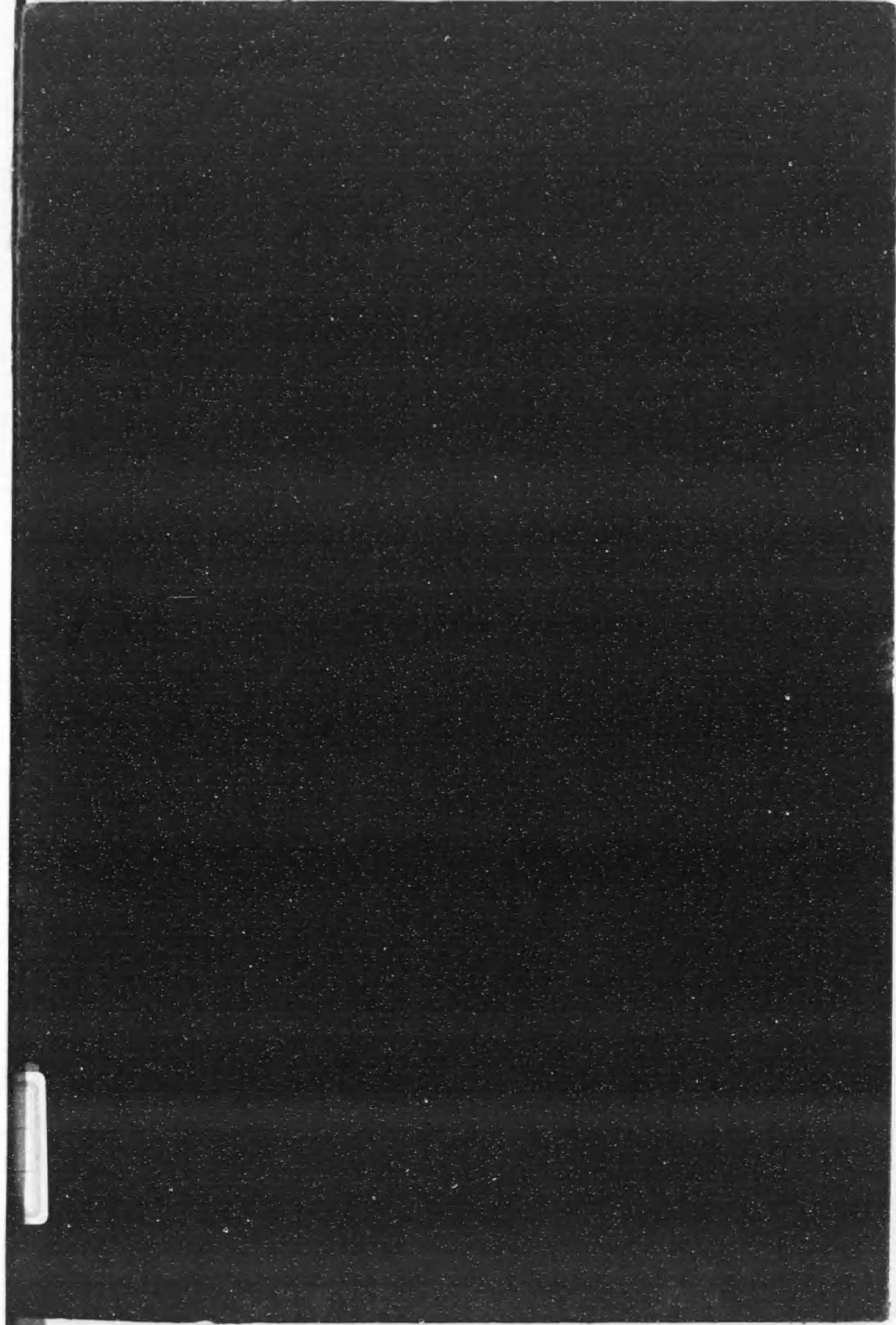
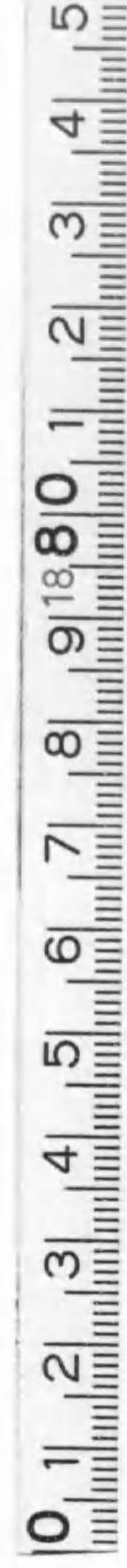




始



特216  
539

實用代數學



上卷

松本小七郎著



## 實用代數學著述の趣意

1. 代數學は工藝上に於ける數學中數學及技術の基礎を爲す最も重要な學科なるを以て本校の數學教科書中本書は其の實用的を専らとして他より比較的正確に又大部に且つ高尙に爲したり。

2. 本書は現今世間に行はれつつある中等程度の教科書と其趣きを異にする所あるを以て斯科を擔任せらるる講師各位に御教授の前に一應本書を精覽の上其の趣意に御賛成下されて後御教授あらむことを望む。

3. 代數學の門戸に當る正負符號の法則及び其の運用は初學者の第一に困難する所なるが、こは敢て初學者のみにあらず代數學著者が其の説明に窮する所にして或書は數箇所に現はるる正負の説明及運用が一貫せず前後撞着して要を得ず。又或書は符號の或特別の應用上の一、二例によりて之を説明するなどの拙劣なるあり、又教師にして其の説明の彼是撞着するものあり著者、教師たる先輩が殆んど此の状態なるか故に初學者の惑ふは當然と云ふべきなり。

本書は此の點に留意し精確に是れが説明をなしたるを以て初學者と雖とも格別の難澁なくして之を取り容れ得ることと信す。

4. 初學者の理解に苦しむは單に其の理解力の乏しきのみならず文字及式等に馴染なく且既得の理が未だ確實なら

さるに文字と式と理とが同時となるにあり、仍りて其の理解力を養成せむには多數の問題を解かしめ習熟せしむるに在り、故に本書は世間に在る書と異なりて多數の練習問題を掲げたり、故に生徒の時間の許す限り自習其他の方法にて自から解答せしむるに力められたし。

5. 練習問題は問題の部に置きたる所と例解の直ぐ次に置きたる所と場所を異にしたるは例一の如き簡單なる問題の解を漸やく了解する位の程度のものに續きて例四、例五の如き繁雜或は困難なる問題を解き示すも了解し得ざるは當然の事なるか故に此場合には一例を示す毎に練習問題若干を挟み然らざる時は問題の部に置きたるものなり。

6. 問題中に唯番號のみを記したるものは講師が之を解きて其の解法を示すの用に供し番號の左方に練習と記し或は番號に括弧を附し(5)の如く爲したるは生徒の練習に供したるものなり。

7. 答之部には問題の部の如く問題と練習問題とを互に挟み合せて記さず、別別に取纏めて記したり、之れ看易からしめむが爲めなり。

昭和四年七月

著者識す

# 實用代數學

## 上卷

### 目次

<b>第壹編</b>		減法ノ演算	18
		加減ノ括弧用法	18
緒論	1	減法ノ問題	21
試問壹	4	乘法, 乘法正負符號ノ法則	22
緒論ノ問題	5	乘法諸定理	24
<b>第貳編</b>		乘法演算	27
		乘法問題	29
正數負數	7	除法, 除法正負符號ノ法則	32
絕對值, 加法減法符號ノ法則	9	除法諸定理	32
試問貳	11	除法演算	35
正數負數ノ問題	11	加減乘除括弧用法	37
		除法問題	38
<b>第參編</b>		<b>第四編</b>	
項ノ意義擴張, 次數	13	方程式, 恒等式	41
加法, 等類項, 降冪, 昇冪	14	恒等式問題	44
加法ノ諸定理	15	一元一次方程式	45
加法ノ問題	16	一元一次方程式問題	46
減法	17		

一次聯立方程式, 不定方程式	48
一次聯立方程式問題	51
一次方程式應用問題	53
方程式應用問題解法	55
一次方程式應用ノ問題	56
<b>第五編</b>	
公式乘法	64
公式乘法問題	68
因數分解法	70
<b>第六編</b>	
最大公約數, 最小公倍數	80
<b>第七編</b>	
分數式	90
分數式基礎ノ定理	90

約分	91
分數式符號ノ變化	92
通分母法	94
分數式加減法	95
分數式乘法	99
分數式除法	102
繁分數式	104
<b>第八編</b>	
一次分數方程式	108
一元一次分數方程式解法	108
一元一次分數方程式問題	110
聯立一次分數方程式解法	112
聯立一次分數方程式問題	113
分數方程式ノ應用	114
分數方程式應用ノ問題	115

# 實用代數學

## 第一編

### 緒論

1. 代數學 ハ數ヲ文字ニテ表ハシ之レト數字トヲ用ヒテ數理ヲ攻究スル所ノ學科ナリ。

2. 數ヲ文字ニテ表ハスコト 算術ニ於テハ數ヲ表ハスニハ一定ノ符號ヲ以テス、例ヘハ五ナル數ヲ表ハスニハ5ナル符號ヲ以テス即5ト記サハ五ト云フ數ヲ表ハスモノニシテ決シテ他ノ數ヲ表ハスコトナシ。

然ルニ代數學ニ於テハ

$$a, b, c, d, e, \dots, x, y, z$$

ナル文字ヲ用ヒテ數ヲ表ハス、而シテ此ノ文字ニテ表ハセル數ハ凡ヘテノ數ヲ表ハスモノニシテ一定ノ數ヲ表ハスニアラス。

即aト記サハコハ整數, 分數, 不盡數ノ何レヲ問ハス如何ナル數ヲモ表ハシ一定ノ數ヲ表ハスニアラス。

b, c, d 等ニ於テモ同様ナリ。

而シテ同シ式中ニ在ル異ナル文字ハ異ナル數ヲ表ハス、若シ異ナル文字カ同シ數ヲ表ハス場合ハ特ニ  $a=b$  ノ如ク記ス。

又文字ハ此ノ他ニ

A, B, C, ..... 或ハ  $a, \beta, \gamma, \dots$

ナル文字ヲモ用フルコトト爲セリ。

**3. 特別一般** 特別トハ事物ヲ特ニ撰擇シテ云フ語ニシテ一般トハ事物ノ凡ヘテニ互リテ云フ語ナルガ數學ニ於テモ同様ニテ例ヘハ二ノ數ノ和ノ式ヲ示スニ  $4+7$  ト記スルハ特別ニ  $4$  ト  $7$  トヲ撰ヒタルモノニテ單ニ  $4$  ト  $7$  トノ和ヲ示スニ止リ他ノ數ノ和ニ及ホサス、之レ和ノ特別ノ式ニシテ  $a+b$  ト記スルハ二ノ數ハ如何ナル數ニテモ和ノ式ハ之レナリト凡ヘテノ數ニ互リテ示セルモノニテ之レ和ノ一般ノ式ナルカ如シ。

其ノ他  $7-4, 3 \times 8, 2 \times 5 \times 6$ , ノ如キハ何レモ特別ノ式ニシテ  $a-b, a \times b, a \times b \times c$  ノ如キハ一般ノ式ナリ。

算術ニ於テモ一般ナル思想ハ必要ナレトモ概ネ特別ノモノナルガ代數學ニ於テハ凡ヘテ一般ナル思想ヲ以テ攻究スルモノナリ。

**4. 加減乗除ノ符號** ハ算術ノモノヲ其ノママ用フレトモ加減ノ符號ハ後章ニ示ス所ノ正數、負數ノ符號ニモ用ヒラレ乘法ノ符號ハ點「 $\cdot$ 」ヲ用フルコト又省略スルコトアリ、點ヲ用フルトキハ兩數間ノ下端ニ附スルモノトス、而シテ省略スルコトアリト雖トモ數字ト數字トノ間ノモノハ省略スルコト能ハス。

例ヘハ  $a \times b$  ナ  $a \cdot b$  或ハ  $ab$  ト記シ  $3 \times 5 \times x \times y$  ナ  $3.5xy$  ト記シ  $36 \times y$  ト記スルコト能ハサルカ如シ。

**5. 因數係數** 相乘積或ハ連乘積ニ於テ其ノ中ノ一

數ヲ其ノ乘積ニ對シテ因數ト云ヒ、又乘積ヲ二數ノ積ト考ヘタルトキハ其ノ一ヲ他ノ係數トイヒ、其ノ一數カ數字ノミナルトキハ之ヲ數係數ト云フ、又數係數ハ通常之ヲ略シテ單ニ係數ト云フ。

例ヘハ  $3.5axy$  ニ於テ  $3, 5, a, x, y$  ハ何レモ其ノ因數ニシテ  $35a$  ハ  $xy$  ノ係數、 $3.5$  ハ  $axy$  ノ數係數或ハ係數ナルカ如シ。

**6. 乘羣指數** 乘積ニ於テ  $aa, aaa, aaaa, aaaaa$ , 等ノ如ク其ノ因數ノ皆相等シキトキハ之ヲ乘羣ト稱シ之ヲ簡便ニ  $a^2, a^3, a^4, a^5$  等ノ如ク右肩ニ其ノ因數ノ數ヲ表示スル小數字ヲ記シテ之ヲ示ス、此ノ小數字ヲ指數ト稱ス。

而シテ  $a^2$  ナ  $a$  ノ二乘羣或ハ  $a$  ノ平方、 $a^3$  ナ  $a$  ノ三乘羣或ハ  $a$  ノ立方、 $a^4$  ナ  $a$  ノ四乘羣、 $a^5$  ナ  $a$  ノ五乘羣ト呼フ、六乘羣以上同様ナリ。

又  $a$  ハ  $a^1$  ノ意味ヲ有スルコトニ注意スヘシ。

**7. 代數式**  $2x+3y, 3a^2b-4ab^2+b^3$  ノ如ク文字及數字ヲ符號ニテ連結セルモノヲ代數式ト稱シ而シテ  $2x+3y$  ノ  $2x, 3y, 3a^2b-4ab^2+b^3$  ノ  $3a^2b, 4ab^2, b^3$  ナ各其ノ代數式ノ項ト稱シ此ノ第一式ノ如ク二項ニテ成ルモノヲ二項式、第二式ノ如ク三項ニテ成ルモノヲ三項式ト稱ス、四項式以上同様ナリ。

又  $a, 3a^2$  ノ如キモノモ簡單ナル代數式ニシテ之レヲ單項式ト稱ス、單項式ニ對シテ二項式以上ヲ多項式ト稱ス。

【注意】 數字ニテ表ハス數ト文字ニテ表ハス數トノ積ハ通常數字ヲ左方ニ置クモノトス。

又三項以上ノ式ノ演算ノ順序ハ算術ノモノト同様ナリ。

8. 相當號 =ヲ相當號ト稱シ  $2a-5b=c$  ノ如ク記シテ  $2a-5b$  ト  $c$  トノ相等シキコトヲ示ス.

9. 括弧 括線 括弧ハ算術ノモノヲ其ノママ用ヒ其ノ他ニ括線ナルモノヲ用フ, 括線モ亦括弧ト同シ意義ナリ.

例ヘハ  $c-\overline{a-b}$  ハ  $a-(a-b)$  ト同意義ニシテ  $c-\overline{a+bd}$  ハ  $c-(a+b)d$  ト同意義ナルカ如シ.

### 試 問 壹

1.  $3a-4b$  ノ  $a, b$  ハ如何ナル數ヲ表ハセルモノナルカ.
2.  $3a$  ハ  $a$  ナル數ガイクツナルカ,  $4b$  ハ  $b$  ナル數ガイクツナルカ.
3.  $ab$  ハ  $a$  ナル數カイクツナルカ, 又  $b$  ナル數ガイクツナルカ.
4.  $5xyz$  = 於テ因數ト積ト數字係數トヲ示セ.
5.  $a^2, a^3$  ノ各ニ就テ乘羈ト指數トヲ示セ.
6.  $a^2, a^3, a^4$  ノ各ハ如何ナル意義ナルカ.
7.  $3a$  ト  $a^3$  トノ意義ニ如何ナル相違ガアルカ.
8.  $a^2-bc, a^2+2ab+b^2$  ノ各式ノ名稱如何.
9.  $7=5+1, 15=20-5, 12-2=9-6$  ノ各式ハ成立セルカ否カ.
10.  $a+(c-b+a), a-b-c, e-\{(c-b-a)+d\}$  ノ各ハ如何ナル意義ナルカ.
11.  $2 \times 3$  ト  $2^3$  トノ大小,  $8 \times 5$  ト  $5^3$  トノ大小ヲ問フ.
12.  $3(a+b), (a+b)^3$  ノ各ノ意義如何.

10. 代數式ノ數値 一ノ代數式中ノ各文字ニ一定ノ數ヲ與フルトキハ其ノ代數式ハ一定ノ值ヲ表ハス其ノ值ヲ其ノ代數式ノ數値ト稱ス.

例ヘハ  $2x+3y$  ナル代數式ノ  $x, y$  ハ何レモ如何ナル數ヲモ表ハセルモノナルカ特別ニ  $x=3, y=5$  ヲ與フレハ

$2 \cdot 3 + 3 \cdot 5$  トナリテ即 21 ナル值ヲ表ハス

又  $x=8, y=7$  ヲ與フレハ  $2 \cdot 8 + 3 \cdot 7$  トナリテ即 37 ナル值ヲ表ハス, 此ノ 21 ヲ  $x$  カ 3,  $y$  カ 5 ナルトキノ  $2x+3y$  ノ數値トイヒ, 此ノ 37 ヲ  $x$  カ 8,  $y$  カ 7 ナルトキノ  $2x+3y$  ノ數値ト云フカ如シ.

### 緒 論 ノ 問 題

1. 二ノ數ノ和或ハ差ヲ表ハス式ヲ作レ.
2. 三ノ數ノ和或ハ二ノ數ノ和ヲ一ノ數ヨリ減スル式ヲ作レ.
3. 二ノ數ノ乘積或ハ三ノ數ノ連乘積ヲ表ハス式ヲ作レ.  
練習(1) 二ノ數ヲ表ハセ, 而シテ其ノ和ノ式ト差ノ式トヲ作レ.  
(2) 一ノ數ノ 3 倍ト他ノ一ノ數ノ 6 倍トヲ表ハセ, 而シテ其ノ和ノ式ト差ノ式トヲ作レ.  
(3) 一ノ數ノ 5 倍ト他ノ二ノ數ノ和ノ 6 倍トヲ表ハシ此等ノ和ヲ表ハス式ト此ノ前者ヨリ後ヲ減スル式ヲ作レ.  
(4) 一ノ數ノ 4 倍ト他ノ一ノ數トノ乘積ヲ表ハス式ヲ作レ.  
(5) 四ノ數ノ連乘積ノ 10 倍ヲ表ハス式ヲ作レ.

4.  $3x-5y$  ノ  $x$  ヲ 9,  $y$  ヲ 3 トスレハ此ノ式ハ如何ナル數ニナルカ.

練習(6)  $a+b$  ニ於テ  $a=13$ ,  $b=7$  ナルトキノ數値及  $a=15$ ,  $b=9$  ナルトキノ數値ヲ求メヨ.

(7)  $2a-3b$  ニ於テ  $a=8$ ,  $b=4$  ナルトキノ數値ヲ求メヨ.

5.  $5a^2-2ab+3b^2$  ニ於テ  $a=3$ ,  $b=2$  ナルトキノ數値ヲ求メヨ.

練習(8)  $3a^2-4ab+3b^2$  ニ於テ  $a=2$ ,  $b=1$  ナルトキ或ハ  $a=5$ ,  $b=3$  ナルトキノ數値ヲ求メヨ.

6.  $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$  ニ於テ  $a=2$ ,  $b=3$ ,  $c=4$  ナルトキハ其ノ數値ハ幾何ナルカ.

練習(9)  $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$  ニ於テ  $a=1$ ,  $b=2$ ,  $c=3$  ナルトキハ其ノ數値ハ幾何ナルカ.

7.  $a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)$  ニ於テ  $a=3$ ,  $b=0$ ,  $c=1$  ナルトキハ其ノ數値ハ幾何ナルカ.

練習(10)  $a(b+c)+b(c+a)+c(a+b)$  ニ於テ  $a=0$ ,  $b=1$ ,  $c=2$  ナルトキハ其ノ數値ハ幾何ナルカ.

8.  $a$  カ 5 ナルトキ  $3a$  ト  $a^3$  トハ何レガ大ナルカ.

練習(11)  $4a$  ト  $a^4$  トハ  $a=1$  ナルトキ或ハ  $a=2$  ナルトキ何レカ大ナルカ.

9.  $2x-3y$  ノ  $x=5ab$ ,  $y=3cd$  ナルトキハ如何ナル式ニナルカ. 又其ノ式ニ於テ  $a=1$ ,  $b=3$ ,  $c=2$ ,  $d=0$  ナルトキハ其ノ數値ハ幾何ナルカ.

練習(12)  $3x-2y$  ノ  $x=3ab$ ,  $y=2cd$  ナルトキハ如何ナル式ニナルカ. 又其ノ式ニ於テ  $a=2$ ,  $b=3$ ,  $c=0$ ,  $d=1$  ナルトキハ其ノ數値ハ幾何ナルカ.

## 第貳編

### 正數負數

11. 正數負數 一ニ一足シテ二, 二ニ一足シテ三, 三ニ一足シテ四……………ト此ノ如ク増加シテ成ル所ノ數ハ算術ニ於テ既ニ知レル所ナルカ吾人ハ更ニ零ヨリ一宛順次ニ不足シテ終ニ究マリナキニ至ル觀念ヲ有スルコトヲ得, 此觀念ヲ負數ト名ツケ數ノ前ニ「-」ナル符號ヲ附シテ之ヲ示ス.

即零ヨリ一不足スル數ヲ  $-1$ ,  $-1$  ヨリ又一不足スル數ヲ  $-2$ ,  $-2$  ヨリ又一不足スル數ヲ  $-3$ ,  $-3$  ヨリ又一不足スル數ヲ  $-4$ ……………ト記スルモノトス.

此ノ「-」ナル符號ヲ負號(マイナス)ト云フ.

此ノ負號ニ對シテ増加シテ成ル所ノ數即算術上ノ數ヲ正數ト云ヒ數字ノ前ニ「+」ナル符號ヲ附シテ之ヲ示ス, 此ノ符號ヲ正號(プラス)ト云フ.

之ニヨリテ數ハ反對ノ性質ヲ有スル二組ナルコトヲ知ル, 算術ハ數ノ一方ヲ論スルモノニテ一般ニアラサルナリ.

而シテ正負兩號ヲ性質ノ符號ト云フ.

12. 數ノ大小 正數ハ正數ヲ増サハ大トナリ減ラサハ小トナル故ニ或正數ヨリ順次ニ正數一宛ヲ減ラサハ順次小トナリテ終ニハ零トナル是ニ於テ尙一減ラサハ一不



足シ負數 1 即 -1 トナルト同時ニ一、小トナル, 續キテ又一、減ヲサハニ、不足シテ負數 2 即 -2 トナルト同時ニ又一、小トナル尙之ヲ續行スレハ -3, -4 等トナリテ順次ニ小トナル即負數ハ増加スルモ數全體ヨリ云フトキハ却テ小トナル,

故ニ數ノ大小ノ順ヲ示セハ次ノ如シ.

$$+\infty \dots \dots +100, \dots \dots +3, +2, +1, 0, -1, -2, -3, \dots \dots -100, \dots \dots -\infty$$

[但  $+\infty$  ハ究マリナク大ナル數,  $-\infty$  ハ究マリナク小ナル數ヲ示ス記號ナリ.]

之ニヨリテ正數ハ増大スル性質ニシテ負數ハ減小スル性質ナルコトヲ知ル.

故ニ正數ヲ増セハ増大シ負數ヲ増セハ減小シ

正數ヲ減スレハ減小シ負數ヲ減スレバ増大スルコトヲ知ル.

例ヘハ 正數ヲ +3, 負數ヲ -3 トシ

(1) 増スヘキ正數ヲ +4 トスレハ

$$\begin{cases} +3+(+4)=+7 & \text{即 } +3 \text{ ハ } +7 = \text{増大ス} \\ -3+(+4)=+1 & \text{即 } -3 \text{ ハ } +1 = \text{増大ス} \end{cases}$$

(2) 増スヘキ負數ヲ -4 トスレハ

$$\begin{cases} +3+(-4)=-1 & \text{即 } +3 \text{ ハ } -1 = \text{減小ス} \\ -3+(-4)=-7 & \text{即 } -3 \text{ ハ } -7 = \text{減小ス} \end{cases}$$

(3) 減スヘキ正數ヲ +4 トスレハ

$$\begin{cases} +3-(+4)=-1 & \text{即 } +3 \text{ ハ } -1 = \text{減小ス} \\ -3-(+4)=-7 & \text{即 } -3 \text{ ハ } -7 = \text{減小ス} \end{cases}$$

(4) 減スヘキ負數ヲ -4 トスレハ

$$\begin{cases} +3-(-4)=+7 & \text{即 } +3 \text{ ハ } +7 = \text{増大ス} \\ -3-(-4)=+1 & \text{即 } -3 \text{ ハ } +1 = \text{増大ス} \end{cases}$$

上ノ數ノ大小ノ順ハ整數ノミヲ掲ケタリシカ此ノ整數ノ間ニ分數, 不盡數カ挟マルルコトハ勿論ニシテ負數ノ整數ノ間ニモ負數ノ分數, 不盡數カ挟マルルコトヲ推知スヘシ.

而シテ整數ニ於ケル意義ハ分數, 不盡數ニ於テモ同様ナリ.

**13. 絕對值** 數ノ性質ニ關係ナク唯數ノミヲ云フトキハ之ヲ絕對值ト云フ.

例ヘハ +5, -5 ニ於テ唯 5 ヲ云フトキハ之ヲ絕對值 5 ト云ヒ, 一般ニ  $+a, -a$  ニ於テ唯  $a$  ヲ云フトキハ之ヲ絕對值  $a$  ト云フ.

**【注意】** 絕對值トハ一ノ稱呼ニシテ正數, 負數ノ他ニ絕對值ナル一組ノ數アルニアラサルコトニ注意スヘシ.

數ノ大小ヲ云フハ正數, 負數ニ限ル, 絕對值ニ於テハ大小ヲ云フヘカラス, 區別スル必要アルトキハ多少ヲ以テスヘシ.

**14. 加法 減法符號ノ法則** 一般ニ二ノ數ヲ

$a, b$  ニテ表ハシ  $+a+b, +a-b$  トスレハ此ノ各式ノ中間ニ在ル符號ハ加號, 減號ナレトモ之ヲ性質ノ符號トナシ別ニ加號ヲ用ヒスシテ  $+a = +b$  ヲ加ヘ  $+a = -b$  ヲ加フルノ意義ヲ有スルコトト規約ス.

$$\text{即 } +a+b = +a+(+b) \dots \dots (1)$$

$$+a-b = +a+(-b) \dots \dots (2)$$

而シテ 12. = ヨレハ或數ヨリ  $+b$  ヲ減スルコトト同シ或數ニ  $-b$  ヲ加フルコトトハ何レモ同シ數タケノ減小トナルコト明カナルカ故ニ  $+a-(+b) = +a+(-b)$ , 之レト (2) トニヨリテ

$$+a-b = +a-(+b) \dots \dots (3)$$

又或數ヨリ  $-b$ ヲ減スルコトト同シ或數ニ  $+b$ ヲ加フルコトトハ何レモ同シ數タクノ増大トナルコトハ明カナルカ故ニ  $+a-(-b)=+a+(+b)$ , 之レト (1)トニヨリテ

$$+a+b=+a-(-b)\dots\dots\dots(4)$$

而シテ代數式ノ第一項ノ符號ハ負號ハ必ス之ヲ附ケ正號ハ特ニ必要アルトキノ他ハ之ヲ附ケサルモノトス.

故ニ上ノ式 (1), (2), (3), (4)ハ

$$\left. \begin{aligned} a+b &= a+(+b)\dots\dots\dots(A) \\ a-b &= a+(-b)\dots\dots\dots(B) \\ a-b &= a-(+b)\dots\dots\dots(C) \\ a+b &= a-(-b)\dots\dots\dots(D) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \text{公式(1)}$$

此ノ公式ハ兩邊ノ相等シキコトヲ示スモノニシテ右邊ガ又左邊トナルカ故ニ右邊ヨリ左邊ヲ見テ括弧外ニ  $+$ ヲ有スルモノハ其ノ括弧ヲ解ケハ括弧内ノ符號ト同一ニシテ括弧外ニ  $-$ ヲ有スルモノハ其ノ括弧ヲ解ケハ括弧内ノ符號ト反對ニナルコトヲ知ルヘシ

$$\left. \begin{aligned} \text{即 } +(+b) &= +b\dots\dots\dots(A) \\ +(-b) &= -b\dots\dots\dots(B) \\ -(+b) &= -b\dots\dots\dots(C) \\ -(-b) &= +b\dots\dots\dots(D) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \text{公式(2)}$$

**【注意】** 數ハ絶對値ニアラサル限リハ必ス性質ヲ有スルモノナリ, 故ニ  $-a-b$ ニ於テハ  $a$ ニ  $-b$ ヲ加フルノ意義ニアラスシテ  $-a$ ニ  $-b$ ヲ加フルノ意義ニシテ  $a-b$ ニ於テモ  $a$ ノ前ノ正號ヲ省略シタルモノナルヲ以テ  $+a$ ニ  $-b$ ヲ加フルノ意義ナルコトニ注意スヘシ凡ヘテ性質ノ符號ヲ離スヘカラス.

### 試 問 貳

1.  $+3$ ト  $-5$ ト, 又  $-1$ ト  $+2$ ト, 又  $-52$ ト  $+25$ トハ何レガ大ナルカ.
2.  $+a$ ノ  $a$ , 又  $-b$ ノ  $b$ ダケヲ指シテ云フトキハ何ト云フカ.
3.  $-2$ ヨリ二ツ小ナラシメ, 又  $+2$ ヨリ四ツ小ナラシメ, 又  $-5$ ヨリ二ツ大ナラシメ, 又  $-2$ ヨリ三ツ大ナラシムレバ各ハ如何ナル數ニナルカ.
4.  $+(-3)$ ,  $-(+5)$ ,  $+(+4)$ ,  $-(-7)$ , ノ括弧ヲ脱ツセバ各如何ナル符號ニナルカ.
5.  $+3+(+2)$ ,  $-3+(+2)$ ,  $-4+(-3)$ ,  $-5-3$ ,  $-3+4$ ,  $+2-5$ ,  $5-8$ ,  $5+6$ ノ各ハ如何ナル意味ナルカ.

### 正 數 負 數 ノ 問 題

1.  $+a$ ,  $-a$ ノ  $a$ カ  $+8$ ナルトキ, 又  $+b$ ,  $-b$ ノ  $b$ カ  $-7$ ナルトキノ各ノ値ヲ求メヨ.
- 練習 (1)  $+c$ ,  $-c$ ノ  $c$ カ  $+20$ ナルトキノ各ノ値ヲ求メヨ.
- (2)  $+a$ ,  $-a$ ノ  $a$ カ  $-6$ ナルトキノ各ノ値ヲ求メヨ.
2.  $3+(+4)$ ,  $4+(-3)$ ,  $4-(+3)$ ,  $3+(-4)$ ,  $4-(-3)$ ヲ計算セヨ.
- 練習 (3)  $4+(+3)$ ,  $5+(-3)$ ,  $7-(+5)$ ,  $4+(-6)$ ,  $3-(+8)$ ,  $8-(-4)$ ヲ計算セヨ.
3.  $-3+(-4)$ ,  $-4+(+3)$ ,  $-3-(+4)$ ,  $-3+(+4)$ ,  $-4-(-3)$ ,  $-3-(-4)$ ヲ計算セヨ.

練習(4)  $-5+(-7)$ ,  $-5+(+3)$ ,  $-5-(+6)$ ,  $-5+(+7)$ ,  $-7-(-5)$ ,  
 $-5-(-6)$  を計算せよ。

4.  $3+4$ ,  $-3+4$ ,  $-3-4$ ,  $3-4$ ,  $4-3$ ,  $-4+3$  を計算せよ。

練習(5)  $5+6$ ,  $-5+6$ ,  $-5-6$ ,  $5-6$ ,  $6-4$ ,  $-6+4$  を計算せよ。

5.  $-3+5-7$ ,  $3-5+8$  を計算せよ。

練習(6)  $3+5-7$ ,  $-3-2+8$ ,  $-7+5-3$ ,  $-8-5+3$  を計算せよ。

6.  $a=-3$ ,  $b=+3$ ,  $c=-3$  ナルトキ  $a-b$  と  $-c$  との大小如何。

練習(7)  $a=+5$ ,  $b=-2$ ,  $c=+9$  ナルトキ  $a-b$  と  $-c$  とは何  
レが大ナルカ。

(8)  $a=-10$ ,  $b=+4$  ナルトキ  $a+b$  と  $a-b$  とは何レガ  
大ナルカ。

(9)  $a=-5$ ,  $b=-3$  ナルトキ  $a-b$  と  $a+b$  とは何レガ  
大ナルカ。

7.  $d-(c-\overline{a+b})$  = 於テ  $a=+2$ ,  $b=+3$ ,  $c=+2$ ,  $d=-4$  トスレ  
バ本式ハ幾何トナルカ。

又  $a=-2$ ,  $b=+4$ ,  $c=+3$ ,  $d=-5$  トスレバ幾何。

練習(10)  $c-\overline{a-b}$  = 於テ  $a=-2$ ,  $b=+3$ ,  $c=-6$  ナルトキハ  
本式ハ幾何トナルカ。

(11)  $d+\{c-(a-b)\}$  = 於テ  $a=-3$ ,  $b=+2$ ,  $c=-5$ ,  $d=-2$   
ナルトキハ本式ハ幾何トナルカ。

(12)  $d-(c-\overline{a+b})$  = 於テ  $a=-2$ ,  $b=-3$ ,  $c=+4$ ,  $d=-4$  ナ  
ルトキハ本式ハ幾何トナルカ。

## 第 参 編

### 加 減 乗 除

15. 項ノ意義擴張 數ハ凡テ性質ヲ有ス。故ニ 7.  
ニ云フ所ノ項ノ意義ヲ擴メテ其ノ前ニ在ル符號ヲ含メテ項  
ト爲ス。

例ヘハ  $x^2-2x^2y+3xy^2-5y^3$  = 於テ  $x^2$ ,  $-2x^2y$ ,  $+3xy^2$ ,  $-5y^3$  ハ  
何レモ本式ノ項ナリ。

16. 次數 代數式ノ各項ハ其ノ項中ニ在ル文字ノ數ニ  
就テ其ノ項ヲ幾次ノ項ト云ヒ、代數式ハ其ノ式中ニ在ル項ノ  
次數ノ最モ多キモノニ就テ幾次式ト云フ。

而シテ次數ノ大ナルモノヲ高次、小ナルモノヲ低次ト云フ、  
又式中ノ或特別ナル文字ニ就テ次數ヲ云フコトアリ。

例ヘハ  $ax^2+2bx+c$  = 於テハ  $ax^2$  ハ三次ノ項、 $+2bx$  ハ二次  
ノ項、 $+c$  ハ一次ノ項ニシテ代數式ハ三次式ナリ。

而シテ  $ax^2$  ハ  $+2bx$  ヨリ、 $+2bx$  ハ  $+c$  ヨリ高次、 $+c$  ハ  $+2bx$   
ヨリ、 $+2bx$  ハ  $ax^2$  ヨリ低次ナリ。

又本式ハ  $x$  = 就テイフトキハ二次式ニシテ  $c$  ハ零次ノ項ナリ。

17. 同次項 同次式 代數式ニ於テ次數同シキ項ヲ  
同次ノ項ト云ヒ、各項皆同次ナルトキハ之ヲ同次式ト云フ。

例ヘハ  $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$  ノ諸項ハ同次項ニシテ本式ハ同  
次式ナリ。

**18. 等類項** 代數式ニ於テ項ノ文字及同文字ノ指數同シキモノヲ等類項ト云フ。

例ヘハ  $a^3-5a^2b+4ab^2-3ab^2$  ニ於テ  $+4ab^2, -3ab^2$  ハ兩項トモ  $a$  ハ一次  $b$  ハ二次ナルカ故ニ等類項ニシテ  $-5a^2b, 4ab^2$  ノ如キハ文字同シクモ  $a$  ノ次數或ハ  $b$  ノ次數同シカラサルヲ以テ等類項ニアラス。

**19. 降羈昇羈** 代數式ガ其ノ式ノ中ノ或一ノ文字ニ就テ左ヨリ順ニ右ヘ低次ニ或ハ高次ニナル如ク列セラレタルトキハ之ヲ其ノ文字ニ就テ降羈ニ或ハ昇羈ニセラレタリト云フ。

例ヘハ  $a^3-3a^2+3a-1$  ハ  $a$  ニ就テ降羈ニ列セラレタルモノニシテ  $a^4-4a^3x+6a^2x^2-4ax^3+x^4$  ハ  $a$  ニ就テハ降羈ニシテ  $x$  ニ就テハ昇羈ニ列セラレタルモノナリ。

第 壹 節

加 法

**20. 代數和** 算術ニ於テハ如何ナル數ニテモ加フレハ必ス増大スルモ代數學ニ於テハ正數ヲ加フレハ増大シ、負數ヲ加フレハ減小ス、然レトモ此ノ増減如何ニ關ハラヌ加ヘテ和ト爲ス、之ヲ代數和ト云フ。

例ヘハ  $+5, -7, +8, -3$  ノ代數和ハ  
 $+5+(-7)+(+8)+(-3)=+3$   
 ニシテ  $+a^3, -3a^2b, +3ab^2, -b^3$  ノ代數和ハ  
 $+a^3+(-3a^2b)+(+3ab^2)+(-b^3)=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ 。

**21. 互換定理** 代數式ハ其ノ項ノ順序ヲ如何様ニモ換ユルコトヲ得。

何トナレハ項ノ順序ヲ換ヘタルカ爲メニ其ノ項ノ性質及値ヲ變スルコトナキヲ以テ増、減ノ順序ハ變スルトモ其ノ式ノ値ヲ變スルコトナキカ故ナリ。

即  $a-b+c-d\cdots=c-d-b+a\cdots$  公式(3)

而シテ此ノ如ク項ノ順序ヲ換ユルコトヲ互換スト云フ。

**22. 代數式ノ整頓** 代數式ハ特ニ必要アルトキノ他ハ凡ヘテ互換シテ降羈或ハ昇羈ニ且ツ爲シ得ル限リ  $a, b, c$  等ノ文字ノ順ニ列スルモノトス、之ヲ代數式ノ整頓ト云フ。

整頓ヲ爲スハ見解ニ便ナラシムルト證明或ハ演算ヲ爲スニ必要ナルカ故ナリ。

**23. 加法聚散定理** 多項式ハ或數又ハ或式ニ加ヘタルモノト其ノ多項式ノ各項ヲ其ノ或數又ハ或式ニ逐次ニ加ヘタルモノト相等シ。

或數又ハ或式ヲ  $a$  トシ多項式ヲ  $b+c+d+\cdots$  トスレハ

$a+(b+c+d+\cdots)=a+b+c+d+\cdots$  ナルヘシ

何トナレハ

$a+(b+c+d+\cdots)=(b+c+d+\cdots)+a$  【公式(3)】

$=b+c+d+\cdots+a$

$=a+b+c+d+\cdots$  【公式(3)】

即  $a+(b+c+d+\cdots)=a+b+c+d+\cdots$  公式(4)

## 24. 加法演算 【第一】 單項式ノ加法

例へハ  $5a^2b = -3a^2b$  ヲ加へムニ 12. ヲ一般ニシテ

$$5a^2b + (-3a^2b) = 2a^2b.$$

又  $5ab = -3bc$  ヲ加へムニ公式(1)ニヨリテ

$$5ab + (-3bc) = 5ab - 3bc.$$

## 【第二】 多項式ノ加法

例へハ  $3a^2 - 2ab + 2ac = 3ab - 4ac + 2bc$  ヲ加へムニ

$$3a^2 - 2ab + 2ac + (3ab - 4ac + 2bc)$$

$$= 3a^2 - 2ab + 2ac + 3ab - 4ac + 2bc \quad \text{【公式(4)】}$$

$$= 3a^2 + 3ab - 2ab + 2ac - 4ac + 2bc \quad \text{【公式(3)】}$$

$$= 3a^2 + ab - 2ac + 2bc. \quad \text{【12. 14.】}$$

【第三】 加法簡便法 多項式ノ加法ヲ行フニ容易ナラシメムカ爲メニ 12. 15. 及公式(3)ニヨリテ加へムトスル所ノ各式ヲ降幕或ハ昇幕ニ等類項ヲ同層ニ配列シ項ノ各層毎ニ加法ヲ行フ。

例へハ  $3a^2b - 5ab^2 + 2b^3, 5a^3 + 6ab^2 - 6b^3, 3b^3 - 4a^3$  ノ和ヲ求ムニ次ノ如ク配列シ縦ニ寄セ集ムルモノトス。

$$\begin{array}{r} 3a^2b - 5ab^2 + 2b^3 \\ 5a^3 \quad + 6ab^2 - 6b^3 \\ -4a^3 \quad \quad + 3b^3 \\ \hline a^3 + 3a^2b + ab^2 - b^3 \end{array}$$

## 加 法 ノ 問 題

次ノ各問題ニ就テ加法ヲ行ヘ。

1.  $2a+3b, 3a+4b.$       練習(1)  $3a+2b, 2a+4b.$

(2)  $3a+5b, 5a+2b.$       (3)  $9b+5a, 2b+8a.$

2.  $3a+3b, a-4b.$       練習(4)  $4a+5b, a-2b.$

(5)  $2a+3b, a-5b.$       (6)  $-3a+6b, 4a-3b.$

3.  $x^3+2x^2-3x, x^2+x-1.$       練習(7)  $2x^3-2x^2+3x, x^2-3x-2.$

(8)  $15x^2-21x+5, 2x^3-11x^2+16x-8.$

4.  $x^3-1, 2x^2-4x+2.$       練習(9)  $x^3-2x+1, 3x^2+4x-6.$

(10)  $2x^2-5x+4, x^3-9.$       (11)  $2x^3-6, 3x^2-4x+8.$

5.  $3a-7c+b-9d, 2a+5b-6d-3c, 2c+6d.$

練習(12)  $a-2b+c, a+3b-2c, 2a-2b+3c.$

(13)  $2a-3b+4c, b+c-a, 2a-b-6c.$

(14)  $x+2y-z, 2z-2x-2y, 2y-3z+3x.$

6.  $x^2+y^2-2xy, -3y^2+2z^2-4yz, 2x^2-2z^2-3xz.$

練習(15)  $x^2-y^2+3xy, 3y^2+2z^2-3yz, x^2+z^2-4xz.$

(16)  $6x^3+2x^2-x-1, 4x^3-6, -5x^3+x+8.$

(17)  $x^3+x^2y-xy^2+y^3, -x^3+x^2y-xy^2-y^3, x^3+x^2y+xy^2-y^3.$

(18)  $x^3-xy^2-2x^2y+y^3, x^3-2y^3-2xy^2+3x^2y,$   
 $x^3+3x^2y+xy^2-4y^3.$

## 第 貳 節

## 減 法

25. 減法聚散定理 多項式ヲ或數又ハ或式ヨリ減シタルモノト其ノ多項式ノ各項ノ符號ヲ換ヘテ其ノ或數又ハ其ノ或式ニ寄セ集メタルモノト相等シ。

例へハ 或數又ハ或式ヲ  $a$  トシ多項式ヲ  $b-c+d-e$  トスレハ  
 $a-(b-c+d-e) = a-b+c-d+e$  ナルヘシ。

$$\begin{aligned} \text{何トナレハ } a-(b-c+d-e)+(b-c+d-e) &= a \quad \text{ニシテ} \\ a-b+c-d+e+(b-c+d-e) &= a-b+c-d+e+b-c+d-e \\ &= a. \quad \text{【公式(4)】} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故ニ } a-(b-c+d-e)+(b-c+d-e) &= a-b+c-d+e+(b-c+d-e) \\ \text{故ニ } a-(b-c+d-e) &= a-b+c-d+e \end{aligned}$$

此ノ證明ノ如クニ減スル式ガ四項ニ限ラス、幾項ニテモ同  
理ナリ、故ニ一般ニ

$$a-(b-c+d-e-f+\dots) = a-b+c-d+e+f-\dots \quad \text{公式(5)}$$

**26. 減法演算** 【第一】減法ハ聚散定理ニヨリテ之  
レヲ行フ。

$$\begin{aligned} \text{例ヘハ } a^2-5ab-2ac \quad \text{ヨリ } 3ab-5ac+c^2 \quad \text{ヲ減セムニ} \\ a^2-5ab-2ac-(3ab-5ac+c^2) \\ = a^2-5ab-2ac-3ab+5ac-c^2 \quad \text{【公式(5)】} \\ = a^2-8ab+3ac-c^2 \quad \text{【24.】} \end{aligned}$$

$$\text{即 } a^2-5ab-2ac-(3ab-5ac+c^2) = a^2-8ab+3ac-c^2.$$

【第二】減法簡便法 減法ヲ行フニ容易ナラシムカ爲メ  
ニ 21. 及公式(5)ニヨリテ兩式ヲ降置或ハ昇置ニ被減式ヲ  
上ニ減式ヲ下ニ等類項ヲ同層ニ配列シ項ノ各層毎ニ心裡ニ  
テ減式ノ各項ノ符號ヲ換ヘテ加法ヲ行フ。

例ヘハ  $2a^4-2a^2b-2a^2b^2+3ab^3$  ヨリ  $2b^4+3ab^3-5a^2b^2+a^3b$  ヲ減  
セムニハ次ノ如クス。

$$\begin{array}{r} 2a^4-2a^2b-2a^2b^2+3ab^3 \\ \quad \quad \quad a^3b-5a^2b^2+3ab^3+2b^4 \\ \hline 2a^4-3a^2b+3a^2b^2 \quad \quad -2b^4 \end{array}$$

即兩式ノ差ハ  $2a^4-3a^2b+3a^2b^2-2b^4$  ナリ。

**27. 加減ノ括弧用法** 括弧ハ其ノ中ノ式ヲ一數ト  
看做ス爲メニ用フルモノ即  $(a+b)$  ハ  $a, b$  ノ二數ヲ加ヘテ一數  
トナリタルモノ又  $(a-b+c)$  ハ  $a, b$  ノ差ニ  $c$  ヲ加ヘテ一數ト  
ナリタルモノト看做スモノナリ、然レトモ各項ハ固有ノモノ  
ナルカ故ニ一數ト看做シタリトテ必要ニ應シテ別別ニ看ル  
コトヲ得ルハ當然ノコトナリ。

【第一】括弧ヲ解クコト 括弧ヲ解クニハ公式(4), (5)ニ  
ヨリテ内方ヨリ順次外方ニ或ハ外方ヨリ順次内方ニ及ホシ  
或ハ外方ヨリ一度ニ之レヲ解クコトヲ得。

例ヘハ  $c-d-(a-b+(c-d))$  ノ括弧ヲ解カムニ

$$\begin{aligned} \text{内方ヨリ解ケハ } c-d-(a-b+(c-d)) &= c-d-(a-b+c-d) \\ &= c-d-a+b-c+d \\ &= b-a. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{外方ヨリ解ケハ } c-d-(a-b+(c-d)) &= c-d-a+b-(c-d) \\ &= c-d-a+b-c+d \\ &= b-a. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{一度ニ解ケハ } c-d-(a-b+(c-d)) &= c-d-a+b-c+d \\ &= b-a. \end{aligned}$$

一度ニ解ク場合ニ一括弧ヲ解キタル爲ニ次ノ括弧ノ前ノ  
符號ノ變リタルトキハ其符號ヲ暗記シテ之ヲ解クモノトス。

又  $2a-b+[c+d-(c+d-(a+b))]$  ノ括弧ヲ解カムニ

$$\begin{aligned} \text{内方ヨリ解ケハ } 2a-b+[c+d-(c+d-(a+b))] \\ = 2a-b+[c+d-(c+d-a-b)] \\ = 2a-b+[c+d-c-d+a+b] \\ = 2a-b+a+b \\ = 3a. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{外方ヨリ解ケハ } & 2a-b+[c+d-\{c+d-(a+b)\}] \\
 & =2a-b+c+d-\{c+d-(a+b)\} \\
 & =2a-b+c+d-c-d+(a+b) \\
 & =2a-b+a+b \\
 & =3a.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{一度ニ解キテ } & 2a-b+[c+d-\{c+d-(a+b)\}] \\
 & =2a-b+c+d-c-d+a+b \\
 & =3a.
 \end{aligned}$$

【第二】括弧ヲ附スルコトハ數ト其ノ加、減ノ順序トガ與ヘラレテ之ヲナス場合ト式カ與ヘラレテ正號或ハ負號ヲ附シテ之ヲナス場合トノ二様アリ。

例ヘハ  $a$  ト  $b$  トノ差ヲ  $c$  ト  $d$  トノ差ヨリ減シテ之ヲ  $c$  ト  $d$  トノ和ヨリ減スル式ヲ作レト云フカ如シ。

即  $a$  ト  $b$  トノ差ハ  $a-b$  ニシテ之ヲ  $c$  ト  $d$  トノ差  $c-d$  ヨリ減スル式ハ即  $c-d-(a-b)$  ニシテ之ヲ  $c$  ト  $d$  トノ和  $c+d$  ヨリ減スル式ハ

即  $c+d-\{c-d-(a-b)\}$ , 之レ即要求セラレタル所ノ式ナリ。

又  $a-b+c$  = 於テ  $b, c$  ヲ「-」ニテ括レ或ハ  $b, c$  ヲ「+」ニテ括レト云フトキハ公式 (5), (4) ノ「=」ノ右ヨリ左ヲ看テ

$$a-b+c=a-(b-c), \quad a-b+c=a+(-b+c)=a+(c-b).$$

又  $-x^2-y^2-z^2+xy+yz+zx$  = 於テ本式ヲ「-」ニテ括レ或ハ「+」ニテ括レト云フトキハ公式 (5), (4) ノ「=」ノ右ヨリ左ヲ看テ

$$-x^2-y^2-z^2+xy+yz+zx=-(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx).$$

$$\begin{aligned}
 \text{或ハ } -x^2-y^2-z^2+xy+yz+zx & =+(-x^2-y^2-z^2+xy+yz+zx). \\
 & = (xy+yz+zx-x^2-y^2-z^2).
 \end{aligned}$$

## 減法ノ問題

次ノ各問題ニ於テ第一式ヨリ第二式ヲ減セヨ。

1.  $3a+2b, 2a+3b.$       練習 (1)  $3a+4b, 2a+3b.$   
     (2)  $5a+2b, 3a+5b.$       (3)  $6a+5b, 5a+6b.$
2.  $3a+b, a-3b.$       練習 (4)  $4a+2b, a-2b.$   
     (5)  $2a-3b, -a+2b.$       (6)  $-4a+3b, -2a-b.$
3.  $4x^2-5x+7, 3x^2-4x+2.$       練習 (7)  $5x^2-2x-7, 3x^2-4x-6.$   
     (8)  $2a^2-3ab+6b^2, a^2+4b^2.$       (9)  $a^2-5ab, 3a^2-3ab-5b^2.$
4.  $a^2b-2ab^2+3b^3, -a^3+4a^2b-4ab^2+2b^3.$

$$\text{練習 (10) } 3a^2b+3ab^2-2b^3, -2a^3-4a^2b+ab^2-b^3.$$

$$(11) 9a^3-6a^2b+8ab^2-2b^3, 6a^3-3a^2b+4ab^2-3b^3.$$

$$5. x^2-3xy+y^2+yz-2z^2, 2x^2+2xy-3y^2-2z^2.$$

$$\text{練習 (12) } x^2-4xy-yz+y^2-3z^2, 2x^2-2xy+4y^2+2z^2.$$

$$(13) 3x^3-3x^2y+3xy^2+y^3, 2x^3,-2y^3.$$

$$(14) 5a^3+ab^2-b^3, 3a^3+2a^2b+2b^3.$$

6.  $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$  ヨリ如何ナル式ヲ減スレハ  $-a^3+2a^2b+b^3$  トナルカ。

練習 (15)  $3a^3-5a^2b+3ab^2+b^3$  ヨリ如何ナル式ヲ減スレハ  $-a^2b+2b^3$  トナルカ。

7.  $4x^3-2x^2-2x-14$  = 加ヘテ  $7x^2-2x^2+2x+2$  トナルヘキ式ヲ求メヨ。

練習 (16)  $2x^3-x^2-3x-28$  = 加ヘテ  $x^3-2x^2+4x+5$  トナルヘキ式ヲ求メヨ。

8.  $2x - \{y - (2z - u)\}$  ノ括弧ヲ解ケ.

練習 (17)  $x - \{y - (z - u)\}$  ノ括弧ヲ解ケ.

9.  $a - \{2b - (2a + b) - (a - b)\}$  ノ括弧ヲ解ケ.

練習 (18)  $x - \{2x - (3x + 2y) - (x - y)\}$  ノ括弧ヲ解ケ.

10.  $2x - \{3z + (2z - x) - 4x + \{2x - (3x + 2y - z)\}\}$  ノ括弧ヲ解ケ.

練習 (19)  $4x - \{[(3z - x) - 3x + \{3y - (2y - x + 2z)\}]\}$  ノ括弧ヲ解ケ.

11.  $5a + 3b$  ヲ  $2c$  ヨリ減スル式ヲ作レ.

練習 (20)  $2a - 5b$  ヲ  $c$  ヨリ減スル式ヲ作レ.

(21)  $3a^2 - 4b$  ヲ  $5c$  ヨリ減シ其ヲ  $4a$  ヨリ減スル式ヲ作レ.

12.  $-a^2 + 2ab - 3b^2$  ヲ「-」ニテ括レ.

練習 (22)  $-2a^2 - 3ab + 5b^2$  ヲ「-」ニテ括レ.

### 第 參 節

### 乗 法

28. 乗法ノ定義 一數ニ他ノ一數ヲ乘スルトハ其ノ後ノ數ヲ得ル爲メニ絶對單位ニ施シタルコトヲ前ノ數ニ施スコトナリ.

29. 乗法正負符號ノ法則  $b$  ハ絶對値ニシテ整數ナルモノトスレハ  $+b$  ヲ得ル爲メニ次ノコトヲ施シタリ.

即  $+b = +(1+1+1+1+\dots+b \text{ 個})$ .

故ニ  $+a(+b) = \{+a+(+a)+(+a)+\dots+b \text{ 個}\}$  [28.]

$$= +(a \times b)$$

$$= +ab$$

及  $-a(+b) = \{-a+(-a)+(-a)+\dots+b \text{ 個}\}$   
 $= +(-a \times b)$   
 $= -ab.$

又  $-b$  ヲ得ル爲メニ次ノコトヲ施シタリ.

即  $-b = -(1+1+1+1+\dots+b \text{ 個})$

故ニ  $+a(-b) = -\{+a+(+a)+(+a)+\dots+b \text{ 個}\}$   
 $= -(a \times b)$   
 $= -ab.$

及  $-a(-b) = -\{-a+(-a)+(-a)+\dots+b \text{ 個}\}$   
 $= -(-ab)$   
 $= +ab.$

$$\text{即 } \left\{ \begin{array}{l} +a(+b) = +ab \dots\dots\dots (1) \\ -a(+b) = -ab \dots\dots\dots (2) \\ +a(-b) = -ab \dots\dots\dots (3) \\ -a(-b) = +ab \dots\dots\dots (4) \end{array} \right\} \dots\dots\dots \text{公式 (6)}$$

本公式ハ二數ノ積ハ同符號ハ正, 異符號ハ負ト記憶スヘシ.

30. 乗法互換定理 乗積ハ其ノ因數ノ順序ヲ如何ニ互換スルトモ其ノ値ハ異ナルコトナシ.

例ヘハ  $a \times b = b \times a$  ナルカ如シ, 何トナレハ次ノ如ク配列シ

$$b \text{ 列 } \left\{ \begin{array}{l} a = 1+1+1+1+1+\dots a \text{ 個} \\ a = 1+1+1+1+1+\dots a \text{ 個} \\ a = 1+1+1+1+1+\dots a \text{ 個} \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$



之ヲ各行毎ニ寄セ集ムレハ左方ノ  $a$  ハ  $b$  個アルニヨリテ  $a \times b$  トナリ右方ノ  $1$  ハ各行毎ニ  $b$  トナリ。

即  $b+b+b+b+b+\dots$   $a$  個 トナル

故ニ此レハ  $b \times a$  トナル, 而シテ左右相等シキカ故ニ

$$a \times b = b \times a$$

次ニ前配列ノ  $b$  列ヲ  $c$  列トシ,  $a$  ノ處ニ  $a \times b$ ,  $1$  ノ處ニ  $a$  ヲ置ケハ

$$c \text{ 列 } \begin{cases} a \times b = a + a + a + a + \dots & b \text{ 個} \\ a \times b = a + a + a + a + \dots & b \text{ 個} \\ a \times b = a + a + a + a + \dots & b \text{ 個} \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{cases}$$

之レヲ各行毎ニ寄セ集ムレハ左方ノ  $a \times b$  ハ  $c$  個アルニヨリテ  $a \times b \times c$  トナリ右方ノ  $a$  ハ各行毎ニ  $c$  個アルニヨリテ何レモ  $a \times c$  トナリ

即  $a \times c + a \times c + a \times c + a \times c + \dots$   $b$  個トナル。

故ニ此レハ  $a \times c \times b$  トナル, 而シテ左右相等シキカ故ニ

$$a \times b \times c = a \times c \times b$$

之レヲ推シ擴メテ證明スレハ  $a, b, c, d, e, \dots$  等如何ニ多クトモ一般ニ

$$a \times b \times c \times \dots = a \times c \times b \times \dots = b \times c \times a \times \dots \text{ 公式(7)}$$

### 31. 乗法聚散定理 乗積ヲ或數ニ乗シタルモノト

其ノ乗積ノ因數ヲ其ノ或數ニ逐次ニ乗シタルモノト相等シ,

即  $a(bcde \dots) = abcde \dots$  ナリ。

何トナレハ  $a(bcde \dots) = (bcde \dots)a$  【公式(7)】  
 $= bcde \dots a$

$$= abcde \dots \text{ 公式(7)}$$

即  $a(bcde \dots) = abcde \dots$  公式(8)

### 32. 偶數 奇數ヲ表ハス式 $m$ ヲ整數トスレハ

一般ニ偶數ハ  $2m$ , 奇數ハ  $2m+1$  ニテ表ハサル。

何トナレハ  $m$  カ正ナルト負ナルトニ關ハラス  $2m$  ハ  $2$  ニテ割り切レ  $2m+1$  ハ  $2$  ニテ割り切ルコト能ハス, 而シテ  $m$  ニアラユル整數ヲ與フルコトニヨリテ  $2m$  ハ如何ナル偶數ニテモ表ハスコトヲ得  $2m+1$  ハ如何ナル奇數ニテモ表ハスコトヲ得レハナリ。

偶數ヲ表ハス式ハ  $2m$ , 奇數ヲ表ハス式ハ  $2m+1$  ..... 公式(9)

### 33. 乗法ノ乗羈定理

【第一】  $m, n, p, \dots$  カ正整數ナルトキ

$$a^m \times a^n \times a^p \times \dots = a^{m+n+p+\dots} \text{ ナリ。}$$

何トナレハ  $a^m \times a^n = aaa \dots m \text{ 個} \times aaa \dots n \text{ 個}$  【6.】

$$= aaaaa \dots (m+n) \text{ 個}$$

$$= a^{m+n}$$

即  $a^m \times a^n = a^{m+n}$

故ニ  $a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n} \times a^p = a^{m+n+p}$

一般ニ  $a^m \times a^n \times a^p \times \dots = a^{m+n+p+\dots}$  公式(10)

【第二】  $m, n$  カ正整數ナルトキ  $(a^m)^n = a^{mn}$  ナリ。

何トナレハ  $(a^m)^n = a^m \times a^m \times a^m \times \dots n \text{ 個}$  【6.】

$$= a^{m+m+m+\dots} \text{ 個} \text{ 公式(10)}$$

$$= a^{m \times n}$$

即  $(a^m)^n = a^{mn}$  ..... 公式(11)

【第三】  $m, n, p, \dots$  及  $u$  カ正整数ナルトキ

$$(a^m b^n c^p \dots)^u = a^{mu} b^{nu} c^{pu} \dots \text{ナリ.}$$

何トナレハ  $(a^m b^n c^p)^u = a^m b^n c^p \times a^m b^n c^p \times a^m b^n c^p \dots u$  個【6.】

$$= a^m a^m a^m \dots \times b^n b^n b^n \dots$$

$$\times c^p c^p c^p \dots \text{各 } u \text{ 個【公式(7)】}$$

$$= (a^m)^u \times (b^n)^u \times (c^p)^u \quad \text{【6.】}$$

$$= a^{mu} \times b^{nu} \times c^{pu} \quad \text{【公式(11)】}$$

即  $(a^m b^n c^p)^u = a^{mu} b^{nu} c^{pu}$

之ヲ推シテ一般ニ  $(a^m b^n c^p \dots)^u = a^{mu} b^{nu} c^{pu} \dots$  公式(12)

【第四】 負數ノ偶數乗羈ハ正ニシテ奇數乗羈ハ負ナリ.

即  $(-a)^{2n} = +a^{2n}, (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$  ナリ.

何トナレハ  $(-a)^{2n} = \{(-a)^2\}^n = \{(-a)(-a)\}^n$

$$= \{a^2\}^n = a^{2n}, \quad \text{【公式(11), (6)】}$$

又  $(-a)^{2n+1} = (-a)^{2n}(-a)^1 = a^{2n}(-a)$

$$= -a^{2n}a = -a^{2n+1} \quad \text{【公式(10), (6)】}$$

即  $(-a)^{2n} = a^{2n}, (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1} \dots$  公式(13)

### 34. 零ト一數トノ積ハ零ナリ

即  $0 \times a = 0, a \times 0 = 0$  ナリ.

何トナレハ  $0 \times a = 0 + 0 + 0 + \dots a$  個  $= 0,$

又  $a \times 0$  ハ  $a$  ラ一、モ寄セサルモノナルヲ以テ 0 ナリ.

即  $0 \times a = 0, a \times 0 = 0 \dots$  公式(14)

### 35. 乗法ノ配合定理 多項式ニ單項式ヲ乗シタル

モノト其ノ多項式ノ各項ニ其ノ單項式ヲ乗シテ得タル多項式ト相等シ.

例ヘハ 多項式ヲ  $a-b+c$  トシ單項式ヲ  $d$  トスレハ

$$(a-b+c)d = ad - bd + cd \quad \text{ナルヘシ. 何トナレハ}$$

$$(a-b+c)d = (a-b+c) + (a-b+c) + \dots d \text{ 個}$$

$$= a-b+c + a-b+c + \dots \text{【公式(4)】}$$

$$= a+a+\dots -b-b+\dots +c+c+\dots \text{各 } d \text{ 個【公式(3)】}$$

$$= ad - bd + cd$$

之ヲ推シテ一般ニ

$$(a+b-c+d+\dots)l = al + bl - cl + dl + \dots \text{公式(15)}$$

### 36. 乗法演算 【第一】 單項式ノ乗積ヲ求ムルコト.

例ヘハ  $2a^2bc^3, -3a^3b^2c$  ノ乗積ヲ求ムニ

$$2a^2bc^3(-3a^3b^2c) = -2a^2bc^3 \times 3a^3b^2c \quad \text{【公式(6), (8)】}$$

$$= -2 \times 3a^2a^3bb^2c^3c \quad \text{【公式(7)】}$$

$$= -6a^{2+3}b^{1+2}c^{3+1} \quad \text{【公式(10)】}$$

$$= -6a^5b^3c^4$$

即  $2a^2bc^3(-3a^3b^2c) = -6a^5b^3c^4,$

以上ノ演算ハ前ノ諸公式ヲ用フル状態ヲ明瞭ニスル爲ニ順序整然タル演算ヲ爲シタルモノナルカ實用演算ハ此ノ如クナスニアラス次ノ如ク簡便ニ爲スモノトス.

即先符號ノ決定ヲナシテ「-」トシ 2 ト 3 トニテ 6,  $a^2$  ト  $a^3$  トニテ  $a^5$ ,  $b$  ト  $b^2$  トニテ  $b^3$ ,  $c^3$  ト  $c$  トニテ  $c^4$  ト爲スモノニテ直ニ  $2a^2bc^3(-3a^3b^2c)$  ヨリ  $-6a^5b^3c^4$  ト爲スモノトス.

以下之ニ倣フ

【第二】 單項式ノ連乗積ヲ求ムルコト.

例ヘハ  $3ab^2c^3, -2a^2b^3c, -4abc^2$  ノ連乗積ヲ求ムニ

先第一ニヨリ

$$3ab^2c^3(-2a^2b^3c)(-4abc^2) = -6a^3b^5c^6(-4ab^3c^2) = 24a^4b^8c^8$$

トナスヘキ順序ナレトモ實用演算ハ次ノ如ク簡便ニ爲ス。

$$3ab^2c^3(-2a^2b^3c)(-4abc^2) = 24a^4b^8c^8.$$

即符號ヲ決定シテ「+」トシ 3, 2, 4 ノ連乗積ニテ 24, a, a<sup>2</sup>, a ノ連乗積ニテ a<sup>4</sup>; b<sup>2</sup>, b<sup>3</sup>, b ノ連乗積ニテ b<sup>8</sup>; c<sup>3</sup>, c, c<sup>2</sup> ノ連乗積ニテ c<sup>8</sup> トシ 24a<sup>4</sup>b<sup>8</sup>c<sup>8</sup> ヲ得ルモノナリ。

【第三】乗羅ノ乗羅ヲ求ムルコト。

例ヘハ (3a<sup>2</sup>b<sup>3</sup>)<sup>3</sup>, (-2ab<sup>2</sup>c<sup>3</sup>)<sup>2</sup> ヲ算セムニ

$$(3a^2b^3)^3 = 3^3a^{2 \cdot 3}b^{3 \cdot 3} = 27a^6b^9 \quad \text{【公式(12)】}$$

$$(-2ab^2c^3)^2 = 2^2a^2b^{2 \cdot 2}c^{3 \cdot 2} = 4a^2b^4c^6 \quad \text{【公式(13), (12)】}$$

【第四】單項式ト多項式トノ積ヲ求ムルコト。

例ヘハ -ab ト a<sup>2</sup>b-b<sup>2</sup>c+c<sup>3</sup> トノ積ヲ求メムニ

$$(a^2b-b^2c+c^3)(-ab) = a^2b(-ab) - b^2c(-ab) + c^3(-ab) \quad \text{【公式(15)】}$$

$$= -a^3b^2 + ab^3c - abc^3 \quad \text{【36. 第一】}$$

トナスヘキ順序ナルカ實用演算ハ次ノ如ク爲ス。

$$(a^2b-b^2c+c^3)(-ab) = -a^3b^2 + ab^3c - abc^3.$$

即直ニ -ab ヲ a<sup>2</sup>b ニ乗シテ -a<sup>3</sup>b<sup>2</sup> トシ, -b<sup>2</sup>c ニ乗シテ +ab<sup>3</sup>c トシ, +c<sup>3</sup> ニ乗シテ -abc<sup>3</sup> トナスモノナリ。

【第五】多項式ト多項式トノ乗積ヲ求ムルコト。

例ヘハ x<sup>2</sup>+xy+y<sup>2</sup> = x<sup>2</sup>-xy+y<sup>2</sup> ヲ乗セムニ

$$(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2) \\ = x^2(x^2+xy+y^2) - xy(x^2+xy+y^2) + y^2(x^2+xy+y^2) \quad \text{【公式(15)】}$$

$$= x^4 + x^3y + x^2y^2 - x^3y - x^2y^2 - xy^3 + x^2y^2 + xy^3 + y^4 \quad \text{【第四】}$$

$$= x^4 + x^2y^2 + y^4.$$

【第六】兩多項式乘法ノ簡便法

乘法ヲ行フニ容易ナラシメムカ爲メニ兩式ヲ同文字ニ就テ降羅或ハ昇羅ニ列シ被乗式ノ下ニ第一項ヲ並ヘテ乗式ヲ記シ乗式ノ各項ヲ被乗式ノ各項ニ乗シテ其ノ和ヲ求メテ積ヲ得ルコトトス, 其ノ理ハ第五ト同様ナリ。

例ヘハ 第五ノ問題ニ就テ此ノ演算ヲ施行セムニハ次ノ如ク爲セハ可ナリ。

$$\begin{array}{r} x^2+xy+y^2 \\ x^2-xy+y^2 \\ \hline x^4+x^3y+x^2y^2 \\ -x^3y-x^2y^2-xy^3 \\ \hline \phantom{x^4}+x^2y^2+xy^3+y^4 \\ \hline x^4 \phantom{+x^3y} +x^2y^2 \phantom{+xy^3} +y^4 \end{array} \quad \text{積ハ即 } x^4+x^2y^2+y^4 \text{ ナリ。}$$

此ノ法ニ於テ肝要ナルコトハ和ヲ求ムルニ便ニスル爲メニ等類項ヲ同層ニ記スコトナリ, 之カ爲メニ被乗式ニ或次數ノ項ノ缺ケタルモノアルトキハ其ノ缺ケタル項ノ位置ヲ空ケテ記シ前ノ如ク乘法ヲ行フモノトス。

例ヘハ 2x<sup>3</sup>+4x+6 = x<sup>2</sup>-3x-1 ヲ乗セムニ

$$\begin{array}{r} 2x^3 \phantom{+4x} +6 \\ x^2-3x-1 \\ \hline 2x^5 \phantom{+4x^3} +6x^2 \\ -6x^4 \phantom{-12x^2} -18x \\ \hline \phantom{2x^5} -2x^3 \phantom{-4x} -6 \\ \hline 2x^5-6x^4+2x^3-6x^2-22x-6 \end{array}$$

ト爲セハ積即 2x<sup>5</sup>-6x<sup>4</sup>+2x<sup>3</sup>-6x<sup>2</sup>-22x-6 ヲ得ヘシ。

## 乗 法 問 題

次ノ各問題(1.乃至6.)ニ於テ其ノ乗積ヲ求メヨ。

1. 3a<sup>2</sup>x<sup>3</sup>, 5a<sup>3</sup>x<sup>4</sup>.
2. 2ab<sup>2</sup>, -ca<sup>3</sup>b<sup>3</sup>.

- 練習 (1)  $3a, 6a$ . (2)  $5a^2, 7a$ . (3)  $2a^3, 5a^2$ .  
 (4)  $ab, a^2b^3$ . (5)  $3a^2b, 2ab^2$ . (6)  $4ab^3, 7a^4b^2$ .  
 (7)  $3a^2bc^3, 6ab$ . (8)  $5ab^2c^2, 3ab^2$ . (9)  $2a^2b^2c, abc$ .  
 (10)  $2a, -4b$ . (11)  $3b, -4a$ . (12)  $a^2, -a$ .  
 3.  $-5a^3b, 2a^2b^2c^4$ . 4.  $-3a^2bc^2, -5ab^3c^3$ .  
 練習 (13)  $-6a^3b, 4ab$ . (14)  $-3xy^2, 2xy^3$ . (15)  $-4a^4b^2c^3, 3a^2b^3c$ .  
 (16)  $-2ab^3, -7a^6b^2$ . (17)  $-2xy^4z, -5x^4y^3z^2$ .  
 5.  $x^2y^3, -3x^3y^2, 3x^2y^2$ . 6.  $xy^3z^2, -2x^2y^2z^3, -3x^3yz^4$ .  
 練習 (18)  $a^2b, 2ab^2, 3a^2b^2$ . (19)  $2xy^2, -3x^2y, +4x^3y^3$ .  
 (20)  $-3a^2b^2, 4a^2b^3, 5a^3b$ . (21)  $-5x^3yz^3, -6xy^2, 2xy^2$ .  
 (22)  $x^2y^2z^2, -2x^3y^3z^3, -3x^4y^4z^4$ .

次ノ各問題 (7.8.) = 於テ其ノ式ヲ算セヨ.

7.  $(+a)^2, (-a)^2, (+a)^3, (-a)^3, (+a)^4, (-a)^4, (+a)^5, (-a)^5$ .  
 8.  $(+a^2b^3)^2, (-a^3b^2)^2, (+a^2bc^2)^3, (-ab^3c^3)^3$ .

- 練習 (23)  $(+b)^2, (-b)^2, (+b)^3, (-b)^3, (+x)^4, (-x)^4$ .  
 (24)  $(-x^2)^2, (-x^2)^3, (-x^2)^4, (-ab)^2, (-ab)^3, (-ab)^4$ .  
 (25)  $(a^2b^3)^2, (a^2b^3)^3, (a^2b^3)^4, (-2a^2b^2)^2, (-2a^3b^4)^3$ .  
 (26)  $(-a)^2 \times (-b)^3, (-2a)^3 \times (a^2)^2, (-ab^2)^3 \times (-a^2b)^3$ .

次ノ各問題 (9. 乃至 13.) = 於テ  $a$  ヲ 3,  $b$  ヲ 4 トシテ其ノ數  
 値ヲ求メヨ.

9.  $3a, a^3$ . 10.  $a^2 \times a^3, (a^2)^3$ . 11.  $(-a)^3, (a^2)^4$ .  
 12.  $15b, (-b)^3, (-b^3)^2$ . 13.  $(a^2b^3)^2, a^2b^3 \times a^3b^2$ .

練習 (27)  $4x, x^4$  此ノ兩式ハ  $x=4$  ナルトキ, 又  $x=\frac{1}{2}$  ナル  
 トキハ何レガ大ナルカ.

練習 (28)  $x^3 \times x^2, (x^3)^2$  此ノ兩式ハ  $x=3$  ナルトキ, 又  $x=\frac{1}{3}$   
 ナルトキハ何レガ大ナルカ.

次ノ各問題 (14. 乃至 17.) ノ多項式ト單項式トノ積ヲ求メヨ.

14.  $a^2 - a, a^3$ . 15.  $4a + 3b, ab$ .

- 練習 (29)  $a + b, 3$ . (30)  $2a - b, 4$ .

- (31)  $3a - 4b, 6$ . (32)  $a^2 + a, a$ .

- (33)  $a^3 - a^2, a^2$ . (34)  $a^2 + 1, 3a^3$ .

16.  $2a^2 - 3ab + 2b^2, a^2b^2$ . 17.  $2a^3 - 3a^2b - 5b^2, -6a^5b^4$ .

- 練習 (35)  $4a^2 - 5a + 1, a^4$ . (36)  $2a^2 - 3a - 4, -3a^3$ .

- (37)  $3a^2 - 2ab + 3b^2, ab$ . (38)  $bc + ca + ab, abc$ .

- (39)  $2x^3 - 3x^2 + 5x - 4, -5x^2$ .

- (40)  $4 - 3x^2 + 3x^3 - 4x^4, -6x^3$ .

- (41)  $3a^2 - 2ab + 7b^2, -5ab$ .

次ノ各問題 (18. 乃至 22.) ノ兩多項式ノ積ヲ求メヨ.

18.  $2x + 3y, 3x - 2y$ . 19.  $2m^2 + 5n^2, 2m^2 - 5n^2$ .

- 練習 (42)  $2x + 3y, x - 2y$ . (43)  $5a + 4b, a - b$ .

- (44)  $x + 2y, x - 2y$ . (45)  $a - 3b, a + 3b$ .

- (46)  $x + 7, x + 6$ . (47)  $a + 9, a - 5$ .

- (48)  $2x - 4, 2x + 6$ . (49)  $3x - 7, 2x - 1$ .

- (50)  $3m^2 - 1, 3m^2 + 1$ . (51)  $4x^2 - 3y^2, 5x^2 + 2y^2$ .

20.  $x^3 - 3ax^2 + 2a^2x, x + 3a$ . 21.  $a^3 + 2ab - b^3, 2a - b$ .

22.  $x^2 + xy + y^2, x^2 - xy + y^2$ .

- 練習 (52)  $x^2 + x + 1, x - 1$ . (53)  $x^2 - x + 1, x + 1$ .

- (54)  $a^2 + ab + b^2, a - b$ . (55)  $a^2 - ab + b^2, a + b$ .

- (56)  $4a^2+6ab+9b^2, 2a-3b.$  (57)  $a^3-4a^2b+6ab^2, a^2+4ab.$
- (58)  $a^2-ab+b^2, a^2+ab+b^2.$  (59)  $x^4+x^2y^2+y^4, x^4-x^2y^2+y^4.$
- (60)  $2x^3+2x^2y+y^3, x^3+3xy+y^2.$
- (61)  $x^3-4xy^2-3y^3, 3x^2-4xy+5y^2.$
- (62)  $x^3-4x^2y+6xy^2-3y^3, 3x^2-4xy+5y^2.$

### 第四節

### 除法

#### 37. 除法ノ定義 【第一】 除シ盡シ得ル場合.

例へハ  $a^2+3ab+2b^2$  ヲ  $a+b$  ニテ除スルトハ  $a+b$  = 乗シテ  $a^2+3ab+2b^2$  トナルヘキ  $a+2b$  ヲ求ムルコトナリ.

【第二】 除シ盡シ得サル場合.

例へハ  $a^2+3ab+4b^2$  ヲ  $a+b$  ニテ除スルトハ  $a+b$  = 乗シテ其レニ  $a$  = 就テ  $a+b$  ヨリ低次ナル  $2b^2$  ヲ加ヘテ  $a^2+3ab+4b^2$  トナルヘキ  $a+2b$  及  $2b^2$  ヲ求ムルコトナリ.

#### 38. 除法正負符號ノ法則 前章及公式(6)ノ

(1), (2), (3), (4) = ヨリテ夫々

$$\left. \begin{aligned} +ab \div (+a) &= +b \dots (1), & -ab \div (-a) &= +b \dots (2) \\ -ab \div (+a) &= -b \dots (3), & +ab \div (-a) &= -b \dots (4) \end{aligned} \right\} \text{公式 (16)}$$

39. 除法互換定理 一數ヲ衆數ニテ逐次ニ除スル式ハ其ノ除數ノ順序ヲ如何ニ互換スルトモ其ノ値ハ異ナルコトナシ.

即  $a \div b \div c = a \div c \div b$  ナリ.

何トナレハ  $a \div b \div c (c \times b) = a \div b \div c \times c \times b$  【公式(8)】

$$= a \div b \times b$$

$$= a$$

及  $a \div c \div b (b \times c) = a \div c \div b \times b \times c$  【公式(8)】

$$= a \div c \times c$$

$$= a$$

故ニ  $a \div b \div c (c \times b) = a \div c \div b (b \times c)$

然ルニ  $c \times b = b \times c$  ナルヲ以テ

$$a \div b \div c = a \div c \div b \dots \dots \dots \text{公式 (17)}$$

40. 乗除法互換定理 乗除ノ式ニ於テ其ノ乗除ノ順序ヲ如何ニ互換スルトモ値ハ異ナルコトナシ.

即  $a \div b \times c = a \times c \div b$  ナリ.

何トナレハ  $a \div b \times c \times b = a \div b \times b \times c = a \times c$  【公式(7)】

及  $a \times c \div b \times b = a \times c$

故ニ  $a \div b \times c \times b = a \times c \div b \times b$

故ニ  $a \div b \times c = a \times c \div b \dots \dots \dots \text{公式 (18)}$

41. 除法聚散定理 一數ヲ乗除ノ式ニテ除スル式ト其ノ括弧ヲ取り去リ第一項ヲ除號ニ其ノ他ハ乘號, 除號ヲ除號, 乘號ニ換ヘテ記シタル式ト相等シ.

即  $a \div (b \times c \div d) = a \div b \div c \times d$  ナリ.

何トナレハ  $a \div (b \times c \div d) \times (b \times c \div d) = a$

及  $a \div b \div c \times d \times (b \times c \div d) = a \div b \div c \times d \times b \times c \div d$  【公式(8)】

$$= a \times b \div b \times c \div c \times d \div d \quad \text{【公式 (18)】}$$

$$= a$$

故 =  $a \div (b \times c \div d) \times (b \times c \div d) = a \div b \div c \times d \times (b \times c \div d)$

故 =  $a \div (b \times c \div d) = a \div b \div c \times d \dots \dots \dots \text{公式 (19)}$

**42. 除法ノ乗冪定理**  $m, n$  ガ正整数ニシテ  $m > n$

ナルトキ  $a^m \div a^n = a^{m-n}$  ナリ.

何トナレハ  $m = n + p$  ト置ケハ  $p = m - n$

故 =  $a^m \div a^n = a^{n+p} \div a^n = a^n a^p \div a^n = a^p = a^{m-n}$

即  $a^m \div a^n = a^{m-n} \dots \dots \dots \text{公式 (20)}$

**43. 零ヲ一數ニテ除シタルモノハ零ナリ.**

又零ニアラサル一數ヲ零ニテ除シタルモノハ意味ナシ.

何トナレハ除法ノ定義ニヨレハ商ハ一數ニ乘シテ零トナル數ナラサルヘカラス, 然ルニ一數ニ乘シテ零トナル數ハ零ヨリ他ニ其ノ數アルコトナシ, 故ニ零ナリ.

又除法ノ定義ニヨリテ零ニ如何ナル數ヲ乘スルトモ零ニアラサル一數ヲ得ルコトナシ, 故ニ其ノ商ナシ.

**44. 除法ノ配合定理** 多項式ヲ單項式ニテ除スル式ト其ノ多項式ノ各項ヲ其ノ單項式ニテ除スル式ノ和ト相等シ.

即  $(a - b + c + \dots) \div k = a \div k - b \div k + c \div k + \dots \dots \dots \text{ナリ.}$

何トナレハ  $a - b + c + \dots \dots \dots$

$$= a \div k \times k - b \div k \times k + c \div k \times k + \dots \dots \dots$$

$$= (a \div k - b \div k + c \div k + \dots \dots \dots) k \quad \text{【公式 (15)】}$$

此ノ初メノ式ト終リノ式ヲ  $k$  ニテ除スレハ

$$(a - b + c + \dots) \div k = a \div k - b \div k + c \div k + \dots \dots \dots \text{公式 (21)}$$

**45. 除法演算** 【第一】 單項式ヲ單項式ニテ除スルコト.

例ヘハ  $20a^5b^3c^2$  ヲ  $-5a^4b^2c$  ニテ除サムニ

$$20a^5b^3c^2 \div (-5a^4b^2c)$$

$$= -(20a^5b^3c^2 \div (5a^4b^2c)) \quad \text{【公式 (16)】}$$

$$= -(20a^5b^3c^2 \div 5 \div a^4 \div b^2 \div c) \quad \text{【公式 (19)】}$$

$$= -(20 \div 5 \times a^5 \div a^4 \times b^3 \div b^2 \times c^2 \div c) \quad \text{【公式 (18)】}$$

$$= -4abc \quad \text{【公式 (20)】}$$

即  $20a^5b^3c^2 \div (-5a^4b^2c) = -4abc.$

【第二】 多項式ヲ單項式ニテ除スルコト.

例ヘハ  $3a^4b - 9a^3b^2 + 6a^2b^3$  ヲ  $3a^2b$  ニテ除サムニ

$$(3a^4b - 9a^3b^2 + 6a^2b^3) \div 3a^2b$$

$$= 3a^4b \div 3a^2b - 9a^3b^2 \div 3a^2b + 6a^2b^3 \div 3a^2b \quad \text{【公式 (21)】}$$

$$= a^2 - 3ab + 2b^2 \quad \text{【本章第一】}$$

即  $(3a^4b - 9a^3b^2 + 6a^2b^3) \div 3a^2b = a^2 - 3ab + 2b^2.$

此ノ第一, 第二ノ演算ハ 36. ニ於テ示セル意義ナルガ實用演算ハ次ノ如ク爲ス.

第一ニ於テハ  $20a^5b^3c^2 \div (-5a^4b^2c)$  ヨリ直ニ  $-4abc$  ヲ得ルモノトス, 即直ニ符號ノ決定ヲナシテ  $-$ ,  $20$  ヲ  $5$  ニテ除シ  $4$  ヲ得,  $a^5, b^3, c^2$  ヲ夫夫  $a^4, b^2, c$  ニテ除シ  $a, b, c$  ヲ得,  $-4abc$  トナスモノトス.

又第二ニ於テハ  $(3a^4b - 9a^3b^2 + 6a^2b^3) \div 3a^2b$  ヨリ直ニ  $a^2 - 3ab + 2b^2$  ヲ得ルモノトス, 即  $3a^4b, -9a^3b^2, 6a^2b^3$  ノ各ヲ其ノママニテ  $3a^2b$  ニテ除シ夫夫  $a^2, -3ab, +2b^2$  ヲ得  $a^2 - 3ab + 2b^2$  トナスモノトス.

【第三】多項式ヲ多項式ニテ除スルコト。

例ヘハ  $6a^3+b^3+a^2b+ab^2$  ヲ  $b+2a$  ニテ除サムニ

I 先次ノ (A) 演算ノ如ク兩式ヲ同文字ニ就テ降羈或ハ昇羈ニ列シ。

II 次ニ除式ノ第一項  $2a$  ニテ被除式ノ第一項  $6a^3$  ヲ除シテ其ノ商  $3a^2$  ヲ得、之ヲ本商ノ第一項トシ、之ヲ除式  $2a+b$  ニ乘シテ  $6a^3+3a^2b$  ヲ得、之ヲ被除式ノ下ニ等類項ヲ同層ニ記ス。

III 之ヲ上式ヨリ減シ次ノ段ニ  $-2a^2b+ab^2+b^3$  ヲ記ス。

IV 又除式ノ第一項  $2a$  ニテ  $-2a^2b$  ヲ除シ  $-ab$  ヲ得、之ヲ本商ノ第二項トシ、之ヲ除式  $2a+b$  ニ乘シ  $-2a^2b-ab^2$  ヲ得、之ヲ被除式ノ下ニ等類項ヲ同層ニ記ス。

V 之ヲ上式ヨリ減シ次ノ段ニ  $2ab^2+b^3$  ヲ記ス。

VI 此ノ方法ヲ續行シテ本商  $3a^2-ab+b^2$  ヲ得。

又  $a^4+a^2b^2+b^4$  ヲ  $a^2-ab+b^2$  ニテ除サムニ本問ノ如ク  $a^3$ 、 $a$  ノ項ノ缺ケタルモノハ次ノ (B) 演算ノ如ク其ノ缺項ノ所ヲ空ケ置キ (A) ト同法ニテ除法ヲ行フモノトス。

(A) 演算	(B) 演算
$3a^2-ab+b^2$	$a^2+ab+b^2$
$2a+b) \overline{6a^3+a^2b+ab^2+b^3}$	$a^2-ab+b^2) \overline{a^4+a^2b^2+b^4}$
$\underline{6a^3+3a^2b}$	$\underline{a^4-a^3b+a^2b^2}$
$-2a^2b+ab^2+b^3$	$\underline{a^3b+a^2b^2+b^4}$
$\underline{-2a^2b-ab^2}$	$\underline{a^3b-a^2b^2+ab^3}$
$2ab^2+b^3$	$\underline{a^2b^2-ab^3+b^4}$
$\underline{2ab^2+b^3}$	$\underline{a^2b^2-ab^3+b^4}$
即 $(6a^3+b^3+a^2b+ab^2) \div (b+2a)$	即 $(a^4+a^2b^2+b^4) \div (a^2-ab+b^2)$
$= 3a^2-ab+b^2$	$= a^2+ab+b^2$

又  $a^2+3ab+4b^2$  ヲ  $a+b$  ニテ除サムニ本問ハ除シ盡スコト能ハサル場合ニシテ除法ノ定義第二ニヨリテ次ノ如ク除法ヲ行フ、而シテ除盡シ能ハサルモノニ於テハ降羈ニテ除スルト昇羈ニテ除スルトニヨリテ次ノ如ク商及殘式ハ其ノ形ヲ異ニス、然レトモ除式ト商トノ積ニ殘式ヲ加ヘタルモノハ兩者何レニ於テモ被除式ニ同シキコトハ勿論ナリ。

aノ降羈	aノ昇羈
$a+b) \overline{a^2+3ab+4b^2}$	$b+a) \overline{4b^2+3ba+a^2}$
$\underline{a^2+ab}$	$\underline{4b^2+4ba}$
$2ab+4b^2$	$\underline{-ba+a^2}$
$\underline{2ab+2b^2}$	$\underline{-ba-a^2}$
$2b^2$	$2a^2$
即 商 $a+2b$	即 商 $4b-a$
殘式 $2b^2$	殘式 $2a^2$

### 46. 加減乗除ノ括弧用法

加減乗除ヲ含ム括弧ノ式ヲ解クニハ概ネ内方ヨリ解クヲ便ナリトス。

例ヘハ  $5a[2a-\{a+3b-(a+b)\}a+2b]$  ノ括弧ヲ解カムニ

$$\begin{aligned}
 &5a[2a-\{a+3b-(a+b)\}a+2b] \\
 &= 5a[2a-\{a+3b-a-b\}a+2b] \\
 &= 5a[2a-2ba+2b] \\
 &= 5a[2a-a] \\
 &= 5a^2.
 \end{aligned}$$

又 27. 第二ニ述ヘタルカ如ク加減乗除ニ於テモ括弧ヲ解クノ逆ニ括弧ヲ附スルコトヲ得ルハ勿論ナリ。

又 9. に述へタルカ如ク本式ニ於テモ括線ヲ用ヒテ次ノ如ク記スルコトヲ得.  $5a\{2a-(a+3b-\overline{a+b})a\div 2b\}$

## 除 法 問 題

次ノ各問題ニ於テ前式ヲ後式ニテ除セヨ.

1.  $10a, -5a$ . 2.  $9ab, -3b$ .  
 練習 (1)  $25a, -5a$ . (2)  $-10b, 2b$ .  
 (3)  $-2x, -3x$ . (4)  $ab, -a$ .  
 (5)  $8ab, -2b$ . (6)  $-4ab, 3a$ .  
 3.  $12a^2b^2, -4a^2b$ . 4.  $-15a^2b^3, -10a^2b$ .  
 練習 (7)  $6a^2b^3, -ab^2$ . (8)  $-3x^4y^3, x^2y^2$ .  
 (9)  $-27a^3b^6, -9a^7b^4$ . (10)  $-3x^3y^3, 2x^2y$ .  
 (11)  $-6x^2y^3, -4xy$ . (12)  $6a^5b^2, -9a^4b$ .  
 5.  $a^2b^3c^4d^7, -2ab^2cd^4$ . 6.  $8a^4x^5y^7z, 6ax^3y^4$ .  
 (13)  $-3a^2b^5c, -2ab^3c$ . (14)  $a^2b^3c^4d, -2ab^2c^2$ .  
 (15)  $-3a^3b^5cd, 4a^2b^4$ . (16)  $-5x^4y^5z^2, -10x^2y^3$ .  
 7.  $-4x^2yz+6xy^2z-8xyz^2, -2xyz$ .  
 練習 (17)  $3x^2-5ax, x$ . (18)  $5y^4-6y^3, -y^2$ .  
 (19)  $4a^6-5a^5+2a^4, a^4$ . (20)  $12a^3+9a^4-6a^5, -3a^2$ .  
 (21)  $a^3b^2-2a^2b^3+ab^4, ab$ .  
 (22)  $5x^4y-20x^3y^2+20x^2y^3, -5x^2y$ .  
 (23)  $-15a^4b^6+7a^3b^7-9a^2b^4, -3a^2b^3$ .  
 8.  $a^2-6ab+9b^2, a-3b$ . 9.  $10y^2-11xy+3x^2, 3x-5y$ .  
 練習 (24)  $x^2-5x+6, x-2$ . (25)  $x^2+5x-24, x+8$ .

- (26)  $x^2-23x+132, x-11$ . (27)  $x^2-4x-77, x+7$ .  
 (28)  $3x^2-4x-4, x-2$ . (29)  $3x^2-11x+10, 3x-5$ .  
 10.  $x^2-4y^2, x-2y$ . 11.  $6x^3-16x^2y+23xy^2-10y^3, 3x-2y$ .  
 練習 (30)  $a^2-b^2, a-b$ . (31)  $x^2-9y^2, x-3y$ .  
 (32)  $9x^2-64y^2, 3x+8y$ . (33)  $x^3+5x^2+5x-3, x+3$ .  
 (34)  $2x^4-9x^3+10x^2-5x+6, 3-x$ .  
 12.  $2x^3-5x^2+4, 2-x$ . 13.  $3x^3-8xy^2-8y^3, x-2y$ .  
 練習 (35)  $x^3-8x-3, 3-x$ . (36)  $2a^3-3a^2b+b^3, 2a+b$ .  
 14.  $15x^4-19x^3+8x^2-x-1, 5x^2-3x-1$ .  
 練習 (37)  $6x^3-16x^2+23x-10, 2x^2-4x+5$ .  
 (38)  $2a^4-a^3b-4a^2b^2+17ab^3-12b^4, a^2-2ab+3b^2$ .  
 (39)  $2-a-4a^2+3a^3, 1-2a+a^2$ .  
 (40)  $1-x-5x^2+22x^3-20x^4, 1+2x-4x^2$ .  
 15.  $x^4+2x^2-x+2, x^2-x+1$ .  
 練習 (41)  $1-2x+x^3-2x^4, 1-x+x^2$ .  
 (42)  $x^6+5x^4-26x+20, x^2-2x+1$ .  
 16.  $2a^2-2b^2-3c^2-3ab-5bc-5ac, a-2b-3c$ .  
 練習 (43)  $2a^2-b^2-c^2-ab+2bc+ac, 2a+b-c$ .  
 17.  $a^3+b^3+c^3-3abc, a+b+c$ .  
 練習 (44)  $a^3-8b^3+27c^3+18abc, a-2b+3c$ .  
 (45)  $a^3-8b^3+27c^3+18abc, a^2+4b^2+9c^2+2ab+6bc-3ca$ .  
 18.  $x^2+3ax+a^2, x+a$  又  $x$  ノ昇冪ニテ除セヨ.  
 練習 (46)  $a^3-2a^2b+3ab^2+b^3, a-b$ .  
 (47)  $a^3-2a^2b+3ab^2+b^3, a^2-ab+b^2$ .



19.  $5x-3[2x+9y-2\{3x-4(y-x)\}]$  ヲ簡單ニセヨ.

練習 (48)  $4x-(y-x)-3\{2y-3(x+y)\}$  ヲ簡單ニセヨ.

(49)  $2x-3y-4(x-2y)+5\{3x-2(x-y)\}$  ヲ簡單ニセヨ.

(50)  $a^2+b[4x+\{3a^2-(2a-b)a\} \div (a+b)]$  ヲ簡單ニセヨ.

20.  $a^2-2ab+b^2$  ト  $a^2+ab-b^2$  トノ積ハ  $a^4-a^2b-2a^2b^2+3ab^3-b^4$  ナリト云フ全ク相違ナキカ  $a=2, b=3$  トシテ之レヲ檢セヨ.

21.  $a^3+b^3+c^3-3abc$  ヲ  $a+b+c$  ニテ除シタル商ハ  $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$  ナリト云フ全ク相違ナキカ  $a=1, b=2, c=3$  トシテ之レヲ檢セヨ.

練習 (51)  $x^3-3ax^2+2a^2x$  ト  $x+3a$  トノ積ハ  $x^4-7a^2x^2+6a^3x$  ナリト云フ全ク相違ナキカ  $x=1, a=2$  トシテ之レヲ檢セヨ.

(52)  $6a^3+a^2b+ab^2+b^3$  ヲ  $2a+b$  ニテ除シタル商ハ  $3a^2-ab+b^2$  ナリト云フ  $a=1, b=2$  トシテ之レヲ檢セヨ.

## 第 四 編

## 方 程 式

47. 等式 ニッノ代數式 (或ハ其ノ一、ハ數或ハ零) ノ相等シキコトヲ等號ニテ表ハセルモノヲ等式トイヒ其ノ等號ノ左方ニ在ルモノヲ左邊右方ニ在ルモノヲ右邊ト呼フ.

48. 恒等式 等式ノ兩邊ガ全ク相等シキカ或ハ其一邊ヲ變化シテ他ノ一邊トナスコトヲ得ヘキモノヲ恒等式トイフ. 故ニ恒等式ハ其ノ式中ニ含メル同文字ニ如何ナル同數ヲ置キ換フルモ兩邊ハ恒ニ相等シキコトヲ知ル.

例ヘハ  $a^2+2ab+b^2=a^2+2ab+b^2, (a+b)(a-b)=a^2-b^2$  等ハ何レモ恒等式ニシテ  $(a+b)(a-b)$  ハ乘法ヲ實行スレハ  $a^2-b^2$  トナルヘキモノナリ.

而シテ  $a=0, b=1$  或ハ  $a=1, b=2$  等ト隨意ニスルモ兩邊ハ恒ニ同數トナルナリ.

【注意】 加減乗除ノ演算ノ驗算ハ此ノ恒等式ノ性質ヲ利用シテ之ヲ行フコトヲ得ヘシ.

例ヘハ  $(a^2-3ab+b^2)(a-2b)$  ノ結果トシテ  $a^3-5a^2b+7ab^2-2b^3$  ヲ得タルトキ其ノ正否ヲ驗セムニ  $a=1, b=2$  ニトシテ

$(a^2-3ab+b^2)(a-2b)$  ヨリ 3 ヲ得,  $a^3-5a^2b+7ab^2-2b^3$  ヨリモ 3 ヲ得其ノ演算ノ正シキヲ知ルカ如シ.

**49. 方程式** 等式ニシテ其ノ中ニ在ル或特別ナル文字ニ或特別ナル値ヲ與フルニアラサレハ相等シキコトノ成立セサルモノナルトキハ之ヲ方程式トイフ、而シテ其ノ特別ナル文字ガ表ハス數ヲ未知數トイヒ、其ノ他ノ文字或ハ數字ニテ表ハサレタル數ヲ既知數トイフ。

例ヘハ  $a(x-a)=b(2a+b-x)$  ハ  $x = a+b$  ナル値ヲ與フルニアラサレハ成立セス、故ニ此ノ等式ヲ方程式トイフ。

而シテ  $x$  ハ未知數ヲ表ハシ  $a, b$  ハ既知數ヲ表ハス、

**50. 方程式ノ根** 方程式ノ未知數ニ置キ換ヘテ相等シキコトヲ成立セシムル數ヲ其ノ方程式ノ根ト稱ス。

例ヘハ 前章ノ方程式ニ於テ  $x$  ノ代リニ  $a+b$  ヲ置クトキハ  $a(a+b-a)=b(2a+b-(a+b))$  即  $ab=ab$  トナリテ等式ハ成立ス、故ニ  $a+b$  ハ其ノ根ナリ。

**51. 次** 方程式ノ未知數ノ一次ナルモノヲ一次方程式二次ナルモノヲ二次方程式ト稱ス。

例ヘハ  $x+6=4(x-3)$ ,  $ax-by=c$  等ハ一次方程式ニシテ  $3(x^2+x)+2=2x^2$ ,  $ax^2+by^2=xy$  等ハ二次方程式ナルガ如シ。

**52. 同値ノ方程式** 根ノ悉ク相等シキ方程式ヲ同値ノ方程式トイフ。

例ヘハ  $3(x^2+x)+2=2x^2$ ,  $2x(x+3)=-4$  ノ兩方程式ハ其ノ根ハ何レモ  $-1, -2$  ナルガ故ニ同値ノ方程式ナリ。

**53. 方程式解法** 方程式ヨリ未知數ノ値ヲ求メ根ヲ決定スルコトヲ方程式解法トイフ。

**54. 方程式解法原理** 【第一】方程式ノ兩邊ニ等數ヲ加ヘテ得ル所ノ方程式ハ原方程式ト同値ナリ。

例ヘハ 方程式  $ax+b=bx+a$  ト  $ax+b+c=bx+a+c$  トハ同値ナリ、何トナレハ  $x$  ノ値ノ如何ニ關ハラス兩邊ノ  $c$  ハ恒ニ相等シキカ故ニ第一式ヲ成立セシムル  $x$  ノ値ハ第二式ヲ成立セシメ第二式ヲ成立セシムル  $x$  ノ値ハ第一式ヲ成立セシム、故ニ此ノ兩方程式ハ同値ナリ。

此ノ原理ニヨリテ方程式ハ其ノ項ノ正號ヲ負號ニ負號ヲ正號ニ換ヘテ他ノ邊ヘ移スモ其ノ根ハ變スルコトナキヲ知ル。

例ヘハ  $ax+b=bx+a$  ヲ  $ax-bx=a-b$  トナスモ其ノ根ハ變スルコトナシ。

何トナレハ上ノ原理ニヨリテ

$$ax+b+(-b)+(-bx)=bx+a+(-b)+(-bx)$$

$$\therefore ax-bx=a-b$$

【第二】方程式ノ兩邊ニ零ニアラサル同シ既知數ヲ乘シテ得ル所ノ方程式ハ原方程式ト同値ナリ。

例ヘハ  $ax+b=bx+a$  ト  $(ax+b)c=(bx+a)c$  トハ同値ナリ、何トナレハ  $x$  ノ値ノ如何ニ關ハラス兩邊ノ  $c$  ハ恒ニ相等シキカ故ニ第一式ヲ成立セシムル  $x$  ノ値ハ第二式ヲ成立セシメ第二式ヲ成立セシムル  $x$  ノ値ハ第一式ヲ成立セシム、故ニ此ノ兩方程式ハ同値ナリ。

此ノ原理ニヨリテ方程式ノ兩邊ヲ零ニアラサル同シ既知數ニテ除シテ得ル所ノ方程式ハ原方程式ト同値ナルコトヲ知ル。

何トナレハ兩邊ヲ除スルトイフコトハ其ノ逆數ヲ乘スルコトナレハナリ。

### 恒等式問題

1.  $(a+b)(a^2+ab-b^2)=a^3+2a^2b-b^3$  ハ如何ナル等式ナルカ。

練習(1)  $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$  ハ如何ナル等式ナルカ。

(2)  $(4x^3-12x^2y+11xy^2-3y^3) \div (2x-3y)=2x^2-3xy+y^2$  ハ如何ナル等式ナルカ。

2.  $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)=A(b-c)(c-a)(a-b)$  カ恒等式ナルトキハ A ノ値ハ幾何ナルカ。

練習(3)  $\Delta ab=(a+b)^2-(a^2+b^2)$  カ恒等式ナルトキハ A ノ値ハ幾何ナルカ。

(4)  $a^3+b^3+c^3-3abc=P(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$  カ恒等式ナルトキハ P ノ値ハ幾何ナルカ。

3.  $Ax^3+(A+B)x^2+(B+C)x+C+D=(x+3)(x^2+5)$  カ恒等式ナラハ A, B, C, D ノ値ハ幾何ナルカ。

練習(5)  $ax^3+(a+b)x^2y+(b+c)xy^2+(c+d)y^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$  カ恒等式ナラハ a, b, c, d ノ値ハ幾何ナルカ。

(6)  $(a+b)(a+b+1) \div A(a^2+b^2)+Bab+C(a+b)$  トガ a, b ノ値如何ニ關ハラス恒ニ相等シキトキハ A, B, C ノ値幾何ナルカ。

(7)  $Px^3+Qx^2+Rx+S=(x+2)(x^2-2x+3)$  カ恒等式ナルトキハ P, Q, R, S ノ値ハ幾何ナルカ。

## 第壹節

### 一元一次方程式

55. 一元一次方程式 未知數カ一種ニシテ且未知數ノ次數カ一次ナルモノヲ一元一次方程式トイフ。

例ヘハ  $2(x-3)=3(x+1)+4x-1$ ,  $a(x+a)+b(b-x)=2ab$

等ノ如キハ未知數カ x ノミニシテ且 x ノ次數カ一次ナルカ故ニ何レモ一元一次方程式ナリ。

### 56. 一元一次方程式解法ノ例

【第一】  $13x-7=5x+9$  ヲ解カムニ

一般ニ未知數ノ項ハ左邊ニ既知數ノ項ハ右邊ニ移スモノトス。

故ニ  $54$ . 第一ニヨリテ

$$13x-5x=9+7 \quad \text{即} \quad 8x=16.$$

一般ニ左邊ニ未知數ヲ獨立セシメテ其ノ値ヲ知ルヘキモノナルヲ以テ  $54$ . 第二ニヨリテ兩邊ヲ x ノ係數 8 ニテ除シテ

$$x=2.$$

ヲ得、2 ハ即此ノ方程式ノ根ナリ。

【第二】  $\frac{x-2}{2}-\frac{x-3}{3}+\frac{x-4}{4}=4$  ヲ解カムニ

分數ノ形ヲナスモノハ一般ニ分母ヲ消去スルモノトス。

故ニ分母ノ最小公倍數 12 ヲ  $54$ . 第二ニヨリテ兩邊ニ乘シテ分母ヲ消去ス。

$$\text{即 } 6(x-2)-4(x-3)+3(x-4)=48$$

未知數ノ項ヲ左邊ニ置キ既知數ノ項ヲ右邊ニ移ス爲メ括弧ヲ解ク即  $6x-12-4x+12+3x-12=48$ .

$$-12ト+12トハ打消シ既知數-12ヲ右邊ニ移シテ$$

$$6x-4x+3x=48+12$$

$$\text{即 } 5x=60 \quad \text{兩邊ヲ } 5 \text{ニテ除シ } x=12.$$

12ハ即此ノ方程式ノ根ナリ.

【第三】  $b(x-a)=a^2-(a-b)x$  ヲ解カムニ

未知數ノ項ヲ左邊ニ既知數ノ項ヲ右邊ニ移サムカ爲メニ括弧ヲ解ク

$$\text{即 } bx-ab=a^2-ax+bx$$

$$\text{故ニ } bx+ax-bx=a^2+ab \quad \text{即 } ax=a^2+ab$$

兩邊ヲ  $x$ ノ係數  $a$ ニテ除ス.

$$\text{即 } x=a+b$$

$a+b$ ハ即此ノ方程式ノ根ナリ.

### 一元一次方程式問題

次ノ各問題ヲ解ケ.

$$1. 7x+19=5x+7.$$

$$2. 8x-16=3x-12.$$

$$\text{練習(1)} \quad 3x-7=x+9.$$

$$(2) \quad 3x+4=x+10.$$

$$(3) \quad 7x-36=5x-24.$$

$$(4) \quad 9x+15=6x+17.$$

$$3. \quad x+7=4x+4.$$

$$4. \quad 11x-6=9x-12.$$

$$\text{練習(5)} \quad 3x+21=5x+7.$$

$$(6) \quad 5x-12=6x-8.$$

$$(7) \quad 160+38x=85+35x. \quad (8) \quad 34-27x=11-22x.$$

$$5. \quad 3(3x-4)=4(x-6)-3.$$

$$6. \quad 5(4-3x)=7(3-4x).$$

$$\text{練習(9)} \quad 3(x-4)=2(x-3). \quad (10) \quad 5(x+2)=3(x+3)+2.$$

$$(11) \quad x-(4-2x)=7(x-1) \quad (12) \quad 2(x-3)=5(x+1)+2x-1.$$

$$(13) \quad 4(1-x)+3(2+x)=13. \quad (14) \quad 4(3x-2)-2(4x-3)=5x.$$

$$7. \quad 2(x-1)-3(x-2)+4(x-3)+2=0.$$

$$\text{練習(15)} \quad 2(x-2)+3(x-3)+4(x-4)-20=0.$$

$$(16) \quad 5x+6(x+1)-7(x+2)-8(x+3)=0$$

$$8. \quad x(3x-2)+5=3x(x-1)+6.$$

$$\text{練習(17)} \quad 5x(3+2x)=2x(5x+12)-18.$$

$$(18) \quad 4x^2-x(x-5)=3x(2+x)-(5x-6).$$

$$9. \quad a(x-a)+b(x-b)=b(x-2a)-b^2.$$

$$\text{練習(19)} \quad (a+b)x+(b-a)x=b^2. \quad (20) \quad 2(x-a)+3(x-2a)=2a.$$

$$(21) \quad (a+b)x+(a-b)x=2(a^2-ab).$$

$$(22) \quad 2x(a-x)+x(b+2x)=b(x-4a).$$

$$10. \quad \frac{x}{2}+2=\frac{x}{4}+\frac{5}{2}.$$

$$11. \quad \frac{1}{4}(x+1)-\frac{1}{3}(x-1)=1.$$

$$\text{練習(23)} \quad \frac{x}{5}-\frac{x}{4}=1.$$

$$(24) \quad \frac{x-1}{2}+\frac{x-2}{3}=3.$$

$$(25) \quad \frac{1}{4}(x-1)-\frac{2}{3}(x-1)=3. \quad (26) \quad \frac{1}{2}(2-x)-\frac{1}{5}(5x+21)=x+3.$$

$$(27) \quad \frac{1}{2}(x-2)+\frac{1}{3}(x-3)+\frac{1}{4}(x-4)=0.$$

$$(28) \quad \frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}+\frac{x+4}{4}+8=0.$$

$$(29) \quad \frac{x-5}{2}-\frac{x-4}{3}=\frac{x-3}{2}-(x-2).$$

$$(30) \quad \frac{x+1}{2}+\frac{x+2}{3}+\frac{x+3}{4}=16.$$

$$12. \quad 0.25x+4-0.375x=0.2x-9.$$

$$\text{練習(31)} \quad 0.5x+3.75=5.25x-1.$$

(32)  $0.15x+1.2-0.875x+0.375=0.0625x.$

(33)  $1.2x-2(0.18x-0.05)=0.4x+8.9$

(34)  $\frac{x-1.8}{4}=\frac{0.16x-0.02}{3}-0.05$

## 第 貳 節

## 一 次 聯 立 方 程 式

57. 不定方程式 二種ノ未知數ヲ有スル一ノ方程式ヲ不定方程式トイフ。

例ヘハ  $2x-y-3=0 \dots\dots(1)$   $5x-y-9=0 \dots\dots(2)$

ノ如キハ何レモ不定方程式ナリ。

(1) ヲ  $y=2x-3$  トシ  $x=1$  トスレハ  $y=-1$ ,  $x=2$  トスレハ  $y=1$ ,  $x=3$  トスレハ  $y=3$ ,  $x=4$  トスレハ  $y=5$ , 此ノ如ク  $x$  ノ値ヲ任意ニ定ムルニ從テ  $y$  ノ種々ノ値ヲ得ルコト限リナク; 此ノ値ノ各組  $x=1, y=-1$ ;  $x=2, y=1$ ;  $x=3, y=3$ ; 等ハ何レモ此ノ方程式ヲ成立セシム。

又 (2) ニ於テ  $y=5x-9$  トシ  $x=1$  トスレハ  $y=-4$ ,  $x=2$  トスレハ  $y=1$ ,  $x=3$  トスレハ  $y=6$ ,  $x=4$  トスレハ  $y=11$ .

之レ又 (1) ト同様ニ原方程式ヲ成立セシムルモノナリ,

カク無數ノ根ヲ有スレトモ,  $x, y$  ノ兩根ハ相關聯セルモノナラサルヘカラス, 即  $x, y$  ヲ同時ニ任意ノ値トナスコト能ハサルニ注意スヘシ。

58 一次聯立方程式 前章ノ二式 (1), (2) ニ於テ  $x=2, y=1$  ハ方程式ヲ同時ニ成立セシムルモノニシテ此ノ他

ニハ此ノ兩方程式ヲ同時ニ成立セシムル  $x, y$  ノ値ナシ。

此ノ如ク二ノ方程式カ一組ノ同シ根ヲ有シ他ニ同シ根ヲ有ササルトキハ之レヲ二元一次聯立方程式ト稱ス。

又方程式カ三ニシテ其ノ中ニ三種ノ未知數ヲ有シ唯一組ノ同シ根ヲ有スルトキハ之ヲ三元一次聯立方程式ト稱ス。

四元一次聯立方程式モ之ニ倣フ。

## 59. 二元一次聯立方程式解法

ハ次ノ如ク三ノ方法アルモ結局ハ二ノ未知數ノ中ノ一ヲ消去スルヲ目的トスルモノニテ方程式ノ形ニヨリテ解法ノ簡便ナルモノニ據ルモノトス。

【第一】 加減法  $\left. \begin{array}{l} 13x+6y=14 \dots\dots(1) \\ 5x+4y=2 \dots\dots(2) \end{array} \right\}$  ヲ解クコト

(1) ニ 2 ヲ乘シタルモノヨリ (2) ニ 3 ヲ乘シタルモノヲ減スレハ

$$(13x+6y)2-(5x+4y)3=14 \times 2-2 \times 3$$

即  $26x-15x=28-6$  即  $11x=22$  即  $x=2$

之ヲ (2) ニ置ケハ  $5 \cdot 2+4y=2$  即  $4y=-8$  即  $y=-2$

此ノ  $x=2, y=-2$  ヲ (1), (2) ニ置ケハ夫夫満足セシム。

故ニコレ此ノ聯立方程式ノ根ナリ。

【第二】 置換法  $\left. \begin{array}{l} 3x+2y=0 \dots\dots(1) \\ 5x-4y=44 \dots\dots(2) \end{array} \right\}$  ヲ解クコト

(1) ヲヨリ  $y=-\frac{3}{2}x$  之ヲ (2) ニ置換ユレハ

$$5x-4\left(-\frac{3}{2}x\right)=44$$
 即  $5x+6x=44$  即  $x=4$

之ヲ  $y=-\frac{3}{2}x$  ニ置ケハ  $y=-\frac{3}{2} \times 4$  即  $y=-6$

即  $x=4, y=-6$  ハ原方程式ヲ成立セシムルモノニシテ此ノ聯立方程式ノ根ナリ.

$$\left. \begin{array}{l} \text{【第三】 等置法} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \dots\dots\dots(1) \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 3 \dots\dots\dots(2) \end{array} \right\} \text{ヲ解クコト.}$$

$$(1) \text{ヨリ } \frac{y}{3} = 1 - \frac{x}{2} \dots\dots\dots(3) \quad (2) \text{ヨリ } \frac{y}{3} = \frac{x}{4} - 3 \dots\dots\dots(4)$$

$$(3), (4), \text{ヨリ } 1 - \frac{x}{2} = \frac{x}{4} - 3 \quad \text{即 } 4 - 2x = x - 12$$

$$\text{即 } x = \frac{16}{3} \text{ 之ヲ } (3) \text{ニ置キテ } \frac{y}{3} = 1 - \frac{\frac{16}{3}}{2} \text{ 即 } y = -5$$

即  $x = \frac{16}{3}$  及  $y = -5$  ハ (1), (2) ヲ成立セシムルモノニシテ此ノ聯立方程式ノ根ナリ.

### 60. 三元一次聯立方程式解法 一般ニハ一

未知數ヲ消去シ二元一次聯立方程式ニ導クモノトス.

$$\left. \begin{array}{l} \text{【例】} \\ x + 2y + 2z = 11 \dots\dots\dots(1) \\ 3x + 4y + z = 14 \dots\dots\dots(2) \\ 2x + 3y + z = 7 \dots\dots\dots(3) \end{array} \right\} \text{ヲ解クコト.}$$

$$(2) \text{ヨリ } (3) \text{ヲ減スレハ } x + y = 7 \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) \text{ノ } 2 \text{倍ヨリ } (1) \text{ヲ減スレハ } 3x + 4y = 3 \dots\dots\dots(5)$$

(4), (5). ハ即二元一次聯立方程式ナリ.

$$\text{即 } (4), (5) \text{ヲ解キテ } x = 25, y = -18, \text{ 之ヲ } (1) \text{ニ置ケハ}$$

$$25 + 2(-18) + 2z = 11 \text{ 即 } 2z = 22 \text{ 即 } z = 11.$$

即  $x = 25, y = -18, z = 11$  ハ此ノ方程式ノ根ナリ.

### 一次聯立方程式問題

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ.

$$1. \quad \begin{array}{l} 3x + 2y = 13, \\ 7x + 3y = 27. \end{array} \quad \text{練習 (1)} \quad \begin{array}{l} 3x + 4y = 11, \\ 4x + 5y = 14. \end{array} \quad (2) \quad \begin{array}{l} 7x + 4y = 1, \\ 9x + 4y = 3. \end{array}$$

$$2. \quad \begin{array}{l} 3x + 5y = 22, \\ 7x - 4y = 20. \end{array} \quad \text{練習 (3)} \quad \begin{array}{l} 3x + 5y = 19, \\ 5x - 4y = 7. \end{array} \quad (4) \quad \begin{array}{l} 2x - 3y + 14 = 0, \\ 4x - 5y + 29 = 0. \end{array}$$

$$3. \quad \begin{array}{l} 8x - 21y = 5, \\ 6x + 14y = -26. \end{array}$$

$$\text{練習 (5)} \quad \begin{array}{l} 34x - 15y = 4, \\ 51x + 25y = 101. \end{array} \quad (6) \quad \begin{array}{l} 65x + 17y = 113, \\ 39x - 15y = 93. \end{array} \quad (7) \quad \begin{array}{l} 19x + 85y = 350, \\ 17x + 119y = 442. \end{array}$$

$$4. \quad \begin{array}{l} 8x - 11y = 0, \\ 25x - 17y = 139. \end{array}$$

$$\text{練習 (8)} \quad \begin{array}{l} 3x - 11y = 0, \\ 16x - 19y = 119. \end{array} \quad (9) \quad \begin{array}{l} y = 2x - 12, \\ 2x + 3y + 4 = 0. \end{array} \quad (10) \quad \begin{array}{l} 3y = 5x - 3, \\ 5x - 6y + 4 = 0. \end{array}$$

$$(11) \quad \begin{array}{l} 3x - y = 0, \\ 6x - 5y = 3. \end{array}$$

$$5. \quad \begin{array}{l} \frac{6x}{7} - \frac{y}{4} = \frac{29}{7}, \\ \frac{5x}{3} - \frac{y}{4} = 9. \end{array} \quad \text{練習 (12)} \quad \begin{array}{l} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1, \\ \frac{x}{8} + \frac{y}{3} = \frac{3}{2}. \end{array} \quad (13) \quad \begin{array}{l} \frac{x}{5} + 5y = -4, \\ \frac{x}{5} + 6y = 1. \end{array}$$

$$6. \quad \begin{array}{l} 17x + 23y = 86, \\ 23x + 17y = 74. \end{array}$$

$$\text{練習 (14)} \quad \begin{array}{l} 15x + 19y = 18, \\ 19x + 15y = 50, \end{array} \quad (15) \quad \begin{array}{l} 51x - 15y = 231, \\ 15x - 51y = -165. \end{array}$$

$$7. \quad \begin{array}{l} 0.14x + 0.75y = 1.17, \\ 0.17x + 0.19y = 0.7. \end{array}$$

$$\text{練習 (16)} \quad \begin{array}{l} x + 0.2y = -1.4, \\ 4x - y = 16. \end{array} \quad (17) \quad \begin{array}{l} x + 0.2y = 0.3, \\ 1.7 + 0.01y = 0.345. \end{array}$$

$$8. \quad 3x - 4y + 2 = 5x - 6y - 2 = 7x + 2y + 4$$

練習 (18)  $4x-6y-3=7x+2y-4=-2x+3y+24$

(19)  $3x+\frac{7}{2}y-2=11y-\frac{2x}{5}=20$ . (20)  $\frac{x}{5}+5y+8=\frac{y}{5}+5x-4$ .

9.  $\frac{x-2}{3}-\frac{y+2}{4}=0$ ,  
 $\frac{2x-5}{5}-\frac{11-2y}{7}=0$ .

練習 (21)  $x+\frac{y-3}{3}=3$ ,  
 $\frac{2x+6y-5}{3}=\frac{21y+37}{6}$ .

(22)  $\frac{x+3}{3}=\frac{y+6}{2}$ ,  
 $\frac{2x-7}{3}=\frac{13-y}{10}$ .

(23)  $x-\frac{1}{2}(y-2)-\frac{1}{8}(x-3)=0$  (24)  $\frac{x}{3}+3y+12=0$   
 $x-\frac{1}{2}(y-1)-\frac{1}{3}(x-2)=0$   $\frac{x}{5}+5y+4=0$

(25)  $\frac{2x+3y}{5}+\frac{y+6}{7}=2$   
 $\frac{2x-5y}{3}+\frac{x+7}{4}=1$

10.  $x+3y+4z=14$ ,  $x+2y+z=7$ ,  $2x+y+2z=2$ .

練習 (26)  $2x-y+z=4$ ,  $5x+y+3z=5$ ,  $2x-3y+4z=20$ .

(27)  $x+y=2$ ,  $y+z=3$ ,  $z+x=7$ .

(28)  $x+y-z=1$ ,  $y+z-x=2$ ,  $z+x-y=3$ .

11.  $2x+3y=4$ ,  $3(x-y)-(x-6y)=4$  ハ如何ナル方程式ナルカ, 若シ  $y$  カ  $x$  ノ 3 分ノ 2 ナルトキハ如何.

12.  $3(x+y)-(x+6y)=0$  ヲ解ケ.

13.  $15x-9y=12$ ,  $3(x-y)=2(3-x)$  此ノ方程式ハ聯立スルカ.

14.  $\frac{x+2y}{7}=\frac{5x+6z}{9}=\frac{3y+4z}{8}$  ヲ解ケ.

## 第 参 節

### 一次方程式應用問題

61. 方程式應用問題 數ニ關スル事實ノ問題ニシテ方程式ヲ應用シテ解クコトヲ得ヘキモノ之ヲ方程式ノ應用問題トイフ.

62. 方程式ハ唯數ノ關係ヲ示シ事實ノ問題ハ主トシテ量ノ關係ヲ示ス, 而シテ此兩者ハ概ネ一致スレトモ元來ノ性質ガ異レルヲ以テ悉クハ一致シ居ルモノニアラサルカ故ニ方程式ヲ事實ノ問題ニ應用スルトキニ一致セサルコトアルハ當然ノコトニテ事實ノ問題ニヨリテ作りタル方程式ガ一次トナルトキハ概ネ一致スレトモ後章ニ解ク所ノ二次方程式ナルトキハ一部ハ一致スレトモ全部一致スルコトハ甚少ナシ.

一次方程式ノ場合ト雖トモ事實ノ問題ガ解答ヲ與フヘキ條件ヲ完全ニ與ヘララルニアラサレハ解答ヲ得ルコト能ハサルハ勿論ノコトナリ.

應用問題解法ハ事實ノ問題ナルカ故ニ猶算術ノ如ク常識ノ發達ヲ要ス, 而シテ算術ノ應用問題解法ニ比スレハ遙カニ容易ナリ, 何トナレハ算術ハ先ツ其ノ問題ノ理ヲ會得シ, カクスレハ答ガ得ラルルトイフコトヲ知リテ後ニ式ヲ作り計算シテ答ヲ得ルモノナルガ方程式ノ應用問題解法ハ問題ヲ解釋シツツ方程式ヲ作ルモノニテ, 即めのこニテ式ヲ作ルモノナリ.

例ハハ 15ヲ二分シ其ノ一部分ノ2倍ヲシテ他ノ一部分ニ等シカラシメヨ。

トイフ問題ヲ算術ニテ解答ヲ求ムレハ一部分ノ2倍ヲシテ他ノ一部分ニ等シカラシメタナラハ他ノ一部分ハ初メノ一部分ニッデアル然ラハ初メノ一部分三ニテ15トナルカ故ニ15ヲ3等分シテ初メノ一部分ヲ得ルコトトナル。

即一部分ハ  $15 \div 3 = 5$ , 他ノ一部分ハ  $5 \times 2 = 10$ .

即二部分ハ 5ト10トナリ。

算術ハ此ノ如ク問題ノ解釋ガ全部出來上リ而シテ式ヲ作り答ヲ得。

之ヲ方程式ニテ解答ヲ求ムレハ先ツ問フ所ノモノヲ未知數ニ定ム, 即一部分ヲ  $x$  トス, 然ラハ他ノ一部分ハ  $15-x$  ナリ。

之ニテ二部分ハ出來タルモノト考ヘ, 一部分ノ2倍カ他ノ一部分ナル條件ニテ方程式ヲ作ル。

即  $2x = 15 - x$  之レニテ問題ハ解釋セラレタルモノナリ。

即  $2x + x = 15$  即  $3x = 15$   $\therefore x = 5$ ,  $15 - 5 = 10$ .

即 めのこナルコトヲ知ルヘシ。

之ヲ要スルニ算術ハ其ノ答ヲ得ルコトヲ目的トシテ考フヘキモノ代數ハ方程式ヲ作ルコト即兩邊ニ相等シキ數ヲ置クコトヲ目的トシテ考フヘキモノナリ。

答ノ如キハ方程式解法ニ讓ルヘキモノニテ應用ニ於テハ方程式ヲ作ルコトガ主ニシテ答ノ如キハ深ク問フ所ニアラサルナリ。

而シテ答ヲ得ンニハ既ニ知ル所ノ方程式解法ニ委スヘキナリ。

### 63. 方程式應用問題解法

問題ヲ解カムトスルトキ先ツ其ノ問題ノ要點ヲ摘記シ且、同時ニ題意ヲ暗記シ、次ニ問フ所ノモノヲ未知數ニ定メ問題ニ現レタル數ヲ既知數トシ此等ヲ問題ガ示ス所ノ條件ニヨリテ等號ノ兩邊ニ相等シク置キテ方程式ヲ作ルヘシ。

次ニ數例ヲ示スヘシ。

【例一】父ハ70歳ニシテ子ハ45歳ナルモノアリ此ノ父ノ年齢ガ子ノ年齢ノ2倍ナルトキハ如何。

先要點ヲ摘記スレハ 父 70, 子 45,

問フ所ノモノハ現在ト2倍ナル時トノ間ノ年數ナルカ故ニ之ヲ未知數  $x$  年ト定ム。

然ラハ2倍ナル時ノ父ノ年齢ハ  $70+x$  ニシテ子ノ年齢ハ  $45+x$  ナリ。

是ニ於テ  $70+x$ ,  $45+x$ , 2倍ヲ等號ノ兩邊ニ置キ方程式ヲ作ル 即  $70+x = 2(45+x)$ .

之レ即求ムル所ノ方程式ニシテ問題ハ解釋セラレタルモノナリ。

若シ答ヲ得ントナラハ此ノ方程式ヲ解クヘキナリ。

本式ハ  $70+x = 90+2x$  即  $x = -20$ .

年數カ  $-20$  年ナルカ故ニ今ヨリ20年前ナルコトヲ知ル。

次ニ二元ヲ用ヒテ解ク例ヲ示スヘシ。

【例二】酒精ト水トヲ混合シテ容レタル甲, 乙二桶アリ酒精ト水トノ比甲桶ハ2:3ニシテ乙桶ハ5:2ナリ今此ノ兩桶ヨリ汲ミ出シテ酒精1斗2升, 水7升ヲ混合セルモノヲ造ラントス



各桶ヨリ汲ミ出ス量ハ幾何ナルカ。

先ツ要點ヲ摘記スレハ

甲酒水 2:3, 乙酒水 5:2, 精酒 12 升, 水 7 升,

次ニ甲ヨリ汲ミ出ス量ヲ  $x$  升, 乙ヨリ汲出ス量ヲ  $y$  升ト定ム。

二元ナルヲ以テ上ノ六項ニテ二式ヲ作ル。

先ツ甲ヨリ汲ミ出ス量ノ酒ダケヲ求ムレハ  $\frac{2}{2+3}x = \frac{2}{5}x$

次ニ乙.....  $\frac{5}{5+2}y = \frac{5}{7}y$

是ニ於テ等式ヲ作レハ

$$\frac{2}{5}x + \frac{5}{7}y = 12, \quad x + y = 12 + 7$$

之レ即所要ノ方程式ニシテ問題ハ解釋セラレタリ。

而シテ此方程式ヲ解ケハ

$$x = 5, \quad y = 14$$

即甲ヨリ汲出ス量ハ 5 升ニシテ乙ヨリ汲ミ出ス量ハ 14 升ナリ。

64. 應用問題ヲ解クニハ一元, 二元, 三元何レヲ用フルモ必要ニ應シテ隨意ナレトモ其ノ問題ニ就テ便ナル方ヲ取ルヘシ。

### 一次方程式應用ノ問題

1. 38 ヲ二分シ其ノ一部分ヲ他ノ一部分ノ 2 倍ヨリ 2 タケ大ナラシメヨ。

練習(1) 二數アリ其ノ和ハ 100 ニシテ其ノ差ハ 18 ナリト云フ各幾何ナルカ。

(2) 一數ニ 40 ヲ加ヘタルモノハ其ノ一數ノ 3 倍ナリトイフ其ノ一數ハ幾何ナルカ。

(3) 某數アリ其ノ 4 倍ヨリ 35 ヲ減シタルモノハ 35 ヲヨリ其ノ某數ヲ減シタルモノニ等シトイフ某數トハ幾何ナルカ。

(4) 25 ヲ二分シ其ノ差ヲ 7 ナラシメムニハ如何ニ分ツヘキカ。

(5) 100 ヲ二分シ其ノ一部分ノ 2 倍ヲシテ他ノ一部分ノ 3 倍ニ等シカラシムレハ其ノ各部分幾何トナルカ。

2. 一數アリ其ノ 4 分ノ 1 ト 5 分ノ 1 トノ差ノ 4 倍ハ其ノ 3 分ノ 1 ト 6 分ノ 1 トノ差ヨリ 4 タケ大ナリトイフ其ノ一數ハ幾何ナルカ。

練習(6) 一數アリ其ノ  $\frac{3}{4}$  ハ其ノ  $\frac{2}{3}$  ヲヨリ大ナルコト 3 ナリトイフ其ノ一數ハ幾何ナルカ。

(7) 二數アリ其ノ差ハ 20 ニシテ其ノ一數ノ  $\frac{1}{2}$  ハ他ノ一數ノ  $\frac{1}{6}$  ニ等シトイフ其ノ二數幾何ナルカ。

(8) 某數ノ  $\frac{1}{7}$  ト  $\frac{1}{8}$  トノ差ノ 50 倍ハ其ノ數ノ  $\frac{1}{2}$  ヲヨリ多キコト 44 ナリトイフ某數如何。

3. 甲乙二人其ノ所持金ヲ合スレハ 5000 圓ニシテ甲若シ自己ノ所持金タケテ乙ヨリ受取ルトキハ甲ノ所持金ハ乙ノ所持金ニ 3 倍ストイフ甲乙最初ノ所持金幾何ナルカ。

練習(9) 甲ハ 120 圓乙ハ 30 ヲ有ス, 甲ヨリ乙ニ幾何ヲ與ヘナハ乙ハ甲ノ半トナルヘキカ。

(10) A, B 二人アリ其ノ所持金合セテ 85 圓ニシテ B ノ所持金ハ A ノ所持金ヨリ 15 圓少シト云フ, 然ラハ各ノ所

持金幾何ナルカ。

(11) 甲乙二人アリ甲ハ87圓, 乙ハ47圓ヲ所持ス, 今此ノ二人カ同額ノ金ヲ得タルニヨリテ乙ノ所持金ハ甲ノ所持金ノ5分ノ3トナレリトイフ此ノ二人ノ各カ得タル金高ハ幾何ナルカ。

(12) A, B二人アリAハ40圓, Bハ35圓ヲ有ス, 然ルトキAハ毎日80錢ヲ得, Bハ毎日1圓10錢ヲ費ストキハ幾日ノ後Aノ所持金ガBノ所持金ノ2倍トナルカ。

4. 庭園アリ其ノ形ハ長方形ニシテ其ノ一邊ノ長サハ他ノ一邊ノ長サヨリ8間長シ, 今若シ其ノ各邊ガ二間ツツ減スルトキハ面積ノ減スルコト60坪ナリト云フ此ノ二邊ハ元幾間ナリシカ。

練習(13) 花壇アリ其ノ形ハ正方形ナリ, 今若シ其ノ各邊ヲ2尺ツツ短クスルトキハ36平方尺ヲ減スルト云フ此ノ花壇ハ幾平方尺ナルカ。

(14) 一隊ノ兵士ノ方陣ヲ作レルアリ各列ノ人數ト列數ト相等シ今此中ヨリ8列ヲ取リテ各列ニ12人宛ヲ増ストキハ過不及ナシト云フ兵士ノ數幾何ナルカ。

5. 父子アリ父ノ年齢5年後ニハ子ニ4倍シ10年後ニハ子ニ3倍ストイフ現今ノ年齢各幾何ナルカ。

練習(15) 父ハ40歳子ハ10歳ナルモノアリ父ノ年齢ガ子ノ年齢ノ2倍ナルトキハ如何。

(16) 父ハ60歳, 子ハ34歳ナルモノアリ父ノ年齢ガ子ノ年齢ノ3倍ナルトキハ如何。

(17) 42歳ノ父カ6歳, 3歳, 2歳ノ三兒ヲ持テリ三兒ノ

年齢ノ和カ父ノ年齢ノ半ニナルハ幾年ノ後ナルカ。

6. 時計ノ兩針カ3時ト4時トノ間ニテ相重ナルトキ其レハ何時ナルカ。

練習(18) 時計ノ兩針ガ8時ト9時トノ間ニ於テ相重ナルトキハ其レハ何時ナルカ。

7. 時計ノ兩針ガ7時ト8時トノ間ニ於テ直角ヲナストキ又一直線ヲナストキハ其レハ夫夫何時ナルカ。

練習(19) 時計ノ兩針カ4時ト5時トノ間ニ於テ直角ヲナストキハ其レハ何時ナルカ。

(20) 時計ノ兩針カ2時ト3時トノ間ニ於テ一直線ヲナストキハ其レハ何時ナルカ。

8. 陶器商アリ陶器24個ヲ賣リ2割5分ノ利益ヲ得ル管ナリシカ其ノ中3個破損セリ仍リテ利益ハ4圓50錢トナレリトイフ陶器1個ノ賣價幾何ナリシカ。

練習(21) 商人或品物ヲ2割ノ利益ヲ見テ定價トセシニ之ヲ1割5分ノ割引ヲナシテ賣リシカ利益ハ1圓アリシトイフ此ノ品物ノ原價ハ幾何ナリシカ。

(22) 或品物ヲ問屋ハ1割ノ利益ヲ得テ中買ニ賣リ中買ハ之ニ13圓ノ利益ヲ懸ケテ小賣商ニ賣リ, 小賣商ハ之ヲ三割ノ利益ヲ得テ素人ニ賣リシト若シ素人カ直接生産者ヨリ之ヲ買ヘハ47圓安價ニ買ヒ得ルト云フ問屋ノ買値幾何ナルカ。

9. 犬ノ兎ヲ追フアリ犬ガ2歩ニ跳フ處ハ兎ハ3歩ニ跳ヒ犬ガ3歩スル間ニ兎ハ4歩ストイフ今兎ガ先64歩走リシトキ犬之ヲ追フ然ラハ犬ハ幾歩ニシテ追及スヘキカ。

練習(23) 犬ノ兎ヲ追フアリ兎ハ犬ヨリ80歩先キニ走リシ

カ犬カ 3 歩ニ跳フ處ハ兎ハ 4 歩ニ跳ヒ犬カ 4 歩スル間ニ兎ハ 5 歩ストイフ然ラハ犬カ跳ヒ出シテヨリ兎カ幾歩走リタルトキ犬ハ兎ニ追及スヘキカ。

(24) 自轉車ニ乗リテ走ル人カ 720 間先キニ在ルトキ自動車ニ乗リテ之ヲ追フ人アリ、然ルニ自轉車ノ車輪カ 5 回轉ノ處ハ自動車ノ車輪ハ 4 回轉シ、自轉車ノ車輪カ 3 回轉スル間ニ自動車ノ車輪ハ 4 回轉ストイフ、自動車ハ幾間走リテ自轉車ニ追付クヘキカ。

但自轉車ノ輪周ハ 6 尺ナリトス。

10. 長サ 264 呎ノ通常列車ト急行列車トガ行進ヒ 7 秒ニシテ互ニ通過セリ、又通常列車ノ人が 3 秒ニシテ急行列車ノ通過スルヲ見タリトイフ、急行列車ノ長サ幾呎ナルカ。

練習 (25) 通常列車進行中長サ 352 呎ノ急行列車ガ疾驅シ來リテ 1 分 17 秒ニシテ追越シタリ、此時急行列車ニ乗レル人が 33 秒ニシテ通常列車ヲ追越スヲ見タリトイフ、通常列車ノ長サ幾呎ナルカ。

(26) 前問ノ急行ト通常トノ速度ノ比ハ 6 ト 5 トノ如シトイフ兩列車毎時ノ速各幾哩ナルカ。

11. 或人小舟ニ棹シ川瀬ヲ下リシニ 3 時間ニシテ 14 哩ノ處ニ達シ、又岸ニ沿ヒテ溯リシニ水勢前ノ 3 分ノ 2 ナリシカ故ニ 10.5 時間ニシテ原地ニ着セリトイフ上リ下リノ水速各幾何ナリシカ。

練習 (27) 前問ニ於テ流速ニ代ヘテ漕力ヲ求メヨ。

(28) 流速 2 哩ナル河ヲ漕力 7 哩ナル端艇カ往復セシニ 5 時 36 分ヲ費セリト云フ此距離幾何ナルカ。

(29) 河口ヨリ上ル舟カ河上ヨリ流シ來レル筏ト相會シテ其レヨリ 9 時間ヲ經テ舟ハ河上ニ達シ筏ハ河口ニ着セリトイフ、而シテ此ノ河上ト河口トノ距離ハ 12 里ナリトイフ此ノ舟夫ノ漕力幾何ナルカ。

12. 4400 貫ノ荷物ヲ運搬セントスルニハ馬車 15 輛貨物自動車 5 輛ヲ要シ、3760 貫ノ荷物ヲ運搬セントスルニハ馬車 16 輛貨物自動車 3 輛ヲ要ストイフ各 1 輛ノ積載量幾何ナルカ。

練習 (30) 上下二種ノ酒アリ上 5 升、下 7 升ノ代金ハ 31 圓 50 錢ニシテ上 8 升下 4 升ノ代金 32 圓 40 錢ナリトイフ各 1 升ノ價幾何ナルカ。

(31) 砂糖 5 斤、茶 8 斤、ノ價合セテ 13 圓 76 錢ニシテ同シ砂糖 7 斤茶 6 斤ノ價 11 圓 36 錢ナリト云フ砂糖及茶各 1 斤ノ價幾何ナルカ。

(32) 鶏ト兎ト合セテ 25 頭アリテ其足數合セテ 70 本アリトイフ各幾頭ナルカ。

(33) 或會ニ於テ會員ニ密柑ヲ分タントスルニ各員ニ 3 個宛トスレハ 45 個餘リ 4 個宛トスレハ 40 個不足スト云フ會員及密柑ノ數各幾何ナルカ。

13. 某會社ノ株券 30 株及社債券 15 株ヲ買ヒ 3630 圓ヲ支拂ヒ社債券ハ 5 分、株券ハ 4 分ノ利益ヲ得テ之ヲ賣リ 3788 圓 70 錢ヲ受取リタリトイフ各 1 株ノ買價幾何ナルカ。

練習 (34) 或人甲會社ノ株券 35 株、乙會社ノ株券 20 株ヲ買ヒテ 7590 圓支拂ヒ其ノ後之ヲ賣リテ 7803 圓ヲ受取リシカ甲會社ノ株券ハ 1 割下落シ、乙會社ノ株券ハ 1 割騰貴セルモノナリトイフ株券ノ各買價ヲ求ム。

14. 二位ノ數アリ其ノ數ハ其ノ數ノ十位ノ數字ト一位ノ數字カ表ハス數ノ和ノ6倍ニ3ヲ加ヘタルモノニ等シク、其ノ轉位數ハ又數字ノ和ノ4倍ニ9ヲ加ヘタルモノニ等シトイフ、此數ハ如何ナル數ナルカ。

練習(35) 二位ノ數アリ其ノ數ハ其ノ數ノ一位數字ヨリ十位數字ヲ減シタルモノノ20倍ヨリ5ヲ減シタルモノニ等シク其ノ轉位數ハ其ノ兩數字ノ和ノ7倍ヨリ3少ナシトイフ其ノ數如何。

(36) 二位ノ數アリ其ノ數ハ其ノ十位數字ト一位數字トノ差ニ21ヲ乘シタルモノニ等シク、又其ノ數ト其ノ轉位數トノ和ハ99ナリトイフ其ノ二位數如何。

15. 數字ノ和ノ4倍ニ等シキ二位數ノ總ヘテヲ求メヨ。

練習(37) 數字ノ和ノ7倍ニ等シキ二倍數ノ總テヲ求メヨ。

16. 甲乙丙三人ノ所持金ハ合セテ1000圓ニシテ甲ノ2倍ト乙ノ3倍ト丙ノ4倍トヲ合スレハ2800圓ナリ、又甲ノ3倍ハ乙ノ2倍ト丙トノ3倍トノ和ニ等シト云フ、甲乙丙各ノ所持金幾何ナルカ。

練習(38) 甲乙丙丁ノ四驛アリ丁驛ヨリ丙乙驛ヲ經テ甲驛ニ至ル距離ハ36哩ニシテ甲乙間ノ距離ト丙丁間ノ距離トノ和ハ乙丙間ノ距離ノ2倍ニ等シク、又甲乙間ノ距離ト丙丁間ノ距離トノ差ハ乙丙間ノ距離ノ半ニ等シト云フ、甲乙間、乙丙間、丙丁間ノ距離各如何。

17. 三位ノ數アリ其ノ數ハ其ノ數字ノ和ノ59倍ニ等シク其ノ數ノ一位數字ト百位數字ヲ取替ヘテ成ル數ハ其ノ數ヨリ396少ナク又一位數字ト百位數字トノ和ハ十位數字ノ2倍

ニ等シトイフ其ノ數ヲ求メヨ。

練習(39) 三位ノ數アリ其ノ數ハ數字ノ和ノ48倍ニ等シク其ノ數ノ一位數字ト百位數字ヲ取替ヘテ成ル數ハ其ノ數ヨリ198少ク又百位數字ト一位數字トノ差ハ十位數字ノ3分ノ2ニ等シトイフ其ノ數ハ如何ナル數ナルカ。

(40) 米3俵麥5俵大豆4俵ノ價合シテ174圓ニシテ米5俵ノ價ハ麥5俵ノ價ト大豆2俵ノ價ノ和ニ等シカリシガ其後米ハ2割下落シ麥ハ1俵ニ付3圓下落シ大豆ハ1割下落セシニヨリ米5俵麥3俵大豆2俵ノ價126圓ナリトイフ各1俵ノ元ノ價ヲ求メヨ。

(41) 或人A地ヲ出發シテ6時間後B地ニ到着セリ、而シテAB間ノ距離ハ9.5里ナリ、翌日B地ヲ出發シテ7.5時ニシテA地ニ歸着セリ然ルニ上リ、下リ平地ニテノ速サハ夫夫毎時1里、2里、1.5里ノ割合ナリトイフ上り道、下り道、平地ノ長サ各幾何ナルカ。

(42) 寶石入純金ノ指環アリソノ重サ9.1瓦ナリ、之ヲ水中ニテ量レハ8.1瓦ナリ、金ノ比重ハ19寶石ノ比重ハ2.5ナルコトヲ知リテ金及寶石ノ重サヲ求メヨ。

## 第 五 編

## 公式乗法 因數分解法

## 第 壹 節

## 公 式 乗 法

65. 公式乗法 乗法ハ其ノ式ノ形状ニヨリテ公式ヲ用ヒテ之ヲ行ヒ得ルモノ多シ、而シテ之ヲ行ハムニ其ノ式カ公式ノ左邊ノ形状ヲナスモノナラハ直ニ其ノ結果ヲ書キ下シ又其ノ形状ヲナササルモ其ノ形状ニナシ得ラルルモノハ其ノ形状ニナシテ後其ノ結果ヲ書キ下スモノトス。

又公式ハ乗法ヲ實行シテ之ヲ得ルモノナリ。

【第一】二數ノ和或ハ差ノ平方或ハ和ト差トノ積ノ公式

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$$

$$\text{即 } (a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \dots \dots \dots \text{公式 (22)}$$

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$$

$$\text{即 } (a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \dots \dots \dots \text{公式 (23)}$$

$$(a+b)(a-b)=a^2+ab-ab-b^2=a^2-b^2$$

$$\text{即 } (a+b)(a-b)=a^2-b^2 \dots \dots \dots \text{公式 (24)}$$

【例】 $(2a+b)^2$ ,  $(3a-5)^2$ ,  $(5a+2b)(5a-2b)$  ノ各ノ積ヲ公式ニヨリテ求メヨ。

$$(2a+b)^2=(2a)^2+2(2a)b+b^2=4a^2+4ab+b^2.$$

$$(3a-5)^2=(3a)^2-2(3a)5+5^2=9a^2-30a+25.$$

$$(5a+2b)(5a-2b)=(5a)^2-(2b)^2=25a^2-4b^2.$$

【第二】二項式ノ積ノ公式

$$(x+a)(x+b)=x^2+ax+bx+ab=x^2+(a+b)x+ab$$

$$\text{但シ } (a+b)x=ax+bx \text{ ヲ } y \text{ } ax+bx=(a+b)x \text{ トス。}$$

$$\text{即 } (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab \dots \dots \dots \text{公式 (25)}$$

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+adx+bcx+bd=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

$$\text{但シ } (ad+bc)x=adx+bcx \text{ ヲ } y \text{ } adx+bcx=(ad+bc)x \text{ トス}$$

$$\text{即 } (ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd \dots \dots \dots \text{公式 (26)}$$

【例】 $(x+3)(x+5)$ ,  $(2x+5)(3x+4)$  ノ各ノ積ヲ公式ニヨリテ求メヨ。

$$(x+3)(x+5)=x^2+(3+5)x+3 \cdot 5=x^2+8x+15.$$

$$(2x+5)(3x+4)=2 \cdot 3x^2+(2 \cdot 4+5 \cdot 3)x+5 \cdot 4=6x^2+23x+20.$$

【第三】積カ立方ノ和或ハ差トナル公式

$$\begin{aligned} (x+y)(x^2-xy+y^2) &=x(x^2-xy+y^2)+y(x^2-xy+y^2) \\ &=x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3=x^3+y^3 \end{aligned}$$

$$\text{即 } (x+y)(x^2-xy+y^2)=x^3+y^3 \dots \dots \dots \text{公式 (27)}$$

$$\begin{aligned} (x-y)(x^2+xy+y^2) &=x(x^2+xy+y^2)-y(x^2+xy+y^2) \\ &=x^3+x^2y+xy^2-x^2y-xy^2-y^3=x^3-y^3 \end{aligned}$$

$$\text{即 } (x-y)(x^2+xy+y^2)=x^3-y^3 \dots \dots \dots \text{公式 (28)}$$

【第四】二數ノ和ノ平方ト差ノ平方トノ和或ハ差ノ公式

$$\begin{aligned} (a+b)^2+(a-b)^2 &=a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2 \\ &=2a^2+2b^2=2(a^2+b^2) \end{aligned}$$

$$\text{即 } (a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2) \dots \dots \dots \text{公式 (29)}$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2=4ab$$

即  $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$  ..... 公式 (30)

【例】  $(2x+3y)^2 + (2x-3y)^2$ ,  $(5x+3)^2 - (5x-3)^2$  ノ各ヲ公式ニヨリテ簡單ニセヨ。

$$(2x+3y)^2 + (2x-3y)^2 = 2\{(2x)^2 + (3y)^2\} = 2(4x^2 + 9y^2).$$

$$(5x+3)^2 - (5x-3)^2 = 4(5x)3 = 60x.$$

【第五】 二數ノ和ノ立方或ハ差ノ立方ノ公式

$$\begin{aligned} (a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2+2ab+b^2) \\ &= a(a^2+2ab+b^2) + b(a^2+2ab+b^2) \\ &= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3 \\ &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \end{aligned}$$

即  $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$  ..... 公式 (31)

$$\begin{aligned} (a-b)^3 &= (a-b)(a-b)^2 = (a-b)(a^2-2ab+b^2) \\ &= a(a^2-2ab+b^2) - b(a^2-2ab+b^2) \\ &= a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3 \\ &= a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 \end{aligned}$$

即  $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$  ..... 公式 (32)

【例】  $(2a+3)^3$ ,  $(x-3y)^3$  ノ各ヲ公式ニヨリテ算セヨ。

$$\begin{aligned} (2a+3)^3 &= (2a)^3 + 3(2a)^2 \cdot 3 + 3(2a) \cdot 3^2 + 3^3 \\ &= 8a^3 + 36a^2 + 54a + 27, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-3y)^3 &= x^3 - 3x^2(3y) + 3x(3y)^2 - (3y)^3 \\ &= x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3. \end{aligned}$$

【第六】  $x+a$ ,  $x+b$ ,  $x+c$  ノ連乗積ノ公式

$$\begin{aligned} (x+a)(x+b)(x+c) &= (x^2+ax+bx+ab)(x+c) \\ &= x^3+ax^2+bx^2+abx+cx^2+cax+bcx+abc \\ &= x^3+(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x+abc \end{aligned}$$

即  $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$  ..... 公式 (33)

【例】  $(x+2)(x+3)(x+4)$  ノ公式ニヨリテ求メヨ。

$$\begin{aligned} (x+2)(x+3)(x+4) &= x^3 + (2+3+4)x^2 + (2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2)x + 2 \cdot 3 \cdot 4 \\ &= x^3 + 9x^2 + 26x + 24. \end{aligned}$$

【第七】 三項式ノ平方ノ公式

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= \{(a+b)+c\}^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\ &= a^2+2ab+b^2+2ca+2bc+c^2 \\ &= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca \end{aligned}$$

即  $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$  ..... 公式 (34)

【例】  $(x-y+2z)^2$  ノ公式ニヨリテ求メヨ。

$$\begin{aligned} (x-y+2z)^2 &= \{x+(-y)+(2z)\}^2 \\ &= x^2 + (-y)^2 + (2z)^2 + 2x(-y) + 2(-y)(2z) + 2(2z)x \\ &= x^2 + y^2 + 4z^2 - 2xy - 4yz + 4zx. \end{aligned}$$

【第八】 公式 (22), (23), (24), (31), (32) ニ於テ  $a$  ノ  $x$ ,  $b$  ノ  $1$ ; 公式 (27), (28) ニ於テ  $y$  ノ  $1$  トスレハ

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$
 ..... 公式 (35)

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$
 ..... 公式 (36)

$$(x+1)(x-1) = x^2 - 1$$
 ..... 公式 (37)

$$(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$$
 ..... 公式 (38)

$$(x-1)(x^2+x+1) = x^3-1$$
 ..... 公式 (39)

$$(x+1)^3 = x^3+3x^2+3x+1$$
 ..... 公式 (40)

$$(x-1)^3 = x^3-3x^2+3x-1$$
 ..... 公式 (41)

又前ト反對ニ公式 (22), (23), (24), (31), (32) ニ於テ  $a$  ノ  $1$ ,  $b$  ノ  $x$ ; 公式 (27), (28) ニ於テ  $x$  ノ  $1$  トスレハ

$$(1+x)^2=1+2x+x^2 \dots\dots\dots \text{公式 (42)}$$

$$(1-x)^2=1-2x+x^2 \dots\dots\dots \text{公式 (43)}$$

$$(1+x)(1-x)=1-x^2 \dots\dots\dots \text{公式 (44)}$$

$$(1+x)(1-x+x^2)=1+x^3 \dots\dots\dots \text{公式 (45)}$$

$$(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3 \dots\dots\dots \text{公式 (46)}$$

$$(1+x)^3=1+3x+3x^2+x^3 \dots\dots\dots \text{公式 (47)}$$

$$(1-x)^3=1-3x+3x^2-x^3 \dots\dots\dots \text{公式 (48)}$$

### 公式乘法問題

1.  $x+3y$ ,  $2x-y$  ノ各ノ平方及  $2a+3b$ ,  $2a-3b$  ノ乗積ヲ求メヨ.

練習(1)  $5+x$ ,  $x+7$ ,  $3a+b$ ,  $a+3b$ ,  $2a+5b$  ノ各ノ平方ヲ求メヨ.

(2)  $x-5$ ,  $7-x$ ,  $2a-b$ ,  $a-3b$ ,  $3a-2b$  ノ各ノ平方ヲ求メヨ.

(3)  $x+3$  ト  $x-3$ ,  $5+x$  ト  $5-x$ ,  $a+2b$  ト  $a-2b$ ,  $3a-2b$  ト  $3a+2b$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

2.  $x+7$  ト  $x+3$ ,  $x-5$  ト  $x-2$ ,  $x+5$  ト  $x-2$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

練習(4)  $x+2$  ト  $x+3$ ,  $a+6$  ト  $a+7$ ,  $y+21$  ト  $y+3$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

(5)  $x-9$  ト  $x-4$ ,  $b-1$  ト  $b-2$ ,  $z-4$  ト  $z-8$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

(6)  $a+8$  ト  $a-5$ ,  $a-8$  ト  $a+6$ ,  $x-2a$  ト  $x-3a$ ,  $x-5a$  ト  $x+3a$ ,  $x-4y$  ト  $x+2y$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

3.  $2a+3$  ト  $3a+4$ ,  $3x-2$  ト  $4x-3$ ,  $5x-7a$  ト  $2x+2a$  ノ各ノ乗積ヲ求メヨ.

練習(7)  $x+2$  ト  $2x+3$ ,  $3x-2$  ト  $2x-5$ ,  $5a-7$  ト  $4a-5$ ,  $2a-3b$  ト  $3a-2b$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

(8)  $y+3$  ト  $3y-1$ ,  $4x-7$  ト  $5x+2$ ,  $7x-2a$  ト  $6x+3a$ ,  $5x-4a$  ト  $3x+a$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

4.  $2x+1$ ,  $3a-1$ ,  $1+5a$ ,  $1-3x$  ノ各平方及  $3x-1$  ト  $3x+1$ ,  $1+7x$  ト  $1-7x$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

練習(9)  $4x+1$ ,  $5x-1$  ノ各平方ヲ求メヨ.

(10)  $1+ax$ ,  $1-ax$  ノ各平方ヲ求メヨ.

(11)  $2ax+1$  ト  $2ax-1$ ,  $1-3bx$  ト  $1+3bx$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

5.  $2x+3y$  ト  $4x-6xy+9y^2$ ,  $ax-by$  ト  $a^2x^2+abxy+b^2y^2$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

練習(12)  $2a+b$  ト  $4a^2-2ab+b^2$ ,  $a-3b$  ト  $a^2+3ab+9b^2$  ノ各乗積ヲ求メヨ.

6.  $2x+1$ ,  $1-3y$  ノ各立方ヲ求メヨ.

練習(13)  $3a+1$ ,  $4a-1$  ノ各立方ヲ求メヨ.

(14)  $1-ax$ ,  $1+2ax$  ノ各立方ヲ求メヨ.

7.  $(2a+3b)^2+(2a-3b)^2$ ,  $(3x+2y)^2-(3x-2y)^2$ ,  $(a+3)(a-2)(a+4)$  ノ各ヲ簡單ニセヨ.

練習(15)  $(x+2y)^2+(x-2y)^2$ ,  $(3x+5y)^2-(3x-5y)^2$ ,  $(x-1)(x-2)(x+3)$  ノ各ヲ簡單ニセヨ.

(16)  $(1+x)^2-(1-x)^2$ ,  $(2+x)^2+(2-x)^2$  ヲ簡單ニセヨ.

8.  $a-2b+3c$  ノ平方ヲ求メヨ.

練習 (17)  $a+b-2c, a-3b+5c$  ノ各平方ヲ求メヨ。

9.  $a-b-c-d$  ノ平方及  $x+2y+3z$  ト  $x-2y+3z$  トノ乘積ヲ求メヨ。

練習 (18)  $x-y+z-u, 2a+3b-c-4d$  ノ各平方ヲ求メヨ。

(19)  $x^2+y^2$  ト  $x^2-y^2, x^2+1$  ト  $x^2-1$  ノ各乘積ヲ求メヨ。

(20)  $2x+3y+4z$  ト  $2x+3y-4z$  トノ乘積ヲ求メヨ。

10.  $a-b, a+b, a^2+b^2, a^4+b^4$  ノ連乘積ヲ求メヨ。

(21)  $1-x, 1+x, 1+x^2, 1+x^4$  ノ連乘積ヲ求メヨ。

(22)  $(a+b)^2(a-b)^2, (x^2+x+1)^2(x^2-x+1)^2$  ヲ簡單ニセヨ。

(23)  $x^2+2ax+a^2, x^2+2ax-2a^2$  ノ乘積ヲ求メヨ。

(24)  $x+1, x+2, x+3, x+4$  ノ連乘積ヲ求メヨ。

(25)  $x^2+y^2$  ト  $x^4-x^2y^2+y^4, x^2-1$  ト  $x^4+x^2+1$  ノ各乘積ヲ求メヨ。

(26)  $(a+b+c)^2, (a+b-c)^2$  ノ和及差ヲ求メヨ。

(27)  $(2a-b+3c)^2-(2a-b-3c)^2, (x-2)(x-4)(x-6)(x-8), (x+y+z)(-x+y+z)(x-y+z)(x+y-z)$  ノ各ヲ算セヨ。

### 第 貳 節

## 因 數 分 解 法

### 66. 因數分解法

積ト其ノ因數トノ關係ニ於テ乘法ハ因數ヲ知リテ積ヲ求メ、除法ハ積ト其ノ因數ノ一部トヲ知リテ他ノ因數ヲ求メ、因數分解法ハ積ヲ知リテ之ヲ因數ニ分解スルモノナリ、即除法ハ乘法ノ一部ノ反對ニシテ因數分解法ハ乘法ノ正反對ナリ、

之ニヨリテ因數分解ヲナスニハ乘法ノ基本タル乘法配合定理ヲ反對ニシテ之ヲ公式トナセハ積ハ凡ヘテ之ニヨリテ因數分解ヲナスコトヲ得、然レトモ唯單ニ之レノミニヨルトキハ概ネ根本的ノ分解法トナリテ簡單ナルヲ得サルヲ以テ尙上ノ理ニヨリテ乘法公式ヲ反對ニシテ因數分解法ノ公式トナシ簡便ニ之ヲ行フモノトス。

#### 【第一】乘法配合定理

$$a(b-c+d+\dots) = ab-ac+ad+\dots$$

ノ兩邊ヲ反對ニ

$$ab-ac+ad+\dots = a(b-c+d+\dots) \dots \dots \dots \text{公式 (49)}$$

ト記シテ公式トナス、

本公式ハ各項ニ通有ノ因數アルトキハ之ヲ括弧外ニ出シテ因數ニ分解セラレタルモノト解釋スルコトヲ得、

即代數式ハ各項ニ通有ノ因數アルトキハ之ヲ括弧外ニ出シテ因數分解スルコトヲ得、

【例】  $5a^2bc-15a^2b^2c+25ab^3c$  ヲ因數分解セムニ本式ハ各項ニ  $5abc$  ナル因數ヲ通有ス、

$$\text{故ニ } 5a^2bc-15a^2b^2c+25ab^3c = 5abc(a^2-3ab+5b^2).$$

練習 (1)  $a^2-ab, 2ax+\frac{1}{2}x^2, 4x^3-3x^2$  ヲ因數分解セヨ。

(2)  $3ax^2-3ax^2y+3axy^2, x^4-5x^3y+20x^2y^2$  同上。

(3)  $11a^2bc^2-\frac{1}{5}ab^2c^3, p^2q^3r^6-7p^6q^5$  同上。

#### 【第二】乘法公式 (22), (23) ノ兩邊ヲ反對ニ記シテ

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2 \dots \dots \dots \text{公式 (50)}$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2 \dots \dots \dots \text{公式 (51)}$$

ヲ得、本公式ハ二數ノ各平方ノ和ニ二數ノ積ノ2倍ヲ加へ或



ハ減シタルモノナルトキハ二數ノ和ノ平方或ハ二數ノ差ノ平方ニ分解セラレタルモノト解釋スルコトヲ得.

即代數式カ二次三項式ニシテ其ノ二項カ何レモ某數ノ平方ニシテ他ノ一項カ其ノ某數ノ積ノ2倍ナルトキハ和或ハ差ノ平方ニ分解スルコトヲ得.

【例一】  $a^2+6ab+9b^2$  ヲ因數分解セムニ  $a^2$  ハ  $a$  ノ平方,  $9b^2$  ハ  $3b$  ノ平方,  $6ab$  ハ  $2a(3b)$  ニシテ即  $a$  ト  $3b$  トノ積ノ2倍ナルカ故ニ

$$a^2+6ab+9b^2=a^2+2a(3b)+(3b)^2=(a+3b)^2$$

【例二】  $9x^2-12xy+4y^2$  ヲ因數分解セムニ  $9x^2$  ハ  $3x$  ノ平方,  $4y^2$  ハ  $2y$  ノ平方,  $12xy$  ハ  $2(3x)(2y)$  ニシテ即  $3x$  ト  $2y$  トノ積ノ2倍ナルカ故ニ

$$9x^2-12xy+4y^2=(3x)^2-2(3x)(2y)+(2y)^2=(3x-2y)^2$$

練習(4)  $x^2+10xy+25y^2, 25a^2+30ab+9b^2, 4x^2+4x+1, 3a^2+6ab+3b^2, 4a^2x^2+4abxy+b^2y^2$  ヲ因數分解セヨ.

(5)  $a^2-6ab+9b^2, 4x^2-4x+1, 4a^2-12ab+9b^2, 1-8x+16x^2, 25a^4x^2-30a^3b^2xy+9b^4y^2, 4x^2y^2-x^4-4y^4$  ヲ因數分解セヨ.

(6)  $x^2y^2+x^3y+\frac{1}{4}xy^3, (a+b)^2+4c(a+b)+4c^2, (x^2+y^2)^2-2(x^2+y^2)c^2+c^4$  ヲ因數分解セヨ.

(7)  $4x^2y^2+4(a+b)xy+(a+b)^2, 9(a+b)^2-6c(a+b)+c^2$  ヲ因數分解セヨ.

【第三】 乘法公式(24)ノ兩邊ヲ反對ニ記シテ

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b) \dots \dots \dots \text{公式(52)}$$

ヲ得. 本公式ハ二數ノ各平方ノ差ガ二數ノ和ト差トノ二因數

ニ分解セラレタルモノト解釋スルコトヲ得.

【例一】  $4a^2-25b^2$  ヲ因數ニ分解セムニ  $4a^2$  ハ  $(2a)^2, 25b^2$  ハ  $(5b)^2$  トナスコトヲ得.

$$\text{故ニ } 4a^2-25b^2=(2a)^2-(5b)^2=(2a+5b)(2a-5b).$$

練習(8)  $25a^2-b^2, x^2-9y^2, 16x^2-9y^2, x^2-9y^4, 4a^2b^2-9c^2, 9a^2x^2-49b^2y^2, 49a^2b^2c^2-36x^2y^2z^2, 4xy^2-9x^3, 4x^2-1, 1-16b^2$  ヲ因數分解セヨ.

【例二】  $16a^4-81b^4$  ヲ因數分解セムニ

$$16a^4-81b^4=(4a^2)^2-(9b^2)^2=(4a^2+9b^2)(4a^2-9b^2) \\ = (4a^2+9b^2)(2a+3b)(2a-3b).$$

練習(9)  $a^4b^4-81c^4d^4, 81x^4y^4-1, 16a^4b^4c^4-1, a^{10}-a^2, x^3-y^3, a^8-b^8c^8$  ヲ因數分解セヨ.

【例三】  $(a+b+c)^2-(a-b-c)^2$  ヲ因數分解セムニ

$$(a+b+c)^2-(a-b-c)^2=\{(a+b+c)+(a-b-c)\}\{(a+b+c)-(a-b-c)\} \\ = (a+b+c+a-b-c)(a+b+c-a+b+c) \\ = 2a(2b+2c)=4a(b+c).$$

練習(10)  $(a+b)^2-4c^2, 4(x+y)^2-1, (2a+b)^2-(2b+a)^2, a^2-(2b-a)^2, (3a+b-2c)^2-(a+3b-c)^2, (3x^2+x-2)^2-(x^2-x-2)^2$  ノ各ヲ因數分解セヨ.

【第四】 乘法公式(27), (28)ノ兩邊ヲ反對ニ記シテ

$$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2) \dots \dots \dots \text{公式(53)}$$

$$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2) \dots \dots \dots \text{公式(54)}$$

本公式ハ立方ノ和  $x^3+y^3$  ヲ  $x+y$  ト  $x^2-xy+y^2$  トノ二因數ニ立方ノ差  $x^3-y^3$  ヲ  $x-y$  ト  $x^2+xy+y^2$  トノ二因數ニ分解セラレタルモノト解釋スルコトヲ得.

【例一】  $8a^3+27b^3$  を因数分解せよ  $= 8a^3$  は  $(2a)^3$ ,  $27b^3$  は  $(3b)^3$  ナル形ニナスコトヲ得.

$$\begin{aligned} \text{故} = 8a^3+27b^3 &= (2a)^3+(3b)^3 = (2a+3b)\{(2a)^2-(2a)(3b)+(3b)^2\} \\ &= (2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2). \end{aligned}$$

練習 (11)  $8a^3+b^3$ ,  $x^3+125y^3$ ,  $4a^3+32b^3$ ,  $8a^3b^3+x^3$ ,  $x^3y^3+\frac{1}{27}a^3b^3$ ,  $3a^4b+24ab^4$  ノ各ヲ因数分解せよ.

【例二】  $a^3b^3-\frac{1}{8}x^3y^3$  を因数分解せよ  $= a^3b^3$  は  $(ab)^3$ ,  $\frac{1}{8}x^3y^3$  は  $(\frac{1}{2}xy)^3$  トナスコトヲ得.

$$\begin{aligned} \text{故} = a^3b^3-\frac{1}{8}x^3y^3 &= (ab)^3-\left(\frac{1}{2}xy\right)^3 \\ &= \left(ab-\frac{1}{2}xy\right)\left\{(ab)^2+(ab)\left(\frac{1}{2}xy\right)+\left(\frac{1}{2}xy\right)^2\right\} \\ &= \left(ab-\frac{1}{2}xy\right)\left(a^2b^2+\frac{1}{2}abxy+\frac{1}{4}x^2y^2\right). \end{aligned}$$

【例三】  $(2y-x)^3-(2x-y)^3$  を因数分解せよ  $= 2y-x$  ナ公式ノ  $x$ ,  $2x-y$  ナ公式ノ  $y$  ト見レハ

$$\begin{aligned} (2y-x)^3-(2x-y)^3 &= \{(2y-x)-(2x-y)\} \\ &\quad \{(2y-x)^2+(2y-x)(2x-y)+(2x-y)^2\} \\ &= (2y-x-2x+y)(4y^2-4yx+x^2+4xy-2x^2-2y^2+xy+4x^2-4xy+y^2) \\ &= 9(y-x)(y^2-xy+x^2) \end{aligned}$$

練習 (12)  $(x+2y)^3-y^3$ ,  $(x+2y)^3+(y+2x)^3$ ,  $(x-3y)^3-(y-3x)^3$ ,  $(2y-x)^3+(2x-y)^3$  ノ各ヲ因数分解せよ.

【第五】 乗法公式 (25) ノ兩邊ヲ反對ニ記シテ

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b) \dots\dots\dots \text{公式 (55)}$$

ヲ得.

本公式ハ二次三項式ノ  $x^2$  ノ係數 1 ナルトキ  $x$  ノ係數ガ第

三項ヲ二因数ニ分テル其ノ二因数ノ和ニ等シキトキ  $x$  ニ其ノ二因数ノ各ヲ加ヘタル二因数ニ分解セラレタルモノト解釋スルコトヲ得.

故ニ二次三項式ハ其ノ第三項ヲ二因数ニ分テ之ヲ加ヘタルモノガ一次ノ係數ニ等シクナルトキハ一次ノ二因数ニ分解スルコトヲ得.

【例一】  $x^2+7x+12$  を因数分解せよ  $= 12$  は  $3 \times 4$  トシ之ヲ  $3+4$  トスレハ  $x$  ノ係數 7 ニ等シ, 故ニ  $x+3$ ,  $x+4$  ナル二因数ニ分解スルコトヲ得.

$$\text{即} \quad x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$$

$$\text{又} \quad x^2+7x+12=x^2+(3+4)x+3 \times 4=(x+3)(x+4)$$

トスルモ可ナリ.

練習 (13)  $x^2+5x+6$ ,  $x^2+4xy+3y^2$ ,  $a^2+8a+15$  ノ各ヲ因数分解せよ.

【例二】  $x^2-7x+10$  を因数分解せよ  $= 10$  は  $-2(-5)$  トシ之レヲ  $-2+(-5)=-7$  トスレハ  $x$  ノ係數トナル, 故ニ  $x-2$ ,  $x-5$  ノ二因数ニ分解スルコトヲ得.

$$\text{即} \quad x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$$

$$\text{又ハ} \quad x^2-7x+10=x^2+(-2-5)x+(-2)(-5)=(x-2)(x-5)$$

トスルモ可ナリ.

練習 (14)  $x^2-6x+8$ ,  $x^2-8x+15$ ,  $x^2-11x+18$ ,  $x^2-4x+3$ ,  $x^2-31x+240$  ノ各ヲ因数分解せよ.

【例三】  $(b+c)^2-6a(b+c)+5a^2$ ,  $a^2-3a-10$  ノ各ヲ因数分解せよ  $=$  前者ハ  $b+c$  ナ公式 (55) ノ  $x$  ト見テ分解スレハ可ナリ.

$$\begin{aligned} \text{即 } (b+c)^2 - 6a(b+c) + 5a^2 &= \{(b+c)-a\}\{(b+c)-5a\} \\ &= (b+c-a)(b+c-5a), \end{aligned}$$

後者ハ -10ヲ -5×2トシ之ヲ -5+2=-3トスレハ aノ係數トナル故ニ a-5, a+2ノ二因數ニ分解スルコトヲ得。

$$\text{即 } a^2 - 3a - 10 = (a-5)(a+2)$$

$$\text{又ハ } a^2 - 3a - 10 = a^2 + (-5+2)x + (-5)2 = (a-5)(a+2).$$

練習(15)  $x^2+4x-5, x^2+x-6, x^2+2x-35, x^2+5x-14, x^2-x-132, a^2-5ab-84b^2, a^2-\frac{3}{2}ab-b^2, x^2+(m+\frac{1}{m})xy+y^2, a^2+\frac{1}{3}a-\frac{2}{3}$ ノ各ヲ因數分解セヨ。

【例四】  $a^2+2ab-2ac-3b^2+2bc$ ヲ因數分解セムニ本式ノ如ク各項皆二次ナルモノハ其ノ中ノ一ツノ文字ニ就テ降置ニ列シ公式(55)ニヨリ分解スルモノトス。

即  $a^2+2ab-2ac-3b^2+2bc = a^2+2(b-c)a-b(3b-2c)$ トシ  $-b(3b-2c)$ ヲ  $-b, 3b-2c$ トシ之ヲ  $-b+3b-2c=2(b-c)$ トスレハ aノ係數トナル, 故ニ  $a-b, a+3b-2c$ ノ二因數ニ分解スルコトヲ得。

$$\begin{aligned} \text{即 } a^2+2ab-2ac-3b^2+2bc &= a^2+2(b-c)a-b(3b-2c) \\ &= (a-b)(a+3b-2c). \end{aligned}$$

練習(16)  $a^2+ab+2ca-2b^2+4bc, a^2+ab+ac-2b^2-4bc-2c^2$ ヲ因數分解セヨ。

【第六】 乘法公式(26)ノ兩邊ヲ反對ニ記シテ

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d) \dots \dots \dots \text{公式(56)}$$

ヲ得。

本公式ハ  $x^2$ ノ係數  $ac$ ヲ  $a, c$ ノ二因數ニ第三項ノ  $bd$ ヲ  $b, d$ ノ二因數ニ分チ  $a, d$ ノ積ト  $b, c$ ノ積トノ和  $ad+bc$ カ  $x$ ノ係數

トナルトキハ  $ax+b, cx+d$ ナル二因數ニ分解セラレタルモノト解釋スルコトヲ得。

故ニ二次三項式ニ於テ  $x^2$ ノ係數ヲ二ツノ因數ニ分チ其ノ各ト第三項ヲ二ツノ因數ニ分チタル各トノ二ツツノ因數ノ積ノ和ガ  $x$ ノ係數ニ等シケレハ公式(56)ノ右邊ノ如ク二ツノ因數ニ分解スルコトヲ得。

【例一】  $6x^2+13x+5$ ヲ因數分解セムニ 6ヲ  $2 \times 3$ トシ 5ヲ  $1 \times 5$ トシ之ヲ  $2 \times 5 + 1 \times 3 = 13$ トスレハ  $x$ ノ係數トナル, 故ニ本式ハ  $2x+1, 3x+5$ ナル二因數ニ分解スルコトヲ得。

$$\text{即 } 6x^2+13x+5 = (2x+1)(3x+5),$$

$$\begin{aligned} \text{又ハ } 6x^2+13x+5 &= 2 \times 3x^2 + (2 \times 5 + 1 \times 3)x + 1 \times 5 \\ &= (2x+1)(3x+5), \end{aligned}$$

又 6, 5ノ各ヲ二因數ニ分チ夫夫  $\left. \begin{matrix} 2 & \times & 1 \\ 3 & \times & 5 \end{matrix} \right\}$ ノ如ク縦ニ記シ斜メニ乘シ相加ヘタルモノガ  $x$ ノ係數トナルトキ上下ノ各ニテ二因數ヲ作ル, 即  $2 \times 5 + 1 \times 3 = 13$ トナルトキ  $2x+1, 3x+5$ ノ二因數ヲ作ル。

$$\text{即 } 6x^2+13x+5 = (2x+1)(3x+5),$$

此ノ方法ハ至ツテ便ナルヲ以テ多ク此方法ヲ用フ。

練習(17)  $2x^2+11x+12, 3x^2-10x+3, 3x^2-17x+10, 5x^2-38x+48, 4x^2-5xy+y^2$ ノ各ヲ因數分解セヨ。

【例二】  $7x^2-33x-54$ ヲ因數分解セムニ

$$7, -54ノ各ヲ夫夫 \left. \begin{matrix} 7 & \times & +9 \\ 1 & \times & -6 \end{matrix} \right\} \text{トシ } 7(-6) + 9 \times 1 = -33 \text{トスレ}$$

ハ  $x$ ノ係數  $-33$ トナルカ故ニ  $7x+9, x-6$ ノ二因數ニ分解スルコトヲ得。

$$\text{即 } 7x^2 - 33x - 54 = (7x+9)(x-6).$$

練習 (18)  $2x^2+3x-2$ ,  $3x^2+7x-6$ ,  $3x^2+11x-20$ ,  $9a^2+130a-75$ ,  $6a^2+25ab-25b^2$  ノ各ヲ因數分解セヨ.

【例三】  $a^2-3b^2-c^2-2ab+4bc$  ヲ因數分解セムニ本式ハ各項皆二次ナルカ故ニ  $a$  ニ就テ降冪ニ列シテ公式 (56) ヲ應用シテ分解スルモノトス.

$$\begin{aligned} \text{即 } a^2-3b^2-c^2-2ab+4bc &= a^2-2ab-3b^2+4bc-c^2 \\ &= a^2-2ab-(3b^2-4bc+c^2) \\ &= a^2-2ab-(3b-c)(b-c) \\ &= \{a-(3b-c)\}\{a+(b-c)\} \\ &= (a-3b+c)(a+b-c). \end{aligned}$$

練習 (19)  $a^2-ab-2ca-12b^2+22bc-8c^2$  ヲ因數分解セヨ.

(20)  $2a^2+ab-3b^2+5bc-2c^2$  ヲ因數分解セヨ.

【第七】 諸種ノ形ノ式ノ因數分解數例ヲ示ス.

【例一】  $x^4+x^2y^2+y^4$  ヲ因數分解スルコト.

$$\begin{aligned} x^4+x^2y^2+y^4 &= x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2 \\ &= (x^2+y^2)^2-(xy)^2 \\ &= (x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2). \end{aligned}$$

練習 (21)  $x^4+x^2+1$ ,  $x^4-23x^2y^2+y^4$ ,  $a^4-13a^2b^2+36b^4$ ,  $x^4-29x^2y^2+100y^4$  ノ各ヲ因數分解セヨ.

【例二】  $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15$  ヲ因數分解スルコト.

$$\begin{aligned} (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15 &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15 \\ &= \{(x^2+8x)+7\}\{(x^2+8x)+15\}+15 \\ &= (x^2+8x)^2+22(x^2+8x)+120 \\ &= (x^2+8x+12)(x^2+8x+10) \end{aligned}$$

$$= (x+2)(x+6)(x^2+8x+10)$$

即  $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15 = (x+2)(x+6)(x^2+8x+10)$ .

練習 (22)  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$ ,  $(x+3)(x+4)(x+9)(x+12)-3x^2$ , ノ各ヲ因數分解セヨ.

【例三】  $a^3+b^3+c^3-3abc$  ヲ因數分解スルコト.

$$\begin{aligned} a^3+b^3+c^3-3abc &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3-3ab(a+b)+c^3-3abc \\ &= (a+b)^3+c^3-3ab(a+b)-3abc \\ &= (a+b+c)\{a+b\}^2-c(a+b)+c^2\}-3ab(a+b+c) \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca). \end{aligned}$$

練習 (23)  $x^3-y^3+z^3+3xyz$ ,  $a^3-b^3+3ab+1$ ,  $a^3+b^3+6ab-8$  ノ各ヲ因數分解セヨ.

【例四】  $ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)$  ヲ因數分解スルコト.

$$\begin{aligned} ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2) &= abx^2+aby^2+a^2xy+b^2xy \\ &= bx(ax+by)+ay(ax+by) \\ &= (ax+by)(bx+ay). \end{aligned}$$

練習 (24)  $1-abx^3+(b-a^2)x^2$ ,  $a^2x+abx+ac+b^2y+aby+bc$  ノ各ヲ因數分解セヨ.

【例五】  $x^8+x^4y^4+y^8$  ヲ因數分解スルコト.

$$\begin{aligned} x^8+x^4y^4+y^8 &= x^8+2x^4y^4+y^8-x^4y^4 \\ &= (x^4+y^4)^2-(x^2y^2)^2 \\ &= (x^4+y^4+x^2y^2)(x^4+y^4-x^2y^2) \\ &= (x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2)(x^4+y^4-x^2y^2) \\ &= \{(x^2+y^2)^2-(xy)^2\}(x^4+y^4-x^2y^2) \\ &= (x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy)(x^4+y^4-x^2y^2). \end{aligned}$$

練習 (25)  $x^6+y^6-47x^4y^4$  ヲ因數分解セヨ.

## 第六編

## 最大公約數 最小公倍數

67. 約數 倍數 一ノ代數式ガ他ノ一ノ代數式ヲ除シテ整數ノ商ヲ得ルトキハ之ヲ整除スルト云ヒ前ノ式ヲ後ノ式ノ約數、後ノ式ヲ前ノ式ノ倍數ト云フ。

例ヘハ  $3x^3yz^2$  ヲ  $3x^2yz$  ニテ除スルトキハ  $xz$  ナル整數ノ商ヲ得、 $2a^2b^3c^4$  ヲ  $3ab^2e^3$  ニテ除スルトキハ  $\frac{2}{3}abc$  ナル整數ノ商ヲ得、又此ノ  $3x^2yz$  ヲ  $3x^3yz^2$  ノ約數、 $3x^3yz^2$  ヲ  $3x^2yz$  ノ倍數トイヒ、 $3ab^2e^3$  ヲ  $2a^2b^3c^4$  ノ約數、 $2a^2b^3c^4$  ヲ  $3ab^2e^3$  ノ倍數トイフ。

68. 公約數 公倍數 一ノ代數式ガ他ノ二ノ或ハ二ノ以上ノ代數式ノ各ノ約數ナラハ之ヲ此ノ公約數、又倍數ナラハ之ヲ此ノ公倍數ト云フ。

例ヘハ  $3a^2b^3$ 、 $15a^3b^2$  ニ於テ  $3a$ 、 $3a^2$ 、 $3b$ 、 $b^2$ 、 $ab^2$  等ハ何レモ此ノ二式ノ各ヲ整除シ得ルモノニシテ此ノ各ヲ此ノ二式ノ公約數トイヒ、 $15a^3b^3$ 、 $30a^4b^4$  等ハ何レモ此ノ二式ノ各ノ倍數ニシテ之ヲ此ノ二式ノ公倍數トイフ。

69. 最大公約數 最小公倍數 二ノ或ハ二ノ以上ノ代數式ノ公約數中次數ノ最大ナルモノヲ最大公約數、又公倍數中次數ノ最小ナルモノヲ最小公倍數トイフ、

最大公約數ハ略符 G. C. M 最小公倍數ハ略符 L. C. M ヲ用フルコトアリ。

例ヘハ 前章ノ  $3a^2b^3$ 、 $15a^3b^2$  ニ於ケル公約數中次數ノ最大ナルモノ  $3a^2b^2$  ハ此ノ兩式ノ最大公約數ニシテ、公倍數中次數ノ最小ナルモノ  $15a^3b^3$  ハ此ノ兩式ノ最小公倍數ナリ。

70. 單項式ノ最大公約數 最大公約數ハ二ノ以上ノ代數式ノ公約數中次數ノ最大ナルモノナルヲ以テ單項式ニ於テハ直ニ其ノ通有ノ因數ヲ悉ク取り其ノ乘積ヲ作り之ヲ最大公約數ト爲ス。

【例】  $3a^3b^2c^2$ 、 $6a^4b^3cd$ 、 $9a^2b^4c^5$  ノ G. C. M ヲ求ム。

此ノ各式ノ通有ノ因數ヲ悉ク取レハ  $3$ 、 $a^2$ 、 $b^2$ 、 $c$  ナルカ故ニ G. C. M ハ  $3a^2b^2c$  ナリ。

71. 單項式ノ最小公倍數 最小公倍數ハ二ノ以上ノ代數式ノ公倍數中次數ノ最小ナルモノナルヲ以テ單項式ニ於テハ直ニ其ノ通有ノ因數ハ次數ノ大ナルモノヲ取り通セサル因數ハ悉ク取り之レノ乘積ヲ作り之ヲ最小公倍數ト爲ス

【例】  $3a^3b^2c^2$ 、 $6a^4b^3cd$ 、 $9a^2b^4c^5$  ノ L. C. M ヲ求ム。

此ノ三式ニ通有ノ因數ノ次數ノ大ナルモノヲ取レハ  $a^4$ 、 $b^4$ 、 $c^5$  通セサルモノハ  $d$ 、係數ノ最小公倍數ハ  $18$  ナリ。

故ニ此ノ三式ノ L. C. M ハ  $18a^4b^4c^5d$  ナリ。

練習 (1)  $a^2b^3$  ト  $ab^3$ 、 $ab^2c^2$  ト  $a^2bc^3$ 、 $4x^3y^2$  ト  $8xy^3$ 、 $24a^2b^2x^4$  ト  $60a^3b^4x^5$ 、 $9a^2b^3x^4y^5$ 、ト  $8x^3y^6$ 、 $42axy^3z^3$  ト  $77b^3x^2y^4$  ノ G. C. M 及 L. C. M ヲ求メヨ。

(2)  $2x^2yz^3$  ト  $15xy^2z^2$ 、 $18x^2y^2z^2$ 、 $ab^2c^3x^4$  ト  $a^2bc^2x^3$  ト  $a^3b^2c^4x^5$ 、 $5a^2b^2x^3y^4$  ト  $15a^2b^3x^3y^5$  ト  $20a^4b^2x^4y^3$  ノ G. C. M 及 L. C. M ヲ求メヨ。

### 72. 因數分解ニヨル最大公約數 最小公倍數

多項式ニシテ因數分解シ得ルモノハ之ヲ行ヒ以テ單項式ト同様ニシテ最大公約數及最小公倍數ヲ求ムルコトヲ得.

【例一】  $ax^3(a-x)(a-2x)$ ,  $a^2x^2(a-2x)(a-3x)$ ,  $ax^2(a-2x)(a-3x)$  ノ G. C. M 及 L. C. M ヲ求メムニ, 此ノ如ク既ニ因數分解シアルモノハ直ニ求ムルコトヲ得.

即各式ニ通有ノ最大次數ノ因數ハ  $a, x^2, a-2x$  ナリ.

故ニ G. C. M ハ  $ax^2(a-2x)$  ナリ.

又 L. C. M ハ  $a^2x^3(a-x)(a-2x)^2(a-3x)$  ナリ.

【例二】  $6a^3b+18a^2b^2+12ab^3$ ,  $3a^4b-6a^3b^2-24a^2b^3$ ,  $4a^2b^2+8ab^3$  ノ G. C. M 及 L. C. M ヲ求ム.

先ツ因數分解スレハ

$$6a^3b+18a^2b^2+12ab^3=6ab(a^2+3ab+2b^2)=6ab(a+b)(a+2b),$$

$$3a^4b-6a^3b^2-24a^2b^3=3a^2b(a^2-2ab-8b^2)=3a^2b(a-4b)(a+2b),$$

$$4a^2b^2+8ab^3=4ab^2(a+2b),$$

故ニ G. C. M ハ  $ab(a+2b)$ ,

L. C. M ハ  $12a^2b^2(a+b)(a+2b)(a-4b)$ .

練習(3)  $x^2(x-a)^3$  ト  $x^3(x-a)^2$ ,  $3ab(a-b)(a+b)^2$  ト  $2ab^2(a-b)^2(a+b)^3$ ,  $b^4c^6(b-c)^2(b+c)^3$  ト  $b^2c^4(b-c)^3(b+c)$  ノ G. C. M 及 L. C. M ヲ求メヨ.

(4)  $a^2b+3b^3$  ト  $a^6-9a^2b^4$ ,  $a^6x^2-4a^4x^4$  ト  $a^6x^2-16a^2x^6$ ,  $x^2+3x+2$  ト  $x^2+6x+8$  ノ G. C. M 及 L. C. M ヲ求メヨ.

(5)  $x^3+3x^2y+2xy^2$  ト  $x^4+6x^3y+8x^2y^2$ ,  $3x^2-4x+1$  ト  $4x^2-5x+1$ ,  $3a^2-4ab+b^2$  ト  $4a^4-5a^3b+a^2b^2$  ノ G. C. M 及 L. C. M ヲ求メヨ.

(6)  $x^2-7xy+12y^2$  ト  $x^2-6xy+8y^2$  ト  $x^2-5xy+4y^2$ ,  $a^3b^2-5a^2b^3+6ab^4$  ト  $a^4b+5a^3b^2-14a^2b^3$  ト  $a^5b^3+2a^4b^4-8a^3b^5$  ノ G. C. M 及 L. C. M ヲ求メヨ.

### 73. ニツノ多項式ノ因數分解ニヨラサル最大公約數

ニツノ多項式ハ單項ノ通因數ヲ有クス且、同シ文字ニ就テ降冪或ハ昇冪ニ列シタルモノト定メ其ノ最大公約數ヲ求ムル理ヲ示スヘシ.

【第一】ニツノ代數式ノ一カ他ノ一ツヲ整除シ得ルトキハ前者ハ其ノ兩式ノ最大公約數ナリ.

何トナレハ前者ハ前者自身ヲ整除シ且後ヲ整除シ而シテ其兩式ヲ整除スル最高次ノ式ナルヲ以テナリ.

例ヘハ  $x^2+5x+1$ ,  $3x^3+10x^2-22x-5$  ニ於テ前者ハ後ヲ整除シ商  $3x-5$  ヲ得.

即  $x^2+5x+1$  ハ  $x^2+5x+1$ ,  $3x^3+10x^2-22x-5$  ヲ整除スル最大次數ノ式ナルカ故ニ  $x^2+5x+1$  ハ此ノ兩式ノ最大公約數ナリ.

【第二】ニツノ多項式カ一項ノ通因數ヲ含マサルトキ其ノ最大公約數ハ其ノ一式ト其ノ兩式ノ各ニ同シ文字ヲ含マサル或數ヲ乘シタルモノノ和又ハ差トノ最大公約數ニ等シ.

今ニツノ代數式ヲ A, B トシ同シ文字ヲ含マサルニツノ數ヲ p, q トスレハ A ト B トノ最大公約數ハ A ト  $pA \pm qB$  トノ最大公約數ト相等シ.

何トナレハ  $pA \pm qB = R$  ..... (1) ト置キ

移項シテ  $pA - R = \mp qB$  ..... (2) トスレハ

(1) = 於テ A ト B トノ最大公約數ハ R ノ因數ナルコト明カナリ,

故ニ A ト R トノ最大公約數ハ A ト B トノ最大公約數ヨリ其ノ次數ハ大ナルトモ小ナラス,

又 (2) = 於テ A ト R トノ最大公約數ハ B ノ因數ナルコト明カナリ, 故ニ A ト R トノ最大公約數ハ A ト B トノ最大公約數ヨリ大ナルコト能ハス,

故ニ A ト B トノ最大公約數ハ A ト R トノ最大公約數ト相等シ.

例ヘハ 二式  $\begin{cases} 3x^3+10x^2-22x-5 \dots\dots\dots (1) \\ 7x^3+44x^2+52x+9 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$  = 於テ

$3(7x^3+44x^2+52x+9)-7(3x^3+10x^2-22x-5)=62(x^2+5x+1) \dots\dots (3)$

トスレハ (1), (2) ノ最大公約數ハ (1) ト (3) トノ最大公約數ナリ,

又  $3x^3+10x^2-22x-5+5(x^2+5x+1)=3x(x^2+5x+1) \dots\dots\dots (4)$

トスレハ (1), (3) ノ最大公約數ハ (3) ト (4) トノ最大公約數ナリ,

而シテ (3) ト (4) トノ最大公約數ハ明ラカニ  $x^2+5x+1$  ナリ,

故ニ與ヘラレタル二式 (1), (2) ノ最大公約數ハ  $x^2+5x+1$  ナリ.

【第三】 二ツノ代數式ノ一ツニテ他ノ一ツヲ除シタル殘式ト其ノ一ツトノ最大公約數ハ初メノ二式ノ最大公約數ナリ.

之ヲ續行シ終ニ整除シ得ルニ至リ其ノ最後ノ除式ヲ以テ初メノ二式ノ最大公約數トナス,

今二式ヲ A, B トシ A ヲ以テ B ヲ除シタル殘式ヲ R トスレハ A ト R トノ最大公約數ハ A ト B トノ最大公約數ナリ,

次ニ R ヲ以テ A ヲ除シタル殘式ヲ S トスレハ R ト S トノ最大公約數ハ A ト R トノ最大公約數即 A ト B トノ最大公約數ナリ.

之ニヨリテ若シ S ヲ以テ R ヲ整除シ得タルモノトスレハ S ハ A ト B トノ最大公約數ナリ,

例ヘハ 今二ツノ代數式ヲ  $\begin{cases} 3x^3+10x^2-22x-5 \dots\dots\dots (1) \\ 7x^3+44x^2+52x+9 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$  トシ

又  $3(7x^3+44x^2+52x+9)=21x^3+132x^2+156x+27 \dots\dots\dots$  トシ

$$\begin{array}{r|l} 21x^3+132x^2+156x+27 & 3x^3+10x^2-22x-5 \\ 21x^3+70x^2-154x-35 & 7 \\ \hline 62x^2+310x+62 & =62(x^2+5x+1) \end{array}$$

トスレハ  $3x^3+10x^2-22x-5$  ト  $x^2+5x+1$  トノ最大公約數ハ (1) ト (2) トノ最大公約數ナリ,

何トナレハ此ノ理ハ第二ノ理其ノママニテ除法ノ形式ヲ取リタルニ過キサルナリ.

【第四】 第二ノ方法ニ於テハ最後ニ同一ノ式ヲ得ルニアラサレハ兩式ハ最大公約數ナク第三ノ方法ニ於テハ降羈ニ列シタルトキハ殘式ニ其ノ文字ヲ含マサルトキ, 昇羈ニ列シタルトキハ唯一項ノ殘式ヲ得ルニ至ルトキハ最大公約數ナシ,

何トナレハ第二ノ方法ニ於テハ順次次數ヲ減スルニヨリ最後ニ同一ノ式ヲ得ルヤ明ラカナリ,

第三ノ方法ニ於テ降羈ニ列シタルトキハ降羈ニ列シタル文字ニ就テノ最大公約數ヲ求ムルモノナルカ故ニ其ノ文字ヲ含マサルニ至レハ殘式ニ公約數アルコトナク, 昇羈ノトキハ原式ニ單項ノ約數ナキモノナルカ故ニ唯一項ノ殘式ニハ二項以上ノ因數ヲ含マス, 故ニ最大公約數ナシ.

【例一】  $x^3+2x^2-3, x^3+x^2-2$  ノ G. C. M ヲ求ム.

$x^3+2x^2-3-(x^3+x^2-2)=x^2-1=(x+1)(x-1)$

$$2(x^3+2x^2-3)-3(x^3+x^2-2)=-x^3+x^2=-x^2(x-1)$$

故 = G. C. M ハ  $x-1$  ナリ.

練習 (1)  $x^3+x-2$  ト  $x^3-x^2-4$ ,  $x^3-2x^2-x-6$  ト  $x^3-5x^2+9x-9$   
ノ G. C. M ヲ求メヨ.

$$(2) a^3+2a^2b-ab^2-2b^3 \text{ ト } a^3-2a^2b-ab^2+2b^3, \text{ 同上}$$

【例二】  $2+9a+14a^2+3a^3$  ト  $2a^4+9a^3+14a+3$  ノ G. C. M ヲ求ム.

$$3(2+9a+14a^2+3a^3)-2(2a^4+9a^3+14a+3)=a(5a^3+24a^2-1),$$

$$2(2+9a+14a^2+3a^3)-3(2a^4+9a^3+14a+3)=a^3-24a-5,$$

$$5a^3+24a^2-1-5(a^3-24a-5)=24(a^2+5a+1),$$

$$5(5a^3+24a^2-1)-(a^3-24a-5)=24a(a^2+5a+1),$$

故 = G. C. M ハ  $a^2+5a+1$  ナリ.

練習 (3)  $2a^3+5a^2+a-8$  ト  $3a^3-4a^2+9a-8$ ,  $2x^3-x^2-x-3$  ト  
 $3x^3+x^2+x-2$  ノ G. C. M ヲ求メヨ.

(4)  $8x^4-16x^3+x-2$  ト  $16x^4+4x^2+1$ ,  $2+2a-7a^2+5a^3+3a^4$   
ト  $2a^4+3a^3-2a^2+12a+5$  ノ G. C. M ヲ求メヨ.

【例三】  $x^3+3x^2-x-3$ ,  $x^4+4x^3-12x-9$  ノ G. C. M ヲ求ム.

$$x(x^3+3x^2-x-3)-(x^4+4x^3-12x-9)=-x(x^2+x^2-9x-9)$$

$$3(x^3+3x^2-x-3)-(x^4+4x^3-12x-9)=-x(x^3+x^3-9x-9)$$

故 = G. C. M ハ  $x^3+x^2-9x-9$  ナリ.

練習 (5)  $2a^2-5a+2$  ト  $12a^3-8a^2-3a+2$ ,  $a^3-4a+15$  ト  $a^4+a^2+25$   
ノ G. C. M ヲ求メヨ.

(6)  $12x^2-15xy+3y^2$  ト  $6x^3-6x^2y+2xy^2-2y^3$ ,  $2a^4+19a^2+35$   
ト  $a^3-3a^2+7a-21$  ノ G. C. M ヲ求メヨ.

【例四】  $x^3-2x^2+3x-6$ ,  $x^4-2x^2-3x-2$  ノ G. C. M ヲ除法ニ  
ヨリテ求ム.

$$\begin{array}{r|l} x^4 & -2x^2-3x-2 \\ x^4-2x^3+3x^2-6x & \\ \hline 2x^3-5x^2+3x-2 & \\ 2x^3-4x^2+6x-12 & \\ \hline -x^2-3x+10 & = -(x^2+3x-10) \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x^3-2x^2+3x-6 & \\ x^3+3x^2-10x & \\ \hline -5x^2+13x-6 & \\ -5x^2-15x+50 & \\ \hline 28x-56 & = 28(x-2) \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x^3+3x-10 & \\ x^3-2x & \\ \hline 5x-10 & \\ 5x-10 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x^3+3x-10 & \\ x^3+3x-10 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x^3+3x-10 & \\ x^3+3x-10 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x^3+3x-10 & \\ x^3+3x-10 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x^3+3x-10 & \\ x^3+3x-10 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

G. C. M ハ  $x-2$  ナリ.

練習 (7)  $5x^4-3x^3y+64y^4$  ト  $x^4-3xy^3+20y^4$ ,  $2a^3-11a^2+11a+4$  ト  
 $2a^4-3a^3+7a^2-12a-4$ ,  $2x^4-2x^2+x-1$  ト  $x^4-x^3+2x^2-x-1$  ノ G. C.  
M ヲ除法ニヨリテ求メヨ.

## 74. ニッノ多項式ノ因數分解ニヨラサル 最小公倍数

ニッノ多項式ノ最小公倍数ハ其ノ最大公約  
數ヲ以テ共一式ヲ除シタル商ト他ノ一式トノ積ニ等シ.

何トナレハ今ニッノ多項式ヲ A, B 共ノ最大公約數ヲ G ト  
トシ  $A \div G = a$ ,  $B \div G = b$  トスレハ  $A = Ga$ ,  $B = Gb$  ナリ.

故 = A, B ノ二式ハ  $Ga$ ,  $Gb$  ナルニヨリ A, B ノ最小公倍数  
ハ  $Ga$ ,  $Gb$  ノ最小公倍数ナリ, 而シテ  $a, b$  ニハ公因數ナシ, 故  
ニ定義ニヨリテ最小公倍数ハ  $Gab$  ナリ.

今 A, B ノ最小公倍数ヲ L トスレハ  $L = Gab$ ,

故 =  $L = Gab \times G \div G = Ga \times Gb \div G = A \times B \div G$ ,

即  $L = A \times (B \div G)$ .

【例】  $x^3+2x^2-3$ ,  $x^3+x^2-2$  ノ L. C. M ヲ求メヨ.

此ノ兩式ノ G. C. M ハ最大公約數第四例ニヨリテ  $x-1$   
ナリ, 故 = L. C. M ハ



$$(x^3+2x^2-3)((x^3+x^2-2)+(x-1))=(x^3+2x^2-3)(x^3+2x+2).$$

練習 (1)  $9x^3-x-2$ ,  $3x^3-10x^2-7x-4$  ノ L. C. M ヲ求メヨ.

(2)  $x^3-ax^2-a^2x+a^3$ ,  $x^3+ax^2-a^2x-a^3$  ノ L. C. M ヲ求メヨ.

(3)  $x^3+6x^2+11x+6$ ,  $x^3+10x^2+29x+20$  ノ L. C. M ヲ求メヨ.

### 75. 三ツノ多項式ノ因數分解ニヨラサル

#### 最大公約數及最小公倍數

最大公約數或ハ最小公倍數ノ何レニテモ先ツ二ツ式ノ其レヲ求メ其ノ結果ト第三式トノ最大公約數或ハ最小公倍數ヲ求ムレハ其ノ結果ハ初メノ三式ノ最大公約數或ハ最小公倍數ナリ.

【例一】  $x^4-7x^3+18x^2-19x+5$ ,  $2x^4-6x^3-x^2+9x-3$ ,

$x^4-x^3-5x^2+2x$  ノ最大公約數ヲ求ム.

$x^4-x^3-5x^2+2x$  ト  $2x^4-6x^3-x^2+9x-3$  トノ G. C. M ヲ求ムレハ  $x^2-3x+1$  ナリ.

$x^2-3x+1$  ト  $x^4-7x^3+18x^2-19x+5$  トノ G. C. M ヲ求ムレハ  $x^2-3x+1$ , 故ニ此ノ三式ノ G. C. M ハ  $x^2-3x+1$  ナリ.

【例二】  $x^4-7x^3+18x^2-19x+5$ ,  $2x^4-6x^3-x^2+9x-3$ ,

$x^4-x^3-5x^2+2x$  ノ L. C. M ヲ求ム.

$x^4-x^3-5x^2+2x$  ト  $2x^4-6x^3-x^2+9x-3$  トノ G. C. M ヲ求ムレハ  $x^2-3x+1$  ナリ.

而シテ  $(x^4-x^3-5x^2+2x) \div (x^2-3x+1) = x^2+2x$ ,

故ニ此ノ二式ノ L. C. M ハ

$$(2x^4-6x^3-x^2+9x-3)(x^2+2x)$$

ナリ.

之レト  $x^4-7x^3+18x^2-19x+5$  トノ G. C. M ハ  $x^2-3x+1$  ナリ.

而シテ  $(x^4-7x^3+18x^2-19x+5) \div (x^2-3x+1) = x^2-4x+5$

故ニ此ノ三式ノ L. C. M ハ

$$(2x^4-6x^3-x^2+9x-3)(x^2+2x)(x^2-4x+5) \text{ ナリ.}$$

練習 (1)  $x^3+6x^2+11x+6$ ,  $x^4+x^3-4x^2-4x$ ,  $x^3-7x-6$  ノ G. C. M 及 L. C. M ヲ求メヨ.

(2) 二ツノ三次式ノ G. C. M カ  $x^2+5x+7$  ニシテ L. C. M カ  $x^4+5x^3+6x^2-5x-7$  ナルトキハ其ノ二ツノ三次式ハ如何.

(3) 二ツノ三次式ノ一ツカ  $x^3-5x^2+6x-2$  ニシテ其ノ L. C. M カ  $3x^4-13x^3+8x^2+6x-4$  ナルトキ他ノ一ツノ三次式ヲ求メヨ.

## 第七編

## 分 數 式

76. 分數式 二ノ代數式ヲ  $A, B$  トシ  $A$  ヲ  $B$  ニテ除スルコトヲ  $\frac{A}{B}$  ト記シ之ヲ分數式ト稱シ、此ノ式ノ  $A$  ノ如キヲ分子  $B$  ノ如キヲ分母トイフ。

分數式ト區別センカ爲メニ分母ヲ有セサル式及分母ニ數字ノミヲ有スル式ヲ整式トイヒ又分母ニ文字ヲ有スルモ其ノ分子ノミニ有スル他ノ文字ニ就テハ之ヲ整式トイフ。

例ヘハ  $a^2+ab+b^2$ ,  $\frac{a+2b}{12}$  ハ整式ニシテ  $\frac{(x-a)(x-b)}{a-b}$  ハ  $x$  ニ就テハ整式ナリ。

## 77. 分數式基礎ノ定理

【第一】分數式ノ分母子ニ同數ヲ乘シテ得ル所ノ分數式ト原分數式トハ相等シ。

今分數式ヲ  $\frac{A}{B}$  トシ分母子ニ乘スル式ヲ  $D$  トスレハ

$$\frac{A}{B} = A \div B = A \times D \div D \div B = A \times D \div (D \times B) = \frac{A \times D}{D \times B}$$

$$\text{即 } \frac{A}{B} = \frac{A \times D}{B \times D} \dots \dots \dots \text{公式 (57)}$$

【第二】分數式ノ分母子ヲ同數ニテ除シテ得ル所ノ分數式ト原分數式トハ相等シ。

分數式ヲ  $\frac{A}{B}$  トシ分母子ヲ除スル式ヲ  $D$  トスレハ

$$\frac{A}{B} = A \div B = A \div D \times D \div B$$

$$= A \div D \div B \times D = A \div D \div (B \div D) = \frac{A \div D}{B \div D}$$

$$\text{即 } \frac{A}{B} = \frac{A \div D}{B \div D} \dots \dots \dots \text{公式 (58)}$$

78. 約分 分數式ノ分母子ヲ同數ニテ整除スルコトヲ約分ストイフ。

而シテ分數式ヲ最簡ニナサムトスルトキハ分母子ノ G. C. M ヲ以テ其ノ分母子ヲ除ス。

然レトモ分母子カ因數分解シ得ルトキハ之ヲ行ヒ通因數ヲ逐次ニ約分スルヲ便ナリトス。

而シテ其ノ最簡ニセル分數式ヲ既約分數式トイフ。

【例一】  $\frac{3a^3x^2y}{6a^2x^3y}$  ヲ最簡ニセムニ  $3, 6$  ニ就テ  $3$  ニテ約シ,  $a^3, a^2$  ニ就テ  $a$  ニテ約シ,  $x^2, x^3$  ニ就テ  $x$  ニテ約シ  $y, y$  ニ就テ  $y$  ニテ約シ次ノ如ク約分ノ結果ヲ得。

$$\frac{3a^3x^2y}{6a^2x^3y} = \frac{a}{2x}$$

【例二】  $\frac{a^2-8ab+7b^2}{a^2-3ab-28b^2}$  ヲ最簡ニセムニ分母子ヲ因數分解シテ前例ノ如ク約分ス。

$$\text{即 } \frac{a^2-8ab+7b^2}{a^2-3ab-28b^2} = \frac{(a-b)(a-7b)}{(a+4b)(a-7b)} = \frac{a-b}{a+4b}$$

【例三】  $\frac{x^4-x^3-x+1}{x^4-2x^3-x^2-2x+1}$  ヲ最簡ニセムニ分母子ノ G. C. M ヲ求ムレハ  $x^2+x+1$ , 之ニテ分母子ヲ除シ既約分數ヲ得。

即 
$$\frac{x^4 - x^3 - x + 1}{x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1} = \frac{(x^4 - x^3 - x + 1) \div (x^2 + x + 1)}{(x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1) \div (x^2 + x + 1)}$$

$$= \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 1}$$

練習 (1)  $\frac{a^3bc^2xy^2}{a^2bcx^2y^2}, \frac{p^2q^3x^2y^3z^4}{p^2q^2xy^2z^3}, \frac{m^3n^4x^2y^2z^5}{m^2nx^4y^2z^3}$  ナ最簡ニセヨ.

(2)  $\frac{x^2 - 7xy + 10y^2}{x^2 - 8xy + 12y^2}, \frac{1 - 8a^2b^2 + 7a^4b^4}{1 - 3a^2b^2 - 28a^4b^4}, \frac{(a^3 - x^3)(x^3 + a^3)}{x^4 + a^2x^2 + a^4}$

$\frac{(x+a)^3 + (x+b)^3 - (2x+a+b)^3}{(x+a)(x+b)(2x+a+b)}$  ナ最簡ニセヨ.

(3)  $\frac{2a^3 - 6a^2 + 7a - 3}{2a^3 - 5a + 6}, \frac{2x^3 + 5x^2y + xy^2 - 3y^3}{3x^4 + 3x^3y - 4x^2y^2 - xy^3 + y^4}$

$\frac{6x^4 - 5x^3 - 20x^2 + 1}{4x^4 - 17x^2 - 10x + 3}, \frac{2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 4}{2x^4 - x^3 - 9x^2 + 4x + 4}$  ナ最簡ニセヨ.

79. 分數式符號ノ變化 分數式ハ分子ヲ分母ニ

テ除シタルモノナルカ故ニ 38. ニ於ケル除法ノ符號ノ法則

(3), (4) ニヨリテ

$$\frac{-A}{B} = -\frac{A}{B}, \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B}$$
 ナルコト明ラカナリ.

即 
$$-\frac{A}{B} = \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B} \dots \dots \dots (1)$$
 ナリ.

又 27. 括弧用法及 33. 乗幂定理第四ニヨリテ

$a - b = -b + a = -(b - a)$  即  $a - b = -(b - a) \dots \dots (2)$

$(a - b)^2 = (-b + a)^2 = \{-(b - a)\}^2 = (b - a)^2$  即  $(a - b)^2 = (b - a)^2 \dots \dots (3)$

$(a - b)^3 = (-b + a)^3 = \{-(b - a)\}^3 = -(b - a)^3$  即  $(a - b)^3 = -(b - a)^3 \dots \dots (4)$

之ニヨリテ二數ノ差ノ順序ヲ換ヘタルモノノ奇數次ハ符號變化シ偶數次ハ符號變化セサルコトヲ知ル.

故ニ (1), (2), (3), (4) ニヨリテ分數式ニ次ノ如キ符號ノ變化

アルコトヲ知ル.

$\frac{a - b}{x - y} = \frac{-(b - a)}{x - y} = -\frac{b - a}{x - y}$  即  $\frac{a - b}{x - y} = -\frac{b - a}{x - y} \dots \dots (5)$

$\frac{a - b}{x - y} = \frac{a - b}{-(y - x)} = -\frac{a - b}{y - x}$  即  $\frac{a - b}{x - y} = -\frac{a - b}{y - x} \dots \dots (6)$

$\frac{a - b}{x - y} = \frac{-(b - a)}{-(y - x)} = \frac{b - a}{y - x}$  即  $\frac{a - b}{x - y} = \frac{b - a}{y - x} \dots \dots (7)$

$\frac{(a - b)^2}{(x - y)^2} = \frac{(b - a)^2}{(x - y)^2}, \frac{(a - b)^2}{(x - y)^2} = \frac{(a - b)^2}{(y - x)^2}, \frac{(a - b)^2}{(x - y)^2} = \frac{(b - a)^2}{(y - x)^2} \dots \dots (8)$

$\frac{(a - b)^3}{(x - y)^3} = \frac{-(b - a)^3}{(x - y)^3} = -\frac{(b - a)^3}{(x - y)^3}$  即  $\frac{(a - b)^3}{(x - y)^3} = -\frac{(b - a)^3}{(x - y)^3} \dots \dots (9)$

$\frac{(a - b)^4}{(x - y)^4} = \frac{(a - b)^4}{-(y - x)^4} = -\frac{(a - b)^4}{(y - x)^4}$  即  $\frac{(a - b)^4}{(x - y)^4} = -\frac{(a - b)^4}{(y - x)^4} \dots \dots (10)$

$\frac{(a - b)^5}{(x - y)^5} = \frac{-(b - a)^5}{(y - x)^5} = \frac{(b - a)^5}{(y - x)^5}$  即  $\frac{(a - b)^5}{(x - y)^5} = \frac{(b - a)^5}{(y - x)^5} \dots \dots (11)$

【例】  $\frac{(x^2 - y^2)(x^2 + xy + y^2)}{(y^3 - x^3)(x^2 + 2xy + y^2)}, \frac{(b^2 - a^2)(b^3 - a^3)(a + b)}{(a^2 + 2ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)}$

$\frac{(b^3 - a^3)(b^2 - a^2)(b - a)(a^2 - ab + b^2)}{(a^4 + a^2b^2 + b^4)(a^2 - 2ab + b^2)(a^2 - b^2)}$  ナ最簡ニセヨ.

$\frac{(x^2 - y^2)(x^2 + xy + y^2)}{(y^3 - x^3)(x^2 + 2xy + y^2)} = \frac{(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{-(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)^2} = -\frac{1}{x + y}$

$\frac{(b^2 - a^2)(b^3 - a^3)(a + b)}{(a^2 + 2ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)} = \frac{(b + a)(b - a)(b - a)(b^2 + ba + a^2)(a + b)}{(a + b)^2(a^2 + ab + b^2)}$

$= (b - a)^2$

$= (a - b)^2$

$\frac{(b^3 - a^3)(b^2 - a^2)(b - a)(a^2 - ab + b^2)}{(a^4 + a^2b^2 + b^4)(a^2 - 2ab + b^2)(a^2 - b^2)}$

$= \frac{(b - a)(b^2 + ba + a^2)(b - a)(b + a)(b - a)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)(a - b)^2(a + b)}$

$= \frac{(b - a)^3}{(a - b)^3} = -\frac{(a - b)^3}{(a - b)^3} = -1.$

練習 (1)  $\frac{x^2-ax}{a^2-x^2}, \frac{(x^2+4x-12)(x^2-2x+4)}{(4-x^2)(x^2+8)}$  を最簡ニセヨ.

(2)  $\frac{(x^2-4xy+4y^2)(x^2-3xy-4y^2)}{(8y^2-6yx+x^2)(2y-x)}$  を最簡ニセヨ.

**80. 通分母法** 異分母ナル二以上ノ既約分數式ノ値ヲ變スルコトナク次數ノ最小ナル同分母ノ分數式ニ化スル法ヲ通分母法トイフ.

異分母ナル分數式ヲ通分母ニ爲サムニハ分母ノ最小公倍數ヲ求メ之ヲ公分母トナシ、之ヲ原分數式ノ各分母ニテ除シ其ノ各商ヲ夫夫其ノ分子ニ乘スヘシ.

【例】  $\frac{a^2}{ax^2y(x+y)}, \frac{b^2}{b^2xy^2(x-y)}, \frac{c}{x^2y^2(x^2-y^2)}$  を通分母セムニ先之ヲ既約分數ニナセハ

$$\frac{a}{x^2y(x+y)}, \frac{b}{xy^2(x-y)}, \frac{c}{x^2y^2(x^2-y^2)}$$

次ニ分母ノ最小公倍數ヲ求ムレハ  $x^3y^2(x^2-y^2)$  之ヲ公分母トス.

$$x^3y^2(x^2-y^2) \div x^2y(x+y) = y^2(x-y) \dots\dots\dots (1)$$

$$x^3y^2(x^2-y^2) \div xy^2(x-y) = x^2(x+y) \dots\dots\dots (2)$$

$$x^3y^2(x^2-y^2) \div x^2y^2(x^2-y^2) = xy \dots\dots\dots (3)$$

此ノ (1), (2), (3) を順次ニ上ノ既約分數式ノ分子ニ乘シ之ヲ新分子トシ公分母ヲ分母トスレハ

$$\frac{ay^2(x-y)}{x^3y^2(x^2-y^2)}, \frac{bx^2(x+y)}{x^3y^2(x^2-y^2)}, \frac{cxy}{x^3y^2(x^2-y^2)}$$

之レ即原分數式ヲ通分母ニナシタルモノナリ.

其ノ理ハ凡ソ或一ノ分數式ハ其ノ値ヲ變スルコトナク其

ノ分母ヲ變化セムニハ分母子ニ同數ヲ乘スルカ或ハ分母子ヲ同數ニテ除スルカニ在リテ他ニ方法ナシ.

故ニ既ニ通分母ニナリシ各分數式ハ原分數式ノ分母子ニ同數ヲ乘シテ得ラレタルモノナルコトヲ知ル.

故ニ此ノ公分母ハ原分數式ノ分母ノ倍數ナルコト明ラカニシテ而カモ最小ナルモノナルヲ以テ公分母ハ原分數式ノ分母ノ L. C. M ナリ.

故ニ通分母セムニハ分母ノ L. C. M ヲ求メ之ヲ分母トナシ之ヲ原分數式ノ分母ニテ除シ其ノ分母ニ乘シタル數ヲ求メ之ヲ分子ニ乘シ新分母ト爲スモノナリ.

**81. 分數式加減法** 【第一】 同分母ノ分數式ノ加減

法ハ分子ノ和、差ヲ分子トシ其ノ一分母ヲ分母トナス.

何トナレハ同分母ノ分數式ヲ  $\frac{a}{d}, \frac{b}{d}, \frac{c}{d}$  トスレハ

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} - \frac{c}{d} = a \div d + b \div d - c \div d \quad \text{【76. 定義】}$$

$$= (a+b-c)d \quad \text{【公式 (21)】}$$

$$= \frac{a+b-c}{d} \quad \text{【76. 定義】}$$

【例】  $\frac{x^2}{a(x^2-y^2)} - \frac{2xy}{a(x^2-y^2)} + \frac{y^2}{a(x^2-y^2)}$  を簡單ニセムニ

$$\frac{x^2}{a(x^2-y^2)} - \frac{2xy}{a(x^2-y^2)} + \frac{y^2}{a(x^2-y^2)} = \frac{x^2-2xy+y^2}{a(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{(x-y)^2}{a(x^2-y^2)} = \frac{x-y}{a(x+y)}$$

練習 (1)  $\frac{a^2}{a+b} + \frac{ab}{a+b}, \frac{x^3}{x^3+y^3} + \frac{x^2y}{x^3+y^3}$

$$(2) \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+a} = \frac{(a+b)^2}{a(a^2-ab+b^2)} + \frac{(a-b)^2}{a(a^2-ab+b^2)} - \frac{2ab}{a(a^2-ab+b^2)}$$

$$\frac{(x+y)^2}{4x^2+8xy} - \frac{(x-y)^2}{4x^2+8xy} + \frac{8y^2}{4x^2+8xy} \quad \text{ヲ簡單ニセヨ.}$$

【第二】異分母ノ分數式加減法ハ各分數式ヲ通分母ニシテ第一ノ如クニ加減ヲ行フ.

【例】  $\frac{1}{a} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2}$  ヲ最簡ニセムニ本式ハ異分母ナルカ故ニ先通分母ニスレハ

$$\frac{1}{a} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} = \frac{(a+1)(a+2)}{a(a+1)(a+2)} - \frac{2a(a+2)}{a(a+1)(a+2)} + \frac{a(a+1)}{a(a+1)(a+2)}$$

$$\text{故ニ} \quad \frac{1}{a} - \frac{2}{a+1} + \frac{1}{a+2} = \frac{(a+1)(a+2) - 2a(a+2) + a(a+1)}{a(a+1)(a+2)}$$

$$= \frac{2}{a(a+1)(a+2)}$$

練習(3)  $\frac{4x}{y} - \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}, \quad \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{x-3}$

$$\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} + \frac{4b^2}{a^2-b^2}, \quad \frac{x}{x-1} - 1 - \frac{1}{x(x-1)} \quad \text{ヲ最簡ニセヨ.}$$

【第三】分數式加減ノ簡便法 分數式ハ其ノ形狀ニヨリテ簡便ニ加減ヲナスコトヲ得.

【例一】  $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}$  ノ如ク二ノ分數カ分母ニ通因數ヲ有タサルトキハ通分母ヲナスノ必要ナク分母ヲ斜メニ分子ニ乘シテ之ヲ分子トシ兩分母ヲ乘シテ之ヲ分母トナスヘシ.

$$\text{即} \quad \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} = \frac{a(a-b) + b(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)}$$

但シ此ノ方法ハ通分母ニナスト同理ニシテ唯方法ヲ簡便ニナシタルニ過キス.

【例二】  $\frac{a}{b(a-b)} - \frac{a}{a^2-b^2}$  ノ如ク二ノ分數式カ分母ニ通因數ヲ有スルモノハ其ノ通因數ヲ省フキ通セサル因數ノミヲ斜メニ乘シテ分子トナシ分母ハ通因數ノ一ヲ省フキ相乘シテ之ヲ分母トナス,

$$\text{即} \quad \frac{a}{b(a-b)} - \frac{a}{a^2-b^2} = \frac{a(a+b) - ab}{b(a^2-b^2)} = \frac{a^2}{b(a^2-b^2)}$$

【例三】  $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x-3}$  ノ如ク三以上ノ分數式ニシテ分母ニ通因數ヲ有タサルトキハ其ノ一ノ分數式ノ分子ニ他ノ分數式ノ分母ヲ乘シ尙次々ノ分數式ニ同法ヲ施シ夫夫ニ分數式ノ符號ヲ付シテ分子トシ、分母ノ連乘積ヲ以テ分母トナスヘシ.

$$\text{即} \quad \frac{1}{x+3} - \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x-3} = \frac{(x-1)(x-3) - 2(x+3)(x-3) + (x+3)(x-1)}{(x+3)(x-1)(x-3)}$$

$$= \frac{2(9-x)}{(x+3)(x-3)(x-1)}$$

練習(4)  $\frac{2}{x-5} - \frac{1}{x+3}, \quad \frac{x+3}{x-6} + \frac{1-x}{x+4}, \quad \frac{1}{x-4y} - \frac{1}{x-5y}$

$$\frac{1}{3a-2b} - \frac{1}{5a-2b}, \quad \frac{a+2b}{a-2b} + \frac{2b-a}{2b+a}, \quad \frac{2x+3y}{2x-3y} - \frac{3y-2x}{3y+2x} \quad \text{ヲ簡單ニセヨ.}$$

$$(5) \quad \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2}, \quad \frac{1}{3+a} + \frac{6}{a^2-9}, \quad \frac{1}{a-2} + \frac{2}{(a-2)^2}$$

$$\frac{a-b}{a^2b} + \frac{a-b}{ab^2}, \quad \frac{1}{x^2+2x-8} + \frac{1}{x^2-5x+6} \quad \text{ヲ簡單ニセヨ.}$$

$$(6) \quad \frac{4x}{y} - \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}, \quad \frac{3}{2x-4} - \frac{1}{x+4} - \frac{x+10}{2x^2+8}$$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{2(x+2)} - \frac{x+3}{2(x^2+1)} \quad \text{ヲ簡單ニセヨ.}$$

【例四】  $\frac{a}{a-x} + \frac{a}{a+x} + \frac{2a^2}{a^2+x^2} + \frac{4a^4}{a^4+x^4}$  ノ如キ特別ノ形狀ヲ

ナスモノハ例一ヲ利用シテ逐次ニ加法ヲ行フ。

$$\begin{aligned} \text{即 } \frac{a}{a-x} + \frac{a}{a+x} + \frac{2a^2}{a^2+x^2} + \frac{4a^4}{a^4+x^4} &= \frac{2a^2}{a^2-x^2} + \frac{2a^2}{a^2+x^2} + \frac{4a^4}{a^4+x^4} \\ &= \frac{4a^4}{a^4-x^4} + \frac{4a^4}{a^4+x^4} \\ &= \frac{8a^8}{a^8-x^8} \end{aligned}$$

【例五】  $\frac{1}{x-3} - \frac{3}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x+3}$  ノ如キ特別ノ形狀ヲナス

モノハ分母ノ和ト差トヲ利用シテ部分ノ加減ヲ行ヒ後全部ニ及ホスヘシ。

$$\begin{aligned} \text{即 } \frac{1}{x-3} - \frac{3}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x+3} &= \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3} + \frac{3}{x+1} - \frac{3}{x-1} \\ &= \frac{6}{x^2-9} + \frac{-6}{x^2-1} \\ &= \frac{48}{(x^2-9)(x^2-1)} \end{aligned}$$

練習(7)  $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4}, \frac{1}{a-1} - \frac{1}{2(a+1)} - \frac{a+3}{2(a^2+1)}$

$$\frac{3-a}{1-3a} - \frac{3+a}{1+3a} - \frac{1-16a}{9a^2+1}, \frac{x}{a-x} - \frac{x}{a+x} - \frac{2x^2}{a^2+x^2} - \frac{4x^4}{a^4+x^4} \text{ ヲ簡單ニセヨ。}$$

$$(8) \frac{4}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x-1}, \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x} + \frac{1}{x+1},$$

$$\frac{1}{a} - \frac{3}{a+1} + \frac{3}{a+2} - \frac{1}{a+8}, \frac{1}{a-2} - \frac{2}{a-1} + \frac{4}{a^2} + \frac{2}{a+1} - \frac{1}{a+2},$$

$$\frac{1}{x} - \frac{4}{x+1} + \frac{6}{x+2} - \frac{4}{x+3} + \frac{1}{x+4} \text{ ヲ最簡ニセヨ。}$$

$$(9) \frac{1}{x^2-5x+6} - \frac{2}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-3x+2},$$

$$\frac{1}{a(a-1)} + \frac{2}{1-a^2} + \frac{1}{a(a+1)}, \frac{2a}{(x-2a)^2} - \frac{x-a}{x^2-5ax+6a^2} + \frac{2}{x-3a},$$

$$\frac{x-1}{(x-2)(x-3)} - \frac{2(x-2)}{(x-3)(x-1)} + \frac{x-3}{(x-1)(x-2)},$$

$$\frac{x+2}{2x^2+x-1} - \frac{2x-3}{4x^2-1} - \frac{1}{2x^2+3x+1} \text{ ヲ最簡ニセヨ。}$$

$$(10) \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1} + \frac{2x(x-1)^2}{x^4+x^2+1} + \frac{2x^2(x^2-1)^2}{x^8+x^4+1},$$

$$\frac{x^2y^2}{a^2b^2} + \frac{(x^2-a^2)(y^2-a^2)}{a^2(a^2-b^2)} + \frac{(x^2-b^2)(y^2-b^2)}{b^2(b^2-a^2)},$$

$$\frac{x^3-ax(x-1)-a^2}{x^2-a^2} + \frac{x^5-cx^3+bx^2-bc}{x^4+ax^3+bx+ab},$$

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)},$$

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \text{ ヲ最簡ニセヨ。}$$

### 82. 分 數 式 乘 法 【第一】 分 數 式 ト 整 式 ト ノ 乘 法 ハ

整 式 ヲ 分 子 ニ 乗 ス ル カ 或 ハ 整 式 ヲ 以 テ 分 母 ヲ 除 ス。

分 數 式 ヲ  $\frac{A}{B}$ , 整 式 ヲ C ト ス レ ハ

$$\frac{A}{B} \times C = \frac{A \times C}{B}, \quad \frac{A}{B} \times C = \frac{A}{B \div C},$$

何 ト ナ レ ハ  $\frac{A}{B} \times C = A \div B \times C = A \times C \div B = \frac{A \times C}{B}$ , 【公式(18)】

或 ハ  $\frac{A}{B} \times C = A \div B \times C = A \div (B \div C) = \frac{A}{B \div C}$ , 【公式(19)】

$$\text{即 } \frac{A}{B} \times C = \frac{A \times C}{B}, \quad \frac{A}{B} \times C = \frac{A}{B \div C} \dots \dots \dots \text{公式(59)}$$

【第二】 分數式ト分數式トノ乘法ハ兩分數式ノ分子ノ積ヲ分子トシ分母ノ積ヲ分母トス.

兩分數式ヲ  $\frac{A}{B}, \frac{C}{D}$  トスレハ  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D}$ ,

何トナレハ  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = A \div B(C \div D) = A \div B \times C \div D$   
 $= A \times C \div B \div D = A \times C \div (B \times D)$   
 $= \frac{A \times C}{B \times D}$

即  $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D}$  ..... 公式 (60)

【第三】 分數式ノ乗冪ハ共ノ分母子ノ各ヲ同次數ノ乗冪ニナシタル分數式ト相等シ.

分數式ヲ  $\frac{A}{B}$ , 指數ヲ  $n$  トスレハ  $(\frac{A}{B})^n = \frac{A^n}{B^n}$  ナリ.

何トナレハ  $(\frac{A}{B})^n = \frac{A}{B} \times \frac{A}{B} \times \frac{A}{B} \times \dots \dots \dots n$  個  
 $= \frac{A \times A \times A \times \dots \dots \dots n$  個}{ $B \times B \times B \times \dots \dots \dots n$  個} 【第二】  
 $= \frac{A^n}{B^n}$  (6.)

即  $(\frac{A}{B})^n = \frac{A^n}{B^n}$  ..... 公式 (61)

【例一】  $\frac{a}{x^2-y^2} \times (x^2-xy), \frac{x-y}{x^3+y^3} \times (x^2-xy+y^2)$  ヲ簡單ニセムニ

$\frac{a}{x^2-y^2} (x^2-xy) = \frac{a(x^2-xy)}{x^2-y^2} = \frac{ax(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{ax}{x+y}$ ,

$\frac{x-y}{x^3+y^3} (x^2-xy+y^2) = \frac{y-y}{(x^3+y^3) \div (x^2-xy+y^2)} = \frac{x-y}{x+y}$ .

即整式ニテ分母カ直ニ整除シ得ラレサルトキハ分子ニ乗シ, 整式ニテ分母カ直ニ整除シ得ルトキハ分母ヲ除ス.

【例二】  $\frac{x^2+2ax+a^2}{x-a} \times \frac{x^3-a^3}{x^4+a^2x^2+a^4} \times \frac{x^2-ax+a^2}{x^2-a^2}$  ヲ最簡ニセムニ

原式  $= \frac{(x^2+2ax+a^2)(x^3-a^3)(x^2-ax+a^2)}{(x-a)(x^4+a^2x^2+a^4)(x^2-a^2)}$   
 $= \frac{(x+a)^2(x-a)(x^2+ax+a^2)(x^2-ax+a^2)}{(x-a)(x^2+ax+a^2)(x^2-a^2x+a^2)(x+a)(x-a)} = \frac{x+a}{x-a}$ ,

此ノ如ク乘法ヲ行フハ順序ナレトモ必ス分子, 分母ノ乗積ノ式即上ノ第二ノ式ヲ作ルニ及ハス原式ノママ約スルトモ又原式ヨリ直ニ第三式ヘ移ルモ可ナリ.

【例三】  $(\frac{2a^3b^2}{3x^3y^3})^4 \times (\frac{3a^4y^3}{4a^4b^3})^3$  ヲ最簡ニセムニ

$(\frac{2a^3b^2}{3x^3y^3})^4 \times (\frac{3a^4y^3}{4a^4b^3})^3 = \frac{(2a^3b^2)^4}{(3x^3y^3)^4} \times \frac{(3a^4y^3)^3}{(4a^4b^3)^3}$   
 $= \frac{16a^{12}b^8 \times 27a^{12}y^9}{81x^{12}y^{12} \times 64a^{12}b^9} = \frac{1}{12by^3}$ .

練習 (1)  $\frac{2x}{x^2-3x-10}(x-5), \frac{x-3}{6x^3+20x^2-50x} 2x(x+5)$

ヲ最簡ニセヨ.

(2)  $\frac{1}{(x^2-2x+4)(x^2-4x-5)} = (x-5)(x^4+4x^2+16)$  ヲ乘セヨ.

(3)  $\frac{x^2+2x}{x^2-9} \times \frac{x^2-3x}{x^2-4}, \frac{a-1}{a-2} \times \frac{a-2}{a-3} \times \frac{a-3}{a-4}$ ,

$\frac{a^2-3ab+2b^2}{a^2-5ab+6b^2} \times \frac{a^2-7ab+12b^2}{a^2-5ab+4b^2}, \frac{x^2-1}{x^2+3x-10} \times \frac{x^2-25}{x^2-3x-4}$ ,

$\frac{x^3-a^3}{x^2-4a^2} \times \frac{x+2a}{x-a}$  ヲ最簡ニセヨ.

$$(4) \frac{a+x}{(a-x)^2} \times \frac{a^2-x^2}{a^2+x^2} \times \frac{a^4-x^4}{(a+x)^3}, \frac{(a-b)^2-c^2}{c^2-(a-b)^2} \times \frac{b^2-(c-a)^2}{(a-c)^2-b^2},$$

$$\frac{x^6+y^6}{x^6-y^6} \times \frac{x^4+x^2y^2+y^4}{x^4-x^2y^2+y^4} \text{ヲ最簡ニセヨ.}$$

$$(5) \left\{ \frac{ab^3(x^2+2xy+y^2)}{p^2q(a^2-2ab+b^2)} \right\}^3 \times \left\{ \frac{pq^2(a-b)}{abxy(x+y)} \right\}^4 \text{ヲ簡單ニセヨ.}$$

$$(6) \frac{a^2+3ab-4b^2}{x^3-y^3} \times \frac{x^2+xy+y^2}{x^2(a+4b)(x-y)} \times \frac{a^2-2ab+b^2}{x^2-xy} = \left\{ \frac{a-b}{x(x-y)} \right\}^3$$

ヲ證セヨ.

### 83. 分數式除法【第一】整式ヲ以テ分數式ヲ除ス

ルニハ其ノ整式ヲ以テ分子ヲ除スルカ或ハ其ノ整式ヲ分母ニ乘ス.

$$\text{分數式ヲ } \frac{A}{B} \text{ 整式ヲ } C \text{ トスレハ } \frac{A}{B} \div C = \frac{A \div C}{B},$$

$$\text{或ハ } \frac{A}{B} \div C = \frac{A}{B \times C},$$

$$\text{何トナレハ } \frac{A}{B} \div C = A \div B \div C = A \div C \div B = \frac{A \div C}{B} \quad \text{【公式 (17)】}$$

$$\frac{A}{B} \div C = A \div B \div C = A \div (B \times C) = \frac{A}{B \times C} \quad \text{【公式 (19)】}$$

$$\text{即 } \frac{A}{B} \div C = \frac{A \div C}{B}, \frac{A}{B} \div C = \frac{A}{B \times C} \dots\dots\dots \text{公式 (62)}$$

【第二】一數ヲ或分數式ニテ除スルニハ其ノ除式ノ分母子ヲ反對ニシテ其ノ一數ニ乘ス.

$$\text{整式或ハ分數式ヲ } A, \text{ 除式ヲ } \frac{B}{C} \text{ トスレハ } A \div \frac{B}{C} = A \times \frac{C}{B}.$$

何トナレハ

$$A \div \frac{B}{C} = A \div (B \div C) = A \div B \times C \quad \text{【公式 (19)】}$$

$$= A \times C \div B = A(C \div B) = A \times \frac{C}{B} \quad \text{【公式 (18), (19)】}$$

$$\text{即 } A \div \frac{B}{C} = A \times \frac{C}{B} \dots\dots\dots \text{公式 (63)}$$

$$\text{【例一】 } \frac{a^2-2ab+b^2}{a+b} \div (a-b) \text{ ヲ簡單ニセムニ}$$

$$\frac{a^2-2ab+b^2}{a+b} \div (a-b) = \frac{(a^2-2ab+b^2) \div (a-b)}{a+b} = \frac{a-b}{a+b}.$$

$$\text{【例二】 } \frac{a^2-3ab+2b^2}{a} \div (a^2-ab-2b^2) \text{ ヲ簡單ニセムニ}$$

$$\frac{a^2-3ab+2b^2}{a} \div (a^2-ab-2b^2) = \frac{a^2-3ab+2b^2}{a(a^2-ab-2b^2)} = \frac{(a-b)(a-2b)}{a(a+b)(a-2b)} = \frac{a-b}{a(a+b)}.$$

$$\text{【例三】 } \frac{3a(a-b)}{b(a+b)} \div \frac{3a(a^2-b^2)}{2ab} \text{ ヲ簡單ニセムニ}$$

$$\frac{3a(a-b)}{b(a+b)} \div \frac{3a(a^2-b^2)}{2ab} = \frac{3a(a-b)}{b(a+b)} \times \frac{2ab}{3a(a^2-b^2)} = \frac{2a}{(a+b)^2}.$$

$$\text{練習 (1) } \frac{x^3+y^3}{x-y} \div (x^2-xy+y^2), \frac{3x(8x^2+2x-15)}{x^2+3} \div (4x^2-5x),$$

$$\frac{x\{(a+b)^2+(a-b)^2\}}{a\{(a+b)^2-(a-b)^2\}} \div 2x(a^2+b^2) \text{ ヲ簡單ニセヨ.}$$

$$(2) \frac{2x^2+xy-6y^2}{xy} \div (x^2+3xy+2y^2),$$

$$\frac{x^4+x^2y^2+y^4}{x^3-y^3} \div (x^2-xy+y), \frac{x^4+3x^2y^2+4y^4}{x^2-xy} \div (x^2-xy+2y^2)$$

ヲ簡單ニセヨ.

$$(3) \frac{x-4}{x^2+x-56} \div \frac{x^2+5x-36}{x+8}, \frac{x^4-b^4}{x^2+2bx+b^2} \div \frac{x^5-b^2x^3}{x^3+b^3},$$

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2 \div \left(x - \frac{1}{x}\right) \text{ ヲ簡單ニセヨ.}$$



84. 繁分數式 整式ニテ分數式ヲ除シ、分數式ニテ整式ヲ除シ、分數式ニテ分數式ヲ除スルコトヲ尙分數式ノ形ニ記シタルモノヲ繁分數式ト稱ス。

例へハ  $\left(\frac{x-y}{y-x}\right) \div (x-y)$  ナ  $\frac{x-y}{x-y}$  ト記シ、

$(x-y) \div \left(\frac{x-y}{y-x}\right)$  ナ  $\frac{x-y}{y-x}$  ト記シ  $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right) \div \left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)$  ナ

$\frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}$  ト記シ、此等ヲ繁分數式ト稱スルカ如シ。

### 85. 繁分數式ヲ簡單ニスルコト

【例一】  $\frac{\frac{x-y}{y-x}}{\frac{y-x}{x-y}}$  ナ簡單ニセムニ先ツ通常ノ分數式ニ變化ス

ル目的ヲ以テ  $xy$  ナ分母子ニ乘スレハ

$$\frac{\frac{x-y}{y-x}}{\frac{y-x}{x-y}} = \frac{x^2-y^2}{xy(x-y)}, \quad \text{即} \quad \frac{\frac{x-y}{x-y}}{\frac{y-x}{xy}} = \frac{x+y}{xy}$$

【例二】  $\frac{\frac{x-y}{x-y}}{\frac{y-x}{y-x}}$  ナ簡單ニセムニ先ツ通常ノ分數式ニ變化ス

ル目的ヲ以テ  $xy$  ナ分母子ニ乘スレハ

$$\frac{\frac{x-y}{x-y}}{\frac{y-x}{y-x}} = \frac{xy(x-y)}{x^2-y^2} \quad \text{即} \quad \frac{x-y}{y-x} = \frac{xy}{x+y}$$

【例三】  $\frac{\frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$  ナ簡單ニセムニ先ツ通常ノ分數式ニ變ス

ル目的ヲ以テ分母子ノ分母ノ L.C.M  $x^2y^2$  ナ分母子ニ乘スレハ

$$\frac{\frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}} = \frac{xy^2-x^2y}{y^2-x^2} = \frac{xy(y-x)}{(y+x)(y-x)} = \frac{xy}{y+x}$$

練習 (1)  $\frac{x(x+3)}{x(x+3)}, \quad \frac{1+\frac{5}{x-3}}{x+2}, \quad \frac{x}{x+3}, \quad \frac{x-1}{x-\frac{2(3x-1)}{x+3}}$

$\frac{2(1+a^4)}{1+\frac{(1+a^2)^2}{(1-a^2)^2}}$  ナ簡單ニセヨ。

(2)  $\frac{\frac{2}{x}-\frac{1}{y}+\frac{y}{1-\frac{y}{x}}-\frac{x}{1-\frac{x}{y}}}{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2} + \frac{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2}{a+b}$

$\frac{\frac{x}{1+\frac{x}{y}}+\frac{y}{1-\frac{y}{x}}-\frac{2}{x+\frac{1}{y}}}{1+\frac{x}{y}}$  ナ簡單ニセヨ。

(3)  $\frac{x+\frac{a^2}{x}}{x^2-\frac{a^4}{x^2}}, \quad \frac{\frac{a}{x^2}+\frac{x}{a^2}}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{ax}+\frac{1}{x^2}}, \quad \frac{a^2-a+\frac{a-1}{a+1}}{a+\frac{1}{a+1}}$

$$\frac{\frac{x+y}{x+2y}+\frac{y}{x}}{\frac{x+y}{x}-\frac{y}{x+2y}}, \quad \frac{\left(\frac{x^2+y^2}{xy}-2\right)\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}}{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}}, \quad \frac{\left(\frac{x^2-y^2}{y-x}\right)\left(\frac{x+y}{y^2+x^2}\right)}{\left(\frac{x^2+y^2}{y+x}\right)\left(\frac{x-y}{y^2-x^2}\right)}$$

$$\frac{\frac{m^2+n^2}{n}-m}{\frac{1}{n}-\frac{1}{m}} \times \frac{m^2-n^2}{m^3+n^3}, \quad \frac{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+1}{\frac{x^2}{y^2}-\frac{y}{x}+1} \times \frac{1-\frac{y}{x}-\frac{x}{y^2}-\frac{y}{x^2}}{1+\frac{y}{x}+\frac{x}{y}+\frac{y^2}{x^2}}$$

ナ簡單ニセヨ。

【例四】  $\frac{\frac{1+x}{1+x^2} - \frac{1+x^2}{1+x^3}}{\frac{1+x^2}{1+x^3} - \frac{1+x^3}{1+x^4}}$  ヲ簡單ニセムニ本式ノ如キハ分母子

ノ分母カ殆ント異ナルヲ以テ其ノ L. C. M ノ因數甚タ多シ、此ノ如キ L. C. M ヲ分母子ニ乘スルコトハ式ヲ甚タ繁雜ナラシムルヲ以テ此ノ場合ハ分母子各別ニ演算スルヲ便ナリトス。

$$\begin{aligned} \text{即 原式} &= \frac{\frac{(1+x)(1+x^3) - (1+x^2)^2}{(1+x^2)(1+x^3)}}{\frac{(1+x^2)(1+x^4) - (1+x^3)^2}{(1+x^3)(1+x^4)}} \\ &= \frac{x(x-1)^2}{(1+x^2)(1+x^3)} \times \frac{(1+x^3)(1+x^4)}{x^2(x-1)^2} = \frac{1+x^4}{x(1+x^2)}. \end{aligned}$$

練習(4)  $\frac{\frac{x+2}{2x+3} - \frac{4x+5}{5x+6}}{\frac{2x+3}{3x+4} - \frac{3x+5}{4x+5}}, \frac{1}{(3x-5y)(x-3y)} + \frac{1}{(3x-5y)(x+y)}$

$$\frac{x+y}{x-3y} - \frac{x-y}{x+3y}$$

ヲ簡單ニセヨ。

【例五】  $\frac{6x-2}{x-1 + \frac{x}{1 - \frac{2x}{1+x}}}$  ヲ簡單ニセムニ、通常ノ分數式ニ導

カムカ爲メニ最下ノ分母ヲ消去スル目的ヲ以テ分母子ニ同數ヲ乘ス。

$$\begin{aligned} \text{即 } \frac{6x-2}{x-1 + \frac{x}{1 - \frac{2x}{1+x}}} &= \frac{6x-2}{x-1 + \frac{x(1+x)}{1+x-2x}} = \frac{6x-2}{x-1 - \frac{x(1+x)}{x-1}} \\ &= \frac{(6x-2)(x-1)}{(x-1)^2 - x(1+x)} = 2(1-x). \end{aligned}$$

練習(5)  $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}, \frac{1}{x} - \frac{1}{x + \frac{1}{3x - \frac{1}{x}}}, x^3 - \frac{x^2}{1 + \frac{1-x}{x+2}}$

$$\frac{1}{a + \frac{1}{1 + \frac{a+1}{3-a}}}, \frac{1}{x^2 + \frac{x^2+1}{x + \frac{1}{x-1}}} \text{ ヲ最簡ニセヨ。}$$

$$(6) \frac{a^2\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) + b^2\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right) + c^2\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)}{a\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)},$$

$$\frac{\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\left(\frac{a-b}{a+b} - 1\right)}{\left(\frac{a-b}{a+b}\right)\left(\frac{a-b}{b-a}\right)}, \frac{\frac{1}{a^2b^2} - \frac{1}{b^2c^2} - \frac{1}{c^2a^2} - \frac{2}{abc^2}}{\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right)\left(\frac{1}{ab} - \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right)},$$

$$\frac{a^2\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}\right) + b^2\left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2}\right) + c^2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)}{\frac{1}{bc}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) + \frac{1}{ca}\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right) + \frac{1}{ab}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)},$$

$$\frac{\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+3}{x-3} + \frac{x+5}{x-5} - 3}{\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+3}{x-3} + \frac{x+5}{x-5} - 3} = \frac{(x+1)(x+3)(x+5)}{(x-1)(x-3)(x-5)}, \text{ ヲ最簡ニセヨ。}$$

## 第八編

## 一次分數方程式

## 86. 既知數ヲ分母トスル一元一次方程式ノ解法

【例】  $\frac{ax}{b} + \frac{bx}{a} - x = a^2 + b^2$  ヲ解クコト.

先ツ分母ノ L. C. M ヲ兩邊ニ乘シテ分母ヲ消去ス.

$$\text{即} \quad a^2x + b^2x - abx = ab(a^2 + b^2)$$

$$\text{故ニ} \quad (a^2 + b^2 - ab)x = ab(a^2 + b^2 - ab)$$

兩邊ヲ  $a^2 + b^2 - ab$  ニテ除スレハ  $x = ab(a + b)$ .

## 87. 分數方程式 分母ニ未知數ヲ有スル方程式ヲ分數方程式トイフ.

例ヘハ  $\frac{2x}{x+3} - \frac{x}{x+2} = 1$ ,  $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+3} = \frac{9}{x+1}$  等ノ如シ.

## 88. 一元一次分數方程式解法 分數方程式ハ

86. ノ如ク直ニ分母ノ L. C. M ヲ乘シテ整數方程式トナシテ之ヲ解クトキハ原方程式ニ適セサル根ヲ誘致スルコトアルカ故ニ之ヲ避クルノ方法ヲ取ラサルヘカラサレトモ之ニ關スル理論ハ二次方程式ニ屬スルヲ以テ之レハ後章ニ譲リ此處ニハ直ニ分母ノ L. C. M ヲ乘スルモ増根セサルモノノミヲ掲クルコトト爲ス.

【例一】  $\frac{a}{1-bx} = \frac{b}{1-ax}$  ヲ解カムニ.

分母ノ L. C. M  $(1-bx)(1-ax)$  ヲ兩邊ニ乘スレハ

$$a(1-ax) = b(1-bx) \quad \text{故ニ} \quad a^2x - b^2x = a - b$$

$$\text{故ニ} \quad (a^2 - b^2)x = a - b \quad \text{故ニ} \quad x = \frac{1}{a+b}$$

【例二】  $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+8}$  ナル形ノ分數方程式ヲ

解カムニ.

直ニ分母ノ L. C. M ヲ乘スレハ  $x$  ニ就テノ三次式四組ヲ生スルコトトナリテ演算甚タ繁雜トナルカ故ニ次ノ如ク順序ヲ換ヘ部分ノ演算ヲ行ヒ而シテ分母ヲ消去スルコトトナス.

$$\text{即} \quad \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \quad \text{即} \quad \frac{2}{(x+2)(x+4)} = \frac{2}{(x+8)(x+10)}$$

分母ヲ消去スレハ  $(x+8)(x+10) = (x+2)(x+4)$

$$\text{即} \quad 12x = -72 \quad \text{即} \quad x = -6.$$

【例三】  $\frac{2x+1}{x+1} + \frac{2x+9}{x+5} = \frac{2x+3}{x+2} + \frac{2x+7}{x+4}$  ナル形ノ分數方程式

ヲ解カムニ次ノ如ク兩邊ヨリ 4 ヲ減シテ分子ヲ簡單ニス.

$$\text{即} \quad \left(\frac{2x+1}{x+1} - 2\right) + \left(\frac{2x+9}{x+5} - 2\right) = \left(\frac{2x+3}{x+2} - 2\right) + \left(\frac{2x+7}{x+4} - 2\right)$$

$$\text{即} \quad \frac{-1}{x+1} + \frac{-1}{x+5} = \frac{-1}{x+2} + \frac{-1}{x+4}$$

之レヨリ例二ノ如クニシテ解ケハ

$$x = -3.$$

89.  $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$  ナル方程式ノ  $x, a, b, c$  ハ等號ヲ夾ンテ分子ヲ

分母ニ分母ヲ分子ニ斜メニ移スコトヲ得.

即兩邊 =  $x$  或ハ  $c$  ヲ乘スレハ  $a = \frac{bx}{c}$  或ハ  $\frac{ac}{x} = b$ .

又兩邊ヲ  $a$  或ハ  $b$  ニテ除スレハ  $\frac{1}{x} = \frac{b}{ac}$ , 或ハ  $\frac{a}{bx} = \frac{1}{c}$ .

故ニ  $\frac{a}{x} = \frac{b}{c}$  ヨリ  $x = \frac{ac}{b}$  トナスコトヲ得.

### 一元一次分數方程式問題

次ノ方程式ヲ解ケ

1.  $\frac{x-2}{3} - 3\frac{x-1}{5} = x-5$   $\frac{x-2}{5} - \frac{x-3}{4} = \frac{x-7}{10}$ . 練習 (1)

(2)  $\frac{3x-1}{10} - 2\frac{x-1}{5} = x-5$   $\frac{x-1}{6}$ .

(3)  $\frac{x}{6} - \frac{x-2}{5} = \frac{x}{5} - 3\frac{x-7}{4}$ .

(4)  $\frac{1}{2}(x+1) + \frac{1}{3}(x+2) + \frac{1}{4}(x+3) = 16$ .

(5)  $\frac{1}{2}(2-x) - \frac{1}{5}(5x+21) = x+3$ .

(6)  $\frac{x+a}{b} + \frac{b-x}{a} = 2$ . (7)  $\frac{x-a}{b-a} + \frac{x-c}{b-c} = 2$ .

(8)  $\frac{1}{b^2}(a^2-x^2) + \frac{1}{a^2}(b^2+x) = 2$ .

(9)  $\frac{1}{a}(2x-ab) - \frac{1}{b}(2x+ab) = a-b$ .

2.  $\frac{3-4x}{6} - \frac{5-8x}{12} = \frac{1-x}{1+x}$ .

練習 (10)  $\frac{1-3x}{2} + \frac{3x+1}{2} = \frac{2}{1-3x}$ .

(11)  $\frac{2x}{x+3} - \frac{x}{x+7} = 1$ . (12)  $\frac{3}{2-3x} + \frac{5}{6-5x} + \frac{2}{10+x} = 0$ .

(13)  $\frac{1}{4x+6} + \frac{1}{6x+4} = \frac{2}{2x+3}$ . (14)  $\frac{2x-5}{3x-7} = \frac{2x-7}{3x-5}$ .

(15)  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-3}{x+3} = \frac{8}{x}$ . (16)  $\frac{3-2x}{x-5} = \frac{2x-7}{4-x}$ .

3.  $\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{8}{4x^2-1} = \frac{2x-1}{1+2x}$ . 練習 (17)  $\frac{4}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1-x}$ .

(18)  $\frac{3}{x^2-9} + \frac{1}{x+3} = \frac{2}{3-x}$ . (19)  $\frac{3x+1}{3x-1} + \frac{5}{1-9x^2} = \frac{8+3x}{1+3x}$ .

4.  $\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+6} = \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8}$ .

練習 (20)  $\frac{1}{x+7} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3}$ .

(21)  $\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+1}$ .

(22)  $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-6} = \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-8}$ .

5.  $\frac{x}{x-2} + \frac{x-9}{x-7} = \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-8}{x-6}$ .

練習 (23)  $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x-3}{x-4} = \frac{x-2}{x-3} - \frac{x-4}{x-5}$ .

(24)  $\frac{2x-3}{2x-4} - \frac{2x-4}{2x-5} = \frac{2x-7}{2x-8} - \frac{2x-8}{2x-9}$ .

(25)  $\frac{x+7}{x+5} + \frac{x+9}{x+7} = \frac{x+6}{x+4} + \frac{x+10}{x+8}$ .

(26)  $\frac{16x-13}{4x-3} + \frac{40x-43}{8x-9} = \frac{32x-30}{8x-7} + \frac{20x-24}{4x-5}$ .

(27)  $\frac{x+a}{x-a} - \frac{x-b}{x+b} = \frac{2(a+b)}{x}$ . (28)  $\frac{ax}{a+x} + \frac{bx}{b+x} = a+b$ .

(29)  $\frac{a+c}{x+2b} + \frac{b+c}{x+2a} = \frac{a+b+2c}{x+a+b}$ .

(30)  $\frac{x-b}{x-a} - \frac{x-a}{x-b} = \frac{2(a-b)}{x-a-b}$ .

## 90. 既知數ヲ分母トスル聯立一次方程式解法

【例】  $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 2, \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{b}{a} - \frac{a}{b}$  ヲ解クコト.

兩式ノ各ニ於テ分母ノ L. C. M ヲ兩邊ニ乘シテ分母ヲ消去スレハ

$$ax + by = 2ab \dots\dots\dots(1) \quad bx - ay = b^2 - a^2 \dots\dots\dots(2)$$

(1) = a, (2) = b ヲ乘シ相加フレハ

$$a^2x + aby + (b^2x - aby) = 2a^2b + b^3 - a^2b$$

$$\text{即} \quad (a^2 + b^2)x = b(a^2 + b^2)$$

$$\text{故} = \quad x = b.$$

之ヲ (1) ノ  $x =$  置キ換フレハ  $ab + by = 2ab$

$$\text{故} = \quad y = a.$$

即本式ノ二根ハ  $x = b, y = a$  ナリ.

91 聯立一次分數方程式解法 ハ分母ヲ消去

セスシテ解クモノトス.

【例】  $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 8 \dots\dots\dots(1) \quad \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = 13 \dots\dots\dots(2)$

ヲ解カムニ (2) = 2, (1) = 3 ヲ乘シテ相減スレハ

$$\frac{10}{x} + \frac{12}{y} - \left(\frac{9}{x} + \frac{12}{y}\right) = 26 - 24 \quad \text{即} \quad \frac{1}{x} = 2,$$

故 =  $x = \frac{1}{2}$ , 之ヲ (1) ニ置キ換フレハ

$$\frac{3}{\frac{1}{2}} + \frac{4}{y} = 8 \quad \text{即} \quad \frac{4}{y} = 2 \quad \text{故} = \quad y = 2.$$

即本式ノ根ハ

$$x = \frac{1}{2}, \quad y = 2 \quad \text{ナリ.}$$

## 聯立一次分數方程式問題

次ノ各聯立方程式ヲ解ケ.

$$1. \quad \frac{2x+3y}{5} - \frac{y+6}{6} = \frac{4}{15}, \quad \frac{2x+3y}{3} - \frac{x+7}{4} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{練習 (1)} \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1, \quad \frac{x}{4} - \frac{2y}{3} = 3.$$

$$(2) \quad \frac{x}{3} - \frac{y}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{x}{5} - \frac{3y}{10} = \frac{1}{2}.$$

$$(3) \quad \frac{x}{2} - \frac{1}{3}(y-2) - \frac{1}{4}(x-3) = 0, \quad x - \frac{1}{2}(y-1) - \frac{1}{3}(x-2) = 0.$$

$$2. \quad \frac{x}{a+c} + \frac{y}{a+b} = \frac{1}{a+c}, \quad \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a+c} = \frac{1}{a+b}.$$

$$\text{練習 (4)} \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} - c = 0, \quad \frac{x}{b} + \frac{y}{a} + c = 0.$$

$$(5) \quad \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 2, \quad \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{b}{a} - \frac{a}{b}$$

$$3. \quad \frac{6}{x} - \frac{5}{y} = 9, \quad \frac{7}{x} - \frac{2}{y} = 5. \quad \text{練習 (6)} \quad \frac{9}{x} - \frac{4}{y} = 2, \quad \frac{18}{x} + \frac{8}{y} = 10.$$

$$(7) \quad \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 7, \quad \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 11. \quad (8) \quad \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 3, \quad \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1.$$

$$(9) \quad 3x - \frac{2}{y} = \frac{26}{3}, \quad x + \frac{3}{y} = \frac{7}{2}.$$

$$(10) \quad \frac{7}{x} - 9y = 57, \quad \frac{5}{x} + 2y = 7.$$

$$(11) \quad x - \frac{5}{y} + 7 = 3x - \frac{9}{y} - 11 = 7x + 21.$$

$$4. \quad \frac{y+z-x}{b+c} = \frac{z+x-y}{c+a} = \frac{x+y-z}{a+b} = 1.$$

$$\text{練習 (12)} \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + 4z = 1, \quad \frac{5x}{3} + \frac{3y}{4} - \frac{z}{2} = 0, \quad x + y + z = 1.$$

$$(13) \frac{y}{a(b+c)} + \frac{z}{a(b+c)} = \frac{z}{b(c+a)} + \frac{x}{b(c+a)}$$

$$= \frac{x}{c(a+b)} + \frac{y}{c(a+b)} = 2.$$

$$5. \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = l, \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} - \frac{c}{z} = m, \quad \frac{a}{x} - \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = n.$$

$$\text{練習 (14)} \quad \frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{3}{z} = \frac{5}{12}, \quad \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{4}{z} = 3, \quad \frac{2}{x} - \frac{3}{y} + \frac{4}{z} = 1.$$

$$(15) \quad \frac{a}{x} - \frac{b}{y} - \frac{c}{z} = d, \quad \frac{b}{y} - \frac{c}{z} - \frac{a}{x} = e, \quad \frac{c}{z} - \frac{b}{y} - \frac{a}{x} = f.$$

## 92. 分數方程式ノ應用 問題解法ノ例ヲ示ス.

【例一】鶏卵ノ相場カ現今ヨリ 25% 騰貴スレハ 7 圓ニテ買ヒ得ル卵ノ數カ 25 個少ナクナルトイフ, 卵 100 個ノ價幾何ナルカ.

【解】卵 100 個ノ價ヲ  $x$  錢トスレハ騰貴後 100 個ノ價ハ  $\frac{125}{100}x$

$$\text{即 } \frac{5}{4}x, \text{ 故ニ方程式ハ } \frac{700}{x} - \frac{700}{\frac{5}{4}x} = \frac{25}{100}$$

之ヲ解ケハ  $x=560$  錢.

【例二】甲乙二人ノ工夫アリ或工事ヲナスニ甲ナラハ 20 日, 乙ナラハ 30 日ニシテ成了スヘシトイフ, 甲乙協力シテ此工事ヲ成サハ幾日ニシテ成了スヘキカ.

【解】甲乙協力シテ成了スヘキ日數ヲ  $x$  トシ工事ヲ 1 トスレハ協力 1 日ノ工事ハ  $\frac{1}{x}$  ニシテ甲, 乙各 1 日ノ工事ハ  $\frac{1}{20}, \frac{1}{30}$  ナリ.

$$\text{故ニ } \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{x}, \text{ 之ヲ解ケハ } x=12 \text{ 日.}$$

【例三】甲乙二人池ノ周圍ヲ周クルニ同一方向ニ走ルトキハ  $a$  分毎ニ一緒ニナリ反對方向ニ走ルトキハ  $b$  分毎ニ相會スト云フ甲乙各一周スル時間幾分ナルカ.

【解】甲, 乙各一周スル時間ヲ夫夫  $x$  分,  $y$  分トトシ周圍ヲ 1 トスレハ甲, 乙毎分ノ速力ハ夫夫  $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}$  甲ハ乙ヨリ早キモノトスレハ

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{a}, \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{b}$$

之ヲ解ケハ  $x = \frac{2ab}{a+b}, y = \frac{2ab}{a-b}$ , 即甲ハ  $\frac{2ab}{a+b}$  分, 乙ハ  $\frac{2ab}{a-b}$  分.

## 分數方程式應用ノ問題

1.  $\frac{2}{5}$  ノ分母子ニ如何ナル同數ヲ加フレハ  $\frac{2}{3}$  トナルカ.

練習 (1)  $\frac{6}{35}$  ナル分數アリ分母ヨリ如何ナル數ヲ減スレハ  $\frac{2}{3}$  ナトルカ.

(2)  $\frac{7}{16}$  ノ分母子ヨリ如何ナル同數ヲ減スレハ  $\frac{1}{4}$  トナルカ.

2. 甲, 乙ノ大工アリ或一事ヲナスニ甲ハ 10 日乙ハ 12 日ヲ要ストイフ, 然ルニ今甲カ此ノ仕事ヲ 3 日タケナシテ休業セリ殘業ヲ乙カナサハ幾日ヲ要スヘキカ.

練習 (3) 甲, 乙二工アリ甲ハ或仕事ヲ 10 日ニ成スヘク, 二人共カスレハ 6 日ニ成スヘシトイフ, 乙一人ニテナサハ何日ニテ成ルヘキカ.

(4) 甲, 乙二工共カシテ或事業ヲナスコト 3 日間ニシ

テ其ノ事業ノ5分ノ1ヲナセリ, 然ルニ甲工病ニ罹レルヲ以テ乙工ハ殘業ヲ32日ニテ成セリトイフ, 各人ニテ成ス日數ヲ問フ.

(5) 一ノ仕事ヲ成スルニ甲ハ $a$ 日, 乙ハ $b$ 日ヲ要ストイフ, 今先ツ甲カ若干日此ノ仕事ニ從事シ後乙之ニ代リテ從事シ最初ヨリ $c$ 日ヲ經テ全業ヲ成スセリトイフ, 甲カ從事セシ日數幾何ナルカ.

3. 水槽アリ2筒ヲ以テ水ヲ滿サムトスルニ第一筒ヲ用フレハ1時5分ニシテ全ク滿シ, 第二筒ヲ用フレハ1時44分ニシテ全ク滿ストイフ, 今兩筒ヲ以テ共ニ注キ入レナハ幾分ニシテ滿タスヘキカ.

練習(6) 一ノ管ヲ用ヒテ池ニ水ヲ灌キ入ルルニ3時36分ヲ費シテ午後6時ニ滿水セシカ翌日正午ニ洩レ盡セリトイフ, 然ラハ此ノ池カ漏レサリナラハ幾時間ニシテ滿水スヘキカ.

(7) 水槽アリ三管ヲ具ヘタリシカ之ニ滿水セムニハ甲乙二管ナラハ6時間, 甲丙二管ナラハ8時間, 乙丙二管ナラハ16時間ヲ要スト云フ各一管ニテ滿水スレハ幾時間宛ヲ要スルカ.

4. 甲驛ヨリ乙驛ニ向テ發車セル電車カ此ノ兩驛間ノ距離ヲ5分ノ3ヲ進ミシ時車輛ニ故障ヲ生セシタメ速度ヲ毎時10哩減ジテ乙驛ニ到着シタルニ平均ノ速度ハ最初ノ速度ヨリモ毎時6哩少ナカリシトイフ, 最初ノ速度幾何ナルカ.

練習(8) 長さ相等シキ甲乙ノ電車アリ行キ違フトキハ相接シテヨリ相離ルルマテ12秒時ヲ要シ, 又甲カ乙ヲ追ヒ越ストキハ追付キテヨリ相離ルルマテハ3分時ヲ要ストイフ, 今

甲ノ速サヲ1分間ニ48米突増サハ1分40秒時ニシテ追越スヘシト, 然ラハ電車ノ長さ及各速度幾何ナルカ.

(9) 甲乙兩驛ヨリ相向テ同時ニ出發セシ列車カ出會ヒシ時既ニ通過セル距離ノ差ハ40哩ニシテ, 其レヨリ一ハ6時間ニテ乙驛ニ他ノ一ハ8時間ニテ甲驛ニ着セリト, 兩驛間ノ距離及各列車ノ速サヲ求メヨ. 但速度ノ比ハ4:3ナリトイフ.

(10) 360哩ヲ隔ツル甲乙兩港アリA汽船ハ甲港ヨリB汽船ハ乙港ヨリ相向テ同時ニ出發シ12時間ニシテ相會シ其レヨリAハ8時間ニテ乙港ニBハ18時間ニテ甲港ニ着シタリトイフ, 各汽船ノ速度ハ幾何ナルカ.

(11) 甲, 乙ノ汽船アリ兩港間ヲ航スルニ甲ハ乙ヨリ毎時2哩半速ク航行時間甲ハ36時間乙ハ45時間ナリトイフ兩港間ノ距離幾何.

(12) 甲地ヨリ乙地ニ行ク人カ毎時 $\frac{1}{2}$ 哩ツツ速ク歩ミシナラハ其ノ時間ノ $\frac{4}{5}$ ニテ乙地ニ着シタルヘク, 又若シ毎時 $\frac{1}{2}$ 哩ツツ遅ク歩ミシナラハ $2\frac{1}{2}$ 時間ダケ延着セシナラントイフ, 甲乙兩地ノ距離幾何.

(13) 峠ヲ挾ンテ180町ヲ隔ツル東西兩麓アリ之ヲ往復センニ何レモ上リ下リノ速度ノ比ハ2:3ニシテ15時間ヲ費セリトイフ其ノ速度各幾何ナルカ.

5. 茶ノ價カ2割下落スルトキハ20圓ニテ買ヒ得ル茶ノ斤數ハ前ヨリ3斤20匁多シトイフ1斤ノ原價幾何ナルカ.

練習(14) 甲乙二種ノ反物アリ金120圓ニテ甲ヲ買フ反數ト

96圓ニテ乙ヲ買フ反數トハ相等シク甲3反ノ價ハ乙4反ノ價ヨリ2圓少ナシト云フ各一反ノ價幾何ナルカ。

6. 寶石入20金ノ指環アリ、其ノ重サ20.38瓦ナリ、之ヲ水中ニテ量レハ18.75瓦ナリ、而シテ金ノ比重ハ19、銅ノ比重ハ8.5、寶石ノ比重ハ2.5ナリ、金銅及寶石ノ重サヲ求メヨ。

練習(15) 黃銅ハ銅ト亞鉛トノ合金ナリ今之レト銅80、亞鉛4、錫16ナル割合ヨリナル青銅ト或割合ニ混シテ鎔シタルニ銅74、亞鉛16、錫10ナル割合ノ合金ヲ得タリ、然ラハ黃銅ヲ組成スル銅ト亞鉛トノ割合如何。

7. 舟夫アリ河ヲ3里漕キ上ルニ2時30分ヲ要シ5里漕キ下ルニ2時間ニテ足レリト云フ、然ルニ大雨後ノ河ヲ1時間漕キ下リシニ3里2分1進メリトイフ、此ノ際2里漕キ上ランニハ幾時間ヲ要スルカ。

練習(16) 舟夫アリ或河ヲ3里漕キ下ル時間ト2里漕キ上ル時間ト相等シク、又10里ヲ上下スルニ10時間ヲ要スト云フ、然ラハ10里ヲ漕キ下ルニ要スル時間及毎時ノ流力幾何ナルカ。



## 答 之 部

緒論ノ問題 1.  $a+b, a-b$  2.  $a+b+c, a-(b+c)$  3.  $ab, abc$   
 4. 12 5. 45 6. 3 7. 6 8.  $a^3$ ハ $3a$ ヨリ大ナリ 9.  $10ab-9cd, 30$   
 練習(1)  $a, b; a+b, a-b$  (2)  $3a, 6b; 3a+6b, 3a-6b$  (3)  $5a,$   
 $6(b+c), 5a+6(b+c), 5a-6(b+c)$  (4)  $4a \times b$  (5)  $10abcd$  (6) 20, 24  
 (7) 4 (8) 7, 42 (9) 25 (10) 4 (11)  $a=1$ ナルトキハ $4a$ ハ $a^4$   
 ヨリ大,  $a=2$ ナルトキハ $a^4$ ハ $4a$ ヨリ大ナリ (12)  $9ab-4cd, 54$

正數負數ノ問題 1.  $+8, -8, -7, +7$  2.  $7, 1, -1, 7$   
 3.  $-7, -1, -7, +1, -1, +1$  4.  $7, 1, -7, -1, 1, -1$  5.  $-5, 6$   
 6.  $-c$ ハ $a-b$ ヨリ大 7.  $-1, -6$

練習(1)  $+20, -20$  (2)  $-6, +6$  (3)  $7, 2, 2, -2, -5, 12$   
 (4)  $-12, -2, -11, +2, -2, +1$  (5)  $11, 1, -11, -1, 2, -2$   
 (6)  $1, 3, -5, -10$  (7)  $a-b$ ハ $-c$ ヨリ大  
 (8)  $a+b$ ハ $a-b$ ヨリ大 (9)  $a-b$ ハ $a+b$ ヨリ大  
 (10)  $-1$  (11)  $-2$  (12)  $-13$

加法ノ問題 1.  $5a+7b$  2.  $4a-b$  3.  $x^3+3x^2-2x-1$   
 4.  $x^3+2x^2-4x+1$  5.  $5a+6b-8c-9d$  6.  $3x^2-2y^2-2xy-4yz-3xz$   
 練習(1)  $5a+6b$  (2)  $8a+7b$  (3)  $13a+11b$  (4)  $5a+3b$   
 (5)  $3a-2b$  (6)  $a+3b$  (7)  $2x^3-x^2-2$  (8)  $2x^3+4x^2-5x-3$   
 (9)  $x^3+3x^2+2x-5$  (10)  $x^3+2x^2-5x-5$  (11)  $2x^3+3x^2-4x+2$   
 (12)  $4a-b+2c$  (13)  $3a-3b-c$  (14)  $2x+2y-2z$   
 (15)  $2x^2+2y^2+3z^2-3xy-3yz-4xz$  (16)  $5x^3+2x^2+1$

(17)  $x^3+3x^2y-xy^2-y^3$  (18)  $3x^3+4x^2y-2xy^2-5y^3$

減法ノ問題 1.  $a-b$  2.  $2a+4b$  3.  $x^2-x+5$ 

4.  $a^3-3a^2b+2ab^2+b^3$  5.  $-x^2+4y^2-5xy+yz$  6.  $2a^3-5a^2b+3ab^2-2b^3$

7.  $3x^3+4x+16$  8.  $2x-y+2z-u$  9.  $4a-2b$  10.  $8x+2y-6z$

11.  $2c-(5a+3b)$  12.  $-(a^2-2ab+3b^2)$

練習 (1)  $a+b$  (2)  $2a-3b$  (3)  $a-b$  (4)  $3a+4b$ 

(5)  $3a-5b$  (6)  $-2a+4b$  (7)  $2x^2+2x-1$  (8)  $a^2-3ab+2b^2$

(9)  $-2a^2-2ab+5b^2$  (10)  $2a^3+7a^2b+2ab^2-b^3$

(11)  $3a^3-3a^2b+4ab^2+b^3$  (12)  $-x^2-3y^2-5z^2-2xy-yz$

(13)  $x^3-3x^2y+3xy^2+3y^3$  (14)  $2a^3-2a^2b+ab^2-3b^3$

(15)  $3a^3-4a^2b+3ab^2-b^3$  (16)  $-x^3-x^2+7x+33$  (17)  $x-y+z-u$

(18)  $3x+y$  (19)  $7x-y-z$  (20)  $c-(2a-5b)$

(21)  $4a-\{5c-(3a^2-4b)\}$  (22)  $-(2a^2+3ab-5b^2)$

乗法問題 1.  $15a^5x^5$  2.  $-12a^4b^5$  3.  $-10a^7b^4c^4$ 

4.  $15a^3b^4c^5$  5.  $-9x^8y^7$  6.  $6x^6y^6z^5$  7.  $a^2, a^2, a^3, -a^3, a^4, a^4, a^5, -a^5$

8.  $a^4b^6, a^6b^4, a^9b^3c^6, -a^3b^6c^9$  9. 9, 27 10. 243, 729 11. -27, 6561

12. 60, -1024, 4096 13. 331776, 248832 14.  $a^5-a^4$

15.  $4a^2b+3ab^2$  16.  $2a^4b^3-3a^3b^3+2a^2b^4$  17.  $-12a^6b^4+18a^5b^5+30a^3b^6$

18.  $6x^2+5xy-6y^2$  19.  $4m^4-2n^4$  20.  $x^4-7a^2x^2+6a^3x$

21.  $2x^4-a^3b+4a^2b-4ab^2+b^3$  22.  $x^4+x^2y^2+y^4$

練習 (1)  $18a^2$  (2)  $35a^3$  (3)  $10a^5$  (4)  $a^2b^4$  (5)  $6a^5b^3$ 

(6)  $28a^3b^5$  (7)  $18a^3b^2c^3$  (8)  $15a^2b^5c^2$  (9)  $2a^4b^3c^2$  (10)  $-8ab$

(11)  $-12ab$  (12)  $-a^3$  (13)  $-24a^4b^2$  (14)  $-6x^2y^5$  (15)  $-12a^6b^5c^4$

(16)  $14a^7b^5$  (17)  $10x^5y^7z^3$  (18)  $6a^5b^5$  (19)  $-24x^6y^6$  (20)  $-60a^7b^6$

(21)  $60x^5y^5z^5$  (22)  $6a^9y^9z^9$  (23)  $b^2, b^2, b^3, -b^3, x^4, x^4$

(24)  $x^4, -x^6, x^8, a^2b^2-a^3b^3, a^4b^4$  (25)  $a^4b^6, a^6b^9, a^8b^{12}, 4a^6b^4, -8a^9b^{12}$

(26)  $-a^2b^3, -8a^7, a^9b^9$  (27)  $x=4$  ナルトキ  $x^4$  ハ  $4x$  ヨリ大ナリ,

$x=\frac{1}{2}$  ナルトキ  $4x$  ハ  $x^4$  ヨリ大ナリ (28)  $x=3$  ナルトキ  $(x^3)^2$  ハ

$x^3 \times x^2$  ヨリ大ナリ,  $x=\frac{1}{3}$  ナルトキ  $x^3 \times x^2$  ハ  $(x^3)^2$  ヨリ大ナリ

(29)  $3a+3b$  (30)  $8a-4b$  (31)  $18a-24b$  (32)  $a^3+a^2$  (33)  $a^5-a^4$

(34)  $3a^5+3a^3$  (35)  $4a^6-5a^5+a^4$  (36)  $-6a^5+9a^4+12a^3$

(37)  $3a^3b-2a^2b^2+3ab^3$  (38)  $ab^2c^2+a^2bc^2+a^2b^2c$

(39)  $-10x^5+15x^4-25x^3+20x^2$  (40)  $-24x^3+18x^5-18x^6+24x^7$

(41)  $-15a^3b+10a^2b^2-35ab^3$  (42)  $2x^2-xy-6y^2$  (43)  $5a^2-ab-4b^2$

(44)  $x^2-4y^2$  (45)  $a^2-9b^2$  (46)  $x^2+13x+42$  (47)  $a^2+4a-45$

(48)  $4x^2-4x-24$  (49)  $6x^2-17x+7$  (50)  $9m^4-1$

(51)  $20x^4-7x^2y^2-6y^4$  (52)  $x^3-1$  (53)  $x^3+1$  (54)  $a^3-b^3$

(55)  $a^3+b^3$  (56)  $8a^3-27b^3$  (57)  $a^5-10a^3b^2+24a^2b^3$

(58)  $a^4+a^2b^2+b^4$  (59)  $x^8+x^4y^4+y^8$

(60)  $2x^5+8x^4y+8x^3y^2+3x^2y^3+3xy^4+y^5$

(61)  $2x^5-4x^4y-3x^3y^2+10x^2y^3-32xy^4-15y^5$

(62)  $3x^5-16x^4y+39x^3y^2-53x^2y^3+43xy^4-15y^5$

除法問題 1. -2 2. -3a 3. -3ab 4.  $\frac{3}{2}b^2$ 

5.  $-\frac{1}{2}abc^3d^3$  6.  $\frac{4}{3}a^3x^2y^3z$  7.  $2x-3y+4z$  8.  $a-3b$  9.  $x-2y$

10.  $x+2y$  11.  $2x^2-4xy+5y^2$  12.  $2+x-2x^2$  13.  $3x^2+6xy+4y^2$

14.  $3x^2-2x+1$  15.  $x^2+x+2$  16.  $2a+b+c$

17.  $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$  18. 商  $x+2a$  残式  $-a^2$  及商  $a+2x$

残式  $-x^2$  19.  $41x-51y$  20. 双方トモ1トナリ全ク相違ナシ。

21. 双方トモ3トナリテ全ク相違ナシ.

- 練習 (1)  $-5$  (2)  $-5$  (3)  $\frac{2}{3}$  (4)  $-b$  (5)  $-4a$   
 (6)  $-\frac{4}{3}b$  (7)  $-6ab$  (8)  $-3x^2y$  (9)  $3a^2b^2$  (10)  $-\frac{3}{2}xy^2$   
 (11)  $\frac{3}{2}xy^2$  (12)  $-\frac{2}{3}ab$  (13)  $\frac{3}{2}ab^3$  (14)  $-\frac{1}{2}abc^2d$   
 (15)  $-\frac{3}{4}abc^2d$  (16)  $\frac{1}{2}x^2y^2z^2$  (17)  $3x-5a$  (18)  $-5y^2+6y$   
 (19)  $4a^2-5a+2$  (20)  $-4a-3a^2+2a^3$  (21)  $a^2b-2ab^2+b^3$   
 (22)  $-x^2+4xy-4y^2$  (23)  $5a^2b^3-\frac{7}{3}ab^4+3b$  (24)  $x-3$  (25)  $x-3$   
 (26)  $x-12$  (27)  $x-11$  (28)  $3x+2$  (29)  $x-2$  (30)  $a+b$   
 (31)  $x+3y$  (32)  $3x-8y$  (33)  $x^2+2x-1$  (34)  $2-x+3x^2-2x^3$   
 (35)  $-x^2-3x-1$  (36)  $a^2-2ab+b^2$  (37)  $3x-2$   
 (38)  $2a^2+3ab-4b^2$  (39)  $2+3a$  (40)  $1-3x+5x^2$  (41)  $1-x-2x^2$   
 (42)  $x^4+2x^3+8x^2+14x+20$  (43)  $a-b+c$   
 (44)  $a^2+4b^2+9c^2+2ab+6bc-3ac$  (45)  $a-2b+3c$   
 (46) 商  $a^2-ab+2b^2$  残式  $3b^3$  (47) 商  $a-b$  残式  $ab^2+2b^3$   
 (48)  $14x+2y$  (49)  $3x+15y$  (50)  $a^2+5ab$   
 (51) 双方トモ21トナリテ全ク相違ナシ  
 (52) 双方トモ5トナリテ全ク相違ナシ

恒等式問題 1. 恒等式ナリ 2.  $A=-1$  3.  $A=1, B=2,$   
 $C=3, D=12$

練習 (1) 恒等式ナリ (2) 恒等式ナリ (3)  $A=2$  (4)  $P=1$   
 (5)  $a=1, b=-4, c=7, d=-8$  (6)  $A=1, B=2, C=1$  (7)  $P=1,$   
 $Q=0, R=-1, S=6$

一元一次方程式問題 1.  $-6$  2.  $\frac{4}{5}$  3. 1 4.  $-3$  5.  $-3$

6.  $\frac{1}{13}$  7.  $\frac{4}{3}$  8. 1 9.  $a-2b$  10. 2 11.  $-5$  12. 40

練習 (1) 8 (2) 3 (3) 6 (4)  $\frac{2}{3}$  (5) 7 (6)  $-2$  (7)  $-25$   
 (8)  $4\frac{3}{5}$  (9) 6 (10)  $\frac{1}{2}$  (11)  $\frac{3}{4}$  (12)  $-2$  (13) 3 (14)  $-2$   
 (15)  $5\frac{4}{9}$  (16)  $-8$  (17)  $-2$  (18)  $\frac{3}{2}$  (19)  $\frac{1}{2}b$  (20)  $2a$  (21)  $a-b$   
 (22)  $-2b$  (23)  $-20$  (24) 5 (25)  $-6\frac{1}{5}$  (26)  $-2\frac{12}{25}$  (27)  $2\frac{10}{13}$   
 (28)  $-9\frac{5}{13}$  (29)  $-3\frac{1}{2}$  (30)  $5\frac{4}{13}$  (31) 1 (32) 2 (33) 20 (34) 2

一次聯立方程式問題 1.  $x=3, y=2$  2.  $x=4, y=2$

3.  $x=-2, y=-1$  4.  $x=11, y=8$  5.  $x=6, y=4$

6.  $x=1, y=3$  7.  $x=3, y=1$  8.  $x=1, y=-1$

9.  $x=5, y=2$  10.  $x=-2, y=4, z=1$

11. 不定方程式ナリ,  $y=\frac{2}{3}x$  ナルトキハ聯立トナリ  $x=1, y=\frac{2}{3}$

12.  $x:y=3:2$  13. 聯立セズ 14.  $x:y:z=51:76:1$

練習 (1)  $x=1, y=2$  (2)  $x=1, y=-1\frac{1}{2}$  (3)  $x=3, y=2$

(4)  $x=-8\frac{1}{2}, y=-1$  (5)  $x=1, y=2$  (6)  $x=2, y=-1$

(7)  $x=5, y=3$  (8)  $x=11, y=3$  (9)  $x=4, y=-4$

(10)  $x=2, y=2\frac{1}{3}$  (11)  $x=-\frac{1}{3}, y=-1$  (12)  $x=-\frac{4}{3}, y=5$

(13)  $x=-145, y=5$  (14)  $x=5, y=-3$  (15)  $x=6, y=5$

(16)  $x=1, y=-12$  (17)  $x=\frac{1}{5}, y=\frac{1}{2}$  (18)  $x=3, y=-1$

(19)  $x=5, y=2$  (20)  $x=\frac{5}{6}, y=-\frac{5}{6}$  (21)  $x=5, y=-3$

(22)  $x=5\frac{1}{2}, y=-\frac{1}{3}$  (23)  $x=-1, y=1$  (24)  $x=-45, y=1$

(25)  $x=1, y=1$  (26)  $x=-1, y=-2, z=4$

(27)  $x=3, y=-1, z=4$  (28)  $x=2, y=\frac{3}{2}, z=\frac{5}{2}$

## 一次方程式應用ノ問題 1. 26, 12 2. 120

3. 甲 1875 圓, 乙 3125 圓 4. 20 間, 12 間 5. 子 5 歲, 父 35 歲  
 6. 3 時  $16\frac{4}{11}$  分 7. 7 時  $21\frac{9}{11}$  分 及 7 時  $54\frac{6}{11}$  分, 7 時  $5\frac{5}{11}$  分  
 8. 2 圓 50 錢 9. 384 步 10. 198 呎 11. 下  $\downarrow$  2 哩, 上  $\uparrow$   $1\frac{1}{3}$  哩  
 12. 馬車 160 貫, 自動車 400 貫 13. 株券 76 圓, 社債券 90 圓 14. 75  
 15. 12, 24, 36, 48 16. 甲 450 圓, 乙 300 圓, 丙 250 圓 17. 531  
 練習 (1) 59, 41 (2) 20 (3) 14 (4) 16, 9 (5) 60, 40  
 (6) 36 (7) 30, 10 (8) 112 (9) 20 圓 (10) A 50 圓, B 35 圓  
 (11) 13 圓 (12) 10 圓 (13) 100 平方尺 (14) 576 人  
 (15) 20 年後 (16) 21 年前 (17) 4 年後 (18) 8 時  $43\frac{7}{11}$  分  
 (19) 4 時  $5\frac{3}{11}$  分, 4 時  $38\frac{2}{11}$  分 (20) 2 時  $43\frac{7}{11}$  分 (21) 50 圓  
 (22) 70 圓 (23) 1200 步 (24) 1800 間 (25) 264 呎  
 (26) 急行  $32\frac{8}{11}$  哩, 通常  $27\frac{3}{11}$  哩 (27)  $2\frac{2}{3}$  哩 (28) 18 哩 (29)  $1\frac{1}{3}$  哩  
 (30) 上 2 圓 80 錢, 下 2 圓 50 錢 (31) 砂糖 32 錢, 茶 1 圓 52 錢  
 (32) 鷄 15 羽, 兎 10 頭 (33) 85 人, 300 個 (34) 甲 78 圓, 乙 243 圓  
 (35) 35 (36) 63 (37) 21, 42, 63, 84 (38) 甲乙間 15 哩, 乙丙間  
 12 哩, 丙丁間 9 哩 (39) 432 (40) 米 18 圓, 麥 12 圓, 大豆 15 圓  
 (41) 上  $\uparrow$  1 里, 平地 4.5 里, 下  $\downarrow$  4 里 (42) 金 7.6 瓦, 寶石 1.5 瓦

公式乘法問題 1.  $x^2+6xy+9y^2$ ,  $4x^2-4xy+y^2$ ,  $4a^2-9b^2$ 

2.  $x^2+10x+21$ ,  $x^2-7x+10$ ,  $x^2+3x-10$   
 3.  $6a^2+17a+12$ ,  $12x^2-17x+6$ ,  $10x^2-4ax-14a^2$   
 4.  $4x^2+4x+1$ ,  $9a^2-6a+1$ ,  $1+10a+25a^2$ ,  $1-6x+9x^2$ ,  $9x^2-1$ ,  $1-49x^2$   
 5.  $8x^3+27y^3$ ,  $a^3x^3-b^3y^3$

6.  $8x^3+12x^2+6x+1$ ,  $1-9y+27y^2-27y^3$   
 7.  $8a^2+18b^2$ ,  $24xy$ ,  $a^3+5a^2-2a-24$  8.  $a^2+4b^2+9c^2-4ab-12bc+6ca$   
 9.  $a^2+b^2+c^2+d^2-2ab-2ca-2ad+2bc+2bd+2cd$ ,  $x^2-4y^2+9z^2+6xz$   
 10.  $a^5-b^5$   
 練習 (1)  $25+10x+x^2$ ,  $x^2+14x+49$ ,  $9a^2+6ab+b^2$ ,  $a^2+6ab+9b^2$ ,  
 $4a^2+20ab+25b^2$  (2)  $x^2-10x+25$ ,  $49-14x+x^2$ ,  $4a^2-4ab+b^2$ ,  
 $a^2-6ab+9b^2$ ,  $9a^2-12ab+4b^2$  (3)  $x^2-9$ ,  $25-x^2$ ,  $a^2-4b^2$ ,  $9a^2-4b^2$   
 (4)  $x^2+5x+6$ ,  $a^2+13a+42$ ,  $y^2+24y+63$  (5)  $x^2-13x+36$ ,  $b^2-3b+2$ ,  
 $z^2-12z+32$  (6)  $a^2+3a-40$ ,  $a^2-2a-48$ ,  $x^2-5ax+6a^2$ ,  $x^2-2ax-15a^2$ ,  
 $x^2-2xy-8y^2$  (7)  $2x^2+7x+6$ ,  $6x^2-19x+10$ ,  $20a^2-53a+35$ ,  
 $6a^2-13ab+6b^2$  (8)  $3y^2+8y-3$ ,  $20x^2-27x-14$ ,  $42x^3+9ax-6a^2$ ,  
 $15x^2-7ax-4a^2$  (9)  $16x^2+8x+1$ ,  $25x^2-10x+1$  (10)  $1+2ax+a^2x^2$ ,  
 $1-2ax+a^2x^2$  (11)  $4a^2x^2-1$ ,  $1-9b^2x^2$  (12)  $8a^3+b^3$ ,  $a^3-27b^3$   
 (13)  $27x^3+27a^2+9a+1$ ,  $64a^3-48a^2+12a-1$  (14)  $1-3ax+3a^2x^2-a^3x^3$ ,  
 $1+6ax+12a^2x^2+8a^3x^3$  (15)  $2x^2+8y^2$ ,  $60xy$ ,  $x^3-7x+6$  (16)  $4x$ ,  $8+2x^2$   
 (17)  $a^2+b^2+4c^2+2ab-4bc-4ca$ ,  $a^2+9b^2+25c^2-6ab-30bc+10ca$   
 (18)  $x^2+y^2+z^2+u^2-2xy+2xz-2xu-2yz+2yu-2zu$ ,  
 $a^2+9b^2+c^2+16d^2+12ab-4ac-16ad-6bc-24bd+8cd$   
 (19)  $x^4-y^4$ ,  $x^6-1$  (20)  $4x^2+9y^2-16z^2+12xy$  (21)  $1-x^8$   
 (22)  $a^4-2a^2b^2+b^4$ ,  $x^8+2x^6+3x^4+2x^2+1$   
 (23)  $x^4+4ax^3+3a^2x^2-2a^3x-2a^4$  (24)  $x^4+10x^3+35x^2+50x+24$   
 (25)  $x^6+y^6$ ,  $x^6-1$  (26)  $2a^2+2b^2+2c^2+4ab$ ,  $4bc+4ca$   
 (27)  $24ca-12bc$ ,  $x^4-20x^3+140x^2-400x+384$ ,  
 $-x^4-y^4-z^4+2x^2y^2+2y^2z^2+2z^2x^2$

因數分解法 練習 (1)  $a(a-b)$ ,  $x(2a+\frac{1}{2}x)$ ,  $x^2(4x-3)$

(2)  $3ax(x^2-xy+y^2)$ ,  $x^2(x^2-5xy+20y^2)$  (3)  $abc^2(11a-\frac{1}{5}bc)$

$p^2q^3(r^6-7p^4q^2)$  (4)  $(x+5y)^2$ ,  $(5a+3b)^2$ ,  $(2x+1)^2$ ,  $3(a+b)^2$ ,  $(2ax+by)^2$

(5)  $(a-3b)^2$ ,  $(2x-1)^2$ ,  $(2a-3b)^2$ ,  $(1-4x)^2$ ,  $(5a^2x-3b^2y)^2$ ,

$-(x^2-2y^2)^2$  (6)  $xy(x+\frac{1}{2}y)^2$ ,  $(a+b+2c)^2$ ,  $(x^2+y^2-c^2)^2$

(7)  $(a^2+b^2+2ab+2xy)^2$ ,  $(3a+3b-c)^2$  (8)  $(5a+b)(5a-b)$ ,

$(x+3y)(x-3y)$ ,  $(4x+3y)(4x-3y)$ ,  $(x+3y^2)(x-3y^2)$ ,  $(2ab+3c)(2ab-3c)$ ,

$(3ax+7by)(3ax-7by)$ ,  $(7abc+6xyz)(7abc-6xyz)$ ,  $x(2y+3x)(2y-3x)$ ,

$(2x+1)(2x-1)$ ,  $(1+4b)(1-4b)$  (9)  $(a^2b^2+9c^2d^2)(ab+3cd)(ab-3cd)$ ,

$(9x^2y^2+1)(3xy+1)(3xy-1)$ ,  $(4a^2b^2c^2+1)(2abc+1)(2abc-1)$ ,

$a^2(a^4+1)(a^2+1)(a+1)(a-1)$ ,  $(x^4+y^4)(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

$(a^4+b^4c^4)(a^2+b^2c^2)(a+bc)(a-bc)$  (10)  $(1+b+2c)(a+b-2c)$ ,

$(2x+2y+1)(2x+2y-1)$ ,  $3(a+b)(a-b)$ ,  $4b(a-b)$ ,  $(4a+4b-3c)(2a-2b-c)$

$8x(x+1)(x-1)$  (11)  $(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$ ,  $(x+5y)(x^2-5xy+25y^2)$ ,

$4(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$ ,  $(2a^2b^2+x^2)(4a^4b^4-2a^2b^2x^2+x^4)$ ,

$(xy+\frac{1}{3}ab)(x^2y^2-\frac{1}{3}abxy+\frac{1}{9}a^2b^2)$ ,  $3ab(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$

(12)  $(x+y)(x^2+5xy+7y^2)$ ,  $9(x+y)(x^2+xy+y^2)$ ,  $4(x-y)(7x^2-2xy+7y^2)$ ,

$(x+y)(7x^2-13xy+7y^2)$  (13)  $(x+2)(x+3)$ ,  $(x+y)(x+3y)$ ,  $(a+3)(a+5)$

(14)  $(x-2)(x-4)$ ,  $(x-3)(x-5)$ ,  $(x-2)(x-9)$ ,  $(x-1)(x-3)$ ,  $(x-16)(x-15)$

(15)  $(x-1)(x+5)$ ,  $(x-2)(x+3)$ ,  $(x-5)(x+7)$ ,  $(x-2)(x+7)$ ,  $(x+11)(x-12)$ ,

$(a-12b)(a+7b)$ ,  $(a+\frac{1}{2}b)(a-2b)$ ,  $(x+my)(x+\frac{1}{m}y)$ ,  $(a+1)(a-\frac{2}{3})$

(16)  $(a+2b)(a-b+2c)$ ,  $(a+2b+2c)(a-b-c)$  (17)  $(2x+3)(x+4)$ ,

$(3x-1)(x-3)$ ,  $(3x-2)(x-5)$ ,  $(5x-8)(x-6)$ ,  $(4x-y)(x-y)$

(18)  $(2x-1)(x+2)$ ,  $(3x-2)(x+3)$ ,  $(3x-4)(x+5)$ ,  $(9a-5)(a+15)$ ,

$(6a-5b)(a+5b)$  (19)  $(a-4b+2c)(a+3b-4c)$  (20)  $(2a+3b-2c)(a-b+c)$

(21)  $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ ,  $(x^2+5xy+y^2)(x^2-5xy+y^2)$ ,

$(a^2+ab-6b^2)(a^2-ab-6b^2)$ ,  $(x^2+3xy-10y^2)(x^2-3xy-10y^2)$

(22)  $x(x+5)(x^2+5x+10)$ ,  $(x+6)^2(x^2+16x+36)$

(23)  $(x-y+z)(x^2+y^2+z^2+xy+yz-xz)$ ,  $(a-b+1)(a^2+b^2+ab-a+b+1)$ ,

$(a+b-2)(a^2+b^2-ab+2a+2b+4)$  (24)  $(1-ax)(1+ax+bx^2)$

$(a+b)(ax+by+c)$  (25)  $(x^4+7x^2y^2+y^4)(x^2+3xy+y^2)(x^2-3xy+y^2)$

最大公約數 最小公倍數 練習 (1) G.C.M  $ab^2$ ,  $abc^2$ ,  $4xy^2$ ,

$12a^2b^2x^4$ ,  $x^3y^5$ ,  $7xy^3$  L.C.M  $a^3b^3$ ,  $a^2b^2c^3$ ,  $8x^3y^3$ ,  $120a^3b^4x^5$ ,  $72a^2b^3x^4y^6$ ,

$462ab^3x^2y^4z^3$  (2) G.C.M  $xyz^2$ ,  $abc^2x^3$ ,  $5a^2b^2x^3y^3$  L.C.M  $90x^2y^2z^3$

$a^3b^2c^4x^4$ ,  $60a^4b^3x^4y^5$  (3) G.C.M  $x^2(x-a)^2$ ,  $ab(a-b)(a+b)^2$ ,

$b^2c^4(b-c)^2(b+c)$ , L.C.M  $x^3(x-a)^3$ ,  $6ab^2(a-b)^2(a+b)^3$ ,  $b^4c^6(b-c)^6(b+c)^3$

(4) G.C.M  $a^2+3b^2$ ,  $a^2x^2(a+2x)(a-2x)$ ,  $x+2$ , L.C.M  $a^2b(a^2+3b^2)(a^2-3b^2)$ ,

$a^4x^2(a+2x)(a-2x)(a^2+4x^2)$ ,  $(x+1)(x+2)(x+4)$  (5) G.C.M  $x(x+2y)$

$x-1$ ,  $a-b$ , L.C.M  $x^2(x+y)(x+2y)(x+4y)$ ,  $(x-1)(3x-1)(4x-1)$ ,

$a^2(a-b)(3a-b)(4a-b)$  (6) G.C.M  $x-4y$ ,  $ab(a-2b)$

L.C.M  $(x-y)(x-2y)(x-3y)(x-4y)$ ,  $a^3b^5(a-2b)(a-3b)(x+4b)(a+7b)$

二ノ多項式ノ因數分解ニヨラサル最大公約數

練習 (1)  $x^2+x+2$ ,  $x-3$  (2)  $a^2-b^2$  (3)  $a-1$ ,  $x^2+x+1$

(4)  $4x^2-2x+1$ ,  $a^2+3a+1$  (5)  $2a-1$ ,  $a^2-3a+5$  (6)  $x-y$ ,  $a^2+7$

(7)  $x^2-3xy+4y^2$ ,  $2a^2-3a-1$ ,  $x-1$

二ノ多項式ノ因數分解ニヨラサル最小公倍數

練習 (1)  $(9x^3-x-2)(x-4)$  (2)  $(x^3+ax^2-a^2x-a^3)(x-a)$

(3)  $(x^3+10x^2+29x+20)(x^2+5x+6)$

三ノ多項式ノ因數分解ニヨラサル最大公約數及最小公倍數

練習 (1) G.C.M  $x^2+3x+2$ , L.C.M  $(x^3+6x^2+11x+6)(x-3)(x^2-2x)$ 

(2)  $(x^2+5x+7)(x+1)$ ,  $(x^2+5x+7)(x-1)$  (3)  $3x^3-10x^2-2x+4$

約分 練習 (1)  $\frac{ab}{x}$ ,  $2xyz$ ,  $\frac{mnyz}{x^2y}$  (2)  $\frac{x-5y}{x-6y}$ ,  $\frac{1-a^2b^2}{1+4a^2b^2}$ 

$(a-x)(a+x)$ ,  $-3$  (3)  $\frac{a-1}{a+2}$ ,  $\frac{2x+3y}{3x^2-y^2}$ ,  $\frac{3x^2+5x+1}{2x^2+5x+3}$ ,  $\frac{2x^2+3x+2}{2x^2+5x+2}$

分數式符號ノ變化 練習 (1)  $-\frac{x}{x+a}$ ,  $-\frac{x+6}{(x+2)^2}$ 

(2)  $-(x+y)$

分數式加減法 練習 (1)  $a$ ,  $\frac{x^2}{x^2-xy+y^2}$  (2)  $1$ ,  $\frac{2}{a}$ ,  $\frac{y}{x}$ 

(3)  $\frac{4x^3}{y(x+y)(x-y)}$ ,  $\frac{2(3x+1)}{(x+1)(x+2)(x-3)}$ ,  $\frac{4b}{a-b}$ ,  $\frac{1}{x}$  (4)  $\frac{x+11}{(x-5)(x+3)}$

$\frac{2(7x+3)}{(x-6)(x+4)}$ ,  $\frac{y}{(4y-x)(x-5y)}$ ,  $\frac{2a}{(3a-2b)(5a-2b)}$ ,  $\frac{8ab}{(a-2b)(a+2b)}$

$\frac{2(4x^2+9y^2)}{(2x-3y)(2x+3y)}$  (5)  $-\frac{1}{x+1}$ ,  $\frac{1}{a-3}$ ,  $\frac{a}{(a-2)^2}$ ,  $\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}$

$\frac{2x+1}{(x-2)(x-3)(x+4)}$  (6)  $\frac{4x^3}{y(x+y)(x-y)}$ ,  $\frac{2(x^2-2x+36)}{(x-2)(x+4)(x^2+4)}$

(7)  $\frac{32}{x^4-16}$ ,  $\frac{a+3}{a^4-1}$ ,  $\frac{9a^2+32a-1}{1-81a^4}$ ,  $\frac{8x^6}{a^6-x^6}$

(8)  $\frac{4(7-x^2)}{(x^2-1)(x^2-4)}$ ,  $\frac{2}{x(x^2-1)}$ ,  $\frac{5a^2+16}{a(a+1)(a+2)(a+8)}$ ,  $\frac{4(a^4-2a^2+4)}{a^2(a^2-1)(a^2-4)}$

$\frac{24}{x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$  (9)  $0$ ,  $0$ ,  $\frac{x}{(x-2a)^2}$

$\frac{2}{(x-1)(x-2)(x-3)}$ ,  $\frac{2(2x+3)}{(x+1)(2x+1)(2x-1)}$

(10)  $\frac{x^6-x^4+1}{x^6+x^4+1}$ ,  $1$ ,  $\frac{2x^2+a-c}{x+a}$ ,  $0$ ,  $1$

分數乘法 習練 (1)  $\frac{2x}{x+2}$ ,  $\frac{x-3}{3x-5}$  (2)  $\frac{x^2+2x+4}{x+1}$ 

(3)  $\frac{x^2}{(x-2)(x+3)}$ ,  $\frac{a-1}{a-4}$ ,  $1$ ,  $\frac{(x-1)(x-5)}{(x-2)(x-4)}$ ,  $\frac{x^2+ax+a^2}{x-2a}$

(4)  $1$ ,  $1$ ,  $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ , (5)  $\frac{b^5q^5(x+y)^2}{ap^2x^4y^4(a-b)^2}$

分數除法 練習 (1)  $\frac{x+y}{x-y}$ ,  $\frac{3(2x+3)}{x^2+3}$ ,  $\frac{1}{4a^2b}$ 

(2)  $\frac{2x-3y}{xy(x+y)}$ ,  $\frac{1}{x-y}$ ,  $\frac{x^2+xy+2y^2}{x(x-y)}$

(3)  $\frac{1}{(x+9)(1-7)}$ ,  $\frac{(x^2+b^2)(x^2-bx+b^2)}{x^3(x+b)}$ ,  $\frac{x-1}{x^2}$

繁分數式 練習 (1)  $\frac{x}{x-3}$ ,  $\frac{1}{x-3}$ ,  $\frac{x(x+2)}{x+3}$ ,  $\frac{x+3}{x-2}$ 

$(1+a)^2(1-a)^2$  (2)  $0$ ,  $\frac{2(a^2+b^2)}{ab(a+b)}$ ,  $\frac{2xy^2}{x^2-y^2}$  (3)  $\frac{x}{x^2-a^2}$ ,  $a+x$ ,  $a-1$ ,  $1$ ,

$\frac{xy(x-y)}{x+y}$ ,  $1$ ,  $m$ ,  $\frac{(x^3-y^3)(y^2+1)}{xy(x^3+y^3)}$  (4)  $\frac{3(x+1)^2(3x+4)(4x+5)}{(2x+3)(5x+6)(x^2+5x+5)}$

$\frac{(x-y)(x+3y)}{4xy(x+y)(3x-5y)}$  (5)  $x+1$ ,  $\frac{1}{3x^3}$ ,  $\frac{1}{3}x^2(x-1)$ ,  $\frac{4}{3(a+1)}$ ,  $\frac{x^2-x+1}{x^4+x-1}$

(6)  $a+b+c$ ,  $\frac{2}{a(a-b)}$ ,  $\frac{a+b-c}{a-b-c}$ ,  $(a+b)(b+c)(c+a)$ ,  $\frac{4x(9x+23)}{45x^2+46x+45}$

一元一次分數方程式問題 1.  $-4$ , 2.  $\frac{11}{13}$  3.  $1$  4.  $-2$ 

5.  $4$  練習 (1)  $7$  (2)  $-2$  (3)  $9\frac{12}{31}$  (4)  $13$  (5)  $-2\frac{12}{25}$

(6)  $b-a$  (7)  $b$  (8)  $a^2-b^2$  (9)  $\frac{a^2b}{b-a}$  (10)  $-\frac{1}{3}$  (11)  $21$  (12)  $\frac{38}{41}$

(13)  $-\frac{3}{7}$  (14)  $2\frac{2}{5}$  (15)  $\frac{3}{2}$  (16)  $\frac{23}{6}$  (17)  $-2$  (18)  $-2$

(19)  $\frac{4}{15}$  (20)  $-4$  (21)  $\frac{3}{2}$  (22)  $5$  (23)  $3\frac{1}{2}$  (24)  $3\frac{1}{4}$  (25)  $-6$

(26)  $2$  (27)  $\frac{ab}{b-a}$  (28)  $-\frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}$  (29)  $-2(a+b+c)$  (30)  $\frac{a^2+b^2}{a+b}$

聯立一次分數方程式問題 1. 1, 2 2. 1, 0 3.  $\frac{23}{7}, -\frac{23}{33}$

4.  $\frac{1}{2}(2a+b+c), \frac{1}{2}(a+2b+c), \frac{1}{2}(a+b+2c)$  5.  $\frac{2a}{m+n}, \frac{2b}{l-n}, \frac{2c}{l-m}$

練習 (1) 4, -3 (2) -1, 1 (3)  $\frac{23}{7}, \frac{47}{7}$  (4)  $\frac{abc}{b-a}, \frac{abc}{a-b}$

(5) b, a (6)  $\frac{18}{7}, \frac{8}{3}$  (7)  $\frac{19}{67}, -19$  (8) 3, 2 (9) 3, 6

(10)  $\frac{1}{3}, -4$  (11) 1,  $-\frac{1}{4}$  (12)  $-\frac{1}{2}, \frac{19}{15}, \frac{7}{30}$  (13) 2bc, 2ca, 2ab

(14) 2, 3, 4 (15)  $-\frac{2a}{e+f}, -\frac{2b}{d+f}, -\frac{2c}{d+e}$

分數方程式應用ノ問題 1. 4 2.  $8\frac{2}{5}$ 日 3. 40分 4. 18哩

5. 1圓60錢 6. 金16.15瓦, 銅3.23瓦, 寶石1瓦 7. 10時間

練習 (1) 26 (2) 4 (3) 15日 (4) 甲24日, 乙40日

(5)  $\frac{a(c-b)}{a-b}$  (6) 3時間 (7) 甲  $8\frac{8}{11}$ 時, 乙  $19\frac{1}{5}$ 時, 丙96時

(8) 電車ノ長サ90米, 甲速1秒8米, 乙速1秒7米 (9) 距離280哩

甲速  $23\frac{1}{3}$ 哩, 乙速  $17\frac{1}{2}$ 哩 (10) A 18哩, B 12哩 (11) 450哩

(12) 15哩 (13) 上リ20町, 下リ30町 (14) 甲10圓, 乙8圓

(15) 16:9 (16) 4時間,  $\frac{5}{12}$ 里

## 實用代數學上卷問題

答之部終リ

昭和四年八月一日印刷

昭和四年八月五日發行

實用代數學

上卷

定價金壹圓貳拾錢

著者 中央高等工學校  
中央工學校  
幹事兼講師 松本小七郎

發行者 東京市外濠橋町  
柏木千五番地 松本小七郎

印刷者 東京市下谷區  
御徒町二ノ二四 福岡一郎

印刷所 東京市下谷區  
御徒町二ノ二四 福壽堂印刷所  
電話下谷四三五五

發行所 東京市神田區  
中猿樂町五 中央工學校  
電話九段(33) {三三三}

324  
184

終

牛