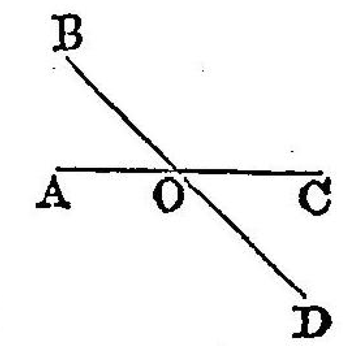
答　左の如し



論　題意によりますと∠AOB=∠CODであります故此兩等度に各角BOCを加へますれば∠AOB+∠BOC=∠COD+∠BOCであります(公理第二によりまして)而してACは一直線であります故∠AOB+∠BOC=2∟であります(定義第五によりまして)故に∠COD+∠BOC=2∟であります(公理第一によりまして)因て定義第六によりますとBOとDOとハ一直線をなさねばなりますまい

以下ハ次號に申し上ぐべし

幾何學講義錄

第九回

踪跡

千葉　馬込銀平　講述

前回の終に申し上げました如く今回は踪跡の御話しより初めませう偖踪跡と申す語は通例(物ノ運行シタル跡)と申す意義のあるものと解せらるゝでありませう固より此意義あるには相違ありませぬ故に私も最初は成丈其意義に從ひて御話し申さんと勤めましたが熟(ツラツ)ら考へますれば幾何學にては此語を以て英(イギリス)の「ローカス」と申す語の譯語と致しましたのでありますれば其原語を離れて專ら譯語の意義にて御話し申さんよりは寧ろ原語の意義にて御話し申したる方が宜しからんと存ずるに至りました故に私は踪跡と申す語の眞の意義が何でありますとも夫には更に關係致さず「ローカス」と申す英語と全く同一の意義を有するものと致しまして踪跡の御話

しを致しませう

ソコデ「ローカス」と申す英語には如何なる意義があるかと申しまするに是れは元と羅甸語にて(場所)と申す意義を有するものでありますれば故らに(某状勢ヲ具フル所ノ一點ガ占メ得ベキ全躰ノ場所)と申す意義を含ませて英語となしたるものと見えます故に蹤跡と申す語に此意義を含むものと致しまして之を界説の形ちにて申し上げますれば左の如くであります

某線、面或は躰内ノ點皆悉ク所設ノ状勢ヲ具ヘ又該状勢ヲ具フル點皆悉ク其線、面或ハ躰内ニアルトキハ其線、面或ハ躰ヲ稱シテ所設ノ状勢ヲ具フル點ノ蹤跡ト云フ

之によりて考へまするときは其線、面或は躰が所設の状勢を具ふる所の點の蹤跡なるや否やを證明するには

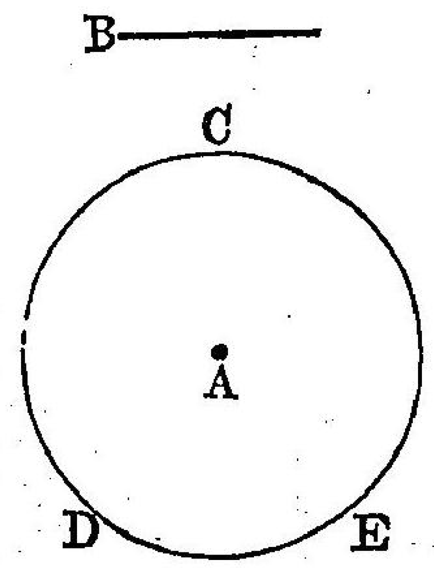
第一　其線、面或ハ躰内ノ點ハ皆悉ク所設ノ状勢ヲ具フ

第二　所設ノ状勢ヲ具フル所ノ點ハ皆悉ク其線、面或ハ躰内ニアリ

右の二件を具ふるや否やを證明すれば宜しいでありませう左に其平易にして且ッ必要なる問題を論じて御覧に入れませう但し蹤跡と申すものは一平面上にて線なるものは空所にて考へまするときは多くは面となりまして其思想を一平面上に止めまするとは廣く空所に及ぼしまするとは大に異なる所がありますなれども空所にての御話しは立躰幾何學の部に屬しますれば此後にては一々御斷りを申し上げざるも蹤跡と申すものは皆一平面上にて考へたるものと御承知の程を願ひます

第一　一定點ヨリ定距離ニアル點ノ蹤跡ヲ問フ

解　Aを定點としBを定距離としAよりB丈の距離にある點の蹤跡を發見することを要すると致します



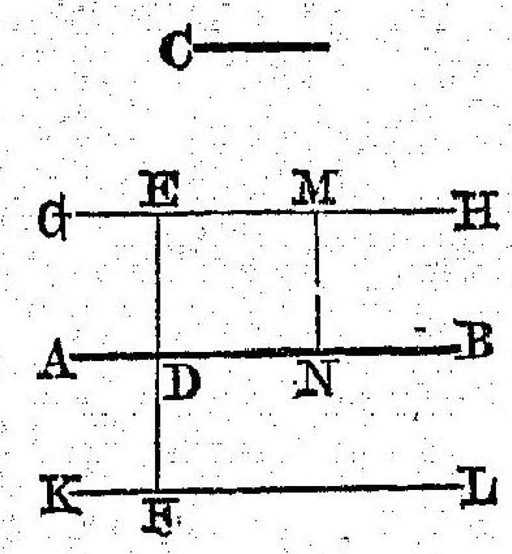
法　Aを圓心としてBに等しき半徑を有する圓周CDEを作りますれば(作法第三によりまして)此圓周は要する所の蹤跡で

あります

論　圓周CDE上の點は皆悉くAよりB丈の距離にあると申すを及びAよりB丈の距離にある點は皆悉く圓周CDE上にありて其外にはないと申すとは法と界説第二十三とによりて明かでありませう故に圓周CDEは所要の踪跡なるを論を俟たずして明かでありませう

第二　定直線ヨリ定距離ニアル點ノ踪跡ヲ問フ

解　ABを定直線としCを定距離とし定直線ABよりC丈の距離にある點の踪跡を發見するとを要すると致します

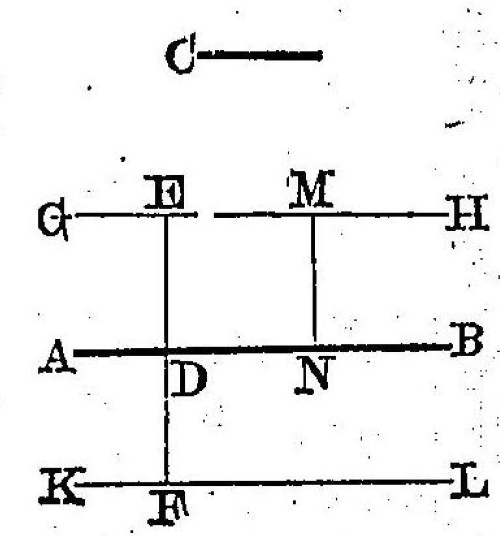


法　定直線AB上に任意に一點Dを設け(公法第一によりまして)Dを貫きてABと正交する直線EFを引き(作法第五によりまして)DEとDFとをCと等しくなし(何れも作法第四によりまして)EとFとを貫きて定直線ABと平行に兩直線GHとKLとを引きますれば(何れも作法第

十一によりまして)此兩直線GHとKLとは共に所要の踪跡であります

論　先づ兩直線GHとKLとの上の點は皆悉く定直線ABよりC丈の距離にあると申すとを論じませう

GH線上の點にてEが定直線ABよりC丈の距離にあると申すとは法にて已に明かであります又Eの外に任意に一點Mを設け(公法第一によりまして)MよりABへ垂線MNを引きますれば(作法第六によりまして)兩角EDBとMNBとは何れも直角であります(法と界説第二十六とによりまして)故に互に等しうあります(定義第四によりまして)故にED∥MNであります(定義第二十八によりまして)又GH∥ABであります(法によりまして)故に四角形EDNMに於てED=MNであります(定義第三十九によりまして)ろしてED=Cであります(法によりまして)故にMN=Cであります(公理第一によりまして)故にGH線上にてEの外の任意の點Mは定直線ABよりC丈の距離にあります因てGH線上の點は皆悉く定直線ABよりC丈の距離にあ



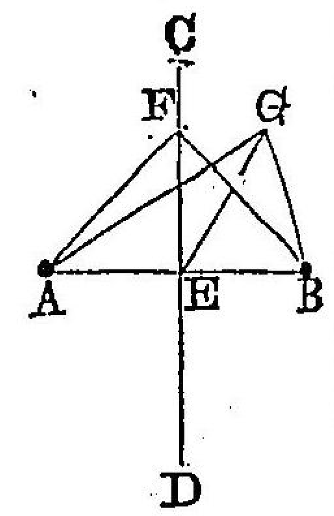
るでありませう又DF=Cであります(法によりまして)故に是と同理にてKL線上の點も皆悉くABよりC丈の距離にあると申すことが分りませう因て兩直線GHとKLとの上の點は皆悉くABよりC丈の距離にあるでありませう

次に定直線ABよりC丈の距離にある點は皆悉く兩直線GHとKLとの上にあると申すことは論を俟たずして明かでありますナゼと申すに此兩直線の外なる點は皆ABよりの距離が或はCより大或はCより小にしてCに等しきものはないと申すことが明かなる故であります

此故に兩直線GHとKLとは共に所要の蹤跡でなければなりますまい

第三　兩定點ヨリ等距離ナル點ノ蹤跡ヲ問フ

解　AとBとを兩定點とし此兩定點より等距離なる點の蹤跡を發見することを要すると致します



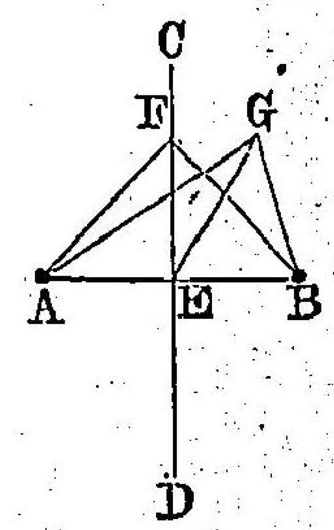
法　直線ABを引き(公法第二によりまして)此ABと其中央に於て正交する直線CDを引きますれば(作法第七によりまして)CDは所要の蹤跡であります

論　先づCD線上の點は皆悉く兩定點AとBとより等距離にあると申すことを論じませう

CD線上の點にてEは法によりますとABの中央であります故AとBとより等距離にあると勿論であります又Eの外に任意に一點Fを設け(公法第一によりまして)AF BFの兩直線を引きますれば(何れも公法第二によりまして)兩三角形AEFとFEBとに於て兩角AEFとFEBとは何れも直角であります(法と界說第二十六とによりまして)故に∠AEF=∠FEB(定義第四によりまして)又AE=EBにして(法によりまして)FEは兩形が共有して居ります故にAF=FBであります(定義第十によりまして)因てCD線上のEの外の任意の點なるFはAとBとの兩定點より等距離でありませう是に因て

CD線上の點は皆悉く兩定點AとBとより等距離にあるでありませう

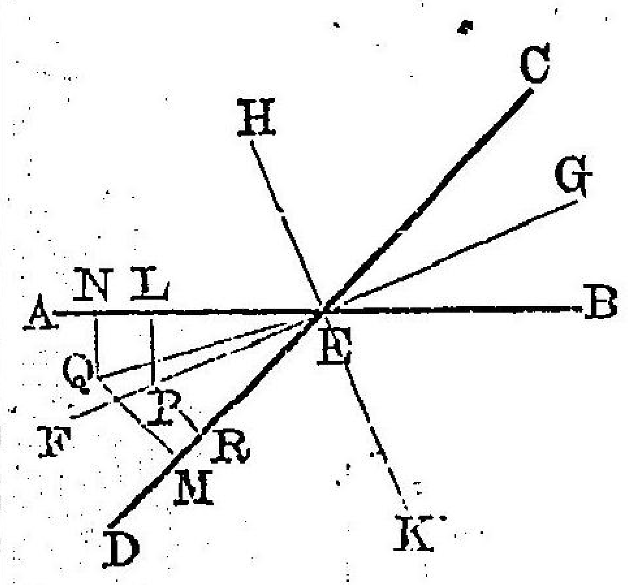
次に兩定點より等距離にある點は皆悉くCD線上にあると申すを論じませう



AB線上の點はEの外は皆悉く兩定點AとBとより等距離でないと申すとは別に論ぜざるも明かでありませう又AB線外にてCDよりB點の方によりたる所に圖の如く任意に一點Gを設け(公法第一によりまして)GA GB GEの三直線を引きますれば(何れも公法第二によりまして)前にて已に申し上げたるが如く $\angle AEF=\angle FEB$ にして $\angle AEG>\angle AEF$, $\angle FEB>\angle GEB$ であります(何れも公理第十によりまして)故に $\angle AEG>\angle GEB$ であります(公理第八と同第九とによりまして)故に兩三角形GAEとGEBとに於て $AE=EB$ (法によりまして)GEは兩形共有にして $\angle AEG>\angle GEB$ であります故に $AG>GB$ であります(定義第二十一によりまして)因てAB線外にてCDよりB點の方によりたる點は皆悉く兩定點AとBとより等距離ではありませぬ又CDよりA點の方によりたる所に一點を任意に設けて斯の如く論じますればAB線外にてCDよりA點の方によりたる點も皆悉くAとBとの兩定點より等距離でないと申すとが分りませう此故にCD線外の點は皆悉くAとBとの兩定點より等距離でありませぬ故に兩定點AとBとより等距離なる點は皆悉くCD線上にあるでありませう

此故にCD線は所要の蹤跡でなければなりますまい

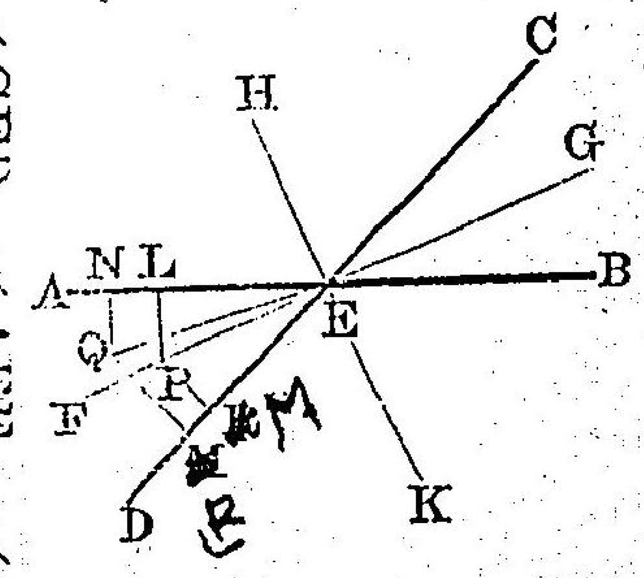
第四　相交ハル所ノ兩定直線ヨリ等距離ナル點ノ蹤跡ヲ問フ



解　ABとCDとを兩定直線としEを其交點とし兩定直線ABとCDとより等距離にある點の蹤跡を發見するとを要すると致します

法　兩定直線の相隣れる兩交角AEDとAECとを平分して兩平分線FE HEを引き(何れも作法第九によりまして)之

を角頭の方に引長してFG HKと致しますれば(何れも公法第三によりまして)此兩平分線FGとHKとは共に所要の蹤跡であります



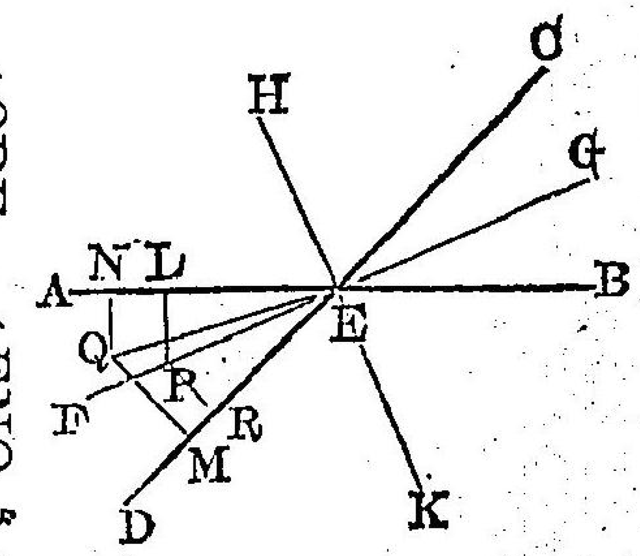
論　先づ兩直線FGとHKとの上なる點は皆悉く兩定線ABとCDとより等距離なる所以を論じませう

$\angle GEB=\angle AEF$, $\angle GEC=\angle FED$ にして(何れも定義第七によりまして) $\angle AEF=\angle FED$ であります(法によりまして)故に $\angle GEB=\angle GEC$ であります(推理第二によりまして)故に直線FGは兩角AEDとCEBとの各の平分線であります故にFG線上に任意に一點Pを設け(公法第一によりまして)Pより兩定線ABとCDとに各垂線PLとPMとを引きますれば(何れも作法第六によりまして)兩三角形LPEとEPMとに於て $\angle LEP=\angle PEM$, $\angle PLE=\angle PME$ にして(PLとPMとは各ABとCDとの垂線であります故界說第二十六と定義第四とによりまして $\angle PLE=\angle PME$ でありませう)EPは兩形が共有して居ります

故に $PL=PM$ であります(定義第二十四によりまして)故にFG線上の任意の一點Pは兩定點ABとCDとより等距離であります因てFG線上の點は皆悉く兩定線ABとCDとより等距離でありませう又是と同法にてHK線上の點も皆悉く兩定線ABとCDとより等距離だと申すことを論ずることが出來ませう因て兩直線FGとHKとの上の點は皆悉く兩定線ABとCDとより等距離でありませう

次に兩定線ABとCDとより等距離なる點は皆悉く兩直線FGとHKとの上にある所以を論じませう

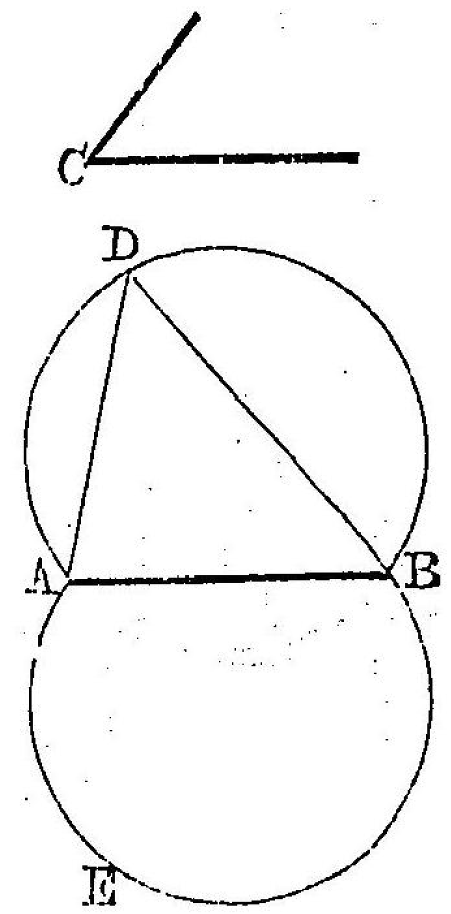
先づ角FEHの內にてAB線の外に任意に一點Qを設け(公法第一によりまして)Qより兩定線ABとCDとへ各垂線QNとQRとを引きますれば(何れも作法第六によりまして)若しQが角AEFの內にあらば $\angle QER>\angle FED$, $\angle FEA>\angle QEN$ にして(何れも公理第十によりまして) $\angle FEA=\angle FED$ であります(法によりまして)故に $\angle QER>\angle QEN$ であります(公理第八と同第九とに



よりまして)又若しQが角AEFの外にて角AEHの内にありますれば公理第十によりまして直ちに∠QER>∠QENと申すヿが出來ませう故に兩三角形EQRとNQEとに於て∠QRE=∠ENQ(是はQNとQRとは各ABとCDとの垂線であります故界説第二十六と定義第四とによりまして∠QRE=∠ENQでありませう)∠QER>∠QENにしてQEは兩形が共有して居ります故にQR=QNなるヿは決してありませぬナゼと申すに若しQR=QNならば此兩三角形に於て∠QER=∠QENでなければならぬ故であります(定義第二十六の第一の理によりまして)されば角FEHの内に於てAB線の外に設けたる任意の一點Qは兩定線ABとDCとより等距離ではありませぬ因て角FEH內の點は皆悉く兩定線ABとCDとより等距離ではありませぬ又是と同法にて論じますれば三交角FEK KEG GEHの內なる點も皆悉く兩定線ABとCDとより等距離でないと申すヿが分りませう是に因てABとCDとの兩定線より等距離なる點は皆悉く兩直線FGとHKとの上にあるでありませう

此故に兩直線FGとHKとは共に所要の踪跡でありませう

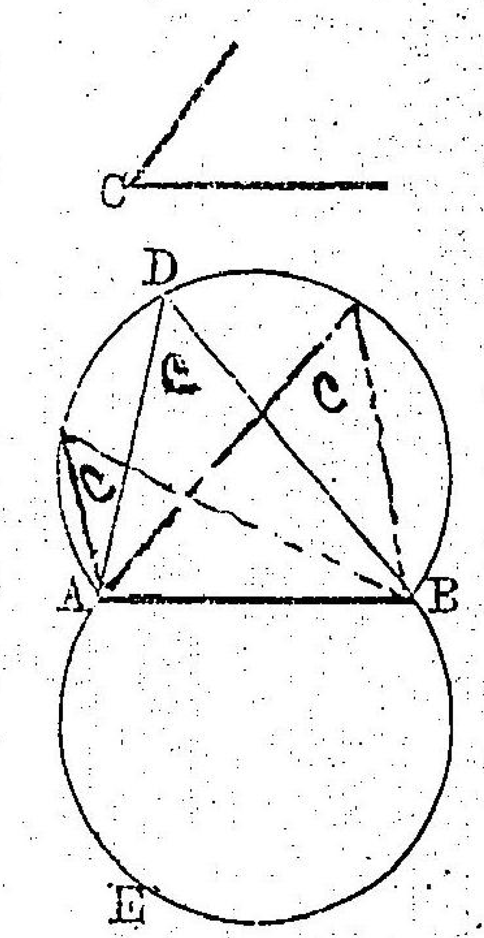
第五　有限ノ定直線ヲ底トシ定角ニ等シキ頂角ヲ有スル三角形ノ頂角頭ノ踪跡ヲ問フ



解　ABを有限の定直線としCを定角とし有限の定直線ABを底邊とし定角Cに等しき頂角を有する三角形の頂角頭の踪跡を發見するヿを要すると致します

法　作法第三十七によりまして有限の定線ABを弦とし定角Cに等しき圓周角を有する缺圓ABDとABEとを作りますれば兩弧ADBとAEBとを共に所要の踪跡であります

論　先づ兩弧ADBとAEBとの上の點は皆悉く有限の定線ABを底邊とし定角



Cに等しき頂角を有する三角形の頂角頭たることを得る所以を論じませう

弧ADBの上に任意に一點Dを設け(公法第一によりまして)兩直線AD BDを引きますれば(何れも公法第二によりまして)三角形DABの頂角Dが定角Cに等しきとは法と定義第六十五とによりて明かでありませう故に弧ADBの上の點は皆悉く有限の定線ABを底邊とし定角Cに等しき頂角を有する三角形の頂角頭たることを得るでありませう又同理にて弧AEBの上の點も皆悉く前と同類なる三角形の頂角頭たることを得るでありませう

次に有限の定線ABを底邊とし定角Cに等しき頂角を有する三角形の頂角頭となるを得べき點は皆悉く兩弧ADBとAEBとの上にあると申すとは前に掲げたる問題第百四十五によりて明かでありませうなぜと申すに其問題によりますとABを底邊とし兩弧ADBとAEBとの外にある點を頂角頭とする三角形の頂角は兩缺圓ABDとABEとの內にある圓周角より或は大或は小にして等しきとはないと申すとが分ります故であります

此故に兩弧ADBとAEBとは共に所要の蹤跡でありませう

第六　定半徑ヲ有シ一定點ヲ貫ク圓ノ圓心ノ蹤跡ヲ問フ

此題に於ては圓心は皆悉く定點より定半徑丈の距離にあらねばならず又定點より定半徑丈の距離にある點は皆悉く圓心たるとが出來ます故に所要の蹤跡は定點より定半徑丈の距離にある點の蹤跡であります因て前の第一の法によりまして定點より定半徑丈の距離にある點の蹤跡を作りますれば此蹤跡は所要の蹤跡なるを論を俟たずして明かでありませう

第七　兩定點ヲ貫ク圓ノ圓心ノ蹤跡ヲ問フ

此題に於ては圓心は皆悉く兩定點より等距離でなければならず又兩定點より等距離なる點は皆悉く圓心たるとが出來ます(何れも界說第二十

三によりまして)故に所要の踪跡は兩定點より等距離なる點の踪跡と同じとでありますす故に前の第二の法によりまして兩定點より等距離なる點の踪跡を作りますれば此踪跡は所要の踪跡なるを論を俟たずして明かでありませう

第八　定半徑ヲ有シ一定直線ニ切スル圓ノ圓心ノ踪跡ヲ問フ

定直線に切する圓の圓心と切點とを聯ぬる所の直線は常に定直線と正交するものであります(定義第六十八によりまして)故に定半徑を有し定直線に切する圓の圓心は皆悉く其定直線より定半徑丈の距離にあらねばならず又定直線より定半徑丈の距離にある點は皆悉く其圓心たるとが出來ます故に本題にて所要の踪跡は定直線より定半徑丈の距離にある點の踪跡であります因て前の第三の法によりまして定直線より定半徑丈の距離にある點の踪跡を作りますれば此踪跡は所要の踪跡あると論を俟たずして明かでありませう

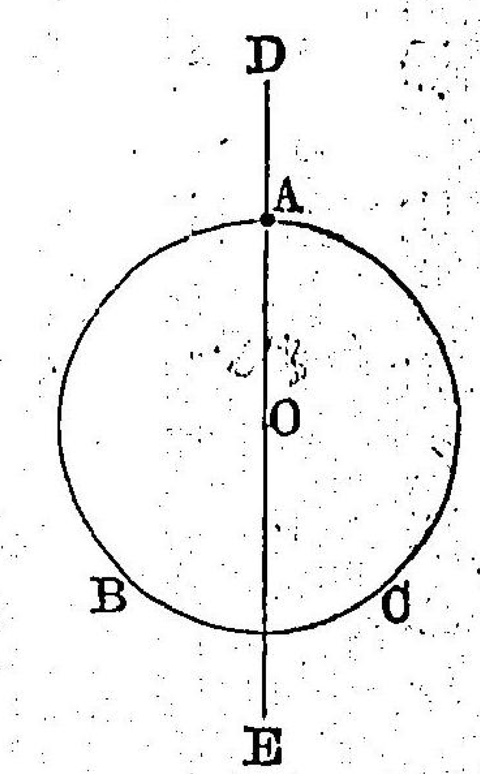
第九　兩定直線ニ切スル圓ノ圓心ノ踪跡ヲ問フ

前の第七題にて申し上げました如く定直線に切する圓の圓心と切點とを聯ぬる所の直線は常に定直線と正交するが故に兩定直線に切する圓の圓心は皆悉く其兩定線より等距離にあらねばならず又兩定線より等距離にある點は皆悉く其圓心たるとが出來ます(何れも界説第二十三によりまして)故に本題にて所要の踪跡は兩定線より等距離なる點の距離と同じとであります因て前の第四の法によりまして兩定線より等距離なる點の踪跡を作りますれば此踪跡は所要の踪跡なると論を俟たずして明かでありませう

第十　定圓周上ナル定點ニ於テ該定圓ニ切スル圓ノ圓心ノ踪跡ヲ問フ

解　ABC を定圓としＡを其圓周上なる定點とし定點Ａに於て定圓ABCに切する圓の圓心の踪跡を發見するとを要すると致します

法　定圓ABCの圓心Ｏを發見し(作法第十八によりまして)OA を引き(公法第



二によりまして)且ッ之を引長してDEと致します

れば(公法第三によりまして)DEは所要の蹤跡で

あります

論　DE線上の點を圓心としてAを貫く所の圓周は皆悉く定圓ABCに切するとは定義第八十七によりて明かであります故にDE線上の點は皆悉く定點Aに於て定圓ABCに切する圓の圓心たるとが出來ます又DE線外の點を圓心とする所の圓は定點Aに於て定圓周ABCに切するとはありませぬなぜと申すに若し定點Aに於て定圓周ABCに切すると致しますれば定義第八十六の理に合はぬ故であります故にDE線外の點は皆悉く定點Aに於て定圓周ABCに切する圓の圓心たるとは出來ずして其圓心たるを得べき點は皆悉くDE線上にあります是に因てDE線は所要の蹤跡なるとは明かでありませう

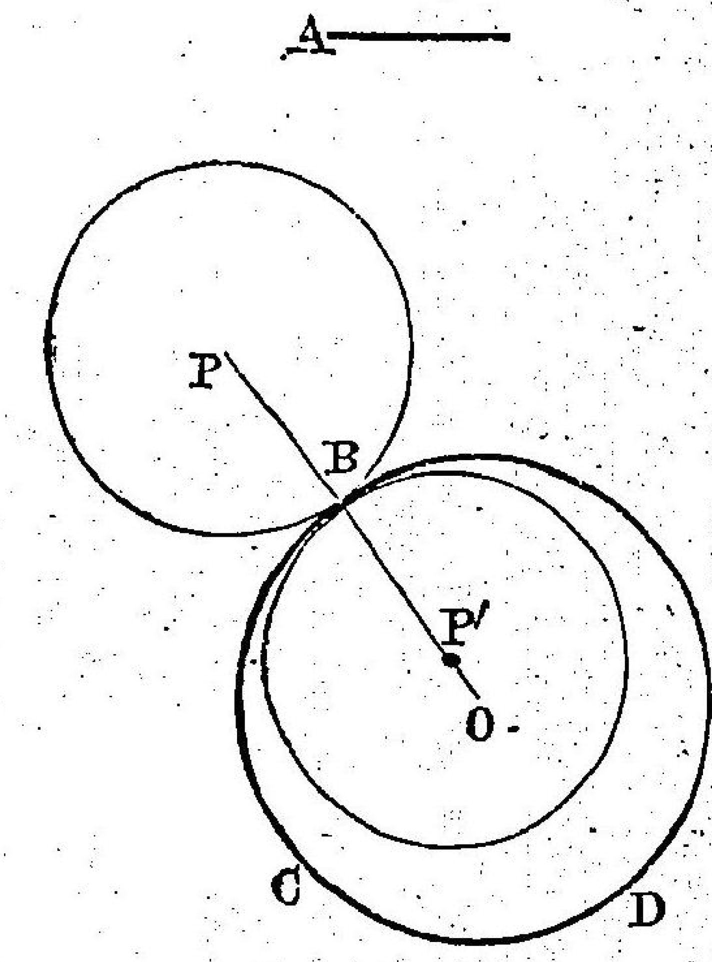
第十一　定半徑ヲ有シ一定圓ニ切スル圓ノ圓心ノ蹤跡ヲ問フ

幾何學の題は前に申し上げたるが如く解析法の論じ方にて考へまするとき好き考への附くとが屢ありますが蹤跡を發見するとを要する問題の如きは別けて其効が多くあります故に考への附き兼ぬる問題に出逢ひたる節は解析法の論じ方にて考ふるが宜しう御坐ります私が玆に掲げて論じまする題の如きは何れも皆平易にして容易に所要の蹤跡を發見するとが出來ます故別段解析法にて考ふるにも及びませぬが本題は前の諸題に比べますれば較難き所がある樣に考へられます故に蹤跡の題を解析法にて考ふるの例を示す爲めに此題を一ッ解析法にて考へて御覽に入れませう

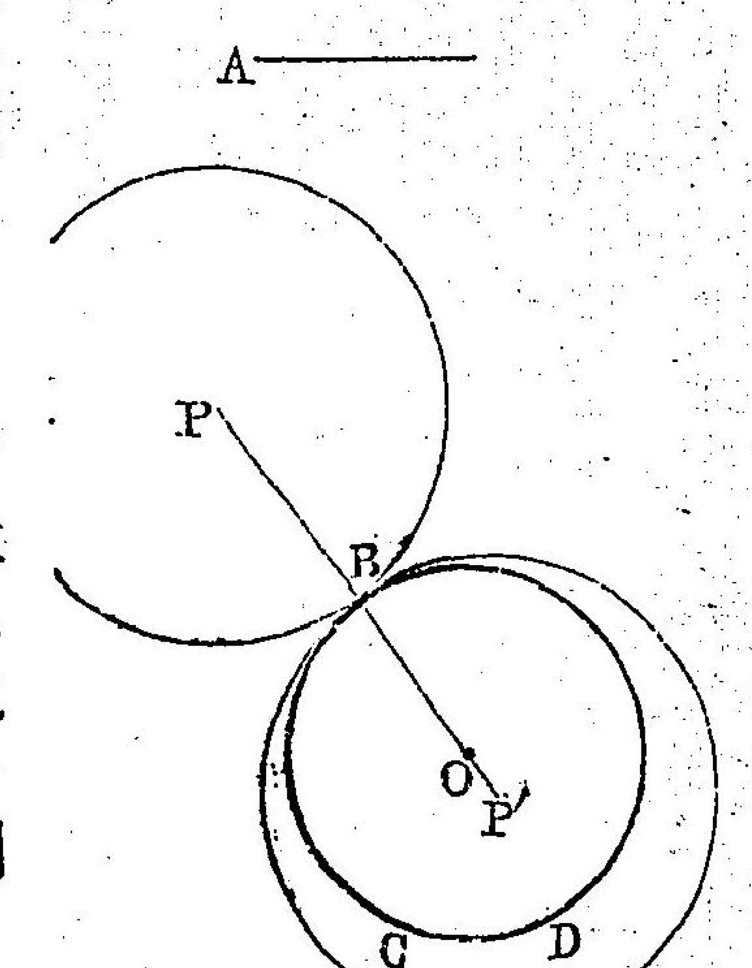
解　Aを定直線としBCDを定圓としAに等しき半徑を有しBCDの定圓に切する圓の圓心の蹤跡を發見するとを要するとを致します但し第一圖に於てはAを定圓の半徑より小と致し第二圖に於ては大と致します

解析法　先づ定圓BCDに切する所の圓を考へまするに其定圓と互に外に

第一圖

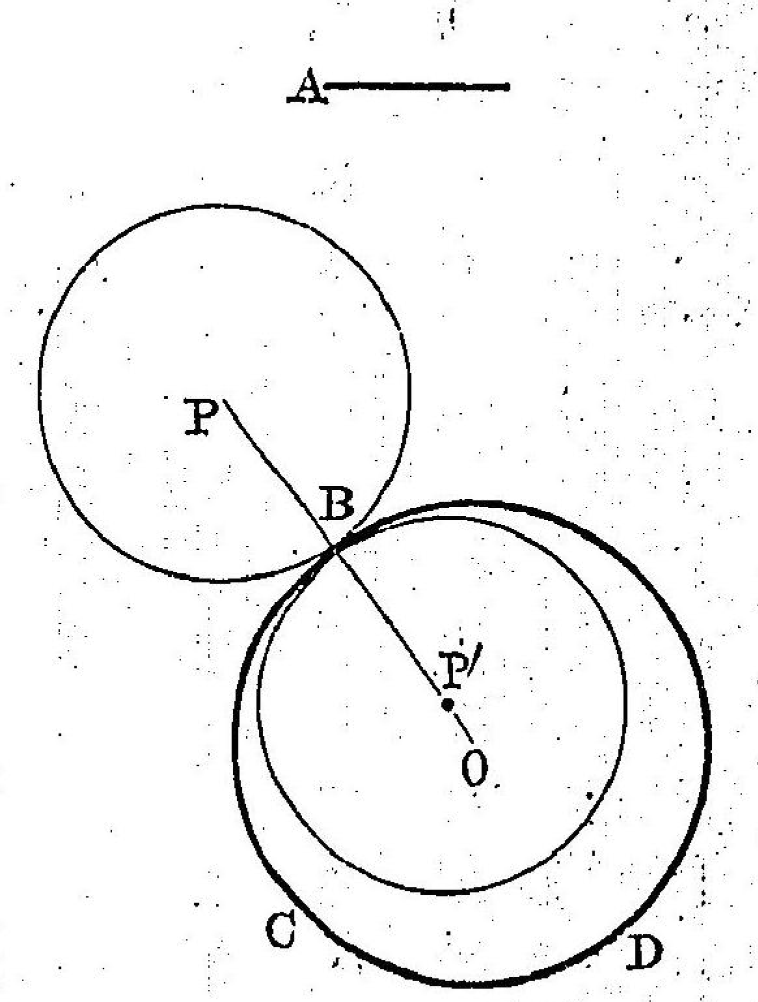


第二圖

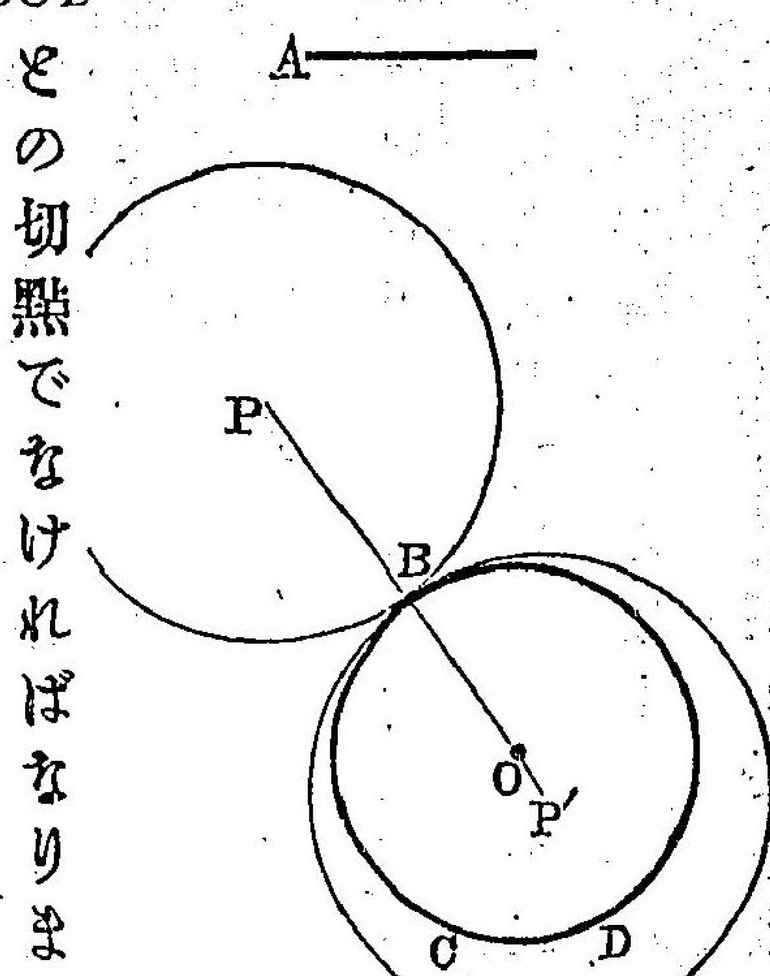


切するものと互に內に切するものとの二種があります故に之を別々に考ふることと致しまして先づ互に外に切するものより考へませう偖定圓BCDの外に任意に一點Pを設け(公法第一によりまして)之を以て假に所要の蹤跡上の一點とし定圓と互に外に切する圓の圓心と見做し又定圓BCDの圓心Oを發見して(作法第十八によりまして)POを引き(公法第二によりましてPOの定圓周BCDと交はる所をBと致しますれば(其相交はる所以は定義第五十二と公理第十八とによりて明かでありませう)BはPを圓心とする所の圓と定圓BCDとの切點でなければなりませぬ(定義第八十六によりまして)故にPB=Aでなければなりませぬ(Pは所要の蹤跡上の一點と致しました故解によりまして)されば P即ち所要の蹤跡上の點にて定圓と互に外に切する圓の圓心たるものは定圓の圓心Oより定圓の半徑とAとの和丈の距離にあると申すことが分りませう次には定圓と互に內に切する圓にありては所要の蹤跡は如何なるものかと申すことを考へて見ませう偖定圓BCDの內或は外に任意に一點P′を設け(公法第一によりまして)之を以て所要の蹤跡上の一點とし定圓と互に內に切する圓の圓心と見做しましてP′Oを引き(公法第二によりまして)且ッ之を一方に引長し公法第三によりまして引長するのであります又其引長する方向は第一圖の場合に於てはOP′の方向に引長し第二圖の場合に於てはP′Oの方向に引長するのであります)其引長線の定圓周と會する所をBと致しますれば(其相會する所以は定義第五十二と公理第十八とによりて明かでありま

第一圖



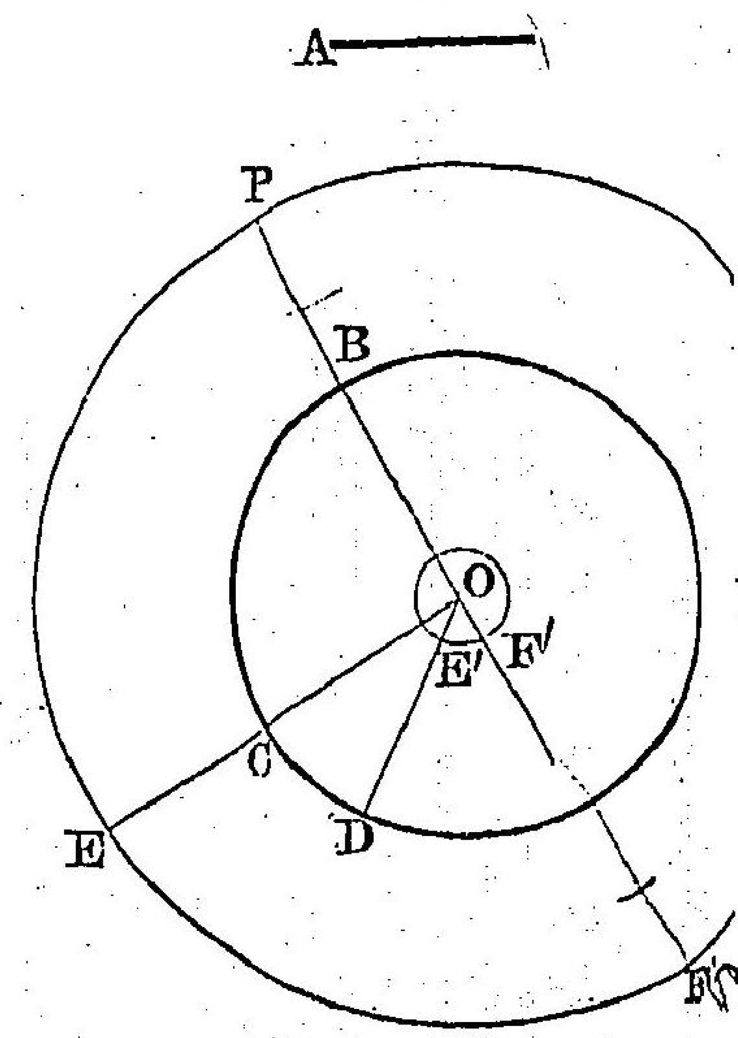
第二圖



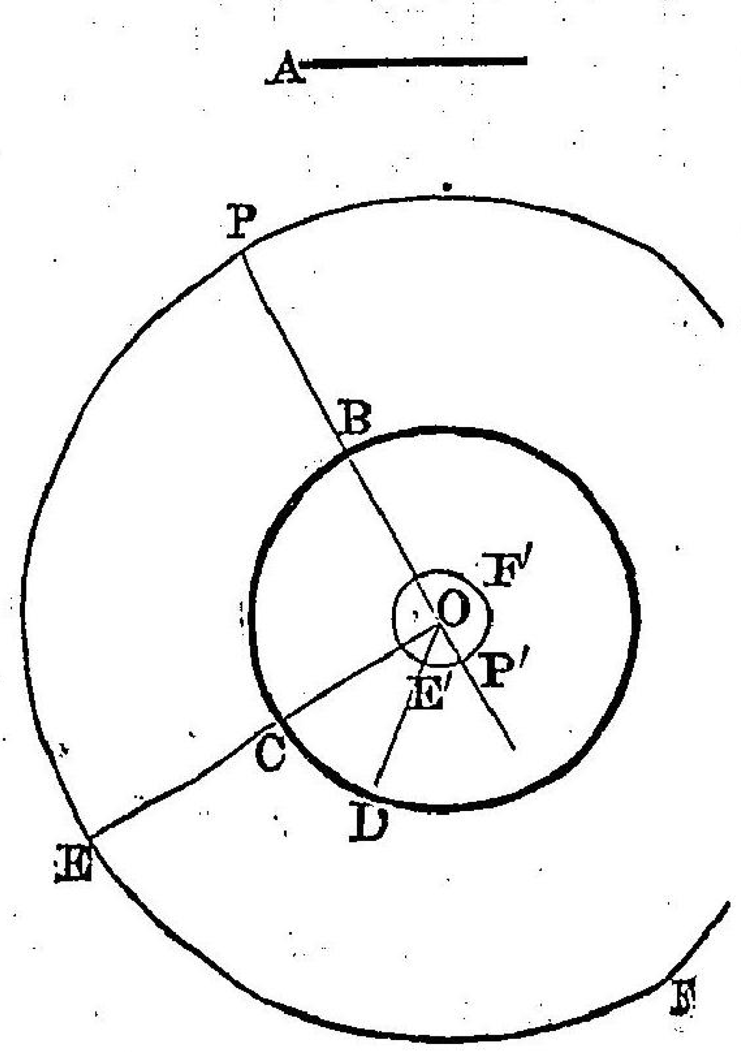
せう)BはPを圓心とする所の圓と定圓BCDとの切點でなければなりませぬ(定義第八十六によりまして)故にP'B=Aでなければなりませぬ(P'は所要の蹤跡上の一點と致しました故解によりまして)さればP'即ち所要の蹤跡上の點にて定圓と互に内に切する圓の圓心たるものは定圓の圓心Oより定圓の半徑とAとの差丈の距離にあると申すとが分りませう是に因て考へまするど所要の蹤跡は定圓の圓心を圓心とし其半徑と定直線Aとの和を半徑として作る所の圓周及び同じ點を圓心として定圓の半徑と定直線Aとの差を半徑として作る所の圓周だと申すとを發見するに至るでありませう因て總合法にて論じますれば左の如くであります

法　左圖の如く定圓BCDの圓心Oを發見し(作法第十八によりまして)又定圓周上に任意に一點Bを設け(公法第一によりまして)OBを引き(公法第二によりまして)且ッ之を兩方に引長し(公法第三によりまして)Bの兩方に於てBPとBP'とを各定直線Aと等しくなし(何れも作法第四によりまして)Oを圓心としOPを半徑として圓周PEFを作り又Oを圓心としOP'を半徑とし

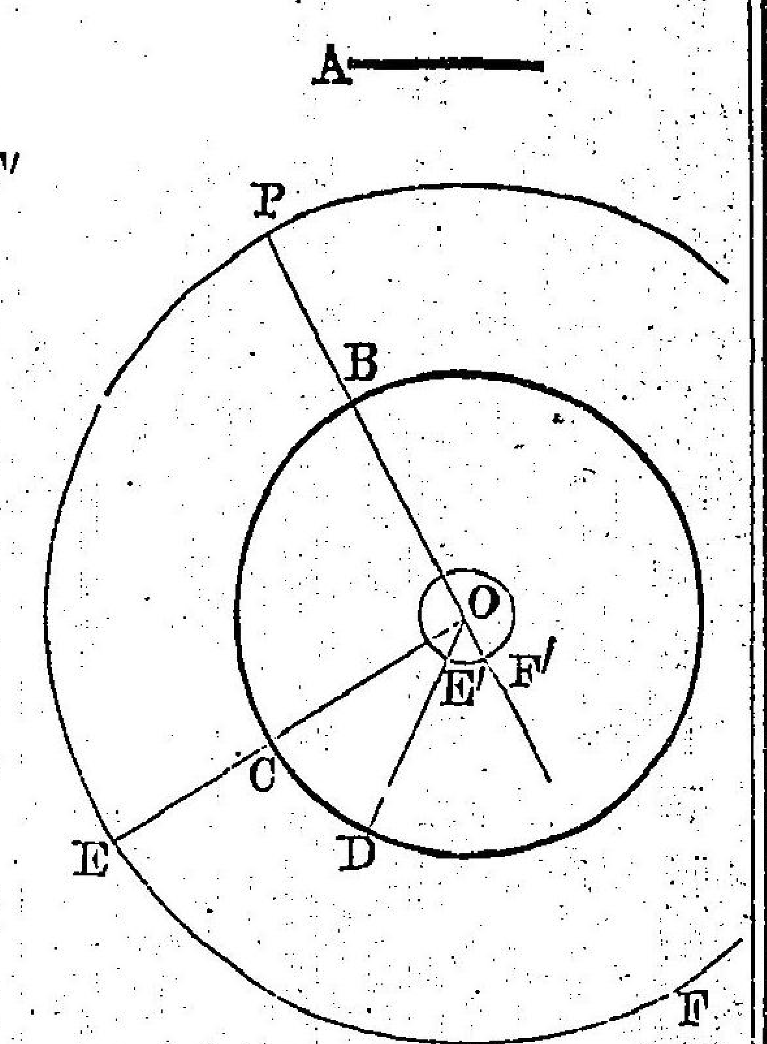
第一圖



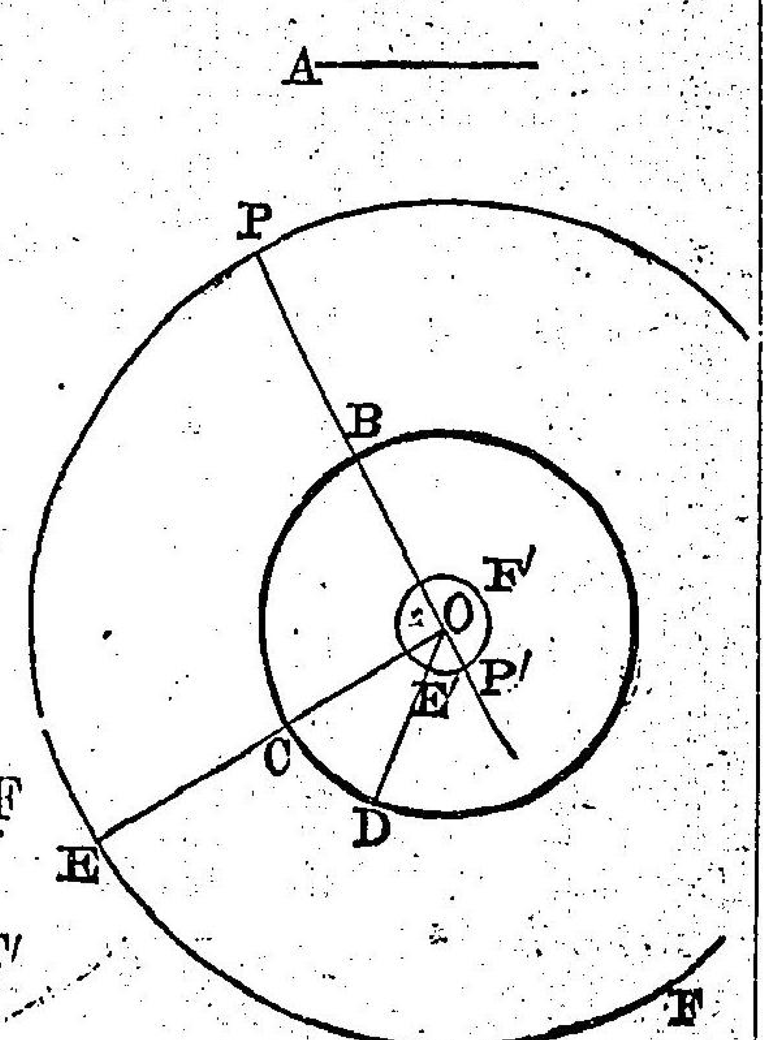
第二圖



第一圖



第二圖

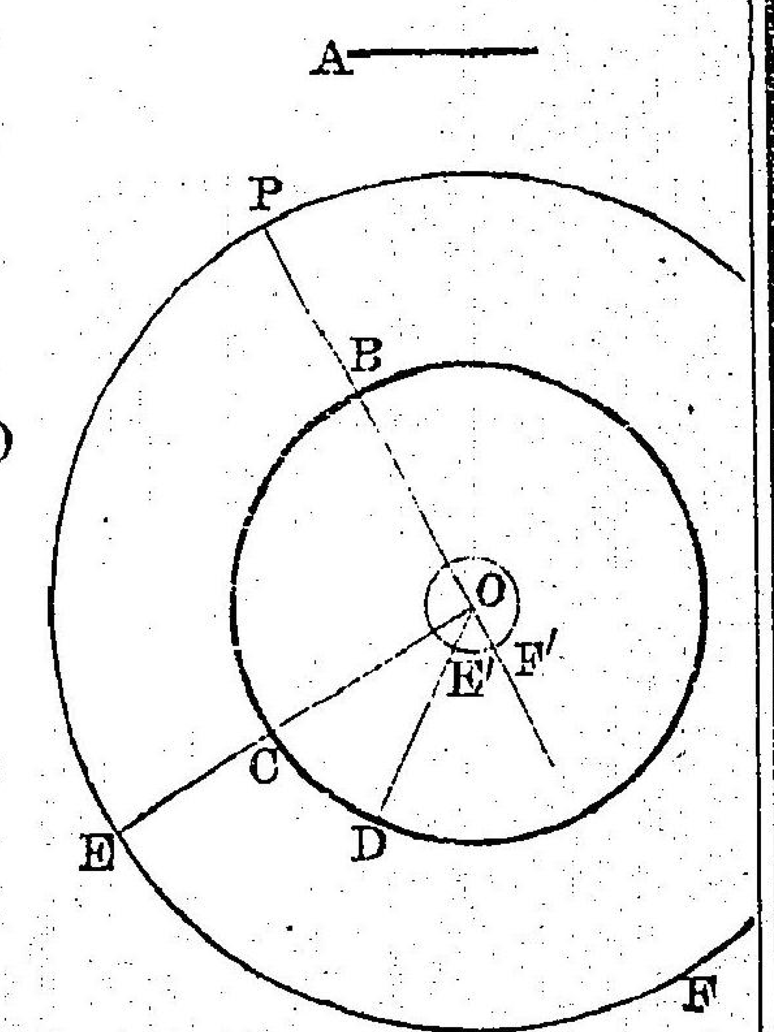


て圓周P′E′F′を作りますれば(何れも公法第四によりまして)兩圓周PEFとP′E′F′とは共に所要の蹤跡であります

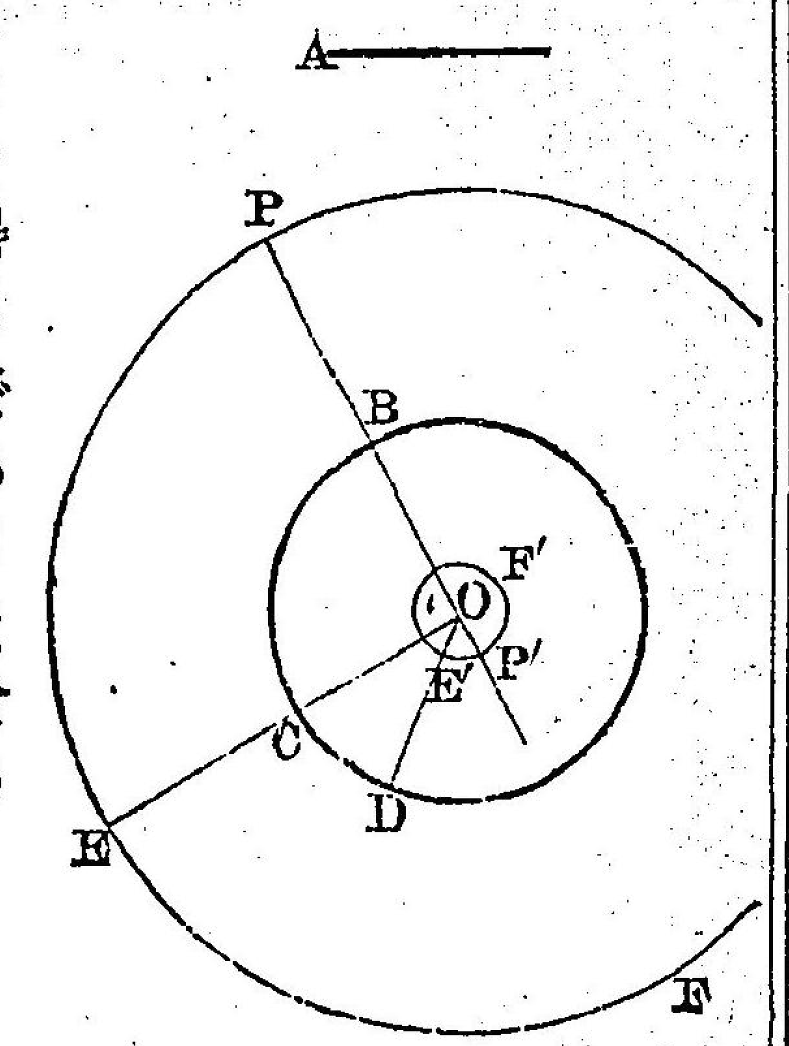
論　先づ兩圓周PEFとP′E′F′との上の點は皆悉く定直線Aに等しき半徑を有し定圓BCDに切する圓の圓心たるとを得る所以を論じませう

圓周PEFの上に任意に一點Eを設け(公法第一によりまして)OEを引き(公法第二によりまして)其定圓周BCDと交はる所をCと致しますれば(其定圓周と交はる所以は定義第五十二と公理第十八とによりて明かでありませう)OP=OE, OB=OCであります(何れも界說第二十三によりまして)故にBP=CEであります(推理第四によりまして)うして BP=A であります(法によりまして)故にCE=Aであります(公理第一によりまして)ろして又Eを圓心としCEを半徑として圓を作りますれば其圓は定義第八十七によりまして定圓BCDに切するでありませう故にEを圓心としCEを半徑として圓を作りますれば其圓は定直線Aに等しき半徑を有し定圓BCDに切する所のものでありませう因て圓周PEFの上に任意に設けたる一點Eは定直線Aに等しき半徑を有し定圓BCDに切する圓の圓心たるとが出來ます即ち圓周PEFの上の點は皆悉く定直線Aに等しき半徑を有し定圓BCDに切する圓の圓心たるとが出來ます次に又圓周P′E′F′の上に任意に一點E′を設けて是と同じ樣に論じますれば圓周P′E′F′の上の點も皆悉く定直線Aに等しき半徑を有し定圓BCDに切する圓の圓心たるとが出來ると申すとが分りませう是に因て兩圓周PEFとP′E′F′との上の點は皆悉く定直線Aに等しき

第一圖



第二圖



半徑を有し定圓BCDに切する圓の圓心たることを得るでありませう

次に定直線Aに等しき半徑を有し定圓BCDに切する圓の圓心たることを得べき點は皆悉く兩圓周PEFとP'E'F'との上にある所以を論じませう

若し兩圓周PEFとP'E'F'との外の點を圓心として定圓BCDに切する圓を作りますれば其圓の半徑は或はAより大となり或はAより小となりまして丁度Aと等しくなる場合はないと申すことは論を俟たずして明かでありませう因てAと等しき半徑を有し定圓BCDに切する圓の圓心たることを得べ

き點は兩圓周PEFとP'E'F'との外にはなくして皆悉く此兩圓周の上にあるでありませう

此故に兩圓周PEFとP'E'F'とは共に所要の蹤跡であるでありませう

蹤跡を發見することを要する問題は先づ此位に致して置きませう是等の問題は何れも皆平易でありますが必要のものであります故其作法を記憶して置くが宜しう御座ります

ソコデ前回にても申し上げました如く蹤跡と申すものは大に幾何學の問題を考ふる助けとなるものにて私が茲にて蹤跡の御話しを致すも此主意に出でたのであります故に是より蹤跡は如何樣にして幾何學の問題を考ふる助けとなるかを申し上げませう偖幾何學の問題にありてはドンナカ狀勢を具ふる點を發見することを要する場合が屡ありますが斯る場合に於て要する點の具ふべき狀勢の數が唯一個なるときは其點の位置は假令ひ一定せざるも蹤跡を以て其位置の全躰を示すことが出來ます故に要する點

の具ふべき狀勢の數が二個ありますれば其點は各狀勢を別々に具ふる點の蹤跡の相交はる所にあるでありませう故に此場合に於て兩蹤跡の交はる所が點ならば其交點は兩狀勢を具ふるものにして即ち要する點でありませう若し其交はる所が點でなければ要する點の位置は未だ一定致さぬものだと申すとが容易に分るでありませう又若し三個の狀勢を具ふる點を發見するとを要するときは其點は各狀勢を別々に具ふる點の三蹤跡の相交はる所にあるでありませう故に斯く點を發見するとを要する場合に蹤跡を以て其點の位置を考へまするど容易に其方法を知るとが出來まずされども點を發見するとを要する場合は皆悉く蹤跡にて考ふれば出來ると申す譯には參りませぬ蹤跡が直線或は圓周等の如く初等幾何學にて論ずる所の線、面、躰なるときは其蹤跡を作るとが出來ます故要する點を發見するとも亦出來ますが若し蹤跡が楕圓だの拋物線などと申す樣な高等幾何學に屬する所の曲線、曲面或は躰なるときは要する點は蹤跡の交はる所

にあると申すと丈は分りまするも初等幾何學にては其蹤跡を作るとが出來ませぬ故從て要する點を發見するとも出來ませぬ故に斯る場合には他に方法を求めねばなりませぬ

私が第六回より第八回にかけて申し上げました作法の內にて作法第一、同第四、第十二、第十四、第十八、第二十一、第二十二、第二十三の如きは何れも皆蹤跡にて考へますれば容易に其作法を知るとを得るものでありまず故に蹤跡にて幾何學の問題を考ふるの例として是等を考へて見ますれば左の如くでありまず但し左に述ぶる所は唯考ふる所丈でありますれば能く前と對照して御覽下さるべし

作法第一　此場合に於ては所要の等邊三角形の兩角頭はAとBとでなければなりませぬ故他の一角頭を發見するとが出來ますれば公法第二によりて直ちに所要の等邊三角形を作るとが出來ますソコデ其他の一角頭の位置は何れにあるかと申すと所要の形は等邊三角形なる

を以てAとBとの兩點よりAB丈の距離にあらねばなりませぬ因てAよりAB丈の距離にある點の蹤跡とBよりAB丈の距離にある點の蹤跡との交點が其一角頭でなければなりませぬ是に因て前の如き作法を發見するヿが出來るでありませう圖にて圓周CBDはAよりAB丈の距離にある點の蹤跡に當り圓周CAEはBよりAB丈の距離にある點の蹤跡に當るのであります何れも蹤跡の第一題を御覽なされば分りませう

作法第四　此場合に於てはAB線上にてAよりC丈の距離の點を發見すれば宜しいでありませうそして其點はAよりC丈の距離にある點の蹤跡とAB線との交點でなければなりませぬ因て前の如き作法を發見するヿが出來るでありませう圖にて圓周EDFがAよりC丈の距離にある點の蹤跡に當ります蹤跡の第一題を御覽なされば分ります

作法第十二　此場合に於てハ所要の三角形の三角頭を發見するヿが出來ますれば公法第二によりて直ちに所要の三角形を作るヿが出來ますそして又其兩角頭DとEとは前の法にて申し上げたるが如くにし

て發見すれば是も容易に發見するヿが出來ます故に此場合にて最も難き所は他の一角頭を發見するヿでありますソコデ是が何れの邊にあるかと申すにDよりB丈の距離の所にて又EよりC丈の距離の所にあらねばなりませぬ故に其一角頭はDよりB丈の距離にある點の蹤跡とEよりC丈の距離にある點の蹤跡との交點だと申すヿが分りませう因て前の如き作法を發見するヿが出來るでありませう圖にて圓周FGHがDよりB丈の距離にある點の蹤跡に當り圓周GKがEよりC丈の距離にある點の蹤跡に當ります是も蹤跡の第一題を御覽なされば分ります

作法第十四　此場合に於ては所要の三角形の兩角頭DとFとを前の法の如くにして發見したる後ち他の一角頭の位置を考へまするとDE線上にてFよりB丈の距離にあらねばなりませぬ故に其角頭はFより

B丈の距離にある點の踪跡とDE線との交點でなければなりませぬ因て前の如き作法を發見するヿが出來るでありませう圖にて圓周KHGがFよりB丈の距離にある點の踪跡に當ります是も踪跡の第一題を御覽なされば分ります

作法第十八　此場合に於ては定圓周或は定弧の上なる任意の三點ABCより等距離なる點が所要の圓心だと申すヿが定義第六十三によりて分ります故に所要の圓心はAとBとの兩點より等距離なる點の踪跡とBとCとの兩點より等距離なる點の踪跡との交點であるでありませう因て前の如き作法を發見するヿが出來るでありませう圖にて直線FDはAとBとの兩點より等距離なる點の踪跡に當り直線FEはBとCとの兩點より等距離なる點の踪跡に當ります何れも踪跡の第三題を御覽なされば分ります

作法第二十一　此場合に於ては切點を發見するヿが出來ますれば公法

第二によりて直ちに所要の切線を引くヿが出來ますソコデ其切點は何處にあるかと申すヿを考へまするに定圓ABCの圓心Oと切點とを聯ぬる直線と所要の切線とが切點に於て正交せねばなりませぬ(定義第六十八によりまして)故にOPを底とし直角を頂角とする三角形の頂角頭の踪跡の上にあらねばなりませぬうして又定圓周ABCの上にあらねばなりませぬ故に其切點はOPを底とし直角を頂角とする三角形の頂角頭の踪跡と定圓周ABCとの交點でなければなりませぬ因て前の如き作法を發見するに至るでありませう圖にては圓周PAOがPOを底とし直角を頂角とする三角形の頂角頭の踪跡に當ります踪跡の第五題を御覽なされば分ります

作法第二十二　此場合に於ては先づ所要の圓周の圓心の位置を考へねばなりませぬソコデ其圓心は何處にあるかと申すに三定線ABCDEFより等距離でなければなりませぬ故兩定直線ABとCDとの各に切する圓

の圓心の踪跡の上にありて又兩定直線ABとEFとの各に切する圓の圓心の踪跡の上にあらねばなりませぬ因て所要の圓周の圓心は其兩踪跡の交點でなければなりませぬ是に因て前の如き作法を發見するに至るでありませう圖にては直線GOが兩定線ABとCDとの各に切する圓の圓心の踪跡の一部分にして直線HOが兩定線ABとEFとの各に切する圓の圓心の踪跡の一部分であります何れも踪跡の第九題を御覽なされば分りませう但し此圖に於ては兩踪跡の唯〻一部分のみを用ひました故所要の圓周の圓心は唯〻一個となりましたが其全部を用ひますれば四個の圓心を發見するに至ります

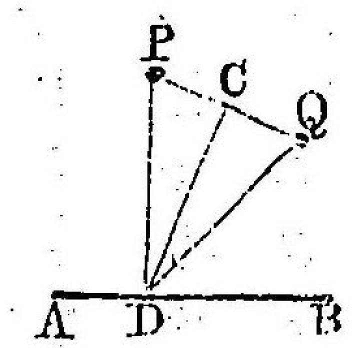
作法第二十三　此場合に於ては所要の外切圓の圓心は三點ABCより等距離でなければなりませぬ故にAとBとの兩點より等距離なる點の踪跡とAとCとの兩點より等距離なる點の踪跡との交點でなければなりませぬ因て前の如き作法を發見するに至ります圖にては直線

DFがAとBとの兩點より等距離なる點の踪跡にして直線EFがAとCとの兩點より等距離なる點の踪跡であります踪跡の第三題を御覽なされば此事は分りませう

偖踪跡は右の如くにして幾何學の問題を考ふる助けとなるのであります併し又要する點の具ふべき狀勢によりては兩踪跡の相交はらざるともないではありませぬが其相交はらざる場合に於ては要する點は理に於て有るべからざるものでありますナゼと申すに要する點は常に各踪跡の上にあらねばならぬ故であります前に申し上げたる作法第十二及び同第十四の如きは何れも斯る場合を含みたるものにて第十二の方にては $A+B>C$, $B+C>A$, $A+C>B$ でなければ兩踪跡に當る所の兩圓周FGHとGKとは相交はりまぬ又第十四の方にては有限の兩直線ABと定角Cとの大小によりて踪跡に當る所の圓周KHGがDE線と交はらざることがありまず何れも斯る場合に於ては所要の三角形の一角頭はあるべからざるものにて夫々限にて申

し上げたるが如く所要の三角形は出來ぬのであります
倘ホ左に作法の問題を二三題踪跡にて考へて御覽に入れませう但し是等の問題には何れも所要の作法の出來る限がありますが是は初めより掲げまするより論の後に掲げたる方が能く御分りになります故私は左樣に致しました

第十二　兩定點ヨリ等距離ナル一點ヲ定直線上ニ發見スルノ法如何



解　ABを定直線としPとQとを兩定點として此兩定點PとQとより等距離なる一點を定直線ABの上に發見するをを要すると致します

偖是を踪跡にて論じまするとの踪跡の第三の法によりまして兩定點PとQとより等距離なる點の踪跡CDを作り若しABと會するならば其會點をDとすればDは所要の點となります若し其踪跡がABと會するとがなければ所要の點は發見すべからざるものであります是に因て左の如き法を發見するとが出來ませう

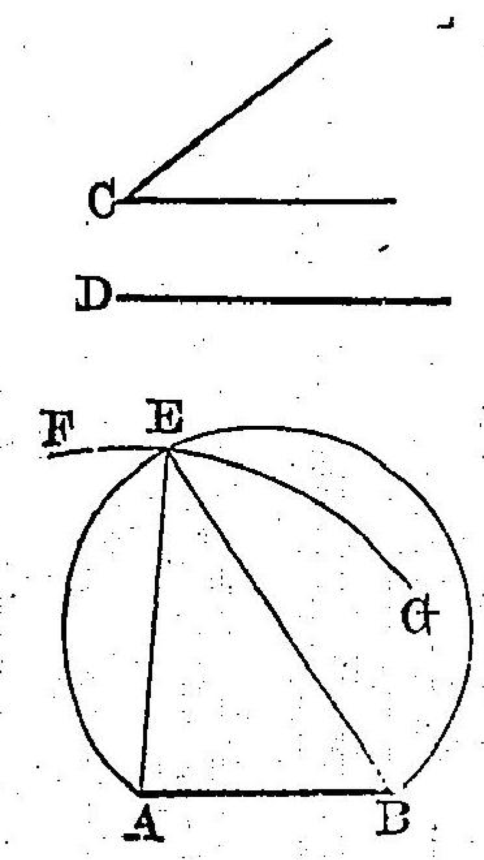
法　PQを引き(公法第二によりまして)之をCに於て平分し(作法第八によりまして)CよりPQの直立線CDを引き出だし(作法第五によりまして)定線ABと會せしめ(其會すると否らざるとは後の限にて申し上げます)其會點をDと致しますればDは所要の點であります

論　兩直線PDとQDとを引きますれば(何れも公法第二によりまして)兩三角形PCDとQCDとに於て $PC=QC$ (法によりまして) $\angle PCD=\angle QCD$ にして(法と界說第二十六とによりまして)CDは兩形が共有して居ります故に定義第十によりまして $PD=QD$ と申すとが出來ませう

限　兩定點PQと定直線ABとの位置によりてPとQとを聯ぬる直線の引長線がABと正交するときはAB線上にはPとQとより等距離なる點はないと申すとが問題第二十三を御覽なされば分るでありませう或は又駁論にて論ずるとも出來ませう故に斯る塲合には所要の點は發見すべ

からざるものでありませう若し右様になりませぬならば定義第三十三によりてCDは必ずABと會することが出來ませぬ故に前の法にて常に所要の點を發見することが出來ませう是等の理を一々委しく申し上げますると餘り長くなります故略しましたが少しく考ふれば御分りになりませう

第十三　有限ノ定直線ヲ底邊トシ定角ニ等シキ頂角ヲ有シ且ツ有限ノ一直線ニ等シキ一邊ヲ有スル三角形ヲ作ル法如何



解　ABを有限の定直線としCを定角としDを有限の一直線としABを底邊とし∠Cに等しき頂角を有し且ツDに等しき一邊を有する三角形を作ることを要すると致します

踪跡にて是を論じまするど踪跡の第五の法によりてABを底とし∠Cに等しき頂角を有する三角形の頂角頭の踪跡の一線AEBを作り又踪跡の第一

の法によりましてAよりD丈の距離にある點の踪跡FEGを作り(是はBよりD丈の距離の點の踪跡を作りても宜しけれど茲にては斯く致したのであります)兩踪跡が相交はるならば交はらしめて其一交點をEとし兩直線EA EBを引きますれば(何れも公法第二によりまして)三角形EABは所要のものであります又若し兩踪跡が相交はることがなければ所要の三角形は作ることが出來ませぬ是に因て左の法を發見することが出來ませう

法　ABを弦として其上に∠Cに等しき圓周角を有する缺圓AEBを作り(作法第三十七によりまして)又Aを圓心としてDに等しき半徑を有する圓周FEGを作り(作法第三によりまして)弧AEBと圓周FEGとの交點をEとして(其相交はる所以は限にて申し上げます)兩直線AEとBEとを引きますれば(何れも公法第二によりまして)三角形EABは所要のものであります

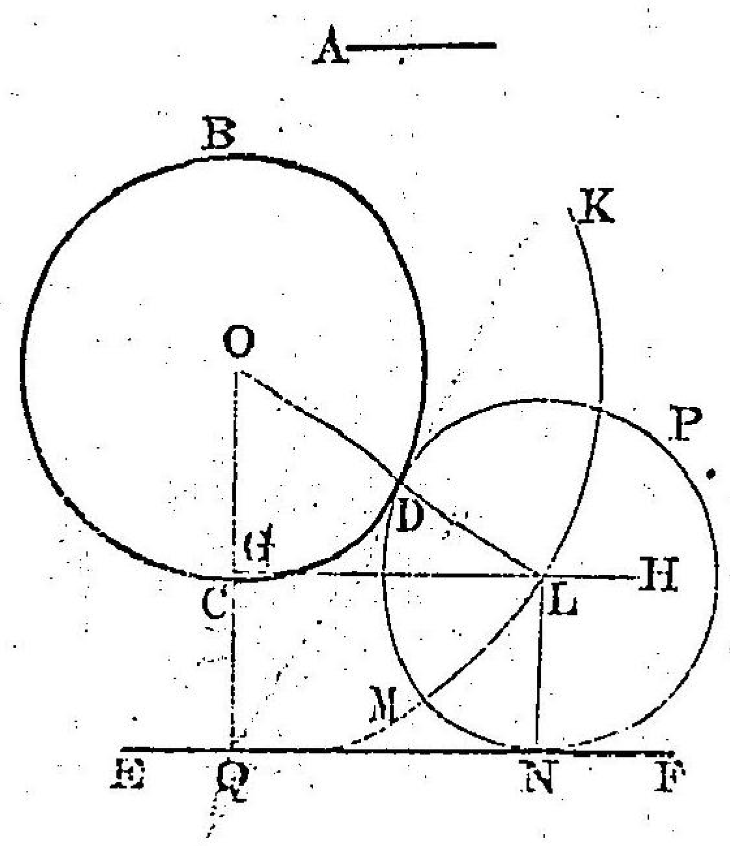
論　法によりましてAE=D, ∠AEB=∠Cであります故EABが所要の三角形だと申すことは論を俟たずして明かでありませう

限　有限線Dが弧AEBの圓徑より長きときは所要の三角形は出來ませぬ
ナゼと申すに斯る場合に於てはABを底とし Dに等しき一邊を有する所の三角形の頂角頭は缺圓AEBの形外に出でます故其頂角の∠Cと等しきとがない故であります(此理は問題第百四十五を御覽なされば分りませう)若し左樣でなければ圓周FEGと弧AEBとは公理第十七によりて相交はると申すとが明かでありませう故に前の法にて常に所要の三角形を作るとが出來ませう

又右の法にてはABを弦とし∠Cに等しき圓周角を有する缺圓をABの上の方に作りましたが之をABの下の方に作りまするも所要の三角形が出來ます又Dに等しき半徑を有する圓周を作りまするにAを圓心と致しましたがBを圓心と致すとも出來ます故に同じ形ちの三角形が四通り出來ます又Dの長さによりては弧AEBと圓周FEGとの交點が二ツあるとがありまして所要の三角形にて形ちの異なるものが同時に二ツづヽ出來ます故

に此場合にては所要の三角形が八通り出來るとゝなります

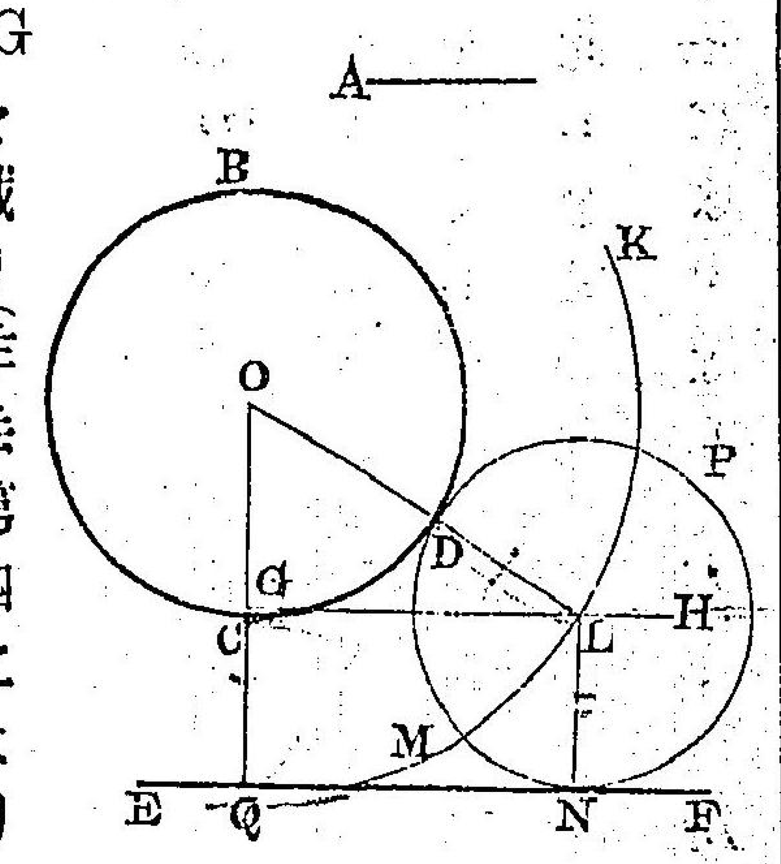
第十四　定半徑ヲ有シ一定圓ト一定直線トニ切シテ圓ヲ作ル法如何



解　Aを有限の直線とし BCDを定圓とし EFを定直線とし Aに等しき半徑を有し定圓BCDと定直線EFとに切して一個の圓を作るとを要すると致します

蹤跡にて論じまするに先づAに等しき半徑を有し定線EFに切する圓の圓心の蹤跡の一線GHを作り(蹤跡の第八の法によりまして)又Aに等しき半徑を有し圓BCDに切する圓の圓心の蹤跡なる一圓周KLMを作り(蹤跡の第十一の法によりまして)其兩蹤跡が相交はるものならば交はらしめて其一交點をLとし此Lを圓心としてAに等しき半徑を有する圓DNPを作りますれば(作法第三によりまして)圓DNPは所要のものでありませう又若し兩蹤跡が相交は

らざれば所要の圓は作ることが出來ぬのであります是に因て左の如き法を發見することが出來るでありませう



法　先づ定圓BCDの圓心Oを發見し(作法第十八によりまして)Oより定線EFへ垂線OQを引き(作法第六によりまして)OQよりAと等しくQGを截り(作法第四によりまして)GよりEFと平行にGHを引き(作法第十一によりまして)又Oを圓心として定圓BCDの半徑とAとの和に等しき半徑を有する圓周KLMを作り(作法第三によりまして)此圓周のGHと交はる所をLとし(其交はると否とは限にて申し上げます)Lを圓心としてAに等しき半徑を有する圓DNPを作りますれば(作法第三によりまして)圓DNPは所要のものであります

論　LよりEFへ垂線LNを引き(作法第六によりまして)又直線OLを引きて

(公法第二によりまして)其圓周BCDと交はる所をDとし(其交はる所以は公理第十七によりて明かでありませう)LN∥GQ(法と界説第二十六と定義第四とによりまして)GL∥QNであります(法によりまして)故GQNLは平行形であります(界説第四十によりまして)故にLN=GQであります(定義第三十九によりまして)うしてGQ=Aであります(法によりまして)故にLN=Aであります(公理第一によりまして)故にAに等しき半徑を有する所の圓周DNPはN點を經過せねばなりませぬうしてLNはEFの垂線であります(法によりまして)故EFは圓DNPに切して居らねばなりませぬ(定義第六十九によりまして)又OL=OD+Aであります(法によりまして)故此兩等度の各よりODを引きますればDL=Aであります(公理第四によりまして)故にAに等しき半徑を有する所の圓周DNPはD點を經過して居らねばなりませぬそしてODLの三點は一直線をなして居ります故圓DNPは定圓BCDに切して居らねばなりませぬ(定義第八十七によりまして)されば圓DNPは定圓BCD

と定直線EFとに切し且ッ有限の直線Aに等しき半徑を有して居ります故に所要の圓なることは明かでありませう

限　OQと圓周BCDとの交點をCと致しますときCQの長さがAの二倍より長きときはAに等しき半徑を有する圓周の直線EFに切するものは圓周BCDに達せず又圓周BCDに切するものは直線EFに達せざるが故に所要の圓は作ることが出來ませぬ併し若し左樣でなければG點は圓周KLMの上にあるか或は其圓內にあるを以て圓周KLMは直線GHに切するか或は交はるでありませう(公理第十七によりまして)因て前の法にて所要の圓を作ることが出來ませう

又右の法にてはOQよりAと等しくQGを截りてEFと平行なる直線を引きましたがOQの引長線よりAと等しき線を截りてEFと平行なる直線をEFより見て圓BCDと相對する方に引いても宜しう御座りませう又Oを圓心として圓BCDの半徑とAとの和に等しき半徑を有する圓周KLMを作りま

したが同じO點を圓心として其差に等しき半徑を有する圓周を作りまするも所要の圓を作ることが出來ます又是等のOを圓心として作る所の圓周はEFと平行に引く所の直線と相切することもあり相交はることもありますが其相交はる場合には其交點が常に二個あらねばなりませぬ(定義第八十五によりまして)故に此問題にては圓BCDと直線EFとの位置幷にAの長さによりて最も多きときは十二個の所要の圓を得るでありませう

右に申し上げたるが如くOを圓心として圓BCDとAとの差に等しき半徑を有する圓周を作りましても宜しいのでありますが此場合には其論は全く前に申し上げたるものと同じではありませぬされども大同小異でありますゆゑ私は略しました諸君御自身にてヤッテ御覽なさい容易く分ります尚ホ此場合にて直線Aが圓BCDの半徑より短かく又直線EFが圓周BCDと交はりて居りまするときは所要の圓が圓BCDと其內に於て切することがあります

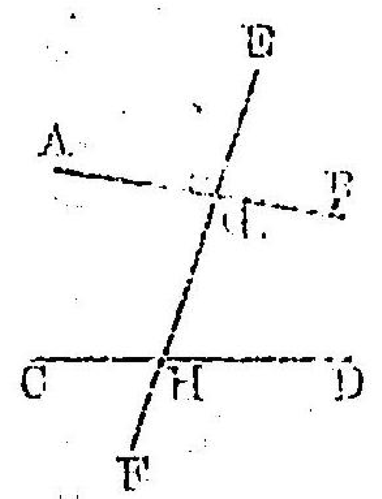
私が踪跡に關して申し上げんとせしことは先づ是丈でありますされば少しく講義が少なき樣でありますが好き切目でもあり質問も大分溜(タマ)り居りますゆえ今回は先づ是丈に致して置きませう

質問答義

島岡亮太郎

其五　問題第十の證を承り度候

答左の如し



第一ノ論　$\angle AGH+\angle BGH=2L$, $\angle GHD+\angle GHC=2L$ にして(何れも定義第五によりまして)兩直角と兩直角とは定義第六の論中にて申し上げたるが如く相等しうあります故に $\angle AGH+\angle BGH=\angle GHD+\angle GHC$ であります(推理第二によりまして)故に $\angle AGH=\angle GHD$ なるときは此兩等度を前の兩等度の各より減じますれば推理第四によりまして $\angle BGH=\angle GHC$ と申すことが出來ませう

又 $\angle EGB=\angle AGH$, $\angle CHF=\angle GHD$ であります(何れも定義第七によりまして)故に $\angle AGH=\angle GHD$ なるときは $\angle EGB=\angle CHF$ なることは推理第二によりて明かでありませう

又$\angle AGH=\angle GHD$なるときは$\angle AGH+\angle BGH=\angle GHD+\angle BGH$にして(公理第二によりまして)又最初に申し上げたるが如く$\angle AGH+\angle BGH=2\llcorner$でありますゆえに$\angle GHD+\angle BGH=2\llcorner$と申すとは公理第一によりて明かでありませう

又$\angle CHF=\angle GHD$であります(定義第七によりまして)故$\angle AGH=\angle GHD$なるときは$\angle CHF=\angle AGH$であります(公理第一によりまして)故に此兩方に角AGEを加へますれば$\angle AGE+\angle CHF=\angle AGE+\angle AGH$であります(公理第二によりまして(そして$\angle AGE+\angle AGH=2\llcorner$であります(定義第五によりまして)故に公理第五によりまして$\angle AGE+\angle CHF=2\llcorner$でありませう

第二ノ論　第一の論の最初にて申し上げたるが如く$\angle AGH+\angle BGH=2\llcorner$にして兩直角と兩直角とは相等しきが故に$\angle BGH+\angle GHD=2\llcorner$なるときは$\angle AGH+\angle BGH=\angle BGH+\angle GHD$であります(推理第二によりまして)故に此兩等度の各より角BGHを減じますれば$\angle AGH=\angle GHD$でありませう

(公理第四によりまして)

又$\angle GHD+\angle DHF=2\llcorner$にして(定義第五によりまして)兩直角と兩直角とは相等しきが故に$\angle BGH+\angle GHD=2\llcorner$なるときは$\angle GHD+\angle DHF=\angle BGH+\angle GHD$であります(推理第二によりまして)故に此兩等度の各より角GHDを減じますれば$\angle DHF=\angle BGH$であります(公理第四によりまして)そして$\angle BGH=\angle EGA$であります(定義第七によりまして)因て公理第一によりまして$\angle EGA=\angle DHF$と申すとが出來ませう

又第一の論の最初にて申し上げたるが如く$\angle AGH+\angle BGH=2\llcorner$、$\angle GHC+\angle GHD=2\llcorner$でありますゆえ是を各相加へますれば四角AGH BGH GHC GHDの和は四直角に等しうあります(推理第三によりまして)故に$\angle BGH+\angle GHD=2\llcorner$なるときは此兩等度を各前の兩等度より減じますれば推理第四によりまして$\angle AGH+\angle GHC=2\llcorner$と申すとが出來ませう

又$\angle EGB+\angle BGH=2\llcorner$、$\angle DHF+\angle GHD=2\llcorner$であります(何れも定義第五によ

りまして)故相加へますれば四角 EGB BGH DHF GHD の和は四直角に等しうあります(推理第三によりまして)故に $\angle BGH+\angle GHD=2\llcorner$ なるときは此兩等度を各前の兩等度より減じますれば $\angle EGB+\angle DHF=2\llcorner$ と申すことが出來ませう(推理第四によりまして)

第三ノ論　第一の論の最初にて申し上げたるが如く $\angle AGH+\angle BGH=2\llcorner,\angle GHC+\angle GHD=2\llcorner$ にして兩直角と兩直角とは相等しきが故に推理第二によりますと $\angle AGH+\angle BGH=\angle GHC+\angle GHD$ であります故に $\angle AGH=\angle GHC$ なるときは此兩等度を各前の兩等度より減じますれば推理第四によりまして $\angle BGH=\angle GHD$ と申すことが出來ませう

又定義第七によりますと $\angle EGB=\angle AGH,\angle DHF=\angle GHC$ であります故 $\angle AGH=\angle GHC$ なるときは推理第二によりまして $\angle EGB=\angle DHF$ でありませう

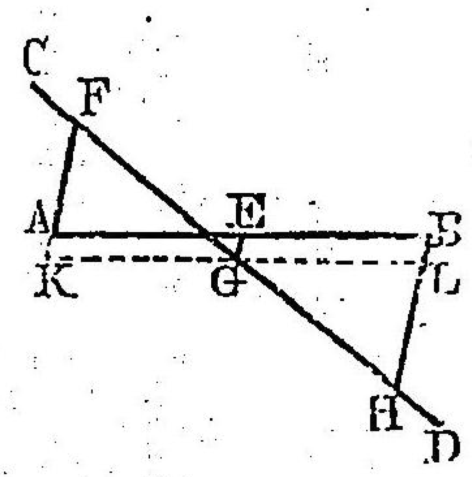
伊ちせ三午

共一　三角形の外角の平分線は如何なる所に畫くや

答　三角形の一邊を引長して其形外に得る所の角は何れも皆外角であります其外角を平分する所の線が即ち外角の平分線でありますされば如何なる所に畫くと申す限りなどは更にありませぬ何處にありましても外角を平分する所のものは皆外角の平分線であります

共二　問題第百二の證を承り度候

答　左の如し



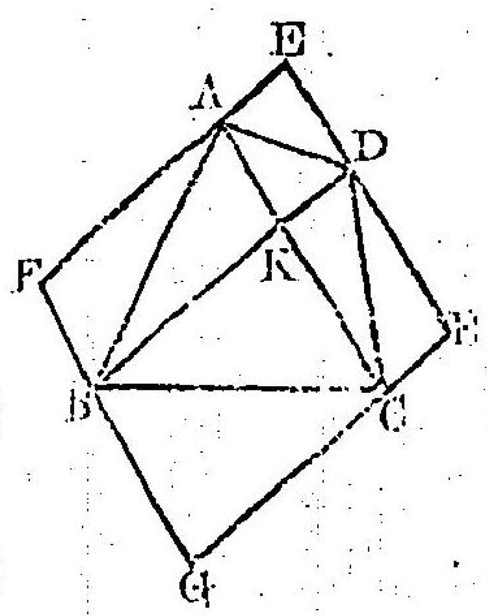
解　AB と CD とを兩定直線とし E を AB の中央とし三點 A E B の各より平行線 AF EG BH を引きて CD と會する所を F G H と致しますれば兩直線 AF と BH との差は EG の二倍に等しうあります

論　先づ FA を FA の方向に引長し(公法第三によりまして)又 KL 線を以て G を貫き且 AB と平行なる直線と致しますれば FA と BH とは何れも AB と會し

て居ります故KLとも亦會さねばなりませぬ(定義第三十一によりまして)因て其會する所を各KLと致します左樣に致しまするとAK‖EG, EG‖BLにして(何れも解によりまして)又AB‖KLであります故四角形AKGEとEGLBとは何れも平行形であります(何れも界説第四十によりまして)故にKG=AE, GL=EBであります(何れも定義第三十九によりまして)又AF=BHであります(解によりまして)故∠GFK=∠GHLであります(定義第二十九によりまして)ろして∠FGK=∠LGHであります(定義第七によりまして)故に兩三角形FKGとGLHとは二角と其一邊とが互に等しうあります故にFK=LH即ちLH=FA+AKであります(定義第二十四によりまして)故に此兩等度の各にBLを加へますればBL+LH=FA+AK+BL即ちBH=FA+AK+BLであります(公理第二によりまして)然るに又前に申し上げたるが如く兩四角形AKGEとEGLBとは何れも平行形であります故AK=EG, BL=EGであります(何れも定義第三十九によりまして)故に是を相加へ且ッ其兩方にFAを加へますればFA+AK+BL=FA+2EGであります(推理第三と公理第二とによりまして)故にBH=FA+2EGであります(公理第一によりまして)是に因てAFとBHとの差はEGの二倍に等しきと明かでありませう

其三　問題第六の證を承り度候

答左の如し



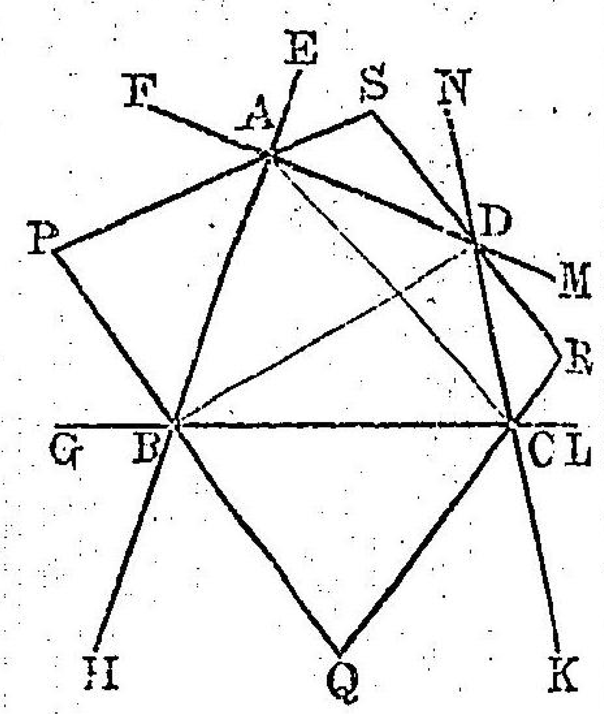
解　ABCDを四角形としACとBDとを共角線とし此兩角線と平行に各角頭を貫く所の四直線EF FG GH HEを引きて四角形EFGHを作りますれば此四角形は原四角形ABCDの二倍であります

論　兩角線ACとBDとの交點をKと致しますればEF BD GHの三直線及びEH AC FGの三直線は夫々互に平行であります(何れも解によりまして)故に四個の四角形AKBF BKCG CKDH DKAEは皆平行形であります(何れも界説第四十によりまして)故に△ABK=△ABF, △BKC=△BCG, △CKD=△CDH, △DKA=△DAEであ

ります(何れも定義第三十九によりまして)故に是等を皆相加へますれば ABK BKC CKD DKA の四個の三角形の和は ABF BCG CDH DAE の四個の三角形の和に等しうあります(推理第三により重ねて論じますれば分りませう)又 ABK BKC CKD DKA の四個の三角形の和は四角形 ABCD に等しうあります(公理第十五によりまして)故に ABF BCG CDH DAE の四個の三角形の和も亦四角形 ABCD に等しうあります(公理第一によりまして)故に此兩等度の各に ABCD の四角形を加へますれば ABF BCG CDH DAE の四個の三角形と ABCD の四角形とを皆加へたる和は四角形 ABCD の二倍に等しうあります(公理第二によりまして)又 ABF BCG CDH DAE の四個の三角形と ABCD の四角形とを皆加へたる和は公理第十五によりますと四角形 EFGH に等しうあります因て四角形 EFGH は四角形 ABCD の二倍に等しきことは公理第一によりて明かでありませう

其四 問題第百三十の證を承り度候

答 左の如し



解 ABCD を四角形とし ABG (BH BCK DCL CDM ADN DAE BAF の諸角を其外角とし其外角の平分線を各 BP BQ CQ CR DR DS AS AP と致しますれば四角形 PQRS の對角の和は何れも兩直角に等しうあります但し PQRS は四角形ではなくして八角形ではないかとの御疑ひがあるかも知れませぬが問題第七を御覧あらば四角形 ABCD の各角頭に於ける兩平分線が何れも皆一直線をなすと申すことが分りませう因て PQRS は八角形にはあらずして四角形であります

論 先づ四角形 ABCD の兩角線 AC BD を引きますれば(何れも公法第二によりまして) ∠ABG=∠BAC+∠ACB, ∠CDM=∠DAC+∠DCA, ∠BAF=∠ADB+∠ABD, ∠DCL=∠CDB+∠CBD であります(何れも皆定義第三十四によりまして)故に是等を皆加へますれば ABG CDM BAF DCL の四角の和は BAC ACB DAC DCA ADB ABD CDB CBD の八角の和に等しうあります(推理第三により重ねて論じますれば斯

様になるでありませう)そして又BAC ACB DAC DCA ADB ABD CDB CBDの八角の和は四角形ABCDの四内角の和に等しく(公理第十五と推理第二とによりまして)ABCDの四内角の和は四直角に等しうあります(定義第四十三によりまして)故にABG CDM BAF DCLの四角の和は四直角に等しうあります(推理第二によりまして)然るに又∠ABG=2∠ABP, ∠CDM=2∠CDR, ∠BAF=2∠BAP, ∠DCL=2∠DCRであります(何れも解によりまして)故是等を皆相加へますれば∠ABG+∠CDM+∠BAF+∠DCL=2∠ABP+2∠CDR+2∠BAP+2∠DCRにして(推理第三により重ねて論じますれば分りませう)即ちABG CDM BAF DCLの四角の和はABP CDR BAP DCRの四角の和の二倍に等しうあります故に四角ABP CDR BAP DCRの和の二倍は四直角に等しうあります(公理第一によりまして)故に又公理第十二によりますと四角ABP CDR BAP DCRの和は両直角に等しうあります然るに又∠ABP+∠BAP+∠APB=2L, ∠CDR+∠DCR+∠CRD=2Lであります(何れも定義第三十四によりまして)故相加へますれば六角ABP BAP APB CDR DCR CRDの和は

四直角に等しうあります(推理第三によりまして)故に此両等度の各より前の両等度を減じますれば両角APBとCRDとの和は両直角に等しと申すとが出來ませう(推理第四によりまして)又同法にて論じますれば両角BQCとASDとの和も亦両直角に等しと申すとが分るでありませう因て四角形PQRSの對角の和は何れも両直角に等しいのであります

佐野徳次郎

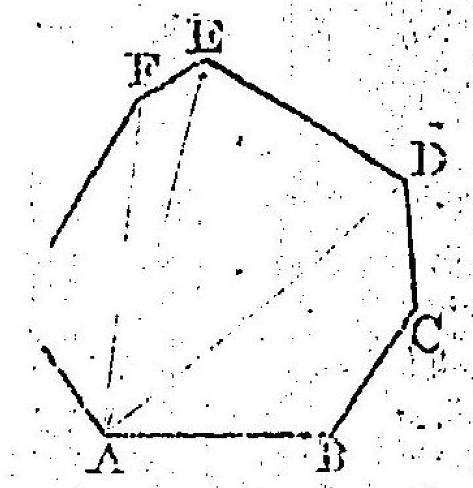
其一　第四號五十三頁九行目の(界説第二十六によりまして)とあるは(界説第二十三によりまして)の誤か

答　仰の如く誠に恐縮致しました何れ正誤を出しませう

其二　問題第三十一の證を承り度候

答　左の如し

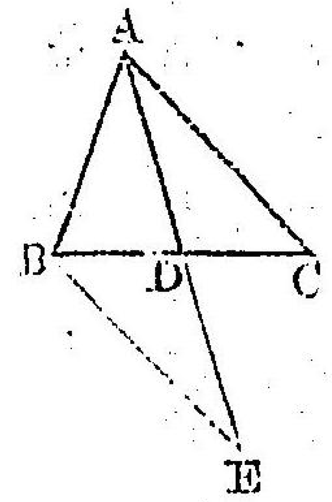
解　ABCDE....(此連點は等と申す意義と御承知あるべし)を以て多角形と致しますれば其一邊ABは他の諸邊BC CD等の和より小であります



論　先づ角線AD AE等を引きますれば(何れも公法第二によりまして)四角形ABCDに於てAB<BC+CD+ADにして(前の問題第三十によりまして)又DE+AE>AD(定義第十八によりまして)なるを以て此兩等度の各にBC+CDを加へますればBC+CD+DE+AE>BC+CD+ADであります(公理第二によりまして)故にAB<BC+CD+DE+AEであります(公理第九によりまして)又EF+AF>AE(定義第十八によりまして)なるを以て此兩等度の各にBC+CD+DEを加へますればBC+CD+DE+EF+AF>BC+CD+DE+AEであります(公理第二によりまして)故にAB<BC+CD+DE+EF+AFであります(公理第九によりまして)逐て此の如く論じますれば多角形の一邊ABは他の諸邊BC CD等の和より小と申すヿが出來るでありませう

其三　問題第三十九の證を承り度候

答　左の如し

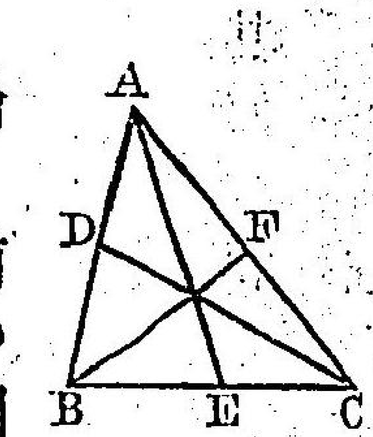


解　ABCを三角形としDを底の中央と致しますれば2AD<AB+ACであります

論　ADを引長してAEとなし(公法第三によりまして)DEをADと等しくしてBEを引きますれば(公法第二によりまして)AB+BE>AEであります(定義第十八によりまして)然るに又兩三角形ADCとBDEとに於て∠ADC=∠BDE(定義第七によりまして)DC=BD(解によりまして)AD=DEであります故AC=BEであります(定義第十によりまして)故にAB+AC=AB+BEであります(公理第二によりまして)故にAB+AC>AEであります(公理第七によりまして)うしてAD=DEであります故2AD=AD+DE(公理第二によりまして)即ちAE=2ADであります因て公理第八によりましてAB+AC>2AD即ち2AD<AB+ACでありませう

其四　問題第四十の證を承り度候

答　左の如し



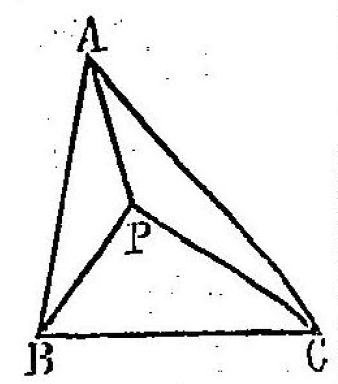
解　ABCを三角形とし三點D E Fを以て各三邊AB BC ACの中央として AE BF CD の三直線を引きますれば此三直線AE BF CD の和は三邊AB BC ACの和より小であります

論　前の問題第三十九によりますと 2AE<AB+AC, 2BF<AB+BC, 2CD<BC+AC であります故に皆相加へますれば 2AE+2BF+2CD<2AB+2BC+2AC であります(推理第七によりまして)故に三直線AE BF CD の和の二倍は三邊AB BC AC の和の二倍より小であります故に又公理第十二によりますと三直線AE BF CD の和は三邊AB BC AC の和より小と申すことが出來ませう

其五　問題第四十一の證を承り度候

答　左の如し

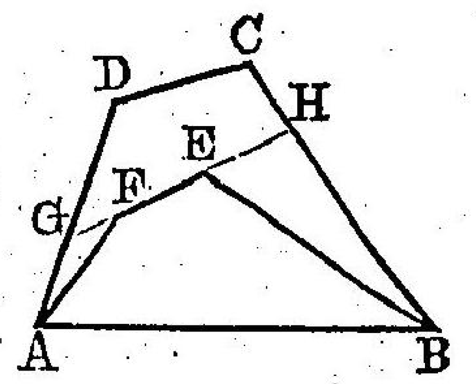
解　ABCを三角形としPを其形内なる一點として三直線PA PB PCを引きますれば三直線PA PB PCの和は三邊AB BC ACの和より小であります



論　定義第二十によりますとPB+PC<AB+AC, PC+PA<AB+BC, PA+PB<AC+BC であります故に皆相加へますれば 2PB+2PC+2PA<2AB+2AC+2BC であります(推理第七によりまして)故に三直線PA PB PCの和の二倍は三邊AB BC ACの和の二倍より小でありませう故に又公理第十二によりまして三直線PA PB PCの和は三邊AB BC ACの和より小と申すことが出來ませう

其六　問題第四十二の證を承り度候

答　左の如し



解　ABCDとABEFとを以て底ABを通有する兩四角形としABEFを以て内形と致しますれば四角形ABEFの四邊AB BE EF FAの和は四角形ABCDの四邊AB BC CD DAの和より小であります

論　先づEFを兩方に引長して(公法第三によりまして)四角形ABCDの境界と會せしめますれば(其相會する所以は定義第十四の論に

てADがBCと相交はるとと同理でありませう)其會する所は兩四角形の形狀によりて兩邊AD LCの上にあるとあり兩邊DC BCの上にあるとあり或は又兩邊AD BCの上にあるともありますされども今假に兩邊AD BCの上にありとして其ADと會する所をGとしBCと會する所をHと致しますれば前の問題第三十によりまして $GH<GD+DC+CH$ でありますは故に此兩不等度の各に $AG+HB$ を加へますれば $AG+GH+HB<AD+DC+CB$ であります(公理第二によりまして)然るに又 $AF<AG+GF$, $EB<EH+HB$ であります(何れも定義第十八によりまして)故に相加へますれば $AF+EB<AG+GF+EH+HB$ であります(推理第七によりまして)此兩不等度の各に又FEを加へますれば $AF+FE+EB<AG+GH+HB$ であります(公理第五によりまして)故に $AF+FE+EB<AD+DC+CB$ でありますは(公理第九によりまして)故に此兩不等度の各にABを加へますれば $AB+AF+FE+EB<AB+AD+DC+CB$ と申すとが出來ませう(公理第五によりまして)

ソコデ玆にてはEFの引長線が四角形ABCDの境界と會する所をADとBCとの兩邊上にありと致して論じましたが其會する所をADとDCとの上にありとするも又DCとBCとの上にありとするも右に類する方法にて論ずるとが出來ませう

以下は次號にて申し上ぐべし

千葉　馬込銀平講述

第十回

私は前々回に於て踪跡の次には極と申すもの丶御話しを致す由を申し上げましたが熟ら考へて見まするに茲にて極の御話しを致すも左程の利益もなき様でありますす故に此話しは暫らく御預かりと致しまして作法及び踪跡の問題を差し上げませう

問題

第二百三十六　直角ヲ三等分スルノ法如何

第二百三十七　有限ノ定直線ヲ底邊トシテ他ノ有限ノ一直線ニ等シキ兩邊ヲ有スル二等邊三角形ヲ作ル法如何

第二百三十八　有限ノ一直線ト等長ナル弦ヲ定圓內ニ引ク法如何

第二百三十九　定圓內ナル一定點ニテ平分トナルベキ弦ヲ引ク法如何且ツ

此弦ハ該定點ヲ貫ク所ノ諸弦ノ中ニテ最小ノモノナルヲ證スベシ

第二百四十　定直線ノ兩傍ナル兩定點ヨリ各一直線ヲ引キ出ダシ定直線ヲ以テ其交角ノ平分線トナスノ法如何且ツ兩定點ヨリ出デヽ定直線上ノ一點ニ相會スル兩直線ノ差ノ最大ナルハ此場合ニアルヲ証スベシ

第二百四十一　定直線ノ一方ニアル兩定點ヲ定直線上ノ一點ニ聯ネテ兩直線ヲ引キ其兩直線ト定直線トノ交角ヲシテ相等シカラシムル法如何且ツ此場合ニハ兩直線ノ和最小トナル所以ヲ證スベシ

第二百四十二　定點ヨリ直角ヲ作リテ兩直線ヲ引キ出ダシ相平行セル兩定直線ト各相會セシメ其兩直線ヲシテ相等シカラシムル法如何

第二百四十三　一定點ヲ圓心トシテ左ノ各種ノ圓周ヲ作ルベシ

第一　定直線ニ切スル圓周

第二　定圓周ニ切スル圓周

第三　定圓周ヲ平分スル圓周

第二百四十四　有限ノ兩直線ニ等シキ兩角線ヲ有スル菱形ヲ作ル法如何

第二百四十五　有限ノ一直線ニ等シキ角線ヲ有スル平方形ヲ作ル法如何

第二百四十六　定平行形ノ一邊上ナル一定點ヲ一角頭トシテ其形內ニ充ル所ノ菱形ヲ作ル法如何

第二百四十七　一定直線上ナル一定點ニ於テ此直線ニ切シテ左ノ各種ノ圓周ヲ作ルベシ

第一　一定點ヲ貫ク圓周

第二　他ノ一定直線ニ切スル圓周

第三　一定圓ニ切スル圓周

第二百四十八　定圓周上ナル一定點ニ於テ此圓周ニ切シテ左ノ各種ノ圓周ヲ作ルベシ

第一　一定點ヲ貫ク圓周

第二　一定直線ニ切スル圓周

第三　他ノ定圓周ニ切スル圓周

第二百四十九　定圓內ニ一條ノ弦ヲ引キテ其長サヲ圓心ヨリ引ケル垂線ノ二倍トナスノ法如何

第二百五十　兩定點ヨリ等距離ナル一直線ヲ他ノ一定點ヨリ引キ出ダス法如何

第二百五十一　不等邊三角形ノ頂角頭ヨリ一直線ヲ出ダシテ底ニ會セシメ此線ト三角形ノ兩邊ノ各トノ差ヲシテ相等シカラシムルノ法如何

第二百五十二　兩定點ヨリ定直線上ノ一點ヘ各一直線ヲ引キ其交角ヲ直角トナスノ法如何

第二百五十三　互ニ外ニ切スル所ノ三等圓ヲ作ルベシ

第二百五十四　定直線上ニ三定點アリ其中間ナル一定點ニ於テ定直線ニ切スル所ノ圓周ヲ作リテ他ノ兩定點ヲ貫ク所ノ兩切線ヲシテ相平行ナラシムル法如何

第二百五十五　定角ヲ四等分スベシ

第二百五十六　直角ヲ六等分スベシ

第二百五十七　相會スル所ノ兩定直線ヨリ等距離ナル一點ヲ他ノ定直線上ニテ發見スベシ

第二百五十八　定點ヲ貫キテ相交ハル兩定直線ト等角ヲ作ル所ノ一直線ヲ引クノ法如何

第二百五十九　有限ノ一直線ニ等シキ弦ヲ有シ且ツ左ニ揭グル所ノモノヲ他ノ有限ノ一直線ニ等シクシテ直角三角形ヲ作ルベシ

第一　兩邊ノ和　　第二　兩邊ノ差

第二百六十　有限ノ定直線ヲ底邊トナシ且ツ左ニ揭グル所ノモノヲ有限ノ一直線ニ等シクシテ二等邊三角形ヲ作ルベシ

第一　頂角頭ヨリ底ヘ引ケル垂線ト一邊トノ和

第二　頂角頭ヨリ底ヘ引ケル垂線ト一邊トノ差

第二百六十一　左ノ四個條ノ作法ヲ問フ
第一　定直線上ニ圓心ヲ有シ兩定點ヲ貫ク圓周ヲ作ル法
第二　定直線上ニ圓心ヲ有シ兩定直線ノ各ニ切スル圓周ヲ作ル法
第三　定圓周上ニ圓心ヲ有シ兩定點ヲ貫ク圓周ヲ作ル法
第四　定圓周上ニ圓心ヲ有シ兩定直線ノ各ニ切スル圓周ヲ作ル法

第二百六十二　三角形ノ一角他ノ兩角ノ和ニ等シキトキハ之ヲ分ツテ兩二等邊三角形トナサシニハ如何ナル作法ヲ施スベキヤ

第二百六十三　定直線外ナル一定點ヨリ一直線ヲ引キテ該定線ニ會セシメ左ノ各要件ヲ有タシムル法如何
第一　會點ヨリ該定線上ノ一定點ト前ノ定點トニ到ル兩直線ノ和有限ノ一直線ニ等シ
第二　會點ヨリ該定線上ノ一定點ト前ノ定點トニ到ル兩直線ノ差有限ノ一直線ニ等シ

第二百六十四　有限ノ定直線ヲ底トナシ且ツ左ニ掲グル所ノモノヲ定メテ三角形ヲ作ルヿヲ要ス
第一　一底角及ビ兩邊ノ和
第二　一底角及ビ兩邊ノ差
第三　兩底角ノ和及ビ其差

第二百六十五　有限ノ定直線ヲ一邊トナシ弦ト他ノ一邊トノ差ヲ有限ノ一直線ニ等シクシテ直角三角形ヲ作ル法如何

第二百六十六　頂角頭ヨリ底邊ニ到ル垂線ヲ有限ノ一直線ニ等シクシ又其垂線ノ下端ヨリ底角頭ニ到ル底邊ノ各分線ト其隣邊トノ差ヲ他ノ有限ノ兩直線ニ等シクシテ三角形ヲ作ルヿヲ要ス

第二百六十七　有限ノ定直線ヲ底トナシ且ツ左ニ掲グル所ノモノヲ有限ノ一直線ニ等シクシテ一邊定點ヲ貫ク所ノ三角形ヲ作ルベシ
第一　兩邊ノ和　第二　兩邊ノ差

第二百六十八　定圓內ナル一定點ヲ貫キテ相等シキ兩圓內線ヲ引キ其交角ヲシテ定角ニ等シカラシムル法如何

第二百六十九　左ノ三個條ノ作法ヲ問フ

第一　定直線ニ平行シ定圓ニ切スル直線ヲ引ク法

第二　定直線ト正交シ定圓ニ切スル直線ヲ引ク法

第三　定直線ト定角ニ等シキ交角ヲ作リ定圓ニ切スル直線ヲ引ク法

第二百七十　定角ニ等シキ交角ヲ作ル所ノ兩切線ヲ定圓ヘ引ク法如何

第二百七十一　ABCヲ以テ定半圓トシCヲ其弧上ノ定點トシ弧BCヲ弧ACノ半ヨリ小ナリトシテCヨリ弦CDヲ引キ以テ弧ADヲ弧BCノ三倍トナスノ法如何

第二百七十二　定直線上ニ圓心ヲ置キ且ツ其定線上ナル一定點ヲ貫キテ左ノ種類ノ圓周ヲ作ルベシ

第一　定直線ニ切スル圓周

第二　定圓周ニ切スル圓周

第二百七十三　定直線外ナル一定點ヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ該定線ニ會セシメ其交角ヲ定角ニ等シクスルノ法如何

第二百七十四　定直線ヨリ定距離ナル一點ヲ他ノ定直線上ニテ發見スベシ

第二百七十五　定點ト定直線トヨリ定距離ナル一點ヲ發見スベシ

第二百七十六　三角形ABCノAB邊上ニテ一角頭BトAC邊トヨリ等距離ナル一點ヲ發見スベシ

第二百七十七　三角形ABCノ底BCト平行ニ一直線DEヲ引キABト交ハル所ヲDトシACト交ハル所ヲEトシテ左ノ關係ヲ有セシムベシ

第一　$DE=BD$　　第二　$DE=CE$

第三　$DE=BD+CE$　　第四　$DE=BD\sim CE$

第二百七十八　定角內ナル一定點ヲ貫キ兩角邊ニ止マリ該定點ニテ平分

トナルベキ直線ヲ引ク法如何

第二百七十九　平行ナル兩定直線ノ上ニテ一定點ヨリノ距離相等シク相聯ヌル所ノ直線定直線ト平行スベキ兩點ヲ發見スベシ

第二百八十　定三角形ノ一角ヲ一角トシテ其形內ニ充ル菱形ヲ作ルベシ

第二百八十一　定角BACノ一邊AB上ナル一點Pヨリ他ノ一邊ACヘ垂線PQヲ引キ左ニ掲グル所ノモノヲ有限ノ一直線ニ等シカラシムル法如何

第一　AP PQノ和　　第二　AP PQノ差

第二百八十二　定角BACノ一邊AB上ナル一點Pヨリ一直線PQヲ引キ出ダシテ他ノ一邊ACトQニ於テ會セシメ角APQヲ定角ニ等シクシ左ニ掲グル所ノモノヲ有限ノ一直線ニ等シカラシムル法如何

第一　AP PQノ和　　第二　AP PQノ差

第二百八十三　定點ヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ定直線ニ會セシメ他ノ定直線上ノ點ニテ平分トナラシムル法如何

第二百八十四　三角形ノ底邊上ナル一點ヨリ各邊ト平行ニ兩直線ヲ引キ出ダシテ各邊ニ止マラシメ此兩線ヲ相等シカラシムル法如何

第二百八十五　三角形ノ底邊上ナル一點ヨリ各邊ト平行ニ兩直線ヲ引キ出ダシテ各邊ニ止マラシメ此兩線ノ和ヲ有限ノ一直線ニ等シカラシムル法如何

第二百八十六　一點ニ於テ相會スル所ノ三定直線ノ一線上ナル一定點ヲ貫キテ一直線ヲ引キ其定線ノ間ニ介マル部分ヲシテ相等シカラシムル法如何

第二百八十七　定點ヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ定平行線ヲ截リ其平行線ノ間ニ介マル部分ヲシテ有限ノ一直線ニ等シカラシムル法如何

第二百八十八　平行セザル兩定直線ノ間ニ他ノ定直線ト平行シテ有限ノ一直線ニ等シキ直線ヲ引ク法如何

第二百八十九　有限ノ定直線ヲ一角頭ヨリ對邊ニ到ル垂線トシテ等邊三

角形ヲ作ル法如何

第二百九十　定直線外ナル兩定點ヲ貫クベキ兩邊ヲ有スル等邊三角形ヲ該定線上ニ作ル法如何

第二百九十一　定三角形內ナル一定點ヲ兩角線ノ交點トシテ本形內ニ平行形ヲ作ル法如何

第二百九十二　有限ノ定直線ヲ弦トシ直角頭ヨリ弦ニ到ル垂線ノ長サヲ有限ノ一直線ニ等シクシテ直角三角形ヲ作ルベシ

第二百九十三　左ニ掲グル所ノモノヲ定メテ三角形ヲ作ルベシ

第一　兩底角及ビ頂角頭ヨリ底邊ニ到ル垂線ノ長サ

第二　兩底角及ビ三邊ノ和ノ長サ

第三　三邊ノ平分點ノ位置

第二百九十四　有限ノ直線ヲ三等分スル法如何

第二百九十五　有限ノ直線ヲ所設ノ數ニ等分スル公法ヲ問フ

第二百九十六　有限ノ一直線ニ等シキ半徑ヲ以テ左ノ各種ノ圓周ヲ作ルベシ

第一　兩定點ヲ貫ク所ノ圓周

第二　一定點ヲ貫キ一定直線ニ切スル圓周

第三　一定點ヲ貫キ定圓周ニ切スル圓周

第四　兩定直線ノ各ニ切スル圓周

第五　定直線ト定圓周トノ各ニ切スル圓周

第六　兩定圓周ノ各ニ切スル圓周

第七　定直線上ニ圓心ヲ有シ他ノ定直線ニ切スル圓周

第八　定直線上ニ圓心ヲ有シ定圓周ニ切スル圓周

第九　定圓周上ニ圓心ヲ有シ定直線ニ切スル圓周

第十　定圓周上ニ圓心ヲ有シ他ノ定圓周ニ切スル圓周

第二百九十七　一定點ヲ圓心トシテ定圓周ト交ハル所ノ圓周ヲ作リ共通

弦ヲ有限ノ一直線ニ等シクスルノ法如何
右の題にて通弦と申すは兩圓周の兩交點を聯ぬる所の弦のヿでありま
す以下皆左樣に御承知下されたし

第二百九十八　有限ノ兩直線ニ等シキ半徑ヲ有シ定直線ノ一方ニ於テ共
ニ之ニ切シ又互ニ外ニ相切スル所ノ兩圓周ヲ作ル法如何

第二百九十九　左ニ掲グル所ノモノヲ定メテ三角形ヲ作ルベシ
第一　兩邊及ビ他ノ一邊ノ中央線ノ長サ
此題に於て一邊の中央線と申すは其邊の中央と對角頭とを聯ぬる所
の直線のヿであります以下皆左樣御承知下されたし
第二　一邊及ビ他ノ兩邊ノ中央線ノ長サ
第三　三中央線ノ長サ

第三百　左ノ如クニシテ平行形ヲ作ルベシ
第一　兩邊及ビ一角線ヲ有限ノ三直線ニ等シクスベシ
第二　一邊及ビ兩角線ヲ有限ノ三直線ニ等シクスベシ
第三　兩角線ヲ有限ノ兩直線ニ等シクシ其交角ヲ定角ニ等シクスベシ

第三百一　左ノ如クニシテ四角形ヲ作ルベシ
第一　四邊及ビ一角線ヲ有限ノ五直線ニ等シクスベシ
第二　四邊及ビ兩對邊ノ中央ヲ聯ヌル直線ヲ有限ノ五直線ニ等シクス
ベシ
第三　四邊ヲ有限ノ四直線ニ等シクシ兩定點ヲ以テ兩對邊ノ中央トス
ベシ

第三百二　有限ノ定直線ヲ底トナシ兩邊ノ差ヲ有限ノ一直線ニ等シクシ
且ツ左ニ掲グル所ノモノヲ定角ニ等シクシテ三角形ヲ作ルベシ
第一　兩底角ノ和　第二　兩底角ノ差

第三百三　左ノ如キ圓周ヲ作ルベシ
第一　一定點ヲ貫キ且ツ定圓周上ナル一定點ヲ貫キテ該定圓周ト正交ス

ル圓周

此題に於て正交と申す語は是迄用ひ來れるものとは其意義が異なりますす故にチヨイと申し上げて置かねばなりませぬ兩圓周が相交はりて其一交點を貫く所の兩圓周の切線が互に正交するときに此兩圓周を互に正交すと申すのであります以下皆左樣御承知下されたし

第二　定直線上ナル一定點ニ於テ該線ニ切シ且ツ定圓周ニ切スル圓周

第三　定圓周上ナル一定點ニ於テ該圓周ニ切シ且ツ他ノ定圓周ニ切スル圓周

第四　定圓周上ナル一定點ヲ貫キ該圓周ト正交シ且ツ他ノ定圓周ト正交スル圓周

第五　有限ノ一直線ニ等シキ半徑ヲ有シ定直線ニ切シ且ツ定圓周ト正交スル圓周

第六　有限ノ一直線ニ等シキ半徑ヲ有シ兩定圓周ノ一ト切シ他ノモノト正交スル圓周

第七　有限ノ一直線ニ等シキ半徑ヲ有シ兩定圓周ノ各ト正交スル圓周

第八　一定點ヲ圓心トシ定圓周ト正交スル圓周

第三百四　相交ハル所ノ兩定圓周ノ一交點ヲ貫キ兩圓周ニ終ル所ノ直線ヲ左ノ如クニシテ引クヿヲ要ス

第一　兩圓周ノ交點ヲシテ其直線ノ中央タラシムベシ

第二　其長サヲシテ最大ナラシムベシ

第三　其長サヲシテ有限ノ一直線ニ等シカラシムベシ

第三百五　定圓ノ圓心ヲ貫ク所ノ定直線上ナル一點ヨリ該圓ヘ有限ノ一直線ニ等シキ切線ヲ引ク法如何

第三百六　定圓外ナル一定點ヨリ該定圓ヘ割線ヲ引キテ其圓内ノ部分ヲ有限ノ一直線ニ等シクスルノ法如何

第三百七　兩定圓ノ各ニ切シテ一直線ヲ引クベシ

第三百八　兩定圓ノ一ニ切シテ他ノモノヽ割線ヲ引キ其圓內ノ部分ヲ有限ノ一直線ニ等シクスルノ法如何

第三百九　兩定圓ノ各ニ通ジテ一條ノ割線ヲ引キ其圓內ノ部分ヲ各有限ノ兩直線ニ等シクスルノ法如何

第三百十　兩定圓外ナル一點ヨリ該兩定圓ヘ兩切線ヲ引キ其長サヲシテ各有限ノ兩直線ニ等シクスベシ

第三百十一　定三角形ノ三角頭ヲ圓心トシテ相切スル所ノ三圓周ヲ作ルベシ

第三百十二　定圓周ト共兩切線トニ切シテ一圓周ヲ作ルベシ

第三百十三　一直線ヲ以テ定圓ヲ兩分シ一缺圓內ナル圓周角ヲシテ他ノ缺圓內ナル圓周角ノ二倍トナスヿヲ要ス

第三百十四　兩三角形內ニ於テ三邊ノ對角ノ相等シカルベキ一點ヲ發見スベシ

第三百十五　底角ヲ定角ト等シクシ底角頭ヨリ對邊ニ至ル垂線ヲ有限ノ一直線ニ等シクシテ二等邊三角形ヲ作ル法如何

第三百十六　頂角ヲ定角ニ等シクシ且ツ左ノ如クニシテ三角形ヲ作ルベシ

第一　有限ノ定直線ヲ以テ底邊トナシ其上ノ一定點ヲ以テ頂角頭ヨリ底ニ到ル垂線ノ下端トナスベシ

第二　有限ノ定直線ヲ以テ底邊トナシ底ノ中央線ヲ他ノ有限ノ一直線ニ等シクナスベシ

第三　有限ノ定直線ヲ以テ底邊トナシ兩邊ノ和ヲ他ノ有限ノ一直線ニ等シクスベシ

第四　有限ノ定直線ヲ以テ底邊トナシ兩邊ノ差ヲ他ノ有限ノ一直線ニ等シクスベシ

第五　頂角ノ平分線ニテ分ツ所ノ底ノ兩分線ヲ有限ノ兩直線ニ等シクスベシ

第三百十七　三角形ノ頂角頭ノ位置及ヒ底邊ノ中央線ノ長サ一定不易ナレバ底ノ中央ノ踪跡如何

第三百十八　定直線上ニ底邊ヲ有シ頂角頭ヨリ底邊ニ到ル垂線ノ長サヲ有限ノ一直線ニ等シクスル三角形ノ頂角頭ノ踪跡ヲ問フ

第三百十九　直角三角形ノ兩邊ノ位置及ビ弦ノ長サ一定不易ナレバ弦ノ中央ノ踪跡如何

第三百二十　定直線上ニ四定點ＡＢＣＤ順次ニ併列シテ $AB=CD$ ナルアリ今定線外ニ一點Ｐヲ設ケテ PA PB PC PD ノ四直線ヲ引クトキ $\angle APB=\angle CPD$ トナルトキハＰ點ノ踪跡如何

第三百二十一　定三角形ノ頂角頭ト底邊上ナル一點トヲ聯ヌル直線ノ中央ノ踪跡ヲ問フ

第三百二十二　定圓內ナル定長ノ弦ノ中央ノ踪跡ヲ問フ

第三百二十三　定圓周上ノ點ヨリ出ヅル定長ノ切線ノ一端ノ踪跡ヲ問フ

第三百二十四　定圓ノ內或ハ外ナル一定點ヲ貫ク直線ノ圓內分ノ中央ノ踪跡ヲ問フ

第三百二十五　一點Ｐヲ定直方形ノ各角頭ＡＢＣＤニ聯ネテ四直線ヲ引クトキ $\angle APB=\angle CPD$ ナレバＰ點ノ踪跡如何

第三百二十六　定直線ト平行シ其一端常ニ定圓周上ニアル定長ノ直線ノ他ノ一端ノ踪跡ヲ問フ

第三百二十七　有限ノ定直線ヲ底邊トシ定角ニ等シキ角ヲ頂角トスル三角形ノ各角頭ヨリ對邊ニ到ル三垂線ノ交點ノ踪跡ヲ發見スベシ

第三百二十八　有限ノ定直線ヲ底邊トシ定角ニ等シキ角ヲ頂角トスル三角形ノ一邊ヲ引長シテ其引長分ヲ他ノ邊ニ等シクスルトキハ引長線ノ一端ノ踪跡如何

第三百二十九　定圓ノ定圓徑ABノ一端Ａヨリ任意ノ方向ニ一割線ヲ引キ出ダシ其定圓周ト交ハル所ヲＣトシＣヲ貫キテ一條ノ切線ヲ引キ又定

圓徑ABノ一端Bヨリ此切線ヘ垂線ヲ引キ且ツ之ヲ引長シテ前ノ割線ト交ハラシメ其交點ヲPトスレバP點ノ踪跡如何

第三百三十　有限ノ定直線ヲ底邊トナシ底角頭ヨリ對邊ニ到ル中央線ノ長サ一定不易ナル三角形ノ頂角頭ノ踪跡ヲ問フ

第三百三十一　三角形ノ兩邊ノ位置ヲ一定不易トシ且ツ左ノ如ク定ムルトキハ底邊ノ中央ノ踪跡如何

第一　兩邊ノ和ヲ一定不易トス

第二　兩邊ノ差ヲ一定不易トス

第三百三十二　前題ニ於テ三角形ノ外切圓ノ圓心ノ踪跡ヲ問フ

第三百三十三　有限ノ定直線ヲ底邊トナシ定角ニ等シキ角ヲ頂角トスル三角形ノ內切圓ノ圓心ノ踪跡如何

第三百三十四　前題ニ於テ底邊ト兩邊ノ引長線トニ切スル圓ノ圓心ノ踪跡ヲ問フ

第三百三十五　左ノ如クニ定メテP點ノ踪跡ヲ發見スベシ

第一　P點ヨリ平行ナラザル兩定直線ニ到ル兩垂線ノ和ヲ一定不易トス

第二　P點ヨリ平行ナラザル兩定直線ニ到ル兩垂線ノ差ヲ一定不易トス

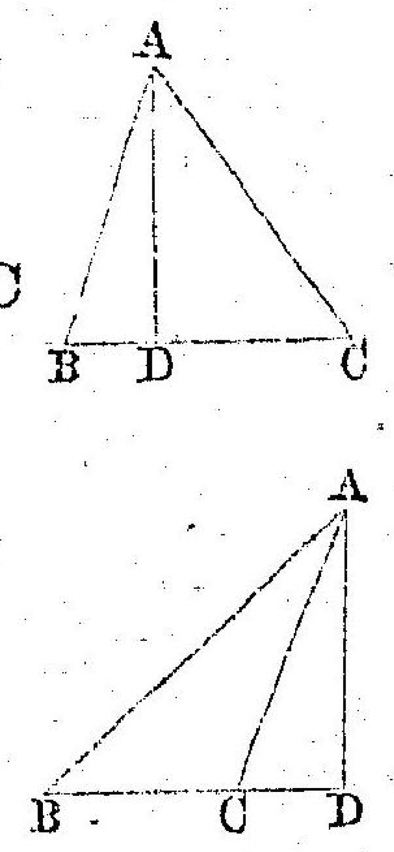
面積之論

面積とは左の界説にも見ゆまする通り面上之形即ち平面形及び曲面形の大小を示すの名であります私が前に掲げました定義第十、第二十二、第二十四、第二十五、第二十六、第四十四、第四十五、第四十六に於て兩形相等しと申したるは兩形の面積が相等しいと申すを又定義第四十七に於て一平方形は他の平方形より大と申したるは一平方形の面積は他の平方形の面積より大と申すとにて何れも皆面積のとを論じたるものでありますされども是等は皆同じ形ちの兩形の面積を比較したるのみにて形ちを異にする兩形の面積に關しては未だ御話しを致したるとはありませなんだ故に是等の異形の面積に關する事柄を左に申し上げませう但し曲面形は其界説の所にても申し上げました如く立躰幾何學にて論ずべきものであります故茲にて申し上げまするは平面形のみであります

界説

界説第六十二　面上之形ノ大小ヲ稱シテ面積ト云フ然レモ通例ハ之ヲ略シテ唯積ト云フ

界説第六十三　三角形ノ頂角頭ヨリ底邊或ハ其引長線ニ到ル垂線ノ長サヲ稱シテ其三角形ノ高ト云フ

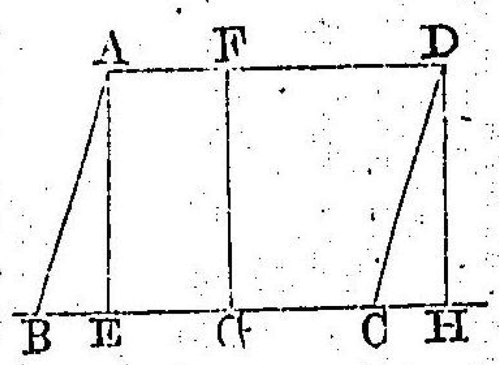


假令へバ上の兩圖に於てABCを三角形としAを其頂角頭としBCを底邊と致しますればAよりBCに到る垂線ADの長さを稱して三角形ABCの高と申すのであります

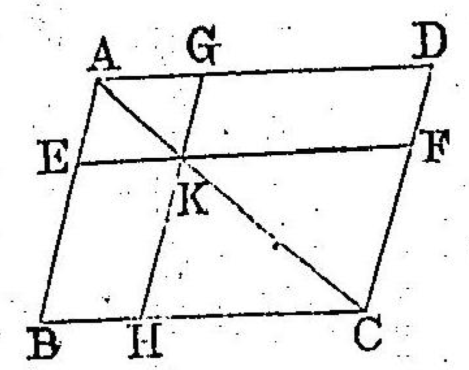
界説第六十四　平行形ノ下邊ヲ其底邊或ハ略シテ底ト云ヒ上邊即チ底邊ニ對スル邊上ナル一點ヨリ底邊或ハ其引長線ニ到ル垂線ノ長サヲ其平行形ノ高ト云フ

左圖のABCDを平行形と致しますれば下邊BCを其底邊或ハ底と申し其對邊AD上なる一點より底BCに到る垂線AE FG或ハ底BCの引長線に到る垂

線DHの如きは定義第三十九によりまずと何れも皆互に等しきものにて是等を稱して平行形ABCDの高と申すのであります



界說第六十五　平行形ノ角線上ナル一點ヲ貫キテ兩隣邊ト平行ニ兩直線ヲ引キ本形ヲ分チテ四個ノ小平行形トナスキ原形ノ角線上ニ角線ヲ有スル兩形ヲ稱シテ角線方形ト云ヒ他ノ兩形ヲ稱シテ餘方形ト云フ



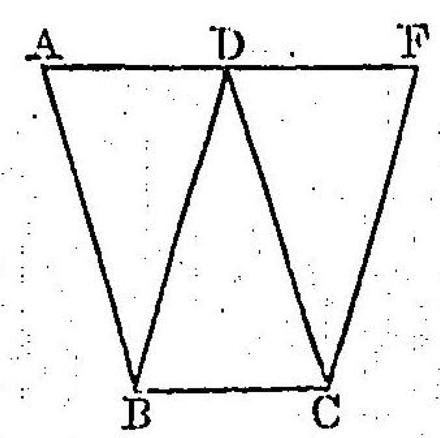
假令へば上圖のABCDを平行形として角線AC上の一點Kを貫く所のEFをAD或はBCと平行なるものとし又GHをAB或はCDと平行なるものと致しますればAEKGとKHCFとの兩平行形を稱して角線方形と申しEBHKとGKFDとの兩平行形を稱して餘方形と申すのであります

定義

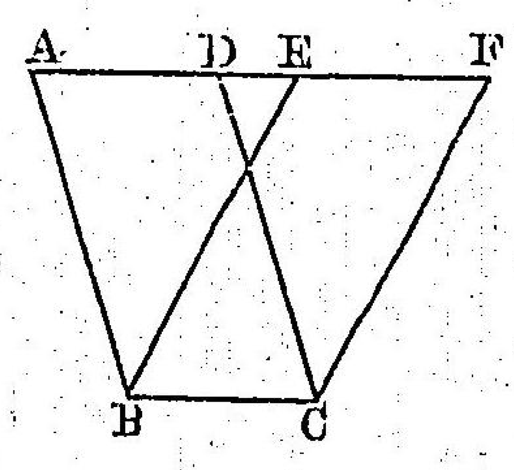
定義第九十七　同底上ノ兩平行形同ジ平行線ノ間ニアルキハ等積ナリ

解　AFとBCとを平行線として第一圖にてはABCDとDBCFとを共間にありて底BCを通有する兩平行形として第二圖及び第三圖に於てはABCDとEBCFとを共間にありて底BCを通有する兩平行形と致しますれば此兩平行形は何れの場合にても等積であります

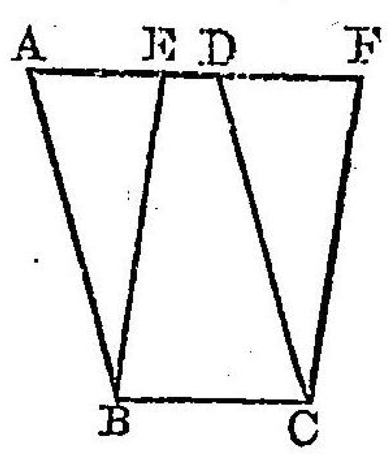
第一圖



第二圖

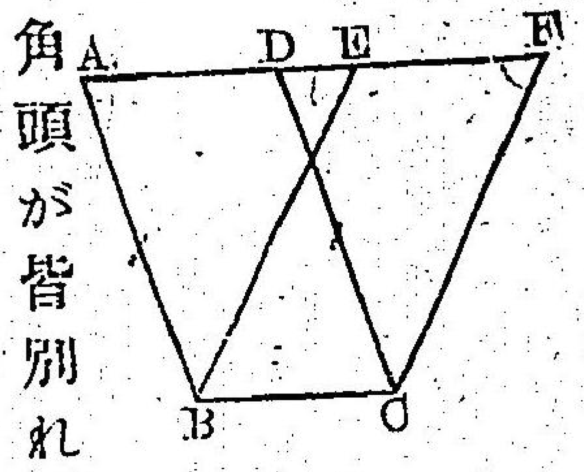


第三圖

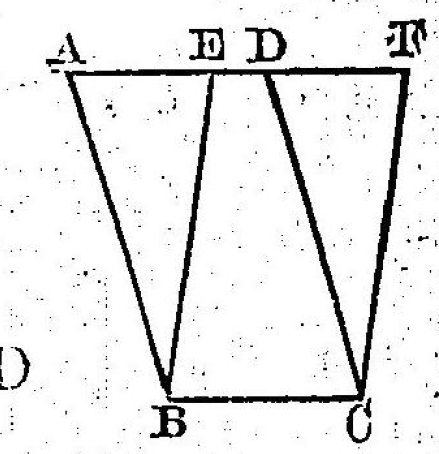


論　第一圖の如く兩平行形の兩底角頭BとCとの外に尙ホ一角頭が合して居りますれば平行形ABCDは三角形DBCの二倍にして平行形DBCFも亦三角形DBCの二倍であります何れも定義第三十九によりまして故に公理第十二

第二圖

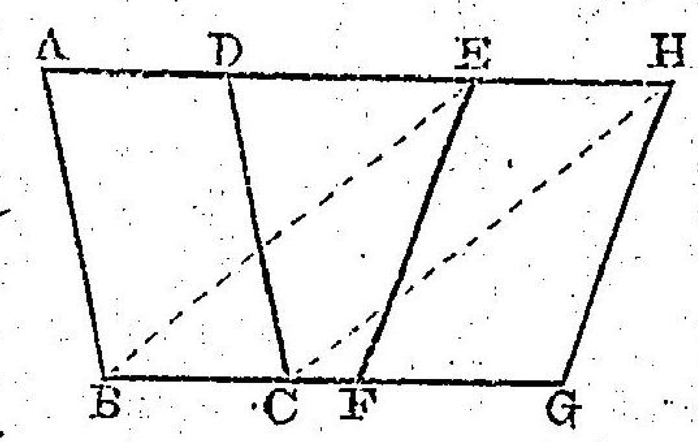


第三圖



によりまーて兩平行形ABCDとDBCFとの相等ーきとは明かでありませう次に又第二圖及び第三圖の如く兩底角頭BとCとの外の角頭が皆別れて居りますればABCDとEBCFとは何れも平行形であります(何れも解によりまして)故にAB∥DC, BE∥CFであります(何れも界説第四十によりまして)故に∠BAE=∠CDF, ∠AEB=∠DFCであります(何れも定義第三十によりまーて)又平行形ABCDに於てAB=DCであります(定義第三十九によりまーて)されば兩三角形ABEとDCFとは兩角と一邊を互に等しうーて居ります故に△ABE=△DCFであります(定義第二十四によりまーて)、故に此兩等度を四角形ABCDより減じますれば公理第三によりまーて平行形ABCDは平行形EBCFに等ーいと申すとが出來ませう

定義第九十八　等底上ノ兩平行形同ジ平行線ノ間ニアルトキハ等積ナリ



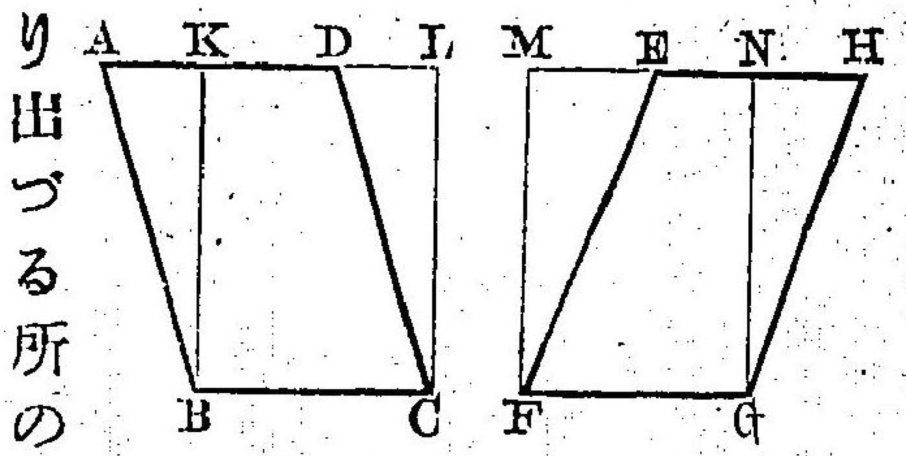
解　AHとBGとを平行としABCDとEFGHとを共間にある兩平行形とし底BCと底FGとを相等しと致しますれば此兩平行形は等積であります

論　EBとCHとを引きますれば(何れも公法第二によりまして)BC=FG(解によりまして)EH=FGであります(定義第三十九によりまして)故にBC=EHであります(公理第一によりまして)うしてBCとEHとは平行であります(解によりまして)故にBE∥CHであります(定義第四十二によりまして)されば EBCHは平行形であります(界説第四十によりまして)故に底BCを通有する兩平行形ABCDとEBCHとは相等しく又EHを底と見做すときは兩平行形EBCHとEFGHと相等しいでありませう(何れも定義第三十八によりまして)因て公理第一によりまーて兩平行形ABCDとEFGHと相等しと申すとが出來ませう

定義第九十九　等底等高ナル兩平行形ハ等積ナリ

解 ABCDとEFGHとを兩平行形とし底BCを底FGと等しとし且ッ共高を相等しと致しますれば此兩平行形は等積であります

論 ADとHEとを引長し(何れも公法第二によりまして)又BCFGの四點よりBCとFGとへ直立線を引きますれば(何れも作法第五によりまして)AD=BC, EH=FGであります(解と界說第四十とによりまして)故にBCの兩點より出づる所の直立線はADの引長線と會し又FGの兩點より出づる所の直立線はHEの引長線と會さねばなりませぬ(何れも定義第三十一によりまして)故に其會する所を順次に圖の如くKLMNと致しますればKBCLとMFGNとは何れも直方形にして(界說第四十三によりまして)BC=FG, KB=MFであります(何れも解によりまして)故に兩直方形は等積であります(定義第四十五によりまして)然るに又平行形ABCDは直方形KBCLに等しく

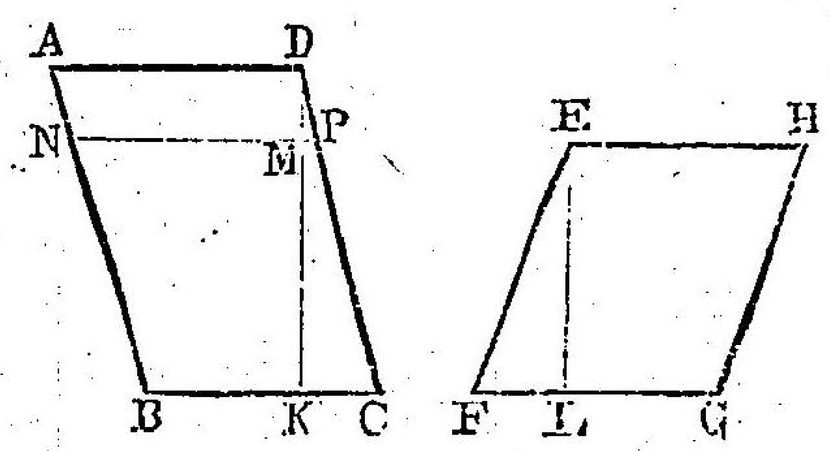


平行形EFGHハ直方形MFGNに等しうあります(何れも定義第九十七によりまして)因て推理第二によりまして兩平行形ABCDとEFGHとは等積でありませう

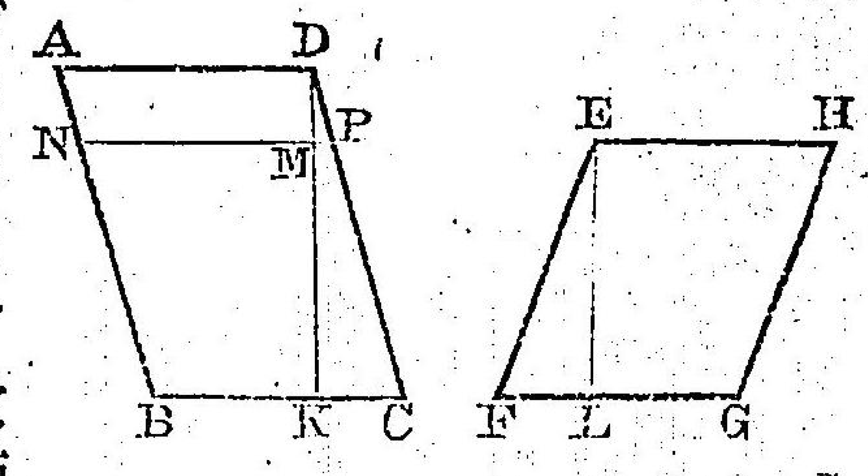
定義第百 等底上ニアル兩平行形ノ高不等ナレバ高ノ大ナルモノハ高ノ小ナルモノヨリ其積大ナリ

解 ABCDとEFGHとを兩平行形とし底BCを底FGと等しとし且ッABCDの高を以てEFGHの高より大と致しますればABCDの積はEFGHの積より大であります

論 DとEとよりBCとFGとへ垂線DKとELとを引きますれば(何れも作法第六によりまして)DKはELより大であります(解によりまして)故にDKよりKMを截りて之をELと等しくし(作法第四によりまして)Mを貫きてBCと平行に一線NPを引き(作法第十一によりまして)其ABと會する所をNと致し又CDと會する所をPと致しますれば(其相會する所以は何れも定義第三十一によ



りまして）AD=BC にして（解と界説第四十とによりまして）NP=BC であります故 AD=NP であります（定義第三十二によりまして）故に NP は AD と交はるとはありませぬ（界説第三十六によりまして）故に平行形 NBCP は全く平行形 ABCD の内にありて一部分と雖ども其外にあるとはありませぬ故に ABCD の積は NBCP の積より大であります（公理第十によりまして）然るに又 BC=FG（解によりまして）MK=EL

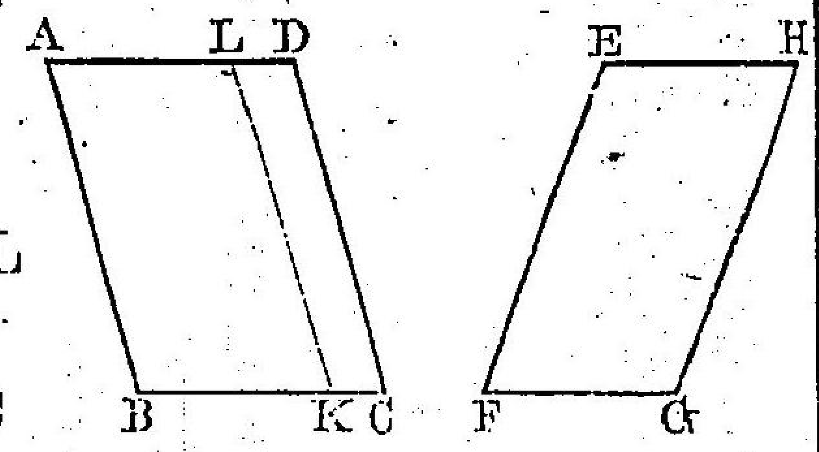


でありまする故兩平行形 MBCP と EFGH とは等積であります（定義第九十九によりまして）因て公理第八によりまして平行形 ABCD の積は平行形 EFGH の積より大でありませう

定義第百一　等高ナル兩平行形ノ大底上ニアルモノハ小底上ニアルモノヨリ其積大ナリ

解　ABCD と EFGH とを等高なる兩平行形として底 BC を底 FG より大と致しますれ

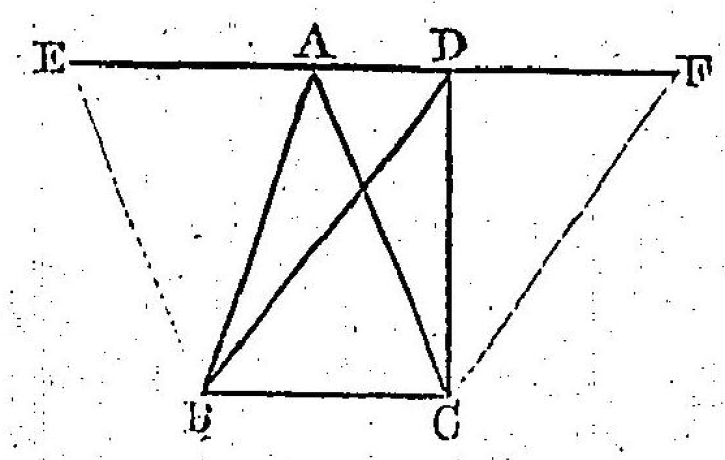
ば ABCD の積は EFGH の積より大であります



論　BC より BK を截りて之を FG と等しくし（作法第四によりまして）K より AB と平行に一線 KL を引き（作法第十一によりまして）AD と會せしめて（其會する所以は定義第三十一によりて明かであります）其會點を L と致しますれば DC=AB（解と界説第四十とによりまして）LK=AB であります故 DC=LK であります（定義第三十二によりまして）故に KL は DC と交はるとはありませぬ（界説第三十六によりまして）故に平行形 ABKL は全く平行形 ABCD の内にありて一部分といへども其形外にあるとはありませぬ故に ABCD の積は ABKL の積より大であります（公理第十によりまして）然るに又平行形 ABKL と平行形 EFGH とは底 BK と底 FG とが相等しく且ッ其高が等しうあります（解によりまして）故に等積であります（定義第九十九によりまして）因て公理第八によりまして平行形 ABCD の積は平行形 EFGH の積

より大でありませう

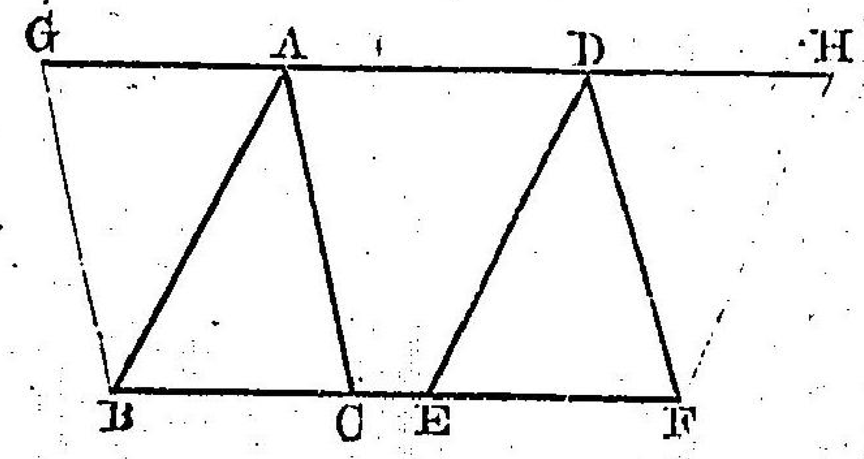
定義第百二　同底上ノ兩三角形同シ平行線ノ間ニアルトキハ等積ナリ



解　EFとBCとを平行としABCとEBCとを其間にありて底BCを通有する所の兩三角形と致しますれば此兩三角形は等積であります

論　BとCとの兩點よりACとDBとの各に平行して兩直線BEとCFとを引き出し(何れも作法第十一によりまして)EFと會せしめ(其會する所以は定義第三十一によりまして)其會點を各EFと致しますれば兩平行形EBCAとDBCFとは同底上にありて且ツ同じ平行線の間にあるを以て定義第九十七によりて等積であります然るに又三角形ABCは平行形EBCAの半にして三角形DBCは平行形DBCFの半であります(何れも定義第三十九によりまして)因て公理第十二によりまして兩三角形ABCとDBCとは等積でありませう

定義第百三　等底上ノ兩三角形同シ平行線ノ間ニアルトキハ等積ナリ

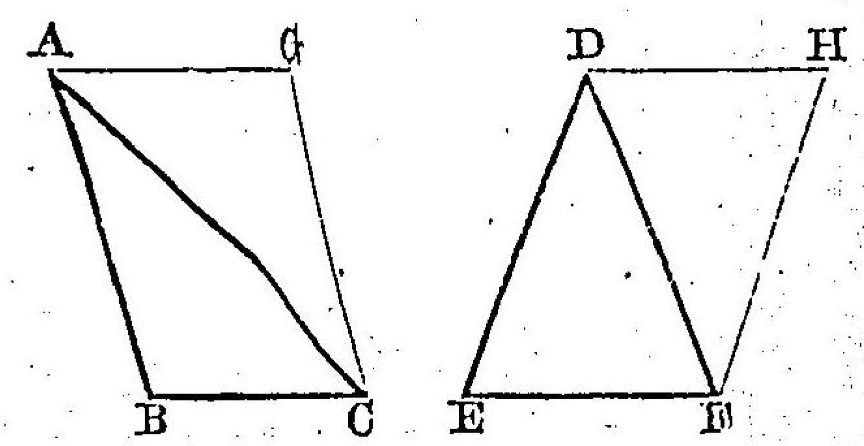


解　GHとBFとを平行としAFCとDEFとを其間にありて底BCとEFとの相等しき兩三角形と致しますれば此兩三角形は等積であります

論　BとFとの兩點よりACとDEとの各に平行して兩直線BGとFHとを引き(何れも作法第十一によりまして)GHと會せしめ(其會する所以は定義第三十一によりまして)其會點を各GHと致しますれば兩平行形GBCAとDEFHとは等底BCとEFとの上にありて(解によりまして)且ツ同じ平行線の間にあるを以て等積であります(定義第九十八によりまして)ろして又三角形ABCは平行形GBCAの半にして三角形DEFは平行形DEFHの半であります(何れも定義第三十九によりまして)因て公理第十二によりまして兩三角形ABCとDEFとは等積でありませう

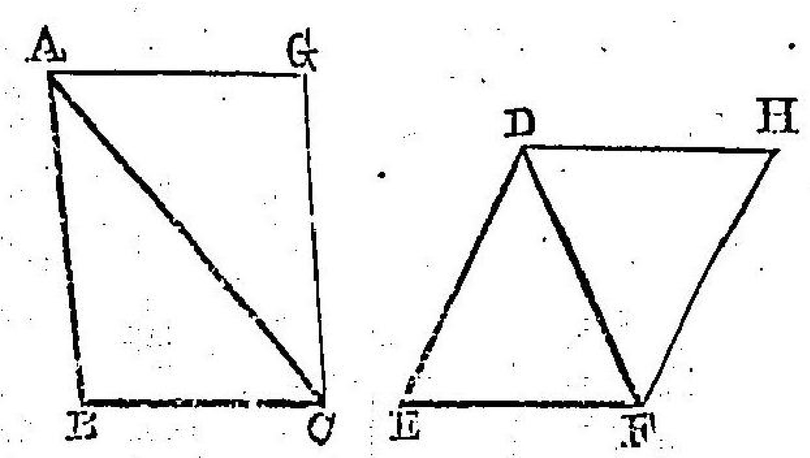
定義第百四　等底等高ナル兩三角形ハ等積ナリ

解　ABCとDEFとを兩三角形とし底BCと底EFとを相等しとし且ッ其高を等しと致しますれば此兩三角形は等積であります



論　AよりBCと平行に一線AGを引き又CよりABと平行に一線CGを引きますれば(何れも作法第十一によりまして)此兩直線は相會するであります(定義第三十一によりまして)故に相會せしめて其會點をGとし又DよりEFと平行に一線DHを引きFよりDEと平行に一線FHを引きますれば(是も何れも作法第十一によりまして)前と同理にて此兩直線は相會するを以て其會點をHと致しますると兩平行形ABCGとDEFHとは底BCと底EHとが相等しくして其高又相等し(何れも解によりまして)さが故に定義第九十九によりて等積であります然るに又三角形ABCは平行形ABCGの半にして三角形DEFは平行形DEFHの半であります(何れも定義第三十九によりまして)因て公理第十二によりまして兩三角形ABCとDEFとは等積でありませう

定義第百五　等底上ノ兩三角形ノ高不等ナレバ高ノ大ナルモノハ高ノ小ナルモノヨリ其積大ナリ

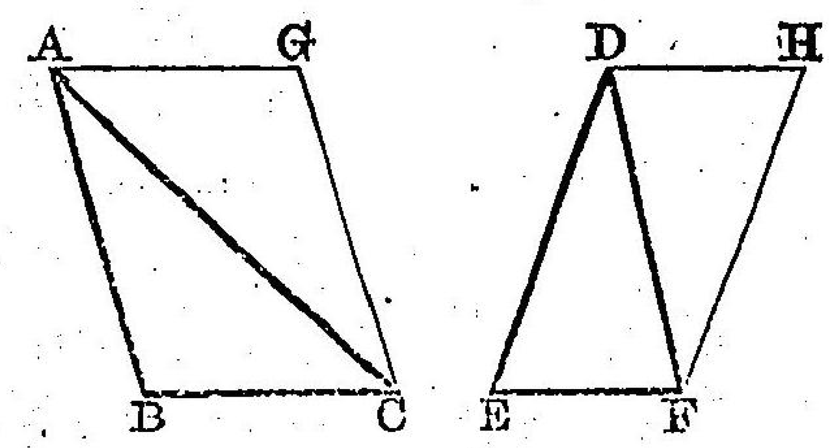


解　ABCとDEFとを兩三角形とし底BCと底EFとを相等しとし且ッ三角形ABCの高を三角形DEFの高より大と致しますればABCの積はDEFの積より大であります

論　前の定義第百四に於けるが如くにして兩平行形ABCGとDEFHとを作りますれば此兩平行形は底BCと底EFとが相等しくしてABCGの高はDEFHの高より大であります(何れも解によりまして)故に平行形ABCGの積は平行形DEFHの積より大であります(定義第百によりまして)然るに又三角形ABCは平行形ABCGの半に

して三角形DEFは平行形DEFHの半であります(何れも定義第三十九によりまして)故に公理第十四によりますと三角形ABCは三角形DEFより其積が大でなければなりますまい

定義第百六　等高ナル兩三角形ノ大底上ニアルモノハ小底上ニアルモノヨリ其積大ナリ

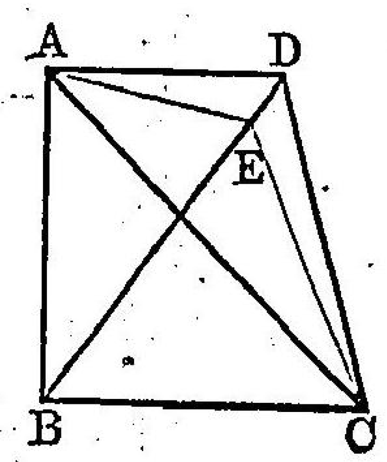


解　ABCとDEFとを等高なる兩三角形とし底BCを底EFより大と致しますれば三角形ABCの積は三角形DEFの積より大であります

論　前の定義第百四に於けるが如くにして兩平行形ABCGとDEFHとを作りますれば此兩平行形は等高にして底BCが底EFより大であります(何れも解によりまして)故にABCGの積はDEFHの積より大であります(定義第百一によりまして)然るに又三角形ABCは平行形ABCGの半にして三角形DEFは平行形DEFHの半であ

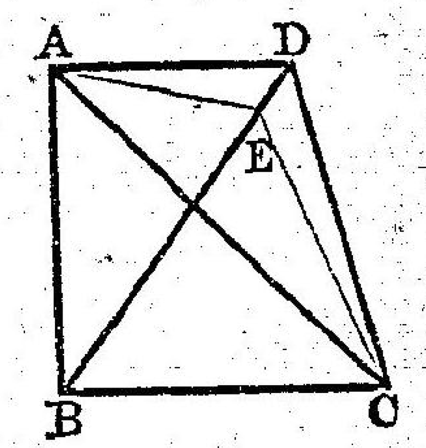
ります(何れも定義第三十九によりまして)因て公理第十四によりますと三角形ABCは三角形DEFより其積が大でなければなりますまい

定義第百七　同底等積ナル兩三角形底ノ同方ニアルトキハ兩頂角頭ヲ聯ヌル直線ハ底ト平行ス



解　ABCとDEFとを以て底BCを通有し且ッ其一方にありて等積なる兩三角形とし兩頂角頭AとDとを聯ねて一直線ADを引きますればADは底BCと平行します

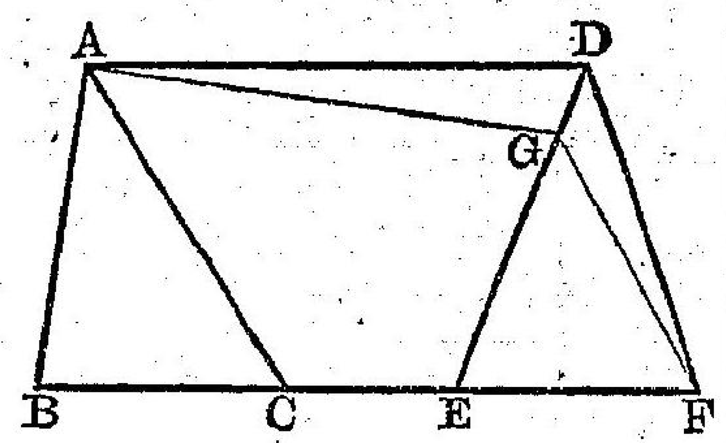
論　若しADがBCと平行でなければBCと平行なる直線のAを貫くものはADの外にあらねばなりませぬ故に今假に一線AEを以て此BCと平行にしてAを貫く所のものとし其BD或はBDの引長線と會する所をEとして(其會する所以は定義第三十一によりまして)ECを引きますれば(公法第二によりまして)AEはBCと平行なるものと定めまする故兩三角形ABCとEBCとは等積でなければなりませぬ(定義第百二によりまして)然



るに又兩三角形ABCとDBCとも等積だと申しまする(解にて)故兩三角形EBCとDBCとも亦等積でなければなりませぬ(公理第一によりまして)されども又公理第十によりますと此兩三角形は等積ではありませぬ(圖の如くAEがBDと直ちに會すると致しますれば三角形DBCは三角形EBCより大でなければならず又AEがBDの引長線と會すると致しますれば三角形EBCは三角形DBCより大でなければなりますまい)故に相一致しませぬ因てADはBCと平行でなければなりますまい

定義第百八　等底等積ナル兩三角形底ヲ一直線上ニ有シ且ツ其同方ニアルトキハ兩頂角頭ヲ聯ヌル直線ハ底線ト平行ス

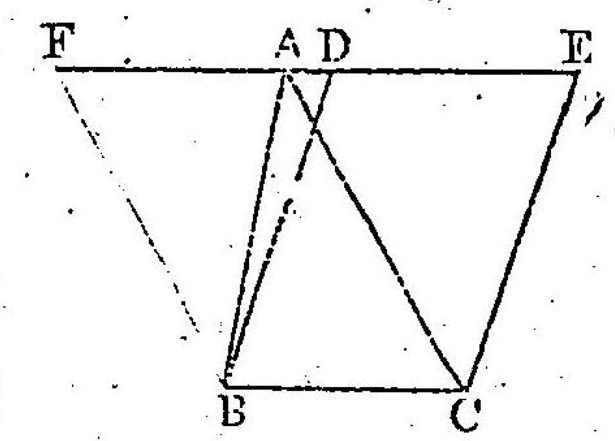
解　ABCとDEFとを等積なる兩三角形と〆BC=EFと〆且ツ圖の如くBCとEFとが一直線上にありて兩三角形が其同方にありと〆兩頂角頭AとDとを聯ねて一直線ADを引きますればADはBF線と平行〆ます



論　若〆ADがBFと平行でなければBFと平行なる直線のAを貫くものはADの外にあらねばなりませぬ故に今假に一線AGを以て此BFと平行に〆てAを貫く所のものと〆其ED或はEDの引長線と會する所をGと〆て(其會する所以は定義第三十一によりまして)GFを引きますれば(公法第二によりまして)BC=EFに〆て(解によりまして)AGはBFと平行なるものと定めまする故兩三角形ABCとGEFとは等積でなければなりませぬ(定義第百三によりまして)然るに又兩三角形ABCとDEFとも等積だと申〆まする(解にて)故兩三角形GEFとDEFとも亦等積でなければなりませぬ(公理第一によりまして)されども又公理第十によりますと此兩三角形は等積ではありませぬ(圖の如くAGがEDと直ちに會すると致しますれば三角形DEFは三角形GEFより大でなければならず又AGがEDの引長線と會すると致しますれば三角形GEFは三角形DEFより大でなければなります

まい)故に相一致しませぬ因てADはBFと平行でなければなりますまい

定義第百九　三角形ト平行形ト同底上ニアリテ且ッ同ジ平行線ノ間ニアルドハ三角形ノ積ハ平行形ノ積ノ半ナリ

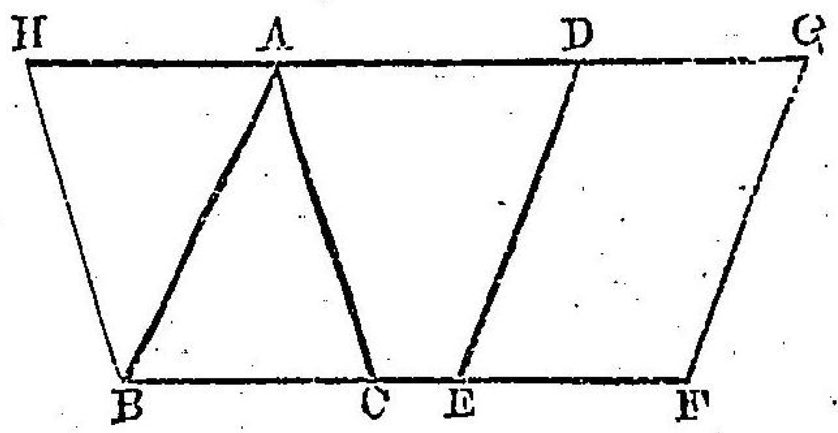


解　FEとBCとを平行としABCとDBCEとを其間にありて底BCを通有する所の三角形と平行形と致しますれば三角形ABCの積は平行形DBCEの積の半であります

論　BよりACと平行に一線BFを引き(作法第十一によりましてFEと會せしめ(其會する所以は定義第三十一によりまして)其會點をFと致しますれば兩平行形FBCAとDBCEとは同底上にありて且ッ同じ平行線の間にあります故等積であります(定義第九十七によりまして)そして平行形FBCAは三角形ABCの二倍に等しうあります(定義第三十九によりまして)故に平行形DBCEも亦三角形ABCの二倍に等しうあります(公理第一によりまして)因て公理第十二によりまして三角形ABCの積は平行

形DBCEの積の半に等しいでありませう

定義第百十　三角形ト平行形ト等底上ニアリテ且ッ同ジ平行線ノ間ニアルドハ三角形ノ積ハ平行形ノ積ノ半ナリ

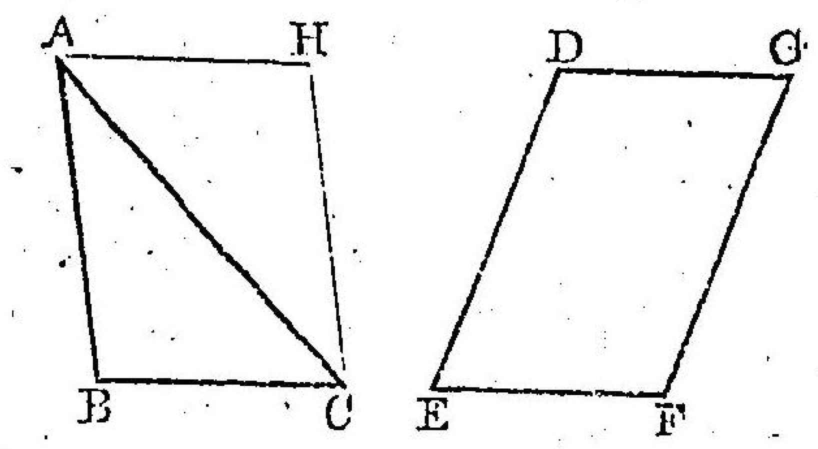


解　HGとBFとを平行としABCとDEFGとを其間にありて底BCと底EFとの相等しき三角形と平行形と致しますれば三角形ABCの積は平行形DEFGの積の半であります

論　BよりACと平行に一線BHを引き(作法第十一によりましてHGと會せしめ(其會する所以は定義第三十一によりまして)其會點をHと致しますれば兩平行形HBCAとDEFGとはBC=EFにして(解によりまして)同じ平行線の間にあります故等積であります(定義第九十八によりまして)そして平行形HBCAは三角形ABCの二倍に等しうあります(定義第三十九によりまして)故に平行形DEFGも亦三角形ABCの二倍に等しうあります(公理第一によりまして)因て

公理第十二によりまして三角形ABCの積は平行形DEFGの積の半に等しいでありませう

定義第百十一　三角形ト平行形ト等底等高ナル時ハ三角形ノ積ハ平行形ノ積ノ半ナリ

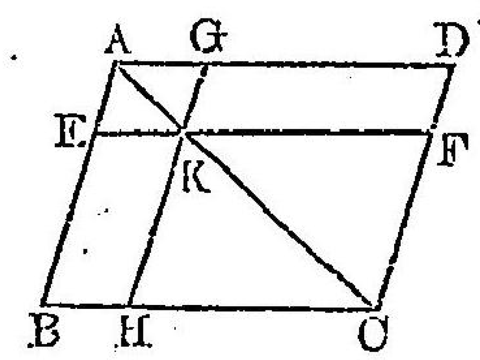


解　ABCを三角形としDEFGを平行形としBC=EFにして且ツ其高を相等しと致しますれば三角形ABCの積は平行形EEFGの半に等しうあります

論　AよりBCと平行に一線AHを引き出だし又CよりABと平行に一線CHを引き出だしますれば(何れも作法第十一によりまして)此兩直線は必ず相會さねばなりませぬ(定義第三十一によりまして)故に之を相會せしめて其會點をHと致しますれば兩平行形ABCHとDEFGとは等底等高(解によりまして)なるを以て等積でありまず(定義第九十九によりまして)うして平行形ECHは

三角形ABCの二倍に等しうあります(定義第三十九によりまして)故に平行形DEFGも亦三角形ABCの二倍に等しうあります(公理第一によりまして)因て公理第十二によりまして三角形ABCの積は平行形DEFGの積の半に等しいでありませう

定義第百十二　平行形ノ兩餘方形ハ等積ナリ



解　ABCDを平行形としACを其角線としEFをAD或はBCと平行としGHをAB或はCDと平行と致しますれば兩餘方形EBHKとGKFDとは等積であります

論　三角形ABCは三角形ACDに等しく三角形AEKは三角形AKGに等しく又三角形KHCは三角形KCFに等しうあります(何れも定義第三十九によりまして)故に三角形ABCよりAEKとKHCとの兩三角形を減じたる餘形EBHKは三角形ACDよりAKGとKHCとの兩三角形を減じたる餘形GKFDと等積なるとは推理第四によりまして明かでありませう

面積に關する御話しは未だ是丈ではありませぬが質問も大分溜り居りますれば今回は先づ是迄に致して置きませう

質問答義

丸川龜之助

幾何學に於て用ふる平行線の符號‖、直角の符號∟、垂線の符號⊥、三角形の符號△、角の符號∠、弧の符號⌒の英語を問ふ

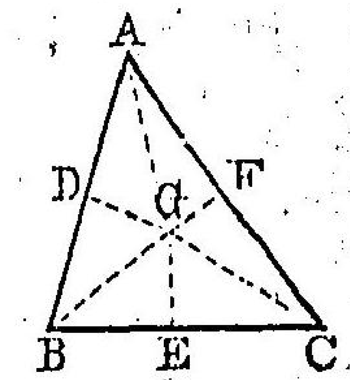
答　是等の符號には一定の名稱はありませぬされども‖は「パラレル」(即ち平行)なる語を代表し∟は「ライトアングル」(即ち直角)、⊥は「パーペンディクラー」(即ち垂直)、△は「トライアングル」(即ち三角形)、∠は「アングル」(即ち角)、⌒は「アーク」(即ち弧)なる語を代表するのであります

佐野德次郎

其七　問題第四十七の證を承り度候

答　左の如し

解　ABCを三角形とし DEFを三邊AB BC ACの中央と致しますれば此DEFより出づる所の三邊の直立線は一點に於て相會します

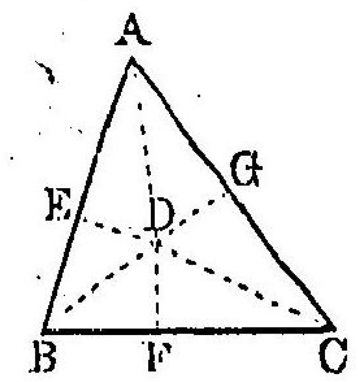


論　先づDGを以てDより出づる所のABの直立線とし又EGを以てEより出づる所のBCの直立線とし其兩直立線の相會する所をGとしてGF GA GB GCの四線を引きますれば(何れも公法第二によりまして)兩三角形GBEとGECとに於てEGはBCの直立線と致しました故∠GEB=∠GEC（界説第二十六によりまして)EはBCの中央であります(解によりまして)故BE=ECにして(界説第二十四によりまして)EGは兩形が共有して居ります故にGB=GCであります(定義第十によりまして)又兩三角形ADGとGDBとに於てDGはABの直立線と致しました故∠GDA=∠GDB（界説第二十六によりまして)DはABの中央であります(解によりまして)故AD=DBにして(界説第二十四によりまして)DGは兩三角形が共有して居ります故にGA=GBであります(定義第十によりまして)故にGA=GCであります(公理第一によりまして)されば又兩三角形AGFとFGCとに於てFはACの中央であります(解によりまして)故AF=FC（界説第

二十四によりまして)GA=GCにしてGFは兩三角形が共有して居ります故に∠AFG=∠GFCであります(定義第二十二によりまして)故にGとFとを聯ねたるGF線はFより出づる所のACの直立線であります(界説第二十六によりまして)りしてFより出づる所のACの直立線はGFの外にはありませぬ(定義第三によりまして)因てFより出づる所のACの直立線は他の兩直立線の會點Gを貫かねばなりませぬ即ち三直立線は一點に於て相會さねばなりませぬ

其八　問題第五十五の證を承り度候

答　左の如し



解　ABCを三角形と致しますれば其三內角の平分線は一點に於て相會します

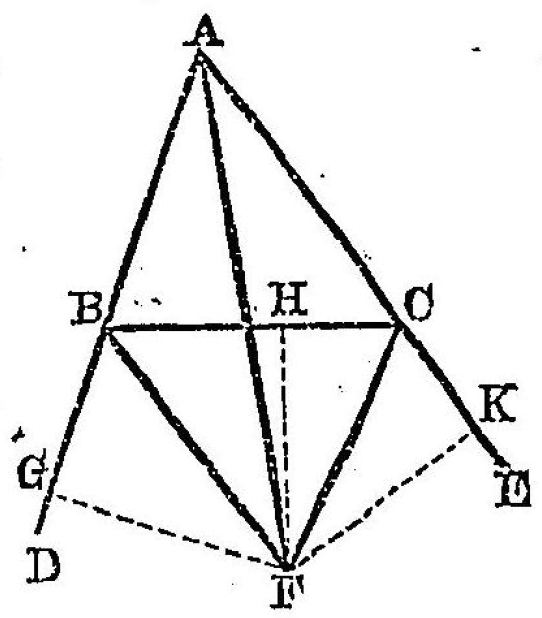
論　先づBDを以て角ABCの平分線とし又CDを以て角ABCの平分線とし其兩平分線の相會する所をDとしてDAを引き(公法第二により

まして)且つDE DF DGの三線を引きて各三邊AB BC ACの垂線と致しますれば兩三角形EBDとDBFとに於てDEとDFとは各兩邊ABとBCとの垂線であります故∠DEB=∠DFB(界説第二十六と定義第四とによりまして)BGDは角ABCの平分線であります故∠EBD=∠DBFにして(界説第二十五によりまして)BDは兩三角形が共有して居ります故にDE=DFであります(定義第二十四によりまして)又兩三角形GDCとCDFとに於てDGとDFとは各兩邊ACとBCとの垂線にしてCEは角ACBの平分線であります故前と同理にてDG=DFでありませう故にDE=DGであります(公理第一によりまして)されば又兩三角形AEDとADGとに於てDEはDGに等しくDAは兩形が共有して居りましてDEとDGとは各兩邊ABとACとの垂線であります故∠AED=∠AGD(界説第二十六と定義第四とによりまして)且つ此兩等角は直角であります故に∠EAD=∠DAGであります(定義第二十六の第一によりまして)故にAとDとを聯ねたるAD線は角BACの平分線であります(界説第二十五によりまして)ろ

して角BACの平分線はADの外にはありませぬ(問題第二によりまして)因て角BACの平分線は他の兩平分線の會點Dを貫かねばなりませぬ即ち三平分線は一點に於て相會さねばなりませぬ

其九　問題第五十六の證を承り度候

◯答　左の如し



解　ABCを三角形とし DBCとBCEとを共兩外角とし之を平分して兩平分線BFとCFとを引き其交點をFとしてAFを引きますればAFは角BACを平分します

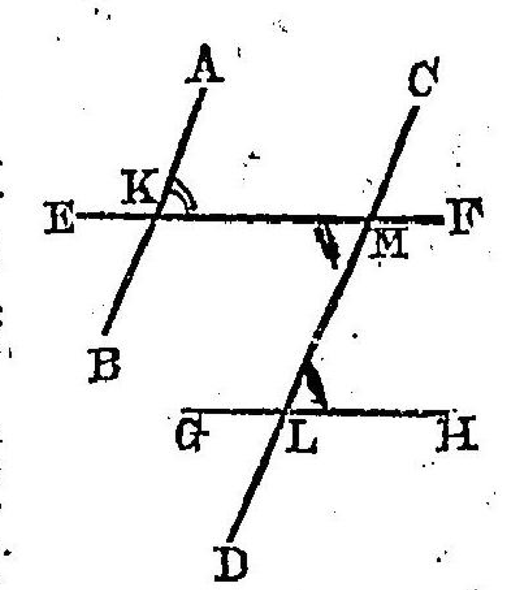
論　Fより三直線FG FH FKを出だして各三邊AB BC ACの垂線と致しますれば兩三角形BGFとBFHとに於てFGとFHとは各ADとBCとの垂線であります故∠BGF=∠BHF(界説第二十六と定義第四とによりまして)BFは角DBCの平分線であります(解によりまして)故∠GBF=∠FBHにして(界説第二十五によりまして)BFは兩形が共有して居ります故にFG=FH

であります(定義第二十四によりまして)又兩三角形HFCとCFKとに於てFHとFKとは各〻BCとAEとの垂線にしてCFは角BCEの平分線であります(解によりまして)故前と同理にて$FH=FK$でありませうされば又$FG=FK$であります(公理第一によりまして)故に兩三角形AGFとAFEとに於てFGはFKに等しくAFは兩形が共有して居りましてFGとFKとは各〻ADとAEとの垂線であります故$\angle AGF=\angle AKF$(界說第二十六と定義第四とによりまして)且ッ此兩等角は直角であります故に$\angle DAF=\angle FAE$であります(定義第二十六の第一によりまして)因てAF線は角BACの平分線でありませう(界說第二十五によりまして)

其十　問題第六十一の證を承り度候

答　左の如し

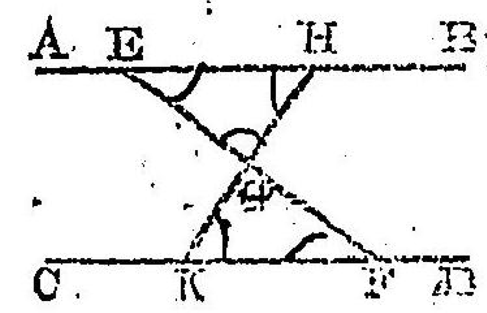
解　AB CD EF GH を四直線とし　$AB\parallel CD$, $EF\parallel GH$とし又ABとEFとの交點をKとしCDとGHとの交點をLと致しますればKに於ける一角とLに於ける一角とは相等しきか或は相加へて兩直角に等しうあります



論　先づCDのEFと交はる所をMと致しますれば(其相交はる所以は定義第三十一によりて明かでありませう故に若し交はりて居らざれば引長して相交はらしむるのであります)$AB\parallel CD$, $EF\parallel GH$であります(何れも解によりまして)故　$\angle AKF=\angle EMD$, $\angle EMD=\angle CLH$　であります(何れも定義第二十九によりまして)故に公理第一によりまして　$\angle AKF=\angle CLH$　でありませう故に又　$\angle AKF+\angle AKE=\angle CLH+\angle AKE$にして(公理第二によりまして)　$\angle AKF+\angle AKE=2\llcorner$　であります(定義第五によりまして)故に　$\angle CLH+\angle AKE=2\llcorner$　でありませう(公理第一によりまして)又Kに於ける他の角とLに於ける他の角と相等しきか或は相加へて兩直角に等しと申すとも是と同理にて分りませう

其十一　問題第六十二の證を承り度候

答　左の如し



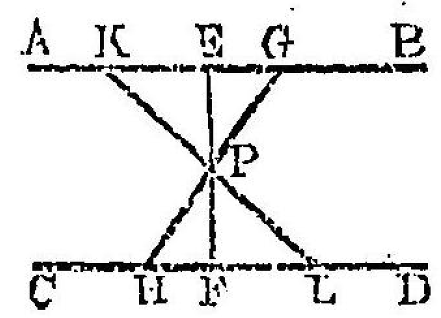
解　ABとCDとを兩平行線としEFを其間にありて之と相會する所の一直線としEFの中央Gを貫きて一直線HKを引きHとKとに於てABとCDとに會せしめますれば$HG=GK$であります

論　兩三角形EGHとGKFとに於て$AB \parallel CD$であります(解によりまして)故$\angle HEG=\angle GFK$, $\angle EHG=\angle GKF$にして(何れも定義第二十九によりまして)$EG=GF$であります(解と界說第二十四とによりまして)故に定義第二十四によりまして$HG=GK$と申すとが分りませう

其十二　問題第六十五の證を承り度候

答　左の如し

解　ABとCDとを兩平行線とし一點Pを以て此兩平行線より等距離なるものとす即ち兩垂線PEとPFとを相等しとすうしてPを貫き兩直線GHとKLとを引きてABとCDとに會せしめ其會點を圖の如く$GKHL$と致しますれば$KG=HL$であります



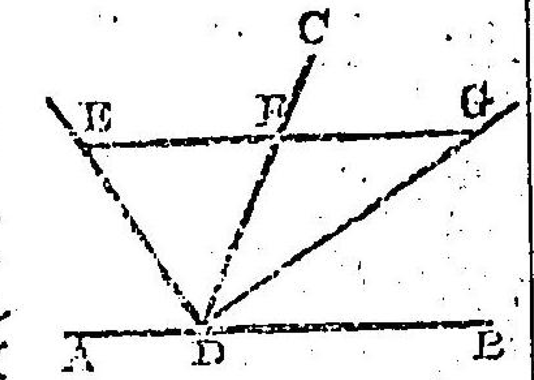
論　兩三角形EKPとPFLとに於て$AB \parallel CD$(解によりまして)なるを以て$\angle EKP=\angle PLF$(定義第二十九によりまして)PEとPFとは各ABとCDとの垂線であります(解によりまして)故$\angle KEP=\angle PFL$(界說第二十六と定義第四とによりまして)$PE=PF$にして(解によりまして)兩等角KEPとPFLとは何れも直角であります故に$KE=FL$であります(定義第二十六の第一によりまして)又兩三角形EPGとPHFとに於ても同理にて$EG=HF$でありませう故に相加へますれば$KE+EG=HF+FL$(推理第三によりまして)即ち$KG=HL$と申すとが出來ませう

其十三　問題第六十七の證を承り度候

答　左の如し

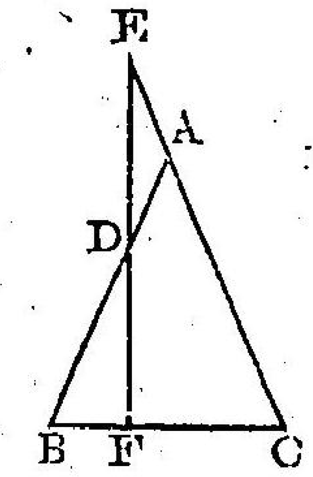
論　$EG \parallel AB$であります(題によりまして)故$\angle FED=\angle EDA$(定義第二十九

によりまして)DCは角ADCの平分線であります(題によりまして)故 ∠FDE=∠EDA (界說第二十五によりまして)故に ∠FED=∠FDE (公理第一によりまして)故に FE=FD (定義第十六によりまして)又 DG は角 CDB の平分線であります(題によりまして)故同理にて FG=FD でありませう因て公理第一によりまして FE=FG と申すとが分りませう



其十四　問題第六十八の證を承り度候

答　左の如し

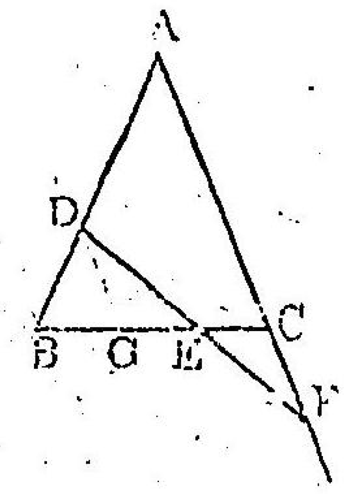


論　直立線を引き出したる底 BC 上の一點をFと命じますれば EF は BC の直立線であります(題によりまして)故に角 EFD は直角であります(界說第二十六によりまして)故に ∠CEF+∠ECF=∟ (定義第三十五によりまして)又三角形 DBF に於ても同理にて ∠FDB+∠DBF=∟ であります故に ∠CEF+∠ECF=∠FDB+∠DBF

であります(定義第四と推理第二とによりまして)りして又 AB=AC であります(題によりまして)故 ∠ECF=∠DBF (定義第十四によりまして)故に之を前の兩等度の各より減じますれば ∠CEF=∠FDB (推理第四によりまして)して又 ∠FDB=∠ADE (定義第七によりまして)故に ∠CEF=∠ADE (公理第一によりまして)即ち ∠AED=∠ADE であります故に AE=AD (定義第十六によりまして)因て三角形 AED は二等邊三角形でありませう(界說第三十一によりまして)

其十五　問題第六十九の證を承り度候

答　左の如し



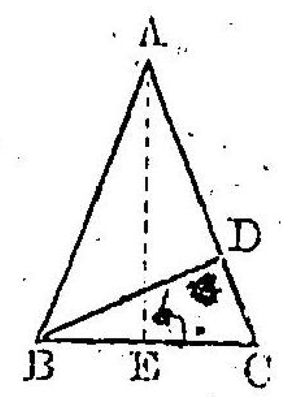
解　ABC を二等邊三角形とし AB=AC とし AB 邊上なる一點 D より一直線 DF を引き出し底 BC と交はる所を E とし AC の引長線と會する所を F とし DE=EF なるものと致しますれば DA+AF=AB+AC であります

論　先づDより一直線DGを引き出だして之をAFと平行なるものと致しますれば兩三角形DGEとCEFとに於てDE=AFでありますゆゑ∠DGE=∠ECF, ∠GDE=∠EFCにして(何れも定義第二十九によりまして)DE=EFであります(解によりまして)故にDG=CF(定義第二十四によりまして)又DE=AFでありますゆゑ∠DGB=∠ACB(定義第三十によりまして)AB=ACであります(解によりまして)故に∠DBG=∠ACB(定義第十四によりまして)故にDB=DGであります(定義第十六によりまして)故に又DB=CFであります(公理第一によりまして)故に此兩等度の各にADとACとを加へますればBD+DA+AC=DA+AC+CF(公理第二によりまして)即ちAB+AC=DA+AFと申すことが分るでありませう

其十六　問題第七十三の證を承り度候

答　左の如し

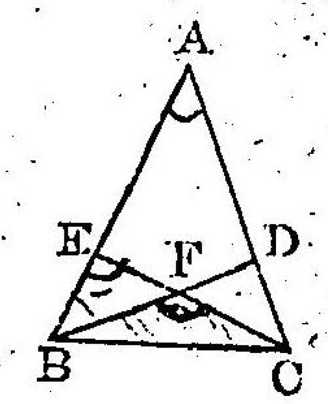
解　ABCを二等邊三角形とし AB=ACとし底角頭Bより對邊ACへ垂線BDを引きますれば角DBCは頂角の半であります



論　AEを以てAよりBCに到る垂線と致しますればAEとBDとは各BCとACとの垂線であります(BDの方は解によりまして)故兩角AECとBDCとは何れも直角であります(何れも界說第二十六によりまして)故に∠CAE+∠ACE=∟, ∠DBC+∠BCD=∟(何れも定義第三十五によりまして)そして直角は皆相等し(定義第四によりまして)きが故に∠CAE+∠ACE=∠DBC+∠BCD そしてACEとBCDとは同じ角でありますゆゑ之を兩等度の各より減じますれば ∠CAE=∠DBC であります(公理第四によりまして)して又ABCは二等邊三角形にして(解によりまして)AEは底BCの垂線でありますゆゑ∠CAE=½∠BAC であります(問題第五十四によりまして)因て∠DBC=½∠BAC でありませう(公理第一によりまして)

其十七　問題第七十四の證を承り度候

答　左の如し

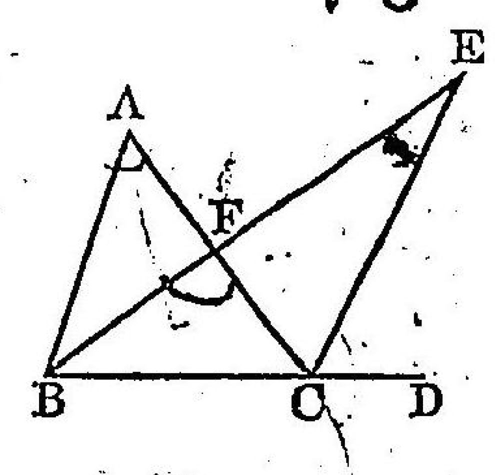


解　ABCを二等邊三角形とし AB=AC とし BD と CE とを各〻兩底角頭より對邊に到る垂線とし其交點を F と致しますれば ∠BAC+∠BFC=2L であります

論　ABC は AB=AC なる二等邊三角形にして BD と CE とは各〻兩底角頭より對邊に到る垂線であります(何れも解によりまして)故に前の問題第七十三によりますと $∠FBC=\frac{1}{2}∠BAC$, $∠FCB=\frac{1}{2}∠BAC$ であります故に相加へますれば ∠FBC+∠FCB=∠BAC であります(推理第三によりまして)故に此兩等度の各〻に角BFCを加へますれば ∠FBC+∠FCB+∠BFC=∠BAC+∠BFC (公理第二によりまして)そして又 ∠FBC+∠FCB+∠BFC=2L (定義第三十四によりまして)因て公理第一によりまして ∠BAC+∠BFC=2L でありませう

其十八　問題第七十八の證を承り度候

答　左の如し



解　ABCを三角形とし BE を角ABCの平分線とし CE を外角ACDの平分線とし其交點をEと致しますれば角BECは頂角BACの半であります

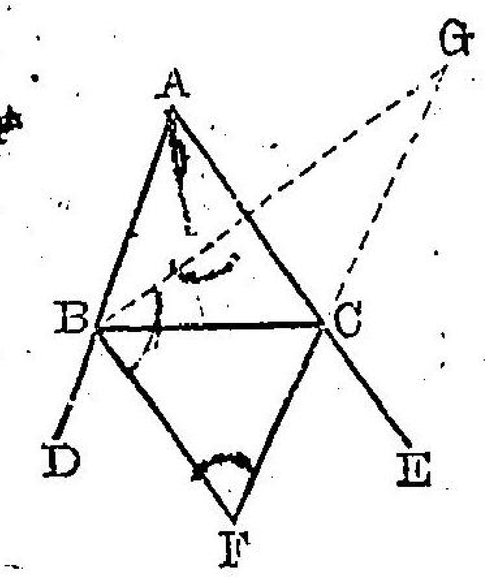
論　AC と BE との交點を F と命じますれば ∠ACE=∠ABC+∠BAC であります(定義第三十四によりまして)故 $\frac{1}{2}∠ACD=\frac{1}{2}∠ABC+\frac{1}{2}∠BAC$(公理第十二によりまして)即ち $∠ACE=\frac{1}{2}∠ABC+\frac{1}{2}∠BAC$ であります(解と界說第二十五とによりまして)此兩等度に各〻角BECを加へますれば $∠ACE+∠BEC=\frac{1}{2}∠ABC+\frac{1}{2}∠BAC+∠BEC$ であります(公理第二によりまして)そして ∠ACE+∠BEC=∠BFC であります(定義第三十四によりまして)故に $\frac{1}{2}∠ABC+\frac{1}{2}∠BAC+∠BEC=∠BFC$ であります(公理第一によりまして)そして又 ∠ABF+∠BAC=∠BFC(定義第三十四によりまして)即ち $\frac{1}{2}∠ABC+∠BAC=∠BFC$ であります(解と界說第二十五とによりまして)故に $\frac{1}{2}∠ABC+\frac{1}{2}∠BAC+∠BEC=\frac{1}{2}∠ABC+∠BAC$ であります(公理第一によりまし

て)故に此兩等度の各より $\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle BAC$ を減じますれば $\angle BEC=\frac{1}{2}\angle BAC$ でありませう(公理第四によりまして)

右の解に於てはCEを以てACとBCの引長線とにて作る所の外角の平分線と定めましたがACの引長線とBCとにて作る所の外角の平分線は此CEと一直線をなします(問題第七によりまして)故に何れの外角を平分するも同じことであります

其十九　問題第七十九の證を承り度候

答　左の如し



解　ABCを三角形とし BFとCFとを兩底外角DBCとBCEとの平分線とし Fを其交點と致しますれば $\angle BFC+\frac{1}{2}\angle BAC=$∟ であります

論　FCをFCの方向に引長し(公法第三によりまして)又BGを引きて之を角ABCの平分線とし BGとFCの引長線との相會する所をGと致しますればBGとBFとは各兩角ABCとDBCとの平分線であります(BFの方は解によりまして)故に角FBGは直角であります(問題第六によりまして)故に $\angle BFC+\angle BGC=$∟ であります(定義第三十五によりまして)然るに又前の問題第七十八によりますれば $\angle BGC=\frac{1}{2}\angle BAC$ であります故此兩等度の各に角BFCを加へますれば $\angle BFC+\angle BGC=\angle BFC+\frac{1}{2}\angle BAC$ であります(公理第二によりまして)因て公理第一によりて $\angle BFC+\frac{1}{2}\angle BAC=$∟ と申すことが分りませう

以下は次號にて申し上ぐべし

第九號正誤表

頁	行	誤	正
九	圖	MとRとの位置を交換して見るべし	
十	圖	同	
十一	二	兩定點。	兩定線。
十二	圖	MとRとの位置を交換して見るべし	
十六	二	第二。の法	第三。の法
同	十一	第三。の法	第二。の法
十七	二	第七。題	第八。題
同	六	點の距。離。	點の蹤。跡。
二十二	一	P。を圓心とする	P′。を圓心とする
二十三	第一圖	Oの上の所にP′を脱す	
二十四	同	同	
同	一	圓周。PE′F′	圓周。P′E′F′

頁	行	誤	正
二十六	第一圖	Oの上の所にP′を脱す	
二十八	八	出來まず	出來ます
同	十二	楕圓。だの	楕圓周だの
四十三	一	Dとし	Dと致しますれば
同	三	第四と。に	第四と同第二十八とに
四十八	八	よりまして(	よりまして)
五十二	五	(又の上にりして AE=EB であります(解と界說第二十四とによりまーて)故に KG=GL であります(推理第三によりまして)を脱せり	
五十六	十	よりまーて(	よりまーて)
五十八	四	此兩。等度	此兩不等度
同	七	同	同
六十	七	公理第十二	公理第十四
六十一	五	同	同

第十號正誤表

頁	行	誤	正
三十二	八	兩平行形MBCP	兩平行形NBCP
三十六	十二	底EH	底EF
三十九	五	DEFと	DBCと
四十四	六	平行形EEFG	平行形DEFG
四十五	十二	KHCと	KCFと
四十九	十二	又CDを以て角ABCの	又CDを以て角ACBの
五十	三	BGは	BDは
同	七	CEは	CDは
五十二	四	AGFとAFE	AGFとAFK
五十六	十一	角EFD	角EFC
五十八	二	DE∥AF	DG∥AF
同	四	同	同
同	六	最末に ∠DGB=∠DBG(公理第一によりまして)故にを脱せり	
六十一	四	∠ACE=∠ABC	∠ACD=∠ABC
同	十一	即ち$\frac{1}{2}$∠ABC+	即ち$\frac{1}{2}$∠ABC+

幾何學講義錄

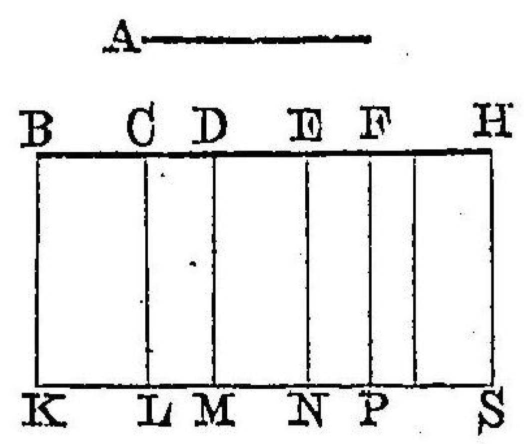
千葉　馬込銀平講述

第十一回

面積之論續

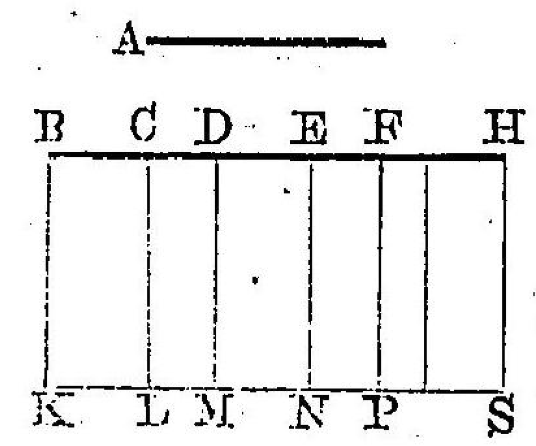
定義

一、定義第百十三　數條ノ直線ノ和ト他ノ一直線トノ直方形ハ前ノ各線ト後ノ一線トノ直方形ノ和ト等積ナリ



解　Aを一直線としBC CD DE等を數條の直線としBHを以て其和を致しますればBH.A=BC.A+CD.A+DE.A＋……でありますが但しBH.A BC.A等は直方形の記法にして界說第四十三にて委しく申し上げました

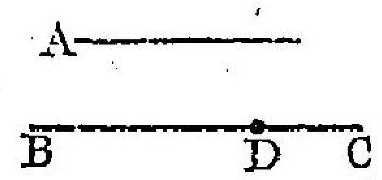
論　先づBHを一邊としてBK=Aなる直方形BKSHを作り(作法第十七によりまして)又其一邊BKと平行にCL DM EN等の諸線を引き(何



れも作法第十一によりまして)其KSと會する所を各L M N等と致しますれば(其KSと會する所以は定義第三十一によりまして)BSは直方形なるが故に角CBKは直角にして BH∥KS であります(何れも界説第四十三によりまして)りして CL∥BK であります故にBLは直方形であります(界説第四十三によりまして)又 CL∥BK なるが故に ∠DCL=∠CBK にして(定義第三十によりまして)角CBKは前に申し上げたるが如く直角であります故に角DCLも亦直角でありますそして CL∥BK, DM∥BK なるが故に CL∥DM にして(定義第三十二によりまして)前に申し上げたるが如く BH∥KS であります故にCMは直方形であります(界説第四十三によりまして)又DM EN等の線は皆BKと平行であります故又互に平行であります(定義第三十二によりまして)故に前と同理にてDN EP等の諸形は皆直方形でありませうりして又前に申し上げたるが如く BH∥KS, CL∥BK.

DM∥BK 等でわります故BL BM BN等は何れも皆平行形であります(何れも界説第四十によりまして)故にCL DM EN等の線は何れも皆BKに等しうあります(何れも定義第三十九によりまして)して又 BK=A であります故にCL DM EN等の線は何れも皆Aに等しうあります(何れも公理第一によりまして)故に直方形BL CM DN等は各BC.A CD.A DE.A等にして又BSはBH.Aでありますうして BSはBL CM DN等の諸形の和に等しうあります(公理第十五によりまして)因て BH.A=BC.A+CD.A+DE.A+…… なるとは明かでありませう

定義第百十四　兩直線ノ差ト他ノ一直線トノ直方形ハ前ノ各線ト後ノ一線トノ直方形ノ差ト等積ナリ

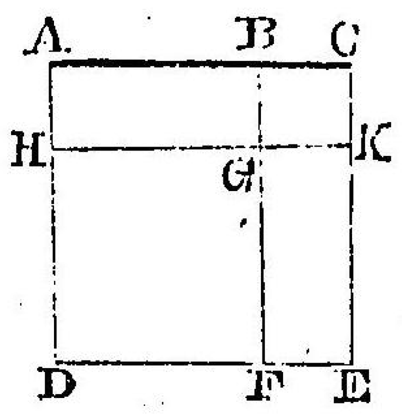


解　Aを一直線としBCとBDとを兩直線としDCを以て其差と致しますれば DC.A=BC.A−BD.A であります

論　DCはBCとBDとの差であります故BCはBDとDCとの和であります故に前の定義第百十三によりますと BC.A=BD.A+DC.A

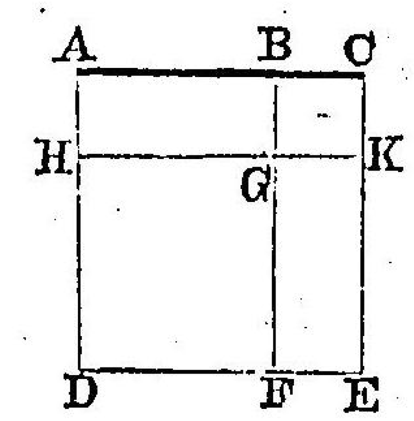
であります因てDC.A=BC.A−BD.Aなるとは公理第四によりて明かでありませう

定義第百十五　兩直線ノ和ノ平方ハ其兩線ノ平方ノ和ニ倚ホ兩線ノ直方形ノ二倍ヲ加ヘタルモノト等積ナリ



解　ABとBCとを兩直線としACを其和と致しますれば$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+2AB.BC$でありますしかし$\overline{AC}^2$ $\overline{AB}^2$等は平方形の記法にして界說第四十五に於て委しく申し上げました

論　先づACを一邊として平方形ADECを作り(作法第十七によりまして)其一邊ADと平行にBFを引き(作法第十一によりまして)其DEと會する所をFとし(其DEと會する所以は定義第三十一によりまして)又其BFよりBCと等しくBGを截り(作法第四によりまして)Gを貫きてACと平行にHKを引き(作法第十一によりまして)其ADと會する所をHとしCEと會する所をKと致しますれば(其會する所以は何れも定義第三十一によりまして)三線AD BF CE及び三線AC HK DEは夫々互に平行であります(界說第四十五と定義第三十二とによりまして)故にAG HF BK GEの四形は皆平行形であります(界說第四十によりまして)ろしてAEは平方形でありまず故直方形の一種であります(界說第四十五によりまして)故に其四內角は皆直角でおります(定義第四十一によりまして)故にAG HF BK GEの四形は皆直方形であります(界說第四十三によりまして)して又平行形BKに於てBG=BCなる故にBC=CK(定義第四十によりまして)平方形AEに於てAC=CEであります(界說第四十五によりまして)故に相減じますればAB=KEであります(推理第四によりまして)りして平行形AGとGEとに於てHG=AB, GF=KEでおります(何れも定義第三十九によりまして)故にHG=GFであります(推理第二によりまして)又BG=BCであります故に直方形HFとBKとは何れも平方形でありまず(何れも界說第四十五によりまして)ろして己に申し上げたるが

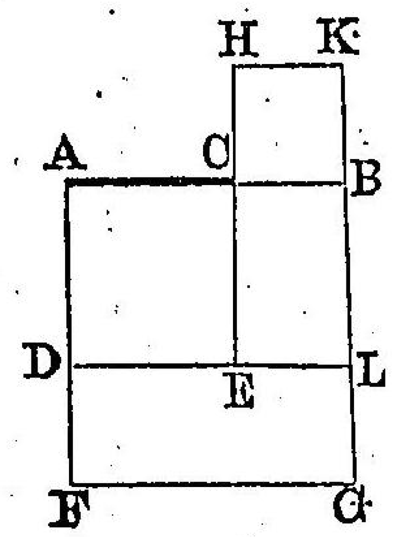


如くHG=ABであります故HFは$\overline{AB}^2$であります又BKはBCを一邊として居ります故$\overline{BC}^2$であります又BG=BCであります故AGはAB.BCであります又前に申し上げたるが如くAB=KEにして平行形BKに於てGK=BCでありま す(定義第三十九によりまして)故GEはAB.BCであります又平方形AEはACを一邊として居ります故$\overline{AC}^2$でありますうして AG HF BK GEの四形の和は平方形AEに等しうあります(公理第十五によりまして)因て $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+$ 2AB.BCなること明かでありませう

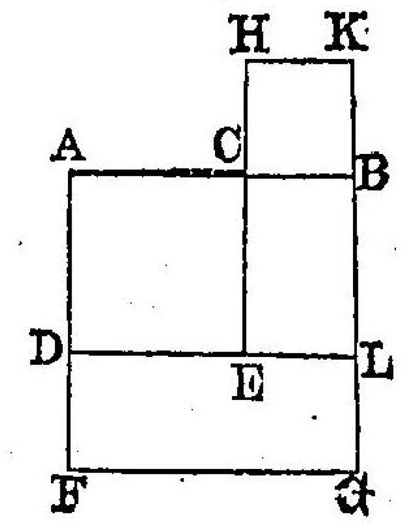
定義第百十六　兩直線ノ差ノ平方ハ其兩線ノ平方ノ和ヨリ兩線ノ直方形ノ二倍ヲ減ジタルモノト等積ナリ

解　ABとBCとを兩直線としACを其差と致しますれば $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-$ 2AB.BCであります

論　先づACを一邊として平方形ADECを作り(作法第十七によりまして)其一

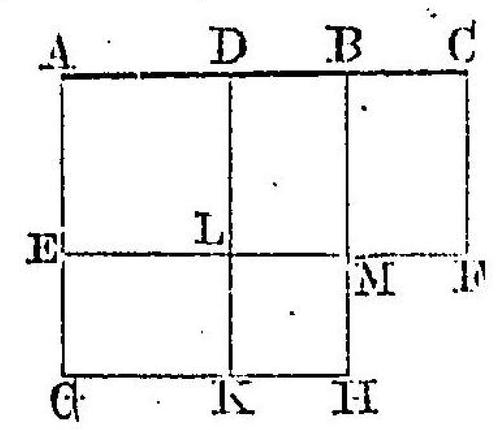


邊ABをADの方向に引長して(公法第三によりまして)其引長線よりABと等しくAFを截り(作法第四によりまして)FよりABと平行にFGを引き出だし又Bを貫きてAFと平行にKGを引き(何れも作法第十一によりまして)DEをDEの方向に引長し(公法第三によりまして)FGとKGとの會點をGとしDEの引長線とKGとの會點をGとし(其會する所以は何れも定義第三十一によりまして)又KG線上にてBCと等しくBKを截り(作法第四によりまして)KよりABと平行にKHを引き出だし(作法第十一によりまして)CEをECの方向に引長して(公法第三によりまして)此KHとHに於て會せしめますれば(其會する所以は定義第三十一によりまして)AF HE KGの三線及びAB DL FGの三線は夫々互に平行であります(界説第四十五と定義第三十一とによりまして)故にAG DG HB HLの四形は何れも皆平行形であります(何れも界説第四十によりまして)うしてAEは平方形であります故其四内角は皆



直角でありまず(界説第四十五と定義第四十一とによりまして)故にAG FG HB HLの四形は何れも皆直方形でありまず(定義第三十と界説第四十三とによりまして)ゝして又 AB=AF, KB=BC でありまず故にAGとHBとの二形は平方形にして(何れも界説第四十五によりまして)AGはABを一邊として居ります故$\overline{AB}^2$でありまず又HBはBCを一邊として居ります故$\overline{BC}^2$でありまず又 AF=AB にして AD=AC でありまず(AEは平方形でありまず故界説第四十五によりまして)故に DF=BC でありまず(推理第四によりまして)ゝして平行形ALに於て DL=AB でありまず(定義第三十九によりまして)故に直方形DGはAB.BCでありまず又平行形ALに於てBL=ADにして(定義第三十九によりまして)前に申し上げたるが如く AD=AC でありまず故に BL=AC でありまず(公理第一によりまして)ゝして BK=BC でありまず故に相加へますれば KL=AB でありまず(推理第三によりまして)して又平行形HBに於て HK=BC でありまず(定義第三十九によりまして)故に直方形HLはAB.BCでありまず又平方形AEハACを一邊として居ります故に$\overline{AC}^2$でありますゝして AE+DG+HL=AG+HB でありまず(公理第十五によりまして)故に $\overline{AC}^2+2AB.BC=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$ でありまず因て公理第三によりまして $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2AB.BC$ でありませう

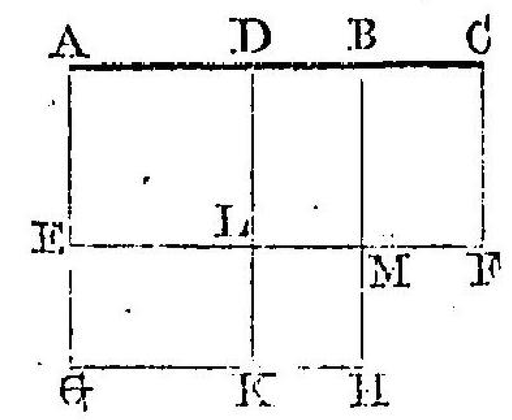
定義第百十七　兩直線ノ和ト差トノ直方形ハ其兩線ノ平方ノ差ト等積ナリ



●解　ABとBCとを兩直線としACを其和とし又 BD=BC としてADをABとBCとの差と致しますれば $AC.AD=\overline{AB}^2-\overline{EC}^2$ でありまず

論　先づACを一邊として AE=AD なる直方形AEFCを作り(作法第十七によりまして)又其一邊AEを引長して(公法第三によりまして)其引長線よりABと等しくAGを截り(作法第四によりまし

て)GよりACと平行にGHを引き出だし又D及びBよりAGと平行にDK及びBHを引き出だして(何れも作法第十一によりまして)DK BHのEFと交はる所を各L Mとし其GHと會する所を各K Hと致しますれば(其交はり或は會する所以は何れも定義第三十一によりまして)AG DK BH CFの四線



及びAC EF GHの三線は夫々互に平行であります(界説第四十三と定義第三十二とによりまして)故に是等の線にて圍みたる四角形AL EK等は何れも皆平行形、であります(何れも界説第四十によりまして)うしてAFは直方形であります故其四内角は皆直角であります(定義第四十一によりまして)故にAL EK等の四角形は何れも皆直方形であります(定義第三十と界説第四十三とによりまして)して又 $AG=AB$, $AE=AD$ であります故 $EG=DB$ にして(推理第四によりまして)兩平行形EKとDMとに於て $LK=EG$, $LM=DB$ であります(何れも定義第三十九によりまして)故に $LK=LM$ であります(推

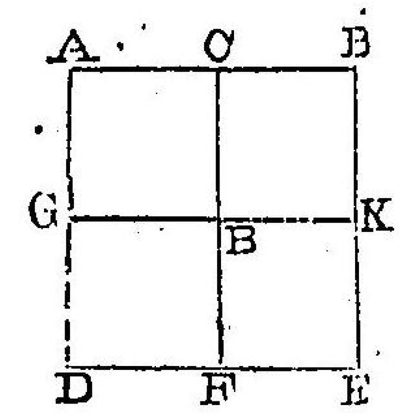
理第二によりまして)且ッ已に申し上げたるが如く $AG=AB$ であります故に直方形LHとAHとは何れも平方形であります(何れも界説第四十五によりまして)又已に申し上げたるが如く $EG=DB$ にして $DB=BC$ であります(解によりまして)故に $EG=BC$ であります(公理第一によりまして)そして兩平行形ALとAFとに於て $EL=AD$, $CF=AE$ にして(何れも定義第三十九によりまして) $AD=AE$ であります故に $EL=CF$ であります(推理第二によりまして)故に兩直方形EKとBFとは等積であります(定義第四十五によりまして)故に此兩等度の各にAELKHBなる凹六角形を加へますれば

$AELKHB+EK=AELKHB+BF$ であります(公理第二によりまして)うして又

$AELKHB+EK=AH$, $AELKHB+BF=AF+LH$ であります(何れも公理第十五によりまして)故に $AF+LH=AH$ であります(推理第二によりまーして)然るに又直方形AFはACを一邊とし $AE=AD$ なるを以て $AC.AD$ であります又前に申し上げたるが如く $LM=DB$, $BC=DB$ なるを以て $LM=BC$ であります

(公理第一によりまして)故に平方形LHは$\overline{BC}^2$でありますろして又平方形AHはABを一邊として居ります故$\overline{AB}^2$であります故に $AC.AD+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$であります因て公理第四によりまして $AC.AD=\overline{AB}^2-\overline{BC}^2$でありませう

定義第百十八 全線ノ平方ハ半線ノ平方ノ四倍ト等積ナリ



解 ABを一直線としCを其中央と致しますれば$\overline{AB}^2$は$\overline{AC}^2$或は$\overline{CB}^2$の四倍と等積であります

論 先づABを一邊として平方形ADEBを作り(作法第十七によりまして)其一邊ADと平行にCよりCFを引き出だし(作法第十一によりまして)DEとFに於て會せしめ(其會する所以は定義第三十一によりまして)又ADをGに於て平分し(作法第八によりまして)GよりABと平行にGKを引き出だしてCFとHに於て交はらしめBEとKに於て會せしめますれば(其交はり或は會する所以は何れも定義第三十一によりまして)AEは平方形にして$CF \parallel AD$, $GK \parallel AB$であります故定義第百十五の

論中にてAG HF BK GEの四形が平行形にして且ッ直方形だと申すと同理にてAH GF CK HEの四形は平行形にして且ッ直方形でありませう又AEは平方形であります故$AB=AD$にして(界說第四十五によりまして)AC CBは何れもABの半(解によりまして)AG GDは何れもADの半であります故にAC CB AG GDの四線は皆互に等しうあります(公理第十二によりまして)うして $AC=GH$, $CB=HK$, $AG=CH$, $GD=HF$ であります(何れも定義第三十九によりまして)故にAC CB AG GD GH HK CF HFの八線は皆互に等しうあります(公理第一によりまして)故にAH GF CK HEの四直方形は皆平方形にして(界說第四十五によりまして)$\overline{AC}^2$或は$\overline{CB}^2$であります又平方形AEはABを一邊として居ります故に$\overline{AB}^2$でありますうして $AE=AH+GF+CK+HE$ であります(公理第十五によりまして)因て $\overline{AB}^2=4\overline{AC}^2$ 或は $\overline{AB}^2=4\overline{CB}^2$ でありませう

定義第百十九 兩直線ノ和ノ平方ト差ノ平方トノ和ハ其兩線ノ平方ノ二倍ノ和ト等積ナリ

解　ABとBCとを兩直線としACを共和とし又BD=BCとしてADをABとBCとの差と致しますれば $\overline{AC}^2+\overline{AD}^2=2\overline{AB}^2+2\overline{BC}^2$ であります

論　ACはABとBCとの和であります故 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+2AB.BC$ であります(定義第百十五によりまして)又ADはABとBCとの差であります故 $\overline{AD}^2+2AB.BC=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$ であります(定義第百十六によりまして)故に此兩等度を各相加へますれば $\overline{AC}^2+\overline{AD}^2+2AB.BC=2\overline{AB}^2+2\overline{BC}^2+2AB.BC$ であります(推理第三によりまして)故に此兩等度の各より2AB.BCを減じますれば公理第四によりまして $\overline{AC}^2+\overline{AD}^2=2\overline{AB}^2+2\overline{BC}^2$ でありませう

定義第百二十　兩直線ノ和ノ平方ト差ノ平方トノ差ハ其兩線ノ直方形ノ四倍ト等積ナリ

圖は前の定義第百十九と同じであります故別には掲げませぬ前の圖に就いて御覽の程を願ひます

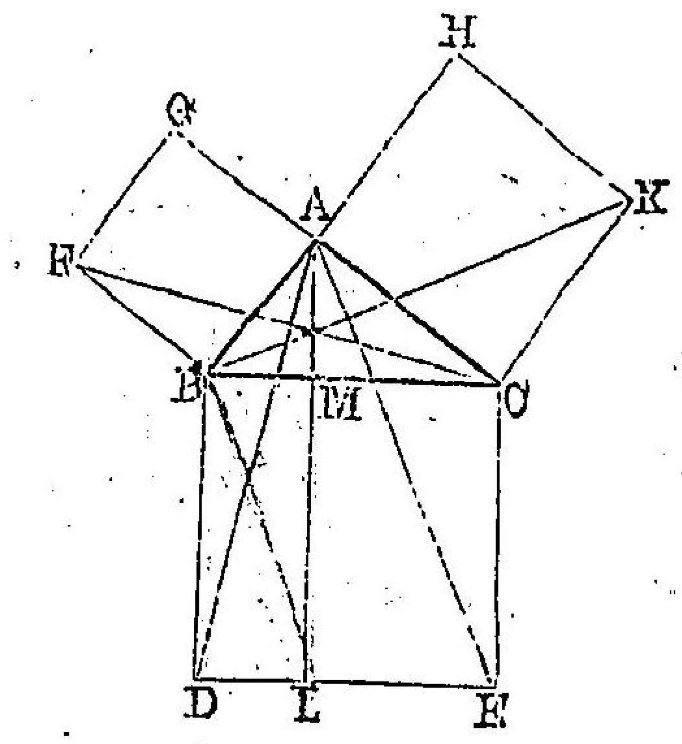
解　ABとBCとを兩直線としACを共和とし又BD=BCとしてADをABとBCとの差と致しますれば $\overline{AC}^2-\overline{AD}^2=4AB.BC$ であります

論　ACはABとBCとの和であります故 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+2AB.BC$ であります(定義第百十五によりまして)又ADはABとBCとの差であります故 $\overline{AD}^2+2AB.BC=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$ であります(定義第百十六によりまして)故に此兩等度の各に $2AB.BC$ を加へますれば $\overline{AD}^2+4AB.BC=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+2AB.BC$ であります(公理第二によりまして)故に $\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+4AB.BC$ であります(公理第一によりまして)因て公理第四によりまして $\overline{AC}^2-\overline{AD}^2=4AB.BC$ でありませう

定義第百二十一　直角三角形ノ弦ノ平方ハ兩邊ノ平方ノ和ト等積ナリ

解　ABCを以て角BACを直角とする所の直角三角形と致しますれば $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ であります

論　先づ三邊BC AB ACを一邊としてABCの形外に各平方形BDEC BFGA AHKCを作り(何れも作法第十七によりまして)又AよりBDと平行にALを引き出だしてBC



とMに於て交はらしめDEとLに於て會せしめ(其交はり或は會する所以は何れも界説第四十五と定義第三十一とによりまして)ADとFCとを引きますれば(何れも公法第二によりまして)BLは平行形にして(界説第四十五と同第四十とによりまして)AL∥BDであります故BL=2△BDAであります(定義第百九によりまして)又兩角BACとBAG.とは何れも直角であります(前は解により後は界説第四十五と定義第四十一とによりまして)故GAとACとは一直線をなします(定義第六によりまして)ろして平方形BGは又平行形であります(界説第四十五によりまして)故に又GC∥FBであります(界説第四十によりまして)故にBG=2△BFCであります(定義第百九によりまして)然るに又兩三角形BDAとBFCとに於てAB=FB, BD=BCにして(何れも界説第四十五よりまして)又兩角CBDとFBAとは何れも直角であ

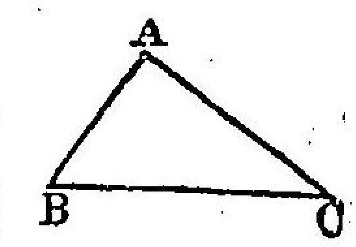
ります(何れも界説第四十五と定義第四十一とによりまして)故互に等しうあります(定義第四によりまして)故に此兩等度の各に角ABCを加へますれば∠ABD=∠FBCであります(公理第二と同第十五及び推理第二によりまして)故に△BDA=△BFCであります(定義第十によりまして)故に又2△BDA=2△BFCであります(公理第十一によりまして)故にBL=BGであります(推理第二によりまして)又AEBKを引きますれば(何れも公法第二によりまして)同理にてCL=CHでありませう故にBL+CL=BG+CHであります(推理第三によりまして)ろしてBL+CL=BEであります(公理第十五によりまして)故にBE=BG+CHであります(公理第一によりまして)ろしてBE BG CHは各$\overline{BC}^2$ $\overline{AB}^2$ $\overline{AC}^2$であります因て$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$でありませう

定義第百二十二　直角三角形ノ一邊ノ平方ハ弦ノ平方ヨリ他ノ一邊ノ平方ヲ減ジタルモノト等積ナリ

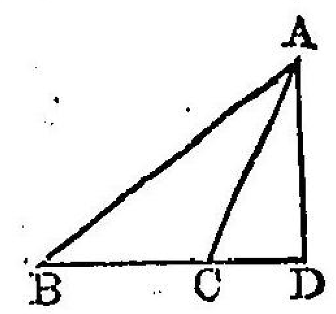
解　ABCを以て角BACを直角とする所の直角三角形と致しますれば

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2-\overline{AC}^2$, $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2-\overline{AB}^2$ であります

論　前の定義第百二十一によりますと $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$ でありますく故に $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2-\overline{AC}^2$, $\overline{AC}^2=\overline{BC}^2-\overline{AB}^2$ なるとは公理第四によりて明かでありませう



◎定義第百二十三　鈍角三角形ノ鈍角ノ一傍邊ノ引長線ヘ對角頭ヨリ垂線ヲ引ケバ鈍角ノ對邊ノ平方ハ他ノ兩邊ノ平方ノ和ニ倚垂線ヲ引ケル邊ト鈍角頭ヨリ垂線ノ下端ニ到ル直線トノ直方形ノ二倍ヲ加ヘタルモノト等積ナリ



解　ABC を以て∠C を鈍角とする所の鈍角三角形とし其一邊BCを引長して對角頭Aより垂線ADを引きますれば $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2+2BC.CD$ であります

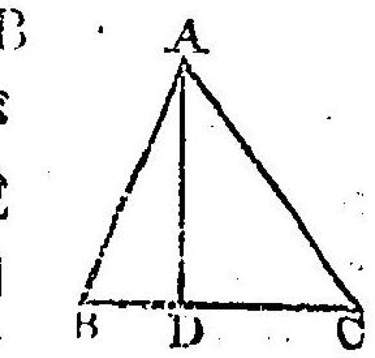
論　ABD は∠D を直角とする所の直角三角形であります(解と界說第二十六とによりまして)故に $\overline{AB}^2=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2$ であります(定義第百二十一によりまして)又ACD は∠D を直角とする所

の直角三角形(解と界說第二十六とによりまして)なるを以て $\overline{AD}^2+\overline{CD}^2=\overline{AC}^2$ にして(定義第百二十一によりまして) BD=BC+CD なるを以て $\overline{BD}^2=\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+2BC.CD$ であります(定義第百十五によりまして)故に相加へますれば $\overline{AD}^2+\overline{CD}^2+\overline{BD}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+2BC.CD$ であります(推理第三によりまして)故に此兩等度の各より $\overline{CD}^2$ を減じますれば $\overline{AD}^2+\overline{BD}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2+2BC.CD$ であります(公理第四によりまして)因て公理第一によりまして $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2+2BC.CD$ でありませう

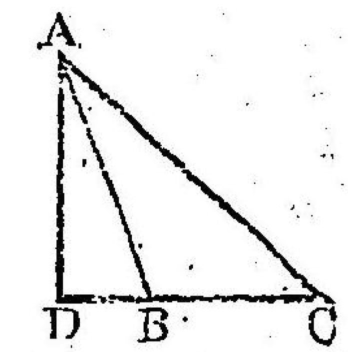
定義第百二十四　三角形ノ一鋭角ノ一傍邊或ハ其引長線ヘ對角頭ヨリ垂線ヲ引ケバ其鋭角ノ對邊ノ平方ハ他ノ兩邊ノ平方ノ和ヨリ垂線ヲ引ケル邊ト前ノ鋭角頭ヨリ垂線ノ下端ニ到ル直線トノ直方形ノ二倍ヲ減ジタルモノト等積ナリ

解　ABC を以て∠C を鋭角とする所の三角形とし其一邊BC或は其引長線へ對角頭Aより垂線ADを引きますれば $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2-2BC.CD$ であります

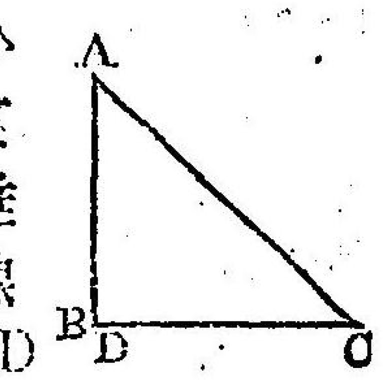
第一圖



第二圖



第三圖

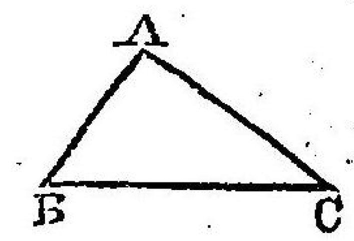


論 ∠B が鋭角なるか鈍角なるか或は直角なるかに従ひて垂線ADは第一圖の如く三角形ABCの形内にあるとあり第二圖の如く其形外にあるとあり又第三圖の如くAB邊と合して垂線の下端がBと同一點となることがありますが第一圖及び第二圖の場合に於てはBDはBCとDCとの差でありますす故 $\overline{BD}^2+2BC.DC=\overline{BC}^2+\overline{DC}^2$ でありませ(定義第百十六によりまして)故に此兩等度の各に $\overline{AD}^2$ を加へますれば $\overline{AD}^2+\overline{BD}^2+2BC.CD=\overline{BC}^2+\overline{DC}^2+\overline{AD}^2$ でありますす(公理第二によりまして)然るに又三角形ADB及びADCは何れもD.に於て直角を有する所の直角三角形であります(解と界說第二十六及び同第三十三によりまして)故に $\overline{AB}^2=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2$, $\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{DC}^2$ であります(何れも定義第百二十一によりまして)故に此前の兩等度には 2BC.CD を加へ後の兩

等度には $\overline{BC}^2$ を加へますれば $\overline{AB}^2+2BC.CD=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2+2BC.CD$, $\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2+\overline{DC}^2$ でありますす(何れも公理第二によりまして)故に $\overline{AB}^2+2BC.CD=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$ でありますす(推理第二によりまして)因て公理第四によりますと $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2-2BC.CD$ でありませう又第三圖の場合に於ては直角三角形ABCに於て $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2$ であります(定義第百二十一によりまして)故此兩等度に各 $\overline{BC}^2$ を加へますれば $\overline{AB}^2+2\overline{BC}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$ であります(公理第二によりまして)ろして BC と CD とは同一であります故 $2\overline{BC}^2$ は 2BC.CD となすとが出來ます故に $\overline{AB}^2+2BC.CD=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$ でありますす因て公理第四によりまして $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2-2BC.CD$ でありませう

定義第百二十五 三角形ノ一邊ノ平方他ノ兩邊ノ平方ノ和ニ等シケレバ其對角直角ニシテ其和ヨリ小ナレバ對角鋭角、其和ヨリ大ナレバ對角鈍角ナリ

解 三角形ABCに於て $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ なるときは∠Aは直角であります又



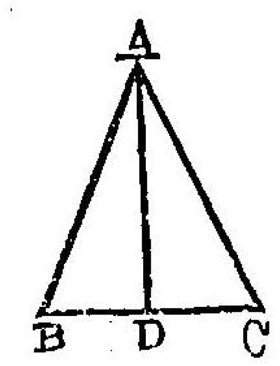
$\overline{BC}^2<\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ なるときは∠Aは鋭角、$\overline{BC}^2>\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ なるときは∠Aは鈍角であります

論　∠Aは鋭角なるか鈍角なるか或は直角なるか何れ此三ッの中ちの一ッでなければなりませぬソコデ $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ なるときは∠Aは鋭角ではありませぬナゼと申すに若し鋭角ならば $\overline{BC}^2<\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ でなければならぬ故であります(定義第百二十四によりまして)又鈍角でもありませぬナゼと申すに若し鈍角ならば $\overline{BC}^2>\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ でなければならぬ故であります(定義第百二十三によりまして)因て∠Aは直角でなければなりますまい又 $\overline{BC}^2<\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ なるときは∠Aは直角ではありませぬナゼと申すに若し直角ならば $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ でなければならぬ故であります(定義第百二十一によりまして)又鈍角でもありませぬナゼと申すに若し鈍角ならば $\overline{BC}^2>\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ でなければならぬ故であります(定義第百二十三によりまして)因て此場合にては∠Aは鋭角でなければなりませぬ又此等の二ッの場合に於けるが如く駁論にて論じますれば $\overline{BC}^2>\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$ なるときは∠Aは鈍角だと申すとも容易に分るでありませう因て茲には略しました

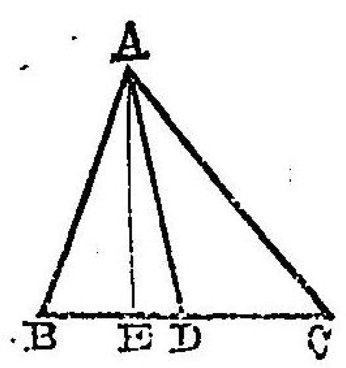
定義第百二十六　三角形ノ兩邊ノ平方ノ和ハ他ノ一邊ノ中央線ノ平方ノ二倍ト其邊ノ半ノ平方ノ二倍トノ和ト等積ナリ

解　ABCを三角形としDをBCの中央としてADを引きますれば $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+2\overline{BD}^2$, $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+2\overline{DC}^2$ であります

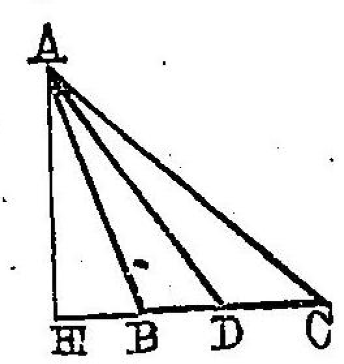
第一圖



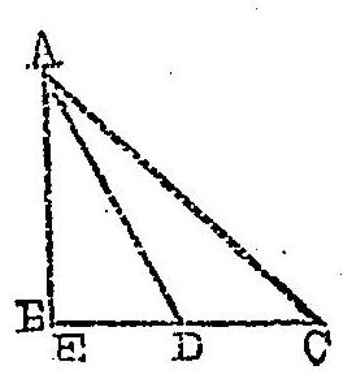
第二圖



第三圖

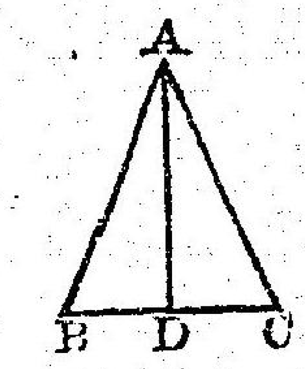


第四圖

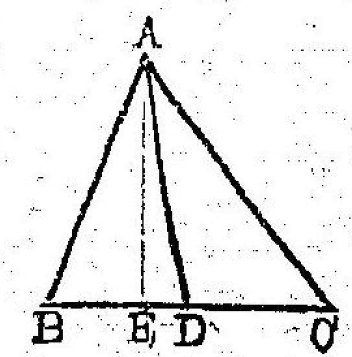


論　ADはBCと正交するとと正交せざるととありますが第一圖の如くADがBCと正交する場合に於ては兩角ADBとADCとは何れも直角であります(界説第二十六によりまして)故に $\overline{AB}^2=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2$, $\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{DC}^2$ であります(何れも定義第百二十一によりまして)故に相加へますれば $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+\overline{BD}^2+$

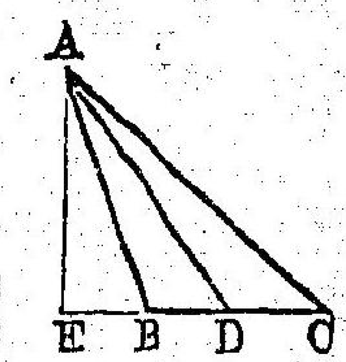
第一圖



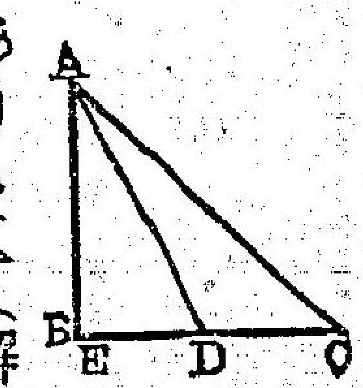
第二圖



第三圖



第四圖



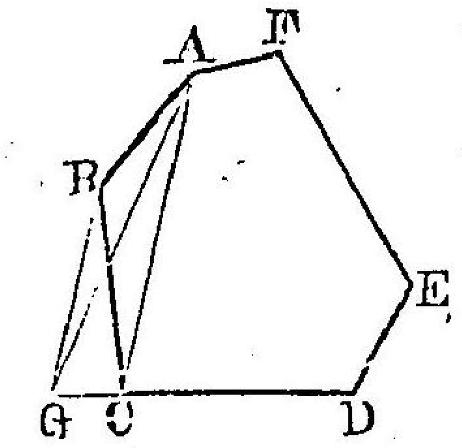
$\overline{DC}^2$ であります(推理第三によりまして)然るに又 BD=DC であります(解と界説第二十四とによりまして)故 $\overline{BD}^2=\overline{DC}^2$ であります(定義第四十六によりまして)故に此兩等度の各に $2\overline{AD}^2+\overline{BD}^2$ を加へますれば $2\overline{AD}^2+2\overline{BD}^2=2\overline{AD}^2+\overline{BD}^2+\overline{DC}^2$ であります(公理第二によりまして)因て公理第一によりまして $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+2\overline{BD}^2$ でありませう次に又第二圖、第三圖及び第四圖の如くADがBCと正交せざる場合に於ては兩角ADBとADCとは一は鋭角にして一は鈍角でなければなりませぬ(定義第五によりまして)故に今其一角ADBを鋭角と定めAよりBC或は其引長線へ垂線AEを引きますれば其垂線は第二圖の如く三角形ABCの形内にあるとあり第三圖の如く其形外にあるとあり又第四圖の如く其一邊ABと合するともありますが何れの場合に於ても

角ADBは鋭角と致しました故 $\overline{AB}^2+2BD.DE=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2$ であります(定義第百二十四によりまして)又角ADBを鋭角と致しました故角ADCは鈍角であります故に $\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{DC}^2+2DC.DE$ であります(定義第百二十三によりまして)故に前の兩等度の各に此兩等度を加へますれば $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2+2BD.DE=2\overline{AD}^2+\overline{BD}^2+\overline{DC}^2+2DC.DE$ であります(推理第三によりまして)然るに又 BD=DC であります(解と界説第二十四とによりまして)故 BD.DE=DC.DE であります(定義第四十五によりまして)故に又 2BD.DE=2DC.DE であります(公理第十一によりまして)故に前の兩等度の各より此兩等度を減じますれば $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+\overline{BD}^2+\overline{DC}^2$ であります(推理第四によりまして)して又前に申し上げたるが如く BD=DC なるを以て $\overline{BD}^2=\overline{DC}^2$ であります(定義第四十六によりまして)故に此兩等度の各に $2\overline{AD}^2+\overline{BD}^2$ を加へますれば $2\overline{AD}^2+2\overline{BD}^2=2\overline{AD}^2+\overline{BD}^2+\overline{DC}^2$ であります(公理第二によりまして)因て公理第一によりまして $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+2\overline{BD}^2$ でありませうされば何れの場合にても $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+2\overline{BD}^2$ にし

て前に申し上げたるが如く$\overline{BD}^2=\overline{DC}^2$なるを以て$2\overline{AD}^2+2\overline{BD}^2=2\overline{AD}^2+2\overline{DC}^2$であります(公理第十一と同第二とによりまして)因て公理第一によりまして$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+2\overline{DC}^2$ともなるでありませう

作法

作法第三十八　定直線形ト等積ニシテ其邊數該直線形ヨリ一個少ナキ直線形ヲ作ル法



解　ABCDE……を以て定直線形とし是と等積にして是より邊數一個少なき直線形を作ることを要すると致します

法　一角頭を隔つる所の兩角頭を聯ねて角線ACを引き(是はACにてもBDにても或はCEにても宜しけれど今ACと致しませう又其方法は公法第二によるのであります)BよりACと平行に一線BGを引き(作法第十一によりまして)一邊CDをDCの方向に引長して(AFをFAの方向に引長しても宜しけれど今CDを引長すると致しませう又其方法は公法第三によるのであります)BGとGに於て會せしめ(其會する所以は定義第三十一によりまして)AGを引きますれば(公法第二によりまして)直線形AGDE……は所要のものであります

論　AC=BGであります(法によりまして)故に△ABC=△AGCであります(定義第百二によりまして)故に此兩等度の各にACDE……の直線形を加へますれば直線形ABCDE……は直線形AGDE……と等積と申すとが分りませう(公理第二によりまして)ろして直線形AGDE……の邊數は直線形ABCDE……の邊數より一個少なきが故に直線形AGDE……は所要の直線形でありませう

右の圖に於ては∠Bを凸角と致しました故一邊CDを引長してBGと會せしめましたが∠Bが凹角なるときはBGがCDと直ちに會します故CDを引長するには及びませぬ

此作法に於て要する所の直線形は右の法にて作りたるものゝみではありませぬ假令へば定六角形と等積なる五角形は異形のものが幾通りもありて其數限りなく又定五角形と等積なる四角形も異形のものが幾通りもありて其數限りなきが如く定直線形と等積にして邊數の一個少なき直線形は其數限りがありませぬ右の法にて作りたるものは唯其中ちの一形であります種々の他の法によるときは所要の形ちの他のものを作ることが出來ませうされども右に掲げたる法は其中ちの最も簡易にして且ッ必要なるものであります故に是より得たる直線形を以て所要のものに應へましたのであります

作法第三十九　定直線形ト等積ナル三角形ヲ作ル法

前の作法第三十八によりまして定直線形と等積にして邊數の一個少なき直線形を作り次に又其作り得たる直線形と等積にして邊數の一個少なき直線形を作り逐て斯の如く遞次前に作り得たる直線形と等積にし

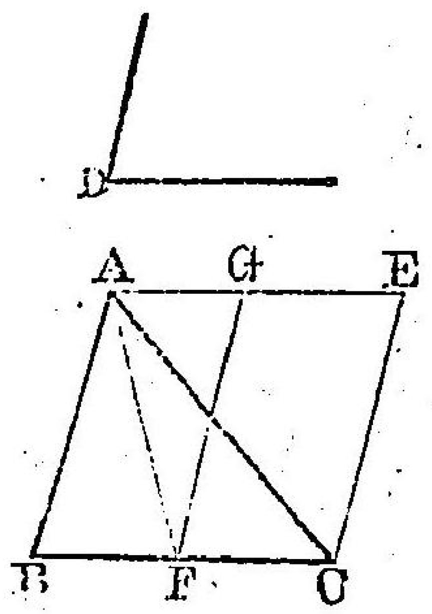
て邊數の一個少なき直線形を作りますれば終には定直線形と等積なる三角形を得るに至ると申すことは別段圖を掲げて論ぜざるも明かでありませう因て茲には略しました

此法作に於ても前の作法第三十八の末に申し上げたるが如く所要の三角形は其數限りがありませぬ右の法にて作り得たるものは唯其中ちの一形であります併し右の法は最も簡易にして且ッ必要なるものであります

作法第四十　定三角形ト等積ニシテ定角ニ等シキ一角ヲ有スル平行形ヲ作ル法

解　ABCを定三角形とし∠Dを定角として定三角形ABCと等積にして定角Dに等しき一角を有する平行形を作ることを要すると致します

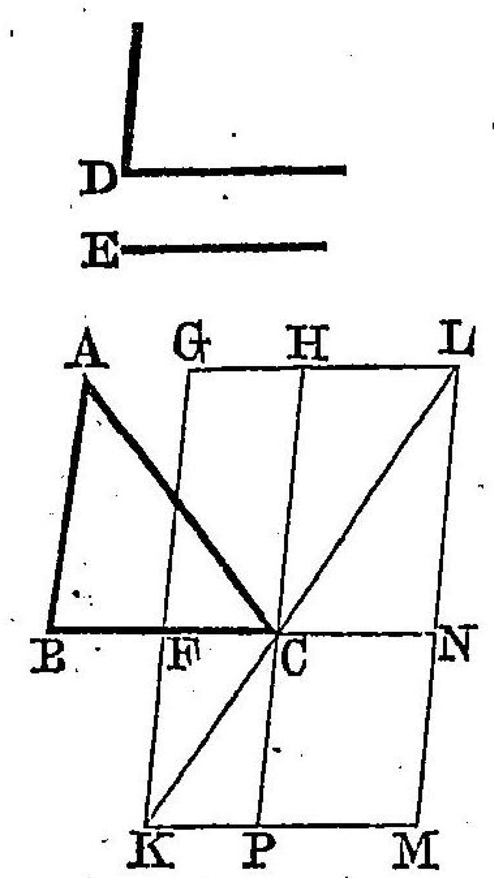
法　定三角形ABCの頂角頭Aより底BCと平行に一線AEを引き(作法第十一によりまして)又底BCをFに於て平分し(作法第八によりまして)定角Dに



等しき角をFCと共に作りてFより一線FGを引き出だし(作法第十によりまして)又CよりFGと平行に一線CEを引きて(作法第十一によりまして)FGのAEと會する所をGとしCEのAEと會する所をEと致しますれば(其會する所以は何れも定義第三十一によりまして)GFCEは所要の平行形であります

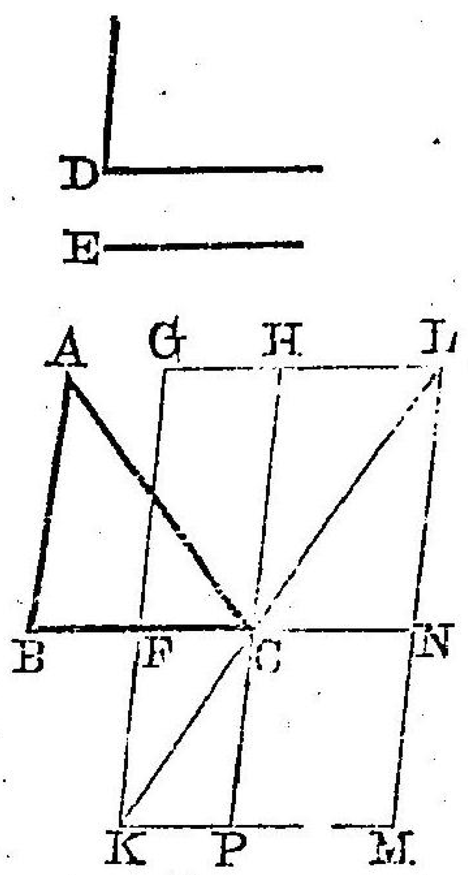
論 AFを引きますれば(公法第二によりまして)BF=FCであります(法によりまして)故に△ABF=△AFCであります(定義第百三によりまして)故に又△ABC=2△AFCであります(公理第二と同第十五とによりまして)然るに又AE∥FCにして(法によりまして)GFCEは平行形であります(法と界説第四十とによりまして)故にGFCE=2△AFCであります(定義第百九によりまして)故にGFCE=△ABCであります(公理第十一と推理第二とによりまして)ろして∠GFC=∠Dであります(法によりまして)因てGFCEは所要の平行形であります

作法第四十一 定三角形ト等積ニシテ定角ニ等シキ一角及ヒ有限ノ直線ニ等シキ一邊ヲ有スル平行形ヲ作ル法



解 ABCを定三角形とし∠Dを定角とし又Eを有限の一直線とし定三角形ABCと等積にして∠Dに等しき一角及びEに等しき一邊を有する平行形を作ることを要すると致します

法 先づ前の作法第四十によりまして定三角形ABCと等積にして定角Dに等しき一角を有する平行形GFCHを作りGFをGFの方向に引長して(公法第三によりまして)其引長線よりEと等しくFKを截り(作法第四によりまして)KCを引き(公法第二によりまして)KCとGHとを各KC GHの方向に引長して(何れも公法第三によりまして)Lに於て相會せしめ(其相會する所以は



FC＝GH にして KC は已に FC と會〆て居りますゆゑ故定義第三十一によりまして明かでありませう)K と L とより各 GL GK と平行に KM と LM とを引き(何れも作法第十一によりまして)M に於て相會せ〆め(其相會する所以は定義第三十一によりま〆て)又 FC と HC とを各 FC HC の方向に引長して(何れも公法第三によりまして)FC の引長線の LM と會する所を N とし HC の引長線の KM と會する所を P と致しますれば(其相會する所以は何れも定義第三十一によりまして) CPMN は所要の平行形であります

論　GL FN KM の三線及び GK HP LM の三線は何れも互に平行であります(法と定義第三十二とによりまして)故に CPMN と GFCH とは平行形 GKML の餘方形であります(界說第六十五によりまして)故に等積であります(定義第百十二によりまして)ろして GFCH＝△ABC であります(法によりまして)故に CPMN＝△ABC であります(公理第一によりまして)又 ∠GFC＝∠GKM, ∠GKM＝∠CPM にして(何れも定義第三十によりまして) ∠GFC＝∠D であります(法によりまして)故に ∠CPM＝∠D であります(推理第二によりまして)又平行形 FKPC に於て CP＝FK にして(定義第三十九によりまして) FK＝E であります(法によりまして)故に CP＝E であります(公理第一によりまして)されば平行形 CPMN は定三角形 ABC と等積にして ∠D に等しき一角及び E に等しき一邊を有して居ります因て所要の平行形でありませう

作法第四十二　定直線形ト等積ニシテ定角ニ等シキ一角ヲ有スル平行形ヲ作ル法

作法第三十九によりて定直線形と等積なる三角形を作り其三角形と等積にして定角に等しき一角を有する平行形を作法第四十の法によりて作りますれば其平行形は所要の平行形なるとは明かでありませう因て別段に圖を掲げて論ずるとは略しました

此作法も作法第三十八同第三十九及び第四十に於けるが如く所要の平行形は異形のものが夥多ありまして其數に限りはありませぬ

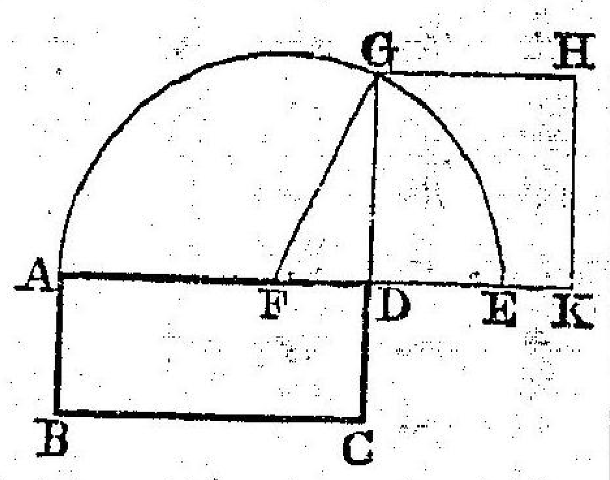
作法第四十三　定直線形ト等積ニシテ定角ニ等シキ一角及ヒ有限ノ直線ニ等シキ一邊ヲ有スル平行形ヲ作ル法

作法第三十九によりて定直線形と等積なる三角形を作り其三角形と等積にして定角に等しき一角及び有限の直線に等しき一邊を有する平行形を作法第四十一の法によりて作りますれば其平行形は所要の平行形なることは明かでありませう因て別段に圖を掲げて論ずることは略しました

作法第四十四　定直線形ト等積ナル平方形ヲ作ル法

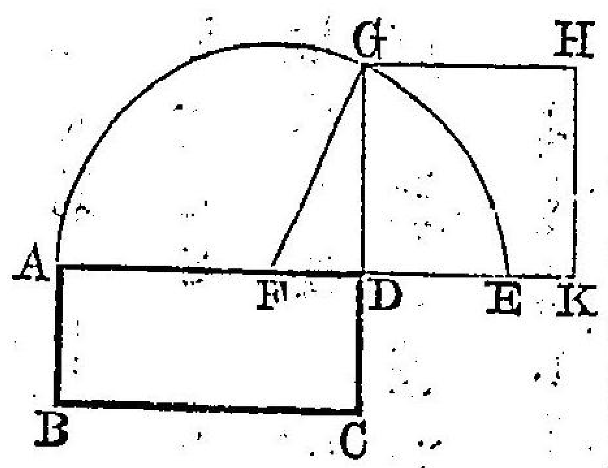
此作法に於ては定直線形が直方形なる場合と然らざる場合とによりて少々異なる所がありますゆゑに先づ直方形なる場合より申し上げませう

解　ABCDを定直方形として是と等積なる平方形を作ることを要すると致します



法　定直方形ABCDの一邊ADをADの方向に引長し(何れの方向に引長しても宜しけれど今ADの方向と定めます又其方法は公法第三によりまして)其引長線よりDCと等しくDEを截り(作法第四によりまして)AEをFに於て平分し(作法第八によりまして)Fを圓心としFA或はFEを半徑として圓周AGEを作り(公法第四によりまして)DCをCDの方向に引長して(公法第三によりまして)其圓周とGに於て會せしめ(Dは圓内の點であります故其會する所以は定義第五十二の論中にてEDが圓周ABCと交はる所以と同理であります)GDを一邊として平方形GDKHを作りますれば(作法第十七によりまして)此平方形は所要の形ちであります

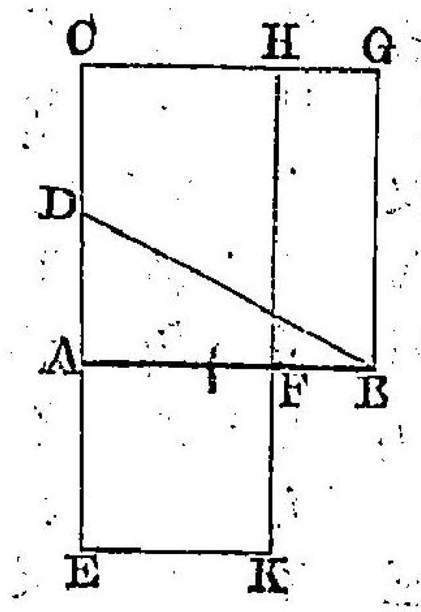
論　AF=FEであります(法によりまして)故AD=FE+FDにして(公法第二によりまして)DE=FE−FDであります故にAD.DE=FE^2-FD^2であります



(定義第百十七によりまして)又 $\overline{GD}^2=\overline{GF}^2-\overline{FD}^2$ であります(定義第百二十二によりまして)うして $GF=FE$ (法と界説第二十三とによりまして)なるが故に $\overline{GF}^2=\overline{FE}^2$ であります(定義第四十六によりまして)故に又 $\overline{GF}^2-\overline{FD}^2=\overline{FE}^2-\overline{FD}^2$ であります(公理第四によりまして)故に $\overline{GD}^2=AD.DE$ であります(推理第二によりまして)して又 $DE=DC$ (法によりまして)なるを以て $AD.DE$ は $AD.DC$ であります故に $\overline{GD}^2=AD.DC$ 即ち平方形GDKHは直方形ABCDと等積であります因て平方形GDKHは所要の形ちでありませう

次に定直線形が直方形でなければ作法第四十二によりて定直線形と等積に〻て一角直角なる平行形即ち定直線形と等積なる直方形を作り其直方形と等積なる平方形を前の法によりて作りますれば其平方形は所要の形ちだと申すとは明かでありませう故に別段に圖を掲げて論ずるとは略しました

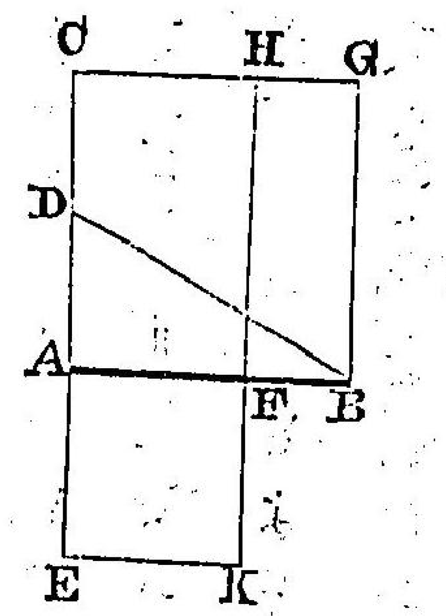
作法第四十五 有限ノ定直線ヲ分チテ兩分線トナシ全線ト一分線トノ直方形ヲシテ他ノ分線ノ平分ト等積ナラシムル法



解　ABを有限の定直線とし之を分ちて兩分線となしABと一分線との直方形をして他の分線の平方と等積ならしむるとを要すると致します

法　AよりABの直立線ACを引き出だし(作法第五によりまして)其長さをABと等しくなし(作法第四によりまして)ACをDに於て平分し(作法第八によりまして)DBを引き(公法第二によりま〻て)DAをDAの方向に引長じて(公法第三によりまして)其引長線よりDBと等しくDEを截り又ABよりAEと等しくAFを截りますれば(何れも作法第四によりまして) $AB.BF=\overline{AF}^2$ であります

論　CとEとよりABと平行にCG及びEKを引き出だし又CEと平行にFを貫きてHKを引きBよりBGを引き出だし(何れも皆作法第十一によりまし



でHKのCGと會する所をHとし其EKと會する所をKとし又BGのCGと會する所をGと致しますれば(其會する所以は皆定義第三十一によりまして)$CD=DA$であります(法によりまして)故に$CE=DE+DA$にして(公理第二によりまして)$AE=DE-DA$であります故に$CE.AE=\overline{DE}^2-\overline{DA}^2$であります(定義第百十七によりまして)又角DABは直角であります(法と界説第二十六とによりまして)故$\overline{AB}^2=\overline{DB}^2-\overline{DA}^2$であります(定義第百二十一によりまして)然るに又$DE=DB$(法によりまして)なるを以て$\overline{DE}^2=\overline{DB}^2$であります(定義第四十六によりまして)故に$\overline{DE}^2-\overline{DA}^2=\overline{DB}^2-\overline{DA}^2$であります(公理第四によりまして)故に$\overline{AB}^2=CE.AE$であります(推理第二によりまして)然るに又CG AB EKの三線及びCE HK GBの三線は夫々互に平行であります(法と定義第三十二とによりまして)故にAG AK EH FGの四形は皆平行形であります(界説第四十によりまして)ろして角CABは直角であります(法と界説第二

十六とによりまして)故に其四形は皆直方形であります(定義第三十と界説第四十三とによりまして)して又$AC=AB$、$AE=AF$であります(何れも法によりまして)故にAG AKの兩形は平方形であります(界説第四十五によりまして)ろして平方形AKに於て$AE=EK$であります(定義第四十によりまして)故直方形EHは$CE.AE$にして平方形AGは$\overline{AB}^2$であります故に$EH=AG$であります故に此兩等度の各よりAHを減じますれば$FG=AK$であります(公理第四と同第十五とによりまして)ろして平方形AGに於て$BG=AB$であります(定義第四十によりまして)故直方形FGは$AB.BF$にして平方形AKは$\overline{AF}^2$であります因て$AB.BF=\overline{AF}^2$なることは明かでありませう

面積に關する界說、定義、作法は先づ是丈に致しまして左に問題を差し上げませう

問題

第三百三十六　同底上ニアル兩平行形等積ナル𪜈ハ底ニ對スル兩形ノ邊

ハ一直線上ニアリ其證ヲ問フ

第三百三十七　底ヲ一直線上ニ有スル兩平行形等底等積ナル𪜈ハ底ニ對スル兩形ノ邊ハ一直線上ニアリ其證ヲ問フ

第三百三十八　等積ナル兩平行形同ジ平行線ノ間ニアル𪜈ハ其底邊相等ジ其證ヲ問フ

第三百三十九　同底或ハ等底上ナル兩平行形同ジ平行線ノ間ニアル𪜈底ト平行ナル一直線ヲ引キテ其兩形ノ邊ト交ハラシムル𪜈ハ其直線ノ兩形內ニアル部分ハ相等シ又其直線ノ同方ナル兩平行形ノ分形ハ等積ナリ其證ヲ問フ

第三百四十　同ジ平行線ノ間ニアル兩平行形ノ積不等ナレバ大ナル積ヲ有スルモノハ小ナル積ヲ有スルモノヨリ其底邊大ナリ其證ヲ問フ

第三百四十一　等高ナル兩平行形ノ積相等シケレバ底亦相等シク積不等ナレバ底亦不等ニシテ大ナル積ヲ有スルモノハ小ナル積ヲ有スルモノヨ

リ大ナル底ヲ有ス其證ヲ問フ

第三百四十二　等積ナル兩三角形同ジ平行線ノ間ニアル𪜈ハ其底邊相等シ其證ヲ問フ

第三百四十三　同ジ平行線ノ間ニアル兩三角形ノ積不等ナレバ大ナル積ヲ有スルモノハ小ナル積ヲ有スルモノヨリ其底邊大ナリ其證ヲ問フ

第三百四十四　等高ナル兩三角形ノ積相等シケレバ底亦相等シク積不等ナレバ底亦不等ニシテ大ナル積ヲ有スルモノハ小ナル積ヲ有スルモノヨリ大ナル底ヲ有ス其證ヲ問フ

第三百四十五　同底或ハ等底上ナル兩三角形同ジ平行線ノ間ニアル𪜈底ト平行ナル一直線ヲ引キテ其兩形ノ邊ト交ハラシムル𪜈ハ其直線ノ兩形內ニアル部分ハ相等シ其證ヲ問フ

第三百四十六　三角形ノ一邊ノ中央線ハ該形ノ積ヲ平分ス其證ヲ問フ

第三百四十七　三角形ノ頂角頭ヨリ出デヽ底ヲ幾個ニ平分スル所ノ數條

ノ直線ハ又其三角形ノ積ヲ底ト同數ニ平分ス其證ヲ問フ

第三百四十八　三角形ノ各邊ノ中央ヲ聯子テ三直線ヲ引クトキハ該三角形ヲ分チテ四個ノ等積三角形トナス其證ヲ問フ

第三百四十九　三角形ノ三中央線ヲ引クトキハ該三角形ヲ分チテ六個ノ等積三角形トナス其證ヲ問フ

第三百五十　三角形ノ兩邊ノ中央ヲ兩角頭トシ他ノ一邊上ニ一角頭ヲ有スル三角形ハ其積原形ノ四分之一ニ等シ其證ヲ問フ

第三百五十一　四角形ノ一角線他ノ角線ヲ平分スルトキハ又其積ヲ平分ス又之ニ反シテ一角線其積ヲ平分スルトキハ又他ノ角線ヲ平分ス其證ヲ問フ

第三百五十二　梯形ノ一斜邊ノ中央ヲ貫キ他ノ斜邊ト平行ニ一直線ヲ引キテ兩平行邊ト會セシムレバ得ル所ノ平行形ハ原形ト等積ナリ其證ヲ問フ

第三百五十三　前題ニ於テ平行形ノ底邊ハ梯形ノ兩平行邊ノ和ノ半ニ等シキ所以ヲ證スベシ

第三百五十四　梯形ノ一斜邊ノ中央ト他ノ斜邊ノ兩端トヲ三角頭トスル三角形ハ其積梯形ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第三百五十五　梯形ト三角形ト同ジ平行線ノ間ニアリテ三角形ノ底梯形ノ兩平行邊ノ和ニ等シケレバ兩形等積ナリ其證ヲ問フ

第三百五十六　兩三角形ノ兩邊相等シクシテ其夾角ノ和兩直角ニ等シケレバ兩形等積ナリ其證ヲ問フ

第三百五十七　平行形ノ兩角線ハ本形ヲ分チテ四個ノ等積三角形トナス其證ヲ問フ

第三百五十八　平行形ABCDノ一角線BD或ハ其引長線上ニ一點Pヲ設ケ兩直線PA PCヲ引ケバ兩三角形PAB ト PCB 及ビ PAD ト PCD トハ等積ナリ其證ヲ問フ

第三百五十九　四角形ノ兩角線ト等シキ兩邊ヲ有シ其夾角亦兩角線ノ交

角ニ等シキ三角形ハ其四角形ト等積ナリ其證ヲ問フ

第三百六十　三角形ABCノ兩邊AB ACノ中央ヲ各D Eトシテ兩直線DC EBヲ引キ其交點ヲFトスレバ三角形BFCト四角形ADFEトハ等積ナリ其證ヲ問フ

第三百六十一　三角形ノ底邊上ナル一點ト兩邊ノ中央トヲ聯ネテ兩直線ヲ引ケバ得ル所ノ四角形ハ原形ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第三百六十二　三角形ノ兩邊ノ中央ヲ兩角頂トシ底邊上ニ底邊ヲ有スル平行形ハ其積該三角形ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第三百六十三　凸四角形ノ四邊ノ中央ヲ順次ニ聯ネテ得ル所ノ平行形ハ其積該四角形ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第三百六十四　平行形ABCDノ一角頂Dヨリ一直線ヲ引キ出ダシテBCトFニ交ハラシメABノ引長線トGニ會セシメAF CGヲ引ケバ兩三角形ABFトCFGトハ等積ナリ其證ヲ問フ

第三百六十五　三角形ABCノ一邊ACノ中央ヲDトシBトDトヨリ平行線BEトDFトヲ引キテACトAB或ハACトBCトニ會セシメ其會點ヲ各E FトシEFヲ引ケバ此EFハ本形ノ積ヲ平分ス其證ヲ問フ

第三百六十六　平行形ABCDノ兩角線ヲ引キテ其交點ヲEトシ叉AD邊上ニ一點Fヲ設ケテFB FCヲ引ケバ凹四角形BFCEハ原平行形ノ四分之一ニ等シ其證ヲ問フ

第三百六十七　平行形ABCDノ兩角線ノ交點ヲEトシ三角形AEBノ形內ニ一點Pヲ設ケPA PB PC PDノ四線ヲ引ケバ兩三角形APBトDPCトノ差ハ兩三角形APCトBPDトノ和ト等積ナリ其證ヲ問フ

第三百六十八　平行形ABCDノBAD角或ハ其頂對角ノ內ニ一點Pヲ設ケPA PB PC PDノ四線ヲ引ケバ兩三角形APBトAPDトノ差ハ三角形APCト等積ナリ其證ヲ問フ

第三百六十九　前題ニ於テP點ノ位置BAD角或ハ其頂對角ノ外ニアル時ハ兩三角形APBトAPDトノ和三角形APCト等積ナリ其證ヲ問フ

第三百七十　平行形ノ一邊ノ兩端ヲ兩角頭トシ之ニ對スル邊上ニ一角頭ヲ有スル三角形ハ其積平行形ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第三百七十一　平行形內ナル一點ト各角頭トヲ聯子テ四直線ヲ作リ以テ該平行形ヲ四個ノ三角形ニ分ツ片ハ其相對スル兩三角形ノ和ハ原平行形ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第三百七十二　平行形ノ兩角線ノ交點ヲ貫ク所ノ直線ハ本形ノ積ヲ平分ス其證ヲ問フ

第三百七十三　平行形ABCDヲ平分スル所ノ直線ノADト會スル處ヲEトシ其BCト會スル處ヲFトシテBE CEヲ引ケバ兩三角形EBFトCEDトハ等積ナリ其證ヲ問フ

第三百七十四　ABトCDトヲEニ於テ相交ハル所ノ兩直線トシAC CB、BD DAノ四線ヲ引ク片兩三角形AECトBEDト等積ナレバADトBCトハ平行ナリ其證ヲ問フ

第三百七十五　定義第百七ヲ應用シテ問題第百十九ヲ論ズベシ

第三百七十六　同底上ニアル等積三角形ノ中チ三邊ノ和ノ最小ナルモノハ二等邊三角形ナリ其證ヲ問フ

第三百七十七　直角三角形ABCノ弦BCヨリCDヲCAト等シク截リDヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ本形ノ積ヲ平分スル片ハ其平分線若シCAニ會スレバ其線弦ノ半ニ等シ其證ヲ問フ

第三百七十八　平行形ABCDノBC邊上ニ一點Pヲ設ケCD邊上ニ一點Qヲ設ケテPA QA PQヲ引ケバ三角形PAQノ二倍トBP DQニ等シキ兩邊ヲ有シ平行形ABCDノ一內角ニ等シキ一內角ヲ有スル平行形トノ和ハ本形ABCDニ等シ其證ヲ問フ

第三百七十九　平行形ABCD內ナル一點Pヲ貫キテ各邊ト平行スル兩直線ヲ引キ又PD PB DBノ三線ヲ引ケバ兩平行形PA PCノ差ハ三角形BPDノ二倍ニ等シ其證ヲ問フ

第三百八十　三角形ABCノ兩邊ABトACトノ上ニ各平行形ABDE ACFGヲ形外ニ向ヒテ作リDEトFGトヲ引長シテ其會點ヲHトシAHヲ引キ叉AHト平行ニBヨリ一線BKヲ引キ出ダシCヨリ一線CLヲ引キ出ダシテBKノDHト會スル處ヲKトシCLノFHト會スル處ヲLトシKLヲ引クトキハBKLCハ平行形ニシテ其積兩平行形AD AFノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第三百八十一　三角形ABCノ兩邊ABトACトノ上ニ各平行形ABDE ACFGヲ形外ニ向ヒテ作リDEトFGトヲ引長シテ其會點ヲHトシAHヲ引キ叉BC邊上ニ平行形BCKLヲ作リ其一邊CKヲシテAHニ等シク且ツ平行ナラシムルトキハ平行形BKハ兩平行形AD AFノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第三百八十二　有限ノ直線ヲ分チテ不等ナル兩分線トナストキハ全線ノ平方ハ兩分線ト全線トノ兩直方形ノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第三百八十三　有限ノ直線ヲ分チテ不等ナル兩分線トナストキハ全線ト一分線トノ直方形ハ其分線ノ平方ト兩分線ノ直方形トノ和ニ等シ其證ヲ

問フ

第三百八十四　有限ノ直線ABヲCニ於テ分チテ$AB.BC=\overline{AC}^2$トナストキハ左ノ如キ關係アリ其證ヲ問フ

第一　$\overline{AC}^2-\overline{BC}^2=AC.BC$　　第二　$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=3\overline{AC}^2$

第三　AB BCノ和ノ平方ハACノ平方ノ五倍ニ等シ

第三百八十五　一直線上ニ順次ニ四點A B C Dヲ設クルトキハ　$AB.CD+BC.AD=AC.BD$ナリ其證ヲ問フ

第三百八十六　有限ノ直線ABヲCニ於テ分チテ$\overline{AC}^2=2\overline{BC}^2$トナストキハ$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=2AB.AC$ナリ其證ヲ問フ

第三百八十七　有限ノ兩直線ノ直方形ハ其半線ノ直方形ノ四倍ニ等シ其證ヲ問フ

第三百八十八　有限ノ直線ヲ三等分スルトキハ全線ノ平方ハ一分線ノ平方ノ九倍ナリ其證ヲ問フ

第三百八十九　有限ノ直線ABヲPトQトニ於テ不等ナル兩分線ニ分ツトキハQノPヨリABノ中央ニ近キカ或ハ遠キカニ從ヒテAQ BQノ直方形ハAP BPノ直方形ヨリ或ハ大トナリ或ハ小トナル其證ヲ問フ

第三百九十　有限ノ直線ABヲCニ於テ平分シ又Dニ於テ不等ニ分ツトキハ左ノ如キ關係アリ其證ヲ問フ

第一　$AD.DB=\overline{AC}^2-\overline{CD}^2$　第二　$\overline{AD}^2+\overline{DB}^2=2\overline{AC}^2+2\overline{CD}^2$

第三　$\overline{AD}^2+\overline{DB}^2=4\overline{CD}^2+2AD.DB$　第四　$\overline{AD}^2-\overline{DB}^2=2AB.CD$

第三百九十一　有限ノ直線ABヲCニ於テ平分シ且ツ之ヲDニ引長スルトキ亦前題ト同ジ關係アリ然レトモ第三ノ關係ノミハ變ジテ $\overline{AD}^2+\overline{DB}^2=4\overline{CD}^2-2AD.DB$ トナル其證ヲ問フ

第三百九十二　定義第百二十一ノ圖ニ於テFD KEヲ引クトキハ兩三角形FDB KCEハ何レモ直角三角形ABCト等積ナリ其證ヲ問フ

第三百九十三　三角形ノ頂角頭ヨリ底ヘ垂線ヲ引ケバ兩邊ノ平方ノ差ハ底ノ兩分線ノ平方ノ差ニ等シ其證ヲ問フ

第三百九十四　平方形ノ角線ノ平方ハ平方形ノ二倍ニ等シ其證ヲ問フ

第三百九十五　直角三角形ABCノ兩邊AB ACノ間ニ一直線EFヲ引キ又EC FBヲ引ケバFC FBノ平方ノ和ハBC EFノ平方ノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第三百九十六　直角三角形ノ一邊ノ中央ヨリ弦ヘ垂線ヲ引ケバ他ノ一邊ノ平方ハ弦ノ兩分線ノ平方ノ差ニ等シ其證ヲ問フ

第三百九十七　一點ヨリ直線形ノ各邊ヘ垂線ヲ引キテ各邊ヲ兩分線ニ分ツトキハ隔次分線ノ平方ノ和相等シ其證ヲ問フ但シ垂線邊ノ引長線ト會スルトキハ會點ヨリ其邊ノ兩端ニ到ル線ヲ其邊ノ兩分線ト見做スベシ

第三百九十八　∠Aヲ直角トスル直角三角形ABCノ一鋭角頭Bヨリ一直線BDヲ引キ出ダシテ對邊ACトDニ於テ會セシムルトキハ $\overline{AC}^2+\overline{BD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$ ナリ其證ヲ問フ

第三百九十九　一點ヨリ定直方形ノ四角頭ヘ四直線ヲ引クトキハ相對スル

兩角頭ニ到ル兩直線ノ平方ノ和相等シ其證ヲ問フ

第四百　直方形内ナル一點ヨリ四角頭ニ到ル四直線ノ平方ノ和ハ其點ヨリ各邊ニ到ル四垂線ノ平方ノ和ノ二倍ニ等シ其證ヲ問フ

第四百一　直角三角形ABCノ直角頭AヨリBCヘ垂線ADヲ引クトキハ左ノ如キ關係アリ其證ヲ問フ

第一　$\overline{AD}^2=BD.DC$　　第二　$\overline{AB}^2=BD.BC$

第三　$\overline{AC}^2=CD.CB$

第四百二　∠Aヲ直角トスル直角三角形ABCノ一邊ACノ中央Dト對角頭Bトヲ聯テ一直線BDヲ引クトキハ$\overline{BD}^2+3\overline{AD}^2=\overline{BC}^2$ナリ其證ヲ問フ

第四百三　直角三角形ノ一鋭角他ノ鋭角ノ二倍ナレバ一邊ノ平方ハ他ノ邊ノ平方ニ三倍ス其證ヲ問フ

第四百四　直角三角形ノ兩邊ノ和ノ平方ハ弦ノ平方ト兩邊ノ直方形ノ二倍トノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百五　直角三角形ノ兩邊ノ差ノ平方ハ弦ノ平方ト兩邊ノ直方形ノ二倍トノ差ニ等シ其證ヲ問フ

第四百六　直角三角形ノ一邊ノ平方ハ弦ト他ノ邊トノ和ト差トノ直方形ニ等シ其證ヲ問フ

第四百七　弦ABヲ通有スル兩直角三角形ACB ADBノ兩直角頭CトDトヲ聯テ直線CDヲ引キ兩角頭A BヨリCD或ハ其引長線ヘ垂線AE BFヲ引クトキハ$\overline{CE}^2+\overline{CF}^2=\overline{DE}^2+\overline{DF}^2$ナリ其證ヲ問フ

第四百八　直角三角形ABCノ兩邊AB ACノ中央ヲ各E FトシテEC FBヲ引クトキハEC FBノ平方ノ和ノ四倍ハ弦BCノ平方ノ五倍ニ等シ其證ヲ問フ

第四百九　三角形ABCノ兩角頭B Cヨリ各其對邊ヘ垂線ヲ引キ其兩垂線ノ交點ヲDトスレバ兩邊AB ACノ平方ノ差ハBD CDノ平方ノ差ニ等シ其證ヲ問フ

第四百十　三角形ABCノ兩邊AB ACノ上ニ平方形ACHE ABKDヲ作リDEヲ引クトキハEC

DEノ平方ノ和ハAB ACノ平方ノ和ノ二倍ニ等シ其證ヲ問フ

第四百十一　等邊三角形ノ一邊ノ平方ノ三倍ハ一角頭ヨリ對邊ニ到ル垂線ノ平方ノ四倍ニ等シ其證ヲ問フ

第四百十二　二等邊三角形ノ一底角頭ヨリ對邊ニ到ル垂線ノ平方ハ其邊ノ兩分線ノ直方形ノ二倍ト底ニ近キ一分線ノ平方トノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百十三　三角形ノ兩底角頭ヨリ對邊ヘ垂線ヲ引クトキハ兩邊ト其兩邊ノ底ニ近キ分線トノ直方形ノ和ハ底ノ平方ニ等シ其證ヲ問フ

第四百十四　直方形ノ兩隣邊ノ上ニ各平方形ヲ作ルトキハ兩平方形ノ角線ノ直方形ハ其積原形ノ二倍ナリ其證ヲ問フ

第四百十五　二等邊三角形ABCノ底BC或ハ其引長線上ニ一點Dヲ設ケテADヲ引クトキハ$AB^2 \sim AD^2 = BD.CD$ナリ其證ヲ問フ

第四百十六　Oヲ圓心トスル圓ABCノ圓內線AB或ハ其引長線上ニ一點Dヲ

設ケ又若シ圓內線AB圓徑ナラザレバODヲ引ケバAD DBノ直方形ハ半徑ノ平方トODノ平方トノ差ニ等シ其證ヲ問フ

第四百十七　圓內ナル一點ヲ貫ク所ノ圓內線ノ其點ニテ分ルヽ兩分線ノ直方形ハ皆相等シ其證ヲ問フ

第四百十八　圓外ナル一點ヨリ出ヅル所ノ割線ト其圓外分トノ直方形ハ皆相等シ其證ヲ問フ

第四百十九　OA OBヲ以テOヲ圓心トスル圓ノ兩半徑トシ且ツ互ニ正交スルモノトシBヨリ一線ヲ引キ出ダシテOAトCニ於テ會セシメCヨリOBト平行ニ一線CDヲ引キテ圓周トDニ於テ會セシムルトキハBC CDノ平方ノ和ハ半徑ノ平方ノ二倍ニ等シ其證ヲ問フ

第四百二十　圓內ニ於テ圓徑ト弦ト直角ノ半ニ等シキ交角ヲ作リテ相交ハルトキハ弦ノ兩分線ノ平方ノ和ハ半徑ノ平方ノ二倍ニ等シ其證ヲ問フ

第四百二十一　圓內ニ於テ相交ハル所ノ兩弦ノ平方ノ差ハ各弦ノ兩分線

ノ差ノ平方ノ差ニ等シ其證ヲ問フ

第四百二十二　互ニ外ニ相切スル兩圓ノ平行ナル兩圓徑ノ同方ナル兩端ヲ聯子テ兩直線ヲ引クトキハ其兩線ノ平方ノ和ハ兩圓ノ圓徑ノ平方ノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百二十三　圓周上ナル一點ヨリ內切平方形ノ各角頭ヘ四直線ヲ引クトキハ其四線ノ平方ノ和ハ圓徑ノ平方ノ二倍ニ等シ其證ヲ問フ

第四百二十四　圓內ニ於テ正交スル兩弦ノ各分線ノ平方ノ和ハ圓徑ノ平方ニ等シ其證ヲ問フ

第四百二十五　圓外ニ於テ正交スル兩割線ノ全線ト圓外分トノ四平方ノ和ハ圓徑ノ平方ニ等シ其證ヲ問フ

第四百二十六　互ニ外ニ相切スル兩圓ノ各ニ切シテ兩圓ノ切點ヲ貫カザル直線ヲ引クトキハ其直線ノ兩切點間ノ部分ノ平方ハ兩圓ノ圓徑ノ直方形ト等積ナリ其證ヲ問フ

第四百二十七　三角形ノ一角兩直角ノ三分之二ナルトキハ其角ノ對邊ノ平方ハ他ノ兩邊ノ兩平方ト其兩邊ノ直方形トノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百二十八　等邊三角形 ABC ノ一邊 BC ヲ引長シテ其引長線上ニ一點 D ヲ設ケ AD ヲ引クトキ $\overline{AD}^2=2\overline{BC}^2$ ナレバ BD.CD$=\overline{BC}^2$ ナリ又 BD.CD$=\overline{BC}^2$ ナレバ $\overline{AD}^2=2\overline{BC}^2$ ナリ其證ヲ問フ

第四百二十九　三角形 ABC ノ一角 C 直角ノ三分之一ナルトキハ $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2-$AC.BC ナリ其證ヲ問フ

第四百三十　二等邊三角形ノ一底角頭ヨリ對邊ヘ垂線ヲ引ケバ其邊ノ底ニ近キ一分線ト一邊トノ直方形ノ二倍ハ底ノ平方ニ等シ其證ヲ問フ

第四百三十一　直角三角形 ABC ノ一邊 AB 上ナル一點 D ヨリ弦 BC ヘ垂線 DE ヲ引ケバ BC.BE=AB.BD ナリ其證ヲ問フ

第四百三十二　二等邊三角形 ABC ノ底 BC ト平行ニ一線 DE ヲ引キ AB 邊ト D ニ於テ會セシメ AC 邊ト E ニ於テ會セシメ BE ヲ引クトキハ $\overline{BE}^2=$BC.DE$+\overline{CE}^2$ ナ

リ其證ヲ問フ

第四百三十三　梯形ノ兩角線ノ平方ノ和ハ兩斜邊ノ兩平方ト兩平行邊ノ直方形ノ二倍トノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百三十四　二等邊三角形ABCノ一邊ABヲ引長シテ其引長線ヨリABト等シクBDヲ截リDCヲ引ケバ $\overline{DC}^2=\overline{AB}^2+2\overline{BC}^2$ ナリ其證ヲ問フ

第四百三十五　平行形ノ四邊ノ平方ノ和ハ兩角線ノ平方ノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百三十六　三角形ABCノ底BC上ニ一點Dヲ設ケ $\overline{AB}^2+\overline{BD}^2=\overline{AC}^2+\overline{CD}^2$ トナストキハADノ中央ハ兩底角頭ヨリ等距離ナリ其證ヲ問フ

第四百三十七　直角三角形ABCノ弦BCヲPトQトニ於テ三等分シAP AQヲ引クトキハ三線AP AQ PQノ平方ノ和ハ弦BCノ平方ノ三分之二ニ等シ其證ヲ問フ

第四百三十八　三角形ノ三中央線ノ平方ノ和ハ三邊ノ中央ヲ二個ヅヽ聯

ヌル三直線ノ平方ノ和ノ三倍ニ等シ其證ヲ問フ

第四百三十九　三角形ノ三中央線ノ平方ノ和ノ四倍ハ三邊ノ平方ノ和ノ三倍ニ等シ其證ヲ問フ

第四百四十　四角形ノ兩角線ノ平方ノ和ハ對邊ノ中央ヲ聯ヌル兩直線ノ平方ノ二倍ノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百四十一　四角形ノ四邊ノ平方ノ和ハ兩角線ノ平方ト兩角線ノ中央ヲ聯ヌル直線ノ平方ノ四倍トノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百四十二　四角形ノ兩對邊ノ中央ヲ聯ヌル直線ノ平方ノ四倍ト其兩邊ノ平方ト和ハ他ノ兩邊ノ平方ト兩角線ノ平方トノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百四十三　五角形ノ五邊ノ平方ノ和ノ三倍ハ其角線ノ總平方ト角線ノ中央ヲ聯ヌル諸線ノ總平方トノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百四十四　一點Pヨリ四角形ABCDノ四角頭ヘ四直線PA PB PC PDヲ引キ又

兩角線ACBDノ中央ヲ聯ヌル直線ノ中央ヲEトシテ四直線EAEBECED及ビEPヲ引ケバPAPBPCPDノ四直線ノ平方ノ和ハEAEBECEDノ四直線ノ平方トEPノ平方ノ四倍トノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百四十五　平行形ノ兩角線ノ交點ヲ圓心トスル一圓周上ノ點ヨリ平行形ノ四角頭ニ到ル四直線ノ平方ノ和ハ其點ノ位置ニ關ラズ常ニ一定不易ナリ其證ヲ問フ

第四百四十六　圓徑AB上ニテ圓心ヨリ等距離ノ處ニ二點CDヲ設ケ又圓周上ニ任意ニ一點Eヲ設ケテCEDEヲ引ケバ $\overline{CE}^2+\overline{DE}^2=\overline{AC}^2+\overline{AD}^2$ ナリ其證ヲ問フ

第四百四十七　圓徑上ナル一點ヨリ其圓徑ト平行ナル一弦ノ兩端ヘ兩直線ヲ引クトキハ其兩直線ノ平方ノ和ハ圓徑ノ兩分線ノ平方ノ和ニ等シ其證ヲ問フ

第四百四十八　兩同心圓ノ外圓ノ徑ヲABトシ其內圓周ト交ハル處ヲCDトシ又外圓周上ニ一點Pヲ設ケ內圓周上ニ一點Qヲ設ケテPCPDQAQBノ四線ヲ引クトキハ $\overline{PC}^2+\overline{PD}^2=\overline{QA}^2+\overline{QB}^2$ ナリ其證ヲ問フ

第四百四十九　三角形ノ一角頭ヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ平分スル法如何

第四百五十　三角形ノ一角頭ヨリ二條ノ直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ三等分スル法如何

第四百五十一　三角形ノ一邊上ナル定點ヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ他ノ一邊ノ引長線ニ會セシメ以テ原形ト等積ナル三角形ヲ作ル法如何

第四百五十二　定三角形ト等積ニシテ定角ニ等シキ一底角ヲ有スル三角形ヲ有限ノ定直線上ニ作ル法如何

第四百五十三　定三角形ト等積ニシテ有限ノ一直線ニ等シキ底邊ヲ有スル二等邊三角形ヲ作ル法如何

第四百五十四　定三角形ト等積ニシテ有限ノ一直線ニ等シキ兩邊ヲ有ス

ル二等邊三角形ヲ作ル法如何

第四百五十五　定平行形ト等積ニシテ其長邊ニ等シキ各邊ヲ有スル菱形ヲ作ル法如何

第四百五十六　四角形ノ一邊上ナル定點ヨリ兩直線ヲ引キ出ダシテ對邊ノ引長線ト會セシメ以テ原形ト等積ナル三角形ヲ作ル法如何

第四百五十七　定直線形ト等積ニシテ定角ニ等シキ一底角ヲ有スル三角形ヲ有限ノ定直線上ニ作ル法如何

第四百五十八　定三角形ト等積ニシテ其底邊ト同シ一直線上ニ底邊ヲ有シ且ツ定點ヲ頂角頭トスル三角形ヲ作ルベシ

第四百五十九　有限ノ定直線ヲ底トシ底ノ中央線ヲ他ノ有限ノ直線ニ等シクシテ定直線形ト等積ナル三角形ヲ作ルベシ

第四百六十　定四角形ト等積ニシテ之ト底邊ヲ共有シ且ツ底ト平行ナル定直線上ニ一邊ヲ有スル梯形ヲ作ル法如何但シ定四角形ト定直線トハ底ノ同方ニアルモノトス

第四百六十一　三角形ノ一邊上ナル定點ヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ平分スル法如何

第四百六十二　左ノ直線ヲ引キテ定平行形ヲ平分スベシ

第一　定點ヲ貫ク所ノ直線

第二　一邊ト正交スル直線

第三　定直線ト平行ナル直線

第四百六十三　四角形ノ一角頭ヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ平分スル法如何

第四百六十四　三角形ノ一邊上ナル定點ヨリ兩直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ三等分スル法如何

第四百六十五　三角形ノ三角頭ヨリ三直線ヲ引キ出ダシテ形內ナル一點ニ會セシメ以テ本形ヲ三等分スル法如何

第四百六十六　三角形内ナル定點ヨリ兩直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ平分スル法如何

第四百六十七　三角形内ナル定點ヨリ三直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ三等分スル法如何

第四百六十八　平行形ノ一角頭ヨリ兩直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ三等分スル法如何

第四百六十九　平行形ノ一邊上ナル定點ヨリ兩直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ三等分スル法如何

第四百七十　四角形ノ一邊上ナル定點ヨリ一直線ヲ引キ出ダシテ本形ヲ平分スル法如何

本號にて今少し問題を差し上げ度存じますれど紙數の都合もあれば次號に致しませう