求勾股。第二十五按 舊法變通

有勾股和。有勾股弦總和。求勾股弦。并見第二十六按 舊法

法變通

有勾股和。有弦與勾股和之較。求勾股弦。并見第二

十四按 舊法變通

有勾股和。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第三十八

新立

有勾股和。有弦與勾股較之較。求勾股弦。第三十七

新立

有勾弦和。有勾股弦總和。求勾股弦。并見第二十二按 舊法

法變通

有勾弦和。有弦與勾股和之較。求勾股弦。第十九

新立

有勾弦和。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第十四

立

有勾弦和。有弦與勾股較之較。求勾股弦。第二

十一按舊法變通

有股弦和。有勾股弦總和。求勾股弦。并見第十

變通

有股弦和。有弦與勾股和之較。求勾股弦。第十一

新立

有股弦和。有弦與勾股較之和。求勾股弦。并見第十

九按舊法變通

有股弦和。有弦與勾股較之較。求勾股弦。第十二

新立

有勾股較。有勾股弦總和。求勾股弦。第三十

有勾股較。有弦與勾股和之較。求勾股弦。第十四

新立

有勾股較。有弦與勾股較之和。求勾股弦。并見第二

十七按舊法變通

有勾股較。有弦與勾股較之和。求勾股弦。并見第二

十五按舊法變通

有勾股較。有勾股弦總和。求勾股弦。第三十五新立

有勾股較。有弦與勾股和之較。求勾股弦。并見第二

十按舊法變通

有勾股較。有弦與勾股較之和。求勾股弦。并見第二

十三按舊法變通

有勾股較。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第十四

新立

有股弦較。有勾股弦總和。求勾股弦。第三十六新立

有股弦較。有弦與勾股和之較。求勾股弦。并見第十

六按舊法變通

有股弦較。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第十四十五

新立

有股弦較。有弦與勾股較之較。求勾股弦。并見第十

七按舊法變通

有勾股弦總和。有弦與勾股和之較。求勾股弦。

第三十三按
舊法變通

有勾股弦總和。有弦與勾股較之和。求勾股弦。

第三十按
舊法變通

有勾股弦總和。有弦與勾股較之較。求勾股弦。

第三十一按
舊法變通

有弦與勾股和之較。有弦與勾股較之和。求勾

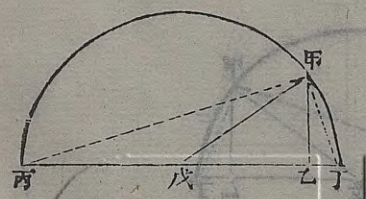
股弦。
第二十九按
舊法變通

有弦與勾股和之較。有弦與勾股較之較。求勾

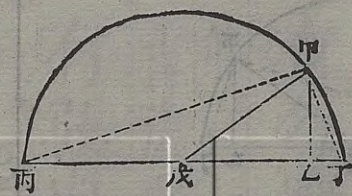
股弦。
第二十八按
舊法變通

有弦與勾股較之和。有弦與勾股較之較。求勾
股弦。
第三十二按
舊法變通

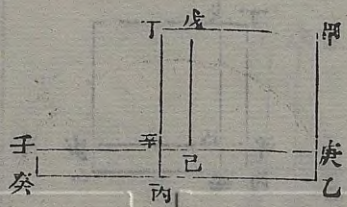
設如有勾十五尺。股弦較五尺。求股弦各幾何。
第一



法以勾十五尺自乘。得二百二十五尺。
以股弦較五尺除之。得四十五尺為股
弦和。與股弦較五尺相加。得五十尺。折
半得二十五尺為弦。於弦二十五尺內
減股弦較五尺。餘二十尺為股也。如圖
甲乙為勾十五尺。丁乙為股弦較五尺。

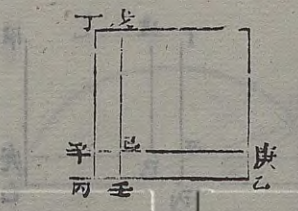


試自甲至丁作甲丁線。則成甲乙丁勾股形。復以丁乙線引長。而以甲為直角。作甲丙線。則又成丙甲丁勾股形。爰以丁丙線折半於戊。而以戊為心。甲為界。作丙甲丁半圓。則丁乙。甲乙。乙丙。即為連比例三率。故以申率甲乙勾自乘。以首率丁乙股弦較除之。得末率乙丙為股弦和也。乙丙與丁乙相加得丁丙全徑。折半得丁戊。戊丙半徑。俱與甲戊等。

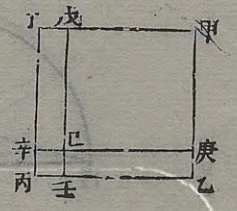


故甲戊為弦。於丁戊半徑。減丁乙股弦較。餘乙戊即為股也。又圖甲乙丙丁為弦自乘之。正方積。甲庚己戊為股自乘之。正方積。故乙丙丁戊己庚磬折形。與勾自乘之。正方積相等。今將戊己辛丁移為辛壬癸丙。則成庚乙癸壬一長方形。其庚壬長即股弦和。其庚乙闊即股弦較。故將勾自乘之數。以股弦較除之。而得股弦和也。

又法以勾十五尺自乘得二百二十五尺。又以股弦較五尺自乘得二十五尺。相減餘二百尺。折半得一百尺。以股弦較五尺除之得二十尺為股。加股弦較五尺得二十五尺為弦也。如圖甲乙丙丁為弦自乘之正方積。甲庚己戊為股自乘之正方積。故乙丙丁戊己庚磬折形與勾自乘之正方積相等。而已壬丙辛即股弦較自乘之正方積也。於乙丙



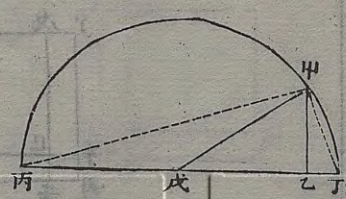
丁戊己庚磬折形積內減己壬丙辛股弦較自乘之正方積。餘庚乙壬己與戊己辛丁二長方形。折半即餘戊己辛丁一長方形。其戊己長即股。其己辛闊即股弦較。故以股弦較除折半之積而得股也。



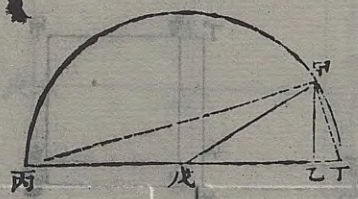
設如有勾二十八尺。股弦和九十八尺。求股弦各幾

何。第二

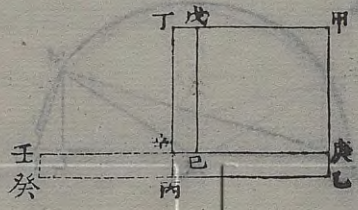
法以勾二十八尺自乘得七百八十四



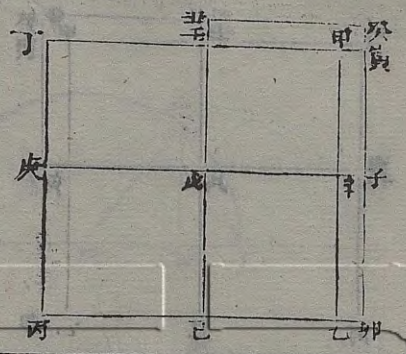
尺。以股弦和九十八尺除之。得八尺為
 股弦較。與股弦和九十八尺相加。得一
 百零六尺。折半得五十三尺為弦。於股
 弦和九十八尺內減弦五十三尺。餘四
 十五尺為股也。如圖甲乙為勾二十八
 尺。乙丙為股弦和九十八尺。試自甲至
 丙作甲丙線。則成甲乙丙勾股形。復以
 乙丙線引長。而以甲為直角作甲丁線。
 則又成丙甲丁勾股形。爰以丁丙線折



半於戊。而以戊為心。作丙甲丁半圓。則
 乙丙甲乙丁乙。即為連比例三率。故以
 中率甲乙勾自乘。以首率乙丙股弦和
 除之。得末率丁乙為股弦較也。丁乙與
 乙丙相加。得丁丙全徑。折半得丁戊。戊
 丙半徑。俱與甲戊等。故甲戊為弦。於乙
 丙股弦和內減戊丙半徑。或於丁戊半
 徑內減丁乙股弦較。餘乙戊即為股也。
 又圖甲乙丙丁為弦自乘之正方積。甲

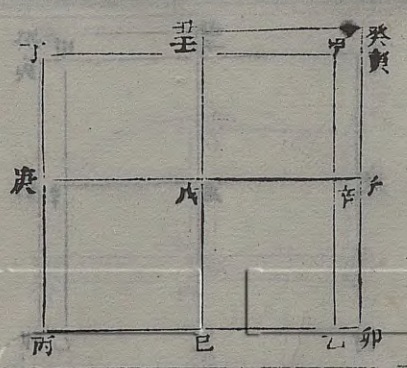


庚己戊為股自乘之正方積。故乙丙丁
 戊己庚磬折形與勾自乘之正方積相
 等。今將戊己辛丁移為辛壬癸丙。則成
 庚乙癸壬一長方形。其庚壬長即股弦
 和。其庚乙闊即股弦較。故勾自乘之數
 以股弦和除之而得股弦較也。
 又法以勾二十八尺自乘得七百八十
 四尺。又以股弦和九十八尺自乘得九
 千六百零四尺。兩數相加得一萬零三



百八十八尺折半得五千一百九十四
 尺。以股弦和九十八尺除之得五十三
 尺為弦。於股弦和九十八尺內減弦五
 十三尺。餘四十五尺為股也。如圖甲乙
 丙丁為股弦和自乘之正方積。丙戊己
 丙庚為弦自乘之正方積。甲辛戊壬為
 股自乘之正方積。辛乙己戊與壬戊庚
 丁為股弦相乘之二長方積。勾自乘之
 正方積則與癸壬辛甲壬丑磬折形相

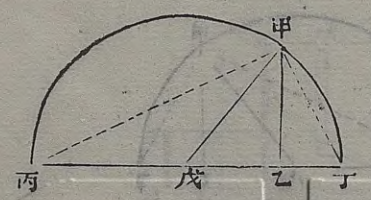
等。如加甲辛戊壬股自乘之正方積。則成癸子戊丑正方形。為一勾方一股方相和之積。而與戊己丙庚一弦方之積相等。今以勾自乘之磬折形之積。加於股弦和自乘之正方積內。即如將癸寅壬丑長方形移補於子卯乙辛。遂成寅卯丙丁一大長方形。折半則餘壬己丙丁一長方形。其闊即弦。其長即股弦和。故以股弦和除折半之積而得弦也。

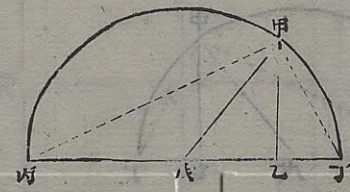


設如有股三十二尺。勾弦較十六尺。求勾弦各幾何。

第三

法以股三十二尺自乘。得一千零二十四尺。以勾弦較十六尺除之。得六十四尺。為勾弦和。與勾弦較十六尺相加。得八十尺。折半得四十尺。為弦。於弦四十分內減勾弦較十六尺。餘二十四尺。為勾也。如圖甲乙為股三十二尺。丁乙為勾弦較十六尺。試自甲至丁作甲丁線。



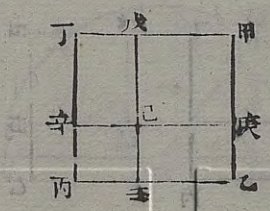


則成甲乙丁勾股形。復以丁乙線引長。而以甲為直角作甲丙線。則又成丙甲丁勾股形。爰以丁丙線折半於戊。而以戊為心甲為界作丙甲丁半圓。則丁乙甲乙丙即為連比例三率。故以中率甲乙股自乘。以首率丁乙勾弦較除之。得末率乙丙為勾弦和也。丁乙與乙丙相加為丁丙全徑。折半得丁戊戊丙半徑。俱與甲戊等。故甲戊為弦。於丁戊半

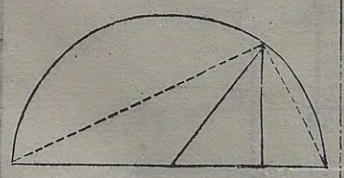
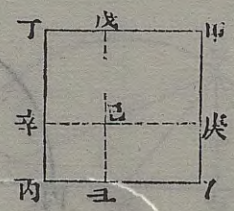


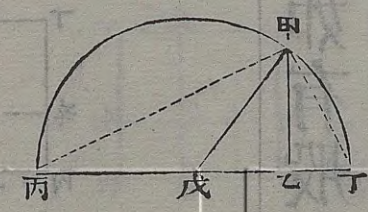
徑內減丁乙勾弦較餘乙戊即為勾也。又圖甲乙丙丁為弦自乘之正方積。甲庚己戊為勾自乘之正方積。故乙丙丁戊己庚磬折形。與股自乘之正方積相等。今將戊己辛丁移為辛壬癸丙。則成庚乙癸壬一長方形。其庚壬長即勾弦和。其庚乙闊即勾弦較。故將股自乘之數以勾弦較除之而得勾弦和也。又法以股三十二尺自乘得一千零二

十四尺。又以勾弦較十六尺自乘。得二百五十六尺。相減餘七百六十八尺。折半得三百八十四尺。以勾弦較十六尺除之。得二十四尺為勾。加勾弦較十六尺。得四十尺為弦也。如圖甲乙丙丁為弦自乘之正方積。甲庚己戊為勾自乘之正方積。故乙丙丁戊己庚磬折形與股自乘之正方積相等。而已壬丙辛即勾弦較自乘之正方積也。於乙丙丁戊

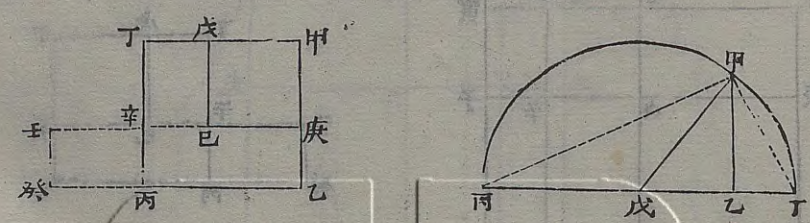


己庚磬折形積內。減己壬丙辛勾弦較自乘之正方積。餘庚乙壬己與戊己辛丁二長方形。折半即餘戊己辛丁一長方形。其戊己長即勾。其己辛闊即勾弦較。故以勾弦較除折半之積而得勾也。設如有股八尺。勾弦和十六尺。求勾弦各幾何。第四法以股八尺自乘。得六十四尺。以勾弦和十六尺除之。得四尺為勾弦較。與勾弦和十六尺相加。得二十尺。折半得十

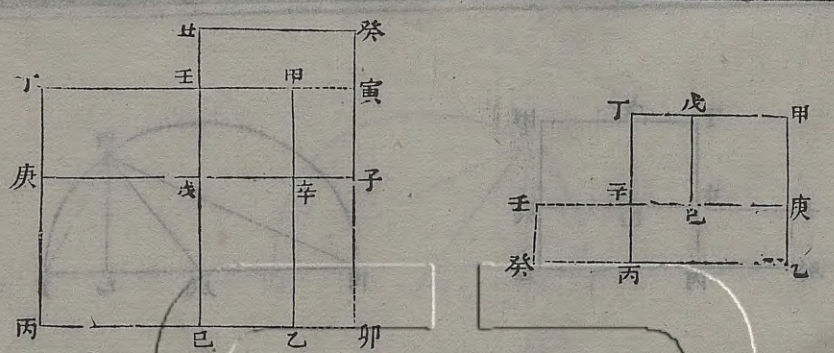




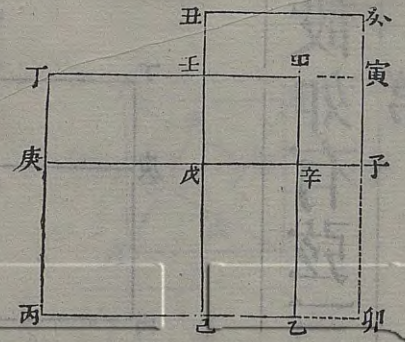
尺爲弦。於勾弦和十六尺內減弦十尺。餘六尺爲勾也。如圖甲乙爲股八尺。乙丙爲勾弦和十六尺。試自甲至丙作甲丙線。則成甲乙丙勾股形。復以乙丙線引長。而以甲爲直角作甲丁線。則又成丙甲丁勾股形。爰以丁丙線折半於戊。而以戊爲心。甲爲界。作丙甲丁半圓。則乙丙甲乙丁乙。卽爲連比例三率。故將中率甲乙股自乘。以首率乙丙勾弦和



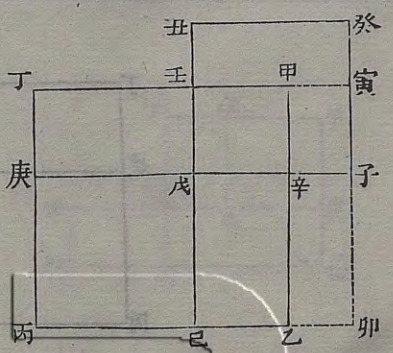
除之。得末率丁乙爲勾弦較也。丁乙與乙丙相加爲丁丙全徑。折半得了戊。戊丙半徑。俱與甲戊等。故甲戊爲弦。於乙丙勾弦和內減戊丙半徑。或丁戊半徑內減丁乙勾弦較。餘乙戊卽爲勾也。又圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方積。甲庚已戊爲勾自乘之正方積。故乙丙丁戊已庚磬折形與股自乘之正方積相等。今將戊已辛丁移爲辛壬癸丙。則成庚



乙癸壬一長方形。其庚壬長即勾弦和。其庚乙闊即勾弦較。故股自乘之數。以勾弦和除之。而得勾弦較也。又法以股八尺自乘。得六十四尺。又以勾弦和十六尺自乘。得二百五十六尺。相加得三百二十尺。折半得一百六十尺。以勾弦和十六尺除之。得十尺為弦。於勾弦和十六尺內減弦十尺。餘六尺為勾也。如圖甲乙丙丁為勾弦和自乘。



之正方形積。丙戊己丙庚為弦自乘之正方形積。甲辛戊壬為勾自乘之正方形積。辛乙己戊與壬戊庚丁為勾弦相乘之長方形積。股自乘之正方形積。則與癸子辛甲壬丑之磬折形相等。如加甲辛戊壬勾自乘之正方形積。則成癸子戊丑正方形。為一勾方一股方相和之積。而與戊己丙庚一弦方之積相等。今以股自乘之磬折形之積。加於勾弦和自乘之正

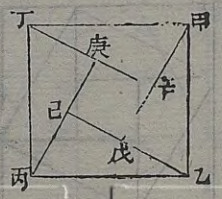


方積內。卽如將癸寅壬丑長方形。移補於子卯乙辛遂成寅卯丙丁一大長方形。折半則餘壬己丙丁一長方形。其闊卽弦。其長卽勾弦和。故以勾弦和除折半之積而得弦也。

設如有弦三十四尺。勾股較十四尺。求勾股各幾何。

第五

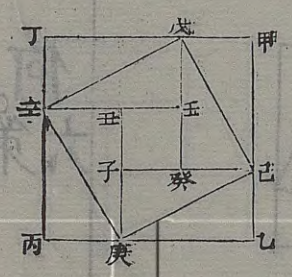
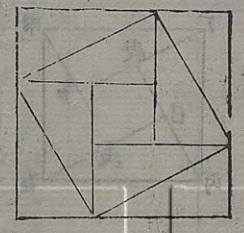
法以弦三十四尺自乘。得一千一百五十六尺。又以勾股較自乘。得一百九十



六尺相減餘九百六十尺。折半得四百八十尺。爲勾股相乘之一長方形積。乃以勾股較十四尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊十六尺爲勾。得長三十尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方形積。戊己庚辛爲勾股較自乘之正方形積。相減餘甲戊乙類四勾股形。爲二長方形積。折半餘一長方形積。其闊卽勾。其長卽股。其長闊較卽勾股較。

故以帶縱較數開方法算之而得闊為勾。得長為股也。

又法以弦三十四尺自乘。得一千一百五十六尺。倍之得二千三百一十二尺。又以勾股較十四尺自乘。得一百九十六尺。相減餘二千一百一十六尺。開方得四十六尺為勾股和。於勾股和四十六尺內減勾股較十四尺。餘三十二尺。折半得十六尺為勾。於勾十六尺加勾

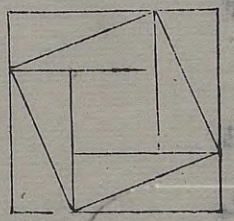


股較十四尺得三十尺為股也。如圖甲乙丙丁為勾股和自乘之正方。內容甲戊己類八勾股積。與壬癸子丑一勾股較積。戊己庚辛為弦自乘之正方。內容戊癸己類四勾股積。與壬癸子丑一勾股較積。倍之則為八勾股積。二勾股較積。即如甲乙丙丁一大正方形。仍餘壬癸子丑一小正方形。今減所餘壬癸子丑一小正方形。即一勾股較積。仍餘八勾股積。

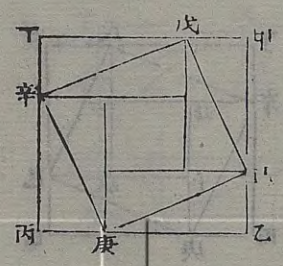
一勾股較積為甲乙丙丁正方形。即勾股和自乘之方。故開方而得勾股和也。

設如有弦三十九尺。勾股和五十一尺。求勾股各幾

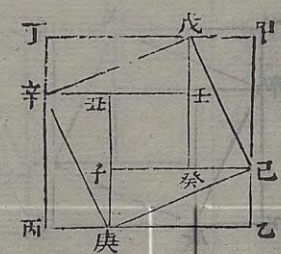
何。第六



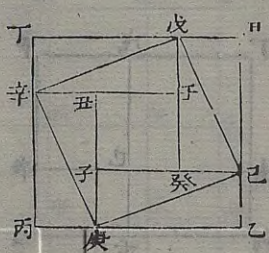
法以勾股和五十一尺自乘。得二千六百零一尺。又以弦三十九尺自乘。得一千五百二十一尺。相減餘一千零八十八尺。折半得五百四十四尺。為勾股相乘之一長方形積。乃以勾股和五十一尺為



長闊和用帶縱和數開方法算之。得闊十五尺為勾。得長三十六尺為股也。如圖甲乙丙丁為勾股和自乘之正方形積。戊己庚辛為弦自乘之正方形積。相減餘甲戊己類四勾股形。為二長方形積。折半餘一長方形積。其闊即勾。其長即股。其長闊和即勾股和。故以帶縱和數開方法算之。而得闊為勾。得長為股也。又法以弦三十九尺自乘。得一千五百



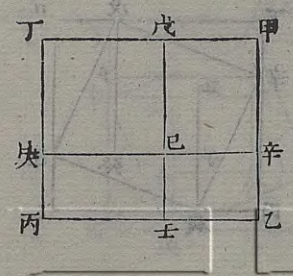
二十一尺。倍之得三千零四十二尺。又以勾股和五十一尺自乘。得二千六百零一尺。相減餘四百四十一尺。開方得三十一尺。為勾股較。於勾股和五十一尺內減勾股較二十一尺。餘三十尺。折半得十五尺。為勾。於勾十五尺加勾股較二十一尺。得三十六尺。為股也。如圖。戊己庚辛為弦。自乘之。正方形內容戊癸己類四勾股積。與壬癸子丑一勾股較



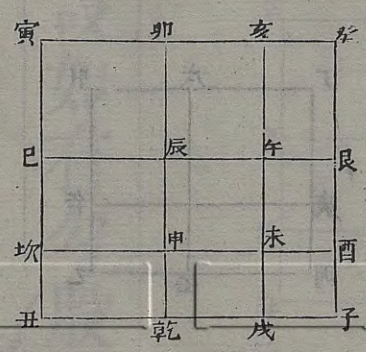
積。倍之則為八勾股積。二勾股較積。即如甲乙丙丁一大正方形。仍餘壬癸子丑一小正方形。又甲乙丙丁為勾股和自乘之。正方形內容甲戊己類八勾股積。壬癸子丑一勾股較積。今以所倍之一大正方形又餘一小正方形內減甲乙丙丁正方形。即餘壬癸子丑一小正方形。為勾股較積。故開方而得勾股較也。

設如有勾弦和二十四尺。股弦和二十七尺。求勾股

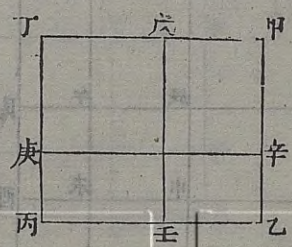
弦各幾何 第七



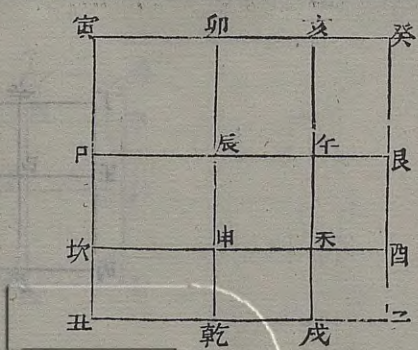
法以勾弦和二十四尺與股弦和二十七尺相乘得六百四十八尺。倍之得一千二百九十六尺。開方得三十六尺。為勾股弦總和。於總和三十六尺內減勾弦和二十四尺。餘十二尺。為股。於總和三十六尺內減股弦和二十七尺。餘九尺。為勾。於股弦和二十七尺內減股十尺。或勾弦和二十四尺內減勾九尺。



餘十五尺為弦也。如圖甲乙線為勾弦。和。甲丁線為股弦和。相乘得甲乙丙丁長方形。內戊己庚丁為弦自乘之正方形。辛乙壬己為勾股相乘之長方。甲辛己戊為股弦相乘之長方。己壬丙庚為勾弦相乘之長方。倍之即為癸子丑寅一大正方形。其每一邊即勾股弦之總和。其卯辰巳寅為弦自乘之正方形。即如前圖之戊己庚丁然。其午未申辰為股自乘



之正方形。其酉子戌未為勾自乘之正方形。兩方相合。又與前圖戊己庚丁弦自乘之正方形相等。其艮酉未午與未戌乾申為勾股相乘之二長方。每一形即如前圖之辛乙壬己然。其亥午辰卯與辰申坎巳為股弦相乘之二長方。每一形即如前圖之甲辛己戌然。其癸艮午亥與申乾丑坎為勾弦相乘之二長方。每一形即如前圖之己壬丙庚然。因癸子丑



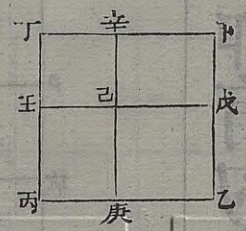
寅正方形比甲乙丙丁長方每一形俱多一倍。故甲乙勾弦和甲丁股弦和相乘所成之甲乙丙丁長方。倍之而與癸子丑寅正方形等。開方得癸子類之每一邊皆為勾股弦之總和也。

設如有勾股和二十一尺。股弦和二十七尺。求勾股弦各幾何。

第八

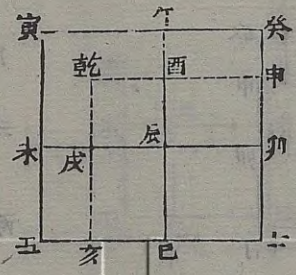
法以勾股和二十一尺自乘得四百四十一尺。又以股弦和二十七尺自乘得

乾卦圖

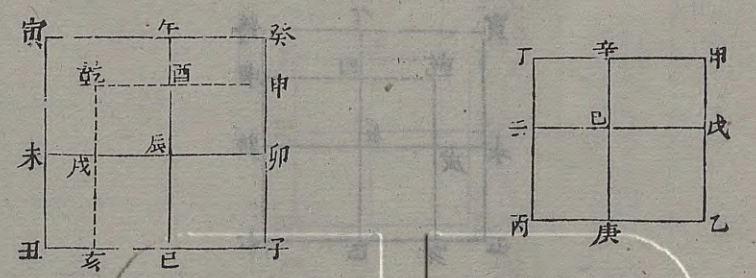


七百二十九尺。兩數相減餘二百八十八尺。乃以勾股和二十一尺與股弦和二十七尺相減。餘六尺為勾弦較。蓋股與弦和皆為一股所和。故相減即勾弦較也。自乘得三十

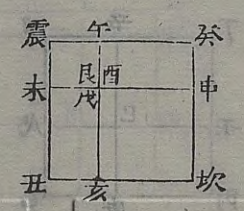
六尺與兩和自乘相減之餘二百八十八尺相加得三百二十四尺。開方得十八尺。為股與勾弦較之和。內減勾弦較六尺。餘十二尺為股於勾股和二十一尺內減股十二尺。餘九尺為勾加勾弦



較六尺。得十五尺為弦也。如圖甲乙丙丁為勾股和自乘之一大正方形。內戊乙庚己為股自乘之一正方形。辛己壬丁為勾自乘之一正方形。甲戊己辛與己庚丙壬為勾股相乘之二長方。又癸子丑寅為股弦和自乘之一大正方形。內卯子巳辰為股自乘之一正方形。午辰未寅為弦自乘之一正方形。癸卯辰午與辰巳丑未為股弦相乘之二長方。今甲乙丙丁勾



股和自乘之方。與癸子丑寅股弦和自乘之方相減。則於癸子丑寅股弦和自乘之方內。去卯子巳辰股自乘之一正方形。酉辰戌乾勾自乘之一正方形。又去申卯辰酉與辰巳亥戌勾股相乘之二長方形。所餘癸申酉午與戌亥丑未二長方形。為勾弦較與股相乘之二長方形。又午酉乾戌未寅一磬折形。為弦自乘之一正方形內。減勾自乘之一正方形。所餘之股自

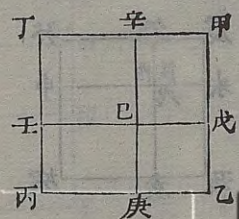


乘之一正方形。如以此磬折形積作一尺自乘之一正方形。再加癸申酉午與戌亥丑未之勾弦較與股相乘之二長方形。則惟缺午艮未震為勾弦較自乘之一小正方形。今以勾弦較自乘之數。加於兩和自乘相減之餘。甫成癸坎丑震一正方形。故開方而得癸坎類之每一邊。為股與勾弦較相和之數也。

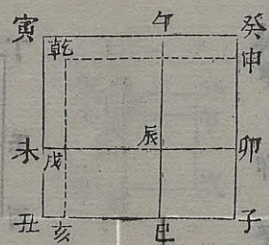
設如有勾股和二十一尺。勾弦和二十四尺。求勾股

弦各幾何

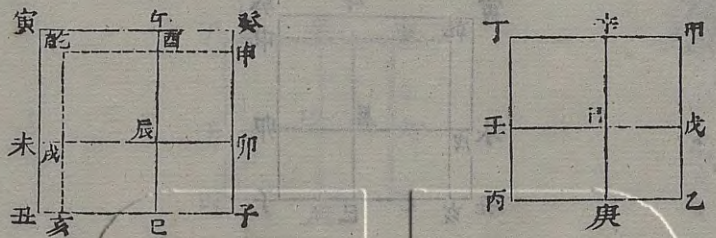
第九



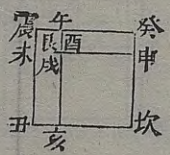
法以勾股和二十一尺自乘得四百四十一尺。又以勾弦和二十四尺自乘得五百七十六尺。兩數相減餘一百三十五尺。乃以勾股和二十一尺與勾弦和二十四尺相減餘三尺為股弦較。蓋勾與股和。勾與弦和皆為一勾所和。故相減即股弦較也。自乘得九尺。與兩和自乘相減之餘一百三十五尺相加得一百四十四尺。開方得十二尺。



為勾與股弦較之和。內減股弦較三尺餘九尺為勾。於勾股和二十一尺內減勾九尺餘十二尺為股。加股弦較三尺得十五尺為弦也。如圖甲乙丙丁為勾股和自乘之一大正方形。內戊乙庚己為勾自乘之一正方形。辛己壬丁為股自乘之一正方形。甲戊己辛與己庚丙壬為勾股相乘之二長方。又癸子丑寅為勾弦和自乘之一大正方形。內卯子巳辰為勾



自乘之一正方形。午辰未寅為弦自乘之一正方形。癸卯辰午與辰巳丑未為勾弦相乘之二長方。今甲乙丙丁勾股和自乘之方與癸子丑寅勾弦和自乘之方相減。則於癸子丑寅勾弦和自乘之方內。去卯子巳辰勾自乘之一正方形。西戌乾股自乘之一正方形。又去申卯辰酉與辰巳亥戌勾股相乘之二長方。所餘癸申酉午與戌亥丑未二長方。為股弦較與勾相乘之二長方。又午酉乾戌未寅一磬折形。為弦自乘之一正方形內。減股自乘之一正方形。所餘之勾自乘之一正方形。如以此磬折形積作一勾自乘之一正方形。再加癸申酉午與戌亥丑未之股弦較與勾相乘之二長方。則惟缺午艮未震為股弦較自乘之一小正方形。今以股弦較自乘之數。加於兩和自乘相減之餘。甫成癸坎丑震一正方形。故開方

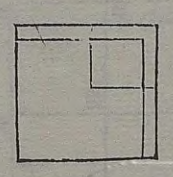


較與勾相乘之二長方。又午酉乾戌未寅一磬折形。為弦自乘之一正方形內。減股自乘之一正方形。所餘之勾自乘之一正方形。如以此磬折形積作一勾自乘之一正方形。再加癸申酉午與戌亥丑未之股弦較與勾相乘之二長方。則惟缺午艮未震為股弦較自乘之一小正方形。今以股弦較自乘之數。加於兩和自乘相減之餘。甫成癸坎丑震一正方形。故開方

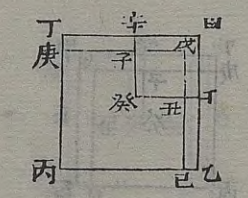
而得癸坎類之每一邊為勾與股弦較相和之數也。

設如有勾弦較九尺。股弦較二尺。求勾股弦各幾何。

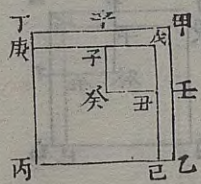
第十



法以勾弦較九尺與股弦較二尺相乘得十八尺。倍之得三十六尺。開方得六尺。為弦。比勾股和相差之較。加股弦較二尺得八尺為勾。加勾弦較九尺得十五尺為股。於勾數加勾弦較九尺得十

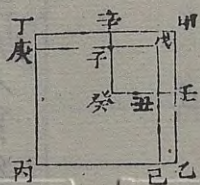


七尺為弦。或於股數加股弦較二尺亦得十七尺為弦也。如圖甲乙丙丁為弦自乘之一正方形。戊己丙庚為股自乘之一正方形。二方相減。所餘甲乙己戊庚丁磬折形。即與勾自乘之一正方形等。而乙己與丁庚皆為股弦較。試作甲壬癸辛一正方形為勾自乘之方。則壬乙與辛丁皆為勾弦較。其壬丑與乙己等。辛子與丁庚等。亦皆為股弦較。以壬乙之勾弦



較與壬丑之股弦較相乘。則成壬乙己丑之一長方形。以辛丁之勾弦較與辛子之股弦較相乘。則成辛子庚丁之一長方形。此兩長方形必與戊丑癸子一正方形相等。何也。蓋甲乙己戊庚丁與勾自乘之一正方形相等之磬折形內。減甲壬丑戊子辛一小磬折形則餘壬乙己丑與辛子庚丁二長方形。若於甲壬癸辛勾自乘之一正方形內。減甲壬丑戊子辛磬折形。則餘戊丑癸子一小正方形。夫甲乙己戊庚丁磬折形。既與甲壬癸辛之勾自乘之一正方形相等。今同減去甲壬丑戊子辛磬折形。則彼所餘之二長方形。必與此所餘之一正方形相等。可知矣。故勾弦較與股弦較相乘。倍之開方。而得弦比勾股和相差之較。加股弦較得勾。加勾弦較而得股也。

蓋圖以乙丙為股。故乙己為股弦較。若以壬癸勾與己丙股相和。則壬癸勾之壬丑一段



較得勾。加勾弦較而得股也。

即為股弦較。而勾股和比弦所多者惟丑癸一段。故丑癸為弦比勾股和相差之較也。

設如有勾股較三十四尺。勾弦較三十六尺。求勾股

弦各幾何。第十

法以勾股較三十四尺與勾弦較三十六尺相減。餘二尺為股弦較。即如前法以股弦較二尺與勾弦較三十六尺相乘。得七十二尺。倍之得一百四十四尺。開方得十二尺。為弦比勾股和相差之

甲 乙 丙

甲 乙 丙

較加股弦較二尺。得十四尺為勾。加勾弦較三十六尺。得四十八尺為股。於勾數加勾弦較三十六尺。得五十二尺為弦。或於股數加股弦較二尺。亦得五十二尺為弦也。如圖甲乙為勾。甲丙為股。甲丁為弦。乙丙為勾股較。乙丁為勾弦較。而丙丁為股弦較。今以乙丁勾弦較減乙丙勾股較。所餘丙丁即為股弦較。既得股弦較。則如勾弦較。股弦較。求勾股弦

之法算之。即得各數矣。

設如有勾股較十四尺。股弦較二尺。求勾股弦各幾

何。第十

法以勾股較十四尺與股弦較二尺相加。得十六尺為勾弦較。即如前法以勾弦較十六尺與股弦較二尺相乘。得三十二尺。倍之得六十四尺。開方得八尺。為弦比勾股和相差之較。加股弦較二尺。得十尺為勾。加勾弦較十六尺。得二

甲 乙 丙

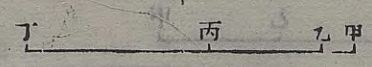
甲 乙 丙

十四尺為股於勾數加勾弦較十六尺。得二十六尺為弦。或於股數加股弦較二尺。亦得二十六尺為弦也。如圖甲乙為勾。甲丙為股。甲丁為弦。乙丙為勾股較。丙丁為股弦較。而乙丁為勾弦較。今以乙丙勾股較與丙丁股弦較相加。則得乙丁之勾弦較。既得勾弦較。則如勾弦較。股弦較。求勾股弦之法算之。即得各數矣。

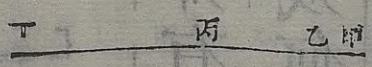
設如有勾弦和二十四尺。勾股較三尺。求勾股弦各

幾何。第十

法以勾弦和二十四尺加勾股較三尺。得二十七尺為股弦和。用勾弦和股弦和求勾股弦之法算之。以勾弦和二十四尺與股弦和二十七尺相乘。得六百四十八尺。倍之得一千二百九十六尺。開方得三十六尺。為勾股弦總和。內減勾弦和二十四尺。餘十二尺為股。減勾



股較三尺。餘九尺為勾。於勾弦和二十四尺內減勾九尺。餘十五尺為弦也。如圖甲丙為股。乙丙為勾。丙丁為弦。乙丁為勾弦和。甲乙為勾股較。而甲丁為股加。得甲丁為股弦和也。若夫股弦和勾股較求勾股弦者。則於股弦和內減勾股較。即勾弦和。亦用勾弦和股弦和求勾股弦之法算之。如甲丙為股。乙丙為



甲 乙 丙

勾。丙丁為弦。則甲丁為股。弦和。甲乙為勾。股較。而乙丁為勾。弦和。故於甲丁股。弦和內減甲乙勾。股較。餘乙丁為勾。弦和也。

幾何。第十

設如有勾股和二十三尺。勾弦較九尺。求勾股弦各法。以勾股和二十三尺加勾弦較九尺。得三十二尺為股。弦和。用勾股和股弦和。求勾股弦之法。算之。以勾股和二十

甲 乙 丙

三尺自乘。得五百二十九尺。又以股弦和。三十二尺自乘。得一千零二十四尺。兩數相減。餘四百九十五尺。乃以勾弦較九尺自乘。得八十一尺。與兩和自乘。相減之餘。四百九十五尺。相加。得五百七十六尺。開方。得二十四尺。為股。與勾弦較之和。內減勾弦較九尺。餘十五尺。為股。於勾股和二十三尺內減股十五尺。餘八尺。為勾。加勾弦較九尺。得十七

甲 乙 丙

尺為弦也。如圖甲丙為弦。乙丙為勾。丙丁為股。乙丁為勾股和。甲乙為勾弦較。而甲丁為股弦和。故甲乙勾弦較與乙丙勾股和相加。得甲丁為股弦和也。若夫股弦和勾弦較求勾股弦者。則於股弦和內減勾弦較。即勾股和。亦用勾股和股弦和求勾股弦之法算之。如甲丙為弦。乙丙為勾。丙丁為股。則甲丁為股弦和。甲乙為勾弦較。而乙丁為勾股和。弦和。甲乙為勾弦較。而乙丁為勾股和。

故於甲丁股弦和內減甲乙勾弦較。餘乙丁為勾股和也。

設如有勾股和十七尺。股弦較一尺。求勾股弦各幾何。
第十
五

甲 乙 丙

法以勾股和十七尺加股弦較一尺。得十八尺為勾弦和。用勾股和勾弦和求勾股弦之法算之。以勾股和十七尺自乘。得二百八十九尺。又以勾弦和十八尺自乘。得三百二十四尺。兩數相減。餘

三十五尺。乃以股弦較一尺自乘。仍得一尺。與兩和自乘相減之餘三十五尺。相加得三十六尺。開方得六尺。為勾。與股弦較之和。內減股弦較一尺。餘五尺。為勾。於勾股和十七尺內減勾五尺。餘十二尺。為股。加股弦較一尺。得十三尺。為弦也。如圖甲乙為勾。乙丙為股。乙丁為弦。甲丙為勾股和。丙丁為股弦較。而甲丁為勾弦和。故甲丙勾股和與丙丁

甲 乙 丁丙

股弦較相加。得甲丁為勾弦和也。若夫勾弦和股弦較求勾股弦者。則於勾弦和內減股弦較。即勾股和。亦用勾股和勾弦和求勾股弦之法算之。如甲乙為勾。乙丙為股。乙丁為弦。則甲丁為勾弦和。丙丁為股弦較。而甲丙為勾股和。故於甲丁勾弦和內減丙丁股弦較。餘甲丙為勾股和也。

乙 丁丙

設如有勾八尺。弦與勾股和之較六尺。求股弦各幾

法以勾八尺內減弦與勾股和之較六尺餘二尺為股弦較。用有勾有股弦較求股弦法算之。如甲乙為勾。乙丙為股。甲丙為勾股和。丁丙為弦。甲丁為弦與勾股和之較。丁乙為股弦較。故甲乙勾內減甲丁弦與勾股和之較。餘丁乙為股弦較也。若有股弦較與弦與勾股和之較求勾股弦者。則以股弦較與弦與

甲 乙 丙 丁

勾股和之較相加。即勾。亦用有勾有股弦較求股弦法算之。

設如有勾八尺。弦與勾股較之較十尺。求股弦各幾何。第十
七

甲 乙 丙 丁

法以勾八尺與弦與勾股較之較十尺相減。餘二尺為股弦較。用有勾有股弦較求股弦法算之。如甲乙為股。丙乙為勾。甲丁為弦。甲丙為勾股較。乙丁為股弦較。丙丁為弦與勾股較之較。故丙丁

甲 丙 乙

弦與勾股較之較內減丙乙勾。餘乙丁為股。弦較也。若有股弦較與弦與勾股較之較。求勾股弦者。則以股弦較與弦與勾股較之較相減。餘即勾。亦用有勾有股弦較求股弦法算之。

設如有勾八尺。勾股弦總和四十尺。求股弦各幾何。

第十 八

法以勾八尺與勾股弦總和四十尺相減。餘三十二尺為股弦和。用有勾有股

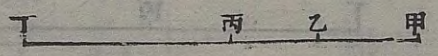
甲 乙 丙 丁

弦和求股弦法算之。如甲乙為勾。乙丙為股。丙丁為弦。甲丁為勾股弦總和。故甲丁勾股弦總和內減甲乙勾。餘乙丁為股弦和也。若有股弦和與勾股弦總和。求勾股弦者。則以股弦和與勾股弦總和相減。餘即勾。亦用有勾有股弦和求股弦法算之。

設如有勾八尺。弦與勾股較之和二十四尺。求股弦

各幾何。第十 九

法以勾八尺與弦與勾股較之和二十



四尺相加得三十二尺為股弦和用有
勾有股弦和求股弦法算之如甲乙為
勾甲丙為股乙丙為勾股較丙丁為弦
甲丁為股弦和乙丁為弦與勾股較之
和故以甲乙勾與乙丁弦與勾股較之
和相加得甲丁為股弦和也若有股弦
和與弦與勾股較之和求勾股弦者則
於股弦和內減弦與勾股較之和餘即

設如有股十五尺弦與勾股和之較六尺求勾弦各

幾何第二



勾亦用有勾有股弦和求股弦法算之
法以股十五尺內減弦與勾股和之較
六尺餘九尺為勾弦較用有股有勾弦
較求勾弦法算之如甲乙為股乙丙為
勾甲丙為勾股和丁丙為弦甲丁為弦
與勾股和之較丁乙為勾弦較故甲乙
股內減甲丁弦與勾股和之較餘丁乙

甲 丁 乙 丙

卽勾弦較也。若有勾弦較與弦與勾股和之較。求勾股弦者。則以勾弦較與弦與勾股和之較相加。卽股亦用有股有勾弦較求勾弦法算之。

幾何。第十二

甲 丙 乙 丁

法以股十五尺與弦與勾股較之較十尺相加。得二十五尺爲勾弦和。用有股有勾弦和求勾弦法算之。如甲乙爲股

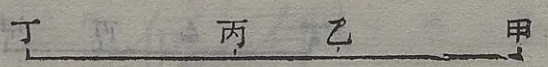
甲 丙 乙 丁

甲丙爲勾。丙丁爲弦。甲丁爲勾弦和。丙乙爲勾股較。乙丁爲弦與勾股較之較。故以甲乙股與乙丁弦與勾股較之較相加。得甲丁爲勾弦和也。若有勾弦和與弦與勾股較之較。求勾股弦者。則於勾弦和內減弦與勾股較之較。餘卽股。亦用有股有勾弦和求勾弦法算之。

設如有股十五尺。勾股弦總和四十尺。求勾弦各幾

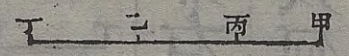
何。第十二

法以股十五尺與勾股弦總和四十尺相減。餘二十五尺為勾弦和。用有股有勾弦和求勾弦法算之。如甲乙為股乙丙為勾丙丁為弦。甲丁為勾股弦總和。故甲丁勾股弦總和內減甲乙股。餘乙丁為勾弦和也。若有勾弦和與勾股弦總和求勾股弦者則以勾股和與勾股弦總和相減。餘即股。亦用有股有勾弦和求勾弦法算之。



設如有股十五尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾弦各幾何。
第二十三

法以股十五尺與弦與勾股較之和二十四尺相減。餘九尺為勾弦較。用有股有勾弦較求勾弦法算之。如甲乙為股丙乙為勾丙丁為弦。甲丙為勾股較。乙丁為勾弦較。甲丁為弦與勾股較之和。故甲丁弦與勾股較之和內減甲乙股。餘乙丁為勾弦較也。若有勾弦較與弦



甲 丙 乙 丁

與勾股較之和求勾股弦者。則以勾弦較與弦與勾股較之和相減。餘即股。亦用有股有勾弦較求勾弦法算之。

設如有弦十七尺。弦與勾股和之較六尺。求勾股各

幾何。第二十四

甲 丙 乙 丁

法以弦十七尺與弦與勾股和之較六尺相加。得二十三尺為勾股和。用有弦有勾股和求勾股法算之。如甲乙為弦。甲丙為勾。丙丁為股。甲丁為勾股和。乙

手 丙 乙 丁

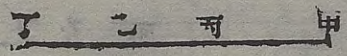
丁為弦與勾股和之較。故甲乙弦與乙丁弦與勾股和之較相加。得甲丁為勾股和也。若有勾股和與弦與勾股和之較。求勾股弦者。則於勾股和內減弦與勾股和之較。餘即弦。亦用有弦有勾股和求勾股法算之。

設如有弦十七尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股各

幾何。第二十五

法以弦十七尺內減弦與勾股較之較

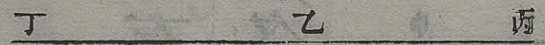
十尺餘七尺為勾股較。用有弦有勾股較求勾股法算之。如甲乙為弦，丙丁為股。乙丁為勾，丙乙為勾股較。甲丙為弦，與勾股較之較。故甲乙弦內減甲丙弦，與勾股較之較。餘丙乙為勾股較也。若有勾股較，與弦與勾股較之較，求勾股弦者，則以勾股較與弦與勾股較之較，相加即弦，亦用有弦有勾股較求勾股法算之。



設如有弦十七尺，勾股弦總和四十尺，求勾股各幾

何。第二十六

法以弦十七尺與勾股弦總和四十尺相減，餘二十三尺為勾股和。用有弦有勾股和求勾股法算之。如甲乙為弦，乙丙為勾，丙丁為股。甲丁為勾股弦總和。故甲丁勾股弦總和內減甲乙弦，餘乙丁為勾股和也。若有勾股和與勾股弦總和，求勾股弦者，則以勾股和與勾股



弦總和相減餘卽弦亦用有弦有勾股和求勾股法算之

設如有弦十七尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾股各幾何。第二十七

甲 乙 丙 丁

法以弦十七尺與弦與勾股較之和二十四尺相減餘七尺爲勾股較。用有弦有勾股較求勾股法算之。如甲乙爲弦。乙丙爲股。丁丙爲勾。乙丁爲勾股較。甲丁爲弦與勾股較之和。故甲丁弦與勾

甲 乙 丙 丁

股較之和內減甲乙弦餘乙丁爲勾股較也。若有勾股較與弦與勾股較之和求勾股弦者。則於弦與勾股較之和內減勾股較餘卽弦。亦用有弦有勾股較求勾股法算之。

設如有弦與勾股和之較六尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股弦各幾何。第二十八

法以弦與勾股和之較六尺與弦與勾股較之較十尺相加得十六尺折半得

八尺為勾。於勾八尺內減弦與勾股和之較六尺。餘二尺為股弦較。用有勾有股弦較求股弦法算之。如甲乙為股。戊乙乙丙皆為勾。甲丙為勾股和。甲戊為勾股較。甲丁為弦。丁丙即弦與勾股和之較。戊丁即弦與勾股較之較。故丁丙弦與勾股和之較。與戊丁弦與勾股較之較相加。得戊丙為二勾之共數。是以折半得勾也。既得勾。則於勾內減弦與

甲 戊 乙 丙

勾股和之較即股弦較矣。

設如有弦與勾股和之較六尺。弦與勾股較之和二

十四尺。求勾股弦各幾何。第二十九

法以弦與勾股和之較六尺。與弦與勾股較之和二十四尺相加。得三十尺。折半得十五尺為股。於股十五尺內減弦與勾股和之較六尺。餘九尺為勾弦較。用有股有勾弦較求勾弦法算之。如甲乙乙丙皆為股。丁乙為勾。丁丙為勾股

甲 丁 乙 戊 丙

甲 丁 乙 戊 丙

和甲丁爲勾股較。丁戊爲弦。戊丙卽弦與勾股較之和。故戊丙弦與勾股和之較。與甲戊弦與勾股較之和相加。得甲丙爲二股之共數。是以折半得股也。旣得股。則於股內減弦與勾股和之較。卽勾弦較矣。

設如有勾股弦總和四十尺。弦與勾股較之和二十

四尺。求勾股弦各幾何。

第三十

法以勾股弦總和四十尺內減弦與勾

甲 乙 戊 丙 丁

股較之和二十四尺。餘十六尺。折半得八尺爲勾。於勾股弦總和四十尺內減勾八尺。餘三十二尺爲股弦和。用有勾股弦和求股弦法算之。如甲乙爲弦。乙丙爲股。丙丁爲勾。乙戊爲勾股較。甲丁爲勾股弦總和。甲戊爲弦與勾股較之和。故甲丁勾股弦總和內減甲戊弦與勾股較之和。餘戊丁卽二勾之共數。是以折半得勾也。旣得勾。則於勾股弦

總和內減勾卽股弦和矣。

設如有勾股弦總和四十尺。弦與勾股較之較十尺。

求勾股弦各幾何。第三十一

法以勾股弦總和四十尺內減弦與勾股較之較十尺。餘三十尺。折半得十五尺爲股。於勾股弦總和四十尺內減股十五尺。餘二十五尺爲勾弦和。用有股有勾弦和求勾弦法算之。如甲乙爲弦。乙丙爲勾。丙丁爲股。戊乙爲勾股較。甲

甲 戊 丙 乙 丁

丁爲勾股弦總和。甲戊爲弦與勾股較之較。故甲丁勾股弦總和內減甲戊弦與勾股較之較。餘戊丁卽二股之共數。是以折半得股也。旣得股。則於勾股弦總和內減股。卽勾弦和矣。

甲 戊 丙 乙 丁

設如有弦與勾股較之和二十四尺。弦與勾股較之

較十尺。求勾股弦各幾何。第三十二

法以弦與勾股較之和二十四尺與弦與勾股較之較十尺相加。得三十四尺。

甲 乙 丁 丙

折半得十七尺為弦。於弦與勾股較之和二十四尺內減弦十七尺。餘七尺為勾股較。用有弦有勾股較求勾股法算之。如甲乙乙丙皆為弦。乙丁為勾股較。甲丁為弦與勾股較之和。丁丙為弦與勾股較之較。故甲丁弦與勾股較之和與丁丙弦與勾股較之較相加。得甲丙為二弦之共數。是以折半得弦也。既得弦。則於弦與勾股較之和內減弦。即勾

股較矣。

設如有勾股弦總和四十尺。弦與勾股和之較六尺。

求勾股弦各幾何。第三十三

甲 丁 乙 丙

法以勾股弦總和四十尺內減弦與勾股和之較六尺。餘三十四尺。折半得十七尺為弦。於勾股弦總和四十尺內減弦十七尺。餘二十三尺為勾股和。用有弦有勾股和求勾股法算之。如甲乙為勾股和。乙丙為弦。甲丙為勾股弦總和。

甲 乙 丙

甲丁為弦與勾股和之較。故甲丙勾股弦總和內減甲丁弦與勾股和之較。餘丁丙即二弦之共數。是以折半得弦也。既得弦。則於勾股弦總和內減弦。即勾股和矣。

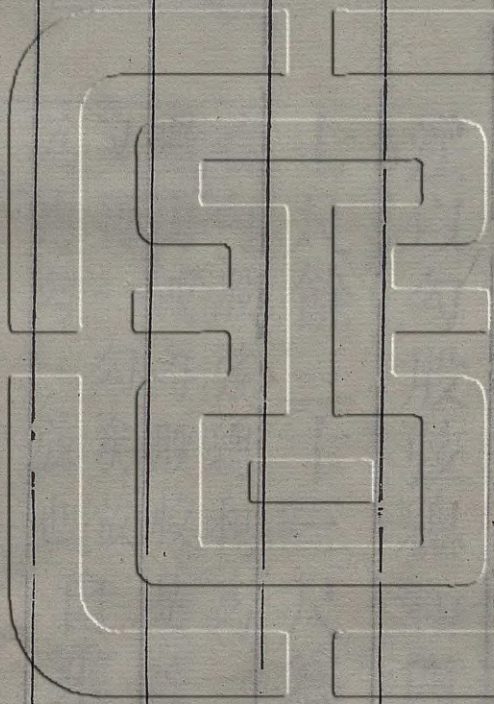
御製數理精蘊下編卷十三

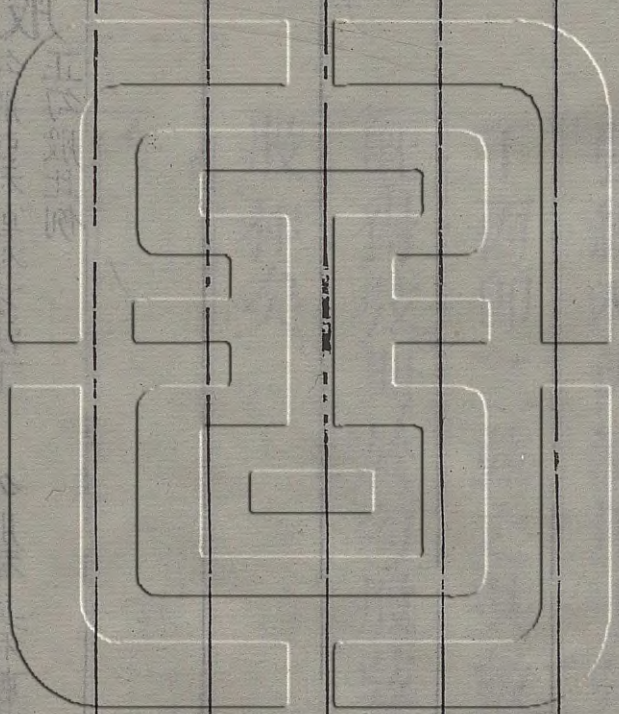
面部三

勾股

勾股弦和較相求法下
正勾股比例

勾股積與和較相求





面積三

御製算學全書卷十三

勾股弦和較相求法

下

設如有勾股較七尺。勾股弦總和四十尺。求勾股弦

各幾何。

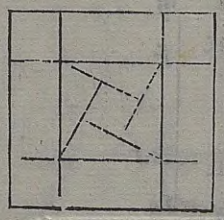
第三十四

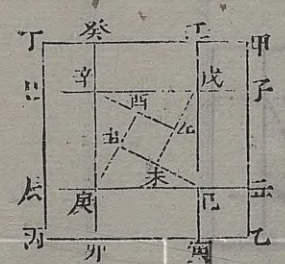
法以勾股弦總和四十尺內減勾股較七尺。餘三十三尺。為兩勾一弦之共數。

蓋勾股弦總和為一勾一股一弦之共數。內減勾股較。是於股內減勾股較。即又得一勾矣。故為兩勾一弦也。自乘得一千零八十九

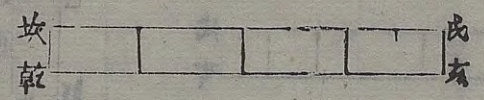
尺。又以勾股較七尺自乘得四十九尺。

兩自乘數相減。餘一千零四十九尺。折半

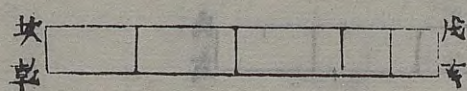
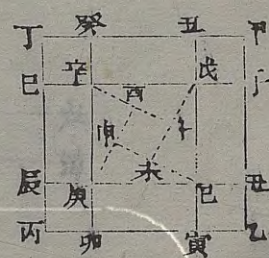




得五百二十尺爲長方積。乃以勾股弦
 總和四十尺與兩勾一弦之共數三十
 三尺相加得七十三尺爲長闊和。用帶
 縱和數開方法算之。得闊八尺爲勾。加
 勾股較七尺。得十五尺爲股。於勾股弦
 總和四十尺內減勾八尺。又減股十五
 尺。餘十七尺爲弦也。如圖甲乙丙丁爲
 兩勾一弦自乘之一大正方形。內戊己庚
 辛爲弦自乘之一正方形。甲子戊壬丑乙

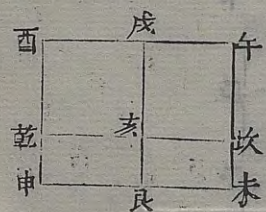
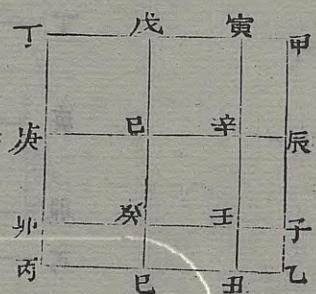


寅己庚卯丙辰癸辛巳丁爲勾自乘之
 四正方形。壬戌辛癸子丑己戊己寅卯庚
 辛庚辰巳爲勾弦相乘之四長方。弦自
 乘之一正方形內容四勾股積。爲勾股相
 乘之二長方。又勾股較自乘之一小正
 方。今於甲乙丙丁兩勾一弦自乘之一
 大正方形內。減去午未申酉勾股較自乘
 之一小正方形尚餘勾股相乘之二長方。
 勾弦相乘之四長方。勾自乘之四正方形。

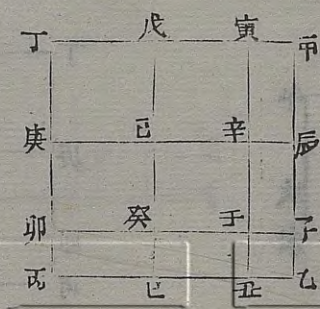


折半得勾股相乘之一長方。勾弦相乘之二長方。勾自乘之二正方形。與戊亥乾坎長方形等。其闊即勾。其長為兩勾兩弦一股。其長闊和為三勾兩弦一股。故以勾股弦總和與兩勾一弦之共數相併為長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊為勾也。

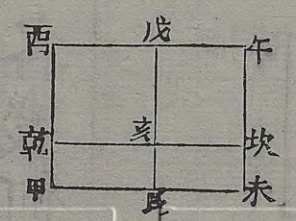
又法以勾股弦總和四十尺自乘。得一千六百尺。折半得八百尺為長方積。乃



以勾股較七尺為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊二十五尺為勾弦和。得長三十三尺為股弦和。於勾股弦總和四十尺內減勾弦和二十五尺。餘十五尺為股。減勾股較七尺。餘八尺為勾。又於勾弦和二十五尺內減勾八尺。餘十七尺為弦也。如圖甲乙丙丁為勾股弦總和自乘之一大正方形。丙戊己庚丁為弦自乘之一正方形。辛壬癸己為股自



乘之一。正方形。子乙丑壬為勾自乘之一。正方形。甲辰辛寅與癸巳丙卯為勾弦相乘之二。長方。寅辛巳戊與巳癸卯庚為股弦相乘之二。長方。辰子壬辛與壬丑巳癸為勾股相乘之二。長方。如以勾自乘之一。正方形與股自乘之一。正方形相併。則又與弦自乘之一。正方形相等。是為弦自乘之正方形二。股弦相乘之長方二。勾弦相乘之長方二。勾股相乘之長方二。

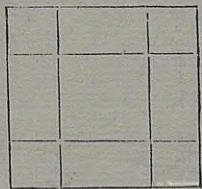


折半即得弦自乘之正方形一。股弦相乘之長方一。勾弦相乘之長方一。勾股相乘之長方一。而與午未申酉勾弦和與股弦和相乘之長方等。蓋午未申酉之長方內。戊亥乾酉為弦自乘之一。正方形。午坎亥戌為股弦相乘之一。長方。亥艮申乾為勾弦相乘之一。長方。坎未艮亥為勾股相乘之一。長方。其闊即勾弦和。其長即股弦和。其長闊較即勾股較。故

以勾股較為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊為勾弦和也。

設如有勾弦較九尺。勾股弦總和四十尺。求勾股弦

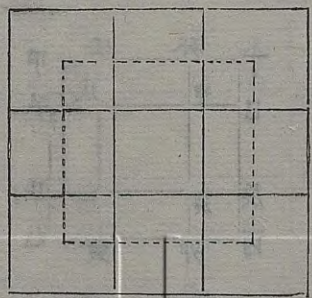
各幾何。第三十五



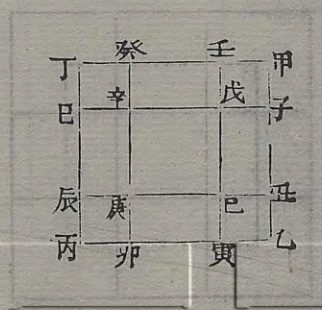
法以勾股弦總和四十尺內減勾弦較九尺。餘三十一尺。為兩勾一股之共數。蓋勾股弦總和為一勾一股一弦之共數。內減勾弦較。是於弦內減勾弦較。即又得一勾矣。故自乘得九百六十一尺。為兩勾一股也。又以勾股弦總和四十尺與勾弦較九

尺相加。得四十九尺。為兩弦一股之共

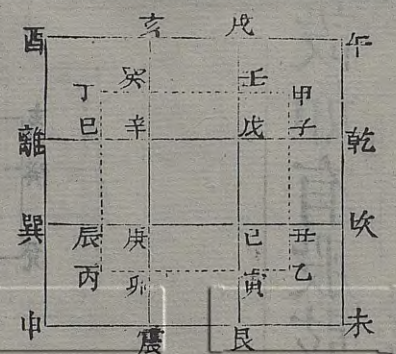
數。蓋勾股弦總和為一勾一股一弦之共數。今加勾弦較。是於勾數加勾弦較。即又得一弦矣。故為兩弦一股也。自乘得二千四百零



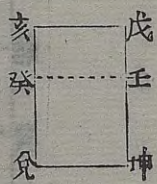
一尺。兩數相減。餘一千四百四十尺。四歸之。得三百六十尺。為長方積。乃以勾弦較九尺為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊十五尺。為股。於勾股弦總和四十尺內減股十五尺。餘二十五尺。折為勾弦和。減勾弦較九尺。餘十六尺。折



半得八尺為勾。加勾弦較九尺。得十七尺為弦也。如圖甲乙丙丁為兩勾。一股自乘之一大正方形。內戊己庚辛為股自乘之一正方形。甲子戊壬丑乙寅巳庚卯丙辰癸辛巳丁為勾自乘之四正方形。壬戌辛癸子丑巳戊己寅卯庚辛庚辰巳為勾股相乘之四長方。又午未申酉為兩弦一股自乘之一大正方形。內戊己庚辛為股自乘之一正方形。午乾戌戌坎未



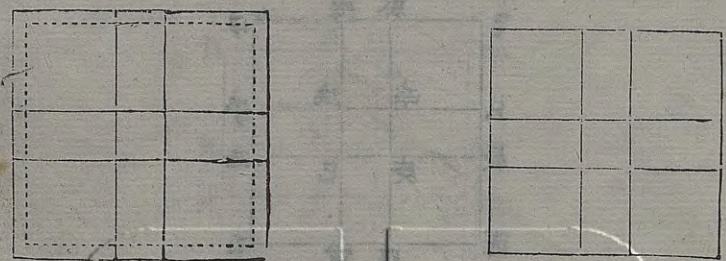
艮己庚震申巽亥辛離酉為弦自乘之四正方形。戌戌辛亥乾坎巳戊己艮震庚辛庚巽離為股弦相乘之四長方。今於午未申酉之正方形內減去甲乙丙丁之正方形。所餘四隅之午乾子甲壬戌等類四磬折形。皆為弦自乘之方內減去勾自乘之方。與股自乘之四正方形積相等。四面之戌壬癸亥等類四長方形。乃勾弦較與股相乘之四長方。戊戌為弦。壬戌為勾。故戊



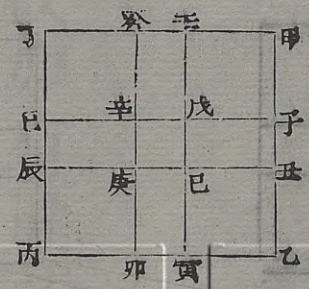
壬為勾以四歸之則餘股自乘之一正
 弦較。方勾弦較與股相乘之一長方共為戊
 坤兌亥一長方其闊即股其長即股與
 勾弦較之和故以勾弦較為長闊較用
 帶縱較數開方法算之得闊為股也。
 設如有股弦較二尺勾股弦總和四十尺求勾股弦

各幾何第三十六

法以勾股弦總和四十尺內減股弦較
 二尺餘三十八尺為兩股一勾之共數

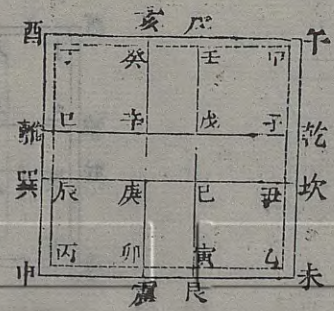


蓋勾股弦總和為一勾一股一弦之共
 數內減股弦較是於弦內減股弦較即
 又得一股矣故自乘得一千四百四十
 四尺又以勾股弦總和四十尺與股弦
 較二尺相加得四十二尺為兩弦一勾
 之共數蓋勾股弦總和為一勾一股一
 數加股弦較即又得一自乘得一千七
 百六十四尺兩數相減餘三百二十尺
 四歸之得八十尺為長方積乃以股弦
 較二尺為長闊較用帶縱較數開方法

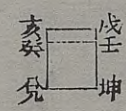
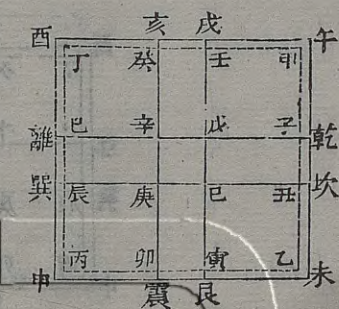


算之得闊八尺為勾。於勾股弦總和四十尺內減勾八尺。餘三十二尺為股弦。和減股弦較二尺。餘三十尺。折半得十五尺為股。加股弦較二尺。得十七尺為弦也。如圖甲乙丙丁為兩股。一勾自乘之。一大正方形。內戊己庚辛為勾自乘之一正方形。甲子戊壬丑乙寅己庚卯丙辰癸辛巳丁為股自乘之四正方形。壬戌辛癸子丑己戊己寅卯庚辛庚辰巳為勾

勾股弦較



股相乘之四長方。又午未申酉為兩弦。一勾自乘之一大正方形。內戊己庚辛為勾自乘之一正方形。午乾戊戌坎未艮己庚震申巽亥辛離酉為弦自乘之四正方形。戊戌辛亥乾坎己戊己艮震庚辛庚巽離為勾弦相乘之四長方。今於午未申酉之正方形內減去甲乙丙丁之正方形。所餘四隅之午乾子甲壬戌等類四磬折形。皆為弦自乘之方內減去股自乘



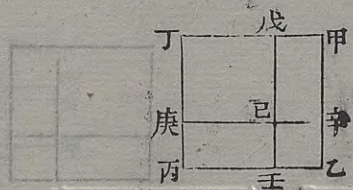
設如有勾股和二十三尺。弦與勾股較之較十尺。求

之方。與勾自乘之四。正。方。積。相。等。四。面。之。戊。壬。癸。亥。等。類。四。長。方。形。乃。股。弦。較。與。勾。相。乘。之。四。長。方。戊。戊。為。弦。壬。戊。為。股。故。戊。壬。為。股。弦。較。以。四。歸。之。則。餘。勾。自。乘。之。一。正。方。股。弦。較。與。勾。相。乘。之。一。長。方。其。為。戊。坤。兌。亥。一。長。方。其。闊。即。勾。其。長。即。勾。與。股。弦。較。之。和。故。以。股。弦。較。為。長。闊。較。用。帶。縱。較。數。開。方。法。算。之。得。闊。為。勾。也。

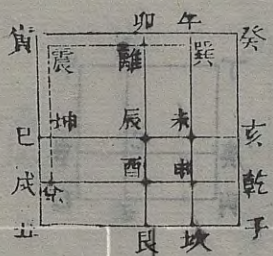
勾股弦各幾何。第三十七



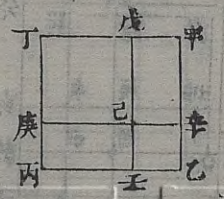
法以勾股和二十三尺自乘得五百二十九尺。又以勾股和二十三尺。與弦與勾股較之較十尺相加。得三十三尺。為兩勾一弦之共數。蓋弦與勾股較之較。為一勾一股。弦較之共數。與勾股和相加。則得兩勾一股。一股弦較。而股加股弦較。即弦。故為兩勾一弦之共數也。自乘得一千零八十九尺。兩自乘數相減。餘五百六十尺。折半得二百八十尺。為長方積。乃以弦與勾股較之



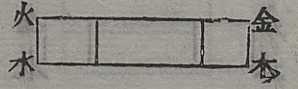
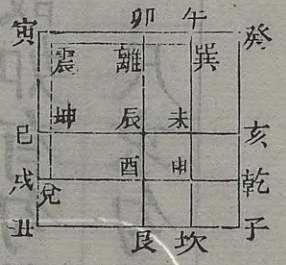
較十尺。與兩勾一弦之共數三十三尺
 相加。得四十三尺。為長闊和。用帶縱和
 數開方法算之。得闊八尺。為勾。於勾股
 和二十三尺內減勾八尺。餘十五尺。為
 股。又於股十五尺內減勾八尺。餘七尺。
 為勾股較。與弦與勾股較之較十尺相
 加。得十七尺。為弦也。如圖甲乙丙丁為
 勾股和自乘之一大正方形。內戊己庚丁
 為股自乘之一正方形。辛乙壬己為勾自



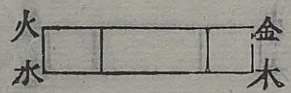
乘之一正方形。甲辛己戊與己壬丙庚為
 勾股相乘之二長方。又癸子丑寅為兩
 勾一弦自乘之一大正方形。內卯辰巳寅
 為弦自乘之一正方形。未申酉辰。亥乾申
 未。乾子坎申。申坎艮酉。為勾自乘之四
 正方形。癸亥未午。午未辰卯。辰酉戌巳。酉
 艮丑戌。為勾弦相乘之四長方。今以兩
 正方形相減。則是癸子丑寅方內減去離
 辰坤震股自乘之一正方形。即如前圖之



戊已庚丁然。又未申酉辰勾自乘之一
 正方形。即如前圖之辛乙壬已然。又巽未
 辰離辰酉兌坤。勾股相乘之二長方。即
 如前圖之甲辛已戊。已壬丙庚然。所餘
 之卯離震坤巳寅一磬折形與勾自乘
 之一正方形等。弦自乘之正方形內減股自
 乘之方。則與勾自乘之方
 等。再午巽離卯與坤兌戊巳二小長方
 為股弦較與勾相乘之二長方。若各補
 於勾自乘之二正方形內。即成勾與弦與



勾股較之較相乘二長方。蓋弦與勾股
 較之較。乃弦
 內減去勾股較之餘。然弦內有一勾。一
 勾股較。一股弦較。若減去勾股較。則所
 餘為一勾。一股弦較矣。今以股弦較與
 勾相乘之長方補於勾自乘之正方形內。
 則其長為一勾。一股弦較。即弦與勾股
 較之較。其闊即勾。故為勾與弦與勾股
 較之較相乘
 之長方也。合計之則為勾自乘二正
 方。勾弦相乘二長方。勾與弦與勾股較
 之較相乘二長方。折半則餘勾自乘一
 正方形。勾弦相乘一長方。勾與弦與勾股
 較之較相乘一長方之共積。與金木水



火長方形等。其闊即勾。其長為一勾一弦。一弦與勾股較之較。其長闊和為兩勾。一弦一弦與勾股較之較。故以弦與勾股較之較。與兩勾一弦之共數相加。用帶縱和數開方法算之。得闊為勾也。

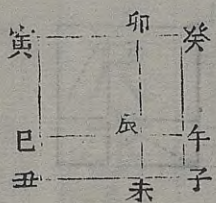
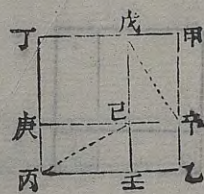
設如有勾股和二十三尺。弦與勾股較之和二十四

尺。求勾股弦各幾何。第三十八

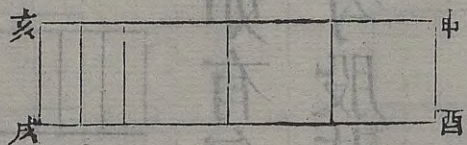
法以勾股和二十三尺自乘。得五百二十九尺。又以弦與勾股較之和二十四



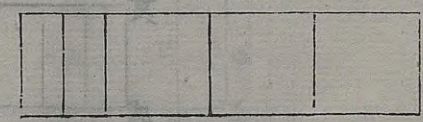
尺自乘得五百七十六尺。兩數相加得一千一百零五尺。為長方積。乃以弦與勾股較之和二十四尺倍之。得四十八尺。為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得十七尺為弦。於弦與勾股較之和二十四尺內減弦十七尺。餘七尺為勾股較。於勾股和二十三尺內減勾股較七尺。餘十六尺折半得八尺為勾。加勾股較七尺。得十五尺為股也。如圖甲乙丙



丁為勾股和自乘之一大正方形內戊己為勾自乘之一正方形甲辛己戊與己壬丙庚為勾股相乘之二長方又癸子丑寅為弦與勾股較之和自乘之一大正方形內卯辰己寅為弦自乘之一正方形午子未辰為勾股較自乘之一正方形癸午辰卯與辰未丑己為勾股較與弦相乘之二長方兩大正方形相併則得弦自乘三



正方形勾股較與弦相乘二長方共為申酉戌亥一長方形何也卯辰己寅為一弦方戊己庚丁一股方與辛乙壬己一勾方相併為一弦方甲辛己戊己壬丙庚勾股相乘之二長方即四勾股積與午子未辰勾股較自乘之一正方形相併又為一弦方癸午辰卯辰未丑己即勾股較與弦相乘之二長方今二自乘方相加則成申酉戌亥之一大長方其關

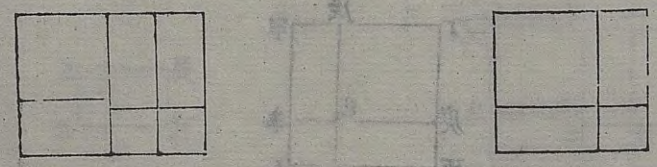


卽弦其長爲三弦二勾股較其長闊較爲二弦二勾股較故將弦與勾股較之和倍之爲二弦二勾股較之共數用帶縱較數開方法算之得闊爲弦也

設如有勾弦和二十五尺弦與勾股和之較六尺求

勾股弦各幾何 第三十九

法以勾弦和二十五尺自乘得六百二十五尺又以勾弦和二十五尺與弦與勾股和之較六尺相加得三十一尺爲



兩勾一股之共數 蓋勾弦和爲一勾一弦之共數今於弦數

內加弦與勾股和之較卽爲勾股和是爲兩勾一股之共數矣 與勾弦

和二十五尺相乘得七百七十五尺兩

數相減餘一百五十尺爲長方積乃以

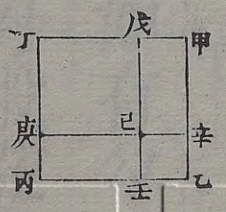
勾弦和二十五尺爲長闊和用帶縱和

數開方法算之得長十五尺爲股於股

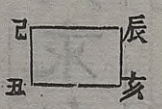
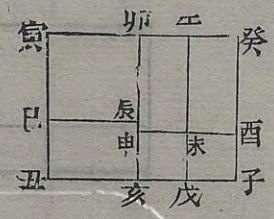
十五尺內減弦與勾股和之較六尺餘

九尺爲勾弦較與勾弦和二十五尺相

加得三十四尺折半得十七尺爲弦內



減勾弦較九尺餘八尺為勾也。如圖甲
 乙丙丁為勾弦和自乘之一大正方形內
 戊己庚丁為弦自乘之一正方形。辛乙壬
 己為勾自乘之一正方形。甲辛己戊與己
 壬丙庚為勾弦相乘之二長方。又癸子
 丑寅為兩勾一股與勾弦和相乘之一
 大長方。內卯辰己寅為股自乘之一正
 方。午未申卯與癸酉未午為勾與弦相
 乘之二長方。與甲乙丙丁大正方形內之



甲辛己戊。己壬丙庚。二長方等。未戌亥
 申為勾自乘之一正方形。與甲乙丙丁大
 正方形內之辛乙壬己一正方形等。而酉子
 戌未亦為勾自乘之一正方形。與卯辰己
 寅股自乘之一正方形相併。乃與甲乙丙
 丁大正方形內之戊己庚丁弦自乘之一
 正方形等。兩數相減。所餘為辰亥丑巳一
 長方。其辰巳長即股。其辰巳巳丑長闊
 和即勾弦和。故以帶縱和數開方法算

之得長為股也

設如有勾弦和二十五尺。弦與勾股較之和二十四

尺求勾股弦各幾何。

第四十

法以勾弦和二十五尺自乘得六百二

十五尺。又以勾弦和二十五尺與弦與

勾股較之和二十四尺相加得四十九

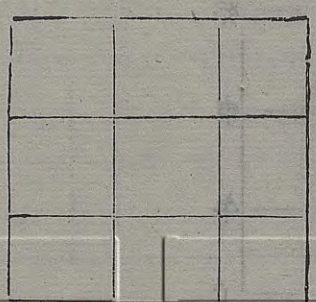
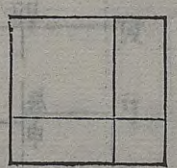
尺為兩弦一股之共數

蓋勾弦和加弦與勾股較之和

則得兩弦一勾一勾股較而勾加勾股較即股故為兩弦一股也

自乘

得二千四百零一尺兩自乘數相加得



三千零二十六尺為長方積。乃以兩弦

一股之共數倍之。得九十八尺為四弦

二股之共數。與勾弦和相加得一百二

十三尺為長闊和。用帶縱和數開方法

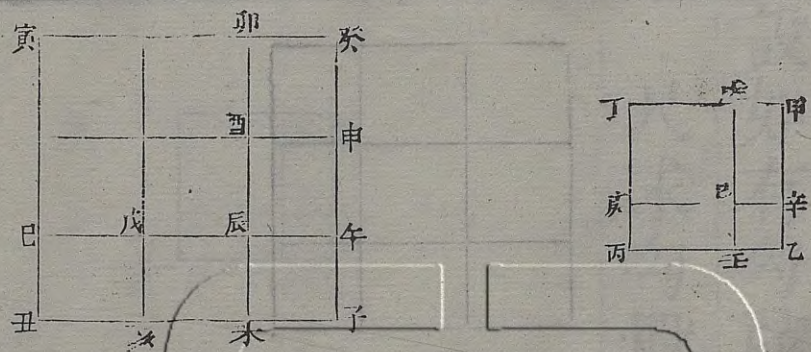
算之得闊三十四尺。折半得十七尺為

弦。於勾弦和二十五尺內減弦十七尺。

餘八尺為勾。又於弦與勾股較之和二

十四尺內減弦十七尺。餘七尺為勾股

較。與勾八尺相加得十五尺為股也。如



圖甲乙丙丁爲勾弦和自乘之一大正
 方。內戊己庚丁爲弦自乘之一正方形。辛
 乙壬己爲勾自乘之一正方形。甲辛己戊
 與己壬丙庚爲勾弦相乘之二長方。又
 癸子丑寅爲兩弦一股自乘之一大正
 方。內卯辰巳寅爲弦自乘之四正方形。午
 子未辰爲股自乘之一正方形。癸申酉卯
 申午辰酉辰未亥戌戌亥丑巳爲股弦
 相乘之四長方。今以兩自乘之方相併。



則得弦自乘五正方形。又勾自乘之一正
 方與股自乘之一正方形相併。爲弦自乘
 之一正方形。共爲弦自乘六正方形。勾弦相
 乘二長方。股弦相乘四長方相合共成
 乾坎艮震一大長方。其闊卽二弦數。其
 長爲三弦一勾二股數。其長闊和爲五
 弦一勾二股數。故將兩弦一股之共數
 倍之。與勾弦和相加爲長闊和。用帶縱
 和數開方法算之。得闊爲二弦。而折半

為弦也。

設如有股弦和三十二尺。弦與勾股和之較六尺。求

勾股弦各幾何。第四十一

法以股弦和三十二尺自乘。得一千零

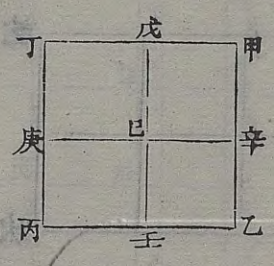
二十四尺。又以股弦和三十二尺與弦

與勾股和之較六尺相加。得三十八尺。

為兩股一勾之共數。蓋股弦和為一股

弦數內加弦與勾股和之較。即為與股

勾股和。是為兩股一勾之共數矣。弦和三十二尺相乘。得一千二百一十



六尺兩數相減。餘一百九十二尺為長

方積。乃以股弦和三十二尺為長闊和。

用帶縱和數開方法算之。得闊八尺為

勾。於勾八尺內減弦與勾股和之較六

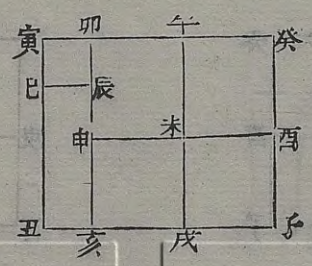
尺。餘二尺為股弦較。與股弦和三十二

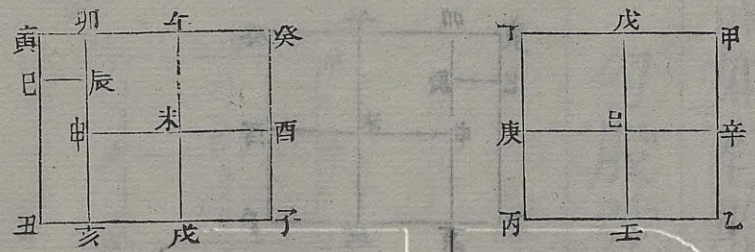
尺相加得三十四尺。折半得十七尺為

弦。內減股弦較二尺。餘十五尺為股也。

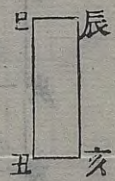
如圖甲乙丙丁為股弦和自乘之一大

正方形。內戊己庚丁為弦自乘之一正方形。





辛乙壬巳爲股自乘之一正方形。甲辛巳
 戌與巳壬丙庚爲股弦相乘之二長方。
 又癸子丑寅爲兩股一勾與股弦和相
 乘之一大長方。內卯辰巳寅爲勾自乘
 之一正方形。午未申卯與癸酉未午爲股
 弦相乘之二長方。與甲乙丙丁大正方
 內之甲辛巳戌巳壬丙庚二長方等。未
 戌亥申爲股自乘之一正方形。與甲乙丙
 丁大正方形內之辛乙壬巳一正方形等。而

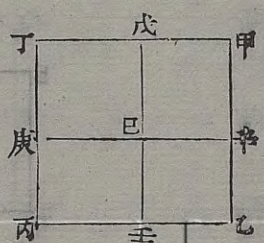


酉子戌未亦爲股自乘之一正方形。與卯
 辰巳寅勾自乘之一正方形相併。乃與甲
 乙丙丁大正方形內之戌巳庚丁弦自乘
 之一正方形等。兩數相減。所餘爲辰亥丑
 巳一長方。其辰巳闊卽勾。其辰巳巳丑
 長闊和卽股弦和。故以帶縱和數開方
 法算之。得闊爲勾也。

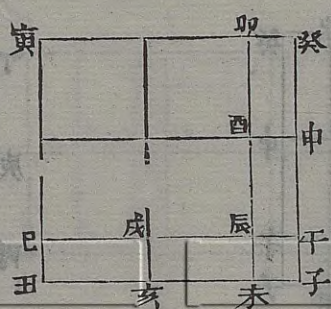
設如有股弦和三十二尺。弦與勾股較之較十尺。求

勾股弦各幾何

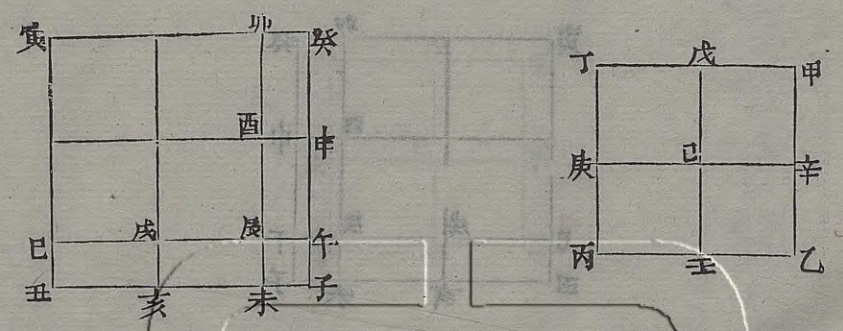
第四十二



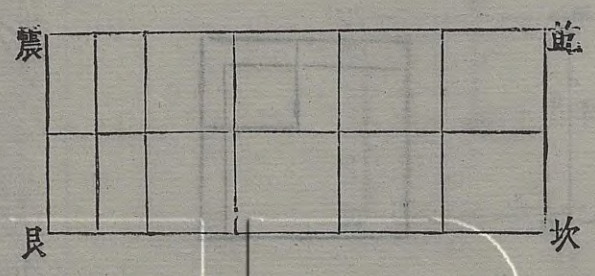
法以股弦和三十二尺自乘得一千零二十四尺。又以股弦和三十二尺與弦與勾股較之較十尺相加得四十二尺。為兩弦一勾之共數。蓋弦與勾股較之較為一勾一股弦較之共數與股弦和相加則得一勾一股一弦一故為股弦較而股加股弦較即又得一弦故為自乘得一千七百六十四尺。兩自乘數相加得二千七百八十八尺。為長方積。乃以兩弦一勾之共數倍之得八十四尺為四弦二勾之共數。與



股弦和三十二尺相加得一百一十六尺為長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊三十四尺。折半得十七尺為弦。於股弦和三十二尺內減弦十七尺。餘十五尺為股。又於弦十七尺內減弦與勾股較之較十尺。餘七尺為勾。股較於股十五尺內減勾股較七尺。餘八尺為勾也。如圖甲乙丙丁為股弦和自乘之一。大正方形戊己庚丁為弦自乘之一。正



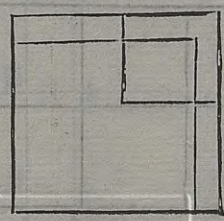
方。辛乙壬巳爲股自乘之一正方形。甲辛巳戊與巳壬丙庚爲股弦相乘之二長方。又癸子丑寅爲兩弦一勾自乘之一大正方形。丙卯辰巳寅爲弦自乘之四正方形。午子未辰爲勾自乘之一正方形。癸申酉卯。申午辰酉。辰未亥戌。戌亥丑巳。爲勾弦相乘之四長方。今以兩自乘之方相併。則得弦自乘五正方形。又勾自乘之一正方形與股自乘之一正方形相併。爲弦



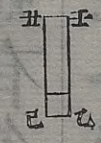
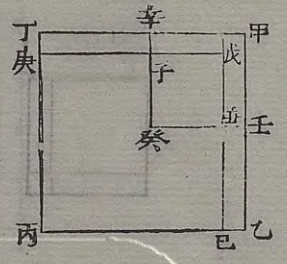
自乘之一正方形。共爲弦自乘六正方形。股弦相乘二長方。勾弦相乘四長方相合共成乾坎艮震一大長方。其闊卽二弦數。其長爲三弦一股二勾數。其長闊和爲五弦一股二勾數。故將兩弦一勾之共數倍之。與股弦和相加爲長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊爲二弦。而折半爲弦也。

設如有勾股較七尺。弦與勾股和之較六尺。求勾股

弦各幾何。第四



法以弦與勾股和之較六尺自乘得三十六尺。折半得十八尺為長方積。以勾股較七尺為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得二尺為股弦較。與弦與勾股和之較六尺相加。得八尺為勾。加勾股較七尺得十五尺為股。再加股弦較二尺得十七尺為弦也。如圖甲乙丙丁為弦自乘之一正方形。戊己丙庚為股自乘



之一正方形。甲壬癸辛為勾自乘之一正方形。戊丑癸子為弦與勾股和之較自乘之一正方形。其積與壬乙己丑辛子庚丁之勾弦較與股弦較相乘之二長方等。
見前有勾弦較股弦較求勾股弦法。今以弦與勾股和之較自乘折半。必與壬乙己丑一長方積相等。其乙己闊即股弦較。其壬乙長即勾弦較。而勾弦較之中有一股弦較一勾股較。故以勾股較為長闊較。用帶縱

較數開方法算之。得闊為股弦較也。

設如有勾弦較九尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股

弦各幾何 第十四

法以弦與勾股較之較十尺為勾與股

弦較之共數。蓋弦與勾股較之較。乃弦

內有一勾一勾股較一股弦較。今減去

勾股較。故餘為勾與股弦較之共數也。

自乘得一百尺。又以勾弦較九尺。與弦

與勾股較之較十尺相加。得十九尺為

弦與股弦較之共數。蓋勾加勾弦較即

弦。今弦與勾股較

之較。既為勾與股弦較之共數。若加

勾弦較則為弦與股弦較之共數矣。

自乘得三百六十一尺。兩自乘數相減。餘

二百六十一尺。又以勾弦較九尺自乘。

得八十一尺。於兩自乘數相減之餘二

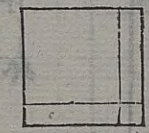
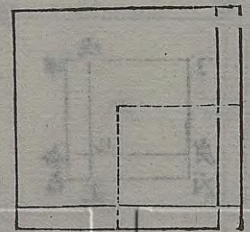
百六十一尺內減之。餘一百八十尺。折

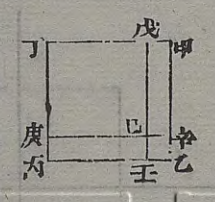
半得九十尺為長方積。以勾弦較九尺

為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得

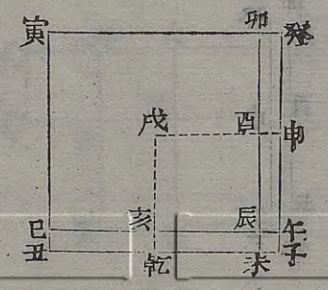
長十五尺為股。以股十五尺與弦與股

弦較之共數十九尺相加。得三十四尺。

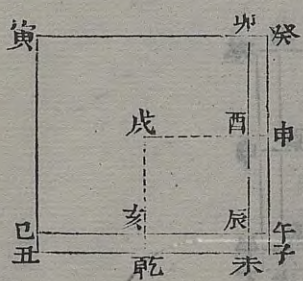
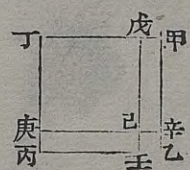




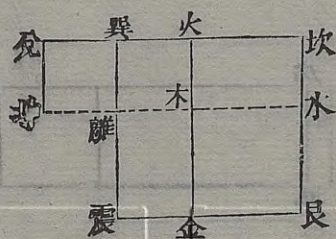
折半得十七尺為弦。內減勾弦較九尺。餘八尺為勾也。如圖甲乙丙丁為勾與股弦較相和自乘之一大正方形。內戊己庚丁為勾自乘之一正方形。辛乙壬己為股弦較自乘之一正方形。甲辛己戊與己壬丙庚為股弦較與勾相乘之二長方。又癸子丑寅為弦與股弦較相和自乘之一大正方形。內卯辰巳寅為弦自乘之一正方形。午子未辰為股弦較自乘之一



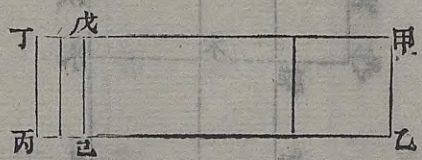
正方形。即如前圖之辛乙壬己然。癸午辰卯與辰未丑巳為股弦較與弦相乘之二長方。兩自乘方相減。則於癸子丑寅正方形內。減去與甲乙丙丁正方形相等之申子乾戌正方形。餘卯酉戌亥巳寅磬折形。為弦自乘方內減去勾自乘方所餘之股自乘之方積。其癸申酉卯與亥乾丑巳為勾弦較與股弦較相乘之二長方共積。與弦與勾股和之較自



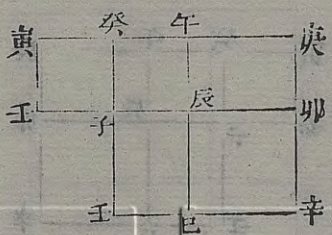
乘之正方等。今以卯酉戌亥巳寅磬折形變為股自乘之方。作一坎艮震巽正方形。又以癸申酉卯亥乾丑巳二長方形。積變為弦與勾股和之較自乘之方。作一巽離坤兌正方形。則此二正方形邊之較即勾弦較。並見勾弦較股弦較求勾股弦法中。是以坎艮震巽股自乘之正方形內減去水艮金木勾弦較自乘之正方。則餘坎水木金震巽一磬折形。而此磬折形內火



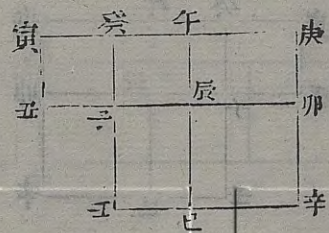
木離巽之一正方形與巽離坤兌之正方形等。是則坎水木金震巽磬折形與巽離坤兌正方形相合。共為坎水離巽類之二長方矣。折半則為一長方。其闊即弦與勾股和之較。其長即股。其長闊較即勾弦較。故以勾弦較為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得長為股也。又法以弦與勾股較之較十尺為勾與股弦較之共數。與勾弦較九尺相加。得



十九尺為弦與股弦較之共數。兩數相併得二十九尺。為一勾一弦二股弦較之共數。與勾弦較九尺相乘得二百六十一尺。又以勾弦較九尺自乘得八十一尺。兩積相減餘一百八十尺。折半得九十尺為長方積。以勾弦較九尺為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得長十五尺為股。與弦與股弦較之共數十九尺相加得三十四尺。折半得十七尺為



弦。丙減勾弦較九尺餘八尺為勾也。如圖甲乙丙丁為勾弦較與一勾一弦二股弦較相乘之長方。丙甲乙巳戊為勾弦較與勾弦和相乘之一長方。與庚辛壬癸股自乘之一正方形積等。見股與勾弦較求勾中。戊巳丙丁為勾弦較與股弦較相乘之二長方。與癸子丑寅弦與勾股和之較自乘之一正方形積等。此二正方形邊之較即勾弦較。並見勾弦較股弦較求勾股弦法中。是以



庚辛壬癸股自乘之正方形內減去卯辛巳辰勾弦較自乘之正方形。則餘庚卯辰巳壬癸一磬折形。而此磬折形內午辰子癸之一正方形與癸子丑寅之正方形等。庚卯辰午之一長方與辰巳壬子之長方形等。折半即餘庚卯子癸一長方形。其闊即弦與勾股和之較。其長即股。其長闊較即勾弦較。故以勾弦較為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得長

為股也

設如有股弦較二尺。弦與勾股較之和二十四尺。求

勾股弦各幾何。

第四十五

法以弦與勾股較之和二十四尺減股弦較二尺。餘二十二尺為股與勾股較

之共數。

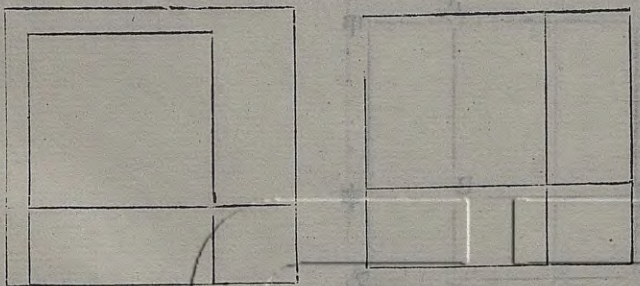
蓋弦內減股弦較餘即股。故於弦與勾股較之和內減股弦較

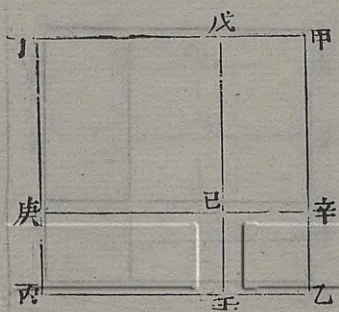
餘即為股與勾股較之共數也。

自乘得四百八十四尺。

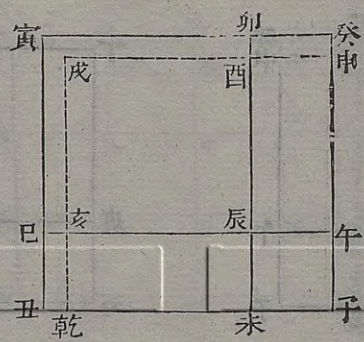
又以弦與勾股較之和二十四尺自乘。

得五百七十六尺。兩自乘數相減。餘九

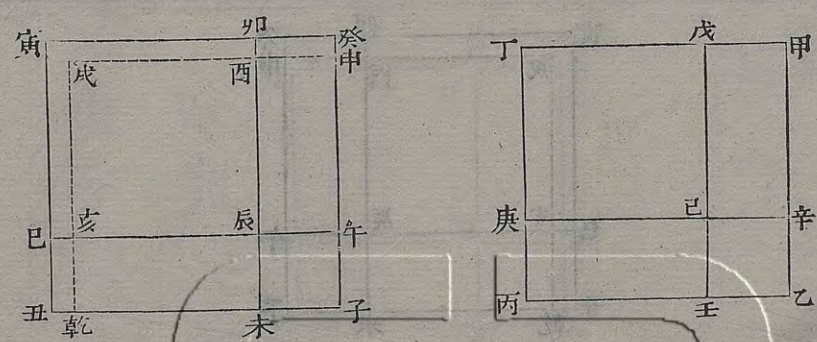




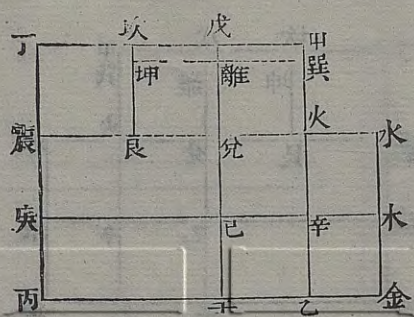
十二尺。又於股與勾股較之共數自乘之四百八十四尺內減兩自乘數相減所餘之九十二尺。餘三百九十二尺為長方積。乃以股與勾股較之共數二十二尺倍之得四十四尺。內減股弦較二尺。餘四十二尺為長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊十四尺。折半得七尺為勾股較。於弦與勾股較之和二十四尺內減勾股較七尺。餘十七尺為弦於



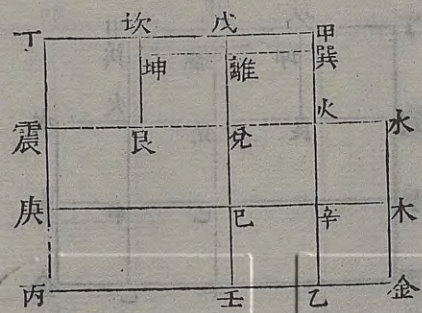
弦內減股弦較二尺。餘十五尺為股。於股內減勾股較七尺。餘八尺為勾也。如圖甲乙丙丁為股與勾股較相和自乘之一大正方形。丙戊己庚丁為股自乘之一正方形。辛乙壬己為勾股較自乘之一正方形。甲辛己戊與己壬丙庚為勾股較與股相乘之二長方。又癸子丑寅為弦與勾股較相和自乘之一大正方形。內卯辰巳寅為弦自乘之一正方形。午子未辰



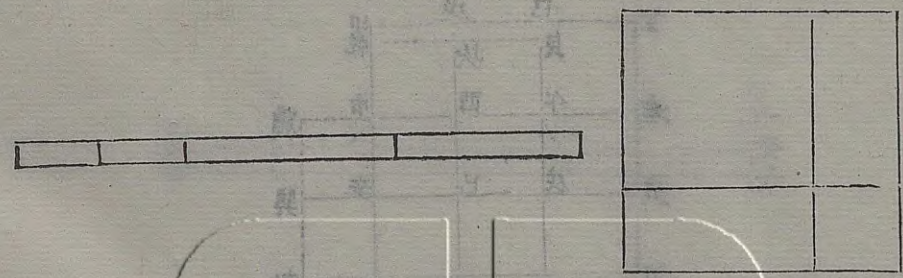
為勾股較自乘之一正方形。即如前圖之辛乙壬巳然。癸午辰卯與辰未丑巳為勾股較與弦相乘之二長方。兩自乘方相減。則於癸子丑寅正方形內。減去與甲乙丙丁正方形相等之申子乾戌正方形。所餘卯酉戌亥巳寅磬折形。為弦自乘方內減去股自乘方所餘之勾自乘之方積。其癸申酉卯與亥乾丑巳為勾股較與股弦較相乘之二長方。今以



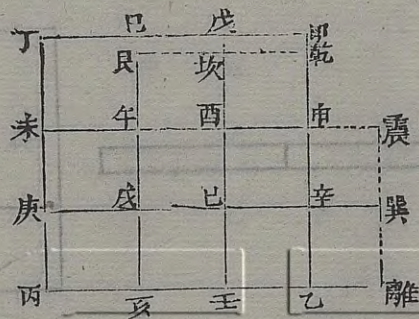
此餘積。再於甲乙丙丁正方形內減之。則減去坎艮震丁勾自乘之一正方形。其積與卯酉戌亥巳寅磬折形等。又甲巽離戌與戊離坤坎二長方。即如癸申酉卯亥乾丑巳二長方然。所餘兌己庚震與己壬丙庚為股與勾股較相乘之二長方。火辛巳兌與辛乙壬巳為勾股較自乘之二正方形。巽火兌離與離兌艮坤為勾與股弦較之較與勾股較相乘之



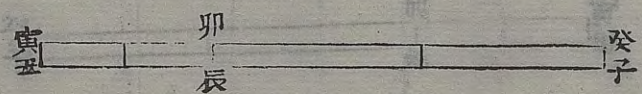
二長方。試將巽火兌離離兌艮坤二長方。移為水木辛火。木金乙辛。則成水金丙震一大長方形。其闊即二勾股較。其長即二股內少一股弦較。其長闊和為二勾股較二股少一股弦較。故以股與勾股較之共數倍之。得二股二勾股較。內減去一股弦較為長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊為二勾股較。折半得勾股較也。



又法以弦與勾股較之和二十四尺減股弦較二尺餘二十二尺為股與勾股較之共數。自乘得四百八十四尺。又以弦與勾股較之和二十四尺。與股與勾股較之共數二十二尺相加。得四十六尺。為一股一弦二勾股較之共數。以股弦較二尺乘之。得九十二尺。兩數相減。餘三百九十二尺為長方積。乃以股與勾股較之共數二十二尺倍之。得四十



四尺內減股弦較二尺。餘四十二尺為長闊和。用帶縱和數開方法算之。得闊十四尺。折半得七尺為勾股較。於弦與勾股較之和二十四尺內減勾股較七尺。餘十七尺為弦。於弦內減股弦較二尺。餘十五尺為股。於股內減勾股較七尺。餘八尺為勾也。如圖甲乙丙丁為股與勾股較相和自乘之一大正方形。亦即一勾二勾股較之共數自乘之正方形也。



蓋圖以甲辛為股。辛乙為勾股較。若以甲申為勾。則申辛亦勾股較。故為一勾兩勾股較也。內巳午未丁為勾自乘之一正

方。申辛巳酉酉巳戊午辛乙壬己己壬亥戌為勾股較自乘之四正方形。甲申酉戌戌酉午巳午戌庚未。戊亥丙庚為勾股較與勾相乘之四長方。又癸子丑寅為股弦較與一股一弦二勾股較相乘之一長方。內癸子辰卯為股弦較與股弦和相乘之一長方。與勾自乘之一正

方等。見勾與股弦較求股弦法中。卯辰丑寅為股弦

較與二勾股較相乘之二長方。今以兩

積相減。則於甲乙丙丁正方形內減去

與癸子辰卯相等之巳午未丁之勾自

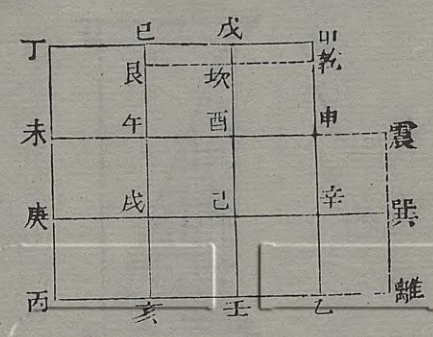
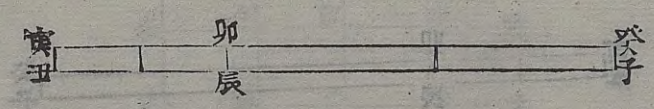
乘之一正方形。又減去與卯辰丑寅相等

之甲乾坎戊。戊坎艮巳之股弦較與二

勾股較相乘之二長方。所餘酉巳庚未

與巳壬丙庚為股與勾股較相乘之二

長方。申辛巳酉與辛乙壬巳為勾股較



自乘之二正方形。乾申酉坎。坎酉午艮二長方。

勾與股弦較之較與勾股較相乘之二

長方。試將乾申酉坎。坎酉午艮二長方。

移為震巽辛申巽離乙辛。則成震離丙

未一大長方形。其闊即二勾股較。其長

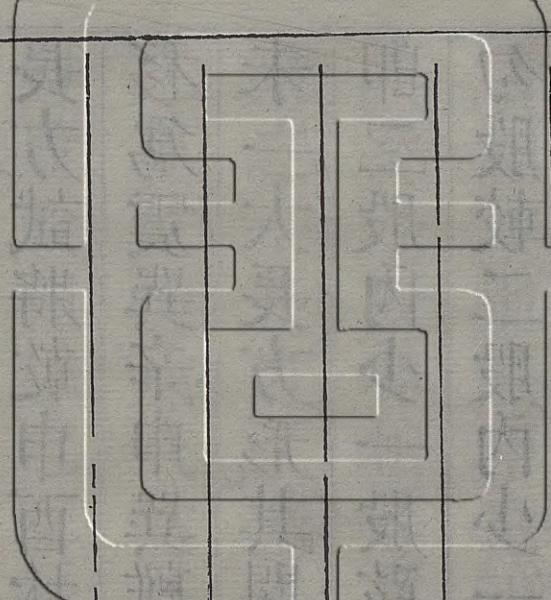
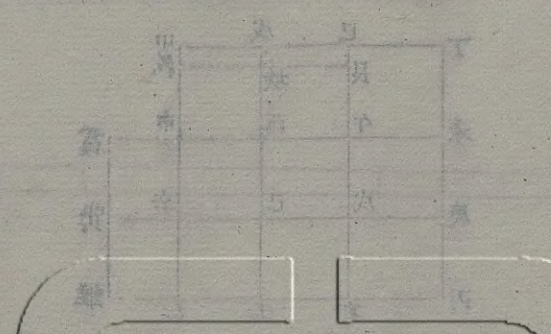
即二股內少一股弦較。其長闊和為二

勾股較二股內少一股弦較。故以股與

勾股較之共數倍之。得二股二勾股較。

內減去一股弦較為長闊和。用帶縱和

數開方法算之。得闊為二勾股較。折半得勾股較也。

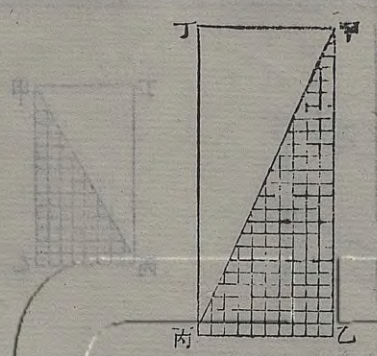


設如有勾股積一百二十尺。勾十尺。求股弦各幾何。

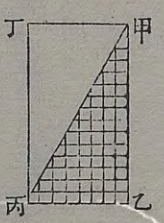
勾股積與勾股弦和較相求法

設如有勾股積一百二十尺。勾十尺。求股弦各幾何。

法以勾股積一百二十尺。倍之。得二百四十尺。以勾十尺除之。得二十四尺。為股。勾股求弦。得弦二十六尺。如圖甲乙丙勾股形積。倍之。成甲乙丙丁長方形積。其闊即勾。其長即股。故以勾除倍積而得股也。

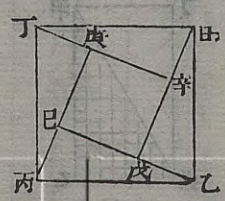


設如有勾股積六十尺。股十五尺。求勾弦各幾何。



法以勾股積六十尺倍之得一百二十尺以股十五尺除之得八尺為勾。勾股求弦得弦十七尺。如圖甲乙丙勾股形積倍之成甲乙丙丁長方形積其長即股其闊即勾。故以股除倍積而得勾也。設如有勾股積三十尺弦十三尺求勾股各幾何。

法以勾股積三十尺四因之得一百二十尺又以弦十三尺自乘得一百六十九尺相減餘四十九尺開方得七尺為

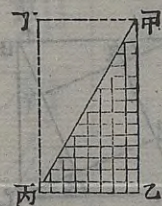


勾股較乃以勾股積倍之為長方積以勾股較為長闊較用帶縱較數開方法算之得闊五尺為勾得長十二尺為股。如圖甲乙丙丁為弦自乘之方內容甲戊乙乙己丙丙庚丁丁辛甲四勾股積戊己庚辛一勾股較自乘方積故於弦自乘方內減四勾股積即餘勾股較自乘之方而開方得勾股較也。

設如有勾股積六十尺勾股較七尺求勾股弦各幾

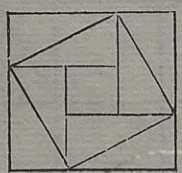
何。

法以勾股積六十尺倍之。得一百二十尺。以勾股較七尺為長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊八尺為勾。加勾股較七尺。得十五尺為股。勾股求弦。得弦十七尺。如圖甲乙丙勾股形積。倍之成甲乙丙丁長方形積。其闊即勾。其長即股。其長闊較即勾股較。故用帶縱較數開方法算之。得闊為勾也。又有勾股

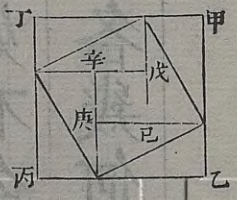


積幾何。知勾弦較。或股弦較。求勾股弦。法中用帶縱立方算之。始得。茲故不設。設在帶縱立方之後。

設如有勾股積六十尺。勾股和二十三尺。求勾股弦各幾何。



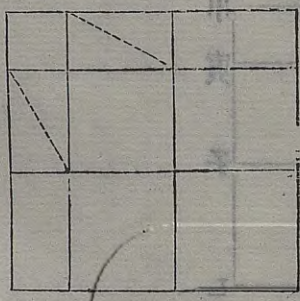
法以勾股積六十尺八因之。得四百八十尺。又以勾股和二十三尺自乘。得五百二十九尺。兩數相減。餘四十九尺。開方得七尺為勾股較。於勾股和二十三



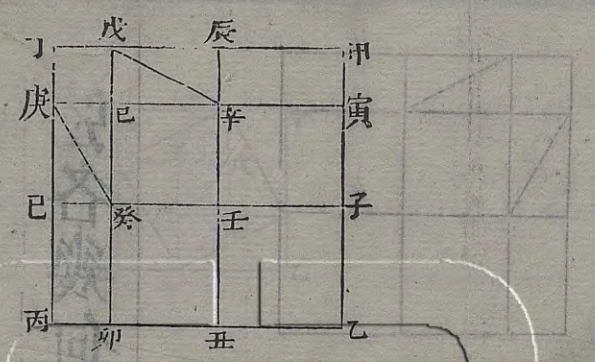
尺內減勾股較七尺。餘十六尺。折半得八尺。為勾。加勾股較七尺。得十五尺。為股。勾股求弦。得弦十七尺。如圖甲乙丙丁。為勾股和自乘之方。內容八勾股積。一勾股較自乘方積。今於勾股和自乘之方內減八勾股積。所餘戊己庚辛正。方。即勾股較自乘之方。故開方而得勾股較也。又如有勾股積幾何。知勾弦和。或股弦和。求勾股弦法。中用帶縱立方。

算之始得。茲故不設。設在帶縱立方之後。

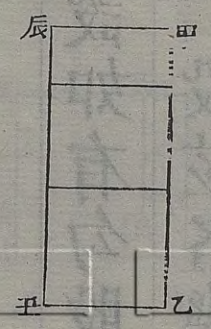
設如有勾股積六十尺。勾股弦總和四十尺。求勾股弦各幾何。



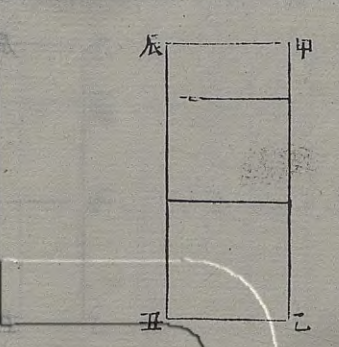
法以勾股積六十尺。四因之。得二百四十尺。又以勾股弦總和四十尺。自乘。得一千六百尺。兩數相減。餘一千三百六十尺。折半得六百八十尺。以勾股弦總和四十尺。除之。得十七尺。為弦。於勾股



弦總和四十尺內減弦十七尺餘二十三尺為勾股和。用有弦有勾股和求勾股法算之得勾八尺股十五尺。如圖甲乙丙丁為勾股弦總和自乘之一大正方形。內戊己庚丁為勾自乘之一正方形。辛壬癸己為股自乘之一正方形。子乙丑壬為弦自乘之一正方形。寅子壬辛與壬丑卯癸為股弦相乘之二長方。甲寅辛辰與癸卯丙己為勾弦相乘之二長方。辰



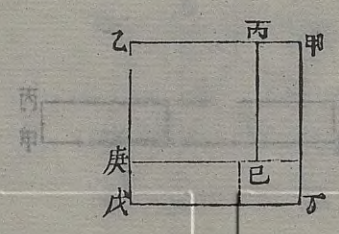
辛己戊與己癸己庚為勾股相乘之二長方。夫勾股相乘之二長方與四勾股積等。今於勾股弦總和自乘之一大正方形內減去四勾股積。即減去勾股相乘之二長方。而勾自乘之一正方形與股自乘之一正方形相併。又與弦自乘之一正方形等。故所餘者為弦自乘之二正方形。股弦相乘之二長方。勾弦相乘之二長方。折半即得弦自乘之一正方形。股弦相乘



之一長方。勾弦相乘之一長方。與甲乙丑辰長方形等。其闊即弦。其長即勾股弦總和。故以勾股弦總和除之。而得弦也。

設如有勾股積六十尺。弦與勾股和之較六尺。求勾股弦各幾何。

法以勾股積六十尺。四因之。得二百四十尺。以弦與勾股和之較六尺除之。得四十尺。為勾股弦總數。內減弦與勾股

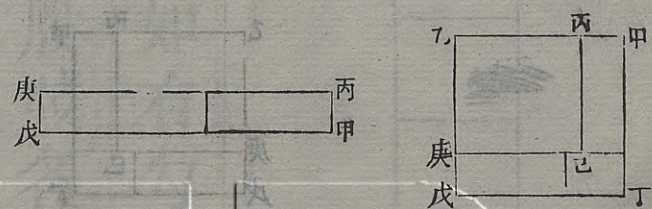


求勾股弦

和之較六尺。餘三十四尺。折半得十七尺。為弦。加弦與勾股和之較六尺。得二十三尺。為勾股和。用有弦有勾股和求

勾股法算之。得股十五尺。勾八尺。如圖甲乙為勾股和。丙乙為弦。甲丙為弦與勾股和之較。試依甲乙線作甲丁戊乙勾股和自乘之一正方形。又以丙乙線作

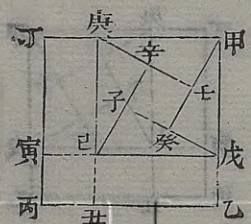
丙己庚乙弦自乘之一正方形。二方相較。其甲丁戊庚己丙磬折形。乃與四勾股



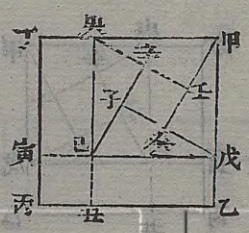
積相等。蓋勾股和自乘方內容入勾股積。一勾股較自乘方積。弦自乘方內容四勾股積。一勾股較自乘方積。二方相減。所餘磬折形積與四勾股積相等。引而長之。即如丙甲戊庚一長方形。其闊即弦與勾股和之較。其長即弦與勾股和之和。故以弦與勾股和之較除之。得勾股弦總數也。

設如有勾股積六十尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾股弦各幾何。

法以勾股積六十尺四因之。得二百四



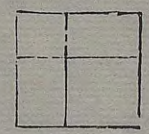
十尺。又以弦與勾股較之和二十四尺自乘。得五百七十六尺。兩數相減。餘三百三十六尺。折半得一百六十八尺。用弦與勾股較之和二十四尺除之。得七尺。為勾股較。於弦與勾股較之和二十四尺內減勾股較七尺。餘十七尺。為弦。用有弦有勾股較求勾股法算之。得勾八尺。股十五尺。如圖甲乙丙丁為弦與勾股較之和自乘之一正方形。甲戊己庚



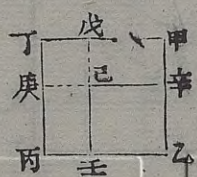
為弦自乘之一正方形。而弦自乘之方內容四勾股積。一勾股較自乘方積。今減去四勾股積。餘辛壬癸子為勾股較自乘之一正方形。而已丑丙寅亦為勾股較自乘之一正方形。再戊乙丑巳與庚巳寅丁又為勾股較與弦相乘之二長方。折半則餘戊乙丑巳一長方。巳丑丙寅一正方形。其戊寅長即弦與勾股較之和。其戊乙闊即勾股較。故以弦與勾股較之

和除之。而得勾股較也。

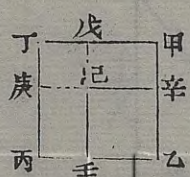
設如有勾股積六十尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股弦各幾何。



法以勾股積六十尺四因之。得二百四十尺。又以弦與勾股較之較十尺自乘。得一百尺。兩數相減。餘一百四十尺。折半得七十尺。以弦與勾股較之較十尺除之。得七尺為勾股較。與弦與勾股較之較十尺相加。得十七尺為弦。用有弦



有勾股較求勾股法算之。得勾八尺。股十五尺。如圖甲乙丙丁為弦自乘之一大正方形。內丁戊己庚為勾股較自乘之一正方形。辛乙壬己為弦與勾股較之較自乘之一正方形。甲辛己戊與己壬丙庚為勾股較與弦與勾股較之較相乘之一長方。蓋弦自乘方內容四勾股積。一勾股較自乘方積。今丁戊己庚既為勾股較自乘之方。若於甲乙丙丁弦自乘

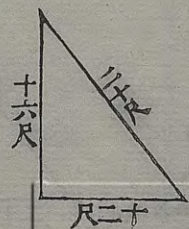


方內減之。則所餘甲乙丙庚己戊磬折形。即與四勾股積相等。又於四勾股積相等之甲乙丙庚己戊磬折形內。減辛乙壬己弦與勾股較之較自乘之方。則尚餘甲辛己戊己壬丙庚二長方。折半則得己壬丙庚一長方。其己壬長即弦與勾股較之較。其己庚闊即勾股較。故以弦與勾股較之較除之。而得勾股較也。

設如有正勾股。知勾十二尺。求股與弦各幾何。
 法以正勾股定分之勾三分為一率。股
 四分為二率。今所設之勾一十二尺為
 三率。推得四率十六尺為股。仍以勾三
 分為一率。弦五分為二率。今所設之勾
 十二尺為三率。推得四率二十尺為弦
 也。蓋大小兩同式形。其相當各界互相
 比之比例。俱為相當比例四率。

正勾股比例

設如有正勾股。知勾十二尺。求股與弦各幾何。

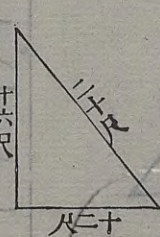


- 四率 二十八
- 一率 三分
- 二率 四分
- 三率 十二尺
- 四率 十六尺

法以正勾股定分之勾三分為一率。股
 四分為二率。今所設之勾一十二尺為
 三率。推得四率十六尺為股。仍以勾三
 分為一率。弦五分為二率。今所設之勾
 十二尺為三率。推得四率二十尺為弦
 也。蓋大小兩同式形。其相當各界互相
 比之比例。俱為相當比例四率。

見幾何原本八

一率 三分
 二率 五分
 三率 十二尺
 四率 二十尺

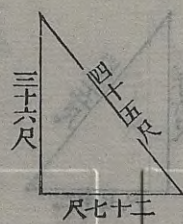


卷第三節。故正勾股定分之勾三與股四之比。即同於今所設之勾十二與股十六之比。又正勾股定分之勾三與弦五之比。亦同於今所設之勾十二與弦二十之此也。

又捷法以勾十二尺用正勾股定分之勾三分除之。得四尺。即知今所設之勾股形為加四倍之比例。乃以正勾股定分之股四分弦五分各加四倍。即得所

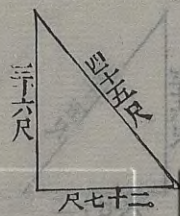
求之股弦之各數矣。設如有正勾股。知勾股和六十三尺。求勾股弦各幾何。

一率 七分
 二率 三分
 三率 六十三尺
 四率 二十七尺

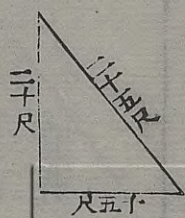


法以正勾股定分之勾三分股四分相併。得七分為一率。勾三分為二率。今所設之勾股和六十三尺為三率。推得四率二十七尺為勾。若以股四分為二率。即得四率三十六尺為股。若以弦五分為二率。即得四率四十五尺為弦也。蓋

正勾股定分之勾股和七尺。與勾三股四弦五各相為比。即同於今所設之勾股和六十三尺。與勾二十七尺股三十六尺弦四十五尺各相比之比例也。又捷法以勾股和六十三尺。用正勾股定分之勾三股四相和之七分除之。得九尺。即知今所設之勾股形為加九倍之比例。乃以正勾股定分之勾三股四弦五各加九倍。即得所求之各數也。

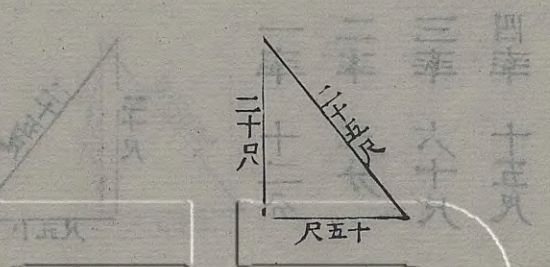


設如有正勾股。知勾股弦總和六十尺。求勾股弦各幾何。



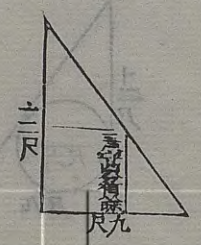
一率 十二分
二率 三分
三率 六十尺
四率 十五尺

法以正勾股定分之勾三分股四分弦五分相併。共得十二分為一率。勾三分為二率。今所設之勾股弦總和六十尺為三率。推得四率十五尺為勾。若以股四分為二率。即得四率二十尺為股。若以弦五分為二率。即得四率二十五尺為弦也。



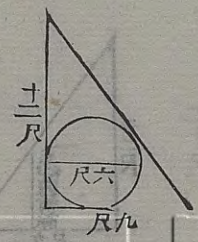
又捷法以勾股弦總和六十尺。用正勾股定分之勾三股四弦五相併之十二分除之。得五尺。即知今所設之勾股形為加五倍之比例。乃以正勾股定分之勾三股四弦五各加五倍即得所求之各數也。

設如有正勾股。勾九尺。股十二尺。求內容方邊幾何。
法以股十二尺七歸三。因得五尺一寸四分二釐八豪有餘。或以勾九尺七歸四。因得五尺一寸四分二釐八豪有餘。蓋勾三分股四分者。則以勾股和七分為一率。勾三分為二率。股四分為三率。推得四率為內容方邊。是內容方邊得股七分之三。得勾七分之四也。今九尺與十二尺之比。仍同於三分與四分之比。故以其分數相求得內容方邊。仍為比例四率也。



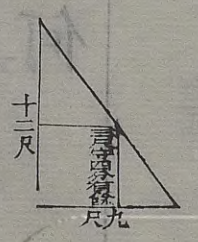
設如有正勾股。勾九尺。股十二尺。求內容方邊幾何。

法以股十二尺折半得六尺。或以勾九尺取其三分之二亦得六尺。即為內容圓徑也。蓋勾三分股四分弦五分者。則於勾股和七分內減弦五分。餘二分為內容圓徑。見勾股容圓第二法。是內容圓徑得股四分之二。得勾三分之二也。今九尺與十二尺之比。同於三分與四分之比。故十二尺與六尺之比。仍同於四與二之比。而九尺與六尺之比。亦仍同於三與



二之比也。

設如有正勾股。知勾股和二十一尺。求內容方邊幾何。

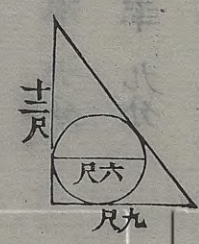


法以正勾股定分比例得勾九尺股十二尺。以勾九尺七歸四因。或以股十二尺七歸三因。得五尺一寸四分二釐八豪有餘。即內容方邊也。蓋內容方邊得勾七分之四。得股七分之三。見前法。故必先比例得勾數或股數。復比例得內容

設如有正勾股。知勾股和二十一尺。求內容圓徑幾何。

- 一率 七分
- 二率 二分
- 三率 二十一尺
- 四率 六尺

法以正勾股定分之勾三分股四分相加之七分爲一率。內容圓徑二分爲二率。今所設之勾股和二十一尺爲三率。推得四率六尺卽內容圓徑也。蓋勾三分股四分弦五分者其內容圓徑爲二分。見前法。故勾股和之七分與內容圓徑



二分之比。卽同於今所設之勾股和之二十一尺與內容圓徑六尺之比也。總之正勾股形知一數卽得所求之各數。要先以勾三股四弦五求得所知之定分。及所求之定分。如勾股較則以勾三分與股四分相減餘一分。又如弦與勾股較之和則以勾股較一分與弦五分相加得六分之類。乃以所知之定分與所求之定分之比。卽同於今所知之數與今所求之數之比也。

設如有正勾股面積九十六尺。求勾股弦各幾何。

法以正勾股定分之面積六分爲一率。

勾三分自乘得九分爲二率。今所設之

勾股積九十六尺爲三率。推得四率一

百四十四尺爲勾自乘之方。開方得十

二尺爲勾。如以正勾股定分之股四分

自乘爲二率。則得今所設之股自乘之

方。如以正勾股定分之弦五分自乘爲

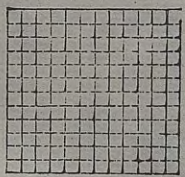
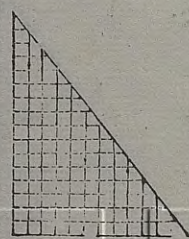
二率。則得今所設之弦自乘之方。各開

一率 六分

二率 九分

三率 九十六尺

四率 一百四十四尺



方而即得各數矣。或得勾而以正勾股

定分之勾股弦各比例之亦可。蓋同式

兩勾股形其面積互相爲比。即同於勾

股形各相當界所作正方形互相爲比。

見幾何原本
八卷第四節

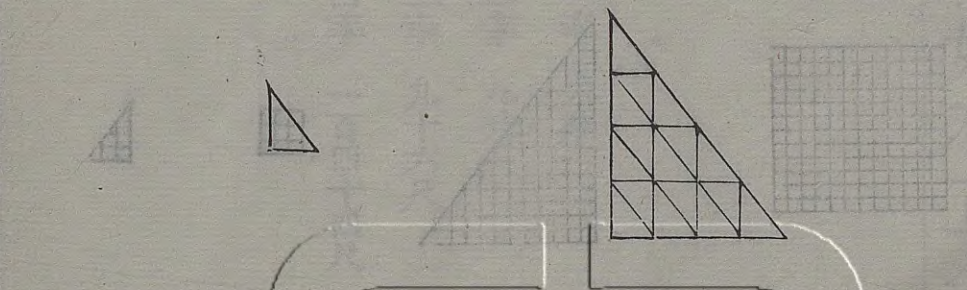
故以正勾股定分之面積

六尺與勾股弦各方之比。即同於今所

設之面積九十六尺與勾股弦各方之

比也。

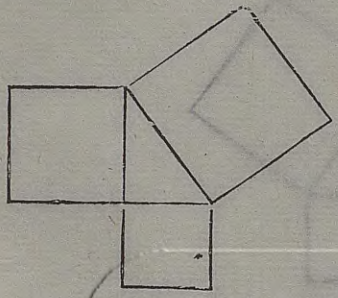
又捷法以面積九十六尺用正勾股定



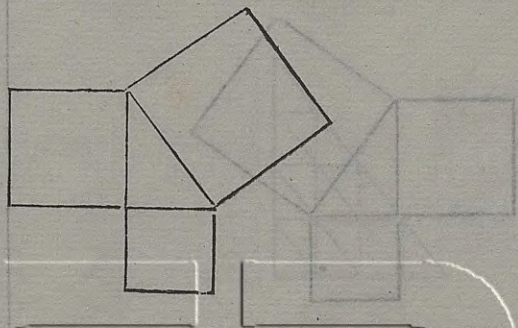
分之面積六尺除之得十六尺。開方得四尺。即知今所設之勾股弦為各加四倍之比例。乃以正勾股定分之各數各加四倍。即得各數。蓋兩直角方面形。其兩方面之比例。比之兩界之比例。為連比例。隔一位相加之比例。見幾何原本七卷第五節。今勾股為長方之半。正方與正方為比。長方與長方為比。其比例相同。並見第六節。故積大十六倍者。界必大四倍。既知其大四倍。則以正勾股之定分各加四

倍即得矣。

設如有正勾股。知勾自乘股自乘弦自乘共積四百五十尺。求勾股弦各幾何。

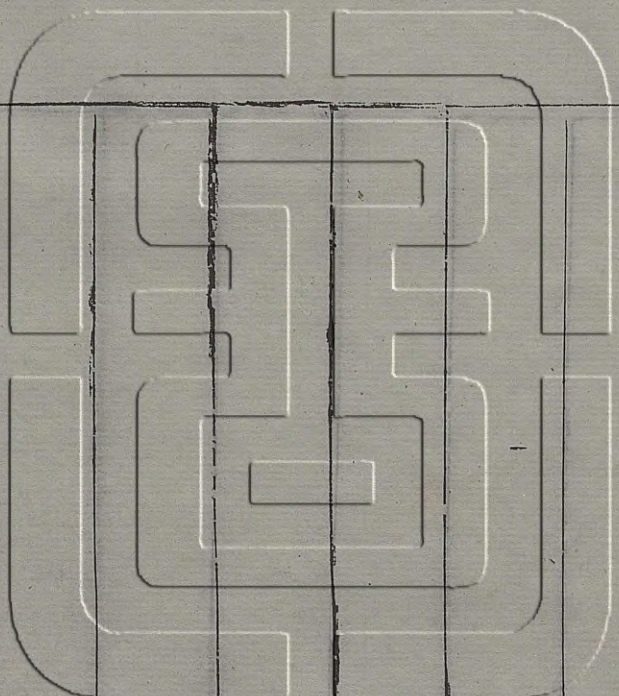


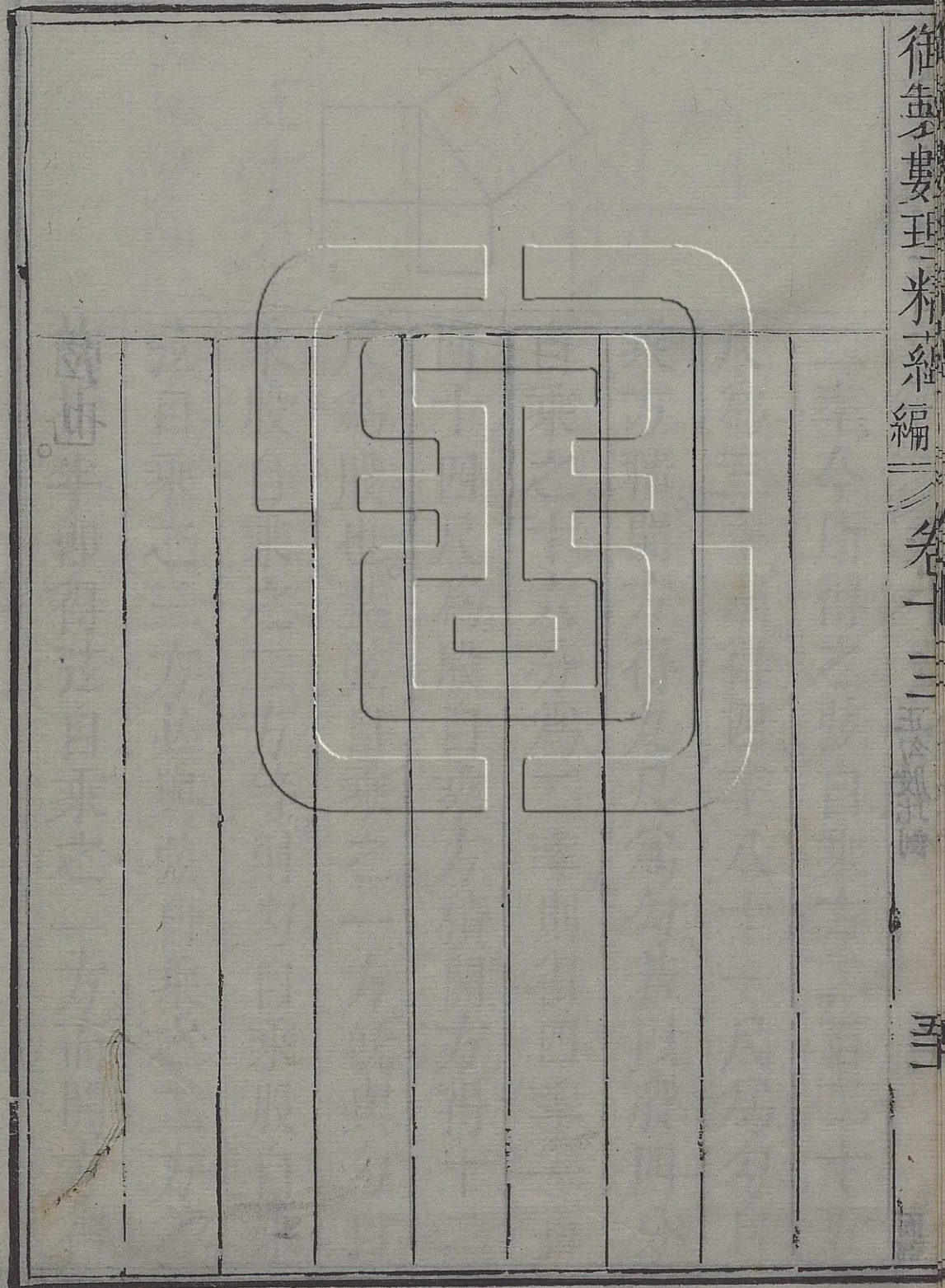
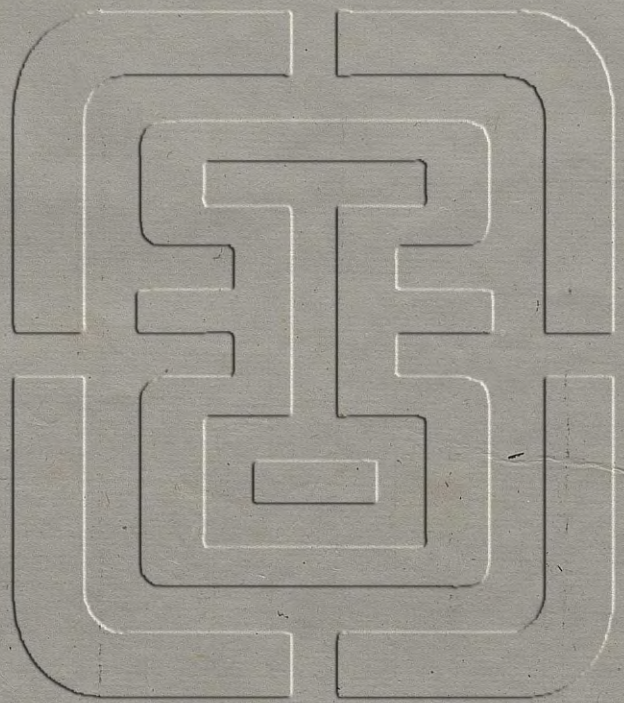
法以共積四百五十尺折半。得二百二十五尺。為弦自乘方積。開方得一十五尺。為弦。既得弦。則以勾股弦之定分比例之。得九尺為勾。得十二尺為股也。如用面積為比例。則以弦五分自乘之二十五分。為一率。勾三分自乘之九分。為



二率。今所得之弦自乘方二百二十五尺爲三率。求得四率八十一尺爲勾。自乘方積。開方得九尺爲勾。若以股四分自乘之十六分爲二率。則得四率一百四十四尺爲股自乘方積。開方得十二尺爲股也。蓋弦自乘之一方。既與勾自乘股自乘之二方等。則勾自乘股自乘之弦自乘之三方。必與弦自乘之二方等。故折半即得弦自乘之一方。而開方得

弦也。





御製農理精編

卷十三

五

