

178501
C/F

光學之研究

A. A. MICHELSON 著

國立中央大學教授
張 鈺 哲

國立編譯館編譯
呂 大 元
合 譯

國立編譯館

序

予擬於是書中，將個人所作之研究，錄舉其綱要。本書體例，大致與『光波及其用途』(Light Waves and Their Uses)一書同，諸多圖畫，仍係採自前書，惟於理論方面，特加注意；間有數篇，其研究之進行，則在於前書出版之後。本書內容，數理頗夥，讀者須嫻熟微積之術，始克了解，然數學之準備不充，而對此問題，趣味濃厚者，研讀一過，得於實驗方法與結果，有所參悟，則作者之渴望也。

問題之討論，欲求一貫，標準光學論著中，常見之材料，似有重行引說之必要。依予個人觀點，作此類研究之陳述，或不致味等嚼蠟，彼科學創造者之大意微言，感余最深者，輒鄭重闡明，用達余之印象。

『繞射』章之材料，多有採自銳聶爵士(Lord Rayleigh)科學論文集者。

蓋耳(H. G. Gale)博士及克茹(Henry Crew)博士均曾助予校對。

孟開(G. S. Monk)博士既任勘誤之勞，復多圖表之賜，至深銘感，特誌謝忱！

邁克爾遜(A. A. Michelson)

目 錄

| | | |
|------|---------------------|-----|
| 第一章 | 光波干涉之理論與應用 | 1 |
| 第二章 | 光波之干涉 | 9 |
| 第三章 | 干涉儀 | 19 |
| 第四章 | 光波分析 | 32 |
| 第五章 | 標準光之光波量度 | 44 |
| 第六章 | 繞射 | 51 |
| 第七章 | 光學面之考核 | 70 |
| 第八章 | 繞射光柵 | 82 |
| 第九章 | 繞射柵之刻線 | 95 |
| 第十章 | 階形柵 | 99 |
| 第十一章 | 干涉現象在天文學上之應用 | 107 |
| 第十二章 | 光之速度 | 115 |
| 第十三章 | 媒質運動對於光行速度之影響 | 130 |
| 第十四章 | 相對論 | 145 |
| 第十五章 | 蟲鳥之金屬色彩 | 154 |

光學之研究

第一章

光波干涉之理論與應用

解釋光之現象，粵有兩說，早經創議。一曰微粒說，一曰波動說。前說之假設，謂光成於微粒陣，微粒陣產自光源；粒之運行，速度均一，為量極大；直接入目，或經反射，再進眼簾，一觸網膜，遂生視覺。波動之說，主張懸殊，其說謂宇宙之間，充滿媒質，號曰以太(ether)，媒質之波，鼓盪播進，斯成光焉。波行速度既大，又恆相等，所以然者，媒質之特性也。據此兩說，光之普通現象如進行，反射，折射等，俱可獲圓滿之解答；惟涉及其他現象，波動說仍可單獨解決，毋待其他假說之輔翼，而微粒說則不能獨任斯艱。

波動之說，雖屬假設，第以習見波動之跡象，與之類比，將立覺斯說之優越。茲先就水波言之：靜塘一方，投以小石，圓波四揚，從



法線，則法線之交點，即波源之所在，波源之方向與距離，得由是而決；苟此擾動，具有周期，則周期之特性，必呈於波動之中，由此又可推知波源之頻率及其他性質。乃至波源處擾動之強弱，亦可從波身之高度，得其端倪。

空氣中之音波，所傳遞至於吾人耳鼓中者，即關於波源之週期強弱等消息也。波之貫穿地殼起因於地震者，仍復如是，吾人視官所可接收而輒能領悟者，亦無非波源之方向距離強度性質等消息而已，是以他項證明，縱付缺如，即從類似現象之研究，亦將以波動說為歸。但有一點，波動說與微粒說之推論，竟完全相反。此點為何？蓋光速是。根據前說，光波在水之行動，較在空氣為緩，根據後說，則光粒穿水之速度實較在空中為快，二者之結論何來？詳述於次：

按照微粒說，光粒行向，如圖 1 箭端所示。當與水面 SS 相遇時，受水粒之吸引，直向速度 oa ，將有變更，橫向者(os)因對稱故，絕無損益。於是光粒途徑，定不循原向 oa 進行，而必以 ob 為歸。如圖上線段之長短，確與速度成比例，則由圖可知

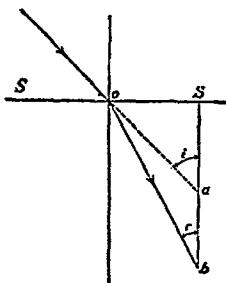


圖 1.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{os}{oa} \div \frac{os}{ob} = \frac{ob}{oa} = \frac{V_2}{V_1} = n,$$

n 係折射指數。因 n 大於一，故 V_2 大於 V_1 ，即在第二媒質內光行之

速度，應較在第一媒質內者為大。

利用波動說，探此問題之究竟，非可率爾而得，海芬斯 (Huyghens) 之重要假設，理應先行了解。海氏之言曰：設於某一定時，有波面與焉，波面各點，可視為後此擾動之源。以各點為心，以所歷時間內光波應行之距離為半徑，作小球體，則諸小球體之包面，即所歷時間後之新波面。譬有平面之波 ab (圖 2)，循箭向進行，遇水面於 ac 。 b 處之光，以 V_1 之速度，行於空際， a 處之光，以 V_2 之速度行諸水中； b 行至 c ，則 a 行至 d ；依海氏之說， d 處波面，當係以 a 為心， ad 為半徑之球面。過 c 點，作此球之切面，即得 ab 入水後之新波面，自 a 點作 d 處之法線，即得其行動之新方向。令 i 為入射角， r 為折射角，則

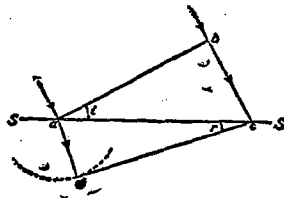


圖 2.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{bc}{ac} \div \frac{ad}{ac} = \frac{bc}{ad} = \frac{V_1}{V_2} = n.$$

n 與前之命意同，因其大於一，故 V_1 大於 V_2 ，於是在第一媒質內光行之速，應較在第二媒質內者為大矣。

理論之是非，恆藉實驗以明；費佐 (Fizeau) 與富柯 (Foucault) 之著名實驗，見諸後章者，兩說之命運系之；結果，波動說竟歌凱旋，微粒說慘遭敗北。微粒說受此致命之傷，毋須其他指責，已無立足之望，苟非近代物理學家，將其改頭換面，踵事增華，使漸有死灰

復燃之勢者，誰願多費唇舌，舊話重提哉。

溯自相對論出，一理想之困難，乃加諸光學，而紛擾觀念之捲土重來，亦坐因於是。蓋倡相對論者，不獨信媒質之存在，事非必須；且信與其基本假設，時多鑿柄。雖然，此種困難，縱可接收，而推翻有光榮結果之波動說，是否即能據此以為牢不可破之理由，頗屬疑問。因相對論引起之困難，非屬一種事實，而係事實之推論與解釋，則困難云者，終將變為顯著矛盾現象之如何解說耳。

光波行動，作何特狀？是與吾人所欲解釋之干涉現象，無關緊要，即光波振動方向，亦不值重視。惟研究鳥蟲羽甲金屬光澤之成因時，對於振動方向，不能不加過問，而光之電磁說之結論，信光為橫波振動，因有極化現象者，勢必採納。利用電磁說，解釋光現象，法固至善，惟就化生奇之現象為平凡之事實方面論之，電磁學說，誠未盡解釋之能事；若依此點而言，彈性固體說，殊屬優越。因電磁振動，必藉一種媒質以傳播，而媒質之特性，舍用力學的觀念，為之譬說，別無他策。

用此媒質模型，解說媒質特性，猶未獲完全成功，然常人對此，較諸徒恃空言，了無寄託者，已覺易於接收矣。模型之不易創製，非足為怪，因苟一思及此媒質之特性如行星在軌道上之奔馳，不為之阻；每秒行十八萬六千哩之橫振動，往來無礙，則知其構造之奇，必非吾人通常觀念中所可思議。上述之力學的比擬，雖屬粗簡，然頗近實，故人恆樂道之。相對理論，曾向媒質，與師責難，提出種種困難；今後創議之媒質，其特性與構造，當以能創此類困難為前提，然

則相對論已爲吾人關一尋思之徑矣，其果有如是之望乎？

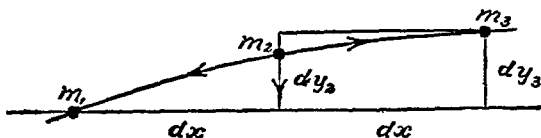


圖 3.

傳播速度與媒質特性，相依爲命；爲說明兩者關連分析式之推釋法，試就一伸展之線條着想之。設此線之質量，集中於 m_1, m_2, m_3, \dots 等點(圖 3)，任兩點之距爲 ds 。 m_2 所受之力^①，必係張力 T_1 在 y 向之分力，其值如下：

$$f = T_1 \frac{dy_2}{dx} - T_1 \frac{dy_3}{dx} \quad \text{或} \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = T_1 \frac{d^2y}{dx^2} dx,$$

因 $m = \rho_1 dx$ (ρ_1 = 直線的密度) 故 $\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{T_1}{\rho_1} \frac{d^2y}{dx^2}$ 。

廣義言之，常數 $\frac{T_1}{\rho_1}$ 可視爲復原力與媒質慣性之比，茲以 a^2 代之。將上述結果，推演於三度空間；設 s 相當於位變之向量，並令媒質在各方向之特性，均屬一致，則波動傳播之最普遍公式，爲狀如下：

$$\frac{d^2s}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2s}{dx^2} + \frac{d^2s}{dy^2} + \frac{d^2s}{dz^2} \right)。$$

式中 s 表位變量， t 表明間， (x, y, z) 示媒質間任一點之坐標；惟

① 所有移動，爲量極小，其平方均可棄而不計。

此媒質須具有均勻 (homogeneous) 性及無向 (isotropic) 性兩特點，而在媒質間，除彈性力作用外，應無其他擾動。具有同一振動位相之各點，所成之軌跡，專名波面 (wave front)。如該面係一垂直 z 軸之平面，則上式又可簡為下形：

$$\frac{d^2s}{dt^2} = a^2 \frac{d^2s}{dz^2}。$$

此微分方程式之解，應為 $s = f_1(z - at) + f_2(z + at)$ 。是乃顯而易見者，蓋將此值代入原方程式，適能吻合無間也。 f_1 與 f_2 係任意兩函數而孕有物理上存在之意義者。

於 f_1 中，與 t 以增量 dt ， z 以增量 dz ，

$$s_1 = f_1[(z + dz) - a(t + dt)]。$$

如兩增量成一定比如

$$\frac{dz}{dt} = a，則 s_1 = s。$$

是即謂 f_1 所代表之波形以恆速 a 沿 z 軸推進。同法，可以考知 f_2 以同速循反對方面推進。

命函數 f 取簡單周期式

$$s = A \sin m(z - at)，$$

或
$$s = A \sin(mt - mz)，$$

或
$$s = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} + \psi\right)，$$

其中 S 表位變量， A 表振幅， T 表周期， λ 為波長， ψ 為位相常數。

式所代表者，係一均勻簡諧波陣 (homogeneous simple harmonic wave-train)。

從 $dz=adt$ 之條件，並因 T 時間內波陣所行之距離為 λ ，故得 $\lambda=aT$ 。

如數個波陣，同時經過媒質，則結果之行動，應為諸分動之向量之和。令 s 表某一分動在一特向之移變， S 示在該方向行動之總和，於是

$$S = \sum s = \sum a \sin(nt - mx + \psi)。$$

按諸普通情狀，結果之運動，未必仍具周期性。但如各波陣不同之點，僅在振幅與位相，此時可命 $nt - mx = \theta$ ， θ 在各波陣中，值量不變，

$$\left. \begin{aligned} S &= \sum a \sin(\theta + \psi) \\ \text{或} \quad S &= \sin \theta \sum a \cos \psi + \cos \theta \sum a \sin \psi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

惟因各分動之周期相等，故結果之周期，亦當與分動者相同；如令 A 為終結之振幅， α 為終結之位相常數，則

$$S = A \sin(\theta + \alpha) \quad (2)$$

$$\text{而} \quad A^2 = \sum^2 a \cos \psi + \sum^2 a \sin \psi，$$

$$\tan \alpha = \frac{\sum a \sin \psi}{\sum a \cos \psi}。$$

如波陣之數為二，

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\psi_1 - \psi_2)，$$

$$\tan a = \frac{a_1 \sin \psi_1 + a_2 \sin \psi_2}{a_1 \cos \psi_1 + a_2 \cos \psi_2} \circ$$

$$\text{如 } \psi_1 - \psi_2 = 0, \quad A_0 = a_1 + a_2;$$

$$\text{如 } \psi_1 - \psi_2 = \pi, \quad A_\pi = a_1 - a_2;$$

$$\text{並如} \quad a_1 = a_2,$$

$$\text{則} \quad A_0 = 2a,$$

$$A_\pi = 0 \circ$$

第二章

光波之干涉

當類似兩波陣，進向幾同，而互相疊合時，結果之運動，與任一原波陣相比，將依兩波相之差，而有較大或較小之別。如兩波陣，係相等之簡諧運動，並以同相相值，則結果之振幅，當倍於原波陣，強度且四倍焉。若遇時位相適反，結果之振幅或強度，勢必為零。此種情狀下之兩波陣，名曰互相干涉 (interfere)，所生之現象，名曰干涉現象 (interference)。此字殊不當，因任一波陣，仍係獨自為政，與他波無關，何得有相干相涉之稱；惟沿用已久，真義所在，吾人已能默悟，毋須自作聰明，易以他字，而徒滋紛擾也。干涉之佳例固夥，下者尤稱滿意。

將兩完全相同之音叉，置於共鳴器上，使之同時發音，結果之音，與鳴一叉，無多參差，所異者，強度而已。如兩叉之一，稍塗以蠟，減其振率，則兩叉不復同調；設叉鳴之始，兩者同相，音之強度必大。須與相差漸增，音強漸微，迨夫反相，乃有一瞬息之停息。是以相差之影響，將使共成之音，發生有規律之盛滅相間之現象，通常稱之為『拍』(beats)。斯時音之強度，恰為時間之周期函數。

如兩叉無毫髮差，用電連法，使其振相，始終如一。 P 點(圖4)與 F_1 及 F_2 等距，該處之音，強度最大。 Q 距 F_2 較距 F_1 近半波長，此

點適為反相之處，當不聞音。R 點之程差，恰為一波長，兩波至此，復又同相，最強之音，重聞是地。由此可見沿任何線之與 F_1 F_2 平行者，音之強度，恆為距離之周期函數。

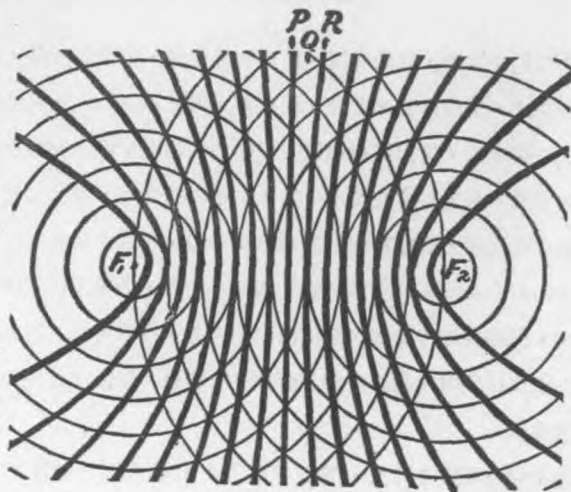


圖 4.

如光亦係波動，其強度應與振幅之平方成比例，則在適當情況下，兩光相加，得生黑暗。牛頓 (Newton) 係第一人研究此種現象者，馳名已久之『牛頓環』實驗，即其研究時所用之方法。胰皂之泡，而陳美色，產生之因，與牛頓環，同出一軌。惟此現象，入人眼簾，雖歷年所，而窮詰原由，頗乏其人，必待牛頓之智慧，始得破是啞謎，而與此現象以正確量度之方式也。

牛氏解釋『薄膜色彩』之學說，誠不復為人所接受（牛氏堅持微

粒說，反對波動說，但依前說，釋此現象，必求援他種假設，始克奏效），然今人所謂之波長，牛頓早經測定，而光譜各色之特性，唯在波長，亦係牛氏首先指出，先哲之卓識宏猷，殊足景仰！

茲將詳述『薄膜色彩』之學說。兩光束之疊合，薄膜色彩所自生焉。光之一束，係來自薄膜（在皂泡，係水；在牛頓環實驗中，係兩玻璃面間之空氣）之第一面，他束則產自第二面。如用純粹單色光，此兩光束之干涉，即生明暗相間之光帶(band)。牛頓實驗內，光源如係紅色，將見環帶之徑，較用藍光為大，倘用白色（牛頓曾謂白光包含光譜上所有之色），則結果成一美豔之色系。現象之顯著，有如是者。

解釋此種現象，有一顯著之困難，頗堪注意；按光波說，兩面接觸之處，程差係零，光之強度應為最大；然考諸實驗，結論殊異，接觸處之光強，反為最弱。矛盾若是，果何故歟？庸詎知發生干涉之兩個光束，非直接來自光源，要皆經過反射，始入吾人眼簾；而兩者反射之情形，絕不相類，一在稀薄媒質之空氣中舉行，一則產生於玻璃之表面，經玻璃面反射之光束，位相有變，而變易之值，適為波長之半。故於量得之程差外，尚須加入此值，則所謂矛盾現象無可解說者，當然冰釋無疑矣。

干涉之現象，波動學說，似能與以完滿之解答，但決疑之考驗，仍屬無從着手，因所謂互相干涉之兩光線束，實無分離之可能。然自楊氏(Thomas Young)之實驗，宣告成功，上述困難，頓形消失。實驗之裝置，略如圖 6。S 係一小孔，透鏡聚會之日光，由孔射入，

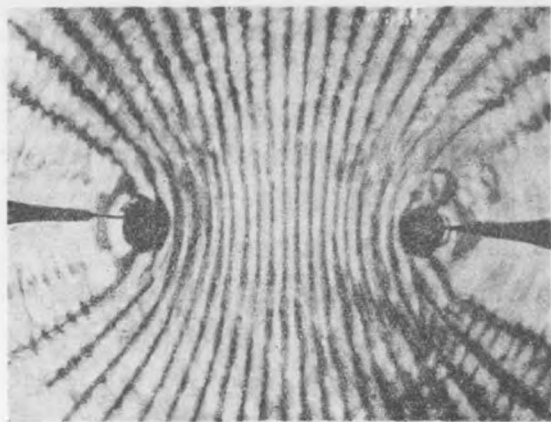


圖 5.——照像所示，為小水波干涉之現象。水波之生，係以兩針接觸水面，而於針之上端，通以交變電流。

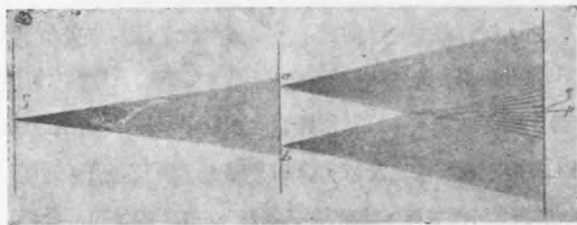


圖 6.——第二屏之左面，表明兩光波在空間之干涉。惟此蔭影，僅係一種圖示，並非事實上之照像。

用為光源；光源之前，置一屏蔽，屏上穿兩小孔 a, b ，距約一耗。光過小孔，射於他屏，該屏又距前屏約一耗。 ap 與 bp 光程相等， p 點之亮度遂為最大； q 點之程差 $(aq - bq)$ 為波長之半，位相適反，兩光線

束，互相抵消，光乃極黯；距 p 點倍於 pq 者，位相又同，第二次最大亮度，立即產生。如是明暗相間，斯成干涉之象。前述音波之干涉，與此酷相類似，事極顯明，而同一解釋，兩種情況，皆能適用，亦屬事實。

音光主要之差別，即在波長；波長不等，發生干涉之兩波源之距離，亦當有異。如令 b 爲干涉帶 (interference bands) 之闊 (即兩最強光帶間之距離)， D 爲兩屏間 bp 之距， d 爲兩小孔之距， λ 爲所用光之波長，則

$$b = \frac{D}{d} \lambda。$$

如用白光，干涉帶即麗以彩色，色之順序，與牛頓環，大體相似。

楊氏所得各色之波長，與牛頓所計者，完全相同。楊氏實驗中，兩干涉光線束，判而不混，故將任一光束，加以變易，其他一束，不受影響。又若任一光束，擴而不用，則干涉現象，立時泯滅。且從暗帶 (dark band) 言之，已證兩光疊合，可生黑暗，是更與波動說符合不悖，而爲其他任何學說費解之點。

雖然，此兩束光線，曾經小孔，難保不生曲折或繞射，焉知所謂干涉現象者，非因光經小孔，受屏帷緣邊之影響，有以致之耶？欲泯斯議，佛銳列 (Fresnel) 曾將楊氏實驗加以改造，茲爲說明如下：

佛銳列之鏡

表示干涉現象之實驗，佛氏方法，並非上乘，自近代精美之實驗

產生後，彼已早受淘汰，惟從歷史與教育兩觀點論之，此一實驗，仍具興趣，頗值一談。

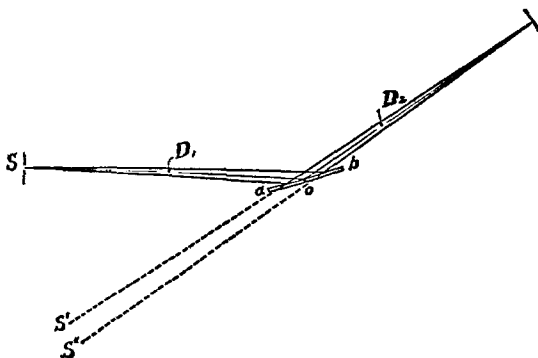


圖 7.

oa 與 ob 兩玻璃片(圖7)，互相傾斜，成角極微(僅有幾分弧度)； S 係一光源，既亮且狹，光經兩鏡之反射，會於一屏，干涉帶得於屏處直接窺見，或以目鏡觀之，亦無不可(在此情狀下，屏帷並非必須)。結果之現象，直與除去原有之光源與兩鏡，而代以光源之兩虛像 S_1 及 S_2 者，完全相同。

命 α_1 為兩鏡所成之角， D_1 為兩鏡交線與光源之距離， D_2 為交線與屏之距，並設 b 為波長 λ 之光所成干涉帶之闊，則有

$$b = \lambda \frac{D_1 + D_2}{2D_1\alpha_1}。$$

如兩距離 D_1 , D_2 相等，

$$b = \frac{\lambda}{\alpha_1}。$$

此處所應注意者，兩鏡之交線，須與障邊極近，否則，光程之差，將增以 $\frac{2h \sin \theta}{\lambda}$ 之值， h 為兩鏡交連處之「支距」(offset)， θ 為擦過角 (grazing angle，極小入射角之專名)。此一數量，關係至偉，調置儀器時，僅須發生 0.1 耗之訛誤，結果將有四十個光波之差。欲杜斯弊，非 θ 之值甚微不為功，故作此實驗之必要條件，即擦過角務宜至小。


如光源係一狹縫（狹縫所生之亮度，恆較圓孔為強），則兩鏡之交線，與此狹縫，應居同一平面，此點亦極重要，勿得忽視。雖然，佛氏鏡所生之反射光，因有傾斜^①，局部之光，難免繞射，楊氏實驗中，聚訟之點，仍未盡除，誠屬憾事。

佛氏實驗之另一方式，係將兩面平鏡，易以雙底稜鏡 (bi-prism)，其角^②稍小於 180° 。此稜鏡在屏上所生之現象，亦彷彿本無光源 S ，而僅有兩虛像 S_1 及 S_2 者然，是以兩干涉帶間之距離，顯為

$$b = \frac{\lambda}{2(\mu-1)\alpha_1} \cdot \frac{D_1 + D_2}{D_1}，$$

式中 α_1 為稜鏡之銳角， μ 為折射指數。但 μ 隨 λ 以變，故所得干涉現象，將因色散而趨繁複。

① 用高度放大，將兩鏡之交線，加以注意之調置，使反射線之斜度，可小至吾人所欲，則縱有局部繞射之光，亦無傷大體。

② 此角係指圖  中之 α

他種干涉儀器，未行討論之前，各器共守之原則，頗值討探。

(1)第一最要之條件，即兩干涉之光線束，應有一不變之位相關係（至少此位相關係之變遷，亦須遲緩而連續）。欲實現光之振動，與此條件，符合不悖，則兩光線束，非同出一源不可。高燒兩燭，絕無干涉現象之可觀，是因兩燭之電子振動，各皆任意，所生之光波，位相振幅與排列之方向，每秒鐘內，不知有幾千萬次之變遷，亮度之成於此種光波者，求兩者之間，有一相當之關係，勢不可能，干涉現象之不克有成，理所應然。兩光同源，為產生干涉現象之必備條件，下述者不過就觀察方面之便利着想，不可與此條同日而語。

(2)光源如非均勻，換言之，即光源成於雜色（例如白光），內含各種不同之波長，則結果之干涉帶，將因不同之波長，具有不同之闊度與位置，非當兩干涉光束歷程相等，則永無密合之望，惟程差在一耗之千分之一左右時，雖不密合，亦近之矣。是以吾人應盡力之所及，謀此兩光束之行程，趨於等值^①，苟不然者，非以分光鏡觀察之，不能得其究竟。利用分光鏡，干涉現象，旋得證實，蓋光譜『溝化』(channeling)，是其明證；『溝化』云者，光譜上顯有黑暗條帶之謂也。暗帶數目，隨程差之消長而有增減。

(3)兩光線束進行之方向，應約相同，此為第三條件。倘有差異，干涉條紋，必細至不可分辨。因如令 α 為兩光線束間所成之角（即兩波面間之角）， λ 為波長（指兩同相連續波面間之距離）， b

^① 惟佛氏鏡之支距，如在一耗之百分一之上時，此種條件，即難作到。

爲兩干涉帶之距離，乃有

$$b = \frac{\lambda}{\alpha} \circ$$

(在任何情狀下，上式俱能適用，茲以陳例證明之。如在佛氏鏡一實驗中，

$$b = \frac{D_1 + D_2}{2D_1\alpha_1} \lambda$$

α_1 爲兩鏡所成之角，但

$$2\alpha_1 = \frac{D_1 + D_2}{D_1} \alpha$$

$$\therefore b = \frac{\lambda}{\alpha}$$

仍得前式。)

如方向之差，爲十分弧度，茲按上式，干涉條紋之闊，僅有 340 個波長，其量尙不及一耗之十分之二。

類於楊氏佛氏兩實驗內所用之儀器，尙有一條件，必須加入，即光源務宜極小（如針眼或狹縫方可）。不然，各系條紋，不復會聚一處，而干涉現象之明證，爲之蒙蔽矣。但此條件，在另種儀器內，實非必須，如雅敏(Jamin)之干涉折光儀(interferential refractometer)，是其一例。此儀之主要部分，係兩平行平面之玻璃片，兩片之厚度應無毫釐之差，而相對位置，亦須平行。 S (圖 8) 光源射出之光，經第一片之反射與折射，成兩條光線束，一循 $oabcd$ 前進，一循 $oefcd$ 前

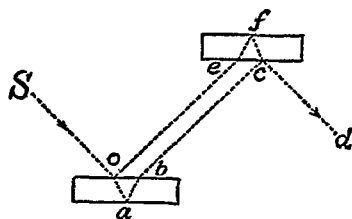


圖 8.

進。兩途程大約相等，此兩束光乃以最小角度沿 cd 之方向，而相會
遇，用肉眼或用透鏡，干涉條紋，均可一覽無餘。

第三章

干涉儀

前述產生干涉現象之各法，向未使干涉光束，有較寬之分離，並於巨大之程差變遷，亦未計及。抑知探討溫度壓力電場磁場及媒質自身運動等，與光之進行，有若何影響時，巨大之程差變遷，實係重要之條件。

為謀前述末項問題①之解決，爰有下述佈置之籌劃。光源 S (圖 9)，可以廣闊之發光面為之(蠟燭，電燈，或焦點處置有弧光燈之透鏡均可用)。 a 係一平行平面之玻璃片，光射於 a 面②，分成兩相關之光束③ (Coherent pencils)，一係透過 a ，直射至 c ，經反射，回至 a 點，再循 ac 以行者；一係在 a 面反射，至 b ，又反射，回至 a ，終沿 ac 以進者；故在 ac 方向，置一屏，干涉條紋遂顯，舍屏而以肉眼或觀測遠鏡視之，亦無不可。

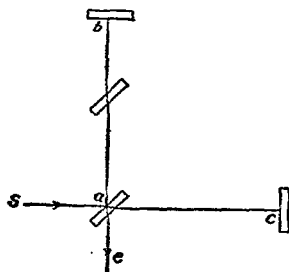


圖 9。

干涉儀之名，初卽用以號稱此

- ① 按指媒質自身運動與光行之影響。
- ② 此面塗以銀或鍍，厚度以能使反射與透過之光強度相等為宜。
- ③ 所謂相關之光束者，即兩束光之位相必完全相等，或有一固定之差。

種簡單裝置者，1880年予作實驗時，即用此儀之略加修改者，後與莫列 (Morley) 教授合作實驗，復沿用之，詳細情形，俟論媒質運動與光速之影響時，再加敘述。茲僅論本儀器之數種改造，曾為各項研究之實驗上所利用者；並將本儀器與其他光學儀器類似之點，予以說明。

光學上量度之儀器，通常所用者，不外透鏡(或鏡面)與稜鏡(或光柵)兩種；干涉儀時亦加入工作，而以第三種工具目之。但因任何光現象，咸以干涉之廣義的概念為依據，故干涉儀與前二者並無重大區分，茲將其類似之點表明於圖 10。試觀圖 10 A，光源之像(光源係一狹縫 a ，或為一細線，用鑽石在平滑玻璃或金屬面上，刻畫而成)，成於 d 處(此為射在透鏡 bc 上所有光線會合之結果)，利用

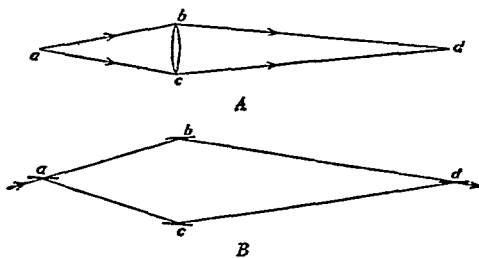


圖 10.

望遠鏡或顯微鏡上之目鏡，可窺得之。圖 10 B 中，光源處代以 a 面；透過與反射之兩光線束在 b 及 c 處，受稜鏡(或鏡面)之曲折，共會於 d 面，復行前進，即入眼簾或觀測之遠鏡。圖 11 表示類似之

意義，與前圖相同，惟將透鏡易以鏡面耳。

是以透鏡（或鏡面）與干涉儀重要之區分，即前者將光源射來所有之光線，聚合造像，映諸焦平面上，而後者僅具兩束互相干涉之光線而已。至在應用，此種區分，亦不重要。並知欲作精確之量度，干涉儀實具顯著之功效。上舉之說明圖中，顯微鏡，望遠鏡，及干涉儀之類似形，俱可恃為量距與測角之用。

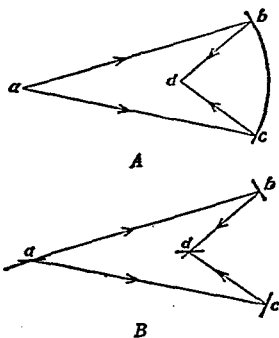


圖 11.

稜鏡及光柵，驟視之，為用之目的，與包含之原理，與干涉儀，似有不同；混然一光，析為若干成分，乃前兩者之職責，但細加考察，類似情形，仍然存在，茲以圖 12A 與 12B 表明之。圖 12A 中， a 表狹縫之光源， bc 表光柵，光線經柵，受其繞射，復返至 a （平行平面之 p 片，將一部分之光，拋射一邊，以便觀測或攝影），是與圖 12B 及 12C 所示之干涉儀，顯具同樣光程，唯僅指干涉儀之

兩條有限制之光線束而言耳。

在此種裝置中，如有一鏡（如 C ），可以活動；射入之光，又係單色，波長為 λ ；而光度最大（或最小）之條紋數相當於程差 d 者，值為 n ，則波長 $\lambda = d/n$ 。後章將說明利用此法量得之值，較用稜鏡或光柵，更為正確。

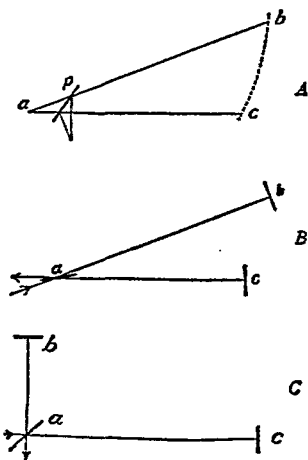


圖 12.

12C, 13C, 14B, 15C 與 16B 諸圖，為干涉儀之各種主要式樣。在特種用途中，各式之類似圖形，亦均附入。

干涉儀之形式認為最通用者，當推圖 13C, 17, 18 兩圖示其詳情，圖 19 則為該儀之照相。平行平面之 A 片（圖 17），面塗薄銀，光源射出之光，行經 A 後，分道揚鑣，一部反射至塗銀之平面鏡 C ,

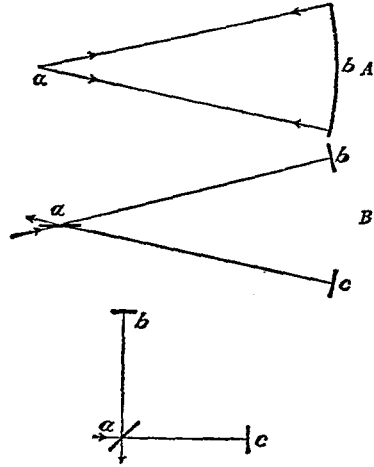


圖 13.

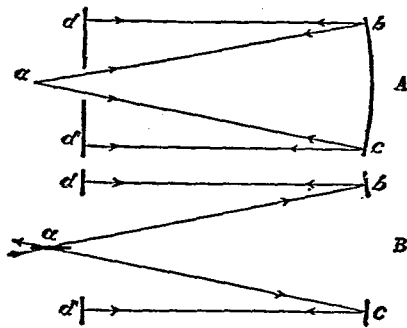


圖 14.

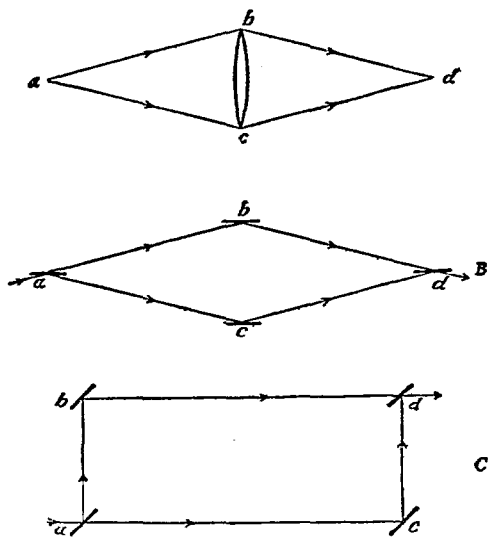


圖 15.

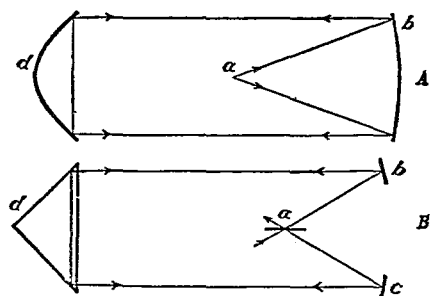


圖 16.

經 C 反射，回馳至 A ，穿之而入觀測遠鏡；他部透 A 至 D 鏡，回射至 A ，復經反射，亦入觀測遠鏡，鏡中兩光相遇，遂生干涉之象。如用白光，光程之差，務須極小，干涉之帶，始獲現示。但有一束光，已經

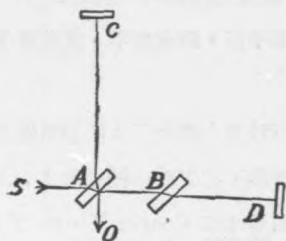


圖 17.

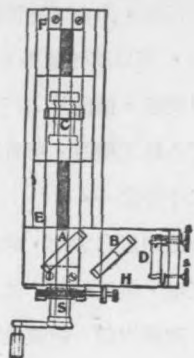


圖 18.

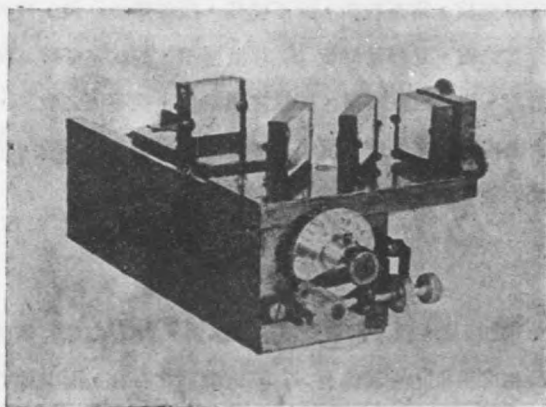


圖 19.

A 片兩次，故於他一束光之進程中，應置一 B 片，以補救之。 B 之厚度，恰與 A 同，安放之角度，亦須與 A 無別。

各光學器械，均以重座承之。運轉動鏡 (C) 之機，行動必須穩確。此種行動，係由螺旋傳達，螺旋設有齒輪，附有刻度圓盤，故行動之徐疾，可以精確量得。定鏡 D 亦附有螺旋，鏡繞縱橫兩軸之動作，賴以調節。補償片 B ，下有鋼質直桿荷之，桿之扭轉，得令光程發生任何小量之變遷。所有光學平面，務宜坦平，其差度不得超過光波長度二十分之一。

干涉儀調置之方法，與應行注意之點如下： C, D 兩鏡與半塗銀之 A 片之距離，須近相等（縱有差誤，亦須在一耗之內）； A 片前面所用之光，應屬均勻（鈉燄或古伯黑味蒂 Cooper-Hewitt 之汞光弧）。調變 D 鏡之螺旋，使一針尖之兩像，可合為一，則干涉條紋，即能產生^①。所得條紋，常甚狹曲，而不清楚，緩緩調變 D 鏡，條紋闊度，可趨一適當之值，且轉動螺旋 S ，以減程差，條紋亦可較為明顯。當程差近零時，眼之位置縱變，條紋之傾斜度，絕不因之改易，此點作到時，白光內應有之條紋（有色），當然現出，如仍不現，稍轉螺旋齒輪，使螺旋 S 有相當之行動，條紋自必產生。

干涉儀之理論

圖 20 之裝置，係干涉儀最簡形之略圖。對 B 處觀察者言，諸鏡而連合所生之現象，一若僅有 A, B' 兩平面之存在，而其他各件均無

① 觀測時眼之前方應置一極小徑口，則條紋之清晰度可以驟增。

與焉。所謂 B' 者，即 B 在 M 鏡面內所生之像。令圖 21 M_1M_2 兩平面作此干涉儀之代表，試思光自 S' 來後，經反射至 P 之影響。命 t 為入射點處兩鏡面距離， ω 為入射角，對於兩鏡，角值可謂相等；假設兩鏡間之角 ϕ ，值量極微（僅約一秒弧度之譜），於是兩干涉光線束之程差，應為

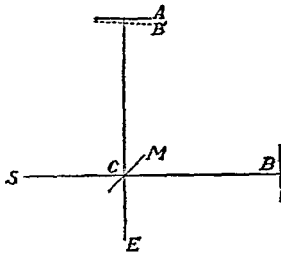


圖 20.

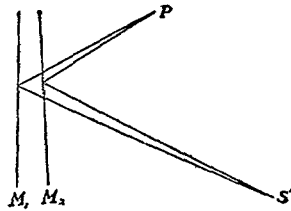


圖 21.

$$\Delta = 2t \cos \omega$$

如兩鏡之交線係直立，命入射線之水平投影與法線之交角為 i ，入射線在合法線之縱面上投影與法線之交角為 θ ，並設 P 為觀測干涉條紋處與鏡面之距離， t_0 為兩鏡在垂線腳處之距離，則

$$t = t_0 + P \tan i \tan \phi$$

因 ϕ 與 ω 值量均小，故

$$\Delta = 2(t_0 + P i \phi) \cos \omega$$

如觀測處之徑口，廣漠無限，則相當位相差 $2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$ 之數值，界域必大，致令干涉現象，消失無存。反之，光線之錐，倘有限制（如為眼之瞳孔或觀測鏡前之光闌所限），則界內含數甚夥，干涉現象，遂

得顯著。

茲將求 P 爲何值時，該處之條紋，最爲清明。當 ω 有一定量變易時， Δ 之改動，值量最小，則清明之條紋，必可產生。

使 $\frac{d\Delta}{d\omega} = 0$ ，並因 ω, i, ϕ 等值均微，

$$P = \frac{it_0}{\phi}。$$

是以當光束不加限制時，干涉像型 (interference pattern) 之各部，不克同時在焦點；除非屬下兩情狀：(1) $t_0 = 0$ 當 $P = 0$ (條紋即在 $M_1 M_2$ 鏡面之上)；或(2) $\phi = 0$ 當 $P = \infty$ (條紋在無窮遠)。

若令 $\omega = 0$ 時位相之差爲 Δ_0 ，並設 $\Delta_0 - \Delta = n\lambda$ ，則

$$2it_0(1 - \cos \omega) - 2Pi\phi \cos \omega = n\lambda，$$

如 ω 甚小，

$$t_0 \omega^2 - 2Pi\phi = n\lambda，$$

命 $\rho^2 = \frac{n\lambda}{t_0}$ ，並命 $h = \frac{Pi\phi}{t_0}$ ，

$$i^2 + \theta^2 = \rho^2 + 2hi。 \quad (1)$$

此式表示一圓，其角度半徑爲

$$\sqrt{\frac{n\lambda}{t_0} + \frac{P^2\phi^2}{t_0^2}}$$

而其中心應有角度 $h \left(= \frac{Pi\phi}{t_0} \right)$ 之移轉。

如 t_0 甚小，(1)式簡爲

$$n\lambda = -2\phi Pi = 2\phi X$$

不計符號，則

$$X = \frac{n\lambda}{2\phi} \circ$$

此種直形條紋，皆與兩鏡之交線平行。兩條紋間之距離，顯為

$$b = \frac{\lambda}{2\phi} \circ$$

條紋之明顯度

明顯度之定義設為

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2},$$

式中 I_1 與 I_2 分表強度之最大與最小值。

$$I = \int_{i_1}^{i_2} \cos^2 \frac{1}{2} k\Delta di \circ \quad (k = 2\pi/\lambda)$$

[因 θ 產生之位相差，係第二級(second order)，值小可以不計]。

ω 值恆微小，則 $\cos \omega \approx 1$ ，故 $\Delta \approx 2(t_0 + Pi\phi)$ ，而

$$I = \frac{1}{2} (i_2 - i_1) + \frac{1}{2} \int_{i_1}^{i_2} \cos 2k(t_0 + Pi\phi) di$$

$$I = \frac{1}{2} (i_2 - i_1) + \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1) \cos k\Delta}{2 k P \phi}$$

$$I_1 = \frac{1}{2} (i_2 - i_1) + \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1)}{2 k P \phi}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (i_2 - i_1) - \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1)}{2 k P \phi}$$

$$I_1 - I_2 = \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1)}{k P \phi}, \quad I_1 + I_2 = i_2 - i_1$$

$$\therefore V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \frac{\sin k P \phi (i_2 - i_1)}{k P \phi (i_2 - i_1)} \quad (k = 2\pi/\lambda),$$

由此式可知在 $t_0=0$ 時 (則 $P=0$)， $V=1$ ①，是即表明如徑口確有節制，則明顯度並不與徑口之大小結有關聯。如 $\phi=0$ ，情形亦同。角徑口之可能的數值，得由下之粗淺考索，獲其梗概。

如中央光線與邊緣光線之位相差為 λ ，則情形之不一致，深值考慮。若 t 量甚小， β 為物鏡之角徑口，則

$$\Delta = 2t(1 - \cos \beta/2) = \lambda,$$

而

$$\beta^2 = \frac{\lambda}{t},$$

當 $t=25\lambda$ 時， $\beta=1/5$ ，是知透鏡之角徑口必須小於 $1/5$ 。

又如 ϕ 值甚小， A 為物鏡之直徑，則因 $\lambda=2\phi A$ ，故 A 必須小於 $\lambda/2\phi$ 。

矩形干涉儀之干涉條紋

此儀係由兩平行平面片與兩平面鏡所構成。四物分置矩形之四角，互相平行，並皆與矩形光程之邊成 45° 之角，實驗所用之光源，應甚廣潤，且須單色（用古伯黑味蒂燈），所成條紋，可以遠鏡窺之。此種裝置，與一空氣片相當，片之厚度為 t ，片上有光射入，其入

① $P=0$ ， $V=\frac{0}{0}$ ，但 $\lim_{P \rightarrow 0} V=1$

射角為 45° 。

令 ϕ 為空氣片表面之傾斜度； ψ 為表面交線與水平線間之角度；當 $i=0, \theta=0$ 空氣片之厚度為 t ； $(45+i)$ 與 θ 分表入射角之橫縱投影； P 係當 $t=0$ 該表面與條紋發現地之距離； (x_1y_1) 係焦平面上之座標（與該表面平行者）。於是，如令 $p=\sqrt{2}P\phi \sin \psi - t$ ； $q=P\phi \cos \psi$ ； $r=x_1 \sin \psi + y_1 \cos \psi$ ； Δ =程差；則干涉條紋之位置，可以下式表之：

$$pi + q\theta = \sqrt{2}\Delta - r. \quad (\text{第二級之微量已刪})$$

等色線均為直線，並皆有 $(\tan^{-1} p/q)$ 度之傾斜。如命射入遠鏡光錐之橫的角徑口為 α ，直者為 β ，則條紋明顯度可表以下式：

$$V = \frac{\sin \omega}{\omega} \cdot \frac{\sin \chi}{\chi}; \quad \omega = \frac{2\pi}{\lambda} p\alpha, \quad \chi = \frac{2\pi}{\lambda} q\beta.$$

僅當 $p\alpha$ 與 $q\beta$ 兩值均小，明顯度始臻佳境。欲該兩值甚微，在徑口不變時，非

$$P\phi \cos \psi \approx 0, \text{ 與 } \sqrt{2}P\phi \sin \psi \approx t$$

不可。故 $\psi=90^\circ$ 與 $P = \frac{t}{\sqrt{2}\phi}$ 為條紋清明之唯一條件。如 ψ 不為 90° ，只須徑口甚狹，條紋仍屬可睹。斯時傾斜度亦與前同，即 $\tan r = p/q$ ，而闊度 β 可自下式得之，

$$4 \frac{\lambda^2}{\beta^2} = (\sqrt{2}P\phi \sin \psi - t)^2 + (P\psi \cos \psi)^2.$$

第四章

光波分析

前論各式干涉儀，可就其用途加以分類。如圖13之 C ，兩光束歷程，約略相等，其中一鏡，僅須有十萬分之一吋之行動，條紋即受其影響，而有一條之遷移。故此裝置，可代替顯微鏡，作微動之量度。同理，狀如圖14B 之干涉儀，亦可充望遠鏡之用，而量微角。在論『光學量度之準確』一章中，將說明干涉儀量度之精確，遠出望遠鏡與顯微鏡之上者，約有二十倍至五十倍之巨。

就分光方面而言，類似情形，雖不顯著，但類似程度，未嘗稍遜。所用光源，設屬均勻，令干涉儀之一鏡，移經一相當距離，當鏡行動時，計數條紋遷移之數目，鏡所移過距離之兩倍，除以條紋遷移之數目，乃得波長。嗣後余將說明，利用此法，求得之波長，較用分光法所獲之結果，尤為精確。

如光源非屬均勻者，則條紋之清明度或明顯度，必因兩干涉光束程差之增加，漸次低減，其嬗變情形，恆隨光源之性質，而有差異。例如：光源來自鈉汽，條紋之清明，初因程差增加，漸漸消失，俟程差積有 λ_1 之 n 個波長與 λ_2 之 $(n + \frac{1}{2})$ 個波長後，亮度漸行恢復，迨程差增至兩倍前長時，亮度最大，與程差為零時，約略相等。明顯度消長情況，示如圖22①，圖名明顯度之曲線。

① 圖22與自圖24至圖29中，虛曲線為理論公式之圖形，實者為觀測之結果。

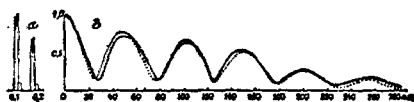


圖 22.

反之，若觀測所得之明顯度曲線，狀與上同，則可斷定光源必係偶性 (doublet)。光源上光能之分配，為波長之函數者，與其相當之明顯度曲線，關係密切；此中勾結，可以一分析式代表之，分析式求得之方法如下：

同波長 λ 之兩干涉光束合產之強度，應為

$$i = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos 2\pi \frac{D}{\lambda},$$

式中 a_1 與 a_2 表兩波陣之振幅， D 為程差。如兩振幅相等，

$$i = 2a^2 \left(1 + \cos 2\pi \frac{D}{\lambda} \right)。$$

如光非單色，全強度將為

$$I = \int i d\lambda$$

或使 $1/\lambda = n + x$ ①，

$$\text{則} \quad I = \int \phi(x) [1 + \cos 2\pi D(n+x)] dx。$$

命

$$\theta = 2\pi Dn$$

① 通常所用之光，幾近單色，故 x 之值極小。

$$P = \int \phi(x) dx$$

$$C = \int \phi(x) \cos 2\pi D x dx$$

$$S = \int \phi(x) \sin 2\pi D x dx$$

$$\therefore I = P + C \cos \theta - S \sin \theta$$

為謀干涉像型之明顯度 V ，與光源強度（為頻率之函數） $\phi(x)$ 之間，具有數量之關連，表 V 之式，應付以定形，茲令^①

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2},$$

式中 I_1 指亮紋中部之強度， I_2 指隣近暗紋中部之強度。欲求 I_1 與 I_2 ，先令 $\frac{dI}{d\theta} = 0$ ，乃得 $\tan \theta = -S/C$ ^②，代入 I 式，即有

$$I = P \pm \sqrt{S^2 + C^2},$$

而

$$V^2 = \frac{C^2 + S^2}{P^2}.$$

與 $\phi(x)$ 以數種特值，試分求其相當之明顯度曲線。

第一種—— x 自 $-\frac{1}{2}a$ 變至 $\frac{1}{2}a$ ， $\phi(x) = \text{常數}$ 。此係一種偶對稱

函數，積分 S 當然為零，故

① 如令 $V = \frac{dI/d\theta}{I_1 + I_2}$ ， $dI/d\theta$ 係指強度曲線中最隱蔽部分而言，則可得同一結果。

② 因 α 值恆為極小，故 S 與 C 可視為常數。

$$V = \frac{C}{P} = \frac{\sin \pi D a}{\pi D a}$$

V



圖 23.

V 之圖形見圖 23，在等距離 $D_0 = 1/a, 2/a \dots$ 各處，均無條紋存在，式內 a 值，由下式決定，

$$a = \partial x = \frac{\partial \lambda}{\lambda^2} \circ$$

V 在相連之兩週線中，記號不同，是即表明兩者明暗條紋之次第，適互相反。

第二種—— $\phi(x) = e^{-\frac{x^2}{a^2}}$ 。此時 S 仍為零。

$$V = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/a^2} \cos 2\pi D x dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/a^2} dx}$$

於是

$$V = e^{-(\pi D a)^2}$$

形如圖 24，圖 24 之 b 與 $\phi(x)$ 同狀，惟其闊度，適與 $\phi(x)$ 者，成反

比例 \bullet 。

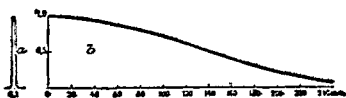


圖 24.

第三種 複光源——如光譜內含有多個同形對稱之線組，強度與 P_n 成正比，明顯度曲線為 V ，則明顯度 \bar{V} ，可從下式得之。

$$(\Sigma P)^2 \bar{V}^2 = V^2 (\Sigma^2 P_n \cos kx_n + \Sigma^2 P_n \sin kx_n)$$

$$(k = 2\pi D)$$

若係偶源。

$$(\Sigma P)^2 \bar{V}^2 = V^2 (P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 P_2 \cos 2\pi Da)。$$

$$\text{令 } \frac{P_1}{P_2} = r \text{ 及 } L = \frac{1}{a},$$

$$\bar{V}^2 = V^2 \frac{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 P_2 \cos 2\pi Da}{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 P_2} = V^2 \frac{1 + r^2 + 2r \cos 2\pi D/L}{1 + r^2 + 2r}$$

$$\left[L(\text{周期}) = \frac{1}{x_1 - x_2} = \frac{\lambda^2}{2\lambda} \right]$$

\bullet 為便利起見，『半闊度』之定義作下解：凡自變數之值，代入函數後，函數值減至原有值之半時，該自變數之值，名曰『半闊度』。令 $x_{\frac{1}{2}}$ 為光譜線之『半闊度』，則距離 $D_{\frac{1}{2}}$ 將為 $\frac{\log 2}{\pi x_{\frac{1}{2}}}$ 或即 $D_{\frac{1}{2}} = \frac{0.22}{x_{\frac{1}{2}}}$ 。

圖22代表此種明顯度曲線之形狀，其光源係含有兩種不同波長之餉。

逆問題

光譜上光強分佈之推釋，殊非易事，譜線如不對稱，尤感棘手。如其分佈為 $I = \phi(x)$ ，依符依(Fourier)定理

$$\begin{aligned}\phi(x) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos kx dk \int_{-\infty}^{\infty} \phi(u) \cos ku du \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \sin kx dk \int_{-\infty}^{\infty} \phi(u) \sin ku du,\end{aligned}$$

或

$$\phi(x) = \int [C \cos kx dk + S \sin kx dk],$$

因 $C = PV \cos \theta$ 又 $S = PV \sin \theta$

$$\therefore \phi(x) = \int V \cos(kx + \theta) dk. \quad (k = 2\pi D)$$

$$V = f_1(k)$$

$$\theta = f_2(k)$$

如 ϕ 為對稱，則 $\theta = 0$ ， $\phi(x) = \int V \cos kx dk$ 。在此種情況下，如 V 得以 k 之分析函數表之，用積分法^①，可求 $\phi(x)$ 之值。

若非對稱，明顯度曲線 V 與 θ 均須知悉，始可得 $\phi(x)$ ； θ 可稱為『位相曲線』，如與一波長幾等而性質近於均勻對稱之光源，互相

^① 此種積分通常可用調和解析器求之(參閱原著者之 *Light Waves and Their Uses* 一書之68頁)。

比較， θ 之值或不難求得。

茲以下兩情形說明之。

$$\left. \begin{array}{l} \phi(x) = 1 \text{ 當 } x=0 \\ \phi(x) = r \text{ 當 } x=a \end{array} \right\} P_1 V_1 = \sqrt{1+2r \cos ka + r^2} \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \phi(x) = 1 \text{ 當 } x=0 \\ \phi(x) = r/2 \text{ 當 } x=\pm a \end{array} \right\} PV = 1 + r \cos ka \quad (2)$$

當 $r = .4$ 時 $P_1 V_1$ 與 PV 幾不可辨。但在第一種情形

$$\tan \theta = \frac{r \sin ka}{1 + r \cos ka} ,$$

而在第二，

$$\tan \theta = 0 ,$$

最大差分，約有 0.12π 。此則相當於條紋位置，生一移變，移變之值約為兩紋間距離之 $\pm .12$ 倍。

明顯度正確之考核，有時實非必須。例如作偶線之研究，其兩成分距離，可用下式

$$\frac{\partial \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{P}$$

求得， P 係兩連續極小之距離。

而兩成分之比，又可自

$$r = \frac{V_1 - V_2}{V_1 + V_2}$$

算出。 V_1 係兩極大之均數， V_2 為在兩極大間之極小值。斯時對於 V_1 與 V_2 ，應有精確之了解。

按通常情況，條紋之用為校核根據者，常感必須；條紋之明顯度，定義如下：

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$$

V 之值量，須可精確決定者，為能達是目的計，在兩交叉位置之尼柯爾稜鏡 (Crossed Nicols) 間，應置一凹形石英晶體，使生干涉圓紋；圓紋強度為

$$I = 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \vartheta$$

故

$$V = \frac{1 - \cos^2 2\alpha}{1 + \cos^2 2\alpha},$$

α 係石英晶體所應轉之角度，俾圓紋之明顯度，與干涉儀上所現者，完全相同（吾人肉眼，應有相當訓練，使棄去校核條紋時，仍可略知明顯度之概值）。

下舉數例，乃實際上所獲之結果。

(1) 氫 ($\lambda = 6563$)——明顯度曲線，可表以下式

$$V = 2 - \frac{D^2}{\Delta^2} \sqrt{\frac{1+r^2+r \cos 2\pi D/P}{1+r^2+2r}}$$

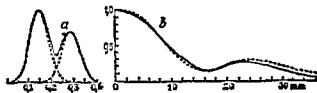


圖 25.

譜線顯係偶線(圖 25)，成分之『半闊度』(half width) 為 $\vartheta_1 = \frac{.22}{\Delta} \lambda^2$,

成分間之距離為 $\vartheta_2 = \frac{\lambda^2}{P}$ ，其比為 r 。當氫在一汞耗壓力下，經感應圈之放電而於真空管內發光時，下記諸值，可以直接求得。

$$\vartheta_1 = 0.14 \text{ 盎斯通 (A. U.)}$$

$$\vartheta_2 = 0.05 \text{ 盎斯通 (A. U.)}$$

$$r = 0.70$$

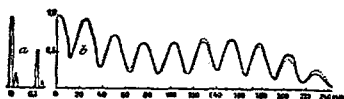


圖 26.

(2) 銻(thallium) ($\lambda = 5350$)——譜線偶成，相距十分之一盎斯通，比為 0.50，明顯度曲線如圖 26。由圖可知，每一成分，又係雙線合成，其距僅約 0.01 盎斯通(是可為一種倒轉之表示，未必能作偶線之確證)。

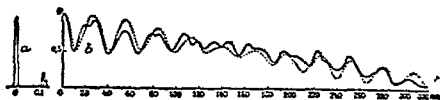


圖 27.

(3) 汞——圖 27 代表 $\lambda 5790$ 之明顯度曲線， $\lambda 5770$ 與 $\lambda 5461$ 者，分示如圖 28 及圖 29。各明顯度曲線之左旁，附有小圖，表明光譜上各光源之相當光能的分佈。此種結果，繼經稽核，已有改易(因於位相曲線，不甚明瞭)，惟所示各線之強度與成分之距離，仍極正確。

(參閱蓋耳 Gale 與李蒙 Lemon 論文，見 *Astrophysics*, 31, 78, 1910)

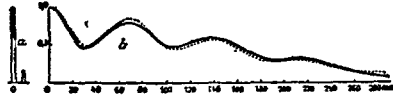


圖 28.

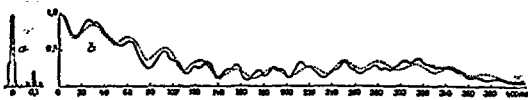


圖 29.

下舉數例，係說明溫度氣壓與譜線闊度之影響。

在低氣壓或常氣壓時，譜線變闊之主因，不外兩種。一受振動電子在視線方向運動之影響；一受碰撞而限制自由行程之影響。如密度稀薄，後者可以不計（如在氫之實驗中，壓力減至一耗或二耗時，後之影響，即可不計）。

已故之銳森博士，曾推得下式，用表明顯之度。

$$\text{明顯度}(V) = e^{-\pi \left(\frac{\pi D v}{\lambda c} \right)^2}$$

式中 D 為程差， λ 為平均波長， v 為平均平方速度之平方根， c 為光速，如以 Δ 表示在明顯度為半值時程差之值，則

$$\Delta/\lambda \doteq 0.15 \frac{c}{v}$$

取 $v = 2000$ 呎/秒，(如氫) $\Delta/\lambda = 22500$ 。

表1

| 物名 | 原子重 | λ | Δ | $N = \Delta/\lambda$ | N (計算值) |
|-------------------------|-------|-----------|----------|----------------------|-----------|
| H _r | 1 | 6563 | 19.0 | 30,000 | 22,500 |
| H _b | 1 | 4861 | 8.5 | 18,000 | 22,500 |
| O | 16 | 6160 | 34.0 | 55,000 | 80,000 |
| Na _r | 23 | 6161 | 66.0 | 107,000 | 108,000 |
| Na _y | 23 | 5893 | 80.0 | 133,000 | 108,000 |
| Na _{gy} | 23 | 5676 | 62.0 | 109,000 | 108,000 |
| Na' _g | 23 | 5153 | 44.0 | 85,000 | 108,000 |
| Na'' _g | 23 | 4979 | 55.0 | 110,000 | 108,000 |
| Zn _r | 65.7 | 6362 | 66.0 | 104,000 | 182,000 |
| Zn _b | 65.7 | 4810 | 47.0 | 98,000 | 182,000 |
| Cd _r | 112.4 | 6438 | 133.0 | 215,000 | 238,000 |
| Cd _y | 112.4 | 5085 | 120.0 | 236,000 | 238,000 |
| Cd _b | 112.4 | 4800 | 64.0 | 134,000 | 238,000 |
| Hg' _y | 200.6 | 5790 | 230.0 | 400,000 | 317,000 |
| Hg'' _y | 200.6 | 5770 | 154.0 | 270,000 | 317,000 |
| Hg _y | 200.6 | 5461 | 230.0 | 420,000 | 317,000 |
| Hg _b | 200.6 | 4358 | 100.0 | 230,000 | 317,000 |
| Tl | 204 | 5350 | 220.0 | 400,000 | 322,000 |

復次，考核各物時，如溫度之差（此點頗多疑問，實難確定。）
 置之不理，則速度 v 必與原子重之平方根成反比；故程差之相當於
 $V = \frac{1}{2}$ 者，內含波數，應為 $22500\sqrt{m}$ 。此一問題，困難既多，活

動性又大，計算與觀察之結果，得如表 1 所示之符合不悖，詢屬難得。

變易壓力自 0 耗至 100 耗，考以同法，推得下式（各種物體之密度與蒸發度，懸殊雖甚，但應用此式，均可得精確之結果）。

$$\partial = c\sqrt{\frac{\theta}{m}} (a + bp)$$

式中 ∂ 為譜線之闊度， θ 為絕對溫度， m 為原子重， p 為壓力， a ， b ， c ，均係常數。

用明顯度曲線為根據，作光譜線之分析，事屬間接，法非精當，但變象之生，倘屬隱微，分光之儀，難窺全豹者，則上法雖陋，猶稱獨步，故光譜細微構造之分解，溫度壓力之影響，與夫磁場之效應，莫不依仰該法，以求解決，惟當是法試行之初，所用儀器，析力頗弱，應付諸艱，殊感棘手耳。

嗣因種種關係，光波分析法，已不見用，他項新法，（內有數種，後章述之）取而代之。惟上述問題之探討，舊法雖不適宜，但舊法之用途，仍屬廣大，且終不失為一種精良之方法，而堪資採用者也。

第五章

標準狀之光波量度

若光源幾近均勻，當干涉儀鏡面移變時，計數干涉條紋遷徙之數目，光波波長，即可量得，此種方法，已見前章，至其量度之可能的準確，則視所用光源之均勻程度而定。波長之值，得表以干涉條紋仍屬清明時之程差，前章亦述及之，所得程差之長，約有 500000 光波之譜。是種計量，精確之度，可望到達數百萬分之一。

光源之輻射，應係『簡純』(simple)，至少亦須能分成簡單譜線，此乃首要之條件，不容忽視者；然歷考光源，性多龐雜，能符斯旨者，實屬罕見，數百種輻射中，僅鎊汽之紅輻射，差強人意，勉能應選，其明顯度曲線，表以下式，尙屬精當，

$$V = e^{-D^2/\Delta^2},$$

式內 D 表程差， Δ 表明顯度為 $1/e$ 時之程差。線形如圖 24。常數 Δ 之值，隨鎊汽之溫度與壓力而變。如兩者值量均小，則 Δ 值最大。從圖知 $\Delta = 160$ 耗，並知當 $D = 220$ 耗時，干涉條紋，仍未朦昏，尙可量度。但此距離，已含有 350000 光波或 700000 條紋之多矣。量度上光學的錯誤，多依條紋之明顯度為轉移；條紋闊度十分之一，常能加以考核，而鮮訛誤，是即表明計量之精密度，可達千萬分之一。

數十萬條紋，一一記數之，不僅煩笨，結果且難盡信。自動記數法，頗多建議，各種嘗試，亦曾進行；第因一二條紋，遺漏未記，勢所難免，而此微量，影響全局，至深且鉅；於是比較間接而手續繁難但結果精確之方法，遂出而代之。

將所擬量度之距離（100 耗），分為若干小部，每部含有條紋，數量極少。就 100 耗而言，先作 50 耗之標準長，次作 25 耗者，依是類推，直俟 $100 \div 2^8 = 0.390625$ 耗者作就，則造成此標準長之兩平行平面相隔之距離內，僅含有 600 紅光波，或 1200 條紋。此區區之數，欲謀計算精確，易如反掌。是種標準長（見圖 30a 與 30b），係由兩平行平面玻璃片 A, A 作成（圖 30b）。A, A 前面塗銀，後與 abc 三銅針相觸（圖 30a），三針加以銼磨，直至兩面之平行，達到所須要之程度而後已^①。裝置如圖 31 之干涉儀，可用以考核此種平行之是否正

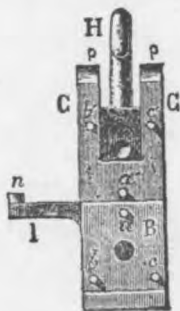


圖 30.a

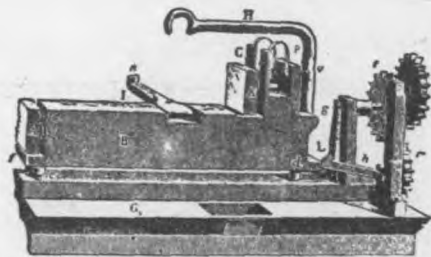


圖 30.b

① 完全平行之條件，可以做到，但有十分之一微米(micron)之誤，並無妨礙。

確，如 m , m' 爲此標準長之前鏡與後鏡， d 姑名爲『參較平面』(reference plane)；用單色光，調變 d ，使生圓形干涉紋。若 m 與 m' 上圓紋直徑，不因觀測者之眼在垂直視線方向之移動，而有變易，則兩平面可稱平行。

在最小標準長度(以 I 記之)內，記數條紋之方法，述之於次：命此標準長爲 mm' (圖31)， n 爲一輔助鏡，調變之，使在紅鎢光中，發生圓紋。令前平面 m 與參較平面 d 之影像密合，並與之成一小水平角，於是在白光中，立顯干涉直帶，中部之帶，係無色差，甚易辨識。移動參較平面，同時計數在 n 上之圓紋。俟 d 像與後平面 m' 相合，此種移動，即行停止，是時在白光內，直形條紋，現於 m' ；調變中部無色差之條紋，使其所居位置，與前在 m 上者，完全相同。

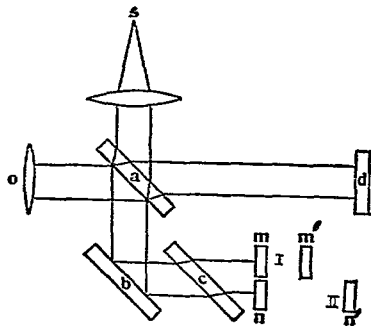


圖 31.

當 d 移動時，所計圓紋之數，應係整數。若有多餘分數，必須加以精密之決定。法先調變 d ，命在鎢光內，圓紋現於 m 與 m' 。如 m 與

m' 面上圓紋，同一位相，多餘分數，應即為零；若不為零，令平行平面之補償玻璃片 c ，轉一極小而可量度之角，俾兩面圓紋，位相無差，根據已知之校準，此多餘分數之相當相差，得以決定。在紅綠藍①三種輻射內，計數之結果如下：

表 2.

| | |
|---|---------|
| 紅 | 1212.37 |
| 綠 | 1534.79 |
| 藍 | 1626.18 |

I 內所含之波數與多餘分數，既經確定，第二步工作，即將 I 與 II 作一比較，法如下：

標準長 mm' 與 nn' 並列，兩前平面，應在一平面內，調變兩標準長之位置，使互平行，則稍具傾斜之 d ，經適當調變後，得顯直紋於兩者之上，中部條紋，在每面上，咸居相等地位（譬如中央）。移動 d ，使與 m' 合， m' 面上即有直紋之產生。變 I ，俟 m 面復現條紋時遂止（結果， m' 與 n' 幾在一平面上）。再動 d ，俾 m' 與 n' 面上之條紋，同時現示。其條數差，當不及一，可以分數計之。如此分數為 ϵ ，則 $II = 2I + \epsilon$ 。在本例， $2 \times 1212.37 = 2424.74$ 。所得分數並不正確，須用鐳光，作同前之觀測，以校正之。其正確之值，為 0.93。用同法作 II 與 III ， III 與 IV 等之比較，直達標準長度 IX ② 為止。兩標準長度

① 綠藍兩輻射，不如紅者之簡純，但可用為結果之考較。

② 第一分數與其校正值之差，常不越一條紋之十分之一，但有時差誤，大至 0.2，其倍值，幾等於 $\frac{1}{2}$ ，是可斷定所量得之整數之倍數，已係正確之值，分數之添補，實屬多事，同時作綠藍兩輻射之計量，於校正上，幫助極大，如整數非係正確，則自數種結果比較之下，立見各值之不一致。

比較時，各個溫度若何，毋須測計，目為相同，並無影響。但在計量標準長度 IX 時，則不能如是粗率，即一度之百分之一，亦須以溫度計精確計量之，而溫度計本身之差誤若干，亦應探索，俾資校正。

表 3.

| 次 數 | 紅 | 綠 | 藍 |
|------------------|-----------|-----------|-----------|
| <i>I</i> | 310678.48 | 393307.92 | 416735.86 |
| <i>II</i> | 310678.65 | 393308.10 | 416736.07 |
| <i>III</i> | 310678.68 | 393308.09 | 416736.02 |

表 3 所示之結果，係用三種獨立方法，計核兩倍標準 IX 長度內所含之光波數目。三次量度，時地人均不相同，而所得結果，頗能吻合，其差不過波長數百分之幾，法之精良，於茲可見。

標準 IX 與標準尺之比較，係最後手續。法先製一輔助尺(X)，上有兩金剛石刻痕，兩痕距離，極近一尺。 IX 上附一指臂，垂直於 IX 之本體；臂有記痕，與 X 上者極類似，令該記痕，同尺上之任一痕相合，愈密愈妙。然後利用干涉儀條紋，分十個相等步驟，將 IX 向前推動，結果之差誤，應以十乘（代替在比較小標準時之乘數 2）。疊次分別決定之訛誤，累積之，已有半光波之譜（所有量度之均差，當較小於是）；他如考核尺桿兩端是否與 IX 疊合時之測微器量度之差，及輔助尺與標準尺^① 相較之訛誤，均應加入。

① 此係標準尺之仿製者，真正之標準尺，非可手觸，每十年，始得一觀。

最終結果，示如表 4。

表 4.

在標準氙^①內，三種主要鐳輻射光波之數目如下：

| | |
|---|-----------|
| 紅 | 1553163.5 |
| 綠 | 1966249.7 |
| 藍 | 2083372.1 |

上得結果，業經考核，準確之度，殆為二百萬分之一^②。

利用鈉之黃色光波，作基本之標準長度，昔年已有建議。法需量度兩鈉輻射之一之繞射角度，此種角度，係由光柵所生者。光柵內之間隔 σ ，可由光柵尾線與標準氙之比較，得其值量。關係式為

$$\lambda = (\sigma/m) \sin \theta$$

θ 係繞射角， m 係光譜級數， λ 為波長。

此種量度，欲求充分準確，頗多困難，困難之舉舉大者，條述如下：第一，鈉線較寬而多變。第二，測角較量距為艱，而前者之結果亦不能如後者之可靠。第三，上公式所依賴之假定，為 σ 等於常數，但此非恆能確證無誤。第四，光柵尾線間之距離與標準氙之比較，不克十分精確（雖多方求其精確，顧結果之差，已知約為十萬分之三）。

① 氙在空氣中，該時溫度為 $15^{\circ}C$ ，氣壓為 760 mm 。

② （三種輻射之相關準確度更大，差誤僅約二千萬分之一）范勃敷 (Fabry) 與庇羅 (Pérot) 利用彼等著名之「距離片」(distance piece) 作同一之研究，所得結果，與上之數數，完全相等。

遠在此種建議產生以前，絕對長度標準，頗感需要；兩種計劃，曾經提出，冀克慰此渴望。其一，以在巴黎擺動一次，取時一秒之擺長為標準。製一開透 (Kater) 氏之擺，擺上具兩刃口，中含重質；調變重質及刃口之位置，使支點在任何一刃口，擺動之時距同為一秒，則相當單擺之長，與兩刃口間之距離，完全相等者，即為吾人所求之長。但後經發現，此種量度詭誤，較吾人所企望者，為量固大矣。

第二種企圖，係以地球圓周四千萬分之一之長為標準尺。此本係標準尺法定長度。第就數種子午線上弧度計量之結果而言（兩點間緯度已知，則由量得之弧度，可求圓周），此種量度，太失精確，難資應用，故今日真正法定標準長度，實以鉑銻合金棒上（此種合金，具有極大硬度與持久性），任意兩刻線間之距離為準據者。

雖然，縱使用盡匠心，保此任意之標準，安全無恙，但歷時遠久，尚謂百萬分之一之差誤，亦未嘗有，孰能信之！惟如情形適合，爾氣輻射光波之長，確係常數，並可隨時重行實驗，而所有差誤，亦恆在二百萬分之一之下也^①。

① 若確用光波（鐳氣之光波或其他種輻射之光波而更為均勻者），為法定標準長度，則準確度仍可增進，即至千萬分之一亦未為不能。

但如目的在以光波量度今日已有之標準，其長度乃由粗獷而無規則之兩線間距離所定者，則精確度，難臻此最高之境，且亦無此種企圖之價值。

此處尚須贅述者，即現所應用之「粉」標準，已由標準度量局(Bureau of Standard) 審定其應含之光波數目矣。

第六章

繞射

不透明之屏帷，上穿小孔；一束光貫斯孔而前行時，其進向，不僅限於小孔邊緣投影之內，且侵入幾何影蔭之域，此種現象，名曰『繞射』(diffraction)。斯乃干涉現象之特種情況，其要點可藉海芹斯學說與干涉理論而解釋之。是以光程中任何點波面之效應，即諸基本小波 (wavelets) 效應之總和，而此小波中心，係連續分佈於波面之上者。此效應通常必藉積分求之。但此積分，恆不克解，僅能用漸近法 (process of approximation)，尋其概值耳。

實用上最重要之問題，如尋求透鏡或鏡面焦點處繞射之像形，則反覺簡單。未論像形之前，應推釋一式，用表基本小波之效應。就最簡方式，求該公式，法如下述^①：假設在焦點處振幅之效應，與單位波面 ds 之面積成正比，距離 ρ 成反比，而與傾斜無關。並令原始波面處之擾動為

$$V = \cos kat$$

式內 $k = 2\pi/\lambda$ ，則在一定點(距 ds 為 ρ)之擾動，將為

$$dW = \frac{ds}{\rho} \cos k(at - \rho),$$

全波面之總效應為

^① 見銳森爵士 *Scientific Papers, Vol. III*。

$$\iint \frac{ds}{\rho} \cos k(at - \rho),$$

此積分包括小孔之全部。

爲對此結果，加以考核計，先設想一無限擴張之平面波，令
 $ds = 2\pi r dr = 2\pi \rho d\rho$ ，於是

$$W = 2\pi \int_{\rho=f}^{\rho=\infty} \cos k(at - \rho) d\rho,$$

或即以

$$W = \lambda \sin k(at - f)$$

代替

$$W = \cos k(at - f)。$$

欲得正確結果，基本小波所播之擾動應書爲

$$dW = \frac{-ds}{\lambda \rho} \sin k(at - \rho) \quad (1)$$

如以 x, y, z 爲 ds 之座標， ξ, η, ζ 爲繞射像型上點之座標，則於焦平面上，將二級微量舍去後，或在以 f 爲球徑之焦球面上，將四級微量棄去後，遂有

$$\rho = f - \frac{x\xi + y\eta}{f} \quad (2)$$

以 $\frac{dx dy}{f}$ 代 ds/ρ ，令 $k\xi/f = u$ ， $k\eta/f = v$ ，並以波到焦點爲計時之始，乃有

$$dW = \frac{-1}{\lambda f} \sin(kat + ux + vy) dx dy,$$

如 $ka = n$

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{1}{\lambda f} \iint \cos (ux + vy) \cdot \sin nt \, dx \, dy \\
 &\quad + \frac{1}{\lambda f} \iint \sin (ux + vy) \cdot \cos nt \, dx \, dy \quad (3)
 \end{aligned}$$

惟入射波之全波面上，振幅與位相，應屬常數，上述公式，始能適用。設令振幅為 Φ ，位相為 ψ ，而兩者咸係 x, y 之函數，則起始振動，得以下式表之，

$$V = \Phi \cos (nt + \psi)。$$

焦點處之相當振動顯為

$$W = -\frac{1}{\lambda f} \iint \Phi \sin (nt + ux + vy + \psi) \, dx \, dy。 \quad (4)$$

茲令

$$\left. \begin{aligned}
 C &= \frac{1}{\lambda f} \iint \Phi \cos (ux + vy + \psi) \, dy \, dx \\
 S &= \frac{1}{\lambda f} \iint \Phi \sin (ux + vy + \psi) \, dx \, dy
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

則在焦平面上之振動應為^①

$$W = S \cos nt - C \sin nt, \quad (6)$$

而繞射像型之強度係

$$I = C^2 + S^2。$$

為說明計，命 $x = \pm a$ 時， $V = \cos nt$ ； x 為他值時， V 為零，

$$D_x(V) = 2 \cos nt \cos ua$$

^① 如製一球面鏡，與角球面適合，則在原來波面處，得波源之像。此像亦可認為係角球面處擾動之結果。故如以 $D(V)$ 表 W 自 V 產生之演算，則 $W = D(V)$ ，但就此影像而論， V 又等於 $D(W)$ 於是 $V = D[D(V)]$ ，此與符氏 (Fouries) 之公式完全相當，惟此處係指兩度空間而言 (參閱 *Philosophical Magazine, April, 1965*)。

$$D_u D_x(V) = \int 2 \cos nt \cos ua \cos ux \, du$$

$$= \left[\frac{\sin(a+x)u}{a+x} + \frac{\sin(a-x)u}{a-x} \right] \cos nt.$$

如積分之限爲自 $-\infty$ 至 ∞ ，括弧內之值，除 $x = \pm a$ 外，餘均爲零，當 $x = \pm a$ 時，

$$DD(V) = \cos nt = V.$$

茲擬求一繞射屏帷，其所生之繞射像，與一定形同。令屏帷處之振動，居 $\pm a$ 兩值間爲

$$W = \sin nt,$$

在其他各值均爲零，則屏帷處振動之形狀，應爲

$$V = \int_{-a}^{+a} [\cos ux \, dx] \cos nt \cdot dx,$$

因 $V_0 = 1$

$$\therefore V = \frac{\sin ua}{ua} \cos nt.$$

由式得知，振幅之值，有正有負；此種情況，並非僅賴屏帷之不透明性，所克實現。

如圖32所示，不透明屏蔽前，置一如圖32B所表之玻璃片，用作引起相差之具。片內連續矩形，咸蝕以氫氟酸，俾引生半光波之位相差。

圖33A係表發生繞射像之屏帷，繞射像之形，繪如圖32A其真容如圖33B。32A與32B組合後所生之現象，相當於圖33C之

照相；用此組合，為繞射屏帷，則得圖33D之繞射像。

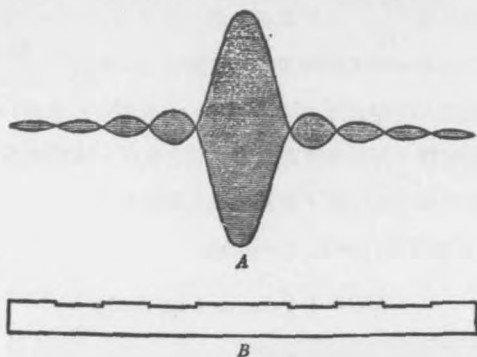


圖 32.

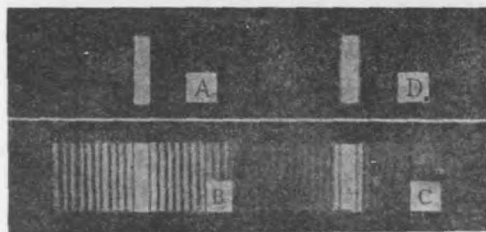


圖 33.—A 為產生繞射像 B 之矩形孔。圖 32A 與圖 32B 沿縱向運動時得 C。將圖 32A 與 32B 之組合，用為繞射屏帷，在焦點處得 D，是與本圖 A 同。

繞射形像與繞射屏帷之關係式，與以明顯度表示非均勻光源之光譜上光能分配之公式，同一形狀。

苟光柵之返光，其振幅以 x 為函數，函數之形式又與明顯度曲線之以 D 表示者相類，則此光柵在均勻光內所產之光譜，與非均勻光源

所生之真正光譜，初無二狀。

故如明顯度為 $\frac{\sin ka}{ka}$ ，則真正光譜之強度 I_1 ，在 πa 之間為常數，在其他值量時為零。如光柵所生之光振幅 $\phi(x)$ 亦為 $\frac{\sin ka}{ka}$ (如圖32所示，用一適當之位相板片 phase plate，此層可以做到)，則 I 在 $\pm\theta$ 之間亦為常數，而於他值亦為零。完全類似，殊感缺乏，蓋真實光譜上各元素 (element) 間，實無位相之關連也。

設 Φ 及 ψ 為常數 ($\Phi=1, \psi=0$)，

$$\lambda f C = \iint \cos(ux+vy) dx dy$$

$$\text{並} \quad \lambda f S = \iint \sin(ux+vy) dx dy \circ$$

倘徑口係偶對稱 (even symmetrical)，

$$\begin{aligned} \text{則} \quad \lambda f C &= \iint \cos ux \cos vy \, dx dy \\ \text{並} \quad \lambda f S &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

矩形徑口

令 $x_1=a, y_1=b$ ，得

$$I = \frac{C^2}{\lambda^2 f^2} = \left[\frac{ab}{\lambda f} \times \frac{\sin \frac{1}{2} au}{\frac{1}{2} au} \times \frac{\sin \frac{1}{2} bv}{\frac{1}{2} bv} \right]^2 \circ$$

恢復 u 與 v 之原值，並以弧代正弦 (因係小角)，命 $\alpha_0 = \lambda/a, \beta_0 = \lambda/b$,

$$I = \left(\frac{ab}{\lambda f} \times \frac{\sin \pi \frac{a}{\alpha_0}}{\pi \frac{a}{\alpha_0}} \times \frac{\sin \pi \frac{\beta}{\beta_0}}{\pi \frac{\beta}{\beta_0}} \right)^2 \quad (8)$$

當 $\alpha = m\alpha_0 = m\lambda/a$ 與 $\beta = n\beta_0 = n\lambda/b$ 時，強度 I 為零。 $\pi \frac{\alpha}{\alpha_0}$

$= \tan \pi \frac{\alpha}{\alpha_0}$ 及 $\pi \frac{\beta}{\beta_0} = \tan \pi \frac{\beta}{\beta_0}$ 時， I 值最大，故有

$$\alpha_1 = 1.43\lambda/a, I_1 = 1$$

$$\alpha_2 = 2.46\lambda/a, I_2 = \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2$$

等等 等等

m 值甚大時，

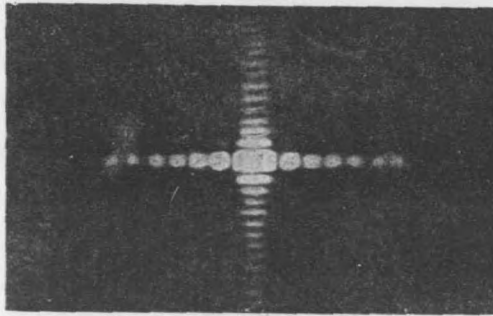


圖 34.——矩形徑口所生繞射像型之照相



圖 38.——圓形徑口所生繞射像型之照相

$$\alpha_m = (m + \frac{1}{2})\pi\lambda/a \quad I_m = \left[\frac{2}{(2m+1)\pi} \right]^2。$$

不用 α_m ，而令 β_a 為相當各值時，結果亦同。

分率解

一單獨光點，射出波面，與透鏡相值，乃成繞射像型。像型中心，即點形光源之幾何的影像。苟點形光源，係如天上雙星，為數有二，而兩者繞射像型之分距角，與 $\alpha_0 = \lambda/a$ 相較，仍不失為巨值，則光源之為偶而非獨，甚易探悉。銳聶爵士曾贈此值以專名，曰『分解之極限』^① (limit of resolution)。

欲求顯微鏡之分解極限，法先令對物鏡之角度徑口，在物體處為 2α ，在影像處為 2β 。再令 op (圖 35) 為可分解之兩點或兩線間距離，

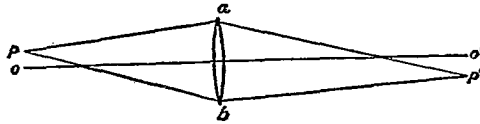


圖 35.

依銳聶規律，影像

$$o'p' = \frac{\lambda}{2 \sin \beta}。$$

但

$$\frac{p'o'}{po} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

① 如常用之望遠鏡，徑口係圓形，則此極限，值為 $1.22 \lambda/a$ 。

故
$$op = \epsilon = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$$

此係對物鏡之置於空氣中者，如為油漬對物鏡，而油之折射指數為

μ ，則
$$\epsilon = \frac{\lambda}{2 \mu \sin \alpha}$$

圓形徑口

因此情形，完全對稱，故取任何半徑，平行於 u ，俱無關係。茲

令 $v=0$ ，在極限 $\pm\sqrt{R^2-w^2}$ 內積 y ，

$$C = 2R^2 \int_{-1}^1 \sqrt{1-w^2} \cos nw \, dw,$$

式中 $n = \frac{2\pi Ra}{\lambda} = \pi \frac{a}{a_0}$ 。 $I = \frac{C^2}{\lambda^2 f^2}$ 積分 C 之值，可自衰銳 (Airy) 表察得。 I 之最大及最小值，示如表 5。

表 5

| | I | a/a_0 | | a/a | I |
|-------|---------|---------|-------|-------|-----|
| 第一最大值 | 1.000 | 0 | 第一最小值 | 1.22 | 0 |
| 第二最大值 | 0.01745 | 1.73 | | | |
| 第三最大值 | 0.004 | 2.67 | 第二最小值 | 2.23 | 0 |

圖36為 I 之圖形，圖38為繞射像型之攝形。圖37為用長方形徑口所得之 I 。第一次最小(圖36)，在 $1.22 \lambda/a$ 處發現，故圓徑口分解極限較同闊之矩形徑口者為大。

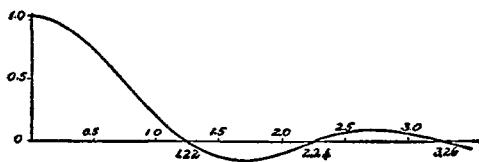


圖 36.

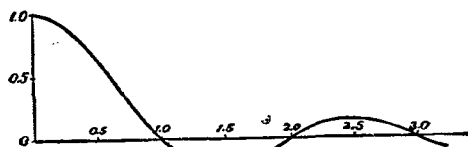


圖 37.

兩同矩形徑口

利用舊有結果，兩矩形徑口積分之勞，可以獨免。蓋兩徑口，形狀酷似，其相當點集合之強度顯為

$$I = 4A^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} d \cdot \sin \alpha$$

式內 d 表兩徑口中點距離。與 A 以 (8) 式所示之值，可得總強度。

當相同而等距之徑口，數目為任何值 n 時， $C = \Sigma \cos ux$ ， $S = \Sigma \sin ux$ ，式內 $x = n\sigma + B$ ， σ 乃徑口間公共之距離。變為指數式，取乘積 $(c+is)(c-is)$ ，乘以 A^2 ，則單徑口所生繞射像型之強度為

$$I = A^2 \frac{\sin^2 nw}{\sin^2 w}$$

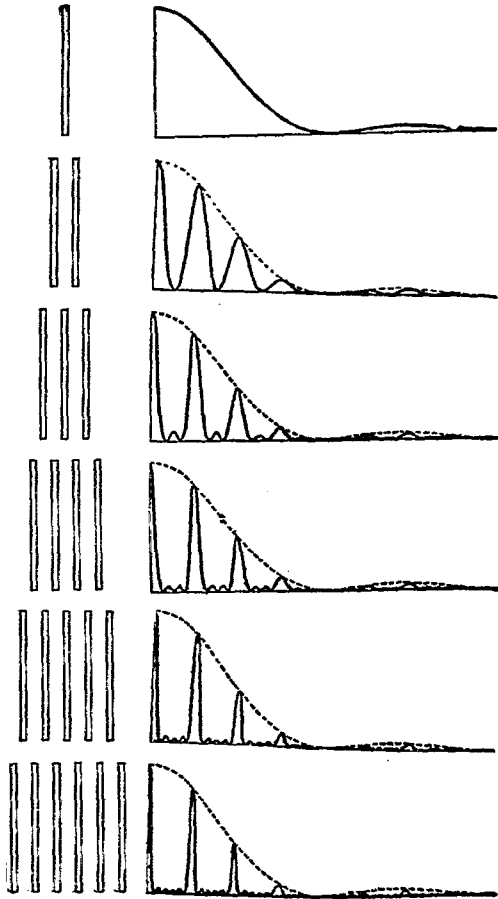


圖 39.

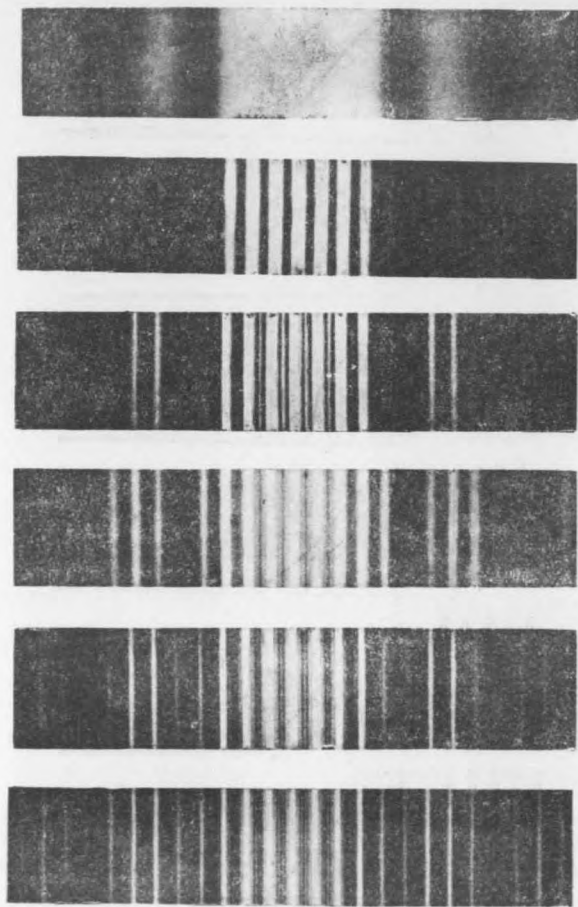


圖 40.

式中 $w = -\frac{\pi}{\lambda} \sigma \sin \theta$ 。 n 等於 1, 2, 3, 4, 5, 6 各值時，繞射像型之圖形，繪如圖39，圖40為個別之照相。

可加討論之類似情形，為數無涯，其大部分，曾經佛潤荷費 (Fraunhofer)，捨味得 (Schwerd)，哀銳 (Airy)，諸氏闡以理論，證以實驗；此種結果，昔之物理學家頗喜研討，視為波動說之明證，但時至今日，吾人見解，業多變易，前賢言之諄諄者，茲已失人重視矣。惟有數種實驗，證明確切，深饒興趣，多舉數例，尚不為贅。

一組點狀徑口，隨意分佈，其普通式應為

$$\lambda^2 f^2 I = R^2 = C^2 + S^2$$

式內 $C = \sum_r \cos(ux + vy + w)$ ， $S = \sum_r \sin(ux + vy + w)$ ， r 與 w 為 x, y 之函數。如位相與強度，俱係常數，

$$C = \sum \cos(ux + vy)$$

$$S = \sum \sin(ux + vy)$$

若諸徑口，形狀相同，排列有條，結果之 I ，應以 A^2 乘之， A^2 者單徑口繞射像型之強度也。



圖 41.

實際觀測時，儀器之簡單裝置，述之如次，光自鎢絲燈或弧光燈發出，集中於針眼 a (圖41)，經顯微鏡之接物鏡 b ，造 a 像於 c ，復

行前進，度焦距十六吋之望遠鏡之接物鏡 d ，成 c 像於 e ，用一低率顯微鏡，在 f 處可窺 c 像。繞射屏帷，即置於 d 前 s 處。

附屬圖形①，為用各種不同屏帷 s 所生之繞射像 D ，各圖下方均載有強度之解析式。

如有同樣徑口 n 個，分佈無則，而為數甚夥，則所得像型，與用單徑口者無異，惟亮度已增加 n 倍矣。

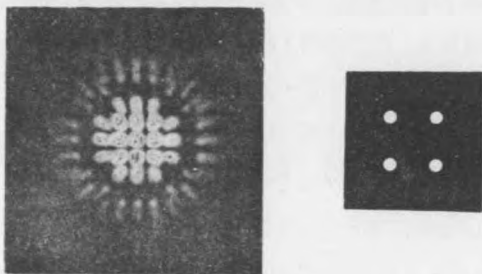


圖 42. $I = (\cos ua \cos vb)^2 A_1^2$

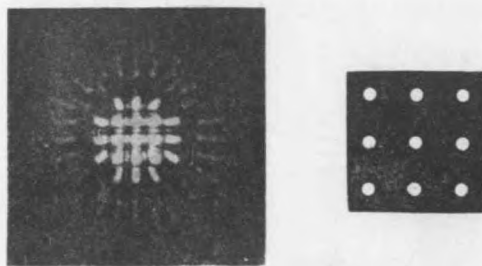


圖 43. $I = (1 + 2 \cos ua)^2 (1 + 2 \cos vb)^2 A_1^2$

① 指圖42，圖43，圖44，圖45，等而言。

貝比勒梯理論 (Babinet's Theorem)

令 I_1 爲任一繞射像型強度， I_2 爲另一繞射像型強度，產生 I_1 與產生 I_2 之屏帷，面上透明與不透明部分之位置，適互相反。

$$I_1 = C_1^2 + S_1^2$$

$$I_2 = C_2^2 + S_2^2$$

如將屏帷撤去，繞射像型之強度，在近中心處，幾爲零。是以

$$I_0 = (C_1 + C_2)^2 + (S_1 + S_2)^2 = 0$$

$$\therefore C_1 = -C_2, S_1 = -S_2$$

$$I_1 = I_2$$

兩種屏帷所生之繞射像型，除極近中心一部外，各點之強度，完全相同。茲於玻璃片上，布以石松之粉，粉粒球狀，半徑幾等，用作屏帷，所得繞射像型，與用不透明之版，面鑿與粉粒同位同徑之孔者，幾無差異，僅在中部，微有不同。如圓粒之半徑爲 d ，則第一暗環之角度半徑必爲 $\alpha = 1.22 \lambda / d$ ，因 α 可量，單色光之波長 λ 又屬已知，故 d 可求得。



圖 44. $I = (\cos ua + \cos vc)^2 A^2$

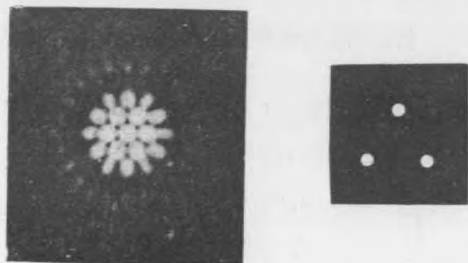


圖 45. $I = (1 + 4 \cos^2 ua + 4 \cos ua \cos V_3 va) A_1^2$

(當浮雲蔽日之際，日冕 (corona) 常現於太空，斯種異象，亦不難以水點之繞射作用解釋之。惟其產生，多因冰粒，非由水滴，而事實上顏色之順序，亦與繞射所生者，完全相逆)。

光學儀器劣點之影響

應用公式(5)時，曾假設球形波表面之強度與位相，皆係均勻，但按之實際，強度非係常數，時有 $\varphi(x) = e^{-cx}$ 者，普通所用之稜鏡分光器，蓋是類焉。此時 $c = \int e^{-cx} \cos ux dx$, $S = \int e^{-cx} \sin ux dx$ 。積分之限，如自 0 迄 ∞ ，則

$$\lambda^2 f^2 I = C^2 + S^2 = \frac{c^2}{c^2 + u^2},$$

此一結果，堪資說明之用。設如穿過三稜鏡底光線之強度，為經其頂端者 0.018 倍， $ca = 4$ ，

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta\right)^2}.$$

當 $\sin \theta = \lambda/a$ (分解極限), $I/I_0 = 2/7$ (並不為零), 是以分解率業經減少。

波形恆非球狀, 顯係最堪注意之劣點, 其與位相有變, 影響相當, 而此位相之變值, 須以 x, y 函數 ψ 表之。繞射像型, 通常以 (5) 式求之, 該式雖將振幅因數略而不記, 但除上述情形外, 尙無不合。

波表面上振動, 設以下式表之,

$$V = \cos(nt - \psi)$$

其繞射像型強度將為

$$\lambda^2 f^2 I = C^2 + S^2。$$

$$\text{式內} \quad C = \iint \cos(ux + vy - \psi) dx dy,$$

$$S = \iint \sin(ux + vy - \psi) dx dy。$$

如令 ϵ 表波狀與球形之差, 則 $\psi = f(x, y) = 2\pi\epsilon/\lambda$ 。

下述簡例兩則, 無須探尋積分之值, 已可覘各種消息。(1) 如 $\epsilon = ax$, 結果與將波面方向改以 a 之值量者相當, 故波面除有 a 之移動外, 繞射像型, 終必屹然不變。(2) 命 $\epsilon = \beta x^2$, 取波面之近似狀為 $y = 2x/2R$, 則 $\delta y = \epsilon = \frac{x^2}{2} \delta \frac{1}{R}$, 並 $\delta \frac{1}{R} = 2\beta$, 故焦點即有 $\delta R (= 2\beta R^2)$ 之變動, 繞射像型亦無所改易。

鏡蓋之極限

光學表面, 就其製造方法而言, 大都係旋轉表面。是以表 y 之

式，僅有 x 之偶次方；設如指數高於四者，省略不計，則

$$y = ax^2 + bx^4$$

球形波表面，由圓旋轉而生，圓之相當方程式應為

$$y_0 = R - \sqrt{R^2 - x^2}$$

高於四次方者，省略不計，

$$y = \frac{x^2}{2R} - \frac{x^4}{8R^3} \circ$$

現如 $a = 1/2R$ ，則差數

$$y - y_0 = \epsilon = \left(b + \frac{1}{8R^3} \right) x^4 \circ$$

其相當之位相差為 $\psi = hx^4$ 。

與 h 以各值，繞射像型中心之相當 I 值如表 6：

表 6

| h | I |
|---------|------|
| 0 | 1.00 |
| $\pi/4$ | .95 |
| $\pi/2$ | .80 |
| π | .39 |

當 $h = \pi/2$ 時，所失光度，僅百分之二十，依銳聶說法，在普通情狀下，此區區者，尙可容許。但如 $h = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi\epsilon}{\lambda}$ ，則應有之差誤，已達 $\epsilon = \lambda/4$ 。

此種差誤，苟乏規律，更無所謂周期特性，則在透鏡鏡面與稜鏡

等之應用上，仍克容許，不過確已臻於極境矣（是類表面，如用於干涉儀，所容許之差誤極限，實嫌太大）。

$\lambda/4$ 之極限，適用於波面。如波面生於反射，則當垂直射入時，反射面之相當極限，應為 $\lambda/8$ ，折射面之相當極限，應為 $\frac{\lambda}{4(\mu-1)}$ 。故如僅就此點而言，折射鏡實較反射鏡為優（如就折射鏡之色差及其重價方向設想，則優劣之評定，非如是矣）。

令入射角為 i ，可證

$$\epsilon = \frac{-\lambda}{4(\cos i - \mu \cos r)}$$

如係一折射面（如上述者），而入射角為零，則 $\epsilon = \frac{\lambda}{4(\mu-1)}$ ，如為一反射面，僅須令 $\mu = -1$ ，即得

$$\epsilon = \frac{\lambda}{8 \cos i}。$$

第七章

光學面之考核

平 面

擬加考究之表面上，置一校核平面 (test plane)，校核平面之坦平程度，至少應達到吾人所需要之準確。茲以古伯黑味蒂燈光照射之，入射方向，幾近垂直，干涉條紋，遂行暴露。如自校核平面與考究表面兩者間之任何相對方位觀測之，條紋形狀，均成直線，則兩者之坦平程度相等。相當於每一條紋百分二訛誤之差，利用此法，可以試出，是精確程度，已臻一光波之百分之幾（如情形適當，精確之度，尚可增進十數倍。精確度愈高，對於實用，裨益愈大。不過是種考核，費時頗久，一二小時，勢所必須，蓋實驗時應待溫度之完全劃一也）。

校核平面之製造，同時工作者，表面之數有三。試驗之方法如下： A 與 B 兩表面互相砥礪，務達吻合之度，易言之，兩者所生干涉條紋，自任何方位觀測，宜成直線。斯時兩面之曲率，必適相等而正相反。復次，令 A 與 C 合，及 C 與 B 合。輪替之法，屢續進行，直至三者互相吻合之情形，完全一律，則三表面均堪稱為平面矣。圖46即昭示利用上法，使窗用玻璃，漸趨坦平之情況。

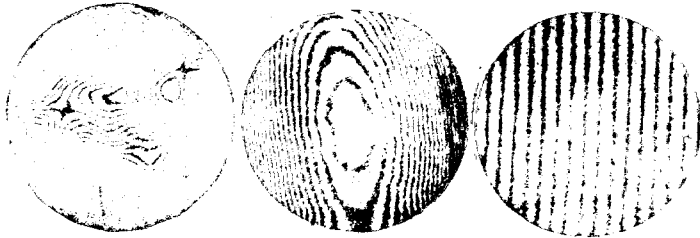


圖 46.

平面平行片

若表面確係平行平面，則以古伯黑味蒂燈光照之，或以他種光源之均勻輻射照之，圓形干涉帶，立即產生；吾人肉眼，得以窺見，用低率望遠鏡觀測，更覺清晰。

倘因表面有平行於自身之移動，圓帶半徑乃生改易，則表面之平行，定係未臻完善，故應作區部之磨琢，使此圓徑之顯著變化，完全泯滅。

角度考核

最近改良之光速量度法中，須備一八角旋轉鏡，八角之角度，應極準確，含有差誤，不得超越百萬分之一。利用考核角，如光速一章內所敘述者，即克達是目的。

球面

光自針孔 S (圖 47) 射出，照於所擬試驗之表面，針孔影像，成於 e 處，該地有刃口屏蔽，影像遂為掩阻。眼居於 e ，將見表面全部，盡成黑暗。苟表面之任何部，非屬球狀，則該部即生亮度，以顯其差。

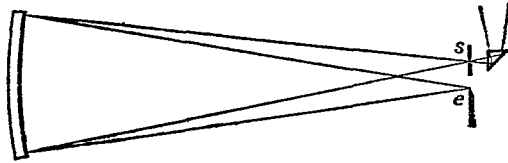


圖 47.

試驗望遠鏡之接物鏡時，接物鏡後方，應置一平面鏡，如圖 48 所示。此種裝置，又可供探求光媒未盡均勻之處所（如 *striae* 等），惟此媒介質必先製成一平行平面之片狀物，置於圖 48 之 P 處，然後可按前法試之。

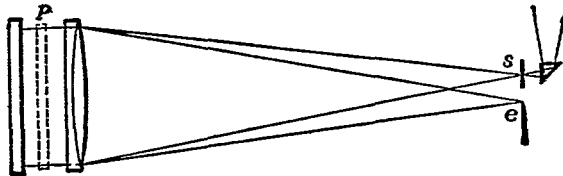


圖 48

天文返光鏡，鏡面應成拋物線面，考核之方，係將前法，加以改變，如圖 49 所示。光出自針孔 S ，照於拋物線面 P ；反射至平面鏡 R 後，乃循原路返 P ，而造像於刃口 e 。但用此裝置，光常不能復聚一點，補救之法，係將 R (圖 49) 作成一平行平面片，前面薄塗以銀，

安放之地位；如圖50所示，於是前述缺點，可以消除。

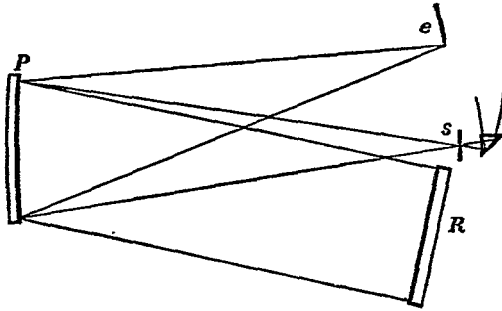


圖 49.

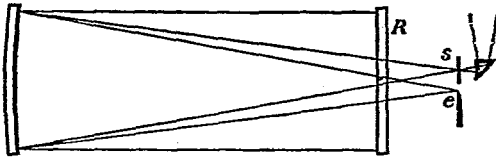


圖 50.

干涉現象考核法

光自漏因斯蒂發光具 (Nernst glower) 射出，經顯微鏡之對物鏡^① O ，聚斂於狹縫 S (圖51)，又經全反射稜鏡，遂射至所擬考核之球面。狹縫影像，成於稜鏡之前，用6耗物鏡之顯微鏡可窺見之。球面之前，置一組屏蔽，上具 P, Q 兩孔， P 對球面中心， Q 與球面中

① 此顯微鏡之對物鏡，應經細密考察，必須毫無缺點，始可應用。

心之距離，得能任意。

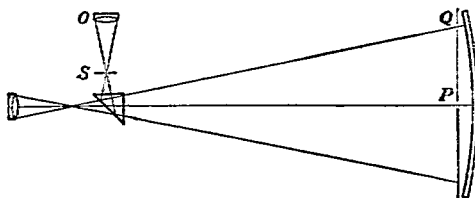


圖 51.

斯時干涉之帶，可於顯微鏡中窺測之。如 Q 部球面毫無缺點，則正中干涉帶與狹縫中心，完全相當。倘有缺點，兩者之間，定有距離，長約一帶闊度之幾分之幾；惟 Q 處實差，僅及其半。

同法可施於透鏡之考核，所異者，透鏡後方須置一平面鏡耳。茲法加以改變，亦可用以試驗稜鏡與光柵，惟應注意者，此時光源，必近單色。圖52所示之干涉儀法，或更簡單如圖53所表者，俱可應用。兩者所得結果，皆見同心之干涉圓紋，苟光柵確屬完善，觀測者之眼，於表面上，任向何方移動，圓之直徑，總無變易。

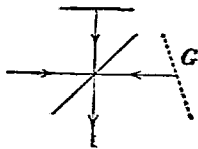


圖 52.

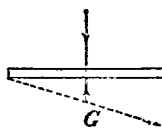


圖 53.

光學量度準確之極限

細小光源之影像，如由針孔狹縫玻璃片或金屬版上之刻線（明線顯於黑暗背境，或其相反者）等所造成者，其所據之位置，恆藉調變測微器內髮絲，使與像合，乃得正確之量度。以髮絲平分影像，係謀疊合之最簡法，反之，以影像均分兩平行髮絲間距離，亦屬法之常用者。在任一法中，令 β 為影像所張之角度（在第二法內， β 係表兩髮絲距離所張之角）， $\partial\beta$ 為安置髮絲之均差，則由實驗得知

$$\partial\beta = b + c\beta, \quad (1)$$

b, c 為常數，值隨人變，縱使入同，亦因境異（依著者本身言， $b=5''$ 有時亦得小至 $2''$ ，而 c 則等於 0.0025 ）。

由是以觀，觀測結果，殊非精確，數值愈小，愈難置信；而歷次安放髮絲時，繞射形像之特相，應保持不變，尤屬難能。通常影像，恆不對稱，則結果之非真，更屬難免。猶有進者，吾人精力有限，廣續工作，歷久不休，定感疲乏，故安放髮絲時之審慎與注意，時有變易，此種複雜原因所生之差，較諸平均訛誤，又不知幾倍蓰矣。

公式(1)可用於望遠鏡，亦可用於顯微鏡，在任一情形內，令 F 表影像與物鏡之距， f 及 f_1 表物鏡及目鏡之焦距，於是可作下方之討論。

望遠鏡

命在對物鏡處窺得影像之視直徑為 α ，安置髮絲之均差為 $\partial\alpha$ ，

則

$$\left. \begin{aligned} \partial\alpha &= \frac{f_1}{F}(b+c\beta), \\ \text{或} \quad \partial\alpha &= \frac{f_1}{F}b+ca \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(如光源係點狀，則 $\alpha=2\alpha_0=2.44\lambda/a$ ， a 為對物鏡之直徑)。

由上式得知，欲精確之度，趨至高之量，放大率 $(M=\frac{F}{f_1})$ 應具大於 $\frac{b}{2ca_0}$ 之值 (如 $M=\frac{3b}{2ca_0}$)。茲就威爾遜山天文臺之百吋遠鏡言， $\alpha_0=0''.05$ ，則 $M=60,000$ ①。放大之率，高至如此，殊不合用，何以言之？蓋苟如是，影像明度，將趨黯淡，而遠鏡視界，亦復有限，故遠鏡之指向，難尋一正當之依歸。放大率如 30,000 者，尚屬尋常，令 M 等於是值，並設天象清晰度② 甚佳 (perfect seeing)，則

$$\partial\alpha=0''.002。$$

(可能之差誤，約此值四分之一，即 $0''.0005$)

量度之差誤，雖不克免，但有兩種致差之因，務宜剔除。第一，對光不確，引起視差；普通實驗，此差至微，但冀量度之精確，得臻至高之境，即斯微量，亦難忽視。第二，大氣擾動，影像不寧；此固屬大氣擾動所生之一種騷亂現象，然不得認為天象之朦昏。第一種情形之影響，將使清晰影像，有相對之微動；第二種者，經時間或空間或兩者兼有之累積，終生擾變。惟物體本身之振動或實際之遷移，亦

① 此係根據 $b=5''$ ， $c=0.0025$ 算得之結果。

② 為使繞射獲得以顯著，對物鏡之直徑應縮減為 d ，故上用之 a ，須以此值代之。利用此種光剛量度「天象清晰度」(Seeing) 詳情見 Carnegie 學院 1922 年年報 (245 頁)。

係發生此種影響之原由。

下述之例，對物透鏡，係由焦距百吋口徑六吋之雙物鏡構成，鏡乃黑味蒂 (G. W. Hewitt) 所製造而董甫生 (Elihu Thompson) 所薦進者。鎢燈之光，照於狹縫，用為光源；深綠膠片，置光程中，使光過濾。光源距偶對物鏡，英寸一百，光源影像，成於物鏡後方，與鏡相距，亦係百吋。用放大率五十，一百，二百，三百各不同值之目鏡，作數度之窺測，所得安放髮絲之各均差之結果，與下式所示之值

$$\partial a = \frac{10''}{M} + .005a_0$$

符合程度，約 $0''.01$ 之譜。式中 M 為放大率， $a_0 = 1.22\lambda/a$ 。

顯微鏡

如於公式(2)內，代 a 以 ϵ/f ($\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_2$, ϵ_0 = 分解極限之兩倍，或即 $\epsilon_0 = \frac{\lambda}{\sin \phi/2}$; ϵ_2 = 物體之直徑; f = 對物鏡邊緣與物體之距離)，則

$$\partial \epsilon = \frac{ff_1}{f'} b + c\epsilon \quad (3)$$

或 $\partial \epsilon = \frac{f_1}{m} b + c\epsilon$, 此中 $m = \frac{\mu \sin \phi/2}{\sin \psi/2}$,

ϕ 為從物體處所見之角徑口， ψ 為自影像處所見者。

此種安置髮絲之均差式，亦可用以決定諸常數之值量。用不同目鏡與物鏡，作顯微鏡種種量度，乃知 $b = 6''$, $c = .003$ 。此與利用望遠鏡所獲之結果，幾能不謀而合。茲擇各量度中之一例言之。 $a = 8$

耗， $f=6.5$ 耗， $f_1=16$ 耗， $F=200$ 耗，於是 $\epsilon=(\epsilon_0)=\frac{\lambda}{\sin\phi/2}=1.0$ ，

算得之 $\partial\epsilon=0^{\mu}.019$

而觀測所得者為 $\partial\epsilon=0^{\mu}.020$ 。

視管

無須透鏡複雜之裝置，上述常數，得借視管測獲之。管長一呎，

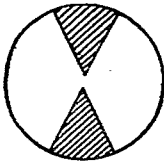


圖 54.

近眼之端，附以圓形光闌，直徑一耗，他端具有
隙視標識一對，形如圖54所示。管置縱軸上，遠
處明亮圓形徑口，令為標識所均分，視管之轉
角，可用鏡面與望遠鏡求之。經數度計量，得
 $b=2'' .8$ 。利用肉眼，作此觀測，或有之差，約
近弧度之一秒。

干涉儀

通常使用之干涉儀，所得干涉帶之闊度為 $w=\lambda/\phi$ ， ϕ 係兩干涉
光線之互相傾斜度。兩組量度（一為平分暗紋者，一為平分亮紋者），
結果如下：

暗紋者：

亮紋者：

$$C=\frac{\partial w}{w}=.011$$

$$C=.0057$$

在強光中，生理之影響（過度露光之攝影，亦生此影響），恆使視闊
度縮減（測暗紋時，暗紋之闊度減小，測亮紋時，亮紋之闊度亦減

小)，於是量得之 C 值，殊與前異

$$C = .0085。$$

如利用類似范勃銳配羅 (Fabry Perot) 儀器中之兩組半塗銀粉片，令經重複之反射，則結果之準確度，猶可增進。用此裝置，共試三次：第一次，試以化學銀沉澱，透過之光，僅百分之一。第二次，試以灰散之金粉，透光之度，仍與上同。第三次，用灰散之銀粉，透過之光，約百分之十。三次實驗，所獲 C 之均值為

$$C = .0025。$$

中部條紋，角度位置之均差為

$$\partial\beta = b + c\beta，$$

式內 $\beta = rw/f_1$ (一次反射， $r=1$ ；但在強光中觀測，或攝影時，過度露光， r 之值，恆小於一；倘係多次反射，如在上述儀器中者， r 之值，概約 .05 之譜)。條紋闊度 w 為 λ/ϕ ， ϕ 係兩干涉光線之傾斜度，故

$$\beta = \frac{r\lambda}{\phi f_1}。$$

如距離之均差為 $\delta\epsilon$ ，則

$$\delta\epsilon = \phi f_1 \cdot \partial\beta = \phi f_1 b + cr\lambda。$$

但 ϕ 可小至吾人所欲，是以

$$\delta\epsilon = .0025r\lambda。$$

苟反射僅一次，而 $\lambda = 0^\mu.6$ ，則

$$\partial\epsilon = 0^\mu.0015，$$

多次反射時($r = .05$)， $\partial\epsilon = 0^{\mu}.000075$ 。

如所用儀器，確可多次反射（反射之次數，設為二十），則實際量度所獲之 C 值，約有 $.015$ 之十分之幾，設 c 值為 $.015$ 之十分之五，則相當之均差為 $\frac{0.015}{40}\lambda$ ，

或 $\partial\epsilon = 0^{\mu}.0002$ 。

倘面極光澤， C 之值，可小至 $.003$ ，其相當之均差

$$\partial\epsilon = 0^{\mu}.00004$$

此則僅有一耗之二十五百萬分之一矣。

多次反射，尚可用為兩干涉光束程差之放大，故最小移變，乃可量度。此種原則之應用，示如圖55。該圖表明彈簧重力計中之一組鏡面。圖內重線，係指鏡面之塗銀部分，如塗銀面之佈置恰當，俾光於

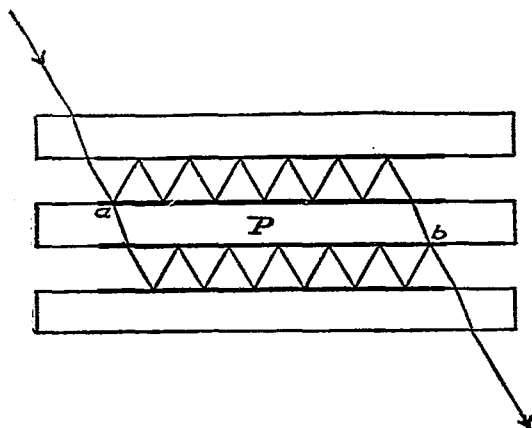


圖 55.

a 點適可分馳，則兩部光線，在上下層空間，各經多次之反射，至 b 又行復合。 P 片係駕於石英彈簧槓桿之上者， P 稍下移，上層光程增加，而下層者減短，結果，干涉條紋，必有移變。反射之次數，尚可增加 20 倍，則量度之精確，亦隨以進。

第八章

繞射光柵

等距同形之徑口 n 個，其繞射像之強度式爲

$$I = A \frac{\sin^2 n\omega}{\sin^2 \omega},$$

式內 $\omega = \pi n \sigma / \lambda \sin \theta$ ， σ 爲兩徑口間之距離， A 爲單徑口所生繞射像之強度。如 n 具值甚大，除

$$\sin \theta = m\lambda / \sigma$$

外，強度恆近於零。如徑口均成矩形，長而且狹，則屏惟有專名，曰『繞射光柵』(diffraction grating)。

入射光之繞射方向 θ ，唯波長是依。光經繞射，內含原色，分道揚鑣，各居一位，形如光譜。入射波面，設與繞射屏或光柵之平面，互相契合。令平面波面之入射角爲 i ，公式遂成下形

$$\sin \theta + \sin i = m\lambda / \sigma \quad (1)$$

入射之波，應導源於一點；但如光源爲極細狹縫且與徑口長度平行，則結果相同，僅強度有別。實際之情形，狹縫係居進光遠鏡 (collimating telescope) 之焦點，光自該鏡出，成平行光束，經繞射，仍屬平行，過觀測或攝影之物鏡，光始斂於焦點，如光源係單色，狹縫之像，成於是焉。結果之光譜，乃此狹縫影像排列而成者。

角度 θ 之變遷，相當於波長已知之變遷者，名曰色散。色散之值，以 $D = \frac{d\theta}{d\lambda}$ 表之。設 i 為常數，求(1)式之微分，得

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{\sigma \cos \theta}$$

如令 l 為光柵之長， a 為投入遠鏡光束之闊度，並將光柵空隔 σ ，代以每厘米內徑口數目 n_1 之例數，則

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = (mn_1)l/a \quad (2)$$

比率 $\delta\lambda/\lambda$ 之例數，可為分解率之定義，或即

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (3)$$

比率中之 $\delta\lambda$ 乃可分解之最小波長差。觀測遠鏡(係直線徑口，長度為 a 者)之分解極限為 $i\theta = \lambda/a$ ，由(2)式可知

$$R = (mn_1)l, \quad (3a)$$

又如徑口總數為 $n (= n_1 l)$ ，則

$$R = mn, \quad (3b)$$

從(2)式與(3a)式得 $R = (mn_1)l = a \frac{d\theta}{d\lambda} = aD$ ，

$$(3c)$$

復自(1)式求出 m 之值，代入(3b)，遂有

$$R = \frac{l}{\lambda} (\sin i + \sin \theta) \quad (3d)$$

若入射與繞射均近水平 (grazing)，分解之率，可獲最大之值，但苟如是，強度又必微弱，所謂二美不可兼得也。按之實況，最大分解率，可取下值：

$$\bar{R}=1.75 l/\lambda, \quad (3e)$$

此與光柵空隔，絕無關聯。當光柵長度 $l=200$ 耗，波長 $\lambda=.0005$ 耗時，

$$\bar{R}=700,000。$$

以此光柵，分解光譜上之偶線，雖兩線之距，僅及鈉偶線者七百分之一，亦克奏效。

色散與稜鏡之分解率

波面始終為平面者，其極端部分之光程差，可表以下式^①

$$\int \partial \mu ds - \int \partial \mu ds_1 = a \partial \theta$$

如折射指數 μ ，在兩程途中，均為常數，例如光之經過三稜鏡者，則

$$\partial \theta = \partial \mu (s - s_1) / a,$$

若以 l 表稜鏡之底長，

$$\frac{\partial \theta}{\partial \mu} = \frac{l}{a} = \frac{d\theta}{n\lambda} \frac{d\lambda}{d\mu}$$

故色散之值

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{l}{a} \frac{d\mu}{d\lambda}。 \quad (4)$$

^① 見銳森：Scientific Papers。

分解達到極限之條件為 $\partial\theta = \lambda/a$ ，用上關係，即有

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda} = l \frac{d\mu}{d\lambda} \quad (5)$$

分光之稜鏡，設由濃密火石玻璃做成。茲擬求所需稜鏡之數目，俾使用後，結果之分解率，與用長度等於單個稜鏡底之光柵所得者，完全相同。令(3e)式中之 R 與(5)式內者相等，並將(5)式中之 l 代以 $N \cdot L$ ，則有 $N\lambda \frac{d\mu}{d\lambda} = 1.75$ ，因濃密火石玻璃之 $\lambda \frac{d\mu}{d\lambda} = 0.11$ ，故 $N = 16$ 。

光柵光譜之亮度

因彼光柵，僅受不透明性之支配，故強度之式，當係

$$I = \frac{\sin^2(\pi \sin \theta a/\lambda)}{(\pi \sin \theta a/\lambda)^2},$$

但知 $\sin \theta = m\lambda/\sigma$ ，於是

$$I = \frac{\sin^2 \pi m a/\sigma}{(\pi m a/\sigma)^2}$$

如光柵內不透明部分與反射部分，闊度相等，則 $a = \sigma/2$ ，而

$$I = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} m\pi}{(\frac{1}{2} m\pi)^2} \circ$$

中部影像之強度，若取值為一，其餘各級之強度，將為 0.4, 0.0, 0.044, 0.0, 0.016 等值，可見級次愈高，強度之低減愈速。

光柵與稜鏡，各具功績，若欲加以比較，上述情況，務宜注意。

實驗之觀測，行於低級者，光柵之結果至良。茲令級次爲一($m=1$)，則分解率 R 之值爲 n ， n 者刻線之總數，值爲 $(n)=\frac{1.75l}{\lambda}$ ，故光柵之空隔 σ 應爲 $\frac{\lambda}{1.75}$ 。光柵刻線，如是細密，製造殊艱①！

但光柵之受『不透明性』支配者，亦得受『位相落後』之作用，且在數種情況內，後者尙屬主要。惟用後種光柵時，求獲之結果，與上所得者，可澈底不同。

位相光柵

普通情形——如在繞射屏帷處之振動爲 $V=\phi\sin nt+\psi\cos nt$ ，則在焦點處之結果擾動將爲

$$W=\int\phi\sin(nt-ux)dx+\int\psi\cos(nt-ux)dx$$

或

$$W=\sin nt\left[\int\phi\cos ux dx+\int\psi\sin ux dx\right]-\cos nt\left[\int\phi\sin ux dx-\int\psi\cos ux dx\right]。$$

故繞射像型之強度爲

$$I=\left[\int\phi\cos ux dx+\int\psi\sin ux dx\right]^2+\left[\int\phi\sin ux dx-\int\psi\cos ux dx\right]^2$$

如繞射屏帷係一光柵，周期 $\sigma=2\pi/l$ ，則 ϕ 與 ψ 可以符號(Fourier)

① 最良之 25 耗長之光柵，其一耗內能畫2000根線。

級數，表之如下：

$$\phi = \Sigma a_m \sin mkx$$

$$\psi = \Sigma b_m \cos mkx \circ$$

m 級光譜之強度，值見下式：

$$\begin{aligned} \sqrt{I_m} = & a_m \int \cos(mk+u)x dx + a_m \int \cos(mk-u)x dx \\ & + b_m \int \cos(mk+u)x dx + b_m \int \cos(mk-u)x dx \circ \end{aligned}$$

各積分常為零，除非

$$u = mk, \quad \text{則 } I_m = (a_m - b_m)^2$$

$$\text{或 } u = -mk \quad \text{則 } I_m = (a_m + b_m)^2$$

在前者， $\sin \theta = m\lambda/\sigma$ ；

在後者， $\sin \theta = -m\lambda/\sigma$ 。

苟捨 m 級外，所有光譜強度，通同為零，則

$$\tan \omega = \tan mkx$$

$$\omega = mkx + 2n\pi = \frac{2\pi}{\lambda} 2y \cos^2 \theta/2,$$

式內之 y ，係表面受刻線器械之壓縮所生之低落。但因 $\sin \theta = m\lambda/\sigma$ ，

上式可變為

$$\sin \theta \left(x + \frac{n}{m} \sigma \right) = 2y \cos^2 \theta/2, \quad \left(\because \sigma = \frac{2\pi}{k} \right)$$

或

$$\frac{1}{2} \frac{2 \sin \theta/2 \cos \theta/2}{\cos^2 \theta/2} \left(x + \frac{n\sigma}{m} \right) = y$$

$$y = \left(x + \frac{n}{m} \sigma \right) \tan \theta/2,$$

其圖形示如圖56 (欲使垂直射入之光，反射角度為 θ ，則反射面，與

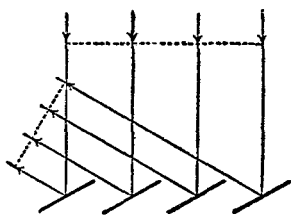


圖 56.

光柵平面應有 $\theta/2$ 角度之傾斜，故上之結果，乃可預知者)。

具有此種特性之光柵，雖屢加嘗試，希能實現，但終屬事倍功半，結果不佳。彼生有特種形狀及適當傾斜之金剛石片，亦曾被搜舉，以應此需。雖其刻線所生之光

譜，恆有一級，異常明亮。但因切邊之磨滅，乃使體之較巨者，時不多觀。『階形繞射柵』(echelon)，確能掃除諸弊，而應吾人之求，後章將詳述其究竟。

繞射光柵差誤之影響

刻線之可能差誤，得自銳函極限尋求之。如表以 ϵ ，

$$\epsilon = \frac{\lambda}{4(\sin i + \sin \theta)} = \frac{\sigma}{4m}。$$

差誤有三，區分類別，頗為便易。刻線時三種可能差誤之約略計核，表之如次：

| | |
|------------------|----------------|
| 無規則者(irregular) | 1.00 λ |
| 有系統者(systematic) | .20 λ |
| 屬周期者(periodic) | .05 λ |

此種計核，當以有系統差誤之特性為憑藉，惟於結果光譜之特性，苟

加深究，則計核之值，必可較確。

在繞射表面處，光振幅之最普通式係

$$\Phi = f(x) \cos(kx - \beta),$$

$k = \frac{2\pi}{\sigma}$ ， $f(x)$ 與 β 均屬 x 之函數。以此式代入繞射像型之普通公式，則

$$C = \int f(x) \cos(kx - \beta) \cos(ux - \psi) dx,$$

或
$$C = \int f(x) \cos[(k-u)x - (\beta - \psi)] dx,$$

並知
$$S = \int f(x) \sin[(k-u)x - (\beta - \psi)] dx,$$

(光譜之相當於 $(k+u)$ 者，業經刪除)。

如令

$$f(x) \text{ 代 } \Phi$$

$$(\beta - \psi) \text{ 代 } \psi$$

$$(u - k) \text{ 代 } u$$

$$v = 0$$

則上之公式，與繞射章之公式(5)同。

但
$$u - k = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta - \frac{2\pi}{\sigma} = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta \partial \theta,$$

此式所與之 $(u - k)$ 值，應可代替下式之 u ，

$$C = \int f(x) \cos ux \, dx$$

$$S = \int f(x) \sin ux \, dx \circ$$

茲舉上式應用之實例：設光柵之 $\phi = e^{-cx} \cos kx \circ$

$$C = \int_0^l e^{-cx} \cos ux \, dx ,$$

$$S = \int_0^l e^{-cx} \sin ux \, dx ,$$

由是得知，繞射影之強度之近似值為

$$\frac{c^2}{(c^2 + u^2)^2}$$

其中

$$ul = \frac{2\pi}{\lambda} l \cos \theta \partial \theta ;$$

因 $l \cos \theta = a =$ 射入觀測遠鏡光束之闊度，使 $a_0 = \lambda/a \circ$ 並令 a 等於 $\delta \theta$

等於與 $\theta \left(= \frac{m\lambda}{\sigma} \right)$ 之角度距離，則

$$ul = 2\pi a/a_0 \circ$$

圖57係 $c = \frac{4}{l}$ (點線) 與 $c = 0$ (實線) 時 I 之圖形，可見前者之分解率約為後者之四分之三。

刻線機上，推進部份之集壓力，與其突然之離脫，恆使光柵之空隔無差而位相驟變，茲述此種訛誤，作第二例。是種變動，雖令結果光柵，空隔等距，但與長度為各種不變空隔之均長的光柵相較，猶多遜色。

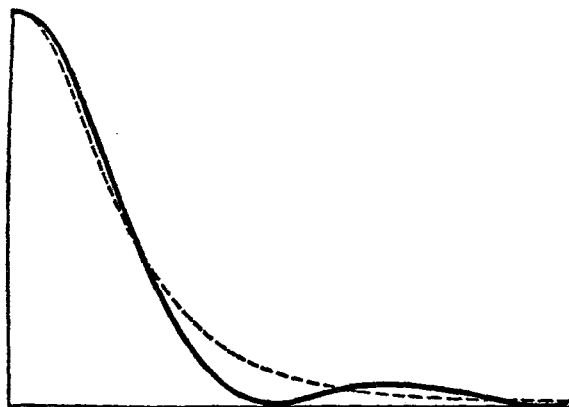


圖 57.

設想有一光柵，其中部的相差為 2β ，換言之，即前半之 $\Phi = \cos(kx - \beta)$ ，後半之 $\Phi = \cos(kx + \beta)$ 。於是 $wC = \sin \beta - \sin(\beta - ul)$
 $wS = 0$ 。此與平面表面所生之 I 值相等，同為 $I = C^2$ 。惟此平面之一
 半必較他半，微有低落，值為 $\epsilon = \frac{\lambda}{2\pi} \beta$ 。繞射像之強度示如圖58，
 內有 $\beta = 0, \pi/4, \pi/2, \pi$ 等類。

第三例：設想光柵空隔，按照下式，均勻增大，

$$\sigma = \sigma_0 + cx$$

則 β 之近似值係

$$\beta = 2\pi c x^2 / \sigma^2$$

其結果，與平面之波而具有位相之差誤者相當，如以焦距，表此差誤

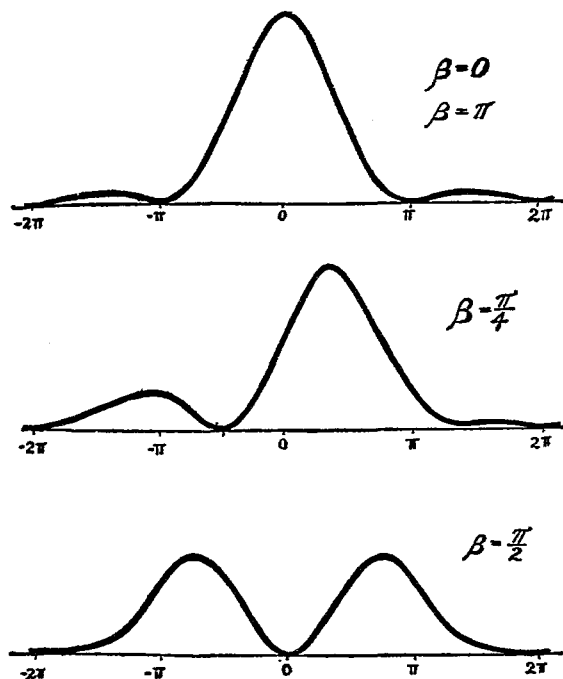


圖 58.

之值，則得 $\delta f = 2c\lambda f^2 / \sigma^2$ 。

繞射光柵之任何刻線差誤，恆可利用適當之位相變遷，以匡正之。平行平面片，蝕以氫氟之酸者，置諸光程中，遂能勝任。

幻像(Ghost)

刻線方法之結果(用螺旋者)，常生周期差誤^①，此之周期，即係螺旋步節之周期。

$$\text{令 } \phi(x) = \cos mkx \sum a_n \cos nqx + \sin mkx \sum b_n \sin nqx$$

$$\text{式內 } l = \frac{2\pi}{\sigma}$$

$$q = \frac{2\pi}{s}$$

總和內第 n 項為

$$\phi_n(x) = \cos mkx + a_n \cos nqx \cos mkx + b_n \sin nqx \sin mkx,$$

此值代入下式

$$G = \int_{-1/2}^{1/2} \Phi(x) \cos ux \, dx \quad (S=0),$$

則第 n 級幻像之強度，有下列各種不同之值：

$$\text{在 } \pm u = mk \quad \text{或 } \sin \theta = m\lambda/\sigma \text{ 時, } I = 1;$$

$$\text{在 } \pm u = mk + nq \quad \text{或 } \sin \theta = m\lambda/\sigma + n\lambda/s \text{ 時, } I = (a_n + b_n)^2;$$

$$\text{在 } \pm u = mk - nq \quad \text{或 } \sin \theta = m\lambda/\sigma - n\lambda/s \text{ 時, } I = (a_n - b_n)^2.$$

$$\text{兩幻像間之距離 } \delta\theta, \text{ 值為 } \frac{\lambda}{S \cos \theta}$$

茲求第 n 級幻像之強度與光柵主線強度之關係，而此光柵之第 n 個元素(element)係 $\phi(x) = \cos 2\pi \left(\frac{mx}{\sigma} - \frac{m\epsilon_n}{\sigma} \sin nqx \right)$ 者。式內 $\frac{\epsilon_n}{\sigma}$ 為量甚微，是以

① 齒輪及連絡輪軸之皮帶等，所生之傳遞周期變化，亦能引起同樣影響。

$$a_0=1 \quad b_0=0$$

$$a_n=0 \quad b_n=2\pi m \frac{\epsilon_n}{\sigma}$$

因此

$$\frac{I_n}{I_0} = \left(2\pi m \frac{\epsilon_n}{\sigma}\right)^2 \circ$$

第九章

繞射柵之刻線

光柵最大之分解率，前章求得為

$$\overline{R} = 2l/\lambda,$$

是即刻線表面長度內，所含光波數目之兩倍。從茲可見此理論上之極限，既不關於刻線之疎密，更非係乎線數之多寡^①，僅須各線間距離之一律，克臻非常精確境界，理論之值，即能達到。刻線方法，屢經籌劃，疊加嘗試，始信準度甚高而奏效最著者，莫若螺旋。惟是螺旋，齒距務宜均等，周差尤須微細，求之於短小者——例如適足刻劃兩吋長之光柵者，——問題尙易解決，責之於稍長者，困難斯乃紛至。羅蘭 (Rowland) 氏耗時兩載，始獲解決，事之繁複，於茲可見。惟此種光柵所與之分解率^②，猶嫌不高，問題之待決於較大分解率者，為數頗夥。

請言其要者：(1) 偶線或線羣之解析——此種線組，排列紛密，苟不藉第四章所述諸法，加以分析，殊難得其梗概；(2) 光譜線內強度之分配；(3) 溫度與壓力所生之闊變與移變；(4) 電場與磁場之影

^① 惟刻線尙少，所用光譜之相當級次必高（因不然者， mn 之值不能大也）結果，強度低減，觀測不易，故事實上，寧不避煩雜，而使刻線稠密，例如每吋內刻線之數，可自 500 至 1000。

^② 羅蘭氏之原始光柵，約有刻線 100,000 條，其分解率為 150,000。現以羅氏刻線器刻畫 6 吋之光柵，可得較高之分解率，約 400,000。

響；(5)光源行動所生之線移；(6)異位日氣內，局部擾動之分判，如黑耳(Hale)用分光太陽攝影儀所作之工作；(7)除上述者外，譜線分佈之精確量度，與夫各種解釋分佈的創說之考核，亦屬待決問題之一。

欲求繞射柵分解率之增進，俾上述問題之討探，得有憑依，於是刻線機之具有20餘吋長之螺旋，並能完成14吋長之光柵者，乃從事創製。此項螺旋之鏤刻，應委諸特精之鐵床，使初步差誤，為量不大，嗣後再經細剛玉之長期磨琢，務令其未盡消除之差誤，在刻線時，能自消失。

量差校誤，法用干涉，所循途徑，敢稱新奇。法之內容，果何如者，述之如次：干涉儀之一鏡A(圖59)，固置於光柵之載具，相距定長處，有標準BC，BC成於兩鏡，附於輔佐載具之內。當B面調變適宜，干涉條紋乃現。茲將光柵之載具，依標準之長移動(如係考核周差，則標準之長約十分之一耗即足；如係考定行動之差，長度須達10耗以上，始克奏效)，干涉條紋，遂又現於C面，此種手續，庶續進

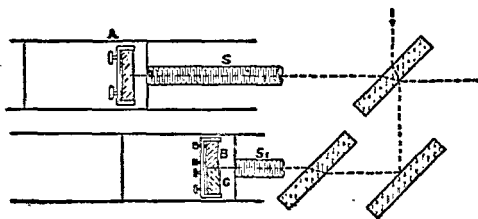


圖 59.

行，而每次中心條紋（無色差）與一定標識疊合之差，均須量計^①。相當校正，亦應加於螺旋齒輪，法用自動之簡單機件，以刪齒輪之外誤，此一機件，可用於刻線之螺旋（爲周差計）亦可施於推動光柵載具之陰螺旋。如是進行，餘差盡竭，而光柵理想之效能，乃得實現。

下述各點，雖云小節，而事之成功，彼實與有力焉。（一）光柵載具進行之引導與控制刻線鑽石行動之方法，務宜十分真確無誤^②。（二）光柵載具如浮於承面，則行動時之磨擦，得以低減，其低減之值，約重量（指光柵與載具合重而言）所生摩擦力之十分之一。（三）螺旋之橫向行動，應加制止，制止之方法，係將螺旋之球狀頂端，抵觸於金鑽石作成之光學平面上，並調變此平面，使與螺旋軸垂直，橫動遂爾消滅。

光柵是否完善，可以倪蒂羅 (Littrow) 氏之裝置（如圖60）考核之。八吋消色透鏡 L 之焦點處，置狹縫 S ，光自源出（光源恆係古伯黑昧帶燈），經 S 過 L ，平行至光柵 G 。經柵繞射，稍有縱移，再循舊道，造 S 之像於狹縫之下，像可攝取，亦可用目鏡 E 觀測之。

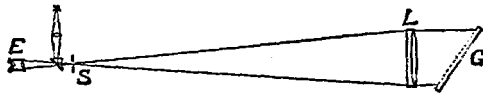


圖 60。

① 此種差數，甚易求得，值約小於條紋間度二十分之一或即一時之百萬分之一。

② 此種錯誤，可令自動平行機負責修正，餘差之相當於與直線之偏差者，不得超過一秒弧度。

圖61(見108頁)所示，係綠汞線($\lambda=5461$)之光譜，產自10吋之光柵而居第六級者。按此複印照片，清晰線條之闊，約一分度又三分之一(一分度等於0.01壘斯通)，故分解率為400,000，原始負片，應有之值為600,000，而理論之值係660,000。

利用均勻光源，刻畫完善光柵，事屬可能，且係最初嘗試方法之一種。現時所需之巨大光柵，用此方法製造，縱多困難，而法屬可行，仍無疑義。製造之手續，可變為自動的進行，而無依藉於器械。

均勻光源射出之光波，尚有較為簡單且更直接之應用。此在理論，允為可能，而在試驗，亦稱實用。設點形光源，係產自均勻輻射，光源位置，係居於平行透鏡之焦點；並設結果之平面光波，垂直投於真平面上，則經此平面之反射後，酷似林甫曼(Lippman)片板所生之駐波，乃可告成。照相底片，置於傾斜地位，令駐波射入，平行之帶，遂爾顯著。此則構成一種光柵，其分解率僅以光源之均勻程度為依賴矣。

第十章

階形柵

刻一光柵，能將全部或大部之繞射光，納於單個光譜之內，此種企圖，僅有部分之成功，並屬僥倖而奏效。且夫刻線之金剛石，僅鍍一柵，鋒芒已失，再以刻劃，所得光柵，自與前殊矣^①，

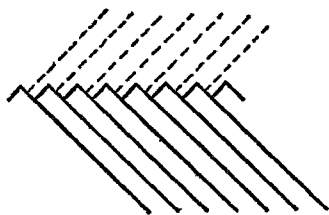


圖 62.

吾人所欲獲之結果，或可得之於下法：以厚度相等而確為平行平面之玻璃片，層層相疊，配置如圖62。光循玻璃片平面之垂直方向射入，如圖之虛線所示。苟此列各光束間之程差，適合某種光波波長之整數，則具此波長之光，當即依法線方向反射（並繞射）而出。結果光譜，在特種角度下，其落後為 $m\lambda = 2t$ 者，得見前述波長光線之存在。

^① 粗陋之光柵，如 R. W. Wood 之 "echelette"，其柵之空隔，約有數百分之一耗，則重複之結果，尚屬滿意。

反射階形柵之實現，確有困難，蓋各片間之空隙，難望相等^①。但穿過之光，並不受此影響，在此種情況下，落後之值為 $m\lambda = (\mu - 1)t$ 。（ m 為一整數， μ 為折射指數， t 為片之厚度）。

圖63代表階形柵中之兩片，厚度 bc 為 t ，支出部分 ab 為 s ，循 θ 方向落後之值，將為 $m\lambda = \mu bc - ad$ 。

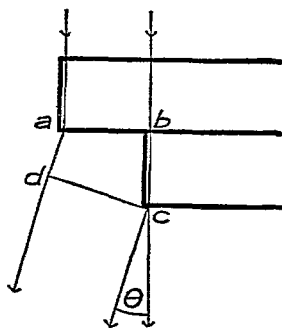


圖 36.

$$m\lambda = \mu t - t \cos \theta + s \sin \theta,$$

苟角度甚小，

$$m\lambda = (\mu - 1)t + s \theta. \quad (1)$$

求以 λ 為自變數之微分，（ m = 常數），則色散

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{s} \left(m - t \frac{d\mu}{d\lambda} \right),$$

① 用光學接觸法(optical contact)可得充分之準確。

因 $m = (\mu - 1)t/\lambda$ ，並令 $b = (\mu - 1) - \lambda \frac{d\mu}{d\lambda}$ ，

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{bt}{s\lambda} \circ \quad (2)$$

如 λ 爲常數， $\frac{\Delta\theta}{\Delta m} = \frac{\lambda}{s}$ ，

又如 $\Delta m = 1$ ，則光譜上連續各級間之角度爲

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{s} \circ \quad (3)$$

倘令 $n =$ 片數，分解之極限顯爲

$$\partial\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{\lambda}{ns} \quad (4)$$

代入(2)式，乃有

$$\frac{\partial\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{bnt} \circ \quad (4a)$$

比較(3)，(4)兩式，可知分解之極限，爲兩連續級間相距角度之 n 分之一。

如令 $\Delta\lambda$ 表兩連續級波長之差；譜線波長與已知線波長之差，係吾人所欲求者，命爲 $d\lambda$ ，則

$$d\lambda = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\theta} d\theta \circ$$

計數已知之日光譜線或鐵線之級次，係數 $\frac{\Delta\lambda}{\Delta\theta}$ 之值，可用實驗方法求得之。

強度之式爲

$$I = \frac{\sin^2 \pi s \theta / \lambda}{(\pi s \theta / \lambda)^2},$$

圖64示其形像。 $I=0$ ，得 $\theta_0 = \lambda/s$ ，是亦爲譜線間角度之距離。

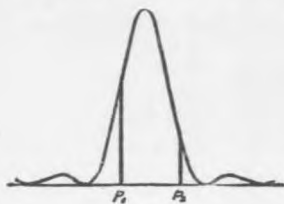


圖 64.

光譜之上，譜數有二， p_1 與 p_2 是。惟在 $\theta=0$ 而 p_1 消失時，則僅見其一^①。

譜線闊度之相當值，小於 $\Delta\theta = \lambda/s$ 者，階形分光儀，始可應用。不然，各連續譜線，咸有疊濁之弊。苟係攝取繁複光譜，如汞之線譜，或氮之帶譜，此種儀器，尤感不便。惟於階形柵之前，蔽以光柵，或再置一階形柵，則前弊斯泯。此種裝置，見圖65，用此裝置，攝取日光與鐵弧光之光譜，圖形分見66與67兩圖。圖68係綠色汞線之光譜。

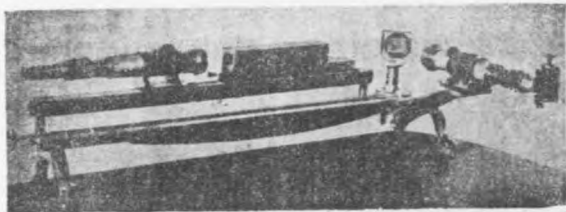


圖 65.

① 在 $\theta = \lambda/s$ 以外之暗淡譜線，當不計及。



圖 66,

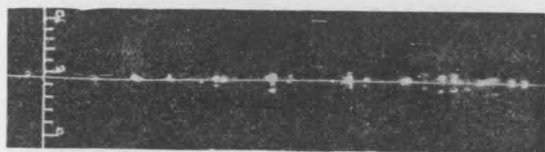


圖 67.

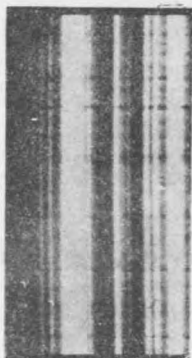


圖 68.

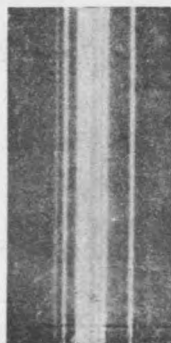


圖 61.

應用階形柵之原理，他兩儀器，業經構成，一名范勃銳與配羅儀器，一名劉梅基耳克 (Lummer-Gehrcke) 版片。前者內含兩塗銀玻璃片，塗銀之面，互為平行，且係面面相覷。銀粉薄層，性半透明，單色光線，透過之者或自其反射者，均現同心之圓。劉梅基耳克版

片，係用兩精確之平行平面片，使生重疊之反射。

上述三種儀器，皆具位相落後常數 δ 。如反射（或透過）因數為 r ，則結果振動為

$$R = \cos nt + r \cos nt \cos \delta + r^2 \cos nt \cos 2\delta + \dots$$

$$+ r \sin nt \sin \delta + r^2 \sin nt \sin 2\delta + \dots$$

令 C 為 $\cos nt$ 之係數， S 為 $\sin nt$ 者，

$$C + iS = \frac{r^n e^{in\delta} - 1}{re^{i\delta} - 1}$$

$$C - iS = \frac{r^n e^{-in\delta} - 1}{re^{-i\delta} - 1}$$

如當 $\delta = 0$ ， $I_0 = 1$ ，結果之強度應為

$$I = \frac{1 + \frac{4r^n \sin^2 n \delta/2}{(1-r^n)^2}}{1 + \frac{4r \sin^2 \delta/2}{(1-r)^2}}$$

相當於任何 I 值之角度 θ ，均可以 θ 表 δ ，代入上式，而求 θ 之值。

如言階形柵，

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi d}{2} = m\pi + \frac{\pi s \theta}{\lambda}$$

式內 m 為一整數，

$$\sin \frac{\delta}{2} = \sin \frac{\pi s \theta}{\lambda}$$

令 θ_1 為光譜上兩連續級次之角距，則 $\theta_1 = \frac{\lambda}{s}$ ，而

$$\sin \frac{\delta}{2} = \sin \frac{\pi \theta}{\theta_1}$$

階形柵之強度公式，遂成下形：

$$I_e = \frac{1 + \frac{4r^{2n}}{(1+r^{2n})^2} \sin^2 n\pi \frac{\theta}{\theta_1}}{1 + \frac{4r}{(1-r)^2} \sin^2 \pi \frac{\theta}{\theta_1}}$$

式中 r 為振幅透過之因數。

在范勃銳配羅儀器內，落後 $d = 2t \cos \theta \approx 2t - t\theta^2$ ，故

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi t}{\lambda} (2 - \theta^2),$$

如 $\frac{2t}{\lambda} = m$ (整數)，

$$\sin \frac{\delta}{2} = \sin \frac{\pi t}{\lambda} \theta^2,$$

並設 θ_1 為相當於程差 λ 之角度， $\theta_1^2 = \frac{\lambda}{t}$ ，於是

$$I_1 = \frac{1 + \frac{4r^{2n}}{(1-r^{2n})^2} \sin^2 2n\pi \frac{\theta^2}{\theta_1^2}}{1 + \frac{4r^2}{(1-r^2)^2} \sin^2 2\pi \frac{\theta^2}{\theta_1^2}}$$

式中 r 為振幅反射之因數。

階形柵含有十四階級者， $r = .99$ ，所得分解極限 $\frac{\delta\theta}{\theta_1} \approx \frac{1}{15}$ ，此

與計算之結果^①，若合符節。

至於配羅與范勃銳儀器， $r^2 = .9$ ，則得

$$\frac{\delta}{\theta_1} = \frac{1}{10}。$$

① 透光階形柵之各面，均係光學的接觸，將各面塗以薄銀，則一反射階形柵，遂告成功。此種階形柵， $r=1$ ，故分解極限式，減為 $\frac{\delta g}{\theta_1} = \frac{1}{n}$ 。

極限以 λ 表示者，係 $\frac{\delta \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{2t}$ ，此與用同長光柵，而以近水平之投射，所得極端之值量，完全相等。

第十一章

干涉現象在天文學上之應用

前述繞射公式，僅得用於單點光源。如係多點之體^①，焦點處之總效應，必為個別強度之總和，

$$I = \sum_n (C^2 + S^2),$$

如 u_n, v_n 為第 n 點坐標，則上式內之

$$C = \frac{1}{\lambda^2 f^2} \iint \Phi \cos[(u-u_n)x + (v-v_n)y + \psi] dx dy$$

$$S = \frac{1}{\lambda^2 f^2} \iint \Phi \sin[(u-u_n)x + (v-v_n)y + \psi] dx dy \circ$$

點之極近 $v=0$ 者， Φ 與 ψ 俱係常數，捨棄常數因子，

$$C = \int \cos(u-u_n)x dx$$

$$S = \int \sin(u-u_n)x dx \circ$$

在特種情況，徑口係兩相等矩形者，

$$I = \sum A^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} s(a-a_n)$$

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{\lambda} a(a-a_n)}{\frac{\pi}{\lambda} a(a-a_n)}$$

① 光源之各點：當係亮點，且相互間，亦乏固定之位相關係。

式內之 a ，係兩徑口之闊， S 為其中心距離。如 a 與 S 相較，值量甚小，則 A 近於一。

苟言連續之羣，前之總和，遂成積分。代 a_n 以 a ， u 以 β ，並令條狀之體，闊度為 da 者，強度為 $\phi(a)da$ ，

$$\text{則} \quad I = \int \phi(a) \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} s(\beta - a) da,$$

$$\text{又如} \quad 2 \frac{\pi}{\lambda} s \beta = \theta, \quad C = \int \phi(a) \cos ka da$$

$$S = \int \phi(a) \sin ka da, \quad P = \int \phi(a) da, \quad k = 2\pi s/\lambda,$$

$$\text{於是} \quad I = P + C \cos \theta + S \sin \theta,$$

此式與第四章之(A)式相同，故干涉條紋之明顯度 V 可由下式得之

$$P^2 V^2 = C^2 + S^2.$$

雙星

因在雙星，伴星與主星亮度之比為 $1:r$ ，

$$\therefore V^2 = \frac{1+r^2+2r \cos ka}{1+r^2+2r},$$

$$\text{當} \quad ka = n\pi \quad (n=1, 3, 5, \dots)$$

$$\text{或即} \quad a = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\pi\lambda}{2\pi s} = \frac{n\lambda}{2s} \text{ 時, } V^2 \text{ 之值最小。}$$

式內角度 a ，即令小於觀測遠鏡全徑口分解極限之半，其值若干，終可精密確定。

再者，從最大與最小明顯度之比較，兩星亮度之比率 r ，可從下式求得

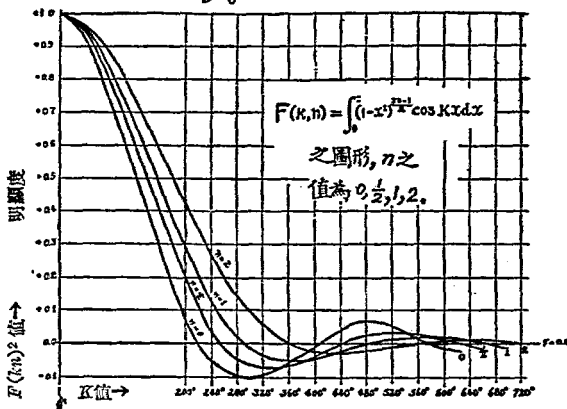
$$r = \frac{V_{\text{最大}} - V_{\text{最小}}}{V_{\text{最大}} + V_{\text{最小}}}$$

星面

亮度均勻之面①，

① 如照度可以自中心之距離之函數表示如 $I(R^2 - r^2)^n$ ，則條紋之明顯度為

$$\frac{\int_0^R (R^2 - x^2)^{\frac{2n+1}{2}} \cos kx \, dx}{\int_0^R (R^2 - x^2)^{\frac{2n+1}{2}} \, dx}$$



鏡面間相對之分離
圖 69.

$n=0, \frac{1}{2}, 1, 2$ 諸值時，圖形曾經摩爾登 (F. R. Moulton) 教授算出，繪製如圖 69。有將條紋第一次與第二次消滅處之距離 b_1, b_2 加以觀測，得其精確之長度則恆星光變曲線上 n 之近似值，可以求得，即

$$n = \frac{5.5b_1 - 3b_2}{b_2 - b_1}$$

$$V = \int_0^1 \sqrt{1-\omega^2} \cos^n \omega d\omega$$

內中
$$n = \pi a \frac{s}{\lambda}$$

a 係角度直徑。此種物體，當 $a=1.22 \lambda/s$ 時，條紋即行消失。

利用干涉方法，量度發光星面，事屬可行，業經證實。蓋黑密爾登山 (Mount Hamilton) 十二吋望遠鏡，曾依此法，考度木衛直徑，其結果之精確，竟為常法所不及。直徑之值，大如木衛者（有一秒之譜），固無論已，最近且最大之恆星，角直徑僅及一秒之百分之幾者，得毋受大氣與機械之擾動，致阻干涉現象之實現，頗屬疑問。

規模宏大之遠鏡，可否造就，俾物鏡前兩徑口所生干涉條紋之消失，得能觀測，誠屬難知；此種遠鏡，在實際上，製造固難，但干涉儀器（利用兩平面鏡，代替兩徑口），確可應用，以達此目的。蓋該儀器，除受大氣與機械之擾動外，對於有效基線，毫無限制。

大氣擾動，影響何如？約克 (Yerk) 四十吋折光鏡與威爾遜山 (Mount Wilson) 之六十吋及百吋反光鏡，皆曾從事試驗，期明究竟；據云，縱令天象不清，結果亦佳，則在此種距離，或更遠者，大氣擾動，殊不足畏，彰然明矣^①。

① 如此詭外之結果，可解釋如下：天象不清時，影像之昏亂，係射入光波各波元素積之效應。因溫度有差，大氣各部，情況不同，射來各波元，互無不變之位相關連，於是影像發生『沸擾』（“boiling” of the image），是與隔熾熱之面而觀物體，同一現象。

但以物鏡直徑兩端之二波元而論，因其位相差同，故僅生（直形）干涉條紋之移動（此非一種混亂），如移動不過速，為人力目力所能追隨（通常情形確如是），於是條紋之明暗度，與大氣情況極佳時所得者，同一美好。

較小光闌，上具兩口，置近遠鏡之焦點者，能將射入之光，限為兩束，此較使用蔽覆物鏡之屏帷，收效宏速。以六十吋與百吋遠鏡作觀測時，此小光闌，曾經利用；量度雙星，上述裝置，復經採用，惟須另加附器，使條紋消滅時，可變之徑口距離，得以計量。

威爾遜山天文臺臺員安德笙(Anderson)博士，力贊旋轉光闌固定徑口距離之方法。根據斯法，Capella 雙星之兩伴星角度距離，業經量得。分光鏡中，該星譜線，因杜氏之移位(Doppler displacement)，於是 Capella 之為雙星之消息，始行流露人間，雖推算結果，謂伴星距離，約等 $0''.05$ ，當天朗氣清時，定可窺見，而遠鏡之直接觀測，則從未着手。Capella 伴星軌道，用干涉方法決定者，其精確之異常，直令計算與觀測所得之位置，即萬分之一秒之微量，亦克吻合。

經過60吋與100吋遠鏡之嘗試，深知在上述距離內，大氣擾動，不足為患，干涉儀之具有動鏡(圖70)而底長20呎以便試驗者，乃決定製造。干涉儀之鐵樑(圖71與圖72)，係以建築用之鋼條造成，條之剛性，愈大愈妙，重量應趨可能

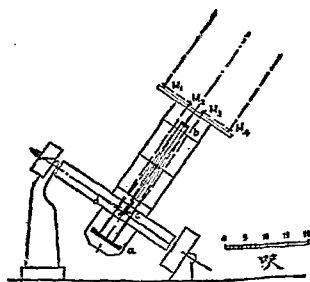


圖 70.

之最小值(通常不能低於800磅。附加重量，達800磅之巨，除笨重之100吋遠鏡外，任何儀器，皆難勝此重任；因此，100吋遠鏡遂用

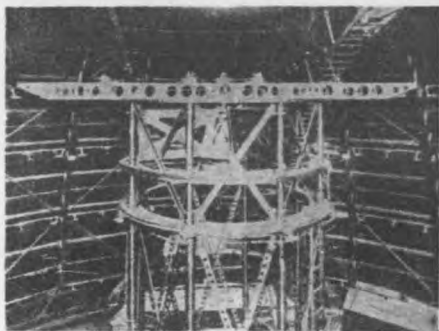


圖 71.

爲支此干涉儀器之具，光學能力之強大，尙非其致用之主因，是爲吾人所應注意者。如圖70所示，星光射至活動外鏡 $M_1 M_4$ 後，經其反射，至固定內鏡 $M_2 M_3$ ，前行達凹反射鏡 a ，遇凸鏡 b ，回抵傾斜平面鏡 c ，離 c ，光合於 d ，置低率目鏡於此，干涉條紋即得窺見。轉動插入之平行平面玻璃片，則兩干涉光束之謀疊合，至易奏效；藉雙玻璃劈之助，調變兩程途，使達相等地位，亦不感棘手。用此結構，即令距離達極端之值爲20呎時，干涉條紋，猶保清晰。是即表明，縱有如此鉅大之分離，大氣之變化或振動與形變之干擾，對於觀測，咸無妨礙。

第一人致力於實際觀測，而獲有星體直徑之結果者，係威爾遜山天文臺臺員匹斯 (F. G. Pease) 先生。天空星體，首蒙斯器之顧盼者，乃獵戶座內大紅星參宿四 (Betelgeuse)。當干涉儀之外鏡，距至10呎，干涉條紋，即行滅跡；惟窺他星——大將座 β (β Persei) 與獵

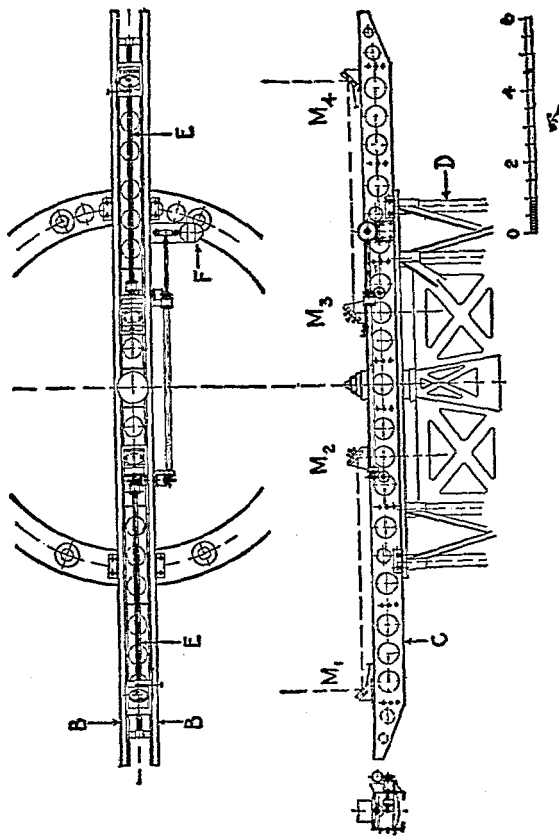


圖 72.

戶座 γ (γ Orionis)，——鏡達上述距離，條紋仍現，足資觀測。

設光出自參宿四者，有效波長為 5.75×10^{-5} 哩， $S=121$ 吋 (306.5 呎)，星之角度直徑 $\alpha=1.22 \lambda/s$ 即 $0''.047$ 。用視差 $0''.018$ ，得直線直徑之長為 240×10^6 哩 (約火星軌道之直徑)。

星面照度均勻之假設，乃上種計算之根據，惟是假設，不近事實，人盡知之，類似太陽之愈趨邊緣愈陳黑暗者，直徑估計之結果，應增百分之十七。他種星體，間有較大者——Arcturus，海怪座 θ (Mira)，天鵝座 α (Antares)——亦繼參宿之後，經同法之考探，而得其直徑之值矣。

較大之干涉儀，底長50呎者，現正建設，50呎之長底，可使儀器能力之增高，約達二又二分之一倍。

第十二章

光之速度

光行速度，係自然界基本常數之最要者。富柯與費佐兩氏量度之結果，謂光在空氣內速度，較在水中者為大；因此，波動學說，遂受擁戴，而微粒假設，斯遭擯棄。再者，靜電單位與電磁單位之比率，按諸實驗，顯近光速，此一結果，又予光之電磁擾動說，一有力之佐證。不僅如是，相對論者，對於光行速度，尤為重視，蓋光之速度，在任何情況下，總屬常數，乃相對論基本假設之一。

光速量度之首次嘗試者係伽利雷 (Galileo)。彼令兩觀測者，各居一地，距約數杆，人手一燈，燈具動帷；帷之啟閉，燈之明暗係之。甲揭帷放光，乙觀之，立啓帷，報以燈光。如甲揭帷與見乙復訊之間，確歷時甚（視覺與執行間之遲延，乃不可免者，應行計入），則以時間除距離，即得光之傳播速度。

以如是簡陋方法，自不足以測度此種非常微渺之時間，然斯法之原理，毫無瑕疵，確值重視；略加改良之後，遂成世人共仰之費佐氏方法。第一點之改革，係將乙觀測者易以鏡面。光之蔽露，不以一簡單屏帷司之，而以迅捷轉輪上距離相等之一組洞孔代替，此係第二點之改善。

汝梅 (Römer) 觀察第一木衛屢次之蝕，推得光行速度，時在

1675年；光速之實行決定，此屬創舉。兩蝕相間之期，本可計算，惟汝梅氏察覺：計算之值與觀測所得者，恆有年差。地木相距最遠較最近時，蝕期之遲延，達十六分二十六秒之巨^①。汝梅論此遲延原因，謂係光穿地球軌道，應取時間之故。設徑長300,000,000杆，則需時一千秒，故光之速度，為每秒300,000杆。

決定光速之又一法，創自布拉得來(Bradley)。1728年布氏嘗有如下之宣示：恆星在天之向，與其平均位置，必有周年視偏傾。此種現象，氏曾給以專名，曰『光行差』(aberration)。恆星位向，垂直於地球之軌道運動者，其方位，將循地動方向，發生偏斜，角度為20''.445。謂此移變，乃由有限光速造成，亦係布氏之推論。

將望遠鏡，正指恆星，當星光經過物鏡，到達焦點時，因地球之軌道運動，遠鏡已有移變；遠鏡既移，星像遂不復居叉絲之上，而退立其後。欲星像再與叉絲疊合，遠鏡勢必向前傾斜，成角 α ，其正切，為地球行動速度與光速之比，即

$$\tan \alpha = \frac{v}{V},$$

因 $v = \pi D / T$ (D 係地球軌道之直徑， T 為一年內之秒數)，故

$$\tan \alpha = \frac{\pi D}{VT}.$$

根據此式，光之速度，當可求得；但此法與汝梅法同，其精確度，視量得之日地距離 ($\frac{1}{2} D$) 而定，概約百分之一^②。

① 汝梅之原數為22分，此值顯覺太大。

② 利用行將敘述之方法，求得之光速，其精確度，達十萬分之一，故此法已被淘汰。惟此公式，尚可用以求日地之距離。

1849年費佐發表用實驗方法量得光速之結果，此殆前無古人者。兩天文遠鏡之物鏡 L_1 與 L_2 (圖73)，分置二處，兩面遙遙相對。光源經平行平面片 N 之反射，於第一透鏡之焦點處，成光強體小之像 a ， a 像之光，經第一透鏡，平行射出，度 L_2 ，斂於焦點，因遇平面鏡面 M ，光乃循原道射回，造像與原像 a 相疊合，是可以目鏡 E 窺之。齒距精確之齒輪 W ，依均速旋轉， a 處之光，遂受其干阻。如光回至 a ，適為齒蔽， a 像乃掩；苟調節 W 之速度，使光再返至 a 時，正值齒輪之空隙，則光可復現，如是繼續試驗，得見 a 像之忽明忽晦。

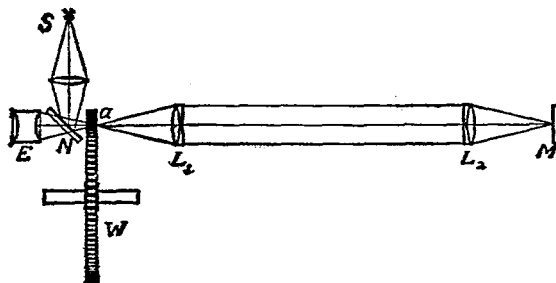


圖 73.

令 n 為齒數， N 為每秒輪轉之次數， K 為光行兩倍距離 D 時輪齒轉過之數目，

$$V = \frac{2NnD}{K}。$$

因記識最小強度較最大者為易，故如 p 係光之掩蔽級次，

則
$$K = \frac{2p-1}{2}。$$

令 δK 為記核 K 時所含之差(實即考核強度曲線之上升枝與下降枝上強度相等之差誤)，乃有

$$\frac{\partial V}{V} = \frac{\partial K}{K}。$$

可見 K 之值，應使大於吾人所能辦到之地步，以減低差誤。費佐實驗中， K 值為 5 至 7，結果之正確度，理應達到三分之一，但其答數，較公認者，實已增大百分之五。

1872年柯留(Cornu)之實驗，較為準確，所用 K 值，自 3 變至 21，柯氏結果，為 300,400，內含或差，約百分一之十分之一；李斯丁(Listine)對此實驗，有所討論，並曾說明，如將速度變大，上值可以減削，渠所認為正確值之極限，係 299,950，但白羅丁(Perrotin)以同樣儀器，得值 299,900。

費佐實驗，尙未宣告結束，哀饒哥(Arago)已另有建議。彼謂惠斯頓(Wheatstone)量度電流傳播速度之旋轉鏡，此處實可利用。哀饒哥對光速問題，感有重大興味者，因苟量度光速之法精善，光在空氣與水中之相關速度，即可決定，而波動微粒兩說之是非，亦得以明。氏並指出，彼所倡法，實有計量絕對速度之可能。

氏之計劃，乃比較兩種光之偏傾；一係電花射出之光，直接經旋轉鏡面之反射者，一為行經一段空氣(或水)後，再受反射者。兩反射像現示之方向(在 360° 內任何一方)，至無一定，此係本實驗最感困難之點。惟1862年富柯氏精巧之實驗出，上述困難，立獲解決。蓋鏡面無論如何旋轉，返回之光，射向不變，是富氏實驗中巧妙之點，亦即

解決上述困難之方也（但因遲延所生之偏移，係吾人所欲量度者，當不在內）。

儀器佈置之實況，述之如下：

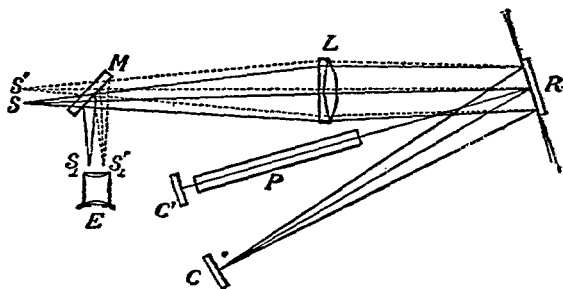


圖 74.

光自光源 \$S\$ 射出（圖 74），落於物鏡 \$L\$，前進抵轉鏡 \$R\$，反射至凹鏡 \$C\$（其中心在 \$R\$），光源之實像，遂成於斯；旋又依循舊道，回歸原處，造成眞像，與光源合；轉鏡縱有小動，此情永無更易。但部分之光，業經平行平面鏡 \$M\$ 之反射，造像於 \$a\$，測微鏡之目鏡 \$E\$，倘設於斯，光源之像，即可窺見。

茲設轉鏡迴旋甚速，則反回之像，將不復居原位，而向轉鏡所轉之方向，發生偏移；偏移之值，爲光線兩度過鏡期間，鏡轉之角之兩倍。如令此角爲 \$\alpha\$，鏡間距離爲 \$D\$，轉鏡每秒轉動之次數爲 \$N\$，則

$$\alpha = 2\pi N \frac{2D}{V}$$

或

$$V = \frac{4\pi ND}{\alpha}。$$

在原理上，兩法無別。此處之 α 相當於齒輪法之齒數 K ，即 $\alpha = 2\pi K/n$ ，故前得之公式 $V = \frac{2NnD}{K}$ ，與轉鏡法所得之 $V = \frac{4\pi ND}{\alpha}$ ，實無訛異。惟後法確優於前法，長處所在，與直接讀電流計之針指數不如用返光法者，絕相類似。

但從他方面着想，齒輪法之另一重要優點，絕難掩沒。蓋用該法，反回像之強度，約及不用齒輪者之半，而在轉鏡，此一分數，減為 $\frac{n\beta}{rD}$ （如鏡有 n 小面），式內 β 為凹鏡之徑口， f 為鏡之焦距， r 係轉鏡與狹縫之距離， D 乃兩地之距離。

富柯實驗， D 之最大值，僅為二十呎（由凹鏡五次反射得來），如鏡轉之速度，係每秒五轉，則 α 之倍值，為吾人所尋求者，不過160"。此法精確之極限約為一秒，是富柯實驗，在此情況下，精確之度，難望到達一百六十分之一。富柯之結果為298,000，得值過小，其所差者，殆已達一百六十分之一矣^①。

欲使 2α 之值甚巨，俾量度可精，則所用距離，應令增大。下之計劃，能符斯望，蓋屢次試驗（1878年）， D 之距離，皆達七百呎之巨，而七百呎者，尚非其限，再事增加，仍屬可能。

新裝置中，成像之透鏡，係居兩鏡面之間，並為謀回像強度最大

① D 之距離，斷斷以20呎為限者，除去徒謀便利之原因外（因實驗室之範圍故），自轉鏡直接反射而生之光線與回像相比時之相關的強度，實亦限制 D 值而不令其過大也。在富柯實驗中，光係係疊加回像之上，回像之強度，與距離之立方成反比，而光線者則始終不變。

計，透鏡與轉鏡距離，應適等於透鏡之焦距，是以長焦距之透鏡，勢所必須。又因量得之半徑 r ，係由 $r = \frac{f^2}{D}$ 而得（藉 $\delta = r \tan \alpha$ 之關係，可由 r 推知 α ， δ 者乃量得之影像移變），故 r 與 f^2 成比例， f 係透鏡之焦距。在實驗時，焦距 25 厘米直徑 20 厘米且無色差之透鏡，乃常用者。用此透鏡後，縱令轉鏡遠離主要之焦點，回光強度，當仍十足充足。

有如是巨大之移變，富柯裝置內之傾斜平行平面片，可以撤消，而直接實像，得以目觀。旋轉速度，苟係每秒 250 至 300，則得 100 至 150 耗之移變，此種距離之量度，差誤當小於萬分之一。

量計 D 長，並無困難。用鋼帶尺度之，即獲結果。惟尺之伸長與膨脹係數，必經精確決定，而尺之長，亦必與標準尺副樣，在標準狀態下，作一比較。考核之或差，約 1：200,000 之譜。

量計旋轉速度，法頗有趣。觀測電動音叉與轉鏡之光學的『拍』(beat)，同時使漏移之像與目鏡叉絲，始終疊合；司是職者，為手制之射氣機，機可動轉輪，輪則附於轉鏡。音叉振動數加每秒『拍』數，乃得每秒旋轉數，惟此數值，係以音叉率表之者，倘歷時非至促，此數不可依信。故在量度之前後，所用之音叉，須與標準音叉，其溫度係數已確定者，互相比較，而標準音叉，復須與自由鐘擺作直接之比較，法如下：

鐘擺與電池及感應機之原線圈串連一系，原線圈電路中設有鉑製刃口間阻，刃口附於鐘擺，鐘擺經過一粒汞珠。感應機副圈送出之閃光，行經真空之管，遂燭音叉之緣且照窺微鏡之叉絲。如擺動一次，

又振數目，適爲整數 (256)，則又緣視若靜止；振數微增，又緣卽生移變，移變係有循環性者，設率數每秒爲 n ，於是音叉之率，每秒遂爲 $N \pm n$ ，此所謂秒，係自由鐘擺所示者，自由鐘擺復應與天文鐘相較^①，手續始稱完竣，結果之準確度爲 1 : 200,000。

根據上法，決定光速，情況相同而時地互異之兩番實驗，曾經舉行，兩次結果之均值爲 299,895。

1882年劉控貝 (Newcomb) 改易富柯裝置，用測光速。最大改良，卽旋轉鋼質稜鏡之見用。稜鏡橫截面係正方形，鏡長爲闊之倍，平面鏡上各部之光，經其收發，直接反射之影響遂絕。不僅如是，此方法中，尙有計量偏斜之妙策，而鏡轉速度，亦克詳載記時圖上，以資考核。該圖係附於一組齒輪，齒輪又與輪鏡連屬。劉控貝之結果爲 299,860。

富柯裝置之初旨，本在解決光行水內與馳騁空中相互速度之問題。因此，裝水之管，兩端配有平行平面玻璃片者，勢必加入。倘光在兩質中，速度相等，行見雙雙回像，疊合無間，布置適當之光闌，兩像又形分判，如速度有別，則兩像循旋轉之方向，生相對之移變。按之實驗，光經水者，移變較大，是知光行水中，速度較遜。此一結果，殆爲波動說所承許而爲微粒說所否認。

富柯實驗，除於性情方面，得有結果外，他無所及，設能作進一步之探討，不獨推得光速在水較在空氣爲慢，且證兩種速度之比，確爲液體之折射指數，則尤快人心。用水實驗後，所得結果，與折射指

^① 此種天文鐘，個別之「秒」，雖或有小變動，而其平均拍節，可絕對不更。

數，相差極微。但易水爲二硫化炭，得比爲 1.75，並非折射指數 1.64，差訛太甚，不得推諉於實驗應有之誤。

銳聶聶士對此差誤，持有解說，述之如次：在齒輪法中，干擾之傳播，形成獨立波羣。銳聶宣稱，波羣速度，與單獨之波異，時忽同者，特所經媒質，無色散之性耳。波羣之最簡形，可從兩簡單諧振波組着想，此兩波組，頻率稍差，波長微異。茲令

$$y = \cos(nt - mx) + \cos(n_1t - m_1x),$$

內中 $n = \frac{2\pi}{T}$ ，並 $m = 2\pi/\lambda$ ， T 係周期， λ 爲波長。再命

$n - n_1 = \partial n$ ，及 $m - m_1 = \partial m$ ，於是

$$y = 2 \cos \frac{1}{2}(\partial nt - \partial mx) \cos(nt - mx)。$$

此則代表一組波羣，狀如圖 75 所示。



圖 75.

諸波速度，係一比率 ($V = n/m$)，但羣之速度（例如：最大或最小點傳播之速度）將爲

$$V' = \partial n / \partial m,$$

又因 $n = mV$ ，

$$V' = \frac{\partial(mV)}{\partial m} = V + m \frac{\partial V}{\partial m} = V \left(1 + \frac{m}{V} \frac{\partial V}{\partial m} \right)$$

更因 $m = 2\pi/\lambda$,

$$V' = V \left(1 - \frac{\lambda}{V} \frac{\partial V}{\partial \lambda} \right)。$$

此種推論，不獨在上述之特殊波羣形狀時，始為真實，即據符氏定理，應用於任何波羣，亦屬正確。

上述公式，謂可直接用於轉鏡法之量度，殊非十分明瞭。銳聶曾謂光因感受杜氏效應，光束自轉鏡反射者，一邊之波長變短，他邊增長；又因在色散媒質內，傳播速度，唯波長是賴，故單獨波面，發生旋轉。

如 ω 為鏡面旋轉之角速度， ω_1 為色散的旋轉之角速度，

則
$$\omega_1 = \frac{dV}{dy} = \frac{dV}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dy}，$$

y 係對旋轉軸之距離。但

$$\frac{d\lambda}{dy} = 2\omega \frac{\lambda}{V} \quad \therefore \quad \omega_1 = 2\omega \frac{\lambda}{V} \frac{dV}{d\lambda}。$$

實際觀測所得之偏移，為

$$T(2\omega + \omega_1)，$$

T 係光行 $2D$ 一段長所需之時間；將 ω_1 代入，並將 T 變為 $\frac{2D}{V}$ ，則

上式成爲
$$\frac{4D}{V} \omega \left(1 + \frac{\lambda}{V} \frac{dV}{d\lambda} \right)，$$

故量得之速度係

$$V'' = V \div \left(1 + \frac{\lambda}{V} \frac{dV}{d\lambda} \right),$$

茲僅計及小量之第二級，

$$V'' = V' = \text{羣速} \textcircled{1}。$$

採用能見光譜上平均之波長，二硫化炭之 $\left(1 + \frac{\lambda}{\mu} \frac{d\mu}{d\lambda} \right)$ ，值等於

$$0.93。 \quad \text{則} \quad \frac{V_0}{V''} = \frac{V_0}{V'} \frac{1}{0.93} = \frac{1.64}{0.93} = 1.76$$

此與實驗所得者，完全相符。

光速之最新計量法

光行速度，以轉鏡法測定者， V 之式內 ($V=4\pi ND/2$)，應量之值有三：曰 N ，鏡轉之速也；曰 D ，兩站之距離也；曰 α ，鏡之角度移變也。前已曉示， N, D 兩值，準確之度，約達十萬分之一。但量度 α 之方術，難期臻此佳境。斯乃量度中困難之點。惟將旋轉鏡形，改成三稜狀，且令兩站距離，異常遼遠，俾反回光線，在三稜鏡次下面之反射，角度相同，則此種困難，即可泯滅。是蓋劉控貝氏建議之方策 $\textcircled{2}$ 也。

下文所述，為一種嘗試之節要，以期實現前之計劃者。兩站地點，係探威爾遜山，與省恩托利阿山 (Mount San Antonio)，山址

$\textcircled{1}$ 吉貝司(J. W. Gibbs)嘗稱量得之速度，謂為確係波羣者，非僅為一種近似已也 [見 *Nature*, 1886.]。

$\textcircled{2}$ 見航海通書局出版之「光速之計量」。

近帕塞登拉 (Pasadena)；兩山相距，約三十五杆。因此，鏡轉速度，應達每秒1060轉，而光之跋涉程途往返兩次時，鏡之角度移變，應及 90° ；如速度減半， 45° 之角已足，故旋轉之鏡，可作八角形^①。各角應等，精確程度，至少須達到我人所希望者。

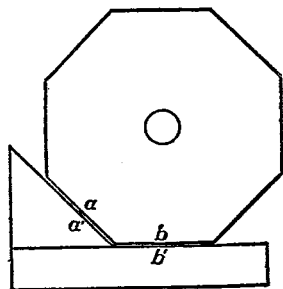


圖 76.

謀角精確，方法如下：面極光滑角近準確之八角體，置於考核角 $a'b'$ 之上(圖76)。 $a'b'$ 係由 45° 此之三稜鏡與真平面黏結而成。在單色光中觀測干涉條紋，以謀 bb' 兩面之平行。 aa' 兩面，常非平行，其間角度，可以干涉帶之距離與傾斜量度之。同法施於八角，琢之磨之，務俟八角所生

干涉帶之距離與傾斜，皆完全相同，始告竣事；斯時八角，幾相等矣。遵依此法，製成之八角體，含有均差，約百萬分之一，是僅有二十分之一秒之十分之一耳^②。

從旋轉鏡面發生之直接反射光與散射光，對於實驗，咸有妨礙。轉鏡稍偏，反光斯泯，前已述及；致希散射光之消除，反回光應與射出者，不同一面，乃最要之端。

再者，欲求射入光與遠立鏡，互相垂直，亘久不變，實非易事；

① 利用八面鏡，結果之強度，較用旋轉平行平面鏡盤所得者，當加強四倍。

② 鏡急轉時，當生畸變，如造鏡之物(在現例為玻璃)，質極均勻，此種畸變，僅產極小曲度，使鏡之焦點，稍有變易。

爲省卻此種麻煩計，反於原站之光，固仍可依費佐實驗中之佈置，毋加改易，但最宜注意者，厥爲聚斂光束，必須準射於小平面（最好爲凹形）鏡之上，而此小鏡係置於較遠之進光鏡之焦點處者，

猶有進者，射光與收光之進光鏡，全用塗銀鏡面，較用透鏡，掙節殊多。

圖77所示儀器之佈置，確能適合上項各種之需求。

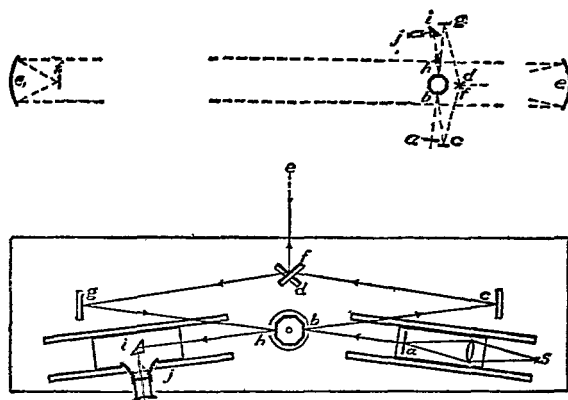


圖 77.

(光路爲 $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, s$)

以威爾遜山爲起站，相距 22 哩之省恩托利阿山爲終站，實驗三次。電動音叉之振率爲 132.25，如轉鏡速度爲每秒 529 轉，則轉鏡之註像有四。每次觀測時，音叉應與自由鐘擺比核，擺率之正值，又係與海陸測量局內業經校正之「因乏」(invar)擺較考而得者。

1924年八次之量度，得

$$V_a = 299,735。$$

他一組觀測，係以電動音叉直接與因乏擺比較者^①，此實驗舉行於 1925 年夏季，得

$$V_a = 299,690。$$

易電動音叉以自由音叉，振率 528，用『三極管電路』，保其振動，是可令叉之振率較屬穩定，所得結果為

$$V_a = 299,704。$$

以 1, 2, 4 三值，分乘上三結果而平均之，得光在空氣中之速度為

$$V_a = 299,704。$$

加以 67 杆之校正，將光速變為在真空中者，得 $V = 299,771。$

上之結果，仍非定值， D 之估定，實可左右之。此兩站距離之量計，亦係由海陸測量局所舉辦，深望前項工作，重復舉行，以求更進一步之精確。

又如轉鏡增大，則像可較定，光可較強，而轉速亦得更穩；是結果之進一步的準確，尙非無望，惟姑待異日之努力耳。

最後量度

佈置仍舊而轉鏡不同之實驗，1926 年曾經舉行。

首用之鏡，仍屬小八角形，質料係玻璃，與前者無別，是年所

① 所謂直接比較之法，係令光經狹縫，射於附在擺上之鏡面。狹縫之像，係由最好之消色透鏡造成，像居音叉一側之平面內，用尋常目鏡，可窺探之。

獲之 V 值為 299,813。此值乘二，上次結果乘一，平均之，得值 299,799。

他種轉鏡為吾人所採用者，係八角銅質鏡，十二角玻璃鏡，十二邊銅質鏡與十六邊玻璃鏡等。

所得結果，統記之如 表 7

| 每秒旋轉次數 | 鏡 類 | 觀測數次 | 真空內之光速 |
|--------|----------|------|---------|
| 528 | 玻璃 八 面鏡 | 576 | 299,797 |
| 528 | 銅質 八 面鏡 | 195 | 299,795 |
| 352 | 玻璃 十二 面鏡 | 270 | 299,796 |
| 352 | 銅質 十二 面鏡 | 218 | 299,796 |
| 264 | 玻璃 十六 面鏡 | 504 | 299,796 |

均值 299,796±1

量度 V 值，各種可信之結果，記如表 8，表內並載有兩站之距離，採用之方法，及各個應乘之平均數量。

表 8

| 作 者 | 兩站距離 | 方 法 | 均 乘 量 | 光 速 |
|--------------------------------|------|-----|-------|---------|
| 柯 留 | 23 杆 | 齒 輪 | 1 | 299,990 |
| 白羅丁 | 12 | 齒 輪 | 1 | 299,900 |
| M ₁ 與M ₂ | 0.6 | 轉 鏡 | 1 | 299,880 |
| 劉德貝 ^① | 0.5 | 轉 鏡 | 3 | 299,810 |
| M ₃ | 35 | 轉 鏡 | 5 | 299,800 |

① 劉德貝氏所得之值，有廢去諸多不妥協之觀測，應為 298,860。

第十三章

媒質運動對於光行速度之影響

一級影響

媒質運動與光速之影響，得邀物理學家之注意者，哀銳氏之一實驗，實啓其端。氏之實驗目的，本在考核波動說對於光行差問題之一種純理的結論。根據波動說。光行差之正切，應等於地球繞日之速度與光行速度之比。設媒質之折射指數為 μ ，則有關係式

$$\tan \alpha = \mu \frac{v}{V},$$

苟觀測遠鏡，內實以水，光行差之值，顯為在空氣中者 $\frac{4}{3}$ 倍。此種實驗，哀銳曾實行之，惟所得光行差，值仍如舊。

佛銳列所倡議解辯此種困難之法，乃根據於一種假設。其說謂發光媒質因媒質之運動，攜以俱行。然其行運之值，祇達媒質運動之一部分，其分數為 $\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2}$ 。是稱為佛銳列係數。倘以上述無結果之實驗作基礎，則 ρ 之值，可按下列法導出：

命 ac (圖78) 為平面波，射自星體，而達於觀測遠鏡之物鏡，因地球有循 v 向之運動，遂成傾斜之角 α 。光線自物鏡兩側 a 與 c 射出者，行抵 o_1 時，位相相同（與在他種情況時無別），故歷時相等，於是

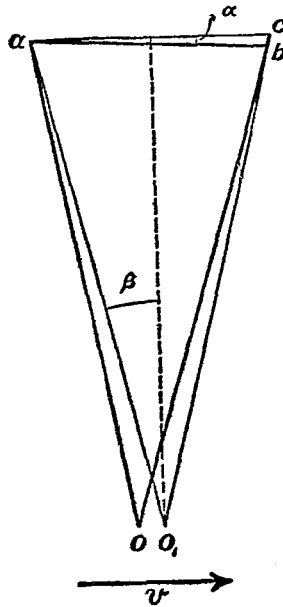


圖 78.

$$\frac{ao_1}{V_1} = \frac{cb}{V} + \frac{bo_1}{V_2}$$

內中

$$V_1 = V/\mu + \rho v \sin \beta$$

$$V_2 = V/\mu - \rho v \sin \beta$$

β 係遠鏡之半徑口, 代 ao 以 $(ao, +\rho v, \sin \beta)$ 及 bo 以 $(ao - \rho v, \sin \beta)$,

並知

$$\frac{oo_1}{ao} = \mu \frac{v}{V} = \mu a$$

則得
$$2\mu a \sin \beta (1-\rho) = \frac{bc}{\mu \cdot ao} \circ$$

但 $2ao_1 \sin \beta$ 等於物鏡之直徑 ac ，是以

$$\mu a (1-\rho) = \frac{bc}{\mu \cdot ac} = \frac{a}{\mu},$$

即

$$\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} \circ$$

根據駐定以太之假說，地球運動之考察，可無待從事天體之觀測而自明。多種實驗，均經嘗試，下所引述者，蓋其一焉。

干涉儀之佈置如圖 79。干涉光束之路程中，置一長度為 D 之玻璃三稜鏡。設全部儀器，循 D 長運行，兩光束繞行一匝之時間，可以計求如下：當夫光經玻璃時，儀器業有移動，其前進之距離為 $\delta = \frac{\mu v}{V(D+\delta)}$ ，取適當之近似值，則

$$\delta = \mu \frac{v}{V} D,$$

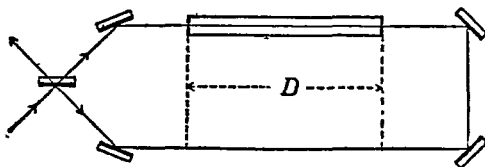


圖 79.

如在相當之空氣途中，儀器之移動必為

$$\delta_0 = \frac{v}{V} D。$$

是則

$$t_1 = \frac{D + \delta}{\frac{V}{\mu} + \rho v} + \frac{D - \delta_0}{V}；$$

同理，光行一週，而方向相反者，

$$t_2 = \frac{D - \delta}{\frac{V}{\mu} - \rho v} + \frac{D + \delta_0}{V}。$$

惟令全部儀器旋繞 180° ，干涉條紋，未見移變，乃知 $t_1 = t_2$ ，

$$\text{即} \quad \frac{1 + \mu \frac{v}{V}}{1 + \mu \rho \frac{v}{V}} - \frac{1 + \mu \frac{v}{V}}{1 - \mu \rho \frac{v}{V}} = \frac{2 \frac{v}{V}}{\mu}$$

如僅計及微量之第二級，

$$1 - \rho = 1/\mu^2$$

或

$$\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2}。$$

是知考核地球對於明亮以太相對運動之企圖，縱無結果，而佛銳列係數，實可從茲導出。根據純粹理論，推釋此種比率，需要迫切，故特伸述如下：

愛生洛耳 (Eisenlohr) 係第一人研究最力者，其法如次：設一玻

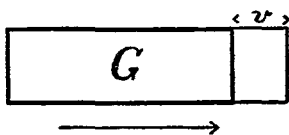


圖 80.

璃三稜鏡 G (圖 80)，斷截面爲一，
 折射指數爲 μ ，以速度 v 循箭向進
 行。命稜鏡外以太之密度爲一，內
 者爲 $1+\Delta$ 。歷單位時間，空間 v
 內，引進之以太，質爲 $m=v\Delta$ 。

但據挾帶之假設 (entrainment hypothesis)。以太之增引質量，可表
 以 $m=v\rho(1+\Delta)$ ，故

$$\Delta = (1+\Delta)\rho。$$

因 μ^2 等於稜鏡內外以太密度之比率 (設彈性不變)，

$$\text{故} \quad \mu^2 = \frac{1+\Delta}{1}，$$

$$\text{則} \quad \Delta = \mu^2 - 1$$

$$\text{代入上式，遂有} \quad \rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2}。$$

物質分子作用球外之以太，不受上項運動之影響，言屬假設，而
 下之推論，乃依此假設立說者。設循運動方向，分子攜帶之以太空
 氣，直徑爲 a ，並令 b 爲兩分子間之 (平均) 距離。當光行距離 $a+b$
 時，此系統跋涉之長已爲 $a+\beta$ 。如 ν 爲分子內之折射指數，

$$\alpha = \nu \frac{v}{V} a$$

$$\beta = \frac{v}{V-v} b，$$

於是光在物質內平均速度爲

$$V = \frac{a+b+a+\beta}{\frac{a+\beta}{v}} = v \left(\frac{a+b}{a+\beta} + 1 \right)。$$

若 μ 爲靜媒質之折射指數，因媒質內光學途程爲 $\nu a + b$ ，

$$\mu = \frac{\nu a + b}{a + b}$$

故 $\nu a = \mu(a+b) - b$ ，代入前式，即有

$$V = \frac{V}{\mu} + \left(1 - \frac{1}{\mu^2} \cdot \frac{b}{a+b} \right) v。$$

括弧內之值量，相當於挾帶之係數 (coefficient of entrainment)， a/b 比率愈微，該值愈近佛銳列係數^①。



圖 81.

佛銳列係數，雖可自無結果之實驗與純理之考究，推釋而得，第欲欣然接受其結論，仍覺困難。惟自費佐精奇之實驗出，上述結論，旋經證實。費佐實驗中，有兩束光，穿過相反流動之液柱，如圖81所示；因此，干涉條紋，發生移變，移變之量，與理論上所希冀者，大致相符。

① 反之，如 $b=0$ (分子相閉)，則 $\mu=\nu$ ，而 $\rho'=1$ ，但佛銳列之 $\rho=1-\frac{1}{\mu^2}$ 。

TT 管內水流反向之變壓，必生畸變，畸變對於干涉條紋之影響，較水流為巨，是以干涉條紋，如在 f 處觀測，後者所產之移變，將為前者所掩。欲杜斯弊，費佐曾在 f 處懸一平面鏡，令光返至光源，再行觀測，惟返光之一部，已在 S 處，經平行平面玻璃片之阻，旁射而出。

費佐求得移變之量，竟與佛銳列係數相當；於是光波行動，受水行速度部分的而非全體的影響，速度變大，從茲證實矣。

鑒夫此問題之基本的重要，及地球以太相對運動可否考探之急待解決，費佐實驗，理應重行舉辦，期免其工作中之困難與失確，困難與失確之顯著者，臚舉如次：干涉儀之徑口，宜極細狹，故光之強度，異常微弱，觀測維艱，此困難者一；兩干涉光束，應極近似，換言之，水柱寬度，須加限制，不然，干涉光束以大角相值，干涉條紋，即細不可辨，非加特殊之放大，勢難觀測，而特殊放大，又令光之強度，更行低減，此困難者二；利用面積之較小部，俾速度之近於常數，手續煩難此其三；以觀測所得之平均速度，表最大速度之值，結果失真，此其四。有此四難，方法之待改造，迫不容緩。

苟干涉儀器，依圖 82 裝置，之四困難，消失無遺。圖 83 表明水道，此與干涉儀器（駕於磚柱之上），不相連屬，活門之佈置，用以轉變水流方向者，亦詳於圖。接水之箱。貯以已知容積之水，需時若干，精細計求之，再以箱管兩斷面之比率乘之，乃得平均水流速度。欲獲速度之最大值，可以小皮陀第 (Pitot) 管，量水流壓力，事先尚須作一校準表，俾得一致記錄，從茲可見壓力與速度之平方根成正

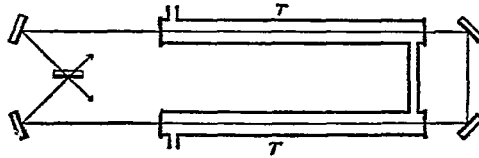


圖 82.

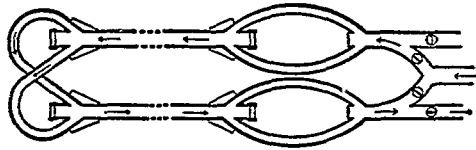


圖 83.

比例。惟沿水管半徑之速度，非復如是，其關係式為 $v = v_m(1 - x^2)^n$ ， v 係在半徑上 x 點之速度， v_m 為速度之最大值， n 之值係 0.165。是以平均速度，可求得如下：

$$\bar{v} = \int_0^1 2\pi v x dx$$

而

$$v_m = 1.165 \bar{v}$$

L 之長設為 3 呎，速度設為每秒 8 呎，則干涉條紋之移變，約條紋闊度之半。再以 6 呎之 L ，7 呎之速度，作第二組實驗，移變之值約條紋闊度之 0.9 倍

兩方向時間之差為

$$\partial T = \frac{L}{V/\mu - \rho v} - \frac{L}{V/\mu + \rho v},$$

捨微量之第二級，

$$\partial T = \frac{2L\mu^2\rho v}{V^2}。$$

水流反向，上值倍焉，故干涉條紋之移變係

$$\Delta = \frac{V\partial T}{\lambda}$$

或

$$\Delta = \frac{4L\mu^2\rho v}{\lambda V}$$

亦即

$$\rho = \frac{\Delta\lambda V}{4L\mu^2 v},$$

最後之結果，

$$\rho = 0.434 \pm .02$$

而

$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} = 0.437。$$

嗣後羅倫茲(Lorentz) 又依理論據實驗，對此問題加以深究，羅氏結果為

$$\rho = \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} - \frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{d\lambda} = 0.451$$

此與前者相差，仍在實驗允可訛誤之中。羅氏實驗結果，當屬正確之值。

由此可見，上述明顯之結果，在實驗與理論兩方面，俱得充分之

證實，且韋夫前敘兩種情況，深知地球與以太相對運動之考核，為不可能。羅倫茲對此結論，尚有較為普遍而更完滿之證明，其所顧計者，至少包含一級諸項。

二級影響

麥克司威爾 (Maxwell) 首先指出：一級影響，雖非實驗所克表彰，而影響之有賴於二級者，測驗之事，則非絕不可能。但此微量，是否可考，渠尙表示疑慮，蓋此微量，約近光行差平方之譜，是即千萬分之一也。

光波長度，眇小異常，以萬萬波相聯，其長僅50呎；但如干涉儀之佈置，係用適當平面之鏡，取重復反射之法，則儀器之佔地毋多，而移變之生於二級影響者，恆能產生，且易量度。

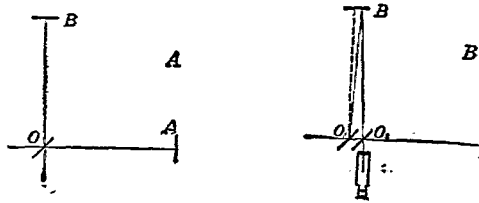


圖 84.

OA與OB(圖84 A)為干涉儀之兩臂，A及B處，各置平面鏡一，光經O處之平行平面且塗薄銀之玻璃片後，一部反射，一部透過，遇A,B各復反回：如OA居地球運行之方向，則光自A回至O，較

自 B 回者，取時爲長。光線回至半塗銀片，行經之路程，實爲

$$D + \partial_1 + D - \partial_2,$$

當光未達 A 時， A 行之距離爲

$$\partial_1 = \frac{v}{V-v} D,$$

光未返 O 時， O 行之距離爲

$$\partial_2 = \frac{v}{V+v} D.$$

捨棄四級之微量，全距離應爲

$$2D_1 = 2D \left(1 + \frac{v^2}{V^2} \right).$$

除上述者外，其他路程，當亦受此運動之影響；故謀返回之光，適與平面相值，光行之實徑，將爲 O_1BO_2 (圖 84 B)，而

$$O_1O_2 = 2Dv/V,$$

於是

$$O_1BO_2 = 2D \sqrt{1 + \frac{v^2}{V^2}},$$

取同前之近似值，

$$2D_2 = 2D \left(1 + \frac{v^2}{2V^2} \right)$$

兩路相較，乃有程差，表以波長，即得

$$\Delta = \frac{D}{\lambda} \frac{v^2}{V^2}.$$

旋轉 90° ，使兩方向互換，則干涉條紋之移變，爲吾人所希冀者，將

$$\text{屬 } \frac{2D}{\lambda} \frac{v^2}{V^2}$$

欲謀坐因外力（主要者如旋轉發生之畸變）所產之移變，值量減削，干涉儀器應裝於石磚之上，磚面 1.5 平方呎，厚 .25 呎，磚止於圓形木環，環負全器，浮於汞面（如圖 85）。石磚四角，各具四鏡，*ddee*（圖 86）。石磚中央，立有平行平面而塗薄銀之玻璃片 *b*。各件排列有序，使光發於阿桿得（Argand）燃燒燈 *a*，度透鏡，達 *b* 片，一部透過，他部反射；進行路線，如圖所示。結果之干涉條紋，得以望鏡 *f* 窺視之。*f* 與 *a* 咸隨石磚而俱轉。

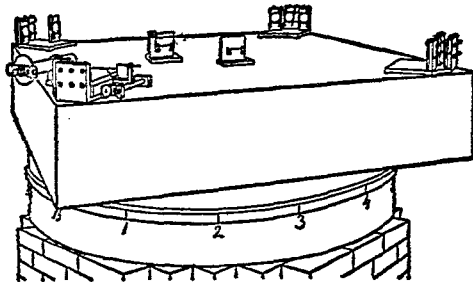


圖 85.

保持均勻與連續之旋轉，每隔一轉之十六分之一之時間，觀測中部條紋之位置一次，所得記錄，幸甚一致，其平均值，示如圖 87，圖中虛曲線，係表理論移變值之八分之一者。

吾人茲敢斷言：根據實驗，移變之值，從未超越 0.01 倍條紋之闊者，僅就地球在軌道上運動而言，其當相之移變，已達 $2D/\lambda v^2/V$

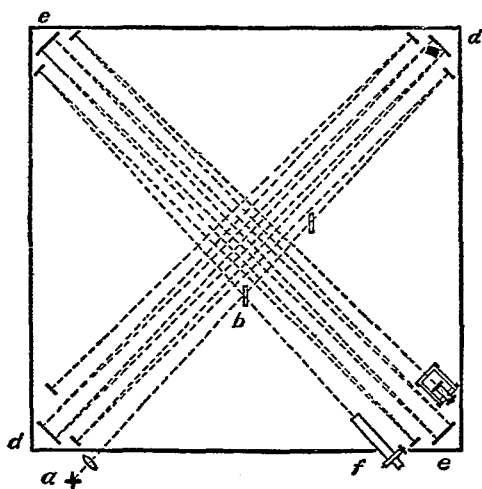


圖 86.

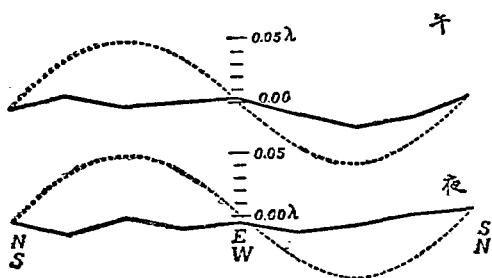


圖 87.

之數。距離 D 約 11 呎或即黃光波長之 2×10^7 倍，取 $\frac{v}{V}$ 之值爲 $\frac{1}{10,000}$ ，則移變之值已 0.4 倍於條紋之闊，而實際量得者，尙不逮此值之 20 分之一，甚或小於 40 分之一焉。

上之推論，僅從地球軌道之行動着想，設此行動，與全部儀器之運行，有互相抵消之機，則移變之不克顯著也宜矣，惟莫列與密勒 (Miller) 兩氏亦曾以較大儀器，作兩度觀測，而所得結果，仍係無結果之證實。

由是以觀，身居地面，從事觀測，地球與以太任何相對之運動，必無所見，理實彰然。但一旦身離地面，踞山之巔，重事佈置，再行實驗，則所得者，或異往昔^①。誠如是也，則謂高出地面 10 哩或 10,000 哩之空間，所稱挾帶之說者，即全形消失，似屬合理。且於平行地球運動之縱面上，裝設干涉儀器，此相對運動之稍稍減削，亦足贖干涉條紋之相當移變矣。

茲設 $v = \bar{V} \cdot 10^{-11}$ ，此與高出地面 1,000 呎處而相對運動低減約地球速度之 $1/10$ 倍者相當。如高度 h 爲 10 呎，低減之度僅 2×10^{-5} ，顧如長度係 100 呎，相當之移變，亦達條紋闊度之半。不過按之實驗，所謂移變者，未之見也。

徒據諸多純粹假設之實驗如上所述者，初不必過加重視而篤信其結果，然費佐與羅拏 (Lodge) 兩氏實驗之論斷，頗值伸述。伊等將干涉儀造成之光路，位於速轉之鋼盤，嗣再觀測條紋，竟亦未觀移變，

^① 密勒 (Dayton C. Miller) 最近之實驗，似已得有結果，彼謂銀河系統之速度，約理論值三十分之一，即每秒 300 呎。此一結果，與相對論適相反對，大規模之實驗，正待舉行，俾資考核。

是與前說，幸能不謀而合；但此結果，猶可謂未足為據；蓋運動之盤，質量太微，奚足與龐然大物之地球，相提並論哉？

地球挾帶以太而行之假設，上述實驗，俱不能認為充分之證明。然則累次實驗，均無結果，又將何以為之說哉？

第十四章

相對論

邁克爾遜莫列之實驗，未獲結果，羅倫慈與費茲格銳得（Fitzgerald）兩氏力窮其究而勉爲之說。兩氏之倡議，謂干涉儀之支持器，一經行動，輒有收縮，收縮之量與理論程差，適相抵消，故加觀測，不觀移變。是種假設，似太牽強，且須承認此類收縮，與物質彈性，毫無關連^①，何其詭哉！

羅倫慈收縮之假說，引生一組重要方程式，名『羅倫慈變易式』（Lorentz transformation）；根據物理現象與觀測者運動無關之一方程式，此變易式，可以推得。

今擇電磁擾動傳播之現象而論之。循 x 向進行之波，其方程式^②

$$\text{爲} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2},$$

c 係光行之速。取用新坐標 x_1, t_1 ，上式仍屬不變， x_1, t_1 係就他種坐標之對舊坐標有均速移動者而言。於是

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t_1^2}$$

① 此種結果，業經莫列與密勒之考核。彼將石支持器，易以木質，所得結果，與前無殊。

② 見勞氏（Laue）之相對論（Das Relativitätsprinzip）。

x_1, t_1 與 x, t 間存有最簡單之關係如

$$x_1 = k(x - vt)$$

$$t_1 = \alpha t - \beta x$$

式中之 k, β, α 俱係待定之常數。代入前式，求得

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \alpha, \quad \beta = \frac{v\alpha}{c^2} \circ$$

據此，又獲羅倫茲方程式

$$x_1 = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \circ$$

$$t_1 = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \circ$$

上之結果，固可根據羅氏之駐定以太內物質運行必生收縮之主張，推釋而得，實乃愛因斯坦 (Einstein) 約束相對論直接之結果耳。愛氏論中假說有二：(1) 僅有相對之運動，可以計量(與主張有靜止之媒質，得為各種運動之標的者，完全抵牾)；(2) 觀測者縱有均動，光之速度，始終不變。

置尺棒平行於其移動之向，羅倫茲收縮可以棒端坐標之距離表明之。

$$\Delta x = x' - x'' = \frac{x_1' - x_1''}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

或

$$\Delta x = l_0 \Delta x_1$$

或

$$\Delta x_1 = \frac{1}{l_0} \Delta x ;$$

故行動柢棒較靜止者，短縮之比例為 $\sqrt{1 - v^2/c^2}$: 1。依據同理，可知行動之球，狀成橢圓之體，而時間之關係，亦必為

$$\Delta t_1 = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2} \circ$$

將此結果，應用於邁克爾遜莫列實驗，乃見光循 v 向進行者，回返之需時為

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{2Dc}{c^2 - v^2} \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} \\ &= \frac{2D}{\sqrt{c^2 - v^2}}, \end{aligned}$$

而循垂直方向者為

$$t_2 = \frac{2D}{c} \sqrt{1 + v^2/c^2},$$

捨棄第四級微量

$$t_2 = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - v^2}} = t_1,$$

故據此說，兩種時間，毫無差異，換言之，即干涉條紋，應無移變。

一級影響之終付缺如，得自速度相加之公式而推得之。如 v_1 係

在 $(x_1 t_1)$ 系統內之速度， v 為在 $(x t)$ 中者，遂有

$$x_1 = v_1 t_1, \quad x = \frac{x_1 + v t_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{(v + v_1)t_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

或
$$x = \frac{v + v_1}{1 + vv_1/c^2} \cdot t$$

故
$$\bar{v} = \frac{v + v_1}{1 + vv_1/c^2}。$$

但是結果，頗有是非莫辨之艱，因實際環境，堪資適用者，殊難實現耳。設如 v 等於光速 c ，則 \bar{v} 亦等於 c ，此一結果，不啻聲言宇宙之間，一切速度無出光右者；是種結論，就所有含根號 $(\sqrt{1 - v^2/c^2})$ 之式而言，確屬真實，因苟不如是，則該式毫無意義^①。

設在菲佐實驗內，增加之速度係 v_1 ，結果之

$$\bar{v} = \frac{c/\mu + v_1}{1 + \frac{v_1}{\mu c}},$$

如將二級微量捨去，

$$\bar{v} = \frac{c}{\mu} + \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2} v_1,$$

此即佛銳列之公式。

考察相對運動之企圖中，所有無結果之結果，根據上說，俱獲一

① 根據以太為一切電磁動作之場所及鑒於所有物質之電構製，磁力之場，必隨一切運動而產生，而磁場強度亦必與速度成正比，惟磁場之力，乃與前之運動相反，當速度之值，達於光者，阻力之巨，亦堪驚人。

致之解釋。不僅如是，相對論者又謂物體行動，質量有增，以式表之，爲狀如下：

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(m_0 相當於物體靜止時之質量)，高速電子之實驗，竟已證實此說。

廣義相對論，尤具更可驚人之結果。此不獨於均速方面，有所論究，即加速運動，亦加研討，質引力之加速度與他種之加速度，無分判可能，乃此說特依之根據。是說之結果有三，前兩者業經證實，第三者尙無定論。(1)每歷一世紀，水星之近日點，有弧度43秒之剩餘行動；此種異象，向無解釋，僅有相對論，克燭其隱而詳爲之說，(2)星光行經引力碩大之體(如太陽者)，路程必生灣曲。相對論所預料之量爲 $1''.7$ ，但據牛頓之微粒說，值僅及半。1921年日蝕攝影量度之結果，與愛因斯坦所預計者，值極相近，且知此值與日心距離，成反比例，是又與相對論作進一步之吻合。(3)日光譜線之移變，亦係相對論之預言，而是預言，似已證實。

然則相對理論非僅令已知現象，得充分之解說，且有預推及發明新現象之可能，此足爲一種學說之價值，最有力之保證。是以非常相對高速，雖難期實現，致使理論之結果，有是非難辨之困難，然正因其價值之偉，斯說仍得普遍之接收。

以太之存在，與相對論說，顯形矛盾；因苟有駐定之以太，則絕對運動之量度，必屬可能。但如乏媒質，光波之傳播，又將何所依附？根據電磁論，電磁擾動傳達之速度，爲媒質特性之比磁率與比電

容乘積方根之倒數，故值不變。光之傳播速度永久不易，固亦係相對論基本之假設（至少亦為限制相對論之假說），惟如否認媒質之存在，則速度不變之故安在，勢將無辭以答。

消除此類困難，數種企圖，曾經嘗試，已死之微粒說，亦曾復生，並稱粒之進播，係循力線以行者；凡此種種，不獨所解釋者；未若其所引起之困難之衆，且傳播速度固定不變之理，亦未闡明。

深希相對論與媒質存立說，兩勿仇視，而終有調解之望。調解之責，或負諸相對論之本身，而酌改其內容；或增加以太應具之性質，以完成調解之使命。假設以太本性（譬如比電容）因引力場之存在，允有遷變，其一例也。

附 錄

地球對以太之運動，一級影響之獲得，為不可能；此係駐定以太說之結論（見前），亦屬相對論之斷言。下述實驗，如可舉辦，亦將見徒勞無益而終獲『無結果』三字之結論耳

設 A 與 B 為費佐之兩齒輪，轉速相等，光束穿 A 之齒隙者，亦必經 B ，如全儀循 AB 向，隨地球而運動（根據駐定以太說），光束依反向回轉時，在某種轉速下，必為齒阻，自他方窺之，光立掩蔽。用茲實驗，相對運動，良堪量度。惟據相對論說，是種量度，實不可能，此不啻聲稱兩輪之轉速，絕難等值耳。轉輪之權，如操諸電磁之手，是說之確，應毋庸議，蓋電磁與光波所受之影響，初無幾希之殊，

如兩輪之連結，係以質物，譬用輪軸而具相當之硬度者，則轉速

之密合，容可實現。雖然猶有障礙存焉。輪軸由分子構成，分子間之『互有力』，既定物質之彈性，乃決傳播之速度；而此所謂『力』，或指電言，於是影響所加，復類前況矣^①。

觀測木衛之蝕，光循一向進行之速度，亦可量得。地木方向最近日局運行之方向時，求得結果，與逆向者相較，愛因斯坦學說推論之是非，克觀究竟。按愛氏學說，方向雖異，值應無別；而據駐定以太說，兩值必殊，所差者約十分之二秒，此殆光穿地球軌道，在兩種不同方向時，應取之時間之差也。

當光路圍圍之面積為一平方杆時，干涉條紋之移變，根據駐定以太說與依循廣義相對論，雖獲同一結果，謂移變之值，約一紋之闊，然此種實驗，可為以太挾帶說之考核。

干涉儀造成之光路，圍佔面積，值如上述，稍行減小，亦無不可。實驗之內容，即係觀測條紋之位置，及與較小副光路產生之條紋，作位置之比較。若兩光路造成光源（一小徑口或狹縫）之影像，確相疊合，而希冀之影響又為零，則兩組干涉條紋，勢必吻合毋間。苟所期之移變，即前兩學說所預計者，位置之差，自.5至1.0的條紋之闊，則加以觀測，定可獲確切之結果。

用三角形之光路，長1500 呎者，作初步嘗試，干涉條紋，已克目覩，渴望之移變亦可觀測，此於相對論之證明，微有襄助（願於駐

① 最初試驗，係用音之振動。巨大音叉之振動，可經伸張之鋼琴弦（長約一哩），傳播而出，同音高之第二音叉，受其影響，亦生振動，惟其振幅，僅及前叉者之半。以此方法，作此類問題之討探，雖有興趣，但上述之障礙，仍未消除。

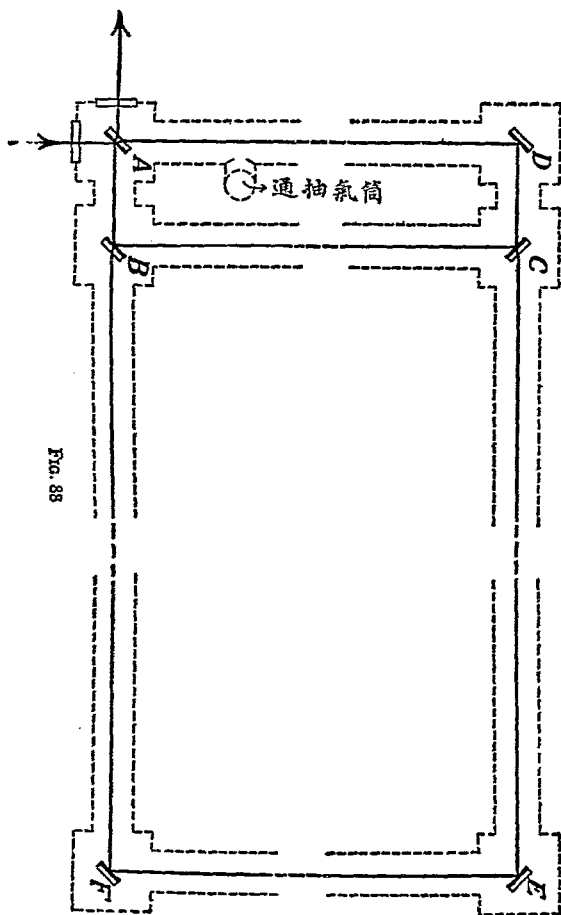


圖 88.

定以太說，亦未嘗歧視耳）。但苟移變之值，儼然爲零，或即非若是之甚，而值實小於計算之量，則任何假設，除聲言空間以太，依附地球而旋轉者外，與此結果，總難兩立。

威爾遜山最初舉行之試驗，干涉光束之路程中，大氣侵擾至巨，精確量計，難告成功。嗣遂裝置長約一哩之導管，抽成部分真空，使光通過，圖88所示者，佈置之略況也。惟此實驗，已非於舊地舉行，而係在芝加哥（Chicago）西南十哩克利耳林（Clearing）處籌備，光路表以點線 $ADEFA$ ，副路 $ADCB$ ，產生之干涉條紋，專作比較之用，副路所佔面積，小於 $ADEFA$ ，示如圖 88。

根據駐定以太說與廣義相對論，條紋移變之計算值^①，同爲

$$\Delta = \frac{4A \omega \sin \phi}{\lambda V}$$

式內 Δ 爲所希冀之移變而以條紋闊度表之者； A 爲光路所圍佔之面積； ϕ 爲緯度； ω 爲地球旋轉之角速度； λ 爲光之有效波長； V 爲光速。

該地之緯度係 $41^\circ 40'$ ，管_{光路}之面積約 2000×1100 方呎，有效波長爲 0.57 ，理想移變，應爲 0.236 個條紋。觀測所得者爲 0.230 ，則在量度精確之極限內，兩值相較，堪稱密合。

有此結果，相對論之證明，又增一個，然對駐定以太說，彼亦一視同仁，而儼爲其有力明證之一也。

^① 見 L. Sibirstein 論文，載在 *Journal of the Optical Society* 5, 291, 1921.

第十五章

蟲鳥之金屬色彩

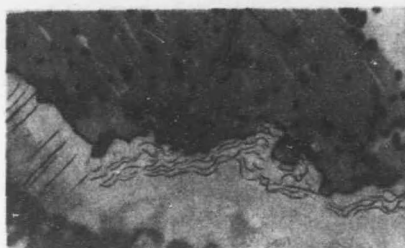
前數章所載研究之結果，可視為光學上之貢獻，殆無疑義。茲篇之金屬色彩，尚在研討中，本篇所述，不過關於高反射率的薄面學說之各種明證耳。

蜂雀之麗羽，鳩鴿之美翼，孔雀之彩屏，與夫蝶翅之澤，蟲甲之輝^①，賞之者固衆，而對此天然豔色，謀所以然之解釋者，爲數亦夥。此現象之主要特性，蓋有六端：(1)反射之光，強度極高，在某種色之垂直射入情況下，爲狀尤甚。(2)入射角不同，呈色亦異，傾向所之，恆趨於紫（但亦非常常如此）。此兩效應，肉眼克觀，苟佐以器，下四特性，立可察覺。(3)反光光譜上光能之分佈，與認爲出自干涉現象者，大相逕庭。如疊層之空間，較半光波之長爲大，則由干涉所生之光譜，必呈溝形，或現細明之帶。惟反光光譜之實況，乃係廣闊之帶，蓋覆於可見光譜之半壁（或過之），是與上兩譜狀，無一相當矣。(4)最強光之波長，與入射角變化之定律，大異於由干涉現象所得之結果。(5)反射光波，恆係橢圓的極化，是與金屬及吸收力最大之物體（如阿尼林染料）之特性，竟無二致。(6)有效單層之厚度，不逮光波之長，業有直接之明證。

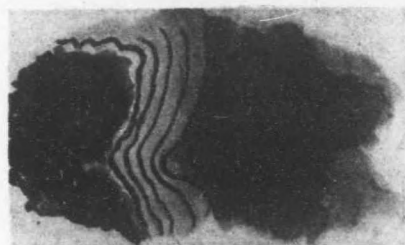
① 植物界呈金屬之光澤者殊罕。



A.



B.



C.

兩種學說，曾經倡議，用釋上述之特性。第一學說之創議者爲銳孟爵士。彼稱全部效應，統可認爲重復反射之結果；幾近等距之層，而光學性質，間屬相類，如氯酸鉀之結晶體者，重復反射之所自生也。第二學說之見解，謂現象之發生，單層薄面，具有高度之吸收力，如阿凡林染料所顯示者，應負其責。且此高度吸收而厚度極薄之片層，與真正金屬性質，亦多密合。

甲蟲鞘翅之品，反光之率，適如錫箔，面呈之色，無異黃銅。

根據干涉假說，解釋高度反射率，反射之層，爲數必巨；但觀夫彩圖 *A*，磨去鞘翅一部後，所得之標本，並無多層之明證。

同樣效應，示如 *B*, *C* 兩圖，輝綠甲蟲鞘翅之一部，業經移去。觀茲圖樣，非綠色部，雖具層迹，然謂此層層相積，頓生綠色，則毫無根據，蓋層迹雖具，而顏色濃淡之層變，未獲見也。

此三情況，色膜分界，斷如刀割，邊緣闊度，尙在顯微鏡分解極限之下。

設此值爲一微米(micron)之半，薄膜厚度之上限，可以計求。如 α 係鞘翅上橢圓孔之闊， R 爲曲度之短徑，則薄層之厚度必爲

$$t = h \frac{\alpha}{2R}$$

h 乃分解之極限。按之現況， $h = 0^{\mu}.5$ ， $\alpha = 0.7$ 耗， $R = 8$ 耗，故 $t = 0^{\mu}.022$ ；或即薄膜之厚，未達二十分之一光波之長。

銀斑蠹魚之反射率，約百分之 30 至 50 之譜。蠹魚甲面，成於等距之縱突起(約千分之一耗)，兩突起間之中部，具有極細之橫紋。反

射之發生，在每一突起上單獨舉行，是則利用序列層片，作高度反射率之解釋，似已完全無效矣。

按照序列等距層片之說，求出入射角與色變之定律，與根據觀測所得之最大波長值而算得者，其間差異，示如圖84。

點曲線係代表強度最大之波長 λ ，值由下式求得，

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\mu^2}}$$

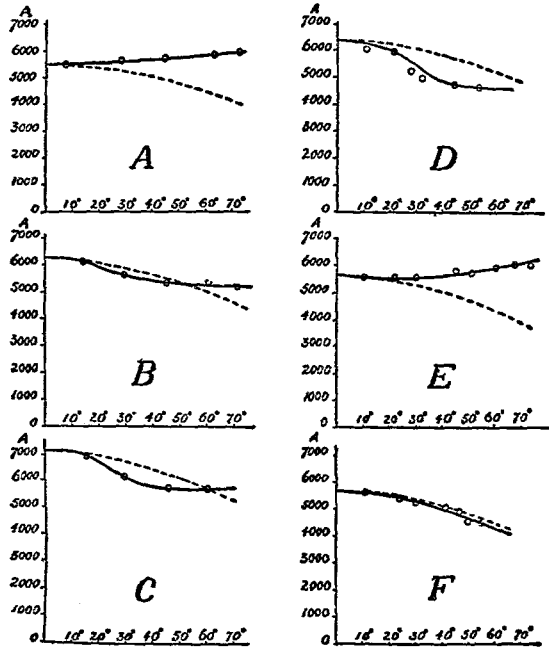


圖 84。

式內 i 爲入射角， μ 係折射指數（設爲1.5）。實曲線表示觀測之結果。

除去 F ，可見計算值與觀測值，迥然不同。前述之黃銅色甲蟲，如圖89 A 所示者，最爲顯著。入射角小者，色之變遷，趨於光譜之紅端。

圖 89 B 爲布銳司林 (Brazilian) 蜂雀喉部亮橘色羽毛之紀載。

圖 89 C 係甲蟲銅色鱗之代表曲線。

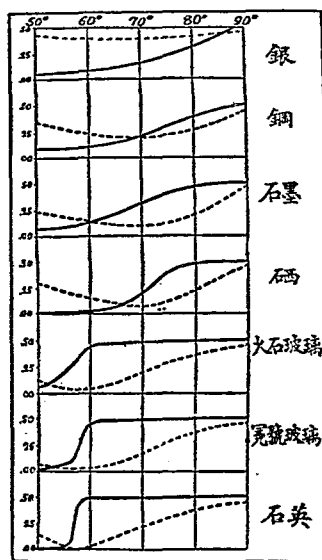


圖 90。

圖 89 D，表明鑽石甲蟲色彩變遷之狀況。圖 89 E，虛實線背離

最甚，乃屬綠羽之蝶峽。

圖 89 F，殊於同儕，蓋理論與觀測值，完全相應，圖之所指，為貓眼石之光。

入射面內極化之成分，與其垂直成分間，應生位相差 Δ ，乃金屬反射最重要特性之一。 Δ 係入射角之函數，摹繪如圖 90 。

近極化角之曲線部分，異常陡峻，是透明物質獨有之特性；具高度吸收性之物質如金屬者，其曲線之峻險度，大為減低。

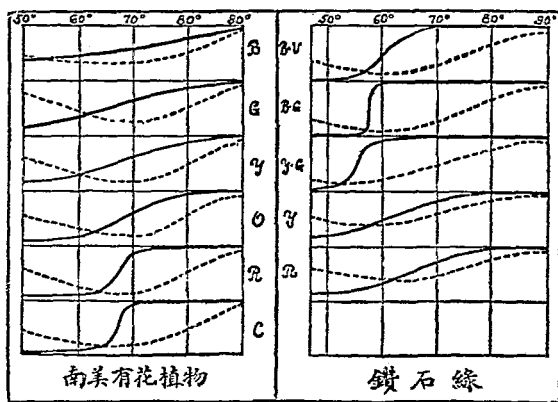


圖 91.

是種結論，甚符理論之根據，蓋按理論，必有

$$\frac{d\Delta}{dI} = \frac{\sin I (2 + \tan^2 I)}{K}$$

① 指實線而言。虛線代表反射後兩成分之比。

之結果，式內 I 為相當 $\Delta = \frac{\pi}{2}$ 時入射之角， K 為吸收係數。曲線上此點之峻險度可量物質之透明度；或反言之，吸收當與 $\frac{d\Delta}{di}$ 成反比。物質之如阿尼林染料者，對於數種色素，吸收最強，而於他色，幾屬完全透明。因此，吾人深希有一組曲線，表示 $\frac{d\Delta}{di}$ 之相當變遷。此種預想，已由南美之有花植物 (fuchsine) 與鑽石綠之圖 (圖91) 證實之。前者常呈金屬之反射，惟遇紅光，則明若玻璃，以言鑽石綠，除藍綠光外，咸現濃暗之象。

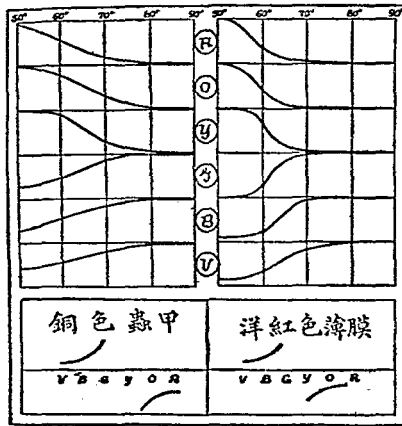


圖 92.

倘反射之膜極薄 (約 $\frac{1}{10}$ 波長之譜)，曲線之特性，恆系乎反曲點，圖 92 右部表洋紅色者，已明示之。

左部曲線，係觀測銅色蟲甲而得，左右兩圖之類似，異常密合，故兩者金屬色產生之主因，謂係具有大 K 值之薄層，了無疑義。惟遇

極易透越之黃綠色光，則情形迥異矣。

總考羽毛蝶翅蟲甲之金屬色澤，其曲線特性，莫不如斯。

中華民國二十三年二月初版

光學之研究 一冊

(二〇八一六)

Studies in Optics

每冊定價大洋壹元肆角

外埠酌加運費匯費

原 著 者

A. A. MICHELSON

譯 述 者

國立中央大學教授 張 鈺 哲

校 閱 者

國立編譯館 編譯 呂 大 元

出 版 者

國立中央大學教授 徐 仁 銑

發 行 人

王 雲 五

印 刷 所

上海河南路 商務印書館

發 行 所

上海及各埠 商務印書館



國立編譯館

國立編譯館

(本書校對者楊靜齋)

