SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

SIEBEN UND FÜNFZIGSTER BAND.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1868.

SITZUNGSBERICHTE

DER

ATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

LVII. BAND. II. ABTHEILUNG.

JAHRGANG 1868. — HEFT I BIS V.

(Mit 26 Tafeln und 12 Holzschnitten.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI KARL GEROLD'S SOHN, BUCHHÄNDLER DER KAIS. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1868.

INHALT.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LVII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

1.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

I. SITZUNG VOM 9. JÄNNER 1868.

Se. Excellenz der k. k. Minister des Innern, Herr Dr. Giskra, eröffnet der Akademie, mit Zuschrift vom 2. Jänner l. J., daß er das ihm von Sr. k. k. apostol. Majestät allergnädigst übertragene Amt am 1. Jänner d. J. angetreten habe, und versichert die k. Akademie der Wissenschaften der kräftigsten Förderung ihrer Interessen. Ferner richtet der k. k. Minister Herr Dr. Berger eine Zuschrift ähnlichen Inhaltes dto. 5. Jänner an die Akademie.

Das c. M. Herr Prof. Dr. E. Mach in Prag übersendet eine ierte Abhandlung „über den physiologischen Effect räumlich verteilter Lichtreize“ nebst einer stereoskopischen Durchsicht der Wellenlängen eines zweiaxigen Krystalles.

Herr W. Schlemüller, k. k. Lieutenant in Olmütz, übermittelt eine Abhandlung: „Einfluß der Sonne auf die Wärme der Erdoberfläche“.

Die Redaction der „Zeitschrift für exacte Philosophie“ zu Halle und Leipzig übersendet eine Preisaufgabe aus dem Gebiete der Astronomie, Geologie und Biologie.

Herr Prof. Dr. E. Brücke überreicht eine Abhandlung: „Über das Aufsuchen von Ammoniak in thierischen Flüssigkeiten und über das Verhalten desselben in einigen seiner Verbindungen“.

Herr Dr. A. Boué macht eine Mittheilung über das Vorhandensein von Belemniten in der Gosauformation, über den Werth der chronologisch-bibliographischen Aufzählungen in den physikalisch-naturhistorischen Wissenschaften und über die Herstellung einer Eisenbahn von Belgrad nach Salonik.

Derselbe bespricht ferner den Inhalt seiner Abhandlung „über die Rolle der Veränderungen des unorganischen Festen im großen Maßstabe in der Natur.“

Herr J. Pranghofer, Assistent der höheren Mathematik am Wiener k. k. Polytechnicum, legt eine Abhandlung: „Beiträge zu einer Abel'schen Gleichung und zu einem Satze von Parseval vor.

Herr Dr. S. Stricker legt folgende drei Abhandlungen vor:

1. „Über die passiven Wanderungen von Zinnoberkörnche durch den thierischen Organismus" von Herrn Dr. W. Reitz au St. Petersburg;

2. „Über das Epithel der Schleimhaut und die Ausführungs gänge der Drüsen des weichen Gaumens und der Uvula des Menschen von Herrn Em. Klein;

3. „Zur Insertionsweise der Muskelfasern" von Herrn Me Cand. Enrico Verson aus Padua.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale de Médecine: Mémoires. Tome XXVI 1re Partie; Tome XXVIII, 1re Partie. Paris, 1865 & 1867; 4
— Bulletin. Tome XXX. Paris, 1864—1865; 8°.
— — des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon: Mémoire Classe des Sciences. Tome XVe. Lyon et Paris, 1865—66; 4

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berli Monatsbericht. August 1867. Berlin; 8°.

American Journal of Science and Arts. Vol. XLIV, Nrs. 130- 132. New Haven, 1867; 8°.

Annalen der Chemie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. I Band LXVIII, Heft 2; V. Supplementband, 2. Heft. Leipzig Heidelberg, 1867; 8.

Annales des mines. VIe Série, Tome XI, 2e. Livraison de 186 Paris; 8°

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 5. Jahrg. Nr. 2 6. Jahrgang, Nr. 1. Wien, 1867 & 1868; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1671—1672. Altona, 1867 1868; 4°.

Bericht des akademischen Lesevereins zu Prag, 1866—67. Pra 1867; 8°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des science physiques et naturelles. N. P. Tome XXXe, Nr. 118—11 Genève, Lausanne, Neuchatel, 1867; 8°.

Carte géologique de la Néerlande. (17 Feuilles) in Folio.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXV, Nr. 23—26. Paris, 1867; 4°.

Cosmos. 3e Série. XVIe Année, Tome I, 11e—13e Livraisons; XVIIe Année, Tome II, 1re Livraison. Paris, 1867 & 1868; 8°.

Genootschap, Bataviaasch, van Kunsten en Wetenschappen: Verhandelingen. Deel XXXII. Batavia, 1866; 4°. — Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde. Deel XIV, Aflev. 5 & 6; Deel XV, Aflev. 1—6; Deel XVI, Aflev. 1. Batavia & 's Hage, 1864, 1865 & 1866; 8°. — Notulen. Deel II, Aflev. 1—4; Deel III, Aflev. 1—2; Deel IV, Aflev. 1. Batavia, 1864, 1865 & 1866; 8°. — Catalogus der Bibliotheek. Batavia, 's Hage, 1864; 8°.

Gerding, Th., Geschichte der Chemie. Leipzig, 1867; 8°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. II. Band, Nr. 13—24. Wien, 1867; 8°.

— allgem. Schweizerische, für die gesammten Naturwissenschaften: Neue Denkschriften. Band XXII. Zürich, 1867; 4°. — Actes. 50e Session. 1866. Neuchatel; 8°.

— naturforschende, in Bern: Mittheilungen aus dem Jahre 1866. Bern, 1867; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXVIII. Jahrg., Nr. 30—32; XXIX. Jahrg., Nr. 1. Wien, 1867 & 1668; 8°.

Giessen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1865—1867; 4° & 8°.

Grunert, Joh. Aug., Archiv der Mathematik u. Physik. XLVII. Theil, 3. Heft. Greifswald, 1867; 8°.

Haast, Julius, Report on the Headwaters of the River Rikaia. Christchurch, 1867; kl. Folio.

Helsingfors, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1865 & 1866; 4° & 8°.

Hörnes, Moriz, Die fossilen Mollusken des Tertiärbeckens von Wien. II. Band, Nr. 7 & 8. Wien, 1867; 4°.

Institut National Genevois: Mémoires. Tome XIe. 1866. Genève, 1867; 4°. — Bulletin, 1866. Nr. 30—31. 8°.

Istituto, R., Veneto, di Science, Lettere ed Arti: Memoire. Vol. XIII, Parte 3. Venezia, 1867; 4°. — Atti. Tomo XII, Serie IIIa, Disp. 10a. Venezia, 1866—67; 8°.

Istituto, R., tecnico di Palermo: Giornale di Scienze naturali ed economiche. Anno 1867. Vol. III. Fasc. 1—3. Palermo; 4°.

Jahrbuch, Berliner Astronomisches für 1870. Berlin, 1868; 8°.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie von H. Will. Für 1866. 2. Heft. Gießen, 1867; 8°.

Land- und forstwirthschaftliche Zeitung. 17. Jahrg. Nr. 50—52. Wien, 1867; 4°.

Marburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1866—1867; 4° & 8°.

Mittheilungen des k. k. Génie-Comité. Jahrgang 1867, 9. & 10. Heft. Wien; 8°.

Moniteur scientifique. 264° Livraison. Tome IX°, Année 1867. Paris; 4°.

Museo publico de Buenos Aires: Anales. Entrega 2da. Buenos Aires, 1867; 4°.

Reichsforstverein, österr.: Monatsschrift für Forstwesen. XVII. Band, Jahrg. 1867, September- & October-Heft. Wien; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V° Année, Nr. 2—5. Paris & Bruxelles. 1867—1868; 4°.

Société Linnéenne du Nord de la France: Mémoires. Année 1866. Amiens, 1867; 8°.

littéraire, scientifique et artistique d'Apt: Annales. III° Année. 1865—1866. Apt, 1867; 8.

Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. XI° Année, Nr. 5—6. Constantinople, 1867; 4°.

Linnéenne de Lyon: Annales. Année 1866. N. S. Tome XIV°. Paris, 1867; 4°.

des Sciences physiques et naturelles etc. de Lyon: Annales. III° Série. Tomes IX & X. 1865 & 1866. Lyon & Paris; 4°.

— Impériale des Naturalistes de Moscau: Bulletin. Tome XL, Année 1867, Nr. 2. Moscou; 8°.

Society, The Chemical: Journal. Series 2. Vol. V. July—September. 1867. London; 8°.

— The Anthropological, of London: The Anthropological Review. Nrs. 18—19. London, 1867; 8°. — List of Fellows. 1867; 8°. — Catalogue of Books. 1867; 8°.

Society, The Linnean, of London: Transactions. Vol. XXV, Part 3. London, 1866; 4°. — General Index to the Transactions. Vols. I to XXV. London, 1867; 4°. — Journal. Botany: Vol. IX, Nrs. 38—39; Zoology: Vol. IX, Nrs. 34—35. London, 1866—1867; 8°. — List. 1866; 8°.

— The Natural History, of Dublin: Proceedings for the Session 1864—65. Vol. IV. Part. 3. Dublin, 1865; 8°.

Upsala, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1866 & 1867; 8°, 4° und Folio.

Verein für Naturwissenschaften zu Hermannstadt: Verhandlungen und Mittheilungen. XVIII. Jahrgang. Nr. 1—6. Hermannstadt, 1867; 8°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVII. Jahrg. Nr. 100—104. XVIII. Jahrg. Nr. 1—3. Wien, 1867 & 1868; 4°.

Wochen-Blatt der k. k. steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. XVI. Jahrg. Nr. 26. Grazt, 1867; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig und Hübner. X. Jahrg. Nr. 21—22; XI. Jahrg. Nr. 1. Leipzig, 1867 & 1868; 8°.

chen auch im Kerne der Zelle eingelagert. Was die Anwesenheit von Zinnober in der Leber und Milz, so wie frei in den Gewebsflüssigkeiten anbelangt, so kann ich die Befunde von Hoffmann und Recklinghausen[1]) an Fröschen auch für das Kaninchen bestätigen. Ein trächtiges Kaninchen, dem 2 Mal Zinnober ins Blut injicirt wurde, benutzte ich, um den Uterus und die Placenta zu untersuchen. Auf Schnittpräparaten aus Cromsäure konnte man in beiden Organen eine nicht unbedeutende Anzahl von Zinnoberpartikelchen nachweisen. Die glatten Muskelfasern des Uterus waren davon nicht ausgenommen. Das Blut-Coagulum aus dem Herzen des Embryo zeigte bei der Untersuchung auch die Anwesenheit von Zinnoberpartikelchen wie im Fibringerinnsel so auch in den zelligen Elementen. Bei der Untersuchung des Gehirns und Rückenmarks konnte ich die Anwesenheit von Zinnober weder in den Nervenzellen noch in den Nervenröhren mit Bestimmtheit eruiren. Die capillaren Gefäße des Gehirns lieferten hingegen ein ausgezeichnetes Object, um das Eingelagertsein von Zinnoberpartikelchen in den Capillargefäßen zu studiren. Man konnte mit der Tauchlinse das Vorhandensein der Zinnoberkörnchen in den Wänden der Capillarien selbst mit der größten Sicherheit nachweisen was wohl zur Vermuthung berechtigt, daß das Hineingelangen von Zinnober ins Gewebe direct durch die Wände der Capillargefäße stattfinden könne.

---

[1]) Centralblatt Nr. 31, 1867.

Über die physiologische Wirkung räumlich vertheilter Lichtreize.

(Vierte Abhandlung.)

Von **Ernst Mach.**

Es wurde in drei vorausgegangenen Arbeiten gezeigt, daß eine ziemlich große Reihe von Erscheinungen sich sehr einfach erklären lasse, wenn man annimmt, es gelte ein Analogon des Fechner'schen psychophysischen Grundgesetzes schon für kleinere Partien der Netzhaut.

Diese blos in großen Zügen angedeutete Idee soll nun hier genauer ausgeführt, das psychophysische Grundgesetz selbst aber zuvor in Augenschein genommen werden.

Es ist bereits viel darüber gestritten worden, ob das psychophysische Gesetz physischer, psychischer oder psychophysischer Natur sei. Die Vermuthung, daß es organischer Natur sei, welche ich nach dem gegenwärtigen Stande der Frage für die richtige halte, ist, so viel mir bekannt, bisher nicht aufgetreten.

Fick hat gezeigt, daß die ausgelöste Nervenerregung dem Reize proportional geht. Das Gesetz kann also wohl kein physisches sein.

Nach Wundt soll das Gesetz ein psychisches sein. Es beherrscht den Proceß der Vergleichung. Dieser Proceß müßte sich aber wohl noch in Theile zerlegen lassen. Und denken wir uns Physisches und Psychisches genau an einander gebunden, so müssen diesen Theilen des psychischen Processes Theile eines physischen entsprechen. Man kann also wiederum behaupten, wenn das Gesetz ein psychisches ist, so muß es wohl auch ein physisches sein.

Ein psychophysisches Gesetz, ein Gesetz, welches mit einem Fuße im Physischen, mit dem andern im Psychischen steht, will Herrn Wundt nicht recht behagen. Mir behagt es auch nicht, aber blos seiner Form wegen nicht. Diese Form scheint mir zu beweisen, daß die beiden Glieder, welche das Gesetz zusammenfasst, die Enden einer Reihe seien. Die letzte Nervenerregung und die Empfindung, welche unabänderlich mit einander gehen, können wohl nicht anders als einander proportional sein.

Meines Erachtens ist das Gesetz ein organisches, d. h. es beruht auf der Organisation. Da wo es am schärfsten hervortritt, im Gebiet der Klänge, ist dies offenbar. Es liesse sich ein Ohr denken, für welches nicht die Verhältnisse sondern die Unterschiede der Schwingungszahlen massgebend wären.

Ich kann mich kurz fassen. Das psychophysische Gesetz gilt nicht für die Beziehung von Reiz und Nervenerregung im einfachen Nerv, auch nicht für die Beziehung von Nervenerregung und Empfindung im einfachen Nerv. Es gilt für die Beziehung des ersten Reizes zur letzten Nervenerregung, mit welcher die bewußte Empfindung geht und zwar deßhalb, weil die Erregungen im Sinnesorgan durch ein complicirtes Gewebe von Nerven durchfiltrirt werden.

Wir können dann das Gesetz ein organisch-physisches oder auch ein organisch-psychisches nennen. Denn der erwähnte Filtrationsproceß kann als ein physischer und auch als ein psychischer aufgefaßt werden.

Es sei mir erlaubt, dies durch einige Betrachtungen über das Auge zu erläutern, welche ich zwar durchaus nicht für erschöpfend, aber doch für sehr nützlich halte.

Fragen wir zunächst, wie wir uns in der Gesichtswelt zurecht finden würden, wenn wir nicht Verhältnisse sondern Unterschiede der Beleuchtungen wahrnehmen würden. Ein und dasselbe Ding in derselben Umgebung müßte uns bei der geringsten Änderung der Lichtintensität, wenn etwa eine Wolke an der Sonne vorbeizöge, sofort unkenntlich werden. Wollten wir uns dennoch zurecht finden, so müßten wir uns angewöhnen etwa durch Zudrücken oder Aufreissen der Augen die Lichtintensität auf gleicher Höhe zu erhalten. In der That, wenn es diesen Gott des psychophysischen Gesetzes nicht gäbe, der Organismus müßte sich ihn erfinden. Und wenn die Darwin'sche Theorie richtig ist, so hat er sich ihn erfunden. Das Sehen der Lichtintensitätsverhältnisse ist also innerhalb gewisser Grenzen für das Bestehen der Organismen nothwendig.

Sehen wir nun die Veranstaltungen des Organismus an, welche etwa zur Erhaltung des psychophysischen Gesetzes dienen könnten.

Wir finden zunächst die Iris, welche mit Hilfe ihrer Muskel die Intensität der Netzhautbilder bei Schwankungen der äussern Lichtintensität innerhalb gewisser Grenzen auf gleicher Höhe erhält.

Die Iris kann aber nicht alles leisten. Sollte nun der Rest nicht durch ähnliche Regulatoren besorgt werden?

Es sei i die Lichtintensität eines Gegenstandes und f die Fläche seines Bildes auf der Netzhaut. Ebenso i' die Intensität des umgebenden Grundes und f' die Fläche des Bildes. Die Fläche der Pupillenöffnung heiße W. Gesetzt die Iris hätte die Eigenschaft, stets dasselbe Gesammtlicht C auf die Netzhaut zu lassen, so bestünde die Gleichung:

$$W(if + i'f') = C \text{ oder } W = \frac{C}{if + i'f'}.$$

Die Lichtintensität des Bildes ist nun

$$I = iW = i\,\frac{C}{if + i'f'}.$$

Nun könnte immerhin die Beleuchtung des Gegenstandes und des Grundes 2, 3 .... $n$mal so groß werden, so würde doch die Beleuchtungsintensität der Netzhautstellen nicht wechseln und wir hätten dieselben Empfindungen.

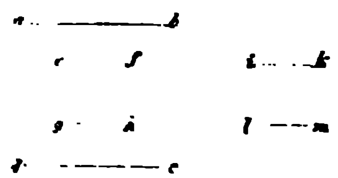
Es dürften aber noch Regulatoren anderer Art vorhanden sein. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß das Licht einzelner Netzhautstellen gegen das Licht der Gesammtnetzhaut abgeschätzt werde, oder mit andern Worten, daß von der Erregung einer Stelle desto mehr oder weniger in das Sensorium abfließen könne, je weniger beziehungsweise mehr die ganze Netzhaut erregt ist. Die Erregungen zweier Stellen versperren sich so zu sagen gegenseitig den Abfluß zum Sensorium.

Nehmen wir zunächst an, alle Netzhautstellen würden in gleicher Wechselwirkung stehen. Nennen wir die Erregung, welche von einer Stelle in das Sensorium abfließt E, so haben wir:

$$E = iW\,\frac{i(f + f')}{if + i'f'} = i^2\,\frac{C(f + f')}{(if + i'f')^2}.$$

Hiernach würde auch wieder die von einer Stelle zum Sensorium abfließende Erregung dieselbe bleiben, so lange die Lichtvertheilung sich nicht ändert. Man wird aber durch diese Annahme den Thatsachen des Contrastes gerecht. Man darf jedoch die Wechselwirkung der Netzhautstellen nicht als unabhängig von ihrer Entfernung betrachten, sondern muß näheren Netzhautstellen eine größere Wechselwirkung zuschreiben.

Fig. 1.



Legt man auf einen unbegrenzten schwarzen Grund ein weißes Quadrat *abcd*, so zeigt dies eine gewisse Contrasthelligkeit. Schneidet man nun aus demselben das Quadrat *efgh* und legt es nebenan nach *iklm*, so bleibt die Gesammthelligkeit des Gesichtsfeldes dieselbe. Die Helligkeit des Weiß wächst jedoch. Dies deutet auf Wechselwirkung der Netzhautstellen und zwar auf eine desto stärkere je näher sich die Netzhautstellen sind. Es geschieht eben in dem Versuche nichts anderes als daß einige schwarze Stellen einigen weißen näher rücken.

Ich wollte in dem Vorhergehenden nur zeigen, daß es zu den Möglichkeiten gehört, das Fechner'sche Gesetz und die Fick'sche Beobachtung der Proportionalität von Reiz und Erregung zu vereinigen, ohne einen [illegible] Sprung ins Psychische zu thun. Man [illegible] Empfindung und Erregung [illegible] setzen und [illegible] gleiche Erregungen [illegible] demselben [illegible]

[illegible] Größe [illegible] Sonnenschein von [illegible]

[illegible] sich in [illegible] Empfindung. Dies beruht [illegible] die Partialtöne [illegible] der Schwingungs- [illegible]

[illegible] Theil wenigstens) [illegible] Verhältniß [illegible] der Organisation [illegible] starren Mechanik [illegible] vorausgesetzt [illegible] Netzhautstellen in [illegible] vermuthen.

Ich will nun die Erklärung meiner Contrasterscheinungen nach dem angedeuteten Princip versuchen.

Legen wir durch die Netzhautebene ein Coordinatensystem (XY). Die Pupillenweite denken wir uns constant und die Lichtvertheilung auf der Netzhaut gegeben durch

$$i = f(x, y).$$

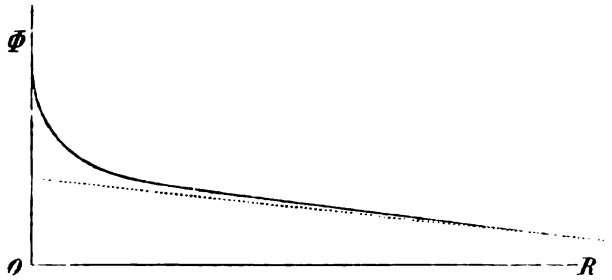
Zwei Netzhautstellen stehen in einer Wechselwirkung, welche durch eine Function $\Phi(r)$ ihrer Entfernung bestimmt ist. Die Erregung, welche dann von der mit der Intensität i beleuchteten Stelle ins Sensorium abfließt ist:

$$e = i \frac{i\Sigma\Phi(r)\Delta v}{\Sigma i'\Phi(r)\Delta v}.$$

Im Zähler sind unter dem Summenzeichen die Entfernungsfunctionen aller Netzhautstellen von der i-Stelle mit ihren Flächenelementen Δv multiplicirt zu denken; im Nenner erscheint jede Stelle noch mit der ihr eigenen Intensität i'.

Die Erklärung der von mir beobachteten hellen und dunklen Streifen ergibt sich nun auch schon ohne genauere Kenntniß der Function $\Phi(r)$. Es geht nämlich aus den Erscheinungen klar hervor, daß bei denselben die nächsten Stellen den überwiegend größten Einfluß auf einander üben. Stellen wir uns $\Phi(r)$, r als Abscisse auftragend als Curve dar, so bietet diese etwa den Anblick der Figur 2.

Fig. 2.



Man kann sich nun diese Curve $\Phi(r)$ hervorgebracht denken durch Übereinanderlegung zweier Curven, wie dies die Punktirung andeutet. Die eine davon $\varphi(r)$ nähert sich mit wachsendem r rasch der Abscissenaxe, während die zweite $\Psi(r)$ ziemlich flach verläuft.

[illegible] überwiegenden Ein[illegible]
[illegible] Dann haben

$$[illegible]$$

[illegible] Stelle ist [illegible]

$$= [illegible] = -\left[\frac{[illegible]}{[illegible]} h - \frac{[illegible]}{[illegible]} k\right] + \frac{1}{2}\left[\frac{d^2 i}{dx^2} [illegible]\right.$$

$$[illegible] + \dots$$

[illegible] Stellen berücksichtig[illegible]
[illegible]

$$[illegible](x-h, y-[illegible]), \; [illegible](x-h, y+k),$$
$$[illegible](x-h, y-[illegible]), \; [illegible](x-h, y-k)$$

[illegible]

[illegible] $\sqrt{[illegible]^2 - [illegible]^2}$ und für [illegible] tritt $dhdk$ ein. [illegible]
[illegible]

$$[illegible] = [illegible]\, \sqrt{[illegible]^2 - k^2}\, dhdk.$$

$$[illegible] = [illegible](x-h, y+k)\, \varphi(\sqrt{h^2+k^2})dhdk$$
$$[illegible](x-h, y-k)\, \varphi(\sqrt{h^2+k^2})d[illegible]$$
$$- [illegible](x-h, y-k)\, \varphi(\sqrt{h^2+k^2})dhdk$$

[illegible]

$$[illegible] = \int\!\!\int [illegible] + 2\left(\frac{d^2 i}{dx^2} h^2 + \frac{d^2 i}{dy^2} k^2\right)\varphi(\sqrt{h^2+k^2})dhdk =$$

Setzen wir nun

$$\int_0^\infty\int_0^\infty \varphi(\sqrt{h^2+k^2})\,dhdk = m$$

$$\int_0^\infty\int_0^\infty \varphi(\sqrt{h^2+k^2})\,h^2dhdk = \int_0^\infty\int_0^\infty \varphi(\sqrt{h^2+k^2})\,k^2dhdk = n$$

so erhalten wir:

$$e = i\frac{4mi}{4mi + 2n\left(\frac{d^2i}{dx^2}+\frac{d^2i}{dy^2}\right)}$$

und $\frac{2n}{4m} = \frac{k}{2}$ gesetzt

$$e = i\frac{i}{i+\frac{k}{2}\left(\frac{d^2i}{dx^2}+\frac{d^2i}{dy^2}\right)}.$$

Diese aus den genannten Annahmen abgeleitete Formel stellt nun die Erscheinungen recht gut dar. Führen wir auch die Pupillenweite W ein, so haben wir:

$$e = Wi\frac{i}{i+\frac{k}{2}\left(\frac{d^2i}{dx^2}+\frac{d^2i}{dy^2}\right)}.$$

1. Steigen alle Beleuchtungsintensitäten auf das $p$fache, so gibt die Formel

$$e' = \frac{W}{p}.pi\frac{pi}{pi+p\,\frac{k}{2}\left(\frac{d^2i}{dx^2}+\frac{d^2i}{dy^2}\right)} = e.$$

Die Anordnung und Stärke der Erregungen bleibt dieselbe. Die Empfindung der Erregung proportional gesetzt, ändert sich nichts an der Empfindung. Dies stimmt mit den Beobachtungen der ersten Abhandlung.

2. Es sollen alle Beleuchtungsintensitäten um a zunehmen. Dann ist:

$$e' = \frac{W.i}{a+i}(a+i)\frac{a+i}{a+i+\frac{k}{2}\left(\frac{d^2i}{dx^2}+\frac{d^2i}{dx^2}\right)}.$$

Wird a sehr groß, so verschwindet der Einfluß des Gliedes $\frac{k}{2}\left(\frac{d^2i}{dx^2}+\frac{d^2i}{dx^2}\right)$ vollständig, wie die Beobachtung ebenfalls lehrt.

3. Ist das Glied

$$\frac{k}{2}\left(\frac{d^2i}{dx^2}+\frac{d^2i}{dy^2}\right)$$

positiv, d. h. ist die Lichtfläche überwiegend convex gegen die Netzhautebene gekrümmt, so erscheint die Erregung der betreffenden Stelle vermindert. Umgekehrt ist es im entgegengesetzten Falle.

Man könnte natürlich auch den Werth der Constanten k und die Form von $\varphi(r)$ aus Beobachtungen bestimmen, wenn hinreichend sichere Messungen ausführbar wären.

Daß die Theorie auch auf die Erscheinungen des Farbencontrastes anwendbar sei, habe ich bereits mehrmals hervorgehoben. Man kann die hieher gehörigen Versuche auf sehr einfache Weise ausführen, wie ich kurz andeuten will. Ich wende die mit Ausschnitten versehene Scheibe (Fig. 3) an. Dieselbe ist auf einer Seite mit weißem, auf der andern mit schwarzem Papier überzogen. Durch die Ausschnitte der rotirenden Scheibe wird ein farbiger Grund betrachtet. Ein rother Grund zeigt bei α eine dunkle, bei β eine helle Linie, wenn der Beobachter auf der schwarzen Seite der Scheibe steht. Wird das Schwarz etwas beleuchtet, so daß es grau erscheint, so sieht man bei α einen complementär grünlichen Ring. Die weiße Seite kann unmittelbar oder bei farbiger Beleuchtung angewandt werden. Die Erscheinungen bieten nichts, was sich nach obigen Auseinandersetzungen nicht voraussehen ließe.

Fig. 3.

Was mir aus diesen Erscheinungen und Betrachtungen hauptsächlich hervorzugehen scheint ist zunächst dies, daß die Wahrneh- ·pfindung das Resultat einer Unzahl von organischen Einzelkräften sei, daß man sich z. B. die Netzhaut lebendiger und selbstständiger zu denken habe als dies gewöhnlich geschieht.

Eine nicht unähnliche Umwandlung haben die physikalischen Ansichten in neuerer Zeit erlebt. An die Stelle des einen Gases ist ein reges Gewirre von Molecülen getreten, dessen regelmäßige Wirkungen nur mehr aus den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit hervorgehen. Die Flüssigkeit sieht eben so verändert aus und bald wird man finden, daß man sich auch die Krystalle nicht zu einfach und regelmäßig vorstellen dürfe.

Indem sich jede Netzhautstelle so zu sagen über und unter dem Mittel der Nachbarn empfindet, entsteht eine eigenthümliche Art des Wahrnehmens. Was dem Mittel der Umgebung nahe liegt wird verwischt, was darüber oder darunter ist wird unverhältnißmäßig hervorgehoben. Man könnte sagen die Netzhaut schematisirt und karrikirt. Die teleologische Bedeutung dieses Processes ist für sich klar. Er ist ein Analogon der Abstraction und der Begriffsbildung.

Die Mechanik führt bekanntlich überall auf Minimum- oder Maximumaufgaben. Die Bedeutung dieser Minimumprincipien geht aber weit über die speciellen Annahmen der Mechanik hinaus. Sie kommen überall ins Spiel wo Mehreres theils sich fördernd, theils sich hemmend zusammenwirkt. Daß auch das Auge beim Gestaltensehen von solchen Minimumprincipien beherrscht wird, ist schon in der dritten Abhandlung angedeutet und soll in einer nächsten ausgeführt werden.

Temperatur

und
erst
wurde.
der Tem-

an. Ich
Deckel. An
ausscherbe.
nachdem

on the causes of
Edinburgh medical
further researches of the

*) Centralblatt für die medicinischen Wissenschaften, redigirt von L. Hermann 1864
S. 501

ich mich vorher überzeugt habe, daß dieselbe mit dem Nessler'schen Reagens keine Spur von Ammoniakreaction gibt. (Ich habe bei späteren Versuchen des Vergleiches halber und ganz mit demselben Resultate statt der verdünnten Schwefelsäure mehrfach auch Lösungen von Weinsäure und von Oxalsäure angewendet. Das Wasser, in dem man löst, kann ammoniakfreies Brunnenwasser sein. In meinen Versuchen wurde stets solches angewendet, das durch Destillation von einer Weinsäurelösung gewonnen war. Das gewöhnliche destillirte Wasser enthält bekanntlich mehr Ammoniak als die besseren Brunnenwässer.) Nun lasse ich in die Dose direct aus der Ader eines Hundes Blut rinnen und setze den Deckel auf, nachdem ich seinen Rand behufs des besseren Verschlusses mit etwas Öl benetzt habe. Das Ganze bleibt eine Stunde lang auf dem Fenstertische eines Zimmers stehen, das bis auf 18—20° Celsius geheizt wird. Nach Verlauf derselben hebe ich den Deckel ab und tröpfle auf die Scherbe Nessler'sches Reagens [1]). Dasselbe weist deutlich Ammoniak nach. Die Scherbe aus einem zur selben Zeit und am selben Orte angestellten Gegenversuche, bei welchem sich statt Blut Wasser in der Dose befand, bleibt, mit dem Reagens geprüft, vollkommen weiß. Dagegen geben Blutkuchen und Serum, getrennt in neue Dosen gebracht, im Verlauf weiterer 2—3 Stunden noch wieder Ammoniak ab.

Auch Kaninchenblut gibt unter denselben Umständen Ammoniak ab, aber in noch viel geringerer Menge als das Hundeblut, in der That nur in schwachen, wenn auch deutlichen Spuren.

Ich habe mich dieses Verfahrens unter steter Anstellung von Parallelversuchen bedient, um auch anderswo der Ammoniakentwicklung nachzuforschen.

Speichel entwickelt bedeutende Mengen von Ammoniak und dasselbe rührt hier nicht etwa blos vom Tabakrauchen oder von cariösen Zähnen her, denn Dr. Sigmund M., der im vergangenen Winter in meinem Laboratorium arbeitete, erhielt aus seinem Speichel

---

[1]) Das Nessler'sche Reagens wurde von mir stets nach Hadow's Vorschrift bereitet. Man löst $2\frac{1}{2}$ Unzen Jodkalium in 10 Unzen Wasser und fügt dazu so lange Sublimatlösung, als man den Niederschlag noch durch Schütteln wieder auflösen kann. Dann fügt man 6 Unzen Kali im gleichen Gewichte Wasser gelöst hinzu und verdünnt das ganze mit Wasser bis zum Volumen von 1 Quart.

deutlich Ammoniak, obgleich er vollkommen gesunde Zähne hatte und sich zur Zeit der Versuche des Rauchens enthielt.

Auch bei directem Zusatze von Nessler'schem Reagens zu Speichel bräunt sich derselbe stark.

Frisches Hühnereiweiß zeigt auf die obige Weise geprüft Ammoniakentwicklung.

Harn entwickelt Ammoniak ohne allen Zusatz und bei gewöhnlicher Temperatur auch wenn er entschieden sauer reagirt. Trüber, nur schwach sauer reagirender Harn entwickelt solches in relativ beträchtlicher Menge.

Wenn auch an dem Vorkommen von Ammoniak im Harn nicht mehr gezweifelt wird, so ist es doch gewiß im ersten Augenblicke befremdend, daß eine gegen Lakmuspapier sauer reagirende Flüssigkeit bei gewöhnlicher Temperatur Ammoniak entwickelt; aber das Auffallende verliert sich, wenn man die Erscheinung im Zusammenhange mit anderen Thatsachen betrachtet.

Bence Jones (Proceedings of the chemical society Vol. II, p. 244) fand schon im Jahre 1844, daß ammoniakalischer Urin, wenn er auf blauem Lakmuspapier eintrocknete, dieses röthete. Dasselbe geschah durch normalen Urin, dem er Ammoniak im Überschusse zugesetzt hatte.

Eben so verhielt sich eine Lösung von harnsaurem Ammoniak in Wasser, ebenso hippursaures Ammoniak mit Ammoniak im Überschuß in Wasser gelöst. Ferner essigsaures, oxalsaures, salpetersaures, schwefelsaures, schwefelwasserstoffsaures, salzsaures, benzoesaures, phosphorsaures und kohlensaures Ammoniak. Kohlensaures gab die schwächste Spur von Roth. Die Temperatur war etwa 67° 7 Fahrenheit.

Wenn harnsaures Ammoniak gelöst und dann die Lösung im Vacuum über Schwefelsäure verdunstet wurde, so wies das Mikroskop im Rückstande einzelne Krystalle von Harnsäure nach.

Gladstone (Report 27 British association f. 1857 Not. and Abstr. 48. Kopp u. Will Jahresbericht für 1859, p. 118) fand, daß schwefelsaures, oxalsaures und phosphorsaures Ammoniak beim Kochen Ammoniak abgeben und krystallisirtes citronensaures Ammoniak schon bei gewöhnlicher Temperatur Ammoniak verliert.

Es ist aber auch keine seltene Erscheinung, daß Ammoniaksalze selbst der stärksten Säuren in ihren Lösungen bei gewöhnlicher Temperatur so viel Ammoniak verlieren, daß sie mehr oder weniger stark saure Reaction annehmen. Wenn ich zu verdünnter Schwefelsäure so viel Ammoniak setze, daß die Flüssigkeit Lakmus nicht mehr röthet und sie dann bis zum anderen Tage in einer flachen Schale offen stehen lasse, so reagirt sie wieder entschieden sauer, das blaue Lakmuspapier färbt sich gleich beim Eintauchen roth.

Saures weinsaures Ammoniak, genau mit Natron neutralisirt, gibt Ammoniak ab, das sich schon im Verlaufe einer Stunde durch das eingangs beschriebene Verfahren nachweisen läßt.

Mit Ammoniak neutralisirte Oxalsäure erhält ihre neutrale Reaction länger, aber wenn beim allmäligen Verdunsten der größere Theil des oxalsauren Ammoniaks bereits herauskrystallisirt ist, so röthet die Mutterlauge auch Lakmus, wenn auch nicht sehr stark.

Reines salpetersaures Ammoniak mit so viel NH_3 versetzt, daß es neutral oder alkalisch reagirt, verliert dies NH_3 bei gewöhnlicher Temperatur wieder und nimmt wieder saure Reaction an.

Salmiaklösung gibt, selbst wenn sie Lakmus schwach röthet, schon bei gewöhnlicher Temperatur Ammoniak ab, das auf die oben erwähnte Weise leicht durch das Nessler'sche Reagens nachgewiesen werden kann.

Versetzt man eine sauer reagirende Chlorcalciumlösung mit Ammoniak im Überschuß und läßt sie im offenen Gefäße stehen, so bedeckt sie sich mit einer sehr feinen Krystallhaut, deren Krystalle sich als aus kohlensaurem Kalke bestehend erweisen.

Diese kann durch Einwirkung von kohlensaurem Ammoniak entstanden sein; aber das große Absorptionsvermögen der Chlorcalciumlösungen für Ammoniak deutet an, daß letzteres schon an sich den Kalk aus seiner Verbindung verdrängt. Nichts destoweniger dunstet schon bei gewöhnlicher Temperatur das Ammoniak allmälig ab und die Flüssigkeit nimmt wieder saure Reaction an.

Interessanter ist es, wenn man Flüssigkeiten schon bei gewöhnlicher Temperatur Ammoniak entwickeln sieht, in denen gar kein Ammoniak nachweisbar ist.

Ein Beispiel dafür ist folgendes: Wenn man reinen, aus Blutlaugensalz, Braunstein und Pottasche dargestellten Harnstoff, der mit dem Nessler'schen Reagens einen rein weißen Niederschlag gibt, in ammoniakfreiem Wasser kalt auflöst und dieser Lösung $\left.\begin{matrix}CO\\Ca\end{matrix}\right\}O_2$ oder

$\left.\begin{matrix}CO\\Mg\end{matrix}\right\}O_2$ oder $\left.\begin{matrix}PO\\2Na\\H\end{matrix}\right\}O_3$ zusetzt, so entwickelt sie Ammoniak. $\left.\begin{matrix}CO\\Ca\end{matrix}\right\}O_2$ und $\left.\begin{matrix}CO\\Mg\end{matrix}\right\}O_2$ leiteten trotz ihrer geringen Löslichkeit selbst eine stärkere Ammoniakentwicklung ein als das in Lösung zugesetzte $\left.\begin{matrix}PO\\2Na\\H\end{matrix}\right\}O_3$. Ein Parallelversuch mit bloßer Harnstofflösung gab kein Ammoniak. Auch auf Zusatz von $\left.\begin{matrix}PO\\Ca\\H\end{matrix}\right\}O_3$ oder $\left.\begin{matrix}PO\\Mg\\H\end{matrix}\right\}O_3$ entwickelten sich aus Harnstofflösung nur kaum merkliche Spuren von Ammoniak. Dagegen trat die Reaction deutlich ein, wenn $\left.\begin{matrix}B_4\\Na_2\end{matrix}\right\}O_7$ oder MgO hinzugesetzt wurde.

Prüft man nun solche Flüssigkeiten, die schon Ammoniak abgegeben haben, direct mit dem Nessler'schen Reagens, so weist dieses nur Harnstoff, aber kein Ammoniak nach.

Ich habe frisch geschmolzenes Ätzkali in ammoniakfreiem Wasser gelöst und dann in dieser Lösung bei gewöhnlicher Temperatur Harnstoff zergehen lassen. Die Flüssigkeit entwickelte nach meiner Methode geprüft reichlich Ammoniak. Nachdem sie dies gethan, nahm ich eine Probe aus ihr und setzte Nessler'sches Reagens zu. Es entstand nur der weiße, von Harnstoff herrührende Niederschlag.

Man könnte einwenden, daß dies Verfahren weniger empfindlich sei, weil der gelbbraune Niederschlag leicht durch den weißen verdeckt werden kann; man kann sich aber davor schützen, indem man das Reagens tropfenweise zusetzt. Der weiße Niederschlag entsteht dann nicht sofort; beim Zusetzen der ersten Tropfen bleibt die Flüssigkeit unverändert, wenn man aber dann ammoniakhaltiges Wasser hinzufügt, so entsteht sogleich eine gelbbraune Färbung, beziehungsweise ein gelbbrauner Niederschlag. Die relative Menge des Ammoniaks, welche sich in der Flüssigkeit befand, war also jedenfalls sehr gering im Vergleich zu derjenigen, welche sich in der auf der Porzellanscherbe befindlichen Säure angesammelt hatte, sie war so gering, daß sie sich durch das empfindlichste Ammoniakreagens, welches uns zu Gebote steht, nicht nachweisen ließ.

Bei der verhältnißmäßig geringen Geschwindigkeit, mit der Ammoniak und vielmehr noch kohlensaures Ammoniak bei gewöhnlicher Temperatur aus seinen verdünnten Lösungen entweicht, führt uns dies zu der Idee, daß nicht nur die Ammoniakentwicklung, sondern vielleicht auch die Ammoniakbildung lediglich an der Oberfläche der Flüssigkeit stattfindet.

Man kann sich vorstellen, daß durch die Einwirkung des Alkalis oder der alkalisch reagirenden Salze der Zusammenhang des Harnstoffmolecüls zwar gelockert wird, daß aber die Zersetzung zunächst nur an der Oberfläche zu Stande kommt, wo den centrifugalen Tendenzen des Ammoniakmolecüls freier Raum gegeben ist.

Ich verschloß eine Lösung von Harnstoff in Ätzkali in eine zugeschmolzene Glasröhre und ließ dieselbe 14 Tage lang bei gewöhnlicher Temperatur stehen, dann öffnete ich sie und fügte Nessler'sches Reagens hinzu. Nun erhielt ich allerdings einen gelben Niederschlag, aber derselbe war keineswegs so tief gefärbt, wie er es hätte sein müssen, wenn sich in den 14 Tagen 336mal so viel Ammoniak gebildet und angesammelt hätte, wie eine solche Lösung im Laufe einer Stunde an die Luft abgibt.

Die Thatsache, daß der reine Harnstoff in alkalisch reagirenden Flüssigkeiten Ammoniak entwickelt, zeigt uns die Trüglichkeit verschiedener zur Aufsuchung des Ammoniaks empfohlener Methoden. Früher empfahl man die zu untersuchende Substanz mit Kalilauge zu übergießen, um zu sehen, ob sie dann schon bei gewöhnlicher Temperatur Ammoniak entwickelt. Aber selbst eine so stabile Verbindung, wie die Harnsäure, hält diese Probe nicht aus. Sie entwickelt Ammoniak und zwar in solchen Quantitäten, daß man es mit Hämatoxylinpapier und auch mit gut bereitetem rothen Lakmuspapier leicht nachweisen kann. Ich habe mich davon an Harnsäure überzeugt, die ich theils umkrystallisirt, theils mehrmals mit Wasser ausgekocht hatte. Später, als man das Kali fürchten gelernt hatte, schrieb man vor, es nicht concentrirt, nur verdünnt anzuwenden, und endlich wurde es durch die von Boussingault empfohlene *Magnesia usta* verdrängt. Auch sie ist nicht vorwurfsfrei, da sie, wie wir oben gesehen haben, mit dem Harnstoff, also voraussichtlich auch noch mit vielen anderen stickstoffhaltigen Verbindungen, die keine Ammoniaksalze sind, Ammoniak liefert. Aber sie hat doch vor dem Kali den sehr großen Vorzug, daß sie viel weniger energisch einwirkt und wegen ihrer geringen Löslichkeit stets nur in beschränkter Menge zur Action kommt, während sie anderseits doch das Ammoniak, wie es scheint, aus allen Ammoniaksalzen nach und nach vollständig austreibt. Die Menge des sich entwickelnden Ammoniaks ist es deshalb, welche in Betracht gezogen werden muß. Zur Entscheidung der Frage, ob in einem Gemenge von unbekannter Zusammensetzung auch Spuren von fertig gebildetem Ammoniak enthalten seien, ist die *Magnesia usta* gleichfalls unbrauchbar. Ich habe versucht andere Erden oder deren alkalisch reagirende Salze der *Magnesia usta* zu substituiren, habe aber nichts gefunden, was ich mit vollem Vertrauen empfehlen könnte.

Ausgedehntere Anwendung noch als diese Erden scheint mir eine Flüssigkeit finden zu können, welche ich dadurch bereite, daß ich einer ammoniakfreien Bleizuckerlösung so viel von einer ammoniakfreien Kalilösung zusetze, daß sie rothes Lakmuspapier bläut, andererseits aber mit blauem Lakmuspapier geprüft, beim Eindringen von der direct benetzten Stelle aus noch einen entschieden rothen Rand hervorbringt. Eine solche Lösung, die unfiltrirt angewendet wird, entwickelt wenigstens aus Harnstoff kein Ammoniak, während sie solches aus einer Lösung von salpetersaurem oder schwefelsaurem Ammoniak reichlich entweichen macht, unverhältnißmäßig reichlicher als es die Lösungen dieser Salze für sich allein abgeben.

Als allgemein entscheidend kann man indeß auch die Anwendung dieses Reagens nicht ansehen, so lange man das Verhalten der anderweitigen stickstoffhaltigen Verbindungen, welche außer den Ammoniaksalzen etwa noch in der zu untersuchenden Flüssigkeit vorkommen können, nicht kennt.

Eben so wenig weiß ich bis jetzt, wie man entscheiden will, ob das Blut Spuren von Ammoniaksalzen enthält, oder ob das Ammoniak, welches es entweichen läßt, lediglich Zersetzungsproduct anderweitiger stickstoffhaltiger Substanzen ist. Daß das Blut, wenigstens das des Hundes, keine irgend wie beträchtliche Mengen von Ammoniaksalzen enthält, davon habe ich mich durch einen Versuch, den ich nur zweimal, aber mit völlig gleichem Resultate angestellt habe überzeugt. Ich fing das Blut in seinem gleichen Volum reiner Bleizuckerlösung auf, mischte es damit und goß einen Theil in zwei der eingangs beschriebenen gläsernen Dosen, wie sie mir zur Prüfung auf entweichendes Ammoniak dienten; die übrige Flüssigkeit filtrirte ich, fällte das Filtrat mit Oxalsäure, filtrirte wieder und übersättigte mit Kali.

Diese Flüssigkeit zeigte sofort mit Nessler'schem Reagens gemischt, kein Ammoniak an, wohl aber trat eine gelbe Färbung ein, als diesem Gemische einige Tropfen einer sehr verdünnten Lösung von schwefelsaurem Ammoniak hinzugesetzt wurden, zum Zeichen, daß sich in der Flüssigkeit keine Substanz befand, welche die Nessler'sche Reaction hindert [1].

Die Prüfung der Porzellanscherben in den Dosen zeigte gleichfalls kein Ammoniak an. Es war hiermit dem Einwande begegnet, daß vielleicht das Blut während des Filtrirens sein Ammoniak abgegeben habe, denn gab es schon mit Bleizucker gemischt kein Ammoniak ab, so konnte es noch weniger solches abgeben, nachdem noch Oxalsäure im Überschuß hinzugefügt war.

Das Verhalten einer Substanz gegen Nessler's Reagens kann uns auch gelegentlich als Anhaltspunkt für die Entscheidung der Frage dienen, ob dieselbe ein wahres Ammoniaksalz sei oder nicht. Für das letztere wird man sich meiner Ansicht nach entscheiden müssen, wenn die reine Substanz die Reaction nicht gibt; tritt dieselbe ein, so wird noch weiter zu untersuchen sein, ob das Ammoniak als solches in der Substanz enthalten oder ein erst durch die Einwirkung des Kali hervorgerufenes Zersetzungsproduct ist. Ich erinnere z. B. an den Streit über das Murexid, der der allgemeinen Annahme nach von Fritsche dahin entschieden ist, das Murexid sei saures purpursaures Ammoniak. In der That kann uns heut zu Tage die Darstellung einer Reihe analoger Verbindungen, in denen das Ammonium durch einfache Metalle vertreten ist, nicht mehr genügen und eben so wenig kann für uns die Angabe noch irgend welche Bedeutung haben, daß das Murexid schon bei gewöhnlicher Temperatur mit Kali Ammoniak entwickelt. Ich kann hinzufügen, daß das Murexid sogar unter der Einwirkung von kohlensaurer Magnesia Ammoniak entwickelt, aber das muß mich nach den obigen Erfahrungen immer noch zweifelhaft lassen, so lange nicht das Murexid alle

[1] Zu den die Reaction hindernden oder doch erschwerenden Substanzen scheint das Albumin zu gehören. Bringt man in ammoniakhaltigem Wasser mittelst des Nessler'schen Reagens eine Trübung hervor, so kann man sie durch Zusatz von Hühnereiweiß oder Blutserum wieder verschwinden machen, und erst wenn man das Reagens in großem Überschuß zusetzt, erscheint sie wieder, oder statt ihrer eine bernsteingelbe Färbung.

Reactionen zeigt, welche den unzweifelhaften Ammoniaksalzen gemeinsam sind.

In der That verhält sich nun Murexid gegen Nessler's Reagens wesentlich anders als andere Ammoniaksalze. Es entsteht darin zunächst ein schön purpurvioletter Niederschlag, den man am anderen Tage in einen rostbraunen, wie ihn Ammoniaksalze geben, umgewandelt findet. Fügt man aber zu einer Murexidlösung eine Säure (ich habe dazu theils Phosphorsäure, theils Oxalsäure verwendet), wartet bis sie deutlich verblaßt und setzt dann Nessler'sches Reagens hinzu, so entsteht sogleich ein reichlicher rostbrauner Niederschlag.

Wenn man unter dem Mikroskop zu Murexidkrystallen Nessler'schen Reagens hinzutreten läßt, so entstehen violette Niederschläge mit rostbraunen Rändern. Nach und nach treten immer mehr braune Körnchen auf, während die violetten an Menge abnehmen. Oft kann man beobachten, daß im ersten Augenblicke nur Violett ohne alles Braun zu sehen ist. Es gelingt dies am besten, wenn man das Nessler'sche Reagens mit dem gleichen Volum Wasser verdünnt, so daß das Kali weniger energisch einwirkt.

Beiträge zu einer Abel'schen Gleichung und zu einem Satze von Parseval.

Von **J. Pranghofer,**
Assistenten der höheren Mathematik am k. k. Polytechnicum in Wien.

Abel stellte nachfolgende in (I) und (II) angegebenen Gleichungen auf: Es sei

$$F(\rho) = a_0 + a_1\rho + a_2\rho^2 + a_3\rho^3 + \ldots$$

noch giltig, wenn man für $\rho: e^{\beta x\sqrt{-1}}$ und $e^{-\beta x\sqrt{-1}}$ setzt, so findet man

$$\frac{F(e^{\beta x\sqrt{-1}}) + F(e^{-\beta x\sqrt{-1}})}{2} = a_0 + a_1\cos\beta x + a_2\cos 2\beta x + a_3\cos 3\beta x + \ldots$$

Multiplicirt man mit $\frac{dx}{k^2+x^2}$ und integrirt zwischen $-\infty$ und $+\infty$, so erhält man

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(e^{\beta x\sqrt{-1}}) + F(e^{-\beta x\sqrt{-1}})}{k^2+x^2}\,dx = \frac{2\pi}{k}\cdot F(e^{-\beta k}) \quad \ldots \quad \text{(I)}$$

Es sei

$$f(\rho) = b_1\rho + b_2\rho^2 + b_3\rho^3 + \ldots$$

noch giltig, wenn man für $\rho: e^{\beta x\sqrt{-1}}$ und $e^{-\beta x\sqrt{-1}}$ setzt, so findet man

$$\frac{f(e^{\beta x\sqrt{-1}}) - f(e^{-\beta x\sqrt{-1}})}{2\sqrt{-1}} = b_1\sin\beta x + b_2\sin 2\beta x + b_3\sin 3\beta x + \ldots$$

Multiplicirt man mit $\frac{x\,dx}{k^2+x^2}$ und integrirt von $-\infty$ bis $+\infty$, so erhält man

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(e^{\beta x\sqrt{-1}}) - f(e^{-\beta x\sqrt{-1}})}{k^2+x^2}\,x\,dx = 2\sqrt{-1}\,.\,f(e^{-\beta k}) \quad \ldots \quad \text{(II)}$$

Man kann diese Ergebnisse allgemeiner darstellen, wie aus Nachfolgendem erhellt. Wir setzen voraus:

$$\varphi(\rho) = a_0 + a_1\rho + a_2\rho^2 + a_3\rho^3 + \ldots$$
$$\psi(\rho) = b_0 + b_1\rho + b_2\rho^2 + b_3\rho^3 + \ldots$$

Schreibt man in der ersten Reihe statt $\rho : e^{\beta x \sqrt{-1}}$, in der zweiten für $\rho : e^{-\beta x \sqrt{-1}}$, so erhält man, wenn man beide Gleichungen addirt, dann subtrahirt

$$\varphi(\rho)+\psi(\rho) = (a_0+b_0)+\left(a_1 e^{\alpha x \sqrt{-1}}+b_1 e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right)+ \\ +\left(a_2 e^{2\alpha x \sqrt{-1}}+b_2 e^{-2\alpha x \sqrt{-1}}\right)+\ldots$$

$$\varphi(\rho)-\psi(\rho) = (a_0-b_0)+\left(a_1 e^{\alpha x \sqrt{-1}}-b_1 e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right)+ \\ +\left(a_2 e^{2\alpha x \sqrt{-1}}-b_2 e^{-2\alpha x \sqrt{-1}}\right)+\ldots$$

Nun ist

$$a_r e^{rx\sqrt{-1}}+b_r e^{-rx\sqrt{-1}} = (a_r+b_r)\cos rx+\sqrt{-1}(a_r-b_r)\sin rx$$

$$a_r e^{rx\sqrt{-1}}-b_r e^{-rx\sqrt{-1}} = (a_r-b_r)\cos rx+\sqrt{-1}(a_r+b_r)\sin rx,$$

daher

$$\varphi\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right)+\psi\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right) = (a_0+b_0)+(a_1+b_1)\cos \alpha x \\ +(a_2+b_2)\cos 2\alpha x+\ldots+\sqrt{-1}[(a_1-b_1)\sin \alpha x+(a_2-b_2)\sin 2\alpha x+\ldots]$$

$$\varphi\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right)-\psi\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right) = (a_0-b_0)+(a_1-b_1)\cos \alpha x \\ +(a_2-b_2)\cos 2\alpha x+\ldots+\sqrt{-1}[(a_1+b_1)\sin \alpha x+(a_2+b_2)\sin 2\alpha x+\ldots]$$

Multiplicirt man jede dieser Gleichungen mit $\frac{dx}{k^2+x^2}$ und integrirt von $-\infty$ bis $+\infty$, so erhält man nachfolgende zwei Gleichungen:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right)+\psi\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}\,dx = (a_0+b_0)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}+ \\ +(a_1+b_1)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos \alpha x dx}{k^2+x^2}+(a_2+b_2)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos 2\alpha x dx}{k^2+x^2}+\ldots \\ +\sqrt{-1}\left[(a_1-b_1)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin \alpha x dx}{k^2+x^2}+(a_2-b_2)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin 2\alpha x dx}{k^2+x^2}+\ldots\right]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right)-\psi\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}\,dx = (a_0-b_0)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}+ \\ +(a_1-b_1)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos \alpha x dx}{k^2+x^2}+(a_2-b_2)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos 2\alpha x dx}{k^2+x^2}+\ldots \\ +\sqrt{-1}\left[(a_1+b_1)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin \alpha x dx}{k^2+x^2}+(a_2+b_2)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin 2\alpha x dx}{k^2+x^2}+\ldots\right]$$

Nun ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}=\frac{\pi}{k},\ \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos\beta x}{k^2+x^2}dx=\frac{\pi}{k}e^{\beta k}$$

und

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin\beta x}{k^2+x^2}dx=0,$$

folglich hat man

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varphi\left(e^{\alpha x\sqrt{-1}}\right)+\psi\left(e^{-\alpha x\sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}dx$$

$$=\frac{\pi}{k}\left[(a_0+b_0)+(a_1+b_1)e^{-\alpha k}+(a_2+b_2)e^{-2\alpha k}+\ldots\right]$$

$$=\frac{\pi}{k}\left[\varphi(e^{-\alpha k})+\psi(e^{-\alpha k})\right]\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \text{(III)}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varphi\left(e^{\alpha x\sqrt{-1}}\right)-\psi\left(e^{-\alpha x\sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}dx=\frac{\pi}{k}\left[\varphi(e^{-\alpha k})-\psi(e^{-\alpha k})\right]\ .\ .\ \text{(III}^1\text{)}$$

Der in (III) und (III¹) ausgesprochene Satz ist allgemeiner als der Abel'sche Satz I.

Es sei ferner:

$$\varphi(\rho)=a_1\rho+a_2\rho^2+a_3\rho^3+\ldots$$
$$\psi(\rho)=b_1\rho+b_2\rho^2+b_3\rho^3+\ldots$$

noch giltig, wenn man statt ρ respective $e^{\alpha x\sqrt{-1}}$ und $e^{-\alpha x\sqrt{-1}}$ substituirt, so erhält man, wenn man die beiden Gleichungen addirt, dann subtrahirt und in jedem Falle mit $\frac{xdx}{k^2+x^2}$ multiplicirt und zwischen $-\infty$ und $+\infty$ integrirt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\varphi\left(e^{\alpha x\sqrt{-1}}\right)+\psi\left(e^{-\alpha x\sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}xdx=$$

$$(a_1+b_1)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\cos\alpha xdx}{k^2+x^2}+(a_2+b_2)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\cos 2\alpha xdx}{k^2+x^2}+\ldots$$

$$+\sqrt{-1}\left[(a_1-b_1)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\sin\alpha xdx}{k^2+x^2}+(a_2-b_2)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\sin 2\alpha xdx}{k^2+x^2}+\ldots\right]$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right) - \psi\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}\, x dx =$$

$$(a_1 - b_1) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos \alpha x \,.\, dx}{k^2+x^2} + (a_2 - b_2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos 2\alpha x . dx}{k^2+x^2} + \ldots$$

$$+ \sqrt{-1}\left[(a_1+b_1) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin \alpha x \,.\, dx}{k^2+x^2} + (a_2+b_2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 2\alpha x . dx}{k^2+x^2} + \ldots\right].$$

Nun ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos \beta x dx}{k^2+x^2} = 0; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin \beta x dx}{k^2+x^2} = \pi e^{-\beta k},$$

daher ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right) + \psi\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}\, x dx = \pi \sqrt{-1}\, [\varphi(e^{-\alpha k}) + \psi(e^{-\alpha k})] \ldots \quad (\mathrm{I}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right) - \left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}\, x dx = \pi \sqrt{-1}\, [\varphi(e^{-\alpha k}) - \psi(e^{-\alpha k})] \ldots \quad (\mathrm{IV}$$

Auch die Gleichung (IV) oder (IV¹) ist allgemeiner als die Gleichung (II). Wenn also

$$\varphi(\rho) = a_0 + a_1\rho + a_2\rho^2 + a_3\rho^3 + \ldots$$
$$\psi(\rho) = b_0 + b_1\rho + b_2\rho^2 + b_3\rho^3 + \ldots$$

ist, und es sind beide Reihen für respective $\rho = e^{\alpha x \sqrt{-1}}$ und $\rho = e^{-\alpha x \sqrt{-1}}$ noch giltig, so hat man folgende Integrationsformeln:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right) \pm \psi\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}\, dx = \frac{\pi}{k} [\varphi(e^{-\alpha k}) \pm \psi(e^{-\alpha k})] \ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{I}\ \text{un}\ (\mathrm{I}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right) \pm \psi\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right)}{k^2+x^2}\, x dx = \pi \sqrt{-1}\, [\varphi(e^{-\alpha k}) \pm \psi(e^{-\alpha k})] \ldots \quad (\mathrm{I}\ \text{un}\ (\mathrm{I}$$

wobei nicht zu übersehen ist, daß in (IV) und (IV¹) kein a_0 und b_0 vorkommen darf. Es verdient bemerkt zu werden, daß der in (III) und (III¹) mit dem Factor $\sqrt{-1}$ auftretende Integrationsbestandtheil

Null wird, daher die Function unter dem Integralzeichen dieses Integrationsbestandtheiles eine ungerade ist. Eine ähnliche Bemerkung gilt für (IV) und (IV¹). Der in (IV) und (IV¹) auftretende reelle Integrationsbestandtheil ist Null, daher die Function unter dem Integralzeichen eine ungerade. Aus (III) und (IV) kann man mit Hilfe der Methode des Differentiirens unter dem Integralzeichen neue Integrale schaffen.

Es mögen für diese erweiterten Abel'schen Gleichungen einige Beispiele angeführt werden.

1. Es sei

$$\varphi(\rho) = \frac{1}{1+a\rho} = 1 - a\rho + a^2\rho^2 - a^3\rho^3 + \ldots$$

$$\psi(\rho) = \frac{1}{1-\rho} = 1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \ldots$$

somit nach (III)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1 + a\cos\alpha x - a\sqrt{-1}\sin\alpha x}{1 + 2a\cos\alpha x + a^2} + \frac{1 - \cos\alpha x - \sqrt{-1}\sin\alpha x}{2 - 2\cos\alpha x}\right] \frac{dx}{k^2 + x^2}$$
$$= \frac{\pi}{k} e^{\alpha k} \left[\frac{1}{e^{\alpha k} + a} + \frac{1}{e^{\alpha k} - 1}\right],$$

hieraus

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1 + a\cos\alpha x}{1 + 2a\cos\alpha x + a^2} \cdot \frac{dx}{k^2 + x^2} = \frac{\pi}{k}\left[e^{\alpha k}\left(\frac{1}{e^{\alpha k} + a} + \frac{1}{e^{\alpha k} - 1}\right) - \tfrac{1}{2}\right]$$

2. Es sei

$$\varphi(\rho) = \sin\rho = \rho - \frac{\rho^3}{3!} + \frac{\rho^5}{5!} - \ldots$$

$$\psi(\rho) = \operatorname{tg}\rho = \rho + \frac{2}{3!}\rho^3 + \frac{16}{5!}\rho^5 + \ldots$$

so ist nach Formel (IV)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin e^{\alpha x\sqrt{-1}} + \operatorname{tg} e^{-\alpha x\sqrt{-1}}}{k^2 + x^2}\, x\,dx = \pi\sqrt{-1}\left[\sin e^{-\alpha k} + \operatorname{tg} e^{-\alpha k}\right],$$

hieraus

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (e^{\sin\alpha x} - e^{-\sin\alpha x}) \times$$
$$\times \left[\tfrac{1}{2}\cos(\cos\alpha x) - \frac{e^{\sin\alpha x} + e^{-\sin\alpha x}}{e^{2\sin\alpha x} + e^{-2\sin\alpha x} + 2\cos(2\cos\alpha x)}\right] \cdot \frac{x\,dx}{k^2 + x^2}$$
$$= \pi\left[\sin e^{-\alpha k} + \operatorname{tg} e^{-\alpha k}\right].$$

3. Es sei

$$\varphi(\rho) = \cos\rho = 1 - \frac{\rho^2}{2\,!} + \frac{\rho^4}{4\,!} - \ldots$$

$$\psi(\rho) = \sin\rho = \rho - \frac{\rho^3}{3\,!} + \frac{\rho^5}{5\,!} - \ldots$$

so erhält man

$$\varphi\left(e^{ax\sqrt{-1}}\right) = \cos\left(e^{ax\sqrt{-1}}\right) = \cos(\cos ax + \sqrt{-1}\sin ax)$$

$$\psi\left(e^{-ax\sqrt{-1}}\right) = \sin\left(e^{-ax\sqrt{-1}}\right) = \sin(\cos ax - \sqrt{-1}\sin ax),$$

somit

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[\cos(\cos ax) + \sin(\cos ax)]\,[e^{\sin ax} + e^{-\sin ax}]}{k^2 + x^2}\,dx$$

$$= \frac{2\pi}{k}[\cos e^{-ak} + \sin e^{-ak}].$$

4. Es sei noch

$$\varphi(\rho) = e^{\rho} = 1 + \rho + \frac{\rho^2}{1.2} + \ldots$$

$$\psi(\rho) = e^{-\rho} = 1 - \rho + \frac{\rho^2}{1.2} - \ldots$$

Man erhält in der ersteren $\rho = e^{ax\sqrt{-1}}$, in der zweiten $\rho = e^{-ax\sqrt{-1}}$ setzend

$$\varphi\left(e^{ax\sqrt{-1}}\right) = e^{e^{ax\sqrt{-1}}} = e^{\cos ax + \sqrt{-1}\sin ax}$$

$$\psi\left(e^{-ax\sqrt{-1}}\right) = e^{-e^{-ax\sqrt{-1}}} = e^{-(\cos ax - \sqrt{-1}\sin ax)},$$

somit

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(\sin ax)\,[e^{\cos ax} + e^{-\cos ax}]}{k^2 + x^2}\,dx = \frac{\pi}{k}\left[e^{e^{-ak}} + e^{-e^{-ak}}\right].$$

In den *Mémoires présentés à l'institut des sciences, tome premier*, ist nachfolgender Satz von Marc-Antoine **Parseval** niedergelegt. Ist

$$\varphi(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots$$

$$\psi(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \ldots$$

und setzt man in den ersten Ausdruck $x = e^{u\sqrt{-1}}$, in den zweiten $x = e^{-u\sqrt{-1}}$ und multiplicirt beide Ausdrücke und integrirt zwischen $-\pi$ und $+\pi$, so erhält man

$$b_0+a_1b_1+a_2b_2+\dots=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi}\varphi\left(e^{u\sqrt{-1}}\right)\psi\left(e^{-u\sqrt{-1}}\right)du. \quad \text{(I)}$$

Der Hauptwerth dieses Theorems liegt nun darin, daß man allen-
lls Reihen studiren kann, indem man sie durch ein bestimmtes
ıtegral darstellt, wie es beispielsweise mit der Reihe

$$1-\frac{\rho^2}{1^2}+\frac{\rho^4}{(1.2)^2}-\frac{\rho^6}{(1.2.3)^2}+\dots=\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos(2\rho\sin u)\,du$$

r Fall ist.

Andererseits kann man so manche Integrationen durchführen,
ar mittelst unendlicher Reihen, welche man auf einem anderen
ege nicht machen könnte. Mehrere Beispiele mögen dieses darthun.

1. $$\cos x=1-\frac{x^2}{1.2}+\frac{x^4}{1.2.3.4}-\frac{x^6}{1.2.3.4.5.6}+\dots$$

$$\frac{\sin x}{x}=1-\frac{x^2}{1.2.3}+\frac{x^4}{1.2.3.4.5}-\frac{x^6}{1.2.3\dots7}+\dots,$$

ist

$$b_0+a_1b_1+a_2b_2+\dots=1+\frac{1}{3(1.2)^2}+\frac{1}{5(1\dots4)^2}+\frac{1}{7(1\dots6)^2}+\dots$$

l es ist

$$\int^{+\pi}\sin(\cos u)\cos^2(\cos u)\,du=2\pi\left[1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{(1.2)^2}+\frac{1}{5(1..4)^2}+\dots\right]$$

2. $$\cos x=1-\frac{x^2}{1.2}+\frac{x^4}{1.2.3.4}-\frac{x^6}{1\dots6}+\dots$$

$$e^x=1+x+\frac{x^2}{1.2}+\frac{x^3}{1.2.3}+\frac{x^4}{1.2.3.4}+\dots,$$

ist

$$+a_1b_1+a_2b_2+\dots=1-\frac{1}{(1.2)^2}+\frac{1}{(1.2.3.4)^2}-\frac{1}{(1.2\dots6)^2}+\dots$$

it

$$\int_{-\pi} e^{2\sin u}+e^{-2\sin u}+2\cos(2\cos u)]\,du$$

$$=8\pi\left[1-\frac{1}{(1.2)^2}+\frac{1}{(1.2.3.4)^2}-\frac{1}{(1.2.3.4.5.6)^2}+\dots\right].$$

Kehren wir nun zum eigentlichen Thema zurück. Es sei

$$F(\rho)=a_0+a_1\rho+a_2\rho^2+\dots$$
$$f(\rho)=b_0+b_1\rho+b_2\rho^2+\dots$$

Setzt man in der ersten Gleichung statt $\rho : e^{\alpha x \sqrt{-1}}$ und in der zweiten statt $\rho : e^{-\alpha x \sqrt{-1}}$ und multiplicirt beide Gleichungen, so erhält man:

$$
\begin{aligned}
&F\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right).f\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right) \\
&=(a_0b_0+a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3+\ .\ .\ .\ .\ .\\
&+(a_0b_1+a_1b_2+a_2b_3+a_3b_4+\ .\ .\ .\ )e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\\
&+(a_0b_2+a_1b_3+a_2b_4+a_3b_5+\ .\ .\ .\ )e^{-2\alpha x \sqrt{-1}}\\
&+(a_0b_3+a_1b_4+a_2b_5+a_3b_6+\ .\ .\ .\ )e^{-3\alpha x \sqrt{-1}}\\
&+\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\\
&+(b_0a_1+b_1a_2+b_2a_3+b_3a_4+\ .\ .\ .\ )e^{\alpha x \sqrt{-1}}\\
&+(b_0a_2+b_1a_3+b_2a_4+b_3a_5+\ .\ .\ .\ )e^{2\alpha x \sqrt{-1}}\\
&+(b_0a_3+b_1a_4+b_2a_4+b_3a_6+\ .\ .\ .\ )e^{3\alpha x \sqrt{-1}}\\
&+\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .
\end{aligned}
$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit $\frac{dx}{k^2+x^2}$ und integrirt von $-\infty$ bis $+\infty$, so erhält man einen dem Parseval'schen Satz analogen Satz, nur in gewisser Richtung allgemeiner.

$$
\int_{-\infty}^{+\infty} F\left(e^{\alpha x \sqrt{-1}}\right) f\left(e^{-\alpha x \sqrt{-1}}\right) \frac{dx}{k^2+x^2} =
$$

$$
\begin{aligned}
&(a_0b_0+a_1b_1+a_2b_2+\ .\ .\ .\ )\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}\\
&+(a_0b_1+a_1b_2+a_2b_3+\ .\ .\ .\ )\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}(\cos\alpha x-\sqrt{-1}\sin\alpha x)\\
&+(a_0b_2+a_1b_3+a_2b_4+\ .\ .\ .\ )\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}(\cos 2\alpha x-\sqrt{-1}\sin 2\alpha x)\\
&+(a_0b_3+a_1b_4+a_2b_5+\ .\ .\ .\ )\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}(\cos 3\alpha x-\sqrt{-1}\sin 3\alpha x)\\
&+\ .
\end{aligned}
$$

$$+(b_0a_1+b_1a_2+b_2a_3+b_3a_4+\ldots)\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}(\cos\alpha x+\sqrt{-1}\sin\alpha x)$$

$$+(b_0a_2+b_1a_3+b_2a_4+b_3a_5+\ldots)\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}(\cos 2\alpha x+\sqrt{-1}\sin 2\alpha x)$$

$$+(b_0a_3+b_1a_4+b_2a_5+b_3a_6+\ldots)\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}(\cos 3\alpha x+\sqrt{-1}\sin 3\alpha x)$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Da

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}=\frac{\pi}{k},\quad \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}(\cos rx\pm\sqrt{-1}\sin rx)=\frac{\pi}{k}e^{-rk},$$

so ist

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}F\left(e^{\alpha x\sqrt{-1}}\right)f\left(e^{-\alpha x\sqrt{-1}}\right)\frac{dx}{k^2+x^2}=$$

$$=\frac{\pi}{k}\left\{\begin{array}{l} a_0b_0+a_1b_1+a_2b_2+\ldots \\ +e^{-\alpha k}\,[(a_0b_1+a_1b_2+a_2b_3+\ldots)+(b_0a_1+b_1a_2+b_2a_3+\ldots)] \\ +e^{-2\alpha k}[(a_0b_2+a_1b_3+a_2b_4+\ldots)+(b_0a_2+b_1a_3+b_2a_4+\ldots)] \\ +e^{-3\alpha k}[(a_0b_3+a_1b_4+a_2b_5+\ldots)+(b_0a_3+b_1a_4+b_2a_5+\ldots)] \\ +\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\}$$

Durch die folgenden Beispiele soll dieser Satz erläutert werden.

1. Es sei

$$F(\rho)=e^{\rho}\;=1+\rho+\frac{\rho^2}{1.2}+\frac{\rho^3}{1.2.3}+\ldots$$

$$f(\rho)=e^{-\rho}=1-\rho+\frac{\rho^2}{1.2}-\frac{\rho^3}{1.2.3}+\ldots$$

so ist

$$\left\{\begin{aligned} & a_0b_0+a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3+\ldots \\ & \qquad =\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\left(\frac{1}{1.2.3.4}\right)^2-\ldots \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} & a_0b_1+a_1b_2+a_2b_3+a_3b_4+\ldots \\ & \qquad =-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2-\ldots \\ & b_0a_1+b_1a_2+b_2a_3+b_3a_4+\ldots \\ & \qquad =\ \ 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} & a_0b_2+a_1b_3+a_2b_4+a_3b_5+\ldots \\ & \qquad =\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4.5}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots \\ & b_0a_2+b_1a_3+b_2a_4+b_3a_5+\ldots \\ & \qquad =\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4.5}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} & a_0b_3+a_1b_4+a_2b_5+a_3b_6+\ldots \\ & \quad =-\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}-\frac{1}{3.4.5}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2+\frac{1}{4.5.6}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2-\ldots \\ & b_0a_3+b_1a_4+b_2a_5+b_3a_6+\ldots \\ & \quad =+\frac{1}{1.2.3}-\frac{1}{2.3.4}+\frac{1}{3.4.5}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4.5.6}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} & a_0b_4+a_1b_5+a_2b_6+a_3b_7+\ldots \\ & =\frac{1}{1.2.3.4}-\frac{1}{2.3.4.5}+\frac{1}{3.4.5.6}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4.5.6.7}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots \\ & b_0a_4+b_1a_5+b_2a_6+b_3a_7+\ldots \\ & =\frac{1}{1.2.3.4}-\frac{1}{2.3.4.5}+\frac{1}{3.4.5.6}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4.5.6.7}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots \end{aligned}\right.$$

. . . .

Ferner ist:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F\left(e^{\alpha x\sqrt{-1}}\right) f\left(e^{-\alpha x\sqrt{-1}}\right)\frac{dx}{k^2+x^2}$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{e^{\alpha x\sqrt{-1}}}\,.\,e^{-e^{-\alpha x\sqrt{-1}}}\,\frac{dx}{k^2+x^2}=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}\cos\left(2\sin\alpha x\right),$$

daher

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{k^2+x^2}\cos(2\sin\alpha x)$$

$$=\frac{\pi}{k}\left\{\begin{array}{l}\left[\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\left(\frac{1}{1.2.3.4}\right)^2-\ldots\right]\\ +2e^{-2\alpha k}\left[\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}\left(\frac{1}{1}\right)^2+\frac{1}{3.4}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4.5}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots\right]\\ +2e^{-4\alpha k}\left[\frac{1}{1.2.3.4}-\frac{1}{2.3.4.5}\left(\frac{1}{1}\right)^2+\frac{1}{3.4.5.6}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4.5.6.7}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots\right]\\ +\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{array}\right\}$$

Die Reihen innerhalb der eckigen Klammern convergiren sehr rasch. Setzt man in dieser Gleichung $\alpha = o$, so erhält man die bemerkenswerthe Gleichung:

$$\begin{array}{l}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\left(\frac{1}{1.2.3.4}\right)^2-\ldots\\ +2\left[\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}\left(\frac{1}{1}\right)^2+\frac{1}{3.4}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4.5}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots\right]\\ +2\left[\frac{1}{1.2.3.4}-\frac{1}{2.3.4.5}\left(\frac{1}{1}\right)^2+\frac{1}{3.4.5.6}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2-\frac{1}{4.5.6.7}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2+\ldots\right]\\ +\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots=1,\end{array}$$

welche Gleichung man auch wie folgt schreiben kann:

$$\left.\begin{array}{r}2\left[\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2.3.4}+\frac{1}{1.2.3.4.5.6}+\ldots\right]\\ -2\left[\frac{1}{2.3}+\frac{1}{2.3.4.5}+\frac{1}{2.3.4.\ .6.7}+\ldots\right]\\ \left(\frac{1}{1.2}\right)^2\left\{1+2\left[\frac{1}{3.4}+\frac{1}{3.4.5.6}+\frac{1}{3.4.5.6.7.8}+\ldots\right]\right\}\\ \left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left\{1+2\left[\frac{1}{4.5}+\frac{1}{4.5.6.7}+\frac{1}{4.5.6.7.8.9}+\ldots\right]\right\}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{array}\right\}=1.$$

2. Es sei

$$\rho) = \cos\rho = 1-\frac{\rho^2}{1.2}+\frac{\rho^4}{1.2.3.4}-\frac{\rho^6}{1.2.3.4.5.6}+\ldots$$

$$\rho) = \sin\rho = \rho-\frac{\rho^3}{1.2.3}+\frac{\rho^5}{1.2.3.4.5}-\frac{\rho^7}{1.2.3.4.5.6.7}+\ldots$$

dann ist

$$a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots\ldots = 0$$

$$\left\{\begin{aligned}
&a_0 b_1 + a_1 b_2 + a_2 b_3 + a_3 b_4 + \ldots \\
&\quad = 1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{1.2.3.4}\right)^2 + \frac{1}{7}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5.6}\right)^2 + \ldots \\
&b_0 a_1 + b_1 a_2 + b_2 a_3 + b_3 a_4 + \ldots \\
&= -\frac{1}{1.2} - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2 - \frac{1}{6}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5.6.7}\right)^2 - \ldots
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned}
&a_0 b_2 + a_1 b_3 + a_2 b_4 + a_3 b_5 + \ldots = 0 \\
&b_0 a_2 + b_1 a_3 + b_2 a_4 + b_3 a_5 + \ldots = 0
\end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned}
&a_0 b_3 + a_1 b_4 + a_2 b_5 + a_3 b_6 + \ldots \\
&\qquad = -\frac{1}{1.2.3} - \frac{1}{3.4.5}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2 - \frac{1}{5.6.7}\left(\frac{1}{1.2.3.4}\right)^2 - \ldots \\
&b_0 a_3 + b_1 a_4 + b_2 a_5 + b_3 a_6 + \ldots \\
&\qquad = \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{4.5.6}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2 + \frac{1}{6.7.8}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2 + \ldots
\end{aligned}\right.$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Ferner ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F\left(e^{\alpha x\sqrt{-1}}\right) f\left(e^{-\alpha x\sqrt{-1}}\right) \frac{dx}{k^2+x^2}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \cos e^{\alpha x\sqrt{-1}} . \sin e^{-\alpha x\sqrt{-1}} \frac{dx}{k^2+x^2} = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left(2\cos\alpha x\right) \frac{dx}{k^2+x^2};$$

sonach erhält man

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left(2\cos\alpha x\right) \frac{dx}{k^2+x^2}$$

$$= \frac{2\pi}{k}\left\{\begin{aligned}
&e^{-\alpha k}\left[\begin{aligned}&1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{1.2.3.4}\right)^2 + \frac{1}{7}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5.6}\right)^2 + \ldots \\ &- \frac{1}{1.2} - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2 - \frac{1}{6}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5.6.7}\right)^2 - \ldots\end{aligned}\right] \\
&+ e^{-3\alpha k}\left[\begin{aligned}&- \frac{1}{1.2.3} - \frac{1}{3.4.5}\left(\frac{1}{1.2}\right)^2 - \frac{1}{5.6.7}\left(\frac{1}{1.2.3.4}\right)^2 - \frac{1}{7.8.9}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5.6.7}\right)^2 + \ldots \\ &+ \frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{4.5.6}\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2 + \frac{1}{6.7.8}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2 + \frac{1}{8.9.10}\left(\frac{1}{1.2.3.4.5.6.7}\right)^2 + \ldots\end{aligned}\right] \\
&+ e^{-5\alpha k}\left[\begin{aligned}&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\end{aligned}\right] \\
&+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\}$$

auch

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(2\cos\alpha x)\frac{dx}{k^2+x^2}$$

$$\left.\begin{array}{l}
\left[\left(\frac{1}{1}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left(3-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2\left(5-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5.6.7}\right)^2\left(7-\frac{1}{8}\right)+\dots\right]\\
\left[\left(\frac{1}{1}\right)^2\left(1-\frac{1}{4}\right)\frac{1}{2.3}+\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left(3-\frac{1}{6}\right)\frac{1}{4.5}+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2\left(5-\frac{1}{8}\right)\frac{1}{6.7}+\left(\frac{1}{1.2\dots7}\right)^2\left(7-\frac{1}{10}\right)\frac{1}{8.9}+\dots\right]\\
\left[\left(\frac{1}{1}\right)^2\left(1-\frac{1}{6}\right)\frac{1}{2.3.4.5}+\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left(3-\frac{1}{8}\right)\frac{1}{4.5.6.7}+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2\left(5-\frac{1}{10}\right)\frac{1}{6.7.8.9}+\dots\right] .\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{array}\right\}$$

Setzt man hier $\alpha=o$, so erhält man

$$\frac{\pi}{k}\sin 2 =$$

$$\left.\begin{array}{l}
\left.\frac{1}{1}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left(3-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2\left(5-\frac{1}{6}\right)+\dots\right]\\
\left.\frac{1}{1}\right)^2\left(1-\frac{1}{4}\right)\frac{1}{2.3}+\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left(3-\frac{1}{6}\right)\frac{1}{4.5}+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2\left(5-\frac{1}{8}\right)\frac{1}{6.7}+\dots\right]\\
\left.\frac{1}{1}\right)^2\left(1-\frac{1}{6}\right)\frac{1}{2.3.4.5}+\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left(3-\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{1}{4.5.6.7}+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2\left(5-\frac{1}{10}\right)\cdot\frac{1}{6.7.8.9}+\dots\right]\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{array}\right\}$$

i.

$$\begin{array}{l}
{}^2\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left(3-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2\left(5-\frac{1}{6}\right)+\dots\right]\\
{}^2\left(1-\frac{1}{4}\right)\frac{1}{2.3}+\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left(3-\frac{1}{6}\right)\frac{1}{4.5}+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2\left(5-\frac{1}{8}\right)\frac{1}{6.7}+\dots\right]\\
{}^2\left(1-\frac{1}{6}\right)\frac{1}{2.3.4.5}+\left(\frac{1}{1.2.3}\right)^2\left(3-\frac{1}{8}\right)\cdot\frac{1}{4.5.6.7}+\left(\frac{1}{1.2.3.4.5}\right)^2\left(5-\frac{1}{10}\right)\frac{1}{6.7.8.9}+\dots\right]\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{array}$$

$$= 0.45465.$$

Für die beiden behandelten Fälle sei noch bemerkt, daß, wohl man die Werthe der Integrale $\int_{-\infty}^{+\infty}\cos(2\sin\alpha x)\frac{dx}{k^2+x^2}$ und $^{+\infty}$ in $(2\cos\alpha x)\frac{dx}{k^2+x^2}$ in geschlossener Form nicht angeben kann, in doch Grenzen für dieselben bestimmen kann und somit auch die Reihen. Es ist bekanntlich

$$\int_m^n \varphi(x)\,\psi(x)\,dx = \varphi\,[m+\varepsilon(n-m)]\int_m^n \psi(x)\,dx,$$

wobei ε zwischen 0 und 1 liegt und $\psi(x)$ sein Zeichen zwischen den beiden Grenzen nicht ändert. Da nun $\cos\,[2\sin\alpha\{m+\varepsilon(n-m)\}]$ immer zwischen $+1$ und -1 liegt, so ist, wenn δ eine zwischen -1 und $+1$ liegende Zahl bedeutet

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\cos(2\sin\alpha x)\frac{dx}{k^2+x^2}=\delta\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{d^2+x^2}=\delta\frac{\pi}{k}.$$

Man sieht, daß die Summe der angegebenen Reihen immer zwischen -1 und $+1$ liegt.

3. Es sei

$$F(\rho)=\frac{1}{1-a\rho}=1+a\rho+a^2\rho^2+a^3\rho^3+\ldots$$

$$f(\rho)=\frac{1}{1+a\rho}=1-a\rho+a^2\rho^2-a^3\rho^3+\ldots$$

wo $a<1$ vorausgesetzt wird, so ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty}F\left(e^{\alpha x\sqrt{-1}}\right)f\left(e^{-\alpha x\sqrt{-1}}\right)\frac{dx}{k^2+x^2}=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1-ae^{\alpha x\sqrt{-1}}}\cdot\frac{1}{1+ae^{-\alpha x\sqrt{-1}}}\cdot\frac{dx}{k^2+x^2}$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(1+a^2)^2-4a^2\cos^2\alpha x}\cdot\frac{dx}{k^2+x^2}.$$

Ferner ist

$$a_0b_0+a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3+\ldots=1-a^2+a^4-a^6+\ldots$$

$$\begin{cases}a_0b_1+a_1b_2+a_2b_3+a_3b_4+\ldots=-a+a^3-a^5+a^7-\ldots\\ b_0a_1+b_1a_2+b_2a_3+b_3a_4+\ldots=a-a^3+a^5-a^7+\ldots\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_0b_2+a_1b_3+a_2b_4+a_3b_5+\ldots=a^2-a^4+a^6-a^8+\ldots\\ b_0a_2+b_1a_3+b_2a_4+b_3a_5+\ldots=a^2-a^4+a^6-a^8+\ldots\end{cases}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

somit

$$(1-a^2)\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(1+a^2)^2-4a^2\cos^2\alpha x}\cdot\frac{dx}{k^2+x^2}$$

$$=\frac{\pi}{k}\left\{\begin{array}{l}1-a^2+a^4-a^6+\ldots\\ 2a^2e^{-2\alpha k}[1-a^2+a^4-a^6+\ldots]\\ 2a^4e^{-4\alpha k}[1-a^2+a^4-a^6+\ldots]\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\end{array}\right\}$$

$$=\frac{\pi}{k}(1-a^2+a^4-a^6+\ldots).[1+2(a^2e^{-2\alpha k}+a^4e^{-4\alpha k}+a^6e^{-6\alpha k}+\ldots)],$$

d. i.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(1+a^2)^2 - 4a^2\cos^2\alpha x} \cdot \frac{dx}{k^2+x^2}$$

$$= \frac{\pi}{k}(1+a^4+a^8+a^{12}+\ldots)[1+2a^2e^{-2\alpha k}(1+a^2e^{-2\alpha k}+a^4e^{-4\alpha k}+\ldots)]$$

Für $a<1$ und α und k positiv vorausgesetzt, wo aber α auch 0 sein kann, erhält man

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(1+a^2)^2 - 4a^2\cos^2\alpha x} \cdot \frac{dx}{k^2+x^2} = \frac{\pi}{k} \cdot \frac{1}{1-a^4} \cdot \frac{e^{2\alpha k}+a^2}{e^{2\alpha k}-a^2}.$$

Für $\alpha = 0$ wird

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(1-a^2)^2} \cdot \frac{dx}{k^2+x^2} = \frac{\pi}{k}\,\frac{1}{1-a^4} \cdot \frac{1+a^2}{1-a^2} = \frac{\pi}{k}\,\frac{1}{(1-a^2)^2},$$

wie dies sein muß, da $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{k^2+x^2} = \frac{\pi}{k}$ ist.

4. Es sei noch

$$F(\rho) = \frac{1}{1-b^n\rho} = 1+b^n\rho+b^{2n}\rho^2+b^{3n}\rho^3+ \ldots$$

wobei $n>o$ und $b<1$ vorausgesetzt wird

$$f(\rho) = \frac{1}{1-a^m\rho} = 1-a^m\rho+a^{2m}\rho^2-a^{3m}\rho^3+ \ldots$$

wobei $m>o$ und $a<1$ vorausgesetzt wird.

Es ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1-b^n e^{\alpha x\sqrt{-1}}} \cdot \frac{1}{1-a^m e^{-\alpha x\sqrt{-1}}} \cdot \frac{dx}{k^2+x^2}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+a^m b^n - (a^m e^{-\alpha x\sqrt{-1}} + b^n e^{\alpha x\sqrt{-1}})} \cdot \frac{dx}{k^2+x^2}$$

$$= \int_{+\infty}^{+\infty} \frac{1+a^m b^n - (a^m+b^n)\cos\alpha x}{[1+a^m b^n - \cos\alpha x\,(a^m+b^n)]^2 + (a^m-b^n)^2\sin 2\alpha x} \cdot \frac{dx}{k^2+x^2}.$$

Den Nenner dieses letzten Integrals kann man auch wie folgt schreiben:

$$[(1+a^m b^n)^2 + (a^m-b^n)^2] -$$
$$- 2\,(1+a^m b^n)\,(a^m+b^n)\cos\alpha x + 4a^m b^n\cos^2\alpha x.$$

II. SITZUNG VOM 16. JÄNNER 1868.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Zur Kenntniß der Wirbelthierfauna aus den Miocenschichten von Eibiswald in Steiermark. I. Schildkrötenreste", von dem c. M. Herrn Prof. Dr. K. Peters in Graz.

Diese Abhandlung ist für die Denkschriften bestimmt.

„Über die Ströme in Nebenschließungen zusammengesetzter Ketten" von Herrn Anton Waszmuth, Assistenten für Physik am Polytechnicum zu Prag.

Das Comité des Marien-Vereins zur Beförderung der kath. Mission in Central-Afrika übermittelt ein in französischer Sprache verfaßtes Reise-Journal des verstorbenen Provicars Dr. Knoblecher.

Herr Prof. Dr. E. Brücke übergibt eine Abhandlung des Herrn Ernst Fleischl: „Über den Bau der sogenannten Schilddrüse des Frosches".

Herr Prof. E. Suess legt eine Abhandlung: „Über die Äquivalente des Rothliegenden in den Südalpen" vor.

Herr Prof. J. Redtenbacher überreicht eine Abhandlung: „Chemische Untersuchung des Milchsaftes der *Antiaris toxicaria*", von den Herren Dr. J. E. de Vry und E. Ludwig.

Herr Prof. Dr. Aug. Em. Reuss legt eine Abhandlung: „Paläontologische Beiträge" (II. Folge) vor.

Das c. M. Herr Dr. Edmund Weiß übergibt eine Abhandlung, betitelt: „Beiträge zur Kenntniß der Sternschnuppen".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg: Mémoires. Tome XI, Part 2. St. Pétersbourg, 1867; 8°. (Russisch.)

Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli: Atti. Dalla fondazione sino all'anno 1787. Napoli 1788; 4°; N. S.

Vol. II. Napoli, 1865; 4°. — Rendiconto. Anno IV, (1865) Fasc. 5° 12°; Anno V, (1866) Fasc. 1°—12°; Anno VI, (1867) Fasc. 1°—5°. Napoli; 4°.

- — dell' Istituto di Bologna: Memorie. Serie II. Tomo VI, Fasc. 4. Bologna, 1867; 4°.

Akademie, Koninkl., van Wetenschappen te Amsterdam: Verslagen en Mededeelingen. Afdeeling Letterkunde. X. Deel. Amsterdam, 1866; 8°. — Processen-Verbaal. Afd. Natuurkunde. 1866—1867; 8°. — Jaarbock. 1866. 8°.

Cosmos. 3° Série. XVII° Année, Tome II, 2° Livraison. Paris, 1868; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, Oberlausitzische: Neues Lausitzisches Magazin. XLIV. Band, 1. Heft. Görlitz, 1867; 8°.

— Zoologische, zu Frankfurt a. M.: Der zoologische Garten. VIII. Jahrgang, 1867, Nr. 7—12. Frankfurt a/M.; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg. Nr. 2. Wien, 1868; 8°.

Isis. Jahrg. 1867, Nr. 7—9. Dresden; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1867, XII. Heft. Gotha; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. XVII. Band, 1867. Nr. 4. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger: V° Année, Nr. 6. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Society, The Royal Geographical, of London: Proceedings. Vol. XI, Nr. 6. London, 1867; 8°.

Wiener landwirthschaftliche Zeitung. Jahrg. 1868, Nr. 1—2. Wien; 4°.

— medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrgang. Nr. 4—5. Wien, 1868; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XIX. Jahrg. 11. & 12. Heft. Wien, 1867; 4°.

Über die Ströme in Nebenschließungen zusammengesetzter Ketten.

Von **Anton Wassmuth,**
Assistenten für Physik an der Technik in Prag.

Wenn man an einer nach dem Schema der Volta'schen Säule zusammengesetzten Kette ein oder das andere Element mit einer Nebenschließung versieht, so findet man, wie schon Daniell *(On voltaic combinations)* gezeigt hat, daß die Richtung des darin verlaufenden Stromes nicht selten der Richtung des Hauptstromes entgegengesetzt ist und sich sogar bei einem und demselben Elemente mit dem eingeschalteten Widerstand ändert.

Es gelang indeß erst Poggendorff (Annalen 55. Bd.) eine Erklärung davon zu geben, bei welcher er seine Theorie der zusammengesetzten Ketten zu Grunde legte. Seine Forschungen beschränkten sich dabei lediglich auf die Erörterung des Daniell-schen Versuches, indem er nachwieß, wann die eine oder andere Stromrichtung in der Nebenschließung oder ein gänzliches Verschwinden des Stromes einträte.

Sind nämlich

$$e_1, \; e_2, \; e_3 \; . \; . \; . \; . \; . \; e_n$$

die elektromotorischen Kräfte und

$$u_1, \; u_2, \; u_3 \; . \; . \; . \; . \; . \; u_n$$

die wesentlichen Widerstände von n-Elementen, so wird, wie Poggendorff zeigt, die Stromstärke λ_1 in der Nebenschließung am ersten Elemente ausgedrückt durch die Gleichung:

$$\lambda_1 = \frac{1}{R_1 l}\left[\frac{P_1}{Q_1} - \frac{e_1}{u_1}\right].$$

Dabei bedeutet l den Widerstand der Nebenschließung und es ist

$$P_1 = e_2 + e_3 + \; . \; . \; . \; . \; . \; + e_n$$
$$Q_1 = u_2 + u_3 + \; . \; . \; . \; . \; . \; + u_n$$

sowie

$$R_1 = \frac{1}{l} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{Q_1}.$$

Daraus folgt nun unmittelbar, daß, die Richtung des Hauptstromes als positiv angenommen, der Strom in der Nebenschließung mit dem Hauptstrome dieselbe oder entgegengesetzte Richtung haben oder gänzlich verschwinden wird, je nachdem

$$\frac{P_1}{Q_1} \gtreqless \frac{e_1}{u_1}$$

ist; oder allgemein, bezüglich des r^{ten} Elementes, je nachdem

$$\frac{P_r}{Q_r} \gtreqless \frac{e_r}{u_r}$$

ist.

Poggendorff bemerkt ferner, daß in dem Falle, wenn sämmtliche Ketten der Batterie einander vollkommen gleich sind, keine derselben bei partieller Nebenschließung einen Strom gibt. — Somit war denn auch die Erklärung des Daniell'schen Versuches, soweit sich Poggendorff dieselbe zur Aufgabe gemacht hatte, gegeben.

In größerer Allgemeinheit wurde das Problem, die Stromrichtung in Nebenschließungen zusammengesetzter Ketten zu bestimmen, später von Waltenhofen behandelt und dadurch auch eine Erweiterung und Vervollständigung in der Theorie und Erklärung des Daniell'schen Versuches erzielt.

Waltenhofen[1]) zeigte nämlich: 1. daß rückläufige Nebenströme nicht nur — wie Daniell fand, und aus Poggendorff's Theorie hervorgeht — unter gewissen Bedingungen (wenn nämlich $\frac{P_r}{Q_r} < \frac{e_r}{u_r}$) auftreten können, sondern, daß sie sogar an jeder zusammengesetzten Kette nothwendig vorkommen müssen, den einzigen Fall ausgenommen, daß sämmtliche Nebenströme $= 0$ würden; 2. daß dieses Nullwerden aller Nebenströme nicht nur in dem von Poggendorff nachgewiesenen Falle eintritt, daß alle Ketten einander vollkommen gleich sind, d. h. $e_1 = e_2 = e_3 = \ldots\ldots = e_n$ und

[1]) Prof. Dr. Adalbert v. Waltenhofen, Über die Stromrichtung in Nebenschließungen zusammengesetzter Ketten. Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissensch. 42. Bd. p. 439—448.

$= u_2 = u_3 = \ldots\ldots = u_n$ ist, sondern auch, wenn nur überhaupt
e Relation besteht

$$\frac{e_1}{u_1} = \frac{e_2}{u_2} = \frac{e_3}{u_3} = \ldots = \frac{e_n}{u_n};$$

daß die Differenzen der Nebenströme sich verhalten wie die Differenzen der elektromotorischen Kräfte der betreffenden Elemente, enn die einzelnen Elemente der Kette gleiche Widerstände haben. t nämlich

$$e_1 + e_2 + e_3 + \ldots + e_n = E,$$
$$u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n = U.$$

id der Widerstand der am betrachteten Elemente angebrachten ebenschließung l_r, so gilt, wie Waltenhofen zeigt, für die tromstärke s_r des am r^{ten} Elemente abgeleiteten Nebenstromes die elation

$$s_r = \frac{u_r E - e_r U}{U(u_r + l_r) - u_r^2}.$$

Hieraus folgt, daß, wenn man den Nenner $U(u_r + l_r) - u_r^2 = c_r$, mit $c_r s_r = U_r E - e_r U$ setzt, die Summe dieser für $r = 1, 2, 3 \ldots n$ ebildeten Producte $= 0$ ist; sowie, daß, wenn $l_1 = l_2 = l_3 = \ldots = l_n$ auch $+ s_2 + s_3 + \ldots + s_n = 0$ ist. Sind ferner auch $u_1 = u_2 = u_3 = \ldots = u_n$ id somit die Nenner der Ausdrücke für $s_1, s_2, s_3 \ldots s_n$, einander leich, so ist allgemein

$$\frac{s_\alpha - s_\beta}{s_\gamma - s_\delta} = \frac{e_\alpha - e_\beta}{e_\gamma - e_\delta}.$$

Endlich zeigt der Ausdruck für s_r unmittelbar, daß dieser Strom rschwindet, sobald

$$\frac{E}{U} = \frac{e_r}{u_r}$$

Diese Ergebnisse bewogen mich, die Rechnungen noch weiter szudehnen und allgemein das Verhalten der Theilströme zu untersuchen, falls gleichzeitig an jedes Element eine Nebenschließung gebracht wird. Man sieht leicht, daß die Beantwortung dieser age auch die Lösung des Früheren als einen speciellen Fall in h schließt.

Dabei denke man sich, um die Rechnung übersichtlicher zu machen, je zwei Elemente durch einen Draht von verschwindend kleinem Widerstand verbunden; der in der Praxis vorkommende Fall, wo zwei Elemente durch einen endlichen Widerstand verbunden sind, soll am Schluße der Abhandlung berücksichtigt werden.

Es seien nun n Elemente gegeben mit den elektromotorischen Kräften

$$e_1, e_2, e_3 \ldots e_n$$

und mit den inneren Widerständen:

$$u_1, u_2, u_3 \ldots u_n$$

das erste Element besitze eine Nebenschließung vom Widerstande l_1, in welchem die Stromstärke s_1 sei; das zweite eine vom Widerstande l_2 mit der Stromstärke s_2 etc. Außerdem führe man folgende Abkürzungen ein, indem man setze:

$$\frac{1}{u_1}+\frac{1}{l_1}=\frac{1}{w_1}, \quad \frac{1}{u_2}+\frac{1}{l_2}=\frac{1}{w_2} \ldots \ldots$$

$$\frac{1}{u_n}+\frac{1}{l_n}=\frac{1}{w_n}.$$

und

$$w_1+w_2+w_3+\ldots+w_n=R,$$

wobei die Größen $w_1, w_2 \ldots w_n$ eine bekannte Bedeutung haben, indem sie die Widerstände vorstellen, die statt denen des Elementes und der entsprechenden Nebenschließung gesetzt werden können.

Die Stromintensität s_1 setzt sich aus n-Componenten zusammen, indem jede elektromotorische Kraft einen andern Strom in dem Leiter vom Widerstande l_1 erzeugen wird, so dass man setzen kann:

$$s_1=\sigma_1'+\sigma_2'+\sigma_3'+\ldots+\sigma_n'.$$

Dabei deuten die unteren Stellenzeiger auf die elektromotorische Kraft, die den Strom erregt, die oberen auf die Nebenschließung, in der der betrachtete Strom verläuft. So stellt uns z. B. σ_2''' die Intensität jenes Stromes vor, der durch e_2 in l_3 erregt wurde.

Um nun einen Ausdruck für σ_1', die Intensität des in l_1 durch e_1 erzeugten Stromes zu finden, so hat man blos zu berücksichtigen, daß der in u_1 durch die elektromotorische Kraft e_1 hervorgerufene Strom sich in die zwei Arme vom Widerstande l_1 und $R-w_1$ theilt und eine dem Hauptstrome entgegengesetzte Richtung hat. Man findet so, daß

$$\sigma'_1 = \frac{-e_1(R-w_1)}{u_1(R-w_1+l_1)+(R-w_1)\,l_1},$$

oder da $u_1 l_1 = w_1(u_1+l_1)$ ist

$$\sigma'_1 = \frac{-e_1(R-w_1)}{(R-w_1)(u_1+l_1)+u_1 l_1} = \frac{-e_1(R-w_1)}{(u_1+l_1)R}$$

oder

$$\sigma'_1 = -\frac{e_1}{u_1+l_1} + \frac{w_1}{l_1 R}\,\frac{e_1 l_1}{u_1+l_1}.$$

Um auch die Componente σ'_2 zu finden, die die in l_1 durch die elektromotorische Kraft e_2 hervorgerufene Stromstärke vorstellt, bestimme man zuerst die Stromstärke in der Nebenschließung $R-w_2$, indem durch diesen und den Widerstand l_2 der in u_2 durch e_2 hervorgerufene Strom geht. Man findet ihn gleich:

$$\frac{e_2 l_2}{u_2(R-w_2+l_2)+(R-w_2)l_2} = \frac{e_2 l_2}{(u_2+l_2)R}.$$

Dieser Strom fließt nun durch u_1 und l_1, weßhalb der durch l_1 gehende Antheil σ'_2 ist:

$$\sigma'_2 = \frac{u_1}{u_1+l_1}\,\frac{e_2 l_2}{(u_2+l_2)R} = \frac{w_1}{l_1 R}\,\frac{e_2 l_2}{u_2+l_2}.$$

Ähnlich ergibt sich:

$$\sigma'_3 = \frac{w_1}{l_1 R}\,\frac{e_3 l_3}{u_3+l_3} \quad \ldots\ldots$$

und allgemein

$$\sigma'_p = \frac{w_1}{l_1 R}\,\frac{e_p l_p}{u_p+l_p}.$$

Setzt man also

$$\frac{e_1 l_1}{u_1+l_1} + \frac{e_2 l_2}{u_2+l_2} + \frac{e_3 l_3}{u_3+l_3} + \ldots\ldots + \frac{e_n l_n}{u_n+l_n} = S,$$

so ergibt sich:

$$s_1 = -\frac{e_1}{u_1+l_1} + \frac{w_1}{l_1}\,\frac{S}{R}.$$

Ähnlich findet man bei Berücksichtigung der oben eingeführten Bezeichnung:

$$s_2 = -\frac{e_2}{u_2+l_2} + \frac{w_2}{l_2}\frac{S}{R}$$

und allgemein erhält man für die Stromstärke im Schließungsleiter des μ. Elementes:

$$s_\mu = -\frac{e_\mu}{u_\mu+l_\mu} + \frac{w_\mu}{l_\mu}\frac{S}{R}.$$

So ergibt sich z. B. als Ausdruck für den Strom in l_1 bei 3 Elementen:

$$s_1 = \frac{-e_1[u_2l_2(u_3+l_3)+u_3l_3(u_2+l_2)]+e_2u_1l_2(u_3+l_3)+e_3u_1l_3(u_2+l_2)}{(u_1+l_1)(u_2+l_2)(u_3+l_3)[w_1+w_2+w_3]}.$$

Aus dem allgemeinen Ausdrucke für die Stromstärke in einer Nebenschließung ergeben sich nun nachstehende Folgerungen.

Anmerkung. Es ist nicht uninteressant zu zeigen, wie man bei Anwendung der Formeln von Kirchhoff zu denselben Resultaten gelangt, was ich hier für 3 Elemente thun will. Um nämlich den Zähler von s_1 in diesem Falle zu bilden, hat man diejenigen Combinationen von Widerständen zu 3 Elementen zu addiren, die die Eigenschaft haben, daß nach ihrer Wegnahme eine geschlossene Figur übrig bleibt, in der l_1 vorkommt (Poggendorff's Annalen Bd. 72, p. 497—506). Es sind dies die Combinationen:

$$u_1u_2u_3,\ u_1u_2l_3,\ u_1u_3l_2,\ u_1l_2l_3,\ u_2u_3l_3,\ u_2u_3l_2,\ u_2l_2l_3 \text{ und } u_3l_2l_3,$$

jede von ihnen muß außerdem mit der Summe der elektromotorischen Kräfte, die auf der zugehörigen geschlossenen Figur vorkommen, multiplicirt werden. Sie sind der Reihe nach:

$$o,\ e_3,\ e_2,\ e_2+e_3,\ -e_1,\ -e_1,\ -e_1,\ -e_1.$$

Man erhält so für den Zähler von s_1 den Ausdruck:

$$-e_1[u_2l_2(u_3+l_3)+u_3l_3(u_2+l_2)]+e_2u_1l_2(u_3+l_3)+e_3u_1l_3(u_2+l_2)$$

gleich dem obigen Werthe. — Um den Nenner zu erhalten, hätte man alle Combinationen zu 4 Elementen zu bilden, die einzeln weggenommen, keine geschlossene Figur übriglassen. Schneller verfährt man, wenn man die Combinationen zu zwei Elementen sucht, die keine geschlossene Figur geben, z. B. u_3l_1, l_1l_2 .... Zu jeder dieser Combinationen von 2 Elementen findet man die entsprechenden von 4 Elementen, indem man jene Widerstände, die in den ersteren nicht vorkommen, nebeneinander schreibt und die entstandenen Producte addirt. Man erhält so für den Nenner denselben Werth wie oben.

Multiplicirt man jedes s mit dem entsprechenden l und addirt die entstandenen Producte, so erhält man mit Berücksichtigung der Bedeutung von S und R leicht die Gleichung [1])

$$s_1 l_1 + s_2 l_2 + s_3 l_3 + \cdot \cdot \cdot \cdot + s_n l_n = 0,$$

da $l_1, l_2, l_3 \ldots l_n$ ihrer Natur nach nur positiv sein können, so kann somit der Satz ausgesprochen werden, daß auch in dem Falle, wenn gleichzeitig alle Elemente mit Nebenschließungen versehen sind, die darin auftretenden Zweigströme niemals sämmtlich gleichgerichtet sein können.

Gewöhnlich hat man es mit Elementen von gleicher elektromotorischer Kraft und nahezu gleichen innerem Widerstande zu thun. Setzt man nun

$$e_1 = e_2 = e_3 = \cdot \cdot \cdot = e_n$$

und

$$u_1 = u_2 = u_3 = \cdot \cdot \cdot = u_n,$$

so stellt sich heraus, daß in keiner der Nebenschließungen ein Strom verläuft. Es ist nämlich dann

$$\frac{S}{R} = \frac{e_p}{u_p},$$

folglich $s_p = 0$.

Dieses Ergebniß ist indeß nur ein specieller Fall eines allgemeinen Lehrsatzes. Verhalten sich nämlich die elektromotorischen Kräfte wie die inneren Widerstände, d. i. findet die Proportion statt:

$$e_1 : e_2 : e_3 : \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot : e_n = u_1 : u_2 : u_3 : \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot : u_n,$$

so daß also $\frac{e_\mu}{u_\mu} = \varkappa$ einen constanten Coefficienten bedeutet, so ergibt sich $\frac{S}{R} = \varkappa$ und folglich $s_\mu = 0$.

Hieraus folgt, daß auch in gleichzeitig an allen Elementen angebrachten Nebenschließungen keine Zweigströme auftreten, sobald zwischen der elektro-

[1]) Dieselbe Gleichung ergibt sich auch unmittelbar durch Anwendung des Kirchhoff'schen Satzes betreffs der Continua in einem beliebigen Systeme von Strombahnen.

motorischen Kraft und dem Widerstande in allen Elementen dasselbe Verhältniß besteht.

Sollen zu gleicher Zeit von den vorhandenen Zweigströmen einzelne verschwinden, soll also z. B. $s_p = s_q = s_r = 0$ sein, so muß eben für diese oder vielmehr für die betreffenden Elemente jene Beziehung, nämlich

$$\frac{e_p}{u_p} = \frac{e_q}{u_q} = \frac{e_r}{u_r} = z$$

stattfinden; es müssen sich also auch dann die elektromotorischen Kräfte, wie die inneren Widerstände der betreffenden Elemente verhalten.

Hat man es mit dem in der Praxis vorkommenden Fall zu thun, daß die Elemente durch endliche Widerstände $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \ldots \rho_n$ verbunden sind, so behalten die obigen Formeln ihre Giltigkeit, wenn man sich nur statt R gesetzt denkt:

$$R + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \cdot \cdot \cdot + \rho_n.$$

Es wäre noch der Fall zu behandeln, daß die Nebenschließung bei einem oder mehreren Elementen fehlt; man hat dann blos den Widerstand jeder fehlenden Nebenschließung als unendlich groß in die allgemeine Formel einzuführen; ist z. B. das μ. Element ohne Nebenschließung, so wird $l_\mu = \infty$ und in dem Ausdrucke für S ist statt $\frac{e_\mu l_\mu}{u_\mu + l_\mu}$ zu setzen e_μ, sowie in R statt w_μ der Werth u_μ; ähnlich, wenn mehrere Nebenschließungen fehlen.

Es bleibt mir schließlich noch übrig, die Übereinstimmung zwischen den von Prof. v. Waltenhofen aufgestellten Formeln und den obigen zu zeigen, oder vielmehr, wie die ersteren aus den letzteren abgeleitet werden können.

Denkt man sich nämlich blos am p^{ten} Elemente eine Nebenschließung angebracht, so wird für diesen Fall auch die obige Formel für s, ihre Giltigkeit behalten, falls man nur darin

$$l_1 = l_2 = l_3 = \ldots = l_{p-1} = l_{p+1} = \ldots = l_n = \infty$$

setzt.

Es wird dann

$$\frac{S}{R} = \frac{e_p u_p + (u_p + l_p) E}{U(u_p + l_p) - u_p^2},$$

somit

$$s_p = \frac{Eu_p - e_p U}{U(u_p + l_p) - u_p^2},$$

wo

$$e_1 + e_2 + e_3 + \ldots + e_n = E$$

und

$$u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n = U$$

ist.

Dieselbe Gleichung ist von Prof. v. Waltenhofen a. a. O. p. 445 aufgestellt und aus ihr die anderen Lehrsätze abgeleitet worden.

Chemische Untersuchung des Milchsaftes der Antiaris toxicaria.

Von Dr. J. E. de Vry und Dr. E. Ludwig.

Die interessanten physiologischen Experimente, welche bis in die neueste Zeit mit dem Antiargifte ausgeführt wurden [1], und der Umstand, daß die chemische Natur dieses Giftes durch die darüber vorliegenden Arbeiten von Pelletier und Caventou [2] und von Mulder [3] noch nicht vollständig ermittelt ist, veranlassten uns, diesen Gegenstand zu bearbeiten, da wir in den Besitz einer bedeutenden Quantität von Arbeitsmateriale gelangt waren.

Der Giftbaum, *Antiaris toxicaria* Lechen (malayisch *Pohon Upas*) wächst in der Provinz Banjuwangie im südöstlichen Theile der Insel Java, auf welcher sich der eine von uns sechs Jahre lang aufhielt. Es gelang während dieser Zeit durch die Güte des Herrn Assistent-Residenten der genannten Provinz achtzehn gewöhnliche Weinflaschen voll frischen Milchsaft zu erhalten, mit denen wir unsere Arbeit ausführten.

Wir theilen vorläufig die bis jetzt gewonnenen Resultate mit, da die Arbeit auf einige Zeit unterbrochen werden muß, und behalten uns vor, die weiteren Ergebnisse hinzuzufügen, sobald wir dieselbe wieder aufgenommen und zu Ende geführt haben werden.

Der Milchsaft der *Antiaris toxicaria* ist von weißer Farbe mit einem Stich ins Gelbliche, dünnflüssig, sein specifisches Gewicht ist bei 22° C. = 1,06. Mit Wasser läßt er sich mischen, ohne daß [illegible] wieder trennt, wird er mit Äther geschüttelt und eine

[1] [illegible] von Reichert u. du Bois Reymond [illegible] über Herzgifte, daselbst [illegible]

[2] [illegible]

[3] [illegible]

Weile der Ruhe überlassen, so sondern sich aus dem Gemische bald zwei Schichten ab, von denen die obere, schwach gelb gefärbte, eine ätherische Lösung der fetten und harzigen Bestandtheile, die untere braun gefärbte, ein wässrige Lösung der übrigen Bestandtheile ist.

Weder beim Mischen mit Äther, noch beim Erwärmen auf 100° C. scheidet sich aus dem Milchsafte ein Coagulum ab, woraus auf die Abwesenheit von Eiweiß zu schliessen ist [1]; beim Abdampfen auf dem Wasserbade überzieht sich der Milchsaft mit einer dünnen Haut, welche sich, wenn man sie entfernt hat, wieder erneuert; dieser Erscheinung zufolge dürfte der in dem Milchsafte in großer Menge enthaltene Eiweißkörper Pflanzencaseïn sein.

Durch Eindampfen von 102·27 Grm. des Milchsaftes wurden 38·77 Grm. bei 100° getrockneten Rückstandes in Form eines dunklen Harzes mit muscheligem Bruche erhalten, von welchem 95 Grm. beim Verbrennen 1·58 Grm. Unverbrennliches zurückliessen, demgemäß enthalten 100 Theile Milchsaft 37·9 Theile feste Substanzen, wovon 0·62 Theile unverbrennlich sind.

Von dem vollständig eingetrockneten Milchsafte löst Benzin oder leichtflüchtiges Steinöl etwa 30%, nach dem Ausziehen mit einem dieser Lösungsmittel nimmt absoluter Alkohol 23% auf, so daß nach der Behandlung mit diesen Flüssigkeiten noch etwa 47% ungelöst bleiben.

Wir übergehen die vielen Versuche, welche wir zur Darstellung der einzelnen Bestandtheile des Milchsaftes ausführten, und wollen nur jene Methode beschreiben, die uns die beste zu sein scheint, und welche wir auch zur Verarbeitung des Milchsaftes mit dem besten Erfolge angewendet haben.

Der eingedampfte Milchsaft wird, so gut es seine harzige Beschaffenheit erlaubt, gepulvert und mit den leicht flüchigen Producten des Steinöles (Kochpunkt 50—60° C.) ausgekocht; nachdem die Flüssigkeit abgegossen ist, trocknet man den Rückstand und zerkleinert ihn aufs neue, was jetzt sehr leicht gelingt, da der größte Theil des Harzes bereits entfernt ist; das Ausziehen mit Steinöl wird dann so oft wiederholt, bis eine filtrirte Probe keinen merklichen Rückstand beim Abdampfen hinterläßt.

---

[1]) Mulder führt in seiner Arbeit über das Antiargift an, daß er in dem trockenen Milchsafte 16·14% vegetabilisches Eiweiß gefunden hat.

[illegible]

[illegible] Rückstand [illegible] ölsaures Natrium, [illegible]

[illegible] schneeweiße, [illegible] Harzes, [illegible] täuschend [illegible] kochendem Alkohol oder noch [illegible] läßt sich dieses Harz vollkommen [illegible] erhalten; wir wollen dasselbe [illegible] Anilharz nennen.

In der Mutterlauge der ätherischen Harzlösung bleibt nach dem Auskrystallisiren des eben erwähnten Harzes noch ein zweites amorphes Harz und ölsaures Natron; schüttelt man mit Wasser, dem etwas Natronlauge zugesetzt ist, so löst dieses das ölsaure Natron auf, und über dieser Lösung schwimmt die reine Harzlösung, welche beim Verdampfen ein sprödes, amorphes, durchsichtiges Harz von bräunlicher Farbe zurücklässt. Dr. Effenberger hat die Ölsäure des Natronsalzes abgeschieden, auf Baryt übertragen, und durch die Analyse dieses Salzes die Ölsäure constatirt. Die im Äther unlöslichen Natronseifen der fetten Säuren geben durch Zerlegen mit verdünnter Salzsäure beim Kochen die Säuren als Ölschichte ab, welche beim Erkalten erstarrt und durch Umschmelzen in reinem Wasser auszuwaschen ist. Durch die Methode der partiellen Fällung wurde daraus Palmitinsäure und Stearinsäure dargestellt und durch die Elementaranalyse bestätiget.

II.

Die Flüssigkeiten, welche beim Auskochen des durch Steinöl erschöpften Milchsaftes mit absolutem Alkohol erhalten werden, sind nach dem Filtriren im Wasserbade zu destilliren, um den Alkohol zu entfernen; der Rückstand wird mit Wasser aufgenommen, er muß sich vollkommen darin lösen, wenn die Erschöpfung des Milchsaftes mit Steinöl eine vollständige war; die wässrige Lösung wird vorsichtig mit basisch essigsaurem Blei versetzt, so lange noch ein schmutzig weißer Niederschlag entsteht; nach dem Absetzen des Niederschlages wird filtrirt, und mit heißem Wasser ausgewaschen, um das Antiarin zu gewinnen, welches der Niederschlag mechanisch mit niederreißt. Der Bleiniederschlag liefert beim Zerlegen eine Säure, die mit Baryt ein lösliches Salz bildet, das wir später untersuchen wollen.

Filtrat und Waschwasser von dem Bleiniederschlage werden mit Schwefelwasserstoff behandelt, um das übermäßig zugesetzte Bleisalz zu fällen, das entstandene Schwefelblei wird abfiltrirt und ausgewaschen, das Filtrat zur Krystallisation eingedampft; es erscheinen bald kleine krystallinische Blättchen von Antiarin, dem wirksamen Bestandtheile des Antiargiftes; während die ersten Krystallisationen fast farblos sind, erhält man beim Eindamfen der Mutterlaugen gefärbte Krystalle und zuletzt bleibt eine braune dickflüssige Mutterlauge zurück, die noch ziemlich viel Antiarin enthält; um dieses zu gewinnen, dampft man die Mutterlauge im Wasserbade zur Trockene ein und stellt die Abdampfschale in schiefer Lage an die feuchte Luft hin; schon nach wenigen Stunden fließt ein dicker brauner Syrup ab, während der Boden der Schale mit einem Gerippe von Antiarinkrystallen bedeckt ist. Wiederholt man diese Operation noch ein- oder zweimal, so erhält man sehr leicht noch eine beträchtliche Quantität Antiarin. Die sämmtlichen Krystallisationen werden im Wasser gelöst, die Lösung filtrirt und wieder zur Krystallisation gebracht; durch wiederholtes Umkrystallisiren gelingt es jedesmal, ganz farblose Krystalle von Antiarin zu erhalten. Bei sorgfältiger Arbeit beträgt die Ausbeute an reinem Antiarin aus dem trockenen Milchsafte etwa 4%.

Die Mutterlauge enthält außer dem durch Krystallisation nicht zu trennenden Antiarin einen zuckerartigen Körper, dessen vollständige Trennung vom Antiarin und Reindarstellung uns bisher nicht gelungen ist. Dieser Körper ist sehr hygroskopisch, so daß er an der Luft ungemein leicht zerfließt, er ist im absoluten Alkohol leicht löslich, im Äther unlöslich, durch basisch essigsaures Blei wird er nicht niedergeschlagen, eine alkalische Kupferlösung reducirt er beim Kochen unter Abscheidung von Kupferoxydul. Im Polarisationsapparat untersucht, zeigt es keine Ablenkung. Eine wässerige Lösung dieser Substanz vermag viel grössere Mengen von Antiarin zu lösen als reines Wasser, so daß sie die Krystallisation des Antiarins bedeutend hindert.

III.

Das Gemenge von Substanzen, welches nach dem Ausziehen des Milchsaftes mit Wasser und Alkohol übrig bleibt, besteht nach vorläufigen Versuchen zum größten Theile aus einem Albuminkörper, den wir nach den im Eingange erwähnten Beobachtungen beim Eindampfen des Milchsaftes für Pflanzencasein halten.

Aus diesem Theile des Milchsaftes haben wir übrigens bis jetzt noch keinen Bestandtheil in reinem Zustande dargestellt.

Die nach der angeführten Methode von uns dargestellten Bestandtheile des Milchsaftes der Antiaris toxicaria sind demnach: das krystallisirte Antiarin, ein amorphes Harz, eine kautschukartige Substanz, Fett (enthaltend Oelsäure, Palmitinsäure und Stearinsäure), Albumin, eine Zuckerart, eine organische Säure.

Wir haben uns zunächst der Untersuchung des Antiarins und des krystallisirten Antiarharzes zugewendet, welche Körper unter den Bestandtheilen des Milchsaftes offenbar die interessantesten sind. Die Arbeit ist, da uns das Material immerhin beschränkt, eine sehr mühsame und die entscheidenden Versuche, welche über die Constitution dieser Körper Aufschluß geben und ihre Formeln feststellen wollen, sind noch nicht beendet, so daß wir darüber vorläufig nichts abgeschlossenes mittheilen könnten, es soll hier nur noch einges über ihre allgemeinen Reactionen und ihre elementare Zusammensetzung erörtert werden.

Das Antiarin, wie es durch wiederholtes Umkrystallisiren aus Wasser oder Alkohol erhalten wird, krystallisirt in farblosen, glänzenden Blättchen, welche im Wasser und Alkohol ziemlich leicht, in Äther unlöslich sind; die Lösungen dieser Substanz besitzen einen intensiv bitteren Geschmack. Beim Erwärmen auf 100° verliert es Krystallwasser, bei gesteigerter Temperatur schmiltzt es zu einer farblosen Flüssigkeit, die nach dem Erkalten wieder erstarrt und im Wasser vollkommen löslich ist.

Auf dem Platinbleche stark erhitzt verbrennt das Antiarin ohne einen Rückstand zu hinterlassen und es tritt dabei derselbe Geruch, wie beim Verbrennen des Zuckers auf.

Die Reaction des Antiarins ist neutral, es verbindet sich weder mit Basen, noch mit Säuren, die Lösungen der schweren Metallsalze bringen keine Veränderung hervor; eine wässrige Lösung von Goldchlorid oder Platinchlorid löst beim Erwärmen Antiarin auf, und scheidet es beim Erkalten wieder unverändert krystallinisch aus. Concentrirte Schwefelsäure löst das Antiarin zu einer intensiv gelbbraunen Flüssigkeit auf, es scheint dabei das Antiarin stark verändert zu werden.

Die Analyse des Antiarins ergab als dessen Bestandtheile: Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff, es ist stickstofffrei.

Antiarin enthält Krystallwasser, welches bei 100° C. vollständig fortgeht, von 100—110° findet kein weiterer Verlust statt.

Antiarin					In 100 Theilen
0·8616	Gr. bei 110° C. verloren	0·0983	Gr. Wasser	=	11·29
0·435	„ „ „ „	0·0495	„ „	=	11·38
0·461	„ „ „ „	0·0520	„ „	=	11·28
0·4015	„ „ „ „	0·0455	„ „	=	11·33

100 Theile Antiarin verlieren bei 100° C. im Mittel von vier Versuchen 11·32 Wasser.

Die Elementaranalyse des vollständig getrockneten Antiarins wurde durch Verbrennen mit Kupferoxyd und Sauerstoff ausgeführt.

I. 0·2975 Grm. trockenes Antiarin gaben 0·669 Grm. Kohlensäure und 0·213 Grm. Wasser, entspricht 0·1825 Grm. C. 0·237 Grm. H.

II. 0·449 Grm. trockenes Antiarin gaben 1·012 Grm. $\text{C}\Theta_2$ = 0·276 C und 0·326 Grm. $\text{H}_2\Theta$ = 0·0362 H.

III. 0·481 Grm. trockenes Antiarin gaben 1·0805 Grm. $\text{C}\Theta_2$ (0·2947 C) und 0·3515 Grm. $\text{H}_2\Theta$ = 0·0391 H.

IV. 0·3705 Grm. trockenes Antiarin gaben 0·830 Grm. $\text{C}\Theta_2$ = 0·2264 C und 0·270 $\text{H}_2\Theta$ = 0·030 H.

V. 0·3875 Grm. trockenes Antiarin gaben 0·866 Grm. $\text{C}\Theta_2$ = 0·2362 C und 0·286 $\text{H}_2\Theta$ = 0·0318 H.

Demnach ist die Zusammensetzung des Antiarins in 100 Theilen

	I.	II.	III.	IV.	V.	Mittel
Kohlenstoff....	61·34	61.47	61·27	61·10	60.96	61·23
Wasserstoff ...	7·97	8·06	8·12	8·10	8·20	8·09
Sauerstoff.....	—	—	—	—	—	30·68
						100·00

Wird das Antiarin mit verdünnter Salzsäure oder mit verdünnter Schwefelsäure erwärmt, so tritt bald Zerlegung ein, es scheidet sich ein gelbes Harz aus und die wässerige Flüssigkeit liefert Zucker, der eine dem Traubenzucker entsprechende Menge Kupferoxyd aus einer alkalischen Kupferlösung zu Kupferoxydul reducirt; die Zerlegung gelingt mit Salzsäure schon nach wenigen Stunden, Schwefelsäure wirkt bedeutend langsamer.

Nach dieser Reaction ist das Antiarin in die Gruppe der Glycoside zu zählen und es ist damit auch der Weg gegeben, auf dem es möglich sein wird, über die Molecularformel und über die Constitution des Antiarins Aufschluß zu erhalten.

Eine ammoniakalische Lösung von salpetersaurem Silber wird durch Antiarin besonders leicht beim Erwärmen reducirt, es ist möglich, daß auch durch diese Reaction, wenn sie genauer studirt wird, ein Schluß auf die Zusammensetzung des Antiarins gezogen werden kann.

Was die physiologischen Wirkungen des Antiarins betrifft, so verweisen wir auf die letzten Untersuchungen Rosenthals [1]).

[1]) Rosenthal, Notiz über Herzgifte, Reichert et du Bois-Reymond's Archiv für 1866, p. 647.

welche speciell mit dem von uns dargestellten Antiarin ausgeführt wurden.

Das von Mulder [1]) als Antiarharz bezeichnete Harz ist jedenfalls ein Gemenge des krystallisirten Antiarharzes mit dem amorphen Harze, es stimmen auch die Angaben über die Elementarzusammensetzung mit den unseren nicht überein, wie wir weiter unten zeigen werden.

Wir haben schon früher angeführt, daß das krystallisirte Antiarharz sehr leicht aus Alkohol, Äther oder Steinöl in federförmig verzweigten seidenglänzenden Krystallen erhalten wird, die schneeweiß sind. Eisessig löst das Harz auch leicht auf und scheidet es beim Stehen an der Luft krystallinisch aus, indem die Lösung Wasser anzieht, es läst sich auf diese Erscheinung eine Methode der Reinigung des krystallisirten Harzes von dem amorphen Harze gründen, welches in Eisessig auch löslich ist. Während nämlich aus einer solchen Lösung das krystallische Harz sich in feinen Fäden abscheidet, sobald die Feuchtigkeit der Luft aufgenommen wird, erscheint das amorphe Harz in Tropfen, welche in der Flüssigkeit schwimmen und sich leicht trennen lassen.

Das krystallisirte Antiarharz enthält kein Krystallwasser, es verändert sich an der Luft nicht, weit über 100° C. erhitzt schmiltzt es zu einem klaren farblosen, nach dem Erkalten spröden Harzkuchen.

In seinen chemischen Reactionen verhält es sich sehr indifferent, es gelang uns bis jetzt nicht, es in eine brauchbare Verbindung überzuführen, welche zur Erforschung dieses höchst interessanten Körpers uns hätte nützlich sein können.

Die Elementar-Analyse des Harzes ergab als Bestandtheile Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff. Quantitativ wurde Kohlenstoff und Wasserstoff durch Verbrennen mit Kupferoxyd im Strome von getrocknetem Sauerstoff ermittelt; es ergaben sich dabei folgende Resultate:

I. 0·367 Grm. getrocknete Substanz gaben 1·1285 Grm. Kohlensäure und 0·395 Grm. Wasser.

II. 0·261 Grm. Substanz gaben 0·801 Grm. Kohlensäure und 0·2775 Grm. Wasser.

---

[1]) Poggendorf's Annalen d. Physik et Chemie, Bd. XLIV.

Carl, Ph., Repertorium für physikalische Technik etc. III. Band. 5. Heft. München 1867; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI. Nr. 1. Paris, 1868; 4°.

Cosmos. 3e Série. XVIIe Année, Tome II, 3e Livraison. Paris. 1868; 8°.

Gesellschaft, Naturforschende, in Basel: Verhandlungen. IV. Theil, 4. Heft. Basel, 1867; 8°. — Burkhardt, Fritz, Über die physikalischen Arbeiten der *Societas physica helvetica 1751—1787*. Festrede. Basel, 1867; 8°. — Festschrift, herausgegeben zur Feier des 50jährigen Bestehens der Naturforsch. Gesellsch. in Basel. 1867. Basel, 1867; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg., Nr. 3. Wien, 1868; 8°.

Halle, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1867. 4° & 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von F. Vorwerk. Band XXVIII, Heft 5 & 6. Speyer, 1867; 8°.

Lotos. XVII. Jahrgang. December 1867. Prag; 8°.

Miquel, F. A. W., Sur les affinités de la flore du Japon avec celles de l'Asie et de l'Amérique du Nord. — Sur le caractère et l'origine de la flora du Japon. — Sur les érables du Japon. (Extraits des „Archives Néerlandaises" T. II, 1867.) 8°.

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1867, 7. & 8. Heft. Wien; 8°.

Moniteur scientifique, 265e & 266e Livraisons. Tome Xe, Année 1868. Paris; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. Ve Année, Nr. 7. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Société des Sciences naturelles de Neuchatel: Bulletin. Tome VII, 3e Cahier. Neuchatel, 1867; 8°.

Wiener landwirthschaftliche Zeitung. Jahrgang 1868, Nr. 3. Wien; 4°.

— medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg. Nr. 6—7. Wien, 1868; 4°.

Zeitschrift für Pharmacie von Beilstein, Fittig und Hübner. XI. Jahrgang. N. F. IV. Band, 2. Heft. Leipzig, 1868; 8°.

Geometrischer Beweis des Lehmann'schen Satzes über die Lage des Standortes in Bezug auf das Fehlerdreieck.

Von **Anton Schell,**

Professor der Geodäsie u. descriptiven Geometrie am baltischen Polytechnikum zu Riga.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 28. November 1867.)

Unter den vielen indirecten Methoden des Rückwärtseinschneidens, deren Zweck bekanntlich darin besteht, aus der Lage und Beschaffenheit eines oder mehrerer Fehlerdreiecke die Lage des Standpunktes auf dem Meßtische zu bestimmen, nimmt die Lehmann'sche Methode wegen ihrer Einfachheit und Sicherheit in der Bestimmung des Standortes wohl den ersten Platz ein. Lehmann benützt zur Bestimmung des letzteren das bei nicht orientirtem Meßtische entstandene Fehlerdreieck $\alpha\beta\gamma$ Fig. (1), indem er auf dieses durch Erfahrung gefundene Sätze anwendet, welche sich theils auf die Lage des Standortes gegen das Fehlerdreieck, theils auf die Entfernungen dp, dq, dr des zu bestimmenden Punktes auf die das Fehlerdreieck gebenden Visuren beziehen.

So einfach auch die Beweisführung des letzteren Satzes ist, eben so complicirt wird auf irgend welchem Wege der Nachweis über die Lage des Standortes in Bezug auf das Fehlerdreieck. Professor Hartner war der erste, welcher einen, und zwar von dem Drehungspunkte des Meßtisches unabhängigen Beweis dieses Satzes lieferte [1]), und auf diese Weise den durch Lehmann hingestellten Erfahrungssatz zu einem Lehrsatze erhob.

Beschreibt man über die beiden äußeren Punkte a und b in Fig. (2) und die Ecke γ des Fehlerdreiecks einen Kreis, so muß dieser, in so ferne wir von dem Einflusse des Drehungspunktes des Meßtisches

[1]) Sitzb. d. kais. Akad. d. Wissensch. Nov.-Heft 1849.

absehen, auch durch den zu bestimmenden Punkt d gehen. Die das Fehlerdreieck bestimmenden Visuren schließen mit den wahren Visuren da a, db, dc unter obiger Voraussetzung gleiche Winkel ein, welche dem Desorientirungswinkel u des Meßtisches entsprechen. Wird die Linie dc verlängert, so schneidet dieselbe den Kreis in dem sogenannten Hilfspunkte Z, welcher mit γ verbunden eine Linie gibt, welche, da $> \gamma z d = u$ ist, mit βc parallel sein muß. Die mittlere Visur βc wird durch die Linie γd in einem Punkte ε getroffen, und dadurch werden zwei ähnliche Dreiecke $d\gamma z$ und $d\varepsilon c$ erzeugt, welche dieselbe relative Lage der Punkte d, ε, γ und d, c, z bedingen.

Es ist nun einleuchtend, daß:

I. Fehlerdreieck und Standpunkt d auf dieselbe Seite der mittleren Visur zu liegen kommen, sobald γ zwischen d und ε, oder wegen der Ähnlichkeit obiger Dreiecke, z zwischen d und c fällt.

II. Fehlerdreieck und Standpunkt d auf entgegengesetzter Seite der mittleren Visur fallen werden, wenn ε zwischen d und γ oder auch c zwischen z und d sich befindet.

III. Der Standpunkt d in dem Fehlerdreiecke zu suchen sein wird, sobald d zwischen γ und ε oder d zwischen z und c zu liegen kommt.

Bevor wir zur Beweisführung des Lehmann'schen Satzes übergehen, wollen wir in Kürze zwei Sätze, betreffend die gegenseitige Lage des Hilfs- und Standpunktes in Bezug auf die Verbindungslinie der beiden äußeren Punkte a und b anführen.

Sind die drei Punkte a, b, c so wie die Gesichtswinkel $adc = m$ und $bdc = n$ derselben in dem zu bestimmenden vierten Punkt d gegeben, so sind auch $> bad = M$ und $abd = N$ gesetzt, zufolge der Gleichung:

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad M + N + m + n = 180^\circ$$

M und N als bekannt anzusehen. Da die Winkel N und n oder auch M und m die Lage der Punkte d und Z auf der wahren mittleren Visur dz bestimmen, so ist, wie aus Fig. (2) ersichtlich ist, weil $> cEb = N + n = n_0$ für alle Werthe von $N = o$, bis $N = n_0$, der Standpunkt d unterhalb, und der Hilfspunkt z oberhalb der ab, dagegen für alle Werthe von $N=n_0$ bis $N=180^\circ$, ist d oberhalb und z unterhalb der ab zu suchen. Es folgt hieraus der Satz:

„Stand- und Hilfspunkt liegen stets auf entgegengesetzter Seite der Verbindungslinie der beiden äußeren Punkte".

Da die vier Punkte $abzd$ stets in der Peripherie eines Kreises liegen, so besteht auch die Relation:

$$zE.\ dE = aE.\ bE \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Aus dieser Gleichung läßt sich jedesmal der Ort des Hilfspunktes bestimmen, wenn die Lage des Standpunktes gegeben ist, und umgekehrt. Da ferner das Product $zE.\ dE$ ungeändert bleibt, wenn an die Stelle von z der Punkt d tritt, und umgekehrt, so läßt sich auch folgender Satz aussprechen:

„Der Hilfspunkt tritt stets an die Stelle des Standpunktes, sobald letzterer den Ort des ersteren einnimmt, und umgekehrt.

Diese zwei Sätze über die Reciprocität des Hilfs- und Standpunktes vorausgesetzt, wollen wir zur Beweisführung des oben ausgesprochenen Satzes schreiten, und hiebei folgende Lagen des Punktes d unterscheiden.

a) Der Standpunkt d Fig. (3) liegt außerhalb des um abc beschriebenen Grundkreises einer Seite des Dreiecks abc gegenüber. Da die vier Punkte $abc\ \delta$ ein Kreisviereck bilden, so ist $cE.\ \delta E = aE.\ bE$, und wegen Gleichung (2) auch:

$$cE.\ \delta E = zE.\ dE \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

In diesem Falle ist $dE > \delta E$, daher $zE < cE$, d. h. der Hilfspunkt z liegt im Innern des Dreiecks abc zwischen c und d, somit liegen wegen (I) der Punkt d und Fehlerdreieck auf derselben Seite der mittleren Visur.

b) Der Standpunkt d Fig. (4) befindet sich innerhalb des Grundkreises, abermals einer Seite gegenüber. Jetzt ist $dE < \delta E$ daher $zE > cE$, d. h. Z liegt außerhalb des Dreiecks abc einer Ecke gegenüber, oder c fällt zwischen z und d, daher liegen laut Bedingung (II) Punkt d und Fehlerdreieck auf entgegengesetzter Seite der mittleren Visur.

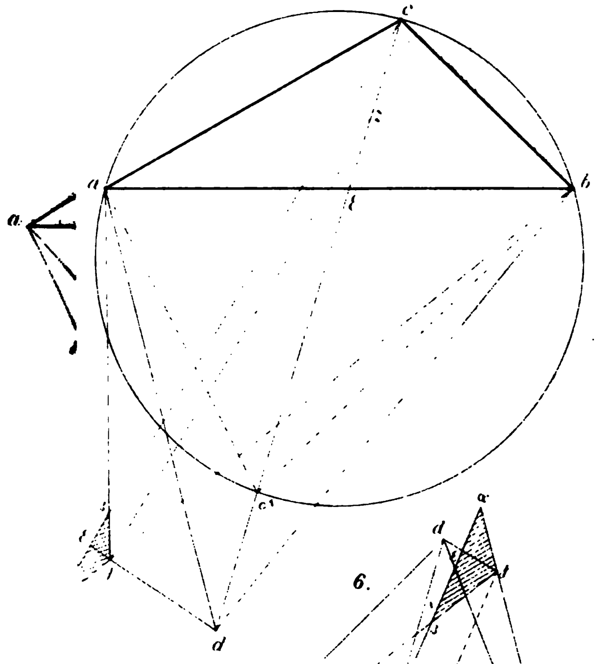
c) Der Standpunkt d Fig. (5) liegt im Innern des Dreiecks abc, also oberhalb der ab; es ist daher wegen des ersteren der oben citirten Sätze z unterhalb der Linie ab zu suchen. Da jedoch $dE < cE$

so muß auch $zE > \delta E$ sein, d. h. der Hilfspunkt z liegt außerhalb des Grundkreises einer Seite des Dreiecks gegenüber. Es fällt also d zwischen c und z, daher ist wegen (III) d im Innern des Fehlerdreieckes zu suchen.

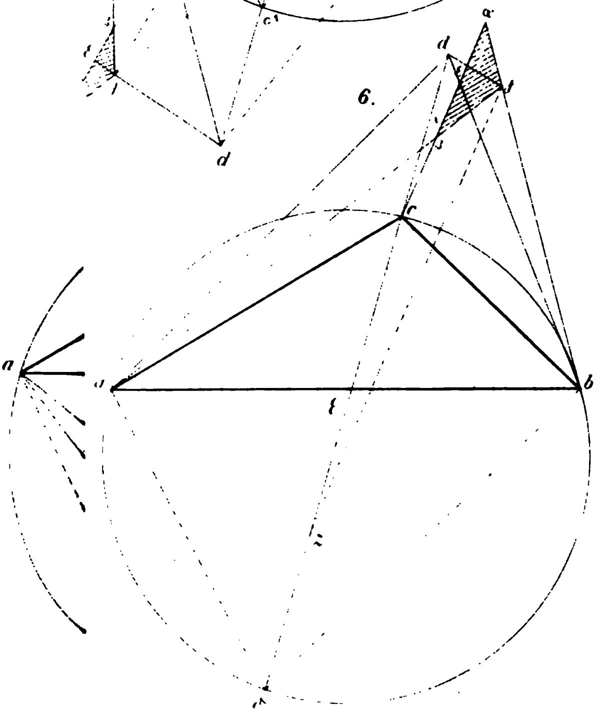
d) Der Standpunkt d Fig. (6) befindet sich außerhalb des Grundkreises einer Ecke des Dreieckes abc gegenüber. In dem jetzi- Falle ist $dE > cE$ daher $zE < \delta E$, d. h. der Punkt z liegt im Innern des Grundkreises einer Seite des Dreieckes abc gegenüber, daher c zwischen d und z; sonach fallen wegen Bedingung (II) Punkt d und Fehlerdreieck auf entgegengesetzte Seite der mittleren Visur.

Schell

3.



6.



Joh. Wero

Aus d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei.

Notiz über die Pectinkörper.

Von dem w. M. Dr. Friedrich Rochleder.

In der Roßkastanie kommen Pectinkörper in nicht unbedeutender Menge vor. Während die Samen keine Pectinsubstanz enthalten, finden wir sie in der Rinde der Wurzel, des Stammes, der Zweige, in den Kapseln der Früchte und in den Blättern.

Daß die Pectinkörper in keinem nahen Zusammenhange mit den sogenannten Kohlehydraten stehen, geht aus der Untersuchung dieser Körper von Fremy deutlich hervor.

Da über die Beziehungen zu andern Körpergruppen nichts bekannt ist, hielt ich es für nöthig, einige Versuche anzustellen, um einige Anhaltspunkte in dieser Richtung zu gewinnen.

Ich stellte zur Behandlung mit Kalihydrat eine Portion des Pectinkörpers dar, welcher in der Rinde des Stammes und der Zweige enthalten ist.

Das wässerige Decoct dieser Rinde mit Bleizuckerlösung versetzt, gibt einen Niederschlag, der zum Theil in essigsäurehaltigem Wasser löslich, zum Theil darin unlöslich ist. Der unlösliche Theil enthält den Pectinkörper. Um diesen zu gewinnen, zersetzt man den in saurem Wasser unlöslichen Theil des Niederschlages durch Schwefelwasserstoff, filtrirt vom Schwefelblei ab und dampft das Filtrat auf ein kleines Volumen ein. Dem erkalteten Verdampfungsrückstande setzt man wasserfreien Alkohol zu, wodurch die Flüssigkeit zu einer durchscheinenden, gelblichen Gallerte erstarrt, die man auf einem Leinwandfilter abtropfen läßt, dann auspreßt und in wenig siedendem Wasser löst. Die filtrirte Lösung wird mit Alkohol und etwas Salzsäure versetzt und die Gallerte wieder auf ein Leinwandfilter gebracht. Nach dem Abtropfen und Auspressen wird sie wieder in wenig Wasser gelöst und die Fällung durch Alkohol wiederholt. Zuletzt wird die zerriebene Substanz mit einem Gemisch von Alkohol und Äther von etwas Fett befreit.

Die so gereinigte Pectinsubstanz wurde mit Kalilauge gekocht, wodurch eine Lösung von metapectinsaurem Kali entstand, in welche Stücke von Kalihydrat eingetragen wurden. Es wurde das Erhitzen in einer geräumigen Silberschale so lange fortgesetzt, bis das Sieden in großen Blasen aufgehört hatte und die Masse beim Erkalten erstarrte. Diese braune Masse wurde in einem Gemisch von Schwefelsäure mit dem vierfachen Volum Wasser gelöst. Ein Theil des schwefelsauren Kali so wie einige schwarze Flocken scheiden sich aus. Die abfiltrirte braune Flüssigkeit wurde im Sandbade der Destillation unterworfen bis beinahe die Hälfte derselben abdestillirt war. Das Destillat zeigte gegen Quecksilberoxyd und Höllensteinlösung das Verhalten einer Ameisensäurelösung. Der größte Theil des Destillates wurde mit Barytwasser in geringem Überschuß versetzt, Kohlensäure eingeleitet, auf dem Wasserbade eingedampft, der Rückstand mit siedendem Wasser ausgezogen und filtrirt. Das Filtrat auf dem Wasserbade stark eingeengt, mit dem achtfachen Volum Alkohol versetzt und erwärmt, verwandelte sich in einen Brei von Krystallen von ameisensaurem Baryt. Die von den Krystallen abfiltrirte Flüssigkeit enthielt keine anderen fetten Säuren oder sonstigen Substanzen.

Der Rückstand der Destillation wurde nach 24stündigem Stehen in der Kälte von den Krystallen von schwefelsaurem Kali abfiltrirt und mit Äther geschüttelt, der etwas Alkohol enthielt. Die ätherische Lösung im Wasserbade destillirt, läßt eine braune Masse zurück, die sich in Wasser zu einer trüben Flüssigkeit löst, die mit Bleizuckerlösung gefällt wurde. Der zuerst fallende Niederschlag ist [illegible] und fast unlöslich in einem Gemisch von Essigsäure und Wasser. Der später fallende Theil ist weniger gefärbt und löst sich in Wasser, das mit Essigsäure versetzt ist, auf. Sowohl das in saurem Wasser unlösliche Bleisalz, als die Lösung des zweiten Salzes in saurem Wasser wurden mit Schwefelwasserstoff behandelt. Das Bleisalz, welches in saurem Wasser unlöslich war, gab neben Schwefelblei eine wenig gefärbte Flüssigkeit, die durch Eindampfen hinreichend concentrirt zu einer Masse von Oxalsäurekrystallen erstarrte. Da ameisensaures Kali in der Hitze durch Kalihydrat in oxalsaures Salz übergeht, so erklärt sich das Vorkommen der Oxalsäure leicht.

Die Lösung des zweiten Bleisalzes in Essigsäure mit Schwefelwasserstoff behandelt gab neben Schwefelblei, das als Entfärbungsmittel wirkt, eine schwach gelbliche Lösung, die im Wasserbade zum Trocknen gebracht wurde Der Rückstand in wenig heißem Wasser gelöst, gab nach kurzem Stehen Krystalle einer Säure, die alle Eigenschaften und Reactionen der Protocatechusäure zeigten. Phloroglucin oder andere Producte entstehen bei der Einwirkung des Alkali auf die Metapectinsäure nicht, sie zerfällt geradezu in ameisensaures und protocatechusaures Kali, ein Theil des ameisensauren Salzes geht durch die Einwirkung des überschüssigen Alkali in der Hitze in oxalsaures Salz über.

Verdoppeln wir die Formel, welche Fremy für die Metapectinsäure aufgestellt hat, so läßt sich dieses Zerfallen der Metapectinsäure in Ameisensäure und in Protocatechusäure durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$C_{16}H_{10}O_{14} = C_2H_2O_4 + C_{14}H_6O_8 + 2HO.$$

Durch Erhitzen der Metapectinsäure auf 200° C. erhielt Fremy Pyropectinsäure, Kohlensäure und Wasser.

$$2(C_{16}H_{10}O_{14}) = C_{28}H_{18}O_{18} + 2(C_2O_4) + 2HO.$$

Beide Reactionen lassen keinen Zweifel darüber, daß die Metapectinsäure zwei Äquivalente Kohlenstoff in der Form des Kohlensäureradicales an der Stelle von zwei Äquivalenten Wasserstoff enthält, daß ganz abgesehen von der Gruppirung der übrigen Atome, die Metapectinsäure

$$= C_{14}\left\{\begin{matrix}\overset{\shortparallel}{C_2}O_2 \\ H_{10}\end{matrix}\right\}O_{12} \text{ ist.}$$

Das Kohlensäureradical tritt bei dem Erhitzen bis auf 200° C. als Kohlensäure aus, bei der Einwirkung von Kalihydrat verbindet sich C_2O_2 mit KHO_2 zu ameisensaurem Kali. Neben diesem sollte die Säure $C_{14}H_{12}O_{14}$ entstehen, es zerfällt aber diese in Protocatechusäure und Wasser, $C_{14}H_{12}O_{14} = C_{14}H_6O_8 + 6HO$.

Die Pectinkörper bilden sich also allem Anscheine nach aus Säuren von der Zusammensetzung der Aesciglyoxalsäure ($= C_{14}H_6O_6$) unter Aufnahme von Kohlensäure, deren extraradicaler Sauerstoff dabei sich von dem Radicale trennt. Letzteres tritt an die Stelle von zwei Äquivalenten Wasserstoff in die Säure ein, während der extraradicale Sauerstoff der Kohlensäure mit dem verdrängten Wasserstoff sich zu Wasser vereiniget. Die Aesciglyoxalsäure, deren Phloroglucin-verbindung den Gerbstoff der Roßkastanie vorstellt, kann also als das Material angesehen werden, aus welchem in dieser Pflanze die Pectinkörper entstehen.

Diese Bildung ist ganz ähnlich der Bildung der Quercetinsäure aus Aesciglyoxalsäure, bei welcher zwei Wasserstoffäquivalente in zwei Atomen Aesciglyoxalsäure durch das Radical der Kohlensäure ersetzt werden, so daß die Quercetinsäure als

$$\begin{matrix} C_{14} \\ \\ C_{14} \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} H_5 \\ C_2O_2 \\ H_5 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} O_6 \\ \\ O_6 \end{matrix}$$

erscheint.

Die Bildung der Pectinkörper scheint hauptsächlich in den Blättern vor sich zu gehen, worauf ich später ausführlicher zurückzukommen Gelegenheit haben werde.

Über die Maxima und Minima der Winkel, unter welchen Curven von Radien durchschnitten werden.

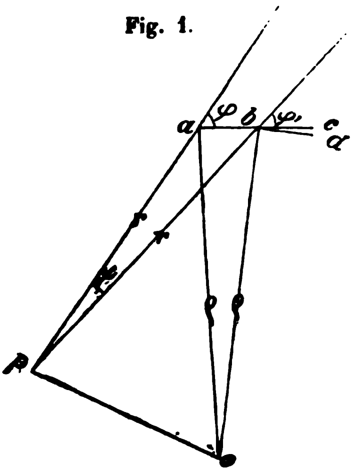
Von dem c. M. Karl Exner.

(Mit 7 Holzschnitten.)

1. Es sei eine ebene Curve gegeben, c, und in der Ebene der Curve ein Punkt, p. Von dem Punkte p aus sei ein Radius, r, nach der Curve gezogen, welcher diese unter einem gewissen Winkel, φ, durchschneidet. Es sei ferner dem Radius r eine drehende Bewegung ertheilt um den Punkt p. Dieß vorausgesetzt ändert der Winkel φ seine Größe beständig, und es ist die Frage nach den größten und kleinsten Werthen dieses Winkels.

Es sei deßhalb die Curve c aus gleich langen geradlinigen Elementen construirt, und seien von dem Punkte p aus Radien gezogen nach den Anfangspunkten der einzelnen Elemente. Jeder Radius bildet mit seinem Elemente einen Winkel φ, und die Bedingung, daß der Winkel φ ein Maximum oder Minimum sei, ist, daß zwei aufeinander folgende Winkel φ einander gleich werden. Aus dieser Bedingung folgt zunächst, daß, wenn die Curve c eine gerade Linie ist, ein Maximum oder Minimum nicht vorkommt. Bedeuten nämlich, Fig. 1, ab, bc zwei aufeinander folgende Elemente der, jetzt gerade gedachten Curve c, und pa, pb die zugehörigen Radien, so wird der Winkel φ' vom Winkel φ um den Winkel ψ übertroffen. Soll also der Winkel φ' dem Winkel φ gleich werden, so muß das Element bc nach der Seite

Fig. 1.



des Punktes p hin um einen Winkel $= \psi$ gedreht werden, so daß es in die Lage bd kommt. Wenn also ein Maximum oder Minimum vorhanden sein soll, so muß die Curve c nach jener Seite gekrümmt sein, auf welcher der Punkt p liegt. Ferner besteht die Bedingung, daß der Contingenzwinkel, cbd, dem Drehungswinkel der Radien, ψ, gleich sei. Für den Contingenzwinkel cbd kann jener Winkel gesetzt werden, welchen die beiden Krümmungshalbmesser ρ einschließen, oder, wenn durch λ die Länge eines Elementes der Curve c bezeichnet wird, die Größe $\frac{\lambda}{\rho}$. Für den Winkel ψ ergibt sich aus dem Dreiecke abp die Proportion

$$\sin \psi : \sin pab = \lambda : r$$

oder

$$\psi : \cos pao = \lambda : r$$

also

$$\psi = \frac{\lambda \cos pao}{r}.$$

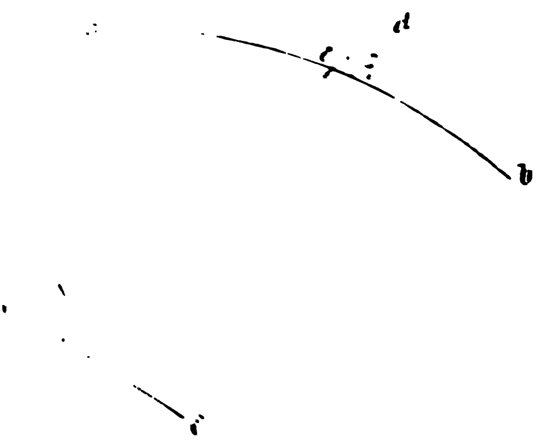
Es besteht sonach die Bedingungsgleichung:

$$\frac{\lambda}{\rho} = \frac{\lambda \cos pao}{r}$$

und schließlich

$$\cos pao = \frac{r}{\rho}.$$

Fig. 2.



Diese Gleichung besagt, daß das Dreieck apo bei p rechtwinkelig sein, oder, daß r die Projection von ρ sein muß. Bedeutet also Fig. 2 ab die Curve, cd den Radius, ef den Krümmungshalbmesser, so ist der Winkel φ, unter welchem die Curve von dem

Radius durchschnitten wird, ein Maximum oder Minimum, wenn der Winkel bei c ein Rechter ist. Sonach ist der folgende Satz auszusprechen:

In der Ebene wird eine Curve von einem Radius unter einem größten oder kleinsten Winkel durchschnitten, wenn der Radius die Projection des Krümmungshalbmessers ist. (I.)

2. Derselbe Satz kann analytisch, wie folgt, bewiesen werden. Es sei wieder die Curve c gegeben und der Punkt p. Nun sei ein rechtwinkeliges Coordinatensystem so in die Figur gelegt, daß der Ursprung des Systems auf den Punkt p fällt. Es sei dann $y = f(x)$ die Gleichung der Curve, und $x = \xi$, $y = f(\xi) = \eta$ die Coordinaten des auf der Curve gesuchten Punktes. Dann ist die Richtungsconstante des dem Punkte $\xi\eta$ entsprechenden Radius: $\frac{\eta}{\xi}$, ferner die Richtungsconstante der demselben Punkte entsprechenden Tangente: $f'(\xi) = \eta'$, weßhalb der Winkel, welcher vom Radius und der Tangente gebildet wird, durch die folgende Gleichung gegeben ist:

$$tg\varphi = \frac{\frac{\eta}{\xi} - \eta'}{1 + \frac{\eta}{\xi}\eta'}.$$

Es ist nun nöthig, das Differential des Winkels φ, oder, was denselben Dienst thut, seiner Tangente der Nulle gleich zu setzen. Dies führt auf die folgende Gleichung:

$$(\xi\eta' - \eta)(1 + \eta'^2) = \eta''(\xi^2 + \eta^2). \qquad \text{(II.)}$$

Diese Gleichung nach ξ aufgelöst gibt den auf der Curve gesuchten Punkt. Bringt man aber diese Gleichung auf die Form

$$\frac{\eta + \frac{1+\eta'^2}{\eta''}}{\xi - \frac{\eta'(1+\eta'^2)}{\eta''}} \cdot \frac{\eta}{\xi} = -1$$

oder

$$\frac{\beta}{\alpha} \cdot \gamma = -1$$

indem man $\eta + \dfrac{1+\eta'^2}{\eta''} = \beta$, $\xi - \dfrac{\eta'(1+\eta'^2)}{\eta''} = \alpha$, $\dfrac{\eta}{\xi} = \gamma$ setzt,

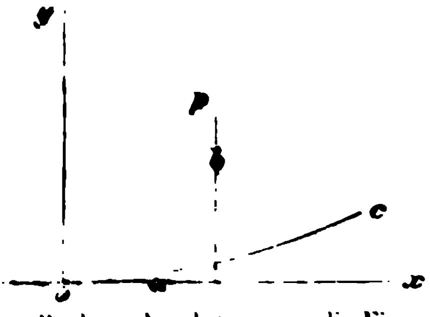
so ist ersichtlich, daß α und β die Coordinaten des Krümmungsmittelpunkten sind, und ferner γ die Richtungsconstante des Radius. Setzt man daher wieder $\frac{\beta}{\alpha} = \delta$, so wird die obige Gleichung:

$$\gamma \cdot \delta = -1.$$

Hier bedeutet nun δ die Richtungsconstante jener Geraden, welche den Punkt p mit dem Krümmungsmittelpunkte verbindet, und es besagt diese Gleichung, daß die beiden Geraden, deren Richtungsconstanten γ und δ sind, auf einander senkrecht stehen, was zu beweisen war.

3. Anderer Beweis. Es sei wieder, Fig. 3, die Curve c gedacht und der Punkt p, und sei wieder ein rechtwinkeliges System in die Figur gelegt, jedoch so, daß der Ursprung o auf einen Punkt der Curve c fällt, und die Abscissenaxe die Curve c im Punkte o berührt, wie es die Figur anzeigt, und seien jetzt α, β die Coordinaten des Punktes p. Dies vorausgesetzt, kann die Curve c in der Nähe des Punktes o für einen Kreisbogen genommen, und daher ihre Gleichung für die Nähe dieses Punktes

Fig. 3.



$$[illegible] + (y - [illegible])^2 = [illegible]$$

geschrieben werden, wenn wieder [illegible] den Krümmungshalbmesser vorstellt, oder, wenn man die verschwindenden Größen hinweglässt:

$$y = [illegible]$$

[illegible] Nähe des Punktes o einen [illegible] $= [illegible] = r$, und [illegible] die Richtungs- [illegible] oder, mit Rücksicht auf die verschwindenden Größen:

$$\frac{b}{a}+\frac{b}{a^2}\,\xi,$$

ferner die Richtungsconstante der Tangente desselben Punktes:

$$\frac{\xi}{\rho}$$

und daher der Winkel, welchen Radius und Tangente einschließen

$$tg\varphi=\frac{\frac{b}{a}+\frac{b}{a^2}\xi-\frac{\xi}{\rho}}{1+\left(\frac{b}{a}+\frac{b}{a^2}\xi\right)\frac{\xi}{\rho}}$$

und mit Rücksicht auf die verschwindenden Größen:

$$tg\varphi=\frac{b}{a}+\frac{b\rho-(a^2+b^2)}{a^2\rho}\cdot\xi.$$

Soll nun der Winkel φ bei o ein Maximum oder Minimum haben, so muß er in der Nähe des Punktes o constant sein. Dies ist der Fall, wenn in der letzten Gleichung der Coëfficient von ξ verschwindet. Man hat also: $b\rho=a^2+b^2$, oder, indem man $a^2+b^2=r^2$ setzt:

$$r^2=b\rho$$

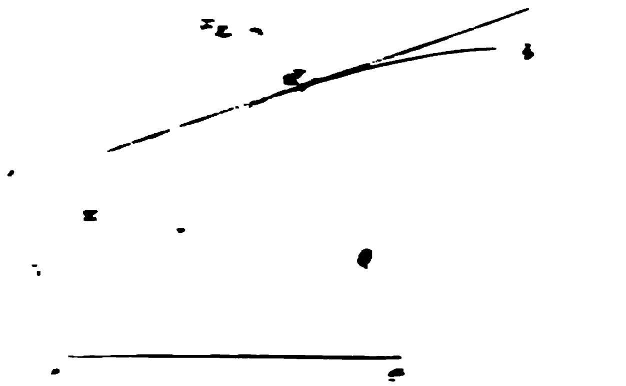
für die verlangte Bedingung. Es besteht sonach der Satz:

Zieht man in der Ebene von einem Punkte, p, aus einen Radius nach einer Curve, so ist der Durchschnittswinkel ein Maximum oder Minimum, wenn der Punkt p mit der Curve auf derselben Seite der Tangente liegt, und der Radius die mittlere Proportionale ist zwischen dem Krümmungshalbmesser und dem Abstande des Punktes p von der Tangente. (III.)

4. Um die Identität der in den Sätzen (I.) und (III.) ausgesprochenen Bedingungen nachzuweisen, sei, Fig. 4, ab die gegebene Curve, c der gegebene Ursprung der Radien, cd der Radius, de der Krümmungshalbmesser, fd die Tangente, cf der Abstand des Punktes c von der Tangente. Dies vorausgesetzt, folgt aus der Proportion $b:r=r:\rho$ die Ähnlichkeit der Dreiecke cfd, ced, daher die Gleich-

[illegible] $< tce = \frac{\pi}{2}$.

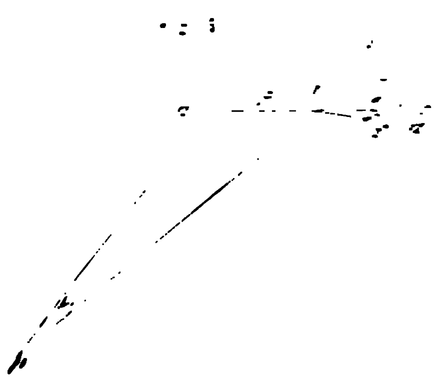
[illegible] $< ace = \frac{\pi}{2}$ die [illegible] der



[illegible] schließlich

[illegible]

[illegible] befreit, daß [illegible] der Ebene [illegible] ähnliche [illegible] der [illegible] wieder die [illegible] die Radien [illegible] die Bedingung, [illegible] werden. Nimmt [illegible] an, so sieht



man, daß ein Maximum oder Minimum nicht vorkommt. Bedeuten nämlich, Fig. 5, ab, bc zwei aufeinander folgende Elemente der nun geradlinig gedachten Curve c, und pa, pb die zugehörigen Radien, so wird der Winkel φ' vom Winkel φ um den Winkel ψ

übertroffen. Soll daher der Winkel φ' dem Winkel φ gleich werden, so muß das Element bc eine Drehung um b erfahren, und zwar so, daß der Winkel φ' in der That eine Vergrößerung erleidet. Dies ist der Fall, wenn die Curve c im Sinne des Punktes p gekrümmt ist, d. h., wenn der Punkt p und die Curve c auf derselben Seite der rectificirenden Ebene liegen. Sei daher bd die neue Lage des Elementes bc, dann hat man das sphärische Dreieck efg, welches zu Seiten die drei Winkel φ', φ'', γ hat, wo γ den Contingenzwinkel bedeutet, und dessen Winkel bei e, also der stumpfe Winkel zwischen der Schmiegungsebene und der Ebene der Radien, durch ε bezeichnet werden soll. Dies vorausgesetzt, hat man die Bedingung:

$$\varphi'' = \varphi$$

und weiter

$$\cos\varphi'' = \cos\varphi' \cos\gamma + \sin\varphi' \sin\gamma \cos\varepsilon.$$

Es ist $\varphi' = \varphi - \psi$ zu setzen, ferner, da der cos. eines unendlich kleinen Winkels sich von der Einheit nur um ein Unendlichkleines höherer Ordnung unterscheidet, $\cos\gamma = 1$, ferner, da der sin. eines unendlichkleinen Winkels sich von dem Winkel ebenfalls nur um ein Unendlichkleines höherer Ordnung unterscheidet, $\sin\gamma = \gamma$. Daher ist:

$$\cos\varphi'' = \cos(\varphi-\psi) + \sin(\varphi-\psi).\gamma.\cos\varepsilon.$$

Es ist $\cos(\varphi-\psi)$ und $\sin(\varphi-\psi)$ zu entwickeln. Daher ist:

$$\cos\varphi'' = \cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi + (\sin\varphi\cos\psi - \cos\varphi\sin\psi).\gamma.\cos\varepsilon.$$

Es ist $\cos\psi = 1$, $\sin\psi = \psi$ zu setzen, ferner der zweite Theil in der Klammer wegzulassen. Daher ist:

$$\cos\varphi'' = \cos\varphi + \psi\sin\varphi + \gamma\sin\varphi\cos\varepsilon.$$

Es ist ferner mit Rücksicht auf die Gleichung $\varphi'' = \varphi$ oder $\cos\varphi'' = \cos\varphi$:

$$\psi\sin\varphi + \gamma\sin\varphi\cos\varepsilon = 0$$

oder

$$\psi + \gamma\cos\varepsilon = 0.$$

Aus dem Dreiecke pab ist : $\psi : \sin\varphi = \lambda : r$ oder $\psi = \frac{\lambda\sin\varphi}{r}$ zu setzen, ferner $\gamma = \frac{\lambda}{\rho}$, wenn wieder λ, r, ρ die Längen eines

Elementes, des Radius und des Krümmungshalbmessers bezeichnen. Dies oben eingesetzt gibt:

$$\frac{\lambda \sin\varphi}{r} + \frac{\lambda \cos\varepsilon}{\rho} = 0$$

oder

$$\frac{\sin\varphi}{r} + \frac{\cos\varepsilon}{\rho} = 0$$

oder

$$\rho \sin\varphi = r \cos(\pi - \varepsilon),$$

oder, wenn man $\pi - \varepsilon = \eta$ setzt, so daß η den spitzen Winkel bedeutet, welchen die Ebene der Radien mit der Schmiegungsebene bildet:

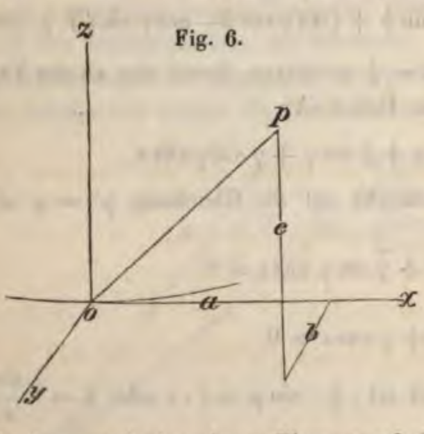
$$\rho \sin\varphi = r \cos\eta.$$

Sonach läßt sich der Satz aussprechen:

Soll im Raume eine Curve von einem Radius unter einem größten oder kleinsten Winkel durchschnitten werden, so muß zwischen den vier Größen, dem Radius r, dem Krümmungshalbmesser ρ, dem Durchschnittswinkel φ und dem spitzen Winkel η, welchen die Ebene der Radien mit der Schmiegungsebene bildet, die Relation bestehen:

(IV.) $$\rho \,.\, \sin\varphi = r \,.\, \cos\eta.$$

Fig. 6.



6. Man sieht leicht, wie Satz (I.) im Satze (IV.) enthalten ist. Setzt man nämlich in (IV.) $\eta = 0$, so erhält man:

$$r = \rho \sin\varphi,$$

welche Gleichung ebenfalls den Satz (I.) ausspricht.

7. Man kann auch verfahren, wie dies unter 3. in Bezug auf eine ebene Figur geschehen ist. Man muß dann ein rechtwinkeliges System so in die Figur legen, daß der Ursprung in

einem Punkte der Curve liegt, die x-Axe die Curve berührt, und die z-Axe auf den Krümmungshalbmesser fällt, wie es Fig. 6 anzeigt. Dann läßt sich die Curve c in der Nähe des Punktes o wie ein in der xz-Ebene liegender Kreisbogen behandeln und ist daher ihre Gleichung für diese Nähe:

$$z = \frac{x^2}{2\rho} \qquad y = 0.$$

Sind ferner die Coordinaten eines Punktes der Curve in der Nähe des Punktes o:

$$x = \xi \qquad y = o \qquad z = \frac{\xi^2}{2\rho}$$

und a, b, c die Coordinaten des Punktes p, so sind die Richtungsconstanten eines nach jenem Punkte der Curve gezogenen Radius, dessen Gleichung unter der Form $y = mx + n$, $z = px + q$ gedacht wird:

$$m = \frac{b}{a-\xi} \qquad p = \frac{c - \frac{\xi^2}{2\rho}}{a-\xi}$$

oder mit Rücksicht auf die verschwindenden Größen:

$$m = \frac{b}{a} + \frac{b}{a^2}\xi \qquad p = \frac{c}{a} + \frac{c}{a^2}\xi,$$

ferner die Richtungsconstanten der Tangente jenes Punktes der Curve:

$$m' = 0 \qquad p' = \frac{\xi}{\rho}$$

und daher der Winkel, welchen der Radius mit der Tangente einschließt:

$$\cos\varphi = \frac{1 + \left(\frac{c}{a} + \frac{c}{a^2}\xi\right) \cdot \frac{\xi}{\rho}}{\sqrt{1 + \left(\frac{b}{a} + \frac{b}{a^2}\xi\right)^2 + \left(\frac{c}{a} + \frac{c}{a^2}\xi\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{\rho^2}}}$$

oder, wenn man nach ξ entwickelt und die höheren Potenzen von ξ hinwegläßt:

$$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} + \frac{c(a^2+b^2+c^2) - \rho(b^2+c^2)}{\rho(a^2+b^2+c^2)^{3}} \cdot \xi.$$

Soll nun der Winkel φ bei o ein Maximum oder Minimum haben, so muß der Winkel φ und sein cos. in der Nähe von o constant sein. Es ist also in der letzten Gleichung der Coëfficient von ξ der Nulle gleich zu setzen. Das gibt:

$$c.(a^2+b^2+c^2) = \rho.(b^2+c^2)$$

oder, wenn man $a^2+b^2+c^2 = r^2$ und $b^2+c^2 = d^2$ setzt:

$$\frac{r^2}{\rho} = \frac{d^2}{c}.$$

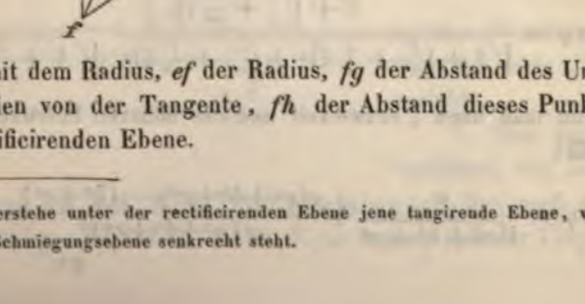
Das heißt:

Soll im Raume eine Curve von einem Radius unter einem größten oder kleinsten Winkel durchschnitten werden, so muß der Ursprung der Radien mit der Curve auf derselben Seite der rectificirenden Ebene liegen, und es muß die dritte Proportionale zum Krümmungshalbmesser und Radius zugleich die dritte Proportionale sein zu den Abständen des Ursprungs der Radien von der rectificirenden Ebene und der Tangente [1].

$$\text{(V.)} \qquad \frac{r^2}{\rho} = \frac{d^2}{c}$$

8. Um die Übereinstimmung der Sätze (IV.) und (V.) zu zeigen, sei Fig. 7 ab die Tangente der Curve, e ihr Durchschnittspunkt mit dem Radius, ef der Radius, fg der Abstand des Ursprungs der Radien von der Tangente, fh der Abstand dieses Punktes von der rectificirenden Ebene.

Fig. 7.



[1] Ich verstehe unter der rectificirenden Ebene jene tangirende Ebene, welche auf der Schmiegungsebene senkrecht steht.

Dies vorausgesetzt, ist:

$$feg = \varphi,\ fe = r,\ fg = d,\ fh = c,\ hfg = \eta.$$

Setzt man nun in die Gleichung

$$\frac{r^2}{\rho} = \frac{d^2}{c}$$

ür c seinen Werth $c = d.\cos\eta$, so erhält man:

$$\frac{r^2}{\rho} = \frac{d}{\cos\eta},$$

ad setzt man ferner $d = r\sin\varphi$, so erhält man:

$$\frac{r}{\rho} = \frac{\sin\varphi}{\cos\eta}$$

ler $\rho.\sin\varphi = r.\cos\eta$ in Übereinstimmung mit (IV.).

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LVII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

2.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

IV. SITZUNG VOM 6. FEBRUAR 1868.

In Verhinderung des Präsidenten übernimmt Herr Prof. Redten-
acher als Alterspräsident den Vorsitz.

Herr Hofrath W. Ritter v. Haidinger übermittelt ein an ihn
richtetes Schreiben des Directors der Sternwarte zu Athen, Herrn
. J. F. Julius Schmidt, „über einen Besuch auf Santorin vom 4.
is 9. Jänner 1868“.

Herr Vice-Director K. Fritsch übersendet eine Abhandlung
ber „die Eisverhältnisse der Donau in den beiden Jahren 1862/3
d 1863/4“.

Herr Prof. Dr. R. Maly zu Olmütz übermittelt die erste Abthei-
ng seiner „Untersuchungen über die Gallenfarbstoffe“.

Der Secretär legt Photographien von Herrn Bayer in Warschau
r Ansicht vor, welche direct in Farben nach der Methode des Herrn
itevin erhalten wurden.

Herr Director Dr. K. Jelinek überreicht eine Abhandlung:
ber eine neue Art der Beobachtung an Heberbarometern“, von
rrn Prof. Al. Handl in Lemberg.

Herr Prof. Dr. R. Kner übergibt eine Abhandlung: „Über die
Thoneisenstein-Nieren eingeschlossenen thierischen Überreste aus
r unteren Dyas (dem Rothliegenden) von Lebach bei Saarbrücken.

Herr Prof. Dr. A. Bauer überreicht eine von ihm gemeinschaft-
h mit Herrn C. Klein durchgeführte Untersuchung „über die
wirkung von Zinnchlorid auf Amylalkohol“ nebst einer von ihm
l Herrn E. Verson ausgeführten Arbeit „zur Geschichte des
ylens“.

Herr Baron Dr. Mundy hält einen Vortrag über die zweck-
ässigste Einrichtung von Irren-Colonien.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg. Mémoires. VII^e Série. Tome X, Nr. 2. St. Pétersbourg, 1867; 4°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. September, October 1867. Berlin; 8°.

Annalen der k. k. Sternwarte in Wien. Dritte Folge. XIV. Band. Jahrgang 1864. Wien, 1867; 8°.

— der Chemie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXVIII, Heft 3; V. Supplementband, 3. Heft. 1867; Band LXIX, Heft 1. 1868, Leipzig & Heidelberg; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 6. Jahrg. Nr. 3. Wien, 1868; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1673—1676. Altona, 1868; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXX. Nr. 120. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1867; 8°.

Cantani, Arnoldo, Addizioni e note originali alla sua seconda edizione italiana della patologia e terapia speciale del Professor F. Niemeyer. Milano, 1866; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nr. 2—3. Paris, 1868; 4°.

Cosmos. 3^e Série. XVII^e Année, Tome II, 4^e—5^e Livraisons. Paris, 1868; 8°.

Duval, Jules, Gheel, ou une colonie d'aliénés vivant en famille et en liberté. Paris, 1867; 8°.

Fraser, Thomas R., On the physiological Action of the Calabar Bean *Physostigma venenosum* (Balf.). (From the Transactions of the R. Society of Edinburgh, Vol. XXIV.) Edinburgh, 1867; 4°. — A. preliminary Notice of the Akazga Ordeal of West Africa, and of its active Principle. (From the British and Foreign Medico-Chirurgical Review, July, 1867.) London, 1867; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg., Nr. 4—5. Wien, 1868; 8°.

Landbote, der steirische. Organ für Landes- und Landeskultur-Interessen. Herausgegeben von der steierm. Landwirthschafts-Gesellschaft. I. Jahrgang, Nr. 2. Graz, 1868; 4°.

Naval Observatory, U. St.: Observations and Discussions on the November Meteors of 1867. Washington, 1867; 8°.

Reichert, C. B., Über die contractile Substanz *(Sarcode, Protoplasma)* und ihre Bewegungs-Erscheinungen bei Polythalamien und einigen anderen niederen Thieren. (Abhdlgn. der k. Preuss. Akad. d. Wiss. zu Berlin 1866.) Berlin, 1867; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. 1868, Nr. 1 bis 2. Wien; 8°.

Reichsforstverein, österr.: Monatsschrift für Forstwesen. XVII. Band. Jahrgang 1867. November- und December-Heft. Wien; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V^e Année, Nrs. 8—9. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Scherzer, Karl v., Statistisch-commerzielle Ergebnisse einer Reise um die Erde, unternommen an Bord der österr. Fregatte Novara in den Jahren 1857—1859. (Zweite Auflage.) Leipzig & Wien, 1867; kl. 4°.

Society, The Geological, of Glasgow: Transactions. Vol. II, Part 3. Glasgow, 1867; 8°.

Verein, naturhist.-medizin., zu Heidelberg: Verhandlungen. Band IV, 5. Heft. 8°.

Vierteljahresschrift für wissenschaftliche Veterinärkunde. XXVIII. Band, 2. Heft. Wien, 1867; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. Jahrg. 1868, Nr. 4—5. Wien; 8°.

— medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg., Nr. 8—11. Wien, 1868; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig und Hübner. X. Jahrg. N. F. III. Bd., 24. Heft; XI. Jahrg., N. F. IV. Band, 3. Heft. Leipzig, 1867 & 1868; 8°.

Notiz über die Einwirkung von Zinnchlorid auf Amylalkohol.

Von A. Bauer und E. Klein.

Zinnchlorid verwandelt bekanntlich beim Erhitzen den gewöhnlichen Äthylalkohol in Äther und Äthylchlorür, während ein Rückstand von Zinnoxyd zurückbleibt. Wendet man einen Überschuß von Zinnchlorid an, so destillirt dieses anfangs unverändert, während später eine Verbindung desselben mit Chloräthyl erscheint. Ist dagegen eine größere Menge von Alkohol vorhanden, so destillirt anfangs ein Gemenge von Äther und Äthylchlorid über, und zuletzt eine Verbindung des letzteren mit Zinnchlorid.

Von der Reaction des Zinnchlorids auf Amylalkohol wissen wir nur durch Gerhardt, daß sich der Amylalkohol durch Zinnchlorid roth färbt und Krystalle liefert, welche durch Wasser und auch an feuchter Luft zersetzt werden. Läßt man nach Versuchen, die wir über diesen Gegenstand angestellt haben, wasserfreies Zinnchlorid vorsichtig unter Vermeidung von Luftzutritt zu reinem Amylalkohol treten, welcher durch eine Frostmischung auf 10—17° C. unter Null abgekühlt ist, so erhält man eine nahezu farblose Krystallmasse, welche sich an der Luft leicht zersetzt und beim Erwärmen eine röthliche Farbe annimmt. Die Analyse dieser Krystalle zeigte, daß sie aus einem Molecül Zinnchlorid uud zwei Molecülen Amylalkohol bestehen, also nach folgender Formel:

$$SnCl_4 + 2(C_5H_{12}O)$$

zusammengesetzt sind.

Die Bestimmung des Kohlenstoffs und Wasserstoffs in dieser Verbindung ergab folgende Resultate:

0·7659 Grm. Substanz ergaben 0·3938 Grm. Wasser und 0·7714 Grm. Kohlensäure.

100 Theile enthalten demnach:

	Gefunden	Berechnet
Kohlenstoff	27·46	27·52
Wasserstoff	5·70	5·50

Das Zinnchlorid-Amylalkoholat stellt farblose tafelförmige Krystalle dar, welche an der Luft rasch zerfliessen und durch Wasser augenblicklich in Zinnchlorür, Salzsäure und Amylalkohol zersetzt werden. Dieselben lösen sich in Benzin, Chloroform und Schwefelkohlenstoff und können aus diesen Lösungen auch über Schwefelsäure unter dem Rezipienten der Luftpumpe, nicht ohne theilweise Zersetzung zu erleiden, umkrystallisirt werden.

Werden die Krystalle dieses Zinnchlorids-Amylalkoholates in einer zugeschmolzenen Röhre längere Zeit auf 100° C. erhitzt und hierauf der Röhreninhalt der Destillation unterworfen, so erhält man neben einer gelblichen Flüssigkeit weiße federartige Krystalle, welche sich theils aus der Flüssigkeit ausscheiden, theils im Destillationsrohre absetzen. Diese Krystalle ergaben, der Analyse unterworfen, folgende Resultate:

0·681 Grm. Substanz gaben bei der Verbrennung im Sauerstoffstrom keinen Kohlenstoff und 0·1331 Grm. Wasser; 0·4214 Grm. Substanz gaben 0·2034 Grm. SnO_2.

100 Theile enthalten demnach:

	Gefunden	Berechnet
Zinn	37·9	37·5
Wasserstoff	2·1	1·9

Die Zusammensetzung dieser Krystalle entspricht somit der Zusammensetzung des von Casselmann beschriebenen Zinnchlorids von der Formel $SnCl_4 + 3H_2O$.

Die Flüssigkeit wurde nach dem Waschen mit einer verdünnten Kalilösung der fractionirten Destillation unterworfen. Dieselbe begann bei 40° C. zu sieden, der Siedepunkt stieg rasch auf 170° C. und dann langsam bis gegen 400° C. Die über 170° C. siedende Partie des Destillates enthält neben 78·8 Pct. Kohlenstoff und 15·8 Pct. Wasserstoff 4·9 Pct. Chlor und bestand wohl aus, mit etwas Chloramylen verunreinigten Polyamylenen. Der flüchtigste Theil des Destillates enthielt ziemlich reines Amylen und der von 100—170° C. übergehende Antheil schied, mit alkoholischer Kalilösung behandelt, reichliche Mengen von Chlorkalium ab und dürfte wohl hauptsächlich aus Amylenchlorid $C_5H_{10}Cl_2$ bestehen.

Eine genaue Trennung der einzelnen in dem Destillate enthaltenen Verbindungen ist indeß, wegen der großen Zahl von veroder einer Calciumverbindung davon bestehend. Diese Steine geben eine sehr lohnende Ausbeute an Cholepyrrhin, aber sie sind verhältnißmäßig recht selten. Annähernd ist etwa jeder hundertste ein solcher. So viel ich in Erfahrung bringen konnte, stehen diese braunen leicht zerbröckelnden Steine in keiner Beziehung zu einem bestimmten Krankheitsprocess; sie stammen meistens von jugendlichen an acuten Krankheiten gestorbenen Individuen.

In letzterer Zeit bin ich noch auf eine andere Bezugsquelle von passendem Materiale gekommen; es sind dies die Ochsengallensteine. Sie stimmen alle in ihren Eigenschaften vollkommen mit den eben erwähnten kastanien- bis eisenoxydfarbigen der Menschen überein. Unter den mir bis jetzt zugekommenen befand sich kein Cholesterinstein, wie sie beim Menschen so häufig sind, und überhaupt war ihr Gehalt an Cholesterin gering. Sie sind aber nicht besonders häufig; von dem ganzen Schlachtvieh, welches z. B. in der hiesigen (Olmützer-) Schlachtbank geschlagen wird, erhält man oft viele Wochen lang kein Concrement.

Die Verarbeitung der Gallensteine besteht zunächst im Auskochen mit Alkohol und Filtriren im Wasserbadtrichter. Der braune pulverige Rückstand wurde noch mit etwas Äther gewaschen und mit Essigsäure digerirt. Man wäscht durch Filtration die essigsaure Lösung mit Wasser, später mit Alkohol weg, trocknet das nun bleibende Gallensteinpulver und digerirt es mit Chloroform entweder einige Tage bei gewöhnlicher Temperatur oder ein paar Stunden im Wasserbade nach vorhergehender Verbindung mit einem umgekehrten Kühler. Mit dem so erschöpften Rückstande wird die ganze Operation inclusive der Behandlung mit Essigsäure vortheilhaft noch ein- oder zweimal wiederholt. Das chloroformige Filtrat wird abdestillirt, und der Rückstand mit Alkohol gewaschen.

Man hält gewöhnlich dafür, das Cholepyrrhin sei als Calciumverbindung in den Gallensteinen enthalten; es wird dies zum Theil richtig sein. Ich habe aber einen haselnußgroßen braunen Gallenstein gepulvert, mit heißem Alkohol vollständig ausgesüßt, und nun seinen Aschengehalt bestimmt. Dieser betrug nach dem Befeuchten des erhaltenen Glührückstandes mit Ammoniumcarbonat und darauffolgendem Erhitzen 7·70 Pct., während Cholepyrrhincalcium 16·0 Pct. hinterlassen würde.

Und ein anderer leberbrauner Ochsengallenstein gab für sich mit Chloroform behandelt ohne vorhergehendem Auswaschen mit einer Säure einen gelben Auszug, der beim Abdampfen gelbe mikroskopische nadelförmige Krystalle hinterließ, von welcher Form das Cholepyrrhin neben der gewöhnlichen (Gestalt des Durchschnittes einer biconvexen Linse) auch bisweilen namentlich am Rande eingetrockneter Tropfen vorkommt.

Cholepyrrhin [1]).

Das Cholepyrrhin, welches zur Analyse verwendet wurde, wurde durch Auflösen in Chloroform, Fällen mit Alkohol und Waschen mit Alkohol und Äther weiter gereiniget. Das Waschen mit Äther bezweckt namentlich Spuren von Cholesterin, welche dem Farbstoff hartnäckig anzuhaften scheinen, wegzubringen. Die Farbe des so gereinigten Cholepyrrhins ist feurig roth-orange, oder so, wie helle Mennige.

Analyse:

I. 0·2770 Grm. aus Menschengallensteinen gaben bei der Verbrennung 0·681 Grm. CO_2 und 0·1545 Grm. H_2O.

II. 0·2734 Grm. Cholepyrrhin aus Ochsengallensteinen gaben 0·1532 Grm. Wasser.

Dies gibt in 100 Theilen Substanz:

	I.	II.
Kohlenstoff	67·16	—
Wasserstoff	6·18	6·22

Diese Zahlen zeigen mit der Berechnung für $C_{16}H_{18}N_2O_3$ und mit den analytischen Mittelzahlen von Städeler:

	Berechnet für $C_{16}H_{18}N_2O_3$	Mittel von Städeler (l. c.)
Kohlenstoff . . .	67·13	67·13
Wasserstoff . . .	6·29	6·19

[1]) Das Cholepyrrhin, der orange Farbstoff der Galle, dessen Darstellung oben beschrieben wurde, heißt auch noch Biliphäin. Ersterer Name rührt von Berzelius, letzterer von Simon her. Mit diesen beiden Namen für einen Körper haben sich alle späteren Forscher begnügt bis auf Städeler (Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. 132, pag. 323), welcher dem Körper einen dritten Namen — Bilirubin — beilegte, der trotzdem schon in mehrere neue Hand- und Lehrbücher überging.

eine so große Übereinstimmung, daß ich dadurch über die Zusammensetzung dieses Körpers völlig versichert, nicht weiter Material zu Analysen opfern wollte.

Die äusseren Eigenschaften und die Löslichkeitsverhältnisse des Cholepyrrhins sind zum größten Theil bekannt. Über letztere habe ich noch folgendes hinzuzufügen. Benzol nimmt nur wenig auf, eben so lösen die Hydrocarbüre des Petroleums nur unbedeutende Mengen, und sind daher nicht als Ersatz für Chloroform verwendbar. In heißem Amylalkohol löst sich etwas mehr, eben so in fettem Öl und Glycerin. Seifenlösung färbt sich eben noch etwas gelb; Hühnereiweiß und Speichel lösen keine Spur.

Ammoniak und die ätzenden Alkalien lösen das Cholepyrrhin mit braunrother Farbe. Bei Anwendung der letzteren schien mir früher [1]) eine Entwicklung von Ammoniak statt zu finden. Dieser Irrthum wurde aber durch eine nicht ganz reine aus Menschengalle erhaltene Substanz hervorgerufen. Den damals daraus gezogenen Schluß nehme ich daher zurück. Gegenwärtig nach viel weitläufigeren Beobachtungen bin ich vielmehr zu der weiter unten durch Belege begründeten Überzeugung gelangt, daß bei dem Übergange von Cholepyrrhin in Biliverdin kein Ammoniak sich abspaltet, und daß in letzterem Körper gleichwie in ersterem noch dieselbe atomistische Menge Stickstoff enthalten ist.

Von dem Verhalten des Cholepyrrhins zu Reagentien ist die Einwirkung von Brom auf die ich später zurückkomme, die interessanteste. Jod verhält sich dem Brom ähnlich. Freies Chlor wirkt rasch zersetzend; leitet man von diesem Gas in eine chloroformige Cholepyrrhinlösung, so genügen schon ein paar Blasen diese zu entfärben.

In concentrirter Schwefelsäure löst sich das Cholepyrrhin erst mit derselben rothbraunen Farbe wie in Laugen: nach einiger Zeit wird diese mißfärbig, schmutzig dunkelbraungrün. Gießt man die noch rothbraune Lösung in Wasser, so wird alles in dunkelbraunen Flocken ausgefällt, die sich von der farblosen Lösung leicht abfiltriren lassen. Dieser Niederschlag ist nicht mehr Cholepyrrhin, er gibt in Alkohol sehr leicht eine Lösung, die grünbraun ist, bei durchgehendem Lichte aber granatroth. Ammoniak und Kali verändern die

---

[1]) Vorläufige Mittheilung über die Gallenfarbstoffe. Diese Sitzungsb. Bd. [illegible]

Farbe der Lösung nicht wesentlich; auch zeigt sie die Gallenfarbstoffprobe nicht mehr, oder doch nur den Rest davon, indem man an der Grenzschichte der Salpetersäure blos ein Roth bemerkt, das nach unten in gelb übergeht, aber kein grün, blau oder violett.

Cholepyrrhin mit etwas Natronkalk erhitzt gibt neben Ammoniak theerige Körper mit entschiedenem Anilingeruch, jedoch konnte die Anwesenheit dieser Base nicht constatirt werden.

Über die Einwirkung von Säuren berichte ich beim Biliverdin.

Biliverdin.

Wir nennen seit Berzelius den grünen Farbstoff der Galle Biliverdin. Ob es mehr als einen grünen Farbstoff gibt, ist nicht ausgemacht, wird aber bei allen vorliegenden Beobachtungen durch nichts wahrscheinlich gemacht. Städeler [1]) unterscheidet vom Biliverdin einen von ihm Biliprasin benannten Körper, aber dieser Körper ist, wie man beim Lesen von Städeler's Abhandlung finden wird, nicht genügend charakterisirt, und namentlich vom Biliverdin durch nichts unterschieden, als durch eine angeblich etwas andere Färbung in alkalischer Lösung. Städeler sagt, die Lösung des Biliverdins in Alkalien sei grün, die des Biliprasins braun, während sich beide einem Säurezusatz gegenüber ganz gleich verhalten, nämlich einen grünen flockigen Niederschlag geben. Ich habe bei sehr zahlreichen Versuchen nie eine rein grüne alkalische Biliverdinlösung erhalten, sie war immer braungrün, selbst wenn sie aus dem reinsten Cholepyrrhin dargestellt war. Die Existenz des Biliprasins, welche auf diese eine Farbennuance bei so leicht die Farbe verändernden Körpern begründet ist, scheint mir vorläufig mit größter Vorsicht aufzunehmen.

Das Biliverdin, von welchem in Folgendem die Rede ist, wurde immer aus krystallisirten Cholepyrrhin gewonnen. Ich habe dabei gefunden, daß es drei Reihen von Reagentien gibt, unter deren Einfluß Cholepyrrhin in Biliverdin übergeht; sie sind:

1. Säuren;
2. Alkalien;
3. Brom und Jod.

---

[1]) L. c.

Schon vor drei Jahren habe ich angegeben[1]), daß eine Mischung von Chloroform und Eisessig, welche das Cholepyrrhin löst, dasselbe beim Erhitzen in zugeschmolzenen Röhren im Wasserbade vollständig in Biliverdin umwandelt, das dabei gelöst bleibt. Die Farbenveränderungen sind bei dieser Reaction so vollständig rein, wie bei kaum einer anderen Einwirkung. Die Bildung des Biliverdins in diesen Röhren, welche zur Hälfte etwa mit dem Flüssigkeitsgemisch erfüllt waren, und in deren übrigem Raum die Luft zum größten Theil durch den Dampf der Flüssigkeit verdrängt sein mußte, schien mir, wie ich schon früher (l. c.) andeutete, nicht der herkömmlichen Auffassung zu entsprechen, daß das Biliverdin ein Oxydationsproduct des Cholepyrrhins sei. Auch andere Säuren, z. B. Salzsäure geben [illegible] zur Bildung von grünem Farbstoff Anlaß; [illegible] Einwirkung bei weitem nicht so schön und elegant [illegible] wenig brauchbares Lösungsmittel für das [illegible] ist. Die grünende Wirkung des sauren [illegible] ist ebenfalls bekannt. Ob diese [illegible] Oxydation mittelst des Luftsauerstoffs, [illegible] Sauerstoff [illegible] durch die Ein- [illegible] Gegenwart [illegible] keine [illegible] dabei [illegible] war

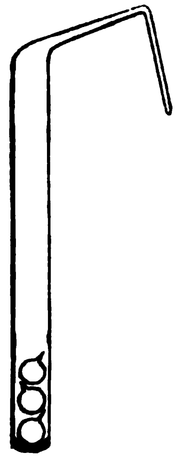
[illegible] eines [illegible] genügte. [illegible]

[illegible] grüne

Biliverdinflocken. Der erstere abgesperrte Theil hatte seine rothbraune Farbe noch nach einem Monat. Nun ließ ich in die Kugel des Glascylinders eine Sauerstoffblase aufsteigen: sie wurde langsam aber vollständig absorbirt, eben so eine zweite und dritte unter Ergrünung der Flüssigkeit.

2. Eine eben solche Lösung in schwacher Natronlauge wurde in ein U-förmiges an dem einen Schenkel zugeschmolzenes Glasrohr gebracht, und dieses durch Neigen vollständig erfüllt. Hier war demnach nur das eine Ende der U-förmigen Flüssigkeitssäule der Luft ausgesetzt, und wenn der Luftsauerstoff das oxydirende Moment ist, so mußte das Ergrünen am offenen Schenkel beginnen, und von da aus durch den Bug sich nach dem zweiten fortpflanzen. Und so war es auch der Fall, nur war natürlich die Farbenveränderung, nachdem sie einmal begonnen hatte, sehr langsam abwärts schreitend.

3. In ein starkes weites Glasrohr brachte ich trockenes Cholepyrrhin, dazu einige dünnwandige mit verdünnter Natronlauge erfüllte Glaskugeln. Das Rohr wurde, wie die Zeichnung zeigt, mit einem capillaren Schnabel versehen, und durch Eintauchen in Wasser auf eine bestimmte Temperatur (23·1° C.) gebracht. Nun wurde die Spitze mit dem Löthrohr rasch zugeschmolzen, und die Kugeln zerschellt. Nachdem nach ein paar Tagen die Flüssigkeit grünbraun geworden war, wurde das Rohr wieder in Wasser von 23·1° C. getaucht, und die Spitze unter Wasser abgebrochen. Es füllte sich dabei das Capillarrohr, und stürzte noch Wasser in das Innere des Rohres.



Ich habe diese einfachen Versuche deßhalb so ausführlich mitgetheilt, weil man bei der Biliverdinbildung oft kaum begreifen kann, woher der nöthige Sauerstoff kommt. Die Erklärung wird wohl darin zu suchen sein daß man bei der Kostbarkeit der Substanz immer nur mit recht kleinen Quantitäten arbeitet, und bei dem so bedeutenden Färbevermögen der Gallenfarbstoffe die Erscheinung eine sehr auffallende wird. Auch erinnere ich mich jetzt daran, daß mir, als ich einmal mit großer Sorgfalt mir eine größere Quantität Biliverdin aus Chole-

[illegible] mittelst Eisessig's in zugeschmolzenen Röhren verschaffen wollte, das vollständig mißlang. Es war eben der Sauerstoff der [illegible] in den Röhren war, viel zu gering, um die Umwandlung hervorzubringen, die bei kleiner Substanzmenge und etwa halber Röhren- [illegible]

[illegible] Frage von der Sauerstoffaufnahme [illegible] den Luftsauerstoff zu absorbiren [illegible] wissen, gar nichts seltsames: [illegible] und Pyrogallussäure in alkalischer Lösung [illegible]

[illegible] Schwierigkeiten in der Biliverdin- [illegible] Oxydation des Chole- [illegible] eine Natron- [illegible] beobachtet man auch bei [illegible] Farbenveränderung, die [illegible] überzeugt man [illegible] sondern [illegible] derselben [illegible]

[illegible]

Namentlich überraschend schön ist die Umwandlung mittelst Brom. Bringt man Cholepyrrhin unter eine Glasglocke, in der sich mit feuchter Luft gemischter Bromdampf befindet, so färbt es sich bald dunkel, und wird nicht mehr von Chloroform, aber von Weingeist mit rein grüner Farbe gelöst. Da aber dabei die Bromwirkung leicht etwas zu weit geht, so kann man den Versuch viel vortheilhafter in folgender Weise anstellen. Man versetzt eine gelbe chloroformige Cholepyrrhinlösung mit einer recht verdünnten alkoholischen Lösung von Brom. Schon die ersten Tropfen machen die Flüssigkeit dunkel saftgrün, und es läßt sich sehr leicht bei weiterem vorsichtigem Bromzusatz der Punkt treffen, bei dem die ganze Flüssigkeit ein reines prachtvoll feuriges Grün zeigt[1]). In diesem Momente ist alles Cholepyrrhin in Biliverdin übergegangen, und die Flüssigkeit kann wochenlang stehen, ohne sich zu verändern.

Es ist leicht, die Ursache der Oxydation hier zu erkennen, da wir ja wissen, daß die Einwirkung der Haloide bei Gegenwart einer oxydirbaren Substanz und Wasser (hier aus dem immer etwas feuchten Chloroform und dem zugesetzten Weingeist stammend) auf einen Oxydationsproceß hinausläuft. Das was der atmosphärische Sauerstoff so langsam vollbringt, erreicht der sich in stat. nasc. befindliche in wenigen Secunden.

Die rasche Oxydationswirkung des nascirenden Sauerstoffs kann man noch auf eine andere Weise darthun. Rührt man in eine frisch bereitete alkalische rothbraune Cholepyrrhinlösung behutsam etwas Bleisuperoxyd, so nimmt die Flüssigkeit bevor zwei Minuten verstreichen, jenen grünbraunen Farbenton an, der bei Stehen an der Luft ohne Zusatz von Bleisuperoxyd erst nach 3 bis 4 oder 5 Tagen eintritt; versetzt man mit ein wenig Salzsäure und viel Weingeist, so hat man eine Biliverdinlösung. Auf diese Weise läßt sich die zeitraubende Ergrünung an der Luft sehr abkürzen.

Platinschwamm reducirt die Biliverdinbildung von einigen Tagen auf einige Stunden; hat man die rothbraune Lösung in einer flachen Schale, so sieht man vom hineingeworfenen Platinschwamm aus die Farbenumwandlungen vor sich gehen.

Übermangansaures Kali gibt sogleich weitergehende Oxydationsproducte.

---

1) In diesem Gemenge von Chloroform mit nur wenig Alkohol bleibt das Biliverdin gelöst.

Die Darstellung des Biliverdins kann nach dem vorhergehenden verschiedene Wege einschlagen. 1. Entweder man erhitzt die chloroformige Cholepyrrhinlösung mit Eisessig in zugeschmolzenen Röhren, und wäscht mit Wasser die Essigsäure weg; oder 2. man läßt die alkalischen Lösungen einige Tage an der Luft stehen, fällt mit Salzsäure und wäscht mit Wasser aus. Immer wurde zur weiteren Reinigung das Biliverdin in wenig starkem oder absolutem kaltem Alkohol gelöst, von dabei etwa bleibenden braunen Flocken filtrirt, und mit Wasser vollständig ausgefällt. Der nun erhaltene flockige schwarzgrüne Niederschlag wurde noch mit Wasser, zuletzt mit Äther gewaschen.

3. Die oben erwähnte Einwirkung des Bleisuperoxyd's so wie die des Broms lassen sich noch zweckmäßiger zur Darstellung des Biliverdins ausbeuten. Man rührt in die kalische Lösung des Cholepyrrhins langsam Bleisuperoxyd ein, bis eine Probe mit Säuren eine rein grüne Fällung gibt, übersättigt dann das Ganze schwach mit Essigsäure, wobei unter vollständiger Entfärbung der Flüssigkeit Biliverdinblei niederfällt, das man abfiltrirt. Es wird dann gewaschen bis das Filtrat bleifrei ist, mit schwefelsäurehaltigem Alkohol zerlegt, filtrirt und durch Wasser ausgefällt.

Das reine Biliverdin ist ein schwarzer glänzender, gepulvert schwarzgrüner Körper. Es ist geschmack- und geruchlos, und benetzt sich schwer mit Wasser. Bei 100° getrocknet gibt es etwas hygroskopische Feuchtigkeit ab, bleibt bei dieser Temperatur dann unverändert an Gewicht, ist aber so getrocknet sehr hygroskopisch.

Das reinste getrocknete Biliverdin löst sich in Alkohol nicht mit feurig grüner, sondern mit mehr saftgrüner Farbe. So wie aber dieser Lösung nur eine Spur einer Säure (Salz-, Schwefel-, Essigsäure) zugefügt wird, so wird sie prächtig rein grün.

Die alkoholische Biliverdinlösung gibt nach Zusatz von ein wenig Ammoniak mit Chlorcalcium einen dunkelgrünen in Wasser nicht löslichen Niederschlag; mit Silbernitrat eine flockige dunkelbraune Fällung unter vollständiger Entfärbung der Flüssigkeit. Dieses Biliverdinsilber löst sich nicht in Wasser, aber leicht in Ammoniak mit dunkelkastanienbrauner Farbe. Das auf ähnliche W[illegible]ucker dargestellte Biliverdinblei ist braun-

Mit concentrirter Schwefelsäure verrieben löst sich das Biliverdin mit grüner Farbe, und wird von Wasser unverändert daraus in grünen in Alkohol löslichen Flocken ausgefällt.

In kohlensauren und ätzenden Alkalien löst es sich mit saftgrüner oder braungrüner Farbe. Es wird nur in unbedeutender Menge von Äther aufgenommen, und nicht von Chloroform, löst sich aber sehr leicht, sobald dem Chloroform nur einige Tropfen Alkohol zugesetzt werden. Es löst sich ferner in Eisessig, in einem Gemenge dieses mit Chloroform und auch in gewöhnlicher starker Essigsäure, in diesen Flüssigkeiten mit besonders schöner Farbe.

Das Biliverdin ist nicht löslich in Benzol, Schwefelkohlenstoff, sehr wenig in Amylalkohol und Jodäthyl, wohl aber leicht in beiden letzteren, wenn diesen ein wenig Äthylalkohol zugefügt wurde.

Methylalkohol löst das Biliverdin so leicht wie der gewöhnliche Alkohol.

Analyse:

I. 0·2400 Grm. Biliverdin gaben 0·561 Grm. Kohlensäure und 0·129 Grm. Wasser.

II. 0·2905 Grm. Substanz einer anderen Darstellung gaben 0·1585 Grm. Wasser.

III. 0·3356 Grm. Substanz einer dritten Darstellung gaben mit Natronkalk geglüht etc. 0·204 Grm. Platin.

IV. 0·3465 Grm. einer vierten Darstellung gaben eine 0·210 Grm. Platin hinterlassende Menge Platinsalmiak.

Diesen Resultaten entsprechen nach Abzug von circa 2 Pct. Asche bei III und IV (die Substanz von I und II war aschefrei) folgende Procentzahlen:

	I.	II.	III.	IV.
Kohlenstoff . .	63·74	—	—	—
Wasserstoff . .	5·97	6·05	—	—
Stickstoff . . .	—	—	8·77	8·74

Würde das Cholepyrrhin wenn es in Biliverdin übergeht, ein Atom Sauerstoff (16 Gewth.) aufnehmen:

$$\mathrm{C_{16}H_{18}N_2O_3 + O = C_{16}H_{18}N_2O_4},$$

so wäre die Formel des Biliverdins $\mathrm{C_{16}H_{18}N_2O_4}$ und dieser entspricht die Berechnung:

Kohlenstoff	63·58
Wasserstoff	5·96
Stickstoff	9·26
Sauerstoff	21·19,

welche mit den gefundenen Zahlen nur ein wenig im Stickstoffgehalt abweicht.

Nähme das Cholepyrrhin, wie Städeler angibt, auch noch 1 Molekül Wasser auf:

$$C_{16}H_{18}N_2O_3 + O + H_2O = C_{16}H_{20}N_2O_5,$$

so würde der Kohlenstoffgehalt im Biliverdin bis auf 60·00 Pct. sinken. Ich glaube daher die erstere Formel für die richtige halten zu müssen. Die vollständige Erschöpfung meines Materiales, durch welche der Abschluß dieser ersten Abhandlung veranlaßt ist, hindert mich vorläufig an einer letzten, falls noch nothwendigen Controlanalyse des Biliverdins.

Absorptionsspectra der Gallenfarbstoffe.

Eine chloroformige Cholepyrrhinlösung vor den Spalt eines Spectralapparates gebracht, löscht das ganze blau und violett aus, bis etwa zur Linie 70 nach der Bunsen'schen Scala. Sehr verdünnte eben noch gelbe Lösungen nehmen noch das violett hinweg.

Lösungen von Cholepyrrhin in wässerigem Ammoniak verhalten sich ähnlich. Sind sie so gefärbt wie etwa eine concentrirte Lösung von saurem chromsaurem Kalium, so erscheint das Sehfeld vom violetten Ende bis nahe an die Natriumlinie (50) vollständig schwarz, und ziemlich scharf abgegrenzt; wird die Lösung verdünnt, so erscheint allmälig gelb und grün aber etwas verwischt. Selbst Lösungen, die so verdünnt sind, daß sie bei Lampenlicht fast farblos erscheinen, also bei der färbenden Kraft des Cholepyrrhins in ammoniakalischen Lösungen [1]) kaum mehr wägbare Spuren enthalten, löschen noch einen guten Theil vom Violett aus.

Biliverdin in alkoholischer Lösung zeigt Absorptionen nach beiden Enden des Spectrums. In stark gefärbten Schichten geht nur grünes Licht hindurch, in etwas verdünnteren erscheint zunächst gelb, orange und ein Theil des roth, später blau und violett; das alleräußerste roth wird noch von sehr verdünnten Lösungen hinweg genommen.

---

1) Städeler, l. c.

Die weiteren Oxydationsproducte des Cholepyrrhins.

Nachdem erwiesen ist, daß das Biliverdin ein Oxyd des Cholepyrrhins, und zwar das niederst mögliche ist, da es nur ein Atom Sauerstoff aufgenommen hat, war es wahrscheinlich, daß alle die verschiedenfarbigen Körper, die bei der gewöhnlichen Gallenfarbprobe auftretend, die mehrfärbigen Ringe zeigen, weitere Oxyde darstellen, und daß diese auf Kosten der Salpetersäure als einem leicht sauerstoffabgebenden Körper entstehen, während die Wirkung der übrigen Säuren bei der Biliverdinbildung stehen bleibt.

Es war deßhalb zunächst von Wichtigkeit die Producte der verschiedenen Stadien der Einwirkung fest zu halten, und in größerer Menge darzustellen. Eine lange Versuchsreihe, die aber noch nicht abgeschlossen ist, habe ich mit salpetriger Säure angestellt. Leitet man dieses Gas aus Arsenigsäureanhydrid + Salpetersäure entwickelt, in Alkohol, in welchem Cholepyrrhin aufgeschwemmt ist, so erhält man nacheinander eine dunkelgrüne, blaue, violette und rothe Flüssigkeit, die schließlich einen sich nicht mehr verändernden hellweinrothen Ton annimmt.

Wird diese weinrothe Flüssigkeit mit Wasser in Überschuß versetzt, so fällt ein hell eisenoxydfarbiger flockiger Körper nieder, der immer dieselben Eigenschaften zeigt, aber nicht krystallisirt, und daher keine Garantie für seine Reinheit bietet. Ohne jetzt näher auf ihn einzugehen, will ich nur erwähnen, daß er in der That sehr viel sauerstoffreicher ist, als das Cholepyrrhin oder Biliverdin, während Kohlenstoff und Wasserstoff zurücktreten. Folgende Zahlen zeigen dieses:

	Sauerstoff %	Kohlenstoff %
Cholepyrrhin enthält . .	16·79	67·13
Biliverdin „ . .	21·19	63·58
Neuer Körper „ . .	30·39	55·23

Mag nun dieser neue Körper nicht völlig rein erhalten worden sein, so viel zeigt seine Analyse sicher, daß die Oxydation noch weit über die Bildung des Biliverdins hinaus fortschreitet.

Die einzelnen farbigen Flüssigkeiten bringt man bei der erwähnten Behandlung mit salpetriger Säure zuweilen ganz rein zu Stande, aber es läßt sich die Einwirkung derselben schwer regeln, da die salpetrige Säure auch nach beendigtem Einleiten noch fortwirkt.

Später habe ich ein Mittel gefunden, das in besonders glatter Reaction und genau zu bestimmender Wirkung alle diese einzelnen Stadien festzuhalten vermag. Es ist dies das Brom, von dem schon erwähnt wurde die Bildung des ersten Oxydationsproductes des Biliverdins. Fährt man mit dem Zusatz der verdünnten alkoholischen Bromlösung fort, so wird die Flüssigkeit prachtvoll dunkelblau, und bleibt wochenlang unverändert. Noch mehr Brom macht die Flüssigkeit durch ein schmutzigeres Violett hindurch rein dunkelroth endlich hell weinroth.

Die Reihenfolge dieser Farben ist demnach dieselbe, wie sie bei Einwirkung der Salpetersäure von oben herab sich einstellt, und wie bei der salpetrigen Säure.

(Die oben erwähnte chloroformige dunkelblaue Flüssigkeit mit einer Chloroformlösung von Cholepyrrhin versetzt, simulirt die rein grüne Farbe vom Biliverdin, von dem sie doch nichts enthält. Läßt man sie verdampfen, so sieht man in der Schale abwechselnd blaue und gelbe Ringe, und Alkohol zieht den blauen Körper allein aus, unter Zurücklassung des Cholepyrrhins.)

Es kann sonach kein Zweifel sein, daß die bei der Gallenfarbprobe sich bildenden Körper weitere Oxyde des Cholepyrrhins darstellen, die zwischen Biliverdin und dem Körper der weinrothen Lösung mit 30 Pct. Sauerstoff stehend, mit diesen eine mehrgliedrige an Sauerstoff zunehmende Reihe bilden. Jedenfalls existiren noch ein blauer und rother Körper und das hellbraune Endproduct, während der violette wahrscheinlich ein Gemenge des rothen und blauen ist.

Nachdem im Brom ein Mittel zu ihrer Fixirung und Reindarstellung gefunden ist, werde ich in dieser Richtung meine Versuche zu erweitern suchen.

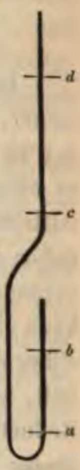
Über eine neue Art der Beobachtung an Heberbarometern.

Von **Prof. Dr. Al. Handl** in Lemberg.

Bei Barometerbeobachtungen ist es bekanntlich nicht immer sicher, daß das Thermometer, welches mit dem Instrumente verbunden ist, die Temperatur des Quecksilbers so genau anzeige, als man es wünscht und auch voraussetzt; das Thermometer steht nicht unmittelbar mit dem Quecksilber des Barometers in Berührung, hat daher eine andere, meist größere Empfindlichkeit für Temperaturs-veränderungen, und wenn diese nur einigermaßen erheblich sind, so kann die Beobachtung dadurch beirrt werden, so daß z. B. das Quecksilber des Barometers durch einige Stunden dieselbe Stellung beibehält, während die nach den Angaben des Thermometers ausgeführte Reduction auf 0° verschiedene Werthe des Luftdruckes ergibt. Auf dieses Verhalten hat auch Herr Prof. Victor Pierre bereits vor einiger Zeit in den Sitzungsberichten der kais. Akademie, October 1855, in der Abhandlung: „Über eine zweckmäßige Construction des Reisebarometers" hingewiesen; derselbe hat aber in der angeführten Arbeit die Sache nach einer anderen Seite verfolgt, indem er ein Verfahren aufzustellen suchte, mittelst dessen man mit einer einzigen Ablesung am Heberbarometer und zugleich am Thermometer den Barometerstand bestimmen könnte. Dabei könnte allerdings die eine Ablesung am Barometer erspart werden, aber man bleibt doch im Wesentlichen, was die Verläßlichkeit der gefundenen Resultate anbelangt, auf die Construction des Instrumentes angewiesen, wie auch in der citirten Abhandlung selbst bemerkt wird, und die Unsicherheit wegen einer allenfalls unrichtigen Bestimmung der Temperatur wird nicht beseitiget.

Es ist übrigens nicht meine Absicht, auf die Besprechung der von Herrn Prof. Pierre vorgeschlagenen Methode einzugehen, sondern ich will zeigen, daß man bei einem Heberbarometer, dessen beide Schenkel an den Stellen, wo das Quecksilber spielt, gleich weit sind, die Beobachtung des Thermometers ganz unterlassen kann, und daß es möglich ist, den auf 0° reducirten Barometerstand nur aus der Stellung der Quecksilberoberflächen in den beiden Schenkeln des Barometers abzuleiten. Dies wird ermöglicht durch folgende Betrachtungen:

Es sei in der nebenstehenden Figur *a* der Nullpunkt der Scala, bei *b* die untere, bei *d* die obere Oberfläche des Quecksilbers, so ist der beobachtete Barometerstand, wenn *ab* mit h', *ad* mit h bezeichnet wird:



$$B = h - h',$$

und der auf 0° Quecksilbertemperatur reducirte:

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad B_0 = \frac{h-h'}{1+\alpha t},$$

unter α den Ausdehnungscoëfficienten des Quecksilbers verstanden.

Anstatt die Temperatur t an einem Thermometer abzulesen, wollen wir nun das Quecksilber des Barometers selbst als thermometrische Substanz benützen, indem wir aus seinem Volumen seine Temperatur abzuleiten suchen. Dieses Volumen betrachten wir als aus drei Stücken bestehend: von der oberen Kuppe *d* bis zu irgend einem Striche *c* der Scala, welcher noch auf dem geraden Theile des Rohres über der Biegung liegt; dieses ist

$$r^2\pi(h-h''),$$

wenn r der Halbmesser des Rohres, und $ac = h''$ ist; zweitens aus dem Stücke zwischen *c* und *a*, welches wir als A bezeichnen wollen, und endlich aus dem Raume zwischen *a* und *b*, welcher

$$r^2\pi \,.\, h'$$

ist. Dabei ist eben die Annahme gemacht, daß das Barometerrohr zwischen *dc* und *ab* überall gleich weit sei. Wir haben also:

$$v = r^2\pi(h-h'') + A + r^2\pi h',$$

oder

$$v = (A - r^2\pi \,.\, h'') + r^2\pi(h+h').$$

andererseits aber ist

$$v = v_0(1+\alpha t),$$

wenn unter v_0 das Volumen der ganzen Quecksilbermenge im Barometer bei der Temperatur 0° verstanden ist.

Aus obigen beiden Gleichungen ergibt sich daher

$$1+\alpha t=\frac{A-r^2\pi h''}{v_0}+\frac{r^2\pi}{v_0}(h+h'), \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2)$$

oder

$$1+\alpha t=m+n(h+h'), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3)$$

wenn man nämlich für die constanten Größen in der Gleichung (2) die Werthe

$$\left.\begin{aligned} m &= \frac{A-r^2\pi h''}{v_0} \\ \text{und} \qquad n &= \frac{r^2\pi}{v_0}, \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (4)$$

schreibt.

Setzt man nun den Werth für $(1+\alpha t)$ aus der Gleichung (3) in den Ausdruck (1), so ergibt sich

$$B_0=\frac{h-h'}{m+n(h+h')}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (5)$$

Bei dieser Entwicklung ist aber noch ferner vorausgesetzt, daß man die Volumsveränderung der Barometerröhre wegen der Ausdehnung des Glases durch die Wärme vernachlässigen könne, was bei dem bedeutenden Unterschiede der Ausdehnungscoëfficienten des Glases und des Quecksilbers wohl gestattet sein mag. Dieser Betrachtung zufolge trägt also jede Beobachtung am Heberbarometer ihre Temperaturscorrection in sich selbst, sobald die Constanten der Formel (5), m und n, bestimmt sind. Diese Bestimmung kann nun auf mehrfache Arten geschehen. Man kann nämlich, so wie es sonst in ähnlichen Fällen geschieht, durch Vergleichung der unter günstigen Umständen gemachten Beobachtungen für h und h' mit dem von einem Normalbarometer angegebenen Werthe von B_0 die Werthe von m und n ermitteln; oder man kann, ohne ein Normalbarometer zu Hilfe zu nehmen, die Beobachtung des Thermometers zur Ermittelung der Werthe von m und n benützen. Zu dem Ende wird man wenigstens zweimal, bei möglichst verschiedenen Temperaturen und unter solchen Verhältnissen, daß man der Übereinstimmung der Thermometerangabe mit der Temperatur des Quecksilbers gewiß sein kann, die Stände des letzteren in beiden Schenkeln des Barometers beobachten, und hat dann, der früheren Gleichung (3) gemäß

$$1+\alpha t_{,} = m+n(h_{,}+h'_{,})$$
$$1+\alpha t_{,,} = m+n(h_{,,}+h'_{,,}).$$

woraus sich die Größen m und n bestimmen lassen.

Die Größe des Luftdruckes bei diesen Beobachtungen ist offenbar gleichgiltig, da sie auf die Berechnung von m und n keinen Einfluß ausübt.

Am besten und zuverlässigsten dürfte es aber sein, die Werthe von m und n bei der Anfertigung des Barometers ein für allemal im Voraus zu bestimmen, was ebenfalls leicht möglich ist, da dieselben ganz bestimmte und leicht zu beobachtende Bedeutungen haben. Es ist nämlich

$$n = \frac{r^2\pi}{v_0},$$

v_0, das Volumen des Quecksilbers im Barometer bei der Temperatur 0°, ist gleich seinem absoluten Gewichte (Q), dividirt durch das bekannte specifische Gewicht (σ) des Quecksilbers bei 0°.

$$v_0 = \frac{Q}{\sigma},$$

$r^2\pi$ ist ebenso leicht zu bestimmen, indem man gemessene Längen (l) des Rohres mit Quecksilber anfüllt, und durch Wägungen das Gewicht (q) der dazu verwendeten Menge des letzteren bestimmt, dann ist $q = \sigma l . r^2\pi$, also

$$n = \frac{q}{Q . l};$$

um hierauf m zu bestimmen, bringe man das bereits fertige Barometer in allen seinen Theilen auf die Temperatur 0° und beobachte h_0 und h'_0, so ist wieder

$$1 = m+n(h_0+h'_0),$$

woraus man nun mit Hilfe des bereits bekannten Werthes von n auch den von m bestimmt.

Für den öfteren Gebrauch würde es sich am bequemsten herausstellen, daß man aus den bekannten Werthen von m und n eine Tabelle berechne, welche in zwei Eingängen die Ablesungen h und h' enthalte, und die Werthe von B_0 unmittelbar angibt.

Es ändert an den aufgestellten Formeln nur wenig, und der Sache nach gar nichts, wenn der Nullpunkt der Theilung nicht unterhalb b, sondern irgendwo bei e zwischen b und d gelegen ist; dann nehmen die aufgestellten Gleichungen offenbar folgende Formen an:

$$B_0 = \frac{h+h'}{1+\alpha t}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1\,a)$$

wenn man mit h und h' die Längen ed und eb bezeichnet.

$$v = r^2\pi(h-ec)+A+r^2\pi(ea-h'),$$

$$1+\alpha t = \frac{A-r^2\pi(ec-ea)}{v_0}+\frac{r^2\pi}{v_0}(h-h'), \quad \ldots \quad (2\,a)$$

$$B_0 = \frac{h+h'}{m_1+n(h-h')}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5\,a)$$

Es fragt sich nur, ob und unter welchen Bedingungen auch die Genauigkeit der Beobachtungen eine hinreichende sei, ob nämlich nicht etwa die bei der Bestimmung von $(h+h')$ möglicherweise vorkommenden Beobachtungsfehler so groß sind, daß die Anwendung der Formel

$$B_0 = \frac{h-h'}{m+n(h+h')}$$

dadurch noch unverläßlicher würde, als die Correction nach einem wenn auch nicht ganz mit der Quecksilbertemperatur übereinstimmenden Thermometer. Das ist allerdings sogleich ersichtlich, daß das Barometer in Bezug auf die Größe $(h+h')$ wegen seiner Form eine viel geringere Empfindlichkeit für Temperatursveränderungen besitzt, als das Thermometer. Aber gehen wir zurück auf die Gleichung (2)

$$1+\alpha t = \frac{A-r^2\pi\,.\,h''}{v_0}+\frac{r^2\pi}{v_0}(h+h'),$$

daraus folgt

$$(h+h') = \frac{v_0(1+\alpha t)-(A-r^2\pi h'')}{r^2\pi},$$

und ferner

$$d(h+h') = \frac{v_0\,.\,\alpha}{r^2\pi}\,.\,dt.$$

$\frac{v_0}{r^2\pi}$ ist diejenige Länge des Rohres, welche bei durchaus gleicher Weite desselben von der ganzen vorhandenen Quecksilbermenge eingenommen würde. Bei einem Barometer, welches aus einem durchaus gleich weiten Rohre besteht, und in welchem die ganze Quecksilbermenge einer Länge von 1·1 Meter entspricht, wäre also, wenn man Reaumur'sche Grade der Temperatursbestimmung zu Grunde legt und den Millimeter als Längeneinheit annimmt

$$\frac{d(h+h')}{dt} = \frac{1100}{4440}$$

oder nahezu $= \frac{1}{4}$; d. h. einer Temperatursänderung von 1° Reaumur entspräche eine Änderung von $\frac{1}{4}$ Millim. in der Summe $(h+h')$; da man bei gehöriger Sorgfalt in der Ablesung noch 0·1 Millim. von h und h' unterscheiden kann, so bietet ein solches Instrument noch immer genug Sicherheit in den Beobachtungen.

Es ist übrigens klar, daß die Empfindlichkeit der angegebenen Beobachtungsmethode durch eine einfache Abänderung am Instrumente beliebig gesteigert werden kann; man braucht nur in dem Theile des Rohres, welchen wir mit A bezeichnet haben, eine beliebig geformte Erweiterung anzubringen, welche eine größere Quecksilbermenge zu fassen vermag. Dadurch wird allerdings das Gewicht des Barometers vermehrt.

Wenn aber die mittleren Theile des Rohres enger sind, wie man es gerne einrichtet, um das Gewicht des Barometers zu vermindern und das Eindringen von Luftblasen zu erschweren, so wird dadurch auch seine Empfindlichkeit für Temperatursveränderungen, in dem Sinne, wie wir sie in der vorbeschriebenen Beobachtungsmethode brauchen, bedeutend beeinträchtiget; ich brauche übrigens kaum daran zu erinnern, daß auch die Beweglichkeit des Quecksilbers, also die Empfindlichkeit des Barometers für Veränderungen des Luftdruckes unter diesen Verengerungen des Rohres leidet.

Die Eisverhältnisse der Donau in den beiden Jahren 1862/3 und 1863/4.

Geschildert

von dem c. M. Karl Fritsch,

Vice-Director an d. k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.

Vorwort.

Die gegenwärtige Arbeit schließt sich an jene an, welche die beiden vorhergehenden Jahrgänge 1860/1 und 1861/2 behandelte und im LV. Bande der Sitzungsberichte abgedruckt erschien.

Die Bezugsquelle des Materials zu dieser Arbeit ist dieselbe wie in früheren Jahren und die zu Grunde liegenden Beobachtungen sind auch nach demselben übereinstimmenden Plane ausgeführt und dargestellt.

Die Benützung des Materials verdanke ich zunächst wieder dem freundlichen Wohlwollen des Herrn Directors Dr. Karl Jelinek, dem ich dafür zum innigsten Danke verpflichtet bin.

Da sich in dem, den Schluß der Arbeit bildenden Tabellen die Eisverhältnisse nicht so erschöpfend und eingehend darstellen lassen, wie durch die Beschreibung im Texte, so ist im Falle einer allenfälligen Nichtübereinstimmung letzterem immer der Vorzug zu geben. Die Tabellen sind nicht viel mehr als ein Index des Materials.

Eisverhältnisse der Donau.

Winter 1862/3.

Da es in diesem Winter in Österreich ob und unter der Enns zu keiner Eisstoßbildung kam, ja an den oberösterreichischen Stationen kaum eine Treibeisbildung stattgefunden zu haben scheint, weil gar keine Eingaben vorliegen, so kann ich mich bei der Schilderung der Eisverhältnisse an den niederösterreichischen Stationen um so mehr auf die später folgende Übersicht beschränken, als auch an diesen nur eine kurze und übereinstimmende Treibeisperiode vorkommt. Es erübriget daher eine eingehendere Betrachtung nur rücksichtlich der Vorgänge an den ungarischen Stationen.

Gran.

Schon an dieser, der ersten ungarischen Station dem Donaulaufe nach, von welcher Aufzeichnungen vorliegen, kommt zwar ebenfalls, wie an den niederösterreichischen Stationen, nur eine Treibeisperiode vor, aber schon von viel längerer Dauer, nämlich von 4.—26. December, während in Niederösterreich an allen Stationen die Treibeisbildung auf die kurze Zeit von 4.—8. December beschränkt blieb.

Die Eismenge war großen Schwankungen unterworfen, sie erhob sich rasch zu einem Maximum am 6. von 0.6—0.7, welches sich bis 9. erhielt und nahm dann wieder bis 14. stufenweise auf 0·1 ab. In dieser und an einzelnen Tagen selbst noch in geringerer Menge erhielt sich das Treibeis im Allgemeinen bis am Schluße der Periode, nur am 20. und 24. fand eine plötzliche Vermehrung bis 0·5 und 0·4 statt.

Die Angaben für die Eisdicke schwanken zwischen 1—4″ und da die Extreme mit jenen für die Eismenge stimmen, so ist anzunehmen, daß sie für Treibeis gelten.

Die Schwankungen des Wasserstandes sind gering, indem sie 2′ 2″ während der ganzen Eisperiode nicht überschreiten. Die Maxima der treibenden Eismenge sind im Allgemeinen von einem Fallen, die Minima von einem Steigen des Wasserstandes begleitet.

Am Morgen des ersten Treibeis-Tages sank die Temperatur auf —3°4, beim Maximum am 6. auf —7°0, am Tage des letzten Eistriebes erhob sie sich auf + 3°4. Da zur Zeit der Minima die tiefsten Temperaturen beobachtet wurden, so am 17. mit —11°2, am 18. und 23. mit —8°0, so ist wohl anzunehmen, daß der Stoß stromaufwärts sich stellte, und hiedurch der Anzug von Treibeis aufgehalten worden ist.

Pest-Ofen.

Auch hier stellte sich das Treibeis am 4. Dec. ein, dauerte aber um einen Tag länger als an der vorigen Station. Die Extreme der treibenden Eismenge sind weniger excessiv. Die Maxima gehen nicht über 0·5 und nehmen die Minima nicht unter 0·1 ab.

Die Eisdicke nahm bis 3″ zu. Die Angaben hierüber beziehen sich wahrscheinlich ebenfalls auf Treibeis, da zur Zeit der Maxima desselben die größte Eisdicke beobachtet worden ist.

Die Eismenge war wenigstens	0·1,	von	4.—27. Dec.			
„ „ „	0·2	„	5.—15.	„	und 17.—26. Dec.	
„ „ „	0·3	„	7.—14.	„	„ 17.—24.	„
„ „ „	0·4	„	8.—14.	„	„ 18.—22.	„
„ „ „	0·5	„	9.—11. Dec.			

Die Schwankungen im Wasserstande stimmen mit jenen an der vorigen Station nahe überein, und haben 1′ 5″ zu Grenzen. Dasselbe gilt von der Abhängigkeit des Wasserstandes von der Eismenge.

Das Treibeis begann bei —10° Temperatur. Am Abend des Tages vor seiner Auflösung war sie auf + 5° gestiegen. Die Maxima der treibenden Eismenge folgen den Minimis der Temperatur um einige Tage später, so dem Minimum der Temperatur am 6. und 7. December von —11° das Maximum der Eismenge von 9.—11., dem Minimum der Temperatur am 16. von —14° das Maximum der Eismenge am 18. u. s. f. Ja zur Zeit der Maxima der Eismenge hatte sich die Temperatur wieder bereits beträchtlich erhoben. So beim ersten Max. bis —4°, beim zweiten bis —1°, und zwar schon in den Morgenstunden; während bei der tiefsten Temperatur (—14°) im Laufe der ganzen Eisperiode, die Eismenge in Folge vorausgegangener höherer Temperaturen bereits wieder auf ein Minimum gesunken war. Es ist diese Erscheinung dadurch zu erklären, daß bei den Wendungen der Temperatur das Treibeis einige Zeit noch in ungeänderter Menge sich erhält und in der Phase an den unteren Stationen anlangt, die es an den oberen erreichte.

Adony.

Hier sind wohl zwei getrennte Perioden mit Treibeis verzeichnet, eine von 4.—10., die andere von 14.—28. December; beide zusammen fallen aber nahezu zwischen die Zeitgrenzen der Eisperiode an der vorigen Station, nur hört der Eistrieb bei Adony um einen Tag später auf.

Eine schnell vorübergehende Treibeisperiode mit dem Maximum von nur 0·2, ist vom 21.—22. Februar verzeichnet. Sie fehlt an allen übrigen Stationen.

Die eislose Lücke von 11.—13. December ist aller Wahrschein lichkeit nach dadurch entstanden, daß sich der Eisstoß auf der Strecke von Ofen—Adony irgendwo stellte, da während dieser Zeit der Eistrieb bei Ofen in kaum verminderter Menge fortdauert.

Die Maxima der Eismenge wurden beobachtet am 8. mit 0·35 und von 18.—19. mit 0·63. Für die früher ausgesprochene Annahme einer Eisstellung ober Adony spricht das zweite, größere Maximum der Eismenge, während bei Ofen das erste das größere war.

Es sprechen dafür aber auch noch die Aufzeichnungen über Eisdicke, welche bis am Schluße der ersten Eisperiode (10. December) im Zunehmen bleibt, bis auf 3″5, und bei der zweiten gleich mit 2″25 beginnt und bis auf 6″ anwächst.

Wasserstands- und Temperatur-Aufzeichnungen fehlen.

Szegszárd.

Hier sind die Verhältnisse schon wesentlich andere als an den vorigen Stationen.

Bei fortwährenden Schwankungen der Eismenge dauert die Periode vom 4. December bis 8. Jänner, also um 11 Tage länger als an der vorigen Station, während sie an allen gleichzeitig beginnt.

In seiner ganzen Breite trieb der Strom Eis vom 18.—20., am 23. und 24. theilweise, dann am 26. December und von 1.—5. Jänner, ja am 1. Jänner blieb der Stoß einen halben Tag hindurch stehen. Die Pause des Eistriebes in Adony von 11.—13. December ist hier durch das Minimum der Eismenge (0·3) von 13.—15. December angedeutet. Es kann dies nur Treibeis sein, welches sich auf der Strecke von Adony abwärts bildete.

Die Eisdicke wuchs während der Epochen der größten Eismenge auf 6″ bis 6″7.

Der Wasserstand zeigt erhebliche Schwankungen. Von 4.—15. December hält er sich wohl zwischen + 3′ 4″ und + 2′ 5″, erhebt sich aber mit dem ersten Maximum der Treibeismenge bis 18. rasch auf + 9′ 6″ und sinkt erst bis zum Schluße der Eisperiode am 8. Jänner auf + 4′ 3″.

Die Temperatur-Angaben sind sporadisch und scheinen nur für die Nachmittagsstunde zu gelten. Bei Beginn der Eisperiode sind —5°5, am Schluße derselben + 3° verzeichnet. Die tiefste Temperatur (—8°) am Tage des höchsten Wasserstandes (18. December) scheint Stauwasser, in Folge der Eisstellung nicht weit von Szegszárd abwärts, anzudeuten, womit jedoch die Stromgeschwindigkeit von 2′ 9″, die größte unter den vier Angaben während der Eisperiode, nicht übereinstimmt. Von 1.—8. Jänner fand wahrscheinlich ein Eisgang statt — Trieb von Standeis-Schollen.

Bei der graphischen Darstellung der Zu- und Abnahme der Eismenge wurde eine Theilung vorgenommen, welche anzudeuten scheint, daß der Eistrieb sich an beide Ufer hielt und die Strommitte frei ließ. Wenn die Darstellung hiedurch auch naturgetreuer wird, so verliert sie wieder an Übersichtlichkeit.

Mohács.

Die Eisperiode dauert hier von 6. December bis 12. Jänner, beginnt demnach um 2 Tage später und endet auch um 4 Tage später als an der vorigen Station.

Der Stoß blieb jedoch vom 16. December bis 9. Jänner stehen. Schon am 14. December nahm das Treibeis vorübergehend die ganze Strombreite ein, während die Eismenge noch am 12. nur 0·26 betrug. Eben so rasch nahm der Eisgang, welcher von 10.—12. Jänner dauerte, ab.

Die Eisdicke wuchs an bis 6″ und ist in dieser Stärke angegeben am 25. December und 5. Jänner.

Der Wasserstand erhob sich, durch Stauwasser, während der Eisstellung sehr rasch, von dem tiefsten Stande am 12. December mit —5′ 11″ bis 18. auf + 2′ 9″, also um 8′ 8″, sank wohl bis 26. wieder auf + 1′ 4″, stieg aber bis 9. Jänner, dem Tage vor dem Eisaufbruch, wieder auf + 6′ 2″, so daß das Wasser nun um 12′ 1″ höher war, als am 12. December. Mit dem Eisabgange fand wieder ein rasches Fallen statt, so daß am Ende des Eisganges der Stand nur mit —1′ 9″ notirt wurde, also bereits um 7′ 11″ abgenommen hatte.

Am Morgen der ersten Treibeisbildung war die Temperatur auf —7° gesunken, während sie an den Tagen vor dem Eisgange auf + 1° bis + 2°5 stieg. Die Maximal-Temperatur dieser Tage ist nicht anzugeben, da die Nachmittag-Beobachtung fehlt.

Übersicht 1862/3.

In diesem Winter begann die erste Bildung von Treibeis an allen Stationen von 4.—6. December und hörte an den niederösterreichischen Stationen überall am 8. December wieder auf, so daß hier den ganzen Winter hindurch die Treibeisbildung auf 5 Tage beschränkt blieb.

Beträchtlich länger war ihre Dauer an den ungarischen Stationen. So bei Gran bis 26., Ofen-Pest bis 27., Adony bis 28. December. Bei Szegszárd war der Eistrieb erst am 8. und bei Mohács erst am 12. Jänner vollendet, weil es hier zur Stellung des Stoßes kam.

Während aber an der ersten dieser beiden Stationen der Stoß in der ganzen Strombreite nur $^1/_2$ Tag stehen blieb, war dies bei Mohács 25 Tage lang der Fall. Mit stehenden Eismassen, wenigstens theilweise bedeckt, war der Strom bei Szegszárd 5 Tage hindurch.

Die Dauer der Eisperiode ist in:

Nieder-Wallsee	3 Tage
Ybbs	3 „
Melk	5 „
Mitterarnsdorf	3 „
Tulln	4 „
Höflein	5 „
Nussdorf	5 „
Florisdorf	3 „
Fischamend	4 „
Regelsbrunn	4 „
Hainburg	4 „
Gran	23 „
Ofen-Pest	24 „
Adony	25 „
Szegszárd	36 „
Mohács	36 „

Die Dicke des Eises überschreitet an keiner Station 6"7.

Da die Wasserstände, der nicht übereinstimmenden Pegelstände wegen, unvergleichbar sind, so sind nur die Änderungen der Wasserstände von Interesse. An den niederösterreichischen Stationen überschreitet die treibende Eismenge nirgends 0·5 und kam daher der Eisstoß an keiner zum Stehen. Auch war die Eisbildung nur auf wenige Tage beschränkt. Die Änderungen des Wasserstandes sind demnach unerheblich, betragen nur wenige Zoll, selbst die gewöhnliche Abnahme bei zunehmender Eismenge tritt nicht an allen Stationen entschieden hervor.

Ähnliches gilt ungeachtet der beträchtlich längeren Dauer der Eisperiode von den oberen ungarischen Stationen. Aber bei Szegszárd und Mohács, den beiden unteren Stationen, wo sich der Stoß stellte, wurde eine sehr erhebliche Erhöhung des Wasserstandes hiedurch veranlaßt, welche bei Szegsárd bis 7′ 1″, bei Mohács sogar 12′ 1′ beträgt. Es sind dies die Differenzen der absoluten Extreme.

In Szegszárd erhob sich der Wasserstand von 14.—18. December um 7′ 1″, in Mohács von 12.—18. December um 8′ 8″, der Stoß stellte sich aber in der Zwischenzeit nur an der letztern Station, an der erstern fand nur eine Vermehrung des Treibeises bis zu 1·0 statt. Es ist jedoch mehr als wahrscheinlich, daß gleichzeitig nicht weit von Szegszárd stromabwärts der Stoß zum Stehen kam und das hiedurch erzeugte Stauwasser über Szegszárd hinaufreichte. Die vorübergehende Stellung des Stoßes bei Szegszárd selbst, am 1. Jänner, bewirkte keine Erhöhung des Wasserstandes, welcher jedoch bei der Eisstellung noch um 3′ 2″ höher war als das Minimum (am 14. December).

Bei Mohács wurde der Eis-Abgang durch eine Erhöhung des Wasserstandes bewirkt, welche das Minimum desselben während der geschlossenen Eisdecke um 4′ 11″, jenes von 11.—12. December sogar um 12′ 1″ überragte. In Szegszárd waren die Stellung und der Abgang des Stoßes, beide freilich schnell auf einander folgende Erscheinungen, welche daher auf keine erhebliche Consistenz der Eisdecke schließen lassen, auch von unerheblichen Änderungen des Wasserstandes begleitet.

Daher beträgt auch die Abnahme des Wasserstandes während des Eisganges in Szegszárd nur 1′ 8″, während sie bei Mohács 7′ 11″ erreicht. Sehen wir ab von der Erhöhung um 0′ 8″ schon während des Eisganges, so beträgt die Abnahme bei Szegszárd nur 1′ 0″.

Die Stromgeschwindigkeit, welche bei der Stellung des Stoßes eine so große Rolle spielt, ist an den ungarischen Stationen nicht angegeben, es entfallen daher die Vergleichungen mit den niederösterreichischen Stationen.

Die Treibeisbildung begann an den verschiedenen Stationen bei Temperaturen von —3° bis —10° und hörte auf bei Temperaturen von —2° bis + 5°. Der Eisstoß stellte sich in Mohács bei —2°6 und ohne daß tiefere Temperaturen vorausgingen. Der Eisgang erfolgte bei + 2°, ohne daß höhere Temperaturen vorausgingen, wenigstens in den Morgenstunden, für welche die Aufzeichnungen auch nur gelten.

Über die Veränderungen des Strombettes in Folge der winterlichen Ereignisse ist nur wenig zu berichten, da an den niederösterreichischen Stationen kein Eisstoß stattfand und von den ungarischen, mit Ausnahme Grans, keine Querprofile vorliegen. An drei österreichischen Stationen, nämlich Nieder-Wallsee, Höflein und Nußdorf werden aber dennoch solche Profil-Änderungen nachgewiesen. Die Erhöhungen des Bettes gehen bis 4′ 5″, die Vertiefungen bis 2′ 0″ und sind an allen drei Stationen jene vor den Vertiefungen überwiegend, was sich dadurch erklärt, daß durch die ausserordentliche Thau- und Regenfluth bei Ausgang des vorjährigen Winters, das Strombett auch ungewöhnlich tief ausgehöhlt worden ist. Die Änderungen umfassen 74—83 pCt. der Strombreite, wobei die Erhöhungen im Allgemeinen ebenfalls vorwiegen.

Winter 1863/4.

Aschach.

An dieser Station lassen sich drei Treibeisperioden recht gut unterscheiden, die erste von 1.—24. Jänner, gefolgt von einem halbtägigen Eistriebe am 26., die zweite von 29. Jänner bis 13. Februar und die dritte von 18.—21. Februar.

Die absolut größten Eismengen während derselben waren beziehungsweise 0·7, 0·6 und 0·1, also mit der Dauer der Eisperioden abnehmend. Es lassen sich während der ersten Periode 6, während der zweiten 2 Maxima und eben so viele Minima der Eismenge unterscheiden.

Angaben über die Eisdicke fehlen.

Die Schwankungen des Wasserstandes sind nur in der Zwischenzeit von der zweiten zur dritten Periode bedeutend. Von 14.—18. Februar erhebt sich der Wasserspiegel von + 0′ 4″ auf + 4′ 8″, sinkt aber am Tage des Maximums der Eismenge während der dritten Eisperiode wider auf + 2′ 10″, den Stand bei Beginn der ersten. Während dieser nahm der Stand bis auf + 0′ 5′ ab (am 19. Jänner), erhob sich bis am Tage des Eintrittes der zweiten Periode (29. Jänner) auf + 2′ 4″, um bis zu Ende derselben (14. Februar) neuerdings auf + 0′ 4″ zu sinken. Nun folgten die bereits erwähnten absoluten Extreme; am Ende der letzten Periode erhob sich der Stand wieder auf + 3′ 9″.

Bei dem höchsten Wasserstande wurde auch die größte Stromgeschwindigkeit mit 6′ 5″ beobachtet. Auf die kleinste war nicht allein der Wasserstand, sondern auch die treibende Eismenge von Einfluß. Die kleinste Stromgeschwindigkeit, von 3′ 0″, ergab sich nämlich zur Zeit des absoluten Maximums der Eismenge, während der Wasserstand noch + 1′ 3″ war.

Das erste Treibeis stellte sich bei — 5° Temperatur ein. Da dem Beginnen der beiden andern Treibeisperioden Temperaturen von + 2° und + 3° vorausgingen, so wurden sie sehr wahrscheinlich durch Eisgänge (Abgang des Eises von den höheren Stationen) eingeleitet. Zur Zeit der Maxima der treibenden Eismenge wurden Temperaturen von —7°5 bis —13° beobachtet — am Schluße der Eisperioden von 0 bis —4°.

Linz.

Die Anzahl der Eisperioden ist hier im Allgemeinen dieselbe wie an der vorigen Station. Sie beginnen an beiden Stationen fast gleichzeitig und hören auch gleichzeitig auf, nur die erste in Linz um einen Tag früher. Die zweite Periode ist hier durch eine eisfreie Lücke (7.—8. Februar) getrennt, welche an der vorigen Station vertreten wird durch ein Minimum der Eismenge.

Die secundäre Periode am 26. Jänner, an der vorigen Station auf $1/_2$ Tag beschränkt, ist hier bereits auf die beiden Tage von 25. bis 26. ausgedehnt.

Die absoluten Maxima der treibenden Eismenge sind in den vier Perioden 0·7, 0·5, 0·5, 0·3.

Angaben über Eisdicke fehlen ebenfalls.

Die Änderungen des Wasserstandes sind jenen an der vorigen Station sehr ähnlich, ja die Curven, durch welche in den graphischen Darstellungen die Bewegungen des Wasserstandes angedeutet werden, können nahezu als gleichlaufend angesehen werden.

Die Stromgeschwindigkeit ist nur zweimal, nämlich mit 3′ 6″ und 3′ 4″ angegeben, bei + 1′ 9″ und + 0′ 9″ Wasserstand und 0·5 treibender Eismenge; es fällt auf, daß sie ein drittes Mal nur mit 3′ 0″ verzeichnet wird, obgleich der Wasserstand + 2′ 9″ war.

Die Treibeisperioden beginnen bei Temperaturen von —2° bis —8°5. Vorausgehende Temperaturen von + 1° bis + 5° deuten an, daß jene Eisperioden, welche der zweiten und dritten an der vorigen Station entsprechen, ebenfalls durch Eisgänge eingeleitet worden sind. Die Eisperioden enden bei —3° bis +3° [1]).

Mauthausen.

Vier Treibeisperioden wie an der vorigen Station, von der secundären am 26.—27. Jänner keine Spur.

Beginn aller Perioden an denselben Tagen wie bei Linz. Da die Eismengen hier weit geringer sind, als an der früheren Station, so sind die Zeiten der Maxima auch nicht gut vergleichbar. Dennoch zeigt sich eine ziemliche Übereinstimmung, in der dritten und vierten Periode sogar eine genaue, während in der zweiten das Maximum bei Mauthausen einen Tag früher eintritt und das erste Maximum der ersten Periode um 2 Tage später. Die beiden anderen Maxima dieser Periode stimmen, in Bezug auf den Tag des Eintrittes wenigstens, wieder genau überein.

Die Eisdicke ist für jeden Tag der Eisperioden ersichtlich und gilt ohne Zweifel wohl für Standeis, wie es wenigstens nach den Zahlen der Angaben wahrscheinlich wird, welche bei Beginn der Perioden bereits 3—6 betragen.

Die Maxima, welche der Zeit nach ziemlich übereinstimmen mit den Maximis der Eismenge, sind der chronologischen Reihe nach 10, 6, 6 und 5" (Zoll). Sie entsprechen im Allgemeinen auch der Dauer der Perioden von 21, 6, 5, 3 Tagen.

Die Änderungen des Wasserstandes sind bedeutender als an der vorigen Station. Dem Eintritte aller Eisperioden folgt eine Verminderung des Wasserstandes, welche anhält bis nahe um die Zeit der größten Eismengen, in der

1. von +4' 0" auf —1' 4" [2]) (1. Maximum.)
„ —0' 10" „ —1' 9" (2. und 3. Maximum.)
2. „ +0' 10" „ —0' 5"
3. „ —0' 4" „ —1' 2"
4. „ —3' 5" „ +1' 10"

---

1) Die hohe Temperatur von +5° am 21. Februar (Ende der letzten Eisperiode) ist wenig wahrscheinlich und scheinen überhaupt die Angaben um diese Zeit, der Correcturen wegen, wenig verläßlich.

2) Hier sind wohl die täglichen Extreme, aber nicht die Coincidenz der Tage der Extreme mit jenen der größten Eismengen berücksichtiget.

Bei Beginn der Eisperioden wurden Temperaturen von —2 bis —5° verzeichnet, am Schluße mit —1 bis —4°, und zur Zeit der Maxima der Eismengen mit —4 bis —9°5. Die höheren Temperaturen vor Eintritt der dritten und vierten Periode, bis + 3° und + 4°, deuten auf Eisgänge, welche diese Perioden einleiteten.

Grein.

Die Gestaltung des Strombettes ist hier eine höchst eigenthümliche, daher weichen auch die Eisverhältnisse schon bedeutend von jenen an der vorigen Station ab.

Es kamen zwar ebenfalls vier Perioden vor, aber in der ersten stellte sich der Stoß und blieb, die ganze Strombreite bedeckend, stehen von 17.—26. Jänner.

Der Beginn der vier Eisperioden fällt auf dieselben Tage wie bei Mauthausen. Dasselbe gilt vom Ende der Perioden, nur daß sich in der ersten durch die Stellung des Stoßes das völlige Aufhören des Eistriebes um 4 Tage verzögerte. Selbst die Maxima der Eismengen halten nahezu dieselben Tage ein, nur führte das dritte in der ersten Periode zur Stellung des Stoßes.

Die Maxima der Eismengen sind aber wegen der bedeutenden Verengerung des Strombettes, welche auch die Stellung des Stoßes veranlaßte, bedeutender, nämlich 0·9, 1·0, 0·6, 0·6, 0·3, während sie an der vorigen Station waren 0·5, 0·5, 0·1, 0·2, 0·1.

Der größeren Zusammendrängung der Eismassen wegen, ist auch die Dicke des Eises bedeutender und erreicht in den verschiedenen Perioden 15″, 9″, 9″ und 3″. Das größte Maximum (15″) wurde schon am Tage vor der Eisstellung verzeichnet und da während der Dauer der geschlossenen Eisdecke die Aufzeichnungen über Eisdicke fehlen, so ist anzunehmen, daß sie sich auf Treibeis beziehen.

Aus den angeführten Ursachen sind auch die Änderungen des Wasserstandes bedeutend. Der Eintritt der ersten Eisperiode bewirkte eine Abnahme des Wasserstandes von + 3′ 0″ auf — 4′ 3″ (1.—7. Jänner) und so lange der Eistrieb dauerte, erhob sich der Stand nicht mehr über — 3′ 8″.

Aber die Stellung des Stoßes bewirkte eine rasche Erhöhung von — 4′ 0″ auf + 8′ 2″, also um 12′ 2″ (von 17.—19. Jänner). So lange der Stoß stand, nahm der Stand nicht mehr unter + 2′ 2″ ab und erhob sich kurz vor Abgang des Stoßes (24.—25. Jänner)

30. Jänner die Eismenge an den meisten Tagen 0·1 nicht überschritt und sich nur [illegible] an [illegible] Tagen über 0·2 erhob.

[illegible] kam es zur Stellung des Stoßes nicht und die Eismenge überschritt während der ganzen ersten Periode nicht 0·7. Es lassen sich während derselben 4 Maxima unterscheiden von 0·6, 0·7, 0·4 und 0·4.

Die plötzliche Abnahme der Eismenge am 19. Jänner ist ohne Zweifel Folge der Eisstellung bei Walsee, welche indeß schon am 17. vollzogen war.

Das dritte Maximum der Eismenge, am 25. Jänner, rührt ohne Zweifel vom Eisgange her, bei Walsee war jedoch der Stoß schon am 21. abgegangen.

Da vom 24. bis 29. Jänner der Eistrieb bei Wallsee vollständig unterbrochen ist, während er bei Ybbs, wenn auch in geringer Menge (0·1) fortdauert, so kann dies nur Eis sein, welches auf der Zwischenstrecke abgegangen war, in so ferne wenigstens die Temperatur sich an den meisten Tagen über Null erhob, im Maximo bis + 6°.

Die erste Eisperiode dauerte bei Ybbs fast genau so lange wie die beiden ersten mit Einschluß der Unterbrechung, an der vorigen Station. Die dritte [1]) Periode begann und endete um 1 Tag später als an der vorigen Station. Die vierte begann gleichzeitig, aber die Eisbildung blieb fast nur auf den 18. Februar beschränkt, während bei Walsee der Eistrieb 4 Tage dauerte.

Die relativen Maxima der treibenden Eismenge sind:

Nieder-Wallsee . .	0·2	0·4	[2])	0·3	0·2	0·1
Ybbs	0·6	0·7	0·4	0·6	0·5	0·1

Die größte Eisdecke ist in den drei verschiedenen Perioden 12, 5, 15, 6. Die täglichen Angaben sind großen Schwankungen unterworfen, so ist die Eisdicke

am 4. und 5. Jänner 1 und 8
„ 31. Jänner und 1. Februar 12 und 6.
„ 3. und 4. Februar 12·5 und 6.

Auch sind die Angaben für die zweite und dritte Periode, welche nur von kurzer Dauer waren, sehr auffallend — es müßte denn sein, daß Packeis gemessen worden ist.

---

[1]) In Bezug auf die vorige Station.
[2]) Blieb hier aus.

Die Schwankungen des Wasserstandes sind im Vergleiche zur vorigen Station in engere Grenzen eingeschlossen. Der höchste Stand, mit + 0′ 5″, wurde beim Beginn der ersten Eisperiode beobachtet, der tiefste mit —2′ 10″ beim größten Maximum der Eismenge.

Die beiden ersten Treibeisperioden beginnen bei Temperaturen von — 5 und — 6° und hören auf bei + 2° und + 5°. Von 13. bis 20. Jänner hielt sich die Temperatur bei —10 bis —12°. Es war die Zeit des größten Eistriebes, die plötzliche Abnahme desselben am 19. deutet demnach auf eine Eisbrücke oberhalb Melk. Der Temperatur nach zu schliessen, scheinen von 24. bis 29. Jänner, dann am 18. bis 19. Februar Eisgänge stattgefunden zu haben.

Melk.

Drei Eisperioden wie an der vorigen Station, die erste genau übereinstimmend, die zweite um einen Tag früher, die dritte um zwei Tage später beginnend und beziehungsweise einen und zwei Tage später endend.

Auch die Tage der Maxima der treibenden Eismenge stimmen nahe überein, so wie die letzteren selbst.

Die Angaben über die Eisdicke sind aber sehr divergent und bei Melk durchgehends viel kleiner. Die Maxima sind nämlich

in Ybbs: 12·5, 15, 6
„ Melk: 5, 3, 0·5.

Diese Angaben gelten daher an beiden Stationen wahrscheinlich für Standeis und würde sich die weit geringere Eisdicke bei Melk durch die beträchtlich größere Stromgeschwindigkeit erklären lassen, welche der Ansetzung des Unterschubes ungünstig ist.

Sehr bemerkenswerth sind die öfteren Schwankungen des Wasserstandes an einem und demselben Tage, indem sie eine tägliche Periode deutlich erkennen lassen. Ich führe daher die Beobachtungen dieser Tage speciell an:

Februar	8^h Morgens	4^h Abends	Differenz
5.	—1′ 2″	+1′ 2″	2′ 4″
6.	—0 8	+0 3	0 11
10.	—1 6	+0 9	2 3

Februar	7h Morgens	4h Abends	Differenz
11.	—1′ 2	+0 3	1′ 5″
13.	—0 7	+0 7	1 2
16.	—0 4	+0 7	0 11

Zu einer Erklärung fehlen die Anhaltspunkte.

Überdies waren die Schwankungen des Wasserstandes auch bedeutender als an der vorigen Station. Der Eintritt der ersten Eisperiode bewirkte eine Abnahme des Wasserstandes von + 3′ 7″ auf —1′ 9, bald nach Eintritt des ersten Maximums der Treibeismenge. Nach dem zweiten Maximum war der Stand bereits auf —3′ 3″ gesunken, die Thaufluth schwellte ihn dann wieder auf + 1′ 8″ (30. Jänner) vor Eintritt des letzten Maximums der ersten Periode, die den zweiten Eisgang bewirkende Thaufluth auf + 2′ 10″ (18. Februar). In der Zwischenzeit dieser beiden Thaufluthen fallen die bereits angeführten, so bemerkenswerthen täglichen Schwankungen.

Die Stromgeschwindigkeit ist bei dieser Station sehr groß, größer als bei irgend einer andern, Arnsdorf ausgenommen, daher sich auch der Stoß schwerer stellt. Die größte Geschwindigkeit, mit 7′ 1½″ wurde bei Eisgang und zunehmenden Wasserstande am 25. Jänner beobachtet, obgleich der Wasserstand nur —1′ 0″ war. Nahe bei den höchsten Wasserständen, bei Eintritt der ersten und dritten Eisperiode, war die Geschwindigkeit 7′ 0″, die kleinste mit 6′ 2½″ wurde auch bei dem tiefsten Wasserstande aufgezeichnet.

Die Eisperioden begannen bei Temperaturen von —4°5 bis —8° und endeten bei —1 bis —4°. Obgleich die Temperatur am 14. Jänner bis —15°5 abnahm und von 12. bis 20. sich nie über —11° (in den Morgenstunden) erhob, so kam es dennoch nicht zur Stellung des Stoßes, ohne Zweifel der großen Stromgeschwindigkeit wegen.

Mitter-Arnsdorf.

Die erste Eisperiode, welche im Allgemeinen mit jener an der vorigen Station der Zeit nach genau übereinstimmt, zeigt am 28. (theilweise auch am 29.) und am 30. Jänner eine Unterbrechung, wodurch sie sich eigentlich in drei Unterperioden abtheilt.

Die zweite Periode stimmt in Beziehung auf die Zeitgrenzen ebenfalls völlig überein, die dritte beginnt aber zwei Tage früher.

Die treibenden Eismengen sind durchwegs geringer. In allen Perioden zusammen erreichen sie in

	Melk	Arnsdorf
	an Tagen	
0·1	42	35
0·2	31	23
0·3	25	21
0·4	19	15
0·5	11	4
0·6	5	0

Auch die Dicke des Eises ist hier viel geringer als bei Melk, überschreitet nie drei Zoll und beträgt nicht selten selbst weniger als 1". Man kann hieraus auf Eisbrücken auf der Zwischenstrecke schließen, welche nur den Unterschub passiren ließen.

Am 25. und 29. Jänner dürften jedoch Eisgänge gewesen sein und in den ersten Tagen der ersten Eisperiode ein ungestörter Zuzug von Treibeis stattgefunden haben.

Der Wasserstand ist bedeutenden Schwankungen unterworfen. Von 1. bis 17. Jänner findet ein Sinken von $+1' 4''$ auf $-2' 10''$, dann bis 26 (Eisgang) wieder ein Steigen auf $+0' 3''$, darauf bis 13. Februar wieder ein Sinken auf $-3' 0''$, dem ein neuerliches Steigen bis 19. auf $+1' 9''$ folgt, welches auch noch einen Eisgang bei Beginn der dritten Periode andeutet.

Bei den höchsten Wasserständen wurde die Stromgeschwindigkeit mit 7' und selbst 8' notirt, bei den tiefsten mit 5' 4", erreicht und überschreitet daher selbst jene an der vorigen Station.

Die Eisperioden begannen bei Temperaturen von -1 bis $-9°$ und enden bei -2 bis $-4°$. Von 12. bis 20. Jänner fanden täglich Temperaturen von $-10°$ bis $-15°$ statt, ohne daß sich der Stoß stellte oder die treibende Eismenge auch nur über 0·4 anwuchs. Den Eisgängen gingen Temperaturen von $+3°$ und $+5°$ voraus.

Tulln.

Ist die erste Station, an welcher so wie an allen folgenden Stationen die Eisstellung von Dauer war. Es ist daher begreiflich, daß die Verhältnisse sehr abweichen von jenen an der vorigen Station.

Der erste Eistrieb begann hier ebenfalls am 2. Jänner, während aber an der vorigen Station der Stoß gar nicht zum Stehen kam, stellte er sich hier bereits am 17. Jänner und ging erst am 26. wieder ab. In W. [illegible] wurde etwa einen halben Tag früher ein Eisgang beobachtet.

Am 30. Jänner stellte sich neuerdings ein Eistrieb ein und schon am 1. Februar stand der Stoß wieder in der ganzen Strombreite, woselbst er bis am 17. Abends blieb; nun ging der Stoß plötzlich ab und stellte sich auch später kein Eistrieb mehr ein.

In der Zwischenzeit der beiden Eisperioden hatte auch an der vorigen Station der Eistrieb an einigen Tagen aufgehört. Der zweiten Eisstellung entspricht ein Maximum des Eistriebes an der vorigen Station.

Der Wasserstand nahm vom Zeitpunkte der ersten Eisbildung bis zum Momente der ersten Eisstellung von + 0' 10'' bis — 4' 0'' ab. Aber so lange der Stoß stand, erhob er sich rasch binnen wenigen Tagen auf + 3' [illegible] also um 7' und erhielt sich nahezu auf dieser Höhe bis zum Abgange des Eises, welchem aber, binnen wenigen Stunden, eine Steigerung auf + 8' 4'' voranging, so daß er nun um 12' 4'' höher war, als das Minimum vor der Eisstellung.

Auch bis zum Eintritte der zweiten Eisstellung sank der Stand [illegible] auf + 2' 4'', derselbe schwellte ihn binnen wenigen Stunden auf + 6' 4'' und während der Stoß stand, nahm der Wasserstand [illegible] nicht unter + 3' 9'' ab und erhob sich vor dem zweiten Eisgange bis + 6' 6'', dieser selbst bewirkte eine schnell vorübergehende Abnahme auf + 5' 4'', worauf sich neuerdings nahe die frühere Höhe einstellte, von welcher jedoch dann der Stand rasch wieder bis unter Null sank.

Hiernach ergeben sich zwei Stau- und zwei Thaufluthen, von welchen die zweite zwei Maxima hatte.

Die Angaben über Eisdicke sind sehr genau und beziehen sich

1. auf das Landeis (Randeis?)
2. das Eis im stehenden Wasser,
3. auf das Treibeis.

Die Aufzeichnungen über die Dicke des Landeises wurden nur bis zur ersten Eisstellung fortgesetzt, und gehen bis 28'', welche nun notirt wurden.

Das Eis in stehendem Wasser wuchs in der ersten Eisperiode bis 15″, nahm nach Abgang des ersten Stoßes auf 13″ ab, um sich, während der zweite stand, wieder auf 18″ zu erhöhen. Einige Tage hindurch nach Abgang des zweiten Stosses hat die Eisdicke sich noch auf 15″ erhalten.

Die Dicke des Treibeises wuchs bis zur ersten Eisstellung auf 5″, erhöhte sich aber schon am folgenden Tage (18. Jänner) auf 26″, am 22. Jänner war sie wieder plötzlich nur mit 16″ angegeben, wobei es blieb bis zum ersten Eisgange. Für die zweite Eisstellung fehlen die Angaben.

Wenn man von den ersten Tagen absieht, so war die Eisgeschwindigkeit, so lange der Strom Treibeis führte, constant 6′, dieselbe wurde auch beim zweiten Eisgange, beim ersten hingegen mit 7′ beobachtet. Vor der Eisstellung zeigte sich in beiden Fällen eine beträchtliche Verminderung.

Die beiden Eisperioden begannen bei Temperaturen von —8° und —4°. Wiederholte Eisperioden werden gewöhnlich durch weniger tiefe Temperaturen eingeleitet, besonders wenn sie schnell folgen, weil die Temperatur des Wassers sich nach Eisgängen nur langsam über den Gefrierpunkt erhebt und eine geringere Depression der Lufttemperatur hinreicht, die Temperatur des Wassers wieder auf den Gefrierpunkt herab zu drücken.

Die Eisstellungen erfolgten bei —13° und —2° (am Tage vorher —6°) die Eisgänge bei —1° (früher +5°) und +6°.

Höflein.

Die beiden Eisperioden an der vorigen Station sind hier in eine Einzige vereint, welche von 2. Jänner bis 22. Februar dauert, also gleichzeitig wie die erste an der vorigen Station beginnt, aber um fünf Tage länger anhält als an der früheren.

Auch in Beziehung auf den Tag der Eisstellung besteht Übereinstimmung. Die geschlossene Eisdecke erhielt sich demnach 37 Tage lang.

Die Dicke des Eises im stehenden Wasser wuchs bis 17″ (10. Februar) und erhielt sich bis zum Eisgange auf 16″.

Der Wasserstand nahm seit dem Eintritte der Eisperiode bis nahe zur Eisstellung von 0′ 0″ auf —3′ 4″ ab, letztere erhöhte ihn [illegible] auf — [illegible] um [illegible] in den letzten 24 Stunden [illegible] um [illegible]

[illegible] kam der Wasserstand nicht mehr unter — [illegible] und erhöhte sich am vierten Tage vor dem Eisgange auf — [illegible] dem Eisgange war der Stand wieder auf — [illegible] gesunken und da die Eisdicke 14 [illegible], so kann der Eisgang nur der geringeren Consistenz des Eises zugeschrieben werden. Am dritten Tage nach dem Eisgange war der Stand bereits auf — [illegible] gesunken.

Die [illegible] ist zu Anfang und Ende der Eisperiode nur 4 angegeben.

Temperatur-Aufzeichnungen fehlen wegen Mangels eines Thermometers.

Nussdorf

In Beziehung auf die Zeit stimmen die Eisverhältnisse mit jenen an der vorigen Station genau überein, nur erfolgte die Eisstellung zwei Tage früher. Auch war die treibende Eismenge vor derselben [illegible] größer. Vom 6. bis 8. Jänner wurde schon ein [illegible] 9 beobachtet, während dieses am 8. bei [illegible] 5 war. Auch das Minimum in der Zwischenzeit bis zur Eisstellung [illegible] unter 0·3 herab, während es bei Höflein [illegible] war.

Die Dicke des Eises im stehenden Wasser stimmt in allen Phasen [illegible] Zeitangaben [illegible] an der vorigen Station, so daß man fast versucht sein könnte, zu glauben, daß die Messungen nur an einer Station vorgenommen worden sind.

Die Bewegungen des Wasserstandes sind jenen an der vorigen Station ähnlich. Mit dem Eintritte der Eisperiode beginnt eine Abnahme von + 1' 10" auf — 2' 4". Mit der Eisstellung tritt eine plötzliche Zunahme ein von — 2' 0" auf + 3' 10" und steigert sich später auf + 5' 10". Hierauf tritt aber wieder eine Abnahme ein bis auf — 0' 2", worauf der Stand sich neuerdings auf + 4' 2" erhebt. Vor dem Abgange des Eises hat sich der Stand wieder auf + 1' 6" vermindert, nach dem Abgange auf + 2' 10" erhöht, um dann rasch wieder zu sinken.

Beim Eintritt der Eisperiode war die Stromgeschwindigkeit 5', spätere Angaben fehlen.

Die Eisperiode stellte sich bei einer Temperatur von —8° ein, die Eisstellung fand bei —11° statt (an vorhergehenden Tagen —13°). Am Tage vor dem Eisabgange war die Temperatur auf + 2, einige Tage früher bis + 5° gestiegen. Überhaupt erhob sich die Temperatur von 25. Jänner bis 22. Februar nicht selten über 0°, ja am 31. wurden +7° und schon einige Tage früher +2 bis +4°5 beobachtet, ohne daß das Eis abging. Die tiefste Temperatur (—16°) war am 17. Jänner, am Tage der Eisstellung an der vorigen Station.

Floridsdorf.

Die graphische Darstellung ist zu flüchtig entworfen, als daß sie sichere Anhaltspunkte geben könnte, zur Bestimmung der Zeit des Endes und Anfanges der Eisperiode.

Es scheint der Anfang auf den 1. oder 2. Jänner zu fallen und der Eistrieb bis Ende Februar sich fortzuziehen, mit welchem die Zeichnung abbricht. Am 16. Jänner stand bereits der Stoß und scheint dies bis um den 20. Februar herum gedauert zu haben.

Die größte Eisdicke vor Beginn des Eisganges wird zu 20″ angegeben.

Mit der Bildung des Treibeises nahm der Wasserstand von 0′ 0″ auf —4′ 0″ ab, erhob sich aber schon am ersten Tage der Eisstellung wieder auf + 0′ 10″. So lange diese dauerte, fehlen die Angaben, welche sich erst um die Zeit des Eisaufbruches wieder finden. Ein Maximum mit + 3′ 3″ wurde von 19. bis 20., ein zweites mit + 2′ 8″ von 23. bis 24. Februar beobachtet.

Die Stromgeschwindigkeit nahm mit Eintritt der Eisperiode bis zur Eisstellung von 9′ 2″ auf 2′ 4″ ab, beim Eisgange wieder von 1′ 7″ auf 6′ 6″ zu.

Die Treibeisbildung begann bei —7° Temperatur, die Eisstellung erfolgte bei —12°, an den Tagen des Eisganges stieg die Temperatur nicht über + 2°.

Fischamend.

Normale Verhältnisse wie bei Nußdorf. Die Treibeisbildung beginnt an demselben Tage, die Eisstellung erfolgt aber einen Tag früher, der Eisaufbruch zwei Tage später. Auch zieht die Eisdecke nicht plötzlich ab, sondern dauert der Eisgang nach rascher Abnahme der Eismenge mehrere Tage fort.

[illegible] Eisverhältnisse sind [illegible] different. [illegible] Februar zunimmt und sich [illegible] im Februar schon [illegible] Februar ist sie hier nur mit 10 angegeben, [illegible] Anfangs das umgekehrte Verhältniss [illegible] der Angabe vom 19. Jänner [illegible] im Maximum nur 10 beobachtet wurden, am zweiten Tage des Eisganges wurden noch 8 notirt.

Die [illegible] des Wasserstandes sind ähnlich und im Allgemeinen [illegible] Mit dem Eintritte der Eisperiode beginnt ein rasches Sinken von — [illegible] welcher tiefe Stand sich erhält bis am Tage vor der Eisstellung. Mit dieser tritt wieder ein plötzliches Steigen [illegible] binnen 2 Tagen.

So lange der Stoss stand, [illegible] die Höhe nicht mehr unter — [illegible] Jänner [illegible] das hohe Stauwasser hielt bis zum Eisgange [illegible] Schwankungen, die am 27. Jänner den Stand auf — [illegible] Februar auf $+9\ 2$ schwellten, welchen hohen Stand sich bei Eintritt des Eisganges wieder auf — [illegible] Erst mit dem Abgange des Eises trat rasches Sinken [illegible] auf $+0\ 9$.

Die Stromgeschwindigkeit [illegible] Eintritte der Eisperiode [illegible] vorübergehend selbst 6, am Tage [illegible] auf 3 [illegible].

Die Eisperiode begann bei einer Temperatur von —8° und endete [illegible] —3°, der Eisgang trat bei +2° ein.

Am Tage der Eisstellung war die Temperatur auf —10°, an den vorhergehenden Tagen bis auf — 14° gesunken. Während der Stoss stand, wurden an mehreren Tagen höhere Temperaturen, bis +5°, beobachtet. Es scheint dies mit dem Mangel an Thauwasser in Folge ungenügender Schneemenge in Verbindung zu stehen, wahrscheinlicher mit der grossen Consistenz der Eismassen in Folge der sehr tiefen Temperaturen von 1. — 22. Jänner (immer unter — 6°), während die früher erwähnten höheren Temperaturen immer eine Erhöhung des Wasserstandes bewirkten und eine solche endlich auch den Eisgang zur Folge hatte.

Regelsbrunn.

Fast genau wie an der vorigen Station, nur erfolgte die Eisstellung einen Tag früher.

Das der Eisstellung vorangehende Maximum der Treibeismenge am 6. Jänner tritt mehr hervor, indem dieselbe bis zum Tage der Eisstellung wieder abnimmt.

Schon am ersten Tage des Treibeises ist die Eisdicke mit 9″ angegeben, sie steigert sich bis zum Maximum des Eistriebes (6. bis 7. Jänner) auf 18″. Während der Stoß stand, sind nur zwei Angaben, am 2. und 3. Februar mit 15 und 17″ gemacht worden.

Der Wasserstand zeigt bedeutend kleinere Schwankungen wie an der vorigen Station, sie liegen zwischen den Grenzen + 0′ 2″ und + 5′ 4″.

Die Stromgeschwindigkeit ist viel geringer und nahm vom Eintritte der Eisperiode bis am Tage vor der Eisstellung von + 4 0″ auf + 2′ 0″ ab. Beim Eisgange war sie + 3′ 6″.

Der Eistrieb begann bei — 9° Temperatur und hörte auf bei + 2°, die Eisstellung fand statt bei — 13°.

Hainburg.

Wie an der vorigen Station, jedoch nahm die Treibeismenge, welche auch größer war, bis zur Eisstellung zu, welche einen Tag früher erfolgte.

Die Eisdicke wuchs stetig bis 24. Jänner auf 18″ und unterlag dann Schwankungen, wobei sie bis auf 12″ abnahm. So stark war das Eis noch beim Eisgange.

Die Schwankungen des Wasserstandes sind bedeutend. Während der Treibeisbildung sank der Stand von + 2′ 2″ auf — 3′ 0″, erhob sich aber mit der Eisstellung plötzlich wieder auf + 5′ 3″ und so lange der Stoß stand, ging die Höhe nicht mehr herab unter + 1′ 2″. Ende Jänner war die Höhe + 5′ 5″ also größer als bei der Eisstellung, der Eisgang erfolgte bei + 6′ 10″.

Die Stromgeschwindigkeit ist nur zweimal notirt, mit 4′ 0″ übereinstimmend, bei der ersten Treibeisbildung und beim Aufbruche des Eises.

Die Lufttemperatur bei beiden Ereignissen war beziehungsweise — 9° und + 3°, bei der Eisstellung — 11°.

Die March bei Schloßhof führte schon am 28. December Treibeis, während die Donau an den nächsten Stationen damit erst am 2. Jänner begann.

Die Eisstellung war schon am 1. Jänner erfolgt, bei Hainburg auf der Donau erst am 12., dagegen fing hier das Eis schon am 24. Februar abzugehen an, auf der March erst am 27.

Die Stromgeschwindigkeit, bei Beginn der Eisperiode und des Eisganges ist beziehungsweise nur mit 0′ 2″ und 0′ 8″ notirt. Bei den nahe übereinstimmenden Temperaturverhältnissen von Hainburg und Schloßhof erklärt sich die frühere Eisstellung aus der so eben erwähnten Ursache.

Pressburg.

Wie an der vorigen Station (Hainburg), doch erfolgte die Eisstellung um zwei Tage früher und unterlag der vorausgehende Eistrieb größeren Schwankungen, auch ging das Eis in den ersten Tagen nur allmälig ab, ja schon am zweiten Tage (25. Februar) blieb der Eisstoß vorübergehend wieder stehen. Dasselbe war auch der Fall am 27.

Die größte Dicke des Eises ist mit 16″ und am 31. Jänner angegeben, doch fehlen Aufzeichnungen seit dem 20., an welchem Tage sie 12″ war. Bis 15. Februar hatte sich die Eisdicke bereits auf 10″ verringert.

Die Schwankungen des Wasserstandes sind excessiv. Mit dem Eintritte der Eisperiode sinkt der Stand rasch von + 0′ 8′ auf — 3′ 0″, erhebt sich aber mit der Eisstellung plötzlich wieder auf + 5′ 8″, sinkt, so lange der Stoß stand, nicht mehr unter + 1′ 0″ (beobachtet am 14. Februar) und erhebt sich vor dem Eisaufbruche neuerdings auf + 5′ 3″.

Als hierauf der Abgang des Eises wieder ins Stocken gerieth, wurde der Wasserstand plötzlich auf + 14′ 8″ hinaufgeschnellt (am 24. Februar Abends), und zwar binnen 24 Stunden um 10′ 4″. Nahe auf dieser Höhe erhielt sich der Stand unter Schwankungen, jedoch im Allgemeinen um 2′ abnehmend, zwei Tage lang, um dann plötzlich wieder binnen drei Tagen auf + 0′ 3″ herabzustürzen; während gleichzeitig der Eisgang seinem Ende entgegen ging.

Die geringe Stromgeschwindigkeit von nur 0·5′ zur Zeit des höchsten Donaustandes am 24. Februar spricht entschieden für Stauwasser, die größte, mit 6′ am 27. beobachtete, für den raschen Abzug des Eises, welcher daher auch die oben bemerkte plötzliche Abnahme des Wasserstandes zu Folge hatte. Beim Aufhören des Eisganges war die Stromgeschwindigkeit auch wieder auf 4 und 3′ gesunken, also auf den Betrag bei Beginn der Eisperiode.

Die Eisbildung (Treibeis) begann bei einer Temperatur von — 7°5, der Eisgang hörte auf bei + 3°, nachdem jedoch eine Reihe von Tagen hindurch Temperaturen bis + 5°3 stattfanden. Die Eisstellung fand bei — 8°7 statt.

Komorn.

Die Verhältnisse sind hier wieder sehr ähnlich jenen an der vorigen Station. In Beziehung auf die Dauer der Eisperiode ergibt sich nur der Unterschied von einem Tage, um welchen hier der Eisgang später aufhört. Die Eisstellung erfolgte zwei Tage später, der Eisaufbruch dagegen wieder einen Tag früher. Auch die erste Stockung beim Eisgange fand statt, nur entsprechend dem früheren Eisabgange, ebenfalls einen Tag früher.

Die Eisdicke ist wenig verschieden, so weit dies nach den wenigen Angaben beurtheilt werden kann, nur bei der Eisstellung war sie hier viel geringer als an der vorigen Station, im Verhältniß 3 : 10.

Die Schwankungen des Wasserstandes sind aber bedeutend geringer. Abnorm ist die Zunahme bei Beginn der Eisperiode von 0′ 0″ auf + 1′ 7″ binnen zwei Tagen, welche aber bald wieder der normalen Abnahme Platz macht, so daß nach einigen Tagen der Stand auf — 3′ 0″ herabsinkt. Die Eisstellung hat nur eine Erhöhung bis auf — 0′ 2″ zur Folge, dann findet, während der Stoß stand, wieder eine Abnahme bis — 1′ 10″ statt. Wieder folgen zwei Extreme von + 1′ 9′ und — 0′ 10″, worauf sich der Wasserstand bis zum Eintritt des Eisganges auf + 4′ 4″ erhebt und in dieser Höhe auch bis zur Eisstockung erhält. Noch während derselben tritt Abnahme bis + 2′ 3″ ein, welche den Eisabgang stromabwärts anzeigt. Bevor jedoch der Eisgang noch zu Ende geht, findet ein neuerliches Steigen auf + 4′ 2′, statt.

Ich habe bei diesen Änderungen des Wasserstandes länger verweilt, weil sie einige Anomalien aufweisen, einer davon habe ich bereits oben erwähnt, als solche sind auch die erwähnten Schwankungen während des Eisganges zu betrachten.

Der anfängliche Eisgang und das baldige Stocken desselben bewirkten keine erheblichen Änderungen des Wasserstandes. Als eine Anomalie ist auch die Abnahme des Wasserstandes nach einer Reihe strenger Fröste anzusehen, während der Stoß stand. Die rasch zunehmende Eisdicke war also nicht vermögend, den verminderten Zufluß zu compensiren.

Die Eisperiode begann bei einer Temperatur von $-7°$ und endete bei $+5°$. Temperaturen bis $+10°$ gingen jedoch eine Reihe von Tagen hindurch voraus. Am Tage der Eisstellung war die Temperatur auf $-15°$ gesunken, am Tage vor dem Eisabgange war sie auf $+6°$ gestiegen. Die Eisstockung (Unterbrechung des Eisganges) wurde durch ein Temperatur-Maximum von $+8°$ behoben. Am folgenden Tage erhielt ein Maximum von $+10°$ den Eisgang im Gange.

Gran.

Die Eisperiode beginnt einen Tag früher als an der vorigen Station und endet einen Tag später. Die Eisstellung war übereinstimmend am 12. Jänner eingetreten, der Eisabgang am 23. Februar, er scheint am 24. ebenfalls ins Stocken gerathen zu sein, doch schneller vorübergehend, ein zweites Mal am folgenden Tage, jedoch nur momentan.

Die Eisdicke nahm bis auf 10″ zu und erhielt sich in dieser Stärke vom 22. Jänner bis 21. Februar, wie aus den täglichen Messungen zu entnehmen ist. Die Schwankungen des Wasserstandes sind jenen an der vorigen Station sehr ähnlich und stimmen auch in Beziehung auf die Amplitude nahe überein. Die beiden Scheitel der Curve während des Eisganges sind aber bedeutend abgeflacht.

Aufzeichnungen über Stromgeschwindigkeit fehlen, so wie an der vorigen Station.

Am Tage der Eisstellung war die Temperatur auf $-14°$ gesunken. Aufzeichnungen bei Beginn der Treibeisbildung fehlen. Am Tage des Eisaufbruches stieg die Temperatur auf $+5°7$ (schon Morgens). Temperaturen von $+10°$ und $+9°3$ an den beiden folgenden Tagen wirkten der vorübergehenden Stockung des Eisganges entgegen.

Pest-Ofen.

In Beziehung auf Anfang und Ende, so wie die Dauer der Eisperiode stimmen Gran und Pest genau überein. Die Eisstellung erfolgte aber hier um drei Tage früher als bei Gran, der Aufbruch des Eises dagegen wieder um zwei Tage später. Auch fand der Eisgang ohne Stockung statt.

Ein vorübergehender geringer Eistrieb zeigte sich schon am 8. December. Es ist die erste Station, an welcher derselbe beobachtet worden ist.

Die Eisdicke ist nur bis 24. Jänner angegeben, an welchem Tage sie 12″ erreichte. Da sie von dieser Zeit an bei Gran nicht mehr zunahm, so ist anzunehmen, daß das Maximum beobachtet worden ist.

Die Schwankungen des Wasserstandes sind ähnlich jenen an der vorigen Station. Das Steigen bei Beginn der Eisperiode ist bedeutender und geht von + 4′ 0″ auf + 7′ 2″ binnen wenigen Tagen. Die Stellung des Stoßes bringt keine erhebliche Änderungen des früher wieder auf + 5′ 10″ gesunkenen Standes hervor. Während der Stoß stand, bewegen sich die Schwankungen zwischen + 4′ 2″ und + 7′ 0″. Der Eisgang tritt bei + 7′ 9″ ein. Noch während desselben wird mit + 11′ 5″ das Maximum beobachtet. Die beiden Scheitel der Curve zur Zeit desselben an den beiden vorigen Stationen sind hier in einem vereint, was anzudeuten scheint, daß die erwähnten beiden Maxima von den Zuflüßen, vielleicht der Waag und Gran, herrühren.

Die Stromgeschwindigkeit ist nicht angegeben. Am ersten Tage der Eisperiode war die Temperatur auf — 10° gesunken, auf — 8° am Tage der Eisstellung, beim Eintritte des Eisganges auf + 4° gestiegen. Nahe in dieser Höhe erhielt sie sich bis zu Ende des Eisganges. Die strenge Kälte, welche vom Tage der Eisstellung bis 20. Jänner (bei der Morgenbeobachtung — 7° bis — 21° erhielt) trug sehr zur Consistenz des Eises bei.

Adony.

Spuren von Treibeis zeigten sich hier von 7.—11. December. Die dauernde Eisperiode beginnt an demselben Tage wie an der vorigen Station, und endet einen Tag später. Die Eisstellung erfolgte 1½ Tag früher, der Eisgang um drei Tage später.

Die Angaben über Dicke des Eises reichen bis 18. Jänner, an welchem Tage 11″ gemessen wurden. Beim Eintritt des Eisganges wird die Dicke mit 12″ angegeben.

[illegible]

[illegible] Temperatur [illegible] Zunahme tri [illegible] Tauwetter [illegible]

[illegible] Temperatur von — 3 9 [illegible] der Stufe stand [illegible] + 7 4 [illegible] Erhö[illegible] + 9 8 [illegible]

[illegible] Die Tem[illegible] — 3° [illegible] — 8°. [illegible] Temperatur — 9° [illegible] Temperatur [illegible] — 16°. [illegible] über der Gefrier[illegible]

[illegible]

[illegible] aber zwei [illegible] des [illegible]

[illegible] an 4 und

[illegible] Er[illegible] Einstellung [illegible] Unter [illegible] bis + 8 [illegible] allmählig auf

Mohács.

Die Eisperiode dauert nur einen Tag länger als an der vorigen Station und stimmt sonst genau überein. Die Eisstellung erfolgte $1\frac{1}{2}$, der Eisgang $2\frac{1}{2}$ Tage früher.

Die größte Eisdicke, mit 16″, ist am 5. Februar angegeben, am 22. Februar hat sie bereits auf 8″ abgenommen.

Mit dem Eintritt der Eisperiode nimmt der Wasserstand normalmäßig ab, bis auf — 3′ 10″; die Eisstellung bewirkt wieder sein stufenweises Steigen bis + 0′ 10″ (am fünften Tage nach der Eisstellung). Ein zweites, fast genau eben so hohes Maximum tritt am 6. Februar ein. Die beiden ebenfalls nahe stimmenden Minima mit — 2′ 10″ wurden am 18.—19. Jänner und 22. Februar beobachtet.

Bis 2. März und während der Eisgang stattfindet, erhebt sich der Wasserstand bis + 7′ 9″, ein secundäres Maximum mit + 4′ 0″ wurde schon am 28. Februar beobachtet.

Von 26.—28. Februar gerieth der Eisgang auch täglich ins Stocken. Eine bedeutende Zunahme des Eistriebes wurde noch am 1. März beobachtet.

Beim Beginnen der Eisperiode war die Temperatur auf — 8° gesunken, am Tage vor der Eisstellung auf — 12°, von Eintritt des Eisganges war sie auf + 7° gestiegen.

Übersicht 1863/4.

Sieht man ab von einer kurzen Vorperiode mit Treibeis, welche nur bei Pest-Ofen und Adony bemerkt ist und mit dem 7. December beginnt, in welcher Vorperiode aber die Treibeismenge 0·1 nicht überschritt, so begann die Bildung von Treibeis an allen Stationen gleichzeitig, in Aschach an der baierischen Grenze, dann von Gran abwärts am 1., an den übrigen Stationen am 2. Jänner.

An allen war die treibende Eismenge hierauf in stetiger Zunahme, und wurde nach Verschiedenheit der Station in den Tagen von 3.—8. ein Maximum der treibenden Eismenge erreicht.

An einigen Stationen schloß sich an diese Zunahme bereits die Stellung des Stoßes an, so bei Pest-Ofen am 9., Adony am 8., Szegzárd am 6., Mohács am 4., also weit vorwiegend im Unterlaufe des Stromes.

Ein zweites und an einigen Stationen selbst drittes Maximum der treibenden Eismenge ergab sich in der Zwischenzeit von 10. bis 18. Jänner.

Dieses führte an allen Stationen, an welchen es überhaupt zur Stellung des Stoßes in diesem Winter kam, zur Eisstellung; bei Grein, N. Wallsee, Tulln und Höflein am 17., bei Nußdorf am 15., Florisdorf am 16., Fischamend am 14., Regelsbrunn am 13., Hainburg am 12., Preßburg am 10., Komorn am 12., Gran am 12., also wieder mit geringer Ausnahme an den untern Stationen früher als an den obern.

Man kann demnach sagen, daß von 4. bis 17. Jänner der Eisstoß in ununterbrochenem Aufbau begriffen war von den unteren zu den oberen Stationen.

In der Zeit von 23. bis 30. Jänner hörte an den obern Stationen von Aschach bis Tulln der Eistrieb wieder auf. Bei Grein, N. Wallsee und Tulln, wo der Stoß stand, ging derselbe auch ab. Bei Ybbs und Melk fanden Eisgänge (Durchzüge) statt, ein Eistrieb in geringer Menge dauerte fort.

An allen übrigen Stationen von Höflein abwärts blieb die Eisstellung ungeändert.

An den eben erwähnten eisfreien Stationen stellte sich von 29. bis 31. Jänner eine zweite Treibeisperiode ein, bei Linz ging auch noch eine secundäre von 26. bis 27. Jänner voraus. Auch diese zweite Periode ging von 4. bis 6. Februar wieder vorüber [1]), ohne daß es zur Stellung des Stoßes kam, Tulln ausgenommen, wo dies am 2. Februar, also zum zweiten Male in diesem Winter der Fall war. Hier und bei Aschbach grief diese Periode in die zunächst darzustellende dritte über, so wie bei Ybbs und Melk die erste in die zweite.

An den Stationen von Höflein abwärts wurde auch während der zweiten Treiseisperiode in der Eisstellung nichts geändert.

An den oberen Stationen von Aschbach [2]) bis M. Arnsdorf stellte sich am 9. Februar (in Ybbs am 10.) eine dritte Treibeisperiode ein, aber auch diese ging schon am 13. wieder zu Ende (in Ybbs am 14.)

---

[1]) Bei Aschach ist dies nur durch ein Minimum der treibenden Eismenge angedeutet, vom 6.—9. Februar.

[2]) Hier fand nur eine neue Zunahme der Treibeismenge statt.

verzögerte sich nur in Tulln bis 17., weil hier der Stoß stand
t so lange stehen blieb.

In der Eisstellung der unteren Stationen wurde auch während
...ser Periode nichts geändert.

Eine vierte und letzte Eisperiode von noch kürzerer Dauer ergab
n an den oberen Stationen von 18. bis 21. Februar. Sie fällt bei
iln aus, indem hier kein Eistrieb beobachtet worden ist.

An den Stationen von Höflein abwärts erfolgte endlich der Eis-
rchbruch. Es war dies der Fall bei Gran am 23., bei Höflein, Nuß-
rf und Komorn in der Nacht vom 22. — 23., Preßburg 23. — 24.,
schamend, Regelsbrunn, Hainburg am 24., Ofen und Mohács am
5., Szegszárd vom 27. — 28. und Adony am 28. Der hierauf fol-
ende Eisgang endete bei Höflein selbst und Nußdorf schon am 23.
mit dem Eisaufbruche; auf der Strecke von Fischamend bis Preßburg
m 29. (Regelsbrunn 28.) Februar; Komorn am 1., Gran und Pest-
Ofen am 2., Adony und Szegszárd am 3. und an der untersten
Station, bei Mohács erst am 4. März, ein kleinerer Eisgang folgte hier
noch nach am 6.

Wir finden demnach, von localen Anomalien absehend, eine fort-
schreitende Verzögerung des Endes der Eisperioden, von den oberen
nach den unteren Stationen, während die erste Bildung des Eises
fast gleichzeitig an allen beginnt.

Die folgende Zusammenstellung erleichtert den Überblick.

	Zahl	Gesammtdauer der Treibeis-		Zahl	Gesammtdauer der Standeis-
		Perioden (in Tagen)			
Aschach	3	52[1]	43[2]	0	0
Linz	5	51	40	0	0
Mauthausen	4	51	35	0	0
Grein	4	51	39	1	10
N. Wallsee	4	51	35	1	4
Ybbs	3	49	42	0	0
Melk	3	51	42	0	0
M. Arnsdorf	5	51	42	0	0
Tulln	2	47	43	2	25

[1] Mit Einrechnung der eisfreien Zeitlücken.
[2] Mit Abschluß derselben.

	Zahl	Gesammtdauer der Treibeis-		Zahl	Gesammtdauer der Standeis-	
		Perioden (in Tagen)				
Höflein	1	52	— [1])	1	37	
Nußdorf	1	52	—	1	39	
Fischamend	1	59	—	1	41½	
Regelsbrunn	1	58	—	1	42½	
Hainburg	1	59	—	1	43½	
Preßburg	1	59	—	1	44½	46½ [2])
Komorn..........	1	60	—	1	42	43
Gran............	1	62	—	1	42½	43
Pest-Ofen	1	62	—	1	47	47
Adony...........	1	63	—	1	51½	51½
Szegszárd........	1	63	—	1	53	53
Mohács	1	65½	64½	1	52	53½

Die Beobachtungen über Eisdicke erlauben keine allgemeinen Schlußfolgerungen, weil sie lückenhaft und auch der sehr bedeutenden localen Einflüsse wegen, nur wenig vergleichbar sind.

Wichtiger sind die Wasserstands-Verhältnisse, deren Änderungen wenigstens sich genau angeben lassen, wenn auch die Pegelstände nicht vergleichbar sind.

An allen Stationen von Aschach bis Preßburg abwärts trat mit dem Anfange der Treibeisbildung eine Verminderung des Wasserstandes ein, welche sich 3 bis 7 Tage lang fortsetzte. Die übrigen Stationen zeigen aber abweichende Verhältnisse.

Bei Komorn, Gran und Pest-Ofen trat diese Abnahme erst einige Tage später ein und fand in den ersten Tagen sogar eine Zunahme statt. Bei Adony geht diese in die Schwellung über, welche eine Folge der Eisstellung ist. Bei Szegzárd ist sie schon gering, das bald eintretende Fallen des Wasserstandes wird abgelöst von der Schwellung in Folge der Eisstellung. Bei Mohács ist die erwähnte Erhöhung bereits verschwunden. Sehr wahrscheinlich war es ein von Station zu Station verzögertes Maximum des Wasserstandes, welches bei den oberen Stationen noch vor Eintritt der Eisperiode stattfand. An der obersten Station, bei Aschach wenigstens, der einzigen, an

[1]) Nur eine.

[2]) Mit Einschluß der Stockungen.

welcher die Darstellung der Wasserstandscurve nicht erst mit dem Eintritte der Eisperiode beginnt, findet sich ein solches Maximum am 31. December verzeichnet.

Von größerer Bedeutung ist aber das Eintreten der Stauflutb in Folge der Eisstellung. Hiedurch wurde der Strom geschwellt in

Grein	um	12′	2″	binnen	2	Tagen
Wallsee	„	1	6	„	3	„
Tulln	„	7	0	„	5	„
Höflein	„	6	9	„	1	„
Nußdorf	„	5	10	„	2	„
Fischamend...	„	6	8	„	2	„
Regelsbrunn ..	„	2	0	„	1	„
Hainburg	„	8	3	„	2	„
Preßburg	„	8	8	„	1	„
Komorn......	„	2	10	„	4	„
Gran........	„	2	6	„	4	„
Pest-Ofen	„	0	6	„	3	„
Adony.......	„	6	0 [1]	„	8 [1]	„
Szegszárd....	„	6	0	„	1	„
Mohács	„	4	8	„	5	„

Vergleicht man die andern Stationen, an welchen keine Eisstellung stattfand, so sieht man, daß eine solche rasche Erhöhung des Wasserstandes an denselben auch nicht eingetreten ist und daher nur der Eisstellung zugeschrieben werden kann. Durch das Festsetzen und Zusammenschieben des Treibeises zu „Eisbrücken" wird zunächst das Stauwasser erzeugt, welches wieder die Stromgeschwindigkeit abschwächt und dadurch die Ausbreitung des sich sammelnden Treibeises über die ganze Stromfläche begünstigt, ohne welche eine geschlossene Eisdecke nicht zu Stande kommen kann.

Die Stauflutb erhielt sich unter Schwankungen, die vorzüglich von der Temperatur abhängen, so lange der Eisstoß stand. Eine zweite bedeutende Erhöhung fand vor Eintritt des Eisganges statt, wie aus folgender Zusammenstellung zu entnehmen ist.

---

[1] Nur theilweise der Eisstellung zuzuschreiben.

Grein	3′ 1″	in	1	Tagen
Wallsee	6 9	„	2	„
Tulln [1])	5 8	„	1	„
Höflein	4 0	„	4	„
Nußdorf	4 4	„	3	„
Fischamend	5 4	„	6	„
Regelsbrunn	4 5	„	6	„
Hainburg	5 7	„	7	„
Preßburg	4 3	„	5	„
Komorn	5 1	„	8	„
Gran	5 2	„	10	„
Pest-Ofen	3 7	„	6	„
Adony [2])	5 0	„	11	„
Szegszárd [3])	5 5	„	7	„
Mohács [4])	2 7	„	3	„

Man kann schon a priori erwarten, daß das Stauwasser vor dem Eisabgange höher sein werde, als bald nach der Eisstellung. Die Consistenz der Schichte von Kerneis, welche die Eisrinde zusammenhält, wird mindestens jener nach der Eisstellung gleich kommen müssen, in den meisten Fällen aber, wenn sich eine hinreichend tiefe Temperatur erhielt, viel bedeutender sein. Das Thau- und Schmelzwasser ist ebenfalls in Vermehrung. Es wird nur noch auf den Unterschub von Dust ankommen, auf welchem die Rinde von Kerneis lagert. Hat sich dieser seit der Eisstellung vermindert, und eine solche Verminderung tritt schon ein, wenn die tiefen Temperaturen, welche zur Vermehrung des Dustes erforderlich sind, von Temperaturen abgelöst werden, welche noch einige Grade unter dem Gefrierpunkte sind, so kann die gewöhnliche Zunahme des Wasserstandes vor dem Eisabgange auf ein Minimum sinken, compensirt werden und selbst in eine Abnahme übergehen, weil der Abzug des Stauwassers um sich greifen kann. Im Gegenfalle wird die Stauflnth vor dem Aufbruche des Eises, jene kurz nach der Eisstellung, um so mehr überragen.

[1]) Beim zweiten Eisaufbruche 2′ 10″ in zwei Tagen.

[2]) Diese Erhöhung setzte sich fort bis auf 7′ 0″, am zweiten Tage nach dem Eintritte des Eisaufbruches.

[3]) Bis auf 6′ 9″ einen Tag nach dem Eisaufbruche.

[4]) Auf 6′ 9″ am sechsten Tage.

Um nun schnell übersehen zu können, wie sich dieses Verhältniß an den verschiedenen Stationen in diesem Jahrgange gestaltete, hat man nur die absoluten Wasserhöhen beider Epochen zu vergleichen und es ergeben sich folgende Unterschiede, welche mit + bezeichnet sind, wenn der Stand vor dem Eisabgange höher war, als jener nach der Eisstellung.

Grein	— 1′	10″
Wallsee	+ 5	3
Tulln [1]	+ 5	4
Höflein	+ 3	6
Nußdorf	+ 0	2
Fischamend	+ 0	4
Regelsbrunn	+ 3	1
Hainburg	+ 1	6
Preßburg	— 0	6
Komorn	+ 4	5
Gran	+ 3	7
Pest	+ 1	5
Adony	— 0	2
Szegszárd	— 1	4
Mohács	— 1	1

Im Verlaufe des Eisganges zeigt sich ein Unterschied bei der Vergleichung der Stationen im Oberlaufe mit jenen im Unterlaufe des Stromes. Auf der Strecke von Grein bis Nußdorf ging der Eisstoß plötzlich ab. Wenigstens zeigt die graphische Darstellung Tags zuvor die Eismenge 1·0, am anderen Tage 0·0, wobei freilich in Anschlag kommt, daß der Eisgang in der Nacht stattfand. Aber auch bei Tulln, wo der Eisgang bei Tage stattfand, kann nach der Darstellung nur auf eine Dauer des Eisganges von wenigen Stunden geschlossen werden, während an den Stationen im Unterlaufe der Eisgang einige Tage hindurch dauerte, was offenbar andeutet, daß die Eisgänge im Oberlaufe nur locale Erscheinungen sind und im Unterlaufe erst stattfinden, wenn der Durchbruch im Oberlaufe allgemein erfolgte. Es ist ein analoges Verhältniß, wie bei der Eisstellung, welche im

---

[1]) Beim zweiten Eisgange +0′ 3″.

Unterlaufe allgemein, im Oberlaufe nur an einzelnen Stationen unter Begünstigung von Local-Verhältnissen stattfindet.

In Ungarn erleiden die Eisgänge nicht selten Stockungen, welche hier ebenfalls in Betracht zu ziehen sind.

Bei Preßburg setzte sich der Stoß in der Nacht von 23. bis 24. Februar in Bewegung. Am Abend zuvor war der Wasserstand $+4' 4''$, dann trat aber ein rasches Steigen durch Stauwasser ein, bis auf $+14' 8''$ binnen 24 Stunden, während der Eisgang, wenn auch sehr langsam, fortgedauert zu haben scheint. Am 25. stand er wieder still und dennoch verminderte sich der Wasserstand auf $+13' 3''$. Dann gerieth der Eisgang in der Nacht vom 25. bis 26. wieder in langsamen Gang, welcher in der Nacht von 26. bis 27. abermals stockte, wobei der Wasserstand sich neuerdings auf $+14' 2''$ erhob und später wieder auf $+12' 9''$ abnahm. Das Stocken des Eisganges bei gleichzeitiger Erhebung des Wasserstandes auf $+13' 2''$ dauerte am 27. bis um Mittag. Erst nun trat mit dem raschen Abzuge des Eises auch eine plötzliche Abnahme des Wasserstandes ein, welcher am Schluße des Eisganges auf $+0' 2''$ gesunken war und zwar schon am 29. Februar.

Bei Komorn begann der Eisgang in der Nacht von 22. bis 23. Februar bei $+4' 3''$ Wasserstand und dauerte fort am 23., ohne daß diese Höhe sich erheblich änderte. In der Nacht von 23. bis 24. schon gerieth der Eisgang wieder ins Stocken und dennoch nahm der Wasserstand am 24. fortwährend ab, obgleich der Stoß stehen geblieben war. Am Morgen des 25., als der Stoß in vollem Gange war, wurden nun $+2' 3''$ notirt.

Bei Gran gerieth der Eisgang, wenn auch vorübergehend, zweimal ins Stocken, ohne daß der Wasserstand seine steigende Tendenz erheblich änderte.

Bei Pest-Ofen, Adony und Szegzárd ging der Eisgang ohne Stocken vor sich.

Bei Mohács endlich, wo der Eisgang am 25. begann, setzte er sich dreimal an aufeinander folgenden Tagen fest und eben so oft wieder in Bewegung, ohne daß der Wasserstand seine steigende Tendenz änderte.

Aus folgender Zusammenstellung ersieht man, um wie viel sich die höchsten Wasserstände der Thaufluth über den tiefsten, während der Eisperiode, erhoben und das Datum der Maxima.

	1. Maximum		2. Maximum	
Aschach	+ 4′ 2″	18. Februar	+ 3′ 5″	21. Februar
Linz	+ 3 6	18.—19. Feb.	+ 3 0	24.—25.
Mauthausen...	+ 5 1	18.—19. „	+ 4 3	22.—23.
Grein	+ 6 9	18. Februar	+ 5 4	22. „
N. Wallsee...	+ 5 9	18. „	+ 3 11	22. „
Ybbs........	?		?	
Melk........	+ 6 0	18. „	+ 5 0	22. „
M. Arnsdorf ..	+ 4 7	19. „	?	?
Tulln	+10 8	17.[1] „	+ 5 6	21.—22.
Höflein	+10 4	19.[2] „	?	
Nußdorf.....	+ 6 5	17.[2] „	+ 5 1	23. „
Floridsdorf...	+ 7 3	19.—20.[1] Feb.	+ 6 8	23.—24.[1]
Fischamend ..	+12 0	20.[2] Februar	+11 0	23.[2] „
Regelsbrunn ..	+ 5 1	20.[2] „	+ 4 11	24. „
Hainburg	+ 9 9	21.[2] „	+10 2	26. „
Preßburg	+ 8 3	20.[2] „	+17 8	24.—25.[1]
Komorn	+ 7 3	22.[2] „	+ 7 1	29. „
Gran	+ 7 0	25.[1] „	+ 7 5	28. „
Pest-Ofen....	+ 3 9	25.[1] „	+ 7 5	27.—28.
Adony	+ 3 10	26. „	+ 8 1	1.—2. März
Szegszárd ...	+ 6 9	28.—29.[1] Feb.	+ 7 5	2. „
Mohács	+ 7 10	28.[1] Februar	+11 6	2. „

Bei beiden Thaufluthen stellt sich demnach für die ganze Strecke von Aschach bis Mohács eine Verzögerung von nicht weniger als 10 Tagen heraus, welche, wenigstens theilweise, den Hemmungen der Zuflüsse durch die Eisstellung zuzuschreiben ist.

Es erübrigen noch einige Betrachtungen über den Einfluß der Stromgeschwindigkeit und Lufttemperatur auf die Eisverhältnisse.

Die Aufzeichnungen über das erstere Element sind aber leider sehr lückenhaft, besonders an den ungarischen Stationen. Auch sind der häufigen Störungen durch die Eisstellung wegen, nur die Angaben bei Beginn der Eisperioden gut vergleichbar, wie schon daraus

---

1) Gestört durch den Eisgang.

2) Während der Stoß noch stand.

[illegible] in Beziehung auf die Zeit der ersten [illegible] Wir erhalten im Mittel

für die österreichischen Stationen	. . .	5' 6''
[illegible]	. . .	5' 6''
[illegible] ungarischen	. . .	2' 10''

Hierbei ist nicht zu übersehen, daß den Mitteln 1. und 3. nur [illegible] Stationen zu Grunde liegen, während für das Mittel 2. [illegible] von 11 Stationen benützt werden konnten. [illegible] Sprünge. So ist die Stromgeschwindigkeit bei [illegible] mit 9 2, bei Arnsdorf mit 8, bei Melk mit [illegible] bei [illegible] und Walsee, höher gelegenen Stationen, nur mit [illegible] Bei Preßburg findet man noch eine Angabe mit [illegible] während sie bei Szegzard nur noch 1' 5' ist. Das Mittel [illegible] Angaben, welches für die ungarischen Stationen gilt, ist demnach noch sehr unsicher.

So [illegible] hervor, daß die frühere Stellung des Stromes und die längere Dauer der Eisstellung an den unteren Stationen im Vergleiche mit den oberen ganz oder theilweise wenigstens [illegible] der verminderten Stromgeschwindigkeit zu setzen ist. Die [illegible] der Treibeisfladen und die geringere Stromtiefe können an den unteren Stationen indeß ebenfalls die Eisstellung mehr begünstigen, als an den oberen.

[illegible] auch die Verschiedenheit der Temperaturverhältnisse [illegible] untersucht werden.

Das erste Treibeis stellte sich an den österreichischen Stationen bei Temperaturen von $-5°$ bis $-10°7$, an den ungarischen von $-6°$ bis $-10°$ ein. Hier besteht also kein wesentlicher Unterschied. Die erste Eisstellung fand statt, beziehungsweise bei $-10°0$ bis $-13°$ und $-7°$ bis $-15°$, sehen wir aber ab von Komorn und Gran, bei $-7°$ bis $-9°$, hiernach wäre allerdings an den ungarischen Stationen eine weniger tiefe Temperatur zur Eisstellung erforderlich, als an den österreichischen.

Der Eisgang trat ein in Österreich bei Temperaturen von $+2°$ bis $+6°$, in Ungarn von $+3°$ bis $+6°$. Der Unterschied ist somit nicht erheblich. Es kamen aber auch bei negativen Temperaturen [illegible]nge vor, der erste in Tulln bei $-1°$, welchem jedoch höhere [illegible]raturen vorausgingen; jener in Grein bei $-7°$ und N. Wallsee sogar bei — 10°, doch war hier die Temperatur schon am folgenden Morgen auf — 1°5 gestiegen. Wahrscheinlich wurden diese Eisgänge durch eine außerordentliche Ansammlung von Stauwasser veranlaßt, welche wieder in der ungewöhnlichen Vermehrung des Eisunterschubes in Folge anhaltender sehr tiefer Temperaturen den Grund hatte.

Der letzte Eistrieb erfolgte an den verschiedenen Stationen in Österreich bei — 3° bis + 6°, in Ungarn bei + 2° bis + 7°.

Außer den graphischen Darstellungen der Eisverhältnisse, welche zu den vorstehenden Schilderungen der Vorgänge dienten, liegen noch Tiefen-Profile von den meisten Stationen vor, welche mit wenigen Ausnahmen, auch die Änderungen des Strombettes in Folge der „winterlichen Ereignisse“ ersichtlich machen. Diese Änderungen sind dargestellt an den Stationen: N. Wallsee, * Dürnstein, * Stein, * Zwentendorf, Tulln, Höflein, Nußdorf, Florisdorf, Fischamend, Regelsbrunn, Hainburg und * Paks, von welchen jedoch die mit einen Sternchen (*) bezeichneten, keine Beobachtungs-Stationen sind.

Aus den Querprofilen ist Folgendes zu entnehmen, wobei alle Angaben sich auf den Nullpunkt der Pegelscala beziehen.

Die Breite des Strombettes blieb ungeändert, bei Nieder-Wallsee, Stein, Zwentendorf, Tulln, Florisdorf und Paks, an allen übrigen Stationen änderte sich die Strombreite. Dieselbe nahm zu bei Höflein, Nußdorf, Fischamend, Regelsbrunn und Hainburg, ab hingegen bei Dürnstein. Die Änderungen in einem, wie in dem anderen Sinne liegen innerhalb der Grenzen — 12° bis + 16° (Klafter) oder 6 und 7 pCt. der ganzen Breite des Bettes.

Bedeutender sind die Änderungen in Folge von Aufschüttungen und Wegführung des Stromschotters an der Sohle, welche an allen Stationen beobachtet worden sind. Die Erhöhungen des Bettes erstrecken sich auf 26 — 244°, die Vertiefungen auf 13 — 210° der Strombreite. Es sind demnach die ersteren vorwiegend, wie dies in allen Jahren der Fall zu sein scheint, in welchen die Thaufluth keine bedeutende Höhe erreichte.

Bekanntlich ist der Strom an den meisten Orten durch Sand- und Schotterbänke, flache Inseln, welche bei höherem Wasserstande überfluthet werden, in Arme getheilt. Die Änderungen in den Querprofilen erstrecken sich demnach auch auf die erwähnten Stromgebilde, ohne daß die Dimensionen des Strombettes bei 0' 0" Wasserstand immer eine Änderung erfahren. Berücksichtiget man dieses, gleichsam normale Strombett für sich allein, so liegen die Erhöhungen zwischen den Grenzen von 26—162°, die Vertiefungen von 14—157°, also natürlich in engeren Grenzen.

In Percenten der Strombreite, nach dem winterlichen Ereignissen, ausgedrückt und für 0' 0" Wasserstand entfallen auf die

	Erhöhungen	Vertiefungen
N. Wallsee	15	8
Dürnstein	53	7
Stein	71	24
Zwentendorf	17	17
Tulln	59	9
Höflein	81	19
Nußdorf	56	43
Fischamend	36	61
Regelsbrunn	32	61
Hainburg	21	46
Paks	39	26

An den obern Stationen Niederösterreichs sind die Erhöhungen des Bettes überwiegend, an den unteren Stationen verhält es sich umgekehrt. Auch sind die örtlichen Anomalien sehr bedeutend.

Es dürfte ferner noch von Interesse sein, die größten Änderungen in der Stromtiefe zu ermitteln. Die Abnahmen der Tiefe betragen 2' 0" bis 6' 7"; die Zunahmen hingegen 6' 7" bis 11' 0". Rechnen wir jene von Fischamend ab, welche mit einem Uferbruche im Zusammenhange steht, so gehen diese Änderungen nur von 0' 7" bis 6' 3", sind also wenig verschieden von den Abnahmen.

Tabellarische Übersicht I.

Eisverhältnisse der Donau.

Erstes Treibeis.

Station	Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit [1])	Lufttemper. [2])
	Winter 1862/3.				
Nieder-Wallsee	6. December	0"8	—	3' 5"	— 7°1
Ybbs	6. „	0·3	—2' 2"	7	— 3
Melk	4.[3]) „	—	—2 0	—	— 4·5
	6. „	—	—2 3	7	— 7
Mitter-Arnsdorf.....	6. „	0·5	—1 11	5 4	— 4
Tulln	5. „	—	—2 9	—	— 5
Höflein	4. „	—	—2 8	3	—
Nußdorf	4. „	0·25 / 2	—2 9	4	— 6
Florisdorf[8])	6. „	—	—3 9	5 7	— 9
Fischamend	5. „	6	—2 9	3 0	— 7
Regelsbrunn	5. „	4	—1 8	3 0	— 8
Hainburg	5. „	1	—2 3	3 6	— 5
Gran	4. „	—	+2 10	—	— 3·4
	5. „	1	+2 5	—	— 6·0
Ofen-Pest	4. „	0·25	+3 2[11])	—	—10
Adony	4. „	0·25	—	—	—
	14. „	2·25	—	—	—
Szegszárd	4. „	—	+3 3	—	—
Mohács	6. „	0·5	—5 3	—	— 7
	Winter 1863/4.				
Aschach	1. Jänner	—	+2 10	5[1]) 0	— 5·0
	29. „	—	+2 4	4 5	+ 2·0
	18. Februar	—	+4 4	6 5	— 0·5
Linz	2. Jänner	—	+2 10	—	— 8·5
	26. „	—	+1 5	—	— 3
	30. „	—	+2 0	—	— 2
	9. Februar	—	+0 9	—	— 5
	19. „	—	+3 8	—	— 4
Mauthausen	2. Jänner	6	+3 3	6[1]) 0	— 5
	30. „	5	+0 10	5 8	— 2
	9. Februar	3	—0 4	—	— 2·7
	19. „	4	+3 2	5 9	— 2·5
Nieder-Wallsee	2. Jänner	0·5	—0 9	3 8	— 6·5
	30. „	—	—2 0	3 9	— 4·0
	9. Februar	0·5	—3 4	3 2	— 3·4
	18. „	0·5	+1 9	4 0	0·0

Erstes Treibeis.

Station	Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Grein	2. Jänner	—	+1' 3"	—	—10°7
	30. „	—	—0 11	—	— 8·0
	9. Februar	—	—3 4	—	— 8·2
	19. „	—	+2 0	—	— 7·0
Ybbs	2. Jänner	1"	+0 4	3' 5"	— 5
	10. Februar	11	—2 2	5	— 6
	18. „	6	—1 8	6	+ 3
Melk	2. Jänner	0·5	+2 0	7	— 8
	9. Februar	3	—1 3	—	— 4·5
	20. „	0·4	+1 8	7	— 6·5
Mitter-Arnsdorf	2. Jänner	0·25	+1 3	8	— 9
	31. „	0·25	0 0	5 8	— 8
	9. Februar	—	—2 10	5 4	— 4
	18. „	—	+1 3	7	— 1
Tulln	2. Jänner	0·5 [1]) / 0·25	+0 10	5 8 [2])	— 8
	30. „	13 / 0·5	+2 10	5 5	— 4
Höflein	2. „	—	0 0	6	—
Nußdorf	2. „	—	+1 10	5	— 8
Floridsdorf	1. „	—	—	—	— 7
Fischamend	2. „	—	+2 10	5	— 8
Regelsbrunn	2. „	4 / 9	+1 8	4 0	— 9
Hainburg	2. „	2	+2 2	4 0	— 9
Preßburg	2. „	2	+0 8	4 4	— 7·5
Komorn	2. „	—	+1 0	—	— 7
Gran	1. „	1	+4 4	—	—
Pest-Ofen	8. December	0·25	+3 2	—	— 6
	1. Jänner	1	+4 1	—	—10
Adony	7. December	0·25	+2 8	—	— 2·5
	1. „	1	+3 9	—	— 6
Szegszárd	1. „	—	+4 6	1 5	—
Mohács	1. „	—	—3 3	—	— 8

Grösste Eismenge.

Station	Tag	Eismenge	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit [1])	Lufttemperat.
			Winter 1862/3.			
Nieder-Wallsee	7.—8. Dec.	0·04 [4])	1"0	—	3' 4"	— 8°0
Ybbs	7. „	0·2	1·0	– 1'9" [5])	—	— 5
Melk	6.—8. „	0·1	—	—2 6 [5])	7	— 7 [5])
			—	—2 3	—	— 1·5
Mitter-Arnsdorf	7. „	0·2	1·0	—1 9	5 4	— 7·5
Tulln	7. „	0·1	—	—2 9	—	— 8
Höflein	7. „	0·5	2 [6]) /	—2 9	3	—

Grösste Eismenge.

Station	Tag	Eismenge	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Nußdorf	7. Dec.	0·5	3 6	—3' 2"	—	—8° —9
Florisdorf	6.—8. „	0·4	—	—3 10	4 2	—9
			—	—3 8	5 7	—8
Fischamend	5.—7. „	0·3	—	—2 10	—	—
Regelsbrunn ...	7. „	0·4	6	—1 8	—	—10
Hainburg	6.—8. „	0·2	2	—2 6	3 6	— 8
			4	—2 9	—	— 3
Gran..........	6. „	0·7	2	+2 5	—	— 7·0
	9. „	0·7	4	+2 6	—	—[10]
	20. „	0·5	1	+4 1	—	—[10]
	24. „	0·4	2	+3 1	—	—[10]
Ofen-Pest	9.—11. „	0·5	1	+2 8[11]	—	— 4
			3	+2 10[11]	—	— 5
	18.—22. „	0·4	2	+4 3[11]	—	— 1
			3	+4 9[11]	—	— 9
Adony	8. „	0·35	3·5	+2 8	—	—
	18.—19. „	0.64	5	—	—	—
Szegszárd	5. „	0·65	4	+3 3	—	—
	10. „	0·70	—	+2 10	—	—
	18.—20. „	1·00	6	[12]	—	—
	23. „	0·85	—	+6 8	—	—
	26. „	1·00	—	+5 3	1 9	—
Z	1.—5. Jänner	1·00	6·7	[13]	—	—
Mohács........	7. December	0·4	1·25	—5 5	—	—8·6
	14. „	1·0	3·0	—2 0	—	—3·4
Z	16. „	1·0	—	—2 6	—	—2·6
A	10. Jänner	0·5	—	+5 0	—	—
		Winter 1863/4.				
Aschach........	4.—5. Jänner	0·7	—	+2 4 +1 4	3[1] 7 3 0	— —
	13. „	0·6	—	+1 3	4 0	—12·0
	17. „	0·7	—	+1 3	3 8	—13·0
	1.—3. Febr.	0·6	—	+2 2 +1 11	4 0	— 7·5 — 8·0
	11. „	0·3	—	+0 11	3 8	—12·2
	20. „	0·1	—	+2 10	5 0	— 8·0
Linz	3.—6. Jänner	0·5	—	+2 7 +0 6	3 6	—16·7 — 7·0
	13.—14. „	0·6	—	+0 9 +0 7	—	—12 —11
	17. Jänner	0·7	—	+0 5	—	—11
	27. „	0·1	—	+1 5	—	+ 3
	3.—4. Feb.	0·5	—	+1 10 +1 8	—	— 7 — 3
	11. „	0·5	—	+0 9	3 3	—10
	20. „	0·3	—	+3 0	—	— 6
Mauthausen	5. Jänner 17.—19. „	0·5	10	0 0 —1 9	5[1] 9 5 6	— 9·5 — 6

Erstes Treibeis.

Station	Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Grein	2. Jänner	—	+1' 3"	—	—10°7
	30. „	—	—0 11	—	— 8·0
	9. Februar	—	—3 4	—	— 8·2
	19. „	—	+2 0	—	— 7·0
Ybbs	2. Jänner	1"	+0 4	3' 5"	— 5
	10. Februar	11	—2 2	5	— 6
	18. „	6	—1 8	6	+ 3
Melk	2. Jänner	0·5	+2 0	7	— 8
	9. Februar	3	—1 3	—	— 4·5
	20. „	0·4	+1 8	7	— 6·5
Mitter-Arnsdorf	2. Jänner	0·25	+1 3	8	— 9
	31. „	0·25	0 0	5 8	— 8
	9. Februar	—	—2 10	5 4	— 4
	18. „	—	+1 3	7	— 1
Tulln	2. Jänner	0·5[1]) / 0·25	+0 10	5 8[2])	— 8
	30. „	13 / 0·5	+2 10	5 5	— 4
Höflein	2. „	—	0 0	6	—
Nußdorf	2. „	—	+1 10	5	— 8
Floridsdorf	1. „	—	—	—	— 7
Fischamend	2. „	—	+2 10	5	— 8
Regelsbrunn	2. „	4 / 9	+1 8	4 0	— 9
Hainburg	2. „	2	+2 2	4 0	— 9
Preßburg	2. „	2	+0 8	4 4	— 7·5
Komorn	2. „	—	+1 0	—	— 7
Gran	1. „	1	+4 4	—	—
Pest-Ofen	8. December	0·25	+3 2	—	— 6
	1. Jänner	1	+4 1	—	—10
Adony	7. December	0·25	+2 8	—	— 2·5
	1. „	1	+3 9	—	— 6
Szegszárd	1. „	—	+4 6	1 5	—
Mohács	1. „	—	—3 3	—	— 8

Grösste Eismenge.

Station	Tag	Eismenge	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit [1])	Lufttemperat.
			Winter 1862/3.			
Nieder-Wallsee	7.—8. Dec.	0·04[4])	1'0	—	3' 4"	— 8°0
Ybbs	7. „	0·2	1·0	- 1'9"[5])	—	— 5
Melk	6.—8. „	0·1	—	—2 6[5])	7	— 7[5])
			—	—2 3	—	— 1·5
Mitter-Arnsdorf	7. „	0·2	1·0	—1 9	5 4	— 7·5
Tulln	7. „	0·1	—	—2 9	—	— 8
Höflein	7. „	0·5	2[6]) /	—2 9	3	—

Grösste Eismenge.

Station		Tag	Eismenge	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Luft-temperat.
Nußdorf........		7. Dec.	0·5	3 6	—3' 2"	—	—8° —9
Florisdorf		6.—8. „	0·4	—	—3 10	4 2	—9
				—	—3 8	5 7	—8
Fischamend....		5.—7. „	0·3	—	—2 10	—	—
Regelsbrunn ...		7. „	0·4	6	—1 8	—	—10
Haimburg		6.—8. „	0·2	2	—2 6	3 6	— 8
				4	—2 9	—	— 3
Gran...........		6. „	0·7	2	+2 5	—	— 7·0
		9. „	0·7	4	+2 6	—	—[10])
		20. „	0·5	1	+4 1	—	—[10])
		24. „	0·4	2	+3 1	—	—[10])
Ofen-Pest		9.—11. „	0·5	1	+2 8[11])	—	— 4
				3	+2 10[11])	—	— 5
		18.—22. „	0·4	2	+4 3[11])	—	— 1
				3	+4 9[11])	—	— 9
Adony		8. „	0·35	3·5	+2 8	—	—
		18.—19. „	0.64	5	—	—	—
Szegszárd		5. „	0·65	4	+3 3	—	—
		10. „	0·70	—	+2 10	—	—
		18.—20. „	1·00	6	[12])	—	—
		23. „	0·85	—	+6 8	—	—
		26. „	1·00	—	+5 3	1 9	—
	Z	1.—5. Jänner	1·00	6·7	[13])	—	—
Mohács........		7. December	0·4	1·25	—5 5	—	—8·6
		14. „	1·0	3·0	—2 0	—	—3·4
	Z	16. „	1·0	—	—2 6	—	—2·6
	A	10. Jänner	0·5	—	+5 0	—	—

Winter 1863/4.

Station	Tag	Eismenge	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Luft-temperat.
Aschach.......	4.—5. Jänner	0·7	—	+2 4 +1 4	3[1]) 7 3 0	— —
	13. „	0·6	—	+1 3	4 0	—12·0
	17. „	0·7	—	+1 3	3 8	—13·0
	1.—3. Febr.	0·6	—	+2 2 +1 11	4 0	— 7·5 — 8·0
	11. „	0·3	—	+0 11	3 8	—12·2
	20. „	0·1	—	+2 10	5 0	— 8·0
Linz	3.—6. Jänner	0·5	—	+2 7 +0 6	3 6	—16·7 — 7·0
	13.—14. „	0·6	—	+0 9 +0 7	—	—12 —11
	17. Jänner	0·7	—	+0 5	—	—11
	27. „	0·1	—	+1 5	—	+ 3
	3.—4. Feb.	0·5	—	+1 10 +1 8	—	— 7 — 3
	11. „	0·5	—	+0 9	3 3	—10
	20. „	0·3	—	+3 0	—	— 6
Mauthausen	5. Jänner 17.—19. „	0·5	10	0 0 —1 9	5[1]) 9 5 6	— 9·5 — 6

Erstes Treibeis.

Station	Tag	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Grein	2. Jänner	—	+1' 3"	—	—10°7
	30. „	—	—0 11	—	— 8·0
	9. Februar	—	—3 4	—	— 8·2
	19. „	—	+2 0	—	— 7·0
Ybbs	2. Jänner	1"	+0 4	3' 5"	— 5
	10. Februar	11	—2 2	5	— 6
	18. „	6	—1 8	6	+ 3
Melk	2. Jänner	0·5	+2 0	7	— 8
	9. Februar	3	—1 3	—	— 4·5
	20. „	0·4	+1 8	7	— 6·5
Mitter-Arnsdorf	2. Jänner	0·25	+1 3	8	— 9
	31. „	0·25	0 0	5 8	— 8
	9. Februar	—	—2 10	5 4	— 4
	18. „	—	+1 3	7	— 1
Tulln	2. Jänner	0·5 [1]) / 0·25	+0 10	5 8 [2])	— 8
	30. „	13 / 0·5	+2 10	5 5	— 4
Höflein	2. „	—	0 0	6	—
Nußdorf	2. „	—	+1 10	5	— 8
Floridsdorf	1. „	—	—	—	— 7
Fischamend	2. „	—	+2 10	5	— 8
Regelsbrunn	2. „	4 / 9	+1 8	4 0	— 9
Hainburg	2. „	2	+2 2	4 0	— 9
Preßburg	2. „	2	+0 8	4 4	— 7·5
Komorn	2. „	—	+1 0	—	— 7
Gran	1. „	1	+4 4	—	—
Pest-Ofen	8. December	0·25	+3 2	—	— 6
	1. Jänner	1	+4 1	—	—10
Adony	7. December	0·25	+2 8	—	— 2·5
	1. „	1	+3 9	—	— 6
Szegszárd	1. „	—	+4 6	1 5	—
Mohács	1. „	—	—3 3	—	— 8

Grösste Eismenge.

Station	Tag	Eismenge	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit [1])	Lufttemperat.
			Winter 1862/3.			
Nieder-Wallsee	7.—8. Dec.	0·04 [4])	1"0	—	3' 4"	— 8°0
Ybbs	7. „	0·2	1·0	— 1'9" [5])	—	— 5
Melk	6.—8. „	0·1	—	—2 6 [5])	7	— 7 [5])
			—	—2 3	—	— 1·5
Mitter-Arnsdorf	7. „	0·2	1·0	—1 9	5 4	— 7·5
Tulln	7. „	0·1	—	—2 9	—	— 8
Höflein	7. „	0·5	2 [8]) /	—2 9	3	—

Grösste Eismenge.

Station	Tag	Eismenge	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Nußdorf	7. Dec.	0·5	3	—3' 2"	—	—8°
			6			—9
Florisdorf	6.—8. „	0·4	—	—3 10	4 2	—9
			—	—3 8	5 7	—8
Fischamend	5.—7. „	0·3	—	—2 10	—	—
Regelsbrunn	7. „	0·4	6	—1 8	—	—10
Hainburg	6.—8. „	0·2	2	—2 6	3 6	— 8
			4	—2 9	—	— 3
Gran	6. „	0·7	2	+2 5	—	— 7·0
	9. „	0·7	4	+2 6	—	—[10])
	20. „	0·5	1	+4 1	—	—[10])
	24. „	0·4	2	+3 1	—	—[10])
Ofen-Pest	9.—11. „	0·5	1	+2 8[11])	—	— 4
			3	+2 10[11])	—	— 5
	18.—22. „	0·4	2	+4 3[11])	—	— 1
			3	+4 9[11])	—	— 9
Adony	8. „	0·35	3·5	+2 8	—	—
	18.—19. „	0.64	5	—	—	—
Szegszárd	5. „	0·65	4	+3 3	—	—
	10. „	0·70	—	+2 10	—	—
	18.—20. „	1·00	6	[12])	—	—
	23. „	0·85	—	+6 8	—	—
	26. „	1·00	—	+5 3	1 9	—
Z	1.—5. Jänner	1·00	6·7	[13])	—	—
Mohács	7. December	0·4	1·25	—5 5	—	—8·6
	14. „	1·0	3·0	—2 0	—	—3·4
Z	16. „	1·0	—	—2 6	—	—2·6
A	10. Jänner	0·5	—	+5 0	—	—

Winter 1863/4.

Station	Tag	Eismenge	Eisdicke	Wasserstand	Geschwindigkeit	Lufttemperat.
Aschach	4.—5. Jänner	0·7	—	+2 4	3[1]) 7	—
				+1 4	3 0	—
	13. „	0·6	—	+1 3	4 0	—12·0
	17. „	0·7	—	+1 3	3 8	—13·0
	1.—3. Febr.	0·6	—	+2 2	4 0	— 7·5
				+1 11		— 8·0
	11. „	0·3	—	+0 11	3 8	—12·2
	20. „	0·1	—	+2 10	5 0	— 8·0
Linz	3.—6. Jänner	0·5	—	+2 7	3 6	—16·7
				+0 6		— 7·0
	13.—14. „	0·6	—	+0 9	—	—12
				+0 7		—11
	17. Jänner	0·7	—	+0 5	—	—11
	27. „	0·1	—	+1 5	—	+ 3
	3.—4. Feb.	0·5	—	+1 10	—	— 7
				+1 8		— 3
	11. „	0·5	—	+0 9	3 3	—10
	20. „	0·3	—	+3 0	—	— 6
Mauthausen	5. Jänner	0·5	10	0 0	5[1]) 9	— 9·5
	17.—19. „			—1 9	5 6	— 6

Tabellari

Profil-Änderungen der Don

(Br

Ort	Breite des Bettes vor	Breite des Bettes nach	Hievon entfallen auf Erhöhung	Hievon entfallen auf Vertiefg.	Größte Erhöhung Oben		I	
			Winter 1862 3.					
Nieder-Wallsee	178°	177°	62°	70°	9'	3"	7'	6"
Höflein	272	272	170	58	20	0	17	6
Nußdorf	188	188	104	36	4	5	0	0
			Winter 1863 4.					
Nieder-Wallsee	177	177	26	14	2	0	0	0
Dürnstein	198	186	99	31	16	6	12	0
Stein	209	209	146	49	13	7	11	0
Zwentendorf	241	241 [1])	40	40	7	2	4	0
Tulln	152 [2])	152	90	13	7	3	1	6
„	197	197	95	26	7	3	1	6
Höflein	187	200 [3])	162	38	17	0	14	0
Nußdorf	159	165	92	71	13	4	6	9
Floridsdorf	87	87	?	?	24	0	20	0
Fischamend	242	258	93	157	14	0	10	0
[4])	575	575	143	210	14	0	10	0
Regelsbrunn	177	184	48	122	4	9	1	0
[4])	528	534 [5])	244	180	3	0	8	0
Hainburg	230	241	50	110	20	6	17	6
Paks	305	305	126	80	10	6	7	6

Übersicht II.

Folge der winterlichen Ereignisse.

Wasserstand.)

Größte Vertiefung			Anmerkungen.
Coten		Differenz	
Winter 1862/3.			Bei Dürnstein, Stein, Zwentendorf und Tulln, dann bei Fischamend, Regelsbrunn und Hainburg werden keine Änderungen angegeben, obgleich Querprofile vorliegen. [1]) Bei Einrechnung einer Schotterbank 306°. [2]) Bei Einrechnung einer Schotterbank, welche den Strom theilt, 197°. [3]) Beide Arme zusammen, welche durch eine 53° breite Insel getrennt werden, die sich bis 7′ 0″ über Null erhebt. [4]) Mit Einschluß der Schotterbänke und Werder. [5]) Die Änderung gegen das Vorjahr scheint von Uferbauten herzurühren.
16' 0'	17' 0'	1' 0"	
2 0	4 0	2 0	
12 6	13 9	1 3	
Winter 1863/4.			
15 4	16 8	1 4	
19 0	21 0	2 0	
8 11	9 6	0 7	
10 9	12 6	1 9	
0 0	3 0	3 0	
0 0	3 0	3 0	
11 6	13 9	2 3	
10 0	15 0	5 0	
11 7	7 7	4 0	
− 6 0	+ 5 0	11 0	
− 6 0	+ 5 0	11 0	
16 9	23 0	6 3	
16 9	23 0	6 3	
2 0	4 6	2 6	
15 8	19 3	3 7	

Zur Geschichte des Benzylen's.

Von A. Bauer und E. Verson.

Reboul und Truchot [1] haben kürzlich die Meinung ausgesprochen, daß neben der Acetylenreihe C_nH_{2n-2}, welche mit dem Acetylen beginnt, eine parallele Reihe isomerer Kohlenwasserstoffe existirt, deren Constitution durch die Formel

$$\begin{matrix} C_nH_{2n-1} \\ C_nH_{2n-1} \end{matrix}$$

ausgedrückt ist, welche andeuten soll, daß sie durch das Zusammentreten zweier identischer Kohlenwasserstoff-Radicale gebildet sind. Es ist einleuchtend, daß, wenn diese Ansicht richtig ist, nur jenen Gliedern der Acetylenreihe eine isomere Verbindung der neuen Reihe entsprechen kann, in welchen n eine gerade Zahl ist.

Im Verlaufe ihrer Untersuchung kommen Reboul und Truchot noch zu dem Schlusse, daß das von einem von uns [2] seinerzeit entdeckte Benzylen [illegible], nicht ein Homologes des [illegible] und Acetylens, sondern des von Wurtz entdeckten Diallyls

$$\begin{matrix} C_3H_5 \\ C_3H_5 \end{matrix}$$

sei, also in die neue, dem Acetylen parallele Reihe von Kohlenwasserstoffen gehöre.

Eine wesentliche Unterstützung findet diese Ansicht darin, daß es den genannten Chemikern gelang, aus dem im amerikanischen [illegible] einen Kohlenwasserstoff von der Formel [illegible] darzustellen, welcher [illegible] genannt wurde und welcher von den genannten Chemikern für das wahre Homologe des Benzylens gehalten wird.

---

1) [illegible]

2) [illegible]

Bauer hat schon vor längerer Zeit bei den Versuchen zur Bereitung des Triamylenglycols einen Kohlenwasserstoff erhalten, welcher der Formel $C_{15}H_{28}$ entsprach, und von ihm als ein dem Acetylen homologer Kohlenwasserstoff und mit dem Namen Benylen bezeichnet wurde. Wenn aber die Ansicht von Reboul und Truchot die richtige ist, so müßte dieses aus Triamylen dargestellte Benylen jedenfalls in eine andere Reihe von Kohlenwasserstoffen gehören, als das aus Diamylen dargestellte Rutylen, was gewiß sehr unwahrscheinlich ist, wenn man bedenkt, in welch nahen Beziehungen das Triamylen zum Diamylen steht.

Es schien deßhalb angezeigt, die Darstellung des Benylens zu wiederholen, um diesen Kohlenwasserstoff näher zu studiren, bei der Darstellung aber genau denselben Weg einzuschlagen, welcher seinerzeit bei der Bereitung des Rutylens eingehalten wurde.

Der Lösung dieser Aufgabe waren zunächst die in folgenden Zeilen beschriebenen Versuche gewidmet.

Reines Triamylen wurde in Äther gelöst, und die Lösung durch eine Kältemischung auf 17° unter Null abgekühlt; hierauf tropfenweise die für das Triamylenbromid berechnete Menge von Brom zugegeben, und die ganze Masse nach einiger Zeit mit einer entsprechenden Menge von alkoholischer Kalilösung geschüttelt, wobei sich viel Bromkalium abschied.

Nun wurde die ganze, mit Kalilösung übersättigte Flüssigkeit nach Verjagung des Äthers längere Zeit auf 100° C. erwärmt, dann destillirt, und das Destillat mit Wasser zersetzt.

Die abgeschiedene ölige Schicht enthielt noch einige Procente von Brom und Sauerstoff, welch letzterer wohl von einem gemischten Äther $C_{15}H_{29}.\ C_2H_5O$ herrührte. Der flüchtigere Theil dieser öligen Schicht wurde nun durch längere Zeit in eine zugeschmolzene Glasröhre mit alkoholischer Kalilösung und schließlich zu wiederholten Malen mit Natrium erwärmt, dann mit Wasser gewaschen und der fractionirten Destillation unterworfen.

Zur Analyse wurde die von verschiedenen Bereitungen herrührende, bei 223—228° C. siedende Partie der Flüssigkeit genommen, und folgende Resultate erzielt: I. 0·2948 Grm. Substanz gaben 0·3622 Grm. Wasser und 0·9274 Grm. Kohlensäure. II. 0·2130 Grm.

Substanz gaben 0·2585 Grm. Wasser und 0·6706 Grm. Kohlensäure. 100 Theile enthalten demnach

	Gefunden		Berechnet
	I.	II.	
Kohlenstoff	85·79	86·61	C_{15} = 86·54
Wasserstoff	13·65	13·47	H_{28} = 13·96
	99·44	100·08	100·00

Diese Resultate stimmen also sehr nahe mit der für das sogenannte Benylen berechneten Formel überein, und es ist dieser Kohlenwasserstoff nach folgender Gleichung:

$$\mathrm{C_{15}H_{30}Br_2 + 2KOH = 2KBr + C_{15}H_{28} + 2H_2O}$$

aus dem Triamylenbromid entstanden, somit auf dieselbe Weise aus Triamylen gebildet worden, wie das Rutylen aus Diamylen.

Das Benylen hat bei 0° eine Dichte von 0·9114 und verbindet sich mit Brom ebenso energisch wie das Rutylen und wie die Kohlenwasserstoffe der Amylenreihe selbst, und bildet ein Bromid von der Formel: $C_{15}H_{28}Br_2$.

Lässt man auf dieses eine alkoholische Kalilösung einwirken, so wird es sehr schnell unter Abscheidung von Bromkalium zersetzt, und verfährt man weiter genau so wie bei der Bereitung von Benylen aus Triamylen (s. oben) angegeben wurde, so erhält man einen bei etwa 220° C. siedenden Kohlenwasserstoff, der der Analyse unterworfen, folgende Resultate:

0·3554 Grm. Substanz gaben 0·413 Grm. Wasser und 1·1303 Grm. Kohlensäure.

100 Theile enthalten demnach:

	Gefunden	Berechnet
Kohlenstoff	86·74	C_{15} = 12·63
Wasserstoff	12·91	H_{26} = 87·37
	99·65	100·00

Dieser Kohlenwasserstoff ist demnach nach der Formel $C_{15}H_{26}$ zusammengesetzt. Derselbe besitzt einen schwachen eigenthümlichen Geruch, ist leichter als Wasser und löslich in Alkohol und Äther.

Aus den angeführten Versuchen geht hervor, daß das Benylen aus Triamylen auf dieselbe Weise entsteht, wie das Rutylen aus Diamylen, und es ist gewiß wenig wahrscheinlich, daß die beiden Kohlenwasserstoffe Benylen und Rutylen in zwei verschiedene homologe Reihen zu stellen sind, zumal ihr Verhalten gegen Brom ein ganz ähnliches ist, was allerdings nur beweist, daß beide zweiatomige Kohlenwasserstoffe sind.

Betrachtet man mit Reboul und Truchot das Rutylen als einen dem Diallyl homologen Kohlenwasserstoff, so kann man allerdings nicht das Benylen als denjenigen Körper betrachten, welcher zum Triamylen in derselben Beziehung steht wie das Rutylen zum Diamylen. Nimmt man diese Anschauungsweise über die Constitution der genannten Kohlenwasserstoffe an, so dürfte es zweckmäßig erscheinen, die Zusammensetzung des Benylen durch die Formel

$$\left.\begin{matrix} C_5H_9 \\ C_5H_{10} \\ C_5H_9 \end{matrix}\right\}$$

auszudrücken.

Diese Formel sagt, daß im Benylen zweimal der Rest C_5H_9 vorhanden ist und durch C_5H_{10}, dem zweiatomigen Amylen, zusammengehalten wird. Das Benylen stellt demnach eine Verbindung des Amylens mit Rutylen dar.

Es ergeben sich demnach unter diesen Körpern die durch folgende Zusammenstellung veranschaulichte Beziehungen:

$$\left.\begin{matrix} C_5H_{10} \\ C_5H_{10} \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} C_5H_9 \\ C_5H_9 \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} C_5H_{10} \\ C_5H_{10} \\ C_5H_{10} \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} C_5H_9 \\ C_5H_9 \end{matrix}\right\} C_5H_{10}$$

Diamylen, Rutylen, Triamylen, Benylen.

V. SITZUNG VOM 13. FEBRUAR 1868.

Herr Dr. H. Leitgeb, Professor der Botanik an der k. k. Universität zu Graz, übersendet eine Abhandlung: „Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Pflanzenorgane".

Herr Prof. Dr. Ew. Hering überreicht den II. Theil seiner Abhandlung: „Zur Lehre vom Leben der Blutzellen".

Derselbe übergibt ferner eine Abhandlung, betitelt: „Eine Methode zur Injection der Lymphbahnen in den Lymphdrüsen", von Herrn Dr. C. Toldt, k. k. Oberarzt und Assistenten am physiologischen Institute der k. k. Josephs-Akademie.

Herr Dr. G. C. Laube legt die IV. Abtheilung seiner Abhandlung: „Die Fauna der Schichten von St. Cassian" vor.

Herr Dr. S. L. Schenk, Assistent am physiologischen Institute der k. k. Wiener Universität, überreicht eine Abhandlung: „Beitrag zur Lehre von den Organanlagen im motorischen Keimblatte".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Annales des mines. VI^e Série. Tome XI, 3^e Livraison de 1867. Paris; 8°.

Bauzeitung, Allgemeine. XXXII. Jahrgang. VII.—XII. Heft, nebst Atlas. Wien, 1867; 4° & Folio.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXI, Nr. 121. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1868; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nr. 4. Paris, 1868; 4°.

Cosmos. 3^e Série. XVII^e Année, Tome II, 6^e Livraison. Paris, 1868; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg. Nr. 6. Wien, 1868; 8°.

Grunert, Joh. Aug., Archiv der Mathematik und Physik. XLVII. Theil, 4. Heft. Greifswald, 1867; 8°.

Moniteur scientifique. 267ᵉ Livraison. Tome Xᵉ, Année 1868. Paris; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. Vᵉ Année, Nr. 10. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Society, The Royal Dublin: Journal. Vol. V, Nr. 36. Dublin, 1867; 8°.

Verein, naturforschender, in Brünn: Verhandlungen. V. Bd. 1866. Brünn, 1867; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. Jahrg. 1868, Nr. 6. Wien; 4°.

— medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg. Nr. 12—13. Wien, 1868; 4°.

Zeitschrift des österreich. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XX. Jahrgang. 1. Heft. Wien, 1868; 4°.

Zur Lehre vom Leben der Blutzellen.

(Zweite Mittheilung.)

Von Ewald Hering,
Professor der Physiologie an der Josephsakademie.

II. Die Beschaffenheit der Blutzellen in ihrer Bedeutung für die Extravasation derselben.

In meiner ersten Mittheilung habe ich meine Beobachtungen über den Austritt von Blutzellen aus unverletzten Gefäßen mitgetheilt, ohne die Frage nach den Ursachen und Bedingungen dieses Vorganges zu erörtern. Begreiflicherweise liegt aber gerade hierin für den Physiologen das Hauptinteresse.

/ So leicht es ist, die Thatsache an sich zu constatiren, so schwierig ist es, sie erschöpfend zu erklären. Auch ich vermag noch nicht, eine genügende Erklärung zu geben, hoffe aber, daß das Folgende einen Beitrag zu einer künftigen Theorie des wichtigen Vorganges liefern wird.

Offenbar hat sich die Untersuchung nach drei Richtungen hin zu erstrecken: erstens auf die Beschaffenheit der Blutzellen, zweitens auf die der Gefäßwand und drittens auf die Spannung und Geschwindigkeit des Blutstromes. Nur der erste dieser drei Punkte soll den Gegenstand dieser kleinen Abhandlung bilden. \

Um die für den Mechanismus des Durchtrittes durch die Gefäßwand wesentlichen Eigenschaften der Blutzellen zu untersuchen, ist es nothwendig, die letztern noch lebend innerhalb der Gefäße zu beobachten, und Alles was ich hier von den Blutzellen mittheile, entnehme ich ausschließlich solchen Beobachtungen am lebenden Frosche.

Alle Blutzellen, farbige sowohl als farblose, sind bekanntlich äusserst weich, daher sie schon unter der Einwirkung sehr kleiner Kräfte passiv ihre Gestalt ändern. Gleichwohl zerreissen sie nicht eben leicht, sondern besitzen eine relativ große Cohärenz ihrer Molecüle und sind also sehr dehnbar. Farbige Blutzellen, welche mit dem einen Ende in der Gefäßwand haften, werden durch die Kraft des Blutstromes zuweilen bis auf das Doppelte ihres Längsdurchmessers ausgedehnt, wobei sie eine schlank-birnförmige Gestalt annehmen. Wo eine Capillare sich spitzwinklig theilt, wird bisweilen ein farbiges Körperchen vom Blutstrome an die scharf vorspringende Kante der Theilungsstelle geworfen und hängt dann geknickt mit der einen Hälfte in den einen, mit der andern in den andern Zweig der Capillare hinein. Beide Hälften werden hierbei von der Strömung in die Länge gezogen und hängen schließlich nur noch durch eine dünne Brücke zusammen. Auch hier kann jede Hälfte so lang werden, wie zuvor die ganze Zelle war. Farblose Zellen können, wenn sie angeheftet sind, vom Blutstrom bis auf das Dreifache ihres ursprünglichen Durchmessers in die Länge gezogen werden, wobei sie die Gestalt eines Kolbens mit langem Halse zeigen und zuweilen nur noch durch einen äußerst dünnen Faden mit der Gefäßwand in Verbindung sind. Auch die im Froschblute öfters vorkommenden farblosen Spindelzellen sind sehr weich und dehnbar, und wenn sie, sei es mit dem dünnen Ende, sei es mit dem dickeren Mittelstück, an die Gefäßwand angeheftet sind, wird der angeheftete Theil durch den Blutstrom häufig in einen langen Faden ausgezogen.

Überschreitet freilich die Dehnung eine gewisse Grenze, so können die Zellen auch innerhalb der Gefäße zerreissen. Ich habe nicht nur angeheftete farbige Blutzellen unter der Gewalt des Blutstromes zerreissen sehen, wie dies schon Prussak (bei Kochsalzvergiftung des Blutes) beobachtete, sondern auch farblose. Hierbei blieb meist nur ein kleiner Theil der zerrissenen Zelle an der Gefäßwand haften, der größere ging mit dem Strome weiter. Keine Blutzelle aber zerreißt, ohne vorher wenn auch nur an einer beschränkten Stelle in einen äußerst feinen Faden ausgezogen worden zu sein; Beweis für die relativ große Cohärenz ihrer Molecüle.

Da die Geschwindigkeit des Blutstromes in den Capillaren sehr gering und also auch die lebendige Kraft desselben sehr unbedeutend ist, so lässt sich aus den beschriebenen auffälligen Gestaltänderungen, welche die Blutzellen unter dem Einflusse des Stromes erleiden, auf eine ganz außerordentliche Weichheit ihrer Masse schliessen. Hiermit stehen anderweitige passive Gestaltänderungen der Zellen in Einklang.

Die farbigen Blutzellen sieht man da, wo der Weg durch angehäufte farblose Zellen verlegt ist, sich oft durch sehr enge Stellen hindurchzwängen, wobei sie sich häufig krümmen, falten und überhaupt der Form des engen Canals, den sie zu passiren haben, so leicht anschmiegen, wie es nur eine äußerst weiche Masse vermag. Besonders deutlich ist dies an Stellen, wo der Eingang zu einer sich abzweigenden Capillare sehr eng ist, wie dies bei Fröschen öfters vorkommt. Hier sieht man die farbige Zelle zunächst mit einem dünnen Fortsatz in die schmale Pforte eindringen, welcher jenseits der engsten Stelle zu einem Knopfe anschwillt, der langsam wächst, während der hintere Theil der Zelle entsprechend kleiner wird. Dabei hängen beide Theile der Zelle nur durch eine schmale Brücke zusammen, und von dieser dünnsten Stelle der Zelle strahlen auf den hinteren Zellentheil Falten aus, so daß derselbe wie ein zusammengeschnürter Beutel erscheint. Wo der Blutstrom wegen Verstopfung einer Capillare mit farblosen Zellen stockt, das Plasma allmählig weiter dringt und schließlich nur die Blutzellen zurückbleiben, schmiegen sich diese so eng an einander und platten sich derart gegen einander ab, daß alle Grenzen der einzelnen Zellen verschwinden und die letztern als eine scheinbar völlig homogene Masse das Gefäß erfüllen. Trotz dieser scheinbar so innigen Verschmelzung adhäriren die farbigen Zellen doch fast gar nicht an einander, sondern werden lediglich passiv durch den Blutdruck zusammengehalten; denn wenn sie wieder flott werden, fliessen sie einzeln weiter, wogegen die farblosen sich in letzter Beziehung anders verhalten. Cohnheim hat diese Erscheinung künstlich durch Unterbindung der Venen herbeigeführt. Mir kamen sie ohne solche Unterbindung bei Reizungshyperämien des Mesenteriums, der Lunge und der Schwimmhaut häufig zur Beobachtung. Dieses innige Zusammendrängen der Zellen ist nun ebenfalls ein Beweis für ihre außerordentliche Weichheit.

Die Elasticität der farbigen Zellen ist wie bekannt eine ziemlich vollkommene. Zellen, die beim Passiren einer verengten Stelle des Gefäßrohres umgeschlagene Ränder und Faltungen zeigen, stark eingeschnürt oder geknickt waren, nehmen sofort ihre ursprüngliche Gestalt wieder an, sobald sie wieder frei werden. Doch hat auch dies seine Grenzen. Sehr lang eingeklemmt gewesene Zellen kehren nicht sofort in die alte Form zurück, eben so wenig Zellen, welche lange stark gedehnt worden sind. Freilich ist die Zeit, innerhalb welcher man ein solches wieder frei gewordenes Körperchen noch im Blutstrome verfolgen kann, wegen der Kleinheit des Gesichtsfeldes nur eine kurze. Indeß trifft man häufig genug Zellen im Blute, welche noch die Spuren früher erlittener Gewalt an sich tragen; insbesondere dürften die an einer Seite in eine feine Spitze auslaufenden farbigen Zellen früher gedehnt und dann abgerissen worden sein. Die farblosen Zellen scheinen eine minder vollkommene Elasticität zu besitzen als die farbigen, denn passive Gestaltänderungen gleichen sich an ihnen nur dann sofort wieder aus, wenn sie sehr unbedeutend waren. So sieht man farblose Zellen, welche an der Gefäßwand hinrollend aus einem später anzuführenden Grunde eine längliche Form zeigten, sofort in die Kugelgestalt zurückgehen, wenn sie der Blutstrom von der Gefäßwand abreißt. Daß die farblosen Zellen sogenannte spontane Formänderungen eingehen können, kommt bei der letzterwähnten Erscheinung nicht in Betracht, weil die spontanen Bewegungen viel zu langsam sind, um irgend erheblich mit den, durch die bloße Elasticität bedingten Formänderungen interferiren zu können. In wie weit aber die Elasticität der Masse durch die active Contractilität beeinflußt werden kann, läßt sich für jetzt nicht entscheiden.

Was überhaupt die sogenannten spontanen Bewegungen betrifft, so habe ich an farbigen Blutzellen innerhalb des lebenden Thieres nie etwas beobachtet, was sich so nennen ließe, womit ich die Möglichkeit eines solchen Vorganges übrigens nicht bestreiten will. In Betreff der farblosen Zellen aber darf erwähnt werden, daß die spontanen Bewegungen derselben innerhalb der Gefäße ganz eben so ablaufen, wie man sie auch sonst zu beschreiben pflegt. In Capillaren, welche wegen zufälliger Verstopfung des Einganges nur Plasma enthalten und höchstens von vereinzelten Blutzellen langsam durchflossen werden, sieht man die an der Wand sitzenden farblosen Zellen Fortsätze ausschicken, die im Plasma flottiren, oder es kriecht wohl auch die ganze Zelle langsam an der Wand hin.

Wenn man nun einerseits die so eben geschilderte Beschaffenheit der Blutzellen und andererseits den Umstand bedenkt, daß die Gefäßwände auch ohne Ruptur für jede beliebige Colloidflüssigkeit durchgängig sind, so verliert der Austritt der Blutzellen viel von dem Überraschenden, das er auf den ersten Blick hat.

Ich habe im Interesse der Injectionstechnik Mesenterien und Schwimmhäute curarisirter Frösche unter dem Mikroskope injicirt, um die [illegible] die Bedingungen der Extravasation der Injectionsmasse zu [illegible]. Dabei zeigte sich, daß die Gefäße einen ungemein höheren Druck aushalten, als von Seite des Herzens [illegible] in ihnen erzeugt werden kann, und daß sie sich außerordentlich erweitern können ohne zu zerreißen. Es war dies auch zu erwarten; denn wenn man bedenkt, daß man von Fröschen gute Blutgefäßinjectionen mittels der gewöhnlichen Spritze erhalten kann, so geht schon daraus hervor, daß die Gefäße [illegible] können. [illegible] also dieselben nicht leicht zerreißen, so [illegible] die Extravasation der Injectionsmasse, wenn dieselbe filtrirt [illegible] verhältnißmäßig niederem Druck durch die Gefäßwände [illegible], wenn man den Druck nur lange genug wirken läßt. [illegible] die Höhe des Druckes [illegible] zu [illegible] als die Dauer. Langandauernde Injectionen geben, auch wenn es nicht bis zur Filtration gekommen ist, [illegible] überfüllte Gefäße. [illegible] filtrirt [illegible] unter den [illegible] in [illegible] Weise die [illegible], [illegible] die [illegible]. [illegible] bei der [illegible] will, also z. B. [illegible] Berlinerblau und der [illegible]. [illegible] mit [illegible] Farbstoffen injicirt, [illegible] die Filtration des [illegible], den derselbe [illegible] und den Farbstoff in den Gefäßen zurückläßt. [illegible] mit [illegible] oder Berlinerblau [illegible] bei der Filtration den Farbstoff mit.

Die Filtration der [illegible] durch die [illegible]. [illegible] Gefäßwand [illegible] in [illegible] und [illegible] Gefäße [illegible] und sehr langsam, während bei der Injection [illegible] eine größere Masse [illegible]. Ein [illegible] [illegible]. [illegible] Sehr [illegible] Injection von coagulirtem [illegible] Mikroskop [illegible]. [illegible] in einer [illegible] Masse [illegible] eine [illegible] Masse, [illegible] ganz so [illegible] wie eine flüssige [illegible]. Hat [illegible] der Druck lange genug gedauert, so [illegible] die Masse in [illegible] Tropfen durch die Gefäßwand und [illegible] sich langsam in der Umgebung, wobei, wenn das Extravasat in einen Lymphraum erfolgte, die einzelnen Blutzellen wieder ihre alte Form annehmen können. Diese Filtration des Cruors durch die Gefäßwand bekommt man an blosgelegten Mesenterien nicht selten auch ohne künstliche Injection zur Beobachtung. Sie ist von Bedeutung für die Widerherstellung der Circulation in verstopften Gefäßen. Wenn nämlich farblose Zellen sich an einer Stelle eines engen Gefäßes anhäufen, schliessen sie bisweilen die Lichtung desselben so vollständig, daß die farbigen Zellen sich hinter ihnen anstauen, während das Plasma theils zwischen den Zellen theils durch die Gefäßwand weiterdringt, bis schließlich das ganze Gefäß lediglich mit Blutzellen gefüllt ist. Der seines Plasmas beraubte Cruor ist jetzt eine zu zähflüssige Masse, um durch den Blutdruck vorwärts geschoben zu werden, selbst wenn das ursprüngliche Hemmniß der Blutbewegung schon wieder gehoben ist. Indem nun aber einzelne farbige Zellen durch die Gefäßwand hindurch filtrirt werden, mindert sich der Widerstand für die Blutsäule, dieselbe kommt theilweise wieder in Bewegung und schließlich stellt sich die Circulation wieder her. Auf diese Weise kann sich die entzündliche Stase einzelner Gefäße wieder lösen, selbst wenn dieselbe bereits bis zum vollständigen Verluste des Plasmas geführt hat. Eine ähnliche Filtration des Cruors hat neuerdings Cohnheim bei der venösen Stauung in der Froschschwimmhaut beobachtet.

Bei diesen Erscheinungen liegt die Analogie des Austrittes der Blutzellen mit der langsamen Filtration einer Colloidsubstanz offen zu Tage. Weniger deutlich ist diese Analogie, wenn es sich um den Austritt einzelner Zellen aus einem Gefäße handelt, in welchem das Blut noch reich an Plasma und auch noch in Bewegung ist.

Eine farbige oder farblose Zelle, wenn sie einmal in innige Berührung mit der Gefäßwand und an derselben zu Ruhe gekommen ist, hat von ihrer dem Blutstrome zugekehrten Fläche her denselben Druck auszuhalten wie die Gefäßwand selbst und ist in dieser Beziehung wie ein Theil der letzteren aufzufassen. Andererseits wird sich die Zelle gleich einem wandständigen Tropfen einer Colloidsubstanz verhalten und durch den einseitigen Druck in die nächstbeste Pore der Gefäßwand ganz eben so eingetrieben werden, wie das Plasma in die andern nicht durch

Zellen verlegten Poren eingetrieben wird. Der Widerstand, den die Filtration der Zelle findet, wird freilich viel bedeutender sein, und zwar schon deshalb, weil die Molecüle der Zellsubstanz viel weniger leicht gegeneinander verschiebbar sind, als die Molecüle des Plasmas. Hierzu kommt noch ein anderer sehr wesentlicher Umstand, welcher die Filtration der Blutzelle erschwert, so lange wenigstens das Blut in den Gefäßen noch in Bewegung ist. Der Blutstrom strebt die Blutzelle vorwärts zu treiben, um so stärker, je rascher er ist. Denken wir uns also eine Zelle, welche an der Wand sitzt oder schon mit einem Theile ihrer Masse in die Gefäßwand eingedrungen ist, so steht dieselbe unter dem Einfluße eines doppelten Antriebes; einerseits unter dem Drucke des gespannten Blutes, welcher die Zelle durch die Gefäßwand auszutreiben sucht, anderseits unter dem Antriebe des Blutstromes, welcher sie mit fortzuziehen, beziehentlich ihren schon eingedrungenen Theil wieder herauszureißen strebt. Ist der Blutdruck groß genug, um sowohl diesen auf die Zelle wirkenden Zug als auch den Widerstand zu überwinden, welchen die Zelle bei ihrer Filtration findet, so wird letztere durch die Gefäßwand ausgetrieben werden. Ist dagegen die Geschwindigkeit und damit die lebendige Kraft des Blutstromes hinreichend, um sowohl die Kraft des Blutdrucks, welcher die Zelle in die Gefäßpore einpreßt, als auch ihre sonstige Adhäsion an die Gefäßwand zu überwinden, so wird die Zelle wieder in den Blutstrom hineingerissen werden.

Daher kommt sehr viel darauf an, in welchem Verhältnisse die Geschwindigkeit des Blutes zu seiner Spannung steht. Bei gleichbleibender Spannung ist die Filtration einer schon wandständigen Zelle um so mehr begünstigt, je langsamer das Blut strömt, und am meisten, wenn es ganz stille steht; bei gleichbleibender Geschwindigkeit des Blutstromes aber um so mehr, je größer zugleich die Spannung ist.

Dasselbe muß übrigens von Colloidsubstanzen überhaupt gelten, und zwar desto mehr, je dickflüssiger sie sind, denn die strömende Colloidsubstanz strebt diejenigen Theilchen ihrer Masse, welche eben in der Lage sind in die Poren der Gefäßwand einzudringen, vermöge der Cohärenz der Theilchen untereinander mit sich fortzureissen, und insoweit wirkt die Strömung der Filtration entgegen, während dies von anderen Flüssigkeiten, wie dem Wasser, wegen der leichteren Verschiebbarkeit ihrer Theilchen nicht so gelten kann. Da auch das Blutplasma colloide Stoffe enthält, so kann obiger Satz auch auf diese Blutbestandtheile angewendet und behauptet werden, daß die Filtration dieser Colloidstoffe nicht blos eine Function des Blutdruckes, sondern auch der Stromgeschwindigkeit ist. In wie weit dies praktisch in Betracht kommt, wäre noch zu untersuchen.

Aus dem bisher Gesagten ergibt sich, wie wichtig für das Extravasiren der Blutzellen alle diejenigen Umstände sind, welche dazu beitragen können, die Blutzellen an die Gefäßwand zu bringen und daselbst festzuhalten, und hier komme ich zu demjenigen Theile der Untersuchung, wo ich einer vielverbreiteten Ansicht entgegentreten muß.

Seit langer Zeit hat man den farblosen Blutzellen eine gewisse Klebrigkeit zugeschrieben, gestützt auf die Beobachtung, daß man dieselben häufig zu größeren Klumpen zusammengeballt findet. Aus dieser Klebrigkeit hat man früher auch die Thatsache zu erklären gesucht, daß die farblosen Zellen sich mit Vorliebe an die Wand des Gefäßes halten, wo sie mit viel geringerer Geschwindigkeit als die im Mittelstrome befindlichen Zellen vorwärts rollen. Diese ältere und wie ich glaube richtigere Ansicht über das letzterwähnte Phänomen ist gegenwärtig verdrängt worden durch eine von Donders angedeutete und von Gunning weiter ausgeführte Erklärung, wonach nicht die Klebrigkeit, sondern die sphärische Form der farblosen Blutzellen es bedingen soll, daß dieselben in den kleinen Gefäßen sich vorherrschend in der Nähe der Wand aufhalten. Dieser Ansicht ist auch Cohnheim und benützt sie, um zu erklären, warum die farblosen Blutzellen sich bei der entzündlichen Hyperämie an der Wand der Venen anhäufen.

Die von Donders und Gunning gegebene Erklärung entspricht, so scharfsinnig sie ist, weder den Thatsachen, noch dürfte sie sich theoretisch halten lassen. Ich muß mich bei der Kritik derselben an das halten, was ich in Donders Physiologie (S. 135 der II. Aufl. der Übersetzung v. Theile) finde. „Die Gestalt und das specifische Gewicht der Körperchen kommen, sagt Donders, dabei in Betracht. Die farblosen Körperchen sind sphäroidisch. Da nun nach der Axe des Gefäßes hin die Stromgeschwindigkeit zunimmt, so ist jene Hälfte des einzelnen Körperchens, welche der Axe zunächst sich befindet, einem rascheren Strome ausgesetzt, als die andere Hälfte; deßhalb muß sich das Körperchen drehen und zwar um eine Axe, deren Fläche (?) senkrecht auf der Stromesrichtung steht. Hielte nun die Geschwindigkeit, mit welcher das Körperchen sich bewegt, den Geschwindigkeiten der auf dasselbe einwirkenden Strömchen das Gleichgewicht, so würde es seinen Weg parallel der Axe fortsetzen. Offenbar wird aber ein gewisser Theil der Arbeit, welche auf das Körperchen einwirkt, zur Drehung um die Axe verbraucht, und so wird seine Geschwindigkeit unterhalb des Mittels der sämmtlichen Strömchen bleiben müssen.“ Donders folgert also und zwar mit Recht aus der sphärischen Gestalt eine Verzögerung der Bewegung. Hieraus soll nun folgen, „daß der Widerstand, welchen der nach der Wandung hin gelegene vordere Theil des Körperchens erfährt, unbedeutender ist als die Kraft, welche der Strom auf den hintern nach der Axe gelegenen Theil des Körperchens ausübt“, und das Überwiegen der letztern Kraft soll es bewirken, daß das Körperchen nach der Peripherie hin bewegt wird. Der Beweis für diese Folgerung ist aber gar nicht gegeben und dürfte auch schwer zu führen sein, weil die unregelmäßigen Sonderströmungen, welche in der Umgebung eines solchen Körperchens entstehen müssen, sich nicht hinreichend überschauen lassen. Man ist also auf den Versuch oder, was hier das Beste ist, auf die Beobachtung des Blutstromes angewiesen. Und diese spricht gegen die oben angeführte Ansicht.

Da die Geschwindigkeit der an die Gefäßwand grenzenden Flüssigkeitsschichte wahrscheinlich unendlich klein ist, während die Geschwindigkeit der einzelnen cylindrischen Schichten, in welche man sich die Blutsäule zerlegt denken kann, nach der Axe hin stetig zunimmt, so muß diese Zunahme eine um so raschere sein, je größer die Geschwindigkeit des Axenfadens und damit zugleich die mittlere Geschwindigkeit der ganzen Blutsäule ist. Die Geschwindigkeitsdifferenz zweier benachbarter Flüssigkeitsschichten wird also mit der mittlern Stromgeschwindigkeit wachsen. Wenn nun diese Geschwindigkeitsdifferenz wirklich zur Folge hätte, daß die farblosen Zellen an die Wand gedrängt würden, so müßten die farblosen Zellen um so mehr der Wand zustreben und sich entlang derselben bewegen, je größer die mittlere Geschwindigkeit des Blutstromes ist. Man bemerkt aber in Wirklichkeit das gerade Gegentheil.

Je langsamer der Blutstrom ist, desto mehr farblose Zellen bewegen sich in der Wandschichte, und die Beschleunigung des Blutstromes reißt diese Zellen wieder mehr und mehr in den Mittelstrom hinein. Wenn man mit schwachen Vergrößerungen und in Gefäßen mit nicht allzurascher Strömung beobachtet, wird man nicht in die Lage kommen, die farblosen Zellen des Wandstromes deßhalb zu übersehen, weil sie etwa, wie Jemand meinen könnte, sich zu schnell bewegten.

Während sich also die von Donders und Gunning gegebene Erklärung empirisch nicht bestätigt, stimmt Alles zu der ältern Ansicht, nach welcher eine sogenannte Klebrigkeit der farblosen Zellen ihre Anhäufung im Wandstrome bedingt.

Die farblosen Zellen, einmal mit der Wand in Berührung gekommen, adhäriren sofort an dieselbe und ebenso adhäriren sie untereinander. Die farbigen Blutzellen dagegen adhäriren weder untereinander noch an der Gefäßwand irgend erheblich. Man sieht die farblosen Zellen, wenn sie zufällig von dem Gedränge der übrigen an die Wand geworfen werden, sofort ihre Geschwindigkeit ganz auffallend vermindern; während sie, so lange sie noch nicht die Wand berührten, wegen der Geschwindigkeit ihrer Bewegung vielleicht gar nicht zu erkennen waren, kann man sie jetzt sofort leicht beobachten. Man sieht sie langsam und meist ruckweise an der Gefäßwand sich hinwälzen, wobei sie gewöhnlich ihre Kugelgestalt verlieren und etwas in die Länge gezogen werden, weil der der Axe zugekehrte Theil dem wandständigen gleichsam voraneilt. So fest kleben sie oft an der Gefäßwand, daß ihr jeweilig hinterer Theil in eine stumpfe Spitze ausgezogen erscheint, während sie sich langsam vorwärts wälzen, so daß also dieser stumpfe Fortsatz von immer anderen Theilen der Zellmasse gebildet wird. Ganz anders verhält sich ein an die Wand gedrängtes farbiges Körperchen, denn es schlüpft rasch weiter. Ist irgendwo die Gefäßbahn verengt, so zwängen sich die farbigen Blutzellen doch leicht und rasch hindurch, sobald aber ein farbloses ankommt, ist sofort der Weg verlegt; denn selbst wenn es klein ist, braucht es relativ lange Zeit, ehe es hindurch gedrängt ist. Sitzt einmal eine farblose Zelle an der Wand fest, so gesellt sich bald eine zweite, dritte u. s. f. hinzu, während die farbigen daran vorbeigleiten. Bisweilen werden solche kleine oder größere Conglomerate farbloser

Zellen als ein Ganzes von der Gefäßwand losgerissen und fortgeführt. In den größeren Gefäßen entstehen auf diese Weise jene großen Ballen farbloser Zellen mit spärlich eingebetteten farbigen, wie man sie nicht selten findet.

Wie hier in den Gefäßen, so verhalten sich die farblosen Zellen auch in einem zwischen zwei Glasplatten gebrachten Blutstropfen. Sorgt man dafür, daß der Abstand der beiden Glasplatten, um Quetschung der Zellen zu vermeiden, hinreichend mehr beträgt, als der größte Durchmesser der letzteren, und erzeugt dann eine Strömung des Blutes, so bewegen sich auch hier die farblosen Blutzellen, welche das Glas berühren, wegen ihrer starken Reibung an demselben viel langsamer, als die farbigen, welche zu beiden Seiten an ihnen vorüberschlüpfen; oder die farblosen bleiben wohl auch ganz unbewegt, obwohl sie nicht eingeklemmt sind, sondern nur an der einen Glasfläche kleben.

Diese Klebrigkeit also ist es, welche jede farblose Zelle, die zufällig mit der Gefäßwand in Berührung kommt, an dieselbe anheftet und sie nur mit relativ großer Reibung weiter rollen läßt. Da nun die Blutzellen einander vielfach drängen und stossen und keineswegs schnurgerade Bahnen verfolgen, so ist Veranlassung genug dazu da, die farblosen Zellen hie und da mit der Wand in Berührung zu bringen, an welcher sie so lange hinrollen, bis sie sich entweder festsetzen oder von der Strömung wieder in den allgemeinen Strom hineingerissen werden. Je langsamer daher der Blutstrom, desto leichter die Ansammlung und Anheftung der farblosen Blutzellen an der Gefäßwand. Oben sahen wir schon, daß eine geringe Stromgeschwindigkeit die Filtration der schon festsitzenden Blutzellen durch die Gefäßwand begünstige; aus dem eben Gesagten ergibt sich nun auch eine mehr indirecte Begünstigung, in so fern eine schwache Strömung es den Zellen leichter macht, an der Gefäßwand zur Ruhe zu kommen, wodurch erst ihre Filtration möglich wird.

Das leichte Anhaften der farblosen Blutzellen an der Gefäßwand und ihr Verkleben untereinander hat seinen Grund theils in der Eigenthümlichkeit ihrer Substanz, theils aber auch in der Beschaffenheit ihrer Oberfläche, welche nie so glatt und scharf umrissen ist, wie die der farbigen Zellen. Ja ich habe sogar öfters im lebhaft strömenden Blute farblose Zellen beobachtet, welche lange, fadenförmige Fortsätze trugen und also nicht in jenem tetanischen Zustande waren, wie man ihn den noch im Strome befindlichen Zellen zugeschrieben hat. So lange freilich die Zelle in lebhafter Bewegung ist, kann man diese äußerst feinen Fortsätze nicht erkennen, und die Zelle erscheint von einem kreisförmigen, in sich geschlossenen Contur umgrenzt. Beobachtet man aber beispielsweise den Eingang zu einem kleinen arteriellen Gefäße, in welchem die Bewegung zufällig verlangsamt ist, während der Stamm, aus dem es sich abzweigt, einen sehr raschen Blutstrom zeigt, so sieht man von Zeit zu Zeit auch ein farbloses Körperchen aus dem raschen Hauptstrome in den langsamen Zweigstrom hineingerathen und erkennt hier bisweilen an der in ihrem Laufe plötzlich aufgehaltenen kugeligen Zelle die erwähnten feinen faserartigen Fortsätze. Sicher würde man dieselben noch zahlreicher und öfter beobachten, wenn nicht eine hohe Durchsichtigkeit des Präparates, die stärkste Vergrößerung und endlich noch eine besonders günstige Lage der Zelle nöthig wäre derart, daß die Faser gerade ins Profil der Zelle fällt. Mit solchen aus dem raschen Strome einer Arterie kommenden Zellen darf man diejenigen nicht verwechseln, welche aus Gefäßen kommen, wo schon der Blutstrom verlangsamt ist, die Zellen daher theilweise schon angeheftet waren und wieder losgerissen wurden; denn solche Zellen haben häufig einen oder mehrere Fortsätze oder überhaupt eine unregelmäßige Gestalt, während die obenerwähnten trotz ihrer feinen Fortsätze stets die Kugelform hatten.

Es ist offenbar, daß solche feine Forsätze die Anheftung der farblosen Zellen an die Gefäßwand sehr begünstigen müssen, und daß es mit von dem Vorhandensein, der Zahl und Größe solcher Fortsätze abhängen wird, ob unter sonst günstigen Umständen die Zelle sich anheftet und der Filtration verfällt. Vermöge der Fortsätze, welche die Zelle treibt, ist es daher auch innerhalb gewisser Grenzen sozusagen in ihr Belieben gestellt, ob sie sich festsetzt oder nicht. Dies Alles würde weniger in Betracht kommen, wenn die Blutzellen, gemäß der oben zurückgewiesenen Hypothese, systematisch an die Wand gedrängt würden. Da dies aber höchst warscheinlich nicht der Fall ist, sondern die Zellen mehr zufällig an die Wand gelangen, so ist alles von besonderer Wichtigkeit, was dazu beitragen kann, sie hier festzuhalten.

Eine besonders rauhe Oberfläche haben auch die aus sogenanntem grobkörnigen Protoplasma bestehenden farblosen Zellen. Es liegen nämlich die kleinen, dunklen, scharfconturirten Körnchen derselben im Allgemeinen nicht im Innern der Zellenmasse, sondern auf der Oberfläche und ragen über die Grundsubstanz mehr oder weniger, bisweilen sogar wie gestielt hervor. Übrigens aber sind die Körnchen meist an einem beschränkten Theile der Oberfläche ziemlich dicht zusammengedrängt, während die übrige Oberfläche glatt erscheint. Diese körnigen Zellen gehören im Allgemeinen zu den größeren Formen. Ihre Menge im Vergleich zu den übrigen farblosen Zellen ist außerordentlich verschieden. Bisweilen machen sie fast die Hälfte aller farblosen aus, bisweilen findet man nur einzelne.

Ganz ähnliche Zellen habe ich bei Winterfröschen wiederholt sehr reichlich im Mesenterialgewebe gefunden, wo sie theils reihenweise in den Lymphcapillaren, theils unregelmäßig zerstreut im Bindegewebe und zwar meist in der Nachbarschaft von Blutgefäßen lagen. Höchst wahrscheinlich waren sie aus letzteren ausgetreten. Das Mesenterium zeigte an den bezüglichen Stellen schon dem bloßen Auge eine abnorme weißliche Trübung. Überhaupt eignen sich diese Zellen sehr gut, um den Austritt aus den Gefäßen zu studiren; denn während Zellen mit feinkörnigem oder homogenem Protoplasma außerhalb der Gefäße schwer zu beobachten sind, weil sie fast unterschiedslos im Gewebe verschwinden, treten die dunklen Körnchen des grobkörnigen Protoplasmas sehr scharf hervor und gestatten es, die Zellen auf ihrer Wanderung zu verfolgen. Da diese Zellen überdies meist groß sind, heften sie sich leicht an die Capillarwand an, um dann auszutreten. Auch im Mesenterialeiter findet man sie leicht wieder, wenn sie überhaupt im Blute vorkommen.

Ich habe bis hierher die Auswanderung der Blutzellen als einen passiven, der Filtration vergleichbaren Vorgang aufgefaßt ohne besondere Rücksicht auf die active Beweglichkeit der farblosen Zellen zu nehmen. Dieselbe kann jedoch offenbar in mehrfacher Beziehung in Betracht kommen. Erstens kann durch dieselbe die Oberflächenbeschaffenheit der Zelle geändert und letztere dadurch für die Anheftung an die Gefäßwand mehr oder weniger geeignet gemacht werden. Zweitens kann durch active Veränderungen möglicher Weise die Weichheit der Zelle gemehrt oder gemindert und damit die passive Filtration derselben leichter oder schwieriger werden. Drittens können active Gestaltänderungen ein inniges Anschmiegen der Zelle an die Gefäßwand und somit eine stärkere Adhäsion herbeiführen. Viertens endlich kann vielleicht die passive Filtration durch actives Vorwärtsdringen der Zelle unterstüzt werden. Demnach wird auch Alles, was die active Beweglichkeit der Zellen hemmt oder begünstigt, von Einfluß auf die Extravasation der Zellen sein können. Wir kennen aber die Natur und die Bedingungen der sogenannten spontanen Zellenbewegung und insbesondere die Größe der dabei zur Wirkung kommenden Kräfte zu wenig, als daß sich mehr hierüber mit einiger Sicherheit sagen ließe.

Wenn ich im Vorstehenden wiederholt von Gefäßporen gesprochen habe, so will ich damit nur gesagt haben, daß die Gefäßwand überhaupt für Colloidsubstanzen durchgängig ist. Die Art und Anordnung der Durchgangsstellen lasse ich für jetzt dahin gestellt sein. Die Beschaffenheit der Gefäßwand und ihre etwaigen Änderungen bei der Entzündung etc. bedürfen eben so wie die Verhältnisse des Blutdruckes und der Blutgeschwindigkeit noch einer besonderen Erörterung, die ich vielleicht später versuche, wenn nicht bis dahin dieser Gegenstand von Andern erledigt werden sollte.

Es bleibt mir übrig, die Methode der Untersuchung zu beschreiben. Wie längst bekannt, eignet sich zur Untersuchung der noch in den Gefäßen befindlichen Blutzellen am besten das Mesenterium, besonders wenn man mit starken Vergrößerungen arbeiten will. Mir selbst stand nur Hartnack's Immersionssystem Nr. 9 zur Verfügung. Man muß aber selbst beim Mesenterium einen Kunstgriff gebrauchen, um bequem beobachten zu können. Dieser besteht darin, daß man das Mesenterium an die untere Fläche des Deckglases anheftet. Beobachtet man in der gewöhnlichen Weise, so hat man sehr viel Unbequemlichkeit. Erstens bedarf man einer sehr großen Darmschlinge, damit das Objectiv innerhalb derselben Platz finde. Mit den stärksten Vergrößerungen kann man kaum arbeiten, weil die größeren Arterien und Venen so hoch über die Fläche des übrigen Mesenteriums vorragen, daß sie das Glas berühren, in Folge dessen sich Flüssigkeit mit Zellen zwischen Objectiv und Mesenterium zieht. Dasselbe geschieht, wenn der Darm sich bewegt und in Berührung mit dem Objectiv kommt. Endlich ist das Mesenterium nicht vor Verdunstung geschützt, was zum Mindesten nicht vortheilhaft ist, wenn es auch nicht viel schadet. Mit einem in die Darmschlinge hineingelegten, passend zugeschnittenen Deckglase gewinnt man auch nichts. Alle diese Übelstände lassen sich vermeiden. Ich mache in die Haut der rechten Bauchseite einen Einschnitt im Bereiche des seitlichen Lymphsackes. Der Schnitt darf nicht zu weit nach der Achsel reichen, sonst verletzt man eine große Vene. Hierauf durchschneide ich in entsprechender Weise die Muskelschichte und habe dann den unteren Leberrand und dicht darunter eine Darmschleife vor mir, wenn nicht etwa das rechte Ovarium so stark entwickelt ist, daß ich erst den untern Leberrand etwas lüften muß, um die Darmschleife zu sehen. Die letztere wird vorsichtig herausgezogen und zunächst auf den Bauch des Frosches gelagert, dann der Frosch mit seiner Wunde dicht an einen niedrigen Hohlcylinder aus Messing herangedrängt, welcher auf das Objectglas gekittet ist, und auf dessen obere Öffnung ein gewöhnliches Deckglas aufgelegt ist. Durch ein an die Seite des Frosches gestelltes Gewicht fixirt man denselben in der passenden Lage. Hierauf hebt man die Darmschlinge in die Höhe, hält hinter sie ein vertical gestelltes zweites Deckglas und legt die Darmschleife an dasselbe an, wobei sich das Mesenterium innig an das Glas anheftet. Legt man nun das letztgenannte Deckglas sammt der an ihm haftenden Darmschleife vorsichtig um, so daß es auf das schon erwähnte andere Deckglas zu liegen kommt, so befindet sich die Darmschleife zwischen den beiden Deckgläsern, das Mesenterium klebt an der Unterseite des obern Deckglases und bildet die Decke eines völlig geschlossenen Luftraumes, der unten von dem andern Deckglase, ringsum von der Darmschleife begrenzt wird. Bei einiger Geschicklichkeit wird man eine etwaige Luftblase zwischen dem oberen Deckglase und dem Mesenterium leicht beseitigen. Beide Deckgläser lassen sich bei etwaiger Verunreinigung leicht mit neuen vertauschen. Bei Entfernung des obern bleibt das Mesenterium doch in seiner Lage, weil die abgefangene Luft es nicht einsinken läßt, bei Entfernung des untern bleibt es sammt dem Darme am obern Deckglase kleben. So kann man mit den stärksten Vergrößerungen und mit Immersionslinsen beliebig lange arbeiten. Zugleich ist das Mesenterium vor Verdunstung, Luftzutritt und Zerrung vollständig geschützt.

Das Ergebniß der vorliegenden Untersuchung läßt sich in der Kürze folgendermaßen angeben:

1. Der Austritt der farblosen wie der farbigen Blutzellen aus den Gefäßen steht im Wesentlichen unter denselben Bedingungen wie die Filtration einer colloiden Flüssigkeit.

2. Die active Beweglichkeit der farblosen Zellen kann die Filtration derselben auf verschiedene Weise begünstigen oder hemmen.

3. Das reichlichere Vorkommen der farblosen Zellen in der Wandschichte des Blutstromes ist im Wesentlichen aus ihrer Klebrigkeit zu erklären, nicht wie man gegenwärtig vielfach annimmt, aus ihrer sphärischen Gestalt.

4. Langsame Strömung des Blutes begünstigt die Ansammlung farbloser Zellen in der Wandschichte nicht wegen der Gestalt dieser Zellen, sondern weil die lebendige Kraft des Stromes zu klein ist, um die zufällig mit der Wand in Berührung gekommenen und an derselben wegen der Adhäsion mit großer Reibung sich hinwälzenden Zellen wieder von der Wand loszureissen.

5. Eine an der Wand bereits festsitzende farbige oder farblose Zelle wird bei gleichem Blutdrucke um so leichter filtrirt, je langsamer der Blutstrom ist, und dasselbe gilt von Colloidsubstanzen überhaupt.

III. Einige Versuche zur Beantwortung der Frage, ob Blutzellen in die Secrete übergehen.

Schon früher habe ich darauf hingewiesen, daß meine Beobachtungen über die Auswanderung farbloser Zellen aus dem Blute in mir die nahe liegende Frage erweckten, in wie weit vielleicht die Schleim- und Speichelkörperchen aus dem Blute abzuleiten seien, Um zur Beantwortung dieser Frage möglicher Weise einen Beitrag zu gewinnen, spritzte ich bei Gelegenheit eines Speichelversuches einem großen mit Opium betäubten Hunde acht Stunden lang alle zehn Minuten etwa 12 CC. einer mit feinkörnigem Anilin blau gefärbten Flüssigkeit ein. Herr Dr. Toldt, Assistent am physiologischen Institute der Josephsakademie, welcher solche Anilineinspritzungen zur natürlichen Injection der Lymphdrüsen benützt hat, wird ausführlicher über die Methode berichten. Von Zeit zu Zeit wurde durch Reizung der Chorda Speichel aus dem Wharton'schen Gange gewonnen. Die ersten nach jeder Pause aus dem Gange tretenden [illegible]opfen zeigten die bekannte weißliche Trübung und enthielten [illegible] warten neben den bekannten Formelementen dieser Speichel[illegible] [illegible]ch zahlreiche Speichelzellen, nie aber eine anilinhaltige Zelle. [illegible]en so wenig waren freie Farbstoffkörnchen im Speichel nachweisen. Ein an einem zweiten Hunde ganz eben so angestellter [V]ersuch gab das gleiche negative Resultat.

An zwei in derselben Weise mit Anilin behandelten Hunden [wu]rde der Mundspeichel untersucht: aber in den sehr zahlreichen [Spe]ichel- oder Schleimkörperchen war nie Anilin zu finden. Im [Con]junctivalschleim des einen Hundes waren die zahlreichen Schleim[kö]rperchen ebenfalls anilinfrei; eben so in dem, aus dem innern [Au]genwinkel genommenen Schleime, welcher an zwei Hunden sorg[fä]ltig untersucht wurde. Auch das Secret der chronisch entzündeten [Co]njunctiva eines Hundes enthielt kein Anilin. Endlich wurde einem [äh]nlich behandelten Hunde, welcher Tags vorher geworfen hatte, [di]e Milchdrüse so gut als möglich ausgedrückt, von Zeit zu Zeit [di]e wieder angesammelte spärliche Milch entleert, und jedesmal die [erh]alten so gewonnenen Tropfen untersucht. Es fand sich nie eine [S]pur von Anilin in denselben. Bei allen diesen Versuchen wurden [zei]tweise Blutproben aus verschiedenen Gefäßbezirken entnommen, [u]m das Vorkommen anilinhaltiger Körperchen zu constatiren. Die [le]tztern waren bisweilen so [illegible], daß auf 10 – 15 farblose ein [de]utlich anilinhaltiges kam.

Somit war das Resultat, was Speichel, Schleim und Milch [betri]fft, durchgehends negativ; weder [illegible] noch in Zellen einge[sc]hlossene Farbstoffkörnchen [illegible].

[illegible] fast nie ganz ent[illegible] [illegible] negativ aus[illegible] [illegible] gefärbte Zellen, so [illegible] [illegible] Blutzellen, [illegible] schließen [illegible] stam[illegible] [illegible] gefärbten [illegible] [illegible] Speichel [illegible] zuge[illegible] [illegible] einfachen [illegible]

[illegible] wenn sich [illegible] finden.

als im Blute selbst. Obgleich man hierbei auf eine Schätzung angewiesen wäre, so würde dies doch genügen. Daß nun aber gar keine gefärbten Zellen gefunden wurden, beweist andererntheils auch nicht, daß gar keine Blutzellen in den Secreten waren. Denn erstens ist zu bedenken, daß, abgesehen vom Speichelversuche, die in den Secreten gefundenen Zellen theilweise schon vor Beginn der Anilineinspritzung abgesondert sein konnten, und zweitens fragt sich, ob die mit Anilin beladenen Blutzellen nicht vielleicht aus irgend welchem Grunde minder leicht extravasiren als die andern, worauf noch zurückzukommen ist. Drittens können bei der außerordentlichen Feinheit des Anilinniederschlages einzelne Anilinkörnchen in den beobachteten Zellen gewesen sein, ohne daß sie sich mit Sicherheit als solche erkennen ließen.

Während also in den eigentlichen Secreten kein Farbstoff nachweisbar war, fand sich derselbe überraschend reichlich in den Lymphdrüsen, welche die Leberlymphe aufnehmen; und in dieser Lymphe selbst wurden neben zahllosen farbigen Blutzellen und anilinfreien Lymphkörperchen in jeder Probe eine Anzahl anilinhaltiger Zellen gefunden, nie aber freie Farbstoffkörnchen. Dieser Befund steht ganz in Übereinstimmung mit dem, was ich in meiner ersten Mittheilung über die Leberlymphe narkotisirter Hunde vorgebracht habe.

Bei zwei Hunden habe ich, um überhaupt die Möglichkeit des Überganges anilinhaltiger Blutzellen in ein, wenn auch pathologisches Secret darzuthun, durch Ätzung mit *argentum nitricum* eine Conjunctivitis erzeugt. In dem sehr bald und reichlich secernirten Eiter ließen sich neben einzelnen farbigen Blutzellen einige mit Anilin gefärbte sogenannte Eiterzellen in jeder Probe nachweisen, doch waren dieselben im Vergleich zu den zahllosen ungefärbten Eiterzellen äußerst spärlich, obwohl das eine Mal festgestellt wurde, daß gleichzeitig im Blute mindestens jede fünfzehnte farblose Blutzelle anilinhaltig war. Wenn also wirklich alle Eiterzellen des katarrhalischen Eiters der Bindehaut Blutzellen sein sollten, so müßte man annehmen, daß die anilinhaltigen mehr im Blute zurückgehalten würden als die andern. Zu Gunsten dieser Ansicht ließe sich anführen, daß in jenem Eiter auch die farbstoffhaltigen Eiterzellen meist nur wenig Anilin enthielten, während im Blute viele Zellen gefunden wurden, welche halb oder ganz mit Farbstoff durchsetzt schienen. Zu Ungunsten derselben Ansicht wäre anzuführen, daß bei Fröschen auch die reichlich mit Farbstoff beladenen Zellen leicht auswandern, wie schon Cohnheim hervorgehoben hat, und ich durchaus bestätigen kann. Da sich übrigens nie freie Anilinkörnchen im Eiter der Conjunctiva fanden, so ist nicht wahrscheinlich, daß das Anilin von der Eiterzelle erst außerhalb der Blutgefäße aufgenommen wurde, obwohl andererseits vereinzelte freie Anilinkörnchen wegen ihrer großen Feinheit leicht unerkennbar werden können.

Es war übrigens bei dem letzterwähnten Versuche nicht meine Absicht die Eiterbildung zu untersuchen, sondern nur die Möglichkeit der Auswanderung mit Anilin beladener farbloser Blutzellen überhaupt zu constatiren, weil dadurch der negative Befund in den andern Secreten an Bedeutung gewinnt. In Betreff der Eiterbildung möchte ich bei dieser Gelegenheit daran erinnern, daß beim Säugethier adenoides Gewebe viel verbreiteter vorzukommen scheint als beim Frosche. Wenn nun wirklich das adenoide Gewebe eine Keimstätte von Lymphzellen ist, so gibt es beim Säugethiere sehr vielfältige Quellen dieser Elemente und somit auch der Eiterzellen. Beim Frosche sind bis jetzt weder Lymphdrüsen noch, außer der Milz, andere größere Anhäufungen von adenoider Substanz nachgewiesen. Es ist deshalb von Interesse hier zu erwähnen, daß Herr Dr. Toldt in der sogenannten Thymusdrüse des Frosches, welche aus mehreren Knäueldrüschen besteht, adenoides Gewebe gefunden hat, welches die Hauptmasse der Drüse ausmacht. Dieselbe Drüse hat gleichzeitig Herr Fleischl untersucht und darüber vor kurzem dieser Akademie berichtet. Derselbe ist jedoch, wie mir Herr Prof. Brücke mittheilt, in so fern zu einem andern Ergebnisse gekommen, als er ein die adenoide Substanz durchsetzendes feines Canalsystem annimmt, welches mit den Blutgefäßen in offener Verbindung stehen soll, wie dies Stricker auch von der Milz beschrieben hat. Herr Toldt glaubte dagegen ein vollständig geschlossenes Blutgefäßsystem gefunden zu haben und gestattete mir deshalb die Publication seiner Untersuchung bis dahin zu verschieben, wo Herrn Fleischl's Arbeit vorliegen wird.

Beitrag zur Lehre von den Organanlagen im motorischen Keimblatte.

Von Dr. S. L. Schenk,

Assistenten am physiologischen Institute in Wien.

(Mit 3 Tafeln.)

Im Folgenden habe ich mir zur Aufgabe gestellt, die Schicksale jener Zellenmasse der Embryonalanlage zu beschreiben, welche Remak als mittleres Keimblatt bezeichnet, und die zwischen dem Hornblatte und dem Darmdrüsenblatte, sobald sie auf Querschnitten des Fruchthofes als Keimblätter zu unterscheiden sind, den überwiegend größten Raum der Keimanlage einnimmt.

Die bisher bekannten Lehren über das Verhalten des mittleren Keimblattes zu den Organen, welchen es als Grundlage zum Aufbaue dient, als auch zu den Höhlen, welche von ihm umgeben sind, weichen derart von meinen Erfahrungen ab, daß ich dieselben, so weit ich sie bis jetzt als sicher betrachten kann, mittheilen will. Nach der gangbaren Meinung dient das motorische Keimblatt mit Ausschluß des centralen und peripheren Nervensystems, der Horngebilde, der Linse, des inneren Blattes des Amnion, der Ephithelauskleidung des Darmrohres und der Drüsen, welche sich als Ausstülpungen vom Darmdrüsenblatte in ihrer frühesten Anlage zeigen, allen übrigen Organen zur Grundlage. Ich habe meine Untersuchungen an Hühnerembryonen zu Ende des ersten Tages der Bebrütung begonnen. — Der Embryo ausgespannt und in Toto beobachtet, ließ deutlich die verdickte Axenplatte von der durchsichtigen Umgebung des Fruchthofes unterscheiden. In seiner Mitte war die Rückenfurche durch zwei erhabene Wülste begrenzt, die nach vorne sowohl gegen das Kopfende als gegen das Schwanzende sich verflachten, wobei besonders am Schwanzende die Rückenfurche flacher wurde. Gegen das letztere ziemlich genau unterhalb der eben beschriebenen erhabenen Wülste ward ein Durchschnitt gelegt, der naturgetreu in Fig. 1 abgebildet wurde.

Dieser Durchschnitt zeigt den äußern Theil der [illegible] *F* verdickt und verbreitet. Die Vertiefung entspricht der Rückenfurche *R*. An dieser Stelle läßt sich keine deutliche Differenzirung des äußeren und mittleren Keimblattes finden; dagegen sieht man das Darmdrüsenblatt, welches aus platten Zellen besteht, die auf dem Durchschnitte spindelförmig sind, deutlich unterhalb der Rückenfurche vorüberziehen. Dasselbe läßt sich bis in den peripheren Theil verfolgen, was mit den Angaben von Hensen[1] nicht übereinstimmt, da dieser Autor das Darmdrüsenblatt an der Axenplatte in dem eben geschilderten Entwickelungsstadium mit der übrigen Keimanlage verwachsen läßt. Hierzu habe ich noch zu erwähnen, daß diese Lage von spindelförmigen Zellen auf dem Querschnitte, wie wir sie in der geschilderten Figur im Darmdrüsenblatte finden, schon in früheren Stadien, wo die Keimscheibe nur noch aus zwei Schichten besteht, als innere Schichte in ihrer ganzen Ausdehnung mit keiner andern Zellenlage verwachsen ist, also auch unterhalb der Axenplatte isolirt. Das mittlere Keimblatt (*M*) zeigt sich als deutliche Zellenmasse, welche aus runden oder rundlichen Elementarorganismen zusammengesetzt ist und sich bis in den Gefäßhof erstreckt. Die Elemente zeigen noch keine Anordnung, aus der sich irgendwie auf die zunächst auftretende Veränderung im Keimlager schließen ließe.

Somit verlassen wir dieses Stadium und gehen zu vorgerückteren in der Entwickelung über, woran wir schon die Keimblätter getrennt in der Axenplatte vor uns haben, und an welchen die Elemente des mittleren Keimblattes sich schon differenzirt haben, so daß wir an selben die *chorda dorsalis* unterhalb des noch nicht geschlossenen Central-Nervensystems sehen, zu beiden Seiten des letzteren die Anlage der Urwirbel, und nach außen von diesen die Darmfaser und Hautmuskelplatte.

Was zunächst die Anlage der Urwirbel betrifft, so ist schon durch v. Baer bekannt, daß sie zu beiden Seiten der Primitivrinne entstehen, und sich als dunkle Stellen, mit hellem Saume manifestiren. Durch die weiteren Untersuchungen von Reichert und Remak waren wir in der Lage sie an Querschnitten zu beobachten. Reichert ließ sie in der *Membrana intermedia* Remak im motorischen (mittleren) Keimblatte entstehen. Über die Angabe des Ortes waren beide

[1] Zur Entwickelung des Nervensystems. Virchow's Archiv. 30. Bd. 1864.

Autoren einig, uneinig nur bezüglich der gewählten Namen für den Entstehungsort. — Wenn man aber die Zeichnungen von Remak betrachtet, so sieht man daß der genannte Autor sie von der Darmfaserplatte, Hautmuskelplatte und deren Übergang getrennt lässt, welche letztere gleich einer ovalen Schlinge an der Außenseite des Urwirbels liegen.

His [1]) spricht sich über die Bildung der Urwirbel folgendermaßen aus: „Bei der Bildung der Urwirbel betheiligen sich die beiden gestreiften Nebenplatten und ihre ungestreifte Zwischenmasse. Diese liefert den Kern des Urwirbels, während jene die radiär gestreifte Rinde desselben geben". — Zu diesem Ausspruche kann man nur gelangen, wenn man den vollendet gebildeten Urwirbel vor Augen hat, nicht aber den in Entwickelung begriffenen. — Wenn wir Fig. 1 und 2 betrachten, so sehen wir nicht, daß sich drei getrennte Zellenmassen vorfinden, sondern wir sehen vielmehr eine gleichartige Zellenmasse, an der Stelle der künftigen Urwirbel zu beiden Seiten des Central-Nervensystems im mittleren Keimblatte, trotzdem die Urwirbel am ausgebreiteten Embryo deutlich zu sehen waren. Was aber die gestreifte Nebenplatte und den Kern des Urwirbels betrifft, so treten sie erst viel später auf, und ist nicht etwa ein gestreifter Theil am Urwirbel, sondern wie wir sehen werden, besteht der periphere Theil der Urwirbel, aus dichter an einander gedrängten Zellen, die sich an der äußeren Peripherie der Urwirbel länger erhalten als an der inneren.

Um aber deutlicher zu zeigen, daß wir die Urwirbel nur aus einer Zellenmasse des mittleren Keimblattes sich bilden sehen, wollen wir zur näheren Erörterung der Fig. 2 übergehen.

R ist die Rückenfurche, die vom verdickten Nervenhornblatte umgeben ist, dessen peripherer Theil *h* allmälig dünner wird. *J* ist das Darmdrüsenblatt Remak's.

Unterhalb der Rückenfurche ist der Querschnitt der Chorda, zu beiden Seiten der letzteren ist eine gleichmäßige Zellenmasse *U* die keinen streifigen Theil besitzt, sondern durchgängs aus rundlichen Elementen besteht, welche sich seitlich in zwei Zellenreihen spaltet, die entsprechend der künftigen Darmfaserplatte *Df* und Hautmuskel-

[1]) Archiv für mikroskopische Anatomie von M. Schulze II. Bd., 4. Heft. — W. His. Über die erste Anlage des Wirbelthierleibes.

blatte *Hm* angeordnet sind. — Diese seitliche Zellenmasse zu beiden Seiten des Central-Nervensystems wird wohl unstreitig die Anlage der Urwirbel sein, da diese dem Central-Nervensysteme zunächst liegen.

Ferner sieht man zwischen dem Darmdrüsenblatte und dem mittleren Keimblatte nicht regelmäßig geordnete Durchschnitte von Räumen, deren Inhalt Blutkörperchen sind.

Diese Räume entstehen im mittleren Keimblatte, nehmen im Gefäßhofe zu, und sind in dem eben beschriebenen Stadium im Fruchthofe noch spärlich vorhanden. An jüngeren Stadien sind diese Blutraumdurchschnitte im Fruchthofe noch nicht vorhanden, während sie im Gefäßhofe schon an ihrem Inhalte, der aus Blutkörperchen besteht, deutlich zu erkennen sind.

(Die Blutkörperchen, welche zu dieser Zeit die benannten Räume ausfüllen, zeigen eine merkwürdige Eigenschaft, nämlich daß sie an Präparaten die mit Carmin tingirt wurden, deutlich mit diesem Farbstoffe gefärbt erscheinen.)

Wenn es nun ein Stadium gibt, wo die Gefäßräume nur im Gefäßhofe zu sehen sind, ein zweites (Fig. 2), wo sie im Gefäßhofe zahlreich vertreten sind, während sie im Fruchthofe spärlich auftreten, dazu ein drittes, wo sie sowohl im Gefäß- als Fruchthofe gleich stark vertreten sind, und man dabei auf dem Durchschnitte die Gefäßräume des Frucht- und Gefäßhofes in Continuo zusammenhängend sieht; bleibt nichts Anderes übrig, als anzunehmen, daß die Gefäßräume, während sie sich vermehren aus dem Gefäß in den Fruchthof hineinwuchern, und zwar in den Raum zwischen der Darmfaserplatte *Df* und dem Darmdrüsenblatte *J*.

Nach His [1]), der gleich der füheren Keimblätterlehre (Pander, v. Baer, Bischoff) eine eigene Gefäßmembran annimmt, befinden sich die Gefäße zwischen der unteren Nebenplatte und dem unteren Keimblatte, was bezüglich des Standortes mit meinen Angaben gleichbedeutend ist, nur in den gewählten Namen Verschiedenheit bietet, aber an der Sache nichts ändert.

Ich verweise hiebei auf die Fig. 1, 2, 3, von welchen ich voraussetze, daß sie hinreichend das Gesagte bestätigen, ohne daß ich zahlreiche Zwischenstadien beifügen soll, die zur näheren Erklärung nicht wesentlich beitragen.

---

[1]) L. c.

In der weiteren Entwickelung findet man die vorher angedeuteten Anlagen ihrer Vollendung um ein Bedeutendes näher gerückt. Es ist wohl einer der bekannten Durchschnitte, wie ich ihn in Fig. 3 schildere, jedoch läßt er eine Verschiedenheit von den gangbaren Abbildungen hinsichtlich des Zusammenhanges der Darmfaserplatte *Df* und Hautmuskelplatte *Hm* mit den Urwirbeln erkennen, indem nach den bisherigen Annahmen, wie ich oben erwähnt habe, die beiden getrennten Platten schlingenförmig umbiegen und der Urwirbel als isolirter runder Körper mit einer Rindensubstanz, einer Marksubstanz und einer Urwirbelhöhle auf Durchschnitten dargestellt wird, was sich an einer Reihe von auf einander folgenden Durchschnitten bei meiner Untersuchung nicht ergab.

In Fig. 3 sehen wir zunächst das abgeschlossene Centralnervensystem *c*, unter ihm den Querschnitt der *Chorda dorsalis ch*. Über das Central-Nervensystem zieht das abgeschnürte Hornblatt *h* hinweg. Zu beiden Seiten haben wir die Querschnitte der Urwirbel *U* und die mit ihm zusammenhängende Hautmuskelplatte *Hm* und Darmfaserplatte *Df*. — An den Urwirbeln unterscheiden wir einen peripheren Theil *p*, welcher aus dicht gedrängten spindelförmigen Zellen besteht, und einen centralen *z* der aus runden oder rundlichen Elementen zusammengesetzt ist. — Betrachtet man den Zusammenhang der Urwirbel mit den die Pleuroperitonealhöhle begrenzenden Platten *Hm* und *Df*, so sieht man den Zusammenhang durch eine verengte Stelle *E*, an welcher der centrale Theil *z* der Urwirbel *U* aufhört, der periphere *p*, aus dicht gedrängten spindelförmigen Zellen bestehend, geht nach oben dem Hornblatte zugekehrt, in die Hautmuskelplatte *Hm*, nach unten der Gefäßschichte zugewendet, geht die untere periphere Substanz der Urwirbel in die Darmfaserplatte über. Zwischen beiden ist eine Höhle, die durch die verengte Stelle mit den Elementen des centralen Theiles der Urwirbel communicirt. Die Höhle ist die zu beiden Seiten des Darmrohres von Remak beschriebene Pleuroperitonealhöhle. Wenn auch in den späteren Entwicklungsstadien die Darmfaserplatte mit der Hautmuskelplatte unterhalb der Urwirbel zusammenhängt, sollte man doch meinen daß man eine Schlinge habe, die durch die beiden Platten *Hm* und *Df* an ihrer Übergangsstelle gebildet werde. Alsbald werden wir aber sehen, daß in den Urwirbeln Veränderungen vor sich gehen, die eine solche isolirte Schlinge nicht bestehen lassen, und die den Zusammenhang [illegible] Hautmuskelplatte mit der Masse der Urwir- [illegible].

[illegible] *E*, genau am Übergang der Hautmuskelplatte [illegible] Urwirbelsubstanz, befindet sich der [illegible] *Un*, welcher aus einer rundlichen [illegible] keine Höhle besitzt.

[illegible] entschieden äußern über die Genese [illegible] aussagen, daß dieser Gang ein- [illegible] Seiten der Urwirbel zwischen dem [illegible] sehen läßt, später aber tiefer [illegible] der Pleuroperitonealhöhle sich [illegible].

[illegible] *Df* ist die Gefäßschichte deren [illegible] Affanasieff, der die [illegible] bei seinen Beobachtungen [illegible] auf den Objecttisch [illegible] im mittleren Keim- [illegible] derselben eine Zellenlage [illegible]

[illegible] Embryonalleib consti- [illegible] Aufgabe die wei- [illegible]

[illegible] etwas näher ins [illegible] in der Anlage [illegible] Die Bestimmung [illegible] ungefähr folgende: [illegible] Central-Nervensystems [illegible] sich unterhalb des [illegible] (*Membrana* [illegible] die sogenann- [illegible] nach unten zu ver- [illegible]ert). Hiezu [illegible] der näheren [illegible] Ganglien aus den [illegible] in einem [illegible] Ursprung haben.

Die Urwirbel verharren nicht lange in dem Stadium, wie wir sie oben verlassen haben, wovon man sich sowohl an Embryonen verschiedener Stadien, als auch an einem und demselben Embryo an Schnitten die in verschiedener Höhe gelegt wurden, überzeugen kann. Letzteres hat seinen Grund darin, daß die einzelnen Organe je näher dem Schwanzende gelegen, um so weniger entwickelt sind. Die nächste Veränderung der Urwirbel besteht darin, daß der centrale Theil zu wuchern beginnt, während der periphere temporär noch in seinem früheren Zustande verharrt. Um diese Wucherung anschaulicher zu machen, habe ich ein Präparat in Fig. 4 abbilden lassen. An den Urwirbeln *(U)* sehen wir den peripheren Theil *p* besonders nach Außen und im Embryo, in dem Zustande wie wir ihn oben gesehen. An dem übrigen Theile, besonders nach außen und unten sieht man den Unterschied zwischen dem peripheren und centralen Theile der Urwirbel gänzlich aufgehoben, und verfolgt man die Elemente der Urwirbel, bis wohin sie wuchern, so wäre in diesem geschilderten Stadium die Begrenzung folgende:

Nach unten dem Darmcanal zugewendet, setzen sich die Elemente der Urwirbel zwischen Darmfaserplatte *Df* und dem Darmdrüsenblatt *(J)* fort, also im Vergleich mit dem Standorte der Gefäßräume im Fruchthofe genau an dieselbe Stelle. Sie umgeben nun die Gefäße einerseits, und umwuchern die Darmwand längs des Darmdrüsenblattes anderseits. In diesem Stadium hört nun die Darmfaserplatte auf, an das Darmdrüsenblatt zu grenzen, denn zwischen beide tritt eine Zellenmasse, die dem mittleren Keimblatte angehört und von den Urwirbeln aus zu beiden Seiten des vom Drüsenblatte zunächst begrenzten Darmcanals nach abwärts sich erstreckt. Diese Zellenmasse, welche zwischen der Darmfaserplatte und dem Darmdrüsenblatte sich vorfindet, habe ich nicht in den verschiedenen Stadien ihrer Wucherung aus den Urwirbeln verfolgt, aber die einmal vorhandene Zellenmasse konnte ich in ihrem Wachsthume in der Dicke zunehmend an Masse verfolgen. — Diese Massenzunahme hält mit der Massenzunahme der Urwirbel in der Entwickelung gleichen Schritt. Ferner fand ich das besagte Zellenstratum stets mit den Urwirbeln, und nicht mit den übrigen benachbarten Zellenlagen in Verbindung. Da nun sowohl die Darmfaserplatte, welche die besagte Zellenmasse nach außen begrenzt, als auch das Darmdrüsenblatt, welches nach innen von ihr liegt, nie mit ihr zusammenhängend gefunden wurde, so glaube ich, daß die fragliche Zellenmasse in den Urwirbeln ihren Mutterboden hat.

Nach außen und oben findet man eine Fortsetzung der Elemente des centralen Theiles über dem Querschnitte des Urnierenganges *Un*, so daß nun der Urnierengang, der bisher zwischen dem mittleren und äußeren Keimblatte lag, von den Gebilden des mittleren Keimblattes umgeben wird, und es bestreben sich die Elemente der Urwirbel *U* auch zwischen Hautmuskelplatte *Hm* und dem Hornblatte zu wuchern, um in späteren Stadien als Seitenplatten die Pleuroperitonealhöhle *PP* (mittelbar durch die Hautmuskelplatte), im Vereine mit der Zellenmasse aus den Urwirbeln *(cf)* die den Darmcanal begrenzt, welche letztere ich Darmplatte nennen möchte, zu umgeben.

Die Urwirbel *U* zeigen keine besondere Höhle, wie sie uns öfters gezeichnet vorkömmt, sondern an der Stelle der Urwirbel an, welcher die vermeinte Höhle vorkömmt, sind die Elemente weniger gedrängt vorhanden als in der Umgebung, füllen jedoch den Raum in der Mitte so weit aus, daß derselbe nicht als Höhle aufgefaßt werden kann.

Wenn nun das Darmdrüsenblatt von der Darmfaserplatte nicht begrenzt ist, sondern zwischen Darmfaserplatte und dem den Darmcanal begrenzenden Darmdrüsenblatte, die Urwirbel in der oben geschilderten Weise als Darmplatte wuchern, so fragt es sich, welche Bedeutung für den Aufbau des thierischen Leibes soll der Darmfaserplatte und welche der Darmplatte beigelegt werden.

Remak, nach dem die Darmfaserplatte unmittelbar an dem Darmdrüsenblatte liegt, läßt erstere an der Bildung der Darmwand und der Drüsen des Darmes in so ferne sich betheiligen, als überhaupt das mittlere Keimblatt bei der Entwickelung dieser Organe sich betheiligt, während die Zellenlage, die ich als Darmplatte bezeichne von ihm nicht gekannt war.

Nach meinen Erfahrungen, die ich durch längere Zeit andauernde Studien auf dem Gebiete der Entwickelungsgeschichte gemacht habe, hat die Darmfaserplatte und Hautmuskelplatte nur die Bedeutung einer Auskleidung der Pleuroperitonealhöhle, mit Ausnahme desjenigen Theiles, welcher sich zur Begrenzung der Herzhöhle ausstülpt.

Die Darmplatte aber nimmt die der Darmfaserplatte bisher zuerkannte Bestimmung in Anspruch.

Von der Richtigkeit dieser Angabe kann man sich auf die leichteste Weise überzeugen, wenn man von dem letzt geschilderten Stadium der vollendeten Entwickelung näher gerückt, Querschnitte bereitet. — Sowohl die Veränderungen in der Darmplatte als auch das Gleichbleiben der Darmfaserplatte in der Entwickelung sprechen hinreichend für die Richtigkeit dieser Angabe. Eine Reihe solcher Querschnitte schildere ich im Folgenden: Der Embryo, der der Untersuchung zunächst unterzogen wurde, hatte den Darmcanal am Kopfende als Vorderdarm schon geschlossen, was mit der Bildung der Baer'schen Kopfkappe im Zusammenhange steht, eben so am Schwanzende. In der Mitte war die Darmfurche noch in Communication mit der Dotterhöhle.

Von diesem Embryo habe ich zwei Querschnitte (Fig. 5 und 6) abgebildet, Fig. 5 an der Stelle, wo der Darmcanal in offener Communication mit der Dotterhöhle steht, Fig. 6 hingegen ist dem Schwanzende näher gelegen, wo der Darmcanal durch die bekannten Vorgänge bei der Bildung der Schwanzkappe bereits früher abgeschlossen wurde.

In Fig. 5 sehen wir den Querschnitt des Central-Nervensystems *C*, zu beiden Seiten die Urwirbel *U*, von deren peripheren Theil nur der äußere, bestehend aus spindelförmigen Zellen, die dicht gedrängt aneinander stehen, erhalten ist. (Remak's Muskelplatte.) Der centrale Theil derselben setzt sich seitlich zwischen Hautmuskelplatte (*Hm*) und Hornblatt *h* als Seitenplatte *Sp* (Remak), ferner zwischen Darmfaserplatte *Df* und Darmdrüsenblatt *y* als Darmplatte *f* fort. — Es ist somit der Darmcanal nicht von zwei, sondern von drei Schichten begrenzt, deren mittlere mit den Urwirbeln zusammenhängt, — die äußerste der Pleuroperitonealhöhle zugewendete Schichte geht in die Hautmuskelplatte über. Die Hautmuskelplatte sowohl als das Hornblatt schlägt sich aber zu beiden Seiten um, damit sie über dem Rücken des Embryo sich vereinen, um die Amnioshöhle *A* zu begrenzen. Es besteht somit das Amnios aus zwei Schichten, deren äußere B_1 dem mittleren, die innere B_2 aber dem äußeren Keimblatte angehört. Die Amnioshöhle *A* ist auf dem Querschnitt mit einem gleichförmigen Gerinnsel ausgefüllt.

Unterhalb der Chorda (*Ch*) sieht man zwei Gefäßdurchschnitte *Ao*, welche den beiden Aorten entsprechen. Seitlich von diesen sind die Querschnitte des Urnierenganges *(Un)*, und oberhalb des Letzteren zwei Gefäßlumina. In der Darmplatte *f* findet man Gefäßdurchschnitte der *Vasa omphalo meseraica*.

Wie erwähnt, stellt Fig. 6 einen Durchschnitt nahe am Schwanzende dar. Der Darmcanal *D* ist bereits abgeschlossen, und ist zunächst begrenzt vom Darmdrüsenblatte *y*, welches nur zur epithelialen Auskleidung des Darmcanals geworden ist. An das Darmdrüsenblatt grenzt die Darmplatte, die einerseits als aus den Urwirbeln stammend mit denselben im Zusammenhange steht, andererseits aber mit den Seitenplatten *(Sp)* in Verbindung tritt, wie dies aus der Fig. 6 am besten ersichtlich ist. Somit ist die Pleuroperitonealhöhle *PP*, die zunächst von der Hautmuskelplatte *Hm* und mit ihr vereinigten Darmfaserplatte *Df* begrenzt ist, von den Urwirbeln ringsherum umgeben. Wenn sich nun diese beschriebenen Theile unterhalb des Darmcanals vereinigen (Fig. 6), so haben wir die bekannte *Membrana reuniens inferior*, aber mit dem Bemerken, daß die Urwirbel, sowohl nach außen als nach innen von der Pleuroperitonealhöhle bis unterhalb des vom Drüsenblatte begrenzten Darmcanals in Form der Darmplatte *F* wo sie von beiden Seiten vereinigt, alle Höhlen, die sich am Querschnitt des Embryonalleibes präsentiren, umgeben.

Die Darmfaserplatte *Df* sowohl als auch die Hautmuskelplatte sind, was die Massenzunahme derselben betrifft, in gleichem Entwicklungsstande geblieben, während die Darmplatte durch Vermehrung ihrer Elemente an Masse zunahm, welcher Vorgang bei allen einer weiteren Entwickelung fähigen Gebilden stattfindet. Dies bewegt mich zur Annahme, daß die Darmplatte, welche an Masse zunimmt, dem zufolge einer weiteren Entwickelung fähig ist, und ihrem Standorte gemäß zur Bildung der Darmwand mit Ausnahme der Epithelialauskeildung, ihr Material liefert, während die Darmfaserplatte und Hautmuskelplatte zur Auskleidung der Pleuroperitonealhöhle dienen.

Daß dieser letzte Ausspruch gerechtfertigt ist, zeigt sich in auffallender Weise am Embryonalleibe späterer Stadien, ohngefähr am fünften Tage hinlänglich ausgesprochen. Aus einer Reihe von Durchschnitten durch dem Embryonalleib in der Höhe der hinteren Extremitäten, ließ ich einen als den passendsten naturgetreu abzeichnen, damit man auf dem Querschnitte die obigen Angaben, als die richtigen auch in vorgerückteren Stadien wieder finden kann.

Um das geschlossene Central-Nervensystem *C* (Fig. 7), sind die Urwirbel *U* derart gelagert, daß dasselbe zugleich mit der Chorda von ihnen umwuchert ist. — Zu beiden Seiten des Central-Nervensystems sind die beiden Muskelplatten *Mp*, diese letzteren sind als Reste des peripheren Theiles der Urwirbel aufzufassen. Nach unten vom Central-Nervensystem umgeben die Gebilde der Urwirbel die Aorta, mehrere kleinere Gefäßdurchschnitte, den Wolf'schen Körper und dessen Ausführungsgang. Ferner trifft man die Urwirbel auch seitlich als die bekannten Seitenplatten *Sp*, aus welchen zwei stummelähnliche Fortsätze, *Ext.*, die Anlagen der Extremitäten wuchern. Endlich finden wir wieder zwischen der Darmfaserplatte *Df* und dem Darmdrüsenblatte *y*, welches Letztere den Darmcanal zunächst begrenzt, die Fortsetzung der Urwirbel als Darmplatte.

Diese Darmplatte ist in dem eben geschilderten Entwickelungsstadium im Vergleiche mit dem früher geschilderten, bedeutend verdickt, während die Darmfaserplatte *Df* und Hautmuskelplatte *Hm* nur zur Auskleidung der Pleuroperitonealhöhle dient, und keinen Antheil nimmt an der Bildung der Darmwand, wie Remak zuerst diese Behauptung aufgestellt hat.

Hier erlaube ich mir vorläufig zu bemerken, und behalte es mir als weiteren Gegenstand meiner Forschungen auf dem Gebiete der Embryologie vor, daß die Lunge, die Leber ihr Material zum Aufbaue nur aus der Darmplatte beziehen, so weit sie überhaupt zu ihrer vollständigen Entwickelung die Gebilde des mittleren Keimblattes verwenden. — Die Darmfaserplatte hingegen, dient aber nur als Überzug dieser Organe, oder was gleichbedeutend ist zur Auskleidung der Pleuroperitonealhöhle.

Vor Abschluß dieser Zeilen will ich nur noch Einiges über das Verhalten der Darmplatte in der Herzgegend mittheilen.

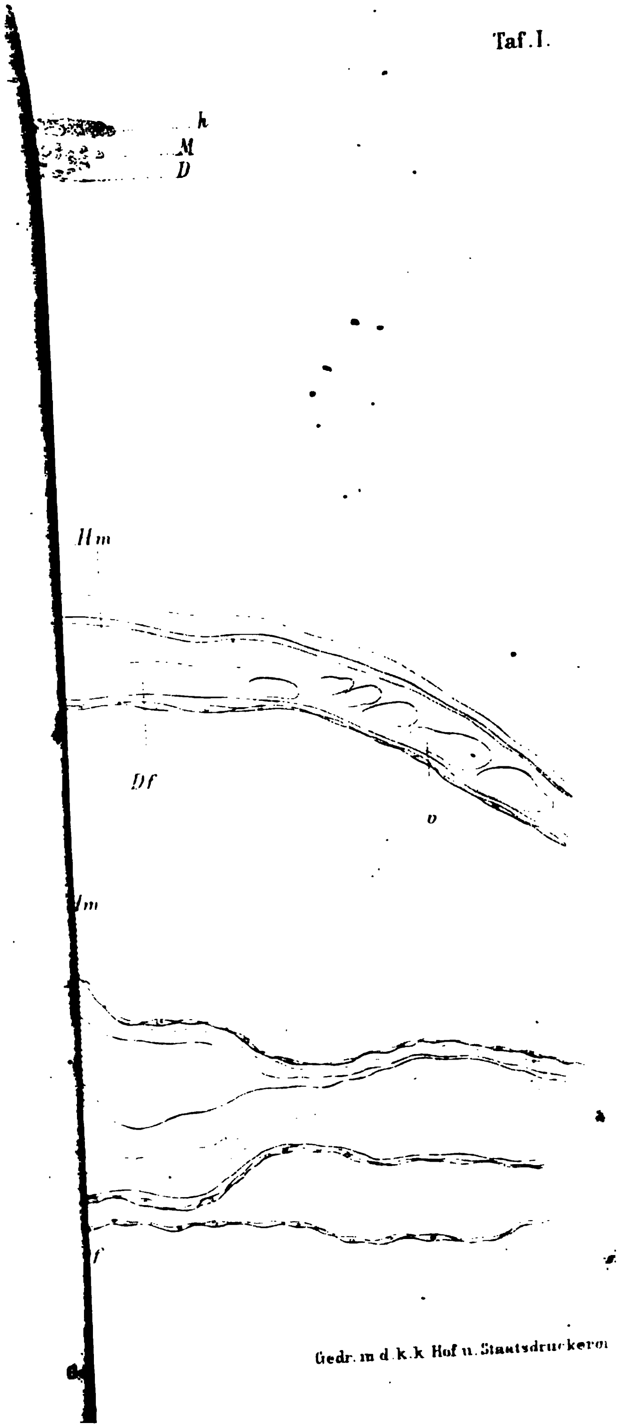
An den Durchschnitten aus dieser Gegend des Embryonalleibes, wird das Central-Nervensystem zweimal getroffen, was mit der Kopfkrümmung des Embryo zusammenhängt. Um aber die Lage der Schnittebene zu bestimmen, welche in der Zeichnung Fig. 8 vorliegt, wäre zu bemerken, daß das Central-Nervensystem einmal in der Nähe der Anlage der Augen und das andere Mal in der Gegend der Herzhöhle getroffen wurde. Mit Hilfe dieser zwei bekannten Punkte kann man die Lage der Ebene bestimmen.

Erklärung der Abbildungen.

(Die Abbildungen sind von den Präparaten naturgetreu entnommen.)

R Rückenfurche.
h Hornblatt.
M Mittleres Keimblatt.
D Darmdrüsenblatt.
Ch *chorda dorsalis.*
U Urwirbel.
J Darmdrüsenblatt.
Df Darmfaserplatte.
Hm Hautmuskelplatte.
r Gefäßraumdurchschnitte.
C Central-Nervensystem.
PP Pleuroperitonealhöhle.
Un Urnierengang.
F Darmplatte.
Sp Seitenplatte.
p Peripherer Theil der Urwirbel.
c Centraler Theil der Urwirbel.
A Amnioshöhle.
R_1 Äußeres Blatt des Amnion.
R_2 Inneres Blatt des Amnion.
Ao Aorten.
Ext Extremitätsanlage.
Mp Muskelplatte.
H Herzhöhle.

Taf. I.



Gedr. in d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei

Eine Methode zur Injection der Lymphbahnen in den Lymphdrüsen.

Von Dr. C. Toldt,
k. k. Oberarzt und Assistent am physiologischen Institute der Josephs-Akademie in Wien.

(Mit 1 Tafel.)

Die Thatsache, daß unter den Formbestandtheilen der Lymphe häufig eine größere oder geringere Menge farbiger Blutzellen sich befinde, ist schon längst bekannt. Hering hat beobachtet (Sitzungsberichte der k. k. Akademie der Wissenschaften, Bd. 56), daß an Thieren, welche längere Zeit hindurch in der Opium-Narkose gelegen waren, namentlich die Leberlymphe einen ganz außerordentlichen Reichthum an farbigen Blutzellen zeige. Hiedurch wurde der Gedanke nahegelegt, jene Lymphdrüsen, welche von der Leberlymphe zunächst durchströmt werden, näher zu beachten, und in ihnen die farbigen Blutzellen aufzusuchen. Man konnte hoffen, an letzteren bei der mikroskopischen Unsersuchung der Lymphdrüsen einen sicheren Leitfaden durch die verwickelten Bahnen des Lymphstromes zu gewinnen, ohne erst zur künstlichen Injection der todten Drüse schreiten zu müssen. Jedenfalls war es viel verläßlicher, am lebenden Thiere durch den Lymphstrom selbst dessen Bahnen bezeichnen zu lassen, als jede andere hiezu dienende Injections-Methode. In der That fanden sich unter den erwähnten Umständen in den Umhüllungsräumen der Rindenknoten und vorzüglich der Markstränge zahlreiche farbige Blutkörperchen, von denen meist mehrere zu einer kugelförmigen Gruppe geordnet waren, und welche allerdings gute Anhaltspunkte für die Orientirung lieferten. Unvergleichlich bessere Resultate aber ergaben sich bei einer weiteren Vervollkommnung der Methode.

Wie Hering a. a. O. erörtert hat, ist der reiche Gehalt der Leberlymphe an zelligen Elementen mit größter Wahrscheinlichkeit durch ein reichliches Übertreten derselben aus den Blutgefäßen in die Lymphgefäße der Leber zu erklären. Es stand daher auch zu erwarten, daß nach Einspritzung feinkörniger Farbstoffe in das Blut des lebenden Thieres die mit Farbstoff beladenen farblosen Blutzellen sowohl, als vielleicht auch freie, äußerst feine Farbstoffkörnchen in die Lymphgefäße der Leber übertreten, und mit der Lymphe in die nächsten Lymphdrüsen gelangen würden. Der Erfolg rechtfertigte denn auch diese Erwartung; die Injection der Lymphbahnen war eine viel deutlichere, und außerdem schien diese Methode einige interessante und bemerkenswerthe Aufschlüsse über die Histologie der Lymphbahnen zu versprechen.

Ich will nun vorerst das dießbezügliche Verfahren, wie es an mehreren Hunden wiederholt wurde, näher beschreiben.

Als Farbstoff wurde, seiner besonders feinen Körnchen wegen, das von Cohnheim (Virchow's Archiv, B. 40, Seite 19), empfohlene Anilinblau benützt; die Zubereitung desselben geschah in der Weise, daß man sich eine möglichst concentrirte Lösung von gewöhnlichem käuflichen Anilinblau in absolutem Alkohol bereitete, und dieselbe behufs Befreiung von allenfalls ungelöstem Anilinblau filtrirte. Das Filtrat wurde allmälig unter beständigem Umrühren zu einer etwa zwanzigfachen Menge destillirten Wassers zugesetzt, wodurch das Anilinblau in unmeßbar feinen Körnchen ausgefällt wurde. Es ist gut, jedesmal diese Ausfällung unmittelbar vor Beginn der Injection erst vorzunehmen, da bei tagelangem Stehen die Körnchen sich zu größeren Klumpen zusammenballen; auch muß man sich bei jedem neu bereiteten Niederschlag durch die mikroskopische Prüfung überzeugen, ob er auch brauchbar ist, da er nicht immer gleich ausfällt. Hat man im Verhältniß zur Menge des Alkohols zu wenig Wasser genommen, so sieht man mit Hartnack Nr. 8 entweder gar keinen oder einen sehr spärlichen hautartigen Niederschlag, und man kann dann durch Zusatz einer neuen Quantität Wasser die feinen Körnchen noch erhalten.

War so der Farbstoff vorbereitet, so legte man an einem etwas größeren Hunde die *Vena cruralis* einer Seite bloß, und führte in den centripetalen Theil derselben, nachdem der peripherische unterbunden war, eine Canüle ein, welche als Ansatzrohr zu einer gewöhnlichen Injectionsspritze paßte. Durch diese Canüle wurde nun vorerst eine zur vollständigen Betäubung des Thieres geeignete Quantität Opiumtinctur eingespritzt, und dann in Intervallen von 10 bis 15

Minuten jedesmal eine etwa 12 Gramm Flüssigkeit fassende Spritze voll von dem bereitstehenden Farbstoff injicirt. Während der Pausen wurde die Öffnung der Canüle durch einen Korkpfropf geschlossen. Dies wurde durch 7 bis 8 Stunden unter fortwährender Erhaltung der Opium-Narkose fortgesetzt, so daß beispielsweise einem Hunde von etwa 20 Kilogr. Körpergewicht in einem Zeitraume von 8 Stunden beiläufig 450 Gramm der Farbstoffflüssigkeit injicirt wurden. Das Erwärmen der letzteren ist durchaus nicht nothwendig, eben so ist es nicht erforderlich, dem Thiere etwa einen Aderlaß zu machen, da die allmälig dem Blute zugefügte Quantität Wasser wohl Zeit findet, durch die gewöhnlichen Secretionen eben so allmälig wieder abgeschieden zu werden. Nach Verlauf der angegebenen Zeit wurde das Thier durch Chloroform-Inhalation oder durch Erstickung getödtet, und man konnte nach Eröffnung des Unterleibes Leber und Milz vollkommen blau gefärbt, und eben so die zwei bis drei Lymphdrüsen des *Ligamentum hepato-duodenale* mit Farbstoff erfüllt sehen. Anderweitige Ergebnisse dieser Injectionen hat Herr Prof. Hering untersucht, und darüber der k. k. Akademie der Wissenschaften berichtet.

Behufs der Härtung der so injicirten Organe hat sich, nach mannigfachen Versuchen, folgendes Verfahren als das Beste herausgestellt. Die dem Thiere entnommene frische Drüse wurde in sehr verdünnte — weingelbe — Chromsäure gelegt, und je nach ihrer Größe drei bis vier Tage in derselben belassen, bis man erwarten konnte, daß die Einwirkung des Härtungsmittels bereits die innersten Partien der Drüse betroffen habe. Dann wurde dieselbe in Glycerin, das zur Hälfte mit destillirtem Wasser vermischt war, gebracht und nach drei bis vier Tagen zur Untersuchung benützt. Ich lege deßhalb auf dieses Härtungsverfahren einiges Gewicht, weil so der Farbstoff unverändert erhalten bleibt, und — was die Hauptsache ist — weil die Lymphdrüsen hiedurch eine Consistenz erlangen, welche die Anfertigung so dünner Schnitte erlaubt, wie dies, so weit meine Erfahrung reicht, bei keiner anderen Art der Erhärtung möglich ist. Es war dies um so wichtiger, als man hiedurch in den Stand gesetzt wurde, behufs des Studiums der Lymphbahnen die Pinselmethode entbehren zu können, eine Methode, welche allerdings in den Händen ausgezeichneter Forscher Vorzügliches geleistet hat, aber immerhin sehr eingreifender Natur ist; für die Erforschung der eigentlichen Drüsensubstanz, d. i. der Rindenknoten und der Markstränge, bleibt sie nach wie vor unentbehrlich. Man kann von so gehärteten Drüsen mit einem guten Messer nicht schwer Schnitte erhalten, an denen das Faserwerk der Lymphbahnen stellenweise so gut zur Anschauung kommt, wie an gelungenen Pinselpräparaten. In der eigentlichen Drüsensubstanz jedoch ist die Lagerung der sie bildenden Elemente eine so dicht gedrängte, daß es auch an den feinsten Durchschnitten nicht gelingt, die einzelnen Details hinreichend zu sondern. Es wird wohl das allein nicht gering zu schätzen sein, daß man so in den Stand gesetzt ist, wenigstens an den Lymphbahnen alle Verhältnisse in der natürlichen, gegenseitigen Anordnung vor sich zu sehen, was um so mehr an Bedeutung gewinnt, wenn dieselben mit Farbstoff erfüllt sind. — Ich muß übrigens hinzufügen, daß wenn die Organe längere Zeit in Glycerin gelegen sind, sich eine Volumen-Verminderung der eigentlichen Drüsensubstanz geltend macht, in Folge deren die Lymphbahnen im Verhältniß zu den Rindenknoten und Marksträngen bedeutend erweitert erscheinen.

Wenn man nun einen feinen Durchschnitt einer in der beschriebenen Weise behandelten Drüse durchmustert, so erkennt man schon bei schwacher Vergrößerung, daß, wie bekannt, in dem Gefüge der Drüse drei wesentlich verschiedene, jedoch in inniger Beziehung zu einander stehende Gewebsarten concurriren. Die erste derselben erscheint als eine Aneinanderhäufung zahlloser runder, farbloser, zelliger Elemente, deren dicht gedrängte Lage eine Zwischensubstanz nicht erkennen läßt. Diese Gewebsform ist einestheils zu größeren, scharf gesonderten Maßen angehäuft, deren runde oder ovale Durchschnitte an einem größeren oder kleineren Theile der Peripherie des Schnittes uns entgegentreten. An den übrigen Partien des Schnittes erscheint sie in Form vielfach gewundener, sich theilender und wieder sich vereinigender Stränge, deren Durchschnitte natürlich unter den verschiedensten Gestalten erscheinen. Manchmal bemerkt man den directen Übergang der einen Anordnung in die andere. Die Eingrenzung dieser Substanz ist eine durchaus scharfe, und treten allerorts an ihren Grenzlinien blasse, ovale Kerne hervor. Wir haben hier denjenigen Bestandtheil der Lymphdrüsen vor uns, welcher zuerst von His als „eigentliche Drüsensubstanz" benannt wurde, und deren zwei, in der Form verschiedenen Abschnitte man einerseits als Rindenknoten (Kölliker), Ampullen (His), Alveolen (Frey), Rindenfollikel, — andererseits als Markstränge (Kölliker), Drüsen- oder Markschläuche (His), Lymphröhren (Frey), zellige Balken bezeichnete. Um Irrungen zu vermeiden, will ich in der Folge nur die von Kölliker gewählten Ausdrücke: „Rindenknoten und Markstränge", als die am meisten zutreffenden und nichts präjudicirenden, gebrauchen, und die Summe beider, nach His, „eigentliche Drüsensubstanz" nennen. Nach Durchsicht einer großen Zahl von Präparaten aus Drüsen mehrerer Individuen, habe ich weder in den Rindenknoten noch in den Marksträngen je ein blaues Farbstoffkörnchen finden können. — Ebenfalls frei von Farbstoff ist jener zweite Bestandtheil der Drüse, welcher, aus streifigem Bindegewebe mit Bindegewebskörperchen bestehend, einerseits die ganze Drüse umhüllt, andererseits aber in Form eines vielfach verästelten Balkenwerkes ins Innere derselben eindringt, und die größeren Blutgefäße in sich schließt. — Zwischen der eigentlichen Drüsensubstanz und dem bindegewebigen Balkensysteme finden sich nun in der ganzen Ausdehnung des Schnittes zahlreiche Räume eingeschoben, welche bei schwacher Vergrößerung theils dicht mit blauem Farbstoff, theils aber mit zahlreichen gelben Kugeln erfüllt erscheinen, oder aber letztere mit Farbstoff untermischt enthalten. Diese Räume umhüllen eben so wohl die Rindenknoten und Markstränge als die Bindegewebsbalken mit allen ihren Verästlungen. Sie zeigen sich durchwegs mit scharfen Contouren von ihrer Umgebung abgegrenzt, von sehr wechselnder Form und Ausdehnung. Es entsprechen diese Räume der Bahn des Lymphstromes, dem was His „Lymphgänge, Lymphsinus", Frey „Umhüllungsräume" für die Rindensubstanz, und „cavernöse Gänge" für die Marksubstanz genannt hat. Auf sie habe ich vorzugsweise mein Augenmerk gerichtet. Bei starker Vergrößerung (Hartnack Nr. 8) sieht man an feinen Schnitten dieselben von einem Netzwerk von Fasern durchzogen, welches theils mit den Contouren der Bindegewebsbalken, theils mit denen der Rindenknoten und Markstränge in Zusammenhang steht. Die Fasern sind nach ihrer Breite und Anordnung, so wie nach ihrem Verhalten zum Farbstoff verschieden, und sollen später näher besprochen werden. Ihre bald mehr gestreckten, bald mehr rundlichen Maschen sind zum größten Theile ausgefüllt, theils durch Lymphkörperchen, welche meist Anilin enthalten, theils von gelben Kugeln, welche sich deutlich als Gruppen von einander gelagerten, farbigen Blutkörperchen zu erkennen geben. Die nun noch bleibenden Zwischenräume enthalten eine äußerst feinkörnige Substanz, welche dann die Maschen allein ausfüllt, wenn die früher genannten zelligen Elemente fehlen. Diese feinkörnige Substanz, in welcher sich niemals freie Farbstoffkörnchen nachweisen lassen, bietet ganz dasselbe Ansehen wie die geronnene Lymphflüssigkeit in den eigentlichen Lymphgefässen und muß auch als solche angesehen werden.

Was nun das Verhalten des Farbstoffes zu den verschiedenen Gewebselementen anbelangt, so sind es vorzugsweise die Fasern, welche von den blauen Körnchen besetzt sind, und zwar sind letztere theilweise den Fasern aufgelagert, theils aber im Innern derselben enthalten. Mit der Hartnack'schen Immersionslinse Nr. 9 lassen sich beiderlei Vorkommnisse sicherstellen. Man sieht einmal nur einzelne Fasern eines ganzen Netzwerkes in dieser Weise blau gefärbt, während die überwiegende Mehrzahl derselben keinen Farbstoff an sich erkennen läßt; bald aber sind es alle Fasern des ganzen Netzes, welche die blauen Pünktchen enthalten. Häufig kommt es vor, daß an den Knotenpunkten des Fasernetzes, rings um die eingelagerten ovalen Kerne der Farbstoff sich sehr reichlich findet, und sich in den auslaufenden Zweigfasern allmälig verliert. Die Kerne selbst sind stets farblos, wohl aber häufig von einem intensivblauen Contour begrenzt. Eben so oft sieht man die Begrenzungslinie eines benachbarten Markstranges auf eine lange Strecke hin dicht mit angelagerten Farbstoffkörnchen besetzt, zwischen denen sich die hellen, ovalen Kerne deutlich hervorheben. Frei in den Maschen des Fasernetzes liegende Farbstoffkörner wurden niemals gesehen. Wenn solche zwischen den Fasern sich fanden, waren sie immer in einem Lymphkörperchen enthalten, und zwar erschienen letztere bald mit nur einzelnen blauen Pünktchen versehen, bald aber fast vollständig mit Farbstoff durchsetzt.

Ich hegte Anfangs die Hoffnung, durch sorgfältige Vergleichung der verschiedenen Formen des Fasernetzes und seines Verhaltens zum Farbstoff über die eigentliche Natur der Fasern Aufschluß zu gewinnen. Ich erwartete nämlich, auf diese Weise entscheiden zu können, in wie weit die Substanz dieser Fasern als Protoplasma anzusehen, oder der Substanz der Bindegewebsfasern gleichzustellen ist, in wie weit ferner die Fasern dauernde, oder aber nur transitorische Gebilde sind, endlich ob sie alle präformirt, oder ob sie theilweise durch die Härtungsmethode künstlich erzeugt sind.

Besieht man sich die Fasern näher, so stößt man manchmal auf solche, von denen man nicht recht weiß, soll man sie als letzte Ausläufer der eigentlichen Bindegewebsbalken ansehen, oder schon zu dem Fasernetze der Lymphbahnen zählen. Von den ersteren unterscheiden sie sich außer der geringen Breite noch durch den Mangel der fibrillären Streifung, von letzteren aber durch stärkeren Durchmesser, Art und Lage ihrer Kerne und durch ihr Verhalten zum Farbstoff. Die Kerne sind ihnen stets seitlich angelagert, und gleichen ganz jenen, welche sich an der Wand der ein- und austretenden Lymphgefäße und an deren Klappen finden, so wie denen, welche in den Grenzlinien der eigentlichen Drüsensubstanz und der Bindegewebsbalken eingelagert sind.

Außer diesen Gebilden kann man der Form nach wenigstens zwei Faserarten in den Lymphbahnen unterscheiden.

Jene kernhaltigen, relativ breiten, längliche Maschen bildenden Fasern, welche sowohl von der Innenfläche der Drüsenkapsel, als von den Bindegewebsbalken entspringen, und in welche die letzteren sich stellenweise pinselartig aufzulösen scheinen, können unterschieden werden von anderen schmalen, kernlosen Fasern, mit engeren, mehr rundlichen Maschen, wie solche in den Lymphwegen des Markes zum großen Theile das Netzwerk bilden helfen.

Die breiteren, kernhaltigen Fasern stehen den früher erwähnten Gebilden an Durchmesser schon bedeutend nach, unterscheiden sich von diesen überdieß dadurch, daß die Kerne ihnen meist nicht anliegen, sondern in ihnen eingeschlossen sind, so daß sie bald in einer spindelförmigen Auftreibung, bald aber in einem Knotenpunkte sich befinden; außerdem zeigten sich die Kerne meist nicht so hell, und häufig sphärisch.

Das Verhalten dieser drei Arten von Fasern zum Farbstoff ist Folgendes. Die erstgenannten, breitesten Fasern enthalten nie im Inneren Farbstoff, wohl aber sind ihre Contouren stellenweise von blauen Körnchen besetzt. Die zweiten, mittelstarken Fasern enthalten nebst aufgelagertem Farbstoff solchen öfters auch im Innern. Dieß war daraus zu schließen, daß erstens die Färbung vorwiegend an der Stelle am intensivsten war, wo die Faser ihre größte Breite hatte, was sich leicht erklärte, wenn der Farbstoff durch die ganze Dicke der Faser verbreitet war, nicht so wenn er ihr blos an der Oberfläche anhaftete; weil weiters die Fasern häufig mit farblosen Contouren erschienen, obwohl sie in der Mitte ihrer ganzen Länge nach blauen Farbstoff enthielten; endlich spricht noch der Umstand dafür, daß rings um die eingelagerten, farbstofffreien Kerne häufig ein intensivblauer Contour sich findet, was sich nur dadurch erklären läßt, daß der Farbstoff in der Substanz der Faser bis an den Kern herandringt, und rings um denselben sich anhäuft.

Die kernlosen, feinsten Fasern waren ebenfalls von Farbstoffkörnchen besetzt, jedoch nicht so häufig und nicht so dicht, als dies bei den mittelstarken Fasern der Fall war. Es erklärt sich das wohl daraus, daß die letzteren dem Farbstoffe mehr Anhaltspunkte bieten, und eben wegen der größeren Menge des aufgenommenen und aufgelagerten Farbstoffes intensiver gefärbt erscheinen müssen. Indessen schien mir doch, trotz der vollen Berücksichtigung dieses Umstandes, die Färbung der schmalen, kernlosen Fasern eine auffallend seltenere zu sein.

Aus dieser Darstellung der verschiedenen Formen von Fasern geht hervor, daß die Erkenntniß ihrer eigentlichen Natur eine überaus schwierige ist. Indessen glaube ich doch als sehr wahrscheinlich Folgendes hinstellen zu können. Man trifft in dem Netzwerke der Lymphbahnen Fasern, welche als unmittelbare Fortsetzung der Bindegewebsbalken zu betrachten sind, und der eigentlichen Bindesubstanz zugezählt werden müssen. Als solche nehme ich mindestens die erstgenannte, breiteste Form in Anspruch, weil sie die Fähigkeit, den Farbstoff in sich aufzunehmen nicht besitzen, und was die Hauptsache ist, weil sie durch ihre angelagerten Kerne ihre Zusammengehörigkeit mit den Bindegewebsbalken bestätigen. Diese Kerne, welche wie bereits erwähnt ganz analog denen sind, welche die Innenwand der Lymphgefäße, und die Contouren der Markstränge und Rindenknoten, so wie die der Bindegewebsbalken besetzen, dürfen wohl mit einer Epithelialbildung in Zusammenhang gebracht werden, welche von den Lymphgefäßen her, sich auf die Lymphgänge der Drüsen, wenn auch vielleicht in veränderter Form fortsetzt. Die Annahme, daß auch alle anderen Fasern einen Epithelüberzug tragen, erscheint gegenüber der Feinheit vieler Fasern höchst gewagt, und es ist nicht die mindeste Aussicht vorhanden, hiefür durch die Versilberungs-Methode den Nachweis zu führen, wie dies für gröbere Fasern von Reklinghausen, His und Kölliker gelungen ist. Denn zahlreiche Fasern des Netzwerkes sind eben so fein, und noch feiner, als jene Linien, welche der Silbersalpeter auf den Lymphgefäß-Epithelien zeichnet. Überhaupt ist die Beschaffenheit der zarteren Theile des Fasernetzes derart, daß man an einen Epithelüberzug in dem gebräuchlichen Sinne des Wortes wohl nicht denken kann. Es blieben, dieses vorausgesetzt, nur folgende Möglichkeiten. Entweder durchbohren die feineren Fasern des Netzwerkes die Epithellage, um sich einerseits an das Gerüst der eigentlichen Drüsensubstanz, andererseits aber an das Bindegewebe der Balken festzusetzen; oder die feinen Fasern bestehen aus Fortsätzen der Epithelzellen selbst, welche dabei eine unregelmäßig ästige Gestalt annehmen; oder endlich das feinere Netzwerk ist ein Gebilde eigener Art, welches in den mit Epithel ausgekleideten Lymphgängen ausgespannt ist, und sich dem Epithel nur äußerlich anheftet. Die Fähigkeit der schmäleren Fasern, sowohl der kernhaltigen, als der kernlosen, den körnigen Farbstoff in sich aufzunehmen, berechtiget wohl, sie unter die protoplasmaartigen Substanzen zu zählen. Es scheint aber nicht thunlich, alles was in den Lymphgängen den Eindruck einer Faser macht, auch als ein dauerndes Gebilde, als integrirenden Bestandtheil des Gewebes aufzufassen, denn es ist sehr wahrscheinlich, daß theilweise diese Fasern nichts anderes sind, als Lymphkörperchen, welche nach verschiedenen Seiten hin Fortsätze getrieben, und sich mit diesen an benachbarten, präformirten Fasern festgesetzt haben. Ich bin veranlaßt, an die Wahrscheinlichkeit solcher transitorischer Bildungen zu glauben, seitdem ich Lymphkörperchen in den Lymphröhren des Frosch-Mesenteriums gesehen habe, deren Einwanderung von den Blutgefäßen her so eben beobachtet worden war, und welche mit mehreren, nach entgegengesetzten Richtungen auslaufenden Fortsätzen sich an die Wand des Lymphraumes anklammerten, so daß das Bild sich in keiner Weise von einer verästelten Faser eines Lymphganges der Lymphdrüsen unterschied. Daß solche verästelte Lymphkörperchen Farbstoff im Innern enthalten können, ist selbstverständlich. Es muß auch noch der Möglichkeit Raum gegeben werden, daß manchmal durch postmortale Gerinnung der in den Lymphbahnen enthaltenen Lymphflüssigkeit, präformirte Fasernetze vorgetäuscht werden könnten, da man hie und da auf solche stößt, deren genaue Unterscheidung von netzförmig geronnenem Blutfaserstoff schwer fallen dürfte; zumal man auch in der geronnenen Lymphe der Lymphgefäße stellenweise ähnlichen Netzen begegnet.

Bezüglich der Art und Weise, in welcher der Farbstoff in die Lymphbahnen der Lymphdrüsen gelangt ist, steht soviel fest, daß solcher mit den farblosen Zellen der einströmenden Lymphe hineingetragen wird, nachdem Hering in den zuführenden Lymphgefäßen anilinhaltige Lymphkörperchen vielfach nachgewiesen hat. Es entsteht nun aber die Frage, ob nicht nebstdem auch in der Lymphflüssigkeit suspendirter, freier Farbstoff den Lymphgängen zugeführt wird. Nähme man an, daß durch die Lymphkörperchen allein sämmtlicher Farbstoff eingeführt werde, so wäre das Vorhandensein der Farbstoffkörnchen auf und in den Fasern des Netzwerkes eine sehr auffallende Erscheinung. Zu ihrer Erklärung könnte man allerdings annehmen, daß die Lymphkörperchen in den Lymphgängen den Farbstoff an die Fasern abgeben, oder daß farbstoffhaltige Lymphkörperchen, wie man dies an lebenden Lymphzellen oft genug beobachtet, förmlich zerfließen, und wie mit einem zähen Schleime die Fasern überziehen, oder endlich, daß die mit Farbstoff besetzten Fasern einfach verästelte Lymphkörperchen sind.

Gegen die Annahme, daß auch freier Farbstoff in die Lymphwege gelange, spricht zwar der Umstand, daß man solchen weder in den zuführenden Lymphgefäßen, noch in den Lymphbahnen der Drüse findet; doch könnte man annehmen, daß nur feinste Farbstoffkörnchen aus den Blutgefäßen der Leber in die Lymphe übertreten, deren Nachweis unter dem Mikroskop nicht mehr möglich ist, und daß erst durch deren Anhäufung an gewissen Stellen die blaue Farbe hervortrete. Ferner spricht gegen die Annahme der Zufuhr freien Farbstoffes, daß gerade jener Theil des Strombettes, welchen die Lymphe zunächst in der Drüse zu durchlaufen hat, großentheils sein Fasernetz frei von Farbstoff bewahrt, und daß auch die Wand der zuführenden Lymphgefäße nie einen Beschlag von Farbstoff zeigt. Man müßte denn diesem Theile der Lymphbahn ein differentes Verhalten zum Farbstoffe zuschreiben. — Andererseits würde aber die Aufnahme der Farbstoffkörnchen von Seite eines Theiles des Fasernetzes die ungezwungenste Erklärung finden, wenn sich das Vorkommen freien Farbstoffes in der Lymphe constatiren ließe.

Ich wage es vor der Hand nicht, über diese Frage eine bestimmte Meinung auszusprechen.

Die Erscheinung, daß an den Lymphdrüsen, welche in der beschriebenen Weise behandelt wurden, die Lymphbahnen der Markschichte gedrängt voll von Farbstoff und Blutkörperchen sich zeigen, während beide nach der Gegend der Rindenknoten hin viel spärlicher werden, ja in den Umhüllungsräumen einzelner oder auch der meisten Rindenknoten vollkommen fehlen, erfordert eine kurze Erörterung. Schon unter normalen Verhältnißen kann man voraussetzen, daß der Lymphstrom in den Lymphdrüsen bedeutend verlangsamt wird, da die Erweiterung des Strombettes in den letzteren schon in der Rindensubstanz eine beträchtliche ist, und im Marke noch viel mehr zunimmt. Die vielen Krümmungen und Windungen der Lymphbahnen, so wie das in ihnen ausgespannte Fasernetz müssen offenbar Veranlassung geben, daß die geformten Bestandtheile der Lymphe stellenweise für kürzere oder längere Zeit verweilen, während die Lymphflüssigkeit ihren Lauf forsetzen kann. Man darf mit Recht annehmen, daß unter den der Drüse zugeführten Zellen, die farblosen viel schwieriger die Drüse passiren werden, als die farbigen Blutzellen; denn die letzteren vermögen wegen ihrer Glätte und Schmiegsamkeit enge Wege viel leichter zurückzulegen, als die farblosen, deren eigenthümliche Klebrigkeit es mit sich bringt, daß sie sich häufig an irgend einem Anhaltspunkte festsetzen. Es werden sich daher schon unter gewöhnlichen Verhältnissen die Lymphkörperchen in den Lymphgängen anhäufen, und läßt sich der reiche Gehalt der letzteren an zelligen Elementen schon dadurch hinreichend erklären; wobei die Möglichkeit der Neubildung von Zellen in den Lymphbahnen, wie sie Kölliker in der neuesten Auflage seiner Geweblehre anzunehmen geneigt ist, immerhin nicht ausgeschlossen bleibt.

Wenden wir das eben Gesagte auf unsern Fall an, so sehen wir die relativ spärlichen, mit Farbstoff impregnirten Lymphzellen, welche durch die *Vasa inferentia* in die Drüse gelangen, allmälig die Lymphsinus der Rindenknoten durchlaufen, und erst in denen des Markes sich mehr anhäufen. Die durch den lange anhaltenden Opium-Rausch erzeugte venöse Stauung, beziehentlich die durch letztere bedingte Verlangsamung des Lymphstromes begünstiget offenbar diese Anhäufung, und so sehen wir dieselbe sich rückläufig fortpflanzen, und erst nach langer Dauer des Versuches zur Erfüllung der Umhüllungsräume der Rindenknoten führen. In Folge der starken Anfüllung der Lymphgänge mit geformten Elementen werden auch die farbigen Blutkörperchen in größerer Menge zurückgehalten. Die Lymphflüssigkeit jedoch findet fortwährenden Abfluß, und führt auch Zellen, namentlich zahlreiche farbige Blutkörperchen mit sich fort; was durch die rothe Färbung der in den ausführenden Lymphgefäßen enthaltenen Lymphe wahrscheinlich gemacht, und durch die mikroskopische Untersuchung dieser letzteren auch bestätiget wird. Diese Thatsache liefert einen Beweis für die auch von Frey vertretene Annahme, daß geformte Elemente die Lymphdrüsen jedenfalls passiren können. Als Consequenz der angedeuteten Stauungs-Vorgänge finden wir denn auch in den so behandelten Lymphdrüsen die Lymphwege im Verhältniß zur eigentlichen Drüsensubstanz etwas erweitert.

Ich habe noch des Umstandes zu gedenken, daß an keinem der vielen durchsuchten Präparate von nach dieser Methode injicirten Lymphdrüsen je ein blaues Farbstoffkörnchen in der Substanz der Rindenknoten und Markstränge, d. h. in der eigentlichen Drüsensubstanz gefunden wurde. Ich glaube deßhalb mit Recht annehmen zu dürfen, daß der normaler Weise circulirende Lymphstrom, namentlich was die geformten Elemente desselben betrifft, niemals in die eigentliche Drüsensubstanz eindringe.

Damit soll durchaus nicht gesagt sein, daß kein Verkehr zwischen Drüsensubstanz und Lymphbahn bestehe; es kann ja nichts desto weniger eine Auswanderung von Zellen aus der Drüsensubstanz in die Lymphbahnen, ein Austausch von gelösten Stoffen zwischen Beiden ganz wohl gedacht werden.

Nicht unerwähnt darf ich lassen, daß fast an jedem Durchschnitte, den man von einer so behandelten Drüse anfertigte, an verschiedenen Stellen drei, vier oder mehrere, größere oder kleinere Räume von kreisrunder oder ovaler Begrenzung sich fanden, denen meist das Faserwerk fehlte, und welche nur von einer gleichartigen, feinkörnigen Masse erfüllt erschienen. Nur selten fand man den ganzen Raum von einem äußerst zartfaserigen Netze durchzogen wie es geronnener Faserstoff zu bilden pflegt; gewöhnlich waren blos an der Peripherie Andeutungen eines Fasernetzes, mit einzelnen eingelagerten Lymphkörperchen, und schienen dieselben unmittelbar in das Fasernetz der umgebenden Lymphsinus überzugehen, ohne daß eine eigenthümliche Abgrenzung dieser Räume statthatte. Nur einmal sah ich einen solchen von einer deutlich unterscheidbaren Wandung umschlossen. Sie fanden sich gewönlich ungefähr in der Mitte des Durchschnittes, oder näher einer Seite desselben, an welcher die Rindenknoten fehlten; in unmittelbarer Nähe der letzteren fand ich sie niemals.

Man kann diese Räume kaum für etwas anderes halten, als für Durchschnitte von ausführenden Lymphgefäßen, welche mithin an ihren Anfängen, im Innern der Drüse weite, wandungslose Canäle vorstellen würden, in welche unmittelbar die Lymphgänge der Drüse einmünden.

Ich habe im Verlaufe dieser Untersuchung auch andere Lymphdrüsen am lebenden Thiere zu injiciren versucht, indem ich subcutan eingespritzten, körnigen Farbstoff der Aufsaugung durch die Lymphgefäße überließ. Auch hier beschränkte sich der Farbstoff auf die Lymphgänge, es waren aber vorzüglich die Umhüllungsräume der Rindenknoten und nur an gut gelungenen Objecten auch die Lymphwege des Markes mit Farbstoff erfüllt.

Dieses letztere Injections-Verfahren ist, ganz abweichend von dem früher beschriebenen, mehr einer postmortalen Injection von den zuführenden Lymphgefäßen aus zu vergleichen. Hier gelangt der freie Farbstoff rasch und massenhaft in die Lymphgefäße und die mit Blau intensiv gefärbte Lymphe erfüllt die Lymphbahnen nach Art einer gewöhnlichen Injectionsflüssigkeit; der in den spärlichen Lymphzellen aufgenommene Farbstoff wird dagegen nicht in Betracht kommen. Die Zeit, welche zwischen der Injection und der Tödtung des Thieres verstreichen muß, damit man möglichst gute Resultate erlange, ist wohl nicht genau zu bestimmen, da die Energie der Aufsaugung des Farbstoffes durch die Lymphgefäße je nach der Individualität, und anderen, uns unbekannten Ursachen gewiß eine sehr verschiedene ist.

Ich muß bemerken, daß Alles in der vorliegenden Arbeit Gesagte, mit Ausnahme des letzten Absatzes auf die Resultate der Untersuchung der Lymphdrüsen aus dem *Ligamentum hepato-duodenale* des Hundes zu beziehen ist, welche in der beschriebenen Weise vorbereitet waren.

Erklärung der Abbildungen.

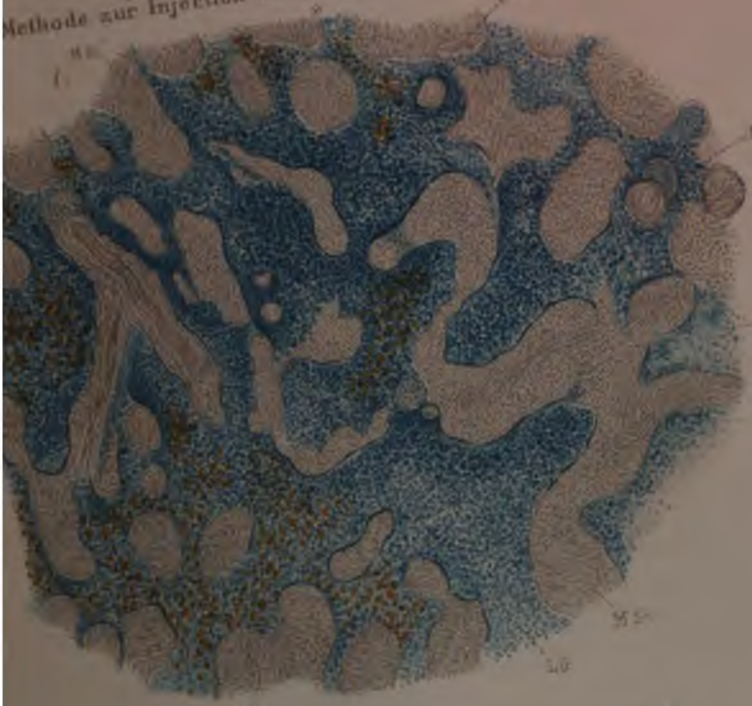
BB Bindegewebebalken.
MSt Markstrang.
LG Lymphgang.

Fig. 1. Durchschnitt einer Lymphdrüse aus dem *Ligamentum hepato-duodenale* des Hundes bei 15facher Vergrößerung. — Ein Theil der Marksubstanz. — Die Lymphbahnen mit Anilin und farbigen Blutzellen gefüllt.

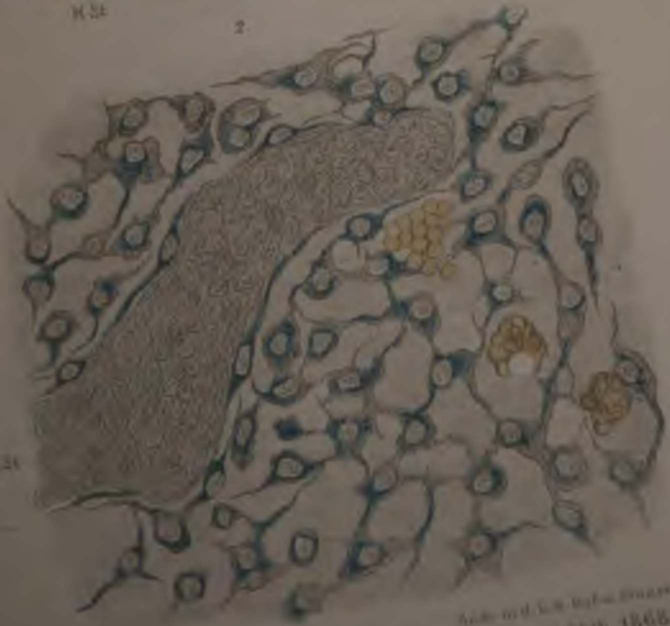
„ 2. Durchschnitt eines Lymphganges aus der Marksubstanz derselben Drüse mit einem angrenzenden Markstrang. (Hartnack's Immersionslinse Nr. 9, Ocular 3.)

Methode zur Injection der Lymphdrüsen.

1.



2.



VI. SITZUNG VOM 20. FEBRUAR 1868.

Herr J. P. Wlach, fürstlich Lobkowitz'scher Bergverwalter zu kmiřs in Böhmen, übermittelt eine Abhandlung, betitelt: „Erster rsuch einer Geologie, begründet auf die Kraftsubstanzen des Maetismus und der Elektricität".

Herr Prof. R. Niemtschik in Graz übersendet eine Abhandg: „Studien über Flächen, deren zu einer Axe senkrechte Schnitte lliche Ellipsen sind".

Herr Dr. Th. Oppolzer legt eine Abhandlung: „Über die stimmung einer Kometenbahn" vor.

Herr Dr. S. Stricker überreicht eine Abhandlung: „Über die dung der Keimblätter im Hühnerembryo, von Herrn Dr. Pereschko aus Kasan."

An Druckschriften wurden vorgelegt:

otheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 6. Jahrg. Nr. 4. Wien, 1868. 8°.

tronomische Nachrichten. Nr. 1678. Altona, 1868; 4°.

mptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nr. 5. Paris, 1868; 4°.

smos. 3ᵉ Série. XVIIᵉ Année, Tome II, 7ᵉ Livraison. Paris, 1868; 8°.

werbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg. Nr. 7. Wien, 1868; 8°.

ituto, Reale, Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tome XIIIᵉ, Serie IIIᵉ, Disp. 1ᵃ—2ᵃ. Venezia, 1867—68; 8°.

ndbote, der steierische. I. Jahrgang. Nr. 3. Graz, 1868; 4°.

ttheilungen des k. k. Génie-Comité. Jahrg. 1868, 1. Heft. Wien; 8°.

servatorio del' R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Anno I., Vol. I. (1865—66); Anno II., Vol. II. (1866—67.) Torino, 1866—1867; 4°.

Quatrefages de, Observations sur une brochure de M. Ed. Clapadère, intitulée „De la Structure des Annélides". (Extr. des Comptes-rendus, t. LXVI.) 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. 1868, Nr. 3. Wien; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V° Année, Nr. 11. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Society, the Asiatic, of Bengal: Journal. Part II, Nr. 1. 1867. Calcutta; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. Jahrg. 1868, Nr. 7. Wien; 4°.

— medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg. Nr. 14—15. Wien, 1868; 4°.

Über die Bestimmung einer Kometenbahn.

Von Dr. Th. Oppolzer.

Die Parabel hat für die Bahnen der Kometen eine so überwiegende Wahrscheinlichkeit, daß es fast stets genauer bei ersten Bahnbestimmungen ist den gegebenen Beobachtungen eine Parabel anzuschließen, als ohne diese Voraussetzung allgemein den Kegelschnitt zu suchen, der den zu Grunde gelegten Beobachtungen genügt; würde man aus irgend einem Grunde das letztere Verfahren vorziehen, so würde man die bekannte Gauß'sche Methode anzuwenden haben; dieser Methode habe ich aber nichts hinzuzufügen; das hier abzuhandelnde Thema wird also nur der Bestimmung einer parabolischen Bahn gewidmet sein.

Olbers' berühmte Methode der Bahnbestimmung, die jedoch durch die Arbeiten von Gauß und Encke in formeller Rücksicht wesentliche Zusätze und Erleichterungen erfahren hat, ist bisher allgemein zur Bestimmung einer Kometenbahn angewendet worden und wird vermöge der großen Einfachheit der Formeln und ihrer Anwendung gewiß stets in Gebrauch bleiben. Diese Methode ist jedoch nicht ganz vorwurfsfrei, da dieselbe nicht allgemein ist. Es treten nicht selten Fälle ein, wo die Anwendung dieser Methode sowohl aus praktischen als auch theoretischen Gründen nicht zulässig ist, wiewohl man den Nachweis unschwer zu führen vermag, daß eine Bahnbestimmung ohne besondere Unsicherheiten möglich ist.

Für diesen Fall gibt es mehrfache Verfahren, die in Bezug auf Genauigkeit sehr viel zu wünschen übrig lassen, die bisher bestbewährte Methode ist diejenige, welche Prof. Encke in einem sehr verdienstlichen Aufsatze über das Kometenproblem im Berliner Jahrbuch für 1833 veröffentlicht hat. — Vor Kurzem habe ich aber eine Lösung der Aufgabe gefunden, die in Bezug auf Allgemeinheit, Genauigkeit und Kürze wenig zu wünschen übrig läßt und nur in letzterer Beziehung dem Olbers'schen Verfahren in Etwas nachsteht.

Diese Methode ist überhaupt anwendbar, wenn eine Bahnbestimmung möglich ist und hat demnach keine Ausnahmsfälle. Dieselbe ist wesentlich genauer als die bisherigen Methoden, selbst wesentlich genauer als die Olbers'sche Bestimmung; selbst bei Gleichheit der Zwischenzeiten, wo bekanntlich die Olbers'sche Methode nur Glieder dritter Ordnung in der bekannten Größe M vernachläßigt, ist die später vorzutragende Methode noch um eine Ordnung genauer.

Die Principien dieser Methode sind nicht neu, sondern völlig den bisher bekannten Lösungen analog, nur die Benützung einer anderen Entwickelung des Verhältnisses der Dreiecksflächen durch die Zwischenzeiten und die in Etwas geänderte Anordnung der Versuche läßt die oben versprochene Genauigkeit erlangen, ohne daß die dadurch entstehende Arbeit allzu bedeutend würde. Ich nehme also nur als neu in Anspruch die Combination der Methode und vielleicht auch die große Allgemeinheit der Darstellung.

1. Bei dem Kometenproblem, wo stillschweigend die Excentricität der Einheit gleich gesetzt wird, geben bekanntlich drei vollständige Beobachtungen zu viel Bestimmungsstücke (6), weil nur fünf Elemente als willkürliche Constante zu bestimmen sind. Man muß deßhalb bei einer der drei Beobachtungen eine übrigens beliebig gewählte Coordinate weglassen; die vernachläßigte Coordinate braucht nicht etwa gerade eine Länge oder Breite zu sein, indem ich die Bedingung für diese Beobachtung allgemeiner fasse: daß der Komet zur Zeit dieser Beobachtung in einem noch näher zu bestimmenden größten Kreise steht, der durch diese Beobachtung hindurch gelegt ist. Es ist klar, daß es für die Bestimmung der Bahn am zweckmäßigsten ist, wenn die mittlere Beobachtung diejenige ist, der unvollständig genügt werden soll; doch wird die Methode immerhin auch für eine andere beliebige Combination zum Ziele führen, bei consequenter Berücksichtigung der Vorzeichen. Die Lage des näher zu bestimmenden Kreises sei bestimmt durch den aufsteigenden Knoten dieses Kreises in der Fundamentalebene (π) und durch die Neigung (J). Es ist wesentlich zu bemerken, daß sobald eine dieser Größen bestimmt ist, die andere sofort auch bestimmt ist, da die Bedingung besteht, daß der größte Kreis durch die mittlere Beobachtung hindurch gelegt ist.

Als Fundamentalebene werde ich die Ekliptik annehmen, und zwar stets die Sonnenbreiten gleich Null setzen. Dieser Bedingung kann durch Einführung des locus fictus strenge genügt werden; will man die Parallaxe vernachlässigen, wie dies wohl so häufig bei Kometenrechnungen geschieht, so wird die weitere Vernachlässigung der Sonnenbreiten ohne Belang sein. Es könnte scheinen als ob durch diese Voraussetzungen die Methode nicht mehr so völlig allgemein würde, indem dieselbe der Methode, die Klinkerfues in einem sehr lesenswerthen Aufsatze über verwandte Probleme in den Schriften der Göttinger Akademie der Wissenschaften veröffentlicht hat, nachsteht. Klinkerfues hat nämlich die Lösung versucht und durchgeführt, daß falls eine Beobachtung in der That unvollständig ist (die Declination nicht beobachtet), die Bahn dennoch zu bestimmen. Ist eine Beobachtung in dieser Hinsicht unvollständig, so ist die Verwandlung in Länge und Breite nicht möglich; es ist aber zu bedenken, daß man die Lage des größten Kreises, dem die Bahnberechnung genügen muß, jetzt schon völlig bestimmt hat; denn ist die Declination unvollständig, so ist in Bezug auf den Äquator $J = 90°$ und $\pi' = \alpha$, ist die Rectascension nicht beobachtet (einen Fall, den übrigens Klinkerfues als weniger wichtig nicht näher verfolgt) so ist: $J = \delta$ und $\pi' = \alpha - 90°$, wo im letzteren Fall für α ein genäherter Werth bekannt sein muß, der übrigens nur ganz beiläufig angegeben zu sein braucht. Die so erhaltenen J und π' werden auf die Ekliptik übertragen, gerade so wie man äquatoreale Elemente auf ekliptikale umsetzt. Nach dieser Auseinandersetzung ist wohl die Wahl der Ekliptik gestattet, besonders wenn man bedenkt, daß sich durch diese Annahme die Formeln wesentlich einfacher gestalten. Das Schema der Daten stellt sich demnach so:

	Beobachtungszeit	Beob. Länge	Beob. Breite	Sonnenlänge	Entfernung der ⊙
1. Beob.:	T	λ'	β'	L'	R'
2. „	T'	λ''	β''	L''	R''
3. „	T''	λ'''	β'''	L'''	R'''

Für die Angaben der mittleren Beobachtung wird zu setzen sein die Bedingung

$$\operatorname{tg} J = \frac{\operatorname{tg} \beta''}{\sin(\lambda'' - \pi)}$$

in welcher Relation übrigens noch eine Bedingung nach Gutdünken eingeführt werden kann.

2. Es stellt sich nun die Aufgabe die Bedingungen, denen die Bahn genügen muß, nach und nach aufzustellen. Die wichtigste ist wohl die, daß die drei Kometenorte mit dem Sonnencentrum in einer Ebene liegen. Die hiefür gebräuchlichen Formeln sind zu bekannt, als daß ich die Ableitung hier aufnehmen möchte. Setzt man symbolisch für die doppelten Dreiecksflächen zwischen je zwei Radienfactoren die begrenzenden Radien in eckige Klammern und setzt überdieß:

$$\frac{[r'r'']}{[r'r''']} = n'', \qquad \frac{[r''r''']}{[r'r''']} = n''$$

und setzt man außerdem noch, wenn mit ρ', ρ'' und ρ''' die Distanzen des Kometen von der Erde zur Zeit der Beobachtungen bezeichnet werden und alle Längen von einem Punkte gezählt werden, dessen Länge gleich π ist (der Länge des aufsteigenden Knotens des später zu fixirenden größten Kreises):

$$\begin{aligned}
&n\{\rho'\cos(\lambda'-\pi)\cos\beta' - R'\cos(L'-\pi)\} \\
&\qquad + n''\{\rho'''\cos(\lambda'''-\pi)\cos\beta''' - R'''\cos(L'''-\pi)\} = \mathrm{I} \\
&n\{\rho'\sin(\lambda'-\pi)\cos\beta' - R'\sin(L'-\pi)\} \\
&\qquad + n''\{\rho'''\sin(\lambda'''-\pi)\cos\beta''' - R'''\sin(L'''-\pi)\} = \mathrm{II} \\
&\qquad\qquad n\rho'\sin\beta' + n''\rho'''\sin\beta''' = \mathrm{III}
\end{aligned}$$

so ist die Bedingung der Ebene:

$$\begin{aligned}
\mathrm{I} &= \rho''\cos(\lambda''-\pi)\cos\beta'' - R''\cos(L''-\pi) \\
\mathrm{II} &= \rho''\sin(\lambda''-\pi)\cos\beta'' - R''\sin(L''-\pi) \\
\mathrm{III} &= \rho''\sin\beta''.
\end{aligned}$$

Anstatt der Coordinaten λ'' und β'' muß die Relation eingeführt werden

$$\operatorname{tg} J = \frac{\operatorname{tg}\beta''}{\sin(\lambda''-\pi)}$$

Stellt nun u des Abstand des Kometenortes in diesem größten Kreise vom aufsteigenden Knoten π dar, so ist dieser Winkel nicht näher bestimmt, er ist vorläufig willkürlich, so lange nicht andere Bedingungen (Parabel) in das Problem eingeführt werden. Für diesen Winkel u finden sich leicht die Relationen.

$$\begin{aligned}
\cos(\lambda''-\pi)\cos\beta'' &= \cos u \\
\sin(\lambda''-\pi)\cos\beta'' &= \sin u\cos J \\
\sin\beta'' &= \sin u\sin J.
\end{aligned}$$

Man wird deßhalb schreiben dürfen

$$\begin{aligned}\mathrm{I} &= \rho''\cos u - R''\cos(L''-\pi)\\ \mathrm{II} &= \rho''\sin u\cos J - R''\sin(L''-\pi)\\ \mathrm{III} &= \rho''\sin u\sin J.\end{aligned}$$

Aus der Verbindung der Gleichungen II und III wird man leicht u und ρ'' eliminiren können und so erhalten

$$\mathrm{II}\sin J - \mathrm{III}\cos J = -R''\sin(L''-\pi)\sin J.$$

Entwickelt man die Werthe II und III und schreibt der Kürze wegen

$$\begin{aligned}\odot' &= R'\sin(L'-\pi)\\ \odot'' &= R''\sin(L''-\pi)\\ \odot''' &= R'''\sin(L'''-\pi)\\ \mho' &= \sin\beta'\cos J - \sin(\lambda'-\pi)\cos\beta'\sin J\\ \mho''' &= \sin(\lambda'''-\pi)\cos\beta'''\sin J - \sin\beta'''\cos J,\end{aligned}$$

so findet sich leicht

$$\rho''' = \frac{\sin J}{\mho'''}\left\{\frac{n}{n''}\odot' - \frac{\odot''}{n''} + \odot'''\right\} + \frac{\mho'}{\mho'''}\frac{n}{n''}\rho'$$

Diese Bezeichnung ist schon so gewählt, daß das symbolische Zeichen auf die Entstehung der Werthe hinweist. Führt man nun statt n und n'' die Verhältnisse der Dreiecksflächen ein, so wird diese Gleichung umgewandelt in

$$\rho''' = \frac{\sin J}{\mho'''}\left\{\frac{[r''r''']}{[r'r'']}\odot' - \frac{[r'r''']}{[r'r'']}\odot'' + \odot'''\right\} + \frac{\mho'}{\mho'''}\frac{[r''r''']}{[r'r'']}\rho'$$

welches die Fundamentalgleichung für die folgende Untersuchung ist.

Ehe ich weiter gehe, will ich auch zeigen, wie man, sobald die Verhältnisse der Dreiecksflächen bekannt sind, ρ'' und u berechnen kann.

Die Kenntniß von ρ'' wird nöthig, wenn man im Verlaufe der Rechnung die Aberrationszeit eliminiren will, was übrigens selten genug bei ersten Bahnbestimmungen geschieht. Es wird bei dieser Berechnung die Ermittelung von u, da dadurch die Formeln nicht complicirter werden, gleichzeitig vorgenommen werden können, um zu sehen, in wie weit man sich der mittleren Beobachtung annähert.

Es wird

$$\rho''\cos u = \mathrm{I} + R'\cos(L''-\pi)$$
$$\rho''\sin u = \mathrm{II}\cos J + \mathrm{III}\sin J + R'\sin(L''-\pi).$$

Will man jedoch die Aberrationszeit nicht berücksichtigen oder hat man dieselbe durch anderweitig erlangte Kenntniß der Entfernung aus der Rechnung fortgeschafft, so wird die Darstellung der mittleren Beobachtung bequemer nach Schluß der Rechnung aus den Elementen ermittelt, die dann schon bekannt sind.

3. Die oben aufgestellte Relation zwischen ρ' und ρ''' würde völlig bekannt sein, wenn die Größen $\frac{[r''r''']}{[r'r'']}$ und $\frac{[r'r'']}{[r'r''']}$ völlig scharf vor Abschluß der Rechnung bestimmbar wären; dies ist aber bekanntlich nicht der Fall, man muß sich begnügen Näherungswerthe für diese Verhältnisse der Dreiecksflächen zu substituiren. Bezeichnet man mit k die Constante der Theoria motus und setzt

$$(T'' - T)k = \tau''$$
$$(T''' - T')k = \tau'$$
$$(T''' - T'')k = \tau,$$

so lassen sich die Verhältnisse der Dreiecksflächen nach steigenden Potenzen der Zwischenzeiten, oder vielmehr der Producte dieser in die Constante des Sonnensystems entwickeln. Encke gibt im Berliner Jahrbuch für 1833 folgende Reihen:

$$\frac{[r'r'']}{[r'r'']} = \frac{\tau'}{\tau}\left\{1 - \frac{1}{6}\,\frac{\tau^2 - \tau''^2}{r''^3} + \frac{1}{4}\,\frac{\tau^3 + \tau''^3}{r''^4}\,\frac{dr''}{d\tau}\;\cdots\right\}$$
$$\frac{[r'r''']}{[r'r'']} = \frac{\tau''}{\tau'''}\left\{1 - \frac{1}{6}\,\frac{\tau'^2 - \tau''^2}{r''^3} + \frac{1}{4}\,\frac{\tau'(\tau'\tau'' - \tau''^2)}{r''^4}\,\frac{dr''}{d\tau}\;\cdots\right\}.$$

Betrachtet man diese Reihen näher, so sieht man sofort, daß im Allgemeinen, ohne nähere Kenntniß der Bahn blos die Glieder erster Ordnung, oder vielmehr nullter Ordnung, mitgenommen werden können; die Glieder zweiter Ordnung sind in den Factor $\frac{1}{r''^3}$ multiplicirt, wo r'' der Radius vector des Kometen zur Zeit der mittleren Beobachtung ist; die Glieder dritter Ordnung erfordern überdies die Kenntniß von $\frac{dr''}{d\tau}$; man sieht aber sofort, daß bei Gleichheit der Zwischenzeiten ($\tau' = \tau'''$) die Glieder zweiter Ordnung in der ersten der obigen Reihe verschwinden; diesen Umstand kann man sich zu Nutze machen, bei der Auswahl der Beobachtungen; man kann aber hier bemerken, daß die Glieder zweiter Ordnung in der ersten Reihe stets sehr klein werden müssen, wenn nur näherungsweise der Bedingung $\tau' = \tau'''$ genügt wird.

Weniger günstig gestalten sich die Verhältnisse für die zweite Reihe, bei keiner Wahl der Zwischenzeiten ist es möglich die Glieder zweiter Ordnung zum Verschwinden zu bringen, und dieselben vernachlässigen, wäre gleich der Annahme, daß der Komet sich in einer Geraden fortbewegt. Allerdings besitzt man aber ein Hilfsmittel, welches die Olbers'sche Methode bedingt, um sich von diesem ungünstigen Umstande frei zu machen. Geht man auf die Fundamentalgleichung zurück, so sieht man sofort, daß der Coëfficient $\frac{[r'r''']}{[r'r'']}$ der durch die zweite Reihe ausgedrückt ist, nur einmal in dieser Gleichung erscheint, und zwar mit dem Coëfficenten $\odot''$ multiplicirt. Nun berechnet sich dieser Coëfficient wie im vorstehenden Paragraph gezeigt wurde nach

$$\odot'' = R'' \sin(L'' - \pi),$$

wo π die noch willkürliche Länge des aufsteigenden Knotens des zu wählenden größten Kreises ist, setzt man $\pi = L''$ und bestimmt demzufolge durch

$$\operatorname{tg} J = \frac{\operatorname{tg} \beta''}{\sin(\lambda'' - L'')}$$

die Neigung J, so wird durch diese Annahme sofort der Coëfficient $\odot''$ der Nulle gleich und hiemit verschwindet das Verhältniß $\frac{[r'r''']}{[r'r'']}$ aus der Fundamentalgleichung und es bleibt nur übrig das Verhältniß der beiden kleineren Dreiecke, welches bei günstiger Vertheilung der Beobachtungen, wie oben gezeigt wurde, bis auf Größen zweiter Ordnung inclusive genau bestimmt werden kann. Olbers hat demnach, um seine Methode als speciellen Fall der allgemeinen hier abzuleiten, die Wahl des größten Kreises so getroffen, daß derselbe durch den mittleren Sonnenort und Kometenort hindurch gelegt erscheint. Diese Olbers'sche Annahme gestattet auch eine wesentliche Vereinfachung der Relation zwischen ρ' und ρ''', ohne der

Genauigkeit weiter Eintrag zu thun, und welche **Olbers** ebenfalls eingeführt hat, und zwar mit den Worten, daß der mittlere Radiusvector der Erde, die Sehnen zwischen dem ersten und dritten Sonnenorte im Verhältniß der Zwischenzeiten schneidet. Die Bedingung läßt sich eben so analytisch nachweisen. Da sich die Erde ebenfalls nahe in einer Ebenen bewegt, so besteht die Relation

$$\frac{[R''R''']}{[R'R'']}\odot' - \frac{[R'R''']}{[R'R'']}\odot'' + \odot''' = 0,$$

wo die in eckigen Klammern stehenden Werthe dieselbe symbolische Bedeutung haben, auf die Erdbewegung übertragen. Nun ist aber $\odot'' = 0$ also ebenfalls

$$\frac{[R''R''']}{[R'R'']}\odot' + \odot''' = 0.$$

Bedenkt man nun, da sich die Erde ebenfalls, wenn man von den Störungen absieht, in einem Kegelschnitt bewegt, sich für diese eben solche Reihen aufstellen lassen, wie für die Kometenbewegung, da die oben angesetzten Reihen für jede Kegelschnittslinie gelten, so sieht man sofort ein, daß man für $\frac{[R''R''']}{[R'R'']}$ setzen darf

$$\frac{[R''R''']}{[R'R'']} = \frac{\tau'}{\tau''}\left\{1 - \frac{1}{6}\,\frac{\tau'^2 - \tau'''^2}{R'^3} + \ldots\right\}$$

worin wieder die Glieder zweiter Ordnung bei Gleichheit der Zwischenzeiten verschwinden; man darf daher setzen ohne größere Fehler zu begehen, als dieselben schon angenommen wurden, in dem Verhältnisse $\frac{[r''r''']}{[r'r'']}$,

$$\frac{\tau'}{\tau''}\odot' + \odot''' = 0.$$

Nun ist aber sobald man durch die Wahl des größten Kreises $\odot'' = 0$ macht, der erste Theil der Fundamentalgleichung, welcher mit ρ' nicht multiplicirt erscheint, ebenfalls

$$\frac{\sin J}{\delta''}\left\{\odot'\frac{\tau'}{\tau''} + \odot'''\right\}$$

darf also nach obigem der Nulle gleich gesetzt werden. Es reducirt sich demnach die Fundamentalgleichung auf die folgende höchst einfache Form, welche wie schon erwähnt, Olbers in Aufnahme gebracht hat,

$$\rho''' = \frac{\text{☄}'}{\text{☄}'''}\frac{\tau'}{\tau'''}\rho'.$$

Die eben getroffene ganz specielle Wahl des größten Kreises bedingt aber, daß die Olbers'sche Methode nicht allgemein anwendbar wird. Die Ausdrücke $\text{☄}'$ und $\text{☄}'''$ sind ebenfalls Functionen von J und π und setzt man vorläufig über J und π gar nichts fest, so sieht man sofort ein, daß man diese Größen so wählen kann, daß einmal $\text{☄}'$ das andere Mal $\text{☄}'''$ der Nulle gleich werden. Die Bedingungen hiefür werden sich leicht finden, sie sind:

$$\sin\beta' \cos J = \sin(\lambda' - \pi)\cos\beta' \sin J$$
$$\sin\beta''' \cos J = \sin(\lambda''' - \pi)\cos\beta''' \sin J$$

oder in gewissen Fällen

$$\operatorname{tg} J = \frac{\operatorname{tg}\beta'}{\sin(\lambda' - \pi)} = \frac{\operatorname{tg}\beta'''}{\sin(\lambda''' - \pi)}$$

wodurch der Coëfficient von ρ' völlig unbestimmt wird, da er die Form $\frac{0}{0}$ erhält. Ist nun die Vertheilung der Beobachtung derartig, daß die von Olbers gewählte Bestimmung $\pi = L''$, den eben aufgestellten Bedingungen ebenfalls entspricht, also

$$\operatorname{tg} J = \frac{\operatorname{tg}\beta'}{\sin(\lambda' - L'')} = \frac{\operatorname{tg}\beta'''}{(\sin\lambda''' - L'')}$$

so wird eine Bahnbestimmung nach dieser Methode unmöglich. Dieser Fall wird dann eintreten, wie dies die Ansicht vorstehender Formeln zeigt, wenn die äußersten Beobachtungen ebenfalls in dem durch den mittleren Sonnen- und Kometenort gelegten größten Kreis zu liegen kommen, praktisch tritt diese Unmöglichkeit der Anwendung der Olbers'schen Methode dann ein, wenn auch diesen Bedingungen ganz beiläufig genügt wird, indem dann kleine Beobachtungsfehler einen überaus großen Einfluß auf die Bestimmung des Verhältnisses $\frac{\text{☄}'}{\text{☄}'''}$ nehmen.

Diese Betrachtungen geben einen Fingerzeig, wie man bei der Wahl des größten Kreises vorzugehen hat, um von den Beobachtungsfehlern den möglichst geringsten Nachtheil zu erfahren. Der erste Theil der Fundamentalgleichung ist nothwendig eine Größe zweiter Ordnung, wenn also der Coëfficient $\text{☄}'''$ überhaupt nur nahe dem Maximum sein wird, so wird die Bestimmung dieses ersten Theiles hinlänglich sicher sein, um auf die weitere Bestimmung einflußlos zu sein. Die Sicherheit der Bestimmung der Relation zwischen ρ' und ρ''' wird daher, wie bei der Olbers'schen Bahnbestimmung hauptsächlich nur von dem Verhältnisse $\frac{\text{☄}'}{\text{☄}'''}$ abhängig sein. Dieses Verhältniß wird am sichersten bestimmt sein, wenn

$$\text{☄}' + \text{☄}''' = \pm \text{ Maximum},$$

welche Relation gestattet ist, da $\text{☄}'$ und $\text{☄}'''$ nothwendig gleich bezeichnet sein müssen, wenn überhaupt eine Bahnbestimmung mit Sicherheit möglich ist. Um nun diese Relation in das Problem einzuführen wird es zwekmäßig sein, den Winkel (i) einzuführen, den der zu wählende größte Kreis am mittleren Kometenorte mit dem Längenkreise bildet; für denselben lassen sich die Relationen aufstellen:

$$\sin J \cos(\lambda'' - \pi) = \cos i$$
$$\sin J \sin(\lambda'' - \pi) = \sin i \sin \beta''$$
$$\cos J = \sin i \cos \beta''.$$

Schreibt man:

$$\text{☄}' = \sin\beta' \cos J - \sin\{(\lambda' - \lambda'') + (\lambda'' - \pi)\} \cos\beta' \sin J$$
$$\text{☄}''' = \sin\{(\lambda''' - \lambda'') + (\lambda'' - \pi)\} \cos\beta''' \sin J - \sin\beta''' \cos J$$

und setzt der Kürze halber

$$\sin\beta' \cos\beta'' - \cos(\lambda''' - \lambda') \cos\beta' \sin\beta'' = a$$
$$\sin(\lambda'' - \lambda') \cos\beta' = b$$
$$\cos(\lambda''' - \lambda'') \cos\beta''' \sin\beta'' - \sin\beta''' \cos\beta'' = a'$$
$$\sin(\lambda''' - \lambda'') \cos\beta''' = b'$$

so wird man die Ausdrücke für $\text{☄}'$ und $\text{☄}'''$ setzen dürfen

$$\text{☄}' = a \sin i + b \cos i$$
$$\text{☄}''' = a' \sin i + b' \cos i.$$

Die geometrische Bedeutung der Größen a, b, a' und b' sieht man sofort ein, wenn man die sphärischen Dreiecke zwischen dem Pol der Ekliptik und dem ersten, zweiten und dritten Kometenort näher ins Auge faßt. Man erhält als Bedingung für die günstigste Bestimmung sofort durch Differentiation des Ausdruckes ☄' + ☄''' nach i

$$\operatorname{tg} i = \frac{a+a'}{b+b'}$$

Ist nun i bestimmt, so erhält man daraus

$$\sin(\lambda'' - \pi) \operatorname{tg} J = \operatorname{tg} \beta''$$
$$\cos(\lambda'' - \pi) \operatorname{tg} J = \frac{\operatorname{cotg} i}{\cos \beta''}$$

in diesen Ausdrücken kann $\operatorname{tg} J$ stets positiv genommen werden. Der ersten dieser beiden Gleichungen muß streng genügt werden, da sie die Bedingung in das Problem einführt, daß der größte Kreis durch die zweite Beobachtung hindurch geführt wird, der zweiten Gleichung braucht nur beiläufig entsprochen zu werden. Es wird daher im letzteren Falle in den meisten Fällen erlaubt sein, von der eben entwickelten strengen Berechnung von i abzustehen und nur einen Näherungswerth einzusetzen. Sind, wie dies bei ersten Bahnbestimmungen eintrifft, die Zwischenzeiten nicht zu groß und ist die scheinbare Bewegung des Kometen nicht allzu unregelmäßig, so wird in der zweiten Gleichung gesetzt werden können:

$$\cos(\lambda'' - \pi) \operatorname{tg} J = -\frac{\lambda''' - \lambda'}{\beta''' - \beta'},$$

welche Substitution ich für erste Bahnbestimmungen stets vorschlagen möchte, wenn nicht gerade außerordentliche Verhältnisse es gerathen erscheinen lassen, auf den strengen Ausdruck zurückzugehen, dessen Berechnung übrigens nicht sehr zeitraubend ist.

Betrachtet man $\lambda''' - \lambda'$ und $\beta''' - \beta'$ als kleine Größen und sind die Zwischenzeiten nahe gleich, so wird man schreiben können:

$$\cos(\lambda'' - \pi) \operatorname{tg} J = -\frac{d\lambda''}{d\beta''},$$

d. h. die Bestimmung ist so getroffen, daß der größte Kreis senkrecht auf der scheinbaren Bewegung des Kometen steht, eine Wahl des größten Kreises, die a priori viel für sich hat.

Für die vorliegende Methode wird also π und J nach den eben entwickelten Grundsätzen entweder streng oder, wie es wohl stets gestattet sein wird, bei ersten Bahnbestimmungen genähert bestimmt. Durch diese Wahl des größten Kreises geht aber der schon oben erwähnte Vortheil verloren, daß die Ersetzung der Dreiecksflächenverhältnisse durch die Zwischenzeiten nicht mehr nach den bisher üblichen Methoden mit hinlänglicher Genauigkeit vorgenommen werden kann, und es stellt sich daher die Aufgabe geeignete Methoden für diesen Fall anzugeben, und ich glaube in den nächsten Paragraphen einen Weg angegeben zu haben, der allen billigen Anforderungen entspricht.

4. Das nächste Geschäft besteht darin, in den oben gegebenen Reihen für die Verhältnisse der Dreiecksflächen für r'' und $\frac{dr''}{dt}$ andere zweckmäßige Werthe zu substituiren; man erhält r'' richtig bis auf Größen zweiter Ordnung, wenn man schreibt

$$r'' = \tfrac{1}{2}(r' + r''') - \tfrac{1}{2}\frac{\tau' - \tau'''}{\tau''}(r''' - r').$$

Die Substitution dieses Werthes von r'' in dem Gliede zweiter Ordnung wird demnach nur Fehler vierter Ordnung bewirken, die ich bei der Lösung der Aufgabe übergehe. Durch diese Substitution werden die obigen Reihen in die folgenden verwandelt.

$$\frac{[r''r''']}{[r'r'']} = \frac{\tau'}{\tau'''} + \tfrac{4}{3}\frac{\tau'''^2 - \tau'^2}{(r'+r''')^3}\frac{\tau'}{\tau'''} + 4\tau'^2\frac{r'' - r'}{(r'+r''')^4}\ \ldots$$

$$\frac{[r'r''']}{[r'r'']} = \frac{\tau''}{\tau'''} + \tfrac{4}{3}\frac{\tau'''^2 - \tau''^2}{(r'+r''')^3}\frac{\tau''}{\tau'''} + 4\tau'\tau'''\frac{r''' - r'}{(r'+r''')^4}\ \ldots$$

Substituirt man diese so bis auf Größen dritter Ordnung inclusive richtigen Werthe für die Verhältnisse der Dreiecksflächen in die Fundamentalgleichung und schreibt der Kürze halber

$$\frac{\sin J}{\text{☄}'''}\left\{\frac{\tau'}{\tau'''}\odot' - \frac{\tau''}{\tau'''}\odot'' + \odot'''\right\} = G$$

$$\tfrac{4}{3}\frac{\sin J}{\text{☄}'''}\left\{(\tau'''^2 - \tau'^2)\frac{\tau'}{\tau'''}\odot' + (\tau''^2 - \tau'''^2)\frac{\tau''}{\tau'''}\odot''\right\} = F$$

$$\frac{4\sin J}{\text{☄}'''}\{\tau'^2\odot' - \tau'\tau'''\odot''\} = H$$

$$\tfrac{4}{3}(\tau'''^2 - \tau'^2) = f$$

$$4\tau'\tau''' = h$$

so gestalten sich dieselben so:

$$\begin{aligned} \rho''' = G + \frac{1}{(r'+r''')^3}\left[F + H\frac{(r'''-r')}{[r'+r''']}\right] + \\ + \frac{\text{☄}'\ \tau'}{\text{☄}'''\tau'''}\left[1 + \frac{1}{(r'+r''')^3}\left(f + h\frac{r'''-r'}{r'+r'''}\right)\right]\rho', \end{aligned} \tag{IV}$$

welcher Ausdruck die Lösung des Kometenproblems bis auf Glieder dritter Ordnung enthält, insoweit dasselbe das Verhältniß zwischen ρ' und ρ''' betrifft. Clausen's scharfsinnige Bemerkung, daß in Verbindung mit der Euler'schen Gleichung die Bestimmung der Größen ρ' und ρ''' um eine Ordnung fehlerhafter werden, hat natürlich auch hier die volle Geltung. Gelingt es nun durch zweckmäßige Wahl der Anordnung der Versuche, durch welche die obige Gleichung gelöst werden muß, ohne große Schwierigkeit die Unbekannten zu bestimmen, so wird alles erreicht sein, was gefordert werden kann, und in der That läßt sich die Anordnung der Versuche so treffen, daß eine wesentliche Vermehrung der Arbeit gegen die sonst üblichen Methoden durch diese Einführung des complicirteren Ausdruckes zwischen ρ' und ρ''' nicht entsteht. Allerdings ist die Gesammtarbeit, hauptsächlich durch die etwas zahlreichen Vorbereitungsrechnungen bei dieser Methode, wie schon erwähnt, etwas größer als bei dem Olbers'schen Verfahren, doch kommt dies wenig in Betracht, wenn man bedenkt, daß die erlangte Annäherung im Allgemeinen um zwei Ordnungen größer ist; doch am deutlichsten tritt der Vortheil dieser Methode hervor, wenn das Olbers'sche Princip nicht anwendbar ist; die vorliegende Methode ist ohne Frage beträchtlich kürzer und beim ersten Versuch um drei Ordnungen genauer, als die bisher bekannten.

Für die Berechnung der Coëfficienten ist zu erwähnen, daß sich alle mit großer Genauigkeit mit Hilfe der gewöhnlichen Tafeln berechnen lassen, mit Ausnahme der Größe G.

[illegible] §. 3 angezogenen [illegible]

[illegible] Größen zweiter Ord- [illegible] Größen dritter Ordnung [illegible] verschiedene Weise trans- [illegible] wesentlich zunimmt, da [illegible] Problems begründet ist. Bei [illegible] von G in der That un- [illegible] Ausdruck stehen gelassen, [illegible] Anwendung bis- [illegible] folgender Um- [illegible] daß sich die Erde, [illegible] in einem Kegel- [illegible] wenn man die Maße der [illegible]

[illegible] dritter [illegible] kann. Es wird [illegible]

Subtrahirt man diesen Ausdruck [illegible] G, so wird die neue Form, die in der That [illegible] angewandt wird.

$$-\frac{F}{(R+R')^2}-H(R'-R)=G.$$

wobei in der Regel das zweite Glied der Nulle fast gleich wird und weggelassen werden kann [1]). Diese Berechnung geschieht sehr rasch, da die Größen F und H schon berechnet sind. Als Controle wird man mit Vortheil stets auch diesen Werth berechnen, der gleichzeitig einigermaßen als Prüfung dienen kann, daß in der Entlehnung der Sonnenorte aus den Ephemeriden kein grober Fehler vorgefallen ist. Ich schalte hier gleich die Bemerkung ein, daß wenn man im Verlaufe der Rechnung die Aberrationszeit berücksichtigt und danach die Zwischenzeiten corrigirt, der Werth für G unverändert beibehalten werden muß.

Ganz ähnliche Schwierigkeiten würden sich herausstellen, wie dies bei der strengen Berechnung von G geschehen ist, wenn etwa das Verhältniß der Dreiecksflächen durch vorausgegangene Rechnungen schon bekannt wäre und man den ersten Theil der Fundamentalgleichung berechnen wollte; es wird wieder eine Größe zweiter Ordnung durch die Differenz von Größen nullter Ordnung bestimmt werden müssen; diese Schwierigkeiten können auf ähnliche Weise behoben werden. Man wird zu diesem Ende das Verhältniß der Dreiecksflächen auf die Form

$$\frac{\tau'}{\tau'''}(1+b), \quad \frac{\tau''}{\tau'''}(1+b')$$

bringen; das weitere Verfahren ergibt sich dann leicht. Die verlangte Form wird sich ebenfalls leicht in voller Schärfe herstellen lassen. Es ist bekanntlich, wenn man setzt:

$$\eta = \frac{2kt}{(r+r')^{\frac{3}{2}}}$$

$$\sin\theta = \frac{3\eta}{\sqrt{8}}$$

$$\mu = \frac{3\sin\frac{1}{3}\theta}{\sin\theta}\sqrt{\cos\tfrac{2}{3}\theta}.$$

$$\sin\gamma = \eta\mu$$

[1]) Die durch den Mond veranlaßten Störungen kurzer Perioden in der Länge und Radiusvector der Erde, die in diesem Ausdrucke für G vernachlässigt sind, betragen in der Regel mehr als das mit dem Coëfficienten H multiplicirte Glied.

das Verhältniß vom Sector zum Dreieck in der Parabel

$$\frac{\Delta}{S} = \frac{3\cos\gamma}{2+\cos\gamma} = 1 - \frac{4\sin^2\tfrac{1}{2}\gamma}{3-2\sin^2\tfrac{1}{2}\gamma} = 1-\delta$$

also

$$\frac{[r''r''']}{[r'r'']} = \frac{\frac{\Delta'}{S}}{\frac{\Delta'''}{S'''}}\frac{\tau'}{\tau'''} = \frac{1-\delta'}{1-\delta'''}\frac{\tau'}{\tau'''} = \left(1+\frac{\delta'''-\delta'}{1-\delta'''}\right)\frac{\tau'}{\tau'''}$$

wodurch die oben angegebene Form hergestellt ist. Bei großen Zwischenzeiten wird man mit Sicherheit die ursprünglich aufgestellte Form unverändert beibehalten können.

5. Es wird nun nothwendig sein die Größen ρ' und ρ''' durch die Gesetze der parabolischen Bewegung in Verbindung zu bringen, um mit Hilfe dieser zweiten Gleichung die Werthe von ρ' und ρ''' selbst zu bestimmen. Ich nehme hier, wie dies ebenfalls in Olbers' Methode geschieht, die Euler'sche Gleichung vor; und zwar löse ich dieselbe ganz so, wie Encke dies gethan hat und bei Kleinheit der Zwischenzeiten, wie dieselben hier vorausgesetzt werden, zweifellos große Vortheile bietet.

Vorerst ist es nothwendig die Größen r' und r''' und s, wo s die Sehne zwischen dem ersten und dritten Kometenorte vorstellt, die in der Euler'schen Gleichung enthalten sind, als Functionen von ρ' und ρ''' darzustellen. Setzt man

$$\cos\beta'\cos(\lambda'-L') = \cos\psi' \qquad \cos\beta'''\cos(\lambda'''-L''') = \cos\psi'''$$
$$R'\sin\psi' = B' \qquad R'''\sin\psi''' = B'''$$
$$R'\cos\psi' = f' \qquad R'''\cos\psi''' = f'''$$

und weiter

$$A = (R'''-R')^2 + 4R'R'''\sin^2\tfrac{1}{2}(L'''-L')$$
$$B = 2\cos\beta'\,[R'''\cos(\lambda'-L''') - R'\cos(\lambda'-L')]$$
$$C = 2\cos\beta'''\,[R'\cos(\lambda'''-L') - R'''\cos(\lambda'''-L''')]$$
$$D = 4\,[\sin^2\tfrac{1}{2}(\beta'''-\beta') + \cos\beta'\cos\beta'''\sin^2\tfrac{1}{2}(\lambda'''-\lambda')]$$
$$E = B + C,$$

so ist

$$\left.\begin{aligned}\frac{\rho'-f}{B'} &= \operatorname{tg}\theta' \\ r' &= \frac{B'}{\cos\theta'}\end{aligned}\right\}\text{V} \qquad \left.\begin{aligned}\frac{\rho'''-f'''}{B'''} &= \operatorname{tg}\theta''' \\ r''' &= \frac{B'''}{\cos\theta'''}\end{aligned}\right\}\text{VI}$$

$$s^2 = A + (E + D\rho''')\rho' + C(\rho'''-\rho') + (\rho'''-\rho')^2,\}\ \text{VII}$$

ρ' muß demnach so bestimmt werden, daß der Gleichung IV und vorstehenden Gleichungen, aber auch der Euler'schen Gleichung genügt werden muß. Die Sehne bestimmt sich aus dieser nach Encke's Umstaltung und Tafel, wenn man mit dem Argumente η, dessen Berechnung vorstehend angegeben wurde, aus Encke's Tafel den Werth μ entlehnt. Es muß die Bedingung

$$s = \frac{2Kt}{\sqrt{r'+r'''}}\mu\ \Big\}\ \text{VIII}$$

ebenfalls erfüllt sein. Um nun das Verfahren anzugeben, welches hier angewendet werden muß, um das Ziel zu erreichen, so wird man, da sich mit Sicherheit über den Werth von ρ' im Voraus nichts bestimmen läßt, einen beliebigen Werth annehmen und damit den ersten Versuch durchführen; bei den ersten Versuchen genügt eine dreistellige Rechnung. Mit einem beliebigen Werthe von ρ' berechnet man auch V den Radiusvector r' und setzt man vorläufig in IV H, f und h der Nulle gleich, so bestimmt sich ρ''' und ρ' durch

$$\rho''' = G + \frac{F}{8r'^3} + \left(\frac{\text{☄}'}{\text{☄}'''}\frac{\tau'}{\tau'''}\right)\rho'$$

wodurch r''' und s bestimmbar sind nach VI und VII. Aus $(r'+r''')$ berechnet man aus VIII, wo man bei den ersten Versuchen ohne Bedenken $\mu = 1$ setzen darf, die Sehne, welcher Werth im Allgemeinen mit den bereits aus VII gefundenen Werthe nicht stimmen wird. Beim zweiten Versuch, den man mit einem stark veränderten ρ' ebenso durchführen wird, wird an dem Rechnungsschema nichts geändert. Die bei diesem Versuche ermittelte Differenz zwischen den nach VII und VIII berechneten Werthen der Sehne wird in Hinblick auf den ersten Versuch einen ziemlich sicheren Schluß auf den Werth von ρ' gestatten, den man durch lineare Interpolation ermittelt, gleichzeitig interpolirt man sich aus den vorhandenen zwei Werthen für [illegible] Interpolation für [illegible] berechnet [illegible] multiplicirt sind und [illegible]

[illegible]

[illegible] berechnet wird. [illegible] genauen Werth [illegible] Interpolation [illegible] wenn man sich der [illegible] genähert hat, die [illegible] in den späteren [illegible] werden können. [illegible] waren.

[illegible] Werthe für [illegible] und [illegible] in die Rechnung [illegible] verbesserten Zeiten [illegible] angegebenen Formeln [illegible]. Es wäre aber [illegible] derselben Formeln [illegible] der Dreiecks[illegible] größerer Genauigkeit [illegible] werden können [illegible] Paragraphen angesetzte Be[illegible] Werth für r, der anzu[illegible] bestimmt ist, läßt sich [illegible] man

$$[illegible] = \cos u$$
$$[illegible] = \sin u \cos J$$
$$[illegible] = \sin u \sin J$$

[illegible] die der Komet zur Zeit der mittleren Beobachtung, der Rechnung zu Folge, einnimmt; daraus findet sich weiter

$$r^2 = R'^2 - 2R' \cos \beta_0'' \cos (\lambda_0'' - L) \rho' + \rho'^2.$$

Ist nun ρ und ρ auf die eben angegebene Weise ermittelt, oder begnügt man sich mit der ersten Annäherung, was, sobald die

Aberrationszeiten nicht berücksichtigt werden sollen, bei der Schärfe der vorliegenden Methode, bei ersten Bahnentwürfen, stets gestattet sein wird, so kann an die Berechnung der Elemente selbst geschritten werden, die ich eben so, wie dies Gauß gethan hat, von den Größen ρ' und ρ''' ableite; die Formeln, die mir in der Anwendung am sichersten schienen, und mit der Gauß'schen bis auf geringe Abänderungen übereinstimmen, habe ich der Vollständigkeit halber im nächsten Paragraphen bei der Zusammenstellung der Formeln aufgenommen.

6. Die folgende Zusammenstellung der Formeln mag die Anwendung erleichtern; ich habe angenommen, daß eine Correction für Aberrationszeit nicht eingeführt wird, die geringe hieraus entstehende Abänderung kann leicht Jedermann aus Vorstehendem sich zurechtlegen.

I. Vorbereitungsrechnung.

$$\operatorname{tg} J \sin(\lambda'' - \pi) = \operatorname{tg} \beta''$$

$$\operatorname{tg} J \cos(\lambda'' - \pi) = -\frac{\lambda''' - \lambda'}{\beta''' - \beta'}$$

$$\odot' = R' \sin(L' - \pi)$$

$$\odot'' = R'' \sin(L'' - \pi)$$

$$\odot''' = R''' \sin(L''' - \pi)$$

$$♉' = \sin\beta' - \cos J - \sin(\lambda' - \pi)\cos\beta' \sin J$$

$$♉''' = \sin(\lambda''' - \pi)\cos\beta''' \sin J - \sin\beta''' \cos J$$

$$A = (R''' - R')^2 + 4R'R''' \sin^2 \tfrac{1}{2}(L''' - L')$$

$$B = 2\cos\beta' \,[R''' \cos(\lambda' - L''') - R' \cos(\lambda' - L')]$$

$$C = 2\cos\beta''' \,[R' \cos(\lambda''' - L') - R''' \cos(\lambda''' - L''')]$$

$$D = 4\,[\sin^2 \tfrac{1}{2}(\beta''' - \beta') + \cos\beta' \cos\beta''' \sin^2 \tfrac{1}{2}(\lambda''' - \lambda')]$$

$$E = B + C.$$

$$\cos\beta' \cos(\lambda' - L') = \cos\psi' \qquad \cos\beta''' \cos(\lambda''' - L''') = \cos\psi'''$$

$$R' \sin\psi' = B' \qquad R''' \sin\psi''' = B'''$$

$$R' \cos\psi' = f' \qquad R''' \cos\psi''' = f'''$$

$$(T' - T)K = \tau'''$$

$$(T'' - T)K = \tau''$$

$$(T'' - T')K = \tau'$$

$$\log K = 8{\cdot}235581.$$

$$\frac{\sin J}{\delta}\left\{\frac{\tau}{\tau'}\odot - \frac{\tau}{\tau}\odot + \odot'\right\} = G \div - \frac{F}{(R+R'')^3}$$

$$\frac{1}{3}\frac{\sin J}{\delta}\left\{(\tau''^2-\tau^2)\frac{\tau}{\tau}\odot + (\tau^2-\tau''^2)\frac{\tau'}{\tau''}\odot''\right\} = F$$

$$4\frac{\sin J}{\delta}\left\{\tau^2\odot - \tau'\tau''\odot''\right\} = H$$

$$\frac{1}{3}(\tau''^2-\tau^2) = f$$

$$4\tau'\tau'' = h.$$

$$\rho' = G + \frac{1}{(r'+r'')^3}\left[F + H\frac{r''-r'}{r'+r''}\right] + \frac{\delta'}{\delta}\frac{\rho'}{\rho''}\left[1 + \frac{1}{(r'+r''')^3}\left(f + h\frac{r'''-r'}{r'+r'''}\right)\right]$$

II. Auflösung der Gleichungen.

$$\frac{\rho-f}{B} = \operatorname{tg}\zeta \qquad \frac{\rho'''-f}{B'''} = \operatorname{tg}\zeta'''$$

$$r = \frac{B}{\cos\zeta} \qquad r''' = \frac{B'''}{\cos\zeta'''}$$

$$s_1^2 = A + (E + D\rho''')\rho' + C(\rho''' - \rho) + (\rho''' - \rho')^2.$$

$$s_2 = \frac{2kt}{(r+r''')^{\frac{1}{2}}}\,\mu.$$

ρ' ist so zu bestimmen, daß die Werthe von s_1 und s_2 identisch werden.

III. Bestimmung der Elemente.

$$\rho'\cos\beta'\cos(\lambda'-L') - R' = r'\cos b'\cos(l'-L')$$
$$\rho'\cos\beta'\sin(\lambda'-L') = r'\cos b'\sin(l'-L')$$
$$\rho'\sin\beta' = r'\sin b'$$
$$\rho'''\cos\beta'''\cos(\lambda'''-L''') - R''' = r'''\cos b'''\cos(l'''-L''')$$
$$\rho'''\cos\beta'''\sin(\lambda'''-L''') = r'''\cos b'''\sin(l'''-L''')$$
$$\rho'''\sin\beta''' = r'''\sin b''',$$

l und b sind heliocentrische Längen und Breiten, r' und r''' muß identisch gefunden werden mit den in II ermittelten Werthen.

Neigung und Knoten bestimmen sich durch folgende Formeln, in denen

tg i positiv ist, wenn $(l''' - l')$ positiv ist,

tg i negativ „ „ „ negativ „

i ist innerhalb der Grenzen 0 und 180° eingeschlossen.

$$\operatorname{tg} b' = \operatorname{tg} i \sin(l' - \Omega)$$

$$\frac{\operatorname{tg} b''' - \operatorname{tg} b' \cos(l''' - l')}{\sin(l''' - l')} = \operatorname{tg} i \cos(l' - \Omega)$$

Die Argumente der Breite (u) finden sich durch

$$\operatorname{tg} i < \pm 1$$

$$\operatorname{tg} u' = \frac{\operatorname{tg}(l' - \Omega)}{\cos i}, \qquad \operatorname{tg} u''' = \frac{\operatorname{tg}(l''' - \Omega)}{\cos i}$$

$$\operatorname{tg} i > \pm 1$$

$$\operatorname{tg} u' = \frac{\operatorname{tg} b'}{\cos(l' - \Omega)\sin i}, \quad \operatorname{tg} u''' = \frac{\operatorname{tg} b'''}{\cos(l''' - \Omega)\sin i}$$

in denen der Quadrant, in dem u zu nehmen ist, dadurch bestimmt wird, daß vorerst der Quadrant so bestimmt wird, daß er dem Zeichen von tg u genügt, und ferner sin b gleichbezeichnet ist mit sin u.

Die Differenz der wahren Anomalien ist daher $u''' - u'$. Hier findet eine gute Prüfung statt. Setzt man

$$\Sigma = \tfrac{1}{2}(r' + r''' + s)$$

so ist

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(u''' - u') = \sqrt{\frac{(\Sigma - r')(\Sigma - r''')}{\Sigma(\Sigma - s)}}$$

welcher Ausdruck direct aus den in II bestimmten Werthen von r', r''' und s abgeleitet wird. Die Übereinstimmung der auf zwei verschiedenen Wegen gefundenen Differenzen der Anomalien muß innerhalb der Unsicherheit der logarithmischen Rechnung liegen.

Kleine Differenzen werden gleichmäßig auf u' und u''' so vertheilt, daß der durch $\operatorname{tg} \frac{1}{2}(u'''-u')$ gefundenen Differenz völlig genügt wird.

Die wahre Anomalie und der Perihelabstand findet sich durch

$$\frac{\operatorname{cotg} \frac{1}{2}(u'''-u')}{\sqrt{r'}} - \frac{\operatorname{cosec} \frac{1}{2}(u'''-u')}{\sqrt{r'''}} = \frac{\sin \frac{1}{2} v'}{\sqrt{q}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{r'}} = \frac{\cos \frac{1}{2} v'}{\sqrt{q}}$$

$$v''' = v' + (u'''-u')$$

und die Länge des Perihels

$$\pi = u' - v' + \Omega$$
$$\pi = u''' - v''' + \Omega.$$

Die Zeit des Perihels findet sich mit Hilfe der Größen M' und M''', welche aus der Barker'schen Tafel, mit den Argumenten v' und v''', entlehnt werden müßen, und wo M' und M''' das Zeichen von v' und v''' erhalten durch

$$T = T' - M' q^{\frac{3}{2}} n\,, \quad T = T''' - M''' q^{\frac{3}{2}} n.$$
$$\log n = 0\cdot039872,$$

wobei eine Prüfung darin zu suchen ist, daß die aus v' und v''' gefundenen Perihelzeiten übereinstimmen müssen.

ANHANG.

Um vorstehende Formeln durch praktische Anwendung zu erproben, habe ich ein Beispiel berechnet.

Ich wählte hiezu drei Beobachtungen des Kometen II. 1864, dessen Bahnbestimmung den meisten Rechnern, im Anfange der Erscheinung, deßhalb Schwierigkeiten machte, da bei der Kleinheit der Breiten und der Bewegung des Kometen und durch die ungünstige Lage des von Olbers in seiner Methode angewendeten größten Kreises die Darstellung der mittleren Beobachtung meist ungenügend war und erst die bekannte Größe M variirt werden mußte, um eine erträgliche Übereinstimmung herbeizuführen [1]). Die Anwendung meiner Methode führte sofort zum gewünschten Resultat.

Ich benützte drei Beobachtungen dieses Kometen, die ich genähert von Aberration und Parallaxe befreit habe; diese waren angestellt zu Mailand (Juli 8.), Leipzig (Juli 14.) und Berlin (Juli 21.). Diese Beobachtungen ergaben in Länge und Breite verwandelt folgende Positionen, die sich auf das wahre Äquinoctium vom Juli 14·5, 1864, beziehen.

	Berl. Zeit.	λ	β	L	log R
1864 Juli	8·60661	47°33′ 5″2	+1°41′50″5	107° 2′28″8	0·007194
	14·57606	48 39 37″1	+1 55 36·7	112 44 1·6	0·007060
	21·55654	50 42 59·0	+2 22 29·3	119 23 36·3	0·006826

Die Sonnenlängen (L) gelten für dasselbe Äquinoctium. Zuerst ergab sich nach den Näherungsformeln

$$\pi = 229^\circ\ 4'22''4$$
$$J = 77^\circ 55'\ 7''0.$$

Ermittelt man durch Differentialformeln den Einfluß, den ein Fehler der mittleren Beobachtung auf M nimmt, so sieht man, daß durch meine Wahl des größten Kreises im Allgemeinen der nachtheilige Einfluß auf M mehr als dreimal geringer ist als nach Olbers' Wahl; ein sehr günstiges Verhältniß, wenn man noch überdies bedenkt, daß der Eintritt des Ausnahmsfalles noch nicht nahe bevorstehend war.

---

[1]) Lesser Astr. Nach. Nr. 1483 muß mehrmals M variiren u. erhält $d\lambda = -16''$, $d\beta = +10''$
Tietjen „ „ „ 1484 hat als Fehler der mittl. Beob. $d\lambda = +27''$, $d\beta = +\ 4''$
Frischauf „ „ „ 1484 „ „ „ „ „ „ $d\lambda = +20''$, $d\beta = 0$
„ „ „ „ 1485 „ „ „ „ „ „ $d\lambda = +19''$, $d\beta = 0$
Celoria „ „ „ 1487 variirt 4mal den Werth von M.

Es finden sich auch Elemente mit guter Darstellung der mittl. Beobachtung von Tscherepoff, Tietjen, Karlinski, Stampfer, doch ist wahrscheinlich M mehrmals variirt worden.

Weiter fand sich

$\log ♂' = 8_n 295614$	$G = -0\cdot 300300$
$\log ♂''' = 8_n 564594$	$\log F = 0\cdot 415520$
$\log ⊙' = 9_n 935465$	$\log H = 9\cdot 1055$
$\log ⊙'' = 9_n 959457$	$\log f = 7_n 7131$
$\log ⊙''' = 9_n$ [illegible]	$\log h = 8\cdot 093$
$\log \tau'' = 9\cdot 011515$	$f = +0\cdot 515943$
$\log \tau' = 9\cdot 347849$	$\log F' = 9\cdot 942535$
$\log \tau''' = 9\cdot 079467$	$f' = +0\cdot 369070$
$A = +0\cdot 047817$	$\log F'' = 9\cdot 976060$
$E = -0\cdot 010630$	
$\log C = 9\cdot 589257$	
$\log D = 7\cdot 593296$	

womit die Vorbereitungsrechnungen beendet sind. Um die Kürze zu zeigen, mit der ein Versuch abgethan werden kann, setze ich den vorletzten Versuch, den ich gemacht habe, an. ρ' wurde $= 1\cdot 226$ angenommen und die Interpolation aus den vorangehenden Versuchen ergab als genäherte Werthe

$$\log (r' + r''') = 0\cdot 330299$$
$$\log (r''' - r') = 9_n 063.$$

daraus

$$\rho''' = -0\cdot 044032 + 9\cdot\overline{79[illegible]624}\ \rho'.$$

Die Rechnung stellt sich so

$\rho' = 1\cdot 226000$	$\log (r' + r''') = 0\cdot 330323$
$\log \rho' = 0\cdot 088490$	$\frac{1}{2}\log (r' + r''') = 0\cdot 165161$
$\rho' - f = 0\cdot 710057$	$\log (r' + r''')^{\frac{3}{2}} = 0\cdot 495484$
$\log (\rho' - f) = 9\cdot 851293$	$\log \tau = 9\cdot 153395$
$\mathrm{tg}\, \zeta' = 9\cdot 908758$	$\tau = 0\cdot 142362$
$\cos \zeta' = 9\cdot 890349$	$\log \alpha = 0\cdot 000369$
$\log r' = 0\cdot 052186$	$\log (k t : \sqrt{r' + r'''}) = 9\cdot 483718$
$\log M\rho' = 9\cdot 887114$	$\log s_1 = 9\cdot 484087$
$M\rho' = 0\cdot 771106$	$\log s_1^2 = 8\cdot 968174$
$\rho''' = 0\cdot 727052$	$\log D\rho = 7\cdot 36486$
$\log \rho''' = 9\cdot 861565$	$D\rho = 0\cdot 002317$
$\rho''' - f = 0\cdot 357982$	$E + D\rho = -0\cdot 008313$
$\log (\rho''' - f''') = 9\cdot 553861$	$\log (E + D\rho) = 7_n 91976$
$\mathrm{tg}\, \zeta''' = 9\cdot 577772$	$\log \mathrm{II} = 8_n 00825$
$\cos \zeta''' = 9\cdot 970964$	$\rho''' - \rho' = -0\cdot 498948$
$\log r''' = 0\cdot 005125$	$\log (\rho''' - \rho') = 9_n 698055$
$\log Add = 0\cdot 278137$	$\log \mathrm{III} = 9_n 287312$

$\log IV = 9{\cdot}396110$	$IV = +0{\cdot}248949$
$A = +0{\cdot}047817$	$s_2^2 = +0{\cdot}092793$
$II = -0{\cdot}010192$	$s_1^2 = +0{\cdot}092934$
$III = -0{\cdot}193781$	$\Delta = \quad - \quad 141$

Für den nächsten und letzten Versuch durch Interpolation.

$$\rho' = 1{\cdot}226270$$
$$\log(r' + r''') = 0{\cdot}330365$$
$$\log(r''' - r') = 9_n 0647$$

Es fanden sich als definitive Werthe für die weitere Rechnung

$$\log \rho' = 0{\cdot}088586$$
$$\log \rho''' = 9{\cdot}861592$$
$$\log r' = 0{\cdot}052251$$
$$\log r''' = 0{\cdot}005132$$
$$s = 0{\cdot}304837$$

Es wurde nun an die Herleitung der Elemente gegangen. Es fand sich aus ρ' und ρ'''

$\log r' = 0{\cdot}052251$	$\log r''' = 0{\cdot}005132$
$\log \operatorname{tg} \beta' = 8{\cdot}508148$	$\log \operatorname{tg} \beta''' = 8{\cdot}474033$
$l' = 356°33'40''2$	$l''' = 341°23'24''6$

Die Probe des $\log r'$ und $\log r'''$, wie früher gefunden werden muß, stimmt völlig.

Der Komet ist im Sinne der älteren Bezeichnung retrograd, weil $l''' - l'$ negativ ist, i ist also zwischen $90°$ und $180°$ zu nehmen, daher $\operatorname{tg} i$ negativ. Es findet sich

$$\Omega = 95°24'\ 1''6$$
$$i = 178°\ 7'56''3$$

und daraus weiter

$$u' = 98°50'\ 4''8$$
$$u''' = 113°59'56''3$$
$$u''' - u' = 15°\ 9'51''5$$

Hier findet die Probe statt, daß der Winkel $u''' - u'$ direct aus den Seiten s, r' und r''' berechnet, wie es der letzte Versuch gab, stimmen muß mit obigem Werthe. Es ergab sich

$$u''' - u' = 15°9'51''56,$$

was für eine sechsstellige Rechnung eine mehr als befriedigende Übereinstimmung ist. Daraus fanden sich die wahren Anomalien und die Periheldistanz.

$$v' = -52° \; 5'36''7$$
$$v''' = -36 \; 55 \; 45 \cdot 2$$
$$\log q = \; 9 \cdot 959224.$$

Die Länge des Perihels

$$\pi = 246° \, 19'43''1.$$

Endlich ermittelt sich die Perihelzeit aus

v' : 15·2876 August
v''' : 15·2877 „

eine für sechsstellige Rechnung gute Übereinstimmung; die Elemente sind daher zusammengestellt.

☄ II. 1864.

T = August. 15·28765

$$\left.\begin{aligned} \pi &= 246°19'43''1 \\ \Omega &= \;\;95°24 \;\; 1 \cdot 6 \\ i &= 178° \;\; 7 \; 56 \cdot 3 \end{aligned}\right\} \text{ wahr. Aeq. 1864, Juli 14·5.}$$

$\log q$ = 9·959224.

Nun kann an die letzte und schärfste Prüfung der Rechnung und Methode geschritten werden, indem einerseits die Darstellung der mittleren Beobachtung durch diese Elemente gesucht wird und anderseits die jetzt streng berechneten Werthe der Verhältnisse der Dreiecksflächen, mit den durch die Versuche ermittelten Größen zu vergleichen sind.

Ich finde

$$d\lambda = +9''$$
$$d\beta = +5''$$

was allerdings noch nicht völlig dem vorausgesetzten größten Kreise entspricht. Die wichtigere Prüfung für die Genauigkeit der vorliegenden Methode ist aber wohl darin zu suchen, in wie weit die Verhältnisse der Dreiecksflächen genau ermittelt sind. Ich finde aus den drei Werthen

$$\log r' = 0\cdot 052251$$
$$\log r'' = 0\cdot 029614$$
$$\log r''' = 0\cdot 005132,$$

und den Zwischenzeiten streng

$$\log \frac{[r''r''']}{[r'r'']} = \log \frac{\tau'}{\tau'''} + 9\cdot 999648$$

$$\log \frac{[r'r''']}{[r'r'']} = \log \frac{\tau'}{\tau'''} + 9\cdot 997603$$

während durch die obigen Rechnungen gefunden wurde für die beiden Correctionsfactoren

$$9\cdot 999652$$
$$9\cdot 997625,$$

so daß Alles erreicht ist, was man von einer ersten Annäherung erwarten darf und eine zweite Hypothese würde Alles so scharf geben, als es die logarithmische Rechnung gestattet. Es kann auch bemerkt werden, daß die Zwischenzeiten größer angenommen sind, als dies bei ersten Bahnbestimmungen in der Regel stattfindet, bei kleinen Zwischenzeiten wird aber eine noch größere Annäherung durch obige Formeln erzielt.

Studien über Flächen, deren zu einer Axe senkrechte Schnitte ähnliche Ellipsen sind.

Von Prof. Rudolph Niemtschik in Graz.

(Mit 1 Tafel.)

1. Um die Aufgaben, welche den Gegenstand der vorliegenden Abhandlung bilden, ganz allgemein lösen zu können, führen wir dieselben nur in einer orthogonalen Projection, oder, was genau genommen dasselbe ist, in axonometrischer Projection durch, wobei aber die Lage des Coordinatensystemes völlig beliebig ist.

In den Fig. 1.....5 bildet die Gerade *AMB* die Axe, die beliebige ebene, gegen *AB* symmetrische Curve *ACD* die Leitlinie und die Ellipse *CDEF* mit den conjungirten Durchmessern *CD*, *EF* eine Erzeugende der Fläche *TUVW*. Die Axe *AMB* steht auf der Ebene *CDF* senkrecht, obwohl diese Bedingung nicht bei allen hier behandelten Aufgaben bestehen muß. Um die Fläche *TUVW* zu erzeugen, denken wir uns die Ellipse *CDEF* so bewegt, und dabei ihre Größe geändert, daß der Mittelpunkt *M* in der Geraden *AMB*, die Punkte *C*, *D* in der Leitlinie *ACD* fortrücken und jede Lage der erzeugenden Ellipse parallel und ähnlich mit *CDEF* ist. Demnach sind alle mit der Ebene *CDF* parallelen Schnitte der Fläche *TUVW* ähnliche Ellipsen und ihre gleichnamigen conjungirten Durchmesser, wie *cd*, *CD* und *ef*, *EF* mit einander parallel.

Sind außer den orthogonalen Projectionen *AM*, *CD* und *EF* auch die wahren Größen oder die Neigungswinkel gegen die Zeichnungsfläche von zweien der genannten Geraden gegeben, so sind dann auch die Lagen der Ebenen *ABC*, *ABE* und *CDF*, folglich auch die Linien *ACD* und *CDEF* so wie überhaupt alle Dimensionen der Fläche vollkommen bestimmt.

Wir nehmen immer einen allgemeinen Fall an.

Jede durch die Axe *AMB* gelegte Ebene heiße Diametralebene und ihre Durchschnittslinie mit der Fläche *TUVW* Diametralschnitt.

Sind CD und EF die Hauptaxen der Ellipse $CDEF$ und ist in wahrer Größe $CD > EF$, so ist $ABCD$ der große und $ABEF$ der kleine Hauptschnitt der Fläche.

Schneidet eine Diametralebene AJK Fig. 1 die Ebene $CDEF$ in der Geraden JMK, so schneidet sie jede mit $CDEF$ parallele Ebene $cdef$ in einer mit JK parallelen Geraden imk. Sind J, K und i, k die Durchschnittspunkte der Geraden JK und ik mit den erzeugenden Ellipsen $CDEF$ und $cdef$, so ist auch: $ic \| JC$, $id \| JD$, $ie \| JE$, $if \| JF$; ferner $kc \| KC$, $kd \| KD$, $ke \| KE$, $kf \| KF$ u. s. w.

Jeder Diametralschnitt der Fläche $TUVW$ kann als eine Parallelprojection (im Allgemeinen eine schiefe, unter Umständen eine orthogonale) eines anderen Diametralschnittes derselben Fläche betrachtet werden. Betrachtet man z. B. die Leitlinie ACD als Projection von AJK, oder umgekehrt, AJK als Projection von ACD, so bezeichnet CJ oder DK die Richtung der projicirenden Geraden.

Ist nun etwa der Punkt c der Leitlinie ACD die Projection des Punktes i des Diametralschnittes AJK, mithin $ci \| CJ$, so ist die Tangente ct der Leitlinie ACD die Projection der Tangente it des Diametralschnittes AJK. Da die Projectionsebene ACD und die Ebene des projicirten Schnittes AJK sich in der Geraden AMB schneiden und die Tangenten ct und it in einer (projicirenden) Ebene liegen, so müssen die Tangenten ct und it entweder in einem Punkte der Axe AMB zusammentreffen, oder sie müssen mit AB parallel sein.

Die Punkte c, i liegen in einer mit $CDEF$ parallelen Ellipse $cdef$. Weil nun das von den Punkten c und i und den Tangenten ct und it Gesagte von allen solchen zusammengehörigen Punkten und Tangenten gilt, so sind auch die Sätze begründet:

Die Tangenten, welche an die Diametralschnitte der Fläche $TUVW$ durch Punkte einer beliebigen Lage der erzeugenden Ellipse gezogen werden können, schneiden sich in einem Punkte der Axe AMB der Fläche $TUVW$. Die Berührungspunkte der Tangenten, welche an die Fläche $TUVW$ durch einen beliebigen Punkt der Axe AMB gezogen werden können, liegen in einer mit $CDEF$ parallelen und ähnlichen Ellipse.

Daher kann $TUVW$ als Umhüllungsfläche von elliptischen Kegeln betrachtet werden, deren Spitzen in der Axe AMB liegen.

Die mit der Ebene *CDEF* parallelen Tangenten *iq* und *JQ* der Fläche *TUVW*, deren Berührungspunkte in einem und demselben Diametralschnitte *AJK* liegen, berühren zugleich die Ellipsen *cdef* und *CDEF* in den Endpunkten *i*, *J* der parallelen Durchmesser *imk* und *JMK* und sind deßhalb auch mit einander parallel.

Jeder Diametralschnitt der Fläche *TUVW* bildet also die Berührungslinie der Fläche *TUVW* mit einem zu der Ebene *CDEF* parallelen Cylinder, und zwar, ist *CD* die Durchschnittslinie der Diametralebene und der Ebene *CDEF*, so sind die Kanten des Cylinders parallel mit dem conjungirten Durchmesser *EF* von *CD*.

Bei entsprechender Berücksichtigung der vorausgeschickten Sätze lassen sich nun alle Aufgaben über solche Flächen mit bedeutend geringerem Zeitaufwande und mit größerer Genauigkeit lösen, als dies bisher möglich war und ergeben sich auch interessante Constructionen zur Auflösung von verschiedenen Aufgaben über Rotationsflächen (wenn für die Ellipse *CDEF* ein Kreis substituirt wird), und über Flächen der zweiten Ordnung, die Kegel und Cylinder nicht ausgeschlossen.

Hier sollen vorläufig nur die in der Anwendung häufiger vorkommenden Aufgaben über solche Flächen gelöst werden.

2. Construction der Durchschnittslinie *cdef* der Fläche *TUW*, Fig. 1, mit einer zu *CDEF* parallelen Ebene *cdf*.

Die fragliche Durchschnittslinie ist ähnlich mit der Ellipse *CDEF*. Man bestimme den Durchschnittspunkt *m* der Axe *AM* mit der Ebene *cdf*, ziehe $cmd \| CMD$, $emf \| EMF$, *cf* und $de \| CF$ (oder *DE*) und zeichne aus den conjungirten Durchmessern *cd*, *ef* die Ellipse *cdef*.

3. Construction der Durchschnittspunkte *r*, *s* der mit der Ebene *CDF* parallelen Geraden *rls* mit der Fläche *TUW*, Fig. 1. *RL* ($\| rl$) ist die orthogonale Projection der Geraden *rl* auf der Ebene *CDF*.

Man ziehe die Durchschnittslinie *Ll* ($\| AM$) der projicirenden Ebene *rlRL* mit der Ebene *ACD*, und durch den gemeinschaftlichen Punkt *l* der Geraden *rl* mit der Ebene *ACD* die Gerade $cmld \| CD$, ferner $emf \| EF$, *cf* so wie $de \| CF$ und construire aus den conjungirten Durchmessern *cd*, *ef* die Ellipse *cdef*, welche die Durchschnittslinie der durch *rl* und parallel mit *CDEF* gelegten Ebene *cdef* mit der

Fläche *TUVW* bildet und deßhalb die Gerade *rl* in den fraglichen Punkten *r*, *s* schneidet.

Um die Ellipse *cdef* nicht zeichnen zu müssen, kann man die gegebene mit *cdef* ähnliche Ellipse *CDEF* benützen. Man bestimme die Gerade $(R)(L)(S)$, welche zu *CDEF* in denselben Beziehungen steht, wie die Gerade *rls* zu *cdef*, ziehe also etwa $E(L)||el$, $(R)(L)(S)||rls$, dann $cr||C(R)$ so wie $cs||C(S)$.

Es bilden die Ellipse *CDEF* und die Gerade $R(S)$ die centralen Projectionen der Ellipse *cdef* und der Geraden *rs*, wenn man den Durchschnittspunkt der Geraden *Cc* mit der Axe *AM* als Centrum und *CDF* als Projectionsebene betrachtet.

Die Durchschnittspunkte *r*, *s* lassen sich aber auch mit Hilfe einer schiefen Projection von *cdef* und *rl* einfach construiren, wenn man nämlich den über *cd* als Durchmesser beschriebenen Kreis $cd(e)(f)$, Fig. 1.*b*, als schiefe Projection der Ellipse *cdef* zieht, wo $f(f)$ die Richtung der projicirenden Geraden, also $(e)m(f) \perp cd$ ist und dann $(r)l(s)$ die entsprechende schiefe Projection von der Geraden *rls* darstellt. Zu diesem Behufe ziehe man die mit *rs* parallele Gerade $f\lambda$, welche offenbar $(f)\lambda$ als schiefe Projection hat, dann ziehe man die mit $(f)\lambda$ parallele schiefe Projection $(r)l(s)$ von *rls* und die projicirenden Geraden $r(r)$ und $s(s)||f(f)$ [1]).

Die eben durchgeführte Construction der Punkte *r*, *s* der Ellipse *cdef* bietet ein sehr zweckmäßiges Mittel, die Punkte einer Ellipse *cdef* zu bestimmen, wenn ihre conjungirten Durchmesser *cd*, *ef* bekannt sind, und ihre Punkte auf die bekannte Weise mittelst den zu $f(f)$, mf und $m(f)$ parallelen Geraden nicht genau erhalten werden können. In solchen Fällen lassen sich die Punkte der Ellipse *cdef* mittelst der zu $f(f)$, λf und $\lambda(f)$ parallelen Geraden genau bestimmen, wenn $f\lambda$ und $\lambda(f)$ so gezogen werden, daß die Schnitte λf,

---

[1]) Vergleicht man die vorliegenden und die Constructionen in Fig. 18, 25 *b*, 29 *b* und 30 unserer Abhandlung *A*: „Directe Constructionen der Contouren von Rotationsflächen in orthogonalen und perspectivischen Darstellungen". Sitzb. d. k. Akad. d. Wissensch. mathem.-naturw. Cl. LIII. Bd. II. Abth. 1865 mit der von Koutny für dieselben Zwecke angegebenen „Construction des Durchschnittes einer Geraden mit den Kegelschnittslinien". Sitzb. d. mathem.-naturw. Cl. LVI. Bd. II. Abth. 1867, so ergibt sich, daß die hier durchgeführte Lösung die einfachste ist und daß die bezügliche Construction von Koutny auf demselben Principe beruht, welches wir schon früher angewendet haben.

$f(f)$ und λf, cd günstig ausfallen. Der Punkt λ kann immer zweckentsprechend gewählt werden. Diese Construction gilt für jede beliebige Lage des Durchmessers ef.

Die Gerade cd kann als die Durchschnittslinie der Projectionsebene $cd(e)(f)$ mit der Ebene der projicirten Ellipse $cdef$ betrachtet werden. Verschiebt man die Projectionsebene parallel zu sich selbst, so wird sie in jeder Lage die Ebene der projicirten Ellipse in einer mit cd parallelen Geraden schneiden; die Projection der Ellipse wird immer ein mit $cd(e)(f)$ gleich großer Kreis sein und die Projectionen von parallelen Sehnen der Ellipse werden wieder parallele Gerade bilden. Jede projicirte Sehne und ihre Projection werden sich aber wieder in einem Punkte der Geraden cd schneiden, mag diese, wie in Fig. 1.b, durch den Mittelpunkt der Ellipse gehen, die Ellipse, also auch den Kreis in anderen gemeinschaftlichen Punkten schneiden, oder mit der Ellipse, also auch mit dem Kreis $cd(e)(f)$ keinen Punkt gemeinschaftlich haben.

Zusatz. Parallelprojectionen von Hyperbeln sind Hyperbeln, von Parabeln aber wieder Parabeln.

Schneidet die Projectionsebene $cd(f)$ die Ebene cdf einer Hyperbel oder Parabel cfs in der Geraden cd und sind (f), (s) die schiefen oder orthogonalen Projectionen auf der Ebene $cd(f)$ von den Punkten f, s, so schneiden die durch die projicirenden Geraden $f(f)$ und $s(s)$ gelegten parallelen Ebenen $f(f)\lambda$ und $s(s)l$ die Ebene cdf in den Parallelen $f\lambda$, sl und die Ebene $c(f)(s)$ in den Parallelen $(f)\lambda$, $(s)l$. Die Punkte λ, l liegen selbstverständlich in der Geraden cd.

Zieht man also durch einen beliebigen Punkt r der gegebenen Hyperbel oder Parabel $cdfs$ die Geraden $rl \parallel f\lambda$, $r(r) \parallel f(f)$ und $l(r) \parallel \lambda(f)$; so ist (r) ein Punkt der Hyperbel oder Parabel $cd(f)(s)$ u. s. w.

Durch diese Betrachtungen gelangt man zu dem Schlusse:

Wird ein Dreieck so bewegt, daß eine Ecke desselben in einer Geraden, eine andere in einem Kegelschnitte bleibt und die Seiten ihre Neigung gegen die Gerade nicht ändern; so beschreibt die dritte Ecke eine Ellipse, Hyperbel oder Parabel, je nachdem der Kegelschnitt eine Ellipse, Hyperbel oder Parabel ist, den Kreis als Varietät der Ellipse mit eingerechnet.

Von zwei Hyperbeln oder Parabeln, welche die Scheitel und Axen gemeinschaftlich haben, kann jede als eine Parallelprojection der zweiten Hyperbel oder Parabel betrachtet werden.

Hyperbeln, deren Asymptoten gleiche Winkel einschließen und deren reele Axen ungleiche Längen haben, sind aber ähnlich.

Man wird also immer im Stande sein, die Durchschnittspunkte von Geraden mit beliebigen Hyperbeln oder Parabeln, so wie die Tangenten derselben und deren Berührungspunkte zu bestimmen, ohne die betreffenden Kegelschnittslinien selbst zeichnen zu müssen, wenn man nur eine andere aber gleichnamige Kegelschnittslinie benützen kann. Man hat also für solche Zwecke blos eine Hyperbel und eine Parabel möglichst genau zu construiren und diese Curven in allen vorkommenden Fällen entsprechend zu gebrauchen. Sollen z. B. die Durchschnittspunkte x, y einer Geraden xy mit der nicht gezeichneten, aber durch die Axe Al, den Scheitel A und durch einen Punkt p bestimmten Parabel Apl construirt werden, so denke man sich dieselbe auf die gezeichnete Parabel APY, Fig. 1 c, so gelegt, daß die Scheitel und Axen beider Parabeln zusammenfallen, betrachte APY als eine Projection von Apl, zeichne die entsprechende Projection XY der Geraden xy und projicire dann die gefundenen Durchschnittspunkte X, Y von XY mit APY wieder in die Gerade xy nach x und y. Man ziehe etwa $pL \| xy$, $PpM \perp AL$; $XlY \| PL$, Xxm und $Yym \perp AL$.

Um die mit der Geraden CD parallele Tangente xr der Parabel Apl und ihren Berührungspunkt x zu finden, hat man $p\rho \| CD$, die mit $P\rho$ parallele Tangente Xr der Parabel APY und $rx \| CD$ zu ziehen; ferner $Am = Ar$ zu machen und $mxX \perp AL$ zu errichten.

4. Construction eines Diametralschnittes AJK der Fläche TUW, Fig. 1, dessen Ebene und die Ebene CDF sich in der Geraden JK schneiden.

Der fragliche Schnitt kann als die Projection der Leitlinie ACD angesehen werden, wobei die projicirenden Geraden parallel sind mit CJ.

Man ziehe durch einen beliebigen Punkt der Axe AM, z. B. durch M die Geraden MC und MJ, so ist MC die Projection von MJ; ferner ziehe man in der Ebene AJK die mit JM parallele Gerade imk und dann cmd, so ist wieder cmd die Projection von imk. Schneidet nun die Gerade cd die Leitlinie ACD in den Punkten c, d und zieht man die projicirenden Geraden ci und $dk \parallel CJ$, bis die Gerade ik in den Punkten i, k getroffen wird; so sind i, k Punkte des Diametralschnittes AJK. Die Stücke mk und mi sind einander gleich, wenn M im Mittelpunkte der Ellipse $CDEF$ angenommen wird.

Um die Tangente it des nicht dargestellten Diametralschnittes AJK zu erhalten, ist zuerst an die Leitlinie ACD die Tangente ct zu ziehen, bis sie die Axe AM in t schneidet und dann sind die Punkte i und t zu verbinden. Kann t nicht benützt werden, so ist der Durchschnittspunkt (X) der Tangente ct mit der Geraden MC zu bestimmen, die Gerade $(X)X \parallel CJ$ und dann die Gerade Xit zu ziehen. Wenn $ik \parallel XJKY$ und $MY = MX$ ist, so ist auch Yk eine Tangente des Diametralschnittes AJK. Auf diese Weise können beliebig viele Punkte und Tangenten des Schnittes AJK dargestellt werden.

Soll in Fig. 1 die zu AM senkrechte Tangente gg_1 des Schnittes AJK und ihr Berührungspunkt g dargestellt werden, so ziehe man in der Ebene AJK die Gerade $J(M) \perp AM$, bis sie die Axe AM in (M) schneidet, ferner an die Leitlinie ACD die mit $C(M)$ parallele Tangente $(g)g_1$, welche AM in g_1 trifft, und projicire $(g)g_1$ und ihren Berührungspunkt (g) wieder auf die Ebene AJK nach gg_1. $(g)g \parallel CJ$, $g_1 g \parallel J(M)$.

Die eben durchgeführte Construction bietet zugleich das einfachste Mittel, um Drehungen von Polygonen und Curven durchzuführen, wenn die Drehungsaxe in der Ebene der zu drehenden Figur liegt. Soll z. B. die Curve ACD um die Gerade AM so gedreht werden, daß etwa der Punkt C nach J gelangt, so fällt die Curve ACD nach der Drehung mit AJK zusammen und können also die Punkte und Tangenten der Curve AJK wie zuvor construirt werden.

Wenn die Leitlinie ACD eine Ellipse mit den conjungirten Durchmessern AMB $(AM = MB)$ und CD, die Fläche TUW also ein Ellipsoid ist; so ergibt sich auch der Diametralschnitt AJK als Ellipse mit den conjungirten Durchmessern AB und JK.

5. Construction des Durchschnittspunktes p, Fig. 1, der mit der Axe AM parallelen Geraden Pp mit der Fläche TUW. P ist der Durchschnittspunkt der Geraden Pp mit der Ebene CDF.

Der Punkt p liegt im Durchschnitte der Geraden Pp mit dem Diametralschnitte AJK, dessen Ebene die Ebene CDF in der Geraden MPJ schneidet. Man projicire den Schnitt AJK sammt der

Geraden Pp in der Richtung JC auf die Ebene ACD, wodurch die Leitlinie ACD und die Gerade $(P)(p)$ als Projectionen von AJK und Pp erhalten werden und projicire dann den Durchschnittspunkt (p) von ACD und $(P)(p)$ in der Richtung CJ auf die Ebene AJK nach p, wo also $(P)P \| JC$, $(p)(P) \| pP$ und $p(p) \| JC$ ist.

6. Construction des Durchschnittspunktes p, Fig. 1, der die Axe AM in z schneidenden Geraden np mit der Fläche TUW, wenn NM die orthogonale Projection auf der Ebene CDF von der Geraden np bildet.

Der Punkt p ergibt sich aus dem Durchschnitte der Geraden np mit dem Diametralschnitte AJK, dessen Ebene die CDF in der Geraden NM schneidet.

Man projicire den Schnitt AJK und die Gerade np in der Richtung CJ auf die Ebene ACD, also nach ACD und $(n)(p)z$, wo $Nn \| AM$, $N(N) \| JC$, $(n)(N) \| AM$ und $n(n) \| JC$ ist. Die Leitlinie ACD und die Gerade $(n)z$ schneiden sich in der Projection (p) von p, weßhalb p als Durchschnittspunkt der Geraden $(p)p(\| CJ)$ und np erhalten wird. Kann der Punkt z nicht benützt werden, so projicire man außer n noch einen andern Punkt der Geraden nz auf die Ebene ACD, am besten den Durchschnittspunkt Z mit der Ebene CDF, verbinde (Z) mit (n) und verfahre dann wie zuvor.

7. Construction der Durchschnittslinie JgK der Fläche TUW, Fig. 2, mit der Ebene JgK, welche die Ebene CDF in der Geraden JK schneidet und mit der Axe AM parallel ist.

J, K sind schon Punkte der zu bestimmenden Linie JgK. Durch den Mittelpunkt L der Geraden JK ziehe man die Gerade $Lg \| AM$, ferner die Gerade $GLMH$. Der von der Ebene CDF entfernteste Punkt g der Curve JgK, welchem also die mit JK parallele Tangente entspricht, liegt im Durchschnitte der Geraden Lg mit dem Diametralschnitte AGH, welcher die Berührungslinie der Fläche $TUVW$ mit dem zu der Geraden JK parallelen Cylinder bildet, und kann g nach Art. 5 construirt werden, indem $L(L) \| CG$, $(L)(g) \| AM$ und $(g)g \| CG$ gezogen werden. Eben so einfach können die Durchschnittspunkte x... anderer mit AM paralleler Geraden xX... der Ebene JgK mit der Fläche $TUVW$ gefunden werden.

Ergeben sich auf die Weise die Durchschnittspunkte x... der mit AM parallelen Geraden Xx,... mit der Fläche TUW nicht mit der erforderlichen Genauigkeit, so können die Punkte x, i, k... der Curve JgK mit Benützung von mehreren mit JK parallelen Geraden nach Art. 3 construirt werden.

Um an die Linie JgK die Tangente $x\beta$ ziehen zu können, ist zuerst an den durch den Punkt x gehenden Diametralschnitt AxS die Tangente $x\alpha$ zu ziehen, und zwar am einfachsten mit Benützung der Tangente $(x)(\alpha)$ der Leitlinie ACD, welche die schiefe Projection von $x\alpha$ ist.

Es ist also $x(x) \| \alpha(\alpha) \| SC$. Da die Ebene $x\alpha\beta$, welche die Fläche TUW in dem Punkte x berührt, die Tangenten $x\alpha$ und $x\beta$ enthält und die Ebene CDF in der Geraden $\alpha\beta$ schneidet, welche mit der Tangente SS_1 der Ellipse $CEDF$ parallel ist; so bildet die Durchschnittslinie βx der Ebenen JgK und $x\alpha\beta$ die fragliche Tangente der Linie JgK.

Jede mit CDF parallele Ebene, welche durch einen zwischen g und L liegenden Punkt l der Geraden gL gelegt wird, schneidet die Ebene JgK in einer mit JK parallelen Geraden ilk und die Fläche TUW in einer mit $CDEF$ ähnlichen Ellipse $cdef$. Jede Gerade ilk und die Ellipse $cdef$, welche beide in derselben Ebene edf liegen, haben aber die beiden Punkte i, k gemeinschaftlich, welche von l gleich weit abstehen und der Curve JgK angehören. Hat man also einen Punkt i der Curve JgK auf die zuvor besprochene Weise dargestellt, so kann der zweite in der mit JK parallelen Geraden ilk befindliche Punkt k durch Übertragen des Stückes $lk = il$ bestimmt werden. Eben so einfach erhält man die Tangente $k\delta$, welche die Curve JgK in dem Punkte k berührt, wenn die Tangente $i\gamma$ derselben Curve bekannt ist, denn beide Tangenten $i\gamma$ und $k\delta$ schneiden sich in demselben Punkte der Geraden Lg und treffen die Ebene CDF in den Punkten γ, δ der Geraden JK so, daß $L\delta = L\gamma$ ist.

Sind $AMB\,(AM = MB)$, CD und CD, EF conjungirte Durchmesser der Ellipsen $ABCD$ und $CDEF$, so ist die Fläche TUW im Allgemeinen ein dreiaxiges Ellipsoid und die Curve JgK eine Ellipse mit den conjungirten Durchmessern gLg_1 $(g_1L = gL)$ und JK.

8. Construction des Durchschnittspunktes x der Fläche TUW, Fig. 2, mit der Geraden pxQ, welche JK als orthogonale Projection auf der Ebene CDF hat und deßhalb letztere in dem Punkte Q trifft.

Man lege durch die Gerade pQ die mit AM parallele Ebene JgK, bestimme den in der Nähe von x befindlichen Theil ixg ihrer Durchschnittslinie mit der Fläche TUW nach Art. 7 und bezeichne den gemeinschaftlichen Punkt x der Geraden pQ und der Curve ixg. Fällt der Durchschnittspunkt x von pQ und ixg nicht scharf genug aus, so ist x mittelst einer anderen Linie der Fläche TUW zu bestimmen, welche zugleich einer durch die Gerade pQ gelegten Ebene angehört und nach Art. 9 construirt werden kann.

Stellt TUW ein Ellipsoid vor, so wird man zuerst die conjungirten Durchmesser $gg_1(g_1L=gL)$ und JK der Ellipse gg_1JK construiren und dann den Durchschnittspunkt x der Geraden pQ mit der Ellipse gg_1JK nach Art. 3, Fig. 1, b aufsuchen.

9. Construction des Durchschnittes $ipkq$ der Fläche TUW, Fig. 3, mit der Ebene JLO, welche die Ebenen CDF und ACD in den Geraden JL und LO schneidet.

Man ziehe durch den Mittelpunkt N von JK die Gerade $HMNG$, ferner die Gerade NOp. Die von der Ebene CDF entferntesten Punkte p, q der Curve ipk, durch welche also an ipk mit JK parallele Tangenten gezogen werden können, liegen in dem Diametralschnitte AGH, d. i. in der Berührungslinie der Fläche TUW und dem mit JK parallelen Cylinder, folglich in der Durchschnittslinie NOp der Ebenen JLO und AGH. Die Durchschnittspunkte p, q der Fläche TUW mit der Geraden pq, deren orthogonale Projection auf der Ebene CDF die Gerade GNM ist, können einfach nach Art. 6 dargestellt werden. Man hat nämlich $N(N)\|GC$, $(q)(N)\,O(p)$, dann $(p)p$ und $(q)q\|GC$ zu ziehen.

Beliebige Punkte z. B. r, s der Curve $ipkq$ ergeben sich am einfachsten, wenn man in der Ebene JLO durch ihren gemeinschaftlichen Punkt O mit der Axe AM eine Gerade, z. B. OR zieht, dieselbe parallel mit QC auf die Ebene ACD nach $(R)O$ projicirt, $[R(R)\|QC]$, die Durchschnittspunkte (r), (s) von $(R)O$ mit der Leitlinie ACD bezeichnet und durch letztere die Geraden $(r)r$ und $(s)s\|QC$ zieht, bis sie die Gerade RO in den Punkten r, s treffen. Jede mit CDF parallele, durch einen beliebigen zwischen p und q liegenden Punkt n der Geraden pq gelegte Ebene $cdef$ schneidet die Ebene JLO in einer mit JK parallelen Geraden ink, die Axe AM in einem Punkte m, $(nm\|NM)$, und die Fläche TUW in einer mit $CDEF$ ähnlichen Ellipse $cdef$, deren conjungirte Durchmesser $cmd\|CD$ und $emf\|EF$ sind.

Jede Ellipse *cdef* schneidet die in ihrer Ebene befindliche Gerade *ik* in den Punkten *i*, *k*, welche gleiche Abstände von *n* haben und der fraglichen Linie *ipk* angehören. Hat man also die Durchschnittspunkte *r*, *s* einer in der Ebene *JLO* durch *O* gezogenen Geraden *rs* gefunden, die Geraden rr_1 und $ss_1 \| JK$ gezogen und die Durchschnittspunkte ρ, σ von *pq*, rr_1 und *pq*, ss_1 bezeichnet, so erhält man die anderen in den Geraden rr_1, ss_1 befindlichen Punkte r_1, s_1 durch Übertragen der Stücke $\rho r_1 = \rho r$ und $\sigma s_1 = \sigma s$.

In den Fällen, wo der Durchschnittspunkt *O* der Ebene *JLO* mit der Axe *AM* nicht leicht benützt werden kann, können die Punkte der Curve *ipk* mittelst der zu *JK* parallelen Geraden nach Art. 3 gefunden werden.

Zum Behufe der Bestimmung der Tangente $r\beta$ der Curve *JpK* ziehe man die Tangente $(r)(\alpha)$ der Leitlinie *ACD*, ferner die Gerade $\alpha(\alpha)$ *CQ*, bis die Gerade *MQ*, in welcher die orthogonale Projection des Punktes *r* liegt, in α getroffen wird. α bildet den Durchschnittspunkt der Tangente $r\alpha$ des Diametralschnittes *ArQ* mit der Ebene *CDF*, und die parallel mit der Tangente QQ_1 der Ellipse *CDEF* gezogene Gerade $\alpha\beta$ bildet die Durchschnittslinie der Ebene *CDF* mit der Ebene $r\alpha\beta$, welche die Fläche *TUW* in dem Punkte *r* berührt und also auch die Tangente $r\beta$ enthält. Da nun $r\beta$ die Durchschnittslinie der Ebenen $r\alpha\beta$ und *JLO* bildet, so ist sie zugleich die gesuchte Tangente.

Wenn die Fläche *TUW* ein Ellipsoid mit den conjungirten Durchmessern $AB(AM = MB)$, *CD* und *EF* vorstellt, ist die Curve *JpK* eine Ellipse, deren conjungirte Durchmesser *ik* und $pq(pn = qn)$ sind und auf die zuvor besprochene Weise construirt werden können.

Bezeichnen *x*, x_1 die Berührungspunkte des Ellipsoids mit den zu der Ebene *JLO* parallelen Ebenen, so geht die Gerade xx_1 durch die Mittelpunkte aller (mit *JpK* ähnlicher) Schnitte der Fläche *TUW* mit zu *JLO* parallelen Ebenen, also auch durch die Mittelpunkte *n*, *M* der Ellipse *JpK* und des Ellipsoides *TUW*. Soll nun ein beliebiges Paar conjungirter Durchmesser I II, III IV der Ellipse *JpK* construirt werden, so wird man zuerst die Gerade xMx_1 nach Art. 10 oder *pq* wie zuvor bestimmen, dann in der Ebene *JLO* durch den Punkt *n* von xx_1 oder *pq* den einen Durchmesser I II ziehen, seine Durchschnittspunkte I, II mit dem Ellipsoide nach Art. 8 bestimmen, durch dieselben in der Ebene *JLO* die Tangenten I..., II... der Fläche *TUW*, also auch der Ellipse I II III IV so wie den mit diesen Tangenten parallelen Durchmesser III IV ziehen, und seine Durchschnittspunkte III, IV ebenfalls nach Art. 8 construiren. In den meisten Fällen dürfte es zweckmäßiger sein, die verlangten Durchmesser III, III IV vermittelst der Durchmesser pq, ik zu construiren.

Obwohl selbstverständlich, fügen wir noch hinzu, daß diese Constructionen auch für die Paraboloide, Hyperboloide, als auch für die Kegel und Cylinderflächen der zweiten Ordnung Geltung haben.

10. Construction des Berührungspunktes x der Fläche TUW, Fig. 3, mit der zu JLO parallelen Ebene E_x. JL liegt in der Ebene CDF und LO in der Ebene ACD.

Die Gerade MGH, welche durch den Mittelpunkt N der Sehne JK und den Mittelpunkt M der Ellipse $CDEF$ geht, bildet den Durchschnitt der Ebene CDF mit der Ebene des Diametralschnittes AGH, welcher letztere der geometrische Ort der Berührungspunkte der mit der Geraden JK parallelen Tangenten der Fläche TUW ist. Der Punkt x liegt demnach in dem Diametralschnitte AGH und es handelt sich blos darum, an diesen Diametralschnitt die mit der Durchschnittslinie NO der Ebenen AGH und JLO parallele Tangente zu ziehen und ihren Berührungspunkt x zu bestimmen.

Zu dem Behufe projicire man die Gerade NO in der Richtung GC auf die Ebene ACD, also nach $(N)O$, $[N(N)||GC]$, ziehe an die Leitlinie ACD die mit $(N)O$ parallele Tangente $(x)t$, und bestimme ihren Berührungspunkt (x), welcher die bezügliche Projection von x ist. Um nun x zu erhalten, hat man (x) in der Richtung CG auf die Ebene AGH zu projiciren, also $(x)\mu||CM$, $\mu x||MG$ und $(x)x||GC$ zu ziehen.

Zieht man die Tangente $(x)t$, bis die Axe AM in t geschnitten wird und verbindet dann t mit x, so ist tx die mit NO parallele Tangente des Diametralschnittes AGH. Zieht man ferner durch x die mit der Geraden JK parallele Gerade xx_1, so ist letztere wieder eine Tangente der Fläche TUW und daher ist die durch die Tangenten xt und xx_1 gelegte Ebene zugleich eine mit JLO parallele Berührungsebene der Fläche TUW.

Zusatz. Wird die Fläche TUW durch parallele Lichtstrahlen beleuchtet, deren Richtung senkrecht zu der Ebene JLO ist, so ist x der am stärksten beleuchtete Punkt der Fläche TUW. Um demnach den normal beleuchteten Punkt x der Fläche TUW zu finden, wenn die Richtung der Lichtstrahlen gegeben ist, wird man zuerst eine zu dieser Richtung senkrechte Ebene *JLO* und dann den Berührungspunkt x des beleuchteten Theiles der Fläche *TUW* mit der zu *JLO* parallelen Ebene auf die zuvor durchgeführte Weise zu construiren haben.

Wenn aber α den Neigungswinkel der Ebene *JLO* mit parallelen Lichtstrahlen bezeichnet, so ist sowohl die Ebene *JLO*, als auch der Punkt x eben so stark beleuchtet, wie jede andere Ebene, welche mit den Lichtstrahlen denselben Winkel α einschließt. Somit kennen wir jetzt eine einfache Construction zur Bestimmung der auf der Fläche *TUW* befindlichen Linien von gleicher Beleuchtungsstärke.

Nehmen wir z. B. an, daß auf der Fläche *TUW* die Linie *L* gezeichnet werden soll, deren Punkte eben so stark beleuchtet sind, wie die Punkte einer Ebene, die den Winkel α mit den Lichtstrahlen einschließt.

Man ziehe zuerst durch einen Punkt *S*, welcher etwa in der Axe *AM* liegt, einen Lichtstrahl $S\sigma$ und construire einen Kegel *K* mit der Spitze *S*, dessen Kanten mit dem Lichtstrahle $S\sigma$ die Winkel α einschließen und dessen Durchschnitt mit einer zu $S\sigma$ senkrechten Ebene ein Kreis *D* ist.

Jede berührende Ebene des Kegels *K* schließt mit den Lichtstrahlen ebenfalls den Winkel α ein; daher reducirt sich die vorliegende Aufgabe auf die Bestimmung der gemeinschaftlichen Punkte der Fläche *TUW* mit den Berührungsebenen derselben, welche mit den berührenden Ebenen des Kegels parallel sind. Damit nun die Punkte der fraglichen Linie *L* eben so einfach wie der Punkt x bestimmt werden können, hat man zuerst die Durchschnittslinien der Ebene *E* der Kegelbasis *D* und jene der berührenden Ebenen des Kegels *K* mit den Ebenen *CDEF* und *ACD* zu bestimmen.

Sollen Punkte der fraglichen Linie *L* construirt werden, welche in einem beliebigen Diametralschnitte *M* der Fläche *TUW* liegen, so wird man zuerst durch die Kegelspitze *S* eine Gerade *G* parallel mit den Kanten jenes Cylinders ziehen, welcher die Fläche *TUW* in dem Diametralschnitte *M* berührt, dann durch die Gerade *G* berührende Ebenen des Kegels *K* legen, und endlich die Berührungspunkte der Fläche *TUW* mit den zu jenen Ebenen parallelen Ebenen nach Art. 10 darstellen.

Die in der Contour der Fläche *TUW* befindlichen Punkte der Linie *L* sind offenbar Berührungspunkte der Contour *TUW* mit den zu den Kegelcontouren parallelen Tangenten.

Noch einfacher gestalten sich die Constructionen, wenn der Kegel durch eine zu seiner Axe $S\sigma$ geneigte Ebene so geschnitten wird, daß die Projection des Schnittes ein Kreis ist, welcher selbstverständlich die Contouren des Kegels berühren wird. Diese Contourkanten können ohne Benützung einer Leitlinie oder Basis des Kegels construirt werden [1].

Wenn die Fläche *TUVW* durch zwei orthogonale Projectionen, also etwa durch ihren Grundriß und Aufriß dargestellt ist, erscheint es vortheilhafter, den Normalkegel K_1 von K zu benützen, dessen Kanten mit den Lichtstrahlen also die Winkel $90-\alpha$ einschließen. Jede berührende Ebene E des Kegels K steht nämlich senkrecht auf einer Kante k des Normalkegels K_1, folglich stehen die Tracen der Ebene E auch senkrecht auf den betreffenden orthogonalen Projectionen der Kante k und können deßhalb viel leichter als mit Benützung des Kegels K gezogen werden.

Die Constructionen Kammerer's [2] sind zweckmäßiger als jene Koutny's [3]. Letzterer selbst bemerkt, daß es für die Construction der Intensitätslinien eines Ellipsoides kaum von Vortheil sein dürfte, dieselben als Durchschnitte der Fläche mit den dort angegebenen Kegeln zu bestimmen, weil letztere vorerst auf ziemlich mühsame Weise fixirt werden müßten. Die von Prof. Tilscher [4] durchgeführten Constructionen zur Bestimmung der Linien von gleicher Beleuchtungsstärke auf einem dreiaxigen Ellipsoide sind aber wieder zweckmäßiger als die zuvor genannten.

11. Construction der Contour *TUW* der Fläche Fig. 2.

Die bekannte Methode, die Contour einer Fläche von der Form wie *TUW* zu bestimmen, besteht darin, daß zuerst eine entsprechende

---

[1] Siehe unsere Abhandlung *A*.

[2] Kammerer, Sitzb. d. mathem.-naturw. Cl. XLVI. Bd. 1862.

[3] J. Grunert's Archiv für Mathematik und Physik. XLVI. Bd. 1866. Verhandlungen des naturforschenden Vereines. Brünn 1867.

[4] Die Lehre von den Beleuchtungs-Constructionen von Prof. Franz Tilscher. Wien 1862.

erzeugten Fläche zu bestimmen, so würden also die Contour TCW nicht nur beliebig genau einzeichnen, sondern auch viel genauer dargestellt werden kann, als dies bis jetzt möglich war.

Man betrachte die Fläche als Umhüllungsfläche von Kegeln, deren Spitzen in der Flächenaxe AB liegen, oder von Cylindern, deren Kanten parallel sind mit der Ebene CDF. Die Contouren der umhüllten Kegel und Cylinder sind Tangenten an die mit $CDEF$ ähnlichen Ellipsen und an die Diametralschnitte so wie zugleich an die [illegible] Contour der Fläche, und zwar berühren sie letztere so wie die betreffenden Ellipsen und Diametralschnitte in denselben Punkten.

Betrachtet man die Ellipse $CDEF$ als Basis des Kegels $OCDEF$, dessen Spitze O in der Axe AB liegt, so sind die Tangenten OR und OR_1 der Ellipse $CDEF$ die Contouren des Kegels $OCDEF$. Zieht man nun an die gegebene Leitlinie WCD die mit CO parallele Tangente co, bis sie die Axe AB in dem Punkte o schneidet und dann die Geraden $or \parallel OR$ und $or_1 \parallel OR_1$: so sind offenbar or und or_1 die Contouren des von der Fläche TCW umhüllten Kegels $ocdef$, dessen Spitze o ist und dessen Basis die mit $CDEF$ parallele und ähnliche (nicht gezeichnete) Ellipse $cdef$ der Fläche TCW ist. Zieht man aber $cr \parallel CR$ und $dr_1 \parallel DR_1$, so sind r, r_1 die Berührungspunkte der Kegelcontouren or und or_1 mit der Ellipse $cdef$; zugleich sind or und or_1 auch Tangenten der Contour TCW und berühren dieselbe in den ist: $rm \| RM$ und $r_1m \| R_1M$. Liegt der Durchschnittspunkt o der Tangente co und der Axe AM außerhalb der Zeichnungsfläche, so wird man zuerst den Punkt r bestimmen, also etwa $cm \| CM$, $mr \| MR$, $cr \| CR$ und dann $ro \| RO$ ziehen können. So wie M kann auch ein anderer Punkt der Axe AM benützt werden. Eben so kann r_1 bestimmt und dann die Tangente $r_1o \| R_1O$ gezogen werden. Liegt aber der Punkt O außerhalb der Zeichnungsfläche, so können die Punkte r, r_1 und die Tangenten ro, r_1o ebenfalls einfach dargestellt werden.

Man ziehe zuerst an die Ellipse $CDEF$ die Tangente $R\rho O$, bestimme einen zweiten Punkt γ der Geraden $C\gamma O$, etwa mittelst des Dreiecks $\rho\gamma\omega$, wo $\rho\gamma \| RC$, $\rho\omega \| RM$ und $\omega\gamma \| MC$ ist und verbinde C mit γ; dann bestimme man r, r_1 und ro, r_1o, wie zuvor angegeben wurde.

Auf diese Weise können nun beliebige Punkte und Tangenten der Contour TUW dargestellt werden.

Ist die durch den Punkt C gehende Tangente CC_1 der Leitlinie ACD parallel mit der Axe AM, so kann die Ellipse $CDEF$ als Berührungslinie der Fläche TUW mit einem Cylinder betrachtet werden, dessen Contouren die mit AM parallelen Tangenten UU_1 und WW_1 der Ellipse $CDEF$ und zugleich der Contour TUW sind.

Die zu AM senkrechte Tangente der Contour TUW und ihr Berührungspunkt können so einfach wie die zuvor bestimmten Punkte gefunden werden, wenn der Hilfskegel O_1CDEF benützt wird, dessen Spitze O_1 in der Axe AM liegt und dessen eine Contourkante die zu AM senkrechte Tangente O_1O_1 der Ellipse $CDEF$ ist.

Um aber den in der Axe AM befindlichen Contourpunkt T und die entsprechende Tangente TT_1 zu construiren, bedenke man, daß T der Berührungspunkt der zur Zeichnungsfläche senkrechten Tangente der Fläche TUW, also auch des als die Gerade YT erscheinenden Diametralschnittes AYZ ist. Diese Tangente bildet eine Kante jenes von der Fläche TUW umhüllten Kegels $Tc_1d_1e_1f_1$, dessen Spitze T in seiner mit $CDEF$ ähnlichen aber nicht gezeichneten Leitlinie $c_1d_1e_1f_1$ liegt. Die Spitze Z des Hilfskegels $ZCDEF$, dessen Basis $CDEF$ ist und dessen Kanten mit jenen des Kegels $Tc_1d_1e_1f_1$ parallel sind, liegt also auch im Durchschnitte der Axe AM mit der Ellipse $CDEF$. Die Tangenten TT_1 und ZZ_1 der Ellipsen $c_1d_1e_1f_1$ und $CDEF$ sind mit einander parallel. Die in der Ebene ACD befindlichen Kanten Tc_1 und ZC der beiden Kegel $Tc_1d_1e_1f_1$ und $ZCDEF$ sind ebenfalls parallel und zwar ist Tc_1 Tangente der Leitlinie ACD.

Zieht man also an die Leitlinie *ACD* die mit *CZ* parallele Tangente Tc_1, bis sie die Axe *AM* in *T* schneidet und dann die Gerade $TT_1 \| UW$; so ist *T* der fragliche Contourpunkt und TT_1 die zugehörige Tangente.

Die Geraden rr_1, RR_1 und *UW* sind mit einander parallel und werden von der Axe *AM* halbirt. Dieser Umstand bietet nun ein weiteres Mittel zur Vereinfachung der Construction der Contour *TUW*. Man wird nämlich nur eine Hälfte derselben z. B. die Curve *UrT* auf die zuvor angegebene Weise darstellen, dann durch entsprechend viele Punkte *r*, . . der Curve *UrT* die mit *UW* parallelen Geraden rm_1r_1,. . ziehen und die anderen in den Geraden liegenden Punkte r_1,. . durch Übertragen der Stücke $r_1m_1 = m_1r_1$ . . bestimmen.

Die Leitlinie *ACD* und die Contour *TUW* berühren sich in dem Punkte *w*. Die zugehörige Tangente ww_1 ist parallel mit dem Durchmesser *EF* und bildet eine Contourkante des von der Fläche *TUW* umhüllten und mit *EF* parallelen Cylinders, welcher also die Fläche in der Leitlinie *ACD* berührt. Aus ähnlichen Gründen ist die durch den gemeinschaftlichen Punkt der Contour *TUW* und des Diametralschnittes *AEF* gehende Contourtangente parallel mit *CD* u. s. w.

Wenn die Fläche *TUW* ein Ellipsoid mit den conjungirten Durchmessern $AB(AM = MB)$, *CD*, *EF* ist, so ist die Contour *TUVW* $(MV = MT)$ eine Ellipse, deren conjungirte Durchmesser *TV* und *UW* sind. Wenn *AB*, *CD*, *EF* die Hauptaxen des Ellipsoides sind, und eine Axe z. B. *CD* parallel zur Bildfläche ist; so erscheint $CD \perp AM$, *EF* fällt in die Axe *AM* und es sind dann *CD* und *TV* die Hauptaxen der Contour *TUW*.

12. Construction der Selbstschattengrenze *JKht* auf der Fläche *TUVW* Fig. 4 und des von dieser Fläche auf die Ebene $z[J][K]$ geworfenen Schattens $[J][K][h][t]$. Die Beleuchtung ist eine mit der Geraden *LM* parallele und ist *lM* die orthogonale Projection auf der Ebene *CDF* von *LM*. Die Ebene $z[J][K]$ geht durch den Punkt *z* der Axe *AM* und ist parallel mit *CDF*.

Man betrachte *TUW* als Umhüllungsfläche von Kegeln oder Cylindern, welche von der Fläche *TUW* in mit *CDEF* ähnlichen Ellipsen oder in Diametralschnitten berührt werden.

Der Kegel *pcdef*, welcher die Fläche *TUW* in der (nicht gezeichneten) Ellipse *cdmef* berührt $(cmd \| CMD,\ emf \| EMF)$, hat seine Spitze *p* in der Axe *AB*; *cp* ist also eine Tangente der Leitlinie

ACD. Man ziehe $pr \| LM$, $mr \| MR \| lM$, ferner an die Ellipse *cdef* die Tangenten *ri* und *rk*, welche auf der Ebene *cdef* die Schatten der Selbstschattengrenzen *pi* und *pk* des Kegels *pcdef* bilden. Die Berührungspunkte *i*, *k* der Geraden *ri* und *rk* mit der Ellipse *cdef* gehören also der fraglichen Selbstschattengrenze *JKt* an. Die Punkte *i*, *k* lassen sich ohne Benützung der Ellipse *cdef* darstellen, sobald der Punkt *r* und die conjungirten Durchmesser *cd*, *ef* der Ellipse *cdef* bekannt sind, und zwar mittelst der schiefen Projection, in welcher die Ellipse *cdef* als Kreis $cd(e)(f)$ erscheint[1]. Auf gleiche Weise können beliebige Punkte der Schattengrenze *JKt* construirt werden.

Wenn die durch *C* gezogene Tangente der Leitlinie *ACD* parallel ist mit der Axe *AB*, kann die Ellipse *CDEF* als Berührungslinie der Fläche *TUVW* mit einem zu der Axe *AB* parallelen Cylinder betrachtet werden, weßhalb die in der Ellipse *CDEF* befindlichen Punkte *J*, *K* der Schattengrenze sich als Berührungspunkte der zu *lM* parallelen Tangenten der Ellipse *CDEF* ergeben.

Die von der Ebene *CDF* entferntesten Punkte *h*, *t* liegen in dem Diametralschnitte *AGH*, weil derselbe die Berührungslinie des von der Fläche *TUW* umhüllten mit *JK* parallelen Cylinders bildet und weil die Tangenten hh_1, tt_1, welche an die Curve *JKt* durch die Punkte *h*, *t* gezogen werden können, mit der Geraden *JK* parallel sind, also Kanten des genannten Cylinders bilden.

Die mit dem Lichtstrahle *LM* parallelen Berührungsebenen des Cylinders schneiden die Ebene *AGH* in den mit *LM* parallelen Geraden, welche den Diametralschnitt *AGH* in den Punkten *h* und *t* berühren. Um *h*, *t* zu finden, projicire man die Linie *AGH* und den Lichtstrahl *LM* parallel zu der Geraden *GC* auf die Ebene *ACD*, wodurch die Leitlinie *ACD* und die Gerade $(L)M$ als Projectionen von *AGH* und *LM* erscheinen. $l(l) \| L(L) \| GC$; $(l)(L) \| AB$. Dann ziehe man an die Leitlinie *ACD* die mit $(L)M$ parallelen Tangenten $(h)(h_1)$ $(t)(t_1)$ und projicire ihre Berührungspunkte (h), (t) wieder in der Richtung *CG* auf die Ebene *AGH* nach *h*, *t*. — $(h)\mu \| (t)\mu_1 \| MC$; $\mu h \| \mu_1 t \| MG$ und $h(h) \| t(t) \| GC$.

Die Berührungspunkte *u*, *w* der Schattengrenze *JKt* mit der Contour *TUVW* sind zugleich Berührungspunkte der letzteren mit zu *LM* parallelen Tangenten.

---

[1] Siehe Art. 36 unserer Abhandlung *A*.

Um die in der Leitlinie ACD befindlichen Punkte x, y der Schattengrenze JKt zu finden, betrachte man die Leitlinie ACD als Berührungslinie der Fläche $TUVW$ mit dem zu EF parallelen Cylinder, lege an letzteren mit LM parallele Berührungsebenen E, E_1 und bestimme ihre Berührungspunkte x, y mit der Leitlinie ACD. x, y sind also Berührungspunkte der mit $[L]M$ parallelen Tangenten xx_1 und yy_1 der Leitlinie ACD, wenn $[L]$ den Durchschnittspunkt der mit EF parallelen Geraden $L[L]$ mit der Ebene ACD bezeichnet.

Demnach ziehe man $L[L]$ und $l[l]$ EF, $[l][L]$ AB, ferner an die Leitlinie ACD die mit $[L]$ M parallelen Tangenten x x_1, y y_1 und bezeichne ihre Berührungspunkte x, y. x liegt in der Nähe von (h) und y in der Nähe von (t).

Construirt man die Grenzen $P(J)$ und $P(K)$ des Selbstschattens auf dem Kegel $PCDEF$, dessen Erzeugende mit jenen des Kegels $pcdef$ parallel sind, so findet man auch $P(J)$ pi, $P(K) \parallel pk$, mithin auch $(J)(K)$ ik. Auf dieser Eigenschaft beruht nun folgende einfache Construction der Punkte i, k... der Selbstschattengrenze JKt.

Man ziehe parallel mit dem conjungirten Durchmesser JK von GH eine beliebige Gerade $(J)(K)$, welche die Ellipse $CDEF$ in den Punkten (J), (K) schneidet, die Tangente $(J)R$ [oder $(K)R$] der Ellipse $CDEF$, die mit LM parallele Gerade RP, welche AB in P schneidet, und die Gerade CP (mit oder ohne Benützung des Punktes P): ferner ziehe man die zu CP parallele Tangente cp der Leitlinie ACD, durch ihren Berührungspunkt c die Geraden cmd CMD, ci $C(J)$, ck $C(K)$ und endlich di $D(J)$ so wie dk $D(K)$. — i, k sind sofort die Durchschnittspunkte der Geraden ci, di und ck, dk. Bei richtigem Vorgange ergibt sich ik JK. Mitunter ist es vortheilhafter die Punkte e, f statt c, d zu benützen.

Demnach ist es nun klar, daß die von der Ebene CDF entferntesten Punkte h, t der Schattengrenze JKt mittelst der Punkte G, H auf gleiche Weise erhalten werden können, wie zuvor i, k mittelst $(J)(K)R$. Sehr einfach ergeben sich die Punkte h, t, wenn die mit LM parallele Gerade HP_1, bis zum Durchschnitte P_1 mit der Axe AB und die mit P_1D parallelen Tangenten $(h)h_1$, $(t)t_1$ der Leitlinie ACD, ferner durch die Berührungspunkte (h), (t) die Geraden $(h)\mu$ und $(t)\mu_1$ CD: $(h)h$ und $(t)t$ DH und endlich die Geraden μh, $\mu_1 t \parallel MH$ gezogen werden. Daß DP_1 $(L)M$ ist, versteht sich von selbst.

Bezeichnet n den Durchschnittspunkt einer beliebigen mit JK parallelen Sehne ik der Schattengrenze mit der Ebene AGH, so ist $ni = nk$, weßhalb k durch Übertragen des Stückes $nk = ni$ erhalten werden kann, wenn die Punkte i und n bekannt sind.

Zum Behufe der Bestimmung der Grenzpunkte $[i]$, $[k]$... des von der Fläche $TUVW$ auf die Ebene $z[J][K]$ geworfenen Schattens $[J][K][h][t]$ ziehe man zuerst die mit GH parallele Gerade $z[h]$, welche offenbar die Schatten der Mittelpunkte n,... der mit JK parallelen Sehnen der Schattengrenze JKt, daher auch die Schatten $[h]$, $[M]$, $[t]$ von h, M, t enthält. Zieht man also etwa den Lichtstrahl $n[n]$, bis die Gerade $z[h]$ getroffen wird, so ist $[n]$ der Schatten des Punktes n. Der Schatten der Geraden ink ist aber eine zu JK parallele Gerade $[i][n][k]$, weil die Ebene $z[J][K]$ parallel ist mit der Geraden JK, also auch mit ik. Im vorliegenden Falle ist auch $[n][i] = [n][k] = ni = nk$ und können deßhalb die Punkte $[i]$, $[k]$ ohne Benützung der Lichtstrahlen $i[i]$ und $k[k]$, nämlich durch Übertragen der Stücke $ni = nk$ erhalten werden. Die durch $[h]$ und $[t]$ gehenden Tangenten des Schattens $[J][K][t]$ sind ebenfalls parallel mit $[J][K]$. Die durch die Endpunkte $[i]$, $[k]$ einer mit $[J][K]$ parallelen Sehne $[i][k]$ gezogenen Tangenten schneiden sich aber in einem Punkte der Geraden $[h][t]$. Die mit den Lichtstrahlen parallelen Tangenten der Contour $TUVW$ berühren auch die Schattengrenze $[J][K][t]$.

Wenn die Ebene E, auf welcher der Schatten der Fläche $TUVW$ construirt werden soll, eine gegen JK geneigte Lage hat, werden die Schatten $[n]$...$[M]$ von den Mittelpunkten n...M der Sehnen ik..., JK, so wie die Schatten $[h]$, $[t]$ von den Punkten h, t ebenfalls in eine Gerade $[h][M][t]$ fallen, welche den Durchschnitt der Ebenen LAB und E bildet. Es werden aber auch die Schatten $[i][k]$..., $[J][K]$ von den Sehnen ik,...JK wieder mit einander parallel sein und ihre Längen werden sich zu einander so verhalten, wie die Längen der gleichnamigen Sehnen, nämlich: $[i][k] : \ldots : [J][K] = ik : \ldots : JK$. Auch wird $[n][k] = [n][i]$..., $[M][K] = [M][J]$ sein. Die zuvor angeführten Eigenschaften der Tangenten der Schattengrenze bestehen auch in letzterem Falle.

Wenn die Fläche $TUVW$ ein Ellipsoid mit den conjungirten Durchmessern AB, CD und EF vorstellt, ist die Selbstschattengrenze JKt eine Ellipse (oder ein Kreis) mit den conjungirten Durchmessern JK, kt und die Schlagschattengrenze ebenfalls eine Ellipse (oder ein Kreis) mit den conjungirten Durchmessern $[J][K]$ und $[k][t]$.

13. Construction der Selbstschattengrenze $JKht$ auf der Fläche TUW Fig. 5 mit Rücksichtnahme auf die von dem Punkte L ausgehende Beleuchtung. l ist die orthogonale Projection auf der Ebene $CDEF$ von dem Punkte L.

Die Punkte der Schattengrenze $JKht$ lassen sich einfach construiren, wenn die Fläche TUW als Umhüllungsfläche von Kegeln, deren Spitzen in der Axe AM liegen, oder von Cylindern, deren Kanten parallel mit der Ebene $CDEF$ sind, betrachtet wird; denn die Selbstschattengrenzen auf solchen umhüllten Kegeln und Cylindern sind Gerade, welche die Fläche TUW in den Punkten der fraglichen Schattengrenze $JKht$ berühren. Es handelt sich hier also blos darum, die Selbstschattengrenzen auf entsprechend vielen solchen umhüllten Kegeln und Cylindern zu construiren, ihre Berührungspunkte mit der Fläche TUW zu bezeichnen und durch letztere die fragliche Grenze JKt zu ziehen.

Der Kegel $pcdef$, dessen Kante cp die Leitlinie ACD in c tangirt und die Axe AM in p schneidet, berührt die Fläche $TUVW$ in der Ellipse $cdef$. Zieht man den Lichtstrahl Lp, bis er seine orthogonale Projection mr auf der Ebene $cdef$ im Punkte r schneidet ($rm \parallel lM$, $mr \parallel Ml$), ferner an die Ellipse $cdef$ die Tangenten ri und rk; so berühren letztere die Ellipse $cdef$ in den Punkten i, k, welche der Schattengrenze JKt angehören, weil die Ebenen Lpi und Lrk den Kegel $pcdef$ in seinen Selbstschattengrenzen pi und pk und diese wieder die Fläche $TUVW$ in den Punkten i, k berühren. Um das Zeichnen der Ellipse $cdef$ zu ersparen, können die Punkte i, k mittelst einer schiefen Projection von $cdef$ und r, in welcher die Ellipse $cdef$ als Kreis $cd(e)(f)$ erscheint, oder mit Benützung der Ellipse $CDEF$ construirt werden. Man bestimme den Punkt (R) so, daß er gegen $CDEF$ eine gleiche Lage hat, wie der Punkt r gegen $cdef$, ziehe also etwa $F(R) \parallel fr$, $D(R) \parallel dr \ldots$, bezeichne die Berührungspunkte (J), (K) der Tangenten $(R)(J)$, $(R)(K)$ der Ellipse $CDEF$ und bestimme endlich die Punkte i, k wieder so, daß sie zu $cdef$ in demselben Verhältnisse stehen, wie (J), (K) zu $CDEF$. $mi \parallel M(J)$, $mk \parallel M(K)$, $ri \parallel (R)(J)$, $rk \parallel (R)(K)$ u. s. w.

Bezeichnen n und (N) die Durchschnittspunkte der Geraden rm, ik und $(R)M$, $(J)(K)$, so ist $in = nk$ und $(J)(N) = (N)(K)$.

Sind also i und n bekannt, so läßt sich k auch durch Übertragen des Stückes $nk = ni$ bestimmen.

Durch Wiederholung dieses Verfahrens bei anderen von der Fläche umhüllten Kegeln können beliebig viele Punkte der Schattengrenze JKt construirt werden.

Um die in der Ellipse $CDEF$ befindlichen Punkte J, K der Schattengrenze zu erhalten, wenn die Tangente CC_1 der Leitlinie ACD parallel mit AB ist, betrachte man die Ellipse $CDEF$ als Berührungslinie der Fläche TUW mit einem Cylinder, dessen Kanten mit AB parallel sind. Die berührend an diesen Cylinder durch L gelegten Ebenen schneiden sich in der Geraden Ll; ihre Durchschnittslinien mit der Ebene $CDEF$ sind also die Tangenten lJ und lK der Ellipse $CDEF$ und berühren sie in den Punkten J, K der Schattengrenze $JKht$.

Die von der Ebene $CDEF$ entferntesten Punkte h, t der Schattengrenze JKt, durch welche also an die letztere, die mit JK parallelen Tangenten hh_1 und tt_1 gezogen werden können, liegen in dem Diametralschnitte AGH, weil derselbe die Berührungslinie der Fläche TUW mit dem zu JK parallelen Cylinder bildet. Um die Punkte h, t ohne Zeichnung des Diametralschnittes AGH zu finden, projicire man die Linie AGH und den Punkt L so, daß die gegebene Leitlinie ACD als Projection von AGH und der Punkt (L) als Projection von L erscheint. $l(l) \| L(L) \| CG$, und $l(L) \| AB$. Die Tangenten $(L)(h)$, $(L)(t)$ der Leitlinie ACD und ihre Berührungspunkte (h), (t) bilden also die bezüglichen Projectionen der die Fläche TUW berührenden Lichtstrahlen Lh und Lt und ihrer Berührungspunkte h, t mit dem Diametralschnitte AGH. Projicirt man nun die Punkte (h), (t) parallel mit CG auf die Ebene AGH, so erhält man die fraglichen Schattenpunkte h, t. Die Geraden $(L)(h)$ und AM schneiden sich in dem Punkte P, durch welchen auch die Gerade Lh geht; $(h)h \| CG$. Ergibt sich der Punkt P nicht auf der Zeichnungsfläche, so ist etwa $(h)\mu \| CM$, $\mu h \| GM$ und $(h)h \| CG$ zu ziehen.

Die in der Contour TUW liegenden Punkte u, u_1 der Schattengrenze JKt ergeben sich als Berührungspunkte der Contour mit den Lichtstrahlen Lu und Lu_1.

Die in der Leitlinie ACD befindlichen Punkte i_2, i_3 der Schattengrenze JKt erhält man als Berührungspunkte der Durchschnittsgeraden $\{L\}i_2$, $\{L\}i_3$ der Ebene ACD mit den Berührungsebenen $L\{L\}i_2$, $L\{L\}i_3$ des mit EF parallelen Cylinders, welcher die Fläche

$TUVW$ in der Leitlinie ACD berührt. Die Geraden $\{L\}i_2$, $\{L\}i_3$ sind also Tangenten der Leitlinie ACD und gehen durch den gemeinschaftlichen Punkt $\{L\}$ der mit EF parallelen Geraden $L\{L\}$ und der Ebene ACD. Um aber die Punkte i_2, i_3 zu erhalten, hat man die Geraden $L\{L\}$ und $l\{l\}$ EF so wie $\{l\}\{L\}$ Ll, dann an die Leitlinie ACD die Tangenten $\{L\}i_2$, $\{L\}i_3$ zu ziehen und ihre Berührungspunkte i_2, i_3 mit ACD zu bezeichnen.

Jede mit JK parallele Gerade z. B. ik, welche durch einen Punkt i der Curve JKt gezogen wird, schneidet diese Curve noch in einem zweiten Punkte k und die Ebene AML in dem Punkte n, der von i und k gleichweit absteht. Die parallel mit JK durch die Punkte h, t gezogenen Geraden hh_1, tt_1 sind aber, wie bereits gesagt wurde, Tangenten der Curve JKt.

Anmerkung. Um auf der Fläche $TUVW$ den am stärksten, also normal beleuchteten Punkt S zu finden, zeichne man auf derselben die Curve $s_1 \ldots S \ldots s_n$, welche von den Fusspunkten $s_1 \ldots$, $S, \ldots s_n \ldots$ jener Normalen der Ellipsen $cdef, \ldots CDEF$ gebildet wird, welche durch Punkte der mit AB parallelen Geraden Ll gezogen werden können[1]). Die Curve $s_1 \ldots S \ldots s_n$ benütze man als Erzeugende einer Rotationsfläche $Ls_1 \ldots S \ldots s_n$, deren Axe etwa Ll ist, bestimme einen Meridian M derselben und auf M den Fußpunkt (S) der Normale $L(S)$ und dann den durch (S) gehenden Parallelkreis, welcher die Curve $s_1 \ldots S \ldots s_n$ in dem normal beleuchteten Punkte S schneiden wird.

Für die meisten Fälle, welche in der Praxis vorkommen, dürfte es genügen, wenn die Fußpunkte $s_1, \ldots S, \ldots s_n$ mittelst der die Ellipsen $cdef \ldots CDEF$ und beziehungsweise den Meridian M berührenden Kreise bestimmt werden, deren Mittelpunkte in der Geraden Ll liegen.

Bei der Construction des von der Fläche $TUVW$ auf eine Ebene E geworfenen Schattens $[J][K][t]$ ist vorzugsweise zu berücksichtigen, daß die Schatten $[n] \ldots [N]$ von den Mittelpunkten $n \ldots N$ der mit JK parallelen Sehnen $ik \ldots$ und der Sehne JK der Selbstschattengrenze JKt, so wie die Schatten $[h]$, $[N]$, $[t]$ von den Punkten h, N, t in der Durchschnittslinie $[h][t]$ der Ebenen LAM und E liegen und daß die Schattenlinien $[i][k], \ldots [J][K]$ der

[1]) Siehe Art. 36 unserer Abhandlung *B*. Sitzb. d. mathem.-naturw. Cl. LIII. Bd. 1866.

Sehnen $ik, \ldots JK$ und die durch die Punkte $[h]$, $[t]$ gezogenen Tangenten des Schlagschattens $[J][K][t]$ sich in dem Durchschnittspunkte λ der mit JK parallelen Geraden $L\lambda$ und der Ebene E treffen.; ferner, daß die an die Schattengrenze $[J][K][t]$ durch die Endpunkte $[i]$, $[k]$ des Schattens $[i][k]$ einer Sehne ik geführten Tangenten sich in einem und demselben Punkte der Geraden $[h][t]$ schneiden.

Wenn die Fläche $TUVW$ ein Ellipsoid mit den conjungirten Durchmessern AB, CD und EF vorstellt, ist die Selbstschatten-Grenze JKt eine Ellipse (oder ein Kreis) und hn_1t, $i_1n_1k_1$ ein Paar conjungirte Durchmesser derselben. ($hn_1 = n_1t$, $i_1k_1 \| JK$). n_1 ist zugleich der Durchschnittspunkt der Geraden ht und LM. Die Punkte i_1, k_1 können, so wie die Punkte i, k gefunden werden. Man ziehe nämlich $n_1m_1 \| NM$, $c_1m_1d_1 \| CD$, $e_1m_1f_1 \| EMF$ und bestimme die Durchschnittspunkte i_1, k_1 der mit JK parallelen Geraden nach Art 3. Die Grenze $[J][K][t]$ des von dem Ellipsoide $TUVW$ auf eine beliebige Ebene E geworfenen Schattens ist die Durchschnittslinie der Ebene E mit dem elliptischen Kegel (oder Kreiskegel) $LJKt$, also eine Curve vom zweiten Grade, und zwar eine Ellipse (oder ein Kreis), Hyperbel oder Parabel, je nachdem die Ebene E mit keiner, mit zwei oder mit einer Geraden des Kegels $LJKt$ parallel ist.

Der Schatten $[h][t]$ des Durchmessers ht erscheint als Sehne der Schattengrenze $[J][K][t]$ und da die Geraden $\lambda[h]$ und $\lambda[t]$ die Ellipse $[J][K][t]$ in den Punkten $[h]$, $[t]$ berühren, so ist die durch den Mittelpunkt $[n_x]$ der Sehne $[h][t]$ gezogene Gerade $\lambda[i_x][n_x][k_x]$ ein Durchmesser der Schattengrenze $[J][K][t]$ und der mit $[i_x][k_x]$ conjungirte Durchmesser ist die zu $[h][t]$ parallele durch den Mittelpunkt $[O]$ des Durchmessers $[i_x][k_x]$ gezogenen Gerade $[h_x][t_x]$. Um die Endpunkte $[i_x]$, $[k_x]$ des Durchmessers $[i_x][k_x]$ zu finden, hat man also die Geraden $Ln_x[n_x]$, dann $i_xn_xk_x \| JK$ und $Li_x[i_x]$, $Lk_x[k_x]$ zu ziehen.

Die Endpunkte $[h_x]$, $[t_x]$ des zweiten Durchmessers $[h_x][t_x]$ ergeben sich aber einfach, entweder mit Benützung des über dem Durchmesser $[i_x][k_x]$ beschriebenen Kreises $[i_x]\{h_x\}[k_x]$, der zu $[i_x][k_x]$ senkrechten Sehne $\{h\}[n_x]\{t\}$, so wie des Durchmessers $\{h_x\}[O]\{t_x\}$ desselben und den mit $\{t\}[t]$ parallelen Geraden $\{h_x\}[h_x]$, $\{t_x\}[t_x]$, oder, wenn man die Gerade $[h_x][t_x]$ verlängert, bis sie die Durchschnittslinie der Ebenen JKt und $[J][K][t]$ in dem

Punkte y trifft, dann die Geraden $LO[O]$, (O ergibt sich in der Geraden $i_x k_x$), $yh_x O t_x$ und endlich $Lh_x[h_x]$, $Lt_x[t_x]$ zieht. h_x, t_x sind die Durchschnittspunkte der Ebene $L[h_x][t_x]$, also auch der Geraden yO mit der Ellipse JKt.

Dreht man nun die Ebene $[J][K][t]$ etwa um die Gerade $[h][t]$, bis sie mit 2 Kanten Lx, Ly des Kegels $LJKt$ parallel erscheint, so ergibt sich der Schatten $[J][K][t]$ als ein Hyperbelast. $[h][t]$ bildet wieder den Schatten von dem Durchmesser ht. Der Durchschnittspunkt λ_1 der mit der Geraden JK parallelen Geraden $L\lambda$ erhält eine andere Lage; es werden aber wieder die Geraden $\lambda_1[h]$ und $\lambda_1[t]$ die Hyperbel in den Punkten $[h]$, $[t]$ berühren und $[i_x][k_x]$, $[h_x][t_x]$ ein Paar conjungirte Durchmesser der Hyperbel sein. Die Asymptoten der Hyperbel erscheinen als mit den Kegelkanten Lx und Ly parallele Gerade.

Dreht man aber die Ebene $[J][K][t]$ allenfalls wieder um die Gerade $[h][t]$, bis sie nur mit einer Geraden Lx des Kegels $LJKt$ parallel erscheint; so ergibt sich der Schatten $[J][K][t]$ der Ellipse JKt als eine Parabel, deren Axe $I[O] \parallel Lx$ ist. $[h][t]$ bleibt wieder der Schatten des Durchmessers ht. Ist λ_2 der Durchschnittspunkt der zu der Geraden JK parallelen Geraden $L\lambda_2$ mit der Ebene $[J][K][t]$ so berühren die Geraden $\lambda_2[h]$ und $\lambda_2[t]$ die Parabel in den Punkten $[h]$, $[t]$. Die Gerade $\lambda_2[n_x]$ bestimmt wieder die Lage eines Durchmessers der Parabel und ist deßhalb parallel zu Lx. Die durch den Scheitel I der Parabel gezogene Tangente I [I] bildet den Durchschnitt der Ebene $[J][K][t]$ mit der Ebene $LI[I]$, welche berührend an den Kegel $LJKt$ durch die zu der Ebene $[J][K][t]$ parallele und zu der Geraden Lx senkrechte Gerade gelegt werden kann. Berührt die Ebene $LI[I]$ den Kegel $LJKt$ in der Geraden $L1I$, so ist der Durchschnittspunkt I der Geraden $L1I$ mit der Ebene $[J][K][t]$ der Scheitel der Parabel.

Die angeführten Beziehungen gelten allgemein, nämlich für jedes System von parallelen Sehnen und den durch ihre Mittelpunkte gezogenen Durchmesser der Ellipse, Hyperbel oder Parabel JKt.

Um ein Paar conjungirte Durchmesser, I II, III IV des auf der Ebene E sich ergebenden elliptischen Schlagschattens $[J][K][t]$ der Ellipse JKt zu erhalten, kann man zuerst eine mit E parallele Gerade $L\lambda$ ziehen und durch dieselbe die Berührungsebenen $L\lambda 1$, $L\lambda 2$ des Kegels $LJKt$ legen, welche die Ebene JKt in den Tangenten $\lambda 1$ und $\lambda 2$ der Ellipse *JKt* und die Ebene *E* in den mit $L\lambda$ parallelen Tangenten I (I), II (II) der Schattengrenze I II III IV schneiden werden; dann hat man durch die Berührungspunkte 1, 2 der Tangenten $\lambda 1$, $\lambda 2$ die Geraden $L1$, $L2$ zu ziehen, bis sie die Ebene *E* in den Punkten I, II treffen. Ferner hat man durch den Mittelpunkt *O* von I II den mit den Tangenten I (I) und II (II) parallelen, also zu I II conjungirten Durchmesser III IV zu ziehen, durch denselben und den Punkt *L* eine Ebene *L*III IV zu legen, ihre Durchschnittspunkte 3, 4 mit der Curve *JKt*, so wie die Durchschnittspunkte III, IV der Geraden $L3$ und $L4$ mit der Ebene *E* zu bestimmen. Es ist vortheilhaft die Gerade $L\lambda$ so anzunehmen, dass sie die Axe *AB* schneidet oder dass sie mit der Durchschnittslinie der Ebenen *E* und *JKt* parallel ist.

Sind Lx und Ly die zwei mit der Ebene *E* parallelen Kanten des Kegels *LJKt*, so sind die Asymptoten der Hyperbel, welche den Durchschnitt der Ebene *E* mit dem Kegel *LJKt* bildet und deren Ast I III die Grenze des auf die Ebene *E* von dem Ellipsoide geworfenen Schattens ist, parallel mit den Kanten Lx und Ly. Diese Asymptoten sind zugleich die Durchschnitte der Ebene *E* mit den Ebenen, welche den Kegel *LJKt* in den Kanten Lx und Ly berühren und demnach einfach bestimmt werden können.

Der Durchschnittspunkt *O* der Asymptoten ist also Mittelpunkt der Hyperbel I II III. Die beiden Scheitel I, II der Hyperbel ergeben sich aber, wenn man durch den Mittelpunkt *O* und die Mittellinie Lz des von den Geraden Lx und Ly eingeschlossenen Winkels die Ebene LzO legt, ihre Durchschnittspunkte 1, 2 mit der Schattengrenze *JKt* und dann die Durchschnittspunkte I, II der Geraden $L1$ und $L2$ mit der Ebene *E* bezeichnet. Eigentlich braucht man auf diese Art nur 1 und I oder 2 und II zu bestimmen, dann die Axe I*O*II (welche den Asymptotenwinkel halbirt) zu ziehen, *O*II = *O*I oder *O*I = *O*II zu machen und dann auf bekannte Weise die entsprechende Hyperbel I II III zu construiren.

Ist jedoch Lx die einzige mit der Ebene *E* parallele Kante des Kegels *LJKt*, so ist die Grenze des von dem Ellipsoide *TUW* auf die Ebene *E* geworfenen Schattens I II III eine Parabel, deren Axe parallel ist mit der Geraden Lx. Um ihren Scheitel I zu erhalten, hat man durch die, mit der Ebene *E* parallele und zu der Geraden Lx senkrechte Gerade $L\lambda$ die Berührungsebene $L\lambda$I des Kegels *LJKt* zu legen,

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LVII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

3.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

VII. SITZUNG VOM 12. MÄRZ 1868.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Der Meteorsteinfall vom 30. Jänner 1868 unweit Warschau. Ein Meteorit aus demselben im k. k. Hof-Mineraliencabinete. Nebst einem Anhang in Bezug auf den angeblichen Meteorsteinfall in Baden-Baden", vom Herrn Hofrathe W. Ritt. v. Haidinger.

„Kritische Untersuchungen über die der natürlichen Familie der Spitzmäuse *(Sorices)* angehörigen Arten". II. Abtheilung, von Herrn Dr. L. Fitzinger.

„Beiträge zur Kenntniß der Verbindungen gepaarter Cyanmetalle mit Ammoniak", von Herrn Dr. W. F. Gintl, Assistenten am chem. Laboratorium der Universität zu Prag.

Der Präsident der Classe, Herr Hofrath K. Rokitansky legt zwei Abhandlungen vor, und zwar: *a)* „Über Keloid", von Herrn Dr. J. Collins Warren aus Boston, und *b)* „Zur Anatomie des *Lupus erythematosus*", von Herrn Dr. W. H. Geddings aus New-York.

Herr Prof. Dr. H. Hlasiwetz übergibt eine für den Anzeiger bestimmte „vorläufige Notiz über die Zersetzung des Terpentinöls bei der Glühhitze". Die betreffenden Versuche wurden von ihm gemeinschaftlich mit Herrn Prof. F. Hinterberger ausgeführt.

Herr Director K. v. Littrow legt eine von ihm soeben herausgegebene Brochure: „Andeutungen für Seeleute über den Gebrauch und die Genauigkeit der Methoden die Länge und Mißweisung durch Circummeridianhöhen zu bestimmen" vor, mit welcher er das von ihm in den „Sitzungsberichten" LVI. Band, S. 349 gegebene Versprechen einer bündigen, dem Bedürfnisse des Praktikers entsprechenden Darstellung des betreffenden Verfahrens erfüllt zu haben glaubt.

Das c. M. Herr Dr. G. Tschermak überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Ein Hilfsmittel zur Entwickelung der Gleichung des chemischen Vorganges bei der Mineralbildung".

Das c. M. Herr Dr. F. Steindachner legt die fünfte Fortsetzung seines „Ichthyologischen Berichtes über eine nach Spanien und Portugal unternommene Reise" vor. Derselbe übergibt ferner eine Abhandlung: „Über eine neue *Hylorana*-Art von Cap York in Australien".

Herr Dr. G. C. Laube überreicht den Schluß seiner Abhandlung: „Die Fauna der Schichten von St. Cassian".

Herr Dr. Th. Oppolzer legt eine Abhandlung: „Definitive Bahnbestimmung des Planeten (58) Concordia" vor.

Herr Dr. A. v. Hüttenbrenner übergibt eine Abhandlung: „Untersuchungen über die Binnenmuskeln des Auges".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale de Médecine: Bulletin. Tome XXXII. Paris 1866—1867; 8°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. November 1867. Berlin; 8°.

— Südslavische, der Wissenschaften und Künste. Arbeiten. II. Band. Agram, 1868; 8°.

Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXIX, Heft 2. Leipzig & Heidelberg, 1868; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 6. Jahrg. Nr. 5. Wien, 1868; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1679—1680. Altona, 1868; 4°.

Bauzeitung, Allgemeine. XXXIII. Jahrgang, I. Heft. Nebst Atlas. Wien, 1868; 4° & Folio.

Carl, Ph., Repertorium der physikalischen Technik etc. III. Bd., 6. Heft. München, 1867; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nrs. 6—8. Paris. 1868; 4°.

Cosmos. 3e Série. XVIIe Année, Tome II, 8e—10e Livraisons Paris, 1868; 8°.

Erlangen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften. 1867. 4°. & 8°.

Gesellschaft, Deutsche geologische: Zeitschrift. XIX. Band, 4. Heft. Berlin. 1867; 8°.

Gesellschaft, k. k. mähr.-schles., zur Beförderung des Ackerbaues, der Natur- & Landeskunde: Schriften. XV. Band. Brünn 1866; 8°.

— deutsche chemische, zu Berlin: Berichte. I. Jahrgang, Nr. 1—3. Berlin, 1868; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg. Nr. 8—10. Wien, 1868; 8°.

Isis: Sitzungsberichte. Jahrgang 1867, Nr. 10—12. Dresden, 1868; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von Vorwerk. Band XXIX, Heft 2. Speyer, 1868; 8°.

Jena, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Halbjahre 1868. 4°. & 8°.

Landbote, der steierische. I. Jahrgang, Nr. 4. Graz, 1868; 4°.

Lotos. XVIII. Jahrgang. Januar und Februar 1868. Prag; 8°.

Meredith Read, John Jr., A historical Inquiry concerning Henry Hudson etc. Albany, 1866; 8°.

Mittheilungen des k. k. Artillerie-Comité. Jahrgang 1868, 1. Heft. Wien; 8°.

— aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1868, 1. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 268°—269° Livraisons. Tome X°, Année 1868. Paris; 4°.

Museum des Königreiches Böhmen: Památky. Ročnik XIII; Dfl VII, Svazek 4—6. V Praze, 1867; 4°. — Časopis. 1868. XL. Ročnik, Sv. 4; 1867. XLI. Ročnik, Sv. 1—4. V Praze; 8°. — Nestor's russische Chronik, übersetzt von K. J. Erben. Prag, 1867; 8°. — Vortrag des Geschäftsleiters. Prag, 1867; 8°. — Verzeichniß der Mitglieder der Gesellschaft. Prag, 1867; 8°.

Recht, Das Entwicklungsgesetz der Natur. München, 1868; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1868, Nr. 4. 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V° Année, Nr. 12—14. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Scarpellini, Caterina, Catalogo degli uranatmi (ossia stelle cadenti) osservati alla privata stazione meteorologica di Roma negli anni 1861—1867. Roma, 1868; 4°.

Société Hollandaise des Sciences à Harlem: Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. Tome II, 3^me^ — 5^me^ Livraisons. La Haye, Bruxelles, Paris, Leipzig, Londres & New-York, 1867; 8°.

Société philomatique de Paris: Bulletin. Tome IV, Juin-Août 1867. Paris; 8°.

— des sciences physiques et naturelles de Bordeaux: Mémoires. Tome I. 1855; Tome II, 1863; Tome III, 1r Cahier. 1864: Tome IV, 1r Cahier (suite), 1866; Tome V, 1r—2e Cahiers. 1867. Paris & Bordeaux; 8°.

Society, the Royal Geographical: Proceedings. Vol. XII, Nr. 1. London, 1868; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. Jahrg. 1868, Nr. 8—10. Wien; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg. Nr. 16 — 21. Wien, 1868; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig und Hübner. IX. Jahrg. N. F. IV. Band, 4. & 5. Heft. Leipzig, 1868; 8°.

— des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XX. Jahrgang, 2. Heft. Wien, 1868; 4°.

Beiträge zur Kenntniß der Sternschnuppen.

Von dem c. M. Dr. Edmund Weiss.

(Vorgelegt in der Sitzung am 16. Jänner 1868.)

I.

In den schönen Untersuchungen, die Schiaparelli über die Natur und den Ursprung der Sternschnuppen im Bulletino meteorologico dell'osservatorio del collegio romano [1]) niedergelegt hat, weist er nach, daß, wenn man im Weltraume das Vorhandensein cosmischer Wolken, zusammengesetzt aus winzigen discreten Partikelchen zugibt, diese Wolken, falls sie vermöge ihrer relativen Bewegung gegen die Sonne in deren Attractionssphäre gerathen, durch deren Anziehung zu parabolischen Strömen ausgezogen werden, von geringem Querschnitte, aber so großer Länge, daß leicht Jahrhunderte, selbst Jahrtausende vergehen können, bis die einzelnen Theile nach und nach das Perihel passirt haben. Begegnet nun die Erde in ihrer jährlichen Bewegung einem solchen Strome, so wird er als Sternschnuppenfall mit deutlich ausgeprägtem Radiationspunkte bemerkbar. Im weiteren Verfolge dieses Gedankens macht Schiaparelli darauf aufmerksam, daß man sich in einer solchen Meteorwolke sehr wohl einen oder mehrere dichtere Kerne denken könne, die uns in der Nähe ihres Periheles als Kometen erscheinen, und in der Bahn des parabolischen Stromes einhergehen werden, da sie ja nur specielle Körper desselben sind. Diese Theorie führte ihn denn auch zu der epochemachenden Entdeckung, daß die Bahnen der Kometen 1862 III und 1866 I zusammenfallen mit den Bahnen, welche die bekannten am 10., 11. und 12. August aus dem Perseus, und am 14. November aus dem Löwen ausstrahlenden periodischen Meteore um die Sonne beschreiben.

So scharfsinnig diese Theorie auch genannt werden muß, und so plausibel sie für den ersten Augenblick erscheinen mag, stehen

[1]) Vol. V, Nr. 8, 10, 11, 12 und Vol. VI, Nr. 2.

der Annahme derselben doch sehr gewichtige Einwürfe [illegible]. Mit Ausnahme von einigen, ganz ausgezeichneten Sternschnuppenfällen sind nämlich die Meteorströme im Allgemeinen so [illegible] verkert, daß die einzelnen Meteore in denselben einen [illegible] Abstand von 100 und mehr Meilen besitzen, und es weisen überdies nebst den sinnreichen Versuchen von Al. Herschel, um aus der Leuchtkraft der Meteore deren Masse zu bestimmen, noch mehrere andere Thatsachen darauf hin, dass das mittlere Gewicht eines Sternkörperchens wenige Gramme nicht überschreitet, in den meisten Fällen aber blos Bruchtheile eines solchen beträgt. Sollen nun Meteorströme von solcher Beschaffenheit aus der Verwandlung einer Meteorwolke in eine parabolische Kette entstanden sein, so ist man gezwungen, derselben eine so geringe Dichte zu geben, dass selbst in den Tiefen des Weltraumes die inneren Anziehungen des Systemes noch immer kleiner bleiben, als die zerstreuenden Wirkungen der benachbarten Fixsterne. Da unter diesen Umständen die kosmische Wolke keine Stabilität besitzt, kann sie auch im Fixsternraume nicht existiren; wir werden daher die Kometen nicht als integrirende Bestandtheile einer Meteorwolke, sondern vielmehr als die Urkörper betrachten müssen, aus deren Zerfall, jedoch erst innerhalb der Räume unseres Sonnensystemes nach und nach die Meteorströme sich bilden, und zwar etwa nach folgendem Vorgange. Es kommen im Universum allerdings kosmische Wolken vor, allein nur von solcher Dichte, daß sie in den meisten Fällen nicht nur bis an die Grenzen unseres Sonnensystemes, sondern selbst dann noch, wenn sie in die inneren Räume desselben eindringen, genug innere Cohärenz besitzen, um der zerstreuenden Wirkung der Sonnenanziehung mit Erfolg Widerstand leisten zu können [1]. Solche

---

[1]) Ich glaube an dieser Gelegenheit hinzufügen zu sollen, daß selbst die beiden von Schiaparelli angeführten Beispiele der Zusammengehörigkeit von Kometen mit Meteorströmen nicht als Argument für das Vorhandensein kosmischer Wolken dienen können, [illegible] daß die Sonnenanziehung sie schon weit außerhalb der Grenzen unseres Planetensystemes in parabolische Ströme auszudehnen vermag. Die beiden hier in Betracht kommenden Kometen gehören nämlich zu den periodischen, und es wird jetzt, wie ich glaube, allgemein angenommen, daß die Kometen keine [illegible] unseres Systemes seien, sondern dasselbe nur einmal besuchen, um dann wieder in den weiten Weltraum zurück zu kehren, aus dem sie gekommen sind, wenn nicht die Anziehung eines der Planeten sie in den-

kosmische Wolken werden uns stets als Kometen erscheinen, wenn sie nahe genug an der Erde vorübergehen, um sichtbar zu werden. Allein bei der Annäherung an die Sonne erleidet der Kometenkörper gewaltige physische Umänderungen, durch die schließlich auch die Bedingungen der Stabilität seines Systemes materieller Punkte geändert werden. Dann kann er nicht mehr als ein Ganzes fortbestehen, sondern wird sich in einzelne Partien trennen, welche von nun an die Sonne in selbstständigen Bahnen umkreisen werden, die natürlich mit der Bahn des Mutterkometen eine große Ähnlichkeit besitzen müssen, in denen jedoch die einmal begonnene Zerstreuung der Materie immer weiter und weiter fortschreitet. Bei periodischen Kometen wird dieser Vorgang bei jeder Rückkehr zur Sonnennähe sich wiederholen und es werden sich dadurch nach und nach längs der gesammten Kometenbahn solche Auflösungsproducte sammeln, und diese letzteren, falls die Kometenbahn die Erdbahn durchschneidet, beim jährlichen Durchgange der Erde durch diesen Punkt die Phänomene erzeugen, die wir als periodische Sternschnuppenfälle bezeichnen. Dieser Ansicht zufolge, muß nicht nur jeder periodische Komet die Bildung eines Sternschnuppenringes veranlassen, sondern es müssen alle periodisch wiederkehrenden Sternschnuppenfälle überhaupt dem Durchschnitte der Erdbahn mit periodischen Kometen ihre Entstehung verdanken.

Um die Richtigkeit dieser Betrachtungen zu prüfen und jene Kometen herauszusuchen, welche mit den verschiedenen Meteorschwärmen im Zusammenhange stehen, kann man einen doppelten Weg einschlagen. Man kann, die Radiationspunkte der Meteore als bekannt voraussetzend, deren Bahn um die Sonne berechnen, und dann nachsuchen, ob wir in unseren Kometenverzeichnissen Bahnen finden, welche mit den oben erhaltenen zusammenfallen. Man kann aber auch für die bisher bestimmten Kometenbahnen die Radienvectoren

---

selben wenigstens temporär dadurch zurückhält, daß er ihre Bahn in eine Ellipse von kurzer Umlaufszeit umwandelt. Dies soll z. B. bei dem mit den Novembermeteoren im Zusammenhange stehenden Kometen 1866 I nach Le-Verrier im Jahre 126 n. Ch. durch Uranus geschehen sein. Daraus folgt, daß die Zerstreuung der Meteorwolke mit Inbegriff ihres Hauptkörpers, des Kometen, erst eingetreten sein kann, nachdem ihre Bahn bereits in jene umgeformt war, die der Komet noch jetzt beschreibt, weil der störende Planet sonst nur eine einzelne ganz geringfügige Partie des Meteorstromes in eine neue Bahn hätte lenken können.

im auf- und niedersteigenden Knoten berechnen und für jene, deren Radiusvector in einem dieser Punkte dem der Erdbahn an Größe sehr nahe gleich ist, die ihnen zukommenden Radiationspunkte bestimmen, und diese mit den bisher durch Beobachtungen constatirten vergleichen. Diesen letzteren Weg habe ich bereits vor längerer Zeit eingeschlagen [1], mich jedoch damals vorläufig damit begnügt, nachzuweisen, daß fast an allen jenen Tagen, welche durch häufigeres Erscheinen von Sternschnuppen bekannt sind, ein oder selbst mehrere Kometenbahnen die Erdbahn durchkreuzen und mir die Berechnung des jeder einzelnen Bahn zugehörigen Radiationspunktes für eine weitere Publication vorbehalten. Indem ich nun dies Versprechen löse, und zugleich die damals begonnenen Untersuchungen noch weiter ausdehne, will ich vorerst jene Formeln entwickeln, welche mir zur Berechnung des Radiationspunktes aus der Bahn des Himmelskörpers oder der Bahn aus dem Radiationspunkte die zweckmäßigsten scheinen, da die Lösung dieses Problemes jetzt sich wohl ziemlich häufig wiederholen wird.

Behält man die allgemein üblichen Bezeichnungen für die Elemente einer Planetenbahn bei, so hat man nach bekannten Gleichungen der Mechanik für die nach den drei Achsen (von denen zwei in der Ebene der Ekliptik, die eine in der Frühlingsnachtgleichenlinie, die andere um 90° davon entfernt liegen und die dritte auf beiden senkrecht steht) zerlegten Geschwindigkeiten eines Himmelskörpers, wenn er sich in einem der Knoten seiner Bahn befindet, folgende Ausdrücke:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = \pm \frac{k}{\sqrt{q(1+\varepsilon)}} (\varepsilon \sin v \cos \Omega - [1+\varepsilon \cos v] \sin \Omega \cos i)$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = \pm \frac{k}{\sqrt{q(1+\varepsilon)}} (\varepsilon \sin v \sin \Omega + [1+\varepsilon \cos v] \cos \Omega \cos i)$$

$$\left(\frac{dz}{dt}\right) = \pm \frac{k}{\sqrt{q(1+\varepsilon)}} (1+\varepsilon \cos v) \sin i,$$

wobei das obere Zeichen für den auf-, das untere für den niedersteigenden Knoten gilt. Für die Erde hat man, wenn Π die Länge des Perihels der Erdbahn vorstellt, etwas einfacher:

---

[1]) Astron. Nachr. Bd. LXVIII, p. 381 ff.

$$\left(\frac{dX}{dt}\right) = -\frac{k}{\sqrt{p}}\left(\sin(V+\Pi)+e\sin\Pi\right)$$
$$\left(\frac{dY}{dt}\right) = +\frac{k}{\sqrt{p}}\left(\cos(V+\Pi)+e\cos\Pi\right)$$
$$\left(\frac{dZ}{dt}\right) = 0.$$

Handelt es sich nun darum, die relative Bewegung eines Körpers zu finden, welcher der Erde in einem seiner Knoten begegnet, so müssen wir vor allem bedenken, daß, wie das Problem hier vorliegt, der Kern eines Kometen im Allgemeinen nur nahe an der Erdbahn vorübergehen, sie aber nicht durchschneiden wird, daß also die Erde nur mit Kometenpartikelchen in Conflict geräth, deren Bahn etwas andere Dimensionen hat, als die des Kometenkernes. Diesem Umstande wollen wir dadurch Rechnung tragen, daß wir annehmen, es seien mit Ausnahme der Periheldistanz, die übrigen Bahnelemente für alle Partikelchen eines Meteorstromes genau dieselben. Findet daher die Begegnung beim Radiusvector r der Erde statt, so werden wir q so wählen, daß wird:

$$q(1+\varepsilon) = r(1+\varepsilon\cos v).$$

Als Einheit der Geschwindigkeit wollen wir die Geschwindigkeit der Erde in ihrer mittleren Entfernung von der Sonne ansehen und demgemäß $k=1$ setzen. Bezeichnet man endlich die Länge der Sonne, bei welcher beide Himmelskörper zusammenkommen, mit $\odot$, so ist:

$$V+\Pi = 180+\odot$$

und im aufsteigenden Knoten $\odot = 180+\Omega$,
„ niedersteigenden Knoten $\odot = \Omega$;

endlich:

im aufsteigenden Knoten $v = \Omega-\pi$
„ niedersteigenden Knoten $v = \Omega-\pi+180$

führt man diese Modificationen in unsere obige Formeln ein, so verwandeln sie sich in die folgenden:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = -\frac{1}{\sqrt{r(1+\varepsilon\cos v)}}\left(\varepsilon\sin v\cos\odot - [1+\varepsilon\cos v]\sin\odot\cos i\right)$$
$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = -\frac{1}{\sqrt{r(1+\varepsilon\cos v)}}\left(\varepsilon\sin v\sin\odot + [1+\varepsilon\cos v]\cos\odot\cos i\right)$$
$$\left(\frac{dz}{dt}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\varepsilon\cos v}{r}}\,.\,\sin i,$$

wobei im letzten Gliede wieder das obere oder untere Zeichen zu nehmen ist, je nachdem das Meteor in seinem auf- oder niedersteigenden Knoten steht.

$$\left(\frac{dX}{dt}\right) = \frac{1}{\sqrt{p}}(\sin\odot - e\sin\Pi)$$

$$\left(\frac{dY}{dt}\right) = -\frac{1}{\sqrt{p}}(\cos\odot - e\cos\Pi)$$

$$\left(\frac{dZ}{dt}\right) = 0.$$

Ist nun v' die relative Geschwindigkeit der Meteore und L' B' die Länge und Breite des Radiationspunktes, so hat man ohne Rücksicht auf die Rotation der Erde um ihre Axe, die für die hier erforderliche Genauigkeit stets übergangen werden kann, offenbar:

$$v'\cos L'\cos B' = \frac{1}{\sqrt{r(1+\varepsilon\cos v)}}[\varepsilon\sin v\cos\odot - (1+\varepsilon\cos v)\sin\odot\cos i]$$
$$+\frac{1}{\sqrt{p}}(\sin\odot - e\sin\Pi)$$

$$v'\sin L'\cos B' = \frac{1}{\sqrt{r(1+\varepsilon\cos v)}}[\varepsilon\sin v\sin\odot + (1+\varepsilon\cos v)\cos\odot\cos i]$$
$$-\frac{1}{\sqrt{p}}(\cos\odot - e\cos\Pi)$$

$$v'\sin B' = \pm\sqrt{\frac{1+\varepsilon\cos v}{r}}\sin i.$$

Durch eine leicht ersichtliche Transformation kann man diesen Gleichungen folgende für die praktische Berechnung weit geschmeidigere Form verleihen:

$$(\mathrm{I})\begin{cases} v'\cos B'\sin(L'-\odot) = \sqrt{\dfrac{1+\varepsilon\cos v}{r}}\cos i - \dfrac{1}{\sqrt{p}}[1-e\cos(\Pi-\odot)] \\ v'\cos B'\cos(L'-\odot) = \dfrac{\varepsilon\sin v}{\sqrt{r(1+\varepsilon\cos v)}} - \dfrac{1}{\sqrt{p}}e\sin(\Pi-\odot) \\ v'\sin B' = \pm\sqrt{\dfrac{1+\varepsilon\cos v}{r}}\sin i; \end{cases}$$

für parabolische Bahnen vereinfachen sich diese Ausdrücke noch bedeutend, und lauten dann:

$$\left.\begin{aligned} v'\cos B'\sin(L'-\odot) &= \sqrt{\frac{2}{r}}\cdot\cos\frac{v}{2}\cos i-\frac{1}{\sqrt{p}}\left[1-e\cos(\Pi-\odot)\right] \\ v'\cos B'\cos(L'-\odot) &= \sqrt{\frac{2}{r}}\sin\frac{v}{2}-\frac{1}{\sqrt{p}}e\sin(\Pi-\odot) \\ v'\sin B' &= \mp\sqrt{\frac{2}{r}}\cos\frac{v}{2}\sin i, \end{aligned}\right\} \text{(II)}$$

wobei jedoch v stets kleiner als 180°, also zwischen 0° und +180° oder 0° und —180° zu nehmen ist.

Diese Formeln lassen nichts zu wünschen übrig, sobald es gilt, aus einer bekannten Bahn den Radiationspunkt zu bestimmen, besonders wenn man eine Tafel zur Disposition hat, welche mit dem Argumente $\odot$ die Glieder:

$$\frac{1}{\sqrt{p}}\left(1-e\cos(\Pi-\odot)\right);\quad \frac{1}{\sqrt{p}}e\sin(\Pi-\odot)\quad\text{und}\quad \log\sqrt{\frac{2}{r}}$$

enthält. Eine solche Tafel, berechnet mit den Elementen der Erdbahn vom Jahre 1850 nach Leverrier's Sonnentafeln, habe ich dieser Abhandlung zum Schlusse beigefügt.

Ist jedoch das umgekehrte Problem zu lösen, nämlich aus dem Radiationspunkte die Bahn zu berechnen, so ist es im Allgemeinen ein unbestimmtes, da aus den 3 Gleichungen die Größen v', ε, v und i zu suchen sind. Kennt man daher die Dimension der Bahn nicht aus anderen Untersuchungen, so wird man am besten thun, sie als Parabel zu betrachten und aus den Gleichungen (II) v' i und v zu bestimmen. Allein die Herleitung dieser Größen aus den genannten Gleichungen ist nicht so bequem als wünschenswerth, weil die Ausdrücke für dieselben ziemlich weitläufig werden.

Geschmeidigere Formeln erhält man für diesen Zweck durch directe Einführung der Geschwindigkeiten und Richtung der Bewegung, wie dies Erman[1]) gethan, aber in einer für die praktische Berechnung wenig vortheilhaften Form.

Es ist, behält man die früheren Bezeichnungen bei und setzt man:

$$\odot'=\odot+\frac{e\sin(\odot-\Pi)}{\sin 1'}$$

[1]) Astron. Nachr. Bd. XVII, p. 3.

die Länge λ des Erdpunktes hinreichend genau gegeben durch die Relation:

$$\lambda = \odot' - 90^\circ,$$

nimmt man ferner wieder die Geschwindigkeit der Erde in der mittleren Entfernung als Einheit an, so ist beim Radiusvector r die Geschwindigkeit der Erde $\sqrt{\frac{2-r}{r}}$, die eines in einer parabolischen Bahn einhergehenden Körpers $\sqrt{\frac{2}{r}}$. Bezeichnet man endlich mit L, B die Richtung der Tangente an die Kometenbahn in Bezug auf die Ekliptik, und wie früher mit $L'B'$ die Position des Radiationspunktes, so wie mit v' die relative Geschwindigkeit der Meteore, so gelten wieder mit Ausserachtlassung der täglichen Rotation die Gleichungen

$$v' \cos L' \cos B' = -\sqrt{\frac{2}{r}} \cos L \cos B + \sqrt{\frac{2-r}{r}} \sin \odot'$$

$$v' \sin L' \cos B' = -\sqrt{\frac{2}{r}} \sin L \cos B - \sqrt{\frac{2-r}{r}} \cos \odot'$$

$$v' \sin B' = -\sqrt{\frac{2}{r}} \sin B,$$

oder einfacher

$$(\mathrm{III}) \begin{cases} v' \cos B' \sin(\odot' - L') = -\sqrt{\frac{2}{r}} \cos B \sin(\odot' - L) + \sqrt{\frac{2-r}{r}} \\ v' \cos B' \cos(\odot' - L') = -\sqrt{\frac{2}{r}} \cos B \cos(\odot' - L) \\ v' \sin B' = -\sqrt{\frac{2}{r}} \sin B. \end{cases}$$

Es sind hier noch die Größen L und B durch die Bahnelemente auszudrücken. Betrachtet man dazu das sphärische Dreieck zwischen Sonne, Pol der Ekliptik und dem Punkte auf den die Tangente an die Kometenbahn hinzielt, so liefert dies, wenn man den Winkel des Radiusvector mit der Tangente an die Kometenbahn ξ nennt, folgende Relationen:

$$(\mathrm{III}^*) \begin{cases} \sin B = \sin \xi \sin i \\ \cos(\odot - L) \cos B = \cos \xi \\ \sin(\odot - L) \cos B = \sin \xi \cos i \end{cases}$$

dabei ist, sofern man v wie früher zwischen $0°$ und $\pm\ 180°$ annimmt

$$\xi = 90 + \frac{v}{2}$$

und man hat nur noch zu beachten, daß bei einer Begegnung im niedersteigenden Knoten in den Formeln III* die Neigung (i) negativ zu nehmen ist.

Das System der Gleichungen III und III* läßt aus der Bahn beinahe mit derselben Leichtigkeit den Radiationspunkt finden, wie die früher entwickelten Gleichungen II. Zur Auflösung der umgekehrten Aufgabe, nämlich des Ermittelns der Bahn der Meteore aus deren Radiationspunkte, geben wir ihnen zuerst folgende Form:

$$\left.\begin{aligned}
\sqrt{\frac{2}{r}}\cos B\cos(L'-L) &= +\sqrt{\frac{2-r}{r}}\sin(\odot'-L') - v'\cos B' \\
\sqrt{\frac{2}{r}}\cos B\sin(L'-L) &= +\sqrt{\frac{2-r}{r}}\cos(\odot'-L') \\
\sqrt{\frac{2}{r}}\sin B &= -v'\sin B'
\end{aligned}\right\}\ \text{(IV)}$$

daraus findet man v' aus der quadratischen Gleichung:

$$v'^2 - 2v'.\cos B'\sin(\odot' - L').\sqrt{\frac{2-r}{r}} - 1 = 0,$$

oder indem man setzt:

$$\left.\begin{aligned}
\sqrt{\frac{2-r}{r}}\sin(\odot'-L')\cos B' &= \cot z \\
v' &= \cot\frac{1}{2}z,
\end{aligned}\right\}\ \text{(IV*)}$$

da die andere Wurzel negativ ist. Hat man nun durch IV* v' gefunden, so geben die Gleichungen IV sehr einfach L und B und diese dann vermöge III* ξ und i. Da ξ stets innerhalb der ersten beiden Quadranten sich befindet, entscheidet das Zeichen der ersten der Gleichungen III*, ob das Meteor beim auf- oder niedersteigenden Knoten sich befindet; das erstere findet statt, wenn $\sin B$ positiv, das Letztere, wenn es negativ ist, oder da das Zeichen von $\sin B$ dem von $\sin B'$ entgegengesetzt ist, begegnet die Erde dem Meteor bei seinem auf- oder niedersteigenden Knoten, je nachdem der Radiationspunkt südlich oder nördlich von der Ekliptik liegt, ein Resultat, das von vorneherein klar ist. Mit ξ ist zugleich v gegeben, mittelst der Relation:

$$v = 2\xi + 180.$$

Da man ferner ☊ kennt, ist damit auch π bekannt; endlich hat man

$$q = r\cos^2\frac{v}{2} = r\sin^2\xi.$$

Zur Erleichterung der Berechnungen nach den zuletzt entwickelten Formeln, habe ich die vom Erdorte abhängigen Größen ebenfalls in eine Tafel gebracht und der Abhandlung beigegeben.

Indem ich nach dieser Digression zu dem eigentlichen Probleme zurückkehre, werde ich zuerst alle jene Kometen anführen, welche in ihrem auf- (☊) oder niedersteigenden (☋) Knoten der Erdbahn nahe kommen, nebst der Sonnenlänge und dem Tage, an welchem dies geschieht. Um eine Controle zu erleichtern, habe ich überdies bei jedem Kometen den Berechner der zu Grunde gelegten Bahn angeführt, und bemerke nur noch, daß r den Radiusvector des Kometen, R den entsprechenden der Erde vorstellt, beide für das Äquinoctium des Jahres 1850 gültig und ohne Rücksicht auf Störungen berechnet. Eine zweite Tabelle enthält sodann den jeder einzelnen Bahn entsprechenden Radiationspunkt sowohl in Länge und Breite, als auch in Rectascension und Declination, so wie den Logarithmus der relativen Geschwindigkeit, mit der Meteore aus dieser Bahn auf die Erde gelangen würden.

Nr.	Komet	Bahnberechner	☉Länge	Jahrestag		$R-r$
1	1792 II ☋	Piazzi	284°1	Januar	5.	−0·066
2	1840 I ☊	Peters u. O. Struve	300·1	„	20.	+0·036
3	1718 ☊	Argelander	309·8	„	29.	−0·042
4	1857 I ☋	Loewy	313·1	Februar	2.	−0·028
5	1092 ☊	Hind	316·1	„	5.	−0·012
6	1854 IV ☋	Lesser	324·4	Februar	13.	+0·015
7	1858 IV ☋	Auwers	324·9	„	13.	+0·045
8	1862 IV ☋	Krahl	355·6	März	16.	+0·013
9	1683 ☊	Clausen	355·6	„	16.	−0·052
10	1763 ☋	Burckhardt	357·6	„	18.	−0·026
11	1861 I ☋	Oppolzer	29·8	April	20.	+0·002
12	1790 III ☋	Mechain	34·0	„	24.	−0·063
13	1863 II ☊	Frischauf	71·1	Juni	2.	−0·054
14	1684 ☊	Halley	90·6	„	22.	−0·010
15	1850 I ☋	Carrington	92·9	„	24.	−0·065

Nr.	Komet	Bahnberechner	⊙ Länge	Jahrestag	$R-r$
16	1864 II ☋	Kowalczyk	95°0	Juni 27.	+0·047
17	1737 II ☋	Daussy	125·5	Juli 29.	+0·025
18	1852 II ☊	Hartwig	137·5	August 10.	—0·013
19	1862 II ☊	Seeling	146·4	„ 19.	—0·027
20	1854 III ☊	Pape u. Winnecke	167·6	Septemb. 10.	—0·018
21	1790 I ☋	Saron	173·7	Septemb. 16.	—0·053
22	1763 ☊	Burckhardt	177·6	„ 20.	+0·029
23	1864 IV ☋	Tietjen	203·0	October 16.	—0·044
24	1779 ☊	Zach	206·0	„ 19.	+0·022
25	1849 I ☋	Sonntag u. Petersen	215·2	„ 29.	—0·027
26	Komet Biela ☋	Hubbard	245·8	Novemb. 28.	+0·011
27	1819 IV ☊	Encke	257·6	December 9.	+0·086
28	1680 ☋	Encke	274·5	„ 26.	+0·050

Nr.	Radiationspunkt				Relative Geschwindigkeit log v'
	Länge	Breite	AR.	Decl.	
1	182°2	+27°9	193°8	+24·6	0·34466
2	141·1	—45·5	128·4	—28·6	0·11116
3	217·6	—18·2	208·4	—31·2	0·37143
4	258·3	+46·3	261·3	+23·2	0·23521
5	110·1	—56·9	103·2	—34·4	9·89772
6	320·7	+55·0	304·0	+37·3	0·01323
7	272·2	+35·2	271·8	+11·8	0·26605
8	247·9	+22·9	249·4	+ 1·0	0·34672
9	224·0	—34·5	206·9	—48·4	0·25740
10	322·4	+37·7	312·4	+21·6	0·18837
11	270·6	+57·0	270·4	+33·5	0·20012
12	328·5	+33·1	319·1	+19·0	0·30201
13	338·9	—40·3	0·5	—44·7	0·30148
14	40·1	—65·8	62·7	—47·1	0·13227
15	1·9	+70·5	312·4	+60·6	0·14046
16	13·5	+ 1·1	12·0	+ 6·3	0·37423
17	129·2	+58·8	175·2	+70·9	9·98717
18	33·6	—27·7	40·7	—13·4	0·33363
19	48·6	— 4·6	47·5	+13·0	0·37499
20	45·8	—33·7	53·0	—15·8	0·28193
21	104·7	+15·2	108·1	+37·7	0·35193
22	33·2	—39·0	44·5	—24·1	0·18558
23	185·6	+50·1	209·6	+42·7	0·07779
24	24·5	—42·3	39·3	—29·7	9·98633
25	147·2	+55·1	185·0	+61·1	0·22358
26	38·7	+30·6	23·4	+43·0	9·72822
27	327·9	—35·2	346·2	—44·5	9·55041
28	128·6	+ 3·4	132·0	+21·4	0·23470

Diese Zusammenstellung enthält außer einigen Kometen, deren Bahnen ich für derartige Berechnungen als zu unzuverlässig bestimmt ansah, alle auf die ich in meiner oben erwähnten Abhandlung hingewiesen habe und außerdem noch eine Reihe anderer, die dort des speciellen Zweckes wegen, den ich im Auge hatte, weggelassen worden waren. Die beiden Cometen 1862 III und 1866 I habe ich hier nicht mehr mit aufgeführt, da deren Zusammenhang mit den periodischen Meteoren vom 10.—12. August und 14. November schon allgemein bekannt ist.

Ich verglich nun zunächst diese berechneten Radiationspunkte mit denen, die wir durch die Bemühungen von Heis, Greg, Al. Herschel etc. kennen gelernt haben und kann bei dieser Gelegenheit nur mein lebhaftes Bedauern darüber ausdrücken, daß der in dieser Richtung gleichfalls so thätige Director der Athener Sternwarte, Dr. J. Schmidt, seine Radiationspunkte, insbesondere die von ihm gefundenen südlichen, noch nicht in einer solchen Form veröffentlicht hat, daß sie zu derartigen Vergleichungen verwendet werden könnten. Dabei zeigte sich, daß unter allen berechneten Radiationspunkten blos zwei mit beobachteten so nahe übereinstimmen, daß deren Zusammengehörigkeit mit den entsprechenden Kometen wohl zweifellos feststeht; es sind die mit Nr. 11 und Nr. 26 bezeichneten.

Was den ersteren betrifft, waren allerdings bereits im Anfange unseres Jahrhunderts um den 20. April reiche Sternschnuppenfälle bemerkt worden [1]; daß sie periodisch wiederkehren, erkannte meines Wissens zuerst im Jahre 1839 Herrick [2]) und gab zugleich an, der Radiationspunkt liege in der Nähe von Vega, während Newton [3]) vor Kurzem durch Reduction der älteren in Quetelet's „*physique du globe*“ angeführten Sternschnuppenfälle auf ein gemeinsames Äquinoctium die interessante Thatsache ans Licht stellte, daß die Nachrichten über diesen Schauer bis ins Jahr 687 vor unserer Zeitrechnung sich verfolgen lassen. Von genaueren Bestimmungen des Radiationspunktes für diesen Sternschnuppenschwarm sind mir die folgenden bekannt:

---

[1]) Proceed. of the British Meteorological Society Vol. II.
[2]) American Journal of Science and Arts. I Series Vol. XXXVI.
[3]) American Journal of Science and Arts. II. Series. Vol. XXXVI.

	AR.	Decl.	
Greg Nr. 22 . . .	282°	+33°	(Proceed. Brit. Meteorol. Soc. Vol. II.)
Al. Herschel . .	277·5	+34·6	(Rep. Brit. Assoc. 1864.)
Heis C.	277	+38	(Ast. N. Bd. LXIX.)
Galle-Karlinski	278·2	+34·5	(Ast. N. Bd. LXIX.)
Im Mittel .	278·7	+35·0,	

während aus der Bahn des Kometen 1861 I dafür folgt: $\alpha = 270 \cdot 4^\circ$ $\delta = +33 \cdot 5^\circ$ oder im größten Kreise um 7·0° davon abweichend. Ob diese Differenz Beobachtungsfehlern bei der Bestimmung des Radiationspunktes allein zuzuschreiben sei, werden wohl die nächsten Jahre entscheiden; wahrscheinlich ist dies jedoch wegen der überraschend guten Übereinstimmung des von verschiedenen Beobachtern und aus verschiedenen Jahren abgeleiteten Radiationspunktes nicht. Die Abweichung ist aber andererseits wieder zu gering, um nicht auf einen physischen Connex des Meteorringes mit dem Kometen 1861 I zu deuten, und kann, diesen vorausgesetzt, einen doppelten Grund haben. Es kann nämlich die Auflösung des Kometen schon vor sehr langer Zeit begonnen, er selbst aber erst vor verhältnißmäßig kurzer Zeit nochmals eine Störung erlitten haben, die seine Bahnlage etwas änderte, während der schon gebildete Meteorring von derselben nicht mehr afficirt wurde. Es kann indessen auch in der Nähe der Durchkreuzungsstelle von Erd- und Kometenbahn ein größerer Komet in mehrere kleinere zerfallen sein, die nun einander sehr ähnliche Bahnen beschreiben, von denen wir jedoch erst den einen kennen. Die Zulässigkeit dieser letzten Erklärungsweise kann nach der Theilung des Biela'schen Kometen im Jahre 1846 und nachdem Hoek das Vorhandensein von Kometensystemen nachgewiesen, wohl nicht bezweifelt werden. In diesem Falle scheint für sie zu sprechen die merkwürdige Bildung des Kopfes dieses Kometen, die schon vor Jahren den Berechner seiner Bahn Dr. Th. Oppolzer zu dem Ausspruche veranlasste[1]: „Die Verbindung zwischen Schweif und Koma war so schmal und schwach leuchtend, daß es das Aussehen gewann, als ob sich der Schweif vom Kopfe trennen wollte". Ferner der Umstand, daß die von Newton in seiner oben citirten Abhandlung zusammengestellten reichen Sternschnuppenfälle um den 20. April auf mehrere kometenartige Verdichtungen im Innern

[1] Sitzungsberichte d. k. Akad. d. Wissensch. mathem.-naturw. Cl. Bd. XLIX.

[illegible] Wenn ein Astronom sich der allerdings mühsamen und zeitraubenden Aufgabe unterziehen würde, auch für diesen Meteorstrom die durch die Planetenstörungen bedingte seculäre Variation der Knotenlänge zu bestimmen, wie dies Professor Adams für den des November bereits gethan hat, weil es dadurch [illegible] möglich werden würde, diesen Sternschnuppenschwarm [illegible] ebenfalls in frühere Jahrhunderte zurück zu verfolgen.

[illegible] von mir [illegible] auf den möglichen Zusammenhang einiger [illegible] im Anfange des December mit dem [illegible] Kometen aufmerksam [illegible] Scharfsinne nicht entgangen, daß die beiden großen Sternschnuppenfälle von [illegible] Umlaufszeit des [illegible] Kometen [illegible] andere [illegible] aus unsicheren Beobachtungen [illegible] Elemente des ersten Kometen von [illegible] sind [illegible] jedoch [illegible] Umlaufszeit [illegible] 1798 [illegible] ist [illegible] Kometen [illegible] sehr [illegible] bei den [illegible] durch [illegible] Stern- [illegible] zog.

[illegible] keine durch [illegible] einiger

[illegible]

Sicherheit auf einen Zusammenhang zwischen beiden schliessen zu lassen. Indessen kommen doch noch einige Näherungen an weniger sicher bestimmte Radiationspunkte vor, welche möglicherweise Aufmerksamkeit verdienen. Ich füge sie hier bei, um vielleicht ein Interesse für eine genauere Bestimmung gerade dieser Punkte zu wecken und erwähne noch, daß die südlichen (mit H. N. bezeichneten), Heis Bearbeitung der Sternschnuppenbeobachtungen Neumayer's [1]) entnommen sind.

		AR.	Decl.	Zeit	Zahl der Meteore
1	Greg Nr. 6 . .	173°	+32	Jan. 5. bis Jan. 25.	15
	☄ 1792 II ☋ .	193·8	+24·6	Januar 5.	—
2	H. N. Γ_2 . . .	105	—27	für Januar	30
	☄ 1840 I ☊ .	128·4	—28·6	Januar 20.	—
5	H. N. Γ_3 . . .	105	—45	für Februar	15
	☄ 1092 ☊ . .	103·2	—34·4	Februar 5.	—
9	H. N. H_1 . . .	192	—38	für März	15
	☄ 1683 ☊ . .	206·9	—48·4	März 16.	—
24	H. N. X_1 . . .	10	—35	für October	12
	☄ 1779 ☊ . .	39·2	—29·7	October 19.	—
28	Greg Nr. 5 . .	133	+40	Jan. 2. bis Feb. 4.	30
	☄ 1680 ☋ . .	132·0	+21·4	December 26.	—

Unter den 6 hier aufgeführten Kometen sind wieder zwei sicher periodisch, die von 1680 und 1683 (Nr. 28 und 9); während ein anderer 1840 I (Nr. 2) zu den hyperbolischen gezählt wird, obwohl die Hyperbel kaum verbürgt werden kann.

Der Umstand, daß zu den meisten der gerechneten Radiationspunkte sich keine entsprechenden beobachteten finden, obwohl die Bahnen einiger dieser Kometen sich der Erdbahn sehr beträchtlich nähern, könnte bei den südlichen wohl zum großen Theile durch unsere mangelhafte Kenntniß derselben erklärt werden; bei den nördlichen ist indeß diese Erklärungsweise höchstens für einen

[1]) Dr. E. Heis and Dr. G. Neumayer, on Meteors in the southern Hemisphere.

kleinen Theil zulässig. In den meisten Fällen wird man daher entweder annehmen müssen, daß die Kometenpartikelchen im Durchschnittspunkte mit der Erdbahn bereits zu weit zerstreut sind, um noch einen Radiationspunkt erkennen zu lassen und daher als sporadische Meteore auftreten, oder, daß die Kometen zu den parabolischen gehören und daher keinen Meteorring gebildet haben. Immerhin wäre es sehr wünschenswerth, wenn jene Astronomen, welche sich mit der Beobachtung von Sternschnuppen befassen, diese Radiationspunkte im Auge behalten würden, um eine Entscheidung herbeizuführen, welche von ihnen am Himmel vorkommen, und welche fehlen.

Der Vollständigkeit halber füge ich noch bei, daß ich auch für mehrere andere Kometen, deren Kopf in beträchtlicher Entfernung von der Erdbahn, aber innerhalb derselben durch die Ekliptik ging, die ihrer Bahnlage entsprechenden Radiationspunkte berechnet habe, wenn die Länge ihrer Schweife so bedeutend war, daß dieselben noch weit über die Erdbahn hinausragten. Dies sind unter andern der große Julikomet des Jahres 1861 (II), der Donatische (1858 VI), der Halley'sche, der Märzkomet von 1843 (I) etc. Ich konnte jedoch zu keinem derselben einen Radiationspunkt auffinden, was uns aber nicht Wunder nehmen darf, da wir über die Lage der Schweife gegen die Bahnebene und die Krümmung derselben im Allgemeinen so gut wie gar nichts wissen, daher von allem anderen abgesehen nicht einmal die Gegend angeben können, wo sie die Erdbahn durchschneiden. Ich führe von diesen Radiationspunkten daher nur den dem Kometen 1861 II entsprechenden an, weil man, wie ich glaube, von diesem noch am allerehesten Hoffnung hat, Spuren am Himmel aufzufinden.

Komet 1861 II [illegible] Juni 30·5

☊ = [illegible] Decl. = [illegible] [illegible] = 0·21748.

Ich habe früher als zweiten Weg, durch den man zur Kenntniß der mit einem Meteorschwarme zusammenhängenden Kometen gelangen kann, die Berechnung der Bahn der Meteore aus den bekannten Radiationspunkten bezeichnet, unter der Voraussetzung, sie sei eine Parabel. Dieser Weg wäre ohne Zweifel, weil der directe, auch der naturgemäßere, wenn wir alle oder doch mindestens einen großen Theil der Radiationspunkte mit beträchtlicher Genauigkeit kennen würden. Allein davon sind wir leider trotz der vielen schon darauf verwendeten Mühe noch sehr weit entfernt. Wie unsicher in dieser Richtung noch alle unsere Kenntnisse sind, zeigt am besten eine Vergleichung des jüngst von Prof. Heis[1]) aus seinen eigenen vieljährigen Beobachtungen abgeleiteten Verzeichnisses von Radiationspunkten der nördlichen Hemisphäre mit dem von Greg[2]) gegebenen. Von den 56 Radiationspunkten, die das letztere enthält, sind nicht einmal die Hälfte unter den 84 des ersteren wiederzufinden, wenn man auch bei der Identificirung die Grenzen, sowohl was Ort am Himmel als auch Zeit des Auftretens betrifft, so weit als möglich steckt. Ja es stimmen die Angaben beider Verzeichnisse selbst in jenen Zeiten nicht mit einander, die schon längst als Perioden größerer Frequenz bekannt sind, aus denen daher auch die zahlreichsten Beobachtungen vorliegen. So kommt beispielsweise von den 6 Punkten die Heis für die Aprilperiode anführt nur der letzte C $(277°+38°)$[3]) als Nr. 22 $(282°+33°)$ bei Greg vor; in der Augustperiode zieht Greg die beiden Punkte A_{11} $(51°+55°)$ und A_{12} $(35°+61°)$ von Heis zu einer größeren Radiationsgegend Nr. 36 zusammen, die sich von $(20°+62°)$ bis $(45°+55°)$ erstreckt, während die beiden andern von Heis, Greg ganz fehlen. In der Octoberperiode (18.—25.) hat gar von allen 4 Radiationspunkten die Heis angibt, Greg keinen einzigen, wenn man nicht Heis's A_{16} $(72°+44°)$ mit Greg's für mehrere Wochen früher, nämlich September 20. bis October 11. geltenden Nr. 43 $(83°+48°)$ identificiren will. Dabei kann man nicht alle zwischen Greg und Heis stattfindenden Diskrepanzen als Mängel des Verzeichnisses von Greg ansehen, hervorgerufen dadurch, daß ihm ein viel geringeres Material zu Gebote stand als Heis, da, um nur eines zu erwähnen, manche Radiationspunkte Greg's, die Heis fehlen, durch Beobachtungen von Al. Herschel verificirt werden, wie Nr. 20, April 12. und 13. $(276°+26°)$ und Nr. 48, October 18. bis November 3.

---

1) Astron. Nachr. Bd. LXIX, p. 157. Die in derselben Zeitschrift Bd. LXX, p. 85 mitgetheilten Radiationspunkte von Dir. Schmidt können leider zu diesen Vergleichungen nicht beigezogen werden, weil die Angabe der Zeit, zu welcher sie auftreten, mangelt.

2) Proceed. Brit. meteor. Society. Vol. II.

3) Ich werde bei der Angabe der Radiationspunkte von nun an abkürzungsweise stets schreiben statt: $AR = 277°$ Decl. $+38°$: $(277°+38°)$.

($83^{\circ} + 12^{\circ}$), wofür Herschel angibt, April 12. und 13. ($270^{\circ}0 + 25^{\circ}0$)[1]) und October 18.—20. ($90^{\circ}0 + 15^{\circ}5$)[2]).

Ein großer Theil der Unterschiede rührt zweifelsohne daher, daß die beiden Verzeichnisse nach verschiedenen Principien construirt wurden. Greg nämlich faßt alle Meteorbahnen, welche nahe an ein und denselben Punkte vorbeigehen als zu demselben Schauer gehörig, in einen einzigen Radiationspunkt zusammen, wenn dadurch auch die Dauer des Schauers zu Wochen ja Monaten anwächst. Heis hingegen bestimmt aus, einen vierzehntägigen Zeitraum umfassenden Beobachtungen seine Radiationspunkte und geht nur in den sternschnuppenarmen Monaten Mai und Juni davon ab, in denen er Monatmittel bildet. Das Verfahren von Greg wäre, sobald man das Vorhandensein von länger dauernden Meteorschauern zugibt, das naturgemäßere, während sich in Heis Verzeichniß bei manchen seiner durch denselben Buchstaben aber mit verschiedenem Index bezeichneten Punkten ein gewaltsames Zerreissen einzelner Meteorströme erkennen laßt, wenn nicht, wo es sich um genauere Resultate handelt, jede derartige Zusammenfassung überhaupt unzulässig wäre. Denn man kann mit der Bestimmung von Radiationspunkten doch wohl nichts anders bezwecken, als nach und nach die verschiedenen Meteorströme, welche die Erde durchschneidet, die Lage ihrer Bahnen, ihre Ausdehnung, Dichte an Meteoren etc. kennen zu lernen. Es wird aber die Lage des Radiationspunktes am Himmel durch die Combination der Bewegung des Meteores mit jener der Erde bedingt [illegible] sich daher auch dann, wenn [illegible] Meteoren eines Stromes [illegible] Bewegungen [illegible] Richtung der Erdbewegung [illegible] und innerhalb [illegible] Zwischenzeiten [illegible] Allgemeinen in [illegible] größten Kreise [illegible] Himmel [illegible] Eine [illegible] Verschiebung bemerkt [illegible] während der August- [illegible] Jahre 1848 [illegible] 1849 [illegible] später, unab- [illegible] Beobachtungen [illegible] sich [illegible] folgenden [illegible]

[illegible]

[illegible] 1849 [illegible]

„The radiant is apparently subject to a motion of several degrees from day to day, and one which exhibits some remarkable points of agreement in the comparison of one year's positions with those of other years" [1]).

Man kann sich auch unschwer davon überzeugen, daß selbst die Verzeichnisse von Greg und Heis die Thatsache vom Fortrücken eines Radiationspunktes mit der Zeit nicht ganz zu verwischen im Stande sind, obwohl insbesondere das erstere nach Principien aufgestellt ist, die geradezu darauf hinauslaufen. Radiationspunkte von zusammengehörigen Meteoren die Wochen, ja Monate lang ihre Lage am Himmel beibehalten, sind ein Ding der Unmöglichkeit, und wenn Professor Heis in seiner Bearbeitung von Neumayer's Sternschnuppenbeobachtungen in Melbourne als Centren von Radiationsgegenden Punkte angibt, wie z. B. gleich den ersten Γ (115° — 34°), aus denen durch volle 5 Monate (December bis April) Meteore ausstrahlen, so kann diese Erscheinung nur darin ihren Grund haben, daß die Erde in den einzelnen Monaten verschiedene Meteorringe durchschneidet, deren Radiationspunkte zufällig nahe auf dieselbe Gegend des Himmels fallen, ohne daß sie sonst in irgend einem Zusammenhange mit einander ständen. Ein Beispiel hiefür bieten uns gleich die Kometen von 1092 und 1840 I,

---

1) Twining, the August Meteors. Amer. Journ. of Science and arts. II. Series. Vol. XXXII. Obiges Gesetz ist geschlossen aus Beobachtungen der Jahre 1855, 1858, 1859 und 1861.

Behält man die Neigung und Distanz des Perihels vom Knoten der Bahn des Kometen 1862 III bei, und ändert nur die Länge des aufsteigenden Knotens in die entsprechenden Längen der Erde, so wird die Position des Radiationspunktes:

August 8.	Sonnenlänge	136°	$L' = 58^\circ 5$	$B' = +38^\circ 6$
„ 10.	„	138	$L' = 60 \cdot 6$	$B' = +38 \cdot 6$
„ 12.	„	140	$L' = 62 \cdot 6$	$B' = +38 \cdot 6.$

Läßt man jedoch Neigung und Länge des Perihels ungeändert, so wird:

August 8.	Sonnenlänge	136°	$L' = 58^\circ 0$	$B' = +38^\circ 7$
„ 10.	„	138	$L' = 60 \cdot 9$	$B' = +38 \cdot 5$
„ 12.	„	140	$L' = 63 \cdot 7$	$B' = +38 \cdot 3.$

Die Verschiebungen, die Twining angibt, sind im Allgemeinen noch größer, als die hier zuletzt gefundenen; es scheint also bei diesem Strome bei zunehmender Knotenlänge, die Länge des Periheles sich zu verkleinern, indeß sind die Bestimmungen kaum genau genug, um schon jetzt derartige Folgerungen mit Sicherheit daraus ziehen zu können.

ander verbindet, nicht entscheiden kann, zu welchem der beiden sie gehören. Da nun an jedem Abende mehrere Radiationspunkte vertreten sind, ist, wegen der geringen Genauigkeit derartiger Beobachtungen, die Zahl dieser Meteore keineswegs gering und sie machen eine gewisse Willkür bei der Auswahl jener, die zu den einzelnen Radiationspunkten gehören unvermeidlich. Die Unsicherheit, welche dadurch entsteht, ist nicht zu unterschätzen und man wird daher vor allem andern suchen müssen, diese Willkür in möglichst enge Grenzen einzuschliessen. Glücklicher Weise bieten die Meteore selbst ein Mittel hierzu dar. Es ist schon wiederholt hervorgehoben, aber selten beachtet, jedenfalls nie genügend verwerthet worden, daß die einzelnen Meteorströme ganz verschiedenen Character nach Farbe, Lichtschweif, scheinbarer Geschwindigkeit etc. besitzen, was im Grunde genommen von vornherein zu erwarten stand. Diese Charaktere ändern sich von Jahr zu Jahr ebenso wenig, wie die Positionen der Radiationspunkte und ich will um hierfür ein Beispiel anzuführen, mittheilen, daß die Beschreibung der Perseusmeteore in der Augustperiode, welche Schiaparelli aus den Beobachtungen der Jahre 1863 und 1866 ableitete, nämlich: „il colore era di un bel giallo, e tutte lasciavano dietro di sè una fugace ma sensibile coda" [1]) meinen Wahrnehmungen zufolge auch für die Perseiden im Jahre 1867 vollkommen paßte, nur möchte ich noch hinzufügen, daß sie an Helligkeit vom Anfange an stetig zunahmen und im größten Glanze verschwanden. Die Meteore hingegen, welche vom Polarsterne ausstrahlten [Heis N_{13} ($345° + 85°$)] hatten eine weißliche Farbe, viel weniger intensives Licht, zeigten während ihres Laufes keine Helligkeitsänderungen und zogen mit einer so grossen scheinbaren Geschwindigkeit einher, daß sie meistentheils blos den Eindruck phosphorischer Linien zurückließen. Ich betrachte es daher als eine Hauptaufgabe der nächsten Zukunft die Charaktere jedes Meteorschauers so genau als möglich zu bestimmen; nebst andern Vortheilen wird dies den haben, daß die Beobachter dadurch in den Stand gesetzt werden, bei allen Meteoren die ihn deutlich ausgeprägt zeigen, gleich bei der Beobachtung auch den Radiationspunkt, dem sie zugehören, zu notiren, wodurch später häufig unlöslichen Zweifeln am besten vorgebeugt würde.

---

[1]) Bulletino meteorologico dell' osservatorio dell collegio romano. Vol. V. Nr. 8.

[illegible] Gelegenheit sei es [illegible] gestattet, ein paar Worte [illegible] angewendeten B[illegible] und Berechnungs-[illegible] Meteorbahnen [illegible] Gew[illegible] werden die [illegible] Sternkarte [illegible] haben in [illegible] British Asso[illegible] H[illegible]k nach [illegible] P[illegible] jection [illegible] diesem Zwecke [illegible] B[illegible]ungsmethode [illegible] der Wiener [illegible] man die [illegible] Meteoroskope [illegible] Annalen der [illegible] Stern[illegible] [illegible] Meteor[illegible] sind [illegible] Fern-[illegible] [illegible] Sternschnuppen-[illegible] [illegible]zuverlässigkeit [illegible] wegen [illegible] gegeben [illegible] Erst [illegible] können [illegible] haben, Belege dafür anzuführen. Diese Fehlerquelle ist bei Beobachtungen mit dem Meteoroskope auf ein Minimum reducirt; überdies nimmt diese Beobachtungsart weniger Zeit in Anspruch; fordert so gut wie gar keine Vorübung, um mit Sicherheit angewendet werden zu können; ferner ist bei ihr das Auge nicht in gleichem Maaße dem Wechsel von Licht und Dunkel ausgesetzt und es können auch kleinere Sterne, welche in den Karten nicht eingezeichnet sind, zur Fixirung des Ortes benützt werden; alles Vortheile, die nicht gering anzuschlagen sind. Professor Erman bezeichnet daher in seinem Archive (Band XXV) diese Methode in jeder Rücksicht mit Unrecht als „widersinnige Neuerung".

Bei dem allgemeinen Interesse, mit welchem in der neuesten Zeit dieser Zweig der Astronomie cultivirt wird, steht zu erwarten, daß binnen Kurzem zahlreiche Bestimmungen eines und desselben Radiationspunktes vorliegen werden und es wird sich dann darum handeln, dieselben zu wahrscheinlichsten Mitteln zu vereinigen. Um dies zu ermöglichen, ist die blosse Angabe des Radiationspunktes nicht hinreichend und selbst das Hinzufügen der Anzahl von Sternschnuppen aus denen er geschlossen wurde, bietet hierfür keinen genügenden Anhaltspunkt, wenn man nichts näheres über die Sicherheit der zu Grunde gelegten Beobachtungen weiß. Es muß daher, gleich bei der Ableitung des Radiationspunktes aus den Beobachtungen eine Methode angewendet werden, welche ihn nicht nur mit möglichster Genauigkeit liefert, sondern auch zugleich ein Mittel angibt, die erreichte präciser zu charakterisiren als die bisherigen ganz vagen Angaben, es sei dieser Punkt scharf definirt oder das Gegentheil u. s. w. Eine solche Methode hat bereits im Jahre 1839 Erman [1]) und eine zweite Hoek [2]) im vorigen Jahre angegeben. Beide laufen darauf hinaus, daß zuerst die kürzesten Entfernungen, in welchen die verlängerten Bahnen der beobachteten Sternschnuppen an dem näherungsweise als bekannt vorausgesetzten Radiationspunkte vorbeiführen, gesucht und hierauf die Summe der Quadrate dieser Distanzen zu einem Minimum gemacht wird. Sie unterscheiden sich nur darin, daß Erman sämmtliche hierzu nöthigen Größen sich

---

[1]) Astron. Nachr. Bd XVII, p. 10.

[2]) Beilage zu seinen den Mitgliedern der deutschen astronomischen Gesellschaft zugesendeten Karten.

[illegible] [illegible] [illegible] Karten [illegible] [illegible] Projection [illegible] ihre [illegible] großen [illegible] für [illegible] [illegible] wegen. [illegible] Gebrauch [illegible] Güte [illegible] Bequemlichkeit [illegible] übrig läßt. Da [illegible] dieser Projection alle größten Kugelkreise als gerade Linien [illegible] [illegible] ist die von einem [illegible] angenommenen Radiationspunkt auf die verlängerte Sternschnuppenbahn gezogenen Senkrechte kürzeste Entfernung dieser von jenem und der Durchschnitt beider Linien, jener Punkt der Sternschnuppenbahn, welcher Radiationspunkte am nächsten liegt. Man findet ihn sehr leicht dadurch, daß man die eine Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks an die Sternschnuppenbahn anlegt und so lange verschiebt, bis zweite durch den angenommenen Radiationspunkt hindurchgeht, dann die Spitze offenbar der gesuchte Durchschnittspunkt ist. [illegible] man hierauf von der Karte die Rectascension und Declination so erhaltenen Durchschnittspunkte ab, so ist das arithmetische [illegible] derselben bereits der wahrscheinlichste Ort des Radiationspunktes, da beide Coordinaten von einander unabhängig sind, während [illegible] Übereinstimmung der einzelnen Rectascensionen und Declinationen die Sicherheit desselben auf eine sehr einfache Art berechnen [illegible]

Aus den so eben auseinander gesetzten Gründen habe ich [illegible] aus allen bekannten Radiationspunkten die Bahnelemente [illegible] aus Beobachtungen an den Tagen der Maximalfrequenz der Meteore abgeleitet worden seien. Bei den Quellenangaben bedeutet B. A. R.: British Association Report; M. N.: Monthly Notices of the royal Astronomical Society; A. N.: Astronomisch Nachrichten und P. S., die Abhandlung von E. Heis: die periodischen Sternschnuppen und die Resultate der Erscheinungen, etc.

Nr.	Datum	AR.	Decl.	Quelle
1	Januar 3·0	234°0	+50°9	A. Herschel B. A. R. 1864.
2	April 11·0	192·3	+ 4·2	A. Herschel B. A. R. 1864.
3	Juli 28·5	338	—28	A. Herschel B. A. R. 1865.
4	August 11·0	306·3	+64·1	E. Heis (B) P. S.
5	„ 11·0	337·0	+86·0	E. Heis (N.) P. S.
6	Sept. 27·4	82	+50	A. Herschel M. N. XXV.
7	„ 27·4	12	— 2	A. Herschel M. N. XXV.
8	Octob. 19·0	90·0	+15·5	A. Herschel M. N. XXVI.
9	„ 19·0	23	+40	E. Heis (P_1) A. N. LXIX.
10	„ 19·0	72	+44	E. Heis (A_{16}) A. N. LXIX.
11	Octob. 19·0	334	+54	E. Heis (B_{16}) A. N. LXIX.
12	Nov. 13·5	46	+43	E. Heis (P_3) A. N. LXIX.
13	„ 13·5	15	+62	E. Heis (A_{17}) A. N. LXIX.
14	„ 13·5	279	+56	E. Heis (D) A. N. LXIX.
15	Dec. 9·4	115	+55	E. Heis (L) P. S.
16	Dec. 9·4	10	+84	E. Heis (N) P. S.
17	„ 12·0	105·5	+30·5	A. Herschel M. N. XXV.

Die ihnen zugehörigen als parabolisch betrachteten Meteorbahnen, welche ich zu etwaigen Vergleichungen mit noch zu entdeckenden Kometen beifüge, sind die folgenden:

Nr.	log v'	π	☊	i	log q
1	0·1708	94°1	282°8	72°4	9·9902
2	9·9235	269·9	21·2	6·3	9·8349
3	0·1604	74·0	305·0	45·8	9·2737
4	0·0836	336·1	138·4	57·5	9·9953
5	0·1362	317·7	138·4	64·4	0·0056
6	0·3433	34·2	184·4	133·5	9·9709
7	0·0383	106·1	4·4	8·1	9·6014
8	0·3477	112·7	25·8	162·6	9·7195
9	0·0684	118·9	205·8	34·4	9·6722
10	0·2874	136·5	205·8	118·7	9·5073
11	9·9301	63·0	205·8	32·4	9·9512
12	0·0279	138·3	231·3	25·5	9·7163
13	9·9593	100·5	231·3	32·7	9·9127
14	9·9224	46·7	231·3	35·2	9·9944
15	0·1740	178·4	257·5	63·6	9·6012
16	9·9937	112·3	257·5	41·0	9·9526
17	0·1661	220·4	260·2	24·1	9·[illegible]561

Berechnet man nun mit der [illegible] Verbesserung der [illegible] aus den Elementen des Kometen 1862 II den [illegible] punkt, so erhält man [illegible]

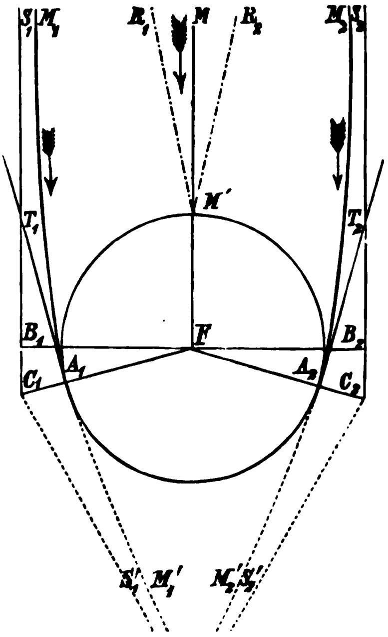
[illegible]

[illegible] Punkt, der von dem [illegible] [illegible] größten Kreise [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] Schweif [illegible] Kometen [illegible] Erdbahn [illegible] [illegible] Bewegung [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

Bei der [illegible] Untersuchungen [illegible] ergeben, daß wir es [illegible] Kometen [illegible] in den Jahren 1861, 1862 und 1866 [illegible] August und [illegible] Kometen [illegible] [illegible]

II.

Sobald ein Meteorschwarm in die Attraktionssphäre der Erde eintritt, werden die einzelnen Meteore desselben durch die Anziehungskraft der Erde gezwungen, um sie als Centralkörper eine Zeit lang hyperbolische Bahnen zu beschreiben. Dieser Umstand hat vor allem andern zur Folge, daß mehr Meteore auf die Erde niederstürzen, als dies ohne Vorhandensein der Erdanziehung der Fall wäre, und zwar wie Newton in seinem ausgezeichneten Memoir über Sternschnuppen [1]) nachwies, in dem Verhältnisse $\frac{g^2}{g_0^2}$, wenn g die Endgeschwindigkeit, mit welcher die Meteore die Erde erreichen und g_0 die relative Geschwindigkeit derselben ohne Berücksichtigung der Erdanziehung bedeutet. Es erfährt dadurch überdies die Lage und Beschaffenheit des Radiationspunktes Modificationen, die unter Umständen so bedeutend werden können, daß sie nicht ignorirt werden dürfen. Um uns einen Überblick über dieselben zu verschaffen, denken wir uns die Erde ruhend, dagegen aber den Meteorstrom mit der ganzen relativen Geschwindigkeit begabt und von einer solchen Mächtigkeit, daß er sie vollständig einhüllt. Jene Meteore nun, deren Bewegung gerade gegen das Centrum der Erde gerichtet ist, wie MM', werden



wohl einen Zuwachs an Geschwindigkeit erlangen, die Richtung ihrer Bewegung wird aber keine Änderung erfahren, da die

1) H. A. Newton. On shooting stars. Memoirs of the National Academy of Sciences. Vol. I.

[illegible] Man sieht daraus, daß [illegible] denselben [illegible] die zwischen ZZ' und LL' [illegible] LL [illegible] Richtung [illegible] Linie als die äussersten [illegible] die Linie neutralen. [illegible]

[illegible] daß der [illegible] der Linie [illegible] der [illegible] gerade [illegible] Himmel [illegible] der [illegible] Radiationsmaximum [illegible] Während also die Gegend des Himmels [illegible] befindet, durch die tägliche Rotation aus dem [illegible] t dem Ablenkungswinkel $A_1T_1B_1$ oder dem ihm gleichen $MM'R_1$, en Kegel beschreiben. Die Wirkung der Erdanziehung besteht o darin, daß sie den Radiationspunkt in eine kreisförmige diationsgegend von größerem oder kleinerem Umfange ausdehnt.

Die Berechnung des Winkels $B_1T_1A_1$ oder der Maximalablenng bietet keine Schwierigkeiten dar. Es ist nämlich offenbar die symptote B_1S_1 der Hyperbel $M_1A_1M_1'$ der ungestörten Bewegungshtung MM' der Meteore parallel; und da der Erdmittelpunkt F gleich ein Brennpunkt, A_1 der Scheitel der Hyperbel ist, so ist A_1C_1 ihre Hauptachse und C_1 ihr Mittelpunkt. Bezeichnet man die suchte Maximalablenkung mit ψ, so hat man, wenn FB_1 senkrecht ist, auf S_1C_1 auch:

$$\psi = C_1FB_1 = 90^\circ - B_1C_1F,$$

B_1C_1F der Winkel der Assymptote mit der Hauptachse ist, daher ter e die Excentricität der Hyperbel verstanden, bekanntlich:

$$\cos B_1C_1F = \sin\psi = \frac{1}{e}, \tag{1}$$

e erste Keppler'sche Gesetz liefert uns ferner die Relation;

$$\frac{g}{g_0} = \frac{B_1F}{A_1F}, \tag{2}$$

o wieder g_0 die ungestörte relative Geschwindigkeit der Meteore, die an der Erdoberfläche bedeutet.

Da die vom Brennpunkte F auf die Assymptote gefällte Senkechte B_1F der conjugirten Hauptachse gleich ist und A_1F die Entrnung des Scheitels vom Brennpunkte, so hat man:

$$\frac{B_1F}{A_1F} = \frac{\sqrt{e^2-1}}{e-1} = \sqrt{\frac{e+1}{e-1}} = \frac{g}{g_0} \tag{3}$$

lso durch Elimination von e mittelst der Gleichung 1)

$$\sin\psi = \frac{g^2-g_0^2}{g^2+g_0^2} \tag{4}$$

der für die Berechnung bequemer:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{g^2-g_0^2}{2gg_0}. \tag{5}$$

Einen sehr genäherten Werth für g erhält man dadurch, daß man annimmt, es fallen die Meteore mit ihrer ungestörten relativen Geschwindigkeit als **Anfangsgeschwindigkeit** aus einer sehr großen (unendlichen) Entfernung auf die Erde herab. Denn es ist bekanntlich die Geschwindigkeit, welche sie in der Entfernung vom Anziehungscentrum erlangt haben, gegeben durch:

$$g^2 = g_0^2 + \frac{2f}{r}, \tag{6}$$

wo durch f die Anziehungskraft auf die Masseneinheit in der Einheit der Entfernung ausgedrückt ist. Handelt es sich um die Erde als Centralkörper und ist m', deren Masse k die bekannte Charakteristik unseres Sonnensystems, so haben wir $f=m'k^2$ zu setzen, wodurch Gleichung (6) übergeht in:

$$g^2 = g_0^2 + \frac{2m'}{r} k^2 = g_0^2 + \varkappa^2 k^2. \tag{7}$$

Verlangt man nun die Geschwindigkeit, mit welcher die Meteore auf der Erdoberfläche ankommen, so hat man darin für r den Halbmesser der Erde einzusetzen und es wird für diesen Fall mit der Sonnenparallaxe 8·94 und dem zugehörigen Werthe der Erdmasse $m' = \frac{1}{351945 5}$:

$$\varkappa = \sqrt{\frac{2m'}{r}} = 0\cdot38006 \qquad l\varkappa = 9\cdot57985. \tag{8}$$

Am einfachsten gestalten sich die Vergleichungen, wenn man wieder die mittlere Geschwindigkeit G der Erde als Maßstab zu Grunde legt. Sei daher $g_0 = nG$, so ist wegen $G=k$:

$$g^2 = (n^2+\varkappa^2)\,G^2 = g_0^2\left[1+\left(\frac{\varkappa}{n}\right)^2\right]$$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\varkappa^2}{2n\sqrt{n^2+\varkappa^2}} = \frac{\left(\frac{\varkappa}{n}\right)^2}{2\sqrt{1+\left(\frac{\varkappa}{n}\right)^2}}$$

oder für:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varkappa}{n} = \operatorname{tg}\lambda \qquad g = \frac{g_0}{\cos\lambda} = \frac{n}{\cos\lambda}\,.\,G \\ \operatorname{tg}\psi = \tfrac{1}{2}\sin\lambda \operatorname{tg}\lambda. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Nach diesen Formeln werden, wenn man die mittlere Geschwindigkeit der Erde (welche mit der obigen Sonnenparallaxe und der Zeitsecunde als Zeiteinheit, $G=3\cdot9479$ geogr. Meilen $= 29\cdot295$ Kilometer beträgt) als Maßeinheit annimmt, die Größen g und ψ für die vier Meteorströme, deren Zusammenhang mit Kometen man kennt, die folgenden:

Meteorstrom	g_0	g	ψ
Aprilmeteore (Komet 1861 I) . . .	1·5853	1·6303	1°36'0
Perseiden (Komet 1862 III)	2·0082	2·0438	1 0·5
Novembermeteore (Komet 1866 I) .	2·4020	2·4319	0 42·5
Decembermeteore (Komet Biela) . .	0·5349	0·6562	11 37·6

Aus den Zahlen dieser Tafel ist zu ersehen, daß so lange die relative Geschwindigkeit der Meteore nicht unter die der Erde sinkt, die Vergrößerung derselben mäßig und die Zerstreuung des Radiationspunktes unbedeutend ist. Mit Bezug auf die Letztere kommt noch ein Umstand in Betracht, der sie bei weitem nicht in ihrer ganzen Größe auftreten läßt. So lange nämlich der Radiationspunkt noch tief am Horizonte steht, werden der atmosphärischen Dünste und anderer Ursachen wegen nur sehr wenige ihm angehörige Sternschnuppen sichtbar; sie treten erst dann in größerer Zahl auf, sobald derselbe eine mäßige Höhe erreicht hat. Die Ablenkung, vermöge der Erdattraction ist aber, wie eine leichte Überlegung zeigt, der atmosphärischen Strahlenbrechung in allen Stücken ganz analog, und nimmt auch, wie diese mit der Erhebung des Radianten über den Horizont sehr rasch ab. So geringe Maximaldeviationen, wie die bei den ersten drei Meteorströmen vorkommenden, haben daher bis jetzt, wenn irgend eine praktische Bedeutung, so höchstens die, daß der Radiationspunkt etwas weniger scharf definirt erscheint, als es ohne Erdanziehung der Fall wäre. Ist jedoch die relative Geschwindigkeit der Meteore eine geringere als die der Erde, so kann, wie bei den Biela-Meteoren, die Ablenkung so beträchtlich werden, daß sie eigens zu diesem Zwecke angestellten Beobachtungen unmöglich entgehen könnte, weil der Ort des Radiationspunktes zwischen Aufund Untergang um ihren doppelten Betrag unter den Gestirnen fortwandert, und in dem speciellen Falle der Biela-Meteore um so weniger, als deren Radiationspunkt in unseren Breiten dem Zenithe

sehr nahe culminirt, und in Folge dessen die Erdanziehung in vol
Maße sichtbar wird. Es wäre daher sehr zu wünschen, daß St
schnuppenbeobachter in Bezug auf diesen Punkt die periodis
Meteore im Anfang December aufmerksam im Auge behalten wol
Die Constatirung desselben wäre nicht nur eine Thatsache von ho
theoretischen Interesse, sondern hätte auch eine sehr wichtige p
tische Bedeutung.

Es ist übrigens die relative Geschwindigkeit der B
Meteore keineswegs eine ausnahmsweise geringe. Würde sich n
lich ein Meteorstrom mit parabolischer Geschwindigkeit genau in
Richtung der Erde bewegen, so würde er dieselbe mit einer relat
Geschwindigkeit $g_0 = \sqrt{2} - 1 = 0{\cdot}4142$ überholen und es wäre
ihn: $g = 0{\cdot}5622$ $\psi = 17° 14'$. Allein selbst diese Geschwindig
kann sich noch bedeutend verringern, wenn die Bahn der Meteore
einer Parabel merklich abweicht. Sollten z. B. Meteore aus der B
des Kometen 1819 IV (Nr. 27. p. 291) auf die Erde niederfallen
geschähe dies nur mit einer Geschwindigkeit $g_0 = 0{\cdot}3542$; es betr
daher $g = 0{\cdot}5202$ $\psi = 21° 21'$ und es würde an jenen Orten, wo
Radiationspunkt nahe am Zenithe culminirt, derselbe vom Auf-
zum Untergange um den riesigen Bogen von $42\frac{1}{2}°$ sich verschiel
Sehr geringe Geschwindigkeiten müssen überhaupt stets auftre
wenn die Bewegung der Meteore eine nahe gleiche Richtung mit
Bewegung der Erde hat. Da nun in diesem Falle der Radiati
punkt in jener Region des Himmels sich befindet, aus welcher
Erde eben zu kommen scheint und die Erdbahn nahe kreisförmig
liegt dieselbe beständig in einer circa 90° größeren Länge, als
Sonnenlänge beträgt und culminirt in Folge dessen immer um e
6ʰ Abends. Die Bestimmung von Radiationspunkten, welche d
Apex der Erdbewegung beinahe diametral gegenüberstehen, so
daher auf die ersten Abendstunden, wo dieser Theil des Himm
noch hoch steht, beschränkt, und die bei tiefem Stande dessell
erscheinenden, hingehörigen Meteore als sporadische betrach
werden, da die Aufsuchung von Radiationspunkten für dieselben
zu illusorischen Resultaten führen würde.

Außer den Meteoren eines Stromes, welche von der Erde a
gefangen und dadurch demselben entrissen werden, verliert er du
mehr oder minder starke Umgestaltungen ihrer Bahnen noch a
jene, welche überhaupt in die Anziehungssphäre der Erde eintret

Denn die Hyperbeln, welche solche Meteore um die Erde beschreiben, so lange sie in deren Attractionsphäre verweilen, werden wegen ihrer gleichen relativen Geschwindigkeit wohl für alle jene, die im Perigäum denselben Abstand vom Erdcentrum besitzen, auch in den übrigen Abmessungen einander gleich sein; allein bei dem Austritte aus der Attractionsphäre wird ein Theil derselben (in der früheren Figur), etwa jene, die jenseits $M_2A_2M_2'$ an der Erde vorüberziehen, an absoluter Geschwindigkeit gewonnen, ein anderer Theil hingegen, hier die jenseits $M_1A_1M_1'$ an Geschwindigkeit verloren haben, und es werden deßhalb von nun an die ersteren mehr, die letzteren weniger excentrische Bahnen um die Sonne beschreiben als die ungestörten Meteore. Sie bilden daher keinen zusammengehörigen Ring mehr, sondern sind derart zerstreut worden, daß sie zu den sporadischen Sternschnuppen Veranlassung bieten, wenn sie im Laufe der Zeiten der Erde wieder einmal begegnen. Die Zahl dieser kann nicht so gering sein, als man in neuerer Zeit anzunehmen geneigt ist, weil bei jedem Durchgange der Erde durch einen Meteorstrom wegen des vielfach größeren Kubikinhaltes der Attractionsphäre der Erde gegenüber ihrem eigenen Volumen weit mehr sporadische gebildet werden, als auf sie herabfallen.

Die Umgestaltungen der Bahnen werden für die relativ schnelleren Meteore bei weitem geringer ausfallen, als für die langsameren, theils weil sie, caeteris paribus, nur eine kürzere Zeit innerhalb der Anziehungssphäre der Erde sich aufhalten, theils weil der störende Einfluß der Erde wegen der größeren lebendigen Kraft, die solchen Meteoren innewohnt, eine geringere Wirkung ausübt. Eben so werden dieselben für jene Meteore, welche im Perigäum die Erdoberfläche schon streifen, aber doch noch nicht auf sie herabfallen, oder richtiger gesagt, für jene, welche gerade an der Grenze der Atmosphäre ihr Perigäum erreichen, den größtmöglichen Werth haben, da bei den in die Atmosphäre eindringenden noch Kräfte ins Spiel kommen, deren Einfluß wir nicht einmal zu schätzen, geschweige denn zu berechnen vermögen.

Um sich von den Bahnen, welche die Meteore um die Erde, und nach den durch dieselbe ausgeübten Störungen neuerdings um die Sonne beschreiben, eine ungefähre Vorstellung zu verschaffen, kann man die von Laplace für die Berechnung der großen Jupiterstörungen des Lexell'schen Kometen vorgeschlagene Methode anwenden,

sehr nahe culminirt, und in Folge dessen die
Maße sichtbar wird. Es wäre daher sehr zu
schnuppenbeobachter in Bezug auf diesen
Meteore im Anfang December aufmerksam
Die Constatirung desselben wäre nicht n
theoretischen Interesse, sondern hätte
tische Bedeutung.

Es ist übrigens die rela
Meteore keineswegs eine aus
lich ein Meteorstrom mit p
Richtung der Erde beweg
Geschwindigkeit $g_0 = V$
ihn: $g = 0{\cdot}5622\ \psi =$
kann sich noch bed
einer Parabel me
des Kometen
geschähe di , und dann d
daher $g =$ Austritt, aber in
Radiati des Meteores um die Sonn
zum ungen ist trotz ihrer Einfachheit
Se ich habe sie daher blos für die Biela-M
diese unter den bis jetzt bekannten d
Geschwindigkeit besitzen, und es mir interessan
kennen zu lernen, bis zu welchen die Bahnveränd

Der Radius ρ der Attractionsphäre der
Mécanique céléste in deren mittlerer Entfer
durch $\rho = \sqrt[5]{\tfrac{1}{2} m'^2}$ in Sonnenweiten gegeben; fe
nach den Höhenmessungen der Meteore eher z
gegriffen ist, die Höhe der Atmosphäre 21·0 un
859·4 geographische Meilen setzt, die kürzest
welcher sich Meteore nähern dürfen, ehe noch
Art auf sie einwirken $d = 859{\cdot}4 + 21{\cdot}0 = 880{\cdot}$
Charakteristik des Erdsystemes $k' = k\sqrt{m'}$. R
nach Sonnenweiten, so hat man mit den bereits
Werthen für die Sonnenparallaxe 8'94 und m'

$l\rho = 7{\cdot}728081$
$ld = 5{\cdot}687879$
$lk' = 5{\cdot}$

nämlich voraussetzen, der Meteorstrom werde bis an die Grenze der Attractionsphäre der Erde blos von der Sonne, und innerhalb derselben blos von der Erde angezogen. Zu diesem Zwecke hat man zuerst die Bestimmungsstücke der relativen Bewegung des Meteores um die Erde beim Eintritte in deren Attractionsphäre zu berechnen, d. h., dessen Coordinaten x', y', z' und die Componenten seiner nach den Axen zerlegten Geschwindigkeit dx', dy', dz' in Bezug auf die Erde. Man findet sie aus den analogen für das Meteor und die Erde, aber in Bezug auf die Sonne geltenden Größen x, y, z; dx, dy, dz; X, Y; dX, dY durch die Gleichungen:

$$x' = x - X \qquad dx' = dx - dX$$
$$y' = y - Y \qquad dy' = dy - dY$$
$$z' = z \qquad dz' = dz,$$

wobei die Ekliptik als Fundamentalebene vorausgesetzt wird. Aus diesen Größen erhält man nach bekannten Formeln die Elemente der um die Erde beschriebenen Bahn, und dann durch Ausführung derselben Operationen für den Austritt, aber in umgekehrter Reihenfolge die neue Bahn des Meteores um die Sonne. Die Gesammtheit dieser Rechnungen ist trotz ihrer Einfachheit doch ziemlich weitläufig, ich habe sie daher blos für die Biela-Meteore durchgeführt, weil diese unter den bis jetzt bekannten die geringste relative Geschwindigkeit besitzen, und es mir interessant schien die Grenzen kennen zu lernen, bis zu welchen die Bahnveränderungen gehen können.

Der Radius ρ der Attractionsphäre der Erde ist nach der *Mécanique céléste* in deren mittlerer Entfernung von der Sonne durch $\rho = \sqrt[5]{\frac{1}{2}m'^2}$ in Sonnenweiten gegeben; ferner, wenn man, was nach den Höhenmessungen der Meteore eher zu niedrig als zu hoch gegriffen ist, die Höhe der Atmosphäre 21·0 und den Erdhalbmesser 859·4 geographische Meilen setzt, die kürzeste Distanz d, bis zu welcher sich Meteore nähern dürfen, ehe noch Störungen anderer Art auf sie einwirken $d = 859 \cdot 4 + 21 \cdot 0 = 880 \cdot 4$ Meilen; endlich die Charakteristik des Erdsystemes $k' = k\sqrt{m'}$. Rechnet man durchaus nach Sonnenweiten, so hat man mit den bereits früher angewendeten Werthen für die Sonnenparallaxe 8ʺ94 und $m' = \frac{1}{3519455}$

$$l\rho = 7 \cdot 738031$$
$$ld = 5 \cdot 647379$$
$$lk' = 5 \cdot 4833766.$$

Jene Meteore, aus dem vom Biela'schen Kometen gebildeten Meteorringe, welche im niedersteigenden Knoten gerade die Erdbahn durchschneiden, haben folgende Bahnelemente:

$$\pi = 109^\circ\ 6'36''$$
$$\Omega = 245\ 49\ 41$$
$$i = 12\ 33\ 18$$
$$lp = 0 \cdot 1843238\ ;\quad l\frac{k}{\sqrt{p}} = 8 \cdot 1434195$$
$$le = 9 \cdot 8784448$$

wenn man für die Erdbahn zu Grunde legt:

$$\Pi = 100^\circ 21'21''$$
$$le = 8 \cdot 2245409$$
$$lp = 9 \cdot 9998779\ ;\quad l\frac{k}{\sqrt{p}} = 8 \cdot 2356425.$$

Aus der bekannten ungestörten relativen Geschwindigkeit der Meteore ergibt sich, daß dieselben etwa 0·52535 Tage vor ihrem Durchgange durch den niedersteigenden Knoten in die Attractionsphäre der Erde eintreten. Sie steht um diese Zeit noch 0°31'57" vom gemeinsamen Durchschnittspunkte beider Bahnen ab, also in einer wahren Anomalie $V = -35^\circ 3'37''$; es ist daher

$$X = +\,0 \cdot 4121623 \qquad dX = -\,0 \cdot 015913713$$
$$Y = +\,0 \cdot 8959220 \qquad dY = +\,0 \cdot 007138548.$$

Eine einfache Voruntersuchung ließ erkennen, daß die Meteore in dem eben genannten Momente sehr nahe in wahren Anomalien von $v = -43^\circ 56'31''75$ und $-43^\circ 56'1''25$ sich befinden müssen, wenn sie in der früher ermittelten Minimaldistanz d an der Erde vorüberschießen sollen. Man hat nämlich für diese:

	I	II
v	$-43^\circ 56'31''75$	$-43^\circ 56'1''25$
x	+0·4154840	+0·4153335
y	+0·8985156	+0·8985302
dx	−0·022092870	−0·022093740
dy	+0·002188854	+0·002186990
x'	+0·0033217	+0·0031712
y'	+0·0025936	+0·0026082
$z' = z$	+0·0024795	+0·0021870
dx'	−0·006179157	−0·006180027
dy'	−0·004949694	−0·004951558
$dz' = dz$	−0·004688338	−0·004688344

[illegible] Tage [illegible]:

[illegible table]

Zu diesen [illegible] dass r und ρ wahre [illegible] und [illegible] im Momente bedeuten, [illegible] wird, und T [illegible] erreicht. Das [illegible] der [illegible] Kategorie [illegible] Tage, ist daher die Zeit, [illegible] der Attractionssphäre der Erde zubringen.

[illegible] früher z und d [illegible] bereits etwas vor [illegible] der Erde [illegible] die festgesetzte [illegible] Bedingungen doch nur [illegible] ich bei diesen [illegible] die Differenzen in der That [illegible] z. B. der kürzeste Abstand [illegible] resp. 24·0 und 29·1 statt der geforderten 21·0 [illegible].

[illegible] die durch die Erdstörungen umgestalteten Bahnen [illegible] der hierzu führenden Bedingungen die folgenden. Es ist zunächst beim Austritte aus der Attractionssphäre:

	I	II
V	33°39'26"6	−34° 0'47"5
X	0·3952977	−0·3956539
Y	+0·9033010	−0·9031502
dX	−0·01604521	−0·01604250
dY	+0·00684555	−0·00685173

	I	II
x'	$-0\cdot0043430$	$-0\cdot0017039$
y'	$-0\cdot0011897$	$-0\cdot0035882$
dx'	$-0\cdot00821300$	$-0\cdot00318402$
dy'	$-0\cdot00215405$	$-0\cdot00693827$

daher

x	$+0\cdot3909547$	$+0\cdot3939500$
y	$+0\cdot9021113$	$+0\cdot8995620$
$z=z'$	$-0\cdot0019051$	$-0\cdot0026685$
dx	$-0\cdot02425821$	$-0\cdot01922652$
dy	$+0\cdot00469150$	$-0\cdot00008654$
$dz=dz'$	$-0\cdot00354459$	$-0\cdot00513818$

und damit die neue Bahn um die Sonne

$\log r$	9·992635	9·992131
v	— 24°34'6	— 76°29'1
$\pi-\Omega$	205 20·3	257 2·3
Ω	245 49·0	245 49·2
i	8 23·0	16 21·6
$\log p$	0·288318	0·038884
$\log e$	9·991946	9·686931
$\log a$	1·727065	0·156083
U	390 Jahre	1·7144 Jahre.

Der bloße Anblick dieser Zahlen zeigt, welche Verheerungen die Erde im Meteorstrome anrichtet, indem sie bei jedem Durchgange durch denselben Bahnen mit allen möglichen zwischen $1\frac{3}{4}$ und 390 Jahren liegenden Umlaufszeiten erzeugt. Dabei muß noch erwähnt werden, daß wir von den beiden hier betrachteten Meteoren nicht ohne Weiteres behaupten können, es habe deren Umlaufszeit die größten Störungen erlitten; es werden im Gegentheile gewiß noch andere vorkommen, deren Umlaufszeit noch weit jenseits der hier gesteckten Grenzen liegt, mindestens was die obere betrifft, weil bei den die Erde in retrograder Bewegung umkreisenden Meteoren bereits ganz geringe Änderungen in der Richtung der Bewegung beim Austritte aus der Attractionssphäre selbst zu ungeschlossenen Bahnen führen können. Da nun dies sogar bei dem verhältnißmäßig so stark elliptischen Meteorringe des Biela'schen Kometen eintritt, wird man als allgemeine Regel annehmen dürfen, daß bei jedem Durchgange der Erde durch einen Meteorschwarm außer Bahnen mit einer kürzeren Umlaufszeit, als der Strom selbst hat, auch ungeschlossene entstehen.

daß also die Erde alljährlich zahllose Meteore aus dem Sonnensysteme hinausschleudert in den Fixsternraum.

Zum Schlusse will ich noch bemerken, daß den in der vorstehenden Figur gezeichneten Hyperbeln die Abmessungen der unter I berechneten zu Grunde liegen.

III.

Es unterliegt heute wohl keinem Zweifel mehr, daß die Feuererscheinungen, mit denen die Sternschnuppenfälle verknüpft sind, nur dem Widerstande unserer Atmosphäre ihre Entstehung verdanken, wenn es uns auch bisher noch nicht gelungen ist, damit alle Einzelheiten des Phänomenes zu erklären [1]). Die Höhe, in welcher die Meteore aufleuchten und verlöschen, muß daher außer von ihrer Größe und chemischen Beschaffenheit auch von der Geschwindigkeit abhängen, mit welcher sie in die Atmosphäre eindringen. Von diesen drei Factoren ändert sich der letztere nur von einem Meteorstrome zum andern, hingegen der erstere und wahrscheinlich auch der mittlere selbst für die verschiedenen Meteore eines und desselben Stromes. Man hat indessen bei den reicheren Sternschnuppenfällen die Erfahrung gemacht, daß die Mehrzahl der Meteore nahezu dieselbe Leuchtkraft besitzen, woraus man wohl den Schluß ziehen darf, daß für einen bestimmten Meteorstrom eine nahezu constante Größe und chemische Beschaffenheit der ihn constituirenden Partikelchen vorherrsche, und als weitere Folge hievon, daß für ihn im Mittel aus mehreren Meteoren die Höhe des Erscheinens und Verlöschens derselben nahezu unveränderlich sein werde.

Wegen unserer Unkenntniß fast aller dazu nöthigen Constanten ist es natürlich unmöglich, die Höhe des Erscheinens und Verlöschens zu berechnen, allein wenn man sich damit begnügt, blos den Einfluß der Geschwindigkeit auf diese Momente zu untersuchen, so hat dies unter Annahme einiger erleichternder Voraussetzungen keine Schwierigkeit und führt zu einigen interessanten Resultaten. Betrachtet man nämlich die Bahn des Meteores innerhalb der Erdatmosphäre als

---

[1]) Darunter rechne ich vor Allem die zuweilen auf viele Minuten steigende Dauer des Nachleuchtens der Schweife, die mir nur durch die Annahme begreiflich erscheint, daß bei den hohen Hitzegraden, denen das Meteor ausgesetzt ist, in den einzelnen abgerissenen Partikelchen desselben Phosphorescenzerscheinungen eintreten.

geradlinig, und vernachlässigt man den Einfluß der Erdattraction die gegenüber den anderen ins Spiel kommenden Kräften offenbar bedeutungslos ist, so wirkt auf das Meteor blos der Widerstand der Luft, und es wird zu leuchten aufhören, sobald derselbe die lebendige Kraft der Bewegung, die es mitbringt, bis auf eine gewisse Größe aufgezehrt, oder was dasselbe sagt, die Geschwindigkeit bis auf ein bestimmtes Maß verkleinert hat. Den Widerstand des Mittels setzt man allgemein seiner Dichte proportional; die Dichte der Luft nimmt aber besonders in so großen Höhen über der Erdoberfläche nach einem uns bisher unbekannten Gesetze ab; nehmen wir indeß an, es habe in ihnen das Mariott'sche Gesetz noch Giltigkeit, so ist die Dichte der Luft in der Höhe x, von der Erodberfläche an gezählt, gegeben durch $\rho_0 e^{-cx}$, wo c eine Constante und ρ_0 die Dichte der untersten Luftschichten bedeutet. Der Widerstand wirkt ferner der Bewegungsrichtung gerade entgegen; es ist deßhalb unter ds das Wegelement verstanden $dx = ds \cos\alpha$, wenn die Bewegungsrichtung mit der Zenithlinie (als Achse der x) den Winkel α einschließt, und die Geschwindigkeit v zu irgend einem Momente zu suchen aus

$$\frac{vdv}{ds} = \frac{\cos\alpha \,.\, vdv}{dx} = k\rho_0 e^{-cx} F(v).$$

Durch Sonderung der Variablen und Kürze halber $k\rho_0 = \varkappa$ schreibend, wo jetzt $\varkappa$ eine außer von der Dichte der Luft an der Erdoberfläche auch von der Größe, Form und Dichte des Meteores abhängende Constante ist, ergibt sich

$$\frac{vdv}{F(v)} = \frac{\varkappa}{\cos\alpha} e^{-cx} dx$$

und daraus durch Integration $v = \varphi(x)$. Die Integrationsconstante bestimmt sich dadurch, daß außerhalb der Atmosphäre, oder was hierfür gleich gilt, für $x = \infty$ die Meteore die bekannte relative Geschwindigkeit v_0 besitzen.

Nach den gewöhnlichen Annahmen ist der Widerstand dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional, oder $F(v) = v^2$. Damit stellt sich die Rechnung folgendermaßen:

$$\int \frac{dv}{v} = \frac{\varkappa}{\cos\alpha} \int e^{-cx} dx,$$

das heißt

$$lv = C - \frac{\varkappa}{c\cos\alpha} e^{-cx}$$

für $x = \infty$ ist $v = v_0$ und damit $lv_0 = C$, also

$$v = v_0 e^{-\frac{\varkappa e^{-cx}}{c \cos \alpha}}.$$

Diese Gleichung zeigt, wie rasch sich die Geschwindigkeit nach dem Eindringen der Meteore in die Atmosphäre verringert, und macht begreiflich, daß die intensiven Lichtentwicklungen bereits in so großen Höhen auftreten. Sie läßt zugleich die interessante Thatsache erkennen, daß bei Vergrößerung der Anfangsgeschwindigkeit allerdings die Höhe, bis zu welcher die Meteore eindringen müssen, ehe ihre Geschwindigkeit bis auf eine gewisse Größe herabgebracht ist, sich verkleinert, aber in unverhältnißmäßig geringerem Grade.

Noch geringer wird begreiflicherweise der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeit auf die Höhe des Verschwindens, wenn man den Widerstand in einem rascheren als dem quadratischen Verhältnisse wachsen läßt, wie dies bei großen Geschwindigkeiten den Erfahrungen der Physiker zu Folge in der That der Fall zu sein scheint. Setzen wir z. B. $F(v) = v(e^{\lambda v} - 1)$, um für kleine, tellurische Geschwindigkeiten, wo das erste Glied in der Entwicklung der Exponentialfunction hinreicht, den Widerstand noch immer dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional zu erhalten, so wird damit

$$1 - e^{-\lambda v} = \left(1 - e^{-\lambda v_0}\right) e^{-\frac{\varkappa \lambda e^{-cx}}{c \cos \alpha}}.$$

Bei den großen kosmischen Anfangsgeschwindigkeiten, die in Betracht kommen, ist das Glied $e^{-\lambda v_0}$ der Einheit gegenüber nahe bedeutungslos, daher die Höhe, in welcher die Meteore verlöschen, von der Geschwindigkeit, mit der sie in die Atmosphäre eindringen, so gut wie unabhängig.

Dieselben Verhältnisse finden auch dann noch immer statt, wenn man für die Abnahme der Luftdichte mit der Höhe ein anderes Gesetz einführt; z. B. nach Bauernfeind[1]) $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{x}{h}\right)^m$ setzt, wo-

[1]) C. M. Bauernfeind, die atmosphärische Strahlenbrechung auf Grund einer neuen Aufstellung über die physikalische Constitution der Atmosphäre. Astronomische Nachr. Bd. LXII. Bauernfeind setzt $m = 5$; da er aber damit die Höhe der Atmosphäre viel geringer findet, als wir sie brauchen, und es mir andererseits hier nicht um Zahlenangaben zu thun war, habe ich vorgezogen ein allgemeines Zahlzeichen beizubehalten.

bei h die Höhe der Atmosphäre bedeutet. Zur Bestimmung der Integrationsconstante hat man hier $v = v_0$ für $x = h$. Damit wird nach den beiden früheren Hypothesen über die Abhängigkeit des Widerstandes von der Geschwindigkeit

$$\text{für } F(v) = v^2 \qquad v = v_0 e^{-\frac{\varkappa h}{(m+1)\cos\alpha}\left[1-\frac{x}{h}\right]^{m+1}}$$

$$F(v) = v(e^{\lambda v}-1) \quad 1-e^{-\lambda v} = (1-e^{-\lambda v_0})c^{-\frac{\varkappa\lambda h}{(m+1)\cos\alpha}\left[1-\frac{x}{h}\right]^{m+1}}.$$

Für das zweite Widerstandsgesetz gelten ganz genau die obigen Bemerkungen; nach dem ersten nimmt nun die Höhe zwar immer noch viel langsamer ab, als die Geschwindigkeit zu, indeß nicht mehr in so bedeutendem Maße als früher, da sie nicht mehr in einer Exponentialfunction zweiter Ordnung, aber doch noch immer in einer potencirten Exponentiellen, wenn ich so sagen darf, vorkommt.

Diese Untersuchungen führen deßhalb zu dem eigenthümlichen Resultate, daß unter sonst gleichen Umständen alle Meteore fast in der gleichen Höhe über der Erdoberfläche erlöschen sollten, gleichgültig, mit welcher Geschwindigkeit sie ankommen. In der Wirklichkeit wird sich, dieß vorausgesetzt, die Sache jedoch anders gestalten. Durch die Reibung an den Luftmolekülen werden die glühenden Oberflächentheile des Meteores abgerissen, und zwar in desto höherem Maße, je stärker dieselbe ist, also je rascher die Bewegung vor sich geht. Schon dadurch allein würden die schnelleren Meteore früher vernichtet als die langsameren; es tritt aber noch der Umstand hinzu, daß sie bereits in bedeutenderen Höhen zu erglühen anfangen, weil ihre Schnelligkeit nur eine geringere Verzögerung zu erfahren braucht, um die lebendige Kraft zu liefern, die erforderlich ist, sie zum Glühen zu bringen. Die schnelleren Meteore werden daher in größeren Höhen erscheinen und verschwinden, als die langsameren; sie werden stärkere Schweife nach sich ziehen und überdies viel intensiver leuchten, weil sie nicht nur einen größeren Vorrath an lebendiger Kraft besitzen, sondern derselbe auch in beiläufig derselben Wegstrecke, aber wegen der schnelleren Bewegung in kürzerer Zeit aufgezehrt wird. Damit findet die früher räthselhafte Erscheinung, daß die hellsten Meteore im Allgemeinen nicht, wie man von vornherein vermuthen sollte, die der Erde näheren, sondern daß sie gerade die entfernteren sind, eine einfache Erklärung. Insbesondere ist dieser Umstand von Newton[1]) zwischen den schon mehrfach erwähnten periodischen August- und Novembermeteoren hervorgehoben worden. Die letzteren erscheinen und verschwinden in viel bedeutenderen Höhen als die ersteren: leuchten im Allgemeinen viel intensiver, und lassen viel allgemeiner Schweife zurück; alles Erscheinungen, deren Hauptgrund darin zu suchen ist, daß die Geschwindigkeit, mit der die Novembermeteore in die Erdatmosphäre eintreten, eine weit beträchtlichere ist, als bei den Perseiden, wenn auch nebstbei noch moleculare Verschiedenheiten eine Rolle dabei spielen mögen.

Nach dem eben Auseinandergesetzten halte ich es jetzt schon für zeitgemäß, nicht mehr nach der mittleren Höhe des Erscheinens und Verschwindens der Sternschnuppen im Allgemeinen zu fragen, sondern vielmehr darnach zu streben, nach und nach zur Kenntniß dieser Momente für die verschiedenen Meteorschauer zu gelangen. Ich habe auch versucht hiermit den Anfang zu machen, indem ich mir die vorhandenen Höhenbestimmungen nach Radiationspunkten zusammenstellte, mich jedoch sehr bald überzeugt, daß die bisherigen europäischen Beobachtungen nur für die Perseiden hinreichend zahlreich sind, um ein einigermassen sicheres Resultat liefern zu können, daß überhaupt unsere Höhenbestimmungen größtentheils aus sehr fehlerhaften Beobachtungen erschlossen und daher im Allgemeinen zu groß angegeben sind. Zur Entscheidung, ob eine correspondirende Beobachtung zur Berechnung der Höhe brauchbar sei oder nicht, besitzen wir nämlich außer den bekannten, gewöhnlich angeführten Kennzeichen noch ein anderes sehr einfaches Kriterium, das aber eigenthümlicherWeise meinesWissens hierzu noch nie verwendet wurde; es ist die Untersuchung, ob die beiden an den zwei Standpunkten verzeichneten Meteorbahnen nach rückwärts verlängert nahe auf denselben Punkt des Himmels (den Radiationspunkt) hinzielen. Diese Untersuchung, welche ohnehin unerläßlich ist, will man die Anfangs- und Endhöhen nach Meteorschwärmen, d. h. Radiationspunkten zusammenstellen, sollte überhaupt gar nie unterlassen werden; wäre sie stets vorgenommen worden, so hätte man, wie das Folgende zeigen wird, sich nicht nur sehr viel Mühe ersparen können,

[1]) Altitudes of shooting stars observed on the night of Nov. 13—14 th. 1863 at Washington etc. Computed by H. A. Newton American Journal of Science and Arts. II Series. Vol. 40, p. 250.

sondern wäre auch zu manchen Resultaten nicht gelangt, die, weil als wahr angesehen, zu den unrichtigsten Vorstellungen über den Lauf, das Leuchten etc. der Meteore Veranlassung gaben. Um gleich hier ein schlagendes Beispiel dafür beizubringen, nenne ich die am 9. October 1798 zwischen Clausberg und Sesebühl von Brandes und Benzenberg beobachtete Sternschnuppe, die nach letzterem, wie eine Rakete senkrecht in die Höhe stieg und lange als Beweis für das Vorkommen aufsteigender Sternschnuppen galt. Zeichnet man sich aber den angegebenen Lauf dieser Sternschnuppe auf, so sieht man, daß die an dem einen Orte eingezeichnete Bahn nach vorwärts verlängert, die am anderen Orte eingetragene fast senkrecht durchschneidet, weiß also unmittelbar, daß die Beobachtungen entweder durch irgend einen Fehler bis zur völligen Unbrauchbarkeit entstellt, oder die beiden für identisch gehaltenen Meteore es nicht sind.

Es sollte daher die Prüfung der Beobachtungen nach dieser Richtung stets der Berechnung vorangehen, und wo es nach unseren jetzigen Kenntnissen möglich ist, der Radiationspunkt, dem das Meteor angehört, beigesetzt werden, wie dies von Al. Herschel[1]) für die Novembermeteore des Jahres 1865 auch in der That bereits geschehen ist. Das letztere macht nämlich unter obiger Voraussetzung dem Berechner gar keine Arbeit, erspart aber jenem, der die Höhe nach Radiationen zusammenfassen will, eine nicht unbeträchtliche Mühe und hat überdies noch den praktischen Vortheil, daß Druckfehler in den Positionsangaben leichter aufgefunden werden können, und daher wegen solcher bei kritischen Zusammenstellungen weniger an sich gute Beobachtungen als unbrauchbar verworfen werden müssen. (Ein sprechendes Beispiel, von welcher Bedeutung dies unter Umständen werden kann, liefern uns die Beobachtungen, welche auf Veranlassung von Professor Heis in Münster, Peckeloh, Lippstadt und Gäsdonok zwischen 27. Juli und 10. August 1864 angestellt wurden. Unter den beobachteten Sternschnuppen waren fünfzehn correspondirende, von denen die Positionen der Anfangs- und Endpunkte, so wie die daraus berechneten Höhen in den astronomischen Nachr. Bd. LXVI, dem Report der British Assosiation für 1865 und Heis Wochenschr. Bd. VIII mitgetheilt werden. Eine Vergleichung der astronomischen Nachrichten mit dem Br. Ass. Rep.

---

1) British Ass. Rep. 1866.

zeigt nun bei neun Meteoren zehn Abweichungen in den Orts- und bei einem andern eine in der Höhenangabe und eine Vergleichung mit Heis Wochenschrift ergibt vier Differenzen bei drei Meteoren in den Ortsangaben). Den Durchschnittspunkt beider Meteorbahnen theilen einmal Erman, ein anderesmal Heis[1]) mit; die Angabe desselben ist jedoch für diese Zwecke nicht hinreichend, da dieser Durchschnittspunkt kein sicheres Kriterium für die Güte der Beobachtungen bietet, indem derselbe, wenn beide Bahnen nahe parallel laufen, sehr weit vom Radiationspunkte abstehen kann, ohne daß deßhalb die Beobachtungen bedeutend fehlerhaft sein müßten.

Bei der Höhenberechnung der Meteore sollte stets eine Methode angewendet werden, welche den Einfluß der Beobachtungsfehler auf das Resultat erkennen läßt, denn sonst mangelt, wenn man durch die frühere Untersuchung sich überzeugt, daß wohl Fehler, aber nur mäßige vorhanden sind, jeder Anhaltspunkt zur Beurtheilung, ob die berechneten Höhen illusorisch sind oder nicht.

Nach diesen Bemerkungen will ich vorerst die Resultate meiner Untersuchung der berechneten Bahnen von 139 Sternschnuppen des Auguststromes (August 8—12.) mittheilen, ehe ich zur detaillirteren Skizzirung derselben schreite.

Von den 139 untersuchten Sternschnuppen gehören 25 anderen als dem bekannten Radiationspunkte im Perseus an; bei 65 weiteren ist der Radiationspunkt durch Beobachtungsfehler entweder ganz unkenntlich geworden, oder liegt nur für den einen Ort im Perseus, während die am andern Orte eingetragene Meteorbahn auf eine andere Gegend des Himmels hinzielt und nur 49 sind beiderseits so gut beobachtete Perseïden (Radiationspunkt zu $AR = 44°$ $Decl = +56°$ angenommen), daß die berechneten Höhen Vertrauen verdienen. Angesichts dieser Zahlen brauche ich, außer dem Hinweise auf dieselben wohl nichts weiter beizufügen zur Rechtfertigung meiner früheren Behauptung, daß bei der unmittelbaren Einzeichnung der Sternschnuppenbahnen in Karten von solchen, welche an dergleichen Beobachtungen sich nur temporär betheiligen, Verwechslungen der Sterne und in Folge dessen Verzeichnungen häufig vorkommen müssen. Diese Zahlen zeigen überdies auf wie schwankenden Grundlagen alle unsere bisherigen Höhenangaben beruhen.

---

[1]) Astr. Nachr. Bd. XIX, 29; L, 151.

Unter den 49 als verhältnißmäßig sicher angegebenen Bahnen kommt eigentlich nur eine, und zwar sehr mäßig aufsteigende vor {*l* Nr. 61 [1])}, da die beiden andern ebenfalls nicht bedeutend aufsteigenden (*c* Nr. 29 und *f* Nr. 13) nachweislich mit größeren Fehlern (die erste in Breslau, die letzte in Aachen) behaftet sind, und nur deßhalb beibehalten wurden, weil die Beobachtungsfehler vermöge der Bahnlage einen ungemein geringen Einfluß auf das Resultat ausüben. Diese Untersuchung hat daher noch bestimmter als alle früheren nachgewiesen, daß aufsteigende Sternschnuppen nicht vorkommen.

Aus seinen Untersuchungen über Sternschnuppenhöhen zieht Newton den Schluß, daß in Wirklichkeit wohl bei keiner der Mittelpunkt der leuchtenden Bahn in einer größeren Elevation als 180 Kilometer = 112 englischen, = 24·2 geographischen Meilen liege. Für die Augustmeteore glaube ich noch weiter gehen und annehmen zu dürfen, daß die Anfangspunkte diese Höhen nie überschreiten, ja sogar nie erreichen. Ich habe nämlich im Ganzen nur sechs gefunden, wo die Anfangshöhe diese Grenze überschritt und zugleich die Bahnen beiderseits so nahe am Radiationspunkte vorüberführten, daß sie hätten beibehalten werden sollen. (*c* Nr. 23 mit 30, Nr. 38 mit 44; *i* Nr. 2 mit 29·5, Nr. 4 mit 46·5 geographischen; *k* Nr. 4 mit 114, Nr. 12 mit 122 englischen Meilen Anfangshöhe.) Von diesen habe ich blos eine (*k* Nr. 4) beibehalten, welche die obige Grenze nur um 2 Kilometer übersteigt, die übrigen fünf aber nicht, da die Bahnlagen zur Höhenbestimmung sehr ungünstig sind und die Höhenangaben mir in Folge dessen illusorisch schienen.

In die nun folgende Zusammenstellung habe ich nur solche Höhenbestimmungen von Sternschnuppen zwischen 8. und 12. August aufgenommen, bei denen mir die Positionsangaben der Anfangs- und Endpunkte der Bahn zugänglich waren, musste daher die 6 am 9. August 1856 zwischen Paris und Orleans erhaltenen correspondirenden Beobachtungen, deren Resultat in Heis Unterhaltungen, B. XI, p. 254 mitgetheilt wird, weglassen, und zu meinem Leidwesen auch die schöne Reihe vom 28 am 10. August 1863 durch Prof. Heis

---

[1]) Die hier vorkommenden Buchstaben und Nummern beziehen sich auf die gleichen Bezeichnungen der folgenden Zusammenstellung.

der Quelle der sie entnommen wurden. h_1 die Anfangs-,
Endhöhe und bei jenen Höhen die nach Bessels Methode
sind, dh_1 und dh_2 die Maximaleinflüsse eines Beobachtungs
von 1°. Diese letzteren Quantitäten habe ich übrigens bei
gut beobachtet erkannten Meteoren nicht weiter berück
sondern bei diesen einfach das Mittel der Anfangs- und
gezogen. Die Höhenangaben sind, wo nichts bemerkt ist,
graphischen Meilen zu verstehen: zur Verwandlung von
und englischen Meilen in die ersteren wurde gesetzt: 1 Kil. =
und 1 engl. = 0·21688 geogr. Meilen.

a) **1823. August 11. Beobachtungen in Breslau und Gleiwitz. (Astr.
XVI. p. 341.)**

Die Zahl der correspondirenden Beobachtungen ist sieben.
gehört Nr. 13 einem Radianten nahe am Pol an; bei Nr. 18
ganz unkenntlich; Nr. 12 ist der einzige beiderseits gut beob
Perseid. Er gibt:

$$\text{Nr. } 12 \quad h_1 = 16{\cdot}86 \quad h_2 = 8{\cdot}12 \quad dh_1 = \pm 1{\cdot}12 \quad dh_2 = \pm 0{\cdot}\ldots$$

Die übrigen vier sind wahrscheinlich auch Perseiden. Dann
men aber bei Nr. 10 in Breslau, bei Nr. 11, 14 und 17 in
sehr starke Fehler vor.

ıdiationspunkt unkenntlich, bei Nr. 3, 7, 32, 42 und 55; Nr. 38 ımmt aus einem in der Nähe des Poles, die letzten fünf endlich sind ohl Perseiden, dann aber sehr bedeutende Fehler bei Nr. 10 und 2 in Berlin, bei 16 in Breslau, bei 24 an beiden Orten.

1839. August 10. Beobachtungen in Berlin und Breslau. (Astr. Nachr. XIX. p. 27.)

Die 14 berechneten Bahnen gehören sämmtlich Perseiden an, enn bei Nr. 11 und 50 in Berlin, bei Nr. 13, 27, 31, 33 und 38 in reslau größere Fehler vorfielen; auffallend ist übrigens die Kürze ır Bahnen, für ihre große Distanz vom Radiationspunkte, bei Nr. 38 ıd 50 in Berlin; dies tritt, jedoch in minderem Grade auch bei den ɪiden gleich zu erwähnenden Nr. 9 und 46 ebenfalls in Berlin ein. ıt beobachtet sind beiderseits: Nr. 9, 19 und 23; die letztere urde aber trotzdem weggelassen, weil die Bahnlage einer Höhenıstimmung sehr ungünstig ist; einerseits wenig befriedigend die ırigen vier, nämlich Nr. 22, 29, 36 und 46; ich habe sie indeß beiıhalten, da die Beobachtungsfehler einen sehr geringen Einfluß ıben. Die sechs zurückbehaltenen ergeben:

	h_1	h_2	dh_1	dh_2	Bahnlänge	Dauer
Nr. 9	17	13	$\pm 12\cdot4$	$\pm 11\cdot5$	.	.
„ 19	14	13	$\pm$ 0·7	$\pm$ 0·7	8·4	2·7
„ 22	12	8	$\pm$ 0·1	$\pm$ 0·1	6·0	1·3
„ 29	17	21	$\pm$ 0·9	$\pm$ 1·6	11·6	1
„ 36	17	13	$\pm$ 1·2	$\pm$ 2·9	10·7	1·3
„ 46	10	9	$\pm$ 0·3	$\pm$ 0·4	4·0	1
im Mittel .	14·50	12·83	(6 Beob.)		40·7	7·3.

Die letzten fünf Beobachtungen geben für die mittlere Dauer ıes Meteores 1·46 und für die Geschwindigkeit in einer Secunde 58 Meilen. Der theoretische Werth dafür ist $v = 2\cdot044 \times 3\cdot948$ er 8·07 Meilen, also erheblich größer. Dies rührt theilweise lenfalls von Beobachtungsfehlern, theilweise wohl aber auch von ır Retardation der Bewegung in der Atmosphäre her. Wir kommen äter noch einmal darauf zurück.

[illegible] zu ungünstig wäre. [illegible] wenn man einseitige Fehler [illegible] Nr. [illegible] und 20 in Gaesdonck; Nr. 22 in [illegible] Nr. 29 in [illegible], Nr. 26 in Rheine; und bei Nr. 14 in Aachen und [illegible]. [illegible] Orte ist übrigens ein [illegible] = [illegible] der nicht nur hier, sondern auch [illegible] 314 [illegible] vorfindet, was noch bei mehreren [illegible] scheint. Aus andern Radianten [illegible] Nr. 1, 3, 5, 21, 25 und 32; ganz [illegible] für Nr. 14, 30 und 31.

	h_1	h_2
Nr. 6	5·5	4·75
„ 8	12·0	10·5
„ 9	17·5	16·0
„ 11	16·5	11·5
„ 12	15·0	12·0
„ 15	21·0	13·0
„ 16	19·5	12·0
„ 17	22·0	12·0
„ 18	15·5	14·5
„ 23	15·2	12·0
„ 24	18·0	15·0
„ 27	12·0	8·75
„ 28	11·25	6·75
Im Mittel	15·44	11·44 (13 Beob.).

k) **1863. August 9. und 10. Beobachtungen aus Hawkhurst, Cambridge etc.**
(Proceed. of the meteor. Society Vol. II. 19.)

Diese Beobachtungsreihe ist unter allen europäischen die beste. Von den 20 correspondirend beobachteten Meteoren gehören zwei anderen Radiationspunkten an: es sind dies Nr. 6 und 19; 12 sind gut beobachtete Perseiden: Nr. 3, 4, 5, 7, 8, 10, 12, 13, 15, 17, 18, 20, von denen jedoch Nr. 12 ausgeschieden wurde, wegen seiner ungünstigen Bahnlage, und der excessiven Geschwindigkeit der Bewegung, die aus seiner Bahnlänge folgen würde; die übrigen sechs einerseits fehlerhaft beobachtet, so Nr. 1, 2 und 9 in Euston Road (London), Nr. 11 in Hawkhurst, Nr. 14 und 16 in Cambridge. Die Höhen sind in englischen Meilen gegeben.

	h_1	h_2	Bahnlänge	Dauer
Nr. 3	72	53	84	3·0
„ 4	114	73	71	1·7
„ 5	55	25	.	.
„ 7	71	52	38	1·0
„ 8	55	42	39	1·3
„ 10	63	53	.	.
„ 13	79	58	48	1·5
„ 15	72	60	25	0·5
„ 17	86	68	.	.
„ 18	76	71	.	.
„ 20	86	65	69	1·8
Im Mittel .	75·36	56·36	374	10·8

oder in geographischen Meilen

$$h_1 = 16{\cdot}28 \quad h_2 = 12{\cdot}22 \text{ (11 Beob.).}$$

Es ist überdies aus sieben Beobachtungen die mittlere Dauer eines Meteores 1ˢ54 und die Bahngeschwindigkeit in einer Secunde, wieder im Mittel aus sieben Beobachtungen 34·63 engl. oder 7·51 geogr. Meilen, sehr nahe übereinstimmend mit der theoretischen, die, wie schon früher einmal bemerkt wurde (unter *c*), 8·07 geogr. Meilen beträgt.

l) **1864. August 8.—10. Beobachtungen in Rom und Civita-Vecchia.** (Bulletino meteorologico dell' osservatorio del collegio romano III, 68.)

Von den 68 berechneten Bahnen fallen 20 zwischen den 5. und 7. August, und nur die letzten 48 innerhalb die Periode vom 8. bis 12. August, die ich als Grenze für den Laurentiusstrom mir gesteckt hatte. Unter diesen sind jedoch 27 unvollständige Beobachtungen, die principiell weggelassen wurden; es bleiben daher nur 21 zu discutiren. Darunter gehören 8, von denen nicht weniger als 6 am 10. August beobachtet sind, anderen Radiationspunkten an, ein Zeichen, daß in diesem Jahre der Laurentiusstrom verhältnißmäßig schwach vertreten war, und am 10. August schon das Maximum überschritten hatte. Diese Meteore sind die mit Nr. 36, 43, 53, 56, 60, 64, 65 und 68 bezeichneten. Beiderseits gut beobachtete Perseïden sind: Nr. 23, 38, 45, 50, 52 und 61. Unkenntlich der Radiationspunkt bei 34, 36, 47 und 55; Perseïden aber fehlerhaft beobachtet in Rom Nr. 25 und 42. Nr. 25 ist das Meteor, dessen Anfangshöhe von 246 Kilometern Secchi für gut verbürgt hält; sie ist aber illusorisch, da die Parallaxen sehr klein, und die in Rom verzeichnete rückwärts verlängerte Meteorbahn in einer Distanz von beiläufig 25° am Perseusradianten vorübergeht. Die letzte Sternschnuppe endlich Nr. 27 wäre ein beiderseits gut beobachteter Perseïd; aber er wurde wegen der Zweifel, die von den Beobachtern selbst ausgesprochen werden, lieber weggelassen. Ich erwähne noch, daß auf der letzten Seite der die Resultate der Beobachtungen enthaltenden Tafel bei dem Endpunkte die Überschriften der beiden Columnen: „Distanza orizz. di Roma" und „Altez. sull' oriz. da Roma" mit einander vertauscht sind, und daß bei Nr. 66 die Angabe 157 Kilometer wohl nicht die Endhöhe der Sternschnuppe, sondern eher deren anfängliche horizontale Entfernung von Rom bedeuten soll. Die folgenden Höhenangaben sind in Kilometern:

	h_1	h_2
Nr. 23	141	91
„ 38	49	32
„ 45	71	67
„ 50	105	90
„ 52	81	65
„ 61	120	139
Im Mittel .	94·5	80·7

oder in geogr. Meilen $h_1 = 12{\cdot}74$, $h_2 = 10{\cdot}88$ (6 Beob.).

m) 1864. August 10. Beobachtungen in Münster, Peckeloh und Gaesdonck.
(Astr. Nachr. LXVI, 323.)

Im Ganzen hat Heis blos zwei correspondirende Beobachtungen aus der Augustperiode dieses Jahres gefunden, unter denen nur die eine Nr. 15 ein beiderseits mäßig gut beobachteter Perseïd ist, während Nr. 14 in Gaesdonck ganz falsch eingezeichnet sein muß, sollen die Meteore identisch sein.

Nr. 15: $h_1 = 24$ $h_2 = 11$.

n) 1865. August 9. Beobachtungen in Münster, Papenburg und Peckeloh.
(Astr. Nachr. LXVI, 323.)

Auch von diesem Jahre liegen nur zwei correspondirende Beobachtungen vor, von denen die letzte (Nr. 21), falls nicht beiderseits große Irrthümer sich eingeschlichen, unmöglich identisch sein kann; die erste (Nr. 20) ist ein Perseïd und gibt

Nr. 20: $h_1 = 17 \cdot 25$ $h_2 = 11 \cdot 25$.

Stellt man die so gewonnenen Höhenangaben zusammen, so erhält man:

	h_1	h_2	Zahl d. Beob.
Aus *a*, *d*, *e*, *m* und *n*	17·92	8·77	5
c	14·50	12·83	6
f	16·26	13·97	4
h	14·85	13·82	4
i	15·44	11·44	13
k	16·28	12·22	11
l	12·74	10·88	6
Mittel .	15·45	11·85	49.

Dieses Resultat, nämlich:

Anfangshöhe 15·45 geogr. Meil. = 71·2 engl. Meil. = 114·6 Kilom.
Endhöhe . . 11·85 „ „ = 54·6 „ „ = 87·9 „

halte ich für das zuverlässigste, welches aus den bisherigen europäischen Beobachtungen für die mittlere Höhe des Erscheinens und Verschwindens der Perseïden abgeleitet werden kann, und schätze es bereits für so sicher, daß es durch neu hinzutretende Bestimmungen nicht mehr wesentlich wird alterirt werden, ehe man dahin gelangt, diese Momente für die einzelnen Größenclassen der Sternschnuppen dieses Stromes angeben zu können. Darin bestärkt mich auch die Vergleichung mit den im Jahre 1863 in der Nacht vom 10.—11. August in Amerika erlangten 39 Höhenbestimmungen, deren Detail ich nicht kenne, deren Resultat indeß Newton[1]) folgendermaßen mittheilt:

Anfangshöhe 15·15 geogr. Meil. = 69·9 engl. Meil. = 112·4 Kilom.
Endhöhe . . 12·14 „ „ = 56·0 „ „ = 90·1 „

---

[1]) Americ. Journ. of sciences and arts. II. Series. XL, p. 252.

Bei zwei Beobachtungsreihen, den sub *c)* und *k)* aufgeführten, ist bei einigen Meteoren auch die Dauer der Erscheinung nebst der Bahnlänge angegeben; sie lieferten, als mittlere Geschwindigkeit v in einer Secunde und als mittlere Dauer d eines Meteores:

c	$d = 1{\cdot}46$	$v = 5{\cdot}58$ geogr. Meilen	5 Beob.
k	$= 1{\cdot}54$	$7{\cdot}51$ „ „	7 „
Im Mittel .	$d = 1{\cdot}51$	$v = 6{\cdot}71$ geogr. Meilen	12 Beob.

Die Geschwindigkeit ist beiderseits geringer als die theoretische, welche 8·07 geogr. Meilen beträgt, wie es auch erwartet werden muß, da sie der Luftwiderstand jedenfalls bedeutend verringert. Die Werthe dafür aus den beiden Beobachtungsreihen stimmen indeß wegen der geringen Zahl der Beobachtungen nicht hinreichend mit einander überein, um weitere Schlüsse darauf bauen zu können; doch zeigen sie, daß es geübten Beobachtern möglich ist, auch dieses Element mit Sicherheit zu bestimmen, was wohl beherzigt werden sollte, da die Kenntniß desselben zu manchen höchst interessanten Untersuchungen Veranlassung bieten würde.

Ich habe auch versucht, in einer ähnlichen Weise die mittlere Anfangs- und Endhöhe jener Meteore zu bestimmen, welche Mitte November aus dem Löwen ausstrahlen, dafür aber in den europäischen Beobachtungen kein genügendes Material aufgefunden. Denn zu den vier durch Olbers[1]) berechneten Novembermeteoren des Jahres 1836 konnte ich die Originalbeobachtungen nicht auffinden; die vier anderen desselben Jahres, die Erman, Astr. Nachr. XVII, p. 315 mittheilt, kommen, wenn sie wirklich identisch sind, sämmtlich aus anderen Radiationspunkten; und von den durch Schmidt (Resultate zehnjähriger Sternschnuppenbeobachtungen p. 131) berechneten Beobachtungen vom November 11.—13. des Jahres 1849 allen wohl 3, nämlich Nr. 27, 28 und 29, auf eine Stunde der Nacht, in welcher der Löwe schon aufgegangen ist, allein sie können nur unter Annahme bedeutender Irrungen zu den bekannten periodischen Meteoren gehören. Es bleiben nun nur noch die in Deutschland und England angestellten Beobachtungen am 13. und 14. November übrig, deren Zahl aber zu definitiven Bestimmungen zu gering ist. Sie sind:

[1]) Coulvier Gravier, Recherches sur les étoiles filantes, p. 91.

a) **1865. Nov. 13. Münster-Göttingen.** (Behrmann, Inauguraldissertation. Beobachtungen über Sternschnuppen etc. p. 36 und 42.)

Es gibt wohl Behrmann nebst seinen Berechnungen auch den Radiationspunkt für jedes Meteor an, scheint ihn jedoch nur aus seinen Göttinger Beobachtungen und nicht aus der Combination dieser mit denen in Münster erschlossen zu haben, denn außer den von ihm als zur Radiation des Löwen angehörig aufgeführten Nr. 6, 7 und 9 kam noch Nr. 8 aus diesem Radiationspunkte, während Nr. 2, abgesehen von bedeutenden Beobachtungsfehlern, kaum hierher gerechnet werden kann.

	h_1	h_2	dh_1	dh_2	Bahnlänge	Dauer
Nr. 6	18·75	10·34	±4·20	±0·52	42·97	3·0
„ 7	19·53	9·68	±2·57	±0·76	15·88	2·0
„ 8	17·44	9·60	±1·00	±0·48	7·16	2·0
„ 9	15·89	13·50	±0·81	±0·54	.	.
Im Mittel	17·90	10·78	4 Beob.		66·01	7·0.

Die mittlere Dauer eines Meteores würde aus diesen 3 Beobachtungen folgen zu 2·33 und die Geschwindigkeit der Bewegung in einer Secunde zu 9·43 geogr. Meilen, sehr nahe übereinstimmend mit der theoretischen: $v = 2{\cdot}432 \,.\, 3{\cdot}948 = 9{\cdot}61$ Meilen. Betrachtet man indeß die Unterschiede der Zahlen, aus denen das Mittel gezogen wurde, so wird man diese Übereinstimmung wohl kaum für mehr als ein Werk des Zufalles halten können.

b) **1865. Nov. 13. Hawkhurst, Cambridge und Greenwich.** (Brit. Ass. Rep. 1866, p. 139.)

Es sind auch bei diesen Meteoren die Radiationspunkte, zu denen sie gehören, angegeben, und 8 unter 10 aus dem Löwen gekommen. Bei Nr. 9 ist jedoch in Greenwich ein Irrthum vorgefallen, der wegen der ungünstigen Bahnlage die berechnete Höhe illusorisch macht; und Nr. 10 halte ich nicht für identische Sternschnuppen. Nach Ausscheidung dieser beiden bleiben noch folgende 6 übrig, deren Höhen in englischen Meilen angegeben sind.

	h_1	h_2	Bahnlänge	Dauer
Nr. 1	[illegible]	[illegible]	53·9	1·3
„ 2	[illegible]	55·1	44·7	1·3
„ 4	[illegible]	56·9	61·0	0·8
„ 5	[illegible]	46·1	41·6	1·0
„ 6	[illegible]	35·2	17·2	0·7
„ 7	43·3	[illegible]	96·1	1·0
im Mittel	[illegible]	[illegible]	314·5	6·1

oder in geogr. Meilen $h_1 = 16·43$, $h_2 = 12·85$ (6 Beob.)

Die mittlere Dauer eines Meteores betrug nach diesen 6 Meteoren 1·05; die Geschwindigkeit in einer Secunde $v = 49·88$ engl. Meilen = 10·83 geogr. Meilen, während die Theorie dafür [illegible] gibt. Es scheint daher die Flugzeit unterschätzt worden zu sein, da man die Höhen eher für zu klein als zu groß annehmen muß. Für die Novembermeteore besitzen wir nämlich aus dem Jahre 18[illegible] eine treffliche Reihe von 78 Höhenbestimmungen, ausgeführt in Amerika, die ergeben [1]):

Anfangshöhe . . 20·88 geogr. = 96·2 engl. Meilen = 154·9 Kilom.
Endhöhe . . . 13·17 „ = 60·8 „ „ = 97·8 „

Die Sicherheit des Resultates erweist sich dadurch als eine bedeutende, daß die Beobachtungen, wenn man sie in sieben Gruppen theilt, für jede Gruppe sehr nahe dieselben Zahlen ergeben.

Außer den Löwenmeteoren kommen bei den eben discutirten deutschen und englischen Beobachtungen noch mehrere Meteore aus einem Radiationspunkte im Perseus her, dessen Position Behrmann zu ($53° + 32°$) angibt. Es sind die folgenden:

Münster-Göttingen. Perseusmeteore. ($53° + 32°$) (Behrmann, Inaugural-dissertation p. 34.)

Als Perseusmeteore gibt Behrmann an: Nr. 1, 3, 8 und 10. Es wurde indeß schon früher bemerkt, daß Nr. 8 nicht hierher, sondern zu den Löwenmeteoren gehöre. Nebst diesen habe ich auch noch Nr. 10 ausgeschieden, weil Behrmann in den Astr. Nachr. LXVI, p. 331

---

1) Newton, Altitudes of shooting stars observed on the night of Nov. 13—14, [illegible]. Amer. Journ. of science and arts. II. Series. XL, p. [illegible]

ie Identität dieser Sternschnuppe für zweifelhaft hält[1]), hingegen Ir. 5 hierhergezogen, welche er aus Versehen aus der Cassiopeja ommen läßt. Wir haben demnach:

	h_1	h_2	dh_1	dh_2	Bahnlänge	Dauer
Nr. 1	12·97	11·06	±0·95	±2·04	10·61	1'1
„ 3	10·18	8·26	±0·55	±0·79	2·64	0·7
„ 5	15·71	10·88	±1·40	±0·55	.	.
Im Mittel .	12·95	10·07	3 Beob.		13·25	1·8

Die mittlere Dauer eines Meteores aus diesem Radianten wäre emnach 0'9, die Geschwindigkeit in der Bahn $v = 7·36$ Meilen, edoch sehr unsicher. Die Theorie gibt für die relative, ungestörte leschwindigkeit, welche aus diesem Radianten kommende, in einer arabolischen Bahn einhergehende Sternschnuppen haben würden, $= 1·115$, für die gestörte: $v = 1·178$ oder in geogr. Meilen $v = 4·65$, lso viel geringer.

Unter den englischen Beobachtungen (Brit. Ass. Rep. 1866) nden sich ebenfalls zwei aus diesem Radianten kommende, nämlich:

	h_1	h_2	Bahnlänge	Dauer
Nr. 3	67·7	44·0	27·9	1'2
„ 8	56·7	47·4	14·7	0·8
Im Mittel .	62·2	45·7	42·6	2·0

der in geogr. Meilen $h_1 = 13·49$, $h_2 = 9·81$. 2 Beob.

Für die geringe Zahl der Beobachtungen harmonirt dies trefflich nit Behrmann. Die mittlere Dauer eines Meteores 1'0 ist ebenfalls ehr nahe gleich; die Bahngeschwindigkeit aber bedeutend kleiner, ämlich $v = 21·3$ engl. $= 4·62$ geogr. Meilen und identisch mit der heoretischen. Weitere Schlüsse aus diesen beiden Beobachtungseihen zu ziehen, würde ich wegen der geringen Zahl der Beobchtungen, trotz ihrer Güte, noch für verfrüht halten, unterlasse s daher.

[1]) Die dort von ihm gegebenen Daten, welche der Bahnrechnung zu Grunde liegen sollen, gehören übrigens nicht dieser, sondern der mit Nr. 6 bezeichneten Sternschnuppe an.

NACHTRAG.

Ich hatte die vorliegende Abhandlung eben vollendet, als Director v. Littrow so freundlich war, mir Schiaparelli's neues Memoir[1]) über Sternschnuppen, gleich nachdem es der Autor ihm übersendet, zur Einsicht zu geben, ein Memoir, welches nebst desselben Verfassers im Bulletino meterologico dell' osservatorio del collegio romano erschienenen epochemachenden Briefen über die Natur der Sternschnuppen und den gediegenen Arbeiten Newton's wohl für immer die Grundlage jeder Untersuchung über Meteorastronomie bleiben wird. Trotzdem halte ich auch heute durch die Gründe, welche Schiaparelli für die Existenz cosmischer Wolken anführt, die bereits innerhalb der Fixsternräume durch die Sonnenanziehung zu parabolischen Strömen ausgedehnt werden, die im Eingange meiner Abhandlung dagegen ausgesprochenen Bedenken nicht für entkräftet, und noch an der Meinung fest, daß die Meteorringe blos Auflösungsproducte periodischer Kometen sind. Um so mehr freut es mich aber, daß wir in den anderen Punkten, in denen unsere Untersuchungen sich begegnen, zu denselben Resultaten gekommen sind, besonders in denen über die Erdattraction, welche übrigens Director Schiaparelli von einem anderen Gesichtspunkte ausgehend, auf eine höchst scharfsinnige Weise in einer theilweise viel allgemeineren Form durchgeführt hat. Nur noch an einer Stelle kann ich mich mit einer Begründung von Schiaparelli nicht einverstanden erklären. Wohl halte auch ich es für sehr gut möglich, daß in der Gegend des Apex die Sternschnuppen-, in jener des Antiapex die Meteoritenfälle vorwiegen, allein dafür einen Beweis darin zu finden (wie es pag. 50 geschieht), daß nach unseren Verzeichnissen in der That in den ersten Nachmittagsstunden die größte Zahl von Meteoriten fiel, deßhalb für sehr mißlich, weil das Wahrnehmen eines solchen Ereignisses, wenn es um jene Zeit stattfindet, eine bei weitem größere Wahrscheinlichkeit für sich hat, als wenn es zu anderen Tageszeiten oder gar während der Nacht eintritt.

[1]) G. V. Schiaparelli, Note et Riflessioni intorno alla teoria astronomica delle stelle cadenti. Firenze 1867.

Tafel I.

$\frac{1}{\sqrt{p}}(1-e\cos(\Pi-\odot))$		$\frac{e}{\sqrt{p}}\cos(\Pi-\odot)$		$\log\sqrt{\frac{2}{r}}$	
1·00315	−291	+0·01650	+27	0·15123	−62
1·00024	291	0·01677	−23	0·15061	65
0·99733	283	0·01654	74	0·14996	61
0·99450	266	0·01580	124	0·14935	58
0·99184	240	0·01456	165	0·14877	53
0·98944	208	0·01291	205	0·14824	45
0·98736	169	0·01086	238	0·14779	37
0·98567	126	0·00848	265	0·14742	28
0·98441	−77	+0·00583	−282	0·14714	−16
0·98364	−27	+0·00301	−291	0·14698	−7
0·98337	+23	+0·00010	291	0·14691	+5
0·98360	74	−0·00281	283	0·14696	18
0·98434	124	0·00564	266	0·14714	26
0·98558	165	0·00830	240	0·14740	37
0·98723	205	0·01070	208	0·14777	46
0·98928	238	0·01278	169	0·14823	51
0·99166	265	0·01447	126	0·14874	59
0·99431	+282	0·01573	−77	0·14933	+61
0·99713	+291	0·01650	−27	0·14994	+62
1·00004	291	0·01677	+23	0·15056	63
1·00295	283	0·01654	74	0·15119	62
1·00578	266	0·01580	124	0·15182	55
1·00844	240	0·01456	165	0·15237	52
1·01084	208	0·01291	205	0·15289	46
1·01292	169	0·01086	238	0·15335	34
1·01461	126	0·00848	265	0·15369	28
1·01587	+77	0·00583	+282	0·15397	+16
1·01664	+27	0·00301	+291	0·15413	+5
1·01691	−23	−0·00010	291	0·15418	−5
1·01668	74	+0·00281	283	0·15413	15
1·01594	124	0·00564	266	0·15398	22
1·01470	165	0·00830	240	0·15376	40
1·01305	205	0·01070	208	0·15336	45
1·01100	238	0·01278	169	0·15291	50
1·00862	265	0·01447	126	0·15241	58
1·00597	−282	+0·01573	+77	0·15183	−60

Die Tafeln sind gerechnet mit: $\Pi = 100°21'4$
$e = 0·01677$
$lp = 9·99988.$

Tafel II.

ϑ	$\vartheta - \vartheta'$		$\sqrt{\frac{2-r}{r}}$		$\log\sqrt{\frac{2-r}{r}}$		$\log r$	
0°	56 7	−0·9	1·00329	−290	0·00143	−126	9·99857	−126
10	57 6	0·8	1·00039	291	0·00017	127	9·99983	127
20	56 8	2·5	0·99748	285	9·99890	124	0·00110	123
30	54 3	4·2	0·99463	268	9·99766	117	0·00233	116
40	50 1	5·7	0·99195	243	9·99649	106	0·00349	106
50	44 4	7·1	0·98952	210	9·99543	93	0·00453	91
60	37 3	8·2	0·98742	171	9·99450	75	0·00546	75
70	29 1	9·1	0·98571	128	9·99375	56	0·00621	55
80	20 0	9·6	0·98443	78	9·99319	35	0·00676	34
90	[illegible]	10·0	0·98365	−28	9·99284	−12	0·00710	+12
100	[illegible]	10·1	0·98337	+24	9·99272	−10	0·00722	−10
110	9 7	9·7	0·98361	75	9·99282	33	0·00712	33
120	[illegible]	9·1	0·98436	124	9·99315	55	0·00679	54
130	28 5	8·3	0·98560	168	9·99370	74	0·00625	73
140	[illegible]	7·1	0·98728	208	9·99444	92	0·00552	90
150	43 9	5·8	0·98936	240	9·99536	105	0·00462	105
160	49 7	4·3	0·99176	267	9·99641	117	0·00357	115
170	54 0	2·7	0·99443	283	9·99758	123	0·00242	123
180	56 7	0·9	0·99726	292	9·99881	127	0·00119	127
190	[illegible]	0·8	1·00018	290	0·00008	125	9·99992	126
200	[illegible]	2·5	1·00308	282	0·00133	123	9·99866	122
210	[illegible]	4·2	1·00590	264	0·00256	114	9·99744	115
220	[illegible]	5·7	1·00854	238	0·00370	102	9·99629	103
230	[illegible]	7·1	1·01092	206	0·00472	88	9·99526	90
240	[illegible]	8·2	1·01298	167	0·00560	72	9·99436	72
250	[illegible]	9·1	1·01465	123	0·00632	52	9·99364	54
260	[illegible]	9·6	1·01588	76	0·00684	33	9·99310	33
270	[illegible]	10·0	1·01664	+27	0·00717	−11	9·99277	−11
280	[illegible]	10·1	1·01691	−23	0·00728	−10	9·99266	−10
290	[illegible]	9·7	1·01668	73	0·00718	31	9·99276	31
300	[illegible]	9·1	1·01595	120	0·00687	51	9·99307	52
310	[illegible]	8·3	1·01475	164	0·00636	70	9·99359	72
320	[illegible]	7·1	1·01311	203	0·00566	87	9·99431	88
330	44 0	5·8	1·01108	236	0·00479	102	9·99519	102
340	49 7	4·3	1·00872	262	0·00377	113	9·99621	114
350	54 0	2·7	1·00610	281	0·00264	−121	9·99735	−122
360	56 7		1·00329		0·00143		9·99857	

[illegible] $= \frac{r \sin(\ldots - \Pi)}{\sin 1''}$.

Definitive Bahnbestimmung des Planeten (58) „Concordia".

Von Dr. Th. Oppolzer.

Concordia gehört zu denjenigen Planeten, die eine Zeit lang als verloren zu betrachten waren, indem die Auffindung in der zweiten und dritten Opposition für diesen Planeten nicht gelang. Meine Bearbeitung dieses Planeten, die ich im XLVIII. Bande der Sitzungsber. d. kais. Akademie d. Wissensch. veröffentlicht habe, hat die Wiederauffindung in der vierten Opposition ermöglicht. Seitdem ist der Planet in der fünften, sechsten und siebenten Opposition beobachtet worden, so daß nun eine Bahn fünf beobachteten Oppositionen angeschlossen werden kann, die sich auf einen Zeitraum von acht Jahren vertheilen. Dieser lange Zeitraum und die außerordentlich gute Darstellung der Beobachtungen, wie dies weiter unten ersichtlich sein wird, läßt mit Zuversicht hoffen, daß die in dieser Abhandlung eruirten Elemente für mehrere Jahre zur genauen Berechnung der Ephemeriden dienen können.

Von Opposition zu Opposition hatte ich successive die Elemente immer mehr der Wahrheit angeschlossen und erhielt, mit Berücksichtigung von vier Oppositionen, die folgenden Elemente:

(58) „Concordia"

Epoche, Oscul. und mittl. Äq. 1865 Jan. 7·0 Berl. Zeit.

$$
\begin{aligned}
L &= 210^\circ 34' \ 9''9 \\
M &= 21 \ 24 \ 40\cdot6 \\
\pi &= 189 \ \ 9 \ 29\cdot3 \\
\Omega &= 161 \ 19 \ 51\cdot7 \\
i &= 5 \ \ 1 \ 51\cdot4 \\
\varphi &= 2 \ 26 \ 21\cdot1 \\
\mu &= 799''59785 \\
\log a &= 0\cdot4314233.
\end{aligned}
$$

Diese Elemente habe ich in Nr. 1653 der Astron. Nachrichten veröffentlicht und diese dienten mir als Grundlage für die Berechnung der Ephemeriden für die fünfte Opposition (1867); die Vorausberechnung hat sich sehr gut bewährt. Diese Elemente benützte ich zur Berechnung der weiter unten abgedruckten Ephemeriden: doch ehe ich an die Mittheilung dieser schreite und die Discussion der Beobachtungen beginne, werde ich die speciellen Störungswerthe, die ich berechnet habe, mittheilen. Ein großer Theil der letzteren (für den Zeitraum 1860 März 24.—1866 August 30.) ist allerdings nicht mit obigen Elementen berechnet worden, sondern ist aus minder genauen Elementen abgeleitet; doch waren die der Rechnung zu Grunde gelegten Werthe stets für die Ermittlung der richtigen Störungswerthe hinlänglich genau, so daß ich es für einen unnöthigen Zeitverlust gehalten hätte, mit obigen fast mit den definitiven Elementen identischen Zahlen, die Störungsrechnung zu wiederholen.

Die Osculationsepoche ist: 1865 Januar 7·0 mittl. Berliner Zeit, die vor dieser Epoche gelegenen Störungswerthe beziehen sich auf den mittleren Äquator 1860·0, die nach dieser Epoche folgenden Störungswerthe beziehen sich auf die mittlere Ekliptik des Jahres 1870·0. Für den ersteren Zeitraum sind die Störungen durch Jupiter und Saturn nicht getrennt berechnet worden; als Massen hatte ich für diese störenden Planeten angenommen

$$♃ = \frac{1}{1047 \cdot 879} \text{ (Bessel)}$$

$$♄ = \frac{1}{3501 \cdot 6} \text{ (Bessel)}.$$

Für den Zeitraum nach dem 7. Januar 1865 habe ich die Wirkungen dieser Planeten getrennt berechnet und für Saturn die früher angewandte Bessel'sche Masse angewendet, für Jupiter aber wurde angenommen

$$♃ = \frac{1}{1049},$$

ein Werth, der sich für die Störungen der kleineren Planeten sehr gut bewährt. Um nun beide Reihen homogen zu machen, müssen die Jupiterstörungen für den ersteren Zeitraum entsprechend der kleineren Masse verringert werden. In voller Strenge ist dies nicht möglich, ohne sehr viele Rechnungen von Neuem vorzunehmen, da, wie schon erwähnt, für dieses Zeitintervall nur die Summe der Jupiter- und Saturnstörungen berechnet ist; man wird aber dennoch, ohne einen merkbaren Fehler zu begehen, die Reduction mit hinlänglicher Schärfe ausführen, wenn man die Störungswerthe mit dem Coëfficienten $\frac{1047 \cdot 879}{1049 \cdot 000}$ einfach multiplicirt, man begeht hiebei nur einen Fehler, der dem Producte der Correction in die Saturnmasse gleich kommt, also völlig außer Acht gelassen werden kann. Ich habe diesen Übergang mit folgenden Coëfficienten von Fall zu Fall durchgeführt:

$$\text{Störungswerth} = \text{Tafelwerth} - 0 \cdot 00107 \text{ Tafelwerth}.$$

Ich hebe nochmals hervor, um Mißverständnissen vorzubeugen, daß die in der speciellen Störungstafel aufgenommenen Werthe der Bessel'schen Jupitermasse entsprechen, also in der Anwendung die eben bemerkte Correction noch anzubringen ist.

Vorerst theile ich die Differentialquotienten mit; das zwischen dem Datum stehende Sternchen soll anzeigen, daß eine Änderung der Elemente vorgenommen worden ist, indem die Störungen auf die Elemente übertragen wurden. Die berechneten Differentialquotienten erstrecken sich bis Anfang 1871, Werthe, die bei der schließlich mitgetheilten Vorausberechnung in Anwendung kommen. Das Intervall ist im allgemeinen 40 mittlere Tage, für die Zeit der Jupiternähe habe ich, um eine größere Schärfe in die Rechnung zu legen, das Intervall auf 20 Tage beschränkt.

(♃ + ♄)

$$♃ = \frac{1}{1047 \cdot 879} \quad ♄ = \frac{1}{3501 \cdot 6}$$

mittlerer Äquator 1860·0.

	$di' : dt$	$d\Omega' : dt$	$d\varphi : dt$	$d\pi' : dt$	$d^2\mu : dt^2$	$dL' : dt$
1860 Febr. 23.	−0"329	+0"193	−7"360	+2' 9"30	+2"0135	+7"186
April 3.	−0·179	+0·010	−4·725	+1 42·52	+1·2003	+7·817
Mai 13.	−0·062	−0·029	−2·384	+1 30·83	+0·4812	+7·844
Juni 22.	+0·022	+0·023	−0·420	+1 31·50	−0·1388	+7·400
Aug. 1.	+0·075	+0·124	+1·108	+1 41·29	−0·6579	+6·599
Sept. 10.	+0·103	+0·245	+2·173	+1 56·78	−1·0774	+5·536
Oct. 20.	+0·109	+0·362	+2·796	+2 14·77	−1·4021	+4·290
Nov. 29.	+0·098	+0·461	+3·022	+2 32·49	−1·6382	+2·929
1861 Jan. 8.	+0·077	+0·533	+2·920	+2 47·70	−1·7926	+1·509
Febr. 17.	+0·050	+0·574	+2·578	+2 58·95	−1·8741	+0·076
März 29.	+0·020	+0·583	+2·081	+3 5·43	−1·8910	−1·331
*Mai 8.	−0·009	+0·562	+1·562	+3 6·44	−1·8516	−2·682

	$di' : dt$	$d\Omega' : dt$	$dy : dt$	$d\pi' : dt$	$d^2\mu : dt^2$	$dL' : dt$
1861 Mai 8.	−0″009	+0″562	+ 1″562	+3′ 6″44	−1″8516	−2″682
Juni 17.	−0·035	+0·517	+ 0·999	+3 3·39	−1·7643	−3·951
Juli 27.	−0·055	+0·453	+ 0·501	+2 56·41	−1·6363	−5·115
Sept. 5.	−0·068	+0·377	+ 0·112	+2 46·50	−1·4746	−6·160
Oct. 15.	−0·073	+0·295	− 0·140	+2 34·77	−1·2857	−7·070
Nov. 24.	−0·071	+0·214	− 0·241	+2 22·45	−1·0754	−7·838
1862 Jan. 3.	−0·063	+0·139	− 0·195	+2 10·63	−0·8487	−8·455
Feb. 12.	−0·048	+0·077	− 0·015	+2 0·33	−0·6104	−8·915
März 24.	−0·028	+0·030	+ 0·273	+1 52·39	−0·3648	−9·217
*Mai 3.	−0·006	+0·003	+ 0·677	+1 47·27	−0·1162	−9·358
Juni 12.	+0·018	−0·003	+ 1·070	+1 45·55	+0·1326	−9·338
Juli 22.	+0·042	+0·013	+ 1·473	+1 47·26	+0·3777	−9·159
Aug. 31.	+0·064	+0·049	+ 1·838	+1 52·24	+0·6155	−8·823
Oct. 10.	+0·082	+0·103	+ 2·127	+2 0·10	+0·8426	−8·334
Nov. 19.	+0·095	+0·172	+ 2·309	+2 10·21	+1·0551	−7·699
Dec. 29.	+0·102	+0·252	+ 2·363	+2 21·72	+1·2494	−6·925
1863 Febr. 7.	+0·102	+0·337	+ 2·272	+2 33·62	+1·4208	−6·021
März 19.	+0·094	+0·421	+ 2·037	+2 44·78	+1·5649	−5·000
*April 28.	+0·079	+0·498	+ 1·711	+2 53·47	+1·6763	−3·876
Juni 7.	+0·058	+0·561	+ 1·241	+2 59·76	+1·7497	−2·665
Juli 17.	+0·031	+0·603	+ 0·709	+3 2·00	+1·7792	−1·386
Aug. 26.	+0·001	+0·619	+ 0·173	+2 59·44	+1·7581	−0·069
Oct. 5.	−0·030	+0·605	− 0·294	+2 51·68	+1·6798	+1·260
Nov. 14.	−0·058	+0·557	− 0·611	+2 38·76	+1·5373	+2·565
Dec. 24.	−0·079	+0·476	− 0·692	+2 21·34	+1·3240	+3·803
1864 *Febr. 2.	−0·086	+0·366	− 0·453	+2 0·61	+1·0346	+4·922
März 13.	−0·077	+0·234	+ 0·212	+1 38·22	+0·6624	+5·871
April 22.	−0·044	+0·096	+ 1·290	+1 17·16	+0·2063	+6·577
Juni 1.	+0·018	−0·027	+ 2·848	+1 0·09	−0·3368	+6·966
Juli 11.	+0·115	−0·101	+ 4·882	+0 50·10	−0·9669	+6·949
Aug. 20.	+0·252	−0·084	+ 7·359	+0 50·20	−1·6819	+6·413
Sept. 29.	+0·432	+0·083	+10·209	+1 2·92	−2·4761	+5·210
*Nov. 8.	+0·653	+0·476	+13·331	+1 29·75	−3·3363	+3·141
Dec. 18.	+0·905	+1·192	+16·562	+2 9·57	−4·2253	−0·048
1865 Jan. 27.	+1·168	+2·329	+19·684	+2 58·79	−5·0746	−4·669
März 8.	+1·407	+3·970	+22·389	+3 49·44	−5·7535	−6·305

Mittlere Ekliptik 1870·0.

♃ $= \frac{1}{1049}$.

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
34 Dec. 8.	−0″317	− 3″479	+ 7″832	+1′ 5″36	−1″0042	+ 0″981
„ 28.	−0·349	− 4·530	+ 8·685	+1 17·13	−1·1237	− 0·014
35 Jän. 17.	−0·374	− 5·772	+ 9·511	+1 29·97	−1·2387	− 1·214
Febr. 6.	−0·390	− 7·216	+10·290	+1 43·31	−1·3448	− 2·636
„ 26.	−0·394	− 8·862	+10·999	+1 56·32	−1·4367	− 4·291
März 18.	−0·382	−10·701	+11·620	+2 7·98	−1·5080	− 6·180
*April 7.	−0·349	−12·710	+12·133	+2 17·03	−1·5516	− 8·292
„ 27.	−0·293	−14·842	+12·542	+2 20·43	−1·5594	−10·598
Mai 17.	−0·210	−17·034	+12·804	+2 19·90	−1·5235	−13·045
Juni 6.	−0·098	−19·192	+12·937	+2 12·49	−1·4368	−15·535
„ 26.	+0·043	−21·204	+12·954	+1 57·05	−1·2944	−18·023
Juli 16.	+0·209	−22·943	+12·878	+1 33·08	−1·0948	−20·321
*Aug. 5.	+0·396	−24·275	+12·755	+0 59·53	−0·8418	−22·310
„ 25.	+0·593	−25·095	+12·596	+0 20·28	−0·5419	−23·855
Sept. 14.	+0·790	−25·315	+12·451	−0 24·09	−0·2095	−24·837
Oct. 4.	+0·976	−24·903	+12·350	−1 10·86	+0·1384	−25·181
* „ 24.	+1·139	−23·883	+12·311	−1 56·95	+0·4828	−24·867
Nov. 13.	+1·272	−22·323	+12·338	−2 38·07	+0·8048	−23·935
Dec. 3.	+1·366	−20·354	+12·409	−3 14·11	+1·0909	−22·452
„ 23.	+1·419	−18·106	+12·501	−3 42·34	+1·3294	−20·539
36 Jan. 12.	+1·434	−15·719	+12·586	−4 1·99	+1·5146	−18·326
*Febr. 1.	+1·414	−13·319	+12·634	−4 13·05	+1·6457	−15·944
„ 21.	+1·367	−11·004	+12·676	−4 12·93	+1·7252	−13·514
März 13.	+1·295	− 8·861	+12·581	−4 9·30	+1·7591	−11·118
April 2.	+1·207	− 6·931	+12·395	−4 0·23	+1·7539	− 8·833
„ 22.	+1·109	− 5·239	+12·116	−3 47·10	+1·7168	− 6·707
*Mai 12.	+1·005	− 3·793	+11·746	−3 31·17	+1·6547	− 4·768
Juni 1.	+0·900	− 2·584	+11·340	−3 10·79	+1·5740	− 3·033
„ 21.	+0·796	− 1·597	+10·812	−2 52·69	+1·4800	− 1·497
Juli 11.	+0·697	− 0·813	+10·223	−2 34·66	+1·3770	− 0·157
„ 31.	+0·603	− 0·206	+ 9·587	−2 17·22	+1·2689	+ 0·996
*Aug. 20.	+0·516	+ 0·246	+ 8·915	−2 0·88	+1·1583	+ 1·977
Sept. 19.	+0″796	+ 1″369	+15″659	−3′18″60	+3″9595	+ 6″342
Oct. 29.	+0·538	+ 1·847	+12·844	−2 31·38	+3·1035	+ 8·559
Dec. 8.	+0·340	+ 1·797	+10·115	−1 58·45	+2·3044	+ 9·914
37 Jan. 17.	+0·193	+ 1·433	+ 7·583	−1 38·58	+1·5735	+10·587

	$di : dt$	$d\Omega : dt$	$d\varphi : dt$	$d\pi : dt$	$d^2\mu : dt^2$	$dL : dt$
1867 Jan. 17.	+0"193	+ 1"433	+ 7"583	−1'38"58	+1"5735	+10"587
*Feb. 26.	+0·092	+ 0·919	+ 5·336	−1 30·28	+0·9162	+10·727
April 7.	+0·028	+ 0·369	+ 3·436	−1 30·88	+0·3293	+10·448
Mai 17.	−0·007	− 0·134	+ 1·903	−1 39·79	−0·1869	+ 9·843
Juni 26.	−0·021	− 0·543	+ 0·757	−1 53·97	−0·6380	+ 8·981
Aug. 5.	−0·020	− 0·826	− 0·002	−2 11·32	−1·0271	+ 7·922
Sept. 14.	−0·011	− 0·974	− 0·391	−2 29·77	−1·3561	+ 6·712
*Oct. 24.	+0·002	− 0·992	− 0·425	−2 47·50	−1·6283	+ 5·391
Dec. 3.	+0·014	− 0·898	− 0·188	−3 2·98	−1·8447	+ 3·993
1868 Jan. 12.	+0·021	− 0·717	+ 0·279	−3 14·83	−2·0065	+ 2·552
Feb. 21.	+0·022	− 0·481	+ 0·909	−3 22·20	−2·1153	+ 1·092
April 1.	+0·015	− 0·228	+ 1·628	−3 24·53	−2·1714	− 0·360
*Mai 11.	−0·001	+ 0·008	+ 2·402	−3 21·52	−2·1764	− 1·780
Juni 20.	−0·024	+ 0·190	+ 3·078	−3 13·92	−2·1312	− 3·144
Juli 30.	−0·053	+ 0·291	+ 3·633	−3 2·36	−2·0374	− 4·430
Sept. 8.	−0·085	+ 0·288	+ 4·021	−2 48·00	−1·8982	− 5·618
*Oct. 18.	−0·119	+ 0·165	+ 4·210	−2 32·24	−1·7166	− 6·690
Nov. 27.	−0·151	− 0·081	+ 4·220	−2 16·04	−1·4976	− 7·630
1869 Jan. 6.	−0·178	− 0·445	+ 4·009	−2 2·17	−1·2462	− 8·423
Feb. 15.	−0·196	− 0·909	+ 3·641	−1 51·26	−0·9688	− 9·056
März 27.	−0·205	− 1·450	+ 3·169	−1 44·32	−0·6724	− 9·523
Mai 6.	−0·202	− 2·034	+ 2·656	−1 41·84	−0·3644	− 9·816
*Juni 15.	−0·185	− 2·628	+ 2·180	−1 43·51	−0·0527	− 9·932
Juli 25.	−0·156	− 3·192	+ 1·778	−1 49·59	+0·2559	− 9·873
Sept. 3.	−0·116	− 3·690	+ 1·515	−1 58·85	+0·5545	− 9·643
Oct. 13.	−0·065	− 4·088	+ 1·426	−2 10·14	+0·8366	− 9·248
*Nov. 22.	−0·006	− 4·361	+ 1·528	−2 22·15	+1·0970	− 8·696
1870 Jan. 1.	+0·058	− 4·489	+ 1·833	−2 33·22	+1·3308	− 7·999
Feb. 10.	+0·123	− 4·461	+ 2·291	−2 42·74	+1·5350	− 7·168
März 22.	+0·187	− 4·276	+ 2·880	−2 49·41	+1·7065	− 6·218
Mai 1.	+0·245	− 3·944	+ 3·554	−2 52·51	+1·8431	− 5·164
*Juni 10.	+0·295	− 3·481	+ 4·262	−2 51·67	+1·9434	− 4·021
Juli 20.	+0·335	− 2·912	+ 4·970	−2 46·02	+2·0057	− 2·805
Aug. 29.	+0·361	− 2·269	+ 5·588	−2 37·42	+2·0294	− 1·536
Oct. 8.	+0·374	− 1·587	+ 6·062	−2 25·74	+2·0129	− 0·227
Nov. 17.	+0·371	− 0·907	+ 6·374	−2 11·79	+1·9550	+ 1·101
*Dec. 27.	+0·353	− 0·271	+ 6·479	−1 56·73	+1·8543	+ 2·428

Mittlere Ekliptik 1870·0.

$$\hbar = \frac{1}{3501\cdot 6}.$$

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1864 Dec. 8.	−0″005	−0″061	+0·043	−7″10	+0·0045	−0″587
„ 28.	−0·005	−0·068	−0·006	−7·45	+0·0136	−0·571
1865 Jan. 17.	−0·005	−0·074	−0·051	−7·83	+0·0221	−0·542
Febr. 6.	−0·004	−0·079	−0·090	−8·20	+0·0296	−0·500
„ 26.	−0·004	−0·083	−0·120	−8·53	+0·0359	−0·449
März 18.	−0·003	−0·084	−0·142	−8·78	+0·0409	−0·389
*April 7.	−0·002	−0·084	−0·155	−8·94	+0·0443	−0·325
„ 27.	−0·002	−0·082	−0·162	−8·90	+0·0463	−0·259
Mai 17.	−0·001	−0·079	−0·161	−8·79	+0·0469	−0·192
Juni 6.	0·000	−0·074	−0·155	−8·54	+0·0462	−0·128
„ 26.	0·000	−0·068	−0·145	−8·14	+0·0444	−0·068
Juli 16.	+0·001	−0·061	−0·134	−7·63	+0·0417	−0·012
*Aug. 5.	+0·001	−0·054	−0·123	−6·95	+0·0382	+0·037
„ 25.	+0·001	−0·046	−0·111	−6·24	+0·0341	+0·079
Sept. 14.	+0·001	−0·038	−0·100	−5·47	+0·0296	+0·115
Oct. 4.	+0·001	−0·031	−0·092	−4·67	+0·0248	+0·144
„ 24.	+0·001	−0·024	−0·086	−3·84	+0·0200	+0·166
*Nov. 13.	+0·001	−0·017	−0·083	−3·00	+0·0151	+0·182
Dec. 3.	+0·001	−0·011	−0·083	−2·21	+0·0103	+0·192
„ 23.	0·000	−0·005	−0·086	−1·46	+0·0056	+0·196
1866 Jan. 12.	0·000	0·000	−0·091	−0·76	+0·0012	+0·195
Febr. 1.	0·000	+0·004	−0·098	−0·12	−0·0029	+0·189
* „ 21.	−0·001	+0·007	−0·107	+0·44	−0·0067	+0·180
März 13.	−0·001	+0·009	−0·118	+0·92	−0·0102	+0·166
April 2.	−0·002	+0·010	−0·129	+1·34	−0·0134	+0·150
„ 22.	−0·002	+0·011	−0·141	+1·68	−0·0161	+0·132
Mai 12.	−0·003	+0·010	−0·153	+1·94	−0·0185	+0·111
*Juni 1.	−0·003	+0·009	−0·164	+2·10	−0·0205	+0·088
„ 21.	−0·004	+0·007	−0·175	+2·23	−0·0221	+0·064
Juli 11.	−0·004	+0·005	−0·184	+2·29	−0·0234	+0·040
„ 31.	−0·005	+0·002	−0·192	+2·31	−0·0243	+0·014
*Aug. 20.	−0·005	−0·002	−0·199	+2·29	−0·0249	−0·011
Sept. 19.	−0·011	−0·018	−0·408	+4·40	−0·1006	−0·100
Oct. 29.	−0·012	−0·040	−0·411	+4·00	−0·0978	−0·198
Dec. 8.	−0·012	−0·063	−0·400	+3·55	−0·0906	−0·288
1867 Jan. 17.	−0·012	−0·088	−0·375	+3·17	−0·0797	−0·368

	$di:dt$	$d\Omega:dt$	$d\varphi:dt$	$d\pi:dt$	$d^2\mu:dt^2$	$dL:dt$
1867 Jan. 17.	−0″012	−0″088	−0″375	+ 3″17	−0″0797	−0″368
Febr. 26.	−0·011	−0·112	−0·340	+ 2·95	−0·0656	−0·435
*April 7.	−0·010	−0·135	−0·299	+ 2·91	−0·0490	−0·486
Mai 27.	−0·009	−0·155	−0·254	+ 3·17	−0·0304	−0·521
Juni 26.	−0·007	−0·172	−0·212	+ 3·68	−0·0107	−0·537
Aug. 5.	−0·005	−0·185	−0·175	+ 4·42	+0·0096	−0·535
*Sept. 14.	−0·002	−0·191	−0·147	+ 5·32	+0·0297	−0·514
Oct. 24.	0·000	−0·192	−0·131	+ 6·28	+0·0488	−0·475
Dec. 3.	+0·003	−0·187	−0·126	+ 7·20	+0·0661	−0·419
1868 Jan. 12.	+0·005	−0·175	−0·133	+ 7·99	+0·0806	−0·347
Febr. 21.	+0·007	−0·157	−0·146	+ 8·52	+0·0916	−0·262
*April 1.	+0·009	−0·133	−0·162	+ 8·72	+0·0980	−0·167
Mai 11.	+0·010	−0·107	−0·177	+ 8·51	+0·0991	−0·065
Juni 20.	+0·010	−0·078	−0·179	+ 7·94	+0·0940	+0·038
Juli 30.	+0·009	−0·049	−0·163	+ 7·03	+0·0821	+0·136
Sept. 8.	+0·007	−0·024	−0·122	+ 5·91	+0·0633	+0·223
Oct. 18.	+0·004	−0·006	−0·054	+ 4·75	+0·0375	+0·290
*Nov. 27.	+0·001	−0·000	+0·043	+ 3·73	+0·0053	+0·330
1869 Jan. 6.	−0·004	−0·009	+0·165	+ 3·06	−0·0317	+0·333
Febr. 15.	−0·008	−0·038	+0·303	+ 2·87	−0·0713	+0·290
März 27.	−0·013	−0·091	+0·442	+ 3·18	−0·1099	+0·197
*Mai 6.	−0·017	−0·167	+0·565	+ 3·87	−0·1433	+0·049
Juni 15.	−0·019	−0·266	+0·656	+ 4·68	−0·1663	−0·148
Juli 25.	−0·019	−0·381	+0·703	+ 5·11	−0·1736	−0·382
Sept. 3.	−0·016	−0·498	+0·702	+ 4·71	−0·1614	−0·628
Oct. 13.	−0·009	−0·602	+0·662	+ 3·13	−0·1286	−0·853
*Nov. 22.	−0·001	−0·675	+0·599	+ 0·31	−0·0777	−1·020
1870 Jan. 1.	+0·009	−0·703	+0·536	− 3·36	−0·0159	−1·100
Febr. 10.	+0·019	−0·682	+0.489	− 7·33	+0·0476	−1·078
März 22.	+0·027	−0·616	+0·465	−10·80	+0·1032	−0·961
Mai 1.	+0·032	−0·517	+0·460	−13·18	+0·1439	−0·770
Juni 10.	+0·034	−0·402	+0·459	−14·19	+0·1659	−0·539
*Juli 20.	+0·033	−0·287	+0·451	−13·82	+0·1701	−0·301
Aug. 29.	+0·029	−0·185	+0·420	−12·54	+0·1590	−0·082
Oct. 8.	+0·024	−0·104	+0·367	−10·68	+0·1364	+0·101
Nov. 17.	+0·018	−0·045	+0·290	− 8·65	+0·1067	+0·239
Dec. 27.	+0·012	−0·009	+0·195	− 6·76	+0·0734	+0·331

Die Integration vorstehender Werthe habe ich in den folgenden drei Tafeln aufgenommen; da ich die ganze Rechnung für sechsstellige Logarithmentafeln angelegt habe, so habe ich in den Störungstafeln nur bis zu den Zehntheilen der Secunde die Werthe für Δi, $\Delta\Omega$, $\Delta\varphi$ und ΔL angesetzt, für $\Delta\pi$ genügte es nur die vollen Secunden anzugeben, während für $\Delta\mu$ die dritte Decimale der Bogensecunde noch mitgenommen werden mußte.

1. Specielle Störungstafel (♃ und ♄) für Concordia.

Mittlerer Äquator 1860·0.

		$\Delta i'$	$\Delta\Omega'$	$\Delta\pi'$	$\Delta\varphi$	$\Delta L'$	$\Delta\mu$
1860	März 24.	−2″6	−13″1	−1°36′ 7″	−1′26″7	−1′56″1	+0″304
	April 23.	−2·8	−13·1	−1 34 23	−1 31·4	−1 35·5	+0·334
	Juni 2.	−2·9	−13·1	−1 32 52	−1 33·8	−1 14·0	+0·347
	Juli 12.	−2.9	−13·1	−1 31 20	−1 34·2	−0 52·8	+0·343
	Aug. 21.	−2·8	−13·0	−1 29 39	−1 33·1	−0 32·7	+0·327
	Sept. 30.	−2·7	−12·7	−1 27 42	−1 31·0	−0 14·6	+0·300
	Nov. 9.	−2·6	−12·4	−1 25 27	−1 28·2	+0 1·0	+0·265
	Dec. 19.	−2·5	−11·9	−1 22 55	−1 25·2	+0 13·7	+0·224
1861	Jan. 28.	−2·4	−11·4	−1 20 7	−1 22·3	+0 23·3	+0·179
	März 9.	−2·3	−10·8	−1 17 8	−1 19·7	+0 29·6	+0·133
	April 18.	−2·3	−10·2	−1 14 3	−1 17·7	+0 32·7	+0·086
	Mai 28.	−2·3	− 9·7	−1 10 57	−1 16·1	+0 32·5	+0·039
	Juli 7.	−2.4	− 9·1	−1 7 54	−1 15·1	+0 29·2	−0·005
	Aug. 16.	−2·4	− 8·7	−1 4 57	−1 14·6	+0 23·1	−0·046
	Sept. 25.	−2·5	− 8·3	−1 2 11	−1 14·5	+0 14·4	−0·083
	Nov. 4.	−2·6	− 8·0	− 59 36	−1 14·6	+0 3·4	−0·115
	Dec. 14.	−2·6	− 7·8	− 57 14	−1 14·8	−0 9·6	−0·141
1862	Jan. 23.	−2·7	− 7·7	− 55 3	−1 15·0	−0 24·2	−0·163
	März 4.	−2·7	− 7·6	− 53 3	−1 15·0	−0 39·9	−0·178
	April 13.	−2·8	− 7·5	− 51 10	−1 14·7	−0 56·4	−0·187
	Mai 23.	−2·8	− 7·5	− 49 23	−1 14·0	−1 13·3	−0·190
	Juli 2.	−2·8	− 7·5	− 47 37	−1 13·0	−1 30·2	−0·187
	Aug. 11.	−2·7	− 7·5	− 45 49	−1 11·5	−1 46·7	−0·177
	Sept. 20.	−2·7	− 7·5	− 43 57	−1 9·7	−2 2·3	−0·162
	Oct. 30.	−2·6	− 7·4	− 41 57	−1 7·6	−2 16·7	−0·141
	Dec. 9.	−2·5	− 7·2	− 39 47	−1 5·3	−2 29·5	−0·114
1863	Jan. 18.	−2·4	− 7·0	− 37 25	−1 2·9	−2 40·4	−0·083
	Feb. 27.	−2·3	− 6 6	− 34 51	−1 0·7	−2 49·0	−0·048
	April 8.	−2·2	− 6·2	− 32 7	− 58·6	−2 55·1	−0·008
	Mai 18.	−2·1	− 5·7	− 29 13	− 56·9	−2 58·5	+0·033
	Juni 27.	−2·0	− 5·1	− 26 14	− 55·7	−2 59·0	+0·077
	Aug. 6.	−2·0	− 4·5	− 23 12	− 55·0	−2 56·4	+0·121

	$\Delta i'$	$\Delta\Omega'$	$\Delta\pi'$	$\Delta\varphi$	$\Delta L'$	$\Delta\mu$
1863 Aug. 6.	−2″0	−4″5	−23′12″	−55″0	−2′56″4	+0″121
Sept. 15.	−2·0	−3·9	−20 13	−54·8	−2 50·8	+0·165
Oct. 25.	−2·0	−3·2	−17 21	−55·1	−2 42·0	+0·207
Dec. 4.	−2·1	−2·8	−14 43	−55·7	−2 30·4	+0·246
1864 Jan. 13.	−2·2	−2·3	−12 21	−56·4	−2 16·1	+0·279
Febr. 22.	−2·3	−1·9	−10 21	−56·8	−1 59·5	+0·304
April 2.	−2·3	−1·7	−8 43	−56·5	−1 41·1	+0·321
Mai 12.	−2·4	−1·6	−7 25	−55·2	−1 21·6	+0·326
Juni 21.	−2·4	−1·6	−6 25	−52·4	−1 1·7	+0·317
Juli 31.	−2·2	−1·7	−5 35	−47·5	−42·5	+0·293
Sept. 9.	−2·0	−1·8	−4 44	−40·1	−25·2	+0·251
Oct. 19.	−1·6	−1·7	−3 40	−29·9	−11·1	+0·189
Nov. 28.	−0·9	−1·2	−2 10	−16·6	−2·1	+0·106
1865 Jan. 7.	0·0	0·0	0 0	0·0	0·0	0·000
Feb. 16.	+1·2	+2·4	+2 59	+19·7	−7·2	−0·125

9. Specielle Störungstafel (♃) für Concordia.

Mittlere Ekliptik 1870·0.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Delta\mu$
1864 Dec. 18.	+0″4	4″5	1′17″	8″7	−0″5	−0″056
1865 Jan. 7.	0·0	0·0	0 0	0·0	0·0	0·000
„ 27.	0·4	5·8	1 30	9·5	−1·8	−0·062
Febr. 16.	0·8	13·0	3 13	19·8	−6·4	−0·129
März 8.	1·2	21·9	5 9	30·8	−14·0	−0·201
„ 28.	1·5	32·6	7 17	42·4	−24·9	−0·276
April 17.	1·9	45·3	9 34	54·5	−39·5	−0·354
Mai 7.	2·2	1 0·1	11 34	1 7·1	−58·0	−0·432
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

	Δi	ΔΩ	Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
1866 März 23.	+11"2	—6'13"5	— 8'26"	+4'28"8	—9'28"0	—0"254
April 12.	+12·4	—6 20·4	— 12 26	+4 41·2	—9 41·0	—0·167
Mai 2.	+13·5	—6 25·7	— 16 14	+4 53·3	—9 50·2	—0·081
„ 22.	+14·5	—6 29·5	— 19 45	+5 5·0	—9 55·8	+0·002
Juni 11.	+15·4	—6 32·1	— 22 55	+5 16·4	—9 58·0	+0·080
Juli 1.	+16·2	—6 33·7	— 25 48	+5 27·2	—9 57·1	+0·154
„ 21.	+16·9	—6 34·5	— 28 23	+5 37·4	—9 53·5	+0·223
Aug. 10.	+17·5	—6 34·7	— 30 40	+5 47·0	—9 47·4	+0·287
„ 30.	+18·1	—6 34·5	— 32 41	+5 55·9	—9 39·1	+0·345
Oct. 9.	+18·9	—6 33·1	— 36 0	+6 11·6	—9 17·0	+0·444
Nov. 18.	+19·4	—6 31·3	— 38 32	+6 24·4	—8 49·1	+0·521
Dec. 28.	+19·7	—6 29·5	— 40 30	+6 34·5	—8 17·1	+0·579
1867 Febr. 6.	+19·9	—6 28·1	— 42 9	+6 42·1	—7 42·6	+0·618
März 18.	+20·0	—6 27·2	— 43 40	+6 47·5	—7 6·6	+0·641
April 27.	+20·1	—6 26·8	— 45 11	+6 50·9	—6 30·3	+0·649
Juni 6.	+20·0	—6 26·9	— 46 51	+6 52·9	—5 54·5	+0·645
Juli 16.	+20·0	—6 27·5	— 48 45	+6 53·6	—5 20·0	+0·629
Aug. 25.	+20·0	—6 28·3	— 50 57	+6 53·6	—4 47·4	+0·604
Oct. 4.	+20·0	—6 29·3	— 53 26	+6 53·3	—4 17·2	+0·570
Nov. 13.	+20·0	—6 30·3	— 56 14	+6 52·9	—3 49·9	+0·529
Dec. 23.	+20·0	—6 31·2	— 59 17	+6 52·7	—3 25·6	+0·483
1868 Febr. 1.	+20·0	—6 31·9	—1° 2 32	+6 53·0	—3 4·7	+0·433
März 12.	+20·1	—6 32·4	—1 5 53	+6 53·9	—2 47·4	+0·380
April 21.	+20·1	—6 32·6	—1 9 18	+6 55·5	—2 33·6	+0·326
Mai 31.	+20·1	6 32·6	—1 12 39	+6 57·9	—2 23·4	+0·271
Juli 10.	+20·0	—6 32 4	—1 15 53	+7 1·0	—2 16·8	+0·218
Aug. 19.	+20·0	—6 32·1	—1 18 55	+7 4·6	—2 13·5	+0·168
Sept. 28.	+19·9	—6 31·8	—1 21 43	+7 8·6	—2 13·4	+0·120
Nov. 7.	+19·8	—6 31·7	—1 24 15	+7 12·8	—2 16·2	+0·077
Dec. 27.	+19·6	—6 31·7	—1 26 31	+7 17·0	—2 21·5	+0·040
1869 Jan. 26.	+19·5	—6 32·2	—1 28 34	+7 21·0	—2 28·9	+0·009
März 7.	+19·3	—6 33·1	—1 30 25	+7 24·7	—2 38·1	—0·016
April 16.	+19·1	—6 34·5	—1 32 10	+7 27·8	—2 48·6	—0·032
Mai 26.	+18·9	—6 36·6	—1 33 52	+7 30·5	—2 59·9	—0·041
Juli 5.	+18·7	—6 39·2	—1 35 35	+7 32·7	—3 11·6	—0·043
Aug. 14.	+18·5	—6 42·4	—1 37 25	+7 34·5	—3 23·1	—0·036
Sept. 23.	+18·4	—6 46·1	—1 39 24	+7 36·0	—3 33·9	—0·023
Nov. 2.	+18·3	—6 50·2	—1 41 34	+7 37·4	—3 43·7	—0·002
Dec. 12.	+18·3	—6 54·5	—1 43 56	+7 39·0	—3 51·9	+0·026
1870 Jan. 21.	+18·4	—6 59·0	—1 46 29	+7 40·8	—3 58·2	+0·059
März 2.	+18·5	—7 3·5	—1 49 12	+7 43·1	—4 2·3	+0·097
April 11.	+18·7	—7 7·8	—1 52 1	+7 46·0	—4 3·8	+0·140
Mai 21.	+18·9	—7 11·7	—1 54 54	+7 49·5	—4 2·4	+0·186
Juni 30.	+19·2	—7 15·2	—1 57 45	+7 53·8	—3 58·0	+0·234

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Omega\mu$
1870 Juni 30.	+19"2	−7'15"2	−1°57'45"	+7'53"8	−3'58"0	+0"234
Aug. 9.	+19·6	−7 18·1	−2 0 31	+7 58·7	−3 50·4	+0·285
Sept. 18.	+19·9	−7 20·3	−2 3 8	+8 4·3	−3 39·6	+0·335
Oct. 28.	+20·3	−7 21·9	−2 5 34	+8 10·4	−3 25·4	+0·385
Dec. 7.	+20·7	−7 22·8	−2 7 46	+8 16·8	−3 7·9	+0·434
1871 Jan. 16.	+21·0	−7 23·1	−2 9 42	+8 23·2	−2 47·0	+0·481

3. Specielle Störungstafel (♄) für Concordia.

	Δi	$\Delta\Omega$	$\Delta\pi$	$\Delta\varphi$	ΔL	$\Delta\mu$
1864 Dec. 18.	0"0	+0"1	+ 7"	0"0	+ 0"6	−0"001
1865 Jan. 7.	0·0	0 0	0	0·0	0·0	0·000
„ 27.	0·0	−0·1	− 8	0·0	− 0·5	+0·001
Feb. 16	0·0	−0·1	− 16	−0·1	− 1·0	+0·003
März 8.	0·0	−0·2	− 25	−0·3	− 1·4	+0·004
„ 28.	0·0	−0·3	− 33	−0·4	− 1·7	+0·006
April 17.	0·0	−0·4	− 42	−0·6	− 1·8	+0·009
Mai 7.	0·0	−0·5	− 51	−0·7	− 1·9	+0·011
„ 27.	0·0	−0·6	−1' 0	−0·9	− 1·8	+0·013
Juni 16.	0·0	−0·6	−1 8	−1·0	− 1·7	+0·016
Juli 6.	0·0	−0·7	−1 17	−1·2	− 1·4	+0·018
„ 26.	0·0	−0·8	−1 24	−1·3	− 1·0	+0·020
Aug. 15.	0·0	−0·8	−1 31	−1·4	− 0·6	+0·022
Sept. 4.	0·0	−0·9	−1 37	−1·5	− 0·1	+0·023
„ 24.	0·0	−0·9	−1 43	−1·6	+ 0·5	+0·025
Oct. 14.	0·0	−0·9	−1 48	−1·7	+ 1·2	+0·026
Nov. 3.	0·0	−1·0	−1 51	−1·8	+ 1·9	+0·027
„ 23.	0·0	−1·0	−1 54	−1·9	+ 2·6	+0·028
Dec. 13.	0·0	−1·0	−1 57	−2·0	+ 3·4	+0·028
1866 Jan. 2.	0·0	−1·0	−1 58	−2·1	+ 4·1	+0·029
„ 22.	0·0	−1·0	−1 59	−2·2	+ 4·9	+0·029
Feb. 11.	0·0	−1·0	−1 59	−2·3	+ 5·7	+0·029
März 3.	0·0	−1·0	−1 58	−2·4	+ 6·4	+0·028
„ 23.	0·0	−1·0	−1 58	−2·5	+ 7·2	+0·028
April 12.	0·0	−1·0	−1 56	−2·6	+ 7·9	+0·027
Mai 2.	0·0	−0·9	−1 55	−2·8	+ 8·5	+0·026
„ 22.	0·0	−0·9	−1 53	−2·9	+ 9·2	+0·025
Juni 11.	0·0	−0·9	−1 51	−3·1	+ 9·7	+0·024
Juli 1.	0·0	−0·9	−1 48	−3·2	+10·3	+0·023
„ 21.	0·0	−0·9	−1 46	−3·4	+10·8	+0·022
Aug. 10.	0·0	−0·9	−1 44	−3·6	+11·2	+0·021
„ 30.	0·0	−0·9	−1 41	−3·8	+11·6	+0·020

			Δπ	Δφ	ΔL	Δμ
[illegible]	[illegible]	[illegible]	−1′ 41″	−3″8	+11″6	+0″020
[illegible]	[illegible]	[illegible]	−1 37	−4·2	+12·3	+0·017
[illegible]	[illegible]	[illegible]	−1 33	−4·6	+12·7	+0·015
[illegible]	[illegible]	[illegible]	−1 29	−5·0	+13·0	+0·012
[illegible]	[illegible]	1·1	−1 26	−5·4	+13·1	+0·010
[illegible]	[illegible]	1·2	−1 23	−5·8	+13·0	+0·009
[illegible]	[illegible]	1·4	−1 20	−6·1	+12·8	+0·008
[illegible]	[illegible]	1·5	−1 17	−6·3	+12·6	+0·007
[illegible]	[illegible]	1·7	−1 14	−6·5	+12·3	+0·007
[illegible]	[illegible]	−1·9	−1 9	−6·7	+12·1	+0·007
[illegible]	[illegible]	−2·1	−1 4	−6·8	+11·9	+0·008
[illegible]	[illegible]	−2·3	− 58	−7·0	+11·7	+0·009
[illegible]	[illegible]	−2·5	− 50	−7·1	+11·7	+0·010
[illegible]	[illegible]	−2·6	− 42	−7·2	+11·8	+0·012
[illegible]	[illegible]	−2·8	− 34	−7·4	+12·1	+0·015
[illegible]	[illegible]	−2·9	− 25	−7·5	+12·5	+0·017
[illegible]	−0·1	−3·0	− 17	−7·7	+13·2	+0·020
[illegible]	−0·1	−3·1	− 9	−7·9	+14·1	+0·022
[illegible]	−0·1	−3·2	− 2	−8·1	+15·1	+0·024
[illegible]	−0·1	−3·2	+ 4	−8·2	+16·4	+0·026
[illegible]	−0·1	−3·2	+ 9	−8·2	+17·7	+0·027
[illegible]	−0·1	−3·2	+ 13	−8·2	+19·1	+0·027
[illegible]	−0·1	−3·2	+ 16	−8·0	+20·5	+0·026
[illegible]	−0·1	−3·2	+ 19	−7·7	+21·8	+0·024
[illegible]	−0·1	−3·3	+ 22	−7·3	+22·9	+0·021
[illegible]	−0·1	−3·5	+ 26	−6·7	+23·7	+0·018
[illegible]	−0·1	−3·8	+ 30	−6·1	+24·2	+0·014
14.	−0·1	−4·1	+ 35	−5·4	+24·3	+0·009
23.	−0·2	−4·6	+ 40	−4·7	+23·9	+0·005
2.	−0·2	−5·2	+ 43	−4·0	+23·2	+0·002
12.	−0·2	−5·9	+ 43	−3·4	+22·3	0·000
21.	−0·2	−6·6	+ 40	−2·9	+21·2	0·000
2.	−0·1	−7·3	+ 33	−2·4	+20·1	+0·001
11.	−0·1	−7·9	+ 22	−1·9	+19·2	+0·004
21.	−0·1	−8·4	+ 9	−1·5	+18·7	+0·007
30.	−0·1	−8·8	− 5	−1·0	+18·5	+0·011
9.	0·0	−9·1	− 19	−0·5	+18·7	+0·015
18.	0·0	−9·3	− 32	−0·1	+19·3	+0·019
28.	0·0	−9·4	− 42	+0·2	+20·3	+0·023
7.	0·0	−9·5	− 51	+0·5	+21·5	+0·025
16.	+0·1	−9·5	− 58	+0·7	+22·9	+0·027

[illegible] mit vorstehenden [illegible]
[illegible] berechnet, [illegible]
[illegible] werden sollten. Ich habe [illegible]
[illegible] Beobachtungen [illegible]
[illegible] Refractionen [illegible]
[illegible] Vergleichsterne aus [illegible]
[illegible] Grad von Genauigk[illegible]
[illegible] Beobachtungen. Ferner hab[illegible]
[illegible] eingeschlagen, alle
Beobachtungen, [illegible] Vergleichsstern [illegible]
zusammen [illegible] Beobachtung zu geben, [illegible]
[illegible] und Declinationsdifferen[illegible]
im Verhältniss [illegible] in der Regel klein sind; [illegible]
[illegible] Fehler zu ermitteln, [illegible]
[illegible] Verfahren gewesen sein. [illegible]
[illegible]

[illegible]

[illegible] indem ein [illegible]
[illegible]

[illegible]

	α	δ	log Δ	Ab.-Zeit
1860 April 19	11ʰ45ᵐ17·00	+5°17′49″5	0·230982	14ᵐ 7·4
20	44 53·14	21 19·4	0·232860	14 11·1
21	44 30·66	24 38·1	0·234780	14 14·9
22	44 9·59	27 45·4	0·236741	14 18·7
23	43 49·93	30 41·4	0·238740	14 22·7
24	43 31·71	33 25·9	0·240777	14 26·7
25	43 14·93	35 58·9	0·242850	14 30·9
26	42 59·61	38 20·5	0·244956	14 35·1
27	42 45·75	40 30 6	0·247094	14 39·4
28	42 33·36	42 29·2	0·249263	14 43·8
29	42 22·44	44 16·4	0·251460	14 48·3
30	11 42 12·99	+5 45 52·4	0·253685	14 52·8

In dieser Opposition wurde der Planet in Berlin, Bilk, Bonn und Königsberg beobachtet; in meiner Eingangs citirten Abhandlung über die Concordia ist es ersichtlich, daß die Berliner Beobachtungen in Rectascension stark gegen die Beobachtungen der übrigen Sternwarten abweichen; die Beobachtungen zu Bilk, Bonn und Königsberg stimmen aber keineswegs unter einander sehr befriedigend überein. Nach mehrfacher Überlegung entschloß ich mich, die Berliner Beobachtungen allein in Anwendung zu ziehen, hauptsächlich aus dem Grunde, da das Berliner Instrument das mächtigste unter den angewandten Refractoren ist und für dieses gewiß der Planet nicht zu schwach war.

Ich lasse jetzt das Verzeichniß der benützten Vergleichssterne folgen und verstehe unter demjenigen Orte des Sternes, dem das Wort „angenommen" vorgesetzt ist, diejenige Position, welche ich für den Stern gewählt habe; ich habe dem entsprechend die Beobachtung corrigirt, sobald sich ein Unterschied zwischen der angenommenen und der vom Beobachter benützten Sternposition herausstellte.

	Mittlerer Äquator 1860·0. α	δ	
a	11ʰ39ᵐ50·40	+5°40′12″3	Berliner Merid. Beob.
b	11 46 8·00	+5 28 30·6	„ „ „
	.. ..	+5 28 35·1	Königsb. „ „
ang.	11 46 8·00	+5 28 32·8	
c	11 49 19·51	+4 50 36·8	Bonner „ „
	11 49 19·54	+4 50 36·1	Berliner „ „
ang.	11 49 19·52	+4 50 36·4	
d	11 51 20·07	+5 7 20·4	Berliner „ „

Die Beobachtungen sind in folgender Übersicht, so wie ich sie zur Rechnung angenommen habe, zusammengestellt. Die Sonnenparallelaxe wurde $= 8''94$ angenommen.

	Ortszeit	α	Parall.		Parall.	*
1860 April 10. Berlin	$13^h 37^m 39^s$	$11^h 49^m 46^s92$	$+0^s16$	$+4°38'28''6$	$+4''1$	*c*
„ 11. „	13 17 10	11 49 12·46	+0·15	+4 43 28·1	+4·1	*c*
„ 13. „	12 0 44	11 48 7·63	+0·09	+4 52 53·8	+4·0	*c*
„ 15. „	11 50 21	11 47 5·92	+0·12	+5 1 53·5	+3·9	*d*
„ 16. „	11 36 45	11 46 36·93	+0·08	+5 6 4·1	+3·9	*d*
„ 22. „	11 58 23	11 44 9·52	+0·12	+5 27 44·3	+3·8	*b*
„ 23. „	12 10 15	11 43 49·61	+0·13	+5 30 40·7	+3·8	*b*
„ 27. „	13 13 34	11 42 44·86	+0·18	+5 40 29·9	+3·9	*a.*

Die Vergleichung mit obiger Ephemeride stellt sich im Sinne Beobachtung—Rechnung:

	$d\alpha$	$d\delta$	*
1860, Berlin April 10.	-0^s46	$-0''1$	*c*
„ 11.	−0·41	−0·7	*c*
„ 13.	−0·36	+0·4	*c*
„ 15.	−0·22	+2·4	*d*
„ 16.	−0·26	+1·3	*d*
„ 22.	−0·18	+4·7	*b*
„ 23.	−0·24	+3·6	*b*
„ 27.	−0·17	−1·9	*a.*

Zieht man nun aus diesen Angaben mit Rücksicht auf die Vergleichssterne, wie dies früher angedeutet wurde, das Mittel, so wird die Ephemeridencorrection

1860 April 19·5 $\quad -0^s26 \quad +1''0.$

Bringt man diese Correction an die Ephemeride an und reducirt auf das mittl. Äq. 1860·0, so findet sich der Normalort:

1860 April 19·5 $\alpha = 176°18'45''7 \qquad \delta = +5°18'0''9.$

Die Störungswerthe werden nach obigen Tafeln, mit Rücksicht auf die corrigirte Jupitermaße, für diese Zeit

$di' = -2''8,\ d\Omega' = -13''1,\ d\varphi = -1'31''0,\ d\pi' = -1°34'25''4,\ dL' = -1'37''2$
$d\mu = +0''332.$

II. und III. Opposition (1861 u. 1862).

In diesen beiden Oppositionen wurde bekanntlich der Planet nicht aufgefunden.

IV. Opposition (1864).

Aus Elementen, die für 1864, Febr. 2·0 osculiren, wurde erhalten:

$$x = \overline{0\cdot431138} \sin (E+279^\circ\ 0'53"0)+0\cdot112699$$
$$y = \overline{0\cdot407434} \sin (E+189\ 34\ 31\cdot4)+0\cdot017973$$
$$z = \overline{9\cdot938161} \sin (E+184\ 16\ 47\cdot5)+0\cdot002737.$$

12ʰ Berliner Zeit

	α	δ	log Δ	Ab.-Zeit
1864 Jan. 29.	8ʰ48ᵐ15ˢ39	+13°32'47"5	0·218461	13ᵐ43ˢ3
„ 30.	47 21·34	38 6·5	0·218272	13 42·9
„ 31.	46 27·22	43 27·1	0·218158	13 42·7
Febr. 1.	45 33·12	48 49·2	0·218118	13 42·6
„ 2.	44 39·11	54 12·4	0·218154	13 42·7
„ 3.	43 45·26	+13 59 36·5	0·218266	13 42·9
„ 4.	42 51·65	+14 5 1·3	0·218455	13 43·3
„ 5.	41 58·35	10 26·3	0·218720	13 43·8
„ 6.	41 5·42	15 51·4	0·219060	13 44·4
„ 7.	40 12·94	21 16·3	0·219475	13 45·2
„ 8.	39 20·98	26 40·7	0·219964	13 46·1
„ 9.	38 29·60	32 4·1	0,220527	13 47·2
„ 10.	37 38·88	37 26·2	0·221162	13 48·4
„ 11.	36 48·88	42 46·6	0·221869	13 49·7
„ 12.	35 59·67	48 5·1	0·222646	13 51·2
„ 13.	35 11·31	53 21·4	0·223492	13 52·8
„ 14.	8 34 23·86	+14 58 35·4	0·224404	13 54·6

Vergleichssterne für 1864·0.

*	α	δ	
a	8ʰ30ᵐ43ˢ40	+14°48'10"1	Berliner Merid. Beob.
b	8 33 1·83	+14 51 30·5	Leidener „ „
c	8 38 38·73	+14 33 21·5	Schjellerup 3218
d	8 44 54·79	+13 44 41·7	Bonner Merid. Beob.
e	8 51 57·89	+13 36 0·3	Schjellerup 3300.

Beobachtungen

1860		Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
Jan. 30.	Bilk	10ʰ16ᵐ59ˢ	8ʰ47ᵐ24ˢ45	—0ˢ11	+13°37'43"1	+3"4	*e*
„ 31.	„	9 49 30	8 46 31·59	—0·13	+13 42 59·3	+3·4	*d*
Febr. 4.	Paris	11 45 16	8 42 50·85	0·00	+14 5 2·1	+3·1	Mer.
„ 5.	„	11 40 27	8 41 57·75	0·00	+14 10 26·0	+3·1	Mer.
„ 9.	Leipzig	9 57 31	8 38 34·08	—0·08	+14 31 34·0	+3·3	*c*
„ 10.	„	12 31 35	8 37 37·41	+0·07	+14 37 31·2	+3·2	*c*
„ 12.	Josephst.	8 48 57	8 36 6·56	—0·14	+14 47 14·7	+3·1	*a*
„ 13.	Leiden	13 24 39	8 35 6·98	+0·13	+14 53 44·3	+3·4	*b*.

Vergleichung mit der Ephemeride

			$d\alpha$	$d\delta$	*
1864 Jan.	30.	Bilk	-0^s40	$-0''1$	*c*
„	31.	„	$-0·18$	$-1·9$	*d*
Febr.	4	Paris	$-0·21$	$-0·3$	Merid.
„	5	„	$-0·20$	$-0·3$	Merid.
„	9.	Leipzig	$-0·29$	$-2·9$	*c*
„	10.	„	$-0·64$	$-3·3$	*c*
„	12.	Josephstadt	$-0·61$	$-0·5$	*a*
„	13.	Leiden	$-0·60$	$-3·3$	*b*.

Die Leipziger Beobachtungen vom 9. und 10. Februar haben durch Einführung der verbesserten Sternpositionen bedeutende Correctionen erfahren. Mit Rücksicht darauf, daß der Stern *c* als Vergleichsstern zweimal diente, erhielt ich als

Ephemeridencorrection: 1864 Febr. 6·5 $\quad -0^s38 \quad -1''4.$

Reducirt man den sich hieraus ergebenden Normalort auf das mittl. Äq. 1860·0, so findet sich

1864 Febr. 6·5. $\quad \alpha = 130°12'36''4 \quad \delta = 14°16'54''0.$

Die Störungswerthe werden reducirt auf die Jupitermaße $\frac{1}{1049}$

$$di = -2''3. \quad d\Omega = -2''1. \quad d\varphi = -56''5. \quad d\pi = -11'3''5. \quad dL = -2'6''2$$
$$d\mu = -0''295.$$

V. Opposition (1865).

Die angenommenen Elemente osculiren für 1865, Mai 23·5.

$$x = \overline{0·431418} \sin(E + 279°26'\ 1''5) + 0·114375$$
$$y = \overline{0·407700} \sin(E + 159\ 59\ 45·6) - 0·019056$$
$$z = \overline{9·938463} \sin(E + 184\ 41\ 55·0) - 0·003052.$$

Ephemeride für 12^h Berliner Zeit.

		α	δ	log Δ	Ab.-Zeit
1865 Mai	16.	$16^h28^m45^s71$	$-13°41'\ 1''3$	0·214016	13^h34^m9
„	17.	27 55·45	38 3·6	0·213415	13 33·7
„	18.	27 4·61	35 8·4	0·212882	13 32·7
„	19.	26 13·22	32 15·9	0·212418	13 31·8
„	20.	25 21·37	29 26·4	0·212024	13 31·1
„	21.	24 29·08	26 40·0	0·211700	13 30·5
„	22.	23 36·44	23 56·9	0·211447	13 30·0
	23.	22 43·53	21 17·3	0·211264	13 29·7

		α	δ	log Δ	Ab.-Zeit
1865 Mai	24.	16h21m50s41	—13°18'41"4	0·211153	13h29m5
„	25.	20 57·16	16 9·4	0·211115	13 29·4
„	26.	20 3·84	13 41·4	0·211148	13 29·5
„	27.	19 10·50	11 17·5	0·211253	13 29·7
„	28.	16 18 17·23	—13 8 57·9	0·211428	13 30·0

Vergleichssterne für 1865·0.

	α	δ	
a	16h21m51s32	—13°16'10"7	Berliner Merid. Beob.
b	16 29 10·41	—13 26 29·6	„ „ „

Beobachtungen

1865		Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
Mai 17.	Leiden	12h45m 3s	16h27m52s68	0s00	—13°38' 2"9	+5"0	Merid.
„ 20.	Berlin	13 29 19	16 25 18·44	+0·06	—13 29 21·6	+5·0	b
„ 22.	Leiden	12 21 6	16 23 34·75	0·00	—13 24 0·4	+5·0	Merid.
„ 22.	Berlin	13 17 3	16 23 34·03	+0·06	—13 23 54·6	+5·0	a
„ 23.	„	11 49 56	16 22 44·51	—0·03	—13 21 24·4	+5·0	a
„ 24.	Leiden	12 11 29	16 21 49·23	0·00	—13 18 43·0	+5·0	Merid.
„ 25.	„	12 6 20	16 20 55·98	0·10	—13 16 10·9	+5·0	Merid.
„ 26.	Berlin	12 26 56	16 20 3·31	+0·03	—13 13 46·2	+5·0	a
„ 26.	Leiden	11 59 52	16 20 3·07	0·00	—13 13 43·1	+5·0	Merid.

Vergleichung mit der Ephemeride

		dα	dδ	*
1865 Mai 17.	Leiden	—0s41	—2"5	Merid.
„ 20.	Berlin	—0·13	+1·0	b
„ 22.	Leiden	—0·11	—3·3	Merid
„ 22.	Berlin	—0·02	+0·2	a
„ 23.	„	+0·08	+0·5	a
„ 24.	Leiden	+0·08	—0·2	Merid.
„ 25.	„	—0·13	+0·5	Merid.
„ 26.	Berlin	—0·00	—1·2	a
„ 26.	Leiden	+0·05	+1·1	Merid.

Mit Berücksichtigung daß der Vergleichsstern *a* dreimal benützt wurde, habe ich angenommen als

Ephemeridencorrection: 1865 Mai 23·5 —0s09 —0"5

und damit den Normalort erhalten, der sich auf 1870·0 reducirt ergibt

1865 Mai 23·5 $\alpha = 245°44'35"5$ $\delta = -13°22'2"3$.

Die Störungswerthe habe ich aus Tafel 2 und 3 entlehnt wie folgt:

	♃	♄
di	$-\quad 2''4$	$0\cdot0$
$d\Omega$	$-\ 1'15\cdot6$	$-\ 0\cdot5$
$d\varphi$	$-\ 1\ 18\cdot7$	$-\ 0\cdot9$
$d\pi$	$-14\ \ 2\cdot1$	$-39\cdot1$
dL	$-\ 1\ 18\cdot3$	$-\ 1\cdot8$
$d\mu$	$-\ 0''501$	$-\ 0\cdot013.$

VI. Opposition (1866).

Die Osculationsepoche wurde auf 1866, Sept. 16·5 verlegt [illegible] erhalten:

$$x = \overline{0\cdot431092}\sin(E - 278°37'50''8) - 0\cdot118185$$
$$y = \overline{0\cdot407358}\sin(E - 189\ 11\ 42\cdot9) - 0\cdot018086$$
$$z = \overline{9\cdot938051}\sin(E - 183\ 52\ 13\cdot8) - 0\cdot002593.$$

Ephemeride für 12ʰ Berliner Zeit.

	α	δ	log Δ	[illegible]
1866 Sept. 9.	23ʰ18ᵐ33ˢ45	−5°26'47"5	0·256325	[illegible]
„ 10.	17 46·11	33 36·6	0·256387	[illegible]
„ 11.	16 58·75	40 24·9	0·256518	14 [illegible]
„ 12.	16 11·43	47 11·9	0·256717	14 [illegible]
„ 13.	15 24·21	−5 53 57·1	0·256984	14 [illegible]
„ 14.	14 37·15	−6 0 40·2	0·257319	15 [illegible]
„ 15.	13 50·31	7 20·7	0·257722	15 [illegible]
„ 16	13 3·74	13 58·4	0·258193	15 [illegible]
„ 17	12 17·49	20 32·8	0·258728	15 [illegible]
„ 18.	11 31·62	27 3·5	0·259331	15 [illegible]
„ 19.	10 46·19	33 30·2	0·259999	15 [illegible]
„ 20.	10 1·24	39 52·4	0·260731	15 [illegible]
„ 21.	9 16·81	46 9·9	0·261528	15 [illegible]
„ 22.	8 32·96	52 22·4	0·262388	15 [illegible]
„ 23	7 49·74	−6 58 29·3	0·263311	15 [illegible]
„ 24.	7 7·18	−7 4 30·6	0·264295	15 [illegible]
„ 25	6 25·34	10 25·9	0·265339	15 [illegible]
„ 26	5 41·26	16 15·0	0·266443	15 [illegible]
„ 27	5 3·97	21 57·5	0·267606	15 [illegible]
„ 28	4 21·52	27 33·2	0·268825	15 [illegible]
„ 29	23 3 45·95	7 33 1·9	0·270099	15 [illegible]

Vergleichstern für 1866·0.

	α	δ	
a	23 15 44·20	−6°38'41"2	Berliner Merid. Beob.

Beobachtungen

1866		Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
Sept. 10.	Leiden	11ʰ58ᵐ40ˢ	23ʰ17ᵐ45ˢ50	0ˢ00	—5°33'43"9	+4"2	Mer.
„ 14.	Washington	11 38 36	23 14 26·80	0·00	—6 2 16·1	+3·5	„
„ 15.	Leiden	11 35 7	23 13 50·53	0·00	—6 7 20·0	+4·2	„
„ 17.	„	11 25 43	23 12 18·41	0·00	—6 20 30·5	+4·2	„
„ 19.	Berlin	14 14 20	23 10 42·35	+0·14	—6 34 5·6	+4·1	a
„ 27.	Washington	10 37 54	23 4 56·93	0·00	—7 23 5·2	+3·5	Mer.

Vergleichung mit der Ephemeride

		$d\alpha$	$d\delta$	*
1866 Sept. 10.	Leiden	+0·03	+2"4	Merid.
14.	Washington	+0·25	—1·7	„
15.	Leiden	+0·08	+3·7	„
17.	„	+0·48	+2·8	„
19.	Berlin	+0·03	+0·4	a
27.	Washington	+0·26	—2·1	Merid.

Ephemeridencorrection 1866 Sept. 16·5 +0ˢ19 +0"9.

Hieraus ergab sich der Normalort, bezogen auf das mittl. Äq. 1870·0

1866 Sept. 16·5 $\alpha = 348°18'31"8$ $\delta = -6°12'55"1$.

Die Störungswerthe sind:

	♃	♄
di	+ 18"5	— 0"1
$d\Omega$	— 6'34·0	— 0·9
$d\varphi$	+ 6 3·7	— 4·0
$d\pi$	—34 20·8	—1'39·3
dL	— 9 29·6	+ 12·0
$d\mu$	+ 0"394	+0"018.

VII. Opposition (1867).

Die folgende Ephemeride war die für diese Opposition vorausberechnete; dieselbe war so nahe richtig, daß dieselbe unverändert beibehalten werden konnte. Zu der Berechnung der Ephemeride war der Osculationspunkt auf 1867, Dec. 23·0 übertragen worden und erhalten

$$x = \overline{0·431063} \sin (E + 278°14'35"1) + 0·118890$$
$$y = \overline{0·407325} \sin (E + 188\ 48\ 23·7) + 0·017414$$
$$z = \overline{9·937997} \sin (E + 183\ 29\ 6·2) + 0·002346.$$

Ephemeride für 12^h Berliner Zeit

		α	δ	log Δ	Ab.-Zeit
1867 Nov.	28.	$8^h 50^m 38^s 82$	+15°51' 2"4	0·254115	$14^m 53^s 7$
„	29.	49 50·56	49 52·7	0·252874	14 51·2
„	30.	49 1·24	48 45·9	0·251694	14 48·7
Dec.	1.	48 10·91	47 42·0	0·250577	14 46·5
„	2.	47 19·63	46 41·1	0·249523	14 44·3
„	3.	46 27·45	45 43·2	0·248534	14 42·3
„	4.	45 34·43	44 48·5	0·247611	14 40·4
„	5.	44 40·64	43 56·9	0·246754	14 38·7
„	6.	43 46·13	43 8·6	0·245964	14 37·1
„	7.	42 50·96	42 23·6	0·245243	14 35·6
„	8.	41 55·20	41 41·8	0·244590	14 34·3
„	9.	40 58·90	41 3·4	0·244007	14 33·2
„	10.	40 2·14	40 28·3	0·243494	14 32·1
„	11.	39 4·97	39 56·6	0·243052	14 31·2
„	12.	38 7·47	39 28·4	0·242681	14 30·5
„	13.	37 9·70	39 3·7	0·242381	14 29·9
„	14.	36 11·72	38 42·4	0·242153	14 29·4
„	15.	35 13·60	38 24·8	0·241998	14 29·1
„	16.	34 15·40	38 10·7	0·241915	14 28·9
„	17.	33 17·20	38 0·3	0·241904	14 28·9
„	18.	32 19·08	37 53·5	0·241966	14 29·1
„	19.	31 21·10	37 50·5	0·242101	14 29·3
„	20.	30 23·32	37 51·2	0·242308	14 29·7
„	21.	29 25·82	37 55·7	0·242587	14 30·3
„	22.	28 28·67	38 4·0	0·242938	14 31·0
„	23.	27 31·94	38 16·2	0·243361	14 31·8
„	24.	26 35·69	38 32·2	0·243855	14 32·8
„	25.	25 40·00	38 52·0	0·244419	14 34·0
„	26.	24 44·94	39 15·8	0·245052	14 35·3
„	27.	23 50·59	39 43·5	0·245755	14 36·7
„	28.	22 57·00	40 13·2	0·246525	14 38·2
„	29.	22 4·25	40 [illegible]	0·247362	14 39·9
„	30.	21 12·34	41 [illegible]	0·248264	14 41·7
„	31.	[illegible]	42 14·[illegible]	0·249231	14 43·7
1868 Jan.	1.	19 31·46	43 1·3	0·250262	14 45·8
„	2.	18 42·38	43 52·[illegible]	0·251355	14 48·[illegible]
„	3.	8^h 17 54·51	+15 44 45·6	0·252510	14 50·4

Vergleichsstern [illegible]

	α	δ	
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Beobachtungen

	Ortszeit	α	Parall.	δ	Parall.	*
Josephst.	$9^h 12^m 11^s$	$5^h 49^m 7^s 60$	$-0^s 20$	$+15°48'50''9$	$+3''1$	*b*
Leiden	11 34 8	5 30 23·19	0·00	+15 37 50·7	+3·0	Mer.
Berlin	11 28 38	5 29 27·47	0·00	+15 37 51·4	+3·0	*a*
Leiden	11 24 22	5 28 28·98	0·00	+15 38 1·4	+3·0	Mer.

Vergleichung mit der Ephemeride

	$d\alpha$	$d\delta$	*
67 Nov. 30. Josephstadt	$-0^s 56$	$-0''7$	*b*
Dec. 20. Leiden	$-0·32$	$+2·5$	Merid.
„ 21. Berlin	$-0·18$	$-1·1$	*a*
„ 22. Leiden	$-0·26$	$+0·5$	Merid.

hemeridencorrection: 1867 Dec. 15·5 $-0^s 33$ $+0''3$.

aus erhält man für den Normalort, der auf das mittl. Äq. educirt ist

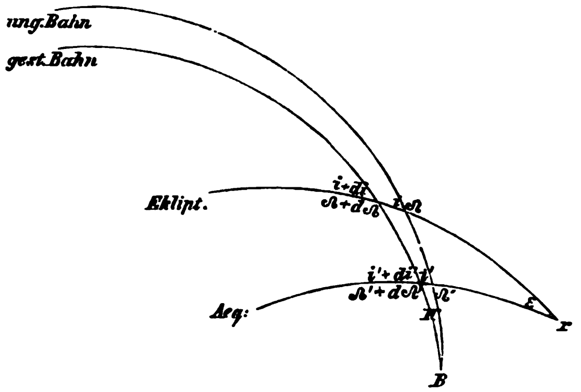
1867 Dec. 15·5 $\alpha = 83°50'11''1$ $\delta = 15°38'38''9$.

die Störungswerthe habe ich gefunden:

	♃	♄
di	$+\ 20''0$	$-\ 0''1$
$d\Omega$	$-\ 6'31·1$	$-\ 2·5$
$d\varphi$	$+\ 6\ 52·7$	$-\ 7·1$
$d\pi$	$-58\ 41·9$	$-51·5$
dL	$-\ 3\ 29·9$	$+11·7$
$d\mu$	$+''492$	$+0''010.$

---

lem Vorausgehenden sind die Grundlagen für eine definitive immung enthalten. Ehe ich jedoch noch an dieselbe schreite, die Lösung einer Aufgabe vornehmen, die mir die weitere ꝫ wesentlich erleichtert hat. Es schien mir zweckmäßig für nden Untersuchungen den Äquator als Fundamentalebene alten; die Störungswerthe für die 6. und 7. Opposition sich aber auf die Ekliptik, und es war daher sehr wünrth, dieselben auf den Äquator zu übertragen, um die weihnungen nicht zu weitläufig zu machen. Die Lösung dieser habe ich zuerst streng durchgeführt und dann die Näherungeben, deren man sich in vielen Fällen mit Vortheil bedienen rdings setzt die Anwendung der unten entwickelten Formeln wie dies das Problem mit sich bringt, die einmalige scharfe Umsetzung der Ekliptikal- in Äquatorealelemente und umgekehrt voraus.



Nennt man die aufsteigenden Knoten der gestörten Bahn in der ungestörten Π die Neigung π, so wird das sphärische Dreieck $\Omega B(\Omega + d\Omega)$ haben als

Seiten	Winkel
$d\Omega$	π
$180-\Psi$	$180-i$
$180-\Pi$	$i+di$

wobei mit Ψ die Länge des absteigenden Knotens der ungestörten Bahn in der gestörten bezeichnet ist.

Es ergibt sich

$$\left.\begin{aligned}
\sin\tfrac{1}{2}\pi \sin\tfrac{1}{2}(\Psi+\Pi) &= \sin\tfrac{1}{2}d\Omega \sin\left(i+\frac{di}{2}\right)\\
\sin\tfrac{1}{2}\pi \cos\tfrac{1}{2}(\Psi+\Pi) &= \cos\tfrac{1}{2}d\Omega \sin\frac{di}{2}\\
\cos\tfrac{1}{2}\pi \sin\tfrac{1}{2}(\Pi-\Psi) &= \sin\tfrac{1}{2}d\Omega \cos\left(i+\frac{di}{2}\right)\\
\cos\tfrac{1}{2}\pi \cos\tfrac{1}{2}(\Pi-\Psi) &= \cos\tfrac{1}{2}d\Omega \cos\frac{di}{2}
\end{aligned}\right\}\text{(I)}.$$

Von diesen Größen wird in der weiteren Untersuchung gebraucht $\operatorname{tg}\frac{\pi}{2}$, Π und $\Pi-\Psi$; der letztere Werth als nothwendig kleiner Winkel, wird selbst bei Anwendung kleinerer logarithmischer Tafeln mit großer Genauigkeit erhalten.

Betrachtet man nun das sphärische Dreieck $B\Omega'(\Omega'+d\Omega')$, so d in demselben bekannt die Winkel $180-i'$ und π; ferner die ite $B\Omega'=180-\pi-\sigma$, wo σ durch die einmalige strenge Übergung bekannt ist und für den Bogen $\Omega\Omega'$ gesetzt ist. Zu ermitteln $d\Omega'$, di' und $d\omega'$. Letzteres setzt sich aus mehreren Correctionen ammen. Ist ρ der Bogen $(\Omega+d\Omega)(\Omega'+d\Omega')$, so ist, wenn der Index 0 die ungestörte, der Index 1 für die gestörte Bahn angenommen rd

$$\omega'_0=\omega_0+\sigma$$

$$\omega'_1=\omega_1+\rho$$

raus

$$d\omega'=d\omega+\rho-\sigma$$

$$\rho-\sigma=(\Psi+\rho)-(\Pi+\sigma)+(\Pi-\Psi),$$

welcher letzten Relation $(\Psi+\rho)$ unbekannt ist. Das eben erwähnte ärische Dreieck ergibt

$$\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}(\Psi+\rho-d\Omega')=\frac{\sin\frac{1}{2}(i'-\pi)}{\sin\frac{1}{2}(i'+\pi)}\,\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}(\Pi+\sigma)$$

$$\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}(\Psi+\rho+d\Omega')=\frac{\cos\frac{1}{2}(i'-\pi)}{\cos\frac{1}{2}(i'+\pi)}\,\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}(\Pi+\sigma).$$

Die Berechnung dieser Ausdrücke würde recht beschwerlich in bei der fast nothwendigen Kleinheit von π. Ist aber π klein, so rd man mit Vortheil die folgenden strengen Reihen ansetzen dürfen, e bei der raschen Convergenz in kurzer Zeit jede beliebige Genauigit zu erreichen gestatten. Es ist nämlich, sobald $\mathrm{tg}\,\varphi'=g\,\mathrm{tg}\,\varphi$

$$\varphi'-\varphi=\frac{g-1}{g+1}\sin 2\varphi+\tfrac{1}{2}\left(\frac{g-1}{g+1}\right)^2\sin 4\varphi+\tfrac{1}{3}\left(\frac{g-1}{g+1}\right)^3\sin 6\varphi$$
$$+\tfrac{1}{4}\left(\frac{g-1}{g+1}\right)^4\sin 8\varphi+\ldots$$

Ersetzt man die beiden obigen Gleichungen durch diese Reihe d schreibt vorerst

$$-\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}\pi\,\mathrm{cotg}\tfrac{1}{2}i'=a$$

$$\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}\pi\,\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}i'=b,$$

so wird man berechnen:

$$\left.\begin{aligned}A &= \frac{a}{\sin 1''}\sin(\Pi+\sigma)+\frac{a^2}{\sin 2''}\sin 2(\Pi+\sigma)+\frac{a^3}{\sin 3''}\sin 3(\Pi+\sigma)+\ldots\\ B &= \frac{b}{\sin 1''}\sin(\Pi+\sigma)+\frac{b^2}{\sin 2''}\sin 2(\Pi+\sigma)+\frac{b^3}{\sin 3''}\sin 3(\Pi+\sigma)+\ldots\end{aligned}\right\}\text{(II)}$$

woraus folgt

$$\left.\begin{aligned}d\omega' &= d\omega+(A+B)+(\Pi-\Psi)\\ d\Omega' &= (B-A)\end{aligned}\right\}\text{(III)}$$

Das eben betrachtete sphärische Dreieck gibt aber auch

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}di' = \frac{\cos\frac{1}{2}\{(\Pi+\sigma)+(\Psi+\rho)\}}{\cos\frac{1}{2}\{(\Psi+\rho)-(\Pi+\sigma)\}}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\pi,$$

wofür gesetzt werden kann

$$\left.\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}di' = \frac{\cos(\Pi+\sigma)+\frac{1}{2}(A+B)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\pi.\right\}\text{(IV)}$$

Die Gleichungen (I), (II), (III) und (IV) enthalten die strenge Auflösung des Problems. Will man nur die ersten Potenzen der Änderungen mitnehmen, so werden die Ausdrücke viel einfacher, nämlich

$$\pi\sin\Pi = d\Omega\sin i$$

$$\pi\cos\Pi = di$$

$$\Pi-\Psi = d\Omega\cos i$$

$$d\omega' = d\omega-\pi\frac{\sin(\Pi+\sigma)}{\operatorname{tg} i'}+(\Pi-\Psi)$$

$$d\Omega' = \frac{\pi\sin(\Pi+\sigma)}{\sin i'}$$

$$di' = \pi\cos(\Pi+\sigma),$$

welche ich für die in dieser Rechnung nöthigen Umformungen angewendet habe. Will man, wie dies hier geschieht, nur die ersten Potenzen der Änderungen mitnehmen, so erhält man leicht durch Differentiation der Gleichungen

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\Omega'+\sigma) = \frac{\cos\frac{1}{2}(i-\varepsilon)}{\cos\frac{1}{2}(i+\varepsilon)}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\Omega$$

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(\Omega'-\sigma) = \frac{\sin\frac{1}{2}(i-\varepsilon)}{\sin\frac{1}{2}(i+\varepsilon)}\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\Omega.$$

Die folgenden Werthe, die sich übrigens sofort durch eine te Substitution aus den vorausgehenden ergeben

$$d\Omega' = \frac{\sin\Omega'}{\sin\Omega}\cos\sigma\, d\Omega + \frac{\sin\sigma}{\sin i'}\, di$$

$$d\sigma = \frac{\cos\Omega'}{\sin\Omega}\sin\sigma\, d\Omega - \frac{\sin\sigma}{\sin i'}\cos i' di$$

$$di' = -\sin i\sin\sigma d\Omega + \cos\sigma di$$

$$d\omega' = d\omega + d\sigma,$$

he Gleichungen vor den früher entwickelten den Vortheil haben die Coëfficienten von $d\Omega$ und di für ein gegebenes Elementen-em und Äquinoctium Constante sind und demnach für mehrere sformationen gleichmäßig verwendet werden können; doch hieht die Rechnung auch durch die ersteren Formeln so rasch, kaum ein Unterschied in der Arbeit sich herausstellt.

Bezeichnet man mit A und D die geocentrische Rectascension Declination der Sonnen, mit R die Entfernung, ferner mit a, d r die heliocentrische Rectascension, Declination und Entfernung Planeten, und endlich mit α, δ und Δ die analogen geocentrischen dinaten, so habe ich bei der Vergleichung der Normalorte mit Elementen, um mit sechsstelligen Tafeln die hinlängliche Genauig-zu erlangen, die folgenden Formeln angewandt:

$$\begin{aligned}
\Delta\cos(\alpha-A)\cos\delta &= r\cos d\cos(a-A)+R\cos D\\
\Delta\sin(\alpha-A)\cos\delta &= r\cos d\sin(a-A)\\
\Delta\sin\delta &= r\sin d+R\sin D.
\end{aligned}$$

Die für die Anwendung nöthigen Größen a und d werden leicht aus den äquatorealen Elementen erhalten; denn ist u' das Argument der Breite in dem äquatorealen System, so ist

$$\cos(a-\Omega')\cos d = \cos u'$$
$$\sin(a-\Omega')\cos d = \sin u' \cos i'$$
$$\sin d = \sin u' \sin i'.$$

Die constanten Größen A, $R\cos D$ und $R\sin D$ habe ich bei der Zusammenstellung der Normalorte so angegeben, wie dieselben sich bei der Anwendung der Sonnentafeln von Hansen-Olufsen ergaben.

Ich gebe nun eine Zusammenstellung der für die folgende Untersuchung nöthigen Daten; die Angaben für die Normalorte vor 1865·0 beziehen sich auf den mittleren Äquator 1860·0, nach dieser Epoche auf den mittleren Äquator 1870·0; die mit t bezeichnete Columne gibt die seit der Osculationsepoche verflossene Zeit in Tagen an; die Störungswerthe sind durchaus auf den Äquator bezogen und, wo es nöthig war, wurde diese Umsetzung mit den früher gegebenen Näherungsformeln durchgeführt.

	α	δ	A	$R\cos D$	$R\sin D$
I. 1860 Apr. 19·5	176°18'45"7	+ 5°18' 0"9	27°58'53"9	+0·985176	+0·200581
II. 1864 Feb. 6·5	130 12 36·4	+14 16 54·0	319 52 55·5	+0·950079	−0·265640
III. 1865 Mai 23·5	245 44 35·5	−13 22 2·3	60 45 59·5	+0·947529	+0·358781
IV. 1866 Spt. 16·5	348 18 31·8	− 6 12 55·1	174 22 16·8	+1·003689	+0·042716
V. 1867 Dec. 15·5	83 50 11·1	+15 38 32·9	263 1 43·7	+0·903695	−0·389242

	t	di'	$d\Omega'$	$d\varphi$	$d\pi'$	dL'	$d\mu$
I.	−1723·5	−2"8	− 13"1	−1'31"0	−1°34'25"4	−1'37"2	+0"332
II.	− 335·5	−2·3	− 2·1	− 56·5	− 11 3·5	−2 6·2	+0·295
III.	+ 136·5	+4·8	+ 16·1	+1 17·8	+ 13 4·2	−1 18·9	−0·488
IV.	+ 617·5	−3·2	+2 1·5	+5 59·7	− 35 52·1	−9 9·6	+0·412
V.	+1072·5	−4·6	+2 3·1	+6 45·6	− 59 25·3	−3 10·1	+0·502

Die gleich Eingangs angeführten Elemente der Concordia wurden so angewandt, wie ich dieselben gefunden hatte, bezogen auf die mittlere Ekliptik 1860·0. Sie sind

	Reduct. auf 1870·0.
$L = 210°29'57''84$	$+8'22''42$
$M = 21\ 24\ 40·63$	
$\pi = 189\ 5\ 17·21$	$+8\ 22·42$
$\Omega = 161\ 15\ 45·17$	$+8\ 11·24$
$i = 5\ 1\ 53·84$	$-\ 4·69$
$\varphi = 2\ 26\ 21·14$	
$\mu = 799''59785$	
$\log a = 0·4314233$	

auf den Äquator 1860·0 übertragen werden die Elemente

	Reduct. auf 1870·0.
$L' = 210°49'56''51$	$+8'13''62$
$M = 21\ 24\ 40·63$	
$\pi' = 189\ 25\ 15·68$	$+8\ 13·62$
$\Omega' = 5\ 1\ 34·41$	$-2\ 7·55$
$i' = 18\ 45\ 29·74$	$-\ 17·51$
$\varphi = 2\ 26\ 21·14$	
$\mu = 799''59785$	
$\log a = 0·4314233.$	

Die Reductionen der Elemente auf verschiedene Äquinoctien wurden nach den Formeln und Constanten ausgeführt, die ich im LVI. Bande (Octoberheft) der Sitzungsberichte der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien angegeben habe. Da ich mich bei der späteren Rechnung derjenigen Differentialformeln bediente, die ich im XLIX. Bande der Sitzungsberichte (Märzheft) veröffentlicht habe, und nach diesen die Änderungen der Äquatorealelemente erhalten werden, so war es wünschenswerth, um auch zur Kenntniß der Ekliptikalelemente zu gelangen, sofort die Übertragungscoëfficienten zu ermitteln. Ich finde dieselben (logarithmisch)

$$\begin{aligned} d\Omega &= 0_n 5274\ d\Omega' + 0_n 6536\ di' \\ d\sigma &= 0_n 6337\ \ „\ \ + 0_n 6519\ \ „ \\ di &= 9·1037\ \ „\ \ + 9_n 9632\ \ „ \end{aligned}$$

Die mit diesen Coëfficienten verwandten Werthe zur inversen Berechnung setze ich ebenfalls an, da ich mit Hilfe derselben hätte die Umformung der Ekliptikalstörungen in äquatorealen ausführen können; sie sind (ebenfalls logarithmisch)

$$\begin{aligned} d\Omega' &= 9_n 3989\ d\Omega + 0·0893\ di \\ d\sigma &= 0·0911\ \ „\ \ + 0_n 0656\ \ „ \\ di' &= 8_n 5394\ \ „\ \ + 9_n 9632\ \ „ \end{aligned}$$

Nun konnte an die Vergleichung der Normalorte mit den den angeführten Elementen geschritten werden. Die directe sechsstellige Rechnung nach den früher mitgetheilten Formeln ließ finden die folgenden Unterschiede im Sinne Beobachtung—Rechnung:

		$d\alpha$	$d\delta$
I	18[illegible] April 13.5	−2.3	−4.4
II	18[illegible] Febr. [illegible] 5	−4.6	−1.9
III	18[illegible] Mai 23.5	−3.2	−1.6
IV	18[illegible] Sept. [illegible] 5	−2.7	−0.7
V	18[illegible] Dec. 15.5	−3.3	−4.9

Wie man sieht sind die schon Eingangs eingeführten Elemente recht genau und werden durch diese definitive Ausgleichung nur unbedeutende Verbesserungen erfahren, indem die Summe der Fehlerquadrate bloß 76.3 ist. Ich habe mich bei dieser Verbesserung der Methode der kleinsten Quadrate bedient und es war daher voraus nöthig, diese geocentrischen Änderungen als Functionen der Elemente darzustellen; wie schon erwähnt, benützte ich die im XLIX. Bande der Sitzungsberichte veröffentlichten Methoden, habe aber mit denselben einige Abänderungen, die sich in praktischer Ausführung [illegible] erwiesen, vorgenommen. Ich ermittelte nämlich die Änderungen durch dL, $d\pi$, $d\Omega$, di, $d\varphi$ und $d\mu$ und benützte dann die [illegible] Ausdrücke, deren Bedeutung [illegible] wird, wenn man die [illegible] mit den [illegible] Ausdrücken vergleicht:

$$[illegible] = A \sin A$$

$$[illegible] = A \cos A$$

$$[illegible] = n \sin N$$

$$[illegible] = n \cos N$$

$$[illegible] = B \sin B$$

$$[illegible] = B \cos B$$

$$[illegible] = F \sin F$$

$$\frac{a^2}{r^2}\cos\varphi = F\cos F'$$

$$r^{\frac{3}{2}}\left\{\frac{tF\sin F}{a^{\frac{3}{2}}}+\frac{2}{3k}\right\} = G\sin G' \qquad \frac{2}{3k} = 38\cdot7550.$$

$$tF\cos F' = G\cos G'$$

$$\frac{a}{r}\cos\varphi\cos v = H\sin H'$$

$$\frac{(2+e\cos v)\sin v}{\cos\varphi} = H\cos H'$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{dM_0} = \frac{r}{\Delta}A.F\sin(F'+A'+u)$$

$$\frac{d\delta}{dM_0} = \frac{r}{\Delta}B.F\sin(F'+B'+u)$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{d\mu} = \frac{r}{\Delta}A.G\sin(G'+A'+u)$$

$$\frac{d\delta}{d\mu} = \frac{r}{\Delta}B.G\sin(G'+B'+u)$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{d\varphi} = \frac{r}{\Delta}A\cdot H\sin(H'+A'+u)$$

$$\frac{d\delta}{d\varphi} = \frac{r}{\Delta}B.H\sin(H'+B'+u)$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{d\omega'} = \frac{r}{\Delta}A.\sin(A'+u)$$

$$\frac{d\delta}{d\omega'} = \frac{r}{\Delta}B.\sin(B'+u)$$

$$d\pi' = d\omega' - dM$$

$$dL' = dM$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{\sin i'd\Omega'} = \frac{r}{\Delta}\cos(\alpha'-\Omega+u')\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}i'$$

$$\frac{d\delta}{\sin i'\delta\Omega'} = -\frac{r}{\Delta}\{\sin\delta\sin(\alpha'-\Omega+u')\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}i'+\cos\delta\cos u'\}$$

$$\frac{d\alpha\cos\delta}{\cos i'di'} = -\frac{r}{\Delta}\sin u'\cos(\alpha'-\Omega)\operatorname{tg}i'$$

$$\frac{d\delta}{\cos i'di'} = \frac{r}{\Delta}\{\sin(\alpha'-\Omega)\sin u'\sin\delta\operatorname{tg}i'+\cos\delta\sin u'\}.$$

Mit Hilfe dieser Formeln stellte ich die unten angeführten Bedingungsgleichungen auf, in denen ich der Reihe nach gesetzt habe

$$\begin{array}{rr} \text{für} & dL' = a \\ \text{„} & 2000\,d\mu = b \\ \text{„} & 2d\varphi = c \\ \text{„} & \tfrac{1}{10}d\pi = d \\ \text{„} & \sin i'd\Omega' = e \\ \text{„} & \cos i'di' = f. \end{array}$$

Die Coëfficienten sind durchaus logarithmisch angesetzt

$$\text{I.}\left\{\begin{array}{lllllll} 0{\cdot}1856\,a & +\,0_n1295\,b & +\,9_n1886\,c & +\,0_n0975\,d & +\,9{\cdot}3974\,e & +\,8_n4247\,f & = -2''5\cos\delta_1 \\ 9_n6983 & 9{\cdot}6476 & 8{\cdot}9221 & 9{\cdot}6105 & 0{\cdot}1798 & 8_n8990 & = +0{\cdot}4 \end{array}\right.$$

$$\text{II.}\left\{\begin{array}{lllllll} 0{\cdot}2132 & 9_n4508 & 0_n1306 & 9_n8673 & 8_n8989 & 9{\cdot}3940 & = -4{\cdot}6\cos\delta_2 \\ 9_n4934 & 8{\cdot}7065 & 9{\cdot}3926 & 9{\cdot}1828 & 9{\cdot}9979 & 0{\cdot}1184 & = +1{\cdot}8 \end{array}\right.$$

$$\text{III.}\left\{\begin{array}{lllllll} 0{\cdot}2251 & 9{\cdot}0753 & 0{\cdot}1297 & 9_n9116 & 9_n1387 & 9_n3676 & = -3{\cdot}2\cos\delta_3 \\ 9_n4360 & 8_n0683 & 9_n2805 & 9{\cdot}2127 & 9{\cdot}9213 & 0_n1653 & = -1{\cdot}6 \end{array}\right.$$

$$\text{IV.}\left\{\begin{array}{lllllll} 0{\cdot}1332 & 9{\cdot}6176 & 9{\cdot}7019 & 0{\cdot}0644 & 9{\cdot}3368 & 9{\cdot}1250 & = +2{\cdot}7\cos\delta_4 \\ 9{\cdot}6428 & 9{\cdot}1224 & 9{\cdot}2317 & 9{\cdot}5710 & 0_n1768 & 9_n6149 & = +0{\cdot}7 \end{array}\right.$$

$$\text{V.}\left\{\begin{array}{lllllll} 0{\cdot}1841 & 9{\cdot}9138 & 0_n1767 & 9{\cdot}4700 & 9_n3780 & 9_n0041 & = -5{\cdot}3\cos\delta_5 \\ 8{\cdot}9661 & 8{\cdot}6349 & 8_n9284 & 8{\cdot}7058 & 9_n4908 & 0{\cdot}2077 & = +0{\cdot}9. \end{array}\right.$$

Jeder dieser Bedingungsgleichungen wurde gleiches Gewicht gegeben und demnach in die folgenden Normalgleichungen vereinigt, in denen die Coëfficienten ebenfalls logarithmisch angesetzt sind

$$\begin{array}{lllllll} 1{\cdot}8019\,a & +\,9_n8351\,b & +\,0_n2533\,c & +\,0_n4143\,d & +\,0_n3073\,e & +\,7_n3010\,f & = 1_n3099 \\ & 0{\cdot}4676 & 9_n4770 & 0{\cdot}4181 & 8_n6513 & 8_n4166 & = 9{\cdot}6882 \\ & & 0{\cdot}7803 & 9{\cdot}3593 & 8{\cdot}6107 & 8_n6021 & = 0{\cdot}9643 \\ & & & 0{\cdot}2274 & 7_n8513 & 8{\cdot}6848 & = 0{\cdot}7821 \\ & & & & 0{\cdot}7919 & 9{\cdot}1578 & = 0_n2079 \\ & & & & & 0{\cdot}8314 & = 0{\cdot}8009. \end{array}$$

Hieraus finden sich die Verbesserungen der Elemente wie folgt:

$di' = + 0''98$	$di = - 1''01$
$d\Omega' = - 0\cdot88$	$d\Omega = - 1\cdot47$
$d\pi' = +35\cdot59$	$d\pi = +35\cdot64$
$d\varphi = + 0\cdot70$	
$d\mu = - 0\cdot00143$	
$dL' = - 0\cdot89$	$dL = - 0\cdot84.$

Die Darstellung der Normalorte durch diese Verbesserungen muß vorzüglich werden, indem vermöge der Elimination die Summe der Fehlerquadrate von 76'3 auf 1'1 herabgebracht werden soll, womit das Substitutionsresultat vollkommen stimmt, indem dasselbe ebenfalls den Werth 1'1 für die Summe der Fehlerquadrate ergibt.

Die Darstellung der Orte wird:

	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
1860 April 19·5	−0''3	+0''2
1864 Febr. 6·5	+0·4	−0·2
1865 Mai 23·5	−0·1	−0·6
1866 Sept. 16·5	+0·2	0·0
1867 Dec. 15·5	−0·3	−0·6.

Diese gute Darstellung muß man theilweise als zufällig betrachten, wenn man bedenkt, daß die Vergleichung der Elemente mit den Normalorten nur sechsstellig durchgeführt wurde. Die zugehörigen Elemente werden nun bezogen auf die Ekliptik mit Übergehung der Hunderttheile der Bogensekunde:

(58) Concordia

Epoche, Oscul. und mittl. Äq. 1865 Jan. 7·0 Berliner Zeit.

$$L = 210°34'\ 9''2$$
$$M = 21\ 24\ 4\cdot2$$
$$\pi = 189\ 10\ 5\cdot0$$
$$\Omega = 161\ 19\ 50\cdot3$$
$$i = 5\ 1\ 50\cdot5$$
$$\varphi = 2\ 26\ 21\cdot8$$
$$\mu = 799''59642$$
$$\log a = 0\cdot4314238.$$

Für die Vorausberechnung der Helligkeit des Planeten ist die Kenntniß seiner mittleren Oppositionshelligkeit nöthig; ich habe dieselbe in meiner ersten Abhandlung über Concordia

$$Mg = 11 \cdot 63$$

gefunden; ein Werth, der sich in allen folgenden Oppositionen so gut bewährt hat, daß ich es nicht für nöthig erachtet habe, denselben zu verbessern.

Um nun den Lauf des Planeten vollständig für die nächste Zeit zu kennen, habe ich genäherte Jahresephemeriden für die Jahre 1868, 1869 und 1870 berechnet. Für die nächsten zwei Oppositionen, die in den Jahren 1869 und 1870 eintreten, habe ich genaue Oppositionsephemeriden ausgeführt. Die folgenden Zahlen enthalten die Werthe, welche aus den Eingangs angegebenen Störungswerthen in Verbindung mit der hier vorgetragenen Verbesserung der Elemente gewonnen wurden. Es läßt sich mit Zuversicht eine gute Übereinstimmung der Vorausberechnung mit den Beobachtungen erwarten.

Jahresephemeride für 1868.

Zeit	α	δ	log Δ	log r	(58) im Merid.	(58) Halb. Tagb.
Jän. 2.	5h 19m 7s	+15°43'3	0·2508	0·4340	10h 31m·9	7h 30m
„ 12.	5 12 0	+15 55·2	0·2646	0·4332	9 45·5	7 32
„ 22.	5 7 17	+16 13·4	0·2831	0·4325	9 1·4	7 33
Febr. 1.	5 5 22	+16 36·9	0·3047	0·4317	8 20·2	7 36
„ 11.	5 6 16	+17 4·6	0·3282	0·4309	7 41·8	7 39
„ 21.	5 9 50	+17 34·8	0·3522	0·4302	7 6·0	7 42
März 2.	5 15 50	+18 6·0	0·3760	0·4295	6 32·7	7 45
„ 12.	5 23 56	+18 36·4	0·3989	0·4287	6 1·5	7 48
„ 22.	5 33 56	+19 4·5	0·4206	0·4280	5 32·1	7 51
April 1.	5 45 31	+19 29·0	0·4409	0·4272	5 4·4	7 54
„ 11.	5 58 25	+19 48·7	0·4596	0·4265	4 37·9	7 56
„ 21.	6 12 27	+20 2·4	0·4766	0·4257	4 12·6	7 58
Mai 1.	6 27 24	+20 9·4	0·4920	0·4250	3 48·2	7 59
„ 11.	6 43 6	+20 9·0	0·5058	0·4243	3 24·5	7 59
„ 21.	6 59 25	+20 0·9	0·5178	0·4236	3 1·5	7 58
„ 31.	7 16 11	+19 44·7	0·5283	0·4229	2 38·9	7 56
Juni 10.	7 33 18	+19 20·3	0·5373	0·4222	2 16·6	7 53
„ 20.	7 50 40	+18 47·6	0·5448	0·4215	1 54·6	7 49
„ 30.	8 8 12	+18 6·9	0·5507	0·4208	1 32·8	7 45
Juli 10.	8 25 46	+17 18·5	0·5553	0·4201	1 11·0	7 40
„ 20.	8 43 21	+16 22·8	0·5583	0·4195	0 49·2	7 34
„ 30.	9 0 53	+15 20·2	0·5600	0·4189	0 27·3	7 28
Aug. 9.	9 18 18	+14 11·5	0·5602	0·4183	0 5·4	7 21
„ 19.	9 35 35	+12 57·3	0·5590	0·4177	23 39·4	7 13
„ 29.	9 52 42	+11 38·1	0·5564	0·4171	23 17·1	7 6
Sept. 8.	10 9 37	+10 15·2	0·5523	0·4165	22 54·7	6 58
„ 18.	10 26 17	+ 8 49·0	0·5467	0·4160	22 32·0	6 50
„ 28.	10 42 41	+ 7 20·7	0·5395	0·4155	22 9·1	6 42
Oct. 8.	10 58 49	+ 5 51·3	0·5308	0·4150	21 45·8	6 34
„ 18.	11 14 37	+ 4 21·8	0·5206	0·4146	21 22·3	6 26
„ 28.	11 30 5	+ 2 53·2	0·5089	0·4142	20 58·4	6 19
Nov. 7.	11 45 6	+ 1 26·9	0·4952	0·4138	20 34·0	6 11
„ 17.	11 59 38	+ 0 3·9	0·4799	0·4135	20 9·2	6 4
„ 27.	12 13 34	— 1 14·4	0·4628	0·4131	19 43·8	5 57
Dec. 7.	12 26 49	— 2 26·7	0·4440	0·4128	19 17·7	5 51
„ 17.	12 39 14	— 3 31·6	0·4234	0·4125	18 50·7	5 45
„ 27.	12 50 36	— 4 27·5	0·4011	0·4123	18 22·8	5 40
„ 37.	13 0 44	— 5 13·0	0·3773	0·4121	17 53·5	5 36

Concordia kommt im Jahre 1868 nicht in Opposition.

Jahresephemeride für 1869.

0ʰ Berliner Zeit	α	δ	log Δ	log r	(58) im Merid.	(58) Halb. Tagb.
1869 Jan. 6.	13ʰ 0ᵐ44ˢ	− 5°13'0	0·3773	0·4121	17ʰ53ᵐ5	5ʰ36ᵐ
„ 16.	13 9 22	− 5 46·4	0·3522	0·4119	17 22·9	5 33
„ 26.	13 16 13	− 6 6·1	0·3262	0·4118	16 50·3	5 32
Febr. 5.	13 21 0	− 6 10·7	0·2999	0·4117	16 15·8	5 31
„ 15.	13 23 26	− 5 58·9	0·2740	0·4116	15 38·9	5 32
„ 25.	13 23 19	− 5 30·2	0·2499	0·4116	14 59·5	5 35
März 7.	13 20 39	− 4 45·4	0·2288	0·4116	14 17·5	5 39
„ 17.	13 15 37	− 3 46·9	0·2124	0·4116	13 33·1	5 44
„ 27.	13 8 48	− 2 39·6	0·2021	0·4116	12 47·1	5 50
April 6.	13 1 1	− 1 30·2	0·1991	0·4117	11 59·9	5 56
„ 16.	12 53 15	− 0 26·1	0·2035	0·4118	11 12·9	6 1
„ 26.	12 46 32	+ 0 25·9	0·2149	0·4120	10 26·9	6 6
Mai 6.	12 41 35	+ 1 1·3	0·2318	0·4122	9 42·6	6 9
„ 16.	12 38 52	+ 1 18·0	0·2529	0·4124	9 0·6	6 10
„ 26.	12 38 34	+ 1 16·1	0·2766	0·4127	8 21·0	6 10
Juni 5.	12 40 35	+ 0 57·1	0·3014	0·4130	7 43·7	6 9
„ 15.	12 44 50	+ 0 23·0	0·3267	0·4133	7 8·6	6 6
„ 25.	12 51 0	− 0 23·7	0·3516	0·4136	6 35·4	6 1
Juli 5.	12 58 51	− 1 20·8	0·3756	0·4140	6 3·9	5 57
„ 15.	13 8 11	− 2 26·2	0·3984	0·4144	5 33·9	5 51
„ 25.	13 18 47	− 3 38·1	0·4199	0·4148	5 5·2	5 45
Aug. 4.	13 30 30	− 4 54·6	0·4399	0·4153	4 37·5	5 38
„ 14.	13 43 11	− 6 14·4	0·4583	0·4158	4 10·9	5 31
„ 24.	13 56 44	− 7 36·0	0·4752	0·4163	3 45·1	5 24
Sept. 3.	14 11 3	− 8 58·1	0·4905	0·4168	3 20·0	5 16
„ 13.	14 26 5	−10 19·5	0·5043	0·4173	2 55·7	5 9
„ 23.	14 41 44	−11 39·0	0·5165	0·4179	2 32·0	5 1
Oct. 3.	14 57 58	−12 55·4	0·5272	0·4185	2 8·9	4 54
„ 13.	15 14 45	−14 7·8	0·5364	0·4191	1 46·3	4 47
„ 23.	15 31 59	−15 15·2	0·5441	0·4197	1 24·1	4 42
Nov. 2.	15 49 38	−16 16·6	0·5502	0·4204	1 2·4	4 36
„ 12.	16 7 39	−17 11·2	0·5549	0·4211	0 41·1	4 29
„ 22.	16 25 57	−17 58·2	0·5580	0·4218	0 20·0	4 24
Dec. 2.	16 44 28	−18 37·2	0·5596	0·4225	23 55·2	4 20
„ 12.	17 3 8	−19 7·5	0·5596	0·4232	23 34·5	4 17
„ 22.	17 21 48	−19 28·9	0·5581	0·4239	23 13·8	4 15
„ 32.	17 40 26	−19 41·4	0·5551	0·4246	22 53·1	4 13

…le der Concordia für die Opposition im Jahre 1869.

α	δ	log Δ	Aberrationszeit
13ʰ 15ᵐ 18ˢ·71	−3° 43′ 44″·2	0·211699	13ᵐ 30ˢ·5
14 41·36	37 15·3	0·210409	13 28·1
14 3·00	30 41·8	0·209183	13 25·8
13 23·67	14 3·9	0·208023	13 23·7
12 43·41	17 22·0	0·206930	13 21·7
12 2·28	10 36·4	0·205904	13 19·8
11 20·32	−3 3 47·6	0·204947	13 18·0
10 37·58	−2 56 56 0	0·204059	13 16·4
9 54·13	50 2·1	0·203242	13 14·9
9 10·01	43 6·2	0·202496	13 13·5
8 25·29	36 8 7	0·201821	13 12·3
7 40·01	29 10·2	0·201219	13 11·2
6 54·23	22 11·0	0·200691	13 10·3
6 8·00	15 11·6	0·200237	13 9·5
5 21·39	8 12·3	0·199858	13 8·8
4 34·45	−2 1 13·7	0·199553	13 8·2
3 47·24	−1 54 16·3	0·199323	13 7·8
2 59·82	47 20·5	0·199168	13 7·5
2 12·25	40 26·8	0·199088	13 7·4
1 24·60	33 35·6	0·199084	13 7·4
13 0 36·94	26 47·3	0·199155	13 7·5
12 59 49·33	20 2·5	0·199302	13 7·8
59 1·83	13 21·5	0·199524	13 8·2
58 14·51	6 44·9	0·199822	13 8·7
57 27·42	−1 0 13·0	0·200194	13 9·4
56 40·64	−0 53 46·4	0·200641	13 10·2
55 54·23	47 25·4	0·201161	13 11·1
55 8·24	41 10·5	0·201754	13 12·2
54 22·74	35 2·1	0·202419	13 13·4
53 37·79	29 0·6	0·203155	13 14·7
52 53·45	23 6·4	0·203961	13 16·2
52 9·77	17 19·8	0·204836	13 17·8
51 26·80	11 41·2	0·205778	13 19·6
50 44·61	6 11·0	0·206787	13 21·4
50 3·23	−0 0 49·3	0·207862	13 23·4
49 22·71	+0 4 23·7	0·209001	13 25·5
.2 48 43·09	+0 9 27·7	0·210202	13 27·8

(58) ☍ ☉ April 4, 7ʰ Berliner Zeit

Lichtstärke = 1·27

Größe = 11·4.

Jahresephemeride für 1870.

0^h Berliner Zeit	α	δ	log Δ	log r	(58) im Merid.	(58) Halb Tagb.
1870 Jan. 1.	$17^h 40^m 26^s$	—19°41'4	0·5551	0·4246	$22^h 53^m 1$	$4^h 13^m$
„ 11.	17 58 53	—19 44·8	0·5505	0·4253	22 32·2	4 13
„ 21.	18 17 4	—19 39·5	0·5443	0·4261	22 11·0	4 13
„ 31.	18 34 52	—19 26·0	0·5364	0·4268	21 49·4	4 15
Febr. 10.	18 52 11	—19 4·7	0·5270	0·4276	21 27·3	4 17
„ 20.	19 8 53	—18 36·6	0·5160	0·4283	21 4·7	4 20
März 2.	19 24 53	—18 2·6	0·5033	0·4291	20 41·3	4 24
„ 12.	19 40 3	—17 23·9	0·4890	0·4298	20 17·1	4 28
„ 22.	19 54 17	—16 41·7	0·4731	0·4306	19 52·0	4 32
April 1.	20 7 27	—15 57·4	0·4556	0·4313	19 25·8	4 37
„ 11.	20 19 23	—15 12·4	0·4365	0·4321	18 58·4	4 41
„ 21.	20 29 56	—14 28·7	0·4160	0·4329	18 29·6	4 45
Mai 1.	20 38 57	—13 47·9	0·3943	0·4337	17 59·3	4 49
„ 11.	20 46 13	—13 12·1	0·3716	0·4344	17 27·2	4 53
„ 21.	20 51 31	—12 43·1	0·3482	0·4351	16 53·2	4 55
„ 31.	20 54 41	—12 23·2	0·3248	0·4358	16 17·0	4 57
Juni 10.	20 55 29	—12 14·2	0·3022	0·4365	15 38·5	4 58
„ 20.	20 53 51	—12 17·4	0·2813	0·4372	14 57·6	4 58
„ 30.	20 49 48	—12 33·5	0·2634	0·4379	14 14·2	4 56
Juli 10.	20 43 38	—13 1·8	0·2500	0·4386	13 28·7	4 54
„ 20.	20 35 54	—13 40·2	0·2421	0·4393	12 41·7	4 50
„ 30.	20 27 22	—14 25·1	0·2408	0·4400	11 53·9	4 46
Aug. 9.	20 19 1	—15 12·2	0·2463	0·4406	11 6·2	4 41
„ 19.	20 11 49	—15 57·6	0·2580	0·4412	10 19·7	4 37
„ 29.	20 6 28	—16 37·9	0·2749	0·4418	9 35·1	4 32
Sept. 8.	20 3 29	—17 11·0	0·2958	0·4424	8 52·8	4 29
„ 18.	20 3 3	—17 35·9	0·3192	0·4430	8 13·0	4 27
„ 28.	20 5 9	—17 51·9	0·3439	0·4436	7 35·8	4 25
Oct. 8.	20 9 37	—17 58·9	0·3690	0·4441	7 0·9	4 24
„ 18.	20 16 11	—17 56·9	0·3937	0·4446	6 28·2	4 24
„ 28.	20 24 36	—17 45·9	0·4175	0·4451	5 57·2	4 26
Nov. 7.	20 34 33	—17 25·9	0·4401	0·4456	5 27·8	4 28
„ 17.	20 45 48	—16 57·5	0·4612	0·4461	4 59·8	4 30
„ 27.	20 58 5	—16 20·7	0·4808	0·4465	4 32·7	4 34
Dec. 7.	21 11 12	—15 35·9	0·4986	0·4469	4 6·5	4 39
„ 17.	21 25 2	—14 43·4	0·5146	0·4473	3 40·9	4 44
„ 27.	21 39 22	—13 43·9	0·5289	0·4477	3 15·9	4 50
„ 37.	21 54 4	—12 37·9	0·5414	0·4480	2 51·2	4 56

emeride der Concordia für die Opposition im Jahre 1870.

ner Zeit	α	δ	log Δ	Aberrationszeit
uli 11.	20ʰ42ᵐ33ˢ43	−13° 7' 2"4	0·248409	14ᵐ42ˢ0
„ 12.	41 49·22	10 37·3	0·247443	14 40·0
„ 13.	41 4·18	14 17·6	0·246536	14 38·2
„ 14.	40 18·35	18 3·3	0·245688	14 36·5
„ 15.	39 31·76	21 54·2	0·244901	14 34·9
„ 16.	38 44·45	25 50·1	0·244177	14 33·4
„ 17.	37 56·48	29 50·7	0·243515	14 32·1
„ 18.	37 7·89	33 55·8	0·242917	14 30·9
„ 19.	36 18·72	38 5·3	0·242383	14 29·9
„ 20.	35 29·03	42 18·9	0·241915	14 28·9
„ 21.	34 38·88	45 36·3	0·241513	14 28·1
„ 22.	33 48·33	50 57·3	0·241178	14 27·4
„ 23.	32 57·43	55 21·7	0·240910	14 26·9
„ 24.	32 6·25	−13 59 49·3	0·240710	14 26·5
„ 25.	31 14·84	−14 4 19·7	0·240577	14 26·3
„ 26.	30 23·27	8 52·7	0·240512	14 26·2
„ 27.	29 31·59	13 27·9	0·240516	14 26·2
„ 28.	28 39·87	18 5·2	0·240589	14 26·3
„ ☍ 29.	27 48·16	22 44·3	0·240729	14 26·6
„ 30.	26 56·54	27 24·9	0·240939	14 27·0
„ 31.	26 5·07	32 6·7	0·241216	14 27·6
Aug. 1.	25 13·82	36 49·4	0·241562	14 28·3
„ 2.	24 22·83	41 32·7	0·241977	14 29·1
„ 3.	23 32·17	46 16·5	0·242459	14 30·0
„ 4.	22 41·90	51 0·4	0·243006	14 31·1
„ 5.	21 52·07	−14 55 44·3	0·243620	14 32·3
„ 6.	21 2·74	−15 0 27·9	0·244299	14 33·7
„ 7.	20 13·96	5 11·0	0·245043	14 35·2
„ 8.	19 25·79	9 53·2	0·245851	14 36·9
„ 9.	18 38·28	14 34·3	0·246723	14 38·6
„ 10.	17 51·49	19 14·2	0·247657	14 40·5
„ 11.	17 5·46	23 52·5	0·248653	14 42·5
„ 12.	16 20·23	28 29·2	0·249710	14 44·7
„ 13.	15 35·87	33 4·0	0·250827	14 46·9
„ 14.	14 52·40	37 36·7	0·252002	14 49·3
„ 15.	14 9·86	42 7·2	0·253234	14 51·8
„ 16.	20 13 28·29	−15 46 35·3	0·254522	14 54·5

(58) ☍ ☉ Juli 28, 20ʰ Berliner Zeit

Lichtstärke = 0·92

Größe = 11·7.

Schließlich gebe ich, um die Fortführung der Störungsrechnung
summirten

Jupiter-

	'f	di : dt	'f	dΩ : dt	'f	dφ : dt
1870 Octob. 8.		+0"374		−1"587		+6"062
„ 28.	+20"305		−7'21"951		+8'10"390	
Nov. 17.		+0·371		−0·907		+6·374
Dec. 7.	+20·676		−7 22·858		+8 16·764	
„ 27.		+0·353		−0·271		+6·479
1871 Jan. 16.	+21·029		−7 23·129		+8 23·243	

Saturn-

	'f	di : dt	'f	dΩ : dt	'f	dφ : dt
1870 Octob. 8.		+0"024		−0"104		+0"367
„ 28.	+0"032		−9"411		+0"246	
Nov. 17.		+0·018		−0·045		+0·290
Dec. 7.	+0·050		−9·456		+0·536	
„ 27.		+0·012		−0·009		+0·195
1871 Jan. 16.	+0·062		−9·465		+0·731	

Die angewandten

$$♃ = \frac{1}{1049}$$

Das mittlere Äquinoctium 1870·0 liegt den Werthen zu Grunde,
Zeit

Jedermann ohne weitere Mühe zu ermöglichen, das Schema der letzten Functionen.

störungen.

'f	dπ : dt	''f	'f	d²μ : dt²	'f	dL : dt
	−2'25"74	+3'21"9635		+2"0129		−0"227
−2°5'34"57			+15"4240		−6'55"044	
	−2 11·79	+3 37·3875		+1·9550		+1·101
−2 7 46·36			+17·3790		−6 53·943	
	−1 56·73	+3 54·7665		+1·8543		+2·428
−2 9 43·09			+19·2333		−6 51·515	

störungen.

	−10·68	+31"8533		+0"1364		+0"101
−42"26			+0"9156		−12"025	
	− 8·65	+32·7689		+0·1067		+0·239
−50·91			+1·0223		−11·786	
	− 6·76	+33·7912		+0·0734		+0·331
−57·67			+1·0957		−11·455	

Maßen sind:

$$♄ = \frac{1}{3501\cdot 6}.$$

die sich selbst auf den Osculationspunkt 1865, Januar 7·0 Berliner beziehen.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

serst zarten, aus concentrirten Lösungen abgeschiedenen Kryställchen wahrnehmbar ist. Hatte man die Nickeloxydulsalzlösung nur mit so viel Ammoniak versetzt, daß dessen Menge eben hinreicht, den entstandenen Niederschlag wieder aufzulösen, und bringt man nun Ferrocyankalium hinzu, so entsteht sofort ein grünlich-weißer Niederschlag, der völlig amorph ist, sich aber auf Zusatz von Ammoniak ziemlich rasch in jenen krystallinischen Körper verwandelt, wie er aus einer Überschuß von Ammoniak enthaltenden Lösung von Anbeginn erhalten werden kann. Derselbe grünlich weisse Körper entsteht auch ziemlich leicht, wenn man eine, die genannten amethystrothen Kryställchen enthaltende Flüssigkeit mit Wasser verdünnt, oder diese selbst mit Wasserüberschuß behandelt. Unter Umständen wo die in Verwendung gezogene Nickeloxydulsalzlösung keinen genügenden Ammoniakzusatz erhalten hat, können begreiflicher Weise beide genannten Körper gleichzeitig entstehen, und es werden dann Niederschläge zu Stande kommen, welche je nach dem Vorherrschen der einen oder der anderen Verbindung eine zwischen grün und violett schwankende Mischfarbe zeigen. Durch Säuern werden diese aus amoniakalischen Nickeloxydulsalzlösungen erhaltenen Körper sehr rasch verändert, und nehmen bei genügendem Säurezusatz im Allgemeinen jene blaßapfelgrüne Färbung an, wie sie dem gewässerten Einfach-Cyaneisen-Nickel, in welches sie sich hiebei verwandeln, zukommt, während sich umgekehrt dieses auf Zusatz von Ammoniak in die oben genannten amethystrothen Kryställchen überführen läßt. Andere Erscheinungen habe ich bei der Einwirkung von Ferrocyankalium auf amoniakalische Nickeloxydulsalzlösungen nicht beobachtet. Behufs der Analyse der hier entstehenden Verbindungen stellte ich mir zunächst eine größere Menge der krystallisirbaren violetten Verbindung dar. Ich verfuhr wie folgt: Eine gesättigte Lösung von schwefelsaurem Nickeloxydul, das durch Auflösen von reinem, auf geeignete Weise von Verunreinigungen mit Kupfer, Arsen, Eisen, Zink und Kobalt befreitem Nickeloxydulhydrat in einer zureichenden Menge von Schwefelsäure, und auskrystallisiren lassen, erhalten worden war, wurde mit dem 10fachen Volumen von Ätzammoniakflüssigkeit (0·910 sp. Gew.) versetzt, und dic so erhaltene dunkel lasurblau gefärbte Flüssigkeit mit einem gleichen Volumen Wasser verdünnt. Es wurde nunmehr eine $^1/_{10}$ des Gesammtvolums der Flüssigkeit betragende Menge einer kalt gesättigten Lösung von reinem

Ferrocyankalium zugemischt, und das Gemenge in einem wohlbedeckten Gefässe ruhig stehen gelassen. Nach circa 24 Stunden hatten sich aus dieser Flüssigkeit große, mitunter zolllange, spiessige Krystalle [1] von prächtig dunkel-amethystrother Farbe abgeschieden. Dieselben wurden auf einem Filter gesammelt, mit Ätzammoniakflüssigkeit gewaschen und endlich zwischen einigen Lagen Fließpapiers wiederholt und so lange gepreßt, bis eine fast vollkommen trockene Masse resultirte. Diese wurde so rasch als thunlich zu Pulver zerrieben, und in wohl verschließbare, an einem Ende zugeschmolzene Glasröhrchen gefüllt. So dargestellt bildet die Substanz ein lebhaft violettes Pulver, das frei an der Luft liegen gelassen sich ziemlich rasch verändert und unter Verlust von Ammoniak eine lichtgrüne Farbe annimmt, die sich aber bei weiterem Liegen an der Luft ungeändert erhält. Erwärmen beschleuniget die Zersetzung wesentlich, und es resultirt bei längerem Trocknen, bei einer 100° C. nicht übersteigenden Temperatur, ein dunkelbraun gefärbtes Pulver, das endlich bei höherer Temperatur sich unter Bildung von Cyanammonium und Wasser völlig zersetzt und schließlich unter lebhaftem Erglühen ein äusserst voluminöses schwarzes Pulver hinterläßt, das Eisen, Nickel und Kohlenstoff enthält. Setzt man eine größere Partie der ursprünglichen Verbindung (am besten in grösseren zusammengeballten Stücken, wie sie durch Pressen der erhaltenen Krystalle resultiren) rasch und durch nicht zu lange Zeit einer Temperaturerhöhung von 100° C. aus, so verwandelt sich die Masse nur an den äußeren Schichten in die erwähnte grüne, beziehungsweise braune Verbindung, im Innern der einzelnen dichteren Stücke findet sich aber eine Partie eines Körpers, der eine deutlich blaue Farbe zeigt, und einen ziemlich hohen Grad von Beständigkeit besitzt, so daß man denselben frei an der Luft liegen lassen kann, ohne daß er sich sehr rasch verändert. Durch diese Eigenthümlichkeit unterscheidet sich dieser Körper wesentlich von der ursprünglichen violett gefärbten Verbindung, und es ist kein Zweifel, daß er ein Zersetzungsproduct derselben ist; eine Annahme, für welche auch der Umstand spricht, dass er beim Erwärmen sofort unter Ammoniak-

[1] Herr Oberbergrath, Prof. Dr. Ritter v. Zepharovich hatte die Güte, einige dieser Krystalle zu übernehmen, um, sofern dies bei der leichten Veränderlichkeit derselben thunlich ist, dieselben krystallographisch zu bestimmen.

verlust sich braun färbt, ohne vorher eine grüne Farbe anzunehmen. Dieselbe blaue Verbindung entsteht auch, wenn man die ursprüngliche violette Verbindung in einem Strome trockenen Ammoniakgases einer nicht über 60° C. steigenden Temperaturerhöhung aussetzt. Beim Stehen im Vacuum über Schwefelsäure erleidet die ursprüngliche violette Verbindung ähnliche Veränderungen wie beim Trocknen an der Luft. Sie färbt sich auch hier, und begreiflich, weit rascher, grün, und geht endlich, zumal wenn man durch Anwendung von concentrirter Schwefelsäure für eine kräftige Wasserentziehung gesorgt hat, eben auch in jene braune Verbindung [1]) über, wie sie außerhalb des Vacuums durch Erwärmen resultirt. Dagegen habe ich einen Übergang derselben in die oben erwähnte blaue Verbindung bei den Veränderungen im Vacuum nie beobachtet.

Wasser und verdünnte Säuren verändern sowohl die ursprünglich violette Verbindung, als auch zum Theile deren Zersetzungsproducte sehr rasch. So entsteht durch Einwirkung von Wasser auf die violette Verbindung sowohl als auch auf den erwähnten blauen Körper jene grüne Verbindung, wie sie beim Liegen der ursprünglichen Verbindung an der Luft oder über Schwefelsäure im Vacuum zu Stande kommt, während verdünnte Säuren sowohl die ursprüngliche violette, als auch die erwähnte blaue, so wie die grüne und braune Verbindung durch Entziehung von Ammoniak in gewässertes Einfach Cyaneisen-Nickel verwandeln. Weder ersteres noch letztere bringen sonach die Verbindung in Lösung, dagegen ist in ammoniakhältigem Wasser, durch welches, wenn dessen Ammoniakgehalt zureichend ist, sämmtliche Zersetzungsproducte wieder in die ursprüngliche Verbindung zurückverwandelt werden, diese merklich löslich. Der Grad ihrer Löslichkeit nimmt aber in dem Maße ab, als der Ammoniakgehalt der Flüssigkeit zunimmt, so daß in einem mit Ammoniakgas völlig gesättigten Wasser sich eben auch nur Spuren der Verbindung in Lösung erhalten. Concentrirte Schwefelsäure färbt

---

[1]) Diese durch vorsichtiges Trocknen in der Wärme oder im Vacuum über Schwefelsäure aus der violetten Verbindung dargestellte braune Substanz ist in hohem Grade hygroskopisch und färbt sich durch Wasseraufnahme sehr rasch grün. Dieses Verhalten ist völlig geeignet, diesem Körper unter Umständen eine praktische Verwendung in der Richtung zu verschaffen, in der man etwa wasserfreies schwefelsaures Kupferoxyd in Anwendung bringt.

die Verbindung durch Wasserentziehung sehr rasch lebhaft und zersetzt dieselbe nach längerer Einwirkung, zumal bei gleichzeitigem Erwärmen unter Entwicklung von schwefliger Säure endlich vollständig. Eben so wirkt schmelzendes doppelt schwefelsaures Kali. Ätzende Alkalien entwickeln aus der Verbindung Ammoniak und hinterlassen Nickeloxydulhydrat, während zugleich die Ferrocyanverbindung des angewandten Alkali in Lösung geht. In Cyankalium ist die Verbindung leicht zu einer gesättigt gelb gefärbten Flüssigkeit löslich.

Die qualitative Analyse erwies: Eisen, Nickel, Cyan, Ammoniak und Wasser. Ich konnte trotz wiederholter Versuche in der, aus einer verdünnteren Lösung erhaltenen Verbindung weder die Gegenwart von Schwefelsäure, noch von Kali nachweisen.

Behufs der quantitativen Bestimmung der einzelnen Bestandtheile, die bei der leichten Zersetzbarkeit der Verbindung wie begreiflich eine ziemlich mühselige ist, verfuhr ich derart, daß ich im Allgemeinen die Bestimmung je eines Bestandtheiles in gesonderten Partien der Verbindung vornahm. Das Abwägen der der Analyse zuzuführenden Quantitäten geschah durch Zurückwägen des die Verbindung enthaltenden, vorher gewogenen Röhrchens, nachdem demselben die zu der jeweiligen Bestimmung zu verwendende Partie der Verbindung entnommen worden war.

Ich theile im Folgenden die einzelnen Bestimmungen und deren Resultate mit:

1. Violette Verbindung.

a) **Ammoniakbestimmung.** 0·57825 Grm. der wie oben erwähnt dargestellten Verbindung wurden so rasch als thunlich in einen, verdünnte Schwefelsäure enthaltenden Achatmörser gebracht, zu einem völlig feinen Pulver zerrieben und die Masse dann in eine tubulirte Retorte eingetragen, deren lange, etwas nach aufwärts gerichtete Röhre mit ihrem verjüngten nach unten gebogenen Ende bis nahe an den Boden eines größeren Kolbens reichte, der die durch Verdünnen von 30 CC. Normal-Schwefelsäure mit Wasser dargestellte Flüssigkeit enthielt.

In den Tubus der Retorte wurde mit Hilfe eines durchbohrten Pfropfes eine winklig gebogene Glasröhre eingepaßt, die einen zu einer feinen Öffnung verengten Schenkel

Boden der Retorte reichte, während der andere Schenkel mit einem Gasometer in Verbindung stand. Nachdem eine zur Zersetzung mehr als hinreichende Quantität von mäßig concentrirter Kalilauge in die Retorte gebracht worden war, wurde zum Sieden erhitzt, während gleichzeitig ein langsamer Strom ammoniakfreier Luft durch die Retorte geleitet wurde [1]). Nachdem so circa ein Dritttheil des Retorteninhaltes überdestillirt war, wurde in der Vorlage, durch Zurücktitriren mit Normal-Ammoniak, die Menge der nicht neutralisirten Schwefelsäure ermittelt. Es erschienen nach Abzug der freien Schwefelsäure, durch das überdestillirte Ammoniak neutralisirt, 15·5 CC. Normal-Schwefelsäure, diesen entsprechen an Ammoniak 0·2635 Grm. = 30·00 Pct.

1·2115 Grm. Substanz neutralisirten in gleicher Weise 21·5 CC. Normal - Schwefelsäure. Diesen entsprechen an Ammoniak 0·3655 Grm. = 30·16 Pct.

0·68625 Grm. Substanz neutralisirten in gleicher Weise 12 CC. Normal-Schwefelsäure, enthielten sonach an Ammoniak 0·204 Grm. = 29·72 Pct.

0·656 Grm. Substanz neutralisirten 11·5 CC. Normal-Schwefelsäure, enthielten sonach an Ammoniak 0·1955 Grm. = 29·80 Pct.

0·634 Grm. Substanz wurden wie oben der Destillation unterworfen, das freigewordene Ammoniak aber in vorgelegter Chlorwasserstoffsäure aufgefangen auf bekannte Weise als Platindoppelsalz abgeschieden, und aus dem erhaltenen Platin bestimmt. Es resultirten 1·0855 Grm. Platin, entsprechend 0·1865 Grm. an Ammoniak = 29·41 Pct.

0·8755 Grm. Substanz lieferten in gleicher Weise 1·506 Grm. Platin, entsprechend 0·2587 Grm. Ammoniak = 29·55 Pct.

Es wurde sonach im Mittel ein Gehalt von 29·77 Pct. an Ammoniak gefunden.

b) **Eisen- und Nickel-Bestimmung.** 0·6725 Grm. Substanz wurden mit doppelt schwefelsaurem Kali geschmolzen, und aus der wässerigen

---

[1]) Das Durchleiten von Luft hatte den Zweck, das höchst lästige Stoßen der siedenden Flüssigkeit zu vermeiden, ein Zweck, den ich in der That durch die erwähnte Vorrichtung vollkommen erreichte, und sonach dieselbe zur Anwendung in allen Fällen empfehlen kann, wo es sich darum handelt ein ruhiges Sieden einer Flüssigkeit, in der irgend ein feinpulvriger Körper suspendirt ist, zu erzielen.

Lösung der Schmelze, durch KO, HO alles Eisenoxyd und Nickeloxydul als Hydrate gefällt. Der gut gewaschene Niederschlag wurde noch feucht in Chlorwasserstoffsäure gelöst und in dieser Lösung mittelst CO_2BaO das Nickel vom Eisen getrennt. Ersteres auf geeignete Weise abgeschieden, wurde als Nickeloxydul, letzteres als Eisenoxyd der Wägung zugeführt. Es resultirten 0·0745 Grm. Eisenoxyd = 0·05215 Grm. Eisen = 7·75 Pct. und 0·1405 Grm. Nickeloxydul = 0·1101 Grm. Nickel = 16·37 Pct. Desgleichen gaben 1·077 Grm. Substanz 0·1203 Grm. Eisenoxyd = 0·08421 Grm. Eisen = 7·81 Pct. und 0·227 Grm. Nickeloxydul = 0·17791 Grm. Nickel = 16·51 Pct., so wie 0·5215 Grm. Substanz 0·0575 Grm. Eisenoxyd = 0·04025 Grm. Eisen = 7·71 Pct. und 0·1085 Grm. Nickeloxydul = 0·08504 Grm. Nickel = 16·3 Pct.

Es wurden ferner 0·885 Grm. Substanz, wie oben erwähnt, mit doppelt schwefelsaurem Kali geschmolzen und in der wässerigen Lösung der Schmelze nach vorheriger Reduction des Eisenoxydes mittelst Zink, die Menge des Eisens directe durch Titriren mit Chamaeleon ermittelt. Es wurden gefunden 0·06973 Grm. Eisen = 7·87 Pct. In derselben Weise wurde in 1·0985 Grm. Substanz die Menge des Eisens = 0·08447 Grm. = 7·68 Pct. gefunden.

Es würde sich sonach als Mittelwerth für Nickel ein Gehalt von 16·39 Pct., als Mittelwerth für Eisen von 7·76 Pct. ergeben, und aus diesem berechnet sich die Menge des in der Verbindung enthaltenen Ferrocyans (Fe + 3Cy) mit 29·38 Pct.

Um indeß die Menge des Ferrocyans überdies noch directe zu bestimmen, wurden 0·7525 Grm. Substanz fein gepulvert, mit mäßig concentrirter Kalilauge längere Zeit gekocht, und in der vom gebildeten Nickeloxydulhydrat abfiltrirten Flüssigkeit nach dem Ansäuern mit Schwefelsäure der Ferrocyangehalt durch Titriren mittelst Chamaeleon bestimmt. In dieser Weise wurden gefunden 0·2233 Grm. Ferrocyan = 29·67 Pct. und es gaben ferner 0·624 Grm. Substanz 0·18632 Grm. Ferrocyan = 29·85 Pct., so daß sich also mit Berücksichtigung des aus der gefundenen Eisenmenge berechneten Ferrocyangehaltes ein mittlerer Gehalt von 29·63 Pct. an Ferrocyan ergiebt.

c) **Wasserbestimmung.** Um auch das in der Verbindung enthaltene Wasser, dessen Menge sich aus der Differenz der Summe der ermittelten übrigen Bestandtheilsmengen gegen 100 auf 24·21 Pct.

berechnet, direkte zu bestimmen, wurde die Substanz mit chromsaurem Bleioxyd und Kupferoxyd bei gleichzeitig vorgelegtem metallischem Kupfer auf gewöhnliche Weise verbrannt, und aus der Gewichtszunahme des Chlorcalciumrohres durch Subtraction der dem mittleren Ammoniakgehalte entsprechenden Wassermenge der Gehalt an Wasser berechnet. Es ergab sich hiebei unter einem ein einfaches Mittel für die Controle der Ferrocyanbestimmungen, wenn die Menge der gebildeten Kohlensäure zugleich bestimmt wurde.

Es gaben 0·4225 Grm. Substanz nach Abzug der dem mittleren Ammoniakgehalt entsprechenden Wassermenge 0·1009 Grm. Wasser = 23·88 Pct. und 0·156 Grm. Kohlensäure = 0·0425 Grm. Kohlenstoff, woraus sich 0·1251 Grm. Ferrocyan = 29·60 Pct. berechnen.

Deßgleichen lieferten 0·396 Grm. Substanz 0·095 Grm. Wasser = 23·98 Pct. und 0·1455 Grm. Kohlensäure = 0·0396 Grm. Kohlenstoff, woraus sich 0·1166 Grm. Ferrocyan = 29·44 Pct. berechnen. Der gefundene Wassergehalt beträgt sonach im Mittel 23·93 Pct.

Die procentische Zusammensetzung wäre demnach für diese Verbindung:

Ferrocyan	29·63
Nickel	16·39
Ammoniak	29·77
Wasser	23·93
	99·72

Berücksichtiget man, daß die Analysen mit einer nicht völlig trockenen Substanz vorgenommen werden mußten, so wie daß derselben von dem Auswaschen mit Ätzammoniakflüssigkeit herrührend eine gewisse nicht zur Verbindung gehörige Menge Ammoniak anhängen mußte, so wird die Formel $FeCy + 2(NiCy) + 6NH_3 + 9HO$ welche

Ferrocyan	30·54 Pct.
Nickel	16·71 „
Ammoniak	29·40 „
Wasser	23·34 „

verlangt, wohl völlig gerechtfertigt erscheinen.

2. Blaue Verbindung.

Die für die Analyse bestimmte Partie dieser Verbindung wurde auf folgende Weise dargestellt: Es wurden mehrere größere Klümpchen der violetten Verbindung, wie sie durch scharfes Pressen derselben erhalten worden waren, durch nahe zwei Stunden einer Temperatur von 100° C. ausgesetzt. Sie überzogen sich dabei von oben her mit einer Schichte jenes braunen Körpers, der, wie erwähnt, beim Erhitzen der violetten Verbindung immer entsteht; im Innern der Masse fand sich aber eine Partie jener smalteblauen Verbindung, von deren allgemeinen Eigenschaften ich bereits im Vorhergehenden Erwähnung gethan habe. Diese wurde sorgfältig von der äußersten braunen Schichte und einer eingeschlossenen Partie noch unveränderter ursprünglicher Verbindung gesondert und zerrieben aufbewahrt. Die Bestimmungen der einzelnen Bestandtheile wurden in derselben Weise ausgeführt, wie das bei der vorhergehenden Verbindung geschah.

Es verbrauchten 0·683 Grm. Substanz zur Neutralisation des freigewordenen Ammoniak's 10·25 CC. Schwefelsäure, entsprechend 0·17425 Grm. Ammoniak = 25·51 Pct. 0·7625 Grm. Substanz deßgleichen 11·7 CC. Normal-Schwefelsäure, entsprechend 0·1955 Grm. Ammoniak = 25·64 Pct. Bei der Bestimmung mittelst Ausfällung als Platindoppelsalz lieferten 0·3545 Grm. Substanz 0·528 Grm. Platin, entsprechend 0·09072 Grm. Ammoniak = 25·59 Pct. und 0·536 Grm. Substanz 0·804 Grm. Platin, entsprechend 0·13814 Grm. Ammoniak = 25·77 Pct.

Der Ammoniakgehalt betrug sonach im Mittel 25·62 Pct.

Es lieferten ferner 0·824 Grm. Substanz 0·12225 Grm. Eisenoxyd = 0·08557 Grm. Eisen = 10·38 Pct. und 0·225 Grm. Nickeloxydul = 0·1763 Grm. Nickel = 21·4 Pct.

Deßgleichen lieferten 0·6175 Grm. Substanz 0·0905 Grm. Eisenoxyd = 0·06335 Grm. Eisen = 10·25 Pct., und 0·168 Grm. Nickeloxydul = 0·13167 Grm. Nickel = 21·32 Pct.

Als Mittelwerth für die Menge des vorhandenen Nickels ergibt sich sonach 21·36 Pct., für die Menge des Eisens 10·31 Pct., woraus sich der Ferrocyangehalt mit 39·03 Pct. berechnet. Bei einer directen Bestimmung des Ferrocyans durch Titriren mit Chamaeleon wurden in 0·9485 Grm. Substanz 0·3737 Grm. Ferrocyan = 39·39 Pct.

gefunden und es würde sich sonach der mittlere Werth für dieses = 39·21 Pct. ergeben.

Der Wassergehalt der Verbindung, der aus dem Verluste berechnet 13·81 Pct. betragen würde, wurde bei zwei directen Bestimmungen im Mittel = 13·57 Pct. gefunden.

Die procentische Zusammensetzung der in Rede stehenden Verbindung ergibt sich also =

Ferrocyan	39·21	Pct.
Nickel	21·36	„
Ammoniak	25·62	„
Wasser	13·57	„
	99·76	

und hieraus berechnet sich für die Verbindung die Formel $FeCy + 2(NiCy) + 4NH_3 + 4HO$, welcher eine procentische Zusammensetzung von

Ferrocyan	39·55	Pct.
Nickel	21·64	„
Ammoniak	25·40	„
Wasser	13·40	„

entspricht.

3. Grüne Verbindung.

Das Materiale für die Analysen dieser Verbindung stellte ich durch Trocknen der violetten Verbindung im Vacuum über verdünnter Schwefelsäure dar. Das Trocknen der einzelnen Portionen wurde so lange fortgesetzt, bis sich kein weiterer Gewichtsverlust bemerken ließ.

Es verbrauchten 0·413 Grm. Substanz zur Neutralisation des abgeschiedenen Ammoniak's 1·5 CC. Normal-Schwefelsäure, entsprechend 0·0255 Grm. Ammoniak = 6·17 Pct. Ebenso verbrauchten 0·977 Grm. Substanz 3·6 CC. Normal-Schwefelsäure, entsprechend 0·0612 Grm. Ammoniak = 6·26 Pct.

Durch Fällen als Platindoppelsalz, aus dem erhaltenen Platin bestimmt, gaben 0·32 Grm. Substanz 0·112 Grm. Platin = 0·01924 Grm. Ammoniak = 6·01 Pct. und 0·6625 Grm. Substanz deßgleichen 0·2405 Grm. Platin = 0·04132 Grm. Ammoniak = 6·23 Pct. Der mittlere Ammoniakgehalt betrug sonach 6·16 Pct.

Es lieferten ferner 0·789 Grm. Substanz 0·1215 Grm. Eisenoxyd = 0·08505 Grm. Eisen = 10·77 Pct. und 0·2245 Grm. Nickeloxydul = 0·17595 Grm. Nickel = 22·30 Pct. Ebenso gaben 1·027 Grm. Substanz 0·1575 Grm. Eisenoxyd = 0·11025 Grm. Eisen = 10·73 Pct. und 0·2935 Grm. Nickeloxydul = 0·230048 Grm. Nickel = 22·40 Pct. Der Mittelwerth für Nickel wurde sonach = 22·35 Pct., der für Eisen = 10·75 Pct. gefunden, und aus letzterem berechnet sich für Ferrocyan ein Gehalt von 40·69 Pct.

Bei der directen Bestimmung des Ferrocyan's (wie oben) ergaben sich in 0·9235 Grm. Substanz 0·3741 Grm. Ferrocyan = 40·50 Pct. und in 0·376 Grm. Substanz 0·1535 Grm. Ferrocyan = 40·82 Pct., so daß sich der mittlere Gehalt der Verbindung an Ferrocyan mit 40·66 Pct. berechnet.

Der Wassergehalt der Verbindung wurde auch hier in der Eingangs erwähnten Weise directe bestimmt.

Es lieferten 0·251 Grm. Substanz nach Abzug der dem mittleren Ammoniakgehalte entsprechenden Wassermenge, 0·077 Grm. Wasser = 30·67 Pct. und 0·6105 Grm. Substanz deßgleichen, 0·1883 Grm. Wasser = 30·84 Pct., sonach im Mittel 30·75 Pct. Wasser. Die gefundene Zusammensetzung der in Rede stehenden Verbindung beträgt sonach:

Ferrocyan	40·66 Pct.
Nickel	22·35 „
Ammoniak	6·16 „
Wasser	30·75 „
	99·92

und aus dieser ergibt sich die Formel: $FeCy + 2(NiCy) + NH_3 + 9HO$, welche

Ferrocyan	40·45 Pct.
Nickel	22·13 „
Ammoniak	6·49 „
Wasser	30·92 „

fordert.

Ähnliche, der obigen Zusammensetzung sehr nahe kommende Zahlen erhielt ich auch bei den Analysen jenes grünen Körpers, welcher beim längeren Liegen der violetten Verbindung an trockener Luft entsteht, so wie jenes, der durch Fällen einer mit zur Lösung des entstehenden Niederschlages eben nur zureichenden Ammoniakmenge versetzten Lösung eines Nickeloxydulsalzes mittelst Ferrocyankalium erhalten werden kann, so daß bezüglich der Identität dieser Körper mit der oben beschriebenen Verbindung kein Zweifel besteht.

Was endlich die Analyse des braunen Körpers betrifft, wie er durch Einwirkung höherer Temperatur oder durch Trocknen über concentrirter Schwefelsäure im Vacuum aus jeder der im Vorhergehenden besprochenen Verbindungen erhalten werden kann, so ergab diese bei Substanzen von verschiedener Darstellungsweise ziemlich verschiedene Zahlen, und nur einmal erhielt ich bei der Analyse einer durch längeres Trocknen im Vacuum dargestellten Substanz Zahlen, die ziemlich gut auf die Formel $FeCy + 2(NiCy) + NH_3 + 4HO$ paßten, welcher eine procentische Zusammensetzung von

Ferrocyan	48·84 Pct.
Nickel	26·73 „
Ammoniak	7·83 „
Wasser	16·59 „

entspräche.

In der Mehrzahl der Fälle fand ich, bedingt durch ein länger fortgesetztes Trocknen einen wesentlich geringeren Gehalt an Ammoniak, als er obiger Formel entspricht; dagegen gelang es mir nie, auf diesem Wege eine von Ammoniak völlig freie Substanz zu erhalten.

Die Beziehungen der einzelnen Verbindungen zu einander würden sich mit Zugrundlegung obiger Formeln durch folgendes Schema ausdrücken lassen.

$$FeCy + 2(NiCy) + 6NH_3 + 9HO = FeCy + 2(NiCy) + 4NH_3 + 4HO \text{ und } 2NH_3, 5HO.$$

$$FeCy + 2(NiCy) + 6NH_3 + 9HO = FeCy + 2(NiCy) + NH_3 + 9HO \text{ und } 5NH_3.$$

$$FeCy + 2(NiCy) + 4NH_3 + 4HO = FeCy + 2(NiCy) + NH_3 + 4HO \text{ und } 3NH_3.$$

$$FeCy + 2(NiCy) + NH_3 + 9HO = FeCy + 2(NiCy) + NH_3 + 4HO \text{ und } 5HO.$$

Demgemäß müßte der Gewichtsverlust den die violette Verbindung beim Übergang in die blaue erleidet 22·75 Pct., der den sie beim Übergang in die grüne erleidet 24·5 Pct. betragen. Es müßte ferner die blaue Verbindung beim Übergang in die braune 19·02 Pct. die grüne dagegen zu demselben Ende 17·17 Pct. an Gewicht verlieren. Bei den Versuchen, die ich diesbezüglich, da wo es thunlich war anstellte, fand ich in der That eine ziemliche Übereinstimmung der gefundenen Zahlen mit den berechneten, und es scheint mir hierin eine nicht ganz werthlose Bestätigung für die Richtigkeit der aufgestellten Formeln zu liegen. Ich lasse der Vollständigkeit halber die Resultate der bezüglichen Gewichtsverlustbestimmungen folgen:

1·1915 Grm. der violetten Verbindung wurden durch 6 Wochen unter einer lose aufgesetzten Glasglocke stehen gelassen. Sie wurde nach dieser Zeit völlig grün und hatte als das Gewicht nicht weiter abnahm 0·2965 Grm. verloren = 24·88 Pct.

1·078 Grm. Substanz wurden unter einer Glasglocke durch 3 Wochen über mäßig concentrirter Schwefelsäure stehen gelassen. Als nach dieser Zeit das Gewicht des entstandenen völlig grünen Körpers constant blieb, betrug der Gewichtsverlust 0·2685 Grm. = 24·9 Pct.

1·022 Grm. Substanz im Vacuum über Schwefelsäure getrocknet verloren bis zum Constantbleiben des Gewichtes 0·262 Grm. = 25·73 Pct.

1·24125 Grm. Substanz gleichfalls im Vacuum getrocknet verloren 0·3148 Grm. = 25·36 Pct.

0·947 Grm. Substanz verloren unter denselben Umständen 0·2387 Grm. = 25·2 Pct.

0·7083 Grm. der grünen Verbindung wurden im Vacuum über concentrirter Schwefelsäure so lange getrocknet, bis die Masse sich vollständig in ein braunes Pulver verwandelt hatte. Der Gewichtsverlust derselben betrug 0·12 Grm. = 16·93 Pct.

1·9475 Grm. der blauen Verbindung verloren, gleichfalls bis zum völligen Braunwerden im Vacuum über concentrirte Schwefelsäure getrocknet, 0·365 Grm. an Gewicht = 18·76 Pct. [1]).

Wie man indeß ersieht stimmen die Resultate meiner Arbeiten, zumal was die Ergebnisse der Analysen betrifft, wenig mit den

---

[1]) Sämmtlichen Berechnungen wurde das neuerlich von Sommaruga mit 29·00 fixirte Äquivalent für Ni zu Grunde gelegt.

Angaben Reynoso's überein. Reynoso hat für sein „Eisencyan-nickel-Ammoniak" mit dem höchsten Ammoniakgehalte die Formel $FeCy + 2(NiCy) + 5NH_3 + 4HO$. Für jenes mit einem geringeren Ammoniakgehalt die Formel $FeCy + 2(NiCy) + 2NH_3 + HO$ aufgestellt, welche beide sich mit den Ergebnissen meiner Analysen nicht wohl in Einklang bringen lassen. Ohne auch nur im geringsten eine Kritik der Arbeit Reynoso's üben zu wollen, glaube ich doch darauf hinweisen zu müssen, daß er auf dem von ihm zur Darstellung des Materiales für die Analyse eingeschlagenen Wege, bei der leichten Veränderlichkeit der Substanz unmöglich eine Verbindung von durchgängig gleicher Zusammensetzung erhalten haben kann. Es mußte ihm sonach ohne Zweifel in der Substanz zumal, aus deren Analyse er die Formel $FeCy + 2(NiCy) + 5NH_3 + 4HO$ berechnet, ein Gemenge mindestens zweier Verbindungen vorgelegen sein. So ließe sich der höhere Ammoniakgehalt, den Reynoso bei seiner Analyse gefunden hat, sehr leicht erklären, wenn man annimmt, daß die ursprüngliche Verbindung, für welche ich die Formel $FeCy + 2(NiCy) + 6NH_3 + 9HO$ aufstellte, durch das Trocknen an der Luft nicht vollständig in den Körper $FeCy + 2(NiCy) + 4NH_3 + 4HO$ umgewandelt war, daß also ein Gemenge dieser beiden Körper von Reynoso analysirt worden ist. Dagegen läßt sich für den durchgängig zu niedrig gefundenen Wassergehalt bei Reynoso keine Erklärung finden, es wäre denn, daß Reynoso einen etwaigen Kaligehalt der von ihm analysirten Verbindungen, und sie enthalten, wenn sie aus concentrirteren Lösungen, zumal mittelst überschüssigem Ferrocyankalium abgeschieden werden, immer Kali, nicht genügend gewürdigt hat. Ohne im übrigen noch weiter auf eine Erörterung all' der möglichen Fälle einzugehen, die die Ursache der, von den meinen verschiedenen, Ergebnisse der Arbeit Reynoso's zu erklären vermöchten, glaube ich zu Gunsten der meinen, bei der ich auf die Darstellung der einzelnen Substanzen die größte Sorgfalt verwandte und die Analysen nicht blos mit einer und derselben, sondern mit von verschiedenen Darstellungen herrührenden Substanzen vornahm, nur noch darauf hinweisen zu sollen, daß die von mir ermittelte Zusammensetzung der violetten Verbindung in der That in einer sehr einfachen Beziehung zu anderen analogen Verbindungen von Nickelhaloidsalzen mit Ammoniak stehen. In den meisten derselben finden sich auf ein Äquivalent des in der Ammoniakverbindung enthaltenen

Nickels, drei Äquivalente von Ammoniak in Verbindung. So ist das Nickelchlorür-Ammoniak nach H. Rose $= NiCl + 3NH_3$, das Nickelbromür-Ammoniak nach Rammelsberg $NiBr + 3NH_3$ u. s. f. Dieses Verhältniß findet sich auch in der in Rede stehenden Verbindung des Ferrocyannickels wieder, denn sie ist in der That:

$$FeCy + \begin{cases} NiCy + 3NH_3 \\ NiCy + 3NH_3 \end{cases} + 9HO.$$

Eine ähnliche Beziehung läßt sich betreffs der blauen Verbindung für welche sich nach meinen Bestimmungen die Formel $FeCy + 2(NiCy) + 4NH_3 + 4HO$, und zwar zu den Verbindungen gewisser Nickeloxydulsalze mit Ammoniak wahrnehmen, die wie das schwefelsaure Nickeloxydul-Ammoniak, oder das salpetersaure Nickeloxydul-Ammoniak auf je ein in der Verbindung enthaltenes Äquivalent Nickel zwei Ammoniak-Äquivalente enthalten. Sie ergibt sich beispielsweise aus dem Vergleiche folgender Formeln:

$$\underbrace{S_2O_6 + \begin{cases} NiO + 2NH_3 + 2HO \\ NiO + 2NH_3 + 2HO \end{cases}}_{\text{schwefels. Nickeloxydul-Ammoniak}} \text{ und } \underbrace{FeCy + \begin{cases} NiCy + 2NH_3 + 2HO \\ NiCy + 2NH_3 + 2HO. \end{cases}}_{\text{Blaue Verbindung}}$$

Aus diesen Betrachtungen ließe sich sodann, zumal mit Zugrundelegung moderner Anschauungen die sprachliche Bezeichnung für diese Körper schöpfen, und es würde sich so für die violette Verbindung der Name „Ferrocyan-Diammonium-Nickelammon". Für die blaue „Ferrocyan-Ammonium-Nickelammon" [1]) ergeben, wobei sich freilich die Fähigkeit des ersteren Körpers, unter Verlust von Ammoniak in die grüne Verbindung übergehen zu können, nicht ohne Zuhilfenahme besonderer Kunstgriffe erklären ließe, wenn sich nach diese selbst nach denselben Schablone zusammengesetzt denken

[1]) [illegible]

[illegible]

[illegible]

ließe, wo ihr dann der Name „Ferrocyan-Nickelammonium-Nickel" [1]) zukäme. Anschließend an meine obigen Mittheilungen bemerke ich noch, daß meinen Versuchen zufolge, auch durch Einwirkung von Ferrocyankalium auf ammoniakalische Kobaltoxydulsalzlösungen, verschiedene, je nach der Menge des vorhandenen Ammoniak's, ammoniakreichere oder ärmere Verbindungen dieses, mit Eisen-Kobalt-Cyanür erhalten werden können, die im Allgemeinen ein, dem der analogen Nickelverbindungen ähnliches Verhalten zeigen. So entsteht in Kobaltoxydulsalzlösungen, wenn sie mit einem bedeutenden Ammoniaküberschuß versetzt sind, auf Zusatz von Ferrocyankalium, ein Niederschlag, welcher aus äußerst zarten, schwach rosenroth gefärbten Krystallnadeln besteht, die sich bei Anwendung von verdünnteren Lösungen, eben so wie dies bei der violetten Nickelverbindung der Fall ist, leicht von größeren Dimensionen erhalten lassen. Gleich der erwähnten Nickelverbindung ist dieser Körper äußerst leicht zersetzbar, und verwandelt sich sehr rasch, beim Liegen an der Luft, so wie beim Trocknen in der Wärme oder im Vacuum über Schwefelsäure, als endlich auch durch Einwirkung von Wasser, unter Verlust von Ammoniak in ein amorphes, gesättigt grün gefärbtes Pulver, welches bei weiterer Einwirkung von Wärme endlich eine braune Farbe annimmt. Derselbe grün gefärbte Körper läßt sich auch durch Einwirkung von Ferrocyankalium auf eine mit geringerem Ammoniaküberschuß versetzte Kobaltoxydulsalzlösung erhalten, und ist so wie die unter ähnlichen Verhältnissen entstehende Nickelverbindung ziemlich beständig. Hier wie dort resultiren aber in Fällen, wo die Menge des vorhandenen Ammoniaks zwar größer ist als nöthig, um blos die grüne Verbindung entstehen zu lassen, ohne indeß zur Bildung des genannten krystallinischen Körpers zu genügen, Niederschläge, welche eine zwischen grün und rosenroth schwankende Mißfarbe zeigen, und wohl auch nur Gemenge der beiden genannten Verbindungen sein dürften. Sämmtliche diese aus ammoniakalischen

---

1) Für diesen müßte dann die Formel

$$4HO + \underbrace{\overbrace{N}^{\ddot{F}eCy_3}}_{\overbrace{HHHNi}\ \ \overbrace{Ni}} + 4HO$$
$$+ aq$$

Platz greifen.

Kobaltoxydulsalzlösungen bei Einwirkung von Ferrocyankalium sich abscheidenden Verbindungen verhalten sich gegenüber von Reagentien größtentheils ähnlich den analogen Nickelverbindungen, werden also wie diese z. B. durch Säuren in gewässertes Eisen-Kobalt-Cyanür, durch ätzende Alkalien unter Freiwerden von Ammoniak und Bildung eines löslichen Ferrocyanmetalles in Kobaltoxydulhydrat verwandelt u. s. f. Dagegen kommt ihnen sämmtlich die Eigenschaft zu, durch Einwirkung von Ferridcyankalium bei Gegenwart von überschüssigem Ammoniak sich sehr rasch zu einer intensiv gelbroth gefärbten Flüssigkeit aufzulösen, ein Verhalten, welches die analogen Nickelverbindungen nicht zeigen, und das seine Erklärung offenbar in der Eigenthümlichkeit des Kobalt's, durch oxydirende Substanzen besonders bei Gegenwart von Ammoniak leicht in Oxyd übergehen zu können, finden muß. Die Ausführung der Analysen behufs der Ermittlung der Zusammensetzung der erwähnten Kobaltverbindungen hat auf mein Ansuchen Herr Pharm. Mag. F. Curda übernommen und ist eben mit derselben beschäftiget.

Zur Anatomie des Lupus erythematosus.

Von **Dr. W. H. Geddings** aus New-York.

(Aus dem pathologisch-anatomischen Institute in Wien.)

(Mit 1 Tafel.)

Mit dem *Lupus erythematosus* hat Cazenave [1]) eine Erkrankung der Haut bezeichnet, die sechs Jahre vorher Hebra [2]) als *Seborrhoea congestiva* beschrieben hat und die auch Biett in seinen Vorlesungen erwähnt haben soll. Diese Erkrankung hat einige Ähnlichkeit mit *Lupus vulgaris*, unterscheidet sich jedoch von diesem dadurch, daß sie nicht in die Tiefe greift, daß sie hochrothe am Rande etwas erhabene, mit schmutzig gelben Schuppen bedeckte, nachträglich zusammenfließende Flecken bildet, am häufigsten an der Nase und den Wangen auftritt und hier eine Schmetterlingsform annimmt. — Hebra spricht die Vermuthung aus, daß die Entwickelung des *Lupus erythematosus* von den Talgdrüsen ausgeht. Es liegt nur eine einzige anatomische Untersuchung des *Lupus erythematosus* vor, und zwar von Dr. Neumann [3]), die nur so viel constatirt, daß ähnlich wie beim *Lupus vulgaris* auch beim *erythematosus* eine Zellenneubildung im Corium stattfindet.

Ich war in der Lage, den *Lupus erythematosus* auf seine Entwickelung untersuchen zu können und will die Resultate derselben in Kürze hier mittheilen.

Die Krankengeschichte und der makroskopische Befund ist folgender:

Gabriele Hackenburg, 23 Jahre alt, wurde auf die Klinik des Prof. Hebra mit der Diagnose: *Lupus erythematosus* aufgenommen. Beginn der Krankheit October 1863. An der Nase, an beiden Wangen, so wie am behaarten Kopfe

---

[1]) Cazenave et Chausit, Annales des maladies de la peau. 3. vol. pag. 297.

[2]) Zeitschrift der k. k. Gesellschaft der Ärzte. Band I. 1845. Fig. 40.

[3]) Wiener medicinische Wochenschrift. Jahrg. 1863. Fig. 643.

und an beiden Ohren sind mehrere rothe, wenig erhabene, theilweise mit fest adhärirenden schmutzig gelben Schuppen bedeckte Stellen. Die Größe der einzelnstehenden Efflorescenzen entspricht der einer Linse. An einigen Stellen, z. B. an der Nase und an den Wangen, liegen sie sehr dicht neben einander in Form von kreuzerstückgrossen Gruppen, die zusammengenommen die Form eines Schmetterlinges darstellen. — Nach Entfernung der in der Mitte der Efflorescenzen gelagerten Schuppen sieht man eine rothe, glänzende, etwas unebene Fläche, die in der Mitte eine kleine Vertiefung zeigt. Die Schuppen sind sehr fettreich und zeigen an ihrer unteren Fläche zahlreiche kleine Fortsätze, die den erweiterten Ausführungsgängen der Talgdrüsen entsprechen. — Zwischen den rothen Efflorescenzen bemerkt man kleine, weiße, etwas eingesunkene Stellen, welche Blatternarben sehr ähnlich sehen. Diese narbigen Stellen sind die Reste abgelaufener Efflorescenzen, welche dieselben Charaktere besassen, wie die obbeschriebenen. An einigen Stellen sind diese narbigen Vertiefungen der Sitz neuer Efflorescenzen. Am Rücken und an beiden Armen findet man Gruppen von Efflorescenzen, welche sich von jenen im Gesichte nicht unterscheiden. Beim Betasten dieser Gegenden bemerkt man mehrere erbsengroße Knoten, über denen die Haut keine Veränderung zeigt. — Einige dieser Knoten sitzen tief im subcutanen Zellgewebe, andere dagegen mehr oberflächlich. Endlich findet man welche, die die Oberfläche der Haut erreichen, sich hier in rothe wenig erhabene Efflorescenzen verwandelt haben und den vorher beschriebenen ganz ähnlich sehen, mit dem Unterschiede, daß sie weniger Schuppen auf der Oberfläche zeigen. Nach Angabe der Patientin vergingen von der Zeit an, wo sie zuerst bemerkt wurden, bis dahin, wo sie die Oberfläche erreichten, zwei Monate, während welcher Zeit sie sehr schmerzhaft waren. Sobald sie jedoch die Oberfläche erreichen, hört der Schmerz auf. — Aus dem ganzen Verlaufe läßt sich entnehmen, daß die Erkrankung von der tieferen Lage des Corium ausging und von da auf die obere sich ausgebreitet hat.

Die mikroskopische Untersuchung wurde unter Anleitung des Dr. Biesiadecki an mehreren Knoten, welche vom Rücken der Patientin mit ihrer Einwilligung ausgeschnitten wurden und welche verschiedene Stadien der Entwicklung zeigten, vorgenommen. Wir beginnen mit der Untersuchung jener Knoten, welche im subcutanen Bindegewebe gelegen sind und über denen die Haut vollkommen normal war. In diesen findet man vor Allem eine Vergrößerung der Talgdrüsen, die durch Schwellung der einzelnen Enchymzellen bedingt ist. Um diese Drüsen sind die entsprechenden Blutgefässe erweitert und mit Blutzellen erfüllt. Die die Drüsen umgebenden Bindegewebsfibrillen sind schwach contourirt, anscheinend erweicht und zu größeren Lücken als im normalen Zustande aus einander gewichen.

In einem Knoten, der sich der Oberfläche der Haut näher befand und über welchem eine umschriebene Röthung der Haut zugegen war, ist es auch zu einer Erweiterung jener Gefässe, welche um den Haarbalg und in den anstossenden Papillen liegen, gekommen. Sowohl die den Haarbalg umgebenden Bindegewebsfasern, als die der Papillen sind aufgequollen, ihre Contouren schwach ausgeprägt, die Papillen von zahlreichen, unregelmäßigen Lücken durchsetzt und dadurch verbreitert und etwas verlängert.

In jener Efflorenscenz, die der Hautoberfläche näher gerückt und derb anzufühlen ist, findet man neben einer gleichen Veränderung der Talgdrüsen und des sie umgebenden Bindegewebes, letzteres überdies von reichlichen Zellen durchsetzt. Diese Zellen sind meist rund, öfters jedoch mit Ausläufern versehen; sie schließen einen in Carmin sich intensiv roth färbenden Kern ein und ihre Größe entspricht der der farblosen Blutzellen. Diese Zellen füllen die Lücken zwischen den Bindegewebsfasern, welche schwach contourirt und verbreitert sind, aus. Die Enchymzellen der Talgdrüsen sind vergrößert, weniger gekörnt als im normalen Zustande und abgeplattet, der Ausführungsgang der Drüsen, so wie der obere Theil des Haarbalges erweitert.

An jener Efflorescenz, über der sich eine dünne Epidermiskruste entwickelt hat, findet man neben den angeführten Veränderungen der Talgdrüsen und ihrer Umgebung das den Haarbalg einschliessende Corium-Gewebe und jene Papillen, welche nächst des Haarbalges liegen, von zahlreichen Zellen durchsetzt, meist in so reichlicher Menge, daß die Blutgefäße und die Bindegewebsfibrillen der Papillen nur mit Mühe zwischen denselben zu verfolgen sind. Die Papillen sind dadurch breiter geworden, ihre früher scharfe Grenze gegen das Stratum Malpighii, welches an Mächtigkeit zugenommen hat, verwischt. Die Epidermidal-Zellen über diesem haften viel fester und setzen sich viel tiefer in den erweiterten Haarbalg hinein fort.

An den Knoten, welche in ihrer Mitte eine Vertiefung zeigen, sind die Zellen, welche die Infiltration des Coriums und der Papillen bedingen, mit feinen Fettmolekeln erfüllt und geschrumpft; die Intercellularsubstanz getrübt und geschrumpft.

Eine geringe Zellenwucherung geht auch um die Knäuel der Schweißdrüsen vor sich. Weitere Stadien des *Lupus erythematosus* hatte ich keine Gelegenheit zu untersuchen. Fassen wir nun die Ergebnisse vorliegender Untersuchungen zusammen, so stellt sich heraus, dass beim *Lupus erythematosus* die Erkrankung von den Talgdrüsen ausgeht, indem die dieselben umgebenden Blutgefäße durch Hyperämie sich erweitern und es dann nachträglich zu einer serösen Exsudation in das anliegende Bindegewebe kommt. Diese Exsudation erfolgt hauptsächlich in das lockere Unterhautzellgewebe, wodurch die in demselben gelegenen derben Knoten zu Stande kommen. Im weiteren Stadium schreitet die Hyperaemie und Exsudation längst der Haarbälge in die Papillen fort, es entstehen dadurch die oberflächlich gelegenen gerötheten Knötchen.

Bald kommt es jedoch auch zu einer Wucherung der Zellen, und zwar zuerst um die vergrößerten Talgdrüsen, nachträglich auch um die Haarbälge und in den Papillen, über denen das Stratum Malpighii und die eigentliche Epidermis an Mächtigkeit zunehmen und letztere in Form einer fetthältigen Kruste über den erkrankten Papillen haften bleibt.

Wir müssen also den *Lupus erythematosus* als eine besondere Form der Hautentzündung auffassen, die sich durch die Ausgangsstelle der Erkrankung von der Umgebung der Talgdrüsen auszeichnet und die sich eben durch diesen Ausgangspunkt vom *Lupus vulgaris*, welcher eines solchen nach der Angabe der meisten Anatomen (mit Ausnahme von Rindfleisch) entbehrt, unterscheidet [1].

Erklärung der Abbildungen.

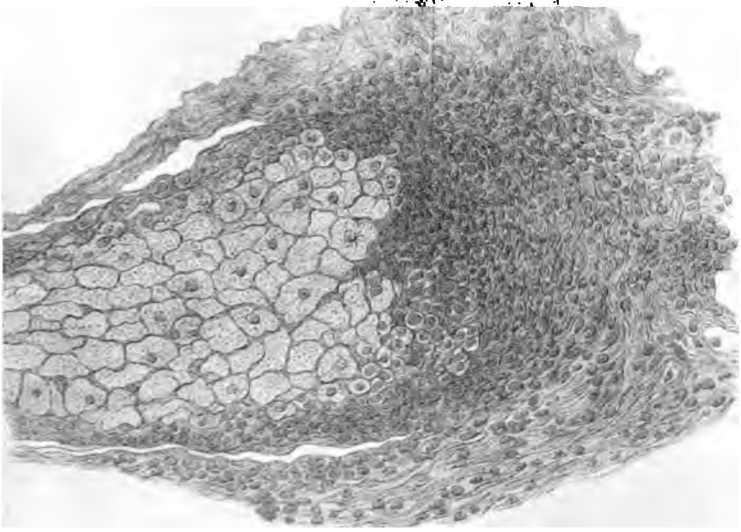
Fig. 1. Aus einem sich derber anfühlenden Knötchen, über welchem die Haut normal war: *a)* Talgdrüse; *b)* Zellenwucherung in der Umgebung der Drüse.

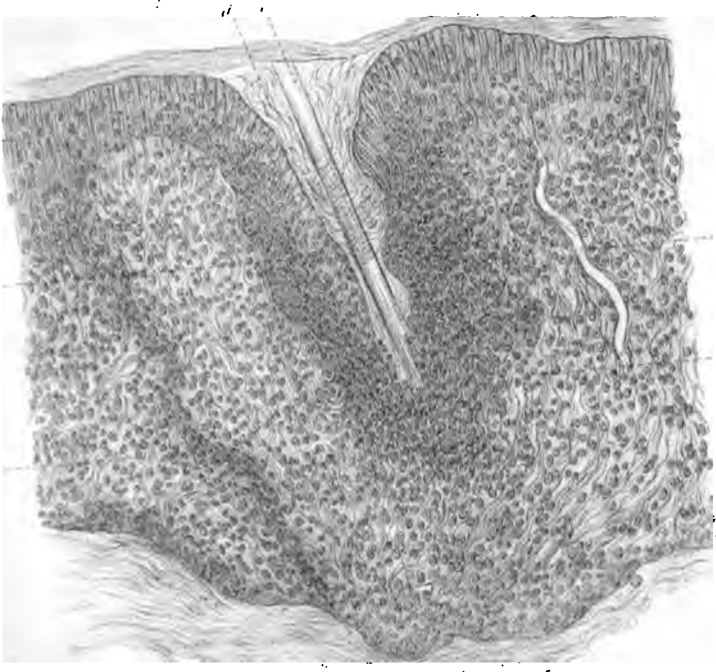
Fig. 2. Aus einer Efflorescenz, welche von einer in der Zeichnung nicht aufgenommenen Kruste bedeckt war: *a)* Epidermis; *b)* Stratum Malpighii, dessen Grenze gegen das Corium verwischt erscheint; *c)* Haar; *d)* in den Haarbalg eingeschobener Epidermidalfortsatz; *f)* Wurzelscheiden des Haarbalges; *h)* Blutgefässe; *g)* Von Zellen durchsetzte Umgebung des Haarbalges.

---

[1]) In der englischen Ausgabe des Werkes von Pf. Hebra findet sich die Angabe dass Dr. Neumann die Erkrankung bei *Lupus eryth.* von den Talgdrüsen ausgehen lässt. In der Arbeit des Letzteren über *L. e.* findet man jedoch eine ähnliche Bemerkung nicht.

Zur Anat. des Lupus erythemat.





Gez. u. lith. v. Dr. C. Heitzmann

Aus d. k. k. Hof u. Staatsdruckerei

Sitzungsb. d. k. Akad. d. W. math. naturw. Cl. LVII. Bd. II. Abth. 1868.

Der Meteorsteinfall vom 30. Jänner 1868 unweit Warschau.

Ein Meteorit aus demselben im k. k. Hof-Mineraliencabinete.

Nebst einem Anhang in Bezug auf den angeblichen Meteorsteinfall in Baden-Baden.

Von dem w. M. W. Ritter v. Haidinger.

Manche Mittheilungen, längst in der Zusammenstellung begonnen, für welche ich mir das freundliche Wohlwollen der hochverehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe erbitten wollte, habe ich verschiedener Hindernisse wegen wieder zurücklegen und auf geeignetere Tage verschieben müssen. Heute bitte ich um Erlaubniß einige Nachrichten vorzulegen, welche sich auf den reichhaltigen Fall von Meteorsteinen beziehen, welcher um 7 Uhr Abends am 30. Jänner 1868 in der Umgegend von Warschau stattgefunden hat.

Auch jetzt bin ich eigentlich nicht ganz freiwillig auf den Platz getreten, indem ich nach den zahlreichen Zeitungsnachrichten wohl ganz beruhigt darüber sein konnte, daß auch ohne meine Theilnahme die Erscheinung vollkommen gewürdigt und vielleicht jetzt und gewiß später durch umfassende Erhebungen für die Wissenschaft gewonnen werden wird.

Aber mein hochgeehrter Freund Herr Director Dr. M. Hörnes hatte sich unmittelbar nach dem Falle an den k. k. General-Consul in Warschau Herrn Grafen Emanuel Ludolf gewandt, zu dem Zwecke, um möglicherweise noch in der ersten Zeit nach dem Falle, einen der aufgesammelten Meteoriten für das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet zu erhalten. Herr Graf Ludolf entsprach dem Wunsche auf das Zuvorkommendste, ein Exemplar wurde durch die freundliche Gewogenheit des kaiserlich russischen wirklichen Staatsrathes und Rectors der Warschauer Hochschule Herrn Dr. v. Mianowski zur Verfügung gestellt, und Herr Director Hörnes hatte so die Genugthuung, in so früher Zeit nach dem Falle bereits das höchst werthvolle Exemplar der classischen Meteoritensammlung einzureihen.

Es ist dies der Größe nach das dritte der aufgefundenen Stücke. Es wog etwa $1^3/_4$ Pfd. und wurde zur Aufschließung des Gefüges hier in Wien bereits in drei Stücke geschnitten, von 1 Pfd. $13^3/_{16}$ Lth., $11^3/_{16}$ Lth. und $1^7/_{16}$ Lth. Wiener Gewicht (773·295, 195·782 und 25·103 Grm). Das größte Stück von 9 Pfd. ist in Privatbesitz übergegangen, das zweitgrößte Stück von 4 Pfd. für die kaiserliche Mineraliensammlung in St. Petersburg bestimmt.

Der Fall ereignete sich an der Narew, etwa halbwegs zwischen Pultusk und Ostrolenka, nordöstlich von ersterem, nordöstlich auch etwa 8 Meilen von Warschau. Der vorliegende Stein wurde insbesondere bei dem Dorfe Sielc nowy aufgelesen. Herr v. Mianowski gibt den Namen Sielc, District von Maków, Gouvernement von Lomza. Herr Graf Ludolf theilte noch ein Kärtchen mit, in dem noch andere Orte benannt sind, bei welchen noch mehr Meteoriten herabgefallen waren, bei Psary, Obryte, Zambski, Sokolowo, Gostkowo, Sielc nowy und Sielc stary, Rožan, wie in der kleinen Skizze Fig. 1.

Fig. 1.

Herr Graf Ludolf stellte ferner noch die Anhersendung eines ausführlichen wissenschaftlichen Berichtes in Aussicht, welcher gegenwärtig in Warschau ausgearbeitet wird.

Nebst dieser so hoch erfreulichen Mittheilung brachte mir Herr Director Hörnes noch eine Anzahl Blätter der „Breslauer Zeitung" und der „Allgemeinen Zeitung". Auch unsere „Neue Freie Presse" vom 27. Februar enthält einen Bericht. Aus den Mittheilungen der Herren v. Boguslawski in Stettin, Prof. Kayser in Danzig, aus Warschau mancherlei Angaben, zum Theil bereits mit einander verbunden, so dass wenn auch kein vollständig sorgsam geordnetes Bild, doch die Überzeugung hervorgeht, dass man es mit einer neuen wahrhaft großartigen Erscheinung zu thun hat, als Sternschnuppe beginnend, sodann einen Feuerll, von einem Durchmesser von halber Mondgröße, dann gewaltige Schall-Erscheinungen, endlich ein über eine ansehnliche Fläche ausgebreiteter Meteorstein-Schauer, zu vergleichen mit Barbotan 1790, l'Aigle 1803, Stannern 1807, Knyahinya 1866 und anderen.

Ich verfolge alles dies nicht weiter, indem uns darüber noch Berichte aus der Umgegend ausführlich bevorstehen.

Aber eines liegt uns auf der Hand, der Stein selbst, über dessen Beschaffenheit hier einige Bemerkungen wohl an ihrem Platze sind. ist dies nur ein Bruchstück in der Reihe der Nachrichten, die h erst später, sodann in einen Gesammtbericht einfügen.

Wie andere Meteoriten ist auch dieses Stück zwar ein Ganzes, so fern es nach allen Seiten von einer deutlichen Schmelzrinde geben ist, aber auch seiner Gestalt nach ein wahres eckiges uchstück eines sehr festen Gebirgsgesteines, welches zertrümmert rden war, lang bevor es an unserer Erdatmosphäre anlangte und r durch den Widerstand derselben, der die planetare Bewegung fhob und dadurch Veranlassung dazu gab, dass sich Bewegung Wärme und Licht umsetzte, an der Oberfläche mit einer Schmelzde überzogen wurde.

Es war sogar ein nach einer Richtung hin ziemlich scharfkanes, keilförmiges Bruchstück, bei welchem Seiten von 2 bis 3 Zoll eite eine solche Keilschärfe von etwa 60° einschliessen. Nach den deren Richtungen begegnen sich drei Seiten unter Winkeln von va 90° bis 105°.

Die Oberfläche ist ziemlich gleichförmig mit einer ganz dünnen ade von vielleicht nur $^1/_{10}$ Linie Dicke überzogen, wohl ein Beweis igsamen Vorganges der Schmelzung. Die schwarze Rinde matt d klein gekörnt und auf allen Flächen mit den bekannten charakistischen rundlichen doch flachen Vertiefungen, Schmelzgrübchen erdeckt. Der ganze Stein etwa 4 Zoll lang, 3 Zoll breit, 2 Zoll ch. An einer Seite war die Oberfläche vor der Überrindung ganz regelmässig uneben, auf der andern mehr eben. Beide tragen jech den gleichen Grad, die gleiche Art der Überrindung. Selbst den scharfen Kanten kann man keine Spur von Schmelzgraten merken, welche Anleitung gäben, eine gewisse feste Lage in dem ge durch die Atmosphäre vorauszusetzen.

Bruchflächen, noch mehr die geschliffenen und polirten Schnittchen, weisen den neuen Ankömmlingen unzweifelhaft ihre Stellung in jener ausgezeichneten Gruppe von Fällen an, welche bereits von unserem verewigten Collegen Partsch im Jahre 1843 [1]) als zusammengehörige, aufgeführt wurden: Eichstädt. 19. Februar 1785 Mittags, Barbotan, 24. Juli 1790, 9 Uhr P. M., Bielaja Zerkow, 4. Jänner 1797, Timochin. 13. März 1807 Nachmittags, Zebrak. 14. October 1824, 8 Uhr A. M., Gross-Divina. 24. 66. Juli 1837 Mittags, Bustee (Pokra) 1866. Durch freundliche Mittheilung von Herrn Director Hörnes, der mir die Exemplare zur Vergleichung als nahestehend übersandte, war es mir möglich, die Genauigkeit dieser Ansicht vollkommen zu bestätigen. Die meisten waren von Partsch genannt, diesen reihten sich die seitdem neu erworbenen an, Bielaja-Zerkow und Bustee (Pokra), welche nun gleichfalls zur Vergleichung vorlagen.

Es sind dies die grauen mehr oder weniger dunkelfarbigen Meteoriten, stellenweise braun, mit häufigern oder seltenern einzelnen etwas größeren kugligen Theilen, welche durch beinahe schwärzliches Grau von der Gesammtmasse sich abheben mit vielem fein eingesprengtem Eisen und wenig Schwefeleisen, wohl auch hier Troilit. Die etwas weniger dunkle Farbe, im Vergleich mit den übrigen Exemplaren der Gruppe nähert Siele nowy einigermaßen der Probe von Gross-Divina.

Das eigenthümliche Gewicht, von Herrn Dr. A. Schrauf zu 3.660 gefunden, spricht für den starken Gehalt an Eisentheilen, gerade wie von Partsch in seinem Werke angeführt, für sämmtliche oben genannte Meteoriten die Gewichte von 3·55 bis 3·7 gelten.

Bei dem vorliegenden Stücke von Siele nowy verdient ein Gegenstand unsere besondere Aufmerksamkeit. Die sonst mehr gleichartige feste Masse ist von einer kleinen Anzahl Trennungsflächen durchzogen, die meisten ganz fest verwachsen, aber doch auf der Schliffläche durch eine feine schwarze Linie erkennbar, eine und die andere jedoch ziemlich offen, so daß sie wirklichen Bruch vorbereiten. Erscheinungen dieser Art, in ihren verschiedenen Abstufungen hat Freiherr v. Reichenbach in Poggendorff's Annalen eine Anzahl von Mittheilungen gewidmet und billig hervorgehoben, dass man die schwarze Masse, welche einige derselben in sich schließen, obwohl derselben ähnlich, doch nicht gleichzeitiger Ent-

[1]) Die Meteoriten oder vom Himmel gefallenen Steine und Eisenmassen im k. k. Hof-Mineraliencabinete in Wien. Von Paul Partsch. S. 2.

stehung mit der oberflächlichen Schmelzrinde sind, sondern einem viel früheren, kosmischen Zeitabschnitte angehören.

Im Zusammenhange mit manchen Betrachtungen, welche ich früher vorzulegen veranlasst war, möchte ich hier noch beifügen, daß in der höchst festen, körnigen, aber immerhin unzweifelhaft Tuffstructur[1]) besitzenden Grundmasse, diese Sprünge, wie die in unseren irdischen Gebirgsgesteinen so häufigen haarförmigen Risse, durch einseitigen Druck in der Richtung derselben wirkend hervorgebracht erscheinen, nicht etwa als Überbleibsel einer sedimentären Schichtung, wenn sie auch im großen Ganzen genommen, einigen Parallelismus zeigen. Sie sind nicht nur der Hauptform des Bruchstückes entsprechend, der breitesten ziemlich ebenen Fläche parallel, sondern auch unter sich selbst, so daß auf eine Breite von etwa 2 Zoll auf der Schnittfläche deren sieben zum Vorschein kommen. An einzelnen Stellen zieht sich selbst das metallische Eisen, im Durchschnitte wie ein feiner glänzender Faden in denselben fort.

Die Ähnlichkeiten der als Vergleichungsgegenstände hier vorgeführten Meteoriten unter einander ist auch durch spätere Meteoritenforscher nach Partsch in ihren Zusammenstellungen ausgesprochen, wie durch den Freiherrn v. Reichenbach[2]), Shepard[3]), Gustav Rose[4]), Greg[5]), wie sich dies aus ihren Schriften entnehmen lässt, wenn sie auch in denselben doch weniger unmittelbar an einander geschlossen erscheinen, als bei Partsch.

Jedenfalls ist das Exemplar des Meteorsteines, wie es hier vorliegt, nur ein verhältnißmäßig ganz kleines Bruchstück aus einer sehr großen Gebirgsmasse, welche einen Theil eines grossen Weltkörpers bildete und es wurde unzweifelhaft durch ein höchst gewaltthätiges Ereigniß aus seinem früheren Verbande gerissen und als einzelnes Bruchstück abgetrennt.

---

[1]) Vergl. in Bezug auf den Begriff „Meteoritischer Tuff" meine früheren Vorlagen über das Meteoreisen von Tula, 29. November 1860, Sitzb. XLII. S. 507 und über die Natur der Meteoriten in ihrer Zusammensetzung und Erscheinung, 14. März 1861. Sitzb. XI. III. S. 389.

[2]) Poggendorff's Annalen 1859. CVII. Seite 155.

[3]) Meteoric Collection of Charles Upham Shepard u. s. w. London, July 20. 1864. Printed by Taylor and Francis, Red Lion Court, Fleet Street, London.

[4]) Beschreibung und Eintheilung der Meteoriten u. s. w. Aus den Abh. der kön. Akad. der Wissensch. in Berlin. 1863. Chondrite Seite 154.

[5]) Catalogue of Mr. Gregs Collection. February 1865. Aerolites. Order B. Groupe f.

Aber eben so gewiß hat es auch zwar in Gesellschaft, aber nicht zu einem größeren Körper verbunden, seine kosmische Bahn durchlaufen. Keine Explosion fand in der Erdatmosphäre statt, die Detonation, der Schall, entstand durch die plötzliche Erfüllung des leuchtenden Vacuums, welches als Meteor mit den Meteoriten fortgerissen wird, sei es nur einer oder seien es mehrere, bis die anfänglich planetare Geschwindigkeit durch den Widerstand der Atmosphäre überwältigt ist und der eigentliche tellurische Niederfall beginnt. Gewiß darf es mir gestattet sein, immer wieder dieser Ansicht der Erscheinung ein Wort zu sprechen, wie ich sie unter andern in unserer Sitzung am 14. März 1861 [1]) entwickelte, und für welche ich seitdem vielfache Bestätigung aus den Berichten über neuere Meteoritenfälle entnahm. Der noch immer mehrfach angewandte Ausdruck „Explosion“ gibt nur zu einer irrigen Vorstellung Anlaß.

Herr Director Hörnes, dem ich die Ansicht des Meteorsteines selbst verdanke, auf welchen sich die vorhergehenden Bemerkungen beziehen, hatte mir auch einen sehr anziehenden Bericht mitgetheilt, über eine Beobachtung des Niederfalles des Meteors aus der Gegend von Ragendorf, etwas südlich von Preßburg in Ungarn, aus einem Schreiben des dortigen Bezirksarztes Dr. Christoph Schuh an Herrn Theodor Fuchs, Assistenten am k. k. Hof-Mineraliencabinet. Zur Vergleichung in einem Hauptberichte liegt nun diese Angabe bereits in dem Märzhefte der „Zeitschrift der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie“, Band III. Seite 123 vor, und ich darf ihn also hier als bekannt voraussetzen. Über das Gesammt-Ereigniß selbst aber hat der hochverdiente Director der Breslauer Sternwarte, Herr Prof. Dr. J. G. Galle am 4. März in der Sitzung der „Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur“ einen vortrefflichen vorläufigen Bericht erstattet und die nahe bevorstehende Drucklegung einer ausführlichen Abhandlung in Aussicht gestellt, so daß man diesem wohl mit größter Theilnahme entgegensehen kann.

Einen Ausschnitt aus der „Breslauer Zeitung“ vom 7. März hatte Herr Prof. Dr. Römer freundlichst an Herrn Director Dr. Hörnes mitgetheilt.

---

[1]) Über die Natur der Meteoriten in ihrer Zusammensetzung und Erscheinung. Sitzungsberichte d. k. Akad. d. Wiss. 1861. Band XLIII. Seite 389—426.

Es darf mir wohl viele Befriedigung gewähren, aus Herrn Director Galle's Vortrag zu entnehmen, daß dieser hochverdiente Astronom es als das Wahrscheinlichste betrachtet, dass „das Meteor" „aus einem Schwarm vereinzelter größerer und kleinerer Steine bestanden hat", eine Ansicht, welche ich mich seit mehreren Jahren bestrebte, auf die Gestalt der Meteoriten mich beziehend, als die einzig wahrscheinliche darzustellen, wo die Meteorsteinfälle in zahlreichen einzelnen Stücken stattfanden.

Weniger übereinstimmend mit unseren Ansichten, oder eigentlicher zu sagen mit dem Ergebnisse unserer Untersuchung, in dem vorhergehenden Berichte enthalten, ist die Angabe in jenem Blatte der „Breslauer Zeitung" von einer Ähnlichkeit der Masse mit den „bekannten Meteorsteinen von Stannern in Mähren". Freilich zeigte das dort vorliegende nur etwa $1\frac{1}{2}$ Kubikzoll grosse Stück nur eine kleine wenig tief eindringende Bruchstelle. Mit Stannern hat Sielc nowy, wohl Pultusk überhaupt, keine Ähnlichkeit.

Jedenfalls wird in der Geschichte der Meteoritenfälle gewiß einst dieser Fall aus der Nähe von Pultusk und Warschau, im Nordosten dieser Hauptstadt gelegen, eine hervorragende Stellung einnehmen, wenn erst Alles aufgesammelt worden sein wird, was man bei den Ereignissen beobachtete und späterhin noch durch Erhebungen sicherstellen wird. Dabei mögen auch die im Vorhergehenden enthaltenen Bemerkungen freundlich aufgenommen werden. Jedenfalls mußte meinem hochverehrten Freunde Herrn Director Hörnes und mir Vieles daran liegen, sobald wie möglich nach dem Ereignisse in einer der Sitzungen unserer kaiserlichen Akademie der Wissenschaften unsere Theilnahme für dasselbe auszusprechen.

Anhang.

Das „Meteor" des 30. Jänner 1868 in Baden-Baden.

Ein gar sonderbares Ereigniss wurde in Beziehung auf voreilige Bekanntgebung zur Kenntniß des Publikums gebracht, unter andern aus dem Baden'schen Badeblatte in Nr. 35 der Baden'schen Landeszeitung. Es sollte in Baden-Baden in dem Garten des Wittich'schen Pensionates am genannten Datum Abends $10\frac{1}{2}$ Uhr ein hellleuchtendes Meteor wahrgenommen und am nächsten Morgen ein in drei Stücke geborstener schlackenähnlicher Meteorstein gefunden worden sein. Eine genauere Untersuchung folgte indessen auf dem Fusse. Unter 27. Februar erörtern in der Baden'schen Landeszeitung die Herren Professor Dr. A. Knop und Hofrath Dr. Mz. Seubert die Natur des Gegenstandes und finden, daß es wirklich eine Steinkohlen-Ofen-Schlacke ist, mit Stücken aufgeblätterten Schieferthons, ziegelrothen Backsteinbrocken, Quarzsand, und in den Bruchstücken des nicht vollständig durchgebrannten Kohlenschiefers noch Reste von fossilen Pflanzen der Steinkohlenformation. Unzweifelhaft war die Schlacke noch in glühendem Zustande aus einem Fenster eines höheren Stockwerkes hinausgeworfen worden. Es verlohnte sich nicht in weiteren Kreisen der Berichtigung zu gedenken, wäre nicht die Gleichzeitigkeit der Erscheinung am 30. Jänner als bemerkenswerth hervorgehoben worden, bevor man genauer zusah. Um so mehr sind wir aber den beiden genannten wahren Vertrauensmännern zu Danke verpflichtet.

Über Keloid.

Von Dr. J. Collins Warren aus Boston.

(Aus dem pathologisch-anatomischen Institute in Wien.)

(Mit 1 Tafel.)

Seit Alibert unterscheiden wir ein wahres Keloid von einem falschen. Ersteres entwickelt sich spontan, recidivirt nach Exstirpation an Ort und Stelle, und ist als eine heterologe Geschwulst aufzufassen; letzteres aber ist eine Hyperplasie des Narbengewebes. Langhans [1]) hat in neuester Zeit einen Fall von Keloid veröffentlicht und zugleich sorgfältig die bis jetzt beschriebenen Fälle gesammelt. Es bleiben jedoch noch einige Fragen zu berücksichtigen übrig, die von einigem Interesse sind, und auf die wir näher einzugehen gedenken, und zwar:

1. Ob ein anatomischer Unterschied zwischen dem wahren und falschen Keloide vorhanden ist, und

2. ob wir eine anatomische Erklärung für die Bösartigkeit des wahren Keloids besitzen.

Zu diesem Zwecke habe ich im path. anatomischen Institute in Wien, unter Anleitung des Dr. Biesiadecki, die Untersuchung dreier Keloide vorgenommen und will hier das Resultat derselben in Kürze mittheilen.

Der erste von diesen wurde vom Professor Hebra aus der Brusthaut eines 45jährigen Weibes exstirpirt, bei welchem über dem Sternum vier, je einen Zoll von einander entfernte, blaßröthliche, schwachprominirende, derbe Keloide sich spontan entwickelt haben. Das erste über dem Sternum gelegene bemerkte Patientin zuerst vor einem halben Jahre; dasselbe erreichte unter stechenden Schmerzen die Länge von $1\frac{1}{2}''$ und die Breite von $3'''$.

---

1) Virchow's Archiv. Bd. 40, III. Heft.

Die übrigen drei entwickelten sich successive über dem Corpus sterni; das unterste und exstirpirte ist 8‴ lang, im mittleren Theile 2‴ breit und gegen beide Enden hin etwas breiter und mit mehreren fingerförmigen Fortsätzen versehen, welche allmälig in die normale Haut übergehen. Über diesem Knoten zeichnet sich die Haut durch ihre rosarothe Färbung und Glätte aus. Auf dem Längsschnitte findet man die unteren zwei Dritttheile des Corium an der Stelle des Keloids durch eine nach Härtung in Chromsäure braungelbe, glänzende, gleichmäßig aussehende und derbe Masse ersetzt, welche im Mittelstücke die größte Dicke erreicht, und gegen die beiden Enden zugespitzt, jedoch scharf begrenzt ist. Auf dem Querschnitte stellt sich das Mittelstück der Geschwulst als eine derbe, gleichmäßige, dunkelbraune ovale Masse dar.

Die mikroskopische Untersuchung weist nach, daß die Hauptmasse des Keloids aus mäßig breiten Bindegewebsfasern besteht, welche dicht aneinander gelagert immer parallel zur Längsaxe des Knotens verlaufen. Durch beides, sowohl die Dichtigkeit, als auch durch den parallelen Verlauf hebt sich die Geschwulst von dem lockeren und netzförmigen Bindegewebe der Cutis ab.

Über dieser eingeschobenen Masse liegen die von einer normal dicken Epidermis bekleideten, auch nicht wesentlich veränderten Papillen und das obere Dritttheil des Corium, dessen Gewebe stark zusammengedrückt erscheint.

In dem Maße, als der Knoten gegen die beiden Enden sich verschmälert, bleibt ein etwas dickeres Stück der oberen Coriumpartie, hauptsächlich jedoch das untere Stück des Corium, unversehrt, während der Tumor mit mehreren dünnen Fasersträngen sich in der Umgebung verliert.

Die an dieser Partie der Haut vorhandenen Ausführungsgänge der Schweißdrüsen und die Haarbälge sind in der Neubildung meist zu Grunde gegangen, während sie unterhalb derselben noch erhalten sind (Fig. 2 *d*).

Beide erscheinen hier erweitert und von vermehrten Epitelialzellen erfüllt. Mitten in der Geschwulst findet man überdies parallel zu den Bindegewebsfasern verlaufende Gefäße, welche von einer dünnen Lage parallel zur Längsaxe derselben lagernden Spindelzellen begrenzt werden, und welche man an vielen Stellen in jene Faserstränge verfolgen kann, die sich in die sonst normale Umgebung ziemlich weit erstrecken. Die Stränge schließen also in ihrer Mitte ein Gefäß ein, welches in der Nähe des Knotens von faserigem dichtem Bindegewebe, in einer weiteren Entfernung von demselben, von zahlreichen Zellen umgeben wird. Diese Veränderung der Adventitia der Gefäße läßt sich auf weite Strecken nachweisen (Fig. 2 *b*), und ist namentlich deutlich nahe den beiden Enden des Knotens an jenen Gefäßen ersichtlich, welche unterhalb der Papillen im Corium verlaufen. Man sieht da die Wände der Arterien, bevor letztere die Äste in die Papillen absenden, von zahlreichen Zellen umgeben, während die Venenwand (Fig. 3) unverändert erscheint. Am Querschnitte findet man den Knoten zusammengesetzt aus mehreren meist runden Feldern, in welchen, außer den quer durchgeschnittenen Bindegewebsfasern, von lockerem Gewebe und Zellen umgebene Gefäßquerschnitte sich vorfinden.

Der zweite von mir untersuchte Fall stammt aus der Wade eines an Apoplexie verstorbenen Weibes.

Man fand da mehrere an der Außenseite des Unterschenkels gelegene strahlige, etwas vertiefte weiße, mäßig derbe Narben, deren Umgebung auf eine Linie erhaben und sehr derb anzufühlen war, und von der nach oben und unten je zwei 7‴ lange und 3‴ breite Fortsätze ausliefen. Dieselben sollen sich nach einer Verbrennung entwickelt haben. — Das mikroskopische Bild gestaltet sich verschiedenartig an der Stelle der eigentlichen Narbe und an der derben Umgebung derselben.

Die Narbe hat keine Papillen und wird von einer mehrfachen Lage kleiner Epithelialzellen bekleidet.

Das eigentliche Narbengewebe besteht aus in allen Richtungen sich kreuzenden Bindegewebsbündeln, in welchen mäßig zahlreiche Gefäßschlingen verlaufen (Fig. 5).

Die Umgebung der Narbe besitzt etwas abgeflachte Papillen, unterhalb welchen, ähnlich wie im ersten Falle, zu der Längsaxe der Auslaufer parallel verlaufende, dichte Bindegewebsfasern das Corium ersetzen.

Dieses dichte Bindegewebe setzt sich unterhalb des eigentlichen Narbengewebes im subcutanen Zellgewebe fort. — Sowohl Schweißdrüsen als Haarbälge sind in der Neubildung zu Grunde gegangen. Zahlreicher, wie im erst beschriebenen Keloide durchziehen verhältnißmäßig große Gefäße parallel zur Faserrichtung

Erklärung der Abbildungen.

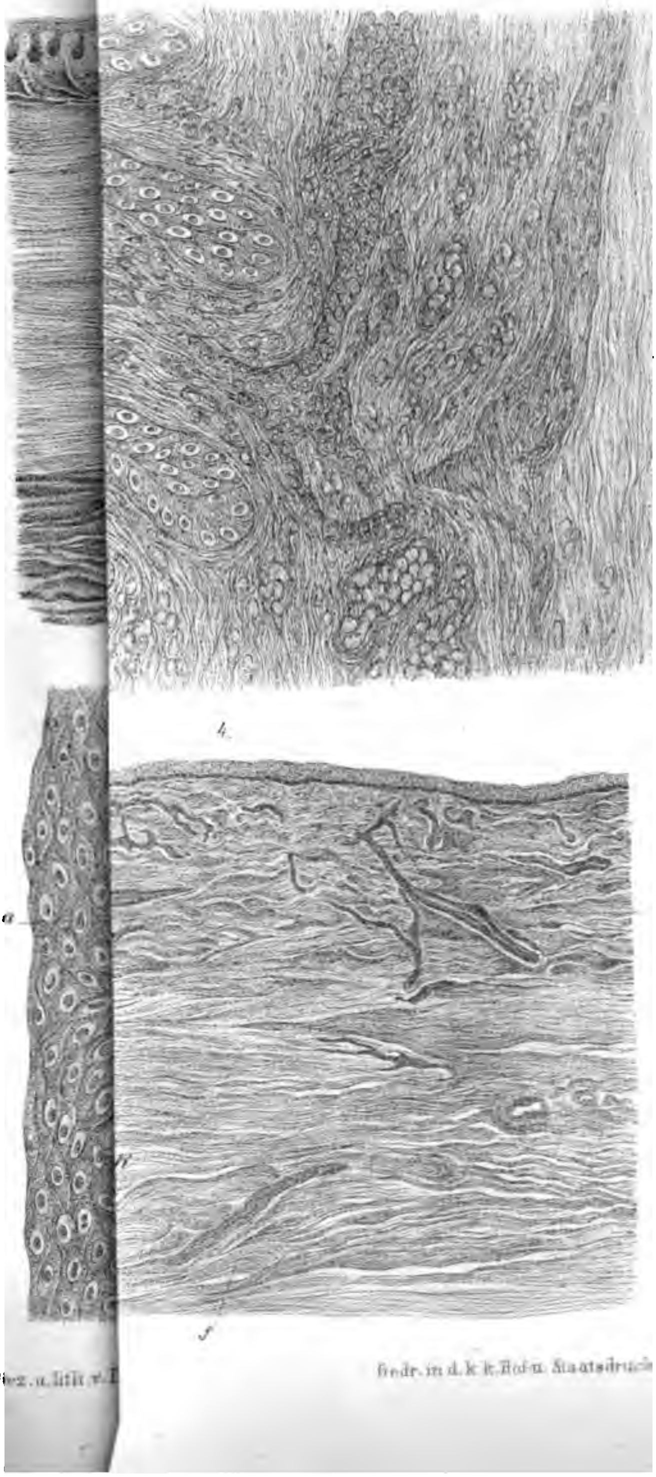
Fig. 1. Längsschnitt aus dem spontanen Keloide der Brust, *a* Papillen, zum Theile mit Gefäßschlingen, *k* Keloid aus Längsfasern bestehend, *b* Gefäß des Corium, dessen Adventitia von Zellen durchsetzt ist, *d* zu Grunde gehender Haarbalg.

Fig. 2. Aus der Umgebung des spontanen Keloides. Verg. 350. *a* Epidermis, *b* Papillen, *c* eine Arterie, deren Adventitia gegen das Keloid hin von reichlichen runden Zellen durchsetzt ist, *d* Vene.

Fig. 3. Längsschnitt aus dem spontanen Keloide. Verg. 350. *a* Epidermis, *b* Papillen, *c* Arterie aus dem Corium, die von einer Faserstrange *d* umgeben ist, welches in das Keloid *k* hineinzieht, *f* zusammengedrückte und quer durchgeschnittene Fasern, noch dem Corium angehörend.

Fig. 4. Aus dem Narbenkeloide. Verg. 100. *a* dünne Epidermidallage, *b* Narbengewebe aus einem Bindegewebsnetze bestehend, *d* dessen Gefäße, *k* Keloid aus parallelen Bindegewebssträngen zusammengesetzt, *f* zu Grunde gehende Drüsen.

Warren. I



Gez. u. lith. v. I

Gedr. in d. k. k. Hof-u. Staatsdruck

Ein Hilfsmittel zur Entwicklung der Gleichung des chemischen Vorganges bei der Mineralbildung.

Von dem c. M. Gustav Tschermak.

Wenn der Stoffumsatz, welcher bei einer chemischen Veränderung stattfindet, durch eine Gleichung ausgedrückt werden soll, so ist blos das eine nöthig, daß die Zusammensetzung der aufeinander einwirkenden Körper, ferner die Zusammensetzung der gebildeten Körper bekannt sei, alles Übrige ergibt sich aus dem Axiom der Erhaltung der Masse und aus der Unzerlegbarkeit der Elementarstoffe.

Wenn z. B. durch die gegenseitige Einwirkung von Harnstoff und salpetriger Säure sich Kohlensäure, Wasser- und Stickstoffgas bildet, so hat man die Gleichung

$$N_2H_4CO + N_2O_3 = CO_2 + 2H_2O + 2N_2.$$

Es besteht nämlich nicht nur die Bedingung, daß die Masse vor und nach der Einwirkung dieselbe bleibt, sondern es existiren noch die vier anderen Bedingungen, daß auch die Mengen von Kohlenstoff, Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff unverändert bleiben und aus diesen Bedingungen, sowie aus der Zusammensetzung der Körper, ergeben sich die fünf Coëfficienten, welche sagen, daß immer 1 Molecül Harnstoff auf 1 Molecül salpetriger Säure wirken und dabei 1 Molecül Kohlensäure gegen 2 Molecüle Wasser und 2 Molecüle Stickstoff gebildet werden.

Wenn also den auf einander wirkenden Körpern die Moleculargewichte M, M', M''..., den gebildeten Körpern die Moleculargewichte m, m', m''..., zukommen und die Coëfficienten mit h, k, l..., ferner mit u, v, w... bezeichnet werden, so lautet die allgemeine Gleichung

$$hM + kM' + lM'' \ldots = um + vm' + wm'' + \ldots \qquad \text{A.}$$

außer dieser aber bestehen immer so viel Specialgleichungen als Elementarstoffe bei der Reaction in Betracht kommen.

Die Reactionsgleichungen dienen bekanntlich nicht blos dazu, die Umlagerung der Stoffe im Allgemeinen anschaulich zu machen, sondern sie zeigen häufig bei höher zusammengesetzten Körpern das Zerfallen und die Bildung nach gewissen Atomgruppen und gestatten dadurch einen gewissen Einblick in die Constitution der Verbindungen.

Die chemischen Vorgänge, durch welche die Mineralien im Kleinen auf ihren Lagerstätten und im Großen als Felsarten gebildet und zerlegt werden, lassen sich natürlicher Weise eben so verfolgen und in Gleichungen bringen, wie die Erscheinungen, welche wir im Laboratorium veranlassen, auch können wir mittels solcher Gleichungen in gleichem Maaße Einsicht in die nähere Gruppirung der Elementarstoffe in den Mineralien erlangen. Aber in allen Fällen, in welchen wir den Vorgang nicht nachahmen können, ist das Ziel mit vielen Schwierigkeiten umgeben.

Die Natur bringt in aufgelöster Form die Körper herbei, welche auf einander und auf bereits vorhandene Mineralien chemisch einwirken, sie führt in aufgelöster Form die neugebildeten Körper fort oder sie läßt den einen oder den anderen derselben zurück. Aus diesen hinterlassenen Spuren versuchen wir dann zu errathen, was vorgefallen.

Von den hierhergehörigen Fällen wähle ich einen bestimmten aus, in welchem die Aufstellung der Reactionsgleichung möglich ist.

Der neugebildete Körper oder die neugebildeten Körper, welche nach der Reaction zurückbleiben, und welche ich allgemein als „Rückstand" bezeichnen will, behalten öfters die Form des ursprünglichen Minerales. War das letztere krystallisirt, so gibt die Form der Pseudomorphose oft ein sicheres Mittel die frühere Zusammensetzung zu bestimmen, demnach wären M und m gegeben. Es lassen sich aber auch in vielen Fällen die Coëfficienten h... und u... bestimmen, wofern man die Volumverhältnisse respective das Eigengewicht berücksichtigt. G. Bischof hat bei verschiedenen Gelegenheiten gezeigt[1]) wie wichtig die Zuhilfenahme des Eigengewichtes bei Beurtheilung der Umwandlungserscheinungen sei, auch andere Beobachter

[1]) Lehrbuch d. chem. und phys. Geologie. Neue Aufl. I. p. 192, III. p. 834, u. a. O.

haben zuweilen davon Gebrauch gemacht und ich selbst darf einige Resultate als die meinigen aufführen, die auf jenem Wege erhalten wurden [1]). Die Methode gestattet aber eine allgemeine Entwicklung.

Ist für den ursprünglichen Krystall P das Gewicht in Grammen, V das Volum in Cubikcentimetern und S das Eigengewicht, ferner p das Gewicht der daraus entstandenen Pseudomorphose, v das wahre Volum des Rückstandes, s dessen Eigengewicht, nennt man ferner, mit Rücksicht darauf, daß die Pseudomorphose auch porös sein kann, deren Volum, wie es der Umriß derselben ergibt v'; endlich deren scheinbares Eigengewicht s', so hat man

$$P = SV \text{ und } p = sv = s'v'.$$

Mit Rücksicht auf die obige Gleichung (A) hat man ferner

$$P : p = hM : um$$

und es ergibt sich demnach [2])

$$\frac{h}{u} = \frac{m}{M} \cdot \frac{SV}{sv} = \frac{m}{M} \cdot \frac{SV}{s'v'} \qquad (1.)$$

endlich auch die Gleichung

$$\frac{V}{v} = \frac{s}{S} \cdot \frac{hM}{um} \qquad (2.)$$

Für den Fall, daß der Rückstand zwar porös ist, aber dieselbe Gestalt und Größe hat wie das ursprüngliche Krystall, ist $V = v'$ und es ergibt sich aus dem Vorigen

$$P : p = S : s' \qquad (3.)$$

---

[1]) Beobachtungen an Pseudomorphosen. Berichte d. Wiener Akad. Bd. 49, pag. 330, Bd. 53, pag. 523.

[2]) Wofern das ursprüngliche Mineral keine einfache Verbindung sondern eine isomorphe Mischung und ebenso der Rückstand ein Gemenge bekannter Verbindungen ist, dann hat man

$$P : p = (hM + kM' + ..) : (um + vm' + ..)$$

Die Verhältnisse $h : k : ..$ $u : v : ..$ sind durch die chemische Analyse zu bestimmen und es ergibt sich dann aus P und p das Verhältniß $h : u$ etc.

Um zu berechnen wie viel Rückstand aus 100 Theilen des ursprünglichen Minerales hervorgegangen ist, benützt man die Gleichung

$$p = 100 \frac{s'}{S}.$$

Das Verhältniß der Coëfficienten bestimmt sich durch den Ausdruck.

$$\frac{h}{u} = \frac{m}{M} \cdot \frac{S}{s'} \qquad (4.)$$

Für den Fall endlich, daß der Rückstand vollständig dicht, porenfrei ist und daß die Pseudomorphose dieselbe Gestalt und Größe hat wie der ursprüngliche Krystall, ist $s = s'$ und $v = v' = V$ und es bestehen dann die Beziehungen

$$P : p = S : s \qquad (5.)$$

$$\frac{h}{u} = \frac{m}{M} \cdot \frac{S}{s} \qquad (6.)$$

Aus 100 Theilen des ursprünglichen Minerales entstehen in solchem Falle

$$p = 100 \ . \ \frac{s}{S}$$

Theile. Für den häufigen Fall, daß aus 1 Molecül der ursprünglichen Verbindung wieder 1 Molecül der neuen sich bildet und als Rückstand bleibt, hat man $h = u$, wonach

$$S : s = M : m \text{ oder } \frac{M}{S} = \frac{m}{s},$$

d. h. die Eigengewichte verhalten sich wie die Moleculargewichte, oder die specifischen Volume beider Verbindungen sind gleich.

In dem Vorhergehenden wurde der Fall in Betracht gezogen, daß eine Pseudomorphose gleiche Gestalt und Größe habe wie der Krystall im ursprünglichen Zustande. Da nun bei unseren Beobachtungen die ursprüngliche Größe nicht zu bestimmen ist, so frägt es sich, ob es andere Mittel gebe diese Gleichheit zu constatiren. Die Beantwortung ergibt sich aus den Beobachtungen über die Bildungsweise der Pseudomorphosen.

Die chemische Veränderung der Krystalle erfolgt meist von außen her, selten von innen gegen die Rinde zu, in manchen Fällen verbreitet sie sich mittels feiner Risse durch den Krystall hindurch.

Die Umwandlung erfolgt von außen her. Vermindern dabei die Theilchen ihr Volum, so entsteht ein gleichmäßig poröser Rückstand mit Beibehaltung der Krystallform und des Volums oder es entsteht ein dichter Rückstand und dieser zeigt sehr bedeutende Gestaltänderung; die Form erscheint, wofern sie noch erkennbar, wie ausgezehrt, die Flächen sind eingesunken, die Winkeldimensionen unregelmäßig verändert. Vermehren die Theilchen ihr Volum, dann erfolgt ein Aufblähen, es verändert sich die Gestalt mit dem Volum. Bleibt das Volum der Theilchen bei der Veränderung das gleiche, so ändert sich Gestalt und Gesammtvolum natürlich nicht.

Die Veränderung beginnt von Außen her. Vermindern die Theilchen dabei ihr Volum, so bildet sich ein poröser Rückstand, welcher Form und Volum des Krystalles behält. Vermehrt sich das Volum der Theilchen, dann muß der Krystall zerspringen. Bleibt das Volum der Theilchen ungeändert, so erhält sich die Form und das Gesammtvolum.

Die Umwandlung schreitet in Sprüngen vor, welche in Folge der Spaltbarkeit entstehen. Sowohl bei Vermehrung als bei Verminderung des Volumens der Theilchen geschieht es dann zuweilen, daß in der Zone der Spaltbarkeit die Winkeldimensionen fast ungeändert bleiben.

Wenn der letzte Fall ausgenommen wird, so folgt nach dem Angeführten, daß jedesmal, wenn an dem Rückstande die Form des ursprünglichen Krystalles erhalten blieb, auch das äußere Volum bei der Umwandlung unverändert sich erhielt, also $V = v'$ anzunehmen ist. Aber auch der letzte Fall führt zu keiner Täuschung wofern man die mikroskopische Prüfung des Rückstandes, welche die genannte Bildungsweise derselben erkennen läßt, nicht vernachläßigt.

Es wurde vorhin auch das scheinbare Eigengewicht als ein Beobachtungsdatum eingeführt. Diese Größe kann man bei fein porösen Körpern nach der Methode bestimmen, die ich schon früher einmal angegeben habe [1]). Ein Pyknometer, dessen Gewicht, mit Quecksilber gefüllt q, wird nachdem es in der Quecksilberwanne

[1]) Pseudomorphosen III. Abhandlung. Berichte d. Wiener Akad. Bd. 49, pag. 337.

geöffnet und angefüllt worden, umgekehrt und darin der zu prüfende Körper, dessen Gewicht p, aufsteigen gelassen. Nachdem der Pyknometer wieder geschlossen worden, findet man dessen Gewicht jetzt gleich q' und wenn e das Eigengewicht des verwendeten Quecksilbers ist, so berechnet sich das scheinbare Eigengewicht aus

$$s' = \frac{ep}{p+q-q'} + \delta.$$

Weil bei der Operation auch an der Oberfläche des zu prüfenden Körpers etwas Luft hängen bleibt, und die Verwendung des Quecksilbers noch andere kleine Fehler mit sich führt, so erhält man s' etwas zu klein, deßhalb muß eine Correction zugefügt werden, die man findet, wenn man für einen vollständig dichten Körper, dessen Eigengewicht genau gleich s gefunden worden, bei Anwendung nahe gleich großer Stückchen, s' bestimmt und nun $s - s' = \delta$ setzt.

Beispiele.

Um den Fall zu beleuchten, in welchem der Rückstand gleiches Volum hat, wie der ursprüngliche Krystall, aber porös erscheint, wähle ich die Veränderung des Pyromorphit $Pb_5P_3O_{12}Cl$ zu Bleiglanz PbS [1]. Bei dieser Umwandlung hinterbleibt der Bleiglanz in der Form des Pyromorphit in sechsseitigen Säulen, innen aber ist der Rückstand fein porös und besteht, wie man sich durch das Mikroskop überzeugen kann, aus kleinen Bleiglanzwürfelchen, welche, wie schon aus Haidinger's Beobachtung hervorgeht, regelmäßig angeordnet sind [2]. Für Pyromorphit hat man nach Kersten's Beobachtungen $S = 7 \cdot 05$. Das scheinbare Eigengewicht des Rückstandes bestimmte ich an der Pseudomorphose von der Grube Kautenbach bei Berncastel zu $6 \cdot 1$ und es berechnet sich nach (4) die Größe $\frac{h}{u} = 0 \cdot 204$ wofür $\frac{1}{5}$ zu nehmen ist. Denkt man sich nun die

---

[1] H = 1, Cl = 35·5, O = 16, S = 32, Si = 28, Pb = 207 etc.

[2] Breithaupt hat, durch das scheinbare Eigengewicht dieses Rückstandes verleitet, denselben für verschieden vom Bleiglanz erklärt und Sexangulit genannt. Berg- u. Hüttenm.-Zeitung. 1862. p. 98.

Veränderung durch Schwefelwasserstoff hervorgebracht, so ergibt sich die Gleichung:

$$Pb_5P_3O_{12}Cl + 5H_2S = 5PbS + 3H_3PO_4 + HCl$$

Dieses Beispiel zeigt, daß man auch bei porösen Pseudomorphosen nicht die Annahme zu machen braucht, es sei dieser oder jener Bestandtheil bei der Umwandlung constant geblieben, denn durch Berücksichtigung des scheinbaren Eigengewichtes ergibt sich, wie viel von den Stoffen des ursprünglichen Minerales in der Pseudomorphose zurückgeblieben ist. So erfährt man im obigen Falle, schon aus der Gleichung (3), daß aus 100 Theilen Pyromorphit 86·6 Theile Bleiglanz hervorgehen. Nun enthalten 100 Theile Pyromorphit 76·3 Theile Blei, und 86·6 Theile Bleiglanz enthalten 75 Theile Blei, folglich ist anzunehmen, daß die Menge des Bleies bei diesem Vorgange nicht verändert wurde.

Die folgenden Beispiele beziehen sich auf die Erscheinung, daß der Rückstand dicht ist und die Krystallform der ursprünglichen Verbindung unverändert an sich trägt.

1. Verwandlung des Tremolith $CaMg_3Si_4O_{12}$ in Talk $H_2Mg_3Si_4O_{12}$. Diese Erscheinung ist durch Scheerer's Analysen aufgeklärt und zugleich gezeigt worden, daß die Form des Tremolithes unverändert bleibe. Nach Rammelsberg ist für reinen Tremolith $S = 2\cdot93$ und nach Scheerer für Talk von der obigen Zusammensetzung $s = 2.78$. Es berechnet sich nun nach (6) die Größe $\frac{h}{u} = 0\cdot957$, was als 1 zu nehmen ist. Wenn die Umwandlung durch Kohlensäure und Wasser bewirkt wird, so besteht demnach die Gleichung:

$$Ca\,Mg_3\,Si_4\,O_{12} + H_2\,O + CO_2 = H_2\,Mg_3\,Si_4\,O_{12} + Ca\,CO_3,$$

welche sagt, daß aus Tremolith bei diesem Vorgange Talk und Calcit gebildet wird.

2. Verwandlung des Disthen Al_2SiO_5 in Damourit $H_4K_2Al_6Si_6O_{24}$. Der Damourit findet sich, wie ich bei einer anderen Gelegenheit ausführlicher mittheilen werde, in dichtem Zustande mit völliger Erhaltung der Form des Disthen (Cyanit). Diese Pseudomorphose hat v. Kobell Onkosin genannt. Für Disthen hat man nach der Beobachtung von Mohs an der weißen Abänderung $S = 2\cdot559$ und das

Eigengewicht des Onkosin ist nach meiner Bestimmung $= 2 \cdot 806$. Daraus folgt nun $\frac{h}{u} = 6 \cdot 20$, wofür 6 zu nehmen sein wird.

Mit Weglassung des unbekannten intervenirenden Säureradicales wird der Vorgang ausgedrückt durch die Gleichung

$$6\, Al_2SiO_5 + K_2O + 2H_2O = H_4K_2Al_6Si_6O_{24} + 3Al_2O_3.$$

Will man ohne Zuhilfenahme der chemischen Formeln zum Ziele kommen, so findet man aus den obigen Zahlen für die Eigengewichte nach (5), daß aus 100 Disthen 78·7 Theile Damourit hervorgehen. In 78·7 Damourit sind aber 35·5 Kieselsäure und 30·4 Thonerde enthalten, während der Disthen 36·8 Percent Kieselsäure und 63·2 Percent Thonerde enthält. Daraus folgt, daß bei der Verwandlung des Disthen die Menge der Kieselsäure constant blieb, während von der Thonerde die Hälfte weggeführt wurde. Die Mineralogen pflegten bisher von der Annahme auszugehen, daß bei ähnlichen Vorgängen die Thonerde constant bleibe. Dieses Beispiel mahnt wohl zur Vorsicht.

3. Verwandlung der Krystalle von Rothkupfererz (Cuprit) Cu_2O in Malachit $CuH_2O_2 . CuCO_3$.

An den grünen Oktaëdern von Chessy, welche aus Malachit bestehen und im Innern noch einen Kern von Rothkupfererz enthalten, sieht man den Malachit in völlig dichtem Zustande; die Oktaëderform ist ziemlich gut, wenn auch nicht vollständig erhalten. Die Aufblähung ist nicht bedeutend. Das Eigengewicht des Rothkupfererzes ist nach Mohs $S = 5 \cdot 992$, das des Malachit, nach demselben Beobachter $s = 4 \cdot 008$, und man erhält $\frac{h}{u} = 2 \cdot 31$. Man könnte im Zweifel sein, ob hier 2 oder 2·333 anzunehmen sei, doch folgt aus dem etwas aufgeblähten Zustande des Rückstandes, daß die kleinere Zahl zu adoptiren sei, welche sagt, daß aus 2 Molecülen Cuprit 1 Molecül Malachit entsteht. Nimmt man hinzu, was Knop für die Zerlegung des Cuprit in der Natur als wichtige Regel hervorgehoben, daß nämlich der Cuprit durch verdünnte Säuren in Oxydsalz und metallisches Kupfer verwandelt wird, so erkennt man, daß der Vorgang aus zwei Theilen besteht, die unmittelbar auf einander folgen.

$$2Cu_2O + 4CO_2 + 2H_2O = 2CuH_2C_2O_6 + Cu_2$$
$$Cu_2 + O_2 + H_2O + CO^2 = CuH_2O_2 \,.\, CuCO_3.$$

In dem ersten Theil des Vorganges wird das Oxydsalz gebildet und als Bicarbonat fortgeführt, im zweiten Theil entsteht aus dem zurückgebliebenen Kupfer, nach der Oxydation, Malachit. So lange bei diesem Spiele Cuprit vorhanden ist, geht der Proceß so fort, wie ihn die beiden Gleichungen angeben, sobald aber aller Cuprit verschwunden ist, greift die freie Kohlensäure auch den gebildeten Malachit an, der früher durch den Cuprit beschützt wurde. Daher werden Pseudomorphosen von Malachit, die aus Cuprit entstanden sind, sich nur selten erhalten können, sobald der Kern von Cuprit verschwunden ist. Die Erfahrung bestätigt diese Voraussage, denn die Pseudomorphosen, welche keinen Kern von Cuprit haben, sind fast immer hohl oder unregelmäßig löcherig [1]).

Wenn man den Fall voraussetzt, daß eine vollständig erhaltene Pseudomorphose ohne Cupritkern vorliegt, so findet man nach (2) daß $\frac{v}{V} = 1 \cdot 15$, d. h., daß bei der Umwandlung eine Volumvermehrung von 15 Procent eingetreten sei. Weil in vielen Pseudomorphosen noch ein Kern von Cuprit vorhanden, so bemerkt man bei diesen wenig von der Volumvermehrung.

4. Verwandlung des Pyrit FeS_2 in Brauneisenerz $H_6Fe_4O_9$. Diese Umwandlung liefert wie bekannt einen dichten Rückstand bei vollständiger Erhaltung der Form.

Wenn man für Pyrit, nach den Bestimmungen von Kenngott und Zepharovich $S = 5 \cdot 1$ und für Brauneisenerz nach meiner Bestimmung $3 \cdot 97$ setzt, so erhält man $\frac{h}{u} = 4 \cdot 00$ und demgemäß die Gleichung

$$4FeS_2 + 15O_2 + 11H_2O = H_6Fe_4O_9 + 8H_2SO_4.$$

Dies ist eigentlich nur der erste Theil des Vorganges, denn damit das Brauneisenerz bestehen könne, muß die Einwirkung der Schwefelsäure durch ein Oxyd aufgehoben werden.

5. Veränderung des Magnetit F_3O_4 zu Eisenglanz Fe_2O_3.

---

[1]) Blum, Pseudomorphosen, 3. Nachtrag pag. 33.

Am Vesuv kommen auf Laven eisenschwarze Oktaëder vor, welche, wie Scacchi gezeigt hat, aus regelmäßig angeordneten Eisenglanzblättchen bestehen, und welche für ein Umwandlungsproduct gehalten werden, das aus Magnetit hervorging. Rammelsberg hat auch einen kleinen Eisenoxydulgehalt in solchen Bildungen gefunden, so daß wohl kein Zweifel an der Richtigkeit jener Ansicht übrig bleibt. Das Volum ist wohl nur sehr wenig verändert worden, denn nur hie und da ragt ein Eisenglanzblättchen über die Fläche des Oktaëders hervor. Nimmt man für Magnetit nach Rammelsberg $S = 5 \cdot 185$ und für Eisenglanz $s = 5 \cdot 303$, so ergibt sich $\frac{u}{h} = 1 \cdot 483$ wofür $\frac{3}{2}$ zu nehmen ist und was zu der Gleichung führt

$$4\,Fe_3O_4 + O_2 = 6\,Fe_2O_3$$

wofern freier Sauerstoff als die Veränderung bewirkend angesehen wird.

6. Während in den zuvor angeführten Fällen kein Zweifel besteht, daß eine chemische Veränderung vorliegt, ist die hier zu besprechende Erscheinung, nämlich die Umwandlung des Quarzes in Steatit, von einigen Beobachtern so aufgefaßt worden, daß der Statit nur in Folge des Löslichkeitsunterschiedes den Ort der Quarztheilchen eingenommen habe, oder, wie man sich kurz ausdrückt daß das Auftreten des Steatit in der Krystallform des Quarzes eine Verdrängungspseudomorphose sei. Andere Forscher haben jedoch eine chemische Verwandlung des Quarzes in Steatit angenommen. Ohne dies hier entscheiden zu wollen, führe ich hier an, was die Rechnung ergibt, wenn man die letztere Ansicht verfolgt. Für Quarz SiO_2 ist nach den Beobachtungen von Schaffgotsch $S = 2 \cdot 653$, für Steatit $H_2Mg_3Si_4O_{12}$, wie für Talk $s = 2 \cdot 780$ und es berechnet sich $\frac{h}{u} = 6 \cdot 01$, wonach man die Gleichung

$$6\,SiO_2 + 3\,H_2MgO_2 = H_2Mg_3Si_4O_{12} + 2\,H_2SiO_3$$

für diese Umwandlung adoptiren kann.

Um nun auch ein Beispiel zu citiren, welches die Erscheinung betrifft, daß der Rückstand wohl die Gestalt des ursprünglichen Krystalles ziemlich gut erhalten zeigt, aber an Volumen zugenommen hat, erinnere ich an den Serpentin der aus Olivin hervorgegangen ist und noch die Form des Olivin an sich trägt. Vor Kurzem habe ich in einer Schrift über Serpentinbildung gezeigt [1]), daß in den Olivinkrystallen sich die Umwandlung so fortsetzt, daß immer den Spaltflächen parallel neue Sprünge entstehen und an den Wänden dieser Klüfte ein serpentinartiges Mineral gebildet wird. Die Theilchen dieses Minerales müssen ein größeres Volum haben als die Theilchen des Olivin aus dem sie entstehen, denn nur so ist es erklärlich, daß der Krystall fort und fort nach den Spaltrichtungen zertrümmert wird. Dieses Fortschreiten der Umwandlung macht es aber auch möglich, daß der Krystall trotz der weit vorgeschrittenen Veränderung, trotz der Zunahme des Gesammtvolumes noch annähernd die frühere Form hat. Weil der Olivin nur nach zwei auf einander senkrechten Richtungen spaltet, so vergrößert sich das Volum nach den Normalen derselben, die dritte Richtung bleibt zurück, dies zeigen Haidinger's Messungen sehr deutlich. Sie geben eine merkliche Verlängerung dieser beiden Normalen an. Wegen dieser so scharf nachgewiesenen Volumvermehrung bei der Verwandlung des Olivin in Serpentin läßt sich nach der zuvor behandelten Methode kein Resultat erlangen. Dagegen haben die Beobachtungen der in der Umbildung begriffenen Olivinmassen gezeigt, daß bei dem Vorgange blos Magnesiacarbonat ausgeschieden wird (wofern man von dem Eisen absieht), und daß demnach die Gleichung

$$2\,Mg_2SiO_4 + 2\,H_2O + CO_2 = H_4Mg_3Si_2O_9 + Mg\,CO_3$$

für eisenfreien Olivin richtig sei. Für einen solchen berechnet sich nach (2) eine Volumzunahme von 25 Procent, wenn nach Rammelsberg für Olivin $S = 3 \cdot 243$, für Serpentin $s = 2 \cdot 557$ genommen wird. Der gewöhnliche Olivin im Olivinfels führt aber noch ein isomorphes Eisensilicat mit, durch dessen Zerlegung jene Volumzunahme wohl auf die Hälfte, circa 14 Procent, herabgemindert wird.

---

[1]) Berichte der Wiener Akademie, Bd. 56, pag. 283.

VIII. SITZUNG VOM 19. MÄRZ 1868.

In Verhinderung des Präsidenten übernimmt Herr Hofrath Freiherr v. Burg den Vorsitz.

Der Secretär gibt Nachricht von dem am 17. März l. J. erfolgten Ableben des correspond. Mitgliedes, Herrn Prof. Karl Joseph Napoleon Balling in Prag.

Über Einladung des Vorsitzenden geben sämmtliche Anwesenden ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über die Blätter von „*Aesculus Hippocastanum*", von Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag.

„Über die Abhängigkeit des erregten Magnetismus von den Dimensionen der Magnetisirungsspirale", von Herrn A. Waszmuth, Assistenten für Physik an der Technik zu Prag.

„Studien aus der höheren Geometrie", von Herrn E. Weyr, Hörer der Technik zu Prag.

Ferner legt der Secretär folgende zwei vorläufige Mittheilungen für den „Anzeiger" vor:

„Über die Einwirkung des Terpentinöles bei Verbrennungen auf das Blut", von dem k. k. Primararzt Herrn Dr. G. Wertheim.

„Über die Darstellung der Baryum-Doppelcyan-Verbindungen", von Herrn Ph. Weselsky, Adjuncten der Chemie am k. k. polytechnischen Institute zu Wien.

Das c. M. Herr Vice-Director K. Fritsch legt den II. Theil seiner für die Denkschriften bestimmten Abhandlung vor, betitelt: „Normaler Blüthen-Kalender von Österreich, reducirt auf Wien".

Herr Dr. A. v. Biesiadecki überreicht eine Abhandlung: „Über Blasenbildung bei Verbrennung der Haut".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, k. bayer., zu München: Sitzungsberichte. 1867. II, Heft 1 & 2. München; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 6. Jahrgang, Nr. 6. Wien, 1868; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1681—1684. Altona, 1867; 4°.

Ateneo Veneto: Atti. Serie II. Vol. IV, punt. 2da. Venezia, 1867; 8°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXI, Nr. 22. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1868; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nr. 9. Paris, 1868; 4°.

Cosmos. 3^e Série. XVII^e Année, Tome II, 11^e Livraison. Paris, 1868; 8°.

Fichera, Filadelfo, Nuovo goniometro per gl'ingegneri, gli architetti ecc. ecc. Catania, 1867; 8°.

Gesellschaft für Salzburger Landeskunde: Mittheilungen. VII. Vereinsjahr 1867. Salzburg; 8°.

— Physikalisch-medicinische, zu Würzburg: Würzburger naturwissenschaftliche Zeitschrift. VI. Band, 4. Heft. Würzburg, 1866/67; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg. Nr. 11. Wien, 1868; 8°.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo XIII^o, Serie III^a, Disp. 3^a. Venezia, 1867/68; 8°.

Landbote, der steierische. I. Jahrgang, Nr. 5. Graz, 1868; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrg. 1868, Nr. 5. Wien; 8°.

Reichsforstverein, österr.: Monatsschrift für Forstwesen. XVIII. Band. Jahrgang 1868, Jänner- & Februar-Heft. Wien; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V^e Année, Nr. 15. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Société Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. XI^e Année, Nrs. 7—8. Constantinople, 1867; 4°.

Verein, Offenbacher, für Naturkunde: VIII. Bericht. Offenbach a/M., 1867; 8°.

Verein, Entomologischer, in Berlin: Berliner Entomolgische Zeitschrift. XI. Jahrgang 1867, 3 & 4. Heft. Berlin; 8°.

— siebenbürgischer, für Naturwissenschaften: Verhandlungen und Mittheilungen. XVIII. Jahrgang, Nr. 7 — 9. Hermannstadt, 1867; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. Jahrgang 1868, Nr. 11. Wien; 4°.

— Medicin. Wochenschrift. XVIII. Jahrgang, Nr. 22—23. Wien, 1868; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig & Hübner. XI. Jahrgang. N. F. IV. Band, 6. Heft. Leipzig, 1868; 8°.

Das c. M. Herr Vice-Director Karl Fritsch legt vor den zweiten Theil seines „Normalen Blüthen-Kalenders von Österreich", welcher 721 neue Pflanzen-Arten enthält, so daß die Anzahl derjenigen, deren Blüthezeit genau bestimmt worden ist, mit Einschluß der im ersten Theile des Kalenders (Denkschriften XXVII. Band) vorkommenden 1093 Arten bereits 1814 Arten erreicht.

Für die Stationen Wien, Kirchdorf in Oberösterreich und Agram ist auch ein normaler Kalender der zweiten Blüthen angeschlossen, welche sich nach längerer Pause ohne Blüthen, wieder im Herbste einzustellen pflegen und häufiger sind als man gewöhnlich glaubt, da diese Erscheinung bisher an nicht weniger als 433 Pflanzenarten beobachtet worden ist.

Über Blasenbildung bei Verbrennung der Haut.

Von Dr. Alfred v. Biesiadecki,
Assistenten der pathologischen Anatomie an der Wiener Universität.

(Aus dem pathologisch-anatomischen Institute in Wien.)

(Mit 1 Tafel.)

Bei den verschiedenen mit Blasenbildung einhergehenden Hautkrankheiten läßt sich der Vorgang der Blasenbildung nur schwer ermitteln, da hier anderweitige, der Blasenbildung vorangehende, das Bild oft störende Veränderungen der Gewebe zugegen sind. Da die nach dem ersten Grade der Verbrennung auftretenden Epidermisblasen beinahe augenblicklich sich entwickeln und die Haut vorher nicht erkrankt war, so vermuthete ich, daß die Brandblasen am besten zum Studium der Blasenbildung sich eignen würden.

Man stellt sich allgemein vor, daß die Bildung der Epidermisblasen nach Verbrennung der Haut in einer Ansammlung von Serum zwischen dem unveränderten Stratum Malpighii und der abgehobenen Epidermis bestehe. Das aus dem Corium stammende seröse Exsudat werde durch Osmose der Epithelialzellen an die Oberfläche gesetzt, wo es die verhornte Epidermisschichte nicht durchdringen kann und diese in Form einer Blase abhebt.

Ich ging mit der vorgefaßten Meinung an die Untersuchung, daß die direct dem Reize der Hitze ausgesetzten Epithelialzellen activ bei der Blasenbildung sich betheiligen, einer Meinung, die auch Klebs in seinem unlängst erschienenen Lehrbuche der pathologischen Anatomie (S. 51) als wahrscheinlich annimmt, die jedoch vorliegende Untersuchung widerlegt hat.

Man findet an der Haut fast aller in kurzer Zeit (einige Stunden) nach der Verbrennung Verstorbener in der Umgebung von Brandschorfen kleinere und größere Brandblasen, die sich zur mikroskopischen Untersuchung eignen. Ich stellte dieselbe an in Chromsäure durch einige Tage erhärteten Hautstücken an, die nachträglich, um die ganze Blase im Schnitte zu haben, in Gummi eingebettet wurden. Diese Methode des Einbettens der Präparate in Gummi hatte noch den Vortheil, daß das Gummi die Blase ausfüllte und daß dadurch alle in ihr frei liegenden festen Bestandtheile, die sonst beim Schneiden herausgefallen wären, im Schnitte geblieben sind. Das Gummi bildet nach Aufhellung der Schnitte in Terpentin eine glashelle Masse, die das Bild nicht wesentlich stört; es löst sich aber auch in einigen Stunden im destillirten, in kürzerer Zeit im ammoniakhältigen Wasser auf.

Untersucht man kleine mit dem bloßen Auge kaum sichtbare Abhebungen der Epidermis (Fig 1), so findet man, daß sowohl die Papillen, als das Stratum Malpighii bedeutende Veränderungen erlitten haben.

Die Papillen sind breiter und etwas länger geworden, indem die Bindegewebsfasern derselben von zahlreichen Lücken durchsetzt, und die Gefäßschlingen selbst auf's dreifache erweitert und auch anscheinend verlängert sind. Über den derartig veränderten Papillen ist die Epidermis abgehoben, und es haften an ihrer Innenfläche eine gewöhnlich einfache Schichte geschrumpfter Epithelialzellen, während zwischen ihr und der bloßgelegten Oberfläche des Corium dünne Fäden ausgespannt sind.

Diese Fäden sind ihrer ganzen Länge nach gleich breit, gleichförmig, sie imbibiren sich im Carmin stark roth, und es lassen sich mit den stärksten Vergrößerungen in ihnen keine Gebilde nachweisen, welche in die Länge gezogenen Kernen ähnlich wären. Sie liegen zwischen den Spitzen der Papillen und der Epidermis spärlicher, als in den Vertiefungen zwischen den Papillen, in welchen ebenfalls noch vereinzelte Epithelialzellen sich vorfinden. Zwischen den Fäden sind nur hie und da runde Kerne vorhanden, die denen der Epithelialzellen gleichen.

Ist die Epidermis durch eine reichlichere Menge des serösen Exsudates abgehoben (Fig. 2), dann findet man an der Innenfläche der Epidermis, sowie an der Oberfläche des freiliegenden Corium zahlreiche solche durchgerissene Fäden, die frei in die Höhle der Blase hineinragen.

Zwischen diesen Fäden kommen aber auch zellige Gebilde vor, die mittelst langer und dünner Fortsätze an die Papillen, wie Keulen, angeheftet sind. Sie schließen entweder einen deutlichen runden Kern ein, oder derselbe ist nur mit Mühe zu erkennen, ja in einigen fehlt er gänzlich.

Die Papillen sind auch hier auf die obenbeschriebene Weise verändert; in dem serösen Inhalte der Blase sind einzelne runde Kerne suspendirt.

Ich muß gestehen, daß ich über die Natur dieser Fäden, die ihrem Aussehen nach ganz den Bindegewebsfasern gleichen, eine Zeit lang im Unklaren war, da mir ihre Entwicklung aus den Zellen der Schleimschichte unwahrscheinlich erschien; ich zweifle jedoch jetzt keinen Augenblick daran, daß diese Fäden aus den Zellen des Stratum Malpighii sich entwickelt haben, und zwar aus folgenden Gründen:

1. Kann man diese Entwicklung verfolgen, indem man an der abgehobenen Epidermis und an den Papillen noch einzelne Epithelialzellen unverändert, andere in Form einer Keule mittelst eines langen Fortsatzes angeheftet vorfindet. Einige dieser in die Länge gezogenen Zellen schließen noch einen Kern ein, in anderen, die mehr in die Länge gezogen sind, ist er zu Grunde gegangen, endlich sind die meisten zu jenen gleichförmigen Fäden umgestaltet.

2. Findet man diese Fäden zahlreicher an jenen Stellen, an denen mehr Epithelialzellen angehäuft sind, wie in den Vertiefungen zwischen den Papillen.

3. Hätten sich die Epithelialzellen nicht zu diesen Fäden umgestaltet, dann müßte man sie entweder unverändert oder die Reste derselben, wie Kerne und Protoplasmakörnchen vorfinden, was jedoch nicht der Fall ist.

4. Wollte man diese Fäden für dem Corium angehörende und durch das Exsudat auseinandergedrängte Bindegewebsfasern halten, so sprechen zum Theile die angeführten Gründe, zum Theile auch der Umstand dagegen, daß die Oberfläche des Corium scharf begrenzt erscheint.

Sollte man nach dem Ergebnisse vorliegender Untersuchung den Vorgang bei der Blasenbildung nach dem ersten Grade der Verbrennungen der Haut näher angeben, so stellt sich derselbe folgendermaßen heraus: An der der Hitze ausgesetzten Hautstelle tritt vor Allem eine bedeutende Erweiterung der Blutgefäße ein, welcher beinahe augenblicklich eine seröse Exsudation nachfolgt. Dieses Exsudat durchdringt das Gewebe der Cutis und gelangt auch in die Schleimschichte, wo es die Epithelialzellen, die der Oberfläche des Corium fest anhaften, in die Länge zieht und endlich zu dünnen Fäden, in denen der Kern der früheren Zelle vollkommen unkenntlich wird, auszieht; dieses geschieht desto leichter, als das Exsudat die verhornte Epidermisschichte, welche aus platten Zellen besteht, nicht durchdringen kann, sondern sie in die Höhe heben muß, und da die jüngsten Zellen des Stratum Malpighii ziemlich fest an der Corium-Oberfläche anhaften, so werden sie durch die sich abhebende Epidermis noch mehr in die Länge gezerrt.

Diese Untersuchung stellt also heraus:

1. Daß die Zellen des Stratum Malpighii bei der Blasenbildung sich nicht activ betheiligen, indem es unmöglich ist, daß durch einen activen Vorgang innerhalb der Zelle, dieselbe bis zum Zerreissen sich verlängern könnte.

2. Daß die Zellen des Stratum Malpighii für die Osmose nicht günstig sind, da sie sonst wenigstens einen Theil des Exsudates aufnehmen würden.

3. Setzt eine derartige Veränderung der Zellen voraus, daß diese aus einer weichen und nachgiebigen Protoplasmasubstanz noch bestehen, weßhalb nur die tieferen Zellen der Schleimschichte in die Länge gezogen werden. Inwiefern diese Protoplasmasubstanz noch nach dem Tode geeignet sei, dieselben oder ähnliche Veränderungen einzugehen, muß Untersuchungen von an Cadavern zu Stande gebrachten Brandblasen überlassen werden. Die Ergebnisse dieser würden auch herausstellen, wie etwaige Unterschiede für einschlägige gerichtliche Fragen zu verwerthen sein werden.

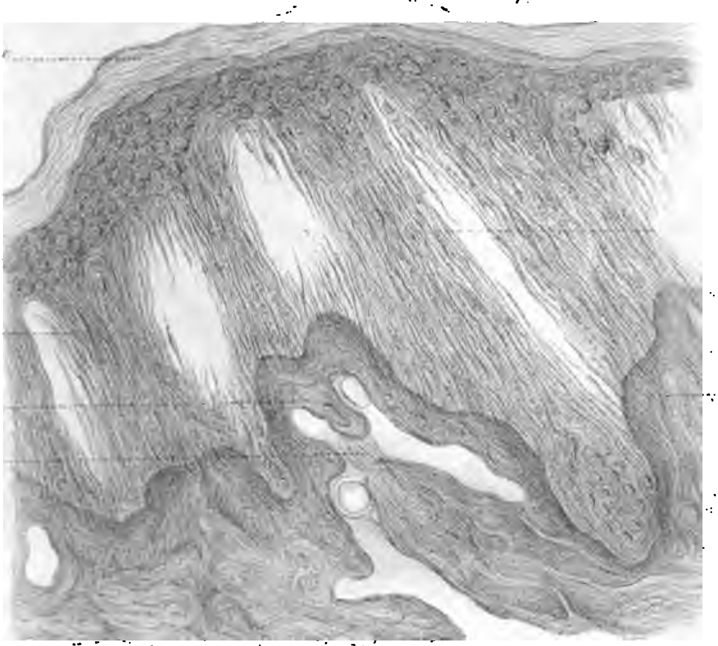
4. Lehrt uns diese Untersuchung, daß, wie bekannt, die Blasen ähnlich den Pusteln auch gefächert sein können und daß das Fachwerk aus den Epithelialzellen entsteht.

Erklärung der Abbildungen.

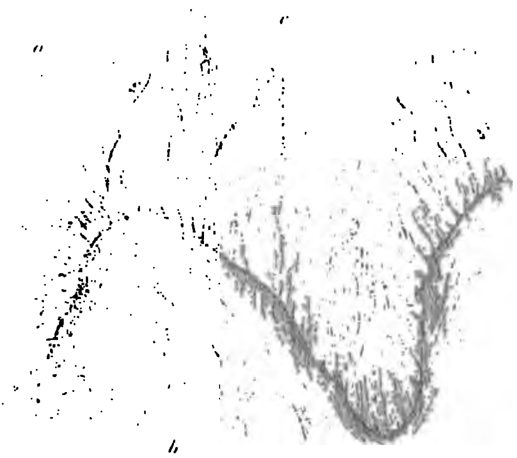
Fig. 1. Aus einer sehr kleinen Brandblase. *a* Papille, *b* erweiterte Gefäßschlinge derselben, *c* Epidermis, *d* die oberen Zellen des Stratum Malpighii, *f* die in die Länge gezogenen Zellen aus der tieferen Lage des Stratum Malpighii. (Vergr. 350).

Fig. 2. Aus einer größeren Brandblase. *b* Papille, *a* mittelst eines langen Fortsatzes in der Pupille haftenden Zellen, die bei *a'* noch einen deutlichen Kern einschliessen.

Biesiadecki. Blasenbildung bei Verbrennung.



2.



Gez. u. lith. v. Dr. C. Heitzmann. Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei.

Über die Blätter von Aesculus Hippocastanum.

Von dem w. M. Dr. Friedrich Rochleder.

Es soll in den folgenden Zeilen nur von denjenigen Bestandtheilen der im Hochsommer gesammelten, völlig ausgebildeten Blätter die Rede sein, welche durch siedendes Wasser denselben entzogen werden können.

Wie ich schon früher angegeben habe, enthält eine Abkochung der Blätter mit Wasser denselben Gerbstoff, der sich in der Rinde der Wurzel, des Stammes und der Zweige des Baumes, in den Kapseln der Früchte, in der Samenhaut unreifer Samen und den Deckblättern der Knospen, so wie in sehr geringer Menge in den unreifen Samen befindet. Die Menge des Gerbstoffes in den Blättern ist geringer als in der Rinde, zum Theile wohl aus dem Grunde, weil er zur Bildung anderer Stoffe Verwendung findet. Ich habe schon anderweitig auf die Beziehung dieses Körpers zum Quercetin und den Pectinkörpern hingedeutet.

Ein zweiter Bestandtheil der Blätter ist das Quercitrin, dessen Analysen ich gleichfalls schon vor einiger Zeit veröffentlicht habe. Es findet sich als Farbstoff in den Blüthen der Roßkastanien. In den Samen finden sich äußerst geringe Mengen einer Quercetinverbindung vor.

Auch habe ich vor Kurzem der bedeutenden Menge von Pectinkörpern in den Blättern Erwähnung gethan. Fällt man das wässerige Decoct der Blätter mit Bleizuckerlösung, die von dem entstandenen Niederschlag abfiltrirte Flüssigkeit mit Bleiessig und das Filtrat von dem dadurch gebildeten Niederschlag mit Ammoniak, so enthalten alle drei Niederschläge Pectinkörper. Der erste dieser Niederschläge enthält davon am meisten und ist der daraus zu gewinnende Pectinkörper identisch mit dem in der Rinde oder dem in den Kapseln der Früchte Befindlichen.

Diese Pectinkörper sind in den Blättern begleitet von Zucker und anderen in Zucker überführbaren Kohlehydraten.

v. Mohl hat durch genaue Messungen nachgewiesen, daß die Massenzunahme durch Holzbildung bei den Jahrestrieben am bedeutendsten zu der Zeit ist, wenn die Blätter in größter Menge entfaltet und in vollster Thätigkeit begriffen sind. Damit steht nun die Bildung von Kohlehydraten in den Blättern im innigsten Zusammenhange. v. Liebig hat schon vor langer Zeit die Behauptung ausgesprochen, daß die Kohlehydrate aus gewissen Säuren gebildet werden, daß Äpfelsäure, Weinsäure u. s. w. das Material sind, aus dem durch den in den Pflanzen stattfindenden Reductionsproceß Zucker und verwandte Stoffe gebildet werden. Diese Behauptung wurde experimental durch Löwig begründet, der durch die Einwirkung von nascirendem Wasserstoff die Oxalsäure in Traubenzucker neben Desoxalsäure und anderen Producten umwandelte.

Es war zu erwarten, daß die Säure, die das Material zur Bildung von Kohlehydraten abgibt, in den Blättern in einiger Menge sich vorfinden werde.

In der That enthalten die Blätter eine Menge von Citronsäure, die größer ist als die Menge dieser Säure in der Rinde und den Cotylidonen der Samen.

Der Niederschlag, welchen Bleizuckerlösung in dem wässerigen Decocte der Blätter erzeugt, enthält phosphorsaures und citronsaures Bleioxyd neben anderen Stoffen. Durch Behandeln dieses Niederschlages mit heißem, Essigsäure haltendem Wasser und dann mit heißem Alkohol, Zertheilen des so behandelten Niederschlages in Wasser und Einleiten von Schwefelwasserstoff, Abfiltriren der Flüssigkeit vom Schwefelblei, Eineugen im Wasserbade und Versetzen des Verdunstungsrückstandes mit Alkohol, um den Pectinkörper abzuscheiden, Abfiltriren der alkoholischen Flüssigkeit von der gefällten Gallerte, Verjagen des Alkohols im Wasserbade, Lösen des Rückstandes im Wasser, Abfiltriren der Lösung von einigen Flocken verharzten Gerbstoffes und Versetzen der kalten Flüssigkeit mit überschüssigem Kalkwasser, erhält man einen Niederschlag von phosphorsaurem Kalk, während citronsaurer Kalk in Lösung bleibt. Man versetzt die vom phosphorsauren Salz abfiltrirte Flüssigkeit mit Essigsäure bis zur schwachsauren Reaction und setzt Bleizuckerlösung hinzu, sammelt den weißen Niederschlag auf einem Filter, wäscht ihn mit Wasser, vertheilt ihn in Wasser und leitet Schwefelwasserstoff ein. Die vom Schwefelblei abfiltrirte, farblose Flüssigkeit wird im Wasserbade eingeengt und an einem kühlen Orte ruhig hingestellt. Nach kurzer Zeit erhält man Krystalle von Citronsäure. Zum Überfluß wurde eine Analyse dieser bei 100° C. getrockneten Säure ausgeführt.

0·2283 Gr. Substanz gaben 0·314 Gr. Kohlensäure und 0·0854 Gr. Wasser.

	Berechnet	Gefunden
C_{12} =	37·50	37·51
H_8 =	4·17	4·16
O_{14} =	58·33	58·33
	100·00	100·00.

In *Aesculus Hippocastanum* entstehen demnach die Kohlehydrate aus Citronsäure.

Es scheint mir von Interesse zu sein, bei der Analyse von Pflanzen das Vorkommen von Äpfel-Wein-Citron-Fumar- oder Aconit-Säure mit Sicherheit festzustellen, denn in verschiedenen Pflanzen-Familien scheint die eine oder die andere dieser Säuren ausschließlich vorzukommen, z. B. in den Solanaeen die Äpfelsäure, in den Stellaten die Citronsäure u. s. w. Daß in manchen Pflanzen zwei oder drei dieser Säuren gleichzeitig vorkommen, kann eben für gewiße Familien des Pflanzenreiches charakteristisch sein. Das Vorkommen verschiedener dieser Säuren in dem Fruchtfleisch der verschiedensten Pflanzen hat mit dem erwähnten Verhältnisse insofern nichts zu schaffen, als die Bestandtheile des Fruchtfleisches keine weitere Verwendung in der Pflanze finden und als nutzlos für die Mutterpflanze abgestossen werden.

Aesculin und Aesculetin, Fraxin und Fraxetin finden sich nicht in den Blättern der Roßkastanie zur Zeit ihrer vollen Entwickelung vor.

Ich habe noch zwei Stoffe zu erwähnen, die in so geringer Menge in den Blättern enthalten sind, daß eine Untersuchung derselben, oder auch nur eine Elementar-Analyse derselben vollends unausführbar war.

Beim Auskochen des Niederschlages, den Bleizuckerlösung in dem wässerigen Decocte der Blätter erzeugt, mit essigsäurehaltendem Wasser und Abfiltriren der heißen Lösung von dem ungelösten Antheile, erhält man nach dem Abkühlen des Filtrates eine kleine Menge eines krystallisirten Bleisalzes. Bei Behandlung des Niederschlages, den Ammoniak hervorbringt, in dem mit Bleizucker und Bleiessig gefällten Decocte, mit Kohlensäure und Wasser, erhält man eine Lösung, aus der durch Schwefelwasserstoff etwas gelöstes Blei weggeschafft werden kann. Das vom Schwefelblei abfiltrirte Fluidum, im Wasserbade eingeengt, hinterläßt einen Syrup, in dem sich bald Krystalle in kleiner Menge bilden. Durch Behandlung der Masse mit heißem Alkohol werden die Krystalle nicht gelöst, während die übrigen Körper in Lösung gehen, sondern bleiben als weißgrauliches Pulver zurück. Löst man sie in Wasser, filtrirt die etwas trübe Lösung und dampft das Filtrat auf dem Wasserbade ein bis zur Syrupsconsistenz, so krystallisirt diese Substanz bald wieder in sternförmig gruppirten Nadeln, deren Menge zu weiterer Untersuchung nicht hinreichte.

Es wurde nur ermittelt, daß dieser Körper weder in unverändertem Zustande, noch nach Behandlung mit schwefelsäurehaltigem Wasser in der Wärme die Fehling'sche Flüssigkeit reducirte.

Ich hoffe demnächst in der Lage zu sein, das Nähere über diejenigen Bestandtheile der Blätter mittheilen zu können, welche nach dem Auskochen mit Wasser ungelöst zurückbleiben und aus den mit Wasser erschöpften Blättern durch kochenden Weingeist ausgezogen werden können.

Über die Abhängigkeit des erregten Magnetismus von den Dimensionen der Magnetisirungsspirale.

Von Anton Wassmuth,
Assistenten für Physik an der Technik in Prag.

(Mit 2 Holzschnitten.)

Denkt man sich einen cylindrischen Eisenstab vom Durchmesser d in eine Spirale gelegt, durch die ein Strom von der Intensität x läuft, so wird nach Müller [1]) dem Eisenstab ein magnetisches Moment

$$y = Bd^2 \operatorname{arc\,tg} \frac{x}{Ad^{\frac{3}{2}}}$$

ertheilt, wobei A und B Constanten sind. Dieselben sollten nach Müller's früherer Ansicht von der Länge der magnetisirten Stäbe (vorausgesetzt, daß sie die Länge der Spirale nur wenig übertreffen), so abhängen, daß A denselben gerade, B aber verkehrt proportionirt sei.

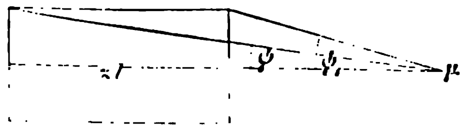
Diese Annahme wurde von Prof. von Waltenhofen [2]), der durch viele Versuche das Müller'sche Gesetz bestätigt fand, als unhaltbar nachgewiesen und zugleich die Ansicht ausgesprochen, daß A und B Functionen sowohl der Länge als auch des inneren und äußeren Durchmessers der Spirale sein dürften. Dies veranlaßte mich, auf dem Wege der Rechnung annäherungsweise den Zusammenhang zwischen den Dimensionen der Spirale und dem erregten Magnetismus zu ermitteln, um hierauf das Resultat mit den vorhandenen Beobachtungen zu vergleichen.

---

1) Müller's Bericht über die Fortschritte der Physik. pag. 494.

2) Prof. Dr. von Waltenhofen, Elektromagnetische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die Anwendbarkeit der Müller'schen Formel. Sitzungsb. der kaiserl. Akademie der Wissenschaften. Bd. LII, pag. 28.
Müller, Supplementband, pag. 259.

Dabei ging ich von dem Ausdrucke aus, den **Haedenkamp**[1]) für die Größe der Kraft gibt, mit welcher eine von einem Strome mit der Intensität i durchflossene Spirale von der Länge $2l$ auf einen magnetischen Punkt μ längs ihrer Axe wirkt. Derselbe findet nämlich



für die Größe dieser Kraft, wenn n die Anzahl der Windungen und ψ so wie ψ_1 die Winkel bedeuten, welche die von dem angezogenen Punkte an die beiden äußersten Peripherien gezogenen Linien mit der Axe bilden, den Ausdruck

$$x = \frac{i\mu\pi n}{l}(\cos\psi - \cos\psi_1)$$

oder

$$x = \mu i F.$$

Diese Formel gibt die Größe der Kraft, mit der der Strom von der Stärke i auf einen Punkt von der magnetitschen Quantität μ wirkt; sie kann aber unter gewissen Voraussetzungen, die ich sogleich angeben will, auch zur Berechnung des in einem Eisenkern erregten Magnetismus benützt werden. Diese Voraussetzungen sind einerseits die innerhalb gewisser Grenzen stattfindende Giltigkeit des **Lenz-Jacobi**'schen Proportionalitäts-Gesetzes und anderseits die ebenfalls auf gewisse Grenzen eingeschränkte Zulässigkeit der Annahme, daß es gestattet sei, das in einem linearen Electro-Magneten resultirende Moment als die Summe der in den einzelnen Molecülen erregten Momente zu betrachten. Bezeichnet nun q das in solcher Weise in der Längeneinheit eines unendlich dünnen Eisenstabes erregte magnetische Moment für die Werthe $i = 1$ und $F = 1$, so wird das einem Molecüle von der Länge dx für die Werthe i und F entsprechende Moment offenbar durch den Ausdruck $qiFdx$ vorgestellt werden, wobei die Abscissenaxe der Axe der Spirale (oder des Stabes) parallel angenommen ist. Diese Formel motivirt offenbar schon die erste der beiden oben ausgesprochenen Voraussetzungen und liefert sofort unter Benützung der zweiten durch Integration

[1]) **Haedenkamp**, Wirkung einer electrischen Spirale auf ein in der Axe der Spirale liegendes magnetisches Theilchen, **Pogg.** Ann. Bd. 78.
Wiedemann, Die Lehre vom Galvanismus, II. Bd. pag. 155.

innnerhalb der Grenzen a_1 und a_2 den Werth des resultirenden Momentes für den ganzen linearen Magneten, wenn a_1 und a_2 die Abscissen seiner Enden bedeuten. Nennt man dieses Moment M, so erhält man demnach den Ausdruck

$$M = qi\int_{a_1}^{a_2} F dx.$$

Dabei habe ich stillschweigend vorausgesetzt, daß das Stäbchen in der Axe der Spirale liege und nach y und z unendlich kleine Dimensionen habe. Die Ausdehnung der Rechnung für den Fall, daß der Querschnitt eine endliche Größe sei, erfordert selbstverständlich eine weiter ausgeführte Untersuchung, doch wird die abgeleitete Formel in obiger Gestalt für sehr dünne Stäbchen immerhin unmittelbar anwendbar sein und auch für Stäbe, deren Durchmesser im Vergleiche mit der Weite der Spirale sehr klein sind, annähernde Geltung haben. Dies wird wie ich schon jetzt bemerken will, auch durch die nachstehend angeführten Versuche bestätigt und ist anderseits auch im Einklang mit der längst bekannten Thatsache, daß kleine Abweichungen von der axialen Stellung auf die Magnetisirung von sehr geringem Einflusse sind. Um nun die Integration auszuführen, seien α_1 und α_2 die Abscissen der Endflächen der Spirale, so daß also $\alpha_2 - \alpha_1 = 2l$ ist.

Man findet dann:

$$F = \frac{\pi n}{l}\left[\frac{x-\alpha_1}{\sqrt{R^2+(x-\alpha_1)^2}} - \frac{x-\alpha_2}{\sqrt{R^2+(x-\alpha)_2}}\right],$$

wo R den Halbmesser der Spirale bedeutet.

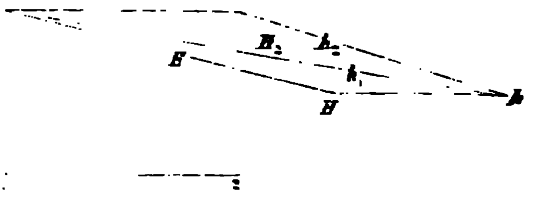
Es ist daher:

$$M = qi\int_{a_1}^{a_2} F dx =$$

$$= \frac{nqi\pi}{l}\left[\sqrt{R^2+(a_2-\alpha_1)^2} - \sqrt{R^2+(a_1-\alpha_1)^2} - \sqrt{R^2+(a_2-\alpha_2)^2} + \sqrt{R^2+(a_1-\alpha_2)^2}\right]$$

oder

$$M = \frac{qni\pi}{l}\left[(h_1 - H_1) - (h_2 - H_2)\right] \qquad (1)$$



wenn man mit H_1 und H_2 die Entfernung des vordern Endes H des Cylinders von den beiden äußersten Querschnitten der Spirale und mit h_1 und h_2 die Entfernungen des hinteren Endes h des Cylinders von denselben Querschnitten bezeichnet.

Sind bei einer Spirale mehrere Schichten übereinander gelagert, so wird man für jede Schichte nach der obigen Formel I das erzielte magnetische Moment berechnen und die Summe aller dieser Momente bilden. Wie indeß weiter unten gezeigt werden wird, so erhält man ein äußerst wenig abweichendes Resultat, wenn man für H und h Mittelwerthe einführt.

Die Formel I gestattet sich sehr einfach für den in der Praxis vorkommenden Fall, daß nämlich der Eisenstab um ein gleiches Stück d auf beiden Seiten der Spirale herausragt; es wird dann, wegen $h_1 - H_1 = H_2 - h_2$

$$\text{(II)} \qquad M = \frac{2\, i\pi nq}{l}\left[\sqrt{(d+2l)^2+R^2} - \sqrt{d^2+R^2}\right].$$

Ist überdies $d = o$, d. h. hat der Eisenstab dieselbe Länge wie die Spirale, so wird

$$M = \frac{2\, i\pi nq}{l}\left[\sqrt{R^2+4l^2} - R\right]$$

oder, wenn man die Diagonale des Rechteckes, das gebildet wird aus den Seiten R und $2l$, mit D bezeichnet

$$\text{(III)} \qquad M = 4 i\pi nq \frac{D-R}{2l}.$$

Es bleibt nur noch übrig, diese Formeln mit den vorliegenden Versuchen zu vergleichen. Es müssen sich dann die magnetischen Momente M und M_1, die in demselben Stab von zwei Spiralen mit gleicher Windungszahl und gleicher Länge bei derselben Stromstärke erzielt werden, nach II verhalten, wie die Größen:

$$\sqrt{(d+2l)^2+R^2}-\sqrt{d^2+R^2} \text{ und } \sqrt{(d+2l)^2+R_1^2}-\sqrt{d^2+R_1^2},$$

wo R und R_1 die mittleren Halbmesser der beiden Spiralen bedeuten.

Belege dafür fanden sich in den Versuchen der Herren: von Feilitzsch und von Waltenhofen. Letzterer experimentirte [1]) mit zwei Spiralen (I und II) von gleicher Länge und gleicher Windungsanzahl und man findet für dieselben das Verhältniß

$$\frac{\sqrt{(d+2l)^2+R^2}-\sqrt{d^2+R^2}}{\sqrt{(d+2l)^2+R_1^2}-\sqrt{d^2+R_1^2}}=k=1\cdot131,$$

dabei wurden für R und R_1 die mittleren Werthe genommen, indem z. B. die strenge Berechnung für den Zähler von k den Werth 438.74 statt 438.3 ergab, weßhalb dadurch k nicht merkbar geändert wurde.

Führt man überdies die Rechnung so, daß man $d=0$ setzt, so erhält man für k den Werth $k=1\cdot128$, der von dem obigen nur sehr wenig abweicht.

Es folgen nun die Versuchsreihen für den Eisenstab Nr. 2 und den Eisenstab Nr. 5.

Eisenstab Nr. 2.

Stromstärke..	2	4	6	8	10	15
M (Spirale II)	1·555	2·655	3·068	3·251	3·343	3·618
M' (Spirale I)	1·098	2·242	2·838	3·114	3·297	3·655
$\frac{M}{M'}=\lambda$	1·41	1·18	1·08	1·04	1·01	0·98
$\lambda-k$	+0·28	+0·05	−0·05	−0·09	−0·12	−0·15

Eisenstab Nr. 5.

Stromstärke..	2	4	6	8	10	15
M (Spirale II)	2·151	4·171	6·295	8·300	9·997	11·618
M' (Spirale I)	1·821	3·618	5·647	7·645	9·335	12·089
$\frac{M}{M'}=\lambda$	1·18	1·15	1·11	1·08	1·07	0·96
$\lambda-k$	+0·05	+0·02	−0·02	−0·05	−0·06	−0·17

Diese Versuche lassen mit Ausnahme bei der Stromstärke 2 im ersten Falle eine ziemlich befriedigende Übereinstimmung mit

[1]) a. a. O. pag. 3, 14 und 15, 26.

der Formel erkennen. Noch mehr ist dies der Fall bei einem Versuche von Feilitzsch [Pogg. Annal. 133. Bd. pag. 90]; derselbe experimentirte mit zwei Spiralen von gleicher Länge, von denen die eine einen mittleren Halbmesser $R = 10{\cdot}94^{mm}$, die andere einen Radius $R_1 = 22{\cdot}5^{mm}$ hatte und fand für das Verhältniß λ der magnetischen Momente den Werth $\lambda = 1{\cdot}1015$, während die obige Formel den Werth $x = 1{\cdot}1055$ gibt. Es ist also die Übereinstimmung bei diesem Versuche noch größer als wie bei den oben angeführten Versuchsreihen.

Die in dieser Abhandlung zur Berechnung des erregten Magnetismus benutzte Formel erheischt — wie ich schon oben angedeutet habe — noch eine Verallgemeinerung, um auch für Stäbe von beliebigem Durchmesser anwendbar zu werden. Diese Erweiterung ist insbesondere dann unerläßlich, wenn untersucht werden soll, wie sich die auf solchem Wege berechneten Resultate zu den einzelnen empirisch ermittelten Gesetzen des Elektromagnetismus verhalten, z. B. zu jenen, welche Dub [Pogg. Annal. 133. Bd.] für den Einfluß des Stabdurchmessers und der Stablänge als zweifellos constatirte Erfahrungssätze hinstellt. Diese Gesetze sind folgende:

I. „Der Magnetismus ist ceteris paribus den Quadratwurzeln der Kerndurchmesser genau proportional, wenn die Kerne symmetrisch bewickelt sind", und

II. „der Magnetismus ist ceteris paribus den Quadratwurzeln der Stablängen genau proportional, wenn dieselbe Windungszahl der Spirale proportional auf den verschiedenen Längen verbreitet ist".

Meine Formel gestattet in ihrer gegenwärtigen Gestalt noch eine Vergleichung mit diesen Erfahrungssätzen, indem sie eben nur auf verhältnißmäßig dünne Stäbe anwendbar ist, während sich die angeführten empirischen Gesetze vornehmlich aus Versuchen mit Stäben von im Verhältnisse zur Spirale größeren Querschnitten ergeben haben.

Ich behalte mir vor, hierauf bei einer anderen Gelegenheit zurück zu kommen. Ich wollte vorläufig nur im Allgemeinen auf die angedeutete Anwendbarkeit der Haedenkamp'schen Formel bei elektromagnetischen Untersuchungen hingewiesen und die ersten Resultate, welche sich mir auf diesem Wege ergaben und deren Übereinstimmung mit den vorliegenden Versuchen mitgetheilt haben.

Studien aus der höheren Geometrie.

Von **Emil Weyr,**

ord. Hörer am Polytechnikum zu Prag.

(Mit 1 Tafel.)

I.

Bekanntlich werden die drei Gegenseitenpaare eines vollständigen Viereckes in drei Punktepaaren einer Involution geschnitten (1). — Man denke sich nun Fig. 1 zwei Vierecke (mm_1nn_1), (mm_1oo_1), welche die Nachbarecken m, m_1 gemeinschaftlich haben und deren übrige Ecken nn_1oo_1 längs einer Geraden G angeordnet erscheinen. Construirt man die Diagonaldreiecke $p\alpha\alpha_1$, paa_1 dieser Vierecke, so findet man sofort, daß beide eine Ecke, nämlich den Schnitt p von G mit der Geraden $\overline{mm}_1$ gemeinschaftlich haben. Eben so einleuchtend ist, daß die dieser Ecke gegenüberliegenden Seiten $\overline{\alpha\alpha}_1$ und $\overline{aa}_1$ der Diagonaldreiecke sich in einem und demselben Punkte von $\overline{mm}_1$ schneiden müssen, welcher mit p die Strecke mm_1 harmonisch theilt. Wir wollen ihn $(b_1\beta_1)$ nennen. Die beiden Diagonaldreieckseiten $\alpha\alpha_1$ und aa_1 durchschneiden G in zwei Punkten, respective β und b, so daß

$$\{\alpha\alpha_1\beta\beta_1\} = \{aa_1bb_1\} = -1$$

ist. Daraus folgt aber unmittelbar, daß die Linien $a\alpha$ und $a_1\alpha_1$ sich in einem Punkte q von G, und die Linien $a\alpha_1$ und $a_1\alpha$ sich in einem Punkte q_1 von G schneiden müssen. Die beiden Diagonaldreiecke sind daher perspectivisch gelegen, und q und q_1 sind ihre Collineationscentra, während mm_1 die Collineationsaxe vorstellt. Wir müssen nun der folgenden Untersuchung wegen beweisen, daß:

„(nn_1), (oo_1) und (qq_1) Punktepaare einer Involution sind, d. h., daß die Strecken $\overline{nn}_1$ $\overline{oo}_1$ $\overline{qq}_1$ ein gemeinschaftliches harmonisches Punktepaar besitzen (2)“.

Wenden wir den in (1) ausgesprochenen Satz auf das Viereck $m\alpha_1m_1a_1$ und die Gerade G an, so finden wir, daß (no_1), (n_1o), (pq) Punktepaare einer Involution sind, daß also z. B.:

$$\{nn_1 op\} = \{o_1 on_1 q\} \qquad (\alpha)$$

ist.

Bezüglich des Viereckes $m\alpha_1 m_1 \alpha$ und der Geraden G findet man, daß (no), $(n_1 o_1)$, (pq_1) Punktepaare einer Involution sind, daß also ebenfalls:

$$\{nn_1 op\} = \{oo_1 nq_1\} \qquad (\beta)$$

ist.

Hält man (α) und (β) zusammen, so ergibt sich:

$$\{oo_1 nq_1\} = \{o_1 on_1 q\}$$

wodurch factisch bewiesen ist, daß ebenfalls (oo_1), (nn_1) und (qq_1) Punktepaare einer Involution sind, wie in (2) behauptet wurde.

Ebenso allgemein bekannt ist der Umstand, daß alle dem Vierecke $(mm_1 nn_1)$ umschriebenen Kegelschnitte auf einer Geraden eine Involution bestimmen, zu welcher auch die Schnitte der Vierecksgegenseitenpaare als entsprechende Punkte gehören.

Eine Seite $\alpha\alpha_1$ des Diagonaldreiecks wird demgemäß mit der erwähnten Schaar von Kegelschnitten eine Involution bestimmen, deren Doppelpunkte die Diagonalecken α und α_1 sind, weil sich in ihnen zwei Paare Gegenseiten des Vierecks durchschneiden. Verbindet man die zwei Schnittpunkte eines solchen Kegelschnittes auf qq_1 mit p, so werden dies die von p an denselben gezogenen Tangenten sein (3).

Betrachten wir nun Fig. 2, zwei in einer Ebene liegende Kegelschnitte S_1 und S_2.

Dieselben schneiden sich in vier Punkten, den Ecken des gemeinschaftlich eingeschriebenen Vierecks; und haben vier gemeinschaftliche Tangenten, die Seiten des gemeinschaftlich umschriebenen Vierseits. Die drei Gegenseitenpaare des Ersteren bilden die drei Paare gemeinschaftlicher Sehnen, und die drei Gegeneckenpaare des Letzteren bilden die drei Paare der Homologiecentra [1].

Das Sehnenviereck und das Tangentenvierseit besitzen ein gemeinschaftliches Diagonal- { Dreieck, Dreiseit }. Es liegt nämlich je eine Diagonalecke des Vierecks auf einer Diagonalseite des Vierseits.

---

[1] „Centre der Homologie", siehe Poncelet Traité des propriétés projectives.

umgekehrt je eine Diagonalseite des Vierseits geht durch eine Diagonalecke des Vierecks.

Dieses gemeinschaftliche Diagonaldreieck ist, wie man sieht, das bezüglich beider Kegelschnitte sich selbst conjugirte Dreieck, d. h. die Ecken und deren Gegenseiten sind Pol und Polare sowohl bezüglich S_1 als auch bezüglich S_2 [1]).

Durch jede Ecke des gemeinschaftlich conjugirten Dreiecks gehen die Sehnen eines Paares und zwei Seiten des Dreiecks, ein harmonisches Büschel bildend. Auf jeder Seite dieses Dreiecks liegen die Homologiecentra eines Paares und zwei Ecken des Dreiecks, eine Reihe harmonischer Punkte bildend. Letztere sind nach (3) die Doppelpunkte der Involution, welche die mit S_1 und S_2 durch dieselben vier Punkte gehenden Kegelschnitte auf der Seite bestimmen; sie theilen also auch speciell die durch S_1 und S_2 auf dieser Seite bestimmten Strecken harmonisch.

Man kann nun den einen der beiden Kegelschnitte als die collinear-projectivisch Verwandte des anderen betrachten. Dabei spielt eines der Homologiecentra die Rolle des Collineationscentrums, und eine der sechs gemeinsamen Sehnen jene der Collineationsaxe [2]). Man kann jedoch nicht zu irgend einem Homologiecentrum als Collineationscentrum irgend eine gemeinschaftliche Sehne als Collineationsaxe nehmen; sondern es entspricht jedem Paar von Homologiecentris ein Paar gemeinsamer Sehnen, so daß zu jedem Homologiecentrum des ersteren als Collineationscentrum, jede Sehne des letzteren als Collineationsaxe genommen werden kann.

Ein solches Paar von Homologiecentris- und Sehnenpaaren wollen wir zugeordnete nennen, u. z. ist einem Homologiecentrenpaare jenes Sehnenpaar zugeordnet, welches sich in der Ecke des gemeinsam conjugirten Dreiecks schneidet, welche der durch das erstere gehenden Seite desselben gegenüberliegt.

In Fig. 2 sind S_1 und S_2 die beiden Kegelschnitte, 1, 1′, 2, 2′, 3, 3′ die drei Homologiecentrapaare und II′, IIII′, IIIIII′, die ihnen zugeordneten Sehnenpaare. $\Delta o_1 o_2 o_3$ ist das gemeinschaftlich sich selbst conjugirte Dreieck.

---

1) Siehe „Analytische Geometrie der Kegelschnitte" von Dr. W. Fiedler, Art. 311.

2) Dabei will ich jedoch die Fälle, wo ein Homologiencentrum oder eine Sehne (was nur paarweise geschehen kann) imaginär wird, mit inbegriffen haben.

„Die Pole einer gemeinschaftlichen Sehne bezüglich S_1 und S_2 liegen auf der Seite des gemeinsam conjugirten Dreiecks, welche die der Sehne zugeordneten Homologiecentra verbindet" (4). Eine durch ein Homologiecentrum gezogene Gerade ist ein Verwandtschaftsstrahl, d. h. sie schneidet die beiden Curven in entsprechenden Punkten.

Seien z. B. α_1, β_1 seine Schnitte mit S_1 und α_2, β_2 jene mit S_2. Je nachdem man nun dem α_1 das α_2 oder dem α_1 das β_2 entsprechen läßt, erhält man zur Collineationsaxe die eine oder die andere Sehne des dem Homologiecentrum zugeordneten Paares.

Dann existiren die bekannten Gesetze:

„Das Doppelverhältniß, welches entsprechende Punkte auf der Strahlstrecke zwischen dem Collineationscentrum und der Collineationsaxe bestimmen, ist constant".

„Entsprechende Gerade schneiden sich in Punkten der Collineationsaxe, also speciell: die Tangenten in entsprechenden Punkten schneiden sich in der Collineationsaxe".

„Die Polaren eines Punktes, der auf der Collineationsaxe liegt, schneiden sich in derselben, und die Verbindungslinie der, durch sie auf S_1 und S_2 bestimmten Punkte gehen durch die zugeordneten Homologiecentra" (5).

„Die Polaren eines Homologiecentrums schneiden sich in jenem Punkte, in welchem sich die zugeordneten Sehnen durchschneiden".

Hat man von den zwei Kegelschnitten S_1 und S_2 Fig. 3, eine gemeinschaftliche Sehne, so lassen sich leicht die zugeordneten Homologiecentra und schließlich die paarige Sehne finden. Zieht man nämlich von irgend einem Punkte p der gemeinsamen Sehne $\overline{mm_1}$ an beide Kegelschnitte Tangenten, welche sie in I, II und γ, γ_1 berühren, so schneiden sich die Linien Iγ und IIγ_1 in dem einen Homologiecentrum O und Iγ_1 mit IIγ in dem zweiten O_1, aus welchen sich mittelst der angegebenen Sätze leicht die zu $\overline{mm_1}$ zugehörige zweite Sehne bestimmen läßt. Man kann jedoch, wenn die eine Sehne mit reellen Endpunkten gegeben ist, die zweite auf folgende Art finden.

Sei, Fig. 4, S_1 der eine Kegelschnitt, mm_1 die Endpunkte der Sehne, welche er mit dem Kegelschnitte S_2 gemein hat, von welchem drei Punkte 1, 2, 3 gegeben sind. Zieht man von m und m_1 nach diesen drei Punkten Strahlenpaare, so bestimmen sie auf S_1 drei

Punktepaare aa_1, bb_1, cc_1, zweier projectivischer Reihen, deren Doppelpunkte nn_1 die zwei weiteren Schnittpunkte von S_1 und S_2 sind, deren Verbindungslinie also die gesuchte Sehne ist[1]).

Diese Verbindungslinie ist aber bekanntlich die Pascallinie σ des Sechsecks $(ab_1ca_1bc_1)$, welche man erhält, wenn man die Gegenseitenpaare ab_1 und a_1b, bc_1 und b_1c, ca_1 und c_1a zum Schnitt bringt. Besonders einfach gestaltet sich die Sache, wenn von den vier Schnittpunkten beider Kegelschnitte drei gegeben sind, weil da schon einer der Doppelpunkte bekannt ist.

Hat Fig 5 dieselbe Bedeutung wie Fig. 4, nur daß der Punkt 1 ebenfalls auf S_1 liegt, also neben m und m_1 auch ein Schnittpunkt von S_1 und S_2 ist, so hat man nur den Schnittpunkt von ba_1 und b_1a mit 1 zu verbinden, um den vierten Schnittpunkt 4 von S_1 und S_2 zu finden.

Wie bekannt schließen die, einem Kegelschnitt und einem Kreise gemeinschaftlichen Sehnen eines Paares mit den Axen des ersteren gleiche Winkel ein[2]), woraus sich sofort der folgende Satz ergibt:

„Eine Kreisschaar, welche mit einem festen Kegelschnitte eine Sehnenschaar von constanter Richtung bestimmt, bestimmt mit ihm noch eine Sehnenschaar von constanter Richtung u. z. symetrisch gelegen bezüglich seiner Axen“.

Man denke sich nun, Fig 6, einen festen Kegelschnitt S_1 und zwei feste Tangenten t, t' desselben, welche sich in o durchschneiden, dann einen variablen Kegelschnitt S_2, welcher t und t' berühren und durch zwei feste Punkte m, m' gehen soll, so ist es leicht, folgenden Satz zu beweisen:

„Der Kegelschnitt S_2 bestimmt mit S_1 zwei, dem o zugeordnete Sehnenschaaren, welche durch zwei feste Punkte von $\overline{mm'}$ gehen“.

In der That kann man S_2 als die Collinearverwandte zu S_1 betrachten, wobei o das Centrum der Collineation wird. Dabei entsprechen den festen Punkten m und m' entweder die Punkte μ und μ' oder μ_1 und μ_1' (μ und μ_1 sind die Schnitte des Strahles om mit

---

[1]) Siehe „Methodik der darstellenden Geometrie“ von Dr. W. Fiedler. Art 35 u. 36.

[2]) Chasles, „Traité des sections coniques“. §. 372.

S_1 und $\mu_1'\mu_1'$ jene des Strahles om' mit S_1). Also entspricht der Geraden mm' entweder $\mu\mu'$ oder $\mu_1\mu_1'$; da aber entsprechende Gerade sich in Punkten der Collineationsaxe durchschneiden, so ist klar, daß die zu o zugeordneten Sehnen von S_1 und S_2 durch die Punkte f_1 und f_2 gehen müssen, in welchen $\mu\mu'$ und $\mu_1\mu_1'$ die Gerade mm' schneiden.

Wollte man jene Kegelschnitte der Schaar S_2 finden, welche S_1 berühren, so hätte man blos durch f_1 und f_2 an S_1 die Tangenten zu legen, welche gleichzeitig Tangenten der gesuchten Kegelschnitte wären, und deren Berührungspunkte mit S_1 auch die Berührungspunkte an die gesuchte Curve wären. Man sieht also, daß es vier solche Kegelschnitte gibt, welche durch zwei feste Punkte gehen, einen festen Kegelschnitt und zwei seiner Tangenten berühren.

Rücken die beiden Punkte m und m' auf die unendlich weite Gerade, so wird die Kegelschnittsschar S_2 eine Schaar ähnlicher und ähnlich gelegener Kegelschnitte, also:

„Eine Schaar ähnlicher und ähnlich gelegener Kegelschnitte, welche mit einem festen Kegelschnitt ein gemeinsames Homologiecentrum besitzt, bestimmt auf ihm zwei Schaaren paralleler Sehnen, welche dem Homologiecentrum zugeordnet sind".

Dasselbe gilt speziell von einer Kreisschaar.

Wir wollen nun zu einer eigenthümlichen Generation der Kegelschnitte übergehen, welche auf jene confocaler Kegelschnitte führt.

Sei S Fig. 7 ein fester Kegelschnitt, m, m' zwei feste Punkte desselben und n, n' zwei beliebige andere feste Punkte. S_1 sei die eine Lage eines variablen Kegelschnitts, welcher durch die vier festen Punkte m, m', n, n' gehen soll; O und O_1 seien die der festen Sehne mm' zugeordneten Homologiecentra von S und S_1, so stellen wir die Aufgabe:

„Den Ort der Homologiecentra O und O_1 von S und S_1 zu finden".

Das Homologiecentrum O von S und S_1 kann man nach dem Vorhergehenden aus der zugeordneten Sehne mm' leicht auf folgende Art mit Benützung des Schnittpunktes p von mm' und nn' finden. Construirt man in dem Vierecke $mm'nn'$ die Diogonale D, so ist diese die Polare von p bezüglich der ganzen Curvenschaar S_1. Der Kegelschnitt S_1 schneidet die Polare D in zwei Punkte γ und γ_1 einer

Involution J, zu welcher auch die Punktepaare $\beta\beta_1$, $\alpha\alpha_1$ gehören, u. z. die letzteren als die Doppelpunkte. Die Linien $p\gamma$ und $p\gamma_1$ sind daher die Tangenten von p an S_1.

Sind o und o_1 die Schnittpunkte von $\overline{nn'}$ mit S, und man construirt in dem Viereck $mm'oo_1$ die Diagonale D_1, so ist diese die Polare von p bezüglich S und ihre Schnitte I und II mit S sind die Berührungspunkte der von p an S gezogenen Tangenten; die beiden Polaren D und D_1 müssen sich nach früherem in einem Punkte $(b_1\beta_1)$ von mm' durchschneiden. Die Polaren $\gamma\gamma_1$ und III sind entsprechende Linien, wenn man S_1 und S als collinear betrachtet, während mm' die Collineationsaxe ist. Daher schneiden sich die Linien IIγ und Iγ_1 in dem einem Homologiecentrum O und IIγ_1 und Iγ in dem zweiten Homologiecentrum O_1 von S und S_1, welches der Sehne mm' zugeordnet ist.

Läßt man den Kegelschnitt S_1 alle möglichen Lagen nach und nach annehmen, so durchlaufen γ und γ_1, als entsprechende Punkte der Involution auf D, diese Gerade. Dabei drehen sich IIγ und Iγ_1 respective um II und I und beschreiben Büschel von gleichem Doppelverhältniß, woraus folgt, daß der Ort von O ein durch I und II hindurchgehender Kegelschnitt ist. Eben so drehen sich IIγ_1 und Iγ als Strahlen zweier projectivischer Büschel um II und I als deren Scheitel, und somit durchlauft auch O_1 einen durch II und I gehenden Kegelschnitt, von dem sich jedoch zeigen läßt, daß er identisch ist mit jenem, welchen O beschreibt. Das Hauptmerkmal einer Involution ist nämlich die Vertauschungsfähigkeit.

Wenn also γ bei seiner Bewegung nach γ_1 kommt, so fällt γ_1 wieder nach γ, d. h. O kommt nach O_1 und O_1 nach O, wodurch also der Satz bewiesen ist:

„Wenn ein Kegelschnitt S_1 fortwährend durch zwei feste Punkte n und n' geht und einen festen Kegelschnitt S in zwei festen Punkten m und m' schneidet, so ist der Ort des der Sehne $\overline{mm'}$ zugeordneten Homologiecentrapaares wieder ein Kegelschnitt, welcher durch die Endpunkte (I II) der Polare des Schnittpunktes (p) von mm' und nn' hindurchgeht“.

Wir wollen diesen Kegelschnitt Σ nennen. Er besitzt zu dem Kegelschnitt S merkwürdige Beziehungen. — Da die zwei projectivischen Büschel mit den Scheiteln I und II. durch deren Durchschnitt der Kegelschnitt Σ entsteht, von der Transversale D in einer Involution geschnitten werden, deren Doppelpunkte α, α_1 sind, so muß diese Transversale D durch das Directionscentrum der Büschel I und II hindurchgehen und Σ muß D in α und α_1 durchschneiden. Bekanntlich ist das Directionscentrum der Schnittpunkt der Tangenten von Σ in I und II oder der Pol von III bezüglich Σ. Die Polare III schneidet die Involution in β_1, welchem der Punkt β entspricht.

Daraus folgt, daß β dieser Pol von III bezüglich Σ ist [1]. Wie man aber sofort erkennt, sind n, n', p und β harmonische Punkte (dies folgt aus dem vollständigen Viereck $mm'nn'$). Der Pol von III bezüglich Σ ist β, daher ist die sie verbindende Gerade nn' eine Seite des bezüglich S und Σ sich selbst conjugirten Dreiecks und hat bezüglich S und Σ einen und denselben Pol (folgt aus den anfänglichen Betrachtungen). Die letzten Ergebnisse lassen sich auf folgende Art aussprechen:

„Die Gerade nn' besitzt in Bezug auf beide Kegelschnitte S und Σ denselben Pol, ihre Tangenten in den gemeinschaftlichen Punkten bestimmen auf dieser Geraden ein Punktepaar, welches die Strecke nn' harmonisch theilt".

Die Involution auf D besitzt, wie schon erwähnt wurde, die zwei Doppelpunkte α und α_1, d. h. jedes Paar entsprechender Punkte theilt die Strecke $\alpha\alpha_1$ harmonisch. Auf D_1 kann man sich ebenfalls eine Involution denken mit den Doppelpunkten a und a_1, zu welcher auch die Punktepaare III und bb_1 gehören. Diese beiden Involutionen sind jedoch perspectivisch, da im Durchschnitt zwei Punkte (b_1 und β_1) vereinigt sind und

$$\{\alpha\alpha_1\beta\beta_1\} = \{aa_1bb_1\} = -1$$

ist. Daher müssen sich die Geraden $a_1\alpha_1$ und $a\alpha$ in einem Punkte q von $b\beta$ und mn durchschneiden; q ist das Projectionscentrum der beiden Involutionen. Da jedoch bei einer Involution Vertauschungsfähigkeit herrscht, so müssen sich auch die Strahlen $a\alpha_1$ und $a_1\alpha$ in einem Punkte q_1 von mn schneiden, welches das zweite Projectionscentrum der beiden Involutionen ist.

[1] Weil nämlich $\beta\beta_1$ die Strecke der Doppelpunkte der Involution harmonisch theilt, und diese Doppelpunkte α und α_1 die Schnittpunkte von D mit Σ sind.

Nun theilt aber III die Strecke $a\bar{a}_1$ harmonisch (weil I und II zu der Involution auf D_1 gehören); zieht man in Gedanken, z. B. die Strahlen qI und qII, welche D in 1 und 2 schneiden, so müsssen die Punkte 1, 2 die Strecke $\bar{a}\bar{a}_1$ harmonisch theilen und gehören somit zu der Involution auf D; daher sind II 2 und I 1 zwei entsprechende Strahlen der den Kegelschnitt Σ erzeugenden Büschel, welche sich auf nn' in q schneiden und somit ist q ein Schnittpunkt von Σ mit nn'. Aus einem ähnlichen Grunde ist q_1 der zweite Schnittpunkt von Σ mit nn'. Die drei Punktepaare nn', oo_1, qq_1 sind aber in Involution (siehe Anfang [2]), d. h. haben ein gemeinschaftliches harmonisches Punktepaar $\sigma\sigma_1$, welches, wie man sofort sieht, die auf der Geraden mn liegenden Ecken des, bezüglich Σ und S sich selbst conjugirten Dreiecks bildet.

Nun läßt sich auch leicht zeigen, daß n und n' die zwei auf $\overline{nn'}$ liegenden Homologiecentra von S und Σ sind, denn:

1. Liegen sie auf einer Seite des sich selbst conjugirten Dreiecks, so daß sie

2. mit den Schnittpunkten derselben mit S und Σ involutorisch sind, und

3. besitzen sie die Eigenschaft, welche den Ähnlichkeitsmittelpunkten zukommt, nämlich die, daß die, durch Strahlen aus ihnen auf S und Σ bestimmten Sehnen als entsprechende Gerade sich in der gemeinschaftlichen Sehne (der Collineationsaxe) III schneiden.

Der Punkt (1) ist schon bewiesen worden, indem gezeigt wurde, daß die Linie nn' bezüglich S nnd Σ denselben Pol hat.

Was den Punkt (2) betrifft, so verweise ich auf die anfänglichen Betrachtungen, wo in Fig. (1) dieselbe Bezeichnung angewendet wurde; und um die Richtigkeit der Behauptung (3) einzusehen, wolle man nur bemerken, daß α, α_1 die Doppelpunkte der Involution auf D, also die Schnittpunkte von D mit Σ sind. Dann sind z. B. durch n die beiden Geraden nm', no_1 gezogen, welche Σ in q_1 und α_1, und S in o_1 und m_1 schneiden, und in der That gehen die Linien $\alpha_1 q_1$ und $o_1 m'$ durch den Punkt a der gemeinschaftlichen Sehne III von Σ und S. Ähnliches gilt von n', wodurch die Behauptung (3) als richtig erscheint.

Ohne auf die vielen aus dieser Betrachtung sich ergebenden Sätze und Beziehungen näher einzugehen, will ich zu einer besonderen Annahme des Kegelschnittes S_1 schreiten. Man denke sich nämlich, daß die Curvenschaar S_1 eine Kreisschaar wird; dann sind n und n' als die imaginären Kreispunkte und demgemäß nn' als die unendlich weite Gerade aufzufassen.

Weil nn' bezüglich S und Σ einen und denselben Pol besitzt, so sind in diesem Falle S und Σ concentrische Kegelschnitte.

Betrachten wir die Involution nn', oo_1, qq_1 auf nn', deren Doppelpunkte $\sigma\sigma_1$ genannt wurden, und welche die Strecken nn', oo_1, qq_1 gleichzeitig harmonisch theilen.

Weil sie die Strecken oo_1 und qq_1 gleichzeitig harmonisch theilen, so sind sie die Richtungen des, beiden Kegelschnitten S und Σ gemeinschaftlich conjugirten Durchmesserpaares und weil sie die Strecke der imaginären Kreispunkte nn' harmonisch theilen, so stehen diese Durchmesser auf einander senkrecht und sind daher die gemeinschaftlichen Axen der beiden Kegelschnitte S und Σ. Die letzteren durschschneiden sich in den Punkten I, II, welche in diesem Falle die Endpunkte eines Durchmessers von S und Σ werden. Die Pole von I II bezüglich S und Σ sind die Punkte p und β, welche die Strecke nn' harmonisch theilen. Daher durchschneiden sich die Kegelschnitte S und Σ in diesem Falle in den Punkten I und II rechtwinkelig.

Wenn also die Curvenschaar S_1 eine Kreisschaar wird, so werden beide Kegelschnitte S und Σ 1. concentrisch, 2. coaxial und 3. durschneiden sie sich unter rechten Winkeln.

Daraus entnehmen wir jedoch sofort, daß die beiden Kegelschnitte S und Σ homofocal sind.

Wir kommen somit zu dem Schluße:

„Hat man einen festen Kegelschnitt S und eine Schaar von Kreisen S_1, welche mit ihm eine feste Sehne gemein haben, so ist der Ort der dieser Sehne zugeordneten Homologiecentra von S und S_1 ein zu S homofocaler Kegelschnitt Σ, welcher durch die Endpunkte des der festen Sehne bezüglich S conjugirten Durchmessers hindurchgeht".

Das letztere ist der specialisirte Ausdruck davon, daß die Punkte p und b die Strecke oo_1 harmonisch theilen, denn dann wird für unseren Fall I II der bezüglich S zu mm' conjugirte Durchmesser.

Da die Punkte n und n' die der Sehne I II zugeordneten Homologiecentra von S und Σ sind und für alle möglichen Lagen von m

und m' es bleiben, so entseht bei willkürlicher Lage von mm' immer ein Kegelschnitt Σ, welcher mit S demselben festen Vierseite eingeschrieben ist, nämlich dem Vierseite, welches von den Tangenten der Punkte n, n' an S gebildet wird. Neben n und n' gibt es noch vier Ähnlichkeitscentra von S und Σ, welche auf den neben nn' existirenden Seiten des sich selbst conjugirten Dreiecks liegen (nämlich zu zweien).

Wird S_1 eine Kreisschaar, so werden S und Σ homofocal, und wir sehen also den bekannten Satz, daß an alle homofocalen Kegelschnitte von den imaginären Kreispunkten die nämlichen vier Tangenten gehen, welche ein Vierseit bilden, dessen vier übrige Ecken auf den Axen liegen. Es sind dies die vier Brennpunkte, zwei reell und zwei imaginär. Man kann, wie bekannt ist, die homofocalen Kegelschnitte als solche betrachten, welche einem festen Vierseit eingeschrieben sind.

Denkt man sich in der Fig. 7 irgend eine Lage von S_1 fixirt und dann eine Curvenschaar construirt, welche dasselbe Homologiecentrum O mit S_1 und S hat, und durch n und n' geht, so wird sie auf S ein Sehnenbüschel mit dem Scheitel p bestimmen, also können wir umgekehrt die Lage von S_1 dahin verallgemeinern, daß wir ihn zu dieser Schaar zählen. Also:

Wenn ein Kegelschnitt S_1 fortwährend durch zwei feste Punkte n und n' geht, und mit einem festen Kegelschnitt S ein Sehnenbüschel $\overline{mm'}$ bestimmt, dessen Scheitel p auf der Geraden nn' liegt, so ist der Ort der diesen Sehnen zugeordneten Homologiecentra von S und S_1 wieder ein Kegelschnitt Σ, welcher durch die Endpunkte I und II der Polare von p bezüglich S hindurchgeht. Die Gerade $\overline{nn'}$ besitzt bezüglich S und Σ dieselben Pole u. s. w.“

Insbesondere:

„Wenn eine Kreisschaar S_1 auf einem Kegelschnitte S eine parallele Sehnenschaar bestimmt, so ist der Ort der Homologiecentra von S und S_1, welche diesen Sehnen zugeordnet sind, ein mit S homofocaler Kegelschnitt Σ, welcher S in den Endpunkten des der Sehnenschaar bezüglich S conjugirten Durchmessers schneidet“.

ist. Wäre also z. B. der Bogen ab gegeben, und man würde d
Punkt M_1 verlangen, so hätte man blos in a und b die Tangent
und t_1 an E zu ziehen, durch ihren Schnittpunkt M einen zu E h
mofocalen Kegelschnitt H zu legen, dessen Schnitt M_1 mit E d
gesuchte Punkt ist.

Diesen Schnittpunkt kann man aber, gestützt auf die vorig
Sätze, den homofocalen Kegelschnitt H umgehend, auf folgende
construiren. Zeichnet man Fig. 12 in den Winkel, welchen t und
bilden, irgend einen Kreis K ein, welcher E in m und m_1 schneidet
und zieht man zu $\overline{mm_1}$ an E die parallele Tangente T, so ist d
Berührungspunkt der gesuchte Punkt M_1.

Die Richtigkeit dessen geht unmittelbar daraus hervor, daß
und M_1 in demselben zu E confocalen Kegelschnitt liegen müssen.

Es ließen sich mittelst dieser Betrachtung mit großer Leicht
keit noch andere Sätze über confocale Kegelschnitte ableiten, es m
jedoch genügen, den Weg, auf welchem dies geschieht, angedeut
zu haben.

Schließlich möge auf Grund der vorhergehenden Betrachtung
die Frage gelöst werden:

„Welches ist der Ort der Spitze des einer Fläc
zweiten Grades umschriebenen Rotationskegels?"

Eine jede Fläche F des zweiten Grades schneidet eine Ebe
in einem Kegelschnitt. Von ganz besonderer Fruchtbarkeit ist jede
der Kegelschnitt U, welcher durch die unendlich weite Ebene d
Raumes aus der Fläche F geschnitten wird.

So wie man sich alle Kreise einer Ebene als durch dieselb
zwei Punkte (die imaginären Kreispunkte) der unendlich weiten G
raden gehend zu denken hat, eben so sind alle Kugeln des Raum
als Flächen zweiten Grades zu betrachten, welche die unendli
weite Ebene des Raumes in einem und demselben Kreise, dem imag
nären Kugelkreise J durchschneiden.

Auf jeder Ebene gibt es zwei imaginäre Kreispunkte, deren G
sammtheit den imaginären Kugelkreis liefert.

Die Richtungen zweier senkrechten Geraden theilen die Strec
der imaginären Kreispunkte harmonisch. Eben so ist die Stellu
einer Ebene (die Gerade, in welcher sie die unendlich weite Ebe
schneidet) die Polare der Richtung ihrer Normalen bezüglich d
imaginären Kugelkreises.

Denkt man sich nun eine Fläche F des zweiten Grades, deren unendlich weiter Kegelschnitt U ist, so sind bekanntlich die Ecken eines sich bezüglich U selbst conjugirten Dreiecks die Richtungen dreier conjugirter Durchmesser der Fläche F. Eine Ecke ist die Richtung eines Durchmessers, welcher zu der Ebene conjugirt ist, deren Stellung die gegenüberliegende Seite ist, oder kurz:

„Die Stellung einer Ebene ist die Polare der Richtung ihres conjugirten Durchmessers“.

Der unendlich weite Kegelschnitt U von F kann mit großem Vortheil in Beziehungen zu dem imaginären Kugelkreise J gebracht werden. U und J besitzen ein gemeinschaftlich eingeschriebenes Viereck, dessen Diagonaldreieck sich sowohl bezüglich U, als auch bezüglich J selbst conjugirt ist. Folglich sind seine Ecken die Richtungen der Hauptaxe von F und seine Seiten die Stellungen der Hauptebenen von F.

Die sechs Seiten des erwähnten Viereckes sind die Stellungen der Ebenen, welche F nach Kreisen schneiden; und da durch jede Ecke des sich selbst conjugirten Dreiecks zwei solche Gegenseiten gehen, welche mit den durch dieselbe gehenden Seiten des Dreiecks ein harmonisches Büschel bilden, so schließen wir:

„Daß eine Fläche zweiten Grades drei Paare von Kreisschnitten zuläßt, (welche auch imaginär werden können, z. B. beim Ellipsoïd werden zwei Paare imaginär); je ein Paar ist zu einer Hauptaxe parallel und seine Ebenen bilden mit den sich in dieser Hauptaxe schneidenden Hauptebenen gleiche Winkel“.

Die Grenzfälle der Kreisschnitte sind die Nabelpunkte. Es gibt somit in jeder Hauptebene vier, zusammen zwölf Nabelpunkte. (Beim Ellipsoïd sind 8 imaginär).

Je nachdem man es mit dieser oder jener Fläche des zweiten Grades zu thun hat, specialisiren sich diese Verhältnisse in der bekannten Weise [1]). Zwei Flächen zweiten Grades, welche sich in einer ebenen Curve schneiden, schneiden sich bekanntlich noch in einer zweiten ebenen Curve und besitzen zwei gemeinschaftlich umschriebene Tangentenkegel zweiten Grades.

---

[1]) Ich werde in einer Arbeit: „Über die Verwandtschaft der Flächen zweiten Grades“ Gelegenheit haben, über diese Verhältnisse eingehendere Betrachtungen anzustellen.

Betrachtet man nun irgend einen Kreisschnitt der Fläche F, dessen Ebene etwa auf der Hauptebene H senkrecht stehen möge, so liegt sein Mittelpunkt in dieser Hauptebene. Eine durch ihn gelegte Kugel schneidet die Fläche in einem zweiten Kreise der anderen Schaar, dessen Ebene ebenfalls senkrecht auf H ist, und besitzt mit der Fläche zwei gemeinschaftliche Tangentenkegel, welche hier Rotationskegel sind, deren Spitzen in der Hauptebene H liegen und somit Punkte des gesuchten Ortes sind.

Die erwähnte Kugel wird von der Hauptebene H in einem größten Kreise geschnitten, welcher mit dem Hauptschnitte der Fläche in H zwei Homologiecentra besitzt. Diese sind offenbar die Scheitel der Berührungskegel. Der Hauptschnitt H hat mit diesem größten Kugelkreise zwei gemeinschaftliche Tangentenpaare, welche die zwei Kegelscheitel zu Schnittpunkten haben und welche die Schnitte der Ebene H mit den zwei Berührungskegeln vorstellen. Die Halbirungslinien ihrer Winkel, d. h. die Verbindungslinien der Scheitel mit dem Mittelpunkte des Kreises sind die Kegelaxen.

Läßt man die Kugel variiren, so beschreiben diese Scheitel den gesuchten Ort. Dabei durchlauft aber der Kreis in H eine Kreisschaar, welche mit dem Hauptschnitte H eine Sehnenschaar von constanter Richtung bestimmt, nämlich parallel zu den Tangenten in den dem Kreisschnitt zugehörigen Nabelpunkten der Fläche. Daher beschreiben nach dem vorletzten Satze des ersten Abschnittes die Scheitel der Tangentenkegel einen zu dem Hauptschnitte H homofocalen Kegelschnitt, welcher durch die Nabelpunkte hindurchgeht. Gleichzeitig bleibt die Kegelaxe Tangente an denselben. Dies ist aber kein anderer, als der in der Ebene H liegende Focalkegelschnitt der Fläche. Wir kommen daher zu dem Satze:

„Die aus Punkten eines Focalkegelschnitts an eine Fläche zweiten Grades gelegten Tangentenkegel sind Rotationskegel, und die Tangenten des Focalkegelschnitts sind deren Axen“.

Fig. 2.

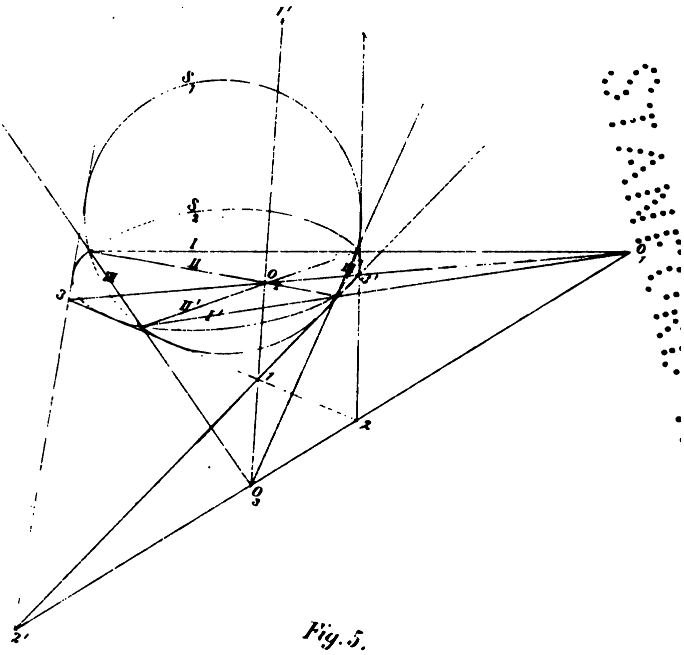


Fig. 5.

IX. SITZUNG VOM 26. MÄRZ 1868.

Herr Hofrath & Prof. Dr. Fr. Unger in Graz übersendet eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung: „Die fossile Flora von Radoboj in ihrer Gesammtheit und nach ihrem Verhältnisse zur Entwicklung der Vegetation der Tertiärzeit“.

Herr Director Dr. J. Stefan überreicht eine Abhandlung: „Über Schwingungen von Saiten, welche aus ungleichen Stücken bestehen“.

Herr Prof. Dr. V. Pierre zeigt und erklärt Kravogel's elektromagnetischen Motor, welcher von Sr. k. k. apost. Majestät für das hiesige k. k. polytechnische Institut angekauft worden ist.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna: Memorie. Serie II., Tomo VII., Fas. 1. Bologna, 1868; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nr. 10. Paris, 1868; 4°.

Cosmos. 3ᵉ Série. XVIIᵉ Année, Tome II, 12ᵉ Livraison. Paris, 1868; 8°.

Gesellschaft, Astronomische, in Leipzig: Vierteljahresschrift. I. & II. Jahrgang. 1866 & 1867. Leipzig; 8°. — Publicationen. I—VIII. Leipzig, 1865—1868; 4°.

— Naturhistorische, zu Hannover: 15., 16. & 17. Jahresbericht. 1864—1867. Hannover, 1866 & 1867; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg. Nr. 12. Wien, 1868; 8°.

Loomis, William Isaacs, Incidents and Facts in My Life. New York, 1867; 8°. — Discovery of the Origen of Gravitation etc. 1867; 8°. — A New Resolution of the Diameters and Distances of the Heavenly Bodies by Common Arithmetic. New York, 1868; 8°.

Mittheilungen des k. k. Génie-Comité. Jahrg. 1868, 2. & 3. Heft. Wien; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrg. 1868. II. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 270° Livraison. Tome X° Année 1868. Paris; 4°.

Nachtrag, Erster, zu dem Kataloge der Bibliothek der k. k. Reichshaupt- und Residenzstadt Wien. Wien, 1868; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V° Année, Nr. 16. Paris, Bruxelles; 1868; 4°.

Verein für Landeskunde von Nieder-Österreich: Jahrbuch. I. Jahrgang. 1867. Wien, 1868; 8°. — Blätter. Neue Folge. I. Jahrgang Nr. 1—12. Wien, 1867; 8°. — Karte von Wien sammt Umgebungen. gr. Fol.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. Jahrgang 1868, Nr. 12. Wien; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg. Nr. 24—25. Wien, 1868; 4°.

Construction der Kegelschnittslinien aus Punkten und Tangenten.

Von **Emil Koutny,**

Docent am k. k. technischen Institute in Brünn.

(Mit 2 Tafeln und 3 Holzschnitten.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 12. März 1868.)

Einleitung.

§. 1.

Die Verzeichnung der Kegelschnittslinien aus verschiedenen Bestimmungsstücken bot schon vor längerer Zeit den Gegenstand zu mannigfaltigen Untersuchungen. Es wurden jedoch zumeist blos specielle Fälle behandelt und wurde äußerst selten von der Annahme einer Axe Umgang genommen. Einen allgemeinen Fall, nämlich die Beschreibung eines Kegelschnittes durch fünf gegebene Punkte, behandelte Newton und gab hiefür ein interessantes Constructionsverfahren an. — Erst durch die neuere Geometrie wurde dieses Problem seiner Lösung zugeführt.

Im Nachfolgenden will ich es versuchen, die Construction für die verschiedenen Auflösungsfälle rein geometrisch abzuleiten und durchzuführen, indem ich hiebei den Grundsatz festhalte, daß jeder Kegel vom zweiten Grade nach jeder beliebigen Curve des zweiten Grades, also auch nach einem Kreise geschnitten werden kann, daß also die verlangte Kegelschnittslinie als Schnitt eines Kegels von kreisförmiger, oder allgemein beliebig angenommener Leitlinie vom zweiten Grade mit der Papierfläche betrachtet und als solcher verzeichnet werden kann.

Es wird mithin nothwendig sein, diese Kreislinie, also auch deren Ebene E, so wie die Kegelspitze S in Bezug auf die Zeichnungsfläche zu fixiren, was bei ersterer am einfachsten durch die Trace E_b derselben auf der Zeichnungsfläche und durch die Trace E_v einer zu derselben parallelen, durch die Kegelspitze geführten Ebene, bei letzterer durch den Fußpunkt A der durch dieselbe auf E_v senkrecht gezogenen Geraden und durch die Länge SA dieses Perpendikels geschieht. Denkt man sich die Zeichnungsfläche als Bildebene und die Kegelspitze als Gesichtspunkt, so ist E_h die Bildflächtrace, E_r die Fluchtlinie der Kreisebene E, A der Nebenaugpunkt, der kurz Augpunkt (da die Kreisebene auch senkrecht auf der Papierfläche angenommen werden kann) und AS die Augdistanz, und es kann sodann der zu beschreibende Kegelschnitt als die centrale Projection der besagten Kreislinie angesehen werden. Es werden daher unter dieser Voraussetzung sowohl der Kegelschnitt, als auch die durch die verschiedenen Bestimmungsstücke entstandenen Figuren Projectionen des Kreises (oder der angenommenen Kegelschnittslinie), resp. der demselben ein- oder umschriebenen Polygone, darstellen, und man kann auf diese Weise leicht von den verschiedenen Sätzen der letzteren zu den für die Verzeichnung des betreffenden Kegelschnittes erforderlichen Constructionen gelangen.

§. 2.

Die allgemeine Gleichung einer Kegelschnittslinie enthält fünf Constante, welche aus den gestellten Bedingungen bestimmt werden müssen. Sind diese Bedingungen Punkte, durch welche die Curve gehen soll, oder Tangenten der Curve, oder beide gemeinschaftlich, so ist ersichtlich, daß zur Fixirung einer Kegelschnittslinie fünf dieser Bestimmungsstücke erforderlich werden. Es ergeben sich daher diesbezüglich, mit Berücksichtigung des Umstandes, daß Ein oder zwei gegebene Punkte in Eine beziehungsweise in je eine der gegebenen Tangenten fallen können und sodann deren Berührungspunkte bilden, folgende Auflösungsfälle, welche wir der Reihe nach durchführen wollen; und zwar seien gegeben:

I. Gegeben 5 Punkte.

§. 3.

Die erste Lösung dieser Aufgabe rührt, wie bereits erwähnt, von Newton her; dieselbe findet sich in einem Briefe Leibnitzen's an Oldenburg [1]) vor, und geht vorzugsweise darauf hinaus, eine

---

[1]) Siehe Leibnitz mathem. Schriften, herausgegeben von C. J. Gerhardt. Erste Abtheilung, Band. I. Berlin 1819. Seite 60—69, Nr. 25. „Descriptio Sectionis Conicae per 5 puncta transeuntis". Herr Prof. Grunert gibt im 24. Theile seiner Zeitschrift „Archiv der Mathematik und Physik" die analytische Begründung dieses Constructionsverfahrens. Seite 331—344.

weitere beliebige Anzahl von Punkten der durch die gegebenen Bestimmungsstücke fixirten Kegelschnittslinie aufzufinden. Indem ich hier blos auf dieses Verfahren hinweise, will ich die Durchführung dieses Falles gleich nach den oben gegebenen Grundsätzen vornehmen.

Sind 1, 2, 3, 4, 5 (Fig. 1) die gegebenen Punkte, so wähle man vier derselben z. B. 2, 3, 4, 5 derart, daß, wenn dieselben die vier Eckpunkte eines Vierecks bilden, je zwei Gegenseiten 34, 25 und 23, 45 sich in den Punkten v und v_1 wo möglich innerhalb der Zeichnungsfläche schneiden, und betrachte dieses Viereck als die Perspective eines dem Kreise (dessen Centralprojection die gegebenen Punkte enthalten soll) eingeschriebenen Rechteckes. Hiedurch ergibt sich schon die Fluchtlinie E_v der Kreisebene als Verbindungslinie der Fluchtpunkte v, v_1 der Rechteckseiten und im Durchschnitte c der Diagonalen 24, 35, die Perspective des Kreismittelpunktes. Dieser Punkt c kann jedoch auch als Kreismittelpunkt angesehen werden, wenn der Kreis zur Hälfte vor und hinter der Bildfläche liegend gedacht wird, wo dann die Bildflächtrace E_b seiner Ebene durch c parallel zu E_v geht. Nachdem v und v_1 die Fluchtpunkte zweier Paare auf einander senkrechter Geraden sind, so muß der über dem Durchmesser vv_1 beschriebene Halbkreis vOv_1 den um E_v in die Bildfläche gedrehten Gesichtspunkt O enthalten [1]).

Wird ferner der Punkt 1 mit zwei in einer Diagonale liegenden Punkten 4 und 2 oder 5 und 3 verbunden, so müssen diese Geraden gleichfalls zweien auf einander senkrechten Kreissehnen entsprechen, weil $\sphericalangle 412$ ein Winkel im Halbkreise, also $90°$ ist. Für die Fluchtpunkte v_2 und v_3 dieser Geraden gilt dasselbe wie für v, v_1; der über dem Durchmesser $v_2\ v_3$ beschriebene Kreis wird ebenfalls den Gesichtspunkt O enthalten, welcher sofort im Durchschnitte beider Halbkreise erhalten wird. In diesem Beispiele fiel v_3 außer die Zeichnungsfläche. Für die Verzeichnung des Kreisbogens ist jedoch dieser Punkt nicht erforderlich, da der Halbirungspunkt $\frac{v_3}{2}$ des Abstandes v_2v_3, welcher der Mittelpunkt des besagten Bogens ist, leicht ermittelt

1) Wir wollen für die Folge, der Kürze halber, diesen Punkt kurzweg den Gesichtspunkt oder das Auge nennen.

werden kann. Man hat nämlich blos $r_2\,1$ in ε zu halbiren und $\varepsilon \frac{a_2}{2}$ [illegible] zu ziehen.

AO (senkrecht auf E_v) ist die Augdistanz, A der Augpunkt, die Verbindungslinie Ac der Ort des zu E_v conjugirten Durchmessers des zu suchenden Kegelschnittes. Um noch die um E_k in die Bildfläche umgelegte Kreislinie zu erhalten, führe man durch die Punkte m und n, in welchen zwei eine Ecke bildende Viereckseiten 23, 25 die Bildflächtrace E_k schneiden, die zu Ov_1, resp. Ov Parallelen mp und np. Diese schneiden sich in einem Punkte p der Kreisperipherie K, welche nun aus c mit dem Radius cp beschrieben werden kann und im Durchschnitte mit E_k zwei weitere Punkte des Kegelschnittes liefert. Schließlich hat man die Perspective des Kreises K in irgend einer Weise zu construiren, um die zu suchende Linie, welche hier eine Ellipse ist, zu erhalten.

Aus diesem folgt, daß: wenn $AO > cp$, eine Ellipse, wenn $AO < cp$, eine Hyperbel, und wenn $AO = cp$, eine Parabel resultiren wird.

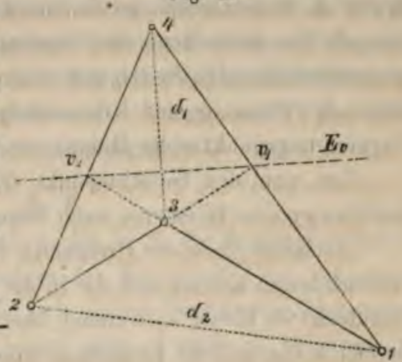
Nachdem der in Ac liegende Durchmesser I II der Ellipse dem auf E_k senkrechten Kreisdurchmesser ab entspricht, so ergeben sich die Endpunkte I, II des ersteren im Durchschnitte der Geraden aO, und bO mit Ac. Der Halbirungspunkt C von I II ist der Mittelpunkt der Curve, durch welchen der zu I II conjugirte Durchmesser parallel zu E_k lauft. Seine Endpunkte folgen sehr einfach, wenn man auf der verlängerten Geraden ab die Augdistanz AO von c nach ω aufträgt, durch ω die beiden Tangenten an K verzeichnet und durch die in E_k gelegenen Fußpunkte α und β derselben die zu Ac parallelen Tangenten αIII, βIV des Kegelschnittes zieht.

Für die Hyperbel fällt ω innerhalb der Kreisperipherie; die durch ω || E_k gezogene Gerade, d. i. die Distanztrace der Kreisebene, schneidet sodann den Kreis in zwei Punkten, durch welche die Tangenten an K gezogen und in die Perspective übertragen, die Asymptoten der Hyperbel bestimmen.

§. 4.

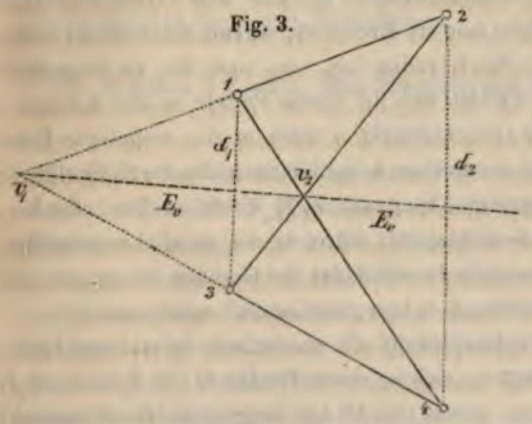
Es kann geschehen, daß die beiden Kreisbögen vOv_1, v_2Ov_3 sich nicht durchschneiden. Alsdann ist der Kegelschnitt eine Hyperbel, welch' letzterer keine zu E^v parallelen Tangenten zukommen, und man hat bei der Annahme der vier Seiten des Vierecks zu berücksichtigen, daß ein oder zwei Eckpunkte auf die entgegengesetzte Seite der Fluchtlinie E_v fallen müssen, weil für den Fall, wo die Kreisprojection eine Hyperbel wird, der zweite Ast derselben, entsprechend dem hinter der Distanzebene (die durch das Auge zur Bildfläche parallele Ebene) befindlichen Kreissegmente, zur entgegengesetzten Seite der Fluchtlinie zu liegen kommt.

Fig. 2.



Aus der gegenseitigen Lage der Punkte läßt sich im vorhinein leicht beurtheilen, wie viele der gewählten vier Punkte dem einen oder dem andern Aste der Hyperbel angehören und hienach die Form der Perspective des Rechteckes angeben. Liegen drei in einem und ein Punkt 4 (Fig. 2) in dem andern Aste, so muß das Viereck einen ausspringenden Winkel 231 dem Punkte 4 gegenüber besitzen und E_v zur Fluchtlinie haben; liegen hingegen zwei Punkte in verschiedenen Ästen, so ist 1, 2, 3, 4 (Fig. 3) die Perspective des Rechteckes welches somit zwei ausspringende Winkel 3 und 4 enthält, die Diagonalen 13 und 24 und die Fluchtlinie E_v hat. Die Durchführung eines solchen Falles dürfte nun weiter keinen Schwierigkeiten unterliegen.

Fig. 3.



Anmerkung: Liegen drei der gegebenen Punkte in einer Geraden, so ist kein Kegelschnitt möglich, sondern es übergeht derselbe in zwei die Punkte verbindende Gerade.

II. Gegeben 4 Punkte und Eine Tangente.

§. 5.

Indirecte Lösungsweise. Es seien die vier Punkte 1, 2, 3, 4 und die Tangente $T_1\ T_1$ (Fig. 4) gegeben. Man verbinde wieder die vier Punkte unter einander durch gerade Linien und betrachte dieselben (unter ähnlichen Modificationen, wie selbe im vorigen Paragraphen besprochen wurden) als die Perspective eines dem Kreise K eingeschriebenen Rechteckes, wo dann wieder die Fluchtlinie E_r der Kreisebene die Durchschnittspunkte v, v_1 von je zwei gegenüberliegenden Seiten mit einander verbindet, und die Bildflächtrace E_b, wenn sie den Kreismittelpunkt enthalten soll, durch den Vereinigungspunkt c der Diagonalen parallel zu E_r läuft.

Um nun den Gesichtspunkt O zu erhalten, verzeichne man punktweise eine Hilfscurve nach folgendem Gesetze:

Nachdem O in der Peripherie des über dem Durchmesser $v_1\ v_2$ beschriebenen Kreises und die in die Bildfläche gedrehte Ecke 4 des Rechtecks im Kreise $\varkappa$, welcher über ab, d. s. die Durchschnitte der beiden in dieser Ecke zusammenstoßenden Seiten mit E_b, beschrieben ist, sich vorfinden muß, die Lage der umgelegten Tangente T_1T_1 jedoch durch den Punkt l und ihrer Richtung nach durch die Verbindungslinie ihres Fluchtpunktes r_2 mit dem Gesichtspunkte bestimmt ist, so wähle man im Kreise vv_1 irgend einen Punkt ω als Gesichtspunkt, ziehe die Geraden ωv, ωv_1 und die zu denselben Parallelen am, bm, welche sich in einem Punkte m des Kreises $\varkappa$ begegnen. Für diesen Gesichtspunkt ω wäre m die umgelegte Ecke 4, also cm der Radius des Kreises K, mithin auch die durch l geführte Tangente lt die umgelegte Tangente T_1T_1 welch' erstere offenbar, wenn ω der richtige Gesichtspunkt wäre, zu ωr_2 parallel sein müßte. Die durch r_2 zu lt Parallele $l\alpha$ schneidet die Geraden $v\omega$, $v_1\omega$ in den Punkten α und α', welche den besagten Curven angehören.

Dieses Verfahren hinreichend oft wiederholt liefert eine Reihe von Punkten der besagten, sich in einem Punkte O des Kreises vv_1O schneidenden Curven, welche in O den fraglichen Gesichtspunkt bestimmen. Ist dieser gefunden, so hat man ihn mit v und v_1 zu verbinden, die zu diesen Verbindungslinien parallelen Geraden durch a und b zu ziehen, aus c durch den Schnittpunkt der letzteren Geraden den Kreis K, dessen Projection den zu suchenden Kegelschnitt darstellt, zu ziehen und weiter wie in Fig. 1 vorzugehen. Man erhält auf diese Weise das conjugirte Axenpaar I II, III IV des Kegelschnittes, wovon I II die Punkte c und A ($AO \perp E_v$) verbindet und III IV $\|$ E_b ist. Der Kreis schneidet E_b in e und f, welche Punkte der Kegelschnittslinie angehören.

Zu bemerken bleibt noch, daß, wenn man die Tangenten lt an die über E_b liegenden Halbkreise k zieht, und weiter so wie mit lt verfährt, man wieder ein Curvenpaar erhält, welches den Halbkreis vOv_1 in einem zweiten Punkte schneidet. Dieser als Gesichtspunkt gewählt, entspricht einem andern Kreise K dessen Perspective gleichfalls den Bedingungen der Aufgabe Genüge leistet und eine andere Kegelschnittslinie, welche die Tangente T_1T_1 oberhalb E_b berührt, als zweite mögliche Lösung liefert.

§. 6.

Directe Lösungsweise. Da in E_b die Perspective des zur Bildfläche parallelen Durchmessers des Kreises K (Fig. 4), dessen Mittelpunkt c ist, liegt, so läßt sich einfach eine zweite Tangente T_2 des Kegelschnittes angeben, indem man cl nach cl' überträgt und l' mit v_2 verbindet. Wir haben nun diese Aufgabe auf jene zurückgeführt, wo zwei Tangenten und drei Punkte bekannt sind und können dieselbe nach dem für die Lösung dieses Falles in §. 9 gegebenen directen Verfahren durchführen.

III. Gegeben 3 Punkte, Eine Tangente und ihr Berührungspunkt.

§. 7.

Fällt einer der vier gegebenen Punkte 1, 2, 3, 4 (Fig. 4) z. B. 1 in die Tangente T_1T_1 wodurch er den Berührungspunkt derselben angibt, so gestaltet sich die Lösung bedeutend einfacher. Man betrachte hiebei wieder das Viereck, dessen Seiten die vier Punkte verbinden, als Perspective eines dem Kreise eingeschriebenen Rechteckes, dessen Seiten die Fluchtpunkte v und v_1 besitzen; der über v $_1$ als Durchmesser beschriebene Kreis wird das umgelegte Auge O enthalten. Daß die Fluchtlinie E_v die Punkte v, v_1 verbindet und die Bildflächtrace E_b der Kreisebene, wenn der Mittelpunkt in der Bildfläche liegen soll, durch den Vereinigungspunkt c der beiden Diagonalen parallel zu E_v geht, braucht wohl kaum mehr erwähnt zu werden.

Nachdem die Normale eines Kreises durch den Mittelpunkt geht, so müssen T_1 T_1 und 14 die Perspectiven zweier auf einander senkrechter Geraden sein, also in E_r zwei Fluchtpunkte liefern, durch welche der Halbkreis beschrieben, den erstgezogenen Kreisbogen in dem zu bestimmenden Gesichtspunkte O schneidet.

Weiters könnte man wie früher (was auch am einfachsten ist) einen Eckpunkt des Rechteckes in die Bildfläche legen und aus c durch diesen Punkt den Kreis K ziehen, oder auch derart vorgehen, daß man den Theilungspunkt T eines Durchmessers $4c1$ sucht, diesen mit 3 und 1 bis zum Durchschnitte e und mit E_b verbindet, aus c über ef den in Rede stehenden Kreis K beschreibt und dessen Perspective sucht.

IV. Gegeben 3 Punkte und 2 Tangenten.

§. 8.

Auflösung mit Benützung einer Hilfscurve. Sind die beiden Tangenten T_1T_1, T_2T_2, (Fig. 5) des Kegelschnittes und die Punkte 1, 2, 3 seiner Peripherie gegeben, so wähle man zwei der gegebenen Punkte z. B. 1 und 2, verbinde 2 mit dem Durchschnittspunkte A der beiden Tangenten und suche eine durch 1 gehende Gerade E_b derart, daß das zwischen den beiden Geraden $A2$, T_2T_2 liegende Stück Af derselben mit dem durch 1 und die Tangente T_1T_1 begrenzten Stücke $1g$ eine gleiche Länge hat. Dies kann einfach durch eine Hilfscurve bewerkstelligt werden, welche punktweise erhalten wird, wenn man durch 1 eine Anzahl von Geraden $1\alpha\gamma$ zieht und die zwischen 1 und T_1T_1 liegenden Stücke 1α derselben vom Durchschnittspunkte β der betreffenden Geraden mit Aa nach $\beta\gamma$ überträgt, wodurch in γ ein Punkt der Hilfscurve resultirt. Diese schneidet die Tangente T_2T_2 in einem Punkte f, welchen die fragliche Bildflächtrace E_b mit 1 verbindet. E_r geht sofort durch A parallel zu E_b.

Nachdem bei dieser Annahme — und unter der Voraussetzung, daß wir den zu verzeichnenden Kegelschnitt als Perspective einer Ellipse betrachten, von welcher T_1T_1, T_2T_2 die Perspectiven der beiden zu einer Axe parallelen Tangenten sein sollen — 12 eine zu dieser Axe conjugirte Sehne ist, also auf ihr senkrecht steht, weil eben die zwischen der Tangente T_1T_1 und dem Punkte 1, sowie zwischen 2 und der Tangente T_2T_2 liegenden Stücke der verlängerten Sehne eine gleiche Länge besitzen, so muß fg in d halbirt und d mit A verbunden, die Gerade dA die Lage eines Durchmessers des Kegelschnittes angeben und 12 senkrecht auf den Geraden T_1A, T_2A stehen. Der in E_v befindliche Fluchtpunkt c und A bilden sonach die Endpunkte des Durchmessers des Kreises $AO'v$, welcher das Auge enthält und aus dem Mittelpunkte A' ($A\delta = \frac{1}{2}2A$, $\delta A' \parallel 12$) beschrieben wurde.

In der Geraden AA' wähle man nun irgend einen Punkt, z. B. den Mittelpunkt A', als Augpunkt. Bei dieser Annahme ist O' der Gesichtspunkt, und haben die Tangenten sowohl, als die Sehne 12 eine Neigung von 45° gegen E_b, fallen somit nach der Umlegung um E_b in die Bildfläche nach gt_1, ft_2, $1z$. Die Geraden $A3$ und $A'3$ schneiden E_b in b und r; der Punkt 3 nach der Umlegung ergibt sich daher im Durchschnitte $3'$ der durch b unter 45° gegen E_b geführten Geraden $b3'$ mit dem in r auf E_b errichteten Perpendikel $r3'$. Ebenso erhält man $2'$ im Durchschnitte von $1z$ mit $a\,2'$.

Die durch die Tangenten gt_1, ft_2 und durch die Punkte 1, $2'$ $3'$ möglichen Ellipsen lassen sich sehr leicht näher bestimmen, wenn man dieselben um $12'z$ so lange gedreht denkt, bis sie sich orthogonal auf die Bildfläche als Kreis projeciren, oder indem wir sie als schiefe Projectionen von Kreisen vom Durchmesser $\varphi\psi$ betrachten. Die Mittelpunkte dieser Kreise werden offenbar erhalten, wenn man mit der halben Entfernung $\frac{1}{2}\varphi\psi$ der Tangenten gt_1, ft_2 als Radius aus den Mittelpunkten 1 und $2'$ Kreisbögen bis zum gegenseitigen Durchschnitte zieht. Wir wollen hier blos mit dem einen Durchschnittspunkte o die Construction weiter durchführen und bemerken gleich, daß durch Benützung des zweiten Durchschnittspunktes als Mittelpunkt eine andere Ellipse entsteht und ein zweiter Kegelschnitt erhalten wird, welcher den Bedingungen der Aufgabe Genüge leistet, also eine zweite Lösung liefert, die Construction selbst jedoch keine Abänderung erfährt.

Der aus o durch 1 und $2'$ geführte Kreis x berührt die Tangente gt_1 in o''' und wird von der Geraden $b3'$ im Punkte $3''$ geschnitten, weßhalb $3''$ die Projection von $3'$ ist. Wird $3''\,3''' \perp 3'b$ gezogen und aus dem Durchschnitte ω' der Geraden $1z$, $3'b$ der Kreisbogen $3'\,3'''$ bis zum Durchschnitte $3'''$ mit dieser Senkrechten beschrieben, so gibt der Winkel $3'''\omega'3'$ die Größe der vorgenommenen Drehung der Ellipse. Die Berührungspunkte der letzteren mit den Tangenten gt_1, ft_2, d. s. die Endpunkte ihrer kleinen Axe, ergeben sich nun einfach, wenn man in o das Perpendikel oo''' auf $3'b$ bis zum Durchschnitte o''' mit $\omega'3'''$ errichtet, o''' in die Gerade $3'b$ nach π zurückführt ($o'''\omega' = \pi\omega'$) und in π die auf Senkrechte $p\pi$ zieht. Letztere begegnet E_k in p; ihre Perspective F_k geht durch p gegen den rechtsliegenden Distanzpunkt und schneidet die Tangenten T_1T_1, T_2T_2 in den Berührungspunkten derselben. Hier wurde pA in ρ halbirt und die genannte Gerade durch p geometrisch parallel zu $\rho A'$ gezogen.

Nun kann die Ellipse in Verbindung mit dem Kreise x weiter benützt und ein conjugirtes Axenpaar ihrer Perspective bestimmt werden, oder man beschreibe, was einfacher ist, über dem Durchmesser mn den Kreis K und suche dessen Perspective, wenn E_k die Bildflächtrace, A der Augpunkt, also F_v die Fluchtlinie ist. Behufs der Bestimmung des Gesichtspunktes verbinde man einen der gegebenen Punkte z. B. 3 mit m und n, wodurch $m3n$ die Perspective eines rechten Winkels und durch diese ein die Fluchtpunkte a_v, b_v der beiden Schenkel und das Auge enthaltender Kreis gefunden ist. Die Construction der Axen I II, III IV ist der in Fig. 1 durchgeführten gleich.

Bemerkung: Die Länge 12 kann jedoch auch als ein Durchmesser der Ellipse betrachtet werden, weil auch jeder Durchmesser der Bedingung, daß die Abstände seiner Endpunkte von den beiden Tangenten gt_1, ft_2 beziehungsweise gleich sind, genügt. Nimmt man unter dieser Voraussetzung an, daß die Verbindungslinien des Punktes 3 mit 1 und 2 einen rechten Winkel einschließen, so findet sich leicht ein vierter Punkt, welcher dem Punkte 3 in Bezug auf 12 symetrisch gegenüberliegt und es ist hiemit dieser Fall auf jenen (II) zurückgeführt.

§. 9.

Directe Lösungsweise. Sind 1, 2, 3 (Fig. 6) die gegebenen Punkte und T_1T_1, T_2T_2 die beiden Tangenten, so lege man die Bildflächtrace E_k durch beliebige zwei der gegebenen Punkte, z. B. durch 1 und 2, zeichne über 12 als Durchmesser den Kreis K und benütze denselben derart, daß der zu beschreibende Kegelschnitt sich als dessen Centralprojection darstellt. Hiebei wird daher vor Allem die Lage der Fluchtlinie E_v der Kreisebene, so wie jene des Aug- und Gesichtspunktes zu bestimmen sein.

Zu diesem Zwecke führe man durch die Punkte a und b, in welchen $T_1 T_1$, $T_2 T_2$ die Trace E_b schneiden, je eine Tangente at_1, bt_2 an den Kreis K und bestimme den Durchschnitt ω derselben. Offenbar muß ω die Perspective vom Durchschnitte o der Tangenten $T_1 T_1$, $T_2 T_2$ sein, woraus folgt, daß, wenn aus ω das Perpendikel $\omega\pi$ auf E_b gefällt und o mit π und ω verbunden wird, die Gerade $o\pi$, d. i. die Perspective von $\omega\pi$, den Augpunkt, die Gerade $o\omega$ hingegen den Gesichtspunkt enthalten wird.

Wird ferner o mit dem Punkte 3 verbunden, so ist dies die Perspective der Verbindungslinie $\omega\delta$ von ω mit dem Durchschnittspunkte δ der Geraden E_b und $o3$ und schneidet den Kreis K in III; dieser Punkt ist sonach die Perspective von 3, gibt also mit 3 verbunden eine Gerade, welche gleichfalls den Gesichtspunkt enthalten muß, welch' letzterer sofort im Durchschnitte von $o\omega$ mit 3III erhalten wird. Der Fußpunkt α der aus III auf E_b gefällten Senkrechten IIIα mit 3 vereint, liefert eine Gerade $\alpha 3$, welche $o\pi$ im Augpunkte A trifft.

Daß die beiden Punkte A und O in einer auf E_b senkrechten Geraden liegen, ist wohl klar. Sollte dies jedoch direct nachgewiesen werden, so nehmen wir an, daß die durch A auf E_b senkrechte Gerade vorerst die Linie III3 in O und tiefer unten die Linie $o\omega$ in O' träfe. Es entstehen daselbst die ähnlichen Dreiecke

$$\Delta AO3 \backsim \Delta 3\mathrm{III}\alpha, \quad \Delta AO'o \backsim \Delta \pi\omega o, \quad \Delta \mathrm{III}\alpha\delta \backsim \Delta \pi\omega\delta,$$

aus welchen folgt:

$$AO : \mathrm{III}\alpha = A3 : \alpha 3$$
$$AO' : \pi\omega = Ao : o\pi,$$

daher durch Division beider Proportionen

$$\frac{AO}{AO'} = \frac{A3 \,.\, \mathrm{III}\alpha \,.\, o\pi}{Ao \,.\, \pi\omega \,.\, \alpha 3} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Aus dem letzten Paare ähnlicher Dreiecke ergibt sich

$$\mathrm{III}\alpha : \pi\omega = \delta\alpha : \pi\delta;$$

dieses Verhältniß in (1) substituirt, liefert:

$$\frac{AO}{AO'} = \frac{A3 \,.\, \delta\alpha \,.\, o\pi}{Ao \,.\, \pi\delta \,.\, \alpha 3} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Zieht man durch π die zu $A3$ Parallele πm bis zum Durchschnitte m mit $o3$, so ergeben sich wieder zwei Paare ähnlicher Dreiecke, nämlich

$$\Delta o\pi m \backsim \Delta oA3, \ \Delta \pi m\delta \backsim \Delta \delta 3\alpha$$

und aus diesen die Proportionen

$$\pi m : A3 = o\pi : Ao$$
$$\pi m : \pi\delta = \alpha 3 : \delta\alpha.$$

Durch Division dieser beiden erhält man

$$1 : \frac{A3}{\pi\delta} = \frac{o\pi}{\alpha 3} : \frac{Ao}{\delta\alpha}$$

und hieraus

$$\frac{A3 \ . \ \delta\alpha \ . \ o\pi}{Ao \ . \ \pi\delta \ . \ \alpha 3} = 1 = \frac{A\dot{O}}{AO'},$$

also

$$AO = AO',$$

was zu beweisen war.

Die nun zu verzeichnende Perspective I II III IV des Kreises K leistet den Bedingungen der Aufgabe Genüge.

Sowohl aus a als auch aus b lassen sich jedoch zwei Tangenten an den Kreis K ziehen. Behalten wir die eine Tangente bt_2 bei, wählen at'_1 als Perspective von T_1T_1 und führen die Construction, so wie dies mit den Tangenten at_1 bt_2 geschah, durch, so erhalten wir einen anderen Gesichtspunkt A', den zugehörigen Gesichtspunkt O' und auf Grundlage dieser beiden, die Perspective E_2 des Kreises K als zweite Lösung der gestellten Aufgabe.

Wenn auch, wie dies hier der Fall ist, der Durchschnitt der beiden Tangenten weit hinausfällt, so werden blos einige Hilfsconstructionen für das Ziehen der verschiedenen Linien nothwendig, welche jedoch einfach und allgemein bekannt sind, hier deßhalb weiter nicht besprochen werden sollen.

Jene die Punkte III und III' bestimmenden Geraden III$\delta\omega$, III'$\delta\omega'$ schneiden jedoch den Kreis K in weiteren zwei Punkten, 3', III'', welche beziehungsweise mit dem ersten und zweiten System von Tangenten in Verbindung gebracht und für die weiter vorzunehmende Construction in gleicher Weise benützt werden können, wo dann weitere zwei Lösungen dieser Aufgabe resultiren.

Bemerkung. In vielen Fällen wird es geschehen, daß die Punkte a und b innerhalb des Kreises K fallen, was ein Zeichen ist, daß an die zu zeichnenden Kegelschnitte keine zur Sehne 12 parallelen Tangenten möglich sind, daß also diese Hyperbeln werden. In einem solchen Falle wird man wohl zwei andere in einem Aste liegende Punkte für den Kreis K zu wählen, oder auch, was nicht viel complicirter ist, von der Kreisprojection abzugehen haben. Es kann jedoch auch geschehen, daß sich die Lage der resultirenden Punkte A und O sehr ungünstig herausstellt, was eine ungenaue und umständliche Verzeichnung der Curve zur Folge hat. Letzterer Fall tritt insbesondere bei Hyperbeln ein, wenn die Verzeichnung nach der oben angegebenen Methode vorgenommen wird und die beiden als Begränzungen des Kreisdurchmessers gewählten Punkte 1 und 2 in einer Hälfte eines Astes liegen, wo dann die Sehne 12 mit dem diese Punkte verbindenden Curvenbogen nahezu zusammenfällt. Auch könnte hier die Benützung einer beliebigen Hyperbel als Grundlage der Construction von Vortheil sein.

V. Gegeben 2 Punkte, 2 Tangenten und ein Berührungspunkt.

§. 10.

Auflösung mit Benützung einer Hilfscurve.

Es seien TT_1, TT_2 (Fig. 7) die gegebenen Tangenten, 1, 2, 3 die gegebenen Punkte, von welchen der erste in der Tangente TT_1 liegt.

Die Fluchtlinie der Curvenebene ziehe man wieder durch den Vereinigungspunkt T der beiden Tangenten und bestimme die Bildflächtrace E_b'' derselben derart, daß sie durch den Punkt 2 hindurchgeht und die zwischen 2 und TT_1, sowie zwischen der Verbindungslinie $3T$ und der zweiten Tangente TT_2 liegenden Stücke, d. i. $a2$ und be gleich groß werden, was vermittelst einer Hilfscurve, welche in gleicher Weise, wie in §. 8 gezeigt wurde, gefunden wird, sich einfach ergibt. Alsdann muß die Verbindungslinie 23 der beiden Punkte 2 und 3 entweder die Perspective einer Sehne oder die eines Durchmessers jenes Kreises, dessen Bild den fraglichen Kegelschnitt liefert, darstellen.

Auf Grundlage der eben gemachten Annahmen ergeben sich sonach für diesen Fall zwei mögliche und verschiedene Auflösungen.

a) Wird 23 als Perspective einer Kreissehne betrachtet, so stellt, wenn man $2e$ in ε halbirt und ε mit T verbindet, der in εT liegende Punkt d der Sehne 23 den Halbirungspunkt derselben vor, und es muß Tdv die Projection eines rechten Winkels sein. Da v (in E_v gelegen) außer die Zeichnungsgrenze fällt, so wurde $3T$ im Punkte i in drei gleiche Theile getheilt, so daß $iT = \frac{1}{3} 3T$ ist, $i\frac{v}{3}$ parallel zu 23 gezogen und so der Punkt $\frac{v}{3}$ erhalten $(T\frac{v}{3} = \frac{1}{3} Tv)$. Weiters wurde, weil der Gesichtspunkt in dem über T und v beschriebenen Kreise liegen muß, ein Halbkreis über den Punkten T und $\frac{v}{3}$ beschrieben und in diesem der ähnlich liegende Punkt $\frac{O}{3}$ bestimmt.

Der Berührungspunkt B der Tangente TT_2 ergibt sich nun im Durchschnitte der letzteren mit der Geraden $1v$, deren Richtung erhalten wird, wenn man $Tl = \frac{1}{3} . T1$ macht und l mit $\frac{v}{3}$ vereint.

Die Gerade $1Bv$ ist jedoch auch das Bild eines Kreisdurchmessers, weil sie die Berührungspunkte zweier paralleler Tangenten verbindet; es werden somit die Geraden $21v_2$ und $2Bv_1$ die Perspectiven der beiden Schenkel eines rechten Winkels darstellen und die Fluchtpunkte v_1 und v_2 bestimmen, über welchen ein Halbkreis beschrieben, dieser gleichfalls den Gesichtspunkt enthält. Hier wird es noch nöthig sein, vorerst $2T$ in drei gleiche Theile zu theilen, $\alpha\frac{v_2}{3}$ parallel zu $21v_2$, $\alpha\frac{v_1}{3}$ parallel zu $2Bv_1$ zu ziehen und über $\frac{v_1}{3}\frac{v_2}{3}$ einen Halbkreis zu beschreiben, welcher den erst gezogenen in $\frac{O}{3}$ durchschneidet. Der Gesichtspunkt O ist nun durch $\frac{O}{3}$ bestimmt, indem O in der Verlängerung der Geraden $T\frac{O}{3}$ so liegt, daß

$$TO = 3 . T\frac{O}{3} \text{ ist.}$$

Die Gerade εT halbirt ferner auch die Linie $1B$, liefert somit in c die Perspective des Kreismittelpunktes, durch welchen wir eine zu E_b'' Parallele E_b ziehen und als Bildflächtrace ansehen wollen.

Um schließlich die in E_b gelegenen Punkte der Curve zu erhalten, wurde auf bekannte Weise der dem Verschwindungspunkte v zukommende Theilungspunkt t gesucht und mit 1 und B verbunden; die hiedurch in E_b resultirenden Punkte bestimmen zugleich die Endpunkte des Durchmessers des um E_b in die Bildfläche gedrehten Kreises K, dessen Perspective den zu verzeichnenden Kegelschnitt gibt.

Bemerkung. Der Punkt O fiel hier mit c zusammen, und die wie früher bestimmten zwei zusammengehörigen Durchmesser I II, III IV ergaben sich auf einander senkrecht und von gleicher Länge, woraus erhellt, daß der eine hier mögliche Kegelschnitt ein Kreis ist. Der zur Construction benützte projicirende Kegel wurde in diesem Falle sonach in den beiden möglichen Kreisen geschnitten und zwar durch die Ebene des Grundkreises und durch die Bildebene.

b) Wird 23 als Durchmesser betrachtet, so ist d die Perspective des Mittelpunktes; daher schneidet die Verbindungslinie $1d$ in ihrer Verlängerung die zweite Tangente in ihrem Berührungspunkte B'. Auch hier wollen wir die Bildflächtrace E_b' der Curvenebene durch d (parallel zu E_b'') gehen lassen.

Behufs der Auffindung des zugehörigen Gesichtspunktes lassen sich leicht die Projectionen zweier rechten Winkel angeben, weil die den Geraden 21 und 13, sowie TT_1, TT_2 und $1dB'$ entsprechenden Linien im Raume auf einander senkrecht stehen. Ist O gefunden, so ergibt sich ebenso wie früher der Kreis K_1, dessen Perspective die zweite mögliche Lösung der gestellten Aufgabe liefert.

Directe Auflösung. Die Lösung dieses Falles ohne Benützung einer Hilfscurve geschieht nach den in §. 9 gegebenen Grundsätzen. Die Construction zeigt dann von selbst, daß diese Aufgabe blos zwei Auflösungen zuläßt.

VI. Gegeben 1 Punkt, 2 Tangenten und deren Berührungspunkte.

§. 11.

Der erste Punkt liegt innerhalb des durch die beiden Tangenten gebildeten Winkels $1A2$.

Sind T_1A, T_2A, (Fig. 8) die gegebenen Tangenten, 1, 2 deren Berührungspunkte und 3 der dritte Punkt, so betrachte man die Sehne 12 als Bildflächtrace E_b der Kreisebene und zugleich als Durchmesser jenes Kreises K, dessen Projection den fraglichen Kegelschnitt liefert. Da sodann die in 1 und 2 an K gezogenen Tangenten senkrecht auf E_b sind, so ist der Durchschnittspunkt A der beiden Tangenten zugleich der Augpunkt des Systems, durch welchen die Fluchtlinie $E_v || E_b$ lauft. Durch die Verbindungslinien 13 und 23 erhält man die Bilder der beiden Schenkel eines rechten Winkels, mithin in vv_1 die Fluchtpunkte derselben. Über der Länge rv_1 als Durchmesser ein Kreis beschrieben und mit der in A auf E_b gefällten Senkrechten AO zum Schnitt gebracht, ergibt sich sofort der Gesichtspunkt O, vermittelst welcher Daten die Kreisperspective, d. i. der zu suchende Kegelschnitt, durch ein Axenpaar I II, III IV auf die schon so oft durchgeführte Weise angegeben werden kann.

Daß dieselbe Aufgabe noch verschiedenartig gelöst werden könne, ist selbstverständlich. Man kann z. B. 12 als Kreissehne betrachten, über derselben einen Kreis mit beliebigem Halbmesser beschreiben und den Kegelschnitt auf letzteren beziehen, wo dann die Lösung ähnlich der in §. 9 gegebenen durchzuführen sein würde, oder man könnte eine der beiden Tangenten, z. B. T_1A, als Bildflächtrace der Kreisebene annehmen, den Kreis K derart beschreiben, daß er T_1A in 1 berührt und den Kegelschnitt auf diesen Kreis beziehen; alsdann wäre wieder die Fluchtlinie vorerst zu bestimmen. Einen ähnlichen Fall werden wir später eingehend behandeln.

§. 12.

Der Punkt 3 liegt außerhalb des vorbezeichneten Winkels.

a) In diesem Falle führt die vorige Lösung zu keinem Resultate. Alsdann verbinde man den Punkt 3 mit dem Berührungspunkte 1 der nächstliegenden Tangente, betrachte 13 als Bildflächtrace E_b, und die durch den Vereinigungspunkt A beider Tangenten parallel zu E_b gelegte Gerade als Fluchtlinie der Kreisebene. Es wird nun unschwer fallen, aus diesen Bestimmungsstücken den Mittelpunkt des um E_b in die Bildfläche umgelegten Grundkreises, den diesem Systeme entsprechenden Augpunkt und Distanzpunkt aufzufinden und die Kreisperspective zu verzeichnen.

b) Es kann aber geschehen, daß die Gerade E_v, welche man durch A parallel zu 13 zog, außerhalb des Winkels 1A2 fällt, woselbst sie den zweiten Hyperbelast schneidet. Bekanntlich könnte alsdann die Hyperbel nicht als Kreisprojection angesehen, sondern nur als Perspective einer zweiten Hyperbel oder einer Parabel gesucht werden, welch erstere sodann über der Sehne 13 als reelle Axe und über beliebigen Asymptoten zu verzeichnen wäre.

Man kann jedoch auch, außer dem unter *b)* gegebenen, folgendes Verfahren in Anwendung bringen. Man nehme die dem Punkte 3,

Fig. 9 nächstliegende Tangente T_1A_1 als Bildflächtrace E_b der Ebene des Kreises K an, welchen man demzufolge, in die Bildfläche umgelegt, mit beliebigem Halbmesser so zu ziehen hat, daß er die Tangente T_1A_1 im Punkte 1 berührt.

Führt man aus A_1 an K die Tangente A_2II, welche den Kreis in II berührt, so ist offenbar 2 die Perspective von II, mithin in der Geraden 2II der Gesichtspunkt und in II'2 (II II' $\perp E_b$) der Augpunkt A gelegen.

Verbindet man 3 mit 2 und zieht die dieser Perspective zugehörige Gerade αII, so schneidet diese den Kreis K in einem zweiten Punkte III, welcher wieder 3 zu seinem Bilde haben muß[1]). III hat seine Bildflächprojection in III'; es ergibt sich also A im Durchschnitte der Geraden 3III' mit 2II', und O im Durchschnitte von 3III mit 2II, wodurch alles Nöthige zur Verzeichnung des Kegelschnittes gefunden ist.

c) Beschreibt man über der Sehne 13 als Durchmesser einen Kreis, der die Grundlage der Construction bilden soll, und nimmt 13 als Bildflächtrace seiner Ebene an, so kann E_v nicht mehr durch A_1 gezogen werden. Die Fluchtlinie ergibt sich sodann durch ein ähnliches Verfahren, wie in Fig. 6.

VII. Gegeben 2 Punkte, 3 Tangenten.

§. 13.

Auflösung mit Benützung einer Hilfscurve. Sind die Tangenten TT_1, TT_2, T_3T_3 und die beiden Punkte 1, 2 gegeben, so bestimme man die Bildflächtrace E_b der Kreisebene mit Benützung einer bereits wiederholt angewandten Hilfscurve (siehe §§. 8 und 10) derart, daß sie durch den Punkt 1 geht und die zwischen 1 und TT_1, sowie zwischen T_1T und $T2$ gelegenen Stücke $a1$, bd derselben eine gleiche Länge besitzen. Die Fluchtlinie E_b ziehe man sodann durch den Durchschnittspunkt T dieser zwei Tangenten parallel zu E_b. Wie in §. 8 gezeigt wurde, muß nun unter dieser Voraussetzung 12 entweder die Projection einer Kreissehne oder eines Kreisdurch-

1) Wird die Sehne II III sehr klein, so erhält man den Punkt III ungenau. Alsdann ist es am zweckmäßigsten, den Radius $c\beta$ senkrecht auf αII zu ziehen und βII nach βIII zu übertragen.

messers sein. Die Durchführung dieser Auflösung dürfte sodann keinen bedeutenderen Schwierigkeiten unterliegen, weßhalb ich mich begnüge, darauf hingewiesen zu haben.

§. 14.

Directe Lösungsweise. Es seien die beiden Punkte 1 und 2 (Fig. 10) und die Tangenten T_1T_1, T_2T_2, T_3T_3 gegeben, welche sich gegenseitig in den Punkten M, N und P schneiden. Legen wir durch die beiden Punkte 1, 2 die Bildflächtrace der Ebene des Kreises K, so kann dieser, um E_b in die Bildfläche umgelegt, derart verzeichnet werden, daß 12 eine Sehne oder einen Durchmesser desselben bildet. Hier wurde 12 als Kreisdurchmesser angenommen, doch erleidet die Construction für den ersteren Fall keine Abänderung.

Zieht man aus den Punkten B, C und D, in welchen die gegebenen Tangenten die Bildflächtrace schneiden, je eine Tangente an den Kreis und betrachtet die ersteren als Projectionen dieser Geraden, so wird man mit Hilfe dieser Linien einfach den diesem Systeme entsprechenden Augpunkt und Gesichtspunkt auffinden und die Kreisprojection angeben können. Aus dem Umstande, daß aus jedem dieser drei Punkte zwei Tangenten an den Kreis möglich sind, von welchen die eine den Kreis oberhalb, die andere unterhalb der Bildflächtrace E_b berührt, folgt schon, daß sich mehrere Auflösungen ergeben werden, welche sich vorzugsweise durch die gegenseitige Lage der Berührungspunkte der Tangenten in Bezug auf die Bildflächtrace charakterisiren. Man wird bei näherer Untersuchung dieses Umstandes leicht einsehen, daß daselbst vier Combinationen eintreten können, sonach vier Auflösungsfälle möglich werden; es können nämlich die Berührungspunkte, die wir kurz mit dem Zeichen der betreffenden Tangente bezeichnen wollen, folgende verschiedene relative Lagen einnehmen:

1. T_1 und T_2 auf der einen, T_3 auf der andern Seite von E_b,
2. T_1 „ T_3 „ „ „ T_2 „ „ „ „ „ „
3. T_2 „ T_3 „ „ „ T_1 „ „ „ „ „ „
4. T_1, T_2 und T_3 auf einer Seite von E_b.

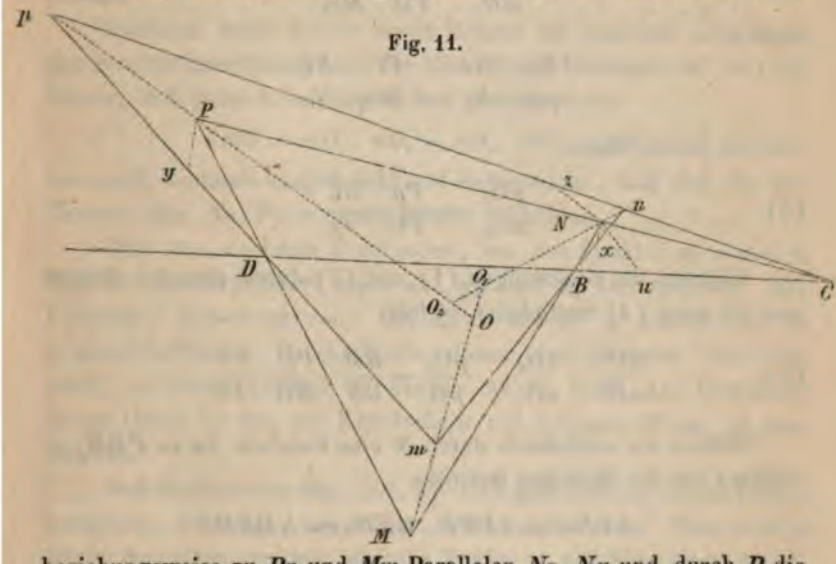
Es sei hier blos einer dieser Fälle vollständig durchgeführt und die Bemerkung hinzugefügt, daß die Construction der anderen nicht die geringste Abänderung erheischt.

Für den ersten Fall haben wir somit aus *B* und *D* die Tangenten Dt_2, Bt_2 nach einer Seite von E_b, aus *C* die Tangente Ct_3 jedoch nach der entgegengesetzten Seite von E_b, hier also nach oben, an *K* zu ziehen. Diese drei Tangenten schneiden sich in den Punkten *m*, *n* und *p* (*p* außer der Zeichnungsfläche), entsprechend den Projectionen *M*, *N* und *P*. Es müssen sonach die Verbindungslinien *Mm*, *Nn*, *Pp* der zusammengehörigen Punkte sich in einem Punkte, nämlich in dem Gesichtspunkte *O* dieses Projectionssystems treffen.

Wiewohl nach dem die Grundlage dieser Abhandlung bildenden Gedanken (§. 1), die Richtigkeit dieses allbekannten Satzes außer allem Zweifel liegt, so wollen wir es im Nachstehenden dennoch versuchen, den Beweis noch in anderer Art herzustellen.

Nehmen wir zu diesem Zwecke an, es vereinigen sich die drei geraden Linien nicht in einem Punkte, sondern bilden nach ihrer Vereinigung ein Dreieck OO_1O_2, Fig. 11 [1]). Führen wir durch *N* die

Fig. 11.



beziehungsweise zu *Pp* und *Mm* Parallelen *Nz*, *Nx* und durch *P* die Gerade *Py* parallel zu *Mm*, so ergeben sich nachstehende Paare ähnlicher Dreiecke:

[1]) Der Deutlichkeit wegen wurde diese Figur separat verzeichnet und wurden die einzelnen Punkte und Linien mit denselben Buchstaben wie in Fig. 10 versehen. Jede der Verbindungslinien wurde nur so weit gezogen, bis sie die beiden andern schneidet.

$$\triangle Nxn \sim \triangle mO_1n, \quad \triangle NxB \sim \triangle MmB.$$
$$\triangle Ppy \sim \triangle pOM, \quad \triangle PyD \sim \triangle DmM,$$
$$\triangle CNz \sim \triangle CPp, \quad \triangle nzN \sim \triangle pO_2n,$$

und aus diesen die Proportionen:

$$nN : Nx = nO_1 : mO_1,$$
$$BN : Nx = MB : Mm,$$

daher durch Division beider

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{nO_1}{mO_1} = \frac{BN \,.\, nN}{Mm \,.\, BN},$$

ferner

$$pP : Py = pO : mO,$$
$$PD : Py = MD : Mm$$

und hieraus

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{pO}{mO} = \frac{Pp \,.\, MD}{PD \,.\, Mm},$$

endlich

$$Pp : Nz = PC : NC,$$
$$pO_2 : Nz = NO_2 : Nn$$

und aus diesen beiden

$$(3) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{pO_2}{nO_2} = \frac{Pp \,.\, NC}{PC \,.\, Nn}.$$

Werden die Gleichungen (1) und (2) durch einander dividirt und mit jener (3) multiplicirt, so folgt

$$(4) \quad \ldots \quad \frac{mO}{mO_1} \cdot \frac{nO_1}{nO_2} \cdot \frac{pO_2}{pO} = \frac{BM \,.\, PD \,.\, CN}{BN \,.\, MD \,.\, PC}.$$

Führen wir schließlich durch N eine Parallele Nu zu PDM, so erhalten wir die ähnlichen Dreiecke

$$\triangle CNu \sim \triangle CPD, \quad \triangle NBu \sim \triangle DBM.$$

Aus diesen wird

$$NC : Nu = PC : PD$$
$$BN : Nu = MB : MD$$

und durch Division

$$(5) \quad \ldots\ldots \quad \frac{NC \,.\, PD \,.\, BM}{BN \,.\, MD \,.\, PC} = 1,$$

also auch, wie aus (4) und (5) zu ersehen,

$$\frac{mO}{mO_1} \cdot \frac{nO_1}{nO_2} \cdot \frac{pO_2}{pO} = 1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (I)$$

Betrachten wir die drei Verbindungslinien Mm, Nn, Pp in Verbindung mit dem Dreiecke mnp allein, und denken uns jede derselben einerseits durch den betreffenden Endpunkt dieses Dreiecks, andererseits durch den diesem Punkte entfernter liegenden Endpunkt des Dreiecks OO_1O_2 begrenzt, so wie dies in der Figur ersichtlich ist, so erscheint jede dieser Längen durch einen zweiten Eckpunkt desselben Dreiecks (wie z. B. MO_1 durch O) getheilt. In der Schlußgleichung (I) findet sich nun zur linken Seite des Gleichheitszeichens das Product dreier Brüche vor, von welchen jeder das Theilverhältniß einer solchen Länge ausdrückt, und zwar derart, daß im Nenner die ganze Länge, im Zähler dagegen der äußere Theil derselben erscheint.

Nachdem daher keiner dieser Brüche ein unechter sein kann, das Produkt derselben jedoch der Einheit gleichkommen soll, so folgt hieraus, daß jeder Bruch der Einheit gleich, mithin

$$mO = mO_1, \; nO_1 = nO_2, \; pO_2 = pO$$

sein muß, wodurch ausgedrückt und bewiesen ist, daß sich die drei Geraden Mm, Nn, Pp in einem Punkte schneiden.

Fällt man, nachdem O gefunden, aus den Punkten m, n und p, Fig. 10, die Perpendikel mm', nn', pp' auf E_b und verbindet ihre Fußpunkte beziehungsweise mit M, N und P, so erhält man im gemeinschaftlichen Durchschnitte dieser drei Geraden den Augpunkt A, durch welchen E_v parallel zu E_b lauft. Auf Grundlage dieser Daten ist nun der Kegelschnitt auf bekannte Weise zu construiren.

Daß die Geraden Mm', Nn', Pp' sich gleichfalls in einem Punkte schneiden, läßt sich, wie früher, leicht nachweisen. Ebenso kann leicht dargethan werden, daß die Punkte A und O in einer auf E_b senkrechten Geraden liegen, was indessen gleichfalls durch den in §. 1 festgestellten Satz nachgewiesen ist. Denn würde z. B. die aus O auf E_b gefällte Senkrechte vorerst die Gerade Mm' in einem Punkte A' und dann erst Nn' in A schneiden, so erhielte man aus den ähnlichen Dreiecken

$$\Delta MOA' \backsim \Delta mMm', \; \Delta AON \backsim \Delta Nnn'$$

die Proportionen

$$OA' : mm' = MO : mM$$
$$OA : nn' = NO : nN$$

und durch Division beider

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad \frac{OA'}{OA} = \frac{mm' \,.\, MO \,.\, Nn}{nn' \,.\, NO \,.\, Mm}.$$

Nun ist aber auch

$$\Delta\, mm'B \sim \Delta\, nn'B,$$

daher

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad mm' : nn' = mB : nB.$$

Der Werth dieses Verhältnisses in (1) substituirt, gibt

$$(3) \quad \ldots\ldots \quad \frac{OA'}{OA} = \frac{mB \,.\, MO \,.\, Nn}{nB \,.\, NO \,.\, Mm}.$$

Führen wir durch m die zu nNO Parallele mx, so ist

$$\Delta\, xmB \sim \Delta\, nNB, \quad \Delta\, Mmx \sim \Delta\, MOn$$

und aus diesen

$$mB : mx = nB : nN$$
$$Mm : mx = MO : NO.$$

Durch Division beider erhält man

$$(4) \quad \ldots\ldots \quad \frac{mB \,.\, MO \,.\, Nn}{nB \,.\, NO \,.\, Mm} = 1$$

und mit (2) verglichen

$$AO = A'O,$$

d. h. daß die Punkte A und A' zusammenfallen.

Um den zweiten Kegelschnitt (E_2) zu erhalten, müßten aus C und D die Tangenten an den Kreis K nach der einen, jene aus B nach der andern Seite von E_6 gezogen werden; es wären sonach die Geraden Dt_1', Ot_3, Bt_2 zu benützen und wäre alsdann in gleicher Weise wie bei E_1 vorzugehen, wodurch die Ellipse E_2 resultiren würde. Ähnlich so ergeben sich die beiden letzten Kegelschnitte E_3 und E_4, die sich in der Figur verzeichnet vorfinden.

Bemerkung. Wir wollen hier noch auf einen interessanten, speciellen Fall dieser Aufgabe aufmerksam machen, welcher eintritt, wenn zwei von den Punkten B, C, D zusammenfallen, oder mit andern Worten, wenn sich zwei der gegebenen Tangenten in einem Punkte der verlängerten Geraden 12 schneiden.

VIII. Gegeben 1 Punkt, 3 Tangenten und 1 Berührungspunkt.

§. 15.

Fällt einer der beiden Punkte der vorigen Aufgabe in eine der gegebenen Tangenten, so übergeht diese Aufgabe in die jetzt gestellte, woraus schon hervorgeht, daß auch hier die Lösung nach der im §. 14 angegebenen Weise, nur mit unwesentlichen aus der eben gestellten Bedingung folgenden Modification, durchgeführt werden kann.

Es wird hiebei ersichtlich, daß, da hier aus dem Durchschnittspunkte B der Tangente T_2T_2 mit E_b blos eine Tangente an den Kreis K möglich ist (indem er in den Kreis fällt) nur zwei Auflösungen den Bedingungen der Aufgabe genügen, je nachdem nämlich die Tangenten T_1T_1, T_3T_3 auf einer, oder auf verschiedenen Seiten von E_b den zu suchenden Kegelschnitt berühren.

Bemerkung. Dieselbe Aufgabe ließe sich auch mit Benützung einer Hilfscurve, ähnlich der in Fig. 7 behandelten, lösen.

IX. Gegeben 3 Tangenten, 2 Berührungspunkte.

Diese Aufgabe bildet gleichfalls einen speciellen Fall von *VII*, und ist auch als solcher nach den dort aufgestellten Grundsätzen zu lösen. Wir werden bei der Durchführung derselben insbesondere zwei verschiedene Fälle ins Auge fassen, und zwar:

§. 16.

Die dritte Tangente, d. i. jene, deren Berührungspunkt nicht gegeben ist, schneidet die Verbindungslinie der beiden Berührungspunkte erst in ihrer Verlängerung.

Sind die Tangenten T_1A, T_2A, T_3T_3, Fig. 12 und die Berührungspunkte 1, 2 der beiden ersteren gegeben, so betrachte man wieder 12 als Durchmesser eines Kreises K und als Bildflächtrace E_b seiner Ebene. Alsdann muß, wenn die Kreisperspective den fraglichen Kegelschnitt liefern soll, der Durchschnittspunkt A der Tangenten AT_1, AT_2 den Augpunkt vorstellen, weil die den beiden Tangenten zukommenden Geraden, d. s. die durch 1 und 2 an K gezogenen Tangenten, senkrecht auf E_k sind. Die Fluchtlinie E_r geht durch A parallel zu 12.

Zieht man aus dem Durchschnittspunkte B der Tangente T_2T_1 mit E_r an den Kreis die Tangente Bt_3, welche offenbar der Perspective T_3T_3 entspricht, so erhält man im Durchschnitte r der Tangente T_3T_3 mit E den Fluchtpunkt der Geraden Bt_3. Die durch r parallel zu Bt_3 gezogene Gerade rO wird somit, weil sie der den Fluchtpunkt bestimmende, in die Bildfläche umgelegte Sehstrahl ist, den Gesichtspunkt O enthalten, welch' letzterer sich jedoch auch in dem aus A auf E_k gefällten Perpendikel AO vorfindet, also im Durchschnitte beider erhalten wird. Die Verbindungslinie Om des Gesichtspunktes mit dem Berührungspunkte m der Tangente Bt_3 schneidet sonach die Tangente T_3T_3 in ihrem Berührungspunkte M.

Mit Hilfe der so gefundenen Bestimmungsstücke des Projectionssystems erhält man das conjugirte Axenpaar I II, III IV des gesuchten Kegelschnittes, wovon die eine Axe den Durchschnittspunkt A der beiden Tangenten mit dem Halbirungspunkt c der Verbindungslinie ihrer Berührungspunkte verbindet, die andere hingegen zu dieser Sehne parallel läuft.

Selbstverständlich wird eine Hyperbel, Parabel oder Ellipse als Resultat erhalten, wenn AO beziehungsweise kleiner, gleich oder größer als $\frac{12}{2}$ sich ergibt.

Bemerkung. Fällt der Durchschnittspunkt A der beiden Tangenten außer die Zeichnungsfläche, und will man nicht, auf die eben angegebene Art vorgehend, mehrere Hilfsconstructionen anzuwenden gezwungen sein, so braucht man nur 12 nicht als Durchmesser sondern als Sehne des Grundkreises zu wählen, dessen Mittelpunkt sodann zwischen A und 12 anzunehmen ist.

§. 17.

Die Tangente T_3T_3 schneidet die Sehne 12 zwischen beiden Berührungspunkten.

Sind TT_1, TT_2, T_3T_3, Fig. 3, die gegebenen Tangenten, 1 und 2, die Berührungspunkte der beiden ersteren, so könnte wieder 12 als Bildflächtrace der Curvenebene gewählt werden, nur müßte alsdann, weil der resultirende Kegelschnitt eine Hyperbel wird, welche keine zu 12 parallelen Tangenten zuläßt, 12 als reelle Axe einer sonst beliebigen Hyperbel angenommen, und müßten die Bestimmungstücke A und O des Projectionssystems so gesucht werden, daß der fragliche Kegelschnitt zur Centralprojection dieser Hyperbel wird.

Wir wollen auf das bezügliche Verfahren blos hinweisen und hier in anderer Weise vorgehen, indem wir durch eine der beiden Tangenten TT_1, TT_2, also z. B. durch TT_1, die Bildflächtrace E_b legen, den Kegelschnitt durch eine Kreisprojection entstanden denken, und den um E_b in die Bildfläche gelegten Kreis K mit beliebigem Halbmesser so beschreiben, daß er die Tangente E_b im Punkte 1 berührt.

In unserem Beispiele wurde jedoch selbst der Halbmesser $c1$ nicht beliebig, sondern derart angenommen, daß der Kreis K gleichzeitig von der Tangente T_3T_3 berührt wird. Für diese Annahme ergab sich der Mittelpunkt c im Durchschnitte zweier Geraden, wovon die eine in 1 senkrecht auf E_b, die zweite durch den Durchschnittspunkt B der Tangenten TT_1, T_3T_3, den Winkel derselben halbirend geführt wurde. Da hiedurch die Projection T_3T_3 mit der ihr entsprechenden Tangente BT_3 zusammenfällt, so muß der Gesichtspunkt O in T_3T_3 liegen.

Weiters entspricht der Projection TT_2 und dem Punkte 2 die aus T an K geführte Tangente Tt_2, beziehungsweise ihr Berührungspunkt II. Der Gesichtspunkt O ergibt sich daher im Durchschnitte der Geraden T_3T_3 mit $2II$. Der Punkt II hat seine Bildflächprojection in II', der Durchschnittspunkt r der Tangenten BT_3 und Tt_2 in r'; der Augpunkt A des Systems liegt sonach im Durchschnitte von $2II'$ und der den Punkt r' mit dem unzugänglichen Durchschnittspunkte der Tangenten TT_2, T_3T_3 verbindenden Linie $r'\rho$ ($bt \| Tr$, $t\rho \| E_b$, $b\rho \perp t\rho$). Die Verzeichnung der Hyperbel auf Grundlage der so gefundenen Bestimmungsstücke braucht wohl kaum näher erörtert zu werden.

X. Gegeben 4 Tangenten und 1 Punkt.

§. 18.

Es seien in Fig. 14 die Tangenten TT_1, TT_2, TT_3, TT_4, von welchen je zwei gegenüberstehende sich in den Punkten T und T' schneiden, und der Punkt 1 gegeben. Nehmen wir die Verbindungslinie der Punkte T und T' zur Fluchtlinie E_v einer Ebene an, deren Bildflächtrace E_k durch den Durchschnittspunkt c der Diagonalen MN, PQ des von den vier Tangenten gebildeten Viereckes $MNPQ$ geht, so müssen, wenn wir den zu suchenden Kegelschnitt als Projection eines in der Ebene E_k E_r liegenden Kreises ansehen und als solchen bestimmen wollen, die bezeichneten Diagonalen auf einander senkrecht stehen. Wir erhalten hiedurch in E_r die Fluchtpunkte r und r_1 dieser Diagonalen und, in dem wir über dem Durchmesser rr_1 den Kreis rxr_1 beschreiben, einen Ort für den Gesichtspunkt O.

Soll der Kegelschnitt als Kreisprojection gezeichnet, also demnächst die Lage des Aug- und Gesichtspunktes gesucht werden, so kann dies mit Benützung einer Hilfscurve in ähnlicher Weise, wie in §. 5 gezeigt wurde, geschehen. Wir erhalten sodann zwei Durchschnittspunkte der Hilfscurve mit dem Kreise rxr_1, d. h. zwei Orte des Gesichtspunktes, entsprechend zwei verschiedenen Kegelschnitten, welche den Bedingungen der Aufgabe Genüge leisten.

Zu dem gegebenen Punkte 1 lassen sich jedoch auch leicht drei weitere, gegen die Axen MN, PQ symetrisch gelegene Punkte 2, 3, 4 auffinden: so z. B. der diametral liegende Punkt 2, indem man 1 mit c verbindet und auf der Verlängerung dieser Geraden die Länge $c2$ perspectivisch gleich $c1$ abschneidet, was bekannter Maßen dadurch erreicht wird, daß man 1 mit T verbindet, das hiedurch auf E_k abgeschnittene Stück $c\alpha$ nach $c\beta$ überträgt, β mit T verbindet und mit $c1$ in 2 zum Durchschnitt bringt. Vereint man ferner 1 und 2 mit beiden Fluchtpunkten r und r_1, so schneiden sich diese vier Geraden in den Punkten 3 und 4. Hiedurch sind jene vier Punkte gefunden, in welchen sich die beiden möglichen Kegelschnitte schneiden.

Wird schließlich irgend eine der sechs Sehnen als Bildflächtrace einer Kreisebene und zugleich als Kreisdurchmesser angenommen, und werden auf Grundlage dessen nach §. 14 die Fluchtlinie, der Aug- und Gesichtspunkt gesucht, so können die Kegelschnitte auch auf diese Art direct, ohne Benützung von Ellipsen oder Hilfscurven, gefunden werden

Weiters bleibt über diesen Fall nichts mehr zu bemerken übrig.

XI. Gegeben 4 Tangenten und ein Berührungspunkt.

§. 19.

Sind wieder TT_1, TT_2, TT_3 TT_4, die gegebenen Tangenten und ist 1 der Berührungspunkt der ersten TT_1, so bestimme man wieder die Fluchtlinie E_v und Bildflächtrace E_b der Ebene des Grundkreises in derselben Weise wie in Fig. 14. Alsdann ist offenbar, wenn wir den Berührungspunkt 1 mit dem Kreismittelpunkt c verbinden, $T1c$ die Perspective eines rechten Winkels. Einen zweiten rechten Winkel bilden die Diagonalen jenes Quadrates, das die vier Tangenten einschließen. Durch diese beiden rechten Winkel sind die Bestimmungsstücke des Projectionssystemes und der Radius des Grundkreises einfach zu suchen und ist sodann der verlangte Kegelschnitt als Kreisbild zu verzeichnen.

Diese Aufgabe läßt blos eine Auflösung zu.

Zu bemerken wäre höchstens noch, daß auch bei dieser Aufgabe, so wie bei der vorhergegangenen, es sehr gerathen erscheint, sich vorerst über die Gattung und über die beiläufige Lage des Kegelschnittes im Vorhinein ein Urtheil zu bilden.

XII. Gegeben fünf Tangenten.

§. 20.

Sind fünf Tangenten T_1T_1 bis T_5T_5 gegeben und soll der diesen Tangenten zukommende Kegelschnitt gesucht werden, so ist wohl am zweckmäßigsten, die Berührungspunkte der Tangenten durch Anwendung des Brianchon'schen Satzes: daß die drei Gegendiagonalen eines einem Kegelschnitte umschriebenen Sechsecks sich in einem Punkte schneiden, zu bestimmen [1]).

Sollte jedoch diese Aufgabe nach denselben Grundsätzen, die uns bisher leiteten, gelöst werden, so nehmen wir an, es seien in Fig. 14 die Tangenten TT_1, TT_2, $T'T_3$, $T'T_4$, T_5T_5 gegeben, und TT_1, TT_2 sowohl, als $T'T_3$, $T'T_4$ seien die Perspectiven von zwei parallelen Kreistangenten, somit die Verbindungslinie TT' der entsprechenden Durchschnittspunkte die Fluchtlinie E_v und E_b die Bildflächtrace der Ebene des Grundkreises. Durch die Fluchtpunkte v und v_1 erhalten wir sodann die Eckpunkte des Durchmessers eines Kreises vxv_1, welcher den Gesichtspunkt enthält.

Ähnlich so wie in §. 5 könnte man nun auch hier eine Hilfscurve punktweise verzeichnen, welche den Kreis vxv_1 in dem diesem

---

[1]) Ich will hier nur bemerken, daß sich auch der Brianchon'sche Satz auf Grundlage der Kreisprojection unschwer beweisen läßt.

Systeme zukommenden Gesichtspunkte schneidet; besser jedoch ist es, im Kreise vxv_1 einen beliebigen Gesichtspunkt zu wählen, den Kegelschnitt daher als Projection einer Ellipse, deren Axenrichtungen durch die Diagonalen, MNv_1, PQv bekannt sind, darzustellen, und sodann die gegebenen Stücke um E_b in die Bildfläche umzulegen, wodurch man in einem Quadranten der Ellipse zwei Tangenten derselben erhält.

Sind CX, CY Fig. 15 die beiden Axenrichtungen der Ellipse und AB und FD die genannten zwei Tangenten, so lassen sich hiedurch die Längen a und b der Axen.leicht bestimmen; denn wird $AC = \alpha$, $BC = \beta$; $CD = \gamma$, $CF = \delta$ gesetzt, und werden die Coordinaten der Berührungspunkte der Tangente AB mit x_1, y_1, der Tangente DF mit x_2, y_2 bezeichnet, so existiren zwischen diesen Werthen die Relationen

$$\alpha = \frac{a^2}{x_1}, \quad \beta = \frac{b^2}{y_1}$$

$$\gamma = \frac{a^2}{x_2}, \quad \delta = \frac{b^2}{y_2}$$

$$y_1 = \frac{b}{a} \sqrt{a_2 - x_1{}^2}, \; y_2 = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x_2{}^2}.$$

Aus diesen die Coordinaten x_1, y_1, x_2, y_2 eliminirt, erhält man:

$$b = \frac{\beta}{\alpha} \sqrt{\alpha^2 - a^2}, \; b = \frac{\delta}{\gamma} \sqrt{\gamma^2 - a^2}.$$

Die Gleichungen zeigen, daß die zu suchenden Axen als Coordinalen der Durchschnittspunkte zweier concentrischer Ellipsen E. E_1 mit gleichen Axenrichtungen erhalten werden, welche die Axenlängen α, β beziehungsweise γ, δ besitzen.

Verzeichnet man sonach diese Ellipsen und fällt aus dem Durchschnittspunkte M derselben die Perpendikel MH und ML auf die Axen, so bestimmen diese die Axenlängen CL und CK der in Rede stehenden Ellipse, deren Perspective nun auf bekannte Weise zu suchen ist.

Anders kann jedoch auch, wie folgt, vorgegangen werden:

Denken wir uns die zu suchende Ellipse um CX so lange gedreht, bis sie sich orthogonal auf der Zeichnungsfläche als Kreis projicirt, oder, falls in CX die große Axe der Ellipse liegen sollte, denkt man sich einen über CL beschriebenen Kreis mit den beiden aus A und D an denselben geführten Tangenten um CX so lange gedreht bis er sich orthogonal auf der Zeichnungsfläche in der fraglichen Ellipse projicirt, so bleiben die Punkte A und D der Tangenten ungeändert, während die Projectionen der in CY gelegenen Punkte B und F nach q und p gelangen, wo dann jedoch das Verhältniß

$$\frac{Cp}{CF} = \frac{Cq}{CB} = \varphi$$

bestehen muß. Da sodann Dp und Aq Kreistangenten sind, so haben die aus C auf dieselben gefällten Perpendikel $C\alpha$, $C\beta$ eine gleiche Länge, woraus folgt:

$$C\alpha = \frac{CD.Cp}{Dp} = \frac{\varphi.\gamma.\delta}{\sqrt{\gamma^2+\varphi^2.\delta^2}},$$

$$C\beta = \frac{AC.Cq}{Aq} = \frac{\varphi.\alpha.\beta}{\sqrt{\alpha^2+\varphi^2.\beta^2}},$$

mithin

$$\frac{\gamma.\delta}{\sqrt{\gamma^2+\varphi^2.\delta^2}} = \frac{\alpha.\beta}{\sqrt{\alpha^2+\varphi^2.\beta^2}}$$

und hieraus

$$\varphi = \frac{\alpha.\gamma}{\beta.\delta}\sqrt{\frac{\beta^2-\delta^2}{\gamma^2-\alpha^2}},$$

welcher Ausdruck nun leicht berechnet oder construirt werden kann. Hiedurch ist das Perpendikel $C\alpha$ also die eine Axe der Ellipse gefunden, und ist weiter wie früher vorzugehen.

Bemerkung. Um die Abhandlung nicht allzusehr auszudehnen, war ich bemüßigt, eine Reihe von recht interessanten Auflösungen blos kurz anzudeuten. Ich will nur noch darauf hinweisen, daß mitunter durch Anwendung anderer Kegelschnitte als Grundcurven, die selbstverständlich nicht vorerst construirt werden müssen, sondern blos durch ihre Axen anzugeben sind, verschiedenartige und zumeist nicht complicirte Lösungen mit Leichtigkeit erzielt werden. Aus den gegebenen Constructionsmethoden läßt sich in jedem Falle auch unschwer beurtheilen, wann durch die betreffenden fünf Bestimmungsstücke eine Kegelschnittslinie zu ziehen nicht möglich ist. Ferner gewährt es ein nicht geringes Interesse jene Sätze, welche wir hier unmittelbar aus der Kreisprojection abgeleitet und für die Verzeichnung des Kegelschnittes sofort angewendet haben, mit jenen zu vergleichen, welche die neuere Geometrie aufstellt.

In einer folgenden Abhandlung, welche demnächst zur Veröffentlichung gelangen wird, will ich nach denselben Grundsätzen die verschiedenen Parabel-Constructionen durchführen.

genten.

Taf I.

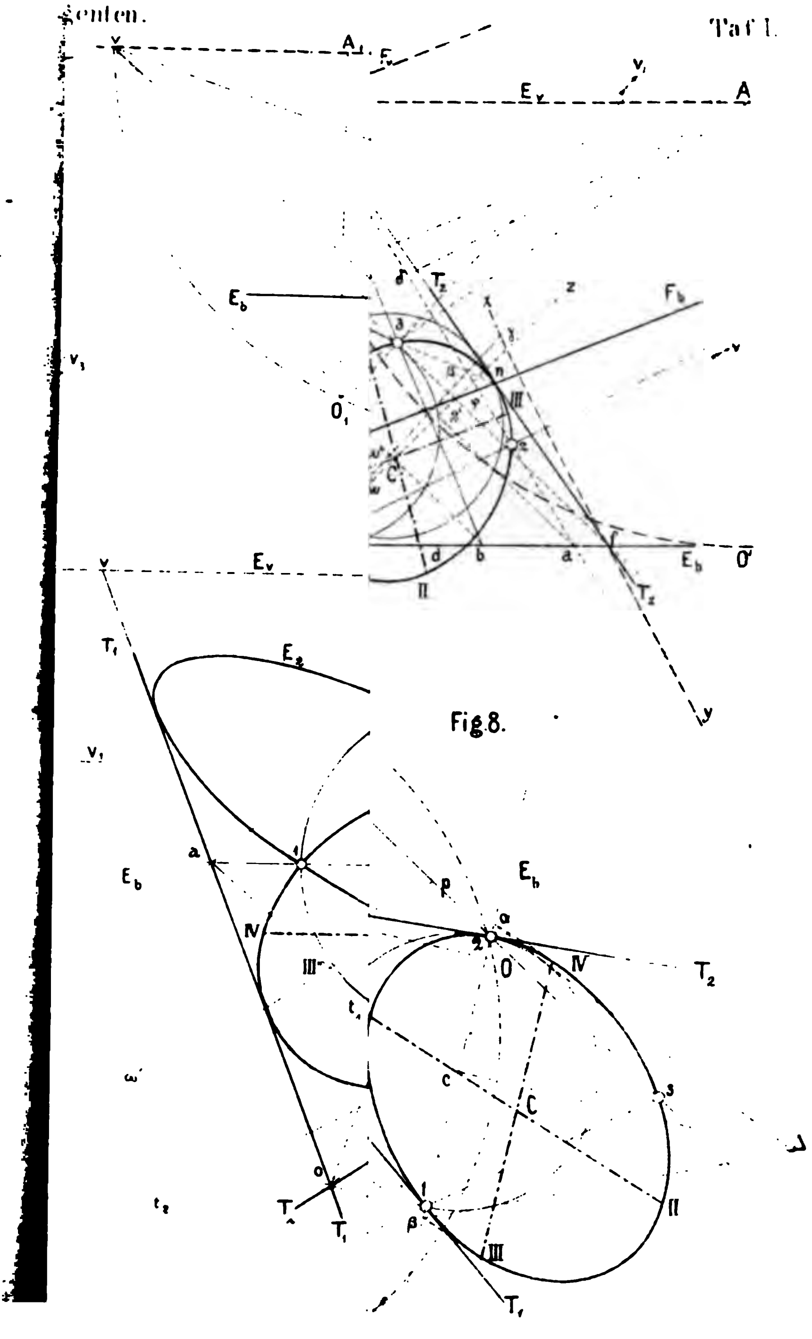


Fig.8.

Taf II.

Fig.10.

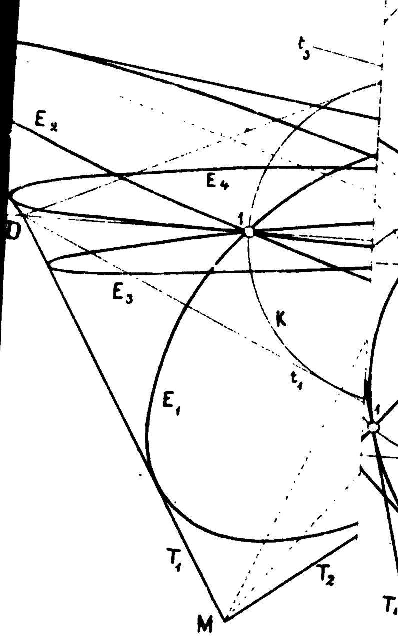


Fig.12.

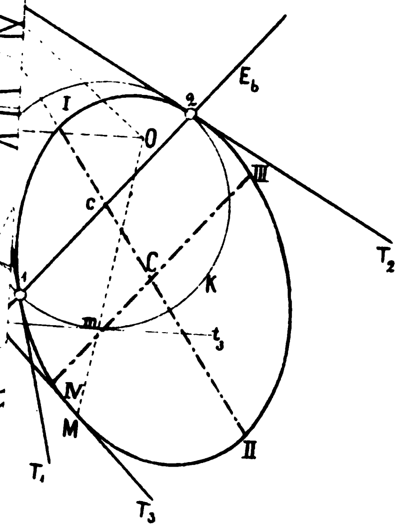
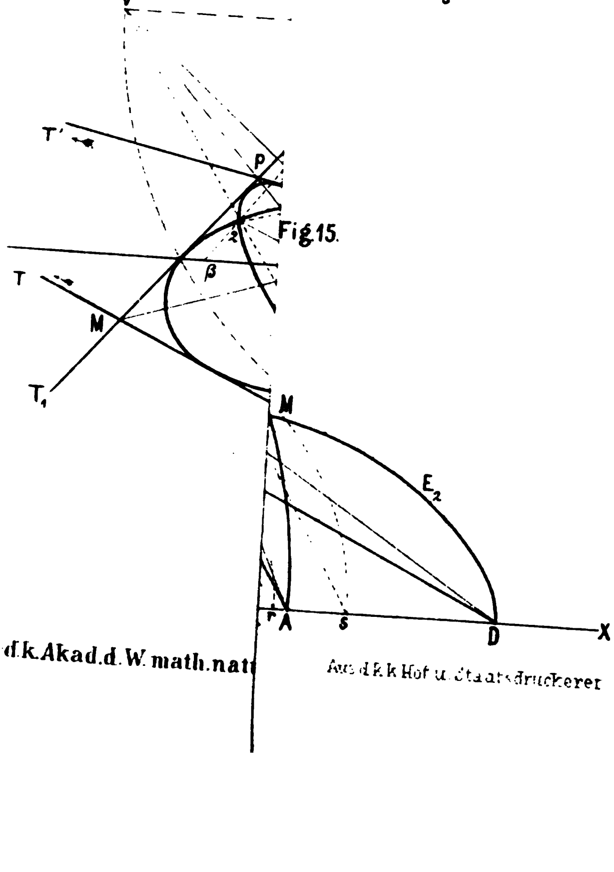


Fig.15.



Aus d.k.k.Hof u. Staatsdruckerei

Über die Bildung der Keimblätter im Hühnerei.

Von Dr. **Peremeschko** aus Kasan.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt von Dr. S. Stricker in der Sitzung am 20. Februar 1868.)

Die herrschende Lehre über die Entwickelung der Wirbelthiere aus den sogenannten Keimblättern verdanken wir sicherlich Caspar Friedrich Wolff. Wenn es ihm auch an klaren Begriffen über die Bedeutung sämmtlicher Keimblätter bei der fortschreitenden Entwickelung des Embryo mangelte, so hat er doch bewiesen, daß das ganze zusammengesetzte Darmsystem sich aus einer einfachen blätterigen Anlage entwickelt. Diese Forschungen Wolff's haben, wie die Grundlage, so auch die Richtung für die weitere Entwickelung der Embryologie abgegeben.

Seine Lehre wurde von Pander vervollständigt. Pander beschreibt in der Keimscheibe des befruchteten unbebrüteten Eies zwei wesentliche Theile: Keimhaut (Hahnentritt) und Kern des Hahnentrittes. Die Keimhaut besteht nach ihm aus einer Schichte von Körnern, die dem künftigen unteren Keimblatte zur Anlage dient. Über dieser Schichte sollte sich schon in den ersten Stunden der Bebrütung eine zweite Schichte von ähnlichen Körnern entwickeln, nämlich das künftige obere Blatt, so daß die Keimhaut um die zwölfte Stunde der Bebrütung aus zwei Blättern besteht, von denen er das obere das seröse, das untere das Schleimblatt nannte. Obschon er auch das mittlere Blatt als Gefäßblatt beschreibt, es fehlte doch dieser Beschreibung an Klarheit; dieses Blatt wird nämlich von ihm zuweilen als ein vollständiges Gebilde, in welcher sich die Gefäße entwickeln, zuweilen aber als Folge der Gefäßentwickelung dargestellt. Daß sich aber nach 24stündiger Bebrütung immer in der Keimhaut drei leicht von einander trennbare Keimblättter vorfinden, wurde von ihm sicher erkannt. Pander war auch der erste, der einen Gesammtentwicklungsplan des Organismus zu entwerfen versuchte, indem er aus dem oberen Keimblatte alle die Gebilde sich entwickeln ließ, die seit Richat und Reil als animale genannt wurden: hieher gehören: das Nervensystem mit den Sinnesorganen, ferner das Muskel- und Knochensystem; das mittlere Blatt hielt er blos für ein Gefäßblatt; dem unteren schreibt er die Anlage für das Darmsystem mit den dazu angehörigen drüsigen Organen zu.

Die Forschungen von Baer's schlossen sich denen Pander's an und können als Fortsetzung derselben angesehen werden. Baer beschreibt auch, wie Pander schon im unbebrüteten Eie eine Schichte als erste Anlage eines Keimblattes; in den ersten Stunden der Bebrütung soll aber nach ihm nicht über, wie es Pander annimmt, sondern unter der genannten Schichte eine andere sich bilden, die zur Anlage des unteren Keimblattes dient. Die Entwickelung des mittleren Keimblattes (Gefäßblatt) wurde von Baer übereinstimmend mit Pander beschrieben; es ist aber die Beschreibung des ausgebildeten Blattes bei dem ersteren ausführlicher; er beschreibt nicht allein den peripherischen, sondern auch den centralen, d. h. den dem Fruchthofe angehörigen Theil desselben, der nach ihm aber nicht so selbstständig ist, wie das seröse und das Schleimblatt; von diesen beiden, sagt er, grenzt es sich nicht scharf ab und erscheint nur als eine Schichte von Bildungsgewebe zwischen den obengenannten Blättern. Baer hat jedenfalls den Gesammtentwicklungsplan weiter ausgebildet als seine Vorgänger. Er hatte die Betheiligung des mittleren Keimblattes bei der Bildung der faserigen Anlage des Darmes so wie der dazu gehörigen Drüsen bewiesen. Nach ihm theilen sich die zwei in den ersten Stunden der Bebrütung entstandene Schichten von Neuem jede in zwei Schichten, von denen die obere die Haut- und Muskelplatte, die untere aber die Schleim- und Darmfaserplatte bilden. Die beiden oberen Schichten wurden von ihm als animale Lage, die beiden unteren als vegetative benannt. Pander und Baer hielten die Bildung der Keimblätter für die erste Stufe der Entwickelung des Eies, aus welchen sich dann der ganze Organismus aufbaut. Anders faßte Reichert die Sache auf. In der Keimhaut des befruchteten, unbebrüteten Eies unterschied er eine Schichte von Körpern, aus welchen sich in den ersten Stunden der Bebrütung eine Haut (Umhüllungshaut) entwickelt. Die Formirung dieser Hülle hielt Reichert für die erste Bedingung zur weiteren Entwickelung des Embryo. Nach der Bildung dieser Haut beginnt die Entwickelung des Embryo, dem sich auf dieselbe von innen her Dotterzellen schichtenweise auflagern; anfangs bildet sich die Anlage des Nervensystems, darauf die des mittleren Blattes, welches er seiner Lage zwischen dem oberen und unteren Keimblatte wegen, und wegen seiner gleichsam vermittelnden Rolle zwischen der pflanzlichen und thierischen Sphäre, *Membrana intermedia* nannte. Er schrieb diesem Blatte eine größere Bedeutung bei der weiteren Entwickelung des Organismus und eine größere Selbstständigkeit zu, als die früheren Forscher. Pander und Baer nannten es Gefäßblatt, indem sie seine Entwickelung als mit der Entwickelung der Blutgefäße innig verbunden angesehen hatten; nach Reichert aber entwickelt es sich vollkommen unabhängig von den Gefäßen; diese treten erst dann auf, wenn es vollständig entwickelt ist. Die *Membrana intermedia* nimmt nach ihm keinen so grossen Umfang ein, wie die Umhüllungshaut, doch erstreckt sie sich über den Bereich des Fruchthofes hinaus. Die *Membrana intermedia* läßt sich sehr leicht von anderen Blättern isoliren, mit Ausnahme der dem Boden der Primitivrinne anliegenden Stelle, wo sie ohne Trennung des Zusammenhanges von der Anlage des Nervensystems nicht zu isoliren ist. Nach der vollkommenen Ausbildung dieser Membran beginnt die Entwickelung des unteren Blattes, indem sich auf der unteren Fläche der ersteren Dotterzellen auflagern, zu einer Zeit, wo der Embryo sich von der Keimhaut abzuschnüren beginnt. Diesem Blatte schreibt Reichert keine so große Ausdehnung in der Peripherie zu, wie der *Membrana intermedia*. Was die Bedeutung der Keimblätter bei der weiteren Entwickelung des Embryo anbetrifft, so nimmt nach ihm das obere Blatt bei der Formirung des Embryo selbst keinen Antheil und geht schon während des embryonalen Lebens der Organismus unter. Was das mittlere Blatt anbelangt, so bewies er der erste die Theilung der Seitenplatten und die Betheiligung des mittleren Blattes an der Bildung der Stumpfwände. Die Harnschichte der Haut, die Hautdrüsen, das Muskel-, Knochen- und Gefäßsystem, sowie auch die Darmfaserhaut mit den dazu gehörigen drüsigen Organen läßt er aus diesem Blatte sich entwickeln. Dem unteren Blatte schreibt er blos die Anlage zur Entwickelung des Epithels der Verdauungsorgane zu.

Reichert's Anschauungen über die Entwickelung des Embryo fanden wenige Anhänger. Remak schloß sich mehr den Anschauungen Pander's und Baer's an. Die früheren Forscher sahen in dem befruchteten unbebrüteten Eie nur eine Schichte von Körpern, aus denen sich nach Pander das untere, nach Baer das obere, nach Reichert die Umhüllungshaut entwickeln sollen. Remak bemerkte zuerst, daß die Keimhaut des befruchteten unbebrüteten Eies aus zwei Schichten besteht, die die Anlage für das obere und mittlere Keimblatt abgeben. Die obere Schichte, sagt er, besteht aus sphärischen Körpern von der Größe $\frac{1}{150}'''$ im Durchmesser. Die untere Schichte ist locker mit der oberen verbunden, weniger durchsichtig und fester als die obere. Die dieselben zusammensetzenden Körper sind $\frac{1}{100}'''$ groß. Nach einiger Zeit der Bebrütung nimmt die Keimhaut an Umfang zu; bei sorgfältiger Untersuchung nimmt man wahr, daß die obere Schichte umfangreicher ist als die untere und es kommen in Folge dieser gleichmäßigen Ausdehnung die Grenzen von Frucht- und Gefäßhof zum Vorschein. Die nächsten Veränderungen beziehen sich nach Remak zunächst auf das untere Blatt; es wird dichter, doch ist es immer noch dicker, lockerer und weniger durchsichtig als das obere. Darauf folgt eine hystologische Differenzirung seiner Elemente. Nach der Bildung dieser zwei Blätter folgt die des dritten, indem sich nun von dem unteren Blatte eine Schichte von Zellen ablöst, die die übrigbleibende Schichte an Dicke übertrifft; diese besteht dann nur aus einer Reihe von Zellen, welche die untere Fläche der abgetrennten Schichte wie ein Epithel bekleiden. Die peripherische Ausdehnung der Keimblätter ist nach Remak gleich nach ihrer Ausbildung folgende: das obere erstreckt sich über den Frucht- und Gefäßhof hinaus, das mittlere überschreitet kaum die Grenzen des Fruchthofes, das andere endigt an der Grenze des Frucht- und Gefäßhofes in der Schichte des weißen Dotters, die Remak Dotterrinde nennt. Was das Verhältniß der Keimblätter untereinander in dem Bereiche des Fruchthofes anbelangt, so erscheinen das obere und mittlere schon sehr früh im Centrum des Fruchthofes verdickt und untereinander verwachsen. Das untere Blatt nimmt aber an dieser Verwachsung keinen Antheil. Mit Ausnahme des mittleren Theiles des Fruchthofes kann man alle drei Blätter auf der ganzen übrigen Ausdehnung, in der des Gefäßhofes sowohl, als der des Fruchthofes leicht von einander trennen. Zugleich mit der anatomischen Selbständigkeit der Keimblätter suchte Remak auch ihr Verhältniß zu den verschiedenen Organen während der weiteren Entwickelung des Organismus aufzustellen. Die Namen, die er den Blättern gegeben hat, erklären schon von selbst dieses Verhältniß. Das obere Blatt nennt er sensorielles oder Sinnesblatt, weil aus ihm die Nervencentra und Sinnesorgane sich entwickeln, das mittlere motorisch-germinatives, da sich aus ihm die Organe der willkürlichen Bewegung und das Geschlechtssystem entwickeln; die Bildung der Gefäße war für ihn kein charakteristisches Merkmal des mittleren Blattes, indem auch die übrigen Blätter aus ihren Elementen die Anlage zu Gefäßen geben können. Das untere Blatt endlich nennt er Darmdrüsenblatt, indem sich aus ihm das Darmsystem mit den dazu gehörigen drüsigen Organen, oder trophisches Blatt in wie fern sich aus ihm das Epithel des Darmsystems entwickelt.

Unter den neueren Forschern wich His von der Theorie Remak's betreffs der Ausbildung der Blätter, ihrer anatomischen Selbständigkeit und ihrer Betheiligung an der weiteren Entwickelung des Embryo schon etwas ab. Die Keimblätter sind nach His nur secundäre Gebilde, besonders das mittlere, welches in keiner Periode der Entwickelung des Embryo als selbständiges Ganze dargestellt werden kann. Er beschreibt im unbebrüteten befruchteten Eie nur eine Schichte von Körpern, welche die Anlage für das obere Keimblatt abgeben, das er Archiblast oder Neuroblast nennt. Das untere Blatt entwickelt sich, nach ihm, in den ersten Stunden der Bebrütung des Eies durch Verlängerung und gegenseitige Verbindung der Fortsätze, die nach unten von der unteren Fläche der oberen Schichte ausgehen und aus einer oder mehreren Reihen von Zellen bestehen. Es ist somit das untere Blatt von Anbeginn an eine Production des oberen. Aus diesen zwei Blättern formirt sich nach ihm der gesammte Embryo mit Ausnahme des Blutgefäßsystems und der Gruppe der Bindesubstanz, welche aus dem sogenannten weißen Dotter sich ausbilden. Die Entwickelungsvorgänge im Centrum des Fruchthofes, d. h. die erste Entwickelung des Embryo selbst beschreibt His etwas anders als Remak: „1. es kommt, sagt er, im mittleren Bereich des Fruchthofes zur Ablösung einer Schichte vom oberen, 2. einer desgleichen vom unteren Keimblatt und 3. zur Bildung eines axialen Verbindungsstranges zwischen oberem und unterem Keimblatt und bezeichnet die ersterwähnten Bildungen, die größtentheils den v. Baer'schen Fleischplatten entsprechen, als obere und untere Nebenplatte, letztere aber als Axenstrang. Obere und untere Nebenplatte charakterisiren sich schon bei schwacher Vergrößerung bald durch eine verticale Streifung. Die erstere hängt in einiger Entfernung seitlich von der Axe mit dem oberen Keimblatt zusammen: ähnliche, obwohl weniger constante Verbindungen mit dem untern Keimblatt zeigt auch die untere Nebenplatte. Von dem Axenstrang aus treten seitlich Fortsätze zwischen die Nebenplatten ein, welche diese eine Strecke weit untereinander verkitten. Aus den geschilderten Anlagen bilden sich nun die Primitivorgane des Embryo: Medullarrohr, Chorda dorsalis, Urwirbel, Kopf- und Seitenplatten. Der äussere Theil der Nebenplatten soll dem entsprechen, was Remak als Seitenplatten bezeichnet hat; diese spalten also nicht aus einer einfachen Lage, sondern sind von Anfang an schon geschieden. Aus dieser Beschreibung kann man schließen, daß die Seitenplatten Remak's sich nach His, sowohl aus dem oberen, wie auch aus dem unteren Blatte entwickeln und schon der Art ihrer Entwickelung nach als anatomisches Ganze nicht dargestellt werden können. Die Entwickelung des Blutgefäßsystems geht nach ihm aus dem weißen Dotter unter Betheiligung des oberen Blattes vor sich.

Von den anderen Forschern stimmt Hensen mit Remak, was die Art der Ausbildung und Bedeutung der Keimblätter im Hühnerei anbelangt, überein, doch geht nach seiner Anschauung die Theilung der Keimhaut in Keimblätter später vor sich, als es von Remak angenommen wurde. Hensen beschreibt außerdem in der Periode der Entwickelung des Embryo, wo in der Mitte des Fruchthofes sich die Chorda dorsalis etc. entwickelt hat, eine „besondere feste kernlose Membran", die er „Membrana prima" genannt hat. Sie befindet sich, dem oberen enger als dem unteren anliegend, zwischen dem oberen und mittleren Blatte. Gegen die Mitte des Fruchthofes erstreckt sie sich bis zur äußersten Oberfläche der Urwirbelplatten. Sie soll nach Hensen eine wichtige Bedeutung bei der Entwickelung des Embryo haben, welcher Art aber dieselbe sein soll, erwähnt er nicht. Bemerkenswerth ist es, daß Hensen in der obgenannten Periode der Entwickelung des Embryo das untere Blatt gar nicht gesehen hat.

Dursy steht, was die Art und die Zeit der Entwickelung der Keimblätter anbelangt, gleich His, in einem bedeutenden Widerspruch mit Remak; das Embryonalschild besteht nach ihm um die fünfzehnte Stunde der Bebrütung aus zwei Schichten; die untere glaubt er als Anlage für das mittlere Keimblatt halten zu dürfen. Die Behauptung

Remak's, daß das mittlere Blatt sich durch Spaltung der unteren Schichte der Keimhaut entwickelt, hält er für unbewiesen. Nach seiner Meinung entwickelt sich vielleicht das untere Blatt später von der Seite des Dotters (?). Er hat dieses Blatt um die Zeit der Entwickelung der Primitivrinne gesehen. Der Primitivstreif ist nach seinen Forschungen der verdickte und verwachsene centrale Theil des oberen und mittleren Blattes. Mit Ausnahme dieser Verdickung kann man beide Blätter in ihrer ganzen Ausdehnung von einander ablösen.

Der Entwickelungsplan des Organismus aus Keimblättern wurde von verschiedenen Forschern auch bei Säugethieren, Batrachiern und Fischen beobachtet.

v. Baer z. B. beschreibt bei den Amphibien, Fischen und Säugethieren die Theilung der Keimhaut in zwei Lagen: einer animalen und einer vegetativen. Coste beschrieb zwei Lagen als couches principales. Bischoff beobachtete beim Kaninchen zwischen dem oberen und unteren Blatte die Entwickelung des mittleren Blattes aus einer besonderen Lage von Körper, die zwischen den beiden Blättern in einem zweiten Stadium der Entwickelung zum Vorscheine kommen. In dem Bereiche des Fruchthofes konnte er dieses Blatt als selbstständiges Ganze nicht darstellen, in der Peripherie hingegen gelang es ihm, dasselbe in Gestalt einer Gefäßmembran zu isoliren.

Reichert hielt für die Batrachier seine am Hühnereie gewonnene Anschauungen aufrecht. Stricker beschrieb am Batrachierei zuerst zwei Blätter, von denen das innere im oberen Abschnitte des Eies später entsteht als das äußere, und zwar sollen die Zellen des ersteren an das letztere herankriechen. Das innere Blatt spalte sich dann in zwei, welche das mittlere und Drüsenblatt (im Sinne Remak) abgeben, und das äußere Blatt wieder in zwei, deren inneres er Nervenblatt und deren äußeres Hornblatt oder Umhüllungsschichte nennt.

Endlich gibt Remak meistens auf Grundlage seiner eigenen Forschungen einen dem Hühnerembryo gleichen Entwickelungsplan für die gesammte Wirbelthierwelt an. Im Übrigen überläßt er die Frage, ob sich das mittlere Keimblatt bei allen Wirbelthieren aus dem unteren bilde, weiteren Forschungen. Nur bei den Vögeln und Säugethieren waltet nach ihm über diese Frage kein Zweifel ob, sowohl in Folge unmittelbarer Beobachtung, als auch darum, weil die Zellen des mittleren Blattes ähnlicher sind denen des unteren als denen des oberen Blattes.

Aus diesem kurzen historischen Umrisse ist es ersichtlich, daß seit Pander kein Forscher über die Anwesenheit der Keimblätter, deren Bildung so zu sagen die erste Stufe der Entwickelung des Eies ist, Zweifel hegte; auch zweifelte Niemand über ihre Wichtigkeit bei der weiteren Entwickelung des Embryo. Die Meinungsdifferenzen walteten immer nur in Bezug auf die Art der Entwickelung der Keimblätter und besonders der mittleren ob.

Meine vorliegenden Untersuchungen beziehen sich vorzüglich auf die Entstehung der Blätter. Zum Ausgangspunkte dieser Untersuchungen wählte ich das befruchtete unbebrütete Hühnerei.

Die Methode der Untersuchung bestand in Folgendem: Nach Entfernung des Eiweiß legte ich den ganzen Dotter in eine schwache Lösung von Chromsäure. Nachdem die äußere Schichte desselben eine genügende Härte erhalten hatte, wurde die Keimhaut mit den sie umgebenden Theile des Dotters, sowie mit der Dotterhaut ausgeschnitten und durch Alkohol weiter gehärtet. Um feine Querschnitte der Keimhaut darzustellen, wurde die Methode der Einbettung in Gummi oder in eine Mischung von geschmolzenem Wachs und Oel (gleiche Theile) in Gebrauch gezogen. Die Schnitte wurden immer durch die Keimhaut sammt Dotterhaut geführt, weil bei der Trennung beider die Keimhaut leicht beschädigt werden könnte".

Die Querschnitte durch die Keimhaut des unbebrüteten Eies zeigten, daß sie aus zwei Schichten besteht, Fig. 1. In dem peripheren Theile der Keimhaut findet man die beiden Schichten so verschmolzen, daß es scheint, als ob nur eine Schichte grobkörniger Masse, in der keine morphologische Elemente zu unterscheiden sind; vorhanden wäre. An einigen Stellen des centralen Theiles der Keimhaut sind diese Schichten aber von einander vollständig getrennt. Stellenweise schien die Eine, stellenweise die Andere mächtiger zu sein. Eine regelmäßige Anordnung der diese Schichte zusammensetzenden Elemente war nicht zu beobachten; die Elemente waren jedoch so dicht neben einander gelagert, daß man beide Schichten als gesonderte Membranen darstellen konnte. Die Ausdehnung beider Schichten nach der Peripherie hin war die nämliche. Auch die Höhle unter dem Keime war im unbebrüteten Eie bereits zu sehen, wenngleich so wenig entwickelt, daß sie nur als feine Spalte unter der unteren erschien. Der Boden dieser Höhle wurde von einer Schichte grobkörniger Masse gebildet, die sich ununterbrochen in einem die

Höhle ringsum begrenzenden Wall (den Keimwall His) fortsetzte. An einigen Exemplaren, wo die Höhle mehr entwickelt war, konnte man in ihr auch große granulirte Formelemente wahrnehmen. Fig. 2*a*. Die Veränderungen der Keimhaut in den ersten Stunden der Bebrütung bestehen in Folgendem: sie nimmt an Ausdehnung zu, die Elemente der oben erwähnten Schichten werden nach und nach kleiner, die Höhle unter dem Keime wird größer, auf ihrem Grunde häufen sich die grobkörnigen Formelemente, von denen früher die Rede war; endlich werden die Schichten der Keimhaut dünner, grenzen sich schärfer von einander ab, was schon nach zwei Stunden der Bebrütung, besonders in der Mitte der Keimhaut sehr deutlich zu sehen ist, Fig. 3. Auch kann man daselbst die sie zusammensetzenden Elemente deutlich unterscheiden. Der periphere Theil der unteren Schichte ist bedeutend mächtiger als der centrale. Die die Schichten zusammensetzenden Formelemente verlieren ihr granulirtes Ansehen und lassen Kerne unterscheiden. Dabei büßen sie auch an Größe ein. In der oberen Schichte verlängern sie sich in verticaler, in der unteren in horizontaler Richtung. (Fig. 4 zeigt die Veränderungen der Keimhaut in der achten Stunde der Bebrütung; die untere Schichte hat an Mächtigkeit bedeutend abgenommen.)

Endlich entstehen ungefähr um die siebenzehnte Stunde der Bebrütung die beiden Schichten (an Chromsäurepräparaten) aus scharf conturirten Gebilden; die der oberen Schichte, Fig. 5, zeigen deutliche Kerne, liegen dicht aneinander und sind unregelmäßig begrenzt; die der unteren hingegen haben eine charakteristische Plattenform angenommen, liegen weniger dicht nebeneinander und bilden nur eine Reihe; ihre Kerne sind nicht so deutlich wahrnehmbar, wie die Kerne der oberen Schichte. Die ganze Keimhaut hat beträchtlich an Ausdehnung zugenommen, Frucht- und Gefäßhof sind bereits abgegrenzt. Die obere Schichte erstreckt sich über den Bereich des Gefäßhofes hinaus, die untere bleibt im Bereiche des Fruchthofes, zunächst als Decke der Höhle. Die obere Schichte besteht im Bereiche des Fruchthofes nicht mehr aus einer Lage von Zellen, sie hat namentlich im Centrum des Fruchthofes beträchtlich an Dicke zugenommen. Das untere Blatt ist in der Peripherie verdickt, in der ganzen Ausdehnung der Keimhaut vom oberen scharf abgegrenzt und endigt in dem Keimwalle. Am peripheren Ende tragen seine Elemente noch den Charakter der Furchungselemente; an ihnen kann man deutlich genug die Übergangsformen von diesen Körpern zu den scharf conturirten plattenförmigen Zellen des übrigen Theiles dieses Blattes beobachten. Inzwischen nimmt die Höhle an Umfang zu. Es scheint, daß diese Vergrößerung nicht von der Entfernung der Keimhaut von dem Boden der Höhle abhängt, sondern von der Verminderung der auf dem Boden derselben befindlichen grobkörnigen Elemente. Vor und im Beginne der Bebrütung sind also zwei Keimblätter und nur zwei anzutreffen. Ich muß daher in dieser Beziehung die Aussage Remak's, daß das Blastoderma des Hühnereies bei dem Beginne der Bebrütung aus zwei Schichten bestehe, vollkommen bestätigen.

Nun folgt die Entwickelung des dritten Blattes. Ich habe die verschiedenen Meinungen über die Entwickelung dieses Blattes angeführt. Wir haben gesehen, daß man es bald aus dem oberen, bald aus dem unteren Blatte und endlich aus beiden zugleich entstehen ließ. Nach meinen Untersuchungen entwickelt sich dieses dritte und wie ich weiter sagen darf, mittlere Blatt in seiner ganzen Ausdehnung vollkommen selbstständig aus granulirten Körpern, deren ähnliche auf dem Boden der Höhle anzutreffen sind.

Ich habe bemerkt, daß sich um die siebenzehnte Stunde der Bebrütung das obere und mittlere Blatt vollständig abgegränzt haben; das untere besteht nur aus einer Reihe von Zellen; eine Vermehrung (Proliferation) dieser Zellen ist mir nicht zur Anschauung gekommen; es kann übrigens von einer plötzlichen und der Beobachtung entgangenen Ablösung einer ganzen Schichte von Zellen von diesem unteren Blatte kaum die Rede sein, da es selbst nur aus Einer Schichte von Zellen besteht. Daß sich von einer Lage platter Zellen eine viel dickere Lage grobkörniger größerer Formelemente abschnüre, ohne daß man an den ersteren entsprechende Veränderungen wahrnehmen sollte, bliebe auch dann noch sehr unwahrscheinlich wenn man für die letzteren keine andere Quelle nachweisen könnte. Auf Grundlage meiner ziemlich vollkommenen Durchschnitte muß ich daher in Abrede stellen, daß das untere Blatt an der Entwickelung des mittleren Antheil nimmt. Dasselbe gilt auch vom oberen Blatte. In dieser Periode der Entwickelung löst sich auch von diesem keine Schichte von Zellen, keinerlei Blatt ab.

Eine Vermehrung der Zellen des oberen Blattes in dem Grade, daß sich von demselben eine ganze Schichte ablösen sollte, konnte auf den Durchschnitten, welche mir zu Gebote stehen, nicht gut entgehen.

Indessen sei zugegeben, wenigstens denjenigen, die meine Präparate nicht kennen, daß ein solcher negativer Befund nicht hinreichend sei, um die Theilnahme der ersten zwei Blätter an der Bildung des dritten mittleren in Abrede stellen zu dürfen. Sehen wir uns daher die Verhältnisse näher an.

Die Höhle erscheint um die siebenzehnte Stunde bedeutend vergrößert und mit den eben erwähnten granulirten Körpern gefüllt. Diesen Körpern sind jene ähnlich, welche zuerst an der Stelle des mittleren Blattes erscheinen. Ungefähr um die siebenzehnte Stunde der Bebrütung fand ich zwischen dem oberen und unteren Blatte hie und da die grobkörnigen Elemente, deren Aussehen nach Größe und Inhalt von den Zellen des oberen wie des unteren Blattes wesentlich differiren, und bald darauf kommt die centrale Anlage des Blattes. An einigen Präparaten konnte man bemerken, daß diese Anlage zum Theil schon aus charakteristischen Zellen des späteren mittleren Blattes, zum Theil noch aus grobkörnigen großen Elementen (nennen wir sie der Kürze wegen Bildungselemente) bestand; das obere Blatt erschien ziemlich scharf von der erwähnten Schichte abgegrenzt, Fig. 6. An anderen Präparaten dagegen war diese Markirung nicht bemerkbar, so daß die Zellen des einen Blattes unmittelbar in die des anderen übergingen [1]). Der centrale Theil des mittleren Blattes entwickelt sich also früher als die übrigen Theile desselben. An Präparaten, wo ich den centralen Theil schon entwickelt fand, sah ich beiderseits von demselben im Raume zwischen dem oberen und unteren Blatte bis zum Keimwall und etwas über die Peripherie hinaus neugebildete charakteristische Zellen des mittleren Blattes in Form von feinen Schichten oder kleinen Haufen, Fig. 7, 8, 9, und zuweilen zwischen den Zellen Bildungselemente derselben, wobei ich die Übergangsformen von den letzteren zu Haufen von

[1]) Herr Dr. Stricker bat mich hier die Mittheilung zu machen, daß solche Unterschiede nach seinen Erfahrungen auch bei Batrachiern sehr häufig vorkommen, daß man die Grenzen zwischen embryonalen Blättern, die an einigen Präparaten ausgezeichnet ausgeprägt sind, an anderen Präparaten kaum sichtbar sind.

Zellen zu unterscheiden im Stande war. Es ist also dieser Beobachtung zufolge anzunehmen, daß sich das mittlere Blatt aus den großen Bildungselementen entwickelt.

Ganz ähnliche Elemente findet man, wie schon erwähnt wurde, am Boden der Höhle und sie vermindern sich, während des Aufbaues des mittleren Blattes. Die Höhle ist in dieser Periode der Entwickelung oben vom unteren Blatte bedeckt und von der Seite vom Keimwalle umgeben.

Wir sehen nun, daß Formelemente an einem Orte, wo sie stark angehäuft waren, allmälig sich vermindern, während ganz ähnlich aussehende Elemente in einem benachbarten Raume (zwischen dem oberen und unteren Blatte) auftreten, zahlreicher werden und sich zu Haufen kleinerer Zellen umgestalten.

Es muß also die Vermuthung rege werden, daß wir es mit einer Translocation zu thun haben, daß die granulirten Gebilde, welche früher auf dem Grunde der Höhle lagen, zwischen die beiden ersten Keimblätter hineingelangt sind. Um diese Vermuthung überhaupt haltbar zu machen, müßte angenommen werden, daß sie entweder durch den Keimwall durch oder zwischen demselben und dem unteren Blatte durchgegangen sind. Wir müssen übrigens bedenken, daß es sich im Keimwalle um Massen handelt, welche im Leben zähflüssig sind. Wenn eine Zelle überhaupt wandern kann, dann gelangt sie durch den Keimwall sicherlich durch, wenn die anderen physikalischen Bedingungen dazu gegeben sind.

Um die zweiundzwanzigste oder dreiundzwanzigste Stunde der Bebrütung hat sich das mittlere Blatt bereits vollkommen entwickelt. Querschnitte der Keimhaut aus dieser Periode zeigen Folgendes: Fig. 10. Das obere Blatt hat die größte Ausdehnung in der Peripherie, sein centraler Theil hat an Dicke bedeutend zugenommen und ist mit dem mittleren Blatte verschmolzen; die Primitivrinne ist bereits sichtbar und greift tief in die Substanz des mittleren Blattes ein. Das mittlere Blatt erstreckt sich über den Gefäßhof hinaus, sein mittlerer Theil ist verdickt; Fig. 11, das untere Blatt liegt eng dem mittleren an und besteht in seiner ganzen Ausdehnung aus einer Reihe von Zellen ohne irgend einen Antheil an der Bildung der centralen Verdickung zu nehmen. In der Peripherie kommt es kaum über den Fruchthof hinaus und endigt in dem jetzt ziemlich verkleinerten Keimwall.

In der Gegend des Keimwalls, so wie weiter in die Peripherie hinaus ist es indessen zur Bildung der Blutgefäße gekommen. Die Höhle hat jetzt an Umfang so zugenommen, daß sie sich ziemlich weit in die Substanz des gelben Dotters ausdehnt, wobei sie die Masse des Keimwalls von der übrigen Masse des Eidotters abhebt; das untere Blatt, insofern es peripher auf den Keimwall liegt, deckt zu dieser Zeit nur den centralen Theil der Höhle. Die Schichte der grobkörnigen Elemente, welche den Boden der Höhle bildet, nimmt noch mehr an Masse ab, Fig. 12. Diese Bildungselemente, deren Anzahl anfangs bedeutend war, nehmen allmälig ab, so daß sie zu dieser Zeit nur in geringer Menge anzutreffen sind.

Um die dreiundzwanzigste Stunde der Bebrütung sind alle drei Keimblätter vollständig ausgebildet, wie es oben erwähnt wurde. Die Zellen jedes Blattes tragen so charakteristische Merkmale, daß man sie leicht von einander unterscheiden kann. Von den Zellen des oberen und unteren Keimblattes wurde schon oben gesprochen. Die des mittleren sind (an Chromsäurepräparaten) kleine runde Zellen mit ungemein zarten Conturen und länglichen scharf hervortretenden Kernen. *Remak* gibt an, daß die Zellen des mittleren Blattes ähnlich sind denen des unteren; feine Durchschnitte zeigen indessen, daß sie den Zellen des oberen ähnlicher sind, obwohl sie sich auch von ihnen durch ihre Größe und Form unterscheiden.

Was das Verhalten der Blätter untereinander anbelangt, so können sie in ganzer Ausdehnung getrennt von einander dargestellt werden, Fig. 13, mit Ausnahme des mittleren Theiles der Keimhaut, wo es mir nicht gelang, das mittlere Blatt vom oberen zu trennen.

Nach all' den oben erwähnten Thatsachen erscheint es mir gerechtfertigt anzunehmen, daß *die drei Keimblätter, nach der Art ihrer Bildung, so auch nach ihren histologischen Elementen als vollkommen selbstständige anatomische Gebilde aufzufassen*. Ich betone namentlich die selbstständige Entstehung des mittleren Keimblattes und bestätige daher, was schon *Pander* (im Hühnerembryo) und *Bischoff* (beim Kaninchen) gesehen haben, daß die Bildung des mittleren Keimblattes aus Körpern vor sich gehe, die zwischen oberem und unterem Blatte zu einer gewissen Zeit der Entwickelung des Eies erscheinen.

Diese Elemente wurden übrigens, wie es scheint, schon vielfach beobachtet. *Remak* z. B., S. 3, sagt: „Besondere Erwähnung fordern diejenigen Kugeln, welche in geringer Anzahl an der unteren Fläche der Keimscheibe haftend, zuweilen auch in dem weißen Saume eingebettet, oder auf dem Boden liegend, gefunden zu werden pflegen. Sie machen sich schon unter dem einfachen Mikroskop durch isolirte Lage, ihre bedeutende Größe und durch ihre völlige Undurchsichtigkeit bemerklich." Und weiter: „Die Bedeutung dieser Kugeln ist mir unbekannt. Wegen ihrer Ähnlichkeit mit den Kugeln der unteren Keimschichte ist es mir wahrscheinlich, daß sie eine überschüssige Bildungsmasse darstellen, welche nicht zur Betheiligung an der Bildung der Keimscheibe gelangt".

Reichert beschreibt ähnliche Körper unter dem Namen „Elemente der Dotterhöhle" oder im Allgemeinen „Elemente des weißen Dotters". Nach seiner Meinung unterscheiden sie sich gar nicht von den Elementen der Keimhaut und dienen als Bildungsmaterial zur Entwicklung des Embryo.

Es scheint also, daß die in Rede stehenden Körper theils als Bestandtheil des weißen Dotters, theils als besondere unbekannte Gebilde beschrieben wurden.

Im unbebrüteten Eie ist die Menge dieser Körper nicht groß, in den ersten Stunden der Bebrütung vermehren sie sich rasch und erreichen um die Zeit der Bildung des mittleren Blattes ihr Maximum, so daß an einigen Exemplaren die ganze Höhle von ihnen ausgefüllt erscheint; dann nehmen sie bei weiterer Entwickelung des Eies an Zahl ab, obgleich man sie vereinzelt auch am zweiten, ja am dritten Tag der Bebrütung findet.

Die mehrfach genannten großen Elemente auf dem Grunde der Höhle habe ich im Leben auf ihre Beweglichkeit auf dem Wärmetische geprüft. Sie verändern ihre Form bei einer Temperatur von 32—34 C. Diese Formveränderung besteht gewöhnlich darin, daß sie anfangs sich zusammenziehen, was man daraus schließen kann, daß sie an Umfang abnehmen und undurchsichtig werden, wobei ihre Gestalt oval, unregelmäßig rund etc. wird; darauf nehmen sie an Umfang zu und werden von Neuem durchsichtiger. Die Erscheinung der Ausdehnung und Zusammenziehung wiederholt sich an einem Exemplare einige Male. Die Formveränderungen konnte ich sowohl an bebrüteten, wie an unbebrüteten Eiern beobachten. Diese Formveränderungen gehen aber ungemein langsam vor sich. Das darf uns indessen nicht Wunder nehmen. Es ist dies dasselbe Verhältniß wie bei den

Colostrumkörpern (Stricker). Ein Protoplasmakörper, der so belastet ist wie ein Colostrumkörper oder wie ein Bildungselement im Hühnerei, kann sich eben nicht schnell bewegen.

Ich habe übrigens bei dieser Gelegenheit meine Aufmerksamkeit auch auf die Elemente des weißen und gelben Dotters gerichtet. Ich kann die Angaben Stricker's nur bestätigen, daß sich weder Elemente des weißen Dotters, Fig. 2, 6 *c*, noch des gelben Dotters auf dem gewärmten Tische selbstständig bewegen. Es ist also, abgesehen von dem Aussehen, auch die physiologische Dignität der grobkörnigen Bildungselemente von den Elementen des weißen Dotters verschieden.

Wenn ich daher die Vermuthung ausspreche, das mittlere Blatt entwickelt sich aus Formelementen, die auf dem Grunde der Höhle präformirt lagen, so ist damit keineswegs gesagt, daß sich dieses Blatt aus weißem Dotter bilde. Ich betone vielmehr sehr scharf, daß die Elemente des weißen Dotters von den Bildungselementen sehr und gründlich verschieden sind. Es liegt mir für jetzt ob, darauf einzugehen, woher diese Elemente stammen. Ich muß aber hierin meinen negativen Standpunkt ganz nachdrücklich wahren. Ich muß mich dagegen verwahren, daß ich etwa stillschweigend zugegeben hätte, die Bildungselemente wären Bildungsformen aus dem weißen Dotter und also dennoch weißer Dotter. Wir wissen erstens nicht, ob die Formelemente des weißen Dotters organisirte lebendige Köper sind. Wir wissen ferner nicht, ob sie irgend einen Antheil nehmen an dem Befruchtungsvorgange. Eine Theilnahme dieses weißen Dotters an dem Aufbaue des Embryo involvirt für uns ganz neue und sehr wichtige Lehren der Zellenbildung sowohl, als der Entwickelungsgeschichte überhaupt. Sie involvirt die Annahme, daß die weißen Dotterelemente organisirt sind, zum Keime gehören und befruchtet werden oder unbefruchtet zu Embryonalzellen werden können. Solche Annahme zu stützen, finde ich mich aus meinen Beobachtungen nicht berufen.

Die Wanderung der Zellen behufs der Bildung der Keimblätter beobachtete zuerst, wie es oben erwähnt wurde, Stricker bei den Batrachiern: es rücken nämlich die den Boden der Dotterhöhle construirenden Zellen nach und nach hinauf, lagern sich unter die Decke dieser Höhle und geben die Anlage dem mittleren und oberen Keimblatte ab. Die Erscheinung, daß sich der Aufbau des Embryo auf eine Zellenwanderung gründet, wäre also in unserem Falle auch auf den Hühnerembryo zu übertragen, der Zweck der Wanderung der Elemente ist in Beiden derselbe — es handelt sich um die Herbeischaffung von Materiale zur Bildung eines Keimblattes; ob aber die wandernden Elemente in beiden Fällen von derselben Natur sind, kann ich aussagen. An der zelligen Natur der den Boden der Furchungshöhle in Batrachiereiern bildenden Elemente zweifelt Niemand; diese Zellen sind Production des Furchungsprocesses des ganzen Dotters. Was die Bildungselemente des mittleren Blattes im Hühnereie anbetrifft, so habe ich eben erwähnt, daß sie die Fähigkeit der activen Bewegungen, welche die wesentliche Eigenschaft eines Elementarorganismus ausmacht, besitzen, wie die großen Furchungselemente des Batrachiereies, aber ob sie von der Furchung herrühren, bleibt der weiteren Forschung zur Entscheidung vorbehalten.

An mit Chromsäure behandelten Präparaten liegen diese Elemente oft so innig aneinander, daß sie eine einförmige Masse von Körnern, die den Boden der Höhle bildet, darstellen. Zuweilen hat es den Anschein, daß diese Körper blos abgetrennte Klumpen dieser Masse seien, indem sich oft trifft, daß ein Theil eines solchen Körpers über die Oberfläche des Bodens der Höhle hinausragt, während ein anderer ohne irgend eine Abgrenzung in die grobkörnige Masse des Bodens der Höhle übergeht.

Aus dem bisher Gesagten kann man folgende allgemeine Schlüsse ziehen:

1. Die Keimhaut des befruchteten unbebrüteten Hühnereies besteht aus zwei Schichten, die bei der Bebrütung als Anlage zur Bildung des oberen und unteren Keimblattes dienen.

2. Das mittlere Blatt entwickelt sich aus besonderen Elementen, deren ähnliche viele am Boden der Keimhöhle anzutreffen sind; ich nenne sie die Bildungselemente dieses Blattes. Sie sind als mit der Fähigkeit der activen Bewegungen begabte Zellen anzusehen. Aus solchen Zellen entwickelt sich das mittlere Blatt in seiner ganzen Ausdehnung.

3. Die drei Keimblätter entwickeln sich unabhängig von einander, können nach ihrer Ausbildung von einander abgesondert werden und stellen jedes für sich ein anatomisches Gebilde dar, mit Ausnahme des centralen Theiles des mittleren Blattes, der schon gleich im Anfange seiner Entwickelung mit dem entsprechenden Theile des oberen Blattes sehr fest verschmolzen erscheint.

Literatur.

Wolff — De formatione intestinorum. 1768—69, deutsch von Meckel. 1812. S.
Pander — Beiträge zur Entwickelung des Hühnchens im Eie. Würzburg 1817. S.
Baer — Über die Entwickelungsgeschichte der Thiere. 1822, 1837.
Bischoff — Entwickelungsgeschichte der Säugethiere und des Menschen. Leipzig. 1842. S.
Reichert — Das Entwickelungsleben im Wirbelthier-Reich. Berlin. 1840. S.
Remak — Untersuchungen über die Entwickelung der Wirbelthiere. Berlin. 1855. S.
His — Über die erste Anlage des Wirbelthierleibes (die medic. Section der schweiz. naturforschenden Gesellschaft in Neuenburg mitgetheilt. 1866. S.)
Hensen — Über die Entwickelung des Nervensystems. Virchow's Archiv. Bd. XXX. Embryologische Mittheilungen. Arch. f. mikr. Anatomie von M. Schultze III. Bd.
Dursy — Der Primitivstreif des Hühnchens. Jahr 1867. S.
Stricker — Untersuchungen über die ersten Anlagen in Batrachier-Eiern. Zeitschr. f. wiss. Zool. XI. Bd. 3. Hft. 1861. S.
Derselbe, Beiträge zur Kenntniß des Hühnereies. Sitzungsb. 1866. Bd. LIV.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Stellt einen Querschitt durch die Keimhaut des befruchteten, unbebrüteten Hühnereies dar.

„ 2. *a* Bildungselemente des mittleren Keimblattes, welche gewöhnlich in der Dotterhöhle vorkommen; *b*, *c*, Elemente des sogenannten weißen Dotters; *d*, Elemente der oberen Schichte der Keimhaut des unbebrüteten Eies.

„ 3. Querschnitt durch die Keimhaut nach 2stündiger Bebrütung.

„ 4. Derselbe nach achtstündiger Bebrütung.

„ 5. Derselbe nach 17stündiger Bebrütung. *a*, oberes, *b*, unteres Keimblatt, *c*, Dotterhöhle mit den in ihr befindlichen Bildungselementen des mittleren Blattes; *d*, dieselben Elemente zwischen dem oberen und unteren Blatte.

Fig. 6. Die centrale Verdickung des oberen und mittleren Keimblattes (der sogenannte Primitivstreif), die theils aus schon ausgebildeten Zellen des mittleren Blattes, theils aus den Bildungselementen derselben besteht. Das obere Keimblatt ist noch ziemlich scharf begrenzt. Querschnitt durch die Keimhaut nach 18stündiger Bebrütung.

" 7. Querschnitt durch die Keimhaut um dieselbe Zeit wie oben. Bildung des mittleren Blattes.

" 8. Dasselbe.

" 9. Dasselbe. Zwischen dem oberen und unteren Blatte sieht man ausgebildete Zellen des mittleren Blattes theils in kleinen Haufen, theils schichtenweise gelagert: zwischen den Zellen Bildungselemente derselben.

" 10. Querschnitt der Keimhaut nach 23stündiger Bebrütung. Alle drei Keimblätter vollkommen entwickelt.

" 11. Querschnitt durch den vorderen Abschnitt der Keimhaut um die nämliche Zeit, in welchem das mittlere Blatt dicker ist als im hinteren Abschnitte.

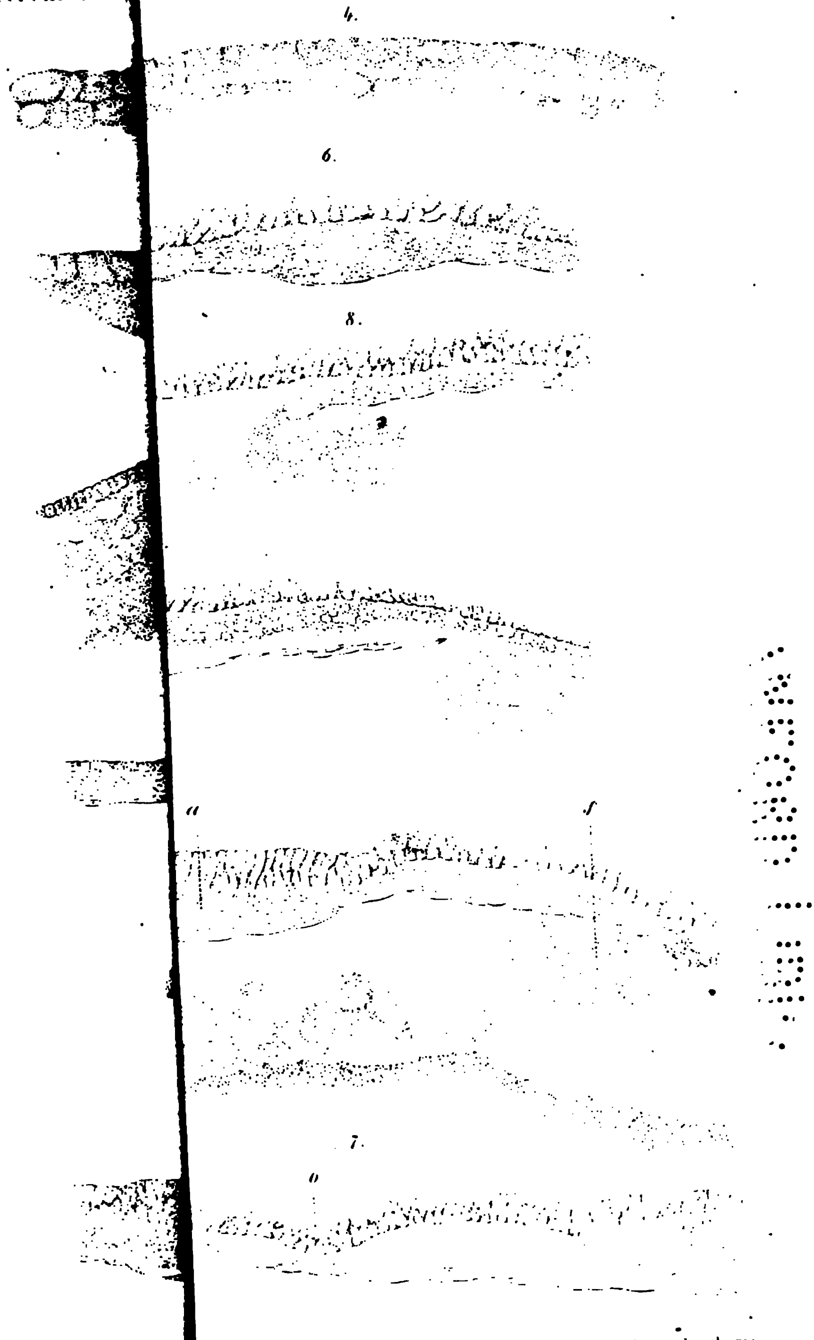
" 12. Querschnitt durch die Keimhaut nach 20stündiger Bebrütung: *a* schon ausgebildete centrale Verdickung des mittleren Blattes; *b*, oberes, *c*, mittleres, *e*, unteres Keimblatt: *d*. Dotterhöhle mit den Bildungselementen des mittleren Blattes, *f* Keimwall.

" 13. Alle drei Keimblätter isolirt, mit Ausnahme des verticalen und geschmolzenen Theiles des oberen und mittleren Blattes.

Anmerkungen.

1. Fig. 2 stellt die Elemente im frischen Zustande dar: alle übrigen sind Chromsäure- und Spirituspräparaten entnommen.
2. Die Falten an Fig. 3, 5, 7, 11 sind Kunstproducte.

Peremesch



Gez. v. Verf.. lith.

Aus d k.k.Hof.u Staatsdruckerei.

Über Schwingungen von Saiten, welche aus ungleichen Stücken bestehen.

Von dem w. M. J. Stefan.

Ich habe bereits in einem früheren Aufsatze: „Über Longitudinalschwingungen elastischer Stäbe[1]“ der Versuche Erwähnung gemacht, welche ich im folgenden besprechen will, dort auch den Zweck angeführt, zu welchem sie zunächst angestellt worden sind, nämlich die Prüfung der Bedingungsgleichungen, welche in der Theorie der Reflexion des Lichtes und des Schalles für die Trennungsebene der beiden Fortpflanzungsmittel aufgestellt werden, an diesen einfachen bisher noch nicht untersuchten Fällen.

Wie die Versuche mit den Stäben, so haben auch die Versuche mit den Saiten gelehrt, daß die aus den beiden Principien der Continuität der Verschiebungen und der Continuität der bewegenden Spannungen für die Trennungsebene abgeleiteten Bedingungsgleichungen zur Erklärung der Erscheinungen vollständig genügen. Nur ließ sich die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtungen bei den Versuchen über Saiten in viel schärferer Weise feststellen, als bei den Versuchen über Stäbe.

Ich will hier in Kürze die allgemeinen Resultate, welche die Versuche über Saiten, welche aus zwei Stücken bestehen, lieferten, zusammenstellen.

Eine zusammengesetzte Saite schwingt eben so wie eine einfache nicht blos einen Ton, den Grundton, sondern dieser ist immer auch von Obertönen begleitet. Alle Töne werden von beiden Stücken der Saite gemeinschaftlich geschwungen, es kann nicht jedes Stück für sich eigene Töne schwingen. Die Obertöne einer zusammengesetzten Saite unterscheiden sich im Allgemeinen von denen einer einfachen dadurch, daß sie zum Grundton unharmonisch sind. Sie sind sämmtlich entweder höher oder tiefer als die harmonischen des

[1] Sitzungsberichte Bd. LV.

Grundtones, je nachdem das Product aus Länge und Quadratwurzel der Dichte größer ausfällt für das massivere oder für das dünnere Stück. Wird dieses Product für beide Stücke gleich, so schwingt die zusammengesetzte Saite wie eine einfache mit rein harmonischen Obertönen.

Von weiterem Interesse dürfte noch sein, was die Versuche über die Wirkung solcher unharmonischer Tongemenge auf das Ohr lehrten. Es zeigte sich, daß das Ohr den Grundton immer höher oder tiefer schätzt, als er wirklich ist, und zwar ersteres, wenn die Obertöne über, letzteres, wenn sie unter den harmonischen liegen. Je größer die Abweichung zwischen den Obertönen und den harmonischen, desto größer war auch der Unterschied zwischen der subjectiv nach dem Gehör und objectiv durch Beobachtung mitschwingender Saiten bestimmten Tonhöhe. Die Zusammenfassung der ganzen Klangmasse zu einem Ton von bestimmter Höhe wird um so schwieriger und unsicherer, je größer die Abweichungen sind.

Die theoretischen Entwicklungen sind sehr einfach. Sie laufen in derselben Weise ab, wie in der Theorie der schwingenden Stäbe. Ich habe sie doch in Kürze aufgeführt, um daran eine berichtigende Bemerkung über zwei ältere analytische Untersuchungen der Schwingungen von Saiten von Petzval und Duhamel knüpfen zu können.

I.

Saiten, welche aus zwei ungleichen Stücken bestehen, verschaffte ich mir auf zweifache Art. Zuerst nahm ich mit Draht übersponnene Metallsaiten und wickelte die Umspinnung auf einem Stücke derselben ab. Es gelingt meistens leicht, das weitere Aufrollen der Umspinnung zu verhindern, wenn die letzte Windung an den Mitteldraht stark angedrückt wird. Später nahm ich gewöhnliche Metallsaiten und zog ein Stück derselben, welches durch ein übergeschobenes Holzstück von dem anderen abgegrenzt wurde, noch weiter durch einige engere Löcher des Zieheisens.

Die Saiten wurden auf einem horizontalen Monochord an einem Ende fest gemacht, an dem andern über eine Rolle geführt und durch angehängte Gewichte gespannt. Das Verhältniß zwischen den Längen des dünneren und dickeren Stückes konnte durch Verschieben eines Steges variirt werden.

Zur Bestimmung der Schwingungszahl des Grundtones einer solchen Saite, konnte die gewöhnliche Methode, nach welcher die Saite mit einer anderen, der Normalsaite, in Einklang gebracht und die Länge der letzteren zum Maß der Tonhöhe benützt wird, nicht angewendet werden. Die Verschiedenheit der Klänge machte das Abstimmen sehr schwer.

Ich wählte ein anderes einfaches Mittel. Ich suchte jene Länge der Normalseite auf, bei welcher sie durch die zu untersuchende Saite in die stärkste Mitschwingung versetzt wurde. Das Mitschwingen kann sichtbar gemacht werden durch Aufsetzen eines leichten ringförmig zusammengewickelten papierenen Reiters. Die Grenzen, innerhalb welcher die Länge der Saite variirt werden kann, ohne daß sie aufhört, in dauernde Mitschwingung zu gerathen, sind sehr gering und läßt sich die gesuchte Länge mit ziemlicher Sicherheit bestimmen.

Auf dieselbe Weise können auch die Obertöne der Saite gefunden werden.

Ich benütze dieses Mittel auch sonst, um die Gesetze der Saitenschwingungen zu demonstriren. Hat man zwei gleich gestimmte Saiten neben einander auf dem Monochord gespannt, so kann man leicht auf diese Weise das Vorhandensein der Obertöne bis zum achten, selbst noch weiter, nachweisen. Eben so kann man zeigen, daß ein Oberton immer ausfällt, so oft die Saite in einem Knoten eines solchen Obertons angerissen wird.

Nachdem die Länge der Normalsaite gefunden war, bei welcher sie in stärkste Mitschwingung mit der Versuchssaite kam, wurde sie angeschlagen und es zeigte sich, daß ihr Grundton in Bezug auf Höhe im Allgemeinen sehr verschieden war von demjenigen, welcher nach dem Gehör als Grundton der Versuchssaite geschätzt wurde. Bei größerer Aufmerksamkeit konnte man jedoch, wenn die Saite im Ausklingen war, deutlich auch den Ton hören, welchen die mitschwingende Normalsaite gab.

Dieselbe Saitenlänge, welche nach der Methode des Mitschwingens gefunden wurde, erhielt ich auch, wenn ich, wie es in einigen Fällen möglich war, nach Schwebungen stimmte, oder mittelst eines Resonators.

Daraus ließ sich schließen, daß der
Ton kein objectiver, sondern als eine

sei. Es liegt nahe, als Ursache dieser Täuschung die Abweichung der Obertöne von den harmonischen des Grundtons anzunehmen. Die Schätzung der Tonhöhe variirt, je nachdem man seine Aufmerksamkeit auf den einen oder anderen Oberton richtet. Sie variirt, wenn man die Saite in anderen Stellen anreißt, wodurch die Intensitätsvertheilung für die Obertöne wechselt. Endlich stellte sich ein bestimmter Zusammenhang zwischen Täuschung und Abweichung der Obertöne von den harmonischen heraus. In allen Fällen, in welchen die Obertöne höher waren, als die harmonischen des durch Mitschwingung bestimmten Grundtons der zusammengesetzten Saite, schätzte das Ohr den Grundton höher und umgekehrt tiefer, wenn die Obertöne tiefer waren, als die harmonischen. Je größer die Abweichung zwischen den Obertönen und den harmonischen, desto größer war auch der Unterschied zwischen dem subjectiv und objectiv bestimmten Tone, desto schwieriger aber auch die Auffassung einer bestimmten Tonhöhe.

Ich will nur ein Beispiel anführen. Eine Saite von Kupfer aus zwei ungleich dick ausgezogenen Stücken bestehend, deren dünner Theil 545 Millim., deren dickerer 455 Millim. lang war, wurde zuerst in Schwingung versetzt, dann nachdem der dünnere Theil um 100 Millim., dann nachdem er um 200 Millim. durch einen eingesetzten Steg verkürzt wurde. Die äquivalenten Längen der Normalsaite, wie sie für diese drei Fälle nach der Methode des Mitschwingens gefunden wurden, waren für den

ersten Ton	zweiten Ton	dritten Ton
866	420	281
741	371	249
610	330	209.

Die nach dem Gehör bestimmten Saitenlängen für den ersten Ton (Grundton) hingegen

843	740	630.

Beim zweiten Versuch fallen die objective und subjective Bestimmung zusammen. Es sind aber auch der zweite und dritte Ton harmonisch zum ersten, wenigstens nahezu. Hingegen ist beim ersten Versuch der objectiv bestimmte Ton tiefer, als der subjectiv bestimmte, der zweite und dritte Ton sind eben höher als die harmonischen zum Grundton, welchen die Saitenlängen 433 und 289 entsprechen. Das umgekehrte ist beim dritten Versuch der Fall.

II.

Ich gehe nun an die theoretische Behandlung des Problemes der schwingenden Saiten, welche aus zwei verschiedenen Stücken bestehen.

Die transversale Verschiebung eines Saitenpunktes soll mit y, wenn er dem ersten Stücke der Saite und mit y', wenn er dem zweiten Stücke angehört, bezeichnet werden. Ist ρ die Dichte des ersten, ρ' die Dichte des zweiten Stückes, P ihre gemeinschaftliche Spannung, so sind y und y' allgemein bestimmt durch die Gleichungen

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{P}{\rho}\frac{d^2y}{dx^2}, \quad \frac{d^2y'}{dt^2} = \frac{P}{\rho'}\frac{d^2y'}{dx^2}, \tag{1}$$

worin x die Abscisse des dem ersten oder zweiten Stücke der Saite angehörigen Punktes ist, gezählt von dem Anfangspunkte des ersten Stückes an.

Man kann zwei particuläre Integrale der Gleichungen (1) in der Form

$$\begin{aligned} y &= \sin \alpha t\,(A \cos \beta x + B \sin \beta x) \\ y' &= \sin \alpha' t(A' \cos \beta' x + B' \sin \beta' x) \end{aligned} \tag{2}$$

aufstellen, in denen α, α', β, β' A, A', B, B' Constante sind. Damit die Formen (2) den Gleichungen (1) genügen, muß

$$\alpha^2 = \frac{P}{\rho}\beta^2, \quad \alpha'^2 = \frac{P}{\rho'}\beta'^2 \tag{3}$$

sein.

Die Saite soll festgemacht sein im Anfangspunkte des ersten Stückes, für welchen $x = o$, und im Endpunkte des zweiten Stückes, für welchen $x = l$. Man hat also

$$y = 0 \text{ für } x = 0 \quad \text{und} \quad y' = 0 \text{ für } x = l,$$

woraus die Gleichungen

$$\begin{aligned} &A = 0 \\ &A' \cos \beta' l + B' \sin \beta' l = 0 \end{aligned}$$

folgen.

Man kann also

$$A' = C \sin \beta' l, \quad B' = -C \cos \beta' l$$

setzen, unter C eine neue Constante verstanden, und statt den Gleichungen (2) hat man nunmehr

$$(4) \qquad \begin{aligned} y &= B \sin \alpha t \sin \beta x \\ y' &= C \sin \alpha' t \sin \beta'(l - x). \end{aligned}$$

Es ist noch übrig, diese Werthe den Bedingungen an der Trennungsebene anzupassen. Die Abscisse dieser sei λ. So haben wir nach dem Princip der Continuität der Verschiebungen

$$y = y' \text{ für } x = \lambda$$

und nach dem Princip der Continuität der Spannungen

$$P \frac{dy}{dx} = P \frac{dy'}{dx} \text{ oder } \frac{dy}{dx} = \frac{dy'}{dx} \text{ für } x = \lambda.$$

Es ist hier zu bemerken, daß sich das Princip der Continuität der Spannungen nicht auf diese in ihrem Ganzen, sondern nur in jenem Betrage bezieht, in welchem sie bei der Transversalbewegung als treibende Kraft auftreten. Die beiden Principe sprechen demnach nichts anderes aus, als das continuirliche Verlaufen der Schwingungscurve des einen Stückes in die des anderen, so daß beide Curven in der Trennungsebene einerlei Ordinate und einerlei Tangente besitzen.

Damit die Bedingungsgleichungen für die Trennungsebene von den Ausdrücken (4), unabhängig von der Zeit erfüllt werden, ist es zuerst erforderlich, daß

$$\alpha = \alpha'.$$

Daraus folgt, daß **die beiden Saitenstücke nur gemeinschaftliche Töne schwingen können, nicht jedes seine eigenen.** Daraus folgt auch, daß beim Übergange einer schwingenden Bewegung aus einem Stücke in das andere die Dauer der Schwingung nicht geändert wird.

Nach Division durch den Factor $\sin \alpha t$ bleiben nunmehr folgende zwei Gleichungen

$$(5) \qquad \begin{aligned} B \sin \beta\lambda &= C \sin \beta'(l - \lambda) \\ B\beta \cos \beta\lambda &= -C\beta' \cos \beta'(l - \lambda). \end{aligned}$$

Aus diesen beiden lassen sich B und C eliminiren. Man erhält kreuzweis multiplicirend folgende Eliminationsgleichung:

$$\beta' \sin \beta\lambda \cos \beta'(l-\lambda) + \beta \cos \beta\lambda \sin \beta'(l-\lambda) = 0. \qquad (6)$$

Darin bedeutet λ die Länge des ersten, $l-\lambda$ die Länge des zweiten Stückes der Saite. Der Symmetrie wegen, soll

$$l-\lambda = \lambda'$$

geschrieben werden. Durch eine einfache Transformation kann man obiger Gleichung noch folgende Gestalt geben

$$(\beta'+\beta) \sin(\beta\lambda+\beta'\lambda') + (\beta'-\beta) \sin(\beta\lambda-\beta'\lambda') = 0. \qquad (7)$$

Bedeutet n die Schwingungszahl eines Tones, den die Saite schwingt, so ist

$$\alpha = 2n\pi$$

und in Folge der Gleichungen (3) hat man mit Rücksicht darauf, daß $\alpha=\alpha'$ nunmehr

$$\beta = 2n\pi \sqrt{\frac{\rho}{P}}, \qquad \beta' = 2n\pi \sqrt{\frac{\rho'}{P}}.$$

Diese Werthe in (7) eingesetzt geben

$$\sin \frac{2n\pi}{\sqrt{P}} \left(\lambda\sqrt{\rho}+\lambda'\sqrt{\rho'}\right) + \frac{\sqrt{\rho'}-\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho'}+\sqrt{\rho}} \sin \frac{2n\pi}{\sqrt{P}} \left(\lambda\sqrt{\rho}-\lambda'\sqrt{\rho'}\right) = 0, \qquad (8)$$

als diejenige Gleichung, deren Wurzeln n die Schwingungszahlen der von der Saite geschwungenen Töne liefern.

Ich will das Product aus der Länge eines Stückes in die Quadratwurzel seiner Dichte die reducirte Länge dieses Stückes nennen. Es bedeutet die reducirte Länge nichts anderes als die Länge, welche eine Saite von der Dichte $=1$ haben muß, damit sie in Bezug auf die Schwingungsverhältnisse der anderen von der gegebenen Dichte äquivalent wird.

Für den speciellen Fall, in welchem die reducirten Längen der beiden Stücke gleich sind, fällt das zweite Glied der Gleichung (8) weg und diese zeigt, daß die zusammengesetzte
schwingt wie eine einfache, deren reducirte L
Summe beider Stücke. Alle Obertöne werden

Die Theorie der Schwingungen von Saiten, welche aus ungleichen Stücken bestehen, hat vor mir schon Petzval[1]), übrigens nach einer anderen Methode bearbeitet. Seine Rechnung ergab ihm für den so eben angezogenen speciellen Fall, daß die reducirten Längen der beiden Stücke einer zusammengesetzten Saite gleich werden, das überraschende Resultat, daß unter den Obertönen alle Octaven des Grundtons fehlen. Mit Recht bezweifelte er die Richtigkeit dieses theoretischen Ergebnisses und fand auch, daß wenn man ein anderes particuläres Integral zu Hilfe nimmt, auch die Octaven gefunden werden können. Meine Rechnung liefert diese die Octaven auszeichnende Eigenthümlichkeit nicht.

Die Ursache dieser Abweichung liegt in der Art und Weise, in welcher die Elimination der Constanten B und C aus den Gleichungen (5) vorgenommen wird. Man kann diese beiden Constanten aus den Gleichungen auch durch Division der beiden durch einander wegschaffen. Die Eliminationsgleichung wird dann entweder

$$\beta' \operatorname{tang} \beta\lambda + \beta \operatorname{tang} \beta'\lambda' = 0,$$

oder (9)

$$\beta \operatorname{cotg} \beta\lambda + \beta' \operatorname{cotg} \beta'\lambda' = 0.$$

Für den Fall gleicher reducirter Längen wird auch $\beta\lambda = \beta'\lambda$ und man erhält zur Bestimmung von β

$$\operatorname{tang} \beta\lambda = 0 \text{ der } \operatorname{cotg} \beta\lambda = 0,$$

also für $\beta\lambda$ die Werthe

$$\pi, \quad 2\pi, \quad 3\pi, \ldots.$$

oder die Werthe

$$\frac{\pi}{2}, \quad 3\frac{\pi}{2}, \quad 5\frac{\pi}{2} \ldots..$$

während die Gleichung (6) beide dieser Reihen von Werthen liefert.

Benützt man die zweite der Gleichungen (9), so liefert sie den Grundton und die ungeraden Obertöne, die Octaven jedoch nicht. Und diese Gleichung hat Petzval bei der Discussion benützt.

Die erste der Gleichungen (9) hätte gerade umgekehrt nur die Octaven geliefert.

---

[1]) Denkschriften Bd. XVII.

Ein ähnlicher Fall findet sich auch in Duhamel's Mémoire sur les vibrations d'une corde flexible, chargée d'un ou de plusieurs curseurs[1]). Auch dort wird durch Division zweier Gleichungen eine Eliminationsgleichung gewonnen, welche für den speciellen Fall, daß die Saite in ihrer Mitte belastet ist, die Schwingungen, welche jedes Stück für sich ausführen kann, also die Octaven der unbelasteten Saite, nicht liefert.

Es liegt aber klar vor Augen, daß die den Octaven zukommenden Schwingungsweisen möglich sein müssen. Deßhalb sieht sich auch Duhamel gezwungen, die Verträglichkeit dieser Schwingungsformen mit den Grundgleichungen nachzuweisen. Eine eigene für diesen Fall eingerichtete Untersuchung muß er zu diesem Zwecke führen, während ihm die richtige Eliminationsgleichung die Octaven unmittelbar geliefert hätte.

Zum Überfluß bemerke ich noch, daß auch bei den Versuchen, das Auffinden der geraden Obertöne gar keine Schwierigkeiten bot.

Sind die reducirten Längen der beiden Saitenstücke nicht gleich, so sind die Obertöne unharmonisch zum Grundton. Die Discussion der Gleichung (8) lehrt, daß die höheren Wurzeln größer werden als die ganzzahligen Vielfachen der ersten, wenn das zweite Glied negativ, also die reducirte Länge des dickeren Stückes größer wird, als die des dünneren. Die Wurzeln werden kleiner im umgekehrten Falle. Es werden im ersten Falle sämmtliche Obertöne höher, im zweiten Falle tiefer sein, als die harmonischen.

Es können auch einzelne Reihen der Obertöne unter sich harmonisch sein. Ein solcher Fall tritt ein, wenn die reducirte Länge eines Stückes ein ganzzahliges Vielfache der reducirten Länge des anderen Stückes ist. Man ersieht dies am leichtesten aus der Gleichung (6). Ist z. B.

$$\lambda' \sqrt{\rho'} = p\lambda \sqrt{\rho}, \quad \text{also auch} \quad \beta'\lambda' = p\beta\lambda$$

unter p eine ganze Zahl verstanden, so kann man $\sin p\beta\lambda$ durch ein Polynom der Sinus und Cosinus des einfachen Winkels ersetzen, welches $\sin \beta\lambda$ als Factor trägt, so daß dieser zugleich gemeinschaftlicher Factor in der Gleichung (6) wird, und eine Reihe harmonischer Wurzeln liefert.

---

[1]) Journal de l'école polytéchnique, tome XVII (cah. 29).

III.

Die im vorhergehenden Abschnitte aufgestellten Formeln sollen nun an der Erfahrung geprüft werden. Ich theile zuerst in der folgenden Tabelle die Resultate einer Versuchsreihe mit. Die erste Colonne enthält die Nummer des Versuches, die zweite die bei allen Versuchen gleich gebliebene Länge λ des dünneren, die dritte die veränderliche Länge λ' des dickeren Stückes. Die vierte Colonne enthält unter $l_{,,}$ die nach der Methode des Mitschwingens bestimmte äquivalente Länge der Normalsaite in Millimetern, die fünfte unter $l_{,}$ die nach dem Gehör bestimmte Länge. Vom achten Versuch an tritt eine neue Normalsaite ein, deren Grundton die tiefere Octav des Grundtons der ersten Saite ist.

Die erste Normalsaite macht bei 492 Millimeter Länge 256 Schwingungen. Mit Hilfe dieser Zahlen sind die Saitenlängen $l_{,,}$ und $l_{,}$ in Schwingungszahlen $n_{,,}$ und $n_{,}$ umgerechnet und in der sechsten und siebenten Colonne eingetragen.

Nr.	λ	λ'	$l_{,,}$	$l_{,}$	$n_{,,}$	$n_{,}$
1	303	37	473	488	266·3	258·1
2	„	77	540	574·5	233·2	219·2
3	„	117	619·5	649	203·3	194·1
4	„	157	710	726	177·4	173·5
5	„	197	800	807	157·4	156·1
6	„	237	891	890	141·4	141·5
7	„	277	980	968	128·5	130·1
8	„	317	534	525	117·9	119.9
9	„	357	577	560·5	109·1	112·3
10	„	397	621·5	601·5	101·3	104·7
11	„	437	664	639	94·8	98·5
12	„	497	728·5	701	86·4	89·8
13	„	597	835	797	75·4	79·0

Die Zahlen für $l_{,,}$ und $l_{,}$ sind Mittel aus zwei Bestimmungen. Die nach der Methode des Mitschwingens erhaltenen Werthe der Saitenlängen variirten bei der ersten Normalsaite sehr wenig, nicht mehr als um 1 Millim., bei der zweiten weniger gespannten Normalsaite etwas mehr, jedoch überstiegen die Variationen nicht 2 Millim.

Die Spannung der Saite betrug 4490 Gramm.

Zur Bestimmung der Dichten ρ und ρ' wurde ein indirectes Verfahren angewendet. Es wurden veränderliche Längen des dünneren und dickeren Stückes der Saite für sich in Schwingungen versetzt und mit der Normalsaite verglichen. Aus der bekannten Schwingungszahl des Grundtons dieser Saite konnten die Schwingungszahlen für die gewählten Längen gefunden und aus der Formel, welche die Schwingungszahl einer einfachen Saite in ihrer Abhängigkeit von Länge, Spannung, Dichte bestimmt, auch die Dichte gerechnet werden.

Die Vergleichungen zwischen den beiden Saitenstücken und der Normalsaite ergaben für das dünnere Stück den Längen

300, 270, 240, 210

äquivalent die Längen der Normalsaite

415, 375, 332, 289

und für das dickere Stück den Längen

470, 440, 400, 360, 320, 280

äquivalent die Längen der Normalsaite

920, 865, 888, 704, 624, 544.

Aus diesen Daten wurden gleich die Ausdrücke

$$2\pi\sqrt{\frac{\rho}{P}} \quad \text{und} \quad 2\pi\sqrt{\frac{\rho'}{P}}$$

berechnet, worin $\pi = 180$ gesetzt ist, und dafür die Werthe

0·0019788 0·0027949

gefunden, woraus sich noch

$$\frac{\sqrt{\rho'}-\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho'}+\sqrt{\rho}} = 0{\cdot}171$$

ergibt.

Zur numerischen Berechnung der Töne einer zusammengesetzten Saite eignet sich am besten die Formel (8). Die so eben mitgetheilten Zahlen sind schon mit Rü[illegible] [illegible]el gerechnet. Ich habe die ersten [illegible]

Gleichung für die ersten neun in der obigen Tabelle enthaltenen Versuche bestimmt. Die folgende Tabelle enthält nochmals die beobachteten und daneben die berechneten Schwingungszahlen des Grundtons, nebst ihrer Differenz.

Beobachtet	Berechnet	Differenz
266·3	266·4	+0·1
233·2	233·0	—0·2
203·3	203·0	—0·3
177·4	177·8	+0·4
157·4	157·6	+0·2
141·4	141·9	+0·5
128·5	128·3	—0·2
117·9	117·5	—0·4
109·1	108·5	—0·6.

Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung ist so groß, als mit Rücksicht auf die benützte Beobachtungsmethode nur verlangt werden kann.

Die zweiten Wurzeln, welche die Schwingungszahlen der ersten Obertöne liefern, sind in der ersten Colonne der folgenden Tafel enthalten; die zweite enthält die Unterschiede dieser Schwingungszahlen und jener der Octaven der Grundtöne, endlich die dritte Colonne die Unterschiede der objectiv und subjectiv bestimmten Schwingungszahlen des Grundtons, wie sie in der ersten Tabelle mitgetheilt sind.

525·9	+ 7·9	+ 8·2
439·5	+26·5	+14·0
378·2	+27·8	+ 9·2
339·0	+16·6	+ 3·9
310·7	+ 2·5	+ 1·3
287·8	— 4·0	— 0·1
267·3	—10·7	— 1·6
248·6	—13·6	— 2·0
231·5	—14·5	— 3·2.

Es ist aus dieser Tabelle wieder ersichtlich, wie die Abweichung des Gehörs von der Wahrheit parallel geht der Abweichung des Obertons von dem harmonischen des Grundtons. Da auch die folgenden Obertöne von den harmonischen des Grundtons nach derselben Seite abweichen, wie der erste, so ist hiemit der im Eingang ausgesprochene Satz im Allgemeinen erwiesen. Ein einfaches Gesetz läßt sich aus der Tabelle nicht entnehmen, auch ist ja der erste Oberton nicht der allein maßgebende.

Für den siebenten Versuch habe ich fünf Wurzeln der Gleichung (8) gerechnet, sie sind von der zweiten an

267, 387, 531, 648.

Die Beobachtung ergab für die Obertöne nach der Methode des Mitschwingens die Saitenlängen

470, 326, 236, 196,

aus denen die Schwingungszahlen

268, 386, 534, 643

folgen.

Die Aufsuchung der Obertöne nach der Methode des Mitschwingens wird immer schwieriger, je höher dieselben, je kürzer also die Längen der mitschwingenden Normalsaite sind. Es gibt aber noch einen andern Weg, die Obertöne zu finden. Er besteht darin, daß man die Knoten für diese Obertöne aufsucht. Aus der Länge der Stücke der beiden einfachen Saiten, welche zwischen den Knoten oder zwischen diesen und den festen Enden liegen, läßt sich dann leicht die Schwingunszahl des betreffenden Tones rechnen. Die Knoten findet man durch Berühren der Saite mit einem Hölzchen, das man so lange verschiebt, bis die auf den entgegengesetzten Seiten des Hölzchens gelegenen Saitenstücke gleich klingen. Die Obertöne treten bei zusammengesetzten Saiten viel schärfer hervor als bei einfachen, und können bei einiger Aufmerksamkeit auch leichter gesondert gehört werden. Besonders auffallend tritt ein Oberton dann hervor, wenn er einen Knoten in der Trennungsebene der beiden Saitenstücke hat. Er ist dann auch von einer Reihe harmonischer begleitet.

Der Fall, daß die reducirten Längen der beiden Stücke gleich werden, tritt bei der untersuchten Saite ein, wenn $\lambda' = 214{\cdot}5$ wird. Es wurde auch durch Beobachtung die Länge 214 gefunden. Die Saitenlängen für die ersten fünf Töne wurden in diesem Falle durch das Gehör und durch das Mitschwingen gleich gefunden, sie waren

842, 422, 281, 211, 168,

welche Zahlen zeigen, daß die Obertöne harmonisch sind zum Grundton.

IV.

Die in den Formeln (4) enthaltenen Integrale sind sehr specieller Natur. Sie werden etwas allgemeiner, wenn man jedem noch ein mit $\cos \alpha t$ multiplicirtes Glied zusetzt. Man kann also

$$y = (B \sin \alpha t + B' \cos \alpha t) \sin \beta x$$
$$y' = (C \sin \alpha t + C' \cos \alpha t) \sin \beta' (l - x)$$

setzen. Die Gleichungen (5) erlauben C durch B und ähnlich C' durch B' auszudrücken, so daß in y' keine anderen Constanten enthalten sind als in y.

Jeder Wurzel der Gleichung (8) entsprechen ein Paar ähnlicher Integrale mit zwei noch unbestimmten Constanten. Die Summe aller solcher Integrale liefert das allgemeine und man kann die Constanten so bestimmen, daß das Integral zugleich beliebigen Anfangszuständen der Saite genügt. Ich will die Rechnung hier nicht ausführen, sie wickelt sich auf dieselbe Weise ab, wie die analoge bei dem Problem der Schwingungen elastischer Stäbe. Ich will nur den Satz hier anführen, welcher bei Bestimmung der Constanten durch die gegebenen Anfangsbedingungen zur Anwendung kommt.

Stellt man y und y' unter die Form

$$y = (B \sin \alpha t + B' \cos \alpha t)\, u$$
$$y' = (B \sin \alpha t + B' \cos \alpha t)\, u',$$

so genügen u und u' den Gleichungen

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = -\beta^2 u, \quad \frac{d^2 u'}{dx^2} = -\beta'^2 u' \tag{10}$$

worin β und β' einer und derselben Wurzel n der Gleichung (8) entsprechen. Entsprechen β_1 und β_1' einer andern Wurzel n_1 dieser

Gleichung und sind u_1 und u_1' die zugehörigen Werthe von u und u', so ist die Summe

$$\rho\int_0^\lambda uu_1 dx + \rho'\int_\lambda^l u'u_1' dx = 0,$$

so oft die beiden Wurzeln n und n_1 ungleich sind, und diese Summe ist von Null verschieden, wenn die beiden Wurzeln n und n_1 einander gleich sind.

Der Beweis dieses Satzes fließt aus den Gleichungen (10) und den Bedingungsgleichungen, welche für die Enden der Saite und für die Trennungsebene der beiden Stücke gelten.

Kravogl's elektromagnetischer Motor.

Von Dr. Victor Pierre.
k. k. Professor.

(Mit 2 Tafeln.)

Durch die Gnade Sr. Majestät ist das Wiener Polytechnikum in den Besitz eines elektromagnetischen Motors gelangt, der von dem Innsbrucker Mechaniker Kravogl auf der Pariser Weltausstellung exponirt wurde und ebensowohl durch seine originelle Construction wie durch seine Leistungsfähigkeit bemerkenswerth erscheint. In Bezug auf Letztere ist der Apparat zwar bereits von dem Herrn Dr. Edlen v. Waltenhofen, damals Professor an der Innsbrucker Universität, untersucht worden; die Resultate dieser Untersuchungen sind in Dingler's polyt. Journal Bd. CLXXXIII, Heft 6, veröffentlicht worden. Die Construction des Apparates aber blieb bisher Geheimniß. Der Verfasser ist nun in Folge brieflicher Ermächtigung des Erfinders in der Lage, sowohl über diese als über einige mit dem fraglichen Motor angestellte Versuche berichten zu können.

Die Einrichtung des Apparates und die Art und Weise seiner Wirkung wird mit Hilfe der beigegebenen Zeichnungen sofort verständlich werden. Fig. I, Taf. I, zeigt denselben von der Seite aus, an welcher sich die Klemmen für die Leitungsdrähte der Batterie befinden. Fig. II derselben Tafel stellt einen auf die Drehungsaxe senkrechten Durchschnitt dar. Taf. II. Fig. I stellt schematisch den Stromverlauf, die Fig. II und III Details dar.

Ein hohler Kranz von weichem Eisen (Fig. I und II *A*) umschließt kapselartig achtzehn Spulen (Fig. II, I bis XVIII), welche mit flachgedrücktem übersponnenem Drahte umwickelt sind und eine hohle kreisförmige Röhre von Messing (Fig. II *B*) einschliessen, innerhalb welcher sich ein bogenförmig gekrümmter Eisenkern (*C*), der beinahe die halbe Peripherie der Röhre einnimmt, auf drei Frictionsrollen (*D*) leicht bewegt. Derselbe ist an zwei Stellen (*E* und *E'*) ausgehöhlt und die Höhlungen sind mit Quecksilber (oder Blei) ausgefüllt. Rings um die Axe des Rades sind achtzehn Kupferwürfel (1 bis 18) in einem Kreise von circa 3 Centimetern Radius gruppirt, von denen drei (1, 7 und 13) in der Mitte so gespalten sind, daß die beiden Hälften von einander isolirt sind. Jeder Würfel ist in eine der 18 hölzernen Speichen des Rades eingelassen und zwischen je zwei Radspeichen liegt an der Peripherie des Rades eine Drahtspule, während in der Speiche selbst von einander isolirt das Ende des Umwicklungsdrahtes der vorangehenden und der Anfang des Umwicklungsdrahtes der folgenden Spule zu dem der Speiche angehörigen Kupferwürfel verlaufen und mit diesem leitend verbunden sind. An den gespaltenen Würfeln 1, 7 und 13 ist das eine Drahtende mit der einen, das zweite mit der zweiten (von der ersten isolirten) Würfelhälfte leitend verbunden. Es geht also von der einen Hälfte des Würfels 1 aus eine continuirliche Leitung durch Spule I nach Würfel 2, von diesem in Spule II nach Würfel 3, von diesem wieder in Spule III u. s. f. bis zur ersten Hälfte des Würfels 7, somit durch 6 Spulen. Ebenso besteht continuirliche Leitung durch 6 Spulen von der zweiten Hälfte des Würfels 7 aus bis zur ersten Hälfte des Würfels 13, und von dessen zweiter Hälfte bis zur zweiten Hälfte des Würfels 1. Sind daher die Poldrähte einer Batterie mit zwei Würfeln in Contact, die beide zwischen zwei gespaltenen Würfeln liegen (3 und 6, Fig. II) so geht der Strom durch alle zwischen den betreffenden zwei Würfeln eingeschlossenen Spulen (also von 3 nach Spule III, Würfel 4, Spule IV, Würfel 5, Spule V, und durch Würfel 6 zur Batterie zurück), aber nicht durch die übrigen Spulen, weil die ausserhalb der Contactstellen liegenden gespaltenen Würfel keine Stromfortpflanzung gestatten. Der Strom bewirkt aber sofort eine Magnetisirung des Eisenkernes und in Folge davon eine Anziehung zwischen demselben und den vom Strom durchflossenen Spulen, durch welche bei festgehaltenem Rade der Kern in die Spulen hineingezogen und in der kreisförmigen Messingröhre so hoch gehoben werden würde, bis zwischen der elektromagnetischen Anziehung und der Wirkung der Schwerkraft auf den Kern Gleichgewicht eintritt. Ist aber das Rad frei beweglich, so wird zwar auch einerseits der Eisenkern emporgezogen werden, andererseits aber bewegen sich auch die vom Strome durchflossenen Spulen gegen den Eisenkern und das Rad wird sich somit um einen gewissen Winkel drehen. Ist nur d gesorgt, daß noch bevor das Rad den vollen Winkel, um sich zu drehen sucht, wirklich durchlaufen hat, jedesmal der Strom in der ersten im Sinne der Raddrehung vorangehenden Spule (V, Fig. II) erlischt, dafür aber in der rückwärts nachfolgenden bisher stromlosen Spule (II, Fig. II) beginnt, so wird es möglich, das Rad continuirlich in Drehung zu versetzen.

Diesen Zweck erreicht Kravogl durch den sogenannten Zuleiter I (Taf. I, Fig. I *F*, Taf. II, Fig. II *F*, und besonders dargestellt in Fig. III, Taf. II), einer kreisrunden auf der Radaxe frei beweglich aufgesteckten Holzscheibe, in welcher zwei in einer Kreisfuge verschiebbare und in bestimmter Stellung festgeklemmte Federn verlaufen, die einerseits mit Klemmschrauben (*G*, *G'* Taf. I, Fig. I und Taf. II, Fig. II und III) zur Aufnahme der Batteriedrähte, andererseits mit kupfernen würfelförmigen Ansätzen (*H*, *H'* Tafel I, Fig. I, Taf. II, Fig. III) versehen sind, welche gegen die in den Radspeichen im Kreise angeordneten Würfel sich anlegen und so den Strom in die Spulen leiten. Um diesen Zuleiter in einer bestimmten Stellung zu erhalten, wird derselbe von einem mittelst eines Bleigewichtes *J* (Fig. I, Taf. I, Fig. II und III, Taf. II) in nahezu unveränderlicher Stellung erhaltenen Ringe (*K* dies. Fig.) umschlossen, in welchem er sich mit einiger Reibung mittelst des Griffes *K'* (Fig. I, Taf. I und Fig. III, Taf. II) drehen und in jede beliebige Stellung bringen läßt. Da aber der Strom jedesmal unterbrochen würde, wenn einer der gespaltenen Würfel (1, 7 13) zwischen die Contactstellen *H*, *H'* des Zuleiter zu stehen käme, so muß dafür gesorgt werden, daß sobald dieser Fall bei fortgesetzter Drehung des Rades eintritt, dennoch eine continuirliche Leitung vorhanden sei. Dieß geschieht dadurch, daß in den Radspeichen, welche die gespaltenen Würfel tragen, metallene Federn *L* (Fig. II, Taf. I, Fig. II, Tafel II) eingelassen sind, welche beim Niederdrücken die beiden Würfelhälften leitend verbinden. Diese Federn müssen so lange angedrückt bleiben, bis der gespaltene Würfel den Zwischenraum zwischen beiden Contactstellen des Zuleiters passirt hat. Zu dem Ende trägt der Zuleiter auf der Seite, an welcher sich die Contactstellen befinden, an seinem Rande einen bogenförmigen vorspringenden Wulst *m n* (Fig. III, Taf. II), dessen Bogenlänge etwas größer ist als der Bogenabstand der äußersten Enden der Zuleitercontacte, so daß schon vor dem Eintritte einer derartigen Unterbrechungsstelle zwischen jene Contacte die betreffende Feder durch den Wulst niedergedrückt und erst dann wieder ausgelassen wird, wenn der gespaltene Würfel den Zwischenraum zwischen den Zuleitercontacten bereits passirt hat. (Fig. I, Taf. II stellt in schematischer Weise den Stromverlauf bei überbrückter Unterbrechungsstelle 13 dar.)

Die richtige Stellung der Zuleitercontacte ist von der größten Wichtigkeit für die Leistungsfähigkeit des Apparates. Um dieß zu zeigen, wollen wir annehmen, das Rad sei in Ruhe und der Zuleiter so gestellt, daß der Halbirungspunkt des Bogens zwischen den beiden Contactstellen in einer durch die Radaxe gelegten Vertikalebene unterhalb dieser Axe liege und nun werde die Kette geschlossen. Der Strom geht in diesem Falle durch die untersten (2 oder 3) Spulen, welche gerade die Mitte des (die tiefste Stelle in der Messingröhre *B* einnehmenden) Eisenkernes umgeben. In Folge dessen kann keinerlei Bewegung eintreten, denn da die Mitte des Eisenkernes mit der Mitte des Stromsystemes zusammenfällt, befindet sich jener sowohl bezüglich der Schwerkraft als auch der Stromkraft in einer stabilen Gleichgewichtslage. Fällt dagegen der Halbirungspunkt des zwischen den Contactstellen liegenden Bogens in eine durch die Radaxe gelegte Horizontalebene, so geht der Strom durch solche Spulen, welche sich in der Nähe des einen oder des anderen Endes des bogenförmigen Kernes befinden. Kern und Spulen ziehen sich nun gegenseitig an, und der Schwerpunkt des Kernes entfernt sich aus der durch die Radaxe gelegten Vertikalebene um einen gewissen Winkel α. Besitzt der Eisenkern ein Gewicht P, hat sein Schwerpunkt den Abstand r von der Drehungsaxe, und die Mitte des Stromsystems den Abstand Δ vom Schwerpunkte, so ist bei dieser Stellung

$$R = Pr \, Sin \, \alpha \, Cos. \frac{\Delta}{2}$$

das Drehungsmoment, mit welchem sich das Rad zu drehen sucht. Unter sonst gleichen Umständen nimmt α zu mit der Stromstärke, es ist daher bei gegebener Stromstärke das vom Strom erzeugte Drehungsmoment um so größer, je größer P, d. h. das Gewicht des Eisenkernes ist; um dieser Bedingung ohne Volumsvermehrung des Kernes zu genügen, wendet Kravogl eben die mit Blei oder Quecksilber gefüllten Höhlungen an. Bei der oben angegebenen Stellung der Zuleitercontacte ist die Kraft, mit welcher der Strom auf den Eisenkern wirkt, ihrem Maximum um so näher, je geringer der Widerstand ist, den das Rad bei seiner Bewegung zu überwinden hat. Diese Kraft wird übrigens um so kleiner, je näher entweder die vom Strom durchflossenen Spulen an die Mitte des in seiner tiefsten Stellung gedachten Eisenkernes heran oder von den Enden desselben hinweg zu liegen kommen. In beiden Fällen ist bei derselben Stromstärke der Winkel x kleiner, und man hat es daher in seiner Macht, durch Veränderung der Stellung des Zuleiters den Strom mit beliebigem Drehungsmomente auf das Rad wirken zu lassen. Je geringer der Widerstand ist, den das Rad zu überwinden hat, ein um so geringerer Abstand des Halbirungspunktes des Bogens zwischen den Zuleitercontacten von der durch die Axe gehenden Verticalebene genügt, um das Rad in Drehung zu erhalten, dagegen ist bei großem Widerstande erforderlich, daß jener Halbirungspunkt oberhalb der durch die Radaxe gelegten Horizontalebene zu liegen komme, weil die vortheilhafteste Stellung jene ist, bei welcher die erste der vom Strome durchlaufenen Spulen möglichst nahe dem Ende des bogenförmigen Eisenkernes liegt. Je nachdem man den Zuleiter so stellt, daß seine Contactstellen nach rechts oder links von der Axe zu stehen kommen, erfolgt die Drehung nach rechts oder links, weil im ersten Falle die vom Strom durchflossenen Spulen auf der rechten, im zweiten auf der linken Radseite liegen.

Aus der gegebenen Darstellung erhellt auch, daß bei dem Kravogl'schen Motor der Strom nie unterbrochen wird oder seine Richtung wechselt, weßhalb auch der Magnetismus des Eisenkernes nahezu constant bleibt, und auch der Einfluß der inducirten Gegenströme ein geringerer ist, als bei solchen Motoren, bei welchen der Strom unterbrochen wird oder seine Richtung wechselt. Ebenso zeigen sich, weil der Strom nicht unterbrochen wird, an den Contactstellen bei normalen Verhältnissen niemals Funken. Selbstverständlich besitzt der Motor die gerühmten Eigenschaften nur dann, wenn alle seine Theile richtig functioniren, also namentlich die Überbrückungsfedern L ihren Dienst nicht versagen und zwischen den Zuleitercontacten und den stromzuleitenden Würfeln genaue, metallische Berührung stattfindet. Leider sind diese Forderungen an dem der Besprechung zu Grunde liegenden Modelle auf die Dauer nicht realisirbar. Weil die sämmtlichen Contactflächen von Kupfer sind, sich bei länger fortgesetzter Thätigkeit des Apparates stark abreiben und deßhalb schlechten Contact geben, entstehen ab und zu Unterbrechungsfunken, die wieder mit einer Oxydation der metallischen Oberflächen verbunden sind und die Leitung des Stromes noch mehr beeinträchtigen. Besonders aber sind die Überbrückungsfedern *L* der gespaltenen Würfel eine Quelle von Störungen im Gange des Apparates. Nicht bloß der Umstand, daß diese Federn ebenfalls von Kupfer sind, somit leicht oxydiren, wirkt nachtheilig, es sind überdieß die Oberflächen, in welchen die Berührung stattfindet, an und für sich sehr klein, so daß die geringsten Unreinigkeiten, welche sich dazwischen lagern, sofort Stromunterbrechungen, damit aber von Oxydation der Contactflächen begleitete Unterbrechungsfunken zur Folge haben. Diesen Übelständen zu begegnen, beabsichtigt Kravogl, in Zukunft alle Contactflächen aus Platin herzustellen. Es ist aber an dem besprochenen Modelle noch ein anderer Übelstand vorhanden, der dessen Wirksamkeit bedeutend zu beeinträchtigen im Stande ist. Wenn der Apparat einige Stunden lang in fortwährender Thätigkeit erhalten wird, ist die Menge der abgeriebenen Kupferspäne ziemlich groß; ein Theil derselben wird nun zwischen die beiden Hälften der gespaltenen Würfel abgelagert, und dieselben werden dadurch mehr oder weniger gut leitend verbunden. Das hat aber zur Folge, daß nicht wie zuvor geschildert wurde, der Strom nur durch die (2 oder 3) zwischen die Zuleitercontacte fallenden Spulen allein geht, sondern in diesen Contactstellen eine Stromtheilung vor sich geht, die zu verhindern eben der Zweck der gespaltenen Würfel ist. Daß dadurch die Leistungsfähigkeit des Apparates beeinträchtigt wird, ist klar, weil nun die übrigen Spulen des Radkranzes auf den Eisenkern in entgegengesetztem Sinne wirken. Auch dieser Übelstand ist indessen leicht zu beheben, wenn der Zwischenraum zwischen den beiden Hälften eines gespaltenen Würfels mit einem isolirenden Stoffe (Elfenbein oder Hartgummi) ausgefüllt werden würde. Die unsichere Wirkung der Überbrückungsfedern *L* ist indessen unter all den gerügten Mängeln der bedeutendste, und in dieser Richtung bedarf der Apparat schon aus dem Grunde einer radicalen Verbesserung, weil diese Federn auch noch so angebracht sind, daß es schwer ist, bemerkten Fehlern sofort abzuhelfen.

Aus diesen Gründen konnte man sich auch leicht erklären, warum der Apparat, der auf der Pariser Ausstellung beinahe ununterbrochen in Thätigkeit war, nach seiner Ankunft in Wien ziemlich schlecht wirkte. Erst nachdem der Zuleiter abgenommen, die stark oxydirten

Berührungsflächen gut gereinigt, die abgeriebenen und die Unterbrechungsstellen überbrückenden Kupferspäne entfernt worden waren, gelang es, die Leistungsfähigkeit des Motors, wenn auch nicht vollständig (wie es scheint), aber doch zum größten Theile wieder herzustellen. Dieselbe durch längere Zeit constant zu erhalten, wollte aber nicht gelingen. Schon nach etwa ein- bis eineinhalbstündigem continuirlichem Gange kamen Unterbrechungsfunken zum Vorschein, und ließ sich der stellenweise mangelhafte Contact auch mit Hilfe der eingeschalteten Tangentenboussole leicht nachweisen.

Rücksichtlich der Leistungsfähigkeit des Kravogl'schen Motors ist bereits im Eingange bemerkt worden, daß dieselbe Gegenstand einer von Herrn Prof. v. Waltenhofen durchgeführten Untersuchung gewesen ist.

Ausgehend von der Formel:

$$A = k\, S^2\, W$$

in welcher A die Arbeit eines Stromes vorstellt, der mit der Intensität S in einem Schließungskreise vom Widerstande W circulirt und mit dem Werthe:

$$k = 0{\cdot}0008784$$

fand v. Waltenhofen (l. c.) durch Vergleichung der von der Maschine wirklich geleisteten Arbeit mit der theoretischen Arbeit des Stromes Nutzeffecte, welche zwischen 14 und 25 Procente betragen. Nimmt man jedoch bei Beobachtung Nr. 9 die veröffentlichten Daten der Messung als richtig an, so würde sich gerade für diese Beobachtung das Maximum des Nutzeffectes und zwar 27 (!) Procent, ergeben, während in der betreffenden Tabelle nur 17% Nutzeffect angegeben werden, was von einem Rechnungsfehler herzurühren scheint.

Aber ganz abgesehen hievon und von der Frage nach dem wahren Werthe von k sind die von Prof. v. Waltenhofen berechneten Nutzeffecte entweder zu groß oder zu klein.

Zu groß, wenn man die wirkliche Arbeit der Maschine vergleicht mit jener, welche der angewendeten Batterie von 6 Bunsen'schen Doppelelementen und der elektromotorischen Kraft 120 entspricht, und zu klein, wenn man jene Arbeit mit der theoretischen Arbeit des effectiven d. h. während des Ganges der Maschine auftretenden Stromes vergleicht.

v. Waltenhofen setzt nämlich in den obigen auf die Form:

$$A = k S E$$

gebrachten, die theoretische Arbeit des Stromes angebenden Ausdruck für S die effective Stromstärke ein, behält aber für E (die elektromotorische Kraft) jenen Werth bei, welcher der angewendeten Batterie und dem ruhenden Motor entspricht, nämlich den Werth 120. Da die so gefundenen Werthe von A zu groß sind, so ergibt sich sonach, daß die auf die effective Stromstärke bezogenen Nutzeffecte zu klein erhalten werden.

Eine Rechtfertigung für die von Prof. v. Waltenhofen angewendete Rechnungsweise dürfte nun allerdings in der von ihm citirten Abhandlung Holtzmann's (Pogg. Ann, Bd. XCI p. 260) gesucht werden können, insoferne der daselbst auf p. 263 angegebene Ausdruck (9) hiezu verleiten kann. Geht man aber auf die Ableitung dieses Ausdruckes näher ein, so erhellt sofort, daß man in Gleichung (7) unter E die elektromotorische Kraft der Batterie zu verstehen hat, während $2\,\mu\,\omega$ die durch Bewegung der magnetischen Quantität μ mit der Winkelgeschwindigkeit ω inducirte elektromotorische Kraft ist. Dadurch wird, wenn man die effective Strömstärke mit S' bezeichnet:

$$S' = \frac{E - 2\,\mu\,\omega}{W}$$

woraus sofort $A' = k\,S'\,(E - S'\,W)$ folgt. Zu demselben Ausdrucke für A' kann man übrigens auch auf verschiedenen anderen Wegen gelangen, so z. B. ergibt sich derselbe auch aus dem von Jakobi (Krönig's Journ. Bd. III, p. 377) für die von dem effectiven Strome geleistete Arbeit abgeleiteten Ausdrucke.

Da von Waltenhofen die Stromstärke bei ruhendem Motor nicht gemessen, wenigstens nicht angegeben hat, so ist es nicht wohl möglich, eine strenge Reduction seiner Berechnungen vorzunehmen. Schon weil es mißlich sein dürfte, die Arbeit A' des effectiven Stromes zu berechnen, indem zu diesem Behufe entweder der Widerstand W oder die elektromotorische Kraft des inducirten Gegenstromes gemessen werden müßte, wird es immer zweckmäßiger sein, die wirkliche mechanische Leistung eines Motors mit derjenigen Arbeit zu vergleichen, welche dem Batteriestrome bei ruhendem Motor entspricht. Um nun die v. Waltenhofen'schen Beobachtungen auf diese Arbeitsgröße reduciren zu können, kann man von dem bekannten Satze ausgehen, daß die effective Stromstärke, welche dem Maximum des Nutzeffectes entspricht, die Hälfte derjenigen ist, welche bei ruhendem Motor vorhanden sein würde, und sonach wenigstens einen genäherten Werth für diese Stromstärke ableiten. Da man nicht das wirkliche Maximum des Nutzeffektes, sondern nur den größten unter den beobachteten Werthen der Rechnung zu Grunde legen kann, und es noch überdieß wie aus dem zuvor Gesagten erhellt, zweifelhaft ist, welcher Beobachtungsnummer der größte beobachtete Werth zukömmt, ist es sehr wahrscheinlich, daß die unter der gemachten Voraussetzung berechneten Nutzeffecte eher zu klein als zu groß ausfallen werden. Nichtsdestoweniger ergeben sich trotz dieser ungünstigen Verhältnisse aus den v. Waltenhofen'schen Messungen Werthe des Nutzeffektes zwischen 5 und 17·5 Procenten.

Es ist nun allerdings nicht zu läugnen, daß, wenn es sich um absolute Werthe handelt, die Unsicherheit, welche bezüglich des Werthes von k obwaltet, jedenfalls in Betracht kömmt. Es ist nämlich k diejenige Arbeit, welche der Stromstärke Eins bei dem Leitungswiderstande Eins entsprechen würde. Es hängt also der numerische Werth von k von der Wahl der Einheiten der Arbeit, der Stromstärken und der Leitungswiderstände ab. Für die Weber'schen Einheiten der Stromstärke und des Leitungswiderstandes nimmt Holtzmann $k = 1$ an und reducirt sodann diesen Werth auf die Jakobi'schen Einheiten, wobei sich

$$k = 0·00003243$$

ergibt. v. Waltenhofen nimmt für den Leitungswiderstand die Siemens'sche Einheit an und berechnet danach

$$k = 0·0008784$$

Erwägt man nun die Unsicherheit, welche bezüglich der bei den Reductionen benützten Verhältnißzahlen herrscht, und den Umstand, daß obendrein diese Zahlen mitunter mit sehr großen Zahlen multiplicirt werden, so wird man zugeben müssen, daß keiner der beiden angegebenen Werthe von k großen Anspruch auf absolute Verläßlichkeit haben kann. (So würde man z. B., wenn man die

Becquerel'schen Verhältnißzahlen für die Leitungswiderstände von Kupfer und Quecksilber zu Grunde legen würde,

$$k = 0{\cdot}0009796 \text{ statt } 0.0008784$$

erhalten.) Überdieß muss bemerkt werden, daß bereits Holtzmann darauf aufmerksam gemacht hat, daß, wenn man von der Voraussetzung ausgeht, es sei die durch einen Strom von der Intensität S_1 in einem Leiter von dem Widerstande W_1 in einer Sekunde entwickelte Wärmemenge Q der für den Strom verwendeten Arbeit äquivalent, mit dem Werthe

$$k = 0{\cdot}00003243$$

sich ergebe:

$$Q = 0{\cdot}0000000772\, S_1^2 W_1$$

während aus den Versuchen von Lenz für diese Wärmemenge der Werth:

$$Q = 0{\cdot}0000002930\, S_1^2 W_1$$

hervorgeht. Letzterer Werth ist nahe viermal größer als der erstere und Holtzmann läßt den Grund dieser Verschiedenheit unentschieden.

Es kömmt indessen in letzter Instanz bei der Vergleichung der Leistungen von elektromagnetischen Motoren auf absolute Werthe nicht an, und insoferne ist auch der absolute Werth von k gleichgiltig. Es wurde daher auch im Folgenden, um die Resultate der an dem Kravogl'schen Motor neuerlich angestellten Messungen mit den früheren von Waltenhofen's vergleichen zu können, der von ihm angenommene Werth $k = 0{\cdot}0008784$ einfach beibehalten. Die Messungen wurden durchwegs mit dem Prony'schen Zaume vorgenommen, und war für denselben die Hebelübersetzung 15·16, das auf den Aufhängepunkt der Wagschale reducirte Hebelgewicht 9·86 Gramme, das Gewicht der Wagschale 11.94 Gramme gefunden worden. Der Durchmesser der Radwelle betrug 27·5 Millimeter, der Umfang derselben somit 86·377 Millimeter. Ist daher Q das auf die Wagschale gelegte Gewicht, so ist die beim Beharrungszustande des Motors geleistete Arbeit in Kilogramm-Metern per Secunde:

$$a = \frac{21{\cdot}8 + Q}{1000} \times 15{\cdot}16 \times 0{\cdot}086\, U = 1{\cdot}304\, PU$$

wenn P die Totalbelastung und U die Anzahl der in der Sekunde gemachten Umdrehungen bezeichnen.

Die elektromotorische Kraft der angewendeten Batterie, welche aus 12, zu 6 Doppelelementen verbundenen Bunsen'schen Elementen bestand, wurde (wenigstens sehr nahe) gleich 120 gefunden, der Reduktionsfaktor der (Gaugain'schen) Tangentenboussole war 2.21, so daß sich die theoretische Arbeit des Stromes ergibt:

$$A = 0{\cdot}0008784 \times 120 \times 2.21 \text{ tang } \omega = 0.233 \text{ tang } \omega$$

Die Umdrehungen wurden bei langsamem Gange direct, bei größerer Geschwindigkeit mit Hilfe des Zählwerkes einer Syrene gezählt, indem auf die Axe derselben eine Rolle von demselben Durchmesser, wie jene an der Axe des Motors bereits angebracht gewesene aufgesteckt und mit dieser durch einen Schnurlauf in Verbindung gesetzt wurde. Vor und nach dem Versuche wurde sowohl das Gewicht der Zinkcylinder, sowie die Dichte der Salpetersäure bestimmt. Zwei in unmittelbarer Aufeinanderfolge gemachte Versuchsreihen, welche im Ganzen drei Stunden dauerten, ergaben Folgendes:

I. Reihe.

Vers. Nr.	Umdr. pr. Sec. U	Total. Bel. in Kil. P	Arbeit in Kil. Met. pr. Sec. a	Nutzeff. in $^0/_0$	Ablenkung ω	Stromstärke in CC. Knallg. von 0° u. 760 Mm. pr. Min.
1	0	∞	0	0	87° 40'	54·233
2	0·43	271·8	0·153	2·9	n. zu beob.	—
3	0·58	261·8	0·198	3·7	dt.	—
4	0·66	351·8	0·303	5·7	87 30	50·609
5	0·71	361·8	0·335	6·3	n. zu beob.	—
6	0·97	336·8	0·426	8·0	87 30	50·609
7	1·00	351·8	0·459	8·6	„ 10	44·664
8	1·05	341·8	0·468	8·8	„ 5	43·382
9	1·72	201·8	0·452	8·5	86 57	41·482
10	1·78	221·8	0·515	9·7	87 0	42·167
11	2·38	186·8	0·579	10·9	86 40	37·946
12	2·46	213·8	0·686	12·9	„ 55	41·018
13	2·50	231·8	0·756	14·2	„ 55	41·018
14	2·70	171·8	0·605	11·3	„ 20	34·476
15	3·33	159·8	0·694	13·0	85 30	30·343
16	3·33	156·8	0·681	12·8	86 15	33·725
17	3·57	171·8	0·799	15·0	„ 20	34·476
18	3·70	151·8	0·733	13·7	„ 20	34·476
19	3·85	141·8	0·712	13·4	„ 20	34·476
20	3·85	106·8	0·536	10·0	„ 20	34·476
21	4·00	93·8	0·489	9·2	„ 20	34·476
22	4·16	131·8	0·715	13·4	„ 15	33·725
23	4·16	121·8	0·661	12·4	„ 20	34·476
24	4·54	81·8	0·484	9·1	„ 20	34·476
25	4·76	73·8	0·458	8·6	„ 12	33·283

II. Reihe.

Vers. Nr.	Umdr. pr. Sec. U	Tot. Belast. in Kilog. P	Arbeit Kil. Met. pr. Sec.	Nutzeff. in %	Ablenkung ω	Stromstärke in CC. Knallg. v. 0° u. 760 Mm. pr. Min.
1	0	∞	0	0	87° 20'	47·009
2	0·27	306·8	0·108	2·2	n. zu beob.	—
3	0·33	306·8	0·132	2·6	dt.	—
4	0·33	306·8	0·132	2·6	dt.	—
5	0·37	306·8	0·147	2·9	dt.	—
6	0·43	271·8	0·151	2·9	dt.	—
7	0·45	271·8	0·159	3·2	dt.	—
8	0·50	271·8	0·177	3·5	dt.	—
9	0·52	326·8	0·222	4·4	dt.	—
10	0·59	341·8	0·263	5·3	dt.	—
11	0·92	246·8	0·296	5·9	dt.	—
12	1·28	216·8	0·361	7·2	87° 40'	54·233
13	1·56	181·8	0·370	7·4	„ 5	43·382
14	1·66	201·8	0·437	8·7	„ 20	47·009
15	2·27	171·8	0·507	10·1	86 52	40·377
16	2·38	156·8	0·486	9·7	„ 35	37·018
17	2·63	141·8	0·486	9·7	„ 35	37·018
18	2·77	143·8	0·519	10·3	„ 35	37·018
19	3·03	133·8	0·528	10·6	„ 30	36·134
20	3·45	118·8	0·535	10·7	„ 20	34·476
21	3·70	103·8	0·501	10·0	„ 20	34·476
22	4·54	58·8	0·348	7·0	„ 20	34·476
23	6·25	0	0	0	n. zu beob.	—

Zinkgewicht vor den Versuchen . . . 33·409 Kilogr.
„ nach 3 Stunden . . . . . 33·102 „
Verbrauch . . . . 0·307 „

somit Zinkverbrauch pr. Stunde 102 Gramme.

Dichte der Salpetersäure vor dem Versuche . . . 1·34
„ „ „ nach 3 Stunden . . . . 1·29.

Die Salpetersäure, welche vor dem Versuche rein und farblos war, hatte sich am Ende desselben bedeutend stark grün gefärbt. Bei einer früheren Versuchsreihe, bei welcher wie zuvor erwähnt worden ist, der Apparat sehr schlecht functionirte, so daß er auseinander genommen werden mußte, war der Zinkverbrauch in 3 Stunden 307·5 Gramme, somit pr. Stunde 102·5 Gramme, die Dichte der Salpetersäure hatte von 1·34 auf 1·28 abgenommen. Die vorstehenden Tabellen enthalten die unmittelbaren Versuchsdaten und die sich aus diesen ergebenden Resultate. Die Versuche der

Reihe I zeigen bereits den Einfluß der im Vorangehenden geschilderten Störungen, insoferne bei langsamem Gange die ab und zu auftretenden Contactstörungen sich durch fortwährende Schwankungen der Magnetnadel der Tangentenboussole manifestiren. Bei schnellerem Gange werden diese Schwankungen geringer und endlich nimmt die Nadel während des Laufes des Motors eine constante Gleichgewichtslage an, doch zeigt sich nichtsdestoweniger der Einfluß des unsicheren Contactes und der sonstigen Störungen in der unregelmäßigen Änderung der Stromstärke. Noch auffälliger ist dieß bei den Versuchen der zweiten Reihe, welche angestellt wurden, nachdem der Motor bereits durch nahe zwei Stunden in continuirlicher Thätigkeit gewesen war. Bei einem Versuche steigt die Ablenkung der Magnetnadel sogar auf die volle Höhe derjenigen, welche gleich beim Beginne der Versuche bei ruhendem Motor vorhanden war, während am Schluße der zweiten Versuchsreihe, bei ruhendem Motor die sub Nr. 1 angegebene Stromstärke gefunden wurde. Es muß dabei ausdrücklich bemerkt werden, daß die Stromstärke bei ruhendem Motor nicht etwa in einer einzigen Stellung desselben gemessen wurde, sondern, daß in Berücksichtigung der unsicheren Contacte die Messungen bei verschiedenen Stellungen des Rades vorgenommen wurden [1]). Aus dem Grunde, daß die Contacte immer schlechter wirkten, je länger der Apparat im Gange war, erklären sich auch die durchwegs kleineren Werthe für die Nutzeffecte in dieser Beobachtungsreihe. Nimmt man von solchen Beobachtungen, die sehr nahe aneinander liegen, die Mittelwerthe der in den voran-

---

[1]) Da man diese Vergrößerung des Ausschlagwinkels unmöglich einer Zunahme der Intensität des Batteriestromes zuschreiben kann, da dieselbe im Gegentheile nicht unbeträchtlich gesunken war, und eben so wenig einer besseren Berührung der Contactstellen, da am Schluße des Versuches die Stromintensität bei ruhendem Motor bei den verschiedensten Stellungen gemessen und jedenfalls kleiner als die besprochene gefunden worden war, kann jene Erscheinung nur durch die Überbrückung der Unterbrechungsstellen durch abgeriebene Kupferspäne und dadurch bewirkte Stromtheilung erklärt werden. Nimmt man an, daß eine vollkommen gut leitende Überbrückung stattgefunden habe, und der Widerstand in den übrigen Theilen der Stromleitung gegen jenen im Rade verschwindend klein sei, so würde die durch Überbrückung entstandene Stromverzweigung eine Vergrößerung der Ablenkung von $87^\circ\ 20'$ auf $87^\circ\ 47'$ bewirken können; auch der trotz der starken Ablenkung verhältnißmäßig geringe Nutzeffect spricht für diese Ansicht.

gehenden Tabellen enthaltenen Zahlen, so ergibt sich folgende Zusammenstellung:

Reihe II. | **Reihe II.**

Umdreh. U	Totalbel. P	Arbeit a	Nutzeff. %	Umdreh. U	Totalbel. P	Arbeit a	Nutzeff. %
0·43	271·8	0·153	2·9	0·27	306·8	0·108	2·2
0·58	261·8	0·198	3·7	0·33	306·8	0·132	2·6
0·68	356·8	0·319	6·0	0·42	283·4	0·152	3·0
1·01	343·3	0·451	8·4	0·51	299·3	0·199	3·9
1·75	211·8	0·483	9·1	0·59	341·8	0·263	5·3
2·38	186·8	0·579	10·9	0·92	246·8	0·296	5·9
2·48	222·8	0·721	13·5	1·42	199·3	0·365	7·3
3·12	162·8	0·660	12·3	1·66	201·8	0·437	8·7
3·57	171·8	0·799	15·0	2·32	164·3	0·496	9·9
3·70	151·8	0·733	13·7	2·81	139·8	0·511	10·2
3·85	124·3	0·624	11·7	3·45	118 8	0·535	10·7
4·11	115·8	0·622	11·7	3·70	103·8	0·501	10·0
4·54	81·8	0·484	9·1	4·54	58·8	0·348	7·0
4·76	73·8	0·458	8·6	—	—	—	—

Aus diesen Versuchen geht somit hervor, daß der Kravogl'sche Motor in seinem gegenwärtigen Zustande zwar immerhin einen etwas kleineren Nutzeffect ergibt, als damals, wo er von Prof. v. Waltenhofen untersucht wurde, indem sich das Maximum nur auf 15% erhebt, während nach v. Waltenhofen's Messungen sich ein Maximum von 17% ergeben würde. Dem Maximum von 15% entspricht eine Arbeit von etwa 0·011 Pferdekräften. Bei den Versuchen von v. Waltenhofen ergibt sich nun allerdings für Beobachtung Nr. 9 eine Arbeit von 1·33 Kilogrammeter pr. Secunde, also von 0·017 Pferdekräften; doch ist diese Beobachtung nicht ganz verläßlich. Schließt man dieselbe aus, so ist für das Maximum des Nutzeffectes von 17% die Arbeit 0.931 Kilogramm-Meter pr. Secunde, also etwas über 0·012 Pferdekräfte, was mit den Ergebnissen der neueren Messungen ziemlich gut stimmt, und die Leistungsfähigkeit des Apparates als eine ganz bedeutende erscheinen läßt, wenn man dieselbe mit jener anderer elektromagnetischer Motoren vergleicht. Schon v. Waltenhofen hat die Leistungen einer von Müller untersuchten Stöhrer'schen Maschine mit jenen der Kravogl'schen verglichen; da er aber auch in diesem Falle die Rechnung derart führt, daß er in den Ausdruck für die Arbeit des

Stromes die effective Stromstärke und die elektromotorische Kraft der angewendeten Zinkkohlenbatterie einsetzt, bedarf seine Rechnung einer Reduction, um die Müller'schen Ergebnisse mit den voranstehenden vergleichbar zu machen.

Müller fand die Ablenkung bei ruhendem Motor 32° 30' an einer Tangentenboussole, deren Reductionsfactor 70 war, während die Zinkkohlenkette aus drei Doppelelementen von der elektromotorischen Kraft $3 \times 20 = 60$ bestand.

Aus den Müller'schen Versuchen ergeben sich nun die Arbeiten von 0·03375, 0·05220 und 0·02165 Kilogramm-Meter pr. Secunde; somit, da die Arbeit des Stromes bei ruhendem Motor 2.351 Kilogramm-Meter in der Secunde beträgt, sind die Nutzeffecte der Stöhrer'schen Maschine, beziehungsweise:

1·44% 2·22% 0·92%

während dem Maximum etwa 0.001 Pferdekraft entspricht. Noch auffälliger sind die Ergebnisse, welche sich an einem Modelle eines Motors von Markus, das sich in der physikalischen Sammlung des k. k. polytechnischen Institutes befindet, herausstellten. Dasselbe besitzt einen zwischen den Polen zweier Elektromagnete rotirenden permanenten Stahlmagnet, und wiewohl es dadurch, daß die Bewegung des Ankers mittelst endloser Schraube auf eine mit einem Zahnrad versehene Welle übertragen wird, im Stande ist bedeutende Lasten zu heben, außerordentlich kleinen Nutzeffect gibt.

Die Versuche wurden in der Art angestellt, daß die Höhe, bis zu welcher ein bestimmtes Gewicht gehoben wird, und die hiezu erforderliche Zeit gemessen wurde. Bei ruhendem Motor war die Ablenkung an derselben Tangentenboussole, die bei der Untersuchung des Kravogl'schen Motors gedient hatte, 85° 40'. Die Batterie bestand aus 6 einfachen Bunsen'schen Elementen; ihre elektromotorische Kraft war sonach wieder 120. Damit findet man die theoretische Arbeit des Stromes gleich 3.07 Kilogramm-Meter pr. Secunde. Die gefundenen Arbeitsgrößen waren:

Kil. Met. pr. Sec.	Nutzeff. %
0·00572	0·18
0·00656	0·21
0·00572	0·19

Kil. Met. pr. Sec.	Nutzeff. %
0·00714	0·23
0·00937	0·30
0·00724	0·23

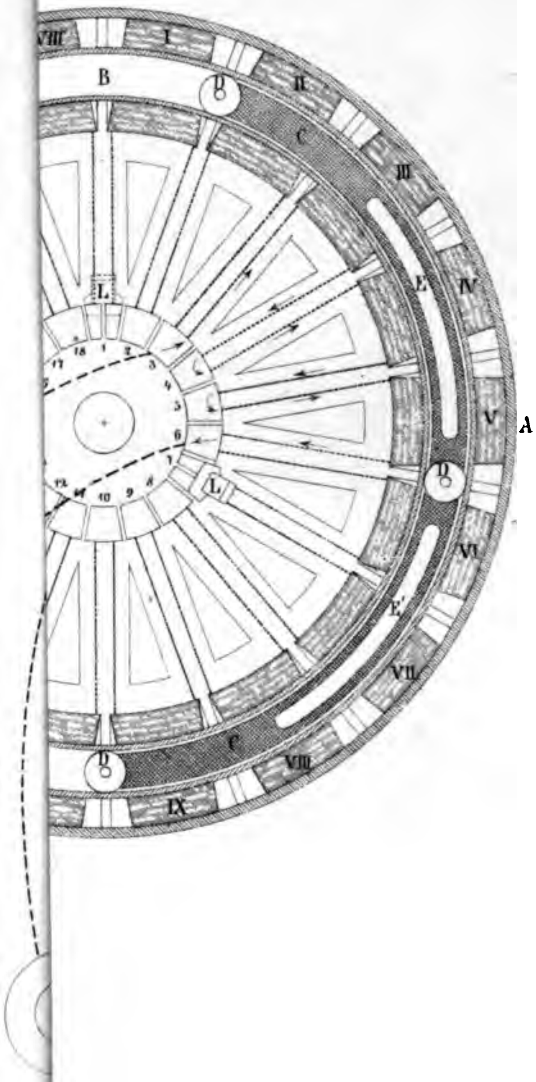
Dem Maximum des Nutzeffectes entspricht nur eine Arbeit von 0·0001 Pferdekraft.

Es braucht wohl nicht weiter erörtert zu werden, daß bei den neuern sowohl, als bei den von Waltenhofen'schen Versuchen nur die wirklich nutzbringende Arbeit gemessen wurde und somit die ganze von der Maschine geleistete Arbeit nicht unbeträchtlich größer ist, weil, wie aus dem Vorhergehenden erhellen dürfte, die Reibung an den Contactflächen eine sehr bedeutende ist, so daß, wenn in dieser Richtung noch Verbesserungen angebracht werden, die nicht so gar schwierig anzubringen sein würden, der Nutzeffect einer beträchtlichen Steigerung fähig sein dürfte.

Allerdings stellt sich der praktischen Anwendbarkeit des Motors dasselbe Hinderniß entgegen, welches sich allen derartigen Motoren bisher entgegengestellt hat, nämlich die Kostspieligkeit des Betriebes desselben. Es ist weniger noch der Zinkverbrauch als vielmehr der Verbrauch an Salpetersäure ins Gewicht fallend; denn wenn man erwägt, daß bereits nach nur dreistündiger Arbeit eines Modelles von $\frac{1}{100}$ Pferdekraft die angewendete Säure mindestens an der Grenze ihrer weiteren Verwendbarkeit angekommen war (da die Stromstärke von 54 CC. Knallgas auf 47 CC. in der Minute herabgesunken war), so ist dieß ein Zeichen, daß die Füllung der Batterie nicht einmal für volle drei Stunden continuirlicher Thätigkeit ausreicht. So lange daher die Salpetersäure nicht durch ein äquivalentes und bedeutend billigeres Mittel ersetzt werden kann, ist die Anwendbarkeit des Kravogl'schen Motors nur auf solche Fälle beschränkt, bei welchen der Kostenpunkt nicht so sehr in Frage kömmt, die aber selten eintreten dürften.

Pie Taf I.

Fig.2



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruck

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LVII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG.

4.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

X. SITZUNG VOM 16. APRIL 1868.

Herr Dr. A. Moritz, Director des physikalischen Observatoriums zu Tiflis, dankt mit Schreiben vom 6. März l. J. für die dieser Anstalt übermittelten akademischen Druckschriften.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über einige Bestandtheile der Blätter der Roßkastanie", von Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag.

„Kritische Untersuchungen über die der natürlichen Familie der Spitzmäuse *(Sorices)* angehörigen Arten", von Herrn Dr. L. J. Fitzinger in Pest.

„Über den Staurolith von St. Radegund", von den Herren Professoren Dr. K. Peters in Graz und Dr. R. Maly in Olmütz.

„Mineralogische Mittheilungen III. Barytocölestin vom Greiner in Tirol", von Herrn Prof. Dr. V. Ritt. v. Zepharovich.

„Ichthyologischer Bericht über eine nach Spanien und Portugal unternommene Reise" (VI. Fortsetzung und Schluß), von Herrn Dr. F. Steindachner.

„Über die Erscheinungen, welche elektrische Schläge an den sogenannten farblosen Formbestandtheilen des Blutes hervorbringen", von Herrn Alex. Golubew aus St. Petersburg.

„Über die Bestimmung des Kohlenstoffgehaltes in Graphitsorten", und „Zur Elementaranalyse", beide von Herrn Dr. W. F. Gintl, Assistenten bei der Lehrkanzel der Chemie an der k. k. Universität in Prag.

„Über das Verhalten des Kobaltoxyduls zu Metalloxyden", von Herrn Dr. J. Bersch, Professor am Landes-Realgymnasium in Baden.

„Beiträge zur Kenntniß der Flammenspectra kohlenstoffhaltiger Gase", von Herrn A. Lielegg, Professor an der Landes-Oberrealschule zu St. Pölten.

„Neues Elektroskop", von Herrn F. Kogelmann in Graz.

Herr Prof. Dr. R. Maly übersendet eine für den Anzeiger bestimmte vorläufige Mittheilung über „neue Derivate des Thiosinnamins".

Herr Dr. A. Boué überreicht eine Abhandlung: „Über die jetzige Theilung der wissenschaftlichen Arbeit, sowie über Granit und Metamorphismus-Theorien".

Herr F. Unferdinger legt folgende drei Abhandlungen vor: *a)* „Über die Prüfung einer gegebenen Differenzialformel auf Integrabilität und über die beiden Integrale

$$\int e^{\operatorname{Sin} x} \,.\, \operatorname{Cos}(nx - \operatorname{Cos} x) \,.\, dx, \quad \int e^{\operatorname{Sin} x} \operatorname{Sin}(nx - \operatorname{Cos} x) \,.\, dx."$$

b) „Über den Werth des Ausdruckes

$$\frac{1}{(m+\delta)^s} + \frac{1}{(m+2\delta)^s} + \frac{1}{(m+3\delta)^s} + \ldots + \frac{1}{\{m+m(n-1)\delta^s\}}$$

für $m = \infty$, und über das Dirichlet'sche Paradoxon bei unendlichen Reihen". *c)* „Die allgemeine Formel für die Summe der Winkel eines Polygons".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Annalen der Chemie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXIX, Heft 3. Leipzig & Heidelberg, 1868; 8°.

Annales des mines. VI^e Série. Tome XII, 4^e Livraison de 1867. Paris, 1867; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 6. Jahrg. Nr. 7 bis 8. Wien, 1868; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1685—1687. Altona, 1868; 4°.

Barrande Joachim, Système silurien du centre de la Bohême. I^re Partie: Recherches Paléontologiques. Vol. II. Céphalopodes. 3^me Série: Pl. 245—350. Prague & Paris, 1868; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XXXI^e, Nr. 123. Genève, Lausanne, Neuchatel, 1868; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nr. 11—13. Paris, 1868; 4°.

Cosmos. 3^e Série. XVII^e Année, Tome II, 13^e—15^e Livraisons. Paris, 1868; 8°.

Gesellschaft, k. k. zoolog.-botan., in Wien: Verhandlungen. Jahrgang 1867. XVII. Band. Wien; 8°. — Neilreich, Aug., Diagnosen der in Ungarn und Slavonien bisher beobachteten Gefäßpflanzen, welche in Koch's Synopsis nicht enthalten sind. Wien, 1867; 8°. — Schumann, J., Die Diatomeen der Hohen Tatra. Wien, 1867; 8°. — Winnertz, Joh., Beitrag zu einer Monographie der Sciarinen. Wien, 1867; 8°.

Gesellschaft, Astronomische, in Leipzig: Vierteljahrsschrift. III. Jahrgang, 1. Heft. Leipzig, 1868; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg. Nr. 13—15. Wien, 1868; 8°.

Grunert, Joh. Aug., Archiv der Mathematik u. Physik. XLVIII. Theil, 1. Heft. Greifswald, 1868; 8°.

Instituut, koninkl. Nederlandsch Meteorologisch: Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek voor 1867. I. Deel. Utrecht, 1867; 4°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer, von F. Vorwerk. Band XXIX, Heft 1. Speyer, 1868; 8°.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie etc. von H. Will. Für 1866. 3. Heft. Gießen, 1868; 8°.

Kenngott, Adolf, Übersicht der Resultate mineralogischer Forschungen in den Jahren 1862—1865. Leipzig 1868; gr. 8.

Landbote, der steirische. I. Jahrg. Nr. 6. Graz, 1868; 4°.

Lotos. XVIII. Jahrgang. März 1868. Prag; 8°.

Magazijn voor Landbouw en Kruidkunde. N. R. VII. Deel, 8.—11. Aflevering. Utrecht, 1867; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1868, III. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique, 271°. Livraison: Tome X°, Année 1868. Paris; 4°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. III, Nr. 1—2. Torino, 1868; 4°.

Peschka, Gustav Ad. v., und Em. Koutny, Freie Perspective in ihrer Begründung und Anwendung. Hannover, 1868; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1868. XVIII. Band, Nr. 1. Wien; gr. 8°. — Verhandlungen. 1868, Nr. 6—7; gr. 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V° Année, Nrs. 17—19. Paris & Bruxelles, 1867. 1868; 8°.

Societé Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1867. Tome XL, Nr. 3. Moscou, 1867; 8°.

— philomatique de Paris; Bulletin. Tome IV', Octobre, Novembre, Décembre 1867. Paris; 8°.

Verein, physikalischer, zu Frankfurt a. M.: Jahresbericht für 1866 —1867. 8°.

— Nassauischer, für Naturkunde: Jahrbücher. XIX. u. XX. Heft, Wiesbaden, 1864—1866; 8°.

Wiener landwirthschaftliche Zeitung. Jahrg. 1868, Nr. 13—15. Wien; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg. Nr. 26—31. Wien, 1868; 4°.

Zeitschrift für Chemie von Beilstein, Fittig und Hübner. XI. Jahrg. N. F. IV. Band, 7. Heft. Leipzig, 1868; 8°.

Über die Erscheinungen, welche elektrische Schläge an den sogenannten farblosen Formbestandtheilen des Blutes hervorbringen.

Von **Alexander Golubew** aus St. Petersburg.

(Mit 1 Tafel.)

Auf die Veranlassung des Herrn Prof. Rollett habe ich einige Versuche über die Wirkung der Elektricität auf die farblosen Blutkörperchen angestellt. Bevor ich aber zu den Resultaten der Versuche übergehe, scheint es mir passend einige Details anzuführen, die auf den Erfolg der Versuche nicht ohne Einfluß sind.

Frisches ungeronnenes Blut hat sich als untauglich für solche Versuche erwiesen. Es gerinnt bald auf dem Objectträger und zeigt dann in seinem Verhalten gegen die Elektricität eine Ähnlichkeit mit den auf dieselbe Weise untersuchten Geweben, wovon ich erst später ausführlicher sprechen werde. Überdies sind in dem so geronnenen Blute die farblosen Körperchen sehr dicht von den rothen Blutkörperchen umgeben, wodurch die Beobachtung im höchsten Grade gestört wird.

Das Serum des frisch geronnenen Froschblutes, in dem immer farblose Körperchen nebst einigen rothen ganz frei schwimmen, stellt das beste Untersuchungsobject dar. Ich durchschnitt, um das Blut zu sammeln, die *Acutanea magna* gewöhnlich bei *Rana esculenta,* dort wo sie fast unmittelbar hinter den Ohren liegt. Auf solche Weise kann man ziemlich große Mengen ganz reinen Blutes mehrere Male nach einander einem und demselben Thiere entziehen, was bekanntlich die Menge der farblosen Blutkörperchen in den letzten Blutportionen vergrößert. Das Blut in einem gewöhnlichen Uhrschälchen gesammelt, bedeckt und bei einer Temperatur wenig über Null aufbewahrt, gibt während drei bis vier Tagen (und sogar etwas länger noch) ganz gute Präparate, in denen man alle bekannten Arten der farblosen Blutkörperchen in verschiedenen Zuständen

den leicht finden kann. Das Vorkommen einiger rothen Blutkörperchen in dem Präparate ist deßwegen vortheilhaft, weil man aus den bekannten Veränderungen, welche sie unter dem Einflusse der elektrischen Schläge erleiden, auf den Grad der Einwirkung der Elektricität auf das ganze Präparat einigermaßen schließen kann. Hier will ich beiläufig bemerken, daß in allen von mir beobachteten Fällen die Veränderungen der farblosen Blutkörperchen schon sehr ausgeprägt waren, wenn einmal auch die Veränderungen in den rothen eintraten.

Die ersten Versuche habe ich mit derselben Elektrisirmaschine angestellt, deren sich Prof. Rollett für seine Versuche über die Einwirkung der Entladungsschläge auf das Blut bediente, und welche in seiner Abhandlung[1]) beschrieben und abgebildet worden ist. Bei den späteren Versuchen bediente ich mich eines du Bois'-schen Inductionsapparates (mit einem Chromsäure-Kohle-Elemente als Elektromotor) und wirkte auf das Blut ausschließlich mit einzelnen Inductionsschlägen ein. — Bei eingelegtem Eisenkerne und ganz aufgeschobener Secundärspirale war schon ein einziger Schlag hinreichend, um starke Veränderungen in den Blutelementen hervorzurufen.

Die Versuche haben im Allgemeinen gezeigt, daß in Bezug der Wirkung auf die Blutelemente zwischen den Entladungs- und den Inductionsschlägen kein wesentlicher Unterschied existirt. Blos das muß ich bemerken, daß man die Einwirkung der starken elektrischen Reizung besser bei den Versuchen mit der Elektrisirmaschine beobachten kann; denn in diesem Falle ist die Gasentwicklung an den Elektroden viel geringer als bei der Anwendung des Inductionsapparates.

Als Objectträger wurden die gewöhnlichen mit Stanniol belegten Glasplatten benützt. Der Zwischenraum zwischen den Elektroden war 5—3 Mm.

I. Froschblut.

Da die verschiedenen Arten der sogenannten farblosen Blutelemente in Bezug auf die Einwirkung der Elektricität einen großen Unterschied zeigen, so scheint es mir passend, sie gesondert zu betrachten.

---

[1]) „Über die successiven Veränderungen, welche elektrische Schläge an den rothen Blutkörperchen hervorbringen". S. 2.

Zu den von Rindfleisch[1]) angenommenen drei Arten: 1. amöboide Zellen, 2. sogenannte freie Kerne und 3. Körnchenzellen, muß man noch die von Recklinghausen[2]) beschriebenen Spindelzellen hinzufügen.

1. Amöboide Zellen. Sehr kurze Zeit nachdem das Präparat vorbereitet ist, zeigen die meisten amöboiden Zellen ihre eigenthümlichen allbekannten Bewegungen. Die sich am lebhaftesten bewegenden Zellen bieten das beste Object dar, um die Wirkung der Elektricität auf dieselben zu studiren.

A. Wenn man eine solche Zelle beobachtet, indem man einige schwache Entladungsschläge oder einen einzigen Inductionsschlag auf das Präparat einwirken läßt[3]), so bemerkt man nach einiger Zeit (gewöhnlich nach $1/_4$—1', nie läßt der Reizungseffect länger als zwei Minuten auf sich warten), daß der Leib der Zelle, welcher früher eine sehr unregelmäßige Form hatte, jetzt eine mehr kugelige Gestalt annimmt; gleichzeitig damit werden die Fortsätze, welche bis jetzt stark zugespitzt waren, oft stumpfer, immer kürzer und ziehen sich allmählig in den Zellenkörper hinein. Ganz verschwinden aber die Fortsätze nicht, zum Theile bleiben sie noch bestehen, wenn der Zellenkörper schon wieder neue Fortsätze auszuschicken anfängt. Das Einziehen der Fortsätze in Folge der Reizung unterscheidet sich von dem von Zeit zu Zeit spontan vorkommenden nicht im geringsten; und der causale Zusammenhang zwischen der Reizung und dem Einziehen der Fortsätze wird nur durch die Beständigkeit und Regelmäßigkeit ihres Auftretens nach einander bewiesen.

Wirkt der Reiz stärker, so kann man ein sehr rasches und fast vollkommenes Zusammenziehen der Zelle zu einem mehr oder weniger

---

1) Experimental-Studien über die Histologie des Blutes. p. 21.

2) Über die Erzeugung von rothen Blutkörperchen. (M. Schultze's Archiv. Bd. II, p. 137.)

3) Die Stärke der nöthigen Reizung genau vorausbestimmen, konnte ich nicht, weil die verschiedenen Präparate aus einem und demselben Blute oder sogar einzelne Elemente eines und desselben Präparates sich gegen die Reizung nicht gleich verhalten. Jedenfalls läßt sich aber diese Stärke annähernd bestimmen. Mit den mir zu Gebote gestandenen Apparaten bekam ich in den meisten Fällen merkbare Veränderung an den amöboiden Zellen schon nach 5—6 rasch auf einander folgenden Entladungsschlägen (ohne Leyden. Flasche, Schlagweite 1 Mm.), oder nach einem einzigen Inductionsschlage.

rundlichen, unregelmäßig aber glatt contourirten Klümpchen beobachten. In diesem Zustande bleibt die Zelle einige Zeit lang und beginnt dann wiederum ihre gewöhnlichen Bewegungen. Bei der Anwendung einzelner Inductionsschläge gelang es mir gewöhnlich, diesen Versuch an einem und demselben amöboiden Körperchen mehrere Male nach einander zu wiederholen.

Wenn das Körperchen vor dem Elektrisiren einige lange und dicke Fortsätze zeigt, so geschieht es bisweilen, daß jeder Fortsatz sich in ein gesondertes Klümpchen verwandelt. Alle diese Klümpchen bleiben dennoch im Zusammenhange mit einander, verharren einige Zeit lang in diesem Zustande und fließen bei fortgesetzter Reizung in einen einzigen Klumpen zusammen.

B. a) Bei noch stärkerer Reizung [1]) zieht sich das amöboide Körperchen ebenfalls sehr rasch zu einem mehr oder minder kugelförmigen Klümpchen zusammen. Nachdem es (je nach der Stärke der Reizung, kürzere oder längere Zeit) gewöhnlich etwa 2′ bewegungslos bleibt, fängt es wieder an, seine Form zu verändern. Die fast regelmäßige Kugel wird in verschiedener Weise unregelmäßig eckig (Fig. 1), dann tritt aber auf einmal an irgend einer Stelle des Körperchens eine Masse in Form eines kleinen Tropfens heraus (Fig. 2). Es macht den Eindruck, als ob die äußere Schichte des Körperchens plötzlich einen kleinen Riß bekommen hätte, durch den die innere Masse herausgepreßt wird. Die Masse fließt sichtbar aus dem Körperchen zu dem Tropfen heraus; dieser letztere vergrößert sich anfangs sehr rasch, während der Leib des Körperchens selbst in demselben Maße sich vermindert; dann aber wird die Bewegung der Masse immer langsamer; endlich steht sie still und während derselbe Proceß an einer anderen Stelle beginnt, fängt der erste, jetzt schon stark verbreiterte Tropfen an allmählig zu verschwinden. Gewöhnlich wird er zunächst kürzer und an der Basis breiter und fließt in solcher Weise allmählig und unmerklich mit dem Leibe des Körperchens zusammen. Öfter aber tritt schon, bevor der erste Tropfen verschwindet, der zweite, häufig auch der dritte heraus, so daß man auf einmal zwei, drei (selten mehrere) solche tropfen- oder höckerförmige Hervorragungen in verschiedenen Veränderungsstadien beob-

---

[1]) Ein Entladungsschlag unter Anwendung mit der von Prof. Rollett (l. c. p. 2) beschriebenen größeren Flasche, oder 2—3 nacheinander folgende Inductionsschläge.

achten kann. Das Körperchen nimmt dadurch eine höchst unregelmäßige Gestalt an und zeigt die beschriebenen Formveränderungen in auffallend rascher Weise (Fig. 3, 4). Bei der rasch vor sich gehenden Bewegung verlängern sich solche Tropfen sehr wenig, verbreitern sich aber bald an ihrer Basis, so daß die Masse des Tropfens um den Leib des Körperchens herum zu fließen scheint, mit dem sie bald darauf spurlos zusammenfließt. Das Heraustreten der Tropfen geht so eine Zeit lang regelmäßig einer bestimmten Richtung nach, und zwar um das Körperchen herum vor sich. — In den Fällen aber, wo die Bewegung des amöboiden Körpers sehr träge ist, verlängern sich diese Tropfen sehr stark, werden keulen-, sogar wurstförmig, krümmen sich, bekommen bisweilen an ihrer Spitze neue Hervorragungen, bewahren ihre Form und Größe lange Zeit fast unverändert und verschwinden sehr langsam (Fig. 5).

Die Masse, aus welcher solche tropfen- oder keulenförmige Hervorragungen bestehen, unterscheidet sich, ihrem Ansehen nach, anfangs nicht von der Masse des Körperchens selbst; später aber, wenn die Bewegung nahe daran ist aufzuhören, ist die heraustretende Masse viel blasser, nicht selten ganz hialin (Fig. 3).

Die beschriebenen Bewegungen des Körperchens dauern ziemlich lange Zeit, nach dem Entladungsschlage gewöhnlich ungefähr 15—20 Minuten; nach den Inductionsschlägen weniger lang; zuerst sind sie sehr rasch, später aber werden sie langsamer, und jetzt kann man mit den Tropfen zu gleicher Zeit an einigen Stellen des Körperchens kurze, dicke unregelmäßig zugespitzte Fortsätze bemerken. Endlich treten keine Tropfen mehr heraus; das Körperchen streckt an irgend einer Stelle lange, zugespitzte Fortsätze aus, während die übrige Masse mehr oder minder kugelförmig bleibt. Ein solches Körperchen sieht, was die Form und Veränderungsart seiner Fortsätze anbetrifft, wieder dem frischen amöboiden Körperchen ganz ähnlich aus, unterscheidet sich aber von dem letzteren dadurch, 1. daß seine Fortsätze, wie eine genauere Betrachtung lehrt, in den meisten Fällen durch eine hialine membranförmige Masse mit einander verbunden sind (Fig. 6), und 2. daß man in der noch undurchsichtigen, ziemlich stark glänzenden, grünlichen Masse seines Leibes oft einige helle, scharf begrenzte Flecken bemerken kann, was bei dem frischen Körperchen gewöhnlich nicht der Fall ist. Die erwähnte Membran erreicht nicht selten eine auffallende Größe; es ist dabei zu bemerken, daß je mehr diese Membran wächst, desto kleiner der Leib des Körperchens wird (Fig. 7).

Wenn man zur Zeit, wo ein auf die früher beschriebene Weise sich bewegendes Körperchen einen Tropfen ausschickt und die Bewegung der heraustretenden Masse schon etwas langsamer wurde, — einen Inductionsschlag gibt, so bemerkt man, daß, unmittelbar nach dem Schlage, der Tropfen in der Richtung seiner früheren Bewegung sich sehr rasch fort zu bewegen scheint, dann steht er still und bald fängt er an sich zu verkleinern.

Stärkere Reizung läßt das Körperchen sich zu einem Klumpen zusammenziehen und nach einiger Zeit beginnt es wiederum die oben beschriebenen besonderen Erscheinungen zu zeigen. Mit jeder neuen Reizung aber wird die Masse des Körperchens blasser, die grünliche Farbe und der Glanz werden weniger intensiv, die schon vorhandenen blassen Flecken vergrößern sich, oder, wenn noch keine vorhanden waren, erscheinen dieselben jetzt. Die anfangs mehr gleichförmige Masse wird deutlicher feinkörnig; die Bewegungen, ohne übrigens wesentliche Unterschiede von den oben beschriebenen zu zeigen, werden schwächer und dauern kürzere Zeit.

b) Wenn man, während das Körperchen die oben beschriebenen tropfen- oder keulenförmigen Hervorragungen austreibt und sich in Folge dessen sehr lebhaft bewegt, eine sehr starke Reizung ausübt, so nimmt es plötzlich eine ganz regelmäßig kugelige Form an und bekommt scharfen Contour; die blassen Flecken (2—4 an der Zahl) treten deutlich hervor und sind durch grüne, mehr oder minder breite Säume von der übrigen, deutlich körnigen Substanz abgetrennt (Fig. 8). Das Körperchen macht kleine schwankende Bewegungen, zeigt aber keine Formveränderungen mehr. Dennoch scheint die Masse desselben nicht in der Ruhe zu bleiben, denn die erwähnten blassen Flecken und andere bemerkbare Punkte in der körnigen Masse zeigen relative Stellungsveränderungen. Weitere Veränderungen, welche ich in solchen Körperchen, ohne daß sie weiter elektrisirt wurden, während mehr als einer Stunde beobachten konnte, beziehen sich wieder auf die erwähnten blassen Flecken und bestehen darin, daß diese Flecken zunächst anfangen zusammenzufließen (Fig. 9), die grünen Säume werden an einigen Stellen unterbrochen (Fig. 10), die daraus entstehenden, etwas verlängerten und gekrümmten Bruchstücke werden allmählig ganz kugelig; an der früher ganz blassen Stelle erscheinen allmählig Körnchen, so daß sie nach einiger Zeit sich nicht mehr von der umgrenzenden körnigen Substanz unterscheiden. Das Körperchen selbst ist dann rund, scharf contourirt, gleichmäßig feinkörnig, oder enthält einige intensiv grün gefärbte Kügelchen von verschiedener Größe, zeigt aber, wie gesagt, keine Spur von den früheren blassen Flecken (Fig. 11 und 12). Ob ein solches Körperchen noch im Stande ist irgend welche Bewegungen auszuführen, — das kann ich mit Sicherheit nicht angeben, muß aber bemerken, daß einige solche Körperchen später ihren glatten Contour verlieren und an einigen Stellen kurze unregelmäßige Hervorragungen zeigen (Fig. 12).

c) Wenn man aber auf das sich nach der Reizung in besonderer Weise bewegende Körperchen mit weiteren Schlägen einwirkt, es sich contrahiren läßt und wartet bis es wiederum die Bewegungen zu zeigen anfängt, um dasselbe Verfahren zu wiederholen, so geht das amöboide Körperchen schließlich nicht selten in einen besonderen Zustand über (Fig. 13), es plattet sich stark ab, breitet sich auf dem Objectträger aus, wird außerordentlich blaß, so daß man nur mit Mühe seinen Contour von der umgrenzenden Flüssigkeit unterscheiden kann. Der Contour ist unregelmäßig zackig. Gegen die Mitte hin wird ein solches Körperchen allmählig dunkler und zeigt einen großen oder einige (2—3) kleinere, wie gewöhnlich mit einem grünlichen Streifen umsäumte blasse Flecken. Die Substanz des Körperchens ist dann feinkörnig, sehr blaß und durchsichtig. Dasselbe zeigt langsame Formveränderungen und zieht sich von Zeit zu Zeit ein wenig zusammen. Nach erneuerter Reizung zieht sich die centrale Masse sehr langsam zu einem rundlichen oder ovalen Körper zusammen, der noch dunkler erscheint und mit der blassen peripherischen Substanz, deren Contour jetzt schärfer geworden ist und deren Zacken abgestumpft sind, wie mit einem mehr oder minder breiten Gürtel umsäumt ist (Fig. 14). Bald aber verbreitert sich das Körperchen von neuem und bekommt seine früheren Eigenschaften. Starke rasch nach einander folgende Schläge lassen es dagegen auf einmal eine ganz regelmäßig kugelige Form annehmen. Ein Theil der blassen peripherischen Substanz sammelt sich dabei zu einigen abgesonderten ungleich großen blassen Kügelchen, die mit der großen Kugel in keinem Zusammenhange zu stehen scheinen; wenigstens kam es nie vor, daß sie mit ihr später wieder zusammenflossen

(Fig. 15). Ein auf solche Weise verändertes Körperchen unterscheidet sich von der (Fig. 8) beschriebenen Kugel ganz und gar nicht, die erwähnten accessorischen Kügelchen ausgenommen.

d) Nach der Einwirkung einiger nach einander folgender Schläge konnte ich nicht selten ein Zusammenfließen der amöboiden Zellen beobachten. Zwei neben einander liegende Zellen flossen, nachdem sie schon rund geworden und die blassen Flecken deutlich hervorgetreten, aber noch keine Molecularbewegung der Körnchen zu bemerken war, allmählig und vollkommen zusammen. Die so entstandene große Kugel kam ein wenig später wieder in Berührung mit einer kleinen, sichtbar von einem amöboiden Körperchen herkommenden Kugel und bei weiterem Elektrisiren floß sie mit ihr zusammen. So entstand eine sehr große Kugel mit einem Haufen von Kernen, eine Form, welche schon von Neuman [1]) beobachtet wurde.

e) Läßt man auf ein frisches Präparat starke Entladungsschläge einige Zeit in rascher Folge und großer Anzahl einwirken, so werden die amöboiden Körperchen, wie gewöhnlich, zuerst rund; es erscheinen in ihrer Substanz einige blasse Flecken, die sich vergrößern und theilweise mit einander zusammenfließen; das Körperchen selbst vergrößert sich auch und wird immer blasser. Später zeigen die in der Masse des Körperchens entstandenen Körnchen Molecularbewegung. Endlich zerfließt die körnige Masse in der umgebenden Flüssigkeit, die Körnchen werden bei der raschen Molecularbewegung immer blasser und verschwinden allmählig, so daß zuletzt an der Stelle des amöboiden Köperchens nur noch die Kerne (Fig. 16) zurückbleiben. Dabei überzeugt man sich, daß die aus einer mehr weniger festen Substanz bestehenden Kerne den obenerwähnten blassen Stellen entsprechen. Die isolirten Kerne haben rundliche oder ovale Form, sind homogen, schwach glänzend und undeutlich contourirt.

Bisweilen zerfließt nicht die ganze körnige Masse, sondern nur ein Theil derselben. Die Kerne, die dabei auch theilweise mit einander zusammengeflossen sein und dadurch eine unregelmäßig gestaltete homogene Masse gebildet haben können, treten entweder ganz aus der körnigen Masse heraus (Fig. 17), oder nur zum Theile, so daß ein mehr oder minder großer Theil der Kerne noch von jener Masse umgeben bleibt (Fig. 18 und Fig. 33). Die übriggeblie-

1) Über das Verhalten der Blutkörperchen gegen Inductionsströme. Vorläuf. Mittheil. Centralbl. f. d. med. Wissensch. 1866. Nr. 1.

e körnige Masse nimmt dann bald wiederum die kugelige Form
; die Körnchen zeigen sehr rasche Molecularbewegung und, da
am Rande ungleich weit von dem Centrum der Kugel hervor-
en, bedingen sie dadurch einen ungleichen zackigen Contour der-
ben. Starke Gasentwickelung an den Elektroden verhinderte zu
scheiden, ob man auch diese Kugeln durch die weitere Einwirkung
Schläge zerfließen lassen könne.

Auch bei der Anwendung der Inductionsschläge konnte ich das
tzen der amöboiden Körperchen beobachten. Dazu brauchte ich
ei Chromsäurekohlenelemente (Zwischenraum zwischen den Elek-
den 2—3 Mm.). Wenn man, während das Körperchen nach dem
sten Schlage große tropfenförmige Hervorragungen zu zeigen an-
ngt, — neue Schläge gibt, so bemerkt man, daß unmittelbar nach
m zweiten (höchstens nach dem dritten) Schlage zuerst der heraus-
tretene Tropfen sich ein wenig vergrößert, stark erblaßt und in
r umgebenden Flüssigkeit zerfließt. Die Gasentwickelung ist bei
sem Versuche viel bedeutender, als bei der Anwendung der Ent-
lungsschläge.

f) Läßt man das elektrisirte Blutpräparat, nach dem die amö-
iden Körperchen schon Molecularbewegung der Körnchen zu zeigen
fingen, aber noch nicht zerflossen sind, ohne weiteres Elektrisiren
gen und beobachtet dasselbe während mehr als einer Stunde, so
merkt man folgende Veränderungen (Fig. 19): Die Körnchen wer-
n allmählig größer, einige von ihnen erreichen später eine be-
chtliche Größe und sehen wie mehr oder minder große Kügelchen
s; man kann mit Sicherheit sehen, daß diese größeren Körnchen
d Kügelchen ziemlich stark grünlich gefärbt sind; während in
iheren Zuständen, wo die Körnchen kleiner waren, man nicht
stimmen konnte, ob sie gefärbt oder farblos waren; so lange die
asse gleichmäßig feinkörnig ist, wird blos durch den äußerst
hwach grünlichen Glanz die Farbe angedeutet. — Je mehr
e Körnchen wachsen, desto größer werden die zwischen ihnen
istirenden, mit hialiner Substanz erfüllten Zwischenräume und dem-
mäß wird auch das Körperchen selbst blasser und heller. Aus
iner jetzt zumeist hialinen Masse treten die Körnchen von ver-
hiedener Größe sehr deutlich hervor. Die kleinen Körnchen zeigen
rtwährend Molecularbewegung, die größeren aber und die Kügelchen
eiben ruhig liegen.

C. In jedem Blutpräparate kommen einige Zeit, nachdem es vorbereitet ist, außer den oben beschriebenen, sich mehr oder minder lebhaft bewegenden amöboiden Körperchen auch solche vor, die eine nicht ganz regelmäßige, aber ungefähr kugelige Form haben und keine Bewegungen zeigen. Ihre Substanz ist wenig durchsichtig, gleichmäßig, schwach grünlich gefärbt und etwas glänzend. Das alles läßt solche ruhende Körperchen von den oben (sub *B. c* Fig. 15) beschriebenen Kugeln leicht unterscheiden. Schwache Reizung (*A*) ruft in solchen Körperchen keine merkliche Veränderung hervor. Nach einer mäßig starken Reizung bekommt das Körperchen, wenn sein Contour nicht ganz glatt war, was nicht selten der Fall ist, einen glatten Contour und es können sich alle oben (*B*) beschriebenen Veränderungen darstellen.

2. Die sogenannten Körnchen-Zellen stellen im unbeweglichen Zustande gewöhnlich ganz regelmäßige, scharf contourirte Kugeln dar. Ein Theil der Zelle enthält gewöhnlich grünliche Körnchen, die bei den meisten von mir beobachteten Zellen undeutlich aus der zwischen ihnen liegenden auch ein wenig grünlichen Substanz hervortraten. Der andere Theil der Zelle ist etwas trüb, schwach glänzend und der Substanz der amöboiden Zellen ziemlich ähnlich.

Auch diese Zellen zeigen, so wie die meisten amöboiden, in frischem unverändertem Zustande keine deutlichen Kerne.

Kurze Zeit nach der Vorbereitung des Präparates fangen einige von ihnen an sich zu bewegen. Entweder schicken sie ziemlich lange zugespitzte Fortsätze (1—2 an der Zahl) aus, oder sie verändern die Form des ganzen Körpers, werden unregelmäßig und verlängert. Viel seltener treten einige der gleich zu besprechenden Tropfen heraus. Überhaupt sind die Bewegungen sehr langsam.

a) Wenn man auf ein solches sich bewegendes Körperchen mit einem Schlage von mittlerer Stärke einwirkt, so bemerkt man, daß es die Fortsätze einzieht, allmählig rund wird, und sehr kurze Zeit ruhig liegen bleibt. Dann tritt, ähnlich wie bei den amöboiden Zellen, an irgend einer Stelle des Körperchens plötzlich ein Tropfen heraus; die die Körnchen enthaltende Substanz fließt rasch in den Tropfen hinein; der letztere verbreitert sich in der ersten Zeit der Bewegung sehr bald und fließt mit dem Zellenkörper zusammen; dann tritt ein neuer Tropfen aus u. s. f. Später aber vergrößert sich der heraustretende Tropfen auffallend, so daß bisweilen der größte Theil des Zellenkörpers in den anfänglichen Tropfen übergeht, dann steht die Bewegung still und bald fließt die Masse des Tropfens wieder zurück, der Tropfen vermindert sich bis auf einen kleinen Rest, der später mit dem Zellenleibe zusammenfließt. Noch später erscheinen die heraustretenden Tropfen um vieles hialiner und jetzt geschieht es bisweilen, daß zu der Zeit, als der herausgetretene Tropfen sich zu vermindern anfängt, in denselben von dem Rande des Zellenleibes einige Körnchen hineintreten und Molecularbewegung auszuführen anfangen, während die in dem Zellenleibe selbst sich befindenden Körnchen keine solche Bewegung zeigen. — Die durch das beschriebene Heraustreten der Tropfen verursachte Bewegung wird allmählig langsamer und nach einigen (5—10) Minuten nimmt das Körperchen wiederum die runde Form an und liegt ruhig. Neue Schläge können jetzt wieder dieselbe Reihe der Erscheinungen hervorrufen.

b) Wenn man auf die frische Körnchenzelle mit starken, in Zeiträumen von ungefähr $\frac{1}{2}'$ nach einander folgenden Schlägen einwirkt, so bemerkt man, daß, nachdem die Zelle sich merklich vergrößert hat, einige Körnchen sich von dem Körperchen abtrennen (Fig. 20) und rasche Molecularbewegung in der umgebenden Flüssigkeit ausführen. Diese Erscheinung hört aber bald auf und spätere Schläge scheinen ganz wirkungslos zu bleiben. Jetzt kann man an dem unregelmäßigen, mehr oder minder kugeligen Körperchen zwei Theile unterscheiden. Ein Theil seiner Masse, und zwar der größere, hat eine unregelmäßigere Form und besteht aus den viel deutlicher hervortretenden grünlich gefärbten Körnchen, welche keine Bewegung zeigen und durch hialine Substanz mit einander verbunden sind. Der andere Theil ist rund, trüb, sehr schwach glänzend, bisweilen mit einem kaum merklichen grünlichen Saume umgürtet und ist als das dem Kern entsprechende Gebilde anzusehen (Fig. 25).

c) Ich will hier bemerken, daß auch in dem Froschblute zahlreiche Übergangsformen zwischen den amöboiden und Körnchenzellen existiren, wie es Max Schultze [1]) für das Menschenblut angibt. Unter diesen Übergangsformen verhalten sich diejenigen, die nur wenige Körnchen enthalten und zum größten Theile aus

---

[1]) Ein heizbarer Objecttisch und seine Verwendung bei Untersuchungen des Blutes Sep. Abd. S. 17.

aus einer trüben, ziemlich stark glänzenden Substanz bestehen, — was ihre Bewegungsart und die Veränderungen nach dem Elektrisiren anbetrifft, — den amöboiden Zellen sehr ähnlich. In dem beweglichen Zustande zeigen sie sehr stark entwickelte Fortsätze. Nach der starken Reizung, nachdem sie eine constante kugelige oder unregelmäßige Form angenommen haben, zeigen sie in dem einen Theile ihrer Substanz deutlich hervortretende, durch hialine Masse mit einander verbundene Körnchen, in dem anderen aber einige (gewöhnlich blos zwei) von feinkörniger Masse umgebene Kerne.

d) Die ruhende Körnchenzelle, d. h. diejenige, die einige Zeit nach der Vorbereitung des Präparates noch keine Bewegungen zeigt, kann man durch Schläge zur Bewegung anregen, welche allmählig eintritt, wenn man mit schwachen Schlägen anfängt. Die zuerst kaum merklichen Formveränderungen werden nach jedem Schlage deutlicher und endlich treten die Tropfen heraus.

e) Einmal habe ich Gelegenheit gehabt, das Zusammenfließen einer Körnchenzelle mit einem rothen Blutkörperchen zu beobachten. Die in Folge der Wirkung der starken Entladungsschläge unregelmäßig verlängerte Körnchenzelle kam mit dem Theile ihrer Masse, wo die Grundsubstanz ganz hialin war und die darin enthaltenen Körnchen schwache Molecularbewegung zeigten, in Berührung mit dem rothen Blutkörperchen, welches schon fast kugelförmig war und den Farbstoff zu verlieren anfing. Bei dem Elektrisiren flossen die sich berührenden Massen zusammen. Die Form des rothen Blutkörperchens war dabei unregelmäßig geworden: die in seine Masse hineingetretenen Körnchen zeigten schwache Molecularbewegung (Fig. 21). Während einer Stunde hatte das Körperchen allmählig die abgebildete (Fig. 22 und 23) Form angenommen; dann wurde es wiederum elektrisirt und änderte seine Form nur ein wenig (Fig. 24). Weiteres Elektrisiren hat aber keine Veränderung (außer dem fast vollkommenen Erblassen des rothen Blutkörperchens) hervorgerufen.

3. Was die von v. Recklinghausen gefundenen und in seiner Mittheilung [1]) über die Erzeugung der rothen Blutkörperchen beschriebenen Spindelzellen betrifft, so soll vor allem bemerkt werden, daß dieselben einen constanten Bestandtheil des Froschblutes darstellen. Sie können nicht nur in dem frisch gewonnenen

---

[1]) L. c. p. 138.

Blute gefunden, sondern in den Capillargefäßen selbst direct beobachtet werden, worauf mich zuerst Prof. Rollett aufmerksam machte. Von Mitte Februar angefangen bis Mitte März fand ich diese Zellen im Blute frisch gefangener Winterfrösche constant und bisweilen in so großer Menge, daß sie den entschieden prävalirenden Bestandtheil der farblosen Elemente darstellten. Vor dieser Zeit aber, wo ich das Blut vor längerer Zeit gefangener oder auch frisch gefangener Winterfrösche untersuchte, war es sehr arm an diesen Elementen; dann ließ ich, um solche für die Versuche in genügender Menge zu bekommen, wie gewöhnlich gesammeltes Blut bei der Zimmertemperatur stehen. Nach 1 – 2 Tagen nahmen die meisten amöboiden Zellen in diesem Blute nahezu kugelige Form an und zeigten keine Bewegung mehr. Die Kugeln waren scharf contourirt, gleichmäßig grünlich glänzend, ließen aber keinen Kern wahrnehmen. Einige von ihnen zeigten sehr dunkle Körnchen, welche den in den Spindelzellen gewöhnlich enthaltenen ganz ähnlich aussahen. Noch später erschienen in derselben Blutportion die echten Spindelzellen in mehr und mehr zunehmender Menge, so daß man ganze Haufen solcher Spindeln mit einigen noch kugeligen, oder ein wenig in die Länge gezogenen Zellen vermischt finden konnte.

a) Die meisten aus dem frisch abgelassenen Blute gewonnenen (Fig. 26 und 27) Spindelzellen haben eine verlängert ovale Form und stellen Scheibchen dar, welche 0·02 Mm. lang, 0·013 Mm. breit und 0·007 Mm. in der Mitte dick sind. Gegen den Rand hin werden sie allmählig dünner. Die Substanz des Scheibchens an seinem Rande ist glatt, mehr oder minder grün gefärbt, etwas glänzend, in der Mitte aber ist sie fleckig und granulirt, so daß zwischen dunkleren unregelmäßigen Punkten blassere Zwischenräume erscheinen. Dieser mittlere gefleckte Theil stellt den späteren Kern dar, welcher noch ohne scharfer Contour in die umgebende glatte Substanz übergeht (Fig. 26).

b) Unter den außerhalb des Organismus gezogenen Spindeln trifft man oft solche an, die an beiden Enden sehr stark ausgezogen und bisweilen fein zugespitzt sind. Sie sind länger (0·033 Mm. und sogar mehr lang), aber nicht so breit, als die oben beschriebenen, denen sie sonst ganz ähnlich sind (Fig. 28).

c) Außer diesen findet man, obwohl verhältnißmäßig selten auch andere Formen, die alle möglichen Übergänge zwischen den oben beschriebenen kernlosen Kugeln und den Spindelzellen darstellen. Es wäre überflüssig, alle diese Formen zu beschreiben; ich will blos auf eine Übergangsform aufmerksam machen. Sie ist noch beinahe kugelig, ein wenig abgeplattet und zeigt in der Mitte eine verhältnißmäßig große Stelle, aus abwechselnd blassen und schwach grünlich glänzenden Flecken gebildet, und stellt die erste Andeutung des erscheinenden Kernes dar (Fig. 29 und 30).

d) Weiter findet man Scheibchen, die ihrer Form nach den sub *a* beschriebenen sehr nahe stehen, nur etwas größer sind (durchschnittlich 0·026 Mm. lang und 0·014 breit), sich aber von ihnen dadurch unterscheiden, daß ihr Kern rundlich, groß (0·011 im Durchmesser) und gefleckt ist (wie es auch von v. Recklinghausen p. 138. l. c. beschrieben wurde), besonders aber dadurch, daß die glatte, homogene, den Kern umgebende Substanz die Färbung der rothen Blutkörperchen, obwohl in viel geringerer Intensität zeigt (Fig. 37). Diese Formen stellen die Übergangsformen von den spindelförmigen Elementen, deren Form sie noch behalten, zu den rothen Blutkörperchen, deren Farbe sie schon bekommen haben, dar (Fig. 37).

e) Endlich findet man solche Formen, welche, was ihre Farbe und Beschaffenheit des Kernes anbetrifft, sich gar nicht von den rothen Blutkörperchen unterscheiden lassen, aber sehr klein, spindelförmig an den Enden zugespitzt und nicht selten in die Länge gezogen sind.

Sehr selten kommen doppelte Spindelzellen vor, d. h. solche Formen, wo zwei spindelförmige Elemente durch ihre Enden mit einander verbunden sind (Fig. 34). Dem entsprechend findet man auch solche doppelte Elemente, welche die Eigenschaften der sub *e* beschriebenen, stark gefärbten Elemente besitzen. Man hat es hier höchst wahrscheinlich mit Theilungsgestalten zu thun.

Alle diese sub 3 angeführten Elemente zeigen keine spontane Bewegung.

An den Elementen der ersten Art (*a*) beobachtete ich, daß sie, wenn man das mit dem Deckgläschen wohl bedeckte Präparat längere Zeit (bisweilen eine Stunde) ruhig liegen läßt, — kürzer und dicker werden und sich zuletzt in Kugeln verwandeln, die sich gar nicht von den sogenannten freien Kernen unterscheiden. Einige von diesen Kugeln bekommen später einen hialinen Hof.

Was das Verhalten gegen die Elektricität betrifft, so ziehen sich die Elemente *a*, *b* und *c* nach mittelmäßig starken Schlägen ziemlich langsam zu einem Klümpchen zusammen. Nach einiger Zeit verlängern sie sich allmählig wieder und nehmen beinahe ihre frühere Form wieder an. Starke Reizung läßt sie sich ziemlich rasch zusammenziehen. Es treten dabei an ihrer Oberfläche kleine hialine Tröpfchen aus, die ihren Contour unregelmäßig machen (Fig. 35). Bisweilen erholen sie sich auch aus diesem Zustande; die Tröpfchen werden allmälig kleiner, der Contour wird glatter und die sich verlängernden Zellen nehmen wieder nahezu die frühere Form an. — Neue Reizung ruft dieselben Erscheinungen hervor, so daß es sehr oft gelingt, den Versuch an einem und demselben Elemente mehrere Male zu wiederholen.

Öfter aber, besonders wenn die Reizung zu stark war, geschieht es, daß die herausgetretenen hialinen Tröpfchen sich allmählig vergrößern, mit einander zusammenfließen, so daß endlich ein ganz hialiner Hof um die stark verkleinerte Zelle herum entsteht (Fig. 31, 32 und 36).

Je größer der Hof wird, desto kleiner erscheint der nicht selten excentrisch in ihm liegende Körper — der Rest der contrahirten Zelle. — Weiteres Elektrisiren scheint ohne fernere Wirkung zu bleiben.

Die Elemente *d* zeigen die erst beschriebenen Contractionserscheinungen sogar nach der starken Reizung nicht, sondern zeigen Veränderungen, welche denen der vollkommen entwickelten rothen Blutkörperchen ganz ähnlich sind. Sie werden nämlich allmählig runder, der Kern, der früher sehr undeutlich begrenzt war, tritt viel deutlicher hervor und wird kleiner. Die Substanz, aus welcher früher die dunkleren Partien des Kernes bestanden, sammelt sich in kleinere fast schwarze Körnchen, die sich vom geschrumpften Rest des Kernes abtrennen und Molecularbewegungen in der fast ganz farblosen Masse, welche den Kern umgibt, zeigen. Der Kern ist jetzt ganz glatt, schwach grünlich glänzend (Fig. 38 und 39).

Die Elemente der letzten Art (*e*) unterscheiden sich im Verhalten gegen elektrische Schläge von den gewöhnlichen rothen Blutkörperchen nur darin, daß sie etwas resistenter zu sein scheinen; weil die Veränderungen nach der elektrischen Reizung in ihnen gewöhnlich später eintreten, als in den meisten vollkommen entwickelten rothen Blutkörperchen.

4. Ob alle sogenannten freien Kerne (Fig. 40), wie nach der früher gemachten Beobachtung möglich wäre, nur veränderte Spindelzellen sind, lasse ich dahingestellt. Sie sind alle kugelig, glatt contourirt, stark grünlich glänzend, im Innern gefleckt. Sie zeigen keine spontanen Formveränderungen. Einige von ihnen bekommen aber nach einiger Zeit spontan einen Hof, wie es auch von Rindfleisch (l. c. p. 24) bemerkt wurde.

Nach starken elektrischen Schlägen treten aus ihnen hialine Tropfen heraus, die sich vergrößern und zusammenfließen, so daß zuletzt auch ein hialiner Hof um die stark verkleinerten Reste herum entsteht.

Nachdem ich die vorstehenden Thatsachen mitgetheilt, aus denen leicht zu entnehmen ist, daß elektrische Schläge eine reizende Wirkung auf die contractile Substanz der sogenannten farblosen Blutelemente ausüben, behalte ich mir vor, weitere Schlüsse erst nach der Veröffentlichung des zweiten Theiles dieser Arbeit zu ziehen.

Erklärung der Tafel.

(Vergrößerungsverhältniß $\frac{1}{600}$.)

Fig. 1. Formveränderungen des amöb. Körperchens vor dem Heraustreten der Tropfen nach der Einwirkung der elektrischen Schläge.
„ 2. Dasselbe Körperchen etwas später. Heraustreten des Tropfens.
„ 3, 4, 5. Fließende Bewegungen der amöb. Körperchen nach dem Elektrisiren.
„ 6, 7. Amöb. Körperchen nach den in Fig. 3 und folgenden abgebildeten Bewegungen.
„ 8, 9, 10, 11, 12. Successive Veränderungen der Kerne in dem stark elektrisirten amöb. Körperchen.
„ 13. Stark abgeplattetes, blasses amöboides Körperchen.
„ 14. Ein solches Körperchen nach dem elektrischen Schlage.
„ 15. Ein solches Körperchen nach einigen starken Schlägen.
„ 16. Zerfliessen des amöb. Körperchens.
„ 17, 18. Heraustreten der Kerne aus dem amöb. Körperchen.
„ 19. Veränderungen der Körnchen in dem stark elektrisirten amöb. Körperchen.
„ 20. Abtrennen der Körnchen von der Körnchenzelle bei dem Elektrisiren.
„ 21, 22, 23, 24. Zusammenfliessen der Körnchenzelle mit dem rothen Blutkörperchen.
„ 25. Körnchenzelle nach dem starken Elektrisiren, wonach sie keine Veränderungen mehr zeigt.
„ 26. Spindelzelle aus dem frisch gewonnenen Blute. Von der Fläche gesehen.
„ 27. Dieselbe vom Rande gesehen.
„ 28. Stark in die Länge gezogene und zugespitzte Spindelzelle.
„ 29. Etwas abgeplattete Kugel. Übergangsform zu den Spindelzellen. Von der Fläche gesehen.
„ 30. Dieselbe vom Rande gesehen.
„ 31, 32. Veränderungen derselben nach dem Elektrisiren.

Fig. 33. Amöboide Zelle nach dem starken Elektrisiren. Die Kerne sind zusammengeflossen und theilweise aus der körnigen Masse herausgetreten.

„ 34. Doppelte Spindelzelle.

„ 35. Spindelzelle nach dem starken Elektrisiren.

„ 36. Dieselbe nach der noch stärkeren elektrischen Reizung.

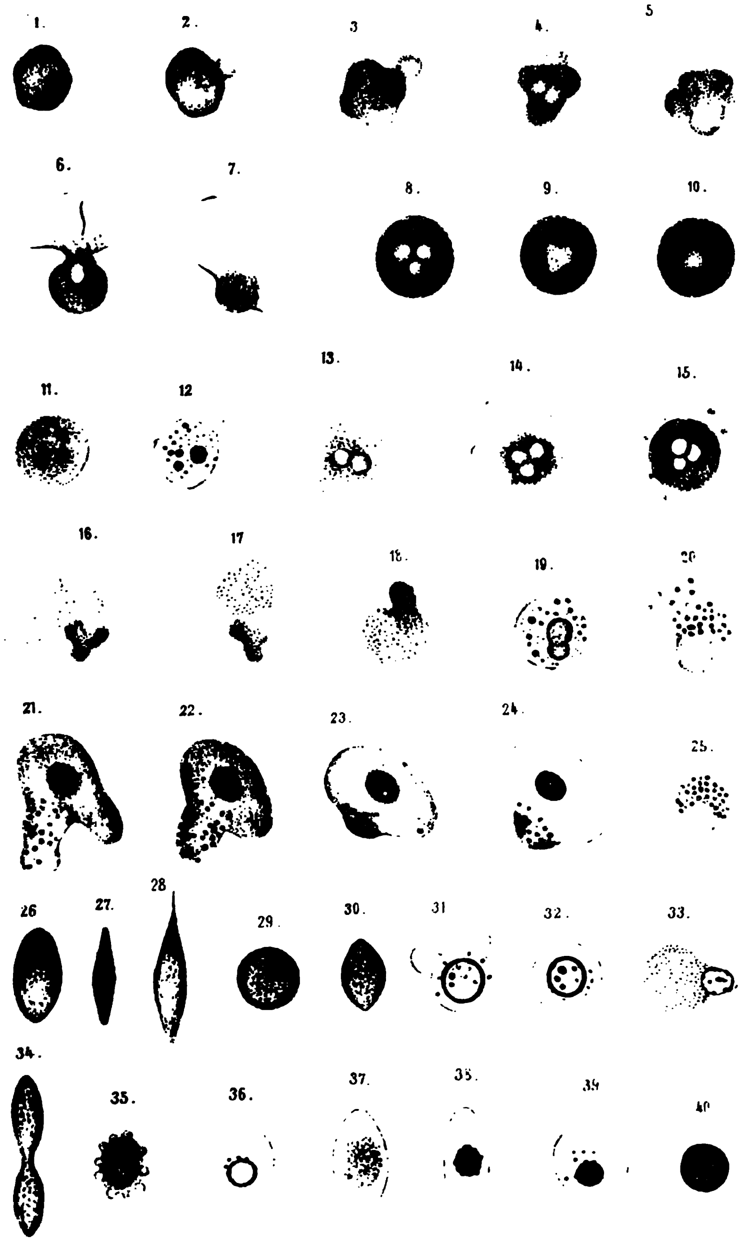
„ 37. Übergangsform von den Spindelzellen zu den rothen Blutkörperchen; in der Mitte liegt ein großer, gefleckter Kern, die umgebende Substanz zeigt äußerst schwach die Färbung der gewöhnlichen rothen Blutkörperchen.

„ 38, 39. Veränderungen derselben Zelle nach dem Elektrisiren.

„ 40. Freier Kern.

Zu Fig. 8 und 15 ist noch zu bemerken, daß der vorhandene vierte helle Körper, als von den drei gezeichneten verdeckt, nicht angedeutet wurde.

A. Golubew. Über die Erscheinungen welche elektr. Schläge hervorbringen.



Über einige neue Derivate des Thiosinnamins.

Von Dr. Richard L. Maly in Olmütz.

II. Abhandlung[1]).

Einwirkung von Jod auf Thiosinnamin: Thiosinnamindijodür.

In meiner ersten Abhandlung habe ich gezeigt, daß das Thiosinnamin sich zu einem Molekül Brom addirt, und einen salmiakartigen Körper erzeugt, worin die zwei Atome Brom des eingetretenen Moleküls eine verschiedenartige Stellung einnehmen, indem nur das eine davon ohne Zerstörung der ganzen Gruppe auf Chlorsilber einwirkt, das andere nicht.

Ganz analog dem Brom wirkt das Jod. Eine alkoholische Lösung des Thiosinnamins wurde mit Jodlösung versetzt, so lange noch Entfärbung eintrat. Anfangs zeigt sich diese rasch, später nach einigen Minuten. Die eingedampfte Flüssigkeit gab eine reiche Krystallisation eines Körpers, der durch Waschen mit Äther von einer Spur freien Jod's getrennt und durch Umkrystallisiren aus Alkohol gereinigt wurde.

Dieser Körper ist, wie schon nach dem Studium der Bromverbindung zu erwarten war, ein Additionsproduct von Thiosinnamin und zwei Atomen Jod, das Thiosinnamindijodür:

$$C_4H_8N_2SJ_2 \text{ oder } \begin{array}{l} \left.\begin{matrix} H_2 \\ CS \end{matrix}\right\} N \\ \left.\begin{matrix} C_3H_5.H \\ J \end{matrix}\right\} N.J \end{array}$$

Analyse:

0.606 Grm. schön krystallisirter Substanz gaben 0.7542 Grm. Jodsilber und 0.0080 Grm. metall. Silber. Daher für das gesammte Jod in 100 Theilen:

Gefunden	Für $C_4H_8N_2SJ_2$ berechnet
68.77%	68.65%

[1]) Diese Sitzungsberichte, Band 54.

Das Thiosinnamindijodür bildet spröde, glänzende, fast farblose Krystallgruppen von hohem Eigengewicht. Es schmilzt nicht unverändert wie das Dibromür, sondern gibt auch bei vorsichtig eingeleiteter Schmelzung eine dunkelbraune Flüssigkeit von der Farbe einer sehr concentrirten Jodlösung. Stärker erhitzt entweichen reichlich violette Dämpfe später nach Allylverbindungen riechende Körper und es hinterbleibt etwas leicht verbrennliche aschefreie Kohle.

Die Substanz löst sich in Wasser und Alkohol, und krystallisirt namentlich gut aus letzterem. In Äther löst sie sich nicht. Das Schmelzen beginnt bei 90°, aber dabei tritt auch schon die erwähnte Zersetzung ein; die vollständige Verflüssigung zeigt sich erst bei höherer Temperatur.

Mit concentrirter Schwefelsäure übergossen entwickelt sich ein nebelbildendes Gas (Jodwasserstoff) und die Flüssigkeit färbt sich violett. Concentrirte Salpetersäure wirkt kräftig ein, und scheidet Jod als schwarzes Pulver ab.

Die wässerige Lösung gibt mit Silbernitrat einen gelben Niederschlag von Jodsilber, der nach einigem Stehen so gut wie alles Jod der Verbindung enthält; frisch gefälltes Chlorsilber wird unter der wässerigen Lösung des Thiosinnamindijodürs gelb, wobei genau die Hälfte (1 Atom) Jod austritt und durch Chlor ersetzt wird.

Thiosinnaminjodochlorür.

$$C_4H_8N_2SJCl = \left.\begin{matrix} H_2 \\ CS \\ C_3H_5.H \\ J \end{matrix}\right\} \begin{matrix} N \\ \\ N.Cl \end{matrix}$$

Das Dijodür wurde in Wasser gelöst, mit frisch gefälltem Chlorsilber digerirt, und nach 24stündigem Stehen das vom Jodsilber und noch unverändertem Chlorsilber getrennte Filtrat eingedampft. Der Rückstand, aus Alkohol umkrystallisirt, gab aus kleinen farblosen Krystallen bestehende Krystallgruppen.

Der Körper entspricht dem früher (l. c.) von mir beschriebenen Thiosinnaminbromochlorür, ist in Wasser und Alkohol löslich, schmilzt zu einer gelblichen Flüssigkeit und zersetzt sich bei stärkerem Erhitzen ähnlich wie das Dijodür.

Thiosinnaminjodocyanür - Cyansilber. Digerirt man wässeriges Thiosinnamindijodür mit Cyansilber, so färbt sich dieses gelb, und das klare Filtrat scheidet beim Abdunsten ein weißgelbes schweres Pulver aus, das außer den Elementen des Thiosinnamins auch Jod und Silber enthält. Einmal ausgeschieden, löst es sich weder in Wasser noch in Alkohol, Äther oder Ammoniak.

Von concentrirter Schwefelsäure wird es in der Wärme gelöst, wobei sich etwas Joddampf entwickelt. Trocken erhitzt, bläht es sich auf, und wächst schlangenartig zu einer voluminösen dunklen Masse in die Höhe, ähnlich wie die Quecksilberrhodanverbindungen.

Der Körper ist wahrscheinlich ein Doppelcyanid von Thiosinnaminjodocyanür mit dem überschüssig zugesetzten Cyansilber. Sein Gehalt an Silber stimmt damit annähernd überein.

Die decidirte Verwandtschaft des Thiosinnamins zu Körpern vom Wasserstofftyp wurde noch geprüft durch das Verhalten zu einigen Jodüren (und Chloriden) der Alkoholradicale.

Thiosinnaminjodäthyl.

$$C_8H_{13}N_2SJ = \left.\begin{array}{l} H_2 \\ CS \\ C_3H_5 \,.\, H \\ C_2H_5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} N \\ \\ N \,.\, J \end{array}$$

Eine wässerige Lösung von Thiosinnamin löst bei längerem Stehen etwas Jodäthyl auf. Zur Darstellung werden je ein Molekül Thiosinnamin und Jodäthyl in Alkohol gelöst, und die gemischte Lösung zum Abdunsten hingestellt. Nachdem die Flüssigkeit schon sehr concentrirt geworden ist, und die Consistenz eines dünnen Syrups hat, schießen große, farblose wasserhelle isolirte gut ausgebildete Krystalle an, die man durch Fließpapier von der Mutterlauge befreit. Letztere verwandelt sich bei weiterem Stehen bis auf den letzten Tropfen in gleiche Krystalle [1]).

Das Thiosinnaminjodäthyl löst sich fast in jedem Verhältnisse in Wasser, sehr leicht in Alkohol und Äther; es schmilzt bei 72° C.

---

[1]) Während des Zusammenschreibens meiner Arbeit sehe ich, daß dieser Körper unter dem Namen Thiosinnaminäthylammoniumjodid (also mit wesentlich derselben Auffassung) schon von C. Weltzien in einer eigenen nur diesen Körper betreffenden Abhandlung (Annal. d. Chemie Band 94, p. 103) beschrie-

zu einer wasserhellen Flüssigkeit, gibt bei weiterem Erhitzen allylartig riechende Zersetzungsproducte, und leicht verbrennliche Kohle.

Die wässerige Lösung erzeugt mit Silbernitrat einen Niederschlag von Jodsilber, und die Flüssigkeit ist nun jodfrei. Der Körper verhält sich demnach als ein Salmiak, gerade wie das jodwasserstoffsaure Thiosinnamin, oder das Dibromür etc. Die Reaction mit Silbernitrat wurde auch zur Analyse benützt.

Analyse:

0·492 Grm. loser Krystalle gaben in wässeriger Lösung mit Silbernitrat einen 0.424 Grm. wiegenden Niederschlag von Jodsilber.

Gefunden:	Berechnet für $C_8H_{13}N_2SJ$
46.65% Jod [1];	46.68% Jod.

Thiosinnaminjodamyl. $C_4H_8N_2S.C_5H_{11}J$

Wurde analog dem vorigen Körper dargestellt, indem gleiche Moleküle, Thiosinnamin und Jodamyl in alkoholischer Lösung gemischt wurden. Die Lösung verhielt sich wie die entsprechende Äthylverbindung, gab aber viel schwieriger, erst nachdem sie zu einem dicken Syrup geworden war, in langsamer Bildung große farblose, aber zerfließliche Krystalle.

Chlorbenzoyl und Thiosinnamin scheinen sich zu verbinden; es konnte jedoch nichts Krystallisirtes erhalten werden. Chloräthylen verbindet sich nicht mit Thiosinnamin.

Einwirkung von Cyan auf Thiosinnamin: Thiosinnamindicyanür.

Cyan aus Cyanquecksilber, bei späteren Versuchen aus einem trockenen Gemenge von gelbem Blutlaugensalz und Sublimat entwickelt, wurde in eine alkoholische Thiosinnaminlösung geleitet. Die Flüssigkeit erwärmt sich dabei nur wenig, und färbt sich langsam

---

ben wurde. Weltzien's Krystalle waren durch Abdampfen erhalten, und stellten eine „weiße federartige dem Salmiak ähnliche, an der Luft unter Jodausscheidung bald gelb werdende Krystallisation" dar, waren also jedenfalls viel unvollkommener entwickelt.

[1] Weltzien (s. c.) fand 46.55 % Jod.

röthlich bis braun. Riecht sie schon sehr stark nach Cyan, so wird sie im verschlossenen Kolben bei Seite gestellt. Es scheidet sich dann langsam eine grüngelbe, bisweilen durch ein secundäres Nebenproduct braun gefärbte krystallinische Substanz ab, die sich etwa 24 Stunden lang vermehrt.

Man filtrirt den ganzen Krystallbrei ab, reinigt ihn durch Waschen mit warmem, und öfteres Umkrystallisiren aus kochendem Alkohol. Der Verlust ist dabei nicht groß, da die Substanz sich in kaltem Alkohol nur wenig löst. Die letzte Krystallisation bringt man auf ein Filter und läßt abtropfen.

So gereinigt stellt das Product der Einwirkung von Cyan auf Thiosinnamin ein lockeres leichtes Haufwerk glänzender Blättchen dar, von goldgelber Farbe mit einem Stich ins Bronzefarbirge. Sie sind nicht groß genug, um mit unbewaffnetem Auge einzeln gesehen zu werden; bei mäßiger Vergrößerung unter dem Mikroskope zeigen sich lauter gleichgebildete, längliche hellgelbe Tafeln, die an beiden Enden durch je zwei Flächen abgestutzt sind.

Analyse:

I. 0.420 Grm. bei 95° C. getrockneter Substanz gaben mit vorgelegtem Kupfer und eingeschaltetem Rohr mit Bleisuperoxyd verbrannt 0.6550 Grm. Kohlensäure und 0.1844 Grm. Wasser.

II. 0.2122 Grm. Substanz gaben, mit Natronkalk geglüht, eine 0.495 Grm. Platin hinterlassende Menge Platinsalmiak.

Diese Zahlen, auf Procente berechnet, geben:

	1.	2.
Kohlenstoff . . .	42.52	—
Wasserstoff . . .	4.87	—
Stickstoff	—	33.01

während ein Körper von der Formel $C_6H_8N_4S$ verlangt:

C_6	42.85
H_8	4.76
N_4	33.33

Es enthält aber $C_6H_8N_4S$ die Elemente von Thiosinnamin und 1 Molekül Cyan:

$$C_6H_8N_4S = C_4H_8N_2S . 2CN$$

und die Substanz ist daher als Thiosinnamindicyanür anzusprechen. Das freie Cyan gibt wie Jod oder Brom ein einfaches Additionsproduct.

Das Thiosinnamindicyanür hat folgende Eigenschaften: In kochendem Alkohol ist es ziemlich löslich, und scheidet sich zum größten Theil beim Erkalten in Form der beschriebenen Blättchen ab. Von Wasser wird es nicht aufgenommen, sehr wenig von Benzol oder Äther. Die alkoholische Lösung ist gelb gefärbt und wirkt nicht auf Lackmus; mit Siberoxyd digerirt bildet sie kein Cyansilber.

Über Schwefelsäure oder Chlorcalcium getrocknet verliert die Substanz nichts bei 100° C., stärker erhitzt schmilzt sie, zersetzt sich aber dabei zugleich unter Schwarzfärbung, Ausstossung allylartig riechender Dämpfe und Abscheidung von schwerverbrennlicher aschefreier Kohle.

In Ätzkali tritt leicht Lösung ein und beim Erwärmen Ammoniakentwicklung, unter Bildung einer kaum gelblichen aber schön hellgrün fluorescirenden Lösung.

Einwirkung von verd. Schwefelsäure auf Thiosinnamindicyanür: Oxalylthiosinnamin = Oxalylsulfocarbonylallylharnstoff.

Das Dicyanür löst sich in verdünnter Schwefelsäure namentlich beim Erwärmen leicht auf, und aus der scheinbar nicht veränderten lichtgelben Flüssigkeit schießen beim Erkalten lange dünne, zu großen Gruppen oder Büscheln vereinigte citronengelbe Nadeln an. Ist die Lösung einigermaßen concentrirt, so erstarrt sie beim Abkühlen ganz zu einem Brei solcher unregelmäßig gelagerter Nadeln. Die Mutterlauge enthält außer weiteren Mengen dieses Körpers, der beim Abdampfen noch auskrystallisirt, viel Ammoniumsulfat.

Die citronengelben Nadeln lassen sich aus warmem Wasser leicht weiter umkrystallisiren und dadurch von Spuren anhängenden Ammoniumsulfat's befreien. Bei langsamem Abkühlen und größerer Substanzmenge entstehen prachtvolle Krystallisationen. Aus Alkohol krystallisirt, gibt der Körper glänzende citrongelbe Tafeln.

Analyse:

Die Substanz ist schwefel- und stickstoffhältig.

I. 0·3010 Grm., zweimal aus Wasser, einmal aus Alkohol umkrystallisirt gaben 0·4650 Grm. Kohlensäure und 0·0980 Grm. Wasser.

II. 0·2927 Grm. Substanz gaben, mit Natronkalk verbrannt, eine 0·335 Grm. Platin hinterlassende Menge Platinsalmiak [1]).

Diesen Resultaten entsprechen folgende Procentzahlen:

	1	2
Kohlenstoff	42.13	—
Wasserstoff . . .	3.61	—
Stickstoff	—	16.15

welche mit der Berechnung für einen Körper von der Formel $C_6H_6N_2S\Theta_2$ übereinstimmen:

Kohlenstoff	42.35	Proc.
Wasserstoff . . .	3.53	„
Stickstoff	16.46	„

Da, wie erwähnt, neben diesem Körper noch Ammoniak aus dem Dicyanid austritt, das sich als Sulfat in der Mutterlauge vorfand, so verläuft die Einwirkung der verdünnten Schwefelsäure in folgender glatten Reaction:

$$C_6H_8N_4S + SH_2\Theta_4 + 2H_2\Theta = C_6H_6N_2S\Theta_2 + S\,(NH_4)_2\Theta_4$$

Die meisten bekannten Reactionen der organischen Cyanide, bei denen unter Wechselwirkung der Elemente des Wassers Ammoniak sich abspaltet, geben zur Bildung von Säuren Veranlassung, in die so vielmal Carbonyl eingetreten ist, als Cyanatome im Cyanid waren. Auch obiger Körper enthält, wenn man vom Zwischenproduct dem Dicyanür absieht, um die Elemente von $2C\Theta$ mehr und H_2 weniger als das Thiosinnamin; aber diese $2C\Theta$ sind nicht als solche in den neuen Körper getreten, sondern unter Condensation zu Oxalyl $C_2\Theta_2$, wie dies aus den im Folgenden beschriebenen Zersetzungen zweifellos hervorgeht. Ich anticipire für den Körper vorläufig nur den ihm zukommenden Namen: Oxalylthiosinnamin.

---

[1]) Die Krystallisationen aus Wasser sind viel schöner, aber die aus Alkohol sind reiner. Bei Substanz, die nur aus Wasser krystallisirt war, wurde der Kohlenstoff im Mittel von zwei Verbrennungen um 0.5 Proc. zu klein gefunden, der Wasserstoff aber gleich; zu 3.64 und 3.58 Proc.

Eigenschaften: Das Oxalylthiosinnamin löst sich mäßig in kaltem, leicht in heißem Wasser, sehr leicht in Alkohol und Äther. Unter Wasser erhitzt, schmilzt es meist früher zu öligen Tropfen, die aufgerührt zerstäuben und sich dann bald lösen. Trocken im Glasröhrchen schmilzt es zwischen 89 und 90° C. zu einer hellgelben klaren Flüssigkeit, die beim Abkühlen sogleich zu einer strahlig krystallinischen Masse erstarrt. Stärker erhitzt sublimirt die größte Menge unverändert und es bleibt nur eine Spur kohligen Rückstandes. Am Platinblech rasch erhitzt gibt es mit Flamme verbrennende Zersetzungsproducte und läßt wenig leichter Kohle.

Unter dem Mikroskop scheinen die oft zolllangen aber dünnen Nadeln ziemlich platt zu sein, enden meist in eine lange, langsam sich verjüngende Spitze: bisweilen erscheint das Ende gespalten.

Die wässerige Lösung reagirt deutlich sauer, wird von Chlorbarium nicht im mindesten getrübt, und gibt Niederschläge mit Silbersalz, Bleizuckerlösung, Bariumhydroxyd und anderen, aber diese Fällungen verändern sich sofort schon unter der Flüssigkeit, oder sind schon von vornherein Zersetzungsproducte. (S. unten.)

Mit concentrirter Salpetersäure erwärmt, wird die gelbe Lösung des Oxalylthiosinnamins farblos und gibt intensive Schwefelsäurereaction; mit Zink und verdünnter Schwefelsäure entfärbt sie sich ebenfalls und entwickelt langsam Schwefelwasserstoff. Concentrirte Schwefelsäure löst den Körper mit orangerother Farbe: Kalilauge bringt keine sichtliche Veränderung hervor.

Einwirkung von Bariumhydroxyd auf Oxalylthiosinnamin.

Es wurde erwähnt, daß das Oxalylthiosinnamin stark sauer reagirt und im ersten Momente Niederschläge mit verschiedenen Metallsalzen gibt, die vielleicht Metallabkömmlinge des Oxalylthiosinnamins sind. Jedenfalls sind sie außerordentlich unbeständig. Barytwasser gibt auch einen Niederschlag, und dieser ist schon vom ersten Momente an das Zersetzungsproduct einer Reaction, die besonders schön und glatt abläuft.

Eine warme wässerige Lösung einer größeren Menge von Oxalylthiosinnamin wurde mit Bariumhydroxyd bis zur deutlich alkalischen Reaction versetzt. Es bildete sich ein reichlicher, vollkommen weißer, erst flockiger, aber bald sich absetzender Niederschlag, der mit luftfreiem Wasser gewaschen abgepreßt und getrocknet wurde.

Er hatte dann folgende Eigenschaften. In einem Proberohr mit concentrirter Schwefelsäure übergossen und erwärmt, entwickelt sich ein Gas, das mit blauer Flamme brannte; am Platinblech zum Glühen erhitzt, lief wie eine graue Wolke nur eine Spur einer Kohlung durch die Substanz, die dann mit verdünnten Säuren Kohlensäure entwickelte. Es sind dies für ein Oxalat unverkennbare Eigenschaften. Die Analyse bestätigte, daß der Körper reines Bariumoxalat war.

Analyse:

0.4185 Grm. Substanz gaben 0.3450 Grm. Bariumcarbonat.

Daher in 100 Theilen:	Bariumoxalat verlangt:
56.8% Ba	56.4% Ba

Die vom Bariumoxalat abfiltrirte farblose Flüssigkeit wurde, nachdem durch Kohlensäure das noch vorhandene Bariumhydroxyd ausgefällt worden war, im Wasserbade verdunstet; der Rückstand aus heißem Alkohol umkrystallisirt. Nach einigen Stunden hatte man große farblose, bis auf den letzten Tropfen sich bildende Prismen, die schon durch das bloße Ansehen als Thiosinnamin, welches der Verfasser so oft unter den Händen hatte, erkannt wurden. Der Schmelzpunkt lag bei 67—68° C. und die wieder erstarrte Substanz nahm das charakteristische emailartige Ansehen an.

Demnach zerlegt sich das Oxalylthiosinnamin unter dem Einflusse von Barytwasser:

$$\mathrm{C_6H_6N_2SO_2} + \mathrm{BaH_2O_2} = \underset{\text{Thiosinnamin}}{\mathrm{C_4H_8N_2S}} + \underset{\text{Bariumoxalat}}{\mathrm{BaC_2O_4}}$$

und die Reaction besteht in dem Herausholen der aus $(\mathrm{CN})_2$ durch die Wasserelemente gebildeten Gruppe $\mathrm{C_2O_2}$, was in der typisch geschriebenen Gleichung leicht ersichtlich wird:

$$\left.\begin{matrix}\mathrm{C_2O_2}\\ \mathrm{CS}\\ \mathrm{C_3H_5.H}\end{matrix}\right\}\mathrm{N_2} + \left.\begin{matrix}\mathrm{Ba}\\ \mathrm{H_2}\end{matrix}\right\}\mathrm{O_2} = \left.\begin{matrix}\mathrm{H_2}\\ \mathrm{CS}\\ \mathrm{C_3H_5.H}\end{matrix}\right\}\mathrm{N_2} + \left.\begin{matrix}\mathrm{Ba}\\ \mathrm{C_2O_2}\end{matrix}\right\}\mathrm{O_2}$$

Einwirkung von Silbernitrat auf Oxalylthiosinnamin.

Versetzt man die wässerige Lösung von Oxalylthiosinnamin mit Silbernitrat, so erhält man einen eigelben voluminösen Niederschlag, der aber schon selbst bei gewöhnlicher Temperatur und unter der

Flüssigkeit nach sehr kurzer Zeit mißfärbig, braun und endlich nach längerem Stehen oder Erwärmen schwarz wird, und nun aus Schwefelsilber besteht.

Der Oxalylsulfocarbonylallylharnstoff:

$$\left.\begin{matrix} C_2O_2 \\ CS \\ C_3H_5 . H \end{matrix}\right\} N_2$$

geht dabei über in Oxalylcarbonylallylharnstoff:

$$\left.\begin{matrix} C_2O_2 \\ CO \\ C_3H_5 . H \end{matrix}\right\} N_2$$

Hat man die Entschwefelung unter Erwärmung vorgenommen, und vom Schwefelsilber abfiltrirt, so scheiden sich aus der nun farblosen Lösung eine Zeit lang aus sehr feinen weißen seidenglänzenden Nädelchen bestehende kleine Krystallgruppen aus, die sich aus warmem Wasser umkrystallisiren lassen, und ein Silberderivat des entschwefelten Oxalylthiosinnamins darstellen.

Analyse:

0·1860 Grm. Substanz hinterließen beim Glühen 0.0765 Grm. Silber, oder 41·13 Procent.

Oxalylallylharnstoffsilber $C_2O_2 . CO . C_3H_5 . Ag \} N_2$ verlangt 41.37 Procent Silber.

Man sieht in den beiden Körpern, dem Oxalylthiosinnamin und dem Oxalylallylharnstoff hat das noch eine typische Wasserstoffatom in Folge der Nähe so negativer Radicale (C_2O_2 und CS respective CO) das Bestreben, sich gegen Metall auszutauschen; während jedoch innerhalb des geschwefelten Körpers bald der Schwefel die Affinität zum Metall erringt, ist die Silberverbindung des (schwefelfreien) Oxalylallylharnstoffes beträchtlich beständiger.

Aber auch dieser Körper erleidet ziemlich leicht eine weitere Spaltung, die ganz der vom Bariumhydroxyd erzeugten entsprechend abläuft. Hat man nämlich einen großen Überschuß von Silbernitrat zum Oxalylthiosinnamin gesetzt und gekocht, so scheidet sich aus der vom Schwefelsilber filtrirten Flüssigkeit ein weißer, schwerer pulveriger Niederschlag, dessen Menge sich langsam vermehrt. Dieser

Körper ist ein Silbersalz, das beim Erhitzen verpufft, mit Schwefelsäure erhitzt Kohlenoxyd entwickelt, kurz alle Eigenschaften des Silberoxalates zeigt.

Die von ihm getrennte Flüssigkeit muß nothwendig die dem Thiosinnamin entsprechende, aber schwefelfreie Substanz, d. i. Allylharnstoff enthalten:

$$\left.\begin{matrix}\mathrm{C_2O_2}\\ \mathrm{CO}\\ \mathrm{C_3H_5.H}\end{matrix}\right\}\mathrm{N_2} + \mathrm{Ag_2O} + \mathrm{H_2O} = \left.\begin{matrix}\mathrm{H_2}\\ \mathrm{CO}\\ \mathrm{C_3H_5.H}\end{matrix}\right\}\mathrm{N_2} + \mathrm{C_2Ag_2O_4}$$

Als das Filtrat vom Silberoxalat langsam verdunstet wurde, schieden sich bald farblose Prismen ab, die von der silberhältigen Mutterlauge abgepreßt und aus warmem Wasser umkrystallisirt wurden. Sie waren auch in Alkohol löslich und ihr Schmelzpunkt lag bei 141° C. Hofman und Cahours, die Entdecker des Allylharnstoffes (mir liegt nur der Auszug der Abhandlung in Gmelin, Supplement I. Abtheilung pag. 564 vor) scheinen den Schmelzpunkt nicht angegeben zu haben.

Durch diese Zerlegungen mit Bariumhydroxyd und Silbernitrat ist die Natur des Oxalylthiosinnamins (= Oxalylsulfocarbonylallylharnstoff) festgestellt. Die Einlagerung des Oxalyls in das Thiosinnamin durch die Condensation des Kohlenstoffes der beiden Cyan-Atome ist nicht ohne Interesse; man kennt zwar die Bildung von Oxalsäure neben mehrfachen anderen Producten in wässeriger Blausäure, aber ein wohlverfolgter synthetischer Aufbau ist in dieser Art meines Wissens nur einmal in der Literatur angegeben.

Es betrifft die Einwirkung von Säuren auf das Cyananilin, welche Hofmann[1]) studirt hat. Cyananilin $\mathrm{C_6H_7N.CN}$ gibt mit warmer Salzsäure unter Austritt von Salmiak (oder salzsaurem Anilin) die Anilide des Oxalyls. Die Gleichung:

$$2\left(\underbrace{\left.\begin{matrix}\mathrm{C_6H_5}\\ \mathrm{H}\\ \mathrm{H}\end{matrix}\right\}\mathrm{N.CN}}_{\text{Cyananilin}}\right) + {}_2\mathrm{H_2O} + {}_2\mathrm{HCl} = \underbrace{\left.\begin{matrix}\mathrm{C_2O_2}\\ \mathrm{(C_6H_5)_2}\\ \mathrm{H_2}\end{matrix}\right\}\mathrm{N_2}}_{\text{Oxanilid}} + {}_2\mathrm{NH_4Cl}$$

entspricht in ihren Austauschwerthen vollkommen der oben für die

[1]) Annal. d. Chemie und Pharm. Band 66 und 73.

Bildung des Oxalylthiosinnamins gefundenen, wenn man statt 2HCl einmal Schwefelsäure nimmt.

Es läßt sich natürlich auch das Oxalylthiosinnamin eben so gut als ein Oxamid und zwar als Sulfocarbonylallyloxamid ansprechen; da jedoch, wie die beiden Zerlegungen lehrten, das Oxalyl dem Sulfocarbonyl (respective Carbonyl) gegenüber das minder stabile Radical ist, so scheint die Bezeichnung des Körpers als zusammengesetzter Harnstoff die zusagendere.

Man kann auch noch die Radicale Phenyl und Toluyl einführen, und erhält entsprechende und hübsch gebildete Körper; mit ihrer Untersuchung bin ich noch beschäftigt.

Über die Bestimmung des Kohlenstoffgehaltes in Graphitsorten.

Von Dr. Wilh. Friedr. Gintl,
Assistenten bei der Lehrkanzel für Chemie an der k. k. Universität zu Prag.

Der relative Werth der Graphitsorten ist wesentlich abhängig von der Höhe des Kohlenstoffgehaltes derselben. Es erwächst sonach dem praktischen Chemiker nicht selten die Aufgabe, den Kohlenstoffgehalt einzelner Graphitsorten zu ermitteln. Wenn es nun auch durchaus keinen Zweifel duldet, dass sich dergleichen Bestimmungen mit großer Genauigkeit auf dem Wege der Elementaranalyse, d. i. durch Verbrennen mit chromsaurem Bleioxyd oder im Sauerstoffstrome durchführen lassen, so ist es doch anderseits nicht zu läugnen, dass sich eben diese Art der Analyse, theils ihrer Umständlichkeit, theils der besonderen Übung wegen, die ihre Ausführung fordert, für gewöhnliche Fälle zur Anwendung nicht gut eignet, nicht zu gedenken dessen, daß zu ihrer Ausführung der Besitz gewisser Apparate nöthig ist, die nicht jedem Chemiker zu Gebote stehen. Es war sonach seit langem ein Bedürfniss, auf einem einfacheren Wege die Ausführung solcher Bestimmungen zu ermöglichen, ohne zugleich auf Genauigkeit der Resultate verzichten zu müssen. Schwarz [1]) hat in diesem Sinne eine Methode vorgeschlagen, die im Principe mit dem Verfahren zusammenfällt, wie es Berthier zur Bestimmung des Heizwerthes von Brennmaterialien in Anwendung brachte und nach seiner Angabe sehr genaue Resultate erreichen läßt. In der That wäre diese Methode eine leicht ausführbare und deßhalb sehr empfehlenswerthe, denn das Zusammenschmelzen einer gewogenen Graphitmenge mit Bleioxyd und das Zurückwägen des erhaltenen Bleiregulus sind ohne Zweifel weder zeitraubende noch schwer ausführbare Operationen. Indeß die Resultate, die sich auf diesem Wege erreichen lassen, sind zu schwankend, als daß sie selbst für technische Zwecke genügen könnten. Im Allgemeinen fallen, wie ich

[1]) Breslauer Gewerbeblatt Nr. 18, Jahrg. 1863.

mich wiederholt zu überzeugen Gelegenheit hatte, die Resultate zu hoch aus. Es kann dies auch keineswegs befremden. Die gewöhnlich vorkommenden Graphitsorten enthalten eine gewisse, oft nicht unbedeutende Menge von Eisen und Silicium mit Kohlenstoff verbunden. Beim Schmelzen des Graphits mit Bleioxyd oxydiren sich natürlich auch diese auf Kosten des Sauerstoffs des Bleioxyds und es verdankt sohin nicht die ganze Menge des schließlich resultirenden metallischen Bleies ihre Entstehung dem vorhandenen Kohlenstoff, als dessen Maß sie doch in Rechnung gesetzt wird. Dazu kommt noch, daß sich der praktischen Ausführung dieser Methode Schwierigkeiten in den Weg stellten, die nur mit Mühe zu umgehen sind. Als solche erscheint mir namentlich der Umstand, daß sich das durch den Reductionsproceß gebildete metallische Blei nur schwer und nie vollständig aus der Masse des überschüssig angewandten geschmolzenen Bleioxydes trennt. Während sich zwar die Hauptmasse des entstandenen regulinischen Bleies am Boden des Schmelztiegels ansammelt, bleiben immer kleinere Bleikügelchen zum Theile in der strengflüssigen Bleioxydmasse suspendirt, zum Theile an den Tiegelwandungen haften und entziehen sich so der Wägung. Man ist, will man mit ein und derselben Graphitprobe nur irgend übereinstimmende Zahlen bekommen, immer genöthigt, die geschmolzene Masse in etwas verkleinertem Zustande mit Essigsäure bis zur vollständigen Lösung des Bleioxyds zu behandeln und die sich hiebei abscheidende Kieselsäure und das Eisenoxyd durch Abschlämmen vom metallischen Blei zu trennen. Es ist klar, daß hiedurch die Methode an ihrer Einfachheit wesentlich Schaden leidet. Es schien mir unter diesen Umständen nicht ganz zwecklos, die Lösung dieser Aufgabe auf andere Weise zu versuchen. Von mehreren Methoden, die ich zu diesem Ende gelegentlich mir wiederholt vorgekommener Graphit-Werthbestimmungen in Anwendung brachte, haben sich zwei vorzüglich bewährt, und ich nehme sonach keinen Anstand, dieselben mitzutheilen. Beide haben das Gemeinsame, daß der Kohlenstoffgehalt der fraglichen Graphitsorte in Kohlensäure überführt und als solche bestimmt wird und stimmen sonach principiell mit dem Wesen der Elementaranalyse überein, von der sie sich indeß durch leichtere Ausführbarkeit unterscheiden. Ich lasse im Folgenden eine kurze Beschreibung meines Verfahrens in dem einen wie im anderen Falle folgen.

1. Methode.

Eine gewogene Menge feingeriebenen, bei 150 — 180° C. getrockneten Graphits, wird in ein 10 — 12$^{C.M.}$ langes circa 1$^{C.M.}$ weites Röhrchen aus schwerschmelzbarem Glase gebracht, das einerseits zugeschmolzen und vortheilhaft zu einer mässigen Kugel aufgeblasen ist. Es wird nun eine circa das 20fache des verwendeten Graphits betragende Menge vorher geglühten reinen Bleioxydes in das Röhrchen gebracht und dasselbe, so beschickt, gewogen. Nachdem mit Hilfe eines Mischdrathes das Bleioxyd mit dem Graphit möglichst innig gemengt wurde, wird das Röhrchen vor einer Gebläselampe oder mit Hilfe einer guten Löthrohrflamme nun so stark und so lange erhitzt, bis sein Inhalt völlig geschmolzen und kein Schäumen desselben mehr wahrnehmbar ist. Nach Beendigung dieser Operation, die soferne man nicht zu grosse Quantitäten von Graphit verwendet hat, höchstens einen Zeitaufwand von 10 Minuten erfordert, läßt man das Röhrchen völlig erkalten und wägt abermals. Der sich ergebende Gewichtsverlust ist Kohlensäure, aus deren Menge sich der Kohlenstoffgehalt mit Leichtigkeit berechnet. Man kann bei Anwendung dieser Methode mit sehr geringen Quantitäten arbeiten, ohne dass, zumal bei etwas sorgfältigerer Ausführung, die Genauigkeit der Resultate irgend wesentlich beeinträchtiget wird. Im Allgemeinen genügt es, 0·05—0·1 Gramm Graphit und 1·5—3 Gramm Bleioxyd in Verwendung zu nehmen. Während der Operation des Schmelzens kann man das betreffende Röhrchen, das man, da blos das eine Ende zu erhitzen nöthig ist, am besten mit blosser Hand hält, ein wenig neigen und fleissig drehen, damit die Verbrennung möglichst beschleuniget werde. War der Graphit völlig trocken und hat man reines, gut geglühtes Bleioxyd verwendet, so sind die Resultate dieser Methode völlig genau.

2. Methode.

Man mengt eine gewogene Menge des zu untersuchenden feinpulverigen Graphits, der zu diesem Ende nicht getrocknet zu sein braucht, auf's innigste mit einem Überschusse von salpetersauerem Kali, trägt das Gemenge in einen Porzellantiegel ein und erhitzt so lange bis kein unveränderter Graphit mehr wahrnehmbar ist. Die erhaltene Schmelze, die nun allen Kohlenstoff des Graphits als an Kali gebundene Kohlensäure enthält, kann behufs der Bestimmung dieser entweder geradezu mit Vermeidung jeglichen Verlustes, in einen Kohlensäure-Bestimmungs-Apparat gebracht werden und durch Zersetzung mit Salpetersäure die Kohlensäure ausgetrieben und aus dem Verluste bestimmt werden, und diesem Verfahren gebe ich entschieden den Vorzug, oder aber man kann in der wässerigen Lösung der Schmelze durch Fällen mittelst Chlorcalciumlösung die Kohlensäure als Kalksalz fällen, und die Menge dieses auf gewöhnliche Weise acidimetrisch bestimmen. Auch hier ist die Menge der gefundenen Kohlensäure, beziehungsweise des kohlensaueren Kalks, das Maß des Kohlenstoffgehaltes in dem betreffenden Graphit. Auch diese, ziemlich leicht ausführbare Methode gibt, mit einiger Vorsicht gehandhabt, ganz brauchbare Resultate, und der Einfluß, welchen der Silicium-Gehalt des betreffenden Graphits auf die Richtigkeit der erhaltenen Zahlen auszuüben vermag, fällt bei der Bestimmung der entstandenen Kohlensäure-Menge aus dem Gewichtsverluste völlig ausser Betracht. Indessen hat man bei Anwendung dieser Methode nicht selten damit zu kämpfen, daß, zumal manche Graphitsorten beim Schmelzen mit Salpeter nur äusserst langsam eine vollständige Oxydation erfahren, so daß man oft genöthigt ist das Glühen der Masse durch längere Zeit hindurch fortzusetzen. Es ist dies ein Umstand, der diese Methode zu einer minder empfehlenswerthen macht, als die erstere, und es möchte sich demnach diese letztere nur dann besonders zur Anwendung empfehlen, wo es sich außer der Bestimmung des Kohlenstoffgehaltes auch gleichzeitig um die Bestimmung der Eisen- und Siliciummengen handelt, welche sich in diesem Falle ziemlich leicht unter einem bestimmen lassen.

Die folgenden gelegentlich mir vorgekommener Graphitbestimmungen erhaltenen Zahlenresultate mögen als Belege für die Brauchbarkeit obiger Methoden einen Platz finden.

Graphitsorte *a*.

Durch Verbrennung von 0·135 Grm. des lufttrockenen Graphits mit chroms. Bleioxyd wurden erhalten 0·479 Grm. Kohlensäure = 96·74 % Kohlenstoff.

0·095 Grm. desselben Graphits wurden bei 180° C. vollkommen getrocknet und nach Methode 1. mit Bleioxyd geschmolzen. Der Gewichtsverlust des Röhrchens nach dem Schmelzen betrug 0·3355 Grm. d. i. = 96·31 % Kohlenstoff.

0·102 Grm. des gleichen Graphits nach Methode 2 mit salpetersaurem Kali oxydirt, ergaben 0·3595 Grm. Kohlensäure = 96·11% Kohlenstoff.

Graphitsorte *b*.

Durch Verbrennen von 0·114 Grm. des Graphits mit chromsaurem Bleioxyd wurden erhalten: 0·367 Grammen Kohlensäure = 87·71% Kohlenstoff.

0·0525 Grm. desselben Graphits, bei 150° C. getrocknet, nach Methode 1. mit Bleioxyd geschmolzen. Der Gewichtsverlust der Masse betrug nach vollendeter Operation 0·1675 Gramme, d. i. = 86·85% Kohlenstoff und 0·1015 Grm. gleichfalls bei 150° C. getrockneten Graphits in derselben Weise analysirt, ergab sich ein Gewichtsverlust des Röhrchens nach vollendeter Operation von 0·327 Grammen = 87·78% Kohlenstoff.

0·082 Grm. desselben Graphits nach Methode 2 mit salpetersaurem Kali oxydirt, lieferten 0·2645 Grm. Kohlensäure = 87·92% Kohlenstoff.

Zur Elementaranalyse.

Von Dr. Wilh. Friedr. Gintl,

Assistenten an der Lehrkanzel für Chemie der Universität zu Prag.

Bereits zu Anfang des verflossenen Jahres wurde ich von meinem hochverehrten Lehrer Herrn Prof. Dr. Rochleder aufgefordert, Versuche darüber anzustellen, ob sich nicht ein durch Zusammenschmelzen von sauerem chromsauerem Kali mit feinpulvrigem Kupferoxyd bereitetes Gemenge zur Verbrennung schwerer verbrennbarer organ. Substanzen eignen würde, eine Aufforderung, der ich ohne Zögern nachkam. Die von mir diesfalls angestellten Versuche ergaben sehr günstige Resultate, nur litt das Verfahren an dem Übelstande, daß die durch Zusammenschmelzen von Kupferoxyd mit sauerem chromsauerem Kali erhaltene Masse äußerst schwer pulverisirbar war, so daß sie diesbezüglich gegen chromsaueres Bleioxyd kaum einen Vortheil bot. Eine kleine Modification, die ich indeß bei dem Verfahren eintreten ließ, läßt diesen Übelstand völlig umgehen und das so modificirte Verfahren ist seither im hierortigen Laboratorium mit gutem Erfolge im Gebrauche. Nachdem nun in neuester Zeit R. Otto [1]) in seiner unten citirten Abhandlung die Anwendung des chromsaueren Kupferoxyds zur Bestimmung des Schwefels in organischen Substanzen empfohlen hat, scheint es mir nicht überflüßig, das von mir in Anwendung gebrachte Verfahren zu veröffentlichen, weil es bei gleicher Brauchbarkeit mir weit bequemer ausführbar erscheint. Ich verfahre wie folgt: In das zur Verbrennungsanalyse bestimmte, gehörig adaptirte Rohr wird zuerst eine circa zwei Zoll lange Schichte von grobem Kupferoxyd und hierauf eine etwa zolllange Schichte von geschmolzenem und wieder pulvrisirtem sauerem chromsauerem

[1]) Über die Bestimmung des Schwefels in organischen Substanzen mit chromsaurem Kupfer. Ann. d. Chemie u. Pharm. Bd. CXLV, Heft 1, S. 25.

Kali (das man nach der Methode von Bunsen in einer gut verschloßenen Röhre vorräthig hält), hierauf die betreffende organische Substanz und endlich wieder eine etwa zolllange Schichte von Kupferoxyd gebracht. Mittelst eines gewöhnlichen Mischdrahtes wird für eine innige Mengung der einzelnen Substanzen gesorgt, wobei natürlich die Vorsicht gebraucht werden muß, daß eine etwa zollange Schichte von Kupferoxyd im hinteren Ende der Röhre frei von chromsauerem Kali bleibt. Endlich wird das Rohr auf gewöhnliche Weise mit Kupferoxyd völlig beschickt und die Verbrennung ausgegeführt. Die Resultate fallen selbt bei schwerverbrennlichen Substanzen sehr genau aus. Der Verlust an Kohlenstoff überschreitet nie die Gränze von 0·1 Pct. Hat man etwas mehr von chromsauerem Kali angewandt und zum Schluße nicht genügend lang kohlensäurefreie Luft durch den Kaliapparat hindurch gesaugt, so fallen die Resultate für Kohlenstoff leicht etwas zu hoch aus, da die Kalilauge wie bekannt hartnäckig Sauerstoff zurückhält, der seine Entstehung der theilweisen Zersetzung des chromsaueren Kalis verdankt. Indessen beträgt dieses Plus für Kohlenstoff gewöhnlich nicht mehr als 0·05%. Die Vortheile, die diese Methode vor dem von R. Otto empfohlenen Verfahren voraus hat, liegen zumal darin, daß man hiebei die Darstellung des chromsaueren Kupferoxyds, das R. Otto durch Fällen von salpetersauerem Kupferoxyd mit sauerem chromsauerem Kali bereiten läßt, sowie das lästige Auswaschen und endlich das ziemlich zeitraubende Trocknen des Präparates bei 100°C. erspart hat, ohne daß man hiebei auch nur auf einen der Vortheile verzichten müßte, die R. Otto für die Anwendung von chromsauerem Kupferoxyd hervorhebt, sowie daß namentlich bei schwefelhältigen Substanzen sich die Bestimmung des Schwefelgehaltes neben der des Kohlenstoffs und Wasserstoffs ausführen läßt. Gegenüber der Anwendung von chromsauerem Bleioxyd empfiehlt sich diese Methode vornehmlich durch geringere Kostspieligkeit, sowol was das Materiale selbst, als auch die Schonung der Verbrennungsröhren anbelangt, sowie, daß die Verbrennungen selbst weit leichter und ohne Anwendung von so hohen Temperaturen, wie sie chromsaueres Bleioxyd nöthig macht, vor sich gehen.

Im Anschluße an obige Mittheilung nehme ich Gelegenheit zu erwähnen, daß ich seit geraumer Zeit damit beschäftiget bin, Versuche darüber anzustellen, in wie weit und mit welchem Erfolge sich Wolframsäure und ihre Salze zur Verbrennung organischer Substanzen und namentlich stickstoffhältiger, eignen, zumal wenn auf eine gleichzeitige Bestimmung des Sauerstoffgehaltes reflectirt wird, und ich erwarte von der Anwendung derselben zu diesem Zwecke, so weit ich schon jetzt aus einigen Versuchen schließen kann, recht günstige Resultate. Ich hoffe demnächst in der Lage zu sein, einer hohen k. Akademie über das Resultat dieser Versuche Bericht erstatten zu können.

Beiträge zur Kenntniß der Flammenspectra kohlenstoffhaltiger Gase.

Von **Andreas Lielegg,**
Professor an der Landes-Oberrealschule zu St. Pölten.

(Mit 1 Tafel in Farbendruck.)

Schon während meiner Beobachtungen über das Spectrum der Bessemer Flamme [1]) stellte ich mir die Aufgabe zu untersuchen, welche Ähnlichkeit oder Verschiedenheit zwischen diesem Spectrum, welches als das einer Kohlenoxydflamme zu betrachten ist, und den Flammenspectren anderer kohlenstoffhaltiger Gase obwalte; ich verband hiemit auch die Absicht Anhaltspunkte zu gewinnen für die Erledigung der Frage: ob wirklich alle Spectra kohlenstoffhaltiger Gase als Spectra des Kohlenstoffes aufzufassen seien, oder ob jedem solchen Gase ein besonderes Spectrum zukomme.

Zur Erreichung dieses Zieles unternahm ich die Darstellung der Spectra des Leuchtgases, des Elayls und des Cyangases, und gelangte hierdurch, namentlich in Bezug auf die beiden ersteren Gase, zur Kenntniß einiger Details, welche in den über diesen Gegenstand vorliegenden größeren Arbeiten entweder keine Erwähnung fanden, oder doch wenigstens nicht in der Weise beschrieben wurden, als ich sie zu beobachten die Gelegenheit hatte. Indem ich nun diese Details zur Vervollständigung der Kenntnisse über Flammenspectra im Folgenden mittheile, reihe ich auch die Ergebnisse an, welche durch einen Vergleich des Bessemer Spectrums mit anderen Flammenspectren gewonnen werden konnten.

Spectrum des Leuchtgases.

Als Swan [2]) seine Untersuchungen über die prismatischen Spectra der Flammen von Kohlenwasserstoffverbindungen, die sich

---

[1]) Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften, Band LV., II. Abthl., p. 153 und Band LVI, II. Abthl., p. 24.

[2]) Transactions of the Royal Society of Edinburgh, Vol. XXI, Part III, p. 411.

durch eine bei dem damaligen Stande (1855) des Wissens über Spectralbeobachtungen hervorragende Vollständigkeit auszeichnen, veröffentlichte, waren nur die Beobachtungen von Fraunhofer, Brewster und Draper über das Spectrum des Kegels der Löthrohrflamme, so wie die von Fraunhofer, Herschel u. A. über das Spectrum einer Kerzen- oder Ölflamme bekannt und die Beobachtungsmittel nicht von jener Vollkommenheit, die sie später in so hohem Grade erreicht haben. — Unter diesen Umständen muß es als eine nicht zu unterschätzende Leistung, welche allen späteren Arbeiten als Ausgangspunkt dienen konnte, angesehen werden, daß Swan, der seine Untersuchungen nicht nur auf Kohlenwasserstoffe beschränkte, sondern auch auf Verbindungen ausdehnte, welche Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff enthalten, die Flammenspectra dieser Körper mit einer bis auf die letzten Jahre unübertroffenen Genauigkeit untersuchte und beschrieb, und zu den auch heute noch in ihren Grundzügen giltigen Schlußfolgerungen gelangte, daß 1. die Lage der hellen Linien in den Spectren der verschiedenen Kohlenwasserstoffe von dem quantitativen Verhältnisse zwischen Kohlenstoff und Wasserstoff unabhängig und in allen Fällen dieselbe ist, und 2. daß Verbindungen, welche außer Kohlenstoff und Wasserstoff auch noch Sauerstoff enthalten, Spectra geben, die mit denen der Kohlenwasserstoffe identisch sind.

In den folgenden Jahren wurde dieser Gegenstand wieder in das Bereich der Untersuchung gezogen und namentlich haben Plücker und Hittorf[1]), so wie H. C. Dibbits[2]) ihren Veröffentlichungen vorzügliche Abbildungen beigegeben, von welchen die des zuletzt genannten Forschers an Treue in der Wiedergabe nichts zu wünschen übrig ließen. Aber keiner von den aufgeführten Autoren hat in dem Spectrum des Leuchtgases oder des Elayls, erhalten durch Verbrennen mit Sauerstoff, einer Gruppe von fünf rothen Linien erwähnt, welche ich bei meinen oft wiederholten Versuchen stets mit gleicher Deutlichkeit beobachten konnte und die entschieden dem Leuchtgasspectrum angehört.

---

1) Philosoph. Transactions of the Royal Society of London. Vol. CLV. Part. I, p.
2) De Spectraal-Analyse, Akademische Proefschrift, Rotterdam, E. H. Tassemeijer 1863.

Zur Darstellung des Leuchtgasspectrums benützte ich einen Daniell'schen Hahn gewöhnlicher Construction, der im Verhältnisse zu der Weite der Röhren, welche Leuchtgas und Sauerstoff zusammenführen, eine enge Ausströmungsöffnung besaß und regulirte die Quantität der zu mischenden Gase derart, daß ich eine kleine, beinahe kugelförmige und nur in eine ganz kurze Spitze ausgezogene Flamme erhielt, welche eine schwach bläulichweiße Farbe und einen intensiven Lichtglanz besaß. Eine so hergestellte Flamme so nahe als möglich an den Spalt des Apparates gebracht, gab das Spectrum des Leuchtgases mit außerordentlicher Schärfe und Farbenpracht und ließ die Gruppe der fünf rothen Linien mit vorzüglicher Deutlichkeit beobachten.

Die successive Entwicklung des Leuchtgasspectrums, welche sich leicht constatiren läßt, wenn man die Spectra vergleicht, welche durch einen Bunsen'schen Gasbrenner, ferners durch Leuchtgas mit Sauerstoff in geringer Menge und endlich durch Leuchtgas mit Sauerstoff in der zur Verbrennung vollkommen hinreichenden Quantität hervorgebracht werden, führt zu dem schon lange bekannten Schluße, daß die Zunahme der Temperatur der Flamme auf die Gestaltung des Spectrums einen großen Einfluß ausübt, der sich dadurch kund gibt, daß bei fortwährender Steigerung der Sauerstoffzufuhr immer mehr Linien hervortreten und alle an Lichtstärke und Farbenpracht gewinnen, ohne daß einzelne von diesen ein entgegengesetztes Verhalten wahrnehmen ließen. Von der Flamme des Bunsen'schen Gasbrenners angefangen bis zur heißesten, mit Sauerstoff angefachten Gasflamme, kann man eine Reihe von Spectren verfolgen, die keinen wesentlichen Unterschied zeigen, da der verschiedene Grad der Entwicklung derselben eben nicht als ein solcher zu betrachten ist; denn die Linien, welche durch den Bunsen'schen Gasbrenner hervorgebracht werden, behalten ihre Lage unverändert bei und ergänzen sich nur durch andere noch hinzukommende zu Gruppen, so daß man diese successive Completirung des Spectrums bei steigender Temperatur ganz deutlich verfolgen kann.

Es dürfte daher nur dieser durch die Temperatur der Flamme bedingten graduellen Verschiedenheit des Leuchtgasspectrums zugeschrieben sein, daß die vorher erwähnte Gruppe von fünf rothen Linien bisher nicht so beobachtet und beschrieben wurde, als dies im Folgenden geschehen wird; die Flamme muß eben durch ausreichende Zufuhr von Sauerstoff auf das Maximum ihrer Temperatur und Leuchtkraft gebracht werden; sodann erscheint aber auch diese Gruppe eben so scharf und deutlich und in ihrem allgemeinen Charakter ganz übereinstimmend mit den übrigen im grünen und blauen Theile des Spectrums liegenden, welche schon bei verhältnißmäßig niedrigerer Temperatur sichtbar sind.

Um sowohl bezüglich der Lage als auch der Breite der rothen Linien und ihrer Zwischenräume eine Beziehung zu den anderen Linien dieses Spectrums herzustellen, nahm ich eine Bestimmung ihrer relativen Lage mittelst einer beleuchteten Steinheil'schen Scala vor, welche den Raum zwischen $K\alpha$ und $K\beta$ in 255 gleiche Theile theilt. Die Spaltbreite wurde so gewählt, daß die Breite der Natriumlinie gerade den Zwischenraum zwischen zwei Theilstrichen ausfüllte, welche Breite auch nahezu sämmtliche Linien, die Gruppen bilden, besitzen. Der hiezu benützte Apparat[1]), derselbe den ich zu meinen früheren Arbeiten gebrauchte, hat zwei Prismen, die auf das Minimum der Deviation für D eingestellt waren, und ein Fernrohr mit sechsfacher Vergrößerung. Es folgen nun die Ergebnisse der Ablesungen, welchen zur leichteren Orientirung die der Linien des Kaliums, Natriums und Lithiums eingereiht sind.

	304	$K\alpha$.
	285	Äußerstes Roth.
	278	$Li\alpha$.
	260	
	257	
α	254	Gruppe von fünf rothen Linien.
	252	
	250	
	246	Natriumlinie.
	233	
	230	
β	227	Gruppe von fünf gelblichgrünen Linien.
	225	
	222	

[1]) Aus der Werkstätte mathem.-physik. Instrumente von Starke & Kammerer am k. k. polytechnischen Institute in Wien.

γ	201, 198, 195	Gruppe von drei erbsengrünen Linien, welcher sich bei besonderer Lichtstärke der Flamme auch noch eine vierte anreiht.
δ	160, 157, 155, 153	Gruppe von vier hellblauen Linien.
	112, 107	Grenzen eines breiten blauen Bandes, welches in der Mitte am hellsten ist, und gegen die Ränder nur allmälig lichtschwächer wird.
	103	Schmale hellviolette Linie.
	101·5, 98	Grenzen eines hellen dunkelvioletten Bandes in der Mitte (100) am hellsten.
	82	Violettes Ende.

Hieraus ergibt sich, daß die Gruppe der fünf rothen Linien zwischen der Lithiumlinie und der Natriumlinie liegt; die drei ersten Linien befinden sich in gleichen Abständen und sind als gleich breit anzusehen, der Abstand der dritten Linie von der vierten und der der vierten Linie von der fünften ist etwas geringer, ebenso ihre Breite, jedoch in wenig auffallender Weise. In Bezug auf Lichtintensität zeigt diese Gruppe dieselben Verhältniße wie die übrigen; es ist nämlich stets die erste also am wenigsten abgelenkte Linie (260) die hellste, während jede folgende lichtschwächer erscheint und die letzte die geringste Lichtstärke besitzt, diese Abnahme ist jedoch keine so auffällige wie z. B. bei den Linien der Gruppe γ und könnte auch als eine Contrastwirkung angesehen werden.

Die erbsengrüne Linie 201 der Gruppe γ und das letzte violette Band 101·5—98, welche wie bekannt, mit den Fraunhofer'schen Linien *C* und *G* nahezu coïncidiren, sind auch zugleich jene Linien, die immer sichtbar sind, wenn man eine Weingeistflamme, oder den untersten nicht leuchtenden blauen Theil einer Kerzenflamme, oder den Lichtkegel der Gasflamme eines Bunsen'schen Brenners als Lichtquelle benützt; bei den beiden letzteren können unter günstigen Umständen gewöhnlich auch noch die zweite Linie 198 der Gruppe γ, die erste Linie 233 der Gruppe β und endlich die ganze Gruppe δ deutlich beobachtet werden, nur sind die einzelnen Linien der letzteren nicht zu unterscheiden, indem die ganze Gruppe wie ein mattes breites Band sich vom Hintergrunde abhebt.

Endlich ist noch zu bemerken, daß in dem Falle, als die Verbrennung des Leuchtgases mit einer nicht ausreichenden Menge von Sauerstoff geschieht, die Gruppe der fünf rothen Linien auch nicht einmal angedeutet und überhaupt der rothe und gelbe Theil des Spectrums gar nicht sichtbar ist, der entsprechende Raum bleibt bis zur ersten Linie der Gruppe β ganz dunkel.

Spectrum des Elaylgases.

Verbrennt man Elayl mit Sauerstoff auf dieselbe Weise wie es für das Leuchtgas angegeben wurde, so erhält man ein Spectrum, welches mit dem des Leuchtgases vollkommen übereinstimmt und nur in Bezug auf die Entwicklung des ultravioletten Theiles, der von Brücke[1]) treffend lavendelgrau genannt wurde, eine ganz eigenthümliche Gestaltung darbietet, indem er von einer großen Anzahl intensiv schwarzer Linien durchzogen ist, die in dem dunkelvioletten Theile fein und enge aneinandergereiht sind, in dem hierauf sich anschließenden lavendelgrauen Theile jedoch zunehmend breiter werden und ebenso auch größere Zwischenräume lassen, bis sie endlich wieder einander näher rückend in einem breiten dunklen Streifen abschließen, welchem noch ein eben so breiter lavendelgrauer folgt, womit der sichtbare Theil des Spectrums endet.

Um die Ausdehnung und Gestaltung dieses Theiles des Spectrums verständlich zu machen, folgen die Ergebnisse der Messung, die sich an die beim Leuchtgasspectrum mitgetheilten unmittelbar anreihen.

95 – 71	Blauvioletter Raum von feinen schwarzen Linien durchzogen, die Lichtstärke nimmt gegen 71 immer mehr ab.
70 – 51	Dunkler Raum, bei 61 schwarz.
50 – 7	Lavendelgrau, von vielen schwarzen Linien durchzogen, die an Breite ebenso wie die Zwischenräume stetig zunehmen und im letzten Drittel dieses Raumes wieder allmälig, aber in geringerem Grade schmäler werden[2]).

[1]) Poggendorff's Annalen. Bd. 74, p. 461.

[2]) Die violette Kaliumlinie Kβ hat die Lage 49.

5 Mitte einer breiten schwarzen Linie.
2 Mitte eines lavendelgrauen Bandes [1]).
1 Ende.

Diese Eigenthümlichkeit des Spectrums, welche dem am meisten abgelenkten Theile einen den übrigen Theilen gerade entgegengesetzten Charakter verleiht, konnte beim Spectrum des Leuchtgases nie deutlich beobachtet werden, wie wohl auch in diesem das Auftreten feiner schwarzer Linien im dunkelvioletten Ende wahrzunehmen ist. Im Übrigen stimmt dieses Spectrum, wie schon angegeben, mit dem des Leuchtgases vollkommen überein; denn das Erscheinen einer vierten Linie in der Gruppe γ, so wie das einer Gruppe von vier lichtschwachen Linien zwischen γ und δ, welchen die Werthe 186, 183, 181 und 170 unserer Scala entsprechen, beeinflußt den ausgesprochenen Typus dieses Spectrums in keiner Weise und findet nur unter für die Beobachtung besonders günstigen Umständen Statt.

Die Übereinstimmung, die sich unzweifelhaft bei dem Vergleiche der Spectra ausdrückt, welche durch eine Weingeistflamme, durch den blauen Theil einer Kerzenflamme, durch Leuchtgas mit Luft oder Sauerstoff und durch Elayl mit Sauerstoff verbrannt erhalten werden können, rechtfertigt wohl den Ausspruch, daß nur die größere oder geringere Menge der lichtgebenden Partikelchen und die höhere oder niedrigere Temperatur die graduelle Verschiedenheit dieser Spectra veranlasse und daß jene von gleicher Qualität sein müßen. Ob die lichtgebenden Partikelchen ausgeschiedener Kohlenstoff in dampfförmigem Zustande sind, wie dies vielfach angenommen wird, und ob die von Attfield [2]) zuerst ausgesprochene Ansicht sich bestätiget, daß die Spectra aller Kohlenstoffverbindungen als Spectra des Kohlenstoffes aufzufassen seien, oder ob jedem kohlenstoffhältigen Gase ein eigenes Spectrum zukommt, — dies sind Fragen, welche in Bezug auf Flammenspectra nach dem gegenwärtigen Stande unseres Wissens nicht definitiv entschieden werden können. Wenn man jedoch ausschließlich nur Thatsachen als maßgebend zur Lösung dieser Fragen zuläßt, und erwägt, daß die

1) Die hellen Linien der am meisten abgelenkten Gruppe des Cyanspectrums, welche ebenfalls eine lavendelgraue Farbe haben, entsprechen ganz dieser Lage.

2) Edinburgh philosoph. Transactions. Vol. XXII. p. 221.

Annahme eines gasförmigen Kohlenstoffes nur eine Hypothese ist und jene Fälle, in welchen dieselbe gerechtfertigt erscheint, wie bei Geißler'schen Röhren, so ganz verschiedene Verhältnisse darbieten, daß ein Rückschluß unstatthaft ist, wenn man ferners die große Verschiedenheit, welche die Spectra des Cyans und des Kohlenoxydes im Vergleiche mit denen des Leuchtgases und anderer verwandter Substanzen zeigen, nicht unberücksichtigt läßt, so kann man der Meinung, daß alle Flammenspectra kohlenstoffhältiger Verbindungen als Kohlenstoffspectra aufzufassen sind, nicht beipflichten. Überdies erregen auch die interessanten Untersuchungen Frankland's [1]), nach welchen die Leuchtkraft einer Flamme von der Dichtigkeit der glühenden Dämpfe abhängt, ebenfalls Bedenken gegen die Annahme dampfförmigen Kohlenstoffes in solchen Flammen, und es erscheint demnach einfacher, das Flammenspectrum der Kohlenwasserstoffe und Oxykohlenwasserstoffe auf die glühenden Dämpfe von Kohlenwasserstoffen zurückzuführen als auf Kohlenstoffdampf.

Weil nun kein universelles Kohlenstoffspectrum existirt und jedem kohlenstoffhältigen Gase ein eigenes Spectrum zukommt, und weil die quantitativen Verbindungsverhältnisse auf den Charakter der Spectra keinen Einfluß ausüben, so ist es zur Genüge erklärt, warum die Flammen des Spiritus, der Kerze [2]), des Leuchtgases und des Elayls das gleiche Spectrum geben, während bei Cyan und Kohlenoxyd, weil eben qualitativ andere Körper als lichtgebende auftreten, eine wesentliche Verschiedenheit in den Spectren zum Ausdrucke kommt.

Zur Unterstützung dieser Ansicht können auch noch ähnliche Fälle bei Verbindungen angeführt werden, die ebenfalls in ihrer chemischen Zusammensetzung eine qualitative Verschiedenheit zeigen; hieher gehören z. B. die von A. Mitscherlich [3]) beobachteten und wegen ihrer charakteristischen Unterschiede zu analytischen Zwecken vorgeschlagenen Spectra der Verbindungen des Kupfers mit Chlor, Brom und Jod. Es ist außer Frage, daß diese Spectra nicht dem Kupfer, sondern den genannten Verbindungen angehören, und daß die

---

[1]) Polytechnisches Journal, Band 185, p. 279.

[2]) Der unterste blaue Theil einer Kerzenflamme gibt, wenn man einen kalten Körper hineinhält, einen weißen Beschlag.

[3]) Fresenius, Zeitschrift für analytische Chemie, Jahrgang 1865, p. 153.

Verschiedenheit, welche sie zeigen, ebenso durch die mit dem Kupfer verbundenen Stoffe bewirkt wird, wie bei Kohlenstoffverbindungen durch Wasserstoff, Sauerstoff oder Stickstoff.

Spectrum des Kohlenoxydes.

Verbrennt man Kohlenoxyd an der Luft oder mit Sauerstoff, so erhält man ein continuirliches Spectrum ohne helle oder dunkle Linien, in welchem vorzugsweise der grüne und blaue Theil gut entwickelt ist. Eine Kohlenoxydflamme jedoch, welche durch Verbrennen von Holzkohlen in einem Gebläse-Ofen hervorgebracht wird, bei der also Kohlenoxyd von ziemlich hoher Temperatur zur Verbrennung gelangt, zeigt in dem continuirlichen Spectrum einige helle Linien: je höher die Temperatur des Kohlenoxydes steigt, desto mehr Linien erscheinen und es ist klar, daß die Bedingungen, unter welchen die Bildung und Verbrennung des Kohlenoxydes während einer Charge beim Bessemern stattfinden, zur Hervorbringung eines ausgebildeten Linienspectrums besonders günstig sind.

Da ich dasselbe in den zu Anfang dieser Zeilen citirten Abhandlungen beschrieben habe, so sollen hier nur jene Bemerkungen ihren Platz finden, welche sich aus dem Vergleiche mit anderen Spectren kohlenstoffhaltiger Gase ergeben; sie lassen sich in folgende Punkte zusammenfaßen:

1. Das Linienspectrum einer Kohlenoxydflamme (Bessemerflamme) erscheint auf einem continuirlichen Spectrum und enthält mehrere Gruppen heller Linien und einige dunkle Absorptionsstreifen, welche vom rothen bis zum violetten Ende unregelmäßig vertheilt sind.
2. Die Liniengruppen coïncidiren weder mit denen des Leuchtgases und Elayls, noch mit denen des Cyans.
3. Die empfindlichsten Linien liegen wie im Spectrum des Leuchtgases, im grünen und blauvioletten Theile.
4. Das Zunehmen der Lichtintensität der einzelnen Linien der Gruppen findet, wenn eine solche überhaupt wahrgenommen werden kann, stets nach der gleichen Richtung Statt; diese ist aber der bei allen anderen Spectren kohlenstoffhaltiger Gase beobachteten gerade entgegengesetzt, indem die am meisten abgelenkte Linie jeder Gruppe am hellsten ist und die nächst anliegenden immer lichtschwächer werden.

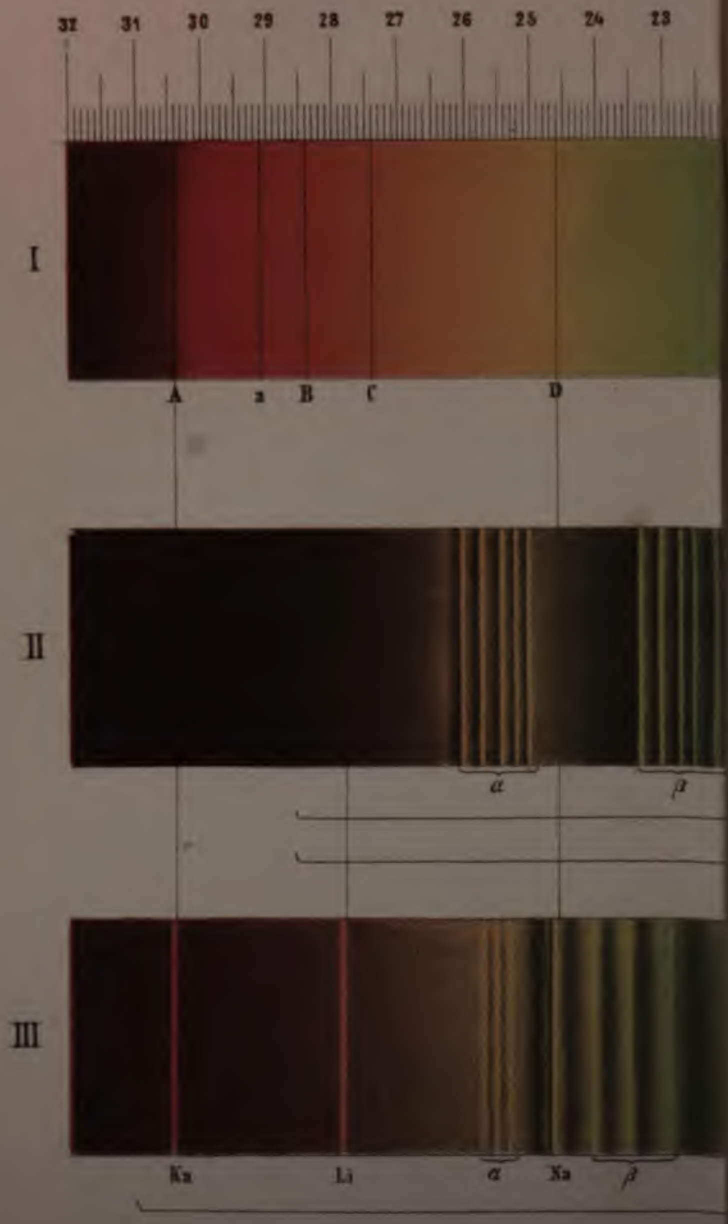
5. Das Spectrum, welches eine mit Kohlenoxyd gefüllte Geißler'sche Röhre zeigt, stimmt mit dem der Kohlenoxydflamme nicht überein, da sowohl Lage als Vertheilung der Bänder und Linien andere sind.

Das Spectrum einer Kohlenoxydflamme besitzt demnach eine solche Gestaltung, daß es entschieden als ein ganz eigenthümliches betrachtet werden muß, nämlich als das des glühenden Kohlenoxydes.

Flammenspectra der Kohlenwasserstoffe, des Cyans und des Kohlenoxydes zeigen nie die Linien des Wasserstoffes, beziehungsweise des Stickstoffes und Sauerstoffes: hieraus kann aber nur gefolgert werden, daß entweder die Linien dieser letztgenannten Gase aus irgend welchem Grunde nicht erscheinen, analog dem Spectrum des Chlorkaliums, in welchem auch nur die Kaliumlinien sichtbar sind, oder daß die Molecule der drei zuerst genannten Gasarten als solche in größter Glühhitze die lichtgebende Materie bilden. Da nun die Spectra unter sich nicht übereinstimmen, so können sie auch nicht auf eine gemeinschaftliche Ursache, nämlich auf den Kohlenstoff allein bezogen werden, und es ergibt sich daraus daher von selbst der Schluß, daß jedem Gase ein eigenthümliches Spectrum entspricht, insoferne demselben eine qualitative Verschiedenheit in Beziehung seiner Zusammensetzung zukommt.

Was endlich den Vergleich der Flammenspectra von Gasen mit den Spectren, welche dieselben im Zustande der größten Verdünnung und durch den inducirten elektrischen Strom leuchtend gemacht anbetrifft, so glaube ich die Meinung nicht unterdrücken zu sollen, daß er eben unzulässig ist; wenn der elektrische Strom im Stande ist, so viele Körper im Zustande ihrer natürlichen Dichte zu zersetzen, um wie viel mehr muß er dies im Stande sein, wenn diese in so außerordentlicher Weise verringert ist; die relativ sehr geringe Masse folgt ganz und gar dem Impuls der Bewegung, welche der elektrische Strom hervorruft, sie wird in rascher Aufeinanderfolge zersetzt und wieder vereinigt werden. Daher zeigen die mit Kohlenwasserstoffen gefüllten Röhren die Linien des Kohlenstoffes und die des Wasserstoffes, die mit Kohlenoxyd oder Kohlensäure gefüllten Röhren die des Kohlenstoffes und Sauerstoffes, sie geben wirklich ein Kohlenstoffspectrum, weil der äußerst geringe Druck und die hohe Temperatur zusammenwirken, den Kohlenstoff in gasförmigem Zustande zu erhalten. Mit Cyan gefüllte Röhren eignen sich zur

Lielegg. Beiträge zur Kenntniss der Flammenspectra kohl



Beobac
schied
gehin

cht, weil die Capillarröhren alsbald durch ausge-
enstoff geschwärzt werden, wodurch die Beobachtung

Erklärung der Tafel.

ıspectrum mit den wichtigsten Fraunhofer'schen Linien.

les Elayls mit Sauerstoff; das mit diesem vollkommen über-
le Spectrum des Leuchtgases endet bei 82. *C* coïncidirt nahezu
ten Linie der Gruppe γ, *G* mit dem dunkelblauen Bande der

er Bessemerflamme (Kohlenoxyd), enthält auch die Linien des
atriums und Lithiums.

Über einige Bestandtheile der Blätter der Roßkastanie.

Von dem w. M. Dr. Friedr. Rochleder.

Die mit kochendem Wasser behandelten, ausgepreßten Blätter geben an siedenden Weingeist einige Bestandtheile ab, von denen sich theils sehr wenig theils nichts in dem wässerigen Decocte derselben vorfindet.

Wird dieses weingeistige Decoct der Destillation unterworfen und diese so lange fortgesetzt, bis die übergehende Flüssigkeit nicht mehr brennt, so scheidet sich nach vierundzwanzigstündigem Stehen an einem kühlen Orte am Boden des Gefäßes eine dunkelgrüne Masse von salbenartiger Consistenz ab, von welcher die überstehende, rothbraune Flüssigkeit abgegossen werden kann. Die grüne Masse enthält nur äußerst geringe Mengen von Fett, sie besteht hauptsächlich aus Wachs, das von Chlorophyll grün gefärbt ist. Das Wachs selbst ist, wenn man es gereinigt hat, vom Bienenwachs nicht zu unterscheiden. Mulder hat schon vor langer Zeit diese Beobachtung an dem Wachse von Blättern anderer Pflanzen gemacht.

Die von dem Wachse und Chlorophyll abgegossene Flüßigkeit wird filtrirt und der Destillation unterworfen bis aller Alkohol verjagt ist. Beim Erkalten setzt sich ein Bodensatz ab, welcher der Hauptmasse nach aus zwei Substanzen besteht, während Gerbsäure und andere Bestandtheile in der Lösung bleiben, die sich auch in dem wässerigen Decocte der Blätter finden, da eine vollkommene Erschöpfung derselben mit Wasser vor der Behandlung mit Weingeist nicht stattfand.

Um die beiden Substanzen von einander zu trennen, wurden sie mit einem Gemisch von Eßigsäure und Wasser zum Sieden erhitzt und die Lösung heiß von dem Ungelösten durch ein Filter getrennt. Beim Erkalten schieden sich einige klebende Flocken ab, die entfernt wurden. Die klare Flüssigkeit ließ auf Zusatz von Wasser einen zimmtbraunen Niederschlag in Menge fallen, der auf einem Filter gesammelt und mit Wasser gewaschen wurde. Mit Wasser erhitzt wird diese braune Substanz weich, vereinigt sich zu einem schwarzbraunen Harzklumpen, der erkaltet spröde ist und sich zu einem rehfarbenen Pulver zerreiben läßt. Zur weiteren Reinigung wurde diese Substanz in Weingeist gelöst und die concentrirte Lösung mit concentrirter Ätznatronlauge versetzt und geschüttelt. Die Natronverbindung des Harzes setzt sich an den Wänden des Gefäßes als Überzug und in der Flüssigkeit in Form von Klumpen von brauner Farbe ab. Die gelbgefärbte Flüßigkeit kann davon abgegossen werden. Die Natronverbindung löst sich leicht in Wasser auf. Aus der rothbraunen Lösung fällt Salzsäure das Harz in gelatinösen Flocken von der Farbe des Eisenoxydhydrates. Man wäscht diese anfangs mit Wasser von gewöhnlicher Temperatur, zuletzt mit heißem Wasser aus, wobei die gelatinöse Beschaffenheit sich sehr vermindert. Beim Erhitzen mit Wasser bemerkt man einen schwachen, süßlichen Geruch, der zugleich an den von Äpfeln erinnert. Er rührt von Spuren eines flüchtigen Körpers her, der beim Behandeln mit siedendem Wasser schnell hinweggeschafft ist.

Wird das braune Harz mit Kali- oder Natron-Lauge gekocht, so erhält man eine Lösung, die sich an der Luft unter Sauerstoffaufnahme röthet und in nichts von der Lösung des Kastanienroth in siedender Ätzlauge sich unterscheidet.

Ich habe dieses Harz bei 100°C in einem Strom von Kohlensäure getrocknet analysirt. Wie die folgenden Zahlen zeigen, enthält die Substanz in diesem Falle noch Wasser, welches durch Erhitzen auf höhere Temperatursgrade ausgetrieben werden kann.

0·223 gaben 0·493 Kohlensäure und 0·09 Wasser oder in 100 Theilen 60·29 Pct. Kohle und 4·48 Pct. Wasserstoff, entsprechend der Formel $C_{52}H_{23}O_{23}$, die 60·11 Kohle und 4·42 Wasserstoff verlangt. Die Formel, welche die Zusammensetzung des trockenen Harzes ausdrückt, ist demnach $C_{52}H_{22}O_{22}$ oder $\text{Ɵ}_{26}H_{22}\text{Ɵ}_{11}$ und das Harz eine harzige Modification des Kastanienrothes, welches bekanntlich aus dem Kastaniengerbstoff sich unter Austritt von Wasserstoff und Sauerstoff in der Form von Wasser bildet.

Es bildet sich somit in diesem Falle ein sogenanntes Harz aus einem Gerbstoff unter Ausscheidung von Wasser. Auch in der Kastanienrinde ist dieses Harz enthalten.

Die zweite Substanz, welche mit dem Harze gemengt erhalten wurde, ließ sich auf folgende Weise reinigen. Der in heißer, mit Wasser gemischter Essigsäure nicht gelöste, vom meisten Harz befreite Rückstand wurde mit heißem Essigsäurehydrat behandelt, worin sich beinahe alles, unter Zurückbleiben einiger graugrünen Flocken löste. Beim Erkalten setzten sich einige klebende Flocken ab, die durch ein Filter beseitigt wurden. Das Filtrat mit Wasser gemischt gibt einen grauen Niederschlag in Form von käsigen Flocken. Diese werden auf einem Filter gesammelt, mit Wasser gewaschen, mit Weingeist erwärmt, dem etwas Natronlauge zugesetzt ist, und dadurch etwas braune Natronverbindung des Harzes abgeschieden. Das gelbliche Filtrat mit Salzsäure und viel Wasser vermischt gibt einen Niederschlag, der auf einem Filter gesammelt, feucht vom Filter genommen und mit Äther geschüttelt wird, der Spuren von Chlorophyll auszieht und etwas Wachs aufnimmt. Nach dem Abgießen des Äthers schüttelt man die Masse mit Natronlauge, welche sich bräunlich färbt und eine weiße Natronverbindung ungelöst läßt. Diese wird auf einem Filter gesammelt, in der kleinsten erforderlichen Menge von Essigsäure gelöst und durch Zusatz von viel Wasser aus dieser Lösung ausgefällt. Die sich ausscheidenden Flocken sind weiß. Nach dem Waschen mit Wasser werden sie unter eine Glocke über Schwefelsäure gebracht. Sie vermindern ihr Volum bedeutend und trocken stellen sie eine Menge blaßgelblicher, spröder, leicht zu weißem Pulver zerreiblicher, durchscheinender Klümpchen dar, die erhitzt den Weihrauchgeruch von sich geben, welchen man unter diesen Verhältnissen bei der Chinovasäure, dem Aescigenin und dessen Verbindungen wahrnimmt. 0·2257 davon gaben bei 100° C. in Kohlensäurestrom getrocknet 0·4927 Kohlensäure und 0·1701 Wasser, was auf 100 Theile berechnet folgender Zusammensetzung entspricht.

			Berechnet	Gefunden
C_{34}	=	204	59·30	59·54
H_{28}	=	28	8·14	8·37
O_{14}	=	112	32·56	32·09
		344	100·00	100·00

Der etwas zu hoch gefundene Kohlen- und Wasserstoffgehalt stammt von einer Verunreinigung mit Telaescin offenbar ab, welches mit dieser Substanz homolog und von mir aus der Aescinsäure, dem

Aphrodaescin und Argyraescin der Samen dargestellt wurde. Seine Zusammensetzung entspricht der Formel $C_{36}H_{30}O_{14}$.

$$C_{34}H_{28}O_{14} + 2HO = C_{22}H_{28}O_4 + C_{12}H_{12}O_{12}.$$

Ich habe schon vor einiger Zeit nachgewiesen, daß in den Samen statt den Verbindungen des Aescigenin ($C_{24}H_{20}O_4$) bisweilen die entsprechenden Verbindungen von $C_{22}H_{18}O_4$ vorkommen.

Wir sehen somit, daß in den Blättern das Material gebildet wird, dessen Verbindungen wir in den Samen antreffen. Die Menge dieser Substanz in den Blättern ist übrigens äußerst gering und betrug circa 0·5 Grm. auf 12 Pfunde von Blättern.

In der Wurzel der Tormentilla erecta wurde im Laboratorium des Prof. Hlasiwetz derselbe Gerbstoff nachgewiesen, den ich in der Roßkastanie aufgefunden habe. In der Tormentilla ist er begleitet von Chinovasäure, die daraus entsteht, wie das Aescigenin in der Roßkastanie sich daraus bildet. Aescigenin $C_{24}H_{20}O_4$ und Chinovasäure $C_{48}H_{38}O_8$ stehen im nahen Zusammenhang, den festzustellen ich mir zur Aufgabe gemacht habe.

XI. SITZUNG VOM 23. APRIL 1868.

Herr Dr. A. Weisbach, k. k. Oberarzt in der Josephs Akademie, übermittelt eine Abhandlung über „die Schädelform de Rumänen".

Herr L. v. West in Hermannstadt übersendet eine Abhand lung: „Die Auflösung der cubischen Gleichungen durch Wegschaffun des zweiten und dritten Gliedes".

Herr Prof. Dr. A. v. Waltenhofen in Prag übersendet einig Bemerkungen bezüglich seiner von Herrn Prof. Pierre in de Sitzung am 26. März besprochenen Arbeit über den Kravogel'sche Elektromotor.

Der Präsident, Herr Hofrath Dr. K. Rokitansky legt zwe im pathologisch-anatomischen Institute der Wiener Universität aus geführte Untersuchungen vor, und zwar: *a)* „Über Blasenbildun bei einigen Hautkrankheiten", von Herrn Dr. D. Haight aus Ne York, und *b)* „Über die Entwickelung der Epithelien bei chronische Hautkrankheiten und dem Epithelialcarcinom", von Herrn Dr. F Pagenstecher aus Heidelberg.

Herr Prof. Dr. G. Tschermak überreicht eine Abhandlung betitelt: „Optische Untersuchung der Boraxkrystalle" nebst eine Abhandlung des Herrn F. Pošepný: „Über concentrisch schalig Mineralbildungen (Überrindungen)".

Herr Prof. Dr. K. Peters aus Graz übergibt den II. Theil seine für die Denkschriften bestimmten Abhandlung: „Über die Wirbel thierreste von Eibiswald in Steiermark".

Herr Prof. Dr. A. Lieben aus Turin theilt eine neue, in viele Fällen anwendbare Methode mit, um organische Chlorverbindunge in Jodverbindungen zu verwandeln".

Herr Dr. J. Neumann, Privat-Docent für Hautkrankheiten a der k. k. Wiener Universität, legt zwei Abhandlungen vor, und zwar *a)* „Über die Verbreitung der organischen Muskelfasern in der Haut des Menschen", und *b)* „Beitrag zur Anatomie des *Lichen exsudativus ruber*".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akadémia, Magyar Tudományos: Évkönyv. XI, 4—8. 1866 & 1867; 4°. — Philos. törv. és tört. Értesitö. V, 2—3. 1866 & 1867; 8°. — Mathem. és term. Értesitő. VI, 1—2. 1866; 8°. — Nyelvtudom. Közlemények. V, 1—2. 1866; VI, 1. 1867. 8°. — Archaeol. Közlemények. VI, 1—2; VI, 1. 1866 & 1867; Folio. — Statiszt. és nemz. Közlemények. II, 1—2; III, 1—2; IV, 1. 1866 & 1867: 8°. — Mathem. és term. Közlemények. IV. 8°. — A magy. ny. Szótára. IV, 1—4. 1866 & 1867; 4°. — Jegyzökönyvei. IV, 1—2. 1866; kl. 8°. — A magy. tudom. Akad. Értesitöje. 1867, 1—17. 8°. — *Monumenta Hungariae historica. Scriptores.* X, XIII, XVI, XVII, XVIII. 1865—1867; 8°. — Budapesti Szemle. XI—XXX. füg. 1866—1967; 8°. — Almanach. 1867; kl. 8°. — *Czinar* Mór, *Index alphabeticus codicis diplomatici Hungariae* G. Fejéri. Pest, 1866; 8°. — Toldy, Ferencz, *Corpus grammaticorum linguae hungaricae veterum.* Pest. 1866; 8°. A. magy. tudom. Akad. munkálódásairol. 1866-ban. Pest, 1867; 8°. — Történettud. Értekezések. I—VI. sz. 1867. 8°. — Philosoph. Értekezések. I—IV. sz. 1867. 8°. Törvénytud., Értekezések. I—II. sz. 1867. 8°. — Nyelv. és széptud. Értekezések. I. sz. 1867; 8°. = Mathem. Értekezések. I. sz. 1867; 8°. — Természettud. Értekezések. I—VII. sz. 1867. 8°. — *Observationes meteorologicae. Tomus I. Pestini, 1866; 4°. — Operationes plasticae. 18 tab. in folio.*

Astronomische Nachrichten. Nr. 1688—1689. Altona, 1868; 4°.

Boccardo, Gerolamo, Fisica del globo. Genova, 1868; 4°.

Cordenons, Pascal, Le problème de la navigation aérienne. Vérone, 1868; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nr. 14. Paris, 1868; 4°.

Cosmos. 3e Série. XVIIe Année, Tome II, 16e Livraison. Paris, 1868; 8°.

Denza, Francesco, Le stelle cadenti del periodi di Agosto e Novembre osservate in Piemonte nel 18[illegible] [illegible] 1867;

kl. 8°. — Sui valori dell' elettricità e dell' ozono osservati a Moncalieri nel tempo del Cholera. 8°.

Fischer, H., Chronologischer Überblick über die allmälige Einführung der Mikroskope in das Studium der Mineralogie, Petrographie und Paläontologie. Freiburg i. Br., 1868; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg. Nr. 16. Wien, 1868; 8°.

Hanser, J., Einzelne Blätter für Theorie und Praxis mit technischer Tendenz. Graz, 1868; 8°.

Landbote, Der steirische. I. Jahrgang, Nr. 7. Graz, 1868; 4°.

Matteucci, Carlo, Sulla teoria fisica dell' elettro-tono dei nervi. Firenze, 1868; 4°.

Museum-Verein, Siebenbürgischer: Jahrbücher. IV. Bd., 2. Hft. Klausenburg, 1868; 4°.

Reichsforstverein, österr.: Monatschrift für Forstwesen. XVIII. Band. Jahrg. 1868, März- und April-Heft. Wien; 8°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V[e] Année, Nr. 20. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Snellen van Vollenhoven, S. C. Essai d'une faune entomologique de l'Archipel Indo-Néerlandais. 3[me] monographie: Famille des Pentatomides. 1[re] Partie. La Haye, 1868; 4°.

Wiener medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrgang. Nr. 32—33. Wien, 1868; 4°.

Über die beiden Integrale
$\int e^{\sin x}.\cos(nx-\cos x)\,dx,\ \int e^{\sin x}.\sin(nx-\cos x)\,dx.$

Von **Franz Unferdinger,**
Lehrer der Mathematik an der öffentlichen Oberrealschule am hohen Markt in Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung am 16. April 1868.)

§. 1.

Durch Anwendung des Imaginären können die beiden Integrale

$$(1)\quad U_1=\int e^{\sin x}.\cos(x-\cos x)\,dx,\quad U_2=\int e^{\sin x}.\sin(x-\cos x)\,dx$$

auf folgende Art entwickelt werden. Wir multipliciren das zweite Integrale mit i und addiren und subtrahiren beide; es folgt mittelst der Joh. Bernoulli'schen Transformation

$$e^{\pm iu}=\cos u\pm i\sin u,$$

$$U_1+iU_2=\int e^{ix}.\,e^{-e^{ix}}.\,dx,\quad U_1-iU_2=\int e^{-ix}.\,e^{e^{-ix}}.\,dx,$$

welche beide Formen integrabel werden durch Einführung einer Variablen $z=e^{ix}$ und zwar ist

$$U_1+iU_2=e^{-iz}=e^{\sin x}.\ \{\cos(\cos x)-i\sin(\cos x)\},$$
$$U_1-iU_2=e^{iz}\ =e^{\sin x}.\ \{\cos(\cos x)+i\sin(\cos x)\},$$

woraus sich sofort die Resultate ergeben

$$(2)\quad \begin{cases}\int e^{\sin x}.\cos(x-\cos x)\,dx= & e^{\sin x}.\cos(\cos x),\\ \int e^{\sin x}.\sin(x-\cos x)\,dx= & -e^{\sin x}.\sin(\cos x).\end{cases}$$

Hierbei überzeugt man sich auch leicht, daß die beiden verwandten Integrale

$$\int e^{\sin x}.\cos(x+\cos x)\,dx,\quad \int e^{\sin x}.\sin(x+\cos x)\,dx$$

in endlicher Form nicht darstellbar sind.

Nimmt man die allgemeinen [illegible] en Grenzen 0 und $\frac{1}{2}\pi$, so erhält man:

$$(3)\quad \begin{cases} \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos(x-\cos x).\,dx = e-\cos 1, \\ \displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin(x-\cos x).\,dx = \sin 1. \end{cases}$$

§. 2.

Um die beiden Integrale

$$V_1=\int e^{\sin x}.\cos(2x-\cos x).\,dx,\quad V_2=\int e^{\sin x}.\sin(2x-\cos x).\,dx$$

zu ermitteln, differenziren wir die Gleichungen (1) zweimal und gelangen leicht zu folgenden Beziehungen:

$$U_1''=-U_2'+V_1',\quad U_2''=U_1'+V_2'$$

also ist

$$V_1=U_1'+U_2,\qquad V_2=U_2'-U_1$$

oder

$$(4)\quad \begin{cases} \displaystyle\int e^{\sin x}.\cos(2x-\cos x)dx = e^{\sin x}.\{\cos(x-\cos x)-\sin(\cos x)\}, \\ \displaystyle\int e^{\sin x}.\sin(2x-\cos x)dx = e^{\sin x}.\{\sin(x-\cos x)-\cos(\cos x)\}. \end{cases}$$

§. 3.

Die beiden allgemeineren Integrale

$$(5)\quad \overset{n}{U_1}=\int e^{\sin x}.\cos(nx-\cos x).\,dx.\ \overset{n}{U_2}=\int e^{\sin x}.\sin(nx-\cos x).\,dx$$

können immer auf jene (2) und (4) zurückgeführt werden, wenn n eine ganz positive Zahl bezeichnet, die Nulle ausgeschlossen. Im Sinne der eben eingeführten Bezeichnung überzeugt man sich leicht von der Giltigkeit folgender zwei Identitäten,

$$\overset{n}{U_1}-(n-1)\overset{n-1}{U_2}=e^{\sin x}.\cos\{(n-1)x-\cos x\},$$

$$\overset{n}{U_2}-(n-1)\overset{n-1}{U_1}=e^{\sin x}.\sin\{(n-1)x-\cos x\},$$

wird hierin $n-1$ an die Stelle von n gesetzt, so folgt:

$$\overset{n-1}{U_1}-(n-2)\overset{n-2}{U_2}=e^{\sin x}.\cos\{(n-2)x-\cos x\},$$

$$\overset{n-1}{U_2}-(n-2)\overset{n-2}{U_1}=e^{\sin x}.\sin\{(n-2)x-\cos x\}$$

und die Elimination von $\overset{n-1}{U_2}$ aus der ersten und vierten, so wie von $\overset{n-1}{U_1}$ aus der zweiten und dritten Gleichung gibt folgende zwei

Recursionsformeln, welche giltig sind für jeden Werth von n, aber für uns nur anwendbar für $n>2$:

$$(6)\begin{cases} \overset{n}{U}_1 = e^{\sin x}.\left[\cos\{(n-1)x-\cos x\}+(n-1)\sin\{(n-2)x-\cos x\}\right]-(n-1)(n-2)\overset{n-2}{U}_1, \\ \overset{n}{U}_2 = e^{\sin x}.\left[\sin\{(n-1)x-\cos x\}-(n-1)\cos\{(n-2)x-\cos x\}\right]-(n-1)(n-2)\overset{n-2}{U}_2. \end{cases}$$

Durch diese Formeln wird jedes der beiden Integrale (5) auf ein anderes derselben Art zurückgeführt, in welchem der Zahlwerth von n um zwei Einheiten kleiner ist. Durch wiederholte Anwendung derselben werden diese Integrale zuletzt auf eine der vier Formen U_1, U_2, V_1, V_2 reducirt, welche in (2) und (4) gegeben sind.

§. 4.

Setzt man in den Reductionsformeln (6) der Reihe nach $n=3, 4, 5, \ldots n$, substituirt die aufeinander folgenden Resultate, mit Rücksicht auf die Gleichungen (2), (4) und unterscheidet in Bezug auf n die vier Fälle $n=4r$, $4r+1$, $4r+2$, $4r+3$, so gelangt man zu folgenden directen Bestimmungen:

$$(7) \qquad \int e^{\sin x}.\cos\{4rx-\cos x\}\,dx =$$

$$= e^{\sin x}.\left\{\begin{array}{l} \cos\{(4r-1)x-\cos x\} \\ +(4r-1)\sin\{(4r-2)x-\cos x\} \\ -(4r-1)(4r-2)\cos\{(4r-3)x-\cos x\} \\ -(4r-1)(4r-2)(4r-3)\sin\{(4r-4)x-\cos x\} \\ ++\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -(4r-1)(4r-2)\ldots 3.2.\cos\{x-\cos x\} \\ +(4r-1)(4r-2)\ldots 3.2.1.\sin(\cos x) \end{array}\right\}$$

$$(8) \qquad \int e^{\sin x}.\cos\{(4r+1)x-\cos x\}\,dx =$$

$$= e^{\sin x}.\left\{\begin{array}{l} \cos\{4rx-\cos x\} \\ +4r.\sin\{(4r-1)x-\cos x\} \\ -4r.(4r-1)\cos\{(4r-2)x-\cos x\} \\ -4r\ (4r-1)(4r-2)\ .\sin\{(4r-3)x-\cos x\} \\ ++\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -4r\ (4r-1)(\ldots 3.2.\sin\{x-\cos x\} \\ +4r\ (4r-1)\ldots 3.2.1.\cos(\cos x) \end{array}\right\}$$

(9)
$$\int e^{\sin x} . \cos \{(4r+2)x - \cos x\}\, dx =$$
$$= e^{\sin x} . \left(\begin{array}{l} \cos\{(4r+1)x - \cos x\} \\ + (4r+1) . \sin\{4rx - \cos x\} \\ - (4r+1)\, 4r . \cos\{(4r-1)x - \cos x\} \\ - (4r+1)\, 4r\, (4r-1) \sin\{(4r-2)x - \cos x\} \\ + + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ + (4r+1)\, 4r \ldots 3.\, 2. \cos\{x - \cos x\} \\ - (4r+1)\, 4r \ldots 3.\, 2.\, 1. \sin(\cos x) \end{array} \right)$$

(10)
$$\int e^{\sin x} . \cos \{(4r+3)x - \cos x\}\, dx =$$
$$= e^{\sin x} . \left(\begin{array}{l} \cos\{(4r+2)x - \cos x\} \\ + (4r+2) \sin\{(4r+1)x - \cos x\} \\ - (4r+2)(4r+1) \cos\{4rx - \cos x\} \\ - (4r+2)(4r+1)\, 4r . \sin\{(4r-1)x - \cos x\} \\ + \cdot + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ + (4r+2)(4r+1) \ldots 3.\, 2. \sin\{x - \cos x\} \\ - (4r+2)(4r+1) \ldots 3.\, 2.\, 1. \cos(\cos x) \end{array} \right)$$

(11)
$$\int e^{\sin x} . \sin\{4rx - \cos x\}\, dx =$$
$$= e^{\sin x} . \left(\begin{array}{l} \sin\{(4r-1)x - \cos x\} \\ - (4r-1) . \cos\{(4r-2)x - \cos x\} \\ - (4r-1)(4r-2) . \sin\{(4r-3)x - \cos x\} \\ + + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ - (4r-1)(4r-2) \ldots 3.\, 2. \sin\{x - \cos x\} \\ + (4r-1)(4r-2) \ldots 3.\, 2.\, 1. \cos(\cos x) \end{array} \right)$$

(12)
$$\int e^{\sin x} . \sin\{(4r+1)x - \cos x\}\, dx =$$
$$= e^{\sin x} . \left(\begin{array}{l} \sin\{4rx - \cos x\} \\ - 4r . \cos\{(4r-1)x - \cos x\} \\ - 4r\, (4r-1) . \sin\{(4r-2)x - \cos x\} \\ + + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ + 4r\, (4r-1) \ldots 3.\, 2. \cos\{x - \cos x\} \\ - 4r\, (4r-1) \ldots 3.\, 2.\, 1. \sin(\cos x) \end{array} \right)$$

$$(13)\qquad \int e^{\sin x}.\sin\{(4r+2)x-\cos x\}\,dx =$$

$$= e^{\sin x}.\left\{\begin{array}{l}\sin\{(4r+1)x-\cos x\}\\ -(4r+1).\cos\{4rx-\cos x\}\\ -(4r+1)\,4r.\sin\{(4r-1)x-\cos x\}\\ ++\cdots\cdots\cdots\\ +(4r+1)\,4r\ldots 3.\,2.\sin\{x-\cos x\}\\ -(4r+1)\,4r\ldots 3.\,2.\,1.\cos(\cos x)\end{array}\right\}$$

$$(14)\qquad \int e^{\sin x}.\sin\{(4r+3)x-\cos x\}\,dx =$$

$$= e^{\sin x}.\left\{\begin{array}{l}\sin\{(4r+2)x-\cos x\}\\ -(4r+2)\cos\{(4r+1).x-\cos x\}\\ -(4r+2)(4r+1)\sin\{4rx-\cos x\}\\ ++\cdots\cdots\cdots\\ -(4r+2)(4r+1)\ldots 3.\,2.\cos\{x-\cos x\}\\ +(4r+2)(4r+1)\ldots 3.\,2.\,1.\sin(\cos x)\end{array}\right\}$$

Da nach dem Vorhergehenden n größer als Null ist, so muß in den Gleichungen (7) und (11) r mindestens gleich 1 sein, in allen übrigen ist auch $r = 0$ zulässig.

§. 5.

Nimmt man die vorstehenden Integrale zwischen den Grenzen 0 und $\frac{1}{2}\pi$, so ist zur Reduction der in den Klammern enthaltenen Ausdrücke

für $x = 0$, $\cos(nx-\cos x) = \cos 1$, $\sin(nx-\cos x) = -\sin 1$,

für $x = \frac{1}{2}\pi$, $\cos(nx-\cos x) = \cos\frac{n\pi}{2}$, $\sin(nx-\cos x) = \sin\frac{n\pi}{2}$,

wodurch sich je nach der Zahlform von n die Glieder gruppenweise vereinigen lassen. Die Formeln (7), (8), (9), (10) geben auf diese Art, indem man $n!$ heraushebt und gleichzeitig die Glieder jeder Gruppe in umgekehrter Anordnung schreibt:

$$(15)\qquad \int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{4rx-\cos x\}\,dx =$$

$$=(4r-1)!\left\{\begin{array}{l}\cos 1.\left\{\frac{1}{1!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}-\cdots-\frac{1}{(4r-1)!}\right\}\\ -\sin 1.\left\{1-\frac{1}{2!}+\frac{1}{}\qquad\frac{1}{}\right\}\end{array}\right\}$$

(16)
$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x} . \cos\{(4r+1)\,x - \cos x\}\,dx =$$
$$= (4r)!\left\{\begin{array}{l} e . \left\{1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{(4r)!}\right\} \\ - \cos 1 . \left\{1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \cdots + \frac{1}{(4r)!}\right\} \\ - \sin 1 . \left\{\frac{1}{1!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \cdots - \frac{1}{(4r-1)!}\right\} \end{array}\right\}.$$

(17)
$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x} . \cos\{(4r+2)\,x - \cos x\}\,dx =$$
$$= (4r+1)!\left\{\begin{array}{l} \sin 1 . \left\{1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \cdots + \frac{1}{(4r)!}\right\} \\ - \cos 1 . \left\{\frac{1}{1!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \cdots + \frac{1}{(4r+1)!}\right\} \end{array}\right\}.$$

(18)
$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x} . \cos\{(4r+3)\,x - \cos x\}\,dx =$$
$$= (4r+2)!\left\{\begin{array}{l} \cos 1 . \left\{1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \cdots + \frac{1}{(4r+2)!}\right\} \\ + \sin 1 . \left\{\frac{1}{1!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \cdots + \frac{1}{(4r+1)!}\right\} \\ - e \left\{1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \cdots + \frac{1}{(4r+2)!}\right\} \end{array}\right\}.$$

Auf dieselbe Art folgt aus den Gleichungen (11), (12), (13), (14):

(19)
$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x} . \sin\{4rx - \cos x\}\,dx =$$
$$= (4r-1)!\left\{\begin{array}{l} e . \left\{1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \cdots - \frac{1}{(4r-1)!}\right\} \\ - \cos 1 . \left\{1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \cdots - \frac{1}{(4r-2)!}\right\} \\ - \sin 1 . \left\{\frac{1}{1!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} - \cdots - \frac{1}{(4r-1)!}\right\} \end{array}\right\}.$$

$$(20)\qquad \int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\ \sin\{(4r+1)x-\cos x\}\,dx =$$

$$=(4r)!\left\{\begin{array}{l}\sin 1.\ \left\{1-\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}-\ldots+\frac{1}{(4r)!}\right\}\\ -\cos 1.\ \left\{\frac{1}{1!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}-\ldots-\frac{1}{(4r-1)!}\right\}\end{array}\right\}$$

$$(21)\qquad \int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\ \sin\{(4r+2)x-\cos x\}\,dx =$$

$$=(4r+1)!\left\{\begin{array}{l}\cos 1.\ \left\{1-\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}-\ldots+\frac{1}{(4r)!}\right\}\\ +\sin 1.\ \left\{\frac{1}{1!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}-\ldots+\frac{1}{(4r+1)!}\right\}\\ -e.\ \left\{1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\ldots-\frac{1}{(4r+1)!}\right\}\end{array}\right\}$$

$$(22)\qquad \int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\ \sin\{(4r+3)x-\cos x\}\,dx =$$

$$=(4r+2)!\left\{\begin{array}{l}\cos 1.\ \left\{\frac{1}{1!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}-\ldots+\frac{1}{(4r+1)!}\right\}\\ -\sin 1.\ \left\{1-\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}-\ldots-\frac{1}{(4r+2)!}\right\}\end{array}\right\}.$$

§. 6.

Durch die Gleichungen (15) bis (22) können die Werthe der bestimmten Integrale von der angegebenen Form immer berechnet werden, wenn n, respective r, eine ganze positive Zahl ist und es ergeben sich mit Leichtigkeit für $n=1,\ 2,\ 3,\ldots 10$ folgende Resultate:

$$(23)\qquad \left\{\begin{array}{l}\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\ \cos\{x-\cos x\}\,dx = e-\cos 1,\\ \int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\ \cos\{2x-\cos x\}\,dx = \sin 1-\cos 1,\\ \int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\ \cos\{3x-\cos x\}\,dx = \cos 1+2\sin 1-e,\end{array}\right.$$

$$(23)\quad\left\{\begin{aligned}
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{4x-\cos x\}\,dx = 5\cos 1 - 3\sin 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{5x-\cos x\}\,dx = 9e - 13\cos 1 - 20\sin 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{6x-\cos x\}\,dx = 65\sin 1 - 101\cos 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{7x-\cos x\}\,dx = 389\cos 1 + 606\sin 1 - 265\,e.\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{8x-\cos x\}\,dx = 4241\cos 1 - 2723\sin 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{9x-\cos x\}\,dx = 14833\,e - 21785\cos 1 - 33928\sin 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{10x-\cos x\}\,dx = 196065\sin 1 - 305353\cos 1,
\end{aligned}\right.$$

$$(24)\quad\left\{\begin{aligned}
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{x-\cos x\}\,dx = \sin 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{2x-\cos x\}\,dx = \cos 1 + \sin 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{3x-\cos x\}\,dx = 2\cos 1 - \sin 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{4x-\cos x\}\,dx = 2e - 3\cos 1 - 5\sin 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{5x-\cos x\}\,dx = 13\sin 1 - 20\cos 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{6x-\cos x\}\,dx = 65\cos 1 + 101\sin 1 - 44e,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{7x-\cos x\}\,dx = 606\cos 1 - 389\sin 1,
\end{aligned}\right.$$

$$
(24)\left\{\begin{aligned}
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{8x-\cos x\}\,dx = 1854\,e-2723\cos 1-4241\sin 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{9x-\cos x\}\,dx = 21785\sin 1-33928\cos 1,\\
&\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{10x-\cos x\}\,dx = 196065\cos 1+305353\sin 1-133496\,e.
\end{aligned}\right.
$$

§. 7.

Nach dem Maclaurin'schen Theorem mit der Restform von Lagrange ist, wenn θ, θ' echte Brüche bezeichnen;

$$\cos 1 = 1-\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}-\ldots-\frac{1}{(4r-2)!}+\frac{\theta}{(4r)!},$$

$$\sin 1 = \frac{1}{1!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}-\ldots-\frac{1}{(4r-1)!}+\frac{\theta'}{(4r+1)!},$$

hieraus folgt:

$$1-\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}-\ldots-\frac{1}{(4r-2)!}=\cos 1-\frac{\theta}{(4r)!},$$

$$\frac{1}{1!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}-\ldots-\frac{1}{(4r-1)!}=\sin 1-\frac{\theta'}{(4r+1)!},$$

werden diese Ausdrücke statt der Reihen in (15) substituirt, so wird

$$\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{4rx-\cos x\}\,dx = \frac{\theta\sin 1}{4r}-\frac{\theta'\cos 1}{4r(4r+1)}$$

und wenn r über alle Grenzen wächst, so wird der Ausdruck rechts der Nulle gleich. Zu demselben Resultate gelangt man auch bei den übrigen sieben bestimmten Integralen, so daß allgemein für $n=\infty$:

$$
(25)\left\{\begin{aligned}
&\lim\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\cos\{nx-\cos x\}\,dx = 0,\\
&\lim\int_0^{\frac{1}{2}\pi} e^{\sin x}.\sin\{nx-\cos x\}\,dx = 0.
\end{aligned}\right.
$$

§. 8.

Eine leichte Überlegung lehrt, daß die Recursionsformeln (6) ihre Giltigkeit auch in dem Falle behalten, wenn n eine gebrochene positive Zahlgröße bezeichnet. Da jede solche Größe auf die Form $2m \pm k$ gebracht werden kann, wobei m eine ganze positive Zahl und k einen echten Bruch bezeichnet, so führt die wiederholte Anwendung derselben die Integrale $\overset{n}{U}_1$, $\overset{n}{U}_2$ auf folgende zwei zurück:

$$(26) \qquad \int e^{\sin x} . \cos\{kx - \cos x\}\, dx, \quad \int e^{\sin x} . \sin\{kx - \cos x\}\, dx,$$

in welchen k ein positiver oder negativer echter Bruch ist.

Die Anwendung der Formeln (6) ist auch in dem Falle von Nutzen, wenn n eine negative gebrochene Zahl ist, denn setzen wir $-n+2$ an die Stelle von n, so können dieselben in folgender Weise geschrieben werden:

$$(27) \begin{cases} \overset{-n}{U}_1 = \dfrac{1}{(n-1)n} \{ e^{\sin x} . [\cos\{(n-1)x + \cos x\} + (n-1)\sin\{nx + \cos x\}] - \overset{-n}{U}_1 \\ \overset{-n}{U}_2 = \dfrac{1}{(n-1)n} \{ e^{\sin x} . [(n-1)\cos\{nx + \cos x\} - \sin\{(n-1)x + \cos x\}] - \overset{-n+1}{U}_2 \end{cases}$$

und die wiederholte Anwendung derselben führt auch auf die beiden Integrale (26) zurück.

Über den Werth des Ausdrucks $\frac{1}{(m+\delta)^{\varepsilon}}+\frac{1}{(m+2\delta)^{\varepsilon}}+\frac{1}{(m+3\delta)^{\varepsilon}}+\cdots+\frac{1}{\{m+m(n-1)\delta\}^{\varepsilon}}$ *für* $m=\infty$ *und über das Dirichlet'sche Paradoxon bei unendlichen Reihen.*

Von **Franz Unferdinger,**

Lehrer der Mathematik an der öffentlichen Oberrealschule am hohen Markt in Wien.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 16. April 1868.)

Bereits im 55. Band der Sitzungsberichte haben wir durch eine völlig strenge Methode nachgewiesen, daß für $m=\infty$

$$(1)\qquad \lim\left\{\frac{1}{m+1}+\frac{1}{m+2}+\frac{1}{m+3}+\cdots+\frac{1}{2m}\right\}=\lg 2,$$

wir wollen im Folgenden eine ähnliche Untersuchung über die Limite des obigen etwas allgemeineren Ausdruckes mittheilen unter der Voraussetzung, daß n eine ganze positive Zahl, hingegen δ und ε beliebige positive oder negative Größen sind. Ein beliebiges Glied desselben, wie $1:(m+r\delta)^{\varepsilon}$ kann immer, so lange $r\delta<m$ in eine unendliche Reihe entwickelt werden; es ist

$$\frac{1}{(m+r\delta)^{\varepsilon}}=\frac{1}{m^{\varepsilon}}\left\{1+\binom{-\varepsilon}{1}\left(\frac{r\delta}{m}\right)+\binom{-\varepsilon}{2}\left(\frac{r\delta}{m}\right)^2+\binom{-\varepsilon}{3}\left(\frac{r\delta}{m}\right)^3+\cdots\right\},$$

mithin

$$\sum_{1}^{m(n-1)}\frac{1}{(m+r\delta)^{\varepsilon}}=$$

$$=\frac{1}{m^{\varepsilon}}\left\{m(n-1)+\binom{-\varepsilon}{1}\left(\frac{\delta}{m}\right)\Sigma r+\binom{-\varepsilon}{2}\left(\frac{\delta}{m}\right)^2\Sigma r^2+\binom{-\varepsilon}{3}\left(\frac{\delta}{m}\right)^3\Sigma r^3+\cdots\right\}$$

wobei die Summation rechter Hand auf dieselben Werthe von r zu erstrecken ist.

Der Übergang zur Grenze für $m=\infty$ gibt sofort die Gleichung

$$(2)\qquad \lim\sum_{1}^{m(n-1)}\frac{1}{(m+r\delta)^{\varepsilon}}=$$

$$= [illegible] \binom{-\varepsilon}{1}\delta\lim\left(\frac{1}{m^2}\Sigma r\right)+\binom{-\varepsilon}{2}\delta^2\lim\left(\frac{1}{m^3}\Sigma r^2\right)+\binom{-\varepsilon}{3}\delta^3\lim\left(\frac{1}{m^4}\Sigma r^3\right)+\cdots\Big\}.$$

$$
(10)\begin{cases}
\lim\left\{\frac{1}{3\mu+1}+\frac{1}{3\mu+2}+\frac{1}{3\mu+3}+\cdots+\frac{1}{4\mu}\right\}=\log\frac{4}{3}, \\
\lim\left\{\frac{1}{4\mu+1}+\frac{1}{4\mu+2}+\frac{1}{4\mu+3}+\cdots+\frac{1}{5\mu}\right\}=\log\frac{5}{4}, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\lim\left\{\frac{1}{(a-1)\mu+1}+\frac{1}{(a-1)\mu+2}+\frac{1}{(a-1)\mu+3}+\cdots+\frac{1}{a\mu}\right\}=\log\frac{a}{a-1}
\end{cases}
$$

und durch Addition, für jedes ganze positive a giltig:

$$
(11)\qquad \lim\left\{\frac{1}{\mu+1}+\frac{1}{\mu+2}+\frac{1}{\mu+3}+\cdots+\frac{1}{a\mu}\right\}=\log a.
$$

Dieses Resultat (11) kommt in anderer Ableitung und Form bereits bei Euler vor. Für $a=\mu$ folgt aus dieser Gleichung:

$$
(12)\qquad \lim\left\{\frac{1}{\mu+1}+\frac{1}{\mu+2}+\frac{1}{\mu+3}+\cdots+\frac{1}{\mu^2}\right\}=\infty;
$$

hingegen gibt (8) mit $a=\mu$, $b=1$, $\delta=1$, $\varepsilon=1$, $\lambda=0$:

$$
(13)\qquad \lim\left\{\frac{1}{\mu^2+1}+\frac{1}{\mu^2+2}+\frac{1}{\mu^2+3}+\cdots+\frac{1}{\mu^2+\mu}\right\}=0.
$$

Werden die Gleichungen (10) abwechselnd addirt und subtrahirt, so erhält man durch Vereinigung aller für $a=\mu$ rechts

$$
\log\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdots\cdots=\log\frac{\pi}{2}\ \text{(nach Wallis)},
$$

also folgt für $\mu=\infty$, das bemerkenswerthe Resultat:

$$
(14)\qquad \lim\left\{\sum_{\mu}^{2\mu-1}\frac{1}{m+1}-\sum_{2\mu}^{3\mu-1}\frac{1}{m+1}+\sum_{3\mu}^{4\mu-1}\frac{1}{m+1}-\cdots\cdots\right\}=\log\frac{\pi}{2}.
$$

Bekanntlich ist

$$
(15)\qquad \log 2=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots,
$$

wird diese Gleichung mit $\frac{1}{2}$ multiplicirt und beides addirt, so zeigt sich

$$
(16)\qquad \tfrac{3}{2}\log 2=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\cdots,
$$

aber die Reihe (16) ist dieselbe, wie die Reihe (15), nur daß die Glieder in anderer Anordnung aufeinanderfolgen und es scheint hier der Fall vorzuliegen, daß eine Summe von Größen mit der Ordnung der Aufeinanderfolge sich ändert, worauf zuerst Dirichlet[1]) aufmerksam machte. Um hierüber klar zu werden, vergleichen wir die beiden endlichen Reihen

$$(17) \qquad 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{4n-1}-\frac{1}{4n},$$

$$(18) \qquad 1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{4n-3}+\frac{1}{4n-1}-\frac{1}{2n},$$

die erste enthält die sämmtlichen Glieder der zweiten und außerdem noch folgende

$$-\frac{1}{2n+2}-\frac{1}{2n+4}+\frac{1}{2n+6}-\cdots-\frac{1}{4n}=$$

$$=-\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{2n}\right\};$$

ist nun $n=\infty$, so wird $(17)=\log 2$ und $(18)=(16)$ also ist

$$(16)=\log 2+\frac{1}{2}\lim\left\{\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{2n}\right\}$$

oder nach (1) gleich $\frac{3}{2}\log 2$.

Schlömilch behandelt in seiner Zeitschrift Bd. 7, p. 283, die folgende bekannte convergente Reihe

$$(19) \qquad \frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}+\cdots=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\frac{dx}{e^{x^2}+1},$$

die abgeleitete Reihe, welche jener (16) entspricht, ist dann folgende:

$$(20) \qquad \frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{7}}-\frac{1}{\sqrt{4}}+\cdots$$

und findet, daß dieselbe divergirt. Vergleichen wir wieder die beiden endlichen Reihen

$$(21) \qquad \frac{1}{\sqrt{1}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}+\cdots-\frac{1}{\sqrt{4n}},$$

$$(22) \qquad \frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{7}}-\frac{1}{\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{4n-3}}+\frac{1}{\sqrt{4n-1}}-\frac{1}{\sqrt{2n}},$$

[1]) Abhandl. der Berliner Akad. 1837.

so enthält (21) alle Glieder der (22) und außerdem noch folgende

$$-\frac{1}{\sqrt{2n+2}}-\frac{1}{\sqrt{2n+4}}-\frac{1}{\sqrt{2n+6}}-\cdots-\frac{1}{\sqrt{4n}}=$$

$$=-\frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\frac{1}{\sqrt{n+1}}+\frac{1}{\sqrt{n+2}}+\frac{1}{\sqrt{n+3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n}}\right\},$$

also ist

$$(22)=(21)+\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\sqrt{n+1}}+\frac{1}{\sqrt{n+2}}+\frac{1}{\sqrt{n+3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n}}\right\},$$

für $n=\infty$ geht (21) in (19) und (22) in (20) über und weil nach (6)

$$\lim\left\{\frac{1}{\sqrt{n+1}}+\frac{1}{\sqrt{n+2}}+\frac{1}{\sqrt{n+3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n}}\right\}=\infty,$$

so ist die Reihe (20) divergent.

Dieser Gegenstand wird weitläufig besprochen in Stern's Lehrbuch der algebraischen Analysis (Leipzig und Heidelberg 1860) p. 333, dort findet sich auch das Beispiel (19). Stern brauchte zu seiner Demonstration die Limite

$$(9)\quad \lim\left\{\frac{1}{2m+1}+\frac{1}{2m+3}+\frac{1}{2m+5}+\cdots+\frac{1}{4m-1}\right\}=\log\sqrt{2}$$

aber er setzt dieselbe gleich k, und zeigt daß der Werth k zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ liegt.

Die allgemeine Formel für die Summe der Winkel eines Polygons.

Von **Franz Unferdinger,**

Lehrer der Mathematik an der öffentlichen Oberrealschule am hohen Markt in Wien.

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 16. April 1868.)

In neuerer Zeit hat die Untersuchung der regulären Sternpolyeder [1]), deren Seitenflächen Polygone sind, deren Seiten sich kreuzen, wieder die Frage nach der Winkelsumme solcher ebener Polygone angeregt, und auch abgesehen von diesem Umstande, daß es thatsächlich räumlich geschlossene Formen gibt, welche von solchen Polygonen begrenzt werden, bietet die ganz allgemeine Beantwortung der Frage nach der Winkelsumme eines beliebig geformten ebenen geradlinigen Polygons ein theoretisches Interesse. Im Folgenden geben wir einen Versuch, nach bestimmt festgestellten Begriffen diese Frage in jedem vorliegenden Falle mit Sicherheit zu beantworten.

§. 1.

Definition. Jede geschlossene Folge von geradlinigen Strecken heißt ein Polygon, diese Strecken sind die Seiten des Polygons und die gemeinschaftlichen Endpunkte der auf einander folgenden Seiten sind die Ecken des Polygons. Wenn sich zwei nicht auf einander folgende Seiten innerhalb ihrer Begrenzung durchschneiden, so heißt dieser Punkt ein Kreuzungspunkt und wird nicht zu den Ecken gezählt.

Besteht das Polygon aus n solchen geradlinigen Strecken, so haben diese von einander getrennt $2n$ Endpunkte; da nun immer zwei Endpunkte eine Ecke bilden, so hat das Polygon von n Seiten auch n Ecken.

Je zwei auf einander folgende Seiten bilden an der gemeinschaftlichen Ecke zwei Winkel, welche zusammen $360°$ ausmachen, der eine davon ist kleiner, der andere größer als $180°$. Einen dieser

[1]) S. Dr. Chr. Wiener, Über Vielecke und Vielflache. Leipzig 1864.

beiden Winkel betrachtet man als Polygonswinkel in dieser Ecke. Da jede Polygonseite zwei Seiten darbietet (eine innere und eine äußere), so theile man die $2n$ von ihnen formirten Winkel in zwei Gruppen von je n Winkel, indem man an der Figur herumgehend, einmal immer auf der ersten, das andere Mal immer auf der zweiten Seite der Polygonseite bleibt. Bezeichnet man die Winkelsumme im ersten Falle mit S, im zweiten mit S', so ist zunächst

$$S+S'=n.360^\circ, \tag{1}$$

so daß es also nur auf die Ermittelung einer dieser Summen ankommt.

§. 2.

Von einer bestimmten Ecke ausgehend kann man zusammenhängend den Umfang des Polygons nach zwei Richtungen durchlaufen; wir wollen im Folgenden eine dieser beiden Richtungen die positive, die andere die negative Richtung nennen.

Wir nehmen eine Polygonsecke als erste und denjenigen Winkel als Polygonswinkel in dieser Ecke, welcher kleiner als 180° ist und bestimmen dem entsprechend nach §. 1 die übrigen Polygonswinkel. Verlängert man an der Ecke (1) eine Polygonseite, so soll die Richtung, um aus dieser Verlängerung in die zweite Polygonseite zu gelangen, im Folgenden die positive Richtung genannt werden und in dieser werden die Polygonswinkel mit (2), (3), (4) bis (n) numerirt, so daß

$$S=(1)+(2)+(3)+\ .\ .\ .\ +(n)=\Sigma(r). \tag{2}$$

Geht man auf der positiven Seite am Polygon herum und verlängert alle Seiten in der Richtung des Weges, so entstehen n, 180° nicht übersteigende Winkel, gebildet von einer Polygonseite und der Verlängerung der vorhergehenden; diese Winkel heißen die Außenwinkel des Polygons, wir bezeichnen sie mit

$$[1],\ [2],\ [3],\ .\ .\ .\ [n]$$

und die Seiten bezeichnen wir in derselben positiven Richtung mit den Nummern ihrer Anfangspunkte.

§. 3.

Um aus der Verlängerung der Seite n an der Ecke (1) in die Seite 1 zu kommen ist eine Änderung der Richtung um den Winkel

[1] erforderlich, um aus der Verlängerung der Seite 1 an der Ecke (2) in die Seite 2 einzulenken ist eine Veränderung der Richtung um den Winkel [2] erforderlich, um aus der Verlängerung der Seite 2 in die Seite 3 zu kommen ist eine Richtungsveränderung um den Winkel [3] erforderlich u. s. f., um endlich aus der Verlängerung der Seite n—1 in die Seite n zu gelangen, von welcher wir ausgegangen sind, ist eine Änderung der Richtung um den Winkel [n] nöthig. Diese n Änderungen der Richtung finden im Allgemeinen theils im positiven, theils im negativen Sinne statt und wenn wir festsetzen diejenigen Außenwinkel mit negativen Vorzeichen in Rechnung zu nehmen, welche im negativen Sinne beschrieben werden, so ist ersichtlich, daß die algebraische Summe aller Richtungsveränderungen nur eine ganze Anzahl von Peripherien betragen kann, da nach sämmtlichen Drehungen die erste Richtung erreicht wird. Bezeichnen wir diese Anzahl mit v, so ist

$$[1]+[2]+[3]+\ .\ .\ .\ +[n]=v.360^\circ \text{ oder}$$

$$\Sigma[r]=v.\ 360^\circ. \tag{3}$$

Da die Außenwinkel sämmtlich kleiner als 180° sind, so entspricht jeder Drehung in negativer Richtung ein Polygonswinkel größer als 180° und da wir festsetzen

$$[-r]=-[r], \tag{4}$$

so ist allgemein

$$(r)+[r]=180^\circ. \tag{5}$$

Hiedurch verwandelt sich die vorige Gleichung in

$$(1)+(2)+(3)+\ .\ .\ .\ +(n)=n.180^\circ-v.360^\circ$$

oder

$$\Sigma(r)=(n-2v)\ 180^\circ,$$

also ist

$$S=(n-2v)\,180^\circ,\quad S'=(n+2v)\,180^\circ\ ^{1}). \tag{6}$$

[1]) Dienger gibt in seiner ebenen Polygonometrie (Stuttgart 1854) p. 24 für die Summe der Polygonswinkel die Formel $(n-2).\,180^\circ+r.\,360^\circ$ mit der Bemerkung, „wo für gewöhnliche Polygone $r=0$ ist", jedoch ohne die gewöhnlichen Polygone und den Werth von r näher zu charakterisiren. Es gibt auch nicht gewöhnliche Polygone, für welche $r=0$ ist.

... Außenwinkel mit $180° - \varepsilon$ ...

$$\Sigma (180° - \varepsilon) = r . 360° .$$

$$n . 180° > r . 360°$$

$$r < \frac{n}{2} .$$

... beträgt immer weniger als ... Wenn also n nur hinreichend ... verschiedene We... Werthe entspricht dann eine an...

§ 4.

... abhängig von ... Werthe von r und meh... sehr verschiedene W... Werthen von ... nach der Anzahl ihrer Sei... Werthen von r zu unt...

... gegebenen F... der An... nehmen daher ... oder wir set... die Kreuzungspu... Zweige ...

... Bestimmung der Fr... positiver Ri... geschlossenen Cur... Punkt (1) ausgehe... beschreibt?

... auch von der Anzahl ... Curvenzug du... mehrere einfachere ... für jede die Zahl der Rotation...

und ihre Richtung ermitteln; sind v', v'', v''', ... jene Zahlen, sammt den der Richtung entsprechenden Vorzeichen, so ist

(8) $$v = v' + v'' + v''' + \dots$$

Diese Trennung an den Kreuzungspunkten kann nun so lange fortgesetzt werden, bis die vorgelegte Form in eine Reihe von geschlossenen Formen ohne Kreuzungspunkt zerlegt ist. Einer jeden solchen Form entspricht alsdann eine Rotation in positiver oder negativer Richtung. Bezeichnen wir eine Rotation in positiver Richtung mit $+1$, eine Rotation in negativer Richtung mit -1, so ist

(9) $$v = \Sigma(\pm 1),$$

ist die Anzahl der positiven Rotationen ν, die der negativen ν', ihre Gesammtzahl φ, so ist

(10) $$\varphi = \nu + \nu', \quad v = \nu - \nu'$$

also

(11) $$S = \{n - 2(\nu - \nu')\} 180^\circ, \quad S' = \{n + 2(\nu - \nu')\} 180^\circ.$$

§. 5.

Die vorhergehenden Betrachtungen nöthigen zu einer Eintheilung der Polygone, nicht nach der Anzahl der Seiten, sondern nach der Anzahl φ der Rotationen, die an denselben vorkommen. Dem entsprechend sagen wir: ein Polygon sei ein Typus der 1ten, 2ten, 3ten... φten Ordnung, je nachdem dasselbe 1, 2, 3, ... φ einzelne Rotationen vom Werthe ± 1 besitzt. Hiernach erscheinen alle Formen zusammengesetzt aus dem Typus $(+1)$ (Fig. 1) und aus dem Typus (-1) Fig. 2, welcher sich von jenem nur in der Richtung der Umkreisung unterscheidet. Im ersteren ist $v = 1$, also die Winkelsumme

(12) $$S = (n - 2) 180^\circ$$

und dahin gehören alle jene Polygone, welche man bisher fast ausschließlich in Betracht gezogen hat.

Fig. 3 ist ein Typus zweiter Ordnung und $v = 0$, also für solche Polygone

$$S = n . 180^\circ.$$

Fig. 4 zeigt einen Typus zweiter Ordnung mit $v = 2$, also für solche Polygone ist

$$S = (n - 4) 180^\circ.$$

Fig. 5 ist ein Typus dritter Ordnung mit $v = 3$, weil alle Um kreisungen im positiven Sinne erfolgen; für solche Polygone ist

$$S = (n-6)\,180°.$$

Fig. 6 zeigt einen Typus dritter Ordnung mit $v = 1$, für di hieher gehörigen Polygone ist wie in (12):

$$S = (n-2)\,180°.$$

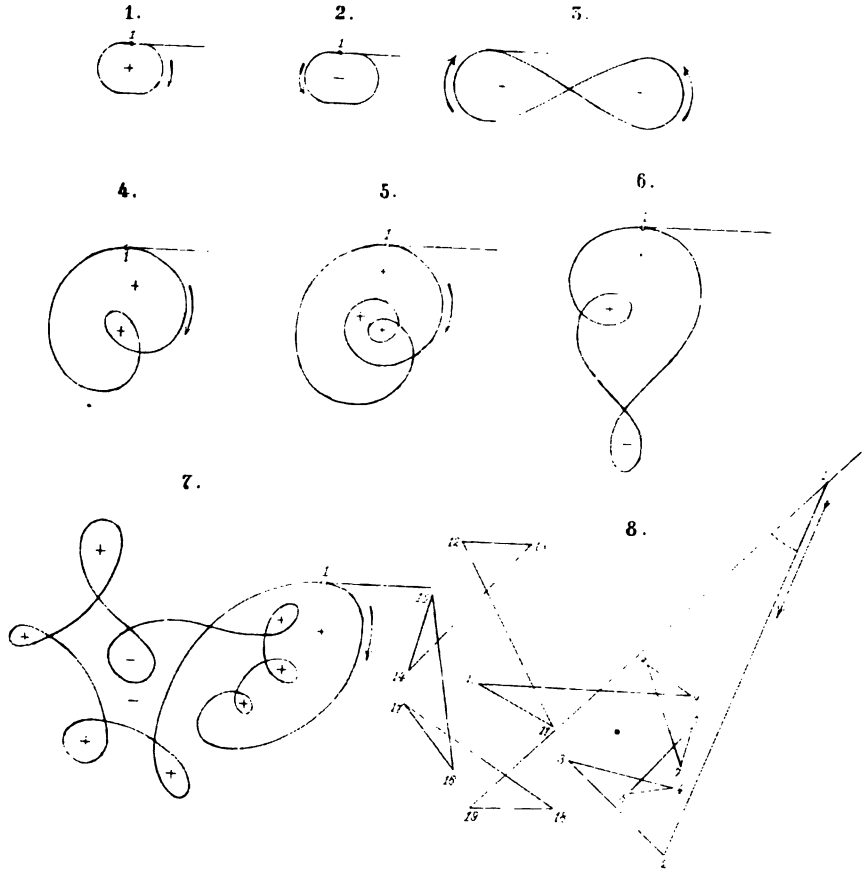
Ein zusammengesetzteres Beispiel bietet Fig. 7. Für die angegebene Richtung der Umkreisung zeigt der Typus $\nu = 8$, $\nu' = 2$, also $v = 6$. Das nebenstehende Polygon Fig. 8, welches diesem Typus entspricht, zeigt $n = 19$, also ist die Summe der durch Bogen bezeichneten Polygonswinkel

$$S = (19-2.6)\,180° = 7.180°$$

und die Summe der zweiten Gattung Polygonswinkel nach (1)

$$S' = 19.360° - 7.180° = 31.180°.$$

F. Unferdinger. Allgem: Formel für d. Summe d. Winkel eines Polygons.



Wagner del.

Über Blasenbildung bei einigen Hautkrankheiten.

Von Dr. David Haight aus New-York.

(Aus dem pathologisch-anatomischen Institute in Wien.)

(Mit 1 Tafel.)

Bekanntermaßen kann die Epidermisblase entweder einfach, oder gefächert sein. Einfach ist sie dann, wenn die Epidermis in einer gewissen Ausdehnung vom *Stratum Malpighii* durch eine seröse Flüssigkeit abgehoben ist; gefächert dagegen in jenen Fällen, wo Stränge von verschiedener Dicke die abgehobene Epidermis an die Basis der Blase festhalten.

Es frägt sich, welchen Weg das Exsudat durch das *Stratum Malpighii* genommen, und auf welche Weise sich letzteres am Processe betheiligt, ferner, woraus sich das Fachwerk der Blase entwickelt habe?

Ich habe deßhalb den Bau und die Entwicklung der Blase bei einigen Hautkrankheiten untersucht, und will hier die Resultate, zu denen ich gekommen bin, mittheilen.

Herpes Zoster.

Ich beginne mit der Beschreibung der Blasenbildung bei *Herpes Zoster* als jener Blasen, bei denen der fächerige Bau am besten ausgeprägt und am leichtesten zu studieren ist. Man findet auf senkrechten Schnitten die Hornschichte abgehoben, die Coriumoberfläche mehr oder weniger blosgelegt und zwischen beiden ein Fachwerk ausgespannt.

Die die Decke der Blase bildende Hornschichte besteht aus mehreren Lagen platt gedrückter, sich nicht in Karmin imbibirender, kernloser Zellen, an deren Innenfläche eine einfache oder auch mehrfache Lage gleichfalls plattgedrückter, jedoch kernhaltiger und im Karmin sich roth färbender Zellen des oberen *Stratum Malpighii* haftet. Die Höhle wird durch dickere Stränge in mehrere größere Räume getrennt, die ihrerseits wiederum von einem feinen Strickwerke durchsetzt sind.

Die dickeren Stränge liegen senkrecht ausgespannt zwischen der Hornschichte und jenem Theile der Coriumoberfläche, welcher zwischen zwei Papillen liegt.

Sie bestehen aus mehreren Reihen dicht aneinander gelagerter, spindelförmiger langgezogener Zellen, welche einen in Karmin sich stark imbibirenden Kern zeigen.

In jeden Raum, der durch diese Stränge begrenzt ist, ragt also eine Papille hinein und die Anzahl der Räume in einer Blase hängt von der Größe der Blase und der Menge der Papillen ab. Diese Räume werden, wie oben bemerkt, von einem Strickwerke durchzogen, welches in allen Richtungen die Höhle durchsetzt und theils von spindelförmigen, theils mit mehreren Fortsätzen versehenen, kernhaltigen Zellen, nebstbei aber auch von feinen Fäden gebildet wird. — An der Oberfläche des Corium haften an den meisten Stellen in die Länge gezogene, durch schmale Lücken getrennte Epithelialzellen und zwischen ihnen hie und da Zellen anderer Art, welche meist rund sind, sich schwach roth in Karmin imbibiren und denen im Corium gelegenen, von denen sofort die Rede sein soll, gleichen.

Im gelockerten Bindegewebe des Corium liegen spärliche, runde, granulirte, in Karmin rosaroth sich färbende Zellen, die an Größe den farblosen Blutkörperchen gleichen; die Blutgefäße der Papillen sind erweitert und mit Blutkörperchen stark angefüllt.

Der Übergang der Blase in eine Pustel geht auf die Weise vor sich, daß die Anzahl der sich schwach rosaroth färbenden Zellen sowohl im Corium, als auch in den Räumen des Fachwerkes der Blase zunimmt und jene an der Basis der Blase gelegenen Epithelialzellen dadurch noch mehr auseinander gedrängt werden. Diese nehmen an Größe zu und schließen oft zwei oder drei Kerne ein.

Die im Corium gelegenen Zellen setzen sich längs der Blutgefäße selbst in das subcutane Bindegewebe fort, wo sie namentlich um die Nerven sich anhäufen und dieselben in namhafter Anzahl innerhalb einer scharfen Begrenzung umgeben. Die Nervenfasern derselben sind etwas aufgequollen, die Marksubstanz verflüssigt und der Axencylinder excentrisch gelegen.

Erysipelas bullosum.

Die beim *Erysipelas bullosum* vorkommenden Epidermidalblasen gleichen vollkommen den bei *Herpes Zoster* beschriebenen. Ich habe

Gelegenheit gehabt, solche Blasen beim Erysipel der Kopfhaut zu untersuchen, wobei einerseits die Entwickelung der Blasen, andererseits das Verhalten der Haare sich genau verfolgen ließ. Wie gesagt, zeigen auch diese Blasen einen fächerigen Bau. Zwischen der abgehobenen Hornschichte und der Oberfläche des Corium ist ein Strickwerk ausgespannt, welches meist aus spindelförmig ausgezogenen, einen oblongen Kern einschließenden, mit mehreren Ausläufern versehenen Zellen oder blos von dünnen Fäden gebildet wird.

Über der Oberfläche des Corium liegt eine einfache, oft aber auch dreifache Reihe von Zellen, welche meist spindelförmig, mit ihrer Axe senkrecht auf die Coriumoberfläche gestellt und durch schmale Lücken von einander getrennt sind.

In den meisten Blasen sind auf den Schnitten die Räume des Strickwerkes leer, in einigen findet man jedoch ein Fibrinnetz, in anderen spärliche, runde, schwach granulirte, den weißen Blutkörperchen an Größe gleichende Zellen, welche das Corium in dessen Papillartheile nur im geringeren Grade, im höheren dagegen den tieferen Theil desselben und besonders das subcutane Bindegewebe durchsetzen. In dem letzteren Theile sind jene Zellen namentlich um die Schweißdrüsen, die Haarbälge und um jede Fettzelle dicht angehäuft.

Auf eine besondere Weise verhält sich der Haarbalg beim Erysipel der Kopfhaut. Man findet nämlich an den meisten Haaren die äußere Wurzelscheide von der Glashaut des Haarbalges bis zur Stelle des Herantretens der letzteren an die Papille abgehoben und die beiden Wurzelscheiden an den Haarschaft angedrückt. Die so freiliegende Innenfläche der glashellen Membran des Haarbalges, welche breiter als eine normale ist, ist von dicht gedrängten feinen haarförmigen Fortsätzen besetzt, deren Länge selbst die Breite der glashellen Membran ausmacht. Ähnliche Stacheln zeigt die abgehobene Fläche der Epithelialzellen der äußeren Wurzelscheide, zwischen denen reichliche spindelförmige, auch mit mehreren Fortsätzen versehene, einen großen dunkelroth in Karmin sich färbenden Kern einschliessende Zellen eingelagert sind, gleich denen, die Biesiadecki[1]) als wandernde Zellen im *Stratum Malpighii* beschrieben hat.

---

[1]) Beitrag zur physiolog. und path. Anatomie der Haut. Diese Berichte 1867.

Pemphigus.

Bei einer 57jährigen Frau, welche an amyloider Entartung der Leber, Milz und Nieren mit nachfolgendem Hydrops gestorben ist, kam es vor zwei Monaten zu einem zum zweiten Mal recidivirenden Ausbruch von Pemphigusblasen. Die Eruption trat schubweise ein, während einige Blasen eintrockneten, traten neue über der ganzen Hautdecke, vorzüglich jedoch am Stamme, auf; die zuletzt entwickelten sollen vor einigen Tagen vor dem Tode entstanden sein. Man fand bei der Section die allgemeine Decke zum Theile von erbsen- bis bohnengroßen, auch größeren vertrockneten Epidermisborken, die sich leicht abheben ließen, zum Theile von eben so großen nicht prall gefüllten Blasen bedeckt. Unterhalb beider war das Corium geröthet, etwas geschwellt. Die mikroskopische Untersuchung hat nun gezeigt, daß die Decke der Blase durch die abgehobene Hornschichte, deren Zellen in Karmin sich nicht roth imbibiren, gebildet wird, während die Basis derselben aus der Schleimschichte besteht, über der jedoch eine doppelte Reihe platter Zellen liegt.

Die Zellen des unteren *Stratum Malpighii*, zwischen welchen feine Lücken verlaufen, sind etwas in die Länge gezogen, die des oberen *Stratum* kernhaltig, plattgedrückt und mit ihrer Längsaxe zur Coriumoberfläche parallel gestellt. Die Zellen beider färben sich im Karmin roth. Der Papillarkörper des Corium ist etwas geschwellt, die Papillen weiter und etwas höher, das Gewebe derselben von feinen Lücken durchsetzt, ihre Blutgefäße unbedeutend erweitert.

Sudamina.

Ich habe die von Frieselbläschen besäete Haut aus der gerunzelten Bauchdecke einer Puerpera entnommen. Sie bildeten da kaum stecknadelkopfgroße, helle Bläschen, die sich bei der mikroskopischen Untersuchung als eigentliche Epidermisbläschen herausstellten. Es bildeten sowohl die Decke, als die Basis der Blase Epidermidalzellen, welche in Karmin sich gar nicht färbten und keinen Kern zeigten.

Ist die Blase über einer gerunzelten Hautstelle gelegen, so findet man die Zellen des *Stratum Malpighii* etwas in die Länge gezogen — eine Erscheinung, welche überhaupt über den gerunzelten Hautfalten auftrat. In die Blase mündet der aufs Doppelte erweiterte Ausführungsgang einer Schweißdrüse, deren Epithel getrübt und etwas geschwellt ist.

Wir haben also gesehen, daß die Blase beim *Herpes Zoster* und beim *Erysipel* gefächert, die beim Pemphigus und Sudamina einfach ist. Wir haben gesehen, daß bei den ersten zwei Erkrankungen die Decke der Blase gebildet wird von der abgehobenen Epidermis, an deren Innenfläche eine einfache oder mehrfache Reihe der Zellen des oberen *Stratum Malpighii* noch haften geblieben ist; daß die Basis der Blase aus der Coriumoberfläche besteht, über welcher ebenfalls eine Reihe von in die Länge gezogener spindelförmiger Epithelialzellen des untersten *Stratum Malpighii* liegt, und daß das Strickwerk der Blase gebildet wird, entsprechend den Vertiefungen des *Stratum Malpighii* zwischen zwei Papillen, von einem dicken, aus spindelförmig ausgezogenen Epithelialzellen bestehenden Strange und, entsprechend der Spitze der Papille, aus kernhaltigen, mehrere Fortsätze führenden Zellen und feinen Fäden. — Unterhalb der Blase ist das Gewebe des Corium von Lücken verschiedener Größe und zelligen Elementen durchsetzt.

Dieser Befund lehrt uns also, daß sowohl beim Herpes als auch beim *Erysipel* neben einer zelligen Wucherung eine seröse Exsudation in das Gewebe des Corium erfolgt; daß dieses Exsudat das Gewebe des letzteren in Form der oben beschriebenen Lücken auseinanderdrängt, und, wenn es zu einer Blasenbildung kommt, die Zellen des *Stratum Malpighii* theils zu spindelförmigen, theils verschieden gestalteten selbst fadenförmigen Gebilden ausdehnt und die Hornschichte sammt den obersten Reihen des *Stratum Malpighii* in Form einer Blase abhebt. Ich bin bemüßigt, das die Blasen beim *Herpes* und *Erysipel* durchsetzende Fachwerk aus den Zellen des *Stratum Malpighii* abstammend anzunehmen, ähnlich wie es Auspitz und Basch[1]) und Ebstein[2]) bei der Pockenpustel geschildert haben und Biesiadecki bei den durch Verbrennung entstandenen Blasen nachgewiesen hat.

---

[1]) Zur Anatomie des Blatterprocesses. — Virchow's Archiv 1863. XXVIII. Bd., Heft 3 und 4.

[2]) Über den fächerigen Bau der Pockenpustel. — Virchow's Archiv 1865 XXXIV. Bd., Heft 4.

Man kann nämlich den Übergang der Epithelialzellen des *Stratum Malpighii* von den kaum etwas verlängerten, dann spindelförmig gezogenen Zellen zu lang gezogenen Fäden verfolgen; die Zellen schließen eine Zeitlang noch einen runden, dann langgezogenen Kern ein; ja in den Fäden selbst findet man oft eine kernähnliche Auftreibung.

Die Blasen dagegen beim Pemphigus waren einfach, ihre Decke bildete blos die abgehobene Hornschichte, ihre Basis bestand aus den etwas in die Länge gezogenen und durch Lücken gesonderten Zellen des *Stratum Malpighii*, über welchen plattgedrückte kernhaltige Epithelialzellen gelegen waren. Aus dem Befunde, wie wir ihn bei der gefächerten Blase geschildert haben, ferner aus dem Umstande, daß auch bei der Pemphigusblase die Epithelialzellen des unteren *Stratum Malpighii* in die Länge gezogen und durch Lücken getrennt sind, läßt sich vermuthen, daß auch bei der letzteren das das Corium tränkende Exsudat zwischen den Zellen des *Stratum Malpighii* durchgetreten ist, ungeachtet dessen, daß die oberen Zellen, welche die eigentliche Basis der Blase bilden, plattgedrückt sind; es läßt sich dies um so mehr vermuthen, als die Blasen mehrere Tage bestanden hatten und die oberen Zellen während dieser Zeit ihre Umwandlung in platte Zellen eingehen konnten.

Bei der Blase, wie wir sie endlich beim Frieselausschlage gesehen haben, bestand dagegen sowohl die Decke, als die Basis der Blase aus verhornten kernlosen Epidermidalzellen. In die Blase mündete aber zugleich der erweiterte Schweißdrüsencanal ein und da liegt die Meinung nahe, daß bei der reichlichen Schweißbildung letzterer durch den gewundenen in der Epidermis gelegenen und von verhornten Epidermidalzellen gebildeten Ausmündungscanal nicht in dem Maße abfließen konnte, als seine Production erfolgte; daß eben in Folge seiner korkzieherförmigen Windung sein Canal klappenförmig durch den massenhaft austretenden Schweiß sich verschließen konnte, und daß durch diese beide Umstände begünstigt, der Schweiß die Epidermidallage in Lamellen getrennt und die obere in Form einer Blase abgehoben hat, wie es Bärensprung, Simon und andere aus dem makroskopischen Befunde und aus dem chemischen Verhalten der Blasenflüssigkeit gefolgert haben.

Hervorheben will ich schließlich das Verhalten der Nerven beim *Herpes Zoster* und des Haarbalges beim *Erysipel.*

Wir haben gesehen, daß beim *Herpes Zoster* die Zellenwucherung längs der Gefäße in das Corium und das subcutane Bindegewebe vorschreitet, daß die Zellenanhäufung vorwiegend um die die Gefäße begleitenden Nerven erfolgt, und daß das Gewebe des letzteren in so ferne verändert ist, als die Nervenfasern aufgequollen und das Nervenmark verflüßigt erscheint. Durch diesen Befund erklären sich die den *Herpes Zoster* begleitenden nervösen localen Erscheinungen. Danielssen[1]) fand bei der Section einer an Lungenentzündung verstorbenen Person, bei welcher Schmerzen nach einem *Herpes Zoster* an der linken Seite der Brust zwei Monate lang vorhanden gewesen waren, bei der Untersuchung die *Nervi intercostales* der sechsten Rippe an der linken Seite bedeutend angeschwollen und röthlich gefärbt. Diese Anschwellung verbreitete sich über einen großen Theil der Hautverzweigungen an der Brust und bestand aus ziemlich festen in die Nervenscheide ausgeschiedenen Materie; die Nervenpulpa war gesund.

Ferner erwähnte Bärensprung[2]) einen Sectionsbefund vom *Zoster dorsopectoralis* zwischen der sechsten und neunten Rippe mit nachfolgender Gangrän der Haut. Die Ganglien und Anfangsstücke des sechsten, siebenten und achten Dorsalnerven waren eitrig infiltrirt.

Das Ausfallen der Haare beim Erysipel der Kopfhaut wird auf Rechnung der erfolgten Exsudation in die Haarbälge gebracht. Der feinere Vorgang war unbekannt. Wir haben gesehen, daß beide Wurzelscheiden von der Glashaut des Haarbalges abgehoben sind, daß die Glashaut etwas dicker geworden, und daß sie an ihrer Innenfläche ähnliche Stacheln oder Riffe zeigt, wie die Epithelialzellen der äußeren Wurzelscheide. Die darauf hingerichtete Untersuchung der glashellen Membran eines gesunden Haarbalges zeigte, daß auch diese ähnliche, jedoch kleinere solche Riffe besitzt.

Schließlich sei mir erlaubt, Dr. Biesiadecki den Dank für seine mir geleistete Unterstützung auszusprechen.

---

[1]) Danielssen und Boeck, Receuil d'observations sur les maladies de la peau. Schmidt's Jahrbuch 1857. XCV. Bd.

[2]) Charité Annalen 1863.

Erklärung der Abbildungen

Fig. 1. [illegible] Papillen [illegible] Papillen [illegible] Zellen [illegible]

Fig. 2. [illegible] Herpes Zoster [illegible] Zellen [illegible] Fig. 1 und 2 Vergrösserung [illegible]

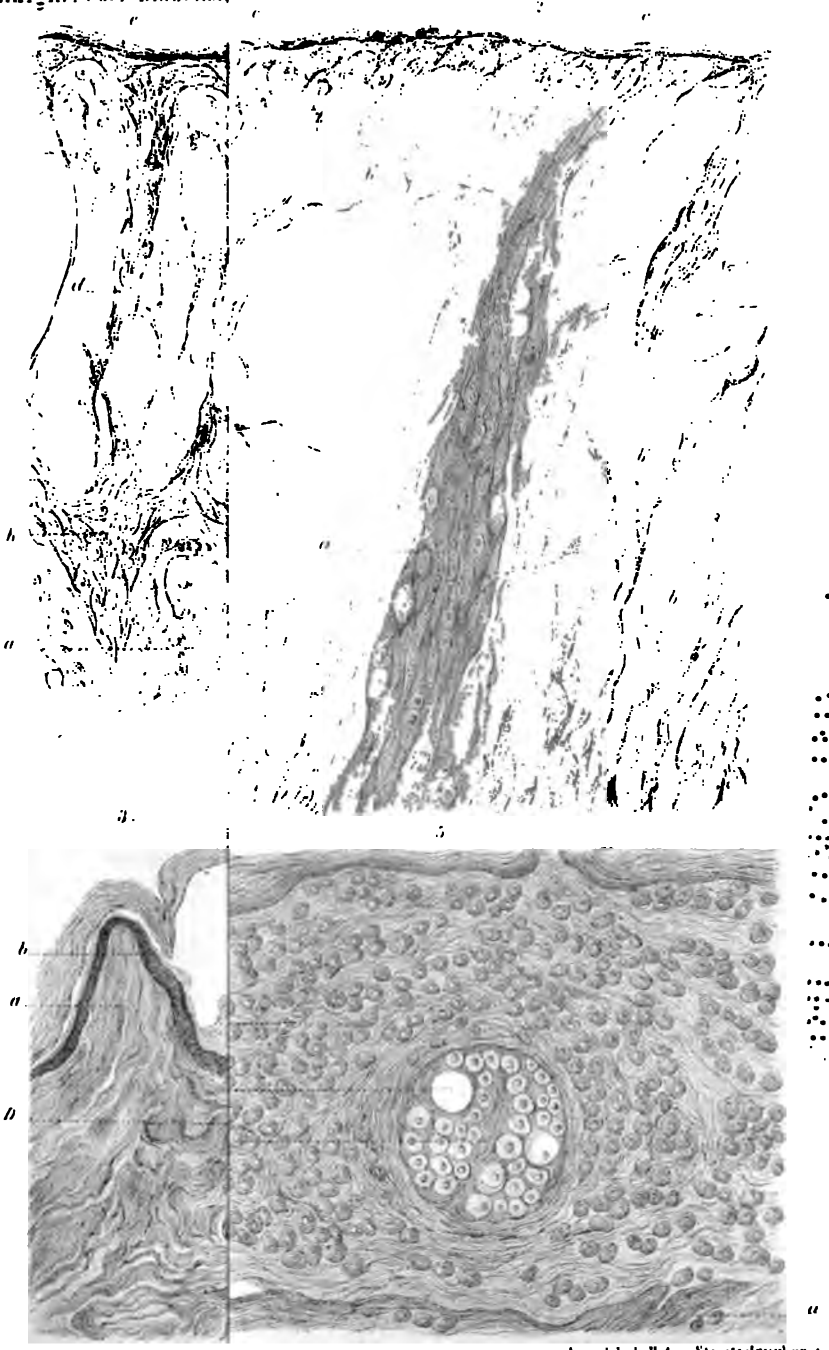
Fig. 3. [illegible] Papillen [illegible] Lage der Haarbälge [illegible] Schweissdrü[illegible] Ausführungsgang der Schweissdrüse.

Fig. 4. [illegible] Härchen [illegible]

Fig. 5. [illegible] Herpes Zoster. [illegible] eines Nerven, [illegible] das lockere Zell[illegible] Umgebung des Nerven [illegible]

Fig. 4 und 5 Vergrösserung 450.

Haight. Über Blasenbil



Gez. u. lith. v. Dr. C. Heitzmann

Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

Optische Untersuchung der Boraxkrystalle.

(Ausgeführt im physikalischen Cabinete der Wiener Universität.)

Von dem c. M. Prof. G. Tschermak.

Die krystallographischen Verhältnisse des Borax wurden vor längerer Zeit durch Hauy, Mohs, Zippe, Sénarmont ermittelt und es ist seither die nahe Übereinstimmung der Dimensionen, mit denen des Pyroxen mehrfach hervorgehoben worden. Die bisher am Borax beobachteten Flächen sind:

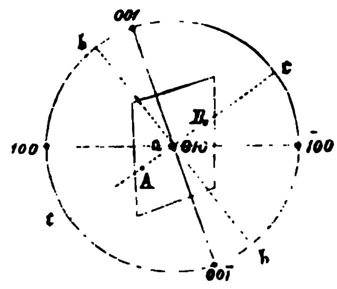
$$a = 100,\ b = 010,\ c = 001,\ o = \bar{1}12,\ z = \bar{1}11,\ m = 110$$

und aus den beobachteten Winkeln ergeben sich die Elemente

$$a:b:c = 1\cdot0955 : 1 : 0\cdot5629$$
$$ac = 73°\ 25'.$$

Der Borax ist auch in optischer Hinsicht mehrmals untersucht worden von Brewster, Miller, Sénarmont, Murmann und Rotter, Descloizeaux. Die folgende Beobachtungsreihe führte zur genaueren Bestimmung mehrerer Größen und ermöglichte die Vergleichung der nach verschiedenen Methoden und von verschiedenen Beobachtern erhaltenen Resultate.

Zur Untersuchung dienten Krystalle des käuflichen Borax, an welchen die Flächen *a, b, c, o* vorwiegend ausgebildet waren und welche mit der Endfläche *c* aus der Drüse hervorragten. Wenn an solchen Krystallen parallel der Fläche *b* eine zweite angeschliffen und die so entstandene Platte im Polarisationsapparate betrachtet wird, so zeigen sich die beiden Axenbilder mit der schon oft erwähnten gekreuzten Vertheilung der Farben an den Hyperbelsäumen. Die Ebene der optischen Axen und die erste Mittellinie sind demnach senkrecht auf der Fläche *b*, folglich senkrecht auf der Symmetrie-ebene. Mittelst der compensirenden Quarzplatte findet man den optischen Charakter dieser Mittellinie negativ. Aus der Lage der Axenbilder entnimmt man, daß die zweite Mittellinie in dem spitzen Winkel der Krystallaxen liege.



Mehrere Platten parallel *b* geschnitten, wurden mit einem polarisirenden Mikroskope, dessen Objecttisch drehbar und mit einer Kreistheilung versehen ist, untersucht, und es wurden nach der Methode des Umlegens bei Benützung des Lichtes der Gasflamme die Neigungen der Elasticitätsaxen $\mathfrak{c}$ und $\mathfrak{b}$ zu den Kanten $100:110$, so wie $\bar{1}12:\bar{1}\bar{1}2$ bestimmt.

	Gemessen	Berechnet
$\mathfrak{c}.(100:110)$ =	54° 59′	—
$\mathfrak{b}.(100:110)$ =	34 54	35° 1′
$\mathfrak{c}.(\bar{1}12:\bar{1}\bar{1}2)$ =	48 46	48 22
$\mathfrak{b}.(\bar{1}12:\bar{1}\bar{1}2)$ =	41 6	41 38

Daraus berechnen sich die Neigungen der Elasticitätsaxe $\mathfrak{c}$ gegen die Flächennormalen

$$\mathfrak{c}.(100) = 35^\circ\ 1'$$
$$\mathfrak{c}.(001) = 108\ \ 26$$

Der Winkel $\mathfrak{c}(100)$ wurde von Miller zu 35° 0′, von Murmann u. Rotter zu 34° 5′ bestimmt.

Aus meinen Beobachtungen folgt für die Neigung von $\mathfrak{c}$ gegen die Krystallaxen:

$$\mathfrak{c}.a = 18^\circ\ 26'$$
$$\mathfrak{c}.c = 125\ \ 1\ .$$

Endlich dem entsprechend das Axenschema

$$001.\underline{a}.\mathfrak{c} = 108^\circ\ 26'.$$

Wie man schon aus den Erscheinungen an den Axenbildern erkennt, ist die Dispersion der Lage von $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{c}$ bedeutend. Der

Betrag derselben wurde für einige Farben nach der zuvor erwähnten Methode bestimmt

$\mathfrak{c}$.(100 : 110)	Rothes Glas	55° 53′
	Natriumflamme . . .	55 35
	Grünes Glas	54 45
$\mathfrak{b}$.(100 : 110)	Rothes Glas	34 0
	Natriumflamme . . .	33 10
	Grünes Glas	35 21.

Daraus berechnen sich für die Neigungen der Normale auf 100 gegen die $\mathfrak{c}$ Axe:

$\mathfrak{c}$.(100)	für Roth . . .	34° 7′	und	34° 0′
	Natriumfl. . .	34 25	„	34 10
	Grün . . .	35 15	„	35 21.

Sénarmont erhielt für:

$\mathfrak{c}$.(100)	Roth	33° 10′
	Violett . . .	35 10 .

Descloizeaux hat die Veränderungen bestimmt, welche die Lage von $\mathfrak{c}$ durch Temperaturerhöhung erfährt und für rothes Licht zwischen den Temperaturen von 21·5° C. und 86° C. eine Drehung um ungefähr 3° 26′ gefunden.

Den scheinbaren Winkel der optischen Axen beim Austritte in Luft bestimmte ich wie folgt:

Rothes Glas	59° 53′
Natriumflamme	59 23
Grünes Glas	58 18

Bei gewöhnlicher Temperatur fand Descloizeaux für Roth 59° 30′, für höhere Temperaturen ein entsprechendes Größerwerden dieses Winkels.

Für den Winkel der optischen Axen beim Austritte in Öl wurden von mir gefunden:

	Negativ. Winkel	Positiv. Winkel
Rothes Glas	39° 27′	140° 29′
Natriumflamme . .	39 12	140 56
Grünes Glas . . .	38 35	141

Hieraus berechnet sich der wirkliche Winkel der optisc
Axen im Krystall AB wie folgt:

Rothes Glas	39° 28′
Natriumflamme	39 10
Grünes Glas	38 35.

Zur Bestimmung der Hauptbrechungsquotienten wurden Prisı
parallel den drei Elasticitätsaxen geschnitten und für die brechen
Winkel C und die Minimumablenkungen D die unten stehenden Wei
erhalten und daraus die Brechungsquotienten α, β, γ berechnet.

Prisma parallel $\mathfrak{a}$.

$C = 51° 57'$.

	D	α
Lithiumflamme	26° 32′	1·4443
Rothes Glas	26 38	1·4459
Natriumflamme	26 42	1·4469
Grünes Glas	26 52	1·4494
Blaues Glas	27 8	1·4536

$C = 72° 2'$

Lithiumflamme	44° 12′	1·4441
Rothes Glas	44 23	1·4456
Natriumflamme	44 32	1·4467
Grünes Glas	44 52	1·4492
Blaues Glas	45 24	1·4534

Prisma parallel $\mathfrak{b}$.

$C = 45° 30'$.

		β
Lithiumflamme	23° 34′	1·4659
Rothes Glas	23 39	1·4675
Natriumflamme	23 43	1·4687
Grünes Glas	23 52	1·4715
Blaues Glas	24 7	1·4758

$C = 56° 30'$.

Lithiumflamme	31° 21′	1·4656
Rothes Glas	31 27	1·4670
Natriumflamme	31 34	1·4685
Grünes Glas	31 46	1·4712
Blaues Glas	32 5	1·4754

Prisma parallel c.

$C = 64° 31'$.

		γ
Lithiumflamme	38° 44'	1·4688
Rothes Glas	38 53	1·4703
Natriumflamme	39° 1'	1·4717
Grünes Glas	39 17	1·4744
Blaues Glas	39 40	1·4784

$C = 74° 11'$.

Lithiumflamme	50° 27'	1·4683
Rothes Glas	50 43	1·4701
Natriumflamme	50 54	1·4713
Grünes Glas	51 20	1·4742
Blaues Glas	52 0	1·4786

Aus den angeführten Resultaten wurden die folgenden Mittelzahlen für die Hauptbrechungsquotienten berechnet.

	α	β	γ
Lithiumflamme . .	1·4442	1·4657	1·4686
Rothes Glas . . .	1·4458	1·4673	1·4702
Natriumflamme . .	1·4468	1·4686	1·4715
Grünes Glas . . .	1·4493	1·4714	1·4743
Blaues Glas . . .	1·4535	1·4756	1·4785

Diese Größen geben für den wirklichen Winkel der optischen Axen im Krystall *AB* die Werthe:

Lithiumflamme	39° 52'
Rothes Glas	39 52
Natriumflamme	39 36
Grünes Glas	39 22
Blaues Glas	39 22

Obgleich diese Zahlen mit den zuvor berechneten besser übereinstimmen als es bei der Schwierigkeit der Herstellung der Prismen zu erwarten ist, so darf doch auch nicht übersehen werden, daß wegen der sehr geringen Differenz zwischen β und γ die Beobachtungsfehler auf das Rechnungsresultat einen solchen Einfluß üben, daß jene Übereinstimmung einer Elimination derselben zuzuschreiben ist.

Aus den für β erhaltenen Werthen und aus den frühe[r] führten Beobachtungen des scheinbaren Winkels der optische[n] beim Austritt in Luft berechnet sich der wirkliche Winkel d[er] schen Axen im Krystall wie folgt:

Rothes Glas	39°	46′
Natriumflamme	39	25
Grünes Glas	38	42

also wieder nahe übereinstimmend mit den aus anderen Beob[achtun]gen erhaltenen Resultaten.

Über die Verbreitung der organischen Muskelfasern in der Haut des Menschen.

Von Dr. **Isidor Neumann**,
Privat-Docent für Hautkrankheiten an der k. k. Universität zu Wien.

Nach den Untersuchungen von Todd and Bowman, Valentin u. A. kommen organische Muskelfasern im Scrotum (*tunica dartos*), im Unterhautzellgewebe des Penis, im vorderen Theile des Perinäums, im Warzenhofe und in der Brustwarze, theils in der Nähe der Gefäße und Nerven, theils vereinzelt im Bindegewebe vor, die zumeist netzförmig zusammenhängen.

Kölliker beschreibt Muskelbündel, die als walzenförmige oder platte, meist nur an einer, seltener an beiden Seiten der Haarbälge und Talgdrüsen vorkommen, von dem obersten Theile des Coriums, dicht unter der Epidermis entspringen und, von außen und oben, nach innen und unten zu den Haarbälgen verlaufen, die Talgdrüsen umfassen, um sich an ersteren zu inseriren. Diese Bündel wurden von Eyland (observationes de musculis organicis in hominis cute obviis Dorp. 150) mit dem Namen arrectores pili belegt. Kölliker betrachtete ursprünglich auch die innere Faserhaut des Haarbalgs, welche sich vom Grunde des letztern bis in die Gegend, wo die Talgdrüsen einmünden, erstreckt, und aus querlaufenden Fasern mit langen schmalen Kernen besteht, gleichfalls als eine musculöse Haut, über welche er jedoch selbst im Jahre 1850 seine Zweifel aussprach, und in der 5. Auflage seiner Gewebslehre 1867, nachwies, daß dieselbe nur Bindegewebe sei. Außerdem enthalten noch die dickwandigen Schweißdrüsencanäle eine mittlere Schichte von glatten, der Länge nach verlaufenden Muskeln; dies gilt besonders von den Drüsen der Achselhöhle, deren Schläuche musculöse Wandungen besitzen und hierdurch ein ganz eigenthümliches streifiges Ansehen erhalten. An den Drüsen der Penis-Wurzel und der Brustwarze finden sich ähnliche Muskeln, während sich an der Handfläche nur eine schwächere Musculatur zeigt.

Beim Studium der pathologischen Anatomie der Hautkra
heiten begegnete ich zu wiederholten Malen, sowohl in
oberen, als auch in den tieferen Lagen des Coriums, mächti
Bündeln von Gewebszügen, welche sich bei näherer Untersuch
als glatte Muskelfasern herausstellten: dieß veranlaßte mich,
verschiedenen Gegenden der Haut an zahlreichen Cadavern (60)
Muskeln zu untersuchen.

Die glatten Muskeln haben schon so häufig zu Irrthüm
Veranlassung gegeben, indem sie bei nicht genauer Untersuch
mit Bindegewebe, Gefäßen und Nerven leicht verwechselt wer
können, daß eine eingehendere Untersuchung nothwendig ist, be
man überhaupt die Diagnose Muskel stellt, daher ich die versc
denen Untersuchungsmethoden, deren ich mich bedient habe,
Reihe nach durchgehe.

Methode 1. Die Haut wurde in Gummi eingeschlossen und
Alkohol gehärtet; die feinen Schnitte wurden in karminsau
Ammoniak gelegt und mit Essigsäure behandelt. Durch d
Methode traten die Muskelzüge mit ihren charakteristischen, st
chenförmigen Kernen deutlich hervor. Zu stark tingirte Schnitte,
welchen die Züge undeutlich waren, wurden, unter gelinder Erw
mung, mit Essigsäure versetzt, und es traten bald die charakteri
schen Kerne hervor.

Methode 2. Die Isolirung der Muskelfasern durch Zerzupfen
Nadeln, wodurch nach Einwirkung der Essigsäure spindelförm
mit stäbchenartigen Kernen versehene Fasern zum Vorschein komm

Methode 3. Das von F. E. Schulze in Rostock angegeb
Chlorpalladium (Centralblatt, 23. März 1867), eine Lösung, wel
man erhält durch Auflösen von Palladiumblech in salpetersäurehi
ger Salzsäure und nachheriges Abdampfen, färbt glatte Muskelfas
Elemente der Epithelien und die Drüsen gelblich, quergestre
Muskelfasern werden braun, während Bindegewebe und Fett
gefärbt bleiben. Die glatten Muskelfasern traten bei einer Lös
von 1:1000 als strohgelb gefärbte Züge deutlich hervor. Diese M
thode hat insbesondere den Vortheil, daß die Querschnitte
glatten Muskeln als Gruppen von sich gegenseitig abplattend
polygonalen Elementen deutlich hervortreten, was dem Ganzen
zierliches mosaikartiges Ansehen verleiht und wodurch mit Bestim
heit jeder Verwechslung mit anderen Geweben vorgebeugt wird.

Methode 4. Die von Schwarz (Sitzungsbericht der kais. Akademie, Jahrgang 1867, 55) empfohlene Pikrinsäure. Frische Hautstücke wurden in Holzessig gekocht, getrocknet; die feinen Schnitte in mit Essigsäure angesäuertes destillirtes Wasser gelegt, nach einer Stunde in mit karminsaurem Ammoniak schwach gefärbtes Wasser gegeben, daselbst 24 Stunden liegen gelassen, hierauf ausgewaschen und in einer wässerigen Pikrinsäurelösung durch 2 Stunden liegen gelassen; nach Behandlung mit Creosot und verharztem Terpentin (4:1) wurden dieselben mit Damarfirniß eingeschlossen. Die Muskeln traten bei dieser complicirten Methode als deutlich gelb gefärbte Züge hervor, welche Farbe auch Epidermis, Haare und Drüsen annahmen, während das Bindegewebe schön blaßroth gefärbt blieb.

Methode 5. Mit Blauholz (Dct. ligni campech. Schwarz). Eine concentrirte Abkochung dieses Holzes wird filtrirt, hierauf mit chromsaurem Kali versetzt und zu diesem Pikrinsäure und Glycerin hinzugefügt. Hier treten die Farbenunterschiede minder deutlich hervor. Die beiden ersteren Methoden, nämlich die Isolirung der Fasern und die Behandlung mit Essigsäure und carminsaurem Ammoniak, verdienen unstreitig vor den übrigen den Vorzug, indem sie in die Structur des Muskels Einsicht gestatten, und ich habe sie auch darum vorzugsweise geübt. Die andern Methoden können jedenfalls durch die Farbenunterschiede, die nach deren Einwirkung hervortreten, zur richtigen Controllirung dienen; die Querschnitte treten nach Einwirkung des Chlorpalladiums am besten hervor. Die eben angeführten Methoden lieferten insgesammt dasselbe Resultat, so daß jeder Zweifel, daß das Gewebe, mit welchem wir es hier zu thun haben, glatte Muskelfasern sind, vollständig beseitigt erscheint.

Wie oben angeführt, sind Verwechslungen nur möglich mit Bindegewebe, Nerven und Gefäßen.

Unterschiede von Bindegewebe:

a) Die Bindegewebskörperchen stehen nie in so engen Gruppen beisammen, wie die Muskeln, bilden auch keine derartigen bandartigen Streifen; ihre Kerne sind an beiden Enden in eine Spitze ausgezogen (nur beim jungen Bindegewebe kommen ovale runde Kerne vor); das Stroma des Bindegewebes ist ein streifiges, fibrillares, mit den bekannten wellenförmigen Zügen, und am Querschnitte treten die Kerne der Bindegewebskörperchen nur in größeren Distanzen auf. Die Methoden mit doppelter Färbung sind insbesondere geeignet,

[illegible] die mi
[illegible] Lepus, Ichthyo
[illegible] Bind
[illegible] Bindegewebe
[illegible] Fugen [illegible], theils
[illegible] Gewebe
[illegible] vorhande
[illegible] Längen- und Que
[illegible]

[illegible] zur Ernährung des Mu
[illegible] welche die
[illegible] gesammten Muskeln, und besond
[illegible] zusammenh
[illegible] Muskeln [illegible].

[illegible] Nerven. Die Aeste des Neurik
[illegible] Längs- und
[illegible] Muskelsubstanz [illegible], während d
[illegible] die Muskeln ni
[illegible] einer Zusam
[illegible]

Die [illegible] Winkel au
[illegible] die Gefäße von
[illegible] Muskeln [illegible]

Begreiflicher Weise [illegible] ein mehrjähriges [illegible]
Anatomie der [illegible], daß man die sie zusamm

Verbreitung.

Der Verbreitungsbezirk der organischen Muskelfasern ist ausgedehnter, als man bisher angenommen hat. Nach meinen Untersuchungen vertheilen sich Muskeln in der Haut in folgender Weise:

1. Die Arrectores pili kommen theils nur an einer, theils an beiden Seiten des Haarbalges vor, entspringen an dem unteren Theile desselben, theilen sich häufig dichotomisch, ziehen nach aufwärts um sich an dem obersten Theil des Coriums, dicht unter dem rete Malpighi, anzusetzen. Die Theilung dieser Züge erfolgt an vielen Stellen in der Weise, daß sich der Hauptstamm in mehrere Zweige theilt, die sich neuerdings vielfach verzweigen, wodurch Netze entstehen. Nicht selten entspringen die Arrectores gleich am Grunde des Haarbalges als 3—4 parallel nach aufwärts ziehende Stränge, die sich theils einzeln an dem oberen Theile des Coriums inseriren, theils auch früher sich vereinigen, um sich als einfacher Muskel anzusetzen. Anderseits zweigen sich vom Hauptstamme kleine Zweige ab, die nur eine kurze Strecke isolirt ziehen, sich alsbald wieder mit ersterem vereinigen, wodurch halbkreisförmige Netze entstehen.

2. Kommen Züge vor, welche vom oberen Theil des Coriums zum Panniculus adiposus sich erstrecken, welche während ihres Verlaufes sich vielfach theilen und sowohl horizontale als verticale Nebenäste aussenden. Als Beweis, daß wir es mit wirklich selbstständigen Zügen und nicht mit den Arrectores pili zu thun haben, diene, daß sie an solchen Stellen, wie z. B. am Oberschenkel, wo der Haarbalg nicht bis zum Panniculus adiposus reicht, trotzdem bis zu letzterem ziehen.

3. Finden sich horizontal verlaufende Äste sowohl oberhalb als auch unterhalb der Schweißdrüsen, insbesondere an denen der behaarten Kopfhaut, und zuweilen auch in der Achselhöhle. Der Befund in der Achselhöhle ist jedoch nicht allgemein giltig und in zahlreich angefertigten Präparaten finden sich diese nur bei einzelnen derselben vor. Es ist kaum anzunehmen, daß diese Muskelzüge selbstständige sind. Sie dürften vielmehr dem Arrector pili, der sich zuweilen, wie oben erwähnt, gleich an seinem Ursprung mehrfach theilt, angehören; es scheint diese Annahme um so begründeter, da diese Züge vorzugsweise in der Haut

alter Individuen zu beobachten sind, bei welcher die Schweißdrüsen mehr nach aufwärts, selbst über das untere Drittel des Haarbalges rücken, wodurch einzelne Drüsen leicht zwischen die Muskeläste zu liegen kommen.

4. In dem oberen Theil des Coriums finden sich, vorzugsweise an der Kopfhaut und an den Streckflächen der Extremitäten, horizontale breite Züge von Muskelfasern; trägt man die Epidermis vorsichtig ab und macht hierauf feine Horizontalschnitte, so läßt sich der Verlauf derselben dicht unter den Papillen deutlich erkennen.

Die Muskeln kommen demnach weit verbreiteter vor, als bisher angenommen wurde. Ihr Vorkommen ist jedoch nach der Individualität und Localität ein verschiedenes. Was erstere anbelangt, so hat im Allgemeinen die Körperstärke auf das Vorkommen zahlreicher Muskeln keinen Einfluß und an jungen, abgezehrten Cadavern fand ich dieselben häufig viel mächtiger entwickelt, als an kräftigen Individuen. Nach der Localität ließe sich folgende Scala aufstellen: Scrotum, Penis, vorderer Theil des Perinäums, Kopfhaut, Vorderarm, Oberschenkel, Oberarm, Schulter, Stirn, Bauchwand, Achselhöhle, Unterschenkel, Gesicht, Volar- und Dorsalfläche der Hände und Füsse. In der palma manus und planta pedis konnte ich keine finden. An den Beugeflächen der Extremitäten sind sie schwächer entwickelt, als an den Streckflächen.

Es fragt sich, ob diesem Befunde entsprechend, auch die Veränderungen an der Haut auftreten, welche durch Einwirkung von äußeren Reizen, wie: Temperatureinflüsse, Electricität hervorgerufen werden. Bekanntlich bringt die auf die Haut einwirkende Kälte, Knötchen zum Vorschein, welche man mit dem Namen Cutis anserina bezeichnet; diese Knötchen sind nichts anderes, als die Haarfollikel, welche dadurch mehr hervortreten, daß die umgebende Haut durch den arrector pili zusammengezogen wird. Durch Einwirkung von Electricität, sowohl durch Reibungs-Electricität, als auch durch inducirte Ströme, lassen sich in jedem Augenblicke diese Knötchen hervorrufen, welche desto größer sind, je intensiver der Strom eingewirkt hat. Prof. Schwanda hat in der Sitzung der Gesellschaft der Ärzte über die Wirkung der Reibungs-Electricität auf die Haut (mittelst des Holtz'schen Apparates) aufmerksam gemacht, daß außer den Knötchen noch Erbleichungsstreifen entstehen, welche dadurch zu erklären sind, daß auch die Muscularis der Gefäßwände sich contrahirt, und das Blut hiedurch aus den Gefäßen gedrängt wird. Prof. Schwanda hatte auf mein Ansuchen die Güte, auf den verschiedensten Partien der Hautoberfläche den Strom anzuwenden, um zu erproben, ob, dem oben angedeuteten anatomischen Befunde entsprechend, auch die Wirkung der Electricität auftrete. Und in der That fanden wir, in Übereinstimmung mit der obgenannten Scala, auch die Hautknötchen zum Vorschein kommen; so fanden sich an den Streckflächen der Extremitäten, an der Brust und am Rücken die größten; an der palma manus dagegen, wo auch keine Muskeln sind, gar keine Knötchen vor; hingegen war eine stärkere Schweißsecretion auffällig; wenig Knötchen entstanden ferner am Hand- und Fußrücken, und an den Wangen. Diese Efflorescenzen entsprechen, wie bekannt, den arrectores pili. Pinselt man die, in der Weise entstandenen Knötchen mit Collodium ein, und trägt die Collodiumschichte nach Verdampfung des Äthers ab, so sieht man an der unteren Fläche derselben einen Abdruck der Knötchen in Form von Ovoiden, deren Inneres lateral verschoben und kleiner ist, als das Äußere; ersteres entspricht der höchsten Spitze des Knötchens, letzteres der Circumferenz desselben. Die Einwirkung des inducirten Stromes (Schulz) brachte dieselben Efflorescenzen zum Vorschein, nur treten die Knötchen auch in der Umgebung jener Stelle auf, auf welcher der Pol unmittelbar aufliegt; die Erbleichung ist wohl weniger intensiv, doch ausgebreiteter, und es lassen sich auch hier jene Veränderungen wahrnehmen, welche wahrscheinlich durch die oben von mir beschriebenen Muskeln entstehen. Es werden nämlich die Linien und Furchen der Haut tiefer, auch an solchen Stellen, wo keine oder wenig Knötchen vorkommen. Die Haut wird auch der Fläche nach kürzer und Figuren, welche man an derselben mittelst aufgedrückter Modelle zeichnet, wie Quadrate, Kreise werden anscheinend gleichfalls kürzer. Bepinselungen der Haut mit Äther bringen ähnliche Knötchen wie die Electricität hervor. — Ohne Zweifel werden bei weiterer Prüfung noch andere Erscheinungen eruirt werden können.

Es fragt sich ferner, welches mögen die physiologischen Bestimmungen dieses Muskelsystems sein? Wie bekannt ziehen sich die

Muskeln durch Einwirkung der Kälte zusammen; durch diese Zusammenziehung wird das Blut aus den Capillaren gedrängt und von der Oberfläche der Haut in die Tiefe getrieben: in Folge dessen wird die Wärmeabgabe durch die Haut vermindert. Mit Nachlaß der Einwirkung der Kälte, läßt auch die Contraction der Muskeln nach und Wärmeabgabe tritt wieder ein.

Die Muskeln der Haut, welche sich an der Oberfläche des Coriums anheften, werden überdieß während der Contraction die Haut an ihrer Insertionsstelle nach abwärts ziehen; ebenso müssen die Züge, welche quer und schief verlaufen, entsprechende Einsenkungen in der Haut zu Folge haben. Die exponirte Oberfläche wird an der Stelle hierdurch eine geringere. Secundär muß durch die Contraction der organischen Muskelfasern eine Modification in den Circulations-Verhältnissen eintreten; theilweise wird durch zu starke Contraction der Muskeln, namentlich den kleineren Arterien, weniger Blut zugeführt, anderseits aber wird der Rückfluß des Blutes gleichfalls Störungen erleiden können.

Die Muskeln der Haut werden demnach gleichzeitig einen wichtigen Regulator sowohl für die Circulations-Verhältnisse, als auch für die gesteigerte oder verminderte Spannung der Haut abgeben.

Es hat den Anschein, daß an jenen Stellen, wo viel elastisches Gewebe sich vorfindet (Kopfhaut, Streckflächen der Extremitäten), auch die Züge der organischen Muskelfasern eine längere Ausdehnung und einen dickeren Durchmesser besitzen.

Auch die Ausscheidung der Hautdrüsen-Secrete, der Schweiß- und Talgdrüsen, wird ohne Zweifel durch die Muskeln beeinflußt, indem durch deren Contraction das Secret aus den Drüsen ausgepresst wird.

Über die Entwicklung der Epithelzellen bei chronischen Hautkrankheiten und dem Epithelialcarcinom.

Von Dr. F. Pagenstecher aus Heidelberg.

(Aus dem path.-anat. Institute in Wien.)

(Mit 5 Abbildungen.)

Der Ursprung der Epithelialzellen hat die wissenschaftliche Welt von jeher in reger Beschäftigung erhalten. Seit dem Jahre 1850 schien durch die in den Würzburger Verhandlungen mit gewohnter Klarheit und Schärfe ausgeführte Darstellung Virchow's die Sache zu Gunsten der Entstehung aus den Zellen des Bindegewebes entschieden. Es waren für diese Ansicht besonders die mannigfachen Übergangsformen in den Epithelialcarcinomen maßgebend.

Das Bestreben der Forscher ging nun weiter dahin, auch für das Epithel der Haut und der Schleimhäute den Zusammenhang mit dem Bindegewebe darzuthun, da man ja eine freie Kernbildung auf der Oberfläche einer Basalmembran, wie Henle es noch in seinem Handbuche von 1865 thut, nach allgemein acceptirten Grundsätzen nicht mehr annehmen durfte.

Es gelang Billroth [1]), Ausläufer von Zungenepithelien in Verbindung mit Bindegewebsfasern zu sehen; es bemühte sich Haidenhain [2]), dasselbe Verhältniß für die Cylinderzellen des Darmes nachzuweisen. Die wichtigste Beobachtung aber in dieser Art ist entschieden die von Burckhardt [3]), der, bei seinen Untersuchungen über das Epithel der ableitenden Harnwege, unter der tiefsten aus runden Zellen bestehenden Schichte des Harnblasenepithels beim Menschen eine Matrix fand aus dicht gehäuften und vergrößerten Bindegewebskörperchen. Es ragten diese zum Theile mit ihren oberen

[1]) Deutsche Klinik 28. Mai 1857.
[2]) Moleschott's Unters. Bd. IV.
[3]) Virch. Arch. Bd. XVII, pag. 94.

Enden zwischen die Epithelien hinein, und überall zeigten sich die prachtvollsten Übergangsformen.

Rindfleisch[1]) versuchte eine Widerlegung aller dieser Beobachtungen auf Grund eigener mikroskopischer Untersuchungen, wobei er indeß zum Theil mit offenbar uncorrecten Methoden arbeitete und speciell Burckhardt sehr leichthin aburtheilte. In späterer Zeit hat er denn auch seine Meinung wesentlich geändert.

Als im Jahre 1865 das ausgezeichnete Werk von Thiersch[2]) die ganze gelehrte Welt in Aufregung versetzte und eine grosse Menge bedeutender und aufrichtiger Anhänger sich gewann, da glaubte man schon den Kampf zu Ungunsten der Entstehung der Epithelien aus dem Stroma wie mit einem mächtigen Schlage entschieden. Indem Thiersch die Facta, welche Virchow und sein Anhang beobachteten, für entschieden richtig erklärt, leugnet er zugleich die Beweiskräftigkeit solcher Übergangsformen. Er stellt sogar die Behauptung auf, daß nie und nimmer diese Frage durch mikroskopische Beobachtung entschieden werden könne und begibt sich damit auf das Feld der Wahrscheinlichkeitsgründe.

Gegen den desmoiden Ursprung des Epithels spricht ihm zunächst beim Epithelialcarcinom der Haut, der in fast allen Fällen nachzuweisende Zusammenhang der Zellenschläuche mit schon im normalen Zustande vorhandenen Epithelialgebilden. Einen weitern Grund zieht er aus der Entwicklungsgeschichte, aus der schon in der frühesten Zeit des embryonalen Lebens bestehenden Sonderung des Horn- und Darmdrüsenblattes von dem mittleren Keimblatte; alle diese drei seien selbstständige Abkömmlinge der Furchungszellen, und ein Übergang sei schon deßwegen nicht denkbar. Dann erinnert er an die selbstständige Rolle, welche die Epithelien spielen (Entwicklung der Drüsen u. s. w.) Endlich spricht ihm auch die Benarbung granulirender Flächen vom Rande aus gegen die Entwicklung aus dem Stroma.

Die Entstehung eines scheinbar primären Epithelialknotens in Gebilden, wo keine Epithelialzellen vorkommen, erklärt er durch ein Übersehen des vielleicht nicht exulcerirten wirklich primären Knotens oder durch Verirrung eines epithelialen Keimes zur Zeit der embryo-

---

[1]) Virch. Arch. Bd. XXII.

[2]) Der Epithelialkrebs, namentlich der Haut. Leipzig bei Engelmann.

nalen Entwicklung. Die secundären Knoten bilden sich nach allgemein angenommener Auffassung durch Verschleppung zelliger Elemente.

Aber auch gegen diese geistreiche und überredende Deutung trefflich beobachteter Thatsachen, die leider nur etwas zu viel des Hypothetischen an sich trägt, läßt sich mancherlei bemerken.

Rindfleisch[1]) selbst neigt sich entgegen früheren Ansichten jetzt der Entstehung des Epithels aus Bindegewebe zu und gibt sogar eine Abbildung, welche diese Verhältnisse in der Haut aus der Nähe eines Epithelialcarcinoms sehr gut erläutert. Auch auf das Epithelialcarcinom selbst dehnt er diese Anschauung aus[2]), wobei er indeß ein Wachsthum durch Theilung der Epithelialzellen selbst nicht für unmöglich hält.

Das ist überhaupt der schwache Punkt der Lehre von Thiersch, daß sie die Epithelialzellen aus dem Stroma nicht entstehen lassen will, während doch eine selbstständige Theilung dieser Gebilde zu den vollständig unerwiesenen Dingen gehört.

Klebs[3]) nimmt einen Zusammenhang der epithelialen neuen Gebilde mit den alten an, glaubt aber doch, daß das Bindegewebe bei ihrer Entstehung wirksam sei. Auch mein vortrefflicher Lehrer Otto Weber[4]), theilte dieselbe Anschauung.

Die folgenden Beobachtungen werden vielleicht dazu dienen, dieses interessante und schwierige Capitel in ein neues Licht zu setzen. Sie haben mehr Zeit und Mühe erfordert, als von vornherein zu ersehen war, und ich wage es daher jetzt, sie zu veröffentlichen, nachdem sie einen vorläufigen Abschluß gefunden haben. Hierbei erfülle ich eine mir äußerst angenehme Pflicht, meinem Freunde Dr. A. Biesiadecki meinen wärmsten Dank auszusprechen für die Bereitwilligkeit, mit der er mir seine Präparate zur Verfügung stellte, und für die Hilfe, die er mir mit Rath und That leistete.

In seiner im Juni 1867 der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften vorgelegten Arbeit beschreibt Biesiadecki[5]) im *Stratum*

---

[1]) Lehrb. d. path. Gewebe Lehre 1866, pag. 76—80.

[2]) A. a. O. pag. 249.

[3]) Handb. d. path. Anatomie bei Hirschwald 1868.

[4]) Handb. d. allg. u. sp. Chirurgie von Pitha u. Billroth. III. Bd., I. Abth., 2. Lief., pag. 115.

[5]) LVI. Bd. d. Sitzb. II. Abth.

mucosum der normalen Haut spindelförmige, zwischen den Epithelialzellen eingeschaltete Körper, die sich beim spitzen Condylom vermehrt zeigen. Bei acutem Eczem und bei *Herpes Zoster* kommen dieselben Gebilde noch massenhafter vor, theilen sich rasch und liefern so unter Umständen das Material zur Pustelbildung.

Biesiadecki bezeichnete diese Zellen (ein Kern war nachweisbar) als „Wanderzellen" wegen ihrer Ähnlichkeit mit den Formen, welche von Recklinghausen und Engelmann zwischen den Lamellen und dem Epithel der Cornea unter demselben Namen beschrieben haben, und weil alle Gründe dafür sprechen, daß sie aus dem Corium zwischen die Epithelialzellen gelangen.

Zufällig bei der Untersuchung eines Epithelialcarcinomes stieß ich auf diese Körper, und es schien mir der Mühe werth, die Sache weiter zu verfolgen zur Ermittlung der Schicksale dieser Wanderzellen (man erlaube mir die Beibehaltung des Namens, der kurz und bezeichnend ist). Zunächst halte ich es für nöthig, eine genaue Beschreibung der verschiedensten Formen der Wanderzellen von ihrem spärlichsten Auftreten an bis zur Überfülle zu liefern.

Die Objecte, welche mir die Daten zu meiner Schilderung darbieten, waren in guter Heilung begriffene granulirende Flächen mit dem frischen Narbenrande, chronische Hautkrankheiten mit Verdickung des *Stratum mucosum*, die hypertrophische Haut um geschwürige Epithelialcarcinome und endlich diese Neubildungen selbst.

An senkrechten, idealfeinen Schnitten erblickt man unter günstigen Umständen und an passenden Präparaten zwischen den Epithelzellen spindelförmige glänzende Gebilde. Sie erscheinen durch geringe Dicke ihres Zellenleibes, die zwei bis viermal geringer ist als die der Epithelialzellen, durch bedeutende Längendimension, manchmal so lang wie zwei Epithelialzellen, charakterisirt. In Karmin färben sie sich stark und heben sich sehr schön von den weniger gefärbten Epithelzellen ab. Der Kern ist nur sehr selten bei einer Vergrößerung von 450 (Plössl'sches Instrument) zu sehen. Die Einwirkung der Essigsäure genügt bekanntlich überhaupt bei Chromsäurepräparaten nicht, das Protoplasma aufzuhellen, und sie läßt uns auch hier im Stich. Dagegen sieht man den Kern prachtvoll mit einer Linse Hartnack 11 à l'immersion. Oft enthält die Zelle deren zwei, sie sind rund oder eckig und groß im Verhältniß zu der geringen sie umgebenden Protoplasmamenge. Die Richtung der Wanderzellen ist da, wo sie sparsam vorkommen und spindelförmig gebaut sind, mit ihrer Längsaxe senkrecht auf die Papillen, wobei es auffällt, daß sie gegen die Basis derselben sich häufiger zeigen als gegen die Spitze. Manche hängen noch mit einem Faden an der Papille fest, während die anderen bereits sich losgerissen haben und weiter gewandert sind.

Zur Versinnlichung dieser Verhältnisse dient Fig 1, einen Verticalschnitt der Haut aus dem Narbenrande eines in guter und rascher Heilung begriffenen einfachen Beingeschwürs darstellend. Die Zellen sind hier nur sparsam, aber sehr charakteristisch, und zeigen das oben Erörterte [1]).

Von einfachen Beingeschwüren standen mir drei Fälle zu Gebote, aber nur der eine, dem die Abbildung entnommen wurde, lieferte die erwünschten Resultate. Die beiden anderen waren auch in guter Heilung begriffen, aber das eine war erst von der Leiche exstirpirt und das andere, obwohl von einem amputirten Beine ausgeschnitten, war in Alkohol aufbewahrt worden. Dieß waren lauter ungünstige Bedingungen, welche das Resultat trübten und denen der abgebildete Fall, vom Lebenden exstirpirt und noch warm in verdünnte Chromsäure gebracht, nicht unterlag.

Durchsetzen die Wanderzellen das *Stratum mucosum* in bedeutender Zahl, so entsteht eine Unordnung der Elemente, die kein Systematiker zu regeln vermag. Die Wanderzellen liegen, wo nur eine Lücke zwischen den ebenso durcheinander geworfenen größeren und kleineren Epithelialzellen sich findet, bald halbmondförmig gekrümmt um ein Stück des Epithelialzellenleibes, bald winkelig in der Mitte zusammengeknickt, bald mehr contrahirt, sich ballend zu allen möglichen, mathematisch undefinirbaren Gestalten, bald ausgestreckt mit der ganzen Länge ihres Spindelleibes.

Einzelne senden ihre Fortsätze in jeden freien Raum, andere aufsuchend, mit ihnen sich zu verbinden, um die Epithelialzellen mit einem Netze von Protoplasmafäden zu umgeben.

---

[1]) Die Zeichnungen sind alle von Dr. Heitzmann mit bekannter Geschicklichkeit und Sorgfalt ausgeführt. Wenn sie indeß an die Schönheit der mikroskopischen Bilder nicht heranreichen, so liegt die Schuld nicht an dem ausgezeichneten Künstler, sondern an der fast unüberwindlichen Schwierigkeit der Darstellung.

Das Bild ist für den ersten Augenblick verwirrend, wie ein Ameisenhaufen, der durcheinanderläuft. Erst sorgfältige Betrachtung verschafft Aufklärung.

In der Fülle des Lebens und der Bewegung sind die Wanderzellen plötzlich festgebannt, und erstarrt behielten sie die Gestalt, die sie im Augenblicke des Todes gerade hatten.

Zu dieser Schilderung ist Fig. 2 und 3 zu vergleichen. Beide sind verschiedenen Fällen von *Psoriasis* entnommen.

Eine Isolirung der Wanderzellen nach der Erhärtung in Chromsäure ist möglich durch Erwärmen mit verdünnter Natronlauge. Man ist darnach im Stande, das *Stratum mucosum* rein von dem Corium abzuziehen, und wenn man jetzt die Epithelialzellen durch sanftes Klopfen auseinanderwirft, so sieht man hie und da die Wanderzelle als ein glänzendes Gebilde.

Einige Worte muß ich hier folgen lassen über die Schwierigkeiten der Untersuchung und über meine Methoden.

Schon Biesiadecki hat nachgewiesen, daß die Wanderzellen in der normalen Haut eine sehr seltene Erscheinung sind, daß sie dagegen überall da häufiger vorkommen, wo die Schleimschichte an Mächtigkeit zunimmt, sei dieser Zustand normal oder pathologisch. Man wird also gut thun, sich die passendsten Objecte zur Untersuchung auszuwählen. Weiter sieht man die Wanderzellen in der normalen Haut nur, wenn dieselbe dem Lebenden entnommen und gleich, womöglich noch warm, in verdünnte Chromsäurelösung gebracht wurde. Aber auch bei den pathologischen Verdickungen des *Stratum mucosum* wird man am sichersten eben so verfahren, wenn es auch nicht gerade unumstößlich nothwendig sein wird. Unter allen Umständen jedoch ist die Härtung der Präparate in ganz verdünnter und möglichst reichlicher Chromsäurelösung zu verlangen. Alkohol macht die Sachen unbrauchbar, und nimmt man ihn gar verdünnt, so ist alles verloren. Je länger ein Präparat nach dem Absterben unaufbewahrt liegt, desto schlechter wird es.

Ich habe diese Hindernisse für das Erscheinen eines guten Bildes alle an mir selbst zu oft erprobt, um nicht eindringlich zu ihrer Vermeidung auffordern zu müssen. Auch ohne große Vorsicht kann man natürlich etwas sehen, wenn die Wanderzellen reichlich vorhanden sind. Endlich muß man Glück haben, denn die verschiedenen Stellen eines Präparates zeigen in Bezug auf ihren Gehalt an Wanderzellen ein außerordentlich verschiedenes Verhalten, und man darf sich nicht wundern, wenn man in vielen Stücken gar nichts findet.

Ich habe es zweckmäßig gefunden, Flächenschnitte parallel zu der Oberfläche der Haut anzufertigen. Sie gelingen meistens leichter als Verticalschnitte und gewähren auch den Vorzug einer bessern Einsicht, wenn sie mehr gegen die Basis der Papille fallen, wo die Wanderzellen am häufigsten sind.

Die Schnitte imbibire ich stark in Karmin, wobei sich die Wanderzellen dunkler färben und sich gut von den blasseren Epithelien abheben, entwässere in Alkohol und mache in Terpentin durchsichtig. So bekommt man die schönsten und klarsten Bilder.

Nachdem wir die Wanderzellen kennen gelernt haben, interessirt uns zunächst ihre Abstammung. Auf diese Frage gab mir die Untersuchung des *Ulcus cruris simplex* keine Antwort, ich wandte mich daher zu den chronischen Hautkrankheiten, die wegen der Massenanhäufung der betreffenden Gebilde geeignetere Objecte zur Lösung dieser und anderer Fragen schienen.

Es läßt sich schon a priori vermuthen, daß die Wanderzellen aus dem Corium stammen müssen, denn die Idee einer freien Kernbildung an einer Basalmembran ist ja zu den Todten gelegt, und durch Theilung der Epithelialzellen können die Wanderzellen nicht entstehen, da von einem solchen Vorgange nirgends etwas zu sehen ist.

Meine Präparate von *Psoriasis* und *Eczema chronicum* führen mich ebenso zur Annahme der Abstammung aus dem Corium, wie Biesiadecki durch die Untersuchung des spitzen Condyloms dahin geleitet wurde.

Eine große Anzahl Schnitte von einer *Psoriasis* zeigten alle dasselbe Bild, wie Fig 2 eines darstellt. Leider war dieser Fall mit Variola complicirt, aber daß die Wanderzellen gar nicht oder nur zum kleinsten Theil zu Eiterzellen werden sollen, dafür bürgt die Schnittführung an einer pustelfreien Stelle, so wie ein Blick auf Fig. 3, der, einem zweiten reinen Fall entnommen, die Wanderzellen noch zahlreicher zeigt als Fig. 2. Zunächst geht aus dieser Zeichnung hervor, daß in der Papille *(a)* und im *Stratum mucosum* vollkommen identische Spindelzellen sich befinden *(c* und *c')*, daß einzelne *(c'')* noch mit der einen Hälfte in der Papille liegen, mit der anderen schon herausgekommen sind. Daß diese Spindelzellen durch eigene Bewegung zwischen die Epithelialzellen sich begeben, ist daraus klar, daß sie in den Papillen viel zu zerstreut liegen, um etwa durch den Druck stets erneuter und nachrückender Massen fortgeschoben zu werden. Bei einem Fall von *Eczema chronicum* fand ich dieselben Verhältnisse, nur waren die Spindelzellen in- und außerhalb der Papille pigmentirt durch ausgetretenen Blutfarbstoff. Ihre Identität war also noch viel augenscheinlicher. Wenn wir allerdings die Wanderzellen nicht aus anderen Körpertheilen her kennten, so würde die Auffassung weniger berechtigt erscheinen, da zumal eine Prüfung auf selbstständige Beweglichkeit in der Haut wohl zu den Unmöglichkeiten gehört.

Wie diese Zellen innerhalb des Corium entstehen, ob sie aus den Bindegewebskörperchen sich bilden, ob sie aus den Gefäßen auskriechen, lasse ich dahingestellt. Das letztere erscheint mir das wahrscheinlichere, denn von Theilung der Bindegewebszellen ist keine Spur zu entdecken.

Unsere nächste Aufgabe ist, was aus diesen zwischen die Epithelialzellen hineingelangten Wanderzellen wird, zu entscheiden. Die Wanderzellen bleiben in den tieferen Schichten des *Rete Malpighii*, denn weiter hinauf findet man bei den chronischen Processen, von denen allein hier die Rede ist, nichts von ihnen. Nur bei acuten Affectionen erreichen sie die Hornschichte.

Sie gehen also zu Grunde?

In der normalen Haut wäre diese Ansicht vielleicht zu discutiren, denn bei ihrer geringen Zahl würde ihr Untergang keine besonders bemerklichen Veränderungen bewirken. Dagegen ist bei den von mir beobachteten pathologischen Fällen eine solche Annahme, wie ein Blick auf Fig 3 zeigt, sofort zurückzuweisen. Hier, bei der colossalen Anzahl der Wanderzellen, müßten wir irgend eine Andeutung finden, auf welche der verschiedenen möglichen Arten die Zellen zu Grunde gingen. Wir müssten Überbleibsel der auf irgend eine Weise vernichteten Zellenkörper entdecken; aber es zeigt sich nichts der Art, absolut nichts, was auf eine solche Spur führte.

So leben sie also fort, aber in veränderter Form, denn sonst würde bei einer solchen Massenproduction, wie sie bei *Psoriasis* stattfindet, bald die ganze Epidermis aus nichts als aus ihren Leibern bestehen. Sie werden nicht zu Eiterzellen, sie organisiren sich nicht zu Bindegewebe, — was bleibt uns da anderes übrig, als durch die einfache Logik der Thatsachen uns zu der Annahme bringen zu lassen, daß aus den Wanderzellen Epithelialzellen werden.

Dafür spricht schon, daß in der normalen Haut, wo die Schleimschichte dicker ist, auch diese Zellen sich vermehrt zeigen (Biesiadecki a. a. O.), daß dieß noch viel mehr der Fall ist bei allen krankhaften Hypertrophien des *Stratum mucosum* (spitzes Condylom, Biesiadecki, Psoriasis, chronisches Eczem, Rand der geschwürigen Epithelialcarcinome), daß sie endlich da in größerer Zahl auftreten, wo eine granulirende Fläche überhäutet werden soll.

Abgesehen von diesen positiven Gründen, welche meine obige Annahme stützen, fällt noch ein negativer schwer in die Wagschale. Weder Thiersch selbst noch die bedeutenden Männer, die er zu seinen Anhängern zählt, haben jemals behauptet, daß durch Vermehrung der Epithelialzellen allein, da dieselbe, wenn überhaupt, jedenfalls nur in sehr unausgiebiger Weise zugegeben werden kann, das fortwährende Deficit der normalen Haut, die starke Abschuppung bei *Psoriasis* oder das floride Wachsthum eines Epithelialcarcinoms erklärt werden könne.

Zu alldem hat nie Jemand behauptet, eine Theilung der Epithelialzellen beobachtet zu haben, ja sogar zwei Kerne in einer solchen sind kein sehr häufiger Befund.

Diese Thatsachen sind von solcher Tragweite, daß man eigentlich nach jeder Beobachtung, die eine andere Erklärung für die Bildung der Epidermis als aus der Theilung der Epithelialzellen beibringt, mit Vergnügen ergreifen muß. Dazu füge ich die directe Beobachtung. Ein Bild, wie Fig. III es bietet, scheint mir sehr geeignet, die Übergangsformen von den Wanderzellen zu den Epithelialzellen anschaulich zu machen. In der quergeschnittenen Papille *(a)* aus einer an *Psoriasis* erkrankten Haut (zweiter nicht complicirter Fall) liegen die Wanderzellen. Diejenigen, welche in *Stratum mucosum* liegen *(c')* sind größer, zum Theile von sehr respectabler Statur *(c'')*.

Diese Massenzunahme scheint das erste Zeichen der Umwandlung zu sein, sie beruht sowohl auf einer stärkeren Entwicklung des Protoplasmas, als auch auf einer Vergrößerung des Kerns. Mit dem gewöhnlichen Instrumente läßt sich diese allerdings nicht beobachten, dagegen sehr gut mit der Hartnack'schen Immersionslinse, mit der man in allen Wanderzellen Kerne und zum Theile vergrößerte sieht.

Damit ist jedoch noch keineswegs die Umwandlung in die Epithelialzelle vollbracht, es muß vielmehr noch eine bedeutende chemische Veränderung vorhergehen, die sich in dem Hellwerden des Protoplasmas und in dem daraus folgenden Deutlichwerden des Kerns, so wie in der auffallend schwächeren Imbibitionsfähigkeit äußert. Zugleich hat die Wanderzelle eine ziemlich regelmäßig abgerundete Form angenommen, sie, die vorher so unregelmäßig wie möglich war; man sieht ihr jetzt an, wie sie starr geworden ist, wie sie ihre Beweglichkeit verloren hat. So entsteht eine junge Epithelialzelle mit großem Kern, der umgeben ist von wenigem glänzenden und durchsichtigen Protoplasma *(e)*. Mit den stärksten Vergrößerungen der Immersionslinse sieht man alle Übergänge, sowohl die chemischen der Aufhellung als die formellen der Umbildung des Kernes und des Protoplasmas, und deßwegen erscheint der Proceß ein ganz allmäliger, was er auch in der That ist, während eine Vergrößerung von 450 ihn schroff und plötzlich zeigt, durch das Erscheinen des Kerns, der vorher mit dieser Vergrößerung nicht zu sehen war.

Von den jüngsten zu den ältesten Epithelialzellen finden sich alle Zwischenstufen, die entstehen durch stärkere Ansammlung des Protoplasmas und Vergrößerung des Kernes.

Genau wie bei den chronischen Dermatitiden findet man, obwohl in geringerer Zahl, die Wanderzellen in dem Hautwalle um die geschwürigen Epithelialcarcinome oder in der intacten Haut über einem derartigen noch nicht aufgebrochenen Knoten. In der Haut der Lippe und im Präputium neben dem carcinomatösen Geschwür, sowie in der Haut über epithelialcarcinomatös degenerirten Inguinaldrüsen fand ich die Wanderzellen und schrieb ihnen dieselbe Bedeutung zu wie in den anderen Fällen. Auch von den Zungenpapillen ausgehend bei einem *Papilloma linguae* waren sie vorhanden.

Fig. IV. stellt einen Querschnitt aus dem Präputium vor. Noch in der Papille *(a)* liegt ein ganzes Nest von Wanderzellen *(c')*, von denen die äußersten gerade im Begriffe sind sich zwischen die Epithelialzellen hineinzuschieben *(c')*. Die Production war jedenfalls keine sehr starke, denn man hat auf allen Stellen des Schnittes dasselbe Bild, und gleich in der ersten Epithelialzellenreihe schon werden die Wanderzellen umgewandelt, da man sie gar nicht zwischen den Epithelzellen entdeckt. Ich habe den Schnitt aus zwei Gründen abbilden lassen, zunächst weil er zeigt, wie-wenig bei starken Vergrößerungen eine Grenze zwischen Papille und *Stratum mucosum* existirt; dann aber scheint er mir vorzüglich zu erklären, weßhalb so oft, wenn auch alle oben angegebenen Vorsichtsmaßregeln beobachtet sind, keine Wanderzellen im *Stratum mucosum* sich finden. Sie kamen, wo keine starke Production vorhanden war, eben nur in die erste Epithelreihe hinein, wo sie sofort mit ihrer Umgebung conform wurden und dadurch verschwanden.

So erklärt es sich auch, warum ich etwa von zwanzig Epithelialcarcinomen die neugebildeten Geschwulstknoten untersuchen mußte und nur in zwei Fällen Wanderzellen fand.

In Fig. V habe ich einen Schnitt aus der Substanz eines *Carcinoma epitheliale labii* abbilden lassen. Die Zellen liegen zum Theile noch im Stroma, zum Theile auch zwischen den Epithelialzellen zerstreut, zum Theile hängen sie auch noch durch Fäden mit dem Gerüste zusammen. Es liegt nahe, hier für die Wanderzellen dieselben Umwandlungen anzunehmen wie in der Haut.

Nachdem ich glaube, die Thatsache der Umwandlung von Wanderzellen in Epithelialzellen zur Genüge dargethan zu haben, bleibt es immer noch wunderbar genug, wie auf einmal diesen indifferenten Zellen die Fähigkeit ertheilt wird, zu Epithel zu werden. Daß sie dieselbe nicht aus sich selbst schöpfen, ist klar genug; denn wäre dies der Fall, so müßten auch granulirende Flächen, wo ja ganz dieselben Gebilde aus dem Stroma nach der Oberfläche wandern, sich ohne die Beihilfe von präexistirendem Epithel überhäuten können. Dieses spielt also jedenfalls eine sehr active Rolle bei der ganzen Metamorphose, und da uns einstweilen eine genügende Erklärung fehlt, so könnte man die merkwürdige Thätigkeit wohl als eine Contactwirkung, wie der Chemiker eine Erscheinung nennt, die ihn in Verlegenheit setzt, oder als eine Art von epithelialer Infection bezeichnen. Denn die directeste Berührung ist jedenfalls nothwendig, und daß mit derselben der Keim zu der Metamorphose in die Epithelialzelle gelegt wird, läßt sich wohl denken. Ist man doch heutzutage darüber vollständig einig, daß den bösartigen Neubildungen und speciell wieder den Zellen, die sie aufbauen, nicht dem Safte, eine inficirende Eigenschaft auf andere bisher unberührte Zellen zukommt. Wenn es aber kein Fluidum ist, welches die Infection vermittelt, so kann es nur die unmittelbare Berührung der mit einem seinem Wesen nach uns

Erklärung der Abbildungen.

(Die nähere Erklärung im Texte.)

Fig. I. Schnitt parallel auf die Längsaxe der Papillen durch den Na rand eines in guter Heilung begriffenen Unterschenkelgeschwürs.

a. Papille. *b*. *Stratum mucosum* *c*. Wanderzellen in demselben. *c'*. S auch in der Papille. *c''*. Gleiche Gebilde, noch mit einem Stiel am C hängend.

Fig. II. Schnitt unter nicht ganz rechtem Winkel, die Längsax Papillen schneidend, aus *Psoriasis* mit *Variola* complicirt.

a. Papille. *b*. *Stratum mucosum*. *c*. Wanderzellen in der Papille, *c'*. festhängend am Corium, *c''*. frei zwischen den Epithelialzellen.

Fig. III. Schnitt senkrecht auf die Papillenaxen aus einer nicht compli *Psoriasis*, tiefer wie Fig. II.

a. Papille. *b*. *Stratum mucosum*. *c*. Wanderzellen in der Papille, *c'*. a halb, *c''*. stark vergrößert, *d*. Wanderzelle mit Vacuolenbildung und a fallenem Kerne (Leichenerscheinung), *d'*. eben solche wie *d*, nur der K geblieben und stark vergrößert. *e*. Junge Epithelialzelle.

Fig. IV. Horizontalschnitt aus hypertrophischem *Praeputium* neb Geschwürstelle eines Epithelialcarcinoms.

a. Papille. *b*. *Stratum mucosum*. *c*. Nest von Wanderzellen in der P *c'*. Fortsätze aussendend zwischen den Epithelialzellen.

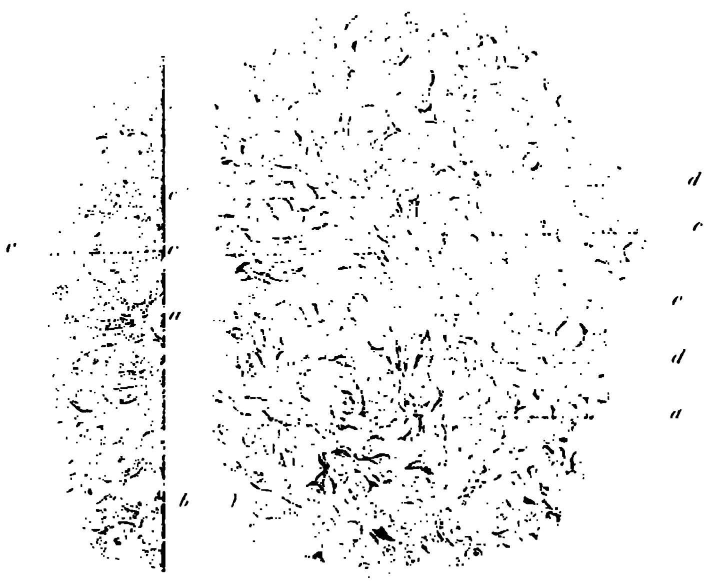
Fig. V. Schnitt aus der Substanz eines *Carcinoma epitheliale labii*.

a. Stroma. *b*. Zellenschlauch quer getroffen. *c*. Wanderzelle im St *c'*. zwischen den Epithelialzellen, noch festhängend, *c''*. losgelöst.

Pagenstecher. Üb

2

3.



Gez. u. lith. v. Dr. C. Hei

A. d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

XII. SITZUNG VOM 30. APRIL 1868.

Der Secretär legt die so eben erschienene, von Herrn Dr. J. R. Schiner bearbeitete Abtheilung „Diptera" vom zoologischen Theile des Novara-Reisewerkes vor.

Derselbe legt ferner folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über Aesculin und Aesculetin" von Herrn Prof. Dr. Fr. Rochleder in Prag.

„Über einige neue Derivate des Thiosinnamins. II. Abhandlung: Einwirkung von Jod auf Thiosinnamin (Thiosinnamindijodür)" von Herrn Prof. Dr. R. Maly in Olmütz.

„Beiträge zur Kenntniß der Structur des Knorpels" von Herrn Dr. N. Bubnoff.

„Directe Beleuchtungs-Construction für Flächen, deren zu einer Axe senkrechte Schnitte ähnliche Ellipsen sind", von Herrn Prof. R. Niemtschik in Graz.

Herr Prof. E. Suess legt den Schluß seiner Abhandlung: „Über die Äquivalente des Rothliegenden in den Südalpen" vor.

Herr Director Dr. J. Stefan überreicht eine Abhandlung: „Anwendung der Schwingungen zusammengesetzter Stäbe zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit".

Herr Prof. Dr. C. Freiherr von Ettingshausen übergibt eine Abhandlung: „Die fossile Flora der älteren Braunkohlenformation der Wetterau".

Herr Dr. L. Ditscheiner legt eine Abhandlung vor: „Über die durch planparallele Krystallplatten hervorgerufenen Talbot'schen Interferenzstreifen".

Herr Dr. Ew. Hering, k. k. Prof. an der Josephs-Akademie, überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Die Selbststeuerung der Athmung durch den *Nervus vagus*".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler, Liebig & Kopp. N. R. Band LXX, Heft 1; Leipzig & Heidelberg, 1868; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1690. Altona, 1868; 4°.

Cosmos. 3e Série. XVIIe Année, Tome II, 17e Livraison. Paris 1868; 8°.

Duméril Aug., Description de diverses monstruosités observées à la ménagerie des reptiles du Museum d'histoire naturelle sur les Batraciens urodèles à branchies extérieures dits Axolotls. — Prodrome d'une monographie des esturgeons et description des espèces de l'Amérique du Nord qui appartiennent au sous-genre Antaceus. 4°. — Nouvelles observations sur les Axolotls, Batraciens urodèles du Mexique à branchies extérieures etc. (Extr. du Bull. de la Soc. imp. d'acclimatation. Oct. 1867.) 8°. — Métamorphoses des Batraciens urodèles à branchies extérieures du Mexique dits Axolotls, observées à la ménagerie des reptiles du Museum d'histoire naturelle. 8°.

Gesellschaft, physical.-medicin., in Würzburg: Verhandlungen. Neue Folge. I. Band, 1. Heft. Würzburg, 1868; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg., Nr. 17. Wien, 1868; 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer von Vorwerk. Band XXIX, Heft 3. Speyer, 1868; 8°.

Leighton, Jordan Wm., A Treatise on the Action of *vis inertiae* in the Ocean. London, 1868; 8°.

Lieben, Adolfo, Sulla costituzione dei Carburi d'Idrogeno $C^n H^m$. (Estr. dal Giorn. d. Sc. Natur. ed Econom. Vol. II.) 4°.

Moniteur scientifique. 272e Livraison. Tome Xe, Année 1868. Paris; 4°.

Piccolo, G., e A. Lieben, Studj sul corpo luteo della vacca. (Estr. dal Giorn. d. Sc. Natur. ed Econom. Vol. II.) Palermo, 1867; 4°.

Reise der österr. Fregatte Novara um die Erde etc. Zoologischer Theil: „Diptera", bearbeitet von Dr. J. R. Schiner. Wien, 1868; 4°.

Report on Epidemic Cholera in the Army of the United States during the Year 1866. Washington, 1867; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. Ve Année, Nr. 21. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Société, géologique de France: Bulletin, II^e Serie. Tome XXV, Feuilles 1—8. Paris, 1867—1868; 8°.

Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg. Jahreshefte. XXIII. Jahrgang, 2. & 3. Heft. Stuttgart, 1867; 8°.

Wiener Landwirthschaftl. Zeitung. Jahrg. 1868, Nr. 17. Wien; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg., Nr. 34 — 35. Wien, 1868; 4°.

Zeitschrift für Chemie von **Beilstein, Fittig** und **Hübner.** XI. Jahrg. N. F. IV. Bd., 8. Heft. Leipzig, 1868; 8°.

Die Selbststeuerung der Athmung durch den Nervus vagus.

Mittheilung über eine von Dr. Joseph Breuer im physiologischen Institute der k. k. Josephsakademie ausgeführte Untersuchung.

Von Ewald Hering,
Professor der Physiologie.

Die vielfachen Widersprüche, welche sich in den bis jetzt vorliegenden Angaben über die Beziehungen des *Nervus vagus* zur Respiration vorfinden, machten eine nochmalige Untersuchung dieses Gegenstandes wünschenswerth. Man hatte sich zeither im Wesentlichen auf zwei Methoden beschränkt, die der Durchschneidung des Nerven und die der elektrischen Reizung des centralen Stumpfes. Die Unvollkommenheit der letzteren Methode erklärt die Unsicherheit der nach ihr gewonnenen Resultate. Die meisten Untersuchungen über Reflexwirkungen leiden an derselben Unsicherheit des Erfolges, welche gewiß nicht blos dadurch bedingt ist, daß der jeweilige Zustand des Centralorganes den Erfolg der künstlichen Reizung des durchschnittenen Nerven mit bestimmt, sondern auch dadurch, daß wir die elektrische Reizung weder auf bestimmte Fasern des Nerven beschränken, noch die Reizung der natürlichen Erregung des peripherischen Endes der bezüglichen Fasern nach Intensität und Qualität genügend äquivalent machen können. Wo irgend also bei Untersuchung von Reflexwirkungen es angeht, einen Nerven von der Peripherie her durch sozusagen natürliche Mittel zu reizen, soll man es thun, ehe man versucht, den centralen Stumpf des durchschnittenen Nerven künstlich zu erregen.

Aus diesem Gesichtspunkte unternahm es Herr Dr. Breuer im physiologischen Institute der Josephsakademie die Beziehungen des *N. vagus* zur Athmung zu untersuchen. Die bisherigen Ergebnisse dieser Untersuchung sind von hinreichendem Interesse, um es zu rechtfertigen, wenn ich über einige Hauptpunkte derselben der k. k. Akademie der Wissenschaften kurze Mittheilung mache.

Es ist dem Arzte längst bekannt, aber bis jetzt völlig unerklärt, daß die Dyspnoe sich sehr verschieden äußert, je nachdem sie durch Verkleinerung der Respirationsfläche, wie z. B. bei der Pneumonie oder durch mechanische Hindernisse, wie die Stenose des Larynx, erzeugt worden ist. Ganz analoge Unterschiede lassen sich an Thieren wahrnehmen, je nachdem man dieselben auf die eine oder andere Art dyspnoisch gemacht hat. Ein Thier z. B., welches man in eine sauerstoffarme Atmosphäre bringt, athmet rascher und tiefer, so daß durch eine stärkere Ventilation der Lunge die mangelhafte Sauerstoffzufuhr mehr oder weniger wieder ausgeglichen wird; ein Thier dagegen, welchem man die Luftröhre künstlich verengt hat, athmet seltener und energischer, und verbessert auf diese Weise die durch das erschwerte Ein- und Ausströmen der Luft erschwerte Ventilation. Da man als Ursache der Dyspnoe in beiden Fällen den mangelhaften Gasaustausch anzusehen pflegt, so bleibt zu erklären, wie dieselbe Ursache so verschiedene Wirkungen haben kann.

Bindet man einem bewußten oder bewußtlosen Thiere eine Canüle luftdicht in die Trachea und verschließt die Canüle im Momente, wo der Thorax in der Exspirationsstellung ist, so ist schon die nächste Inspiration sofort auffällig länger und, wie leicht aufzuweisen ist, auch energischer. Woher kommt es nun, daß die Inspirationsmuskeln sofort ihre Contraction verlängern und verstärken, als strebe das Thier ein von ihm empfundenes Hinderniß der Inspiration zu überwinden? Bringt man dagegen, statt die Canüle zu verschließen, dieselbe plötzlich mit einem größeren Behälter in Communication, welcher eine sauerstofflose Luft enthält, so tritt diese sofortige Verlängerung und Verstärkung der nächstfolgenden Inspiration nicht ein, obwohl hier wie dort die Sauerstoffzufuhr gleich unmöglich gemacht ist. Verschließt man umgekehrt die Canüle in dem Augenblicke, wo der Thorax in der tiefsten Inspirationsstellung ist, so wird sofort die Dauer der Exspirationsphase vergrößert und die nächste Inspiration läßt länger und unter Umständen sehr lange auf sich warten, gleichviel ob die Lunge bei der letzten vorhergegangenen Inspiration sich mit atmosphärischer oder einer sauerstofflosen Luft gefüllt hat.

Die Erklärung dieser auffälligen Erscheinungen hat sich darin gefunden, daß das nervöse Centralorgan der Athembewegungen sich unter Vermittlung der in der Lunge endigenden Vagusfasern in einer fortwährenden Abhängigkeit vom jeweiligen Ausdehnungszustande der Lunge befindet, mit andern Worten, daß die Athembewegungen vom jeweiligen Ausdehnungsgrade der Lunge mit beeinflußt werden.

I. Die durch die Inspiration oder durch Aufblasen stärker ausgedehnte Lunge wirkt hemmend auf die Inspiration, fördernd auf die Exspiration, und zwar um so stärker je stärker die Ausdehnung ist. Jede Inspiration bereitet daher, sofern sie die Lunge ausdehnt, mittels der letztern sich selbst ihr Ende und leitet somit die Exspiration ein.

Eine begonnene Inspiration wird in ihrer weiteren Entwicklung um so rascher gehemmt, je schneller sie ihr Ziel, d. i. die Ausdehnung der Lunge erreicht. Wird die Erreichung dieses Ziels erschwert, so entfaltet sich auch die Hemmung langsamer und die Inspiration kommt zu einer größeren Entwicklung. Daher bedingt jedes mechanische Hinderniß der Inspiration, sei es daß es das Einströmen der Luft, sei es daß es sonstwie (durch Druck auf Bauch und Brust, Lähmung einzelner Inspirationsmuskeln etc.) die Erweiterung des Thoraxraumes erschwert, sofort eine längere und mit größerem Kraftaufwande erfolgende Inspiration. Wird die inspiratorische Ausdehnung der Lunge durch Eröffnung des Thorax ganz unmöglich gemacht, so ist auch die Hemmung durch Ausdehnung der Lunge nicht mehr möglich: Die Inspiration gelangt daher zur vollen Entwicklung und erschöpft sich so zu sagen vollständig. Dasselbe geschieht auch bei unverletztem Thorax dann, wenn beide Vagi durchschnitten sind, weil sie die Bahn bilden, auf welcher die von den ausgedehnten Lungen ausgehende Hemmung dem Centralorgane zugeführt wird.

Erschwert man durch periodische Verengerung der Trachealcanüle oder durch ein geeignetes Doppelventil die Exspiration, während die Inspiration frei von statten geht, so verlängern sich sofort die exspiratorischen Phasen, weil die Wiederverkleinerung der Lungen aufgehalten und dadurch die Hemmung verlängert wird. Schließt man die Trachealcanüle vollständig, während die Lungen inspiratorisch ausgedehnt sind, so wird das Wiedereinsinken der Lunge unmöglich und die Hemmung eine dauernde, so daß die nächste Inspiration auffallend lange und bei Hunden unter Umständen länger als eine Minute ausbleibt und zwar auch dann, wenn das Thier seine Lunge bei der letzten Inspiration mit sauerstoffloser Luft gefüllt hatte. Analoges geschieht, wenn man die Lungen mit sauerstoffhaltiger oder sauerstoffloser Luft aufbläst und dann die Trachealcanüle schließt, nur dauert bei Anwendung sauerstoffreicher Luft die Hemmung länger. Während der Hemmung entwickelt sich ein dyspnoischer Zustand des Blutes, in Folge dessen endlich kräftige Inspirationen erfolgen, welche jedoch, wenn der Verschluß der Canüle fortdauert, anfangs noch durch abnorm lange Exspirationsphasen von einander getrennt sind.

Jede bereits begonnene Inspiration kann man durch Aufblasen der Lungen sofort coupiren, gleichviel ob der Thorax geschlossen oder geöffnet ist. So erschlafft z. B. das energisch herabsteigende Zwerchfell eines durch Eröffnung des Thorax dyspnoisch gemachten Kaninchens, die inspiratorisch erweiterten Nasenlöcher verengern sich und die erhobenen Rippen sinken sofort wieder zurück, sobald die Lungen aufgeblasen werden. Dasselbe erreicht man, wenn man in eine oder beide Thoraxhälften eine luftdicht schließende Canüle einführt und durch Aussaugen der Luft aus einer oder beiden Thoraxhälften die collabirten Lungen wieder anschwellen macht. Bei der künstlichen Ventilation der Lunge mittelst Trachealcanüle und Blasebalg läßt sich daher der Rhythmus der activen Athembewegungen des Thieres in vollständige Abhängigkeit vom Rhythmus der Einblasungen bringen, eine schon bekannte, bisher aber nicht genügend erklärte Thatsache. Bei jeder Einblasung kommt das Thier in die Exspirationsphase, bei jedem Collabiren der Lunge inspirirt es activ, so daß die activen Inspirationen mit den passiven Ausdehnungen der Lungen alterniren.

Aber die Ausdehnung der Lunge hemmt nicht blos die Inspiration, sondern befördert auch die active Exspiration, und es gelingt unter Umständen durch dauernde Ausdehnung der Lunge einen längeren und wachsenden Tetanus der Exspirationsmuskeln zu erzeugen. Entsprechend ist die erste Athembewegung eines apnoisch gemachten Thieres nicht wie gewöhnlich eine inspiratorische, sondern eine exspiratorische, wenn während der Apnoe die Lunge aufgeblasen und die Canüle verschlossen wurde.

Vernichtung der schon begonnenen Inspiration, Herbeiführung beziehendlich Verlängerung der exspiratorischen Phase, Förderung der activen Exspiration und Verzögerung des Wiedereintrittes der activen Inspiration: Dies sind die durch die *Nervi vagi* vermittelten Reflexwirkungen der auf natürlichem oder künstlichem Wege ausgedehnten Lungen. Wir können alle diese Wirkungen als exspiratorische zusammenfassen. Sie bleiben sämmtlich sofort aus, sobald beide *Vagi* durchschnitten sind.

II. Im entgegengesetzten Sinne beeinflußt die Verkleinerung der Lunge die Athembewegungen. Jede Verringerung des Lungenvolums, gleichgiltig ob sie durch Aussaugen von Luft aus der Trachea bei geschlossenem Thorax oder durch das spontane Collabiren der Lunge bei Eröffnung des Brustkastens herbeigeführt wird, ruft momentan eine energische Inspiration hervor. Bei plötzlichem Lungencollaps durch Pneumothorax tritt ein mächtiger Inspirationstetanus ein, der bei Kaninchen bis zu acht und zehn Secunden Dauer hat und auch im weitern Verlaufe nur durch kleine Oscillationen des Zwerchfelles um seine Inspirationsstellung unterbrochen wird, bis allmählig bei wachsender Dyspnoe größere exspiratorische Erschlaffungen des Diaphragmas eintreten. Durch Verkleinerung der Lunge (Aussaugen oder Pneumothorax) kann man jede active Exspiration momentan coupiren, und wenn man in die Thoraxwand luftdicht Canülen einsetzt, durch Aussaugen aus diesen und Wiedereintritt von Luft die Respirationsbewegungen des Thieres eben so vollständig beherrschen, wie durch Aufblasen der Lunge durch die Trachea. Selbst wenn die Lunge ganz collabirt in der Gleichgewichtslage ihrer elastischen Kräfte sich befindet, kann durch Aussaugen aus der Trachea noch Inspiration hervorgerufen werden.

Alle diese Erscheinungen verschwinden ebenfalls vollständig nach Durchschneidung der Vagi am Halse.

Die möglichst exacte Feststellung des Verhältnisses zwischen diesem inspiratorischen Reiz, der bei künstlicher Verkleinerung der Lunge so energisch in Action tritt, und der Hemmung durch Lungenausdehnung, beschäftigt uns noch, weßhalb auf die Theorie der beschriebenen Thatsachen hier noch nicht eingegangen werden kann.

Alle genannten Reflexerscheinungen treten in verschiedenem Grade hervor, je nachdem das Blut dyspnoisch, apnoisch oder von normaler Mischung ist. Da man nun einerseits im Stande ist, durch Verschlechterung der Athmungsluft Dyspnoe bis zur Asphyxie zu erzeugen, und durch künstliche Ventilation mittelst rhythmischer Einblasungen oder eines stetigen Luftstromes die active Athmung mehr und mehr und bis zur Apnoe abzuschwächen, anderseits durch fein abgestufte Anwendung der oben erwähnten mechanischen Mittel Exspiration und Inspiration willkürlich zu vernichten oder hervorzurufen, zu verlängern oder zu verkürzen: so ist ersichtlich, daß es ganz in der Hand des Experimentirenden liegt, den Modus der Athembewegung in der mannigfaltigsten Weise zu variiren. So wird es auch leicht, für die oben aufgestellten Sätze noch vielerlei Beweise beizubringen.

Was die künstliche Reizung des centralen Rumpfes des durchschnittenen Vagus betrifft, so erklärt sich jetzt, warum dieselbe die verschiedenen Forscher zu so verschiedenen Resultaten geführt hat. Wie die pulmonalen Vagusenden bald in- bald exspiratorisch wirken, so auch der elektrisch gereizte centrale Stumpf des Vagus, je nach der Art der Reizung und den sonstigen Umständen. Ist der eine *N. vagus* noch erhalten, so wird das Ergebniß der Reizung des durchschnittenen andern auch dadurch complicirt, dass gleichzeitig durch den unverletzten Vagus sowohl inspiratorische als exspiratorische Reflexreize von der Lunge ausgehen können, die die Wirkung des künstlichen Reizes eben sowohl beeinträchtigen als fördern können. Die Vermuthung, welche Rosenthal in seiner trefflichen Arbeit über die Beziehungen des *N. vagus* zu den Athembewegungen aussprach, daß jede exspiratorische Wirkung der elektrischen Vagusreizung nur durch unipolare Erregung des *Laryngeus superior* herbeigeführt werde, hat sich nach unseren Versuchen als unrichtig erwiesen. Zwar wirkt der letztgenannte Nerv nach Rosenthal's wichtiger Entdeckung exspiratorisch, aber dies hat mit den exspiratorischen Wirkungen der in der Lunge endigenden Vagusfasern nichts zu thun. Das zweite wichtige Ergebniß der Rosenthal'schen Untersuchungen, daß das Centralorgan der Athembewegungen während der Apnoe nicht auf künstliche Reizung des Vagus reagirt, fand sich bestätigt, und es zeigte sich, daß bei der Apnoe auch die künstliche Ausdehnung oder Verengerung der Lunge durch Blasen oder Saugen unwirksam werden kann.

Directe Beleuchtungs-Constructionen für Flächen, deren zu einer Axe senkrechte Schnitte ähnliche Ellipsen sind.

Von Prof. R. Niemtschik in Gratz.

(Mit 1 Tafel.)

1. In der Abhandlung: „Studien über Flächen, deren zu einer Axe senkrechte Schnitte ähnliche Ellipsen sind“ [1], habe ich von den in diese Abtheilung gehörigen Aufgaben die wichtigsten in axonometrischer Darstellung durchgeführt und eine Methode zur directen Construction der vollständigen Beleuchtung auf solchen Flächen angedeutet, welche Methode nun hier in zwei Beispielen angewendet werden soll.

2. Die Fläche *ABCE*, Fig. 1, hat die auf der horizontalen Projectionsebene senkrechte Gerade *EO* als Axe, die ebene gegen *EO* symmetrische Curve *AE* als Leitlinie und die Ellipse *ABCD* mit den Axen *AB*, *CD* als Erzeugende. *AB* ist parallel mit der verticalen Projectionsebene. XX_1 ist die Projectionsaxe. Die Lichtstrahlen fallen in der Richtung *LS* ein.

a) **Construction des normal beleuchteten Punktes *l* der Fläche *ABCE*.**

l ist der Berührungspunkt der Fläche *ABCE* mit einer zu der Geraden *LS* senkrechten Ebene *E*, deren Horizontaltrace $T_l' \perp L'S'$ und die Verticaltrace $T_l'' \perp L''S''$ erscheinen.

Zieht man an die Ellipse *ABCD* die zu *L'S'* senkrechte Tangente *Ga* und durch den Berührungspunkt *G* den Diametralschnitt *GEH*, so bildet letzterer den geometrischen Ort der Berührungspunkte der Fläche *ABCE* mit zu der Tangente *Ga* und folglich auch zu der Trace T_l' parallelen Geraden, weßhalb in dem Diametralschnitte *GEH* der Punkt *l* liegt. Die durch die Tangente *Ga* senkrecht zu der Geraden *LS* gelegte Ebene *bGa* schneidet die Haup

[1] Sitzungsber. d. mathem.-naturw. Cl. Bd. LVII, Febr.-Heft. 1868.

schnittebene *AEB* in der Geraden $ab(a''b'' \perp L''S'')$, die Axe *EO* in dem Punkte *b* und die Diametralebene *GEH* in der Geraden *Gb*, welche mit der durch den Punkt *l* gehenden Tangente $l(l)$ des Schnittes *GEH* parallel ist. Daher handelt es sich jetzt nur darum, an den Diametralschnitt *GEH* die mit der Geraden *Gb* parallele Tangente $l(l)$ zu ziehen und ihren Berührungspunkt *l* zu bestimmen. Zu dem Behufe projicire man den Schnitt *GEH* und die Gerade *Gb* parallel mit der Geraden *GA* auf die Hauptschnittebene *AEB*, wodurch der Hauptschnitt *AEB* und die Gerade *Ab* als entsprechende Projectionen von *GEH* und *Gb* erhalten werden, ziehe an den Hauptschnitt *AEB* die mit *Ab* parallele Tangente $l_1(l)$ und durch ihren Berührungspunkt l_1 die mit *GA* parallele Gerade $l_1 l$, bis sie die Ebene *GEH* in dem fraglichen Punkte *l* schneidet. $l_1''l'' \| XX_1$; $(l)''l'' \| b''G''$; $l_1'l' \| A'G'$.

b) Construction der auf der Fläche *ABCE* befindlichen Linie 1*E*39, deren Punkte mit der Intensität $i_{\cdot 8} = 0 \cdot 8$ beleuchtet sind, wenn die normale Beleuchtung im Punkte *l* gleich 1 angenommen wird.

1, *E*, 3, 9 . . . sind Berührungspunkte der Fläche *ABCE* mit Ebenen, welche mit den Lichtstrahlen die Winkel α einschließen, wenn nämlich $\sin \alpha = 0 \cdot 8$ ist.

Die vorliegende Aufgabe kann am einfachsten gelöst werden, wenn man zuerst einen Kegel *smik*, Fig. 1 (*b*), construirt, dessen Axe eine mit der Strahlenrichtung *LS* parallele Gerade *sm* ist und dessen Kanten mit der Axe *sm* die Winkel $\beta = 90 - \alpha$ einschließen und wenn man dann an die Fläche zu den Kanten des Kegels *smik* senkrechte Berührungsebenen legt, ihre Berührungspunkte bestimmt und letztere durch die Curve 1*E*39 verbindet.

Jede Ebene E_k, welche senkrecht auf einer Kante *k* des Kegels *smik* steht, schließt mit den Lichtstrahlen den Winkel α ein. Stellen k', k'' die horizontale und verticale Projection der Kante *k* und T_k', T_k'' die Horizontal- und Verticaltraçe der zu *k* senkrechten Ebene E_k vor, so ist bekanntlich $T_k' \perp k'$ und $T_k'' \perp k''$.

Um die erforderlichen Constructionen bequem ausführen zu können, benützen wir noch eine dritte Projectionsebene, welche senkrecht auf die horizontale Projectionsebene durch die Kegelaxe *sm* gelegt wurde, und die genannte Projectionsebene in der Geraden $s'm'$ schneidet. Die in der dritten Projectionsebene vorkommenden Buchstaben und Ziffern sind mit ''' versehen.

[illegible] n = [illegible] s = [illegible] beschreibe [illegible] senkrechte Gerade [illegible] Demnach ist $\angle n$ [illegible] Contouren des Kegels [illegible] n [illegible] berührenden [illegible] Halbmesser [illegible] n und n' [illegible] man als die [illegible] Kegel mit [illegible] gezogenen Tangenten [illegible] die entsprechenden Contouren des Kegels smk.

[illegible] bestimmen zu können, [illegible] seiner Axe senkrechte Ebene [illegible] Kreisschnittes, [illegible] ist es jedoch, den Kegel smk [illegible] daß eine, z. B. [illegible] Kreis erscheint. Eine [illegible] weshalb die Projection [illegible] eine Gerade ist. Nimmt [illegible] Horizontalcontour mit [illegible] betreffenden [illegible] Durchschnittspunkte [illegible] s(10) mit [illegible] und ef [illegible]

Zieht man nun durch die Ebene $ABCD$ die zu den Kegelcontouren si, sk senkrechten Tangenten JJ' und KK', und durch ihre Berührungspunkte J, K die Diametralschnitte JE und KE: so sind letztere die äußersten Diametralschnitte der Fläche $ABCE$, in welchen Punkte der fraglichen Linie $1E39$ liegen. Da nämlich jede zwischen den Contouren sk, si gezogene Gerade als die horizontale Projection von zwei Kegelkanten betrachtet werden kann, so folgt daraus, daß im Allgemeinen in jedem zwischen JE und KE liegenden Diametralschnitte zwei Punkte der Linie $1E39$ sich befinden. In jedem von den Schnitten JE und KE kann aber nur ein solcher Punkt liegen, weil jede von den Contouren si, sk die horizontale Projection einer einzigen Kegelkante ist. Aus diesen Gründen berühren im Allgemeinen die Schnitte JE und KE die Linie $1E39$. Im vorliegenden Falle findet eine solche Berührung nicht statt, weil es hier nicht möglich ist, eine die Fläche *ABCE* in einem Punkte der Schnitte *JE* und *KE* berührende Ebene zu legen, welche mit den Lichtstrahlen den Winkel α einschließt und also auf der betreffenden Kante *si* oder *sk* senkrecht steht. In jedem zwischen *JE* und *KE* liegenden Diametralschnitte der Fläche *ABCE* erhält man nur einen Punkt der Linie $1E39$, weil man hier nur zu einer von den beiden Kegelkanten, deren horizontale Projectionen in eine Gerade fallen, eine senkrechte Berührungsebene der Fläche construiren kann.

Die Linie $1E39$ geht durch die Spitze *E* der Fläche *ABCE*; aber nicht jede die Fläche in dem Punkte *E* berührende Ebene schließt mit den Lichtstrahlen den Winkel α ein, sondern es gibt im Allgemeinen nur zwei, in speciellen Fällen nur eine Ebene von der genannten Eigenschaft. Eine solche Ebene muß nämlich die beiden Kegel berühren, welche die Spitze *E* gemeinschaftlich haben, wo die Erzeugenden des einen Kegels Tangenten der Diametralschnitte der Fläche *ABCE* sind und jene des zweiten Kegels mit den Lichtstrahlen die Winkel α einschließen. Dabei liegen beide Kegel auf derselben Seite der betreffenden Berührungsebene.

Soll nun etwa der in dem Diametralschnitte *PE* befindliche Punkt 5 der Linie $1E39$ gefunden werden, so bedenke man, daß die Horizontaltrace T_5' der die Fläche *ABCE* in dem Punkte 5 berührenden Ebene E_5 parallel ist mit der durch den Punkt *P* gezogenen Tangente *Pg* der Ellipse *ABCD* und daß die Projectionen $s'(5')$, $s''(5'')$ der zu E_5 senkrechten Kegelkante $s(5)$ senkrecht stehen auf den Tracen T_5' und T_5'' der Ebene E_5.

Man ziehe also zuerst an die Ellipse $A'B'C'D'$ durch P' die Tangente $P'g'$, bis sie die Gerade $A'B'$ in g' trifft und senkrecht zu $P'g'$ die Gerade $s'(5)'$, welche den Kreis $(9')i'k'$ in dem Punkte $(5)'$ schneidet; dann bestimme man die verticalen Projectionen g'', $(5)''$ von g', $(5)'$ und ziehe senkrecht zu $s''(5)''$ die Gerade $g''h''$ bis zum Durchschnitte h'' mit der Axe $E''O''$. Die Ebene *Pgh* steht senkrecht auf der Kegelkante $s(5)$, schneidet die Ebene *PEO* in der Geraden *Ph*, welche mit der durch 5 gehenden Tangente 5.. des Schnittes *PE* parallel ist.

Nun betrachte man den Hauptschnitt *AEB* und die Gerade *Ah* als schiefe Projectionen von *PE* und *Ph* und ziehe an den Hauptschnitt *AEB* die mit *Ah* parallele Tangente 5_1... und durch ihren

Berührungspunkt 5_1 die mit AP parallele Gerade $5_1 5$, bis der Diametralschnitt PE in dem fraglichen Punkte 5 getroffen wird.

Läßt sich die Gerade gh nicht benützen, so kann man zuerst eine beliebige zu der Kante $s(5)$ senkrechte Ebene $E_{(5)}$ annehmen, ihre Durchschnittslinie $D_{(5)}$ mit der Ebene PEO bestimmen, letztere parallel zu AP auf die Ebene AEB nach $D_{[5]}$ projiciren, dann den Berührungspunkt 5_1 der mit $D_{[5]}$ parallelen Tangente des Hauptschnittes AEB aufsuchen und 5_1 wieder parallel mit AP auf die Ebene PEO nach 5 projiciren.

Sollte in demselben Diametralschnitte PE noch ein zweiter Punkt 6 der Linie $1E39$ liegen, so müßte derselbe zugleich Berührungspunkt der Fläche $ABCE$ mit jener Ebene sein, welche senkrecht zu der Kante $s(6)$ geführt werden kann, deren horizontale Projection $s'(6)' \perp Pg'$ ist und daher in der Geraden $s'(5)'$ liegt.

Der in dem Hauptschnitte AEB befindliche Punkt 1 der Linie $1E39$ ist Berührungspunkt der Fläche $ABCE$ mit der zur verticalen Projectionsebene senkrechten Ebene, welche also auch senkrecht steht auf der zur verticalen Projectionsebene parallelen Kegelkante $s(1)$. Man erhält die Projectionen $1''$, $1'$ des Punktes 1 einfach, indem man senkrecht zu $s''(1)''$ die Tangente $1''[1'']$ von $A''B''E''$ zieht, den Berührungspunkt $1''$ und dazu $1'$ bestimmt.

Der in dem Hauptschnitte CED liegende Punkt 3 ist aber Berührungspunkt der Fläche $ABCE$ mit einer zu der Ebene CED senkrechten Ebene, welche also wieder senkrecht steht auf der Kegelkante $s(3)$, deren Projectionen $s'(3)'$, $s''(3)'' \perp XX_1$ erscheinen. Die Durchschnittslinie Cy der senkrecht zu $s(3)$ durch den Punkt C gelegten Ebene mit der Ebene CEO schließt mit der horizontalen Projectionsebene den Winkel $90—h$ ein, wenn h den Winkel der Kegelkante $s(3)$ mit derselben Projectionsebene bezeichnet; folglich kann der Durchschnittspunkt y der Geraden Cy mit der Axe EO, so wie der Berührungspunkt 3 der mit der Geraden Cy parallelen Tangente $3[3]$ des Hauptschnittes CDE leicht gefunden werden.

Wenn die Linie $1E39$ und die Horizontalcontour der Fläche $ABCE$ irgend welchen Punkt gemeinschaftlich hätten, so müßte derselbe ein Berührungspunkt der Fläche $ABCE$ mit einer verticalen Ebene sein, welche also auf einer horizontalen Kante des Kegels $smik$ senkrecht stünde. Da der Kegel $smik$ keine horizontale Kante besitzt, es kann in der Horizontalcontour der Fläche $ABCE$ auch kein Punkt der Linie $1E39$ liegen. Hätte der Kegel $smik$ aber eine oder zwei horizontale Kanten, so würde die Linie $1E39$ die Horizontalcontour der Fläche $ABCE$ im ersten Falle in einem Punkte berühren, im zweiten Falle jedoch in zwei Punkten schneiden.

Der tiefste Punkt 9 der Linie $1E39$ liegt in dem durch den normal beleuchteten Punkt l gehenden Diametralschnitte GEH und ist Berührungspunkt der Fläche $ABCE$ mit der zu der Kante $s(9)$ senkrechten Ebene E_9. Die Tangente 9 der Linie $1E39$ ist parallel mit der Geraden Ga.

Wäre die Fläche $ABCE$ bei E abgerundet, so würde in dem Schnitte GEH sich ein höchster Punkt der Curve $1E39$ ergeben, dessen Tangente ebenfalls mit der Geraden Ga parallel erschiene.

Jede auf der Fläche $ABCE$ befindliche Linie, deren Punkte gleich stark und mit einer beliebigen Intensität $i = \sin\gamma$ beleuchtet sind, kann mit Benützung des entsprechenden Kegels, dessen Kanten mit seiner zu den Lichtstrahlen parallelen Axe sm die Winkel $\delta = 90 - \gamma$ einschließen, auf dieselbe Weise wie die Linie $1E39$ dargestellt werden. Ergeben sich bei dem betreffenden Kegel keine (geraden) Contouren, so kann die Ebene des Kegelschnittes, dessen horizontale (oder verticale) Projection ein Kreis ist, nicht auf so einfache Weise wie zuvor ermittelt werden. In einem solchen Falle schneide man den Kegel durch eine zu seiner Axe senkrechte oder durch eine Ebene, welche gegen alle Kegelkanten geneigt ist und die horizontale Projectionsebene in einer zu $L'S'$ senkrechten Geraden trifft oder mit derselben Projectionsebene parallel ist. Die dritte Projection desselben Kegelschnittes E ist eine Gerade E'''. Die horizontale Projection des Kegelschnittes E ist dann eine Ellipse E', deren Axen auf bekannte Weise gefunden werden können. Will man die horizontale Projection E' des Kegelschnittes E nicht zeichnen, so kann man die Durchschnittspunkte von E' mit den horizontalen Projectionen der Kegelkanten durch Benützung eines über eine Axe von E' als Durchmesser beschriebenen Kreises, den man als schiefe Projection von E' betrachten kann, und mittelst der entsprechenden schiefen Projection σ' der Kegelspitze s', und die verticalen Projectionen der fraglichen Durchschnittspunkte mit Zuhilfenahme der dritten Projection leicht finden.

Können senkrecht zu einer Kegelkante zwei Berührungsebenen an die Fläche gelegt werden, so liegen beide Berührungspunkte in

[illegible] Weise wie die Pu
AE [illegible] werden [illegible] Auf den Flächen. [illegible]
[illegible] zu der Axe EO se
$ABCD$ [illegible] Symmetriebe
[illegible] $ABCD$ [illegible] die Berührungspunkte
zwei parallelen Ebenen [illegible] Geraden, welche du
punkt O der Fläche [illegible] Durchmesser [illegible]
und es haben [illegible] beiden Berührungspunkte gleiche
dem Punkte O. Auf den Flächen von solcher Bescha
also die Punkte der im Selbstschatten befindlichen Lin
Übertragen der Punkte der direct beleuchteten Linie
entsprechenden Durchmesser der Fläche bestimmt we

c) Construction der Selbstschattengrenze II III IV der Fläc

Man betrachte $ABCE$ als Umhüllungsfläche von [illegible]
ihre Spitzen in der Axe EO haben und von der Fläch
$ABCD$ ähnlichen Ellipsen berührt werden, construire d
punkte der Fläche $ABCE$ mit den Selbstschattengrenz
umhüllten Kegeln und ziehe durch die Berührungspunkt
Schattengrenze II III IV. Der Kegel $zA_1B_1C_1D_1$, dessen
Hauptschnitt AEB in dem Punkte A_1 berührt und die [illegible]
Punkte z schneidet, berührt die Fläche $ABCE$ in d
ähnlichen Ellipse $A_1B_1C_1D_1$. Der durch die Kegelspi
Lichtstrahl zr_1r trifft die Ebene $A_1B_1C_1$ in dem Punkt
genten r.VII und r.VIII der Ellipse $A.B.C.D.$ berühr

$A_1'B_1'C_1'$, welche ihn in den Punkten VII_1', $VIII_1'$ berühren und die Gerade $A_1'B_1'$ in α' und ε' schneiden. Der Punkt r_1' kann auch mittelst der Dreiecke $D_1'D_1'\delta'$, $r_1'r_1'\varphi'$, deren Seitenpaare $D_1'\delta'$, $r_1'\varphi'$ und $D_1'\delta'$, $r_1'\varphi'$ parallel sind, bestimmt werden. Dann ziehe man die Geraden $VII'VII_1'$ und $VIII'VIII_1' \| C_1'D_1'$; $\alpha'r_1'$ und $\varepsilon'r_1'$. Schneiden sich die Geraden $VII_1'VIII_1'$ und $A_1'B_1'$ in einem Punkte ψ', so geht durch den Punkt ψ' auch die Gerade $VII'VIII'$. Endlich können die Punkte VII', $VIII'$ auch mittelst der zu $D_1'\delta'$ und $D_1'\delta$ parallelen Geraden $VII_1'\gamma'$, $VIII_1'\lambda'$ und $VII'\gamma'$, $VIII'\lambda'$ einfach gefunden werden.

Kann jedoch die Kegelspitze ρ nicht benützt werden, so construire man zuerst die Grenzen pT, pU des von dem mit $\rho A_1B_1C_1D_1$ congruenten Kegel $\pi ABCD(\pi A \| \rho A_1)$ auf die Ebene $ABCD$ geworfenen Schattens, welche die Ellipse $ABCD$ in den Punkten T, U berühren und bestimme dann die Punkte VII, VIII der Ellipse $A_1B_1C_1D_1$ so, daß sie gegen A_1, B_1, C_1, D_1 die gleiche Lage haben, wie die Punkte T, U gegen A, B, C, D. Man ziehe $r_1'VIII' \| p'T'$, $r_1'VII' \| p'U'$; $O'VIII'T'$, $O'VII'U'$, oder $A_1'VII' \| A'U'$, $B_1'VIII' \| B'T'$ u. s. w.

Die Punkte VII', $VIII'$ sind Mittelpunkte der Sehnen $M'N'$ und $F'H'$ der Ellipse $A'B'C'D'$ und können deßhalb einfach durch Halbiren der genannten Sehnen gefunden werden.

Die Gerade $O_1'r_1'$ geht durch den Mittelpunkt μ' der Sehne $VII'VIII'$ der Ellipse $A_1'B_1'C_1'D_1'$. Hat man also einen Punkt z. B. VII' der Schattengrenze $II'III'IV'$ gefunden, so kann der zweite Punkt $VIII'$ dadurch einfach bestimmt werden, daß man parallel mit der durch Q' gehenden Tangente der Ellipse $A'B'C'D'$ die Gerade $VII'VIII'$ zieht welche die Gerade $O'Q'$ in μ' schneidet und dann das Stück $VIII'\mu' = \mu'VII'$ macht. Die verticalen Projectionen VII'', $VIII''$ von VII, VIII liegen selbstverständlich in der Geraden $A_1''B_1''$.

Wenn die durch den Punkt A gezogene Tangente des Hauptschnittes AEB parallel mit EO ist, so ist die in der Ellipse $ABCD$ von $ABCE$ berührte Fläche ein mit EO paralleler Cylinder, mithin sind die zu LS parallelen Berührungsebenen dieses Cylinders senkrecht zu der Ebene $ABCD$ und ihre Horizontaltracen sind mit $L'S'$ parallele Tangenten der Ellipse $A'B'C'D'$, welche mit ihr die der Schattengrenze $II'III'IV'$ gehörigen Punkte III', IV' gemeinschaftlich haben.

Da jeder Diametralschnitt der Fläche $ABCDE$ als Berührungslinie derselben mit einem zu der Ebene $ABCD$ parallelen Cylinder angesehen werden kann, und da die Fläche *ABCDE* von den Selbstschattengrenzen eines solchen von *ABCDE* umhüllten Cylinders in Punkten des betreffenden Diametralschnittes berührt wird, welche zugleich der Selbstschattengrenze II III IV angehören; so können die Punkte von II III IV auch mit Benützung der von der Fläche *ABCDE* in Diametralschnitten berührten Cylindern einfach dargestellt werden. Um also z. B. den in dem Diametralschnitte *KET* befindlichen Punkt VIII der Schattengrenze II III IV zu erhalten, betrachte man *KET* als Berührungslinie der Fläche *ABCDE* mit dem Cylinder *Z*, dessen Kanten mit der durch *T* gezogenen Tangente *Tp* der Ellipse *ABCD* parallel sind, bestimme die mit *LS* parallele Berührungsebene E_{VIII} des Cylinders *Z*, dann ihre Durchschnittslinie D_{VIII} mit der Ebene *KET* und den Berührungspunkt VIII von D_{VIII} mit dem Diametralschnitte *KET*. Zu dem Behufe construire man zuerst eine mit der Tangente *Tp* und der Strahlenrichtung *LS* also auch mit der Ebene E_{VIII} parallele Ebene (E_{VIII}) und suche ihren Durchschnitt (D_{VIII}) mit der Ebene *KET*. Die Geraden D_{VIII} und (D_{VIII}) sind parallel. Ist also (D_{VIII}) bekannt, so kann auch D_{VIII} gezogen und der Punkt VIII bestimmt werden. Damit aber der Diametralschnitt *KET* nicht gezeichnet werden muß, projicire man denselben, so wie die Gerade (D_{VIII}) parallel mit der Geraden *TB* auf die Ebene *AEB* nach *AEB* und $[D_{\mathrm{VIII}}]$. Dann ziehe man die mit $[D_{\mathrm{VIII}}]$ parallele Tangente VIII_1.. des Hauptschnittes *AEB* und durch den Berührungspunkt VIII_1 die mit *TB* parallele Gerade $\mathrm{VIII}_1\mathrm{VIII}$ bis zum Durchschnitte VIII mit der Diametralebene *KET*.

Am zweckmäßigsten ist es, die Tangente *Tp* selbst als Horizontaltrace der Ebene (E_{VIII}) anzunehmen; denn zieht man dann den Lichtstrahl $p\pi$, welcher die Axe *EO* in π und die Tangente *Tp* in *p* schneidet und verbindet π mit *T* und *B*; so ist πT die Durchschnittslinie der Ebenen (E_{VIII}) und *KET* so wie πB die schiefe Projection von πT auf der Ebene *AEB*. Man hat also nur noch den Berührungspunkt VIII_1 (fällt nach B_1) der mit πB parallelen Tangente des Hauptschnittes *AEB* zu bestimmen und durch denselben die mit *TB* parallele Gerade $\mathrm{VIII}_1\mathrm{VIII}$ bis zum Durchschnitte mit der Ebene *TEB* zu ziehen, um den fraglichen Punkt VIII zu erhalten.

Zieht man aber durch VIII′ die mit der Tangente $Q'Q'_1$ der Ellipse $A'B'C'D'$ parallele Gerade $\mathrm{VIII}'\mu'\mathrm{VII}'$, welche $O'Q'$ in μ' schneidet und macht $\mu'\mathrm{VII}' = \mu'\mathrm{VIII}'$, so ist VII′ ebenfalls ein Punkt der Schattengrenze II'III'IV' und hat seine verticale Projection in der mit XX_1 parallelen Geraden VIII''VII''.

Der in dem Hauptschnitte *AEB* befindliche Punkt VI der Schattengrenze II III IV ergibt sich einfach als Berührungspunkt der mit $L''S''$ parallelen Tangente VI VI_1 von *AEB*.

Um aber den in dem Hauptschnitte *CED* liegenden Punkt V der Schattengrenze II III IV zu finden, ziehe man die Tangente *Dq* der Ellipse *ABCD*, bis sie die Gerade *Or* in dem Punkte *q* trifft und durch *q* den Lichtstrahl *qt*, welcher die Axe *EO* in *t* schneidet, ferner ziehe man an den Hauptschnitt *AEB* die mit *tB* parallele Tangente und durch ihren Berührungspunkt V_1 die mit *BD* parallele Gerade V_1V bis zum Durchschnitte *V* mit *CED*.

Der höchste Punkt II der Schattengrenze II III IV liegt in dem Diametralschnitte *REQ*, dessen Ebene mit den Lichtstrahlen parallel ist. Um den Punkt II zu finden, ziehe man den Lichtstrahl *Qz* bis zur Axe *EO*, ferner an den Hauptschnitt *AEB* die mit *zB* parallele Tangente II_1.. und durch ihren Berührungspunkt II_1 die mit *QB* parallele Gerade II_1II, bis sie die Ebene *REQ* in dem Punkte II trifft.

d) Construction des Schlagschattens III IX [II] X (VIII) IV der Fläche *ABCDE*, Fig. 1 auf den Projectionsebenen.

Jeder Punkt der Schlagschattengrenze III IX [II] X (VIII) IV ist Schlagschatten eines Punktes der Selbstschattengrenze II III IV und jede Tangente der Schlagschattengrenze III [II] IV bildet eine Trace der durch einen Punkt der Selbstschattengrenze II III IV gelegten Berührungsebene der Fläche *ABCDE*. Da die Punkte III, IV in der horizontalen Projectionsebene liegen, so gehören sie zugleich dem in dieser Ebene sich ergebenden Schatten III'IV'IX X an. Ist z. B. (VIII) der Schlagschatten des Punktes VIII auf der horizontalen Projectionsebene, so geht durch (VIII) die Horizontaltrace der die Fläche in dem Punkte VIII berührenden Ebene E_{VIII}; es ist also diese Trace eine mit der durch *T* gezogenen Tangente der Ellipse *ABCD* parallele Tangente der Schattengrenze III'IX X IV'. Die Verticaltrace der Ebene E_{VIII} berührt aber wieder in dem Punkte [VIII''] die Grenze IX [II''] X des auf die verticale Projectionsebene geworfenen Schattens der Fläche *ABCDE*. Die mit XX_1 parallele Tangente [V'']. . des Schattens auf der verticalen Projectionsebene berührt den Schatten in dem Punkte [V''] und bildet die Verticaltrace der

die Fläche $ABCDE$ in dem Punkt V des Hauptschnittes C
berührenden Ebene E_V.

Daß ein jeder durch zwei Projectionen dargestellte Diamet
schnitt der Fläche $ABCDE$ eben so wie der Hauptschnitt AEB se
benützt werden könne und daß die im Vorhergehenden angeführ
Methoden auch in anderen Fällen, wenn z. B. die Axe EO der Fläc
$ABCDE$ gegen eine oder gegen beide Projectionsebenen geneigt i
ebenfalls vortheilhaft sich anwenden lassen, versteht sich w
von selbst.

3. In Fig. 2 ist der normal beleuchtete Punkt l, d
mit der Lichtstärke $i_{\cdot 8} = 0\cdot 8$ beleuchtete Linie 1239, d
Selbstschattengrenze I II III IV auf dem dreiaxig
Ellipsoide $ABCDEF$ und die Grenzen (I)(IX)[II](
der Schlagschatten des Ellipsoides auf den Proje
tionsebenen dargestellt, wenn LS (Fig. 1) die Richtu
des einfallenden Lichtes bezeichnet. AB, CD und E
sind Hauptaxen, die Ellipsen $ABCD$, $ABEF$ und CDE
Hauptschnitte des Ellipsoides.

a) Construction des normal beleuchteten Punktes l.

Der Punkt l liegt in dem Diametralschnitte GEH, dessen ho
zontale Projection $G'H'$ durch den Berührungspunkt G' der zu L'
senkrechten Tangente $G'a'$ der Ellipse $A'B'C'D'$ geht. ab ist
Durchschnittslinie der senkrecht zu LS durch die Gerade Ga g
legten Ebene mit der Hauptschnittebene AEB.($a''b'' \perp L''S''$). D
Durchschnitt Gb der Ebenen Gab und GEH ist parallel mit der dur
l gehenden Tangente $l(l)$ der Ellipse $GEHF$. Um den Berührung
punkt l der Tangente $l(l)$ mit der Ellipse GEH zu erhalten, oh
letztere zeichnen zu müssen, wurde in der Ebene AEB aus O
Kreis EA_1B und die Gerade A_1b und dann die Gerade $Ol_1 \perp A$
gezogen, wodurch der Punkt l_1 als schiefe Projection von l auf
Ebene A_1EB sich ergeben hat. Hierauf wurde die Gerade $ll_1 \parallel GA$
zum Durchschnitte l mit der Ebene GEH geführt.

b) Construction der mit der Intensität $i_{\cdot 8}=0\cdot 8$ beleuchteten Linie 12 des Ellipsoides $ABCDE$, Fig. 2.

Zum Zwecke der Bestimmung der Linie 1239 wurden zue
die Berührungspunkte J', K' der Ellipse $A'B'C'D'$ mit ihren zu d

Horizontalcontouren $s'i'$, $s'k'$ des Kegels *smik* (Fig. 1, *b*) senkrechten Tangenten bestimmt. Die durch die Punkte J, K gehenden Ellipsen *JEF* und *KEF*, deren eine Axe *EF* ist, berühren die Linie 1 2 3 9 in den Punkten 7, 8, welche zugleich Berührungspunkte des Ellipsoides mit den zu den Kegelkanten *si* und *sk* senkrechten Ebenen sind und als solche eben so einfach wie der normal beleuchtete Punkt l construirt werden können.

Deßhalb tangiren die Geraden $J'E'$ und $K'E'$ die Linie $1'2'3'9'$ in den Punkten $7'$, $8'$. Die die Linie $1''2''3''9''$ in den Punkten $7''$, $8''$ tangirenden Geraden ergeben sich aber als verticale Projectionen der Durchschnittslinien der Ebenen *JEO*, *KEO* mit den Ebenen E_7, E_8, welche die Fläche *ABCDE* in den Punkten 7 und 8 berühren.

Alle übrigen Punkte der Linie 1 2 3 9 liegen auf dem von den Ellipsen *JEF* und *KEF* begrenzten Theile *JElKF* des Ellipsoides und zwar ergeben sich auf jedem zwischen den Ellipsen *JEF* und *KEF* liegenden Diametralschnitte zwei Punkte der Linie 1 2 3 9.

Um z. B. die in dem Diametralschnitte *PEF* befindlichen Punkte 5, 6 der Linie 1 2 3 9 zu finden, ziehe man die Gerade $P'P'_1 \| C'D'$ bis der aus O' beschriebene Kreis $A'C'_1D'$ im Punkte P'_1 getroffen wird, ferner $P'_1g' \perp O'P'_1$ und $s'(6)'(5)' \perp g'P'$, bestimme die verticalen Projectionen g'', $(5'')$, $(6'')$, von g, (5), (6), ziehe $g''h'' \perp s''(5)''$, $g''p'' \perp s''(6)''$ bis die Axe $E''O''$ in h'' und p'' geschnitten wird. Dann ziehe man an den Kreis $E''A''_1F''$ die mit A''_1h'' und A''_1p'' parallelen Tangenten $5_1'..$, $6''_1..$, durch ihre Berührungspunkte $5''_1$, $6''_1$ die Geraden $5''_15''$ und $6''_16'' \| XX_1$ und durch die horizontalen Projectionen $5'_1$, $6'_1$ von 5_1, 6_1 die Geraden $5'_15'$ und $6'_16' \| A'_1P'$ bis die Gerade $P'E'$ in den Punkten $5'$, $6'$ getroffen wird. Endlich projicire man $5'$, $6'$ nach $5''$, $6''$.

Der höchste Punkt 10 und der tiefste Punkt 9 der Linie 1 2 3 9 liegen in der Ellipse *GEF*, welche durch den Berührungspunkt G der zu $L'S'$ senkrechten Tangente *Ga* der Ellipse *ABCD* geht.

Die in dem Hauptschnitte *AEB* liegenden Punkte 1, 2 der Linie 1 2 3 9 sind Berührungspunkte des Ellipsoides mit den zur verticalen Projectionsebene senkrechten Ebenen, welche zugleich auf den zur genannten Projectionsebene parallelen Kanten $s(1)$ und $s(2)$ des Kegels *smik* senkrecht stehen. $1''$, $2''$ sind demnach Berührungspunkte der zu $s''(1)''$ und $s''(2'')$ senkrechten Tangenten $1''(1)''$ und $2''(2)''$ der Ellipse $A''B''E''F''$.

Die Ebenen E_3 und E_4, welche das Ellipsoid in den im Hauptschnitte $CDEF$ befindlichen Punkte 3, 4 der Linie 1 2 3 9 berühren, stehen senkrecht auf den Kanten $s(3)$, $s(4)$, deren Projectionen $s'(3')$, $s'(4')$; $s''(3)''$, $s''(4)'' \perp XX_1$ sind. Bezeichnen h_3, h_4 die Neigungswinkel der Kanten $s(3)$, $s(4)$ mit der horizontalen Projectionsebene, so sind $90-h_3$ und $90-h_4$ die Neigungswinkel der Ebenen E_3, E_4 mit derselben Projectionsebene.

Man mache also $O''C_1'' = O'C'$, $\sphericalangle O''C_1''[3]'' = 90-h_3$; $\sphericalangle O''C_1''[4]'' = 90-h_4$, bestimme die Berührungspunkte $3_1''$, $4_1''$ der mit $A_1''[3]''$ und $A_1''[4]''$ parallelen Tangenten $3_1''$, $4_1''$ des Kreises $A_1''E''F''$ und dann die Durchschnittspunkte $3''$, $4''$ der mit XX_1 parallelen Geraden $3_1''3''$ und $4_1''4''$ mit der Geraden $E''F''$. Endlich ziehe man $3_1''3_1'$, $4_1''4_1' \perp XX_1$; $3_1'3' \parallel 4_1'4' \parallel C'A_1'$.

Außer den Tangenten, welche die Linie 1 2 3 9 in den Punkten 7, 8, 9, 10 berühren, können noch acht Tangenten derselben Linie und zwar auf dieselbe Weise wie die zuerst genannten construirt werden. Liegen die Kegelkanten $s(11)$, $s(12)$ in der zur Axe CD parallelen Ebene $sm(11)(12)$ und die Kegelkanten $s(15)$, $s(16)$ in der zur Axe AB parallelen Ebene $sm(15)$, so stehen je vier von den acht Tangenten in denselben Beziehungen zu den Vertical- und Kreuzrisscontouren und den Kanten $s(11)$, $s(12)$, $s(15)$, $s(16)$ des Kegels $smik$ wie die den Punkten 7, 8, 9, 10 entsprechenden Tangenten zu den Horizontalcontouren si, sk und den Kanten $s(9)$, $s(10)$.

Auch die in einer beliebigen Ellipse e, deren Mittelpunkt O ist, befindlichen Punkte x, y der Linie 1 2 3 9 können mit Benützung des Kegels $smik$ einfach gefunden werden, denn betrachtet man e als Berührungslinie des Ellipsoides mit dem Cylinder, dessen Axe OZ durch den Mittelpunkt O und den Berührungspunkt Z des Ellipsoides mit einer zu der Ellipse e parallelen Ebene bestimmt ist und construirt die Kegelkanten $s(x)$, $s(y)$, welche in der zu der Cylinderaxe OZ senkrechten Ebene $s(x)(y)$ liegen, und dann die Berührungspunkte x, y des Ellipsoides mit den Ebenen, welche beziehungsweise auf den Kegelkanten $s(x)$, $s(y)$ senkrecht stehen; so liegen x, y in der Ellipse e und zugleich in der Linie 1 2 3 9.

Die im Selbstschatten des Ellipsoides befindliche Linie $\bar{1}\,\bar{2}\,\bar{3}\,\bar{9}$, welche mit der Intensität $i_{-8} = -0{\cdot}8$ beleuchtet ist, ergibt sich aus dem Durchschnitte des Ellipsoides mit dem Kegel $O1234$, welcher 1 2 3 4 als Leitlinie und O als Spitze hat. Man kann also die Punkte

$\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{4}$ erhalten, wenn man die Geraden $10\dot{1} \ldots 90\dot{9}$ zieht und $0\dot{1} = 01, \ldots 0\dot{9} = 09$ macht. Die gleichnamigen Projectionen von den Linien 1 2 3 4 und $\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{4}$ sind congruent, weßhalb die Projectionen von $\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{4}$ am einfachsten dargestellt werden können, wenn man zuerst zwei oder drei Punkte von jeder Projection durch Übertragen mit dem Zirkel bestimmt, hierauf die Projectionen von 1 2 3 4 auf durchsichtiges Papier zeichnet, die Copie auf der nicht bezeichneten Seite etwa mit Graphit schwärzt, sie so anlegt, daß die zwei oder drei entsprechenden Punktepaare über einander fallen und endlich die Copie etwa mit Bleistift überfährt und den Abdruck auszieht.

c) Construction der Selbstschattengrenze I II III IV auf dem Ellipsoide *ABCDEF*, Fig. 2.

Die Berührungslinie einer Fläche der zweiten Ordnung mit einem von dieser Fläche umhüllten Cylinder ist bekanntlich eine Curve der zweiten Ordnung, folglich ist die Selbstschattengrenze auf einem Ellipsoide im Allgemeinen eine Ellipse, in speciellen Fällen ein Kreis. *O* ist zugleich der Mittelpunkt des Ellipsoides und der Schattengrenze.

Im vorliegenden Falle ist die Schattengrenze die Ellipse I II III IV mit den conjungirten Durchmessern I II, III IV.

III, IV sind Berührungspunkte des Ellipsoides mit den zu der Strahlenrichtung *LS* parallelen und zu der horizontalen Projectionsebene senkrechten Ebenen E_{III}, E_{IV}; deßhalb liegen sie in der Ellipse *ABCD* und ihre horizontalen Projectionen III′, IV′ sind Berührungspunkte der mit $L'S'$ parallelen Tangenten von $A'B'C'D'$. Die Berührungspunkte V, VI des Ellipsoides mit den zu *LS* parallelen und zu der verticalen Projectionsebene senkrechten Ebenen E_{V}, E_{VI} gehören ebenfalls der Schattengrenze I II III IV an und liegen in der Ellipse *ABEF*; ihre verticalen Projectionen V″, VI″ sind also Berührungspunkte der Ellipse $A''B''C''D''$ mit zu $L''S''$ parallelen Tangenten. Die Geraden III IV, V VI sind Durchmesser der Ellipse I II III IV, wodurch also die Ebene der Schattengrenze vollkommen bestimmt ist und man kann nun ein beliebiges Paar conjungirte Durchmesser der Ellipse I II III IV einfach finden. Am einfachsten ist es, wenn man nun den Durchmesser I II construirt, welcher jenem III IV conjungirt ist; er schneidet die Gerade III VI in dem Punkte *w* und es ist seine horizontale Projection $O'w' \| L'S'$. Um die Endpunkte I, II desselben zu finden, lege man durch die Gerade $O'w'$ eine verticale Ebene, welche das Ellipsoid in der Ellipse $REQF$ und diese wieder die Gerade Ow in den Punkten I, II schneidet. Damit man aber die Ellipse $REQF$ nicht zeichnen muß, projicire man dieselbe, sowie auch die Gerade $IOwII$ parallel mit der Geraden QB auf die Ebene AEB, wo die Ellipse $AEBF$ und die Gerade Ow_1 als entsprechende Projectionen von der Ellipse $REQF$ und der Geraden Ow sich ergeben. Die Durchschnittspunkte I_1, II_1 der Ellipse $AEBF$ und der Geraden Ow_1 sind also die schiefen Projectionen der fraglichen Punkte I, II, weßhalb letztere im Durchschnitte der Geraden Ow mit den zu QB parallelen Geraden I_1I und II_1II liegen.

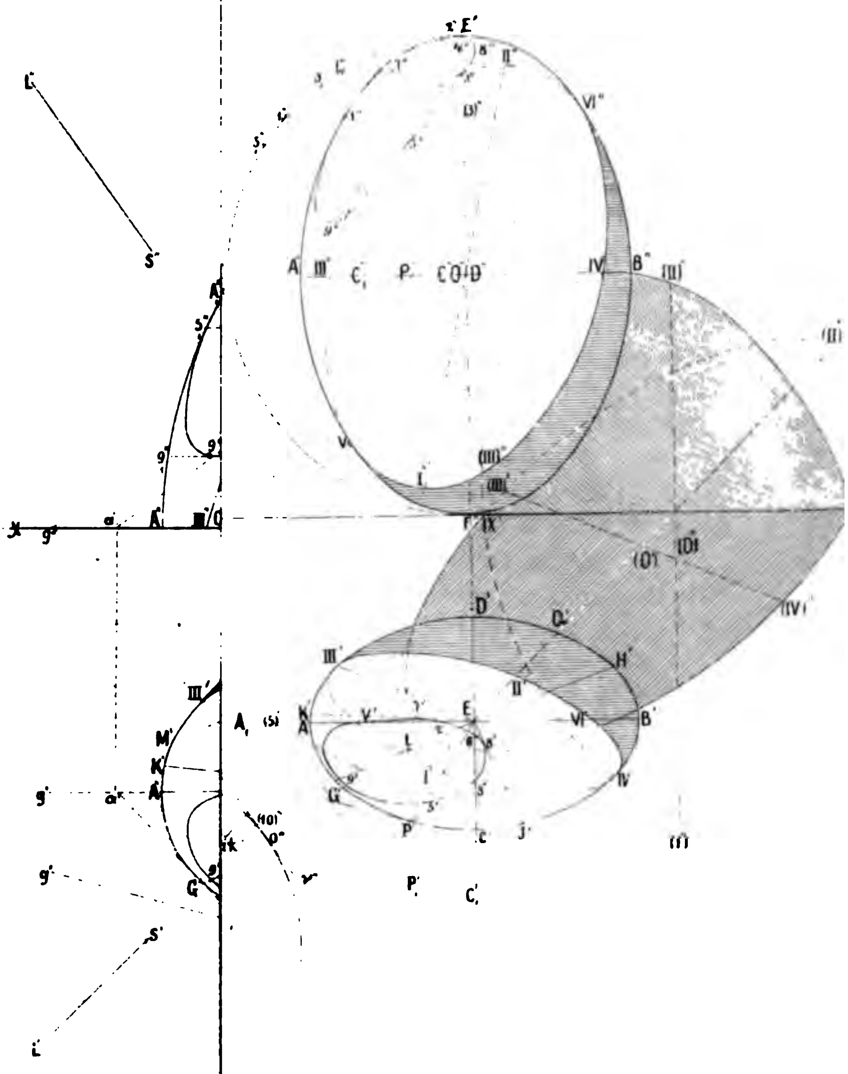
Wäre ein beliebiger Durchmesser VII VIII der Ellipse I II III IV gegeben, und der ihm conjungirte Durchmesser XI XII zu suchen, so hätte man zuerst durch einen Endpunkt des Durchmessers VII VIII z. B. durch VII die das Ellipsoid berührende Ebene E_{VII} zu legen, ihren Durchschnitt mit der Ebene III IV V, d. i. die Tangente VII.. der Ellipse I II III IV zu bestimmen, dann parallel zu der Tangente VII durch O die Gerade XI XII zu ziehen, und ihre Durchschnittspunkte XI, XII mit dem Ellipsoide zu construiren. Die fraglichen Bestimmungsstücke könnten nun wieder am einfachsten durch Benützung von schiefen Projectionen auf der Ebene AEB gefunden werden.

d) **Construction der Schlagschattengrenze** (I)'(II)'(III)'(IV)' **und** [I]''[II]'' [III]''[IV]'' **des Ellipsoides** $ABCDEF$, Fig. 2, **auf den Projectionsebenen.**

Die Schattengrenzen (I)'(II)'(III)'(IV)' und [I]''[II]''[III]''[IV]'' bilden die Durchschnitte der Projectionsebenen mit dem Cylinder, welcher die Ellipse I II III IV als Leitlinie und die zu der Strahlenrichtung LS parallele Gerade $O(O')[O]''$ als Axe hat; sie sind also im Allgemeinen Ellipsen, deren conjungirte Durchmesser (I)'(II)', (III)'(IV)' und [I]''[II]'', [III]''[IV]'' die Schatten auf den Projectionsebenen von den conjungirten Durchmessern I II, III IV darstellen.

R.Niemtschik. Belei

Fig. 2



R.Niemtschik constr.

Au

Über Aesculin *und* Aesculetin.

Von dem w. M. Dr. **Friedr. Rochleder.**

Wird Aesculetin in Wasser vertheilt mit Natriumamalgam behandelt, während ein rascher Strom von Kohlensäure eingeleitet wird, um die Flüssigkeit stets neutral zu erhalten, so wandelt sich das Aesculetin, wie ich gezeigt habe in Aescorcin um $\mathrm{Є_9H_6}\Theta_4 + \mathrm{H_2} = \mathrm{Є_9H_8}\Theta_4$.

Diese Verwandlung ist analog dem Übergang vom Aldehyd in Alkohol oder von salicyliger Säure in Saligenin unter ähnlichen Verhältnissen.

Die Behandlung von Aesculetin mit Natriumamalgam ohne Mitanwendung von Kohlensäure liefert ebenso wie die Behandlung des Aesculetin mit Natriumamalgam in saurer Lösung amorphe, äußerst leicht veränderliche Producte.

Anderer Art ist die Veränderung, welche das Aesculetin erleidet, wenn es mit nascirendem Wasserstoff in der Form von Aesculin zusammengebracht wird.

Die Bereitungsweise dieser Substanz, die ich Hydraesculetin nennen will, ist folgende.

In einen Glascylinder bringt man eine zollhohe Schichte von Quecksilber und darauf einen Brei von Aesculin, wie man ihn durch Erkalten einer gesättigten, heißen, wäßerigen Lösung von Aesculin erhält. Man trägt nun haselnußgroße Stücke von Natriumamalgam nach und nach ein. Das Aesculin löst sich auf und wenn die Lösung erfolgt ist, neutralisirt man die Flüssigkeit mit Essigsäure, von der ein geringer Überschuß nicht schadet, trennt das Quecksilber und die wässerige Flüssigkeit durch einen Scheidetrichter und gießt letztere tropfenweise unter Umrühren in wasserfreien Alkohol. Das Hydraesculin fällt in voluminösen, weißen Flocken nieder, die, wenn nicht ein grosser Überschuß von Alkohol da ist, zusammenballen und zu einer harzartigen Masse werden.

Der Körper ist amorph. Frisch dargestellt ist er weiß, nimmt aber an der Luft einen Stich in's Gelbe und Rosenrothe an. In Wasser ist er äußerst leicht löslich, auch leicht löslich in wasserhaltigem Weingeist. Seine Lösungen werden durch Bleiessig gefällt. Wendet man eine weingeistige Lösung des Hydraesculin und des Bleisalzes an, so lässt sich der Niederschlag mit Alkohol auswaschen, ohne sich merklich zu verändern. Werden aber wässerige Lösungen in Anwendung gebracht, so röthet sich der Niederschlag sehr schnell unter Sauerstoffaufnahme an der Luft.

Ich habe keine Analyse des Hydraesculin gemacht. Seine Zusammensetzung ergibt sich aus der seiner Spaltungsproducte, auch ist es schwer, die letzte Spur von essigsauerem Natron wegzunehmen, die der Körper bei der Fällung einschließt.

So wie das Saligenin ohne Spaltung durch Oxydation in einen Körper übergeführt werden kann, der in Zucker und salicylige Säure zerlegbar ist, so läßt sich das Aesculin durch nascirenden Wasserstoff in Hydraesculin umwandeln, ohne Spaltung, und dieses Hydraesculin zerfällt durch Säuren in Zucker, der keine Veränderung erlitten hat und in Hydraesculetin.

Um das Hydraesculetin darzustellen, versetzt man eine concentrirte wässerige Lösung des Hydraesculin mit dem halben Volum starker Salzsäure und erwärmt das Gemisch in einer Schale auf dem Wasserbade. Es beginnt sehr bald die Abscheidung von Krystallen des Hydraesculetin, die vollkommen weiß sind. Man läßt die Flüssigkeit erkalten, sammelt die Krystalle auf einem Filter, wäscht sie mit kaltem Wasser, in dem sie schwer löslich sind und trocknet sie über Schwefelsäure.

Die Mutterlauge, welche von diesen Partien abfiltrirt wurde, gibt bei weiterem Erwärmen noch eine Portion von Hydraesculetin, die aber stets ein wenig gefärbt erscheint. Die salzsaure Mutterlauge, welche von den Krystallen abfiltrirt würde, enthält neben Spuren von Kochsalz die ganze Menge des Zuckers, welche neben Hydraesculetin sich gebildet hat.

Das Hydraesculetin scheint im wasserhaltigen Zustande der Formel $C_{18}H_{16}O_{9}$ entsprechend zusammengesetzt zu sein. Die lufttrockene Substanz gab bei der Analyse Zahlen, welche dieser Formel nahezu entsprechen und nur einen kleinen Überschuß von Wasser ergaben. Trocknet man dagegen das Hydraesculetin, um diese geringe Wassermenge zu entfernen, so geht mehr Wasser hinweg.

Bei 120° C. in einem Strom von Kohlensäure getrocknetes Hydraesculetin gab folgende Zahlen.

0·164 lieferten 0.3508 Kohlensäure und 0·0635 Wasser.

		Berechnet	Gefunden
C_{36}	= 432	58·14	58·32
H_{31}	= 31	4·17	4·30
$O_{17\cdot5}$	= 280	37·69	37·38
	743	100·00	100·00

Erst bei längerem Trocknen der Substanz bei 150° C. in einem Strom von Kohlensäure wurde dieselbe trocken erhalten.

Die beiden Analysen wurden mit Material ausgeführt, welches aus verschiedenen Darstellungen herstammte.

I. 0·2054 gaben 0·443 Kohlensäure und 0·0797 Wasser.

II. 0·2367 gaben 0·5087 Kohlensäure und 0·0935 Wasser.

		Berechnet	I.	II.
C_{36}	= 432	58·86	58·82	58·61
H_{30}	= 30	4·09	4·31	4·39
O_{17}	= 272	37·05	36·87	37·00
	734	100.00	100·00	100·00

Mit Ätzammoniakflüssigkeit übergossen wird diese Substanz sogleich roth gefärbt und diese Farbe geht bald in Blau über, es zeigt sich aber, daß hier außer Aescorceïn auch ein zweiter Körper gebildet wird, der farblos und krystallinisch ist und den ich bis jetzt noch nicht näher untersucht habe.

Es ist demnach wahrscheinlich das Hydraesculetin als eine Verbindung von Aescorcin mit einem zweiten Körper anzusehen, welcher vielleicht der Formel $C_{18}H_{14}O_{9}$ in seiner Zusammensetzung entspricht.

In Kalilauge oder Natronlauge löst sich das Hydraesculetin in der Kälte langsam mit grünlicher Farbe, beim Erwärmen in großer Menge. Die grüne Flüssigkeit wird dunkelgelb beim Sieden, an der Luft unter Aufnahme von Sauerstoff schmutzig roth. Durch Erhitzen wird das Hydraesculetin zerstört. Es geht etwas Wasser, eine Spur theerartiger Substanz weg und es bleibt eine sehr große Menge leichter, voluminöser Kohle. Man erhält nur Spuren einer in körnigen Krystallen sublimirten Substanz, die vielleicht unverändertes Hydraesculetin ist.

Hydrochinone gibt, die in ihrer Zusammensetzung diesel
zeigen. Man könnte das Aesculetin $C_9H_6O_4$ als eine mit (
loge Verbindung $C_7H_6O_2$ (Chinon = $C_6H_4O_2$) ansehe
durch 2(CHO) substituirt sind. Allein das Verhalten (
und Hydraesculetin sprechen nicht für diese Beziehung.

Anwendung der Schwingungen zusammengesetzter Stäbe zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit.

Von dem w. M. J. Stefan.

Zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in festen Körpern bieten die Töne, welche aus Longitudinalschwingungen von Stäben entstehen, das einfachste Mittel. Es ist jedoch diese von Chladni eingeführte Methode nur anwendbar auf jene Körper, welche in Form von langen Stäben dargestellt und durch Reiben, vielleicht auch durch Anschlagen zum Tönen gebracht werden können.

Ich will in diesem Aufsatze ein Verfahren angeben, welches auch in solchen Fällen, in denen entweder das Material zu langen Stäben nicht vorhanden ist oder die aus demselben geformten Stäbe auf die bezeichnete Weise nicht zum Tönen gebracht werden können, zum gewünschten Resultate führt. Dieses Verfahren ist eine Erweiterung der ursprünglichen Chladni'schen Methode und besteht in folgendem.

Der zu untersuchende Körper wird in die Form eines Stäbchens gebracht und dieses an einen längeren Stab aus Holz oder Glas, welcher für sich leicht durch Reiben zum Tönen gebracht werden kann, angefügt. Der so zusammengesetzte Stab läßt sich nun wieder durch Reiben des Holz- oder Glasstückes zum Tönen bringen und kann man die Schwingungszahl des Grundtones oder eines Obertones bestimmen. Aus dieser läßt sich aber die Schallgeschwindigkeit für das Stäbchen rechnen, wenn die für den längeren Stab bekannt ist.

Es bildet also dieses Verfahren eine Anwendung der Untersuchungen über die longitudinalen Schwingungen elastischer Stäbe, welche aus ungleichen Stücken zusammengesetzt sind. Ich will aus der diesem Gegenstande gewidmeten Abhandlung [1]) in Kürze jene Sätze wiederholen, welche zum Verständniß des folgenden nothwendig sind.

[1]) Sitzungsberichte der kais. Akademie. Bd. LV. II. Abth.

Es sei ein aus zwei heterogenen Stücken zusammengesetzter Stab gegeben. λ, q, ρ, E bedeuten Länge, Querschnitt, Dichte, Elasticitätscoëfficient für das erste, λ', q', ρ', E' dieselben Größen für das zweite Stück.

Bezeichnet man die longitudinale Verschiebung eines Querschnittes, dem in der Ruhelage die Abscisse x zukömmt, mit u, wenn dieser Querschnitt dem ersten und mit u', wenn er dem zweiten Stücke angehört, so hat man für u und u' die Gleichungen

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \frac{E}{\rho}\frac{d^2u}{dx^2}, \quad \frac{d^2u'}{dt^2} = \frac{E'}{\rho'}\frac{d^2u'}{dx^2}. \tag{1}$$

Ist der zusammengesetzte Stab an beiden Enden frei, so hat man die Bedingungen

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} &= 0 \text{ für } x = 0 \\ \frac{du'}{dx} &= o \text{ für } x = \lambda+\lambda', \end{aligned} \tag{2}$$

welche unabhängig von der Zeit t erfüllt sein müssen.

Für die Trennungsebene der beiden Stücke hat man ebenfalls zwei Bedingungsgleichungen, welche aus den Principien der Continuität der Verschiebungen und Spannungen, welche für den Übergang der Bewegung aus einem Mittel in das andere gelten, fließen. Sie sind

$$\left.\begin{aligned} u &= u' \\ qE\frac{du}{dx} &= q'E'\frac{du'}{dx} \end{aligned}\right\} \text{ für } x = \lambda, \tag{3}$$

welche ebenfalls unabhängig von der Zeit erfüllt sein müssen.

Den Gleichungen (1) und (2) genügen die particulären Integrale

$$\begin{aligned} u &= A\cos\alpha t\cos\beta x \\ u' &= A'\cos\alpha' t\cos\beta'(\lambda+\lambda'-x) \end{aligned} \tag{4}$$

Darin sind A, A', α, α', β, β' Constante, die letzteren durch einander bestimmt mittelst der Gleichungen

$$\alpha^2 = \beta^2\frac{E}{\rho}, \quad \alpha'^2 = \beta'^2\frac{E'}{\rho'}. \tag{5}$$

Damit die Gleichungen (3) unabhängig von t erfüllt werden können, ist zuerst nothwendig

$$\alpha = \alpha' \tag{6}$$

und außerdem noch die Erfüllung der zwei Gleichungen

$$\begin{aligned} A\cos\beta\lambda &= A'\cos\beta'\lambda' \\ Eq\beta A\sin\beta\lambda &= -Eq'\beta'A'\sin\beta'\lambda'. \end{aligned} \tag{7}$$

Eliminirt man aus diesen zwei Gleichungen A und A', so bleibt

$$Eq\beta\sin\beta\lambda\cos\beta'\lambda' + E'q'\beta'\cos\beta\lambda\sin\beta'\lambda' = o \tag{8}$$

als Bestimmungsgleichung für α. Diese Constante enthält die Schwingungszahl des Tones, den der zusammengesetzte Stab schwingt. Ist diese n, so ist

$$\alpha = 2n\pi$$

und als Folge der Gleichungen (5) hat man

$$\beta = 2n\pi\sqrt{\frac{\rho}{E}}\ ,\ \beta' = 2n\pi\sqrt{\frac{\rho'}{E'}}. \tag{9}$$

In diesen Ausdrücken bedeuten $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ und $\sqrt{\frac{E'}{\rho'}}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Schalles in den beiden Stücken des Stabes. Die Gleichung (8) wird daher zur Bestimmung von $\sqrt{\frac{E'}{\rho'}}$ benützt werden können. Ich will sie zunächst in eine für die Berechnung der Versuche bequemere Form bringen.

Für den Fall, als $\beta\lambda$ nicht $= \beta'\lambda'$ ist, kann man (8) auch in der Form

$$qE\beta\operatorname{tang}\beta\lambda + q'E'\beta'\operatorname{tang}\beta'\lambda' = o$$

oder auch

$$qE\beta^2\lambda\frac{\operatorname{tang}\beta\lambda}{\beta\lambda} + q'E'\beta'^2\lambda'\frac{\operatorname{tang}\beta'\lambda'}{\beta'\lambda'} = o$$

schreiben. Ersetzt man in dieser Gleichung β^2 und β'^2 durch ihre Werthe aus (9) und dividirt sodann durch $4n^2\pi^2$, so bleibt

$$q\lambda\rho\frac{\operatorname{tang}\beta\lambda}{\beta\lambda} + q'\lambda'\rho'\frac{\operatorname{tang}\beta'\lambda'}{\beta'\lambda'} = o.$$

Darin bedeuten $q\lambda\rho$ und $q'\lambda'\rho'$ die Massen der beiden Stücke, für welche auch ihre Gewichte, die p und p' heißen sollen, gesetzt werden können, so daß die Gleichung nunmehr folgende Gestalt annimmt:

$$p\frac{\operatorname{tang}\beta\lambda}{\beta\lambda} + p'\frac{\operatorname{tang}\beta'\lambda'}{\beta'\lambda'} = o. \tag{10}$$

Aus dieser Gleichung ist zunächst $\beta'\lambda'$ zu bestimmen. Dazu braucht man p, p' und $\beta\lambda$ zu kennen. Letztere Größe ist bestimmt durch λ, n und $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

Die Schwingungszahl n des Tons, welchen der zusammengesetzte Stab schwingt, werde bestimmt durch Aufsuchung dieses Tons auf dem Monochord. Es sei l die zugehörige Länge der Normalsaite. Eben so sei der Grundton, welchen das erste Stück für sich an beiden Enden frei schwingt, bestimmt worden. Seine Schwingungszahl sei n_0, die entsprechende Länge der Normalsaite l_0. Diese dient zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in dem ersten Stücke. Schwingt nämlich dieses an beiden Enden frei den Grundton, so ist die Länge des Stabes die Länge einer halben Welle dieses Tons, also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$\sqrt{\frac{E}{\rho}} = n_0 \,.\, 2\lambda,$$

also wird

$$\beta\lambda = 2n\pi\lambda\sqrt{\frac{\rho}{E}} = \frac{n\pi}{n_0}$$

oder da die Schwingungszahlen im umgekehrten Verhältniß zu den entsprechenden Längen der Normalsaite stehen

$$\beta\lambda = \frac{l_0}{l}\pi. \tag{11}$$

Die Gleichung (10) kann man also auch so stellen

$$\frac{\operatorname{tang}\beta'\gamma'}{\beta'\lambda'} + \frac{pl}{p'l_0\pi}\,\frac{\operatorname{tang}\pi l_0}{l} = o. \tag{12}$$

Ist aus dieser $\beta'\lambda'$ als Zahl z gefunden, so daß

$$\beta'\lambda' = z\, 2n\pi\lambda'\sqrt{\frac{\rho'}{E'}} = z$$

so folgt dann weiter die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$\sqrt{\frac{E'}{\rho'}} = \frac{2\pi}{z}n\lambda'. \tag{13}$$

Noch ist die Kenntniß der absoluten Schwingungszahl n nöthig.

Diese folgt aus der Schwingungszahl der Normalsaite bei einer gegebenen Länge, welche Schwingungszahl bekannt sein muß und bei den im Folgenden mitzutheilenden Versuchen durch Vergleichung mit einer Normalgabel gefunden wurde. Macht die Saite bei der Länge L in einer Secunde N Schwingungen, so hat man

$$n = N\frac{L}{l} \tag{14}$$

und hiemit alle Größen, deren Kenntniß zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in dem zweiten Stücke nothwendig ist.

Ein Beispiel soll nun zunächst zeigen, daß die Formel (10) mit der Erfahrung in Übereinstimmung sich befindet.

Eine Glasröhre von der Länge $\lambda = 1305^{mm}$, dem Gewichte $p = 57 \cdot 20$ Gramm gab einen Grundton, für welchen die entsprechende Länge der Normalsaite $l_0 = 75$ gefunden wurde. Die Normalsaite machte bei der Länge $L = 590$ in der Secunde $N = 256$ Schwingungen.

Ein dünner Stab aus Tannenholz von der Länge $\lambda' = 1180$, dem Gewichte $p' = 7 \cdot 24$ gab einen Grundton, für welchen $l'_0 = 59 \cdot 5$ sich ergab.

Der Holzstab wurde in die Glasröhre eingezwängt und der so zusammengesetzte Stab gab einen Grundton, für welchen $l = 124$ gefunden wurde.

Aus diesen Daten kann man die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Schalles in dem Glasstabe c und dem Holzstabe c' jede für sich direct rechnen nach den Formeln

$$c = 2\lambda N\frac{L}{l_0}\ ,\ c' = 2\lambda' N\frac{L}{l'_0}$$

und man kann entweder c oder c' auch rechnen aus dem Ton des zusammengesetzten Stabes nach der Formel (12).

Es liefert die directe Methode

$$c = 5256\ ,\ c' = 5991$$

und die indirecte Methode

$$c = 5271\ ,\ c' = 5927,$$

welchen Zahlen als Längeneinheit der Meter zu Grunde liegt.

Die Abweichungen sind nicht größer, als die möglichen Beobachtungsfehler sie erwarten lassen.

Ich habe eine größere Anzahl von Versuchen zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im **Wachs** nach dieser Methode gemacht und will dieselben vollständig mittheilen, weil sie einen Einblick in die Brauchbarkeit der Methode für solche Fälle gestatten.

Es wurde weißes Wachs in Glasröhren geschmolzen und dann erstarren gelassen. Erwärmt man die Glasröhre wieder gelinde, so läßt sich der cylindrische Wachsstab leicht herausschieben. Stäbe mit rechteckigem Querschnitt verschaffte ich mir dadurch, daß ich sie aus größeren Wachstafeln ausschnitt.

Ein solcher Stab wurde dann an einen Holzstab oder auch an eine Glasröhre angefügt. Es ist gut, nicht allsogleich die Bestimmung der Tonhöhe zu machen, sondern einige Zeit abzuwarten, damit eine beim Zusammenfügen der Stäbe entstandene theilweise Temperaturerhöhung des Wachses sich wieder verliert.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wachs variirt mit der Temperatur sehr bedeutend, und zwar nimmt sie mit steigender Temperatur ab. Sollen die einzelnen Versuche vergleichbar werden, so muß die Temperatur immer bestimmt werden. Bei den folgenden Versuchen geschah dies dadurch, daß der Stab neben einem Thermometer durch längere Zeit an einem Orte von wenig veränderlicher Temperatur blieb, bevor die Bestimmung der Tonhöhe gemacht wurde.

Ich habe im Folgenden die Versuche nach den Stäben geordnet, an welche die Wachsstäbchen angesetzt wurden. Die in den Tabellen gebrauchten Buchstaben haben dieselbe Bedeutung, wie in den vorhergehenden Entwicklungen. Als neue Zeichen sind eingeführt: t für die Temperatur in Graden Celsius, und c für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Stabe, c' für die im Wachs, welche beide in Metern angegeben werden. Die übrigen Längen sind in Millimetern, die Gewichte in Grammen ausgedrückt.

Für alle Versuche ist die Schwingungszahl $N = 256$.

I. Holzstab. $\lambda = 1030$, $p = 21 \cdot 11$.

λ'	p'	l	t	c'
96	5·42	86	18°5	802
80	4·39	77	„	808
141	—	55	„	835.

Für alle Versuche sind ferner

$$l_0 = 55, \; L = 621 \text{ woraus } c = 5793.$$

Die unter l stehenden Zahlen gehören beim ersten und zweiten Versuch zum Grundton, beim dritten Versuch zum zweiten Ton. Der erste Ton konnte bei dem letzten Versuche dem Stabe nicht entlockt werden.

Noch andere Versuche haben gelehrt, daß es sehr schwer geht, einem zusammengesetzten Stabe einen Ton zu entlocken, dessen Knoten nahe an der Fugstelle der beiden Stäbe liegt. Hingegen klingen jene Töne, für welche an die Fugstelle der Schwingungsbauch fällt, sehr leicht und rein. Es hängt dies zusammen mit der Vertheilung der Verdichtungen und Verdünnungen im schwingenden Stabe. Diese sind in der Nähe der Knoten am stärksten, in der Nähe der Schwingungsbäuche am geringsten.

Bei einer anderen Gelegenheit fand ich, daß heberförmig gebogene Stäbe, wenn die Biegung in der Mitte sich befindet, nur sehr schwer, meistens gar nicht zum Schwingen des Grundtons gebracht werden können, wogegen der zweite Ton, für den ein Schwingungsbauch in die Mitte fällt, sich immer aufdrängt.

Zum dritten Versuch ist noch zu bemerken, daß der beobachtete Oberton genau gleich ist dem Grundton des freien Holzstabes, daß also das Anfügen des Wachsstäbchens denselben Erfolg hatte, wie eine Verdoppelung der Länge des Holzstabes. Es verhalten sich also die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Schalles im Wachs und Holz, wie die Länge des Wachsstäbchens zu der des Holzstabes. In einem solchen Falle braucht man zur Berechnung von c' das Gewicht p' nicht zu kennen.

II. Holzstab. $\lambda = 1425, \; p = 21 \cdot 48.$

λ'	p'	l	t	c'
146	8·75	129	19	786
72	5·58	102	„	752
92·5	2·845	98·5	20	720
104·5	2·495	100·5	19	750
92	2·845	97·4	20°	740
„	„	97·7	„	733
104	2·49	101·5	„	731.

F[illegible] Versuche ist

$l_1 = 77\cdot4$. $L = 603$ woraus $c = 5684$.

F[illegible] ist

$l_1 = 77\cdot2$. $L = 601$ woraus $c = 5680$.

Die [illegible] Zahlen gehören alle zum Grundton.

III. Holzstab $l = 1414$. $p = 18\cdot05$.

$= 68$. $p = 2\cdot11$. $l = 89\cdot1$. $t = 19$. $c = 783$

$l_1 = 76\cdot6$. $L = 661$. $c = 5680$.

IV. Glasröhre. $l = 1585$. $p = 46\cdot02$.

	p	l	t	c
104	2·49	109·5	20	724
107	2·62	108·1	19	800

$l_1 = 96\cdot8$. $L = 601$. $c = 5038$.

Stellt man die Zahlen, welche für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei der Temperatur von 19° erhalten wurden, nämlich

786. 752. 750. 783. 800

zusammen, [illegible] von dem Werthe der Methode. Die Fehler [illegible] 7 Pr[illegible] des Mittelwerthes 774, eine Genauigkeit, [illegible] Bestimmungen solcher Art gewiß befriedigend [illegible].

F[illegible] Temperatur [illegible] 20° geben die gefundenen Zahlen für die Sch[illegible]gkeit das Mittel 730 Meter. Sie ist also 2·19mal so groß [illegible] Luft bei 0°.

U[illegible] Abhängigkeit der Größe der Schallgeschwindigkeit von der Temperatur besser ins Licht zu setzen, füge ich hier noch einige bei [illegible] Temperaturen gemachte Bestimmungen an. Es w[illegible]:

für $t = 17°$	$c = 880$
$= 25°$	$= 630$
$= 28°$	$= 451$

aus welchen Daten man schließen kann, daß auf 1° Temperaturerhöhung für die Schallgeschwindigkeit im Wachs eine Abnahme von 40 Metern entfällt.

Ich habe noch einige Versuche mit anderen Körpern angestellt und will die Resultate in Kürze mittheilen.

Die Schallgeschwindigkeit im Unschlitt, aus welchem Material auf dieselbe Weise, wie aus Wachs, Stäbchen erzeugt wurden, fand ich 460 Meter bei 18° Temperatur. Die Schallgeschwindigkeit nimmt ebenfalls mit steigender Temperatur ab, und zwar etwas stärker als bei Wachs.

Für verschiedene Korke, welche entweder mittelst einer dünnen Schichte Wachs oder Siegellack an einen Holzstab befestigt oder an diesen in einer kleinen Aushöhlung angesteckt wurden, fand ich die Schallgeschwindigkeit variirend zwischen 430 und 530 Metern.

Die Schallgeschwindigkeit im Siegellack fand ich = 1320 Meter.

Die Ankittung des zu untersuchenden Stabes an den Holzstab erwies sich jedoch nicht in allen Fällen anwendbar. Wurde z. B. ein Glasstab an den Holzstab angesiegelt, so gab der so zusammengesetzte Stab einen Ton, dessen Höhe der Formel (12) widersprach. Nach dieser Formel muß die Tonvertiefung eines Stabes durch Ansetzung eines zweiten größer ausfallen, wenn dieser als elastischer Körper mitschwingt, als wenn er nur als Belastung des Endquerschnittes des ursprünglichen Stabes an der Bewegung dieses Theil nimmt. Für den Fall eines am Ende mit dem Gewichte p' belasteten Stabes hat man nämlich statt der Formel (12) zur Bestimmung der Tonhöhe die folgende

$$(15) \qquad \frac{\operatorname{tang} \beta\lambda}{\beta\lambda} + \frac{p'}{p} = o,$$

welche für $\beta\lambda$ einen größeren Werth liefert, als die Formel (10).

Die Versuche ergaben Tonvertiefungen, welche nicht einmal die durch Formel (15) geforderten erreichten. Zugleich sprang der Glasstab von dem Holzstabe immer ab, sobald ein etwas stärkerer Ton hervorgebracht wurde.

Dasselbe Resultat stellte sich ein bei den Versuchen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Kreide. Wurden die aus ihr geformten Stäbchen an einen Holzstab angesiegelt, so kam die Tonvertiefung zu klein heraus. Wurden sie hingegen in einen in die Stirnfläche des Holzstabes eingefeilten etwa 2^{mm} tiefen [illegible] so daß die Kreide mit dem Holz in fester und inniger Verbindung war, so war die Tonvertiefung größer und ergab die Berechnung der Schallgeschwindigkeit, welche ungefähr [illegible] Meter [illegible] ergab. Auch die angesiegelten Kreidestückchen sprangen nach einem kräftigen Ton vom Holzstabe ab, jedoch so, daß Kreide von Kreide sich abtrennte, indem immer eine Kreideschichte auf dem verbindenden Siegellack festhaftend zurückblieb.

Endlich habe ich noch mehrere Versuche angestellt über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Kautschuk. Die große Dehnbarkeit dieses Materials, der ein kleiner Elasticitätscoëfficient entspricht, ließ von vornherein eine sehr kleine Schallgeschwindigkeit erwarten und die Versuche bestätigten diese Erwartung. Die ersten Versuche machte ich mit weichen, schwarzen Schläuchen, den sogenannten Patentschläuchen. Ich schob ein Stück Schlauch, etwa ein Millimeter weit über einen Glasstab oder Holzstab, so daß der Schlauch fest an dem Stabe haftete. Es trat jedoch keine Änderung in der Tonhöhe ein, wie verschieden auch die Länge des Schlauches gewählt wurde. Es konnte in das andere Ende des Schlauches noch ein anderer Stab aus irgend welchem Material, auch irgend ein Körper von beliebiger Gestalt eingeschoben werden, ohne daß eine merkbare Änderung in der Tonhöhe eintrat.

Auch andere Schläuche von vulcanisirtem Kautschuk lieferten in derselben Weise verwendet nur sehr unbedeutende Tonänderungen, die auch durch den Druck, den die letzten Querschnitte des Stabes von dem übergeschobenen Schlauch erfahren, veranlaßt werden können.

Es ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Kautschuk so gering, daß die Länge einer Welle eines so hohen Tones, wie ihn ein Holzstab liefert, sehr klein wird. Bei der Leichtigkeit, mit der Kautschuk seine Form ändert, wird derselbe immer sich so gestalten können, daß eine ganze Anzahl halber Wellenlängen auf seine Länge entfällt, in welchem Falle eine Vertiefung des Stabtones nicht beobachtet wird.

Um den vertieften Grundton beobachten zu können, muß man an den Tonstab Stücke ansetzen, die kürzer sind als eine halbe Wellenlänge. Sind aber die angesetzten Stücke sehr klein, so ist auch p' in der Formel (10) eine sehr kleine Zahl, und mit dieser erscheint das die Tonvertiefung darstellende Glied $\frac{\operatorname{tang}\beta'\lambda'}{\beta'\lambda'}$ multiplicirt. Es fällt also auch dieses Glied immer sehr klein aus, wenn man nicht zufällig λ' so trifft, daß $\beta'\lambda'$ nahe an $\frac{\pi}{2}$ liegt. Geringe Änderungen von λ' bewirken aber dann wieder große Änderungen in $\operatorname{tang}\beta'\lambda'$. Die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit wird deßhalb unsicher. Sie wird unsicher auch noch aus dem Grunde, weil bei der geringen Länge der anzusetzenden Stücke die Unregelmäßigkeiten des Querschnittes bedeutenden Einfluß nehmen.

Übereinstimmende Resultate erhielt ich nur mit kleinen Stäbchen, die ich aus solidem Kautschuk, natürlichem und vulcanisirtem, geschnitten hatte. Mehrere Versuche mit verschiedenen Stäbchen ergaben für die Schallgeschwindigkeit Werthe von 30 bis 60 Meter. Je weicher der Kautschuk, desto kleiner wurde die Schallgeschwindigkeit gefunden. Stäbe aus sehr hartem Kautschuk geschnitten gaben eine Schallgeschwindigkeit von 150 Metern.

Von der näherungsweisen Richtigkeit dieser Resultate habe ich mich später noch durch Versuche über Schwingungen angestemmter Stäbe, welche ich in einem anderen Aufsatze besprechen werde, überzeugt.

Ich habe auch versucht aus der Dehnung, welche ein Kautschukschlauch durch angehängte Gewichte erfährt, den Elasticitätscoëfficienten und daraus die Schallgeschwindigkeit zu rechnen.

Ein Patentschlauch von 23 Centimeter Länge nahm bei den Belastungen

$$140, \quad 280, \quad 560 \text{ Gramm}$$

die Längen

$$24 \cdot 3, \quad 25 \cdot 8, \quad 29 \cdot 5$$

an. Es betragen also die Verlängerungen

$$1 \cdot 3, \quad 2 \cdot 8, \quad 6 \cdot 5.$$

Die Dehnungen sind nicht den dehnenden Gewichten proportional, sondern wachsen in einem stärkeren Verhältnisse. Auch vergrößern sich die Dehnungen noch mit der Zeit wegen der bedeutenden elastischen Nachwirkung. Es läßt sich daher der gewöhnliche Begriff des Elasticitätscoëfficienten auf die beobachteten Fälle streng genommen gar nicht anwenden. Bestimmt man ihn nach der gewöhnlichen Formel, so erhält man aus den drei Versuchen die Werthe [illegible] ermittelt.

A[illegible] erhält man für die S[illegible] k[illegible] Meter 30, 28 und 25.

F[illegible] [illegible] wäre wahrscheinlich [illegible] die Schallgeschwindigkeit [illegible] gefunden werde.

Es drängt sich bei diesen Resultaten unwillkürl[illegible] [illegible] He[illegible] gemachten Bestimmungen d[illegible] geschwindigkeit der Nervenreize auf. Diese liegt in [illegible] Grenzen wie die Schallgeschwindigkeit im weichen Gewebe. Daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit [illegible] mit der Schallgeschwindigkeit in der Nervenmass[illegible] daß also die Nervenreize in Longitudinalwellen [illegible] [illegible]. Eine Bestimmung der Schallgeschwindig[illegible] [illegible] wäre deshalb von großem Interesse, da [illegible] ein Schluß auf die Natur der sich fortp[illegible] [illegible] gezogen werden könnte.

Über die durch planparallele Krystallplatten hervorgerufenen Talbot'schen Interferenzstreifen.

Von L. Ditscheiner.

(Mit 1 Tafel.)

Wenn man zwischen Spalte und Beobachtungsfernrohr eines Spectralapparates irgend wo eine planparallele Platte eines einfach brechenden Mediums von der rothen Seite des Spectrums gegen das violette Ende desselben so einschiebt, daß ein Theil der aus dem Collimator austretenden, sich in einem Punkte hinter der Objectivlinse des Fernrohres wieder vereinigenden Strahlen durch die Platte selbst, ein anderer Theil aber nur neben der Platte durch Luft, oder überhaupt durch ein Medium mit kleineren Brechungsquotienten bewegt, so erscheinen in dem analysirenden Spectrum, wie wir es nennen wollen, eine Reihe verticaler Interferenzstreifen, welche unter dem Namen der Talbot'schen bekannt sind und welche nahezu in gleichen Intervallen im Spectrum einander folgen. Das ganze Spectrum ist gleichmäßig von diesen Interferenzstreifen durchzogen, an keiner Stelle desselben können sie als ausgeblieben betrachtet werden. Die Erscheinung stellt sich auf ganz dieselbe Weise dar, ob man polarisirtes Licht oder ob man unpolarisirtes anwendet. Bezeichnen wir die Dicke der Platte mit D, einen ihrer Brechungsquotienten mit μ und die ihm entsprechende Wellenlänge mit λ, so treten bekanntlich solche schwarze Interferenzstreifen als Intensitätsminima für alle jene Strahlen auf, für welche

$$(\mu-1)D = \frac{2n+1}{2}\lambda,$$

wobei n jede beliebige ganze Zahl bedeuten kann. Für jene Strahlen für welche

$$(\mu-1)D = n\lambda$$

treten bekanntlich Intensitätsmaxima auf, die ihnen entsprechenden Stellen des analysirenden Spectrums sind am intensivsten beleuchtet.

Zwischen den genannten Stellen findet ein continuirlicher Übergang von Licht zu Dunkel statt.

Ganz anders aber stellt sich die Erscheinung dar, wenn man statt einer einfach brechenden Platte eine doppeltbrechende zur Erzeugung der Talbot'schen Interferenzstreifen benützt. Zu diesen Versuchen eignen sich ganz vorzüglich Gypsplatten, die man sich leicht in beliebiger Dicke durch Spalten eines natürlichen Krystalles erzeugen kann. Wenn man unpolarisirtes Licht anwendet, so sieht man allerdings bei eingeschobener Gypsplatte im Spectrum den Talbot'schen ganz ähnlich auftretende Streifen, aber diese sind nicht wie jene an allen Stellen des Spectrums gleich dunkel. An gewissen Stellen treten sie mit bedeutender Schärfe und Schwärze auf, aber schon etwas weiter von diesen werden sie schwächer und an gewissen Stellen, die ganz gleichmäßig mit den Stellen mit scharfen Interferenzstreifen wechseln, scheinen sie gänzlich zu fehlen, dort sind sie ausgeblieben. Das analysirende Spectrum erhält durch diesen Wechsel ein ganz eigenthümliches Ansehen. Bei Anwendung von circularpolarisirtem Licht ergibt sich die Erscheinung wie bei unpolarisirtem. Wenn man statt unpolarisirtem Lichte linearpolarisirtes anwendet, so erscheinen bei zwei aufeinander senkrechten Stellungen der polarisirenden Vorrichtung diese Talbot'schen Streifen durch das ganze Spectrum mit gleicher Schärfe und Schwärze, dreht man aber diese Vorrichtung aus einer dieser beiden Stellungen heraus, so verschieben sich nicht nur diese Interferenzstreifen, wenn auch nur wenig und in den seltensten Fällen ganz besonders auffallend, sondern sie werden auch an gewissen Stellen immer schwächer, bis sie endlich an eben diesen Stellen nach einer Drehung von 45° gänzlich verschwunden scheinen. Es sieht dann das Spectrum ganz so aus, wie bei Anwendung von unpolarisirtem Lichte. Dreht man nun noch weiter, so erscheinen auch die Interferenzstreifen wieder an jenen Stellen deutlicher und deutlicher, bis sie nach abermaligem Drehen um 45° wieder an allen Stellen des Spectrums gleich scharf und schwarz auftreten. Die Zahl der Interferenzstreifen wird aber in diesem Falle bald eine grössere, bald eine geringere sein, wie bei der Ausgangsstellung des Nicols. Je dicker eine solche Gypsplatte, desto näher werden diese Interferenzstreifen im Spectrum sich bei gleichzeitig größerer Zahl derselben sein. Bei Anwendung von unpolarisirtem Lichte wird bei dickeren Platten ein rascherer Wechsel von Stellen mit scharfen und schwarzen Interferenzstreifen mit scheinbar streifenfreien Stellen eintreten, es werden sich diese Stellen näher gerückt sein; die Zahl der Interferenzstreifen, welche zwischen zwei nächstgelegenen streifenfreien Stellen liegen, wird aber nicht geändert sein, sie bleibt dieselbe ob man dicke oder dünne Platten anwendet und wechselt nur von Substanz zu Substanz.

Um zur Theorie dieser Erscheinung gelangen zu können, wollen wir eine doppelbrechende Platte von der Dicke D voraussetzen. Senkrecht auf die Begrenzungsebenen der Platte bewegen sich durch diese zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen von einer bestimmten Farbe, der Oscillationsdauer τ entsprechend, mit den Geschwindigkeiten $v_,$ und $v_{,,}$. Diesen Geschwindigkeiten entsprechend seien die Brechungsquotienten $\mu_,$ und $\mu_{,,}$. In Fig. 1 sei nun MNP die die Hälfte der Collimatorlinse bedeckende Krystallplatte, O die Projection eines durch die Platte gehenden, O' dieselbe eines neben der Platte durch Luft gehenden Strahles. Das auf die Platte auffallende, also auch das neben der Platte vorbeigehende Licht sei linear polarisirt und die Schwingungen desselben sollen parallel der Linie OA stattfinden. Der auf die Platte auffallende, linear polarisirte Lichtstrahl zerlegt sich bei seinem Durchgange durch die Platte in zwei Strahlen. Die auf einander senkrecht stehenden Schwingungsrichtungen derselben seien Ox und Oy, deren Geschwindigkeiten $v_,$ und $v_{,,}$. Der Winkel AOx sei gleich α. Ist der Ausschlag des Äthertheilchens an der ersten Trennungsfläche für den auffallenden Strahl gegeben durch

$$\sigma = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} . vt,$$

so sind die auf einander senkrechten Ausschläge eines Äthertheilchens an der zweiten Trennungsfläche, also auch für die austretenden Strahlen

$$\xi_1 = a \cos \alpha \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - \mu_, D)$$

$$\eta_1 = a \sin \alpha \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - \mu_{,,} D).$$

Den neben der Platte vorbeigehenden durch O' repräsentirten linearpolarisirten Strahl können wir uns ebenfalls in zwei senkrecht auf einander polarisirte parallel Ox und Oy schwingende Strahlen zerlegt denken. Die Geschwindigkeit dieser beiden Strahlen ist eben so wie jene des Zerlegten $= v$. Der Ausschlag jenes Äthertheilchens, welches im Strahle O' und in der verlängerten ersten Trennungsfläche liegt, findet parallel zu OA statt und ist ebenfalls wie oben σ. Das diesem Strahle O' angehörige, aber in der verlängerten zweiten Trennungsfläche liegende Äthertheilchen, macht nach Zerlegung in zwei aufeinander senkrechte, zu Ox und Oy parallelen Richtungen, folgende Ausschläge:

$$\xi'_1 = a \cos\alpha \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - D)$$

$$\eta'_1 = a \sin\alpha \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - D).$$

Von dieser zweiten Trennungsfläche an bewegen sich sämmtliche Strahlen durch Luft und vereinigen sich in einem Punkte hinter der Objectivlinse des Fernrohres. Bezeichnen wir die Entfernung dieses Vereinigungspunktes von der zweiten Trennungsfläche mit ζ, so wird das Äthertheilchen, welches in diesem Vereinigungspunkte liegt, da keiner der Strahlen mehr gegenüber den andern einen Gangunterschied erfahren hat, folgende Ausschläge gleichzeitig zu machen gezwungen

$$\xi = a \cos\alpha \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - \mu_, D - \zeta)$$

$$\eta = a \sin\alpha \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - \mu_{,,} D - \zeta)$$

$$\xi' = a \cos\alpha \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - D - \zeta)$$

$$\eta' = a \sin\alpha \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - D - \zeta).$$

Die Ausschläge ξ und ξ', so wie jene η und η' haben die gleiche Richtung, wir können statt ihnen je einen X und Y substituiren. Diese sind

$$X = a \cos\alpha \left[\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - \mu_, D - \zeta) + \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - D - \zeta)\right]$$

$$= 2a \cos\alpha \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_, - 1)\, D . \sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - \frac{\mu_, + 1}{2} . D - \zeta\right)$$

und

$$Y = a \sin\alpha \left[\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - \mu_{,,}D - \zeta) + \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - D - \zeta)\right]$$

$$= 2a \sin\alpha \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,} - 1)\,D.\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - \frac{\mu_{,,}+1}{2}\,.D - \zeta\right).$$

Die Ausschläge X und Y können wir als jene eines einzigen elliptisch polarisirten Strahles betrachten. Die Intensität dieses elliptisch polarisirten Strahles ist offenbar, da die Ausschläge X und Y auf einander senkrecht stehen

$$J' = 4a^2\cos^2\alpha\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,} - 1)\,D + 4a^2\sin^2\alpha\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,} - 1)\,D.$$

Für den speciellen Fall, daß die Schwingungsrichtung OA mit Ox zusammenfällt, wird offenbar $\alpha = 0$, somit

$$J'_{,} = 4a^2\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,} - 1)\,D.$$

Es ergibt sich aus dieser Gleichung, daß die Intensitätsmaxima und Minima an allen jenen Stellen mit gleicher Stärke auftreten werden, wo sie sich bei einer einfach brechenden Platte von derselben Dicke und den Brechungsquotienten $\mu_{,}$ finden. Fällt aber die Schwingungsrichtung mit der Oy zusammen, dann wird $\alpha = 90^\circ$ also

$$J'_{,,} = 4a^2\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,} - 1)\,D.$$

Die ganze Erscheinung stellt sich dann eben so dar, wie jene einer gleich dicken, einfach brechenden Platte mit dem Brechungsquotienten $\mu_{,,}$. Es sind dies die beiden aufeinander senkrechten Stellungen des polarisirenden Nicols, auf welche schon oben aufmerksam gemacht wurde.

Aus der für J' gefundenen Gleichung ist ohne weiteres ersichtlich, daß die Intensität an einer bestimmten Stelle des Spectrums abhängig ist von dem Werthe α und daß sich diese Intensität um so mehr jenen von $J'_{,}$ oder $J'_{,,}$ nähert, je näher α dem Werthe 0 oder 90° liegt. Nur an jenen Stellen, an welchen gleichzeitig $\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,} - 1)\,D$ und $\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,} - 1)\,D = 0$ sind, bleibt die Intensität fortwährend $= 0$, dort kommen nämlich zwei Minima, eines dem Werthe $J'_{,}$

[illegible]

[illegible] Intensitätscurve [illegible]

$$J = [illegible]$$

[illegible] ganz ähnliche [illegible] für die Ausschläge der [illegible] Lichtstrahles für einen bestimmten [illegible] ist bekanntlich eine [illegible] Form

$$J = [illegible]$$

[illegible] Maxima [illegible] Minima der Krümmungs- [illegible] Intensitätscurve [illegible] Fig. 3 [illegible] die Intensitäts- [illegible] Fig. 4 [illegible] Intensitätscurve für dasselbe [illegible] für J [illegible] vorausgesetzt ist, daß [illegible] Stück der Abscissenaxe [illegible] Maxima [illegible] Minima wie für die erste [illegible] Fig. [illegible] Talbot'schen Streifen [illegible] Fig. 4 stellt die Intensitäts- [illegible] daß $\alpha = 30°$ ist. Die Curve 1. 2. 3. . . entspricht dem ersten Theile der Gleichung für J, während die Curve 1 2 3 . . . dem zweiten Theile entspricht. Die Summe der Ordinaten dieser beiden Curven gibt offenbar die Ordinate der Intensitätscurve für J bei gleicher Abscisse. Man kann aus dieser Zeichnung ersehen, daß die Intensitätsmaxima und Minima, welche in den

Fig. 2 und 3 für die Componenten, dort wo sie aufgetreten sind, überall gleich groß waren, allerdings dort wo zwei Minima der Componenten zusammenfallen auch hier noch dieselbe Größe haben, daß sie aber, je mehr man sich von diesen Stellen gegen die Mitte bewegt, um so mehr von diesem Werthe abweichen. In der Mitte selbst, wo ein Maximum der einen auf ein Minimum der andern Componente fällt, nähern sich die Werthe der Maxima und Minima für J' am meisten. Die dunklen Interferenzstreifen werden also dort am schärfsten und schwärzesten sein, wo zwei Minima der Componenten entweder ganz zusammenfallen, wie dies in unseren Zeichnungen vorausgesetzt wurde, oder wenigstens nahezu zusammenfallen. Sie verlieren aber an Schwärze und Schärfe, je mehr man sich von diesen Stellen entfernt und scheinen in der Mitte, wo der Contrast zwischen Maximum und Minimum ein geringer ist, um so mehr ausgeblieben, je näher $\alpha = 45^\circ$ wird. Die Fig. 4 ergibt auch, daß die Lage des Intensitätsmaxima und Minima sich bei der Drehung des Nicols geändert hat. Die Maxima I, II, III..., also auch die Minima der resultirenden Intensitätscurve entfernen sich von jenen in Fig. 2 um so mehr und nähern sich desto mehr jenen der Fig. 3, ein je größerer Werth dem α zukommt. Fig. 5 stellt die Intensitätscurve für den Fall dar, daß $\alpha = 45^\circ$ ist. Aus unserer obigen Formel ergibt sich für diesen speciellen Fall

$$J' = 2a^2 \left[\cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (\mu_{,} - 1) D + \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (\mu_{,,} - 1) D \right].$$

In der Mitte bei C haben hier die Maxima und Minima nahezu denselben Werth, die Intensitätsstreifen erscheinen im Spectrum also nahezu verschwunden. Der Werth der Maxima und Minima wird eine beträchtliche Differenz nur bei A und B zeigen. Wenn man diese Erscheinung in Wirklichkeit ansieht, so wird namentlich dann, wenn die Entfernung AB beträchtlich wird oder wenn, was dasselbe ist, zwischen A und B viele Maxima liegen, in der Mitte eine, vielen Streifenintervallen gleiche Breite fast vollkommen streifenfrei erscheinen. Es ist bei diesen Zeichnungen angenommen worden, daß von den Componenten die Minima bei A und B sich gegenseitig decken. Es ist aber auch möglich, daß dieses Zusammenfallen für die Intensitätsmaxima eintritt. Die Erscheinung selbst erleidet aber durch diese kleine Modification keine wesentliche Veränderung, wie aus Fig. 6, die für diesen Fall construirt ist, sich ergibt. Darauf, in wie ferne sich diese beiden Erscheinungen unterscheiden, werden wir noch weiter unten zurückkommen.

Da wir das circularpolarisirte Licht als aus zwei senkrecht zu einander linearpolarisirten Strahlen von gleicher Amplitude mit einem Gangunterschiede von $\frac{1}{4}\lambda$ oder $\frac{3}{4}\lambda$ betrachten können, so erhalten wir offenbar

$$\xi = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - \mu_{,} D \pm \frac{\lambda}{4}\right)$$

$$\eta = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - \mu_{,,} D)$$

$$\xi' = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - D \pm \frac{\lambda}{4}\right)$$

$$\eta' = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - D).$$

Aus diesen Werthen ergibt sich

$$X = a \cos \frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,} - 1) D . \sin \frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - \frac{\mu_{,} + 1}{2} D - \zeta \pm \frac{\lambda}{4}\right)$$

$$Y = a \cos \frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,} - 1) D . \sin \frac{2\pi}{\lambda}\left(vt - \frac{\mu_{,,} + 1}{2} D - \zeta\right).$$

Beide Componenten entsprechen einem elliptisch polarisirten Strahle, dessen Intensität ist

$$J = a^2 \left\{\cos^2 \frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,} - 1) D + \cos^2 \frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,} - 1) D\right\}.$$

Bezüglich ihrer Maxima und Minima ist diese Gleichung, wie wir schon oben bemerkt, mit der unten für das unpolarisirte Licht erhaltenen identisch.

Wir gehen nun unmittelbar zur Erscheinung wie sie sich bei Anwendung von unpolarisirtem Lichte ergibt. Wir nehmen dabei an, daß das unpolarisirte Licht sich durch geradlinige Schwingungen der Äthertheilchen, aber mit continuirlich wechselnder Schwingungsrichtung charakterisirt. Jedoch soll eine und dieselbe Schwingungsrichtung wenigstens so lange festgehalten werden, als das Licht zum Durchlaufen der Strecke D braucht. Wir können dies um so mehr als diese Thatsache, durch die Untersuchungen von Stefan, als festgestellt angesehen werden kann. Schwingt das unpolarisirte Licht beim Auffallen auf die erste Trennungsfläche zur Zeit t so, daß die Schwingungsrichtung AO mit der Ox Fig. 1 den Winkel α bildet, so wird zur Zeit t die Intensität sein

$$J = 4a^2 \cos^2\alpha \cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,}-1)D + 4a^2 \sin^2\alpha \cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-1)D.$$

Hält diese Schwingung durch das Zeitelement dt an, so erhalten wir

$$dJ = 4a^2 \cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,}-1)D \cos^2\alpha . dt + 4a^2 \cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-1)D \sin^2\alpha . dt.$$

Nehmen wir ferner an, die Schwingungsrichtung des unpolarisirten Lichtes drehe sich gleichmäßig in demselben Sinne so, daß in der Zeit θ der ganze Kreis durchlaufen wird, dann besteht offenbar die Proportion

$$t : \theta = \alpha : 2\pi,$$

es kann somit statt α der Werth $\frac{2\pi t}{\theta}$ gesetzt werden. Die Intensität während einer ganzen Umdrehung ergibt sich also nach der Formel

$$J = 4a^2 \cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,}-1)D . \int_0^\theta \cos^2\frac{2\pi t}{\theta} dt$$
$$+ 4a^2 \cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-1)D . \int_0^\theta \sin^2\frac{2\pi t}{\theta} dt.$$

Der Werth der hier vorkommenden Integrale ist aber bekanntlich

$$\int_0^\theta \cos^2\frac{2\pi t}{\theta} dt = \int_0^\theta \sin^2\frac{2\pi t}{\theta} dt = \frac{\theta}{2}.$$

Es ergibt sich somit auch die Intensität bei Anwendung von unpolarisirtem Lichte

$$J = 4a^2 \frac{\theta}{2}\left[\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,}-1)D + \cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-1)D\right].$$

Den Werth von θ für die Umdrehungszeit der Schwingungsrichtung des unpolarisirten Lichtes können wir leicht aus dieser Formel hinwegschaffen. Denken wir uns nämlich die Krystallplatte von der Collimatorlinse entfernt, so erscheint das ganze Spectrum continuirlich. Wir finden die Intensität für irgend eine Stelle desselben, wenn wir in unserer Gleichung für J setzen $\mu_{,}=\mu_{,,}=1$. Bezeichnen wir diese Intensität mit i, so ist

$$i=4a^2\theta \quad \text{oder} \quad \theta=\frac{i}{4a^2}.$$

Unsere gesuchte Intensität J nimmt dann die Form an

$$J=\frac{i}{2}\left[\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,}-1)\,D+\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-1)\,D\right].$$

Aus dieser Relation ergibt sich sogleich, indem wir sie mit einer oben gefundenen vergleichen, daß die Erscheinung bei Anwendung von unpolarisirtem Lichte sich gerade so darstellt wie bei Anwendung von linearpolarisirtem Lichte, dessen Schwingungsrichtung unter 45° gegen die Schwingungsrichtung der die Krystallplatte durchziehenden Strahlen geneigt ist.

Um jedoch diese Gleichung näher betrachten zu können, wollen wir ihr eine bequemere Form geben. Wir ersetzen nämlich die Cosinusquadrate durch die Cosinuse der doppelten Winkel und entwickeln die dadurch erhaltene Summe zweier Cosinuse in ein Product zweier solcher. Man erhält dadurch

$$J=\frac{i}{2}\left[1+\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-\mu_{,})\,D\,.\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}-1\right)D\right].$$

Aus dieser Gleichung folgt ersichtlich, daß J ein Minimum wird, so oft das Product $\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-\mu_{,})\,D\,.\,\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}-1\right)D$ einen größten negativen und daß J ein Maximum wird, so oft dasselbe Product einen größten positiven Werth bekommt. Die Maxima und Minima werden ganz besonders durch den zweiten Factor geliefert werden, wenn der Werth des ersten Factors nur sehr wenig sich ändert. Dieses letztere tritt aber namentlich ein, wenn $\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-\mu_{,})\,D = 0$ oder ein Vielfaches von π ist.

Nehmen wir also an, es sei

$$(1) \qquad \cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-\mu_{,})\,D = +1,$$

welches immer eintritt, so oft

$$(\mu_{,,}-\mu_{,})\,D = n\lambda$$

ist, in welcher Relation n jede gerade ganze Zahl, die Nulle eingeschlossen, sein kann. Die durch das zweite Glied bestimmten Intensitätsminima treten dann auf für

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}-1\right)D = -1,$$

also auch immer so oft

$$\left(\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}-1\right)D = \frac{2n+1}{2}\lambda.$$

In dieser Formel kann statt n jede ganze Zahl substituirt werden. Die Intensitätsmaxima hingegen treten auf, sobald

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}-1\right)D = +1,$$

so oft also

$$\left(\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}-1\right)D = n\lambda$$

wird, wobei unter n abermals jede ganze Zahl verstanden werden kann.

Es kann aber auch

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-\mu_{,})\,D = -1 \qquad (2)$$

sein. Dann muß

$$(\mu_{,,}-\mu_{,})\,D = n\lambda$$

sein, ähnlich wie oben, es kann aber hier n nur jede ungerade ganze Zahl bedeuten. Für solche Stellen unseres Spectrums ergeben sich wieder aus dem zweiten Gliede die Minima für

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_{\prime\prime}+\mu_{\prime}}{2}-1\right)D=+1,$$

d. i. für

$$\left(\frac{\mu_{\prime\prime}+\mu_{\prime}}{2}-1\right)D=n\lambda,$$

während sich die Maxima ergeben für

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_{\prime\prime}+\mu_{\prime}}{2}-1\right)D=-1$$

oder für

$$\left(\frac{\mu_{\prime\prime}+\mu_{\prime}}{2}-1\right)D=\frac{2n+1}{2}\lambda,$$

in welchen beiden Formeln wir wieder statt n jede ganze Zahl setzen können.

Durch diese Formeln wird das Auftreten der Maxima und Minima nicht nur an jenen Stellen bestimmt, für welche $\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{\prime\prime}+\mu_{\prime})D=\pm 1$ ist, sondern es erstreckt sich dieses Gesetz auch auf Stellen, die von den bezeichneten ziemlich weit entfernt sind. Nur an jenen Stellen, für welche $\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{\prime\prime}-\mu_{\prime})D=0$ ist, erleidet die Lage der Maxima und Minima gegenüber der eben bezeichneten eine kleine Modification. Das Wachsen von $\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{\prime\prime}-\mu_{\prime})D$ ist nämlich gegenüber den rapiden Änderungen von $\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_{\prime\prime}+\mu_{\prime}}{2}-1\right)D$ beinahe in allen Fällen zu vernachlässigen.

Die eben gewonnenen Resultate können wir uns auf folgende Art leicht versinnlichen. Wenn wir nämlich dieselbe Krystallplatte, welche wir zur Erzeugung der Talbot'schen Streifen benützten, zwischen zwei gekreuzte Nicole bringen, so daß die Schwingungsrichtungen der Nicole mit den Hauptschwingungsrichtungen Ox und Oy der Krystallplatte einen Winkel von 45° bilden und wir lassen das aus dem zweiten Nicol austretende Licht auf die Spalte des Spectralapparates fallen, und analysiren so dasselbe durch ein Prisma, so erscheinen in dem Spectrum die bekannten dunklen Streifen. Man kann den Versuch auch auf folgende Art machen. Man läßt das Licht, bevor es auf die Spalte des Spectralapparates fällt, durch einen Nicol gehen. Aus dem Collimator tritt sonach linearpolarisirtes Licht aus, welches man nun durch die irgendwo zwischen Spalte und Fernrohr eingeschobene Krystallplatte gehen läßt. Die Krystallplatte muß jedoch so gestellt sein, daß ihre Hauptschwingungsrichtungen mit der Schwingungsrichtung des austretenden linearpolarisirten Lichtes einen Winkel von 45° bilden. Durch einen zweiten, gegen den ersten gekreuzten Nicol, den man etwa am Oculare des Beobachtungsfernrohres anbringt, kann man nun das Spectrum betrachten. Es erscheinen in demselben dunkle, meist weit abstehende Interferenzstreifen. Diese Streifen entstehen bekanntlich an jenen Stellen, für welche, unter n jede ganze Zahl verstanden,

$$(\mu_{,,}-\mu_{,})\,D = n\lambda$$

ist. Abwechselnd kommt diesen Streifen ein gerader und ein ungerader Werth von n zu. Diese Streifen charakterisiren also jene Stellen, die wir vorne unter (1) und (2) besonders hervorgehoben haben. Es ergibt sich sonach aus diesen Betrachtungen die physikalische Bedeutung des ersten Factors vom zweiten Gliede unserer Intensitätsformel.

Die Bedeutung des zweiten Factors ergibt sich aus folgender Betrachtung. Denken wir uns eine einfach brechende Platte, von derselben Dicke wie unsere Krystallplatte, deren Brechungsquotient $\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}$, d. i. das arithmetische Mittel aus den beiden Brechungsquotienten der Krystallplatte ist, so vor die Collimatorlinse gestellt, daß wir ihre Talbot'schen Streifen erhalten, so ergeben sich die ihnen entsprechenden Minima nach der Formel

$$\left(\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}-1\right)D = \frac{2n+1}{2}\lambda,$$

die Maxima aber werden eintreten bei allen Stellen des Spectrums, für welche

$$\left(\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}-1\right)D = n\lambda$$

ist, wo in beiden Fällen wieder statt n jede ganze Zahl gesetzt werden kann.

Bringen wir die eben gefundenen Resultate mit den obigen in Zusammenhang, so ergibt sich für das Auftreten der Maxima und Minima bei eingeschobener Krystallplatte folgende Regel: An denjenigen Stellen, welche bei gekreuzten Nicolen und gehörig eingeschobener Krystallplatte dunklen Interferenzstreifen mit einem Gangunterschiede von einer geraden Anzahl Wellenlängen entsprechen, finden sich für dieselbe Krystallplatte die schwarz und scharf auftretenden Talbot'schen Streifen an eben denselben Stellen, wo sie sich für eine einfach brechende Platte von derselben Dicke und einem mittleren Brechungsquotienten $\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}$ finden; an jenen Stellen aber, wo für die Interferenzstreifen zwischen gekreuzten Nicolen sich ein Gangunterschied von einer ungeraden Anzahl von Wellenlängen ergibt, erscheinen die Talbot-schen Interferenzstreifen an den Stellen der Intensitätsmaxima der bezeichneten einfach brechenden Platte. Gegenüber diesen Talbot'schen Streifen erscheinen also jene unserer Krystallplatte um das halbe Intervall zwischen zwei solchen Streifen verschoben. In der Mitte zwischen je zwei dunklen Interferenzstreifen bei gekreuzten Nicolen liegen jene Stellen, an welchen die Talbot'schen Streifen auszubleiben scheinen.

Daß die Talbot'schen Streifen einer solchen Krystallplatte wirklich dort auftreten, und zwar am schärfsten und schwärzesten, wo bei gekreuzten Nicolen dunkle Interferenzstreifen im Spectrum sich zeigen, läßt sich leicht durch einen Versuch nachweisen. Läßt man nämlich linearpolarisirtes Licht auf die Spalte fallen, und dasselbe sodann zum Theil durch die Platte, deren Hauptschwingungsrichtungen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes bilden, zum Theil neben der Platte vorbeigehen, so erhält man bei gekreuztem Nicole am Oculare beide Erscheinungen zusammen. Man sieht die Talbot'schen Streifen in den breiten Interferenzstreifen sehr gut auftreten, namentlich wenn man den Nicol am

Oculare ein wenig aus seiner richtigen Lage dreht, um die durch diesen Nicol hervorgerufenen Interferenzstreifen weniger dunkel zu haben. Dreht man den Nicol am Oculare um 90°, so treten die Interferenzstreifen an den streifenfreien Stellen auf, während jetzt die Talbot'schen Streifen an der Stelle dieser Intensitätsmaxima sich zeigen.

Diese Resultate, welche die Erscheinung im Wesentlichen vollkommen darstellen, sind jedoch unter der Voraussetzung gewonnen worden, daß der Factor $\cos\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-\mu_{,})\,D$ keine wesentliche Veränderung bei gleichzeitig rascher eintretender Änderung des zweiten Factors $\cos\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\mu_{,,}+\mu_{,}}{2}-1\right)D$ erleidet. Wir haben schon oben bemerkt, daß wir diese Annahme gerade für jene Stellen, wo vollkommen schwarze Interferenzstreifen auftreten, wo also die Erscheinung am auffallendsten ist, zu machen berechtigt sind. Wenn wir uns aber von diesen dunklen zu schwächeren Talbot'schen Streifen, ja sogar an die scheinbar streifenfreien Stellen begeben, so erleiden diese Resultate, wenn auch nur geringe, Modificationen. Wesentlich aber sind diese Modificationen jedoch nur an den scheinbar streifenfreien Stellen. Um an diesen Stellen die Erscheinung vollkommen direct wiedergeben zu können, hätten wir in der Intensitätsformel

$$J=\frac{i}{2}\left[\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,}-1)\,D+\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(\mu_{,,}-1)\,D\right]$$

$\mu_{,}$ sowohl als $\mu_{,,}$, etwa nach der Cauchy'schen Dispersionsformel als Function von λ darzustellen. Aus den so erhaltenen $\frac{dJ}{d\lambda}=0$, könnten jene Werthe von λ bestimmt werden, für welche Intensitätsmaxima und Minima auftreten. Aber die transcendente Gleichung $\frac{dJ}{d\lambda}=0$ ist eine so complicirte, daß leicht darstellbare Gesetze aus ihr nicht gewonnen werden können. Wir helfen uns auch hier wieder mit den leichter verständlichen Zeichnungen. Aus den Fig. 5, 6 und 7 ist ersichtlich, daß die Talbot'schen Streifen bis gegen die Mitte C des hellen breiten Streifens wenigstens sehr nahe gleiche Distanz besitzen und nur die wenigen der Mitte C zunächst liegenden Maxima und Minima sind etwas näher aneinander gerückt. In der Mitte selbst findet sich entweder ein Maximum oder ein Minimum, wenigstens unter den Voraussetzungen, die den Zeichnungen zu Grunde liegen. Bei Fig. 5 und 7 ist vorausgesetzt, daß an den Stellen, wo scharfe und schwarze Interferenzstreifen auftreten, Minima der Componenten sich decken, während bei Fig. 6 Maxima derselben an dieselbe Stelle des Spectrums fallen. Das ist nun in aller Strenge nicht nothwendig, nahezu allerdings wird man immer den einen oder den anderen Fall als vorhanden annehmen können. Um dies verständlich zu machen, erinnern wir uns an das Verhältniß zwischen Maßstab und Nonius. Wie dort n Theile des einen $n \pm 1$ Theilen des andern gleich sind, so kommen auch hier n Intervalle der einen Componente auf $n \pm 1$ Intervalle der anderen. Nonius und Maßstab können nun so übereinander geschoben sein, daß ein Theilstrich des einen auf einen solchen des anderen kommt. Das ist bei uns der Fall, wenn zwei Minima sich decken, wie in Fig. 5 und 7. Aber Nonius und Maßstab können auch so verschoben sein, daß keiner ihrer Theilstriche zusammenfallen, die größte Verschiebung, die da eintreten kann, ist bekanntlich gleich der halben Angabe des Nonius. Eine solche größte Entfernung zweier nächstliegender Theilstriche entspricht bei uns der Deckung zweier Maxima. Da haben dann die einander nächstliegenden dunklen Interferenzstreifen der Componenten eine Entfernung $\frac{b}{2n}$, wobei b die Größe eines Intervalles und n Anzahl der zwischen zwei streifenfreien Stellen auftretenden Interferenzstreifen ist. Je größer dieses n ist, je kleiner das b sich herausstellt, je näher also die Talbot'schen Streifen aneinander gerückt sind, desto mehr sind wir berechtigt, ein Decken zweier Minima anzunehmen. Für die Erscheinung im großen Ganzen ist es, wie wir schon bemerkt haben, gleichgiltig, ob sich zwei Minima oder zwei Maxima der Componenten decken, da wir bei der ganzen obigen Ableitung niemals uns genöthigt sahen eine solche Bedingung einzuführen. In Bezug aber auf das Auftreten der Maxima und Minima an den scheinbar streifenfreien Stellen ist dies aber nicht gleichgiltig, wie ein Blick auf Fig. 5 und 6 sogleich ergibt. Nehmen wir zuerst an, daß bei A und B sich zwei Minima der Componenten decken, wie in Fig. 5 und 7. In der Mitte bei C wird die Intensität für die eine Componente, bei welcher auf die Entfernung eine gerade Anzahl von Intervallen oder Interferenzstreifen kommen $= 0$, für die zweite mit einer ungeraden

Anzahl von Intervalen wird sie $=\frac{1}{2}$. Ist die Anzahl der ungeraden Intervalle, wie in Fig. 5 größer, so wird das erste Glied der Intensitätsformel

$$J=\frac{i}{2}\left(\cos^2\frac{m_, \pi D}{\lambda}+\cos^2\frac{m_{,,}\pi D}{\lambda}\right)$$

(wobei $m_, = \mu_, -1$ und $m_{,,} = \mu_{,,}-1$ der Kürze halber gesetzt wurde) $= 0$, das zweite $= 1$. Gehen wir von C aus, um ein ganz kleines Stück weiter, so ändert sich λ in λ', $m_,$ und $m_{,,}$ in $m'_,$ und $m'_{,,}$, man erhält also für diese Stelle

$$J'=\frac{i}{2}\left(\cos^2\frac{m'_,\pi D}{\lambda'}+\cos^2\frac{m'_{,,}\pi D}{\lambda'}\right).$$

Bilden wir die Differenz $J-J'$, so erhalten wir durch einfache Transformation

$$J-J'=\sin\pi D\left(\frac{m'_,}{\lambda'}+\frac{m_,}{\lambda}\right)\sin\pi D\left(\frac{m'_,}{\lambda'}-\frac{m_,}{\lambda}\right)+\sin\pi D\left(\frac{m'_{,,}}{\lambda'}+\frac{m_{,,}}{\lambda}\right)$$
$$\sin\pi D\left(\frac{m'_{,,}}{\lambda'}-\frac{m_{,,}}{\lambda}\right).$$

Da wir nur sehr wenig über C hinausgegangen sind, so ist $\left(\frac{m'_,}{\lambda'}-\frac{m_,}{\lambda}\right)=\Delta\frac{m_,}{\lambda}$ und $\left(\frac{m'_{,,}}{\lambda'}-\frac{m_{,,}}{\lambda}\right)=\Delta\frac{m_{,,}}{\lambda}$ sehr klein. Statt den Sinusen der Differenzen können wir also $\pi D\frac{\Delta m_,}{\lambda}$ und $\pi D\Delta\frac{m_{,,}}{\lambda}$ setzen. Ganz ähnlich können wir bei der weiteren Entwicklung der Sinuse der Summen $\pi D\left(\frac{m'_,}{\lambda'}+\frac{m_,}{\lambda}\right)=\pi D\left(\frac{2m_,}{\lambda}+\Delta\frac{m_,}{\lambda}\right)$ und $\pi D\left(\frac{m'_{,,}}{\lambda'}+\frac{m_{,,}}{\lambda}\right)=\pi D\left(\frac{2m_{,,}}{\lambda}+\Delta\frac{m_{,,}}{\lambda}\right)$ Transformationen vornehmen und erhalten.

$$J-J'=\left(\pi D\Delta\frac{m_,}{\lambda}\right)^2\cos\frac{2\pi Dm_,}{\lambda}+\left(\pi D\Delta\frac{m_{,,}}{\lambda}\right)^2\cos\frac{2\pi Dm_{,,}}{\lambda}.$$

Der Werth von $\cos\frac{2\pi Dm_,}{\lambda}$ ist aber $=+1$, jener von $\cos\frac{2\pi Dm_{,,}}{\lambda}=-1$, da $\cos\frac{\pi Dm_,}{\lambda}=1$, und $\cos\frac{\pi Dm_{,,}}{\lambda}=0$ sind; es wird somit

$$J-J'=\pi^2D^2\left(\Delta\frac{m_,}{\lambda}+\Delta\frac{m_{,,}}{\lambda}\right)\left(\Delta\frac{m_,}{\lambda}-\Delta\frac{m_{,,}}{\lambda}\right).$$

Da aber $\Delta\frac{m_{,,}}{\lambda}$ größer ist als $\Delta\frac{m_{,}}{\lambda}$, wegen $\mu_{,,} > \mu_{,}$, so folgt, daß J' größer ist als J, daß also auch bei C ein Minimum auftritt.

Auf eine ganz ähnliche Art erweist sich das Auftreten eines Maximums bei C im Falle der Fig. 1, wo bei gleichzeitigen Decken zweier Minima eine größere Anzahl gerader Intervalle auf eine kleine Anzahl ungerader Intervalle kommt.

Decken sich aber zwei Maxima, so wird bei einer größeren Anzahl ungerader Intervalle und einer geringeren Anzahl gerader wie in Fig. 6, bei C ein Maximum auftreten. Bei einer größeren Anzahl gerader Intervalle gegenüber einer geringeren ungerader wird aber in diesem Falle ein Minimum bei C auftreten.

Sollten in einem allgemeineren Falle sich weder zwei Maxima noch zwei Minima decken, so wird bei C weder ein Maximum noch ein Minimum sich geltend machen. Ob ein Maximum oder ein Minimum in diesem Falle der Mitte am nächsten liegt, ergibt sich mit Hilfe der oben gemachten Bemerkungen leicht, wenn man nur weiß, ob die kleinste Entfernung zweier nächstliegender Maxima oder Minima größer oder kleiner ist.

Was die Anzahl der im Spectrum auftretenden Maxima und Minima betrifft, so kann aus den Zeichnungen, namentlich den Fig. 5, 6 und 7 entnommen werden, daß stets die Anzahl dieser Maxima und Minima eben so groß ist wie jene, welche in dem Spectrum der dem größeren Brechungsquotienten entsprechenden Componente auftreten. Hat also eine Componente zwischen B und H etwa n Interferenzstreifen, die zweite aber $n+1$, so treten bei der Resultirenden unter Anwendung von unpolarisirtem Lichte stets $n+1$ Interferenzstreifen auf. Die Intensität und die Lage dieser Interferenzstreifen weicht jedoch sichtlich von jenen der größeren Componente ab.

Bezeichnen wir mit $\mu_{,}'$ und $\mu_{,}$ die Berechnungsquotienten zweier bestimmter Fraunhofer'schen Linien, mit λ' und λ die ihnen entsprechenden Wellenlängen jener Componente, welche die Krystallplatte parallel Ox schwingend durchläuft, so ist die Anzahl der Interferenzstreifen für diese Componente, also für den Fall $\alpha = 0$, die zwischen den genannten Fraunhofer'schen Linien liegen

$$N = \left(\frac{\mu_{,}'-1}{\lambda'} - \frac{\mu_{,}-1}{\lambda}\right)D.$$

Für die zweite parallel Oy schwingende Componente, oder für $\alpha = 90^\circ$, ergibt sich die Anzahl der zwischen denselben Fraunhofer'schen Linien liegenden Streifen als

$$N' = \left(\frac{\mu'_{,,} - 1}{\lambda'} - \frac{\mu_{,,} - 1}{\lambda}\right) D.$$

Die Zahl derjenigen Stellen, welche zwischen derselben Fraunhofer'schen Linie sich finden und an welchen scharfe und dunkle Interferenzstreifen auftreten, ist

$$N' - N.$$

Die Anzahl der Streifen der einen Componente, welche zwischen zwei solchen Stellen A, B Fig. 5 mit scharfen Streifen sich finden, ist

$$n = \frac{N}{N' - N}.$$

Für die zweite Componente ist diese Zahl

$$n' = \frac{N'}{N' - N}$$

und wenn wir $\mu_{,,} > \mu_{,}$ also auch $\mu'_{,,} > \mu'_{,}$ nehmen, muß $n' = n + 1$ sein. Die Zahl n' so wie auch jene n ist ersichtlich unabhängig von der Dicke der Platte. Der Wechsel von Stellen mit scharfen und dunklen Interferenzstreifen mit solchen scheinbar streifenfreien wird also zwischen zwei bestimmten Fraunhofer'schen Linien um so rascher stattfinden, es werden sich um so mehr solche Stellen im gleichen Intervalle des Spectrums finden, je dicker die Platte ist. $N' - N$ wächst nämlich proportional der Dicke, aber die Zahl der Interferenzstreifen zwischen zwei solchen Stellen wird stets $n + 1$ sein, ob zur Hervorrufung solcher Streifen dicke oder dünne Platten angewendet wurden. Bei dickeren Platten werden die Talbot'schen Streifen näher aneinander gerückt sein wie bei dünneren.

Soll aber das ganze Spectrum hindurch zwischen je zwei Stellen A und B eine gleiche Zahl solcher Streifen liegen, so muß n constant sein, welche zusammengehörige Werthe von μ und λ man auch in die Gleichung substituiren mag. Mit der Constanz von n ist aber auch jene von $\frac{N_{,}}{N}$ verbunden. In diesem Falle muß auch, wenn $(\mu_{,,}-1) = m(\mu_{,}-1)$ gesetzt wird, der Werth m oder was dasselbe ist

$$\frac{1}{m} = \frac{\mu_{,,}-1}{\mu_{,}-1}$$

constant sein. Das ist nun im Allgemeinen nicht der Fall. Im Gegentheile zeigt sich bei allen doppelt brechenden Substanzen oft ein nicht unbeträchtliches Wachsen dieses Werthes, wenn man vom rothen Theile des Spectrums zum Violetten geht. Für eine parallel der optischen Axe geschnittene Quarzplatte sind nach Rudberg's Messungen für die Fraunhofer'schen Linien derjenigen beiden Strahlen, die senkrecht gegen einander polarisirt diese Platte durchziehen

	$\mu_{,} = \mu_o$	$\mu_{,,} = \mu_e$
B	1·54090	1·54990
C	1·54181	1·55085
D	1·54418	1·55328
E	1·54711	1·55631
F	1·54965	1·55894
G	1·55425	1·56365
H	1·55817	1·56772.

Bildet man nach diesen Zahlen den Quotienten $\frac{\mu_{,,}-1}{\mu_{,}-1}$ für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien, so erhält man folgende Werthe

B	1·016525
C	1·016675
D	1·016720
E	1·016800
F	1·016898
G	1·016978
H	1·017096.

Das oben angedeutete Wachsen dürfte aus diesen Zahlen zweifellos zu entnehmen sein. Da aber ein Wachsen dieses Werthes ein Kleinerwerden des n mit sich bringt, so werden auch im analysirenden trum zwischen zwei streifenfreien Stellen um so weniger dunkle ferenzstreifen auftreten, je mehr man sich gegen das violette begibt.

Noch auffallender ist das Wachsen dieses Quotienten für den spath. Für eine parallel der optischen Axe geschnittene Kalkhplatte ergeben sich mit Zugrundelegung von Rudberg's sungen folgende Werthe

B	1·3496
E	1·3580
H	1·3726.

In diesem Wachsen des Quotienten $\frac{\mu_{,,}-1}{\mu_{,}-1}$ ist auch der Grund zu ehen, weßhalb man bei speciellen Rechnungen für n und n' nicht, e es nothwendig sein sollte, ganze Zahlen findet. Man erhält nämlich mer nur einen Mittelwerth, der nicht nothwendig eine ganze Zahl . Freilich sind die Beobachtungsfehler, welche den Werthen von und λ noch anhaften auch hier von Einfluß, jedoch ist derselbe icht sehr bedeutend.

Wenn man, um bei dickeren Krystallplatten eine größere Entrnung der Interferenzstreifen zu erhalten, die neben der Platte vorbergehenden Strahlen statt durch Luft allein, auch noch durch eine infach brechende Platte von der Dicke D_0 und dem Brechungsquoienten μ gehen läßt, so erhält man

$$\frac{i}{2}\left[\cos^2\frac{\pi}{\lambda}\Big((\mu_{,}-1)\,D-(\mu-1)\,D_0\Big)+\cos^2\frac{\pi}{\lambda}\Big((\mu_{,,}-1)\,D-(\mu-1)\,D_0\Big)\right]$$

ls Intensitätsformel.

Wendet man eine drehende Platte an, etwa eine zur optischen Axe senkrecht geschnittene Quarzplatte, so erscheinen in Folge der Drehung der Polarisationsebene die Stellen mit schwarzen Interferenzstreifen verschoben. Dasselbe müßte geschehen, wenn das unpoarisirte Licht auf die Strecke D schon seine Schwingungsrichtung geändert hätte. Die Intensitätsgleichung für diese Erscheinung läßt sich eben so wie die oben abgeleitete aufstellen. Würde z. B. die Quarzplatte von der Dicke D_0 die Polarisationsebene um δ nach rechts drehen, so hätte man um unserer Formel für ξ_1 und η_1 nur statt D $(\mu_0-1)D_0$ und statt α, $\alpha+\delta$ zu setzen, unter μ_0 den ordentlichen

Brechungsquotienten für Quarz verstanden. Hätte man eine links drehende Quarzplatte, so müßte δ negativ gesetzt werden. Die weitere Entwicklung gelingt dann ohneweiters.

Die Intensitätscurve, wie sie sich in den Fig. 4, 5 u. s. w. darstellt, besitzt eine große Ähnlichkeit mit jener Curve, welche ein feiner Stift auf Papier u. s. w. zeichnet, der die Schwebungen wiederzugeben bestimmt ist, die zwei naheliegende Töne erzeugen, wenn gleich die Art und Weise ihres Entstehens eine ersichtlich verschiedene ist.

Bei meinen Versuchen habe ich außer Gypsplatten von verschiedener Dicke auch eine zur optischen Axe parallel geschnittene Quarzplatte von 2 Millim. Dicke benützt, welche sehr schöne Talbot'sche Streifen unter Anwendung eines Starke'schen Spectralapparates mit zwei Prismen lieferte. Wurde linearpolarisirtes Licht angewendet und die Quarzplatte so eingeschoben, daß ihre optische Axe senkrecht zur Schwingungsrichtung war, daß also nur ordentliche Wellen sie durchzogen, so waren nach Rudberg's Quotienten gerechnet, zwischen den Linien B und H 1237·4 Interferenzstreifen. War die Quarzplatte um 90° gedreht worden, gingen durch sie also nur die außerordentlichen Strahlen, so fanden sich zwischen denselben Fraunhofer'schen Linien 1259·3 Interferenzstreifen. Es war als $N = 1237{\cdot}4$ und $N' = 1259{\cdot}3$. Die Anzahl der Stellen, an welchen die Talbot'schen Streifen am deutlichsten und schärfsten auftraten, ist also $N' - N = 22$ auf das Intervall BH. Zwischen zwei solchen Stellen kommen von der ordentlichen Componente 59, von der außerordentlichen aber 60 Interferenzstreifen. Zwischen gekreuzten Nikolen waren ebenfalls zwischen B und H 22 dunkle Interferenzstreifen. Für die in der Nähe von D liegenden solchen Interferenzstreifen enthält die folgende Zusammenstellung die dem Kirchhoff'schen Spectrum entsprechende Zahl derjenigen Fraunhofer'schen Linie, bei welcher sie auftreten, die ihnen entsprechende Wellenlänge λ und den Gangunterschied n der sie liefernden Strahlen. Die Wellenlängen sind berechnet nach der bekannten Formel

$$\frac{(\mu_e - \mu_o)\,D}{n} = \lambda.$$

Bei dieser Berechnung ist vorausgesetzt worden, und diese Voraussetzung ist bei Quarz und einem kleineren Stücke des Spectrums erlaubt, daß $\mu_e - \mu_o$ für alle Stellen dieses Intervalles constant $= 0·00905$ sei. Aus der berechneten Wellenlänge konnte aus den schon bekannten Wellenlängen[1]) der ihnen benachbarten Stellen durch Interpolation die Kirchhoff'sche Bezeichnung wenigstens annähernd gefunden werden.

Nr.	λ	n	Nr.	λ	n
	696·15	26	935	603·50	30
647	670·37	27	1043	583·97	31
727	646·43	28	1170	565·62	32.
831	624·14	29			

Bei den eben bezeichneten Stellen des Kirchhoff'schen Spectrums werden nach unserer Untersuchung die Talbot'schen Streifen besonders scharf und dunkel auftreten. Bei den Linien 727, 935, 1170, welche geraden Gangunterschieden entsprechen, werden diese Streifen dort erscheinen, wo sie für eine gleich dicke einfach brechende Platte vom mittleren Brechungsquotienten $\frac{\mu_e + \mu_o}{2}$ auftreten. Bei den Linien 647·0, 831, 1043 hingegen, wo Gangunterschiede von einer ungeraden Anzahl Wellenlängen eingetreten sind, werden die Talbotschen Streifen unserer Quarzplatte gegen jene der idealen einfach brechenden Platte um die halbe Entfernung zweier Talbot'schen Interferenzstreifen verschoben sein. Diese Verschiebung erhält sich bis nahe zur Mitte, wo die Streifen zu mangeln scheinen. Dort aber würde ein Maximum von der einen Seite herrührend auf ein Minimum der anderen Seite fallen. Der Ausgleich nun, der in der Mitte naturgemäß eintreten muß, bedingt das eigenthümliche Auftreten eines Maximums oder Minimums in der Mitte und den ihr nächstliegenden Stellen. Beim Quarze finden wir also eine große Anzahl von Interferenzstreifen zwischen zwei streifenfreien Stellen. Diese letzteren Stellen sind auch verhältnißmäßig breit, da auch die in ihnen auftretenden Streifen in ziemlich bedeutender Anzahl von so geringem Intensitätsunterschied gegen die zwischen ihnen liegenden Maxima erscheinen, daß sie sich dem Auge gänzlich entziehen.

Ganz ähnlich wie am Quarz sind die Erscheinungen, welche der Gyps bietet, da senkrecht zur ausgezeichneten Theilbarkeit sich

---

[1]) Sitzungsberichte 52. Band.

durch denselben zwei senkrecht gegen einander polarisirte Strahlen bewegen, deren Brechungsquotienten denjenigen des Quarzes nach Ångström sehr nahe kommen. Bei Gyps ist nur die Vorsicht zu gebrauchen, daß man Stücke wählt, welche nicht durch Spaltflächen und zwischen sie eingetretene Luft andere nicht hieher gehörige Interferenzstreifen liefern.

Interessant bezüglich der Talbot'schen Streifen verhält sich der Kalkspath. Die senkrecht zu einer Platte, welche parallel zur optischen Axe geschnitten ist, sich fortpflanzenden Strahlen besitzen viel verschiedenere Geschwindigkeiten wie beim Quarz. Für linear polarisirtes Licht, welches eine solche 1 Millim. dicke Kalkspathplatte parallel der optischen Axe schwingend durchläuft, erhält man zwischen B und H 549·6 Interferenzstreifen, für senkrecht zur optischen Axe schwingendes Licht aber 810·6 solche Streifen. Bei Anwendung von unpolarisirtem Licht treten also an 261 verschiedenen Stellen zwischen B und H die Interferenzstreifen vollkommen, an eben so vielen Stellen aber schwächer auf. Der Wechsel dieser Stellen ist also hier ein sehr rapider. Zwischen zwei solche Stellen fallen von der einen Componente nur zwei, von der andern nur drei Interferenzstreifen. Die Intensitätscurve für diesen Fall ist in Fig. 8 dargestellt. Es sind hier zwei ziemlich scharfe Interferenzstreifen paarweise angeordnet und diese Paare sind getrennt durch einen schwachen Interferenzstreifen, etwa wie Fig. 10 es darstellt.

Wendet man Doppelspathplatten an, die durch zwei natürliche den Grundrhomboëderflächen parallele Spaltungsflächen gebildet sind, so stellt sich die Erscheinung ähnlich dar. Senkrecht zu diesen Flächen bewegen sich durch eine solche Platte zwei Wellen, die eine mit der Geschwindigkeit der ordentlichen Wellen, die zweite mit einer Geschwindigkeit, welche zwischen jener der ordentlichen und außerordentlichen Wellen liegt. Die Brechungsquotienten für diese Wellen, welche parallel der kürzeren Diagonale des Grundrhomboëders schwingen, sind

$$\text{für } B \quad \mu_{,} = 1\cdot57230$$
$$\text{„ } H \quad \mu'_{,} = 1\cdot58244,$$

während die Brechungsquotienten für die ordentlichen Wellen und für dieselben Fraunhofer'schen Linien sind

$$\mu_{,,} = 1\cdot65308 \quad \text{und} \quad \mu'_{,,} = 1\cdot68330.$$

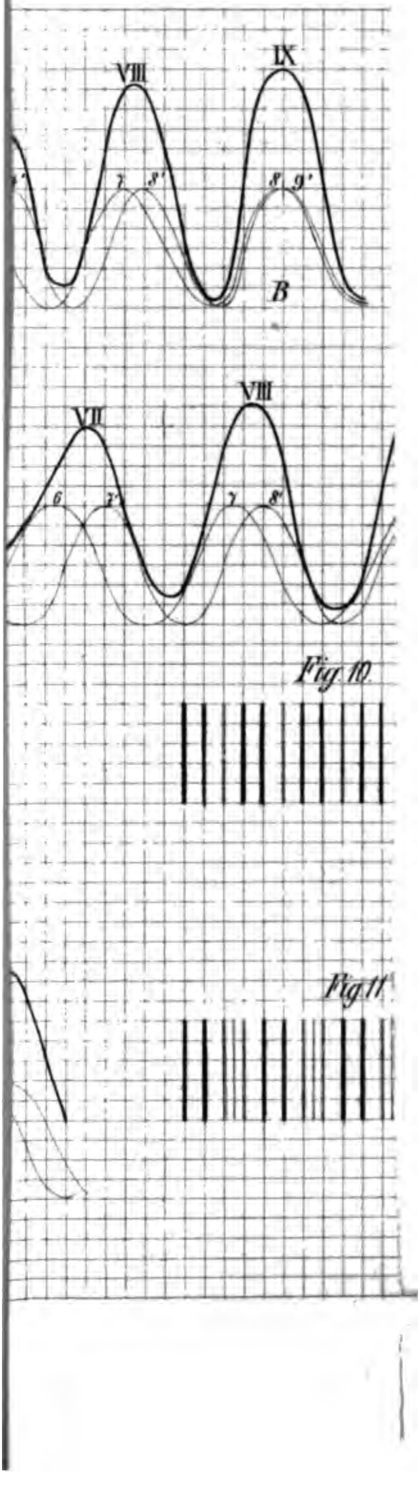
Geht nur die ordentliche Welle durch eine 1 Millim. dicke Platte, so liegen zwischen *B* und *H* wieder 810·6 Interferenzstreifen, während sich für die außerordentliche Welle 634·0 solche ergeben. Zwischen *B* und *H* sind also nur mehr 176·6 Stellen mit scharfen und eben so viele mit schwachen Interferenzstreifen. Es kommen nun fünf Streifenentfernungen der ordentlichen Welle auf vier solche der außerordentlichen. Fig. 9 stellt die Intensitätscurve für diesen Fall dar, während Fig. 11 das Ansehen des Streifens im Spectrum selbst gibt.

Wieder ähnlicher der Erscheinung am Quarz ist jene, welche eine senkrecht zur optischen Mittellinie geschnittene Topasplatte liefert. Für eine solche 2 Millim. dicke Topasplatte zeigen sich zwischen *B* und *H* nur vier Stellen mit scharfen schwarzen Interferenzstreifen. Auf das Intervall zwischen zwei solchen Stellen liegen 322 Streifen für die eine, 321 solche für die zweite Componente; da ist also der Wechsel der Stellen mit scharfen und schwachen Interferenzstreifen ein sehr langsamer. Durch eine große Strecke im Spectrum erscheinen schwarze und dunkle Interferenzstreifen in bedeutender Anzahl, durch fast eben so große Strecken entziehen sie sich fast vollständig dem Auge. Die Brechungsquotienten der sich senkrecht zu einer solchen Topasplatte bewegenden Welle sind nämlich bei gleicher Farbe nicht sehr verschieden.

Beim Glimmer verhält sich die Sache ähnlich. Auch bei ihm sind die Brechungsquotienten der sich senkrecht zu den Spaltungsflächen fortpflanzenden Wellen nicht sehr verschieden, namentlich dann, wenn der optische Axenwinkel nicht sehr groß ist. Auch hier sind wieder ausgedehnte Strecken des Spectrums, namentlich bei dünneren Glimmerplättchen mit schwarzen Interferenzstreifen ausgestattet, während sie an anderen ebenfalls ziemlich breiten Stellen gänzlich zu mangeln scheinen. Bei einem Glimmer, dessen Axenwinkel ungefähr 20° betrug, waren bei Anwendung eines nur 0·1 Millim. dicken Plättchens Talbot'sche Streifen zwischen den Linien *E* und *F* nicht zu sehen, während sie sich über diese Linien hinaus ziemlich deutlich zeigten. Durch Anwendung von linearpolarisirtem Lichte konnte man aber auch an diesen Stellen bei gehöriger Lage des Nicols deutliche Streifen beobachten. Bei einer 0·5 Millim. dicken Glimmerplatte fehlten diese Streifen schon an zwei Stellen, bei den Fraunhofer'schen Linien *C* und *F*. Um diese Erscheinung gut zu übersehen, ist

es rathsam, ein wenig ausgedehntes Spectrum zu benützen,
solchen die ziemlich entfernten Streifen sich deutlicher gel
konnten im Beugungsspectrum eines Gitters, das 1000 Li
den Zoll besaß, besonders gut beobachtet werden. Dadurcl
sich auch, daß gewisse, namentlich dünne Glimmerplättchen d
keine Talbot'schen Streifen bei Anwendung von unpola
Lichte geben, weil es ja sehr möglich ist, daß sich durch da
Spectrum eine der oben bezeichneten scheinbar streifenfreie
zieht. Der Glimmer zeigt oft beim Hervorrufen Talbot'scher
eine dem Doppelspath ganz ähnliche Erscheinung. Sie hat ab
wesentlich anderen Grund. Der leichteren Spaltbarkeit des G
wegen, treten nämlich oft Interferenzstreifen auf, die ihre Ent
mehrmals an diesen Spaltungsflächen reflectirten Strahlen ve
die dann mit den schon vorhandenen sich decken oder zwiscl
selben hineinfallen.

Einaxige Glimmer verhalten sich natürlich eben so wie
schen Axe senkrecht geschnittene Platten, wie einfach br
Medien.


VIII
IX
7
8'
8
9'
B
VII
6
7'
VIII
7
8'
Fig. 10.
Fig. 11

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LVII. BAND.

ZWEITE ABTHEILUNG

5.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie, Meteorologie, physischen Geographie und Astronomie.

[illegible]

XIII. SITZUNG VOM 14. MAI 1868.

Herr Prof. Dr. A. Bauer hinterlegt ein versiegeltes Schreiben zur Wahrung seiner Priorität.

Herr Prof. Dr. J. Gottlieb in Graz übersendet drei Abhandlungen seines Assistenten, des Herrn F. Ullik, und zwar: 1. „Über einige Cölestine und ihre Zersetzungsproducte"; 2. „Über die Einwirkung von gelöstem kohlensauren Kalk auf schwefelsauren Strontian, und über das Verhalten von schwefelsaurem Strontian zu Chlorcalcium bei Gegenwart von Weingeist", und 3. „Untersuchung des Talkes vom Greiner im Zillerthal in Tirol".

Herr Prof. Dr. E. Brücke legt eine Abhandlung: „Zur Anatomie des Ovariums der Säugethiere" von dem Stud. med. Herrn A. v. Winiwarter vor.

Herr J. Hann überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Die Temperatur-Abnahme mit der Höhe als eine Function der Windrichtung".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. December 1867. Berlin; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 6. Jahrg. Nr. 9. Wien, 1868; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1691—1693. Altona, 1868; 4°.

Beobachtungen, Meteorologische, angestellt in Dorpat im Jahre 1867, redigirt und bearbeitet von Arthur v. Oettingen. Dorpat, 1868; 8°.

— magnetische und meteorologische, zu Prag. XXVIII. Jahrgang. 1867. Prag, 1868; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nrs. 16—17. Paris, 1868; 4°.

Cosmos. 3ᵉ Série. XVIIᵉ Année. Tome II, 18—19ᵉ Livraisons. Paris, 1868; 8°.

Frauenfeld, Georg Ritter von, Neu aufgefundene Abbildung des Dronte und eines zweiten kurzflügeligen Vogels, wahrscheinlich des Poule rouge au bec de bécasse der Maskarenen in der Privatbibliothek S. M. des verstorbenen Kaisers Franz. Mit 4 Tafeln. Wien, 1868; Folio.

Gesellschaft, k. k. mähr.-schles., zur Beförderung des Ackerbaues, der Natur- und Landeskunde in Brünn: Mittheilungen. 1867. Brünn; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg. Nr. 18—19. Wien, 1868; 8°.

Hauer, Franz Ritter von, Geologische Übersichtskarte der österr. Monarchie nach den Aufnahmen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Blatt Nr. IV, in groß Folio nebst erläuterndem Texte. Wien, 1868; 4°.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tome XIII^e, Serie III^e, Disp. 4^a. Venezia, 1867—68; 8°.

Landbote, Der steierische. I. Jahrgang. Nr. 8. Graz. 1868; 4°.

Lesehalle der deutschen Studenten zu Prag: Jahresbericht 1. Februar 1867—Ende Jänner 1868. Prag, 1868; 8°.

Lotos. XVIII. Jahrgang. April 1868. Prag; 8°.

Magazijn voor Landbouw en Kruidkunde. N. R. VII. Deel, 12. Aflev. Utrecht, 1868; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. Jahrgang 1868, IV. Heft. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique. 273^e Livraison. Tome X^e, Année 1868. Paris; 4°.

Musée Teyler: Archives. Vol. I. Fasc. 3. Harlem, Paris, Leipzig, 1868; 4°.

Notizen über elektrische Säulen und deren Anwendung beim Telegraphenwesen etc. Wien. 1868; 8°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. III, Nr. 3. Torino, 1868; 4°.

Pessina, Luigi Gabriele, Questioni naturali e ricerche meteorologiche. I & III. Napoli, 1865 & 1868; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. 1868, Nr. 8. Wien; 4°.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V^e Année, Nrs. 22—23. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Vierteljahresschrift für wissenschaftl. Veterinärkunde: XXIX. Band, I. Heft. (Jahrgang 1868. I.) Wien; 8°.

Wagner, Moriz, Die Darwin'sche Theorie und das Migrationsgesetz der Organismen. München, 1868; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. Jahrg. 1868, Nr. 16, 18—19. Wien; 4°.

— medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg. Nr. 36—39. Wien, 1868; 4°.

Zeitschrift des österreich. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XX. Jahrgang, 3. & 4. Heft. Wien, 1868; 4°.

— für Chemie, von Beilstein, Fittig und Hübner. XI. Jahrgang. N. F. IV. Band, 9. Heft. Leipzig, 1868; 8°.

Die Temperatur-Abnahme mit der Höhe als eine Function der Windesrichtung.

Von J. **Hann.**

(Mit 1 Tafel.)

Durch die Berechnung einer thermischen Windrose der Station Hochobir[1]) habe ich nachzuweisen versucht, daß die Änderungen des atmosphärischen Druckes das ganze Jahr hindurch eine unverkennbare Abhängigkeit von der Wärme der sie veranlassenden Luftströmungen zeigen, daß somit der Gang des Barometers bei Änderungen der Windrichtung immer entgegengesetzt bleibt dem Gange eines Thermometers, welches die wahre Mitteltemperatur des jeweiligen Windes anzeigen würde.

Die Bestätigung dieses von Dove vertretenen Satzes zieht die Folgerung nach sich, daß in der wärmeren Jahreszeit die Temperaturabnahme nach oben bei nördlichen und östlichen Winden rascher vor sich gehen muß, als bei südlichen und westlichen; wenn wir uns überhaupt erlauben dürfen, aus Temperaturbeobachtungen, die unter dem Einflusse des erwärmten oder erkalteten Bodens stehen, Schlüsse zu ziehen auf die Temperaturverhältnisse der freien Atmosphäre. So viele und so ausgezeichnete Arbeiten wir nun auch über die Temperatur-Abnahme mit der Höhe besitzen, über die Frage, in welcher Weise dieselbe von der Windrichtung beeinflußt wird, ob die beiden Hauptluftströmungen, der Äquatorial- und der Polarstrom auch in diesem Punkte sich unterscheiden, ist mir keine eingehendere Untersuchung bekannt; das wenige, was hierüber Kämtz in seinen Vorlesungen über Meteorologie mittheilt (S. 362) kann niemanden beruhigen. Die scheinbare Vernachlässigung dieser Frage liegt in der Schwierigkeit, ein zu ihrer Beantwortung brauchbares Beobachtungsmateriale sich zu verschaffen. Hochgelegene

[1]) Sitzungsb. d. W. Akad. Bd. LVI.

Stationen fehlen zwar nicht in unseren Alpen, aber kaum eine besitzt brauchbare Aufzeichnungen über die Windrichtungen, welche vielmehr allerorten local modificirt und von ihrem wahren Wege abgelenkt erscheinen.

Da ich es unternommen hatte, eine thermische Windrose der Station Hochobir in Kärnthen zu berechnen, so konnte ich auch noch einen Schritt weiter gehen, zur vorliegenden Untersuchung. Die Resultate jener Rechnung mußten hiezu ermuthigen, um so mehr, da die vielen Stationen Kärnthens die Wahl von Vergleichsstationen sehr zu erleichtern schienen.

Es lag anfänglich in meiner Absicht, ein mehrjähriges Beobachtungsmateriale in der Art zu bearbeiten, daß nur jene Tage in Rechnung gezogen würden, an welchen die Windrichtung der unteren Stationen mit der in der Höhe beobachteten übereinstimmte; denn schon bei einem Höhenunterschied von 5000′, wie er zwischen den Stationen Klagenfurt und Hochobir besteht, mag es sich öfter treffen, daß Luftströmungen von verschiedener Richtung und von verschiedener Wärme über einander hinwegfließen, daraus entspringt aber zum größten Theile die Schwierigkeit der Aufstellung von Gesetzen der Wärmeabnahme in der wirklichen Atmosphäre, wie besonders die aëronautischen Reisen fast jederzeit recht auffallend gezeigt haben.

Leider ließ sich dieser Gedanke nicht zur Ausführung bringen, weil alle tieferen Stationen Kärnthens gegen den freien Zutritt der Luftströmungen durch die Gebirge abgeschlossen sind; „zu Klagenfurt“, schreibt mir Herr Fabriksdirector Prettner, „ist die Luft meist sehr ruhig und nimmt an den allgemeinen Bewegungen der Atmosphäre nur sehr wenig Antheil. Die Windfahne steht oft bei ruhiger Luft längere Zeit still, während der Zug der Wolken und nachträglich die Beobachtungen auf dem Obir sehr bewegte Luft anzeigen. An Sturmtagen ist es auch vielfältig der Fall, daß die Windfahne in kurzer Zeit mit sehr mäßigen Winden einen vollen Kreis beschreibt, oder in wenigen Minuten einen Halbkreis, so daß von einem herrschenden Winde nicht die Rede sein kann. Aus ähnlichen Gründen kann kein anderer Ort Kärnthens mit Sicherheit die untere Windrichtung angeben, denn die meisten sind noch mehr geschützt als Klagenfurt“.

Günstigere Verhältnisse wird man aber in keinem Gebirgslande antreffen; die freie Gipfellage der Station Hochobir dagegen hat keinen Rivalen, wenn wir vielleicht die Station auf dem Rigi ausnehmen. Beobachtungen in der freien Atmosphäre bei Ballonfahrten können immer nur die Verhältnisse singulärer Fälle darstellen.

Es erübrigte kein anderes Verfahren, als die Windrichtung auf dem Obir als maßgebend auch für alle tieferen Schichten der Atmosphäre anzusehen und durch Benutzung einer größeren Zahl von Beobachtungen jene Störungen zu eliminiren, welche in dieser Voraussetzung ihren Ursprung haben mochten. Denn in der größeren Mehrzahl der Fälle mußte doch die obere Luftströmung mit ihren charakteristischen Eigenschaften ihre Einflüsse äußern auch auf die mehr abgeschlossenen Luftmassen der Thalbecken. Schon eine flüchtige Vergleichung des von den Windrichtungen abhängigen gleichzeitigen Temperaturganges auf dem Obir und in Klagenfurt liefert dafür hinlängliche Bestätigung. Hätte ich aber die Untersuchung blos auf Klagenfurt und Hochobir gegründet, so hätte ich selbst dem Mißtrauen nicht zu entgehen gewußt, daß in den Ergebnissen sich blos Localverhältnisse widerspiegeln könnten. Ich zog darum auch die zwar dem Obir schon etwas ferne aber fast gleich hoch gelegene Station, auf dem Jaukenberg in Rechnung, zur Sicherstellung des allgemeineren Charakters der Temperaturverhältnisse der höheren Luftschichten. In gleicher Weise sollte St. Paul, im Lavantthale, etwas tiefer als Klagenfurt und in ziemlich gleicher Entfernung vom Fuße des Obir gelegen, dasselbe für die untere Region leisten. Das ziemlich frei auf einer Anhöhe nördlich vom Obir und Klagenfurt gelegene, den Einflüssen der Winde wohl mehr ausgesetzte Hausdorf gestattete noch eine Zwischenzone einzuschalten. Die am Obir selbst in einer Seehöhe von 3780 P. F. gelegene untere Station (Obir I.) konnte leider nicht in Betracht kommen, da die Wärmestrahlung des kahlen sie rings umgebenden Gesteins die Mittag- und selbst noch die Abendtemperaturen wenig brauchbar macht. Lage und Seehöhe der in Rechnung gezogenen Stationen sind folgende:

	Nördl. Breite	Östl. Länge	Seehöhe in Meter
St. Paul	46° 43′	32° 34′	404
Klagenfurt	46 37	31 58	441
Hausdorf	46 53	31 58	916
Jaukenberg	46 41	30 45	2027
Hochobir	46 30	32 7	2042

Aus einer sechsjährigen aber lückenhaften Beobachtungsreihe von Hochobir (1862 — 67) fanden nur jene Tage eine Verwendung zur Rechnung, an denen die Änderung in der Richtung des Windes 45° nicht überschritt, und somit unbedenklich die Tagesmittel der Temperatur nach der mittleren Windrichtung gesondert werden konnten. Daneben wurden dann die gleichzeitigen Mitteltemperaturen der vier anderen Stationen geschrieben, so daß sie ebenfalls nach den Windrichtungen (auf dem Obir) gesondert erschienen. Die Berechnung der Mitteltemperaturen der Monate für jede der acht Windrichtungen machte bei den Stationen St. Paul, Hausdorf, Jaukenberg die Anbringung einer Correction nöthig, indem die Beobachtungen auf dem Jaukenberg überhaupt lückenhaft sind, von Hausdorf einige Monate des Jahres 1862 und das ganze Jahr 1863 in den Beobachtungen fehlten, eben so einige Sommermonate in jenen von St. Paul. Die durchaus nothwendige Zurückführung auf dieselbe Periode, für welche die Mittel der beiden Stationen Klagenfurt und Obir abgeleitet wurden, geschah unter der Voraussetzung, daß die Temperaturdifferenzen während jener kürzeren Perioden zwischen St. Paul und Klagenfurt, Hausdorf und Klagenfurt, Jaukenberg und Obir auch für die ganze Reihe Geltung haben. — Im Allgemeinen zeigten die Stationen Obir, Jaukenberg und Klagenfurt, St. Paul nicht unbeträchtliche Temperaturdifferenzen bei derselben Windrichtung besonders in der kälteren Jahreszeit. Jaukenberg ist wärmer bei kalten, kühler bei warmen Luftströmungen, als der freiere isolirtere Obir; Klagenfurt ist im Winter kälter, im Sommer heißer als St. Paul.

Um durch die derart erhaltenen Mitteltemperaturen die Temperaturabnahme nach oben bei verschiedenen Winden in Formeln darzustellen, schien es zwar am nächsten zu liegen, eine einfache arithmetische Progression zu Grunde zu legen, nachdem gerade neuerlich wieder gewichtige Stimmen sich dafür ausgesprochen. Die eigenthümliche Wärmevertheilung im Winter, der Gang der Temperaturdifferenzen zwischen Hausdorf und Klagenfurt einerseits, zwischen Hausdorf und Hochobir anderseits, schienen es aber zu fordern, bei diesem einfachen Ausdrucke nicht stehen zu bleiben, sondern in die Formel noch ein dem Quadrate der Höhe proportionales Glied aufzunehmen. Die Bestimmung der Constanten dieser Temperaturgleichungen geschah nach der Methode der kleinsten Quadrate, obgleich die gewählten Höhenintervalle der Stationen ihre Vorzüge etwas beeinträchtigten. Auf diesem Wege sind die Tabellen I—V entstanden. Auf Tabelle VI sind die Constanten jener Temperaturgleichungen mittelst der periodischen Function von Bessel als Functionen der Windesrichtung aufgefaßt. Tabelle V und VI basiren auf den Mitteln von April—September, da es mir wünschenswerth schien, den Einfluß der Winde auf die Temperaturabnahme auch durch Mittel einer längeren Periode darzustellen, Jahresmittel aber in Folge der abweichenden eigenthümlichen Verhältnisse der Wintermonate sich hiezu nicht zu eignen schienen. Die Tabellen geben zugleich thermische Windrosen für Höhenintervalle von 1200 Fuß von der Meeresfläche bis zu 7000 Fuß Seehöhe.

Um eine Kritik der auf solche Weise erhaltenen Resultate nach jeder Richtung hin zu ermöglichen, wurden alle auf dem Obir registrirten meteorologischen Elemente ebenfalls für die Untersuchung verwerthet. Es wurden darum Windrosen der Windstärke, der Bewölkung und des Niederschlages berechnet und zudem eine barometrische Windrose von Klagenfurt nach den auf dem Obir beobachteten gleichzeitigen Windrichtungen. Letztere mußte die Verläßlichkeit derselben am besten erkennen lassen, da das Barometer bekanntlich empfindlicher noch die die Atmosphäre beherrschenden Strömungen anzeigt als die Windfahne selbst. Die Ergebnisse dieser Rechnungen nach Bessels Formel behandelt, sind graphisch dargestellt worden, so daß ein Blick über die wahrscheinlichsten Beziehungen dieser Erscheinungen untereinander schon manchen Aufschluß verschaffen kann.

Die Windstärke (Tabelle IX) erreicht ein Haupt-Maximum bei Süd, ein secundäres Maximum tritt auch bei Nord ein, wobei noch zu bedenken, daß die Beobachtungsstation gegen N. und NO. durch den Berggipfel etwas gedeckt ist. Die schwächsten Winde sind die Ost- und Westwinde, sie sind vermuthlich nahezu gleichbedeutend mit einer Windstille in den tieferen Luftschichten der geschützten Thalstationen. Die hohen Zahlen für die mittlere Windstärke finden eine Erklärung in der isolirten Lage des Obir und seiner bedeutenden Höhe, wenn auch der Beobachter eine etwas hohe Scala anwenden mag. Die Südstürme (der „Jauk") wüthen besonders heftig und häufig auf dem Obir, noch im Jahresmittel machen sie 55 Pct. der gesammten Häufigkeit dieses Windes aus. Ihnen zunächst stehen die

Südwest- und Südoststürme. Auch der Nordwind weht sehr häufig stürmisch — selten sind Oststürme, noch seltener Weststürme. Die Maxima der Häufigkeit der Luftströmungen liegen in der Windrose des Obir bei N. und SW., die der größten Intensität derselben bei N. und S.

In der Windrose der Bewölkung (Tab. X) fällt vor Allem in die Augen die große Übereinstimmung mit jener der Windstärke. Die trübsten Winde sind das ganze Jahr hindurch der SO.- und S.-Wind — dann der NO.-Wind, damit völlig parallel geht die Häufigkeit der Niederschläge. Daß die Südost- und Südstürme bei ihrer Wärme und ihrem hohen Dunstgehalt Wolkenmassen, Regenschauer und Schneegestöber an die Bergspitzen schleudern, konnte man voraussehen, eben so wenig kann dies von den nördlichen Winden im Winter befremden. Aber auch in der wärmeren Jahreszeit ziehen die kühlen Nordströme, wahrscheinlich indem sie die wärmere feuchtere Luft der Thäler mit in die Höhe führen, Wolkenkappen um die Gebirgsgipfel, wobei dann auch Niederschläge nicht ausbleiben. Ein heiterer Wind ist der Ost, ausgenommen im Frühjahre, wo er heftig weht. Der Südwest stellt sich relativ trockener dar als der Süd, erstlich ist er aber häufiger und dann trifft er auch nicht so unmittelbar über Niederungen hinwehend hier zuerst das Gebirge. Die Westwinde des Obir sind schwache, heitere Winde, und im geringeren Maße gilt dasselbe von den NW.-Winden. Als Ursache dieses auffälligen Verhältnisses kann man vielleicht die Lage des Obir ansehen, der nach W. und NW. hin durch die Hauptzüge des Alpenmassivs gedeckt wird, welche dem directen Andringen dieser Winde entgegenstehen und ihnen viele Feuchtigkeit rauben müssen.

Obgleich vom Obir keine psychrometrischen Beobachtungen vorliegen, darf man doch aus der starken Trübung und der Häufigkeit der Niederschläge bei SO.- und S.-Winden schließen, daß diese warmen Winde auf der Südseite der Ostalpen mit heißen Wüstenwinden nichts gemein haben.

Ich lege einigen Werth auf Tabelle XI, welche die Niederschlagsformen und ihre Häufigkeit bei verschiedenen Windrichtungen enthält. Sie ist eine thermische Windrose, deren Temperaturgrade aber in dem Aggregatzustande der condensirten atmosphärischen Feuchtigkeit ausgedrückt sind, und liefert wie man sicht eine directe Bestätigung der aus den Angaben des Thermometers abgeleiteten.

Man bemerkt ferner, wie selbst im Winter noch in 6000 Fuß Meereshöhe bei Süd- und Südwestwinden Regen eintreten, wie im Mai bei Ostwinden der Schneefall in Regen übergeht, bei West- und Nordwestwinden aber schon wieder Schnee vorherrscht. Im Sommer schneit es noch immer häufig bei NW., N. und NO. — Der schneefreieste Monat scheint der Juli zu sein. Im October bekommt der Schneefall schon wieder die Oberhand.

Die barometrische Windrose von Klagenfurt, berechnet nach den gleichzeitigen Richtungen des Windes auf dem Obir, spricht für die Verläßlichkeit dieser Beobachtungen, besonders wenn man die geringe Zahl derselben berücksichtigt, welche ihr zu Grunde liegen. In steilem Absturz sinkt die Barometercurve von ihrem Scheitel bei ONO. zur größten Depression bei Süd hinab, um fast eben so rasch wieder anzusteigen. Nun aber läßt sie recht auffallender Weise zwischen W. und ihrem Hauptgipfel bei ONO. ein leichtes Thal, so daß, mit Ausnahme des Winters, das Barometer von W. gegen N. hin etwas sinkt. Wenn man die vielen sonderbaren Eigenschaften des Westwindes mit diesem Verhalten combinirt, kann man kaum den Verdacht unterdrücken, daß auf dem Obir, da er gegen N.- und NO.- Winde gedeckt ist, schwache Luftströme aus diesen Richtungen sich auch als West- und Ostwinde fühlbar machen könnten. Aber dies läßt sich wieder sehr schwer vereinigen mit der hohen Wärme der Westwinde im Winter schon in den Morgenstunden; dann ergibt sich aus dem Beobachtungsjournale, daß die Westwinde zumeist auf den SW. folgen und mit ihm wechseln. Vielleicht liegt die Ursache des relativ niedrigen Barometerstandes bei N.-Wind in seinem häufig sturmartigen Auftreten. Wenigstens verräth sich an den beiden Polen der geringsten Windstärke bei Ost und West das ganze Jahr hindurch unverkennbar eine Tendenz zu erhöhtem Luftdruck. Die Nordstürme treten thatsächlich häufig bei niedrigem Luftdruck ein, ähnlich wie dies bei der Bora des adriatischen Meeres auch der Fall zu sein pflegt. Die reichlichen Niederschläge sind somit wohl auch ein Product seines Conflictes mit einem höheren südlichen Luftstrom, in welchen er einbricht.

Zur Berechnung der Mittel der Jahreszeiten wendete ich bei der sehr ungleichen Zahl der Beobachtungen eines und desselben Windes in verschiedenen Monaten folgendes Verfahren an. Ich bildete die Differenz jedes Mittels vom Normalstande des betreffenden Monats, und berechnete mit Berücksichtigung des ihr zukommenden Gewichtes die mittlere Abweichung jeder Jahreszeit, worauf mittelst der Normalstände für dieselben die absoluten Werthe wieder hergestellt werden konnten. Auf diese wurde dann Bessel's Formel angewendet, die berechneten Werthe zu einem Jahresmittel vereiniget und dieses wieder nach jener Formel berechnet.

Nach dieser Charakterskizze der Luftströmungen auf dem Obir kann ich daran gehen, die Hauptergebnisse der eigentlichen Untersuchung in folgenden Sätzen zusammenzufassen:

1. Die Temperaturabnahme nach oben ist bei südlichen und südwestlichen Winden langsamer als bei nördlichen und nordöstlichen. Die Temperaturdifferenzen zwischen Klagenfurt und Hochobir sind bei Polarströmen im Mittel aller Monate größer als bei Äquatorialströmungen, obgleich die Insolation und Wärmestrahlung des Bodens bei N.- und NO.-Winden weit größer ist als bei S.- und SW.-Winden[1]). Es mag darum in der freien Atmosphäre dies Verhältniß noch stärker hervortreten. (S. Tab. I—VI; VII. und die graphische Darstellung.)

2. Die Temperatur-Abnahme mit der Höhe zeigt eine große Abhängigkeit von der Windstärke — sie ist stets größer bei Stürmen, aus welcher Richtung sie auch kommen mögen; aber auch der Unterschied zwischen nördlichen und südlichen Strömen spricht sich dann noch schärfer aus. Die Ursache davon liegt, wie noch gezeigt werden soll, zumeist in dem raschen gezwungenen Emporsteigen der Luft.

3. Bei schwachen Winden und heiterer Witterung ist die Temperaturabnahme in den unteren Schichten sehr verzögert; sie wächst aber dann rascher in den höheren Luftschichten. — Die Temperaturverminderung mit der Höhe ist am langsamsten bei heiterer Witterung und schwachen westlichen Strömungen in der Höhe. Die Wärmedifferenzen zwischen Klagenfurt und Hausdorf sind am kleinsten bei den schwächsten und heitersten Winden aus W. und O. — sie sind am größten bei den heftigen Süd- und Nordwinden. Dies Verhältniß scheint mir sehr naturgemäß, denn bei ruhiger heiterer Witterung wird die Luft in den umschlossenen Thalbecken gewiß

[1]) S. Thermische Windrose des Obir. S. 6. Sitzungsbr. der W. Akad. B. LVI.

recht gleichmäßig erwärmt. Aber auch auf den Berggipfeln ist die Wärme am behaglichsten bei Windstille und Sonnenschein — jeder lebhafte Luftzug bringt Erkältung. Dies scheint nicht allein physiologisch begründet zu sein, sondern auch physikalisch richtig und nothwendig. Jede lebhaftere Luftbewegung vergrößert die in solcher Höhe ohnehin gesteigerte Verdunstung und Wärmebindung, sie führt Luft aus der Tiefe mit Gewalt in die Höhe, wobei dieselbe durch die erfolgende Ausdehnung erkalten muß. Man sieht darum auch sogleich, daß man die zuletzt besprochenen Ergebnisse durchaus nicht unbedenklich auch auf die Verhältnisse der freien Atmosphäre übertragen darf. Ich hüte mich überhaupt für diese Gesetze der Wärmeabnahme bei heiterer windstiller Witterung und die mit der Höhe raschere Temperaturabnahme, welche die Rechnung ergibt, allgemeinere Geltung zu beanspruchen, aber für den Übergang aus dem wärmestrahlenden Thalkessel Kärnthens zu den Verhältnissen freier Höhenlagen erscheint das letztere Ergebniß sehr naturgemäß.

Übrigens stehen die Resultate, die ich für den Gang der Temperaturdifferenzen zwischen Klagenfurt und Hausdorf erhielt, jenen ziemlich nahe, welche Kämtz erhalten hat, als er aus einer einjährigen Beobachtungsreihe auf dem Brocken (1140 M.) die Temperaturdifferenzen zwischen Halle (186 M.) und dem Brockengipfel für verschiedene Windrichtungen im Jahresmittel berechnete.

Er fand folgende Temperaturunterschiede der genannten Stationen.

	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.
Allg. Mittel .	4·70	4·56	4·01	3·61	4·03	4·99	5·05	5·30
Regentage . .	5·23	4·88	5·15	3·89	5·03	5·09	4·77	5·63

Bei einer geringeren Höhe der oberen Station haben sich auch hier die Temperaturdifferenzen gegen die tiefere bei den schwächeren und heiteren südöstlichen und östlichen Winden kleiner erwiesen, als bei den heftigeren und regenbringenden südwestlichen und westlichen Winden. Aber man kann daraus noch nicht den allgemeinen Schluß ziehen, daß bei östlichen Winden überhaupt mit der Höhe die Wärme langsamer abnehme, als bei westlichen Winden, besonders da Kämtz selbst anführt, daß während des in Rechnung gezogenen Jahres im Winter die Ostwinde, im Sommer die Westwinde vorherrschten, was an sich schon eine schnellere Temperaturabnahme für letztere ergeben mußte.

Bauernfeind hat in seinen ausgezeichneten „Beobachtungen und Untersuchungen über die Genauigkeit barometrischer Höhenmessungen“ den Satz abgeleitet, daß das Gesetz der Temperaturabnahme in verticaler Richtung einer arithmetischen Progression am nächsten komme, daß die Höhenstufen für eine Wärmeabnahme um 1° constant seien, somit unabhängig von dem täglichen und jährlichen Wärmegange, und daß sie sich nur mit der geographischen Breite ein wenig ändern. Die Ungleichheit der beobachteten Werthe rühre blos von der Wärmestrahlung des Bodens her und sie gelte darum nur für die der Erdoberfläche zunächst aufliegenden Schichten, nicht aber für die freie Atmosphäre. Wir werden später eine Erscheinung besprechen, welche allein hinreicht, die strenge Giltigkeit dieses Satzes in Zweifel zu ziehen, eine Erscheinung, welche so häufig wiederkehrt, daß man sie kaum noch anormal nennen mag, welche mit der Insolation und Wärmestrahlung sehr wenig zu schaffen hat und durch ihren Effect auf das Barometer ihren mehr als localen Charakter manifestirt.

Vorerst noch einige Worte über die Tabellen I — IV. Im Winter beobachtet man wieder jene Zunahme der Wärme von den untersten zu den mittleren Regionen, welche schon v. Sonklar festgestellt hat. Er fand diese Zunahme am größten im Januar, so daß die Monatmittel dann für 215′ Erhebung eine Temperatursteigerung um 1° anzeigen [1]). Prettner sagt, es sei dies eine so allbekannte Erscheinung, daß ein Bauernspruch lautet: „Steigt man im Winter um einen Stock, so wird es wärmer um einen Rock [2])“. — Die kalte Luft folgt dem Gesetze der Schwere, sie lagert sich auf dem Grunde der Thäler. Diese Schichtung der elastisch flüssigen Massen nach ihrem von der Temperatur bedingten specifischen Gewichte wird begünstigt durch Windstille, man sieht sie darum bei O. und W. gesteigert auftreten (Tab. I), dagegen macht der SO. eine völlige Ausnahme, weil er immer stürmisch auftrat. Bei Stürmen aber wird auch im Winter die normale Temperaturvertheilung wieder hergestellt. Je schwächer aber die Luft bewegt ist, desto größer ist die Temperaturzunahme in den mittleren Regionen.

Im Frühlinge sind die Höhen noch mit Schnee bedeckt und kalt, auch die Wärme südlicher Winde wird durch Wärmebindung

[1]) Denkschriften der Wien. Akad. Bd. XXI. Die Gebirgsgruppe der hohen Tauern 1866

[2]) Haidinger, Mittheilg. V. Band, S. 218.

niedersinken, die Tiefen erkälten. Stürme unterdrücken diese Anomalie, ausgenommen jene Fälle bei S., SW. und W. wie das an sich klar ist. — Da unter den von mir benutzten Beobachtungen der Winter 1862—1867, an Zahl 349, eine Temperaturzunahme bis zu 6000 Fuß in 116 Fällen also dem vollen Drittel, statt hatte, so glaube ich nicht, daß man die Erscheinung eines Wärmeüberschusses in Höhen von 6000′ über die Temperatur der Niederungen als eine seltene Anomalie fernerhin ansehen darf. Die Temperaturunterschiede zwischen Klagenfurt und Hochobir sprechen ebenfalls hiefür. Sie betragen im Mittel von 16 Jahren:

Octob.	Novemb.	Dec.	Jänner	Februar	März	April
4°14	3°78	1°62	0°45	2°50	5°63	8°05

Ich gehe nun über zur Darstellung einer besonders interessanten Umkehrung des Gesetzes der Wärmeabnahme mit der Höhe, welche im December 1866 eingetreten ist.

Nach der Mitte des Decembers dieses Jahres hatte sich bei Nordwind und hohem Barometerstande allgemeine Kälte eingestellt. Auf dem Obir weht noch am 18. Nordwind von der Stärke 6 bei einer Mitteltemperatur von — 6°1. Aber schon am nächsten Tage erhebt sich die Temperatur dieser hohen Station, so wie jener auf dem Jaukenberg, über die Temperaturen von Klagenfurt und St. Paul. Der Nordwind ist schwach geworden, weht aber bis zum 27. fort (es sei denn, daß die nicht sehr bewegliche Windfahne blos in der früheren Lage stehen geblieben war). Der Wärmeüberschuß von Hochobir über Klagenfurt erreicht sein Maximum am 23., an welchem Tage Hochobir ein 10°3 höheres Wärmemittel hatte. Die ganze Dauer der Erscheinung umfaßte 10 Tage, den 19.—28. Die Wärmevertheilung in verticaler Richtung vom 19.—26. incls. läßt sich in folgenden Zahlen überschauen:

	Laibach	St. Paul	Klagenf.	Hausdorf	Luggau	St. Peter	H. Obir
Höhe (M.)	286	404	441	916	1143	1172	2043
Temp.-Mittel	—3°54	—6°15	—6°24	—2°12	—0°94	—0°16	+1°02

Die Mitteltemperatur von Jaukenberg vom 19.—22. beträgt + 2°05, die folgenden Tage fehlen im Beobachtungsregister.

In Laibach wurde Nebel beobachtet, die Luft war ruhig, es bildete sich Höhenreif. Auch im kärnthnerischen Becken sind die Tiefen anfänglich mit Nebel bedeckt, später tritt Heiterkeit ein, die in der Höhe vom Anfang an geherrscht hatte. Die höhere Wärme der oberen Stationen ist aber nicht etwa eine Folge der Insolation, oder vielleicht gar ihrer Wirkung auf zu wenig beschirmte Thermometer. An allen jenen Tagen ist auf dem Obir schon die Morgentemperatur um 7^h höher als jene zu Klagenfurt, sie erhält sich meist bei $0°$.

Der Barometerstand während desselben Zeitraumes ist höher als der normale Stand im December, und zwar um 3‴88 zu Klagenfurt, nämlich 324‴85. Ein Beweis, daß damals wirklich die kältere Luft der Tiefe auch eine größere Quote des gesammten Druckes übernommen hatte, ergibt sich aus den Differenzen der Barometerstände von Klagenfurt und Hausdorf, sie betragen:

vom 19.—26. Dec.	im Monatsmittel	vom 1.—18. u. 27.—31. Dec.
44·2 Mm.	43·0 Mm.	42·6 Mm.

Diesen Einfluß auf das Barometer zeigte schon Prof. Dr. Hirsch in Neuchâtel bei Gelegenheit einer Untersuchung über eine ganz ähnliche, aber noch länger währende Temperaturumkehrung im Jänner 1864 (5.—23.) zwischen Neuchâtel und Chaumont. Damals waren die Barometerdifferenzen beider Stationen:

2.—20. Jänner	Monatsmittel	1. u. 21.—31. Jänner
59·03 Mm.	58·38 Mm.	57·47 Mm.

Sowohl dieser, wie ein anderer von Prof. Hirsch untersuchter Fall dieser Erscheinung im December 1864 sind dem hier geschilderten in allen Theilen völlig analog [1]. Dasselbe gilt von ihrem Auftreten im December 1865, welches durch Dr. Mühry in Göttingen aus den Beobachtungen der schweizerischen Stationen nachgewiesen und gründlich dargestellt worden ist [2]. Auch hier findet sich wieder die Trübung und hohe Saturation der Luft in den kalten Tiefen, die Heiterkeit oben, der hohe Barometerstand, die schwach bewegte Luft unten aus N. und NO., oben aber schon schwach südwestlich. In keinem dieser Fälle jedoch herrschte in der Höhe eine entschiedene lebhafte

1) Hirsch, Augmentation anormale de la température avec la hauteur. — Sur l'inversion de temp. entre Neuchâtel et Chaumont. Soc. des Sciences nat. de Neuchâtel.

2) Zeitschr. f. Meteorologie II. Band. Auch Tschudi in seinem schönen Thierleben der Alpenwelt spricht von der Wärme der Höhen im Winter als einer bekannten Erscheinung.

Äquatorialströmung. Es hat völlig den Anschein, als stürzte in diesen Fällen ein seitlich fließender Äquatorialstrom den polaren Strom und durchdränge mit seiner Wärme schon die höheren Luftschichten, ohne daß er sich in ihrer Bewegung verrathen hätte. Er gelangte auch in beiden Fällen, in dem von Mühry und dem hier dargestellten, schließlich zur Herrschaft und endete diesen Wärmezustand in den Höhen — denn, sonderbarerweise darf man sagen, sobald der Südstrom lebhaft einbricht, werden die Höhen kälter, die Tiefen aber wärmer. Es bringt also den Höhen nicht der völlig entwickelte Äquatorialstrom die größte Wärme, sondern der latente möchte ich sagen. Das scheint mir nun auch das sonderbare Verhalten des Westwindes auf dem Obir wenigstens im Winter etwas aufzuklären, — es sind solche ganz schwache westliche Strömungen über dem Polarstrome bei hohem Barometerstande. Ob die Abkühlung beim Eintritt des energischen Südwestpassates eine auch in der freien Atmosphäre bestehende Erscheinung ist, möchte sehr zu bezweifeln sein; sie liegt wohl blos in dem Aufsteigen und Erkalten der warmen Luft an den Seiten des Gebirges, in der Verdampfungskälte der sie begleitenden Niederschläge.

Im vorliegenden Falle trat sie wieder entschieden ein. Am 26. ist Hochobir noch bedeutend wärmer (+ 1°6) als Klagenfurt (—7°1), am 27. erhebt sich ein heftiger Südwind und erniedrigt die Temperatur auf —4°3, am 28. ist die Mitte wärmer bei SW. und W —3°5, am 29. —3°0, aber in der Tiefe sind dies Thauwetter und sie verscheuchen die starre Frostkälte. (Klagenfurt Temperatur 26. —7°1, 27. —7°4, 28. —5°4, 29. +0°75.) Gleichzeitig sinkt der Luftdruck erheblich unter das normale Mittel (am 26. noch +2"4, 27. —0"8 und bis zum 31. —6"2).

Der sehr aufmerksame Beobachter zu Hausdorf, Herr Pfarrer Raimund Kaiser, schildert in seinem Beobachtungsjournale recht lebendig und instructiv die Witterungscharaktere dieser Periode.

Hausdorf, 17. December. Den ganzen Tag hindurch nicht gar viele aber sehr zart und hübsch geformte Federwolken am Himmel. Nordostluft, Kälte und Barometer im Steigen.

Am 18. Morgens, Höhenfrost (Rauhfrost) vom Thale herauf, wo schon gestern Abend ein grauer dichter Nebel lag, genau bis zur Beobachtungsstation. Weiter hinauf, d. h. über 2900 Fuß, sind Felder und Wälder ganz rein davon.

24. Schon 4 Tage lang steht kein Wölkchen am Himmel, die ganze sonnseitige Landschaft zeigt von Schnee keine Spur und heute ist es in den Nachmittagsstunden so warm, milde und freundlich, daß man sich eher am Herbstäquinoctium als am Wintersolstitium zu befinden glaubt.

27. Kampf des Nord- und Südwindes.

28. Thauwetter, heftiger Westwind.

29. Thauwetter, Schnee und Erdboden allerorten ganz erweicht. Wind W. und NW.

31. Morgens Monatsminimum des Luftdruckes. Südweströmung, Wolkenzug in stürmischer Eile.

Untersuchungen, wie die vorliegende, lassen den Mangel guter Höhenstationen lebhaft empfinden. Obgleich es in der Natur der Sache liegt, daß die allein hiezu geeigneten ständig bewohnten Orte im Gebirge nur in höchst seltenen Fällen sich auf einer Bergspitze situirt finden, so hat man doch bei der Wahl von Beobachtungspunkten gerade solche ausgezeichnete Stellen zu wenig eifrig aufgesucht. Die Schweiz besitzt zwar eine Station auf dem Rigikulm, alle höheren entbehren der freien Lage und die höchsten befinden sich in den so ungünstigen Positionen auf den Einsattlungen des Hochgebirges und ermangeln der Psychrometer. In Österreich wäre zwar die Lage von Hochobir recht vortheilhaft, leider sind dort die bewohnten Räumlichkeiten der Ausrüstung einer vollständigen Beobachtungsstation wenig günstig. Auf der Nordseite der Ostalpen würde das beständig bewohnte Gasthaus auf der Spitze des Schafberges ein vorzügliches Observatorium abgeben. Vollständige Beobachtungsreihen einer Art Normalstation auf solch' einem freien Punkte würden wichtige Materialien liefern zur Beantwortung bedeutungsvoller Fragen für die Physik der Erde. Wenn man vom Barometerstande absieht, so unterliegen alle anderen meteorologischen Elemente den störenden Einflüssen des mannigfach gearteten Erdbodens, der erhitzt oder erkaltet, feucht oder trocken, kahl oder mit Vegetation bedeckt auf die unterste Luftschicht bestimmend einwirkt. Mag man diese Einflüsse im allgemeinen gering ansehen, sie werden sehr störend, sobald man sich zu Schlüssen über die Verhältnisse höherer Luftschichten der Atmosphäre genöthigt sieht. Die Wichtigkeit der Beobachtungen über Richtung der Stürme, den verschiedenen Luftströmungen und ihrer Charaktere, ist anerkannt, aber man kommt jederzeit in Verlegenheit, wenn man aus dem Beobachtungsnetze ganzer Länder einen einzigen Punkt herausfinden will, der zur Ableitung allgemeiner Resultate geeignete Beobachtungen besitzen dürfte. Die Thermometer werden auch auf Bergspitzen immer noch unter dem Einflusse des festen Erdbodens bleiben — aber man erhält doch die größtmögliche Annäherung an die Zustände der freien Atmosphäre. Die Feuchtigkeitsverhältnisse hoher Regionen sind noch wenig bekannt — die hohen Thalstationen gestatten kaum ein Urtheil, denn gewiß besteht der größte Unterschied zwischen den hygrometrischen Zuständen einer freien Luftschichte und denen einer gleich hohen am Boden eines Gebirgsthales, eingesenkt in einen kahlen wärmestrahlenden Felsstock oder umschlossen von feuchten abkühlenden Waldhöhen. Darum muß jede Errichtung einer guten Höhenstation mit einem Fortschritt in der Meteorologie gleichbedeutend sein, sie läßt sich vergleichen mit einem Senkloth in die Tiefen des Luftoceanes, auf dessen Grunde wir allerdings zahlreicher Beobachtungen nicht mehr ermangeln.

Die Temperatur-Abnahme mit der Höhe bei verschiedenen Windrichtungen.

(In den Formeln ist die Einheit von h zu 100 Meter angenommen.)

I. Winter.

N	$-6\overset{\circ}{.}47$	$+0\overset{\circ}{.}4965\,h$	$-0\overset{\circ}{.}02652\,h^2$
NO	$-4\overset{\circ}{.}93$	$+0\overset{\circ}{.}6045\,h$	$-0\overset{\circ}{.}03536\,h^2$
O	$-9\overset{\circ}{.}50$	$+1\overset{\circ}{.}1075\,h$	$-0\overset{\circ}{.}04732\,h^2$
SO [1]	$+3\overset{\circ}{.}77$	$-0\overset{\circ}{.}6092\,h$	$+0\overset{\circ}{.}01138\,h^2$
S	$-3\overset{\circ}{.}72$	$+0\overset{\circ}{.}7970\,h$	$-0\overset{\circ}{.}03670\,h^2$
SW	$-3\overset{\circ}{.}75$	$+0\overset{\circ}{.}7735\,h$	$-0\overset{\circ}{.}03505\,h^2$
W	$-5\overset{\circ}{.}34$	$+0\overset{\circ}{.}8979\,h$	$-0\overset{\circ}{.}03365\,h^2$
NW	$-3\overset{\circ}{.}55$	$+0\overset{\circ}{.}4988\,h$	$-0\overset{\circ}{.}02695\,h^2$

Höhe in Meter	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Höhe in Par. Fuss
				Berechnete Temperaturen (R).					
400	−4·9	− 3·1	− 5·8	(+1·5)	−1·1	−1·2	−2·3	−2·0	1231
800	−4·2	− 2·3	− 3·7	(−0·4)	+0·3	+0·2	−0·3	− 1·3	2462
1200	−4·3	− 2·8	− 3·0	(−1·9)	+0·6	+0·5	+0·6	−1·4	3694
1600	−5·3	− 4·3	− 3·9	(−3·1)	−0·4	−0·3	+0·4	−2·5	4925
2000	−7·2	− 7·0	− 6·3	(−3·9)	−2·5	−2·3	−0·9	−4·4	6157
2400	−9·8	10·8	−10·2	(−4·3)	−5·7	−5·4	−3·2	−7·1	7388
				Temperatur-Änderung bei einer Erhebung um 100 Meter. $\frac{dT}{dh} = b + 2ch$					Mittel
400	+0°28	+0·32	+0·73	(−0·52)	+0·51	+0·49	+0·64	+0·29	+0·49
2000	−0·56	−0·80	−0·78	(−0·16)	−0·67	−0·63	−0·44	−0·58	−0·64
Seehöhe				Beobachtete Temperaturen.					Station
404	−4·3	−2·6	−5·0	0·5	−0·4	−0·8	−1·7	−1·3	St. Paul
441	−5·3	−3.3	−5·9	2·1	−1·4	−1·1	−2·3	−2·4	Klagenfurt
916	−4·2	−2·4	−3·7	−0·6	+0·3	+0·1	−0·3	−1·3	Hausdorf
2027	−7·5	−6·9	−6·3	−4·1	−3·3	−2·6	−1·2	−4·3	Jaukenberg
2042	−7·2	−7·7	−6·6	−3·8	−2·1	−2·4	−0·8	−4·8	Hochobir

II. Frühling.

N	$6\overset{\circ}{.}07$	$-0\overset{\circ}{.}3955\,h$	$-0\overset{\circ}{.}00311\,h^2$
NO	$6\overset{\circ}{.}90$	$-0\overset{\circ}{.}6514\,h$	$+0\overset{\circ}{.}01035\,h^2$
O [2]	$12\overset{\circ}{.}54$	$-0\overset{\circ}{.}5239\,h$	$+0\overset{\circ}{.}00163\,h^2$
SO	$8\overset{\circ}{.}61$	$-0\overset{\circ}{.}1548\,h$	$-0\overset{\circ}{.}01199\,h^2$
S	$9\overset{\circ}{.}72$	$-0\overset{\circ}{.}3149\,h$	$-0\overset{\circ}{.}00562\,h^2$
SW	$9\overset{\circ}{.}99$	$-0\overset{\circ}{.}2219\,h$	$-0\overset{\circ}{.}01064\,h^2$
W	$8\overset{\circ}{.}39$	$-0\overset{\circ}{.}0822\,h$	$-0\overset{\circ}{.}01784\,h^2$
NW	$6\overset{\circ}{.}96$	$-0\overset{\circ}{.}1819\,h$	$-0\overset{\circ}{.}01312\,h^2$

[1] Mittel aus Januar und Februar.
[2] Mittel aus April und Mai.

Höhe in Meter	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Höhe in Par. Fuss
				Berechnete Temperaturen.					
400	4·3	4·5	(10·5)	7·8	8·4	8·9	8·4	6·0	1230
800	2·7	2·3	(8·5)	6·6	6·8	7·5	7·9	4·7	2460
1200	0·9	0·6	(6·5)	5·0	5·1	5·8	6·8	2·9	3690
1600	−1·1	−0·9	(4·6)	3·1	3·3	3·7	5·1	0·7	4920
2000	−3·1	−2·0	(2·7)	0·7	1·2	1·3	2·9	−1·9	6160
2400	−5·2	−2·8	(0·9)	−2·0	−1·1	−1·5	0·1	−4·9	7390
In der Höhe von				Temperatur-Änderung bei einer Erhebung um 100 Meter.					Mittel
400	−0°41	−0°57	(−0°51)	−0°24	−0°35	−0°30	−0°06	−0°28	−0·31
2000	−0·51	−0·24	(−0·46)	−0·63	−0·53	−0°64	−0·63	−0·70	−0·55
Seehöhe				Beobachtete Temperaturen.					Station
404	4·2	4·6	9·8	7·7	8·4	8·7	8·3	6·0	St. Paul
441	4·2	4·3	10·1	7·6	7·9	8 8	8·4	5·6	Klagenfurt
916	2·6	2·7	9·1	6·5	6·8	7·5	7·9	4·6	Hausdorf
2027	−2·9	−2·2	2·7	0·2	0·4	0·8	2·2	−2·8	Jaukenberg
2042	−3·8	−3·1	2·1	0·7	1·4	1·1	3·1	−1·9	Hochobir

III. Sommer.

N	$16^\circ 07$	$-0^\circ 8461\,h$	$+0^\circ 01171\,h^2$
NO	$13^\circ 91$	$-0^\circ 4867\,h$	$-0^\circ 00156\,h^2$
O	$16^\circ 36$	$-0^\circ 2322\,h$	$-0^\circ 00952\,h^2$
SO	$17^\circ 05$	$-0^\circ 5691\,h$	$+0^\circ 00305\,h^2$
S	$18^\circ 60$	$-0^\circ 7977\,h$	$+0^\circ 01345\,h^2$
SW	$18^\circ 24$	$-0^\circ 6782\,h$	$+0^\circ 00836\,h^2$
W	$17^\circ 25$	$-0^\circ 3915\,h$	$-0^\circ 00464\,h^2$
NW	$17^\circ 70$	$-0^\circ 9064\,h$	$+0^\circ 01851\,h^2$

Höhe in Meter	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Höhe in Par. Fuss
				Berechnete Temperaturen.					
400	12·9	11·9	15·3	14·8	15·6	15·7	16·0	14·4	1230
800	10·1	9·9	13·9	12·7	13·1	13·4	14·5	11·6	2460
1200	7·6	7·8	12·2	10·7	11·0	11·3	13·0	9·5	3690
1600	5·6	5·7	10·2	8·7	9·3	9·6	11·2	8·0	4920
2000	3·9	3·6	7·9	6·9	8·0	8·1	9·4	7·0	6160
2400	2·6	1·3	5·3	5·2	7·2	6·9	7·3	6·7	7390
In der Höhe von				Temperatur-Änderung bei einer Erhebung um 100 Meter.					Mittel
400	−0°76	−0°50	−0°30	−0°55	−0°70	−0°62	−0°33	−0°77	−0°57
2000	−0·38	−0·55	−0·61	−0·45	−0·26	−0·34	−0·48	−0·17	−0·40
Seehöhe				Beobachtete Temperaturen.					Station
404	12·6	11·4	14·6	14·5	15·0	15·4	15·2	13·5	St. Paul
441	12·3	11·9	15·6	14·5	15·5	15·2	16·3	14·1	Klagenfurt
916	10·0	9·9	13·8	12·7	13·0	13·4	14·5	12·0	Hausdorf
2027	3·9	3·0	7·3	6·8	7·9	7·8	9·5	6·9	Jaukenberg
2042	3·3	3·5	7·9	6·5	7·8	8·0	8·7	6·7	Hochobir

IV. Herbst.

N	6°90	$-0°4659\,h$	$+0°00386\,h^2$
NO	7°91	$-0°4727\,h$	$+0°00244\,h^2$
O [1])	12°27	$-0°6096\,h$	$+0°00927\,h^2$
SO	10°94	$-0°5208\,h$	$+0°00839\,h^2$
S	10°30	$-0°3859\,h$	$+0°00115\,h^2$
SW	9°85	$-0°3959\,h$	$+0°00366\,h^2$
W	7°20	$+0°0282\,h$	$-0°00420\,h^2$
NW	6°11	$-0°0543\,h$	$-0°01050\,h^2$

N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Höhe in Par. Fuss
				Berechnete Temperaturen.				
5·1	6·1	(10·0)	9·0	8·8	8·3	7·3	5·7	1230
3·4	4·3	(8·0)	7·3	7·3	6·9	7·2	5·0	2460
1·9	2·6	(6·3)	5·9	5·8	5·7	6·9	3·9	3690
0·4	1·0	(4·9)	4·7	4·4	4·7	6·6	2·5	4920
−0·9	−0·6	(3·8)	3·9	3·1	3·8	6·1	0·8	6160
−2·1	−2·0	(3·0)	3·3	1·7	3·2	5·4	−1·2	7390
			Temperatur-Änderung bei einer Erhebung um 100 Meter.					Mittel
−0°43	−0°46	(−0°54)	−0°46	−0°38	−0°38	−0°00	−0°13	−0°32
−0·31	−0·38	(−0·24)	−0·19	−0·35	−0·26	−0·13	−0·47	−0·20
			Beobachtete Temperaturen.					Station
5·2	6·1	10·2	8·8	8·7	8·1	6·9	5·6	St. Paul
4·3	5·5	9·1	8·6	8·3	8·1	7·6	5·6	Klagenfurt
3·3	4·2	8·0	7·4	7·3	6·9	7·2	4·9	Hausdorf
−0·4	0·0	3·9	3·7	2·5	3·2	6·2	0·9	Jaukenberg
−1·4	−1·5	3·4	3·8	3·2	3·3	5·8	0·3	Hochobir

V. Sommerhalbjahr.

(April — September.)

N	12°36	$-0°6407\,h$	$+0°00542\,h^2$
NO	12°39	$-0°5254\,h$	$+0°00199\,h^2$
O	14°01	$-0°2147\,h$	$-0°00932\,h^2$
SO	14°90	$-0°4822\,h$	$-0°00001\,h^2$
S	16°35	$-0°7522\,h$	$+0°01184\,h^2$
SW	15°96	$-0°3488\,h$	$+0°00325\,h^2$
W	15°85	$-0°4660\,h$	$+0°00262\,h^2$
NW	14°75	$-0°6784\,h$	$+0°00820\,h^2$

---

[1]) Mittel aus September und October.

Höhe in Meter	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Höhe in Par. Fuss
				Berechnete Temperaturen. (R.)					
400	9·89	10·32	13·00	12·98	13·53	13·82	14·03	12·48	1231
800	7·58	8·31	11·70	11·05	11·09	11·79	12·31	9·91	2462
1200	5·46	6·36	10·10	9·12	9·03	9·86	10·68	7·95	3694
1600	3·51	4·47	8·20	7·19	7·35	8·04	9·15	6·27	4925
2000	1·73	2·65	6·00	5·26	6·05	6·32	7·72	4·90	6157
2400	0·13	0·88	3·51	3·33	5·13	4·71	6·39	3·82	7388
2800	—0·31	—0·83	1·31	1·40	4·59	3·20	5·15	3·04	8619
In der Höhe von				Temperatur-Abnahme bei einer Erhebung um 100 Meter.					Mittel
400	0°60	0°51	0°28	0°48	0°66	0·53	0·45	0·61	0·51
2000	0·42	0·44	0·58	0·48	0·28	0·42	0·35	0·31	0·41
Zwischen				Höhenstufen für die Temperatur-Abnahme um 1° R. (P. F.)					
4u. 8—00	540	610	940	640	500	610	710	480	629
20u.24—00	770	700	490	640	1340	760	920	1140	845
Seehöhe				Beobachtete Temperaturen.					Station
404	9·60	9·77	12·58	12·64	12·99	13·43	13·12	11·36	St. Paul
441	9·53	10·22	12·96	12·73	13·20	13·57	14·14	12·01	Klagenfurt
916	7·52	8·28	11·70	11·14	11·19	11·82	12·76	10·25	Hausdorf
2027	1·95	2·75	5·84	4·88	5·58	6·08	7·53	4·70	Jaukenberg
2042	1·01	2·15	5·56	5·05	6·10	6·11	7·36	4·61	Hochobir

VI. Die Constanten der Gleichung $T = a + bh + ch^2$ als Funktion der Windesrichtung. (Sommerhalbjahr.)

$a = 14^\circ571 + 1\cdot9678 \sin(237^\circ\, 15' + 45^\circ x) + 0\cdot4339 \sin(221^\circ\, 30' + 45^\circ\, 2x)$

$b = -0^\circ3387 + 0\cdot1019 \sin(358^\circ\, 30' + 45^\circ x) + 0\cdot1791 \sin(276^\circ\, 56' + 45^\circ\, 2x)$

$c = +0^\circ00320 + 0\cdot00497 \sin(182^\circ\, 18' + 45^\circ x) + 0\cdot00597 \sin(99^\circ\, 31' + 45^\circ\, 2x)$

N	$12^\circ628$	$-0^\circ7192^h$	$+0^\circ00889^{h2}$
NO	$12^\circ323$	$-0^\circ4469^h$	$-0^\circ00145^{h2}$
O	$13^\circ794$	$-0^\circ2590^h$	$-0^\circ00766^{h2}$
SO	$15^\circ314$	$-0^\circ4864^h$	$+0^\circ00082^{h2}$
S	$15^\circ938$	$-0^\circ7138^h$	$+0^\circ00929^{h2}$
SW	$16^\circ169$	$-0^\circ5873^h$	$+0^\circ00586^{h2}$
W	$15^\circ924$	$-0^\circ4628^h$	$+0^\circ00228^{h2}$
NW	$14^\circ478$	$-0^\circ6342^h$	$+0^\circ00757^{h2}$

Höhe in Meter	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Höhe in Par. Fuss
				Berechnete Temperaturen.					
0	12·63	12·32	13·79	15·31	15·94	16·17	15·92	14·48	0
400	9·89	10·51	12·63	13·38	13·23	13·91	14·11	12·06	1231
800	7·44	8·55	11·23	11·47	10·82	11·85	12·37	9·89	2462
1200	5·27	6·43	9·58	9·59	8·71	9·96	10·70	7·95	3694
1600	3·39	4·15	7·69	7·74	6·90	8·27	9·11	6·27	4925
2000	1·79	1·73	5·56	5·91	5·38	6·76	7·59	4·82	6157
2400	0·48	—0·85	3·18	4·11	4·17	5·44	6·14	3·61	7388
2800	—0·55	—3·85	0·56	2·33	3·25	4·31	4.78	2·65	8619

In d. Seehöhe von	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	Mittel
Meter	Temperatur-Abnahme bei einer Erhebung um 100 Meter.								
400	0°65	0°43	0°32	0°48	0°64	0°54	0°44	0°57	0·51
2000	0·36	0°50	0°56	0°45	0°34	0°35	0°37	0°33	0·41
	Höhenstufen für die Temperatur-Abnahme um 1° R. (Par. Fuss) $\frac{dh}{dT} = \frac{1}{b + 2ch}$								
400	474	708	960	640	480	582	693	536	634
2000	846	609	545	677	900	871	828	927	775

VII. Temperatur-Differenzen Klagenfurt — Obir.

Bei verschiedenen Windrichtungen.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW	N-NO	S-SW
December	0·86	3·79	3·92	—	—1·01	0·76	—2·38	4·73	2·32	—0·12
Jänner ..	0·02	2·90	—2·00	7·91	2·73	0·96	—2·80	—1·49	1·46	1·84
Februar .	4·82	6·42	0·90	3·85	0·52	2·19	0·19	3·90	5·62	1·35
März....	6·60	6·00	—	5·43	5·78	6·31	3·42	6·01	6·30	6·04
April ...	8·81	8·36	7·79	7·70	6·44	8·28	4·96	8·20	8·58	7·36
Mai.....	8·70	7·96	8·26	7·57	7·30	8·35	7·64	8·47	8·33	7·82
Juni	9·15	9·62	8·37	8·52	7·54	7·57	8·19	8·60	9·38	7·55
Juli.....	9·37	8·49	7·66	8·25	8·00	6·98	7·66	8·17	8·93	7·49
August ..	8·41	7·21	6·99	7·44	7·34	7·18	6·92	5·52	7·81	7·26
Septemb.	6·70	6·88	5·32	6·57	5·97	6·40	5·28	5·46	6·79	6·18
October .	5·74	7·01	6·11	6·42	5·54	5·15	1·96	5·55	6·38	5·34
November	4·69	7·12	—	5·18	3·79	2·92	—1·90	4·68	5·90	3·36
Winter ..	1·90	4·37	0·94	—	0·74	1·30	—1·79	2·38	3·13	1·02
Frühling.	8·04	7·44	—	6·90	6·51	7·65	5·34	7·56	7·74	7·08
Sommer .	8·98	8·44	7·67	8·07	7·63	7·24	7·59	7·43	8·71	7·43
Herbst ..	5·71	7·00	—	6·06	5·10	4·82	1·78	5·23	6·30	4·96
Jahr	6·16	6·86	—	—	4·99	5·25	3·23	5·65	6·47	5·12
	Temperatur-Differenzen bei Stürmen (Mittlere Windstärke 6—10).									
Winter ..	6·18	4·67	6·40	7·91	1·57	1·50	—1·66	3·42	5·42	1·53
Frühling.	8·26	7·30	7·37	9·45	6·68	7·70	7·30	8·41	7·78	7·19
Sommer .	9·16	10·14	—	9·70	7·89	8·00	—	8·80	9·65	7·94
Herbst ..	8·72	7·80	6·60	5·38	5·53	6·08	—	6·85	8·26	5·80
Jahr ..	8·08	7·48	—	8·11	5·42	5·82	—	6·37	7·78	5·62

VIII. Temperatur-Differenzen im Mittel von April — September.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Klagenfurt — Hausdorf	2·01	1·94	1·26	1·59	2·01	1·75	1·38	1·7[illegible]
Hausdorf — Obir.....	6·51	6·13	6·14	6·09	5.09	5·71	5·40	5·6[illegible]
Klagenfurt — Obir...	8·52	8·07	7·40	7·68	7.10	7·46	6·78	7·4[illegible]

Klagenfurt — Hausdorf .... $1^\circ71 + 0^\circ068 \sin (112^\circ25' + 45^\circ x) + 0^\circ355 \sin (76^\circ10' + 45^\circ 2x)$

Hausdorf — Obir .... $5^\circ84 + 0^\circ486 \sin (45^\circ50' + 45^\circ x) + 0^\circ152 \sin (79^\circ47' + 45^\circ 2x)$

Klagenfurt — Obir........ $7^\circ55 + 0^\circ517 \sin (52^\circ56' + 45^\circ x) + 0^\circ377 \sin (72^\circ43' + 45^\circ 2x)$

Windrosen der Station Hochobir.

IX. Windstärke (Scale 1—10).

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
December...	4·1	5·0	3·0	—	6·0	6·6	4·1	5·2
Jänner	4·8	3·4	4·0	8·9	7·9	5·8	3·3	3·9
Februar	5·2	4·2	4·2	4·0	7·6	5·7	2·0	4·1
März	4·5	3·7	—	3·6	7·3	6·7	2·6	3·4
April.......	3·9	5·6	5·0	4·0	5·6	4·5	2·4	3·7
Mai	3·0	1·8	2·6	2·4	6·0	5·5	2·5	4·1
Juni.......	3·5	4·2	2·0	2·6	4·3	4·0	2·0	3·6
Juli	4·0	3·5	3·0	3·0	3·6	3·6	2·0	3.3
August	4·5	2·6	1·3	2·3	4·5	4·5	1·7	1·5
September ..	3·1	4·1	2·5	3·0	5·8	4·0	2·1	2·4
October	3·3	3·1	2·4	3·2	6·5	6·0	2·0	2·8
November...	3·0	4·0	—	4·6	6·6	5·4	2·0	3·7
Winter	4·7	4·2	3·7	6·4	7·2	6·0	3·1	4·5
Frühling....	3·8	3·7	3·9	3·2	6·4	5·5	2·5	3·7
Sommer	4·1	3·1	1·8	2·7	4·2	4·1	1·9	3·1
Herbst	3·8	3·7	2·4	3·6	6·3	5·1	2·0	2·9
Jahr	4·1	3·7	2·9	3·9	6·0	5·2	2·4	3·5

$4{\cdot}0 + 0{\cdot}81 \sin (265^\circ8' + 45^\circ x) + 1{\cdot}26 \sin (72^\circ39' + 45^\circ 2x)$.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Häufigkeit der Stürme (Tagesmittel 6—10) in Procenten der Anzahl der Beobachtungen jeder Windrichtung.								
Winter	25	22	6	83	75	62	10	27
Frühling	21	5	19	10	58	51	4	18
Sommer	27	16	0	4	30	22	0	12
Herbst	15	8	8	13	59	39	0	5
Jahr	22	13	8	27	55	43	3	15

X. Bewölkung (Scale 1—10).

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
December...	2·8	3·7	4·0	—	6·2	6·5	1·4	4·5
Jänner	3·0	8·4	3·3	9·5	9·4	6·2	2·1	3·2
Februar	5·0	7·9	3·6	6·5	7·0	7·6	4·0	4·2
März	6·0	8·7	—	7·2	8·7	8·1	5·0	4·3
April	5·2	6·8	7·0	8·3	7·1	5·5	2·8	4·7
Mai	5·2	4·0	5·4	7·7	6·4	5·8	3·7	5·2
Juni	5·0	8·1	8·0	6·4	6·5	6·1	4·0	5·6
Juli	5·0	5·0	5·0	6·4	3·4	5·6	3·0	6·1
August	6·4	4·6	2·0	6·0	4·7	5·6	3·3	2·3
September ..	5·2	5·5	3·1	8·6	5·7	5·0	3·4	2·7
October	4·3	5·8	4·6	7·7	8·1	6·1	2·2	5·7
November...	4·4	8·2	—	9·5	7·1	6·5	1·3	6·0
Winter	3·6	6·7	3·6	8·0	7·5	6·8	2·5	3·9
Frühling	5·5	6·4	6·3	7·5	7·5	6·4	3·6	4·7
Sommer	5·7	7·0	4·2	6·3	5·0	5·7	3·5	5·4
Herbst	4·6	6·5	2·6	8·6	7·0	5·9	2·3	4·8
Jahr	4·8	6·6	4·2	7·6	6·7	6·2	2·9	4·7

Jahr: $5{\cdot}5 + 1{\cdot}27 \sin (313^\circ 55' + 45^\circ x) + 1{\cdot}10 \sin (83^\circ 31' + 45^\circ 2x)$.

XI. Form und Zahl der Niederschläge.

Die Zahlen geben an, wie viele Tage mit Niederschlägen auf 100 Tage der Herrschaft jedes Windes kommen würden; * bedeutet Schnee, | Regen; *| vorwiegenden Schneefall, |* vorwiegenden Regen.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
December...	12*	10*	0	—	44*	43*|	0	7*
Jänner	16*	60*	33*	70*	88*	40*|	9*	5*
Februar	25*	25*	0	100*	71*|	35*	8*	19*

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
März	39*	100*	—	30*	79*!	61*	8*	6*
April.......	35*	22*	33*	67!	64*!	21!*	0	5*
Mai	25*	0	14!	86!*	47!*	40!*	6*!	24*!
Juni	17*!	38*!	33!	37!	39!	29!	28!	27*!
Juli	33!*	11!	0	30!	30!	31!	6!	16!
August	43*!	10*	0	57!	39!	28!*	0	0
September ..	39*!	18!	0	64!	44!	20!	7!	0
October	22*	32*!	0	35!	47!*	35!*	7!	22*
November ...	6*	50*	—	60*!	48*!	27*!	0	39!
Winter	18	32	11	85	68	39	6	10
Frühling....	33	41	23	61	63	41	5	12
Sommer	31	20	11	41	36	29	11	14
Herbst	22	33	0	53	46	27	5	20
Jahr	26	31	11	60	53	34	7	14

Jahr: $29 + 17\cdot6 \sin(299°8' + 45° x) + 15\cdot4 \sin(98°24' + 45° 2x)$.

XII. Barometrische Windrose von Klagenfurt.

Berechnet nach Hochobir.

I. Mittel.

(Par. Lin.)

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
Winter	322·14	321·55	321·02	317·63	319·16	318·60	321·42	321·53
Frühling....	320·04	320·95	321·35	319·31	318·17	318·56	420·19	320·18
Sommer	320·33	321·13	320·99	319·91	319·79	319·94	321·17	320·70
Herbst	321·58	322·72	322·26	320·63	319·36	319·82	322·10	320·90
Jahr	321·02	321·59	321·40	319·37	319·12	319·23	321·22	320·8[illegible]

II. Berechnete Werthe.

Winter .... $B_x = 320\cdot38 + 1.97 \sin(97°48' + 45° x)$
$+ 0\cdot37 \sin(310°55' + 45° 2x)$

Frühling .... $B_x = 319\cdot84 + 1\cdot18 \sin(61°50' + 45° x)$
$+ 0\cdot78 \sin(270°22' + 40° 2x)$

Sommer .... $B_x = 320\cdot49 + 0\cdot49 \sin(87° 3' + 45° x)$
$+ 0\cdot52 \sin(282°43' + 45° 2x)$

Herbst......... $B_x = 321\cdot15 + 1\cdot22 \sin(65°45' + 45° x)$
$+ 0\cdot89 \sin(286°25' + 45° 2x)$

Jahr .... $B_x = 320\cdot439 + 1\cdot190 \sin(77°32' + 45° x)$
$+ 0\cdot610 \sin(281°34' + 45° 2x)$

n. Die Temperatur-Abnahme mit der Höhe.

'emp.-Diffz.
Klagenfurth
- Obir

. Hausdorf
- Obir

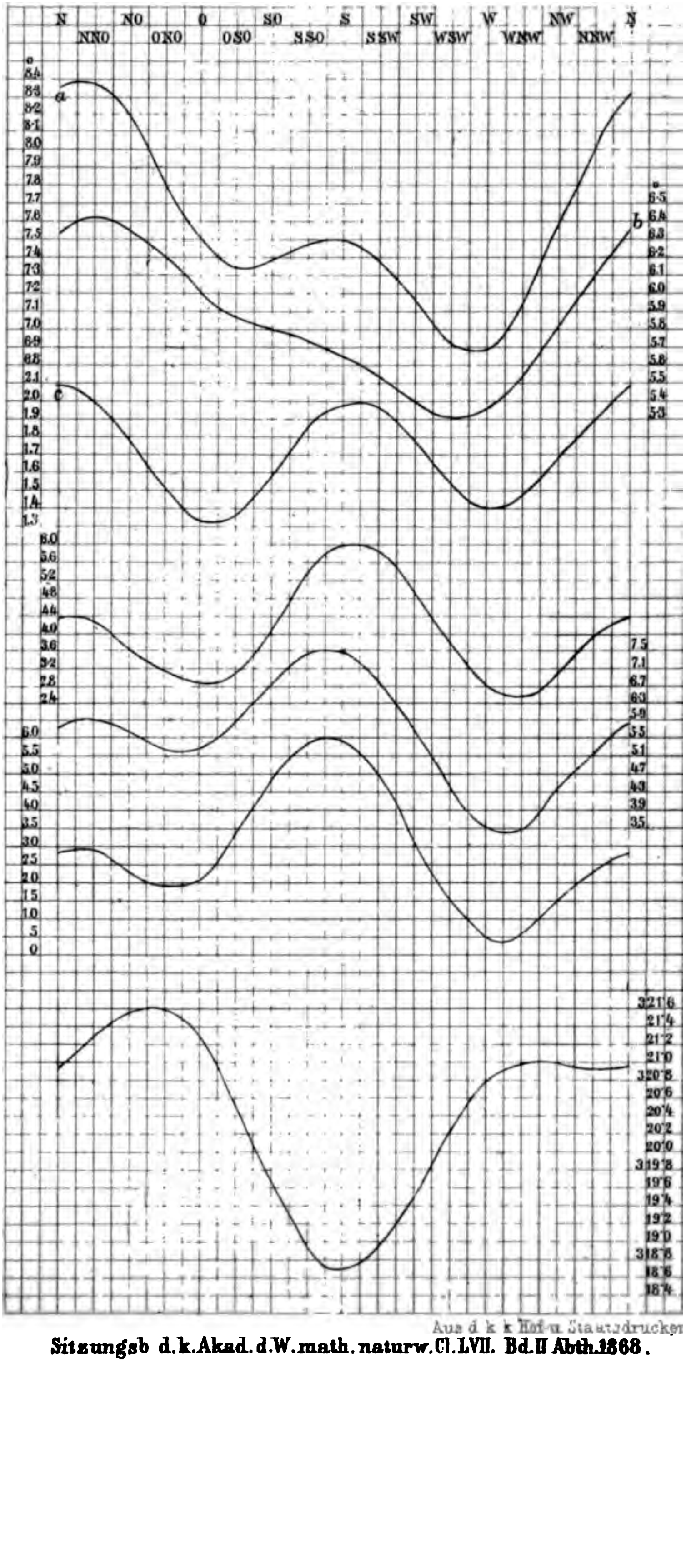
lagenfurth
- Hausdorf

Findrosen
der
ndstärke

ewölkung

erschläge
uf dem
Obir

metrische
Findrose
von
agenfurth



Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
	(300 P. L. +)							
Winter	22·04	21·80	20·39	18·58	18·16	19·44	20·37	21·70
Frühling....	20·11	20·97	21·15	19·50	18·05	18·71	20·05	20·18
Sommer	20·46	20·96	21·03	20·07	19·51	20·04	20·97	20·80
Herbst......	21·45	22·54	22·50	20·48	19·20	20·00	21·50	21·34
Jahr	20·90	21·56	21·30	19·74	18·68	19·56	20·78	21·02
	Abweichungen vom Mittel.							
Winter	+1·66	+1·42	+0·01	—1·80	—2·22	—0·94	—0·01	+1·32
Frühling....	+0·27	+1·13	+1·31	—0·34	—1·79	—1·13	+0·21	+0·34
Sommer	—0·03	+0·47	+0·54	—0·42	—0·98	—0·45	+0·48	+0·31
Herbst......	+0·30	+1·39	+1·35	—0·67	—1·95	—1·15	+0·35	+0·19
Jahr	+0·46	+1·12	+0·86	—0·70	—1·76	—0·88	+0·34	+0·58

XIII. Anzahl der Beobachtungen.

	N	NO	O	SO	S	SW	W	NW
December...	26	19	9	0	9	26	14	13
Jänner	25	5	3	10	8	30	22	20
Februar	24	4	5	2	7	23	24	21
März	18	3	0	10	19	31	12	17
April.......	17	9	9	3	14	34	17	22
Mai	16	8	7	7	15	35	15	16
Juni........	12	26	3	8	13	27	18	11
Juli	9	9	3	10	10	48	16	25
August	23	10	6	7	13	54	12	6
September ..	18	11	9	11	18	49	13	16
October	17	8	14	17	23	22	3	18
November...	23	19	0	17	17	37	13	9
Winter	75	28	17	12	24	79	60	54
Frühling....	51	20	16	20	48	100	44	55
Sommer	44	45	12	25	36	129	46	42
Herbst......	58	38	23	45	58	108	29	43
Jahr	228	131	68	102	166	416	179	194

XIV. SITZUNG VOM 22. MAI 1868.

Der Präsident legt die so eben erschienene von Hrn. Dr. L. Redtenbacher bearbeitete Abtheilung „Coleopteren" vom II. Bande des zoologischen Theils des Novara-Reisewerkes vor.

Es werden folgende eingesendete Abhandlungen vorgelegt:

„Über das Isophloridzin" und „Über die Kapseln der Roßkastanienfrüchte" von Herrn Prof. Dr. F. Rochleder in Prag.

„Über einige Bestandtheile von *Fraxinus excelsior* L." von Herrn Dr. W. Gintl, Assistenten bei der Lehrkanzel der Chemie an der k. k. Universität zu Prag.

„Geschichte des k. k. Hof-Naturalien-Cabinetes in Wien". II. Abtheilung, von Herrn Dr. L. J. Fitzinger in Pest.

„Ichthyologische Notizen" VII., von Herrn Dr. F. Steindachner.

„Über die Vertheilung der Muskeln des Oesophagus beim Menschen und Hunde" von Herrn E. Klein.

„Beiträge zur Kenntniss des Kehlkopfes und der Trachea" von Herrn E. Verson.

„Beiträge zur Kenntniss des Baues der Placenta des Weibes" von Herrn Dr. W. Reitz.

Herr Baron F. Thümen in Krems übersendet ein handschriftliches Werk: „Hypsometrie von Siebenbürgen" und ersucht um eine Subvention zu dessen Herausgabe.

Herr Prof. Dr. E. Brücke übergibt eine Abhandlung: „Über die Musculatur der Atrioventricularklappen des Menschenherzens" von Herrn Dr. C. Gussenbauer.

Herr Prof. Dr. V. Pierre zeigt einen von Dinkler modificirten Trevelyan'schen Apparat vor.

Herr Prof. F. Simony spricht über seine Untersuchungen der Seen des Traungebietes.

Herr Dr. A. v. Biesiadecki legt zwei Abhandlungen vor, und zwar: *a*) „Zottenenchondrom des Darmbeines, Enchondromatöse Thromben der *Vena iliaca* und Pulmonalterien", und *b*) „Über Tuberkelbildung in Blutcoagulis".

Der Präsident Herr Hofrath Dr. K. Rokitansky überreicht zwei Abhandlungen und zwar: *a*) „Zur Anatomie der indurativen Pneumonie" von Herrn Dr. Nic. Woronichin aus St. Petersburg, und *b*) „Zur Anatomie der ödematösen Haut" von Herrn Dr. William Young aus New-York.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, k. bayer., zu München: Sitzungsberichte. 1867. II., Heft 4; 1868. I., Heft 1. München; 8°.

Annales des mines. VI° Série. Tome XII, 5° Livraison de 1867. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift. 6. Jahrgang, Nr. 10. Wien, 1868; 8°.

Archives des missions scientifiques et littéraires. II° Série. Tome IV., 3° Livraison. Paris, 1868; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXVI, Nr. 18. Paris, 1868; 4°.

Cosmos. 3° Série. XVII° Année, Tome II, 20° Livraison. Paris, 1868; 8°.

Gesellschaft, Deutsche geologische: Zeitschrift. XX. Band, 1. Heft. Berlin, 1868; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Verhandlungen und Mittheilungen. XXIX. Jahrg., Nr. 20. Wien, 1868; 8°.

Heidelberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften, 1867—68. 4° & 8°.

Landbote, Der steierische. I. Jahrgang. Nr. 9. Graz, 1868; 4°.

Mittheilungen des k. k. Génie-Comité. Jahrg. 1868, 4. Heft. Wien; 8°.

Moniteur scientifique. 274° Livraison. Tome X°, Année 1868, Paris; 4°.

Museo publico de Buenos Aires: Anales. Entrega 4ta. Buenos Aires, 1867; Folio.

Revue des cours scientifiques et littéraires de la France et de l'étranger. V° Année, Nr. 24. Paris & Bruxelles, 1868; 4°.

Rosetti, Francesco, Sull' uso delle coppie termoelettriche nella misura delle temperature. (Estr. dal Nuovo Cimento, tomo 26.) Pisa, 1868; 8°.

Societas Entomologica Rossica: Horae. T. V. Nr. 3. Petropoli, 1867; 8°.

Société Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'orient. XI° Année, Nrs. 9—11. Constantinople, 1867 à 1868; 4°.

Verein, naturwissenschaftlicher, zu Bremen: Abhandlungen. I. Bd., 3. Heft. Bremen, 1868; 8°.

Wiener Landwirthschaftliche Zeitung. Jahrg. 1868. Nr. 20—21. Wien; 4°.

— Medizin. Wochenschrift. XVIII. Jahrg. Nr. 40—41. Wien, 1868; 4°.

Über einige Bestandtheile von Fraxinus excelsior *L.*

Von Dr. **Wilh. Gintl,**

Assistenten bei der Lehrkanzel für Chemie und Docenten für Chemie an der k. k. Universität zu Prag.

Über die Natur der in den Organen von *Fraxinus excels.* L. sich findenden Stoffe ist bis jetzt wenig Licht verbreitet. Außer den Resultaten der Arbeiten über das *Fraxin* besitzen wir, mit Ausnahme einiger zerstreuter Daten, wenig Kenntniß über die weiteren Bestandtheile der genannten Pflanze. Ich habe es über Anregung meines hochverehrten Lehrers, Herrn Prof. Dr. F. Rochleder, unternommen, eine umfassendere Untersuchung dieser Pflanze auszuführen und bin nun in der Lage einige Resultate dieser Arbeit, die mich seit dem Jahre 1864 beschäftiget, einer hohen kais. Akademie vorzulegen. Meine Mittheilungen betreffen zunächst die Untersuchung der Blätter.

Eine größere Partie zu Frühjahrsende gesammelter Blätter wurde mit einer genügenden Quantität siedend heißen destillirten Wassers erschöpft und das erhaltene, dunkelbraun gefärbte, angenehm, einem Theeaufguß nicht unähnlich riechende Infusum, nach dem Erkalten zuerst mit einer Lösung von neutralem, dann mit basisch essigsauerem Bleioxyd fractionirt gefällt, der Rest der in Lösung befindlichen Stoffe durch Zusatz von Ammoniak zu der bleioxydhältigen Flüßigkeit, aus dieser abgeschieden. Die einzelnen Niederschlagsfractionen, deren ich, in der für fractionirte Fällungen bekannten Weise vorgehend, acht erhielt, wurden nach möglichst gutem Aussüßen auf entsprechende Weise, im Allgemeinen durch Behandeln mit Schwefelwasserstoffgas, einzeln zersetzt und die völlig bleifreien Filtrate, zuerst im Wasserbade und schließlich im *Vacuum* concentrirt. Aus den so erhaltenen Flüßigkeiten wurden durch Anwendung weiterer, von Fall zu Fall anzugebender Methoden die einzelnen Stoffe abgeschieden und auf geeignete Weise gereinigt.

Ich erhielt so aus den ersten Antheilen des mit neutralem essigsaurem Bleioxyd entstandenen, braungefärbten Niederschlages, neben Fett, Pectin und einem harzartigen Körper, eine ansehnliche Menge einer krystallisirbaren Säure, bezüglich deren ich mir weitere Mittheilungen vorbehalte. Aus den letzten Antheilen des mit neutralem essigsaurem Bleioxyd, so wie aus den mit basisch essigsaurem Bleioxyd entstandenen Niederschlägen, welchen sämmtlich eine gesättigt gelbe Farbe zukommt, erhielt ich neben einer nicht unbedeutenden Quantität eines eigenthümlichen Gerbstoffes, über den ich desgleichen demnächst ausführlicher berichten werde, zwei Stoffe, deren Untersuchung ich bereits beendet habe und im Folgenden die Resultate derselben folgen lassen kann.

Zersetzt man die mit basisch essigsaurem Bleioxyd entstehenden Niederschläge unter Wasser mit Schwefelwasserstoff-Gas, so erhält man nach dem Abfiltriren von gebildetem Schwefelblei eine schwach weingelb gefärbte Flüssigkeit, welche nach genügendem Einengen auf Zusatz von absolutem Alcohol einen anfänglich flockigen, später krystallinisch werdenden Niederschlag in nicht unbeträchtlicher Menge absetzt. Dieser wurde gesammelt und durch wiederholtes Umkrystallisiren und Entfärben mit Thierkohle völlig gereinigt. Völlig rein, stellte die Substanz, von der ich aus 50 Pfund trockener Blätter etwas über 10 Gramme erhalten habe, eine vollkommen weiße, deutlich süß schmeckende Krystallmasse dar, die sowohl in kaltem wie in heißem Wasser ziemlich leicht löslich, in Alcohol aber und in Äther völlig unlöslich war und sich auf Zusatz von selbst schwächerem Alcohol zu einer irgend concentrirteren wässerigen Lösung, aus dieser fast vollständig abscheiden ließ. Durch langsames Abdunstenlassen einer kalt gesättigten Lösung in Wasser erhielt ich ziemlich große, völlig wasserklare Krystalle der Substanz, die beim Liegen an trockener Luft mit Leichtigkeit verwitterten. Herr Ober-Bergrath Professor Dr. Ritter von Zepharovich hatte die dankenswerthe Freundlichkeit, einige der besser ausgebildeten Krystalle zur krystallographischen Bestimmung zu übernehmen und die nöthigen Messungen an denselben auszuführen. Die Resultate dieser Bestimmungen mögen hier einen Platz finden. „Die dem monoklinen Systeme angehörigen Krystalle erscheinen als Nadeln oder tafelige Säulchen, welche seitlich durch das Prisma ∞P und das Klinopinakoid $\infty P\infty$, an den Enden durch das basische Pinakoid $0P$ und das

Orthohemidoma $\bar{P}\infty$ begrenzt werden. Untergeordnet treten zuweilen auf: die Hemipyramide $\frac{1}{2}\bar{P}2$ an den Ecken zwischen den Endflächen und dem Klinopinakoide, dann das Orthoprisma $\infty\bar{P}2$ als Zuschärfung der vorderen Kanten des nahezu rechtwinkligen Prisma ∞P und endlich als Abstumpfung dieser Kanten, das Orthopinakoid $\infty\bar{P}\infty$.

Aus den gemessenen Winkeln:

$$0P : \infty\bar{P}\infty = 111^\circ\ 39'$$
$$0P : \bar{P}\infty = 109^\circ\ 26'$$
$$\infty P : \infty\bar{P}\infty = 135^\circ\ 18'$$

folgt das Längenverhältniß von Klinodiagonale, Orthodiagonale und Hauptaxe

$$a : b : c = 1{,}0872 : 1 : 1{,}5602$$

und die Neigung von Hauptaxe und Klinodiagonale

$$ca = 68^\circ\ 21'$$

Als Seltenheit zeigen sich Zwillinge mit $0P$ als Zwillingsebene, die Klinopinakoide der beiden Individuen fallen in eine Ebene, ihre Hauptaxen bilden einen Winkel von $136^\circ\ 42'$.

Die Krystalle sind nach $\infty\bar{P}\infty$ vollkommen, weniger gut nach ∞P, spaltbar.“

Die Analysen, zu denen die völlig reine Substanz bei 110° C im Kohlensäurestrome getrocknet verwendet wurde, ergaben folgende Zahlen:

I. 0·19725 Grm. Substanz gaben 0·28925 Grm. Kohlensäure und 0·122 Grm. Wasser.

II. 0·25925 Grm. Substanz gaben 0·38125 Grm. Kohlensäure und 0·16125 Grm. Wasser.

III. 0·21645 Grm. Substanz gaben 0·31725 Grm. Kohlensäure und 0·1335 Grm. Wasser.

Diesen Zahlen entspricht die Formel $C_{12}H_{12}O_{12}$.

		Berechnet	Gefunden I.	II.	III.
C_{12}	= 72	40·00	39·98	40·10	39·97
H_{12}	= 12	6·66	6·84	6·90	6·85
O_{12}	= 96	53·34	53·18	53·00	53·18
	180	100·00	100·00	100·00	100·00

Obwohl die Substanz, wie erwähnt, beim Liegen an trockener Luft verwittert, so verliert sie ihren Wassergehalt hiebei doch nur sehr langsam und endlich nicht vollständig, und es gelingt erst beim länger fortgesetzten Erhitzen auf 100° C. bis 110° C., sie vollkommen trocken zu erhalten. Zur Bestimmung des Wassergehaltes wurde eine Partie völlig unverwitterter Krystalle zerrieben, das Pulver zwischen Fließpapier abgepreßt und endlich im Kohlensäure-Strome bei 110° C. so lange getrocknet, bis kein weiterer Gewichtsverlust bemerkbar war. Es verloren

I. 0·3975 Grm. Substanz, 0·06575 Grm. Wasser.

II. 0·2765 Grm. Substanz, 0·0456 Grm. Wasser.

Aus diesen Zahlen ergibt sich für die wasserhaltige Substanz die Formel $C_{12}H_{12}O_{12} + 4aq$ oder $C_{12}H_{16}O_{16}$.

		Berechnet	Gefunden I.	Gefunden II.
$C_{12}H_{12}O_{12}$	= 180	— 83·34		
4HO	= 36	— 16·66	16·54	— 16·49
	216	100·00		

Im Übrigen zeigte die in Rede stehende Substanz folgendes Verhalten. Ihre Auflösung in Wasser, die völlig neutral reagirt, wird durch neutrales essigsaures Bleioxyd nicht getrübt. Dagegen bringt basisch-essigsaueres Bleioxyd einen gelatinösen weißen Niederschlag in derselben hervor. Mit alcalischer Kupferoxydlösung erwärmt, bewirkt sie keine Reductionserscheinung, ebensowenig als sie der Alcoholgährung fähig ist. Nach Beobachtungen, die Herr A. Waszmuth, Assistent für Physik am hiesigen polytechnischen Institute, mit einer 3⅓-procenthältigen Lösung anzustellen die Güte hatte, ließ sich bei Anwendung einer 15 Centim. langen Röhre, keine Drehung der Polarisationsebene bemerken. Sie widersteht hartnäckig der Einwirkung von Säuren und Alkalien und ich konnte selbst nach lange fortgesetztem Erhitzen der Substanz mit Chlorwasserstoffsäure sowohl, wie mit verdünnter Schwefelsäure, keine Veränderung derselben wahrnehmen. Aus der für diese Substanz gefundenen Zusammensetzung, im Vereine mit dem erwähnten übrigen Verhalten derselben, geht mit Bestimmtheit hervor, daß diese mit dem von Scherer in der Fleischflüßigkeit entdeckten Inosit identisch ist.

Es ist dies um so weniger fraglich, als derselben auch die von Scherer[1]) als für Inosit charakteristisch bezeichnete Reaction zukommt. Von weiteren Versuchen, die ich gelegentlich des Besitzes einer zureichenden Menge reinen Materiales, mit diesem anstellte und deren Resultate vielleicht als nicht ganz werthloser Beitrag zur Geschichte des Inosits erscheinen möchten, will ich noch folgende erwähnen. Es wurde eine Bestimmung des durch Liegen an trockener Luft bedingten Wasserverlustes vorgenommen. Es wurden zu diesem Ende 0·3975 Grm. der zerriebenen und zwischen Fließpapier sorgfältig abgepreßten Krystalle, durch längere Zeit in einem lose bedeckten Schälchen, bei mittlerer Zimmertemperatur stehen gelassen. Der Gewichtsverlust dieser betrug nach einem Zeitraume von drei Wochen 0·02275 Grm., nach fünf Wochen 0·0545 Grm., nach acht Wochen 0·06 Grm. Nach zwölf Wochen hatte die Substanz 0·0625 Grm. an Gewicht verloren, während von da ab, selbst nach Verlauf von weiteren vierzehn Tagen keinerlei Gewichtsverlust mehr bemerkbar war. Derselbe betrug also im Maximum 15·57 Pct., ein Wasserverlust, der so wenig von dem beim Erhitzen auf 110° C. auftretenden abweicht, daß wohl angenommen werden kann, es werde der auf 16·66 Pct. fehlende Antheil des Wassergehaltes lediglich als hygroscopische Feuchtigkeit zurückgehalten. Es möchte diese Thatsache vielleicht dahin verwerthet werden können, daß man endgiltig annimmt, die vier Äquivalente des in den Inositkrystallen enthaltenen Wassers, spielen thatsächlich die Rolle von Krystallwasser, und daß demnach die Formel $C_{12}H_{12}O_{12} + 4aq$ für den krystallisirten Inosit der mitunter noch gebrauchten $C_{12}H_{16}O_{16}$ vorzuziehen sein dürfte. Es wurde ferner der Gehalt einer bei 10·5° C. gesättigten wässrigen Lösung des Inosits, deren specifisches Gewicht ich = 1.028 (Wasser = 1 gesetzt) gefunden hatte, bestimmt und = 6·347 Pct. an wasserfreiem oder = 7·61 Pct. an krystallisirtem Inosit gefunden. Versuche, den Inosit durch Behandlung mit nascirendem Wasserstoff in eine wasserstoffreichere Verbindung überzuführen oder zu spalten, mißlangen vollständig und ich konnte denselben, sowohl nach lange fortgesetzter Behandlung mit Natriumamalgam in alkalischer Lösung, als auch nach etwa 36stündiger

[1]) Verhandlng. der physik.-medicin. Gesellschaft zu Würzburg 1851, Bd. II, p. 212, auch Annal. der Chem. u. Pharm. Bd. LXXXI. pag. 357.

Digestion mit Zink und verdünnter Schwefelsäure im Wasserbade, immer wieder unverändert aus den betreffenden Flüssigkeiten abscheiden. Es möchte mir noch erlaubt sein, bei dieser Gelegenheit darauf hinzuweisen, daß dieses Vorkommen des Inosits in den Eschenblättern einen Anhaltspunkt mehr zu Schlüssen über die Abstammung des im Thierorganismus vorkommenden Inosits zu bieten vermag. Wie bekannt hat Vohl[1]) die Identität des von ihm in den unreifen Früchten von *Phaseolus vulgaris* aufgefundenen Phaseomannits mit dem Inosit[2]) nachgewiesen. Nach ihm hat W. Marmé[3]) nach Versuchen, die er mit verschiedenen Pflanzenauszügen angestellt hat, aus dem Auftreten der Scherer'schen Reaction sich zur Annahme veranlasst gefunden, daß der Inosit sich auch in anderen Pflanzen, so in den unreifen Schoten von *Pisum sativum* L., in den Früchten von *Lathyrus lens*. K., von *Robinia pseudoacacia* L., in den Köpfen von *Brassica oleracea capitata* L. u. a. m. finde, eine Annahme, die freilich nicht allzu berechtigt ist, da W. Marmé sie blos auf das Auftreten der genannten Scherer'schen Reaction, bei oft unreinen Materialien gestützt, und die Ausführung von Analysen unterlassen hat, die doch um so nöthiger wären, als es mindestens nicht bewiesen ist, ob die erwähnte Scherer'sche Reaction oder eine ihr ähnliche nicht etwa auch anderen, wenn auch nicht gerade der Kategorie der Zuckerarten angehörigen Körpern zukommt. Trotzdem dürfte es nicht unwahrscheinlich sein, daß der Inosit in der That ein nicht ganz seltener Pflanzenbestandtheil ist, und sohin verliert die Ansicht mancher Physiologen, als würde der in den verschiedenen Organen des Thierorganismus nachweisbare Inosit lediglich in diesem selbst gebildet, wesentlich an Boden und das um so mehr, als es bei der kräftigen Widerstandsfähigkeit, die dem Inosit gegenüber dem Einflusse selbst energisch wirkender Agentien zukommt, gewiß nicht unwahrscheinlich ist, daß der mit den Nahrungsmitteln dem Organismus zugeführte Inosit größtentheils unverändert in diesen übergeht und erst allmählig weitere Veränderungen erleidet.

---

[1]) Annal. der Chem. u. Pharm. Bd. CI, p. 50.

[2]) Annal. der Chem. u. Pharm. Bd. XCIX, p. 125.

[3]) Annal. der Chem. u. Pharm. Bd. CXXIX, p. 222.

Durch Behandlung des beim Zersetzen der mit basisch essigsaurem Bleioxyd entstandenen Niederschläge, so wie der letzten Antheile des mit neutralem essigsaurem Bleioxyd erhaltenen Niederschlags, resultirten Schwefelbleies mit kochendem Alcohol, erhielt ich nach dem Abdestilliren des Alcohols eine blaßgelb gefärbte syrupdicke Masse, aus der sich nach längerem Stehen kleine krümmliche Kryställchen absetzten. Durch wiederholtes Auflösen in Alcohol und Umkrystallisiren erhielt ich dieselben rein. Die so dargestellte Substanz, deren ich aus 50 Pfd. Blättern 0·5 Grm. erhalten hatte, bildete ein schwach gelb gefärbtes krystallinisches Pulver, das schwer in kaltem, leichter in heißem Wasser und vollständig in kochendem Alcohol löslich war. Auf Zusatz von Alcalien löste es sich in Wasser ziemlich leicht zu einer gesättigt gelb gefärbten Flüßigkeit und zeigte überhaupt die Reactionen des Quercitrins, mit dem es auch darin übereinstimmte, daß es beim Erhitzen seiner wässrigen Lösung mit Salzsäure ein in den Reactionen sowohl wie im Aussehen dem Quercetin völlig gleichkommendes Spaltungsproduct lieferte. Die mit der in Rede stehenden Substanz ausgeführten Elementaranalysen ergeben folgende Resultate:

I. 0·215 Grm. Substanz, bei 110° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, lieferten 0·42275 Grm. Kohlensäure und 0·1 Grm. Wasser.

II. 0·208 Grm. Substanz, wie oben getrocknet, lieferten 0·40875 Grm. Kohlensäure und 0·096 Grm. Wasser.

Diese Zahlen passen ziemlich gut auf die Formel $C_{66}H_{34}O_{38}$, wie sie Herr Professor Hlasiwetz für das Quercitrin mit 4 *HO* aufgestellt hat.

					Gefunden		
		Berechnet		I.		II.
C_{66} = 396	—	53·95	—	53·62	—	53·59
H_{34} = 34	—	4·63	—	5·17	—	5·09
O_{38} = 304	—	41·42	—	41·21	—	41·32
734	—	100·00	—	100·00	—	100·00

Es dürfte sonach kaum einem Zweifel unterliegen, daß die von mir in der angegebenen Weise aus den *Fraxinus*-Blättern dargestellte Substanz Quercitrin sei. Leider war es mir bei der geringen Quantität des mir zu Gebote stehenden Materiales nicht möglich, [illegible] Behandlung mit Salzsäure auftretenden. [illegible] Spaltungsproductes [illegible] Lage war, die Best[illegible] Spaltung [illegible] weitere Bestätigung [illegible] Körpers mit dem Querci[illegible]

[illegible] Blätter-Infusums [illegible] resul[illegible] Ammoniak [illegible] Auswaschen, [illegible] Wasser [illegible] Das [illegible] dem gebild[illegible] Antheilen [illegible] Behandlung [illegible] und dann zu[illegible] Wasser [illegible] Es resultirte [illegible] nach län[illegible] Menge [illegible] der Krystalle [illegible] Mutterlauge getr[illegible]

[illegible] Blättern nah[illegible] zukommen[illegible] Metall sei, eine [illegible] Elementaranalyse bestä[illegible]

[illegible] Kohlensäure-St[illegible] 0·5825 [illegible] Kohlensäure und 0·1877 [illegible] Wasser.

[illegible] = [illegible]	—	[illegible]	—	39·36
[illegible] = 14	—	7·[illegible]	—	7·75
[illegible] = [illegible]	—	[illegible]·75	—	52·89
[illegible]	—	100·00	—	100·00

Dieses Vorkommen des Mannits in den Blättern hat nichts bemerkenswerthes an sich, da ja dieser Körper, der ohnehin ein gemeinsamer Bestandtheil der Oleaceen Lindl. ist, speciell in der Rinde von ***Fraxinus excelsior*** L. durch Prof. Dr. Rochleder im Vereine mit Dr. R. Schwarz[1]) nachgewiesen wurde und es dürfte nur die verhältnissmässig große Quantität beachtenswerth sein, in der er sich eben in den Blättern findet. In der von den Mannitkrystallen getrennten Mutterlauge fand ich ferners eine gummiähnliche, bisher nicht weiter untersuchte Substanz, sowie eine nicht unerhebliche Quantität von Krümmelzucker. Inosit vermochte ich in derselben nicht nachzuweisen. Was die weiteren Ergebnisse meiner bisherigen Untersuchungen anhelangt, so sei noch erwähnt, daß ich weder *Fraxin* noch *Fraxetin*, selbst nicht in Spuren, in den Blättern aufzufinden vermochte. Ebenso gelang es mir nicht, Chinasäure in denselben nachzuweisen. Bekanntlich hat Stenhouse[2]) nach der von ihm angegebenen Methode aus *Fraxinus excels.*-Blättern eine geringe Menge von Chinon erhalten. Es lag daher nahe, die Gegenwart von Chinasäure in den Blättern zu vermuthen. Da ich nun trotz des besonderen Augenmerkes, das ich auf das Vorkommen der Chinasäure in den Blättern hatte, bisher auch nicht eine Spur dieser Säure aufzufinden vermochte, so dürfte, soferne das Vorkommen derselben in den Blättern nicht etwa an eine bestimmte Vegetationsperiode gebunden ist, das von Stenhouse erhaltene Chinon seinen Ursprung möglicherweise einem anderen in den Blättern enthaltenen Stoffe verdanken. Ich hoffe durch weiter anzustellende Versuche hierüber völlig ins Klare zu kommen, und werde sowohl diesfalls, als auch bezüglich der übrigen in den Blättern enthaltenen Stoffe, einer hohen kais. Akademie weitere Berichte, nach Thunlichkeit bald, vorzulegen die Ehre haben.

Im Anhange an obige Mittheilungen erlaube ich mir noch zu bemerken, daß nach den Versuchen, die ich bisher mit gleichfalls im Frühjahre gesammelter Rinde von *Fraxinus excels.* angestellt habe, sich in dieser neben einer sehr bedeutenden Menge eines harzartigen Körpers, der ein Umwandlungsproduct des Gerbstoffes zu sein scheint, eine verhältnissmässig sehr geringe Quantität eines mit

---

[1]) Annal. d. Chemie u. Pharm. Bd. LXXXVII. p. 186.

[2]) Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. LXXXIX. p. 248.

dem in den Blättern enthaltenen wahrscheinlich identischen Gerbstoffes findet. Quercitrin konnte in der Rinde nicht nachgewiesen werden. Dagegen fand ich, neben dem als Rindenbestandtheil bereits sattsam bekannten Fraxin, eine deutlich nachweisbare Menge von Fraxetin, das bei der mit Ausschluß energisch wirkender Agentien durchgeführten Darstellung, als in der Rinde fertig gebildet vorhanden angesehen werden muß. Herr Prof. Dr. Rochleder hat bereits dieses von mir nachgewiesenen Vorkommens von Fraxetin in seiner Abhandlung „Über Quercitrin" [1]) Erwähnung gethan.

---

[1]) Sitzungsberichte der k. Ak. d. Wissensch. Bd. LV. II. Abthl. Jänner-Heft.

Über das Isophloridzin.

Von dem w. M. Dr. Friedr. Rochleder.

Die Blätter des Apfelbaumes enthalten einen Stoff, den ich mit dem Namen Isophloridzin bezeichne, um durch den Namen anzudeuten, daß er eine mit dem Phloridzin, welches sich in der Rinde der Wurzel und des Stammes in reichlicher Menge findet, isomere Verbindung ist. In seinem Äußeren weicht das Isophloridzin von dem Phloridzin bedeutend ab. Man erhält es leicht in halbzolllangen, silberglänzenden, dünnen Nadeln, die wie das Phloridzin bei 105° C. zu schmelzen beginnen. Das Isophloridzin löst sich leicht in Ätzammoniak zu einer blaßgelben Flüssigkeit, welche nach kurzem Stehen an der Luft bräunlichviolett wird, und nachdem das Ammoniak an der Luft abgedunstet ist, zu einer Masse von Krystallen erstarrt, die in Wasser in der Kälte schwer löslich und farblos sind, durch Waschen mit wenig Wasser von der bräunlichvioletten Mutterlauge leicht getrennt werden können. Ich werde später auf diesen Körper zurückkommen, der vielleicht unverändertes Isophloridzin ist.

Das Isophloridzin wird aus seiner wässerigen Lösung durch Bleiessig gefällt. Diese Eigenschaft benützt man, um dasselbe aus dem Decoct der Apfelbaum-Blätter darzustellen.

Die wässerige Lösung des Isophloridzin, mit etwas Schwefelsäurehydrat versetzt und erwärmt, wird viel schneller als die Lösung des Phloridzin zerlegt in Traubenzucker und in Isophloretin, eine Substanz, welche mit Phloretin dieselbe Zusammensetzung gemein hat, sich aber schon durch die Leichtlöslichkeit in Äther von demselben leicht unterscheiden läßt.

Wird das Isophloretin in concentrirteste Kalilauge eingetragen und einige Minuten in dieser Lösung erhitzt, so wird es zerlegt in Phloroglucin und eine Säure, die ich Isophloretinsäure nennen will. Der Weg, diese beiden Substanzen isolirt zu erhalten, ist folgender:

[illegible] Masse, welche [illegible] durch Behandeln des Isophloretins [illegible] erhalten wird, erstarrt krystallinisch beim Erkalten, [illegible] Erkalten des Gefäßes (worin sich die Masse befindet) [illegible] Wasser [illegible] Man löst die erkaltete Masse in [illegible] Schwefelsäure [illegible] die Lösung, welche bloß [illegible] Äther.

Die [illegible] Phloroglucin und Isophloretinsäure enthält, [illegible] Wasserbade der [illegible] unterworfen. Der Rückstand [illegible] krystallinisch. Man löst ihn, in möglichst wenig Wasser [illegible] wässerige Lösung mit etwas Bleizucker-[illegible] Niederschlag von bräunlich violetter Farbe [illegible] Menge einer harzigen Substanz ent-[illegible] außer Phloroglucin und Isophloretinsäure [illegible] Durch Schwefelwasserstoff fällt man das überschüssige Blei aus der [illegible] Lösung und entfernt das Schwefelblei [illegible] Filter. Das Filtrat wird erwärmt, um den Schwefelwasserstoff zu [illegible] kohlensaurem Natron versetzt [illegible] Äther [illegible] Dieser nimmt nun Phloroglucin aus [illegible] und läßt es nach dem Abdestilliren im Wasserbade [illegible] Lösen im Wasser und [illegible] leicht rein, in aus-[illegible]

[illegible] Schütteln mit [illegible] hat, wird mit [illegible] Isophloretinsäure dadurch in Freiheit [illegible] mit Äther ausgezogen werden [illegible] des Äthers im Wasserbade [illegible] Man [illegible] über Schwefelsäure im Vacuum [illegible] Äther zu entfernen und löst sie [illegible] Wasser [illegible] Fasern in kleiner Menge [illegible] Filter entfernt werden. Die wässerige Lösung der Säure [illegible] im Vacuum über Schwefelsäure, [illegible] Krystalle der Säure erhält, selbst wenn man [illegible] Mengen derselben arbeitet.

Die Isophloretinsäure [illegible] sich durch ihr Verhalten gegen [illegible] von der Phloretinsäure, ihre Lösung wird [illegible] Reagens gefärbt. Von der gleich zusammengesetzten Melilotsäure (Hydrocumarsäure) Zwenger's unterscheidet sie sich durch ihre Geruchlosigkeit und ihren höher liegenden Schmelzpunkt. Melilotsäure schmilzt nach Zwenger bei 82° C. die Isophloretinsäure bei 129° C. Von der bei 125° C. schmelzenden Hydroparacumarsäure von Hlasiwetz, mit der sie das Nichtgefälltwerden durch Bleizuckerlösung gemein hat, unterscheidet sich die Isophloretinsäure durch ihr Verhalten gegen alkalische Kupferoxydlösung, welche von der Hydroparacumarsäure reducirt wird.

Die Isophloretinsäure gehört höchst wahrscheinlich in dieselbe homologe Reihe, deren Glied die Oxybenzoësäure ist.

$$\mathrm{C_7\,H_6\,O_3} = \text{Oxybenzoësäure}$$
$$\mathrm{C_9\,H_{10}\,O_3} = \text{Isophloretinsäure.}$$

Während in der Rinde des Stammes und der Wurzel des Apfelbaumes in der Form von Phloridzin sich die mit der Salicylsäure homologe Phloretinsäure findet, haben wir in den Blättern in der Form von Isophloretin, eine der Oxybenzoësäure homologe Säure.

Diese Umwandlung eines Körpers der Salicylreihe in einen isomeren Körper der Benzoylreihe ist eine Function der Blätter, die als eine Vorarbeit zur Bildung des Amygdalins in dem Samen erscheint.

Die Analysen des Isophloridzins, des durch Säuren daraus gebildeten Traubenzuckers und Isophloretins und des durch Kali aus dem Isophloretin gebildeten Phloroglucins hier anzuführen, halte ich für überflüssig. Ich will hier nur eine Analyse der Isophloretinsäure anführen.

0·1628 bei 105° C. in einem Strom von Kohlensäure getrocknete Isophloretinsäure gaben 0·3887 Kohlensäure und 0·091 Wasser.

		Berechnet	Gefunden
$\mathrm{C_9}$	= 108	65·06	65·11
$\mathrm{H_{10}}$	= 10	6·02	6·21
$\mathrm{O_3}$	= 48	28·92	28·68
	166	100·00	100·00

Wird eine wässerige Lösung von Isophloretinsäure mit kohlensaurem Baryt versetzt, gelinde erwärmt, der überschüssige kohlensaure Baryt durch ein Filter entfernt und das Filtrat über Schwefelsäure im Vacuo eingedampft, so erhält man kleine, undeutliche Krystalle des in Wasser sehr leicht löslichen Barytsalzes der Isophloretinsäure.

[illegible] Weingeist auf und überläßt die Lösung [illegible] das, in wasserfreiem Alko[illegible] nadelförmigen Krystallen [illegible] Weingeist auf einem Filter abwäscht [illegible]

[illegible] Salz nichts mehr an [illegible]

[illegible] 0·0864 kohlensauren Baryt [illegible] Salz. Die Formel $C_9H_9BaO_3$ verlangt [illegible]

[illegible] zur Darstellung von reiner [illegible] benützt werden, da [illegible] wasserfreiem Alkohol oder Alko[illegible] Verunreinigung weggewaschen wer[illegible]

[illegible] entweder das Substitutions[illegible] $C_9H_9(NO_2)O_3$ dar[illegible] der einen oder der [illegible] das Tyrosin $C_9H_9(NH_2)O_3$ [illegible]

[illegible] beschäftigt.

Über die Kapseln der Roßkastanienfrüchte.

Von dem w. M. Dr. **Friedr. Rochleder.**

Ich habe schon vor längerer Zeit erwähnt, daß die Kapseln der reifen Früchte von *Aesculus Hippocastanum* denselben Gerbstoff ($= \Theta_{13} H_{12} \Theta_{6}$) enthalten, der sich auch in andern Theilen der Pflanze vorfindet, daß in manchen Jahren, aber verhältnißmäßig selten, sich noch eine krystallisirte Säure vorfindet, die ich Capsulaescinsäure genannt habe. Sie unterscheidet sich in ihrer Zusammensetzung, welche durch die Formel $\Theta_{13} H_{12} \Theta_{8}$ ausgedrückt wird, durch ein Plus von zwei Atomen Sauerstoff von dem Gerbstoff der Kastanien, zeigt fast alle Reactionen der Gallussäure und ist höchst wahrscheinlich eine (mit der dreifach acetylirten Gallussäure isomere) Verbindung von Gallussäure mit Phloroglucin. Außerdem enthalten die Kapseln noch zwei Stoffe in ziemlicher Menge, von denen hier die Rede sein soll.

Kocht man die zerkleinerten Kapseln reifer Früchte mit Weingeist (von circa 50 Pct. Alkoholgehalt) und versetzt das Decoct mit Bleizucker, so entsteht ein voluminöser Niederschlag, der Capsulaescinsäure, wenn solche im Decoct enthalten war, Gerbstoff und die beiden Körper enthält, die in den folgenden Zeilen besprochen werden sollen.

Wird dieser Niederschlag im Wasser vertheilt durch Hydrothiongas zersetzt, so ist in dem vom Schwefelblei abfiltrirten Fluidum der eine dieser beiden Körper, eine Pectinsubstanz, neben Gerbsäure in der Lösung, während der zweite Körper, eine Aescigeninverbindung, im Schwefelblei zurückbleibt, als unlöslich im Wasser. Zersetzt man das Bleisalz dagegen in Alkohol vertheilt, so erhält man die Aescigeninverbindung in Lösung, während der Pectinkörper, als unlöslich in Alkohol im Schwefelblei zurückbleibt.

Es ergibt sich aus dem Gesagten von selbst, wie man diese beiden Substanzen von einander getrennt darstellen kann.

Die Aescigeninverbindung, welche man durch Behandlung ihrer alkoholischen Lösung mit Salzsäure in der Siedhitze in Aescigenin und Zucker spalten kann, hat die Zusammensetzung und Eigenschaften des Telaescin, welches ich aus dem Aphrodaescin und Arygsaescin der Samen künstlich dargestellt habe.

Seine Zusammensetzung entspricht der Formel $C_{18}H_{30}O_7$. Es zerfällt in Zucker und Aescigenin nach dem Schema

$$C_{18}H_{30}O_7 + H_2O = C_6H_{12}O_6 + C_{12}H_{20}O_2.$$

Der Pectinkörper, in Wasser und schwachem Weingeist löslich, in Alkohol unlöslich, zeigte folgende Zusammensetzung:

0·1805 bei 120° C. im Kohlensäurestrom getrocknet, gaben 0·2751 Kohlensäure und 0·0778 Wasser, oder in 100 Theilen:

C	=	41·57
H	=	4·79
O	=	53·64
		100·00

Ich will hier nur bemerken, daß diese Substanz mit Wasser und Salzsäure durch drei Stunden im Wasserbade erhitzt eine Lösung gab, welche mit Kupfervitriollösung und Kalihydrat in großem Überschuß versetzt einen bläulichgrünen Niederschlag lieferte, daß dieser Niederschlag sammt der Flüssigkeit nach mehrstündigem Erhitzen auf 100° C. nur Spuren von Kupferoxydul lieferte, daß also kein Zucker entstanden war und überhaupt nur Spuren eines Körpers gebildet wurden, der alkalische Kupferoxydlösung in der Wärme zu reduciren vermag.

Ich habe bei einer anderen Gelegenheit erwähnt, daß in der Rinde der Roßkastanien ein Pectinkörper enthalten sei, der durch Behandlung mit Alkalihydrat in der Hitze Ameisensäure, Oxalsäure und Protocatechusäure gab. Die Zusammensetzung dieses Pectinkörpers war folgende:

0·1942 bei 120° C. getrocknet in einem Strom von Kohlensäure gaben 0·2896 Kohlensäure und 0·0851 Wasser oder in 100 Theilen.

C	=	40·67
H	=	4·87
O	=	54·46
		100·00

Die Beziehung des Pectinkörpers aus der Rinde und des Pectinkörpers aus den Kapseln läßt sich durch folgende Formeln anschaulich machen.

Pectinkörper der Kapseln.	Berechnet	Gefunden	Pectinkörper der Rinde.	Berechnet	Gefunden
C_{32} =	41·65	41·57	C_{32} =	40·85	40·67
H_{42} =	4·56	4·79	H_{44} =	4·68	4·87
O_{31} =	53·79	53·64	O_{32} =	54·47	54·46
	100·00	100·00		100·00	100·00

$$C_{32}H_{42}O_{31} + H_2O = C_{32}H_{44}O_{32}.$$

Beide Substanzen sind bei derselben Temperatur getrocknet.

Fremy hat für diese Körper die Formeln: $C_{32}H_{46}O_{31}$ und $C_{32}H_{48}O_{32}$ für die bei 140° C. getrocknete Substanz aufgestellt.

Die Differenz liegt lediglich im Wasserstoffgehalt, den Fremy um ein Geringes höher gefunden hat als ich.

Die von mir gefundenen Zahlen entsprechen eigentlich ganz genau den Formeln $C_{32}H_{46}O_{32}$ und $C_{32}H_{44}O_{31}$, wie die folgende Zusammenstellung zeigt:

	Berechnet	Gefunden		Berechnet	Gefunden
C_{32} =	40·76	40·67	C_{32} =	41·56	41·57
H_{46} =	4·88	4·87	H_{44} =	4·76	4·79
O_{32} =	54·36	54·46	O_{31} =	53·68	53·64
	100·00	100·00		100·00	100·00

Diese Formeln aber lassen keine Theilung durch 2 zu, ohne zu ungeraden Zahlen im Wasserstoffatomgehalte zu führen. Die Bildung der Metapectinsäure könnte in der von Fremy gedachten Weise dann nicht stattfinden [1]).

Ich lege den von mir aufgestellten Formeln keinen größeren Werth bei, als den von Fremy gegebenen und will auch darüber nicht rechten, ob von mir oder ob von Fremy der Wasserstoffgehalt bei den Analysen richtiger bestimmt worden ist.

---

[1]) Vielleicht steht die Substanz $C_{32}H_{44}O_{32}$ zu dem Körper $C_{32}H_{46}O_{31}$ von Fremy im Verhältnisse wie Essigsäure zu Alkohol?

Wenn man die Formeln, welche Chodnew für verschiedene Pectinkörper aufgestellt hat, die mit geringen Differenzen im Wasserstoffgehalt, über welche die Analysen kaum Aufschluß zu geben im Stande sind, $C_{14}H_{20}O_{12}$ für sein Pectin, $C_{28}H_{42}O_{25}$ für seine pectinige Säure und $C_{14}H_{22}O_{13}$ oder $C_{28}H_{44}O_{26}$ für seine Pectinsäure sich schreiben lassen, mit den Formeln von Fremy vergleicht, wenn man dabei sich erinnert, daß Fremy an der Metapectinsäure, so wie an der Parapectinsäure beobachtete, daß sie weinsaures Kupferoxyd in alkalischer Lösung wie Krümmelzucker reduciren, so wird man unwillkürlich auf den Gedanken gebracht, daß Chodnew die Zuckerverbindungen der Substanzen unter den Händen hatte, die Fremy zur Analyse verwendet hatte, getrennt vom Zucker.

$$C_{32}H_{48}O_{32} \text{ von Fremy} = 4.(C_8H_{12}O_8)$$

$$C_8H_{12}O_8 + C_6H_{12}O_6 - 2(H_2O) = C_{14}H_{20}O_{12} \text{ von Chodnew.}$$

Diese Übereinstimmung in den Resultaten zweier Chemiker brachte mich zu dem Entschlusse, mich mit den Pectinkörpern näher zu befassen.

Die Untersuchung dieser Substanzen ist noch weit entfernt, so weit gediehen zu sein, daß ich mich veranlaßt hätte fühlen können, über die Pectinkörper ein Wort zu veröffentlichen. Daß ich dennoch einige Worte über diese Körper hier gesprochen habe, hat seinen Grund in einer Notiz, welche Herr C. Scheibler unter dem Titel: „Vorläufige Mittheilung über die Metapectinsäure aus Zuckerrüben“ im I. Jahrgange Nr. 6, pag. 58 der: „Berichte der deutschen, chemischen Gesellschaft zu Berlin“ veröffentlicht hat. Herr Scheibler hat sich durch diese Mittheilung nach meinem geringen Dafürhalten das mehr als zweifelhafte Verdienst erworben, in ein ohnehin dunkles Capitel noch mehr Verwirrung hinein zu bringen, als sich schon daselbst vorfindet.

Scheibler findet, daß die Eigenschaften seiner Metapectinsäure mit denen übereinstimmen, welche Fremy an seiner Metapectinsäure beobachtet hat. Als neue Eigenschaften gibt Scheibler an, daß die Metapectinsäure die Ebene des polarisirten Lichtes stark nach links dreht, daß diese Linksdrehung durch Behandlung der Metapectinsäure mit starken Säuren in eine Rechtsdrehung verwandelt wird. Die Metapectinsäure Scheibler's wirkt nicht auf die

Fehling'sche Flüssigkeit vor der Behandlung mit Säuren, reducirt aber diese Flüssigkeit nach der Behandlung mit Säuren.

Fremy gibt ausdrücklich an, daß seine Metapectinsäure auf den polarisirten Lichtstrahl keine Einwirkuug zeige und alkalische Lösung von weinsaurem Kupferoxyd wie Krümmelzucker reducire. Fremy hat seine Metapectinsäure auch durch Einwirkung starker Säuren auf Pectin in der Hitze dargestellt. Fremy's Metapectinsäure ist unter Verhältnissen entstanden, unter denen sich die Metapectinsäure des Herrn Scheibler in Zucker und eine neue Säure spaltet.

Wie also Herr Scheibler den Körper, den er in den Zuckerrüben auffand Metapectinsäure nennen und mit der Metapectinsäure von Fremy identificiren konnte, ist nicht wohl einzusehen.

Aus dem Versuch, den ich weiter oben erwähnt habe, geht mit Bestimmtheit hervor, daß es Körper gibt, die in ihrer Zusammensetzung und ihren Eigenschaften mit den Pectinkörpern von Fremy so nahe übereinstimmen, als es bei derlei Substanzen überhaupt verlangt werden kann, die aber mit Säuren in der Wärme behandelt, weder eine Metapectinsäure liefern, die wie die Metapectinsäure Fremy's die Fehling'sche Flüssigkeit reducirt, noch bei dieser Behandlung Zucker geben, wie die Substanz des Herrn Scheibler aus Zuckerrüben.

Herr Kawalier hat vor vielen Jahren in meinem Laboratorium Substanzen aus den Nadeln, der Borke, dem Holz und der Rinde von *Pinus sylvestris* L. untersucht, die mit den Pectinkörpern in allen Eigenschaften die vollste Ähnlichkeit zeigten, aber auf dieselbe Menge Kohlenstoff und Wasserstoff bedeutend weniger Sauerstoff enthielten. Aus dem, was ich anzuführen für nöthig fand, ergibt sich, daß es einer umfassenden Arbeit, einer Untersuchung vieler sogenannter Pectinkörper aus verschiedenen Pflanzen und Pflanzentheilen bedürfen wird, ehe man zu dem Ziele kömmt, Aufschluß über die Natur und Constitution der bisher mit so geringem Erfolge studirten Pectinkörper zu erhalten, ein Ziel, das Herr Scheibler erreicht zu haben glaubt, wenn er die Säure und den Zucker untersucht haben wird, die bei Behandlung einer, der Metapectinsäure von Fremy ähnlichen Substanz aus Zuckerrüben entstehen. Diese Untersuchung wird weiter nichts sein, als einer von den vielen Beiträgen, die zu der Untersuchung der Pectinkörper geliefert werden müssen, ehe man zum Ziele kommen kann.

Über Tuberkelbildung in Blutcoagulis.

Von Dr. Alfred v. Biesiadecki,
Assistenten der pathologischen Anatomie an der Wiener Universität.

(Aus dem pathologisch-anatomischen Institute in Wien.)

(Mit 1 Tafel.)

Die Organisationsfähigkeit der Blutcoagula zu Bindegewebe, sowohl innerhalb der Blutgefäße bei der Thrombusorganisation, als auch ausserhalb derselben, z. B. beim fibrinösen Uteruspolypen, scheint genügend nachgewiesen zu sein, nachdem die farblosen Blutzellen als Ausgangspunkte der Neubildung erkannt wurden.

Durch diesen Nachweis sind die letzten Bedenken beseitigt worden, die gegen die längst behauptete, aber vielfach bezweifelte Metamorphose der Blutcoagula in pathologische Neubildungen erhoben wurden und es gaben zahlreiche Beobachter wenigstens eine krebsige Umwandlung der Thromben an.

O. Weber[1]) verfolgte die Entwickelung der glatten, ja selbst quergestreiften Muskelfasern aus farblosen Blutzellen, ebenso habe ich die Umwandlung der Blutthromben in Enchondrom[2]) in den Sitzungsberichten der k. Akademie beschrieben.

Nach Rokitansky[3]) kommt namentlich eine Entwickelung von Tuberkeln in Blutcoagulis vor, und zwar in jenen Schichten des Extravasatfibrins, welche mit den tuberculösen Pseudomembranen des Peritonäums oder Pleura's in Contact gerathen sind.

Virchow[4]) hat nie etwas gesehen, was als eigenthümlicher Tuberkel in Gefässthromben hätte gedeutet werden können; ob derselbe Tuberkeln in Blutcoagulis, die nicht in den Gefässen gelegen sind, gesehen habe, finde ich in keinem Aufsatze desselben erwähnt.

---

1) [illegible] B. 29, S. 227.
2) Diese Berichte [illegible]
3) Lehrbuch der path. Anatomie [illegible]
4) Gesammelte Abhandlungen [illegible]

net, sowie überhaupt die oben citirte Beobachtung Rokitansky's keine weitere Beachtung fand.

Es sei mir deßhalb erlaubt, meine, während der letzten drei Jahre im hiesigen Institute gemachten Erfahrungen in Kürze hier mitzutheilen.

Von den vier Fällen, die ich in dieser Zeit beobachtet habe, fand ich Tuberkelbildung dreimal in Blutcoagulis in der Brusthöhle und einmal in der Bauchhöhle. In allen vier Fällen war die entsprechende seröse Membran von gefäßreichen Pseudomembranen bedeckt, welche mohnkorngroße, graue und graugelbe Tuberkelknötchen einschlossen. In zwei von diesen Fällen war chronische Tuberculose der Lungenspitzen mit einem acuten Nachschube von Tuberkeln in den Lungen, der Leber und Milz; in einem derselben chronische Tuberculose der Nebenhoden und acute Tuberculose der Nieren und des Peritoneum; den vierten Fall entnahm ich einem 65jährigen Individuum mit chronischer Tuberculose der Lungen und acuter der Pleura und des Peritoneum.

Die Menge des aus den Gefäßen der Pseudomembran stammenden Blutes schwankte zwischen 1 und 2 Pfund. Das Blutcoagulum innerhalb der Pleurahöhle bildete einen mäßig succulenten, die hintere und untere Partie der Pleurahöhle einnehmenden Blutkuchen.

Derselbe ließ sich von der die Pleura überziehenden Pseudomembran leicht abheben und zeigte in seiner Peripherie etwa eine $1\frac{1}{2}''$ dicke, dichtere, weißröthliche Schichte, während der innere Theil desselben schwarz oder braunroth gefärbt und locker war. Innerhalb der dichten Rindenschichte fanden sich unzählige mohnkorngroße, graue und graugelbliche, scharf umschriebene, über das Niveau der Ober- und Schnittfläche hervorragende Knötchen, welche auch vereinzelt in der nächst anstossenden Lage der braunrothen Blutmasse eingebettet waren.

Das Blutcoagulum in der Peritonäalhöhle lag in der kleinen und großen Beckenhöhle und setzte sich in eine ganseigroße Höhle eines linksseitigen Leistenbruchsackes fort. Auch dieses hatte eine stellenweise bis $1\frac{1}{2}'''$ dicke, zähe, braungelbe Rinde, während die Masse des Coagulums von einem Maschenwerke durchsetzt war, welches von zähen, braungelben Balken gebildet wurde und in der Peripherie stecknadelkopfgroße, gegen die Mitte zu an Größe zunehmende, im Centrum übererbsengroße Räume einschloß. Innerhalb der letzten befand sich eine chocoladbraune halbflüssige Blutmasse. In der Rindenschichte befanden sich neben mohnkorngroßen graugelben, kleinere kaum sichtbare graue Knötchen, während die das Peritoneum überziehende Pseudomembran zahlreiche graugelbe miliare Knötchen einschloß.

Den mikroskopischen Befund schildere ich nur von dem zuletzt beschriebenen Falle, der bloß in Unwesentlichem von dem der übrigen Fälle sich unterschied. Die oben geschilderte Rindenschichte des Coagulums bestand aus einem Fibrinnetzwerke, welches in Form von dickeren Balken größere Räume abschloß. Von diesen Balken setzten sich dünnere Fäden in das Innere des Raumes fort, und theilten denselben in kleinere secundäre Räume ab. In diesen befanden sich in mässiger Menge farblose und nur sehr spärliche rothe Blutzellen. Innerhalb einer derartig beschaffenen Masse stellte sich bei einer 60fachen Vergrösserung (Fig. 1) der Tuberkel als eine runde oder etwas ovale, trübe moleculare Masse heraus, welche von dem übrigen Gewebe durch einen lichteren Hof gesondert war. Die trübe centrale Masse bestand aus feinen, dicht gedrängten Molekeln, welche in ihrer Peripherie zu Haufen, welche an Größe den obgenannten Zellen glichen, oder zu Fäden angeordnet waren. Der lichte Hof bestand dagegen aus dem oben beschriebenen Netzwerke, in welchem etwas reichlicher als an anderen Stellen farblose Blutzellen angehäuft liegen. Ihre Protoplasmasubstanz hatte an Masse zugenommen und ist weniger dicht geworden, sie läßt deutlicher den runden Kern hervortreten; einige von den Zellen sind oval geworden, andere scheinen sich abzuschnüren, ohne daß eine Theilung und Vermehrung der Kerne in ihnen zu entdecken ist. In der nächsten Nähe der molecularen Masse liegen dann, von den früher geschilderten Zellen verschiedene kleinere, kernhaltige Zellen, theils kleine Protoplasmaklümpchen, beide gefüllt von einer molecularen Masse. Auch die das Fachwerk bildenden Fäden verlieren gegen die moleculare Masse hin ihren scharfen Contour und füllen sich ebenfalls mit einer molecularen Masse.

Es ist also sowohl nach dem makro- als auch mikroskopischen Befunde keinem Zweifel unterworfen, daß die das Coagulum durchsetzenden Knötchen als Tuberkel aufzufassen sind. Das Vorhandensein derselben in anderen Organen, ihre gleiche Beschaffenheit hier und dort, ihre Kleinheit, Form, der Zerfall der stellenweise angehäuften Zellen zu einer molecularen Detritusmasse sichert die Richtigkeit der Diagnose.

Es könnte nur der Einwand gemacht werden, daß diese Knoten ursprünglich in der Pseudomembran gelegen waren, und daß sie nach der Zerwühlung der letzteren durch die austretende Blutmasse in dieselbe hineingelangt sind. Dieser Anschauung widerspricht jedoch der hier geschilderte Befund. Wir haben nämlich gesehen, daß innerhalb eines von dickeren und dünnen Fäden gebildeten Netzwerkes farblose und farbige Blutelemente eingebettet sind, daß an umschriebenen mohn- und hanfkorngroßen Stellen dieselben sich einerseits etwas anhäufen, anderseits ihre Protoplasmasubstanz sich derartig ändert, daß sie früher dicht, jetzt wie gelockert erscheint und einen größeren Raum einnimmt, wodurch der Kern der Zelle leichter sichtbar wird; daß endlich die Protoplasmasubstanz sich an einigen Zellen abschnürt, runde Klumpen bildet, und zu einer molecularen Detritusmasse zerfällt.

Ein ähnlicher Vorgang geht auch in den Fäden des Netzwerkes vor sich. Diese, früher scharf contourirt, werden lichter und breiter und zerfallen ebenfalls zu einer molecularen Masse. Nirgends läßt sich ein weiter organisirtes Gebilde, wie ein Blutgefäß, nachweisen. Es spricht also

1. der Mangel eines Gewebes, welches die Pseudomembran constituirt, in der Nähe des Tuberkels,

2. der allmählige Übergang des Blutcoagulums in die moleculare Masse, gegen den etwaigen Einwand, daß diese Tuberkelknötchen, wo anders entstanden, blos in die Blutmasse hineingerathen sind.

Eine andere Frage von ziemlicher Tragweite wäre hier zu erörtern, und die ist: unter welchen Bedingungen kommt es zu einer derartigen Metamorphose der farblosen Blutelemente.

Wir haben gesehen, daß innerhalb eines Blutcoagulums, welches nach seiner Veränderung zu schliessen, schon seit einiger Zeit extravasirte, es zur Tuberkelbildung gekommen ist, und zwar in dessen peripherem Theile, welcher mit einer Tuberkel einschließenden Pseudomembran in Contact war, obwohl nach einer gefälligen Mittheilung des Hofraths Rokitansky auch viel tiefer, als in den geschilderten Fällen, eine derartige Tuberkelbildung in den Blutcoagulis stattfindet.

Wenn man also auch einen länger andauernden Contact der Blutmasse mit Tuberkeln als unumgängliche Bedingung feststellen kann, so erklärt das noch immer nicht ihr discretes Auftreten in ziemlich tiefen Schichten des Coagulums. Man findet in den kleinsten Knötchen, die grau durchscheinend sind, immer eine centrale moleculare Detritusmasse, und das legt uns nahe, zu denken, daß nicht die ganze moleculare Masse, obwohl sie in den größeren Knoten durch Zerfall der Zellen sich vergrössert hatte, hier an Ort und Stelle sich entwickelt habe. Es konnte nämlich das die Pseudomembran zerwühlende Blut auch die Tuberkelknötchen zerreissen, und zerfallende Tuberkelzellen, oder schon moleculare Detritusmasse mit sich fortreissen. Diese wären dann als eine Impfmaterie aufzufassen, welche die nächst anliegenden Zellen zu einem ähnlichen Zerfalle anregen würde.

Ich glaube, diese Mittheilung mit der Behauptung schliessen zu dürfen;

1. daß innerhalb des Blutcoagulum unter günstigen Bedingungen Tuberkelknötchen sich bilden,

2. daß die farblosen Blutzellen durch eine Metamorphose ihrer Protoplasmasubstanz zu Tuberkelzellen werden, und

3. daß der erste Anstoß zu einer derartigen Metamorphose durch den Contact mit tuberculöser Detritusmasse gegeben sein dürfte.

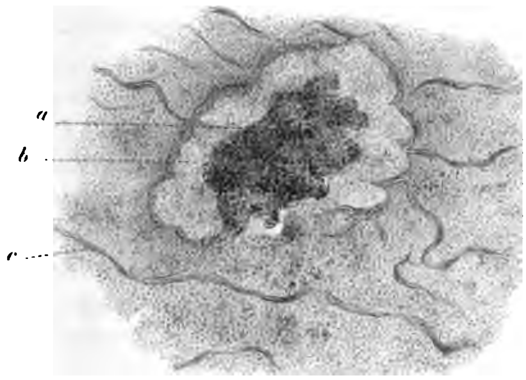
Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. 60fache Vergrößerung. *a)* moleculare Detritusmasse, *b)* der sie umgebende lichte Hof, *c)* dickere Fibrinfäden.

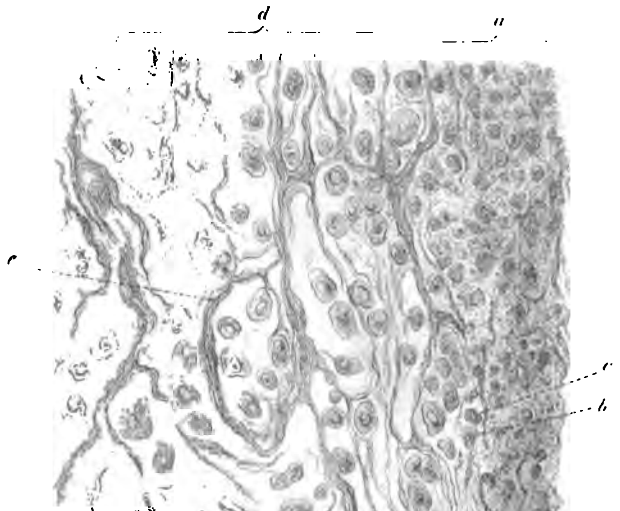
„ 2. Vergrößerung 350. *a)* die Peripherie der molecularen Masse, bestehend aus getrübten und zerfallenden Zellen *b)* und Protoplasmaklumpen *c)*, *d)* der lichte Hof, bestehend aus einem Netzwerke *e)* und deutlichen Kern einschließenden und vergrößerten farblosen Blutzellen.

Biesiadecki. Tuberkelbildung in Blutcoagulis.

1.



2.



Zottenenchondrom des Darmbeines, enchondromatöse Thromben der Beckenvenen und Pulmonalarterien.

Von Dr. **Alfred v. Biesiadecki,**
Assistenten der path. Anatomie an der Wiener Universität.
(Aus dem pathologisch-anatomischen Institute in Wien.)

(Mit 2 Tafeln.)

Enchondrome bilden bloß in seltenen Fällen Metastasen in die inneren Organe. Diese gestatten uns dafür in Folge des verhältnißmässig langsamen Wachsthumes und der charakteristischen, von dem Grundgewebe, in welchem sie sich entwickeln, differenten Beschaffenheit einen leichteren Einblick in den Vorgang bei ihrer Bildung.

Folgender Fall verdient ein allgemeines Interesse einerseits dadurch, daß ein Enchondrom in Form von Zotten sich entwickelte, anderseits durch die Metastasen, die dasselbe in der Pulmonalarterie setzte.

Der 25jährige Hausknecht Parth Johann aus Würtemberg wurde den 11. August 1866 mit heftigen schon drei Jahre andauernden Schmerzen in der linken unteren Extremität in das allgemeine Krankenhaus aufgenommen, zu deren Linderung an der Streckseite des rechten Vorderarmes eine $^1/_4$ Gran Opium enthaltende Lösung von Opium extract subcutan eingespritzt wurde. Drei Stunden darnach wurde Patient nach dem Genuße der Mittagssuppe plötzlich cyanotisch.

Der schleunigst herbeigeholte Arzt fand ihn schon todt. Die den 12. August vorgenommene Obduction ergab folgenden Befund:

Der Körper mittelgroß, sehr gut genährt, musculös, blaß, am Rücken und an den hinteren Flächen der Extremitäten mit sehr reichlichen violetten Todtenflecken versehen. Die Gliedmassen steif, das Kopfhaar dunkelbraun, die Pupillen etwas enge.

Der Hals sehr kurz und dick, der Brustkorb gewölbt. Unterleib mäßig ausgedehnt. An der Streckseite des rechten Vorderarmes ungefähr eine Handbreite unterhalb des Ellbogengelenkes ein bis ½″ langer suffundirter Stichkanal.

Das Schedeldach dickwandig, schwammig. In den Sinusen der harten Hirnhaut, welche innig mit dem Schedeldache verwachsen war, eine ungemein große Menge flüssigen, schwarzrothen Blutes. Die inneren Hirnhäute blutreich. Das Gehirn mäßig derb, feucht, hauptsächlich die Gehirnrinde sehr blutreich, rosaroth, in den Gehirnhöhlen klares Serum.

Die Schleimhaut des Rachens und Kehlkopfes injizirt. Beide Lungen ziemlich mit Blut versehen, feinschaumig ödematös. Nahe der Pleura und dem Hilus fand sich deutlich abgekapselt im Parenchyme des linken Unterlappens eine wallnußgroße, rundliche, feinhöckerige, elastische, weißgelbliche Geschwulst, die aus einem Agregate hanfkorn bis caffeebohnengroßer, an der Peripherie gallertartig durchscheinender, im Centrum knorpeliger, durch dünne Bindegewebssepta zusammengehaltenen Knoten bestand. Zahlreiche ähnlich beschaffene, meist gallertartig aussehende, linsen- bis bohnengroße Knoten fanden sich zerstreut unterhalb der Pleura beider Lungen.

In den größeren Zweigen der Lungenarterie reichliches, locker geronnenes, schwarzrothes Blut. Drei Pulmonalarterien 4. Ordnung der linken Ober- und Unterlappen füllten derbe, durchscheinende, knorpelige, an der Oberfläche glatte, lose im Lumen der Gefäße steckende Thromben, die in die feinsten Zweige sich verästelnd, mit einem kolbigen Ende in das nächst größere Gefäß hineinragten. Die entsprechende Lungenpartie lag etwas eingesunken, dichter anzufühlen, jedoch lufthältig.

In einem Aste 3. Ordnung des linken Oberlappens saß ein etwa hanfkorngroßes, weißgelbliches Knötchen, an welches peripher und central ein etwa ½″ langes, in der Nähe des Knotens bräunlich entfärbtes, sonst schwarzrothes, lockeres Blutgerinsel angelagert war.

In einem Pulmonalarterienaste 3. Ordnung des Unterlappens der rechten Lunge ein rostbrauner, stellenweise zerfallender, ziemlich derber Thrombus, der dem makroskopischen Aussehen nach einem älteren Blutthrombus glich und vielleicht nur durch eine größere Derbheit von diesem sich unterschied. (Dieser Thrombus war für die mikroskopische Untersuchung von Wichtigkeit, weil, wie ich es später ausführlicher besprechen werde, sich in demselben die Metamorphose des Blutcoagulums in Enchondrom verfolgen ließ.)

Die entsprechende Lungenpartie ebenfalls verdichtet, jedoch lufthältig. Im Herzbeutel einige Drachmen Serums, das Herz mäßig contrahirt, sein Fleisch blaßgelb, derb. In den Herzhöhlen kirschrothes, zum größten Theile flüßiges Blut.

Die Leber mäßig derb, fetthältig, in ihrer Blase gelbe Galle.

Die Milz braunroth, mäßig derb. Die Magenschleimhaut mäßig injizirt, in der Höhle desselben Speisereste. Die Schleimhaut der Därme blaß, im letzteren dünnbreiige, gallig gefärbte Fäces.

Pankreas und Nebennieren normal.

Beide Nieren blutreich, derb, in der Harnblase wenig trüben Harnes.

Im linken Darmbeinteller lag ein $4^1/_2$" langer und $2^3/_4$" breiter, runder, an der Oberfläche leicht hügeliger, mäßig derber Tumor, der von einer etwa apfelgroßen Stelle des Darmbeintellers ausgehend, den plattgedrückten musculus ileopsoas emporwölbte und die großen Blutgefäße gegen die Beckenhöhle hereindrängte, während der nervus cruralis über das untere Dritttheil desselben verlief.

Der Tumor war mittelst einer lockern Zellschichte mit der Umgebung verbunden, selbst von einer straff gespannten Kapsel bekleidet, in der mäßig weite Blutgefäße spärlich verliefen. Auf dem Durchschnitte von einem hyalinen, knorpeligen, gleichmäßigen Aussehen war derselbe namentlich in seiner unteren Hälfte von zahlreichen Spalten durchzogen. Unmittelbar unter der Kapsel befand sich eine mandelgroße, glattwandige Cyste, in die von der Kapsel aus warzenförmige, knorpelige Vegetationen hineinragen.

In der Mitte des Tumor eine bis wallnußgroße glattwandige Cyste, in welche von Innen ein breitaufsitzender, über mandelgroßer, durch zarte Fäden hie und da mit der entgegengesetzten Cystenwand zusammenhängender, knorpeliger Zapfen hineinragte. In der Nähe der Insertion durchsetzten den Tumor zahlreiche kleinere Cysten. Nach Innen und Oben von diesem Tumor schob sich durch einzelne Bündel des Ileopsoas von ihm getrennt und sich keilförmig nach Unten in den Muskel fortsetzend, ein von der oberen Hälfte der Vorderfläche der Symphisis sacro-iliaca ausgehender, bis zur Höhe der spina iliaca posterior superior reichender, mit den früher beschriebenen gleich beschaffener Tumor.

Zwei haselnußgroße, gestielt aufsitzende Knoten sitzen auf der Innenfläche des Acetabulum. Die Vorderfläche der unteren in die kleine Beckenhöhle sehenden Hälfte der l. Symphisis sacr wie die linke vordere Seitenfläche nach Außen von den f intervertebralibus des Kreuzbeines mit einer flachen, zottig peligen Wucherung bedeckt, an welche die Vena hy fixirt war, während die Arteria und Vena iliaca von d beschriebenen Tumoren, der obere Theil der Vena hy von den zwei kleineren an der Innenfläche des Acetabu sitzenden Knoten theils durch Muskeln, theils durch Bin getrennt war.

Die Vena iliaca communis sin., von der Kreuzungsstell arteria iliaca communis, also etwa 1/2" unterhalb ihrer Ein in die Cava mit einem kleinfingerdicken, weißgelblichen, ziemlich derben, knorpeligen, in der Höhle derselben lose st Thrombus erfüllt, der an der Theilungsstelle der iliaca seine größte Dicke (1" im Durchmesser) erreichend, m 1/2 langen, spitzig zulaufenden Fortsatze in die Cruralv fortsetzte.

Unterhalb der Stelle, wo die Vena hypogastrica sich nervus ischiadicus kreuzte, und wo sie an den oben besch Knoten fixirt war, war die Vene mit dem sie erfüllenden T vielfach durchschnitten, indem der Secirende den nervus isc herausgeschnitten und dabei die Vene ledirt hat.

In den Verzweigungen der *V. hypogastrica*, namentlic *V. glutea major*, findet man bis in die feinsten Äste sich forts knorpelige Thromben, die sich jedoch nicht als eine zusa hängende Knorpelsäule, sondern als unterbro lose in der Venenhöhle steckende Knorpelstü wiesen, zwischen welchen die Vene collabirt und leer war

Von der Aussenseite des Darmbeines erhoben sich za knorpelige Knoten, die in der Nähe der Crista dicht angeh durch gegenseitige Anlagerung platt gedrückt waren, zwis sich wiederum die zu Bindegewebssträngen degenerirten der Kapsel der Knoten innig verwachsenen Muskelbündeln schoben.

Zwei derselben erreichten eine besondere Größe, vo das dem hinteren Darmbeinstachel näher gelegene 4" l 2 breit und 1 1/4 dick, und das von der Mitte des Darmbei erhebende über wallnußgroß war. Je näher dem Rande das bulum, desto kleiner wurden die Knoten, sie erhoben sich in Form von breit aufsitzenden, hanfkorn-, erbsen- auch bohnengroßer Warzen von der Knochenoberfläche, und bestanden aus einem rein hyalinen, bläulich durchscheinenden Knorpel, in welchem feine Ritze und Spalten vorhanden waren.

Die hintere Wand der Symphisis sacro-iliaca von einer hühnereigroßen knorpeligen Wucherung bedeckt.

Paget[1]) beobachtete zuerst ein Enchondrom des rechten Hodens, welches in die Lymphgefäße längs der vasa spermatica bis zu einer hühnereigroßen, nahe der Einmündung der Nierenvene in die Cava gelegenen Geschwulst (wahrscheinlich degenerirte Lymphdrüse) hineinwucherte. Da wo die obgenannten Lymphgefäße der Hohlvene anhingen, setzte sich eine $^2/_3$—1″ lange, einem verkümmerten, blätterlosen Strauche ähnliche Knorpelgeschwulst in die Höhle der Hohlvene, die die Venenwand perforirend in unmittelbarem Contacte mit dem Blute stand. Nahe dem Ursprunge einer Renalvene hing an der Innenwand der Cava eine kleine isolirte, büschelförmige und tiefer eine kleinere fadenförmige Geschwulst.

In beiden Lungen waren zahlreiche, im Durchmesser bis $1\,^1/_2$″ haltende, leicht ausschälbare, knorpelige Massen.

In mehreren größeren Zweigen der Pulmonalarterie saßen an der Innenhaut kleine strauchähnliche Knorpelgeschwülste, die nicht wie in der Cava durch die Venenwand hindurchgewachsen, sondern von der Innenwand selbst ausgegangen waren.

In der Arbeit über die Perlgeschwülste berührte Virchow[2]) kurz einen Fall von Enchondrom der Fibula, wo lange, cylindrische, glatte Knorpelzapfen locker im Innern dünnhäutiger Gefäße steckten, die sich als Blut- oder Lymphgefäße ergaben; diese Knorpelstücke verhielten sich am Umfange, wie ein embryonaler Knorpel oder wie Schichten von Perichondrium, sie gingen continuirlich in das umliegende Bindegewebe über.

Wieso an der Oberfläche glatte, in dünnhäutigen Gefäßen locker steckende Knorpelzapfen continuirlich in das umgebende Bindegewebe übergehen können, kann ich mir nicht recht vorstellen.

---

[1]) Med. chir. Transact. Volum. XXXVIII. 1855. Schmidt's Jahrbücher B. 90. S. 162.
[2]) V. Archiv. VIII. B. S. 404.

Einen sehr interessanten und dem hier mitgetheilten sehr ähnlichen Fall theilte Otto Weber [1]) mit.

Ein von der linken Beckenhälfte ausgegangenes und auf die rechte Hälfte, besonders das Scham- und Sitzbein sich fortsetzendes Enchondrom ragte einerseits in die große und kleine Beckenhöhle hinein, mit Zurücklassung einer fingerdicken Lücke für die Harnröhre und den Mastdarm, anderseits breitete es sich auf den Oberschenkel aus, der in einer abducirten Stellung von der Aftermasse rings umgeben und von zahlreichen Osteophyten bedeckt war. An der Wirbelsäule und der linken Scapula kleine Enchondrome, an fast allen Knochen des Skeletes zahlreiche Exostosen.

Die Lymphdrüsen sind in bis gänseeigroße knorpelige Geschwülste umgewandelt.

In der linken Vena iliaca communis, in der Vena cruralis bis zum Poupart'schen Bande, in der ileo-lumbalis, hypogastrica und ischiadica eine knorpelige Masse, die von den umgebenden Knoten nach Durchbruch der Venenwand und mit derselben nur hie und da lose verbunden, in die Höhle der Venen hineingewuchert war. Im rechten Herzventrikel ein bohnengroßer, gallertknorpeliger Embolus.

In den tertiären Zweigen der Pulmonalarterien zahlreiche knorpelige Emboli, die theils frei, theils mit der Arterienwand verwachsen waren und von dieser Gefäße aufnahmen, theils durch die Wand hindurch gewachsen waren und Knoten bildeten. Entsprechend diesen Embolis war die Lunge von theils frischen, theils eitrig zerfallenden Infarcten durchsetzt.

In den Ästen der Pforader mehrere knorpelige Emboli, über denen haemorrhagische Infarcte sich bildeten.

Die großen Enchondrome bestanden zum größten Theile aus hyalinen, zum kleineren Theile aus Faserknorpel. Stellenweise fand eine Erweichung und Verkreidung derselben statt.

Die Thromben der Venen und der Pulmonalarterien bestanden aus zarten rundlichen ästigen, oft spindelförmigen, auch epithelähnlichen, blasig aufgetriebenen Zellen in einer hyalinen Grundsubstanz. „Würde man bloss den Charakter der Zellen ins Auge fassen, sagt Ott. Weber, so würde man es mehr mit einem Markschwamme oder Sarkome zu thun zu haben

1) Virchow's Archiv. B. XXXV. S. 503.

glauben können.“ Die hyaline knorpelige Grundsubstanz macht sie jedoch zu Enchondromen. Es war also ein wesentlicher Unterschied in der Structur der eigentlichen Enchondrome und der der Gefäßthromben, ein Unterschied, den Ott. Weber genau beschrieben und scharf hervorgehoben hat, der ihm jedoch nicht vom Belange erschien, da er trotzdem die Behauptung aufstellte, die Enchondrome wuchern nach Durchbruch der Venenwand als Markschwamm oder sarcomähnliche Zapfen in die Höhle derselben hinein.

Die mikroskopische Untersuchung des hier mitgetheilten Falles führte zu einem doppelten Resultate. Es stellte sich nämlich heraus:

1. Daß das beschriebene Enchondrom analog anderer Neubildungen in Form von Zotten als Zottenenchondrom aufgetreten ist, und

2. daß die in den Beckenvenen und Pulmonalarterienästen vorhandenen enchondromatösen Thromben aus Blutcoagulis sich gebildet haben. —

An den kleineren der Außenfläche des Darmbeines aufsitzenden Knoten gelang es mir zuerst die Zottenform des Enchondroms nachzuweisen. Die kleinsten dieser Knoten bestehen nämlich aus einem Knorpelzapfen, welcher von einer dünnen Bindegewebshülle umgeben ist. Innerhalb der Knorpelmasse verlauft eine Bindegewebszotte. Diese besteht aus einem leichtstreifigen, an Zellen armen Bindegewebe, welches ein zahlreich anastomosirendes Gefäßnetz einschließt (Fig. 3).

Gegen die Peripherie dieser Zotte (Fig. 4) liegt in jeder Gefäßmasche innerhalb einer hyalinen Grundsubstanz je eine große, einen Kern einschließende, runde Knorpelzelle.

Die die Gefäßzotte einschließende Knorpelmasse behält auch die Zottenform; sie besteht aus einem Maschenwerke, welches in nächster Umgebung der Gefäßzotte von Blutcapillaren, dann aus einer doppelten Reihe meist spindelförmiger Zellen und endlich in der Peripherie aus einer einzigen Reihe solcher Zellen gebildet wird. Die Maschenräume des Netzwerkes nehmen gegen die Peripherie hin immer mehr an Umfang zu; sie schließen — zuerst — blos je eine Zelle, die ein oder selbst mehrkörnig ist, nachträglich deren viele ein. Diese Enchondromzotten bekleidet eine verdünnte Periostlage. Sie schieben sich an der Außenseite des Darmbeines zwischen die Insertionsstelle der mus. glutei ein.

Größere Knoten kommen dadurch zu Stande, daß derartig gestaltete Zotten unmittelbar neben einander sich entwickeln, wobei die Knorpelterritorien getrennt bleiben, so daß der Knoten von schmalen Spalten durchzogen wird. Schon in den kleineren Knoten, vielmehr jedoch in den größeren kommt es auch zur dichotomischen Theilung der einzelnen Zotten, wobei die einzelnen Territorien der Zottenäste durch schmale Spalten getrennt sind. In den größten Knoten, wie in den von der Vorderfläche des Darmbeintellers sich erhebenden, lassen sich noch einzelne Zotten nachweisen.

In diesen findet man das Netzwerk, welches von den spindelförmigen Zellen gebildet wird, ziemlich deutlich ausgeprägt. Die das Maschenwerk ausfüllenden Zellen sind aber viel kleiner, wie in den kleineren Zotten, sie haben ihre runde Form eingebüßt, zeigen alle möglichen Gestalten und gleichen vollkommen den Knorpelzellen in dem Gelenksknorpel Neugeborner.

Die Intercellularsubstanz ist hyalin, nur weniger derb, wie in den kleineren Knoten, hie und da auch streifig.

Die Dicke der die Gefäßzotte umgebenden Knorpelmasse ist verschieden. In kleineren Knoten kaum eine halbe Linie, beträgt sie in größeren Knoten selbst 3''' und es ist oft schwer die mitten in der Knorpelmasse versteckte Gefäßzotte aufzufinden. Es gelingt dieses am leichtesten am Querschnitte, an dem man dann mitten in einer runden Knorpelmasse mit Leichtigkeit das Gefäßnetz nachzuweisen im Stande ist. Unterhalb der Knoten zeigt die Knochenoberfläche zahlreiche warzige Exostosen.

An den größten Knoten erfolgt auch von der Innenfläche des abgehobenen Periostes eine ähnliche Bildung von zottigen Enchondromen, deren Oberfläche ebenso wie die der früher beschriebenen von glatter Knorpelmasse gebildet wird.

Jene die größeren Knoten durchziehenden Spalten sind also auf Rechnung der Zottenform des Enchondroms zu stellen, indem eine Trennung der einzelnen Zottenterritorien stattfand. — Auch die kleinen, nur vom glatten Knorpel begrenzten Cysten dürften aus solchen Spalten sich entwickelt haben.

Wir haben also im vorliegenden Falle mit einer Form des Enchondroms zu thun, die ein Analogon bildet zu derselben Form anderer Neubildungen, und die wir deßhalb als Zottenenchondrom bezeichnen können.

Ein nicht geringeres Interesse bot die mikroskopische Untersuchung der Enchondromthromben. Ich beginne mit der Beschreibung jener in den Ästen der Pulmonalarterie vorhandenen, da diese uns näheren Aufschluß über ihre Entwickelung gewähren. — Wie schon erwähnt, fand man in einem Aste der *Pulmonalis* des linken Unterlappens einen hanfkorngroßen Embolus mit einer peripher und central gelegenen Blutgerinnung — ferner im rechten Unterlappen einen derberen braunrothen Blutthrombus und im linken Ober- und Unterlappen mehrere enchondromatöse Thromben. —

1. Der Embolus, der in einem Aste etwa vierter Ordnung der Pulmonalarterie des linken Unterlappens steckte, bestand aus einer leichstreifigen, feinpunctirten Intercellularsubstanz, innerhalb welcher stark glänzende kleine Knorpelzellen eingebettet lagen. Die den Embolus umgebende, hochrothe, saftige Blutgerinnung zeigte gut erhaltene rothe Blutkörperchen und innerhalb einer central gelegenen Fibringerinnung farblose Blutzellen.

2. Jener Thrombus, welcher im Unterlappen der rechten Lunge sich vorfand, füllte einen Ast etwa dritter Ordnung der Pulmonalarterie aus und ließ sich bis in die feinsten Verzweigungen derselben verfolgen.

Er war braunroth, derb, stellenweise jedoch an der Oberfläche zerfallend und ließ sich aus dem Gefäße leicht herausheben, mit dessen glatter, etwas blutig imbibirter Wand er nur lose verklebt war. Derselbe glich also makroskopisch bis auf eine größere Derbheit vollkommen einem älteren Blutthrombus.

Da ich vergebens Querschnitte von demselben zu machen versuchte, indem dieselben immer zerbröckelten, so blieb mir nichts anderes übrig, als den ganzen Thrombus zu zerzupfen. Es gelang auf diese Weise drei weißröthliche derbere Fäden auszupräpariren, welche innerhalb einer zerfallenden, braunrothen, aus geschrumpften, rothen Blutzellen gebildeten Masse lagen. — Die Fäden bestanden aus einem Fibrincoagulum, welches stark glänzende, meist runde, auch ovale Zellen einschloß.

Diese Zellen ließen nur mit Mühe einen Kern in ihrem Innern erkennen, und fanden sich gleichmäßig vertheilt in den Fäden, welche den ganzen Thrombus bis in seine feinsten Verzweigungen durchzogen; sie glichen an Größe den farblosen Blutzellen und unterschieden sich von diesen durch ihren auffälligen Glanz, ihre Widerstandsfähigkeit gegen chemische Reagentien, wie Essigsäure, die den Kern nicht deutlicher hervortreten ließ.

Vergebens suchte ich nach einem noch so kleinen entwickelten Knorpelstücke, welches die Embolie bedingt hätte.

3. Die mikroskopische Untersuchung der Enchondromthromben im Ober- und Unterlappen der linken Lunge ergab folgendes: Obwohl dieselben aus einem homogenen Knorpelzapfen zu bestehen schienen, so zeigte doch die Untersuchung, daß sie aus mehreren Knorpelsäulen zusammengesetzt waren, die durch Bindegewebsstrata mit einander vereinigt waren. Die Knorpelsubstanz bestand aus einer hyalinen Intercellularsubstanz und kleinen, glänzenden, verschieden gestalteten Zellen. Diese Thromben steckten lose in der Höhle der Arterien, welche an diesen Stellen gar keine Abweichung darboten; ihre Intima war glatt und glänzend.

Es frägt sich nun, auf welche Weise ist es zur Bildung der Enchondromthromben gekommen. Wir haben gesehen, daß in einem Aste der Pulmonalarterie ein aus Knorpelgewebe bestehender Embolus, um den eine periphere und centrale Blutgerinnung stattfand, steckte; daß in einem anderen Aste ein Blutthrombus vorhanden war, welcher in seiner ganzen Länge innerhalb eines Fibringerinnsels Knorpelzellen eingeschlossen hatte, und endlich, daß andere Pulmonalarterienäste Enchondromzapfen ausfüllten.

Es sind drei Möglichkeiten der Entwickelung dieser Enchondromthromben vorhanden:

1. Entweder ist das eingekeilte Knorpelstück (der Embolus) sowohl peripher als central in der Pulmonalarterie gewachsen, oder

2. Es habe sich von der Wand des Blutgefäßes an der Stelle des Embolus und der consecutiven Blutgerinnung eine Neubildung entwickelt, welche bei etwa vorhandener Dyscrasie Knorpel lieferte, oder endlich

3. Das um den Embolus zu Stande gekommene Blutgerinnsel ist eine Metamorphose in Knorpel eingegangen.

Wenn der Enchondromthrombus durch Wachsthum des Embolus entstehen sollte, so müßte dieß durch Theilung der Enchondromzellen innerhalb des Embolus geschehen, wobei das den Embolus umgebende Blutgerinnsel verdrängt, oder resorbirt werden müßte. Man müßte dann ein deutlich abgegrenztes Knorpelstück innerhalb einer zerfallenden Blutmasse vorfinden.

In dem ersten von mir beschriebenen Thrombus fand man wohl einen aus Knorpel bestehenden Embolus, welcher jedoch eher zu zerfallen als zu wachsen schien. Der succulente, hochrothe, aus wohlerhaltenen Blutelementen gebildete Thrombus liefert zugleich den Nachweis, daß die Embolie erst kurze Zeit vor dem Tode erfolgte. Im sub 2. beschriebenen Blutthrombus gelang es mir nicht, ein die Embolie bedingendes Knorpelstück nachzuweisen, man fand vielmehr einen Thrombus, der einerseits noch deutlich alle Kennzeichen eines Blutcoagulums an sich trug, anderseits in seiner ganzen Länge Elemente einschloß, welche einen Knorpel kennzeichnen. Ich will nicht behaupten, daß nicht ein Knorpelembolus in irgend einem feinen Aste der Arterie vorhanden war, und der mir entweder seiner Kleinheit wegen entgehen, oder durch Zerfall unkenntlich werden konnte; so viel kann man aber aus dem Befunde mit Sicherheit angeben, daß Knorpelelemente zerstreut innerhalb eines Blutcoagulums eingebettet liegen; was durch Wachsthum eines Embolus nicht geschehen konnte.

Gegen die Auffassung: „der Enchondromthrombus sei durch Wucherung der Gefäßintima entstanden“ sprechen gewichtige Gründe, indem die entwickelten Enchondromthromben ganz lose in den Gefäßen stecken, und höchstens an sehr kleinen Stellen der Intima locker anklebten, diese anderseits im ganzen Bereiche des Thrombus vollkommen glatt und intact erschien.

Es ist zu vermuthen, und O. Weber beschreibt dieses sehr genau in seinem oben citirten Falle, daß nachträglich mit dem Wachsthume des Thrombus eine Vereinigung mit der Gefäßwand, auch ein Durchbruch derselben erfolgt wäre. Ich hebe hier dieses aus dem Grunde hervor, um darauf hinzuweisen, daß selbst ein Zusammenhang eines solchen Thrombus mit der Gefäßwand nicht den Beweis liefert, daß er aus derselben ausgegangen ist. In unserem Falle aber wird wohl Niemand an die Entwickelung des Thrombus aus der Venenwand ernstlich denken können.

Es bleibt uns daher nur die dritte Möglichkeit übrig, der Enchondromthrombus habe sich aus dem Blutthrombus entwickelt. An dieser Ansicht muß ich auch festhalten, einmal per exclusionem, hauptsächlich aber aus dem Grunde, weil ich eine directe Umwandlung des

Blutthrombus in einen Enchondromthrombus vor mir habe. — Wir haben nämlich in den oben beschriebenen drei Arten der Thromben innerhalb der Pulmonalarterien einen solchen Übergang. In dem ersten von diesen finden wir einen Knorpelembolus, umgeben von einem frischen Blutgerinnsel, in dem zweiten Thrombus ein älteres Blutcoagulum, in welchem innerhalb eines Fibringerinnsels durch ihren Glanz, ihre Starrheit und ihr chemisches Verhalten den Knorpelzellen gleichende Gebilde eingestreut liegen. In der dritten Art der Thromben endlich ist zwischen solchen Elementen eine hyaline Intercellularsubstanz aufgetreten, welche überdieß Pigment, als Überrest der rothen Blutkörperchen einschließt. —

Eine andere Frage ist die, woher die beschriebenen Knorpelzellen ihren Ursprung genommen haben. Ich glaube aus dem Umstande:

1. daß diese Zellen zuerst innerhalb des Fibrincoagulums liegen;

2. daß sie an Größe den farblosen Blutkörperchen gleichen, zu der Ansicht berechtigt zu sein, sie haben sich aus den farblosen Blutzellen entwickelt, um desto mehr, als ich eine andere Art ihrer Entwickelung nicht nachweisen kann.

Die Enchondromthromben der Beckenvenen ergaben sich bei der mikroskopischen Untersuchung als Knorpelzapfen, welche zahlreiche, meist zur Längsaxe derselben parallel verlaufende Canäle zeigten. Die Intercellularsubstanz der Thromben war meist leicht streifig, sonst hyalin; die in derselben gelegenen Zellen klein, mannigfach gestaltet, mit einem glänzenden kleinen Kerne versehen. — Es fanden sich aber auch Partien im Thrombus, welche ein vollkommen bindegewebiges Aussehen (Fig. 6) darboten, indem zwischen den Bindegewebsfasern große, mehrere Ausläufer besitzende Zellen gelegen sind.

O. Weber läßt in seinem Falle die Enchondromthromben innerhalb der Beckenvenen durch ein Hineinwachsen eines benachbarten Enchondromknotens in die Höhle der Vene nach erfolgter Perforation der Venenwand entstehen; spricht jedoch zum Schluße seiner Abhandlung die Vermuthung aus, daß die Thromben auch aus dem Blutcoagulis sich entwickeln könnten. Im vorliegenden Falle bin ich nicht in der Lage eine Perforation einer Venenwand nachzuweisen, da bei der Section die *Vena hypogastrica*, in deren nächsten Umgebung sich wohl Enchondromknoten befanden, vielfach durchschnitten wurde, die übrigen Enchondromthromben führenden Venen dagegen von dem Knoten theils durch dicke Muskeln, theils durch Bindegewebe getrennt waren. Ich muß jedoch eine derartige Perforation der Vena hypogastrica als wahrscheinlich annehmen, da diese an den noch erhaltenen Stücken innig an zwei Knoten anlag, welche etwa haselnußgroß an der Innenfläche des Acetubulum aufsaßen.

Nichts desto weniger sprechen mir gewichtige Gründe gegen die von O. Weber gar nicht begründete Auffassung, daß die Venenthromben blos durch das Hineinwachsen der benachbarten Enchondromknoten entstanden sind.

1. Wissen wir, daß Enchondromknoten, wenn sie selbst auf widerstandsfähigere Organe, als es die Venen sind, stossen, diese durch Usur zum Schwinden bringen, wobei das Enchondrom aber weiterwachsend die Knotenform beibehält. Nun ist kein Grund abzusehen, warum nur jener Theil eines haselnußgroßen Knotens, welcher nach Perforation einer Venenwand in die Venenhöhle hineinragte, derartig wuchern sollte, daß er selbst ein mehrere Zoll langes Stück der Venenhöhle ausfüllte, während der draußenbleibende Rest nicht mitwächst.

2. Müßte bei der Annahme des Hineinwachsens eines Knotens in eine Venenhöhle der in derselben gelegene Zapfen a) die größte Dicke an der Stelle der Perforation besitzen, und nach beiden Seiten innerhalb der Vene an Dicke abnehmen, und b) eine continuirliche Masse bilden.

Wir haben dagegen gesehen, daß der Enchondromthrombus einen vollständigen Abguß der Venen darstellt, dünner ist in den feineren Venen, dicker in den größeren Venen, daß derselbe nicht einmal die Venenwände ad maximum erweitert hat, sondern daß noch immer zwischen Thrombus und Venenwand ein ziemlich beträchtlicher Raum übrig blieb. Ferner haben wir gesehen, daß namentlich in den kleineren Venen der Thrombus nicht einen continuirlichen Zapfen darstellte, sondern stellenweise unterbrochen war und diese Stücke eine Spindelform besaßen.

3. Müssten die Venenthromben, wenn sie blos Fortsätze der Knoten wären, dieselbe Structur darbieten, wie die die Venen perforirenden Knoten. Sowohl in dem von O. Weber als in dem hier mitgetheilten Falle ist ein bedeutender Unterschied in der Structur beider. Denn, während die Knoten des Darmbeines, abgesehen von

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Linke Beckenhälfte von vorne gesehen; *P* der aufgeschnittene und umgelegte Ileopsoas; *L* Lendenwirbelkörper; *E* Enchondromknoten von der Vorderfläche des Darmbeintellers sich erhebend; *E'* aus der *Symphysis sacro-iliaca* sich nach oben hervordrängender Enchondromknoten; *A* Aorta, *N Nervus ischiadicus; F' Arteria iliaca dextra communis; F Arteria iliaca ext. sin.; V Vena iliaca communis sin.; T* der in letzterer lose steckende Thrombus.

Fig. 2. Darmbein von rückwärts gesehen; *T* große Trochanter; *A Foramen ischiadicum; S* Steißbein; *Z* zottenförmige und warzige kleine Enchondrome: *E'* größere Enchondromknoten; *E* Schnittfläche eines solchen, an der man zahlreiche Spalten und Lücken bemerkt. (Fig 1 u. 2 $\frac{1}{3}$ der natürlichen Größe).

Fig. 3. Enchondromzotte 30fache Vergrößerung, *Z* Bindegewebszotte mit reichlichem Blutgefäßnetze, ähnlich einer Darmzotte; *E* die die Blutgefäßzotte umgebende Knorpelmasse, welche ebenfalls eine Zottenform besitzt, und ein dichtes Maschenwerk zeigt.

Fig. 4. Aus derselben Zotte. Vergrößerung 350, *A* Blutgefäße mit Blutzellen gefüllt; *D* faseriges Bindegewebe der Zotte; *B* aus glänzenden, spindelförmigen Zellen gebildetes Maschenwerk; *K* Knorpelzellen meist mehrkernig innerhalb einer hyalinen Substanz *C*.

Fig. 5. Aus dem Thrombus der Pulmonalarterie. Vergrößerung 450. *A* glänzende, mannigfach gestaltete, an Größe den farblosen Zellen gleichende Gebilde, bei *B* Häufen kleinerer, runder, ebenfalls stark glänzender Zellen; *P* Pigmentkörnchen, *C* erhaltene rothe Blutzellen.

Fig. 6. Aus dem Thrombus der *Vena iliaca, a* spindelförmige Zellen, die ein Netzwerk bilden, *c* farblose Blutzellen mit Pigment gefüllt.

Gez. u. lith. v. Dr

Aus d. k. k. Hof- u. Staatsdruckerei

[illegible]

Biesia

Gez. u