

大學叢書

水 力 學

歌原定二著
劉肇龍譯

商務印書館發行

中華民國二十六年一月初版

(61410精)

大學叢書
教本 水力學 一冊

每冊實價國幣叁元
外埠酌加運費匯費

版 翻
權 印
所 必
有 究

原 著 者 歌 原 定 二

譯 述 者 劉 肇 龍

發 行 人 王 雲 五

印 刷 所 商 務 印 書 館

發 行 所 商 務 印 書 館

(本書校對者 王養吾 胡達聰)

周

序

編著此書之目的，完全注重於水力學之理論方面，蓋不必一定依據由實驗所得之法則，表或線圖等，始能到達水力學之應用，乃以系統的方法，提示水力學之根本原理，更欲以純粹數學及力學之初步智識，在有限的極短時間內，容易了解水力學之爲物也。夫實驗法則，表或線圖等，對於計算上，固屬簡捷便利，惟節省此等計算上之方法，祇要實地從事水力之工作，自然容易習得。至於一旦離開學校，踏入實際社會，則工作忙碌，日不暇給，欲求探究原理之餘裕，恐不可多得。故在校之時，苟能深切研究其原理，則對於將來之應用，自然容易推求，而且根本堅固，何愁不日益上達。例如在廣大基礎之上，建築殿堂，其莊嚴牢固，可想見矣。基於此理，故本書所載之表及係數等，至屬寥寥，不過僅足便於基本原理之應用而已。

基於同上之理，即在水力機之部分，如水車及渦卷唧筒等，亦不過僅就其原理述之，其他一切之設計，皆省略未叙。至於圖面，則不過僅示其形骸而已。

又在本書重要之處，皆附有多數之例題及解答，及其應用問題，固可作工科學校教師之講義，即對於學生之豫習及複修，亦有甚大之幫助。

由此種意義言之，則對於本書之各項問題，固應附以解答，惟限於時日，不得已而暫事省略，他日亦當完全補入之。

最後之第十八章，係講述流體之黏滯阻力，更進而論及流體力學當今日航空飛機，發達旺盛之際，此種理論的考察，特有盡力研究之必要。故在本章中，特述其實驗與理論併進之重要各點。

著者自慚末學，不逮之處甚多。海內明達，及從事教育，研究及實地工作之同學諸賢，若能時加誘掖，或惠賜更正，則幸甚矣。

本書之成，得力於恩師司丹福特大學教授 W. F. Durand, L. M. Hoskins, W. R. Eckart, 及同窗先輩 R. L. Dangherty 教授之指導者甚多，於此特表深厚之謝意。又本書所載圖面之大部分，皆煩茂森，北澤兩君之手製，尤為感謝不置。

昭和四年十一月二十七日

於須磨之寓所，

著者識

目次

第一章 緒論

	頁數
1. 水力學之範圍	1
2. 水之物理的性質	1
問題(1—3)	4

第二章 流體靜力學

3. 壓力之強度	5
4. 水之壓力	5
5. 水頭及壓力	6
6. 壓力之表示法	7
7. 壓力計	9
問題(4—10)	15
8. 水壓機	16
問題(11—12)	17
9. 平面上之水壓	17
10. 水壓之中心	19
11. 作用於曲面上之總壓力	24

12. 垂直壓力之任意方向的分力	24
13. 管及圓筒內所受之內壓力	26
14. 兩側面上所受之水壓	28
15. 形狀簡單之平面上所受之水壓及壓力之 中心圖示法	30
問題 (13—24)	32
16. 浮力(阿基米德原理)	34
17. 浮於水中或水上之物體之安定	35
18. 定傾中心之高	37
問題 (25—28)	39

第三章 堰堤及其安定

19. 重力堰堤	41
20. 作用於堰堤之外力	42
21. 對於滑動及轉倒之平衡	43
問題 (29—32)	47

第四章 水之直線的移動及回轉

22. 直線的移動	49
23. 強制回轉運動	51
問題 (33—38)	56

第五章 水之運動

24. 關於處理水之運動的問題	57
25. 流線運動及亂運動	57
26. 均等的流動	58
27. 排水量	59
28. 連續流之公式	59
29. <u>伯魯利</u> 之定理	60
30. <u>伯魯利</u> 之定理與摩擦損失	63
31. 損失水頭	64
32. 水頭與工率	65
33. 動水傾斜線	65
34. <u>伯魯利</u> 定理之適用範圍	69
35. <u>伯魯利</u> 定理之應用法	70
問題 (39—47)	73

第六章 孔口吞口及嘴管之流水

36. 銳刃型孔口	75
37. 速度係數	76
38. 縮流係數	78
39. 流量係數	78
40. 係數之數值決定法	79
41. 水頭低孔口大之情形	81

42. 應當注意之要點	85
43. 接近水頭	85
44. 沈溺孔口	86
45. 孔口之形狀	87
46. 在低下水頭之下方的排水	88
47. 吞口	91
48. 嘴管	93
49. 損失水頭	94
50. 文德利表	95
問題 (48—64)	100

第七章 堰上之水流

51. 堰	103
52. 矩形堰上之流量	104
53. 矩形堰之流量公式	105
54. 堰頂在下流水面下之情形	109
55. 銳刃三角形堰	110
56. 梯形堰	111
57. 計量用之堰	112
問題 (65—71)	114

第八章 送水管中之損失水頭

58. 水流之一般公式	115
-------------------	-----

59. 管中之摩擦損失	116
60. 摩擦係數 f 之值	119
61. 速度與摩擦阻力之關係	122
62. 指數公式	126
63. 入口處之損失	127
64. 因急激擴大而起之損失	129
65. 因急激縮小而起之損失	131
66. 管之斷面積逐漸變化時之損失水頭	132
67. 因管之彎曲而起之損失	137
68. 因管路中之部分的隔壁而起之損失	138
69. 管路中之總損失水頭	138
問題(72—78)	142

第九章 送水管路

70. 水量及馬力之計算	143
71. 對於所要水量之管徑	147
72. 由所與之水管所得之最大馬力	148
73. 管路之經濟的直徑	151
74. 分歧的送水管	154
75. 有枝管的本管	158
76. 枝管再與本管結合之送水管	160
77. 送水管中之空氣瓣	162

78. 虹吸管.....	163
79. 送水管之安裝	164
問題 (79—91)	165

第十章 溝渠

80. 溝渠之種類	168
81. 人工溝渠.....	168
82. Ganguillet 及 Kutter 氏之 C 之值	170
83. Manning 氏之公式	172
84. Bazin 氏之 C 之值	174
85. 溝渠之形狀	175
86. 梯形溝渠.....	177
87. 圓形水路.....	178
88. 給與溝渠以適當之水速	179
89. 不定形之水流	182
90. 於不定形之水流中,其水深之變化	184
91. 因堰堤等之阻礙,致水位之上昇	185
92. 水面曲線之微分式.....	187
93. 河川之流量	191
問題 (92—101).....	192

第十一章 水速及流量之測定

94. 容積或重量之直接測定法	195
-----------------------	-----

95. 流速計	195
96. 浮子	197
97. 文德利表, 嘴管, 孔口及堰	197
98. 孔口計	197
99. 披托管及披托計	199
100. 化學的流量測定法	202
101. 鹽水——電的測定法	202
102. Gibson 氏之測定法	203

第十二章 流體動力學

103. 運動的流體之作用力	207
104. 作用於靜止物體之力	209
105. 作用於曲管及嘴管之流水之力	210
106. 絕對速度及關係速度	212
107. 作用於運動二物體之流水之力	213
108. 反動力	214
109. 作用於迴轉水車之流水之力	217
110. 轉力矩	218
111. 馬力	220
112. 對於最高效率之理論的水承之速度 u	222
113. 有效水頭	223
114. 水槌	229

115.	緩衝櫃	236
116.	自由渦旋運動	241
	問題 (102—113)	245

第十三章 水車之種類

117.	水車之型式	247
118.	因水之作用的方式而分類	248
119.	因水之流動的方向而分類	250
120.	因車軸之方向而分類	251

第十四章 衝動水車

121.	發達之歷史	252
122.	水承	252
123.	嘴管及流量調整	254
124.	水在水承內之作用	258
125.	速度	264
126.	衝動水車使用之範圍	265
	問題 (114—118)	266

第十五章 反動水車

127.	發達之歷史	268
128.	反動水車之構造	270
129.	迴轉輪葉	272
130.	水量調整裝置	275

131. 吸出管	278
132. 外匣及安置	282
133. 反動水車之使用範圍	282
134. 水在輪葉內之作用	283
135. 轉力矩	284
136. 工作	286
137. 水車之速度與效率	286
138. 吸出管之理論	290
問題 (119—124)	294

第十六章 水車之性能曲線及其特有回轉數

139. 性能曲線	296
140. 特有回轉數	299
問題 (125—127)	304

第十七章 渦卷唧筒

141. 離心唧筒之作用	305
142. 離心唧筒之分類	306
143. 葉輪	306
144. 多段式唧筒	309
145. 在葉輪內所發生之壓力	312
146. 在導輪葉內所發生之壓力	313
147. 發生之壓力水頭之一般公式	314

148.	離心唧筒之性能	314
149.	上昇及下降性能	315
150.	因唧筒所生之揚水高度	317
151.	揚程之測定	318
152.	效率	320
153.	因速度變化所生之影響	322
154.	唧筒之性能曲線	323
155.	離心唧筒之使用範圍	325
156.	特有回轉數	329
157.	速度與揚程之關係及葉輪之最小直徑	331
	問題 (128—135)	332

第十八章 流體之黏滯阻力

158.	液體之黏滯阻力	334
159.	黏滯係數	335
160.	溫度之影響	336
161.	直線流與亂流	338
162.	流通於圓管中之流體的黏滯阻力	340
163.	在水平的平板間之水流	346
164.	動力學上之相似法則	347
165.	相似法則之應用	350
	問題 (136—141)	356

水 力 學

第 一 章

緒 論

1. 水力學之範圍.

水力學 (hydraulics) 一語係由希臘語之水與管兩字相合而來。從前水力學所研究之範圍，僅及於流體之運動，今則關於靜止之流體，即在平衡狀態之流體，所謂流體靜力學者，亦包含在內。流體靜力學 (hydrostatics) 為處理靜止的流體之學問，至於處理運動的流體之學問，則稱為流體動力學 (hydrodynamics)。

流體中，有氣體及液體兩種。此處所研究者，僅就水之液體論之。至於物理的性質，與水相似之其他流體，亦得適用此書所述之法則。

2. 水之物理的性質.

水雖非完全流體，但在工學上，得假定其為完全流體，亦無大礙。完全流體者，對於其形狀之變化，不發生何種抵抗，壓力之作用方向，常與接觸面相垂直。

水之重量. 水之重量, 因其溫度之高低, 及其質品之純潔與否, 常有變化. 惟一般普通之水, 在常溫時, 一立方米之水重為 1000 仟克 (kilogram); 在英制, 則一立方呎之水重, 約為 62.4 磅. 海水則一立方米之重, 為 1025 仟克; 在英制, 則一立方呎之重為 64 磅. 當吾人行原動機或唧筒之試驗, 對於水之重量有必要時, 則有如第一表所示:

第一表 蒸餾水之重量 (Rossetti)

溫度 °C	每立方 米仟克	溫度 °C	每立方 米仟克	溫度 °C	每立方 米仟克
-3	999.54	16	999.00	55	985.85
0	999.87	18	998.65	60	983.38
+3	999.99	20	998.26	65	980.74
4	1000.00	22	997.83	70	977.94
5	999.99	25	997.12	75	974.98
6	999.97	30	995.76	80	971.94
8	999.89	35	994.13	85	968.79
10	999.75	40	992.35	90	965.56
12	999.55	45	990.37	95	962.19
14	999.30	50	988.20	100	958.65

水之壓縮率. 水在工學上之壓縮率甚小, 即假定其為不能壓縮, 亦無大礙. 惟實際上, 水與其他物體同樣, 對於壓力之增加, 亦發生容積之變化. 在每平方厘米有 70 仟克之壓力範圍內, 壓縮與壓力成正比例.

據 Grassi 之實驗, 水在攝氏零度, 每增一大氣壓 (1.0333 每平方厘米仟克或 14.7 每平方吋磅), 平均縮小其原容積之二萬分之一. 故設水之體積彈性係數為 E_v , 則於米制

$$E_e = \frac{1.0333}{0.00005} = 20666 \text{ 每平方厘米仟克} \div 21000 \text{ 每平方厘米}$$

仟克

於英制, $E_e = \frac{14.7}{0.00005} = 294000 \text{ 每平方吋磅}.$

但壓力及溫度,與以上所述有異時,則 E_e 之值亦異,例如:
在 25°C 時, E_e 約為 23000 每平方厘米仟克, 100°C 時,約為 25310
每平方厘米仟克.又據 Hite 氏發見,在壓力 4570 每平方厘米
仟克之下, E_e 之值,約為 45700 每平方厘米仟克.

【例】假定在水面之海水一立方米之重量為 1025 仟克,
則在深 150 米之海底,每單位容積之海水之重量為幾何?

【解】 W = 在水面上每單位容積之重量(即密度).

W' = 在 150 米深之海底,每單位容積之重量(即密度).

v = 在水面,對於任意重量之容積.

v' = 在 150 米深之水底,對於同重量之容積.

因密度與容積成反比例,

$$\therefore \frac{W'}{W} = \frac{v}{v'}$$

由 Grassi 氏之法則

$$v' = (v - 0.00005 v \times \text{用大氣壓表示之壓力})$$

在水深 150 米之壓力,用大氣壓表之,則為 $\frac{150}{10.33}$ (在後節說明),

故在 150 米深之海底,每立方米之重量

$$\begin{aligned} W' &= \frac{W \times v}{v - 0.00005 v \times \frac{150}{10.33}} = \frac{1025}{1 - \frac{0.0075}{10.33}} \\ &= 1025.74 \text{ 每立方米仟克.} \end{aligned}$$

問 題

(1) 有 100 米高之垂直水柱，若假定其絕對不能壓縮，則其高當為若干？但假設斷面積不變。

(2) 1 立方米之海水之重量，在水面時假定其為 1025 仟克，若在受 150 每平方厘米仟克之壓力之深處則 1 立方米之海水之重量當為幾何？但 $E_v = 21800$ 每平方厘米仟克。

(3) 用鋼鐵製之箱測量海深，其箱有上下二室，用一個活瓣相連，上室盛 980 克之蒸餾水，下室用水銀充滿，當此箱沈入海底時，則海水即由近箱底之一小孔浸入，將水銀上壓，使之通過活瓣而逃入上室，若蒸餾水與海水之密度之比為 35.36。今於太平洋之某所，測得水深為 9429 米，則應壓入幾何之水銀入上室？

第二章

流體靜力學 (hydrostatics)

3. 壓力之強度.

壓力之強度,即表示單位面積上之壓力,普通一平方米上之壓力,即為壓力之強度,有時又有用一平方米上之壓力,或水銀柱之高,以表示壓力之強度者.

設 P 為作用於所與面上之總壓力, dp 為極小面積 dA 上之總壓力,則壓力之強度 p' 如次,

$$p' = \frac{dp}{dA} \dots\dots\dots (5)$$

若壓力在全面積上一樣的分佈時,則 $p' = \frac{P}{A}$ 固表示壓力之強度;若壓力之分佈不一樣時,則 $p' = \frac{P}{A}$ 表示平均壓力之強度.

吾人通常所謂“壓力幾何”云者,即指壓力強度為幾何之意,若恐陷於錯誤,特為區別起見,則當言單位面積上之壓力幾何,或全面積上之總壓力幾何.

4. 水之壓力.

水與固體不同,無切變應力 (shearing stress), 故相鄰兩面

作用之力，常與其面垂直。凡百壓力之強度，其方向總是一樣，為證明此說起見，則如圖 1 所示。

有一斷面積為三角形，高為 dz 之水柱，就水中之任意部分想像之，在 dy 之高處，有與面成垂直作用之總壓力，為其面積及壓力強度之相乘積，即等於 $p_x' dy dz$ 。斜面上

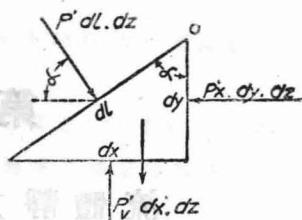


圖 1

作用之總壓力為 $p' dl dz$ ，作用於水平底面之總壓力為 $p_v' dx dz$ ，其他作用於三角柱之力，則為作用於此水柱之兩端面之水壓，及因地心引力而起之三角水柱自身之重；惟當三角柱極小之時，此重量亦可省略之。

當水係靜止，即在平衡狀態之際，則所有任意方向之分力，其和皆為零，即

$$\text{水平分力之和} = p' dl dz \cos \alpha - p_x' dy dz = 0,$$

$$\text{垂直分力之和} = p' dl dz \sin \alpha - p_v' dx dz = 0.$$

然因 $dy = dl \cos \alpha$ ， $dx = dl \sin \alpha$ ，故由上記之二式，可得之結果，即 $p' = p_x' = p_v'$ 。

上式僅就水平及垂直兩方向說明之，以同樣方法，無論水之任何方向之壓力，皆得證明其為一樣不變。

5. 水頭及壓力。

於圖 2， M 及 N 為在水中任意選擇之二點，想像有一水柱，其兩端即包含此二點，於此水柱之兩端，取極小之面積，

并看做壓力之強度，全面一樣，命之為 $p_1 p_2$ ，則在上端面作用之壓力，為 $p_1 dA$ ，下端面作用之壓力，為 $p_2 dA$ 。此外作用於水柱之力，即為作用於水柱側面之力，及水柱自身之重量 $w l dA$ 。此處之 w 表水之單位體積之重量， l 表水柱之長。

總之，此等力若在平衡之狀態時，則凡任意方向所有分力之和，不能不等於零。今若求與水柱平行方向之分力之總和，則作用於此水柱之側面之壓力，無有此方向之分力，故

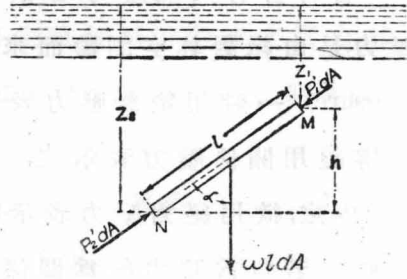


圖 2

$$p_1 dA - p_2 dA + w \cdot dA \cdot l \cdot \cos \alpha = 0$$

因 $l \cos \alpha = z_2 - z_1 = h$,

$$p_2 - p_1 = w(z_2 - z_1) = wh \dots \dots \dots (7)$$

由上(7)式觀之，知 M, N 二點間之壓力之差，僅由此二點間垂直水深之差而定；換言之，在靜止的水中，同一水平線上，每單位面積之壓力，無論何處皆相等。若 $z_1 = 0$ ，即 M 點取於水面上時，則 p_1 與水平面上之大氣壓力 p_a 相等，故

$$p_2 = p_a + (z_2 - z_1)w = p_a + wh \dots \dots \dots (7a)$$

6. 壓力之表示法

由上(7a)式，知 p_2 為圖 2 所示之作用於水柱下端之每單位面積上之壓力，與大氣之壓力 p_a 及因水深 z_2 所起之水

壓 wh 之和相等,當其比較 p_1 與 p_2 時,則無論何方,皆同樣的含有 p_a ,故對於 p_a 無加考慮之必要.因之,在 (7a) 式中,省略 p_a ,則 p_2 所表之壓力,較大氣壓力為大,普通單稱之曰壓力或曰關係壓力 (relative pressure).

若特含有大氣壓力,即於 (7a) 式中, $p_2 = p_a + wh$ 時,則此等壓力,是由絕對真空測驗而來,故特名之曰絕對壓力 (absolute pressure). 一般用絕對壓力表示者甚少,大概皆置大氣壓力為零,純用關係壓力表示之.

因之,欲用絕對壓力表示時,則加“絕對壓力”四字特別註明之.若單言壓力,即為關係壓力之意.

無論何時,單位總宜注意,若 p_1 及 p_2 之單位為每平方米仟克時,則 w 為水之每單位體積之重量,其單位須用每立方米仟克表之, h 為垂直距離,其單位當用米表之.同樣,若 h 用呎,則 w 用每立方呎磅, p_1 及 p_2 用每平方呎磅表之.

壓力水頭. 於 (7a) 式中,知 h 為由水面至 N 點之垂直距離,此距離稱之曰水頭 (head). 因此頭而生之壓力 p_2 , 特稱之曰壓力水頭 (pressure head). 由 (7a) 式,壓力水頭 h , 得用次式表之:

$$\frac{p}{w} = h \dots \dots \dots (8)$$

若用絕對單位表示壓力水頭時,則應為

$$\frac{p_2}{w} = \left(h + \frac{p_a}{w} \right)$$

此 $\frac{p_a}{w}$ 爲 10.333 米, 若在英制, 則 $\frac{p_a}{w} = 34$ 呎, 即 10.333 米或 34 呎深之水壓, 與一大氣壓力相當。

〔例〕欲得 5 每平方厘米仟克之壓力, 當要幾許之水頭?

$$〔解〕 \quad h = \frac{5 \times 10000}{1000} = 5 \times 10 = 50 \text{ 米.}$$

〔注意〕欲用米表示 h 時, 則先將每平方厘米之壓力, 換算爲每平方米之壓力, 再用一立方米之重量除之, 即得。故 1 每平方厘米仟克之壓力, 恰與 10 米之水頭相當。

真空 大氣壓以下之壓力, 稱之曰真空, 完全無壓力時, 稱之曰絕對真空 (perfect vacuum)。若單云真空, 則含有不完全真空 (partial vacuum) 之意義在。

在英制, 表普通真空時, 稱爲水銀柱幾吋之真空。例如氣壓計之指針, 指着 30 吋而云 25 吋之真空者, 即表示在大氣壓以下 25 吋, 是即絕對壓力與 $(30 - 25) = 5$ 吋之水銀柱相當, 故 25 吋之真空, 其壓力爲 $-14.7 \times \frac{25}{30} = -12.25$ 每平方吋磅, 絕對壓力爲 $14.7 \times \frac{30 - 25}{30} = 2.45$ 每平方吋磅。在米制, 表示真空, 仍用水銀柱, 稱爲水銀柱幾毫米之真空, 如圖 3 所示, -760 毫米, 稱之曰絕對真空。

7. 壓力計 (gauge).

圖 3 所示者, 爲壓力及真空兩用之壓力計。此種型式, 最爲普通, 有圓形之刻度盤及因壓力變化而迴轉之指針, 刻度盤 F , 有一彎曲之圓管 T , 因 T 管內壓力之增減, 指針即應之

而轉動，曲管 T 之一端關閉，他端即與欲測量壓力之處相連接如前所述指針之迴轉，完全因曲管中壓力變化之關係故對於欲測量之一點，與表之中心間之距離，不可不特加考慮。例如圖 3 中， A 點之壓力，不可不於表示壓力之外，另加 z 之距離。假如蒸氣或空氣等較輕之氣體，充滿於接續管中時，即將 z 省略，亦無大礙。惟接續管務求其短，始得有正確之表示。若表上之指示壓力為 p 每平方厘米仟克，則 A 點之壓力 p_A 米，當如次式所示。

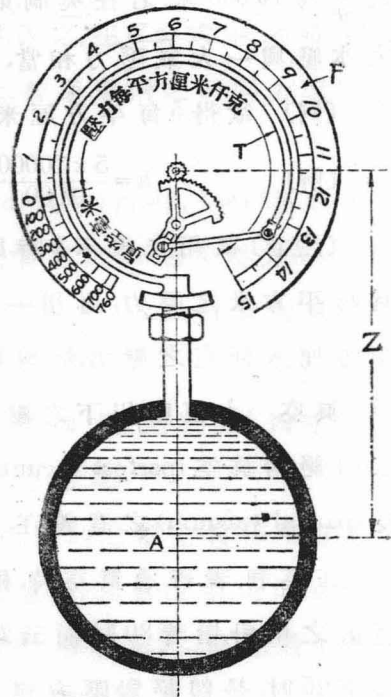


圖 3

$$p_A \text{ 米} = 10 \times p + z \text{ 米}$$

若 p 為每平方吋磅時，則

$$p_A \text{ 呎} = 2308 p + z \text{ 呎}$$

液柱壓力計 (piezometer tube) 液柱壓力計用於測量較小之壓力，非常便利，其構造如圖 4 所示，為一欲測量壓力之管，或插入於箱中之玻璃管，垂直高 h ，欲直接表示 A 點之壓力，則管須有相當高度，俾水不至向液柱管之上端溢出。惟量過

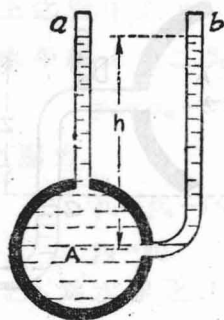


圖 4

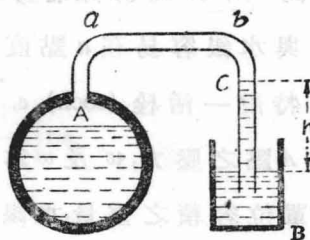


圖 5

高之壓力，則此種壓力計，極為不便，管中昇上之水頭 h ，與液柱表之插入點及其管之彎曲，并無何等關係，只要 A 點應有之水壓，即由管內昇上。惟當液柱表之內徑過小時，則因毛細管引力之關係，有多少不正確之現象發生，故普通所用之內徑，皆在 7.5 毫米以上。

若管中之氣壓，在大氣壓以下時，則液柱管中無水上昇，反而有空氣由液柱管之上端吸入。如此情形，則玻璃管即如圖 5 所示，使之彎曲，將他一管插入於他之水槽 B 中，水即昇入於玻璃管內，今若將 $a-b$ 中之空氣重量省略，則在水面 A 之壓力，當與管中 c 點之壓力相等。命 p_a 表大氣壓，則在水面 A 點之壓力，得由次式表之，即

$$p_A = p_a - wh.$$

水銀壓力計 若所測之壓力過大，則前述之液柱管亦必過長殊屬不便。為免除此種不便起見，特將液柱之直管，彎曲

之而成U字形,中盛水銀,普通所用者,即如圖6所示.爲排除管中之空氣,使水與水銀容易在a點直接接觸起見,特設一活栓(cock) c. 今設 P_A 爲在A點之壓力, w' 及 w 爲水銀及水之單位容積之重量,水銀之比重爲13.59,

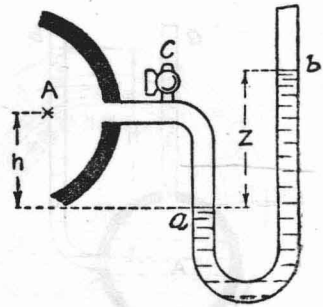


圖 6

則
$$p_A = w'z - wh = w(13.59z - h).$$

若U字管之位置在上, a點較A爲高時,則上式之 $-h$, 變爲 $+h$.

示差壓力計. 此表用於測量壓力之差,故名示差壓力表,其構造如圖7所示. A, B 二水槽,用細管 a-b-c-d-e-f-g-k 連結之,水銀盛在U字形之部分,若A槽中之水壓,較B槽中爲高時,則如圖所示,兩水銀柱之腳,即異其高,由其差z,可以計算兩水槽中壓力之差.

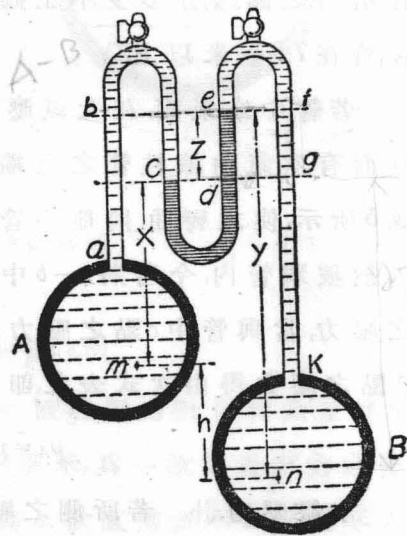


圖 7

在彼此連續之水中,於同一水平線上之任何點,其水壓必常相等,此點前已證明,茲不贅述.現在 b, e, f, 即爲同一水平線上之三點,在此水

平線上之管中之水，無論+-，皆不發生影響。又 c 及 d 亦為同一水平線上之二點，在 c 點之壓力，

$$p_c = p_m - xw,$$

d 點之壓力，

$$p_d = p_n - (y - z)w + (s - 1)zw,$$

而

$$p_c = p_d,$$

式中之 s ，為水銀之比重，故

$$p_c = p_d = p_m - xw = p_n - (y - z)w + (s - 1)zw,$$

或

$$p_m - p_n = (s - 1)zw - wh = (13.59 - 1)zw - wh \dots \dots \dots (12).$$

若 $h = 0$ ，即欲測壓力差之二點，在同一水平線上時，則

$$p_m - p_n = (s - 1)zw \dots \dots \dots (12 a).$$

此種壓力表，其運用範圍甚廣，亦極便利，所感美中不足者，因水銀之比重較大當測量僅少之壓力差時，頗難正確求得，因之，測量弱壓力之際，則當用比重較水銀為輕之物。如使用揮發油及四氯化碳 (CCl_4) 之混合液 (比重 1.25)，或石油 (比重 0.79) 均可。若使用石油，則因其比重較水為輕，故其裝置有如圖 8 所示。活栓 a, b ，所以使管中之水，上昇容易。同前述之理論，亦由水之高差 z ，求得 p_m 與 p_n 之差，即

$$p_m - p_n = w[z(1 - s) - h].$$

若 $h = 0$ ，則

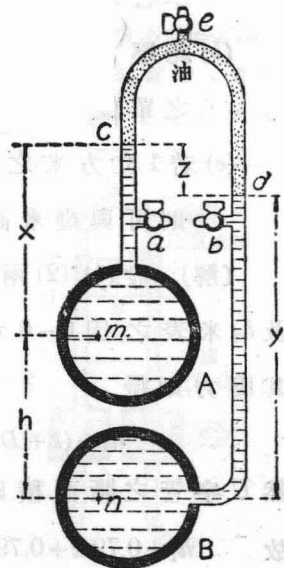


圖 8 (b)

$$p_m - p_n = wz(1-s).$$

〔例〕 測量煤氣等氣體之壓力時，須用圖 9 所示之銳感的示差壓力計。

玻璃製之 U 字形管之橫斷面積，只有其上方之擴大部分的橫斷面積之百分之一。若在 (1)，(2) 兩處氣體之壓力相等，則 U 字管中酒精之上端，兩腳皆在 LL 線上，而擴大部分之石油面兩端皆在 JJ 線上。若 $D=1$ 米，則

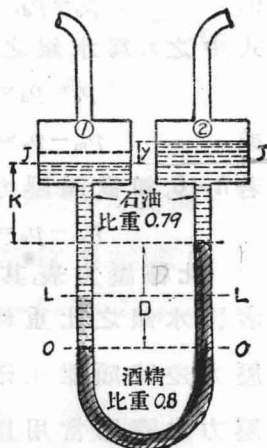


圖 9

(a) 用 (1) 及 (2) 氣體壓力之差，求出水柱之高。

(b) 此壓力若用每平方厘米仟克之單位表之，共有幾何？

(c) 若 1 立方米之空氣重 1.3 仟克，則可與幾米高之空氣相當？

〔解〕 設 (1)，(2) 兩處之石油面上之氣體壓力，用水高 h_1 米及 h_2 米表之，因 0-0 水平線上之壓力相等，故若用水頭以表其壓力，則得

$$h_1 + (k + D)0.79 = h_2 + (y + k)0.79 + D \times 0.81.$$

然 U 字管之斷面積與擴大部之斷面積之比為 1:100, $y = \frac{D}{100}$,

故 $h_1 + 0.79k + 0.79D = h_2 + 0.79 \times \frac{D}{100} + 0.79k + 0.81D$.

(a) $h_1 - h_2 = (0.81 + 0.0079 - 0.79)D = 0.0279$ 米。

$$P = h \times \rho$$

$$P = Wh = \frac{W}{1000} \times h$$

$$h = 10P$$

(b) $0.0279 \times \frac{1}{10} = 0.00279$ 每平方厘米仟克。

(c) $0.00279 \times \frac{10000}{1.3} = 21.46$ 米。

問 題

(4) 當氣壓為 760 毫米，某器物中之真空為 500 毫米，則其絕對壓力為幾每平方厘米仟克？又此物之內外壓力之差為若干每平方吋磅？

(5) 當標準氣壓之水銀柱為 760 毫米時，若不使用水銀而使用水，則水柱常有若干米高？或若干碼高？

(6) 於水深 15 米之下，其壓力為若干？

(7) 用水銀示差壓力表，測量在同一水平線上二個水槽之壓力之差，假定其為 300 毫米，此壓力之差 (a) 用水頭表之，(b) 用每平方厘米仟克表之。又若以比重 0.9 之流體代替水銀則何如？

(8) 如圖 10 所示表示壓力為 4 每平方厘米仟克時，求右端水銀柱之高？

(9) 圖 11 所示，為安裝於吸上唧筒之吸上管水銀真空表。當表上所示為 0.5 米時，左方水銀柱之上端較吸上管之中央高 0.2 米，管中之壓力，試用

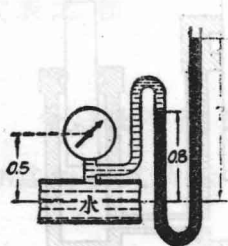


圖 10

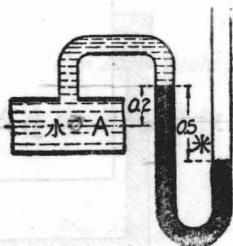


圖 11

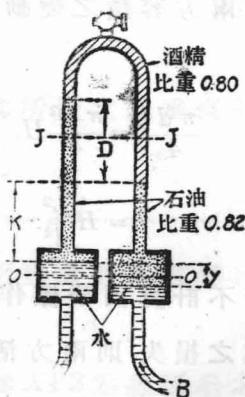


圖 12

水頭表之。

(10) 圖 12 所示，為一擴大示差壓力表，下方擴大部之橫斷面積為 U 字管之橫斷面積之 100 倍，A B 兩管，各與壓力相異之流體接續，其壓力之

$$P_A = -0.5 \times 13.6 - 0.2$$

$$= -6.80 + 0.2 = -6.6' \text{ gauge}$$

$$34 - 6.6 = 27.4$$

差,用 D 表之;若 A, B 之壓力相等時則兩方之水面,皆在 $0-0$ 線上,石油面亦在 $J-J$ 線上。(a) 試求用 D 表 $h_A - h_B$ 之誘導式。(b) 若 $D=0.3$ 米,則 $h_A - h_B$ 與幾米之水頭相等?

8. 水壓機.

在流體靜力學之應用中,其最重要者,莫如水壓機 (hydraulic press). 其主要部分,由大小二圓筒而成 (圖 13), 每一圓筒,各有一個活塞 (plunger). 此兩圓筒,由一小管互相連結. 今以 p 為水之壓力之強度, D 及 d 各為活塞之直徑, 則

$$W = \frac{\pi D^2}{4} p, \quad P = \frac{\pi d^2}{4} p.$$

$$\therefore \frac{W}{P} = \frac{D^2}{d^2} \dots\dots\dots (16)$$

若小活塞下降 h 距離, 則大活塞當上昇 H 距離, 然兩方容積之變動相等. 故

$$\frac{\pi d^2}{4} h = \frac{\pi D^2}{4} H,$$

或
$$h = H \frac{D^2}{d^2}.$$

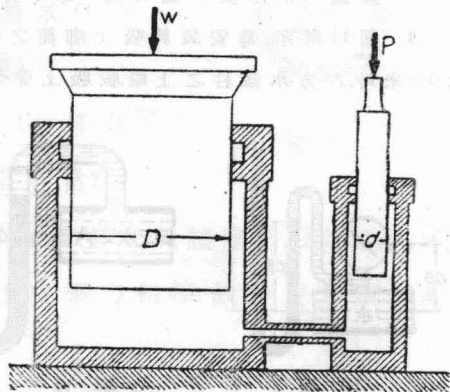


圖 13

若不計算因摩擦作用所起之損失, 則兩方活塞所作之工作應相等, 即

$$P_h = P \left(H \frac{D^2}{d^2} \right) = H \left(P \frac{D^2}{d^2} \right) = HW \dots\dots\dots (16 a)$$

問 題

(11) 有一水壓機，其衝錐 (ram) 之直徑為 25 厘米，活塞 (plunger) 之直徑為 5 厘米，若以 7 仟克之力，加於能率為 8:1 之槓桿之一端，使之作用此活塞。設一切摩擦等之損失不計算，則衝錐上有幾何之壓力？

(12) 如圖 14 小活塞之直徑為 2 厘米，大活塞 (piston) 之直徑為 50 厘米，如右方之活塞重 500 仟克，再於其上加 3000 仟克之負載，則

(a) 欲於圖示之位置，使兩活塞得其平衡， P 之值當為若干？

(b) 小活塞下降 3 米時，大活塞當上昇幾米？

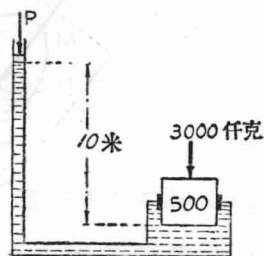


圖 14

9. 平面上之水壓

若以面積為 A 之一平面，沿水平方向置於水深 h_m 之處，則如第四節所述，作用於此平面上之總垂直壓力 P ，得由次式表之，即

$$P = Ap = Aw h.$$

今以此平面，置於水中之任何位置，其所受之總垂直壓力，當如次式所示：

$$P = Aw h_0 \dots \dots \dots (17)$$

此處之 h_0 ，為由 A 面之重心至水面之垂直距離，茲特證之如次。

如圖 15，有面積為 A 之平面 LMN ，適為 XYZ 點線所示之平面之一部分，此 XYZ 平面，與水面在 XY 線相交，其斜交角

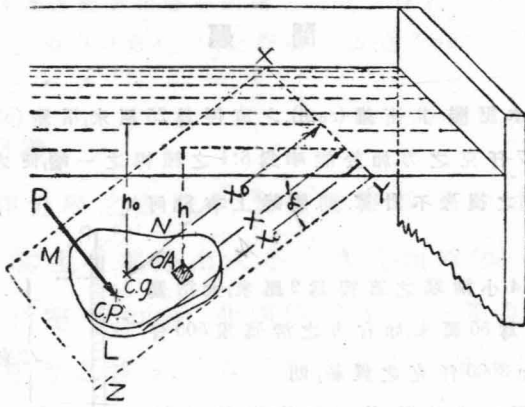


圖 15

為 α ，一部分浸入水中。

在 LMN 平面上之任意點，取一極小面積 dA ，此等小面積無論在任何地方，其所受之水壓，皆可視為相等，設作用於 dA 面上之全水壓為 dP ，則

$$dP = p dA = wh dA.$$

設作用於 A 之全面上之總壓力為 P ，則

$$P = \int wh dA = \int wx \sin \alpha dA = w \sin \alpha \int x dA$$

$x dA$ 之積分為以 XY 為軸所得全面積 A 之矩 (moment)，故

$$\int x dA = x_0 A_0.$$

x_0 為由 XY 軸至 A 面之重心之距離，

故
$$P = wx_0 A \sin \alpha$$

或
$$P = A wh_0 \dots\dots\dots (18)$$

由 (18) 式，可得次之定義。

浸入水中之平面上所受之壓力，不問其平面之傾斜如何，常與其面積，單位體積之重量及由面積之重心至水面之深之相乘積相等。

〔例〕 有一垂直矩形之水門 (sluice gate)，其幅為 2 米，高 3 米，至其上緣之水深為 5 米，求作用於此水門之總壓力。

$$P = Awh_0 = 2 \times 3 \times 6.5 \times 1000 = 39000 \text{ 仟克}$$

10. 水壓之中心.

浸入水中之一平面，有無數平行之水壓力，向其面上作用，由此無數平行之水壓力，求一合力，仍得同樣之結果。如此所得之合力之作用點，稱為水壓之中心。

如圖 15，設此合力之作用點為 C. P. 由此點至平面與水面之交線 XY 之距離為 x_0 ，試求此 x_0 之值。

在平面上取一極小面積 dA ， dA 面上之總壓力為 dP ，則

$$dP = dAwh \dots\dots\dots (a)$$

以 XY 為軸，所得 dP 之矩 (moment) 如次，

$$dPx = dAwhx \dots\dots\dots (b)$$

如此，對於全面 A 之總壓力 P 之矩，則為

$$Px_0 = \int dPx,$$

由 (a) 及 (b)

$$x_0 \int wh dA = \int xwh dA \dots\dots\dots (c)$$

由圖 15， $h = x \sin \alpha$ ，代入 (c) 式，則

$$w \sin \alpha x_c \int x dA = w \sin \alpha \int x^2 dA,$$

或

$$x_c = \frac{\int x^2 dA}{\int x dA} = \frac{I}{M} \dots\dots\dots (19)$$

以 XY 爲軸，轉動面積 A 所成之轉動慣量 (moment of inertia) 爲 I ，即爲 $x^2 dA$ 之積分， M 爲對於同軸同平面之矩 (moment)，即爲 $x dA$ 之積分。

(19) 式之 x_c ，係由 XY 線至壓力中心 C. P. 之距離，以同樣之方法，由 XY 線以外之軸，例如與 XY 垂直之軸至 C. P. 之距離，亦可求得之。設命 YZ 至 C. P. 之距離爲 y_c ，則由同法，知

$$dPy = dAwh y$$

$$Py_c = \int dPy$$

$$y_c \int wh dA = \int wh y dA$$

$$\therefore h = x \sin \alpha$$

$$\therefore y_c = \frac{\int xy dA}{\int x dA} \dots\dots\dots (20)$$

(20) 式與 (19) 式之差，僅將 $\int x^2 dA$ 變爲 $\int xy dA$ 而已，此 $\int xy dA$ ，稱爲慣性之積，用 J 表之。

今設 J 爲對於任意直角相交之二軸所包之一平面的慣性積， a 及 b 爲由此二軸至面積之重心之距離，則

$$J = J_g + Aab,$$

但 J_o 爲關於通過平面之重心之 X, Y 軸的慣性積。

【例】工學上最易發生之問題，爲矩形與圓，至三角形或梯形則較少。

矩形(圖 16)。上邊水平，垂直入於水中之情形，在水平方向，取極小面積 dA ，命其寬爲 dx ，由水面到 dA 之距離，各處皆相等，命之爲 x ，則

$$x_c = \frac{\int x^2 dA}{\int x dA}, \quad dA = b dx.$$

$$\therefore x_c = \frac{\int_{h_1}^{h_2} b x^2 dx}{\int_{h_1}^{h_2} b x dx} = \frac{2}{3} \times \frac{h_2^3 - h_1^3}{h_2^2 - h_1^2}.$$

若 $h_1 = 0$ ，即矩形之上邊在水面時，則

$$x_c = \frac{2}{3}d.$$

圓(圖 17)。設 h 爲在圓之中心之水高，則

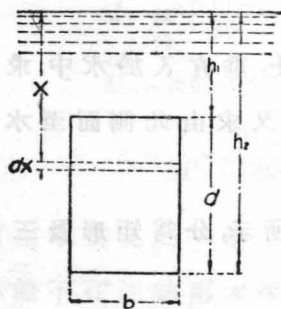


圖 16

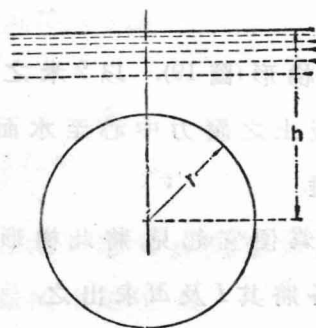


圖 17

$$x_e = \frac{\int x^2 dA}{\int x dA} = \frac{I_0 + A x_0^2}{A x_0} = \frac{\frac{\pi r^4}{4} + \pi r^2 h^2}{\pi r^2 h} = h + \frac{r^2}{4h}$$

I_0 爲對於通過重心之水平軸之圓的轉動慣量。

三角形(圖 18). 底面與水面平行, 垂直入於水中之情形。

$$x_e = \frac{\int x^2 dA}{\int x dA} = \frac{\int x^2 \mu dx}{\int x \mu dx}, \text{ 然 } \mu = \frac{a(h_2 - x)}{b}$$

$$\therefore x_e = \frac{\frac{a}{b} \int_{h_1}^{h_2} (h_2 - x)x^2 dx}{\frac{a}{b} \int_{h_1}^{h_2} (h_2 - x)x dx} = \frac{\left[\frac{h_2 x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right]_{h_1}^{h_2}}{\left[\frac{h_2 x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_{h_1}^{h_2}}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(h_1 - h_2)^2 (3h_1^2 + 2h_2 h_1 + h_2^2)}{(h_1 - h_2)^2 (2h_1 + h_2)}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{3h_1^2 + 2h_2 h_1 + h_2^2}{2h_1 + h_2}$$

若 $h_1 = 0$, 即底邊與水面一致時, 則

$$x_e = \frac{d}{2}$$

梯形(圖 19). 以 2 米之一邊居上, 垂直入於水中, 求自此平板上之壓力中心至水面之距離. 又求由此側面至水面之距離.

爲便宜起見, 將此梯形如點線所示, 分爲矩形及三角形, 各各將其 I 及 M 求出之,

則

$$I = I_0 + A x_0^2$$

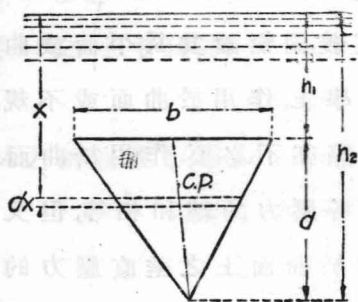


圖 18

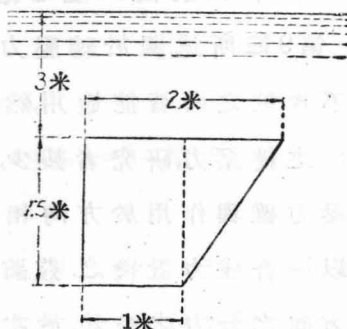


圖 19

I_0 爲關於與水面平行之軸的轉動慣量，且此水面通過平面之重心， x_0 爲由此平面之延長與水面之相交線至該平面之重心之距離，命矩形之 I 爲 I_R ， M 爲 M_R ，則

$$I_R = \frac{1 \times (1.5)^3}{12} + 3.75^2 \times 1.5 = 21.4,$$

$$M_R = 3.75 \times 1.5 = 5.625.$$

三角形亦如同樣之方法，命 I 爲 I_T ， M 爲 M_T ，則

$$I_T = \frac{1 \times (1.5)^3}{36} + \{(3.5)^2 \times 0.75\} = 9.25$$

$$M_T = 3.5 \times 0.75 = 2.625$$

故
$$x_c = \frac{I}{M} = \frac{21.4 + 9.25}{5.625 + 2.625} = 3.72 \text{ 米.}$$

設由左端垂直之一邊至壓力中心之距離爲 y_c ，則壓力之中心，不能不在連結兩水平邊之中點的中線上，故

$$1 : y_c = 3 : 2.18, \quad \therefore y_c = 0.727 \text{ 米 (答)}$$

11. 作用於曲面上之總壓力.

第9節所述,關於總壓力之定義,固無論其為平面或曲面或不規則之面,皆能適用,然在工學上,作用於曲面或不規則之面之總壓力,研究者甚少,且實際亦不必要.作用於曲面之總壓力,雖與作用於方向相異之各壓力的總和相等,但又不能以一合成力置換之.茲將作用於曲面上之垂直壓力的任意方向之分力之求法,於次節詳述之.

12. 垂直壓力之任意方向的分力.

(a) 平面的情形. 如圖 20 所示, CD 為一平面之斷面,其重心在水面下 h_0 之處,設其垂直作用於平面上之壓力的合力為 P ,則有方向為 α 角度之分力 P_1 ,如次式所示:

$$P_1 = P \cos \alpha = Awh_0 \cos \alpha \dots (a)$$

面積 A 用斷面 CD 表之,至 A 面積之對於 P_1 之垂直投影 A' ,用 $C'D'$ 表之,則 $A_1 = A \cos \alpha$. 故 (a) 式得書之如次

$$P_1 = A_1 wh_0 \dots (23)$$

定義. 求一定方向之水壓的分力,須先求其垂直於分力之投影面積,然後以作用於原面積上之壓力的強度乘之.

(b) 曲面及不規則的面之情形. 水平分力 ABC 為所與之曲面 (A), GHI 為其曲面之垂直投影 (A') (圖 21). 今在 ABC

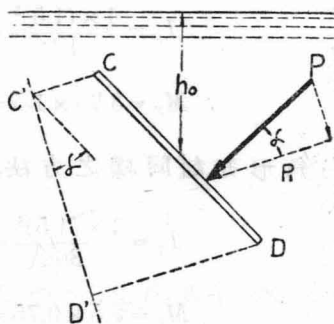


圖 20

表面上任意之點取微小面積 dA ，命 dP_x 為作用於其面上之水壓 dP 之水平分力，

則
$$dP_x = hw \cos \alpha dA \dots\dots\dots (a)$$

而 dA 之垂直投影為 dA' ，且 $dA' = dA \cos \alpha$ ， $h = h_1$ ，代入 (a) 式，

$$\begin{aligned} \therefore dP_x &= hw dA' \\ \therefore P_x &= w \int_0^a h dA' = wh_c A \dots\dots\dots (23 a) \end{aligned}$$

(23 a) 式中之 h_c ，為自水面至 A' 面之重心之距離，上述之方法，除用於求水平方向之分力外，其他求任何方向之分力，皆不適用，何則？

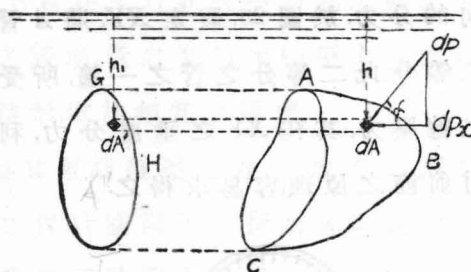


圖 21

因投影面上之水高與原平面上之水高，各不相等故也。

(b') 垂直分力 (圖 21)。一立體全部浸入水中時，壓力之垂直分力，亦易求出，即如第 16 節所述垂直分力，與其立方體積所排出之水重相等。

如圖 22 所示，求一曲面所受之垂直向上之壓力時，第一，須假定 $ABCD$ 一體之水，在平衡之狀態，且作用於此 $ABCD$ 體積上之垂直分力，上下互相平衡。此時垂直方向之分力，只有兩個，即一為 P_y ，一為 $ABCD$ 之水重 G ，其他皆為平行，因其在平衡狀態，

$$\therefore P_y = G, \dots\dots\dots (24)$$

13. 管及圓筒內所受之內壓力

若管及圓筒內之壓力相當強盛時，則管中之水重，自可省略不計。即假定管或圓筒內所受之內壓力，無論何處皆相等，應用第12節所述之原理，可以求得總壓力之任意方向的分力。於圖23，假定XY，將A管二等分，此二等分之管之一邊，所受之總壓力，其在XY之垂直分力，利用前節之原理，容易求得之。

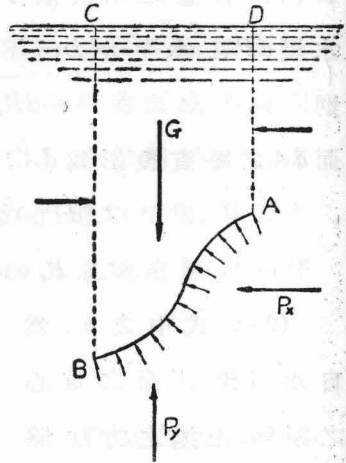


圖 22

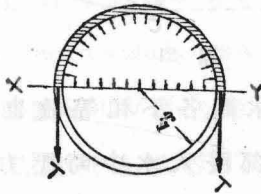


圖 23

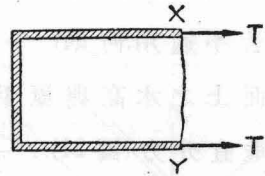


圖 24

設 f = 每單位面積上，管所受之內應力，

p = 每單位面積上，水之壓力，

r_1 = 管之內半徑， r_2 = 管之外半徑，

t = 管之厚， l = 管之長。

則全壓力 = $2r_1p$ ，此即使管沿XY之方向，向兩方分裂之力也。然抵抗分裂此管之破壞力，必另有一種管壁之支持力，其值為 $2tlf$ ，欲此管不破，必此二力相等，

$$\therefore 2 r l p = 2 t l f.$$

$$\therefore t = \frac{r p}{f}. \dots\dots\dots (25)$$

由(25)式,可以計算管之厚,但此式只能適用於極薄之管,即無論管之內面或外面,其對於內應力之抵抗力,大約相等時,此式始能適用.若 t 較 $0.05 r_1$ 為大,則此式即不能適用.且使用於(25)式之壓力 p ,不可不為在凡百狀態中所起之最高壓力.至於因使用上所起管之毀壞,管之腐蝕,水槌壓力及其他種種情事,尤不可不參酌情形,增加相當之厚度.

如圖 24 所示,圓筒又因其兩端推壓之力,中途有切斷之虞.然欲抗此兩端推壓之力,保持圓筒不至折斷者,則圓筒周圍之壁,不可不相當加厚.假設與圓筒之軸成直角之橫斷面上,所作用之水壓力,到處皆為一樣.命之為 p' ,則全體之壓力為 $p' \times \pi r^2$.設圓筒壁內之內應力為 S_t ,則全體之抵抗力, $T = S_t \times 2 \pi r t$.今兩力須相等,圓筒始不至於切斷,即

$$p' \times \pi r^2 = S_t \times 2 \pi r t,$$

$$2 S_t t = p' r.$$

$$\therefore t = \frac{p' r}{2 S_t}. \dots\dots\dots (26)$$

由(26)式所得之 t ,恰為(25)式所得之 t 之 $\frac{1}{2}$.

若圓筒甚厚,假定內應力在內面最大,漸向外面即漸次減少.至於外皮等於零,更加以材料之彈性的考慮,則有

John Sharp 氏之實驗式如次:

鑄鐵管 $f \log_e \frac{r_2}{r_1} = p \dots \dots \dots (26 a)$

鍛鐵及鋼鐵管 $f \left[\left(\frac{r_2}{r_1} - 1 \right) + \log_e \frac{r_2}{r_1} \right] = 2p \dots \dots \dots (26 b)$

〔例〕有垂直直徑3米之單列鉚接鋼管一根，欲耐內壓25米之水頭，試計算其厚。

〔解〕相當於25米之水頭的水壓 = $25 \div 10 = 2.5$ 每平方釐米仟克。設鋼之常耐張力為1100每平方釐米仟克鉚接之效率為 $\frac{3}{4}$ ，則沿垂直線使此鋼管分裂之內壓力與鋼管應有之厚的關係如(25)式所示，即

$$t = \frac{rp}{f} = \frac{150 \times 2.5}{1100} \times \frac{3}{2} = 0.511 \text{ 釐米} = 5.11 \text{ 毫米}$$

實際上，因預防他種之事故，除上記之數字外，通常再加上3毫米乃至6毫米之厚。

14. 兩側面上所受之水壓

前述浸入水中之平面之一邊所受之水壓，與他邊所受之水壓完全相等；然如平面AB(圖25)兩面所受之水之高度不相等，如M及N時，則其兩側面上所受之水壓如次：

設AB之一部分CD為板之斷面，在其上取一極小之面積 dA ，則其左側之水壓為

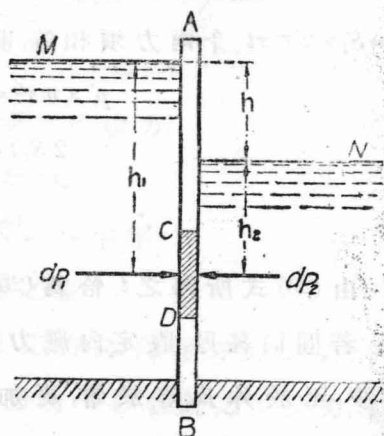


圖 25

$OBDC$, 即表示 OB 板之左右兩側所受之水壓之差。

故作用於 AB 面上之合成水壓, 得用矩形 $ACDB$ 表之; 在 AB 面上, 一樣的分佈, 其壓力之強, 只用兩側之水面之差 OA 表之可也。

15. 形狀簡單之平面上所受之水壓及壓力之中心圖示法。

自圖 27 起至圖 30 止, 平面之上端, 恰與水面相合, 其由水面到壓力中心之距離, 皆設為 h_0 。

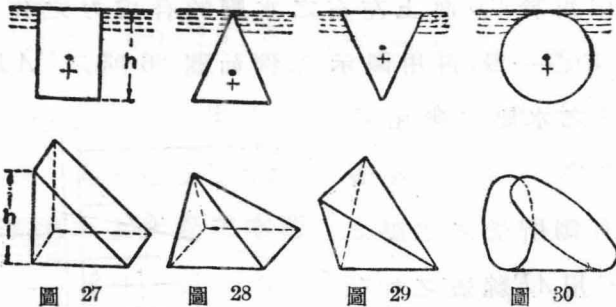


圖 27

圖 28

圖 29

圖 30

則矩形(圖 27) $h_0 = \frac{2}{3}h$ (三角柱之重心)

三角形(圖 28) $h_0 = \frac{2}{3}h$ (角錐之重心)

三角形(圖 29) $h_0 = \frac{1}{3}h$ (底面皆為三角形之角錐之重心)

[注意] 壓力之中心, 在連結角錐之頂點與垂直三角形底面重心之直線 $\frac{2}{3}$ 處, 故 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}h = \frac{4}{9}h$ 。

圓(圖 30) $h_0 = \frac{5}{8}h = \frac{5}{8}d = \frac{5}{4}r$ (底面切成垂直蹄形之圓柱之重心, 與圖 29 同樣, $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}d = \frac{1}{3}d$, 即由下端起, 其重心在 $\frac{8}{3}d$ 之處)。

自圖31至圖34,板之上邊在水面下,其由水面至壓力中心之距離,仍設為 h_c ,則

矩形(圖31)
$$h_c = \frac{2(h_2^3 - h_1^3)}{3(h_2^2 - h_1^2)}$$

三角形(圖32)
$$h_c = \frac{1}{2} \times \frac{3h_2^2 + 2h_2h_1 + h_1^2}{2h_2 + h_1}$$

三角形(圖33)
$$h_c = \frac{1}{2} \times \frac{3h_1^2 + 2h_1h_2 + h_2^2}{2h_1 + h_2}$$

圓(圖34)
$$h_c = h_1 + r + \frac{r^2}{4(h_1 + r)}$$

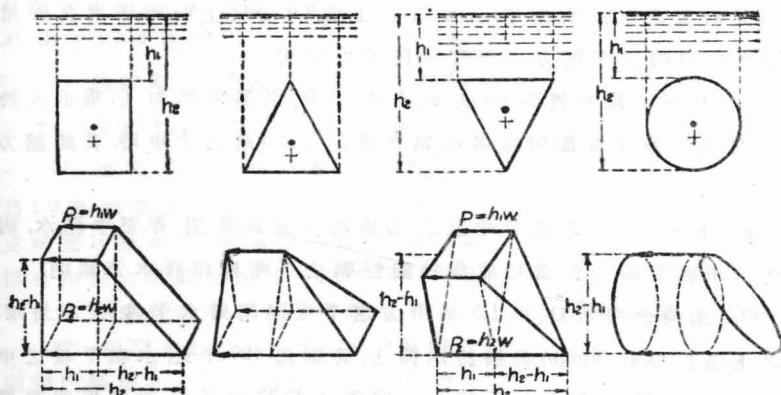


圖 31

圖 32

圖 33

圖 34

以上求得之結果,又可由他方面同樣求得之,即表壓力之角壩之全體的矩 (moment),等於各部分的矩之總和。今設 v 表壓力之角壩之全容積, v_1, v_2, v_3 等,表各部分之容積,又由水面至全容積之重心之距離設為 z_0 ,由水面至各部分重心之距離設為 z_1, z_2, z_3 ,等,則

$$vwz_0 = v_1 w z_1 + v_2 w z_2 + v_3 w z_3 + \dots$$

然, $v_1 + v_2 + v_3 + \dots = v$,

$$\therefore z_c = \frac{v_1 z_1 + v_2 z_2 + v_3 z_3 + \dots}{v_1 + v_2 + v_3 + \dots} \dots \dots \dots (30)$$

問 題

(13) 有一高 2.5 米, 寬 1.0 米之矩形板垂直入於水中, (a) 當其上邊與水面相合時, 求其水壓及壓力之中心. (b) 當其上邊在離水面 0.5 米以下時, 求其水壓及壓力之中心. (c) 用圖表示 (a), (b) 之結果.

(14) 有一高 2.0 米, 寬 1.0 米之水門, 以其上邊之樞鉸 (hinge) 裝掛於水槽, 因其內側之水壓而關閉. 若水高在上邊 2.0 米以上時, 則利用其作用於下邊之中點的水平壓力將門打開, 問需力幾何?

(15) 有一三角形板高 4.0 米, 底邊長 3.5 米, 以其頂點向上, 垂直入於水中, 使底邊在水平位置, 則當其頂點在水面下 2.0 米之水中時, 其總壓力及壓力之中心如何?

(16) 有直徑 3 米之鐵管平放之, 其兩端用圓盤關閉. 若管中滿水, 則圓盤之水平軸當置於何處, 始能保持圓盤之平衡, 繼續將水管關閉?

(17) 水槽之排水口, 用 1.5 米平方之平板關閉與水平成 60° 之角度. 平板之上邊用樞鉸 (hinge) 裝掛於水槽上, 其重為 120 仟克, 水在平板之中心上 5.0 米, 在平板下邊之中點, 裝有一垂直之鏈, 將鏈提起, 則平板即開, 問須加幾何之力於此鏈上, 始能將平板打開?

(18) 圖 35 所示, 為一 tainter gate. 在水深 3.0 米時, 此門對於 1.0 米之水平分壓力, 及垂直分壓力如何?

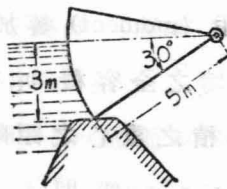


圖 35

(19) AB 為一傾斜之水門 (圖 36), 在 B 點處有樞鉸, 門之重量為 2500 仟克, 重心

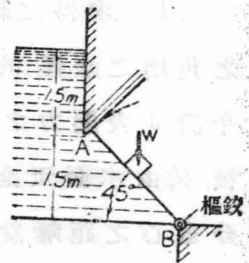


圖 36

在其中央欲使此門不被水力壓開，須加幾許之重量 W 於此門之中央？

(20) 堤防之自動頂堰(圖 37) AB 之長為 1.5 米，其重量，每米長(與紙面垂直方向)之長重 700 仟克， AC 長 2.0 米，其重量，每米長重 900 仟克，設將 A, C 二處之摩擦省略不計，求答次之問題：

(a) AB 面上水之壓力及由 A 至其壓力中心之距離。

(b) AC 面上水之壓力及由 A 至其壓力中心之距離。

(c) 欲保持頂堰如圖示之位置， D 之重量應為若干？但 D 之重心，在由 A 點起，沿 AC 線之 1.9 米之下。

(d) 樞鉸 A 之水平及垂直抵抗力如何？

(e) 樞鉸 A 之抵抗力及其方向？

(21) 水板管(wooden stave pipe)之直徑為 1.0 米，內部之水壓為 10 每平方釐米仟克用寬 10 釐米厚 2 毫米之鋼帶箍(hoop)，支持此內壓力設鋼之許可內應力為 10 0 每平方釐米仟克，則箍之間隔應為若干？

(22) 圖 38 所示之 AB ，為一以 A 為軸之回轉門，兩側之水深，如圖所示，恰能保持其門之位置，則 A 軸之矩為 M ，如下式，試證明之。

$$M = \frac{w}{6} [h_1^3 (3H - h_1) - h_2^3 (3H - h_2)]$$

23) 與前題同樣， AB 為一以 A 為軸之回轉門，其兩側之水深，如圖 39 所示，今設以 A 為軸，單是左側之矩為 M_1 ，又欲保持其門，如圖示之位置，設所要 A 軸之矩為 M ，試證

$$M_1 = Hw \left(h_1 - \frac{H}{2} \right) \left[\frac{2}{3} \times \frac{h_1^3 - d^3}{h_1^2 - d^2} - d \right]$$

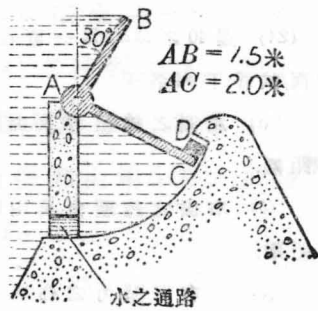


圖 37

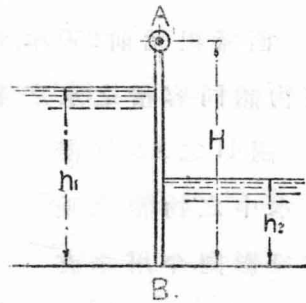


圖 38

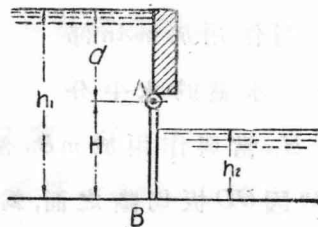


圖 39

$$M = \left(H - \frac{h_2}{3} \right) \frac{h_2^2 w}{2} - H \left(h_1 - \frac{H}{2} \right) \left[\frac{2}{3} \times \frac{h_1^3 - d^3}{h_1^2 - d^2} - d \right] w.$$

(24) 圖 40 之 AB , 為一直徑 1.0 米之圓盤的斷面, 試答下列各項:

- 左側之總壓力及由壓力之中心到 A 之距離。
- 右側之總壓力及由壓力之中心到 A 之距離。
- 左右兩壓力之合成力及合成力之通過點。

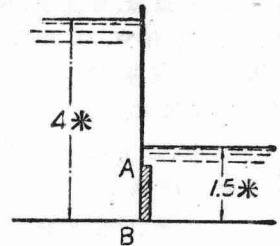


圖 40

16. 浮力(阿基米德原理).

西歷紀元前 250 年, 阿基米德 氏發見物體入水, 必減輕與該物體同容積之水之重量, 今說明其證明之方法如次:

圖 41 之 AB 為浸入水中之物體之垂直投影圖, 今用垂直於紙面及水面之 CD 板, 將 AB 二分之, 則作用於 mAn 部分之水壓的水平分

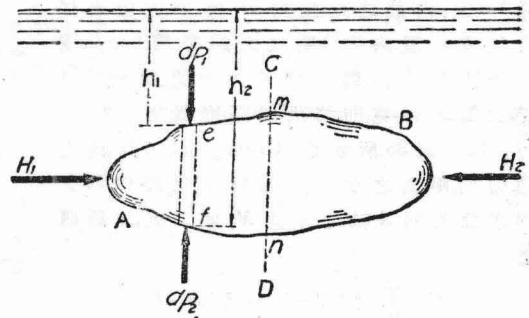


圖 41

力 H_1 , 當與作用於 mBn 部分之水壓的水平分力 H_2 相等, 何則? 因 CD 板切斷之面, 為 mAn 及 mBn 之垂直投影, 彼此相等故也。若垂直板 CD 與紙面平行而切斷 AB 時(圖上未表示) 則與前同樣, 兩水平分力相等, 惟方向相反, 即 $H_3 = H_4$ 與 H_1 及 H_2

之作用方向,互相垂直.故作用於凡百方向之水平分力之和等於零,即 $\Sigma H=0$.如是,始得平衡.至於檢查垂直分力,則於 AB 板上任意之處,於垂直方向,取一 ef 之柱面(prism).假設其兩端之面積極小,且於各端之全面積上,無論何處,壓力之強,皆是一樣.今設 dA 為柱面之兩端之面積,則由第5節之原理,知

$$dP_1 = dA \cdot w h_1, \quad dP_2 = dA \cdot w h_2,$$

設 dR 為作用於角塊 ef 之上下壓力之差,則

$$dR = dP_2 - dP_1 = dA \cdot w (h_2 - h_1) \dots\dots\dots (33)$$

公式(33)之 $dA(h_2 - h_1)$ 為柱面之體積.此等柱面之總和,與物體 AB 之體積相等.故 $\Sigma dA \cdot w (h_2 - h_1)$ 為與物體 AB 同體積之水之重量,即 $\Sigma dA \cdot w (h_2 - h_1)$ 為使物體 AB 向上之力,稱之曰水之浮力.

若物體一部分浸入水中,一部分在水面上時,亦得適用同樣之法則,無論何時,作用於物體之力有兩個:一為物體之重量,一為水之浮力.物體之重力之方向,係通過物體之重心,向下方作用;水之浮力之方向,則通過與該物體同容積之水體之重心,向上方作用.此與該物體同容積之水體之重心,稱之曰浮力之中心.

17. 浮於水中或水上之物體之安定.

若物體之重量,較浮力為大,則物體下沈;較浮力為小,則上浮;與浮力相等,則在水中隨處皆可停止,即在水面可浮之物體,若用力置之水中,亦能於所置之處停止.圖42所示, C

爲浮力 P 之中心， G 爲物體之重心，如 (a) 圖所示， P 與 W 同在一垂直線上，則物體最爲安定，常在平衡狀態。若稍使之傾斜，如 (b) 圖所示，即 P 與 W 不同在一垂直線上，則物體常欲迴返其原來之位置，於是 P 與 W ，遂成偶力作用。

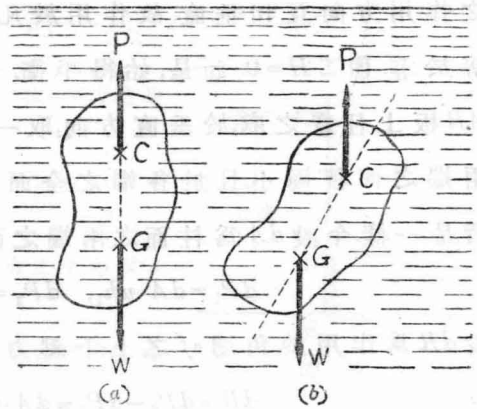


圖 42

若重心 G 在浮力中心 C 下，則偶力即起作用，必欲使物體還其以前之位置 (a) 而後已；若 G 在 C 上，則物體在比較不安定之平衡狀態；若 C 與 G 一致，則無論在任何位置，皆可平衡而靜止。

當船浮於水面上，不易見出其平衡之條件，固然，船之重心，不發生其他變化，但被船所排出之水，因船身之回轉，其浮力之中心，亦發生移動，此關係用圖 43 及圖 44 表示之。設 G 爲重心， C 爲浮力之中心，當 G 在 C 上，一見以爲不安定，然因某種外力之作用，船即偏向一方，如圖 44 所示， C 點移至 C' 點，將浮力 P 之作用線，向上延長之，與 AB 遇於 M 點，此 M 點若在 G 點上，則此二力所成之偶力，可使船復歸原位。若 M 點在 G 點下，則此二力所成之偶力，愈漸使船傾斜。換言之，即 M 點在 G

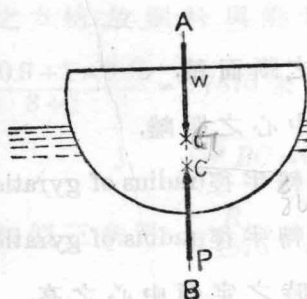


圖 43

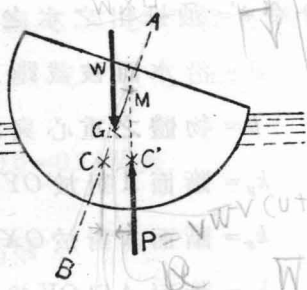


圖 44

點上為安定, M 點在 G 點下為不安定, 此 M 點稱之曰定傾中心 (metacenter).

18. 定傾中心之高.

圖 45 為表示一般之情形. 圖所示者, 為一垂直斷面, 此垂直斷面, 被通過物體重心之平面所切斷, 此斷面在垂直於紙面之 OY 軸之周圍, 稍微傾斜, 然對於所排出之水之容積, 毫無變化, 惟其浮力之中心 B , 移至 B' , 而定傾中心之高 h , 即為 MG 之距離.

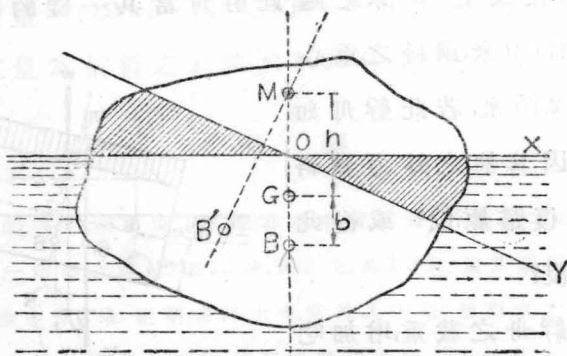


圖 45

今令 $v =$ 被排出之水之容積,

$A =$ 沿水面被截斷之物體之斷面積,

$b =$ 物體之重心與浮力之中心之距離,

$k_y =$ 斷面 A 對於 OY 軸之迴轉半徑(radius of gyration),

$k_x =$ 斷面 A 對於 OX 軸之迴轉半徑(radius of gyration),

$h_y =$ 斷面 A 以 OY 為軸傾斜時之定傾中心之高,

$h_x =$ 斷面 A 以 OX 為軸傾斜時之定傾中心之高.

則
$$h_y = \frac{Ak_y^2}{v} - b \dots\dots\dots(36)$$

$$h_x = \frac{Ak_x^2}{v} - b \dots\dots\dots(36a)$$

定傾中心之高, 當斷面 A 對於短主軸之傾斜須較對於長主軸之傾斜為大. 例如船向縱方 (pitch) 傾斜, 當較向橫方 (roll) 傾斜為甚是也.

[例] 舢舨長 10.0 米, 寬 5.0 米, 深 2.1 米, 未載重時, 沈下水中 0.3 米, 重心在底上 0.45 米之處, 此舢舨當其一樣的積載鋼料時, 吃水增加 0.9 米, 鋼料之重心在船底上 2.25 米, 若此舢舨如圖 46 所示, 因其他之外力傾斜時, 是否能復歸原位? 或從此傾斜而覆沒?

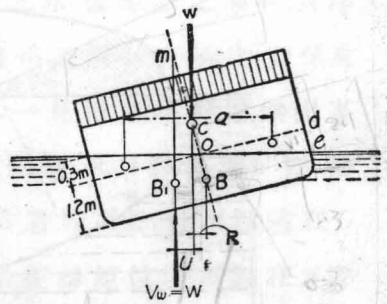


圖 46

[解] 因舢舨之載重, 增加吃水 0.9 米, 則可知鋼料之重為舢

其重心 C 在船底上 0.7875 米
鋼料之重心 B' 在船底上 2.25 米
鋼料之重心 B' 在船底上 2.25 米
鋼料之重心 B' 在船底上 2.25 米

重之 3 倍。故鋼料與艇舟之合體之重心 C ，當在舟底上

$$\frac{3 \times 0.9 + 1 \times 0.45}{3 + 1} = 0.7875 \text{ 米之處。}$$

$$\therefore BC = 0.7875 - 0.6 = 0.1875 \text{ 米。}$$

由相似三角形， $\frac{R}{0.1875} = \frac{0.3}{\sqrt{2.5^2 + 0.3^2}}$

$$\therefore R = 0.00887 \text{ 米。}$$

設 $\triangle ode$ 之面積為 V' ，被排出之水之斷面為 V ，

$$\textcircled{1} \therefore V'a = V(U+R).$$

$$\therefore (\frac{1}{2} \times 2.5 \times 0.3) \times 5 \times \frac{1}{3} = 1.2 \times 5 \times (U+R).$$

$$\therefore (U+R) = 0.21 \text{ 米， } U = 0.21 - 0.00887 \\ = 0.20113 \text{ 米。}$$

由此結果， U 之數值為正，故知定傾中心可使艇舟復歸原位，而

$$W \times U = V_w U = (1.2 \times 5 \times 10) \times 1000 \times 0.20113 \\ = 12067.8 \text{ 每平方米仟克。}$$

載貨之重量 = $(0.9 \times 5 \times 10) \times 1000 = 4500$ 仟克，

艇舟之重量為載貨之 $\frac{1}{3}$ ，即為 1500 仟克。

問 題

(25) 一鉛塊，在空中重 5 仟克，在水中當重若干？但鉛之比重為 11.4

(26) 有一矩形之渡船，深 1.7 米，寬 3 米，長 1.5 米，當其載重 14000 之貨物時，沈入海水中僅 1 米。然則在河水中，當沈入幾米？但海水之比重為 1.025

(27) 有一總排水量 163000 仟克之船，載貨重 4500 仟克。此船橫移 5.0 米遂起一度之傾斜，在此時之位置，求其定傾中心之高。

(28) 有起重用之駁舟一艘，當其以起重機及 20000 仟克之貨物，裝載於該船之中央時，船之吃水，如圖 47 所示，此時之重心，在船底上 1.5 米之 c 點。若駁舟如 (b) 圖所示，向一方傾斜，當其傾斜至水未入駁舟以前，則貨物應

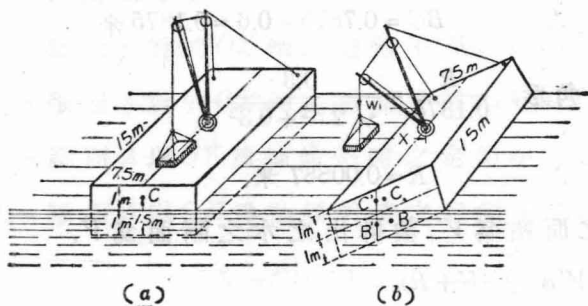


圖 47

置於距駁舟之中線之幾何距離？但貨物與中線之位置，假定皆在水面上同高之處。

第三章

堰堤及其安定

19. 重力堰堤 (gravity dam).

重力堰堤所停止之水之壓力，須用堰堤自身之重量支持之，建築適當之形狀，不使其有滑動或轉倒之虞，圖 48 所示，為最普通之堰堤，若僅為蓄積其左邊之水而設，則只如圖之點線所示，建造一三角形堰堤 ACD 足矣。但為備

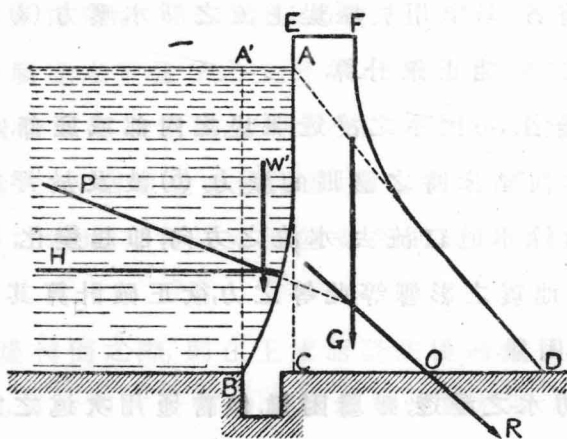


圖 48

增水之用，且在堰堤上修築道路及增美外觀起見，又於三角

形之上，加增梯形 ABF 。然堰堤 $CAEFD$ 之重心，過於傾向左方，因之底邊 CD 所受之負重，太不均等，一部被壓縮，他一部被張力牽引。為緩和此不均等之負重的分布起見，特將底邊 CD 擴張為 BD ，俾在底邊之任何部分，不受張力之作用。假使有任何部分，受有張力作用時，則在該處即生罅裂，水即由此浸透而入，向上擠壓堰堤，不特減殺其因重力而來之強度，甚至即由此處開始破裂，漸而至於崩潰。

20. 作用於堰堤之外力。

作用於堰堤之外力，大概可分為兩種：一種可以正確計算，他一種則因其大小之量，及其作用之方向，位置等，不能正確判明，惟有基於過去之經驗及想像，僅作大概之推定而已。

屬於前者，(1) 作用於堰堤上流之靜水壓力，(2) 堰堤自身之重量，此二者能正確計算。

屬於後者，(3) 因水之浸透堰堤之內部或底部，上壓堰堤之力，(4) 水面結冰時之膨脹的壓力，(5) 波及於浮遊物之壓力，(6) 水向餘水道口流去，水流之方向，即起變化，因而所起之壓力，(7) 地震之影響等，此等之力，欲正確計算其大小及其方向，頗屬困難。

(3) 預防水之浸透，雖屬困難，但普通用次述之方法，可使其困難減少，(a) 堰堤之上流面，施行塗罅工作，(b) 堰堤與土臺間，防止水之浸透起見，特設防止壁，(c) 為防止水由池底浸入土臺中起見，在池底上面施行塗罅工作，(d) 於堰堤之內

部及下流面之下方，特設排水溝。

(4) 對於水面結冰之預防，或在堰堤近傍之冰中，開一小溝，或事前即建造相當之厚堤，俾足以忍耐其壓力。為算入結冰時所有冰之壓力起見，則對於堰堤一米之長約加 200000 仟克乃至 250000 仟克之力。

21. 對於滑動及轉倒之平衡。

堰堤之上流面，所受之水壓的水平分力，對於結冰時，水面壓迫堰堤之力，及因流水衝突，所生向下湧流之壓力，此三者不可不使之保持平衡，此滑動之抵抗力，等於堰堤之重量與摩擦係數之相乘積。惟當堰堤之下方，有地下水向上壓迫時，則其所生之影響頗大，不可不特加考慮。普通乾燥岩石與岩石間之摩擦係數 f ，約為 0.4 乃至 0.7。如圖 48 所示之形狀之堰堤，於堰堤之重量 G 之上，另加 ABA' 之水之重量 W' ，強度特增，故對於堰堤之滑動，抵抗力為 $f(W'+G)$ 。若此力較水平壓力 H 為大時，則堰堤必無滑動，甚為安定。然在設計得當，建造完善之堰堤，苟對於轉倒能安全，則對於滑動亦必安全也。

當堰堤轉倒之際，則在上流面發生橫的龜裂，即表示受張力作用，雖水門汀及石造之堰堤多少對於張力有相當抵抗，但一般皆視為無抵抗而處理之。故為堰堤之安全計，無論在任何地方，須使其不受張力作用。

若單為對於堰堤之轉倒，而求安全條件時，則只需水之

推進之壓力與堰堤之重力之合成力，不出堰堤之底面範圍內可也。若欲使堰堤在任何部分，不受張力作用，常受壓縮作用時，則此二力之合成力，須使之不出底面之三等分中的中央部之範圍。圖 49 之上部，表示堰堤之斷面，與夫在各種水

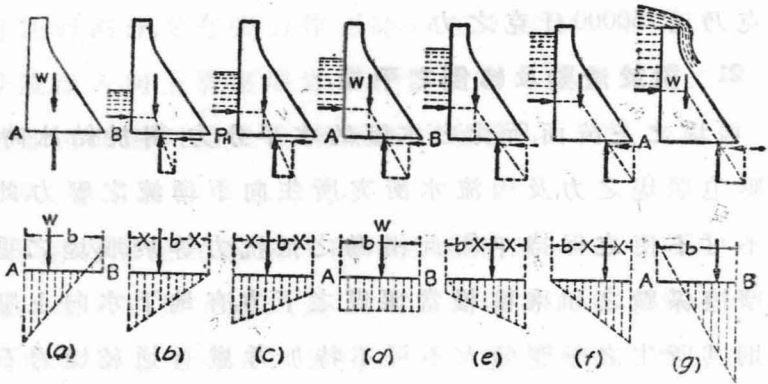


圖 49

深時之合成力與底面之交叉點，即與此等外力相平衡之土臺的支持力之垂直分力及水平分力，亦完全表示不遺。圖 49 之下部，乃表示土臺上對於上部之各種情形，所影響之垂直載重的分布式樣。(a) 之情形，無水，重只堰堤自身之重。若假定在 B 點須受張力作用，則不可不如第 19 節所述，將底面擴張，務使其不受張力作用而設計之可也。(b) 之情形，與 (a) 之情形相同。堰堤僅容少量之水，因之，水壓與堰堤自身之重之合成力，通過底面三等分之中央部的左端。若合成力通過之處，更在此點之左時，則 B 端必受張力作用，明矣。(c), (d) 及 (e) 之情形，表示池中常盛有水，其水面愈向上昇，則堰堤之底面

所受壓縮力之變化，愈不相同，觀圖可知其式樣。在 (d) 之情形，合成力通過底面之中央，故無論在底面何處，皆受同樣之壓縮力。(f) 所示，為合成力通過底面三等分之中央部的右端時，壓縮力分布之式樣 (g) 所示者，為合成力通過之處，在底面三等分之中央部的外側，堰堤之左端，受有張力作用。觀上圖解，自易明瞭。可知欲使堰堤常在安全狀態，則無論在任何情形之下，水之壓力與堰堤自身之重之合成力，不可不通過底面三等分之中央部內，此設計者所不可不留意者也。

〔例〕 圖 50 所示，為一高大堰堤之垂直斷面，上流面 FB 與水流成垂直，其高為 H ，水之高為 h ，堰堤為梯形，其上面及下面各為 a 及 b 。(1) 設 a 與 b 為所與之數，求堰堤之重力線 GW 與底面相交之距離 e 之長。(2) 當

$n = \frac{f}{a}$ 及 b ，皆為所與之數，求 a 之長。

〔解〕 就堰堤之單位長考之，可視水壓 P ，以水平方向作用於 D 點， $BD = \frac{1}{3}h$ ，堰堤自身之重量 W ，通過其重心 G 而向下方作用， P 與 G 之交點為 E ，其合成力 R ，與底面相交於 A 點，由 C 到 A 之距離為 f ，水之壓力，視為與堰堤無關而計算之可也。

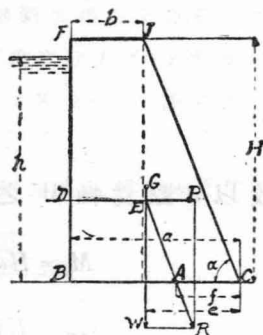


圖 50

$$P = h \frac{hw}{2} = \frac{h^2w}{2}$$

設 w_1 為水門汀之單位容積之重量 (普通 $w_1 = 2350$ 每立方米仟克)，則單位長之堰堤之重量 W ，得由次式表之，即

$$W = H \frac{a+b}{2} w_1,$$

P 及 W 之關於 A 點之矩 (moment) 之和,不可不為零. 設 P 之矩為 M_1 , 由 P 至 A 之垂直距離 = $\frac{h}{3}$ (即矩臂長為 $\frac{h}{3}$), 則

$$M_1 = \frac{h^3 w}{6} \dots\dots\dots (a)$$

W 之矩為 M_2 , 由 W 到 A 點之水平距離為 $e-f$ (即矩臂長), 但 e 為由堰堤之 C 端至其重心 G 之水平距離. 設 $a-b=c$ 以 C 為矩之軸, 則得次之關係:

$$\left(aH - \frac{1}{2}cH\right)e = Hb\left(c + \frac{b}{2}\right) + \frac{1}{2}Hc \times \frac{2}{3}c.$$

將上式之 c 代以 $(a-b)$ 而簡單之, 則

$$e = \frac{2a^2 + 2ab - b^2}{3a + 3b}, \dots\dots\dots (b)$$

故

$$e - f = \frac{2a^2 + 2ab - b^2}{3(a+b)} - na.$$

故以 A 點為軸, W 之能率 M_2 , 如次:

$$M_2 = Hw_1 \frac{a+b}{2} \left[\frac{(a^2 + ab)(2-3n) - b^2}{3(a+b)} \right]$$

或

$$M_2 = \frac{Hw_1}{6} [(a^2 + ab)(2-3n) - b^2] \dots\dots\dots (c)$$

因 M_1 與 M_2 之和為零.

$$\therefore Hw_1 [(a^2 + ab)(2-3n) - b^2] - h^3 w = 0.$$

即

$$a^2 + ab = \frac{h^3 w}{2-3n} + b^2 \dots\dots\dots (d)$$

由(d)式,若 b 與 n 為所與之數,則能求出底面 a 之長,普通 $n = \frac{1}{3}$.

問題

- (29) 於圖 51, (a) 欲不使水門汀堰堤滑動, 則其寬 x 應當如何? 但設水門汀 1 立方米之重量為 2350 仟克, 摩擦係數為 0.42, (b) 對於轉動是否安全? (c) 水壓與堰堤之重之合成力, 通過底面何處?

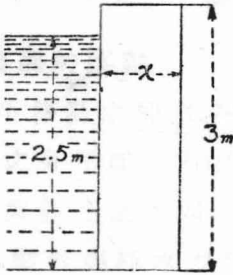


圖 51

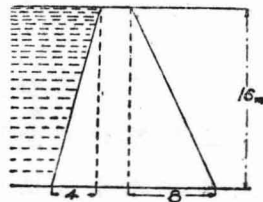


圖 52

- (30) 假定水門汀 1 立方米之重量為 2350 仟克, 並設堰堤之下方, 無水浸透, 則就 52 圖, (a) 求水壓之水平分力, (b) 求水壓之垂直分力, (c) 若摩擦係數 f 為 0.5, 則對於滑動是否安全? (d) 對於轉倒是否安全? (e) 水壓與堰堤之重量之合成力, 通過底面何處?

- (31) 於圖 53, 因堰堤之底部浸水, A 點之向上擠壓力最大, 與 25 米之靜水

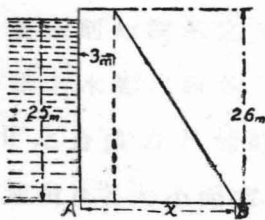


圖 53

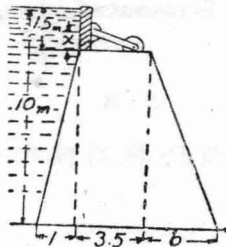


圖 54

壓相等, 愈近下流面, 則一樣的漸次減少. 因為使其在 B 點之排水溝安全起見, 假定此點之向上擠壓力, 全等於零, 欲使此等力之合成力, 通過距 B 點

0.83 x 之處，則 x 當為幾許？但水門汀之重量，為水之重量之 $\frac{1}{4}$ 倍。

(32) 圖 54, 表示在梯形堰堤之上, 裝置一個堰止板 (flash boards), 其目的在作暫時貯水之用。若板之下邊與堰堤之頂面間之摩擦力, 每長 1 米為 68 仟克時, 則 (a) 欲貯水至堰堤上 1.5 米之處, 求由裝樞鉸之處至堰堤上面之距離 x 為幾何? (b) 欲使水壓及堰堤之重之合成力, 通過底面三等分中之中央部的右端, 則 b 之長當為幾何?



第四章

水之直線的移動及回轉

22. 直線的移動.

(a) 水平移動之情形, 在水平之時, 雖全部之水, 皆作水平移動, 但水之分子間的關係運動, 完全無有; 若運動一定而無加速度, 則與靜止之水同樣, 水之表面, 完全水平, 無論在水中何處, 其水壓皆與靜水力學中所述者相同. 今設如圖 55 所

示振盪一部分之水, 使其由靜止狀態, 向右方傾斜, 與水平線成 α 度之角度, 以 a 之等加速度, 向右作水平運動, 水平面 bc , 最初波浪環起, 上下動搖, 漸次歸於平靜, 最終則如圖示之形態, 各分子間之水壓 P 與各分

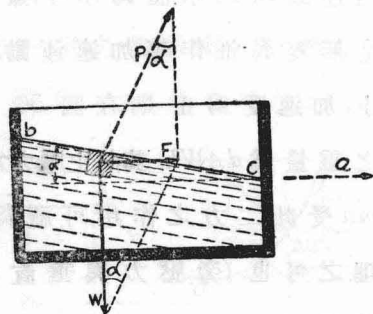


圖 55

子之重量 W 之合成力 F , 始終向水平方向作用, 且此 F 力之大小, 因加速度 a 之大小而定.

即

$$F = Ma = \frac{W}{g} a \dots\dots\dots(46)$$

F 為 P 與 W 之合成力, 已如上述, 但 P 為各分子間圍繞運動互相作用之力, 其作用方向, 不可不與自由水面成直角. 由幾何學理, P 與垂直線所成之角, 當與水面 bc 及水平線 ac 所成之角 α 相等.

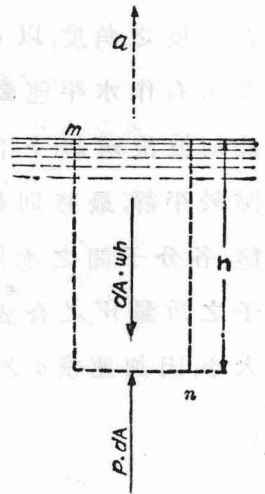
故
$$F = W \tan \alpha. \dots\dots\dots(47)$$

由 (46) 及 (47) 兩式, 將 W 與 F 消去之, 則

$$\tan \alpha = \frac{a}{g}. \dots\dots\dots(47 a)$$

以上所述之結果, 亦與以一定加速度向左方作水平移動之情形相同.

(b) 垂直移動之情形, 若水槽或上或下, 向垂直方向, 作等速運動時, 則水面為水平, 無論在水中何點, 其水壓與靜水時毫無差異, 惟作等加速運動, 則水壓即發生變化. 假設運動向上, 加速度為正, 則在圖 56, 微小水柱 mn 之重量為 $dAWh$, 其向上壓力為 pdA , 即水柱 mn 受此二力之作用, 可視為一個固體處理之可也. (旁壓力與垂直運動無關, 故省略之.)



合成力 $F = ma = \text{質量} \times \text{加速度}$

$$\therefore pdA - WhdA = \frac{dAWh}{g} \times a$$

$$\therefore p = Wh \frac{g+a}{g} \dots\dots\dots(47 b)$$

若加速度為負, 即為減速度時 $+a$ 變

圖 56

作 $-a$ 可也。若運動之方向向下，加速度與運動同一方向，則作用於此微小水柱 mn 之力為

$$p = Wh \left(\frac{g-a}{g} \right) \dots\dots\dots (48)$$

若加速度之方向，與運動之方向相反，則 a 為正，與 (47 b) 式之結果相同。

由上之關係，可得次之結論，有某體積之水，以正加速度向上方運動，與以負加速度向下方運動。

其作用於某體積水之水壓，得用同樣之法則處理之；反之，即以負加速度向上方運動，與以正加速度向下方運動，其作用於水體之水壓，亦得用同樣之法則處理之。

23. 強制回轉運動。

桶內盛水，以其中心線為軸，用一定之角速度 ω 迴轉之。若桶無蓋，則水當自由流出，如圖 57 所示，其殘存於桶內之水面，即形成一拋物線面；若桶有蓋，則水不能流出，此拋物線面以上之水，即無蓋時應當流出之水，對於拋物線面以下之水的水壓，不發生何種問題，此事實可用實驗證明之。

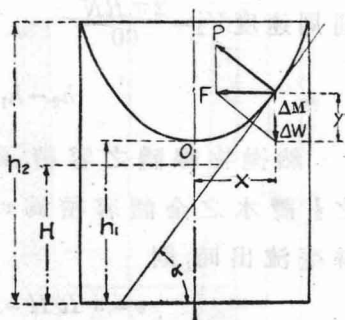


圖 57

如第 22 節所述，作用於表面上
一微小分子 ΔM 之力有兩個，一為重力 ΔW ，一為在其周圍，
其他分子作用之力 P ，此二力之合成力為 F ，此 F 之力，又與

其因迴轉而起之離心力互相平衡。

$$\text{故} \quad F = \frac{\Delta M \omega^2 x^2}{x} = \frac{\Delta W}{g} \omega^2 x$$

$$\text{或} \quad \tan \alpha = \frac{\Delta W \omega^2 x}{\Delta W g} = \frac{\omega^2 x}{g}$$

由圖， α 角是在 M 點上所引曲面之切線，與底面所成之傾斜角。

$$\text{故} \quad \tan \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2 x}{g}$$

$$\therefore dy = \frac{\omega^2 x}{g} dx$$

$$\therefore y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} \dots\dots\dots (49)$$

由 (49) 式，可知曲面為一拋物線體之面，其頂點在回轉軸上。

若桶無蓋，容易形成自由曲面時，則其曲面之位置，可由計算求得之。

設桶之半徑為 R ，最初之水高為 H ，回轉速度為 $N_{r.p.m.}$ ，則圓周速度 $V_2 = \frac{2\pi RN}{60}$

$$h_2 - h_1 = \frac{4\pi^2 R^2 N^2}{2g \times 3600} \dots\dots\dots (49 a)$$

然拋物線體之容積，為包圍此拋物線體之圓筒的容積之 $\frac{1}{2}$ ，設水之全體容積為 v ，當圓桶迴轉之速度，恰在水不能絲毫流出時，則

$$v = \pi R^2 H = \pi R^2 h_1 + \frac{1}{2} \pi R^2 (h_2 - h_1)$$

$$\therefore h_2 = 2H - h_1.$$

代入 (49 a)，則

$$h_1 = H - \frac{2\pi^2 R^2 N^2}{2g \times 3600} \dots\dots\dots (50)$$

若 N 與 H 之關係，恰如 $(2\pi^2 R^2 N^2)(2g \times 3600) = H$ 時，則拋物線之最低點，與桶底一致；若 N 較上式所表稍大，則 h_1 為負，如圖 58 所示之形狀。今命拋物線與桶底之相交點，至中心軸之距離為 r_1 ，則

$$h_1 = \frac{r_1^2 \omega^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g}, \dots\dots\dots (50a)$$

$$h_3 = \frac{R^2 \omega^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}, \dots\dots\dots (50b)$$

$$\pi R^2 H = \frac{1}{2} (R^2 - r_1^2) \pi (h_3 - h_1). \dots (50c)$$

由(50a)，(50b)及(50c)，將 h_1 及 h_3 消去，則

$$r_1^2 = R^2 - \frac{2R\sqrt{gH}}{\omega}. \dots\dots\dots (50d)$$

由(50a)式，將 r_1 之值代入，則可算出 H 及 h_1 之值。

〔例〕 圖 59 表示一無蓋之桶，半徑 $R = \frac{1}{2}$ 米，高 3 米，唯中央設有一抽空氣之孔，靜止時，盛水深 1 米，以 200 每分迴轉之速度回轉之，求壓於蓋上及底上之水壓。

〔解〕 由公式(50c)，

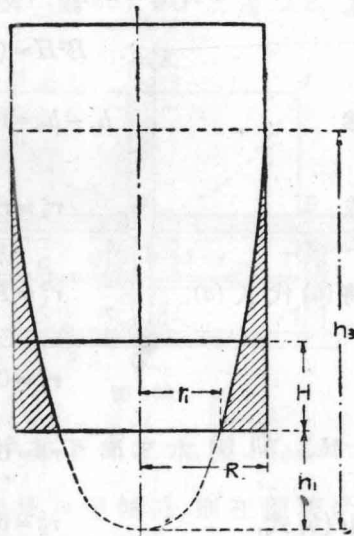


圖 58

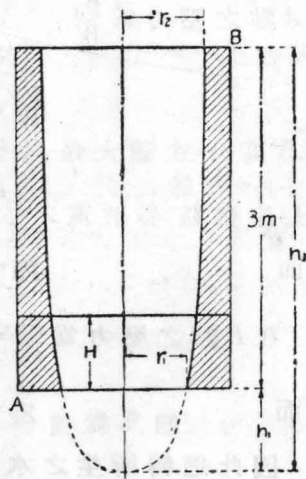


圖 59

$$\pi R^2 H = \pi (R^2 - r_2^2)(h_3 - h_1) + \frac{1}{2} \pi (r_2^2 - r_1^2)(h_3 - h_1)$$

$$\therefore R^2 H = (h_3 - h_1) (R^2 - \frac{1}{2} r_2^2 - \frac{1}{2} r_1^2) \dots\dots\dots (a)$$

然 $h_3 - h_1 = (r_2^2 - r_1^2) \frac{\omega^2}{2g}$

或 $r_2^2 = r_1^2 + \frac{2g(h_3 - h_1)}{\omega^2} \dots\dots\dots (b)$

將 (b) 代入 (a), $r_1^2 = R^2 - \frac{R^2 H}{h_3 - h_1} - \frac{2g(h_3 - h_1)}{2\omega^2} \dots\dots\dots (c)$

$$r_1^2 = 0.25 - \frac{0.25}{3} - \frac{19.6 \times 3}{2 \times 438} = 0.1$$

$$r_1 = 0.316 \text{ 米.}$$

由 (b) 式,

$$r_2^2 = 0.1 + \frac{2 \times 9.8 \times 3}{438} = 0.167,$$

$$r_2 = 0.408 \text{ 米.}$$

在 A 點之壓力為 $\frac{p_A}{W}$,

$$\frac{p_A}{W} = h_3 - h_1 = (R^2 - r_1^2) \frac{\omega^2}{2g}$$

$$= (0.25 - 0.1) \times \frac{438}{2 \times 9.8} = 3.352 \text{ 米.}$$

因而

$$p_A = 0.3352 \text{ 每平方厘米 仟克}$$

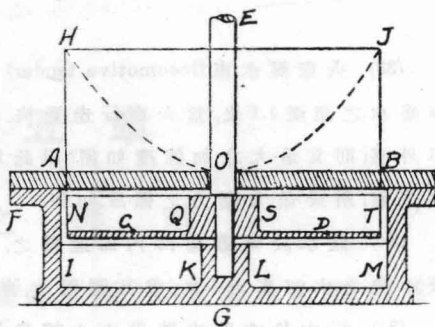
在 B 點之壓力為 $\frac{p_B}{W} = 0.352 \text{ 米.}$

因而

$$p_B = 0.0352 \text{ 每平方厘米 仟克}$$

因此迴轉所生之水壓,向水平方向,離去迴轉軸愈遠,則愈增大,黑氏之水壓軸承 (Hess hydraulic step), 即巧用此理而

成，此軸承有一堅強的鑄鐵製圓筒。(圖 60) FG 及蓋 AB ，其內部分為二段， CD 為一平滑之圓板，在其上有薄翅板 NQ 及 ST ，固定於迴轉軸 EO 之上，嵌入圓筒，周圍有極少之間隙， IK 及 LM 為固着於圓筒底之翅板。當圓筒用水充滿時，則於



NQ, ST 之水，因軸之迴轉而被攪拌，其下部之水，因 IK, LM 之關係，阻止其迴轉，今軸 EO 以角速度 ω 迴轉時，則在圓板 CD 之上，生強制渦流，其壓迫圓板向下之力，與拋物線體 $ABJOH$ 之水重相等， $OB = R, BJ = \frac{R^2 \omega^2}{2g}$ 。

下壓力
$$P_1 = \frac{\pi R^4 \omega^2 W}{4g}$$

然 CD 板以下之水不迴轉，故就全體言，最大壓力，在高 BJ 之下。故壓力板向上之力，與 $ABJEH$ 之水重相等。茲設向上之壓力為 P_2 ，則

$$P_2 = \frac{\pi R^4 \omega^2 W}{2g}$$

P_1 與 P_2 之差，即為直正向上之壓力，今設為 P ，即

$$P = \frac{\pi R^4 \omega^2 W}{4g}$$

問 題

(33) 火車煤水車 (locomotive tender) 之水槽, 深 1.5 米, 寬長各為 2 米, 其中盛水之深至 1.2 米, 當火車行走過快, 難免水不外溢. 今欲使槽中之水, 毫不外溢, 則其最大之加速度如何? 以此加速度向水平方向進行之間, 水槽之底面, 所受最大壓力之強度如何?

(34) 盛水於無蓋圓筒內而迴轉之, 欲使距中心 0.3 米之半徑上之水, 較中央之水面高出 1 米, 求其迴轉之速度為若干 r. p. m.

(35) 滿水於有蓋之筒, 以中心線為軸, 2000 r. p. m. 之速度迴轉之, 在其中央之水壓為 0.5 米, 然則在半徑 0.15 米之處之水壓當為幾何?

(36) 圓筒形水槽之直徑為 1.0 米, 高 2.0 米, 僅於蓋之中央有一小孔, 其銅板之厚為 6.35 毫米, 許可安全張力為 703.0 每平方釐米仟克. 今盛水一半, 以中心線為軸而迴轉之, 欲使銅板在許可安全張力以內, 即水槽不至發生破壞, 則其迴轉速度當為若干每分迴轉? 但假定銅板不受圓筒之底及蓋之支持力.

(37) 有一無蓋圓筒之直徑為 1.06 米, 高 2.0 米, 滿盛以水, 當其在底之中央, 欲騰有直徑 0.3 米之處無水時, 則其迴轉速度當為若干每分迴轉?

(38) 鐵管之直徑為 5 厘米, 長為 2 米, 水平置之, 其中滿盛以水, 水之壓力為 0.703 每平方釐米仟克. 今以管之一端為軸, 向水平方向迴轉之, 而其每分鐘之迴轉速度 (每分迴轉) = 60, 求其作用於外蓋上之壓力.

第五章

水之運動

24. 關於處理水之運動的問題，較之靜水力學，頗為困難，即對於此等問題之解釋，亦感覺不甚充分。蓋因水之分子間，或與其周圍之物體，難免不有摩擦抵抗，及其他之各種攪亂情事發生，故用純粹數學的處理，事實上卻不可能，不得已，往往用實驗得來之常數或係數，以補其缺。

25. 流線運動及亂運動

水之運動，由實驗證明之結果，大別之，有兩種不同的狀態。西歷 1883 年，英國 Osborne Reynolds 教授，曾發見水之運動，有次述之現象：即在玻璃管中流動之水，當其速度較低時，固作平行直線的運動，若漸次增大其速度，則最初在玻璃管之流出口附近，開始亂運動，繼而速度愈增，亂運動亦愈形擴大，終至及於管之全體。惟此亂運動，非常複雜，當其由流線運動，推移至亂運動時之速度，Reynolds 教授特稱之曰臨界速度 (critical velocity)。由實驗，此臨界速度，常被水之溫度所左右。又當溫度一定時，亦因管之大小不同，常常發生變動，故對

於臨界速度，後章當特別詳述，此處只知水有兩種流法斯可矣。所謂兩種流法者，即一為流線運動，一為亂運動，且彼此運動的狀態，全然不同。

26. 均等的流動 (steady flow).

對於流體流動之方向，直角截取一斷面，若其斷面之形狀，水之速度，水之壓力，及其密度，皆一定不變者，特稱之曰均等的流動。一斷面與他一斷面間，雖在同一流水內，若其斷面不同，則其形狀，水之壓力及速度等皆異；若流量不變，則對於同一斷面，雖異時觀測之，而其形狀，水之速度，壓力，及密度等，皆絲毫不變，即為均等的流動。若在同一斷面，有時測得之水速，或斷面之形狀等，與他時所測得者，完全相異，則不能謂之為均等的流動。即在形狀同一之斷面，因其流速一變，流量亦隨之不同，亦不得謂之為均等的流動。處理均等流動之水，工學上最為普通。以下所討論者，全部皆屬均等的流動。並有時假定水之流動線為平行線，不為亂運動，且認定在同一斷面上，無論在任何部分，其速度皆相等。如此，則問題自然簡單。但事實上，又決非如上面之所假定。蓋水之速度，常因其與水管或河床等之固體接觸，自行減少。例如就鐵管中之流水觀之，在中央部流動之水最速，與管壁接觸之水最遲，其速度大概為前者之半分。故吾人所謂水之速度者，係指其管中之平均速度而言，約為最大速度之0.84倍。又水之流動形式，普通屬於亂運動，吾人日常所接觸者，皆非平行之流線，不過各分子

之流動方向，區域甚小，吾人所欲知之者，僅對於斷面之直角分速度（若在水管，則為僅沿管軸方向之分速度），至於其他方向之分速度，可以不必探討，故一般視水為流線運動，亦無大礙。

如此，實際與理論相差甚遠，吾人所能論及者，不過僅及其外形之一端而已，無論在任何斷面，所謂平均速度者（軸線方向的分速度），即以其斷面積，除通過該斷面積之總水量之商，即

$$V = \frac{Q}{A} \dots\dots\dots (56)$$

上式之 V 為水速（每秒米）， Q 為流量（每秒立方米）， A 為斷面積（平方米），若用英制之單位，則將全部之米，改作呎可也。

27. 排水量

單位時間內所排出之水量，曰排水量，與水之速度及與速度成直角之斷面積的相乘積相等。表排水量所用之單位，固有種種，一般最通用者，為每秒若干立方米（每秒立方米），或每時若干立方米（每小時立方米）。在英制，則為每秒若干立方呎（每秒立方呎），或每時若干嚮（每小時嚮）。在日本，則稱每秒一立方呎之水量為一個，所謂若干個排水量者，即每秒有若干立方呎之水量之謂也。

28. 連續流之公式

於圖 61, (1) 之部分流入之水量，於同時間內，不可不與 (2) 之部分流出之水量相等。何則？若在速度一定之流體中，通

過(1)之部分之水,苟無其他散水,則必全部通過(2)之部分,故其流量全相等。若萬一不相等,則在此二點之間,非有漏洩,必有因壓縮而蓄積者,是不得謂之為連續流動。故必 $Q_1 = Q_2$ 時,始得謂之為連續流動。

若水之流動不均等,則上述之公式,不能適用。例如在鐵管(1)之面前流入之水,以瓣關閉之,於此時間,則從(1)與(2)之斷面流出之水,必不相等,即在(1)與(2)之間。當其瓣未關閉以前,所有存在之水,直至瓣關閉之瞬間,猶向(2)之部分流出,須稍過相當時間後,(1)與(2)之流量,始得相等。故連續流動之公式,只限於均等流動時為真,其式如次:

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = A_3 V_3 = \dots = \text{一定} \dots \dots \dots (57)$$

上式之 A_1, V_1 等,表示斷面積及其與斷面積成直角之平均速度。

29 伯魯利之定理 (Bernoulli's theorem).

西歷1738年, Daniel Bernoulli, 關於均等流動,曾發表一般的定理,特稱之曰伯魯利定理。此定理在流體力學上,最為重要。大概關於流體力學上之一般問題,皆可完全用此定理解釋之。然此定理,在此處所能適用之範圍,須有下列之三項假定,即(1)均等流動,(2)水不能壓縮,(3)通過任意斷面之水速一定。

於圖 61, M 及 N , 乃為在均等流動的水中,所取之二斷面,向紙面上所成之投影。假定此斷面間所含之流線管

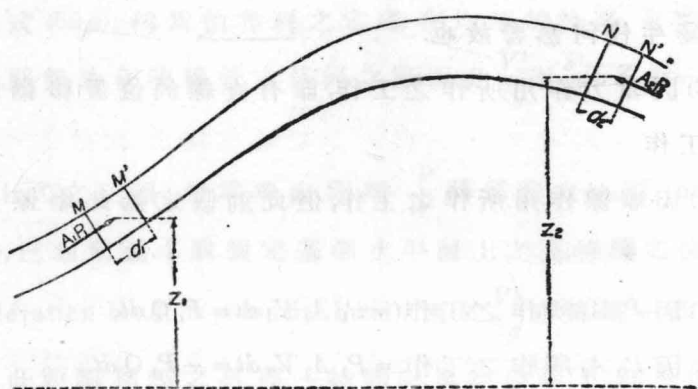


圖 61

MN , 於微小時間 dt 內移動為 $M'N'$. 令 P_1, V_1, A_1 , 及 Z_1 , 各為 MM' 間之壓力, 速度, 斷面積及假定基準面 (datum plane) 上之位置 (elevation), P_2, V_2, A_2 , 及 Z_2 各為 NN' 間之壓力, 速度, 斷面積及假定基準面上之位置, 則因假定水為均等流動, 又屬壓縮不可能者, 故在同一時間內, 通過 M 及 N 之水量, 不能不完全相等, 即

$$A_1 d_1 = A_2 d_2.$$

由工作及運動能力之關係, 則可知水由 MN 移動至 $M'N'$ 時, 其間所作之工作, 與夫相伴而起之運動能力之變化, 不可不完全相等, 即水由 MN 移動至 $M'N'$ 時, 其間所作之工作, 有下列之三種:

(1) 垂直方向, 作用於此流線管之外面的壓力所作之工作, 但此時僅設想作用於兩端之斷面 A_1 及 A_2 上之壓力足矣, 何則? 除此兩端之斷面以外, 作用於其他之表面上之壓力, 即如與紙面垂直向流線管壓迫之力, 對於沿紙面所作之工作,

毫不發生任何影響故也。

(2) 因重力作用所作之工作，即有直線的位置移動時所作之工作。

(3) 因摩擦作用所作之工作，但此刻假定無此摩擦力之工作。

$$(1) \text{ 因 } P_1 A_1 \text{ 所作之工作 } = P_1 A_1 V_1 dt = P_1 Q dt,$$

$$\text{ 因 } P_2 A_2 \text{ 所作之工作 } = P_2 A_2 V_2 dt = -P_1 Q dt.$$

因 $P_2 A_2$ 之工作，與水之運動方向相反，故為負。

(2) M' 及 N' 間之水，無論其在 MN 間或 $M'N'$ 間，皆屬共通，其重心之位置，毫無變化，故與重力作用而起之工作不生關係。於是僅就 MM' 移動至 NN' 所作之工作研究之可也。因之由重力作用所作之工作如次：

$$WA_1 V_1 dt (Z_1 - Z_2) = WQ dt (Z_1 - Z_2).$$

又 $M'N$ 間之水，自始至終，無何等運動能力之變化，故運動能力之全變化，不能不等於 NN' 及 MM' 之水所有之運動能力之差。

$$\text{ 故 } \quad \text{運動能力之變化} = \frac{WQ dt}{2g} (V_2^2 - V_1^2),$$

因所有一切之工作，與運動能力之變化相等，故

$$P_1 Q dt - P_2 Q dt + WQ dt (Z_1 - Z_2) = \frac{WQ dt}{2g} (V_2^2 - V_1^2) \dots \dots \dots (59)$$

$$\text{ 或 } \quad \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{W} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{W} + Z_2 \dots \dots \dots (59a)$$

此公式 (59a), 稱為伯魯利之定理. 在均等的流動, 若將摩擦省略, 則無論在流線管中任何之斷面, 此 $\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{W} + Z$, 皆一定不變.

上式之三項, 皆為垂直距離. $\frac{P}{W}$ 稱為壓力水頭 (pressure head), 已如前述. Z 為假定基準水平面上之高, 特稱之位置水頭 (elevation head, or potential head). 至於 $\frac{V^2}{2g}$ 亦為單一的距離. 在與此距離相等之高, 將一物體向真空中落下, 則可得 V 之速度. 若物體之重量為 W , 質量為 M , 則 $M = \frac{W}{g}$, 運動能力 = $\frac{1}{2} \frac{W}{g} V^2$ 或 $\frac{WV^2}{2g}$, 是 $\frac{V^2}{2g}$ 表示單位重量之水所有之運動能力, 故 $\frac{V^2}{2g}$ 特稱之曰速度水頭 (velocity head).

在任意斷面上, 此等壓力, 位置, 及速度之水頭之總和, 稱為該斷面之水所有之總水頭, 或曰有效水頭 (total or effective head).

當摩擦及其他之一切損失不計時, 此有效水頭, 固屬一定. 若在此有效水頭中, 設有一二增減, 則其所餘之部分, 亦必有相當的增減.

30. 伯魯利之定理與摩擦損失.

因摩擦而起之抵抗力, 其方向與水之運動方向相反, 故在 (59) 式之左邊, 不可不加一帶負號之工作. 然因摩擦而起之工作, 等於力與距離之相乘積. 若以 $WQ dt$ 表其摩擦力, H' 表其距離, 則 (59) 式可變為

$$P_1 Q dt - P_2 Q dt + W Q dt (Z_1 - Z_2) - W Q dt H' = \frac{W Q dt}{2g} (V_2^2 - V_1^2)$$

$$\text{或} \quad \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{W} + Z_1 - H' = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{W} + Z_2 \dots\dots\dots (60)$$

$$\text{或} \quad H' = \left(\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{W} + Z_1 \right) - \left(\frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{W} + Z_2 \right) \dots\dots\dots (60 a)$$

此處之 H' ，為在同一之流線管中，兩個相異的斷面之總水頭之差，此 H' 稱為損失水頭 (lost head)。若此損失僅因摩擦作用而起時，則又稱之曰摩擦損失水頭 (friction head)。故 (60a) 式，又得如次述之：

在均等流動之任意斷面上之總水頭，等於在其下游方面之其他斷面上之總水頭，再加上兩斷面間之損失水頭之和。

31. 損失水頭

關於研究水頭損失之原因，及其計算，非常複雜，除最簡單之情形，由後章略述外，此處則僅舉其大概之三種原因如下：

(1) 內部之摩擦損失，即分子與分子間之摩擦損失。蓋水非完全流體，多少帶有黏着性，因之當其作有益之工作時，則一分子滑走於他分子之上，難免不有能力之損失。

(2) 流體與其容器間之摩擦損失。此種摩擦損失較之其他原因而起者，特為重大。若接觸面較大，則全部之損失，幾為此種損失所占去。至其他各種損失，比較非常微小，縱省略之，亦不發生何等影響。

(3) 因急激的速度變化而起之損失。例如管之直徑，突然增大，水因衝突及渦流作用，遂起分子間之摩擦，因而發生損失。

以上所述之三種損失，即在有益之工作，亦不能再變為壓力，速度及位置之能力，大概皆變為熱，或存於水中，或散於空中。

32. 水頭與工率 (head and power).

水頭表示單位重量之水所有之能力，工率則為每單位時間內所消費之能力。若命 W 表單位時間內所得之水重， H 米表全水頭， P 表工率，則

$$P = WH \dots \dots \dots (62)$$

H 之值，有時為 $\frac{P}{W}$ ，有時為 $\frac{V^2}{2g}$ ，有時為 Z ，有時為此三種水

頭之總和。

[例 1] 整水池 (fore bay) 之水頭，在發電所上 150 米，每秒能供給 100 立方米之水量，問此水能供給之全動力若干？

[解] $P = 1000 \times 100 \times 150 = 15000000$ 仟克米。

[例 2] 有一噴射水，其速度為 50 每秒米，水量為 1000 每秒克，由此噴射水所得之動力幾何？

[解] $\frac{50^2}{2g} \times 1000 = 26030$ 仟克米 $= \frac{26030}{75} = 347$ 馬力。

33. 動水傾斜線 (hydraulic gradient).

動水傾斜線為一曲線，其縱坐標，即表示管中之水之任

意點上的壓力水頭；換言之，縱坐標即表示任意基準面上之位置水頭，及壓力水頭之和。若置液柱計 (piezometer) 於圖 62 之 C 點，水即昇高至 CC' ，即昇入液柱計者，僅存於 C 點

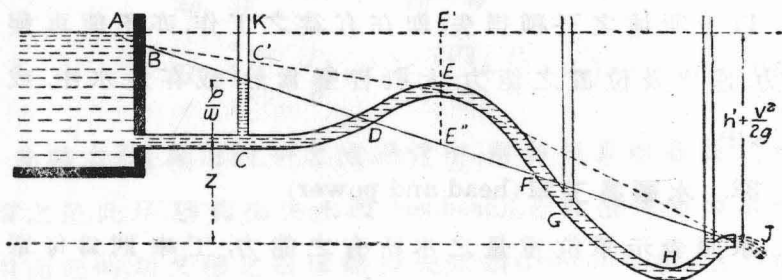


圖 62

之壓力水頭。若將 J 端關閉，則 C 點之水，可以昇至 K 點，與 A 保持同一之水平， C 點上之壓力水頭，比較 A 點實低 KC' 。至其較低之理由有二：(一) 在 A 點之水，其面積較廣，故其速度水頭，幾等於零，管中之水，其面積較小，故有相當之速度，即在 A 點之壓力水頭，當其在 C 點時，其一部分，即變為速度水頭，故在 C 點之壓力水頭，較在 A 點者為低。(二) 由 A 到 C ，水由廣槽而入狹管，在其入口之處，有損失水頭，加之由管之入口到 C 點之間，亦與管有摩擦之損失水頭，故 KC' 為速度水頭與損失水頭之和。

如此，在管中任意之處，立一液柱計試之，將其水在管中昇上之最高頂點連接為一直線，則此直線，稱為動水傾斜線。故動水傾斜線，即為表示壓力水頭之變化的曲線。無論在管中任何之點，由其管之中心起至此線止之垂直距離，即表示

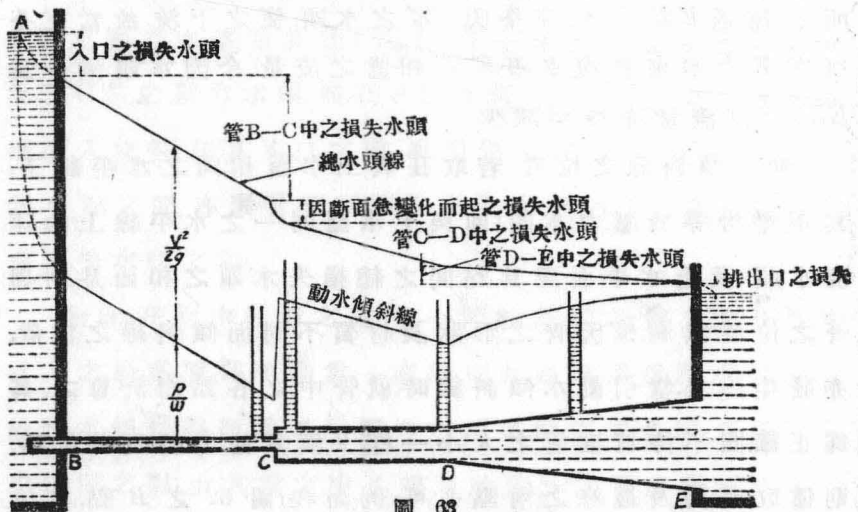
該點上所有之壓力水頭。故在管中末端，與空氣同壓力之 J 點，其壓力水頭等於零。若管為筆直，而其直徑與材料，又屬一律不變時，則速度水頭到處相同，損失水頭，與管長成正比例。故動水傾斜線，為一有同一梯度之直線。然當管非筆直，而管徑又非一律同大時，則動水傾斜線，當然非一直線。惟以簡單便利計，假定連接 A, J 兩點之直線，即為所表示之動水傾斜線，如圖 62 所示。然今假設以 BJ 為動水傾斜線，則在 D 點，管中之水壓，與一大氣壓相當，雖在此點立一液柱計，恐亦無水向液柱計中上昇。 F 點亦與 D 點同樣。該處之水壓，亦與一大氣壓相同，則在 DF 間之水壓，必在一大氣壓以下。如此，動水傾斜線，即表示任意點上之壓力水頭。故當實際運用時，應將水管敷設於動水傾斜線以下，可以免除通水上之困難。如圖 62 之 DEF ，在動水傾斜線以上。故在此部分之空氣，容易堆積。當其與大氣壓相等時，則動水傾斜線，即如 ABE 之虛線所示。流過 E 點之水，完全因 EE' 之水頭，使之下流。故當完全無空氣時，本來有與水頭 $E'E''$ 相當之流量。今因水頭減少為 EE' ，故其流量亦特別減少。

動水傾斜線之位置，若取在與上水面相同之水平線下，其距離恰等於壓力水頭（即與上水面同一之水平線上的速度水頭），及由水平面至其點間之總損失水頭之和。如是，則與管之位置無關。惟因管之形狀及材質不同，而傾斜線之位置，亦發生變異。當引動水傾斜線時，就管中之各點而計算之，其為正確，固不待言。惟管之大小一樣，又無其他之特別裝置時，則僅取最初及最終之兩點亦可。例如在圖 62 之 B 點，其位

置在A點下，而AB之距離，即相當於其管中之速度水頭及入口時之損失水頭。故動水傾斜線，即由此B點始，至其最終之J點止，其壓力水頭等於零。連接此BJ二點之直線，即為全體之動水傾斜線，實際上，動水傾斜線，非完全為一直線，不過其差甚微。當管之直徑之大小一樣時，即視作一直線，亦無大礙。

在管徑大小一樣之管中，無論在任何之點，其速度水頭不變。因之，動水傾斜線，僅因其摩擦損失水頭而傾斜，即在此種情形之動水傾斜線上，任意取二點，其在同一水平線上之距離，即為此兩點上之摩擦損失水頭之差。然若管徑之大小不同，當然發生速度水頭之變化，因而壓力水頭亦發生變化。故動水傾斜線，實為一不規則之曲線。

於圖 63，如細管驟然擴大，則速度水頭減小，壓力水頭加增。雖然，非全部皆變為壓力水頭，不過因急激擴大之關係，一部分成為渦流，因而發生損失。



34. 伯魯利定理之適用範圍.

於一流道中,若水為完全流體,既無摩擦,速度又到處一樣,即流線為一直線時,則無論在流線上之任何一點,其總計水頭,皆一定不變.故伯魯利之定理,得以適用.然實際上,有摩擦損失,且流線不為一直線者較多,故雖在同一之流體中,在理論上,伯魯利之定理,不能適用於相異之流線間,恰如對於全然不同之流體,不能適用伯氏定理,以比較其相互間能力之大小,其理正相同.惟如前所述,流線雖非一直線,然在同一流線上之相異點間,亦得適用伯氏定理,以比較其能力之大小.

惟在實際之應用上,伯氏定理,與其適用於同流線上相異二點間能力之比較,無寧就全體之流道,使用伯氏定理,以比較其相異二點間之能力,為更普通.因之,在全體流道中之任意斷面上,取其流量之平均速度及平均水頭,以與他之斷面上的平均速度相比較.

在一流水通路中之橫斷面上,水之速度,各不相同.例如在圓管中,因水有黏性的關係,與管壁接近之處,速度甚小,中央地方,速度甚大.故因平均速度 V 而起之運動能力 $\frac{W}{2g}V^2$, 與實際之運動能力,決不正確相等.設 dA 為斷面中之微小面積, V' 為其速度,則全體斷面上之全運動能力 $= \frac{W}{2g} \int V'^3 dA$. 若就全斷面上,已知其 V' 之變化情形時,則 $\int V'^3 dA$ 之值,容易求得.由此值所求得之運動能力,當然與由平均速度 V 所求得

之運動能力不同。圓管中之速度，在中央部分者，約為接近管壁處之二倍。若其速度用曲線表之，則為一半橢圓形。由此速度所求得之運動能力，約為由平均速度所求得者之1.03倍。如此，實際之運動能力，較之由其全斷面積之平均速度所求得者稍有差異。惟實用上，由速度能力而作工者，如由嘴管出水之噴水器等，其差極微，即用平均速度計算，亦無大礙。故對於上述之差，並不用何等係數補正，即用平均速度計算之可也。

一般流線非水平，而其差又極小，故壓力水頭之變化，不易單獨認識。又壓力水頭，因流線之位置而變化。若以壓力水頭與位置水頭之和為一定，則得適用伯氏之定理。故在管之中央部分的全能力，因速度較大的關係，當較接近管壁之部分的能力為大。如上所述，伯氏定理，雖能適用於同一流線之二點間，若在相鄰之流線，例如接近管壁與管之中央部分的流線，因摩擦關係，較之管之中央部分的流線，其能力之損失特大。惟當水在亂流之際，流線與管壁不平行，水之流線，常由管壁向中央部分移動。水之分子間，恆相互保持其能力之平均。若就管之全體言之，則因水向管中流過，水之全體之能力，當然漸次遺失。

35. 伯魯利定理之應用法。

解動水力學之問題，有兩個基本方程式，前已詳言之矣。所謂兩個基本方程式者，即連續流之公式(57)與伯魯利定

理 (59a) 是也。惟此二式之應用，須依次述之順序，方為便利。

(a) 假定基準面於便宜之位置。

(b) 找出水速之已知數的地點，或假定數的地點。當水槽之容量大，流出量比較少時，即假定速度為零，亦無大礙。

(c) 找出水壓之已知數的地點，或假定數的地點。靜水中之壓力，當水面上受有大氣壓力時，無論在任何地方，皆屬已知。若水為噴出而放流，則噴出水之壓力，與圍繞噴出口周圍之物體的壓力相等。例如在空氣中之噴出水的壓力，與大氣壓力相等。

(d) 找出速度，壓力，及位置三者之中，有一為未知數的所在地點。

用以上之方法，關於三者俱屬已知數的所在地點，及其中有一為未知數的所在地點，應用伯氏之定理，即能立刻算出其未知數。惟當未知數有二項時，則用一個公式，不能解決，須用公式 (57)，視作聯立方程式解之可也。

[例] 如圖 64，水由水槽 A 經過直徑 0.15 米之鐵管 BCD，更由尖端之嘴管 (nozzle) 向大氣中流出，噴出口之直徑為

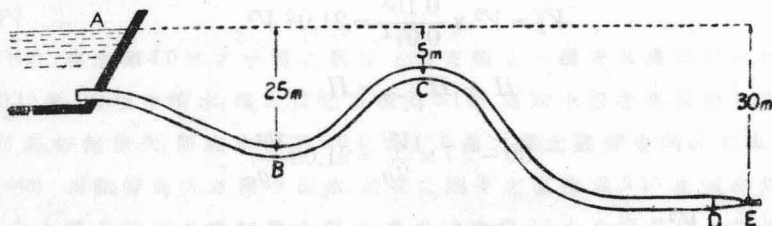


圖 64

0.07米,管中之損失,用 $K\frac{V^2}{2g}$ 表之.但由實驗, K 之值在 AB 間爲1, BC 間爲1, CD 間爲0.5, DE 間爲0.2,求在 C 點之水壓.

[解] 在 C 點上,有壓力與水速之兩個未知數,直接不能應用伯魯利之定理,故由第35節所述之方法,在便宜處取基準面,而基準面又取在普通管之最低點,務使其他任何處之壓力,皆不致爲負數.故於此例,取基準面於 E 點.又因水槽之容量大,水流之速度小,因而假定水之速度爲零, A 水面上卽爲大氣壓(已知數).如此,在 A 點之速度,壓力及位置三者,皆爲已知數.其次, E 點之位置,及壓力水頭皆爲已知數,惟速度爲未知數,故只用公式(59a)解之可也.設在 A 點及 E 點上之總水頭爲 H_A 及 H_E ,管中之速度爲 V ,在 E 點之速度爲 V_E ,則

$$H_A = 0 + 30 + 0.$$

$$H_E = 0 + 0 + \frac{V_E^2}{2g},$$

損失水頭 $H_{A-E} = 2.7 \frac{V^2}{2g}$, V 與 V_E 之關係,與各各之直徑之自乘成反比例.

故

$$V_E^2 = V^2 \times \frac{0.15^4}{0.07^4} = 21.08 V^2$$

$$H_A - H_{A-E} = H_E$$

$$30 - 2.7 \times \frac{V^2}{2g} = 21.08 \frac{V^2}{2g}.$$

由此,知 $\frac{V^2}{2g} = 1.26$,卽在 C 點之速度水頭爲1.26,

次用此速度水頭 $\frac{V^2}{2g} = 1.26$, 以求 C 點之壓力, 如次:

$$H_A - H'_{A-C} = H_C,$$

$$30 - 2 \times 1.26 = \frac{P_C}{W} + 1.26 + 25$$

故 $\frac{P_C}{W} = 1.22$ 米.

若設流量為 Q , 則 $Q = AV$, 故由 $\frac{V^2}{2g} = 1.26$, 求得 $V = 4.97$,

$$\therefore Q = 4.97 \times 0.01767 = 0.088 \text{ 每秒立方米.}$$

問 題

(39) 有直徑 0.2 米之水平鐵管, 漸次將其直徑縮小為 0.08 米, 然後又漸次增大其直徑, 與原來相同. 若在原管處之水壓為 5 每平方釐米仟克, 則在直徑 0.08 米處之水壓, 當為幾許? 但假定一切摩擦損失皆無, 一秒間之流量為 0.04 立方米.

(40) 有直徑為 0.3 米之水平鐵管, 在其中的流水速度為每秒 3 米, 在斷面 (A) 處之水壓為 3.8 每平方釐米仟克, 斷面 (B) 處之水壓為 2.8 每平方釐米仟克, (a) 求通過各斷面之水之能力 (energy) (以管之中心作基準面). (b) 二斷面間之損失水頭如何?

(41) 由直徑 0.1 米之垂直鐵管, 向空中噴水, 噴出口之直徑為 0.075 米, 在其水柱 6 米上之水壓為 0.7 每平方釐米仟克, 總損失水頭為 1.7 米, 問流量若干?

(42) 在水深 8.0 米之水槽之底面上, 垂直樹立一鐵管, 其長為 25 米, 直徑為 0.15 米, 向空中噴水, 噴出口之直徑為 0.1 米, 假定水面之高無變化, 且無論何處, 皆無損失, 問在水面下 9.0 米及 15.0 米之處之鐵管中的水壓如何?

(43) 用鐵管向大水槽中引水, 最初之鐵管之直徑為 0.15 米, 傾斜角為 45° , 在水面下 40 米之處即為水平, 此處另用直徑 0.1 米之鐵管連結之. 其次再用直徑 0.08 米之鐵管連結之, 由此傾斜向下, 在水面下 50 米之處, 即向空

中放流，假設噴出口之直徑為 dm ，在 1.0 米之處的水壓為 2.3 每平方釐米仟克，(a) 求 dm 之值。(b) 流出之水量幾何？(c) 畫一動水傾斜線（但假定無摩擦損失）。

(44) 用一末尾漸次擴大之水平管，連結兩水槽，管之最小直徑為 0.05 米，兩水槽之水面高度，相差 2.0 米，即管徑較大一方之水槽，比管徑較小一方之水槽，其水面實低 2.0 米，若在直徑最小之處，其水壓為絕對真空時，(a) 則他端之最大直徑為幾許？(b) 流量如何？但管之中心，在較高一方之水面下 4.0 米之處，且假定無水頭損失。

(45) 用直徑 0.9 米之鐵管，由池內吸水至 100 米之高處，欲在頂上常保持其水壓為 21 每平方釐米仟克，假設 1 秒間之水量為 1.5 立方米，管中之摩擦及唧筒內之損失水頭為 5.0 米，則唧筒應需之馬力幾何？

(46) 向水車引水之導水管的直徑為 1 米，水車之出口較入口低 1 米，直徑為 2.0 米，入口之水壓為 10.5 每平方釐米仟克，出口之水壓為 0.7 每平方釐米仟克，水量為 0.6 每秒立方米，問水所給與水車之能力 (energy) 幾何？

(47) 當行離心唧筒之實驗時，直徑 0.25 米之吸上管內之水壓為 360 毫米之真空，直徑 0.2 米之排水管內之水壓，為 2.2 每平方釐米仟克，一秒間之排水量為 0.03 立方米。假設極壓力計之，中心間之垂直距離為 1.0 米。則唧筒之馬力為幾何？

第六章

孔口吞口及嘴管之流水

36. 銳刃型孔口 (sharp-edged orifice).

銳刃型孔口, 如圖 65 所示, 在水槽之內壁之同一平面上, 有一四方銳刃型之孔口, 由此孔口流出之水, 有次述之性質: 因水由孔口流出, 故噴出口之斷面積比較孔口之面積稍小, 其所以成如此之現象者, 因水之分子, 沿壁面向孔口之中心流, 即其周圍之分子, 皆向中心集中, 當其到達孔口之際, 方向急激變更, 故在 CD 處之面積為最小, 此斷面積之最小部分, 稱之曰縮脈 (vena contracta). 若上述之孔口為圓形, 則 CD 與 AB 之距離, 大概為 AB 之 $\frac{1}{2}$, 即為孔口直徑之 $\frac{1}{2}$ 到達最

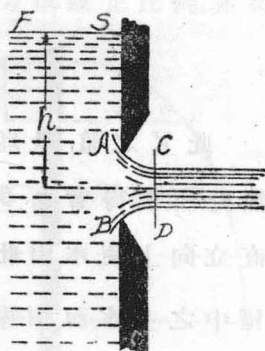


圖 65

小面積 CD 部分之水, 無水平加速度. 若將空氣之抗力省略, 則 CD 部分之水所受外力之作用, 僅圍繞其周圍之大氣壓力與地心之引力而已. 故噴出口 (jet) 內之水壓, 與圍繞噴出

口之周圍之氣體壓力，不可不相等。又當 AB 孔口，比較狹小時則可假定在 CD 斷面上，無論任何點之流速，皆是一樣。

如圖 65 之水槽 ES ，比較孔口 AB 甚大。例如將孔口 AB 打開，使水流出，而 ES 之水面，殆不下降者，其原因蓋因其下方之接近流速 (velocity of approach) 甚小，雖認為無有，亦無大礙。若假定摩擦及其他之損失皆無，則就 ES 面與 CD 面 (最小斷面)，應用伯魯利定理研究之，并在孔口之中心處取基面，設 ES 之位置之高為 h ，其壓力水頭，即為大氣壓，等於 $\frac{p_a}{W}$ ， CD 面之速度水頭為 $\frac{V^2}{2g}$ ，其壓力水頭，即為大氣壓，而位置水頭等於零。故

$$\frac{p_a}{W} + 0 + h = \frac{p_a}{W} + \frac{V^2}{2g} + 0.$$

$$\therefore V = \sqrt{2gh}.$$

此 V 之值，是理想的，即假定摩擦及其他一切之損失皆無時所求得者也。與物理學上落體之公式相同。故將此孔口直立向上使水由此孔口噴出，則噴出水之高度，不能不與水槽中之上水面相等，此其所以稱 $h = \frac{V^2}{2g}$ 為速度水頭，即由此速度水頭，可生水之速度 V 故也。不過實際上，因空氣之阻力及水與孔口間之摩擦等關係，噴出之水，決不能到達 h 之高。

37. 速度係數 (coefficient of velocity).

由噴出口噴射之水的速度，實際上，較前述之 $V = \sqrt{2gh}$ 之

數稍小,此事可由實驗證明之,此種之差,固由孔口與水之摩擦而起,然亦因水之自身,非完全流體所致.據實驗之結果,此速度之損失,約為2%,故實際之速度如次:

$$\text{實際之速度} = 0.98\sqrt{2gh} = C_v\sqrt{2gh} \dots\dots\dots(73)$$

此0.98稱為速度係數,通常用 C_v 表之.當水頭在100米以內,其水頭之損失,大概一定.故計算速度時,取0.98為速度係數,決無大礙.

在(73)式,若孔口在垂直壁上,而噴出水橫向噴射時,則在一般想像,以為在孔口中任何之點,不能不有同一之水頭 h ,殊此事全不可能.又 h 為在孔口之中心上的水高, $V = \sqrt{2gh}$ 之 V ,更非平均值可知.何則? V 與 h 之平方根成正比例,非與 h 之本身成正比例故也.惟

在實際上,其差甚微,可用速度係數補正之.如上述,因速度 V 與 h 之平方根成正比例,故如圖66所示, V 之曲線為一拋物線.由此觀之,雖在同一之孔口中,若水頭 h 較大,則速度之差較

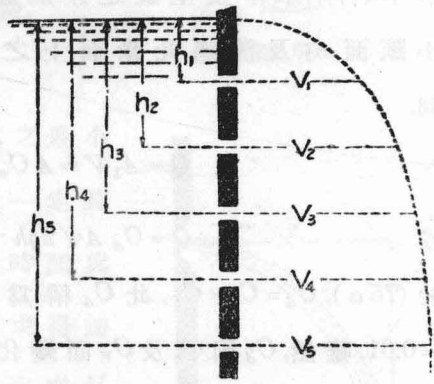


圖 66

小,若水頭 h 漸次減小,則雖在同一孔口中,相異點上速度之差,亦必漸次增大.故在水頭較小之際,上述之公式,雖不能直接使用,但在水頭較孔口之縱長為大時,亦得適用之.

38. 縮流係數 (coefficient of contraction).

縮流係數 C_c 為噴出口之最小斷面積與孔口面積之比，惟此係數，因孔口之大小及水頭之高低不同，其值亦略有變異，平均為 0.62。如圖 65，設噴出水之最小斷面 CD 之面積為 A_1 ，孔口 AB 之面積為 A ，則縮流係數 C_c 得如次式表之：

$$C_c = \frac{A_1}{A} = 0.62 \dots \dots \dots (75)$$

39. 流量係數 (coefficient of discharge).

流量 Q 等於噴出口之斷面積 A_1 ，及通過此斷面積之流速 V 之相乘積。若取孔口之面積為斷面，則不能不用孔口之流速。雖然，如圖 65 所示，由孔口 AB 至斷面 CD 間，各流線皆不平行，有水平及垂直之分加速度，計算上頗屬困難，故用最小斷面 A_1 及流過此斷面上之流速 V 以計算流量，比較便利。

$$Q = A_1 V = A C_c C_v \sqrt{2gh}$$

或
$$Q = C_d A \sqrt{2gh} \dots \dots \dots (75 a)$$

於 (75 a)， $C_d = C_c \times C_v$ ，此 C_d 稱為流量係數，平均為 $0.62 \times 0.98 = 0.61$ 。雖然， C_d 因 C_c 及 C_v 而變化，不能一定，故欲求正確之值，不能不一一由實際上求得之。

以上所述之速度係數，縮流係數及流量係數，全部皆為無名數，即無尺寸的。故無論為米制，或英制，皆不能直接應用，若 V 用每秒米， A 用平方米之單位計算之，則

流量 Q 之單位，當用每秒立方米表之。若 V 用每秒呎， A 用平方呎，則 Q 之單位，當用每秒立方呎表之。

40. 係數之數值決定法。

(a) 縮流係數。直接計算縮流係數之唯一方法，如圖 67 所示，在水流之縮小部分之各點上，用規 (gauge) 一一測量其直徑。當測量時，常加減針頭，務使水流之表面與針頭密相接觸，惟因噴出水之大，不能常保一定，故用此方法，難免不有幾分誤差。至於間接之方法，則先求得流量係數與速度係數，然後由計算而求縮流係數，

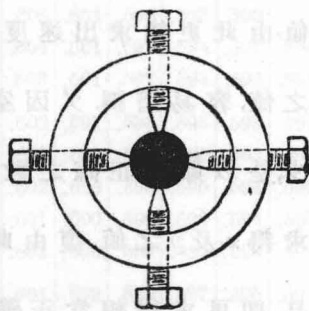


圖 67

即
$$C_c = C_d \div C_v$$

(b) 速度係數。若噴出水之最小斷面積正確判明時，則測定一定時間內之流出量，由其噴出之時間與噴出水之最小斷面積，容易求得通過此斷面積中之水的平均速度 V 。由是，即可求得速度係數。又不用斷面積，直接在噴出水之通路中，由數點之座標之距離，亦可求得速度係

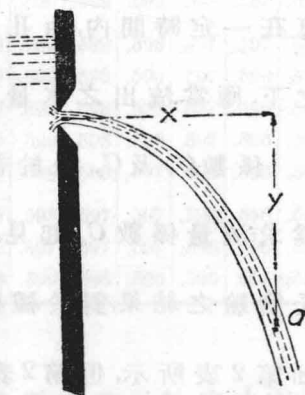


圖 68

數。若水之微分子，以 V 之速度，由孔口噴出，設 t 秒間即到達 a 點（如圖 68）則 $x = Vt$, $y = \frac{gt^2}{2}$ 。由此二式，將 t 消去，則

$$x^2 = \frac{2V^2}{g}y$$

由上式觀之，只知 a 點之座標距離 x 及 y ，即可求出 V 之值，由此更能求出速度係數。用此方法之誤差，不特計算 x 及 y 之值，容易錯誤。又因空氣之抗力，噴出水之速度，亦從而減少，是以難得正確之數值。惟以充分之注意，就多數之點，細心求得 x 及 y 之值，復由此求得之速度係數，再取其平均值。如是，即可求得相當正確之速度係數。

(c) 流量係數。 流量係數，容易由前二係數求得之，即計算在一定時間內，由孔口實際流出之水量，與夫在理想條件之下，應當流出之水量，求其二者之比可也。

係數 C_v 及 C_e ，對於吾人雖不必要，惟係數 C_d 則常用之。故為求流量係數 C_d 起見，常作多數之實驗。據 Hamilton Smith 氏實驗之結果，對於種種直徑之孔口及水頭，其流量係數，有如第 2 表所示，但第 2 表所示之流量係數 C_d ，其水之流出口，係在垂直壁上之銳刃圓形孔口，且水為完全收縮時之情形。

第2表 流量係數 C_d (銳刀圓形孔口)

水頭 h		直徑												
呎	厘米	0.02	0.03	0.04	0.05	0.07	0.10	0.12	0.15	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00
		厘米 0.6 呎	0.9	1.2	1.5	2.1	3.0	3.7	4.6	6.1	12.2	18.3	24.4	30.5
0.4	12			.637	.631	.624	.618	.612	.606					
0.5	15		.643	.633	.627	.621	.615	.610	.605	.600	.596	.592		
0.6	18	.655	.640	.630	.624	.618	.613	.609	.605	.601	.596	.593	.590	
0.7	21	.651	.637	.628	.622	.616	.611	.607	.604	.601	.597	.594	.591	.590
0.8	24	.648	.634	.626	.620	.615	.610	.606	.603	.601	.597	.594	.592	.591
0.9	27	.646	.632	.624	.618	.613	.609	.605	.603	.601	.598	.595	.593	.591
1.0	30	.644	.631	.623	.617	.612	.608	.605	.603	.600	.598	.595	.593	.591
1.2	37	.641	.628	.620	.615	.610	.606	.604	.602	.600	.598	.596	.594	.592
1.4	42	.638	.625	.618	.613	.609	.605	.603	.601	.600	.599	.596	.594	.593
1.6	49	.636	.624	.617	.612	.608	.605	.602	.601	.600	.599	.597	.595	.594
1.8	55	.634	.622	.615	.611	.607	.604	.602	.601	.599	.599	.597	.595	.595
2.0	61	.632	.621	.614	.610	.607	.604	.601	.600	.599	.599	.597	.596	.595
2.5	67	.629	.619	.612	.608	.605	.603	.601	.600	.599	.599	.598	.597	.596
3.0	91	.627	.617	.611	.606	.604	.603	.601	.600	.599	.599	.598	.597	.597
3.5	107	.625	.616	.610	.606	.604	.602	.601	.600	.599	.599	.598	.597	.596
4.0	122	.623	.614	.609	.605	.603	.602	.600	.599	.599	.598	.597	.597	.596
5.0	152	.621	.613	.608	.605	.603	.601	.599	.599	.598	.598	.597	.596	.596
6.0	183	.618	.611	.607	.604	.602	.600	.599	.599	.598	.598	.597	.596	.596
7.0	213	.616	.609	.606	.603	.601	.600	.599	.599	.598	.598	.597	.596	.596
8.0	244	.614	.608	.605	.603	.601	.600	.599	.598	.598	.597	.596	.596	.596
9.0	374	.613	.607	.604	.602	.600	.599	.599	.598	.597	.597	.596	.596	.595
10.0	505	.611	.606	.603	.601	.599	.598	.597	.597	.597	.597	.596	.596	.595
20.0	610	.601	.603	.599	.598	.597	.596	.596	.596	.596	.596	.596	.595	.594

41. 水頭低孔口大之情形.

若孔口之縱長,比較水頭為大時,則通常用於空中放流之簡單公式 $Q = C_d A \sqrt{2gh}$. 在此不甚適當,蓋因流水速度,對

於孔口之斷面，不為一定故也。然當水頭之大，僅為孔口之縱長之二倍以上時，則其誤差甚小，雖省略之，亦無大礙。

(a) 圓形孔口。圖 69 之 h ，為圓形孔口之中心上之水頭。假設在圓內任意之點，向水平方向，取微小之面積 dA ，通過 dA 流出之水量為 dQ ，則

$$\begin{aligned} dQ &= dA \cdot V = 2\sqrt{R^2 - y^2} dy \sqrt{2g(h-y)} \\ &= 2\sqrt{2g}(R^2 - y^2)^{\frac{1}{2}}(h-y)^{\frac{1}{2}} dy \end{aligned}$$

取 y 之兩端之值為 $-R$ 及 $+R$ 而積分之，則能算出通過此圓形孔口全體之流量。如此，將 $(h-y)^{\frac{1}{2}}$ ，照二項式定理展開，即

$$(h-y)^{\frac{1}{2}} = h^{\frac{1}{2}} - \frac{h^{-\frac{1}{2}}}{2}y - \frac{h^{-\frac{3}{2}}}{8}y^2 - \frac{h^{-\frac{5}{2}}}{16}y^3 \dots$$

$$\begin{aligned} \therefore dQ &= 2\sqrt{2g} \left[(R^2 - y^2)^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{2}} - \frac{(R^2 - y^2)^{\frac{1}{2}}}{2h^{\frac{1}{2}}} y - \frac{(R^2 - y^2)^{\frac{1}{2}} y^2}{8h^{\frac{3}{2}}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(R^2 - y^2)^{\frac{1}{2}} y^3}{16h^{\frac{5}{2}}} - \dots \right] dy. \end{aligned}$$

就上式之各項分別積分之，則得

$$Q = \pi R^2 \sqrt{2gh} \left(1 - \frac{R^2}{32h^2} - \frac{5R^4}{1024h^4} - \frac{105R^6}{65537h^6} - \dots \right) \dots \dots \dots (79)$$

公式 (79) 之 Q ，乃正確的理論的流量，檢查括弧內之數值，皆比 1 小，故由此公式所算出之流量 Q ，較之水頭大，孔口小時之流量 $\pi R^2 \sqrt{2gh}$ 為小，恰與吾人之豫想一致。

今括號內之數值，就 $\frac{h}{R}$ 之各種數目計算之：若 $\frac{h}{R} = 2$ ，即水

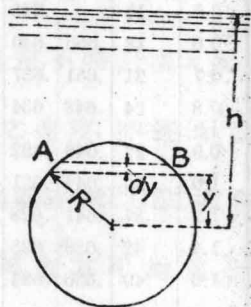


圖 69

頭恰與孔口之直徑相等時，則括弧內之值為 0.992；若 $\frac{h}{R}=4$ ，或 $h=2d$ 時，則括弧內之數值為 0.998。由此等之數值觀之，可知不必一定應用公式 (79)，始可求出水量；若水頭低孔口大，則立即應用 $Q=C_d A\sqrt{2gh}$ 之簡單公式亦可求得水量。至 C_d 之值，可由第 2 表求得之。

(b) 矩形孔口。圖 70 所示為矩形孔口。設 dQ 為與水面平行之微小面積內所流出之水量，則

$$dQ = dA \cdot V = bdy\sqrt{2g(h-y)}$$

設 y 之上下之值，各為 $-\frac{d}{2}$ 及 $+\frac{d}{2}$ ，并

將 $(h-y)^{\frac{1}{2}}$ 照前法展開之，則

$$Q = b\sqrt{2gh} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \left(1 - \frac{y}{2h} - \frac{y^2}{8h^2} - \frac{y^3}{16h^3} - \frac{5y^4}{128h^4} \dots \right) dy$$

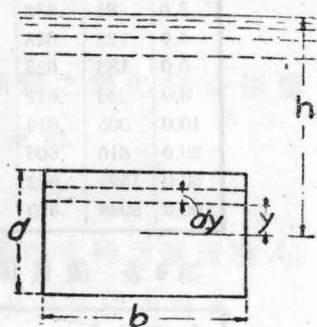


圖 70

$$Q = bd\sqrt{2gh} \left(1 - \frac{d^2}{96h^2} - \frac{d^4}{2048h^4} - \dots \right) \dots \dots \dots (80)$$

同樣，括弧內之數值比 1 小，若 $h=d$ ，則其數值為 0.989， $h=2d$ ，其數值為 0.997。故一般 h 在 d 之二倍以上時，則流量公式應為

$$Q = C_d A\sqrt{2gh}$$

此處使用 C_d 之值，可由第 3 表及第 4 表檢得之。第 3 表所示，為正方形孔口之流量係數，係 Hamilton Smith 氏所求得

者.第4表爲矩形孔口之流量係數,係 Fanning 氏所求得者.

第3表 流量係數 C_d (正方形孔口)

水頭 h		正方形之一邊之長						
呎	cm	0.02呎 0.6 釐	0.04 1.2	0.07 2.10	0.1 3.0	0.3 6.1	0.6 18.3	1.0 30.5
0.4	12	—	0.643	0.628	0.621	—	—	—
0.6	18	0.660	.636	.623	.617	.605	.598	—
0.8	24	.652	.631	.630	.615	.605	.600	.597
1.0	30	.643	.628	.618	.613	.605	.601	.599
1.5	46	.640	.621	.613	.609	.605	.603	.601
2.0	61	.637	.619	.612	.608	.605	.604	.602
2.5	76	.644	.617	.610	.607	.605	.604	.602
3.0	81	.632	.616	.609	.607	.605	.604	.603
4.0	122	.628	.614	.608	.606	.605	.603	.602
6.0	183	.623	.612	.607	.605	.604	.603	.602
8.0	244	.619	.619	.606	.605	.604	.603	.602
10.0	305	.616	.608	.605	.604	.603	.602	.601
20.0	610	.606	.604	.602	.603	.602	.601	.600
50.0	1525	.602	.601	.601	.600	.600	.599	.599
100.0	3048	.599	.598	.598	.598	.598	.598	.598

第4表 流量係數 C_d (矩形孔口其寬爲1呎)

水頭 h		孔口之高度						
呎	cm	0.125呎 3.8 釐	0.25 7.6	0.50 15.2	0.75 23.0	1.0 30.5	1.5 45.7	2.0 61.0
0.4	12	.634	.633	.632	—	—	—	—
0.6	18	.633	.633	.619	.614	—	—	—
0.8	24	.632	.633	.618	.612	.608	—	—
1.0	30	.632	.632	.618	.612	.606	.626	.628
1.5	46	.630	.631	.618	.611	.605	.626	.626
2.0	61	.628	.630	.617	.611	.605	.624	.630
2.5	76	.628	.628	.616	.611	.605	.616	.627
3.0	91	.627	.627	.616	.610	.605	.614	.619
4.0	122	.624	.624	.614	.609	.605	.612	.616
6.0	183	.615	.615	.609	.604	.602	.606	.610
8.0	244	.609	.607	.608	.602	.601	.602	.604
10.0	305	.606	.603	.601	.601	.601	.601	.602
20.0	610				.601	.601	.601	.602

42. 應當注意之要點.

對於孔口, 上述之各種理論及公式, 其適用之範圍如下:

(a) 水槽之表面積, 須較孔口之面積為大, 即接近水頭, 幾等於零.

(b) 水槽內之水的自由面及噴出水之出口處, 皆受同一之大氣壓.

(c) 孔口為銳刃型.

(d) 無縮流之抑壓, 須為完全縮流.

若與以上之條件相反, 則與之起相嘗之變化, 完全影響於流量, 上述之一切公式, 皆不能直接使用.

43. 接近水頭.

當接近孔口之水之速度, 比較甚速, 即水槽之斷面積 A_1 , 較孔口之面積不甚大時, 則將此接近水頭省略之可也.

圖 71 所示, 接近水速為 V_1 , 無論在水槽中任何之點皆相等. 故命 V_1 為平均速度.

應用伯魯利定理於 (1), (2)

兩處, 則得次式:

$$\frac{p_a}{W} + \frac{V_1^2}{2g} + h = \frac{p_a}{W} + \frac{V_2^2}{2g} + 0.$$

$$\therefore V_2 = \sqrt{2gh + V_1^2} \dots (83)$$

圖 71



上式之 V_2 為噴出水之速度, 係在無摩擦及無其他各種損失之理想狀態中所求得之速度. 今設孔口之斷面積為

A_0 ，則依連續流之法則，得

$$A_1 V_1 = C_d A_0 V_2$$

$$V_1 = \frac{C_d A_0 V_2}{A_1}$$

以之代入(83)式，

$$V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{A_0 C_d}{A_1}\right)^2}}$$

故 實際之水速 $V_2 = C_v \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{A_0 C_d}{A_1}\right)^2}}$

$$\begin{aligned} \text{實際之流量 } Q &= C_c \times C_v A_0 \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{A_0 C_d}{A_1}\right)^2}} \\ &= A_0 \sqrt{\left(\frac{1}{C_d}\right)^2 - \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2} \dots\dots\dots (83a) \end{aligned}$$

就公式(83a)觀之，式中無接近速度 V_1 ，僅有水槽之斷面積 A_1 及孔口之斷面積 A_0 而已。然當誘導此式之際，已假定接近水速 V_1 ，無論在任何地點皆相等，不過事實上卻不然，接近水面之速度比較增大，故上式難免不有誤差，惟其誤差甚小，一般仍無大礙。

44. 沉溺孔口 (submerged orifice).

如圖 72 所示，若由孔口噴出之水，在水面下時，則稱之曰沈溺孔口。由此孔口流出之水速，與 $\sqrt{2gh}$ 相等。此時之 h ，表兩水頭之差。又兩水面皆在同一大氣壓力之下，則就(1)，(2)兩處，將伯魯利定理應用之，則得

$$10.36 + 0 + h_1 = (10.36 + h_2) + \frac{V_2^2}{2g} + 0.$$

$$\therefore V_2^2 = 2g(h_1 - h_2)$$

$$\therefore V_2 = \sqrt{2gh}$$

又命 A 為孔口之面積，則

$$Q = C_d A \sqrt{2gh}.$$

然此時之 C_d ，較之向空中自由噴出時之 C_d 稍小。

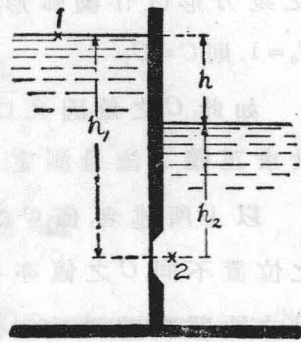


圖 72

45. 孔口之形狀

速度係數 C_v 幾與 1 相等，故 C_d 之值，因縮流係數 C_c 之值而定，即 C_d 之值，因孔口之形狀而變化。以上所載孔口之形狀，為銳刃型，即噴出水，只與銳刃型之緣邊接觸。由是而噴出空中，所謂標準孔口云者，即指此種形狀而言。圖 73 (a) 所示者，為噴出水之中心軸與銳刃成 90° 之角度。(b) 所示者，雖不為銳刃型，但其結果與 (a) 相同。故得使用同樣之係數。惟當孔口之壁過厚，則如後章所述，有相異之結果，此點不可不特別留意。(c) 所示者，與 (a) 之方向相反，噴射水雖亦生縮小部分，

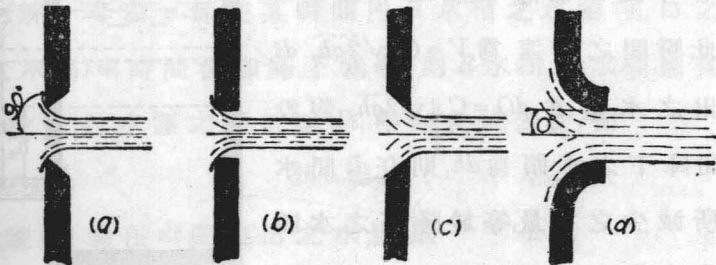


圖 73

但與銳刃型之傾斜，有極大之關係。(d)所示者，係將(c)之銳刃形改作圓弧形，其形狀恰與水之縮小部分相同，若 $C_o = 1$ ，則 $C = C_v$ 。

如此， C 之值，因孔口之形狀而異，大約由0.6乃至1.0為止。欲求正確之流量測定，只限於使用標準孔口而已。

以上所述者，僅 C 之值，隨孔口之形狀而變化。惟因孔口之位置不同， C 之值亦各異，即孔口之對於水槽之側面或底面之距離之差異， C 值亦大受影響。例如圖 74 所示，為極端之情形，當孔口之一端與底面相接近時，則底部全無縮流之作用。據實驗之結果，由底面或側面到孔口之距離，至少非在孔口三倍以上，不能得完全之收縮。

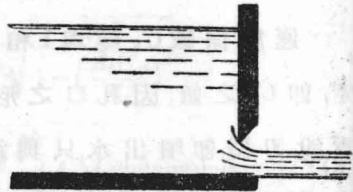


圖 74

46. 在低下水頭之下的排水。

水頭有變化，流量亦不能不有變化。如圖 75 所示，當在打開孔口之瞬間，水頭之高為 h_1 ，經過 t 時間後，其水頭即下降為 h_2 。今設在任意瞬間之水頭為 h ，則在此瞬間之水速為 $V = C_v \sqrt{2gh}$ ， dt 間流出之水量為 $dQ = CA\sqrt{2gh}$ 。假設在 dt 間降下之水頭為 dh ，則在 dt 間，水槽中所減少之水量，等於降下之水頭 dh 及與水槽之面積 A_1 之相乘積，即

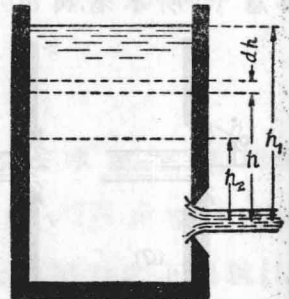


圖 75

$$dQ = A_1 \cdot dh, \text{ 故}$$

$$= A_1 \cdot dh = CA\sqrt{2gh} \cdot dt$$

(因 dt 增加, dh 即減少, 故符號為負).

$$\therefore dt = -\frac{A_1 dh}{CA\sqrt{2gh}}$$

$$t = -\frac{A_1}{CA\sqrt{2g}} \int_{h_1}^{h_2} h^{-\frac{1}{2}} dh.$$

$$\therefore t = \frac{2A_1}{CA\sqrt{2g}} (h_1^{\frac{1}{2}} - h_2^{\frac{1}{2}}) \dots \dots \dots (86)$$

【例】如圖 76 所示, 有兩個水槽 A 及 B , 用一面積為 $a = 0.025$ 平方米之正方形標準孔口連結之, 孔口之中心, 在底面上 1.0 米之處, A 水槽之面積為 10 平方米, B 水槽之面積為 20 平方米, A 水槽之水深為 4 米, B 水槽之水深為 2 米. 問需若干時間, 兩水槽之水深始得相等?

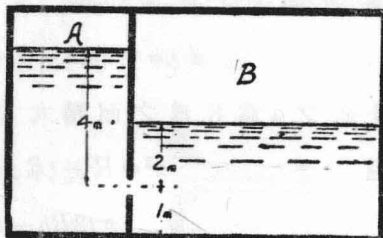


圖 76

【解】今設 y 為在某瞬間內 A 水槽之水頭(孔口之中心上之水高) dt 時間後, 即降下為 dy , 則 B 水槽之水頭, 應升高為 $\frac{1}{2}dy$. 故有效水頭之減低為 dh , 得如次式表之, 即

$$dh = \frac{3}{2}dy.$$

設 dQ 為在 dt 間流出之水量, 則

$$dQ = Ca\sqrt{2gh}dt$$

$$dQ = 10 dy = \frac{20}{3} dh,$$

$$-\frac{20}{3} dh = C_a \sqrt{2gh} = 0.6 \times 0.025 \times 1.4 \times h^{\frac{1}{2}} dt.$$

$$\therefore t = -317.4 \int_2^0 h^{\frac{1}{2}} dh = 997.75 \text{ 秒}.$$

〔例〕 有半徑為 R 之半圓形水槽，欲使其中所盛之水，完全流空，應需若干時間？

〔解〕 設半圓形水槽之水面高，由 H_1 降低至 H_2 時，所要之時間為 t ，水面高 h 時，其水面長之半為 x ， dt 間之流量為 dQ ，水面高之差為 dh ，則

$$dQ = \pi x^2 dh = C_a a V dt = C_a a \sqrt{2gh} dt.$$

上式之 a 為孔口之面積，

但

$$x^2 = R^2 - (R - h)^2 = 2Rh - h^2.$$

$$\therefore dt = \frac{\pi(2Rh - h^2)dh}{C_a a \sqrt{2gh}} = \frac{\pi(2Rh - h^2)h^{-\frac{1}{2}}dh}{C_a a \sqrt{2g}}$$

$$\begin{aligned} \therefore t &= \frac{\pi}{C_a a \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} (2Rh^{\frac{1}{2}} - h^{\frac{3}{2}}) dh \\ &= \frac{\pi}{C_a a \sqrt{2g}} \left[\frac{4}{3} Rh^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} h^{\frac{5}{2}} \right]_{H_2}^{H_1} \\ &= \frac{2\pi}{C_a a \sqrt{2g}} \left\{ \frac{2}{3} R(H_1^{\frac{3}{2}} - H_2^{\frac{3}{2}}) - \frac{1}{5} (H_1^{\frac{5}{2}} - H_2^{\frac{5}{2}}) \right\}. \end{aligned}$$

若欲使水槽內最初充滿之水完全流盡時，所要之時間為 t ，則以

$$H_1 = R, H_2 = 0 \text{ 可也}.$$

即
$$t = \frac{2\pi}{C_d a \sqrt{2g}} \left(\frac{2}{3} R^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{5} R^{\frac{5}{2}} \right) = \frac{14\pi R^{\frac{3}{2}}}{15 C_d a \sqrt{2g}}$$

47. 唇口 (mouth piece).

在水槽之側壁或底面，所開一切之孔，皆曰孔口，故孔口之管壁之厚，較之孔口之直徑或一方側面之長，非常薄弱。至於唇口，則為一管，其長約為孔口之直徑之二倍，乃至三倍左右。管之大小，有全體一律者，有管之末端擴大，或末端縮小者，形式極不一樣。

若在孔口之上，附以唇口，則水速及流量，皆發生變化。至於速度，則因摩擦抵抗，渦流衝擊等之增加，一般皆比較減小。流量則因噴射水之斷面積之擴大，反而比較增加。

圖 77 (a) 所示者，孔口之出口，非常圓滑，噴射水之斷面，完全一樣，幾不發生縮小現象。故流量係數 $C_d = 0.98 \pm$ ，惟當其曲面太急，則亦多少發生縮流。

(b) 所示者，係在標準孔口之上，附以較短之唇口，其長大概為孔口直徑之 2 倍乃至 $2\frac{1}{2}$ 倍。在孔口內，噴射水之斷面縮小，及至管中，則又擴大，完全充滿於筒內，如圖所示。

當水由唇口向空中噴射時，水頭低，固成亂流，水頭高，則以放射狀發散，

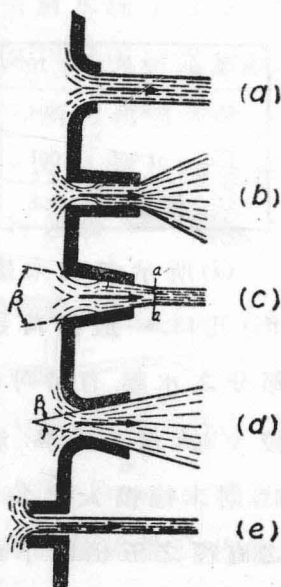


圖 77

孔口內縮小部之水壓，在大氣壓以下，水向空中噴射時之速度係數 C_v ，據 Weisbach 氏之實驗，平均為 $0.82 \pm$ 。

$$\left. \begin{aligned} \therefore V &= 0.82\sqrt{2gh}, \\ \text{或 } Q &= 0.82A\sqrt{2gh}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (89)$$

(c) 所示之孔口，有一末端縮小之短圓錐管，其應用之範圍頗廣，如消防用及工業用等，皆利賴之。惟噴出吞口之水，在 aa 處有多少縮小，但若將角度 β 減小，則其縮小亦隨之而減。反之，速度係數，則因 β 之減少而增加，當 $\beta = 180^\circ$ ，即圓錐管與孔口等大時，則其速度係數為最大。據 D'Aubisson 氏及 Castel 氏之實驗，其各種係數，有如第 5 表所示。

第 5 表

角度 β	$0^\circ 0'$	$3^\circ 10'$	$7^\circ 52'$	$10^\circ 20'$	$13^\circ 24'$	$19^\circ 28'$	$29^\circ 53'$	$48^\circ 50'$
C_v	.829	.894	.931	.950	.962	.970	.975	.984
C_c	1.000	1.001	.998	.987	.983	.985	.919	.861
C	.829	.895	.929	.938	.946	.924	.896	.847

(d) 所示者，為末端擴大之圓錐形的孔口，或文德利 (Venturi) 孔口，一般稱為短而圓滑末端擴大之吞口。在吞口最小部分之水壓，有時可使之在大氣壓以下，至該處之流速，亦可較 $\sqrt{2gh}$ 增大 55%。若噴射水不入水中，例如直向空中噴射時，則末端擴大之角度，在 7.5 度以上，或吞口之長，為咽喉部之直徑之五倍以下或十倍以上。當水頭甚高時，間有吞口內之水，不能完全充滿者，在吞口之下流末端，其流量係數，普通

較 0.8 爲小。若角度 β 爲 5° 乃至 8° ，吞口之長，爲咽喉部之直徑之 10 倍時，則設咽喉部之面積爲 A ，流量 Q 得如次式表之，即

$$Q = 1.5A\sqrt{2gh}$$

(e) 所示者，稱爲波打式之吞口，吞口之長爲直徑之半。當水速增大，即 $V = 0.99\sqrt{2gh}$ ，而噴射水之縮小，較之標準孔口，特別增大，故流量 $Q = 0.53A\sqrt{2gh}$ 。上式之 A ，表吞口之面積。若將吞口之長，增加爲直徑之 2 倍乃至 3 倍時，則流量 Q 亦同時增大。故

$$Q = 0.72A\sqrt{2gh}$$

48. 嘴管 (nozzle).

消防及工業所用之嘴管，爲不使其噴射水縮小起見，特用一種附有圓筒形套之圓錐形吞口。如圖 78 (a) 所示之形狀，單爲一種圓錐形；(b) 所示者，出口處平行，所以使噴射水不縮小，即平行噴射；(c) 圖所示，則爲嘴管之內面，係由彎曲面所形成，因此可使噴射水之各分子，作平行運動。

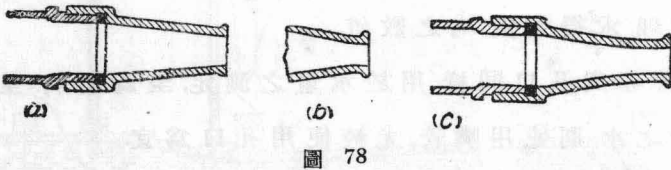


圖 78

此等嘴管，效率最好，故一般皆使用之。據 Freeman 氏之實驗，上述三種嘴管之中，無論任何一種，其流量係數 C ，皆等於 0.97。

於嘴管 $V = C_v \sqrt{2gh}$, $Q = C A \sqrt{2gh}$, 而 C 及 C_v 不可不由實驗求得之。惟此嘴管, 一般皆附着於管之末端, 故在此處, 有相當之接近水頭。然則欲求此時之速度, 則完全如第 43 節所述可也。即

$$V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{A_0 C}{A_1}\right)^2}}$$

又由 (83a), 流量 $Q = V_2 C A_0 = A_0 \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{1}{C}\right)^2 - \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}}$ 。此處之 A_0 為嘴管之面積, A_1 為管之面積

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{d_1^2}{d_0^2}$$

$$\therefore V_2 = C_v \sqrt{\frac{2gh}{1 - C^2 \left(\frac{d_0}{d_1}\right)^4}} \dots \dots \dots (91)$$

$$Q = A_0 \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{1}{C}\right)^2 - \left(\frac{d_0}{d_1}\right)^4}} \dots \dots \dots (91a)$$

若已知接近水頭, 則就管中及噴出水口, 可直接應用伯魯利定理, 求得速度 V_2 之數值。

嘴管亦與孔口同樣, 用於水量之測定, 至為便利。至於處理大量之水, 則使用嘴管, 尤較使用孔口為宜。

49. 損失水頭。

無論在孔口, 吞口, 或嘴管, 假設水在入口處之全水頭為 H , 噴射水之速度水頭為 $\frac{V^2}{2g}$, 損失水頭為 $K \frac{V^2}{2g}$, 則

$$H - K \frac{V^2}{2g} = \frac{V^2}{2g}, \quad \frac{V^2}{2g} = \frac{H}{HK}$$

$$\therefore V = \frac{1}{\sqrt{HK}} \sqrt{2gh}, \dots\dots\dots(92)$$

當使用嘴管時，噴射水完全充滿嘴管之出口之面積，無縮小之情事，則流量係數 $C = C_v$ ，即(92)式中之 $\frac{1}{\sqrt{1+K}} = C_v$ ，

$$\therefore C_v = \frac{1}{\sqrt{1+K}}, \text{ 或 } K = \frac{1}{C_v^2} - 1 \dots\dots\dots(92a)$$

在全水頭 H 之中，壓力水頭，自不待言，即接近速度水頭，亦不可不特加考慮。

50. 文德利表 (Venturi meter).

文德利表，係在西歷 1887 年，為 Clemens Herschel 氏所發明，為用於水量測定最優秀之表，將兩個嘴管之最小部分，使

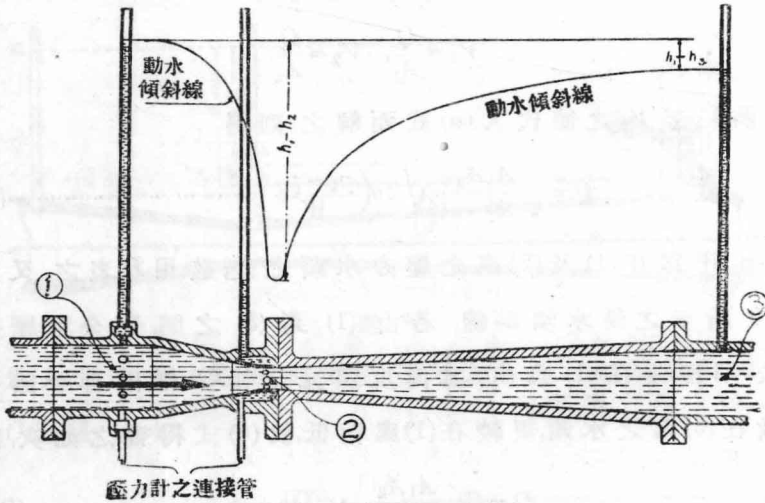


圖 79

其在中央連結，在其兩端之最大部分，各插一枝導水管，如圖 79 所示。若水向箭頭所示之方向流通，當其接近咽喉部即最小部時，水之速度，即行增大，故所與之相當的壓力水頭，勢不能不因而減少，由此壓力水頭之低下，即可以算出水流之速度。

與嘴管相異之點，即在最小部之水壓，雖可使之在大氣壓以上，亦可使之在大氣壓以下，與管中滿盛水時之嘴管相同，故嘴管之公式，可以直接使用。今應用伯魯利之定理，設 p_1 , V_1 , 及 A_1 為在 (1) 處之水壓，水速，及斷面積， p_2 , V_2 , 及 A_2 為在 (2) 處之水壓，水速，及斷面積，則

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{W} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{W} \dots\dots\dots (a)$$

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2.$$

$$\therefore V_1 = \frac{Q}{A_1}, \quad V_2 = \frac{Q}{A_2}.$$

將 V_1 及 V_2 之值代入 (a) 式而解之，則得

$$Q = \frac{A_1 A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}} \sqrt{2g \left(\frac{p_1 - p_2}{W} \right)} \dots\dots\dots (b)$$

$(p_1 - p_2)W$ 為在 (1) 及 (2) 處之壓力水頭之差，茲用 H 表之。又如圖 79 所示之動水傾斜線，若由 (1) 到 (3) 之間，完全無摩擦損失，則無論在 (1) 或 (3)，其高度須完全相等。惟因有摩擦損失，故在 (3) 處之水頭，須較在 (1) 處稍低，故 (b) 式得書之如次，即

$$Q = C \frac{A_1 A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}} \sqrt{2gh} \dots\dots\dots (94)$$

(94)式中之 C ,為流量係數,因文德利表之大小及水速之大小而變化,其數值極不一定,一般,若表之形狀小,咽喉部之水速亦小時,則 C 之值亦小.據彭修柏宜亞大學教授W. S. Parboe氏之實驗結果, C 之值如第6表所示.至其平均值,則約為0.975.

第 6 表

d_1	16吋	8吋	8吋	6吋	2吋	0.628吋
$\frac{d_1}{d_2}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$
C	0.978	0.972	0.976	0.973	0.964	0.958

於圖 80, 設 H 為公式 (94) 之理論上的壓力水頭之差, h 為實際測得之壓力水頭(稱之曰 Venturi head), h 較理論上之

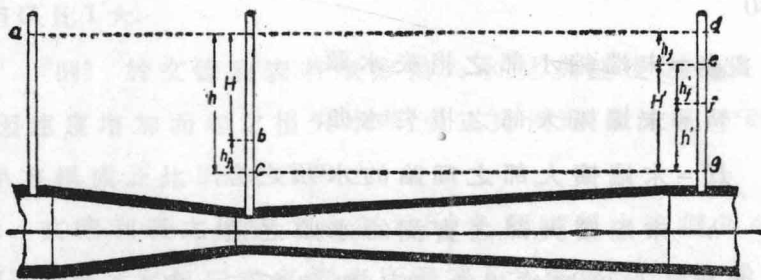


圖 80

H 為大,其所大之數,恰與摩擦損失之水頭 h_f 相等,故公式 (94) 之 C 之值,如次:

$$C = \sqrt{\frac{H}{h}} \dots\dots\dots(95)$$

文德利表內之水頭損失，一部分因摩擦而起，一部分因斷面積發生變化，水起衝突所致。故實際上之 C 之數值，無論在任何速度，皆不一定，惟其差甚小而已。

又，若原管之斷面積，與咽喉部之斷面積之比增大時，則在咽喉部之水壓即減小，若在絕對壓力水頭，咽喉部之水壓，在 2.4 m 以下時，則因水中之瓦斯及水蒸氣之分離，有阻礙水之流通。故當製造文德利表之際，務使原管之斷面積，與咽喉部之斷面積之比，不至過大，以免咽喉部之水壓，降至 2.4 米以下。

同一表中，在其末端縮小部與末端擴大部，其係數 C 亦各不相同，如前所述。在末端縮小部，其理論的水頭 H ，比較實測之水頭 h 為小；在末端擴大部，則恰相反，即 H' 較 h' 為大。於

圖 80

設 h_f = 末端縮小部之損失水頭，

h'_f = 末端擴大部之損失水頭，

H' = 末端擴大部之理論的水頭之差，

h' = 末端擴大部之實測的水頭之差。

若無一切摩擦等損失，則如點線所示， a 與 d 不能不一樣的等高，若僅計及末端縮小部之損失，則 d 即降下至 e 。若更計及擴大部之損失，則 e 又當降下至 f 。然若僅就末端縮小部論之，則由公式 (95)

$$H = C^2 h.$$

然 $h_f = h - H.$

故 $h_f = h(1 - C^2) \dots\dots\dots(96)$

假設末端擴大部之係數為 C' ，若此部無損失，則水當上昇至 e ，惟實際只能至 f ，不能再往上升，故咽喉部與右端之最大斷面部之間，其壓力水頭之差，不可不為 gf 。如是，則流量 Q 如次：

$$Q = \frac{a_1 a_2}{\sqrt{a_1^2 - a_2^2}} \sqrt{2gH'} = C' \frac{a_1 a_2}{\sqrt{a_1^2 - a_2^2}} \sqrt{2gh'}$$

$$\therefore H' = C'^2 h. \dots\dots\dots(96a)$$

然 $h'_f = H' - h'.$

$$\therefore h'_f = h'(C'^2 - 1). \dots\dots\dots(96b)$$

由圖 80, $fg = dg - df.$

或 $h' = h - h_f - h'_f, \dots\dots\dots(96c)$

但 C' 比 1 大。

〔例〕於文德利表，若摩擦損失水頭，與速度之損失水頭（因速度增加而起之損失水頭）成正比例時，則流量僅與 h 之平方根成正比例。試證明之。

文德利表之原管之直徑為 8.0 米，咽喉部之直徑為 4.0 米， $C = 0.97$ ，用水銀示差氣壓表所量得 h 之高為 30.2 毫米，求此時之流量為若干？

若末端擴大部之摩擦損失，為末端縮小部之摩擦損失之二倍。當其得同上之流量，則文德利表之全體損失水頭為若干？

〔解〕 此問題之全損失，假定僅由摩擦作用而起，當 $h_f \propto H$ 時， C 之值為一定，何則？由公式 (95)

$$C = \sqrt{\frac{H}{h}} \text{ 及 } h = H + h_f, h_f = mH,$$

$$\text{假定 } m \text{ 為一定，則 } C = \sqrt{\frac{H}{H + mH}} = \sqrt{\frac{1}{1 + m}} = \text{一定。}$$

$$\begin{aligned} \text{一秒間之流量} &= C \frac{a_1 a_2}{\sqrt{a_1^2 - a_2^2}} \sqrt{2g} \sqrt{h} \\ &= 0.97 \times \frac{0.00503 \times 0.00125}{\sqrt{0.0000253 - 0.00001588}} \sqrt{2 \times 9.81} \sqrt{0.0302(13.6 - 1)} \\ &= 0.97 \times 0.002065 \times 4.43 \times 0.6165 = 0.0055 \text{ 每秒立方米。} \end{aligned}$$

$$h_f = h(1 - C)^2 = 0.0302 \times 12.6(1 - 0.97)^2 = 0.0225 \text{ 米。}$$

$$\text{故總損失水頭} = 0.0225 \times 3 = 0.0675 \text{ 米。}$$

問 題

(48) 圓筒形水槽之直徑為 2.0 米，水深 5.0 米，其底穿一直徑 5.0 厘米之孔口，一分間有 0.288 立方米之流量，求其流量係數。若設速度係數為 0.96，求流量係數及噴射水之直徑。

(49) 水槽之水深，在孔口之中心上 2 米，水由垂直的標準銳刃型孔口噴出，而孔口之直徑為 1.27 釐米。今量得噴出水中某點之距離，知其距孔口之中心在水平方向 2.5 米，垂直方向 0.915 米之下。若 5 分間之排水量為 136.5 仟克，求下列各項之值，即 (1) C_v ，(2) C_c (3) C 。

(50) 厚 60.8 毫米之木製垂直導桶，有一直徑為 1.27 釐米之穴，由此穴放射之噴出水中之一點之距離，在水平方向 2 米垂直方向 $\frac{1}{2}$ 米之下，問在 24 小時內，漏出之水量幾何？

(51) 長 6 米，寬 3 米，深 2 米之鋼板箱，吃水為 0.6 米。當其浮在水面，底面上

穿一標準孔口，其面積為40平方釐米，問須幾時後，全部始得浸入水中？(假定側邊無厚。)

(52) 直徑2.0釐米之標準孔口連接A, B兩個水槽，A槽中之水，在孔口之中心上 $1\frac{1}{2}$ 米，B槽中之水，在孔口之中心上 $\frac{1}{4}$ 米，且在A水槽之水面上，有與水銀柱600毫米相當之蒸氣壓力，B槽之水面上，有與水銀柱300毫米相當之真空。問流量幾許？

(53) 標準孔口之面積，為1平方米，在其中心上，有1米深之水。假定平均水頭，以1米計算，其所得的流量，試與第41節之正確公式所計算之流量比較之。

(54) 在長5米寬1.0米深1.0米之矩形水槽之底，穿一直徑1.0米之銳刃型孔口，將水放流，問須若干時間，始能將水流盡？但流量係數 $C=0.6$ 。

(55) 運河之長122米，寬27.0米，用水門止堰。今欲由面積5.5平方米，流量係數 $C=0.64$ 之孔口排水，假定水門內外水面之高低差為7.0米，水門外之水面一定，高低不變時，則應需若干時間，始能使內外兩水面達同一高度？

(56) 孔口上之水頭為5.0米，實際之水速為每秒9.41米，算出損失水頭為若干？

(57) 標準管口之水頭為10米，流量幾許？

(58) 如圖77(d)，於末端擴大之圓錐管口，最小部之直徑為7.5釐米，最大部之直徑為10釐米，水槽中之水深，在管口之中心上5.0米，下流水面，亦在中心上0.6米。今假設此管口中之損失水頭為0.6米，則咽喉部之水壓如何？

(59) 在水平之末端擴大的圓錐管口，水槽內之水深，在管口之中心上3.0米，管口之咽喉的直徑為2.5釐米，最大部之直徑為5.0釐米，速度係數 $C_v=0.96$ 。求咽喉部之水壓及損失水頭。

(60) 在水槽之垂直壁上，裝一直徑7.5釐米之波打管口，水槽之表面積為2平方米，最初之水頭為3米，問須若干時間後，始能將水頭降低至1.5米？

(61) 在直徑150毫米之水管之末端，裝一直徑50毫米之嘴管，管中之水

壓爲 3.5 平方釐米仟克，速度係數 C_v ，流量係數 C ，其值皆同爲 0.9。(a) 求速度及流量係數各若干？(b) 計算噴射水之能力。

(62) 由直徑 187.5 毫米之嘴管，將水噴出，其噴出水之速度爲 69.3 每秒米，其直徑爲 173 毫米，試計算下列各項：(a) C_v ， C_c ， C ，(b) 嘴管之效率，(c) 噴出水之馬力，(d) 損失水頭 k

(63) 試由伯魯利定理，計算一水平的文德利表之理論的流量公式。水入口之直徑爲 30 釐米，最小部之直徑爲 10 釐米，流量係數爲 0.98。若水出口及咽喉部之壓力差，與水銀柱 56 毫米相當時，則其流量如何？

(64) 一日之流量爲 68000 立方米，示差水銀氣壓表，確示 15 釐米。當設計文德利表之際，原管之直徑爲 112.0 釐米，問咽喉之直徑如何？

第七章

堰上之水流

51. 堰 (weir).

最普通之堰，係在垂直之壁板上，作一矩形之缺口，稱之曰矩形堰 (rectangular weir)，如圖 81 所示。設堰上之水頭為 h ，一般為使縮流完全起見，則在水槽側面上所取缺口之兩側之寬，至少須在 $3h$ 以上，又由底面至缺口之頂點之距離，亦不可不在 $3h$ 以上。又於完全收縮堰，其在水平方向之收縮，大概擴張至 $1.5h$ 為止，故堰頂之寬 b ，亦不可不在 $3h$ 以上。圖 82 所示，為不完全收縮堰，(suppressed weir) 兩垂直側面之收縮全無。

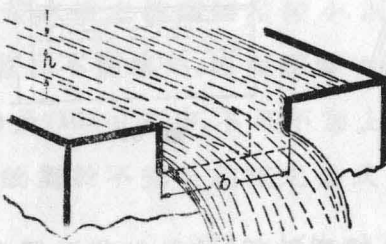


圖 81

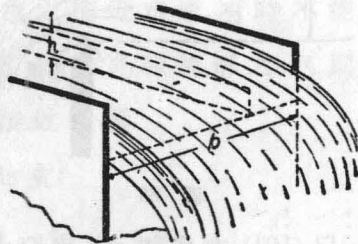


圖 82

在堰頂 (crest) 上之水頭 h , 如圖 83 所示, 務必在上流水面, 即於水面大概為水平之處, 測得 h . 蓋因水面漸次下降, 即成一種曲線而非水平, h 之值, 不必到處一樣故也.

於圖 81 及圖 82, 若 $b \times h$ 之面積, 在水槽之橫斷面積之 $\frac{1}{4}$ 以下, 則據實驗所得之結果, 殆無接近水速之影響. 故如圖 82 所示之不完全收縮堰, 由底面至堰頂之高, 至少總在 $5h$ 以上.

52. 矩形堰上之流量.

矩形堰如圖 84 所示, 在大矩形垂直孔口之上緣以上, 無水流通. 設由微小面積 $b \times dz$ 流出之水量為 dQ , 則

$$dQ = C\sqrt{2gz}b \times dz$$

積分之, 則

$$Q = C\sqrt{2g}b \int_0^h z^{\frac{1}{2}} dz$$

$$= \frac{2}{3}C\sqrt{2g}bh^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots (101)$$

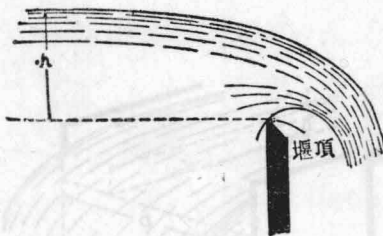


圖 83

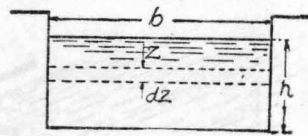


圖 84

以 (101) 式作基本, 用 C 之種種數值, 可求出若干個表流量之公式. 惟其中最普遍通用者, 則有二三公式, 容於次節詳述之.

53. 矩形堰之流量公式

(a) Francis 氏之公式. James Francis 氏於西歷 1850 年, 就多數之堰, 作種種之實驗, 其結果以 $C=0.622$, 對於不完全收縮堰之公式如次:

$$\left. \begin{aligned} Q &= 3.33 bh^{\frac{3}{2}} \text{ 英 制} \\ Q &= 1.838 bh^{\frac{3}{2}} \text{ 米 制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(102)$$

但對於收縮堰, b 之值與 h 成正比例而減少, 故不可不將此減少之數除去之, 此時流量之公式如次:

$$\left. \begin{aligned} Q &= 3.33 \left(b - \frac{1}{10}nh \right) h^{\frac{3}{2}} \text{ 英 制} \\ Q &= 1.838 \left(b - \frac{1}{10}nh \right) h^{\frac{3}{2}} \text{ 米 制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(102 a)$$

公式 (102 a) 中之 n , 為側面收縮之數. 在矩形完全收縮堰, n 之值通常為 2. 然, 若一方為不完全收縮堰時, 則 $n=1$, 若兩側皆為不完全收縮時, 則 $n=0$, 與 (102) 式完全相同.

若水槽之橫斷面積較小, 則水之接近水速, 有時不能省略, 惟其不能省略, 因而影響亦愈大, 於此種情形之下, 則於 (102) 及 (102 a) 式中, 不可不加上接近水頭.

故對於不完全縮流之公式如次:

$$\left. \begin{aligned} Q &= 3.33 \times b[(h+h_1)^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}] \text{ 英 制} \\ Q &= 1.838 \times b[(h+h_1)^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}] \text{ 米 制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(102 b)$$

對於完全縮流之公式如次:

$$\left. \begin{aligned} Q &= 3.33 \left(b - \frac{1}{10}nh \right) [(h+h_1)^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}] \text{ 英 制} \\ Q &= 1.838 \left(b - \frac{1}{10}nh \right) [(h+h_1)^{\frac{3}{2}} - h_1^{\frac{3}{2}}] \text{ 米 制} \end{aligned} \right\} \dots\dots(102 c)$$

(102 b) 及 (102 c) 中之 h_1 , 爲接近水頭, 假使水槽中流水之平均速度爲 u , 則 $h_1 = \frac{u^2}{2g}$. 然 u 之值不能直接測定, 故不得不用間接方法以求之. 最初, 由不用接近水頭之公式, 即公式 (102) 或 (102 a), 將流量 Q_1 算出, 此 Q_1 當然比實際流量 Q 之數值爲小, 次以水槽之斷面積除 Q_1 , 則得 u_1 , 此 u_1 亦比實際之水速爲小.

若將 (102 b) 或 (102 c) 式中之 h_1 , 代以 $\frac{u_1^2}{2g}$, 而計算其流量 Q_2 . 此 Q_2 較之 Q_1 , 當然與實際之流量 Q 更爲相近. 再以水槽之橫斷面積除此 Q_2 , 則得速度 u_2 . 此 u_2 較之 u_1 , 當然更與實際之平均水速 u 相近. 由此所得之速度水頭, 與前同樣, 代入 (102 b) 或 (102 c) 式中之 h_1 , 而計算之. 如此不厭其煩, 反覆行之, 則可算出相當正確之流量.

(b) Eteley 及 Stearns 氏之公式. 此二氏對於標準堰所得實驗之結果如次:

完全收縮之公式

$$Q = 3.31 \left(b - \frac{2}{10}h \right) h^{\frac{3}{2}} + 0.007b \text{ 英 制} \dots\dots(103)$$

不完全收縮之公式

$$Q = 3.31bh^{\frac{3}{2}} + 0.007b \text{ 英 制} \dots\dots(103 a)$$

公式 (103) 及 (103 a) 所示者, 完全無接近水頭之影響. 若接

近水頭,不能完全漠視時,則須用次之公式 (103 b), 式中之 h_1 , 即為接近水頭。

$$Q = 3.31 b(h + 1.5 h_1)^{\frac{3}{2}} + 0.007 b \dots \dots \dots (103 b)$$

(c) Hamilton Smith 氏之公式。Smith 氏根據 Francis, Eteley 及 Stearns 諸氏及其他研究者之報告,關於堰之流量,曾表示最可信賴之公式,式中所用之單位,皆為英制,即流量之單位為立方呎。

完全收縮之公式

$$Q = C \times \frac{2}{3} b \sqrt{2g} h^{\frac{3}{2}} \text{ (無接近水頭之情形) } \dots \dots \dots (104)$$

$$Q = C \times \frac{2}{3} b \sqrt{2g} (h + 1 - 4h_1)^{\frac{3}{2}} \text{ (式中之 } h_1 \text{ 為接近水頭) } \dots \dots \dots (104 a)$$

不完全收縮之公式:

$$Q = C \times \frac{2}{3} b \sqrt{2g} h^{\frac{3}{2}} \text{ (無接近水頭之情形) } \dots \dots \dots (104 b)$$

$$Q = C \times \frac{2}{3} b \sqrt{2g} (h + \frac{1}{3} h_1)^{\frac{3}{2}} \text{ (} h_1 \text{ 為接近水頭) } \dots \dots \dots (104 c)$$

上式中之 C 之數值,如第7表及第8表所示。

第7表 完全縮流時之係數 C

水頭 h (呎)	堰頂之長(呎)						
	0.66	1	2	3	5	10	19
0.1	0.632	0.639	0.646	0.652	0.653	0.655	0.656
0.15	.619	.625	.634	.638	.640	.641	.642
0.2	.611	.618	.626	.630	.631	.633	.634
0.36	.605	.612	.621	.624	.626	.628	.629
0.3	.601	.608	.616	.619	.621	.624	.625
0.4	.595	.601	.609	.613	.625	.618	.620
0.5	.590	.596	.605	.608	.611	.615	.617
0.6	.587	.593	.601	.605	.608	.613	.615
0.7		.590	.598	.603	.606	.612	.614
0.8			.598	.600	.604	.611	.613
0.9			.592	.598	.603	.609	.612
1.0			.590	.595	.601	.608	.611
1.2			.585	.591	.597	.605	.610
1.4			.580	.587	.594	.602	.609
1.6				.582	.591	.600	.607

第 8 表 不完全縮流時之係數 C

水頭 h (呎)	堰頂之長(呎)							
	0.66	2	3	4	5	7	10	19
0.1	0.675				.659	.658	.658	.657
0.15	0.662	.652	.649	.647	.645	.645	.644	.643
0.2	.656	.645	.642	.641	.638	.637	.637	.635
0.25	.653	.641	.638	.636	.634	.633	.632	.630
0.3	.651	.639	.636	.633	.631	.629	.638	.626
0.4	.650	.636	.633	.630	.628	.625	.623	.621
0.5	.650	.637	.633	.630	.627	.624	.621	.619
0.6	.651	.638	.634	.630	.627	.623	.620	.618
0.7	.658	.640	.635	.631	.628	.624	.620	.618
0.8	.656	.643	.637	.633	.629	.625	.621	.618
0.9		.645	.639	.635	.631	.627	.622	.619
1.0		.645	.641	.637	.633	.628	.624	.619
1.2			.644	.641	.636	.632	.626	.620
1.4				.644	.640	.634	.629	.622
1.6				.647	.642	.637	.631	.623

(d) Bazin 氏之公式, 不完全收縮時之堰頂上之流量 Q 如次:

$$Q = \left[0.405 + \frac{0.00984}{h} \right] b \sqrt{2gh^{\frac{3}{2}}} \text{ 英 制 } \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots\dots(105)$$

$$Q = \left[0.405 + \frac{0.003}{h} \right] b \sqrt{2gh^{\frac{3}{2}}} \text{ 米 制 } \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\}$$

加入接近水頭時之流量 Q 如次:

$$Q = \left[0.405 + \frac{0.00984}{h} \right] \left[1 + 0.55 \left(\frac{h}{p+h} \right)^2 \right] b \sqrt{2gh^{\frac{3}{2}}} \text{ 英 制 } \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \dots\dots(105 a)$$

$$Q = \left[0.405 + \frac{0.003}{h} \right] \left[1 + 0.55 \left(\frac{h}{p+h} \right)^2 \right] b \sqrt{2gh^{\frac{3}{2}}} \text{ 米 制 } \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\}$$

上式中之 p, 為水槽之底至堰頂之高。

上述之各式中, 對於收縮及接近水頭之補正方法等, 雖各不相同, 然其結果之流量, 則完全一致。除上述之各式外, 其他由多數學者, 所求得之公式甚多, 惟此處不及一一備載, 故

省略之。

54. 堰頂在下流水面下之情形 (submerged weir).

當下流面在堰之頂上時，則水之收縮，被下流面妨礙，遂成爲不完全收縮，故 Eteley 及 Stearns 兩氏，就無收縮之堰實驗之，求得次之公式，

此公式將堰上之流水，分爲兩部，一在下流面以上，如圖 85 之 $ABCD$ 所示，一在下流面以下，如 $CDEF$ 所示。

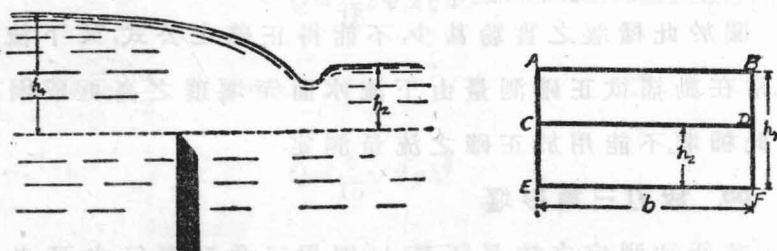


圖 85

在下流面以上之 $ABCD$ 部，與普通堰頂以下之下流面之情形，完全相同，故可認定 $ABCD$ 部，恰與由孔口向水中流出者，完全無異。

由 $ABCD$ 部流出之流量，可當作普通之堰處理之，設其流量爲 Q_1 ，則

$$Q_1 = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} (h_1 - h_2)^{\frac{3}{2}}$$

由 $CDEF$ 部流出之流量，設爲 Q_2 ，則

$$Q_2 = b h_2 \sqrt{2g} (h_1 - h_2)^{\frac{1}{2}}$$

將 Q_1 與 Q_2 相加，即爲全體之流量 Q 。

$$\therefore Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left(h_1 + \frac{h_2}{2} \right) (h_1 - h_2)^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{或} \quad Q = Cb \left(h_1 + \frac{h_2}{2} \right) (h_1 - h_2)^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(107)$$

(107) 式中之 C , 因 $\frac{h_2}{h_1}$ 之比而變化, 若在米突制, 則 C 之值, 如下所示:

$h_2:h_1$	0.1	0.2	0.3	0.5	0.65	0.8	0.9	1.0
C	1.864	1.814	1.774	1.719	1.705	1.724	1.761	1.855

關於此種堰之實驗甚少, 不能得正確之公式, 又下流水面, 常在動搖, 欲正確測量由下流水面至堰頂之高, 更感困難, 故此種堰, 不能用於正確之流量測定。

55. 銳刃三角形堰.

若所欲測定之流量不甚大, 則用三角形堰行之可也. 三角形堰之角度 α , 無論用 60° , 45° , 或任意之角度皆可, 但普通皆用 90° . 如圖 86 所示, 為其普通之型式. 堰之兩側, 有同樣之梯度. 水頭縱有變化, 而其斷面積仍屬相似. C 之值, 殆一定不變.

關於理論的流量之公式, 特誘導之如次:

於圖 87, $\therefore x = b(h - y) \div h,$

$$\therefore \text{微小面積 } dA = \frac{b}{h} (h - y) dy.$$

設 dA 面積上之流量為 dQ , 則

$$dQ = \frac{b}{h} (h - y) dy \sqrt{2gy} = \frac{b}{h} \sqrt{2g} (hy^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{5}{2}}) dy$$

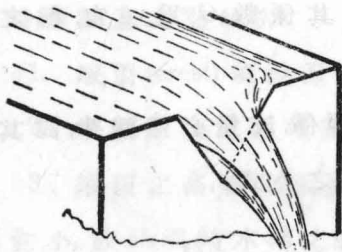


圖 86

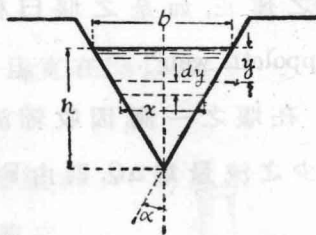


圖 87

取 y 之兩端之值為 h 及 0 而積分之，則

$$Q = \frac{4}{15} b \sqrt{2g} h^{\frac{5}{2}} \dots \dots \dots (108)$$

而 $b = 2h \tan \frac{\alpha}{2}$ ，若 $\alpha = 90^\circ$ ，則

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} h^{\frac{5}{2}}$$

而實際之流量

$$Q = C \frac{8}{15} \sqrt{2g} h^{\frac{5}{2}} \dots \dots \dots (108 a)$$

據 J. Thomson 之實驗， $C = 0.592$ 。

$$\begin{aligned} \therefore \quad Q &= 1.40 \times h^{\frac{5}{2}} \text{ 米制} \\ Q &= 2.53 \times h^{\frac{5}{2}} \text{ 英制} \end{aligned} \dots \dots \dots (108 b)$$

若接近水頭甚大，則與矩形堰同樣，用 $(h + 1.4h_1)$ 代替 h ，單位則用立方呎。

56. 梯形堰 (cippoletti weir).

在梯形堰，水係收縮而流動，故在堰頂 b 之各側，須減少其 $\frac{1}{10}h$ 之有效長，固前已詳述之矣。若各側以適當之角度 θ (圖 88) 傾斜之，又復增加其寬度，則在矩形堰中，應加以縮

流之補正，如是之堰曰梯形堰，其係數 C 為一定，稱之曰“cippoletti weir”。

在堰之一側，因收縮流動之關係，流量必然減少，設其所減少之流量為 ΔQ ，則由 Francis 氏之公式，

$$\Delta Q = 3.33 \frac{h}{10} h^{\frac{3}{2}} = C_1 \frac{2}{3} \sqrt{2g} \times \frac{1}{10} h^{\frac{3}{2}}$$

然由三角形 AOB 所流出之流量增加為 ΔQ ，而

$$\Delta Q = C_2 \frac{4}{15} \sqrt{2g} \cdot d \cdot h^{\frac{3}{2}}$$

若 $C_1 = C_2$ ，

則 $d = \frac{h}{4}$ ，

或 $\theta = \tan^{-1} \frac{1}{4}$ 。

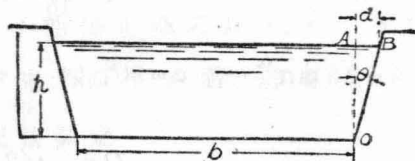


圖 88

故角度 θ 須使其各側之梯度，如 1:4 而製造之。在全流量公式中，若梯形之底即堰頂之幅 b ，仍與前同，而 C 之平均值，取為 0.629，則

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{2}{3} \times 0.629 \sqrt{2g} b \cdot h^{\frac{3}{2}} = 1.86 b h^{\frac{3}{2}} \text{ 米 制} \\ Q &= 3.367 b h^{\frac{3}{2}} \text{ 英 制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (110)$$

57. 計量用之堰。

在現代之矩形堰，不問其為收縮完全與否，對於測量大量之水，此堰稱為最正確之器具。惟於兩者之中，不完全收縮之矩形堰，因收縮而起之補正等之不確實性，比較的少，較之完全收縮之矩形堰，甚為正確，故一般多用之。將堰作為計量

用時，應注意之點如次：

1. 堰頂 (crest) 須銳刃而水平，且寬在 $3h$ 以上。
2. 堰板之上流面須垂直。
3. 堰頂之高，較底面愈大則接近水頭愈小，故 bh 須較水槽之橫斷面積之 $\frac{1}{2}$ 為小。
4. 若收縮完全，則堰側與水槽之側面之距離，須在 $3h$ 以上。

5. 水頭 h 當正確計算之。計算此 h 時，用通常之尺度固可，若用次述之鈎形計器 (hook gauge)，則最便利而又正確。

鈎形計器 (hook gauge) 如圖 89 所示，形如鈎針，即將金屬線之一端，彎曲而尖銳之，他之垂直部分，附以滑動尺，使金屬線上下移動，當針之尖端，恰與水面相接觸時，則由滑動尺與固定尺，可以讀出水面之高。

裝置此鈎形計器之地點，當在堰之最後方，總期免除堰上水面所生之曲線部之影響。又同時宜注意，不可使計器與水槽之側面過於接近，恐受毛細管引力之誤差。為防止因水面之動搖所起之誤

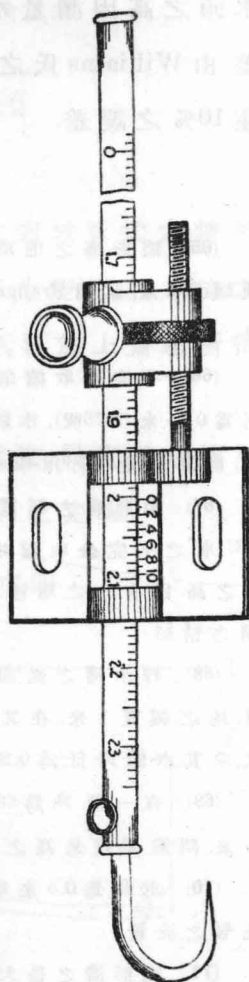


圖 89

差起見，用一小鐵管，以螺旋針之式樣，向水槽之側壁，垂直插入之，但不使其突出水槽之內面，水槽內之水，即由此鐵管而導入他之小箱。以前記之鈎形計器入此小箱內，即可測得水頭之高。因測量水頭之方法，正確與否，最易生計算上之誤差。由 Williams 氏之實驗，因使用鈎形計器之方法不同，常發生 10% 之誤差。

問 題

(65) 矩形堰之堰頂，長為 2.5 米，自水槽底至堰頂之高為 0.9 米，水槽之橫幅為 4 米。試用 Francis 及 Hamilton Smith 之公式，求水頭 $h=0.268$ 時之流量。

(66) 不完全收縮堰之幅寬 2.124 米（約為 6.67 呎）自水槽之底至堰頂之高為 0.85 米（2.79 呎），水頭 $h=0.207$ 米（0.679 呎），(a)，用 Fteley 及 Stearns 氏之公式，計算流量。(b)，用 Bazin 氏之公式，計算流量。

(67) 矩形溝之幅寬 5.0 米，水深 1.2 米，水速每秒 0.67 米。若築一高為 1.37 米之不完全收縮堰時，試用 Francis 氏之公式，計算堰之上流水面之上昇之高。但有次之兩種情形，即 (1) 計算接近水頭之情形，(2) 不計算接近水頭之情形。

(68) 貯水槽之表面積為 1115.0 平方米，水吐口為一完全收縮之矩形堰，堰之幅寬 1 米，在其上之水頭，最初為 0.5 米。試用 Hamilton Smith 之公式，求其水頭降低為 0.2 米時之時間。

(69) 有一頂角為 90° 之三角形堰，欲經過此堰之流出量為 0.62 每秒立方米，問需要幾米高之水頭？

(70) 水頭為 0.5 米時，有一頂角為 60° ， $C=0.64$ 之三角形堰，試計算經過此堰之流量。

(71) 矩形溝之最大流量為 4.5 每秒立方米，水深為 1.2 米，幅寬 6.0 米。今欲築一潛水堰，其上流之水深，不至超過 1.55 米以上，問堰之高為幾米？

第 八 章

送水管中之損失水頭

58. 水流之一般公式.

在討論此問題之先，爲便利計，須使其對於算式之誘導便利，即假定管軸之流量，在一定時間內，不生變化，且水流之方向，須沿管中一致於如此所得之公式中，再加上實驗所得之係數或指數，則可供諸實用。

如圖 90，水由水槽通過鐵管，向空中放流，假定其水頭 h_1 一定不變，則在 (1) 與 (2) 之間，得應用伯魯利之定理。

$$0 + \frac{p_a}{W} + h_1 = \frac{V^2}{2g} + \frac{p_a}{W} + 0 + \text{損失水頭}.$$

或
$$h_1 = \frac{V^2}{2g} + \text{損失水頭} \dots \dots \dots (113)$$

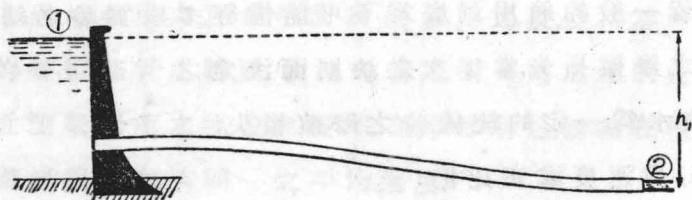


圖 90

此損失水頭，係包含由水槽之水面起至管之末端止之全部損失水頭，若送水管比較不曲，大小又復一樣時，則損失水頭，係由次述之三部分而成，即(a)水由水槽到管中，其入口處之損失，(b)管中之水，與管壁間之摩擦損失，(c)水之分子間之摩擦損失。然(b)及(c)有互相密接之關係，分別論之，頗感困難。故合此兩項，統稱為管中之摩擦損失。

若管中有急激之彎曲，或大小各不相同，或活塞對於水之流通有阻礙時，亦足以增加損失水頭，故當分別討論之。

59. 管中之摩擦損失.

在孔口，堰或嘴管等，因摩擦而起之損失，可用速度係數補正之，此點前已詳述之矣。即對於孔口，堰或嘴管等可製作一定之標準型，惟送水管則頗感困難。蓋管之長短，大小，粗密等，千差萬別，無有一定，因而所起之損失，雖屬區區，然而不能簡單處理。故首先須找出表此摩擦損失之適當公式，并多作關於此方面有效之實驗。惟此問題，非常複雜，對於溫度及流體之黏性等，大受影響，即使得到正確之公式，欲使其在任何地方，皆一般的適用，到底為不可能。惟經多數實驗之結果，知管中之摩擦損失，當從次之法則而決定之。

流水為一定的流線時之摩擦損失：

- (1) 與速度成正比例。
- (2) 與水之壓力無關係。
- (3) 與水之接觸面積成正比例。

(4) 與接觸面之性質無關係。

(5) 受溫度之影響特大。

由上述之第(4)項之理由觀之，則當水為流線運動時，與管壁直接接觸之水，靜止而不流動，所有之抵抗，僅因黏性而起耳。

流水為亂流，即在界限速度以上時之摩擦損失：

(1) 大概與速度之自乘成正比例。

(2) 與流體之壓力無關係。

(3) 與流體之密度成正比例。

(4) 多少受溫度之影響。

(5) 與接觸面積成正比例。

(6) 與接觸面之性質有關係。

圖 91 所示，為圖 90 之送水管之一部分。當最初關閉管末之制水瓣時，則水充滿於管中，當然在靜止之狀態，次於打開制水門之瞬間，則因地心引力之作用，管中之水，即向下流，漸次增加其速度。同時，水與管壁間之摩擦，亦共同增加，及至摩擦抵抗力與地心引力互相平衡為止。當加速度變為零時，流速始得均等，但在管之斷面中，流過管之中央部之水的速度最速，愈近側壁，則水之速度愈慢，惟在本節所述，無論在橫斷面中何處，皆假定其有同一之平均速度 V 。

於圖 91 之(1)及(2)之間，將伯魯利定理應用之，則得

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{W} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{W} + Z_2 + \text{損失水頭}.$$

若管之直徑大小一樣，上式中之速度水頭復相等時，則

$$\text{損失水頭} = \left(\frac{p_1}{W} + Z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{W} + Z_2 \right) \dots \dots \dots (115)$$

又可由他方面求此損失水頭，今就圖 91 之水柱 l 考之，知其兩端之壓力 p_1, p_2 ，全摩擦抵抗力 R ，及水柱之重量 AW ，三者必相平衡，即

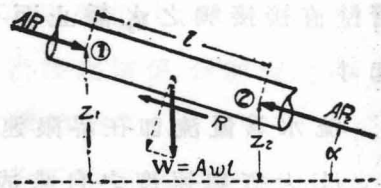


圖 91

$$Ap_1 + AW \sin \alpha - R - Ap_2 = 0,$$

或

$$\frac{p_1}{W} + l \sin \alpha - \frac{p_2}{W} = \frac{R}{AW}$$

$$\therefore \text{損失水頭} = \frac{R}{AW}$$

若設管壁面之單位面積的摩擦抵抗力為 F ，則

$$R = \pi \cdot d \cdot l \cdot F$$

$$\therefore \text{損失水頭} = \frac{4\pi d l \cdot F}{W \pi d^2} = \frac{4lF}{Wd} \dots \dots \dots (116)$$

雖 F 之值，因其時之種種狀態而變化。若其他之狀態為一定時，則 F 之值，即與 V^n 成正比例。若水速 V 在界限速度以下時，則 $n=1$ ；在界限速度以上時，則 n 大約為 2，故設 $F = CV^2$ 時，則

$$\text{損失水頭} = \frac{4C}{W} \cdot \frac{l}{d} V^2,$$

而 $\frac{4C}{W} = f.$

$$\therefore \text{損失水頭} = f \frac{l}{d} V^2 \dots\dots\dots(116 a)$$

就公式(116 a)之單位觀之,得書之如次,

$$[\text{距離}] = f \times \frac{[\text{距離}]}{[\text{距離}]} \times \frac{[\text{距離}]^2}{[\text{時間}]}$$

$$f = \frac{[\text{時間}]^2}{[\text{距離}]}$$

由以上之結果,知 f 為時間與距離之函數,但 f 因使用之單位不同,即得相異之數值,甚為不便,以 $\frac{[\text{距離}]}{[\text{時間}]^2}$ 乘(116 a)式,則 f 即為不名數,適應此目的者,厥惟 $\frac{1}{2g}$. 以之與(116 a)式相乘,不特 f 為不名數,即損失水頭,亦為速度水頭之函數也. 故

$$\text{損失水頭} = f \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots(117)$$

此公式應用最廣,稱之為 Weisbach 公式.

60. 摩擦係數 f 之值.

f , 普通稱為摩擦係數,由多數實驗之結果,知其值有下列之性質.

1. 雖在同一管中,若速度愈增加,則 f 之值愈減少.
2. 雖水速相同,若管徑增大,則 f 之值減少.
3. 因管之內壁之性質不同, f 之值亦各異,壁面愈粗,則

其值愈增大.

由此等條項觀之,管雖用同一之材料製造,而管壁之粗密,決不到處一律,因而欲求 f 之值劃一,甚覺困難. 且經過使

用之相當年月以後，欲求預知 f 之值，更不可能。對於新鑄鐵管之 f 之值，試舉其代表的公式二三，如次：

1. Darcy 之公式 (1857 年)。

$$\left. \begin{aligned} f &= 0.02 + \frac{1}{2000d} \text{ 米制} \\ f &= 0.02 + \frac{.02}{12d} \text{ 英制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (118)$$

2. Saph 及 Schoder 之公式 (1903年)。

$$\left. \begin{aligned} f &= 0.0105 \frac{1}{d^{0.25} V^{0.14}} \text{ 米制} \\ f &= 0.0245 \frac{1}{d^{0.25} V^{0.14}} \text{ 英制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (118 a)$$

3. Biel 之公式 (1907 年)。

$$f = 0.00942 + \frac{0.00565}{\sqrt{d}} + \frac{0.000895}{V\sqrt{d}} \text{ 米制} \dots\dots\dots (118 b)$$

上述之公式中，Biel 之公式，係以 Saph 及 Schoder 之實驗作基礎而構成者。但公式 (118 a) 及 (118 b)，與其用於 Reynolds 氏之公式 $f \frac{1}{d^5} \frac{V^n}{2g}$ ，無寧用於次述之指數公式為愈。

Darcy 之公式，適宜於水速低，管徑小者，Saph 及 Schoder，及 Biel 之公式，多用於水速大，管徑亦大者。惟如前所述，雖在同一之管中，難保證其各部之狀況，完全相等。且水速，直徑，使用年數各不相同，欲求一樣適用之公式，到底為不可能。

對於鑄鐵，木製，鉛，黃銅，玻璃，鍛鐵及鉚接鋼管等之種種材料，據 Saph 及 Schoder 所得實驗之結果，如圖 92 所示。

除以上所述之公式而外,尤以Chezy之公式,爲諸公式中之最有名,且爲一般應用最廣者,特述之如次:

V = 速度 (每秒米).

C = 係數.

$$S = \text{動水傾斜} = \frac{h'}{l}$$

h' = 損失水頭 (以米計算).

l = 管之長 (以米計算).

A = 管之斷面積 (以平方米計算).

P = 潤邊之長 (以米計算)

$$m = \text{動水徑深} = \frac{A}{P}$$

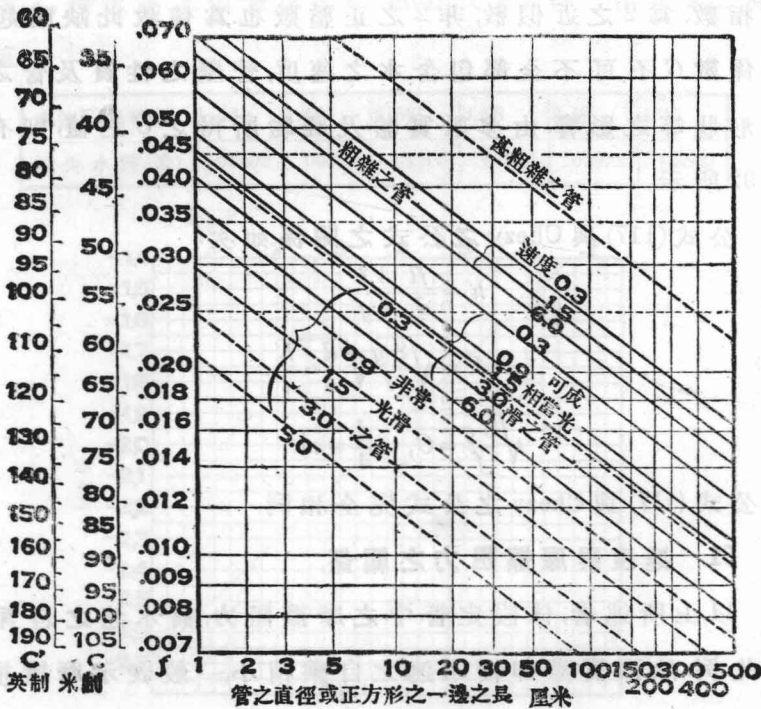


圖 92

動水徑深 (hydraulic mean depth 或 hydraulic radius) 云者，係管中之水之斷面積，被有此斷面積之水所潤濕之周圍之長，所除得之商之謂也。故送水管若為圓管，內面被水完全充滿時，則 $m = \frac{d}{4}$ 。

Chezy 之公式如次：

$$V = C\sqrt{ms} \dots \dots \dots (120)$$

或

$$h' = \frac{lV^2}{C^2m} \dots \dots \dots (120 a)$$

於上記之公式中欲求 h' 之正確，須留意次之事項，即 V 之指數，為 2 之近似數，非 2 之正整數也。為補救此缺陷起見，則係數 C 不可不全部包含水之速度，管壁之性質及管之斷面形狀等之影響。由多數實驗及經驗所得之 C 之值，則有如圖 92 所示。

公式 (117) 與 Chezy 之公式之關係如次：

$$h' = \frac{fl}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

$$\therefore V = \sqrt{\frac{8g}{f} \sqrt{\frac{d}{4} \cdot \frac{h'}{l}}}$$

若

$$\sqrt{\frac{8g}{f}} = C, \quad \frac{d}{4} = m.$$

則公式 (117) 與 Chezy 之公式完全相同。

61. 速度與摩擦阻力之關係。

以上所述者，係假定管中之摩擦阻力，與水速之自乘成正比例。然而實際卻較水速之自乘稍小，一般表示摩擦損失水頭 h' ，係用水速 V 及一定係數之相乘積，即

$$h' = kV^n \dots\dots\dots(120 b)$$

上式之 k 及 n 為一定數，惟因管之不同，其值亦異，若用對

數式表之，則 $\log h' = \log k + n \log V \dots\dots\dots(121)$

可知 (121) 式，為一表直線之算式。惟實際上，先求得 h' 及 V 之值，然後改變成對數在矩形坐標上面，取得此等數值之點，然後引平均線，則此線與橫坐標軸所成之角為 θ ，與縱坐標軸在 $\log k$ 之點相交， n 與 $\tan \theta$ 相等。

〔例〕 有一長 2.5 米，直徑 20 厘米之鍊鐵管，以種種之水速實驗之，得次示之損失水頭 h' ，於公式 $h' = kV^n$ 中，決定 k 及 n 之值。

水速 V (每秒米)	1.43	1.98	2.66	3.23	3.90	4.45
損失水頭 (米)	.00408	.00762	.01295	.01917	.02972	.03569

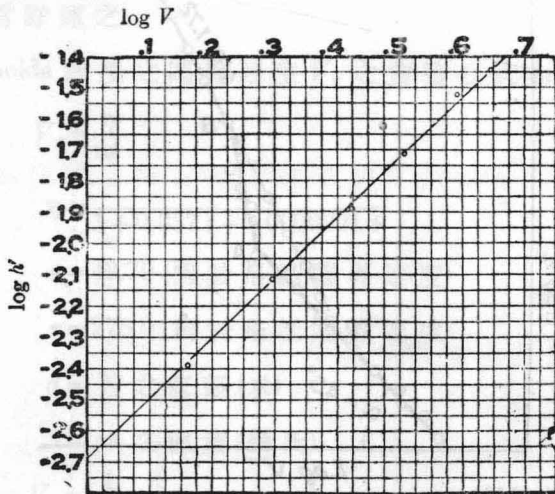


圖 93

〔解〕 先求得 $\log V$ 及 $\log h'$ 之值, 在矩形坐標上面, 取得各點, 連結此各點之平均直線, 如圖 93 所示。

$\log V$.1559	.2969	.4245	.5092	.5912	.6484
$\log h'$	-2.3893	-2.1180	-1.8877	-1.7174	-1.5269	-1.4474

當 $\log V = 0$, 則 $\log h' = \log k = -2.688 = \bar{3}.312$

$$\therefore k = 0.0000205.$$

$$n = \frac{\log h' - \log k}{\log V} = \frac{-2.4 + 2.688}{0.15} = 1.92$$

$$\therefore h' = 0.0000205 V^{1.92}.$$

Reynolds 教授, 就鉛管實驗之結果, 則如圖 94 所示之直線圖。 V 由極小之值, 漸次增大, 當其達到一定之地點時, 則其直

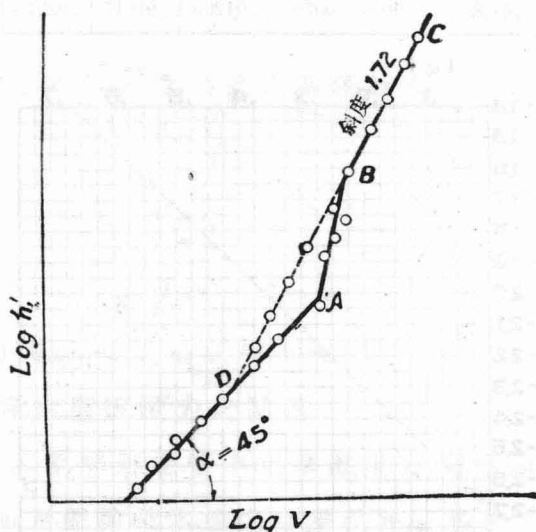


圖 94

線大概與橫軸成 45° 之角度，故到達 A 點時之 n 之值為小， $\log k$ 之值為零，即表示在極小速度之際，摩擦損失水頭與 V 之一乘成正比例。由 A 至 B ，雖不甚明瞭，但是 B 點而上，復為直線，其梯度為 1.722，即表示損失水頭 h' 與 $V^{1.722}$ 成比例。 A 點表示最高臨界速度，到此點止，水之流線，雖為平行，然自 A 點以上，速度增加，則開始亂流。Reynolds 教授將 BC 延長，與 AO 之交點為 D ，此 D 點稱為最低臨界速度。

Reynolds 教授用各種不同直徑之管，在相異溫度之下，重複行此實驗。發見臨界速度 (critical velocity) 與管之直徑及溫度成逆比例。

此等實驗之結果，除水面外之凡百流體，皆可適用。又臨界速度之大小，因流體之速度及黏性而異。此點在後面第十八章內當詳述之。

Reynolds 教授之臨界速度 V_c 之實驗公式如次：

$$V_c = \frac{\eta}{rd}$$

此式中，
$$\eta = \frac{1}{1 + 0.337t + 0.0000221t^2}$$

$$r = 43.79 \text{ (對於最高臨界速度)}$$

$$r = 278.0 \text{ (對於最低臨界速度)}$$

$$d = \text{管之直徑 (米)}$$

$$t = \text{水之溫度 (攝氏)}$$

故
$$V_c = \frac{1}{278} \times \frac{1}{1 + 0.0337t + 0.0000221t^2} \text{ (每秒米) } \dots\dots\dots (123)$$

在公式 (120 b) $h' = kV^n$ 中, n 之值, 因管之內面之粗度而異, 在極滑之黃銅管或玻璃管, $n = 1.75$, 但因粗度增加, n 之值亦增加, 大約為 2.0. 工業上實際所用之水速, 大概在臨界速度以上, 而管徑亦大, 故 n 之值, 通常取之為 2, 與實驗之損失水頭無大差.

62. 指數公式.

在前節所述之摩擦損失公式 $h' = kV^n$ 中, 可由實驗證明 $k = \frac{K}{d^p}$, 以此 k 之值代入前式, 則

$$h' = K \frac{V^n}{d^p} \dots\dots\dots (124)$$

(124) 之公式, 稱為指數公式.

p 之值, 比 1 稍大. 當 $n = 1.75$, 則 $p = 1.25$, 當 $n = 1.9$, 則 $p = 1.1$; 即當 n 與 2 接近時, 則 p 亦與 1 相差不遠. 然, 對於 p 之正確之數值, 須以粗度為標準, 故 p 之數值之變化, 此刻尚無一定, 大約用 1.25 可也.

次述之四個公式, 係表示極滑與極粗之管中的摩擦損失及速度.

極滑之管

$$\left. \begin{aligned} h' &= 0.000166 \frac{V^{1.75}}{d^{1.25}}, & V &= 77.9 d^{0.71} h'^{0.51} \\ V &= 208 m^{0.71} s^{0.54} & & \text{米 制} \\ h' &= 0.0003 \frac{V^{1.75}}{d^{1.25}}, & V &= 103 d^{0.71} h'^{0.51} \\ V &= 277 m^{0.71} s^{0.54} & & \text{英 制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (124 a)$$

相當滑之管

$$\left. \begin{aligned} h' &= 0.000245 \frac{V^{1.86}}{d^{1.25}}, & V &= 64.8 d^{0.67} h'^{0.54} \\ V &= 164 m^{0.64} s^{0.54} & & \text{米制} \\ h' &= 0.00038 \frac{V^{1.86}}{d^{1.25}}, & V &= 69 d^{0.67} h'^{0.54} \\ V &= 175 m^{0.67} s^{0.54} & & \text{英制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(125)$$

粗雜之管

$$\left. \begin{aligned} h' &= 0.00035 \frac{V^{1.95}}{d^{1.25}}, & V &= 53.5 d^{0.34} h'^{0.51} \\ V &= 130 m^{0.64} s^{0.51} & & \text{米制} \\ h' &= 0.0005 \frac{V^{1.95}}{d^{1.25}}, & V &= 49 d^{0.64} h'^{0.51} \\ V &= 120 m^{0.64} s^{0.51} & & \text{英制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(125 a)$$

極粗雜之管

$$\left. \begin{aligned} h' &= 0.000513 \frac{V^2}{d^{1.25}}, & V &= 44.2 d^{0.62} h'^{0.5} \\ V &= 104.5 m^{0.62} s^{0.5} & & \text{米制} \\ h' &= 0.00069 \frac{V^2}{d^{1.25}}, & V &= 38 d^{0.62} h'^{0.5} \\ V &= 91 m^{0.62} s^{0.5} & & \text{英制} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(125 b)$$

上述之公式中， h' = 損失水頭， V = 速度， d = 管之直徑，

m = 徑深， s = 梯度。

63. 入口處之損失

若將水管與水槽之側壁成直角而插入之，并不使其向槽壁之內面突出，則在管之入口處，亦有水頭之損失。此種損失，固因水由廣水槽而入狹管中，水之分子互相擁擠，所生之一種摩擦損失。不過此種摩擦損失，比較卻占少數，實際係如

圖 95 所示，一度收縮之水，再使之由 B 到 C 而擴大之，因此擴大而起之損失，實佔全損失之大部分。故在入口處之損失，不單起因於 A 處之摩擦，尤當歸咎於由 B 到 C 間之渦流。

若管突入於水中，則其損失愈漸加大；反之，若入口處做成圓角，其形恰如喇叭口，則在入口處之損失即減小。此三種型式之損失，與圖 77 所示之 (b), (d), (e) 之短管口之情形，完全相同，(在管口之短管中所起之損失，較之入口處之損失極小，故普通省略不計，單考究入口處之損失而已)。

圖 77 (b) 所示者，管端與水槽之側壁，在同一面上，而不突出，且管之入口處，并非圓角，其速度係數 C_v 之數值，在 0.82 與 0.80 之間，損失水頭係數 k_1 之數值，在 0.47 與 0.56 之間。

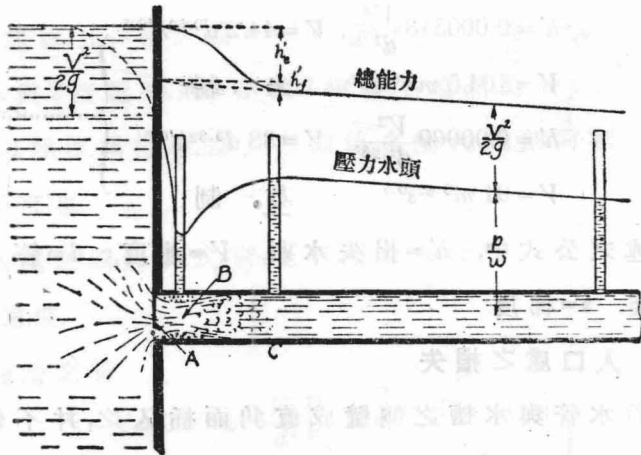


圖 96

若管突入於水槽之側壁內，則 C_v 在 0.72 與 0.75 之間， k_1 在 0.93 與 0.78 之間。

設管中之水速為 V , 損失水頭係數為 k_1 , 入口處之損失

水頭
$$h'' = k_1 \frac{V^2}{2g}$$

則喇叭型入口之損失水頭係數

$$k_1 = 0.04 \div 0,$$

圓錐型入口之損失水頭係數

$$k_1 = 0.18.$$

若管端不突出於水槽之壁內, 則

$$k_1 = 0.47 \text{ 乃至 } 0.56 \div 0.5.$$

若管端突出於水槽之壁內, 則

$$k_1 = 0.62 \text{ 乃至 } 0.93 \div 1.0.$$

64. 因急激擴大而起之損失.

若管之斷面積, 如圖 96 所示, 急激擴大時, 則因水在狹管中之速度大, 在大管中之速度小, 大小衝突而起渦流, 遂發生水頭之損失. 欲計算此損失水頭, 則設此等管之斷面積為 a_m 及 a_n , 而 $a_m V_m = a_n V_n$, 於是在 m 點及 n 點, 將伯魯利定理應用之, 則

$$\frac{V_m^2}{2g} + \frac{p_m}{W} = \frac{V_n^2}{2g} + \frac{p_n}{W} + \text{損失水頭}$$

$$\therefore \text{損失水頭} = \left(\frac{V_m^2}{2g} + \frac{p_m}{W} \right) - \left(\frac{V_n^2}{2g} + \frac{p_n}{W} \right) \dots \dots \dots (128)$$

CD 部分之水速, 大略與小管中之水速相同, 水壓亦與 p_m 相等, 故在 CD 部分之全水壓為 $p_m a_m$, EG 部分之全水

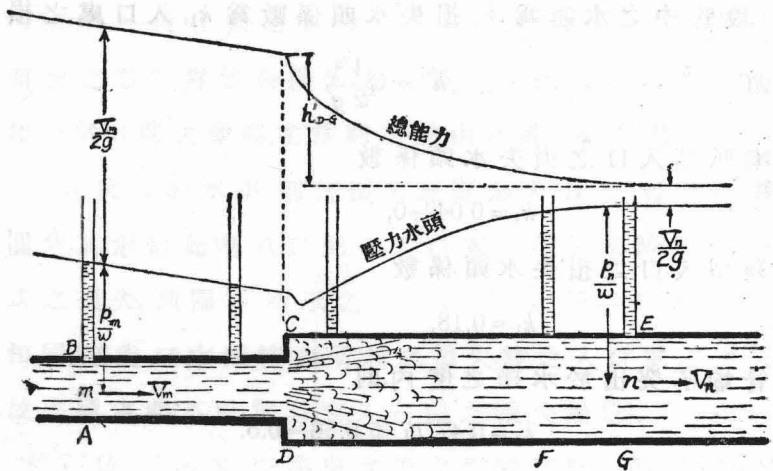


圖 96

壓為 $p_n a_n$ ，然在 CD 之流速，因其愈往前進，則其速度，亦漸次減低，到達 n 處，其速度即變為 V_n ，可知 p_m 當較 p_n 為小，於是在 CD 及 EG 之間，即發生不平衡之壓力，而力與運動量之變化成比例。故對於一秒間之流量 W_g ，力之公式，得書之如次，

$$a_n p_n - a_m p_m = \frac{W}{g} (V_m - V_n)$$

或
$$\frac{p_n}{W} - \frac{p_m}{W} = \frac{V_n}{g} (V_m - V_n) \dots \dots \dots (128 a)$$

組合公式(128)及(128 a)，則

$$\begin{aligned} \text{損失水頭} &= \frac{V_m^2}{2g} - \frac{V_n^2}{2g} - \frac{V_n}{g} (V_m - V_n) \\ &= \frac{(V_m - V_n)^2}{2g} \dots \dots \dots (128 b) \end{aligned}$$

$\therefore a_m V_m = a_n V_n, \therefore V_n = \frac{a_m V_m}{a_n}$, 代入上式,

$$\text{損失水頭} = \frac{\left(V_m - \frac{V_m a_m}{a_n}\right)^2}{2g} = \left(1 - \frac{a_m}{a_n}\right)^2 \frac{V_m^2}{2g} \dots\dots\dots (128 c)$$

如此,由理論上所誘導之公式(128 c),殆與Gibson氏所得實驗之結果一致,足徵公式(128 c)之為真確.若管之末端,有大水槽中排水之裝置時,則公式(128 c)中之 a_n 為無限大,故

$$\text{損失水頭} = 1 \times \frac{V_m^2}{2g} = \frac{V_m^2}{2g} \dots\dots\dots (129)$$

即 k_1 之值為 1.0.

65. 因急激縮小而起之損失.

圖 97 所示,乃因斷面急激縮小所起水流之變化,但 AB 斷面,與管之末端相接,水因衝突而起渦流,此點之壓力

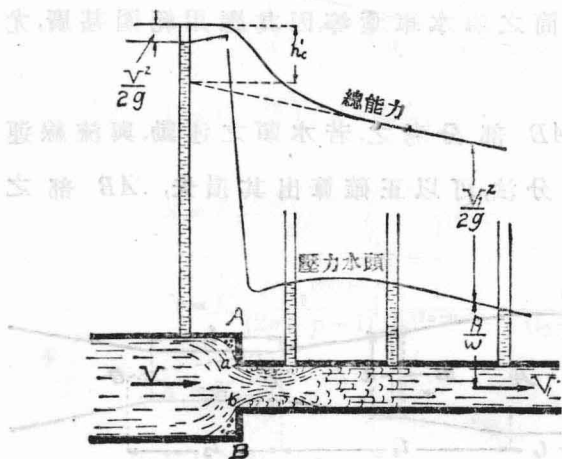


圖 97

水頭特高，在銳角 a 及 b 處，恰與水之入口同樣，即流水一旦縮小，再行擴大而充滿管中。故小管中水壓之高度，因速度之增加及損失之增大，低下異常顯著，且此損失水頭，又因兩管之面積之比而異。今設 A 及 A_1 為大管及小管之斷面積 $k \frac{V_1^2}{2g}$ 為損失水頭，則 k 之值，據 Hoskins 教授之實驗，有如下表所示：

$\frac{A_1}{A}$	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
k	0.362	0.338	0.308	0.267	0.221	0.164	0.105	0.053	.015	0.00

66. 管之斷面積逐漸變化時之損失水頭。

如管之斷面積，急激變化時，則如前所述，當發生極大之損失水頭。為相當減少此損失水頭起見，則須使斷面積徐徐變化。例如在文德利表 (Venturi meter)，或其他水車之吸出管，或離心唧筒之導水車葉等，因其應用範圍甚廣，尤宜特別注意。

就圖 98 AB 部分考之，若水頭之運動，與流線運動相接近時，則用積分法，可以正確算出其損失， AB 部之損失水頭 h' ，如次：

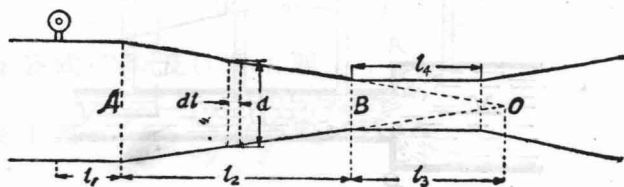


圖 98

$$h' = \int_{l_3}^{l_2+l_3} \frac{fV^2}{d \cdot 2g} dl,$$

上式之 V 及 d , 若照連續流之法則, 及幾何學的構造, 容易用 l 之函數改書之. 欲正確求出 f 爲 d 之函數, 頗感困難, 故不可不用 f 之平均值, 或用有一定係數之指數公式, 以表此 dh' 之值.

將 AB 部分延長之, 設其頂點爲 0 , 設 l_1 及 l_3 處之水速及直徑, 各爲 V_1, V_3 , 及 d_1, d_3 , dl 處之水速爲 V , 直徑爲 d , l_2 處之損失水頭爲 h' , 則由 (124) 之指數公式,

$$dh' = K \frac{V^n}{d^p} dl,$$

$$\therefore h' = K_2 \int_{l_3}^{l_2+l_3} \frac{V^n}{d^p} dl.$$

然

$$V = V_3 \left(\frac{d_3}{d} \right)^2 \quad \text{及} \quad \left(\frac{d_3}{d} \right) = \frac{l_3}{l},$$

$$\therefore V = V_3 \left(\frac{l_3}{l} \right)^2, \quad d = d_3 \frac{l}{l_3},$$

故

$$\begin{aligned} h' &= K_2 \frac{V_3^n l_3^{(2n+p)}}{d^p} \int_{l_3}^{l_2+l_3} \frac{dl}{l^{(2n+p)}} \\ &= K_2 \frac{V_3^n l_3^{(2n+p)}}{(2n+p-1)} \left[\frac{1}{l_3^{(2n+p-1)}} - \frac{1}{(l_2+l_3)^{(2n+p-1)}} \right] \end{aligned}$$

然

$$h' = K_2 \frac{V_3^2}{2g}$$

$$\therefore h' = \frac{2gK_2 l_3^{(2n+p)}}{(2n+p-1) d_3^p V_3^{(2n-1)}} \left[\frac{1}{l_3^{(2n+p-1)}} - \frac{1}{(l_2+l_3)^{(2n+p-1)}} \right] \dots\dots (131)$$

亦可用上示之同樣方法，計算文德利表之損失水頭係數 k ，此時，除圓錐形 $A-B$ 而外，其他在 l_1 及 l_4 (圖 98) 處，亦有損失，此等損失，亦用同一之速度水頭 $\frac{V_3^2}{2g}$ 表之。

在 l_1 中之損失水頭為 h'_1 ，

$$h'_1 = K_1 l_1 \frac{V_1^n}{d_1^p} = k_1 \frac{V_3^2}{2g}$$

$$\therefore k_1 = \frac{2g K_1 l_1 d_3^{2n}}{d_1^{(2n+p)} V_3^{(2-n)}} \dots\dots\dots (132)$$

在 l_4 中之損失水頭為 h'_4 ，

$$h'_4 = K_4 l_4 \frac{V_3^n}{d_3^p} = k_4 \frac{V_3^2}{2g}$$

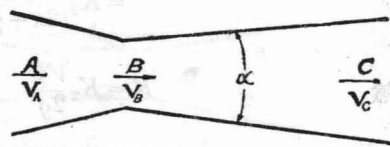
$$\therefore k_4 = \frac{2g K_4 l_4}{d_3^p V_3^{(2-n)}} \dots\dots\dots (132 a)$$

全體損失，即為此等損失之和，若命之為 k ，則

$$k = k_1 + k_2 + k_4,$$

若適當假定 K_1, K_2, K_4, p ，及 n 之值，則速度水頭，可用水速之函數求得之。

若不需正確之計算，則漸次縮小部分之損失，因其甚小，約為 $0.04 \frac{V^2}{2g}$ ，即省略之，亦無大礙。雖然，若在急激縮小之際，其損失水頭亦大，則不可不照前述之法則，一一求出之。



欲求末端擴大時之損失，

則設其角度為 α ，因而 d_B 與 d_C

圖 99

之比，與此損失有關係。因在此部分之水流，作亂運動而起渦流，故其損失水頭 h' ，亦較前述之末端縮小部之損失水頭為大。若用一般之公式表之，則為

$$h' = k \frac{V_B^2}{2g}$$

k 之值，不可不由實驗定之。 AB 之流量係數 C ，普通為 0.97。設 y_1 為 A, B 間之壓力水頭之差， V_A, d_A 為在 A 點之速度及直徑， V_B, d_B 為在 B 點之速度及直徑， V_C, d_C 為在 C 點之速度及直徑，則

$$V_B = \frac{C}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4}} \sqrt{2gy_1}$$

$$\therefore \frac{V_B^2}{2g} = \frac{C^2 y_1}{1 - \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4}$$

$$\therefore \frac{V_C^2}{2g} = \frac{C^2 y_1}{1 - \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4} \left(\frac{d_B}{d_C}\right)^4$$

若設 y 為 C, B 間之壓力水頭之差，則

$$1 - k = \frac{y + \frac{V_C^2}{2g}}{\frac{V_B^2}{2g}}$$

$$\therefore k = \left[1 - \left(\frac{d_B}{d_C}\right)^4\right] - \frac{y \left[1 - \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^4\right]}{C^2 y_1} \dots \dots \dots (133)$$

欲運用公式 (133)，則 y 及 y_1 之值，由實驗求之。於是 k 之

值一定在加州大學水力實驗室,所求得此種實驗結果之平均數,如次:

角 α	180°	80°	40°	24°	20°	16°	12°	8°	6°	4°
k	0.83	0.82	0.65	0.43	0.37	0.30	0.23	0.16	0.115	0.09

又 Gibson 氏表示末端擴大部之損失水頭之公式,爲 $h' = k' \frac{(V_B - V_C)^2}{2g}$. 由種種實驗之結果,知在圓形管,若 $\alpha = 5^\circ 30'$ 時,則 k' 之值爲最小,

$$k' = k' \frac{(V_B - V_C)^2}{2g} = k' \left(\frac{A_B}{A_A} - 1 \right)^2 \frac{V_C^2}{2g}$$

$$= k' \left(1 - \frac{A_B}{A_C} \right)^2 \frac{V_B^2}{2g} \dots\dots\dots (133 a)$$

圖 100 所示,即爲損失水頭係數 k' 之值,與圓錐角 α 之關

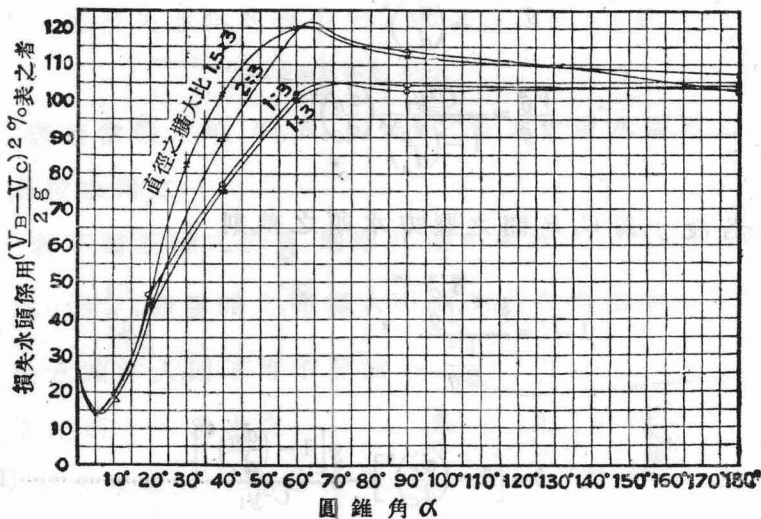


圖 100

係。如此曲線所示，若圓錐角 α 在 120° 以上時，則其損失，大概與 α 為 40° 時之情形相等，是即表示在 40° 與 120° 之中間，損失最多，尤其在 65° 時為最大，故在水力機械之設計，與其取圓錐角在 40° 以上，無寧作急激之斷面積變化，較為有效。

67. 因管之彎曲而起之損失

管路中，若有曲折，或彎曲等，則水流方向，即起變化。最初之斷面縮小，不久，而縮小之部分又擴大，因此必發生損失，如圖 101 所示。彎曲之影響，既大且遠，即過彎曲部而達下游若干距離，此影響尚尤可見。Schoder 氏用實驗證明之結果，若用 6 吋之彎曲管，即在直徑之 76 倍之下游，其彎曲之影響，尚尤可見。Weisbach 氏就直徑 3 cm 之圓滑之管實驗之。若用 $k \frac{V^2}{2g}$ 以表其損失水頭，則 k 與 $\frac{d}{R}$ 之關係如下，但 R 為彎曲半徑， d 為管之直徑。

$\frac{d}{R}$.20	.40	.60	.80	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
k	.131	.138	.158	.206	.294	.440	.661	.977	1.40	1.98

然上述之結果，僅就前述之極小情形而言，若欲一般應用之，則又事屬不可能，其後之實驗者，有如 Williams, Hubbel, Fenkell, Brightmore 及 Schoder 等諸氏，彼等所得之結果，雖各不一致，但 $\frac{d}{R}$ 與 k 之數值，互成

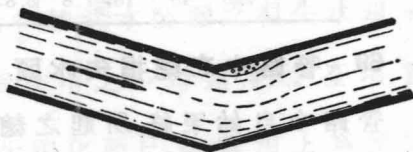


圖 101

比例而增大，則為彼等所確切證明之事實。

68. 因管路中之部分的隔壁而起之損失。

如圖 102 所示，管路中如有隔壁，則亦起水頭之損失，蓋在縮小口處密集之水，忽然一旦擴大，勢必發生渦流，遂起一種水頭之損失。

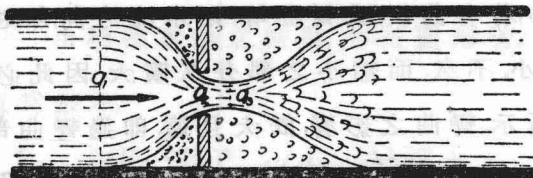


圖 102

設 a_1, a_2, a_3 各為本管縮小口，及水流最縮小部之面積，則由第 64 節，

$$\text{損失水頭 } h' = \left(\frac{a_1}{a_3} - 1\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \dots \dots \dots (136)$$

而 $\frac{a_1}{a_3}$ 因 $\frac{a_1}{a_2}$ 而變，今設 $h' = k \frac{V_1^2}{2g}$ ，據 Bellasis 氏之實驗， k 之值如次：

a_2/a_1	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	1.0
k	226	48	18	7.8	3.8	2.1	.80	.29	.06	0

69. 管路中之總損失水頭。

管路中自始至終，所起之總損失水頭之平均值，依次記之如下：

(1) 入口處之損失 $= k \frac{V^2}{2g}$

$$(2) \text{ 因管路之摩擦而起之損失} = \frac{fl}{d} \frac{V^2}{2g}$$

$$(3) \text{ 因管路之彎曲等而起之損失} = k_1 \frac{V^2}{2g}$$

(4) 因管之急激的擴大而起之損失


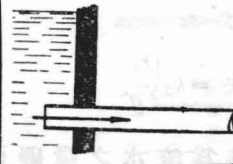
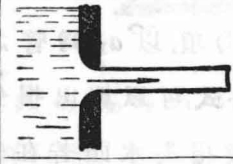
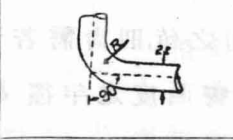
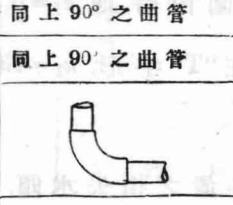
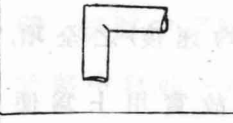
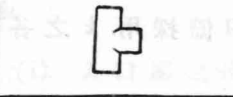
$$= \frac{(V - V_1)^2}{2g} = \left(\frac{a_1}{a} - 1 \right)^2 \frac{V_1^2}{2g}$$

$$(5) \text{ 因管之急激的縮小而起之損失} = k_2 \frac{V^2}{2g}$$

此外，如活瓣及軟木等，在水路中，特為流水之障礙而設備者，亦起相當之損失，則由上述之第(4)項，以 a_1 為管之面積， a 為發生障礙處之面積，用同一之公式，可以算出損失水頭，此等損失水頭之總和，為管路中之總損失水頭。若在管路中之彎曲處，如前節所述，欲知 k_1 之確切之值，則尚需若干之實驗及研究。惟彎曲度大約為 90° ，而其彎曲度之半徑 R ，與管之直徑 d 之比，又為 2 乃至 10 之範圍內時，則 $k_1 = 0.2$ 。若 $\frac{R}{d} = 1.0$ ，則 $k_1 = 0.75$ ，在“L”字形， $k_1 = 0.8$ ，在“T”字形， $k_1 = 1.5$ 。一般， k_1 之值，照上述之情形取用之可也。

如此，在一般情形之下，各種送水裝置之損失水頭，非在以一定係數 k_1 乘 $\frac{V^2}{2g}$ (V 為管中之平均速度) 之全項，實僅因速度 V 之大小不同，發生變化而已。故實用上為便宜起見，特取 k 之適當的平均值，用表列出，以備採用。 k 之各值，即如第 9 表所示。

第 9 表 送水裝置中損失水頭係數 k 之值,

	普通約為 0.4±	k 之值 0.5
		1.0
	$k=0.02-0.05$, 即視為 0.00 亦可,	0.0
	當 $\frac{R}{r} > 8$ 時, 損失水頭為 $(0.05-0.15)\frac{V^2}{2g}$ 其他, 因有不明之原因等, 則以 $k=0$,	0.0
同上 90° 之曲管	$R=2r$	0.5
同上 90° 之曲管	$R/2r=2-8$	0.25
	普通螺旋形, 90° 彎曲, 鑄鐵或可鍛 鑄鐵製之穿釘 (bolt)	0.75
		1.25
	普通螺旋形之同徑丁字管, 水流有 90° 之迴轉	1.50

第 9 表 (續)

量水器(圓盤型)	3.0-10
(翼車型 rotary type)	10
(往復活塞型)	15
(輪機型 turbine)	5.75
(diaphragm 及 orifice meter)	
孔之直徑=本管之直徑 $\times 0.91$	} V 用本管之水 速
孔之直徑=本管之直徑 $\times 0.8$	
嘴管 $C_V = 0.99 - 0.975$	0.02-0.05
(Venturi meter)	
擴大角 $\pm 5^\circ$	} 係數小者,則用大咽喉
擴大角 $\pm 15^\circ$	
穿釘,活瓣	$\begin{cases} k \text{ 大者用小瓣} \\ k \text{ 小者用大瓣} \end{cases}$
angle valve	$\begin{cases} k \text{ 大者用小瓣} \\ k \text{ 小者用大瓣} \end{cases}$
group valve	$\begin{cases} k \text{ 大者用小瓣} \\ k \text{ 小者用大瓣} \end{cases}$
foot valve 或唧筒吸上管之水漚	1.4-1.5

又爲表此種種之損失水頭起見,便宜上,與以不曲之管相等的損失之相當之長,置換之亦可若命

$$k \frac{V^2}{2g} = \frac{f l_1}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}, \text{ 則 } l_1 = \frac{kd}{f},$$

故
$$f \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} + k \frac{V^2}{2g} = \frac{f(l+l_1)}{d} \frac{V^2}{2g},$$

所有之損失,以同徑同質之管長置換之,得以一個公式,算出全體損失.

在極長之管路, $f \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$ 之損失,幾乎占盡全損失.其他之

入口或彎曲等處之損失,比較甚小,則此等較小之損失,可全部省略,只以摩擦損失,作為全部之損失可也。

問 題

(72) 水在長500米直徑0.35米之新鑄鐵管中流過,若其一秒間之流量為4.5立方米,則其損失水頭為幾何?

(73) 用一長3000米,直徑0.4米之新鑄鐵管,在總落差30.0米之下送水,其損失水頭及流量,用次之公式計算之:(a) Darcy氏之公式,(b) Schoder及Saph氏之公式,(c) Chezy氏之公式,(d)指數公式,(e)管用至極舊時之摩擦損失及流量如何?

(74) 用直徑0.3米,長100米之鐵管送水,管之入口與水槽之壁面同一平面,總落差為3.0米,計算其速度,流量,損失水頭各為若干?

(75) 在直徑0.3米之送水管之一點之壓力水頭為16米,由此點起,至其下游350米之處,其水壓為1.4每平方釐米仟克,若流量為0.14每秒立方米,曲管之損失水頭為0.5米,則管之梯度為幾何?

(76) 一貯水池之水面,較他貯水池之水面,高出150米,以直徑0.25米,長1.3仟克之鐵管連接之,取水口突入於水中,排水口在水面以下,試計算其流量如何?

(77) 唧筒之效率為75%,鐵管之長為1000米,直徑為0.25米,一秒間以0.1立方米之水量揚至30米之高度,且欲於其頂上,保持2每平方釐米仟克之壓力,問唧筒之馬力幾何?但管路中,有三個 90° 之曲管及兩個活瓣,皆屬鐵製,而一個曲管之損失水頭,與長25.7米之同徑的直管之損失水頭相當。

(78) 送水管由兩部分而成,一長150米,直徑0.3米,他一長400米,直徑0.25米,其斷面積之變化甚急,一秒間之流量為0.085立方米,求在管之各部及斷面變化之處之損失水頭如何?

第九章

送水管路

70 水量及馬力之計算

對於送水管之問題有兩種：即(a)貯水池之水的供給，或市內之自來水送水管。(b)動力用之送水裝置。對於(a)款，在第八章內，已就其簡單者論之。今更於本章，復舉例以說明，至於(b)款，則與效率問題有關，當於後章討論之。

〔例〕如圖 103 所示，總落差為 60 米，送水管之直徑，及其長短各不相同，當其使用活瓣，90° 的肘管，圓錐管，及嘴管等時，其流量如何？試概算之。

〔解〕此時損失水頭所起之處如次：(a) 入水口，(b) l_1, l_2, l_3 ,

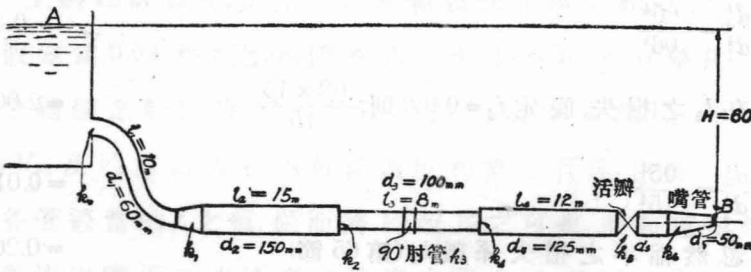


圖 103

及 l_4 等管中之摩擦。(c) 圓錐擴大管, (d) 忽然縮小, (e) 90° 的肘管, (f) 急激的斷面之增大, (g) 活瓣, (h) 嘴管。

在水面 A , 與嘴管之尖端 B 之間, 其能量 (energy) 之等式如次:

$$H = k_0 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{f_1 l_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} + k_1 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{f_2 l_2}{d_2} \frac{V_2^2}{2g} + k_2 \frac{V_3^2}{2g} + \frac{f_3 l_3}{d_3} \frac{V_3^2}{2g} \\ + h_3 \frac{V_3^2}{2g} + k_4 \frac{V_3^2}{2g} + \frac{f_4 l_4}{d_4} \frac{V_4^2}{2g} + k_5 \frac{V_4^2}{2g} + k_6 \frac{V_5^2}{2g} + \frac{V_5^2}{2g}$$

上式之 V_1, V_2, V_3, V_4 , 及 V_5 , 皆為相異之速度, 與直徑之自乘成反比例, 可變為任意之 V . 故

$$H = \left[\left(k_0 + \frac{f_1 l_1}{d_1} + k_1 \right) \frac{d_5^4}{d_1^4} + \frac{f_2 l_2}{d_2} \times \frac{d_5^4}{d_2^4} + \left(k_2 + \frac{f_3 l_3}{d_3} + k_3 + k_4 \right) \frac{d_5^4}{d_3^4} \right. \\ \left. + \left(\frac{f_4 l_4}{d_4} + k_5 \right) \frac{d_5^4}{d_4^4} + k_6 + 1 \right] \frac{V_5^2}{2g}$$

在管之入口處之損失係數 k_0 = 0.5

在 l_1 之損失, 假定 $f_1 = 0.02$, 則 $\frac{.02 \times 10}{.06}$ = 3.333,

圓錐擴大管中之損失係數 k_1 (第 66 節) = 0.3

$\frac{d_5^4}{d_1^4} = \frac{.05^4}{.06^4}$ = 0.48

在 l_2 之損失, 假定 $f_2 = 0.02$, 則 $\frac{.02 \times 15}{.15}$ = 2.00

$\frac{d_5^4}{d_2^4} = \frac{.05^4}{.15^4}$ = 0.012

忽然縮小之損失係數 k_2 (第 65 節) = 0.267

在 l_3 之損失, 假定 $f_3 = 0.02$, 則 $\frac{0.02 \times 8}{.1}$ = 1.600

$$90^\circ \text{ 的肘管之損失係數 } k_3 \text{ (第 67 節, 令 } \frac{d}{R} = 1.2) = 0.44$$

$$\text{急激擴大之損失係數 } k_4 = \left[1 - \left(\frac{d_3}{d_4} \right)^2 \right]^2 \text{ (由第 6 節)} = 0.13$$

$$\frac{d_5^4}{d_3^4} = \frac{0.05^4}{0.1^4} = 0.063$$

$$\text{在 } l_4 \text{ 之損失, 假定 } f_4 = 0.02, \text{ 則 } \frac{0.02 \times 12}{0.125} = 1.92$$

$$\text{活瓣之損失係數 } k_5 = 0.400$$

$$\frac{d_5^4}{d_4^4} = \frac{0.05^4}{0.125^4} = 0.0256$$

$$\text{嘴管中之損失 } k_6 = 0.628$$

$$60 = (1.984 + 0.024 + 0.1535 + 0.0594 + 1.0628) \frac{V_5^2}{19.62}$$

$$\therefore V_5 = 36.0 \text{ 每秒米}$$

$$\text{流量 } Q = 36 \times 0.00196 = 0.0756 \text{ 每秒立方米}$$

$$\text{噴出水之馬力} = \frac{WQ}{75} \times \frac{V_5^2}{2g} = \frac{1000 \times 0.0756}{75} \times \frac{36^2}{19.62} = 62.14 \text{ 馬力}$$

上例之計算中,各管中之摩擦損失水頭之粗度係數 f ,一律假定為0.02. 惟 f 之值,因水速之大小不同,各有變化,故更欲求精確之計算時,則由前法求出 V_5 之後,由此 V_5 ,再將 V_1 , V_2 , V_3 , 及 V_4 算出,復利用與此速度相當之管徑,由圖92,求得與各管適當的 f 之值,從而將 V_5 改正之可也. 此等總損失水頭,與流出嘴管之水所有之速度水頭之和,不可不與總落差60 m相等.

〔例 2〕以離心唧筒，通過長 5 米，直徑 0.15 米之吸上管，將水由下吸上，經過同徑之旋回管，如圖 104 之裝置，欲送出 0.0425 每秒立方米之水量，計算此唧筒之馬力。

〔解〕離心唧筒所工作之水頭，由 A 處之吸上計 (suction gauge)，與 B 處之壓力計 (pressure gauge)，此

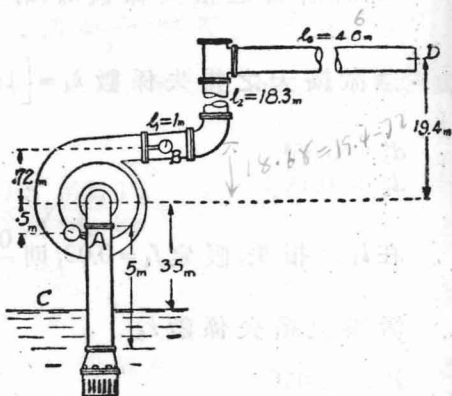


圖 104

兩計之指壓間之垂直距離之和以表之，此處

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.425}{0.01767} = 2.4 \text{ 每秒米.}$$

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{2.42}{2 \times 9.8} = 0.294 \text{ 米.}$$

若以此等速度，在直徑 0.15 米之新鑄鐵管內送水，則其摩擦係數 f 為 0.0175。在 C 點與 A 點之間應用伯魯利定理，則

$$0 = 3.0 + \frac{p_A}{W} + \frac{V_A^2}{2g} + f \frac{l_s}{d_s} \cdot \frac{V_A^2}{2g} + k \frac{V_A^2}{2g}.$$

上式中之 k ，為底瓣 (foot valve) 之損失係數，由第 9 表，知其數為 1.7，吸上表之指壓，為

$$\frac{p_A}{W} = -3 - 0.294 - 0.172 - 1.7 \times 0.294 = -3.966 \text{ 米.}$$

B 與 D 間，應用伯魯利定理，則

$$\frac{p_B}{W} + \frac{V_B^2}{2g} = 18.68 + \frac{V_D^2}{2g} + f \frac{(l_1 + l_2 + l_3)}{d} \frac{V_B^2}{2g} + k_1 \frac{V_B^2}{2g} + k_2 \frac{V_B^2}{2g}.$$

上式中之 k_1 及 k_2 , 爲肘管及丁字管之損失係數,

$$\frac{p_B}{W} = 18.68 + \frac{0.175 \times 65.3}{0.15} \times 0.294 + (0.75 + 1.5)0.294 = 19.588 \text{ 米,}$$

$$\text{唧筒之總昇高水頭} = \frac{p_A}{W} + \frac{p_B}{W} + 0.5 + 0.72.$$

$$\text{故 } H = 3.966 + 19.588 + 0.5 + 0.72 = 24.774 \text{ 米.}$$

$$\text{唧筒之馬力} = \frac{24.774 \times 0.0425 \times 1000}{75} = 14.0 \text{ 馬力.}$$

71. 對於所要水量之管徑.

若已知落差 H , 管長 l , 所要水量 Q , 而求適當之管徑時, 固然, 可以直接使用公式. 惟用次示之方法, 比較容易, 且可於短時間內求得之.

例如, 設管之出口處之水速爲 V , 管中之摩擦損失爲 $\frac{fl}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$,

其他曲線等之損失水頭爲 $\Sigma k \frac{V^2}{2g}$, 則

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{fl}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} + \Sigma k \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots (a)$$

若管甚長, 則 $\frac{fl}{d} \frac{V^2}{2g}$, 已佔去 H 之大部分, 其他 $\frac{V^2}{2g}$, 或 $\Sigma k \frac{V^2}{2g}$,

比較甚小, 雖省略之, 其結果亦無大差.

$$\text{故令 } H = \frac{fl}{d} \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots (b)$$

$$\text{而 } V = \frac{4Q}{\pi d^2},$$

$$\text{由 (a) 式, } d = \sqrt[5]{\frac{(1 + \Sigma k) fl (4Q)^2}{\pi^2 j H}} \dots\dots\dots (c)$$

由 (b) 式,
$$d = \sqrt[5]{\frac{f l (4Q)^2}{2g(\pi)^2}} \dots\dots\dots (d)$$

若適當假定 (c) 及 (d) 中之 f 之值, 則 (d) 式固容易解決. 惟在 (c) 式之 5 乘根內, 亦有 d 之值, 殊不易解故直接在 (a) 或 (b) 式中, 先假定直徑 d 之值, 計算比較簡單.

[例] 總落差 20 米, 送水管之長為 100 米. 欲送 1.5 每秒立方米之水量, 求管之適當的直徑.

[解] 在此送水管中, 水之入口處之損失係數 $k_1 = 0.5$, 90° 的曲管一個, $k_2 = 0.25$, 水門瓣 (gate valve) 一個, $k_3 = 0.35$, 管之末端之水, 自由向空中放流. 今先假定管之直徑為 700 毫米, 則由 (a) 式,

$$20 = \frac{V^2}{2g} (1 + 0.021 \times \frac{100}{0.7} + 0.5 + 0.25 + 0.35).$$

$$\therefore V = 8.89 \text{ 每秒米, 或 } Q = 3.4 \text{ 每秒立方米.}$$

此 $Q = 3.4$ 每秒立方米之水量, 約為所要水量之二倍有餘, 但管之直徑, 卻不為二倍, 即水速縱無變化, 而水量與直徑之自乘成正比例. 又在大管中之水速較在小管中之水速稍快.

$$20 = \frac{V^2}{2g} (1 + 0.021 \frac{100}{0.5} + 1.1)$$

$$\therefore V = 8.0 \text{ 每秒米; } Q = 1.568 \text{ 每秒立方米.}$$

若直徑為 475 毫米, 則 $Q = 1.396$ 每秒立方米, 則不足所要之水量; 惟與其不足, 無寧過之. 故取直徑為 500 毫米.

72. 由所與之水管, 所得之最大馬力.

於圖 105, A 爲水槽之上水面, 用導管與此水槽相連, 由管之末端之嘴管, 將水噴出, 在此裝置中, 則嘴管之直徑與管之直徑之比, 應當如何, 然後噴射水之力量, 始爲最大?

$$\text{在 } C \text{ 處之水所有之馬力} = \frac{Qw}{75} \times \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots (146)$$

若嘴管之直徑 d 較小, 則 Q 之值亦較小. 惟在他方面言之, 則 $\frac{V^2}{2g}$ 之值當增大; 反之, 若 $d = d_3$ 時, 則 Q 雖增大, 因其速度減小, 而出力 (output) 亦隨之減低.

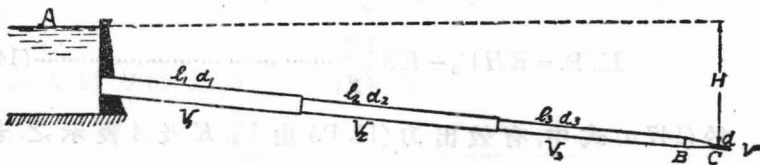


圖 105

設 k 爲嘴管之損失係數, h' 爲 A—B 管中之損失水頭, h'' 爲管及嘴管之總損失水頭, 則

$$\text{H.P.} = \frac{QW(H-h'')}{75 \frac{w}{r}} \dots\dots\dots (146 a)$$

$$h'' = h' + k \frac{V^2}{2g}$$

$$= \frac{V_3^2}{2g} \left[\frac{f_1 l_1}{d_1} \left(\frac{d_3}{d_1} \right)^4 + \frac{f_2 l_2}{d_2} \left(\frac{d_3}{d_2} \right)^4 + \frac{f_3 l_3}{d_3} + \dots \right] + k \frac{V^2}{2g} \dots\dots (146 b)$$

或
$$h'' = A \frac{V_3^2}{2g} + k \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots (147)$$

上式中之 A 及 k 爲已知之係數, 故設 a_3 爲 d_3 之面積, 則

$$\text{H.P.} = \frac{a_3 V_3 w}{75} \left[H - A \frac{V_3^2}{2g} - k \frac{V^2}{2g} \right] \dots\dots\dots (147 a)$$

$$\text{或 } \frac{V^2}{2g} = \frac{H-h'}{1+k} = \frac{H-A\frac{V^2}{2g}}{1+k}, \dots\dots\dots (147 b)$$

代 (147 a) 入 (147 c), 則

$$\begin{aligned} \text{H. P.} &= \frac{a_3 V_3 W}{75} \left[H - A \frac{V_3^2}{2g} - k \frac{H - A \frac{V_3^2}{2g}}{1+k} \right] \\ &= \frac{a_3 V_3 W}{75} \left[H - A \frac{V_3^2}{2g} \right] \frac{1}{1+k} \\ &= K V_3 \left[H - A \frac{V_3^2}{2g} \right], \end{aligned}$$

$$\text{或 } \text{H. P.} = K H V_3 - K A \frac{V_3^3}{2g} \dots\dots\dots (147 d)$$

於 (147 a) 式中, 有效出力 (H. P.) 由 V_3 , K 及 A 表示之。若此 H. P. 單以 V_3 之函數為最大時, 則不可不認定 K 及 A 之數值為一定。換言之, 若 k, f_2, f_3 及其他之損失落差, 皆用 V_3 之函數表示時, 則代數式不為簡單。若概略計算, 則命此等係數為一定, 將 (147 b) 式微分之, 則得

$$\frac{d(\text{H. P.})}{dV_3} = KH - 3KA \frac{V_3^2}{2g} = 0. \dots\dots\dots (147 e)$$

$$\therefore A \frac{V_3^2}{2g} = \frac{H}{3}, \dots\dots\dots (147 f)$$

$$\text{或 } h' = \frac{H}{3}.$$

即當流出嘴管之水, 其馬力為最大時, 則嘴管之直徑, 當如是選定之, 即管中之總損失落差, 約為總落差之三分之一可也。此時管系之效率, 為 $\frac{2}{3(1+k)}$, 較 66% 稍小。

$$\text{由 (147 f) 式, } V_3 = \sqrt{\frac{2gH}{3A}} \dots\dots\dots (148 a)$$

故最大馬力:

$$\text{H. P.} = \frac{a_3 W}{75} \sqrt{\frac{2gH}{3A} \left[\frac{2}{3} H \right]} \frac{1}{1+k} \dots\dots\dots (148 b)$$

又在最大馬力時之速度:

$$V = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{2}{3} H \right)}{1+k}} \dots\dots\dots (148 c)$$

設噴出口之面積為 a , 則

$$a = \frac{a_3 V_3}{V} = a_3 \sqrt{\frac{1+k}{2A}} \dots\dots\dots (148 d)$$

故最大馬力時之嘴管之直徑 d :

$$d = d_3^4 \sqrt{\frac{1+k}{2A}} \dots\dots\dots (148 e)$$

公式 (148) 及 (148 a) 所表之值, 為在所與管徑時之最大出力, 惟不可與其他之情形, 混同誤解。即在同大之嘴管, 若原管之直徑較大, 則其所出之馬力, 亦較上述者為大。雖然管徑愈大, 則其成本及其他之費用亦愈加多。故出力雖有所得, 在他方亦有所失。由此點考之, 則不可不選定最經濟之管徑。又實用上, 如此之損失落差, 若為總落差之三分之一時, 則亦不為經濟, 大概管中之損失落差, 約為總落差之 2% 乃至 3%, 甚至 6% 為止。一般須照如此之規定, 以選定管之直徑。

73 管路之經濟的直徑

若水源與需用地間之容許損失落差及水量, 皆一定不變時, 則如第 71 節所述, 其管路之大小, 亦可因此而定。惟在唧

筒之送水管，或輪機 (turbine) 之導管等，其損失落差，不必一定，因而對於此等所使用之管徑，亦不能一定。但實際上，亦約略有一定之範圍，大概被水量及其他之情事所支配者居多。

若使用之水量一定，則管徑愈大，損失落差即愈小。即如在唧筒之情形，若送水管之管徑較大，則原動力即稍小亦能濟事。至於輪機，因其損失落差甚小，故有效落差增大。雖然，管徑大，消費亦大，即因此管徑相當之一定的供給，消耗等，皆隨之增大。如前所述，使用大管徑，雖較使用小管徑時之損失落差為小，但對於消費，不必一定成正比例。故對於各種管徑，須得詳細考察，不可不選定其對於消費與供給之和為最小。又此等問題，由設計上考察之結果，因壓力之大小，不可不加減其管之厚薄，其他種種關係，更為廣大複雜。此處所論及者，僅一般之簡單情形而已。茲特將管之直徑，厚薄，皆屬一樣之情形者示之如次：

m = 對於所安置之水管之單位重量 (仟克) 之價格。

s = 管料之單位面積上 (平方釐米)，所有之安全內應力 (仟克) (包含鉚接效率在內)。

r = 消費率。

y = 一時間動力一馬力之價格。

n = 一年間使用時間數。

w = 1000 每立方釐米之水重。

w_1 = 鋼之單位體積 (斷面積為 1 平方釐米，長為 1 米) 之重量。

δ = 因管之接頭及其他附屬品所增加之重量, 因而所起之重量率.

t = 管之厚(釐米)(假定管厚到處一樣).

d = 管之直徑(毫米).

l = 管之長(米).

$$\text{管之總價格} = \frac{\pi d}{10} l t w_1 \delta m$$

故一定之供給 C_1 ,

$$C_1 = \frac{\pi d}{10} l t w_1 \delta m r \dots\dots\dots (150)$$

若由管之最下端之總壓力水頭(靜水頭 + 水槌壓力等之全壓力水頭) H 米, 以計算管之厚時, 則

$$t = \frac{H w d}{20 s}$$

$$\therefore C_1 = \frac{\pi l w_1 \delta m r}{200 s} \frac{H w}{d^2} \dots\dots\dots (150 a)$$

因摩擦而起之損失馬力 = $\frac{Q w h'}{75} = \frac{Q w f l}{75} \cdot \frac{V^2}{2 g}$

故一年間, 因此損失馬力之消費價格 C_2 ,

$$C_2 = \frac{Q w f l}{75} \cdot \frac{V^2}{2 g} (n \times y) = \frac{Q^2 w f l}{907.8 d^5} (n \times y) \dots\dots\dots (151)$$

設 $C_1 + C_2 = C$, 此 C 之值, 若對於 d 之第一微分爲零時, 則其值爲最小,

$$\frac{dc}{dd} \left[\frac{\pi l w_1 \delta m r H w}{100s} \right] d - \left[\frac{Q^3 w f l (ny)}{907.8} \right] \frac{5}{d^6} = 0$$

$$\therefore d = \sqrt[3]{0.177 \frac{Q^3 f n y s}{w_1 \delta m r H}} \dots \dots \dots (151 a)$$

或
$$Q = \sqrt[3]{\frac{d^7 w_1 \delta m r H}{f n y s}} \times 5.64 \dots \dots \dots (151 b)$$

若實際應用以上之計算時，則在式中各項，須以正確之數值代入。蓋不如此，則往往不免有困難發生。尤其在發電所之導管，因其負載之狀態不同，隨時發生水量之變化。則在計算損失馬力之際，不可不先知其負載率。又因損失馬力，與 Q^3 成比例。故在計算中，須將實際之流量三乘之，然後將其平均值再開立方，而後使用。

如此，算出之經濟的管徑，不必一定適合實用，故往往亦有訂正之必要。例如小發電所，較之大發電所，其一定之消費，比較其他各種，特別增大，因而照理論上所算出之管徑，不免稍有過小。在如此情形之下，不特水頭損失增大，即水速亦增大，因而對於水量之調整等所引起之水槌水頭亦過大。於是後節所述之緩衝櫃 (surge tank) 等之裝置，尤為必要。又損失水頭增大，則於全負載與無負載間之有效落差，難免不有非常之變化。故實用上之管徑，須較由計算求得之管徑稍大，始能合用。

74 分歧的送水管

圖 106 所示，為分歧的送水管最簡單之情形，假定由高

處之水槽 A, 向低處之水槽 B 及 C 送水, 若管身比較長大時, 則管中之摩擦損失亦大. 其他在水之入口處及枝管之分歧點, 其損失較小, 縱完全漠視之, 亦不發生任何影響. 又在 B 槽中, 有時亦有由 B 向 D 流動者, 但此處係假設由 D 向 B 流動, 若管長, 管徑, 分歧點 D 之位置, 及 B, C 水槽之水面之高, 皆屬已知時, 則流量之計算如次:

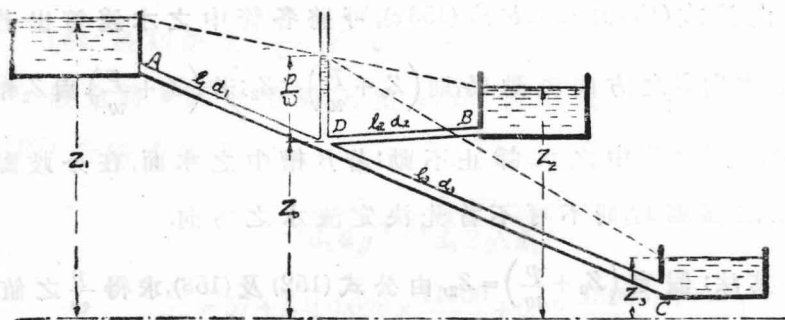


圖 106

AD, DB, 及 DC 各管之損失水頭, 以算式表之, 則得

$$Z_1 - \left(Z_0 + \frac{p}{w}\right) = \frac{f l_1}{d_1} \cdot \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots (152)$$

$$\left(Z_0 + \frac{p}{w}\right) - Z_2 = f \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{V_2^2}{2g} \dots\dots\dots (152a)$$

$$\left(Z_0 + \frac{p}{w}\right) - Z_3 = f \frac{l_3}{d_3} \cdot \frac{V_3^2}{2g} \dots\dots\dots (153)$$

$$a_1 V_1 = a_2 V_2 + a_3 V_3 \dots\dots\dots (153a)$$

當決定上述四公式中之四個未知數時, 最初須適當假定 f 之值, 計算其速度, 然後以對於 V_1, V_2 及 V_3 等各種速度之

f 之值，代入前式，復行改正其計算可也。

由 (152) + (152 a)

$$Z_1 - Z_2 = f \frac{l_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} + f \frac{l_2}{d_2} \frac{V_2^2}{2g} \dots \dots \dots (153 b)$$

由 (152) + (153)

$$Z_1 - Z_3 = f \frac{l_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} + f \frac{l_3}{d_3} \frac{V_3^2}{2g} \dots \dots \dots (153 c)$$

由公式 (153 a), (153 b) 或 (153 c), 可將各管中之水速算出。若水由 B 向 D 之方向流動時, 則 $(Z_0 + \frac{p}{w}) < Z_2$; 若 $(Z_0 + \frac{p}{w})$ 與 Z_2 相等時, 則 DB 管中之水, 靜止不動; 若 B 槽中之水面, 在分歧點以上之高處時, 則不可不首先決定流水之方向。

其法: 假定 $(Z_0 + \frac{p}{w}) = Z_2$, 由公式 (152) 及 (153), 求得 $\frac{p}{w}$ 之值。

當 $(Z_0 + \frac{p}{w}) < Z_2$ 時, 則可知水由 B 向 D 流, 而此時之動水傾斜線, 由 B 點起, 漸向 D 方低下。今舉一例, 以明示其解法。

[例] 於圖 107, A 點之唧筒, 在下水面上 4 呎之處, 其總水頭, 在排水管處為 97 米, 水槽 C 及 D 之水面, 各在下水面 93 米及 57 m 之上, 各管徑, 管長及 f 之值如次:

$$d_1 = 1000 \text{ 毫米}, l_1 = 11000 \text{ 米}, f_1 = 0.023,$$

$$d_2 = 1100 \text{ 毫米}, l_2 = 10000 \text{ 米}, f_2 = 0.025,$$

$$d_3 = 1100 \text{ 毫米}, l_3 = 15000 \text{ 米}, f_3 = 0.025,$$

試求在各管中之流量如何?

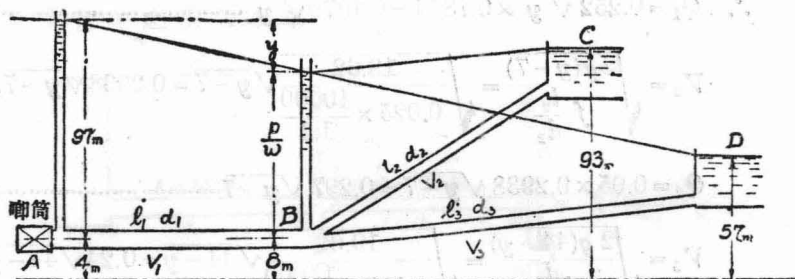


圖 107

〔解〕 最初決定 BC 管中流水之方向。

假定將 B 點之活瓣閉鎖，則 BC 管中無水流通，水僅由 ABD 管路通過，然

$$\begin{aligned}
 101 &= 57 + f_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} + f_3 \frac{l_3}{d_3} \frac{V_1^2}{2g} \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 \\
 &= 57 + \frac{V_1^2}{2g} \left[0.028 \times \frac{11000}{1} + 0.025 \frac{15000}{1.1} \left(\frac{1000}{11000}\right)^4 \right] \\
 &= 57 + \frac{V_1^2}{2g} \times 540.92.
 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{V_1^2}{2g} = 0.08134, \text{ 或 } \frac{f_1 l_1}{d_1} \cdot \frac{V_1^2}{2g} = 25.05 \text{ 米.}$$

即在 B 點之總水頭 $= (97 + 4 - 25.05)$ 米，較 C 槽之水面略低。故水由 C 向 B 流。而 $Q_3 = Q_1 + Q_2$ 。

今設在 AB , BC 及 BD 諸管中，皆有水流通。又設由 A 至 B 之損失水頭為 y 。則

$$V_1 = \sqrt{\frac{2gy}{f_1 \frac{l_1}{d_1}}} = \sqrt{\frac{19.62y}{0.028 \times \frac{11000}{1}}} = 0.252\sqrt{y}.$$

$$\therefore Q_1 = 0.252 \sqrt{y} \times 0.7854 = 0.1979 \sqrt{y} \dots\dots\dots (a)$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g(y-7)}{f_2 \frac{l_2}{d_2}}} = \sqrt{\frac{19.62}{0.025 \times \frac{10000}{1.1}}} \sqrt{y-7} = 0.2938 \sqrt{y-7},$$

$$Q_2 = 0.95 \times 0.2938 \sqrt{y-7} = 0.279 \sqrt{y-7} \dots\dots\dots (b)$$

$$V_3 = \sqrt{\frac{2g(44-y)}{f_3 \frac{l_3}{d_3}}} = \sqrt{\frac{19.62}{0.025 \times \frac{15000}{1.1}}} \sqrt{44-y} = 0.24 \sqrt{44-y}$$

$$Q_3 = 0.95 \times 0.24 \sqrt{44-y} = 0.228 \sqrt{44-y} \dots\dots\dots (c)$$

$$\begin{aligned} \text{又 } Q_3 &= Q_1 + Q_2 = 0.228 \sqrt{44-y} \\ &= 0.198 \sqrt{y} + 0.279 \sqrt{y-7} \dots\dots\dots (d) \end{aligned}$$

(d)式中之 y 之值,當在7米與25米之間.若設 y 為11.8,則可滿足(d)式,即

$$Q_1 = 0.198 \sqrt{11.8} = 0.68 \text{ 每秒立方米.}$$

$$Q_2 = 0.278 \sqrt{4.8} = 0.61 \text{ 每秒立方米.}$$

$$Q_3 = 0.228 \sqrt{32.2} = 1.29 = Q_1 + Q_2.$$

75. 有枝管的本管.

凡已知管長,及其所要水量與落差,由是而計算與其適當之管徑時,則對於各枝管同時流出之水量,亦不可不預先給與之.

圖108所示,即 $l_1=1000$ 米, $l_2=850$ 米, $l_3=1500$ 米,其他之枝管,亦與 l_3 之長相等,即皆為500米,其直徑亦與 d_3 相等,水量皆為1立方米,總水量為3立方米,則

$$l_1 \text{ 管中之損失水頭} = f_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} \dots\dots\dots (a)$$

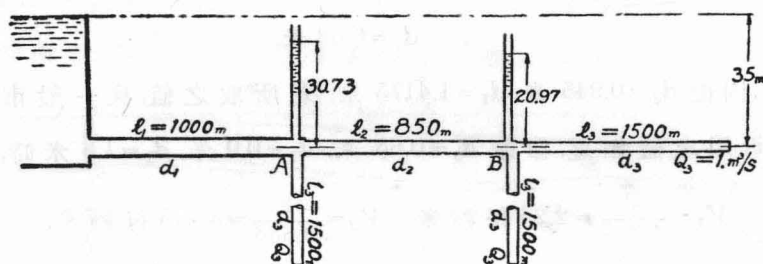


圖 108

$$l_2 \text{ 管中之損失水頭} = f_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{V_2^2}{2g} \dots\dots\dots (b)$$

$$l_3 \text{ 管中之損失水頭} = f_3 \frac{l_3}{d_3} \frac{V_3^2}{2g} \dots\dots\dots (c)$$

此三個水頭之和，不可不為 35 米。

又由連續流之公式：

$$V_1 = \frac{3}{a_1} = \frac{12}{\pi d_1^2}, \quad V_2 = \frac{2}{a_2} = \frac{8}{\pi d_2^2}, \quad V_3 = \frac{1}{a_3} = \frac{4}{\pi d_3^2}$$

代入上式之值，以求損失水頭之和，則

$$f_1 \frac{l_1}{2g\pi^2} \times \frac{144}{d_1^5} + f_2 \frac{l_2}{2g\pi^2} \times \frac{64}{d_2^5} + f_3 \frac{l_3}{2g\pi^2} \times \frac{16}{d_3^5} = 35. \dots\dots\dots (d)$$

解(d)式，可得無數之答，故首先非假定 d_3, d_2 及 d_1 之大小之比不可。今設 $d_2 = 1.5 d_3, d_1 = 1.5 d_2$ ，代其值入(d)式，但在鑄鐵及鍛鐵管， f_1, f_2 與 f_3 之值，普通皆假定為 0.02，即

$$0.02 \times \frac{1000}{2 \times 9.81 \times \pi^2} \times \frac{144}{2.25^5 d_3^5} + 0.02 \times \frac{850}{2 \times 9.81 \pi^2} \times \frac{64}{1.5^5 d_3^5} + 0.02 \times \frac{1500}{2 \times 9.81 \pi^2} \times \frac{16}{d_3^5} = 35.$$

$$\therefore \frac{0.257}{d_3^5} + \frac{0.74}{d_3^5} + \frac{2.478}{d_3^5} = 35$$

$$\therefore d_3 = 0.63 \text{ 米.}$$

因而 $d_2 = 0.945$ 米, $d_1 = 1.4175$ 米. 若所取之值, 與一般市場內所用之值相近, 即命 $d_3 = 0.65$ 米, $d_2 = 0.9$ 米, $d_1 = 1.3$ 米時, 則

$$V_1 = \frac{3}{1.327} = 2.26 \text{ 每秒米, } V_2 = \frac{2}{0.636} = 3.145 \text{ 每秒米,}$$

$$V_3 = \frac{1}{0.332} = 3.01 \text{ 每秒米.}$$

對於各管, 求得與此速度相當之 f 之值, 以此 f 之值代入上式, 將前之計算改正之, 則可求得與真值相近之直徑. 若不用如此精密之計算, 則只將全體之動水傾斜算出, 苟不超過 35 米斯可也.

$$\frac{f_1 l_1 V_1^2}{d_1} = 0.02 \frac{1000}{1.3} \times \frac{2.26^2}{2g} = 4.01,$$

$$\frac{f_2 l_2 V_2^2}{d_2} = 0.02 \frac{850}{0.9} \times \frac{3.145^2}{2g} = 9.52,$$

$$\frac{f_3 l_3 V_3^2}{d_3} = 0.02 \frac{1500}{0.65} \times \frac{3.01^2}{2g} = 21.31.$$

在 A 點之 $\frac{p}{w} = 35 - \left(4.01 + \frac{V_1^2}{2g}\right) = 30.73$ 米. 故在 A 點所置枝管之大, 只求其管中所通之水量, 能保持此 30.73 米之水頭斯可也. 此枝管之大, 可用第 71 節所述之方法求得之.

76. 枝管再與本管結合之送水管.

如自來水等之送水管, 為準備防止故障發生起見, 全線

複雜安置.惟此舉多不經濟,故一般自來水等之送水管,皆行部分的複雜安置,即一度分歧之管,使之再與本管結合,如圖 109 所示.假設在 BE 間,無漏水等之現象發生,至 F 點止,其水

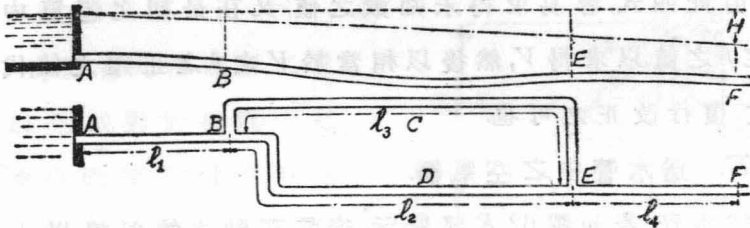


圖 109

頭低下為 H , 則在 AF 間所損失之能力,當與各部分損失之能力相等,

故

$$WH = W_1 f_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} + W_2 f_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{V_2^2}{2g} + W_3 f_3 \frac{l_3}{d_3} \frac{V_3^2}{2g} + W_4 f_4 \frac{l_4}{d_4} \frac{V_4^2}{2g} \dots\dots\dots (a)$$

上式中之 W , 為 1 秒間流通之水的全體重量, W_2, W_3 為 l_2, l_3 管中之流水之重量. 又 BDE 與 BCE 管中之損失水頭相等, 何則? B 及 E 之總水頭, 在兩管皆為共通故也.

$$f_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{V_2^2}{2g} = f_3 \frac{l_3}{d_3} \frac{V_3^2}{2g} \dots\dots\dots (b)$$

以此關係, 代入 (a) 式, 用 W 除之, 則得

$$H = f_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} + f_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{V_2^2}{2g} + f_4 \frac{l_4}{d_4} \frac{V_4^2}{2g} \dots\dots\dots (c)$$

即 DE 間之損失水頭, 係一管中之損失, 并非兩管中各損失

之和。由以上諸式中，若欲求 V_1 , V_2 及 V_4 時，則不可不由次之關係，即

$$a_1 V_1 = a_4 V_4 = a_2 V_2 + a_3 V_3 \dots\dots\dots (d)$$

由此四式，容易求得未知數之值，又在最初之運算中先假定 f 之值，以求得 V ，然後以相當於 V 之 f 之正確之值，代入前式，復行改正之可也。

77. 送水管中之空氣瓣。

送水管，若如圖 62 *E* 部所示，安置在動水傾斜線以上時，則其點之水壓，在大氣壓以下，在其外方，不特受外氣之壓力，即溶解於水中之空氣，亦均集合於此，漸次阻礙水之流通。故在可能範圍內，決不採取如是之安置，縱不若圖 62 之狀態。苟水路甚長，即在動水傾斜線以下，而於管之轉角處（即水平亦然），常有空氣集合，則不可不備一種空氣瓣，將此空氣排除。普通所用之瓣，為浮子式。因空氣蓄積，致浮子下降，於是空氣之通路打開，因而空氣得以排除。當空氣排除乾淨之後，水復充滿，浮子又得上昇，復行將空氣之通路遮斷。

此空氣瓣，不特排除管中內部之空氣，亦可以作為空氣吸入瓣，在管路中急激傾斜之底部，萬一發生破損時，則由此破損之處，急激放水，致將連續的流水截斷。因此發生部分的真空，若在大鐵管或木管中，往往因內部之空氣減低，外部壓力加大，致將管壓壞者，實屬不少。為防止此種危險起見，特將空氣瓣打開，使內部不至變為真空，常保安全。

78. 虹吸管 (siphon).

連結水面高度相差之二水槽，欲求在動水傾斜線以下安置水管時，往往有因地勢之關係，非掘鑿山洞不可，於是需要多額之費用。

為節省此種多額之費用起見，或對於發電所之餘水排除等，往往有利用虹吸管者。虹吸管為一倒立之U字形管，如圖 110 所示，即其一例。

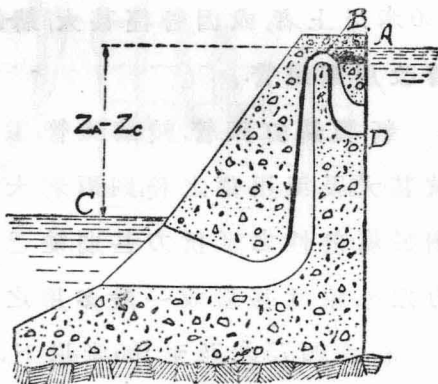


圖 110

於 A 與 B 間，

$$\frac{p_A}{w} + Z_A = \frac{p_B}{w} + Z_B + \frac{V^2}{2g} + \text{入口處之損失水頭} + \frac{f l_{A-B}}{m} \frac{V^2}{2g}$$

$$\therefore \frac{p_A}{w} + Z_A - Z_B - \frac{p_B}{w} = \frac{V^2}{2g} \left(1 + \frac{f l_{A-B}}{m} + k \right) \dots\dots\dots a)$$

於 B 與 C 間，

$$Z_B + \frac{V^2}{2g} + \frac{p_B}{w} = Z_C + \frac{V^2}{2g} + \frac{p_C}{w} + \frac{f l_{B-C}}{m} \frac{V^2}{2g}$$

$$Z_B - Z_C + \frac{p_B}{w} = \frac{p_C}{w} + \frac{f l_{B-C}}{m} \frac{V^2}{2g} \dots\dots\dots (b)$$

由 (a) 及 (b)，

$$Z_A - Z_C = \frac{V^2}{2g} \left(1 + \frac{f l}{m} + k \right) = \text{排泄口處之損失水頭} + \text{管中之}$$

摩擦損失水頭 + 入口處損失水頭。

79. 送水管之安裝.

在水壓不高,直徑不甚大之一般自來水用之送水管,以鑄鐵管最爲適宜.惟在發電廠用之送水管,有用於超過水頭150米以上者,或因管徑甚大,鑄鐵無此強大之張力,故普通皆改用鋼鐵管.

新製鉚釘鋼管,較鑄鐵管,其釘頭及蓋板對於流水之抵抗甚大,及至用舊之後,則兩者大概相同.又鋼管較之鑄鐵管,對於腐蝕性之抵抗力甚弱,缺乏永續性.惟其對於壓力及張力之忍耐性甚強,故一般多用之.

在水頭75米乃至100米以下者,使用木管,甚爲經濟,因木管價格低廉,且其摩擦抵抗,較鉚釘鋼管爲小,即使經過數年之後,亦不如鋼管,常有摩擦抵抗之增加,反而有減少摩擦抵抗之傾向.

從前使用之木管,係取一根大木料,將其中央剝空.現今所使用者,則不然.如一般之木桶,由多數木板接合而成,外面加上若干之鐵箍,其形如圖111所示.

於兩板相接之處,嵌入薄鐵板(較木板之幅稍寬),以防漏水,惟對於木管,須講求適當之保存方法,即乾燥與潤濕,交相侵入,最易腐蝕.若一味潤濕,或一味乾燥而保存之,則其生命,較鐵管尤長.又木管被酸類侵犯而不腐蝕,或起電氣分解等作用,故對於運送腐蝕性劇烈之酸類,或酸類之混合液等,以木管最爲適宜.且木管對於溫度變化之伸縮性甚小,不如鐵

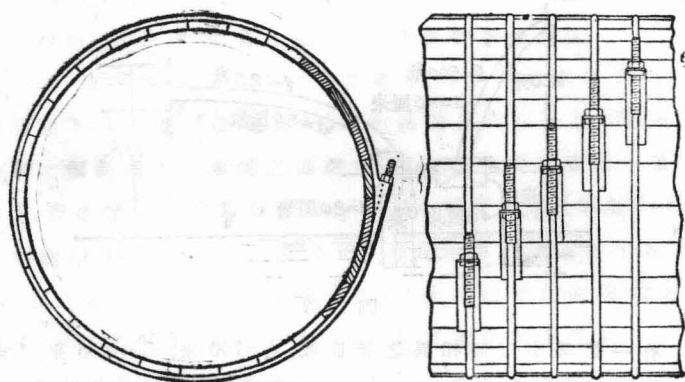


圖 111

管之甚，故無設備伸縮接頭之必要。如此，木管雖較鐵管之優點為多，然對於急激之屈折，則不可能，又在幹管上安置枝管，更不如鐵管容易。

如前所述，鐵管對於溫度之變化，有相當之伸縮，故在較長之鐵管，必須設備伸縮接頭。至於鑄鐵管，其接續點已有相當之餘裕，則無此設備之必要。

問 題

(79) 圖 112 所示，為一 80 釐米之離心唧筒，用一同直徑，長 6 米之吸上管，將水由下吸上。欲以長 25 米之排水管，將 7.1 每秒立方米之水量，送到 15 米之高處，此唧筒與輪機 (turbine) 直接，用一長 500 米，直徑 0.45 釐米之導管，接受壓力水，其落差在軸之中心線上 120 米，排水管之直徑為 45 釐米，長為 6.5 米。(a) 假設輪機之效率為 80%，則應需若干馬力，始能將唧筒運轉？(b) 計算唧筒之效率。

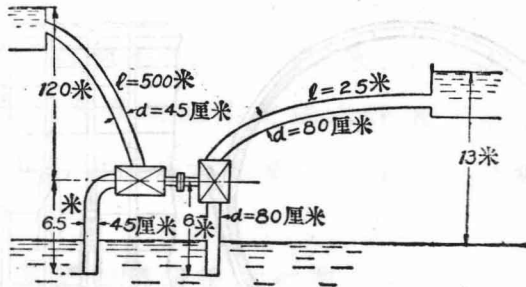


圖 112

(80) 有一管系，由三個相異之管而成， $l_1=700$ 米， $d_1=0.65$ 米， $l_2=620$ 米， $d_2=0.55$ 米， $l_3=120$ 米， $d_3=0.45$ 米。於其尖端，置一直徑 0.08 米之嘴管，嘴管之損失係數 $k=0.05$ ，總落差為 320 米。(a) 計算流量，(b) 設 l_2 之中央部，在嘴管之中央線 66 米之上，計算此點之壓力。

(81) 有一長 250 米，總落差 42 米之鐵管，若其水之入口處之損失係數為 1 ，則欲輸送每秒 0.19 立方米之水量，其管徑當為若干？

(82) 某發電所之總落差為 423 米，在安置嘴管之處，其徑之直徑為 0.65 米。該處之壓力，為每平方釐米 37.5 仟克，壓力表之中心，在噴射口之中心上 0.98 米之處，噴射口之直徑為 0.08 米，用不完全收縮堰，測定其水量之結果，知 $h=0.225$ 米， $b=2.23$ 米，堰頂之高，在底邊上 0.635 米，發電機之發電容量為 1314 仟伏特。在此負載之時，發電機之效率為 0.94 ，試解答次之問題：

- 由貯水池起，至配電盤止，所有發電所全體之效率。
- 單求水車之葉輪的效率。
- 水車之效率(葉輪與嘴管合併言之)。
- 單求嘴管之效率。
- 送水管之效率。
- 嘴管之損失係數 k 。

83) 用一長 154 米，直徑 250 毫米之鐵管，連結兩個水槽，安置鐵管與水槽之側面壁，在同一平面上兩頭之放水口，皆在水面下，兩水槽之水面高度之差，為 34 米。問流量幾許？當鐵管用舊時，其流量又為幾許？

(84) 問題(81)之管中之一點,在上水面37米之下,由水之入口處起,沿管而行,至距離92.5米之處,其水壓若干?試畫動水傾斜線。

(85) 以一直徑600毫米,長2700米之鐵管,由水槽之水面下15.4米起,沿一定傾斜而下,其末端之高度為430米。由此點起,更以一長1300米之鐵管,再沿一定之傾斜而下,其末端之高度為230米,在其尖端,安置一直徑100毫米之嘴管。若水槽之水面高為447米, $f=0.025$, 嘴管之流量係數 $C=C_V=0.95$, 試畫動水傾斜線。若水車之效率為80%,問此水車可發生若干馬力?

(86) 在直徑18米,長9250米,總落差170米之鐵管之尖端,安置直徑為0.065米, $C=0.95$ 之嘴管10個。若 $f=0.017$, 問可發生若干馬力?

(87) 本管之直徑為150毫米,在其中之一點A,安置直徑為100毫米之鐵製枝管,再於C點,與本管接合,本管及枝管AC之長,各為620米及4630米。若兩管之 f , 同為0.02, 則在A點之流量,當以如何之比例分配之?

(88) 將長為1550米,直徑為300毫米之本管,分為三根,各根之長短大小如次: $l_1=1800$ 米, $d_1=150$ 毫米, $l_2=2150$ 米, $d_2=250$ 毫米, $l_3=1230$ 米, $d_3=200$ 毫米。由貯水池起,至各管之出口止,其總損失水頭,皆同為35米,則其各管之流量如何?

(89) 新鑄鐵管AB之長為310米,在B點分歧,BC之長為200米,BD之長為300米,損失水頭,在4B間為7.7米,BC間為3.1米,BD間為6.2米,AB管之水速為1.23每秒米,由C點流出之水量為每秒31.5呎,由D點流出之水量為每秒15呎,求各管之直徑。

(90) A, B兩個水槽之兩根排水管,在C點合為一管,在D點自由向空中放流,AC管長500米,直徑150毫米,BC管長300米,直徑100毫米,CD管長800米,直徑225毫米, D點在A水槽之水面下25米,在B水槽之水面下33.5米,求各管中之水速及流量。

(91) 兩個水槽,用一根虹吸管連結之。虹吸管為一直徑400毫米,長15.4米之鐵管,水槽之水面差為8.2米,試計算其流量。

第十章

溝渠

80. 溝渠之種類.

溝渠者,包含自然之河川,人工的運河,下水溝道,或部分的用水充滿之水管等,即凡用以通水之道路,皆謂之溝渠.

此等溝渠之形狀,千差萬別,即其側壁之性質,粗度等,亦多種多樣,比較水管,尤覺處理麻煩,不易同歸劃一. 故處理溝渠,無一般的通用公式,祇求其概算而已.

爲處理便宜起見,將溝渠如次分類之.

1. 人工溝渠.

(a) 一定形狀之水流;

(b) 不定形狀之水流.

2. 天然之河川.

81. 人工溝渠.

(a) 一定形狀之水流. 一定形狀之水流云者,於任意之部分,其水流之形狀,皆是一樣,不生任何變化之謂也. 故與一定流量之水流不同. 一定流量云者,與斷面之形狀無關,只單

位時間內之流量，一定不變而已。於一定形狀之流量，其溝渠之形狀，在相當長大之範圍內，皆一定不變，流水亦因之不變。於此情形之下，即水深殆亦一定不變，底面之傾斜，與水面之傾斜，皆屬一致，假設與水平所成之角度為 α ，則 $\sin \alpha$ 稱為動水梯度，以次式表之：

$$s = \frac{h}{l} \dots\dots\dots (166)$$

如圖 113 所示， h 為對於 l 長之高低差。

設 AB 或 CD 之斷面積為 A ，在其斷面之潤邊為 P ，則與第 60 節同樣，動水半徑 $m = \frac{A}{P}$ 。

於圖 113，將 AB 與 CD 間之水，視作一個水柱考之，當其以一定之速度下流時，則受有兩種力量，即起此運動之力，與反抗此運動之力是也。今令水柱因地心引力而起之重量為 Alw (圖 114)，兩端之壓力為 p_1 及 p_2 ，反對此運動之側面及底面之摩擦抵抗力為 R ，則壓力 p_1 與 p_2 相等。惟其作用之方向相反，故無何等影響，不必加以何等考慮。但水柱之重

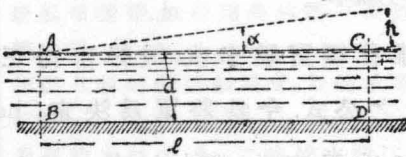


圖 113

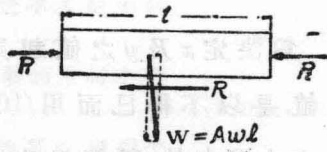


圖 114

量，向運動方向之分力，為 $Alw \sin \alpha$ ，因其速度一定，故常在平衡狀態，即 $Alw \sin \alpha = R$ 。設摩擦面之單位面積上之摩擦抵抗力為 F ，則

$$R = F \times pl.$$

上式得書之如次：

$$F = \frac{Awl \sin \alpha}{pl} \text{ 或 } F = wms \dots\dots\dots (166a)$$

如第 59 節所述，設流體之摩擦抵抗力 F ，用 cV^2 表之，則

$$V = C\sqrt{ms} \dots\dots\dots (166b)$$

此時 $C = \sqrt{\frac{w}{c}}$ ，此公式稱為 Chezy 之公式，與管中之流水同樣，與公式 (120) 完全有同樣之意義，即在水管中， s 為動水傾斜線之傾斜；若在溝渠，則 s 為水面或水底之傾斜，兩者當然相同。

因誘導公式 (166b) 之際，曾經假設 $F = cV^2$ ，故該公式屬於極端概算的，非依據正確之理論得來者。但 Chezy 公式之係數 C 本來僅因溝渠之粗度而變化，與其他一切事情毫無關係，惟事實上則又不然。根據所得之結果， C 之值，因動水半徑 m 及動水傾斜 s 而變，故此公式，不單與 m 及 s 之 $\frac{1}{2}$ 乘成比例，尚有如次之關係，即

$$V = Cm^{2/3}s^{1/2}$$

為決定 x 及 y 之值起見，雖曾經實驗多次，但終未得正確之值，是以不得已而用 (166b) 之公式。今特將單為決定 Chezy 公式中 C 之值，所經過之二三重要實驗，述之如次：

82. Ganguillet 及 Kutter 氏之 C 值

1869 年為適用 Chezy 公式 $V = C\sqrt{ms}$ ，計算溝渠中之流水速度起見，曾經找出 C 之適當之值。此 C 值，現今稱為 Kutter

氏之公式一般廣用之，并稱為唯一良好之公式。小至如人工溝渠，大至如 Mississippi 河，在如此廣大之範圍內，其實驗之結果，皆完全相符。其公式如次：

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0.00155}{s}}{1 + \left(23 + \frac{0.00155}{s}\right) \frac{n}{\sqrt{m}}} \text{ 米制} \dots\dots\dots (168)$$

$$C = \frac{41.66 + \frac{1.811}{n} + \frac{0.00281}{s}}{1 + \left(41.66 + \frac{0.00281}{s}\right) \frac{n}{\sqrt{m}}} \text{ 英制} \dots\dots\dots (168 a)$$

由 (168) 式觀之，知 C 值，因動水傾斜 s 及粗度係數 n 而變化，而粗度係數 n ，又因溝渠之性質而定，大概有如次之值（無論米制或英制皆適用）。

第 10 表 粗度係數 n

側壁之性質及材料	n 之值
玻璃，新錫，鉛或亞鉛塗過的鐵管	0.007—0.008.
新製鍛鐵管及內面施行塗布之不曲的鑄鐵管	0.08—0.009.
新製鑄鐵管，施行塗藥的鐵管及鉋削之不曲的木材管或渠	0.009—0.010.
細而且新的鑄接鍛鐵管，新的木管，粗削的木材水門汀管	0.010—0.011.
平列的木材，混合 $\frac{1}{3}$ 之沙的水門汀，塗罈良好，摩擦平滑，用煉瓦鑲合的水管，相當用舊的鑄鐵管	0.011—0.012.
木材，混合 $\frac{1}{3}$ 之沙的水門汀；石板鑲的；用煉瓦平廣配列的；在相當良好狀態下之土或石管；素質惡劣之木材，惟其面上用漆塗過者；塗布不良藥品之土管；新的鑄接鍛鐵管，其上有多數之接頭及鑄釘者	0.012—0.13.

鑲合不良的煉瓦管;石板鑲合的水路;多少帶有水垢之鑄鐵管;已經使用過四五年,尙且良好之鑲接大鐵管;或帆布製的水管	0.015.
用煉瓦或石板鑲合的,形將荒廢之水管;凸凹甚多之鑄鐵管;碎石混合的水門汀,或塗漆良好之水管;用 $\frac{3}{4}$ 之砂及礫,建築堅固,其上再用水門汀塗過的運河	0.017.
碎石混合之水門汀;粗惡的煉瓦鑲合之水管;用普通之砂礫堅築,其上再塗有水門汀之運河	0.020.
狀態惡劣之碎石;或底部一樣之良好的土運河	0.0225.
良好之土運河,其中無亂石或水草者	0.03.
已經荒廢之運河,其中多亂石或水草者	0.04.

Kutter 氏之公式,在英,美,德各國,對於有普通之梯度.徑深及水速之溝渠或河川,用以計算其水速,最爲適宜,且可信賴.本來此公式,對於水流之形狀一定的河川溝渠,最爲適當,若水流之形狀不定,徑深又不相同者,則頗難適用.若對於不定形狀之水流,亦欲利用此公式時,則不可不施以適當之補正.故此時 Kutter 氏之公式,不過僅知其流速之大概而已.圖 115 爲 m , s , 及 n 爲既知數時之 C 之曲線圖解 (graph).

83. Manning 氏之公式.

Kutter 氏之 C 值,對於 s 之變化之影響甚小,尤其當 s 在 0.0003 以上時,雖視爲與 s 完全無關亦可,故 Manning 及 Bazin 兩氏,於 1890 年,求出 C 之公式,比較 Kutter 氏之公式,更爲簡單,即

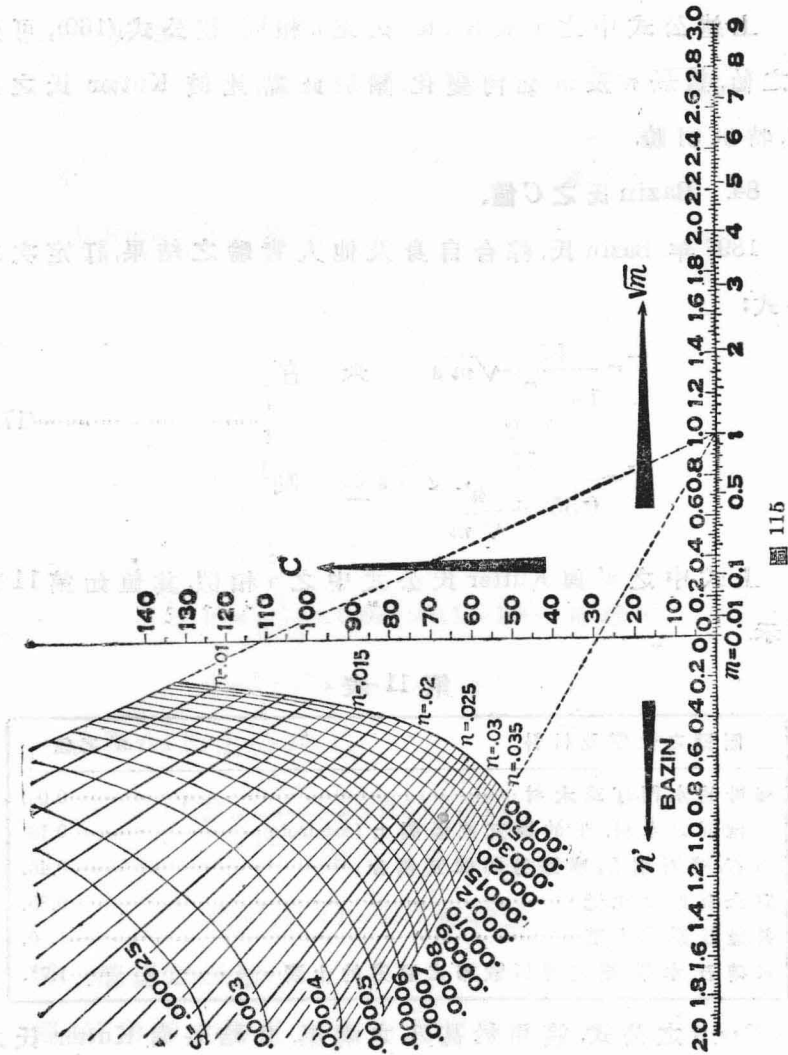


圖 115

$$\left. \begin{aligned}
 C &= \frac{0.9}{n} m^{\frac{1}{3}} \text{ 或 } V = \frac{1}{n} m^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{2}} \quad \text{米 利} \\
 C &= \frac{1.49}{n} m^{\frac{1}{3}} \text{ 或 } V = \frac{1.49}{n} m^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{2}} \quad \text{英 制}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(169)$$

上述公式中之 n , 與 Kutter 氏之 n 相同, 觀公式 (169), 可知 C 之值, 對於 n 及 m 如何變化, 關於此點, 比較 Kutter 氏之公式, 特別明瞭.

84. Bazin 氏之 C 值.

1897 年, Bazin 氏, 綜合自身及他人實驗之結果, 訂定次之公式:

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{87}{1 + \frac{n'}{\sqrt{m}}} \sqrt{m s} \quad \text{米 制} \\
 V &= \frac{87}{0.552 + \frac{n'}{\sqrt{m}}} \sqrt{m s} \quad \text{英 制}
 \end{aligned}
 \tag{171}$$

上式中之 n' 與 Kutter 氏公式中之 n 相似, 其值如第 11 表所示.

第 11 表

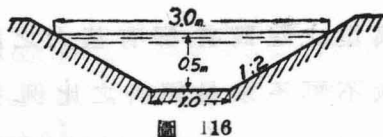
側壁之性質及材料	n' 之值
極滑的水門汀或木材	0.06.
未鉋削之木材, 平的煉瓦或混凝土 (concrete)	0.16.
切石, 碎石鑲合, 或惡劣的煉瓦鑲合	0.46.
完全良好之土溝	0.85.
普通狀態之土溝	1.30.
被磚石, 水草, 塵埃等所散布之惡劣的土溝	1.75.

Bazin 之公式, 適用於甚小之溝渠, 其結果與 Kutter 氏之公式一致.

[例] 圖 116 所示, 爲一無障礙物并在良好狀態之土運河, 當其梯度 $s=0.01$ 時, 求其流量.

〔解〕面積 = 1 平方釐米, 潤邊之長 $p = 3.24$ 米, 故動水米徑

$$m = \frac{1}{3.24} = 0.31, \sqrt{m} = 0.56.$$



(a) 由 Kutter 氏之公式.

$$C = \frac{23 + \frac{1}{0.25} + \frac{0.00155}{0.01}}{1 + \left(23 + \frac{0.00155}{0.01}\right) \frac{0.25}{0.56}} = 31.1,$$

速度 $V = 31.1 \times 0.56 \times 0.1 = 1.74$ 每秒米,

流量 $Q = 1.74 \times 1 = 1.74$ 每秒立方米.

(b) 由 Manning 氏之公式.

$$V = \frac{1}{0.25} \times 0.31^{\frac{2}{3}} \times 0.1 = 1.832 \text{ 每秒米,}$$

$Q = 1.832 \times 1 = 1.832$ 每秒立方米.

(c) 由 Bazin 氏之公式.

$$V = \frac{87}{1 + \frac{0.13}{0.56}} \times 0.56 \times 0.1 = 1.47 \text{ 每秒米,}$$

$Q = 1.47 \times 1 = 1.47$ 每秒立方米.

85. 溝渠之形狀.

圖 117 所示之溝渠, 其底面之寬為 b , 且為水平面, 側面有已知角 θ 之傾斜, 水深為 d . 若 $\theta = 90^\circ$, 此溝渠固為矩形; 若 $b = 0$, 則為“V”字形; 若流量傾斜 s 及流量 Q 之最少之潤邊長 p , 皆為已知數時試求 b, d 及 θ 之關係, 即溝渠之側面及底面上

所用材料之多寡，與潤邊之大小成正比例。此點對於長距離溝渠之建設費，卻有甚大之影響，故不可不求最經濟之比例。換言之，即 c, s 及 p 為已知數時，則 b, d 及 θ 應有如何之比例，始能得最大之流量？若依據 Chezy 氏之公式，則

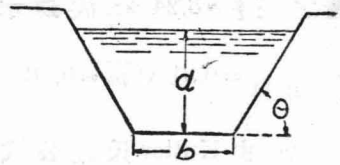


圖 117

$$Q = AC\sqrt{\frac{A}{p}}s \dots\dots\dots(173)$$

或

$$Q = K\sqrt{A^3} \dots\dots\dots(173a)$$

在上式，若對於已知數 p, A 為最大時，則 Q 亦為最大。

$$A = bd + d^2 \cot \theta \dots\dots\dots(173b)$$

$$p = b + \frac{2d}{\sin \theta} \dots\dots\dots(173c)$$

以 d 乘 (173c) 式，移項，代入 (173b) 式，

$$A = pd - \frac{2d^2}{\sin \theta} + d^2 \cot \theta \dots\dots\dots(173d)$$

欲 A 為最大，則將 d 對於 θ 微分之，置其第一微分為零可也。即

$$\frac{dA}{d\theta} = 2d^2 \frac{c \cot \theta}{\sin \theta} - d^2 \frac{1}{\sin^2 \theta} = 0 \dots\dots\dots(173e)$$

$$\frac{dA}{dd} = p - \frac{4d}{\sin \theta} + 2d \cot \theta = 0 \dots\dots\dots(173f)$$

由 (173e) 式，若 d 為已知數，則

$$2 \cos \theta = 1, \text{ 即 } \theta = 60^\circ$$

將(173c)式中之 p 之值代入(173f)式,對於已知數 θ ,則

$$b + \frac{2d}{\sin \theta} - \frac{4d}{\sin \theta} + 2d \cot \theta = 0, \dots\dots\dots (173g)$$

由此

$$b = 2d \left[\frac{1}{\sin \theta} - \cot \theta \right]$$

或

$$b = 2d \tan \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots (174)$$

若 $\theta = 90^\circ$, 即為矩形時, 則 $b = 2d$.

若 $\theta = 0$, 即為“V”字形時, 則

$$A = d^2 \cot \theta.$$

$$p = \frac{2d}{\sin \theta}, \quad d = \frac{p \sin \theta}{2},$$

代入之, 則
$$A = \frac{p^2 \sin^2 \theta}{4} \cot \theta = \frac{p^2}{4} \sin \theta \cos \theta \dots\dots\dots (174a)$$

即潤邊 p 為已知數時, 則 $\theta = 45^\circ$ 之梯形面積 A 為最大, 或 $\theta = 90^\circ$ 時之“V”字形面積亦為最大。

由上式, 可知在土中掘鑿溝渠時, 當以何種形狀為最經濟, 不難由此求得也。惟因土質及水速之關係, θ 之值, 不得超過一定限度。

86. 梯形溝渠。

如上述, 角度 θ , 因受土質及水速之限制, 故對於所與之角度 θ , 其 x 與 y 之關係如次(圖118):

$$A = y(x + y \cot \theta),$$

$$p = x + 2y \operatorname{cosec} \theta.$$

欲求流量最大,置上式之第一微分爲零可也。

$$dA = y dx + (x + 2y \cot \theta) dy = 0,$$

$$dp = dx + 2 \operatorname{cosec} \theta dy = 0,$$

用 dy/dx 除之,

$$x = \frac{2(1 - \cos \theta)}{\sin \theta} y \dots\dots\dots (175)$$



圖 118

(175)式之 x 與 y 之關係,爲最大面積之最小潤邊,由是即得次式.

$$A = y(x + y \cot \theta) = (2 \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta) y^2 \dots\dots\dots (175 a)$$

$$p = (x + 2y \operatorname{cosec} \theta) = 2(2 \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta) y \dots\dots\dots (175 b)$$

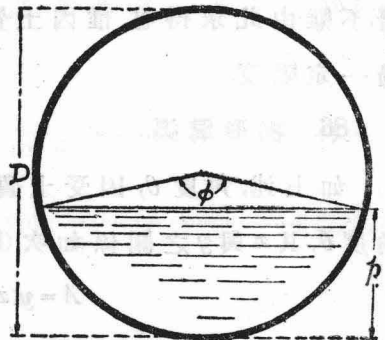
$$m = \frac{A}{p} = \frac{y}{2} \dots\dots\dots (175 c)$$

$$V = \frac{C}{\sqrt{2}} \sqrt{sy} \dots\dots\dots (175 d)$$

$$Q = (2 \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta) \frac{C}{\sqrt{2}} \sqrt{sy^2} \dots\dots\dots (175 e)$$

87. 圓形水路.

於圓形水路,欲求最大之理論的流速及流量時 與其水流完全充滿圓筒內,無寧有部分的間隙. 於圖 119,設圓之直徑爲 D , ϕ 爲潤邊之圓弧之中心角,則(a)最大流速之時,即以流水斷面積 A 及潤邊 p ,用 ϕ 之函數表之,置其第一微分爲零可也.



第 119 圖

$$A = \frac{D^2}{8} (\phi - \sin \phi),$$

$$p = \frac{D}{2} \phi,$$

$$\therefore \frac{A}{p} = \frac{D}{4} \left(1 - \frac{\sin \phi}{\phi}\right).$$

$$\frac{d\left(\frac{A}{p}\right)}{d\phi} = -\phi \cos \phi + \sin \phi = 0$$

$$\phi = \tan \phi$$

$$\therefore \phi = 257\frac{1}{2}^\circ.$$

(b) 最大流量之時.

$$\frac{d\left(\frac{A}{p}\right)^3}{d\phi} = 0$$

$$3p \frac{dA}{d\phi} - A \frac{dp}{d\phi} = 0$$

$$\therefore 3\phi(1 - \cos \phi) = \phi - \sin \phi$$

$$2\phi - 3\phi \cos \phi + \sin \phi = 0.$$

滿足上式之 ϕ 之值為 308° , 即 $h = 0.949D$ 之時, 圓筒內之流量為最大. 然實際上, 因為水面動搖, 管內之水, 常衝擊管內之上面, 故水深在不超過 $\frac{5}{8}D$ 時, 其流量為最大.

88. 給與溝渠以適當之水速.

對於所要之流量 Q , 設計溝渠時, 水之速度, 雖被徑深及動水傾斜所支配, 然一方面, 又因其土質之關係, 不能使之超過一定以上之速度. 若速度超過一定限度以上時, 則管內周

圍之側壁,有被流水衝洗之虞.雖然,若水速過於遲緩則管內常發生土砂塵芥等之堆積,往往閉塞水路,第12表所示,為適當速度之大體的標準.

第 12 表

溝渠之土質及材料	平均速度(米)	底部速度(米)
築牆用的,極細之砂或沈泥,	0.15	0.11
普通之砂,	0.30	0.225
大約有15%之赤土混合之砂,	0.365	0.275
粗砂,	0.45—6	0.35—0.45
大約有40%之赤土混合之壤土,	0.55—6	0.4—0.45
軟質砂礫混合之土,	0.75	0.55
普通之壤土,	0.75	0.55
普通之壤土與65%之赤土混合,	0.9	0.7
與硬赤土混合之壤土,	1.2	0.9
與砂礫混合之赤土,	1.5—2.0	1.1—1.6
硬赤土,	1.8	1.4
泥岩,	2.0	1.5
層狀岩,	2.45	1.8
小的磚石及圓的砂礫,	2.45—4.5	1.8—3.5
硬岩,	4.0	3.0
混凝土,	4.5—6	3.5—4.5

[例] 有通過水量1.0每秒立方米之梯形溝渠,其側壁之梯度為1:1,即 $\theta=45^\circ$,求底邊之寬 b ,水深 d 及動水傾斜.但土質為普通之壤土,其中混合有65%之赤土.

[解] 如第12表所示,對於此種土質之水速為0.9,故斷面積 $A = \frac{Q}{V} = \frac{1}{0.9} = 1.11$ 平方米.因動水傾斜無限制,故取其最經濟的斷面,由(174)式,

$$b = 2d \tan \frac{\theta}{2} = 0.828 d$$

梯形之斷面積 A .

$$A = b d + d^2 \cot \theta = 1.11 = 0.828 d^2 + d^2 = 1.828 d^2.$$

$$d^2 = 0.6278 \text{ 或 } d = 0.78 \text{ 米.}$$

$$b = 0.646 \text{ m,}$$

$$m = \frac{d}{2} = 0.39.$$

當求動水傾斜之際，若用 Kutter 氏之公式，則甚困難。故最初假定係數 C ，對於 s 無影響，先求得 C 之值，再求 $V = C\sqrt{ms}$ 之公式，求得 s ，如是，則可求得 s 之真值。

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n}}{1 + 23 \times \frac{n}{\sqrt{m}}} = \frac{23 + \frac{1}{0.02}}{1 + 23 \times \frac{.02}{\sqrt{.39}}} = 42.$$

$$V = C\sqrt{ms} = 0.9 = 42\sqrt{0.39 \times s}$$

$$\therefore s = 0.00118.$$

第二次之計算。

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{.00155}{.00118}}{1 + \left(23 + \frac{.00155}{.00118}\right) \frac{.02}{\sqrt{.39}}} = 41.75$$

$$0.9 = 41.75 \sqrt{.39 \times s}$$

$$\therefore s = .00119 \div .0012$$

即直正之梯度 s 為 0.0012.

89. 不定形之水流

欲水流保持一定之形狀，須在相當長的水路之間，要其斷面及傾斜，皆是一樣，因之，其水深及水速，亦絲毫不變。此，一定形狀之溝渠，除人工溝渠之外，自然存在者，固屬甚一般的溝渠，其形狀及傾斜等，極不一致。惟流量與形狀無可使之一定，即 $Q = A_1V_1 = A_2V_2 = A_3V_3$ ，而水速則因水流之狀，或斷面積不同，常有變化。

圖 120 所示者，為一連結不同水位之二大貯水池之自水路。自 AB 至 CD 之間，形狀極不一致，即其底部之傾斜，

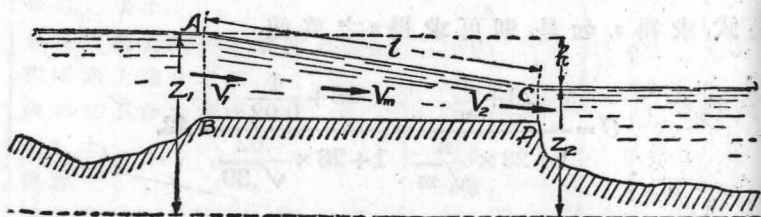


圖 120

處處不同，各隨其土地之狀況而定。有時底面之傾斜與水之方向相反者亦有之。但經過長久時間之後，河床之傾斜在原則上總與水流之方向一致。今假定在 AB 之水位，較 CD 之水位為高，水由 AB 向 CD 流，並為便宜計，復假定河床傾斜，完全同一方向。

設 V_1 為 AB 斷面之平均水速， V_2 為 CD 斷面之平均水速，由基準面至水位之高，各為 Z_1 及 Z_2 ，由 AB 至 CD 之距離為 l ，在其中點之平均水速為 V_n ， A 點與 C 點之水位

差為 h , 則由伯魯利定理,

$$\frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + \text{損失水頭}$$

然 $Z_1 - Z_2 = h$.

$$\therefore \text{損失水頭} = h + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \dots\dots\dots(180)$$

又由 Chezy 之公式, 損失水頭

$$s = \frac{V^2}{C^2 m} \text{ 或 } s = \frac{h}{l}$$

$$\therefore h = \frac{lV^2}{C^2 m} \dots\dots\dots(180a)$$

此式之 h , 表示在水路長 l 之間之水位的變化, 即表示動水傾斜線之下降, 亦即表示在 l 之間之損失水頭。

在不定形狀之水流, 其斷面之形狀, 極不一定, 故 m 之值亦不一定, 且水速 V 亦不一定。雖然, 為便宜計, 就水路長 l , 求得平均之 m_m 及 V_m , 以之與一定形狀時同樣, 可以求得 AB 與 CD 間之損失水頭。即利用 (180a) 式, 關於不定形狀之水流之一般公式, 得書之如次。

$$\frac{V_1^2}{2g} + h = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{lV_m^2}{C^2 m_m} \dots\dots\dots(180b)$$

設在中央之斷面積 A_m , 用斷面積 A_1 及 A_2 之平均數表之,

則
$$A_m = \frac{A_1 + A_2}{2}$$

平均水速
$$V_m = \frac{2V_1V_2}{V_1 + V_2}$$

$V_1V_m + V_2V_m = 2V_1V_2$
 $V_m(V_1 + V_2) = 2V_1V_2$

m_m 之值雖如次書之,亦無大差.

$$m_m = \frac{A_1 + A_2}{p_1 + p_2}$$

又

$$V_1 = \frac{Q}{A_1}, V_2 = \frac{Q}{A_2}$$

將此等之值,代入(180b)式,就流量 Q 而解之,

$$\text{則 } Q = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\left(\frac{1}{A_2}\right)^2 - \left(\frac{1}{A_1}\right)^2 + \frac{8gl}{C^2} \frac{(p_1 + p_2)}{(A_1 + A_2)^3}}} \dots\dots\dots(181)$$

如此,在相當 l 距離之兩點,各各量其斷面積及潤邊,求得其水位之差 h , 因之,可以概算其水流之平均流量. 此時之 l , 不必一定取水路兩端之距離,就其便宜上,任取 l 之長可也.

C 值,與 (168) 式或 (169) 式所表者,皆相同,其中之 m , 以 m_m 代替之,俾 $s = h \div l$.

90. 於不定形之水流中,其水深之變化.

於不定形之水路,往往有明瞭其各處水深之變化之必要,

如圖 121 所示,即爲此種之流路. 設在 A 及 B 之水深爲 d_1 及 d_2 , A, B 間之距離爲 l , 則 A, B 間之溝底之高低差爲 $l \sin \alpha$, α 爲溝底與水平線所成

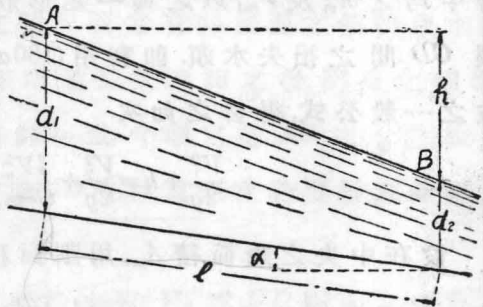


圖 121

之角,此時之水面之落差,得用次式表之:

$$h = d_1 + l \sin \alpha - d_2$$

$d_1 + h = d_2$ $\sin \alpha = \frac{h}{l}$ $h = l \sin \alpha$

代此 h 之值入 (181) 式, 置 l 於式之左邊, 則

$$l = \frac{(d_1 - d_2) - \left[\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right] \frac{Q^2}{2g}}{\left[\frac{p_1 + p_2}{(A_1 + A_2)^3} \right] \frac{4Q^2}{C^2} - \sin \alpha} \dots \dots \dots (182)$$

由上之公式, 可以求得水深之差為 $(d_1 - d_2)$ 時之必要之長 l 也。惟此時關於溝底之傾斜, A 及 B 二點間之斷面積, 其形狀及其流量 Q , 不可不首先明瞭。

91. 因堰堤等之阻礙, 致水位之上昇。

在水路中, 若有堰堤等阻礙水流時, 則水流將向上流昇高其水位, 但此水路之斷面形狀, 處處不同, 為不定形之水流, 因而水深亦各異, 且愈至下流, 水深亦愈增加。圖 122, 即表示此種之形狀 ab 為未增設堰堤以前之水面, 與底面平行, ef 為因增設堰堤後, 上昇之水面。然而一般遂起次述之兩種問題: (a) 自堰堤起至上流之任意點止之水位, 究竟上昇幾許? (b) 自堰堤起, 須至上流之若干距離止, 始不受水位上昇之影響?

此處亦用與前節同樣之方法, 求得次之公式。

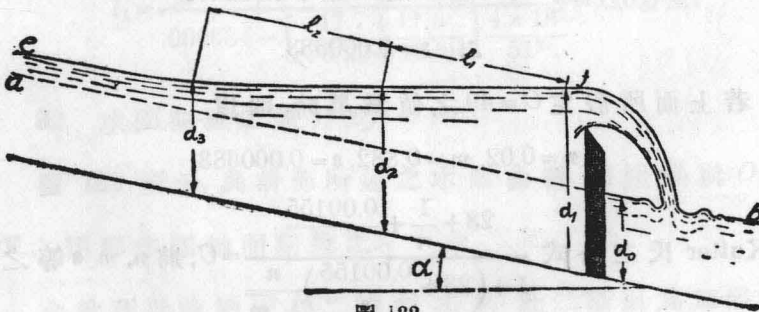


圖 122

$$l_1 = \frac{(d_1 - d_2) - \left(\frac{1}{A_2^3} - \frac{1}{A_1^3} \right) \frac{Q^2}{2g}}{\sin \alpha - \left[\frac{p_1 + p_2}{(A_1 + A_2)^3} \right] \frac{4Q^2}{C^2}} \dots \dots \dots (183)$$

$$l_2 = \frac{(d_2 - d_3) - \left[\frac{1}{A_3^3} - \frac{1}{A_2^3} \right] \frac{Q^2}{2g}}{\sin \alpha - \left[\frac{p_2 + p_3}{(A_2 + A_3)^3} \right] \frac{4Q^2}{C^2}} \dots \dots \dots (183a)$$

同樣，對於所要距離 l_2, l_4 等之水深之差 ($d_3 - d_4$) 或 ($d_4 - d_5$)，皆可算出。如此，首先測知在堰堤之直前之水深，由此漸次及於上流，無論其在上流之任何地點，關於以上之二問題，皆可求出其概略之答數。

〔例〕 矩形溝之幅寬 15 米，水深 1.0 米，平均水速 1.2 每秒米。於此溝之某處，建築一堰，在堰之直前之水深為 1.35 米。假定 Kutter 氏之公式之 $n = 0.02$ ，則自堰堤起至水深增加為 0.3 米之處止，其距離當為幾何？

〔解〕 此問題之梯度 ($\sin \alpha$) 不知，故不得不首先求出。先由 Chezy 氏之公式， $V = C\sqrt{ms}$ ，假定其 C 之值為 49，則

$$V = C\sqrt{ms} = 1.2 = 49\sqrt{0.882 \times s}$$

$$\therefore s = 0.000683.$$

若上面所假定 $C = 49$ 之值為真時，則以

$$n = 0.02, m = 0.882, s = 0.000683.$$

由 Kutter 氏之公式 $\frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0.00155}{s}}{1 + \left(23 + \frac{0.00155}{s} \right) \frac{n}{\sqrt{m}}} = C$ ，將 n, m, s 等之值

代入，則 C 之值亦不可不為 49，惟實際將此等之值代入，求得計算之結果， $C=49.92$ 。故知假定 $C=49$ 為真，因而 $s=0.000683$ 。

假定與事實一致，固屬偶然，若假定與事實相違時，則不可不將上之方法，往返應用，務期求出 s 之真值。

假定公式 (183) 之 $\sin \alpha = 0.000683$ ， C 之值在各處不同，無論任何地方，皆不一樣，則不可不就其所要之處算出之。

$$\text{平均動水半徑 } m_m = \frac{A_1 + A_2}{p_1 + p_2} = \frac{20.25 + 19.5}{17.7 + 17.6} = 1.127$$

與此 1.127 相當之 C 之值為 51。

$$d = 1.35, \quad d_2 = 1.3, \quad m_2 = 1.127,$$

$$A_1 = 20.25, \quad A_2 = 19.5,$$

$$p_1 = 17.7, \quad p_2 = 17.6, \quad Q = 15 \times 1 \times 1.2 = 18 \text{ 每秒立方米}$$

將此等數值代入公式 (183)，則

$$l_1 = \frac{(1.35 - 1.3) - \left(\frac{1}{19.5^2} - \frac{1}{20.25^2} \right) \frac{18^2}{2 \times g}}{0.000684 - \left[\frac{17.7 + 17.6}{(20.25 + 19.5)^3} \right] \frac{4 \times 18^2}{51^2}} = 116.5 \text{ 米。}$$

92. 水面曲線之微分式

圖 123 所示，與前節所述之水面曲線，同樣係就 OX 及 OY 之矩形作標軸而研究之。

今設在此流體中有二斷面 A, B ，此二斷面為無限的接

近,即第91節之*l*為*dx*, $y_2 - y_1 = dy$, $V_2^2 - V_1^2 = d(V^2) = 2VdV$,

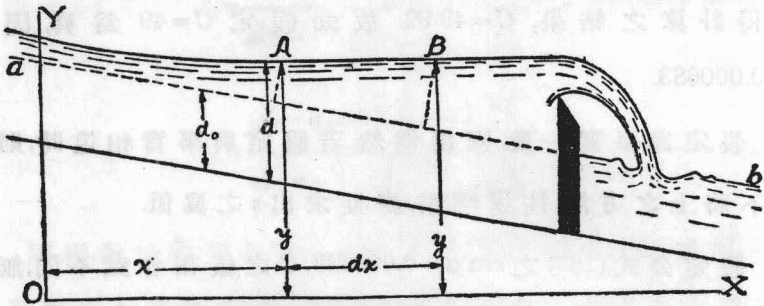


圖 123

然
$$dy + \frac{V}{g}dV + \frac{V^2}{C^2m}dx = 0 \dots\dots\dots(184)$$

(a) 一定傾斜及均一形狀之情形. 當溝渠之傾斜及形狀不變時,則僅因堰堤之關係,致變其各處之水深.

設

i = 溝底之傾斜

d = 在(*x*, *y*)點之水深

b = 水面上之水流之寬.

以 *d* 代 *y*, 則

$$dy = d(d) - i dx.$$

$$V = \frac{Q}{A}, \quad (Q = \text{定}).$$

$$dA = b d(d)$$

$$dV = -\frac{Q dA}{A^2} = -\frac{Q b d(d)}{A^2}$$

代此等之值, 入(184)式, 則

$$\left(i - \frac{Q}{C^2m A^2}\right)dx = \left(1 - \frac{Q^2b}{gA^3}\right)d(d) \dots\dots\dots(185)$$

以無堰堤等之障礙以前的水流，即一定形狀之水流之 d_0, A_0 及 m_0 代替有障礙時之 d, A 及 m ，則 (185) 式之 Q ，當如次式表之。

即
$$Q = AC\sqrt{m_0 i}$$

則 (185) 式當變為

$$\left(1 - \frac{m_0 A_0^2}{m A^2}\right) i dx = \left(1 - \frac{C^2 i}{g} \times \frac{b m_0 A_0^2}{A^3}\right) d(d) \dots\dots (185 a)$$

若已知溝渠之形狀，則 A, b 及 m 可用 d 表之，因 (185 a) 式之積分，可求出 x 與 d 之關係，普通一般所用者，為斷面形狀，且水深一定，有非常寬大之幅。

(b) 深一定，幅又非常寬大之時。斷面為矩形，幅 b 為定數。

$$A = bd, \quad m = \frac{bd}{b + 2d}$$

$$A_0 = bd_0, \quad m_0 = \frac{bd_0}{b + 2d_0}$$

若 b 較 d 甚大，則得認為：

$$m = d, \quad m_0 = d_0$$

而公式 (185 a) 遂變為

$$\left(\frac{d^3}{d_0^3} - 1\right) i dx = \left(\frac{d^3}{d_0^3} - \frac{c^2 i}{g}\right) d(d) \dots\dots (186)$$

設 $d/d_0 = z$ ，則 $d(d) = d_0 d(z)$ 。

$$\therefore i(z^3 - 1) dx = \left(z^3 - \frac{c^2 i}{g}\right) d_0 d(z)$$

或
$$\frac{i}{d_0} dx = d(z) + \left(1 - \frac{c^2 i}{g}\right) \frac{d(z)}{z^3 - 1} \dots\dots (186 a)$$

為簡單計，設 $-\int \frac{dx}{z^3-1} = \phi(z)$ ，積分(186a)式，則

$$\frac{ix}{d_0} = z - \left(1 - \frac{c^2 i}{g}\right) \phi(z) + \text{常數} \dots \dots \dots (186b)$$

設就流體中任意兩斷面間之距離 l 之積分的兩端之值為 x_2 及 x_1 ，即 $x_2 - x_1 = l$ 。設 z_1 及 z_2 各為與之相當之水深之比，則

$$\frac{li}{d_0} = z_2 - z_1 - \left(1 + \frac{c^2 i}{g}\right) [\phi(z_2) - \phi(z_1)] \dots \dots \dots (187)$$

為適用此公式起見，不可不知其 $\phi(z)$ 對於 z 之各種之值，第13表所示者，即將次式積分後，而算出 $\phi(z)$ 之各種數值也。

$$\phi(z) = -\int \frac{dz}{z^3-1} = \frac{1}{6} \log \frac{z^2+z+1}{(z-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \cot^{-1} \left(\frac{2z+1}{\sqrt{3}} \right)$$

第13表 $\phi(z)$ 之值 = $-\int \frac{dz}{z^3-1}$

z	$\phi(z)$	z	$\phi(z)$	z	$\phi(z)$	z	$\phi(z)$
1.00	∞	1.10	.680	1.30	.373	1.65	.03
1.01	1.419	1.12	.626	1.32	.357	1.70	.189
1.02	1.191	1.14	.581	1.34	.342	1.80	.166
1.03	1.060	1.16	.542	1.36	.328	1.90	.147
1.04	.967	1.18	.509	1.38	.316	2.00	.1318
1.05	.896	1.20	.480	1.40	.304	2.10	.1188
1.06	.838	1.22	.454	1.45	.278	2.20	.1074
1.07	.790	1.24	.431	1.50	.255	2.30	.0978
1.08	.749	1.26	.410	1.55	.235	2.40	.0894
1.09	.713	1.28	.390	1.60	.218	2.50	.0822

(例) 取與前節同樣之例，用公式(183)所求得之結果，與

用簡單公式(187)所求得之結果,試比較其異同.

$$\frac{d_2}{d_0} = \frac{1.35}{1} = 1.35 = z_2, \quad \frac{d_1}{d_0} = \frac{1.3}{1} = 1.3 = z_1$$

$$\phi(z_2) = .335, \quad \phi(z_1) = .375$$

$$i = 0.000683, \quad \frac{V^2}{g} = \frac{1.2^2}{9.81} = 0.1467$$

$$l = \frac{d_0}{i}(z_2 - z_1) - d_0 \left(\frac{1}{i} - \frac{c^2}{g} \right) [\phi(z_2) - \phi(z_1)].$$

$$= \frac{1}{.000683}(.05) + 1 \left(\frac{1}{.000683} - \frac{51^2}{9.81} \right) [.375 - .335]$$

$$= 130.3 \text{ 米.}$$

此結果與用前節之公式所求得之結果,大概相同.若 $\frac{d_1}{d_0} = 1$ 時,則 $\phi(z) = \infty$, 係表示水面無上昇,不受堰堤之影響,當遠在堰堤之上流之位置也.

公式(187)之來源,係假定水流之斷面積,爲一廣大之矩形,此矩形之幅比較水深甚大,且有一定規則之形狀,故在自然之河川,適用此公式時,不過只求其概略之計算而已.

93. 河川之流量.

對於測定天然河川之流量,古來許多學者,經過若干實驗,欲求以一個公式,對於任何河川之流量,皆可正確算出,殊此事終不可能. Kutter 氏之公式,固可應用於普通之河川.至若應用於形狀及性質相異之河川,其結果不過祇求得一種概算而已.故正確測定流量之唯一方法,除直接對於河川實測而外,別無其他良策.

直接測定流量之法有二：一係橫斷水流設堰，測定其堰上流過之水量，其法已如第七章所述，惟此種方法，其使用之範圍有限，只能適用於水量較小之處，能測得相當真確之結果，至測量較大之流量卻不適用。

其他，則係將欲測定之河川橫斷區劃若干部分（圖 124），用流速計（在後節詳述之）求得其各區分中之平均水速，使其與各區分之面積相乘，即得各區分之流量總和之，即為全體之流量，河川之水流與管中之水流同樣，其速度各處不同，即底面之速度較小，水面上之

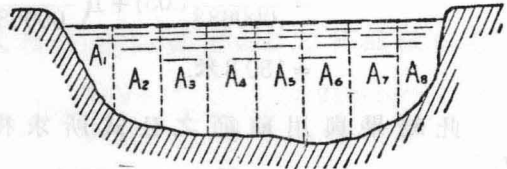


圖 124

速度較大，兩側之速度較小，中央之速度較大，故欲求其平均水速，須於多數之處各測其水速，然後求其平均數可也。今設全流量為 Q ， V_1 及 V_2 等為面積 A_1 及 A_2 等之平均水速，則

$$Q = V_1 A_1 + V_2 A_2 + V_3 A_3 + \dots \text{等} \dots \dots \dots (189)$$

問 題

(92) 有一石板鑲的開渠，其斷面積為 40 平方米，潤邊之長為 40 米，其傾斜為 0.0001，試用次之各種公式，計算其流量。(a) Kutter 氏之公式，(b) Manning 氏之公式，(c) Bazin 氏之公式。

(93) 用普通煉瓦鑲的運河，其斷面為梯形，運河長 850 米，水面寬 5 米，底面寬 1.4 米，水深 1.2 米，1 秒間之流量為 6 立方米，其傾斜若干？先用 Bazin 氏之公式計算，然後將其所得之值，代入 Kutter 氏之公式，以檢查其答數。

(94) 用一三角形之開渠，欲通過傾斜 0.0001 之水流，且其所通過之水量為 8 每秒立方米，則三角形之頂角及其深，應當如何，始得最為經濟？但兩側所用之木材，皆曾經鉋削者。

(95) 有一矩形開渠，寬 6 米，深 1.3 米，傾斜為 0.001，兩側為煉瓦所鑲積 ($n=0.017$)。欲使其傾斜及潤邊之長不變，而得最大流量時，則其長當如何？

(96) 矩形溝渠之寬為 2 米，深為 1 米，連結排水之鐵管二根，排出之水量，與溝渠之流量完全相等，求各管之直徑。但無論溝渠或鐵管，於 $V=C\sqrt{ms}$ 式中，皆 $s=0.0009$, $C=45$ 。

(97) 有一送水於發電所之水路，若其斷面積為梯形，則水路僅用普通之土建築，使其上幅為 13 米，底寬為 3 米，水深為 1.55 米，傾斜為 0.00075，已覺充分足用。若用粗石鑲積，斷面積改作矩形，欲其流速與斷面積之大小，完全與梯形同樣，則其傾斜須為若干？

(98) 圖 125 所示，為一側面傾斜 45° 之土運河，其中無亂石或水草，為一絕對良好之水路，當其每秒水流為 1.9 立方米時，則 x 及 y 之數值，當為幾何？但傾斜為 0.00025。

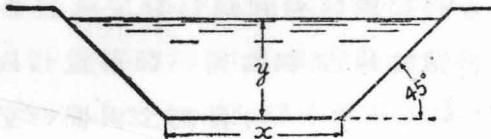


圖 125

(99) 矩形開渠之長為 2700 米，斷面積為 55.8 平方米，水深為 2.6 米，平均水速為 1 每秒米，Chezy 氏之公式之 $C=40$ 。若將底及側面，用物塗過，則 $C=80$ 。假設由此所得每馬力之利潤一年為 70 圓，則當以幾許金額用於此塗敷費用？但利率為年利 7 釐。

[注意：雖用物塗敷，而水路之入口及出口處之斷面積無變化，故塗敷後，減少摩擦損失，俾出口處之水位增高，以之增加出水至水車之落差，首先算出最初未塗敷前之 s ，次以 m 及 V ，求得塗敷後之 s 。由此將 m_1 及 m 算出，然後使用 m 與 m_1 之平均值，及 V 與 V_1 之平均值，而求得 s_2 之值可也。]

(100) 有一矩形開渠，長 2000 米，幅 3.25 米，流量為 22 每秒立方米，底面係水平，在此開渠之下端，建築一高 1.15 米之不完全收縮堰，若假定 $n=0.017$ ，水面為平面時，則需要幾何之落差？

(101) 梯形開渠，為普通之土運河，底部寬4米，側面之傾斜，為水平2，垂直1之比，底部之傾斜為 $\frac{1}{500}$ ，水深為1米，因在中途建築堰堤，而堰堤之前前之水深為1.6米，流量與前同樣。然則須在堰堤之上流若干距離，始得水深為1.45米？試用次之二公式解之：(a) 公式 (183)，(b) 公式 (187)。

此題為一典型之水力學問題，涉及梯形渠道、水深、流量及堰堤之影響。題目要求利用公式 (183) 及 (187) 求解。雖然原文中未提供具體公式內容，但根據水力學原理，此類問題通常涉及曼寧公式或謝才公式，以及堰流理論。解答時需先計算渠道之流量，再根據堰前水深及目標水深，推算出所需距離。

第十一章

水速及流量之測定

94. 容積或重量之直接測定法。

此法最簡單，又極正確，通常決定流速測定器之係數，或檢查以其他方法所測定之流量，是否正確，皆以此法為宜。即以其其他方法所測定之數，使其與用此法所測定之數，兩相比較，即可判定其是否正確。直接測定容積時，其法，即測定計量箱內所充滿之水量，及充滿計量箱時所需之時間，以其所得之時間，除全容積，即得單位時間內之流量。

用重量測定流量時，祇知其計量箱內之流體之重量，與夫所需之時間及其流體之比重可也。以單位容積之重量（即密度）與時間之乘積，除其全重量，即得單位時間內之流量。

此等方法，雖屬簡單正確，但對於處理大量之水，須用甚長之時間及偌大之經費，頗多不便。

95. 流速計 (current meter).

圖 126 所示，為流速計之一種，用於測定河川等之大開渠之流速，最為適宜。此器之主要部之構造，其形有如風車，裝置

數個漏斗狀之水杯(cup),於一輪上,因輪之迴轉,杯即在水中轉動,又有一種流速計,係以推進機(propeller)代替水杯者,其作用皆屬相同,即推進機因水之流動而迴轉,每一迴轉,即發生電的斷續。於是類似電話之裝置,將一定時間內之迴轉數,向測定者報告,或作自動的記錄。

實地測定流速時,如第93節所述,將欲測定之河川,截取任意的橫斷面,分割此橫斷面為若干適宜之區域,測定其每區域之平均流速。當測定其每區域之流速之際,須注意次之三項:(a)水深 $\frac{6}{10}$ 之處之流速,(b)水深 $\frac{2}{10}$ 及 $\frac{8}{10}$ 兩處之平均流速,(c)將流速計用均等的速度,由水面至水底,復由水底至水面,以其往返一次所需之時間,除此往返

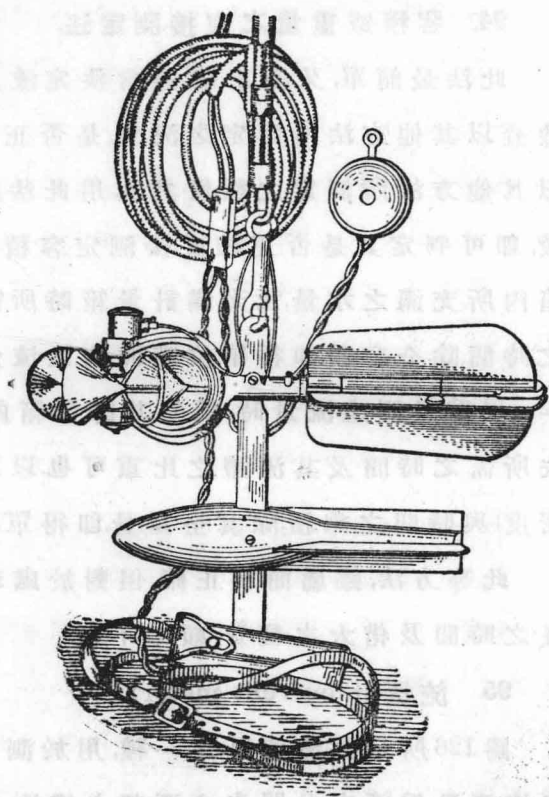


圖 126

時間內之總迴轉數，所得之商，即為所欲測定之平均流速。

無論何種流速計，皆係因其迴轉而知流速，故不免有多少機械的誤差。故當流速計未使用以前，須以之置於靜水中，用已知之速度拖動之，先決定其器具之誤差或係數。

96. 浮子 (float).

測定河川之流速，其最早使用之方法，厥為利用浮子。選定河川比較不曲及水流形狀又屬一樣之部分，以浮子置於其中，求其單位時間內流行之距離，是即為該河川內之流速。

浮子有四種，即表面浮子，潛浮子，二重浮子及桿浮子是也。表面浮子，係在水之面上流行，平均速度，當以表面速度用 0.8 乘之。蓋表面速度，較其他各處速度均快故也。潛浮子，通常在水深 $\frac{6}{10}$ 之處流行，二重浮子，係以兩個浮子，用繩連結，一在水深 $\frac{2}{10}$ ，一在深 $\frac{8}{10}$ 之處流行。桿浮子可到達水深 $\frac{9}{10}$ 之處，以求其平均流速。

97. 文德利表 (Venturi meter), 嘴管, 孔口堰 (weir).

關於此等，前已分項詳述之矣，茲不復贅。

98. 孔口計 (orifice meter).

如圖 127 所示，以有標準孔口之鐵板一塊，插入管中，因其兩側之水壓之差，即可測定其流速。

故孔口計之理論，雖與文德利表之理論相同，其主要異點，則在其測量壓力之面積。前者為未知數，後者為已知數。蓋測定壓力 p_2 之面積 A_2 ，在文德利表，此 A_2 即為其咽喉之面

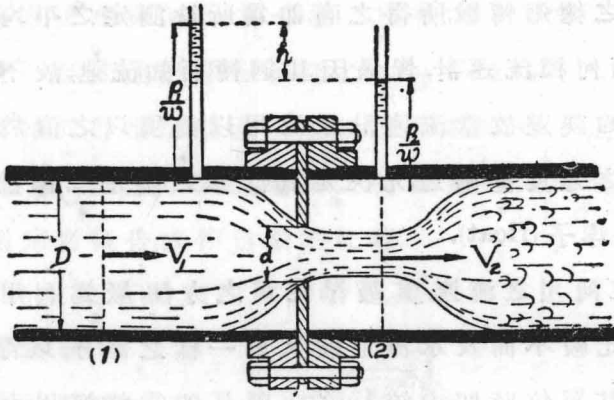


圖 127

積，是器械的已知數。若在孔口計，則為其噴出口之最縮小部之面積，係未知數，故不可不以已知數的孔口面積，乘以相當係數而表之，且在空中放流之孔口，其係數 C ，固大略一定。至孔口計，則因管與孔口之比之大小，及管之粗細不同，其係數亦各有異。普通在 $\frac{D}{d} = 2 \sim 8$ 時， $C = 0.595 \sim 0.64$ 。若 D 與 d 之比，較上示之值為小，則 C 亦較上示之值增加；當 $\frac{D}{d} = 1.22$ 時，則 $C = 0.771$ 。

通過孔口之水，一旦縮小，又復擴大，前已申述之矣。然此最縮小之部，即測定壓力 p_2 之處。當其在管之直徑之 0.4 倍之下游時，則在該處之水速最大，壓力最小，測定壓力 p_1 之處，應在 $0.8D$ 之上游，此係根據 Davis 及 Jordan 氏 (University of Illinois Bulletin No.14) 之主張。

以孔口之面積 A_0 ，代替公式 (94) 中之 A_2 ，即可求得流量 Q 之公式，即

$$Q = C \frac{A_1 A_0}{\sqrt{A_1^2 - C^2 A_0^2}} \sqrt{2gh} \dots\dots\dots (196)$$

然 C 之值，因 $\frac{D}{d}$ 之變化而大異，故 Davis 及 Jordan 氏為免除此種困難起見，特另創下列之公式，當 $\frac{D}{d} = 2$ — 6 之間，此公式最為適當，但 A 為管之面積。

$$Q = A \frac{4.85\sqrt{h}}{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - \left(\frac{d}{D}\right)^3} \text{英制} \dots\dots\dots (196 a)$$

99. 披托管及披托計 (Pitot tube 及 Pitometer).

披托管之構造及原理，如圖 128 所示，此器為一兩端開放， 90° 彎曲之細管，其一端可向水流之任意方向彎曲。

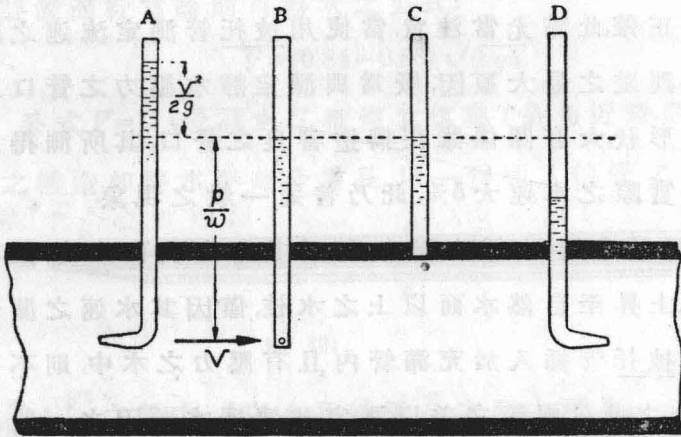


圖 128

若其曲管之口，向着水流之上游方向，與水流成直角時，(圖 128 A)，則管除受水之靜壓力外，須再加水之運動能力，故在披托管中，水柱上昇之高度為 $\frac{p}{w} + \frac{V^2}{2g}$ 。

如在 B 圖, 係將 A 圖之管, 迴轉 90° , 俾曲管與流水成直角, 則曲管之口, 不特未直接接受水之運動能力, 且受流水與曲管衝突之影響, 管中之水柱, 應較 $\frac{p}{w}$ 為低. 在 C 圖, 係表示披托計與流水管壁在同一之平面上, 但未向內部突出, 故僅受流水之靜壓力, 正確表示其為 $\frac{p}{w}$. 若在 D 圖, 則係將披托管之口端, 向着流水之下游, 受流水之吸入作用, 故管中之水柱最低. 雖然, 因流水受管之障礙, 發生多少之渦旋, 實際的水柱, 約較理論的水柱稍高.

無論在任何情形之下, 披托管務求細小, 決不可使其為流水之障礙. 惟過於細小, 則又起毛細管引力之作用, 以致水柱不得正確, 此點尤當注意. 當使用披托管測定流速之際, 其所引起誤差之最大原因, 厥為與測定靜水壓力之管口之位置及其形狀, 大有關係. 雖在構造善良之管口, 其所測得之流速, 約較實際之流速大 5% , 此乃普通一般之現象.

在開渠或河川, 靜水壓力, 即為其水之表面之高, 故在披托管中, 上昇至自然水面以上之水柱, 僅因其流速之關係而來. 惟將披托管插入於充滿管內且有壓力之水中, 則不可不用圖 128 之 A, C 兩管之差, 以測定其速度水頭. 因之, 一般所改良之各種組合之披托管, 如圖 129 所示, 於兩根細管之上部, 用一橡皮管連結之, 由此裝置, 即可直接測定水柱之差 h , 此時在 E 點之水壓, 是否與真正之靜水壓力相異, 完全不可得知. 故在未測定以前, 不可不首先檢定其誤差, 如果將 E 管之

位置及方向, 先行檢查而後使用, 則無何等限制, 如圖 130 所

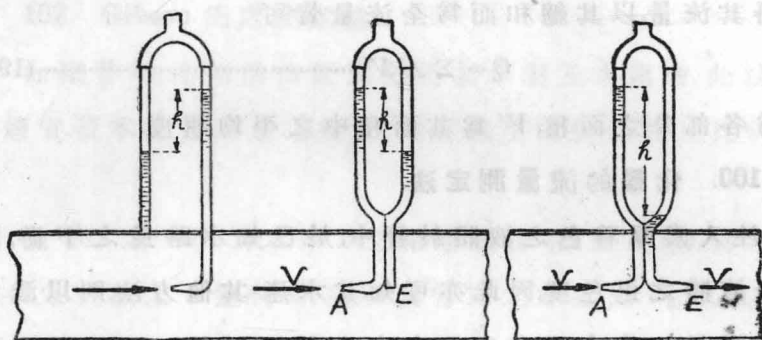


圖 129

圖 130

示當 A 與 E 之方向正相反對時, 則此時之 h 為最大, 用圖 130 之裝置而行實驗, 則可得次之公式:

$$V = (0.84 - 0.86) \sqrt{2gh}$$

公式 $V = C \sqrt{2gh}$ 之 C , 欲使其值與 1 最相近時, 則須如 131 圖之構造, 即將水平部分增長, 以一管插入他管之中, 使 E 處

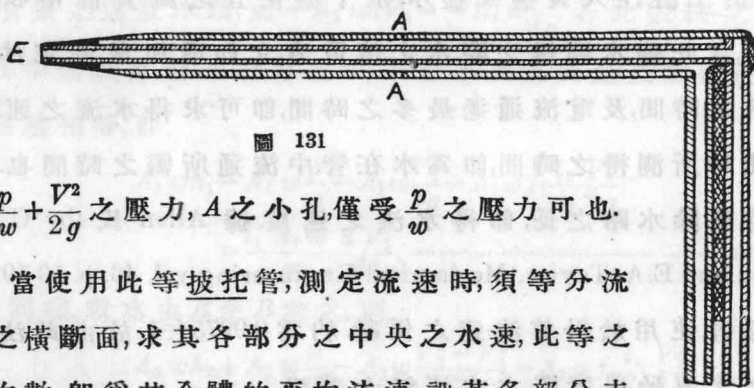


圖 131

受 $\frac{p}{w} + \frac{V^2}{2g}$ 之壓力, A 之小孔, 僅受 $\frac{p}{w}$ 之壓力可也。

當使用此等披托管, 測定流速時, 須等分流體之橫斷面, 求其各部分之中央之水速, 此等之平均數, 即為其全體的平均流速。設若各部分未分為等面積時, 則由此所求得之平均水速, 完全不發生意義

此時或用速度之線圖，以推定其平均水速，或於各部分，分別求得其流量，以其總和而為全流量皆可。

即
$$Q = \Sigma A' V' \dots\dots\dots (199)$$

A' 為各部分之面積， V' 為其面積中之平均速度。

100. 化學的流量測定法。

注入濃厚着色之液體於管中，於已知水路長之下游，測量此液體之退色度，因此亦可知其水速。其他方法，則以濃度一定，重量一定之鹽水，與管中之水混合，於已知水路長之下游，取其少量之水分析之，亦可測定其管中之水速。蓋濃度為流體之水量之函數故也。此法容易而價廉，且極正確，適於大量之水量測定 (Chemihydrometry and precise turbine testing by B. F. Groat in the Trans. A. S. C. E. Vol. LXXX p.951.1916)。

101. 鹽水——電的測定法。

於上游注入食鹽或鹽水，於下游便宜之處安置兩根銅電極，當此鹽水到達之際，水之傳電力，立即增加。故測定注入鹽水之時間，及電流通過最多之時間，即可求得水流之速度。蓋此時所測得之時間，即為水在管中流通所需之時間也。以此時間除水路之長，即得水流之速度。據 Allen 氏 (by C. M. Allen and E. A. Taylor, Mechanical Engineering vol. 46. p. 13 1924) 之報告，使用於計算流速之係數，約為 $0.9975 \div 1$ 。故由此法所得之水速，殆與實際之水速無大差誤。

此法，無論在水管，溝渠或管徑不同之連續管，皆可使用，

至為便利。

102. Gibson 氏之測定法。

如鐵管等，能用活瓣任意變更其水壓及水速者，此法最為適宜。蓋水之運動量之變化，與其速度之變化成正比例故也。

圖 132 之 AB ，為水車 D 之給水鐵管（或曰導桶）。當水車在一定負載之下運轉時，設在其管末之水速為 V_0 ，又 A_1, d_1, V_1 ，及 A_2, d_2, V_2 ，各為管 l_1 及 l_2 之面積，直徑及水速， p_1 為在 E 點之水壓， p 為在 B 點之水管。

今設水由 A 向 B 流，則沿管而下之水重為 $A_1 wh_1$ ，取之為正，則與此 $A_1 wh_1$ 之方向相反作用之力，有三：一為管中之摩擦力，如 $-A_1 wh f_1 = -A_1 w f_1 \frac{l_1 V_1^2}{d_1 2g}$ ；二因 E 點上之水壓 p' 所起之力如 $-A_1 w \frac{p'}{w}$ ；三因 A 處靜止之水，當其以速度 V_1 流入管中，所要之速度水頭，如 $-A_1 wh V_1 = -A_1 w \frac{V_1^2}{2g}$ 。若此數種之力，不在平衡狀態，則此數力之和，不可不與其質量及加速度之相乘積相等，即

$$\begin{aligned}
 A_1 wh_1 - A_1 w \frac{p'}{w} - A_1 w \frac{V_1^2}{2g} - A_1 w f_1 \frac{l_1 V_1^2}{d_1 2g} \\
 = \frac{l_1 A_1 w}{g} \frac{d V_1}{d t} \dots\dots\dots (201)
 \end{aligned}$$

同樣，就水由 E 至 B 考之，則

$$\begin{aligned}
 A_2 wh_2 + A_2 w \frac{p'}{w} - A_2 w \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} - A_2 w f_2 \frac{l_2 V_2^2}{d_2 2g} \\
 - A_2 \frac{p}{w} = \frac{l_2 A_2 w}{g} \frac{d V_2}{d t} \dots\dots\dots (201 a)
 \end{aligned}$$

簡單 (201) 及 (201 a) 兩式而組合之, 則

$$\begin{aligned}
 h - \frac{p}{w} - \frac{V_2^2}{2g} - f_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{V_2^2}{2g} - f_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{V_1^2}{2g} \\
 = \frac{l_2}{g} \frac{dV_2}{dt} + \frac{l_1}{g} \frac{dV_1}{dt} \dots\dots\dots (201 b)
 \end{aligned}$$

但 $V_1 = V_2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2,$

$$\therefore \frac{dV_2}{dt} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = \frac{dV_1}{dt}, \dots\dots\dots (201 b)$$

得如次變形之, 即

$$\begin{aligned}
 h - \frac{p}{w} - \frac{V_2^2}{2g} \left[1 + f_2 \frac{l_2}{d_2} + f_1 \frac{l_1}{d_1} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \right] \\
 = \left[\frac{l_2}{g} + \frac{l_1}{g} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \right] \frac{dV_2}{dt}.
 \end{aligned}$$

為簡單上式起見, 特置 $\left[f_2 \frac{l_2}{d_2} + f_1 \frac{l_1}{d_1} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \right] = A$

及 $\left[\frac{l_2}{g} + \frac{l_1}{g} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \right] = B,$

則 $h - \frac{p}{w} - (1+A) \frac{V_2^2}{2g} = B \frac{dV_2}{dt} \dots\dots\dots (201 c)$

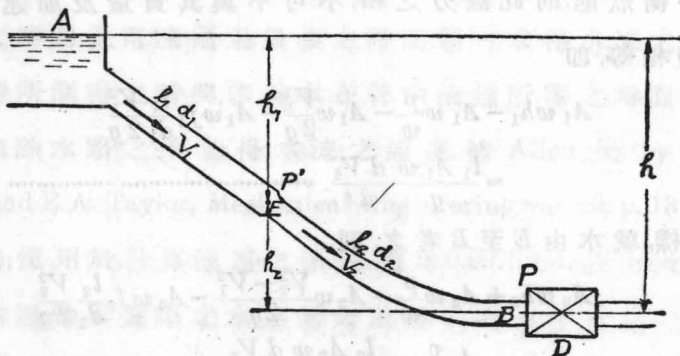


圖 132

以同樣之理論，雖有幾根管徑不同之管，亦得適用上述之方法。若管中全體之水，因其下端活瓣之閉鎖，完全靜止時，則積分 (201 c) 式即得次之結果：

$$\int_0^t \left(\frac{p}{w} - h \right) dt + (1+A) \int_0^t \frac{V_2^2}{2g} dt = BV_0 \dots\dots\dots(202)$$

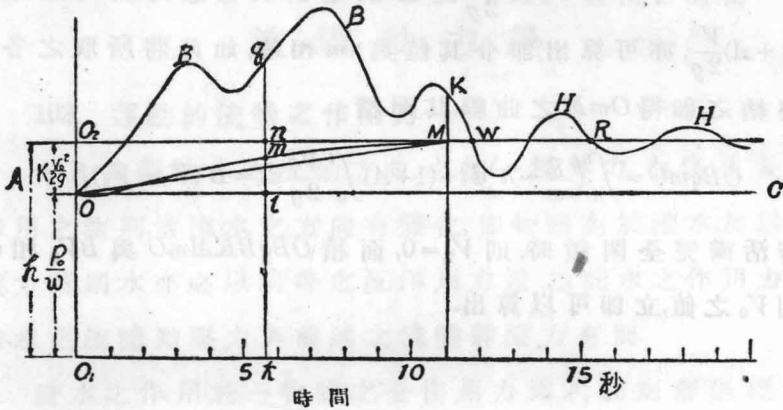


圖 133

實地測量水速時，安置水銀壓力計於圖 132 所示之 B 點，當其關閉管末之活瓣時，則水銀柱上下移動，如用適當之照像裝置，可攝得如圖 133 所示之連續壓力線圖 *OB BK HH*，又同時可記錄時間，如同圖之下端所示。

當水車在一定負載之下迴轉時，壓力線圖為 *O-C* 之一水平線，即 $V_2 = V_0$ 。若在時間 O_1 開始將活瓣漸漸閉鎖，則壓力呈 *OB BK* 之波狀上昇，至 *K* 點時，已將活瓣完全閉鎖，而猶呈 *KHH* 之波狀者，則此種波狀，實因水銀柱自身之振動而起。當其歸於平靜時，則壓力線圖，再為水平高度，與靜水壓力水頭

h 之高度相等, 即在 nMR 之延長線上, K 點由一周期 WR 之 $\frac{1}{2}$ 求得之, 即 $WM = \frac{1}{2}WR$.

若引任意之垂直線 kq , 則 $kq = \frac{p}{w}$, $kn = h$. 故面積 $OBqBKMO$, 大概與公式 (202) 之 BV_0 相等.

由此可計算 V_0 及 $\frac{V_0^2}{2g}$ 之值. 於是對於任意時間內之 V_2 之 $(1+A)\frac{V_2^2}{2g}$, 亦可算出, 即令其值與 nm 相等, 如此將所取之各點連結之, 即得 OmM 之曲線, 其面積

$$OBqmO = \int_0^t \left(\frac{p}{w} - h \right) dt + (1+A) \int_0^t \frac{V_2^2}{2g} dt = B(V_0 - V_2),$$

若活瓣完全閉鎖時, 則 $V_2 = 0$, 面積 $OBqBKmO$ 與 BV_0 相等, 則 V_0 之值, 立即可以算出.

第十二章

流體動力學

103. 運動的流體之作用力

大凡欲變流水之流動方向，必加一種外力，由作用及反作用之法則，當流水之方向有變化，即物體對於流水，加以作用力時，則水亦必以同等之反作用力還之，此水之作用力，稱為水之流體動壓力，與前述之流體靜壓力有別。

設水之作用於一物體之全作用力為 F ，在矩形坐標中，可分為 F_x 及 F_y

二力，如圖 134

(a)，於流線內之

任意斷面積 A ，

沿流線方向，取

其極微小之長

度 ds ，則其微小

流體之質量為

$wA ds/g$ 。一般，水

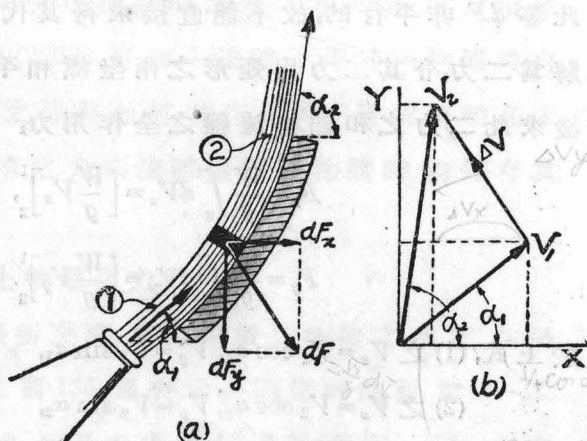


圖 134

之質點的速度，因時間及位置而變化，故流線中之質點的加速度 a ，得由次式表之。

$$\text{即} \quad a = \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + V \frac{\partial \bar{V}}{\partial s},$$

上式之 V 爲無向量 (scalar number)， \bar{V} 爲有向量 (vector number)，

當流量一定，即 $\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} = 0$ 時，則

$$dF = dma = \frac{wA ds}{g} V \frac{\partial \bar{V}}{\partial s} = \frac{wAV}{g} \times \frac{\partial \bar{V} ds}{\partial s}$$

然，此時 $d\bar{V} = \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial s}\right) ds$ ，及 $wAV = W$ ，則

$$dF = \frac{W}{g} d\bar{V}$$

如此，就全體流線而積分 dF ，則可求得水之全作用力。雖然，此等 dF 非平行的，故不能直接求得其代數和。於是將 dF 分解爲二力，令其二力與矩形之兩坐標相平行，如 E_x 及 E_y 是。然後求此二力之和，即得流線之全作用力，

$$F_x = \frac{W}{g} \int_2^1 dV_x = \left[\frac{W}{g} V_x \right]_2^1,$$

$$F_y = \frac{W}{g} \int_2^1 dV_y = \left[\frac{W}{g} V_y \right]_2^1.$$

於上式，(1) 之 $V_x = V_1 \cos \alpha_1$ ， $V_y = V_1 \sin \alpha_1$ ，

(2) 之 $V_x = V_2 \cos \alpha_2$ ， $V_y = V_2 \sin \alpha_2$ ，

$$\therefore F_x = \frac{W}{g} (V_1 \cos \alpha_1 - V_2 \cos \alpha_2) = \frac{W}{g} \Delta V_x \dots \dots \dots (205)$$

$$W = \Delta m V_1$$

$$F_y = \frac{W}{g}(V_1 \sin \alpha_1 - V_2 \sin \alpha_2) = \frac{W}{g} \Delta V_y, \dots\dots\dots (205 a)$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2},$$

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_x^2 + \Delta V_y^2},$$

$$F = \frac{W}{g} \Delta V. \dots\dots\dots (205 b)$$

與水之作用力相反之支持力,當然與 F 同量,其作用方向正相反,若命 R 為其支持力,或一物體作用於水之力,則

$$R_x = \frac{W}{g}(V_2 \cos \alpha_2 - V_1 \cos \alpha_1) = -\frac{W}{g} \Delta V_x \dots\dots\dots (206)$$

$$R_y = \frac{W}{g}(V_2 \sin \alpha_2 - V_1 \sin \alpha_1) = -\frac{W}{g} \Delta V_y \dots\dots\dots (206 a)$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = -\frac{W}{g} \Delta V \dots\dots\dots (206 b)$$

上述公式之誘導,係由極微小部分之水的作用力積分而來,觀公式(205 b)及(206 b),可知一流體作用於一物體時,自始至終,不拘其中間之通路如何,其作用力 F 僅為流體在未作用於該物體前所有之力,與流體離開該物體時,尚保存其餘之力之差。

104. 作用於靜止物體之力.

當水與靜止物體衝突時,其作用於該物體之水之力,仍可由公式(205 b)求之.圖 135,係表示一固定的曲面.設 $X-X$,垂直於該曲面之中央, α_1 及 α_2 各為 V_1 及 V_2 與 $X-X$ 所成之角度.

例如 $V_1 = 80$ 每秒米，噴出口之直徑為 0.06 米， $\alpha_1 = 30^\circ$ ， $V_2 = 60$ 每秒米， $\alpha_2 = 160^\circ$ ，則由公式 (205) 及 (205a)，

$$F_x = \frac{80 \times 0.00385 \times 1000}{9.81} (80 \times 0.8660 + 60 \times 0.9397) = 3945.3 \text{ 仟克,}$$

$$F_y = \frac{80 \times 0.00385 \times 1000}{9.81} (80 \times 0.5000 + 60 \times 0.3420) = 1492.4 \text{ 仟克,}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 4218.0 \text{ 仟克.}$$

有時，噴射水向兩邊均等分開，由一物體上面流去，則一方之 F_y 與他方之 F_y ，方向相反而相等，其和為零，即兩力互相平衡。例如噴射水，與一平面垂直衝突，或在伯耳通水車 (Pelton wheel) 之水承軸，其 F_y 之分力皆為零，即 F 與 F_x 相等。

105. 作用於曲管及嘴管之流水之力。

管中之流水，自有靜水壓力，若其速度有變化時，則又有因速度變化而起之運動能力。於圖 136，設速度由 V_1 增大為 V_2 ，且其方向，復行變更，則又發生因加速度而起之力，由公式 (206) 及 (206a)，

$$R_x = \frac{W}{g} (V_2 \cos \alpha_2 - V_1 \cos \alpha_1)$$

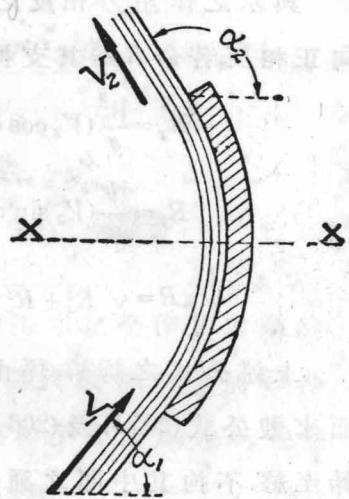


圖 135

$$R_y = \frac{W}{g}(V_2 \sin \alpha_2 - V_1 \sin \alpha_1)$$

$$R = -\frac{W}{g}(\Delta V).$$

此 R 為流水的加速度所生之力，與其他因種種關係所發生之反作用力之總和相等。設在兩端的水之總壓力為 $p_1 A_1$ 及 $p_2 A_2$ ， N_1 為管壁作用於水之力，若管中無摩擦，則 N 與管壁相垂直。但實際管中有摩擦，故 N 之方向，較管壁之垂直線略為傾斜。

設 N_x 及 N_y 為 N 對於矩形坐標之分力，則

$$R_x = \frac{W}{g}(V_2 \cos \alpha_2 - V_1) = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \alpha_2 - N_x.$$

$$R_y = \frac{W}{g}(V_2 \sin \alpha_2) = -p_2 A_2 \sin \alpha_2 + N_y.$$

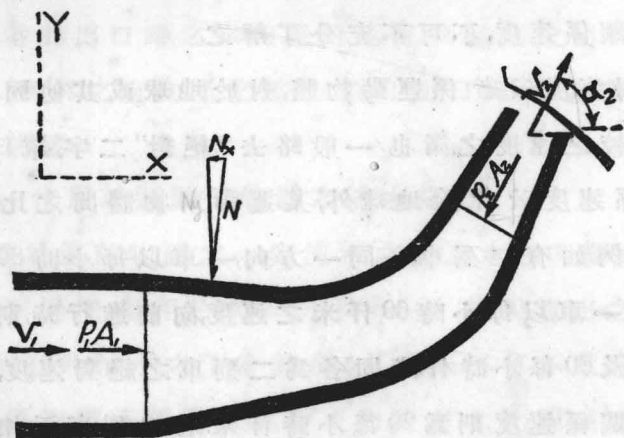


圖 136

或
$$N_x = p_1 A_1 - p_2 A_2 \cos \alpha_2 + \frac{W}{g}(V_1 - V_2 \cos \alpha_2) \dots\dots\dots (209)$$

$$N_y = p_2 A_2 \sin \alpha_2 + \frac{W}{g} V_2 \sin \alpha_2 \dots\dots\dots(209a)$$

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} \dots\dots\dots(209b)$$

公式(209b)之 N ,爲管所作用於水之力,當然與水所作用於曲管之力相等,且其方向正相反。

若上述之曲管爲直管,而作用力之大小,又僅與管徑之大小有變化時,則

$$N_x = p_1 A_1 - p_2 A_2 + \frac{W}{g}(V_1 - V_2) \dots\dots\dots(209c)$$

$$N_y = 0 \dots\dots\dots(209d)$$

$$N_x = N \dots\dots\dots(209e)$$

106. 絕對速度及關係速度.

在研究水之作用於運動物體之作用力以前,對於絕對速度及關係速度,不可不充分了解之。

絕對速度云者,係運動物體,對於地球,或其他固定機械,兩相比較之速度之謂也.一般略去“絕對”二字,單曰速度。

關係速度云者,除地球外,某運動兩物體間之比較速度之謂也.例如有二列車,在同一方向,一車以每小時80仟米之速度,他一車以每小時60仟米之速度,向前進行時,則80每小時仟米及60每小時仟米,固各爲二列車之絕對速度,至其二列車之關係速度,則爲20每小時仟米.若二列車正相反對行走時,則其關係速度,爲140每小時仟米,即關係速度,爲二列車之絕對速度之有向量(vector)之差.若一列車,以80每小時

仟米之速度，向 AC 方向進行（圖 137），他一列車，以 60 每小時仟米之速度，同時自同一之 A 點起，向 AB 之方向進行，則其兩列車之關係速度為 CB ，即為有向量 AC 與 AB 之差。

當噴射水與運動中的水車之輪葉 (vane) 相衝突時，則水

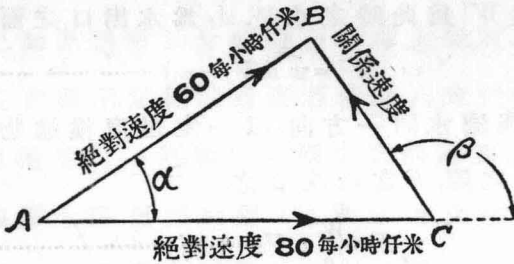


圖 137

之進入輪葉時之速度，與輪葉之水入口處之速度，兩者之有向量之差，即為水之對於輪葉之關係速度。同樣，在輪葉之水出口處，當其出口時之水的絕對速度，與輪葉之出口處之絕對速度，兩者之有向量之差，即為在出口處，水之對於輪葉之關係速度。

107. 作用於運動二物體之流水之力。

作用於運動物體之一定流水之力，與水之衝擊於靜止物體之情形同樣，得用公式 (205), (205a) 及 (205b) 算出之。

雖然，在此情形之下，當其求 ΔV 之際，不可不兼用絕對速度及關係速度兩種，又衝擊靜止物體之水量，固為水之速度與噴出口的面積之相乘積，但衝擊於運動物體之水量，則不特單與水之速度及噴出口之面積有關，且對於運動物體之

速度亦有莫大之關係。例如水以 V_1 之速度向一物體衝擊，物體亦以 V_1 之同速度，或較 V_1 以上之高速度，同方向運動，則水恐不能與該物體相衝擊。若一物體以較 V_1 為小之速度 u_1 ，與 V_1 同一方向運動，則水之衝擊於該物體之水量當與 $(V_1 - u_1)$ 成正比例。設 W' 為此時之水量， A_1 為水出口之面積，則

$$W' = w A (V_1 - u_1) \dots\dots\dots (211)$$

設 F 為與流水同一方向，以一定速度推進物體之力，則在一定流量之際， F 當如次表之。

$$F = \frac{W'}{g} \Delta V \dots\dots\dots (211 a)$$

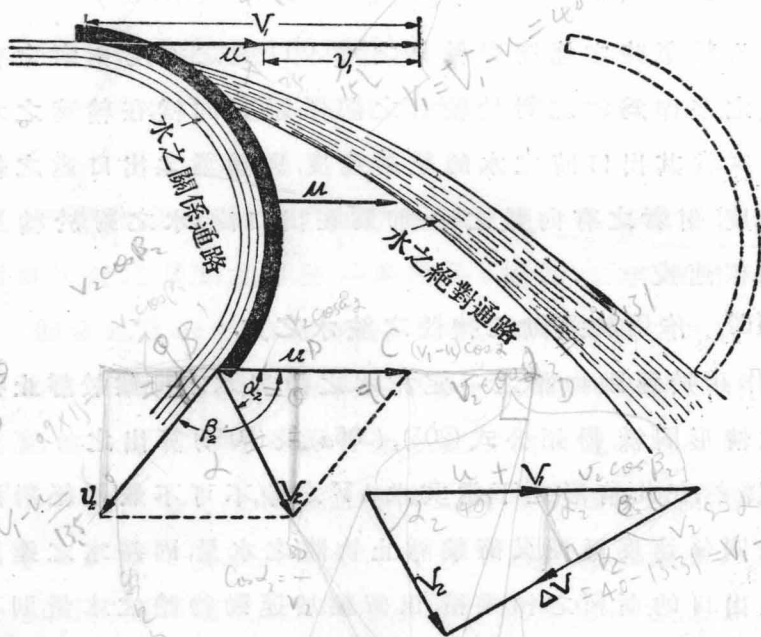
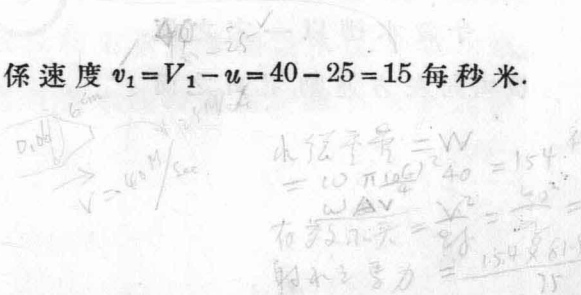


圖 138 所示，為以一定速度 V_1 流出之噴射水，衝擊一枚輪葉之情形，但輪葉係以速度 u ，與噴射水之速度，同一方向進行。若 u 較 V_1 為小，則當水之一分子，自其開始進入輪葉，沿輪葉上面流去，一直達到出口為止，在此最短時間內，恐輪葉進行之路徑，已如點線所示。然此時在地球上觀看之人，必以為水之通路，定取圖示之絕對通路。若使此人立於運動中之輪葉上，即由與輪葉同一運動之人觀之，則將認為水之通路，係取圖示之關係通路。然而如圖 138 所示，水由輪葉流出，在其出口處之關係速度，當被輪葉之出口之形狀所支配，且其方向又為曲面之切線方向。惟在輪葉之入口處之關係速度，單由 V_1 及 u_1 決定之。在輪葉之水之入口或出口處，為減少因水之衝突而起之無益損失起見，即使水之出入方向，須與輪葉之曲面的切線方向一致起見，則製造葉輪時，不可不使其各個輪葉皆有與水之關係速度同一方向之曲面。

〔例〕 有一直徑 0.06 米之噴出口，其噴射水之速度為 40 每秒米。此噴射水即向一輪葉衝擊，而該輪葉以 25 每秒米之速度，與噴射水之速度同方向運動，在其出口處之關係角度 $\beta_2 = 150^\circ$ 。因摩擦及其他之損失，於是流出水之關係速度 v_2 ，僅為入水之關係速度 v_1 之 0.9 倍。求水之作用於輪葉之力。

〔解〕 入口處之關係速度 $v_1 = V_1 - u = 40 - 25 = 15$ 每秒米。



故出口處之關係速度 $v_2 = .9 v_1 = .9 \times 15 = 13.5$ 每秒米。

由三角形之關係 $v_2 \cos \alpha_2 = v_1 - u$

$$V_2 \cos \alpha_2 = u + v_2 \cos \beta_2 = 25 - 13.5 \times .866 = 13.31,$$

$$V_2 \sin \alpha_2 = v_2 \sin \beta_2 = 13.5 \times .5 = 6.75.$$

作用於單一輪葉之水之質量,

$$\frac{W'}{g} = \frac{1000 \times .00285}{9.81} (40 - 25) = 5.89 \text{ 每秒仟克.}$$

$$\therefore F_x = \frac{W'}{g} (V_1 - V_2 \cos \alpha_2) = 5.89(40 - 13.31) = 157.2 \text{ 仟克.}$$

由上例觀之,知噴射水之作用力,因其作用物體之速度之大小及其形狀之不同,大有差異。故在水車及唧筒之設計上,對於此點,不可不鄭重考慮之。

108. 反動力.

噴射水,不拘其噴出口之形狀如何,欲給水以相當速度,使之噴射而出,則不可不需相當之力,如圖 139 所示。由水槽側面噴射之水,因其周圍之水壓之關係,所有全部之反動力皆被水槽之側壁所保持。

今設水槽以一定之速度 u , 向左方運動, 孔口之面

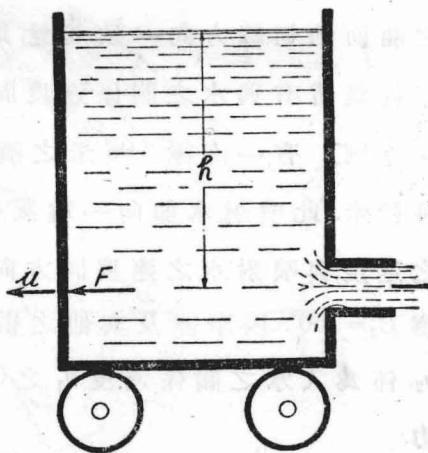


圖 139

$$a = \frac{v_1 - [u + (v_1 - u) \cos \alpha]}{t}$$

$$v_1 - v_1 \cos \alpha - u - u \cos \alpha$$

$$v_1 - u + v_1 \cos \alpha - u \cos \alpha$$

$$v_1 - u + v_1$$

$$P_x u = \frac{6W}{2} (v_1 - u) (1 - \cos \alpha) u$$

$$1000 \times .00285 (40 - 25) \times (\dots) \times 25$$

積,比較水槽之面積爲小,水槽中之水無速度,且高度 h 亦無變化,則 $V_1 = u$. 設噴射水之關係速度爲 V_2 , 則噴射水之絕對速度 $V_2 = u - v_2$, 故

$$\Delta V = V_1 - V_2 = u - (u - v_2) = v_2$$

$$\therefore F = \frac{W}{g} v_2 = \frac{wA}{g} v_2^2 \dots\dots\dots (214)$$

然 $v_2 = C_v \sqrt{2gh}$, 故 (214) 式, 得書之如次,

$$F = 2 C_v^2 w A h = 2 w A \frac{v_2^2}{2g} \dots\dots\dots (214 a)$$

由上之結果觀之,知 F 力,與靜止之水頭 h 之二倍相當,此處之 C_v 固僅表速度係數;惟實際不然,縮流及其他之係數亦包含在內。

若孔口爲標準孔口,即 $C_v = 0.98$, $C_c = 0.62$, $C_d = 0.61$ 時,則

$$W = 0.62 w a v_2, \quad v_2 = 0.98 \sqrt{2gh}, \quad \text{或} \quad \frac{v_2^2}{2g} = (0.98)^2 h,$$

$$F = \frac{0.62 w A v_2^2}{g} = 2 [0.62 w A \times (0.98)^2 h] = 1.19 A w h.$$

此處之 A 及 g , 皆各表示噴出口之面積。據英國 Peter-Ewart 實測之結果, $F = 1.14 w A h$.

109. 作用於迴轉水車之流水之力。

第107節所述,僅關乎作用於運動物體之流水之力,故作用於物體之水量,實爲 $wA(V_1 - u) = W'$. 惟在迴轉水車之情形,對於各枝輪葉作用之水量,固爲 W' , 惟多數之輪葉,皆連續的來到受水之位置. 故結果承受全體之水量,即就水車全體觀之,車軸對於噴出口,並未隨時離開距離. 故流水之作

用於水車，恰與作用於靜止之物體相同。因之，作用於水車水量，非 W' ，實為 W 。然則迴轉水車之力 F ，亦與 (205b) 式同

$$F = \frac{W}{g} \Delta V.$$

惟實際如圖 138 所示， V_1 與 u 不能平行，即水之流入之向，與在水承之入口處的瞬間速度之方向，其間有多少角存在。 α_1 不為零，故速度線圖，非如圖 138 所示，乃如圖 137 示，形成一個三角形。

100 轉力矩 (torque).

當流過水車中之水，始終與水車之軸，保持等距離流，并無距中心或遠或近之情事時，則用前節所述之方法，容計算其水之作用力。例如伯耳通水車 (Pelton wheel) 是也。於反動水車，其噴出口之水，難與車軸保持等距離。在水之通之路程中，欲以水之作用於水車之力，視作單一的合成，頗感困難。故與其由作用於車中各微小部分之水力，所有轉力矩 (torque) 之積分，以求其全轉力矩 (total torque)，無寧以車之水入口處，所有之殘存轉力矩 (torque) 之差，作為作用於車之全轉力矩，比較容易。即設水車之水入口處，及水出口所有之水力，各為 $\frac{W}{g} V_1 \cos \alpha_1$ 及 $\frac{W}{g} V_2 \cos \alpha_2$ ，則轉力矩 (torque) 得如次表之，即

$$T = \frac{W}{g} (r_1 V_1 \cos \alpha_1 - r_2 V_2 \cos \alpha_2) \dots \dots \dots (2)$$

公式 (215) 無論在任何地方，皆為一般適用之公式，當

較 r_2 小,即水由車內向外周流;或 r_1 較 r_2 大,即水由外周向車內流,無論任何情形,皆可適用.但 r_1 表水入口之半徑, r_2 表水出口之半徑.

圖 140 表示衝動水車之一部分,水由內方向外方流.

若水車之長短,迴轉之速度及水量 Q ,皆為已知數時,則 $Q = A_1 V_1$, $W = w A_1 V_1$, 由此可將 V_1 求出.此處之 A_1 為導輪葉之水之通路之全面積,與 V_1 之方向成直角, V_1 與 u_1 所成之角

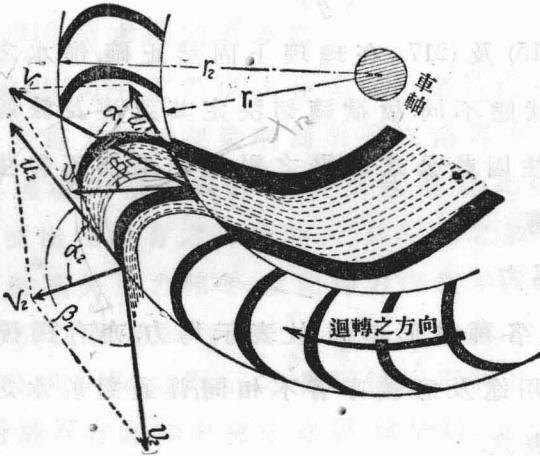


圖 140

度 α_1 , 即因此導輪葉之位置而定.在入口處之 v_1 及 β_1 係利用 V_1 , u_1 及 α_1 之值得由三角法解之.若水於入口處,向動輪葉衝突,則必發生損失.為避免此種損失起見,則水承面之曲面之尖端,不可不沿 v_1 與 u_1 所成之角度 β_1 之方向. $V_2 \cos \alpha_2$ 之計算方法,因水車之型式而異,其詳細當由後節說明之.離心唧筒之葉輪 (impeller) 所與於水之轉力矩 (torque), 將 (215) 式中之符

號變之，即得。即為 $\frac{W}{g}(r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1)$ 。若水係輻射的流入時，則 $\alpha_1 = 0$ 。當有導輪葉之時，則水流入葉輪之流入方向，即被限制。若在無導輪葉之普通水車，則當水流入葉輪時，因其構造之不同，遂以種種之角度流入。然無論在任何情形之下，水所有之角運動量，皆由葉輪而得。普通一般之離心唧筒，皆無導輪葉。此時之轉力矩 (torque) T ，得用次式表之，即

$$T = \left(\frac{W}{g}\right) r_2 V_2 \cos \alpha_2 \dots \dots \dots (217)$$

公式 (215) 及 (217)，在理理上固然正確，惟水之實際狀態與理論的狀態不同。故欲適切決定其速度及流線之方向，頗感困難，往往因此公式所得之計算結果，無不發生誤差，此點宜特別注意。

111. 馬力。

一般因各種情形不同，故表示馬力，亦有種種不同之形式，且在其用途及意義，亦各不相同，普通對於水之馬力，皆用次之形式表之。

$$\text{馬力 (H. P.)} = \frac{F u}{75} \dots \dots \dots (217a)$$

$$\text{馬力} = \frac{T \omega}{75} = \frac{T \times 2 \pi N}{4500} \dots \dots \dots (217b)$$

$$= \frac{HW}{75} = \frac{wQH}{75} = \frac{QH}{0.075} \dots \dots \dots (217c)$$

公式 (217a) 之 F ，係表示水對於 u 之方向作用之分力。公式 (217b) 之 ω 為角速度， N 為迴轉數 (r. p. m)。公式 (217c) 之

T 爲轉力矩 (torque). 若此轉力矩係用制動機所測得時, 則 (217b) 式表示制動馬力 (brake H. P.). 若 T 係用公式 (215) 所表示時, 則由是求得之馬力, 較之制動馬力, 恰多水車軸承等之機械的損失, 卽由此所得之馬力, 係表示水車軸有效迴轉之馬力, 恰與蒸汽機關之指示馬力相當. 故由水之供給水車所得之全馬力中, 減去因水車之外函 (case), 流道 (runner) 及吸出管中之水之摩擦所損失之馬力而外, 其他所剩餘之馬力, 卽由公式 (215) 所求得之馬力也.

若公式 (217b) 中之 T , 係用公式 (215) 之 T , 代入計算時, 則由此求得之馬力, 比較運動唧筒所要之軸馬力爲小, 其所小之數, 恰與機械的損失馬力相等. 又此馬力, 比較水由葉輪 (impeller) 流出時所有之馬力爲大, 其所大之數, 恰與葉輪中之水的摩擦損失馬力相等. 故此馬力係表示葉輪所消費之實馬力, 恰與往復運動唧筒之指示馬力相當.

同樣, 公式 (217c) 之 H , 因其各種情形不同, 亦各有適當之意義. 又對於 H 有詳細研究之必要, 將於 112 節分述之.

[例] 就第 107 節之例說明之, 該處只有輪葉一枚, 此處假設有輪葉數枚, 皆連續的承受噴出口之噴射水, 然則水之總重量; 不爲 W' 而爲 W .

[解] $W = w A_1 V_1 = 1000 \times 0.00385 \times 40 = 154$ 每秒仟克,

$V_1 = 40$ 每秒米,

則噴射水所有之有效水頭

$$H_1 = \frac{V_1^2}{2g} = \frac{40^2}{2 \times 9.81} = 81.54 \text{ 米,}$$

Power = $\frac{wQV^2}{2g}$

Handwritten notes and calculations:

- $40 - 25$
- 285
- 1170
- 385
- 1540
- $D = 0.16$
- $V = 0.3$
- 0.52π
- 3.416
- 0.00385
- 0.30994

$$\text{故噴射水之馬力} = \frac{154 \times 81.54}{75} = 167.4 \text{ H. P.}$$

$$\therefore u \text{ 之方向之分加速度 } \Delta V = 40 - 13.31 = 26.69.$$

$$\therefore F_x = (154/g) \times 26.69 = 419 \text{ kg.}$$

$$\text{水車因此流水所發生之馬力} = \frac{F_x u}{75} = \frac{419 \times 25}{75} = 139.6 \text{ H. P.}$$

因水之摩擦所損失之水頭得用 $(v_1^2 - v_2^2)/2g$ (此理由當於後節說明之)。

$$\text{故因摩擦所損失之水頭} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{15^2 - 13.5^2}{2 \times 9.81} = 2.18 \text{ 米.}$$

$$\therefore \text{損失馬力} = \frac{154 \times 2.18}{75} = 4.5 \text{ H. P.}$$

在水車之出口處流出之水，

$$\text{所持去之運動水頭} = \frac{V_2^2}{2g} = \frac{14.9^2}{2 \times 9.81},$$

$$\text{因此所生之損失馬力} = \frac{154 \times 14.9^2}{75 \times 2 \times 9.81} = 23.3 \text{ H. P.}$$

故總損失馬力 $= 4.5 + 23.3 = 27.8 \text{ H. P.}$ 此 27.8 馬力，恰與水所有之總馬力 167.4 H. P. 及水車所發生之馬力 139.6 H. P. 之差相等，由此可知計算之不誤。

112. 對於最高效率之理論的水承速度 u 。

當水車之水承，連續而來，入於流水圈內時，則各個水承，皆受一部分的水量，數多(全部)之水承，即受全體之水量如前所述，此時作用於其水車之水重非 W' ，實為 W 。若水承之運動方向與噴射水之速度方向相同，即 $\alpha_1 = 0^\circ$ 時，則

$$力 = F = \frac{W}{g}(V_1 - V_2 \cos \alpha_2) = \frac{A V_1 w}{g}(V_1 - V_2 \cos \alpha_2)$$

$$\begin{aligned} \text{工作 (work)} &= F \times u = \frac{A V_1 w}{g}(V_1 - V_2 \cos \alpha_2) u \\ &= \frac{w A V_1 u}{g}(V_1 - u)(1 - \cos \beta_2) \dots\dots\dots (219) \end{aligned}$$

爲求出最高效率時之 u 與 V 之比起見，則就 u 而微分之，置其第一微分爲零可也。

$$\frac{d(F \times u)}{du} = \frac{w A V_1}{g}(1 - \cos \beta_2)[(V_1 - u) - u] = 0$$

$$\therefore u = \frac{V_1}{2} \dots\dots\dots (219 a)$$

代此 u 之值入 (219) 式，則

$$\begin{aligned} \text{最大工作} &= \frac{\frac{w A V_1^2}{2} \left(V_1 - \frac{V_1}{2} \right)}{g} (1 - \cos \beta_2) \\ &= \frac{w A V_1^3}{4g} (1 - \cos \beta_2). \end{aligned}$$

故此時之效率 E ，如次，即

$$E = \frac{\frac{w A V_1^3}{4g} (1 + \cos \beta_2)}{\frac{w A V_1^3}{2g}} = \frac{1}{2} (1 + \cos \beta_2)$$

若 $\beta_2 = 180^\circ$ ，則 E 爲最大。

$$\therefore \text{最大效率, } E = \frac{1}{2} \times 2 = 100\% \dots\dots\dots (220)$$

113. 有效水頭

在水車之水入口處，即在導管之末端之有效水頭，即爲圖 141 (a) 及 (b) 之 C 點之水所有之水頭。假設摩擦損失

水頭為 h' ，則在 (a) 圖之情形， $H = (Z - h'_{A-C})$ ，在 (b) 圖之情形，

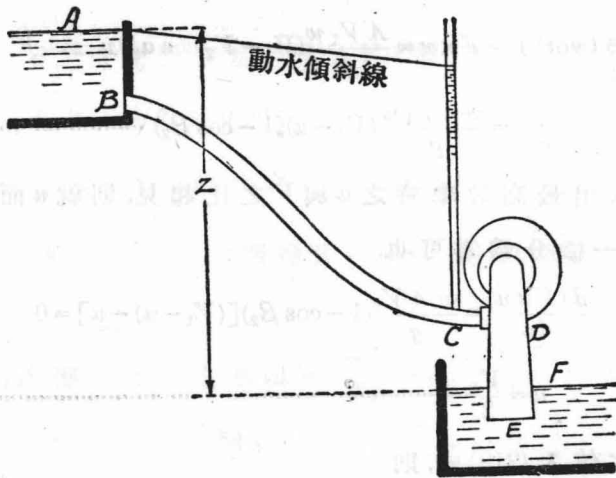


圖 141 (a)

$H = (Z - h'_{A-C} - Z_2)$ ，在 A 點之水所有之能量 (energy) 之一部分，因為 AC 管中之摩擦損失，不能作任何之有效工作，且不能復變為可作工作之能。至其他剩餘的一部分能，則因作用於水車之葉輪，使水車迴轉，亦復消費。此種能之消費，即可變為機械的工作。雖然，此水車所作之工作，非水作用於葉輪之全部能量，實際，較此稍小，即葉輪中，亦因摩擦等之關係，損失幾分之能，其所剩餘者，始變為有效之工作。

於圖 (a)，DF 為吸出管，與導管同樣，普通皆以吸出管，當作水車之一部分。故在吸出管中之損失，亦可視作水車中之損失。於圖 (b)，亦與前同樣，有效之水頭，則由水頭 Z 中，減去 AC 間之管中之損失水頭，但由 C 點至水面之水頭，亦不能

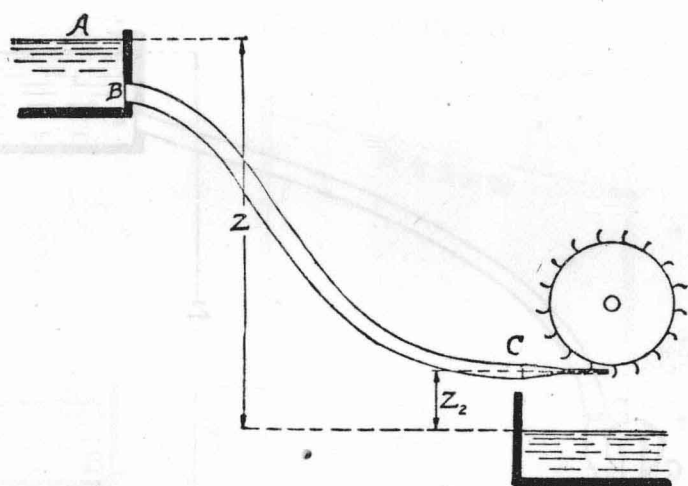


圖 141 (b)

作任何之有效使用。故實際之有效水頭，除於 Z 中減去 h'_{A-o} 而外，更當減去 Z_2 。至嘴管亦與圖 (a) 之吸出管同樣，可視作水車之一部分，故嘴管中之損失，亦可當作水車中之損失水頭處理之。

圖 142 (a) 所表示之唧筒，其所作用之有效水頭 H ，不可不為由 A 至 F ，其間揚水之垂直高度 Z ，及與管中之摩擦損失水頭之和。設 h' 為由 B 至 E 之損失水頭，則

$$H = Z + h'$$

於圖 142 (b)，除管中之摩擦損失水頭外，更不可不供給由 E 點射出之水之速度水頭。故唧筒所作用之有效水頭 H 得如次表之，即

$$H = Z + h' + \frac{V_E^2}{2g}$$

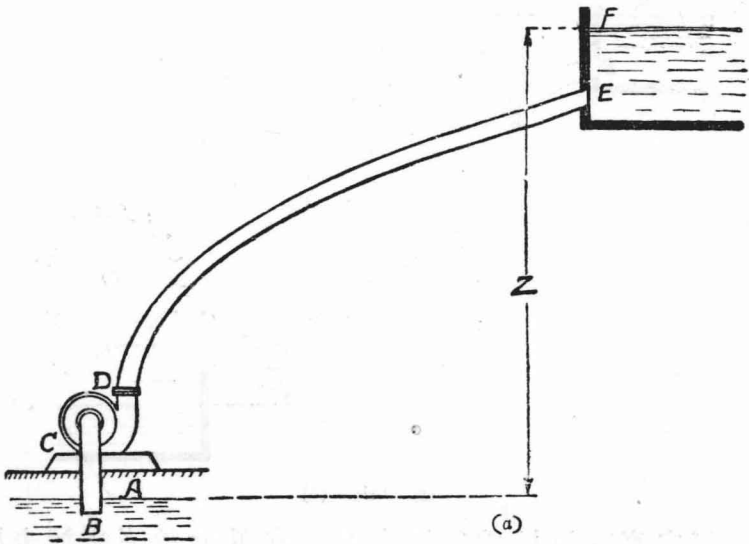


圖 142 (a)

水車回轉之有效水頭，亦如上所述。當其變成機械的馬力表現於外時，則不可不由前記之水頭中，減去水車中之損失及排出水所帶去之水頭。假設用重量1仟克之水，所有之能量(energy)轉動水車，其能有效迴轉水車軸之軸能量為 h' ，則其總軸能量 $=wh''=T\omega$ ，此處之 T ，與公式(215)所表示者同， h'' 亦與公式(217c)之 H 相當。

$$\text{各角速度 } \omega = \frac{u}{r} = \frac{u_1}{r_1} = \frac{u_2}{r_2}$$

則 $(r_1 V_1 \cos \alpha_1 - r_2 V_2 \cos \alpha_2) \omega = (u_1 V_1 \cos \alpha_1 - u_2 V_2 \cos \alpha_2)$

$$\text{故 } Wh'' = T\omega = \frac{W}{g} (u_1 V_1 \cos \alpha_1 - u_2 V_2 \cos \alpha_2)$$

上式用 W 除之，則得 h'' ，即

$$h'' = \frac{u_1 V_1 \cos \alpha_1 - u_2 V_2 \cos \alpha_2}{g} \dots \dots \dots (223)$$

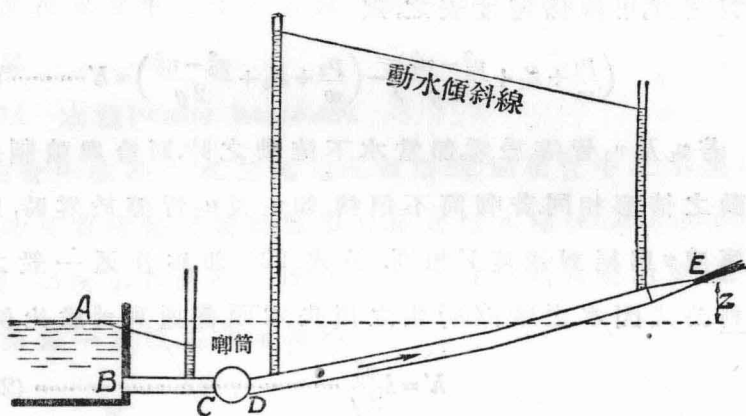


圖 142 (b)

在離心啣筒，輪葉所給與水之水頭，不單止 h'' 之水頭而已。凡一切因水之摩擦所失去之損失水頭，皆不能不給與之。故設 α_1 為在水入口處之角度，一般在離心啣筒為 90° ，則

$$h'' = u_2 V_2 \cos \alpha_2 / g$$

如此，在水車時， h'' 為水之機械工作，其所供給於水車之有效水頭，即為 h'' 。但在啣筒，則所給與於水之有效水頭非 h'' ，而此 h'' 實為啣筒所給與於水之有效水頭。今設摩擦損失水頭為 h' ， H_1 為上水面之總水頭， H_2 為下水面之總水頭，則一般之公式如次，

$$H_1 - H_2 = h' + h''$$

此公式中， $H = \frac{p}{\rho} + Z + \frac{v^2}{2g}$ ， h' 用公式 (223) 表之，則由三角形之關係

$$V^2 = v^2 + u^2 + 2uv \cos \beta \text{ 及 } V \cos \alpha = u + v \cos \beta,$$

絕對速度,用關係速度表之,則

$$\left(\frac{p_1}{w} + Z_1 + \frac{v_1^2 - u_1^2}{2g}\right) - \left(\frac{p_2}{w} + Z_2 + \frac{v_2^2 - u_2^2}{2g}\right) = h' \dots\dots\dots (224)$$

若 v_1 及 v_2 皆等於零,即當水不流動之時,則恰與強制迴轉運動之情形相同.若唧筒不迴轉,即 u_1 及 u_2 皆等於零時,則關係速度 v 與絕對速度 V 相同.公式(224)即為普通一般之伯魯利公式.因水之摩擦所生之損失水頭,普通與 v_2^2 成比例,即

$$h' = k \frac{v_2^2}{2g} \dots\dots\dots (224 a)$$

公式(224),比較前述之伯魯利公式,尤為一般通用.公式(60 a),即為此公式中之特種情形,而(224)之特種用途,則為比較水車及離心唧筒之水入口及水出口處之能之大小,最為適宜.

若水之入口及出口處,皆在大氣壓之下,即 $Z_1 = Z_2$ 時,則由公式(224)有下式之成立,即

$$v_1^2 - u_1^2 = v_2^2 - u_2^2 + k v_2^2 \dots\dots\dots (224 b)$$

但在某種特別情形之下,若 $u_1 = u_2$,即由迴轉軸至水之入口及出口處,皆在等距離時,則摩擦損失水頭,與 $v_1^2 - v_2^2$ 成比例.當水充滿於水車中而流動時,則

$$Q = AV = av \dots\dots\dots (224 c)$$

或 $Q = A_1 V_1 = a_1 v_1 = a_2 v_2 = A_2 V_2$ 等.若水充滿於水車中而不流動時,則普通由 v_1 以計算 v_2 ,惟公式(224 c)中之面積 A 或 a ,不

可不為水速 V 或 v 之垂直斷面積。當水充滿於水車中而流動時，則在水車中之水壓，各處不同，可由水速之變化，以計算其水壓。

114. 水槌 (water hammer).

在管中流動之水，忽然用堰截堵時，則在管中之水壓增高，有時可將鐵管破裂。此種現象，稱之曰水槌 (water hammer)。

圖 143 所示，為直徑一樣之長鐵管，在 G 處備有活瓣，在常態中，流量一定，設其水速為 V 。

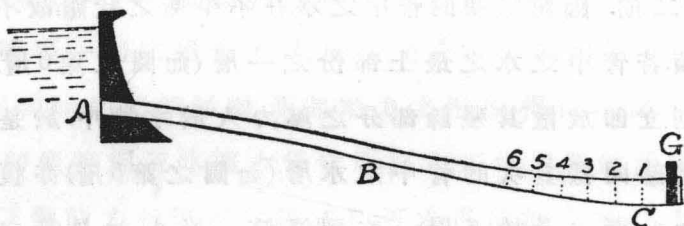


圖 143

若活瓣瞬間的閉鎖，則在活瓣直前之水，其速度 V 立即為零，若管與水二者，皆絕對無有彈性，則水之壓力，恐將無限增大。因力 = 質量 \times 加速度，而加速度 $a = \frac{dV}{dt} = \frac{V-0}{0} = \infty$ ，故知壓力亦為無限大。雖然實際上，此壓力絕不至為無限大，何則？因管與水多少皆有彈性存在故也。為容易了解水槌作用起見，可將水管分為無數極薄之長，擴張至非常之大。

第一期。當其將 G 處之活瓣閉鎖時，則第 1 層之水，因其水之自身之運動能力，被壓縮而增加其密度，且當此縱的壓

縮之際,同時又向其包圍此水層之管壁,橫的擴張.故在第1層被壓縮之間,第2層并未受任何影響,一直到第1層壓縮全部完了之後,第2層始不能保其常態,即第1層被壓縮後,其壓縮狀態,立即傳播至第2,第3,第4等層.於短期間內,水之壓縮,及管之擴大,當及於水槽之全部.設管長為 l ,由閉管起,至壓縮達於全水槽止,其間所經過之時間為 t ,則壓力波之傳播速度 $V_p = \frac{l}{t}$, V_p 因水之密度,管之厚薄及彈性之大小不同,而異其值.便宜上,以水在被壓縮之形態中,作為第一期.

第二期. 因第二期的管中之水,在不平衡之狀態,故不能永久繼續.若管中之水之最上部份之一層,(如圖之第6層)一被壓縮,則立即放散其殘餘部分之壓力入於水槽中.於是水將復歸常態.同樣,其次的管中之水層,(如圖之第5層)亦復歸於常態.如此漸次及於下層,一直到達第一層止,於是管之全部皆復歸常態,而各層之水速,又復為其以前之水速 V .惟其方向正相反對,蓋此時速度之方向,正與上方水槽之方向相同.

第三期. 此與水槽方向相同之速度 V ,使管之全部之水復歸常態.又由第一層起,開始從常態而移於稀薄.此稀薄之狀態,恰與第一期之壓縮波之傳播相同.由第1,第2,第3等,漸次及於上方,一直到達水槽.如此管之全體,皆在較常態為小之低壓力下,其稀薄之程度,恰與第一期因水槌而增加之水壓之量相等.不過此刻稀薄之量,與前增加之量,其方向正相反對而已.如此管中之水,復歸於靜止狀態.

第四期. 當此之時, 水槽中之水, 由管中下流 但管中之水, 與水槽最接近之一層, 其壓力首先復歸常態. 由此漸次及於下層, 一直達到活瓣為止, 完全皆復歸常態, 即管中之水, 復為第一期未閉鎖活瓣以前之最初狀態, 於是以前之速度, 直向下流. 以此四期, 一循環遂告完結, 而次之循環, 又復行開始. 若管尚未至破壞, 則因摩擦作用, 漸次減少其壓力, 遂至因水槌而起之壓力, 完全消滅.

第 144 圖所示, 為管中之壓力線圖. 此壓力線圖, 即表示第 143 圖之 A, B, C 各點所有壓力上下移動之情形, 惟此圖係將摩擦等一切之損失不計, 屬於完全理想的線圖.

因瞬間的閉鎖活瓣, 所起壓力之增加, 得由次之方法計算之. 即使壓縮流水, 擴大管壁所要之工作, 與閉鎖活瓣時所有之運動能力相等. 解此等式, 即可求得增加之壓力. 其計算之方法如次:

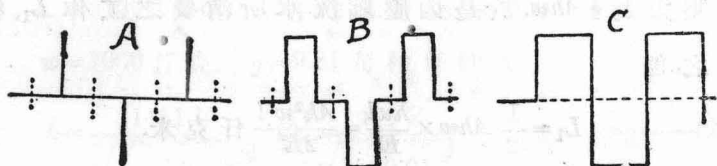


圖 144

W = 管中之水重(仟克). l = 管之長(米).

V = 管中之水速(每秒米). h = 因水槌而起之壓力水頭(米).

$m = 1000$ 仟克 = 1 立方米之水的重量.

E = 水之彈性係數 = 20666 每平方釐米仟克.

A = 管之斷面積(平方米).

E = 管之楊格彈性係數(Young's modulus).

d = 管之直徑(米).

b = 管壁之厚(米).

以 V 之速度, 在管中流動之水所有之動能如次:

$$\text{動能等於 } \frac{WV^2}{2g} = \frac{AlwV^2}{2g} \text{ 仟克米.}$$

為計算其因壓縮流水所消費之工作起見, 則在管中任意之斷面積上所有之水槌壓力為 $Ahwkg$. 每單位面積上之壓力為 hw . 由定義, 水之彈性係數 $E' = \frac{\text{單位面積上之壓力}}{\text{單位應變}}$,

$$\therefore \text{單位應變} = \frac{hw}{E'}$$

故全長 l 米之應變(strain)為 $\frac{hw l}{E'}$. 在任意斷面上之總壓力, 雖為 Ahw . 然其最初為零, 漸次增加其量, 最後始為 Ahw . 故其平均壓力為 $\frac{1}{2} Ahw$. 於是因壓縮流水所消費之工作 L_1 , 得如次表之, 即

$$L_1 = \frac{1}{2} Ahw \times \frac{hw l}{E'} = \frac{Ah^2 w^2 l}{2E'} \text{ 仟克米.}$$

為計算擴大水管, 所消費之工作起見, 須如次考慮之. 使管沿長的方向破裂之全張力為 $\frac{dlhw}{2}$ 仟克, 故管壁每單位面積上之應力(stress) = $\frac{dlhw}{2bl} = \frac{dhw}{2b}$.

由楊格彈性係數之定義, 則

$E = \frac{\text{單位面積上之應力}}{\text{單位之應變}}$, 故單位之應變 $= \frac{dhw}{2bE}$.

$$\text{圓周上的長度之增加} = \pi d \times \frac{dhw}{2bE} = \frac{\pi d^2 hw}{2bE}$$

此張力,最初亦由零漸次增大,最後始達到最大值故擴大管之全體,所要之工作 L_2 , 如次:

$$L_2 = \frac{1}{2} \times \frac{dhlw}{2} \times \frac{\pi d^2 hw}{2bE} = \frac{Adlh^2 w^2}{2bE} \text{ 仟克米,}$$

$L_1 + L_2$, 與水所有之運動能力相等,

$$\therefore \frac{AlwV^2}{2g} = \frac{Ah^2 w^2 l}{2E'} + \frac{Adlh^2 w^2}{2bE}$$

將上式簡之,而就 h 解之,則

$$h = \frac{V \sqrt{\frac{E'}{wg}}}{\sqrt{1 + \frac{E'd}{E b}}} \dots \dots \dots (229)$$

但 $E' = 20666$ 每平方釐米仟克 = 20666000000 每平方米仟克,

$E = 21093$ 每平方釐米仟克

= 21093000000 每平方米仟克(鋼管),

$w = 1000$ 仟克, $g = 9.81$ 每秒每秒米.

故 $h = \frac{1451 V}{\sqrt{1 + 0.0098 \frac{d}{b}}}$, 或 $\frac{1450 V}{\sqrt{1 + 0.01 \frac{d}{b}}} \dots \dots \dots (229a)$

次為誘導壓縮波之傳導速度 V_c . 起見,先假定次之符號.

$V_c =$ 壓縮波之速度(每秒米),

$t =$ 由壓縮波之活瓣起,達到管之最上端止,所要之時間

$F =$ 任意斷面積上之總壓力,

則由衝量 (impulse) 與動量之關係, 即得次式:

$$Ft = \frac{W}{g} V.$$

但 $F = Ahw$; $W = Alw$; $t = \frac{l}{V_c}$, 代入此等數值,

$$\therefore Ahw \times \frac{l}{V_c} = \frac{Alw}{g} \times V \dots\dots\dots (229b)$$

或 $V_c = \frac{hg}{V} \dots\dots\dots (229c)$

代 (229) 式之 h 之值, 入 (229c) 式, 則

$$V_c = 14238 \sqrt{\frac{E}{E + 20666 \frac{d}{b}}} \dots\dots\dots (230a)$$

(230a) 式中之 E , 爲管之楊格彈性係數, 在鋼管其數值爲 21093 每平方釐米仟克, 在鑄鐵管爲 10550 每平方釐米仟克, d 與 b 之單位, 兩者完全相同。

就公式 (229) 及 (230), 可知水槌之壓力水頭, 及壓縮波之速度, 皆與管之長度完全無關。迄今之公式誘導, 皆假設最初之水速爲 V , 最後之水速爲零, 惟活瓣非全部關閉。若僅關閉一部分, 即 $V - V'' = \Delta V$, 或 $V = \Delta V$ 時 (V' 爲最初之速度, V'' 爲最終之速度) 亦與上之公式同樣。此事實, 由莫斯科 (Moscow) 之 Joukovsky 氏用實驗證明之 (Simin, "Water Hammer" Trans, Amer, Water Works Ass; 1904)。

圖 144 所示之因水槌而起之壓力線圖, 乃表示瞬間的關閉活瓣時之壓力上昇之模樣。惟在實際, 活瓣瞬間的關閉, 勢

不可能，須要相當的時間。故對於理想與實際問題，有當分別考慮之必要。

1. 雖管之關閉，要相當時間，惟壓力波往復於全體管長之時間比較甚短時之情形，即壓力波當活瓣開始關閉之際，同時即由活瓣至水槽，沿管上昇，再由水槽沿管而下，歸返活瓣為止。在此時間以前，活瓣完全關閉。公式(229)之壓力水頭 h 為 ΔV 之函數，即與速度之大小，成正比例而變化。今設 OP 表時間， OM 表水之速度，曲線 MBR 即表管中某處之水因活瓣關閉所起該處之水速的變化，在時間 A ，該處管中之水壓，與 CB 成正比例。故曲線 MBR 又為表示壓力上昇之曲線。若當活瓣全體閉鎖之際，則其水壓當然與瞬間的關閉為同一之值。然則圖 144 所示之壓力線圖之曲線，無論在垂直方向，

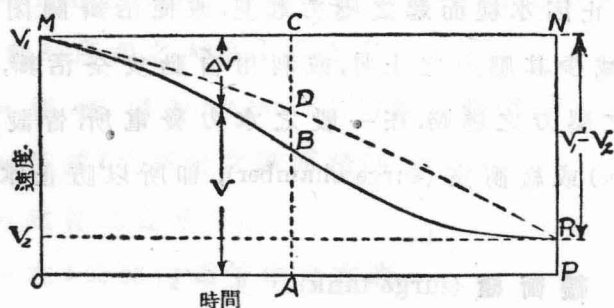


圖 145

或上或下，而活瓣非瞬間的關閉，則可知其壓力線圖，非垂直線，必為傾斜線。但曲線之最高點及最低點，與瞬間的關閉時之情形，完全相同。

2. 活瓣關閉之時間,較 $2l/V$ 為短時,此時之最高水壓較公式 (229) 所示之數值常小. 於圖 145, 若 OA 與 $\frac{2l}{V}$ 相等, 即 OA 時間, 與壓力波之往返時間相等時, 則壓力波生反動的稀薄波, 其作用與壓力波正相反對, 壓力到達 B 點即行停止. 若水速之曲線為 MBR , 則此時壓力之最高值, 即為 CB 之函數, 在 M 與 R 之間. 因活瓣關閉之方式不同, 可描無數的壓力線圖. 故此壓力變化之情形, 一般頗難用公式表示.

基於種種之條件及假定, 所得許多之公式, 皆可用此種曲線表示, 固曾經多數學者所實驗. 惟此種公式, 須在特別條件, 及特殊假定之下, 始可應用, 固非一般皆能適用者也. (Durand W. F. "Hydraulics of Pipe Lines" and Gibson, N. R. Trans, A. S. C. E. vol. 83, p. 707, 1919—1920).

為防止因水槌而起之壓力起見, 或使活瓣關閉之時間延長, 以減少其壓力之上昇, 或利用自動安全活瓣, 作成一定以上之壓力之逃路. 在一般之水力發電所, 皆設置立管 (stand pipe) 或緩衝室 (surge chamber), 即所以防止水槌壓力之發生.

115. 緩衝櫃 (surge tank).

當水車負載 (load) 驟然減輕時, 則急速使調整器 (governor) 作用, 關閉水車之入水, 以保持其一定之迴轉. 如此之時, 因導管甚長之關係, 足以引起甚大之水槌壓力, 欲防此水槌壓力, 則緩衝室 (surge chamber) 最為適當. 因高壓之波, 逃入於緩衝

室內，故可防止鐵管之破損。於圖 146，設

x_0 = 水車 B 在常規負載運轉時，管中之水面高度。

$$\text{摩擦損失水頭} = \frac{lf_0}{d_0} \times \frac{V_0^2}{2g}$$

x = 水車 B 之負載減輕，即將其活瓣作部分的關閉，因而引起之大浪 (surge)，昇至水槽之水面以上之高度。

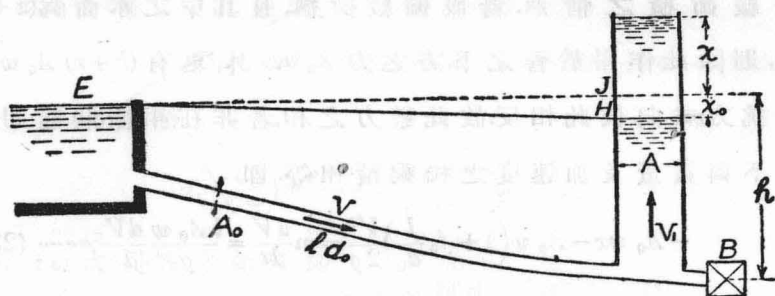


圖 146

X = 上記之 x ，昇至最高時之高度，即由全負載驟然變成無負載時所起之大浪上昇之高度。

A = 緩衝櫃 (surge tank) 之切斷面積 (平方米)，

A_0 = 長為 l 之鐵管之斷面積 (平方米)，

d_0 = 鐵管之直徑 (米)，

V = 在 t 時間內鐵管中之水速。

V_0 = t 等於零時鐵管中之水速。

V_1 = 在 t 時間內，緩衝櫃中之水速。

h = 自水車之中心，至水槽之水面止之高度。

今假設無有緩衝櫃，只有 EB 一根鐵管，而在 B 點之水

車,完全關閉時,則在管中任何部分之水壓,皆為 h ,沿管向下方作用之力為 $A_0 hw$ 。然此時,與此向下方作用之力,正相反對者,有兩種力,即將水由 E 運至管中,使其生速度 V 之力 $A_0 w \frac{V^2}{2g}$,及因管中摩擦而起之摩擦力 $A_0 w f_0 \frac{l}{d_0} \frac{V^2}{2g}$ 是也。若以 $A_0 hw$ 為正,則此兩種抵抗力,當然為負。以上所論者,係未設備有緩衝櫃之情形。若設備緩衝櫃,且其中之水面為 $(x+h)$ 時,則除此作用於管之下方之力 $A_0 wh$ 外,更有 $(h+x) A_0 w$ 之抵抗力,方向彼此相反。故此數力之和,若非在平衡狀態,則不可不與質量及加速度之相乘積相等。即

$$-A_0 wx - A_0 w \left(1 + f_0 \frac{l}{d_0}\right) \frac{V^2}{2g} = m \frac{dV}{dt} = \frac{l A_0 w}{g} \frac{dV}{dt} \dots\dots (234)$$

此時 l 管中之 $\frac{V^2}{2g}$,可視作緩衝櫃中之全部損失。

而
$$V = V_1 \frac{A}{A_0} = \frac{A}{A_0} \frac{dx}{dt}, \quad \frac{dV}{dt} = \frac{A}{A_0} \frac{d^2x}{dt^2},$$

以上式代入(234)式中,并令 $k = \frac{1 + f_0 \frac{l}{d_0}}{2g}$,則

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{A_0}{A} \frac{g}{l} x - k \frac{g}{l} \frac{A}{A_0} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \dots\dots (234 a)$$

設 $k \frac{g}{l} \frac{A}{A_0} = a$,及 $\frac{A_0}{A} \frac{g}{l} = b$,則(234 a)式,如次:

即
$$\frac{d^2x}{dt^2} + a \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -bx \dots\dots (234 b)$$

因 $\frac{dx}{dt} = V_1$,而 $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{V_1 dV_1}{dx}$, (234 b)式得變形如次:

$$\frac{V_1 dV_1}{dx} + a V_1^2 = -bx \dots\dots\dots (234 c)$$

設 $V_1^2 = z$, 則 $2 V_1 dV_1 = dz$, 代入 (234 c), 則

$$\frac{dz}{2 dx} + az = -bx$$

或 $dz + 2 az dx = -2bx dx \dots\dots\dots (234 d)$

以 e^{-2ax} 乘 (234 d), 則得

$$e^{-2ax} dz + e^{-2ax} 2 az dx = -e^{-2ax} 2 bx dx \dots\dots\dots (234 e)$$

積分 (234 e) 式, 而

$$d\left(\frac{z}{e^{-2ax}}\right) = \frac{e^{-2ax} dz + e^{-2ax} 2 az dx}{e^{-4ax}}$$

故 (234 e) 式, 得書之如次, 即

$$e^{-4ax} d\left(\frac{z}{e^{-2ax}}\right) = -2bx e^{-2ax} dx$$

或 $d\left(\frac{z}{e^{-2ax}}\right) = -2bx e^{2ax} dx$

$$\frac{z}{e^{-2ax}} = -2b \int x e^{2ax} dx + c_1$$

$$\frac{z}{e^{-2ax}} = -2b \left[\frac{e^{2ax}}{4a^2} (2ax - 1) \right] + c_1$$

$$z = -\frac{2b}{4a^2} (2ax - 1) + \frac{4a^2}{2b} c_1 e^{-2ax}$$

設 $\frac{4a^2}{2b} c_1 = c$, 則

$$z = V_1^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -\frac{2b}{4a^2} (ce^{-2ax} + 2ax - 1) \dots\dots\dots (235)$$

爲決定常數 c 起見 當 $t=0$ 時, $V = V_0$ 及 $V_1 = V_0 \frac{A_0}{A}$ 及 $x = x_0$

$$\begin{aligned} \therefore V_0^2 \left(\frac{A_0}{A} \right)^2 &= -\frac{2b}{4a^2} (ce^{-2ax_0} + 2ax_0 - 1) \\ \therefore c &= \frac{-2ax_0 + 1 - V_0^2 \left(\frac{A_0}{A} \right)^2 \frac{4a^2}{2b}}{e^{-2ax_0}} \dots\dots\dots (235 a) \end{aligned}$$

當 x 到達最高之處，即 $x = X$ 時，則 $V_1 = 0$ ，

$$Ce^{-2ax} + 2aX = 1 \dots\dots\dots (235 b)$$

大浪 (surge) 之最高壓力之高度 X ，得由第 (235 b) 式解之。但此時先將 X 之值假定，以解此方程式較為便利。又管中之摩擦抵抗，在最初之大浪壓力上昇之後，須變更其方向，此點不可不特別留意。

〔例〕 $l = 3000$ 米， $d_0 = 0.8$ 米，大浪水槽之直徑 $D = 2$ 米，

$f = 0.02$ ，設在常規負載時之一定水速 $V_0 = 1.1$ 每秒米，則

得解答如次。

$$\text{〔解〕 } \frac{A}{A_0} = \frac{4}{0.64} = 6.25, k = \frac{1 + f \frac{l}{d_0}}{2g} = 3.874.$$

$$x_0 = k V_0^2 = 4.261 \text{ 米,}$$

在最初之狀態，緩衝櫃之水面，在水槽之水面以下，即

$$-x_0 = -4.261 \text{ 米,}$$

$$a = k \left(\frac{A}{A_0} \right) g = \frac{3.874 \times 6.25 \times 9.81}{3000} = 0.0792,$$

$$b = \left(\frac{A_0}{A} \right) g = \frac{9.81}{6.25 \times 3000} = 0.0005232,$$

$$c = \frac{1 - 2ax_0 - V_0^2 \left(\frac{A_0}{A} \right)^2 \frac{4a^2}{2b}}{e^{-2ax_0}} = -3.924.$$

由公式 (235b), $-3.924e^{-2ax} + 2ax = 1$.

滿足上式之 X 之值為 3.579 米.

若其高度為 x , 而求其當時之時間 t , 則由 (235) 式

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -\frac{2b}{4a^2}(ce^{-2ax} + 2ax - 1)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\sqrt{2b}}{2a}\sqrt{ce^{-2ax} + 2ax - 1}$$

$$t = -\frac{2a}{\sqrt{2b}} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{ce^{-2ax} + 2ax - 1}} \dots\dots\dots (236)$$

由公式 (236) 即可求出 t 之值.

緩衝櫃不僅吸收因水槌而起之壓力, 防止鐵管之破損而已. 且當水車負載, 急激增加之際, 因導管甚長, 由水櫃送水, 有不濟事時, 亦可暫時將緩衝櫃中之水, 作為補充, 漸次使導管中之流量增加, 恢復常態. 如此之時, 緩衝櫃中之水面降下. 決定其水面降下之微分方程式, 欲直接解之, 頗感困難, 若用圖式求之, 比較容易. 惜此處無詳細討論之餘裕, 甚為歉然. 若欲深知其詳, 則請讀 W. F. Durand 氏所著之 “Hydraulics of Pipe Line” 可也.

116. 自由渦旋運動.

強制渦旋運動固因外力而起. 惟自由渦旋運動, 則不借外力, 只以流體自身, 因其所受之角動量而起運.

河川之彎曲處, 常起渦旋, 或水之落入垂直管中, 亦起渦

旋，即管之中央部，常為空心而迴轉，皆為自由渦旋運動之適例。

在自由渦旋運動，流體非向中心移動，僅為同心之迴轉運動。若漠視一切摩擦，則角運動量無變化，即 $rV \cos \alpha$ 為一定，故 $V \cos \alpha$ 與 $\frac{1}{r}$ 成正比例，且未加以何等外力，故

$$H = \frac{p}{w} + Z + \frac{V^2}{2g} = \text{一定}.$$

因 $V \times r = \text{一定}$ ，故當 $r=0$ 時， V 即為無限大，即 $\frac{p}{w} + Z = -\infty$ 。然此實屬不可能，即表示半徑無限小之自由渦旋運動，決不存在。

以二枚圓盤，使之保持其 b 之間隔，則如圖 147 所示，水由中央向外周，或由外周向中央，繼續流入其間時，則 $Q = 2\pi r b V$ ，若流量 Q 不變，則 $r b V$ 亦不變。又若兩圓盤并行，則 rV 為一定，即 V 與 $\frac{1}{r}$ 成正比例，與前述者相同。

在(1)處之能與在(2)處之能相等。

故

$$\frac{p_2}{w} + \frac{V_2^2}{2g} = \frac{p_1}{w} + \frac{V_1^2}{2g} = H.$$

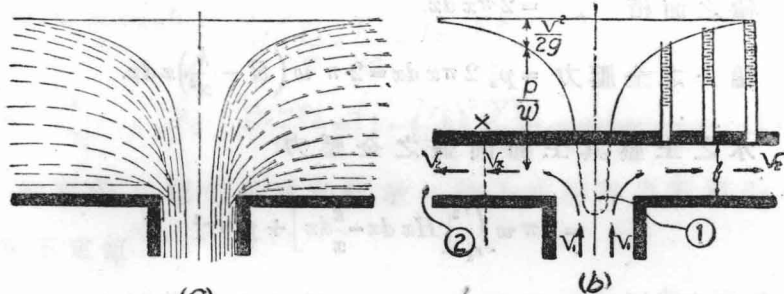
此處之 p_1 , p_2 及 V_1 ，皆為已知數，故 V_2 容易求出。

自中心點起至任意之距離，例如就半徑為 x 之點考之，命此點之水速為 V_x ，壓力為 p_x ，則因流量一定，

$$\therefore V_2 \times 2\pi r_2 b = V_x \times 2\pi x b$$

或

$$V_x = V_2 \frac{r_2}{x} \dots \dots \dots (a)$$



(a)
圖 147

又在 X 處之全能,

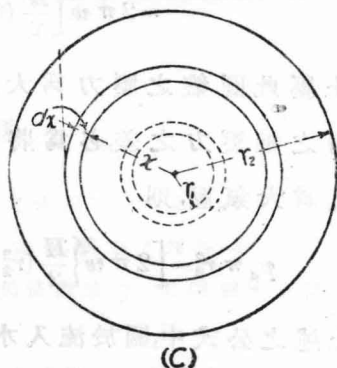
$$H = \frac{p_x}{w} + \frac{V_x^2}{2g}$$

代上式入 (a) 式, 則

$$\frac{p_x}{w} = H - \frac{V_x^2}{2g} \times \frac{r_2^2}{x^2} \dots \dots \dots (b)$$

由 (b) 式, 知壓力與半徑之自

乘成逆比例, 即距中心愈遠, 則壓力愈增加, 故壓力水頭之線圖為一拋物線狀。



(c)

已知半徑之任意點上之壓力, 於是再求及於全板面上之全壓力, 則如圖 147 (c) 所示, 先求得極薄之輪上之壓力, 再就其全面而積分之可也。

在 X 點, 取一寬為 \$dx\$ 之輪, 則由公式 (b)

$$p_x = w \left(H - \frac{h}{x^2} \right)$$

此處之 \$h\$ 為 \$\frac{V_x^2}{2g} \times r_2^2\$,

$$\text{輪之面積} = 2\pi x dx.$$

$$\text{輪上之全壓力} = p_x 2\pi x dx = 2\pi w \left(H - \frac{k}{x^2} \right) x dx.$$

水之上壓其上面圓盤之全壓力

$$= 2\pi w \int_{r_1}^{r_2} \left[Hx dx - \frac{k}{x} dx \right] + p_1 \pi r_1^2$$

$$= 2\pi w \left[\frac{H}{2} (r_2^2 - r_1^2) - k \log \frac{r_2}{r_1} \right] + p_1 \pi r_1^2 \dots\dots\dots (c)$$

若上壓此圓盤之壓力為大氣壓力，則其大氣壓力，與(c)式所得之總壓力之差，必為將圓盤向上方壓去之純淨壓力。若設 p_a 為大氣壓，則

$$p_a \pi r_2^2 - \left[2\pi w \left\{ \frac{H}{2} (r_2^2 - r_1^2) - k \log \frac{r_2}{r_1} \right\} + p_1 \pi r_1^2 \right] \dots\dots\dots (d)$$

在上述之公式中，關於流入水所有之速度能 (velocity energy) 完全未能計及。

自由螺旋形渦旋運動，為向半徑方向流動之水流，與圓運動之組合，半徑方向及圓運動之各方之水速，皆為螺旋運動之速度的分速度，而各分速度與 $\frac{1}{r}$ 成正比例。又各分速度，亦不可不與 $\frac{1}{r}$ 成正比例，故螺旋運動之水度，亦不可不與 $\frac{1}{r}$ 成正比例。又各分速度，以同一之比例相增減，故渦旋圓之切線，與螺旋渦旋運動之水速所成之角度 α ，亦一定不變。

在以上之任何情形之下，總水頭 H 皆一定不變。若不計摩擦損失，僅就流線內之二點考之，則

$$H = \frac{p_1}{w} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{w} = \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] \frac{V_1^2}{2g} \dots \dots \dots (240)$$

惟實際上，難免不有摩擦，故 p_2 較上式所得之值為小，且 H 為不定值。

於離心唧筒，若水在輪葉之內部，則為強制運動；若在渦旋室內則為渦旋運動。

問 題

(102) 於 184 圖， $\alpha_1 = 0^\circ$ ， $\alpha_2 = 60^\circ$ ，噴出口之直徑為 0.05 米， $V_1 = 30$ 每秒米。因摩擦之關係，流出水之絕對速度 $V_2 = 25$ 每秒米。試求下列各項：

(a) 與噴出口同方向之水之分力；(b) 垂直分力；(c) 噴射水全部作用之力及其方向。

(103) (a) 問題 (102) 之噴射水，當其垂直衝擊於一平板時，求其作用於平板之力。

(b) 當噴出口完全迴轉 180° ，即 $\alpha_2 = 180^\circ$ ， $V_2 = 30$ 每秒米時，求與噴射水同一方向，推壓平板之力，及與噴射水垂直方向之分力。

(c) 更就 $V_2 = 25$ 每秒米而解之。

(104) 在直徑為 0.15 米之水管之先端，安置一嘴管，噴出口之直徑為 0.05 米，向空中放流，但管中之水壓為 3.5 每平方釐米仟克，水速為 4 每秒米，嘴管之常數 $k = 0.06$ ，試求下列各項：

(a) 水向嘴管之軸方向動作之合成力 R ；(b) 向嘴管之軸方向反動推回之力 N_a 。

(105) 將直徑 0.3 米之管直角彎曲之，尖端漸次縮小，而尖端之直徑為 0.15 米。在直徑最大之處之水壓為 2.8 每平方釐米仟克，水速為 2.5 每秒米，試求下列各項：

(a) 水之全作用力; (b) 管之作用於水之全力。

(106) 直徑 0.08 米之噴出口, 其噴射之水速為 40 每秒米, 衝擊一枚之輪葉, 以 $\alpha_2 = 90^\circ$ 之角度, 向其輪葉流出, 其輪葉之迴轉速度 $u = 25$ 每秒米, 與噴射水同一方向運動。因為摩擦之關係, $v_2 = 0.9v_1$, 試求下列各數, (a) W' , (b) v_2 , (c) $V_{2,1}$, (d) F 。

(107) 於問題 (106), 當 $\alpha_2 = 165^\circ$ 時, 求 (a), (b), (c) 及 (d) 各項。

(108) 設置標準的銳刃型孔口, 於水槽之側壁, 由此噴出之水之反動力, 用一種裝置求之, 得次之結果: 孔口之直徑為 0.035 米, 在孔口之後方之壓力為 $\frac{p}{w} = 8.8$ 米, 流量 $Q = 0.088$ 每秒立方米, 反動力 $P = 11.55$ 仟克, 求 C_d , C_v 及 k 。

(109) 由直徑 0.06 米之嘴管流出之水, 用衝動水車之水承 (bucket) 接受之, 其水速為 25 每秒米, 於水承之中心, 車之迴轉速度為 15 每秒米。若 $\alpha_2 = 170^\circ$, 試求下列各項: (a) 求水之作用於水車之力; (b) 求水所作用之馬力。

(110) 一水車, 在水頭 150 米之下運轉, 其迴轉數為 350 r. p. m. 水量為 3.5 每秒立方米 $\alpha_1 = 15^\circ$, $\beta_2 = 162^\circ$, $r_1 = 0.61$ 米, $r_2 = 0.71$ 米, $k = 0.2$, 而水車之 $p_1 = p_2$, $Z_1 = Z_2$, 計算 v_1 , v_2 , V_2 , α_2 旋力, 有效水頭, 水力效率 (hydraulic efficiency) 及水之作用於水車之馬力。

(111) 水車之迴轉數為 660 r. p. m., $h = 16.4$ 米, 水量 $Q = 0.85$ 立方米, $\alpha_1 = 35^\circ$, $\beta_2 = 155^\circ$, $r_1 = 0.213$ 米, $r_2 = 0.128$ 米, $A_1 = 0.077$ 平方米, $Q_2 = 0.0817$ 平方米, $k = 0.3$, 水係完全充滿流出, 若 $p_1 = 10$ 米, 則 p_2 為幾何? 并求其利用之水頭為幾何?

(112) 直徑 2 米之鋼管, 其厚為 6.35 毫米, 流速為 25 每秒米, 若瞬轉關閉活瓣, 則因水槌而起之水壓如何?

(113) 因水槌壓力之關係, 普通設計鐵管時, 皆過分增加其壓力之強。今設所增加之壓力為 7 每平方釐米仟克, 然則此 7 每平方釐米仟克之壓力, 即與瞬間的關閉水速為 0.488 每秒米之流水時所生之壓力相等。試證明之。

第十三章

水車之種類

117. 水車之型式

水車發達之歷史。水車之發端，遠在三千年前，然現今原動力用之鐵製水車，與往昔製粉用之木製水車，大異其趣。無論型式或效率，皆較前大有進步，顯有別物之感。此處所論者，係近代發達之水車，其發達之初期，僅在六七十年前。

爲便宜計，水車之型式，得如次分類之：

1. 因水之作用的方式而分類。

(a) 衝動水車(或曰無壓力水車)。

(b) 反動水車(或曰有壓力水車)。

2. 因水之流動的方向而分類

(a) 輻射外向水車。

(b) 輻射內向水車。

(c) 軸流水車(或曰併流水車)。

(d) 混流水車。

3. 因車軸之方向而分類。

(a) 垂直軸水車(或曰豎型水車).

(b) 水平軸水車(或曰橫型水車).

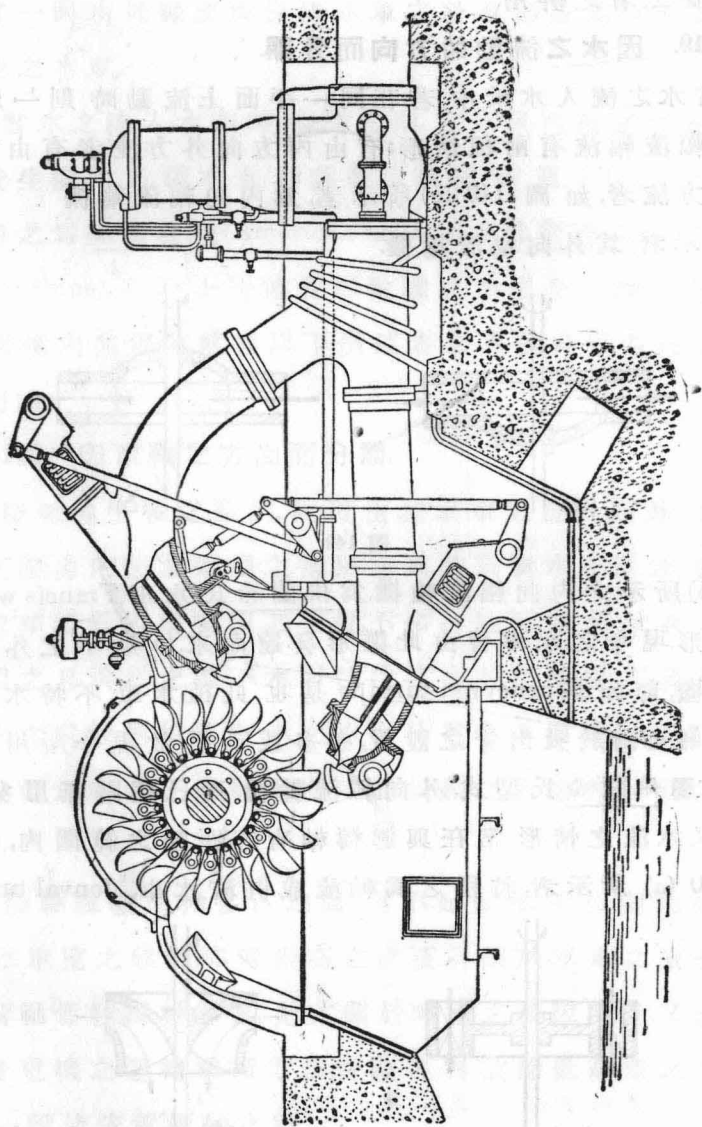
118 因水之作用的方式而分類.

水之作用於水車之力,如第十二章所述,與其質量及加速度之相乘積成正比例.故水之所有之速度,若僅對於水量有變化時,則水車僅因水之衝擊力而轉動,是為衝動水車.然加速度,則不僅因水量而起,亦可因其速度之方向變更而起.因此,加速度所生之力,亦可衝動水車.若水由水車流出,給其反動力於水車之水承,水車即因此種反動力而轉動,如此之水車,稱為反動水車.

衝動水車,水未充滿其全水承,於是水在大氣壓之下,流來流去,僅以水之運動能力,使水車轉動.此種水車,用之於歐洲者,稱為 girard turbine; 用之於北美者,稱為觸流水車 (tangential wheel), 或曰衝動水車 (impulse wheel). 普通,因此水車為伯耳通 (Pelton) 氏所發明,故又稱之曰伯耳通水車 (Pelton wheel), 圖 148 即表示伯耳通水車之構造.

反動水車,水之通路,全部為水所充滿,水不僅有動能,且有勢能.故在水之通路中,無論何處,其速度與壓力,皆各不相同.因其水速及壓力之減少,及其方向之變更,遂使水車轉動.

從前衝動水車與反動水車,有判然之區別,惟此種區別,在今日頗不適當.蓋無純粹衝動水車,亦無純粹反動水車.普



通皆係二者之併用。

119. 因水之流動的方向而分類。

當水之流入水承中，若在同一平面上流動時，則一般稱之曰輻流。輻流有兩種情形：有由內方向外方流者，有由外方向內方流者，如圖 149 (b) 所示者，為內向輻流輪機 (a) 所示者，為外向輻流輪機。

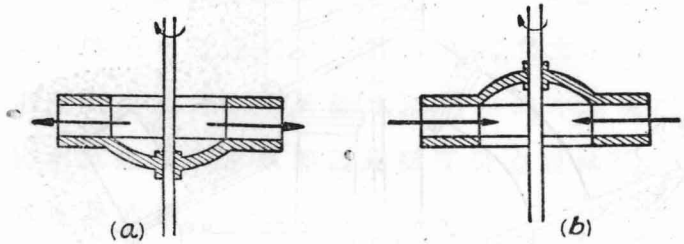


圖 149

(b) 所示之內向輻流輪機，為佛蘭希氏水車 (Francis wheel) 之雛形。現今之水車，皆由此雛形發達而來。(a) 所示之外向輻流輪機，即如 Fourneyron turbine 是也。此種水車，不特水量調節困難，即對於吸出管之設置，亦多感不便。故現今所用之水車，僅屬佛蘭希氏型式。外向輻流輪機，殆已絕跡無用矣。

又水流之情形，常在與迴轉軸有等距離之範圍內，即如圖 150 (a) 所示者，特稱之為軸流或併流水車，Jonval turbine

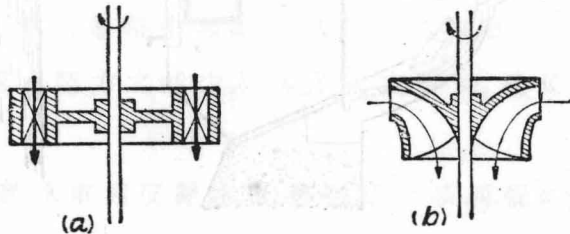


圖 150

即其一例。由此軸流或併流水車之發達，即成爲現今之推進機型之水車。

當水之流入水車時，輻流內向，在水承內流過之間，輻流即發生變化。此種水車，稱爲混流輪機，如圖 150 (b) 所示。通常稱之爲美國輪機(American turbine)或佛蘭希氏輪機(Francis turbine)。在以上所述各種輪機之中，現今一般所最賞用者，厥惟內向混流輪機。以下所述者，即專就此等內向混流輪機而論。

120. 因車輪之方向而分類。

豎軸或橫軸之區別，固可由其水車之自身而知。至二者之優劣則因其使用之情形而異。若單就水承而論，則二者之效率無優劣。惟豎型之安置，不多占地面，故對於狹隘之處多用之。且洪水之際，下水面往往昇高，若用橫型，則發電室有浸水之虞。故對於落差小之水力發電廠，非採用豎型不可。水車安置於軸之下端，發電機安置於軸之上端，所以防洪水之浸入。

橫軸雖較縱軸多占地面，但不如豎軸，有掘鑿地盤之必要。水車室之建築，亦無崇高之必要。且關於水車之檢查及修理，橫軸皆較縱軸容易，尤其關於軸承之故障特少。又橫軸對於發電機之運轉，種種方面，皆較便利。故除低落差之水力以外，一般皆安置橫軸水車。

第十四章

衝動水車

121. 發達之歷史.

現今一般所用之衝動水車，皆爲伯耳通水車 (Pelton wheel). 伯耳通水車爲美國水車，其理論與在歐洲發達之 girad 衝動水車，完全相同，僅機械的構造及外形相異而已。

• 伯耳通水車爲美國伯耳通氏所發明。最初由北美發達，專供高落差水力之用。水由嘴管出之方向，爲接連水承中心之節圓 (pitch circle) 之切線，故又稱爲觸流水車 (tangential wheel)。

122. 水承 (buckets).

水承如圖 151 所示之雙碗形，多數安置於車體之周圍，由嘴管噴出之水，即與此碗形中央部之尖椽相衝突，分爲兩方，沿水承面而折返。將水所有之能力，完全給與水車，用於高落差之良好水承，皆用錳青銅，急冷鑄造。用於低落差及小馬力者，則用鑄鐵製造。凡水承，內面皆應磨光，中央之分水尖椽，須極銳刃，力求減少摩擦及亂流之損失。

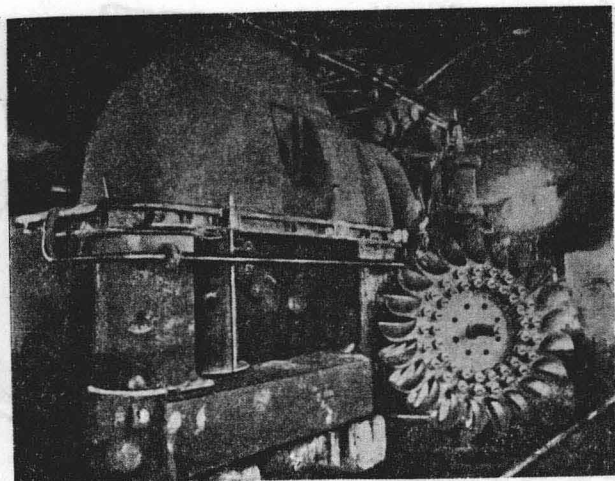


圖 151

水承之大小，不可不與噴出口之大小，有相當之比例。若水承較噴出口過小，則水所有之能力，不能充分利用，徒事放流，歸於損失而已。反之，若水承失之過大，則水之流過水承面時，其摩擦抵抗亦增。同時，車之全體重量，亦有過大之虞。惟適當定水承之大小，理論上，頗屬困難。通常皆以實地之經驗為準。茲以嘴管之口徑 d 為基礎，據實地之經驗，圖 152 所示之尺寸，有如次之比例。

$$h = (2.0 - 2.5)d$$

$$b = (3.0 - 3.5)d$$

$$c = (0.75 - 1.00)d$$

$$e = d, \quad f = \frac{1}{2}d,$$

在水承之外端，穿一缺口，務使噴射水通過水承之中央，俾水所給與水承之力增大。

123. 嘴管及流量調整

用於伯耳通水車之流量調整裝置，由嘴管與指針瓣而成，圖 153 所示者，為其構造之切斷面圖。因指針之前進及後退，用以調節流量，由此噴出之水之情況，則如圖 154 所示。

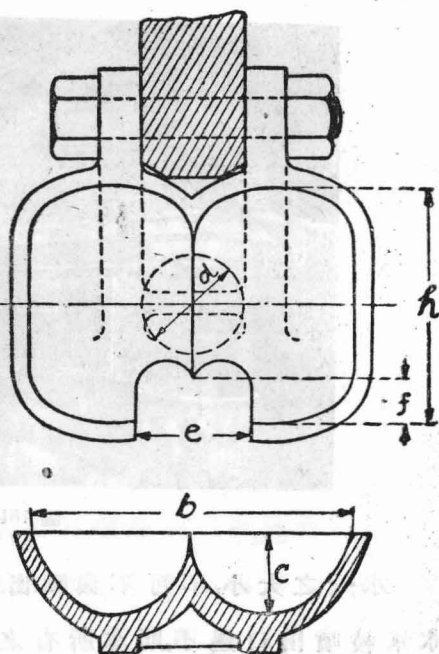


圖 152

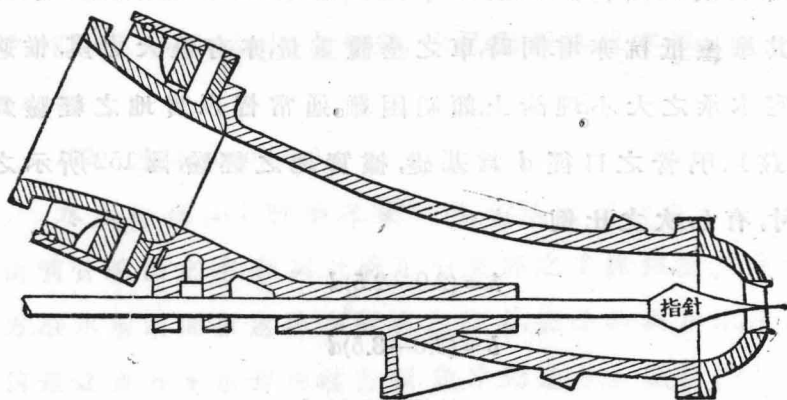


圖 153

此指針式嘴管之效率，非常良好，大概為 95%，乃至 98%。

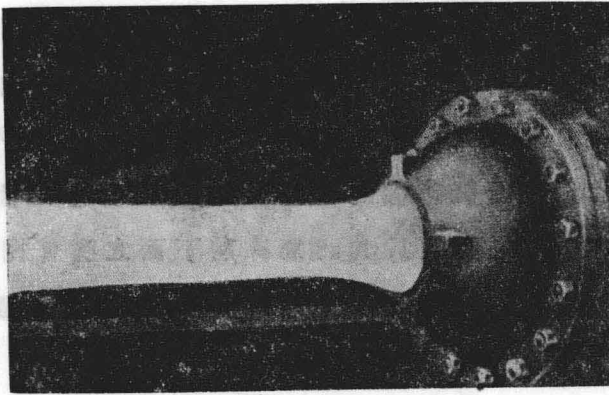


圖 154

全開時，效率最好，約為 97% 乃至 98%；半開時，雖比較稍低，但亦少有至 90% 以下者。

應負載 (load) 之變動，而欲保持水車以一定之回轉速度，則供給於水車之水量，不可不隨時加減，有時固由調速機 (governor) 之作用，變更指針之位置，以調整水量；然當負載急激變化，且送水管較長之時，則有強大水槌發生之虞。

欲使不起激烈的水槌，且對於急激的負載變化，能安全的行水量之調整，則以使用迴轉嘴管為宜。迴轉嘴管有兩種：一係全嘴管通身皆可迴轉；一係僅屬指針嘴管之尖端迴轉。惟此二者，皆因嘴管之迴轉，以轉換噴射水之方向，即所以減少與水承衝突之水量。嘴管之迴轉，因調速機以增減其快慢。當負載有急激增加，或急激減少之際，則嘴管首先迴轉，使之一部或全部，應負載之多寡，而與水承衝突於其間，始將指針瓣徐徐關閉，調整水量，俾嘴管復歸其原位置。

指針嘴管，亦往往有用圖 155 所示之補助嘴管者，此嘴管之上部，固供給水至水承之中央，而由下面嘴管流出之水，則完全不與水車衝突。惟當負載急減之際，上面之嘴管關閉，同時，下面之嘴管，因調速機之作用而開放，使管中之流量不變，故無水槌發生之虞。且於其間，漸次將下面之嘴管閉鎖，使水量調節，縱在急激變化之際，亦無何等危險發生，水量之消費亦少，速度可以自由調節。

嘴管多用鑄鐵製造，在管口處，另外安置口金，磨損時，只將口金取換可也。指針瓣，普通皆用砲金或軟鋼等製造，取其工作容易。

於公式 (219a) 當水車之圓周速度 u ，為噴射速度 V_1 之 $\frac{1}{2}$ 時，則在理論上之工作最大，固已詳述之矣。然實際上，當水

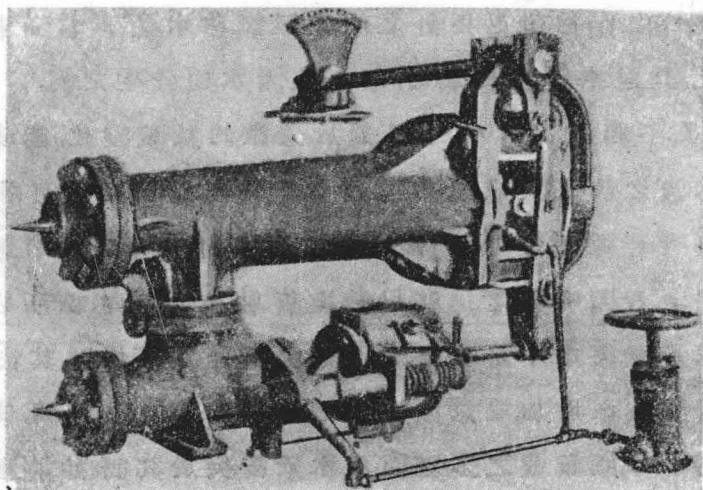


圖 155

與分水尖椽相衝突時，有衝突之損失發生。又因碗面有摩擦損失，則水之流出速度，當較流入速度為小，因而圓周速度 u ，有較噴射速度 V_1 之 $\frac{1}{2}$ 略小之必要。實際上， u 之值如次：

$$u = (0.45 - 0.48) \sqrt{2gh}$$

$$\text{平均值 } u = 0.465 \sqrt{2gh} \dots \dots \dots (252)$$

設輪葉每分之迴轉數為 N ，則節圓之直徑 D ，得如次表之：

$$D = \frac{60u}{\pi N} \text{ (米)}$$

如上式所示，節圓之直徑 D ，固因迴轉數之多寡而定。但於其周圍，有配置水承的輪葉，故對於構造上及效率上，關於水承之大小，不能不有相當關係，即節圓之直徑，須受水承之限制。然水承之大小，又受嘴管之口徑 d 之限制，已於第 122 節詳述之矣。據實地之經驗，葉輪之節圓之直徑與嘴管之口徑，以次示之關係表之，最為適當，即

$$\frac{D}{d} = 10 \text{ 乃至 } 15 \dots \dots \dots (253)$$

上式中之 D ，為節圓之直徑， d 為嘴管之口徑，其單位皆相同。設最大之水量，為每秒 Q 立方米，則管口之出口面積 A ，如次。

$$A = \frac{Q}{C \sqrt{2gh}} \text{ (平方米)}$$

故設嘴管為一個，別其口徑 d 如次：

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4Q}{\pi C \sqrt{2gh}}} \text{ (呎)} \dots\dots\dots (253 a)$$

式中之 C ，為嘴管之流速係數，約為 0.97 乃至 0.99。

由公式 (253 a) 及 (253)，若所得之嘴管之口徑 d ，其數值有大差時，則分嘴管為二個或三個，將其口徑縮小，俾其能約略保持 (253) 式之關係。如此，即能決定節圓之直徑 D ，與嘴管之口徑 d 之數值。

124. 水在水承內之作用。

衝動水車，其噴射水之方向，為連接水承中心之曲線的切線方向，即為節圓之切線方向，故又稱為觸流水車，前已詳述之矣。一切計算，皆以此節圓之直徑 D 為基礎。

衝動水車，固稱為觸流水車，惟事實上則不然。蓋當噴射水未到水承之中心以前，已與水承面相衝突，恰如圖 156 所示，故 α_1 之角度不為零，大概為 5 度乃至 20 度。因設計之情形

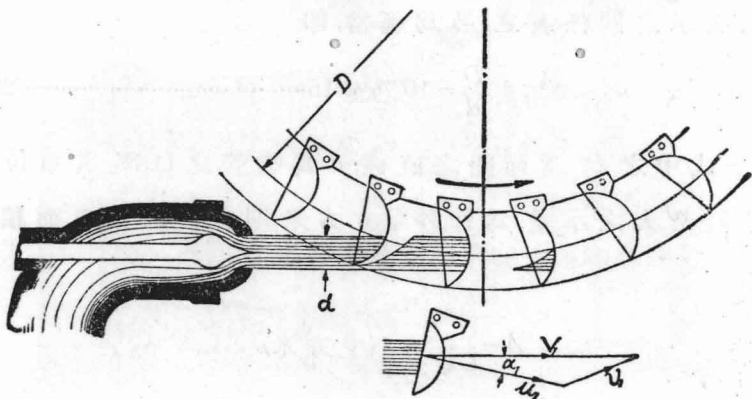


圖 156

不同，其角度之大小亦異。然噴出口之直徑 d ，比較水承之節距圓之直徑 D 為小。故 α 之角度，大概皆小，一般視作為零，亦無大差。

如圖 156 所示，當水承尙未到達中心軸之直下以前，已有一部分之水，與水承發生作用。其殘部即作用於其他之水承。故水能同時作用於數個水承。對於一個水承之水量，固為 W' ，但自水車全體觀之，則如第 109 節所述，作用於水承之水量，非 W' ，實為 W 。同時，對於作用之水承之數，多寡毫無關係。何則？水車全體，對於嘴管之位置，并未發生若何變化，全部之水，皆能盡量使用。

雖然，以上所述，非謂對於水車之迴轉速度，大小無關。若水承之迴轉速度，與水之流入速度相等，則水決不與水承相衝突，此時不作任何工作。反之，若水承之速度為零，則水所作用於水承之力為最大，然而工作為零。故討論之問題，專在水承對於流水之速度。即當如何適當，規定水承之速度，始能使其所作之工作為最大。此問題已於前 123 節詳述之矣。

即水速快，則水承之速度，亦應之而快；水速慢，則水承之速度，亦應之而慢。今設 V_1 為噴射水之速度， u_1 為水承之節距圓周上之線速度，則 u_1 及 V_1 得如次之公式表之。

$$V_1 = C\sqrt{2gh} \dots\dots\dots(255)$$

$$u_1 = \phi\sqrt{2gh} \dots\dots\dots(255 a)$$

上式之 C ，為嘴管之速度係數，其值因嘴管而定。若 ϕ 之值一

定，則 V_1 與 u_1 直接發生關係，與 h 無關。

當噴射水進行之方向，與水承之節圓周上之速度，同一方向。又假定 α_1 為零時，則在水承之中央部，即在水之入口處的水速之線圖，為平行線圖，如圖 157 (b) 所示。於此圖，因 V_1 , u_1 , 及 v_1 相重於同一直線上，為便宜計，另畫平行直線以表之，而水沿水承之內面，流入之關係速度 v_1 ，為水之流入之絕對速度 V_1 與水承之圓周速度 u_1 之差。因 u_1 之增加，則 v_1 即減少，沿水承面流通之水，因摩擦關係，多少減低其速度。關係速度 v_2 ，較 v_1 為小，由水承流出之水的絕對速度 V_2 ，及 V_2 與 u_2 間之角度 α_2 ，可由 u_2 及 v_2 之幾何線圖求得之。

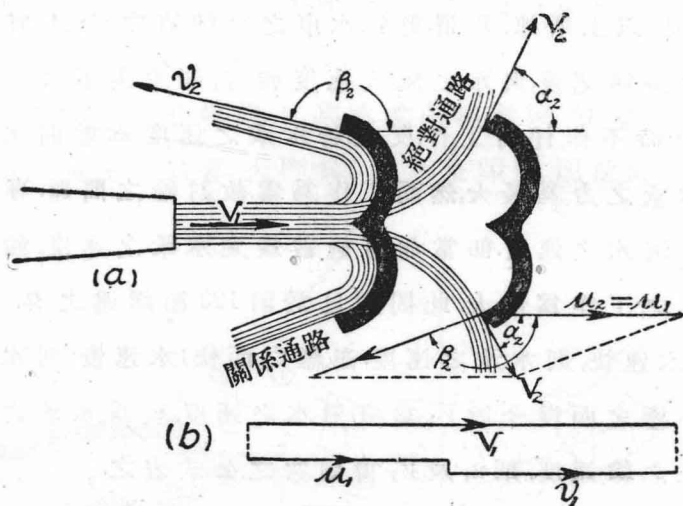


圖 157

若適用公式 (214b)，求水所作用於水車之力時，則對於水車之迴轉，僅沿節圓周之切線方向之力，始為有效。故 ΔV

不可不為對於 u_1 之方向之分加速度。若設 F 為此切線方向之力，則

$$F = \frac{W}{g}(V_1 - V_2 \cos \alpha_2)$$

$$= \frac{W}{g}(V_1 - u_2 - v_2 \cos \beta_2).$$

於此水車，因 $Z_1 = Z_2$, $p_1 = p_2$, $u_1 = u_2$.

$$(1+k) \times v_2^2 = v_1^2,$$

$$\therefore v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{1+k}} = \frac{V_1 - u_1}{\sqrt{1+k}}$$

代入 v_2 之值，則

$$F = \frac{W}{g} \left(1 - \frac{\cos \beta_2}{\sqrt{1+k}} \right) (V_1 - u_1) \dots\dots\dots(257)$$

故 工作 $F \cdot u_1 = \frac{W}{g} \left(1 - \frac{\cos \beta_2}{\sqrt{1+k}} \right) (V_1 - u_1) u_1 \dots\dots\dots(257a)$

於公式 (257) 及 (257a)，係假定噴射水之速度 V_1 與水承之圓周速度 u_1 之間之角度 α_1 為零，且水承之水入口處之圓周速度 u_1 ，與水承之水出口處之圓周速度 u_2 ，彼此相等。雖然，實

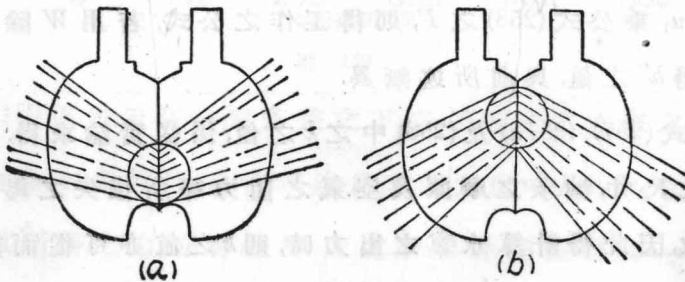


圖 158

際之 α_1 不爲零, 前已詳述之矣. 又 u_1 與 u_2 不相等, r_1 不等於 r_2 , 如圖 158 (a) 所示. 當水開始與水承相衝之時, r_1 較 r_2 大; 若水承漸次前進, 則如圖 (b) 所示. r_1 比 r_2 小, 惟其差甚微. r_1 與 r_2 之比 x , 殆與 1 相近. 然水車之迴轉速度較慢時之 x 之值, 較其回轉速度較快時之 x 之值, 約略減小. 在正規回轉之際, x 與 1 相近.

若將此等 α_1 , r_1 及 r_2 , 皆加以考慮, 則力與工作之公式如次:

$$F = \frac{W}{g} (V_1 \cos \alpha_1 - x V_2 \cos \alpha_2)$$

由 $V_2 \cos \alpha_2 = u_2 + v_2 \cos \beta_2$.

及公式 (224b), $v_1^2 = V_1^2 + u_1^2 - 2 V_1 u_1 \cos \alpha_1$.

代入 v_1 之值, 又 $u_2 = x u_1$, 則

$$(1+k) v_2^2 = V_1^2 - 2 V_1 u_1 \cos \alpha_1 + x^2 u_1^2.$$

由上式所得之 v_2 之值, 代入 $V_2 \cos \alpha_2 = u_2 + v_2 \cos \beta_2$,

$$\text{則 } F = \frac{W}{g} \left[V_1 \cos \alpha_1 - x^2 u_1 - \frac{x \cos \beta_2}{\sqrt{1+k}} \sqrt{V_1^2 - 2 V_1 u_1 \cos \alpha_1 + x^2 u_1^2} \right] \quad (258)$$

以 u_1 乘公式 (258) 之 F , 則得工作之公式, 若用 W 除此工作, 則得 h'' 之值, 與前所述無異.

公式 (257), (257a) 及 (258) 中之 k 之值, 係從實驗求得. 若因水車之尺寸, 軸承之摩擦及空氣之阻力等所損失之馬力爲已知數, 因此得計算水車之出力時, 則 k 之值, 亦可從而算出. 又 k 之值, 不因 u_1/V_1 之比而定, 有與 u_1/V_1 成反比例之傾向, 在

一定速度之下, k 之值固約略一定, 大概在 0.5 乃至 1.50 之間.

以 r_1 乘 F , 即得水所作用於水車之轉力矩 (torque). 水車之出力, 較由此 $F \times r_1$ 所得之出力為小. 其所小之數, 恰與軸承之摩擦及風之阻力等所耗費之數相等.

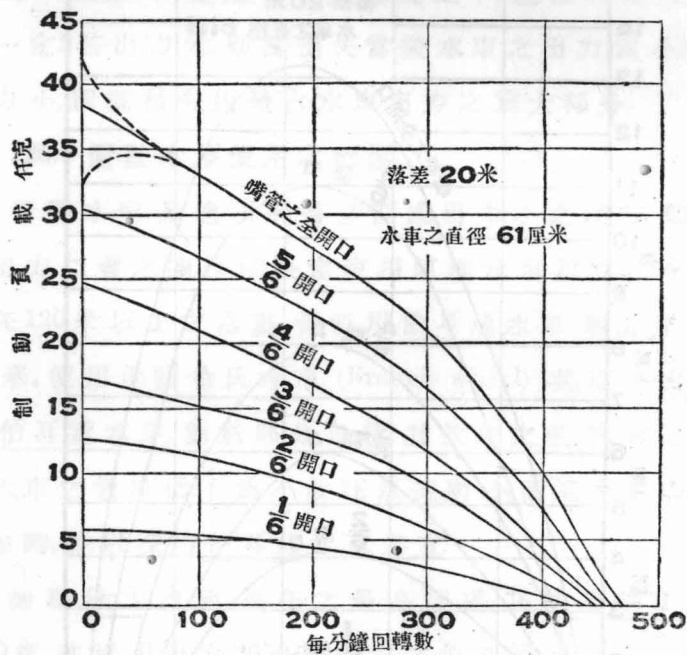


圖 159

圖 159 係表示在一定落差之下, 各種速度之水車之回轉力之曲線, 如點線所示. 當水速為零, 而角度 α_1 及 r_2/r_1 有變化時, 則其所得之力, 亦有差異. 此處所示者, 固僅就其一部而論, 若就全部示之, 亦完全同樣.

125. 速度.

因速度之變化及指針瓣之開口之位置不同,轉矩及馬力,亦有差異,此點即如圖 159 及圖 160 所示.因馬力為 $\frac{F \times u}{75}$ 或 $\frac{T \omega}{75}$ 所表示.故當水車之回轉速度為零之際,轉矩 T

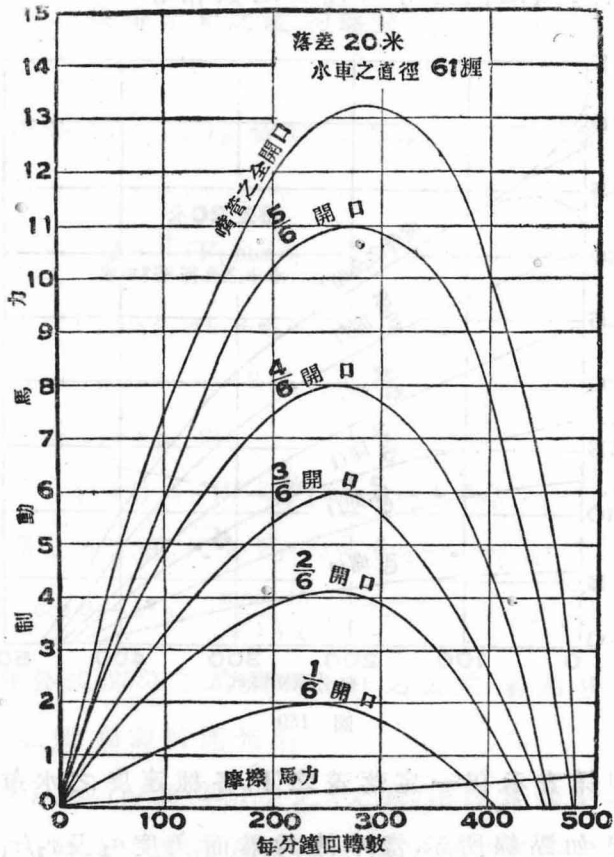


圖 160

縱然增大,而馬力仍然為零.又當回轉速度最大之時,若轉矩為零,則馬力亦不能不為零.故最大馬力,當在兩極端之中間,

如圖 160 所示。在一定落差，及嘴管之一定開口之下，水所作用於水車之馬力，雖屬一定，而水車之出力，則因其速度之大小有變化，如圖 160 所示。嘴管之開口大時之最高效率，較其開口小時之最高效率，稍向右傾，在速度 300 回轉之近傍，達於頂點，此蓋因在一定速度之下，機械的損失，固屬大概一定：若出力大，則其損失當較水車之出力為小；反之，若出力小，則其損失比較占水車出力之重大部分。

126. 衝動水車使用之範圍。

衝動水車，最適用於落差高或出力小之地方，即因落差及出力二者之關係，以決定使用何種水車為宜。現今一般，大概在 120 米以上之落差，皆使用伯耳通水車。然亦有在落差 120 米，使用佛蘭希氏水車 (Francis wheel) 者，固亦有例外在焉。伯耳通水車，對於部分負載，其效率之低下，較之佛蘭希氏水車之效率低下為小。故在落差雖小，而部分負載之時間較多時，亦以採用伯耳通水車為宜。

如在日本內地，現在之最高落差，為住友別子銅山之 1850 呎，亦採用出力 2650 英馬力之伯耳通水車三臺，其每分之迴轉數為 600 次。其他如鬼怒川水力，臺灣電力，信越電力等，其落差皆超過 1000 呎以上，出力亦相當不小，然皆採用伯耳通水車。又如在瑞士，雖落差高至 5412 呎，亦有採用伯耳通水車 5 臺而運轉者，其每臺之出力為 3000 英馬力，直徑 11.5 呎，每分間之迴轉數為 500 次。

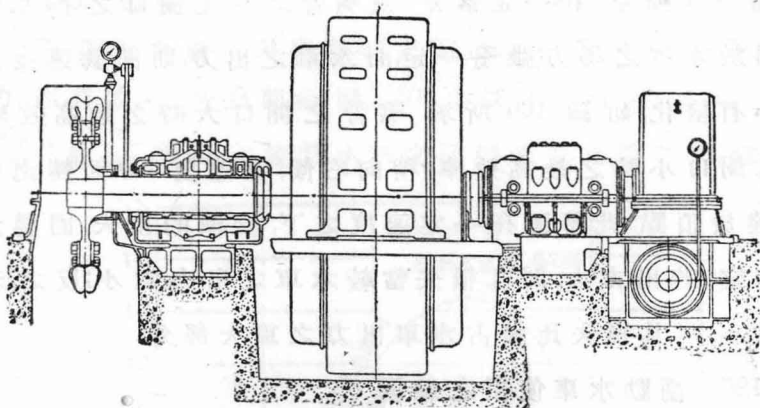


圖 161

使用於伯耳通水車之噴出口，其直徑有大至 250 毫米者，普通一臺之水車，用噴管一個，有時亦有一臺水車，用嘴管二個乃至三個者。然若一臺水車，用多數嘴管，則其效率，不免多少減低。又為增加出力計，有在一個發電機之兩側，各置一個水車，緊接其兩旁而運轉者，如圖 161 所示。

問 題

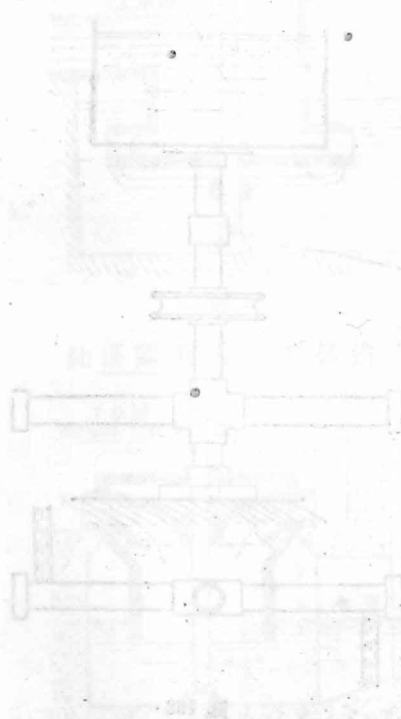
(114) 嘴管之直徑為 0.15 米，速度係數 $C_V = 0.98$ ，安置嘴管處之有效落差為 300 米，水車之直徑為 1.5 米， $\alpha_1 = 10^\circ$ ， $\beta_2 = 165^\circ$ 。假定 $k = 0.7$ ， $\phi = 0.45$ ，試計算此時水所作用於水車之力。

(115) 於問題 (114)，若 $\alpha_1 = 0^\circ$ ，則水承能發生幾何之馬力？水力效率如何？若水車之機械的效率為 97%，則水車之全效率如何？

(116) 於問題 (114)，若 $\alpha_1 = 0^\circ$ ，則因水承中之摩擦所失去之馬力幾何？計算 V_2 之值。當水流出水車之時，其所保有之馬力，尚有若干？

(117) 緊接發電機兩旁之伯耳通水車，使發電機發生 20000 仟瓦之電力，在安置嘴管處之有效落差為 350 米，試計算次之各項：(a) 噴出口之直徑；(b) 水車之直徑；(c) 水車之迴轉數。

(118) 於落差 375 米之下，欲發出 3950 馬力，而伯耳通水車之效率為 82%，嘴管之係數 $C_v = 0.98$ ，則其嘴管之直徑幾何？又計算水車之直徑及其每分鐘之迴轉數。



伯耳通水車 (Pelton's wheel) 係一種衝擊式水車，其構造如圖所示。水由嘴管噴出，打擊水車之葉輪，使水車旋轉。此種水車之效率極高，且構造簡單，適用於高落差之水力發電。

(232)

第十五章

反動水車

127. 發達之歷史.

最早利用流水之純反動力,以製成水車者,爲有名之巴克水車 (Barker's mill),如圖 162 所示.水槽中之水,由垂直管中流下,直入水平腕管,再由兩端之孔口,向水平方向流出.利用此流出水之反動力,以迴轉車軸,即爲反動水車之原理,恰與西曆紀元前第一世紀,亞歷山大市之希羅 (Hero) 氏所發明之蒸汽輪機 (steam turbine) 同一構造.

法人 Fourneyron 氏將上記之巴克水車加以改良,於 1833 年,發明一種外向輻流水車,如

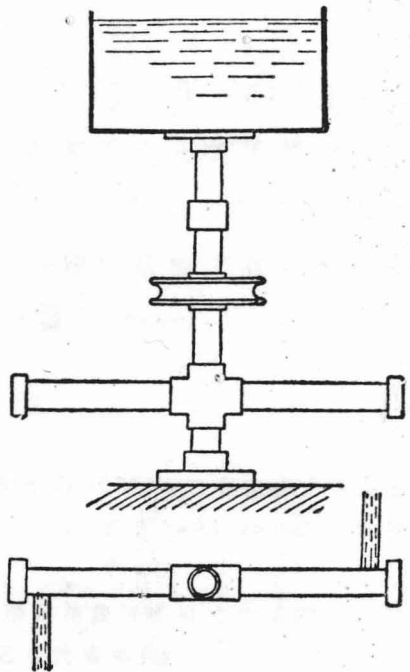


圖 162

圖 163 所示,當時皆競用之。

自 Fourneyron 氏之後十四五年,法人 Jonval 氏又發明一種附有吸出管之軸流水車,如圖 164 所示。

1849 年,英國之佛蘭希氏 (Francis) 考案一種附有吸出管之內向輻流水車,如圖 165 所示。出水仍沿車軸,自吸出管流出,與 Jonval 水車無異。

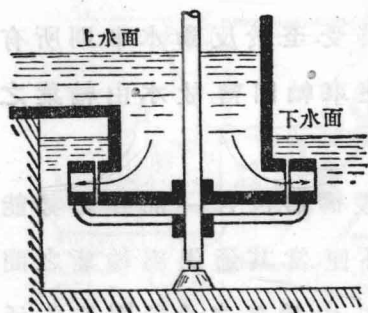


圖 163

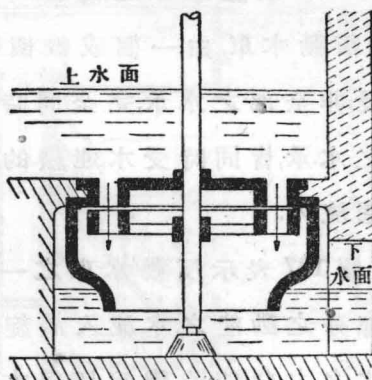


圖 164

此佛蘭希氏水車,構造上比較其他水車,具有優點,故凌

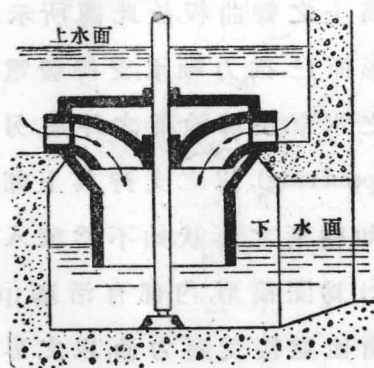


圖 165

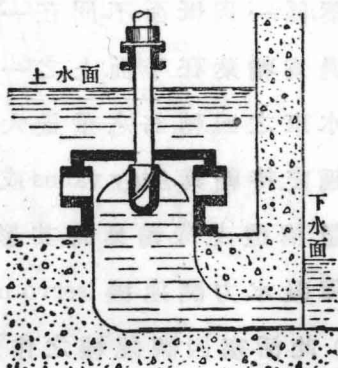


圖 166

駕於他車之上。現今之反動水車，即專用此佛蘭希氏水車，其詳細構造當由後節申述之。

圖 166 所示之 Kaplan 水車，又稱爲推進式水車 (propellor turbine)，爲近代發明之水車，固屬佛蘭希氏水車之變形，惟較佛蘭希氏水車之速度高，專用於低落差之水力。

128. 反動水車之構造

衝動水車，由一個或數個嘴管噴出之水，只有數個水承接受，非全部之水承，完全同時接受。至於反動水車，則所有全部之水承，皆同時受水，連續的使車軸回轉，故水由輪葉之全周圍流入。

圖 167 表示反動水車之一般構造，包含一部分之勢能及一部分之動能之水，流入渦旋外匣。當其通過導輪葉之間，則流水之方向，即改變爲切線方向，由輪葉之全周圍流入，通過吸出管，流出下水面。此圖之斷面圖，固表示有輪葉之一部，惟輪葉，係一與紙面不同在一平面上之彎曲板，故此圖所示者，不過爲輪葉在平面上之一投影而已。推力軸承，支持發電機及水車之回轉部之重量，大型之水車，在導輪葉之外周，另設一種支持輪葉 (stay vanes 或曰 speed ring)，以之支持其上部之重量，構造支持輪葉時，其形須如輪葉之形狀，始不爲流入水之障礙。水力調速機 (servo-motor) 爲圓筒形，內部有活塞 (piston)。此活塞因調速機之作用，由他處接受壓力油，以之專司導輪葉之開閉，加減流入於水車之水量。圖 167 所示者，爲水

門汀製之豎型外匣，即橫型亦同樣。圖175及圖176所示者，為

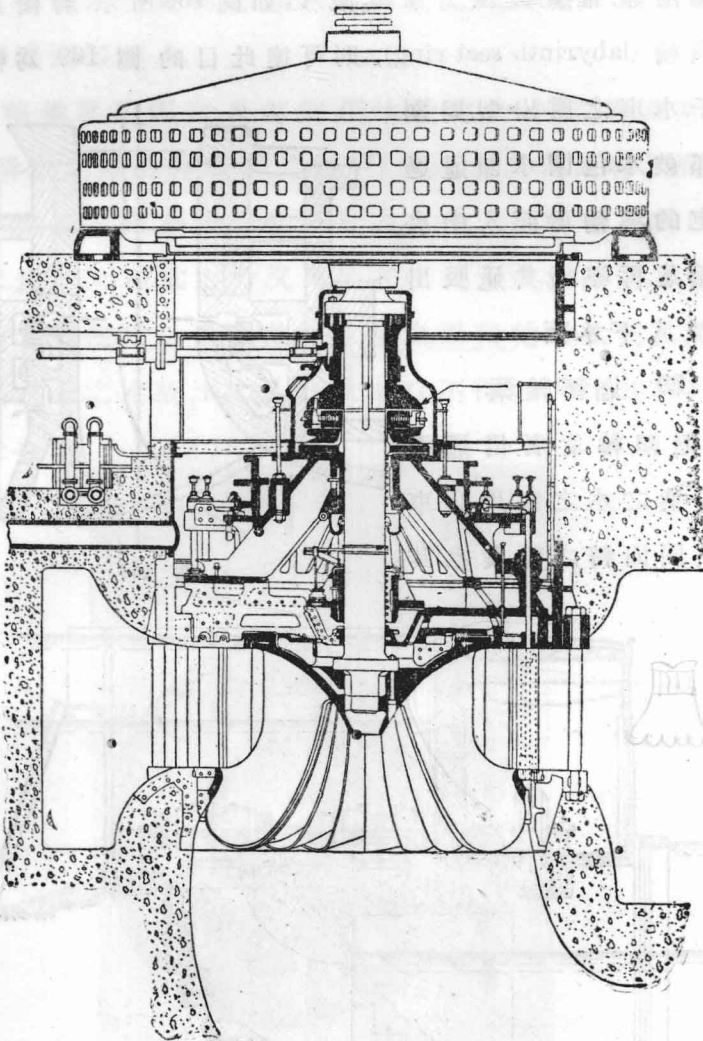


圖 167

鐵板製之渦旋外匣。

由回轉之輪葉，與固定之外匣間漏出之水，欲完全防止，固屬困難，惟宜設法力求其減少，如圖 168 所示。若使用曲折的填輪 (labyrinth seal ring)，則可達此目的。圖 169 為橫軸的雙子水車之露出型，周圍全部被水包圍，水即通過固定的導輪葉，而入中央之輪葉，再經過共通吸出管，流入下水面。

129. 迴轉輪葉

迴轉輪葉者，借通過導輪葉之水之作用，與車軸共同回轉之輪葉也。其

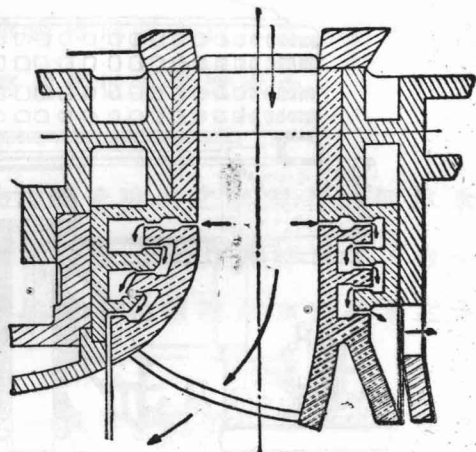


圖 168

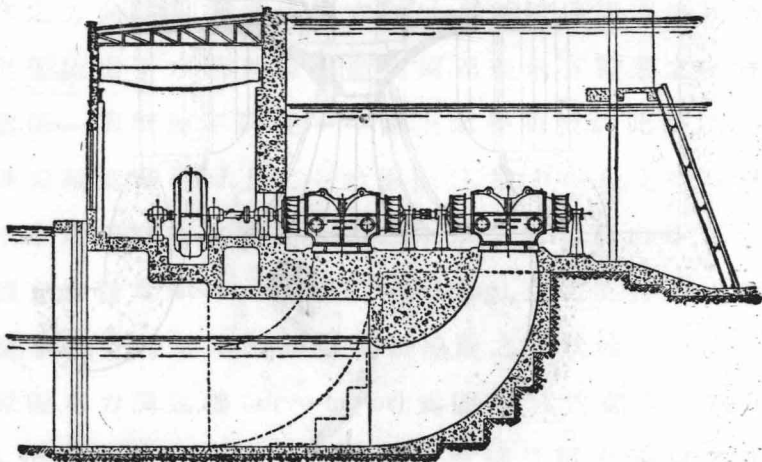


圖 169

形如圖 170 及圖 171 所示,皆用鋼板接合而製造之.又有用鑄鐵造成一個完全鑄物者.用於高落差之迴轉輪葉,其上品皆用青銅或鋼製造之.

迴轉輪葉因落差及其使用水量之大小,各異其形狀,圖 170 所示之迴轉輪葉,較之圖 171 所示者,其輪葉特別薄弱,形狀亦完全不同.前者為使用於高落差之迴轉輪葉,其所使用之水量不大,而其出力又與後者無甚大差,故雖薄小,亦能濟事.後者係使用於低落差,大水量之迴轉輪葉,欲使其適合於消化大量之水,故水之入口及出口,不得不大,此其所以製造較大也.



圖 170

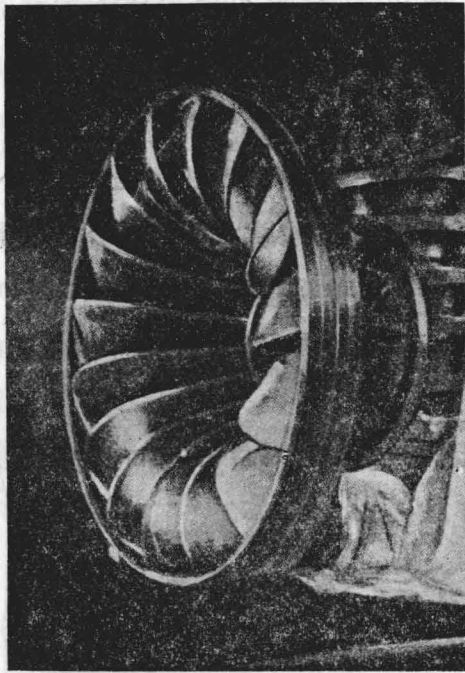


圖 171

上示之兩圖，係表示其極端相反者。至於在此兩者中間之迴轉輪葉，則因其落差及使用之水量不同，當適當的增減其厚薄。此種級別，當由後章詳述之。

若落差更小，消化之水量更大時，則將圖 171 之迴轉輪葉之外圍輪取下，另使用輪葉數較少之推進式(kaplan)迴轉輪葉。推進式迴轉輪葉之形狀，

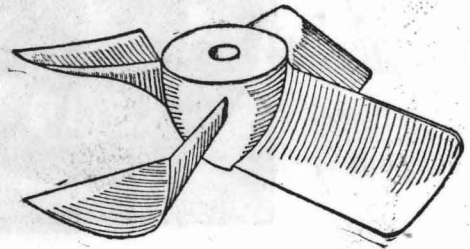


圖 172

固有種種，若以一例示之，則如圖 172 所示，其形狀恰與輪船之推進機相似，故又有推進機式水車之稱。

輪葉大別之有二種，即單排水車輪葉，與雙排水車輪葉是也。圖 173 所示者，為雙排水車輪葉之實例。其構造係將兩個單排水車輪葉，使其背縫互相結合而成，故吸出管亦有兩個。至於安置狀態，則僅有橫型一種。

輪葉之大小，固以其直徑之大小表之。有種水車，其直徑完全一律相等，固無其他問題發生。但如圖 171 所示，水車之直徑，不完全相等，則大概以水之入口處之平均直徑表之。

130. 水量調整裝置。

在輪葉之周圍，安置水門，流入水車中之水量，即由此水門加減之。至於水門之形式，則有數種。

圓筒形水門，其形為圓筒，完全嵌入於導輪葉與輪葉之間，由導輪葉至輪葉之水之通路，即由此圓筒形遮斷之。若圓筒形水門，向一方移動，即因其移動之距離，將水之通路打開。若完全將此圓筒形水門可移開，則水

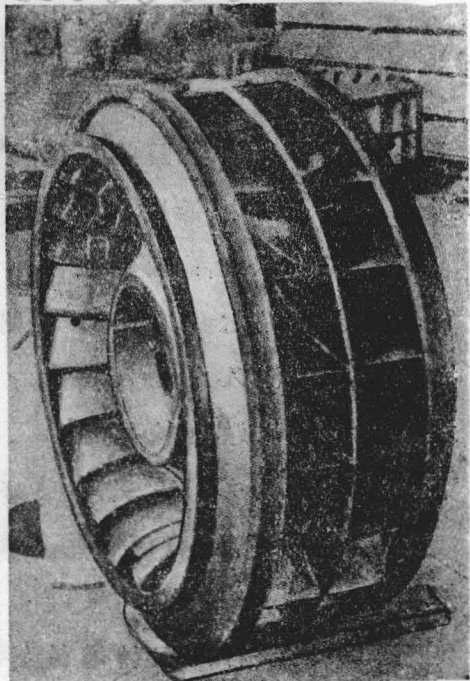


圖 173

無何等障礙,由導輪葉直接流入輪葉此時即為全開此種構造之水門,當其於全負載時,效率固好,惟於部分負載之際則

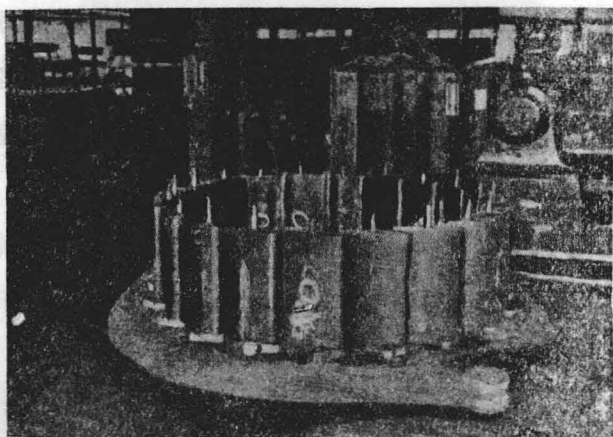


圖 174

水在輪葉內起渦流,因此,不免使效率低下.但此種水門之構造簡單,價值亦極低廉.

圖 174 所示者,為回轉水門 (wicket gate). 導輪葉之自身,能單獨在中心軸之周圍回轉,以開閉水路導輪葉之回轉,變換水向輪葉流入之流入角度 α_1 , 即應輪葉之速度,將流入水之方向變換,以避免輪葉之水入口處之衝突,俾效率不致低下.故較圓筒形水門之效率良好,價格亦比較高貴.

圖 175 所示,係將回轉導輪葉,安置於輪葉之周圍之情形.

圖 176 表示行此回轉導輪葉之開閉之導輪,與回轉此導輪所使用之水力調速機 (servo-motor) 之活寒桿,彼此互相

連結之連桿縱
在反動水車,亦
與衝動水車之
情形同樣.對於
負載急激變化
之水量調整,往
往有水槌發生
之虞.故應負載
之變化因調速

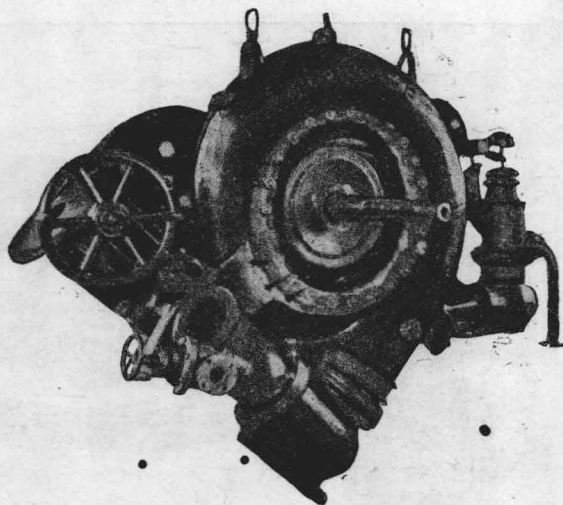


圖 175

機(governor)之
動作,送入有壓
力之油於水力
調速機,使水力
調速機之活塞
運動,因而導輪
亦隨之回轉,由
此即閉鎖導輪
葉.如此,當流量
減少之際,為防
止水槌起見,不

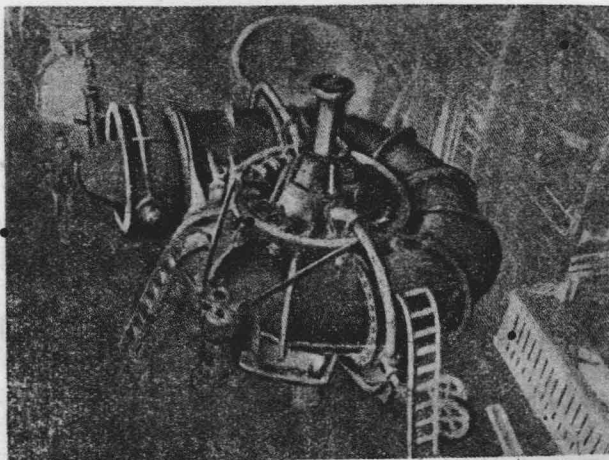


圖 176

可不作成其壓力水之迷路.此迷路普通由壓力調整機作成,
其構造如圖 177 所示.

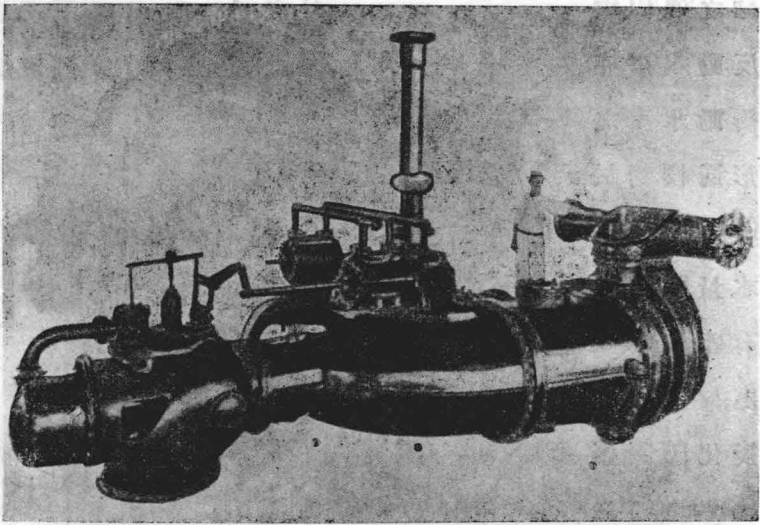


圖 177

131. 吸出管 (draft tube).

通過輪葉之水，經過吸出管後，再向下水方面流出。此吸出管，如圖 178 所示，為鋼鐵板製；或如圖 179 所示，為水門訂製，兩種吸出管，皆不使空氣有漏洩，在管中常為真空。如此，則因輪葉安置於下水面較高之位置，所消耗之損失落差，得因此取償而回。故在使用吸出管之際，得於某種程度止，安置水車於下水面之相當高處，可使落差之損失全無。

如上所述，不僅在下水面上之相當高處，得安置水車，且吸出管之大小，上下不必一樣，即上部之直徑，較下部稍小亦

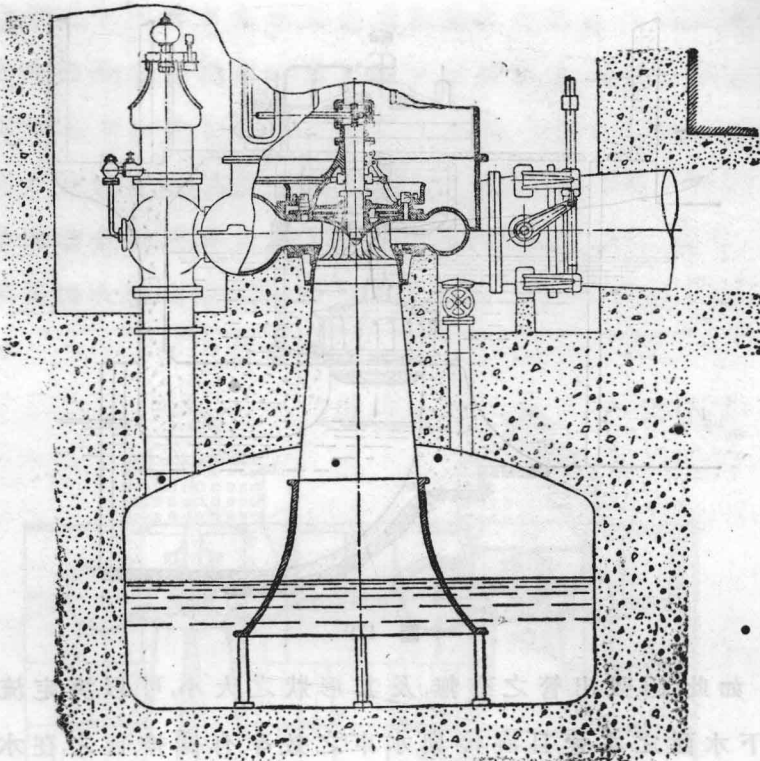


圖 178

可。一般所使用者，大概為頂角8度之圓錐形之一部。由水車的輪葉流出之水，被輪葉之回轉速度所支配，最初自然有相當的速度。惟因吸出管之直徑，漸次擴大，故在其中流下之水速，亦漸次減少。於是得將其水所有之速度多少有效利用之。若在正直的吸出管，當其管身過短之際，水速固然減少，尤其管身彎曲而長者，則其水速，更易減少。但較長之吸出管，比之較短的吸出管，其摩擦損失，及建設費用，當然增大，然而所得之利益亦較大。

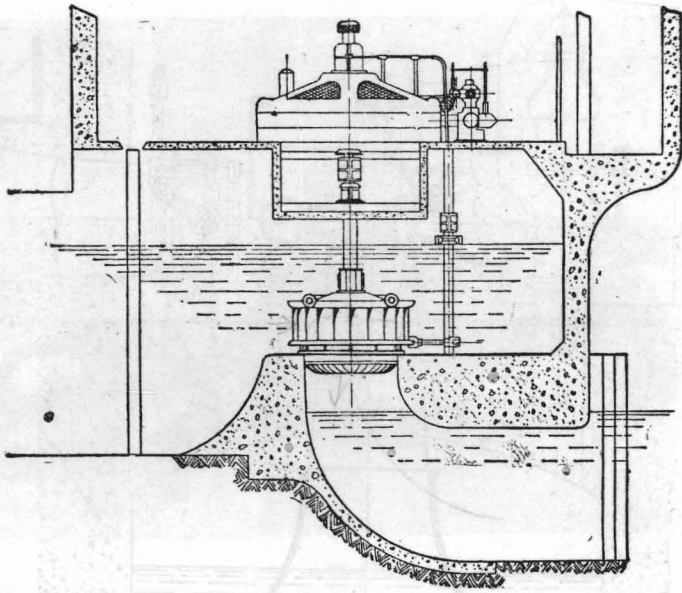


圖 179

如此，因吸出管之有無，及其形狀之大小，可以決定流出於下水面之水速，且直接與水車之效率有關換言之，在水車內能有效使用之能 (energy)，完全被水車內逃出於下水面之有效能之多寡所支配，而下水之運動能，又被吸出管所支配。故吸出管與水車，對於效率之考慮上，不能各別分開。通常將此二者，視作水車之一部而考慮之，其關係恰與伯耳通水車與嘴管間之關係相等。

由輪葉流出之水，與輪葉之回轉方向，完全相同而回轉於吸出管之入口，有以軸為吸出管之中心，而保持其自由渦旋於同一平面上之傾向。然又因水之自身的重量有向

吸出管之下方落下之分力，於是起非常之混流，不特使吸出管之有效流出面積狹小，且有使下水面之水，向吸出管逆流之虞。低速水車，當其在全負載之際，固無上述之渦流發生，惟在部分負載之際，及高速水車，皆有上述之渦流發生之虞。故現今為有效利用水之渦流分速起見，一般皆使用 Moody 氏之末端擴大吸出管（圖 180）及 White 氏之圓錐水路（hydraulic cone）。

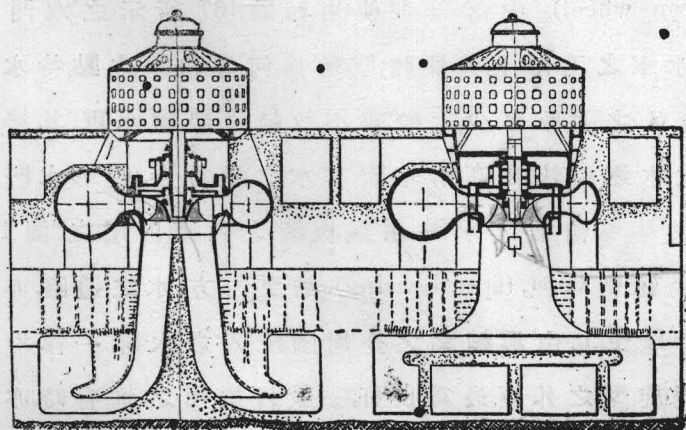


圖 180

如第 116 節所述，於自由渦旋，其渦旋之速度，與軸中心之半徑距離成反比例。故在 Moody 氏之末端擴大吸出管，水漸向吸出管下流，即漸次遠離中心，因而渦旋分速度，亦漸次減少，速度水頭，亦與其半徑之自乘成比例而減少，漸次將壓力水頭變更。

於 White 氏之圓錐水路，由吸出管流下之水，與中央之平

板衝突，向其周圍流散，遂致速度損失，由此而流出輪葉之水，固亦有相當之速度，惟其速度已變為吸出水頭，故其所損失者甚小。

132. 外匣及安置.

衝動水車，一般多用橫型，而反動水車，則橫型與豎型併用，尤其是大馬力低落差之反動水車，多專用豎型。

於 10 米上下之低落差，多採用如圖 179 所示之裸體水車，(open wheel)。中落差則使用如圖 167 所示之水門汀外匣，在水車之工作上，與裸體型，殆無何等相異之點，特水向導輪葉流入之通路，多少比較狹小，故較之裸體水車，其接近於水車之水速較快，在高落差因其水之壓力大，故用水門汀不適當，於是導輪葉之外周，用鋼板製之外匣包圍之。圖 176 所示，為渦旋型外匣，(spiral casing)，漸至內方，水之通路，亦漸次狹小，所以使其由導輪葉之全周圍流入之水速，一律均等故也，故渦旋型之外匣，最為良好，一般皆樂用之。惟有時亦用其他價廉之外匣，不過其他型式之外匣，其效率較之渦旋型特別惡劣。

133. 反動水車之使用範圍.

反動水車，最適於低落差，大馬力，又有用於相當之高落差者。現今用於高落差之記錄，其最高為 860 呎，出力為 3500 英馬力。至用於低落差者，在意大利，由 28 吋至 42 吋，在法國為 31 吋，是為現今使用於低落差之最低記錄。

134. 水在輪葉內之作用.

反動水車，係利用水之反動力，以回轉其車軸，即當水流
出輪葉之際，利用其水向後方推壓之力，以轉動水車，故有反
動水車之名。雖然，現今之水車，不僅利用其反動力，且利用
其流入時之衝動力。故如前章所述，現今所謂衝動水車或反
動水車者，非適當之區別，不過習慣上，如此稱呼而已。總之，水
所作用於輪葉之力，與衝動水車之情形相同，完全為水所有
之運動量之總變化，其公式與前第十二章所述者，完全相
同，即

$$F = \frac{W}{g} (V_1 \cos \alpha_1 - V_2 \cos \alpha_2).$$

此時之 V_1 ，係水通過導輪葉，而向輪葉流入時之絕對速
度， V_2 為水由輪葉流出時之絕對速度。

水之流入衝動水車，其所及於水承之壓力為大氣壓。其
輪葉，雖僅利用水所有之速度能力，然而反動水車之輪葉，
因其全部被水充滿，故其周圍有外匣。至於充滿其中之水，
一部分為勢能，一部分為動能，故 V_1 之值，不能比 $\sqrt{2gh}$ 為
小。又水由輪葉流出之關係速度 v_2 ，與 V_1 有密切之關係，
而 V_1 又被輪葉之速度所支配。凡此各點，皆與衝動水車
相異。此外，尤不可不特別注意者，即水之通路，全部被水充
滿。故 v_1 與 v_2 各與其通路之面積成反比例。 v_2 因輪葉之損
失，左右其大小，此損失又與輪葉之速度有關。故於公式

$V_1 = C_v \sqrt{2gh}$ 中, 在衝動水車, C_v 之值約等於 1.0. 流出嘴管之速度, 對於水車之設計及其回轉速度, 并無何等關係. 若在反動水車, 則 $V_1 = C_v \sqrt{2gh}$, 式中之 C_v , 非速度係數, 僅為另一種係數. 於通常之設計, 取其值為 0.6 乃至 0.8, 僅因車之回轉速度而變化. 故 C_v 為 ϕ 之函數. 於內向輻流水車, 其因水車回轉而起之離心力, 與水之流入方向相反對, 故增加水車之速度, 流量即行減少. 其關係則如圖 181 所示.

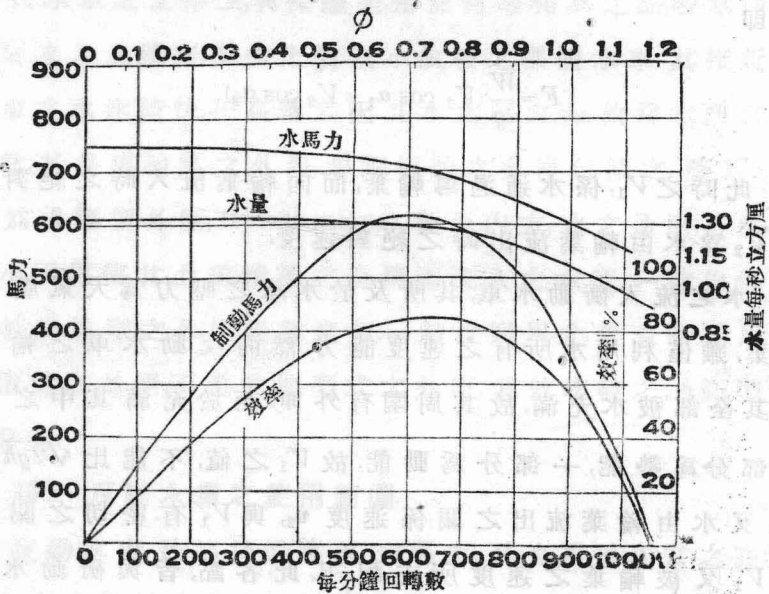


圖 181

135. 轉力矩 (torque).

於前章, 關於反動水車之水之作用, 固已一般述之矣. 至

其力之計算，則實際上頗感困難，何則？在伯耳通水車，輪葉之水入口與水出口之半徑，兩者大概相等，即 $r_1 = r_2$ 。於佛蘭希氏水車，則 r_1 與 r_2 不相等，故對於力之計算上，不可不用其轉力矩以計算之。然由計算上所得之轉力矩，與實際所發生之轉力矩，亦有多少差異，此點不可不特別留意。

水在水車內流動之速度，縱在同一平面上，亦不一樣。故計算上，須用此等之平均速度。然欲正確知此平均速度，亦屬困難。又水之 α_1 及 β_1 ，是否與導輪葉及輪葉之出口，所有之角度，完全正確一致，尚屬疑問。實際上約有 5 度乃至 10 度之差。又於水之通路之面積，及其他之尺寸，理論上與數字上，不能完全一致者，尚屬正多，故理論不過用以說明水之實際工作情形，及表示水之性能而已。

計算轉力矩所用之公式，與衝動水車之情形相同，即

$$T = \frac{W}{g} (r_1 V_1 \cos \alpha_1 - r_2 V_2 \cos \alpha_2) \dots\dots\dots (280)$$

上式中之 r_1 , V_1 , α_1 及 r_2 為已知數，而 V_2 及 α_2 則為未知數，故不可不由其他之數值誘導之。

由有向量線圖 (vector diagram)，知

$$V_2 \cos \alpha_2 = u_2 + v_2 \cos \beta_2,$$

又
$$u_2 = u_1 \times \frac{r_2}{r_1},$$

又因水之通路，全部被水充滿，

故
$$Q = A_1 V_1 = a_2 v_2,$$

或 $v_2 = \left(\frac{A_1}{a_2}\right) V_1 \dots\dots\dots(281)$

$$\therefore V_2 \cos \alpha_2 = \frac{r_2}{r_1} u_1 + \frac{A_1}{a_2} \cos \beta_2 \cdot V_1.$$

水量 W 因 u 之值而變化，故應用公式 (280) 時，當其速度為 u 時之使用水量，不可不用計量器以計量之。

136. 工作 (work).

水所作之工作可由 (280) 式所得之轉力矩，再以角速度乘之即得。水車之軸馬力 (shaft horse power) 以水所作之工作，再乘以水車之機械效率即得，即

$$\begin{aligned} \text{工作} &= T \times \omega = \frac{W}{g} (r_1 V_1 \cos \alpha_1 - r_2 V_2 \cos \alpha_2) \omega \\ &= \frac{W}{g} (u_1 V_1 \cos \alpha_1 - u_2 V_2 \cos \alpha_2) \dots\dots\dots(281 a) \end{aligned}$$

設水車之水力效率為 e_h ，則

$$e_h = \frac{T \omega}{Wh} = \frac{Wh''}{Wh} = \frac{h''}{h} \dots\dots\dots(281 b)$$

當實際求 e_h 之時，則不可不知軸承之摩擦損失，及輪葉與車體之摩擦損失。惟此等機械的摩擦損失，求之甚為困難。通常先假定此等摩擦損失之值，以求 e_h 。至 e_h 之值，普通在 0.8 乃至 0.95 之間。

137. 水車之速度與效率。

欲求水車之最良效率，則流入於輪葉之水，須使其不與輪葉衝突，而在水出口處之水之絕對速度，又務宜使其

最小。欲使水在入口處，不起衝突，極平靜的，沿輪葉而流入時，則輪葉之水入口之角度，不可不使其與 β_1 一致（圖 141）。又在反動水車，因其輪葉全部被水充滿，故以水之通路之面積 a_1 ，除水量 Q 所得之商 v_1 ，與由向量圖所得之 v_1 ，不能不完全一致。當 α_2 約等於 90° 時，則在出口處之水速為最小，此時 u_2 與 v_2 大概相等。

在反動水車，所有之有效落差之一部分，皆為勢能。故此時之 V_1 ，較之衝動水車之 V_1 為小。當水漸次流過輪葉，則勢能即漸次變為動能，與衝動水車之情形相同，可使 u_2 與 v_2 相等。兩方之 u_2 皆大略相同，然在內向輻流水車 u_1 比 u_2 大。故反動水車的車輪之外周速度，較之衝動水車，不可不特別增大。即於 $u_1 = \phi \sqrt{2gh}$ 之公式中，在衝動水車， ϕ 之值約為 0.45 乃至 0.48；在反動水車，當其在普通之速度及最高效率之際，則 ϕ 之值如次：

$\phi_e = 0.6$ 乃至 0.90 佛蘭希氏水車，

$\phi_e = 1.5$ 乃至 3.00 推進式水車。

於上述兩種型式之水車中，因 V_1 較 u_1 為大，故若在衝動水車，則工作為零。惟在反動水車，則 V_1 與 u_1 之方向不平行，或為直角，或為與直角相近之角度。故定 ϕ_e 以上述之值，亦無大礙。

當水車揮發最高效率之時，即為損失最小之際。故僅以輪葉放流之水所有之運動能力最小之時，決不能斷定其必

爲最高效率一般,由此輪葉流出之水,尙且保有一種能力,占損失之最大部分,而此損失,又因水車之速度變化而增減,故將其他部分之損失除外,僅由此流出水之損失,以論其最高效率.

當 V_2 爲最小之時,則 α_2 與 90° 接近.最初,在輻射內向水車, V_2 之值,純爲輻射.但現今之混流水車,其流出水,則爲軸流,故當 α_2 與 90° 接近之時,則其效率最高,最適於低速型之反動水車及伯耳通水車.若在高速水車,則水在吸出管內起渦流,或在混流水車,則次述之公式,皆非正確適當.

設輪葉之入口與 u_1 所成之角度爲 β'_1 , 當 $\beta_1 = \beta'_1$, $\alpha_2 = 90^\circ$ 時,則

$$V_1 \sin \alpha_1 = v_1 \sin \beta_1 = v_1 \sin \beta'_1,$$

$$V_1 \cos \alpha_1 = u_1 + v_1 \cos \beta_1 = u_1 + v_1 \cos \beta'_1.$$

由上二式,將 v_1 消去之,則

$$u_1 = \frac{\sin(\beta'_1 - \alpha_1)}{\sin \beta'_1} V_1 \dots \dots \dots (283)$$

公式 (283) 表示輪葉之水入口處,無衝突等之損失,且 $\alpha_2 = 90^\circ$ 時之水速 V_1 , 對於 u 之關係.

水所作用於輪葉之工作,如次表之:

$$T\omega = Wh'' = e_h Wh.$$

代入公式 (281a) 之 T 之值,則

$$Wh'' = \frac{W}{g} (r_1 V_1 \cos \alpha_1 - r_2 V_2 \cos \alpha_2) \frac{u}{r}$$

若排出水為輻射型，即 $\alpha_2 = 90^\circ$ 時，則 $V_2 \cos \alpha_2 = 0$ ，

故
$$h'' = e_h h = \frac{u_1 V_1 \cos \alpha_1}{g} \dots\dots\dots(284)$$

解公式 (283) 及 (284)，則

$$V_1 = \sqrt{\frac{e_h 2gh}{2} \times \frac{\sin \beta'_1}{\sin(\beta'_1 - \alpha_1) \cos \alpha_1}}$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{e_h 2gh}{2} \times \frac{\sin(\beta'_1 - \alpha_1)}{\sin \beta'_1 \cos \alpha_1}}$$

由是，
$$C_e = \sqrt{\frac{e_h \sin \beta'_1}{2 \sin(\beta'_1 - \alpha_1) \cos \alpha_1}} \dots\dots\dots(284 a)$$

$$\phi_e = \sqrt{\frac{e_h \sin(\beta'_1 - \alpha_1)}{2 \sin \beta'_1 \cos \alpha_1}} \dots\dots\dots(284 b)$$

上述之公式，只限於 $\beta'_1 = \beta_1$ ，及 $\alpha_2 = 90^\circ$ 時之特別情形。

一般的情形，在水入口處有損失，當 $\alpha_2 = 90^\circ$ 時，則水車之速度如次：

因 $\alpha_2 = 90^\circ$ ，故 $V_2 \cos \alpha_2 = u_2 + v_2 \cos \beta_2 = 0$ 。

設 $u_2 = xu_1$ ， $v_2 = V_1 \frac{A_1}{a_2} = yV_1$ ，則據連續流之理論，知

$$\bullet xu_1 + yV_1 \cos \beta_2 = 0 \dots\dots\dots(284 c)$$

將公式 (284) 及 (284c)，視作聯立方程式解之，

則
$$u_1 = \sqrt{\frac{e_h 2gh y \cos \beta_2}{-2x \cos \alpha_1}}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{e_h 2gh x}{-2y \cos \beta_2 \cos \alpha_1}}$$

由此關係，則得

$$\phi_e = \sqrt{\frac{e_h y \cos \beta_2}{-2x \cos \alpha_1}} \dots\dots\dots(285)$$

$$C_e = \sqrt{\frac{e_h x}{-2y \cos \beta_2 \cos \alpha_1}} \dots \dots \dots (285 a)$$

$$\phi_e C_e = \frac{e_h}{2 \cos \alpha_1} \dots \dots \dots (285 b)$$

138. 吸出管之理論.

於圖 182 (a), (b), (c), (d) 所示之吸出管之入口(圖上有記號 $\times 2$)與下水面(圖上有記號 $\times 4$)之間,得書出次之公式:

$$\frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{w} + h_2 = \frac{V_4^2}{2g} + 0 + 0 + h_f + \frac{V_3^2}{2g}$$

h_f 爲吸出管中之損失,因 $\frac{V_4^2}{2g}$ 等於零,得省略之.

$$\text{故} \quad \frac{p_2}{w} = -h_2 - \frac{V_2^2}{2g} + h_f + \frac{V_3^2}{2g} \dots \dots \dots (286)$$

$$h_2 = -\frac{p_2}{w} - \frac{V_2^2}{2g} + h_f + \frac{V_3^2}{2g} \dots \dots \dots (286 a)$$

於公式 (286), 知自水車之輪葉, 至水之出口處之壓力, 即吸出管之最上部之壓力爲負, $\frac{V_3^2}{2g}$ 較 $\frac{V_2^2}{2g}$ 爲小, 且 h_f 爲極小, $h_f + \frac{V_3^2}{2g}$, 大約與 $\frac{V_2^2}{2g}$ 相等. 故在理論上, h_2 爲 -10.36 米, 而實用上, h_2 之值普通未超過 -7.5 米, 最大限爲 -9 米而已, 即水車可安置於下水面 9 米之上.

因吸出管之出口面積大, 故 V_3 小, 因而 p_2 亦小. 然若出口面積過大, 則易起渦流, 有增加 h_f 之虞.

在理想之情形, 因末端擴大所起之能力恢復, 得如次式表之, 即

$$\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} = \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_3} \right)^2 \right] \frac{V_2^2}{2g} \dots\dots\dots(286b)$$

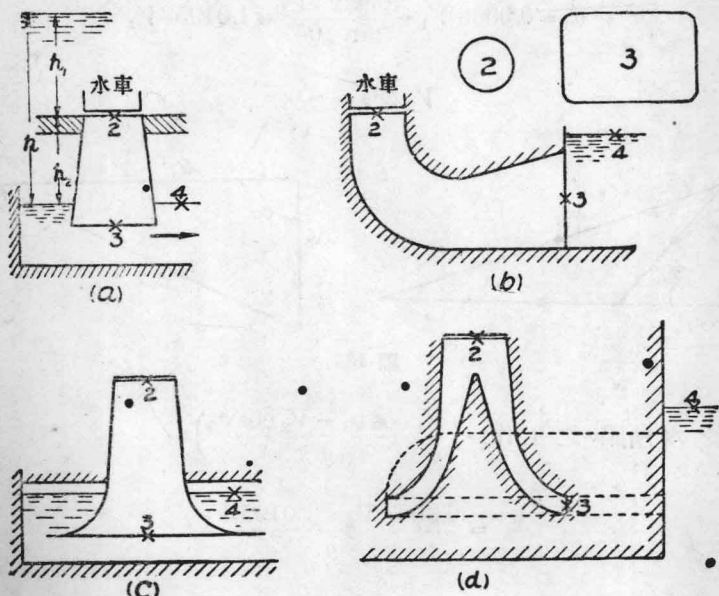


圖 182

於此公式, V_2 為與吸出管之軸平行之分速度, 實際上, 吸出管中有摩擦損失, 故較公式 (286b) 所示之值為小。

[例 1] 於低落差內向輻流水車, 導輪葉與輪葉之周圍之切線所成之角度為 25° , 輪葉之水入口之角度為 105° , 流出輪葉之水速不變, 其方向為輻射方向, 即 $\alpha_2 = 90^\circ$, 當其有效落差為 5 米時, 求水力之效率 e_h 及速度 V_1 。

[解] 於圖 183, $\alpha_1 = 25^\circ$,

$$\beta_1' = 105^\circ, \quad \alpha_2 = 90^\circ.$$

$$\therefore V_1 \sin 25^\circ = 0.4226 V_1.$$

$$V_1 \cos 25^\circ = 0.9063 V_1$$

$$u_1 = 0.9063 V_1 - \frac{0.4226 V_1}{\tan 105^\circ} = 1.01953 V_1$$

$$V_2 \cos \alpha_2 = 0,$$

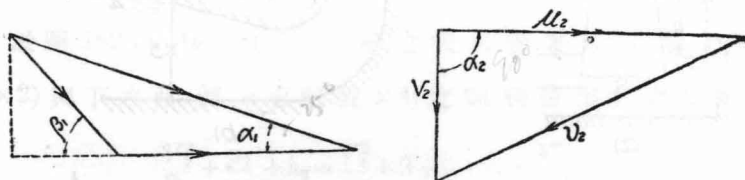


圖 183

$$1 \text{ kg 之水所作之工作} = \left(\frac{V_1 \cos \alpha_1 - V_2 \cos \alpha_2}{g} \right) u_1$$

$$= \frac{0.9063 V_1 \times 1.0195 V_1}{g}$$

$$= \frac{0.924}{g} V_1^2.$$

由輪葉流出1千克之水所持去之能 (energy)

$$= \frac{V_2^2}{2g} = \frac{(V_1 \sin 25^\circ)^2}{2g} = \frac{(0.4226 V_1)^2}{2g}$$

$$= \frac{0.0895}{g} V_1^2 \quad (\text{因輪葉內之流速不變})$$

$$\text{水力效率 } e_h = \frac{\frac{0.924 V_1^2}{g}}{\frac{0.924 V_1^2}{g} + \frac{0.0895 V_1^2}{g}}$$

$$= \frac{0.924}{0.924 + 0.0895} = 91.15\%$$

$$\text{有效落差} = \frac{(V_1 \cos \alpha_1 - V_2 \cos \alpha_2)u}{g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\text{即} \quad 5 = \frac{1.0135}{g} V_1^2,$$

$$\therefore V_1 = \sqrt{\frac{5 \times 9.81}{1.0135}} = 6.96 \text{ 每秒米.}$$

$$\therefore V_2 = V_1 \sin 25^\circ = 0.4226 V_1 = 2.94 \text{ 每秒米.}$$

【例2】於 Fourneyron 水車，即外向輻流水車， $\alpha_1 = 18^\circ$ ， $\beta_2 = 165^\circ$ ， $r_1 = 0.6$ 米， $r_2 = 0.75$ 米，水入口之面積 $A_1 = 0.126$ 平方米，水出口之面積 $A_2 = 0.132$ 平方米，輪葉內之損失係數 $k = 0.2$ （即損失水頭 $h' = 0.2 \frac{v_2^2}{2g}$ ） $H = 140$ 米，每分鐘轉數 = 525，水量 $Q = 4.65$ 每秒立方米，試算出被水車利用之水頭，水力效率，損失，在導輪葉之水出口處之水壓及馬力。

【解】因水之通路，全部被水充滿，

$$\text{故} \quad V_1 = \frac{Q}{A_1} = 4.65 / 0.126 = 36.9 \text{ 每秒米,}$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1 = \frac{0.126}{0.132} \times 36.9 = 35.2 \text{ 每秒米.}$$

由回轉速度 525 每分鐘轉數。

$$u_1 = 32.66 \text{ 每秒米, } u_2 = 35.3 \text{ 每秒米,}$$

$$V_1 \cos \alpha_1 = 36.9 \times 0.9511 = 35.1,$$

$$V_2 \cos \alpha_2 = u_2 + v_2 \cos \beta_2 = 35.3 - 34.0 = 1.3,$$

$$h'' = \frac{1}{g} (u_1 V_1 \cos \alpha_1 - u_2 V_2 \cos \alpha_2)$$

$$= \frac{1}{9.81} (32.66 \times 35.1 - 35.3 \times 1.3) = 112.18 \text{ 米,}$$

$$\text{水力效率} = \frac{112.18}{140} = 80\%,$$

$$\text{摩擦損失} = k \frac{v_2^3}{2g} = 0.2 \times \frac{1239.04}{19.62} = 12.63 \text{ 米.}$$

由三角形之關係, $V_2 = 9.2$ 每秒米,

$$\text{因排出水所起之損失} = \frac{V_2^3}{2g} = \frac{84.74}{19.62} = 4.31 \text{ 米.}$$

於公式 (224) 設 $Z_1 = Z_2$, 則可計算壓力

$$\frac{p_1}{w} - \frac{p_2}{w} = \frac{(1+k)v_2^3 - u_2^3 - v_2^3 + u_1^3}{2g} = 59.7 \text{ 米.}$$

若水車在大氣中排水, 則 $\frac{p_2}{w} = 0$,

$$\text{故} \quad \frac{p_1}{w} = 59.7 \text{ 米,}$$

$$\text{工作} = \frac{Wh''}{75} = \frac{1000 \times 4.65 \times 112.18}{75} = 6955 + \text{每分鐘轉數.}$$

問 題

(119) 流入輪葉之水速 $V_1 = 25$ 每秒米, 流出水之速度 $V_2 = 6.8$ 每秒米, $r_1 = 0.6$ 米, $r_2 = 0.9$ 米, $\alpha_1 = 20^\circ$, $\alpha_2 = 80^\circ$, $W = 136$ 仟克, 試計算下列二項: (a) 轉力矩 (torque); (b) 當 $u_1 = 17$ 每秒米時之馬力如何?

(120) 於反動水車, $V_1 = 25$ 每秒米, $V_2 = 6.8$ 每秒米, $\frac{p_1}{w} = 8.3$ 米, $\frac{p_2}{w} = -8.3$ 米, 輪葉內之摩擦損失 $\left(\frac{k v_2^3}{2g}\right) = 1.93$ 米. 當 $Z_1 = Z_2$ 時, 試求下列二項: (a) 被輪葉所利用之水頭如何? (b) 當 $W = 136$ 仟克時之馬力如何?

(121) 於例 2, $\alpha_2 = 90^\circ$, $u_1 = 28.8$ 每秒米, 當時之流量 $Q = 4.5$ 每秒立方米. 試

計算每分鐘轉數，效率損失及馬力。

(122) 設內向輻流水率之總效率為75%，馬力為132，有效落差 $h=7$ 米，輪葉之水入口之圓周速度 $=0.95\sqrt{2gh}$ ，輻射方向之水速 $=0.85\sqrt{2gh}$ ，每分鐘轉數 $=230$ ，輪葉內之損失，為有效能力之20%。試計算下列三項：(a) 導輪葉之角度。(b) 輪葉之水入口之角度。(c) 輪葉之直徑及其高(流出水之方向，為輻射方向，即 $\alpha_2=90^\circ$)。

(123) 吸出管之上部之直徑為0.622米，下部之直徑為1.067米，水量為20.2每秒立方米，則用吸出管可得若干高之水頭？

(124) 反動水車，用落差20米之流水運轉之，此車之設計， $\frac{V_2^2}{2g}$ 為落差之20%，及 $\frac{V_3^2}{2g}$ 為落差之2%。在吸出管之上部之容許最小壓力，若用絕對壓力量之，則為0.2每平方釐米。仟克。設吸出管中之摩擦損失為 $\frac{V_2^2}{2g}$ 之25%，則水車應安置於下水面上幾許之處？

第十六章

水車之性能曲線及其特有回轉數

139. 性能曲線.

水車之效率，因其回轉速度，及水門開口之大小，極有差異。一般若速度慢，而水門之開口又小，則其效率亦因之而小。欲求某水車達到最高效率時之運轉狀態，則可於種種不同之運轉狀態之下試驗之。將其所得各種效率，連成曲線，此曲線之最高點，即為最高效率。此曲線稱為水車之性能曲線。此曲線由各種相異速度及開口，試驗得來，祇能適用於被試驗之該水車。

在未畫此性能曲線之前，不可不據試驗之結果，將各種之性能算出。所謂性能云者，即(a)單位馬力，(b)單位速度(c)單位水量是也。

(a)單位馬力。在單位落差之下，水車所能發生之馬力，即稱為該水車之單位馬力。

今令 P = 發生之馬力，

則 $P \propto WH$

然 $W = 1000 AV$

而 $V \propto \sqrt{2gH}$

$$\therefore P \propto H^{\frac{3}{2}} \text{ 或 } P = k_1 H^{\frac{3}{2}}$$

此時 k_1 爲水車之效率，即因速度及開口之大小不同，從而變化之係數也。

若令 $H = 1 \text{ m}$,

則 $P = k_1 = \text{單位馬力}$,

故 水車之單位馬力 $= k_1 = \frac{P}{H^{\frac{3}{2}}}$

(b) 單位速度。在單位落差之下，水車所回轉之速度，稱爲該水車之單位速度。

$$N \propto \sqrt{H},$$

或 $N = k_2 \sqrt{H}$,

k_2 爲因運轉狀態而異之係數。

若令 $H = 1 \text{ 米}$ ，則 $N = k_2 = \text{單位速度}$ ，

故 水車之單位速度 $= k_2 = \frac{N}{\sqrt{H}}$

$$n = n_1 \sqrt{h}$$

$$n_1 = \frac{n}{\sqrt{h}}$$

$$n_1 = k_2$$

(c) 單位水量。在單位落差之下，流通於水車內之水量，稱爲單位水量。

$$Q = AV \sin \alpha,$$

$$Q \propto A \sin \alpha \sqrt{2gH},$$

或 $Q = k_3 \sqrt{H}$,

k_3 爲因運轉狀態而變之係數。

若令 $H=1$ 米, 則 $k_3=Q$ = 單位水量.

故 水車之單位水量 $=k_3 = \frac{Q}{\sqrt{H}}$.

性能曲線, 為在各種運轉狀態之下, 表示其效率之一種曲線, 故在某水車之一定開口之下, 變化其速度及落差, 計算其水量及馬力. 由此結果, 可算出其在一定開口下之效率, 單位馬力及單位速度. 而以單位馬力及單位速度為縱橫座標, 畫性能曲線 (圖 184). 同樣, 亦可畫出對於單位水量之效率曲線.

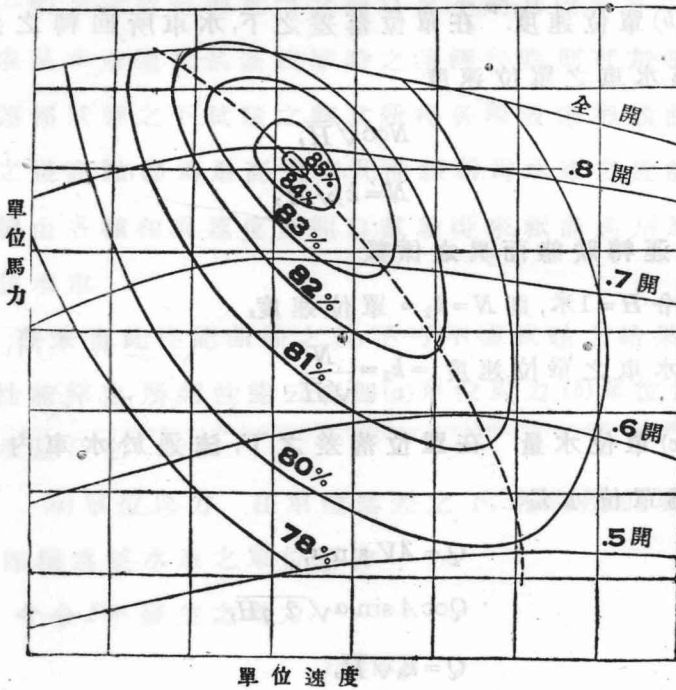


圖 184

由此性能曲線，則當某水車在最良效率時，其回轉速度之快慢，及其開口之大小如何，容易一目瞭然。

140. 特有回轉數.

所謂水車之特有回轉數者，在落差1米之下，發生一馬力時之回轉數也。即將原水車縮小為幾何學的相似形之小水車，此小水車在單位落差之下，發生單位馬力時之相當回轉數，稱為該級之特有回轉數，用 N_s 表之。因而幾何學的相似之水車，不問其形狀及其出力之大小如何，皆屬於同級之水車，即皆有同一之特有回轉數。故在同級之水車，其形式及性能如何，可得立即判斷之。

水車之特有回轉數之公式，因係幾何學的相似形，則一切尺寸，皆相似的增減。故水承或輪葉之角度，皆可視為一定。

設 D = 水車之直徑(米)

u = 輪葉之圓周速度。

N_s = 特有回轉數. r. p. m.

b = 輪葉之水入口之高度。

P = 發生之總馬力。

N = r. p. m.

H = 有效落差。

則
然

$$u = \frac{D}{2}\omega, \text{ 或 } D = \frac{2u}{\omega}$$

$$\omega \propto N \text{ 及 } u \propto \sqrt{H}$$

$$\therefore D \propto \frac{\sqrt{H}}{N} \dots\dots\dots(293)$$

因其一切尺寸皆相似,

故 $b \propto D.$

故由公式 (293), $b \propto \frac{\sqrt{H}}{N} \dots\dots\dots(293 a)$

因 V 亦與 \sqrt{H} 成正比例, 故

$$V \sin \alpha \propto \sqrt{H} \dots\dots\dots(293 b)$$

流過水車之水量 $Q =$ 流入口之面積 \times 流入速度

$$= \pi D^2 \times V \sin \alpha \dots\dots\dots(293 c)$$

將公式 (293), (293 a), (293 b) 之值, 代入 (293 c), 則

$$Q \propto \frac{\sqrt{H}}{N} \times \frac{\sqrt{H}}{N} \times \sqrt{H}$$

即 $Q \propto \frac{H^{\frac{3}{2}}}{N^2}$

一秒間內, 流過之水之重量 $W = w \times Q,$

$$W \propto \frac{H^{\frac{3}{2}}}{N^2} \dots\dots\dots(294)$$

水車所發生之馬力 $= \frac{WH}{75}$

故由公式 (294), $P \propto \frac{H^{\frac{3}{2}}}{N^2} H$ 即 $P \propto \frac{H^{\frac{5}{2}}}{N^2}$,

或 $N \propto \frac{H^{\frac{5}{4}}}{\sqrt{P}}$,

即 $N = k \frac{H^{\frac{5}{4}}}{\sqrt{P}} \dots\dots\dots(294 a)$

公式(294a)之 k ,乃因水車之型式及其級別而變化之常數.若水車在落差1米,發生1馬力時,則 $k=N$,於此狀態之 k 之值,即爲水車之特有回轉數,用 N_s 表之.故

$k = N_s$

$N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{\frac{5}{4}}}$ (294b)

1.H.P. 1米H

由上述之特有回轉數,將水車之型區別之,則如次:

<u>伯耳通水車</u>	$N_s = 3$ 乃至 10 (英 制) 13 乃至 40 (米 制)						
<u>佛蘭希氏水車</u>	<table style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;"> <tr> <td style="padding: 5px;">低速, $N_s = 15$ 乃至 25 (英 制)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">70 乃至 100 (米 制)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">正規, $N_s = 30$ 乃至 45 (英 制)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">150 乃至 200 (米 制)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">高速, $N_s = 55$ 乃至 80 (英 制)</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">250 乃至 350 (米 制)</td> </tr> </table>	低速, $N_s = 15$ 乃至 25 (英 制)	70 乃至 100 (米 制)	正規, $N_s = 30$ 乃至 45 (英 制)	150 乃至 200 (米 制)	高速, $N_s = 55$ 乃至 80 (英 制)	250 乃至 350 (米 制)
低速, $N_s = 15$ 乃至 25 (英 制)							
70 乃至 100 (米 制)							
正規, $N_s = 30$ 乃至 45 (英 制)							
150 乃至 200 (米 制)							
高速, $N_s = 55$ 乃至 80 (英 制)							
250 乃至 350 (米 制)							
<u>推進式水車</u>	$N_s = 80$ 乃至 225 (英 制) 350 乃至 1000 (米 制)						

若所與之落差一定,當其以規定速度,發生所要之馬力時,則應採用何種型式之水車,方爲適宜?即首先用公式(294b),計算特有回轉數,以之判斷其型式及級別.故所謂高速或低速者,非指實際之回轉數 N 之高低而言,實指特有回轉數 N_s 之高低而言者也.伯耳通水車之實際回轉數,較推進

式水車爲大，然而稱爲低速車。如圖 185 (c) 所示之推進式水車，一般稱爲高速車者，其理即在此。

圖 185，乃表示佛蘭希氏水車，及推進式水車。在同一落差之下，發生同一馬力時之大小之比較，及表示其特有回轉數之相異。

〔例 1〕 落差 13.5 米，得採用水車之特有回

轉數，其最大限爲 350。設於此落差之下，欲發生 15000 馬力，回轉數爲 150 r. p. m，則需要幾臺水車？

〔解〕 由公式 (294 b)

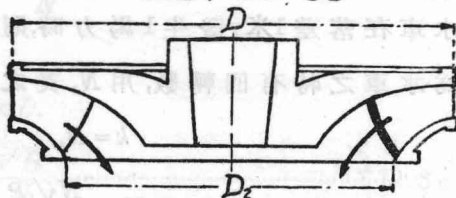
$$N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{\frac{5}{4}}}$$

$$350 = \frac{150\sqrt{P}}{13.5^{\frac{5}{4}}}$$

$$\therefore P = 3600 \text{ (1 臺之出力)}$$

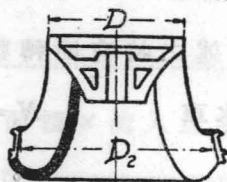
故 所要水車之臺數 = $\frac{15000}{3600} = 5$ 臺。

(a) 低速車 $N_s = 95$



高速車 $N_s = 356.8$

(b)



超高速車 $N_s = 682.4$

(c)



圖 185

【例 2】有一直徑 0.3 米之 model 水車，回轉數為 900 r. p. m. $\frac{1}{2}$ 開瓣，落差 19.2 米，最高效率為 82%，出力為 38.95 制動馬力。假設用幾何學的相似形之水車，於落差 24.3 米， $\frac{1}{2}$ 開瓣，能得 500 制動馬力，則水車之直徑及 r. p. m. 如何？

【解】假定所求之水車之效率，與 model 水車之效率相同，則利用特有回轉數之公式：

$$N = k \cdot \frac{H^{\frac{5}{4}}}{\sqrt{P}}$$

$$k = \frac{N\sqrt{P}}{H^{\frac{5}{4}}} = \frac{900\sqrt{38.95}}{19.2^{\frac{5}{4}}} = 139.75$$

在相似形水車， k 之值為同值，故可由此 k 之值以求回轉數。

$$N = 139.75 \times \frac{24.3^{\frac{5}{4}}}{\sqrt{500}} = 189.7 \text{ 或 } 200 \text{ r. p. m.}$$

而 $u \propto \pi DN$ ，亦與 \sqrt{H} 成正比例，

故 $u = \frac{\pi DN}{60}$

或 $u = C\sqrt{H}$

$$D = C \frac{\sqrt{H}}{N}$$

$$\therefore C = \frac{DN}{\sqrt{H}} = \frac{0.3 \times 900}{\sqrt{19.2}} = 61.62$$

$$\therefore D = 61.62 \frac{\sqrt{24.3}}{200} = 1.52 \text{ 米.}$$

單位轉速 $n = \frac{60}{\pi D} \cdot \frac{u}{\sqrt{H}}$

$n = \frac{60}{\pi \cdot 1.52} \cdot \frac{4.43 \times 5}{3.14 \times 200}$

$n = 45.38 \text{ r.p.m.}$

$n = \frac{60}{\pi D} \cdot \frac{u}{\sqrt{H}}$

$D = \frac{60}{\pi n} \cdot \frac{u}{\sqrt{H}}$

問 題

(125) 足供利用之水量為 285 每秒立方米，落差為 7.5 米。若水車之效率常能保持其為 85%，則試求下列二項：(a) 用水車二臺，可否使其回轉速度在 50 每分鐘轉數以上？但特有回轉數為 350。(b) 水車之直徑幾何？但 $\phi = 0.85$ 。

(126) 回轉數為 514 每分鐘轉數。於落差 187.5 米之下，欲發生 6000 馬力，試決定水車之型式。若欲發生 900 馬力，則又當為何種型式？

(127) 於落差 43.2 米，欲發生 625 馬力，若使用伯耳通水車，效率不致降在普通效率以下，則試求下列四項：(a) 其最高速度幾何？(b) 伯耳通水車之直徑，大概如何？(c) 若使用反動水車，則其最低速度如何？(d) 若令 $\phi = 0.6$ ，則其直徑如何？

第十七章

離心唧筒

141. 離心唧筒之作用.

反動水車,係由其上方受水,水車即因其流出水之反動力而回轉,已如前章所述,至離心唧筒,其使用動作,恰與反動水車相反,即以其他之動力,在水中回轉輪葉[在唧筒則謂之曰唧輪 (impellor)],則在中之水,因輪葉之回轉,即向外

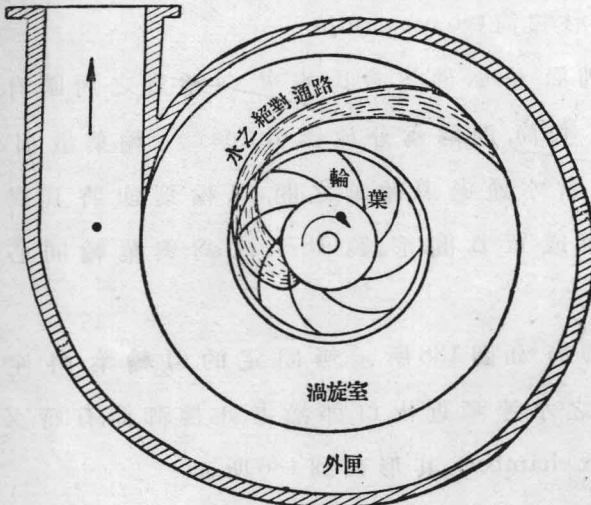


圖 186

部飛出，故名之曰離心唧筒。

離心唧筒之構造，簡單述之，則如圖 186 所示。葉輪在外匣內回轉，水由中央部入葉輪內，然後輻射外向流出，入於葉輪周圍之外匣，由此，即流出外部。當水通過葉輪內，其間之水之能力，即被葉輪接受，變成勢能及動能。雖然，由葉輪流出之水，其速度相當迅速，因而損失亦大，遂有變為壓力能力之必要。故在此處必備有充分廣大之外匣，渦旋室或導輪葉等，方足濟事。

142. 離心唧筒之分類。

離心唧筒，大約可分為次之二類：

1. 輪機唧筒 (turbine pump).
2. 螺形唧筒 (volute pump).

輪機唧筒，恰如佛蘭希氏水車。在輪葉之周圍，有固定的導輪葉 [在唧筒，則稱為分流器 (diffuser)]。輪葉散出之外，速度甚高。故當水通過導輪葉之間，導輪葉即將其動能，變為勢能。外匣或單為圓形 (圖 187)，或為與葉輪同心之渦旋形。

螺形唧筒，如圖 188 所示，無固定的導輪葉，外匣為渦旋形，其內部之水速漸近出口即漸遲。此種唧筒，有時又附以渦旋室 (vortex chamber)，其形如圖 186 所示。

143. 葉輪。

離心唧筒之心臟部，為葉輪。葉輪有種種之構造，各因其

目的而異其形,如圖 189 所示.然大別之,可分為二種:一為開放葉輪,有多數之輪葉,安置於中央之圓形殼上,外輪完全露出,只在兩個固定側壁之間回轉.其二,則為全被包圍之葉輪於全被包圍之兩個圓盤之間,安置輪葉.此輪葉與圓盤共同回轉,水即在其間流通.

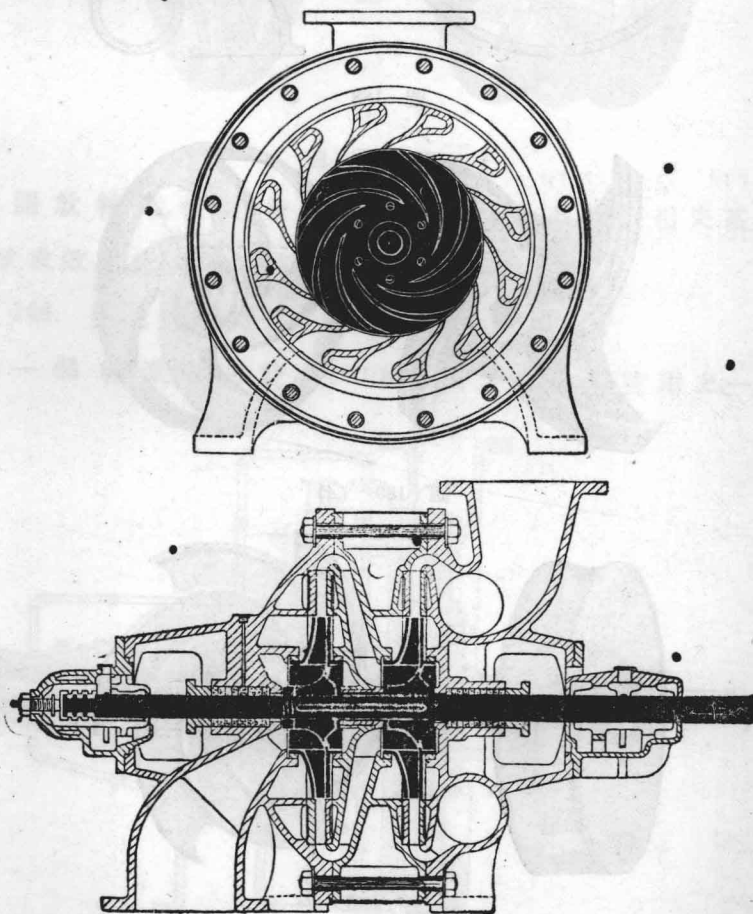


圖 187

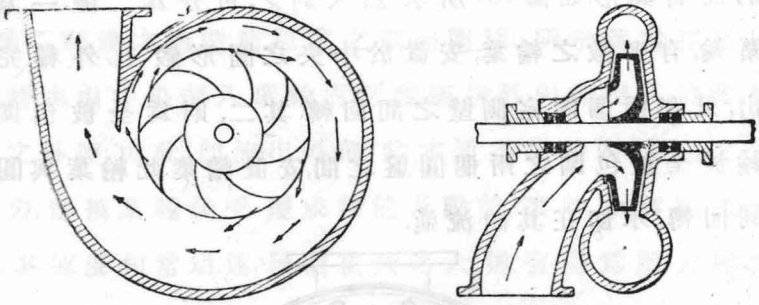


圖 188



圖 189 (A)

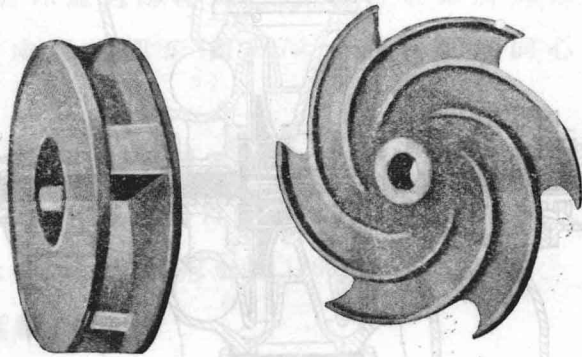


圖 189 (B)

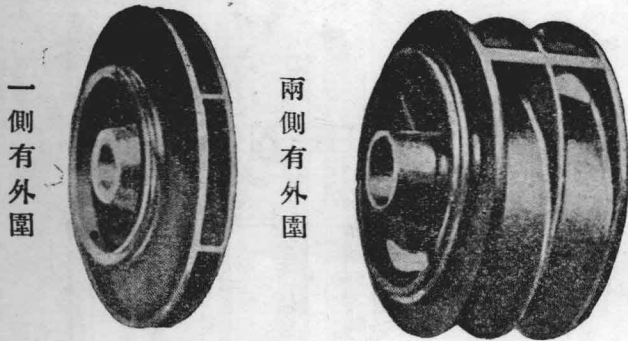


圖 189 (C)

開放輪葉，較之全被包圍之輪葉，其摩擦損失甚大，故欲求效率良好之唧筒，其輪葉宜全部包圍。

144. 多段式唧筒

一個輪葉，固可發生100米左右之水頭，但實用上，一個

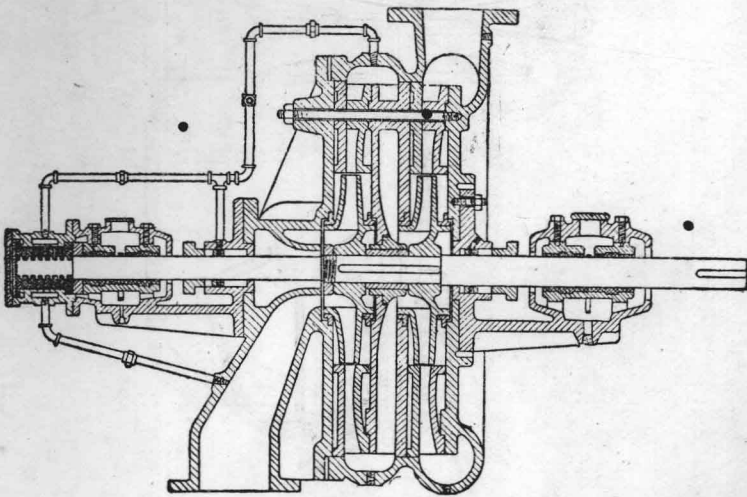


圖 190

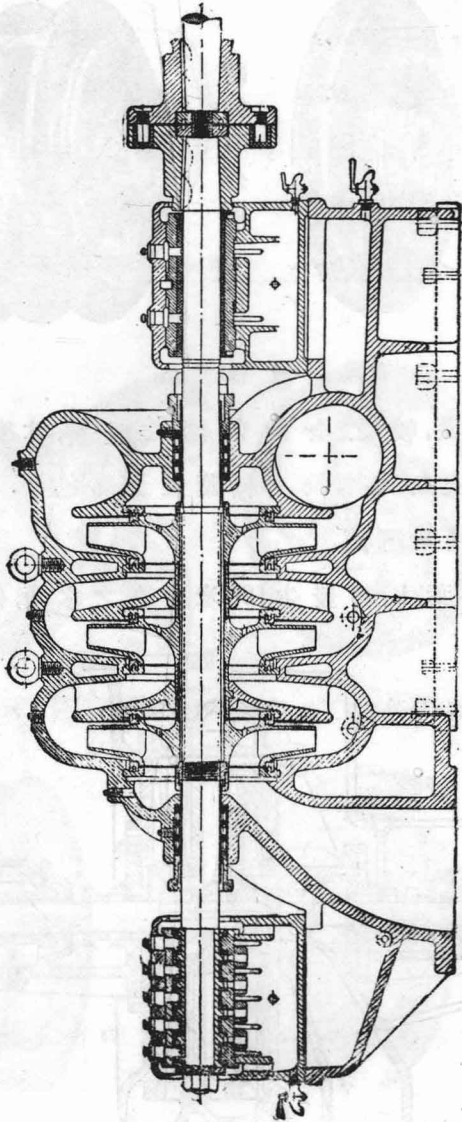
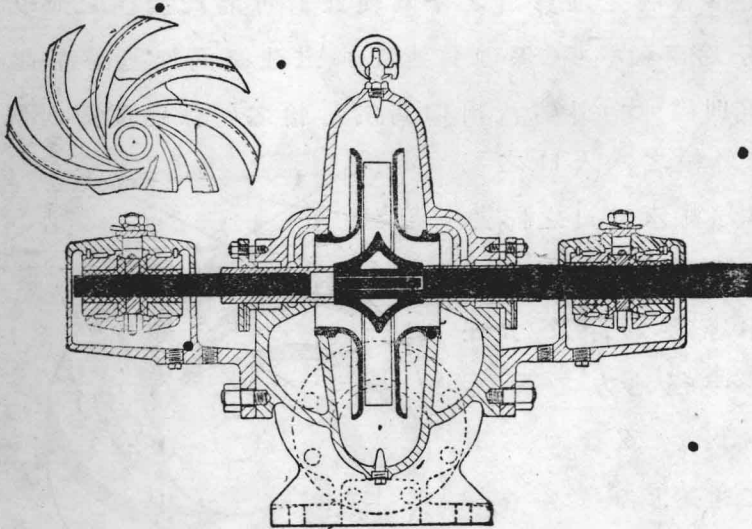


圖 191

葉輪，所發生之水頭，難超過 30 米乃至 60 米以上。故欲揚水超過此限度時，在一個軸上，須安置數個葉輪使水由一個葉輪，順次流入他之葉輪，如此之構造，稱之曰多段式唧筒。各葉輪發生同量之水頭。圖 190 所示者，為輪機唧筒。圖 191 所示者，為多段式螺形唧筒。

單一葉輪之唧筒，有片面吸入式及兩面吸入式兩種。兩面吸入式云者，水由葉輪之兩側流入。因流水之方向變化，所設之車軸之端押，兩方皆平衡（圖 192）。



192

片面吸入式，則車軸之端押，或在軸承上，施機械的平衡，或利用壓力水，由流體平衡之方法，使保其平衡。於多段式唧筒水之流入輪葉之方向，互不相同，大有妨礙車軸之端押。

145. 在葉輪內所發生之壓力.

唧筒內所發生之壓力水頭,不可不與唧筒之揚水高度及其摩擦損失水頭之和相等,若唧筒無旋回室或無固定導輪葉時,則排出水之動能,全部皆消滅無餘.所有之壓力水頭,僅在葉輪內發生而已.然若其動能,在外匣內或導輪葉內變成壓力水頭時,則應增加與此相等之壓力水頭.

於葉輪內當水之流動之間,其所發生之壓力水頭,可應用伯魯利定理算出之.今為便宜計,可將此發生之壓力水頭,分為兩種:一種係因角速度 ω 之強制渦旋運動而起,他一種,則因水向外方流出,即對於葉輪之關係速度而起.假設1為葉輪之水入口之記號,2為其水出口之記號,葉輪之內圓周及外圓周之半徑,各為 r_1 及 r_2 ,在此等半徑地方之壓力,各為 p_1, p_2 又設 ω 為葉輪之角速度, u_1 及 u_2 各為葉輪之水入口及水出口之圓周的切線速度,如圖193所示,則 $u_1 = r_1\omega$ 及

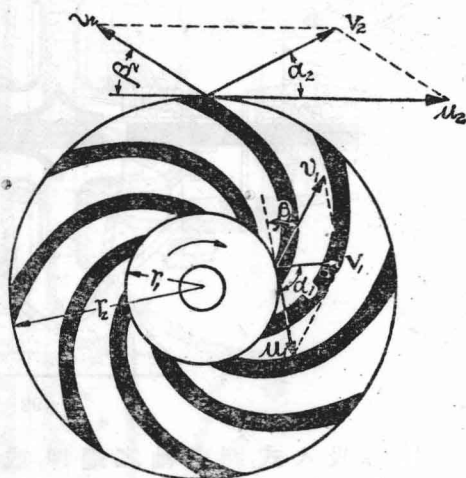


圖 193

$u_2 = r_2\omega$, 由伯魯利之公式,僅因回轉所生之壓力水頭如次:

$$\frac{p_1}{w} - \frac{\omega^2 r_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} - \frac{\omega^2 r_2^2}{2g}$$

設僅因回轉所生之壓力之變化為 p_r , 則 $p_r = p_2 - p_1$,

$$\frac{p_r}{w} = \frac{p_2 - p_1}{w} = \frac{\omega^2}{2g}(r_2^2 - r_1^2) = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$$

上式 $\frac{p_r}{w}$, 一般又稱之為離心水頭

由同樣之理論, 水僅向外方流去所生之壓力水頭之變化如次:

$$\frac{p'_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p'_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g}$$

故

$$\frac{p'_2 - p'_1}{w} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

若係輻射的流入, 則 $\alpha_1 = 90^\circ$, 故 $v_1^2 = V_1^2 + u_1^2$. 設此時之水入口及水出口之壓力之差為 p_f , 則

$$p_f = p'_2 - p'_1,$$

$$\frac{p_f}{w} = \frac{p'_2 - p'_1}{w} = \frac{V_1^2 + u_1^2 - v_2^2}{2g}$$

葉輪之水入口及水出口之壓力水頭之總差如次:

$$\frac{p_r + p_f}{w} = \frac{V_1^2 + u_1^2 - v_2^2 + u_2^2 - u_1^2}{2g} = \frac{V_1^2 + u_2^2 - v_2^2}{2g} \dots \dots \dots (306)$$

146. 在導輪葉內所發生之壓力

因葉輪所發生之動能, 用適當的導輪葉, 可將其動能之一部, 變為勢能, 表此壓力水頭之公式如次, 即

$$k \frac{V_2^2}{2g} \dots \dots \dots (307)$$

此 k 之值,在有固定導輪葉之輪機唧筒為 0.75,在有螺旋室者,則為 0.6 之上下。

147. 發生之壓力水頭之一般公式.

公式 (306) 及 (307) 之水頭之總和,即為所發生之壓力水頭.故

$$H = \frac{kV_2^2 + V_1^2 + u_2^2 - v_2^2}{2g} \dots\dots\dots(307a)$$

當應用此公式時,須如次區別思考之,即

$$\frac{V_1^2}{2g} = \text{在葉輪之水入口處之速度水頭,}$$

$$\frac{u_2^2 - v_2^2}{2g} = \text{在葉輪內所發生之水頭,}$$

$$\frac{kV_2^2}{2g} = \text{在導輪葉或外匣內所發生之水頭.}$$

148. 離心唧筒之性能.

離心唧筒其損失之最大原因,為排出水之動能.此動能務使其小,且使其回復便利,則對於效率之增高,最為有效.此排出水之輻射方向之速度,欲使其小時,則將葉輪之輪葉的形狀,向後方彎曲之可也.即使其排出水之角度比 90° 小可也.然水之關係速度,與輪葉之水出口之圓周速度之方向,彼此相反,故排出水之絕對速度,自行減少.此理由如圖 194 之向量圖所示.此圖係表示絕對速度 V_2 ,對於同一之圓周速度 u_2 及輻射速度 $v_2 \sin \beta_2$,因其葉輪之尖端之彎曲如何,即當如何增減.在普通之情形, β_2 之值平均在 20° 乃

至 30° 左右。如上所述，因輪葉之形狀不同，唧筒亦異其性能，今分為三種考之。即將各唧筒之速度，保持均一而考察其性能可也。一為表示水量與揚水高度之關係之曲線，次為表示水量與馬力之關係之曲線，最後為表示水量與效率之關係之曲線。此三者之中，最初之曲線，即表示水量與揚水高度之關係之曲線，特稱為唧筒之性能曲線。

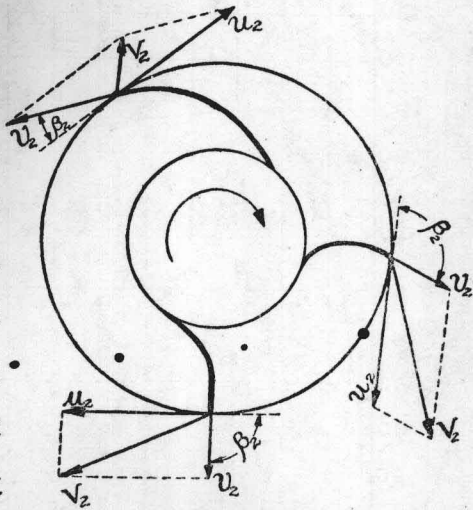


圖 194

149. 上昇及下降性能.

上昇性能云者，因水量加多，揚水之高度亦增大，因而動力曲線亦上昇，參觀圖 195 自明。輪葉之末端，向前方彎曲者，大抵有此特性。揚水之高度，大約一定排出之水量有變化。例如使用於升降機之唧筒，輪葉是輻射的，即對於圓周切線， β_2 將近 80° 。如此之唧筒，雖揚程只有極少之變化，而水量亦有增減。又用於運河或修船渠用之向上吸水唧筒，當其揚水之高度低下時，則水量激增，有短縮吸上時間之便利。若向輪葉之後方有下降性能之唧筒，則其動力曲線亦下降。有如

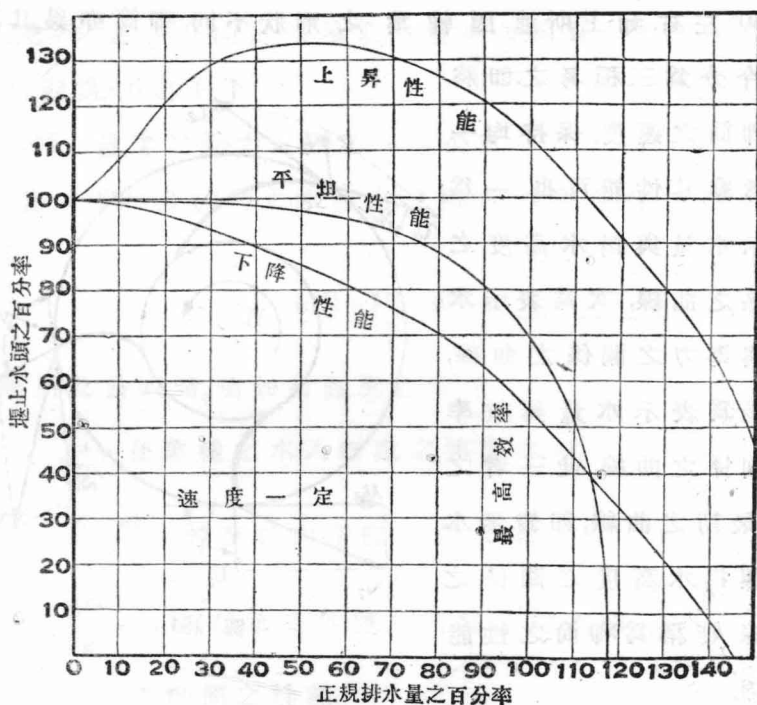


圖 195

此性能之唧筒，雖負擔相當過重之負載，原動機亦決無燒壞等情事發生。故輪葉之外端，向後方彎曲者，一般用之最廣；若輪葉向前方彎曲，或為輻射型者，雖速度稍微減低，亦完全不能將水吸上，此點頗屬不便。至有下降性能之唧筒則不然，對於速度之變化，亦有相當之餘裕。故對於揚水高度有變化之灌溉用唧筒，或對於凝結器內所用之揚程甚低之唧筒，皆非具有下降性能不可。蓋具有下降性能之唧筒，雖速度甚小，亦能運轉，且其效率亦不因速度減少，而激急減低。

然上昇或下降性能,不必一定因輪葉之形狀而決定.惟其形狀對於唧筒之性能,有甚大之關係,前已詳述之矣.但性能得由公式(307 a)求出之.

150. 因唧筒所生之揚水高度.

以上所述之唧筒之性能,若由公式驗之,更覺明瞭.今假設由唧筒所發生之全揚水高,單就輪葉以及外匣內所發生之水頭而考之.且在水入口處,水所有之速度 V_1 ,不因水車之設計而有變化,得省略之,則由公式(307 a),知

$$H = \frac{kV_2^2 + u_2^2 - v_2^2}{2g}$$

又由向量線圖,因 $V_2^2 = u_2^2 + v_2^2 - 2u_2v_2\cos\beta_2$.

在理想的唧筒,所有之速度水頭 $\frac{V_2^2}{2g}$,皆可變為壓力水頭,

則 $k=1$,

$$\therefore H = \frac{u_2^2 - u_2v_2\cos\beta_2}{g} \dots\dots\dots (310)$$

當其以一定之速度回轉時, u_2 亦為一定.又當輪葉之輪葉,向前方彎曲時,則 β_2 大於 90° .故 $\cos\beta_2$ 為負. v_2 之值,因 H 之增大而增加,即因揚水高增大,水量亦從而增加.

於輻射型輪葉, $\beta_2 = 90^\circ$,故 $\cos\beta_2 = 0$, $H = \frac{u_2^2}{g}$,即對於一切之揚水量,其揚水高皆不變.當輪葉向後方彎曲時,則 β_2 比 90° 小,故 $\cos\beta_2$ 之值為正.若揚水高低下,則揚水量即增加.

此關係是以理想的情形為基準.由此即可說明性能變化之大概情形.

離心唧筒，得將排水瓣閉鎖，使之運轉，并無何種危險發生。此時之揚水高，稱為堰止水頭 (shut-off head 或 head of impending delivery)，此時之壓力水頭，可應用第 23 節之理論求得之。

若水在密閉器中，被輪葉攪拌回轉，則其壓力在中央部分最少，由中央而至周圍，即漸次增加。假設 u_2 為輪葉之圓周上之速度，則 $\frac{p_2 - p_1}{w} = \frac{u_2^2}{2g}$ ，然實際上，因種種原因，其值如次：

$$\text{堰止水頭} = (0.85 \text{ 乃至 } 1.10) \frac{u_2^2}{2g} \dots\dots\dots (311)$$

於下降性能唧筒，當其活瓣打開，則揚水高亦降下，故堰止水頭，即為其唧筒之最高揚程。於上昇性能唧筒，若將其排水瓣打開，其揚程亦當然增加。惟吸水管及排水管中之摩擦損失阻力，占全揚程之大部分。因此，其揚程鮮有較堰止水頭為高者。故於此種唧筒，其開瓣中之最高揚程，縱較堰止水頭為低，亦能行充分滿足之運轉。若在導水管短，摩擦阻力又小之時，則上昇性能唧筒，有過重負載 (over load) 之虞。故當其開始運轉之際，將活瓣閉鎖，候其已經運轉，然後漸次將活瓣打開。如此，則當其到達規定之運轉狀態為止，決無有燒壞原動機之情事發生。

151. 揚程之測定.

唧筒之所能工作之全揚程，已如第 113 節所述，而唧筒所發生之揚水高，又如第 150 節所述。然實際測定唧筒所能工作

之揚程時，則只視察安置於唧筒之吸上管及排水管之壓力計可也。茲特就圖 196 說明之。

設吸上管之上端，即在唧筒之水入口處，用 s 表之，排出管之開始排水處，用 d 表之，則唧筒所發生之全揚程 H_a 如次：

$$H_a = H_d - H_s,$$

然

$$H_d = \frac{p_d}{w} + Z_d + \frac{V_d^2}{2g},$$

$$H_s = \frac{p_s}{w} + Z_s + \frac{V_s^2}{2g},$$

故

$$H_a = \left(\frac{p_d}{w} - \frac{p_s}{w} \right) + (Z_d - Z_s) + \left(\frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} \right) \dots (312)$$

一般，唧筒之水入口處之水壓 p_s ，在大氣壓以下為負數，

若吸上管及排水管之直徑相同時，則 $\frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} = 0$ 。若兩壓力計：

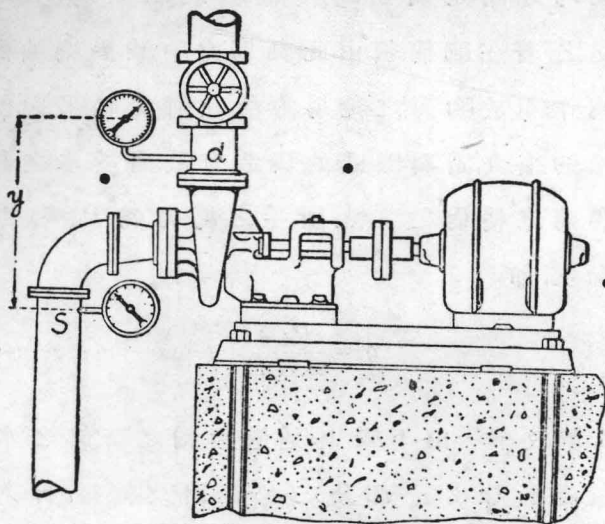


圖 196

在圖示之位置時，則兩壓力計之中心之垂直距離為 $(Z_a - Z_s)$ 。

152. 效率.

唧筒之效率，便宜上，可分為機械效率，水量效率，水力效率 (hydraulic efficiency) 水頭效率 (manometric efficiency) 及全效率各種。

(a) 機械效率. 回轉唧筒之葉輪所要之工作，較之有效的回轉其葉輪之工作為大。即由原動機傳達於軸之能力，首先被軸承或填物匣等之機械的摩擦所消費，其所餘者，始能有效的回轉葉輪。由原動機所給與回轉葉輪之軸之全工作，若用馬力表之者，特稱之曰軸馬力 (shaft horse power) 若在水車，此馬力固足為回轉發電機之制動馬力 (brake horse power)；反之，若在唧筒，須由此軸馬力中減去機械的損失，所餘者，始為作用於唧筒之純馬力。故在唧筒，軸馬力，即為制動馬力。機械的損失，固與機械的構造有關，對於水之動作無關。今設因唧筒之輪葉之回轉，所生之馬力為 $P_{H.P.}$ ，則其機械效率 η_e 如次，即

$$\eta_e = \frac{P_{H.P.}}{B.H.P.} \dots\dots\dots (313)$$

(b) 水量效率. 由下吸上，通過葉輪之全部之水，非完全由排水管悉行吐出。一部分之水，流出葉輪後，再入軸承，復被吸入，其他則盡屬漏泄。今設漏泄之水量為 q ，則有效水量

Q. 應較唧筒所吸取之全水量 $Q+q$ 爲小. 故水量效率 η_v , 得如次表之, 即

$$\eta_v = \frac{Q}{Q+q} \dots\dots\dots (313a)$$

因唧筒之構造及葉輪之摩擦等, 所漏泄之水, 固足以左右水量效率. 至其他之接觸部, 或填物匣等, 對於水量效率, 亦有極大之關係.

(c) 水頭效率. 因葉輪回轉所生之能 (energy), 要較水所得之能爲大, 其所大之數, 恰與葉輪及外匣內之水之摩擦所消費之能相等. 今設 H_a 爲實際之水所得之水頭, h' 爲在葉輪內之損失水頭, 則水頭效率 η_m 如次:

$$\eta_m = \frac{H_a}{H_a+h'} \dots\dots\dots (314)$$

但 H_a+h' , 在理想的情形, 如公式 (310) 所示, 與 $\frac{u_2^2 - u_2 v_2 \cos \beta_2}{g}$ 相等. 故公式 (314) 得變形如次:

$$\eta_m = \frac{H_a}{\frac{u_2^2 - u_2 v_2 \cos \beta_2}{g}} \dots\dots\dots (314a)$$

(d) 水力效率. 設實際流出唧筒之水量爲 Q , 其揚程爲 H_a , 則 $\frac{wQH_a}{75}$ 爲水馬力, 用 $W_{H.P.}$ 表之. 故水力效率, 即爲 $W_{H.P.}$ 與 $P_{H.P.}$ 之比. 若設水力效率爲 η_h 則 η_h 得如次表之, 即

$$\eta_h = \frac{W_{H.P.}}{P_{H.P.}}$$

然於 $P_{H.P.}$ 中, 非特將實際之排水 Q 昇至 $\frac{H_a}{\eta_m}$ 度之高而已.

又不可不將漏泄之水量 q , 昇至 H' 之高度, 故 η_h 當如次式表之, 即

$$\eta_h = \frac{QH_a}{Q\frac{H_a}{\eta_m} + qH'} \dots\dots\dots (314 b)$$

上式之 H' 欲實際測定, 固屬困難, 但事實上, 係通過輪葉之水量. 故由輪葉之作用, 當給與以多少之水頭. 又因 q 較普通之 Q 極小, 若將 qH' 省略之, 則 $\eta_h = \eta_m$, 故一般將 η_h 與 η_m 混同視之者頗多.

(e) 全效率. 唧筒之全效率, 為以上所述之諸效率之積. 茲用 η 表之, 則

$$\eta = \eta_e \times \eta_h \times \eta_m$$

又全效率 η , 當然與 $W_{H.P.}$ 及 $B.H.P.$ 之比相等,

即

$$\eta = \frac{W_{H.P.}}{B.H.P.}$$

153. 因速度變化所生之影響.

某唧筒所發生之水頭, 大概與速度之自乘成正比例. 故變換唧筒之速度, 得在水頭相異之處運轉之.

唧筒實際揚水之高, 與管中之摩擦損失水頭之比, 應其速度之大小而變化. 若揚水之高較低, 而因唧筒所發生之水頭, 又幾乎完全被摩擦損失所消費時, 則其揚水量, 大概與速度直接成比例. 此時之馬力, 則與速度之三乘成比例. 然若管中之摩擦損失少, 唧筒所發生之水頭, 又幾乎完全用於實際之揚程時, 則一切速度之增減, 即能影響揚水量之增減, 較之

馬力之增減特速. 如圖 197 所示, 以同一之唧筒, 在三種相異速度之下運轉, 其性能皆各不相同.

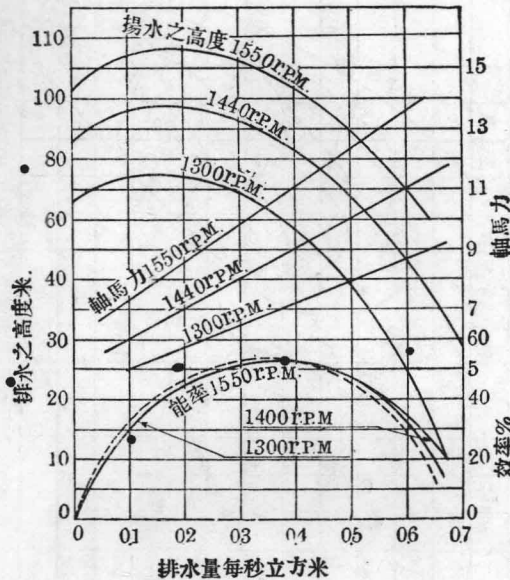


圖 197

154. 唧筒之性能曲線

離心唧筒之原動機, 普通為同步電動機 (synchronous motor), 在同一軸上直接運轉, 故速度之變化, 僅因極少之電壓變化及原動機之退移 (slip) 而起, 即認為速度一定亦可.

在任意的一定速度之下運轉, 流量由零至最大, 唧筒所工作之水頭之變化情形, 則如圖 197 及圖 198 所示. 此等曲線, 稱為唧筒之性能曲線. 且此兩圖, 普通又可表示所要之軸馬力及效率. 以最少之軸馬力, 可望得最高之效率. 故在正規運

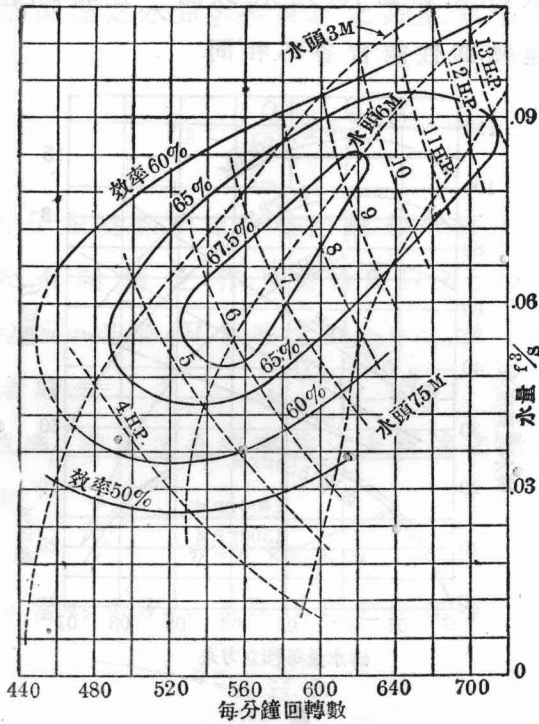


圖 198

轉時,所發生之水頭及水量,不可不與此最高效率相接近而接近之.

又唧筒所發生之水頭及排水量,縱與正規之狀態相差,亦不可不繼續運轉,此乃實際上所屢起之問題.在如此之情形,對於速度,馬力及效率,固應予以多大之影響.但由性能曲線,可知其運轉之狀態.故唧筒之製造者當首先供給此性能曲線.又在適應於特別條件之角度之葉輪,無論上昇性能,

平坦性能或下降性能等，皆當首先供給之。如此，則可得各應其目的之唧筒。

155. 離心唧筒之使用範圍

離心唧筒，與活塞唧筒 (piston pump) 不同，在圓筒內，無活瓣等之裝置，故有處置一切流體之便。清淨之水，固無論矣。即重油，或與水混合之紙漿 (pulp)，或醬油之原質，皆可使用離心唧筒處理之。至於浚渫含有砂泥及小石等之水底，尤非用此離心唧筒不可。即凡其他唧筒所不能處理者，離心唧筒，皆能為之。然當其處理較水之黏性強大之流體時，則其所要之動力，當比較處理純水時為大，故不免有效率之低下。

關於揚水高，離心唧筒，自1米以下起，至百米止之揚程，皆可適用，普通製造600米之揚水高者較多。

又揚水量，自極少之水量起，皆可隨便製造，即以回轉數77.5每分鐘轉數。一秒間吸上9立方米，或一日24時間內，吸上734400立方米之大容量唧筒，現今亦有使用之者。

最大馬力之唧筒，為意大利 Sulzer Bros 工場所製造。一段唧筒之回轉數為100每分鐘轉數，揚程200米，效率81%，一分鐘吸上之水量為435立方米，水馬力為3340 H. P. 運轉此唧筒之原動機之馬力為4492 H. P.，然大概之唧筒，其動力皆在500馬力以下。

離心唧筒之發達，有待於原動機之進步者甚大。若無適當之原動機，則恐無今日之如是其發達。如高速度回轉之離

心唧筒若無今日之電動機或蒸汽輪機之發達，則決不能致於有用。然其回轉速度，由 630 乃至 3000 每分鐘轉數者，最為普通。現今最高之記錄，則有至 20000 每分鐘轉數者。

關於高揚程一段唧筒，其能力自感不足。故皆用多段式唧筒以處理之。就一段言，其設計大概在 30 米乃至 60 米之間，如此製成多段式，其揚程當能增高。現今曾有製造十二段唧筒者，其揚程之高，可想見矣。

通常用葉輪之水入口之平均直徑，以表水車之大。至於離心唧筒，則用排水管之直徑以表之。公稱水頭及揚水量者，係指在規定速度之際，所得之最高效率之值，一般稱之為常規揚水量。

〔例 1〕 離心唧筒之葉輪之直徑為 50.8 釐米，回轉數為 520 每分鐘轉數。一分間之揚水量為 7.701 立方米，揚水高為 8.53 米，水在葉輪之入口，并無何等衝突，極安靜的，流入葉輪內，葉輪之入口之直徑為 25.4 釐米，其水之通路之面積，無論入口或出口，皆同為 0.09 平方米，輪葉 45° 向後方彎曲，求解答次之諸問題：

(a) 水頭效率，(b) 輪葉之水入口之角度，(c) 當回轉數不變時，若水量減半，則在入口處，有幾許之損失水頭？

〔解〕 由圖 193 之速度向量三角形，

$$u_2 = \pi d_2 \frac{N}{60} = \pi \times \frac{520}{60} \times 0.0508 = 13.83 \text{ 每秒米,}$$

$$u_1 = u_2 \times \frac{0.254}{0.508} = 6.915 \text{ 每秒米,}$$

$$V_1 = V_2 \sin \alpha = \frac{\text{每秒之流量}}{\text{流路之面積}} = \frac{7.701}{60 \times 0.06} = 2.13 \text{ 每秒米,}$$

$$V_2 \cos \alpha_2 = u_2 - \frac{V_2 \sin \alpha_2}{\tan 45^\circ} = 13.83 - 2.13 = 11.7 \text{ 每秒米.}$$

$$\begin{aligned} \text{(a) 1 仟克之水所給與之工作} &= \frac{V^2 \cos \alpha_2 \times u_2}{g} \\ &= \frac{11.7 \times 13.83}{9.81} = 16.5 \text{ 仟克米,} \end{aligned}$$

$$\text{水頭效率} = \frac{\text{外見之揚水高}}{\text{理論的工作水頭}} = \frac{8.53}{16.5} = 51.7\%.$$

(b) 由水入口處之速度三角形,

$$\tan \beta_1 = \frac{V_1}{u_1} = \frac{2.13}{6.915} = 0.308, \beta_1 = 17.1^\circ.$$

(c) 圖 199 之 abd 為用唧筒之規定速度運轉時, 水入口之速度三角形。然 $V_1 = bd - bc$, 則 ac 不能不為關係速度, 因角度 β_1 及速度 u_1 不變, 則在水入口處所起之速度之損失, 僅為 ae 而已。

因衝突損失, 與此速度變化之自乘成比例。故當速度減半時, 其損失水頭如次:

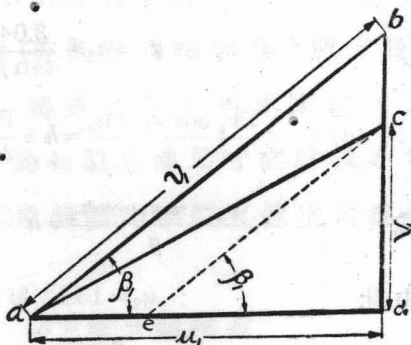


圖 199

$$\begin{aligned} \text{在入口處之損失水頭} &= \frac{\left(u_1 - \frac{V_1}{\tan \beta_1}\right)^2}{2g} = \frac{6.915 - 1.065}{2g} \\ &= 0.298 \text{ 米.} \end{aligned}$$

〔例2〕由水井吸水到水槽，其高為15.24米，唧筒安置於水井之水面上1.524米之處，由排水管流出之流速 $V_d = 1.524$ 每秒米，由輪葉流出之水之輻射速度 $v_2 \sin \alpha_2 = 3.048$ 每秒米，葉輪之水出口之圓周的回轉方向之切線與葉輪之水出口所成之角度為 120° 。假設水是輻射的向葉輪流入，求解答次之諸問題：

(a) 在葉輪之水出口處之速度，(b) 葉輪之水出口處之壓力水頭，(c) 葉輪之水出口處之速度水頭，(d) 固定導輪葉之角度。

$$\text{〔解〕 全揚水高} = 15.24 + \frac{V_d^2}{2g} = 15.36 \text{ 米.}$$

由速度三角形， $\beta_2 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$,

$$v_2 \cos \alpha_2 = u_2 - \frac{3.048}{\tan \beta_2} = u_2 - 1.817.$$

$$(a) \quad \frac{v_2 \cos \alpha_2 \times u_2}{g} = h + \frac{V_d^2}{2g}$$

$$\text{或} \quad \frac{v_2 - u_2 v_2 \cos \alpha_2}{g} = h + \frac{V_d^2}{2g} = 15.36.$$

由此 $u_2 = 13.18$ 每秒米。

$$(b) \quad v_2 \cos \alpha_2 = u_2 - \frac{3.048}{\tan \beta_2} = 13.18 - 1.817 = 11.36 \text{ 每秒米,}$$

$$V_2 = \sqrt{(v_2 \cos \alpha_2)^2 + (v_2 \sin \alpha_2)^2}$$

$$= \sqrt{11.36^2 + 3.048^2} = 11.83 \text{ 每秒米.}$$

應用伯魯利定理於葉輪之出口及排水管之入口,取基準面於唧筒之中心,則

$$\frac{p_2}{W} = \frac{V_2^2}{2g} = 15.24 + \frac{V_d^2}{2g} - 1.524,$$

$$\frac{p_2}{W} = 15.24 + 0.17 - 1.524 - \frac{11.83^2}{2g} = 6.7 \text{ 米.}$$

$$(c) \quad \frac{V_2^2}{2g} = \frac{11.83^2}{2g} = 7.133 \text{ 米.}$$

(d) 固定導輪葉之輪葉,不可不與迴轉輪葉之出口處之水之絕對速度相平行,即應與 V_2 相平行.故由速度三角形,

$$\tan \alpha_2 = \frac{v_2 \sin \alpha_2}{v_2 \cos \alpha_2} = \frac{3.048}{11.36} = 0.267,$$

$$\therefore \alpha_2 = 15^\circ.$$

156. 特有回轉數.

離心唧筒之特有回轉數云者,即揚水程1米,排水量1立方米時之每秒之速度之謂也(英制則為揚水程1呎,流量1畝時之每分之速度).求特有回轉數之方法,與水車之情形相同,即一切之唧筒,皆幾何學的相似.其他尺寸之增減,亦與葉輪之直徑成比例.又假定速度線圖亦相似,且速度與總揚水高之平方根成比例.

設 d = 葉輪之外徑, N = 每分鐘轉數

N_s = 每分鐘特有回轉數, h = 總揚水高.

Q = 排水量 (每秒立方米), b = 葉輪之高;

則 $b \propto d, u \propto \omega \frac{d}{2}, \omega \propto N;$

$\therefore u \propto Nd, \text{ 或 } d \propto \frac{u}{N}.$

然因 $u \propto \sqrt{h}, \therefore d \propto \frac{\sqrt{h}}{N},$

$Q \propto$ 流路之面積 \times 流速,

即 $Q \propto \pi dbv \sin \alpha.$

然因 $v \sin \alpha \propto \sqrt{h}$

$\therefore Q \propto d^2 \sqrt{h}, \text{ 或 } Q \propto \frac{h}{N^2} \sqrt{h}$

或 $Q \propto \frac{h^{\frac{3}{2}}}{N^2},$

$\therefore N \propto \frac{h^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{Q}},$

即 $N = k \frac{h^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{Q}},$

上式之 k 為定數. 若 $h = 1$ 米, $Q = 1$ 每秒立方米,

則 $N = k = N_s,$

故 $N_s = k = \frac{N\sqrt{Q}}{h^{\frac{3}{4}}}, \dots\dots\dots (321)$

實際, 一段葉輪之 N_s 之值如次:

$N_s = 10$ 乃至 100 (米, 立方米, 每秒式),

$N_s = 25$ 乃至 250 (呎, 立方呎, 每秒式),

$N_s = 500$ 乃至 8000 (呎, 釐, 每分式).

若由計算, N_s 之值, 比 100 較大時, 則需用多段式唧筒。

157. 速度與揚程之關係及輪葉之最小直徑。

欲求某唧筒之最高效率時, 則與水車之情形相同, 速度及流量與揚程之關係, 須為一定, 即

$$u_2 = \phi \sqrt{2gh} \dots\dots\dots (322)$$

$$v_2 = C \sqrt{2gh} \dots\dots\dots (322 a)$$

如在前述之最高效率時, 則普通之唧筒之 ϕ 及 C 之值,

如次:

止堰之時, $\phi = 0.95$ 乃至 1.09.

規定流量之時, $\phi_e = 0.90$ 乃至 1.30.

$C_e = 0.10$ 乃至 0.30.

ϕ_e 之值, 因唧筒之設計而定, 若 β_2 之值小, 則 ϕ_e 之值亦小。

假定輪葉之最小外徑為 d_2 , 最小內徑為 d_1 , 而外徑又為內徑之二倍, 則

$$h' = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}, \quad u_1 = \omega r_1, \quad u_2 = \omega r_2,$$

故
$$h' = \frac{\omega^2}{2g}(r_2^2 - r_1^2), \quad \text{或} \quad h' = \frac{\omega^2}{8g}(d_2^2 - d_1^2)$$

因
$$d_2 = 2d_1$$

$$\therefore h' = \frac{3\omega^2 d_1^2}{32g}$$

$$\therefore d_2 = \frac{10.23}{\omega} \sqrt{h'} \text{ (米),}$$

然

$$\omega = \frac{2\pi N}{60}$$

$$\therefore d_2 = \frac{10.23 \times 60}{2\pi N} \sqrt{h'} = \frac{97.9}{N} \sqrt{h'} \text{ 米.}$$

假定水頭效率為 75%，則實際之揚程，約為全揚程 h 之 0.75 倍。

故
$$d_2 = \frac{130\sqrt{h}}{M} \text{ 米} \dots\dots\dots (323)$$

公式 (323) 所表者，為設計葉輪時所用之最小外徑。若外徑較此值為小，則在常規速度之際，唧筒不能將吸上。

問 題

(128) 離心唧筒之葉輪之外徑為 0.26 米，每分鐘轉數 = 1200。若 $\phi = 1.20$ ，則 h 之值為幾何？

(129) 二段式唧筒之揚程為 67.5 米，回轉數為 1700 每分鐘轉數；若吸上之水量為 0.0122 每秒立方米，則其特有回轉數為幾何？

(130) 欲以回轉數 600 每分鐘轉數之離心唧筒一個，每分鐘吸 28.65 立方米之水，至 6 米之高處，水頭效率 = 75%，由排水管流出之速度水頭甚小。若假定其速度水頭為零，試計算此葉輪之水出口之直徑及其高。設水在葉輪內之速度不變，即常為 3 每秒米，輪葉之水出口，向後方彎曲，與切線所成之角度為 30 度。若葉輪之水入口之直徑，為外徑之 $\frac{1}{2}$ 倍時，則試求水入口之葉輪之角度。

(131) 離心唧筒之葉輪之直徑為 0.8 米，回轉數為 1000 每分鐘轉數。葉輪之輪葉，在其出口是輻射的，其幅為 7.62 釐米，車內之水之輻射速度為 3 每秒米，吸上管及排水管中之速度各為 2.4 每秒米及 1.5 每秒米。若將摩擦損失省略不計，則試計算下列二項：

(a) 唧筒吸水之高。 (b) 唧筒之運轉馬力。

(132) 離心唧筒之葉輪之外徑為 0.6 米，內徑為 0.3 米，每分鐘轉數

$=950$, $\beta_2=35^\circ$, 車中之流動水之輻射速度一定, 常為 1.8 每秒米. 試求水入口處之輪葉之角度, 及水出口處之水速及其方向. 又計算 1 仟克之水, 所給之與工作量為若干?

(133) 離心唧筒之回轉數為 390 每分鐘轉數, 排水量為 0.113 每秒立方米. 若葉輪之內徑為 25.4 釐米, 其幅為 12.7 釐米, 外徑為 53.34 釐米, 其幅為 8.89 釐米, $\beta=28^\circ$, 則此唧筒所能工作之揚水高為幾何? (將一切摩擦損失及輪葉之厚省略之.)

(134) 離心唧筒之葉輪之外徑為 1.2 米, 其圓周速度為 9 每秒米, 水是輻射的流入葉輪內, 在其出口處, 水之輻射速度為 1.5 每秒米, $\beta_2=30^\circ$. 設其吸上之水量為 0.05664 每秒立方米, 則其回轉車軸之力矩 (moment) 為幾何?

(135) 唧筒之葉輪之外徑為 30 釐米, 內徑為 15 釐米, 將水充滿之後, 然後閉鎖排水瓣而回轉之. 設其回轉數為 300 每分鐘轉數, 則在葉輪之外周及其內周之壓力之差為幾何?

第十八章

流體之黏滯阻力

158. 液體之黏滯阻力.

一切之流體，當其在流通之際，各層間有關係的運動發生，即同一流體內之某一層，與其相鄰之他一層之速度不同，或與他物體相接觸之面，其速度有差異時，則恰與兩物體互相摩擦相同，其間亦有一種阻力。此種阻力，係因物理的性質而起，稱為流體之黏滯性 (viscosity)。

流體之黏滯阻力，與固體之切變阻力相當，係與流體之流動方向相反而起之一種分子間的引力作用，無論管中流動之水與管壁間之摩擦，或航行船體與水之阻力，或流體內起渦旋及波浪之原因，皆由此流體之黏滯作用而起。

流體之黏滯阻力，因其流體之黏滯係數 (coefficient of viscosity)，溫度，密度，速度，及其管徑之大小不同，常有變化。包括此等全部之公式，固可適用於一切之流體，即無論液體或氣體，皆可適用。且流體之速度，不問其在臨界速度以上，或在臨界速度以下，又不論一切管徑之大小，或管之材料如何，皆得

一樣的使用此公式

159. 黏滯係數 (coefficient of viscosity)

流體在任意平面上之黏滯阻力，與此流體沿其面上之變形成正比例。故流體之黏滯阻力之大小，隨其與此平面成直角之速度的變化而增減。今如圖 200 於管中流通之流體內任意一點，取座標軸 OX, OY, OZ 。又在 X 軸之方向，假設在流

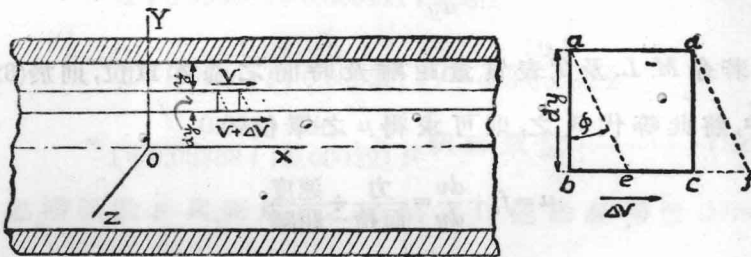


圖 200

體之某一層，與其平行之他一層上，以關係速度，移動變形時，所有之黏滯阻力為 f ，則於圖 200，自管壁起，就 y 之距離之一層，及由此再取 dy 距離之他一平行層考之。茲設在 y 之距離之一層之速度為 v ，在 $y + dy$ 之他一層之速度為 $v + dv$ ，并假定在 OZ 方向之速度為零，則由管壁起，漸至管之中心，其速度亦漸次增大。故 f 與 $\frac{dv}{dy}$ 成正比例，即

$$f \propto \frac{dv}{dy} \dots \dots \dots (326)$$

將圖中之厚為 dy 之小部分，取出而擴大之，則原為 $abcd$ 之四邊形，可變為 $aefd$ 之四邊形。 bc 之變化，係因 dv 之變化而

起。今設 ϕ 爲其變形時所起之角度，則 f_s 之變化，與 $\tan \phi$ 成正比。

又
$$f_s = \mu \frac{dv}{dy}$$

此 μ 卽謂之爲黏滯係數。

或
$$\mu = \frac{f_s}{\frac{dv}{dy}} = \frac{f_s}{\tan \phi} \dots\dots\dots(326 a)$$

若命 M, L 及 T 表質量、距離及時間之基本單位，則於(326)式中，將此等代入之，則可求得 μ 之單位。

$$\begin{aligned} \mu &= f_s \div \frac{dv}{dy} = \frac{\text{力}}{\text{面積}} \div \frac{\text{速度}}{\text{距離}} \\ &= \frac{\text{質量} \times \text{加速度}}{\text{面積}} \div \frac{\text{速度}}{\text{距離}} \\ &= \left(\frac{M}{L^2} \times \frac{L}{T^2} \right) \div \frac{L}{TL} = \frac{M}{TL} \end{aligned}$$

160. 溫度之影響.

黏滯性與溫度成反比例，此乃一般周知之事實，

設 $\mu =$ 在 $t^\circ C$ 時之黏滯係數，

$\mu_0 =$ 在 $0^\circ C$ 時之黏滯係數。

則由 Poisenille 之實驗。

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{1}{1 + at + bt^2} \right)$$

上式之 a, b 皆爲常數。在水之時，則

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{1}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \right)$$

$$= \frac{0.0179}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \text{C. G. S. 單位} \dots\dots\dots (327)$$

$$\mu = \left(\frac{0.0179}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \right) \frac{0.001}{9.81} \times 0.01 \times \frac{1}{10000}$$

$$= \left(\frac{0.0179}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \right) \frac{1}{98.1} \text{ 仟克每秒平方米}$$

$$\mu = \left(\frac{0.0179}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \right) \times \frac{30.5}{453.6 \times 32.2}$$

$$= \frac{0.00003746}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \text{ 呎磅單位} \dots\dots\dots (327a)$$

黏滯係數 μ 與密度 ρ 之比, 稱之曰運動黏滯性 (kinetic viscosity).

設 $\gamma =$ 運動黏滯性, 則

$$\gamma = \frac{\mu}{\rho}$$

將公式 (327) 中之 μ 之值代入之, 則

$$\gamma = \frac{0.0179}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \times \frac{9.81}{1000}$$

$$= \frac{0.0001763}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \text{ 每秒平方米} \dots\dots\dots (328)$$

或
$$\gamma = \frac{0.0000192}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} \text{ 每秒平方呎} \dots\dots\dots (328a)$$

上式之單位, 可如次檢查之:

$$\gamma = \mu \div \rho = \frac{M}{LT} \div \frac{M}{L^3} = \frac{L^2}{T}$$

161. 直線流與亂流.

Reynolds 教授對於平行直線流及亂流之實驗,已如第 61 節所述.今同氏又發見前述之 (123) 之公式,更得用其他之公式表之,即

$$V_c = \frac{2000 \mu}{\omega \rho} = \frac{2000 \gamma}{d}$$

V_c 爲臨界速度, d 爲管之直徑,今更將上式置換之,則得

$$\frac{V_c d}{\gamma} = 2000 \dots \dots \dots (328b)$$

公式 (328b), 無論用於任何之單位皆可, $\frac{V_c d}{\gamma}$ 稱爲 Reynold 之標準.此標準對於處理有黏滯性之流體,至爲重要.

圖 94 所示之最低臨界速度 D 點,恰與 $\frac{V_c d}{\gamma} = 2000$ 相當.最高臨界速度 B 點,恰與 $\frac{V_c d}{\gamma} = 2500$ 適合.此事實由 Stanton 及 Pannell 兩氏 (Phil. Trans. vol. 214) 證明之.

此實驗係將空氣,水及油,在極細之毛細管乃至直徑爲 1.5 米之各種大管內施行之.在各種大小管之實驗中,先測定其當時之溫度由此而計算其密度及黏滯性,然後在縱軸上取 $\frac{R}{\rho V^2}$ 之值.在橫軸上取 $\frac{V d}{\gamma}$ 之值,一一用線圖表之,則如圖 201 所示. R 爲每單位面積上之表面摩擦阻力, ρ 爲密度, V 爲平均速度.就此曲線觀之,左端之諸點,大概一致,此間即表示直線流.次通過某中間,在其右方亦有有規則的變化之諸點.故在此等二線之中間,爲由直線流移變爲亂流之過程,係不規則的運動.

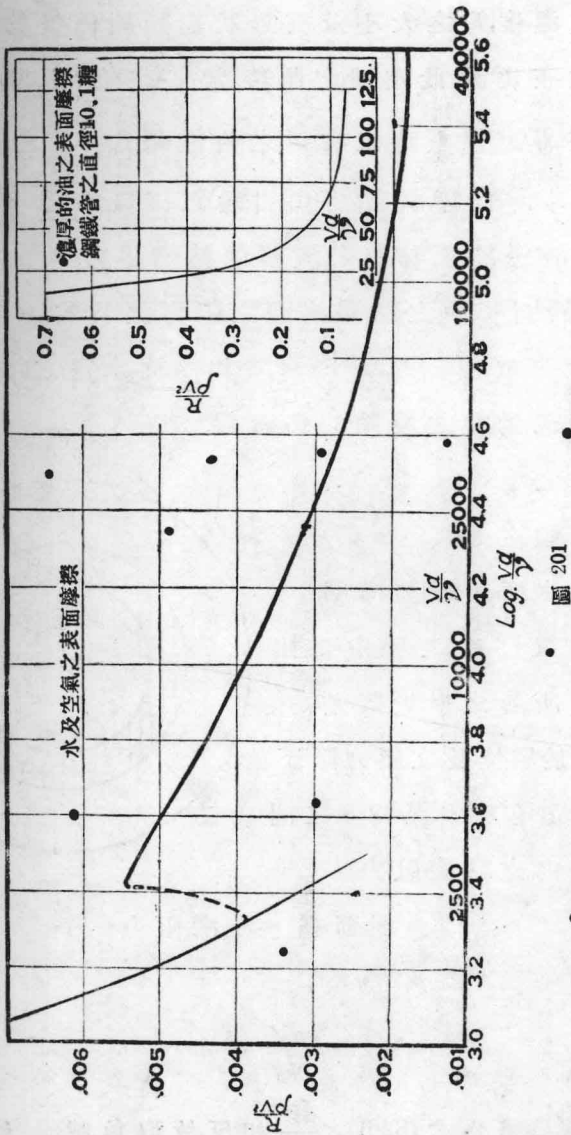


圖 201

亂流線，因 $\frac{Vd}{\nu}$ 之值之增加，則其與平行線間之梯度，亦漸

次減小與溫度、管之大小及其形狀毫無關係，惟約略與速度之自乘成正比例。此左端之曲線，當 $\frac{Vd}{\gamma}$ 之值，在 2000 以下，與 $\frac{Vd}{\gamma}$ 之值在 2500 以上時之右端之曲線相當， $\frac{Vd}{\gamma}$ 之最大之值，至 430000 為止。此等事實，皆由實驗正確證明之。

162. 流通於圓管中之流體的黏滯阻力。

流通於圓管中之黏滯流體之阻力之公式，可使其阻力，與沿流動方向之壓力降下，兩者相等而求得之。圖 202 係表示沿管中流動時之流體的切面圖。

r = 管之半徑，

V = 流體之速度，

i = 動水傾斜線之梯度，

h = 因單位長之管中之阻力所起之損失落差，

p = 對於單位長之壓力降下，在單位長及半徑為 y 之圓筒內之黏滯阻力

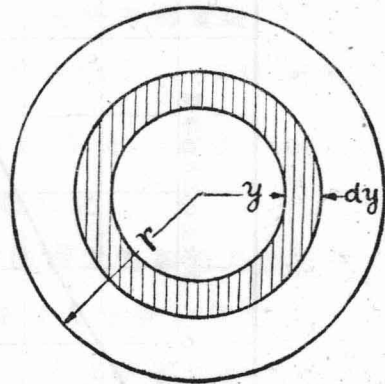


圖 202

= 表面積 \times 黏滯阻力

$$= 2\pi y \times f_s$$

$$= -2\pi y \mu \frac{dV}{dy} \dots \dots \dots (331)$$

此時之 $\frac{dV}{dy}$ ，與公式 (326) 之 $\frac{dV}{dy}$ 相反故取負號。

$$\text{在圓筒之兩端之全壓力之差} = \pi y^2 \times p = \pi y^2 \rho g i \dots \dots \dots (331a)$$

於公式 (331a), 因 $p = \text{密度} \times (\text{對於單位長之損失落差})$. 故

$$p = \rho g \times i,$$

因圓筒內之黏滯阻力, 與其兩端之力之差相等, 故可使公式 (331) 與公式 (331a) 相等, 即

$$-2\pi y \mu \frac{dV}{dy} = \pi y^2 \rho g i.$$

$$\therefore dV = -\frac{\rho g i y dy}{2\mu}.$$

積分之, 則
$$V = -\frac{\rho g i y^2}{4\mu} + C_1 \dots \dots \dots (331b)$$

C_1 為積分之定數, 當 $y=r$, 則 $V=0$, 即令在管壁之速度為零時, 則

$$C_1 = \frac{\rho g i r^2}{4\mu}.$$

設 $V_y =$ 在半徑 y 處之速度, 則由公式 (331b)

$$V_y = \frac{\rho g i}{4\mu} (r^2 - y^2) \dots \dots \dots (332)$$

由公式 (332), 當 $y=0$, 即在管之中心, 其速度 V 為最高.

次就半徑為 y , 厚為 dy 之中空圓筒考之. 設 Q 為流通於半徑 r 之管中之流量, 則

$$\begin{aligned} \text{流通於中空圓筒之流量 } dQ &= \text{面積} \times \text{速度} \\ &= 2\pi y dy \times V_y \\ &= 2\pi y dy \frac{\rho g i}{4\mu} (r^2 - y^2) \end{aligned}$$

在 $y=0$ 及 $y=r$ 之間積分之, 則

$$Q = \frac{\pi \rho g i}{2 \mu} \int_r^0 (r^2 y - y^3) dy$$

$$= \frac{\pi \rho g i}{2 \mu} \left[\frac{r^2 y^2}{2} - \frac{y^4}{4} \right]_r^0 = \frac{\pi \rho g i r^4}{8 \mu}$$

設管中之平均速度爲 V ，則

$$V = \frac{Q}{\text{斷面積}} = \frac{\pi \rho g i r^4}{8 \mu} \div \pi r^2 = \frac{i g r^2}{8 \gamma}$$

當水完全充滿管中而流動時，則動水半徑 $m = \frac{r}{2}$ ，故於公式(332a)，用 d 及 m ，將 r 置換之，則

$$m i g = \frac{8 \gamma V}{d}$$

兩邊皆用 V^2 除之，則

$$\frac{m i g}{V^2} = 8 \left(\frac{d V}{\gamma} \right)^{-1}$$

上式又可書之如次，即

$$\frac{m i g}{V^2} = c \left(\frac{d V}{\gamma} \right)^n \dots\dots\dots(333)$$

公式(333)中之 c 及 n 爲定數，此 n 及 c 之值，因流水爲直線流或爲亂流而決定之。

設 R = 潤面之每單位面積之黏滯阻力，則其全面之阻力，與流體之全壓力之差相等。即

$$2 \pi r \times R = p \times \pi r^2 = i \rho g \times \pi r^2$$

$$\therefore R = \frac{\rho i g r}{2}$$

令 $m = \frac{r}{2}$ ，用 V^2 除其兩邊，則

$$\frac{R}{\rho V^2} = \frac{m i g}{V^2} \dots \dots \dots (333 a)$$

將公式(333)及(333a)組合之,則

$$\frac{R}{\rho V^2} = \frac{m i g}{V^2} = c \left(\frac{dV}{\gamma} \right)^n \dots \dots \dots (333 b)$$

此公式,對於管中流通之流體,最為完全之形狀,當 $\frac{dV}{\gamma}$ 較2000為小之時,則為直線流運動,若較2500為大,則為亂流運動,固如前述之矣。

當決定 n 及 c 之數值時,取 $\lg \frac{R}{\rho V^2}$ 於縱座標,取 $\lg \frac{dV}{\gamma}$ 於橫座標,描成線圖,可求得直線流運動及亂流運動之 c 及 n 之值。

若為直線流運動,即 $\frac{dV}{\gamma} < 2000$ 時,則 $c = 8, n = -1$ 。

若為亂流運動,即 $\frac{dV}{\gamma} > 2500$ 時,則 $c = 0.32, n = -0.23$,

(注意,此值亦多少因人而異)。

無論對於任何之流體,當其解流通於管中之諸問題時,不可不首先計算 $\frac{dV}{\gamma}$ 之值。若此值較2000為小,則依直線流運動之法則解之;若較2500為大,則依亂流運動之公式解之。

又用 $\frac{d}{4}$ 代替公式(333b)中之 m, i 代替 $\frac{h}{l}$,並令

$$f = 2c \left(\frac{Vd}{\gamma} \right)^n,$$

則

$$h = \frac{4f l V^2}{2gd},$$

此公式為Chezy之公式,一般用之甚廣,已如第八章所述。然Chezy之公式對於黏滯性及摩擦阻力,有甚大影響之溫度

一端，未加考慮，故由公式(333b)所計算之結果，當然不甚正確。惟因其簡單，為便利計，亦多使用之。

〔例1〕有長100米，管徑6.35毫米之水管，當水充滿其中而流動時，試求次之二項：(a)溫度為5°C，流速為0.3048每秒米時之摩擦損失水頭。(b)，溫度為70°C，流速為3.048每秒米時之摩擦損失水頭。

〔解〕(a) 由公式(327)，

$$\gamma = \frac{0.0001763}{1 + 0.03368 \times 5 + 0.000221 \times 5^2} \times \frac{1}{98.1} = 0.00000153,$$

$$\frac{Vd}{\gamma} = \frac{0.3048 \times 0.00635}{0.00000153} = 1270.$$

因 $\frac{Vd}{\gamma}$ 較 2000 為小，故為直線流運動，即

$$n = -1, c = 8.$$

故由公式(333b)，

$$\frac{mig}{V^2} = 8 \left(\frac{Vd}{\gamma} \right)^{-1} = 8(1270)^{-1} = 0.0063.$$

因 $m = \frac{d}{4}$,

$$\therefore i = \frac{V^2}{\frac{d}{4}g} \times 0.0063 = \frac{0.3048^2 \times 0.0063}{\frac{1}{4} \times 0.00635 \times 9.81} = 0.0377 \text{ 米}.$$

故 $h = i \times l = 0.0377 \times 100 = 3.77 \text{ m}.$

$$(b) \quad \gamma = \frac{0.0001763}{1 + 0.03368 \times 70 + 0.000221 \times 70^2} \times \frac{1}{98.1}$$

$$= 0.0000004047.$$

$$\frac{Vd}{\gamma} = \frac{3.048 \times 0.00635}{0.0000004047} = 47750.$$

即 $\frac{Vd}{\gamma}$ 之值，較 2500 為大，故為亂流運動，即

$$n = -0.23, c = 0.032,$$

$$\frac{mig}{V^2} = 0.032(47750)^{-0.82} = 0.00272.$$

$$\therefore i = \frac{0.00272V^2}{\frac{d}{4} \times g} = \frac{0.00272 \times 3.048^2}{\frac{1}{4} \times 0.00635 \times 9.81} = 1.62 \text{ 米.}$$

$$h = i \times l = 1.62 \times 100 = 162 \text{ 米.}$$

〔例 2〕用直徑 0.15 米，長 700 米之鐵管，於溫度 20°C，欲將重量 863 每立方米仟克之鯨腦油(sperm oil)於 1 小時內吸上 22500 仟克。若管係水平安置，則須要若干馬力？但運動之黏滯係數為

$$\frac{\mu}{\rho} = 0.38 \text{ C. G. S. 單位}$$

$$\text{〔解〕 } \frac{Q}{\text{秒}} = \frac{22500}{3600 \times 863} = 0.00724 \text{ 每秒立方米,}$$

$$V = \frac{Q}{\text{面積}} = \frac{0.00724}{0.01767} = 0.41 \text{ 每秒米,}$$

$$\frac{Vd}{\gamma} = \frac{0.41 \times 0.15 \times 98.1}{0.38} = 15.9,$$

$$\frac{mig}{V^2} = 8(15.9)^{-1} = 0.503,$$

$$i = \frac{0.503 \times 0.41^2}{\frac{1}{4} \times 0.15 \times 9.81} = 0.23,$$

$$h = i \times l = 0.23 \times 700 = 161 \text{ 米 (在油中)}$$

$$\text{所要之馬力} = \frac{Wh}{75} = \frac{22500}{3600} \times \frac{161}{75} = 13.4 \text{ 馬力.}$$

163. 在水平的平板間之水流.

凡水在活塞 (piston) 與圓筒 (cylinder) 間之漏泄, 即屬此種問題. 此問題之解法, 與前述之在管中流動之方法相同. 其不同之點, 僅在斷面積及潤邊而已. 假設平板間之距離為 t , 平板之寬為 b , 則潤邊為 $2b$, 斷面積為 tb . 故用前述之方法, 求得其結果如次:

$$\text{平均速度 } V = \frac{\rho g i t^2}{12 \mu} \dots\dots\dots(336)$$

於上之公式中, 代入 $m = \frac{t}{2}$, $\gamma = \frac{\mu}{\rho}$, 則

$$6 \left(\frac{Vt}{\gamma} \right)^{-1} = \frac{mig}{V^2} \dots\dots\dots(336 a)$$

設 $R =$ 潤邊之每單位面積之黏滯阻力, 則

對於單位長之阻力 = (斷面積 \times 對於單位長之壓力降下).

$$= R \times 2b = p \times tb.$$

$$\therefore R = \rho g i \times \frac{t}{2} = \rho g i m,$$

以 V^2 除其兩邊, 則

$$\frac{R}{\rho V^2} = \frac{mig}{V^2} \dots\dots\dots(336 b)$$

組合公式 (336a) 及 (336b)

$$\frac{R}{\rho V^2} = \frac{mig}{V^2} = C \left(\frac{Vt}{\gamma} \right)^n \dots\dots\dots (337)$$

C 及 n 之值, 因水流之狀態而異, 故可由實驗求得之。

公式 (336a) 與對於開渠之 Chezy 氏之公式相當, 即

$$V = \sqrt{mi}, \text{ 而 } C \text{ 之值與 } \sqrt{\frac{Vtg}{\gamma}} \text{ 相當。}$$

【例】水壓機之活柱 (plunger) 之長為 0.3 米, 直徑為 100 毫米, 其與圓筒 (cylinder) 間之隙 (clearance) 為 $\frac{1}{10}$ 毫米, 當溫度為 $10^\circ C$ 時, 活柱之兩端壓力之差, 恰與 9 米之水頭相當, 試計算其漏泄流量。

【解】 $i = \frac{h_f}{l} = \frac{9}{0.3} = 30,$

$$r = \frac{0.0001763}{1 + 0.3368 \times 10 + 0.000221 \times 10^2} \times \frac{1}{98.1} = 0.00000132,$$

平均速度 $V = \frac{git^2}{12\gamma} = \frac{9.81 \times 30 \times 0.0001^2}{12 \times 0.00000132} = 0.186$ 每秒米,

$$Q = V \times \pi Dt = 0.186 \times \pi \times 0.1 \times 0.0001 = 0.00000585 \text{ 每秒立方米,}$$

164. 動力學上之相似原則。

對於在管中流動之水, Reynolds 教授所得之結果, 不過為一般流體之阻力之特種情形。此事實曾由 Lord Rayleigh 證明之。關於此流體之一般原則, 為動力學上之相似原則 (principle of dynamical similarity)。在公式之兩側, 插入次之適應之單位, 自可求得之。

$$\text{質量} = M$$

$$\text{長度} = L$$

$$\text{時間} = T$$

$$\text{速度} = LT^{-1}$$

$$\text{加速度} = LT^{-2}$$

$$\text{力} = ML^{-1}T^{-2} \text{ (每單位面積上之力)}$$

$$\mu = ML^{-1}T^{-1}$$

$$\rho = \text{質量} \div \text{容積} = ML^{-3}$$

$$\gamma = L^2T^{-1}$$

(a) 僅因黏滯性而起之阻力。因流體之黏滯性所起之阻力，係因其潤濕之面積，速度，密度及黏滯係數而定，故可由次式表之。

$$R = k \rho^a \mu^b L^c V^d \dots \dots \dots (338)$$

a, b, c 及 d ，為未知之指數， R 為每單位面積上之阻力， k 為一定常數。在此式之兩邊各以其單位表之，則

$$ML^{-1}T^{-2} = k(ML^{-3})^a (ML^{-1}T^{-1})^b L^c (LT^{-1})^d$$

即 $ML^{-1}T^{-2} = k M^a L^{-3a} M^b L^{-b} T^{-b} L^c L^d T^{-d}$

右邊之指數，不能不與左邊之指數相等，故

$$M \text{ 之指數, } 1 = a + b, \text{ 或 } a = 1 - b \dots \dots \dots (338 a)$$

$$L \text{ 之指數, } -1 = -3a - b + c + d \dots \dots \dots (338 b)$$

$$T \text{ 之指數, } -2 = -b - d, \text{ 故 } d = 2 - b \dots \dots \dots (338 c)$$

將 (338 a) 及 (338 c) 之值，代入 (338 b) 中，則得

$$-1 = -3(1-b) - b + c + (2-b),$$

$$\therefore c = -b \dots\dots\dots(338d)$$

將 a, c 及 d 之值, 代入 (338) 中, 則

$$\begin{aligned} R &= k\rho^{1-b}\mu^b L^{-b} V^{2-b} \\ &= k\rho V^2 \left(\frac{\mu}{\rho LV}\right)^b \dots\dots\dots(339) \end{aligned}$$

然

$$\gamma = \frac{\mu}{\rho},$$

$$\therefore R = k\rho V^2 \left(\frac{\gamma}{LV}\right)^b \dots\dots\dots(339a)$$

此公式一般書之如次:

$$R = \rho V^2 \phi\left(\frac{\gamma}{LV}\right) \dots\dots\dots(339b)$$

(339b) 式中之 ϕ , 表示函數之意.

由公式 (339b), 知兩種抵抗, 若為動力學的相似時, 則 $\frac{\gamma}{LV}$ 之值, 在此兩種抵抗中, 皆可共通而相等.

(b) 因黏滯性及重力而起之阻力. 當船舶反抗水之黏滯性, 及波浪之阻力而進行時, 即屬此種之情形, 重力之阻力, 發生表面波動, 成爲勢能而存在.

$$R = k\rho^a \mu^b L^c V^d g^e \dots\dots\dots(340)$$

兩邊以單位代入之,

$$\begin{aligned} ML^{-1}T^{-2} &= (ML^{-3})^a (ML^{-1}T^{-1})^b L^c (LT^{-1})^d (LT^{-2})^e \\ &= M^a L^{-3a} M^b L^{-b} T^{-b} L^c L^d T^{-d} L^e T^{-2e} \end{aligned}$$

$$M \text{ 之指數, } 1 = a + b, \text{ 或 } a = 1 - b \dots\dots\dots(340a)$$

$$L \text{ 之指數, } -1 = -3a - b + c + d + e \dots\dots\dots (340b)$$

$$T \text{ 之指數, } -2 = -b - d - 2e, \text{ 或 } d = 2 - b - 2e \dots\dots (40c)$$

將 (340a) 及 (340c) 之值, 代入 (340b), 則

$$\begin{aligned} -1 &= -3(1-b) - b + c + 2 - b - 2e + e \\ &= -1 + b + c - e \end{aligned}$$

$$\therefore c = e - b \dots\dots\dots (340d)$$

將 a, d 及 c 之值, 代入 (340), 則

$$\begin{aligned} R &= k \rho^{1-b} \mu^b L^{e-b} V^{2-b-2e} g^e \\ &= k \rho V^2 \left(\frac{\mu}{\rho LV} \right)^b \left(\frac{Lg}{V^2} \right)^e \end{aligned}$$

此公式一般書之如次:

$$R = \rho V^2 \phi \left(\frac{\gamma}{LV} \cdot \frac{Lg}{V^2} \right) \dots\dots\dots (340e)$$

R 為每單位面積上之阻力, ϕ 表函數。

若其物體全部沈入流體中, 如深度較大之潛水艇或飛機等, 則不發生因重力而起之波動。故與 (a) 之情形相同, 與重力 g 完全無關。

165 相似原則之應用。

在動力學上相似原則之應用, 如建造大汽船或飛機時, 首先作成與實物相似之模型, 用實驗的方法, 測量其阻力。至其速度, 亦用其正確的相似結果之速度。此速度通常稱之曰相當速度。

(a) 僅因黏滯阻力而起之情形。此時係為深海中之潛

航艇,或空中之飛機,或僅受表面阻力之船舶之情形。

此種阻力,如公式(339b)所示附有 m 者,係對於模型之阻力。

$$R = \rho L^2 V^2 \phi\left(\frac{\gamma}{LV}\right) \dots\dots\dots \text{實物},$$

$$R_m = \rho_m L_m^2 V_m^2 \phi\left(\frac{\gamma_m}{L_m V_m}\right) \dots\dots\dots \text{模型}.$$

但動力學之正確的相似,僅限於有次示之情形,即

$$\left(\frac{\gamma}{LV}\right) = \left(\frac{\gamma_m}{L_m V_m}\right).$$

若在同一流體中試驗時,則次示之關係,不能不成立,即

$$LV = L_m V_m,$$

$$\therefore V_m = V \frac{L}{L_m}.$$

此速度稱為相當速度,若模型在此相當速度以下而行試驗時,則 $\phi\left(\frac{\gamma}{LV}\right)$ 之值,無論其在實物或模型,皆可相消。

然

$$\frac{R}{R_m} = \frac{L^2 V^2}{L_m^2 V_m^2} = 1.$$

即對於模型之阻力,與對於實物之阻力相等。然此時之相當速度,未免過早。若試驗模型之流體中之運動黏滯性,比較實際之船舶,所航行之流體中之運動黏滯性為小時,則可得對於此等之較小的相當速度,即

$$\frac{\gamma}{LV} = \frac{\gamma_m}{L_m V_m}$$

$$\therefore V_m = V \times \frac{L}{L_m} \times \frac{\gamma_m}{\gamma}$$

在水管或在開渠之時，亦與前節有同性質之阻力，由模型或與實物相似之阻力，得以豫知實物之阻力。即於此時，無論實物或模型， $\frac{\gamma}{LV}$ 皆可使之相等，故

$$\frac{\gamma}{LV} = \frac{\gamma_m}{L_m V_m}$$

由公式 (339 b)，每單位面積上之摩擦阻力如次：

$$R = \rho V^2 \phi\left(\frac{\gamma}{LV}\right)$$

或
$$\frac{R}{\rho V^2} = \phi\left(\frac{\gamma}{LV}\right)$$

(b) 僅因重力而起之阻力。例如第 164 節所述，浮於水上之船舶，其所有阻力之一部分，固因表面之摩擦而起，他一部分，則因波動而起，由公式 (340 b)

$$R = \rho V^2 \phi\left(\frac{\gamma}{LV} \times \frac{Lg}{V^2}\right)$$

在動力學的相似時，則實際之船舶與模型之間，不能不有次之關係成立，即

$$(1) \quad \frac{\gamma}{LV} = \frac{\gamma_m}{L_m V_m}$$

$$(2) \quad \frac{Lg}{V^2} = \frac{L_m g}{V_m^2}$$

無論模型或實物，當其浮於同一之流體中，則 (1) 之情形之相當速度為

$$LV = L_m V_m,$$

或

$$V_m = V \frac{L}{L_m}$$

(2) 之情形之相當速度爲

$$\frac{L}{V^2} = \frac{L_m}{V_m^2}$$

或

$$V_m = V \sqrt{\frac{L_m}{L}}$$

如此，(1) 與 (2) 之相當速度，不相一致。欲一次將全阻力求出，則頗感困難。故首先由摩擦係數與接觸面積，將其因黏滯性而起之阻力算出，然後用相當速度 $V \sqrt{\frac{L_m}{L}}$ 以試驗之。在其中，將摩擦阻力除去，則可求得其僅因波浪而起之阻力。至對於實物因波浪而起之阻力，則可由其大小之比例而求得之。由此若再加上摩擦阻力，則可求得對於實物之全阻力。

設 P_w = 波浪之阻力，

R_f = 摩擦阻力，

r_w = 對於模型之波浪阻力，

r_f = 對於模型之摩擦阻力。

則全阻力 R ，如次：

$$R = R_w + R_f \dots \dots \dots (a)$$

$$R_m = r_f + r_w \dots \dots \dots (b)$$

波浪之阻力

$$\frac{R_w}{r_w} = \frac{\rho V^2 L^2 \phi\left(\frac{Lg}{V^2}\right)}{\rho_m L_m^2 V_m^2 \phi\left(\frac{L_m g}{V_m^2}\right)}$$

在與前同樣之條件下，則其相當速度如次：

$$\frac{V_m}{V} = \sqrt{\frac{L_m}{L}}$$

$$\frac{R_w}{r_w} = \frac{\rho L^2 V^2}{\rho_m L_m^2 \left(V \sqrt{\frac{L_m}{L}}\right)^2} = \frac{\rho L^3}{\rho_m L_m^3}$$

若在同一流體中，則 $\rho = \rho_m$ 。

$$\therefore \frac{R_w}{r_w} = \left(\frac{L}{L_m}\right)^3$$

代入公式 (a) 及 (b)，則

$$\frac{R - R_f}{R_m - r_f} = \left(\frac{L}{L_m}\right)^3$$

由此，可將全阻力求出。

〔例 1〕 假設對於水上飛機之阻力，全部皆由波浪而起，飛機之速度為每秒 27.5 米。若模型之尺寸為實物之 $\frac{1}{20}$ ，在相當速度下之阻力為 0.225 仟克，則其對於實物之阻力為幾何？

〔解〕 因波浪而起之阻力，即為因重力而起之阻力，故相當速度 V_m 如次：

$$V_m = 27.5 \sqrt{\frac{L_m}{L}} = 27.5 \sqrt{\frac{1}{20}} = 6.15 \text{ 每秒米,}$$

$$\frac{R}{R_m} = \left(\frac{L}{L_m}\right)^3$$

$$R = 20^3 \times 0.225 = 1800 \text{ 仟克}$$

〔例2〕 水以3 每秒米之速度，在直徑 2.5 釐米，長 30 米之鐵管中流通，此時之摩擦損失水頭為 2.1 米。若空氣以相當速度，在直徑 7.5 釐米，長 18 米之鐵管中流通，則此時之損失水頭為幾何？

但 水之 $\rho = 1000$ 每立方米仟克， $\mu = 0.01$ C. G. S. 單位，
 空氣之 $\rho = 1.2$ 每立方米仟克， $\mu = 0.00015$ C. G. S. 單位。

〔解〕 此時之阻力，係因黏滯性而起，故其相當速度如次：

對於水之 $\frac{\mu}{\rho dV}$ ，與對於空氣之 $\frac{\mu}{\rho dV}$ 相等。

$$\text{即} \quad \frac{0.01}{1000 \times 2.5 \times 3} = \frac{0.00015}{1.2 \times 7.5 \times V}$$

$$V = 12.5 \text{ 每秒米}$$

對於水流之阻力 R ，係就其單位面積而論，故

$$\begin{aligned} \text{就其全面積之阻力 } R' &= \rho L^2 V^2 \phi\left(\frac{\mu}{\rho dV}\right) \\ &= \rho \times \text{潤溼之面積} \times V^2 \phi\left(\frac{\mu}{\rho dV}\right) \end{aligned}$$

在相當速度之下， $\phi\left(\frac{\mu}{\rho dV}\right)$ 之值相消，

$$\frac{\text{對於空氣之 } R'}{\text{對於水之 } R'} = \frac{(\rho \times \pi d l V^2) \text{ (空氣)}}{(\rho \times \pi l V^2) \text{ (水)}} \dots\dots\dots (a)$$

然 $R' = \text{壓力之差} \times \text{斷面積}$

$$= \rho h' \times \frac{\pi}{4} d^2 \dots\dots\dots (b)$$

由 (a) 及 (b)，

對於空氣之 $(\rho h' \times \frac{\pi}{4} d^2)$ / 對於水之 $(\rho h \times \frac{\pi}{4} d^2)$

$$\frac{\text{對於空氣之 } h'}{\text{對於水之 } h} = \frac{\frac{1}{d}(IV^2)(\text{空氣})}{\frac{1}{d}(IV^2h)(\text{水})}$$

即

$$\frac{\text{對於空氣之 } h'}{2.1} = \frac{2.5 \times 18 \times 12.5^2}{7.5 \times 30 \times 3.0^2}$$

$$\therefore \text{對於空氣之損失水頭} = \frac{2.5 \times 18 \times 12.5^2 \times 2.1}{7.5 \times 30 \times 3.0^2} = 7.3 \text{ 米.}$$

問 題

(136) 油之運動黏滯性 $\gamma = 0.00000483$ 每秒平方米, 當其以 30 每秒釐米之速度, 在直徑 15 釐米之管中流動時, 則其運動是直線運動? 抑或為亂運動?

(137) 溫度 20°C 之水, 以 0.36 每秒米之速度, 在長 500 米, 直徑 20 釐米之鐵管中流通, 則因水之黏滯性阻力, 所起之損失水頭為幾何?

(138) 在隔間 2.5 毫米, 寬 10 釐米, 長 15 釐米之兩枚水平的平板間, 以溫度 20°C 之水, 向其間漏泄. 若其兩端之壓力之差為 0.4 每平方釐米仟克, 則其一小時內之漏泄量為幾何?

(139) 以長 1500 米, 直徑 15 釐米之鐵管, 欲將溫度 20°C 之燃料油, 每小時送出 12000 仟克, 則需要若干馬力唧筒? 但油在 20°C 時之重量為 2000 每立方米仟克, 運動黏滯性 $\gamma = 0.0016$, 唧筒之效率為 45%.

(140) 對於深沈於流體中之物體之運動, 其每單位面積上之阻力 $R = \rho V^2 \phi \left(\frac{VL}{\gamma} \right)$, 試證明之.

(141) 何謂模型試驗時之相當速度? (a) 因黏滯阻力而起之相當速度之公式如何? 試誘導之. (b) 因重力阻力而起之相當速度之公式如何? 試誘導之. (c) 對於水上飛機之阻力, 完全因波浪而起, 若模型之大, 為實物之 $\frac{1}{25}$ 倍, 速度為 6 每秒米時之阻力為 2 仟克, 則其對於實物之阻力為幾何?