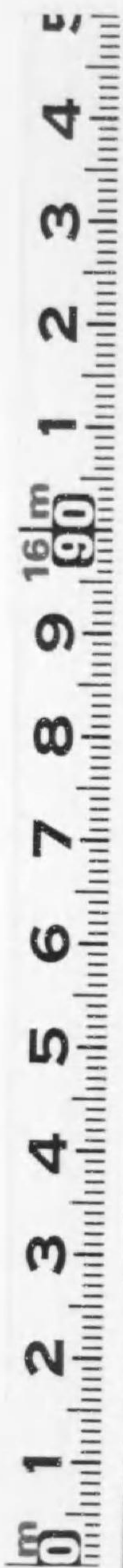


始



中學新代數

教授資料

東京高等師範學校教授

理學士

元田傳

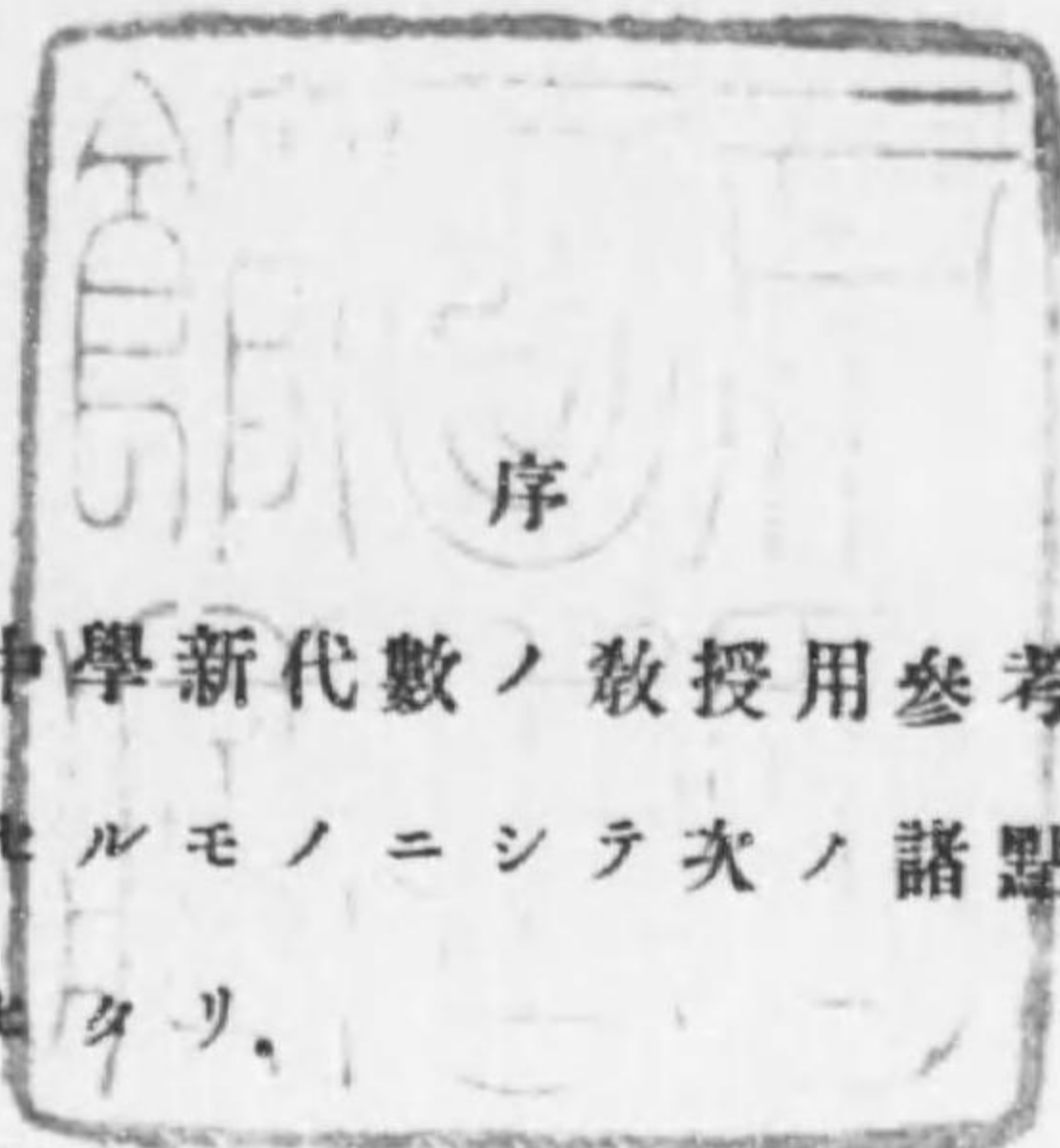
編述

株式會社

興文社

296
206

特116
648



本書ハ中學新代數ノ教授用參考書トシ
テ編纂セルモノニシテ次ノ諸點ニ特ニ
意ヲ用ヒタリ。

- I. 各篇各章ニツキ編纂ノ要旨ヲ述べ
タリ。
- II. 例題及問題中ノ稍難解ナルモノニ
ツキテハ解答又ハ解法ノ指針ヲ與
ヘ、試力問題ハ殆ド全部ノ問題ニツ
キ其解法ヲ指示シタリ。
- III. 上卷ノ問題ニハ平易ナルモノ多キ
故ニ解法ノ指針ヲ與ヘタルモノモ
少シト雖、下卷ノ問題ニハ初學者指
導上注意ヲ要スルモノ多シ、從テ下
卷ノ部ニ對シテハ上卷ニ比シ數倍
ノ豊富ナル教授資料及問題解答ノ
指針ヲ提供セリ。



上卷教授資料目次

第一篇	緒論	[1—3]
第一章	代數式	1
第二章	方程式 (一)	1
第三章	正數頁數	1
第四章	正數頁數ノ四則	2
第二篇	整式ノ四則	[3—7]
第一章	加法及減法	3
第二章	方程式 (二)	4
第三章	乘法	4
第四章	除法	4
第五章	ぐらふ	6
第二問題	6	6
第三篇	一次方程式	[8—11]
第一章	一元一次方程式	8
第三問題	8	8
第四問題	9	9
第二章	聯立一次方程式	11
第三章	ぐらふニヨル方程式解法	11
第四篇	整式ノ續キ	[12—23]

第一章	乘法公式及其應用	12
第二章	因數分解	12
	第六問題	12
第三章	最大公約數及最小公倍數	14
第四章	多項式ノ乘法及除法	15
第五章	多項式ノ最大公約數及 最小公倍數	15
	試力問題(第一篇乃至 第四篇雜題)	16
第五篇	分數式分數方程式,不定及 不能問題	[24—33]
第一章	分數ノ四則	24
第二章	分數方程式	25
	第八問題	25
	試力問題(第五篇雜題)	27
第六篇	開平及無理數	[34—42]
第一章	開平	34
第二章	無理數無理式及虛數	34
第三章	指數定義ノ擴張	34
	數ノ分類表	35
	試力問題(第六篇雜題)	35



文字ノ用法及代數式ノ意義ヲ十分ニ理解セシムルヲ主眼トス。代數式ノ數値ノ計算及其他ノ例題ハ皆此目的ヲ達スルタメノ方便ナリ。

第二章 方程式(一)

事實問題ノ解法ニ未知數ヲ用フレバ解答ノ經路ヲ思考シ易キコトヲ知ラシメ、代數學學習ノ動機ヲ惹起スルヲ主眼トス。

(方程式ノ解法ヲ理論的ニ授クルハ第三篇ニ於テス)

第三章 正數,負數

數ノ範圍ヲ擴張シ負數ヲ導入スルニ至

レル理由ヲ明ニシ從テ負數ノ意味ヲ十分ニ理解セシメ且、整數列ニ基キ數ノ大小ノ根本概念ヲ得シムルヲ主眼トス。

第四章 正數、負數ノ四則

加法及減法ハ數列ニヨリ根本概念ヲ與ヘ然ル後法則ヲ歸納セシムルコトトシ、正數ヨリ負數ヲ引キタル結果ハ正數ナルコトヲ直觀的ニ理解セシムル方便トシテ寒暖計ノ圖ヲ挿入シタリ。

乘法ノ符號ノ法則ノ説明ハ先ヅ乘數ガ正數ナル場合ヨリ入り、乘數ガ負數ナル場合ハ乘法交換ノ法則ニヨリ説明シ、負數ヲ乘ズルハ正數ヲ乘ジタル結果ノ符號ヲ更フルニ同ジキコトヲ知ラシメ、之ニヨリ負數ニ負數ヲ乘ジタル結果ハ正數トナルコトヲ極メテ平易簡潔ニ説明

セリ。

除法ニ關スル符號ノ法則ハ除法ハ乘法ノ逆運算ナルコトニ注意スレバ其説明モ容易ナリ。

總括的設問ハ本篇ニ於テ學ビタル事項ヲ整理シ確實ナル知識トナシ、應テ次篇以下ニ於ケル學習ノ基礎タラシメントスルモノニシテ、其教法ハ教師ト生徒トノ間ニ於ケル問答又ハ生徒各自ノ自問自答等何レノ方法ニヨルモ可ナリ。

第二篇

整式ノ四則

第一章 加法及減法

係數ノ定義 一ツノ式ガ二ツノ因數ノ積ヨル成ルモノト考フル時ニ其各ヲ他

ノ係數ト云フ。係數ガ單ニ數字ノミナル時ハ之ヲ數字係數ト云フ。ト定義スベキモノナレドモ、實地教授ニ當リテハ上ノ如ク定義スルトキハ、初學者ハ混雜ヲ來ス恐レアルニヨリ、本書ニ於テハ數字因數ヲ係數トスト云フ特殊ノ定義ヲ先ニシ、後ニ一般ノ定義ヲ授ケタリ。

第二章 方程式(二)

茲ニ方程式ヲ入レタル趣意モ第一篇第二章ニ同ジ、既ニ負數ヲモ學ビタル故ニ先ヅ移項ヲ教ヘ、稍進ミタル程度ニ於テ未知數ヲ取扱ヒ、事實問題ノ解答ニ關シ一層ノ便宜ヲ感ゼシムルヲ主眼トス。

第三章 乗法。第四章 除法

指數法則 ハ指數ガ正ノ整數ナル場合ニツキ整式ノ乗法及除法ヲ行フニ必要

ナルモノノミヲ掲ゲ且、成ルベク簡單ニ説明セリ。

複雑ナル多項式ノ乗法及除法ハ之ヲ第四篇ニ廻シタリ。

或術語ノ意義ヲ理解セシムルタメニ、先ヅ實例ヲ示シ後定義ヲ述ブルカ、又ハ先ヅ定義ヲ述べ次ニ實例ヲ示スカ、場合ニヨリ其記述ノ體裁ヲ異ニスト雖、何レニシテモ單ニ定義ノミニヨリテハ學習者ガ理解シ難キ場合多キヲ以テ、定義ト實例ト兩者相俟テテ或語ノ意義ヲ十分ニ理解セシメントセリ。例ヘバ第30節多項式ノ整頓ノ意義ヲ授クル場合ニハ先ヅ定義ヲ述べ次ニ實例ヲ示シタリ。故ニ定義中ニアル降冪、昇冪ノ意味ノ如キハ其次ニ述ブル實例

$$2x^3 - 4x^2 + 2x + 5 \quad (\text{降冪}) \quad \text{及}$$

$$5 + 2x - 4x^2 + 2x^3 \quad (\text{昇冪}) \quad =$$

ヨリテ知リ得ルモノナリ。

以下本書ニ於テハ斯ノ如キ記述法ヲ取リタル場合アリ。教官ニ於テ著者ノ意ヲ汲ミ適切ナル教法ヲ取ラレンコトヲ望ム。

第五章 ぐらふ

ぐらふ教授ハ量ノ多少ヲ直線ノ長サニテ比較スルコトヲ出發點トシ、量ノ變化ヲ表ハスぐらふニ入り、次ニ代數式ノ數値ノ變化ヲぐらふニテ表ハスコトヲ授ケ、二量ノ函數關係ヲ直觀的ニ會得セシムルヲ期シタリ。

第二問題

2. 加法ノ法則ニヨリ、二數ノ和ハ二數

ノ中ノ絶對値ノ大ナルモノト同符號ナルコト明ナリ。

4. 5 ト $-m$ トノ積ヲ $5(-m)$ トセズ、 $5-m$ トナスコトナキ様ニ注意ヲ與フルガ本題ノ目的ナリ。

22. 教科書ノ圖ノ如クナル故ニ半徑 6 間ノ圓ノ面積ノ $\frac{3}{4}$ ト、半徑 2 間ノ圓ノ面積ノ $\frac{1}{4}$ ト、半徑 1 間ノ圓ノ面積ノ $\frac{1}{4}$ トノ和ニ等シ、

$$\begin{aligned} \text{即, } & \frac{3}{4}\pi 6^2 + \frac{1}{4}\pi 2^2 + \frac{1}{4}\pi 1^2 \\ & = \frac{1}{4}\pi(6^2 \times 3 + 2^2 + 1) = \frac{113}{4}\pi \end{aligned}$$

第三篇

一次方程式

第一章 一元一次方程式

本章ニ於テハ一元一次方程式ノ解法ヲ理論的ニ授ケ、解法ノ法則ヲ歸納セシメ且、應用問題ノ解答ヲモ會得セシメントス。

第三問題

5, 6, 7, 8, 9, 10ノ如ク分數係數ヲ有スルモノハ分母ノ最小公倍數ヲ兩邊ニ掛ケテ係數ガ整數ナル方程式トシ然ル後ニ解クベシ。

11, 12ノ如ク係數ガ小數ナルモノニツキテハ兩邊ヲ10, 100, 100等ニテ倍シ係數ヲ整數トナシテ解クヲ便トス。係數ガ, a ,

b, c 等ノ文字ナルモノモ數字係數ノ場合ト全ク同理ナルコトヲ理解セシムレバ、容易ニ其解法ヲ會得セシムルヲ得ベシ。方程式應用問題ノ解法ハ教科書本文ニ記載セルI, II, III, IVノ順序ヲ踏マシメ、應用問題解答ノ筋道ヲ明確ニ會得セシムベシ。但、負根ノ解釋ハ第45節ヲ學ビタル後ニ學バシムベシ。

第四問題

7. $x=15+\frac{x}{12}$ 答 3時16 $\frac{4}{11}$ 分。

8. $x=20+\frac{x}{12}$ 答 4時21 $\frac{9}{11}$ 分。

9. 長針ガ短針ニ重ナル前及後ニ於テ直角ヲナス時アリ、而シテ直角ヲナスタメニハ15分劃ノ差アリ。故ニ丁度五時後、長針ガ x 分劃進ミテ直角ヲナシタリトセバ

$$(1) \quad 25 + \frac{x}{12} - x = 15, \quad x = 10 \frac{10}{11}$$

答 5時 $10 \frac{10}{11}$ 分

$$(2) \quad x - \left(25 + \frac{x}{12}\right) = 15, \quad x = 43 \frac{7}{11}$$

答 5時 $43 \frac{7}{11}$ 分

11. 命中數 $\begin{matrix} \text{甲} & \text{乙} \\ x, & 2x \end{matrix}$
 命中セズ數 $\begin{matrix} \text{乙} & \text{甲} \\ 20-x, & 20-2x \end{matrix}$

$$\therefore 20 - x = 3(20 - 2x), \quad x = 8$$

答 甲8發,乙16發

16. 不能

17. 答 300圓ノ損

13. 答 7, -4

19. 問題ハ二ツノ正ノ數トアル故 8 及
 -5 ハ題意ニ適セズ,故ニ本題ハ不
 能ナリ。

20. 甲乙各3日

第二章 聯立一次方程式

聯立方程式ノ解法ハ先ヅ代入法ヲ授ケ,
 次ニ加減法ヲ授クルガ普通ノ順序ナル
 ガ如キモ,本書ニ於テハ聯立方程式ヲ解
 ク際ニ何人モ最普通ニ用フル所ノ加減
 法ヲ授ケ之ヲ十分ニ會得セシメ,然ル後,
 代入法及等置法ナル解法アルコトヲ知
 ラシムルコトトセリ。

第三章 ぐらふニヨル方程式解法

二元一次方程式ガ表ハスぐらふノ意味
 ヲ十分ニ了解セシムルコト肝要ナリ。
 即,ぐらふハ x ノ變化ニ伴フ y ノ變化ヲ表
 ハシ, x, y ノ函數關係ヲ直觀シ得ルモノナ
 ルコトヲ十分ニ理解セシムベシ。
 一次方程式ヲぐらふニテ解クコトハ先
 ズ聯立方程式ヲ先ニシ,次ニ一元一次方
 程式ヲ教フルヲ便トス。

第四篇

整式ノ續キ

第一章 乘法公式及其應用

二項式ノ乘法ヲ敏捷ニ行ハシガタメ、及
因數分解ニ引用スル乘法公式ヲ知悉セ
シメシガタメニ、I乃至VIIIノ公式ヲ授ク
ベシ。公式ノ正シキ理由ハ實際乘法ヲ
實行スルコトニヨリテ理解セシムベシ。

第二章 因數分解

第六問題

6. $m^2x^2 - m^2y^2 - (n^2y^2 - n^2x^2)$
 $= m^2(x^2 - y^2) - n^2(y^2 - x^2) = (x^2 - y^2)(m^2 + n^2)$
 $= (m^2 + n^2)(x + y)(x - y)$
7. $x^2 - 40x + 204 = (x - 34)(x - 6)$
8. $a^2 - 29a + 204 = (a - 17)(a - 12)$

9. $m^2 + 47m - 204 = (m + 51)(m - 4)$
10. $p^4 - 29p^2 + 168 = (p^2 - 8)(p^2 - 21)$
11. $y^4 - 13y^2 - 168 = (y^2 - 21)(y^2 + 8)$
12. $y^2 + 13y^2 - 168 = (y^2 + 21)(y^2 - 8)$
13. $9a^2 + 30a + 9 = (3a + 9)(3a + 1)$
14. $2x^2 + 11x + 12 = (2x + 3)(x + 4)$
15. $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 4 + 5) + 6$
 $= (x^2 + 5x + 4)^2 + 5(x^2 + 5x + 4) + 6$
 $= (x^2 + 5x + 4 + 2)(x^2 + 5x + 4 + 3)$
 $= (x^2 + 5x + 6)(x^2 + 5x + 7)$
20. $x^4 + x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2$
 $= (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$
 $= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
21. $x^4 - 32x^2y^2 + 64y^4$
 $= x^4 - 16x^2y^2 + 64y^4 - 16x^2y^2$
 $= (x^2 - 8y^2)^2 - 16x^2y^2$

$$=(x^2-8y^2+4xy)(x^2-8y^2-4xy)$$

$$22. \quad x^2+2x(y+z)+y^2+2yz$$

$$=x^2+2xy+y^2+2xz+2yz$$

$$=(x+y)^2+2(x+y)z=(x+y)(x+y+2z)$$

$$23. \quad (x^2-3x+2)(x^2-3x+7)+6$$

$$=(x^2-3x+2)(x^2-3x+2+5)+6$$

$$=(x^2-3x+2)^2+5(x^2-3x+2)+6$$

$$=(x^2-3x+2+3)(x^2-3x+2+2)$$

$$=(x^2-3x+5)(x^2-3x+4)$$

$$24. \quad (m^2+n+8)(m^2+n-3)+30$$

$$=(m^2+n+8)(m^2+n+8-11)+30$$

$$=(m^2+n+8)^2-11(m^2+n+8)+30$$

$$=(m^2+n+8-5)(m^2+n+8-6)$$

$$=(m^2+n+3)(m^2+n+2)$$

第三章 最大公約數及最小公倍數

本章ニ於テハ單項式ノ最大公約數及最

小公倍數ヲ求ムルコトヲ授ケ,容易ニ因數分解ヲナシ得ル多項式ニツキテハ單項式ノ場合ニ準ジテ最大公約數及最小公倍數ヲ求メシム。

第四章 多項式ノ乘法及除法

第二篇ニ於テ整式ノ四則ヲ授クル場合ニハ,多項式ノ乗除ハ極メテ簡單ナルモノニ限リテ授ケ置キタルニヨリ,本章ニ於テハ複雑ナル場合ノ乗除ヲ授ケ,次ノ章ニ於ケル連續除法等ニ支障ナキ様ニセリ。

第五章 多項式ノ最大公約數及最小公倍數

前章ニテ學ビタル除法ヲ適用シ,多項式ノ最大公約數ヲ求ムルコトヲ會得セシムレバ其最小公倍數ヲ求ムルコトモ容

易ナリ。

試力問題

(第一篇乃至第四篇雜題)

I

1. -10 2. 0 5. $25,70$
6. $\frac{1}{81}x^4 + \frac{1}{36}x^2y^2 + \frac{1}{16}y^4$
7. $x^2 - 2xy + y^2$
8. 求ムル數ヲ x トセバ
 $10(x-2000)+2=3x-27, \quad x=2853$
10. $x^3 - y^3 - x + y + xy(x-y)$
 $=x^3 - y^3 - (x-y) + xy(x-y)$
 $=(x-y)(x+y+1)(x+y-1)$
11. $x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 25x^2y^2 = (x^2 + y^2)^2 - (5xy)^2$
 $=(x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)$
12. $m-n$ ト $3m+n$ トハ公約數ヲ有セザル
 故ニ二式ノ積ヲ作レバヨシ

即, $3m^2 - 2mn - n^2$ ハ求ムル式ナリ。

II

15. $10(x-200000)+2=3x$ 答 285,714
16. $a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4$
17. $20x^6 + 22x^5 - 55x^4 - 15x^3 + 5x^2 - 32x - 5$
18. $7x^2 + 39x - 18 = \frac{1}{7}(7^2x^2 + 39 \times 7x - 18 \times 7)$
 $= \frac{1}{7}\{(7x)^2 + 39 \times 7x - 126\}$
 $= \frac{1}{7}(7x+42)(7x-3) = (x+6)(7x-3)$
19. $(x^2 + 3x - 2)(x^2 + 3x + 4) - 16$
 $= (x^2 + 3x - 2)(x^2 + 3x - 2 + 6) - 16$
 $= (x^2 + 3x - 2 + 8)(x^2 + 3x - 2 - 2)$
 $= (x^2 + 3x + 6)(x^2 + 3x - 4)$
20. 中ノ數ヲ x トスレバ $\frac{x-1}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x+1}{5}$
 $= \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ 答 18, 19, 20
21. 所題ノ式ヲ因數ニ分解スレバ

$(x-1)^2, (x-1)^2(x+1), (x-1)(x+1)$ トナル

∴ L.C.M.ハ $(x-1)^2(x+1)$

22. 題意ニヨリ $a+8b=13.6$ 及 $a+20b=18.4$,
此聯立方程式ヲ解キ $a=10.4, b=0.4$ ヲ
得. 依テ $a+bx$ ナル一般式ハ本題ニ
於テハ $10.4+0.4x$ トナル, $x=12$, 及 0 ト
スルコトニヨリ 夫々 15.2 及 10.4 ヲ得.
答 15.2 糶 (12瓦ヲ懸ケルトキノ長サ)

10.4 糶 (重サヲ懸ケヌトキノ長サ)

III

26. $(x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+15$
 $= (x^2+8x+7)(x^2+8x+7+8)+15$
 $= (x^2+8x+7)^2+8(x^2+8x+7)+15$
 $= (x^2+8x+7+3)(x^2+8x+7+5)$
 $= (x^2+8x+10)(x^2+8x+12)$
27. 各項ヲ展開シ同類項ヲ簡約スレバ

$$\begin{aligned} & 3xy^2 - 3y^2z + 3yz^2 - 3xz^2 + 3x^2z - 3x^2y \\ &= 3y^2(x-z) + 3y(z^2-x^2) + 3xz(x-z) \\ &= 3(x-z)\{y^2 - (z+x)y + xz\} \\ &= 3(x-z)(y-x)(y-z) \end{aligned}$$

28. x^2+2x+2

29. 火藥ノ全量ヲ x 斤トセバ

$$\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}x - 4 + \frac{1}{10}x = x$$

答 硝石 30 斤, 木炭 6 斤, 硫黃 4 斤

30. $x-a$

31. 連続セル三數ヲ $x-1, x, x+1$ トセバ

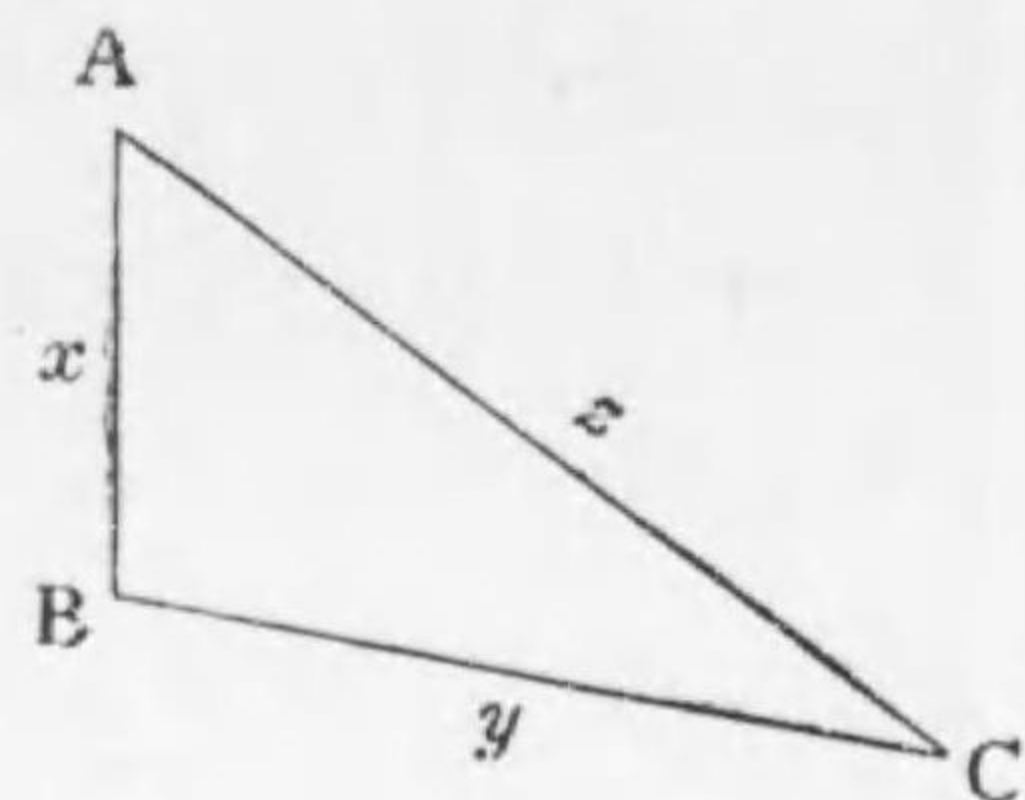
$$(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4x$$

32. $x=3$ ハ y 軸ニ平行ナル直線

$y=-2$ ハ x 軸ニ平行ナル直線

33. $y+z=4x, x+y=z+5, z+x=85$

$$x=25, y=40, z=60$$



IV

34. $a = -(b+c) \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc =$ 代入ス
レバヨシ。
37. $(x^3 - x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + x + 1) - 6$
 $= (x^3 - x^2 + x + 1)^2 + (x^3 - x^2 + x + 1) - 6$
 $= (x^3 - x^2 + x + 1 + 3)(x^3 - x^2 + x + 1 - 2)$
 $= (x^3 - x^2 + x + 4)(x^2 + 1)(x - 1)$
38. $4(x+5)(x+6)(x+10)(x+12) - 3x^2$
 $= (x^2 + 16x + 60)(x^2 + 17x + 60) - 3x^2$
 $= 4(x^2 + 16x + 60)(x^2 + 16x + 60 + x) - 3x^2$
 $= 4(x^2 + 16x + 60)^2 + 4(x^2 + 16x + 60)x - 3x^2$
 $= \{2(x^2 + 16x + 60) + 3x\} \{2(x^2 + 16x + 60) - x\}$

$$= (2x^2 + 35x + 120)(2x^2 + 31x + 120)$$

39. 割算ヲ行ヒテ 剰餘 $6+m=0$ ナル様ニ
即, $m = -6$

40. 一般ニ 二式 A, B ノ G.C.M. ヲ G トシ, G ニ
テ各ヲ割リテ得タル商ヲ夫々 a, b ト
セバ $A = G \cdot a, B = G \cdot b$ 故ニ L.C.M. ハ $G \cdot a \cdot b$,
而シテ $AB = G \cdot Gab$ 故ニ 二數ノ積ハ
其最小公倍數ト最大公約數トノ積
ニ等シ, 故ニ 本題ハ

$$(x-1)(12x^4 - 20x^3 + 5x^2 + 5x - 2) \text{ヲ}$$

$$4x^3 - 4x^2 - x + 1 \text{ニテ割リ } 3x^2 - 5x + 2 \text{ヲ}$$

得テ答トス。

41. 二數 A, B ノ G.C.M. ヲ G トシ, $A = G \cdot a,$
 $B = G \cdot b$ トセバ $G = 12, Gab = 420$
 $\therefore ab = 420 \div 12 = 35 = 5 \times 7$
 $\therefore G \cdot a = 60, G \cdot b = 84$ 答 60, 84

42. $y=k$ ハ x 軸ヨリ k ナル距離ニアリ x 軸ニ平行ナル直線ナリ, $x=-m$ ハ y 軸ヨリ $-m$ ナル距離ニアリ y 軸ニ平行ナル直線ナリ.

43. 原ノ數ヲ $100x+10y+z$ トセバ

$$\begin{aligned} x+y+z &= 15, z-x=5, 3(100x+10y+z)-39 \\ &= 100z+10y+x \quad \text{答} \quad 267 \end{aligned}$$

V

45. 二數ヲ x, y トセバ $x+y=104055$, 二數ヲ G.C.M. G ニテ除シタル商ヲ夫々 x', y' トセバ $x+y=G(x'+y')$ $\therefore \frac{x+y}{G} = x'+y' = \frac{104055}{6937} = 15$ \therefore 和ガ 15 ニナル様ニ 15ヲ二ツノ數ニ分ケ 1,14, 2,13, 3,12 等ニ分ケルコトニヨリ所要ノ數ヲ求メ得.

46. 10,15,21,25ノ L.C.M. 又ハ其倍數ニ 9ヲ

加ヘテ得ル數ノ中 2000ヲ超エザルモノヲ取レバ可ナリ.

47. $2x-1, 2x+1, 2x+3$

$$\begin{aligned} &(2x-1)^2 + (2x+1)^2 + (2x+3)^2 + 1 \\ &= 12(x^2+x+1) \end{aligned}$$

\therefore 12ノ倍數ナリ.

次ニ $12(x^2+x+1)$ ガ 24 $=12 \times 2$ ニテ割切レルタメニハ x^2+x+1 ガ 2ノ倍數ナルヲ要ス. 今 x ヲ偶數 $2m$ トスルモ, 奇數 $2m+1$ トスルモ x^2+x+1 ハ 2ノ倍數ナラザルヲ知ル $\therefore 12(x^2+x+1)$ ハ 24ニテハ割切レズ.

48. $a^2-3b^2-3c^2+10bc-2ca-2ab$

$$\begin{aligned} &= (a-b-c)^2 - 4b^2 - 4c^2 + 8bc \\ &= (a-b-c)^2 - (2b-2c)^2 \\ &= (a+b-3c)(a-3b+c) \end{aligned}$$

第五篇 分數式分數方程式 不定及不能問題

第一章 分數ノ四則

$$\frac{-A}{-B} = \frac{A}{B}, \quad \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B} \text{ノ關係即},$$

$$\frac{x-y}{a-b} = -\frac{y-x}{a-b} = \frac{y-x}{b-a} \text{等ガ自由自在ニナ}$$

リ居ル様ニ教授シ置クコト必要ナリ。

$$P.135 \text{ 例題 } 17 \text{ 及 } 18 \text{ ハ } \frac{8 \times 12 \times 24}{9 \times 16 \times 36} \text{ 及}$$

$$\frac{8 \times 12 + 24}{9 \times 16 + 36} \text{ ヲ明瞭ニ區別セシメ約分ノ際}$$

誤ナカラシムル目的ニテ掲グ。

P.136 例題 8.

$$x - 2a + \frac{3a^2}{x+a} = \frac{x^2 + ax + a^2}{x+a}$$

$$a - 2x + \frac{3x^2}{a+x} = \frac{a^2 - ax + x^2}{a+x}$$

ニヨリテ理解セシムベシ。

P.145 例題

8. 分數式ガ0トナルタメニハ分子ガ0トナルヲ要ス

$$\therefore 3x - 2 = 0 \quad x = \frac{2}{3}$$

9. 兩分數式ノ分子ガ共ニ0ニ等シキヲ要ス。

即, $2x + y - 3 = 0$, $x - y + 9 = 0$ ナル聯立方程式ヲ解ケバ可ナリ。答 $x = -2$, $y = 7$

第二章 分數方程式

第八問題

7. 0.055利附ノ公債ヲ x 枚, 0.05利附ノ公債ヲ y 枚トセバ

$$100x \times 0.055 - 100y \times 0.05 = 15$$

$$\left(\frac{3000}{x} + 5\right)x - \left(\frac{2400}{y} + 5\right)y = 600$$

之ヲ解キ兩公債共ニ30枚ニシテ一枚ノ買價ハ100圓ト80圓ナリ。

8. 初メノ速サヲ毎時 x 哩, 飛行シ全距

離ヲ y 哩トスレバ

$$2 + \frac{y-2x}{\frac{5}{6}x} = \frac{y}{x} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x+30}{x} + \frac{y-(2x+30)}{\frac{5}{6}x} = \frac{y}{x} + \frac{2}{5}$$

注意. 修繕ノタメニ30分間ヲ費シタルヲ見落スコト勿レ.

答 毎時ノ速サ60哩,飛行距離270哩.

12. 初メノ速サヲ x 節トスレバ毎時ノ速サ x 湮ナル故ニ

$$\frac{288}{x} + \frac{72}{x-15} = \frac{360}{x-6}$$

兩邊ヲ72ニテ割リ

$$\frac{4}{x} + \frac{1}{x-15} = \frac{5}{x-6}$$

答 24節

P.166, 12. B點ヨリ x 哩先キニテ追ヒ付

キタリトセヨ.

$$\frac{c+x}{a} = \frac{x}{b} \quad \therefore x = \frac{bc}{a-b}$$

吟味. $a > b$ ナラバB點ヨリ $\frac{bc}{a-b}$ ナル前方

ニテ追ヒ付ク.

$a = b$ ナラバ $x = \frac{bc}{0}$ 即,不能トナル,兩

人等速ナル故ニ追ヒ付クコト能ハズ.

$a = b, c = 0$ ナラバ $x = \frac{0}{0}$ 不定トナル即,

兩人出會ヒ居リ且,等速度ナル故ニ常ニ出會ヒ居ル.

試力問題(第五篇雜題)

1

1. 所題ノ分數ヲ $\frac{a}{b}$ c ヲ任意ノ正數ト

セバ

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} - \frac{a+c}{b+c} &= \frac{a(b+c)}{b(b+c)} - \frac{b(a+c)}{b(b+c)} \\ &= \frac{(a-b)c}{b(b+c)} \end{aligned}$$

$$\text{假定} = \text{ヨリ } a > b, \therefore \frac{a(b-c)}{b(b+c)} > 0$$

$$\therefore \frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$$

$$2. \frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a} - \frac{2a}{x^2+a^2} - \frac{4a^3}{x^4+a^4}$$

$$= \frac{2a}{x^2-a^2} - \frac{2a}{x^2+a^2} - \frac{4a^3}{x^4+a^4}$$

$$= \frac{4a^3}{x^4-a^4} - \frac{4a^3}{x^4+a^4} = \frac{8a^7}{x^8-a^8}$$

$$4. \text{運算スレバ } \frac{a^2+b^2}{2ab} = 1 \text{トナル}$$

$$\therefore (a-b)^2 = 0 \therefore a=b \text{ 即, } \frac{a}{b} = 1$$

$$5. \text{池ヲ一周スルニ要スル時間ヲ甲 } x \text{ 分, 乙 } y \text{ 分トセヨ.}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{20}, \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \text{ 之ヲ解キ}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{20} \therefore x = 6 \frac{2}{3}, \quad y = 10$$

$$6. \text{音ノ速サヲ每秒 } x \text{ 米, 距離ヲ } y \text{ 米トス}$$

レバ

$$\frac{y}{x+20} = \frac{8}{5}, \quad \frac{y}{x-20} = \frac{9}{5} \text{ 答 } 1 \frac{59}{85} \text{ 秒.}$$

II

$$7. \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4} = \frac{2}{1-x^8}$$

$$+ \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4} = \frac{4}{1-x^4} - \frac{4}{1+x^4} = \frac{8x^4}{1-x^8}$$

$$8. \frac{1}{(x-3y)(x-2y)} + \frac{1}{(x-y)(x-3y)}$$

$$+ \frac{1}{(x-2y)(x-y)}$$

$$= \frac{(x-y) + (x-2y) + (x-3y)}{(x-3y)(x-2y)(x-y)}$$

$$= \frac{3(x-2y)}{(x-3y)(x-2y)(x-y)} = \frac{3}{(x-3y)(x-y)}$$

$$9. \frac{x}{b+c-a} = \frac{y}{c+a-b} = \frac{z}{a+b-c}$$

$$\therefore (b-c)x = (b+c-a)z - ax \quad (1)$$

$$(c-a)y = (c+a-b)x - by \quad (2)$$

$$(a-b)z = (a+b-c)y - cz \quad (3)$$

$$(1)+(2)+(3)$$

$$(b-c)x + (c-a)y + (a-b)z$$

$$= (b-a)z + (c-b)x + (a-c)y$$

$$\therefore 2(b-c)x + 2(c-a)y + 2(a-b)z = 0$$

$$\therefore (b-c)x + (c-a)y + (a-b)z = 0$$

$$10. \frac{1}{2}x = \frac{3}{4}y = \frac{1}{2}z = 1 \quad \therefore x = 2, y = \frac{4}{3}, z = 2$$

$$\therefore (y-z)^2 + (z-x)^2 + (x-y)^2 = \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 \\ + (2-2)^2 + \left(2 - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} + \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$$

$$11. \frac{2b}{b+c} \cdot \frac{2c}{c+a} \cdot \frac{2a}{a+b} \\ - \frac{2c}{b+c} \cdot \frac{2a}{c+a} \cdot \frac{2b}{a+b} = 0$$

12. 彈丸ノ速度ヲ每秒 x 米, 音ノ速度ヲ

每秒 y 米トセバ

$$\frac{666}{x} + \frac{666}{y} = 3\frac{3}{8}, \quad \frac{666}{x} + \frac{378}{y} = \frac{545}{y}$$

$$= \frac{7}{8}$$

$$y = 333.2, \quad x = 483.9 \text{ 強}$$

答 彈丸ノ速ヲ 483.9 米強

音ノ速ヲ 333.2 米

$$13. \quad x + y + z = \frac{14}{3}x = \frac{7}{2}y$$

$$\frac{14}{3}x = \frac{7}{2}y \quad \therefore 4x = 3y$$

$$z = \frac{14}{3}x - x - y = \frac{11}{3}x - \frac{3}{4}x = \frac{7}{3}x$$

$$\therefore \frac{x+y+z}{z} = \frac{\frac{14}{3}x}{\frac{7}{3}x} = 2$$

$$14. \quad \frac{a^4}{(a^2-b^2)(a^2-c^2)} + \frac{b^4}{(b^2-a^2)(b^2-c^2)} \\ + \frac{c^4}{(c^2-a^2)(c^2-b^2)} \\ = \frac{a^4(b^2-c^2) + b^4(c^2-a^2) + c^4(a^2-b^2)}{(a^2-b^2)(a^2-c^2)(b^2-c^2)} \\ = \frac{(b^2-c^2)(a^2-b^2)(a^2-c^2)}{(a^2-b^2)(a^2-c^2)(b^2-c^2)} = 1$$

$$15. \left(\frac{4c}{a} - \frac{15c^2}{a^2} + 4\right)\left(3 - \frac{4a+20c}{2a-5c}\right) \\ \div \left(4 - \frac{18c}{a} + \frac{15c^2}{a^2}\right)$$

$$= \frac{(2a-3c)(2a-5c)}{a^2} \times \frac{2a-5c}{2a+5c} \\ \times \frac{a^2}{(2a-3c)(2a-5c)} = 1$$

$$16. \quad y + \frac{1}{x} = z + \frac{1}{y} = x + \frac{1}{z} \quad \exists y$$

$$xy(y-z) = x-y, \quad xz(y-x) = x-z,$$

$$yz(z-x) = y-z$$

$$\therefore x^2 y^2 z^2 (y-z)(y-x)(z-x)$$

$$= (x-y)(x-z)(y-z)$$

$$\therefore (x-y)(x-z)(y-z)(x^2 y^2 z^2 - 1) = 0$$

$$\therefore x, y, z \text{ ノ 何 レ カ ニ ツ ガ 相 等 シ キ カ}$$

又ハ $xyz-1=0$ ナル 場 合 ニ ハ

$xyz+1$ ノ 値 ハ 不 定, 然 ラ ザ ル 場 合

$$= \text{ハ } xyz+1=0 \text{ ナリ.}$$

$$17. \quad \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) (a+b+c) = 1$$

$$\therefore \frac{bc+ca+ab}{abc} \times (a+b+c) = 1$$

$$\therefore (bc+ca+ab)(a+b+c) - abc = 0$$

$$\therefore ca^2 + 2abc + b^2c + a^2b + ab^2 + bc^2 + c^2a = 0$$

$$\therefore (a+b)(b+c)(c+a) = 0$$

$$\therefore a+b=0 \quad \text{又ハ } b+c=0 \quad \text{又ハ } c+a=0$$

$$18. \quad \text{漕速ヲ毎分 } x \text{ 米, 流速ヲ毎分 } y \text{ 米トセ}$$

バ

$$\frac{1500}{x-y} + \frac{1500}{x+y} = 18 \quad (1)$$

$$\frac{400}{x-y} = \frac{500}{x+y} \quad (2)$$

(2) ヲリ $x=9y$ ヲ得之ヲ(1)ニ代入スレ

バ簡便ニ解クヲ得.

$$\text{答 漕速 } 168\frac{3}{4} \text{ 米, 流速 } 18\frac{3}{4} \text{ 米}$$

第六篇

開平及無理數

第一章 開平

平方根ノ意味ヲ十分ニ會得セシメ、 a ノ平方根ハ $+\sqrt{a}$ 及 $-\sqrt{a}$ 、從テ \sqrt{a} ハ a ノ平方根ノ一部ナルコトヲ知ラシムベシ。

第二章 無理數、無理式及虛數

P.183. 例1,2ニヨリ虛數ハ常ニ bi ナル形ニテ取扱フベキコトヲ會得セシムベシ。

第三章 指數定義ノ擴張

本章ハ初學者ニハ稍困難ナル教材ナレドモ一度ハ正確ニ授ケ置クヲ必要トス。本書ニ於ケル教材ノ配列上ヨリスレバ茲ニ置クガ適當ナル故本章ニ收メタリ。サレド學習者ノ程度ヲ考ヘ少シク後ニ

廻スモ可ナルベク、又或部分ノ説明上必要ヲ生ジタル時ニ、其必要ナル部分ノミヲ授クルモ可ナルベク、適當ニ前後取捨セラレシコトヲ望ム。

P.189, 總括的設問ノ7、數ノ分類表

數	實數	{	有理數	{	整數(3, -4, 8等)
			分數	{	$\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{5}\right)$ 等
			小數	{	(0.3, -0.57等)
	虛數	{	無理數	{	$(\sqrt{2}, \sqrt{3}, -\sqrt{7}, \pi)$ 等
虚數			{	$(\sqrt{-2}, \sqrt{-7}, \sqrt{-9}, 2i, 5i)$ 等	

試力問題(第六篇雜題)

$$1. \frac{1+2\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = \frac{(1+2\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{1-x}$$

$$= \frac{1+3\sqrt{x}+2x}{1-x} \quad \text{トシテ } x = \frac{1}{3} \text{ ヲ代入}$$

スベシ。

答 $\frac{5+3\sqrt{3}}{2}$

$$2. \quad b^{-\frac{1}{3}} 12 \sqrt{b^{-5}} + b^{-1} \sqrt{b^{-1}} = b^{-\frac{1}{3}} b^{-\frac{5}{12}}$$

$$\div b^{-1} b^{-\frac{1}{2}}$$

$$= b^{-\frac{3}{4}} \div b^{-\frac{3}{2}} = b^{-\frac{3}{4} - (-\frac{3}{2})} = b^{\frac{3}{4}}$$

$$3. \quad \frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{-1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-1}$$

$$\frac{1}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})} + \frac{1}{1+(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{2}{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} \quad \text{トシテ此二式ヲ加}$$

ヘテ $\frac{2+\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ ヲ得テ答トス。

$$4. \quad \frac{1}{1-x^{\frac{2}{3}}} + \frac{1}{1+x^{\frac{2}{3}}} + \frac{2}{1+x^{\frac{4}{3}}} + \frac{4}{1+x^{\frac{8}{3}}}$$

$$= \frac{2}{1-x^{\frac{4}{3}}} + \frac{2}{1+x^{\frac{4}{3}}} + \frac{4}{1+x^{\frac{8}{3}}}$$

$$= \frac{4}{1-x^{\frac{8}{3}}} + \frac{4}{1+x^{\frac{8}{3}}} = \frac{8}{1-x^{\frac{16}{3}}}$$

$$5. \quad a+bi=0 \quad \therefore bi=-a \quad \therefore (bi)^2=(-a)^2$$

$$\therefore -b^2=a^2 \quad \therefore a^2+b^2=0 \quad \therefore a=0, b=0 \quad \text{ナ}$$

ルヲ要ス。

$$6. \quad \frac{1}{3-\sqrt{-2}} = \frac{3+\sqrt{-2}}{(3-\sqrt{-2})(3+\sqrt{-2})}$$

$$= \frac{3+\sqrt{-2}}{11}$$

$$7. \quad \text{圓ノ面積ハ } \pi r^2, \text{ 内接正方形ノ面積ハ}$$

$$\frac{r^2}{2} \times 4 = 2r^2 \quad \therefore \pi r^2 - 2r^2 = (\pi-2)r^2 \quad \text{ハ求ム}$$

ル面積。

$$\text{若シ } r=1 \quad \text{ナレバ } (\pi-2)r^2 = 1.1416$$

$$8. \quad 250 \times (1+x)^3 = 275.625 \quad \therefore 1+x = 1.05$$

$$\therefore x = 0.05$$

II

$$9. \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{18}-\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{2}(\sqrt{18}+\sqrt{3}+\sqrt{5})}{15-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{60+10\sqrt{5.23607}}{15-2.23607} = 6.49348 \text{ (以下切捨テ)}$$

$$\frac{\sqrt{10}+\sqrt{18}}{\sqrt{8}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{(\sqrt{10}+\sqrt{18})(\sqrt{8}-\sqrt{3}-\sqrt{5})}{8-3+\sqrt{5}}$$

$$= \frac{4\sqrt{5}+12-\sqrt{2}(\sqrt{5}+3) \times 0.76393}{7.23607}$$

$$= \frac{20.94428-1.41421 \times 5.23607 \times 0.76395}{7.23607}$$

$$= 2.11268$$

$$6.49348-2.11268=4.3808 \quad \text{答 } 4.3808$$

$$10. \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

$$= 0 \text{ (分母ヲ有理化シテ計算ス)}$$

$$11. 0$$

$$12. \left(x^{\frac{a}{a-b}}\right)^{\frac{1}{c-a}} \times \left(x^{\frac{b}{b-c}}\right)^{\frac{1}{a-b}}$$

$$\times \left(x^{\frac{c}{c-a}}\right)^{\frac{1}{b-c}}$$

$$= x^{\frac{a}{(a-b)(c-a)} + \frac{b}{(b-c)(a-b)} + \frac{c}{(c-a)(b-c)}}$$

$$= x^0 = 1$$

$$13. (2\sqrt{-3}+3\sqrt{-2})(4\sqrt{-3}-5\sqrt{-2})$$

$$= (2 \times \sqrt{3}i + 3\sqrt{2}i)(4\sqrt{3}i - 5\sqrt{2}i)$$

$$= 6 - 2\sqrt{6}$$

$$14. \frac{3+2i}{2-5i} + \frac{3-2i}{2+5i} = \frac{(3+2i)(2+5i)}{(2-5i)(2+5i)}$$

$$+ \frac{(3-2i)(2-5i)}{(2+5i)(2-5i)} = -\frac{8}{29}$$

$$15. \text{答 } 2\sqrt{200}$$

$$16. \sqrt{\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{24}}{4\sqrt{2}+\sqrt{24}}} = \sqrt{\frac{4\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{4\sqrt{2}+2\sqrt{6}}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}} \\
 &= \sqrt{\frac{(2\sqrt{2}-\sqrt{6})^2}{(2\sqrt{2}+\sqrt{6})(2\sqrt{2}-\sqrt{6})}} \\
 &= \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times 2 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

17. 所題ノ式ヲ簡單ニスレバ $\frac{a+b}{a-b}$ トナ

ル

$a = \sqrt{x+y}$, $b = \sqrt{x-y}$ ヲ代入スレバ

$$\begin{aligned}
 \frac{\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}} &= \frac{(\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y})^2}{2y} \\
 &= \frac{2(x + \sqrt{x^2 - y^2})}{2y} = \frac{x + \sqrt{x^2 - y^2}}{y}
 \end{aligned}$$

18. 前題ニ於テ $a = \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$,

$b = \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ トスレバ

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 2\sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}} \\
 &= \frac{2\sqrt{3} + 2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \\
 &= 1.93
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 19. \quad \frac{1}{1+2^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}}} &= \frac{1(1-2^{\frac{1}{3}})}{(1+2^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}})(1-2^{\frac{1}{3}})} = \frac{1-2^{\frac{1}{3}}}{1-2} \\
 &= 2^{\frac{1}{3}} - 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 20. \quad \frac{8\sqrt{-2} + 2\sqrt{-5}}{3\sqrt{-2} - 2\sqrt{-5}} &= \frac{8\sqrt{2}i + 2\sqrt{5}i}{3\sqrt{2}i - 2\sqrt{5}i} \\
 &= \frac{(8\sqrt{2}i + 2\sqrt{5}i)(3\sqrt{2}i + 2\sqrt{5}i)}{(3\sqrt{2}i - 2\sqrt{5}i)(3\sqrt{2}i + 2\sqrt{5}i)} \\
 &= -(34 + 11\sqrt{10})
 \end{aligned}$$

21. 直徑ヲ $2r$ トスレバ $3.14r^2 = 166.03$

之ニヨリテ求メ $2r = 14.4$ 答約14.4間

22. 三圓ノ中心ヲ頂點トスル正三角形ノ高サハ $2\sqrt{3}$

∴ 正三角形ノ面積ハ $2 \times 2\sqrt{3}$

三ツノ扇形ノ面積ノ和ハ

$$3.14 \times 2^2 \times \frac{1}{6} \times 3 = 6.28$$

∴ 求ムル面積ハ $4\sqrt{3} - 6.28 = 0.648$

答 0.648 平方米

(上卷之部畢)

下卷教授資料目次

第七篇 二次方程式 [1—27]

二次方程式解法教授ノ順序及其歸着點	1
第九問題解答	1
第十問題解答	5
第十一問題解答	10
第四章 無理方程式 P.30 ノ説明	12
P.31 例題ノ解答	13
第 115 節 $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ ニツキ	13
第十二問題解答	15
試力問題 (第七篇雜題) 解答	17

第八篇 高次方程式及聯立二次方程式 [28—62]

P.45 例題ノ解答	28
P.52 例題ノ解答	28
第十三問題解答	29
P.56 例題ノ解答	33
P.58 例題ノ解答	33
P.60 例題ノ解答	35
第十四問題解答	36

P.72 例題ノ解答	40
P.72 例題ノ解答	41
P.74 例題ノ解答	41
P.77 例題ノ解答	42
P.79 例題ノ解答	43
P.81 例題ノ解答	45
P.85 例題ノ解答	47
試力問題(第八篇雜題)解答	50
第九篇 比例 [63—85]	
第一章 比ノ意義比ノ讀ミ方及瘦比ノ意義ニ關スル解説	63
第十五問題解答	66
第十六問題解答	66
第十七問題解答	72
第十八問題解答	74
第十九問題解答	75
第二十問題解答	78
試力問題(第九篇雜題)解答	79
第十篇 級數及對數 [86—111]	
P.150 例題ノ解答	86
P.152 例題ノ解答	86

P.153 設問ノ解答	86
P.154 例題ノ解答	87
P.156 例題ノ解答	87
P.159 設問ノ解答	87
第二十一問題解答	88
P.172 例題ノ解答	93
第二十二問題解答	95
試力問題(第十篇雜題)解答	99
第十一篇 歩合算及年金算 [111—118]	
P.202 例題ノ解答	111
P.205 例題ノ解答	112
P.209 例題ノ解答	113
P.214 設問ノ解答	114
第二十三問題解答	115
附 録 [118—154]	
P.6 例題ノ解答	118
P.9 例題ノ解答	118
P.11 設問ノ解答	119
P.13 設問ノ解答	120

P.14	設問ノ解答	120
P.16	例題ノ解答	120
P.18	設問ノ解答	123
IV	三次方程式ノ根ト係数トノ關係 例題ノ解答	124
V	十字乗法 例題ノ解答	125
P.30	例題ノ解答	128
P.34	例題ノ解答	132
P.36	設問ノ解答	137
P.38	設問ノ解答	137
P.39	設問ノ解答	138
P.43	例題ノ解答	139
P.47	例題ノ解答	148

第七篇

二次方程式

二次方程式解法ハ次ノ順序ニヨル

- I. 一次ノ項ノ缺ケタル場合
- II. 一般ノ場合ノ解法ノ平方完成法
- III. 根ノ公式ニヨル解法
- IV. 因數分解ニヨル解法

カクシテ習ヒ得タル後ニ於テハ一般ノ方法トシテハ根ノ公式ヲ用ヒ、因數ニ分解シ得ル場合ニハ成ルベク因數分解ニヨル方法ヲ適用シ、敏速ニ解キ得ル様ニセラレンコトヲ望ム。

第九問題

1. $x = \frac{1}{2}$ 又ハ $-\frac{1}{3}$ 2. $x = -3$ 又ハ 6

$$3. x = \frac{21 \pm \sqrt{-167}}{8} \quad 4. x = 40 \text{ 又ハ } -5$$

$$5. x = \frac{-1 \pm \sqrt{1729}}{36} \quad 6. x = a \text{ 又ハ } 5a$$

$$7. x = \frac{-2b \pm \sqrt{4b^2 - 2a}}{2a} \quad 8. x = -2p \pm \sqrt{3.p}$$

$$9. x = a \text{ 又ハ } b \quad 10. \text{ 答 } 3, 6$$

$$11. \text{ 答 } 7, 5 \text{ 又ハ } -5, -7$$

$$12. \text{ 答 } \frac{35}{2} + \frac{\sqrt{601}}{2}, \frac{35}{2} - \frac{\sqrt{601}}{2}$$

注意 若シ35ヲ二ツノ整数ニ分チ其積ヲ156
ナラシメヨト云フ問題ナラバ、本題ハ不能問
題トナル。

$$13. \text{ 答 } 14, 15, \text{ 又ハ } -14, -15$$

$$14. \text{ 答 } 18 \text{ 人} \quad 15. \text{ 答 } 10 \text{ 人}$$

$$16. \text{ 答 } 5 \text{ 錢} \quad 17. \text{ 答 } 25 \text{ 哩及 } 30 \text{ 哩}$$

$$18. \text{ 解 } \text{乙ノ速サヲ毎時 } x \text{ 里トスレバ}$$

$$\frac{1^{\text{里}}}{x^{\text{時}}} = \frac{1}{x} \text{ ハ乙ガ1里ヲ行ク所要時間數}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{6} = \frac{x+6}{6x} \text{ ハ甲ガ " "}$$

$$\frac{6x}{x+6} \text{ 里 ハ甲ノ毎時ノ速サ}$$

依テ次ノ方程式ヲ得

$$5\left(x + \frac{6x}{x+6}\right) = 13.5$$

答 甲1.2里, 乙1.5里

$$19. \text{ 答 } 6 \text{ 升}$$

注意 求ムル量ヲ x 升トスレバ

$$x + \frac{36-x}{36} \times x = 11 \text{ ナル方程式ヲ得}$$

之ヲ解キ $x=66$ 又ハ6ヲ得. 66ハ題意ニ適合セ

ザル故ニ之ヲ捨ツベシ.

$$20. \text{ 答 } 17.5 \text{ 間, } 6 \text{ 間, 面積 } 52.5 \text{ 坪}$$

$$21. \text{ 解 } \{500(1+x) - 20\} (1+x) = 551.05$$

答 0.07

22. 解. $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6}\right) 16 \frac{4}{11} = 1$

答 甲 30 日, 乙 36 日

23. 解. 充實方陣ノ前面一列ノ人數ヲ x

人トスレバ全人數ハ x^2 , 中空方陣ノ

前面一列ハ $(x+16)$ 人トナリ, 從テ中

空方陣ノ場合ノ人數ハ

$$(x+16)^2 - (x+16-8)^2 \text{ ナリ}$$

$$\therefore x^2 = (x+16)^2 - (x+8)^2, \quad x=24$$

答 576 人

24. 答 100 株 25. 答 9.2 秒強, $2\frac{6}{7}$ 秒

26. 解. 圓ニ内接スル正十邊形ノ一邊 x

ト半徑 R トノ間ニハ次ノ關係アルコ

トハ幾何學ノ示ス所ナリ.

$$R(R-x)=x^2, \quad \therefore x = \frac{\pm\sqrt{5}-1}{2}R$$

正十邊形ノ一邊ノ長サガ負數ナル

コトナキヲ以テ

$$\frac{-\sqrt{5}-1}{2}R \text{ ヲ捨テ } \frac{\sqrt{5}-1}{2}R \text{ ヲ以テ}$$

答トス.

第十問題

1. 解. $D=(p+q)^2-4(pq-5)=(p-q)^2+20>0$

\therefore 相異ナル實根.

2. 解. $D=(a+b)^2-2(a^2+b^2)=-(a-b)^2<0$

$\therefore a=b$ ナラザル時ハ相異ナル虚根

ヲ有シ, $a=b$ ナル時ハ等根ヲ有ス.

3. 解. $D=4^2-3m=0$ ナルヲ要ス.

$$\therefore m = \frac{16}{3}$$

4. $p=18 \pm \sqrt{288}$

5. 解. $a^3 + \beta^3 = (a + \beta)^3 - 3a\beta(a + \beta)$

$$= \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\frac{c}{a}\left(-\frac{b}{a}\right) = \frac{3abc - b^3}{a^3}$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{a + \beta^2}{a^2\beta^2} = \frac{(a + \beta)^2 - 2a\beta}{a^2\beta^2}$$

$$\frac{\frac{b^2 - 2c}{a^2} - \frac{2c}{a}}{\frac{c^2}{a^2}} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$$

6. 解. $a + \beta = -p, a\beta = q$, 然 $\nu = a = n\beta$

$$\therefore (n+1)\beta = -p, n\beta^2 = q$$

$$\therefore \beta^2 = \frac{p^2}{(n+1)^2} \text{ 及 } \beta^2 = \frac{q}{n}$$

$$\therefore \frac{p^2}{(n+1)^2} = \frac{q}{n} \therefore np^2 = (n+1)^2 q$$

7. 解. $a + \beta = k, a\beta = 15$

$$a = \beta + 2 \text{ ナル故ニ}$$

$$2\beta + 2 = k, 2\beta = k - 2$$

又 $(\beta + 2)\beta = 15, \beta^2 + 2\beta = 15$

$$\therefore (2\beta)^2 + 4 \times 2\beta = 60$$

$$\therefore (k-2)^2 + 4(k-2) = 60$$

$$\therefore k^2 = 64 \therefore k = \pm 8$$

8. 解. $a + \beta = -p, a\beta = q$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} = \frac{a + \beta}{a\beta} = \frac{-p}{q}, \frac{1}{a\beta} = \frac{1}{q}$$

\therefore 求ムル方程式ハ

$$x^2 + \frac{p}{q}x + \frac{1}{q} = 0 \quad \text{即, } qx^2 + px + 1 = 0$$

9. 解. $7x^2 + 8x + 1 = 0$ ノ二根ヲ a, β トスレバ

$$a + \beta = -\frac{8}{7}, a\beta = \frac{1}{7}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} = \frac{a + \beta}{a\beta} = -8$$

$$\frac{1}{a\beta} = 7 \therefore \text{求ムル方程式ハ}$$

$$x^2 + 8x + 7 = 0$$

10. 答 $11x^2 - 23x + 11 = 0$

11. 解. $x^2 - \frac{23}{30}x + \frac{1}{10} = 0$ ノ二根ハ求ム

ル數 = 等シ.

答 $\frac{3}{5}, \frac{1}{6}$

12. 解. $a - \beta = -9, a\beta = -18$

$\therefore a + (-\beta) = -9, a(-\beta) = 18$

$\therefore x^2 + 9x + 18 = 0$ ノ二根ハ $a, -\beta$ ナリ

之ヲ解キ

$a = -3, -\beta = -6$ ヲ得

即, $a = -3, \beta = 6$ ナリ

答 $-3, 6$

13. 解. $x^2 + 30x - 1296 = 0$ ノ二根ハ $24, -54$

$\therefore (x - 24)(x + 54)$ ハ求ムル答ナリ.

14. 解. $-24x^2 + 30x - 1296$

$= -24(x^2 - \frac{30}{24}x + 54)$

$x^2 - \frac{30}{24}x + 54 = 0$ ヲ解キ

$x = \frac{15 \pm \sqrt{-30879}}{24}$

$\therefore -24x^2 + 30x - 1296$

$= -24\left(x - \frac{15 + \sqrt{-30879}}{24}\right)\left(x - \frac{15 - \sqrt{-30879}}{24}\right)$

15. 解. $x^2 + x + 1 = 0, x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$

$\therefore x^2 + x + 1$

$= \left(x - \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}\right)\left(x - \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}\right)$

$= \frac{1}{4}(2x + 1 - \sqrt{-3})(2x + 1 + \sqrt{-3})$

16. 解. $x^2 - 3x + 2ax + a^2 - 3a - 40 = 0$ ヲ解キ

$x = -a + 8$ 又ハ $-a - 5$ ヲ得

\therefore 所題ノ式 $= (x + a - 8)(x + a + 5)$

17. 解. $(2k - 1)^2 - (k + 1) = 0$ トオキ

$$k=0 \text{ 又ハ } k=\frac{5}{4} \text{ ヲ得}$$

$$\text{答 } k=0 \text{ 又ハ } \frac{5}{4}$$

18. 解. 二根ガ實數ナルタメニハ $p^2-4q>0$
ヲ要ス.

$$\text{同符號ナルタメニハ } x=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-4q}}{2}$$

ナル故ニ p ノ 絶對值ガ $\sqrt{p^2-4q}$ ノ
絶對值ヨリ大ナルヲ要ス.

$$\therefore p > \sqrt{p^2-4q} \text{ 即, } p^2 > p^2-4q$$

$$\therefore q > 0 \text{ ヲ要ス.}$$

第十一問題

1. $x=\frac{5\pm\sqrt{-11}}{6}$ 2. $x=3$ 又ハ -3
3. $x=\frac{2}{3}$ 又ハ $-\frac{6}{5}$ 4. $x=3$ 又ハ -15

$$5. x=\frac{1}{2}$$

$$6. x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$$

$$7. x=a \text{ 又ハ } -\frac{1}{a}$$

$$8. x=0 \text{ 又ハ } \frac{5}{3}$$

注意. 分母ニテ分子ヲ割リテ後解ケ.

$$9. x=-8 \text{ 又ハ } -3$$

$$10. x=\frac{3}{2} \text{ 注意. 分母ニテ分子ヲ割レ.}$$

$$11. x=10 \quad 12. \text{ 答 } 30, 20$$

$$13. \text{ 答 } 12, \text{ 又ハ } -\frac{1}{12}$$

$$14. \text{ 答 } \text{兄 } 24 \text{ 日, } \text{弟 } 40 \text{ 日}$$

$$15. \text{ 答 } 16 \text{ 反, } 3 \text{ 圓}$$

$$16. \text{ 答 } \text{金拾錢ニツキ } 3 \text{ 箇}$$

$$17. \text{ 答 } 70 \text{ 糶及 } 80 \text{ 糶}$$

$$18. \text{ 答 } \text{甲 } 2 \text{ 錢, } \text{乙 } 1.5 \text{ 錢}$$

19. 答 毎時ノ速サ甲ハ50哩, 乙ハ48哩

第四章 無理方程式

P. 30. 無縁根ガ入り來ラヌ場合ノ説明中

「 $\sqrt{x^2-1} + \sqrt{3x+3}$ ガ0トナルコトナシ」云々

其理由ハ x^2-1 ノ平方根ハ $\pm\sqrt{x^2-1}$, $\sqrt{x^2-1}$ ハ此中ノ $+\sqrt{x^2-1}$ ヲ表ハスモノ即, 正數ナリ. 同様ニ $\sqrt{3x+3}$ モ正數ナリ.

$\therefore \sqrt{x^2-1} + \sqrt{3x+3}$ ハ正數 + 正數ナレバ決シテ0トナルコトナシ.

次ニ, 同頁

$$\text{例 4. } 3\sqrt{2x^2-5x+11} = 2(2x^2-5x-16)$$

ニ於テ $2x^2-5x-16=y$, 左邊ノ

$$\sqrt{2x^2-5x+11} > 0 \quad \therefore y > 0 \text{ ナリ.}$$

P. 31, 例題

$$1. x=5 \quad 2. x=32 \quad 3. x=3$$

4. 解. $x^2+3x-5=y$ ト置キ,

$$5\sqrt{x^2+3x+9}=y, \quad 5\sqrt{y+14}=y$$

$y > 0$ ナルベキニヨリ $y=35$ 又ハ -10

ノ中 -10 ハ之ヲ捨ツ.

答 $x=-8$ 又ハ 5

5. 解. 兩邊共ニ分子ヲ分母ニテ除シテ解キ $x=2$

6. $x=4$ 7. $x=4$ 8. 根ヲ有セズ.

第115節 $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ ニツキ

$\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ ガ簡單ニナルハ $\sqrt{a^2-b}$ ガ有

理數ナル場合即, a^2-b ガ或數ノ平方

ニ等シキ場合ナリ. 其理由ハ次ノ如シ

$\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ ヲ簡單ニスレバ一般ニ

$\sqrt{x \pm \sqrt{y}}$ ノ形トナル, 此際 x 又ハ y ガ

無理數ナルトキ即, $x = \sqrt{m}$ ノ如キモ

ノナル時ハ $\sqrt{x} \pm \sqrt{y}$ ハ $\sqrt{\sqrt{m} \pm \sqrt{y}}$

ノ形トナリ, 矢張根號 $\sqrt{\quad}$ ガ二重ニナ

ル故ニ簡單ナラズ. 斯ノ如キ形トナ

ラス爲ニハ a, b ノ間ニ如何ナル關係

アルカヲ見ン. $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{x \pm \sqrt{y}}$ トオ

キ, 今正號ノ場合ノミヲ取扱ヘバ

$$a + \sqrt{b} = x + y + 2\sqrt{xy}, \quad x + y = a, \quad xy = \frac{b}{4}$$

$$z^2 - az + \frac{b}{4} = 0, \quad z = \frac{2a \pm 2\sqrt{a^2 - b}}{4}$$

∴ $\sqrt{a^2 - b}$ ガ無理數ナレバ, z ノ二ツ

ノ値即, x, y ガ無理數トナル. 故ニ

$\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ ガ簡單ニナルタメニハ

$\sqrt{a^2 - b}$ ガ有理數ナルヲ要ス.

P. 33, 設問 2.

設問 1 ヲ解クニハ $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$

ト置ク, 左邊ハ正數ナル故ニ右邊ハ

正數ナルヲ要ス即, $\sqrt{x} - \sqrt{y} > 0$, 即,

$x > y$ ヲ要ス.

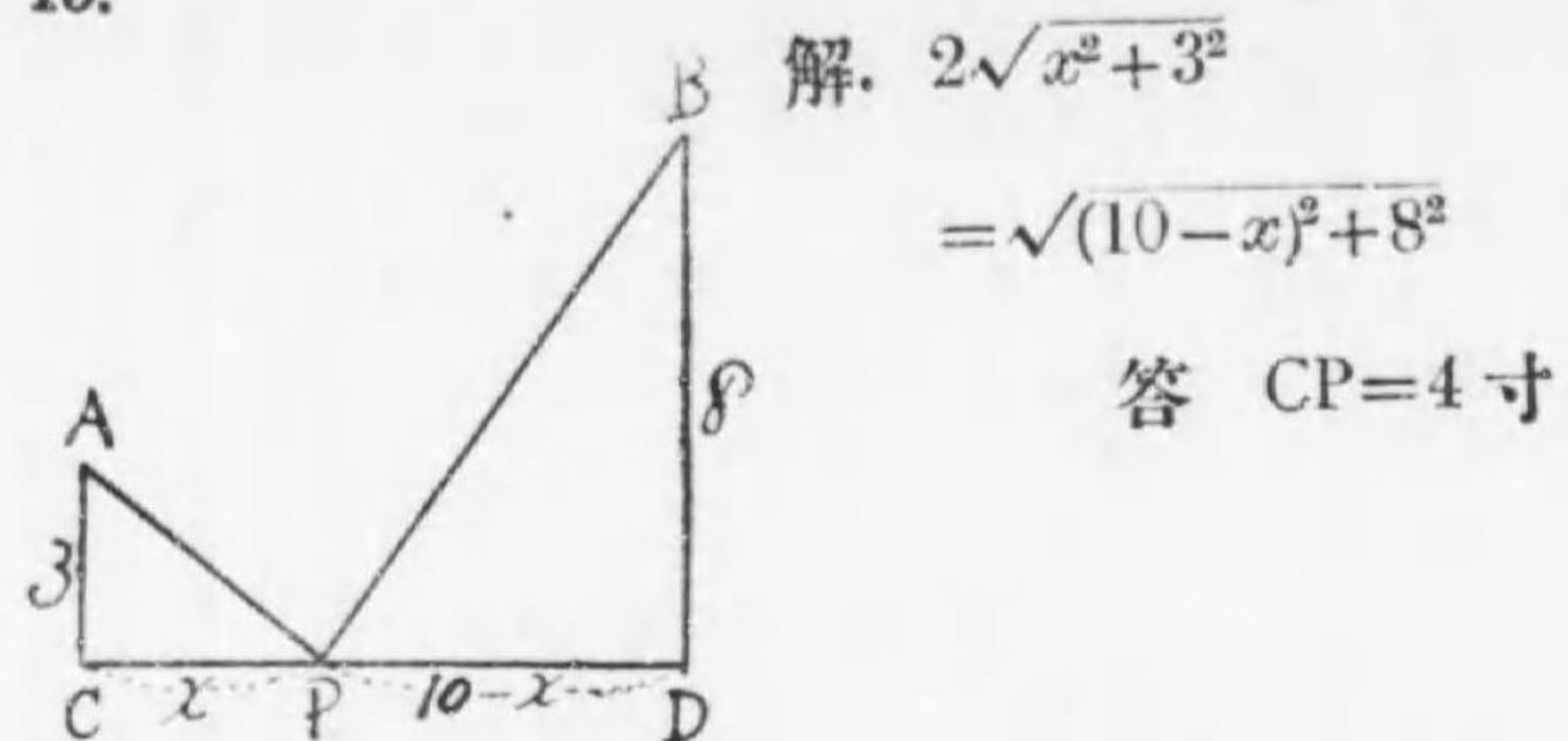
第十二問題

1. $x=12$ 2. $x=\frac{1}{3}$ 3. 根ヲ有セズ.
4. $x=2$ 5. $x=7$ 6. $x=11$
7. $x=2$ 8. $x=5$ 9. $x=16$ 又ハ $\frac{9}{4}$
10. $x=\frac{88}{9}$ 11. $x=7$
12. $x=3$ 又ハ -1 , ($x^2 - 2x + 6 = y$ トオケ.)
13. 解. $\sqrt{(x+10)^2 - 24^2} + \sqrt{x^2 - 24^2} = 50$
答 30 尺 ト 40 尺

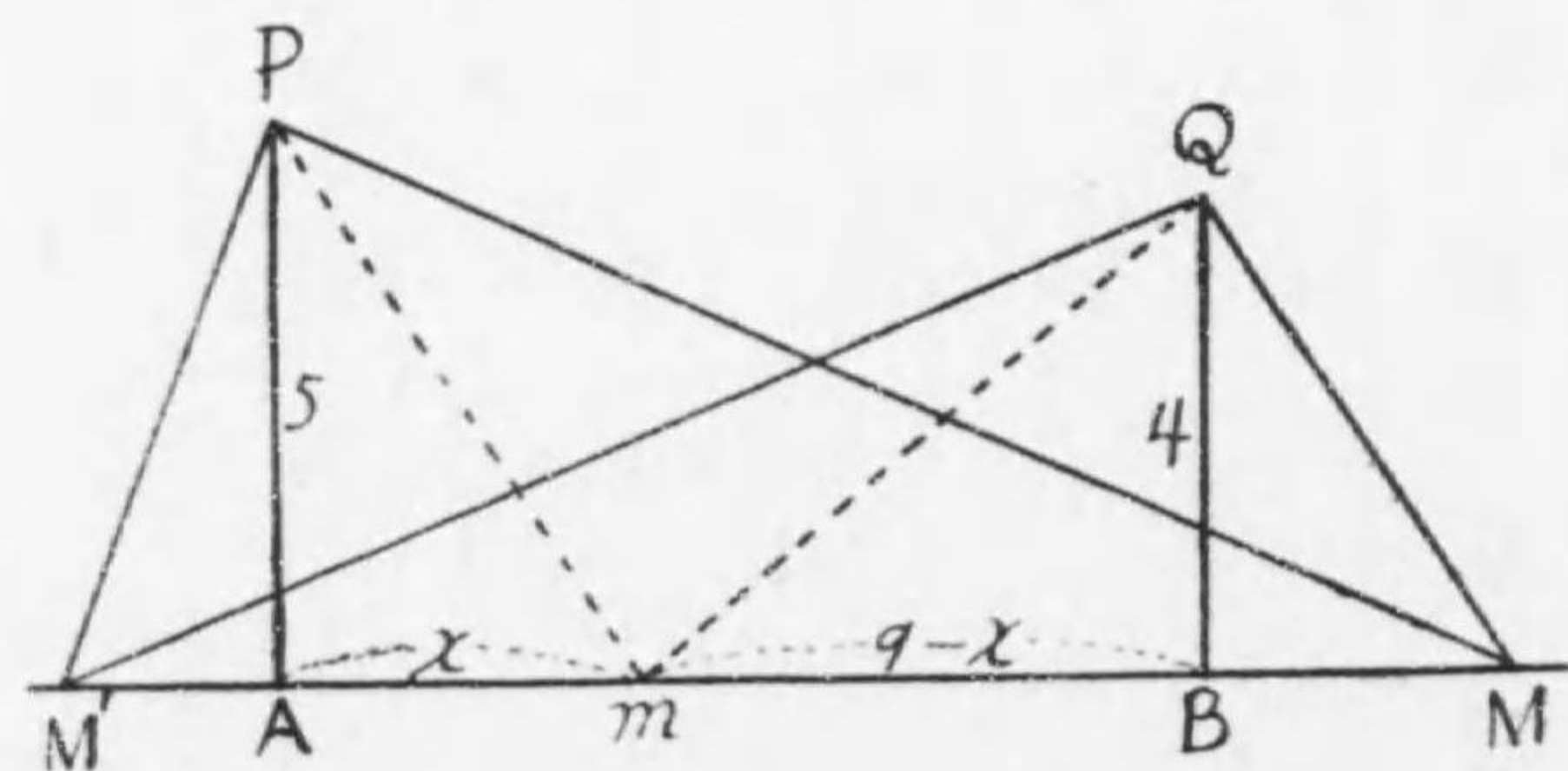
14. 解. $\sqrt{x^2+(x-2)^2}+x+(x-2)=24$

答 6米, 8米, 10米

15.



16. 解. 求ムル點ハ AB 線上 A ヨリ右方



ニ測リ x 尺ノ所 (m) ニアリト考ヘ

$$\sqrt{25+x^2}+\sqrt{16+(9-x)^2}=18$$

$$x=12 \text{ 又ハ } -2\frac{2}{3}$$

答 A ヨリ右方12尺ノ M 點 及

A ヨリ左方 $2\frac{2}{3}$ 尺ノ M' 點

試力問題 (第七篇雜題)

I

1. 解. $\frac{2b+9a}{ab}=4, \frac{12b-15a}{ab}=1, a=2, b=3$

2. 解. $a+\beta=k \quad a\beta=k$

$$\therefore \beta=k-a \quad \therefore a(k-a)=k$$

$$\therefore a^2-ka+k=0, a \text{ ガ實數ナルタメ}$$

$$= \text{ハ } D \geq 0 \text{ ヲ要ス 即, } k^2-4k=k(k-4) \geq 0$$

$$\therefore k \geq 0 \text{ 及 } k-4 \geq 0 \text{ ナルカ 又ハ } k \leq 0,$$

$$\text{及 } k-4 \leq 0, \text{ 即, } k \leq 0 \text{ 又ハ } k \geq 4$$

故ニ k ハ 0 ト 4 トノ間ノ値ヲ有ス

ルコト能ハズ.

3. 根ヲ有セズ.

$$4. x = -\frac{2}{3}$$

解. 各分子ヲ分母ニテ割レバ

$$\frac{-5}{x-3} + \frac{5}{x-4} = \frac{1}{x+8} + \frac{1}{x+3}$$

左邊, 右邊ヲ夫々一項ニ纏ムレバ

$$\frac{1}{(x-3)(x-4)} = \frac{1}{(x+8)(x+3)} \quad \text{トナル.}$$

$$5. x = \frac{1 \pm \sqrt{9-4\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-2} \quad \text{之ヲ簡單ニシテ,}$$

$$x = \frac{1 \pm (\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-2}$$

之ヨリ $x = \sqrt{5}+3$ 又ハ $\sqrt{5}+1$

6. 解. 共通根ヲ a トセバ

$$a^2 + (m-3)a + 2 = 0$$

$$a^2 + ma - 1 = 0$$

$$\therefore -3a + 3 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$$a=1 \quad \text{ヲ代入シ } m=0$$

答 共通根ハ $x=1$,

他ノ二根ハ $x=2$ 及 $x=-1$

7. $D=0$ トオキ, $m=0$ 又ハ -3 , 又ハ 1

8. $x^2 - 5x + 3 = y$ トオケ. 答 $x=6$ 又ハ -1

9. 答 $70\sqrt{2}$ 秒

10. 元金ヲ x 圓, 年利率ヲ y トスレバ

$$x \times 3y = 450 \quad (1)$$

$$x(1+y)^3 - x = 477.54 \quad (2)$$

$$y = 0.06, \quad x = 2500$$

答 元金 2500 圓, 年利 0.06

II

11. $D = (m+1)^2 - 4m = (m-1)^2 > 0$

\therefore 相異なる實根ヲ有ス.

$m=1$ ナル特別ナル場合ニ等根ト

ナル.

$$12. \sqrt{x^2-3x+5} + \sqrt{x^2-5x+3} = x+1$$

$$(\sqrt{x^2-3x+5})^2 = \{(x+1) - \sqrt{x^2-5x+3}\}^2$$

$$(x+1)(x-1-2\sqrt{x^2-5x+3})=0 \quad \text{ヲ解キ}$$

$$\text{無縁根ヲ捨テ 答 } x = \frac{9+4\sqrt{3}}{3}$$

$$13. q^2x^2 + (p^2-2q)x + 1 = 0$$

$$14. \text{二根ヲ } m, m+1 \text{ トセバ}$$

$$2m+1=p, m(m+1)=q \quad \text{ヨリ } m \text{ ヲ消去ス.}$$

$$15. \text{一次ノ整式ヲ } ax+b \text{ トセバ}$$

$$5a+b=13, \quad -9a+b=-15$$

$$a=2, b=3 \quad \therefore ax+b \text{ ハ } 2x+3 \text{ トナル}$$

$$\sqrt{2x+3}=x \text{ トオキ, } x=-1 \text{ ナル答ヲ得.}$$

$$16. x^2+2mx+(2m+15)=0$$

$$D=m^2-(2m+15)=(m+3)(m-5) \geq 0$$

$$\text{即, I. } m+3 \geq 0 \text{ 且 } m-5 \geq 0$$

$$\text{II. } m+3 \leq 0 \text{ 且 } m-5 \leq 0$$

$$\text{I ヨリ } m \geq 5, \text{ II ヨリ } m \leq -3$$

$\therefore m$ ハ -3 ヨリ小ナルカ又ハ 5 ヨリ大ナリ, 即, -3 ト 5 トノ間ノ値ヲ取ルコト能ハズ.

$$17. \text{答 } m=0$$

18. 分母ヲ有理化シテ後適當ニ移項シテ, 兩邊ヲ二乗シ, 更ニ移項シ

$$(x-4)\{x+2-\sqrt{x^2+4x-5}\}=0 \quad \therefore x=4$$

$$x+2=\sqrt{x^2+4x-5} \text{ ハ根ヲ有セズ.}$$

$$19. V=333\sqrt{1+0.00367 \times 12} = 339.993 \text{ 強}$$

$$335=333\sqrt{1+0.00367 \times t} \quad \text{ヨリ } t \text{ ヲ求メ}$$

$$t=3.204 \text{ 強}$$

答 約 340 米及約 3.2 度

III

$$20. \frac{x}{x^2-5x+9}=m, \quad mx^2-(5m+1)x+9m=0$$

$$D=(11m+1)(m-1)\leq 0 \quad \therefore 1\geq m\geq -\frac{1}{11}$$

其故ハ $(11m+1)(m-1)<0$ ナルタメニハ

I. $11m+1>0$ 且 $m-1<0$ ヲ得

I. $11m+1<0$ 且 $m-1>0$

II. ヲリハ $m>-\frac{1}{11}$ 且 $m<1$ ヲ得

II. ヲリハ $m<-\frac{1}{11}$ 且 $m>1$ ヲ得

然ルニ m ハ $-\frac{1}{11}$ ヲリ小ニシテ且

1 ヲリ大ナルコト能ハズ, 故ニ I ノ

場合ノミ成リ立ツ.

21. $y=mx+b$, $x=0$, $y=5$ ナル故ニ

$5=b$, $x=3$, $y=7$ ナル故ニ $7=3m+5$

$$\therefore m=\frac{2}{3}$$

$$\therefore y=mx+b \text{ ハ } y=\frac{2}{3}x+5$$

$$\therefore x=9 \text{ トセバ}$$

$$y=6+5=11$$

22. $x=1$ ヲ代入スレバ $a+b+c=3$ (1)

$x=3$ ヲ ” $9a+3b+c=37$ (2)

$x=5$ ヲ ” $25a+5b+c=111$ (3)

(1), (2), (3) ナル聯立方程式ヲ解キ

$a=5$, $b=-3$, $c=1$ ヲ得.

23. 答 3

24. $D=(ab+cd)^2-4(b^2+d^2)(a^2+c^2)$

$$=-3a^2b^2-3c^2d^2-6abcd-4a^2d^2-4b^2c^2+8abca$$

$$=-\{3(ab+cd)^2+4(ad-bc)^2\}\geq 0 \text{ ナルヲ要}$$

ス. 然ルニ括弧内ガ正數ナル故ニ

此式ノ値ハ正數ナル能ハズ. 即, 0

ナルヲ要ス.

25. $x^2-6x+7=0$, $2x^2+ix+15=0$

26. 解. $\frac{x-a}{b}+\frac{x-b}{a}=\frac{b}{x-a}+\frac{a}{x-b}$

$$\frac{(a+b)x-(a^2+b^2)}{ab} = \frac{(a+b)x-(a^2+b^2)}{(x-a)(x-b)}$$

$$\left\{ (a+b)x-(a^2+b^2) \right\} \left\{ \frac{1}{ab} - \frac{1}{(x-a)(x-b)} \right\} = 0$$

$$\therefore (a+b)x = a^2+b^2 \quad \therefore x = \frac{a^2+b^2}{a+b}$$

$$\text{又 } (x-a)(x-b) = ab \quad \therefore x^2 - (a+b)x = 0$$

$$\therefore x=0 \text{ 又ハ } x=(a+b)$$

$$\text{答 } x=0, \text{ 又ハ } x=a+b \text{ 又ハ } x = \frac{a^2+b^2}{a+b}$$

27. 解. $10000 + 10000(1+r) + 10000(1+r)^2$
 $+ 10000(1+r)^3 = 25000 + 25000(1+r)$
 $2r^3 + 8r^2 + 7r - 2 = 0$ 視察ニヨリ $r = -2$
 ハ一ツノ根ナルヲ知リ $r+2$ ニテ除シ
 $2r^2 + 4r - 1 = 0$ 答 二割二分強

IV

28. 解. $p+q = -\frac{b}{a}$ $pq = \frac{c}{a}$

$$p=2q+1 \text{ ナルタメニハ}$$

$$p+q=3q+1 \text{ ナルヲ要ス.}$$

$$\text{即, } -\frac{b}{a} = 3 \times \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + 1$$

$$a^2 - 2b^2 - ab + 9ac = 0$$

29. $x=2.720$ 又ハ 0.612

30. $x = \pm 4$

31. $x^2 - (a^3 + a^2 - 3ab - 2b)x + (a^2 - 2b)(a^3 - 3ab)$
 $= 0$

32. $ax^2 - bxy + cy^2$ ニ夫々與ヘラレタル x, y
 ノ値ヲ代入シテ
 $9a - 6b + 4c = 40, \quad a + b + c = -5$
 $4a - 10b + 25c = 8$ ヲ得. 之ヨリ $a=2,$
 $b=-5, c=-2$ ヲ得. 依テ所題ノ式ハ
 $2x^2 + 5xy - 2y^2$ トナリ之ニ $x=4, y=3$
 ヲ代入シ 74 ヲ得. 答 74

33. 解. $x^2+ax+bc=0$ ノ二根ヲ α, β
 $x^2+bx+ca=0$ ノ二根ヲ α, γ トセバ
 $\alpha^2+a\alpha+bc=0$
 $\alpha^2+b\alpha+ca=0$
 $\therefore (a-b)\alpha+c(b-a)=0$
 $\therefore a=c$ (共通根)
 $a=c$ ナル時ハ
 $x^2+ax+bc=c^2+ac+bc=c(a+b+c)=0$
 $\therefore a+b+c=0$ 即. $a+b=-c$
 $c\beta=bc \therefore \beta=b$
 又 $c\gamma=ca \therefore \gamma=a$
 即, 共通根ニアラザル根ハ b 及 a ナリ.
 b, a ガ $x^2+cx+ab=0$ ノ根ナルタメニハ $a+b=-c, ab=ab$ ナルヲ要ス,
 此關係アルコト明ナリ, 依テ a, b ハ $x^2+cx+ab=0$ ノ根ナリ.

$$34. x = \frac{11 \pm \sqrt{13}}{6}$$

35. 解. 乙線ノ銅線ノ半徑ヲ x 耗トシ,
 甲乙兩電線ノ長サヲ l 耗トセバ

$$\left\{ \frac{1}{10} (1.9^2\pi - 1.8^2\pi) l + 1.8^2\pi l \right\} \times \frac{90}{100}$$

$$= \frac{1}{10} \{ (x+1)^2\pi - x^2\pi \} l + x^2\pi l$$

$$\left\{ \frac{1}{10} (1.9^2 - 1.8^2) + 1.8^2 \right\} \frac{9}{10}$$

$$= \frac{1}{10} \{ (x+1)^2 - x^2 \} + x^2$$

$$10x^2 + 2x - 28.493 = 0$$

答 1.6 耗弱

第八篇

高次方程式及聯立二次方程式

P. 45, 例題

1. $x=1$ ト オケ バ $x^3-8x+7=0$ ト ナル

$$\therefore (x-1)(x^2+x-7)$$

2. $x=-1$ ト オケ バ $x^3-5x-4=0$

$$\therefore (x+1)(x^2-x-4)$$

3. $x=1$ ト オケ バ $2x^3-7x^2+7x-2=0$

$$\therefore (x-1)(2x^2-5x+2)$$

4. $x=2$ ト オケ バ $x^3+2x-12=0$

$$\therefore (x-2)(x^2+2x+6)$$

5. $x=-1$ ト オケ バ $-m+n=1$

$x=1$ ト オケ バ $m+n=-3$

之 ヲ リ $m=-2, n=-1$ ヲ 得.

P. 52, 例題

二方程式ノ左邊ノ G.C.M. ヲ 求メ
 $x-2$ ヲ 得.

$$2x^3-x-8x+4=(x-2)(2x^2+3x-2)=0$$

答 $x=2$, 又ハ $\frac{1 \pm 5}{4}$

$$3x^3-8x^2+3x+2=(x-2)(3x^2-2x-1)=0$$

答 $x=2$ 又ハ $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

第十三問題

1. $x(2x^2-10x+4)=0$

$x=0$, 又ハ $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

2. $x(x^2-4)=x^2-4$ $x=1$, 又ハ ± 2

3. $x^2=\frac{1}{3}$, $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. $(x^2-1)(x^2-36)=0$ $x=\pm 1$ 又ハ ± 6

5. $(x^2+2x)^2+6(x^2+2x)+9-11(x^2+2x)-5=0$

$$(x^2+2x)^2-5(x^2+2x)+4=0$$

$$(x^2+2x-1)(x^2+2x-4)=0$$

$$x=-1\pm\sqrt{2} \text{ 又ハ } -1\pm\sqrt{5}$$

6. x^2 を y 割リ

$$6\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-38=0$$

$$x+\frac{1}{x}=y, \quad x^2+\frac{1}{x^2}=y^2-2,$$

$$6y^2+5y-50=0 \quad y=\frac{5}{2} \text{ 又ハ } -\frac{10}{3}$$

$$x=2, \frac{1}{2} \text{ 又ハ } -3, -\frac{1}{3}$$

7. $x^9-1=0$ $(x^3)^3-1=0$

$$(x^3-1)(x^6+x^3+1)=0$$

$x^3-1=0$ ノ解法ハ既ニ知レリ,

$$x^6+x^3+1=0, \quad (x^3)^2+x^3+1=0$$

$$x^3=\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}, \quad x=\sqrt[3]{\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}}$$

尙此外ニ二根アルコトハ $x^3-1=0$

ノ場合ト同理ナリ, サレド之ハ複雑

ナル故ニ略ス.

8. $(2x-3)(4x^2+6x+9)=0$

$$x=\frac{3}{2}, \text{ 又ハ } \frac{1}{4}(-3\pm\sqrt{-27})$$

9. $(x^2+1)(x^4-x^2+1)=0,$

$$x=\pm\sqrt{-1} \text{ 又ハ } \pm\sqrt{\frac{1\pm\sqrt{-3}}{2}}$$

10. $(x^4-1)(x^8+x^4+1)=0 \quad x=\pm\sqrt{\pm 1}$

$$\text{又ハ } x=\pm\sqrt{\pm\sqrt{\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}}}$$

11. $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)=0, \quad x=1$

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0 \quad \text{ヲ } x^2 = \tau \text{ 割リ}$$

$$x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = y \quad \text{ト置キテ}$$

$$\text{答 } x = \frac{1}{4}(-1 + \sqrt{5}) \pm \frac{1}{4}\sqrt{(-10 - 2\sqrt{5})}$$

$$x = \frac{1}{4}(-1 - \sqrt{5}) \pm \frac{1}{4}\sqrt{(-10 + 2\sqrt{5})}$$

$$12. (x-1)(x^2-x-2)=0$$

$$x=1, \text{ 又ハ } 2 \text{ 又ハ } -1$$

$$13. (x-1)(2x^2-3x+4)=0$$

$$x=1, \text{ 又ハ } \frac{3 \pm \sqrt{-23}}{4}$$

$$14. \text{ 視察ニヨリ } x=a \text{ ヲ知ル, 依テ}$$

$$(x-a) \{x^2 + (a-3)x + a^2 - 3a + 2\} = 0$$

$$\therefore x=a, \text{ 又ハ } x = \frac{3-a \pm \sqrt{5a^2 - 18a + 7}}{2}$$

$$15. \text{ 二方程式ノ左邊ノ G.C.M. ハ } x-3$$

$$\therefore (x-3)(x^2-x-2)=0 \quad x=3, x=2 \text{ 又ハ } -1$$

$$(x-3)(x^2+x-2)=0 \quad x=3, x=-2 \text{ 又ハ } 1$$

P. 56, 例題

$$1. \begin{cases} x=7, \\ y=5, \end{cases} \begin{cases} x=-5 \\ y=-7 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x=5, \\ y=4, \end{cases} \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x=5, \\ y=4, \end{cases} \begin{cases} x=7 \\ y=8 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x=-1, \\ y=4, \end{cases} \begin{cases} x=-8 \\ y=-10 \end{cases}$$

$$5. m = -\frac{4}{3}, \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$$

P. 58, 例題

$$1. \begin{cases} x = \frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{6}), \\ y = \frac{1}{2}(\sqrt{2} - \sqrt{6}), \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(\sqrt{2} - \sqrt{6}), \\ y = \frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{6}), \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(-\sqrt{2} + \sqrt{6}), \\ y = \frac{1}{2}(-\sqrt{2} - \sqrt{6}), \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(-\sqrt{2} - \sqrt{6}) \\ y = \frac{1}{2}(-\sqrt{2} + \sqrt{6}) \end{cases}$$

2. $x^2 + xy + y^2 = 13, (x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = 91$

$$\therefore x^2 - xy + y^2 = 7$$

$$\begin{cases} x=3, & \begin{cases} x=1, \\ y=1, \end{cases} & \begin{cases} x=-1, \\ y=-3, \end{cases} & \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases} \end{cases}$$

3. $\begin{cases} x = \frac{11}{2}, & \begin{cases} x=5, \\ y=2, \end{cases} & \begin{cases} x=-5, \\ y=-2, \end{cases} & \begin{cases} x = -\frac{11}{2} \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases} \end{cases}$

4. $\frac{x^2 + 3xy}{y^2 + xy} = 9, x^2 + 3xy = 9y^2 + 9xy$

$$x^2 - 6xy - 9y^2 = 0, \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 6\frac{x}{y} - 9 = 0$$

$$\frac{x}{y} = 3 \pm 3\sqrt{2}, x = (3 \pm 3\sqrt{2})y$$

之ヲ代入シテ $y = \pm \sqrt{\frac{6}{4 \pm 3\sqrt{2}}}$ 又之

ヲ代入シテ $x = \pm 3(1 \pm \sqrt{2})\sqrt{\frac{6}{4 \pm \sqrt{2}}}$

之ヲ組合セテ答ヲ得

P. 60, 例題

1. $\begin{cases} x=3, \\ y=2, \end{cases} \begin{cases} x=-12 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x=2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$

2. $\begin{cases} x=3, \\ x=-1, \end{cases} \begin{cases} x=-7 \\ y=-11 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} m=-1 \\ n=1 \end{cases}$

第十四問題

$$1. \begin{cases} x=40, \\ y=60, \end{cases} \begin{cases} x=60 \\ y=40 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x=\frac{16}{3}, \\ y=\frac{5}{3}, \end{cases} \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x=7, \\ y=4, \end{cases} \begin{cases} x=4, \\ y=7, \end{cases} \begin{cases} x=-4 \\ y=-7 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x=5, \\ y=3, \end{cases} \begin{cases} x=-5, \\ y=-3, \end{cases} \begin{cases} x=4\sqrt{2}, \\ y=\sqrt{2}, \end{cases} \begin{cases} x=-4\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{解. } \frac{x(x+y)}{40} = \frac{y(x-y)}{6}$$

$$(3x-5y)(x-4y)=0$$

$$6. \begin{cases} x=5, \\ y=2, \end{cases} \begin{cases} x=-5, \\ y=2, \end{cases} \begin{cases} x=5, \\ y=-2, \end{cases} \begin{cases} x=-5 \\ y=-2 \end{cases}$$

7. 解. 等置法ニヨリ同次式ヲ作レバ

$$25x^2 + 25xy - 24y^2 = 0, \quad (5x-3y)(5x+8y)=0$$

$$\text{又ハ } 25\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 25\frac{x}{y} - 24 = 0 \quad \text{何レカ}$$

ノ方法ニヨリ x, y ノ比ヲ得.

$$\begin{cases} x=3, \\ y=5, \end{cases} \begin{cases} x=-3, \\ y=-5, \end{cases} \begin{cases} x=-8, \\ y=5, \end{cases} \begin{cases} x=8 \\ y=-5 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x=5, \\ y=3, \end{cases} \begin{cases} x=-1, \\ y=-3, \end{cases} \begin{cases} x=1, \\ y=3, \end{cases} \begin{cases} x=-5 \\ y=-3 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x=\frac{7}{5}, \\ y=\frac{12}{5}, \end{cases} \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\text{解. } x^2 - xy = 3 + 2x - 3y \quad (1)$$

$$3(x^2 - xy) - 7x + 5y = -2 \quad (2)$$

(1) ノ $x^2 - xy = 3 + 2x - 3y$ ヲ (2) ニ代入シ

$x = 11 - 4y$ ヲ得, 之ヲ (1) ニ代入ス.

$$10. \begin{cases} x = \frac{-5 \pm \sqrt{53}}{2}, \\ y = \frac{-15 \pm 3\sqrt{53}}{2}, \end{cases} \begin{cases} x = \frac{11 \mp \sqrt{233}}{4} \\ y = \frac{-11 \pm \sqrt{233}}{8} \end{cases}$$

11. $x^3 - 3x - 2 = 0$ ノ根ハ $x=2$ 又ハ $x=-1$
 $x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$ ノ根ハ $x=2$ 又ハ $x=1$

12. $k = -\frac{4}{3}, x=6, y=8$

13. $x=3, y=4, z=5$

又ハ $x=-3, y=-4, z=-5$

$$14. \begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 5 \\ z = \pm 7 \end{cases} \text{ 又ハ } \begin{cases} x = \pm 3i \\ y = \pm 5i \\ z = \pm 7i \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x=1, \\ y=2, \\ z=3, \end{cases} \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \\ z=-3 \end{cases} \quad 16. \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}$$

17. 商船 10 哩, 郵船 15 哩, 距離 150 哩

18. 甲 30 哩, 乙 20 哩, 距離 300 哩

解. 甲ノ毎時ノ速サヲ x 哩, 乙ハ y 哩トセヨ.

$$9y = 4x + 60 \quad (1), \quad \frac{9y}{x} = \frac{4x}{y} \quad (2)$$

ナル聯立方程式ヲ解ケバ可ナリ,
 而シテ距離ハ $9y + 4x$ ナリ.

19. 甲ハ 10 日, 乙ハ 15 日

20. 14 人, 40 錢 又ハ 8 人, 70 錢

21. 解. 横, 縦, 高サヲ夫々 x 尺, y 尺, z 尺トセバ

$$xy = 108, \quad xz = 120, \quad yz = 90$$

Ans. 12 尺, 9 尺, 10 尺.

22. 長サ 32 尺, 幅 24 尺, 高サ 10 尺

23. 5 尺 及 12 尺 24. 90 米 及 30 米

25. 4 及 2 26. 563

27. 解. 求ムル分數ヲ $\frac{x}{y}$ トスレバ

$$\frac{x+2}{y-2} = \frac{y}{x} \quad (1), \quad \frac{x-2}{y+2} = \frac{y}{x} - \frac{16}{15} \quad (2)$$

$$(1) \text{ ヲ } y \text{ 乘シテ } x^2 - y^2 + 2(x+y) = 0$$

$$\text{即, } (x+y)(x-y+2) = 0 \text{ ヲ得.}$$

$$y = x + 2 \text{ ヲ } (2) \text{ 代入シテ } x = 5, y = 7$$

ヲ得.

$$\text{答 } \frac{5}{7}$$

28. 432 人

29. 甲 65 圓, 乙 60 圓 又ハ 甲 87.5 圓,
乙 37.5 圓

P. 72, 例題

1. $x = -2$, 又ハ 1 2. $x = 2$ 又ハ $-\frac{1}{3}$
3. $x = 1.5$ 方程式ノ左邊ナル二次式
 $4x^2 - 12x + 9$ ノぐらふガ x 軸ト唯一
點ニテ出會フ故ニ等根ナリ.
4. 虚根. $2x^2 - 3x + 2$ ノぐらふガ x 軸ト

交ラズ, 即, x ガ實數ナル範圍ニ於
テハ此式ガ 0 トナルコトナシ.

P. 72, 例題

1. 半徑 4 ナル圓ト $x+y=2$ ナル直線
ノ交點ヲ求ムレバヨシ.
2. 半徑 6 ナル圓ト $x-y=1$ ナル直線
トノ交點ヲ求ムレバヨシ.

注意. 交點ガ方眼紙上ノ或目盛ノ上ニアラザ
ル時ハ視察ニヨリ近似値ヲ求ムベシ.

P. 74, 例題

1. 圓ト直線トノ交點ヲ求ムベシ.
2. 圓ト直線トノ交點ヲ求ムベシ.
3. $xy=1$ ガ表ハス双曲線ト, 直線トノ
交點ヲ求ムベシ.
4. 半徑 7 ナル圓ト $xy=12$ ナル双曲線

トノ交點ヲ求ムベシ。

P. 77, 例題

1. 二根ヲ a, na トセヨ。

$$a(n+1) = -\frac{b}{a} \quad \text{ト} \quad na^2 = \frac{c}{a}$$

ヨリ a ヲ消去ス。

2. $a+\beta = -\frac{b}{a}$ $a\beta = \frac{c}{a}$ ヨリ a ヲ消去ス。

$$\text{即, } a(a+\beta)+b=0 = a = \frac{c}{a\beta} \quad \text{ヲ代入シ}$$

$$\frac{c(a+\beta)}{a\beta} + b = 0, \quad \text{兩邊ヲ } c \text{ ニテ割リ}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} + \frac{b}{c} = 0$$

3. $x + \frac{1}{y} = 1, \quad y + \frac{1}{z} = 1$

第二ノ式ヨリ $y = 1 - \frac{1}{z}$ ヲ得、之ヲ

第一ノ式ニ代入シ y ヲ消去スレバ

$$z + \frac{1}{x} = 1 \quad \text{ヲ得。}$$

4. $x + \frac{1}{x} = l, \quad y + \frac{1}{y} = m, \quad z + \frac{1}{z} = n$ ヨリ

$$x = \frac{l \pm \sqrt{l^2 - 4}}{2}, \quad y = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 4}}{2},$$

$$z = \frac{n \pm \sqrt{n^2 - 4}}{2}$$

代入シテ

$$\frac{1}{8} (l \pm \sqrt{l^2 - 4}) (m \pm \sqrt{m^2 - 4}) (n \pm \sqrt{n^2 - 4}) = 1,$$

$$\therefore (l \pm \sqrt{l^2 - 4}) (m \pm \sqrt{m^2 - 4}) (n \pm \sqrt{n^2 - 4}) = 8$$

P. 79, 例題

1. 未定係數法ニヨリ係數ヲ比較シテ

$$m=3$$

2. 求ムル二次式ヲ ax^2+bx+c トシ,
 $x=2, 3, 4$ ヲ代入シ $4a+2b+c=-5,$
 $9a+3b+c=0, 16a+4b+c=9$ ナル三方
 程式ヨリ $a=2, b=-5, c=-3$ ヲ得.
 $\therefore 2x^2-5x-3$ ハ求ムル二次式ナリ.
3. $ax^2+bx+c=(Ax+B)^2$ トオキ係數ノ比
 較ニヨリ $b^2=4ac$ ヲ得.
4. $4x^4+4x^3+px^2-2x+q=(2x^2+mx+n)^2$ ト
 オキ $m=1, n=-1$ ヲ得.
 從テ $p=-3, q=1$ ヲ得.
5. $ax^3+3bx^2+3cx+d=(ax^2+2bx+c)(x+A)$
 $=ax^3+(2b+aA)x^2+(c+2bA)x+cA$
 $\therefore A=\frac{b}{a}, A=\frac{c}{b},$ 從テ $c=\frac{b^2}{a}$
 $\therefore ax^3+3bx^2+3cx+d$

$$=a\left(x^2+\frac{2b}{a}x+\frac{b^2}{a^2}\right)\left(x+\frac{b}{a}\right)$$

$$=a\left(x+\frac{b}{a}\right)^2\left(x+\frac{b}{a}\right)=a\left(x+\frac{b}{a}\right)^3$$

即, $ax^2+2bx+c$ ハ完全平方式ニシテ
 $ax^3+3bx^2+3cx+d$ ハ完全立方方式ナリ.

P. 81, 例題

1. $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-d)^2=0$ トナル
 $\therefore a=b=c=d$
2. $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=3ab+3bc+3ca$
 $\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$
 $\therefore 2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=0$
 $\therefore (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0 \therefore a=b=c$
3. $a^4+b^4-a^2b-ab^2$
 $=a^4+b^4-2a^2b^2-a^2b-ab^2+2a^2b^2$
 $=(a^2-b^2)^2-ab(a-b)^2=(a-b)^2\{a^2+(a+b)^2-ab\}$
 此式ガ負數トナラザルコトヲ證明

スルニハ

$(a+b)^2-ab > 0$ ナルヲ證スレバ可ナリ.

サテ, $ab < 0$ ナル時ハ $-ab > 0$

$\therefore (a+b)^2-ab > 0$

モシ $ab > 0$ ナラバ,

$(a+b)^2-ab = a^2+b^2+ab > 0$

$\therefore (a+b)^2-ab$ ハ常ニ正ナリ.

$\therefore (a-b)^2\{(a+b)^2-ab\} > 0, \therefore a=b$ ナル

場合ニハ 0 ナリ.

$$4. \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$$

$$\therefore xyz - yz - zx - xy = 0 \quad (1)$$

$$x+y+z=1 \quad \therefore x+y+z-1=0 \quad (2)$$

$$(1)+(2) \quad xyz - yz - zx - xy + x + y + z - 1 = 0$$

$$\therefore yz(x-1) - z(x-1) - y(x-1) + x-1 = 0$$

$$\therefore (x-1)(yz - z - y + 1) = 0$$

$$\therefore (x-1)(y-1)(z-1) = 0$$

$\therefore x=1$ 又ハ $y=1$, 又ハ $z=1$ ナル

ヲ要ス.

P. 85, 例題

$$1. x^2 - 8x + 22 = (x-4)^2 + 6$$

$(x-4)^2$ ハ x ガ如何ナル値ヲ取ルモ

正數又ハ 0 ナリ.

$\therefore (x-4)^2 + 6$ ハ 6 ヨリ小ナルコトナシ.

2. $x=1, 2, 3$ ヲ代入シテ a, b, c ノ値ヲ

決定シ $6x^2 - 20x + 18$ ヲ得.

今 $6x^2 - 20x + 18 = m$ トオケバ

$D = 100 + 6m \geq 0$ ヲ要ス. 即, $m \geq -\frac{50}{3}$

即, $6x^2 - 20x + 18$ ノ極小値ハ $-\frac{50}{3}$

ナリ.

$$3. \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 + 2x + 4} = m$$

$$(m-1)x^2 + 2(m+1)x + 4(m-1) = 0$$

$$D = (m+1)^2 - 4(m-1)^2 = (3m-1)(3-m) \geq 0$$

$$\therefore 3m-1 \geq 0 \text{ 且 } 3-m \geq 0$$

$$\text{又 } 3m-1 \leq 0, \text{ 且 } 3-m \leq 0$$

後ノ場合ハ存在スル能ハズ, 初ノ場

$$\text{合ヨリ } 3 \geq m \geq \frac{1}{3} \text{ ヲ得}$$

$$4. \quad m = \frac{x}{x^2 - 5x + 9}, \quad mx^2 - (5m+1)x + 9m = 0$$

$$D = (5m+1)^2 - 36m^2 = -11m^2 + 10m + 1 \geq 0$$

$$\text{即, } 11m^2 - 10m - 1 \leq 0$$

$$\text{即, } (11m+1)(m-1) \leq 0 \text{ ヲ要ス.}$$

$$\text{之ヨリ } 1 \geq m \geq -\frac{1}{11}$$

5. 直角ヲ夾ム二邊ヲ x, y トシ斜邊ヲ

$$\text{定數 } a \text{ トスレバ } x^2 + y^2 = a^2$$

$$\therefore y = \sqrt{a^2 - x^2}$$

面積ハ $\frac{xy}{2}$ ナル故ニ面積ノ極大

ハ xy ノ極大ト一致ス.

今, xy 即, $x\sqrt{a^2-x^2} = m$ トスレバ

$$x^2 - a^2x^2 + m^2 = 0, \quad x^2 = \frac{a^2 \pm \sqrt{a^4 - 4m^2}}{2}$$

而シテ m ガ極大ナル時即, $a^4 - 4m^2 = 0$

ナル時ハ

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}}, \text{ 之ヲ } y = \sqrt{a^2 - x^2} \text{ ニ代入シ}$$

$$y = \frac{a}{\sqrt{2}} \text{ ヲ得. 即, 二邊ガ相等シ.}$$

6. 解. p 割値上ゲスレバ

一枚ノ代價 $10(1+p)$

1日ノ發賣數 $n - \frac{1}{2}pn$

$$\therefore 10(1+p) \left(n - \frac{1}{2}pn \right) \text{ ガ極大ナル}$$

ベキ p を求ムレバ可ナリ.

$$\text{即, } 10\left(1+p\right)\left(n-\frac{1}{2}pn\right)=m \quad \text{トセバ}$$

$$5np^2-5np+m-10n=0$$

p = 關スル二次方程式ノ根ノ判別

式ガ 0 ナル場合ノ $p=0.5$

答 15 錢

試力問題 (第八篇雜題)

I

1. 答 $a=\frac{5}{2}, \quad b=-\frac{21}{2}$

2. $\frac{x^3+y^3}{xy}=12$ (1), $\frac{x+y}{xy}=\frac{1}{3}$ (2)

(1)÷(2) $x^2-xy+y^2=36$ (3)

(2) ヲリ $x^2+y^2=\frac{1}{9}x^2y^2-2xy$ (4)

(4) ヲ (3) = 代入シ

$$x^2y^2-27xy-324=0 \quad (5)$$

$$xy=36 \quad \text{又ハ} \quad -9$$

$$xy=36 \quad \text{トセバ} \quad x+y=12$$

$$\therefore x=y=6$$

$$xy=-9 \quad \text{トセバ} \quad x+y=-3$$

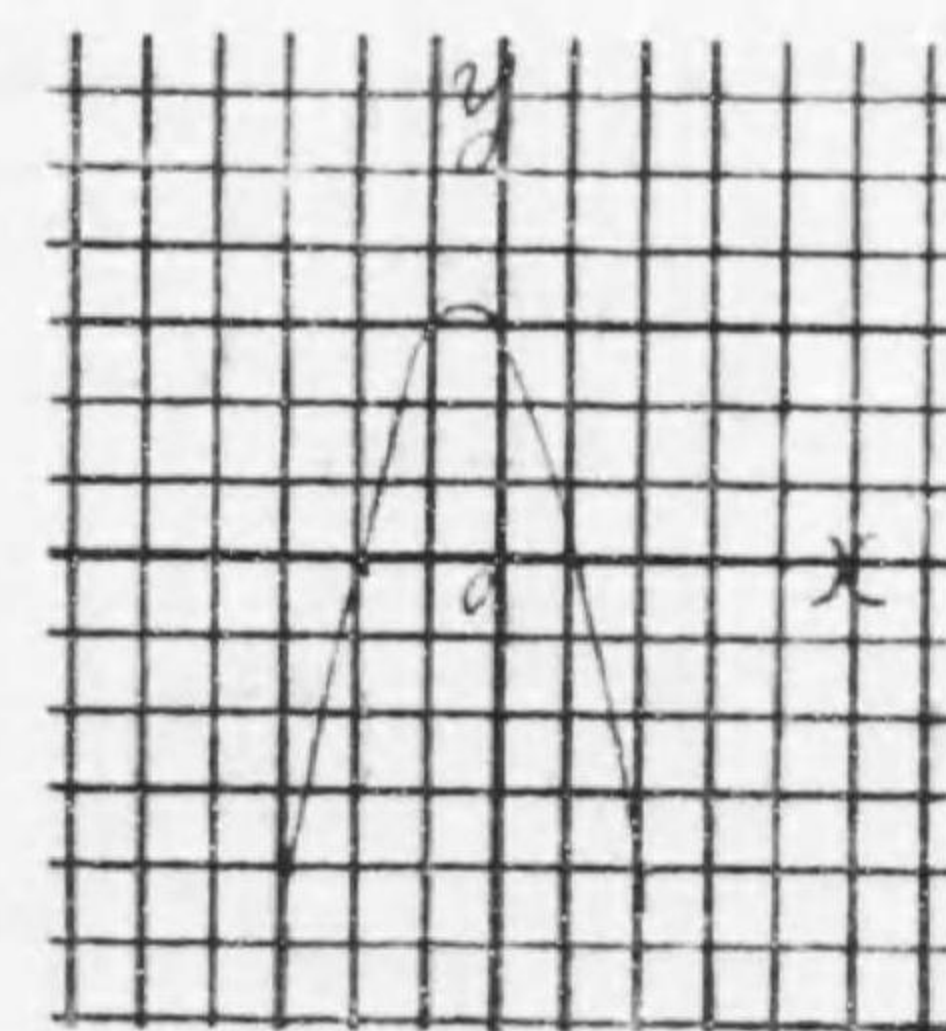
$$\therefore x=\frac{-3+\sqrt{15}}{2}, \quad y=\frac{-3-\sqrt{15}}{2}$$

3. $x=1$, 又ハ 2

又ハ $\frac{1}{2}$

4. $y=2-x-x^2$ ト

オケバ



x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	2
y	-4	0	2	$2\frac{1}{4}$	2	0	-4

$$5. \quad y^2 + 5xy + mx^2 + x + y - 2$$

$$= (y+ax+2)(y+bx-1)$$

a, b ヲ未定係數トシ, 兩邊ノ係數ヲ比較シ, $a=3, b=2$, 從テ $m=6$.

答 $m=6$

$$6. \quad 3p^2 = 16q$$

II

$$7. \quad 180 = u + 5a, \quad 180^2 = u^2 + 1000a$$

$$\text{答} \quad \begin{cases} a=0 \\ u=180 \end{cases} \quad \text{又ハ} \quad \begin{cases} a=32 \\ u=20 \end{cases}$$

$$8. \quad \left(\frac{2x}{x+y}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{x+y}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} = 2 \quad (1)$$

$$xy - x - y = 24 \quad (2)$$

$$\frac{2x}{x+y} + \frac{x+y}{2x} + 2 = 4, \quad \text{之ヲ簡單ニシテ}$$

$$(x-y)^2 = 0 \quad \therefore x=y$$

之ヲ(2)ニ代入シ, $x=6$ 又ハ -4

答 $x=y=6$ 又ハ $x=y=-4$

9. $y=2x^2+19x+16$ ノぐらふガ x 軸ト交ル時ハ $2x^2+19x+16=0$ ナル時ナリ即, $2x^2+19x+16=0$ ノ二根ハ op 及 oq ナリ. 故ニ $op \cdot oq$ ハ二根ノ積ナル故ニ $= \frac{16}{2}$ 即, $8 =$ 等シ.

$$10. \quad x^4 - x^2 + 5p - p^2 - 6 = 0$$

$$\therefore x^2 = p - 2, \quad \text{又ハ} \quad 3 - p$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{p-2} \quad \text{又ハ} \quad x = \pm\sqrt{3-p}$$

答 $3 > p > 2$

$$11. \quad \frac{a+b}{\sqrt{ab}} + \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} - 3$$

$$= \frac{(a+b)^2 + 2ab - 3(a+b)\sqrt{ab}}{(a+b)\sqrt{ab}} > 0 \quad \text{ヲ證ス}$$

$\nu = \text{ハ}$

$(a+b)^2 + 2ab - 3(a+b)\sqrt{ab} > 0$ ヲ證スレ
バ可ナリ.

$$\begin{aligned} & (a+b)^2 + 2ab - 3(a+b)\sqrt{ab} \\ &= (a+b)^2 - 4(a+b)\sqrt{ab} + 4ab + (a+b)\sqrt{ab} - 2ab \\ &= \{(a+b) - 2\sqrt{ab}\}^2 + \sqrt{ab}(a+b - 2\sqrt{ab}) \\ &= (a+b - 2\sqrt{ab})^2 + \sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 > 0 \end{aligned}$$

12. 一邊ヲ x 尺トスレバ他ハ $(x+5)$ 尺

$$\sqrt{x^2 + (x+5)^2} + x + (x+5) = 60$$

答 15 尺, 20 尺, 25 尺

III

13. 第一ノ方程式ヨリ

$$x+y=9 \text{ 又ハ } x+y=1 \text{ ヲ得.}$$

$x+y=9$ ハ無縁根ナル故ニ之ヲ捨テ

$x+y=1$ ヲ第二ノ方程式ニ代入シテ

解クニ當リ兩邊ヲ 2 乗スルニヨリ
無縁根ガ入り來ルコトナリ, 結局
コノ方程式ハ根ヲ有セズ.

14. $lx+my+n=0$ ト $\frac{lx}{a^2} + \frac{my}{b^2} = 0$ ヲヨリ x, y
ノ値ヲ求メ

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1 \text{ ニ代入スレバ可ナリ.}$$

15. 答 4 ト 1

$$16. 2x^4 + 1 - (2x^3 + x^2) = (x^2 - 1)^2 + (x^2 - x)^2 > 0$$

$$17. x^2 + y^2 = 6x - 8y \text{ ヲ } x^2 - 6x + y^2 + 8y = 0 \text{ (1)}$$

$$\text{及 } y^2 + 8y + x^2 - 6x = 0 \text{ (2) ト書キ直シ}$$

各ノ判別式ヲ正ナラシムル條件ヨ

リシテ

$$\begin{cases} x \text{ ノ極大値 } 8, & \begin{cases} y \text{ ノ極大値 } 1 \\ y \text{ ノ極小値 } -9 \end{cases} \\ x \text{ ノ極小値 } -2, & \end{cases}$$

ヲ得.

18. 毎時ノ速サヲ A ハ x 哩, B ハ y 哩 ト
セバ

$$3y + 2\frac{11}{12}x = 385 \quad (1)$$

$$\frac{3y-x}{x} = \frac{2\frac{11}{12}x}{y} \quad (2)$$

(2) ヨリ $\frac{y}{x} = \frac{7}{6}$ ヲ得、之ヲ (1) = 代

入シテ答ヲ得.

答 A 號 60 哩, B 號 70 哩

IV

19. Ans. $\begin{cases} x=9 \\ y=-3 \end{cases}$ 又ハ $\begin{cases} x=\frac{9}{5} \\ y=\frac{3}{5} \end{cases}$

20. $x=-y, y=-z, z=-x$ ト置ケバ所
題ノ式ハ其都度 0 トナル,
 $\therefore x+y, y+z, z+x$ ナル因數ヲ有

シ、而シテ是等ノ因數ノ間ニ公約數
ナキ故ニ所題ノ式ハ $(x+y)(y+z)(z+x)$
ナル因數ヲ有ス.

21. $xy=z, yz=x, xz=y$

Ans. $x=y=z=0$ 又ハ $x=y=z=1$

又ハ $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ z=-1 \end{cases}$ 又ハ $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$ 又ハ $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \\ z=1 \end{cases}$

22. $x^3+y^3+z^3=c^3$ (1), $x^2+y^2+z^2=c^2$ (2),

$x+y+z=c$ (3)

$(3)^2 - (2)$ $xy+yz+zx=0$ (4)

次ニ $x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

ヲ利用スレバ

$c^3-3xyz=c(c^2-xy-yz-zx)$

$3xyz=0 \therefore x=0$ 又ハ $y=0$ 又ハ $z=0$

Ans. $x=y=0, z=c$ 又 $x=z=0, y=c$

又 $y=z=0, x=c$

23. 兩邊ヲ計算シ左邊ニ移シテ簡單ニ
スレバ

$$(np-mq)^2 + (p-m)^2 + (q-n)^2 = 0$$

$\therefore p=m, q=n$ ナルヲ要ス.

24. $(x+2)(x-4)(x+3)(x-5)=44$

$$(x^2-2x-8)(x^2-2x-15)=44$$

$$(x^2-2x)^2 - 23(x^2-2x) + 76 = 0$$

$$x^2-2x=19 \text{ 又 } 4$$

$$x=1 \pm \sqrt{20} \text{ 又 } 1 \pm \sqrt{5}$$

V

25. 實數ノ平方ノ和ガ0トナルタメニ

ハ各ガ0ナルヲ要ス.

$$\therefore 3x+5y-2=0, 2x-3y-1=0 \text{ ナル}$$

聯立方程式ヲ解キ

$$x = \frac{11}{19}, y = \frac{1}{19}$$

26. $(x-2)(x-5)(x-7)=8.5.3$

視察ニヨリ $x=10$

次ニ $x=2 \pm \sqrt{-15}$ ヲ得.

$$27. \frac{xy}{x+y} = a \quad \exists \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{a} \quad (1)$$

$$\frac{yz}{y+z} = b \quad \exists \quad \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{b} \quad (2)$$

$$\frac{zx}{z+x} = c \quad \exists \quad \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{1}{c} \quad (3)$$

$$\therefore (1)+(2)-(3) \quad y = \frac{abc}{bc+ca-ab}$$

$$\text{同様ニ} \quad z = \frac{abc}{ca+ab-bc}$$

$$x = \frac{abc}{ab+bc-ca}$$

28. $x^3 + px^2 + qx + r = (ax^2 + bx + c)(mx + n)$

未定係數ノ比較 = ヲ ヲ

$$am=1, \quad bm+an=p, \quad cm+bn=q, \quad nc=r$$

$$\text{之 } \text{ヲ } \text{ ヲ } r = \frac{(ap-b)c}{a^2}, \quad r = \frac{(aq-c)c}{ab}$$

$$\therefore \frac{aq-c}{b} = \frac{ar}{c}$$

$$\therefore \frac{ap-b}{a} = \frac{aq-c}{b} = \frac{ar}{c}$$

29. $x^3+y^3-3xy=27$ (1) $x+y=3$ (2)

$$(2)^3 - (1) \quad 3xy(x+y+1)=0$$

$$x+y=3 \text{ ナル故 } = x+y+1 \neq 1$$

$$\therefore x=0 \text{ 又ハ } y=0$$

$$\text{Ans. } x=0, y=3 \text{ 又ハ } x=3, y=0$$

30. 直角ヲ夾ム二邊ヲ x^R, y^R 斜邊ヲ z^R

トセバ

$$x+y+z=30 \quad (1) \quad xy=60 \quad (2)$$

$$x^2+y^2=z^2 \quad (3)$$

$$(3)+(1) \times 2 \quad (x+y)^2 = z^2 + 120$$

$$(1) \text{ ヲ } \text{ ヲ } \quad (x+y)^2 = (30-z)^2$$

$$\therefore z^2 + 120 = (30-z)^2$$

Ans. 斜邊 13 尺, 他ノ二邊ハ 5 尺 及
12 尺

31. Ans. $x=y=0$ 又ハ $x=y=\frac{5}{4}$

$$\text{又ハ } x = -\frac{5}{3}, y = \frac{2}{3}$$

32. $x^2-2x-3=y$ トオケバ

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

之ニヨリぐらふヲ作リ $3 > x > -1$

ヲ得

33. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} > \sqrt[3]{\frac{x}{a} \times \frac{y}{b} \times \frac{z}{c}}$

$$\frac{\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}}{3} > \sqrt[3]{\frac{a}{x} \times \frac{b}{y} \times \frac{c}{z}}$$

$$\therefore \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c}\right) \left(\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z}\right) > 9$$

$$34. \quad x+y+z=a, \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{a}$$

$$\therefore (x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) - 1 = 0$$

$x = -y$ トオケバ 左邊 = 0 トナル

$$\therefore (x+y)(y+z)(z+x) = 0$$

$x+y+z=a$ ナル故ニ

$$x+y=0 \quad \text{ナレバ} \quad z=a$$

$$y+z=0 \quad \text{ナレバ} \quad x=a$$

$$x+z=0 \quad \text{ナレバ} \quad y=a$$

$$35. \quad x^2 + x = \frac{1}{3} \quad \therefore \quad x^2 = \frac{1}{3} - x$$

$$\therefore \quad 6\left(\frac{1}{3} - x\right)^2 + 15\left(\frac{1}{3} - x\right)x + 10x^2$$

$$= \frac{2}{3} + x^2 + x = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

第九篇

比例

第一章 比

131 節. 比ノ讀ミ方ニハ本書ニ示セル

四通リノ讀方アルコトヲ知ラシメ,
 $a:b$ ヲ a ニ對スル b ノ比ナド云フハ
 誤リナルコトヲ知ラシムベシ.

比ノ意味及比ノ値ニツキ, 本文ニ記
 セル文句ハ意味深長ナルモノニシ
 テ著者ハ之ヨリ, ヤヤモスレバ不徹
 底ニ終ラントスル比ノ意義及比ノ
 値ヲ充分ニ理解セシムルコトヲ期
 シタリ. 即, a ノ b ニ對スル比トハ a
 ハ b ノ幾倍ナルカト云フ意味ニ於
 ケル二數 a, b ノ關係ニシテ, 其關係

ヲ示ス數ヲ比ノ値ト云フ。ト記シタルハ用意周到ナル記シ方ナリ。P. 92ニ記セル(1), (2)ハ比ノ意義ヨリ來ル當然ノ結果ナレド、往々之ヲ誤ルコトアル故ニ之ヲ徹底セシメントメニ設問ヲ掲ゲタリ。

6圓:2, 8圓:3人 等ハ意味ナシ。

7圓:90錢ハコノマヽニテ意味明瞭ナリ。但、之ヲ不名數ニテ記ス場合ニハ7:0.9 又ハ700:90ト記スヲ要ス。又比ノ値ヲ求ムル場合ニ7圓:0.9圓, 700錢:90錢 又ハ7:0.9, 700:90トナスヲ要ス。

15瓦:4貫ハ15瓦:15瓦=1。

8圓:2圓ノ比ノ値ハ4ナリ。(4圓ニアラス)

133節. 比ノ性質(1)ハ比ノ基本ノ性質ニシテ極メテ重要ナリ。同時ニ(2)ノ性質即、比ノ兩項ニ同一ノ數ヲ加フルモ比ノ値ハ變ラヌ様ニ誤信スルモノナキ様、充分ニ注意スルヲ要ス。

135節. 複比ノ定義ハ本書ノ如ク下スラ正當トス。即、「衆多ノ比ノ前項ノ積ヲ前項トシ後項ノ積ヲ後項トスル比ヲ、ソレ等ノ衆多ノ比ノ複比ト云フ」ト云フ定義ハ $a:x, b:y, c:z$ ノ複比 $abc:xyz$ ニハヨク當テハマルト雖、 $a:b, b:c, c:d$ ノ複比 $a:d$ ノ場合ニハ穩ナラズ。依テ本書ノ如ク定義スレバ兩者何レニモ當テハマル。

第十五問題

$$24. \quad x^2 + xy - 2y^2 = 0, \quad (x-y)(x+2y) = 0$$

$$\therefore x=y \text{ 又 } x=-2y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = 1 \text{ 又 } \frac{x}{y} = -2$$

$$\text{又 } \left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} - 2 = 0, \quad \frac{x}{y} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = 1 \text{ 又 } \frac{x}{y} = -2$$

$$30. \quad x:30 \text{ ノ 反比 } \wedge 30:x \quad \therefore \frac{30}{x} = \frac{2}{10}$$

$$\therefore x=150$$

第二章 比例

第十六問題

$$7. \quad \frac{1+x}{661+x} = \frac{2}{3}, \quad x=1319 \quad \text{Ans.} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{皇紀 1980年} \\ \text{西紀 1320年} \end{array} \right.$$

$$8. \quad (一) \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ノ 兩邊 } = \frac{2}{3} \text{ ヲ カケレ}$$

バヨシ.

$$(二) \quad \frac{2a}{3b} + 1 = \frac{2c}{3d} + 1 \quad \therefore \frac{2a+3b}{3b} = \frac{2c+3d}{3d}$$

$$\therefore \frac{2a+3b}{b} = \frac{2c+3d}{d} \quad \therefore \frac{2a+3b}{4b} = \frac{2c+3d}{4d}$$

(三) ハ (二) ヨリ 類推シ得.

(四) (二) ト (三) トニ 於テ 邊々 相除
スレバヨシ.

$$(五) \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$$

$$\therefore \frac{a^2+b^2}{b^2} = \frac{c^2+d^2}{d^2}, \quad \frac{a^2-b^2}{b^2} = \frac{c^2-d^2}{d^2}$$

$$\therefore \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{c^2+d^2}{c^2-d^2}$$

$$(六) \quad \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} \quad \therefore \frac{a^2}{3b^2} = \frac{c^2}{3d^2}$$

$$\therefore \frac{a^2+3b^2}{3b^2} = \frac{c^2+3d^2}{3d^2} \quad \therefore \frac{a^2+3b^2}{b^2} = \frac{c^2+3d^2}{d^2}$$

$$\text{同様} = \frac{4a^2-5b^2}{b^2} = \frac{4c^2-5d^2}{d^2}$$

$$\therefore \text{邊々相除シ } \frac{a^2+3b^2}{4a^2-5b^2} = \frac{c^2+3d^2}{4c^2-5d^2}$$

$$(七) a:b=c:d \quad \therefore a+b:b=c+d:d$$

$$\therefore a+b:c+d=b:d$$

$$\therefore a+b:a+b+c+d=b:b+d$$

$$\therefore b:b+d=a+b:a+b+c+d$$

$$(八) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \therefore \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = r$$

$$r = \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} \quad r = \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\therefore r^2 = \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2}{d^2} = \frac{2a^2}{2c^2} = \frac{5b^2}{5d^2} = \frac{2a^2-5b^2}{2c^2-5d^2}$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{(2a^2-5b^2)}}{\sqrt{(2c^2-5d^2)}}$$

$$\therefore \frac{a+b}{c+d} = \frac{\sqrt{(2a^2-5b^2)}}{\sqrt{(2c^2-5d^2)}}$$

$$9. \frac{a+b}{b+c} = \frac{b+c}{c+a} = \frac{a-c}{b-a}$$

$$10. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} \quad \therefore \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2}{d^2} = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$$

$$\therefore a^2(c^2+d^2) = c^2(a^2+b^2)$$

$$11. r = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \quad \therefore r^2 = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{e^2}{f^2}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{a^2+c^2+e^2}{b^2+d^2+f^2}}$$

$$r^2 = \frac{ae}{bd} = \frac{ce}{df} = \frac{ea}{fb} = \frac{ae+ce+ea}{bd+df+fb}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{ae+ce+ea}{bd+df+fb}}$$

$$r^2 = \frac{a^2}{b^2} = \frac{ce}{df} = \frac{a^2+ce}{b^2+df} \quad \therefore r = \sqrt{\frac{a^2+ce}{b^2+df}}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{a^2+c^2+e^2}{b^2+d^2+f^2}} = \sqrt{\frac{ae+ce+ea}{bd+df+fb}} = \sqrt{\frac{a^2+ce}{b^2+df}}$$

$$12. \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

$$\therefore \frac{ae}{bf} = \frac{2a^2}{2b^2} = \frac{3c^2}{3d^2} = \frac{5e^2}{5f^2} = \frac{2a^2+3c^2-5e^2}{2b^2+3d^2-5f^2}$$

$$13. (a^2+c^2)(b^2+d^2)=(ab+cd)(ab+cd)$$

$$\therefore (bc-ad)^2=0 \quad \therefore bc=ad$$

$$\therefore a:b=c:d$$

$$14. \text{Ans. } x=\sqrt[3]{a^2b}, \quad y=\sqrt[3]{ab^2}$$

$$15. ax+by:bx+ay=cx+dy:dx+cy$$

内項ノ積 = 外項ノ積ト置キ

$$\frac{x}{y}=1 \quad \text{ヲ得.}$$

$$16. z \text{ ヲ 消去シテ } x:y \text{ ヲ 求メ, 次 } x \text{ ヲ}$$

消去シテ $y:z$ ヲ 求メ

$$x:y:z=a_2c_1-b_1c_2:a_1c_2-a_2c_1:a_2b_1-a_1b_2$$

$$17. a^2x:b^2y=ax^2:by^2 \exists \text{ ヲ } x:y=a:b$$

$$b^2y:c^2z=by^2:cz^2 \exists \text{ ヲ } y:z=b:c$$

$$\therefore x:y:z=a:b:c$$

$$18. \frac{b+c-a}{x} = \frac{c+a-b}{y} = \frac{a+b-c}{z}$$

$$\therefore \frac{(b-c)(b+c-a)}{(b-c)x} = \frac{(c-a)(c+a-b)}{(c-a)y}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b-c)}{(a-b)z} = r$$

$$\begin{aligned} \therefore r\{(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z\} \\ = (b-c)(b+c-a) + (c-a)(c+a-b) + (a-b)(a+b-c) \end{aligned}$$

コノ右邊ハ0トナル

$$\therefore r\{(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z\}=0$$

$$r \neq 0$$

$$\therefore (b-c)x+(c-a)y+(a-b)z=0$$

$$19. \frac{a}{a_1} > \frac{b}{b_1} > \frac{c}{c_1} = \text{シテ } \frac{a}{a_1} = g, \quad \frac{c}{c_1} = l \text{ トセヨ}$$

$$a = gu_1, \quad b < gb_1, \quad c < gc_1$$

$$\therefore a+b+c < g(a_1+b_1+c_1) \quad \therefore \frac{a+b+c}{a_1+b_1+c_1} < g$$

$$\text{又 } a > la_1, \quad b > lb_1, \quad c = lc_1$$

$$\therefore a+b+c > l(a_1+b_1+c_1) \quad \therefore \frac{a+b+c}{a_1+b_1+c_1} > l$$

$$\frac{a}{a_1} > \frac{a+b+c}{a_1+b_1+c_1} > \frac{c}{c_1}$$

$$20. \frac{l}{x} = \frac{x}{y} \quad \therefore x^2 = ly \quad \therefore x = \sqrt{ly}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{ly}}{y} = \sqrt{\frac{ly}{y^2}} = \sqrt{\frac{l}{y}}$$

$$21. \frac{x}{y} = \frac{5}{2}, \quad x+y=70 \quad \text{Ans. 父 50 歳, 子 20 歳}$$

$$22. \text{Ans. 甲 63 圓, 乙 42 圓}$$

第十七問題

$$1. x^2 - xy - 6y^2 = 0 \quad (x-3y)(x+2y) = 0$$

$$\therefore x=3y \quad (1) \quad \text{又} \quad x=-2y \quad (2)$$

(1) = 於テハ 3 ガ 常數, (2) = 於テハ
-2 ガ 常數

$\therefore x$ ハ y = 比例ス.

$$2. 2x^2y^2 - 5xy + 3 = 0 \quad (2xy-3)(xy-1) = 0$$

$$\therefore xy = \frac{3}{2} \quad (1), \quad \text{又} \quad xy = 1 \quad (2)$$

(1) = 於テハ $\frac{3}{2}$ ハ 常數, (2) = 於テ

ハ 1 の 常數

$\therefore x, y$ ハ 互ニ 反比例ス.

$$3. \text{Ans. 4 間 3 尺}$$

$$4. \text{Ans. (1) 正時 ヲ ヲ 8.325 分 進ム.}$$

(2) 進ム 時計ノ 午前 九時ニハ 正
時ハ 約 午前 8 時 51.7 分

$$5. 1^2:226^2=3.1416, \quad x=160,460.3616 \text{ (坪)}$$

$$6. \text{Ans. 4 間} \quad 7. \text{Ans. 22 日} \quad 8. \text{Ans. 5 寸}$$

$$9. \text{氣壓ヲ } p, \text{ 體積ヲ } v \text{ ト セバ } pv=r$$

$$15 \times 14 = r \quad \therefore pv = 210$$

$$p=10 \quad \therefore 10v=210 \quad \therefore v=21 \text{ (立方尺)}$$

$$10. \text{Ans. 1.25 平方尺}$$

$$11. \text{光ノ 強サヲ } a, \text{ 距離ヲ } d \text{ ト スレバ}$$

$$a = r \frac{1}{d^2}, \quad 1 = r \times \frac{1}{6^2}, \quad \therefore r = 36$$

$$\frac{1}{2} = 36 \times \frac{1}{d^2} \quad \therefore d = 6\sqrt{2} \text{ (尺)}$$

第十八問題

1. $a = k \frac{b}{c}$ 2. Ans. 16人 3. Ans. 10尺
4. $a = kb, b = rc \quad \therefore a = krc$
 $\therefore a \propto c = \text{比例ス.}$
5. $a = kb, b = r \frac{1}{c} \quad \therefore a = kr \frac{1}{c}$
 $\therefore a \propto c = \text{反比例ス.}$
6. $ab = k, bc = r \quad \therefore a = \frac{k}{r} c$
 $\therefore a \propto c = \text{比例ス.}$
7. Ans. 20頭 8. Ans. 8寸1分
9. Ans. 280人
10. $v = kr^2h, 628.32 = k5^2 \times 8, k = \frac{78.54}{25}$
 $v = \frac{78.54}{25} \times 8^2 \times 5 = 1005.312$
 Ans. 1005.312 立方寸

第十九問題

11. Ans. 50.4圓
1. $\frac{3}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 18 : 15 : 10$
 $\therefore 559 \times \frac{18}{43} = 234, 559 \times \frac{15}{43} = 195,$
 $559 \times \frac{10}{43} = 130$
 Ans. 234圓, 195圓, 130圓
2. Ans. 5萬圓
3. 甲 150圓, 乙 135圓, 丙 90圓
4. Ans. 甲 816圓, 乙 1360圓, 丙 680圓
5. Ans. P $\propto S \times \frac{ac}{ac+bd}, Q \propto S \times \frac{bd}{ac+bd}$
6. Ans. 甲 32000圓, 乙 24000圓,
 丙 18000圓, 丁 13500圓
7. 甲, 乙, 丙圓ノ半徑ヲ夫々 r, r', r'' ト
 スレバ

$$S \times \frac{a^2 c^2}{a^2 c^2 + b^2 c^2 + b^2 d^2} = \pi r^2$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{S a^2 c^2}{\pi(a^2 c^2 + b^2 c^2 + b^2 d^2)}}$$

$$\text{同様} = r' = \sqrt{\frac{S b^2 c^2}{\pi(a^2 c^2 + b^2 c^2 + b^2 d^2)}}$$

$$r'' = \sqrt{\frac{S b^2 d^2}{\pi(a^2 c^2 + b^2 c^2 + b^2 d^2)}}$$

8. 直角ヲ夾ム二邊ノ G.C.M. ヲ x トセ

バ三邊ハ夫々 $ax, bx, x\sqrt{a^2+b^2}$

$$\therefore x(a+b+\sqrt{a^2+b^2})=l \quad \therefore x = \frac{l}{a+b+\sqrt{a+b}}$$

\therefore 三邊ハ夫々

$$\frac{al}{a+b+\sqrt{a+b}} \quad \frac{bl}{a+b+\sqrt{a+b}}$$

$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}l}{a+b+\sqrt{a+b}}$$

9. 各1人ニテ仕上グルニ要スル日數

ヲ甲 x , 乙 y , 丙 z トセバ

$$x=1.5y, \quad \frac{1}{\frac{1}{y} + \frac{1}{z}} = \frac{1}{4}x, \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6}$$

Ans. 甲 30日, 乙 20日, 丙 12日

10. 分子ノ G.C.M. ヲ m , 分母ノ G.C.M.

ヲ n トセバ

$$\text{ニツノ分數ハ} \quad \frac{4m}{9n}, \quad \frac{3m}{5n}$$

$$\therefore \frac{4m}{9n} + \frac{3m}{5n} = \frac{188}{225} \quad \text{即,} \quad \frac{47m}{45n} = \frac{188}{225}$$

$$\therefore 45n=225 \quad n=5, \quad 47m=188, \quad m=4$$

$$\text{Ans.} \quad \frac{16}{45}, \quad \frac{12}{25}$$

11. 人數ヲ m , 月數ヲ n , 家賃ヲ k 圓, 1人

1ヶ月ノ衣食費ヲ y 圓, 家族ノ全生

活費ヲ x 圓トセバ $x=n(my+k)$

$$\text{今 } m=4, n=3, x=165 \quad \therefore 165=3(4y+k)$$

$$\text{又 } m=5, n=2, x=130 \quad \therefore 130=2(5y+k)$$

此二方程式ヨリ $y=10, k=15$

$$\therefore \text{次ノ方程式ハ答ナリ } x=n(10m+15)$$

12. 家族6人, 4ヶ月ノ生活費ハ

$$x=4(10 \times 6+15)=300 \quad \text{Ans. 300圓}$$

第二十問題

1. Ans. 6.2錢 2. Ans. 3:2

3. Ans. 6斗 4. Ans. 40斤及110斤

5. Ans. 龜6頭, 鶴2羽

6. Ans. 晴天8日, 雨天3日

注意. 前題ノ鶴龜算及本題ノ混合法ニヨリ
解ヲ得.

7. Ans. $2\frac{1}{6}$ 匁 8. Ans. $7\frac{1}{4}$ 斤

9. Ans. 米6石, 麥4石

10. Ans. 82.6錢 11. 上1圓, 下0.8圓

試力問題 (第九篇雜題)

I

1. 合體セル球ノ半徑ヲ x トセバ

$$\frac{4}{3}\pi r^3 n = \frac{4}{3}\pi x^3 \quad \therefore x = \sqrt[3]{n} \cdot r$$

小球ノ表面積ノ和ハ $4\pi r^2 \cdot n$

合體球ノ表面積ハ $4\pi(\sqrt[3]{n} \cdot r)^2$

\therefore 求ムル比ハ

$$4\pi r^2 \cdot n : 4\pi \sqrt[3]{n} \cdot r^2 = n : \sqrt[3]{n}^2$$

2. 1燭光ノ燭火ヨリ1.5米ノ距離ノ照

度ハ $\frac{1}{1.5^2}$

x 燭光ノ電燈ヨリ7.3米ノ距離ノ照

度ハ $\frac{x}{7.3^2}$

$$\therefore \frac{1}{1.5^2} = \frac{x}{7.3^2} \quad \therefore x = 23.68 \text{ 餘}$$

Ans. 23.7 燭光

3. a 匁ノ液體ヲ x 升, b 匁ノ液體ヲ y 升

$$\text{トセバ } ax + by = c(x + y)$$

$$\therefore (a - c)x = (c - b)y \quad \therefore \frac{x}{y} = \frac{c - b}{a - c}$$

4. $3 \cdot 3^2 xy^{(\text{平方尺})} = 6^2 z^{(\text{平方尺})} \quad \therefore z = \frac{121}{400} xy$

$$\text{又, } x = \frac{400}{121} \times \frac{z}{y}$$

即, x ハ z ニ比例シ y ニ反比例ス.

$$5. \frac{bz - cy}{b - c} = \frac{cx - az}{c - a} = \frac{abs - acy}{ab - ac} = \frac{bcx - abz}{bc - ab}$$

$$= \frac{bcx - acy}{bc - ac} = \frac{bx - ay}{b - a} = \frac{ay - bx}{a - b}$$

II

$$6. \frac{x}{b + c - a} = \frac{y}{c + a - b} = \frac{z}{a + b - c}$$

$$\therefore \frac{(b - c)x}{(b - c)(b + c - a)} = \frac{(c - a)y}{(c - a)(c + a - b)}$$

$$= \frac{(a - b)z}{(a - b)(a + b - c)} = k$$

$$(b - c)x = k(b - c)(b + c - a)$$

$$(c - a)y = k(c - a)(c + a - b)$$

$$(a - b)z = k(a - b)(a + b - c)$$

$$\therefore (b - c)x + (c - a)y + (a - b)z$$

$$= k\{(b - c)(b + c - a) + (c - a)(c + a - b) + (a - b)(a + b - c)\}$$

$$= k \times 0 = 0$$

7. 甲ノ收入ヲ $5x$ トスレバ乙ノハ $3x$

甲ノ支出ヲ $9y$ トスレバ乙ノハ $5y$

$$\therefore 5x - 9y = 120 \quad (1) \quad 3x - 5y = 120 \quad (2)$$

Ans. 甲 1200 圓, 乙 720 圓

8. 甲樽ヨリ x 升, 乙樽ヨリ y 升, 丙樽ヨ

リ $(9 - x - y)$ 升

$$\frac{5}{8}x + \frac{2}{8}y + \frac{3}{8}(9 - x - y) = 3$$

$$\frac{2}{8}x + \frac{5}{8}y + \frac{1}{8}(9-x-y) = 3$$

Ans. 甲 $\frac{1}{3}$ 升, 乙 $\frac{11}{3}$ 升, 丙 5升

$$9. \quad \frac{ay-bx}{c} = \frac{cx-az}{b} = \frac{bz-cy}{a} = k$$

$$\frac{(ay-bx)^2}{c(ay-bx)} = \frac{(cx-az)^2}{b(cx-az)} = \frac{(bz-cy)^2}{a(bz-cy)} = k$$

$$\begin{aligned} \therefore (ay-bx)^2 + (cx-az)^2 + (bz-cy)^2 \\ = k\{c(ay-bx) + b(cx-az) + a(bz-cy)\} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore ay-bx=0, \quad cx-az=0, \quad bz-cy=0$$

$$\therefore \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

$$10. \quad x^2 - xy + y^2 = \frac{xy}{ab}(a^2 - ab + b^2)$$

$$\therefore \frac{x^2 - xy + y^2}{a^2 - ab + b^2} = \frac{xy}{ab} = \frac{(x+y)^2}{(a+b)^2} = \frac{(x-y)^2}{(a-b)^2}$$

$$\therefore \frac{x+y}{a+b} = \frac{x-y}{a-b} = \frac{x}{a} = \frac{y}{b} \quad \therefore \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0$$

$$\therefore \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)\left(\frac{x}{b} - \frac{y}{a}\right) = 0$$

$$11. \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b+c+d+a} = 1$$

$$\therefore a=b=c=d$$

$$\therefore \frac{a+b+c+d}{a+b+c-d} = \frac{4a}{3a-a} = \frac{4a}{2a} = 2$$

$$12. \quad \begin{array}{cccc} \text{(一)} & \text{(二)} & \text{(三)} & \text{(四)} \\ z+2x & = & \frac{x+y+z}{3y} & = & \frac{x+y}{2(x+y)} & = & \frac{2x+y+z}{2x+y} & = & \frac{2x+y+z}{2x+3y} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{(五)} & \text{(六)} & \text{(七)} \\ = & \frac{y}{2x} & = & \frac{x}{y} & = & \frac{x+z}{2y} \end{array}$$

(一)+(二)+(三) = ヲリ (四) ヲ得.

(四)-(一) = ヲリ (五) ヲ得.

(四)-(二) = ヲリ (六) ヲ得.

(四)-(三) = ヲリ (七) ヲ得.

\therefore (五) ト (六) ヲリ $y = \sqrt{2x}$

又ハ $y = -\sqrt{2x}$

(六) ト (七) ヨリ $x=z$

$$\therefore x:y:z=1:\sqrt{2}:1 \text{ 又ハ } 1:-\sqrt{2}:1$$

13. 速度ヲ v , 車輛ノ數ヲ n , 1哩ニ要スル石炭ノ量ヲ c トセバ

$$v=k\sqrt{c} \times \frac{1}{n}$$

$$n=20, v=36, c=900 \div 36=25 \text{ ト スレバ}$$

$$\therefore 36=k5 \times \frac{1}{20} \quad \therefore k=144$$

$$\therefore v=144\sqrt{c} \times \frac{1}{n}$$

$$n=18, c=x, v=30 \div \frac{45}{60}=40 \text{ ヲ代入}$$

スレバ

$$40=144\sqrt{x} \times \frac{1}{18} \quad x=25 \quad \therefore 25 \times 30=750$$

Ans. 750 封度

14. $\frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \quad \therefore \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$

$$\frac{b-a}{ab} = \frac{c-b}{bc} \quad \therefore \frac{a}{b-a} = \frac{c}{c-b}$$

15. $\frac{A}{2x-1} + \frac{B}{x+3} + \frac{C}{3x-5} = 0$

$$x=1 \text{ ト セバ } 4A+B-2C=0$$

$$x=2 \text{ ト セバ } 5A+3B+15C=0$$

$$C \text{ ヲ消去シ } A:B = \frac{-3}{10}$$

$$B \text{ ヲ消去シ } A:C = 3:1$$

$$\therefore A:B:C = 3:-10:1$$

16. $\frac{2x+3y}{4a-5b} = \frac{3y+4z}{3b-a} = \frac{4z+5x}{2b-3a} = k$

$$\therefore 2x+3y=k(4a-5b), \quad 3y+4z=k(3b-a),$$

$$4z+5x=k(2b-3a)$$

$$\therefore 7x+6y+8z=k(4a-5b+3b-a+2b-3a)$$

$$=0$$

第十篇 級數及對數

P. 150, 例題

5. $a, a+d, a+2d, \dots$ ノ各項ニ m ヲ乗
ズレバ $am, am+md, am+2md$
∴ 公差ガ md ナル等差級數ヲナス.

P. 152, 例題

5. 初項ヨリ第 m 番目ノ項ハ $a+md$
末項ヨリ第 m 番目ノ項ハ
 $a+(n-1)d-md$
∴ 其和ハ
 $a+md+a+(n-1)d-md=a+a+(n-1)d$

P. 153, 設問

公式 (I) ハ初項, 末項及項數ガ與ヘラ
レタル場合, 公式 (II) ハ初項, 公差及
項數ガ與ヘラレタル場合ニ適用ス
ベシ.

P. 154, 例題

10. 第二群ノ末項ハ $1+2=3$, 第三群ノ
末項ハ $1+2+3=6$ 等ノ如ク第 n 群
ノ末項ハ $1+2+\dots+n=\frac{n(1+n)}{2}$

∴ 第 n 群ノ初項ハ

$$\frac{n(1+n)}{2} - (n-1) = \frac{n^2 - n + 2}{2}$$

∴ 第 n 群ノ各項ノ和ハ

$$\frac{n}{2} \left\{ \frac{n^2 - n + 2}{2} + \frac{n(1+n)}{2} \right\} = \frac{n}{2} (n^2 + 1)$$

P. 156, 例題

6. $a, ar, ar^2, \dots, ar^{n-1}$
 $ma, mar, mar^2, \dots, mar^{n-1}$

∴ 各項ヲ m 倍スルモ矢張り等比
級數ヲナス.

P. 159, 設問

公式 (I) ハ公比ガ1ヨリ大ナル場合,

公式 (II) の公比が 1 より小ナル場合ニ適用スレバ便利ナリ。

第二十一問題

1. 初項 101, 公差 2, 末項 499

$$\therefore 101 + (n-1)2 = 499 \quad n = 200$$

Ans. 200 個

2. $5 + (n-1)5 = 100 \quad \therefore n = 20$ (答)

3. $S = \frac{100(1+100)}{2} = 5050$

4. $(10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots$

$$= 10^1 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n - n$$

$$1 = 0 \times \frac{10^n - 1}{10 - 1} - n = \frac{10(10^n - 1) - 9n}{9}$$

5. $1 + 2 + 3 + \dots + n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$

$$= \frac{n(1+n)}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2^n - 1}{2^n}$$

6. 等差級數 $3 + 6d = 27 \quad \therefore d = 4$

Ans. 7, 11, 15, 19, 23

- 等比級數 $3r^6 = 27 \quad \therefore r^6 = 9, r = \sqrt[3]{3}$

Ans. $3\sqrt[3]{3}, 3\sqrt[3]{3}^2, 3\sqrt[3]{3}^3, 3\sqrt[3]{3}^4, 3\sqrt[3]{3}^5$

7. 二數ヲ x, y トセバ

$$\frac{x+y}{2} = \frac{13}{2}, \quad \sqrt{xy} = 6$$

\therefore Ans. 4, 9

8. 教科書中ノ圖表ニヨリ明ナリ。

9. 同上

10. $\left(1 - \frac{1}{n}\right) + \left(1 - \frac{2}{n}\right) + \left(1 - \frac{3}{n}\right) + \dots + \left(1 - \frac{n}{n}\right)$

$$= (1+1+\dots+1) - \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \dots + \frac{n}{n}\right)$$

$$= n - \frac{n\left(\frac{1}{n} + \frac{n}{n}\right)}{2} = n - \frac{n+1}{2} = \frac{n-1}{2}$$

11. Ans. 4, 6, 8 12. Ans. 4, 6, 8, 10

13. $\frac{n\{2 \times 5 + (n-1) \times 3\}}{2} = 185$ Ans. 10

14. $a + ar + ar^2 = 28$ (1)

$a^2 + a^2r^2 + a^2r^4 = 336$ (2)

(2) ÷ (1) $ar^2 - ar + a = 12$ (3)

(1) - (3) $ar = 8$

$\therefore a = \frac{8}{r}$ 之ヲ (1) = 代入シ $r = 2$

又ハ $\frac{1}{2}$ ヲ得. Ans. 4, 8, 16

15. 初項 20 間, 公差 2 間, 項數 20 ナル等差級數ノ和ヲ求ムレバ可ナリ.

$$S = \frac{(2 \times 20 + 19 \times 2) \times 20}{2} = 780$$

Ans. 780 間

16. $\frac{a}{2} + \frac{a}{2^2} + \frac{a}{2^3} + \dots + \frac{a}{2^n}$

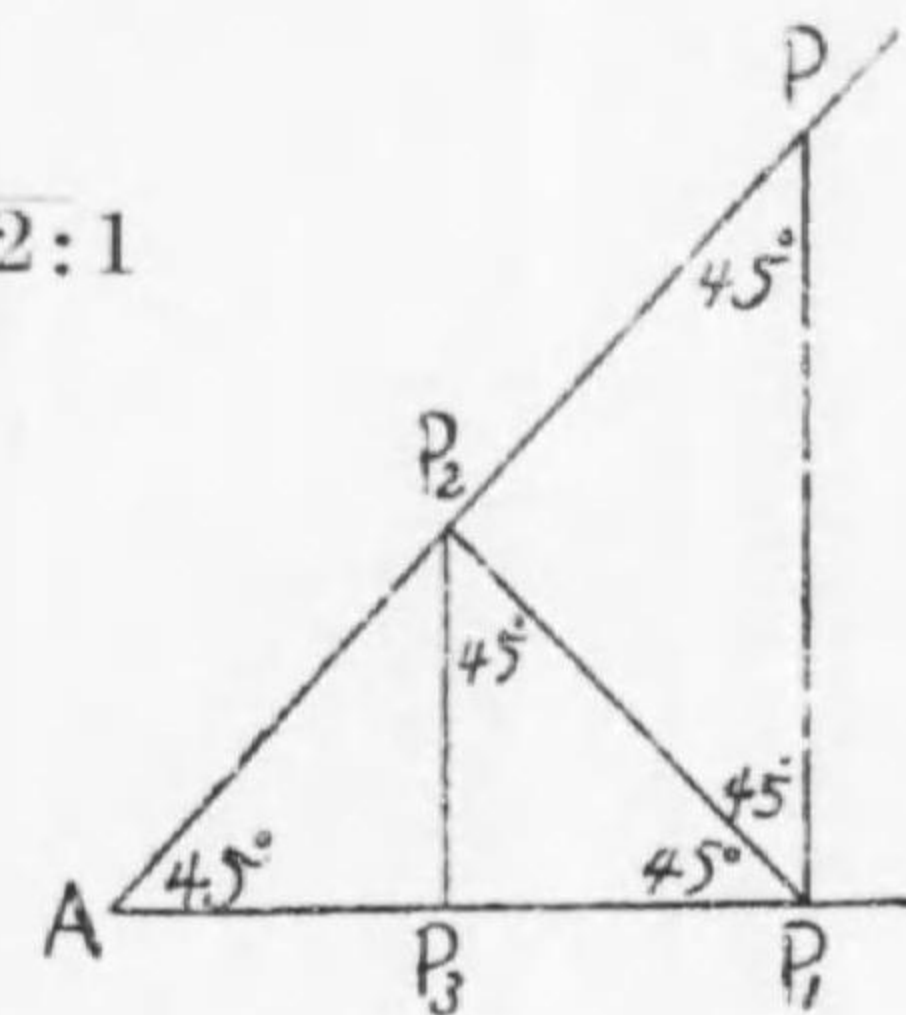
$$= a \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$$

$$= a \times \frac{1}{2} \times \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{1 - \frac{1}{2}} = a \left[n = \infty \right] \quad \text{Ans. } a \text{ 尺}$$

17. $\angle A = 45^\circ$

$\therefore AP : PP_1 = \sqrt{2} : 1$

$AP = 6$ (尺)



$\therefore PP_1 = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

\therefore 求ムル線分ノ和ハ

$$3\sqrt{2} + 3 + \frac{3}{\sqrt{2}} + \dots \text{無限}$$

$$= 3\sqrt{2} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}} = \frac{3 \times 2}{\sqrt{2}-1}$$

$$= 6(\sqrt{2} + 1) = 6 \times 2.414 = 14.484 = 14.5 \text{ (尺)}$$

18. A, A_1, A_2, A_3 ハ其面積ガ次第 $= \frac{1}{4}$

ニナル故ニ A ヲ 1 トセバ

$A_1 + A_2 + A_3 + \dots$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots$ 無限

$$= \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

$\therefore A : A_1 + A_2 + A_3 + \dots = 1 : \frac{1}{3} = 3 : 1$

19. $PA = PO + OA$ $PB = PO - OA$

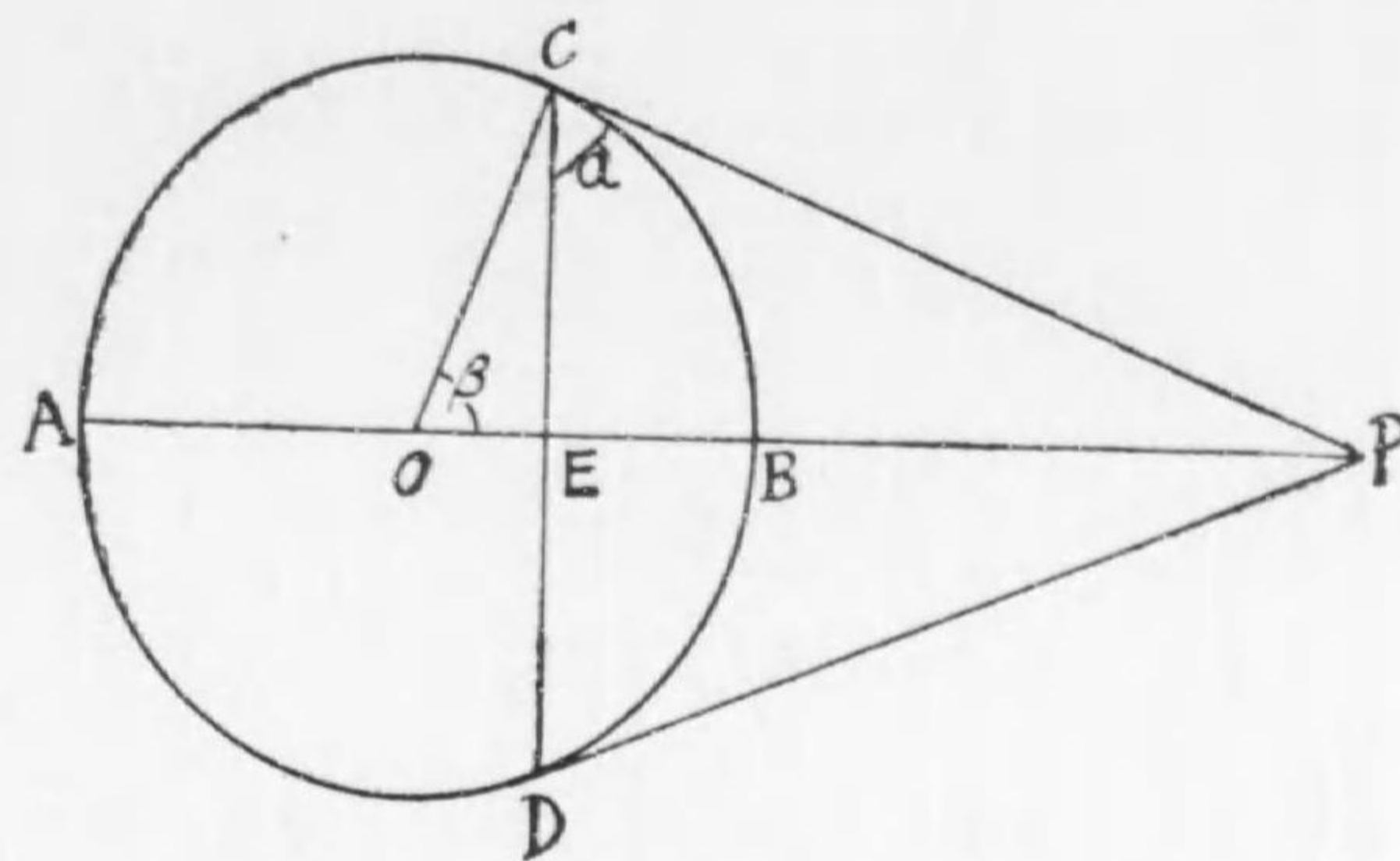
$\therefore 2PO = PA + PB$

$PC^2 = PA \cdot PB$ $\therefore PC = \sqrt{PA \cdot PB}$

次ニ PE ガ PA, PB ノ調和中項ナル

タメニハ $PE = \frac{2PA \cdot PB}{PA + PB}$ ヲ證スル

ヲ要ス. 今 $\angle a = \angle \beta$ $\therefore PC$ ハ圓 OEC



ニ切ス.

$\therefore PC^2 = PO \cdot PE = PA \cdot PB$ 又 $PA + PB = 2PO$

$\therefore \frac{2PA \cdot PB}{PA + PB} = \frac{2PO \cdot PE}{2PO} = PE$

依テ證明セラレタリ.

P. 172, 例題

3. 本題ハ 1 ト 10 トノ間ニ 7 個ノ等比中項ヲ挿入シタル等比級數ト

$y = 10^x$ 即, $\log_{10} y = x$ トノ關係ヲ示スヲ目的トス.

$$1 \times r^8 = 10$$

$$\therefore r = 10^{\frac{1}{8}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{10}}} = 1.33 \quad (\text{近似値})$$

$$r^2 = 10^{\frac{2}{8}} = 10^{\frac{1}{4}} = 1.78 \quad (\quad)$$

$$r^3 = 10^{\frac{3}{8}} = 10^{\frac{2}{8}} \times 10^{\frac{1}{8}} = 2.37 \quad (\quad)$$

$$r^4 = 10^{\frac{4}{8}} = 10^{\frac{1}{2}} = 3.16 \quad (\quad)$$

$$r^5 = 10^{\frac{5}{8}} = 10^{\frac{1}{2}} 10^{\frac{1}{8}} = 4.22 \quad (\quad)$$

$$r^6 = 10^{\frac{6}{8}} = 10^{\frac{3}{4}} = 5.62 \quad (\quad)$$

$$r^7 = 10^{\frac{7}{8}} = 10^{\frac{3}{4}} \times 10^{\frac{1}{8}} = 7.50 \quad (\quad)$$

而シテ本書ニ示セル如キ方眼紙ニ

テ其ぐらふヲ作ルニハ $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}$ 等ヲ

小數ニテ表ハスヲ便トス。

$$\frac{1}{8} = 0.125, \quad \frac{2}{8} = 0.25, \quad \frac{3}{8} = 0.375, \quad \frac{4}{8} = 0.5,$$

$$\frac{5}{8} = 0.625, \quad \frac{6}{8} = 0.75, \quad \frac{7}{8} = 0.875$$

x	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1
y	1	1.33	1.78	2.37	3.16	4.22	5.62	7.50	1

第二十二問題

1. Ans. 404,000 2. Ans. 301.7
3. Ans. 0.001144 4. Ans. 0.9492
5. Ans. 7,718,000,000,000 (四桁ノ對數表
ヲ用キタル故ニ有效數字四桁マデ
算出セラレタル近似値ナルコトヲ
忘ルベカラズ。)
6. Ans. 2.515 7. Ans. 166
8. Ans. 32.73 9. Ans. 0.5036
10. $\sqrt{36 - (0.82)^2} = \sqrt{6.82 \times 5.18}$ Ans. 5.944
11. $3.1416 \times \sqrt{8900}$ Ans. 296.3 種
12. Ans. 1.855

$$13. \quad t^2 = kd^3 \quad t = 365 \frac{1}{4} = \frac{1461}{4} \quad d=1$$

$$\therefore k = \left(\frac{1461}{4}\right)^2$$

$$\therefore t = \frac{1461}{4} \times 5.203^{\frac{3}{2}} \quad \text{Ans. 4334 日}$$

$$14. \quad 2\pi r = 40,000 \quad \therefore r = \frac{20,000}{\pi}$$

\therefore 求ムル表面積ヲ S トスレバ

$$S = 4\pi \times \frac{20,000^2}{\pi^2} = \frac{100,000,000}{3.1416}$$

Ans. 31,835,000 平方呎

$$15. \quad 2^{61} = x, \quad \log x = 61 \log 2 = 18.361$$

Ans. 19 桁

$$16. \quad \log \left(\frac{366}{365}\right)^{365} = 365 \{ \log 366 - \log 365 \}$$

$$= 365 \times 0.0012 = 0.438$$

Ans. 整数部一桁

$$17. \quad \log \frac{324}{\sqrt[5]{64}} = \log \frac{2^2 \times 3^4}{2^{\frac{6}{5}}}$$

$$= 2\log 2 + 4\log 3 - \frac{6}{5}\log 2$$

$$= 0.6020 + 1.9084 - 0.3012 = 2.2092$$

Ans. 2.2092

$$18. \quad 100^x = 147^{\frac{1}{3}} = \text{適スル } x \text{ ヲ求ムレバヨシ}$$

$$\text{即, } 10^{2x} = (3 \times 7^2)^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore 2x \log 10 = \frac{1}{3} \log 3 + \frac{2}{3} \log 7$$

$$\therefore 2x = 0.1590 + 0.5634 = 0.7224$$

$$\therefore x = 0.3612 \quad \text{Ans. 0.3612}$$

$$19. \quad 2^{4(5-3x)} = 2^{x-6} \quad \therefore 4(5-3x) = x-6$$

Ans. $x=2$

$$20. \quad (x+1) \log \frac{10}{2} = (x^2-1) \log 3$$

$$(x+1) \{ \log 10 - \log 2 \} = (x^2-1) \log 3$$

$$(x+1)\{1-0.3010\}=(x^2-1)0.4771$$

$$(x+1)0.6990=(x^2-1)0.4771$$

$$\therefore x+1=0 \text{ 即, } x=-1$$

$$\text{又ハ } 0.6990=0.4771x-0.4771$$

$$\text{是ヨリ } x=2.46\dots\dots$$

$$\text{Ans. } x=-1 \text{ 又ハ } 2.46 \text{ 強}$$

$$21. \log \sqrt{x-9} + \log \sqrt{2x-1}$$

$$=\log \sqrt{x-9} \sqrt{2x-1}$$

$$\therefore \log \sqrt{x-9} \sqrt{2x-1}=1$$

$$\text{然ルニ } \log 10=1$$

$$\therefore \sqrt{x-9} \sqrt{2x-1}=10$$

$$\therefore (x-9)(2x-1)=100$$

之ヲ解キ無縁根 $\frac{7}{2}$ ヲ捨テ

$$\text{Ans. } 13$$

試力問題 (第十篇雜題)

I

$$1. \text{ 二數ヲ } x, y \text{ トセバ } \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = \frac{x^2+y^2}{2}$$

$$(x-y)^2=0 \quad \therefore x=y$$

$$2. 126 = \frac{n}{2} \{2 \times 10 - (n-1)0.4\}$$

$$n=30 \text{ 又ハ } 21 \quad \text{Ans. } 21 \text{ 項又ハ } 30 \text{ 項}$$

$$3. \text{ 第 } n \text{ 回即, 最後ノモノハ } 1$$

$$\text{第 } (n-1) \text{ 回ノモノハ } 2+1$$

$$\text{第 } (n-2) \text{ 回ノモノハ}$$

$$(2+1)2+1=2^2+2+1$$

$$\text{第 } (n-3) \text{ 回ノモノハ}$$

$$(2^2+2+1)2+1=2^3+2^2+2+1$$

.....
第1回即, $n-(n-1)$ 回ノモノハ

$$2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 2^2 + 2 + 1$$

∴ 求ムル數ハ

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 1 \times \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2^n - 1$$

∴ 題意ニヨリ最小ナルモノハ 3,
 n ガ次第ニ大ニナレバ $2^n - 1$ ハ次第
 ニ大ニナル故ニ最大ナルモノナシ.

4. $x \log 2.5 = 3, y \log 0.25 = 3$

$$\log 2.5 = a \quad \text{トセバ} \quad \log 0.25 = -1 + a$$

$$\therefore xa = 3, \quad y(-1 + a) = 3$$

$$\therefore \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{a}{3} - \frac{a-1}{3} = \frac{1}{3}$$

5. $(x+y) \log 2 = 2 \log 3, (x-y) \log 3 = 2 \log 2$

$$0.301(x + 0.3010y) = 2 \times 0.4771$$

$$0.4771x - 0.4771y = 2 \times 0.3010$$

Ans. $x = 2.215, y = 0.955$

II

6. x, y, z ハ等比級數ヲナス故ニ $y^2 = xz$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + xz + z^2 = (x+z)^2 - xz$$

$$= (x+z)^2 - y^2 = (x+y+z)(x-y+z)$$

7. $1.08^x = 10 \quad x \log 1.08 = 1$

之ヨリ $x = \frac{10000}{334}$

$$1.08^x = 100 \quad x \log 1.08 = 2$$

之ヨリ $x = \frac{20000}{334}$

$$\therefore \frac{10000}{334} \leq x < \frac{20000}{334}$$

8. $\log 800 = \log 2^3 \times 100 = 3 \log 2 + \log 100$

$$= 3 \times 0.30103 + 2 = 2.90309$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \therefore \log \sin 30^\circ = \log \frac{1}{2}$$

$$= -\log 2 = \bar{1}.69897$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore \log \cos 45^\circ = \log \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= -\frac{1}{2} \log 2 = -\frac{1}{2} \times 0.30103 = \bar{1}.84948$$

$$\log 0.0004 = \log \frac{4}{10000} = 2 \log 2 - 4 = \bar{4}.60206$$

9. Ans. 24.83 種

$$\begin{aligned} 10. & (2^1+1)^2 + (2^2+1)^2 + \dots + (2^n+1)^2 \\ &= (2^2+2 \times 2+1) + (2^4+2 \times 2^2+1) + \dots \\ & \quad + (2^{2n}+2 \times 2^n+1) \\ &= 2^2+2^4+\dots+2^{2n} + 2(2+2^2+\dots+2^n) + n \\ &= 2^2 \times \frac{(2^2)^n-1}{2^2-1} + 2 \times 2 \times \frac{2^n-1}{2-1} + n \\ &= \frac{4(4^n-1)+12(2^n-1)+3n}{3} \end{aligned}$$

11. 公差ハ $b-a$ $\therefore n$ ガ任意ノ正ノ整數ヲ表ハストキハ

$$a+(n-1)(b-a) \quad \text{ハ一般項ナリ}$$

$$a+(n-1)(b-a)=0 \quad \text{ナルタメニハ}$$

$$\frac{a}{a-b} = n-1 \quad \text{ナルヲ要ス}$$

假定ニヨリ $\frac{a}{a-b}$ ハ正ノ整數ヲ表

ハス故ニ上ノ關係ガ成リ立ツ場合アルコト明ナリ.

12. 甲乙丙ノ年齡ヲ夫々 x, y, z トシ分配金ヲ w トセバ

$$\frac{y}{x} = \frac{z}{y} \quad (1) \quad x+5=2(z+5) \quad (2)$$

$$\frac{z+5}{x+y+z+15} w = \frac{z}{x+y+z} w + 35 \quad (3)$$

$$\frac{y+5}{x+y+z+15} w = \frac{y}{x+y+z} w + 5 \quad (4)$$

(1), (2), (3), (4) ナル聯立方程式ヲ解キ

Ans. 甲 50 歳, 乙 35 歳, 丙 25 歳

分配金總額 2090 圓

$$13. x = \sqrt[5]{\frac{0.916^2 \times 3.64^3}{396}}$$

$$\log x = \frac{1}{5} \{ 2 \log 0.916 + 3 \log 3.64 + \operatorname{colog} 396 \}$$

$$= \bar{1}.0094 \quad x = 0.1022$$

$$14. 6, x, y, 16$$

$$x - 6 = y - x, \quad \frac{y}{x} = \frac{16}{y}$$

$$\text{Ans. } 9, 12 \text{ 又ハ } 1, -4$$

$$15. 2^{73} = x, \quad \log x = 73 \log 2 = 21.9730$$

$$\text{Ans. } 22 \text{ 桁}$$

IV

$$16. \log 2x^2 = \log(2x+15) \times 10$$

$$\therefore 2x^2 = (2x+15) \times 10$$

$$\text{Ans. } x = 15 \text{ 又ハ } -5$$

$$17. \text{初項ヲ } a, \text{ 公差ヲ } d \text{ トスレバ}$$

$$\frac{13}{2}(2a+26d) = 130 \quad (1)$$

$$(a+11d)^2 = 10(a+8d)+6 \quad (2)$$

$$\text{Ans. } \frac{7}{2}, \frac{8}{2}, \frac{9}{2}, \dots\dots\dots$$

$$\text{又ハ } 49, 46, 43, \dots\dots\dots$$

18. 最初ニ汲出シタル量ヲ x , 第二回以後増シタル一定量ヲ d トセバ第二十回ニ汲出シタル量ハ $x+19d$

$$\therefore 10(2x+19d) \text{ ハ水ノ全量}$$

又題意ニヨリ

$$(1) 30x = 10(2x+19d) \quad \text{ニシテ求ムル}$$

回数ハ

$$(2) \frac{10(2x+19d)}{x+19d} \text{ ナリ}$$

(1) ヨリ $x=19d$ 之ヲ (2) ニ代入シ

$$\frac{10(2x+19d)}{x+19d} = 15 \text{ ヲ得. Ans. } 15 \text{ 回}$$

19. 第一回ノ殘金ハ $\frac{2}{3}$, 第二回ノ殘金ハ $\frac{2^2}{3^2}$, 第三回ノ殘金ハ $\frac{2^3}{3^3}$, 次第ニ斯ノ

如クナル故ニ第 n 回ノ殘金ハ

$$\left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{1}{100}$$

$$n\{\log 2 - \log 3\} = -\log 100 \quad \text{之ヨリ}$$

$$n = 11.3\dots \quad \text{Ans. 12回以後}$$

20. $P = a^2 r^{\frac{n(n-1)}{2}}$, $S = a \times \frac{r^n - 1}{r - 1}$, $S' = \frac{(r^n - 1)r}{ar^n(r-1)}$

$$P^2 = a^{2^2} r^{n(n-1)} \left(\frac{S}{S'}\right)^n = (a^2 r^{n-1})^n = a^{2^2} r^{n(n-1)}$$

$$\therefore P^2 = \left(\frac{S}{S'}\right)^n$$

V

21. $n=1, 2, 3$ 等トスレバ夫々第一項, 第二項, 第三項等マデノ和ヲ得ル故ニ

$$\text{第一項ハ } 3+a$$

$$\text{第二項ハ } 3^2+a-(3+a)=6$$

$$\text{第三項ハ } 3^3+a-(3^2+a)=6 \times 3$$

$$\text{第四項ハ } 3^4+a-(3^3+a)=6 \times 3^2 \quad \text{等}$$

\therefore 第二項以下ハ初項6, 公比3ナル等比級數ヲナスト雖, 第一項ヨリ通ジテハ等比級數ヲナサズ.

22. $2 \log_{10} x = \log_{10}(x+60) + 1 = \log_{10}(x+60) \times 10$
ニ適スル x ヲ求ムレバヨシ
即, $x^2 = (x+60) \times 10 \quad \text{Ans. 30}$

23. Ans. 2.9877

24. 初項 第 $n+1$ 項 第 $2n+1$ 項

$$\text{等差級數 } a \quad a+nd \quad a+2nd$$

$$\text{等比級數 } a \quad ar^n \quad ar^{2n}$$

$$a+2nd = ar^{2n} \quad \therefore nd = \frac{ar^{2n} - a}{2}$$

$$a + nd - ar^n = a + \frac{ar^{2n} - a}{2} - ar^n$$

$$= \frac{a}{2} (1 - 2r^n + r^{2n}) = \frac{a}{2} (1 - r^n)^2 > 0$$

$$\therefore a + nd > ar^n$$

$$25. a(b-c)x^2 + b(c-a)xy + c(a-b)y^2 = (mx + ny)^2$$

$$\therefore m^2 = a(b-c), n^2 = c(a-b), 2mn = b(c-a)$$

$$4m^2n^2 = 4ac(b-c)(a-b) = b^2(c-a)^2$$

$$\therefore b^2(c-a)^2 - 4ac(b-c)(a-b) = 0$$

$$b^2(c-a)^2 - 4ac(b-c)(a-b)$$

$$= a^2b^2 + b^2c^2 + 4a^2c^2 + 2ab^2c - 4a^2bc - 4abc^2$$

$$= (ab + bc - 2ca)^2 = 0$$

$$\therefore ab + bc = 2ca \quad \therefore \frac{1}{c} + \frac{1}{a} = \frac{2}{b}$$

$$\therefore \frac{1}{c} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \quad \text{即, } \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$$

ハ等差級數ヲナス。

VI

$$26. 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots$$

$$+ \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 - 2 + 4 + \dots$$

$$= n \times \frac{2 \times 1 + (n-1)2}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1 - (-2)^n}{1 - (-2)}$$

$$= n^2 + \frac{1 - (-2)^n}{12}$$

$$27. \text{初項 } a, \text{ 公比 } r \text{ トセバ}$$

$$\frac{a(1-r^n)}{1-r} = p, \quad \frac{ar^n}{1-r} = q,$$

第 $2n+1$ 項ヨリ無限ニ至ル和ハ

$$\frac{ar^{2n}}{1-r} = \frac{ar^n r^n}{1-r} \text{ ナリ. 初項ヨリ無限ニ}$$

至ル和ヨリ第 $2n+1$ 項ヨリ無限ニ

至ル和ヲ引ケバ, 初項ヨリ第 $2n$ 項

マデノ和ヲ得. 依テ

$$p + q - \frac{ar^n}{1-r} \times r^n = p + q - qr^n = p + q(1-r^n)$$

ハ求ムル答ナリ.

$$28. (A) 6\sqrt{2}^x = 3456 \quad \text{即, } (6 \times 2^{\frac{1}{2}})^x = 2^7 3^3$$

$$\therefore x \left\{ \log 3 + \log 2 + \frac{1}{2} \log 2 \right\} = 7 \log 2 + 3 \log 3$$

$$\therefore x = \frac{2.53857}{0.92867} = 3.81036$$

$$(B) x = 3^{288} \quad \log x = 288 \log 3 = 137.41056$$

Ans. 138桁

$$29. \log_{10} x + \log_{10} y = 2 \quad \therefore \log_{10} xy = \log_{10} 100$$

$$\therefore xy = 100 \quad (1) \quad x + y = 29 \quad (2) \quad \text{ヲ解キ}$$

Ans. $x=4, y=25$

$$30. 2 \times 10^{3x} - 10^{-3x+1} = 1$$

$$2 \times 10^{3x} - 10^{-3x} \times 10 = 1$$

$$2 \times 10^{3x} - \frac{10}{10^{3x}} = 1$$

$$\therefore 2 \times (10^{3x})^2 - 10^{3x} - 10 = 0$$

$$\therefore 10^{3x} = \frac{10}{4} \quad \text{又ハ} \quad -2$$

x ガ如何ナル實數ナルモ 10^{3x} ガ -2 トナルコトナシ故ニ之ヲ捨テ

$$3x \log 10 = \log 10 - 2 \log 2$$

$$3x = 0.39794 \quad x = 0.13265$$

第十一篇

歩合算及年金算

第一章 歩合及利息

P. 202, 例題

1. Ans. 内 0.086 割弱, 外 0.094 割弱
2. 保險金額ヲ x 圓トスレバ
 $x \times 0.98 = 49,000$ Ans. 50,000 圓
3. 掛値ヲ x 圓トスレバ $x \times 0.82 = 3280$
Ans. 4,000 圓
4. Ans. 12 圓ノ利益
5. 定價ヲ x 錢トセバ原價ハ $(x-60)$ 錢,

$$\begin{aligned} \therefore \{x \times 0.85 - (x - 60)\}8 \\ = \{x \times 0.8 - (x - 60)\}21 \quad \text{Ans. } 2.6 \text{ 圓} \end{aligned}$$

6. Ans. 32 圓

7. Ans. 甲ノ資本金 6000 圓 歩合 0.1
乙ノ " 4800 圓 歩合 0.08

P. 205, 例題

1. Ans. 3 年 2. Ans. 0.05

$$3. 0.02 \times \frac{x}{100} \times 25 = 250 \quad \text{Ans. } 700 \text{ 圓}$$

4. Ans. 眞割引, 現價 490.19 圓
 割引高 9.81 圓
 銀行割引, 現價 490 圓
 割引高 10 圓

5. 三月十四日ヨリ後 3 ヶ月目ノ日ハ
6 月 12 日ナリ.

四月三十日ヨリ後 6 月 12 日マデハ
43 日ナリ.

∴ 割引高ハ 3 錢 $\times 4.5 \times 43 = 580.5$ 錢

6. 求ムル金高ヲ x 圓トセバ

$$x \times 0.03 - x \times \frac{0.03}{1.03} = 0.45$$

Ans. 515 圓

P. 209, 例題

1. 元金ヲ a , 年數ヲ x トスレバ

$$a \times 1.05^x = 2a \quad \therefore x \log 1.05 = \log 2$$

$$x = 14.2 \quad \text{Ans. } \text{約 } 14 \text{ 年 } 2 \text{ ヶ月半}$$

2. 期數ヲ x トスレバ一期ノ利率ハ

$$0.045 \text{ ナル故 } = 5680 \times 1.045^x = 21273.4$$

$$\therefore 1.045^x = \frac{21273.4}{5680} = 3.745$$

$$\therefore x \log 1.045 = \log 3.745$$

$$\therefore x = \frac{0.5735}{0.0191} = 30$$

Ans. 15年

3. 年利率ヲ $2r$ トスレバ半年ノ利率

ハ r ,

$$\therefore 310 \times (1+r)^{12} = 504.325$$

$$\log 310 + 12 \log(1+r) = \log 504.325$$

$$12 \log(1+r) = 2.7027 - 2.4914 = 0.2113$$

$$\therefore \log(1+r) = 0.0176$$

$$\therefore 1+r = 1.0417$$

$$\therefore 2r = 0.0834 \quad \text{Ans. } 0.0834$$

4. 元金ヲ x 圓トスレバ $x \times 1.06^2 = 1006$

$$\therefore \log x + 2 \log 1.06 = \log 1006$$

$$\log x = 2.6990$$

$$\text{對數表ニヨリ } x = 500$$

Ans. 500圓

P. 214, 設問

1. 公式ニ於テ $m=5, n=10, a=100,$

$r=0.05$ トスレバ可ナリ.

2. 第六年始ニ於ケル現價ハ $\frac{100}{0.05}$ 圓

元金ヲ P トセバ

$$P(1.05)^5 = \frac{100}{0.05} \quad \text{ナルヲ要ス.}$$

$$\therefore P = \frac{100}{1.05^5 \times 0.05}$$

第二十三問題

1. Ans. 元利合計 98.38 圓

2. Ans. 200 圓

3. 年利率ヲ $2r$ トスレバ

$$3000(1+r)^8 = 4266.303$$

$$(1+r)^8 = 1.422, \quad 8 \log(1+r) = 0.1529$$

$$\log(1+r) = 0.0191, \quad \log 1.045 = 0.0191$$

$$\therefore 1+r = 1.045 \quad \text{Ans. } 0.09$$

4. $250 \times 1.06^x = 756.4 \quad 1.06^x = 3.03 \quad x = 19$

Ans. 20 歳

5. 教科書 P. 210 ノ公式ニ於テ $a=30$,
 $r=0.05$, $n=20$ トオキ
 Ans. 1041.57 圓
6. 前題ニ於ケル $n=19$ トセバ可ナリ.
 Ans. 961.97 圓
7. 教科書 P. 211 ノ公式ニ於テ $n=10$,
 $r=0.05$, $A=1200$ トスレバ可ナリ.
 Ans. 35 圓
8. 教科書 P. 215 ノ公式ニ於テ $P=26.5$,
 $a=2$, $r=0.04$ トオキ

$$2 = \frac{26.5 \times 1.04^n \times 0.04}{1.04^n - 1}, \quad 0.94 \times 1.04^n = 2$$

$$1.04^n = 200 \div 94,$$

$$n \log 1.04 = \log 200 - \log 94 \quad n = 19.3 \text{ 弱}$$
 Ans. 20 年
 (19 年ニテハ償却シ終ラヌ故ニ 20 年ト答フル
 ナ至當トス)

9. 教科書 P. 212 定期年金ノ現價ノ公
 式ニ於テ $r=0.05$, $n=10$, $a=300$ トス

$$P = \frac{300(1.05^{10} - 1)}{0.05 \times 1.05^{10}} = \frac{300 \times 0.628895}{0.05 \times 1.628895}$$

$$= 2316.54 \text{ 弱} \quad \text{Ans. } 2316.54 \text{ 圓}$$
10. 毎年 100 圓宛 12 ケ年間受取ルベキ
 定期年金ノ現價ト 100 圓ノ和ヲ求
 ムレバヨシ. Ans. 1032.26 圓
11. Ans. 1200 圓
12. P. 214 据置年金ノ公式ニ於テ $m=7$,
 $n=20$, $a=50$, $r=0.04$ トオキ
 Ans. 790.56 圓
13. P. 215 年賦金ノ公式ニ於テ $P=20$,
 $r=0.04$, $n=10$ トオキ
 Ans. 24658.2 圓

14. P. 215 年賦金ノ公式ニ於テ

$$P=2 \times 1.05^n (\text{萬圓}), r=0.05, n=5 \text{ ト置キ}$$

Ans. 7525 圓

附 錄

I. 開 立

P. 6, 例題

- | | | |
|---------------|------------------|---------------|
| 1. a^2+1 | 2. 312 | 3. $x-2y+c^2$ |
| 4. 687 餘 1254 | 5. $2x+3y$ | |
| 6. 21.132 | 7. $\frac{7}{9}$ | 8. 0.77 強 |

II. 未定係數法

P. 9, 例題

1. $a(x+2)^3+b(x+2)+c(x+2)+d=(x+1)(x^2-x+1)$

トオキ未定係數法ニヨリ

$$a=1, b=-6, c=12, d=-7 \text{ ヲ得}$$

2. $4x^4-Ax^3+Bx^2-40x+16=(2x^2+mx+4)^2$

係數ノ比較ニヨリ $-A=4m,$

$$B=m^2+16, -40=8m$$

Ans. $A=20, B=41$

3. 係數ノ比較ニヨリ $1-A=0$

$$-B-3=1, 2-C=1$$

Ans. $A=1, B=-4, C=1$

4. $px^3+qx^2-47x-15=(3x+1)(2x-3)(mx+n)$

$$p=6m, q=6m-7m, 47=3m+7n, 15=3n$$

Ans. $p=24, q=2$

III. 對稱式及交代式

P. 11, 設問

$$l(a^2+b^2)+Mab \text{ 二次ノ同次對稱式}(a,b)$$

$$l(a+b+c) \text{ 一次ノ同次對稱式}(a,b,c)$$

$$l(a^3+b^3+c^3)+M(a^2b+ab^2+a^2c+ac^2+b^2c+bc^2)$$

$$+N(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2)+K(a^2bc+b^2ca+c^2ab)$$

四次ノ同次對稱式 (a,b,c)

P. 13, 設問.

二式共ニ交代式 (a, b, c) ナリ.

全 設問.

對稱式 ÷ 對稱式ハ對稱式ナリ.

P. 14, 設問.

交代式 ÷ 交代式ハ對稱式ナリ.

對稱式 ÷ 交代式ハ交代式ナリ.

交代式 ÷ 對稱式ハ交代式ナリ.

P. 16, 例題

1. 所題ノ式ハ交代式 (x, y, z) ナル故ニ最

簡交代式 $(x-y)(y-z)(z-x)$ ニテ割リ

切レ其商ハ x, y, z ヲ含マズ.

$$\therefore x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x^2 - y^2)$$

$$= M(x-y)(y-z)(z-x)$$

xy^2 ノ係數ヲ比較シテ $M=1$

$$\text{Ans. } (x-y)(y-z)(z-x)$$

又, $x=y$ トオケバ所題ノ式ガ 0 トナルコトヨリ $(x-y)(y-z)(z-x)$ ナル因數ヲ有スルコトヲ發見スルモ可ナリ.

$$2. a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$$

$$= M(a-b)(b-c)(c-a)$$

ab^2 ノ係數ヲ比較シテ $M=1$

$$\therefore \text{Ans. } (a-b)(b-c)(c-a)$$

3. 所題ノ式ハ a, b, c ニ關スル五次ノ同

次交代式ナル故ニ

$$l^2c^2(b-c) + c^2a^2(c-a) + a^2b^2(a-b)$$

$$= (a-b)(b-c)(c-a) \{ l(a^2 + b^2 + c^2) + M(ab + bc + ca) \}$$

$$l^2c^2 = (l-M)l^2c^2, \quad 0 = la^2b$$

$$\therefore l=0, \quad M=-1$$

$$\text{Ans. } (a-b)(b-c)(c-a)\{- (ab+bc+ca)\}$$

$$\text{即, } (a-b)(b-c)(a-c)(ab+bc+ca)$$

$$4. \quad x^l(y^2-z^2)+y^l(z^2-x^2)+z^l(x^2-y^2)$$

$$=l(y^2-z^2)(z^2-x^2)(x^2-y^2), \quad l=-1$$

$$\therefore \text{Ans. } (x^2-y^2)(x^2-z^2)(y^2-z^2)$$

$$5. \quad \text{所題ノ式ハ } p, q, r = \text{關スル交代式}$$

$$\therefore \text{所題ノ式} = l(p-q)(q-r)(r-p),$$

$$p^2q \text{ノ係數ヲ比較シテ } l=1$$

$$\therefore \text{Ans. } (p-q)(q-r)(r-p)$$

$$6. \quad (a+b+c)(bc+ca+ab)-abc$$

$$=(a+b)(b+c)(c+a)$$

$$\therefore \text{Ans. } b+c$$

$$7. \quad \text{分子} = (x^2-y^2)(x^2-z^2)(y^2-z^2)$$

$$\text{分母} = (x-y)(x-z)(y-z)$$

$$\therefore \text{Ans. } (x+y)(x+z)(y+z)$$

8. 所題式

$$= \frac{bc(b-c)(x-a)^2 + ca(c-a)(x-b)^2 + ab(a-b)(x-c)^2}{(a-b)(a-c)(b-c)}$$

分子ハ $a, b, c =$ 關スル五次ノ同次對稱式

\therefore 分子

$$= (a-b)(a-c)(b-c)\{l(a^2+b^2+c^2) + M(a^2+bc+ca) + Nx^2\}$$

$$\text{係數比較} = \text{ヨリ } 0 = la^4b \text{ 及 } 0 = ma^3b^2$$

$$\therefore l=0, \quad M=0 \text{ 次} = a^2bx^2 = Na^2bx^2$$

$$\therefore N=1$$

$$\therefore \frac{(a-b)(a-c)(b-c)x^2}{(a-b)(a-c)(b-c)} = x^2$$

P. 18, 設問

$$a^3+b^3+c^3-3abc$$

$$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$= \frac{1}{2}(a+b+c)(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+a^2-2ca+a^2)$$

$$= \frac{1}{2} (a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

IV 三次方程式ノ根ト係數トノ關係

1. $X^3-9X^2+26X-24=0$ ノ三ツノ根ハ

視察ニヨリ 2, 3, 4 ナルヲ知ル.

依テ

Ans. $x=2, y=3, z=4$

2. $x+y+z=8, xy+yz+zx=19, xyz=12$

$\therefore X^3-8X^2+19X-12=0$ ノ三ツノ根

ハ上ノ方程式ノ根ナリ.

Ans. $x=1, y=3, z=4$

3. $(x+y+z)^2=9$ ト $x^2+y^2+z^2=11$ ヲヨリ

$xy+yz+zx=-1,$

$x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$ ヲヨリ

$xyz=-3$ ヲ得.

\therefore 所題ノ聯立方程式ノ根ハ

$X^3-3X^2-X+3=0$ ノ根ナリ.

Ans. $x=1, y=-1, z=3$

V. 十字乘法

1. $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ lx+my+n=0 \end{cases}$

$$\frac{x}{bn-mc} = \frac{y}{cl-na} = \frac{1}{am-lb}$$

$$\therefore x = \frac{bn-mc}{am-bl}, \quad y = \frac{cl-na}{am-bl}$$

2. $\frac{x}{-2ac(b-c)+2ab(c-a)}$

$$= \frac{y}{-2ab(c+a)+2ac(b+c)}$$

$$= \frac{1}{(b+c)(c-a)-(c+a)(b-c)}$$

$\therefore x=y=a$

3. 方程式 (一) (二) ヲヨリ

$$\frac{x}{ab^2-ac^2} = \frac{y}{bc^2-a^2b} = \frac{z}{a^2c-b^2c}$$

$$x = \frac{ab^2 - ac^2}{a^2c - b^2c} z, \quad y = \frac{bc^2 - a^2b}{a^2c - b^2c} z$$

之ヲ第三ノ方程式ニ代入シテ

$$x = y = z = 0$$

又ハ $x = a(b^2 - c^2)$, $y = b(c^2 - a^2)$, $z = c(a^2 - b^2)$

4. 共通根ヲ a トスレバ $ax^2 + bx + c = 0$,

$$lx^2 + mx + n = 0$$

$$\therefore \frac{a^2}{bn - cm} = \frac{a}{cl - an} = \frac{1}{am - bl}$$

(一) (二) (三)

$$(一) (二) \Rightarrow y \quad a = \frac{bn - cm}{cl - an}$$

$$(二) (三) \Rightarrow y \quad a = \frac{cl - an}{am - bl}$$

$$\therefore \frac{bn - cm}{cl - an} = \frac{cl - an}{am - bl}$$

$$\therefore (bn - cm)(am - bl) = (cl - an)^2$$

5. 十字乗法ニヨリ

$$\frac{l}{2\sqrt{ab} - 2c} = \frac{m}{2\sqrt{bc} - 2a} = \frac{n}{2\sqrt{ca} - 2b}$$

$$\therefore \frac{l}{c - \sqrt{ab}} = \frac{m}{a - \sqrt{bc}} = \frac{n}{b - \sqrt{ca}}$$

$$6. \quad ax + cy + bz = 0 \quad (1)$$

$$cx + by + az = 0 \quad (2)$$

$$bx + ay + cz = 0 \quad (3)$$

(1), (2) = 十字乗法ヲ施セバ

$$\frac{x}{ca - b^2} = \frac{y}{bc - a^2} = \frac{z}{ab - c^2}$$

(2), (3) = 十字乗法ヲ施セバ

$$\frac{x}{bc - a^2} = \frac{y}{ab - c^2} = \frac{z}{ca - b^2}$$

$$\therefore \frac{bc - a^2}{ca - b^2} = \frac{ab - c^2}{bc - a^2} = \frac{ca - b^2}{ab - c^2}$$

$$= \frac{bc + ab + ca - a^2 - c^2 - b^2}{ca + bc + ab - b^2 - a^2 - c^2} = 1$$

$$\therefore bc - a^2 = ca - b^2, \quad c(b-a) = a^2 - b^2$$

$$\therefore -c = a + b \quad \therefore a + b + c = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - bc - ca - ab)$$

$$a + b + c = 0$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$$

P. 30, 例題

注意 二數ノ大小ヲ比較スル一般ノ方法ハ其
二數ノ差ノ正負ヲ見ルニアリ.

$$1. \frac{a+c}{b+c} - \frac{a+d}{b+d} = \frac{(a-b)(d-c)}{(b+c)(b+d)} > 0$$

其故ハ文字ハ總テ正數ナル故ニ

$$(b+c)(b+d) > 0$$

又假定ニヨリ $a-b > 0$ $d-c > 0$

$$\therefore \frac{a+c}{b+c} > \frac{a+d}{b+d}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{a+1}{b+1} = \frac{a-b}{b(b+1)} > 0$$

$$\therefore \frac{a}{b} > \frac{a+1}{b+1}$$

$$\frac{a+1}{b+1} - \frac{a+2}{b+2} = \frac{a-b}{b(b+2)} > 0$$

$$\therefore \frac{a+1}{b+1} > \frac{a+2}{b+2}$$

$$\frac{a+n}{b+n} - 1 = \frac{a-b}{b+n} > 0$$

$$\therefore \frac{a+n}{b+n} > 1$$

$$2. a^2 + 3b^2 - 2(a+b)b = (a-b)^2 > 0$$

$$\therefore a^2 + 3b^2 > 2(a+b)b$$

$$3. \frac{a+b}{2} - \frac{2ab}{a+b} = \frac{(a-b)^2}{2(a+b)} > 0$$

$$\therefore \frac{a+b}{2} > \frac{2ab}{a+b}$$

$$4. \quad 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(bc + ca + ab)$$

$$= (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 > 0$$

$$\therefore 2(a^2 + b^2 + c^2) > 2(bc + ca + ab)$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 > bc + ca + ab$$

$$5. \quad \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}, \quad \frac{b+c}{2} > \sqrt{bc},$$

$$\frac{c+a}{2} > \sqrt{ca}$$

$$\therefore \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{8} > \sqrt{ab \cdot bc \cdot ca}$$

$$\therefore (a+b)(b+c)(c+a) > 8abc$$

$$6. \quad ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) - 6abc$$

$$= b(c^2 - 2ca + a^2) + c(a^2 - 2ab + b^2) + a(b^2 - 2bc + c^2)$$

$$= b(c-a)^2 + c(a-b)^2 + a(b-c)^2 > 0$$

注意. a, b, c の文字は正ナリ.

$$\therefore ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) > 6abc$$

$$7. \quad \frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2} - \frac{a^2 + b^2}{a + b} = \frac{ab(a-b)^2}{(a^2 + b^2)(a+b)} > 0$$

依テ證明セリ.

$$8. \quad \text{最大ナルモノヲ } \frac{a}{b} = g \text{ トシ最小ヲ}$$

l トセヨ.

$$a = bg, \quad c < dg, \quad l < fg, \dots$$

$$\therefore a + c + c + \dots < g(b + d + f + \dots)$$

$$\therefore \frac{a + c + c + \dots}{b + d + f + \dots} < g$$

$$\text{又 } a > bl, \quad c > bl, \quad c > fl, \dots$$

$$\therefore a + c + c + \dots > l(b + d + f + \dots)$$

$$\therefore \frac{a + c + c + \dots}{b + d + f + \dots} > l$$

$$9. \quad x^2 - 6x + 23 = (x-3)^2 + 14, \quad (x-3)^2 > 0$$

$$\therefore (x-3)^2 + 14 > 14$$

$$10. \quad n^3 + 1 - (n^2 + n) = (n+1)(n^2 + 1) > 0$$

$$\therefore n^3+1 > n^2+n$$

又, $(n+1)(n^2+1)=0$ ナル時ハ

$n=-1$ ナリ.

注意 n ハ實數ナル故ニ $n^2+1=0$ ナルコト
ナシ.

P. 34, 例題

1. $11x-33 < 0$ $\therefore x < 3$
2. $14x-30 > 0$ $\therefore x > \frac{15}{7}$
3. $x-12x < -9x-18$ $\therefore x > 9$
4. I. $x-3 > 0$ 且 $x-5 < 0$ 又ハ
II. $x-3 < 0$ 且 $x-5 > 0$ ナルヲ要ス.
I \exists ヲ $x > 3$ $x < 5$ $\therefore 5 > x > 3$
II \exists ヲ $x < 3, x > 5$ 不成立.
5. $(x-3)(x-2) > 0$ ナルタメニハ
I. $x-3 > 0$ 且 $x-2 > 0$

- $\therefore x > 3$ 且 $x > 2$
- II. $x-3 < 0$ 且 $x-2 < 0$
 $\therefore x < 3$ 且 $x < 2$
I, II ヲ綜合シテ $x > 3$ 又ハ $x < 2$
6. $(x-1)(x-2) < 0$ ナルタメニハ
I. $x-1 < 0$ 且 $x-2 > 0$
II. $x-1 > 0$ 且 $x-2 < 0$ ナルヲ要ス.
I \exists ヲ $x < 1$ 且 $x > 2$ 不成立.
II \exists ヲ $x > 1$ 且 $x < 2$
 \therefore Ans. $1 < x < 2$
7. $x^2+7x-18 < 0, (x+9)(x-2) < 0$
 $\therefore x+9 < 0$ 且 $x-2 > 0$ (1)
 $x+9 > 0$ 且 $x-2 < 0$ (2)
ナルヲ要ス.
(1) \exists ヲ $x < -9$, 且 $x > 2$ 不成立.
(2) \exists ヲ $x > -9$, 且 $x < 2$

Ans. $-9 < x < 2$

8. $(x-7)(x+5) > 0$

Ans. $x > 7$ 又ハ $x < -5$

9. $4x < -4 \quad \therefore x > -1$

$5x < 5 \quad \therefore x < 1$

Ans. $1 > x > -1$

10. $4x > -4 \quad \therefore x < -1$

$5x > 5 \quad \therefore x > 1$

此二ツガ同時ニ成立タズ。

\therefore 本題ハ不可能ナリ。

11. $x^2 - 8x + 13 = 0$ トオキ, 後左邊ヲ因數
ニ分解スレバ

$$\{x - (4 + \sqrt{3})\} \{x - (4 - \sqrt{3})\} < 0 \text{ ナルヲ}$$

要ス。

$$\therefore x > 4 + \sqrt{3} \text{ ナラバ } x < 4 - \sqrt{3} \quad (1)$$

$$x < 4 + \sqrt{3} \text{ ナラバ } x > 4 - \sqrt{3} \quad (2)$$

ナルヲ要ス。 Ans. $4 + \sqrt{3} > x > 4 - \sqrt{3}$

12. $\frac{x}{x-1} - \frac{x-2}{x+1} = \frac{2(x-1)}{(x-1)(x+1)} > 0$

$$\therefore \frac{2(2x-1)(x^2-1)}{(x^2-1)^2} > 0 \text{ ヲ要ス。}$$

$$\therefore (2x-1)(x+1)(x-1) > 0 \text{ ヲ要ス。}$$

之ガ成立ツタメニハ次ノ四ツノ場
合アリ。

I. $2x-1 > 0, x+1 > 0, x-1 > 0$

II. $2x-1 > 0, x+1 < 0, x-1 < 0$

III. $2x-1 < 0, x+1 > 0, x-1 < 0$

IV. $2x-1 < 0, x+1 < 0, x-1 > 0$

II 及 IV ハ不可能。

$$\text{I ヲヨリ } x > 1, \text{ III ヲヨリ } \frac{1}{2} > x > -1$$

Ans. $x > 1$ 又ハ $\frac{1}{2} > x > -1$

$$13. \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+4)} > 0, \text{ 兩邊} = \{(x-1)(x+4)\}^2$$

ヲ掛ケ

$$(x-1)^2(x-2)(x+4) > 0$$

$$\text{Ans. } x > 2 \text{ 又ハ } x < -4$$

$$14. \quad x + 3y > 5 \quad (1)$$

$$7x - 2y = 8 \quad (2)$$

$$(1) \times 2 + (2) \times 3$$

$$23x > 34 \quad \therefore x > \frac{34}{23}$$

$$(1) \times 7 - (2)$$

$$23y > 27 \quad \therefore y > \frac{27}{23}$$

$$\text{Ans. } x > \frac{34}{23}, \quad y > \frac{27}{23}$$

15. 總人員ヲ x , 室數ヲ y トスレバ

$$x < 10y, \quad x - 8y = 39$$

$$\text{之ヲ解キ } y > 19.5, \quad x > 195$$

Ans. 總人員 195 人ヨリ多ク 20 室
以上アリ.

P. 36, 設問

1. 極大, 極小各一, 極大値 5,

極小値 -1.16

2. $y = 5x + 8$ x ノ増減ニ伴ヒ, y ノ値
ガ限リナク増減スル故ニ極大モ, 極
小モナシ.

3. $y = x^2 + 1$, $x = 0$ ノトキ y ハ極小値ヲ
取リ其値ハ 1 ナリ.

P. 38, 設問

$$1. \quad x^2 + 6x + 11 = (x+3)^2 + 2$$

$x = -3$ ノ時ニ此式ハ極小値ヲトナ
リ, 夫ヨリ x ガ大小何レニ變化ス
ルモ此式ノ値ハ次第ニ大ニナル故
ニ極大値ナシ.

2. $y=(x-4)^2+1$, $x=4$ ノトキニ y ハ極小値ヲ取リ極大値ナシ.

3. $y=10-(2x-3)^2$, $x=\frac{3}{2}$ ノトキ $y=10$

ナル極小値ヲ取ル.

設問. $9x^2-6x+2=y$

$$x = \frac{3 \pm 3\sqrt{1-(2-y)}}{9} \quad x \text{ ガ實數ナル}$$

タメニハ $-1+y \geq 0$ ナルヲ要ス. 即,

$$y \geq 1 \quad \text{Ans. } x = \frac{1}{3} \text{ ノトキ極小値 } 1.$$

P. 39, 設問

1. $(m-1)x^2+(m+1)x+m-1=0$ = 於テ

$$D=0 \text{ ナル故ニ } x = -\frac{m+1}{2(m-1)}$$

$\therefore m=3$ ナレバ $x=-1$

$$m = \frac{1}{3} \text{ ナレバ } x=1.$$

$$2. \frac{3x}{x^2+x+1}=m, \quad mx^2+(m-3)x+m=0$$

$$(m-1)(m+3) \leq 0 \quad \text{ナルヲ要ス.}$$

$$\therefore \text{I. } m-1 > 0 \text{ 且 } m+3 < 0$$

$$\text{II. } m-1 < 0 \text{ 且 } m+3 > 0$$

I ハ不可能, II ヨリ $-3 < m < 1$

P. 43, 例題

1. $x=0$ ナルトキ極小値 1.

$$2. (2x-9)^2-(3x-1)^2=m$$

$$5x^2+30x+m-80=0$$

x ガ實數ナルタメニハ

$$30^2-20(m-80) \geq 0 \quad \text{ナルヲ要ス.}$$

$$125 \geq m \quad \text{Ans. 極大値 } 125$$

$$3. x^2-8x+12=m, \quad 16-(12-m) \geq 0$$

$$m \geq -4 \quad \text{Ans. 極小値 } -4$$

$$4. \frac{1-2x^2}{x^2+4x+4}=m$$

$$(m+2)x^2 + 4mx + 4m - 1 = 0$$

$$4m^2 - (m+2)(4m-1) = -7m+2 \geq 0 \text{ ナルヲ}$$

要ス.

$$\therefore \frac{2}{7} \geq m \quad \text{Ans. 極大値 } \frac{2}{7}$$

5. $ax^2 + bx + c = m$

$$D = b^2 - 4a(c-m) \geq 0 \text{ ナルヲ要ス.}$$

$$4am \geq 4ac - b^2$$

$$a > 0 \text{ ナレバ } m \geq \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ 極小値.}$$

$$a < 0 \quad " \quad m \leq \frac{4ac - b^2}{4a} \text{ 極大値.}$$

6. $\frac{x^2 + 14x + 9}{x^2 + 2x + 3} = m$

$$(m-7)^2 - 3(m-1)(m-3) \geq 0 \text{ 即,}$$

$$m^2 + m - 20 = (m-4)(m+5) \leq 0 \text{ ナルヲ要}$$

ス.

$$\text{Ans. 極大値 } 4, \text{ 極小値 } -5$$

7. $\frac{x^2 + x - 1}{x^2 - x - 1} = m$

$$(m-1)x^2 - (m+1)x - (m-1) = 0$$

$$D = (m+1)^2 + 4(m-1)^2 > 0 \text{ 即, } m \text{ ノ値ニ}$$

係ラズ D ハ常ニ正ナリ.

$\therefore m$ ハ如何ナル値ヲモ取リ得ル
故ニ極大, 極小ナシ.

8. 矩形ノ二邊ヲ x, y トセバ, 其周ハ
 $2(x+y)$, 面積ハ xy . xy ガ一定ナル
故ニ $2(x+y)$ ノ最小即, $x+y$ ノ最小
ナルハ $x=y$ ナル時即, 正方形ナリ.

9. 三稜ヲ x, y, z トスレバ

$2(xy+yz+zx)$ ガ一定 即, $xy+yz+zx$ ガ
一定.

$\therefore xyz$ ノ最大 即, $(xyz)^2 = xy \cdot yz \cdot zx$ ノ最
大ナルハ $xy=yz=zx$ ナルトキ 即,

$x=y=z$ ナルトキナリ.

Ans. 立方体.

10. 周囲ヲ $2a$ トシ一辺ヲ x トシ對角線

ヲ y トスレバ

$$y^2 = x^2 + (a-x)^2 \quad \text{即, } 2x^2 - 2ax + a^2 - y^2 = 0$$

x ガ實數ナルタメニハ $a^2 - 2(a^2 - y^2) \geq 0$

即, $y \geq \frac{a}{\sqrt{2}}$ ナルヲ要ス. 故ニ y ノ極

小値ハ $\frac{a}{\sqrt{2}}$ ニシテ此時 $x = \frac{a}{2}$ 即,

矩形ガ正方形トナリタル場合ナリ.

11. 二邊ヲ x, y , 矩形ノ面積ヲ S , 圓ノ

半徑ヲ r トセバ

$$S = xy, \quad x^2 + y^2 = 4r^2 \quad \therefore y = \sqrt{4r^2 - x^2}$$

$$\therefore S = x\sqrt{4r^2 - x^2} \quad \therefore S^2 = x^2(4r^2 - x^2)$$

$x^2, 4r^2 - x^2$ ノ和ハ一定値 $4r^2$ ナル故

ニ積ノ最大ナルハ $x^2 = 4r^2 - x^2$ ナル

時ナリ. 即, $x^2 = 2r^2$

$$\therefore 2r^2 + y^2 = 4r^2 \quad \therefore y^2 = 2r^2$$

$\therefore x^2 = y^2$ 即, $x = y$ 即, 正方形ナリ.

12. $AB = AC, OC = OA = r$ (半徑)

$OD = x$, 面積ヲ S トスレバ

$$S = AD \cdot DC = (r+x)\sqrt{r^2 - x^2}$$

$$\therefore S^2 = (r+x)^2(r-x), \quad r+x,$$

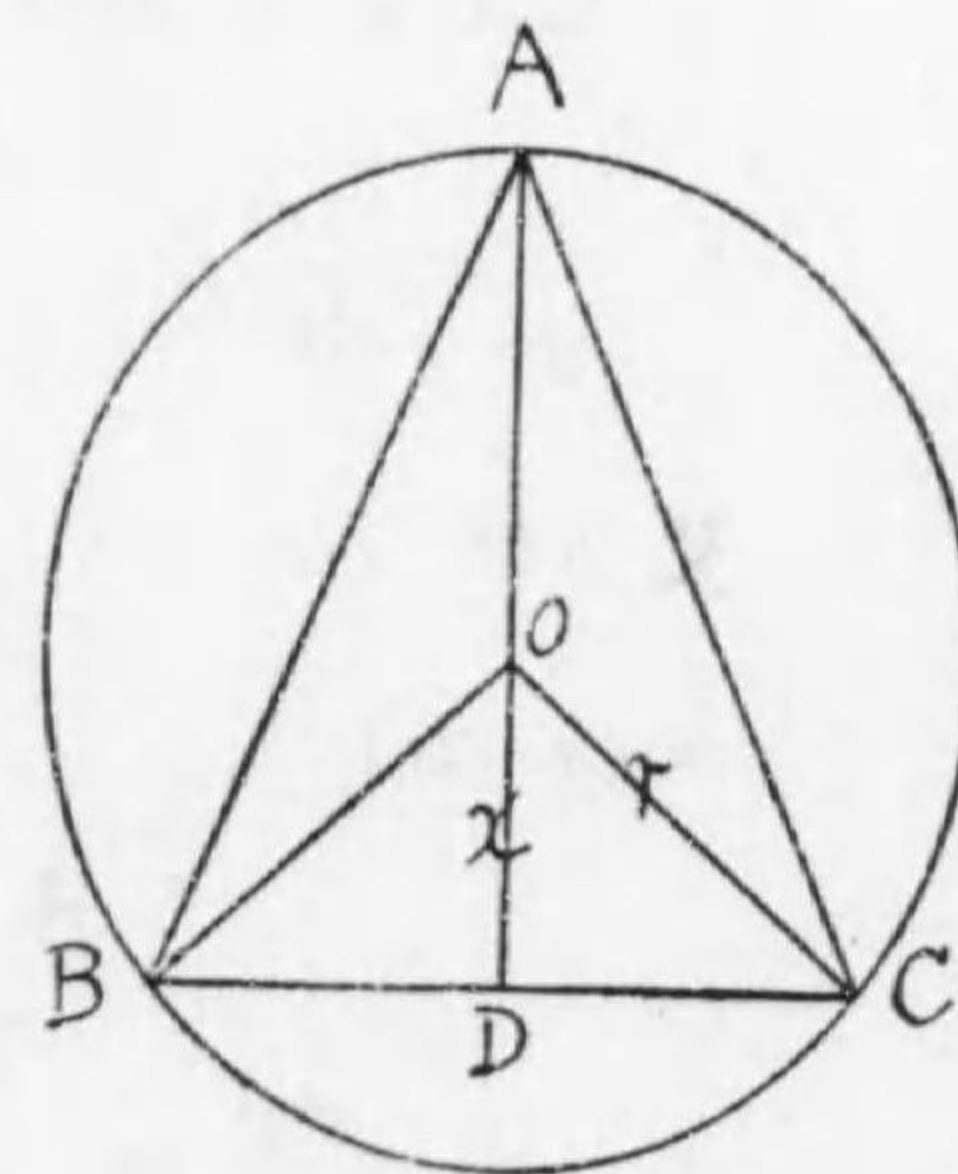
$r-x$ ノ和ハ

一定

$\therefore S$ ノ極大

即, S^2 ノ極大

$$\text{ハ } \frac{r+x}{3} = r-x$$



ノ時ナリ. $\therefore x = \frac{r}{2} \therefore DC = \frac{\sqrt{3}}{2} r$

$$\therefore \frac{OC}{2} = \frac{OD}{1} = \frac{DC}{\sqrt{3}}$$

$\therefore \angle COD = 60^\circ \therefore \angle DOB = 60^\circ$

$\angle COA = \angle AOB = \angle BOC = 120^\circ$

$\triangle ABC$ ハ正等邊ナリ.

13. 定圓ノ半徑 $OF = r$,

高 $AD = y$

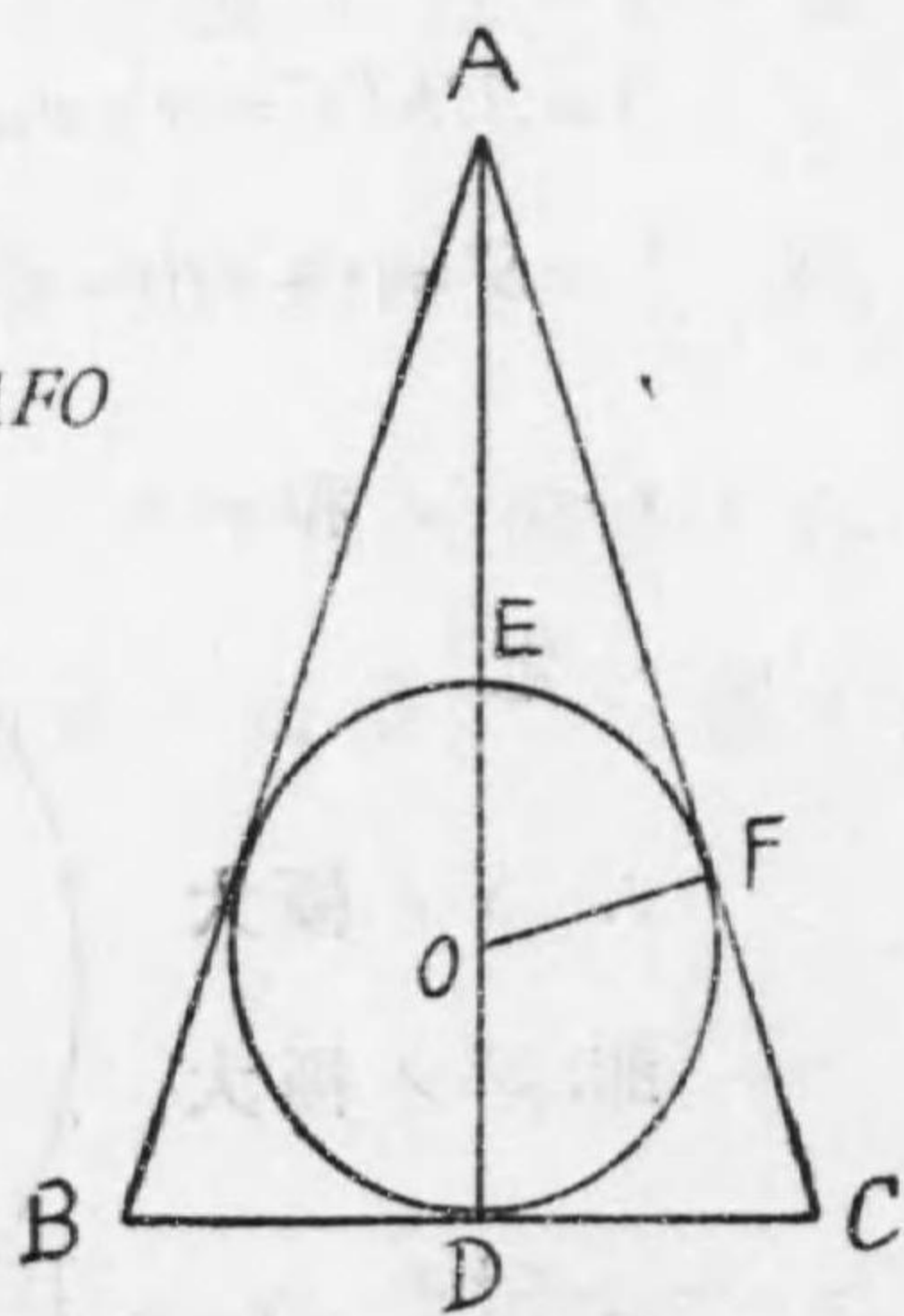
$CD = x$ トセバ

$\triangle ADC \sim \triangle AFO$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{r}{AF}$$

又 AF^2

$$= y(y-2r)$$



$$\therefore x^2 = \frac{r^2 y^2}{AF^2} = \frac{r^2 y^2}{y(y-2r)} = \frac{r^2 y}{y-2r}$$

$\therefore x^2 y^2 = \frac{r^2 y^3}{y-2r}$, 三角形ノ面積 xy

ハ $x^2 y^2$ ト其極小ヲ共ニス.

$\therefore \frac{r^2 y^3}{y-2r}$ ガ極小ナル時ニ面積ハ極

小トナル. $\frac{r^2 y^3}{y-2r} = \frac{r^2}{\frac{1}{y^2} \left(1 - \frac{2r}{y}\right)}$

$= \frac{r^2}{2r - \frac{1}{y^2} \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{y}\right)}$ 此式ガ極小トナ

ルハ分母ガ極大トナル時ナリ. 即,

$\frac{1}{y^2} \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{y}\right)$ ノ極大ナル時ナリ.

$\frac{1}{y} \cdot \left(\frac{1}{2r} - \frac{1}{y}\right)$ ノ和ハ $\frac{1}{2}$ ニシ

テ一定, 且二因數共ニ正.

$\therefore \frac{1}{2y} = \frac{1}{2r} - \frac{1}{y}$ 即, $y = 3r$ ナル