御製數理精蘊下編卷三十九

末部九

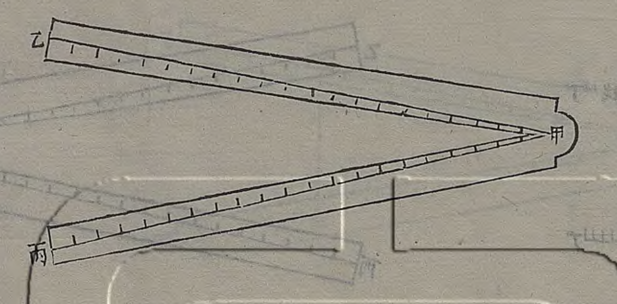
比例規解 平分線 分面線 更面線 分體線 更體線 五金線

比例規解

比例尺代算。凡點線面體乘除開方。皆可以規度而得。然於畫圖製器尤所必需。誠算器之至善者焉。究其立法之原。總不越乎同式三角形之比例。葢同式三角形。其各角各邊皆爲相當之率。今張尺之兩股。爲三角形之兩腰。其尺末相距。卽三角形之底。遂成兩邊相等之三角形。於中任截兩邊相等之各三角形。則其各腰之比例。必與各底之比例相當也。一曰平分線。以御三率。一曰分面線。一曰更面線。以御面

羃。一曰分體線。一曰更體線。以御體積。一曰五金線。以御輕重。一曰分圓線。一曰正弦線。一曰正切線。一曰正割線。以御測量。併製平儀諸器。凡此十線。或總歸一器。或分爲數體。任意爲之。無所不可。今將各線之分法及用法併著於篇。此外又有假數尺。即用對數及正弦割切諸線之對數爲之。用於三率比例測量尤爲簡捷。亦詳其法於後。

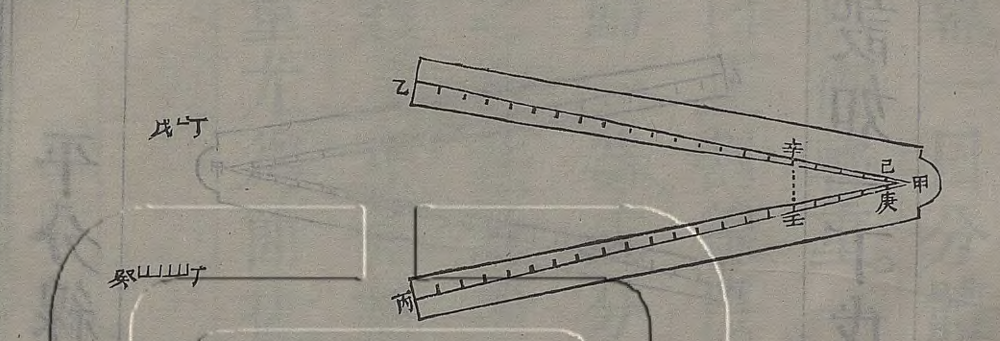
平分線



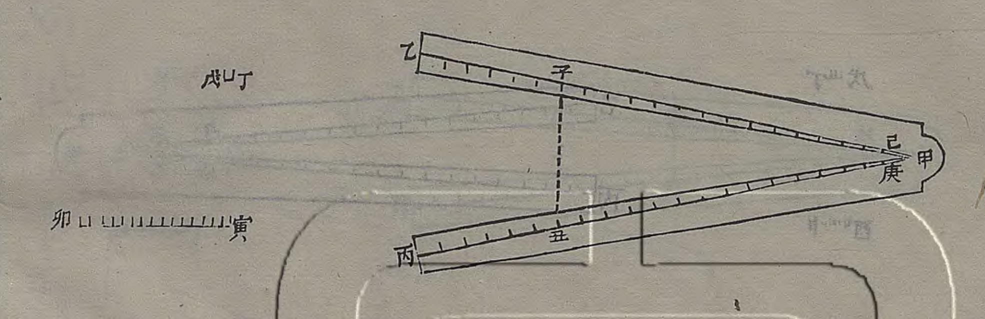
自甲樞心至乙丙兩股之末。作甲乙甲丙二線。依幾何原本十二卷十九節之法。將甲乙甲丙二線俱平分爲二百分。即爲平分線也。尺之長短任意爲之。尺短則平分一百分。尺長則平分四五百分。或一千分亦可。分愈多而用愈便也。

設如一丁戊線。欲加五倍。問得幾何。

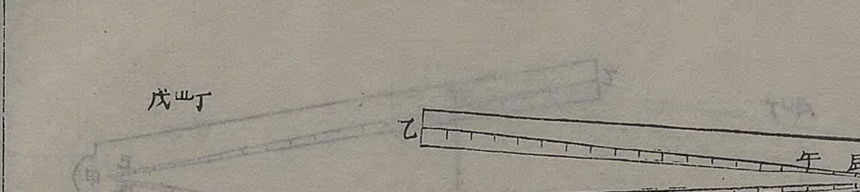
法以比例尺平分線第十分之己庚二



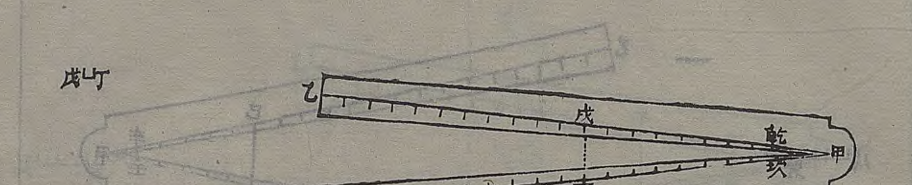
點。依丁戊線度展開。勿令移動。次取平分線第五十分之辛、壬二點相離之度。作丁癸線。卽丁戊線之五倍也。蓋十分之點爲己與庚。而甲己庚爲兩邊相等之三角形。甲己、甲庚爲腰。己庚相距爲底。又五十分之點爲辛與壬。而甲辛壬爲兩邊相等之三角形。甲辛、甲壬爲腰。辛壬相距爲底。此兩三角形爲同式形。故甲庚與己庚之比。同於甲壬與辛壬



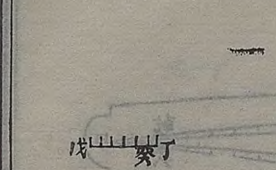
之比。而甲庚與甲壬之比。亦同於己庚與辛壬之比。甲壬既爲甲庚之五倍。則辛壬必爲己庚之五倍。而丁癸亦爲丁戊之五倍可知矣。若欲將丁戊線加十五倍。則仍以丁戊線度於十分上定尺。取平分線第一百五十分之子、丑二點相離之度。作寅卯線。卽爲丁戊線之十五倍也。若欲將丁戊線加三分之二。則將平分線第三十分之辰、巳二點。依丁



戊線度展開。勿令移動。而取平分線第五十分之午。未二點相離之度。作申酉線。即爲丁戊線加三分之二也。以丁戊線爲三分而加二分。共得五分。因三與五之點近樞難用。故用三十與五十。其比例同也。若有丁癸。丁戊二線。欲定其比例之分數。則將平分線第一百分之戊亥二點。依丁癸線度展開。勿令移動。次取丁戊線度。尋至平分線第二十分之乾坎二點。其相離之度恰符。即定爲一百分

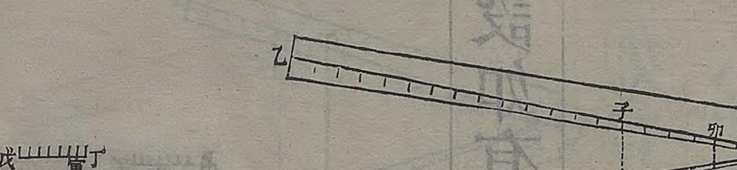


之二十。約爲五分之一。即丁癸丁戊兩線之比例也。要之用尺之法。不外於三率求四率。如以一率爲腰。二率爲底而定尺。則三率復爲腰而其底即四率也。以一率爲腰三率爲底而定尺。則二率復爲腰而其底亦即四率也。若以一率爲底二率爲腰而定尺。則三率復爲底而其腰則四率也。諸線之用雖各不同。其比例之理則一也。



設如一丁戊線。欲分為六分。問每分幾何。

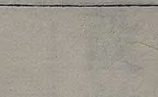
法以比例尺平分線第六十分之己庚二點。依丁戊線度展開。勿令移動。次取平分線第十分之辛壬二點相離之度。截丁戊線於癸。則丁癸即丁戊線六分之一也。蓋六十分之點為己與庚。而甲己庚為兩邊相等之三角形。甲己甲庚為腰。己庚相距為底。又十分之點為辛與壬。而甲辛壬亦為兩邊相等之三角



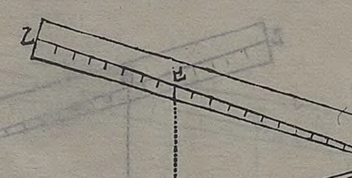
形。甲辛甲壬為腰。辛壬相距為底。此兩三角形為同式形。則甲庚與甲壬之比。同於己庚與辛壬之比。甲壬既為甲庚六分之一。則辛壬必為己庚六分之一。而丁癸亦為丁戊線六分之一可知矣。若欲分丁戊線為七分。則將平分線第七十分之子丑二點。依丁戊線度展開。勿令移動。次取平分線第十分之辛壬二點相離之度。截丁戊線於寅。則丁寅

即丁戊線七分之一也。又若丁戊線欲取七分之三。則仍以丁戊線度於七十分上定尺。而取平分線第三十分之卯辰二點相離之度。截丁戊線於己。則丁己即丁戊線七分之三也。

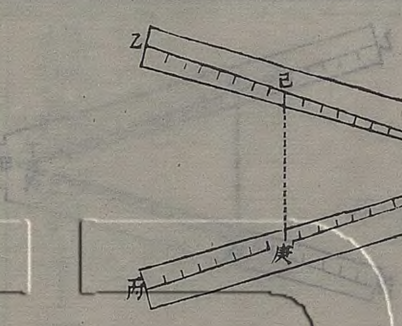
設如有十三人每人給銀七兩問共銀幾何。



法以比例尺平分線第十分之丁戊二點依分釐尺七釐之度展開。勿令移動。次取平分線第一百三十分之己庚二



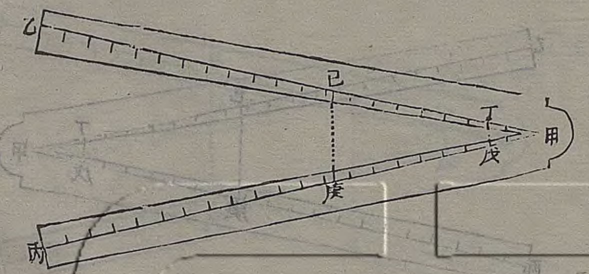
點相離之度。於分釐尺上量之。得九分一釐。即得共銀為九十一兩也。蓋十分之點為丁與戊。而甲丁甲戊為兩邊相等之三角形。甲丁甲戊為腰。丁戊相距為底。又一百三十分之點為己與庚。而甲己甲庚亦為兩邊相等之三角形。甲己甲庚為腰。己庚相距為底。此兩三角形為同式形。故甲戊十分與甲庚一百三十分之比。同於丁戊七釐與己庚九分一



釐之比也。又以十分當一人。故以一百三十分當十三人。以七釐當七兩。故九分一釐卽爲九十一兩。蓋十分與一人之比。同於一百三十分與十三人之比。而七釐與七兩之比。亦同於九分一釐與九十一兩之比也。

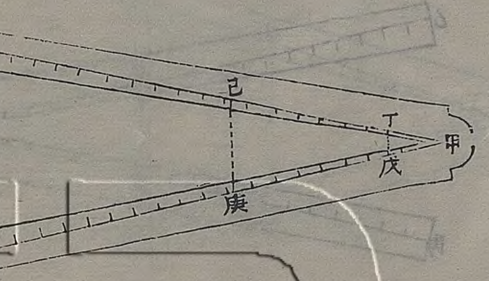
設如每官一員。每月給公費錢二千二百文。共給錢八千八百文。問官員幾何。

法以比例尺平分線第二十二分之丁

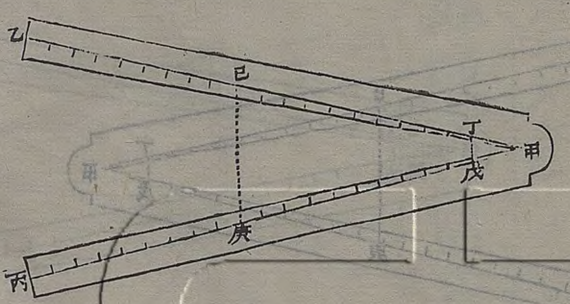


戊二點。依分釐尺一分之度展開。勿令移動。次取平分線第八十八分之己庚二點相離之度。於分釐尺上量之。得四分。卽得官四員也。蓋二十二分之點爲丁與戊。而甲丁戊爲兩邊相等之三角形。甲丁甲戊爲腰。丁戊爲底。又八十八分之點爲己與庚。而甲己庚爲兩邊相等之三角形。甲己甲庚爲腰。己庚相距爲底。此兩三角形爲同式形。故甲

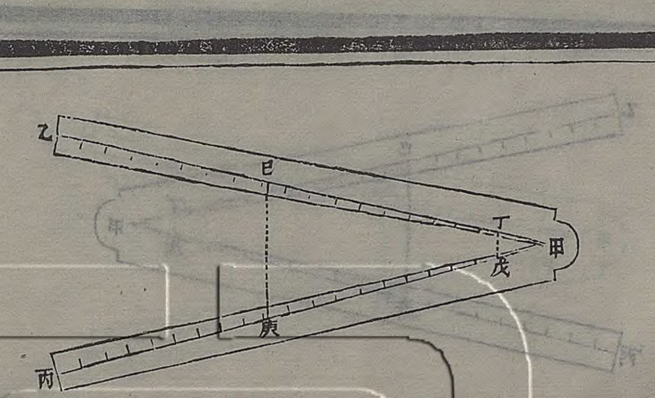
戊二十二分與甲庚八十八分之比。同於丁戊一分與已庚四分之比也。又以二十二分當錢二千二百。故以八十八分當錢八千八百。以一分當官一員。故四分即爲官四員。蓋二十二分與二千二百之比。同於八十八分與八千八百之比。而一分與一員之比。亦同於四分與四員之比也。



設如原有粟五斗易布二十二疋。今有粟三石。問易布幾何。

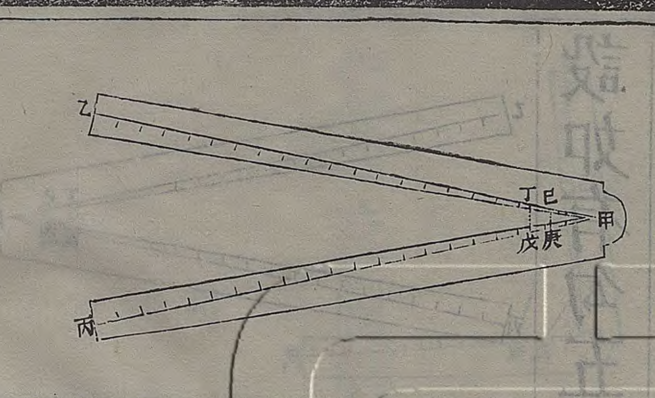


法以比例尺平分線第二十分之丁戊二點。四倍五斗之數。因五分近樞難用。故用四倍之數也。依分釐尺二十分之度展開。勿令移動。次取平分線第一百二十分之已庚二點相離之度。四倍三石之數。三石爲三十斗。故四倍之得一百二十也。於分釐尺上量之。得一寸二分。即得布十二疋也。蓋二十分之點爲丁戊。一百二十分之點爲已與庚。而甲丁戊與甲已庚



為同式兩三角形。故甲戊二十分與甲庚一百二十分之比。同於丁戊二分與己庚一十二分之比也。又以二十分當五斗為四倍之數。故以一百二十分當三石亦為四倍之數。以二分當二疋。故一寸二分即為十二疋。蓋二十分與五斗之比。同於一百二十分與三石之比。而二分與二疋之比。亦同於一寸二分與十二疋之比也。

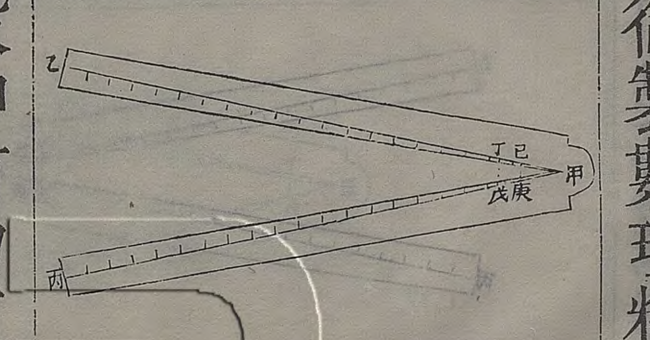
設如有二十七及十八之兩數。問相連比例之第三數幾何。



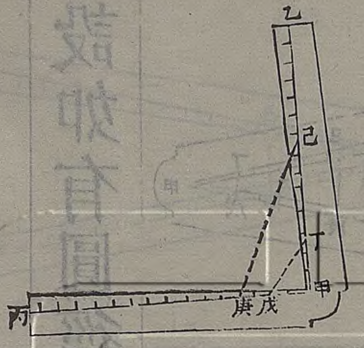
法以比例尺平分線第二十七分之丁戊二點。依分釐尺一分八釐之度展開。勿令移動。次取平分線第十八分之己庚二點相離之度。於分釐尺上量之。得一分二釐。即相連比例之第三數為十二也。蓋二十七分之點為丁與戊。十八分之點為己與庚。而甲丁戊與甲己庚

為同式三角形。故甲戊二十七與甲庚十八之比。同於丁戊十八與己庚十二之比也。丁戊與甲庚既同為十八。卽連比例之中率。則己庚十二為連比例之第三率無疑矣。

設如有勾五尺。股十二尺。問弦幾何。

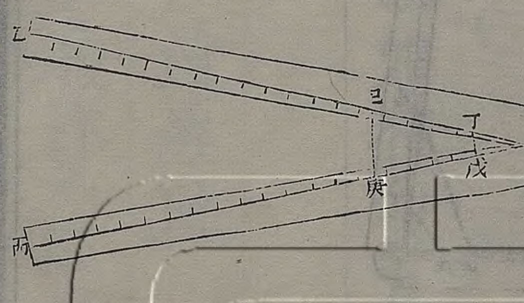


法以比例尺平分線甲丁四十分甲戊三十分之丁戊二點。依本線五十分之度展開。勿令移動。次取平分線甲庚五



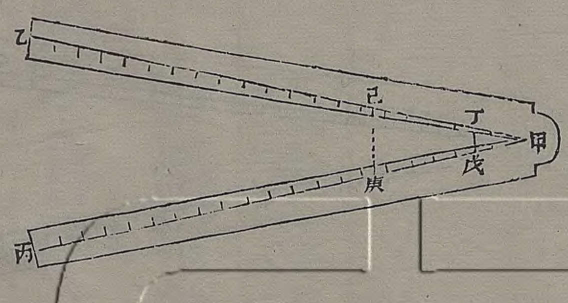
十分數。當勾甲己一百二十分數。當股之己庚二點相離之度。於本線上量之。為一百三十分。卽得弦十三尺也。葢勾三股四弦五。為勾股弦之定數。今以甲戊三十甲丁四十為兩腰。而丁戊五十為底。則其兩腰相交之甲角必為直角。故以今有之勾股數為兩腰而取其底。卽為所求之弦數也。若有勾五尺有弦十三尺而求股。則取本線一百三十分之度。

自五十分之庚點尋至一百二十分之己點。其相離之度恰符。即得股十二尺矣。



設如有圓徑三十五寸。問圓周幾何。

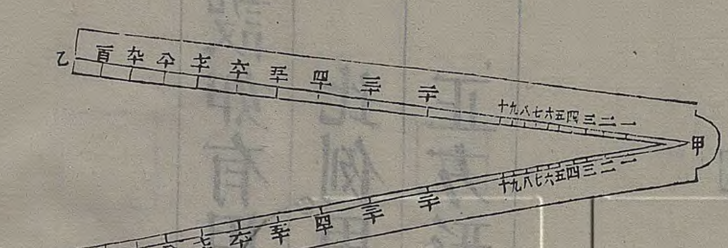
法以比例尺平分線第二十一分之丁戊二點。徑率七之三倍也。因七分近樞。故用三倍之數。依分釐尺三分五釐之度展開。勿令移動。次取平分線第六十六分之己。庚二點相離之度。周率二十二之三倍也。圓徑率用三倍。故周率亦三倍之。於分



釐尺上量之。得一寸一分。即一百一十寸。為所求之圓周也。蓋二十一分之點為丁與戊。六十六分之點為己與庚。而甲丁戊與甲己庚為同式三角形。故甲戊二十一與丁戊三分五釐之比。同於甲庚六十六與己庚一寸一分之比。而甲戊與甲庚既為徑與周之比例。則丁戊與己庚亦必為徑與周之比例矣。又甲戊為徑率之三倍。故甲庚亦用周率

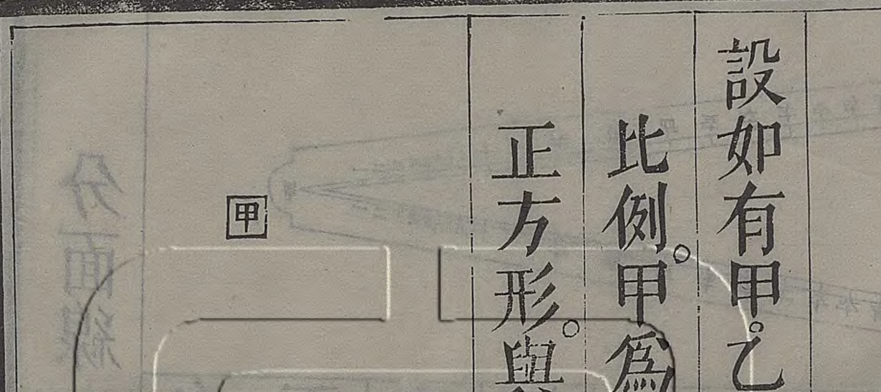
之三倍。而丁戊以一釐當一寸。故己庚亦以一釐當一寸。其比例俱相當也。

分面線



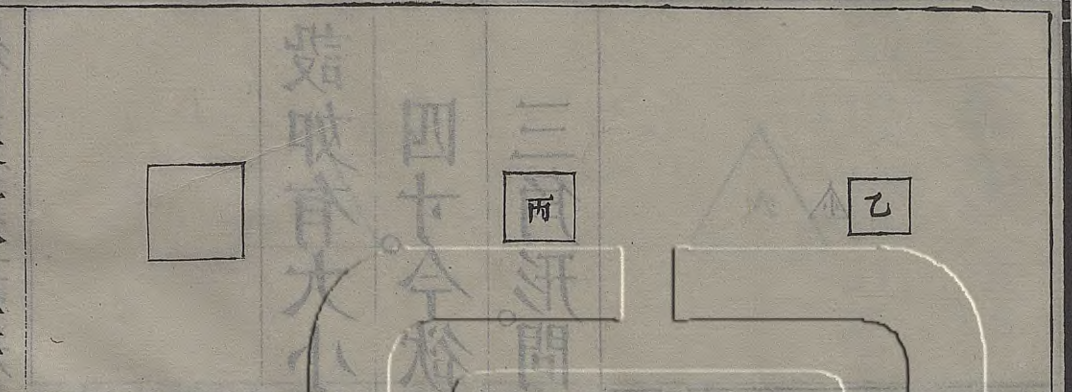
自甲樞心至乙。丙兩股之末。作甲乙。甲丙二線。依幾何原本十二卷二十一節之法分之。卽為分面線也。或設正方面界一百釐。其積數一萬釐。以二因之得二萬釐。開平方得一百四十一釐。為積二萬釐之根。又以三因之得三萬釐。開平方得一百七十三釐。為積三萬釐之根。照此屢倍積數開平方。將所得之數

於分釐尺上取其度。按度截比例尺之甲乙。甲丙二線。即成分面線也。

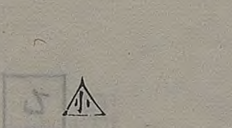


設如有甲。乙。丙三正方形。甲形每邊一寸。其積數之比例。甲為一分。乙為六分。丙為九分。今欲作一大正方形。與甲乙丙三正方形之積等。問其邊幾何。

法以比例尺分面線第一分之兩點。因甲方之積為一分。故用一分也。依甲正方形每邊一寸之度展開。勿令移動。乃併三正方面積共十六分。即取分面線第十六分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得四寸。即所求大正方形之每一邊。用其度作正方形。其積與甲。乙。丙三正方形之共積等也。蓋十六分所作正方形。原比一分所作正方形大十六倍。則十六分相距之度所作正方形。亦必比一分相距之度所作正方形大十六倍矣。一分相距之度。即甲正方形之一邊。其積為一分。則以十六分相距之度所作正方形。其



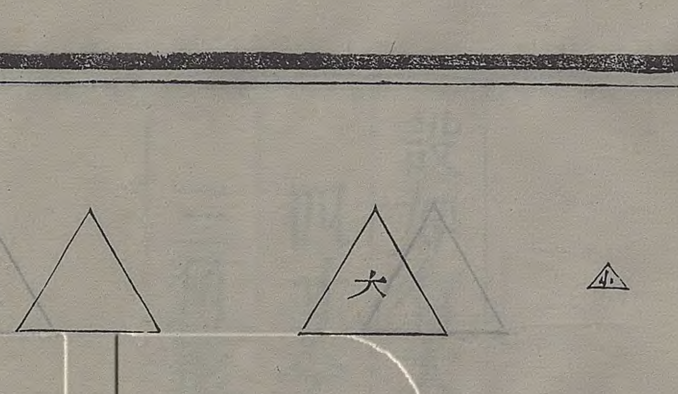
積必爲十六分。與三正方形之共積相
等也。



設如有大小等邊三角形。小形每邊一寸。大形每邊
四寸。今欲將兩面積相減。取其餘積作同式等邊
三角形。問其邊幾何。

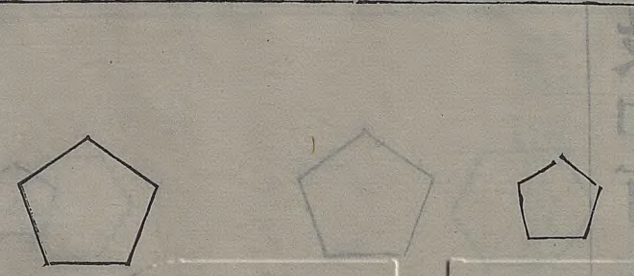
法以比例尺分面線第一分之兩點。依
小形每邊一寸之度展開。勿令移動。次
以大形每邊四寸之度。於分面線上尋
至第十六分之兩點。其相距之度恰合。

卽大形與小形之比例爲十六與一。相
減餘十五爲較積。卽取分面線第十五
分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得
三寸八分七釐。卽較形之每一邊也。蓋
大小同式多邊形之比例。同於相當界
所作正方形之比例。見幾何原本十八卷第九節。今十
六分所作正方形。與一分所作正方形
之比例爲十六與一。則十六分相距之
度所作正方形。與一分相距之度所作



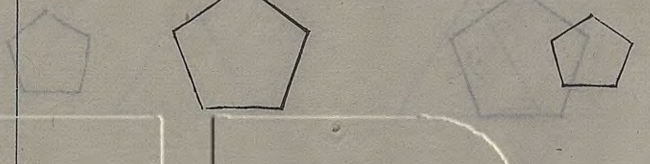
正方形之比例。亦為十六與一矣。夫大小兩距度即大小兩三角形之相當界。其所作兩正方形之比例既為十六與一。則大小兩三角形之比例亦必為十六與一矣。既得兩形之比例。乃相減以得較。既得較積之比例。復用積以求邊。即得所求之邊數也。

設如有五等邊形。每邊二尺。欲三倍其積作同式五等邊形。問其每邊幾何。



法以比例尺分面線第一分之兩點。依分釐尺二寸之度展開。勿令移動。次取第三分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得三寸四分五釐。即三尺四寸五分。為所求大形之每一邊。用其度作五等邊形。其積與原形之三倍等也。蓋大小同式形之比例。同於相當界所作正方形之比例。見幾何原本八卷第九節。今一分所作正方形。與三分所作正方形之比例。為一

與三則一分相距之度所作正方形與三分相距之度所作正方形之比例亦必爲一與三矣夫一分相距之度即原形之界則以三分相距之度爲大形之界其積爲原形之三倍可知矣又以二寸當原形之邊二尺故三寸四分五釐即爲三尺四寸五分也



設如有六等邊形每邊三尺欲取其積四分之三作同式六等邊形問其每邊幾何

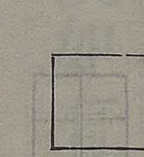
法以比例尺分面線第四分之兩點依分釐尺三寸之度展開勿令移動次取分面線第三分兩點相距之度於分釐尺上量之得二寸六分即二尺六寸爲所求小形之每一邊用其度作六邊形其積即爲原形四分之三也蓋大小同式形之比例同於相當界所作正方形之比例今四分所作正方形與三分所作正方形之比例爲四與三則四分相

距之度所作正方形。與三分相距之度所作正方形之比例。亦必爲四與三矣。夫四分相距之度。卽原形之界。則以三分相距之度爲小形之界。其積爲原形四分之三可知矣。又以三寸當原形之邊三尺。故二寸六分。卽爲二尺六寸也。

設如有三率相連比例數。首率二尺。末率八尺。問中率幾何。

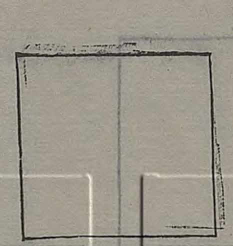
法以比例尺分面線第二分之兩點。依分釐尺二寸之度展開。勿令移動。次取分面線第八分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得四寸。卽四尺。爲相連比例之中率也。蓋相連比例三率。其首率所作正方形與中率所作正方形之比。同於首率與末率之比。今首率爲二尺。末率爲八尺。則首率所作正方形。與中率所作正方形之比例。卽如二與八之比例。故以二分相距之度爲首率之數。則

八分相距之度必爲中率之數可知矣。又首率用二寸當二尺故中率四寸卽爲四尺也。



設如有正方面積一千六百尺問每一邊幾何。

法以比例尺分面線第一分之兩點依分釐尺一寸之度展開勿令移動乃以一寸之十分作十尺自乘得一百尺與積數一千六百尺相較其比例如一與十六卽取分面線第十六分兩點相距之度於分釐尺上量之得四寸卽四十尺爲所求正方之每一邊也蓋一分之積既爲一百尺則十六分之積必爲一千六百尺而一分相距之度既爲方積一百尺之每一邊則十六分相距之度必爲方積一千六百尺之每一邊矣又以一寸當十尺故四寸卽爲四十尺也。



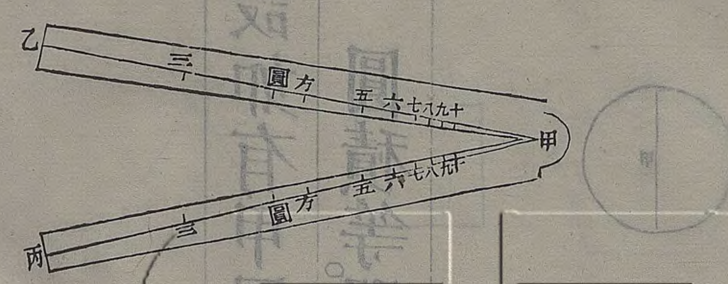
設如有正方面積九千零二十五尺問每一邊幾何。

法以比例尺分面線第一百分之兩點

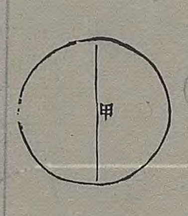
依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃以一寸之一百釐作一百尺。自乘得一萬尺與積數九千零二十五尺相較。其比例如一百與九十有餘。即取分面線第九十分有餘相距之度。於分釐尺上量之得。九分五釐。即九十五尺。為所求正方之每一邊也。蓋一百分之積既為一萬尺。則九十分有餘之積必為九千餘尺。而一百分相距之度既為方積一萬尺之每一邊。則九十分有餘相距之度。必為方積九千餘尺之每一邊矣。又以一寸當一百尺。故九分五釐即為九十五尺也。

更面線

自甲樞心至乙丙兩股之末作甲乙甲丙二線設積數一億用面部內面積相等邊線不同之定率比例得各形之邊線其方邊一萬圓徑一萬一千二百八十四三等邊一萬五千一百九十七五等邊七千六百二十四六等邊六千二百零四七等邊五千三百四十六八等邊四千五百五十一九等邊四千零二



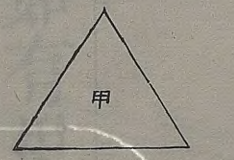
十二十等邊三千六百零五將各形邊數於分釐尺上取其度按度截比例尺之甲乙甲丙二線即成更面線也

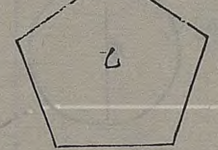


設如有甲圓形徑一尺二寸欲作一正方形其積與圓積等問每邊幾何

法以比例尺更面線圓號之兩點依分釐尺一寸二分之度展開勿令移動次取方號之兩點相距之度於分釐尺上量之得一寸零六釐即一尺零六分爲正方形之每一邊用其度作正方形其積與圓積等也蓋圓號與方號之比例原爲同積之圓徑與方邊之比例則其兩距度之比例亦必爲圓徑與方邊之比例今圓號相距之度既爲圓徑則方號相距之度必爲方邊無疑矣又以一寸二分當圓徑一尺二寸故一寸零六釐即爲方邊一尺零六分也

設如有甲三邊形每邊一十五尺又有乙五邊形每

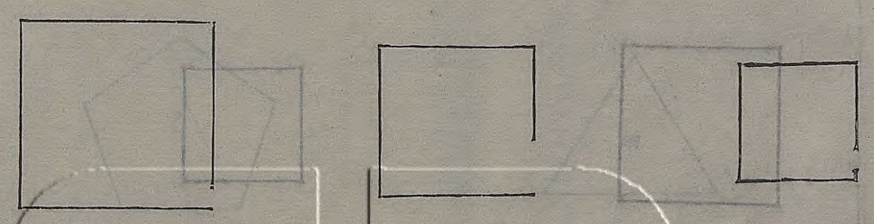




邊十尺。欲併作一正方形。問每邊幾何。

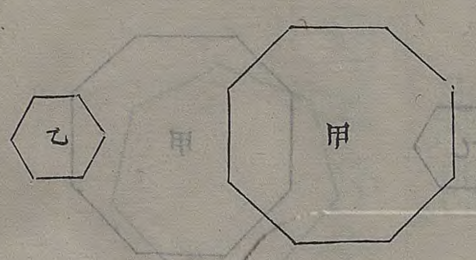
法以比例尺更面線三邊號之兩點。依分釐尺一寸五分之度展開。勿令移動。次取方號之兩點相距之度。於分釐尺上量之。得九分八釐七毫。即九尺八寸七分。爲正方形之每一邊。用其度作正方形。其積與甲三邊形積等也。又以五邊號之兩點。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。次取方號之兩點相距之度。

於分釐尺上量之。得一寸三分一釐。即十三尺一寸。爲正方形之每一邊。用其度作正方形。其積與乙五邊形積等也。乃將兩正方形用分面線求其積之比例。以分面線第十分之兩點。依小方邊九分八釐七毫之度展開。勿令移動。復以大方邊一寸三分一釐之度。於分面線上尋至第十七分六釐之處。其相距之度恰合。即兩方形之比例。爲十分與

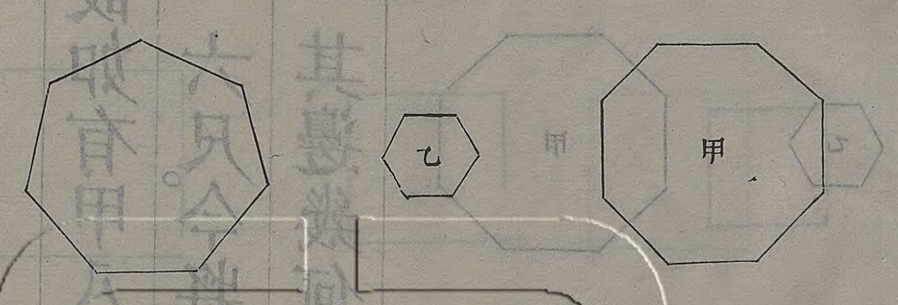


十七分六釐併之得二十七分六釐即取分面線第二十七分六釐相距之度於分釐尺上量之得一寸六分四釐即十六尺四寸為正方形之每一邊用其度作正方形其積與甲乙兩形之積等也。蓋甲乙兩形不同類不能得其比例即不能相加故先用更面線將甲乙兩形俱變為正方形復用分面線求其比例而併之即得所求大正方形之一邊也。

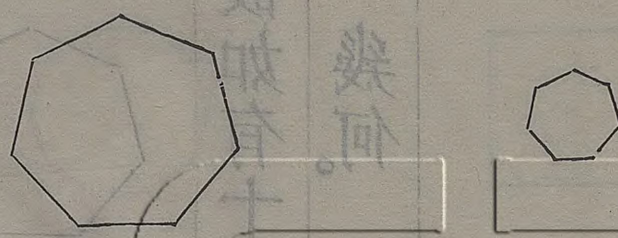
設如有甲八邊形每邊十二尺又有乙六邊形每邊六尺今將兩面積相減用其餘積作一七邊形問其邊幾何。



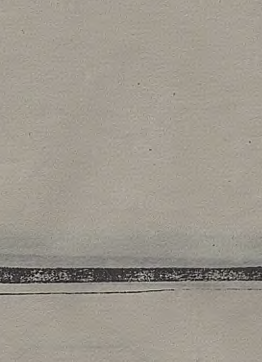
法以比例尺更面線八邊號之兩點依分釐尺一寸二分之度展開勿令移動次取七邊號兩點相距之度於分釐尺上量之得一寸三分八釐即十三尺八寸為七邊形之每一邊用其度作七邊



形其積與甲八邊形積等也。又以六邊號之兩點。依分釐尺六分之度展開。勿令移動。次取七邊號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得五分零七豪。即五尺零七分。為七邊形之每一邊。用其度作七邊形。其積與乙六邊形積等也。乃將兩七邊形用分面線求其比例。以分面線第十分之兩點。依小七邊形之邊五分零七豪之度展開。勿令移動。復以大



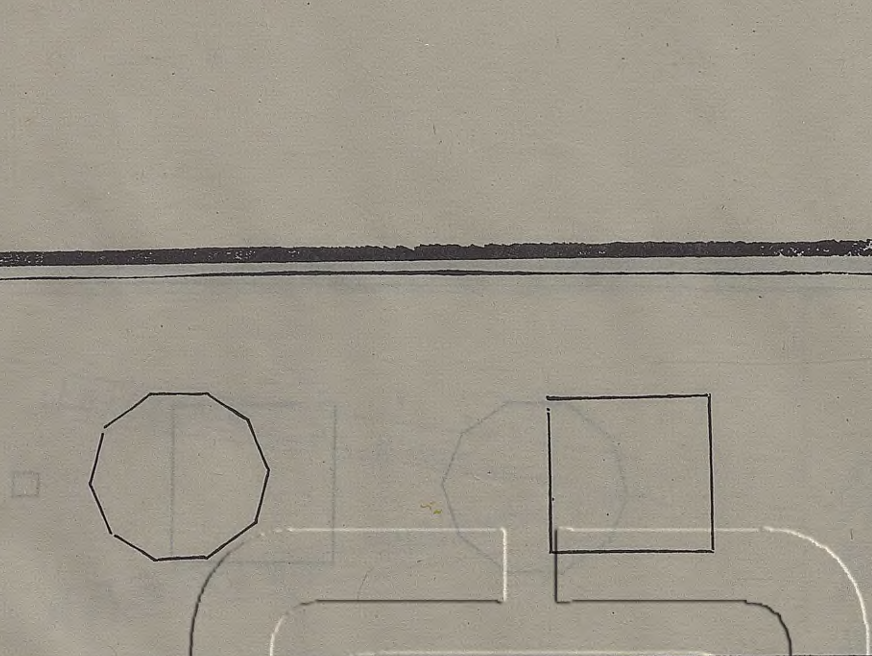
七邊形之邊一寸三分八釐之度。於分面線上尋至第七十八分之處。其相距之度恰合。即兩七邊形之比例為十分與七十八分。相減餘六十八分。即取分面線第六十八分相距之度。於分釐尺上量之。得一寸三分。即十三尺。為所求七邊形之每一邊。用其度作七邊形。其積與甲乙兩形相減之餘積等也。蓋甲乙兩形不同類。不能得其比例。即不能



相減。故先用更面線。將甲乙兩形俱變爲七邊形。復用分面線求其比例而後相減。卽得所求七邊形之一邊也。

設如有十等邊形積四千四百四十五尺。問每一邊幾何。

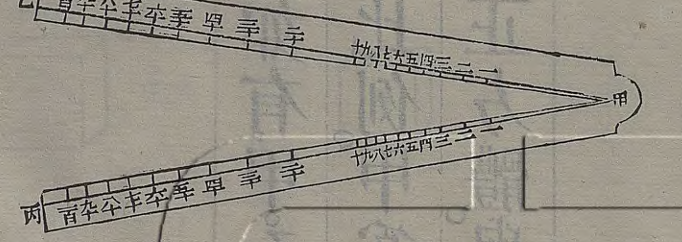
法先以比例尺分面線第一分之兩點。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃以一寸之十分作十尺。自乘得一百尺。與積四千四百四十五尺相較。其比例



如一與四十四又九之五。卽取分面線第四十四分又九之五相距之度。於分釐尺上量之。得六寸六分又三之二。卽六十六尺又三分尺之二。爲方形之一邊。用其度作正方形。其積與十邊形積等也。乃以更面線方號之兩點。依方形每邊六寸六分又三分之二之度展開。勿令移動。次取十邊號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得二寸四分。卽二十

四尺。爲所求十邊形之每一邊也。蓋正方形爲各面形比例之宗。故凡有積求邊者。必先用分面線求得方形之邊。然後用更面線。使方號兩點相距之度與方邊等。而取所求形之號兩點相距之度。卽所求形之一邊。自圓形三邊形以至九邊形。皆同一法也。

分體線



自甲樞心至乙。丙兩股之末。作甲乙。甲丙二線。依幾何原本十二卷二十一節之法分之。卽爲分體線也。或設正方體界一百釐。其積數一百萬釐。以二因之。得二百萬釐。開立方得一百二十六釐。爲積二百萬釐之根。又以三因之。得三百萬釐。開立方得一百四十四釐。爲積三百萬釐之根。照此屢倍積數開立方。

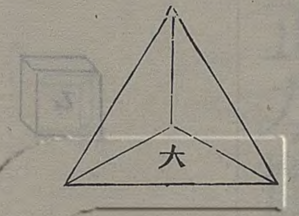
將所得之數於分釐尺上取其度。按度截比例尺之甲乙甲丙二線。卽成分體線也。

設如有甲乙丙三正方體。甲形每邊二寸。其積數之比例。甲為一分。乙為三分。丙為四分。今欲作一大正方體。與甲乙丙三正方體之積等。問其邊幾何。

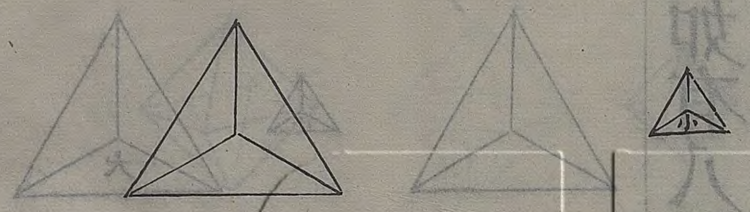
法以比例尺分體線第一分之兩點。依甲正方體每邊二寸之度展開。勿令移動。乃併三正方體積。共八分。卽取八分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得四寸。卽所求大正方體之每一邊。用其度作正方體。其積與甲乙丙三正方體之共積等也。蓋八分所作正方體原比一分所作正方體大八倍。則八分相距之度所作正方體亦必比一分相距之度所作正方體大八倍矣。一分相距之度。卽甲正方體之一邊。其積為一分。則以八分相距之度所作正方體。其積必為

八分。與三正方體之共積相等也。

設如有大小兩四等面體。小體每邊一寸。大體每邊三寸。今將兩體積相減。取其餘積作同式四面體。問其邊幾何。



法以比例尺分體線第一分之兩點。依小體每邊一寸之度展開。勿令移動。次以大體每邊三寸之度。於分體線尋至第二十七分之兩點。其相距之度恰合。即大形與小形之比例為二十七與一。

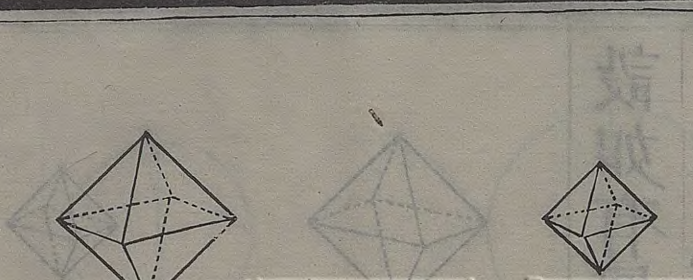


相減餘二十六為較積。即取分體線第二十六分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得二寸九分六釐。即較體之每一邊也。蓋大小同式體之比例。同於相當界所作正方體之比例。見幾何原本十卷第七節 今二十七分所作正方體。與一分所作正方體之比例。為二十七與一。則二十七分相距之度所作正方體。與一分相距之度所作正方體之比例。亦必為二十

七與一矣。夫大小兩距度即大小兩體之相當界。其所作兩正方體之比例。既爲二十七與一。則大小兩四面體之比例。亦必爲二十七與一矣。既得兩體之比例。乃相減以得較。既得較積之比例。復用積以求邊。即得所求之邊數也。

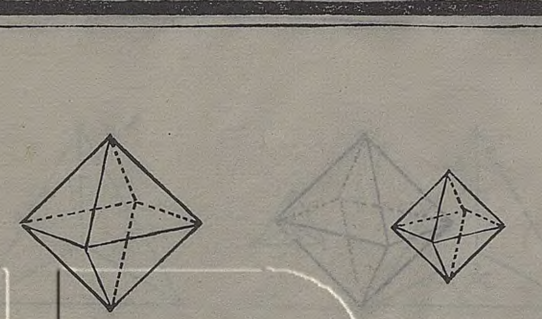
設如有八等面體。每邊一尺。欲四倍其積。作同式八等面體。問其每邊幾何。

法以比例尺分體線第一分之兩點依



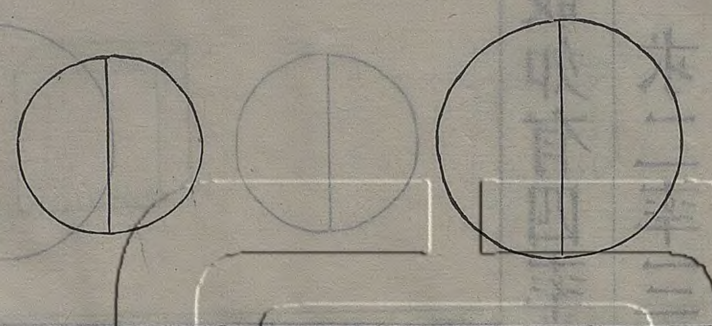
分釐尺一寸之度展開。勿令移動。次取第四分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸五分九釐。即一尺五寸九分。爲所求體之一邊。用其度作八等面體。其積與原體之四倍等也。蓋大小同式體之比例。同於相當界所作正方體之比例。今一分所作正方體。與四分所作正方體之比例。爲一與四。則一分相距之度所作正方體。與四分相距之度所

作正方體之比例。亦必爲一與四矣。夫一分相距之度。卽原體之界。則以四分相距之度爲大體之界。其積爲原體之四倍可知矣。又以一寸當原形邊一尺。故一寸五分九釐卽爲一尺五寸九分也。

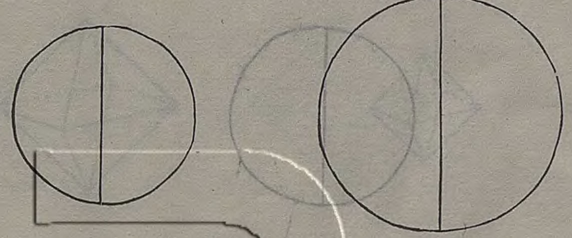


設如有圓球徑三尺。欲取其積五分之二。作同式圓球體。問其徑幾何。

法以比例尺分體線第五分之兩點。依



分釐尺三寸之度展開。勿令移動。次取分體線第二分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得二寸二分一釐。卽二尺二寸一分爲所求小體之一邊。用其度爲徑作圓球體。其積爲原體五分之二也。蓋大小同式體之比例。同於相當界所作正方體之比例。今五分所作正方體與二分所作正方體之比例。爲五與二。則五分相距之度所作正方體。與二分

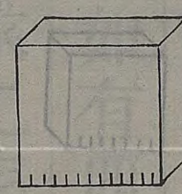


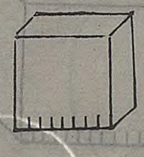
相距之度所作正方體之比例。亦必為五與二矣。夫五分相距之度即原體之徑。則以二分相距之度為小體之徑。其積為原體五分之二可知矣。又以三寸當原體之徑三尺。故二寸二分一釐即為二尺二寸一分也。

設如有四率相連比例數。一率八尺。四率二十七尺。求二率三率各幾何。

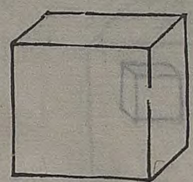
法以比例尺分體線第八分之兩點。依

分釐尺八分之度展開。勿令移動。次取分體線第二十七分之兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸二分。即十二尺。為連比例四率之第二率。既得二率。乃用平分線有一率二率求連比例第三率之法。以平分線第八分之兩點。依分釐尺一寸二分之度展開。勿令移動。次取平分線第十二分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸八分。即十八





尺。為連比例四率之第三率也。蓋相連比例四率。其一率所作正方體與二率所作正方體之比例。同於一率與四率之比例。今一率為八尺。四率為二十七尺。則一率所作正方體與二率所作正方體之比例。即如八與二十七之比例。故以八分相距之度為一率之數。則二十七分相距之度。必為二率之數可知矣。又一率用八分。當八尺。故二率一寸

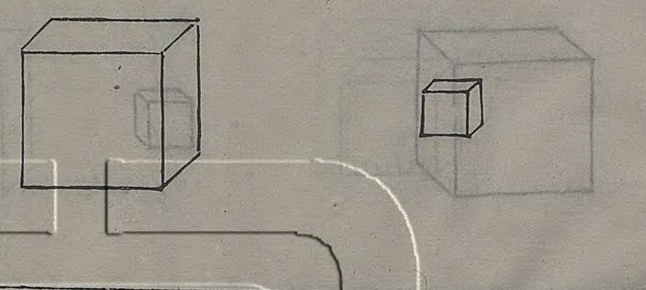


二分。即為十二尺。至於求第三率之法。即平分線求連比例三率之理也。

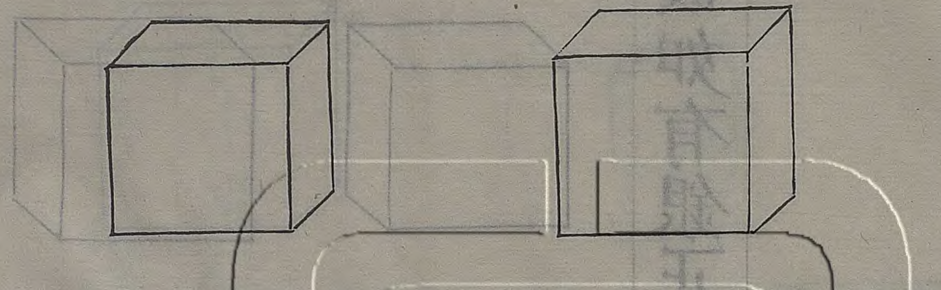
設如有正方體積二萬七千尺。問每一邊幾何。

法以比例尺分體線第一分之兩點。依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃以一寸之十分作十尺。自乘再乘。得一千尺。與積數二萬七千尺相較。其比例如一與二十七。即取分體線第二十七分兩點相距之度。於分釐尺上量之。得三

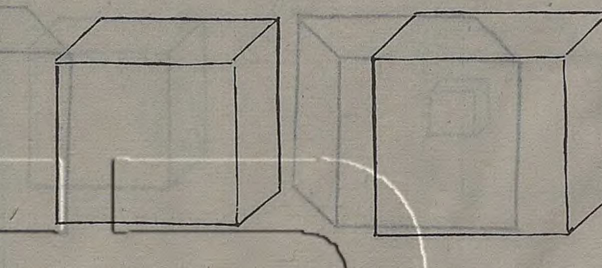
寸。即三十尺為所求正方體之每一邊
也。蓋一分之積。既為一千尺。則二十七
分之積。必為二萬七千尺。而一分相距
之度。既為方積一千尺之每一邊。則二
十七分相距之度。必為方積二萬七千
尺之每一邊矣。又以一寸當十尺。故三
寸。即為三十尺也。



設如有正方體積八十三萬零五百八十四尺。問每
一邊幾何。



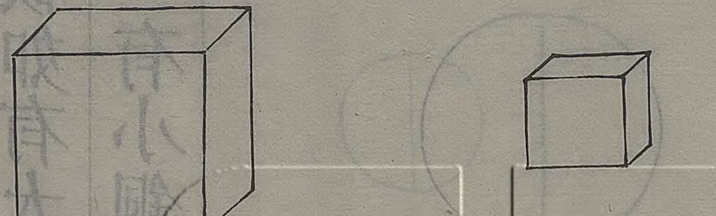
法以比例尺分體線第一百分之兩點。
依分釐尺一寸之度展開。勿令移動。乃
以一寸之一百釐作一百尺。自乘再乘。
得一百萬尺。與積數八十三萬零五百
八十四尺相較。其比例如一百與八十
三有餘。即取分體線第八十三分有餘
相距之度。於分釐尺上量之。得九分四
釐。即九十四尺。為所求正方體之每一
邊也。蓋一百分之積。既為一百萬尺。則



八十三分有餘之積。必爲八十三萬餘尺。而一百分相距之度。既爲方積一百萬尺之每一邊。則八十三分有餘相距之度。必爲方積八十三萬餘尺之每一邊矣。又以一寸當一百尺。故九分四釐卽爲九十四尺也。

設如有銀正方體。每邊二寸。問重幾何。

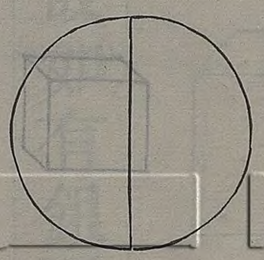
法以比例尺分體線第九分之兩點。銀正方一寸之定率爲九兩。故用九分度。依分釐尺一寸之度



展開。勿令移動。次取分釐尺二寸之度。於分體線上尋至第七十二分之兩點。其相距之度恰合。卽七十二兩爲銀正方體之重數也。葢各體重數之比例。與積數之比例等。相距之度一寸。其積爲九分。相距之度二寸。其積則爲七十二分。今相距一寸之九分。既爲正方一寸銀體之重數。則相距二寸之七十二分。必爲正方二寸銀體之重數矣。又以九

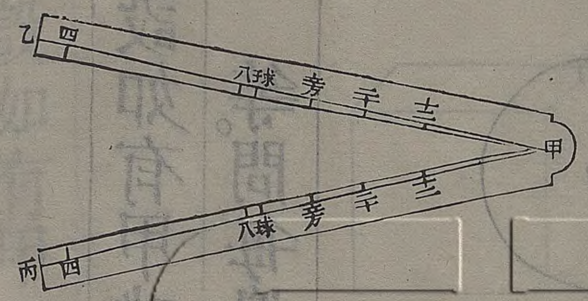
分當九兩故七十二分爲七十二兩也。

設如有大銅球體徑二寸。重三十一兩四錢一分。今有小銅球體徑一寸二分。問重幾何。



法以比例尺分體線第三十一分四釐之處。依大球徑二寸之度展開。勿令移動。次取小球徑一寸二分之度。於分體線上尋至第六分七釐有餘之處。其相距之度恰合。即六兩七錢有餘。爲小銅球體之重數也。蓋各體重數之比例與

積數之比例等。相距之度二寸。其積爲三十一分四釐。相距之度一寸二分。其積則爲六分七釐。今相距一寸之三十一分四釐既爲徑二寸大銅球體之重數。則相距一寸二分之六分七釐。必爲徑一寸二分小銅球體之重數矣。又以三十一分四釐當三十一兩四錢。故六分七釐即爲六兩七錢也。



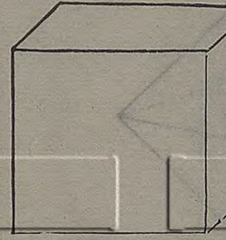
更體線

自甲樞心至乙。丙兩股之末。作甲乙。甲丙二線。設積數一兆。用體部內體積相等邊線不同之定率比例。得各體之邊線。其立方邊一萬。球徑一萬二千四百零七。四面體邊二萬零三百九十七。八面體邊一萬二千八百四十九。十二面體邊五千零七十二。二十面體邊七千七百一十。將各體邊線數。於分釐尺上

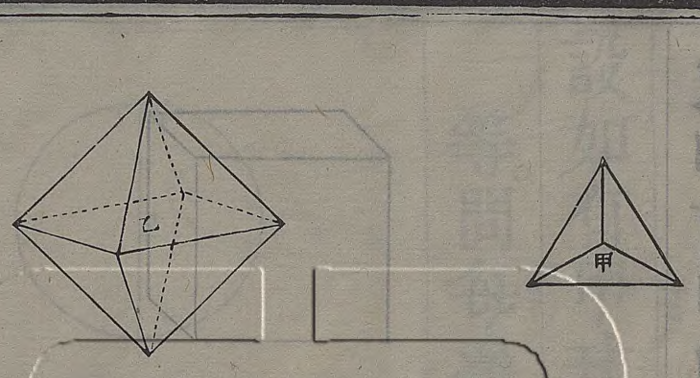
取其度按度截比例尺之甲乙甲丙二線即成更體線也

設如有甲球體徑二尺欲作一正方體其積與球積等問每邊幾何

法以比例尺更體線球號之兩點依分釐尺一寸之度展開勿令移動次取方號之兩點相距之度於分釐尺上量之得一寸六分一釐即一尺六寸一分為正方體之每一邊用其度作正方體其積與甲球積等也蓋球號與方號之比例原為同積之球徑與立方邊之比例則其兩距度之比例亦必為球徑與立方邊之比例今球號相距之度既為球徑則方號相距之度必為方邊無疑矣又以二寸當球徑二尺故一寸六分一釐即為一尺六寸一分也

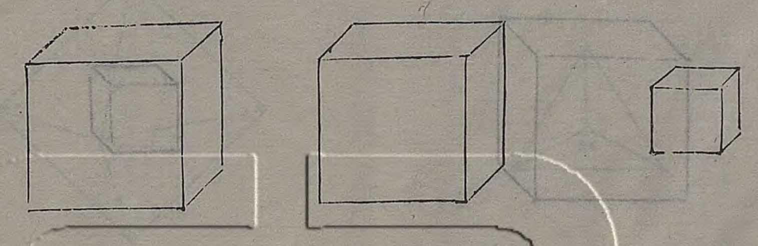


設如有甲四面體每邊三尺又有乙八面體每邊四尺欲併作一正方體問每邊幾何

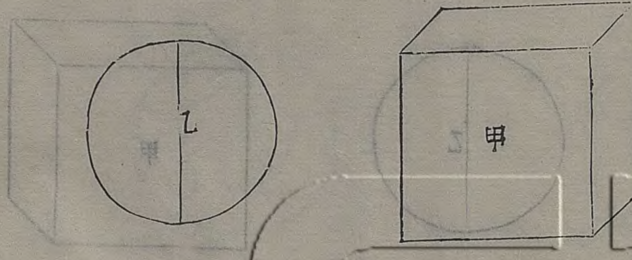


法以比例尺更體線四面號之兩點依分釐尺三寸之度展開勿令移動次取方號兩點相距之度於分釐尺上量之得一寸四分六釐即一尺四寸六分為正方體之每一邊用其度作正方體其積與甲四面體積等也又以八面號之兩點依分釐尺四寸之度展開勿令移動次取方號兩點相距之度於分釐尺上量之得三寸一分一釐即三尺一寸一分為正方體之每一邊用其度作正方體其積與乙八面體積等也乃將兩正方體用分體線求其積之比例以分體線第一分之兩點依小方體每邊一寸四分六釐之度展開勿令移動復以大方體每邊三寸一分一釐之度於分體線上尋至第九分五釐之處其相距之度恰合即兩方體之比例為一與九分五釐併之得十分五釐即取分體線

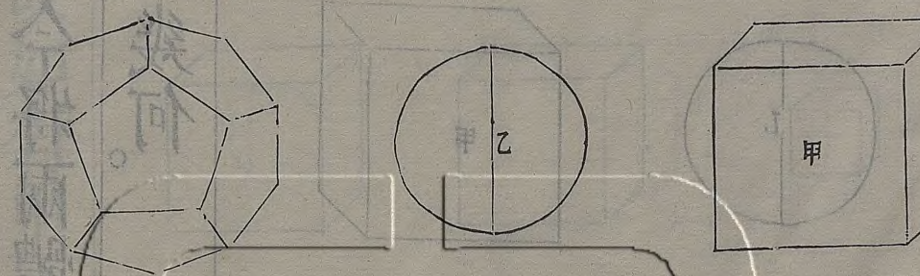
第十分五釐相距之度。於分釐尺上量之得三寸二分。即三尺二寸。為正方體之每一邊。用其度作正方體。其積與甲乙兩體之積等也。蓋甲乙兩體不同類。不能得其比例。即不能相加。故先用更體線將甲乙兩體俱變為正方體。復用分體線求其比例而併之。即得所求大方體之一邊也。



設如有甲正方體。每邊二尺。又有乙球體。徑亦二尺。今將兩體積相減。用其餘積作十二面體。問其邊幾何。

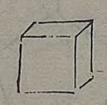


法以比例尺更體線方號之兩點。依分釐尺二十寸之度展開。勿令移動。次取十二面號兩點相距之度。於分釐尺上量之得一寸零一釐四毫。即一尺零一分四釐。為十二面體之每一邊。用其度作十二面體。其積與甲正方體積等也。又以球號之兩點。依分釐尺二十寸之度展



開勿令移動次取十二面號兩點相距之度於分釐尺上量之得八分一釐七豪即八寸一分七釐爲十二面體之每一邊用其度作十二面體其積與乙球體積等也乃將兩十二面體用分體線求其比例以分體線第十分之兩點依小十二面體每邊八分一釐七豪之度展開勿令移動復以大十二面體每邊一寸零一釐四豪之度於分體線上尋

至第十九分其相距之度恰合即兩十二面體之比例爲十分與十九分相減餘九分即取分體線第九分兩點相距之度於分釐尺上量之得七分九釐即七寸九分爲所求十二面體之每一邊用其度作十二面體與甲乙兩體相減之餘積等也蓋甲乙兩體不同類不能得其比例即不能相減故先用更體線將甲乙兩體俱變爲十二面體復用分

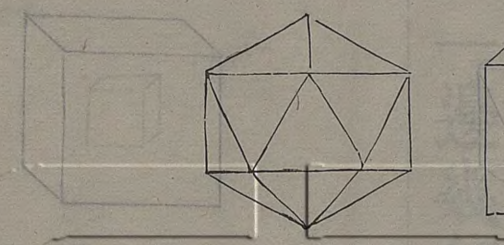


體線求其比例而後相減即得所求十二面體之一邊也。

設如有二十面體積一萬七千四百五十五尺問每一邊幾何。

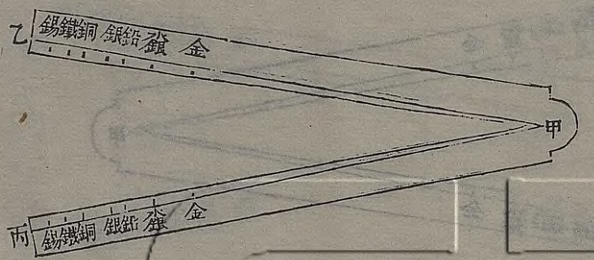
法先以比例尺分體線第一分之兩點依分釐尺一寸之度展開勿令移動乃以一寸之十分作十尺自乘再乘得一千尺與積數一萬七千四百五十五尺相較其比例如一與十七又九之五即

取分體線第十七分又九之五相距之度於分釐尺上量之得二寸五分九釐。即二十五尺九寸爲正方體之一邊用其度作正方體。其積與二十面體積等也。乃以更體線方號之兩點依正方體每邊二寸五分九釐之度展開勿令移動。次取二十面號兩點相距之度於分釐尺上量之得二寸。即二十尺爲所求二十面體之每一邊也。蓋正方體爲各

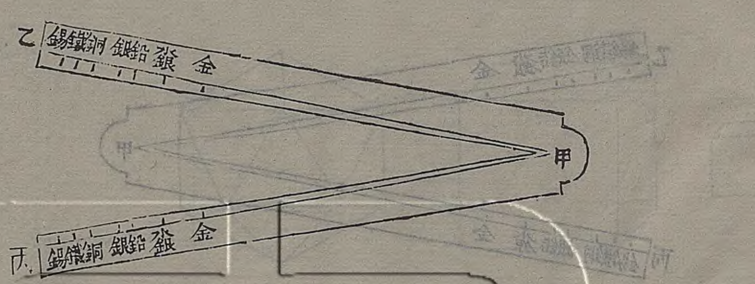


體形比例之宗。故凡有積求邊者。必先用分體線求得方體之邊。然後用更體線使方號兩點相距之度與方邊等。而取所求體之號兩點相距之度。即所求體之一邊。自球體四面體至二十面體。皆同一法也。

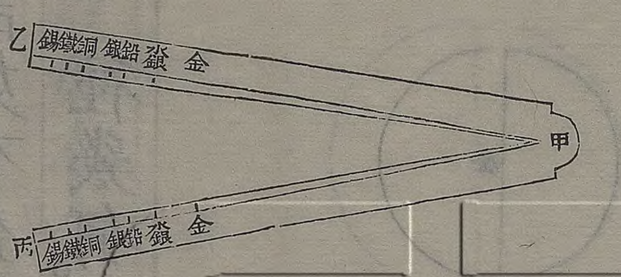
五金線



自甲樞心至乙。丙兩股之末。作甲乙。甲丙二線。用各體權度比例定率數。金重十六兩八錢。水銀重十二兩二錢八分。鉛重九兩九錢三分。銀重九兩。銅重七兩五錢。鐵重六兩七錢。錫重六兩三錢。為各體正方一寸輕重之比例。定率數有三十餘種。凡不能盡載。惟此數者其用為多。故止載此。若重數相等。則其積數必不同。故又用轉比例之法。

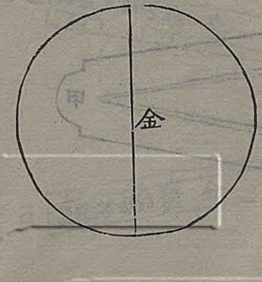


求其體積之比例。命金之積為十億。則與金同重之水銀積為十三億六千八百零七萬八千一百七十五。水銀重十二兩二錢八分為一率。金重十六兩八錢為二率。金積十億為三率。得四率即水銀積。餘倣此。鉛之積為十六億九千一百八十四萬二千九百。銀之積為十八億六千六百六十六萬六千六百六十六。銅之積為二十二億四千萬。鐵之積為二十五億零七百四十六萬二千六百八十六。



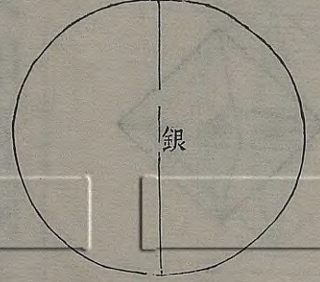
錫之積為二十六億六千六百六十六萬六千六百六十六。既得各體之積數。乃開立方。求其方根。則金之數為一千。水銀之數為一千一百一十。鉛之數為一千一百九十一。銀之數為一千二百三十一。銅之數為一千三百零八。鐵之數為一千三百五十八。錫之數為一千三百八十六。爰將各根數於分釐尺上取其度。按度截比例尺之甲乙、甲丙二

線卽成五金線也。



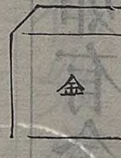
設如有金球徑二尺。欲作一銀球。其重與金球等。問徑幾何。

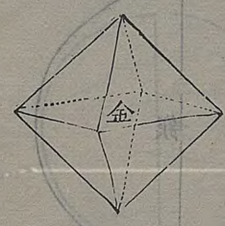
法以比例尺五金線金號之兩點。依分釐尺二寸之度展開。勿令移動。次取銀號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得二寸四分六釐。卽二尺四寸六分。爲銀球徑。用其度作銀球。卽與金球重等也。蓋金號與銀號之比例。原爲同重之金體邊與銀體邊之比例。則金號與銀號兩距度之比例。亦必爲同重之金體邊與銀體邊之比例。今金號相距之度。既爲金球徑。則銀號相距之度。必爲銀球徑可知矣。又以二寸當金球徑二尺。故二寸四分六釐。卽爲二尺四寸六分也。



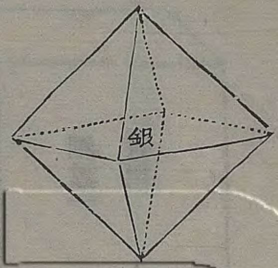
設如有金正方體。每邊一寸。重十六兩八錢。今欲作銀八面體。其重與金正方體等。問每一邊幾何。

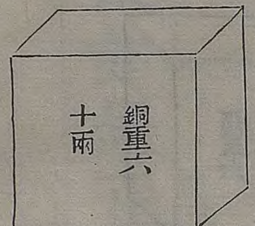
法先以比例尺更體線正方體之兩點。





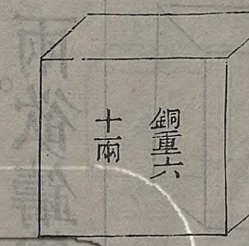
依正方每邊一寸之度展開。勿令移動。次取八面體兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸二分八釐有餘。即為金正方體等重之金八面體之每一邊數。乃以五金線金號之兩點。依金八面體每邊一寸二分八釐之度展開。勿令移動。次取銀號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸五分八釐有餘。即為銀八面體之每一邊。用其度作八面體。其重與金正方體等也。蓋兩體不同類。不能得其比例。故先用更體線變正方體為八面體。而後用五金線比例之。其法與前同也。

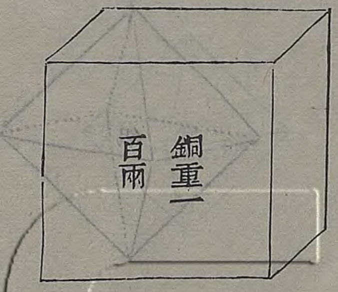




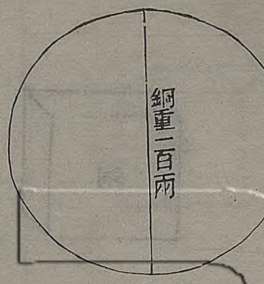
設如有銅正方體。每邊二寸。重六十兩。今有鉛一百兩。欲鑄為球體。問徑幾何。

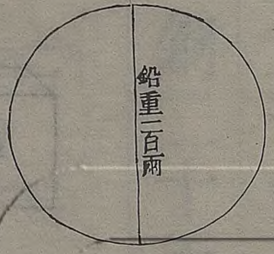
法先以分體線第六十分之兩點。（原重六十兩。故取六十分。）依銅正方體每邊二寸之度展開。勿令移動。次取分體線第一百分兩





點相距之度。今重一百兩。故取一百分。於分釐尺上量之。得二寸三分七釐。即重一百兩之銅正方體之每一邊。又以更體線正方號之兩點。依正方每邊二寸三分七釐之度展開。勿令移動。次取球號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得二寸九分四釐。即重一百兩之銅球徑。復以五金線銅號之兩點。依銅球徑二寸九分四釐之度展開。勿令移動。次取鉛號兩點

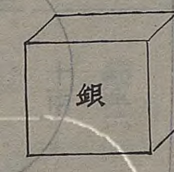


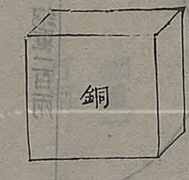


相距之度。於分釐尺上量之。得二寸六分八釐。即重一百兩之鉛球徑也。葢兩重數不同。而兩體又不同。不能得其比例。故先用分體線變爲同重之銅正方體。又用更體線變爲同重之銅球體。乃用五金線銅與鉛之邊線以比例之。而後得其徑數也。

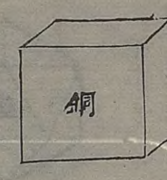
設如銀正方一寸。重九兩。問銅正方一寸重幾何。

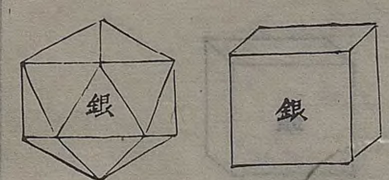
法以五金線銀號之兩點。依正方一寸





之度展開勿令移動次取銅號兩點相距之度於分釐尺上量之得一寸零五釐二毫即為重九兩之銅正方邊數乃以分體線九十分之兩點依一寸零五釐二毫之度展開勿令移動而以今銅正方一寸之度於分體線上尋至七十五分之兩點其相距之度恰合即七兩五錢為銅正方一寸重數也蓋銀重九兩其方邊一寸則銅重九兩其方邊必



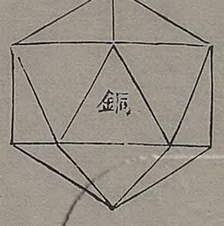


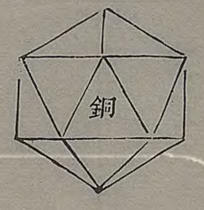
為一寸零五釐二毫又銅方邊一寸零五釐二毫其重九兩則銅方邊一寸其重即為七兩五錢也

設如有銀正方體每邊二寸重七十二兩今欲作一銅二十面體其邊與正方體等問重幾何

法先以比例尺更體線正方體之兩點依正方每邊二寸之度展開勿令移動次取二十面體兩點相距之度於分釐尺上量之得一寸五分四釐有餘即為

銀正方體等重之銀二十面體之每一邊。乃以五金線銀號之兩點。依銀二十面體每邊一寸五分四釐之度展開。勿令移動。次取銅號兩點相距之度。於分釐尺上量之。得一寸六分三釐有餘。卽爲銀二十面體同重之銅二十面體之每一邊。復以分體線第七十二分之兩點。依銅二十面體每邊一寸六分三釐之度展開。勿令移動。而以今所作銅二





十面體每邊二寸之度。於分體線上尋至第一百三十分有餘之處。其相距之度恰合。卽一百三十兩有餘。爲銅二十面體之重數也。葢兩體不同類。不能得其比例。故先用更體線變正方體爲二十面體。又用五金線變銀二十面體爲銅二十面體。復用分體線有邊求重之法比例之。然後得其重數也。

臣方楷湯金銘恭校