259-215

長澤龜之助著

試驗問題講義

代數學之部

東京 東海圖發行

43.4.2
內交

序

曾テ昨年十一月雜誌"XY"第六卷第九號ニ昨年度ヨリ溯リテ十三年間ノ各官立學校ノ入學試驗問題ヲ輯錄シテ發行セシニ讀者之ヲ便トシ，更ニ解式ノ勉行ヲ促サルルヤ切ナリ．然レドモXYハ紙數限リアリテ是等ノ試驗問題全部ノ解式ヲ載スル能ハズ．故ニ玆ニ算術代數幾何三角ノ四部ヲ各別冊トシ，之ニ受驗注意並模範解法ノ一冊ヲ加ヘテ編述發行スルコトトシ，代數學之部印刷先ヅ成ル．

試驗問題ノ解式世ニ其ノ書ナキニアラズト雖モ多クハ匿名ヲ以テシ其ノ解法概ネ粗漏ニシテ而モ校正嚴密ナラズ魯魚ノ誤モ亦決シテ少ナカラズ，讀者皆之ヲ不便トス，加之最近十三年間ニ涉リテ之ヲ輯錄シタルモノナシ．故ニ余ハ是等ノ問題ニ一々解ヲ附シ，且校正ヲ嚴密ニシ，別解アルモノハ亦之ヲ加ヘ，尙注意ヲ書キ添ヘテ解法

ノ要點，其ノ他必要ナル事項ヲ說明シテ，玆ニ之ヲ出版スルコトトシタリ．本書ガ中學ヲ卒業シ各官立學校ニ入ラント志願スル人々ノ參考トナリ，一助トナラバ幸ナリ．

終ニ臨ミ，本書ヲ一讀セラレントスル人々ハ卷末ノ補ニアル事項ヲ本文ノ同番號ノ題ト一々對照セラレンコトヲ希望ス．

明治四十三年三月　　著者識ス

目次

A. 代入　公式　加減乘除 … … … 1— 5.
B. 一次方程式 … … … … … 5— 39.
C. 因數　公約數　公倍數 … … … 39— 49.
D. 分數 … … … … … … … 49— 70.
E. 二次方程式 … … … … … 70—172.
F. 分數指數　負指數　根數 … …172—178.
G. 根數 … … … … … … …179—188.
H. 根數方程式 … … … … …183—204.
I. 比　比例 … … … … … …204—220.
J. 級數 … … … … … … …220—248.
K. 列方　組合 … … … … …249—257.
L. 二項式定理 … … … … …257—263.
M. 對數　複利　年金 … … … …263—273.
N. 雜題 … … … … … … …273—296.
　補 … … … … … … …297—312.

試驗問題講義

代數學之部

A. 代入 公式 加減乘除

1. $(a+b-c)\times d=ad+bd-cd$ ナルコトヲ證セヨ. [30. 陸. 士.]

證 此ハ謂ハユル乘法ノ配分定則 [Distributive law] ナルモノナリ.

先ヅ第一ニ d ガ正整數ナルトキハ乘法ノ定義ニ依リ

$(a+b-c)\times d=(a+b-c)+(a+b-c)+\cdots\cdots$

[d 項マデ].

$=a+b-c+a+b-c+\cdots\cdots$

$=a+a+\cdots\cdots$[d 項マデ]

$+b+b+\cdots\cdots$[d 項マデ]

$-c-c-\cdots\cdots$[d 項マデ]

$=ad+bd-cd.$

即チ $a+b-c$ ニ或整數ヲ乘ズルニハ其ノ各項ニ其ノ整數ヲ乘ズレバヨシ.

次ニ除法ハ乘法ノ逆ナルヲ以テ $a+b-c$ ヲ或數ニテ除スルニハ其ノ各項ヲ其ノ整數ニテ除スレバヨシ. 即チ

$$(a+b-c)\div m=a\div m+b\div m-c\div m$$

ナリ.

第二ニ d ガ正ノ分數 $\frac{n}{m}$ ニ等シキトキ, 但 m 及ビ n ハ正ノ數ナリトス. 此ノ場合ニハ前條ニ依リ

$$(a+b-c)\times\frac{n}{m}=(an+bn-cn)\div m$$
$$=an\div m+bn\div m-cn\div m$$
$$=a\times\frac{n}{m}+b\times\frac{n}{m}-c\times\frac{n}{m}$$

即チ d ガ正ノ分數ナルモ亦能ク配分定則ノ眞ナルコトヲ見ル.

第三ニ d ヲ負數ニシテ $-p$ ニ等シトス, 故ニ p ハ正ノ數ナリ. 然ルトキハ

$$(a+b-c)\times(-p)=-(a+b-c)p$$

前二條ニ依リ

$$=-(ap+bp-cp)$$
$$=-ap-bp+cp$$
$$=a(-p)+b(-p)-c(-p).$$

故ニ d ガ任意ノ負數ナルモ亦能ク配分定則ノ眞

ナルコトヲ見ルベシ.

依リテ d ガ正ナリトモ負ナリトモ整數ナリトモ將タ分數ナリトモ

$$(a+b-c)\times d=ad+bd-cd.$$

2. $(x+y)^7-x^7-y^7$ ヲ x^2+xy+y^2 ニテ除シタル商ヲ問フ. [34. 海. 機.]

解 $(x+y)^7-x^7-y^7=(x+y)^7-(x^7+y^7)$

$$=(x+y)\{(x+y)^6-(x^6-x^5y+x^4y^2-x^3y^3+x^2y^4-xy^5+y^6)\}$$
$$=(x+y)(7x^5y+14x^4y^2+21x^3y^3+14x^2y^4+7xy^5)$$
$$=7xy(x+y)(x^4+2x^3y+3x^2y^2+2xy^3+y^4)$$
$$=7xy(x+y)(x^2+xy+y^2)^2$$

故ニ所要ノ商ハ $7xy(x+y)(x^2+xy+y^2)$ ナリ.

3. 若シ $a=b=c$ ナレバ

$$(a-b+c)(a+b+c)(a^2-b^2+c^2)=a^4+b^4+c^4$$

ナルコトヲ證セヨ. [33. 商船.]

證 $a=b=c$ ナルユエ

所題ノ式ノ左邊 $=c\times3c\times c^2=3c^4$

$$=c^4+c^4+c^4=a^4+b^4+c^4.$$

例題 4. 次式ヲ簡單ニセヨ.

(1) $(a+b+c)^2-(b+c-a)^2+(c+a-b)^2$

$-(a+b-c)^2$.

(2)　$a^{(p-q)r}\times a^{(q-r)p}\times a^{(r-p)q}$.　　[36. 商船.]

解　(1)　所題ノ式

$=\{(a+b+c)+(b+c-a)\}\{(a+b+c)-(b+c-a)\}$

$+\{(c+a-b)+(a+b-c)\}\{(c+a-b)-(a+b-c)\}$

$=4a(b+c)+4a(c-b)=4a(b+c+c-b)=8ac$.

(2)　所題ノ式$=a^{(p-q)r+(q-r)p+(r-p)q}$

$=a^0=1$.

5.　次ノ各商ヲ書ケ.

(1)　$(x^2-a^2)\div(x-a)$.　(2)　$(x^3+a^3)\div(x+a)$.

(3)　$(x^5-a^5)\div(x-a)$.

(4)　$(x^4+a^2x^2+a^4)\div(x^2-ax+a^2)$.

解　(1)　$(x^2-a^2)\div(x-a)=x+a$.

(2)　$(x^3+a^3)\div(x+a)=x^2-ax+a^2$.

(3))　$(x^5-a^5)\div(x-a)=x^4+ax^3+a^2x^2+a^3x+a^4$.

(4)　$(x^4+a^2x^2+a^4)\div(x^2-ax+a^2)=x^2+ax+a^2$.

備考　本題ノ如キ何レノ代數書ニモ本文ニ說明シアリ，而シテ代數學ヲ學ビタル學生ハ必ズ皆之ヲ腦裡ニ記憶シ置クベキモノナルガ故ニ上ノ如ク記憶上ヨリ其ノ結果ヲ書キ下セバ可ナリ．其ノ理由ヲ記スルニ及バズ，本題ハ「必ズ記

憶スベキ是等ノ公式ヲ學生ガ忘レズニ記憶シ居ルヤ否ヤ」ヲ試驗スルヲ以テ主眼トスレバナリ．

6.　$\left(\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{6}xy+\frac{1}{4}y^2\right)$ト$\left(\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{6}xy+\frac{1}{4}y^2\right)$トノ相乘積ヲ求メヨ.　　[30. 農. 大. 實.]

解　公式　$(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)=a^4+a^2b^2+b^4$ ニ依リテ $\left(\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{6}xy+\frac{1}{4}y^2\right)\left(\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{6}xy+\frac{1}{4}y^2\right)$

$=\frac{1}{81}x^4+\frac{1}{36}x^2y^2+\frac{1}{16}y^4$.

B.　一次方程式

1.　$a+bx^3$ ナル式ノ値ガ，$x=10$ ナルトキ 100 ニシテ，$x=11$ ナルトキ 120 ナレバ，$x=12$ ナルトキノ値如何.　　[38. 商船.]

解　題意ニ依リテ

$$a+b\times10^3=100 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$a+b\times11^3=120 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(2) ヨリ (1) ヲ減ズレバ

$$(11^3-10^3)b=120-100,$$

卽チ　$331b=20$,

$$\therefore \quad b=\frac{20}{331}.$$

b ノ此ノ値ヲ (1) 或ハ (2) ニ代入シテ

$$a=\frac{13100}{331}$$

ヲ得. 故ニ所要ノ値ハ $\frac{13100}{331}+\frac{20}{331}\times 12^{s}$, 即チ $143\frac{327}{331}$ ナリ.

2. $\frac{3x-4}{2}-\frac{4x-3}{3}=x-6$ ヲ解ケ.[30.商船.]

解 分母ヲ拂ヘバ

$$3(3x-4)-2(4x-3)=6(x-6),$$

括弧ヲ外ヅシ　$9x-12-8x+6=6x-36,$

移項シテ　　$9x-8x-6x=12-6-36,$

即チ　　$-5x=-30, \quad \therefore \quad x=6.$

3. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.　　[30. 美術.]

$$3x+2y=19 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (1)$$

$$4x-7y=6 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (2)$$

解 I. 加減消去法ニテ解ケバ次ノ如シ.

(1) ニ 7 ヲ乘ジ,(2) ニ 2 ヲ乘ジテ邊々相加フレバ

$$21x+8x=133+12,$$

即チ　$29x=145 \quad x=5.$

x ノ此ノ値ヲ所題ノ方程式ノ一ニ代入シテ

$$y=2$$

ヲ得ベシ.

解 II. 代入消去法ニテ解ケバ次ノ如シ.

(1) ヨリ　　$y=\frac{19-3x}{2} \quad \cdots \cdots \cdots \quad (3)$

之ヲ (2) ニ代入スレバ

$$4x-\frac{7(19-3x)}{2}=6,$$

即チ　　$8x-133+21x=12,$

即チ　　$8x+21x=12+133.$

即チ　　$29x=145, \quad \therefore \quad x=5.$

之ヲ (3) ニ代入シ　$y=2.$

解 III. 比較消去法ニテ解ケバ次ノ如シ.

(1) ヨリ　　$y=\frac{19-3x}{2} \quad \cdots \cdots \cdots \quad (3)$

(2) ヨリ　　$y=\frac{4x-6}{7} \quad \cdots \cdots \cdots \quad (4)$

故ニ　　$\frac{4x-6}{7}=\frac{19-3x}{2},$

分母ヲ拂ヒテ　$2(4x-6)=7(19-3x)$

即チ　　$8x-12=133-21x,$

即チ　　$8x+21x=133+12,$

即チ　　$29x=145, \quad \therefore \quad x=5.$

之ヲ (3) 或ハ (4) ニ代入シテ　$y=2$　ヲ得.

4. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [34. 美術.]

$$3x+5y=22 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$7x-4y=20 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解 (1) ニ 4 ヲ乘ジ, (2) ニ 5 ヲ乘ジヲ邊々相加フレバ $12x+35x=88+100$,

即チ $47x=188$, $\therefore\ x=4$.

x ノ此ノ値ヲ所題ノ方程式ノ一ニ代入シテ

$$y=2$$

ヲ得.

5. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [30. 大. 高. 工.]

$$\frac{2x+3y}{5}+\frac{y+6}{7}=2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\frac{2x-5y}{3}+\frac{x+7}{4}=1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解 (1), (2) ノ分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバソレゾレ

$$7x+13y=20 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

$$11x-20y=-9 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (4)$$

(3) ニ 20 ヲ乘ジ, (4) ニ 13 ヲ乘ジテ邊々相加フレバ

$$140x+143x=400-117,$$

或ハ $283x=283$, $\therefore\ x=1$.

x ノ此ノ値ヲ (1), 或ハ (2) ニ代入シテ $y=1$ ヲ得.

6 $4x-6y-3=7x+2y-4=-2x+3y+24$

ヲ解ケ. [35. 大. 高. 工.]

解 所題ノ方程式ヨリ

$$4x-6y-3=7x+2y-4,$$

及ビ $4x-6y-3=-2x+3y+24$,

即チ $3x+8y=1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$

$$6x-9y=27 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ニ 2 ヲ乘ジ, (2) ヲ減ズレバ

$$25y=-25, \quad \therefore\ y=-1,$$

y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ $x=3$ ヲ得ベシ.

備考 本題ノ形ハ相等シキ三ツノ代數式ヲ順次ニ = ニテ連結シタルヲ以テ, 本解ノ如ク, 第一第二式ヲ相等セシメ, 又第一第三式ヲ相等セシメテ一組ノ聯立方程式ヲ作ルモ, 亦第一第二式, 及ビ第二第三式ヲ各自相等セシメテ一組ノ聯立方程式ヲ作ルモ, 亦第一第三式, 及ビ第二第三式ヲ相等セシメテ一組ノ聯立方程式ヲ作ルモ可ナリ.

7. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [30. 商船.]

$$(a-b)x+(a+b)y=a^2+b^2 \quad \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$bx=ay \quad \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解 I. (2) ヨリ $x=\frac{a}{b}y$,

x ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ

$$\frac{a^2+b^2}{b}y=a^2+b^2,\quad \therefore\ y=b,$$

從ヒテ　$x=a$　ヲ得.

解 II.　(1) ヨリ　$ax-bx+ay+by=a^2+b^2,$

然ルニ　$bx=ay$

ナルヲ以テ　$ax+by=a^2+b^2$ ... ... (3)

(3) ニ a ヲ乘ズレバ

$$a^2x+aby=a(a^2+b^2),$$

又 (2) ニ b ヲ乘ズレバ

$$b^2x=aby,$$

之ヲ前方程式ニ代入シ

$$a^2x+b^2x=a(a^2+b^2),$$

即チ　$(a^2+b^2)x=a(a^2+b^2),\quad \therefore\ x=a.$

又 (3) ニ b ヲ乘ジテ, 之ニ (2) ニ a ヲ乘ジタルモノヲ代入スレバ　$y=b$　ヲ得ベシ.

8. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [30. 東. 高. 工.]

$$x+\frac{y}{2}=1 \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad (1)$$

$$y+\frac{z}{3}=1 \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad (2)$$

$$z+\frac{x}{4}=1 \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad (3)$$

解　所題ノ方程式ヨリ次ノ一組ノ方程式ヲ得.

$$2x+y=2 \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad (4)$$

$$3y+z=3 \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad (5)$$

$$4z+x=4 \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad (6)$$

(4) ニ 3 ヲ乘ジテ, (5) ヲ減ズレバ

$$6x-z=3 \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad (7)$$

(7) ニ 4 ヲ乘ジテ (6) ト相加フレバ

$$25x=16,\quad \therefore\ x=\frac{16}{25}.$$

從ヒテ　$y=\frac{18}{25},\quad z=\frac{21}{25}$　ヲ得.

9. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [30. 海. 兵.]

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \quad ... \quad ... \quad ... \quad (1)$$

$$\frac{x}{a}+\frac{z}{b}+\frac{y}{c}=1 \quad ... \quad ... \quad ... \quad (2)$$

$$\frac{y}{a}+\frac{x}{b}+\frac{z}{c}=1 \quad ... \quad ... \quad ... \quad (3)$$

解　(1) ヨリ (2) ヲ減ズレバ

$$\frac{y-z}{b}+\frac{z-y}{c}=0,$$

即チ　$(y-z)\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right)=0,\quad \therefore\ y=z,$

(1) ヨリ (3) ヲ減ズレバ

$$\frac{x-y}{a}+\frac{y-x}{b}=0,$$

即チ　$(x-y)\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)=0,\quad \therefore\ x=y,$

故ニ　　$x=y=z$,

從ヒテ (1) ハ

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)x=1,\quad \therefore\quad x=\frac{abc}{bc+ca+ab},$$

從リテ所要ノ解答ハ

$$x=y=z=\frac{abc}{bc+ca+ab}.$$

10. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [36.東.高.師.]

$$a^3x+ay+z=b+c \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$b^3x+by+z=c+a \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$c^3x+cy+z=a+b \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

解 (1) ヨリ (2) ヲ減ジ $a-b$ ニテ除スレバ

$$(a^2+ab+b^2)x+y=-1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (4)$$

同樣ニ (2), (3) ヨリ

$$(b^2+bc+c^2)x+y=-1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (5)$$

(4) ヨリ (5) ヲ減ズレバ

$$(a-c)(a+b+c)x=0,$$

故ニ　　$x=0$, 從ヒテ　$y=-1$,

x, y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ $z=a+b+c$ ヲ得.

11. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [33. 海. 兵.]

$$x+y+z=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$(a+b)x+(a+c)y+(b+c)z=0 \quad \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$abx+acy+bcz=1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

解 (1) ニ $b+c$ ヲ乘ジ, (2) ヲ減ズレバ

$$(c-a)x+(b-a)y=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (4)$$

(1) ニ bc ヲ乘ジ, (3) ヲ減ズレバ

$$b(c-a)x+c(b-a)y=-1 \quad \cdots\ \cdots \quad (5)$$

(4) ニ c ヲ乘ジ, (5) ヲ減ズレバ

$$(c-a)(c-b)x=1,$$

$$\therefore\quad x=-\frac{1}{(b-c)(c-a)},$$

從ヒテ

$$y=-\frac{1}{(a-b)(b-c)},$$

$$z=-\frac{1}{(c-a)(a-b)}.$$

ヲ得.

12. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [34. 海. 兵.]

$$x-2y+3z=6 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$2x+3y-4z=20 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$3x-2y+5z=26 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

解 (1) ニ 4 ヲ乘ジ, (2) ニ 3 ヲ乘ジテ辺々相加フレバ

$$10x+y=84 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (4)$$

同樣ニ (2) ト (3) トヨリ

$$22x+7y=204 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (5)$$

(4) ニ 7 ヲ乘ジ, (5) ヲ減ズレバ

$48x=384$, $\therefore\ x=8$,

從ヒテ $y=4$, $z=2$

ヲ得ベシ.

13. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [39.東.高.師.]

$$ax-ay-z=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$bx+by-z=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$x+y-2a=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

解 (1) ヨリ (2) ヲ減ズレバ

$$(a-b)x-(a-b)y=0 \quad \cdots\ \cdots \quad (4)$$

(3) ニ $a+b$ ヲ乘ジテ (4) ヲ加フレバ

$$2ax-2x(a+b)=0,$$

$\therefore\ x=a+b,$

從ヒテ (3) ヨリ $y=a-b$

ヲ得, 是等ノ値ヲ (1) ニ代入シテ

$$z=2ab$$

ヲ得ベシ.

14. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [40.長.高.商.]

$$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$lx+my+nz=s \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解 (1) ヨリ $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}=\dfrac{lx+my+nz}{la+mb+nc}$

(2) ヨリ $\qquad =\dfrac{s}{la+mb+nc},$

$$\therefore\ x=\frac{as}{la+mb+nc},$$

$$y=\frac{bs}{la+mb+nc}, \qquad z=\frac{cs}{la+mb+nc}.$$

15. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ. [42.七高.]

$$x-ay+a^2z=a^3 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$x-by+b^2z=b^3 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$x-cy+c^2z=c^3 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

解 I. (1) ヨリ (2) ヲ減ジテ

$$(b-a)y-(b^2-a^2)z=a^3-b^3,$$

故ニ $y-(b+a)z=-a^2-ab-b^2 \quad \cdots\ \cdots \quad (4)$

同樣ニ (2), (3) ヨリ

$$y-(c+b)z=-b^2-bc-c^2 \quad \cdots\ \cdots \quad (5)$$

(4) ヨリ (5) ヲ減ジテ

$$(c-a)z=(c-a)(a+b+c),$$

$\therefore\ z=a+b+c.$

z ノ此ノ値ヲ (4), 或ハ (5) ニ代入シテ

$$y=bc+ca+ab.$$

ヲ得, 從ヒテ $x=abc,$

ヲ得.

解 II. 所題ノ方程式ハ λ ニ就キテノ三次方程式　$\lambda^3-z\lambda^2+y\lambda-x=0$

ガ λ ノ a, b, c ナル値ニ依リテ零トナルコトヲ示ス.

故ニ　$\lambda^3-(a+b+c)\lambda^2+(bc+ca+ab)\lambda-abc=0.$

依リテ直チニ

$$z=a+b+c,\quad y=bc+ca+ab,\quad x=abc$$

ナルコトヲ知ル.

16. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ.　[38. 商船.]

$$x+y+z=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$ax+by+cz=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$a^2x+b^2y+c^2z=1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

解　(1) ニ c ヲ乘ジ, (2) ヲ減ズレバ

$$(c-a)x-(b-c)y=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (4)$$

(2) ニ c ヲ乘ジ, (3) ヲ減ズレバ

$$a(c-a)x-b(b-c)y=-1 \quad \cdots\ \cdots \quad (5)$$

(4) ニ b ヲ乘ジ, (5) ヲ減ズレバ

$$x(c-a)(b-a)=1,$$

$$\therefore\ x=-\frac{1}{(c-a)(a-b)}.$$

x ノ此ノ値ヲ (4) ニ代入シテ

$$y=-\frac{1}{(a-b)(b-c)}.$$

x, y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ

$$z=-\frac{1}{(b-c)(c-a)}.$$

17. 時計アリ, 十二時ニ於テ長針短針相合セリ, 次ニ相合スルハ何時ナルカ. [38. 農. 大. 實.]

解　時計ノ兩針ガ十二時ニ於テ相合シ, 次ニ相合スルハ長針ガ短針ヨリ 60 分劃多ク廻轉シタルトキナリ. 然ルニ長針ガ x 分劃廻轉スル間ニ短針ハ $\frac{x}{12}$ 分劃廻轉ス, 故ニ十二時後相合スルマデノ分ノ數ヲ x トスレバ

$$x-\frac{x}{12}=60,$$

之ヲ解キテ　$x=65\frac{5}{11}$

ヲ得, 即チ所要ノ時刻ハ 1時5分$\frac{5}{11}$ ナリ.

18. 長サ 2 尺 8 寸ノ布ヲ二ツニ切リタル其ノ長キ方ノ四ツ折ノ長サト短キ方ノ三ツ折ノ長サトノ和ハ長キ方ト短キ方トノ差ノ 4 倍ヨリモ 4 寸短シト云フ, 各ノ長サヲ問フ.　[42. 海. 兵.]

解　長キ方ヲ x 寸, 短キ方ヲ y 寸トスレバ題

意ニ依リテ　　$x+y=28$ ... ... (1)

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=4(x-y)-4 \quad \text{... ... ... (2)}$$

(1) ヨリ　　$y=28-x$,

之ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$97x=1504,$$

$$\therefore \quad x=15\frac{49}{97}, \quad \text{從ヒテ} \quad y=12\frac{48}{97}.$$

依リテ長キ方ハ $1尺5寸\frac{49}{97}$, 短キ方ハ $1尺2寸\frac{48}{97}$ ナリ.

19. 或學校ニテ數學教科書若干部ト化學教科書若干部トヲ購買シ其ノ代價合セテ金42圓90錢ヲ書肆ニ仕拂ヘリ, 然ルニ其ノ後書肆ニ於テ數學書一部ノ代價ト化學書一部ノ代價トヲ取違ヘテ計算シタルヲ發見シ金1圓65錢ヲ返却シ來レリ依リテ學校ニテハ其ノ1圓65錢ヲ以テ更ニ數學教科書一部ト化學教科書一部トヲ購買シタリト云フ, 買入レタル教科書數學化學ヲ合セテ幾部トナルカ.　　[38. 海. 機.]

解　數學化學ノ一册ノ代價ヲソレゾレ a, b 錢, 册數ヲソレゾレ x, y 册トスレバ題意ニ依リテ

$$bx+ay=4290 \quad \text{... ... ... (1)}$$

$$ax+by=4290-165 \quad \text{... ... (2)}$$

(1), (2) ヲ邊々相加フレバ

$$(a+b)(x+y)=8415,$$

然ルニ　　$a+b=165,$

$$\therefore \quad x+y=51,$$

依リテ所要ノ册數ハ 51部ナリ.

20. 水槽アリ, 水ヲ入ルルニ甲乙二管ヲ用フレバ $1\text{時間}\frac{5}{7}$, 乙丙二管ヲ用フレバ $2\text{時間}\frac{2}{9}$, 丙甲二管ヲ用フレバ $1\text{時間}\frac{7}{8}$ ニテ充滿スベシ, 今一管ヲ用ヒテ此ノ水槽ヲ充滿セシメンニハ三管各幾時間ヲ要スルカ.　　[42. 海. 機.]

解　甲乙丙三管ニテノ所要ノ時間ヲソレゾレ x 時, y 時, z 時トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{1\frac{5}{7}} \quad \text{... ... ... (1)}$$

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2\frac{2}{9}} \quad \text{... ... ... (2)}$$

$$\frac{1}{z}+\frac{1}{x}=\frac{1}{1\frac{7}{8}} \quad \text{... ... ... (3)}$$

(1), (2), (3) ヲ邊々相加ヘ 2 ニテ除スレバ

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{47}{60} \quad \text{... ... (4)}$$

(4) ヨリ (1) ヲ減ズレバ

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{5}, \quad \therefore \quad z=5,$$

同樣ニシテ $x=3$, $y=4$ ヲ得.

卽チ甲管ハ 3 時間, 乙管ハ 4 時間, 丙管ハ 5 時間ナリ.

21. 三船アリ, 或航路ヲ航行スルニ其ノ毎時ノ速サ第一船ハ第二船ヨリ $\frac{1}{2}$ 海里速ク, 第二船ハ第三船ヨリ $\frac{3}{4}$ 海里速シ, 而シテ其ノ航行時間ハ第一船ハ第二船ヨリ 1 時 30 分少ナク, 第二船ハ第三船ヨリ 2 時 30 分少ナシト云フ, 航路ノ長サ如何. [35. 陸. 士.]

解 第三船ノ毎時ノ速サヲ x 海里トスレバ第二船, 第一船ノ毎時ノ速サハ ソレゾレ $\left(x+\frac{3}{4}\right)$ 海里, 及ビ $x+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$, 卽チ $\left(x+\frac{5}{4}\right)$ 海里ナリ.

故ニ航路ノ長サヲ y 海里トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{y}{x+\frac{5}{4}}=\frac{y}{x+\frac{3}{4}}-1.5 \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

$$\frac{y}{x+\frac{3}{4}}=\frac{y}{x}-2.5 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ $\frac{20y}{4x+5}=\frac{20y}{4x+3}-7.5 \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$

(2) ヨリ $\frac{12y}{4x+3}=\frac{3y}{x}-7.5 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$

(3) ヨリ (4) ヲ減ジテ各項ヲ一邊ニ集ムレバ

$$\frac{20y}{4x+5}-\frac{32y}{4x+3}+\frac{3y}{x}=0,$$

故ニ $\frac{20}{4x+5}-\frac{32}{4x+3}+\frac{3}{x}=0,$

分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ

$$-4x+45=0, \quad \therefore \quad x=\frac{45}{4},$$

x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入スレバ

$$\frac{1}{180}y=2.5, \quad \therefore \quad y=450.$$

依リテ所要ノ長サハ 450 海里ナリ.

22. 杉檜松縦ノ林ノ面積 2000 町歩アリ, 其ノ中檜林ノ面積ハ杉林ノ面積ノ $\frac{1}{2}$ ニ等シ, 松林ハ縦林ヨリ多キコト杉林ノ $\frac{1}{3}$ ニ等シク, 又檜林ニ 200 町歩ヲ增加スルトキハ松及ビ縦林ノ面積ノ和ニ等シト云フ, 杉檜松縦各林ノ面積如何. [30. 農. 大. 實.]

解 杉林ノ面積ヲ x 町歩トスレバ, 檜林ノ面積ハ $\frac{1}{2}x$ 町歩ナリ, 故ニ松縦兩林ノ面積ヲソレゾレ y 町歩, z 町歩トスレバ題意ニ依リテ

$$x+\frac{x}{2}+y+z=2000 \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

$$y=z+\frac{x}{3} \cdots \cdots (2)$$

$$\frac{x}{2}+200=y+z \cdots \cdots (3)$$

(3) ヲ置キ換ヘテ

$$\frac{x}{2}-y-z=-200,$$

之ト (1) トヲ邊々相加フレバ

$$2x=1800, \quad \therefore \quad x=900.$$

x ノ此ノ値ヲ (2), (3) ニ代入スレバ

$$y-z=300,$$

$$y+z=650$$

ヲ得，之ヲ解キテ

$$y=475, \quad z=175$$

ヲ得，依リテ杉檜松縦林ノ面積ハソレゾレ 900 町歩，450 町歩，475 町歩，175 町歩ナリ．

23. 父ノ年齢ハ子ノ年齢ノ 6 倍ナリ，然レドモ今ヨリ 4 年ノ後ニ至レバ父ノ年齢ハ子ノ年齢ノ 4 倍トナルト云フ，父子ノ年齢ヲ求メヨ．

[33. 農. 大. 實.]

解　子ノ年齢ヲ x 歳トスレバ父ノ年齢ハ $6x$ 歳ナリ．故ニ題意ニ依リテ

$$4(x+4)=6x+4,$$

之ヲ解キテ $x=6$,　$\therefore$　$6x=36$,

依リテ子ノ年齢ハ 6 歳，父ノ年齢ハ 36 歳ナリ．

24. 米 4 斗ト麥 1 斗 5 升トノ價合計金 5 圓 20 錢ナリシニ，其ノ後米ノ相場ハ 2 割騰貴シ，麥ノ相場ハ 1 割下落シタルタメ其ノ價合計金 5 圓 88 錢ニナレリト云フ，始ノ米及ビ麥ノ相場各幾何ナルカ．

[33. 一高.]

解　始ノ相場，米麥各一升ニ付キソレゾレ x 錢，y 錢トスレバ題意ニ依リテ

$$40x+15y=520,$$

即チ　$8x+3y=104 \cdots \cdots (1)$

及ビ　$40x(1+0.2)+15y(1-0.1)=588,$

即チ　$32x+9y=392 \cdots \cdots (2)$

(1) ヨリ　$y=\frac{104-8x}{3}$,

之ヲ (2) ニ代入シテ

$$x=10, \quad \text{從ヒテ} \quad y=8,$$

故ニ一升ニ付キ米ハ 10 錢，麥ハ 8 錢ナリ．

25. 或人進行中ノ甲列車ノ窓ヨリ之ト平行セル鐵道ヲ反對ノ方向ヨリ走リ來レル乙列車ヲ注視セシニ乙列車ハ 2 秒間ニ甲ノ窓前ヲ通過シ

了レリ，若シ乙列車ニシテ甲ト同一ノ方向ニ走リタランニハ其ノ窓前ヲ通過シ了ル爲ニ 30 秒間ヲ要スベシト云フ，兩列車ノ速サノ比ヲ問フ．

[35. 海. 兵.]

解　甲乙兩列車一秒間ノ速サヲソレゾレ x, y トシ，乙列車ノ長サヲ l トスレバ題意ニ依リテ

$$y+x=\frac{l}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$y-x=\frac{l}{30} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1), (2) ヲ邊々相加ヘテ 2 ニテ除スレバ

$$y=\frac{8}{30}l,$$

(1), (2) ヲ邊々相減ジテ 2 ニテ除スレバ

$$x=\frac{7}{30}l, \quad \therefore \quad \frac{x}{y}=\frac{7}{8},$$

即チ所要ノ比ハ 7 : 8 ナリ．

26. 一斥候兵アリ，某地點ニ於テ敵兵ノ 1 時間前ニ通過セシコトヲ知リ，之ヲ追跡スルコト 4 時間ニシテ自己ノ速サハ敵ノ速サヨリ 2000 米突遲キコトヲ知リ，其ノ速サヲ 2 倍シテ尙之ヲ追跡セシニ更ニ 4 時間ニシテ追及スルヲ得タリト云フ，依リテ問フ敵兵一時間ノ速サ如何．

[36. 陸. 士.]

解　敵兵一時間ノ速サヲ x 米トスレバ題意ニ依リテ　$9x=4(x-2000)+4\times2(x-2000)$,

之ヲ解キテ　$x=8000$

ヲ得，即チ所要ノ速サハ 8 粁ナリ．

27. 甲合金ハ金 36 匁，銀 54 匁ヨリ成リ，乙合金ハ金 27 匁，銀 9 匁ヨリ成ル，今此ノ兩合金ヨリ金銀各 21 匁ヲ含有セル新合金ヲ作ラントス，甲乙合金各幾何ヲ要スルカ．　[36. 海. 兵.]

解　所要ノ合金ヲ甲，乙ソレゾレ x 匁，y 匁トスレバ題意ニ依リテ

$$36\times\frac{x}{90}+27\times\frac{y}{36}=21,$$

即チ　$8x+15y=420 \quad \cdots\cdots\cdots (1)$

及ビ　$54\times\frac{x}{90}+9\times\frac{y}{36}=21,$

即チ　$12x+5y=420 \quad \cdots\cdots\cdots (2)$

(2) ニ 3 ヲ乘ジ，(1) ヲ減スレバ

$$28x=840, \quad \therefore \quad x=30,$$

從ヒテ　$y=12$ ヲ得．

故ニ所要ノ合金甲ハ 30 匁，乙ハ 12 匁ナリ．

28. 甲乙二人 100 碼ノ競走ヲナサントス，甲ハ乙ヨリ $\frac{1}{5}$ 秒先着ス，又乙 3 碼先ニアルトキ

ハ甲ハ 1秒$\frac{1}{13}$後ルト云フ，甲乙 100 碼ヲ走ル時間各幾何．　[33. 陸. 士.]

解　甲毎秒ノ速サヲ x 碼，乙毎秒ノ速サヲ y 碼トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{100}{x}=\frac{100}{y}-\frac{1}{5} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$\frac{100-3}{y}=\frac{100-1\frac{1}{13}}{x} \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

(2) ヨリ　　$y=\frac{1261}{1286}x$

ヲ得．之ヲ (1) ニ代入シテ $x=\frac{12500}{1261}$，

從ヒテ　　$y=\frac{12500}{1286}$

ヲ得．　∴　$100\times\frac{1261}{12500}=10\frac{11}{125}$，

$$100\times\frac{1286}{12500}=10\frac{36}{125}.$$

依リテ所要ノ時間，甲ハ 10秒$\frac{11}{125}$，乙ハ 10秒$\frac{36}{125}$ ナリ．

29. A樽ニハ酒ト水トノ比 4:3 ナル混合液アリ，B樽ニハ酒ト水トノ比 10:9 ナル混合液アリ，此ノ兩種ヲ混ジテ酒ト水トノ比 6:5 ナル混合液 6石 6斗ヲ造ラントス，各樽ヨリ幾何ヅツヲ出シテ混ズベキカ．　[38. 水. 講.]

解　A樽ニアル酒水ノ量ハソレゾレ全量ノ $\frac{4}{7}$，$\frac{3}{7}$ ニシテ，B樽ノソレハ $\frac{10}{19}$，$\frac{9}{19}$，又混合酒ノソレハ $\frac{6}{11}$，$\frac{5}{11}$ ナリ．今A樽，B樽ヨリ出スベキ量ヲソレゾレ x斗，y斗トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{4}{7}x+\frac{10}{19}y=66\times\frac{6}{11} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$\frac{3}{7}x+\frac{9}{19}y=66\times\frac{5}{11} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

(1) ニ 9 ヲ乘ジ，(2) ニ 10 ヲ乘ジテ邊々相減ズレバ　　$\frac{6}{7}x=24$，　∴　$x=28$，

從ヒテ $y=38$ ヲ得．

依リテ A樽ヨリ 2石 8斗，B樽ヨリ 3石 8斗ヲ出シテ混合スレバ可ナリ．

30. 一年間ノ報酬トシテ金 135 圓ト衣服一着トヲ受クベキ被傭人ガ七ケ月ニシテ解雇セラレタルニ依リ金 67 圓ト衣服一着トヲ受ケタリ，此ノ衣服一着ハ金幾圓ニ相當スルカ．　[38. 陸. 士.]

解　衣服一着ノ代金ヲ x 圓トスレバ題意ニ依リテ　　$\frac{7}{12}(135+x)=67+x$，

之ヲ解キテ　　$x=28.2$，

卽チ所要ノ代金ハ 28 圓 20 錢ナリ.

31. 甲乙二人同時ニ相離レタル兩地ヨリ出發シ 5 時間ニテ出會ヒタリ, 今若シ甲ガ毎時 1 哩速ク旅行シ, 乙ガ 1 時間早ク出發スルカ, 或ハ乙ガ毎時 1 哩遲ク旅行シ甲ガ 1 時間晩ク出發セシナラバ二人ガ最初出會セシ處ニテ出會フベシト云フ兩地間ノ距離ヲ問フ.

[38. 神. 高. 商.]

解 甲乙二人毎時ノ速サヲソレゾレ x 哩, y 哩トシ, 兩地間ノ距離ヲ z 哩トスレバ題意ニ依リテ

$$x+y=\frac{z}{5} \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (1)$$

$$\frac{5x}{x+1}=4 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (2)$$

$$\frac{5y}{y-1}=6 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (3)$$

(2), (3) ヨリソレゾレ x, y ノ値ヲ出セバ

$$x=4, \qquad y=6.$$

x, y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ

$$4+6=\frac{z}{5}, \qquad \therefore \quad z=50.$$

故ニ所要ノ距離ハ 50 哩ナリ.

32. 五月一日ニ甲會社ノ株券 10 枚ト乙會社ノ株券 25 枚トノ市價合セテ 2710 圓ナリシガ

本月ニ入リテ甲ハ一枚ニ付キ 2 圓 50 錢下落シ, 乙ハ一枚ニ付キ 1 圓 20 錢騰貴セシヲ以テ甲 15 枚ト乙 20 枚トノ市價合セテ 2739 圓ニナリシト云フ, 五月一日ニ於ケル市價各幾何.

[33. 商船.]

解 所要ノ市價ヲ甲 x 圓, 乙 y 圓トスレバ題意ニ依リテ

$$10x+25y=2710 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (1)$$

$$15(x-2.5)+20(y+1.2)=2739 \quad \cdots \quad (2)$$

(1), (2) ヲ簡單ニスレバ

$$2x+5y=542 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (3)$$

$$3x+4y=550.5 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (4)$$

(4) ニ 5 ヲ乘ジ, (3) ニ 4 ヲ乘ジテ邊々相減ズレバ

$$7x=584.5, \qquad \therefore \quad x=83.5.$$

x ノ此ノ値ヲ (3) ニ代入シテ $y=75$

ヲ得, 故ニ甲 83 圓 50 錢, 乙 75 圓ナリ.

33. 容量 21 石ノ水槽ニ水ヲ注入スベキ甲乙二ツノ管アリ. 今甲管ヲ 4 時間, 乙管ヲ 5 時間開クトキハ水 9 石ヲ注入シ得ベク, 又甲管ヲ 7 時間, 乙管ヲ 3 時間半開クトキハ水 12 石 6 斗ヲ注入シ得ベシ, 若シ兩管ヲ同時ニ開クトキハ

幾時間ニシテ此ノ水槽ヲ滿タシ得ベキカ.

[37. 神. 高. 商.]

解　毎時ノ注入量ヲ甲 x 斗, 乙 y 斗トスレバ題意ニ依リテ

$$5x+5y=90 \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

$$7x+3.5y=126 \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

(1) ニ 7 ヲ乘ジ, (2) ニ 4 ヲ乘ジテ邊々相減ズレバ　$21y=126$,　∴　$y=6$.

y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ　$x=15$

ヲ得. 依リテ所要ノ時間ハ

$$210\div(15+6)=10,$$

即チ 10 時間ナリ.

34. 或軍隊が敵ノ軍隊ト三回ノ戰鬪ヲナシ, 毎戰將校 36 名, 下士卒 1 割ヅツヲ失ヒタリ, 而シテ第二戰ノ終ニ生存セル將校ノ數ト下士卒ノ數トノ比ハ第一戰ノ終ニ於ケル比ノ $\frac{2}{3}$ ニシテ第三戰ノ終ニ生存セル下士卒ノ數ハ第二戰ノ終ニ生存セル將校ノ數ノ平方ニ等シカリシト云フ; 最初ノ將校ノ數及ビ下士卒ノ數各如何.

[38. 東. 高. 師.]

解　最初ノ將校兵卒ノ數ヲソレゾレ x 人, y

人トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{2}{3}\left(\frac{x-36}{0.9y}\right)=\frac{x-36\times 2}{0.9^2y},$$

或ハ　$3(x-36)=5(x-72)$ … … (1)

及ビ　$(x-36\times 2)^2=0.9^3y,$

或ハ　$(x-72)^2=0.729y$ … … (2)

(1) ヨリ　$2x=252$,　∴　$x=126$,

x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ

$$0.729y=2916,\quad \therefore\quad y=4000.$$

依リテ所要ノ人數ハ將校 126 人, 兵卒 4000 人ナリ.

35. 甲乙二人ノ工夫アリ, 或仕事ヲナスニ甲ハ 12 時間ニシテ成就スベシ, 今此ノ仕事ニ甲先ヅ着手シ 3 時間ノ後, 乙之ニ加ハリ最初ヨリ 6 時間ニテ成就セリト云フ, 乙ノミニテハ幾時間ニ成就スルカ.

[30. 陸. 中. 幼.]

解　乙ノミニテ成就スベキ時間ヲ x 時トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{1}{12}\times 6+\frac{1}{x}\times 3=1,$$

之ヲ解キテ　$x=6$

ヲ得, 故ニ所要ノ時間ハ 6 時間ナリ.

36. 一町歩ノ土地ヲ甲乙丙丁ノ四人ニ分配セントスルニ甲ノ所得ハ丁ノ所得ヨリモ多キコト丙ノ所得ノ $\frac{1}{3}$ ナリ，乙ノ所得ハ丙ノ所得ノ半分ナリ，若シ乙ノ所得ヲ 300 坪ダケ増シタラン ニハ甲丁ノ所得ヲ合セタルモノニ等シカルベシト云フ，依リテ問フ各人ノ所得如何．

[38. 農. 大. 實.]

解　甲乙丙丁ノ所得ヲソレゾレ x 坪，y 坪，z 坪，u 坪トスレバ題意ニ依リテ

$$x=u+\frac{z}{3} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$y=\frac{z}{2} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$y+300=x+u \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

$$x+y+z+u=3000 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (4)$$

(3) ニ於ケル $x+u$ ノ値ヲ (4) ニ代入スレバ

$$2y+z=2700 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (5)$$

(2) ニ於ケル y ノ値ヲ (5) ニ代入シテ

$$z=1350,$$

從ヒテ　　$y=675$

ヲ得．y, z ノ此ノ値ヲ (1), (3) ニ代入スレバ

$$x-u=450,$$

$$x+u=975$$

ヲ得．之ヨリ $x=712.5$, $u=262.5$

ヲ得．依リテ各人ノ所得ハ甲 712 坪 5 合，乙 675 坪，丙 1350 坪，丁 262 坪 5 合ナリ．

37. 一工事アリ，甲乙二人協力シテ之ヲ營メバ 30 日間ニテ落成スベキ豫定ナリシニ，甲ガ 8 日間休ミタルガ爲ニ落成期日 3 日後レタリト云フ，然ラバ此ノ工事ヲ一人ニテ爲サバ各幾日ヲ要スベキカ．

[38. 商船.]

解　所要ノ日數ヲ甲乙ソレゾレ x 日，y 日トス．甲ノ働キタル日數ハ 30+3−8，卽チ 25 日，乙ノ働キタル日數ハ 33 日ナルユエ題意ニ依リテ

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{30} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\frac{25}{x}+\frac{33}{y}=1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ニ 25 ヲ乘ジテ (2) ヨリ減ズレバ

$$\frac{8}{y}=\frac{1}{6}, \quad \therefore\ y=48,$$

同樣ニシテ $x=80$ ヲ得．

依リテ所要ノ日數ハ甲 80 日，乙 48 日ナリ．

38. 甲乙二地ノ間ヲ往復スルニ往路ニハ毎日平均 16 里 24 町ヅツ歩ミ歸路ニハ 12 里半ヅ

ツ歩ミタルが爲ニ歸路ニ費シシ日數ハ往路ヨリモ 2 日多シト云フ，此ノ二地ノ間ノ距離ヲ求メヨ．

[38. 女. 高. 師.]

解　甲乙兩地間ノ距離ヲ x 里トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{x}{16\frac{2}{3}}=\frac{x}{12.5}-2,$$

之ヲ解キテ　　$x=100$

ヲ得．依リテ所要ノ距離ハ 100 里ナリ．

39.　某工場ニ於テ金 200 圓ヲ男工 6 人，女工 10 人，童工 8 人ニ分配スルニ男工一人ノ所得ハ女工一人ノ所得ヨリ 2 圓多カラシメ女工一人ノ所得ハ童工一人ノ所得ノ 2 倍ナラシメント欲ス，各工一人ノ所得ヲ問フ．

[33. 外. 語.]

解　童工一人ノ所得ヲ x 圓トスレバ，女工一人ノ所得ハ $2x$ 圓，男工一人ノ所得ハ $(2x+2)$ 圓ナリ，故ニ題意ニ依リテ

$$6(2x+2)+20x+8x=200,$$

之ヲ解キテ　　$x=4.7$

ヲ得，從ヒテ　$2x=9.4$，　$2x+2=11.4$．

依リテ各工ノ所得ハ男工 11 圓 40 錢，女工 9 圓 40 錢，童工 4 圓 70 錢ナリ．

40.　金ト銀トノ合金二種アリ，其ノ第一種ハ金銀ノ比 5 ト 4 トノ如ク，其ノ第二種ノ比ハ 8 ト 7 トノ如シ，今此ノ二種ヲ混和シテ金 14 匁ト銀 12 匁トヨリ成ル合金ヲ造ラント欲ス，各種幾何ヲ要スルカ．

[33. 東. 高. 商.]

解　第一種ニ於ケル金ト銀トノ全量ニ對スル割合ハソレゾレ $\frac{5}{9}$，$\frac{4}{9}$，第二種ニ於テハ $\frac{8}{15}$，$\frac{7}{15}$ ナリ，故ニ所要ノ量ヲ第一種 x 匁，第二種 y 匁トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{5}{9}x+\frac{8}{15}y=14 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$\frac{4}{9}x+\frac{7}{15}y=12 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

(1) ニ 7 ヲ乘ジ，(2) ニ 8 ヲ乘ジテ邊々相減ズレバ

$$\frac{1}{3}x=2, \quad \therefore \quad x=6,$$

從ヒテ $y=20$ ヲ得ベシ．

依リテ所要ノ量ハ第一種 6 匁，第二種 20 匁ナリ．

41.　男 15 人ト女 10 人ト子供 25 人トニテ金 5 圓 5 錢ノ費用ヲ分擔スルニ女一人ノ負擔額ハ男一人ノ負擔額ヨリ 2 錢少ナク，小供一人ノ負擔額ハ男一人ノ負擔額ノ $\frac{2}{5}$ ニ等シクセリト云

ア，男女小供各一人ノ負擔額幾何ナルカ．

[33. 東. 高. 師]

解　男一人ノ負擔額ヲ x 錢トスレバ，女童各一人ノ負擔額ハソレゾレ $(x-2)$ 錢，$\frac{2}{5}x$ 錢ナリ．

依リテ　$15x+10(x-2)+25\times\frac{2}{5}x=505,$

或ハ　$3x+2(x-2)+2x=101.$

之ヲ解キテ　$x=15,$

從ヒテ　$x-2=13,\quad \frac{2}{5}x=6.$

故ニ所要ノ負擔額男 15 錢，女 13 錢，童 6 錢ナリ．

42.　規定ノ速度ヲ有スル汽車ガ一時間進ミタル後，機關ニ故障ヲ生ジ 24 分間停止シ，ソレヨリ元ノ $\frac{6}{5}$ ノ速サヲ以テ進ミタルニ豫定時刻ヨリ 15 分後レテ到着シタリ，而シテ若シ尙 5 哩到着地ニ近ヅキテ此ノ故障ヲ生ジタルトキハ更ニ 2 分後ルベシト云フ，規定ノ速サ及ビ出發地ヨリ到着地ニ至ル距離如何．　[36. 陸. 士.]

解　所要ノ距離ヲ y 哩，汽車毎時ノ速サヲ x 哩トレスバ題意ニ依リテ

$$\frac{y-x}{\frac{6}{5}x}+1\frac{24}{60}=\frac{y}{x}+\frac{15}{60}\quad\cdots\quad\cdots\quad(1)$$

$$\frac{y-x-5}{\frac{6}{5}x}+\frac{5}{x}+1\frac{24}{60}=\frac{y}{x}+\frac{17}{60}\cdots\quad\cdots\quad(2)$$

(1), (2) ヲ簡單ニスレバ

$$\frac{5x+y}{x}=\frac{69}{10},$$

及ビ　$$\frac{5x+y-5}{x}=\frac{67}{10},$$

卽チ　$10y=19x,$

及ビ　$10y=17x+50,$

故ニ　$19x=17x+50,\quad\therefore\quad x=25,$

從ヒテ　$y=47.5.$

依リテ所要ノ距離ハ 47哩.5 ナリ．

43.　甲品ヲ其ノ時價ヨリモ 2 割高ク賣リ，乙品ヲ其ノ時價ヨリモ金 5 圓安ク賣ルトキハ合計金 86 圓ヲ得ベク，若シ又甲品ヲ其ノ時價ヨリ金 2 圓 50 錢安ク賣リ，乙品ヲ其ノ時價ヨリモ 1 割 2 分高ク賣ルトキハ合計金 89 圓 10 錢ヲ得ベシト云フ，然ラバ甲乙兩品ノ時價各幾何ナルカ．

[41. 神. 高. 商.]

解　甲乙兩品ノ時價ヲソレゾレ x 圓，y 圓トスレバ題意ニ依リテ

$$1.2x+y-5=86\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1)$$

$$x-2.5+1.12y=89.1 \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　　$y=91-1.2x,$

之ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$0.344x=10.32 \quad \therefore \quad x=30,$$

從ヒテ　$y=55$　ヲ得ベシ.

依リテ所要ノ時價ハ甲 30 圓, 乙 55 圓 ナリ

44. 或人甲地ヲ發シ乙地ニ向ヒシニ初日ニハ若干里ヲ歩ミ二日目ヨリハ毎日若干里ヅツノ行程ヲ增シ, 10 日ニシテ乙地ニ着セリ, 若シ初日ノ行程ヲ以テセバ 15 日ヲ要スベシト云フ, 若シ又最終日ノ行程ヲ以テセバ幾日ヲ要スベキカ.

[42. 海. 兵.]

解　初日ノ行程及ビ毎日ノ增加ノ行程ヲソレゾレ x 里, y 里トスレバ, 甲乙兩地間ノ距離ハ $10x+\frac{10\times 9y}{2}$, 即チ $(10x+49y)$ 里ニシテ最終日ノ行程ハ $(x+9y)$ 里ナリ, 故ニ所要ノ日數ヲ z トスレバ題意ニ依リテ

$$10x+45y=15x \quad \cdots\cdots \quad (1)$$

$$\frac{15x}{x+9y}=z \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　　$9y=x,$

之ヲ (2) ニ代入スレバ

$$z=\frac{15x}{2x}=7.5,$$

即チ所要ノ日數ハ 7 日半ナリ.

C. 因　數

公約數　公倍數

1. 次式ヲ因數ニ分解セヨ. [42. 農. 大. 實.]

(1) $x^2-6x-91$.　(2) $(x-1)(x-2)^2-(x-1)^3$.

解　(1) $91=(-13)\times 7$,　$-13+7=-6$

ナルユエ　所題ノ式$=(x-13)(x+7)$.

(2) 所題ノ式$=(x-1)\{(x-2)^2-(x-1)^2\}$

$$=-(x-1)(2x-3).$$

2. $x^2+30x-1296$ ヲ因數ニ分解セヨ.

[42. 海. 機.]

解　$x^2+30x-1296=x^2+30x+225-1521$

$=(x+15)^2-39^2=(x+15+39)(x+15-39)$

$=(x+54)(x-24).$

3. $2x^2+7x-39$ ヲ因數ニ分解セヨ.

[39. 盛. 高. 農.]

解　$2x^2+7x-39=2x^2-6x+13x-39$

$=2x(x-3)+13(x-3)=(x-3)(2x+13)$.

4. $bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)$ ヲ因數ニ分解セヨ. [37. 農. 大. 寅.]

解 所題ノ式ハ a, b, c ニ就キテ三次ノ交代式ナリ. 依リテ

所題ノ式$=M(b-c)(c-a)(a-b)$,

兩邊ニ於ケル b^2c ノ係數ヲ比較シテ

$M=-1$.

故ニ 所題ノ式$=-(b-c)(c-a)(a-b)$

5. $(y+z)(z+x)(x+y)+xyz$ ヲ因數ニ分解セヨ. [37. 農. 大. 寅.]

解 所題ノ式$=(y+z)(x^2+xy+xz+yz)+xyz$

$=x^2y+xy^2+xyz+y^2z+x^2z+xyz+xz^2+yz^2+xyz$

$=xyz+y^2z+yz^2+x^2z+xyz+xz^2+x^2y+xy^2+xyz$

$=yz(x+y+z)+zx(x+y+z)+xy(x+y+z)$

$=(x+y+z)(yz+zx+xy)$.

6. $(1+y)^2-2x^2(1+y^2)+x^4(1-y)^2$ ヲ因數ニ分解セヨ. [38. 神. 高. 商.]

解 I. 所題ノ式

$=x^4(1-y)^2-2x^2(1-y^2)+(1+y)^2-4x^2y^2$

$=\{x^2(1-y)-(1+y)\}^2-(2xy)^2$

$=\{x^2(1-y)-(1+y)+2xy\}\{x^2(1-y)-(1+y)-2xy\}$

$=\{x^2(1-y)+2xy-(1+y)\}\{x^2(1-y)-2xy-(1+y)\}$

$=\{x^2(1-y)-(1-y)+2y(x-1)\}\{x^2(1-y)-(1-y)-2y(x+1)\}$

$=(x-1)\{(x+1)(1-y)+2y\}(x+1)\{(x-1)(1-y)-2y\}$

$=(x-1)(x+1)(x+y-xy+1)(x-y-xy-1)$.

解 II. 所題ノ式

$=x^4(1-y)^2-(1-y)^2-2x^2(1+y^2)+2(1+y^2)$

$=(1-y)^2(x^4-1)-2(1+y^2)(x^2-1)$

$=(x^2-1)\{(1-y)^2(x^2+1)-2(1+y^2)\}$

$=(x+1)(x-1)\{x^2(1-y)^2-(1+y)^2\}$

$=(x+1)(x-1)\{x(1-y)+(1+y)\}\{x(1-y)-(1+y)\}$

$=(x+1)(x-1)(x+y-xy+1)(x-y-xy-1)$.

解 III. 所題ノ式ノ第一項ハ $1\times(1+y)^2$, 第三項ハ $x^2\times x^2(1-y)^2$, 而シテ

$-x^2\times(1+y)^2-1\times x^2(1-y)^2=-2x^2(1+y^2)$,

故ニ 所題ノ式$=(1-x^2)\{(1+y)^2-x^2(1-y)^2\}$

$=(1+x)(1-x)\{(1+y)+x(1-y)\}\{(1+y)-x(1-y)\}$

$=(1+x)(1-x)(x+y-xy+1)(-x+y+xy+1)$.

7. $a^2-b^2-(a^2-b^2)^2$ ヲ因數ニ分解セヨ. [30. 陸. 中. 幼.]

解　所題ノ式$=(a^2-b^2)\{1-(a^2-b^2)\}$

$=(a-b)(a+b)(1-a^2+b^2)$.

8.　$7^{2n+1}+1$ ハ 8 ニテ整除シ得ベキコトヲ證セヨ．但 n ハ任意ノ正整數トス．　[30. 陸. 士.]

證　$7^{2n+1}+1$ ハ $7^{2n+1}+1^{2n+1}$ ト見ルコトヲ得，而シテ n ハ正整數ナルヲ以テ $2n+1$ ハ恒ニ奇數ヲ代表スルユエ $7^{2n+1}+1$ ハ $7+1$，即チ 8 ニテ整除シ得ベシ．

9.　$(a-b)(x-a)(x-b)+(b-c)(x-b)(x-c)+(c-a)(x-c)(x-a)$ ヲ簡單ニセヨ．　[34. 海. 兵.]

解　所題ノ式$=\{(a-b)+(b-c)+(c-a)\}x^2$

$-\{(a^2-b^2)+(b^2-c^2)+(c^2-a^2)\}x$

$+bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)$.

然ルニ此ノ x^2 ノ係數ハ 0，x ノ係數モ亦 0，而シテ 4 題ニ依リ　$bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)$

$=-(b-c)(c-a)(a-b)$

ナルユエ　所題ノ式$=-(b-c)(c-a)(a-b)$.

10.　$(x-a)^2(b-c)+(x-b)^2(c-a)+(x-c)^2(a-b)$ ヲ簡單ニシ，且之ヲ因數ニ分解セヨ．

[37. 東. 高. 師.]

解　所題ノ式$=\{(b-c)+(c-a)+(a-b)\}x^2$

$-2\{a(b-c)+b(c-a)+c(a-b)\}x$

$+a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$,

然ルニ此ノ x^2 ノ係數ハ 0，x ノ係數モ亦 0，而シテ

$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

$=a^2(b-c)-a(b^2-c^2)+bc(b-c)$

$=(b-c)\{a^2-a(b+c)+bc\}$

$=(b-c)(a-c)(a-b)$

ナルヲ以テ　所題ノ式$=-(b-c)(c-a)(a-b)$.

11.　$a^4+b^4+c^4-2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2$ ヲ因數ニ分解セヨ．　[37. 神. 高. 商.]

解　所題ノ式$=(a^2-b^2-c^2)^2-4b^2c^2$

$=(a^2-b^2-c^2+2bc)(a^2-b^2-c^2-2bc)$

$=\{a^2-(b-c)^2\}\{a^2-(b+c)^2\}$

$=(a+b-c)(a-b+c)(a+b+c)(a-b-c)$

$=-(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$.

12.　$2b^2c^2+2c^2a^2+2a^2b^2-a^4-b^4-c^4$ ヲ因數ニ分解セヨ．　[35. 海. 機.]

解　前題ト唯符號ヲ異ニスルノミナルヲ以テ，解ハ前題ノ如クシテ

$(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$

ヲ得．

13. x^2+ax+3 ガ $x-1$ ニテ整除シ得ラルル爲ニハ a ノ値如何. [36. 商. 船.]

解 x^2+ax+3 ガ $x-1$ ニテ整除シ得ラルル爲ニハ

$$1^2+a\times1+3=0,$$

即チ

$$1+a+3=0$$

ナラザルベカラズ, 之ヨリ $a=-4$ ヲ得.

14. p, q ニ如何ナル數値ヲ與フレバ x^6+px+q ガ x^2+4x+3 ニテ整除セラルルカ. [37. 海. 機.]

解 x^6+px+q ガ x^2+4x+3 ニテ整除セラルト云フヲ以テ x^6+px+q ハ x^2+4x+3 ノ因數 $x+1$ 及ビ $x+3$ ニテ整除セラルベシ. 而シテ x^6+px+q ガ $x+1$ ニテ整除セラルルコトノ要件ハ

$$(-1)^6+p(-1)+q=0,$$

即チ

$$1-p+q=0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

又 x^6+px+q ガ $x+3$ ニテ整除セラルルコトノ要件ハ

$$(-3)^6+p(-3)+q=0,$$

即チ

$$729-3p+q=0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

(1), (2) ヨリ $p=364$, $q=363$ ヲ得.

15. x^2+px+q ト $x^2+p'x+q'$ トノ最大公約數ガ $x+a$ ナルトキハ $a=(q-q')/(p-p')$ ナルコトヲ證セヨ. [33. 海. 兵.]

證

$$x^2+px+q \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$x^2+p'x+q' \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ (2) ヲ減ズレバ

$$(p-p')x+(q-q'),$$

此ノ式ハ (1), (2) ノ最大公約數ナルコト明カナリ. 然ルニ題意ニ依リテ $x+a$ モ亦 (1), (2) ノ最大公約數ナリ, 依リテ此ノ二式ノ係數ハ比例ヲナサザルベカラズ.

故ニ

$$\frac{p-p'}{1}=\frac{q-q'}{a},$$

依リテ

$$a=\frac{q-q'}{p-p'}.$$

16. $2x^3+mx^2+nx+2$ ガ $x-2, x-1$ ノ各ニテ整除シ得ラルル如ク m, n ノ値ヲ定メヨ. [36. 千. 醫. 專.]

解 所題ノ式ガ $x-2$, $x-1$ ニテ整除シ得ラルル爲ニハソレゾレ

$$2\times2^3+m\times2^2+n\times2+2=0,$$

即チ

$$2m+n+9=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

及ビ

$$2\times1^3+m\times1^2+n\times1+2=0,$$

即チ

$$m+n+4=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

ナラザルベカラズ．今 (1) ヨリ (2) ヲ減ズレバ

$$m+5=0,\quad \therefore\quad m=-5.$$

m ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ

$$n=1.$$

17. x^4+1 ガ x^2+px+q ニテ整除セラルル爲ニハ p 及ヒ q ニ如何ナル値ヲ與フベキカ．

[30. 東. 高. 師.]

解 $x^4+1=(x^2+1)^2-(\sqrt{2}x)^2$

$$=(x^2-\sqrt{2}x+1)(x^2+\sqrt{2}x+1),$$

故ニ x^4+1 ガ x^2+px+q ニテ整除シ得ラルル爲ニハ $p=-\sqrt{2},\ q=1$; 或ハ $p=\sqrt{2},\ q=1$ ナルコトヲ要ス．コレ所要ノ値ナリ．

18. $3x^3+5x^2-15x+4$ ト $6x^3+27x^2+21x-9$ トノ最大公約數ヲ求メヨ．　[36. 海. 兵.]

解
$$\begin{array}{r|l} 6x^3+27x^2+21x-9 & 3x^3+5x^2-15x+4 \\ 6x^3+10x^2-30x+8 & \overline{2} \\ \hline 17)17x^2+51x-17 & \\ \hline x^2+3x-1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3x^3+5x^2-15x+4 & x^2+3x-1 \\ 3x^3+9x^2-3x & \overline{3x-4} \\ \hline -4x^2-12x+4 & \\ -4x^2-12x+4 & \\ \hline & \end{array}$$

故ニ所要ノ最大公約數ハ x^2+3x-1 ナリ．

19. $x^4-16a^4,\ x^3+2ax^2+4a^2x+8a^3$, 及ヒ

$2x^3-4ax^2+8a^2x-16a^3$ ノ最大公約數及ビ最小公倍數ヲ求メヨ．　[35. 海. 兵.]

解 $x^4-16a^4=(x^2-4a^2)(x^2+4a^2)$

$$=(x-2a)(x+2a)(x^2+4a^2),$$

$x^3+2ax^2+4a^2x+8a^3$

$$=x^2(x+2a)+4a^2(x+2a)$$

$$=(x+2a)(x^2+4a^2),$$

$2x^3-4ax^2+8a^2x-16a^3$

$$=2x^2(x-2a)+8a^2(x-2a),$$

$$=2(x-2a)(x^2+4a^2),$$

依リテ所要ノ最大公約數ハ　x^2+4a^2.

最小公倍數ハ　$2(x-2a)(x+2a)(x^2+4a^4)$.

20. $a^3+3a^2b+2ab^2$ ト $a^4+4a^3b+3a^2b^2$ トノ最大公約數ヲ求メヨ．　[36. 農. 大. 實]

解 $a^3+3a^2b+2ab^2=a(a^2+3ab+2b^2)$

$$=a(a+b)(a+2b)\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\quad (1)$$

$a^4+4a^3b+3a^2b^2=a^2(a^2+4ab+3b^2)$

$$=a^2(a+b)(a+3b)\quad \cdots\ \cdots\ \cdots\quad (2)$$

(1), (2) ヨリ所要ノ最大公約數ハ $a(a+b)$ ナルコトヲ知ル．

21. $3x^4+8x^3+4x^2,\ 3x^5+11x^4+6x^3$ 及ビ

$3x^4-16x^3-12x^2$ ノ最大公約數ヲ求メヨ.

[30. 農. 大. 實.]

解　$3x^4+8x^3+4x^2$

$=x^2(x+2)(3x+2)$ ... ... (1)

$3x^5+11x^4+6x^3$

$=x^3(3x^2+11x+6)$

$=x^3(x+3)(3x+2)$ ... ... (2)

$3x^4-16x^3-12x^2$

$=x^2(3x^2-16x-12)$

$=x^2(x-6)(3x+2)$ ... ... (3)

(1), (2), (3) ニ依リテ所要ノ最大公約數ハ

$x^2(3x+2)$ ナルコトヲ知ル.

22. 次ノ二式ヲ同時ニ零トスベキ x ノ値ヲ求メヨ.

[37. 水. 講.]

$9x^3-8-22x,\ 2-11x^2+6x^3.$

解　$P=9x^3-22x-8,$

$Q=6x^3-11x^2+2$

ト置ケバ　$2P-3Q=11(3x^2-4x-2)$

$=11\left(x-\frac{2+\sqrt{10}}{3}\right)\left(x-\frac{2-\sqrt{10}}{3}\right)$

ナルユエ P, Q ヲ同時ニ零ナラシムベキ x ノ値

ハ次ノ如シ.

$\frac{2+\sqrt{10}}{3}$, 或ハ $\frac{2-\sqrt{10}}{3}$.

D. 分　數

1. $\frac{a^2-8ab+7b^2}{a^2-3ab-28b^2}$ ヲ簡單ニセヨ.

[33. 農. 大. 實.]

解　所題ノ式$=\frac{(a-7b)(a-b)}{(a-7b)(a+4b)}=\frac{a-b}{a+4b}$.

2. 次ノ式ヲ最簡ニセヨ.

(1) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$.　(2) $\frac{x^3-6x^2+14x-15}{x^3-2x^2+2x+5}$.

[38. 農. 大. 實.]

解　(1)　所題ノ式

$=\frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)}=\frac{x-2}{x-4}$.

(2)　分子ト分母トノ最大公約數ヲ求ムレバ

x^2-3x+5 ナルヲ以テ

所題ノ式$=\frac{(x-3)(x^2-3x+5)}{(x-1)(x^2-3x+5)}=\frac{x-3}{x-1}$.

3. 次ノ分數ヲ簡單ニセヨ.　[41. 商船.]

$$\frac{3x^3-16x^2+23x-6}{2x^3-11x^2+17x-6}.$$

解　分子ト分母トノ最大公約數ヲ求ムレバ x^2-5x+6 ナルヲ以テ

$$\text{所題ノ式}=\frac{(3x-1)(x^2-5x+6)}{(2x-1)(x^2-5x+6)}=\frac{3x-1}{2x-1}.$$

4.　$\dfrac{6a^4-5a^3-20a^2+1}{4a^4-17a^2-10a+3}$ ヲ簡單ニセヨ.

[38. 一高.]

解　分子ト分母トノ最大公約數ヲ求ムレバ $2a^2-5a+1$ ナルヲ以テ　所題ノ式

$$=\frac{(2a^2-5a+1)(3a^2+5a+1)}{(2a^2-5a+1)(2a^2+5a+3)}$$

$$=\frac{3a^2+5a+1}{2a^2+5a+3}.$$

5.　次式ヲ簡單ニセヨ.　[42. 海. 兵.]

$$\frac{x^3-ax(x-1)-a^2}{x^2-a^2}-\frac{x^5-cx^3+bx^2-bc}{x^4+ax^3+bx+ab}.$$

解　$x^3-ax(x-1)-a^2=x^3-ax^2+ax-a^2$

$=x^2(x-a)+a(x-a)=(x-a)(x^2+a)$,

$x^5-cx^3+bx^2-bc=x^3(x^2-c)+b(x^2-c)$

$=(x^2-c)(x^3+b)$,

$x^4+ax^3+bx+ab=x^3(x+a)+b(x+a)$

$=(x+a)(x^3+b)$

ナルヲ以テ　所題ノ式

$$=\frac{(x-a)(x^2+a)}{(x-a)(x+a)}-\frac{(x^2-c)(x^3+b)}{(x+a)(x^3+b)}$$

$$=\frac{x^2+a}{x+a}-\frac{x^2-c}{x+a}=\frac{a+c}{x+a}.$$

6.　$\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{2}{1+x^2}-\dfrac{4}{1+x^4}$ ヲ簡單ニセヨ.　[38. 陸. 士.]

解　所題ノ式

$$=\left(\frac{2}{1-x^2}+\frac{2}{1+x^2}\right)-\frac{4}{1+x^4}$$

$$=\frac{4}{1-x^4}-\frac{4}{1+x^4}=\frac{8x^4}{1-x^8}.$$

備考　本題ノ如キハ分母ノ最小公倍數ヲ取リテ一度ニ加ヘ合スコトノ不得策ナルコト論ヲ俟タズ.

7.　$\dfrac{1-x}{1+x+x^2}-\dfrac{1+x}{1-x+x^2}$ ヲ簡單ニスベシ.

[34. 東. 高. 工.]

解　所題ノ式

$$=\frac{(1-x)(1-x+x^2)-(1+x)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)}$$

$$=-\frac{2x(x^2+2)}{x^4+x^2+1}.$$

8. $\dfrac{2}{x^2+x-6}+\dfrac{x-3}{x^2-2x-15}-\dfrac{1}{x-2}$ ヲ簡單ニセヨ. [33. 東. 高. 商.]

解　所題ノ式

$$=\frac{x-3}{(x+3)(x-5)}+\frac{2}{(x-2)(x+3)}-\frac{1}{x-2}$$

$$=\frac{x-3}{(x+3)(x-5)}-\frac{x+1}{(x-2)(x+3)}$$

$$=\frac{(x-3)(x-2)-(x+1)(x-5)}{(x-2)(x+3)(x-5)}$$

$$=-\frac{x-11}{(x-2)(x+3)(x-5)}.$$

9. $\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}+\dfrac{2x(x-1)^2}{x^4+x^2+1}+\dfrac{2x^2(x^2-1)^2}{x^8+x^4+1}$

ヲ簡單ニセヨ. [35. 東北農. 大.]

解　所題ノ式

$$=\frac{(x^2-x+1)^2+2x(x-1)^2}{x^4+x^2+1}+\frac{2x^2(x^2-1)^2}{x^8+x^4+1}$$

$$=\frac{x^4-x^2+1}{x^4+x^2+1}+\frac{2x^2(x^2-1)^2}{x^8+x^4+1}$$

$$=\frac{(x^4-x^2+1)^2+2x^2(x^2-1)^2}{x^8+x^4+1}$$

$$=\frac{x^8-x^4+1}{x^8+x^4+1}.$$

10. $\dfrac{x+y}{x^3-y^3}+\dfrac{x-y}{x^3+y^3}-\dfrac{2(x^2-y^2)}{x^4+x^2y^2+y^4}$ ヲ簡單ニセヨ. [35. 海. 機.]

解　所題ノ式

$$=\frac{(x+y)(x^3+y^3)+(x-y)(x^3-y^3)}{(x^3-y^3)(x^3+y^3)}$$

$$-\frac{2(x^2-y^3)}{x^4+x^2y^2+y^4}$$

$$=\frac{2(x^4+y^4)}{(x^3-y^3)(x^3+y^3)}-\frac{2(x^2-y^2)^2}{(x^3-y^3)(x^3+y^3)}$$

$$=\frac{4x^2y^2}{x^6-y^6}.$$

11. $\left(1+\dfrac{12}{x+1}-\dfrac{4}{x+3}\right)\left(1+\dfrac{4}{x+5}-\dfrac{12}{x+7}\right)$

ヲ簡單ニセヨ. [39. 海. 機.]

解　所題ノ式

$$=\frac{(x+1)(x+3)+12(x+3)-4(x+1)}{(x+1)(x+3)}\times$$

$$\frac{(x+5)(x+7)+4(x+7)-12(x+5)}{(x+5)(x+7)}$$

$$=\frac{(x+5)(x+7)}{(x+1)(x+3)}\times\frac{(x+1)(x+3)}{(x+5)(x+7)}=1.$$

12. 次式ヲ簡單ニセヨ [30. 東. 高. 商.]

$$\frac{1}{x^2-4x+3}+\frac{3}{x^2+4x-5}+\frac{4}{x^2+2x-15}+\frac{2}{3-x}.$$

解　所題ノ式

$$=\frac{1}{(x-1)(x-3)}+\frac{3}{(x-1)(x+5)}$$

$$+\frac{4}{(x-3)(x+5)}-\frac{2}{x-3}$$

$$=\frac{x+5+3(x-3)}{(x-1)(x-3)(x+5)}+\frac{4}{(x-3)(x+5)}$$

$$-\frac{2}{x-3}$$

$$=\frac{4}{(x-3)(x+5)}+\frac{4}{(x-3)(x+5)}-\frac{2}{x-3}$$

$$=\frac{8}{(x-3)(x+5)}-\frac{2}{x-3}$$

$$=\frac{8-2(x+5)}{(x-3)(x+5)}=-\frac{2(x+1)}{(x-3)(x+5)}.$$

13.　$\frac{a}{2(x-a)}-\frac{a}{2(x+a)}-\frac{a^4}{x^2(x^2-a^2)}$ ヲ最簡式ニ化スベシ.　[30. 商船.]

解　所題ノ式

$$=\frac{a(x+a)-a(x-a)}{2(x^2-a^2)}-\frac{a^4}{x^2(x^2-a^2)}$$

$$=\frac{a^2}{x^2-a^2}-\frac{a^4}{x^2(x^2-a^2)}$$

$$=\frac{a^2(x^2-a^2)}{x^2(x^2-a^2)}=\frac{a^2}{x^2}.$$

14.　$\left\{\frac{1}{3x^2-14xy+15y^2}+\frac{2}{3x^2-2xy-5y^2}\right\}$

$\div\left\{\frac{x+y}{x-3y}-\frac{x-y}{x+3y}\right\}$ ヲ簡單ニセヨ.　[35. 大. 高. 工.]

解　所題ノ式

$$=\left\{\frac{1}{(3x-5y)(x-3y)}+\frac{2}{(3x-5y)(x+y)}\right\}$$

$$\div\frac{8xy}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$=\frac{x+y+2x-6y}{(3x-5y)(x-3y)(x+y)}\div\frac{8xy}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$=\frac{1}{(x-3y)(x+y)}\times\frac{(x-3y)(x+3y)}{8xy}$$

$$=\frac{x+3y}{8xy(x+y)}.$$

15.　$\frac{9y^2-(4z-2x)^2}{(2x+3y)^2-16z^2}+\frac{16z^2-(2x-3y)^2}{(3y+4z)^2-4x^2}$

$+\frac{4x^2-(3y-4z)^2}{(4z+2x)^2-9y^2}$ ヲ簡單ニセヨ.　[30. 一高.]

解　所題ノ式

$$=\frac{(3y+4z-2x)(3y-4z+2x)}{(2x+3y+4z)(2x+3y-4z)}$$

$$+\frac{(4z+2x-3y)(4z-2x+3y)}{(3y+4z+2x)(3y+4z-2x)}$$

$$+\frac{(2x+3y-4z)(2x-3y+4z)}{(4z+2x+3y)(4z+2x-3y)}$$

$$=\frac{3y+4z-2x}{2x+3y+4z}+\frac{4z+2x-3y}{2x+3y+4z}$$

$$+\frac{2x+3y-4z}{2x+3y+4z}$$

$$=\frac{2x+3y+4z}{2x+3y+4z}=1.$$

16. $\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}$ ヲ簡單ニセヨ. [30. 美術.]

解 I. 所題ノ式$=\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)}$

$$=\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=\frac{xy}{x+y}.$$

解 II. 所題ノ式ノ分子ト分母トニ x^2y^2 ヲ乘ジ 所題ノ式$=\dfrac{xy(y-x)}{y^2-x^2}=\dfrac{xy}{x+y}$.

17. $\dfrac{\frac{a+b}{a+2b}+\frac{b}{a}}{\frac{a+b}{a}-\frac{b}{a+2b}}$ ヲ簡單ニセヨ.

[30. 農. 大. 實.]

解 所題ノ式$=\dfrac{\frac{a^2+2ab+2b^2}{a(a+2b)}}{\frac{a^2+2ab+2b^2}{a(a+2b)}}=1.$

18. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ. [42. 七高.]

$$\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b+c}}\div\left\{1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right\}.$$

解 所題ノ式

$$=\frac{\frac{a+b+c}{a(b+c)}}{\frac{b+c-a}{a(b+c)}}\div\frac{(a+b+c)(b+c-a)}{2bc}$$

$$=\frac{a+b+c}{b+c-a}\times\frac{2bc}{(a+b+c)(b+c-a)}$$

$$=\frac{2bc}{(b+c-a)^2}.$$

19. $\dfrac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b+c}}\left\{1+\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right\}$ ヲ簡單ニセヨ. [34. 東. 高. 師., 39. 商船.]

解 所題ノ式

$$=\frac{\frac{a+b+c}{a(b+c)}}{\frac{b+c-a}{a(b+c)}}\times\frac{(a+b+c)(b+c-a)}{2bc}$$

$$=\frac{a+b+c}{b+c-a}\times\frac{(a+b+c)(b+c-a)}{2bc}$$

$$=\frac{(a+b+c)^2}{2bc}.$$

20. $\left\{2a-\dfrac{6ax}{x+\dfrac{2}{x}}\right\}\times\left\{\dfrac{x+1}{4x}+\dfrac{3}{4x(x-1)}\right\}$

ヲ簡單ニセヨ. [30. 東. 高. 工.]

解　所題ノ式

$$=\frac{4a(1-x^2)}{x^2+2}\times\frac{x^2+2}{4x(x-1)}$$

$$=-\frac{a(1+x)}{x}.$$

21. $\dfrac{x-\dfrac{x-y}{1+xy}}{1+\dfrac{x(x-y)}{1+xy}}\div\dfrac{1}{x-1+\dfrac{1}{1+\dfrac{x}{4-x}}}$

ヲ簡單ニセヨ. [26. 商船.]

解　$\dfrac{x-\dfrac{x-y}{1+xy}}{1+\dfrac{x(x-y)}{1+xy}}=\dfrac{x+x^2y-x+y}{1+xy+x^2-xy}$

$$=\frac{y(1+x^2)}{1+x^2}=y,$$

$$\frac{1}{x-1+\dfrac{1}{1+\dfrac{x}{4-x}}}=\frac{1}{x-1+\dfrac{4-x}{4}}=\frac{4}{3x},$$

故ニ　所題ノ式$=y\div\dfrac{4}{3x}=\dfrac{3}{4}xy.$

22. $\dfrac{x+\dfrac{y-x}{1+xy}}{1-x\dfrac{y-x}{1+xy}}$ ヲ簡單ニセヨ.

[34. 東. 高. 師.]

解　所題ノ式$=\dfrac{\dfrac{x+x^2y+y-x}{1+xy}}{\dfrac{1+xy-xy+x^2}{1+xy}}$

$$=\frac{y(x^2+1)}{x^2+1}=y.$$

23. $\dfrac{a(a-b)-b(a+b)}{\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{b}{a-b}}$ ヲ簡約スベシ.

[34. 東. 高. 工.]

解　所題ノ式$=\dfrac{a(a-b)-b(a+b)}{a(a-b)-b(a+b)}$

$$(a+b)(a-b).$$

24. 次式ヲ簡單ニセヨ. [33. 東. 高. 師.]

$$\frac{\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{x+3}{x-3}+\dfrac{x+5}{x-5}-3\dfrac{(x+1)(x+3)(x+5)}{(x-1)(x-3)(x-5)}}{\dfrac{x}{x-1}+\dfrac{x}{x-3}+\dfrac{x}{x-5}-3\dfrac{x^3+23x}{(x-1)(x-3)(x-5)}}.$$

解　所題ノ式ノ分子

$$=\frac{x+1}{x-1}+1+\frac{x+3}{x-3}+1+\frac{x+5}{x-5}+1$$

$$-3\left\{\frac{(x+1)(x+3)(x+5)}{(x-1)(x-3)(x-5)}+1\right\}$$

$$=2\left\{\frac{x}{x-1}+\frac{x}{x-3}+\frac{x}{x-5}\right.$$

$$\left.-3\frac{x^3+23x}{(x-1)(x-3)(x-5)}\right\},$$

卽チ分子ハ分母ノ 2 倍ニ等シ,

故ニ　　所題ノ式$=\underset{\sim}{2}$.

25. $\dfrac{x}{x-\dfrac{x+2}{x+2-\dfrac{x+1}{x}}}$ ヲ簡單ニセヨ.

[36. 神. 高. 商.]

解　所題ノ式$=\dfrac{x}{x-\dfrac{x(x+2)}{x^2+x+1}}$

$$=\frac{x}{\frac{x(x^2-3)}{x^2+x-1}}=\underset{\sim}{\frac{x^2+x-1}{x^2-3}}.$$

26. $\dfrac{1}{a+\dfrac{1}{b+\dfrac{1}{c}}}\div\dfrac{1}{a+\dfrac{1}{b}}-\dfrac{1}{b(abc+a+c)}$

ヲ簡單ニセヨ.　　[35. 東. 高. 師.]

解　$\dfrac{1}{a+\dfrac{1}{b+\dfrac{1}{c}}}\div\dfrac{1}{a+\dfrac{1}{b}}$

$$=\frac{1}{a+\frac{c}{bc+1}}\div\frac{b}{ab+1}$$

$$=\frac{bc+1}{abc+a+c}\div\frac{b}{ab+1}$$

$$=\frac{(bc+1)(ab+1)}{b(abc+a+c)},$$

依リテ所題ノ式

$$=\frac{(bc+1)(ab+1)}{b(abc+a+c)}-\frac{1}{b(abc+a+c)}$$

$$=\frac{(bc+1)(ab+1)-1}{b(abc+a+c)}$$

$$=\frac{b(abc+a+c)}{b(abc+a+c)}=\underset{\sim}{1}.$$

27. 次式ヲ簡單ニセヨ.　　[41. 商船.]

$$\left(1-\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)\left\{1+\frac{(a+b+c)(b+c-a)}{(a-b+c)(a+b-c)}\right\}.$$

解　所題ノ式

$$=\frac{a^2-(b-c)^2}{2bc}\times\frac{a^2-(b-c)^2+(b+c)^2-a^2}{a^2-(b-c)^2}$$

$$=\frac{4bc}{2bc}=\underset{\sim}{2}.$$

28. $\dfrac{1}{(a-b)(c-b)}+\dfrac{1}{(b-c)(a-c)}+\dfrac{1}{(c-a)(b-a)}$

ヲ簡單ニセヨ.　　[39. 陸. 士.]

解　所題ノ式

$$=\frac{(a-c)+(b-a)+(c-b)}{(b-c)(c-a)(a-b)}=\underset{\sim}{0}.$$

29. 次式ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}.$$

[36. 海.兵., 38. 大.高.工., 42. 長.高.商.]

解　所題ノ式

$$=-\frac{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}{(b-c)(c-a)(a-b)}$$

$$=-\frac{-(b-c)(c-a)(a-b)}{(b-c)(c-a)(a-b)}=1.$$

30. $\dfrac{bc(x-a)^2}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{ca(x-b)^2}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{ab(x-c)^2}{(c-a)(c-b)}$

ヲ簡單ニセヨ.　[38. 東.高.商.]

解　所題ノ式

$$=-\frac{bc(b-c)(x-a)^2+ca(c-a)(x-b)^2+ab(a-b)(x-c)^2}{(b-c)(c-a)(a-b)}$$

此ノ分數式ノ分子

$$=\{bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)\}x^2$$
$$+2abc\{(b-c)+(c-a)+(a-b)\}x$$
$$+abc\{a(b-c)+b(c-a)+c(a-b)\}$$
$$=\{bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)\}x^2$$
$$=-(b-c)(c-a)(a-b)x^2,$$

依リテ所題ノ式

$$=\frac{(b-c)(c-a)(a-b)}{(b-c)(c-a)(a-b)}x^2=x^2.$$

31. 次式ヲ最簡ニセヨ.　[42. 仙.高.工.]

$$\left\{\frac{x-1}{3x+(x-1)^2}-\frac{1-3x+x^2}{x^3-1}-\frac{1}{x-1}\right\}$$
$$\div\frac{1-2x+x^2-2x^3}{1+2x+2x^2+x^3}.$$

$$\frac{x-1}{3x+(x-1)^2}-\frac{1-3x+x^2}{x^3-1}-\frac{1}{x-1}$$
$$=\frac{x-1}{x^2+x+1}-\frac{1-3x+x^2}{x^3-1}-\frac{1}{x-1}$$
$$=\frac{x}{x^3-1}-\frac{1}{x-1}=-\frac{x^2+1}{x^3-1},$$

又 $\dfrac{1-2x+x^2-2x^3}{1+2x+2x^2+x^3}=\dfrac{1+x^2-2x(1+x^2)}{1+x^3+2x(1+x)}$

$$=\frac{(1+x^2)(1-2x)}{(1+x)(x^2+x+1)},$$

故ニ所題ノ式

$$=-\frac{x^2+1}{x^3-1}\div\frac{(1+x^2)(1-2x)}{(1+x)(x^2+x+1)}$$

$$=-\frac{(x^2+1)(1+x)(x^2+x+1)}{(x^3-1)(1+x^2)(1-2x)}=\frac{1+x}{(x-1)(2x-1)}.$$

32. $\Sigma\dfrac{1}{(a-b)(a-c)(x+a)}$ ヲ簡單ニセヨ.

[33. 海.兵., 39. 長.高.商.]

解　所題ノ式

$$=-\frac{(b-c)(x+b)(x+c)+(c-a)(x+c)(x+a)+(a-b)(x+a)(x+b)}{(b-c)(c-a)(a-b)(x+b)(x+c)(x+a)}$$

此ノ分數式ノ分子

$$\begin{aligned}&=\{(b-c)+(c-a)+(a-b)\}x^2\\&\quad+\{(b^2-c^2)+(c^2-a^2)+(a^2-b^2)\}x\\&\quad+bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)\\&=bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)\\&=bc(b-c)-a(b^2-c^2)+a^2(b-c)\\&=(b-c)\{bc-a(b+c)+a^2\}\\&=-(b-c)(c-a)(a-b),\end{aligned}$$

依リテ所題ノ式

$$\begin{aligned}&=\frac{(b-c)(c-a)(a-b)}{(b-c)(c-a)(a-b)(x+b)(x+c)(x+a)}\\&=\frac{1}{(x+b)(x+c)(x+a)}.\end{aligned}$$

33. $\dfrac{1}{(a-b)(a-c)(x-a)}+\dfrac{1}{(b-a)(b-c)(x-b)}+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)(x-c)}$ ヲ簡單ニセヨ.

[33. 二高., 36. 海. 兵.]

解　前題ニ於ケル $x+a$, $x+b$, $x+c$ ノ代リニ, ソレゾレ $x-a$, $x-b$, $x-c$ アルノミ, 故ニ前題ノ如クシテ簡單ニシタル結果ハ

$\dfrac{1}{(x-a)(x-b)(x-c)}$ ナリ.

34. $\dfrac{a}{(a-b)(c-a)(x+a)}+\dfrac{b}{(b-c)(a-b)(x+b)}$

$+\dfrac{c}{(c-a)(b-c)(x+c)}$ ヲ簡單ニセヨ.

[34. 海. 兵.]

解　所題ノ式

$$=\frac{a(b-c)(x+b)(x+c)+b(c-a)(x+a)(x+c)+c(a-b)(x+a)(x+b)}{(b-c)(c-a)(a-b)(x+b)(x+c)(x+a)},$$

然ルニ此ノ分數式ノ分子

$$\begin{aligned}&=\{a(b-c)+b(c-a)+c(a-b)\}x^2\\&\quad+\{a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)\}x\\&\quad+abc\{(b-c)+(c-a)+(a-b)\}\\&=\{a(b^2-c^2)-a^2(b-c)-bc(b-c)\}x\\&=-(b-c)\{a^2-a(b+c)+bc\}x\\&=(b-c)(c-a)(a-b)x.\end{aligned}$$

依リテ　所題ノ式

$$\begin{aligned}&=\frac{(b-c)(c-a)(a-b)x}{(b-c)(c-a)(a-b)(x+b)(x+c)(x+a)}\\&=\frac{x}{(x+a)(x+b)(x+c)}.\end{aligned}$$

35. $\dfrac{a^2-(b-c)^2}{(a+c)^2-b^2}+\dfrac{b^2-(c-a)^2}{(a+b)^2-c^2}+\dfrac{c^2-(a-b)^2}{(b+c)^2-a^2}$

ヲ簡單ニセヨ.　[33. 海. 兵.]

解　所題ノ式

$$=\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{(a+c+b)(a+c-b)}+\frac{(b+c-a)(b-c+a)}{(a+b+c)(a+b-c)}+\frac{(c+a-b)(c-a+b)}{(b+c+a)(b+c-a)}$$

$$=\frac{a+b-c}{a+b+c}+\frac{b+c-a}{a+b+c}+\frac{c+a-b}{a+b+c}$$

$$=\frac{a+b+c}{a+b+c}=1.$$

36. $x+\frac{1}{x}=z$ ナルトキ $x^8+\frac{1}{x^8}$ 及ビ $x^5+\frac{1}{x^5}$ チ z ノ項ニテ表ハセ. [33. 海. 機.]

解 $x+\frac{1}{x}=z,$

故ニ $\left(x+\frac{1}{x}\right)^8=x^3+\frac{1}{x^3}+3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$$=x^8+\frac{1}{x^3}+3z=z^8,$$

故ニ $x^3+\frac{1}{x^3}=z(z^2-3).$

而シテ又 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}+2=z^2,$

故ニ $x^2+\frac{1}{x^2}=z^2-2,$

故ニ $\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=z(z^2-3)(z^2-2),$

即チ $x^5+\frac{1}{x^5}+x+\frac{1}{x}=z(z^2-3)(z^2-2),$

然ルニ $x+\frac{1}{x}=z,$

依リテ $x^5+\frac{1}{x^5}=z(z^2-3)(z^2-2)-z$

$$=z(z^4-5z^2+5).$$

37. $x+3y+5z=0,\ 2x+4y+7z=0$ ナルトキ $\frac{x^2+3y^2+5z^2}{2x^2+4y^2+7z^2}$ ノ値如何. [34. 海. 機.]

解 所題ノ式ヨリ

$$\frac{x}{z}+3\frac{y}{z}+5=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$2\frac{x}{z}+4\frac{y}{z}+7=0 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1), (2) チ解キテ $\frac{x}{z}$, $\frac{y}{z}$ ノ値チ求ムレバ

$$\frac{x}{z}=-\frac{1}{2}, \quad \frac{y}{z}=-\frac{3}{2}.$$

而シテ $\frac{x^2+3y^2+5z^2}{2x^2+4y^2+7z^2}=\frac{\left(\frac{x}{z}\right)^2+3\left(\frac{y}{z}\right)^2+5}{2\left(\frac{x}{z}\right)^2+4\left(\frac{y}{z}\right)^2+7}$

$$=\frac{\frac{1}{4}+\frac{27}{4}+5}{\frac{1}{2}+9+7}=\frac{1+27+20}{2+36+28}$$

$$=\frac{48}{66}=\frac{8}{11}.$$

38. 次ノ方程式チ解ケ. [38. 盛. 高. 農]

(1) $\frac{1}{x-25}+\frac{1}{x+4}=\frac{1}{x-24}+\frac{1}{x+3}.$

(2) $\frac{x^2-3x}{x^2-1}+2+\frac{1}{x-1}=0.$ [38. 專. 入. 檢.]

解 (1) 所題ノ方程式ヲ移項シテ

$$\frac{1}{x-25}-\frac{1}{x-24}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4},$$

或ハ $$\frac{1}{x^2-49x+600}=\frac{1}{x^2+7x+12},$$

故ニ $$x^2-49x+600=x^2+7x+12,$$

即チ $$56x=588,$$

故ニ $$x=\frac{21}{2}.$$

(2) 所題ノ方程式ヲ簡單ニスレバ

$$\frac{(x-1)(3x+1)}{x^2-1}=0,$$

或ハ $$\frac{3x+1}{x+1}=0,$$

故ニ $$3x+1=0,$$

故ニ $$x=-\frac{1}{3}.$$

39. $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-9}=\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-7}$ ヲ解ケ. [38. 長. 高. 商.]

解 移項シテ

$$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-3}=\frac{1}{x-7}-\frac{1}{x-9},$$

或ハ $$\frac{-2}{x^2-4x+3}=\frac{-2}{x^2-16x+63},$$

故ニ $$x^2-4x+3=x^2-16x+63,$$

即チ $$12x=60,\quad \therefore\quad x=5.$$

40. $\frac{x-1}{x-2}-\frac{x-2}{x-3}=\frac{x-4}{x-5}-\frac{x-5}{x-6}$ ヲ解ケ. [33. 農. 大. 實.]

解 $$\frac{x-1}{x-2}-\frac{x-2}{x-3}=\frac{x-4}{x-5}-\frac{x-5}{x-6},$$

或ハ $$\frac{-1}{x^2-5x+6}=\frac{-1}{x^2-11x+30},$$

故ニ $$x^2-5x+6=x^2-11x+30,$$

即チ $$6x=24,$$

$$\therefore\quad x=4.$$

41. $\frac{x-1}{x-2}+\frac{x-6}{x-7}=\frac{x-2}{x-3}+\frac{x-5}{x-6}$ ヲ解ケ. [36. 商船.]

解 移項シテ

$$\frac{x-1}{x-2}-\frac{x-2}{x-3}=\frac{x-5}{x-6}-\frac{x-6}{x-7}$$

或ハ $$\frac{x-1}{x-2}-1-\frac{x-2}{x-3}+1=\frac{x-5}{x-6}-1-\frac{x-6}{x-7}+1,$$

或ハ $$\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-3}=\frac{1}{x-6}-\frac{1}{x-7},$$

或ハ $$\frac{-1}{x^2-5x+6}=\frac{-1}{x^2-13x+42},$$

故ニ $$x^2-5x+6=x^2-13x+42,$$

即チ　$8x=36,\ \therefore\ x=\frac{9}{2}$.

E. 二次方程式

1. $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$ ヲ解ケ.

[41. 山. 高. 商.]

解 I. 所題ノ方程式ノ左邊

$=(b-c)x^2-(b-c)x-(a-b)x+a-b$

$=(b-c)x(x-1)-(a-b)(x-1)$

$=(x-1)\{(b-c)x-(a-b)\}=0,$

故ニ　$x-1=0$, 或ハ $(b-c)x-(a-b)=0$,

依リテ　$x=1$, 或ハ $\frac{a-b}{b-c}$ ヲ得.

解 II. 所題ノ方程式ハ $x=1$ ニテ適合セラルルコト明カナリ.

故ニ　$(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)$

ヲ $x-1$ ニテ除シ　$(b-c)x-(a-b)=0$

ヲ得, 之ヨリ他ノ一根　$x=\frac{a-b}{b-c}$ ヲ得.

2. 次ノ方程式ノ根ヲ求メヨ.

$a^2x^4-(a^4+1)x^2+a^2=0.$　　[42. 盛. 高. 農.]

解 I. 所題ノ方程式ハ x^2 ノ二次方程式ナル

ヲ以テ之ヲ解キテ　$x^2=a^2$, 或ハ $\frac{1}{a^2}$,

依リテ　$x=\pm a$, 或ハ $\pm\frac{1}{a}$.

解 II. $a^2x^4-a^4x^2-x^2+a^2=0,$

即チ　$a^2x^2(x^2-a^2)-(x^2-a^2)=0,$

即チ　$(x^2-a^2)(a^2x^2-1)=0,$

故ニ　$x^2-a^2=0$, 或ハ $a^2x^2-1=0,$

依リテ　$x=\pm a$, 或ハ $x=\pm\frac{1}{a}$.

3. $(1-a^2)(x+a)-2a(1-x^2)=0$ ヲ解ケ.

[38. 商船.]

解　所題ノ方程式ヲ變化スレバ

$2ax^2+(1-a^2)x-a(a^2+1)=0,$

即チ　$2ax^2-2a^2x+a^2x-a^3+x-a=0,$

即チ　$2ax(x-a)+a^2(x-a)+(x-a)=0,$

即チ　$(x-a)(2ax+a^2+1)=0,$

故ニ　$x-a=0$, 或ハ $2ax+a^2+1=0,$

故ニ　$x=a$, 或ハ $x=-\frac{a^2+1}{2a}$.

4. $a(x^2+1)=x(a^2+1)$ ヲ解ケ.

[37. 大. 高. 工.]

解　所題ノ方程式ハ $x=a$ ニテ適合セラルルコト明カナリ. 依リテ各項ヲ左邊ニ移シ

$$ax^2-a^2x-x+a=0,$$

即チ　$ax(x-a)-(x-a)=0,$

即チ　$(x-a)(ax-1)=0,$

故ニ　$x-a=0$, 或ハ　$ax-1=0,$

依リテ　$x=a$, 或ハ　$x=\frac{1}{a},$

5. $x^2+1000x+25=0$ ヲ解キ小數四桁マデ計算セヨ.　[38. 商船.]

解　$x^2+1000x+25=0,$

故ニ　$x=-500\pm\sqrt{500^2-25}$

$=-500\pm\sqrt{249975}$

$=-0.0050$, 或ハ　$-999.9750.$

6. 二次方程式

$$(a-1)x^2-2(a+1)x+a-2=0$$

ニ於テ

(1) $a=3$ ナルトキ其ノ二ツノ根ヲ小數點下二桁マデ求メ以下ヲ切リ捨テヨ.

(2) 二ツノ根ノ逆數ノ和ヲ3ニ等シカラシメンニハ a ニ如何ナル値ヲ與フベキカ.　[41. 商船.]

解　(1) 所題ノ方程式ヲ解キテ

$$x=\frac{a+1\pm\sqrt{5a-1}}{a-1}$$

ヲ得, 依リテ $a=3$ トスレバ所要ノ値ハ

$$x=\frac{4\pm\sqrt{14}}{2}=3.87,\ \text{或ハ}\ 0.13.$$

(2) 二ツノ根ヲ α, β トスレバ

$$\alpha+\beta=\frac{2(a+1)}{a-1},\ \text{及ビ}\ \alpha\beta=\frac{a-2}{a-1},$$

故ニ　$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2(a+1)}{a-2},$

故ニ　$\frac{2(a+1)}{a-2}=3,$

依リテ　$2a+2=3a-6,\ \therefore\ a=8.$

7. 二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ノ和ハ $-\frac{b}{a}$ ニシテ其ノ積ハ $\frac{c}{a}$ ナルコトヲ證セヨ.　[38. 陸. 士.]

證 I.　所題ノ方程式ノ二根ヲ α, β トスレバ

$$\alpha=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},\ \beta=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a};$$

故ニ　$\alpha+\beta=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$=-\frac{b}{a},$

$\alpha\beta=\left(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$

$=\frac{b^2-b^2+4ac}{4a^2}=\frac{c}{a}.$

證 II.　所題ノ方程式ノ根ヲ α, β トスレバ

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta),$$

即チ　$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta,$

故ニ　$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, 及ビ $\alpha\beta=\frac{c}{a}$.

8. 次ノ場合ニ於テ $ax^2+bx+c=0$ ナル二次方程式中ノ係數 a, b, c ノ關係ヲ求メヨ.

(1) 二根が相等シキトキ.

(2) 一根が他ノ一根ノ n 倍ナルトキ.

[37. 海. 兵.]

解　$ax^2+bx+c=0,$

之ヲ解キテ　$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,

依リテ二根が相等シキ爲ニハ

$b^2-4ac=0$, 即チ　$b^2=4ac$.

次ニ一根が他ノ一根ノ n 倍ナルトキハ二根ハソレゾレ $\alpha, n\alpha$ ト置クコトヲ得,

故ニ　$\alpha+n\alpha=-\frac{b}{a}$ … … … … (1)

$n\alpha^2=\frac{c}{a}$ … … … … (2)

(1) ヨリ　$\alpha^2=\left\{-\frac{b}{a(1+n)}\right\}^2=\frac{b^2}{a^2(1+n)^2}$,

(2) ヨリ　$\alpha^2=\frac{c}{na}$,

故ニ　$\frac{b^2}{a^2(1+n)^2}=\frac{c}{na}$,

即チ　$nb^2=ac(1+n)^2$.

9. 方程式 $x^2+fx+g=0$ ノ二根ガ α, β ナルトキ方程式 $x^2+gx+f=0$ ノ二根ヲ α, β ノ項ニテ表ハセ.　[37. 五高.]

解　α, β ハ方程式 $x^2+fx+g=0$ ノ根ナルユエ　$\alpha+\beta=-f$, $\alpha\beta=g$.

依リテ　方程式 $x^2+gx+f=0$

ハ　$x^2+\alpha\beta x-(\alpha+\beta)=0$

トナル. 故ニ此ノ二根ハ

$$\frac{-\alpha\beta\pm\sqrt{\alpha^2\beta^2+4(\alpha+\beta)}}{2}.$$

10. $x^2+px+q=0$ ノ二ツノ根ヲ α, β トシ, $\alpha+\beta=-p$, $\alpha\beta=q$ ナルコトヲ證明シ, 依リテ $\frac{\alpha}{\beta}$, $\frac{\beta}{\alpha}$ ヲ二根トスル二次方程式ヲ作レ.

[36. 海. 兵.]

解　此ノ始ノ部分ハ 7 題ニ同ジ, 而シテ後ノ部分ハ次ノ如シ.

始ノ部分ニ依リテ $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$ ヲ根トスル二次方程式

ハ　$x^2-\left(\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}\right)x+\frac{\alpha}{\beta}\times\frac{\beta}{\alpha}=0,$

然ルニ　$\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

$$=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{p^2-2q}{q},$$

及ビ　$\frac{\alpha}{\beta}\times\frac{\beta}{\alpha}=1,$

故ニ所要ノ方程式ハ

$$x^2-\frac{p^2-2q}{q}x+1=0,$$

即チ　$qx^2-(p^2-2q)x+q=0.$

11. $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ガ α,β ナルトキ α^2,β^2 ヲ二根トスル方程式ノ係數ヲ a,b,c ニテ表ハセ.　[36. 陸. 士.]

解　α,β ハ方程式　$ax^2+bx+c=0$

ノ根ナルユエ　$\alpha+\beta=-\frac{b}{a},\ \alpha\beta=\frac{c}{a},$

故ニ　$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$$=\frac{b^2}{a^2}-\frac{2c}{a}=\frac{b^2-2ac}{a^2},$$

及ビ　$\alpha^2\beta^2=\frac{c^2}{a^2},$

故ニ所要ノ方程式ハ

$$x^2-\frac{b^2-2ac}{a^2}x+\frac{c^2}{a^2}=0,$$

即チ　$a^2x^2-(b^2-2ac)x+c^2=0.$

12. $2x^2+6x+3=0$ ナル方程式ノ根ヲ a,b トセバ $3x^2+6x+2=0$ ナル方程式ノ根ハ $\frac{1}{a},\frac{1}{b}$ ナルコトヲ證セヨ.　[36. 商船.]

證　方程式　$2x^2+6x+3=0$

ヨリ　$a+b=-\frac{6}{2}=-3,\quad ab=\frac{3}{2}.$

故ニ　$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{-3}{\frac{3}{2}}=-2,$

及ビ　$\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}=\frac{1}{ab}=\frac{2}{3}.$

サテ方程式　$3x^2+6x+2=0$

ノ二根ヲ α,β トスレバ

$\alpha+\beta=\frac{-6}{3}=-2,$　及ビ　$\alpha\beta=\frac{2}{3}.$

故ニ題言ノ如シ.

13. $x^2-px+q=0$ ノ二根ヲ α,β トシ，$\alpha^2+\beta^2$ ト $\alpha^3+\beta^3$ トノ値ヲ p,q ノ項ニテ表ハセ.　[35. 海. 兵.]

解　α,β ハ方程式　$x^2-px+q=0$

ノ根ナルユエ　$\alpha+\beta=p,\quad \alpha\beta=q,$

故ニ　$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=p^2-2q.$

$$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$$

$$=p^3-3qp=p(p^2-3q).$$

14. $x^2+px+q=0$ ノ根ノ立方ヲ根トスル二

次方程式ヲ作レ.　[35. 海. 機]

解　$x^2+px+q=0$ ノ二根ヲ α, β トスレバ

$$\alpha+\beta=-p,\ \alpha\beta=q,$$

故ニ　$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$$=-p^3-3q(-p)=-(p^3-3pq)$$

及ビ　$\alpha^3\beta^3=q^3,$

依リテ所要ノ方程式ハ

$$x^2+(p^3-3pq)x+q^3=0.$$

15. $x^2+px+144=0$ ノ二根ノ比ガ9ト4トノ如クナルトキ p ノ値如何.　[33. 海. 機.]

解　$x^2+px+144=0$ ノ二根ヲ α, β トスレバ

$$\alpha+\beta=-p \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\alpha\beta=144 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

又題意ニ依リテ

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{9}{4} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

依リテ (1), (2), (3) ヨリ α, β ヲ消去シテ p ノ所要ノ値ヲ得ベシ, 即チ (3) ニ於ケル α ノ値ヲ (1), (2) ニ代入スレバソレゾレ

$$\beta=-\frac{4p}{13},\quad \beta^2=64$$

ヲ得, 故ニ　$-\frac{4p}{13}=\pm 8,$

∴　$p=\pm 26.$

16. 方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ根ノ比ガ若シ $m:n$ ナルトキハ $mnb^2=(m+n)^2ac$ ナルコトヲ證セヨ.　[40. 海. 兵.]

證　方程式　$ax^2+bx+c=0$

ノ二根ヲ $m\lambda, n\lambda$ トスレバ

$$(m+n)\lambda=-\frac{b}{a} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$mn\lambda^2=\frac{c}{a} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$\lambda^2=\frac{b^2}{a^2(m+n)^2},$

(2) ヨリ　$\lambda^2=\frac{c}{amn},$

故ニ　$\frac{b^2}{a^2(m+n)^2}=\frac{c}{amn},$

即チ　$mnb^2=(m+n)^2ac.$

17. $-3, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ ヲ根トスル方程式ヲ作レ.　[37. 商船.]

解　所要ノ方程式ハ　$-3, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$　ヲ根トスル

ユエ　$(x+3)\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0,$

即チ　$6x^3+11x^2-19x+6=0.$

18. 方程式　$y^2=12x,\ y=3x+n$ ニ於テ x ノ二ツノ値ヲシテ相等シカラシメントス, n ノ値ヲ如何ニ定ムベキカ. 又其ノ x 及ビ y ノ値ハ如

何.　[42. 商船.]

解　$y^2=12x$ ... ... (1)

$y=3x+n$ ... ... (2)

(2) ヲ自乘スレバ

$y^2=9x^2+6nx+n^2,$

故ニ (1) ヲ參照シテ

$9x^2+6nx+n^2=12x,$

卽チ　$9x^2-6(2-n)x+n^2=0,$

故ニ　$x=\frac{2-n\pm2\sqrt{1-n}}{3}.$

故ニ x ノ此ノ値ガ相等シカルベキ爲ニハ

$1-n=0,$ 卽チ $n=1.$

依リテ此ノトキ x ノ値ハ $x=\frac{1}{3}$ トナリ, 從ヒテ $y=2$ ヲ得.

(20) ax^2+bx+c ナル二次三項式ノ二根ガ虛數ナルトキ x ニ如何ナル數ヲ與フルモ其ノ符號ハ恒ニ初項ノ係數 a ノ符號ト同ジキコトヲ證セヨ.　[35. 陸. 士.]

證　ax^2+bx+c

$=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)$

$=a\left\{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right\}$

$=a\left\{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right\}$ ... ... (1)

然ルニ　$ax^2+bx+c=0$

ノ二根ガ虛根ナルトキハ

$b^2-4ac<0,$ 或ハ $4ac-b^2>0,$

故ニ (1) 式ノ括弧內ハ恒ニ正ナリ, 從ヒテ (1) 式ハ a ト符號ヲ同ジクス, 依リテ題言ノ如シ.

20.　$ax^2+bx+c=0$ ヲ解キテ實根, 虛根, 實根ニシテ有理數ヲ得ル各ノ場合ヲ說明セヨ.　[33. 陸. 士.]

解　所題ノ方程式ヲ解キテ

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$

依リテ x ガ實數ナル爲ニハ根號內ノ數ガ正ナルコト, 卽チ　$b^2-4ac\geqq0$

ナルコトヲ要ス.

而シテ x ガ虛數ナル爲ニハ根號內ノ數ガ負ナルコト, 卽チ　$b^2-4ac<0$

ナルコトヲ要ス.

又 x ガ實數ニシテ且有理數ナル爲ニハ根號內ノ數ガ完全ノ平方數ナルカ, 或ハ零ナルコト, 卽チ $b^2=4ac$ ナルコトヲ要ス.

21. 方程式 $(x-p)(x-q)=5$ ハ恒ニ實根ヲ有スルコトヲ證セヨ. [42. 東. 高. 師.]

證　$(x-p)(x-q)=5,$

或ハ　$x^2-(p+q)x+pq-5=0,$

此ノ方程式ガ實根ヲ有スル爲ニ必要ニシテ且十分ナル要件ハ根ノ判別式ガ正ナルコトナリ.

然ルニ　判別式$=(p+q)^2-4(pq-5)$

$=(p-q)^2+20$

ニシテ此ノ要件ハ恒ニ滿足セラル.

依リテ所題ノ方程式ハ恒ニ實根ヲ有ス.

22. $(x-a)(x-b)=c^2$ ノ根ハ恒ニ實數ナルコトヲ證セヨ. [42. 專. 入. 檢.]

證. 所題ノ方程式ヲ移項シ括弧ヲ解キテ

$$x^2-(a+b)x+ab-c^2=0,$$

此ノ方程式ノ根ノ判別式ハ

$$(a+b)^2-4(ab-c^2)=(a-b)^2+4c^2,$$

依リテ所題ノ方程式ハ恒ニ實根ヲ有ス.

23. 二次方程式 $ax^2-2x+3a^2=0$ ハ如何ナル場合ニ實根ヲ有スルカ. 之ヲ吟味セヨ. [30. 一高.]

解　$ax^2-2x+3a^2=0.$

ヨリ　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-3a^2}}{a}.$

故ニ x ガ實數ナル爲ニハ根號内ノ數ガ正ナルコトヲ要ス, 卽チ　$1-3a^2\geqq 0,$

或ハ　$\dfrac{1}{3}\geqq a^2.$

24. 次ノ方程式ヲ解ケ. [42. 海. 機.]

$$(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)=144.$$

解　所題ノ方程式ハ

$$(x^2+x-12)(x^2+x-2)-144=0,$$

或ハ　$(x^2+x-2)^2-10(x^2+x-2)-144=0,$

或ハ　$(x^2+x-20)(x^2+x+6)=0,$

故ニ　$x^2+x-20=0,$

ヨリ　$x=4,$ 或ハ $-5.$

又　$x^2+x+6=0$

ヨリ　$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{23}i}{2}.$ 但 $i=\sqrt{-1}.$

25. 方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ根ヲ α 及ビ β トシ, $\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha}$ 及ビ $\dfrac{\alpha+\beta}{\beta}$ ヲ根トスル二次方程式ヲ作レ. [42. 陸. 士.]

解　α, β ハ方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ根ナルユエ　$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a},$ $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}.$

故ニ　$\frac{\alpha+\beta}{\alpha}+\frac{\alpha+\beta}{\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta}$

$$=\frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2}{\frac{c}{a}}=\frac{b^2}{ac},$$

及ビ　$\frac{\alpha+\beta}{\alpha}\times\frac{\alpha+\beta}{\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2}{\alpha\beta}=\frac{b^2}{ac}$,

依リテ所要ノ方程式ハ

$$x^2-\frac{b^2}{ac}x+\frac{b^2}{ac}=0,$$

或ハ　$acx^2-b^2x+b^2=0.$

26. 次ノ方程式ノ根ヲ求メ，之ヲ運算ニ便ナル式ニ直シ，小數第二位マデ計算セヨ.

$$x^4-3x^2+1=0 \qquad [42.\text{大.高.工.}]$$

解　所題ノ方程式ヲ x^2 ノ二次方程式トシテ解キ

$$x^2=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$$

ヲ得. 故ニ　$x=\pm\sqrt{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}}$

$$=\pm\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\pm\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{(\sqrt{5}\pm1)^2}{4}}$$

$$=\pm\frac{1}{2}(\sqrt{5}\pm1)\fallingdotseq\pm\frac{1}{2}(2.2360\pm1)$$

$\fallingdotseq\pm1.61$, 或ハ ±0.61.

27. 方程式 $(a^2+1)x^2-(3a-2)x+2=0$ ノ二

根が相等シクナル樣ニ a ノ値ヲ決定セヨ.

[42. 熊. 高. 工.]

解　所題ノ方程式ノ二根が相等シキ爲ニハ

$$(3a-2)^2-8(a^2+1)=0,$$

或ハ　$a^2-12a-4=0,$

$\therefore\ a=6\pm2\sqrt{10}.$

28. $\frac{x^2}{x+1}+\frac{x+1}{x^2}=2$ ヲ解ケ. [39.專.入.檢.]

解　所題ノ方程式ノ分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$x^4-2x^3-x^2+2x+1=0,$$

各項ヲ x^2 ニテ除シ，置キ換フレバ

$$x^2+\frac{1}{x^2}-2\left(x-\frac{1}{x}\right)-1=0,$$

サテ　$x-\frac{1}{x}=y$

トスレバ　$x^2+\frac{1}{x^2}=y^2+2,$

故ニ上ノ方程式ハ

$$y^2-2y+1=0,$$

或ハ　$(y-1)^2=0$

トナル，故ニ　$y=1,$

即チ　$x-\frac{1}{x}=1,$

即チ　$x^2-x-1=0,$　$\therefore\ x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}.$

x ノ此ノ値ハ所題ノ方程式ノ分母ヲ 0 トセズ, 故ニ所要ノ根ナリ.

29. $a(x^2+1)=x(a^2+1)$ ヲ解ケ.

[37. 農. 大. 實.]

解　$a(x^2+1)=x(a^2+1)$,

或ハ　$ax^2-(a^2+1)x+a=0$,

或ハ　$(ax-1)(x-a)=0$,

故ニ　$x=\underset{\sim}{\frac{1}{a}}$, 或ハ $\underset{\sim}{a}$.

[71 頁 4 題解參照]

30. $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ヲ α 及ビ β トスレバ $\frac{\alpha^2}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha}=\frac{3abc-b^3}{a^2c}$ ナルコトヲ證セヨ.

[39. 仙. 醫. 專.]

證　$ax^2+bx+c=0$ ノ二根ヲ α, β トスレバ

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a},\quad \text{及ビ}\quad \alpha\beta=\frac{c}{a}.$$

故ニ
$$\frac{\alpha^2}{\beta}+\frac{\beta^2}{\alpha}=\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$$
$$=\frac{-\frac{b^3}{a^3}-3\frac{c}{a}\left(-\frac{b}{a}\right)}{\frac{c}{a}}$$
$$=\underset{\sim}{\frac{3abc-b^3}{a^2c}}.$$

31. 二次方程式アリ, 其ノ二ツノ根ノ差ハ 3 ニシテ, 其ノ平方ノ和ハ 65 ナリ, 此ノ二次方程式ヲ求メヨ.　[38. 東. 高. 商.]

解　所題ノ二次方程式ノ二根ヲソレゾレ α, β トスレバ題意ニ依リテ

$$\alpha-\beta=3 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$
$$\alpha^2+\beta^2=65 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヲ自乘シテ (2) ヨリ減ズレバ

$$2\alpha\beta=56,\quad \text{故ニ}\quad \alpha\beta=28.$$

從ヒテ　$\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2=121$,

或ハ　$(\alpha+\beta)^2=121$,

故ニ　$\alpha+\beta=\pm 11$,

依リテ所要ノ方程式ハ

$$\underset{\sim}{x^2\pm 11x+28=0}.$$

32. $ax^2+2bx+c=0$ ナル方程式ニ於テ係數 a, b, c ガ變化スルモ $\frac{b^2-ac}{a^2}$ ガ變化セザレバ其ノ二根ノ差ハ恒ニ一定ノ値ヲ有スルコトヲ證セヨ.　[38. 商船.]

證　$ax^2+2bx+c=0$ ノ二根ヲ α, β トスレバ

$$\alpha+\beta=-\frac{2b}{a},\quad \text{及ビ}\quad \alpha\beta=\frac{c}{a},$$

故ニ　$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$$=\frac{4b^2}{a^2}-\frac{4c}{a}=\frac{4(b^2-ac)}{a^2},$$

依リテ $\frac{b^2-ac}{a}$ ガ一定ナルトキハ二根ノ差 $\alpha-\beta$ ハ常ニ一定ノ値ヲ有ス.

33. $\frac{a}{x+a}+\frac{b}{x+b}+\frac{c}{x+c}=3$ ヲ解ケ.

[38. 農. 大. 實.]

解　所題ノ方程式ヲ移項シテ

$$\frac{a}{x+a}-1+\frac{b}{x+b}-1+\frac{c}{x+c}-1=0,$$

或ハ　$$\frac{x}{x+a}+\frac{x}{x+b}+\frac{x}{x+c}=0,$$

故ニ　$$x=0,$$

或ハ　$$\frac{1}{x+a}+\frac{1}{x+b}+\frac{1}{x+c}=0.$$

分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ

$$3x^2-2(a+b+c)x-(bc+ca+ab)=0,$$

之ヲ解キテ

$$x=-\frac{a+b+c\pm\sqrt{a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab}}{3}.$$

依リテ所要ノ根ハ

$x=0$, 或ハ $-\frac{a+b+c\pm\sqrt{a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab}}{3}$.

34. $x^2+2(a-1)x+5a-9=0$ ノ根ガ實數ナル爲ニ a ノ取ルベキ値ノ限界ヲ求メヨ.

[39. 東. 高. 師.]

解　$x^2+2(a-1)x+5a-9=0.$

ノ根ガ實數ナル爲ノ要件ハ

$$(a-1)^2-5a+9\geqq 0,$$

或ハ　$$a^2-7a+10\geqq 0,$$

或ハ　$$(a-5)(a-2)\geqq 0,$$

此ノ式ガ成リ立ツ爲ニハ

$$a\geqq 5, \text{ 或ハ } a\leqq 2.$$

コレ所要ノ限界ナリ.

35. $x^2-9x+a=0$ ニ於テ a ニ如何ナル値ヲ與フレバ二根ノ立方ノ和ガ零トナルカ.

[39. 海. 機.]

解　$x^2-9x+a=0$ ノ二根ヲ α, β トスレバ

$$\alpha+\beta=9, \text{ 及ビ } \alpha\beta=a,$$

サテ　$$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)\{(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta\},$$

故ニ　$$\alpha^3+\beta^3=0$$

ナル爲ニハ　$$9(81-3a)=0,$$

即チ　$$81-3a=0, \quad \therefore \quad a=27.$$

36. $(12m+11)x^2-60x+12m=0$

ナル方程式ガ等根ヲ有スル爲ニハ m ニ如何ナル値ヲ與フベキカ.　[34. 陸.士.]

解　方程式 $(12m+11)x^2-60x+12m=0$ ガ等根ヲ有スル爲ニハ其ノ判別式ガ零ナルコト,

卽チ　$60^2-4\times12m(12m+11)=0,$

卽チ　$12m^2+11m-75=0,$

卽チ　$(m+3)(12m-25)=0,$

ナルコトヲ要ス.

故ニ　$m=-3,$ 或ハ $\frac{25}{12}$.

37. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=5\times6\times7\times8$ ヲ解ケ.　[39. 商船.]

解　方程式ノ項ヲ一邊ニ集メテ整頓スレバ

$$(x^2+5x+4)(\overline{x^2+5x+4}+2)-1680=0,$$

或ハ $(x^2+5x+4)^2+2(x^2+5x+4)-1680=0,$

之ヲ x^2+5x+4 ノ二次方程式トシテ解キ

$$x^2+5x+4=40 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (1)$$

或ハ　$x^2+5x+4=-42 \quad \ldots\ \ldots \quad (2)$

ヲ得, (1) ヨリ　$x^2+5x-36=0,$

故ニ　$x=4,$ 或ハ　$x=-9,$

(2) ヨリ　$x^2+5x+46=0,$

故ニ　$x=\frac{-5\pm\sqrt{159}i}{2}.$

38. $\frac{x+3}{3-x}+\frac{x+6}{6-x}+\frac{x+9}{9-x}=3$ ヲ解ケ.　[36. 海.兵.]

解　所題ノ方程式ヲ移項シテ

$$\frac{x+3}{3-x}-1+\frac{x+6}{6-x}-1+\frac{x+9}{9-x}-1=0,$$

或ハ　$2x\left(\frac{1}{3-x}+\frac{1}{6-x}+\frac{1}{9-x}\right)=0,$

$\therefore\ x=0.$

或ハ　$\frac{1}{3-x}+\frac{1}{6-x}+\frac{1}{9-x}=0,$

分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$x^2-12x+33=0.$$

$\therefore\ x=6\pm\sqrt{3},$

依リテ所要ノ根ハ $x=0,$ 及ビ $6\pm\sqrt{3}.$

39. $\frac{x^2}{9}+\frac{16}{x^2}=\frac{10}{3}\left(\frac{x}{3}-\frac{4}{x}\right)$ ヲ解ケ.　[38. 商船.]

解　所題ノ方程式ヨリ

$$\frac{x^4+144}{9x^2}=\frac{10x^2-12x}{9x^2},$$

故ニ　$x^4+144=10x^3-12x,$

即チ　$x^4-10x^3+120x+144=0.$

各項チ遍ク x^2 ニテ除シ，置キ換フレバ

$$x^2+\frac{144}{x^2}-10\left(x-\frac{12}{x}\right)=0,$$

此ノ方程式ニ於テ

$$x-\frac{12}{x}=y$$

トスレバ　$y^2-10y+24=0$

チ得，故ニ　$y=6,$　或ハ　$4.$

即チ　$x-\frac{12}{x}=6 \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots(1)$

及ビ　$x-\frac{12}{x}=4 \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots(2)$

(1) ヨリ　$x^2-6x-12=0,\quad \therefore\ x=3\pm\sqrt{21}.$

(2) ヨリ　$x^2-4x-12=0,$

$\therefore\ x=6,$　或ハ　$-2.$

40.　$\frac{1}{x-7}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+7}=0$ チ解ケ.

[39. 海. 機.]

解　項ノ順序チ變ジテ

$$\frac{1}{x-7}+\frac{1}{x+7}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=0,$$

即チ　$\frac{2x}{x^2-7}+\frac{2x}{x^2-1}=0,$

故ニ　$x=0,$　或ハ　$\frac{1}{x^2-7}+\frac{1}{x^2-1}=0,$

此ノ第二ノ方程式ヨリ

$$\frac{2(x^2-4)}{(x^2-7)(x^2-1)}=0,$$

故ニ　$x^2=4,\quad \therefore\ x=\pm 2.$

依リテ所要ノ根ハ　$x=0,$　或ハ　$\pm 2.$

41.　$\frac{x+1}{x-1}+\frac{x-2}{x+2}+\frac{x-3}{x+3}+\frac{x+4}{x-4}=4$ チ解ケ.

[34. 海. 兵.]

解　所題ノ方程式チ移項スレバ

$$\frac{x+1}{x-1}-1+\frac{x-2}{x+2}-1+\frac{x-3}{x+3}-1+\frac{x+4}{x-4}-1=0,$$

或ハ　$\frac{1}{x-1}+\frac{-2}{x+2}+\frac{-3}{x+3}+\frac{4}{x-4}=0,$

分母チ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$5x^2+5x-16=0,$$

$$\therefore\ x=\frac{-5\pm\sqrt{345}}{10}.$$

x ノ此ノ値ハ所題ノ方程式ノ分母チ 0 トセズ，故ニ所要ノ根ナリ.

42. $\dfrac{1}{x^2+11x-8}+\dfrac{1}{x^2+2x-8}+\dfrac{1}{x^2-13x-8}=0$

ヲ解ケ. [33. 海. 兵.]

解 所題ノ方程式ノ分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$x^4-65x^2+64=0,$$

x^2 ノ二次方程式トシテ之ヲ解キテ

$$x^2=64, \text{ 或ハ } 1,$$

故ニ　　$x=\pm 8$, 或ハ ± 1.

x ノ此ノ値ハ何レモ所題ノ方程式ノ分母ヲ 0 トセズ, 故ニ所要ノ根ナリ.

9　43. $\dfrac{1}{(x-b)(x-c)}+\dfrac{1}{(a+c)(a+b)}=\dfrac{1}{(a+c)(x-c)}+\dfrac{1}{(a+b)(x-b)}$

ヲ解ケ. [35. 商船.]

解 移項シテ

$$\frac{1}{(x-b)(x-c)}-\frac{1}{(a+c)(x-c)}=\frac{1}{(a+b)(x-b)}-\frac{1}{(a+c)(a+b)},$$

即チ $\dfrac{a+b+c-x}{(a+c)(x-b)(x-c)}=\dfrac{a+b+c-x}{(a+b)(a+c)(x-b)}$,

故ニ　　$a+b+c-x=0$ ... ...(1)

或ハ　　$(x-b)(x-c)=(a+b)(x-b)$ ... ...(2)

(1) ヨリ　　$x=a+b+c$.

又 (2) ヨリ得ル $x=b$ ハ所題ノ方程式ノ分母ヲ零トナスユエ根ニアラズ.

然レドモ　$x-c=a+b$, ∴ $x=a+b+c$

ハ前ト同ジ根ヲ與フ. 故ニ所題ノ方程式ハ二ツノ等根ヲ有ス.

44. $x^4-10x^2+9=0$ ヲ解ケ. [37. 大. 高. 工.]

解 所題ノ方程式ヲ x^2 ノ二次方程式トシテ解ケバ　　$x^2=9$, 或ハ 1,

從ヒテ　　$x=\pm 3$, 或ハ ± 1

ヲ得.

45. $\dfrac{x+2a}{x^2-7ax+12a^2}+\dfrac{x+3a}{x^2-6ax+8a^2}+\dfrac{x+4a}{x^2-5ax+6a^2}=\dfrac{29}{24a}$ ヲ解ケ. [30. 東. 高. 師.]

解 移項シテ簡約スレバ

$$\frac{x(29x^2-333ax+754x^2)}{(x-2a)(x-3a)(x-4a)}=0,$$

故ニ　　$x=0$,

或ハ　　$29x^2-333ax+754a^2=0$,

之ヲ解キテ　　$x=\dfrac{333\pm\sqrt{23425}}{58}.a$

ヲ得, 而シテ x ノ是等ノ値ハ所題ノ方程式ノ分

母ヲ零トナサズ，依リテ所要ノ根ナリ．

46. 次ノ方程式ヲ解ケ．　[36. 農. 大. 實.]

(1) $x^3-1=0$.　(2) $x^4+1=0$.　(3) $x^4-1=0$.

解　(1)　$x^3-1=0$,

右邊ヲ因數ニ分解シテ

$$(x-1)(x^2+x+1)=0,\quad \therefore\ x=1.$$

或ハ　$x^2+x+1=0$　ヨリ　$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}$.

(2)　$x^4+1=0$,

右邊ヲ因數ニ分解スレバ

$$(x^2-\sqrt{2}x+1)(x^2+\sqrt{2}x+1)=0,$$

故ニ　$x^2-\sqrt{2}x+1=0$

ヨリ　$x=\dfrac{\sqrt{2}\pm\sqrt{-2}}{2}$.

又　$x^2+\sqrt{2}x+1=0$

ヨリ　$x=\dfrac{-\sqrt{2}\pm\sqrt{-2}}{2}$.

(3)　$x^4-1=0$,

或ハ　$(x^2+1)(x^2-1)=0$,

故ニ　$x^2+1=0$　ヨリ　$x=\pm\sqrt{-1}$.

又　$x^2-1=0$　ヨリ　$x=\pm1$.

47. $x^2-6x+14$ ノ値ヲシテ最小ナラシムベキ x ノ實數ノ値如何．　[37. 海. 兵.]

解　$x^2-6x+14=y$

トスレバ　$x^2-6x+14-y=0$,

$$\therefore\ x=3\pm\sqrt{y-5}.$$

x ガ實數ナル爲ニハ $y-5\geqq0$.

故ニ所題ノ式ノ最小値ハ　$y=5$,

從ヒテ所要ノ x ノ値ハ　$x=3$.

48. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ．　[42. 海. 機.]

$$x-\frac{1}{y}=1 \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots(1)$$

$$y-\frac{1}{x}=\frac{1}{6} \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots(2)$$

解　(1) ヨリ　$xy-1=y$,

(2) ヨリ　$xy-1=\dfrac{x}{6}$,　故ニ　$y=\dfrac{x}{6}$,

y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シ

$$x-\frac{6}{x}=1,\quad 或ハ\quad x^2-x-6=0,$$

$$\therefore\ x=3,\quad 或ハ\quad -2.$$

從ヒテ　$y=\dfrac{1}{2}$,　或ハ　$-\dfrac{1}{3}$

ヲ得，依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=3,\ y=\frac{1}{2};\quad x=-2,\ y=-\frac{1}{3}.$$

49. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [38. 水. 講.]

$$x+\frac{4}{y}=1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots(1)$$

$$y+\frac{4}{x}=25 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots(2)$$

解 (1) ヨリ $x=1-\frac{4}{y}$,

x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ整頓スレバ

$$y^2-25y+100=0,$$

$$\therefore\ y=20,\ \text{或ハ}\ 5$$

ヲ得, 從ヒテ $x=\frac{4}{5}$, 或ハ $\frac{1}{5}$ ヲ得, 依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=\frac{4}{5},\ y=20;\quad x=\frac{1}{5},\ y=5.$$

50. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [33. 外. 語.]

$$4x-2y=3 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots(1)$$

$$3x^2+5y=2xy \quad \cdots\ \cdots\ \cdots(2)$$

解 (1) ヨリ $x=\frac{3+2y}{4}$,

x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$4y^2-92y-27=0,$$

故ニ $y=\frac{23\pm2\sqrt{139}}{2}$, 從ヒテ $x=\frac{13\pm\sqrt{139}}{2}$

ヲ得ベシ, 故ニ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=\frac{13\pm\sqrt{139}}{2},\quad y=\frac{23\pm2\sqrt{139}}{2}.$$

但符號 $\pm$ ハ上ト上ト, 下ト下トヲ取ル.

51. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [30. 商船.]

$$xy+x+y=11 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1)$$

$$x^2y+xy^2=30 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ (2)$$

解 $x+y=\alpha,\ xy=\beta$ トスレバ (1), (2) ハソレゾレ

$$\alpha+\beta=11,\quad \alpha\beta=30,$$

故ニ α, β ハ方程式 $X^2-11X+30=0$ ノ根ナリ.

故ニ $X=6,$ 或ハ $5.$

故ニ $x+y=6,\quad xy=5;$

或ハ $x+y=5,\quad xy=6.$

故ニ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$z^2-6z+5=0,\ \text{或ハ}\ z^2-5z+6=0,$$

故ニ $z=5$, 或ハ 1; 及ビ $z=3$, 或ハ 2,

依リテ所題ノ方程式ニ適合スル x, y ノ値ハ次ノ如シ.

$$x=5,\ y=1;\quad x=1,\ y=5;$$

$$x=3,\ y=2;\quad x=2,\ y=3.$$

52. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [30. 商船]

$$2y-3x=1 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots(1)$$

$$13x^2-8xy+3=0 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots(2)$$

解 (1) ニ $4x$ ヲ乘ジ, (2) ヲ加フレバ

$$x^2-4x+3=0,$$

或ハ　$(x-3)(x-1)=0,$

故ニ　$x=3$, 或ハ 1,

x ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ $y=5$, 或ハ 2 ヲ得.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=3,\ y=5;\quad x=1,\ y=2.$$

53. 次ノ方程式ヲ解キ, 其ノ x, y ノ値ヲ小數第三位マデ計算セヨ. [37. 東. 高. 商.]

$$x^2-4y^2=8x+100 \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

$$x+3y=6 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

解 (2) ヨリ　$x=6-3y,$

x ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$5y^2-12y-112=0,$$

$$\therefore\ y=\frac{6\pm\sqrt{596}}{5}.$$

之ヲ小數第三位マデ計算シテ

$$y=6.082,\ \text{或ハ}\ -3.682,$$

從ヒテ　$x=-12.246$, 或ハ 17.046

ヲ得, 依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=-12.246,\ y=6.082;$$

$$x=17.046,\ y=-3.682.$$

54. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [37. 盛. 高. 農.]

$$x^2+x+y^2=15 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots(1)$$

$$2xy+y=15 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots(2)$$

解 (1) ヨリ (2) ヲ減ジテ整頓スレバ

$$(x-y)(x-y+1)=0,$$

故ニ　$x=y$, 或ハ $x=y-1.$

$x=y$ ナルトキハ (1) 或ハ (2) ヨリ

$$2x^2+x-15=0,$$

$$\therefore\ x=y=-3,\ \text{或ハ}\ \frac{5}{2}$$

ヲ得. 次ニ $x=y-1$ ナルトキ x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ　$2y^2-y-15=0,$

或ハ　$(y-3)(2y+5)=0,$

故ニ　$y=3$, 或ハ $-\frac{5}{2}$,

從ヒテ　$x=2$, 或ハ $-\frac{7}{2}$

ヲ得. 依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=y=-3;\quad x=y=\frac{5}{2};$$

$$x=2,\quad y=3;\quad x=-\frac{7}{2},\quad y=-\frac{5}{2}.$$

55. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [36. 商船.]

$$x^2+2xy=16 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots(1)$$

$$xy+2y^2=24 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots(2)$$

解　(1) ヨリ　$x(x+2y)=16$ ... ...(3)

(2) ヨリ　$y(x+2y)=24$ ... ...(4)

(3), (4) ヲ邊々相除スレバ $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$, 故ニ $y=\frac{3}{2}x$,

y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$x^2=4$, ∴ $x=\pm 2$. 從ヒテ $y=\pm 3$,

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=2,\quad y=3;\quad x=-2,\quad y=-3.$$

56. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [37. 農. 大. 實.]

$$x^2-2y^2=4y \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (1)$$

$$3x^2+xy-2y^2=16y \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ (2)$$

解　(2) ヨリ (1) ヲ減ジテ

$$2x^2+xy=12y,$$

之ヨリ　$y=\frac{2x^2}{12-x}$.

y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2(7x^2+16x-48)=0,$$

故ニ　$x=0$, 及ビ $7x^2+16x-48=0$

ヨリ　$x=-4$, 或ハ $\frac{12}{7}$

ヲ得. 從ヒテ $y=0$, 及ビ $y=2$, 或ハ $\frac{4}{7}$.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=y=0;\quad x=-4,\ y=2;\quad x=\frac{12}{7},\ y=\frac{4}{7}.$$

57. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.

[33. 東. 高. 商.]

$$x^2-xy+4y^2=10 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ (1)$$

$$y^2-5xy=6 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (2)$$

解　(1) ニ 3 ヲ, (2) ニ 5 ヲ乘ジテ邊々相減ズレバ

$$3x^2+22xy+7y^2=0,$$

或ハ

$$(x+7y)(3x+y)=0,$$

故ニ　$x=-7y$, 或ハ $-\frac{y}{3}$,

x ノ是等ノ値ヲ (2) ニ代入シテ

$$y^2=\frac{1}{6},\ \text{或ハ}\ y^2=\frac{9}{4}$$

ヲ得. 故ニ　$y=\pm\frac{1}{\sqrt{6}}$, 或ハ $\pm\frac{3}{2}$.

從ヒテ　$x=\mp\frac{7}{\sqrt{6}}$, 或ハ $\mp\frac{1}{2}$.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=\pm\frac{7}{\sqrt{6}},\quad y=\mp\frac{1}{\sqrt{6}};$$

$$x=\pm\frac{1}{2},\quad y=\mp\frac{3}{2}.$$

但複符號ハ上ト上，下ト下トヲ取ル，以下之ニ準ズ.

58. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.

[39. 千. 盛. 東.]

$$2x^2-5xy+2y^2=8 \quad \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$x^2+6y^2=4 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解　(2) ニ 2 ヲ乘ジ，(1) ヲ減ズレバ

$$5y(2y+x)=0,$$

故ニ　　$y=0$，或ハ　$y=-\frac{x}{2}$,

$y=0$ ナルトキハ (1) 或ハ (2) ヨリ　$x=\pm 2$

ヲ得. $y=-\frac{x}{2}$ ナルトキハ (2) ヨリ

$$5x^2=8, \quad \therefore \quad x=\pm\frac{2\sqrt{2}}{5},$$

從ヒテ　　$y=\mp\frac{\sqrt{2}}{5}$.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=2,\ y=0;\quad x=-2,\ y=0;$$

$$x=\pm\frac{2\sqrt{2}}{5},\quad y=\mp\frac{\sqrt{2}}{5}.$$

59. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.　[38. 商船.]

$$\frac{2x+y}{3x-y}-\frac{x-y}{x+y}=2\frac{8}{15} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$7x+5y=29 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解　(1) ノ分母ハ零ナラズトシ，之ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ　$129x^2-29xy-38y^2=0$,

或ハ　$(3x-2y)(43x+19y)=0$,

故ニ　$x=\frac{2}{3}y$，或ハ　$-\frac{19}{43}y$.

x ノ是等ノ値ヲ (2) ニ代入シテソレゾレ $y=3$,

或ハ $15\frac{17}{82}$ ヲ得. 從ヒテ　$x=2$，或ハ　$-6\frac{59}{82}$.

x, y ノ是等ノ値ハ (1) 式ノ分母ヲ零トナサズ，故ニ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=2,\ y=3;\quad x=-6\frac{59}{82},\quad y=15\frac{17}{82}.$$

60. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.

[34. 東. 高. 商.]

$$(x+2y)(x-3y)=20 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\frac{2y-5}{y-x}=\frac{x+3y}{2y+5} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解　(2) ヲ簡單ニスレバ

$$\frac{(x+y)^2-25}{(y-x)(2y+5)}=0,$$

故ニ　$(x+y)^2-25=0,$

故ニ　$x+y=\pm5,$

依リテ　$y=\pm5-x,$

y ノ此ノ値チ (1) ニ代入シ簡單ニスレバ

$$4x^2\pm55x+170=0,$$

$\therefore\ x=\dfrac{\pm55\pm\sqrt{305}}{8}.$　從ヒテ　$y=\dfrac{\mp15\mp\sqrt{305}}{8}$

チ得，依リテ所要ノ $x,\ y$ ノ値ハ

$$x=\frac{55+\sqrt{305}}{8},\qquad y=\frac{-15-\sqrt{305}}{8};$$

$$x=\frac{55-\sqrt{305}}{8},\qquad y=\frac{-15+\sqrt{305}}{8};$$

$$x=\frac{-55+\sqrt{305}}{8},\qquad y=\frac{15-\sqrt{305}}{8};$$

$$x=\frac{-55-\sqrt{305}}{8},\qquad y=\frac{15+\sqrt{305}}{8}.$$

61. 次ノ一組ノ方程式チ解ケ.

[33. 東. 高. 工.]

$$x+y^2=ax \ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (1)$$

$$x^2+y=by \ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (2)$$

解　(1) ヨリ　$x=\dfrac{y^2}{a-1},$

x ノ此ノ値チ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$y\{y^3-(a-1)^2(b-1)\}=0,$　故ニ　$y=0,$

或ハ　$y^3=(a-1)^2(b-1) \ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (3)$

y ノ實數値ノミチ取レバ　$y=\sqrt[3]{(a-1)^2(b-1)},$

從ヒテ　$x=0,$　或ハ $\sqrt[3]{(a-1)(b-1)^2}.$

故ニ所要ノ $x,\ y$ ノ値ハ

$$x=0,\ y=0;$$

$$x=\sqrt[3]{(a-1)(b-1)^2},\quad y=\sqrt[3]{(a-1)^2(b-1)}.$$

注意　(3) ノ虚數根チ取レバ後ノ $x,\ y$ ノ一組ノ値ニ $\omega,\ \omega^2$ チ乘ズレバ可ナリ.

62. 次ノ一組ノ方程式チ解ケ.　[34. 一高.]

$$3x^2-2xy+y^2=2 \ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (1)$$

$$2x^2+xy-y^2=2 \ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (2)$$

解　(1) ヨリ (2) チ減ジテ

$$y^2-3xy+2y^2=0,$$

或ハ　$(x-y)(x-2y)=0,$

故ニ　$x=y,$ 或ハ $x=2y.$

$x=y$ ナルトキハ所題ノ方程式ノ (1) ヨリ

$$x^2=1,\qquad \therefore\ x=y=\pm1.$$

$x=2y$ ナルトキハ (2) ヨリ

$$y^2=\frac{2}{9},\qquad \therefore\ y=\pm\frac{\sqrt{2}}{3},$$

從ヒテ　$x=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=y=\pm 1;\quad x=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3},\quad y=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}.$$

63. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.　[34. 商船.]

$$x+y=8xy \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (1)$$

$$x^2+y^2=40x^2y^2 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (2)$$

解　$x=y=0$ ハ此ノ方程式ニ適合ス. 故ニ $x\neq 0, y\neq 0$ ナリトシ, (1) ヲ自乗シテ (2) ヲ減ズレバ

$$2xy=24x^2y^2,$$

兩邊ヲ $2xy$ ニテ除シ $1=12xy$,

故ニ　$$xy=\frac{1}{12},$$

從ヒテ　$x+y=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$;

依リテ x, y ハ方程式 $X^2-\frac{2}{3}X+\frac{1}{12}=0$,

或ハ　$12X^2-8X+1=0$

ノ根ナリ. 故ニ　$X=\frac{1}{2}$, 或ハ $\frac{1}{6}$.

故ニ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=y=0;\quad x=\frac{1}{2},\quad y=\frac{1}{6};\quad x=\frac{1}{6},\quad y=\frac{1}{2}.$$

64. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.　[42. 各高等.]

$$x^3-y^3=26 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (1)$$

$$x^2y-xy^2=6 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (2)$$

解　(1), (2) ノ左邊ヲ因數ニ分解スレバ

$$(x-y)\{(x+y)^2-xy\}=26 \quad \ldots\ \ldots \quad (3)$$

及ビ　$$xy(x-y)=6 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (4)$$

今　$x-y=\alpha,\quad x+y=\beta$

トスレバ　$x=\frac{\alpha+\beta}{2},\quad y=\frac{\beta-\alpha}{2}$

ナルユエ　$xy=\frac{\beta^2-\alpha^2}{4}$.

故ニ (3), (4) ハ次ノ如ク變ズ.

$$\alpha\left(\beta^2-\frac{\beta^2-\alpha^2}{4}\right)=26 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (5)$$

$$\frac{\beta^2-\alpha^2}{4}.\alpha=6 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (6)$$

(6) ニ於ケル $\frac{\beta^2-\alpha^2}{4}.\alpha$ ノ値ヲ (5) ニ代入シテ

$$\alpha\beta^2=32.\qquad 故ニ\quad \beta^2=\frac{32}{\alpha},$$

β^2 ノ此ノ値ヲ (6) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$\alpha^3=8=2^3,\qquad 故ニ\quad \alpha=2,*$$

從ヒテ　$$\beta=\pm 4.$$

即チ $x-y=2,\quad x+y=\pm 4.$

故ニ $2x=2\pm 4,\quad \therefore\ x=3$, 或ハ -1,

及ビ $2y=\pm 4-2,\quad \therefore\ y=1$, 或ハ -3.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ $x=\underset{\sim}{3},\ y=\underset{\sim}{1}$; 或ハ $x=\underset{\sim}{-1},\ y=\underset{\sim}{-3}$ ナリ.

*61 題注意ヲ見ヨ.

65. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.

[42. 陸. 主. 候.]

$$2x^2-xy+y^2=2y \quad \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (1)$$

$$2x^2+4xy=5y \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (2)$$

解 (2) ヨリ (1) ヲ減ズレバ

$$5xy-y^2=3y, \quad 或ハ \quad y(5x-y-3)=0.$$

故ニ $y=0$, 或ハ $y=5x-3$.

$y=0$ ナルトキハ所題ノ方程式ヨリ $x=0$,

次ニ $y=5x-3$ ナルトキハ y ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ $22x^2-37x+15=0$,

$$\therefore\ x=1, \quad 或ハ \quad \frac{15}{22}.$$

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=y=\underset{\sim}{0};\ x=\underset{\sim}{1},\ y=2;\ x=\underset{\sim\sim}{\frac{15}{22}},\ y=\underset{\sim\sim}{\frac{9}{22}}.$$

66. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [33. 二高.]

$$\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}=18 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (1)$$

$$x+y=12 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (2)$$

解 (1) ヨリ $\dfrac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{xy}=18,$

或ハ (2) ヲ參照シテ

$$x^2-xy+y^2=\frac{3}{2}xy,$$

或ハ $\quad (x+y)^2-3xy=\frac{3}{2}xy,$

故ニ $\quad 144-3xy=\frac{3}{2}xy,$

故ニ $\quad 9xy=288,$

故ニ $\quad xy=32 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (3)$

(2), (3) ニ依リ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$X^2-12X+32=0.$$

故ニ $\quad X=8,$ 或ハ $4.$

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=\underset{\sim}{8},\ y=\underset{\sim}{4};\ x=\underset{\sim}{4},\ y=\underset{\sim}{8}.$$

67. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.

[39. 東. 高. 師.]

$$x^2y+y^2x=30 \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (1)$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \quad (2)$$

解　(1) ノ各項ヲ x^2y^2 ニテ除シ

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{30}{x^2y^2}.$$

之ト (2) トヨリ

$$\frac{30}{x^2y^2}=\frac{5}{6}, \quad \text{故ニ} \quad x^2y^2=36,$$

故ニ　$xy=\pm 6$ … … … … (3)

(2) ヨリ　$x+y=\frac{5}{6}xy,$

故ニ　$x+y=\pm 5$ … … … … (4)

(3), (4) ニ依リ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$z^2-5z+6=0,$$

及ビ　$z^2+5z-6=0.$

第一ノ方程式ヨリ　$z=3$, 或ハ　2.

第二ノ方程式ヨリ　$z=1$, 或ハ　-6.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$x=3$, $y=2$;　$x=2$, $y=3$;

$x=1$, $y=-6$;　$x=-6$, $y=1$.

68. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.　[34. 商船.]

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{5}{2} \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (1)$$

$$xy=8 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (2)$$

解　(1) ヨリ　$x^2+y^2=\frac{5}{2}xy,$

或ハ　$(x+y)^2=2xy+\frac{5}{2}xy.$

(2) ニ於ケル xy ノ値ヲ代入シテ

$$(x+y)^2=36,$$

故ニ　$x+y=\pm 6$ … … … … (3)

(2), (3) ニ依リ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$z^2\pm 6z+8=0,$$

$$\therefore \quad z=\mp 3\pm 1,$$

即チ　$z=-2, -4$, 或ハ 4, 2

ヲ得. 依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$x=-2$, $y=-4$;　$x=-4$, $y=-2$;

$x=4$,　$y=2$;　$x=2$,　$y=4$.

69. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.

[33. 東. 高. 師.]

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=5 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (1)$$

$$\frac{2}{x}+\frac{5}{y}=\frac{5}{6} \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (2)$$

解　$\frac{x}{2}=X$,　$\frac{y}{5}=Y$

トスレバ所題ノ方程式ハ

$$X+Y=5 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (3)$$

$$\frac{1}{X}+\frac{1}{Y}=\frac{5}{6}\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (4)$$

トナル. (4) ヨリ $X+Y=\frac{5}{6}XY$,

故ニ $5=\frac{5}{6}XY$,

故ニ $XY=6$,

然ルニ $X+Y=5$,

依リテ X, Y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$z^2-5z+6=0,$$

$$\therefore\ z=3,\ 或ハ\ 2,$$

故ニ X=3, Y=2, 或ハ X=2, Y=3.

従ヒテ　$x=\underset{\sim}{6},\ y=\underset{\sim}{10};\ x=\underset{\sim}{4},\ y=\underset{\sim}{15}.$

70. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [38. 商船.]

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1)$$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{13}{6}\cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (2)$$

解 (1) ヨリ　$x+y=5xy\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (3)$

(2) ヨリ　$x^2+y^2=\frac{13}{6}xy,$

或ハ　$(x+y)^2=\frac{25}{6}xy.$

(3) ヲ參照シテ　$25x^2y^2=\frac{25}{6}xy,$

xy ハ 0 ナラザルコト明カナルユエ兩邊ヲ $25xy$

ニテ除シ　$xy=\frac{1}{6},$

從ヒテ　$x+y=\frac{5}{6},$

故ニ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$z^2-\frac{5}{6}z+\frac{1}{6}=0,$$

或ハ　$6z^2-5z+1=0$

$$\therefore\ z=\frac{1}{2},\ 或ハ\ \frac{1}{3}.$$

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=\underset{\sim}{\frac{1}{2}},\ y=\underset{\sim}{\frac{1}{3}};\ x=\underset{\sim}{\frac{1}{3}},\ y=\underset{\sim}{\frac{1}{2}}.$$

71. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.

[33. 農. 大. 實.]

$$\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=2\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1)$$

$$x^2+y^2=ax-by\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (2)$$

解 (1) ヨリ　$x=\frac{a}{b}y+2a,$

x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ變化スレバ

$$(a^2+b^2)y^2+(3a^2b+b^3)y+2a^2b^2=0,$$

$$\therefore\ y=b,\ 或ハ\ -\frac{2a^2b}{a^2+b^2}.$$

從ヒテ　　$x=3a$, 或ハ $\dfrac{2ab^2}{a^2+b^2}$

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=3a,\ y=b;\quad x=\frac{2ab^2}{a^2+b^2},\quad y=-\frac{2a^2b}{a^2+b^2}.$$

72. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.　[33. 商船]

$$x^2(x+y)=63 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$y^2(x+y)=112 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解　(1), (2) ヲ邊々相除スレバ

$$\frac{x^2}{y^2}=\frac{9}{16},\qquad \text{故ニ}\quad x=\pm\frac{3}{4}y.$$

x ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ

$$y^3=4^3,\ \text{或ハ}\ 4^3\times 7.$$

依リテ　$y=4,\ 4\omega,\ 4\omega^2$;

或ハ　$4\sqrt[3]{7},\ 4\omega\sqrt[3]{7},\ 4\omega^2\sqrt[3]{7}$.

從ヒテ　$x=3,\ 3\omega,\ 3\omega^2$,

或ハ　$3\sqrt[3]{7},\ 3\omega\sqrt[3]{7},\ 3\omega^2\sqrt[3]{7}$.

故ニ所要ノ x, y ノ値ハ

$x=3,\ y=4$;　$x=3\omega,\ y=4\omega$;

$x=3\omega^2,\ y=4\omega^2$;　$x=3\sqrt[3]{7},\ y=4\sqrt[3]{7}$;

$x=3\omega\sqrt[3]{7},\ y=4\omega\sqrt[3]{7}$;

$x=3\omega^2\sqrt[3]{7},\ y=4\omega^2\sqrt[3]{7}$.

但　$\omega=-\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$, 或ハ $=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$

73. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.　[37. 仙. 醫. 專.]

$$x^2-xy=2x+5 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$xy-y^2=2y+2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解　(1) ヨリ (2) ヲ減ジテ

$$(x-y)^2-2(x-y)-3=0,$$

或ハ　$(x-y+1)(x-y-3)=0$,

故ニ　$x-y=-1$, 或ハ 3.

$x-y$ ノ是等ノ値ヲ (1) ニ代入シテソレゾレ

$$-x=2x+5,\ 3x=2x+5,$$

$$\therefore\ x=-\frac{5}{3},\ \text{或ハ } 5.$$

從ヒテ　$y=-\dfrac{2}{3}$, 或ハ 2.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=5,\ y=2;\quad x=-\frac{5}{3},\ y=-\frac{2}{3}.$$

74. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.　[30. 陸. 士.]

$$xy+\frac{x}{y}=\frac{5}{3} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$xy+\frac{y}{x}=\frac{5}{6} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解　(1) ヨリ (2) チ減ズレバ

$$\frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{5}{6},$$

$x=ay$ ト置ケバ　$a-\frac{1}{a}=\frac{5}{6}$,

或ハ　$6a^2-5a-6=0$,

故ニ　$a=\frac{3}{2}$, 或ハ $-\frac{2}{3}$.

故ニ　$x=\frac{3}{2}y$, 或ハ $-\frac{2}{3}y$.

x ノ此ノ値チ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$y^2=\frac{1}{9}, \text{ 或ハ } -\frac{7}{2}.$$

$$\therefore\ y=\pm\frac{1}{3}, \text{ 或ハ } \pm\sqrt{\frac{7}{2}}i.$$

從ヒテ　$x=\pm\frac{1}{2}$, 或ハ $\mp\frac{\sqrt{14}}{3}i$.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=\frac{1}{2},\ y=\frac{1}{3};\ x=\frac{1}{2},\ y=-\frac{1}{3};$$

$$x=-\frac{\sqrt{14}}{3}i,\ y=\sqrt{\frac{7}{2}}i;\ x=\frac{\sqrt{14}}{3}i,\ y=-\sqrt{\frac{7}{2}}i.$$

75. 次ノ一組ノ方程式チ解ケ.

[36. 農. 大. 賀.]

$$\frac{2x}{y+2}+\frac{y}{x+1}=\frac{3}{2} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$x+\frac{y}{2}=2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

解　(2) ヨリ　$x=2-\frac{y}{2}$,

x ノ此ノ値チ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$\frac{3y^2-8y+4}{(y+2)(6-y)}=0,$$

或ハ　$\frac{(3y-2)(y-2)}{(y+2)(6-y)}=0$,

故ニ　$(3y-2)(y-2)=0$,　$\therefore\ y=\frac{2}{3}$, 或ハ 2.

從ヒテ　$x=\frac{5}{3}$, 或ハ 1.

依リテ所要ノ x, y ノ値ハ

$$x=1,\ y=2;\ x=\frac{5}{3},\ y=\frac{2}{3}.$$

76. 次ノ一組ノ方程式チ解ケ.　[39. 海. 機.]

$$yz=y-2z \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$zx=6z-x \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$xy=x-y \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

解　(1) ヨリ　$z=\frac{y}{y+2}$,

(2) ヨリ　$z=\frac{x}{6-x}$,

故ニ　$\frac{y}{y+2}=\frac{x}{6-x}$, 之ヨリ　$y=\frac{2x}{6-2x}$,

y ノ此ノ値ヲ (3) ニ代入スレバ

$$\frac{2x^2}{6-2x}=x-\frac{2x}{6-2x}=\frac{4x-2x^2}{6-2x},$$

故ニ　　$2x^2=4x-2x^2,$

故ニ　　$4x(x-1)=0,\quad \therefore\quad x=0,$ 或ハ $1,$

從ヒテ　　$y=0,$ 或ハ $\frac{1}{2}.$

及ビ　　$z=0,$ 或ハ $\frac{1}{5}.$

依リテ所要ノ x, y, z ノ値ハ

$$x=y=z=0;\ x=1,\ y=\frac{1}{2},\ z=\frac{1}{5}.$$

77. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [38. 海. 機]

$$xy+x+y=19 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1)$$

$$yz+y+z=29 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (2)$$

$$zx+z+x=23 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (3)$$

解　(1), (2) ヨリソレゾレ

$$y=\frac{19-x}{x+1},\quad y=\frac{29-z}{z+1},$$

故ニ　　$\frac{19-x}{x+1}=\frac{29-z}{z+1},$

之テ變化スレバ

$$2z=1+3x,\quad \text{故ニ}\quad z=\frac{1+3x}{2}.$$

z ノ此ノ値ヲ (3) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2+2x-15=0,$$

之ヲ解キテ　　$x=3,$ 或ハ $-5,$

從ヒテ　　$y=4,$ 或ハ $-6,$

及ビ　　$z=5,$ 或ハ -7

ヲ得, 依リテ所要ノ x, y, z ノ値ハ

$$x=3,\ y=4,\ z=5;\ x=-5,\ y=-6,\ z=-7.$$

78. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [37. 海. 機]

$$x^2+y^2+z^2=21 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1)$$

$$x+y-z=5 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (2)$$

$$xz=4 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (3)$$

解　(2) ヲ自乘スレバ

$$x^2+y^2+z^2+2xy-2yz-2xz=25,$$

之ト (1), (3) トヲ參照シテ

$$xy-yz=6,$$

故ニ　　$x-z=\frac{6}{y},$

(2) ヨリ　　$x-z=5-y,$

故ニ　　$\frac{6}{y}=5-y,$

或ハ　　$y^2-5y+6=0,$

或ハ　　$(y-3)(y-2)=0,$

$\therefore\ y=3$, 或ハ 2,

從ヒテ　$x-z=2$, 或ハ 3,

故ニ　$x=2+z$, 或ハ $3+z$.

x ノ此ノ値ヲ (3) ニ代入シテ

$$z^2+2z-4=0$$

ヨリ　$z=-1\pm\sqrt{5}$,

及ビ　$z^2+3z-4=0$

ヨリ　$z=1$, 或ハ -4,

從ヒテ　$x=1\pm\sqrt{5}$, 或ハ 3, -2.

依リテ所要ノ x, y, z ノ値ハ

$x=1+\sqrt{5}$, $y=3$, $z=-1+\sqrt{5}$;

$x=1-\sqrt{5}$, $y=3$, $z=-1-\sqrt{5}$;

$x=3$, $y=2$, $z=1$;

$x=-2$, $y=2$, $z=-4$.

79. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [35. 海. 機.]

$$x(y+z)=14 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1)$$

$$y(z+x)=18 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (2)$$

$$z(x+y)=20 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (3)$$

解　(1), (2), (3) ヲ邊々相加ヘテ 2 ニテ除スレバ

$$xy+yz+zx=26,$$

之ヨリ (1), (2), (3) ヲ邊々相減スレバソレゾレ

$$yz=12 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (4)$$

$$zx=8 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (5)$$

$$xy=6 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (6)$$

此ノ三ツノ方程式ヲ邊々相乘ジテ

$$x^2y^2z^2=12\times8\times6,$$

故ニ　$xyz=\pm24$ ... ... (7)

(4), (5), (6) ヲ以テ (7) ヲ除スレバソレゾレ

$$x=\pm2,\ y=\pm3,\ z=\pm4$$

ヲ得. 依リテ所要ノ x, y, z ノ値ハ

$x=2$, $y=3$, $z=4$; $x=-2$, $y=-3$, $z=-4$.

80. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [37. 海. 兵.]

$$(x+y)(x+z)=12 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1)$$

$$(y+z)(y+x)=15 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (2)$$

$$(z+x)(z+y)=20 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (3)$$

解　(1), (2), (3) ヲ邊々相乘ジテ

$$(x+y)^2(y+z)^2(z+x)^2=360,$$

故ニ　$(x+y)(y+z)(z+x)=\pm60$ ... ... (4)

(1), (2), (3) ヲ以テ (4) ヲ除スレバソレゾレ

$$y+z=\pm5 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (5)$$

$$z+x=\pm 4 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (6)$$

$$x+y=\pm 3 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (7)$$

(5), (6), (7) ヲ邊々相加ヘ 2 ニテ除スレバ

$$x+y+z=\pm 6,$$

之ヨリ (5), (6), (7) ヲ邊々相減ズレバ

$$x=\pm 1,\ y=\pm 2,\ z=\pm 3$$

ヲ得. 依リテ所要ノ x, y, z ノ値ハ

$$x=1,\ y=2,\ z=3;\ x=-1,\ y=-2,\ z=-3.$$

81. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [39. 海. 兵.]

$$xy=a(x+y) \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (1)$$

$$yz=b(y+z) \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (2)$$

$$zx=c(z+x) \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (3)$$

解 $x=y=z=0$

ガ所題ノ方程式ニ適合スルコトハ明カナリ.

依リテ今 x, y, z ハ皆 0 ナラズトシテ (1), (2), (3) ノ兩邊ヲソレゾレ xy, yz, zx ニテ除スレバ

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{a} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (4)$$

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{b} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (5)$$

$$\frac{1}{z}+\frac{1}{x}=\frac{1}{c} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (6)$$

ヲ得. (4), (5), (6) ヲ邊々相加ヘテ 2 ニテ除スレ

バ $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right),$

之ヨリ (4), (5), (6) ヲ減ズレバソレゾレ

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{a}\right),$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right),$$

$$\frac{1}{y}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}\right),$$

卽チ $z=\dfrac{2abc}{ca+ab-bc},$

$$x=\frac{2abc}{ab+bc-ca},$$

$$y=\frac{2abc}{bc+ca-ab}$$

ヲ得. 依リテ所要ノ x, y, z ノ値ハ

$$x=y=z=0;\quad x=\frac{2abc}{ab+bc-ca},$$

$$y=\frac{2abc}{bc+ca-ab},\qquad z=\frac{2abc}{ca+ab-bc}.$$

82. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ. [33. 海. 機.]

$$\frac{yz}{y+z}=\frac{5}{6} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (1)$$

$$\frac{zx}{z+x}=\frac{3}{4} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (2)$$

$$\frac{xy}{x+y}=\frac{15}{8} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots (3)$$

解 (1), (2), (3) ニ適合スル x, y, z ノ値ハ又其ノ兩邊ノ逆數ヲ取リテ得ベキ次ノ方程式ノ根ナ

リ.

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{6}{5} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (4)$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{4}{3} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (5)$$

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{x}=\frac{8}{15} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (6)$$

(4), (5), (6) ヲ邊々相加ヘテ 2 ニテ除スレバ

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{23}{15} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (7)$$

(7) ヨリ (4), (5), (6) ヲ邊々相減ズレバソレゾレ

$$\frac{1}{x}=\frac{5}{15}, \quad \therefore\ x=3.$$

$$\frac{1}{y}=\frac{3}{15}, \quad \therefore\ x=5.$$

$$\frac{1}{z}=1, \quad \therefore\ z=1.$$

83. 次ノ一組ノ方程式ヲ解ケ.　[37. 千. 醫. 專.]

$$x(x+y+z)=8 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$y(x+y+z)=16 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$z(x+y+z)=40 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

解　(1), (2), (3) ヲ邊々相加フレバ

$(x+y+z)^2=64$, 故ニ $x+y+z=\pm 8$,

此ノ値ヲ (1), (2), (3) ニ代入スレバソレゾレ

$$x=\pm 1, \quad y=\pm 2, \quad z=\pm 5.$$

ヲ得. 依リテ所要ノ x, y, z ノ値ハ

$x=1, \ y=2, \ z=5$; $x=-1, \ y=-2, \ z=-5$.

84. 二數ノ和ハ 30, 其ノ立方ノ和ハ 8190 ナリト云フ, 各數如何.　[35. 農. 大. 實.]

解　二數ヲ x, y トスレバ題意ニ依リテ

$$x+y=30 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$x^3+y^3=8190 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(2) ノ左邊ヲ變形シテ

$$(x+y)^3-3xy(x+y)=8190,$$

(1) ニ於ケル $x+y$ ノ値ヲ代入シテ

$$30^3-3\times 30xy=8190,$$

即チ　$$xy=209 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

(1), (3) ニ依リ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$z^2-30z+209=0,$$

$\therefore\ z=19$, 或ハ 11.

依リテ所要ノ二數ハ 19, 及ビ 11 ナリ.

85. 120 萬坪ノ面積ヲ有スル正三角形ノ一邊ハ幾何ナルカ.　[33. 海. 機.]

解　正三角形ノ一邊ヲ x 間, 高サヲ y 間トスレバ題意ニ依リテ　$\frac{1}{2}xy=1200000$ … (1)

$$x^3-\frac{x^2}{4}=y^2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$y=\dfrac{2400000}{x}$,

y ノ此ノ値チ (2) ニ代入シテ

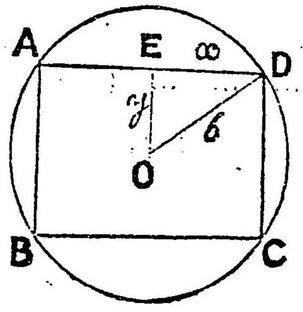
$$x^4=\frac{4\times2400000^2}{3}=76800\times100^4,$$

$$\therefore\quad x=100\sqrt[4]{76800}=1664\text{間}\ [\text{強}].$$

86. 半徑6尺ノ圓ニ面積64平方尺ノ矩形チ內接セシメントス，矩形ノ各邊ノ長サチ求メヨ. [39. 盛. 高. 農.]

解 ABCD チ所要ノ矩形トシ，AD=2x,

AB=2y, OE⊥AD トセバ DE=x, OE=y ナリ.



故ニ　$x^2+y^2=36$ ... (1)

又題意ニ依リテ

$$4xy=64 \quad \ldots \quad (2)$$

(1), (2) ヨリ $(x+y)^2=68$,

故ニ　$x+y=2\sqrt{17}$ ... ... (3)

又 (2) ヨリ　$xy=16$ ... ... (4)

(3), (4) ニ依リテ，x ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$z^2-2\sqrt{17}z+16=0,$$

故ニ　$z=\sqrt{17}+1$, 或ハ $\sqrt{17}-1$.

從ヒテ所要ノ二邊ハ $2(\sqrt{17}+1)$間, $2(\sqrt{17}-1)$間

ナリ.

87. 甲乙二人ガ 880 碼ノ競走チナスニ其ノ速サノ比ハ 22:21 ナリ，而シテ乙ハ5秒間ノ先發チナシタレドモ 5 碼負ケタリ，甲乙一分間ノ速サ各如何， [42. 各高等.]

解 甲一分間ノ速サチ 22x 碼トスレバ，乙一分間ノ速サハ 21x 碼ナリ. 故ニ題意ニ依リテ

$$\frac{880-5}{21x}-\frac{1}{12}=\frac{880}{22x},$$

分母チ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$7x=140,\quad \therefore\quad x=20,$$

故ニ　$22\times20=440$,　$21\times20=420$.

依リテ所要ノ速サ甲ハ 440碼，乙ハ 420碼 ナリ.

88. 酒ノ滿テル樽アリ，其ノ中ヨリ1斗8升チ拔キ取リ，水チ以テ之チ補ヒ，然ル後ニ再ビ1斗8升チ拔キ取リテ，又々水チ以テ之チ補ヒタルガ爲ニ樽ノ中ニ在ル酒ト水トノ枡目ノ比 16:9 トナレリト云フ，樽ノ容量幾升ナルカ. [一高.]

解 樽ノ容量チ x 升トスレバ第一回ニ於ケル酒ノ量ハ全量ノ $1-\dfrac{18}{x}$, 從ヒテ第二回ニ於ケル酒ノ量ハ全量ノ $\left(1-\dfrac{18}{x}\right)^2$, 故ニ第二回目ニ於ケ

ル水ノ量ハ全量ノ $1-\left(1-\frac{18}{x}\right)^2$, 即チ $\frac{36}{x}\left(1-\frac{18}{x}\right)$ ナリ, 故ニ題意ニ依リテ $\frac{\left(1-\frac{18}{x}\right)^2}{\frac{36}{x}\left(1-\frac{9}{x}\right)}=\frac{16}{9}$,

簡單ニスレバ　$x^2-100x+900=0$,

故ニ　$x=90$, 或ハ 10

x ノ第二ノ値ハ題意ニ適セザルコト明カナリ.

故ニ所要ノ容量ハ9斗 ナリ.

10 **89.** 或集會ノ費用合計18圓ヲ各會員ニ等分ニ割當ツル筈ナリシニ會員2人不參セシガ故ニ殘リノ會員ハ一人ニ付キ30錢ヅツ多ク負擔スルコトトナレリ, 會員ノ數ヲ求メヨ.

[40. 長. 醫. 專.]

解　會員ノ人數ヲ x トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{1800}{x}=\frac{1800}{x-2}-30.$$

分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$x^2-2x-120=0,$$

或ハ　$(x-12)(x+10)=0.$

問題ノ性質ニ依リ x ハ正ナラザルベカラズ,

故ニ上ノ方程式ニ適合スル x ノ値ハ　$x=12$,

依リテ會員ノ數ハ 12人 ナリ.

90. 甲ハ14哩ヲ隔ツル或町ニ向ヒテ出發セル後, 乙ハ甲ニ用事アリ, 甲ノ出發後40分ヲ經テ出發シ甲ニ追ヒ付キタル後, 直チニ引返シテ出發地ニ着セルト同時ニ甲ハ其ノ或町ニ達セリ, 乙毎時ノ速サヲ4哩トセバ甲ノ速サハ毎時何程ナルカ.

[42. 山. 高. 商.]

解　甲ノ速サヲ毎時 x 哩トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{14-\frac{2}{3}x}{x}=\frac{\frac{2}{3}x}{4-x}\times 2,$$

分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ,

$$x^2+25x-84=0,$$

之ヲ解キテ　$x=3$, 或ハ -28

ヲ得. 玆ニ得タル x ノ第二ノ値ハ問題ニ適合セズ,

故ニ所要ノ速サハ3哩ナリ.

91. 白砂糖7斤ノ價ハ赤砂糖7斤ノ價ヨリ21錢高ク, 又白砂糖ト赤砂糖トヲ各2圓40錢ヅツ買フトキハ白砂糖ハ赤砂糖ヨリ4斤少ナシト云フ、赤砂糖7斤ノ價幾何ナルカ. [37. 盛. 高. 農.]

解　赤砂糖一斤ノ價ヲ x 錢トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{240}{x}-\frac{240}{x+\frac{21}{7}}=4,$$

或ハ　$$\frac{60}{x}-\frac{60}{x+3}=1,$$

分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$x^2+3x-180=0,$$

之ヲ解キテ　$x=12$, 或ハ -15

ヲ得. x ノ第二ノ値ハ問題ニ適合セズ.

故ニ $x=12$. 從ヒテ所要ノ價ハ 12×7, 即チ 84錢 ナリ.

92. 或人金24圓ヲ以テ絹若干端ヲ買ヒ入レ其ノ中2端ヲ自用ニ供シ其ノ餘ヲ一端ニ付キ金20錢ノ利ヲ得テ賣却シタルニ其ノ實上高金25圓20錢ナリト云フ, 始メ買ヒ入レシ絹ノ端數如何.

[36. 神. 高. 商.]

解 所要ノ端數ヲ x トスレバ一端ノ價ハ $\frac{24}{x}$ 圓ナリ. 故ニ題意ニ依リテ

$$\left(\frac{24}{x}+0.2\right)(x-2)=25.2,$$

分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ

$$x^2-8x-240=0,$$

之ヲ解キテ　$x=20$, 或ハ -12

ヲ得. x ノ第二ノ値ハ問題ニ適合セズ. 依リテ所要ノ端數ハ 20端 ナリ.

93. 或人甲地ニ於テ金1圓80錢ヲ若干名ノ貧民ニ分配シ次ニ乙地ニ行キテ同金額ヲ貧民ニ

分配シタルニ其ノ人數甲地ニ於ケルヨリモ40人多カリシタメ, 各人ニ付キテ其ノ受取金 6 錢ヲ減ジタリト云フ, 各地ニ於ケル貧民ノ數幾何ナルカ.

[36. 東. 高. 師]

解 甲地ニ於ケル貧民ノ人數ヲ x トスレバ, 乙地ニ於ケル貧民ノ人數ハ $x+40$ ナリ. 故ニ題意ニ依リテ　$$\frac{180}{x}-\frac{180}{x+40}=6,$$

分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$x^2+40x-1200=0,$$

之ヲ解キテ x ノ正根ヲ取レバ

$$x=20,\quad \therefore\quad x+40=60,$$

依リテ所要ノ人數ハ甲地 20人, 乙地 60人 ナリ.

94. 一組ノ水夫アリ, 流ヲ漕ギ下リテ甲村ヨリ乙村ニ至ルニ 3 時間ヲ要セリ, 若シ始ヨリ流ニ任セテ漕ガズニ下リタランニハ同シ組ノ水夫ガ甲乙兩村ト相等シキ距離ノ靜水上ヲ漕ギ行クニ要スル時間ヨリハ尙 8 時間ダケ多クヲ費スベシト云フ, 乙村ヨリ甲村ニ漕ギ上ルニ要スル時間如何.

[36. 海. 兵.]

解 毎時ノ速ヲ x, 所要ノ時間ヲ y, 距離ヲ a トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{a}{x}+\frac{a}{x+8}=\frac{a}{3} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\frac{a}{\frac{a}{x}-\frac{a}{x+8}}=y \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1) ノ分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ

$$x^2+2x-24=0,$$

之ヲ解キテ　$x=4$, 或ハ -6.

但コノ負値ハ之ヲ捨ツベシ.

故ニ (2) ニ於テ $x=4$ トスレバ $y=6$ ヲ得.

依リテ所要ノ時間數ハ 6 時間 ナリ.

85. 雞卵 12 個ニ付キ 2 錢下落スルトキハ 24 錢ニテ 2 個多ク買ヒ得ベシト云フ, 12 個ノ原價幾何. [30. 商船.]

解　12 個ノ原價ヲ x 錢トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{\frac{24}{x-2}}{12}=\frac{\frac{24}{x}}{12}+2,$$

或ハ

$$\frac{144}{x-2}=\frac{144}{x}+2,$$

分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$x^2-2x-288=0,$$

之ヲ解キテ x ノ正値ノミヲ取レバ　$x=18$;

故ニ所要ノ原價ハ 18錢 ナリ.

96. 二個ノ蠟燭 A, B アリ, 其ノ距離 3 尺ニシテ A ノ光度ハ B ノ光度ノ 4 倍ニ等シト云フ, 今 A, B ヲ結ビ付ケタル直線上如何ナル位置ニ障子ヲ置カバ此ノ障子ノ A, B ヨリ受クル照度相等シカルベキカ, 但障子ノ受クル照度ハ蠟燭ノ光度ニ正比例ヲナシ, 而シテ距離ノ平方ニ逆比例ヲナスモノトス. [37. 東. 高. 師.]

解　障子ノ位置ヲ A ヨリ B ノ方向ヘ x 尺トスレバ題意ニ依リテ　$\frac{4}{x^2}=\frac{1}{(3-x)^2}$,

分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ　$x^2-8x+12=0$,

之ヲ解キテ　$x=2$, 或ハ 6.

所要ノ位置ハ $x=2$ ナルトキハ AB ノ間ニアリ, $x=6$ ナルトキハ AB ノ外ニアリテ何レモ要件ニ適ス, 依リテ所要ノ位置ハ A ヨリ B ノ方向ニ 2 尺, 或ハ 6 尺ノ所ナリ.

97. 一書生ニ其ノ年齡ヲ問ヒシニ, 答ヘテ曰ク我ガ年齡ノ數ノ平方ハ 5 年前ノ年齡ノ數ト 8 年後ノ年齡ノ數トノ相乘積ノ $\frac{6}{7}$ ヨリ 37 多シト云フ, 然ラバ此ノ書生ノ年齡幾何ナルカ. [33. 海. 機.]

解　所要ノ年齡ヲ x 歲トスレバ題意ニ依リテ

$$x^2=\frac{6}{7}(x-5)(x+8)+37,$$

或ハ簡單ニシテ　$x^2-18x-19=0,$

之ヲ解キテ　$x=19$, 或ハ -1.

x ノ第二ノ値ハ問題ニ適セズ.

依リテ所要ノ年齢ハ 19歳 ナリ.

✓ 98. 相距ルコト 60 哩ナル甲乙兩驛ヨリ相向ヒテ同時ニ出發シタル汽車アリ, 出會ヒタル後, 一ハ1時間ニシテ乙驛ニ達シ他ハ2時15分間ニシテ甲驛ニ達シタリト云フ, 此ノ汽車ノ速サ各何程ナルカ.　[34. 一高.]

解　二ツノ汽車ガ出會ヒタルマデノ時間ヲ x 時トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{x}{1}=\frac{2\frac{1}{4}}{x},$$

故ニ　$x^2=2\frac{1}{4}=\frac{9}{4},$

x ノ負値ハ題意ニ適セザルユエ之ヲ捨ツレバ

$$x=\frac{3}{2},$$

依リテ甲驛ヨリノ汽車毎時ノ速サハ

$60\div\left(1+\frac{3}{2}\right)$, 卽チ　24哩.

乙驛ヨリノ汽車毎時ノ速サハ

$60\div\left(2\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)$, 卽チ 16哩.

99. 甲乙二人ノ旅客 80 里ヲ隔ツル兩市ヨリ相向ヒテ同時ニ出發シ甲ハ乙ヨリモ毎日 4 里ヅツ多ク行キタルモ兩人相會スルマデノ日數ハ乙ノ毎日行キタル里數ノ半分ニ等シカリシト云フ, 各人毎日ノ行程幾里ナルカ.　[39. 東. 高. 師.]

解　乙毎日ノ行程ヲ x 里トスレバ甲毎日ノ行程ハ $(x+4)$ 里ナリ. 故ニ題意ニ依リテ

$$\frac{80}{x+x+4}=\frac{x}{2},$$

或ハ　$x^2+2x-80=0,$

此ノ方程式ヨリ得ル x ノ負値ハ題意ニ適セザルユエ之ヲ捨ツレバ　$x=8,$

從ヒテ $x+4=12$, 故ニ所要ノ行程ハ甲 12里, 乙 8里 ナリ.

100. 甲乙二列車アリ, 36 里ノ鐵道線路ヲ直行スルニ甲ハ乙ヨリ毎時 15 里速キヲ以テ其ノ終點ニ達スルハ乙ノ之ニ達スル時間ヨリモ12分少ナシト云フ, 各列車毎時ノ速サ如何.

[35. 大 高. 工.]

解　乙列車毎時ノ速サヲ x 里トスレバ甲列車

毎時ノ速サハ $(x+15)$ 里ナリ．故ニ題意ニ依リテ

$$\frac{36}{x+15}=\frac{36}{x}-\frac{1}{5},$$

或ハ分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ

$$x^2+15x-2700=0,$$

之ヲ解キテ x ノ正値ヲ取レバ

$$x=45,\quad \therefore\quad x+15=60.$$

故ニ所要ノ速サ，甲列車ハ 60里，乙列車ハ 45里ナリ．

101. 甲が西地ニ向ヒテ東地ヲ出發セル後 2 時間ヲ經テ乙ハ西地ヲ出發シテ東地ニ向ヘリ，乙ノ出發後 2 時 5 分ヲ經テ兩人途中ニ出會ヒ甲が西地ニ達スルト同時ニ乙ハ東地ニ達セリ兩地ノ間ヲ行クニ兩人ノ費セル時間各幾何．[40. 商船.]

解　甲乙兩人が出會ヒシヨリ各先地ヘ着スルマデノ時間ヲ x 時トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{x}{4\frac{1}{12}}=\frac{2\frac{1}{12}}{x},$$

故ニ　$$x^2=\frac{25}{12}\times\frac{49}{12}=\frac{35^2}{12^2},$$

平方ニ開キテ x ノ正値ヲ取レバ

$$x=\frac{35}{12},\text{ 即チ }2\text{時}55\text{分}$$

ヲ得，故ニ所要ノ時間，甲ハ $4^{時}5^{分}+2^{時}55^{分}$，即チ 7時間，乙ハ $2^{時}5^{分}+2^{時}55^{分}$，即チ 5時間 ナリ．

102. 酒ノ充滿セル樽アリ，其ノ容積ヲ知ラズ，今此ノ樽ヨリ酒 8 升ヲ去リ，之ヲ水ニテ滿タシ又此ノ混合酒 4 升ヲ去リ，再ビ之ヲ水ニテ滿タス．然ルトキ此ノ樽ノ內ノ酒ト水トノ比ハ 18 ト 7 トノ比ニ等シクナレリト云フ，此ノ樽ノ容積如何．[41. 東. 高. 工.]

解　樽ノ容積ヲ x 升トスレバ最初ノ酒水ノ量ハソレゾレ全量ノ $\frac{x-8}{x},\frac{8}{x}$．故ニ第二回目ハ $\frac{(x-8)(x-4)}{x},\frac{8(x-4)}{x}+4$ ナリ．故ニ題意ニ依リテ

$$\frac{(x-8)(x-4)}{x}:\frac{8}{x}(x-4)+4=18:7,$$

或ハ　$$7x^2-300x+800=0,$$

$$\therefore\quad x=40,\text{ 或ハ }\frac{20}{7},$$

x ノ第二ノ値ハ題意ニ適合セズ．

故ニ所要ノ容積ハ 4 斗 ナリ．

103. 父子アリ，其ノ年齡ノ數ノ和ハ 100 ニシテ其ノ積ノ $\frac{1}{10}$ ハ父ノ年齡ノ數ニ 180 ヲ超スト云フ，父子ノ年齡ヲ問フ．[30. 美術.]

解　父子ノ年齡ヲソレゾレ x 歲，y 歲トスレバ

題意ニ依リテ　$x+y=100$ … … … (1)

$$\frac{1}{10}xy=x+180 \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$y=100-x$, 此ノ y ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ　$x^2-90x+1800=0$,

$\therefore\ x=60$, 或ハ 30

ヲ得, x　此ノ値ヲ (1) ニ代入スレバ $y=40$, 或ハ 70 ヲ得, 依リテ x ノ第二ノ値, 從ヒテ y ノ第二ノ値ハ不合理ナリ. 故ニ所要ノ年齡ハ父 60歲, 子 40歲 ナリ.

104. 或人矩形ノ地面ヲ有ス, 其ノ面積 5 段 5 畝 6 歩ニシテ二邊ノ和ハ 82 間ナリト云フ, 二邊ノ長サ各幾何ナルカ.　[39. 農. 大. 實.]

解　矩形ノ二邊ヲソレゾレ x 間, y 間トス, 而シテ面積 5 段 5 畝 6 歩ハ 1656 歩ナルユエ題意ニ依リテ　$xy=1656$ … … … … … (1)

$x+y=82$ … … … … … (2)

(1), (2) ニ依リテ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$X^2-82X+1656=0$,

故ニ　$X=46$, 或ハ 36,

故ニ所要ノ長サハ 46間 及ビ 36間 ナリ.

105. 某地ノ溫度ノ x 倍ハ攝氏 80° ナリト, 若シ此ノ溫度 4° 高カラバ其ノ $(x-1)$ 倍モ亦 80° ナリト云フ, 此ノ地ノ溫度幾何ナルカ.

[39. 海. 兵.]

解　所要ノ溫度ヲ y トスレバ題意ニ依リテ

$$xy=80 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

$$(y+4)(x-1)=80 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$x=\frac{80}{y}$,

x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$y^2+4y-320=0$,

$\therefore\ y=16$, 或ハ -20.

依リテ所要ノ溫度ハ 16度, 或ハ零下 20 度 ナリ.

106. 甲乙二人ノ職工或仕事ヲナスニ二人同時ニ働カバ $1\frac{1}{3}$ ニテ成シ, 甲ノミ働カバ乙ノミ働クヨカハ 2 日早ク成ルト云フ, 若シ一人ニテ働カバ各幾日ヲ要スルカ.　[37. 東. 高. 工.]

解　所要ノ日數ヲ甲乙ソレゾレ x 日, y 日トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{1\frac{1}{3}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

$$x=y-2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

(2) ニ於ケル x ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレ

ハ　$3y^2-14y+8=0,$

故ニ　$y=4,$ 或ハ $\frac{2}{3}$.

而シテ $y=\frac{2}{3}$ ハ題意ニ適セズ,故ニ之チ捨テテ $y=4$ チ取レバ　$x=2,$

依リテ所要ノ日數ハ甲 2日, 乙 4日 ナリ.

107. 長椅子若干脚チ備ヘタル奏樂室ニ 800 人ノ聽衆チ收容セントス, 若シ同樣ノ長椅子 20 脚チ增サバ椅子一脚ニ着スベキ人數ハ豫定ヨリモ 2 人チ減ジ得ベシ,豫メ備ヘ附ケタル椅子ノ數及ビ一脚ニ着スベキ豫定人員チ問フ.

[42. 海. 兵]

解　所要ノ椅子ノ數チ x, 人數チ y トスレバ題意ニ依リテ　$xy=800$ ... ... (1)

$(x+20)(y-2)=800$ ... ... (2)

(1), (2) ヨリ　$(x+20)(y-2)=xy,$

或ハ　$x=10y-20,$

x ノ此ノ値チ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$y^2-2y-80=0,$

或ハ　$(y-10)(y+8)=0,$

故ニ　$y=10,$ 從ヒテ　$x=80,$

故ニ椅子ノ數ハ 80脚, 人員ハ 10人 ナリ.

108. 385 哩チ隔ツル兩府ヨリ甲乙ノ汽車相向ヒテ同時ニ出發シ 7 時間チ經テ相合セリ,而シテ一哩進行スルニ甲ハ乙ヨリ 24 秒速シト云フ, 甲乙一時間ノ速サ各如何.　[36. 專. 入. 檢.]

解　甲乙每時ノ速サチソレゾレ x 哩, y 哩トスレバ 24 秒ハ $\frac{1}{150}$ 時ナルユエ題意ニ依リテ

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{y}-\frac{1}{150} \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (1)$$

$$\frac{385}{x+y}=7 \quad \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \quad (2)$$

(2) ヨリ　$x+y=\frac{385}{7}=55,$

故ニ　$y=55-x,$

y ノ此ノ値チ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$x^2+245x-8250=0,$

之チ解キテ x ノ正値チ取レバ　$x=30,$

從ヒテ　$y=25,$

依リテ所要ノ速サ甲ハ 30哩, 乙ハ 25哩 ナリ.

109. 白砂糖 7 斤ノ價ハ赤砂糖 7 斤ノ價ヨリ 21 錢高ク, 又白砂糖ト赤砂糖トチ各 2 圓 40 錢ヅツ買フトキハ白砂糖ハ赤砂糖ヨリ 4 斤少ナシト云フ, 赤砂糖 7 斤ノ價幾何ナルカ.

[131 頁 91 題參照].　[34. 東. 高. 師.]

解　白砂糖赤砂糖各一斤ノ價チソレゾレ x 錢 y 錢トスレバ題意ニ依リテ

$$7x=7y+21 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\frac{240}{x}=\frac{240}{y}-4 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1) ヨリ　$x=y+3,$

x ノ此ノ値チ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$y^2+3y-180=0,$$

故ニ　$y=12$, 或ハ -15,

チ得, 此ノ y ノ第二ノ値ハ題意ニ適セザルチ以テ之チ捨テ, 所要ノ價ハ 12×7, 即チ 84錢 ナリ.

110. 甲中隊ノ兵數ハ乙中隊ノ兵數ヨリモ 40 人多ク, 丙中隊ノ兵數ハ乙中隊ノ兵數ヨリモ 50 人少ナシ, 今甲乙丙ノ三中隊ニ同數ノ彈丸チ分配セシニ甲中隊ノ各兵士ハ乙中隊ノ各兵士ガ得タル彈丸ノ數ヨリモ 10 發少ナク丙中隊ノ各兵士ハ乙中隊ノ各兵士ガ得タルモノヨリモ 20 發多ク受取リタリト云フ, 乙中隊ノ兵數並ニ各中隊ガ受取リタル彈丸ノ數如何.　[37. 海. 兵.]

解　乙中隊ノ兵數チ x トスレバ甲乙兩中隊ノ兵數ハソレゾレ $x+40$, $x-50$ ナリ. 故ニ乙中隊ノ受取リタル彈丸ノ數チ y トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{y}{x+40}=\frac{y}{x}-10 \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\frac{y}{x-50}=\frac{y}{x}+20 \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

(1), (2) チ簡單ニスレバソレゾレ

$$x^2+40x-4y=0 \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

$$2x^2-100x-5y=0 \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

(4) ノ 4 倍ヨリ (3) ノ 5 倍チ減ズレバ

$$3x^2-600x=0,$$

x ハ 0 ナラザルチ以テ $3x$ ニテ除スレバ

$$x-200=0, \text{ 故ニ } x=200,$$

x ノ此ノ値チ (3) ニ代入シテ　$y=12000$

チ得. 故ニ所要ノ兵數及ビ彈丸ノ數ハソレゾレ 200人, 及ビ 12000發 ナリ.

111. 周圍 780 間ノ池アリ, 甲乙ノ二人其ノ周圍チ自轉車ニテ競走シタルニ, 第一回ニハ甲乙同時ニ出發シ甲ガ一周チ終リタルトキ乙ハ尙 60 間チ餘セリ, 第二回ニハ甲ハ毎秒ノ速サチ前回ヨリ 1 間チ減ジテ走リ, 乙ハ甲ノ出發後 30 秒チ經テ前ノ速サチ以テ走リ出シタルニ甲ニ先ダツコト 9 秒ニシテ一周シタリト云フ, 第一回ニ於

ケル甲乙兩人ノ速サヲ問フ.　[34. 東. 高. 師.]

解　第一回ニ於ケル甲乙毎秒ノ速サヲソレゾレ x 間, y 間トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{780}{x}=\frac{780-60}{y} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\frac{780}{x-1}=\frac{780}{y}+30+9 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$x=\frac{13}{12}y,$

(2) ヨリ　$xy-21y+20x-20=0,$

此ノ式ニ於テ　$x=\frac{13}{12}y$ ヲ代入シテ簡單ニスレバ

$$13y^2+8y-240=0,$$

故ニ　$y=4$, 或ハ $-\frac{60}{13}$

ヲ得, 此ノリノ第二ノ値ハ題意ニ適セザルヲ以テ之ヲ捨ツ, 從ヒテ　$x=4\frac{1}{3}$

ヲ得, 依リテ所要ノ速サハ甲乙ソレゾレ 4間2尺, 4間 ナリ.

112. 或人宅地若干坪ヲ毎月 30 圓ノ借地料ヲ以テ借入レ其ノ中 200 坪ダケヲ自ラ使用シ, 殘リヲ毎月一坪ニ付キ 2 錢ヅツノ利ヲ得テ他ニ又貸セシニ總體ノ借地料ヲ償ヒテ尙毎月 10 圓ヲ餘セリト云フ, 然ラバ借リ入レタル地坪及ビ一坪ノ借地料各如何.　[38. 商船.]

解　借リ入レタル坪數ヲ x, 一坪ノ借地料ヲ y 錢トスレバ題意ニ依リテ

$$xy=3000 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$(x-200)(y+2)=3000+1000 \quad \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(2) ヲ簡單ニスレバ

$$x=700+100y,$$

又 (2) ヨリ　$x=\frac{3000}{y},$

故ニ　$700+100y=\frac{3000}{y},$

或ハ　$y^2+7y-30=0,$

故ニ　$y=3$, 或ハ $-10.$

ヲ得, 此ノ第二ノ値ハ題意ニ適セザルヲ以テ之ヲ捨テ　$x=700+100\times3=1000$

ヲ得, 故ニ借リ入レタル地坪ハ 1000坪, 一坪ノ借地料ハ 3錢 ナリ.

113. 正午ニ甲府ヲ發スル普通列車ト午後六時ニ同所ヲ發スル急行列車トガ翌朝同時ニ乙府ニ到着スルトキハ急行列車ノ毎時ノ速サ如何. 但甲乙兩府間ノ距離ハ 320 哩ニシテ急行列車ハ普通列車ヨリ毎時平均 12 哩速キモノトス.　[36. 商船.]

解　普通列車ノ毎時ノ速サヲ x 哩トシ, 兩府間

ヲ進ムニy時間ヲ費ストスレバ，急行列車毎時ノ速サ及ビ時間ハソレゾレ$(x+12)$哩，$(y-6)$時間ナリ．故ニ題意ニ依リテ

$$xy=320 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$(x+12)(y-6)=320 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(2) ヨリ　$xy+12y-6x=320+72,$

(1) ニ於ケルxyノ値ヲ代入スレバ

$$12y-6x=72,$$

即チ　$2y-x=12,$ 故ニ　$y=\frac{12+x}{2},$

yノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2+12x-640=0,$$

此ノ方程式ヨリ得ル所ノxノ負ノ値ハ題意ニ適セザルユエ之ヲ捨ツレバ　$x=20,$　依リテ急行列車毎時ノ速サハ 20+12, 即チ 32哩 ナリ．

114. 正方形ナル二ツノ地所アリ，其ノ一邊ノ差2間ナリ，今各地所ニ方1尺ノ石ヲ敷カバ敷石ノ數ノ和2120枚ヲ要スト云フ，兩地ノ各一邊ノ長サ如何．　[36. 農. 大. 實.]

解　兩正方形ノ一邊ヲソレゾレx尺，y尺トスレバ題意ニ依リテ

$$x-y=12 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$x^2+y^2=2120 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$y=x-12,$

yノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2-12x-988=0,$$

之ヲ解キテxノ正根ノミヲ取レバ

$$x=38, \text{ 從ヒテ } y=26,$$

依リテ所要ノ長サハ 38尺，即チ 6間2尺 及ビ 26尺，即チ 4間2尺 ナリ．

115. 面積1700坪ノ矩形ノ庭園アリ，其ノ外部ニ繞ラスニ幅9尺ノ道路ヲ以テスルトキハ其ノ道敷261坪ナリト云フ，庭園ノ縦横各如何．　[36. 商船.]

解　縦横ヲソレゾレx間，y間トスレバ題意ニ依リテ　$xy=1700 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$

$$2\times1.5(y+3)+2\times1.5x=261 \quad \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(2) ヲ簡單ニスレバ

$$3(x+y)=261-9=252,$$

或ハ　$x+y=84 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$

(1) ト (3) トニ依リテx, yハ次ノ方程式ノ根ナリ．

$$X^2-84X+1700=0,$$

故ニ　$X=50,$ 或ハ 34,

故ニ所要ノ長サハ 50間及ビ 34間 ナリ.

116. 矩形ノ地面アリ其ノ長邊ヨリ3尺ヲ減ジ短邊ヨリ1尺ヲ減ズレバ其ノ面積前ノ半分ニシテ,長邊ヲ9尺長クシ短邊ヨリ2尺ヲ減ズルトキハ其ノ面積變更ナシト云フ,各邊如何.

[36. 盛. 高. 農.]

解 長邊ノ長サヲ x 尺,短邊ノ長サヲ y 尺トスレバ題意ニ依リテ

$$(x-3)(y-1)=\frac{1}{2}xy \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$(x+9)(y-2)=xy \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(2) ヲ簡單ニスレバ

$$9y-2x-18=0,$$

故ニ $$y=\frac{18+2x}{9},$$

y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2-6x-27=0,$$

之ヲ解キテ x ノ正値ノミヲ取レバ

$$x=9, \quad 從ヒテ \quad y=4$$

ヲ得. 依リテ長邊ハ 9尺, 短邊ハ 4尺 ナリ.

117. 甲乙二人ノ工夫共ニ働クトキハ20日ニテ成就スベキ仕事アリ,若シ別々ニ働クトセバ甲一人ノ要スル日數ハ乙一人ノ要スル日數ヨリモ9日少ナシ,各一人ニテ此ノ仕事ヲ成就スルニ要スル日數如何.

[37. 海. 機.]

解 所要ノ日數ヲ甲乙ソレゾレ x 日, y 日トスレバ題意ニ依リテ

$$y-x=9 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{20} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ y ノ値ヲ求メ之ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2-31x-180=0,$$

之ヲ解キテ x ノ正値ノミヲ取レバ

$$x=36, \quad 從ヒテ \quad y=45,$$

依リテ所要ノ日數ハ甲 36日, 乙 45日 ナリ.

118. 甲乙二人協同セバ或時間ニテ完成スベキ事業アリ,今其ノ事業ノ半分ヲ甲一人ニテ成セバ1時間早ク乙一人ニテ成セバ2時間後ルト云フ,二人協同シテ此ノ事業ヲ完成スルニ幾時間ヲ要スルカ.

[33. 海. 兵.]

解 甲乙毎時間ニナス仕事ノ量ヲソレゾレ x, y トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{1}{x+y}=\frac{1}{2x}+1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\frac{1}{x+y}=\frac{1}{2y}-2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

ヲ進ムニy時間ヲ費ストスレバ，急行列車毎時ノ速サ及ビ時間ハソレゾレ$(x+12)$哩，$(y-6)$時間ナリ．故ニ題意ニ依リテ

$$xy=320 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$(x+12)(y-6)=320 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(2) ヨリ　$xy+12y-6x=320+72,$

(1) ニ於ケルxyノ値ヲ代入スレバ

$$12y-6x=72,$$

即チ　$2y-x=12$, 故ニ　$y=\dfrac{12+x}{2},$

yノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2+12x-640=0,$$

此ノ方程式ヨリ得ル所ノxノ負ノ値ハ題意ニ適セザルユエ之ヲ捨ツレバ　$x=20$,　依リテ急行列車毎時ノ速サハ 20+12, 即チ 32哩 ナリ．

114. 正方形ナル二ツノ地所アリ；其ノ一邊ノ差2間ナリ，今各地所ニ方1尺ノ石ヲ敷カバ敷石ノ數ノ和2120枚ヲ要スト云フ，兩地ノ各一邊ノ長サ如何．　[36. 農. 大. 實.]

解　兩正方形ノ一邊ヲソレゾレx尺，y尺トスレバ題意ニ依リテ

$$x-y=12 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$x^2+y^2=2120 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$y=x-12,$

yノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2-12x-988=0,$$

之ヲ解キテxノ正根ノミヲ取レバ

$$x=38, \text{ 從ヒテ } y=26,$$

依リテ所要ノ長サハ 38尺，即チ 6間2尺 及ビ 26尺，即チ 4間2尺 ナリ．

115. 面積1700坪ノ矩形ノ庭園アリ，其ノ外部ニ繞ラスニ幅9尺ノ道路ヲ以テスルトキハ其ノ道敷261坪ナリト云フ，庭園ノ縦横各如何．　[36. 商船.]

解　縦横ヲソレゾレx間，y間トスレバ題意ニ依リテ

$$xy=1700 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$2\times1.5(y+3)+2\times1.5x=261 \quad \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(2) ヲ簡單ニスレバ

$$3(x+y)=261-9=252,$$

或ハ　$x+y=84 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$

(1) ト (3) トニ依リテx, yハ次ノ方程式ノ根ナリ．

$$X^2-84X+1700=0,$$

故ニ　$X=50$, 或ハ 34,

故ニ所要ノ長サハ 50 間及ビ 34間 ナリ.

116. 矩形ノ地面アリ其ノ長邊ヨリ 3 尺ヲ減ジ短邊ヨリ 1 尺ヲ減ズレバ其ノ面積前ノ半分ニシテ,長邊ヲ 9 尺長クシ短邊ヨリ 2 尺ヲ減ズルトキハ其ノ面積變更ナシト云フ, 各邊如何.

[36. 盛. 高. 農.]

解　長邊ノ長サヲ x 尺,短邊ノ長サヲ y 尺トスレバ題意ニ依リテ

$$(x-3)(y-1)=\frac{1}{2}xy \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$(x+9)(y-2)=xy \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(2) ヲ簡單ニスレバ

$$9y-2x-18=0,$$

故ニ　$y=\dfrac{18+2x}{9}$,

y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2-6x-27=0,$$

之ヲ解キテ x ノ正値ノミヲ取レバ

$$x=9, \quad 從ヒテ \quad y=4$$

ヲ得. 依リテ長邊ハ 9尺, 短邊ハ 4尺 ナリ.

117. 甲乙二人ノ工夫共ニ働クトキハ 20 日ニテ成就スベキ仕事アリ, 若シ別々ニ働クトセバ甲一人ノ要スル日數ハ乙一人ノ要スル日數ヨ

リモ 9 日少ナシ, 各一人ニテ此ノ仕事ヲ成就スルニ要スル日數如何.　[37. 海. 機.]

解　所要ノ日數ヲ甲乙ソレゾレ x 日, y 日トスレバ題意ニ依リテ

$$y-x=9 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{20} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ y ノ値ヲ求メ之ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2-31x-180=0,$$

之ヲ解キテ x ノ正値ノミヲ取レバ

$$x=36, \quad 從ヒテ \quad y=45,$$

依リテ所要ノ日數ハ甲 36日, 乙 45日 ナリ.

118. 甲乙二人協同セバ或時間ニテ完成スベキ事業アリ, 今其ノ事業ノ半分ヲ甲一人ニテ成セバ 1 時間早ク乙一人ニテ成セバ 2 時間後ルト云フ, 二人協同シテ此ノ事業ヲ完成スルニ幾時間ヲ要スルカ.　[33. 海. 兵.]

解　甲乙毎時間ニナス仕事ノ量ヲソレゾレ x, y トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{1}{x+y}=\frac{1}{2x}+1 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\frac{1}{x+y}=\frac{1}{2y}-2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1), (2) ヨリ　$\frac{1}{2x}+1=\frac{1}{2y}-2$,

之ヨリ　$y=\frac{x}{1+6x}$　… … … … (3)

yノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x(6x-1)=0,$$

故ニ　$x=0$, 或ハ $\frac{1}{6}$,

而シテ $x=0$ ハ題意ニ適セズ,

依リテ (3) ニ於テ　$x=\frac{1}{6}$ トスレバ　$y=\frac{1}{12}$,

故ニ所要ノ時間ハ　$1\div\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\right)$, 卽チ 4時間ナリ.

119. 甲乙丙三艘ノ汽船同時ニ東港ヨリ西港ニ向ヒテ出發ス, 甲ハ乙ヨリ一時間ニ付キ半浬速キヲ以テ乙ヨリ一時間半早ク西港ニ達シ, 又乙ハ丙ヨリ一時間ニ付キ四分ノ三浬速キヲ以テ丙ヨリ二時間半早ク西港ニ達セリト云フ, 東西兩港間ノ距離如何. [37. 農. 大. 實.]

解　兩港間ノ距離ヲ x 浬, 甲每時ノ速サヲ y 浬トセバ乙丙每時ノ速サハソレゾレ $y-\frac{1}{2}, y-\frac{5}{4}$ 浬ナリ. 故ニ題意ニ依リテ

$$\frac{x}{y}+1.5=\frac{x}{y-\frac{1}{2}}\quad\cdots\cdots\cdots\quad(1)$$

$$\frac{x}{y-\frac{1}{2}}+2.5=\frac{x}{y-\frac{5}{4}}\quad\cdots\cdots\quad(2)$$

(1), (2) ヨリソレゾレ

$$x=\frac{3y(2y-1)}{2},\ x=\frac{5(2y-1)(4y-5)}{12}$$

ヲ得, 故ニ　$\frac{3y(2y-1)}{2}=\frac{5(2y-1)(4y-5)}{12}$,

或ハ　$(2y-1)(43-20y)=0$,

之ヨリ　$y=\frac{43}{20}$, 或ハ $\frac{1}{2}$.

而シテ　$y=\frac{1}{2}$ ハ題意ニ適セズ.

故ニ　$y=\frac{43}{20}$ トスレバ　$x=10\frac{257}{400}$

ヲ得, 故ニ所要ノ距離ハ　$10\frac{257}{400}$ 浬ナリ.

120. 金若干圓ヲ貸シ一年ノ後元利合計 140 圓ヲ得タリ, 若シ元金 25 圓多ク年利率 4 分高カリセバ元利合計 174 圓ヲ得ベカリシト云フ, 元金及ビ年利率各如何. [38. 一高.]

解　元金ヲ x 圓, 利率ヲ y 分トスレバ題意ニ依リテ

$$(1+y)x=140\quad\cdots\cdots\cdots\quad(1)$$

$$(1+y+0.04)(x+25)=174\quad\cdots\cdots\quad(2)$$

(1) ヨリ　$x=\frac{140}{1+y}$

xノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シ簡單ニスレバ

$$125y^2+85y-12=0,$$

之ヲ解キテ y ノ正値ノミヲ取レバ

$$y=0.12,\quad 從ヒテ\quad x=125$$

ヲ得，依リテ所要ノ元金ハ 125圓，利率ハ1割2分ナリ．

121. 人アリ，或距離ヲ歩行スルニ毎時ノ行程ヲ $\frac{1}{4}$ 里ヅツ増シタランニハ現ニ費セル時間ノ $\frac{4}{5}$ ニシテ到着シタルベク，若シ又毎時ノ行程ヲ $\frac{1}{4}$ 里ヅツ減ジタランニハ現ニ費セル時間ヨリ2時間半多ク要スベシト云フ，其ノ距離如何．

[40. 農. 大. 實.]

解　所要ノ距離ヲ x 里トシ，毎時ノ速サヲ y 里トスレバ題意ニ依リテ

$$\frac{x}{y+\frac{1}{4}}=\frac{4}{5}\times\frac{x}{y}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1)$$

$$\frac{x}{y-\frac{1}{4}}=\frac{x}{y}+\frac{5}{2}\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(2)$$

(1) ヨリ　$\dfrac{4x}{4y+1}=\dfrac{4x}{5y}$,

故ニ　$5y=4y+1,\quad\therefore\quad y=1,$

y ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ　$x=\dfrac{5\times3}{2}=7.5$

ヲ得，故ニ所要ノ距離ハ 7里半 ナリ．

122. 長サガ幅ヨリモ30間長キ矩形ノ池ノ周圍ニ或幅ノ馬場ヲ附ケ為ニ800坪ノ地面ヲ要シ而シテ其ノ外周ハ180間ナリト云フ，馬場ノ幅及ビ池ノ面積ヲ求メヨ．　[42. 東. 高. 師.]

解　池ノ幅ヲ x 間トスレバ長サハ $(x+30)$ 間ナリ，故ニ馬場ノ幅ヲ y 間トスレバ題意ニ依リテ

$$2(x+2y)+2(x+30+2y)=180,$$

或ハ　$x+2y=30\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(1)$

及ビ　$2(x+y)y+2(x+30+y)y=800,$

或ハ　$(x+y+15)y=200\quad\cdots\quad\cdots\quad\cdots\quad(2)$

(1) ヨリ　$x=30-2y,$

x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ，

$$y^2-45y+200=0,$$

故ニ $y=5$，或ハ 40，而シテ $y=40$ トスレバ (1) ニ於テ x ノ値ハ負數トナル，故ニ $y=5$ ヲ取ラザルベカラズ．從ヒテ　$x=30-10=20,$

故ニ馬場ノ幅ハ 5間，池ノ面積ハ $20(20+30)$，即チ 1000坪 ナリ．

123. A號列車ガ甲地ニ向ヒ乙地ヲ發スルト同時ニB號列車ハ乙地ニ向ヒ甲地ヲ發シ，1時

間ト15分ノ後兩列車ハ出會セリ，又A號列車ハB號列車ヨリハ1時間ト20分前ニ目的地ニ達セリト云フ，甲乙兩地間ノ距離 100 哩ナルトキハ兩列車ノ速リ一時間毎ニ各幾哩ナルカ．

[42. 神. 高. 商.]

解　A, B 兩列車ノ毎時ノ速サヲソレゾレ x 里，y 里トスレバ題意ニ依リテ

$$1\frac{1}{4}(x+y)=100 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$\frac{100}{x}=\frac{100}{y}-1\frac{1}{3} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$x+y=80,$

故ニ　$x=80-y,$

x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$y^2-230y+6000=0,$$

故ニ　$y=200,$ 或ハ 30.

而シテ $y=200$ ナルトキハ (1) ニ於ケル x ノ値ハ負數トナル．故ニ之ヲ捨テテ $y=30$ ヲ取レバ

$$x=80-30=50,$$

依リテ所要ノ速サA號列車ハ 50哩，B號列車ハ 30哩 ナリ．

124. 車若干輛ヲ用ヒテ石材ヲ或地ニ運搬スルニ8時間ヲ要ス．若シ車8輛ヲ增サバ毎回各車ノ載量ヲ5貫ヅツ減ズルモ尙7時間ニシテ，運ビ盡ルベク，又若シ車8輛ヲ減ゼバ毎回各車ノ載量ヲ11貫ヅツ增スモ尙9時間ヲ要スベシト云フ，車輛ノ數及ビ毎回各車ノ載量ヲ問フ．

[42. 長. 高. 商.]

解　車輛數ヲ x，各車ノ載量ヲ y 貫トスレバ題意ニ依リテ　$8xy=7(x+8)(y-5)$ … … (1)

$$8xy=9(x-8)(y+11) \quad \cdots\ \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$y=\dfrac{35x+280}{56-x}$ … … … (3)

y ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2-64x+1008=0,$$

之ヲ解キテ　$x=36,$ 或ハ 28

ヲ得．x ノ此ノ値ヲ (3) ニ代入シテ $y=77,$ 或ハ 45．故ニ所要ノ車輛數ハ 36，載量ハ 77貫．或ハ車輛數ハ 28，載量ハ 45貫 ナリ．

125. 或人上下二種ノ砂糖ヲ買ヒ代價 5 圓 23錢ヲ支拂ヘリ；上種ハ下種ヨリ一斤ニ付キ 2錢5厘高ク總代價ニ於テ 55錢安シ，又買入レタル斤數ハ下種ハ上種ヨリ5斤多シ．各種ノ斤數及ビ一斤ノ價格ヲ計算セヨ．　[39. 長. 高. 商.]

解　下種一斤ノ代價ヲ x 錢，斤數ヲ y トスレバ上種一斤ノ代價ハ $(x+2.5)$ 錢，斤數ハ $y-5$ ナリ

故ニ題意ニ依リテ

$$xy=(x+2.5)(y-5)+55 \quad \cdots\cdots \quad (1)$$

$$xy+(x+2.5)(y-5)=523 \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　　$x=\dfrac{5y+85}{10}$,

x ノ此ノ値ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$y^2+17y-578=0,$$

之ヲ解キテ y ノ正値ノミヲ取レバ

$$y=17, \text{ 從ヒテ } x=17.$$

故ニ　　$y-5=12,\ x+2.5=19.5,$

依リテ上下種一斤ノ代價ソレゾレ 19錢5厘, 17錢, 斤數ハ 12斤, 17斤 ナリ.

126. 或商船甲港ヲ解纜シテ乙港ニ向ヒタル後 1 時間ヲ經テ或軍艦甲港ヲ拔錨シ商船ト同一航路ヲ取リテ乙港ニ向ヒ 48 海里ヲ航行シタルトキ商船ニ追付キ, ソレヨリ尙 2 時間ヲ經テ甲艦ハ乙港ニ達シ, 商船ハ其ノ出帆セシ時ヨリ 6時 40 分間ヲ經テ乙港ニ達セリト云フ, 甲乙兩港ノ間ノ航路幾海里ナルカ.　　[35. 海. 兵.]

解　甲乙兩港間ノ距離ヲ x 海里, 軍艦商船毎時ノ速サヲソレゾレ y 海里, z 海里トスレバ題意ニ依リテ　$\dfrac{z}{y-z}=\dfrac{48}{y}$ … … … … … (1)

$$\frac{x-48}{y}=2 \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

$$\frac{x}{z}=6\frac{2}{3} \quad \cdots\cdots \quad (3)$$

(2), (3) ヨリ y, z ノ値ヲ x ノ項ニテ表ハセバ

$$y=\frac{x-48}{2},\ z=\frac{3x}{20},$$

y, z ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$x^2-272x+15360=0,$$

故ニ　　$x=192$, 或ハ 80

ヲ得, 依リテ所要ノ距離ハ 192海里, 或ハ 80海里 ナリ.

127. 甲乙二人ノ旅客アリ, 甲ガA地ヨリB地ニ向ヒテ出發スルト同時ニ乙ハB地ヨリA地ニ向ヒテ出發シ, 毎日一定ノ速サヲ以テ同ジ道路ヲ行キタルニ兩人途中ニテ出會ヒタルトキハ甲ハ乙ヨリ 21 里多ク歩ミ居タリ, 且其ノ後甲ハ 4 日ヲ經テB地ニ達シ乙ハ 9 日ヲ經テA地ニ達シタリト云フ, A, B 兩地間ノ距離如何.

[37. 東. 高. 師.]

解　甲乙毎日ノ速サヲソレゾレ x 里, y 里トシ, 所要ノ距離ヲ z トスレバ題意ニ依リテ

$$4x+9y=z \quad \cdots\cdots \quad (1)$$

$$4x+21=9y \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

$$\frac{z}{x+y}(x-y)=21 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

(1) ニ於テ z ノ値ヲ (3) ニ代入シテ

$$(4x+9y)(x-y)=21(x+y),$$

又此ノ式ニ (2) ニ於ケル y ノ値ヲ代入スレバ

$$(8x+21)\left(x-\frac{4x+21}{9}\right)=21\left(x+\frac{4x+21}{9}\right),$$

或ハ簡單ニシテ　$20x^2-168x-441=0,$

故ニ　$x=\frac{21}{2}$, 或ハ $-\frac{21}{10}$

ヲ得, 此ノ x ノ第二ノ値ハ題意ニ適セザルヲ以テ之ヲ捨テ, (2) ニ於テ　$x=\frac{21}{2}$ ト置ケバ　$y=7$

ヲ得ベシ, 故ニ　$z=\frac{21}{2}\times4+7\times9=105,$

依リテ所要ノ距離ハ 105里 ナリ.

128. 直角三角形ノ地面アリ, 其ノ直角ヲ夾ム二邊ノ和ハ 48 間ニシテ, 其ノ面積ハ 9 畝 16 歩ナリト云フ, 三邊ノ長サ各如何. [42. 農. 大. 實.]

解　直角ヲ夾ム二邊ヲ x 間, y 間トシ, 斜邊ヲ z 間トス, 而シテ 9 畝 16 歩ハ 286 歩ナルユエ題意ニ依リテ

$$x+y=48 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$xy=286\times2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$x^2+y^2=z^2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

(1), (2) ニ依リテ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$X^2-48X+572=0,$$

故ニ　$X=26$, 或ハ 24,

從ヒテ (3) ニ依リ　$z=34.$

依リテ所要ノ三邊ハ 24間, 26間, 34間 ナリ.

129. 直角三角形ノ地所アリ, 其ノ周圍 180 間ニシテ其ノ面積 2 段 4 畝ナリト云フ, 三邊ノ長サ各幾間ナルカ. [37. 神. 高. 商.]

解　直角ノ二邊及ビ斜邊ヲソレゾレ x, y, z 間トス. 面積 2 段 4 畝ハ 720 坪ナルユエ題意ニ依リテ　$x+y+z=180 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$

$$xy=720\times2=1440 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$x^2+y^2=z^2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

(1) ヨリ　$x+y=180-z,$

此ノ兩邊ヲ自乘スレバ

$$x^2+y^2+2xy=32400-360z+z^2,$$

之ヨリ (2) ノ 2 倍ヲ減ズレバ

$$x^2+y^2=z^2-360z+29520,$$

(3) ヲ參照シテ　$z^2=z^2-360z+29520,$

卽チ　$360z=29520.$ 故ニ　$z=82.$

z ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入スレバ

$$x+y=98,$$

之ト (2) トニ依リ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$X^2-98X+1440=0,$$

之ヲ解キテ　$X=80$, 或ハ 18.

故ニ三邊ノ長サハ 82間, 80間, 18間 ナリ.

130. 直角三角形ノ地面アリ,其ノ周圍90間, 面積180坪ナルトキハ三邊ノ長サ各幾何ナルカ. [35. 商船.]

解 直角ノ二邊ヲ x 間, y 間トシ, 斜邊ヲ z 間トスレバ題意ニ依リテ

$$x+y+z=90 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$xy=2\times180 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$x^2+y^2=z^2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

(1) ヨリ　$x+y=90-z,$

故ニ　$(x+y)^2-2xy=(90-z)^2-2\times2\times180,$

故ニ　$x^2+y^2=z^2-180z+7380,$

之ト (3) トヨリ　$z^2=z^2-180z+7380,$

故ニ　$180z=7380, \quad \therefore\ z=41.$

z ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ

$$x+y=49 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (4)$$

(2) ト (4) トニ依リテ x, y ハ次ノ方程式ノ根ナリ.

$$X^2-49X+360=0,$$

故ニ　$X=40$, 或ハ 9.

依リテ所要ノ三邊ハ 9間, 40間, 41間 ナリ.

131. 矩形アリ其ノ對角線ト長邊トノ和ハ短邊ノ5倍ニシテ長邊ハ短邊ヨリ35尺長シ, 然ルトキハ此ノ矩形ノ面積如何. [30. 一高.]

解 長邊,短邊,對角線ノ長サヲソレゾレ x, y, z 尺トスレバ題意ニ依リテ

$$z+x=5y \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

$$x=y+35 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$$

$$x^2+y^2=z^2 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$$

(2) ~~ニ2ヲ乘ジ~~ (1) ヨリ減ズレバ　$z=4y-35,$

z ノ此ノ値ト (2) ニ於ケル x ノ値トヲ (3) ニ代入シテ簡單ニスレバ　$14y(y-25)=0,$

故ニ　$y=25$, 或ハ 0,

而シテ $y=0$ ハ捨テザルベカラズ.

依リテ (2) ニ於テ $y=25$ トスレバ $x=60,$

故ニ所要ノ面積ハ　$xy=60\times25=1500,$

卽チ 1500平方尺 ナリ.

132. 或人金 1300 圓ヲ以テ二種ノ株券ヲ買入レシニ利息配當期ニ於テ其ノ利息相等シカリシト云フ, 然ルニ若シ利率ガ入レ換ラバーツハ

36 圓ノ利息ヲ生ジ，他ノ一ツハ 49 圓ノ利息ヲ生ズベシト云フ，利率各幾何.

[33. 東. 高. 工.，34. 海. 兵.]

解　甲種株券ノ買入高ヲ z 圓，利率ヲ x トシ，乙種ノ利率ヲ y トスレバ題意ニ依リテ

$$zx=(1300-z)y \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$zy=49 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

$$(1300-z)x=36 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

(2) ヨリ　$y=\dfrac{49}{z}$,

y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ

$$x=\frac{63700-49z}{z^2},$$

(3) ヨリ　$x=\dfrac{36}{1300-z}$,

故ニ　$\dfrac{63700-49z}{z^2}=\dfrac{36}{1300-z}$,

或ハ　$z^2-9800z+6370000=0$,

之ヲ解キテ　$z=700$, 或ハ 9100,

z ノ第二ノ値ハ題意ニ適合セズ.

故ニ之ヲ捨テテ $z=700$ トスレバ $y=7$, $x=6$ ヲ得. 故ニ甲種ハ 6分，乙種ハ 7分 ナリ.

133. 某軍艦甲港ヲ發シテ乙港ニ向フ途中，航路ノ中央ヨリモ 8 海里前進セル位置ニ於テ或

商船ニ出會ヒシニ其ノ商船ハ軍艦ガ出發セシト同時刻ニ乙港ヲ出發シテ軍艦ト同一航路ヲ反對ニ取リテ甲港ニ向ハントスルモノナルヲ知レリ，出會後軍艦ハ 3 時間ニシテ乙港ニ達シ商船ハ $5\frac{1}{3}$ 時間ニテ甲港ニ到着セリト云フ，甲乙兩港間ノ航路ノ長サ及ビ軍艦ト商船トノ速サ各如何.

[37. 海. 兵.]

解　航路ノ長サヲ $2z$ 海里，軍艦商船每時ノ速サヲソレゾレ x 海里，y 海里トスレバ題意ニ依リ

$$\frac{z+8}{x}=\frac{z-8}{y} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$\frac{z-8}{x}=3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

$$\frac{z+8}{y}=5\frac{1}{3} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

(2), (3) ヨリソレゾレ　$x=\dfrac{z-8}{3}$, $y=\dfrac{3(z+8)}{16}$,

x, y ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$7z^2-400z+448=0,$$

之ヨリ　$z=56$,　$\therefore\ 2z=112$

ヲ得. 從ヒテ　$x=16$,　$y=12$

ヲ得. 故ニ航路ノ長サハ 112 海里，軍艦商船每時ノ速サハソレゾレ 16海里，12海里 ナリ.

134. 穀商アリ，米麥合セテ a 俵ヲ賣レリ，其ノ兩穀ノ價，恰モ同一ナリキ．若シ麥ヲ米ノ相場ニシテ賣ラバ b 圓ヲ得ベク，又米ヲ麥ノ相場ニテ賣ラバ c 圓ヲ得ベカリシト云フ，米麥各俵數如何．　[30. 東. 高. 商.]

解　米麥ノ俵數ヲソレゾレ x, y トシ，一俵ノ代價ヲソレゾレ z 圓，u 圓トスレバ題意ニ依リテ

$$x+y=a \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$yz=b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

$$xu=c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

$$zx=uy \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4)$$

(2) ヨリ　$z=\dfrac{b}{y}$,　(3) ヨリ　$u=\dfrac{c}{x}$,

z, u ノ此ノ値ヲ (4) ニ代入シテ

$$\frac{bx}{y}=\frac{cy}{x}, \text{ 即チ } bx^2=cy^2,$$

故ニ　$$x=\sqrt{\frac{c}{b}}y,$$

之ヲ (1) ニ代入シテ

$$\left(1+\sqrt{\frac{c}{b}}\right)y=a, \text{ 故ニ } y=\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}.$$

從ヒテ　$$x=\frac{a\sqrt{c}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}},$$

依リテ米麥ソレゾレ $\dfrac{a\sqrt{c}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$ 俵，$\dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$ 俵ナリ．

135. 或人金 6500 圓ヲ甲乙二部ニ分チテ相異ナル利率ニテ貸ストキハ相等シキ利息ヲ得ベシト云フ，然ルニ甲ヲ乙ノ利率ニテ貸ストキハ利息金 180 圓ヲ得，乙ヲ甲ノ利率ニテ貸ストキハ利息金 245 圓ヲ得ベシ，依リテ各ノ利率ヲ問フ．　[40. 山. 高. 商.]

解　甲ノ金高ヲ x 圓トスルトキハ乙ノ金高ハ $(6500-x)$ 圓ナリ，故ニ甲乙ノ利率ヲソレゾレ y, z トスレバ題意ニ依リテ

$$xy=(6500-x)z \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$xz=180 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

$$(6500-x)y=245 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (3)$$

(2) ヨリ　$$z=\frac{180}{x},$$

z ノ此ノ値ヲ (1) ニ代入シテ

$$y=\frac{180(6500-x)}{x^2},$$

(3) ヨリ　$$y=\frac{245}{6500-x},$$

故ニ　$$\frac{180(6500-x)}{x^2}=\frac{245}{6500-x}$$

分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ

$$x^2+36000x-117000000=0,$$

此ノ方程式ヨリ得タル x ノ負値ハ題意ニ適セザルユエ之ヲ捨ツレバ　$x=3000$,

從ヒテ　$y=\frac{245}{3500}=0.07$,　$z=\frac{180}{3000}=0.06$.

依リテ所要ノ利率ハ甲 7分, 乙 6分 ナリ.

⑥ **136.** 酒ヲ充容セシ一樽アリ, 此ノ中ヨリ 9 斗ヲ出シ其ノ代リニ水ヲ以テ充タシ, 又其ノ中ヨリ9斗ヲ出シ前ノ如ク水ヲ充タストキハ樽中ノ酒ト水ノ量トノ比ハ 16 ト 9 トノ如シト云フ, 最初樽ノ中ニアリシ酒ノ量幾何.　[42. 陸. 士.]

解　樽ノ容量ヲ x 斗トスレバ最初ニ水ヲ入レタルトキノ酒ノ量ハ全量ノ $\frac{x-9}{x}$, 從ヒテ第二回目ノ酒水ノ量ハソレゾレ $\frac{(x-9)^2}{x}$ 斗, $x-\frac{(x-9)^2}{x}$ 斗ナリ. 故ニ題意ニ依リテ

$$\frac{(x-9)^2}{x} : x-\frac{(x-9)^2}{x}=16:9,$$

分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ

$$x^2-50x+225=0,$$

或ハ　$(x-45)(x-5)=0$,

故ニ　$x=45$, 或ハ 5.

而シテ $x=5$ ハ問題ニ適セズ. 故ニ樽ノ容量即

チ最初ノ酒ノ量ハ4石5斗 ナリ.

137. 相異ナル二位ノ數甲乙アリ, 甲數ノ數字ノ順序ヲ轉換スルトキハ乙數トナリ,二數字ノ和ノ平方ハ甲乙二數ノ和ニ等シク,小ナル數字ノ平方ノ 5 倍ハ甲乙二數ノ差ニ等シト云フ, 各數ヲ求メヨ.　[40. 陸. 士.]

解　甲數ノ十ノ位ノ數字ヲ x, 一ノ位ノ數字ヲ y トスレバ其ノ數ハ $10x+y$ ニテ表ハサル, 從ヒテ乙數ハ $10y+x$ テリ. 今甲數ハ乙數ヨリ大ナリトスレバ題意ニ依リテ

$$(x+y)^2=10x+y+10y+x \quad \cdots \quad (1)$$

$$5y^2=10x+y-10y-x \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

(1) ヨリ　$x+y=11$,

之ヲ (2) ニ代入シテ簡單ニスレバ

$$5y^2+18y-99=0,$$

故ニ　$y=3$, 或ハ $-\frac{33}{5}$.

此ノ第二ノ値ハ題意ニ適セズ, 故ニ之ヲ捨ツ, 從ヒテ　$x=8$,　故ニ所要ノ數ハ 83, 及ビ 38 ナリ.

138. 男女合セテ 1100 人ノ職工アリ, 男工總員ト女工總員トハ同時日間ニ同シ仕事ヲ成シ得ベシト云フ,今男女ノ人數ヲ取リ換フレバ男工ガ

25 日間ニ成スベキ仕事ヲ女工ハ 36 日間ニナスベシト云フ，男工女工各幾人ナルカ．

[42. 東. 高. 工.]

解 I. 男工ノ人數ヲ x トスレバ女工ノ人數ハ $1100-x$ ニシテ其ノ仕事ノ割合ハ $\frac{1}{x}$ ト $\frac{1}{1100-x}$ トナリ，故ニ題意ニ依リテ

$$\frac{36x}{1100-x}=\frac{25(1100-x)}{x},$$

分母ヲ拂ヒテ簡單ニスレバ

$$x^2+5000x-2750000=0,$$

之ヲ解キテ x ノ正値ヲ取レバ　$x=500,$

從ヒテ　$1100-500=600,$

故ニ男工 500人，女工 600人 ナリ．

解 II. 男ノ人數ヲ x，女ノ人數ヲ y トスレバ

$$x+y=1100 \quad \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (1)$$

又男工 y 人ガ 25 日間ニナス仕事ハ女工 x 人ガ 36 日間ノ仕事ニ等シキユエ此ノ仕事ヲ 1 トスレバ男工一人一日ノ仕事ノ量ハ $\frac{1}{25y}$ ニシテ，女工一人一日ノ仕事ノ量ハ $\frac{1}{36x}$ ナリ．

而シテ男工 x 人ト女工 y 人トハ同ジ時日ニ同ジ仕事ヲナスユエ　$\frac{x}{25y}=\frac{y}{36x},$

即チ　$36x^2=25y^2,$

即チ　$6x=\pm 5y,$

然ルニ x, y ハ何レモ正數ナルベキユエ ± ハ正ヲ取リ　$6x=5y \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$

(1) ト (2) トヨリ　$x=500,\ y=600,$

即チ男工ハ 500人，女工ハ 600人 ナリ．

算術的解　男女工同ジ時日間ノ仕事ノ量ハ相等シキユエ一日ノ仕事ノ量モ亦勿論相等シ．故ニ男女工一日ノ仕事ノ量ハ人數ノ反比ニ等シ．換言スレバ男工一日ノ仕事ノ量ト女工ノ一日ノ仕事ノ量トノ比ハ女工ノ人數ト男工ノ人數トノ比ニ等シ．故ニ男女工ノ人數ヲ反對ニスバレ其ノ男工總員ノ仕事ノ量ト女工總員ノ仕事ノ量トノ比ハモトノ女工ノ人數ノ平方ト，モトノ男工ノ人數ノ平方トノ比ニ等シ．而シテ此ノ場合ニハ男工 25 日間ノ仕事ハ女工 36 日間ノ仕事ニ等シキユエ男工一日ノ仕事ト女工一日ノ仕事トノ比ハ 36:25 ナリ．故ニモトノ女工ノ人數ノ平方トモトノ男工ノ人數ノ平方トノ比ハ 36:25 ナリ．故ニモトノ女工ノ人數トモトノ男工ノ人數トノ比ハ 6:5 ナリ．依リテ 1100 人ヲ比 5:6

ニ分クレバ男女工ノ人數トシテソレゾレ 530人, 600人 チ得ベシ.

F. 分數指數

負指數　根數

1. 次ノ數チ小數第三位マデ求メヨ.

5^{-3},　$16^{\frac{3}{4}}, 6^{\frac{3}{2}}, \frac{5}{\sqrt{7}}$.　　[38. 仙. 醫. 專.]

解　$5^{-3}=\frac{1}{5^3}=\frac{1}{125}=0.008.$

$16^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{16^3}=(\sqrt[4]{16})^3=2^3=8$

$6^{\frac{3}{2}}=\sqrt{6^3}=6\sqrt{6}=14.696.$

$\frac{5}{\sqrt{7}}=\frac{5\sqrt{7}}{7}=1.889.$

2. $5^{-\frac{1}{2}}, 4.8^{-2}$ チ小數第五位マテ求メヨ.

[38. 東. 高. 工.]

解　$5^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{5^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{2.236068}{5}=0.44721.$

$4.8^{-2}=\frac{1}{4.8^2}=\frac{100}{48\times 48}=0.04340.$

3. $\left(\frac{3}{1.345}\div 2\frac{16}{23}\right)\times 1\frac{1}{11}+5^{-\frac{1}{2}}$ チ小數第三位マデ求メヨ.　　[39. 盛. 高. 農.]

解　所題ノ式　$=\frac{3000}{1345}\times\frac{23}{62}\times\frac{12}{11}+\frac{\sqrt{5}}{5}$

$=0.9026+0.4472=1.349.$

4. $a^{-\frac{5}{3}}b^3c^{-\frac{2}{3}}\div\sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}}b^4c^{-1}}$ チ簡單ニセヨ.

[38. 商船.]

解　所題ノ式　$=\frac{1}{\sqrt[3]{a^5}}\times b^3\times\frac{1}{\sqrt[3]{c^2}}\times\frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{a}\times\frac{b^4}{c}}}$

$=\frac{1}{\sqrt[3]{(a^5\sqrt{a})}}\times\frac{b^3}{\sqrt[3]{b^4}}\times\frac{\sqrt[3]{c}}{\sqrt[3]{c^2}}=\frac{1}{\sqrt[6]{a^{11}}}\times\sqrt[3]{\frac{b^9}{b^4}}\times\frac{1}{\sqrt[3]{c}}$

$=\frac{\sqrt[3]{b^5}}{\sqrt[6]{a^{11}}\sqrt[3]{c}}=a^{-\frac{11}{6}}b^{\frac{5}{3}}c^{-\frac{1}{3}}.$

5. $\frac{\left\{(a^m)^{-\frac{1}{r}}\left(\frac{1}{a}\right)^{-\frac{q}{n}}\right\}^{nr}}{\left\{\sqrt[q]{b^n(\sqrt[m]{b})^r}\right\}^{mq}}\div\left\{\left(\frac{a}{b}\right)^q\right\}^r$ チ簡單ニセヨ.　　[35. 海. 兵.]

解　所題ノ式　$=\frac{a^{-mn}\left(\frac{1}{a}\right)^{-qr}}{b^{mn}.b^{qr}}\div\frac{a^{qr}}{b^{qr}}$

$=\frac{a^{qr}.b^{qr}}{a^{mn}.b^{mn}.b^{qr}.a^{qr}}=\frac{1}{a^{mn}.b^{mn}}=(ab)^{-mn}.$

6. $(3a^6b^{12}c^{18})^{\frac{2}{3}}\left(\sqrt[5]{a^{-\frac{5}{3}}b^{-5}c^{-\frac{25}{3}}}\right)^3\div(9a^6b^{15}c^{24})^{\frac{1}{3}}$ チ簡單ニセヨ.　　[30. 海. 兵.]

解　所題ノ式

$$=\left(3^{\frac{2}{3}}a^{6\times\frac{2}{3}}b^{12\times\frac{2}{3}}c^{18\times\frac{2}{3}}a^{-\frac{5\times3}{3\times5}}b^{-\frac{5\times3}{5}}c^{-\frac{25\times3}{3\times5}}\right)$$

$$\div\left(9^{\frac{1}{3}}a^{6\times\frac{1}{3}}b^{15\times\frac{1}{3}}c^{24\times\frac{1}{3}}\right)$$

$$=\left(9^{\frac{1}{3}}a^{4}b^{8}c^{12}a^{-1}b^{-5}c^{-5}\right)\div 9^{\frac{1}{3}}a^{2}b^{5}c^{8}$$

$$=\frac{9^{\frac{1}{3}}a^{4}b^{8}c^{12}}{ab^{3}c^{5}9^{\frac{1}{3}}a^{2}b^{5}c^{8}}=\frac{9^{\frac{1}{3}}a^{4}b^{8}c^{12}}{9^{\frac{1}{3}}a^{3}b^{8}c^{13}}=\underset{\sim}{\frac{a}{c}}.$$

7. $\left(\frac{a^{\frac{n}{m}-1}}{}\right)^{-\frac{m}{n-m}}\times\sqrt[m]{\frac{a^{\frac{m-n}{2}}}{(a^{-m}a^{-n})^{\frac{1}{2}}}}$

ヲ最簡ニセヨ.　[30. 海. 兵.]

解　所題ノ式$=\left(a^{\frac{n-m}{m}}\right)^{-\frac{m}{n-m}}\times\frac{a^{\frac{m-n}{2m}}}{a^{-\frac{m+n}{2m}}}$

$$=\frac{a\text{ニ}1a^{-\frac{m-n}{2m}}}{a^{-\frac{m+n}{2m}}}=\frac{a^{-\frac{m+n}{2m}}}{a^{-\frac{m+n}{2m}}}=\underset{\sim}{1}.$$

8. $x-x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}}$ ト $x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}}-x^{-1}$ トノ積ヲ求メヨ.　[37. 海. 兵.]

解 I.

$$\begin{array}{l} x-x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}} \\ \underline{x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}}-x^{-1}} \\ x^{\frac{4}{3}}-x^{\frac{2}{3}}+1 \\ \quad +x^{\frac{2}{3}}-1+x^{-\frac{2}{3}} \\ \quad\quad -1+x^{-\frac{2}{3}}-x^{-\frac{4}{3}} \\ \hline x^{\frac{4}{3}}\quad -1+2x^{-\frac{2}{3}}-x^{-\frac{4}{3}} \end{array}$$

即チ　$x^{\frac{4}{3}}-(x^{-\frac{4}{3}}-2x^{-\frac{2}{3}}+1)=\underset{\sim}{x^{\frac{4}{3}}-(x^{-\frac{2}{3}}-1)^{2}}.$

解 II.　$x-x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{2}{3}}-1+x^{-\frac{2}{3}}),$

及ビ　$x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}}-x^{-1}=x^{-\frac{1}{3}}(x^{\frac{2}{3}}+1-x^{-\frac{2}{3}}),$

故ニ此ノ二式ノ積

$$=\{x^{\frac{2}{3}}-(1-x^{-\frac{2}{3}})\}\{x^{\frac{2}{3}}+(1-x^{-\frac{2}{3}})\}$$

$$=\underset{\sim}{x^{\frac{4}{3}}-(1-x^{-\frac{2}{3}})^{2}}.$$

或ハ　$\underset{\sim}{x^{\frac{4}{3}}-1+2x^{-\frac{2}{3}}-x^{-\frac{4}{3}}}.$

9. $(x^{\frac{1}{12}}+y^{\frac{1}{24}})^{4}$ ヲ展開シ，又 $a^{-1}-1$ ヲ

$a^{-\frac{1}{3}}-1$ ニテ除セヨ.　[42. 陸. 士.]

解　$(x^{\frac{1}{12}}+y^{\frac{1}{24}})^{4}$

$$=\underset{\sim}{x^{\frac{1}{3}}+4x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{24}}+6x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{12}}+4x^{\frac{1}{12}}y^{\frac{1}{8}}+y^{\frac{1}{6}}}.$$

$$a^{-1}-1=\{(a^{-\frac{1}{3}})^{3}-1\}$$

$$=(a^{-\frac{1}{3}}-1)(a^{-\frac{2}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}+1),$$

故ニ　$(a^{-1}-1)\div(a^{-\frac{1}{3}}-1)=\underset{\sim}{a^{-\frac{2}{3}}+a^{-\frac{1}{3}}+1}.$

10. $x^{\frac{5}{3}}-4x^{\frac{4}{3}}+2x^{\frac{7}{6}}+4x-4x^{\frac{5}{6}}+x^{\frac{2}{3}}$ ノ平方根ヲ求メヨ.　[36. 農. 大. 實.]

解　所題ノ式$=x^{\frac{2}{3}}(x-4x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{1}{2}}+4x^{\frac{1}{3}}-4x^{\frac{1}{6}}+1),$

而シテ此ノ第二ノ因數ノ平方根ハ次ノ如シ.

$$x^{\frac{1}{2}})x-4x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{1}{2}}+4x^{\frac{1}{3}}-4x^{\frac{1}{6}}+1\,(x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{1}{6}}+1$$

$$\underline{x}$$

$$2x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{1}{6}})\,-4x^{\frac{2}{3}}+2x^{\frac{1}{2}}+4x^{\frac{1}{3}}$$

$$\underline{-4x^{\frac{2}{3}}\qquad +4x^{\frac{1}{3}}}$$

$$2x^{\frac{1}{2}}-4x^{\frac{1}{6}}+1)\qquad 2x^{\frac{1}{2}}\qquad -4x^{\frac{1}{6}}+1$$

$$\underline{2x^{\frac{1}{2}}\qquad -4x^{\frac{1}{6}}+1}$$

故ニ所要ノ平方根ハ次ノ如シ.

$$x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{1}{2}}-2x^{\frac{1}{6}}+1).$$

11. 次ノ式ノ平方根ヲ求メヨ.

$$x^{\frac{1}{3}}+4x^{\frac{2}{3}}+2x+x^{\frac{5}{3}}-4x^{\frac{4}{3}}.$$ [37. 農. 大. 實.]

解 所題ノ式$=x^{\frac{1}{3}}(1+4x^{\frac{1}{3}}+2x^{\frac{2}{3}}-4x+x^{\frac{4}{3}})$,

而シテ此ノ第二ノ因數ノ平方根ハ次ノ如シ.

$$1)1+4x^{\frac{1}{3}}+2x^{\frac{2}{3}}\ -4x+x^{\frac{4}{3}}\,(1+2x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{2}{3}}$$

$$\underline{1}$$

$$2+2x^{\frac{1}{3}})\,4x^{\frac{1}{3}}+2x^{\frac{2}{3}}$$

$$\underline{4x^{\frac{1}{3}}+4x^{\frac{2}{3}}}$$

$$2+4x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{2}{3}})\,-2x^{\frac{2}{3}}-4x+x^{\frac{4}{3}}$$

$$\underline{-2x^{\frac{2}{3}}-4x+x^{\frac{4}{3}}}$$

故ニ所要ノ平方根ハ次ノ如シ.

$$x^{\frac{1}{6}}(1+2x^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{2}{3}}).$$

12. $$\frac{x}{x^{\frac{1}{3}}-1}-\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}-1}+\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}+1}=x^{\frac{2}{3}}+2$$

ヲ證セヨ. [31. 農. 大. 實., 39. 陸. 士.]

解 左邊$=\dfrac{x-1}{x^{\frac{1}{3}}-1}-\dfrac{x^{\frac{2}{3}}-1}{x^{\frac{1}{3}}+1}$

$$=x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}+1-(x^{\frac{1}{3}}-1)$$

$$=x^{\frac{2}{3}}+2.$$

13. $$\frac{a^2+b^2-a^{-2}-b^{-2}}{a^2b^2-a^{-2}b^{-2}}+\frac{(a-a^{-1})(b-b^{-1})}{ab+a^{-1}b^{-1}}$$

ヲ簡單ニセヨ. [37. 東. 高. 師.]

解 所題ノ式

$$=\frac{(ab^{-1}+a^{-1}b)(ab-a^{-1}b^{-1})}{(ab+a^{-1}b^{-1})(ab-a^{-1}b^{-1})}+\frac{(a-a^{-1})(b-b^{-1})}{ab+a^{-1}b^{-1}}$$

$$=\frac{ab^{-1}+a^{-1}b}{ab+a^{-1}b^{-1}}+\frac{ab-a^{-1}b-ab^{-1}+a^{-1}b^{-1}}{ab+a^{-1}b^{-1}}$$

$$=\frac{ab+a^{-1}b^{-1}}{ab+a^{-1}b^{-1}}=1.$$

14. 次式ヲ最簡ニセヨ. [42. 海. 機.]

$$\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^{\frac{p+q}{p-q}}\left\{\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{\frac{2p}{p-q}}+\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{\frac{2q}{p-q}}\right\}.$$

解 所題ノ式$=\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\times$

$$\{(a+b)^{\frac{p-q}{p-q}}(a-b)^{-\frac{p-q}{p-q}}+(a+b)^{-\frac{p-q}{p-q}}(a-b)^{\frac{p-q}{p-q}}\}$$

$$=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\left(\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}\right)$$

$$=\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}+\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2}=\frac{2(a^2+b^2)}{a^2+b^2}=2.$$

15. $\{(c+x)^2+y^2\}^{\frac{1}{2}}+\{(c-x)^2+y^2\}^{\frac{1}{2}}=2a$ ヲ x, y ニ就キテ最低次ノ有理式トシテ表ハセ.

[33. 海. 機.]

解　所題ノ式ヲ移項シテ

$$\{(c+x)^2+y^2\}^{\frac{1}{2}}=2a-\{(c-x)^2+y^2\}^{\frac{1}{2}},$$

自乘スレバ

$$(c+x)^2+y^2=4a^2+(c-x)^2+y^2-4a\{(c-x)^2+y^2\}^{\frac{1}{2}},$$

簡單ニスレバ

$$cx-a^2=-a\{(c-x)^2+y^2\}^{\frac{1}{2}},$$

又自乘スレバ

$$c^2x^2+a^4-2a^2cx=a^2(c^2-2cx+x^2+y^2),$$

簡單ニスレバ

$$(a^2-c^2)x^2+a^2y^2-x^2(a^2-c^2)=0,$$

或ハ　$(a^2-c^2)(x^2-a^2)+a^2y^2=0.$

G. 根　數

1. $\sqrt{11}$ ト $\sqrt[3]{37}$ トハ何レガ大ナルカ.

[36. 海. 兵.]

解　$\sqrt{11}=\sqrt[6]{11^3}=\sqrt[6]{1331},$

及ビ　$\sqrt[3]{37}=\sqrt[6]{37^2}=\sqrt[6]{1369},$

故ニ　$\sqrt[3]{37}>\sqrt{11}.$

2. a, b, 及ビ n ハ正ノ整數ニシテ $a<b$ ナルトキ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ ト $\sqrt[n+1]{\frac{a}{b}}$ トノ大小ヲ比較セヨ.

$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$　$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n+1}}$　[42. 海. 兵.]

解　$b>a$ ナルユエ $\frac{b}{a}>1$, 此ノ兩邊ニ

$\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}$ ヲ乘ズレバ $\left(\frac{a}{b}\right)^{n}>\left(\frac{a}{b}\right)^{n+1}$,

此ノ兩邊ノ $n(n+1)$ 乘根ヲ取レバ

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n+1}}>\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}},$$

即チ　$$\sqrt[n+1]{\frac{a}{b}}>\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

3. $\frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ ヲ簡單ニセヨ.

[33. 陸. 士.]

解　所題ノ式$=\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

$=\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}+\dfrac{2\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{3\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}$

$\dfrac{9-\sqrt{3}}{(3\sqrt{3}+1)}\times\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$

$=\dfrac{10\sqrt{3}-12}{6}=\underline{\dfrac{5\sqrt{3}-6}{3}}.$

4. 次ノ式ノ値ヲ小數第三位マデ正シク計算セヨ.　[38. 神. 高. 商]

$$\frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}+\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}.$$

解　所題ノ式

$=\dfrac{\sqrt{5}(2+\sqrt{5})}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}+\dfrac{(2-\sqrt{2})^2}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$

$=-\dfrac{2\sqrt{5}+5}{1}+\dfrac{6-4\sqrt{2}}{2}=-2\sqrt{5}-5+3-2\sqrt{2}$

$=-2(\sqrt{5}+\sqrt{2}+1)=\underline{-9.300}.$

5. $\dfrac{3+\sqrt{6}}{2\sqrt{2}-\sqrt{27}-2\sqrt{8}+\sqrt{50}}$ ヲ小數第二位マデ計算セヨ.　[36. 專. 入. 檢.]

解　所題ノ式$=\dfrac{3+\sqrt{6}}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}}$

$=\dfrac{3+\sqrt{6}}{3\sqrt{2}-3\sqrt{3}}=\dfrac{(3+\sqrt{6})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{3(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}$

$=-\dfrac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}}{3}=\underline{-5.71}.$

6. $\dfrac{a-\sqrt{a^2-1}}{a+\sqrt{a^2-1}}+\dfrac{a+\sqrt{a^2-1}}{a-\sqrt{a^2-1}}$ ヲ簡單ニセヨ.

[41. 神. 高. 商.]

解　所題ノ式$=\dfrac{(a-\sqrt{a^2-1})^2+(a+\sqrt{a^2-1})^2}{(a-\sqrt{a^2-1})(a+\sqrt{a^2-1})}$

$=2a^2-1-2a\sqrt{a^2-1}+2a^2-1+2a\sqrt{a^2-1}$

$=\underline{2(2a^2-1)}.$

7. $\dfrac{n^3-3n+(n^2-1)\sqrt{n^2-4}-2}{n^3-3n+(n^2-1)\sqrt{n^2-4}+2}$

ヲ簡單ニセヨ.　[33. 海. 兵.]

解　$n^3-3n-2=n^3-n-2n-2$

$=n(n^2-1)-2(n+1)=(n+1)\{n(n-1)-2\}$

$=(n+1)(n^2-n-2)=(n+1)^2(n-2),$

又　$n^3-3n+2=n^3-n-2n+2$

$=n(n^2-1)-2(n-1)=(n-1)\{n(n+1)-2\}$

$=(n-1)^2(n+2).$

故ニ所題ノ式

$=\dfrac{n+1}{n-1}\div\dfrac{(n+1)(n-2)+(n-1)\sqrt{n^2-4}}{(n-1)(n+2)+(n+1)\sqrt{n^2-4}}$

$=\dfrac{n+1}{n-1}\sqrt{\dfrac{n-2}{n+2}}\times\dfrac{(n+1)\sqrt{n-2}+(n-1)\sqrt{n+2}}{(n-1)\sqrt{n+2}+(n+1)\sqrt{n-2}}$

$$=\frac{n+1}{n-1}\sqrt{\frac{n-2}{n+2}}.$$

8. $2x=a+\frac{1}{a}$, $2y=b+\frac{1}{b}$ トシテ次式ヲ計算セヨ. [41. 仙. 高. 工.]

$$2[xy-\sqrt{(x^2-1)}\sqrt{(y^2-1)}].$$

解　$2x=a+\frac{1}{a}$, 故ニ $4(x^2-1)=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$,

又　$2y=b+\frac{1}{b}$, 故ニ $4(y^2-1)=\left(b-\frac{1}{b}\right)^2$,

故ニ所題ノ式

$$=\frac{1}{2}\left\{\left(a+\frac{1}{a}\right)\left(b+\frac{1}{b}\right)-\left(a-\frac{1}{a}\right)\left(b-\frac{1}{b}\right)\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{2b}{a}+\frac{2a}{b}\right\}=\frac{b}{a}+\frac{a}{b}.$$

9. $x=\frac{2ab}{b^2+1}$ ナルトキ $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}$ ノ値ヲ求メヨ. [33. 海. 兵.]

解　$x=\frac{2ab}{b^2+1}$ ナルヲ以テ

$$a+x=\frac{a(b+1)^2}{b^2+1},\quad a-x=\frac{a(b-1)^2}{b^2+1},$$

故ニ所題ノ式ノ分子ハ

$$(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}+(b-1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}=2b\sqrt{\frac{a}{b^2+1}},$$

同ジク分母ハ

$$(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}-(b-1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}=2\sqrt{\frac{a}{b^2+1}},$$

故ニ所題ノ式$=b$.

10. $$\frac{x^{-1}(1+\sqrt{1-x^3})^{\frac{1}{3}}}{\frac{x^{\frac{3}{2}}(1+\sqrt{1-x^3})^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt{1-x^3}}+x^{-\frac{3}{2}}(1+\sqrt{1-x^3})^{\frac{1}{3}}}$$

ヲ簡單ニセヨ. [38. 海. 機.]

解　所題ノ式ノ分母ト分子トニ

$$x^{\frac{3}{2}}(1+\sqrt{1-x^3})^{\frac{2}{3}}\sqrt{1-x^3}$$

ヲ乘ズレバ所題ノ式$=\frac{x^{\frac{1}{2}}(1+\sqrt{1-x^3})\sqrt{1-x^3}}{x^3+(1+\sqrt{1-x^3})\sqrt{1-x^3}}$

$$=\frac{x^{\frac{1}{2}}(1+\sqrt{1-x^3})\sqrt{1-x^3}}{1+\sqrt{1-x^3}}$$

$$=x^{\frac{1}{2}}\sqrt{1-x^3}.$$

11. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ.

$$[c(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2[\{(a+b)(a+c)+2a(b+c)\}^2-(a-b)^2(a-c)^2]^{-\frac{1}{2}}]/[b^{\frac{1}{2}}[\{(c+a)(c+b)+2c(a+b)\}^2-(c-a)^2(c-b)^2]^{\frac{3}{2}}]$$ [41. 盛. 高. 農.]

解　所題ノ式ノ分子$=c(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2$

同ジク分母

$$=b^{\frac{1}{2}}[\{(c+a)(c+b)+2c(a+b)\}^2-(c-a)^2(c-b)^2]^{\frac{3}{2}},$$

$$\times[\{(a+b)(a+c)+2a(b+c)\}^2-(a-b)^2(a-c)^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$=b^{\frac{1}{2}}[\{2c^2+2ab+2ac+2bc\}\{4ac+4bc\}]^{\frac{3}{2}}$$

$$\times[\{2a^2+2bc+2ab+2ac\}\{4ab+4ac\}]^{\frac{1}{2}}$$

$$=\{b[8c(a+b)(b+c)(c+a)]^2$$

$$\times[8a(a+b)(b+c)(c+a)]\}^{\frac{1}{2}}$$

$$=\{8^4abc^3(a+b)^4(b+c)^4(c+a)^4\}^{\frac{1}{2}}$$

$$=64\sqrt{abc}\,c(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2,$$

依リテ 所題ノ式$=\dfrac{1}{64\sqrt{abc}}$.

12. $11+2\sqrt{30}$ ノ平方根ヲ求メヨ. [35. 海. 兵.]

解 公式

$$\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} \quad \cdots\ \cdots\ (1)$$

ニ依リテ $\sqrt{11+2\sqrt{30}}=\sqrt{11+\sqrt{120}}$

$$=\sqrt{\frac{11+\sqrt{121-120}}{2}}+\sqrt{\frac{11-\sqrt{121-120}}{2}}$$

$$=\sqrt{6}+\sqrt{5}.$$

注意 公式 (1) ヲ求ムルニハ次ノ如シ.

$\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$

トシ, 此ノ兩邊ヲ自乘スレバ

$$a+\sqrt{b}=x+y+2\sqrt{xy},$$

依リテ $x+y=a, \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (2)$

$$2\sqrt{xy}=\sqrt{b},$$

即チ $xy=\dfrac{1}{4}b \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ \cdots \quad (3)$

此ノ (2), (3) ヨリ x, y ハ方程式

$$X^2-aX+\frac{1}{4}b=0$$

ノ根ナリ. 而シテ此ノ二根ハ

$$\frac{a}{2}\pm\frac{\sqrt{a^2-b}}{2}$$

ナルユエ所要ノ平方根ハ

$$\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}.$$

同樣ニ

$$\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}.$$

13. $\dfrac{1}{\sqrt{(5+\sqrt{24})}}$ ノ値ヲ小數二桁マデ計算セヨ. [37. 五高.]

解. 12 題ノ公式ニ依リ分母ノ平方根ヲ取リテ

所題ノ式$=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$$=\sqrt{3}-\sqrt{2}=0.31.$$

14. 次ノ式ヲ成ルベク簡單ニセヨ.

$$\frac{\sqrt{12+6\sqrt{3}}}{1+\sqrt{3}}.$$　[32. 各醫. 專.]

解　12題ノ公式ニ依リ分子ノ平方根ヲ取リテ　所題ノ式$=\frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{1+\sqrt{3}}=\sqrt{3}.$

15. 次ノ式ヲ簡單ニシテ然ル後小數第四位マデ算出セヨ.　$\frac{\sqrt{12+6\sqrt{3}}}{\sqrt{3}+1}.$　[39. 水. 講.]

解　前題ニ依リテ

所題ノ式$=\sqrt{3}=1.7320.$

16. $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}$ヲ簡單ナル形ニ直シ,其ノ値ヲ小數第三位マデ計算セヨ.　[37. 商船.]

解　12題ノ公式ニ依リ分母ノ平方根ヲ求ムレバ所題ノ式$=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}=\frac{(2+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$

$$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=0.965.$$

17. $\sqrt{\frac{6+2\sqrt{3}}{33-19\sqrt{3}}}$ヲ最簡ニシ,其ノ値ヲ小數第三位マデ計算セヨ.　[35. 商船.]

解　所題ノ式$=\sqrt{\frac{(6+2\sqrt{3})(33+19\sqrt{3})}{33^2-19^2\times 3}}$

$$=\sqrt{\frac{312+180\sqrt{3}}{6}}=\sqrt{52+30\sqrt{3}},$$

12題ノ公式ニ依リテ

$$\sqrt{52+30\sqrt{3}}=3\sqrt{3}+5$$

$$\fallingdotseq 3\times 1.7320+5=10.196.$$

18. $\sqrt{\frac{1}{(6-3\sqrt{3})}}$ヲ數ノ計算ニ最モ便利ナル形ニ化シ,其ノ値ヲ小數第三位マデ求メヨ.　[35. 大. 高. 工.]

解　12題ノ注意ニ於ケル公式

$$\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$ニ依リ

$$\sqrt{6-3\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{6+\sqrt{36-27}}{2}}-\sqrt{\frac{6-\sqrt{36-27}}{2}}$$

$$=\sqrt{\frac{9}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}=3\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}},$$

然ニ所題ノ式$=\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{3}}\times\frac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$

$$=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{6}\fallingdotseq(3\times 1.4142+2.4494)\div 6$$

$$=(4.2426\div 2.4494)\div 6$$

$$=6.6920\div 6=1.115.$$

19. 次式ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{1}{\sqrt{(15-6\sqrt{6})}}-\frac{1}{\sqrt{(9+6\sqrt{2})}}.$$

[42. 東. 高. 商.]

解　12 題ノ注意ニ於ケル公式ニ依リ

$$\sqrt{15-6\sqrt{6}}=3-\sqrt{6},\quad \sqrt{9+6\sqrt{2}}=\sqrt{3}+\sqrt{6},$$

故ニ　所題ノ式$=\dfrac{1}{3-\sqrt{6}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$

$$=\frac{3+\sqrt{6}}{3}-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}=\frac{3+\sqrt{3}}{3}.$$

20. 次式ヲ簡單ニセヨ.

$$\frac{1}{\sqrt{(12-\sqrt{140})}}-\frac{2}{\sqrt{(10+\sqrt{84})}}-\frac{1}{\sqrt{(8+\sqrt{60})}}.$$

[40. 商船]

解　12 題ノ公式ニ依リ

$$\sqrt{12-\sqrt{140}}=\sqrt{7}-\sqrt{5},$$

$$\sqrt{10+\sqrt{84}}=\sqrt{7}+\sqrt{3},$$

$$\sqrt{8+\sqrt{60}}=\sqrt{5}+\sqrt{3}.$$

故ニ所題ノ式$=\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}-\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$$=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

$$=\sqrt{3}.$$

H. 根數方程式

1. $x+\sqrt{5x+10}=8$ ヲ解ケ. [33. 東. 高. 師.]

解　所題ノ方程式ヲ移項スレバ

$$\sqrt{5x+10}=8-x,$$

自乘シテ簡單ニスレバ

$$x^2-21x+54=0,$$

之ヲ解キテ　$x=18$, 或ハ 3

ヲ得, 是等ノ値ヲ所題ノ方程式ニ代入シテ驗スルニ $x=3$ ハ適合スレドモ, $x=18$ ハ適合セズ. 依リテ所要ノ根ハ 3 ナリ.

2. $\sqrt{x}+\sqrt{(5x+1)}=2$ ヲ解ケ. [35. 大. 高. 工.]

解　所題ノ方程式ヲ移項シテ

$$\sqrt{(5x+1)}=2-\sqrt{x},$$

自乘シテ簡單ニスレバ

$$4x-3=-4\sqrt{x},$$

又自乘シテ簡單ニスレバ

$$16x^2-40x+9=0,$$

之ヲ解キテ　$x=\dfrac{9}{4}$, 或ハ $\dfrac{1}{4}$

ヲ得. 是等ノ値ヲ所題ノ方程式ニ代入シテ驗ス