



506,82

3

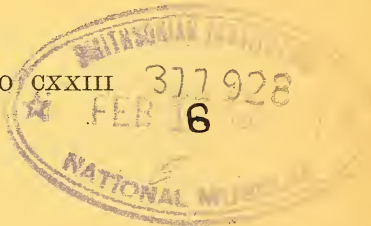
123701
Smithsonian Institution

ANALES
 DE LA
 SOCIEDAD CIENTIFICA
 ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
 ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

ENERO 1937. — ENTREGA I. — TOMO CXXIII 317 928



SUMARIO

	PÁGINA
A. E. SAGASTUME BERRA. — Fundamentos matemáticos de la música . . .	1
J. C. VIGNAUX. — Generalización de una fórmula de Schwarz	33
E. L. DÍAZ. — Notas sobre la circulación atmosférica en territorio argen- tino y la radiación solar	36
F. L. GASPAR. — La función de primera aproximación y la definición analítica de las superficies de frecuencias experimentales	39
F. L. G. — Prof. Karl Pearson. 1857-1936. Necrología	47

Buenos Aires
 Calle Santa Fé 1145

1937

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca † Dr. Mario Isola † Dr. Germán Burmeister † Dr. Benjamín A. Gould † Dr. R. A. Phillippi † Dr. Guillermo Rawson † Dr. Carlos Berg † Dr. Valentín Balbín † Dr. Florentino Ameghino †	Dr. Carlos Darwin † Dr. César Lombroso † Ing. Luis A. Huergo † Ing. Vicente Castro † Dr. Juan J. J. Kyle † Dr. Estanislao S. Zeballos † Ing. Santiago E. Barabino † Dr. Carlos Spagazzini † Dr. J. Mendizábal Tamborel †	Dr. Enrique Ferri † Ing. Eduardo Huergo † Dr. Walter Nernst Dr. Eduardo L. Holmberg Ing. Guillermo Marconi Dr. Alberto Einstein Dr. Angel Gallardo † Dr. Cristóbal M. Hicken †
--	--	---

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1936-1937)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Nicolás Besio Moreno
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia.</i>	Doctor Elías A. De Cesare
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Protesorero</i>	Profesor José E. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	General Ingeniero Arturo M. Lugones
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Ingeniero Carlos Posadas
<i>Vocales</i>	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez
	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA MÚSICA

POR A. E. SAGASTUME BERRA

*Dedicado a mi esposa, en el día
de su cumpleaños. — A. E. S. B.*

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo nos proponemos estudiar los puntos esenciales de la teoría musical, desde un punto de vista sobre todo matemático. Al hablar de « teoría musical » damos, es verdad, un sentido algo restringido a esta expresión: el músico que siga nuestras consideraciones notará que nos referimos solamente a una parte de lo que para él es « teoría musical », dejando de lado, por ejemplo, las cuestiones referentes a la métrica, al ritmo, así como las de estética que en rigor pertenecen también a aquélla.

En la música, como en todo arte, hay también algo de ciencia; y así como el pintor, pongamos por caso, necesita de ciencias auxiliares como la geometría, algo de física y química (teoría de los colores) etc., el músico no debe desdeñar los conocimientos científicos necesarios para su arte. Ciertamente es que la ciencia no explica todo en el arte, y que el que emprende un estudio científico de esta clase, sabe de antemano que existe una barrera, un límite más allá del cual no le es dado avanzar; pero ese límite varía en función del estado de los conocimientos y también de las tendencias de la época. Nada tiene de extraño, pues, que hoy, en la era de la técnica, nos interese más, tal vez más que ayer, por los fundamentos científicos del arte.

Más que ayer, pero no más que « anteayer ». En efecto, para aquellos a quienes haya sorprendido el tema de este trabajo, no estará de más consignar que en la Edad Media, la música era mucho más científica que ahora: se la estudiaba en la categoría de ciencia, al lado de la aritmética, la geometría y la astronomía, en el *quadrivium*, como se llamaba al conjunto de estas cuatro materias. Y si nos remontamos hasta la época de Pitágoras, hallamos que la música es, relativamente, mucho más *ciencia* aún.

Ese paralelismo entre la música y la ciencia ha ido desapareciendo, y hoy nos encontramos con que los músicos ignoran, o poco menos, los fundamentos científicos de su arte, mientras que los matemáticos por su parte, no se molestan en aplicar el poderoso medio de estudio e investigación en materia musical, que tienen en sus manos. Existe una intuición generalizada de que música y matemáticas tienen algo de común; pero no se sabe discernir qué es ese algo; se citan siempre ejemplos, de músicos-matemáticos o de matemáticos-músicos, como para hacer sospechar la existencia de un nexo misterioso entre ambas disciplinas; pero no se tiene noción de dónde está ese nexo.

Bien es verdad que la confusión reinante ha sido agravada por músicos pseudo-científicos o matemáticos pseudo-artistas, que han errado el camino, contribuyendo a formar y mantener una atmósfera hosca, de desorientación e incomprensión, que ha hecho mirar con desconfianza las tentativas de acercamiento de la música a las matemáticas, o a la física.

Esperamos no haber caído en semejantes errores. De todas maneras, pedimos que no se juzgue con precipitación este trabajo. Entendemos dedicarlo tanto a músicos como a matemáticos; y si aquellos encuentran algo abstrusos algunos pasajes, esperamos que las consecuencias de las ideas que exponremos, llevadas al terreno de la práctica musical, aclaren las dudas y disipen la *a priori* inevitable desconfianza; y en cuanto a los matemáticos, les rogaremos nos excusen la prolijidad con que exponremos puntos o razonamientos que les son familiares, pero que queremos sean comprendidos también por los músicos.

Si con este trabajo, resumen de muchas cosas conocidas y algunas nuevas, contribuimos a despejar aquella atmósfera a que nos referíamos, ello será nuestra mejor recompensa.

* *

Este estudio comprende en total seis capítulos. En el primero, repasamos las nociones de acústica necesarias, tales como la causa del sonido, sus cualidades, el fenómeno de los armónicos, etc., orientando esos conceptos en el sentido más conveniente a nuestros fines; se dan también nociones sobre intervalos musicales y su medida, y algo sobre la teoría de la consonancia.

En el Cap. II analizamos la construcción de la gama musical, dando las condiciones a que debe satisfacer, y explicando cómo se puede construir, en la forma más lógica y natural posible, un con-

junto de sonidos aptos para ser utilizados musicalmente. El matemático encontrará en este capítulo algunos teoremas interesantes.

En el Cap. III tratamos el problema de la *atemperación*, que se reduce en esencia a dar un criterio para elegir entre las (infinitas) notas de la gama construída, un número finito de ellas, destinadas a ser utilizadas en la práctica. Los criterios establecidos en los casos ya conocidos permiten una generalización que es ayudada por una adecuada representación geométrica hiperespacial.

Aplicando esos criterios examinamos, en el Cap. IV, algunas de las numerosas gamas propuestas, haciendo una crítica de cada una de ellas, en particular de la gama atemperada usual, la cual *no responde* a los principios acústicos de donde podemos derivar las gamas. Se estudian asimismo las gamas de Pitágoras, de Tolomeo o de Zarlino, la pentatónica de los pueblos primitivos, las de Salinas, Grammateus, Ramos Pareja, etc.

El Cap. V contiene los fundamentos de la armonía musical. La representación hiperespacial introducida en el Cap. III es un auxiliar precioso para definir y estudiar los *acordes*, en especial los perfectos, mayores y menores, así como otros tipos. Se enuncian también dos principios armónicos generales, que llamamos el de *dualidad* (análogo a su homónimo de la geometría) y el de *sustitución*. Se estudian los acordes y tonalidades *relativas*, y el capítulo termina con una comparación entre los distintos conceptos de *consonancia* de un acorde, en donde juegan un rol fundamental los *sonidos diferenciales* o de *Tartini*, descubiertos por Sorge.

El último capítulo, VI, nos presenta a los acordes en relación con la teoría algebraica de los *ideales*, derivándose de ahí la noción de *bajo fundamental* de un acorde, del cual se estudian las propiedades. Las oportunas definiciones de la altura, absoluta y relativa, y de la consonancia (relativa) de un acorde nos permiten luego, mediante consideraciones respecto a los mínimos de una cierta función, definir lo que se entiende por *tónica* y *dominantes* (generalización de los conceptos corrientes de dominante y subdominante) de una tonalidad, y llegar así a las notas *diatónicas* y *cromáticas*, fundamento de la teoría melódica. Se estudian los diversos *modos* de una gama (en sentido distinto del usual) y termina el capítulo con varias reflexiones y ejemplos de aplicación de la teoría.

En cuanto a la bibliografía, que sobre estos temas es abundante, no nos ha sido posible consultar sino unas pocas obras. Damos sin embargo, a continuación, una lista de las principales, por orden alfabético de autores:

- I - *Blaserna et Helmholtz*. — Le son et la musique (París, 1879 ed. Alcan).
 II - *Boecio*. — De Institutione Musica (ed. G. Friedlein, 1867).
 III - *Bosanquet, R. H. M.* — An Elementary Treatise on Musical Intervals and Temperament (Londres, 1876).
 IV - *Domínguez Berrueta, J.* — Sobre la teoría científica de la música. — Revista de la R. Academia de C. Exactas, Físicas y Naturales de Madrid (Marzo, Abril y Mayo de 1916).
 V - *Domínguez Berrueta, J.* — Teoría física de la música. — Memorias de la R. Academia de C. Exactas, Físicas y Naturales de Madrid. (Serie 2ª, tomo V, 1927).
 VI - *Gandillot, M.* — Essai sur la gamme (París, 1906)
 VII - *Guillemín, A.* — Les premiers éléments de l'acoustique musicale (París, 1904, ed. Alcan).
 VIII - *Helmholtz, H. von.* — Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlagen für die Theorie der Musik (4ª ed.).
 IX - *Helmholtz, H. von.* — Vorlesungen über die mathematischen Akustik (1898).
 X - *Mersenne, M.* — Harmonicorum Libri XII (París, 1648).
 XI - *Murray Barbour, J.* — The Persistence of the Pythagorean Tuning System - Scripta Mathematica, vol. I, nº 4, Junio 1933.
 XII - *Rameau, J. Ph.* — Démonstration du principe de l'harmonie (París, 1750).
 XIII - *Rayleigh, Lord.* — The Theory of Sound (2 volúmenes, 2ª ed., Londres, 1929).
 XIV - *Riemann, H.* — Armonía y modulación (ed. Labor, 1930).
 XV - *Sachs, Curt.* — La música en la antigüedad (ed. Labor, 1927).

CAPITULO I

LOS FENÓMENOS PRIMARIOS DE LA ACÚSTICA MUSICAL

1. — El « material » con que la música construye su obra artística es el *sonido*: así como el pintor utiliza colores, el escultor trozos de materia, el poeta palabras, así el músico utiliza sonidos, que combina sucesiva o simultáneamente, formando una especie de tejido sonoro, cuyas fibras verticales, por así decir (simultáneas) constituyen la *armonía*, mientras que las horizontales (sucedíéndose según un ritmo) forman lo que se llama la *melodía*.

El sonido, desde el punto de vista físico, es nada más que un proceso ondulatorio o vibratorio de un medio elástico, que puede ser el aire o cualquier otra substancia, por ejemplo las cuerdas de los instrumentos, madera, metales, etc. Refiriéndonos al aire, debemos imaginarnos una onda sonora como un fenómeno periódico, por cuya acción en cada punto se producen dilataciones y contracciones sucesivas, periódicamente, a manera de sístole y diástole, que empujan en un sentido u otro las masas vecinas del aire, propagándose así

de un punto a otro de tal manera que, en un instante cualquiera, encontraríamos que los puntos de máxima dilatación, o los de máxima compresión, o los de un estado cualquiera intermedio, se suceden, en cada dirección, a intervalos regulares. Se trata, pues, de un fenómeno doblemente periódico: periódico en el tiempo (para cada punto a intervalos iguales de tiempo se reproducen los mismos estados) y periódico en el espacio (para cada instante, a distancias iguales se reproducen los mismos estados).

En una cuerda tensa, el proceso es análogo: cada partícula de la cuerda se mueve a uno y otro lado de su posición normal de equilibrio, repitiéndose los mismos estados a intervalos iguales de tiempo; y a su vez, si pudiéramos fotografiar la cuerda en un instante dado, observaríamos que ha adoptado una forma que puede no ser muy regular, pero de tal modo que a distancias iguales, las partículas ocupan igual posición con respecto a su estado de equilibrio.

2. — Los fenómenos que se producen en una cuerda en vibración son tan típicos y por otra parte, tan importantes desde el punto de vista musical, que no vacilamos en tomar dicha cuerda como modelo para nuestro estudio. De igual manera podríamos tomar un tubo sonoro, lo que nos llevaría a consideraciones semejantes; pero es talvez más objetivo el caso de la cuerda.

Dediquémonos, pues, a estudiar algo más de cerca el fenómeno de la *cuerda vibrante*. Ya dijimos que ese fenómeno es doblemente periódico, en el tiempo y en el espacio. Ahora bien: en trigonometría elemental se estudian las funciones $\text{sen } \alpha$ (*seno* del arco α) y $\text{cos } \alpha$ (*coseno* de α) que tienen, entre otras, la propiedad de que, cuando el arco α aumenta o disminuye en $2\pi = 2 \times 3,14159$ (longitud de la circunferencia de radio 1, o del arco correspondiente al ángulo central de 360°), vuelven a tomar idénticos valores; en otros términos, el seno y el coseno son funciones periódicas, con el período 2π . Se concibe ahora que si en vez del arco α tomamos un *tiempo* o una *longitud*, podremos obtener funciones periódicas del tiempo o de la longitud, y esto nos lleva a sospechar que el estado de nuestra cuerda vibrante podrá expresarse mediante senos, o cosenos, de tiempos y longitudes.

Claro es que esta sospecha no constituye en manera alguna una prueba o demostración. El matemático necesita mucho más que eso para darse por satisfecho. En nuestro caso, la demostración puede hacerse con todo rigor lógico por el camino que indicaremos someramente a continuación.

Establezcamos, en la dirección de la cuerda en reposo (fig. 1) un eje de abscisas x , cuyo origen O coincida con uno de los extremos de la cuerda. Esta es OA , de longitud l . En O y perpendicularmente a Ox , tracemos el eje de ordenadas Oy . Entonces, la posición de cada punto P de la cuerda en estado de vibración (representada por la línea sinuosa que va desde O hasta A) podrá caracterizarse por sus coordenadas x, y . Se demuestra entonces que, llamando t al tiempo,

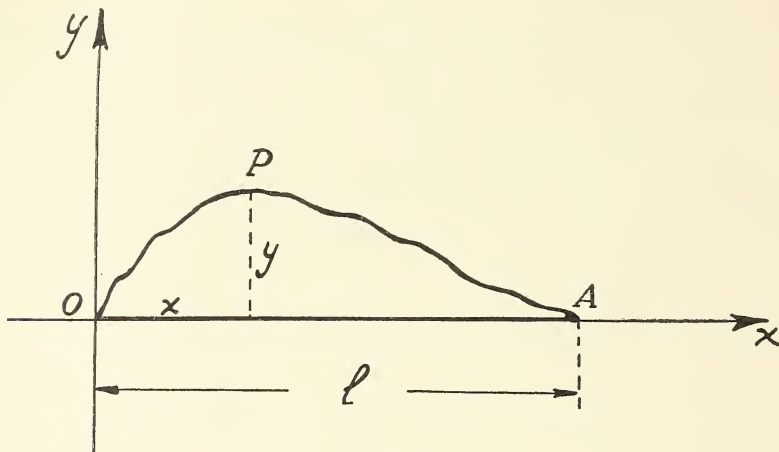


Fig. 1

tiene lugar la siguiente ecuación diferencial, llamada *ecuación de la cuerda vibrante*:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad [1]$$

donde a es una constante que depende solo de la sección s , densidad d y tensión T de la cuerda, y que tiene por expresión

$$a = \sqrt{\frac{T}{sd}} \quad [2]$$

La ecuación [1], si bien no es difícil de interpretar en términos vulgares, no significa otra cosa sino una expresión matemática de la ley que rige el fenómeno. Lo único que nos interesa es que la solución de esa ecuación puede expresarse mediante senos o cosenos de tiempos y longitudes; y en efecto, se puede verificar que la expresión

$$y = A \operatorname{sen} \alpha x \cdot \operatorname{sen} \alpha x t, \quad [3]$$

donde A y α son constantes, satisface a la ecuación [1].

La expresión [3], si hacemos en ella $t = 0$, y tenemos en cuenta que $\text{sen } 0 = 0$, nos da $y = 0$. Es decir, que para el instante $t = 0$, cualquiera sea la x , es siempre nula la y , o en otros términos, la cuerda está en su posición de equilibrio. Es decir, que la solución [3] corresponde al hecho de comenzar a contar el tiempo cuando la cuerda parte de su posición de equilibrio.

También para $x = 0$ y cualquiera sea t , por análoga razón se obtiene $y = 0$, lo que corresponde al hecho de que el extremo O de la cuerda es fijo. El otro extremo A , correspondiente a $x = l$, debe quedar fijo asimismo, es decir que, cualquiera sea t , debe ser $y = 0$ para $x = l$. Como A es una constante no nula, y $\text{sen } \alpha l$ adquiere, al variar t , valores no nulos, para que se anule la y deberá verificarse

$$\text{sen } \alpha l = 0 .$$

Pero el seno solo se anula cuando su argumento es un número entero de medias circunferencias, o sea un número $n\pi$, siendo n un número entero. Entonces

$$\alpha l = n\pi ,$$

de donde resulta

$$\alpha = \frac{n\pi}{l} ,$$

y finalmente, la solución [3] toma la forma

$$y = A \text{ sen } \frac{\pi n}{l} x . \text{ sen } \frac{\pi n}{l} at \quad [4]$$

3. — La expresión [4] es una solución de la ecuación [1], que corresponde al caso de la cuerda de que se trata. Pero ello no nos autoriza por ahora a decir que el movimiento de la cuerda deba regirse por fuerza por una expresión de este tipo. Basta, en efecto, reflexionar que si damos a los números A y n dos pares de valores distintos $A_1, n_1; A_2, n_2$, y sumamos las dos expresiones de y así obtenidas de la [4], se obtiene también una solución. Y este razonamiento puede generalizarse en varios sentidos, pero basta ya para justificar nuestra afirmación.

Ahora bien: existe un teorema general, de Fourier, según el cual una función cualquiera puede, en general, expresarse como una *serie* (suma compuesta de un número infinito de términos) cuyos términos

son senos y cosenos de la variable de que se trate. Aplicado este teorema al caso presente, nos dice que una solución de la ecuación [1] se expresará como una serie de infinitos términos del tipo [4] (obtenidos, naturalmente, dando a A y a n distintos valores, siendo los de n enteros). O, en otros términos, la solución más general posible de a ecuación [1] para el caso que nos ocupa, será

$$y = A_1 \operatorname{sen} \frac{\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{l} at + A_2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{l} at + \\ + A_3 \operatorname{sen} \frac{3\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{3\pi}{l} at + \dots + A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} at + \dots$$

o abreviado:

$$y = \sum_n A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} at. \quad [5]$$

4. — Podemos, pues, limitarnos a estudiar el término general

$$y_n = A_n \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x \cdot \operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} at \quad [6]$$

de la serie [5]. Esta expresión se compone de tres factores: A_n , constante; $\operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} x$; y $\operatorname{sen} \frac{n\pi}{l} at$. Sobre cada uno de ellos por separado haremos algunas reflexiones.

En primer lugar, imaginemos que, sin variar los otros factores, hacemos crecer el valor de A_n . Para cada punto (es decir, para cada valor fijo de x) y en cada instante (para cada valor fijo de t), los dos últimos factores no varían, de modo que al aumentar A_n aumenta proporcionalmente el valor de y_n . Por consiguiente, la separación de la cuerda de su posición de equilibrio aumenta, y con ello impulsará con mayor violencia las masas de aire que se encargan de transmitir a nuestro oído el sonido. La consecuencia es que éste se hace más *intenso*, más potente. Podemos decir, por lo tanto, que el coeficiente A_n mide la *intensidad* del sonido. También se llama a A_n , la *amplitud* de la vibración.

El segundo factor es, como sabemos, una función periódica, lo que significa que para ciertas distancias iguales, el estado vibratorio en los puntos correspondientes es el mismo. Si hacemos $x = \frac{k}{n} l$,

siendo k uno de los números $0, 1, 2, \dots, n$, ello quiere decir que consideramos el punto que representa las k n -avas partes de la cuerda.

Para esos valores de x resulta $\frac{\pi n}{l} x = \frac{\pi n}{l} \cdot \frac{kl}{n} = k\pi$, es decir, un múltiplo entero de π . Entonces resulta $\text{sen } k\pi = 0$, como sabemos, y anulándose este factor, se anula la expresión y_n , cualquiera sea el valor de t . Es decir que en toda la duración del fenómeno, esos puntos

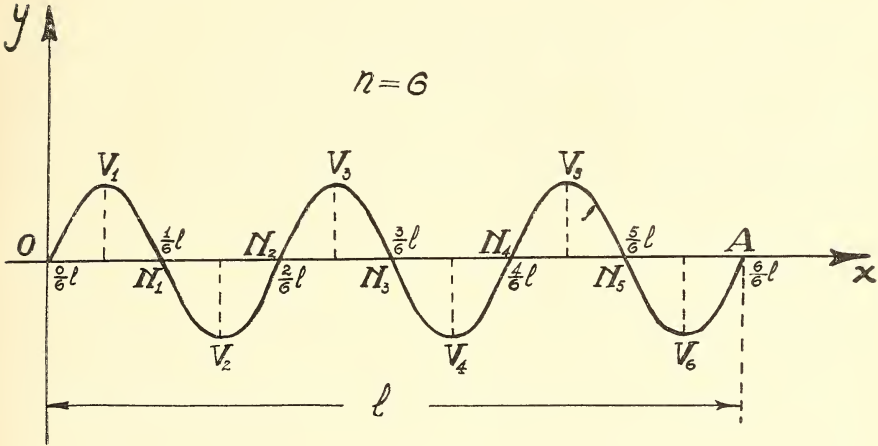


FIG. 2

están permanentemente en reposo. Por ello se llaman los *nodos* (véase la fig. 2, donde se ha representado el caso $n = 6$). Los extremos O , A son siempre nodos. En cambio si tomamos un punto $x = \frac{k}{n} l + \frac{1}{2n} l$, que difiere de un nodo en la mitad de la distancia al sucesivo, se tiene

$$\frac{\pi n}{l} x = \frac{\pi n}{l} \cdot \frac{kl}{n} + \frac{\pi n}{l} \cdot \frac{l}{2n} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

y

$$\text{sen } \frac{\pi n}{l} x = \text{sen } \left(k\pi + \frac{\pi}{2} \right) = \pm 1,$$

correspondiendo el signo $+$ ó el $-$ según que k sea par o impar. Los valores ± 1 son los extremos del seno, que no puede tomar valores mayores que $+1$ ni menores que -1 . Por consiguiente, los valores de y_n serán también los máximos y mínimos posibles, es decir, en esos

puntos la cuerda se apartará lo más posible de su posición de equilibrio. Son los *vientres* o puntos de máxima vibración.

Finalmente, el tercer factor, $\text{sen } \frac{\pi n}{l} at$, que nos da la periodicidad en el tiempo, puede estudiarse en forma análoga al segundo, solamente que en lugar de x , ahora tenemos at . Por lo tanto, si $at = \frac{k}{n} l$, es $\text{sen } \frac{\pi n}{l} at = \text{sen } k\pi = 0$ cualquiera sea el valor de x , es decir que en esos instantes la cuerda pasa por su posición de reposo. Si contamos sucesivamente dos de esos pasos, en el segundo la cuerda vuelve a iniciar su vibración en el mismo sentido. En otros términos, el intervalo entre dos instantes sucesivos de reposo mide *la mitad del período* T_n de vibración. El instante t_k correspondiente al valor k es

$$t_k = \frac{k}{an} l,$$

y el instante de reposo siguiente,

$$t_{k+1} = \frac{k+1}{an} l,$$

de modo que el tiempo transcurrido, o sea el semiperíodo, es:

$$t_{k+1} - t_k = \frac{1}{2} T_n = \frac{l}{an} (k+1 - k) = \frac{l}{an}$$

y el período será:

$$T_n = \frac{2l}{an}.$$

Si en T_n segundos la cuerda efectúa una oscilación completa, en un segundo efectuará $\frac{1}{T_n}$ oscilaciones. Ahora bien, el número de oscilaciones por segundo es lo que se llama la *frecuencia*, concepto importantísimo desde nuestro punto de vista puesto que define, como lo veremos más adelante, la *altura* de un sonido. Indicando la frecuencia con ν_n , tendremos entonces:

$$\nu_n = \frac{1}{T_n} = \frac{an}{2l} \quad [7]$$

Terminaremos este párrafo observando que, si queremos obtener una imagen objetiva del fenómeno, por ejemplo en el caso de la fig. 2 ($n = 6$), no tenemos sino que suponer materializada la línea sinusoide, y sujeta al eje en los nodos $O, N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, A$ y hacerla girar alrededor del eje x con movimiento uniforme. Así se verá, observando desde cierta distancia, que los puntos de la curva efectúan vibraciones alrededor de la línea de equilibrio OA , a la que nuestra curva materializada cubre cuando se encuentra « de perfil ». El tiempo de una revolución completa corresponde así al período, y el número de vueltas en la unidad de tiempo será la frecuencia.

5. — En el § anterior hemos hecho el estudio de uno de los términos, [6], de la serie [5]; ese término representa lo que podemos llamar un *sonido simple* o, como se suele decir también, una *nota* o un *tono* (en sentido diverso del tono-intervalo que conocen los músicos). Advertiremos que muchas veces, al referirnos en lo sucesivo al sonido, sin calificativo, entenderemos que se trate de un sonido simple o nota; en cambio cuando no lo sea, especificaremos su calidad diciendo *sonido compuesto*. Y en cuanto a la palabra tono, preferimos reservarla para los intervalos que en música llevan ese nombre.

En el estudio del sonido simple [6] hemos encontrado dos cualidades, *intensidad* y *altura*, de gran importancia para la música; falta aún una tercera característica clásicamente conocida, el *timbre*. Es que un sonido simple no tiene timbre, o más bien, no tiene sentido hablar del timbre de un sonido de esta clase. Este concepto aparece recién cuando consideramos el sonido compuesto dado por la serie [5].

El sonido compuesto proviene de la yuxtaposición o coexistencia de infinitos sonidos simples, dados por los términos de la serie [5]. Las frecuencias de esos sonidos, según [7], son:

$$\nu_1 = \frac{a}{2l} \quad ; \quad \nu_2 = \frac{2a}{2l} \quad ; \quad \nu_3 = \frac{3a}{2l} \quad ; \quad \nu_4 = \frac{4a}{2l} \quad ; \quad \dots$$

o sea:

$$\nu_1 = \frac{a}{2l} \quad ; \quad \nu_2 = 2\nu_1 \quad ; \quad \nu_3 = 3\nu_1 \quad ; \quad \nu_4 = 4\nu_1 \quad ; \quad \dots,$$

es decir, son los *múltiplos* sucesivos de la llamada *frecuencia fundamental* que es ν_1 . Estos sonidos simples se llaman 2°, 3°, 4°,... *armónicos* del fundamental; no hay inconveniente, si ello es cómodo,

en llamar a éste último, *primer armónico* a fin de unificar la nomenclatura.

Todos estos armónicos se producen en general simultáneamente al vibrar la cuerda, teniendo cada uno de ellos su amplitud, A_1 , A_2 , A_3 , ..., que puede aún ser cero en algunos casos, significando ello que el correspondiente armónico no aparece como componente. Debemos entonces imaginarnos que el movimiento de la cuerda está producido por la vibración que hemos descripto para cada armónico,

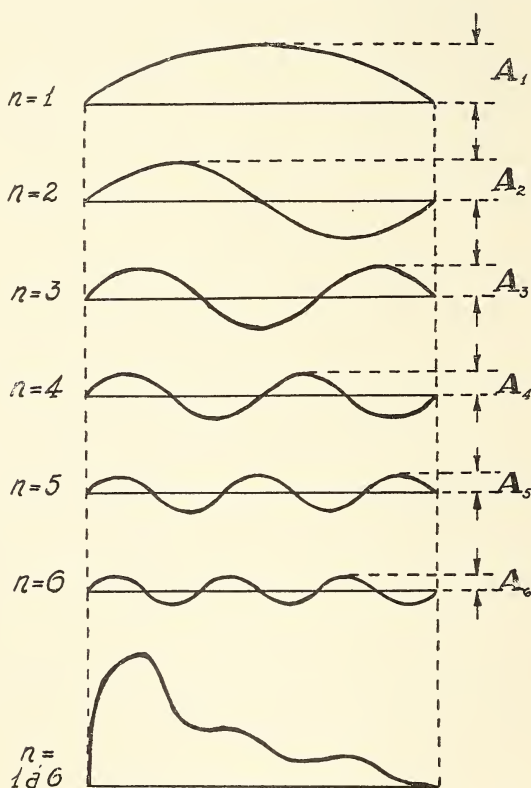


FIG. 3

pero interviniendo *simultáneamente* todos los armónicos, con diversas amplitudes.* En la fig. 3 por ejemplo, hemos representado los seis primeros armónicos, con las amplitudes indicadas a la derecha, y abajo la forma de la curva resultante, que se ha obtenido sumando para cada abscisa las ordenadas de aquellas seis primeras curvas, teniendo en cuenta, naturalmente, su signo o sentido.

La forma de la curva resultante depende, como es lógico, de los armónicos y de las amplitudes componentes. Así por ejemplo, dos

cuerdas afinadas a la misma nota, v. gr. *do*, pero una de violín y otra de piano, dan sonidos (compuestos) distintos, debido a que los armónicos que los componen están distribuídos con diferentes amplitudes relativas. Como la cualidad específica que distingue dos sonidos de igual altura (y, si se quiere, de igual intensidad) es el *timbre*, podemos decir en consecuencia que *el timbre de un sonido compuesto está determinado por las amplitudes relativas de los armónicos que lo componen*.

6. — Puesto que un sonido compuesto consta de gran cantidad de armónicos simples, cada uno de los cuales tiene su altura, o frecuencia, y su intensidad, podemos preguntarnos: ¿qué entenderemos por *altura* de un sonido compuesto?

Para responder a esta cuestión, debemos tener en cuenta un hecho experimental, pero que podemos prever teóricamente, al menos con cierta aproximación. Digamos, para abreviar el lenguaje, que una cuerda vibra *en el estado n* , cuando produce solamente el n -ésimo armónico. Por ejemplo, en la fig. 3, los seis primeros diagramas representan a la cuerda vibrando en los estados 1 á 6, mientras que el séptimo da la imagen aproximada de la misma cuerda vibrando simultáneamente en los estados 1 á 6.

Cuando una cuerda está en el estado n , hay además de los extremos, $n-1$ nodos intermedios que representan, por así decir, ligaduras o vínculos a que está sometida; se puede, en efecto, imaginar que esos nodos están rígidamente unidos a sus posiciones de equilibrio, sin que por eso se modifique en nada el movimiento de los demás puntos de la cuerda. Esto sentado, se puede prever que cuantos más nodos haya, es decir, cuanto mayor sea n , la cuerda tendrá comparativamente menos movilidad, y en consecuencia la amplitud será menor. Claro es que esto no es sino una manera de encarar las cosas, y que la consecuencia obtenida no puede considerarse como producto de una irreprochable deducción lógica. Sin embargo, es lo que la experiencia enseña que se produce en la realidad: en general, la experiencia nos dice que los armónicos aparecen con tanta menor intensidad cuanto más elevados son o, dicho en otra forma, que A_n es en general una función decreciente de n .

Más exactamente aún, puede decirse, siempre tomando por base la experiencia, que los sonidos que impresionan nuestro oído con carácter *musical* son los que siguen la ley enunciada, mientras que aquéllos en que A_n no decrezca al aumentar n , o bien aquellos en que un gran número de las A_n sean de magnitudes del mismo orden, nos producen la sensación de *ruido*. Esto nos da derecho a sentar,

como definición, lo siguiente: un sonido (compuesto) es musical cuando los armónicos sucesivos aparecen con intensidades (amplitudes) decrecientes a medida que aumenta su número de orden; de tal manera que al cabo de un número n relativamente bajo, las amplitudes de los armónicos A_{n+1} , A_{n+2} , ... son todas despreciables en comparación con la del fundamental, A_1 . Un sonido, en cambio, es un ruido cuando aparece una gran cantidad de armónicos con amplitudes comparables a A_1 . Claro es que, según esta definición, no existe un límite neto entre sonido y ruido, sino solo una gradación.

De acuerdo con ésto, quedará justificado llamar *altura* o *frecuencia* de un sonido musical compuesto, a la de su nota fundamental o más baja, es decir a la que en los §§ 4 y 5 hemos llamado ν_1 .

Lo dicho nos explica también por qué hemos tomado como caso típico el de la cuerda, y no el de una barra, membrana o placa vibrante. En estos tres últimos casos, en efecto, el número o el orden de los armónicos de intensidad comparable a la nota fundamental son tan elevados, que las vibraciones tienen más el carácter de ruidos que de sonidos musicales (aún el caso de las campanas no es netamente típico).

7. — La fórmula [7] para $n = 1$, combinada con la [2] nos da:

$$\nu_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{T}{sd}}, \quad [8]$$

de donde pueden deducirse las leyes descubiertas por Mersenne ⁽¹⁾ en 1636 para la altura del sonido dado por una cuerda. Ella es: inversamente proporcional a la longitud de la cuerda, a la raíz cuadrada de su sección y de su densidad; y directamente proporcional a la raíz cuadrada de la tensión que soporta. Todo ello está condensado en la fórmula [8].

De las leyes referentes a la longitud y a la sección hace uso el constructor de pianos, haciendo más largas las cuerdas destinadas a las notas graves, y envolviéndolas en una espiral de acero para aumentar su sección; y el violinista a su vez aplica la ley de la tensión, cuando ajusta las clavijas para hacer más agudos los sonidos de su instrumento.

Además, en esas leyes se funda el *sonómetro*, que consta de una o varias cuerdas de distintos materiales y secciones, mantenidas en tensión constante por medio de pesos atados a sus extremos, y que

⁽¹⁾ Mersenne, (X).

pueden alargarse o acortarse por medio de puentes que corren sobre escalas graduadas. Este aparato sirve así para medir y comparar alturas de sonidos, y su precisión es bastante grande.

8. — Así como dos puntos de una recta determinan un segmento, dos notas, o sea, dos estados de una cuerda, determinan lo que se llama un *intervalo*. El intervalo se concibe así como el conjunto de notas de alturas comprendidas entre las dos dadas; y así como los segmentos se comparan y miden por su longitud, así podemos también definir una medida de intervalos que nos será muy útil en lo que sigue.

En primer lugar, el intervalo está definido por las frecuencias de las dos notas dadas, sean por ejemplo ν , ν' . En una cierta cuerda, estas frecuencias corresponden a dos estados (§ 6) n , n' , de modo que, según [7]

$$\nu = \frac{an}{2l} \quad , \quad \nu' = \frac{an'}{2l} \quad ,$$

y

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{n'}{n} \quad .$$

En otra cuerda, de constantes a_1 y l_1 , si consideramos los mismos estados n , n' , se tendrán otras frecuencias ν'' , ν''' correspondientes a ν , ν' , que no serán las mismas, pero que satisfarán a la relación

$$\frac{\nu'''}{\nu''} = \frac{n'}{n} \quad ,$$

y por consiguiente,

$$\frac{\nu'''}{\nu''} = \frac{\nu'}{\nu} \quad .$$

Ahora bien, de acuerdo con nuestra definición, en la que no se especifica la cuerda que se use para medir los intervalos, dos cuerdas, consideradas cada una en dos estados n , n' , iguales para las dos, definen el mismo intervalo. Luego, cuando dos intervalos son iguales,

lo son también las relaciones $\frac{\nu'''}{\nu''}$, $\frac{\nu'}{\nu}$ de las frecuencias que los componen; y viceversa. Por esto es que la relación de frecuencias nos da un medio de comparar los intervalos, y por eso también se suele decir que los intervalos se miden por el cociente de las frecuencias que los componen. Pero no es ésta la medida que deseamos definir aquí.

De la relación anterior resulta, a su vez:

$$\frac{v'''}{v'} = \frac{v''}{v} = k,$$

de donde:

$$v''' = kv'$$

$$v'' = kv.$$

Según nuestra definición, la medida del intervalo (v, v') , que indicaremos con $I(v, v')$, debe ser igual a la del intervalo (v'', v''') , o sea $I(v'', v''')$. Es decir, debemos tener:

$$I(kv, kv') = I(v, v'), \quad [9]$$

donde la constante k es arbitraria ($\neq 0$). Esto nos da una primera propiedad de la función $I(v, v')$.

Una segunda propiedad la obtendremos teniendo en cuenta que, si partimos de una frecuencia v y formamos el intervalo $I(v, v')$, llegando así a la frecuencia v' , y luego, a partir de ésta formamos un nuevo intervalo $I(v', v'')$, el resultado será el mismo que si partiéramos de v y formáramos el intervalo $I(v, v'')$. Es decir, la *suma* de los dos primeros debe dar el tercero:

$$I(v, v') + I(v', v'') = I(v, v''). \quad [10]$$

Con las [9] y [10] ya podemos hallar explícitamente la forma de la función $I(v, v')$. Ante todo, como k es arbitraria en [9], podemos tomar en particular $k = \frac{1}{v}$. Entonces

$$kv = 1, \quad kv' = \frac{v'}{v}$$

y

$$I(v, v') = I\left(1, \frac{v'}{v}\right).$$

A la función $I\left(1, \frac{v'}{v}\right)$, que no depende sino de $\frac{v'}{v}$, podemos designarla con $\varphi\left(\frac{v'}{v}\right)$. Entonces

$$I(v, v') = \varphi\left(\frac{v'}{v}\right), \quad [11]$$

con lo cual la [10] se transforma en:

$$\varphi\left(\frac{v'}{v}\right) + \varphi\left(\frac{v''}{v'}\right) = \varphi\left(\frac{v''}{v}\right)$$

o sea, si llamamos α a $\frac{v'}{v}$, β a $\frac{v''}{v'}$, y tenemos en cuenta que

$$\frac{v''}{v} = \frac{v''}{v'} \cdot \frac{v'}{v} = \alpha \beta:$$

$$\varphi(\alpha\beta) = \varphi(\alpha) + \varphi(\beta). \quad [12]$$

Si aquí hacemos $\beta = 1$, se obtiene $\varphi(\alpha) = \varphi(\alpha) + \varphi(1)$, o sea:

$$\varphi(1) = 0. \quad [13]$$

Si imponemos a la función φ la condición de que para un valor ξ , arbitrario pero positivo y diverso de 1, tome un valor C , también arbitrario y positivo, es decir

$$\varphi(\xi) = C \quad (\xi > 0, \xi \neq 1, C > 0), \quad [14]$$

queda perfectamente determinada la función φ . En efecto, por aplicación de la [12] para $\alpha = \beta = \xi$ se tiene:

$$\varphi(\xi^2) = \varphi(\xi \cdot \xi) = \varphi(\xi) + \varphi(\xi) = 2C;$$

y luego, sucesivamente:

$$\varphi(\xi^3) = \varphi(\xi^2 \cdot \xi) = \varphi(\xi^2) + \varphi(\xi) = 3C$$

$$\varphi(\xi^4) = \varphi(\xi^3 \cdot \xi) = \varphi(\xi^3) + \varphi(\xi) = 4C;$$

etc.; y en general

$$\varphi(\xi^n) = nC \quad [15]$$

para todo n entero y positivo.

Esta ecuación puede extenderse para todo n real. Ante todo, para los enteros negativos, pues en virtud de [12] y [13] se tiene (si n es entero y positivo):

$$\varphi(\xi^n \cdot \xi^{-n}) = \varphi(1) = \varphi(\xi^n) + \varphi(\xi^{-n}) = 0$$

Luego:

$$\varphi(\xi^{-n}) = -\varphi(\xi^n) = -nC.$$

Para $n = 0$, siendo $\xi^0 = 1$, la misma [13] nos asegura la validez de la [15]. Extendámosla ahora para todo exponente fraccionario $\frac{p}{q}$.

Se tiene:

$$\varphi(\xi^p) = pC = \varphi\left[\left(\xi^{\frac{p}{q}}\right)^q\right] = q\varphi\left(\xi^{\frac{p}{q}}\right),$$

de donde:

$$\varphi\left(\xi^{\frac{p}{q}}\right) = \frac{p}{q}C;$$

y finalmente, si el exponente de ξ fuera irracional, se podría extender también la [15] mediante consideraciones de límite. En resumen, pues, podemos decir que la [15] es válida cualquiera sea el número real n .

Ahora bien: si ponemos $\xi^n = \alpha$, n es lo que se llama el *logaritmo* de α respecto a la base ξ ; n y α se determinan mutuamente (una vez fijado ξ). La [15] puede escribirse, pues:

$$\varphi(\alpha) = C \log_{\xi} \alpha,$$

indicando con $\log_{\xi} \alpha$ el logaritmo de α en la base ξ . De aquí, teniendo en cuenta la [11], resulta finalmente nuestra fórmula general

$$I(v, v') = C \log_{\xi} \frac{v'}{v} = C [\log_{\xi} v' - \log_{\xi} v] \quad [16]$$

que nos dice que: *la medida del intervalo entre dos notas v, v' , es igual a la constante C (arbitraria, positiva pero elegida de una vez por todas) multiplicada por el logaritmo del cociente de las frecuencias v' y v , respecto a la base ξ (positiva, $\neq 1$ y elegida de una vez por todas).*

9. — De la fórmula general [16] podemos obtener, según los valores numéricos que elijamos para C y ξ , distintos sistemas de medición de intervalos. De estos sistemas hay infinitos, pues tanto C como ξ son arbitrarios, salvo las limitaciones indicadas. Mencionaremos, pues, solo algunos entre los más usados o más convenientes para nuestro objeto.

I. — *Medida de los intervalos en savartios.* — El *savartio*, nombre adoptado en honor del físico Savart, es una unidad logarítmica comprendida en nuestra fórmula general. La medida de un intervalo en savartios se obtiene multiplicando por 1000 el logaritmo vulgar, o decimal, de la relación de frecuencias. De modo que habrá que tomar en la [16] $C = 1000$, y $\xi = 10$. Por ejemplo, si las frecuencias ν , ν' están en la relación de 1 á 2 (intervalo que llamaremos una *octava*) la medida en savartios de este intervalo será:

$$I(1, 2) = 1000 \log_{10} \frac{2}{1} = 1000 \log_{10} 2,$$

y como el logaritmo vulgar de 2 es 0,30103000, se tendrá

$$I(1, 2) = 301,03000 \text{ savartios.}$$

Si queremos obtener un intervalo que tenga 1 savartio por medida, tendremos que resolver la ecuación

$$1000 \log_{10} \frac{\nu'}{\nu} = 1,$$

de donde:

$$\log_{10} \frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{1000}.$$

Siendo 10 la base, y $\frac{1}{1000}$ el exponente, el intervalo $\frac{\nu'}{\nu}$ será

$$\frac{\nu'}{\nu} = 10^{\frac{1}{1000}},$$

de modo que las frecuencias ν' , ν deben estar en la relación de $10^{\frac{1}{1000}}$ (o sea $\sqrt[1000]{10}$) á 1, para que su intervalo sea 1 savartio.

Abreviaremos el savartio con la letra σ , de modo que, por ejemplo:

$$\text{Octava} = I(1, 2) = 301,03000 \sigma.$$

II. — *Méridas y heptaméridas.* — Si se toma $C = 43$, $\xi = 2$, el intervalo resulta expresado en una unidad que se llama *méri*da. (Savveur). Es decir, que

$$I(\nu, \nu') = 43 \log_2 \frac{\nu'}{\nu} = \text{intervalo medido en méridas.}$$

Por ejemplo:

$$\text{Octava} = I(1, 2) = 43 \log_2 2 = 43 \text{ méridas,}$$

puesto que en cualquier sistema, el logaritmo de la base (en este caso $\log_2 2$) es la unidad.

Adoptaremos para la mérida la abreviatura μ .

En cambio, si conservamos $\xi = 2$, pero tomamos $C = 301$, tendremos la medida en una unidad que se llama *heptamérida*, y que abreviaremos $h\mu$. Por ejemplo:

$$\text{Octava} = I(1, 2) = 301 \log_2 2 = 301 h\mu.$$

Como la medida de la octava en savartios es 301,03000 σ , vemos que la heptamérida difiere muy poco del savartio.

Si tomamos un intervalo $\frac{v'}{v}$ de una mérida, es decir, si

$$43 \log_2 \frac{v'}{v} = 1,$$

tendremos:

$$\log_2 \frac{v'}{v} = \frac{1}{43}$$

y

$$301 \log_2 \frac{v'}{v} = \frac{301}{43} = 7.$$

Pero $301 \log_2 \frac{v'}{v}$ es la medida del intervalo en heptaméridas. Luego, como el intervalo elegido medía 1μ , tendremos:

$$1 \mu = 7 h\mu, \quad \text{ó} \quad 1 h\mu = \frac{1}{7} \mu,$$

es decir, la heptamérida es la séptima parte de la mérida, lo que justifica su denominación.

Dos sonidos de frecuencias v, v' cuyo intervalo sea de una mérida serán tales que, como acabamos de verlo,

$$\log_2 \frac{v'}{v} = \frac{1}{43},$$

de donde:

$$\frac{v'}{v} = 2^{\frac{1}{43}} = \sqrt[43]{2}.$$

En cambio, si el intervalo (ν, ν') es de una heptamérica, se deberá tener

$$\log_2 \frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{301}, \quad \text{y} \quad \frac{\nu'}{\nu} = 2^{\frac{1}{301}} = \sqrt[301]{2}.$$

III. — *Octavas*. — Tomando $C = 1$ y $\xi = 2$ en la [16], se obtendrá el intervalo medido en una unidad que llamaremos *octava* y simbolizaremos con la letra ω . La razón de esta denominación está en que, si $\frac{\nu'}{\nu}$ representa un intervalo de 1ω , se tendrá:

$$\log_2 \frac{\nu'}{\nu} = 1,$$

de donde

$$\frac{\nu'}{\nu} = 2^1 = 2,$$

es decir, que la relación $\frac{\nu'}{\nu}$ es de 2 á 1, o sea que (ν, ν') es efectivamente el intervalo que hemos llamado octava. De acuerdo con lo que hemos visto en I y II, podremos escribir las equivalencias:

$$1\omega = 301,03000 \sigma = 43 \mu = 301 h\mu.$$

Esta medida de intervalos, utilizada ya por Euler, parece deberse en realidad a Juan Caramuel de Lobkowitz (1), quien le dió el nombre de « logarithmi musicali » y la utilizó en sus trabajos sobre la gama musical.

IV. — *Quintas, terceras, etc.* — Para $C = 1$, $\xi = \frac{3}{2}$, obtenemos la expresión del intervalo $I(\nu, \nu')$ en lo que llamamos *quintas*, unidad que simbolizaremos con la letra λ . Una quinta será, pues, un intervalo (ν, ν') tal que

$$\log_{3/2} \frac{\nu'}{\nu} = 1,$$

o

$$\frac{\nu'}{\nu} = \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2} = 1,5.$$

(1) Véase J. MURRAY BARBOUR, (XI).

Si en lugar de este valor de ξ tomamos $\xi = \frac{5}{4}$, la unidad será tal que

$$\log_{5/4} \frac{v'}{v} = 1 ,$$

y

$$\frac{v'}{v} = \frac{5}{4} ,$$

intervalo que llamaremos una *tercera* (1) y simbolizaremos por τ .

Por ejemplo, el intervalo de octava medido en quintas será

$$\log_{3/2} \frac{2}{1} = \log_{3/2} 2 = 1,70952 \tau ;$$

en cambio, medido en terceras, es:

$$\log_{5/4} \frac{2}{1} = \log_{5/4} 2 = 3,10628 \tau .$$

Análogamente podremos tomar como unidad cualquier otro intervalo, racional o no, según nos convenga, tomando $C = 1$ y ξ igual al intervalo de que se trate. Por ejemplo, el *semitono atemperado* α es un intervalo cuya relación de frecuencias es de $2^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{2}$ á 1. Por lo tanto, la octava medida en semitonos atemperados vale

$$\log_{\sqrt[12]{2}} 2 = 12,00000 \alpha .$$

10. — Para convertir las unidades, o sea hallar la medida de un intervalo en cierta unidad cuando está dado en otra, podemos hacer uso también de una fórmula general. Sea un primer sistema de medida con las constantes C , ξ , y sea (v, v') el intervalo unidad en ese sistema. Por lo tanto,

$$C \log_{\xi} \frac{v'}{v} = 1 ,$$

de donde:

$$\log_{\xi} \frac{v'}{v} = \frac{1}{C} ,$$

y

$$\frac{v'}{v} = \xi^{\frac{1}{C}} .$$

(1) La razón de las denominaciones *quinta*, *tercera*, es puramente musical y se verá más adelante.

Sea, por otra parte, otro sistema de medida con las constantes C' ξ' . Entonces la medida del intervalo (ν, ν') en este nuevo sistema será

$$C' \log_{\xi'} \frac{\nu'}{\nu} = C' \log_{\xi'} \left(\xi \frac{1}{C} \right)$$

y, por las propiedades de los logaritmos:

$$= \frac{C'}{C} \log_{\xi'} \xi .$$

Una unidad del primer sistema equivale, pues, a $\frac{C'}{C} \log_{\xi'} \xi$ unidades del nuevo. Un intervalo cualquiera tendrá, en el último sistema una medida $I'(\nu, \nu')$ que será igual a la medida en el primero, $I(\nu, \nu')$, multiplicada por la constante $\frac{C'}{C} \log_{\xi'} \xi$. O sea:

$$I'(\nu, \nu') = I(\nu, \nu') \cdot \frac{C'}{C} \log_{\xi'} \xi \tag{17}$$

Por ejemplo: sea α (semitono atemperado) la unidad del primer sistema, y σ (savartio) la unidad del segundo. Entonces: $C = 1$, $\xi = \sqrt[12]{2}$, $C' = 1000$, $\xi' = 10$. Luego:

$$I'(\nu, \nu') \text{ (en savartios)} = I(\nu, \nu') \text{ (en } \alpha) \times \frac{1000}{1} \log_{10} \sqrt[12]{2} ,$$

es decir:

$$I'(\nu, \nu') = I(\nu, \nu') \times 1000 \times \frac{1}{12} \times 0,30103 = I(\nu, \nu') \times 25,08583 .$$

En particular, si

$$I(\nu, \nu') = 1 \alpha , I'(\nu, \nu') = 25,08583 \sigma ,$$

o sea:

$$1 \alpha = 25,08583 \sigma .$$

Así, por medio de la fórmula [17], puede resolverse cualquier problema de conversión de unidades. No es necesario tratar en particular cada uno de los casos posibles, sino que preferimos resumir todo

ello, al mismo tiempo que lo dicho en el § anterior, en el cuadro siguiente:

Medida de intervalos

Unidad		Constantes		Equivalencias						
Designación	Símbolo	C	ξ	en σ	en μ	en $h\mu$	en ω	en χ	en τ	en α
Savartio . . .	σ	1000	10	1,00000	0,14284	0,99990	0,00332	0,00568	0,01032	0,0398
Mérica . . .	μ	43	2	7,00070	1,00000	7,00000	0,02326	0,03976	0,07224	0,2790
Heptamérica	$h\mu$	301	2	1,00010	0,14286	1,00000	0,00332	0,00568	0,01032	0,0398
Octava . . .	ω	1	2	301,03000	43,00000	301,00000	1,00000	1,70952	3,10628	12,0000
Quinta . . .	χ	1	$\frac{3}{2}$	176,09125	25,15319	176,07236	0,58496	1,00000	1,81704	7,0188
Tercera . . .	τ	1	$\frac{5}{4}$	96,91000	13,84286	96,90003	0,32193	0,55034	1,00000	3,8631
Semitono at.	α	1	$\sqrt[12]{2}$	25,08583	3,58333	25,08333	0,08333	0,14246	0,25886	1,0000

Ejemplo de aplicación de la tabla: El intervalo $4\chi - \tau - 2\omega$ se quiere expresar en octavas. Siguiendo la línea horizontal de la quinta (χ) obtenemos en la columna correspondiente a la octava (ω) la equivalencia

$$1\chi = 0,58496 \omega ;$$

luego:

$$4\chi = 4 \times 0,58496 = 2,33984 \omega .$$

Análogamente:

$$1\tau = 0,32193 \omega .$$

Por tanto:

$$4\chi - \tau - 2\omega = 2,33984 - 0,32193 - 2 = 0,01791 \omega .$$

Este intervalo es lo que luego llamaremos la *coma tolemaica* o *sin-tónica*. Expresada en savartios, puesto que $1\omega = 301,03000 \sigma$, tendríamos

$$\text{Coma tolemaica} = 0,01791 \times 301,03000 = 5,39145 \sigma .$$

En los cálculos logarítmicos con las frecuencias, se presenta a menudo el problema de calcular el logaritmo de un número en una cierta base, distinta de 10, siendo así que las tablas comunes de logaritmos se refieren a la base 10 (logaritmos vulgares, decimales o de Briggs).

La observación general siguiente resuelve esta dificultad, permitiéndonos siempre operar con una tabla de logaritmos vulgares, aunque tengamos que usar distintas bases. *Entre tres números positivos a, b, c , tales que los dos primeros sean diversos de la unidad, subsiste siempre la identidad*

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c, \quad [18]$$

que puede llamarse la *propiedad transitiva* de la logaritmación.

En efecto: llamando λ al logaritmo de b en la base a , λ' al de c en la base b , es decir, poniendo:

$$\lambda = \log_a b \quad ; \quad \lambda' = \log_b c,$$

se tendrá, por la definición misma de los logaritmos, que:

$$a^\lambda = b \quad ; \quad b^{\lambda'} = c.$$

Elevando a la potencia λ' la primera de estas relaciones, y teniendo en cuenta la segunda, se tendrá

$$a^{\lambda\lambda'} = b^{\lambda'} = c,$$

de donde:

$$\lambda\lambda' = \log_a c,$$

y sustituyendo λ, λ' por sus valores, resulta la [18].

Por ejemplo: para calcular en el § 9 el $\log_{3/2} 2$, hemos aplicado la [18], tomando $a = 10, b = \frac{3}{2}, c = 2$. Entonces:

$$\log_{10} \frac{3}{2} \cdot \log_{3/2} 2 = \log_{10} 2,$$

de donde:

$$\log_{3/2} 2 = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} \frac{3}{2}} = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 3 - \log_{10} 2}.$$

En una tabla común hallamos $\log_{10} 2 = 0,30103; \log_{10} 3 = 0,47712$; luego:

$$\log_{3/2} 2 = \frac{0,30103}{0,47712 - 0,30103} = \frac{0,30103}{0,17609} = 1,70952.$$

Si ponemos en la [18] $a = c$, teniendo en cuenta que $\log_a a = 1$, resulta:

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1 ,$$

de donde:

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b} , \quad [19]$$

que puede también ser útil. Por ejemplo, para $a = 10$, $b = 2$, se tiene:

$$\log_2 10 = \frac{1}{\log_{10} 2} = \frac{1}{0,30103} = 3,32193 ,$$

lo que hemos utilizado para calcular la equivalencia $1\tau = 0,32193\omega$ en la tabla, pues $\log_2 \frac{5}{4} = \log_2 \frac{10}{8} = \log_2 10 - \log_2 (2^3) = \log_2 10 - 3$.

Una última observación antes de dejar este tema: en la tabla y cálculos anteriores, hemos dado los resultados con cinco cifras decimales; pero ello no significa que deban tomarse esos valores como exactos. Por el contrario, salvo algunas excepciones, todos ellos son números irracionales, o por lo menos, números que no pueden ser expresados como fracciones decimales con un número finito de guarismos. Es preciso tener esto muy en cuenta en ciertos cálculos muy exactos, en donde puede ser necesario tomar seis, siete o más decimales, so pena de obtener errores en los resultados.

11. — Hemos definido el sonido (§ 6) como un movimiento vibratorio compuesto, en que los armónicos sucesivos tienen amplitudes en general decrecientes, a medida que aumenta su número de orden. Por consiguiente, el armónico preponderante es el que corresponde al estado 1 de vibración, y precisamente, lo hemos llamado armónico fundamental, y él nos ha servido para definir la altura del sonido compuesto.

Para fijar las ideas, y recordando la fórmula [7], vamos a entender en lo sucesivo por *cuerdas-tipo*, una cuerda ideal dimensionada de tal manera que sus constantes satisfagan a la relación

$$\frac{a}{2l} = 1 , \quad [20]$$

en cuyo caso, en virtud de la fórmula [7], se tiene $\nu_n = n$, es decir que la frecuencia correspondiente al estado n es precisamente el número n ; o en otros términos, los armónicos sucesivos, a partir de la nota fundamental, tendrán las frecuencias 1, 2, 3, 4, 5, ..., y en consecuencia, podremos denominarlos *armónico 1*, *armónico 2*, etc.

El armónico 2 será el que, inmediatamente después de la nota fundamental, presente mayor amplitud. Puede decirse que, en general, la intensidad del armónico 2 es en muy poco inferior a la de la nota fundamental, siempre que se trate, naturalmente, de vibraciones libres. El intervalo que forman estos dos armónicos es lo que hemos llamado una octava, pues sus frecuencias están en la relación de 1 á 2.

El intervalo de octava es de una importancia fundamentalísima para la música, y ocupa el primer puesto entre los intervalos llamados *consonantes*, es decir, « que suenan bien ». Para explicarnos esta consonancia, debemos imaginarnos que en cualquier proceso vibratorio natural que posea los caracteres de sonido musical, la nota fundamental aparece siempre acompañada de su octava, con intensidad comparable a la de aquélla; estas dos notas aparecen así amalgamadas, de tal modo que lo que oímos es en realidad esa combinación de ambas. No es extraño, pues, que si oímos separadamente las dos notas puras, nos aparezcan como complementándose y tendamos a asemejarlas, casi a identificarlas. Téngase en cuenta, en apoyo de esto, que los fenómenos que ocurren en nuestro propio oído interno deben participar de las características de los demás fenómenos vibratorios.

El razonamiento puede extenderse, claro está, a los armónicos 3, 4, 5, ..., aunque cada vez en menor grado. Los intervalos $\frac{3}{1}$, $\frac{4}{1}$, $\frac{5}{1}$, ... aparecen así como consonancias naturales, pero cada vez menores, hasta llegar al terreno de las disonancias.

Claro es que no existe un límite definido entre consonancias y disonancias. Todo músico admitirá, por ejemplo, que la consonancia por excelencia es la octava, mientras que un semitono atemperado es una disonancia. Pero entre estos casos extremos hay infinidad de gradaciones, que esfuman toda delimitación precisa. Más aún: lo que dijimos en la Introducción acerca del límite entre lo científico y lo artístico en la música, puede aplicarse igualmente al caso presente. Es decir que el límite entre consonancia y disonancia varía también con la época y sus tendencias; y podemos comprobarlo fácilmente examinando la evolución histórica. En los orígenes de la música,

a través de los griegos y hasta la Edad Media, solo se consideraba como consonancia la octava, a tal punto que la *monodia* antigua solo se acompañaba con sonidos al unísono o a la octava. Después comenzó a usarse la quinta en el acompañamiento, es decir, a admitirse el intervalo de quinta como consonancia, y más tarde la *cuarta* (una cuarta es $1\omega - 1\chi = 0,41504\omega$). Solo mucho tiempo después aparece en tal categoría la tercera, y con ella la *sexta* (una sexta es $1\omega - 1\tau = 0,67807\omega$). Quedaba aún un intervalo horrrisono, el « diabolus in musica », como se le llamaba, el célebre intervalo de *triton* que podemos definir aproximadamente como equivalente a seis semitonos atemperados, o sea $6\alpha = 0,50000\omega$, hasta que Monteverdi se atrevió con el fantasma, que se convirtió desde entonces en una « armonía disonante natural » e hizo evolucionar la música casi hasta el punto en que hoy la conocemos. Actualmente se tiende a nuevos horizontes, como veremos en su oportunidad, y con ello la música se enriquece y adquiere nuevos medios de expresión.

Volviendo a nuestro tema, digamos que la idea expresada acerca de la razón de ser de las consonancias naturales no es sino una aproximación. En general puede decirse que la consonancia de un intervalo depende, no solo del intervalo mismo, sino también de la altura absoluta de las notas que lo forman, y por consiguiente, toda teoría de la consonancia que solo se base en la medida de los intervalos, debe ser aproximada. Así por ejemplo, el intervalo entre los armónicos

2 y 4, puesto que $\frac{4}{2} = \frac{2}{1}$, es también una octava, y por tanto, según

nuestra idea, debería ser tan consonante como el intervalo (1, 2), mientras que por otra parte, según la misma teoría, siendo 4 y 2 armónicos más elevados que 2 y 1, la consonancia sería menor. Hay así una contradicción, que no pretendemos ocultar, y que se hace todavía más grave si consideramos que, en la práctica, un mismo intervalo es tanto más consonante cuanto mayor es la altura de las notas que lo componen (la influencia de la altura absoluta es ciertamente menor que la de la relativa, pero se hace sentir sin embargo).

Todo esto confirma nuestra aseveración de que la teoría es incompleta. No pretendemos llenar sus lagunas, sin embargo, pues para nuestro objeto basta con la idea apuntada. Añadiremos solo que para explicar el aumento de la consonancia con la altura absoluta, puede valer talvez la reflexión siguiente: existe un límite superior para las frecuencias audibles, que naturalmente varía de un sujeto a otro, y también con la educación dada al sentido del oído. En términos generales podemos fijarla, digamos, en unas 16000 vibracio-

nes por segundo. Su magnitud no interesa a nuestro razonamiento, sino solamente su existencia, y si le asignamos ese valor es solo para fijar las ideas. Esto sentado, consideremos dos cuerdas, una de altura 100 por ejemplo, y otra de altura 800. Los armónicos sucesivos tendrán, pues, las siguientes frecuencias: para la primera

- 100 , 200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 , 1000 ,
- 1100 , 1200 , 1300 , 1400 , 1500 , 1600 , 1700 , 1800 , 1900 , 2000 ,
-
-
- 15100 , 15200 , 15300 , 15400 , 15500 , 15600 , 15700 , 15800 , 15900 , 16000 .

Para la segunda:

- 800 , 1600 , 2400 , 3200 , 4000 ,
- 4800 , 5600 , 6400 , 7200 , 8000 ,
-
-
- 12800 , 13600 , 14400 , 15200 , 16000 .

Los armónicos superiores, en ambos casos, no son audibles, pues sus frecuencias son superiores al límite fijado. Ahora bien: en el primer caso, hay 160 armónicos que verdaderamente contribuyen a formar el sonido, y en el segundo, solo 20. No es extraño, pues, que el segundo sonido nos parezca más puro, más simple, y un intervalo formado alrededor de él mas consonante que en el primer caso.

Claro es que se trata aquí de sonidos compuestos. Para los sonidos simples, según esta idea, iguales intervalos deben ser igualmente consonantes a todas las alturas.

12. — Hemos mencionado ya la gran consonancia o semejanza, casi diríamos identidad, que nos presenta un sonido con su octava. El identificar (a los efectos de la nomenclatura de los intervalos y sistematización de la teoría) un sonido con su octava, es una cosa corriente entre los músicos, de tal manera que dos notas a intervalo de octava toman el mismo nombre, y son equivalentes, en cierto modo,

a los efectos de la teoría armónica, pudiendo distinguirlos, si hubiera necesidad, por medio de subíndices o ápices convenientes; por ejemplo, do_3 y do_4 , o do^{III} y do^{IV} .

Como nosotros poco tendremos que hacer con las frecuencias o alturas absolutas, sino con las relativas, o con los intervalos, es conveniente hacer desde ahora una convención. Las frecuencias las referiremos a la cuerda-tipo, cuya definición hemos dado en el § 11, y cuya nota fundamental tiene la frecuencia (ficticia) 1. De modo que si en alguna cuestión queremos hacer intervenir las frecuencias absolutas, solo tendremos que multiplicar las relativas por la frecuencia de la nota fundamental adoptada. Por ejemplo, si tomamos como frecuencia fundamental absoluta la de la nota la_3 , o sea 435 vibraciones por segundo, la quinta, cuya frecuencia relativa (§ 9) es $\frac{3}{2}$, tendría la frecuencia absoluta $\frac{3}{2} \times 435 = 652,5$ vibraciones por segundo (o sea, 1305 en 2 segundos); y la tercera, $\frac{5}{4} \times 435 = 543,75$ vibraciones por segundo.

Además, casi siempre consideraremos las frecuencias o los intervalos *reducidos a la octava fundamental*. Veamos qué significado tiene esto: multiplicando una frecuencia por 2, obtenemos la nota que está una octava más alta que la original; si a ésta la multiplicamos nuevamente por 2, el resultado será elevar la nota una nueva octava; así la frecuencia original habrá quedado multiplicada por $2^2 = 4$, y la nota original elevada en dos octavas. En general, multiplicando una frecuencia por 2^n , la nota correspondiente queda elevada n octavas (n entero y ≥ 0); y análogamente se ve que dividir una frecuencia por 2^n (o multiplicarla por 2^{-n}) equivale a bajar la nota en n octavas.

Ahora bien: si 1 es nuestra frecuencia fundamental, contando a partir de ella una octava llegamos al sonido de frecuencia 2. Nuestra *octava fundamental* es, pues, el intervalo (1, 2), y para reducir una nota a esta octava, bastará multiplicar o dividir su frecuencia ν por una potencia de 2 determinada en tal forma que el resultado quede comprendido entre los números 1 y 2 (excluido el 2). Es evidente que ésto es siempre posible, y de una sola manera. Por ejemplo, las notas de la *escala armónica*

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots$$

reducidas a la octava fundamental son:

$$1, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2^2}, \frac{5}{2^2}, \frac{6}{2^2}, \frac{7}{2^2}, \frac{8}{2^3}, \frac{9}{2^3}, \frac{10}{2^3}, \dots$$

o sea:

$$1, 1, \frac{3}{2}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, 1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \dots$$

puesto que cada uno de estos números es igual o mayor que 1 y no alcanza a 2.

Con el sistema de medida de intervalos basado en la unidad ω (§ 10), esta reducción se efectúa en forma simplísima. Consideremos, en efecto, una frecuencia cualquiera ν (≥ 1) y sea n el exponente (entero positivo, nulo o negativo) que hay que dar al factor 2 para reducir dicha frecuencia a la octava fundamental. Entonces

$$1 \leq 2^n \cdot \nu < 2$$

y tomando los logaritmos de base 2, teniendo en cuenta que cuanto mayor es un número, también mayor es su logaritmo, se tendrá

$$\log_2 1 \leq \log_2 (2^n \cdot \nu) < \log_2 2.$$

Pero

$$\log_2 1 = 0; \log_2 2 = 1; \log_2 (2^n \nu) = \log_2 (2^n) + \log_2 \nu = n + \log_2 \nu$$

Luego:

$$0 \leq n + \log_2 \nu < 1,$$

es decir, al sumar al $\log_2 \nu$ el entero n , el resultado queda comprendido entre 0 y 1; en otros términos, $n + \log_2 \nu$ es la *parte fraccionaria* o *mantisa* del $\log_2 \nu$, y basta tomar esa mantisa, sin cuidarse de la *característica* o parte entera, para tener reducida la frecuencia ν a la octava fundamental. Recordando por otra parte que $\log_2 \nu = \log_2 \left(\frac{\nu}{1} \right)$ es la medida del intervalo $(1, \nu)$ en octavas, tendremos el siguiente importante resultado:

Para reducir un intervalo $(1, \nu)$ o una frecuencia ν a la octava fundamental, basta tomar la parte fraccionaria o mantisa de la medida de ese intervalo en octavas.

Por ejemplo: sea reducir la frecuencia $\frac{25}{3}$ a la octava fundamental.

La medida del intervalo $\left(1, \frac{25}{3}\right)$ en octavas, hallada por el procedimiento explicado en el § 10, es:

$$\log_2 \frac{25}{3} = \log_2 25 - \log_2 3 = 4,64386 - 1,58496 = 3,05890 \omega$$

Luego, el intervalo reducido a la octava es 0,05890 ω .

Es por esta razón que la medida ω es particularmente cómoda para el estudio que haremos en los capítulos siguientes.

(Continuará)

GENERALIZACION DE UNA FORMULA DE SCHWARZ

POR J. C. VIGNAUX

1. Sea $f(z)$ una función holomorfa en el círculo C de centro a y radio R y continua sobre su contorno C ; se tiene:

$$f^{(n)}(a) = \frac{n!}{2\pi R^n} \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta) e^{-in\theta} d\theta, \quad [1]$$

donde $\mathcal{R}(\theta)$ designa la parte real de la función $f(z)$ sobre el contorno C .

En efecto, poniendo:

$$z - a = R e^{i\theta} \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

se tiene:

$$f(a + R e^{i\theta}) = \mathcal{R}(\theta) + i I(\theta);$$

y la fórmula de CAUCHY:

$$f^{(n)}(a) = \frac{n!}{2\pi i} \int \frac{f(z)}{(z-a)^{n+1}} dz$$

resulta

$$f^{(n)}(a) = \frac{n!}{2\pi R^n} \int_0^{2\pi} [\mathcal{R}(\theta) + i I(\theta)] e^{-in\theta} d\theta. \quad [2]$$

Además, puesto que $f(z)$ y $e^{in\theta}$ son funciones holomorfas en el círculo C y continuas sobre C , el teorema de Cauchy, nos dá:

$$\int_c f(z) e^{in\theta} d\theta = 0,$$

es decir:

$$\int_0^{2\pi} [\mathcal{R}(\theta) + i I(\theta)] e^{in\theta} d\theta = 0$$

o bien, con el cambio de i en $-i$,

$$\frac{n!}{2\pi R^n} \int_0^{2\pi} [\mathcal{R}(\theta) - i I(\theta)] e^{-in\theta} d\theta = 0 \quad [3]$$

De las igualdades [2] y [3] resulta inmediatamente la [1].

Si en la fórmula [1] hacemos $n = 1$, resulta la fórmula de SCHWARZ.

$$f'(a) = \frac{1}{2\pi R} \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta) e^{-i\theta} d\theta,$$

útil en la teoría de la representación conforme (1).

2. Las fórmulas anteriores se pueden extender igualmente a las funciones de varias variables complejas.

Sea $f(z, z')$ una función holomorfa en el bi-cilindro de centro (a, a') y radio (r, R) y sobre su contorno (C, C') ; se tiene:

$$f_{z, z'}^{(m+n)}(a, a') = \frac{m!n!}{(2\pi i)^2 r^m R^n} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta, \theta') e^{-i(m\theta + n\theta')} d\theta',$$

donde $\mathcal{R}(\theta, \theta')$ representa la parte real de $f(z, z')$ en el contorno (C, C') .

En efecto; haciendo:

$$z - a = r e^{i\theta}, \quad z' - a' = R e^{i\theta'},$$

resulta:

$$f(z, z') = \mathcal{R}(\theta, \theta') + i I(\theta, \theta').$$

De la fórmula de HARTOGST

$$\frac{\partial^{m+n} f(a, a')}{\partial z^m \partial z'^n} = \frac{m!n!}{(2\pi i)^2} \int_c dz \int_{c'} \frac{f(z, z') dz'}{(z-a)^{m+1} (z'-a')^{n+1}},$$

se deduce, con las sustituciones anteriores

$$\frac{\partial^{m+n} f(a, a')}{\partial z^m \partial z'^n} = \frac{m!n!}{(2\pi i)^2 r^m R^n} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta, \theta') e^{-i(m\theta + n\theta')} d\theta'.$$

(1) G. Julia. *Leçons sur la représentation conforme Cahiers Scientifiques*, fascicule VI. Gauthier Villars. Paris (1931).

Según el teorema de POINCARÉ, se tiene:

$$\int_c d\theta \int_{c'} f(z, z') e^{i(m\theta+n\theta')} d\theta' = 0, \quad [3]$$

puesto que las funciones $f(z, z')$ y $z^m z^n$ son holomorfas en el bi-cilindro (C, C') .

La relación [3] se puede escribir en la forma:

$$\frac{1}{(2\pi i)^2 r^m R^n} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} (\mathcal{R} - iI) e^{-i(m\theta+n\theta')} d\theta' = 0,$$

de aquí, teniendo presente la igualdad [2], resulta finalmente la fórmula [1].

En el caso particular de $m = n = 1$, la [1] nos da

$$\frac{\partial^2 f(a, a')}{\partial z \partial z'} = \frac{1}{(2\pi i)^2 r \cdot R} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \mathcal{R}(\theta, \theta') e^{-i(\theta+\theta')} d\theta',$$

fórmula que es la extensión de la fórmula de SCHWARZ a las funciones de las variables.

(1) H. POINCARÉ. *Acta Mathematica* (1883).

NOTAS SOBRE LA RADIACIÓN SOLAR Y LA CIRCULACIÓN ATMOSFÉRICA EN TERRITORIO ARGENTINO

Por EMILIO L. DIAZ

SUMARY

In this work the autor made means for decades, of solar radiation and winds velocity in high levels of some Argentine stations, and he find a correlation between the two formers terms.

The autor find a belt of positive correlation along latitude 32°S to 36°S, for simultaneous values, and negative for southern and nothern regions; for one decade difference, coefficient is positive for zones mentioned and negative for the belt.

Also it seems to be two centers of high coefficient values one near to Rio de la Plata (Buenos Aires), and other to Cordillera de los Andes (Tamarindos), both are in proximity of anticyclonic zones.

En un trabajo anterior hicimos una estadística mostrando que a cada máximo de radiación solar seguía un máximo de velocidad de viento en diversas estaciones de Europa y América en altos niveles.

El presente estudio ha sido hecho para nuestro país, empleando para ello nueve estaciones aerológicas que son las que siguen, (los datos de latitud y longitud son aproximados) :

Paraná, 3000 metros	latitud 32°S	longitud 60°W
Córdoba, 2000 metros	» 32°S	» 64°W
Tamarindos, 3000 metros .	» 33°S	» 69°W
V. Mercedes, 3000 metros	» 34°S	» 66°W
Junín, 3000 metros.	» 35°S	» 61°W
Buenos Aires, 3000 metros	» 35°S	» 58°W
P. Belgrano, 2000 metros	» 39°S	» 62°W
Trelew, 2000 metros	» 43°S	» 65°W
C. Rivadavia, 3000 metros.	» 46°S	» 68°W

Nuestro trabajo fué realizado en la siguiente forma: se determinó la velocidad media del viento con datos de las ocho horas, inde-

pendientemente de su dirección para cada década, y para las alturas indicadas más arriba, abarcando desde el mes de Agosto de 1935 a Julio de 1936; se calculó la radiación media del sol también para cada década, empleando los valores que gentilmente nos suministró la Smithsonian Institution.

A continuación se aplicó a los valores así obtenidos la fórmula

$$y_{eje} = \frac{\sum^3 y}{3}$$

y establecimos la onda

$$y_d - \frac{\sum^3 y_d}{3} = u$$

Se aplicó el cálculo de correlación para 0, 1 y 2 décadas de defasaje, obteniéndose así el cuadro que sigue:

Cuadro de valores de los coeficientes de correlación

Estación	Coeficientes de correlación			
	simultáneos	1 decada desp.	2 decadas desp.	latitud
Paraná	-0.20	0.21	-0.30	32° S
Córdoba.	0.09	-0.23	0.09	32° S
Tamarindos	0.66	-0.60	-0.04	33° S
Villa Mercedes.	0.04	-0.24	0.23	34° S
Junín.	0.29	-0.31	0.00	35° S
Buenos Aires.	0.61	-0.27	0.41	35° S
Puerto Belgrano	-0.21	0.00	0.46	39° S
Trelew	-0.20	0.43	0.00	43° S
Comodoro Rivadavia.	-0.36	0.31	0.27	46° S

Si dibujamos sobre una carta de la República la distribución de los coeficientes deducidos para cada defasaje, nos aparecerá para la correlación de los valores simultáneos una zona que corre a lo largo de los paralelos y entre los 32° S. y 36° S. de valor positivo del coeficiente; al norte y al sur de esa cintura se tiene valores del coeficiente negativos, debiéndose observar que los valores deducidos para Paraná, no son muy seguros y que necesitan un estudio más detenido.

Para un defasaje de una década, la carta muestra el hecho inverso, o sea correlación negativa en la cintura antes mencionada, y positiva al norte y al sur de ésta.

Podemos notar también que en el caso de correlación de valores simultáneos, aparecen dos regiones, digamos dos polos en los cuales el valor del coeficiente es mayor, Tamarindos y Buenos Aires; si examinamos el mapa de las isobaras medias anuales, veremos que estas dos estaciones están próximas a las zonas anticiclónicas.

Las estaciones del año influirán sobre la situación de la ya dicha cintura, siendo necesario para mostrar esto en una forma más exacta una mayor cantidad de valores relacionados, pero una indicación de esta acción se tiene, calculando los coeficientes de correlación para Córdoba y Villa Mercedes, desde Agosto hasta Diciembre inclusive, y desde Enero hasta Julio inclusive, encontrando para ambas estaciones en la primera fecha coeficientes positivos superiores a 0,40 y en la segunda, negativos por encima de $-0,36$.

Estos resultados contribuyen a mostrarnos de una manera directa la forma en que actúa el calor solar sobre la circulación atmosférica. En el futuro procuraremos ahondar este trabajo.

Buenos Aires, Septiembre de 1936.

LA FUNCIÓN DE PRIMERA APROXIMACIÓN
Y LA DEFINICIÓN ANALÍTICA DE LAS SUPERFICIES DE
FRECUENCIAS EXPERIMENTALES

POR

FERNANDO L. GASPAR

Inst. de Estadística — Univ. del Litoral

RÉSUMÉ

On définit un répertoire de fonctions de probabilité de deux variables, en liaison stochastique, pour agir comme fonctions de première approximation dans le traitement des surfaces de fréquences expérimentales.

On considère l'extension pour le cas des régressions paraboliques.

On pose l'équation intégrale, dont la résolution permettra de déterminer la fonction liée.

1. — La definición analítica de una superficie de frecuencias experimentales, se logra y simplifica, en la forma que es conocida, mediante desarrollos en serie de polinomios ortogonales. Los coeficientes, de esos desarrollos, están dados en función de los momentos experimentales y se sabe cuales son las razones que obligan a no usar momentos altos.

La fidelidad que se persigue, es menester obtenerla con pocos términos, lo que hace necesaria la introducción de funciones que oficien como de primera aproximación. Tal es el rol que juega la función polar que ortogonaliza dichos polinomios.

En el método del Prof. Dieulefait (*), la función polar está definida por el producto de las dos marginales. Es una función de probabilidad de dos variables en independencia.

En otros casos, la naturaleza de la superficie, impone la intervención de funciones de primera aproximación, que sean funciones de probabilidad de dos variables en relación estocástica. El empleo,

(*) CARLOS E. DIEULEFAIT. — *Contribution à l'étude de la théorie de la corrélation*. Biometrika. Vol. XXVI. 1934

sistemático, de la función de Bravais, responde a este fin (*) y su utilización se simplifica, con la introducción de los polinomios $\lambda(xy)$ (**).

La función de Bravais puede ser, siempre, descompuesta en el producto de una función independiente por otra ligada. En su forma reducida es

$$B(xy) = \frac{1}{2\pi \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{x^2 - 2rxy + y^2}{2(1-r^2)}} = \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-r^2)}} e^{-\frac{(y-rx)^2}{2(1-r^2)}}$$

en que la independiente es

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

y la ligada

$$B_x(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1-r^2)}} e^{-\frac{(y-rx)^2}{2(1-r^2)}}$$

Es decir, que

$$B(xy) = \varphi_0(x) \cdot B_x(y)$$

2. — Si $F(x, y)$ es la función de las frecuencias experimentales y $B(x, y)$ la función de primera aproximación, con la intervención de los $\lambda(xy)$, la definición analítica de la superficie, dentro de una aproximación de 4° grado, es de esta forma

$$F(xy) \simeq B(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \quad [1]$$

$F(x, y)$, la superficie, de frecuencias experimentales (relativas), puede ser considerada como una superficie de probabilidad y ponerse

$$F(xy) = \varphi(x) \Phi_x(y) = \rho(y) R_y(x) \quad [2]$$

en que $\varphi(x)$ y $\rho(y)$ son las marginales experimentales; $\Phi_x(y)$ y $R_y(x)$ las correspondientes ligadas.

(*) CARLOS E. DIEULEFAIT. — *Teoría de la correlación*. Nota I. 1935.

(**) FERNANDO L. GASPAR. — *Sobre los polinomios ortogonales a dos variables y generalización de la superficie de Bravais*. *Anales de la Soc. Cient. Arg.* T. CXXI. Febrero 1936.

Pareciera lógico que, los elementos del segundo miembro de la (1), pudieran ser descompuestos en forma que reflejaran la naturaleza de la superficie de probabilidad, tal como se desprende de la descomposición que expresa la (2). No es así. Esa descomposición, de los elementos del segundo miembro de la (1), no es factible, salvo el caso particular que una de las marginales, ajustada, de una laplaciana, aunque es indudable que, dicho segundo miembro, por definir una superficie, va a cumplir la condición de poder ser expresado por el producto de una independiente por otra ligada (*).

Ahora bien, las funciones independientes, están definidas por las marginales experimentales, que son conocidas y, para ellas, el método de Pearson, permite dar fórmulas finitas.

(*) En efecto, integrando con respecto a y se tiene

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] dy = \varphi_0(x) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \Omega_{r/0} \lambda_{r/0} \right]$$

en forma que, si $\varphi[x]$ es la marginal experimental, con toda propiedad podrá ponerse.

$$\varphi(x) \cong \varphi_0(x) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \Omega_{r/0} \lambda_{r/0} \right] \quad [3]$$

que es su desarrollo en serie de Gram-Charlier.

Eliminando, del segundo miembro de la [1], los elementos que integran el segundo miembro de la [3], queda.

$$B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right]$$

Es inmediato que se tendrá

$$\begin{aligned} F(xy) &\cong B(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \mp \\ &\mp \varphi_0(x) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \Omega_{r/0} \lambda_{r/0} \right] B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \end{aligned}$$

por lo que de la [1], tenida en cuenta la [3] y la descomposición que expresa la [2] sale que

$$\Phi_x(y) \mp B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right]$$

No parece pues conveniente expresar en forma de desarrollos en serie, no siempre convergentes, elementos que pueden ser así definidos, con fórmulas finitas.

El desarrollo analítico, sólo debe tener por objeto definir el factor desconocido, que es la función ligada.

3. — Nos proponemos definir un repertorio de funciones de probabilidad de dos variables, en relación estocástica,

$$\theta(xy) = P(x) B_x(y) \quad [4]$$

de tal naturaleza que, dentro de una aproximación estadística de 4° grado, sea

$$F(xy) \cong \theta(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \quad [5]$$

cumpléndose siempre

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \theta(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=0}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] dy = P(x)$$

por la descomposición de $\theta(xy)$ y la ortogonalidad de los $\lambda(xy)$ con la función ligada.

$P(x)$, es la independiente experimental ajustada por el método de Pearson y corresponde a uno de los tipos de este repertorio (*).

$B_x(y)$, es la ligada de la bravesiana, con lo que se mantiene el concepto de la regresión rectilínea, para la función de primera aproximación, cosa que involucra el empleo, sistemático, de la función de Bravais para tal fin.

Al ser, entonces,

$$\Omega_{3/0} = \Omega_{4/0} = 0$$

la [5], queda así

$$F(xy) \cong \theta(xy) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right]$$

que también puede escribirse

$$F(xy) = \varphi(x) \Phi_x(y) = P(x) B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right]$$

(*) W. PALIN ELDERTON. — *Frequency curves and correlation.*

donde

$$\Phi_x(y) \cong B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \quad [6]$$

con lo que se ve cómo, ahora sí, la [5] refleja, con toda propiedad, en la descomposición de sus mismos elementos, la definición de los puntos de la superficie de probabilidad, como el producto de una independiente $P(x)$, por una ligada

$$B_x(y) \left[1 + \sum_{r=3}^4 \sum_{s=1}^r \Omega_{r-s/s} \lambda_{r-s/s} \right] \quad (*)$$

Estas funciones de primera aproximación, del repertorio de las $\theta(xy)$, están caracterizadas por dar superficies con una marginal coincidente con una de las experimentales, tener la correspondiente regresión rectilínea y laplacianas sus secciones con un plano paralelo al que forma el eje de las z , con el de la variable que no corresponde a la función independiente.

4. — Un momento de orden m/n , de las $\theta(xy)$, estará definido así

$$\mu_{m/n} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(xy) x^m y^n dx dy = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) x^m dx \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y) y^n dy$$

y, al ser,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} B_x(y) y^n dy = \mu_n(x) = \sum_{\nu=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{(n)_{2\nu}}{2^\nu \nu!} (1-r^2)^\nu (rx)^{n-2\nu}$$

se tiene que

$$\mu_{m/n} = \sum_{\nu=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{(n)_{2\nu}}{2^\nu \nu!} (1-r^2)^\nu r^{n-2\nu} \mu_{m+n-2\nu/0}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E\left(\frac{n}{2}\right) = \text{mayor entero contenido en } \frac{n}{2} \\ (n)_\nu = n(n-1)(n-2)\dots(n-\nu+1) \\ r \equiv \mu_{1/1} \end{array} \right.$$

(*) v. FERNANDO L. GASPARELLO — loc. cit. — fórmula de generación de los polinomios $\lambda(xy)$ y cálculo de los coeficientes Ω .

5. — Definidos: con una fórmula finita uno de los dos factores que, según la [2], determinan la superficie experimental, y según la [6], el otro, fuera de la mayor fidelidad que, con ello, se pueda lograr, se simplifican, notablemente, las funciones señaléticas correspondientes. Se tiene

Ecuación de la línea de regresión

$$\bar{y}_x = rx + (1 - r^2) [\Omega_{2/1} \lambda_{2/0} + \Omega_{3/1} \lambda_{3/0}]$$

Ecuación sedástica

$$\sigma_{y_x}^2 = (1 - r^2) \left\{ 1 + (1 - r^2) [2 (\Omega_{1/2} \lambda_{1/0} + \Omega_{2/2} \lambda_{2/0}) - (\Omega_{2/1} \lambda_{2/0} + \Omega_{3/1} \lambda_{3/0})^2] \right\}$$

Coefficiente de relación de correlación (definido según Pearson).

$$\eta_{y_x}^2 = r^2 + (1 - r^2) \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) \left\{ (\Omega_{2/1} \lambda_{2/0} + \Omega_{3/1} \lambda_{3/0}) [2rx + (1 - r^2) (\Omega_{2/1} \lambda_{2/0} + \Omega_{3/1} \lambda_{3/0})] \right\} dx$$

La naturaleza de los $\lambda(xy)$, según fuere $P(x)$, permitirá resolver la integral, con lo que $\eta_{y_x}^2$, estará dado en función de r , de los momentos de la función independiente, de $\Omega_{2/1}$ y de $\Omega_{3/1}$. En definitiva, será de esta forma

$$\eta_{y_x}^2 = r^2 + (1 - r^2) [\alpha_0 + \alpha_1 \mu_{3/0} + \alpha_2 \mu_{4/0} + \alpha_3 \mu_{5/0} + \alpha_4 \mu_{6/0}]$$

Ecuación clítica

$$\sqrt{\beta_1(y)_x} = \frac{rx [3 (1 - r^2) + r^2 x^2] - 3 \bar{y}_x [(1 - r^2) + r^2 x^2] + 3 \bar{y}_x^2 rx - \bar{y}_x^3 + 3 (1 - r^2) (\Omega_{21} \lambda_{20} + \Omega_{31} \lambda_{30}) [(1 - r^2) + r^2 x^2 - 2r x \bar{y}_x + \bar{y}_x^2] + 6 \left\{ (1 - r^2)^2 (\Omega_{12} \lambda_{10} + \Omega_{22} \lambda_{20}) (rx - \bar{y}_x) + (1 - r^2)^3 (\Omega_{03} + \Omega_{13} \lambda_{10}) \right\}}{\left[(1 - r^2) \left\{ 1 + (1 - r^2) [2 (\Omega_{12} \lambda_{10} + \Omega_{22} \lambda_{20}) - (\Omega_{21} \lambda_{20} + \Omega_{31} \lambda_{30})^2] \right\} \right]^{3/2}}$$

Ecuación kúrtica

$$\beta_2(y)_x - 3 = \frac{3(1-r^2)^2 + 6(1-r^2)r^2x^2 + r^4x^4 - 4[3(1-r^2) + r^2x^2]\bar{y}_xrx + 6[(1-r^2) + r^2x^2]\bar{y}_x^2 - 4\bar{y}_x^3rx + \bar{y}_x^4 + 4(\Omega_{21}\lambda_{20} + \Omega_{31}\lambda_{30})\{[3(1-r^2) + r^2x^2](1-r^2)rx - 3[(1-r^2) + r^2x^2](1-r^2)\bar{y}_x + 3(1-r^2)rx\bar{y}_x^2 - (1-r^2)\bar{y}_x^3\} + 12(\Omega_{12}\lambda_{10} + \Omega_{22}\lambda_{20})(1-r^2)^2\{[(1-r^2) + r^2x^2] - 2rx\bar{y}_x + \bar{y}_x^2\} + 24(\Omega_{03} + \Omega_{13}\lambda_{10})(1-r^2)^3[rx - \bar{y}_x] + 24\Omega_{04}(1-r^2)^4}{\left[(1-r^2)\left\{1 + (1-r^2)[2(\Omega_{12}\lambda_{10} + \Omega_{22}\lambda_{20}) - (\Omega_{21}\lambda_{20} + \Omega_{31}\lambda_{30})^2]\right\}\right]^2} - 3$$

Apoyándonos, pués, en una independiente pearsoniana y en una ligada bravesiana, definimos un repertorio de funciones de probabilidad de dos variables, en dependencia estocástica, $z = \theta(xy)$, que podemos utilizar, como funciones de primera aproximación, para la definición analítica, de las superficies de frecuencias experimentales.

La función de Bravais resultará, así, un caso particular de este repertorio, cuando fuere

$$P(x) = y_0 e^{-\frac{x^2}{2}} \quad y_0 = \text{const.}$$

operando con origen en el baricentro y variable reducida.

6. — Al ser necesario obtener la fidelidad perseguida con pocos términos, ello va a lograrse, tanto mejor, cuanto más elementos, de la experiencia, se incorporen a la función de primera aproximación.

Es indudable que, en el caso de regresiones rectilíneas, con el repertorio de las $\theta(xy)$, se logra aquella fidelidad.

En el caso de regresiones parabólicas, se debe transformar la función ligada. Se tendrá así un nuevo repertorio de funciones de primera aproximación

$$z = \psi(xy) = P(x)\psi_x(y) \quad [7]$$

en que $P(x)$, es siempre una marginal experimental, ajustada por el método de Pearson y

$$\psi_x(y) = ke^{-\frac{|y-f(x)|^2}{c}} \quad k = \text{const.}$$

$$y = f(x) \quad c = \text{const.}$$

es la ecuación explícita, en el plano de las xy , de los puntos de la línea de regresión, sea como sostén de los modos o de las medias aritméticas.

La (7) define superficies con una marginal y la correspondiente regresión, coincidentes con las experimentales. Sus secciones con un plano paralelo al que forman el eje de las z con el de la variable que no corresponde a la función independiente, son laplacianas, en que la proyección de sus máximos sobre el plano de las xy , se desliza sobre la parábola que define $f(x)$.

Cuando $f(x)$ es una función lineal, se recae en la (5). La superficie definida con la ligada de la función de Bravais, resulta así un caso particular de la (7).

7. — En esencia, el problema de la definición analítica de los puntos de una superficie de frecuencias experimentales, lo plantea el desconocimiento de la función ligada, que es función de las dos variables, por lo que, de la (2), sale que una solución que supere a las que acabamos de dar, dependerá de la de una ecuación integral de este tipo

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \Phi_x(y) dx - \varphi(y) = 0$$

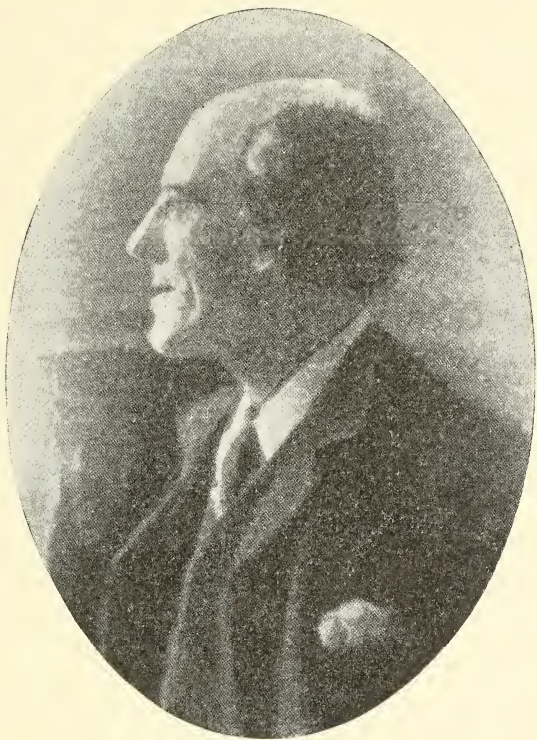
Una de las funciones de dos variables, que son soluciones de esta ecuación, y que estará condicionada por los momentos dobles experimentales, definirá la función ligada $\Phi_x(y)$ que se busca.

Prof. KARL PEARSON (*)

1857-1936

Ha fallecido, hace poco, en Inglaterra, su país natal, el ilustre hombre de ciencia cuyo nombre encabeza estas líneas.

Figura, una de las más destacadas, en el ambiente científico del último medio siglo, ofrece el ejemplo de una mentalidad proteica, multiforme, en incesante actividad desarrollada, puede decirse, hasta la hora de su muerte.



Los *Anales* de la Sociedad Científica Argentina no pueden dejar pasar, en silencio, la desaparición de una vida que, con toda justicia, debe llamarse ejemplar.

Nacido en 1857, fué educado en la University College School; ingresó en 1875, como estudiante, en el King's College de Cambridge, donde se graduó en 1879. En el año siguiente, fué electo miembro del Colegio, en cuyo seno permaneció hasta 1886. En 1884 le fué asignada la cátedra de Clifford, de Matemática Aplicada, en la University College de Londres. Fué en esa época que escribió la «Historia de la teoría de la elasticidad».

Interesado en los trabajos de Francisco Galton y embebido en sus ideas estadísticas, fué su sucesor en la cátedra, la que dió hasta 1933.

(*) Los datos biográficos, están tomados del artículo necrológico publicado en el «Journal of the Royal Statistical Society». Vol. XCIX. Part. II, 1936.

Escribiendo la «Vida de Francisco Galton», rindió un noble tributo a aquel a quien tanto admiraba.

Es en el campo de la Estadística, donde ha cristalizado su obra más fecunda. Dictó, por vez primera, un ciclo de conferencias, sobre Estadística, en el Gresham College, en 1893.

Pearson, inspirado en las ideas de Galton, imprimió a esta ciencia, en los últimos 40 años, un impulso y desarrollo tales, que ligan su nombre, indisolublemente, al desenvolvimiento de la misma.

No fué Pearson un científico abstracto; todos sus trabajos teóricos van acompañados de la explicación y aplicación prácticas. En este campo, casi toda su enorme obra, está esparcida en *Biometrika*, que fundó y cuyo primer número apareció en octubre de 1901, aunque también efectuó publicaciones en el *Philosophical Magazine* y en el *Philosophical Transactions*.

La teoría de las curvas de frecuencias, de la correlación, el problema de las muestras, le deben contribuciones fundamentales. Su teoría sobre las curvas de frecuencias tratadas por el llamado «método de los momentos», llena una etapa y marca una dirección, en el tratamiento de tan importante problema.

La repercusión de su obra y trabajos, en nuestra formación científica, es innegable. Una escuela estadística argentina, la que representa el Instituto de Estadística de la Universidad del Litoral, ha bebido en sus fuentes.

El método de los momentos de Pearson, reclama una superación que no puede tardar en producirse, pero, con todo, las acaloradas discusiones que, en torno de dicho método, se han producido, los violentos ataques de que ha sido objeto, son injustificados. Pearson estaba dotado de una rara intuición matemática que, en este caso, se pone de manifiesto; crea, con la base de su método de los momentos, el repertorio de curvas que lleva su nombre y, en su fundamentación analítica, le impone restricciones que luego algunos de los tipos no cumplen. Es en este hecho, que descansan los enconados ataques de que fué objeto. Pues bien; las investigaciones realizadas en el Instituto de Estadística de la Universidad del Litoral, han demostrado que aquellas restricciones son innecesarias y que el método es, en todos los casos, correcto.

Mentalidad fecunda y múltiple, luchador recio e infatigable, su obra se extiende a otros campos como los de la historia, de la filosofía y de la sociología.

La «Gramática de la Ciencia» fué publicada en 1892 y si bien pueden no ser compartidos los fundamentos filosóficos en que su concepción se apoya, es innegable que, en ella, se retrata el carácter, severamente honrado, del investigador.

Desaparece Pearson al borde de los 80 años. Vibra todavía la emoción de las luchas a que su temperamento y su amor por la verdad lo arrastraban, para que pueda hacerse, ya, de su obra, el análisis sereno y objetivo que su importancia y trascendencia reclaman, pero si esto, aún, no puede hacerse, en cambio sí puede ofrecerse el ejemplo estimulante de su vida a la generación que tan vigorosamente se diseña, en los distintos sectores del ambiente científico argentino.

F. L. G.

SOCIOS ACTIVOS

Agullar, Félix
 Albizzati, Carlos M.
 Alvarez, Raúl J.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Anastasi, Camilo
 Anchorena, Juan E.
 Andrioletti, Juan Luis
 Añón Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aróz Alfaro, Gregorio
 Arbecchi, Armando C.
 Arce, Manuel J.
 Arditi Thompson, H.
 Armani, Aquiles
 Arnaudo, Silvio J.
 Avila Méndez, Delfín
 Aztiria, Ignacio
 Bado, Atilio A.
 Bachmann, Enesto
 Baglietto, Eduardo E.
 Balbiani, Atilio
 Bancalari, Agustín
 Barabino Amadeo, S.
 Barbieri, Antonio
 Bargna, Juan L.
 Barilari, Mariano J.
 Barral Souto, José
 Barrancos, Leónidas A.
 Becke, Alejandro von der
 Berdoy, Pedro A.
 Berrino, Juan B.
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blaquier, Juan
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano
 Bontempi, Luis
 Bordato, Miguel
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosisio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Bunge, Juan C.
 Buontempo, Guillermo
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Buzzo, Eduardo R.
 Caillet Bois, Teodoro
 Calandra, Raúl E.
 Camus, Nicolás
 Canale, Humberto
 Carabelli, Juan José
 Carbia, Rómulo D.
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.
 Cárcova, Enrique de la
 Carelli, Antonio

Carelli, Humberto H.
 Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carrea, Juan Ubaldo
 Casacuberta, Antonio
 Castello, Manuel F.
 Castiñeiras, Julio R.
 Celasco, Juan L.
 Cock, Guillermo E.
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Enrique
 Chelia, Francisco
 Chizzini Melo, Anibal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Dassen, Claro C.
 Dasso, Héctor
 Dasso, Ricardo L.
 Debenedetti, José
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 De la Ini, Juan E.
 Dellepiane, Luis J.
 Demarchi, Marco
 Deulofeu, Venancio
 Devoto, Franco E.
 Díaz, Emilio C.
 Dieulefait, Carlos E.
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Dotto, Enrique S.
 Dubecq, Raúl E.
 Dueñas, José
 Duhau, Luis
 Dupont, Enrique
 Durañona y Vedia, A.
 Durrieu, Mauricio
 Edelberg, Benjamín
 Escudero, Pedro
 Faré, Santo S.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández Long, S.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fischer, Gustavo Juan
 Flores, Emilio M.
 Florit, Carlos J.
 Forn, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Franceschi, Alfredo
 Fürnkorn, Dívico A.
 Gadda, Carlos Mauuel
 Galmarini, Alfredo G.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gascón, Alberto
 Gaspar, Fernando L.
 Géneau, Carlos E.
 Gerardi, Donato

Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.
 Gil, Martín
 Gonella, Juan B.
 Gradín, Carlos
 Grieben, Arturo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Haussler, Emilio
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hofmann, Herbert
 Hortal, José Angel
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isetta, José
 Ivanissevich, Ludovico
 Jorge, José M.
 Jakob, Cristofredo
 Keiper, Guillermo
 King, Diarmid O.
 Kinkelín Pelletán, J. C. de
 Kohan, Zollo
 Kraglievich, Nicolás T.
 Krapf, Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Laporte, Luis B.
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo L.
 Latzina, Eduardo
 Lea, Allán B.
 Lignéres, Roberto
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lombardi, Alberto
 López, P. José
 Loyarte, Ramón G.
 Lozano, Nicolás
 Lugones, Arturo M.
 Llauró, José
 Mac Donagh, E. J.
 Magnin, Félix J.
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Maresca, Antonio J.
 Marini, Tomás L.
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Mata, Leopoldo
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercau, Agustín

Mermoz, Francisco A.
 Mohring, Walther
 Molfino, José F.
 Molle, Clotilde C.
 Montes, Vicente E.
 Moreno, Evaristo V.
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Nelson, Ernesto
 Nielsen, Juan
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortega Belgrano, Raúl
 Ortíz, Anbal A.
 Ortiz de Rosas, Jorge
 Otamendi, Gustavo
 Ottonello, Héctor
 Páez, José María
 Page, Franklin Nelson
 Paitoví y Oliveras, A.
 Paquet, Carlos
 Parodi, Edmundo
 Parodi, Lorenzo R.
 Pasman, Raúl G.
 Pasman, Rodolfo E.
 Pastore, Franco
 Paz, José Máximo
 Paz Anchorena, José M.
 Peralta Ramos (h.), Alberto G.
 Pérez Hernández, A.
 Pérez Pirán, Juan A.
 Perrone, Cayetano
 Pestalardo, Agustín
 Pini, Aldo S.
 Platz, Hubert
 Podestá, Juan Carlos
 Polti, Modesto
 Posadas, Carlos
 Quartino, José N.
 Quinos, José Luis
 Quintero, Bruno F.
 Quiroga, Pedro R.
 Raimondi, Alejandro
 Raffo, Bartolomé M.
 Ramaccioni, Danilo
 Ramallo, Carlos M.
 Ratto, Héctor R.
 Ravignani, Emilio
 Rebuerto, Antonio
 Rebuerto, Emilio
 Reece, William Asher
 Repetto, Blas Angel
 Repossini, José
 Ringuélet, Emilio J.
 Rissotto, Atilio A.
 Rivarola, Rodolfo
 Robles, Angel A.
 Rodríguez Aravena, S.
 Roffo, Angel H.
 Roffo, Juan
 Roldán, Raimundo

Romero Brest, Enrique	Sarrabayrouse, Eugenio	Spota, Víctor J.	Vallebella, Colón B.
Rokotnitz, Otto	Savon, Marcos A.	Storni, Segundo R.	Vallejo, Segundo E.
Rospide, Juan	Schnack, Benno J.	Storni, Carlos David	Vanossi, Reinaldo
Rosell Soler, Pedro	Schmidt, Max	Suárez, Angel	Varela, Rufino (h.).
Rossi, Arturo R.	Schoo Lastra, Oscar	Taiana, Alberto F.	Vecchi, Aristides de
Ruata, Luis E.	Schulz, Guillermo	Taiana, Jorge	Vela Huergo, Julio
Ruiz Moreno, Isidoro	Selva, Domingo	Tamini, Luis Augusto	Veyga, Francisco de
Ruiz Moreno, Adrián	Seeber, Ricardo	Tarragona, José	Vidal, Eduardo
Rumí, Tomás J.	Sesma, Angel	Tedeschi, Virgilio	Villalobos D., C.
Sabarria, Enrique	Sheahan, Juan F.	Tello, Eugenio	Vignaux, Juan C.
Sagastume Berra, A. E.	Silva, Leónidas L.	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Salomón, Hugo	Simons, Hellmut	Torello, Pablo	White, Guillermo J.
Sánchez, José Ricardo	Siri, Luis	Tossini, Luis	Wauters, Carlos
Sánchez, Gregorio L.	Sobral, Arturo	Trelles, Rogelio A.	Wysztelewski, W. de
Sánchez Díaz, Abel	Solari, Emilio F.	Trucco, Sixto E.	Zamboni, Agustín
Sánchez Sorondo, M. G.	Solari, Miguel A.	Valeiras, Antonio	Zappi, Enrique V.
Sanromán, Iberio	Soler, Frank L.	Valentiner, Hugo	Zavalla, Carlos M.
Santángelo, Rodolfo	Sordelli, Alfredo	Valentini, Argentino	Zuloaga, Angel M.
Sarhy, Juan F.	Spinetto, David J.	Valentinuzzi, Máximo	

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José	Laporte, Julio A.	Recoder, Roberto F.	Viglione, Fausto E.
Devoto, Arnaldo Carlos	Magne de la Croix, P. A.	Repetto, Cayetano	Zenarruza Johnson, Tirso A.
Devoto, Carlos Alberto	Milesi, Emilio Angel	Riú, Pedro Carlos	
Folcini, Martín L. G.	Monca, Jacobo Isaac	Rusconi, Carlos	Walls, I. Figueras de
Goyena, Ricardo J.	Muñoz Cabrera, René	Somonte, Eduardo	Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Francisco Disí	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Palumbo"	Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo Marfa

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumer-sindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Coli-na; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Arrambide, Miguel	Bodenbender, G.	Brandan, Ramón A.
Aguiar, Henoch D.	Astrain, Antonio	Bonet, Rafael	Brogliá, Alberto A.
Amaya, Arturo A.	Bermann, Gregorio	Berzacow, Wladimir	Bustos, Ernesto
Anduze, Fernando L.	Bobone, Jorge E.	Braccacini, Osvaldo J.	Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.	Gálvez Vivanco, C.	Martínez, Rodolfo	Roggeri, Domingo
Camilloni, Carlos	García, Daniel	Martínez Bustos, V.	Rothlin, Edwin
Carlomagno, José	Garzón, Rafael	Masjoan, Juan	Sánchez Sarmiento, F.
Castellanos Posse, F.	Gavier, Daniel E.	Melo, Carlos R.	Sartori, Antonio
Catinari, Altavino E.	Gavier, Ernesto	Mirizzi, Pablo Luis	Sayago, Gumersindo
Centeno, Dionisio	Gibert, Víctor	Montes, Aníbal	Sayago, Marcelino
Cordeiro, Juan Carlos	Giménez de Azúa, F.	Ninci, Carlos A.	Schmiedecke, Augusto
Chaudet, Enrique	Godoy, Salvador A.	Ninci, Mario	Servetti Reeves, J. C.
Checchi, Luis	Gómez, Calixto A.	Ninci, Raúl T.	Sicco, Juan Carlos
Deheza, Eduardo	Gordillo, Pedro N.	Nottaris, Carlos E.	Padula, Federico
De la Colina, Bmé.	Granillo Barros, M.	Novillo Corvalán, S.	Sigal, Moisés
Del Viso, Jacinto	Hernández Ramírez, R.	Olsacher, Juan	Sparr, Enrique
De Tezanos Pinto, J.	Hosseus, Carlos Curt	Pagliari, Arturo	Strada, Ferdinando
De Villafañe Lastra, T.	Jagsich, Juan	Parquallini, Clodoveo	Stucchi, Alberto
Devoto, Heraclio A.	Kegeler, Juan Walter	Peláez, J. Gambastiani	Stuckert, Guillermo V.
Di Rienzo, Sabino	Kronfuss, Juan	de	Taravella, Ambrosio L.
Espinosa, Manuel	Lafayette Zimmer, M.	Perrine, Carlos D.	Tarragó, Emeterio
Esteban, Fernando	Larrauri, Agustín C.	Pilotto, Bernardo	Terrera, Pascual
Evans, Eduardo W.	Lewis, Donald G.	Ponce Laforgue, C.	Trebino, Natalio
Fernández, Miguel	Lo Celso, Angel T.	Ponssa, Marco	Tretter, José
Ferrer, Baltasar	Luque, Eduardo R.	Puga, Agustín	Urciuolo, Victorio
Fitz Simón, Sgo. E.	Lutzow Holm, Olaf.	Revol, Carlos A.	Vanni, Alberto
Fortana, Lorenzo	Mácola, Berardo A.	Revuelta, Miguel C.	Vercello, Carlos
Fracasi, Humberto	Mácola, Tulio	Rietti, Dardo A.	Villalba, Aquiles D.
Fuchs, Guillermo J.	Marsal, Alberto	Roca, Jaime	Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Courault, Pablo	Kleer, Gregorio	Piñero, Rodolfo
Argüelles, Eugenio	Crouzeilles, A. L. de	Mal, Carlos	Pozzo, Hiram J.
Ariotti, Juan Carlos	Cruellas, José	Mántaras, Fernando	Ragonese, Antonio E.
Babini, José	Christen, Carlos	Marelli, Hipólito	Rouzaut, Sergio
Berraz, Guillermo	Christen, Rodolfo G.	Marino, Antonio E.	Rouzaut, Rodolfo
Bertuzzi, Francisco	Damianovich, Horacio	Montpeller, Luis Mar-	Salaber, Julio
Bonazzola, César J.	Falco, Federico	cos	Salgado, José
Borruat, Luis	Fester, Gustavo A.	Morisot, Augusto	Santini, Bruno L. P.
Borruat, Luis (hijo)	Frenguelli, Joaquín	Mounier, Celestino	Schivazappa, Mario
Borzona, Rodolfo	Gollán, Josué (h.).	Muzzio, Enrique	Simonutti, Atilio A.
Bossi, Celestino	Gschwind, Eduardo P.	Nigro, Angel	Tissebaum, Mariano
Caballero, Martín A.	Guinle, Hugo José	Niklison, Carlos A.	Urondo, Francisco E.
Camo, José María	Hereñú, Rolando	Oliva, José	Virasoro, Enrique
Cerana, Miguel	Hotschewer, Curto	Peresutti, Luis	
Claus, Guillermo	Juliá Tolrá, Antonio	Piazza, José	

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos	García, José Federico	Maroso, José Angel	Ruiz, Anfbal
Anzorena, Jacinto	Godoy Vergelin, G.	Mayorga, Santiago C.	Ruiz Leal, Adrián
Anzorena, Pedro	Gomensoro, José N.	Miyara, Salomón	Sammartino, Miguel
Basso, Germinal	Granzella, Sinibaldo	Miyara, Santos	Sánchez C., Juan V.
Bidone, Mario	Guíard, Ricardo	Oviedo Marcó, Carlos	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Jofré, Alberto L.	Oviedo Ortíz, Carlos	Stura, Angel C.
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Pelaia, Dante	Toso, Juan P.
Ceriotto, Emilio	Lucero, Braulio G.	Piccione, Cayetano C.	Vicchi, Juan A.
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Piovano, Abelardo P.	Villanueva, Miguel An-
Gabrielli, Francisco J.	Magistretti, Guillermo	Pontis, Rafael E.	gel
Galeano, Edgardo	Maneschi, Ernesto		

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán	Rafael (México)	Hijar y Haro, Luis.....	México
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Janet, Pierre.....	París
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Avendaño, Leónidas.....	Lima	Kinart, Fernando.....	Amberes
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Langevin, Paul.....	París
Borel, Emile.....	París	Lobo, Bruno.....	Río de Jansiro
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bragg, William Henry.....	Londres	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Bruch, Carlos.....	Olivos	Majarás, Jesús.....	México
Cabrera, Blás.....	Madrid	Moretti, Gaetano.....	Milán
Campos Porta, Pablo.....	Río de Janeiro	Oliver Schneider, Carlos...	Concepc. (Ch.)
Carabajal, Melltón M.....	Lima	Pereira d'Andrade, Lancaster	Nova Goa (I. P.)
Corti, José S.....	Mendoza	Perrin, Tomás G.....	México
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Antofag. (Ch.)
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fontecilla Larrain, Arturo...	Santiago (Ch.)	Rowe, Leo S.....	Washington
Fort, Michel.....	Lima	Shepperd, William R.....	New York
González del Riego, Felipe..	Lima	Tello, Julio C.....	Lima
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Torres Quevedo, Leonardo...	Madrid
Guinier, Philibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
	(Paraguay)	Volterra, Vito.....	Roma
Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)		

82



ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

FEBRERO 1937. — ENTREGA II. — TOMO CXXIII

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:	
<i>Ciclo de conferencias.</i> — El trabajo - Función jurídica, social y educativa	49
<i>Sesión de Comunicaciones Científicas del 13 de Noviembre de 1936</i> .	50
P. RAÚL CARABAJAL S. J. — Ultimos descubrimientos arqueológicos del Arroyo Leyes, (Prov. de Santa Fé)	50
F. E. URONDO. — Nuevas medidas de radioactividad del aire del subsuelo	57
A. E. SAGASTUME BERRA. — Fundamentos matemáticos de la música (<i>Continuación</i>)	63
C. RUSCONI. — « <i>Listriodon Dupuyi</i> » y sus relaciones con los tapires .	87
C. C. D. — Bibliografía	89
Noticiario	94

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burnmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Dr. Walter Nernst
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Ing. Guillermo Marconi
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1936-1937)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Nicolás Besio Moreno
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia</i>	Doctor Elias A. De Cesare
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Protesorero</i>	Profesor José F. Moifino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	General Ingeniero Arturo M. Lugones
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Ingeniero Carlos Posadas
<i>Vocales</i>	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez
	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

SECCIÓN OFICIAL
DE LA
SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA
SECCIÓN "SANTA FE"

Ciclo de Conferencias

EL TRABAJO

FUNCION JURIDICA, SOCIAL Y EDUCATIVA

Prosiguiendo con el ciclo de conferencias organizado por la Sección «Santa Fé» de la Sociedad Científica Argentina, se realizó el jueves 10 de setiembre ppdo. a las 18,30 hs. en el salón de actos de la Facultad de Química Industrial y Agrícola una conferencia a cargo del socio Prof. Dr. Mariano R. Tissembaum sobre el tema: *El trabajo. Función jurídica, social y educativa.*

Dicha conferencia a la que asistió numeroso público se desarrolló de acuerdo al siguiente sumario:

- I. — *Valoración conceptual del trabajo.* Evolución de su significado.
- II. — *Sistematización jurídica del trabajo.* Del derecho individual absoluto hasta el concepto social del deber.
- III. — *Función social del trabajo.* Su naturaleza. Constitucionalización del principio.
- IV. — *El trabajo obligatorio.* Alcance y fundamento del principio jurídico-social. Las leyes sancionadas y el Convenio aprobado por la Conferencia Internacional del Trabajo.
- V. — *El trabajo como método pedagógico.* Su sentido educacional. La escuela de trabajo.
- VI. — *Unidad del valor social del trabajo.* Los trabajadores manuales e intelectuales.

Este acto fué auspiciado por el Instituto Social de la Universidad N. del Litoral y la disertación fué propalada por intermedio de la radiodifusora L. T. 10 de dicho Instituto.

1937

Sesión de comunicaciones científicas del 13 de noviembre de 1936

Bajo la presidencia del Ing. Francisco E. Urondo tuvo lugar el 13 de Noviembre en una de las aulas de la Facultad de Química Industrial y Agrícola, a las 18,30, una sesión de comunicaciones científicas, en la que se presentaron los trabajos cuyos resúmenes se publican a continuación.

El autor de la primera comunicación P. Raúl Carabajal S. J., Profesor de Historia Argentina y Director del Museo Histórico del Colegio «La Inmaculada Concepción» de esta ciudad, fué presentado a los asistentes, con breves palabras, por el presidente ingeniero Urondo.

ULTIMOS DESCUBRIMIENTOS ARQUEOLOGICOS DEL ARROYO LEYES, (PROV. DE SANTA FE)

Por RAUL CARABAJAL S. J.

Después de haber investigado durante tres años, haciendo 28 excavaciones, bajo mi control técnico personal, en las orillas del Arroyo Leyes, he llegado a obtener una serie de datos que pueden interesar a los estudiosos de la cerámica del Litoral.

1. **El yacimiento.** — El paradero indígena está situado sobre la margen derecha del Arroyo Leyes, ocupando una longitud aproximada de unas diez cuadras, en la parte más alta de la barranca.

En la actualidad el terreno pertenece a Don Manuel Irigoyen y Doña Amalia Freyre. En la época de la Colonia, según la documentación existente, esos terrenos integraban una gran estancia, propiedad de los Jesuítas, y al ser estos expulsados por Carlos III en 1767, la Junta de Temporalidades que se incautó de los bienes de los expulsos, vendió a propietarios posteriores las estancias pertenecientes a la Compañía de Jesús.

La estratigrafía del yacimiento es sencilla. La parte superior del terreno está formada por unos 20 cms. de tierra arenosa. Sigue luego un estrato de humus de espesor que varía entre 0,50 y 1,30 metros, en donde se encuentran los objetos de que tratamos.



La barranca del arroyo Leyes, con la flecha indicando el sitio del yacimiento arqueológico.

Finalmente aparece el característico loess rojo-amarillento del piso bonaerense de la serie pampeana de mucho espesor.

2. Objetos hallados. — La simple enumeración de lo extraído, prueba que se trata de un « enterratorio indígena » y « paradero » a la vez. Procedente del Arroyo Leyes es lo siguiente:

1º) *Material lítico:*

- a) Un desgarrador de piedra con filo tallado por percusión.
- b) Un hacha de piedra de factura primitiva, de la época neolítica.
- c) Numerosas piedras con superficies pulidas, planas y cóncavas, conocidas con el nombre de « alisadores ».

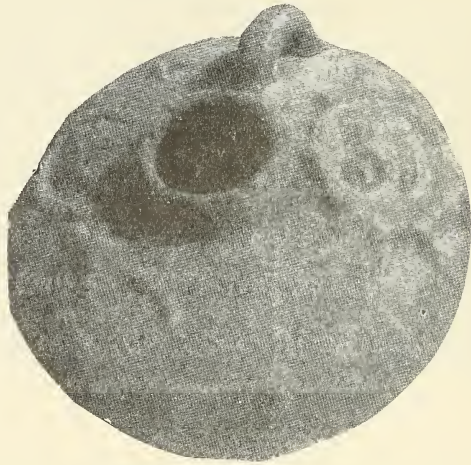
Es de advertir que todos los objetos de piedra son de *arenisca cuarcítica*, proveniente de las barrancas del Paraná, no existiendo en el yacimiento ninguna clase de piedra.

2º) *Material óseo* :

- a) Dos calotas craneanas de adulto.
- b) Varias vértebras humanas.
- c) Un peroné casi completo.
- d) Numerosos restos óseos de nutria, peces y moluscos.

3º) *Material cerámico* :

- a) Varios vasos funerarios y fragmentos de urnas.
- b) Algunas vasijas de uso doméstico.
- c) Numerosos fragmentos variados de alfarería.



Alfarería Mocoví. - Arroyo Leyes

Notable vaso funerario con asa vertical sobre la línea del ecuador y teniendo en relieve el sol, la luna y las estrellas.

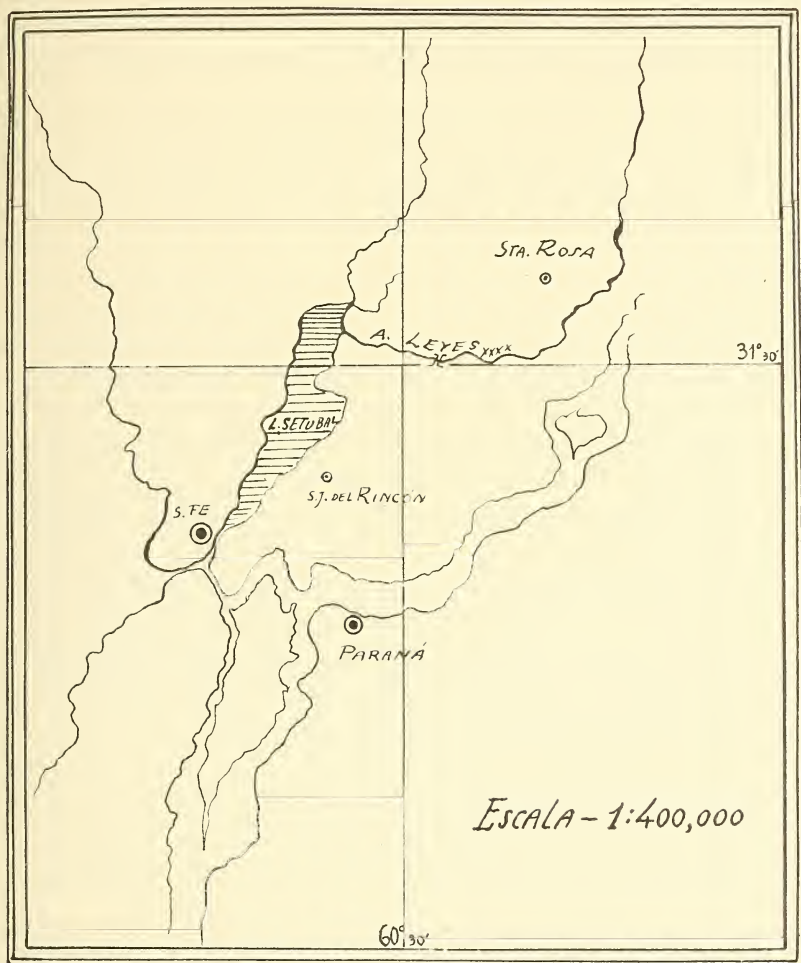
Todo este notable material, de procedencia cierta e indiscutida, revela claramente la existencia de una notable cultura indígena sobre las márgenes del Arroyo Leyes

3. **Tres zonas o culturas.** — Del análisis y ubicación de los hallazgos puede deducirse, con bastante seguridad, que han existido tres *zonas* o *culturas*, que estarían escalonadas de norte a sur, sobre la margen del Arroyo Leyes, explicando esto perfectamente la diversidad de técnica, motivos de ornamentación y diversa antigüedad de los objetos hallados.

Zona Norte: Comprende cerámica antigua, predominando las vasijas ornamentadas con incisiones punteadas sobre un surco con-

tinuo, o sobre superficies lisas. En esta zona he hallado dos calotas craneanas y restos óseos humanos.

Zona Central: A continuación de la anterior. Parece la más antigua del yacimiento y la alfarería que se encuentra es lisa y po-



Mapa con la ubicación del paradero

licromada al rojo vivo y al ocre. En esta zona he extraído numerosos fragmentos de vasos domésticos, como lo prueba la gruesa capa de hollín que aún conservan. La cerámica de esta zona es de técnica sencilla.

Zona Sur: Presenta las piezas de técnica más perfecta de todo el yacimiento, abundando las formas muy bien estilizadas. El ma-

terial empleado es de una dureza notable que al golpearlo da sonoridades de loza.

Todo el material de estas tres zonas es *arcaico*, vale decir, representa relativa antigüedad, siendo según nuestra opinión, cerámica post-hispánica, de fines de siglo XVIII y comienzos del XIX.

Con esto queremos distinguirla de otra cerámica, de aspecto muy reciente de la que hablaremos más adelante y que desechamos como falsa.

4. Material y técnica empleadas. — Del análisis de los numerosos restos arqueológicos del Arroyo Leyes se distinguen claramente cinco clases de material empleada en la confección de la cerámica.

- 1º) *Pasta común* formada por arcilla cocida y antiplástido de tiestos molidos, tan frecuente en la alfarería del Litoral.
- 2º) *Pasta negra*, muy dura, al parecer sin ningún antiplástido.
- 3º) *Pasta negra*, recubierta interior y exteriormente con una pequeña capa de arcilla rojo-amarillenta.
- 4º) *Pasta gris*, con antiplástido negro, restos quizás de vasijas nº 2.
- 5º) *Pasta arcillosa*, sin ningún antiplástido. Poco frecuente.

No he observado el empleo, como antiplástido, de espículas de la esponja Uruguaya coralloides, tan usado en la cerámica de las orillas del Uruguay, de que nos habla Serrano.

Las formas de la alfarería de Arroyo Leyes predominantes son las esféricas, ovoideas y cónicas, teniendo asas redondas y pequeñas, con apéndices antropomorfos y zoomorfos.

Los bordes son variadísimos, en cuanto a su espesor, forma, decoración e inclinación.

La decoración más frecuente es la punteada, hecha con presión de un objeto puntiforme o a veces cuadrado, siendo frecuentes las incisiones decorativas escaleriformes.

Como motivos ornamentales o con fines totémicos se ven con frecuencia el sol, la víbora y el yacaré, lo que inclina a relacionar esta cultura del Litoral con la Civilización Chaco-Santiagoueña, admirablemente estudiada por los hermanos Wagner.

5. **¿A qué indígenas pertenece la cerámica?** — Todos los datos nos revelan que se trata de alfarería *mocoví*, y de la parcialidad de los calchines.

En la cartografía rioplatense levantada por los primeros misioneros de la región, aparece el territorio de Arroyo Leyes ocupado por los mocovíes.

Además históricamente sabemos que la región donde se fundó la primitiva Santa Fé, a la llegada de los españoles, estaba habitada por mocovíes de la parcialidad de los Calchines. Así Garay en el acta de fundación de Santa Fé, en Cayastá, dice: «... fundo y asiento y nombro esta ciudad de Santa Fé en esta Provincia de Calchines...».

Esta misma opinión se corrobora cuando leemos en las «Memorias» del civilizador de los mocovíes P. Florián Baucke, sus heroicos esfuerzos por reducir a vida estable a estos feroces indígenas, por los años de 1753 y siguientes. Estos intentos de reducción sobre las orilla del Quiloazas fracasaron varias veces, hasta que por fin logró estabilizar una floreciente población en San Javier integrada por indios mocovíes.

Aporta datos interesantes a este respecto la Iconografía de Baucke publicada por Guillermo Furlong en 1935, lo mismo que una lámina editada por el mismo historiador en que se explica la técnica de los mocovíes en la fabricación de la cerámica.

Finalmente, no lejos del paradero indígena del Arroyo Leyes, se encuentra en la actualidad una ranchería de indios mocovíes, parcialidad de los calchines, con quienes hemos conversado recientemente.

Entre ellos tiene especial autoridad una anciana de 87 años, llamada doña Ruperta Cisterna, cuyo padre era el cacique mocoví de toda la región. Doña Ruperta habla en castellano y en mocoví, como he podido comprobarlo mediante un diccionario de esa lengua. No se mezclan estos indígenas con la población blanca, sino que se casan entre sí para conservar la tribu. Viven en Santa Rosa de Calchins y de la anciana en cuestión he oído la manera cómo sus antepasados hacían las vasijas, coincidiendo enteramente sus datos, con los que da Baucke sobre la manera de fabricar los mocovíes su alfarería.

Trátase por tanto de *alfarería mocoví* la del Arroyo Leyes, ya que los habitantes de la región han pertenecido desde los tiempos de la colonia a esa tribu, ya también por la técnica empleada en su fabricación.

6. **Las falsificaciones del Arroyo Leyes.** — Una advertencia que debe servir de voz de alerta para directores de Museos, es el hecho de que anda en circulación y se ofrece en venta, y por desgracia en gran cantidad, cierta alfarería que nada tiene de indígena, pues ha salido de las manos de los actuales lugareños y que presenta un aspecto tan reciente, que solamente un profano en estudios arqueológicos puede ser sorprendido en su buena fe.

La avidez de coleccionistas ingenuos ha despertado la avaricia de gente inescrupulosa y ha brotado la industria de los *seudocacharros*.

Poseo en mi colección privada varios de estos seudocacharros obtenidos de los ranchos del lugar como legítimos, y que son evidentemente falsos, es decir, no han sido hechos por indígenas, ni excavados en el yacimiento del Arroyo Leyes.

El aspecto exterior reciente, nuevo, de esa cerámica, la ornamentación no indígena empleada, las formas, la pasta sin antiplástico clásico conocido en la alfarería litoral, la imperfección de la ejecución, el mal cocimiento, etc. prueban evidentemente que se trata de una seudo alfarería.

Además, y es un argumento poderoso, en las 28 excavaciones que he practicado en el Arroyo Leyes, no he encontrado ni un sólo tiesto, y ni siquiera un fragmento de esta clase de alfarería nueva.

NUEVAS MEDIDAS DE RADIOACTIVIDAD DEL AIRE DEL SUBSUELO

Por F. E. URONDO

Se han comunicado ya los resultados de medidas de radioactividad del aire del subsuelo de Santa Fé (*An. Soc. Cient. Arg.* T. 119, p. 178 y T. 120, p. 108, 1935) y de las del aire de exhalación de la superficie terrestre (*An. Soc. Cient. Arg.*, T. 120, p. 199, 1935). Las determinaciones de las corrientes de ionización del aire extraído del subsuelo y trasvasado a cámaras de ionización en comunicación con electrómetros Wulf, han permitido constatar la existencia de variaciones diversas. Así de las 1068 observaciones realizadas con aire del subsuelo y las 284 del aire de exhalación de la superficie terrestre, se han comprobado variaciones diurnas con máximos en horas de la mañana, mínimos hacia mediodía y luego otros máximos en la tarde.

Asimismo se ha notado una variación anual en esas medidas desde agosto de 1934 hasta agosto de 1935, con valores máximos en los meses cálidos. La influencia de los factores meteorológicos no se ha hecho visible en las medias mensuales de las observaciones diurnas, a excepción de la temperatura ambiente puesto que las corrientes de ionización presentaban valores crecientes con la temperatura.

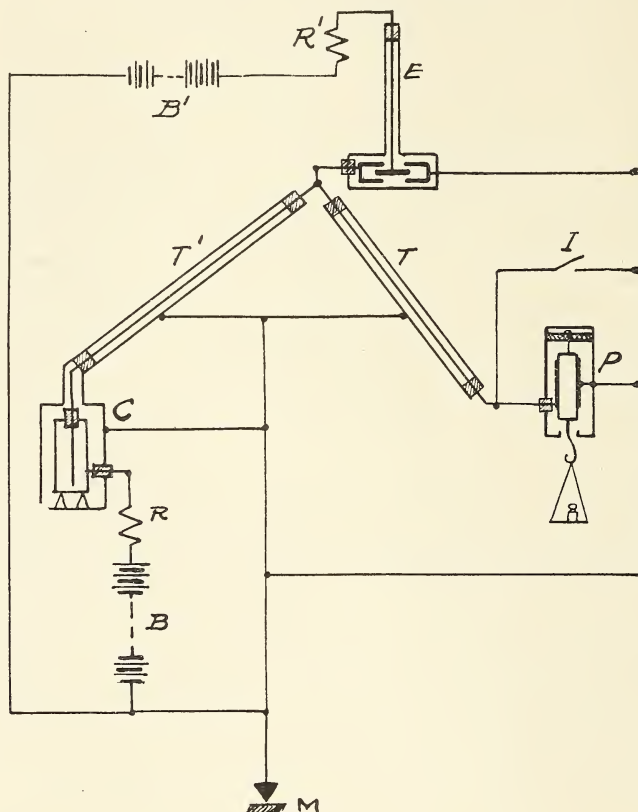
Esas variaciones diurnas y anuales coinciden con las anotadas en las medidas de radioactividad del aire libre por el método del alambre activado (*An. Soc. Cient. Arg.*, T. 118, p. 245, 1934).

En las comunicaciones recordadas se indicó que el aire extraído del subsuelo era de pequeñas profundidades y a continuación indicamos el valor medio anual (promedio de todas las medias mensuales) de la caída en milivoltios. seg^{-1} , descontada la fuga natural;

Profundidad en cm	Media anual m V/seg
120 (cimientos)	130.—
120 (jardín)	131,5
400 (cimientos)	133.—

Desde mediados de agosto hasta fines de diciembre de 1935, se realizaron nuevas medidas utilizando otra técnica.

Los trasvases se hacían directamente comunicando (a través de tapones de algodón) los caños enterrados, con una cámara de ionización en la que se había hecho un vacío previo. Luego se conectaba esa cámara a un electrómetro de cuadrantes de Curie, en una instalación con cuarzo piezoeléctrico, según el montaje clásico:



La cámara de ionización C de 573,7 c. c. (sin los tubos de entrada y salida) era de bronce y de forma cilíndrica con la tapa superior desmontable. Esa tapa sostenía una varilla de bronce aislada con ámbar, un anillo de guardia y otro sostén de ámbar; esa varilla situada en el eje del cilindro, constituía la armadura interna y se conectaba al electrómetro. La cámara de ionización se instalaba sobre tacos aisladores y se conectaba a un polo de una batería de acumuladores B con el otro polo a tierra y a través de una resistencia R para prever cortocircuitos. Toda la cámara se instalaba dentro de otro cilindro metálico a tierra. La capacidad eléctrica de la cámara de ionización era de unos 4,59 cm.

El cuarzo piezoeléctrico P estaba controlado y según certificado del Instituto del Radium del Laboratorio Curie de París, le correspondía un desprendimiento de 8,30 unidades electrostáticas por kilogramo de tracción desde una de las caras aisladas, con la otra armadura al potencial del suelo. La precisión de las medidas de etalonaje era suficiente como para que el error no pasara del 1%. La aislación debía asegurarse y con mucha frecuencia debía renovarse el anhídrido fosfórico de los frascos situados en el interior de la caja metálica (a tierra) que contenía el cuarzo piezoeléctrico.

El electrómetro a cuadrantes de Curie E, poseía una sensibilidad de 78,4 mm. de escala por voltio. Un par de cuadrantes iba conectado a tierra y el otro par, el que poseía el micrométrico de calibración, se conectaba a la armadura aislable del cuarzo piezoeléctrico y a la cámara de ionización; ese par de cuadrantes se lo aislaba por un interruptor electromagnético I. El equipo móvil del electrómetro se cargaba a una tensión de 80 voltios con una batería de acumuladores B', a través de una resistencia de agua R'.

Las conexiones entre el par de cuadrantes aislables del electrómetro, con el cuarzo piezoeléctrico y la cámara de ionización, se hacían a través de alambres sostenidos por blocks de ámbar en el interior de tubos metálicos T y T', a tierra. Todas las uniones se envolvían en papeles de estaño para las protecciones electrostáticas.

El aire extraído del subsuelo a la cámara de ionización se lo dejaba encerrado unas 3 horas antes de efectuar las medidas. En algunas determinaciones se hicieron las medidas enseguida de la extracción y se continuaron por varias horas para estudiar la variación con el tiempo. No fué posible hacer determinaciones sobre dosajes de toron pues se perdían varios minutos para hacer todas las conexiones necesarias antes de poder medir.

Para los dosajes de radón se utilizó una sal de radium contenido en un tubo de vidrio cerrado. Según el certificado del Instituto del Radium Laboratorio Curie de París, ese etalón contenía 0,934 miligramos de radium metálico. Se compararon las corrientes de ionización producidas sucesivamente por ese etalon y por el radium contenido en otro tubo de vidrio, empleando el método de los rayos γ emitidos por ambos. Se utilizó el electrómetro citado y el cuarzo piezoeléctrico pero se substituyó la cámara de ionización para gases, por un gran condensador formado por varias cámaras cilíndricas coaxiales. El platillo central de aluminio tenía un diá-

metro de 25,3 cm. y estaba aislado y además provisto de anillo de guardia; este disco iba conectado al electrómetro, y constituía una de las armaduras. La otra armadura era un cilindro metálico con tapa de plomo y comunicado al polo de una batería de acumuladores (945 V.), con el otro polo a tierra. El cilindro anterior estaba ubicado sobre aisladores en el interior de otro también de bronce y a tierra, provisto de tapa de plomo. La capacidad eléctrica era de 13,4 cm.

Se tomaban las precauciones conocidas para asegurar las protecciones electrostáticas y se hicieron las correspondientes medidas de aislación. Los tubos conteniendo el radium se colocaron en el interior de un cilindro de plomo y a 30 cm. encima de la tapa de plomo del gran condensador de manera que los rayos γ que producían la ionización del aire del condensador, eran los filtrados a través de 18 milímetros de plomo. Las medidas se hicieron en varios días efectuándose 10 series de medidas con errores inferiores a 1 %. El resultado de la comparación del tubo con Ra con el que contenía el etalón de 0,934 mgr. dió un contenido de 0,203 mgr. de Ra metálico.

Luego se repitieron las medidas comparando este último, tomado como etalón, con el contenido de otro tubo de vidrio cerrado, siguiendo el mismo método de corrientes de ionización por rayos γ pero en este caso filtrado a través de 8 mm. de plomo. Se hicieron, en días diversos, otras diez series de medidas con un error inferior al 1 %. Esa segunda ampolla resultó conteniendo 0,063 mgr. de Ra metálico. Las ampollas utilizadas para estas medidas estaban cerradas desde más de un año. Se calculó la absorción de rayos γ por el vidrio de la ampolla.

La ampolla conteniendo los 0,063 mgr. de radium fué abierta diluyendo su contenido en 100 c. c. de agua destilada. Después de apropiados burbujeos con corrientes de aire para arrastrar el radón, se diluyó una parte hasta llegar a una concentración de 6×10^{-11} gr. por c. c., tomándose 20 c. c. de esa solución para acumular el radón.

Se dejaba acumular de 2 a 3 días y luego se trasvasaba hacia la cámara de ionización para gases, en la que se había hecho el vacío, y llevando a la ebullición la solución con el radón. El volumen de esta última se mantenía puesto que el tubo de desprendimiento del balón que la contenía, estaba rodeado de un refrigerador a corriente de agua, y el radón burbujeaba a través de ácido sulfúrico

concentrado antes de penetrar en la cámara de ionización. El radón trasvasado se lo dejaba unas 3 horas en evolución antes de realizar las medidas de las corrientes de ionización.

En el cuadro siguiente se resumen los promedios mensuales de las corrientes de ionización en u. e. e./seg. $\times 10^{-3}$ del aire de distintas profundidades; y los promedios mensuales de la temperatura ambiente, presión barométrica y estado higrométrico del aire ambiente en los momentos de las extracciones.

Meses 1935	i u. e. e./seg. $\times 10^{-3}$	$t^{\circ} C$	h cor. 700 +	e	Nº de medidas
<i>Profundidad 120 cm. (cimientos):</i>					
Agosto	2,35	18,5	59,82	0,56	8
Setiembre	1,71	17,4	56,96	0,46	12
Octubre	2,21	19,7	61,47	0,57	7
Noviembre	2,62	23,5	57,51	0,66	10
Diciembre	2,68	23,8	53,83	0,61	11
Promedio general	2,31				
<i>Profundidad 120 cm. (jardín):</i>					
Agosto	2,15	18,1	60,51	0,66	8
Setiembre	1,94	17,3	59,96	0,41	12
Octubre	2,53	19,9	61,02	0,59	4
Noviembre	2,18	21,8	58,01	0,64	10
Diciembre	2,30	24,1	54,33	0,67	10
Promedio general	2,22				
<i>Profundidad 400 cm. (cimientos):</i>					
Agosto	1,93	16,7	60,40	0,66	8
Setiembre	1,86	16,7	58,63	0,45	9
Octubre	1,93	22,—	58,48	0,51	6
Noviembre	1,80	22,3	57,11	0,65	11
Diciembre	2,15	22,8	54,55	0,71	12
Promedio general	1,93				

Comparando las corrientes de ionización (descontadas las corrientes de fugas) de los promedios generales, con las del radón del etalón podemos establecer, después de varias medidas concordantes, el siguiente resultado:

Profundidades	Curie de radon por c. c. de aire extraído
120 cm. (cimientos)	0,40 $\times 10^{-13}$
120 cm. (jardín)	0,38
400 cm. (cimientos)	0,33

Estos valores son algo menores que los encontrados en el otro hemisferio (Sanderson, Joly, Satterly). Para la consideración de estos resultados debe tenerse en cuenta que el terreno de donde se hicieron las extracciones del aire, fué rellenado años atrás, en una altura mayor de un metro. Además desde mediados de noviembre de 1935, el patio donde estaban enterrados los caños cerca de los cimientos de los laboratorios, fué cubierto por un contrapiso y una losa de hormigón que pueden haber modificado las condiciones iniciales, si alguna causa exterior pudiera influir en las variaciones del contenido de radón del aire del subsuelo.

SOBRE LA SUMACION DE ALGUNAS SERIES DIVERGENTES

Por J. BABINI

El autor, en esta comunicación, indica la sumación, por el método Borel, de las series divergentes de la forma

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n (hn + \alpha + k)^{(n, h-k)} \quad ; \quad \sum_{-\infty}^{\infty} z^n (hn + \alpha + k)^{(n, h-k)}$$

donde con $(hn + \alpha + k)^{(n, h-k)}$ se indica la factorial de base $hn + \alpha + k$, grado n (entero) y diferencia $h - k$.

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA MÚSICA

Por A. E. SAGASTUME BERRA

(Continuación *)

CAPITULO II

CONSTRUCCION DE LA GAMA

13. — Entramos ahora en el problema primario de toda la teoría musical. ¿Qué sonidos utilizaremos para « hacer música »? Claro es que si consideramos las frecuencias absolutas, todas ellas, dentro de los límites de la audición (es decir, mientras sean *sonidos*) pueden ser utilizadas. Por ejemplo, un piano, o un violín, pueden ser afinados indiferentemente de modo que el la_3 dé las 435 vibraciones por segundo que se le han asignado por convención internacional, ó 440, ó 420, o cualquier otro número arbitrario (dentro de ciertos límites), con lo cual las demás notas variarán también en forma arbitraria.

Si consideramos en cambio las frecuencias relativas, nos encontramos con un problema de distinta índole. Para fijar las ideas adoptemos, como es corriente hacerlo, el intervalo fundamental de una octava, y consideremos todas las frecuencias reducidas a ese intervalo que, en nuestra cuerda-tipo (§ 11) es el (1, 2). ¿Con qué números llenaremos el intervalo entre la frecuencia 1 y la 2?

Desde el punto de vista en que nos colocamos caben, *a priori*, dos soluciones, o mejor dicho, dos tipos de solución: el tipo continuo y el discontinuo o discreto; o sea, si admitimos como utilizables todas las frecuencias del intervalo (1, 2), que varían en forma continua, o si solo nos limitamos a ciertas frecuencias (en número finito o infinito) bien determinadas.

En el primer caso, teóricamente posible, tendríamos sin embargo dificultades, en primer lugar de índole práctica. En efecto, los instru-

* Ver entrega I, T. CXXIII, pág. 1 y sig.

mentos llamados « de sonidos fijos » (piano, arpa, flauta, etc.) quedarían descartados o pasarían a un plano completamente secundario, pues no podrían proporcionar la gradación continua que adoptamos; y aún suponiendo que utilizáramos los instrumentos de sonidos variables, violín, violoncello, y otros que inventáramos ex-profeso, habría grandes dificultades en la ejecución e interpretación. Dado que un compositor hipotético quisiera utilizar en su obra todos los recursos de una gradación continua en los sonidos, la ejecución de esa obra debería ser sumamente exacta, so pena de perderse el valor que el autor ha querido asignar a esos recursos. Además, desde el punto de vista teórico, se nos ocurre que habría peligro de que la música así constituida se convirtiera en una cosa amorfa e indefinida, por falta de contraste.

De cualquier manera, limitaremos nuestro estudio a la solución discreta, teniendo para ello poderosas razones. En primer lugar, la *gama* o sea el conjunto de sonidos utilizables, siempre ha estado constituida, en la música de todos los pueblos, por un conjunto discreto (más aún, finito) de notas. Por otra parte, la naturaleza misma nos enseña la escala armónica discreta en las vibraciones de las cuerdas, tubos, placas y membranas, es decir, en todos los « mecanismos » que podamos imaginar como aptos para construir instrumentos musicales.

Nuestra gama será, pues, discreta. Pero aún en este caso, podemos preguntarnos si convendrá que conste de un número finito o no de notas. La posibilidad de un número infinito de notas en cada octava puede desecharse por consideraciones análogas a las que hicimos más arriba a propósito de la gama continua. Y queda finalmente el caso de una gama finita (*a fortiori* discreta) abierto a nuestro estudio.

14. — Debemos, pues, llenar el intervalo fundamental (1, 2) con un número finito de notas. ¿Qué criterio seguiremos para hacerlo? Las posibilidades de elección son infinitas. Sin embargo, podemos seguir una ruta segura si observamos lo que ocurre naturalmente, o sea aplicando lo que hemos visto en el capítulo anterior acerca de la escala armónica.

La escala armónica, reducida a la octava fundamental (§ 12) es:

$$1, 1, \frac{3}{2}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, 1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{11}{8}, \dots \quad [1]$$

Admitamos en nuestra gama, por ejemplo, además de la nota fundamental, la $\frac{3}{2}$. Ello quiere decir, refiriéndonos para concretar el razonamiento al caso de las cuerdas, que junto con la cuerda-tipo admitimos en nuestro instrumento ideal otra cuerda de frecuencia fundamental $\frac{3}{2}$. Esta cuerda también produce, a su vez, el armónico 3, que con respecto a la cuerda-tipo tendrá la frecuencia $\frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}$ ó, reducida a la octava, $\frac{9}{8}$. Este sonido es precisamente otro de los armónicos comprendidos en la escala (1), y no hay razón para rechazarlo, una vez que originariamente hemos admitido el armónico 3. A su vez, partiendo de este sonido $\frac{9}{8}$, y tomando su tercer armónico, obtendremos una nueva frecuencia (reducida) $\frac{27}{16}$. Y en general, prolongando esta construcción, nos vemos conducidos a considerar todas aquellas frecuencias cuyo numerador sea una potencia cualquiera no negativa de 3, y el denominador la potencia de 2 conveniente para reducirla a la octava fundamental, es decir, todas las frecuencias de la forma $2^{n_1} \cdot 3^{n_2}$ ($n_2 \geq 0$).

Admitamos ahora, además, el sonido $\frac{5}{4}$ como perteneciente a nuestra gama. Entonces, por el razonamiento anterior, también admitiremos todas las frecuencias de la forma $2^{m_1} \cdot 5^{m_2}$. Pero más aún: a partir de una de éstas, debemos considerar como posible, o admisible, el tercer armónico (y con él el 9º, 27º, etc.); o bien, a partir de una de las frecuencias $2^{n_1} \cdot 3^{n_2}$, el quinto armónico (y con él el 25º, el 125º, etc.). De manera que en conjunto las frecuencias admisibles serán todas las de la forma $2^{n_1} \cdot 3^{n_2} \cdot 5^{n_3}$.

Es de observar en este punto, que las frecuencias obtenidas constituyen lo que ya Euler llamaba la *gama matemática*, es decir, conjunto de sonidos cuyas frecuencias se expresan todas bajo la forma $2^{n_1} \cdot 3^{n_2} \cdot 5^{n_3}$.

Si tomamos el armónico 6, por ejemplo, no se obtiene con este proceso nada nuevo, pues $6 = 2 \times 3$ y $6 \cdot 2^{n_1} \cdot 3^{n_2} \cdot 5^{n_3} = 2^{n_1+1} \cdot 3^{n_2+1} \cdot 5^{n_3}$, que es otra frecuencia de la misma forma, es decir, comprendida en las anteriores. Solo se obtienen frecuencias nuevas si adoptamos un nuevo número *primo*, 7 por ejemplo, como armónico admisible.

Obsérvese que con este proceso obtenemos siempre un número *infinito* (numerable) de frecuencias. Dedicaremos el resto de este capítulo a estudiar esos conjuntos infinitos, y en el siguiente abordaremos recién la cuestión de cómo limitar el número de notas para satisfacer las condiciones del § anterior.

En general, llamaremos armónicos *fundamentales*, o *constitutivos*, o *generadores* de una gama, a los números primos tales que toda frecuencia correspondiente a una nota de la gama se expresa como producto de potencias de esos números, con exponentes no todos nulos. El armónico 2 se considerará siempre como fundamental, sobreentendiéndolo muchas veces, pues ya hemos visto la especie de identificación que existe entre un sonido y su octava.

Generalizando, pues, el procedimiento anterior, supongamos tener $r + 1$ números primos distintos, el primero de los cuales sea 2; a los demás, dispuestos en orden creciente, los llamaremos p_1, p_2, \dots, p_r . Por lo tanto, p_1 será por lo menos igual a 3, y entonces

$$3 \leq p_1 < p_2 < \dots < p_r .$$

Con estos números primos tomados como armónicos fundamentales, podremos construir una *gama* de frecuencias, formando todos los posibles productos de sus potencias y reduciendo esos números a la octava fundamental. Una frecuencia cualquiera ν de nuestra gama tendrá, pues, la expresión reducida

$$\nu = 2^{n_0} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r} .$$

El exponente n_0 debe ser tal que $1 \leq \nu < 2$, de modo que, dados los números p_1, p_2, \dots, p_r , para cada sistema de valores de n_1, n_2, \dots, n_r habrá que determinar convenientemente n_0 de modo que se cumpla esa condición; y es evidente que ese valor de n_0 queda así unívocamente determinado. En otros términos, n_0 es una función unívoca de los valores n_1, n_2, \dots, n_r (para p_1, p_2, \dots, p_r fijos).

Puesto que el intervalo de octava es el fundamental, convendrá medir las frecuencias en octavas, ω (§ 9), en cuyo caso, por el teorema general del § 12, bastará considerar la mantisa del logaritmo (de base 2) del número $p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r}$.

En general, cuando consideremos un número real α , podremos definir lo que llamaremos *parte entera de α* e indicaremos con $E(\alpha)$, y la *parte fraccionaria de α* , $F(\alpha)$. Cualquier número real tal como α

está comprendido siempre entre dos números enteros sucesivos (o coincide con un entero); así, si N_α es un entero tal que

$$N_\alpha \leq \alpha < N_\alpha + 1,$$

el entero N_α será por definición la parte entera de α , y $\alpha - N_\alpha$ será la parte fraccionaria. O, dicho en otros términos, $E(\alpha)$ está definido por las propiedades siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I)} \quad E(\alpha) \text{ es entero} \\ \text{II)} \quad \alpha - E(\alpha) \geq 0 \quad ; \quad \alpha - [E(\alpha) + 1] < 0 \end{array} \right\} \quad [2]$$

y la parte fraccionaria por:

$$\text{III)} \quad F(\alpha) = \alpha - E(\alpha). \quad [2']$$

Resulta de II) y III) en particular, que la parte fraccionaria de un número no puede ser negativa, ni llegar a valer 1 ó más.

Por ejemplo: la parte entera y la fraccionaria de $\alpha = 2,3025$, son: $E(\alpha) = 2$; $F(\alpha) = 0,3025$. Las de $\alpha = 0,41$, son: $E(\alpha) = 0$; $F(\alpha) = 0,41$. Las de $\alpha = -2,6$ son: $E(\alpha) = -3$; $F(\alpha) = 0,4$. Las de $\alpha = 26$ son: $E(\alpha) = 26$; $F(\alpha) = 0$.

Esto sentado, las medidas de nuestras frecuencias ν en octavas, que llamaremos $\gamma_{n_1, n_2, \dots, n_r}^{p_1, p_2, \dots, p_r}$ serán

$$\gamma_{n_1 n_2 \dots n_r}^{p_1 p_2 \dots p_r} = F(\log_2 \nu) = F(\log_2 (p_1^{n_1} p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r}))$$

o sea, por las propiedades de los logaritmos:

$$\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r} = F\left(\sum_{i=1}^r n_i \log_2 p_i\right).$$

Los $\log_2 p_i$ son constantes especiales de nuestra gama, de modo que poniendo:

$$\left. \begin{array}{l} \text{será} \quad \pi_i = \log_2 p_i \quad (i = 1, 2, \dots, r) \\ \gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r} = F\left(\sum_{i=1}^r n_i \pi_i\right). \end{array} \right\} \quad [3]$$

El conjunto de las infinitas $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ que se obtienen (para dados p_i) dando todos los valores posibles a los n_i , es lo que constituye nuestra *gama* (por ahora infinita), a la que designaremos por $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$.

15. — Suponiendo fijados de una vez por todas el número r y los números primos p_1, p_2, \dots, p_r , lo que da por consecuencia el fijar también las π_i , estudiemos algunas propiedades generales del conjunto $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, que podremos llamar Γ simplemente, sobreentendiendo los índices (análogamente, podremos escribir para abreviar $\gamma_{n_1 \dots n_r}$ en lugar de $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$).

Ante todo, dadas las n_1, \dots, n_r queda fijado un valor, y solo uno, para $\gamma_{n_1 \dots n_r}$. Si fijamos en cambio un valor de $\gamma_{n_1 \dots n_r}$ perteneciente a Γ ¿quedarán unívocamente determinados los valores de n_1, \dots, n_r ?

Para responder a esta cuestión, observemos que dada una $\gamma_{n_1 \dots n_r}$ es decir, dadas las n_1, \dots, n_r , y suponiendo que exista otro sistema n'_1, \dots, n'_r que dé la misma nota, debería ser

$$F(\log_2(p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r})) = F(\log_2(p_1^{n'_1} \dots p_r^{n'_r})),$$

o sea que los números

$$\log_2(p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r}), \quad \log_2(p_1^{n'_1} \dots p_r^{n'_r})$$

deben diferir solo en un entero n_0 :

$$\log_2(p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r}) - \log_2(p_1^{n'_1} \dots p_r^{n'_r}) = n_0,$$

o bien:

$$\frac{p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r}}{p_1^{n'_1} \dots p_r^{n'_r}} = 2^{n_0},$$

y esto es absurdo si $n_0 \neq 0$, pues en la fracción del primer miembro solo aparecen factores primos distintos de 2, mientras que en el segundo solo aparece el factor primo 2. La única posibilidad es que $n_0 = 0$, en cuyo caso se tendrá necesariamente $n_1 = n'_1, n_2 = n'_2, \dots, n_r = n'_r$. Es decir, que la γ_{n_1, \dots, n_r} determina unívocamente los exponentes n_1, n_2, \dots, n_r .

Hemos establecido, pues, que: *existe* (para r y los p_i fijos) *una correspondencia biunívoca entre los sistemas de exponentes n_1, n_2, \dots, n_r y los valores de $\gamma_{n_1 n_2 \dots n_r}$ correspondientes.*

Por ejemplo: puesto que el sistema $n_1 = n_2 = \dots = n_r = 0$ nos da $\gamma_{0,0,\dots,0} = 0$ (la nota fundamental), no puede obtenerse esta nota fundamental con ningún otro sistema de exponentes, y particularizando aún más: si una al menos de las n_i es distinta de cero, $\gamma_{n_1 \dots n_r}$ no puede ser la nota fundamental.

16. — Tomemos ahora un valor ρ comprendido entre 0 y 1, excluido el valor 1. En especial, puede dar la casualidad de que ρ coincida con uno de los valores de $\gamma_{n_1 \dots n_r}$, y entonces lo hará para un cierto sistema de exponentes N_1, N_2, \dots, N_r . Excluyendo este caso, no hay ningún sistema de exponentes tal que $\gamma_{n_1 \dots n_r} = \rho$. Pero cabe la pregunta: ¿existirán sistemas tales que den *aproximadamente* el valor ρ ? Y si existen: ¿con qué aproximación podemos alcanzar ese valor?

Demostraremos que: *dado un número ρ , comprendido entre 0 y 1, y excluyendo el caso en que exista un sistema (único, si es que existe) N_1, \dots, N_r tal que $\gamma_{N_1 \dots N_r} = \rho$, pueden hallarse sistemas (n_1, n_2, \dots, n_r) tales que el error cometido al reemplazar ρ por $\gamma_{n_1 \dots n_r}$ sea arbitrariamente pequeño. O, dicho en términos más precisos, que, dado un valor $\varepsilon > 0$, por pequeño que sea, puede hallarse una sucesión de sistemas $(n_1^{(1)}, n_2^{(1)}, \dots, n_r^{(1)})$, $(n_1^{(2)}, n_2^{(2)}, \dots, n_r^{(2)})$, \dots , $(n_1^{(v)}, n_2^{(v)}, \dots, n_r^{(v)})$, \dots y elegirse en la sucesión un índice v_0 tal que, desde él en adelante, $\gamma_{n_1^{(v)} \dots n_r^{(v)}}$ difiera de ρ (por defecto o por exceso) en menos de ε . Es decir,*

$$|\gamma_{n_1^{(v)} \dots n_r^{(v)}} - \rho| < \varepsilon \quad \text{para } v \geq v_0(\varepsilon) \quad [4]$$

O también, expresado brevemente: Γ es denso en el intervalo (0, 1).

Obsérvese ante todo que si $s \leq r$, $\Gamma^{p_1 \dots p_s}$ está contenido en $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, pues puede considerarse a $\Gamma^{p_1 \dots p_s}$ como formado por las $\gamma_{n_1 \dots n_s, 0, \dots, 0}^{p_1 \dots p_s, p_s+1 \dots p_r}$. Por consiguiente, bastará demostrar el teorema para $r = 1$, pues si Γ^{p_1} es denso, con mayor razón lo será $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ que contiene a aquél.

Antepondremos dos lemas acerca de la función $F'(\alpha)$, definida por la [2'].

Lema I — Si α, β son dos números reales, se verifica

$$F'(\alpha + \beta) = F'(\alpha) + F'(\beta) - \theta(\alpha, \beta) \quad [5]$$

donde

$$\theta(\alpha, \beta) = \begin{cases} 0, & \text{si } F'(\alpha) + F'(\beta) < 1 \\ 1, & \text{» } F'(\alpha) + F'(\beta) \geq 1 \end{cases} \quad [5']$$

En efecto: de la [2'] resulta:

$$\alpha = E(\alpha) + F(\alpha)$$

y análogamente:

$$\beta = E(\beta) + F(\beta).$$

Sumando miembro a miembro:

$$\alpha + \beta = E(\alpha) + E(\beta) + F(\alpha) + F(\beta),$$

mientras que para el número $\alpha + \beta$ debe valer también la igualdad

$$\alpha + \beta = E(\alpha + \beta) + F(\alpha + \beta),$$

y por consiguiente

$$E(\alpha + \beta) + F(\alpha + \beta) = E(\alpha) + E(\beta) + F(\alpha) + F(\beta).$$

Ahora bien: si $F(\alpha) + F(\beta)$ es una fracción propia, es decir, menor que 1, las partes enteras y fraccionarias de ambos miembros coincidirán, y será $F(\alpha + \beta) = F(\alpha) + F(\beta)$, que es el primer caso de las [5], [5']. En cambio si $F(\alpha) + F(\beta) \geq 1$, se puede escribir

$$E(\alpha + \beta) + F(\alpha + \beta) = E(\alpha) + E(\beta) + 1 + [F(\alpha) + F(\beta) - 1],$$

y siendo $F(\alpha) + F(\beta) - 1$ fraccionario (pues $F(\alpha) + F(\beta)$ es siempre menor que 2), y debiendo nuevamente coincidir las fracciones de ambos miembros, se tendrá en este caso $F(\alpha + \beta) = F(\alpha) + F(\beta) - 1$, es decir, el segundo caso de las [5], [5'].

Lema II — Si $\frac{P}{Q}$ es una fracción positiva irreducible (es decir, que P y Q son primos entre sí) la función $F\left(\frac{P}{Q}n\right)$, donde n es un entero cualquiera, toma al variar n , los valores: $0, \frac{1}{Q}, \frac{2}{Q}, \frac{3}{Q}, \dots, \frac{Q-1}{Q}$ y solo ellos.

Efectuemos ante todo, suponiendo n fijo por un momento, el cociente $\frac{Pn}{Q}$. Será

$$\frac{Pn}{Q} = E + \frac{\alpha}{Q},$$

donde E es un entero, el cociente de la división, y α otro entero, el resto, que será por lo tanto uno de los números $0, 1, 2, \dots, Q - 1$. Entonces:

$$0 \leq \alpha < Q.$$

Además

$$F\left(\frac{Pn}{Q}\right) = F\left(E + \frac{\alpha}{Q}\right) = F\left(\frac{\alpha}{Q}\right) = \frac{\alpha}{Q}. \quad [6]$$

Estas igualdades se explican, en primer lugar porque E , por ser entero, no influye en la parte fraccionaria (también se puede demostrar por la [5], pues $\theta\left(E, \frac{\alpha}{Q}\right) = 0$ por ser $F(E) = 0$) y además, siendo $\frac{\alpha}{Q}$ una fracción positiva y menor que la unidad, coincide con su parte fraccionaria.

El valor así hallado para $F\left(\frac{P}{Q}n\right)$ es, entonces, uno de los valores $\frac{0}{Q} = 0, \frac{1}{Q}, \frac{2}{Q}, \dots, \frac{Q-1}{Q}$, lo que nos dice que, cualquiera sea el valor de n , esa función solo puede tomar alguno de estos valores; y solo falta demostrar que los toma a todos.

Para ello, sea ahora dado el valor de α comprendido entre 0 y $Q - 1$, y probemos que hay siempre valores de n tales que $F\left(\frac{P}{Q}n\right) = \frac{\alpha}{Q}$. Como α debe ser, según lo anterior, el resto de la división de Pn por Q , bastará probar que se puede elegir n de modo que ese resto sea el α dado; o en otros términos, que Pn sea congruente a α según el módulo Q :

$$Pn \equiv \alpha \quad (\text{mód. } Q),$$

y ésto, como se sabe, es posible por ser P y Q primos entre sí, y existen infinitos valores de n que cumplen esa propiedad ⁽¹⁾.

Con ésto queda demostrado nuestro Lema II.

Obsérvese que según ésto, si representamos los valores de $F\left(\frac{P}{Q}n\right)$ en el segmento $(0, 1)$, los puntos representativos $0, \frac{1}{Q}, \frac{2}{Q}, \dots, \frac{Q-1}{Q}$ dividen al segmento en Q partes iguales, y distan entre sí $\frac{1}{Q}$.

Por tanto, el conjunto $F\left(\frac{P}{Q}n\right)$ no es denso en el intervalo $(0, 1)$.

17. — Con estos preparativos, podemos ahora demostrar el importante teorema anunciado en el § 16, bastando, como ya se ha dicho, hacerlo para Γ^p (suprimimos, por comodidad, los índices de las n y las p). Es decir, que *dado $\varepsilon > 0$ arbitrario, es posible elegir una sucesión $n^{(v)}$ ($v = 1, 2, 3, \dots$) y el índice $v_0 = v_0(\varepsilon)$ tal que, para todo $v \geq v_0$, sea*

$$|\gamma_{n^{(v)}} - \rho| < \varepsilon \quad [4']$$

siendo ρ un número comprendido entre 0 y 1, dado de antemano, y de tal modo que no coincida con ninguno de los γ_n .

El valor de γ_n es.

$$\gamma_n = F(\pi n) = \psi(n), \quad [7]$$

donde $\pi = \log_2 p$; y siendo p un número primo distinto de 2, π resulta ser un número *irracional*. Esto es esencial en nuestro razonamiento, pues si π fuera de la forma $\frac{P}{Q}$, ya hemos observado en el § anterior

que $F(\pi n) = F\left(\frac{P}{Q}n\right)$ no es denso en el intervalo $(0, 1)$.

La función $\psi(n)$ tiene las siguientes propiedades:

I) Está definida solo para valores enteros (y, en el caso que consideramos, no negativos) de la variable n ;

II) Sus valores son siempre irracionales, salvo $\psi(0)$;

⁽¹⁾ Las soluciones de esa congruencia están dadas, como se sabe, por $n \equiv \alpha P^{\varphi(Q)-1} \pmod{Q}$, siendo $\varphi(Q)$ la función euleriana que da el número de números menores que Q y primos con él.

III) Para todo n es .

$$0 \leq \psi(n) \leq 1 \tag{8}$$

(§ 14) (Aunque el valor 1 no es alcanzado por esta función, lo incluimos en el carácter de una cota superior, y por razones de simetría, como se verá);

IV) Es $\psi(n) = \psi(m)$ solamente cuando $n = m$ (§ 15);

V) Las diferencias $\Delta\psi$, o sea $\psi(n + 1) - \psi(n)$, están dadas por.

$$\Delta\psi = \psi(n + 1) - \psi(n) = \delta - \theta(n) \tag{9}$$

donde

$$\theta(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } \Delta\psi > 0 \text{ ó si } \psi(n + 1) > \psi(n) \\ 1 & \text{» } \Delta\psi < 0 \text{ » » } \psi(n + 1) < \psi(n) \end{cases} \tag{10}$$

[La (9) se obtiene de la (5), Lema I, tomando $\alpha = n\pi$, $\beta = \pi$ y llamando δ a $\psi(1)$ y $\theta(n)$ a $\theta(n\pi, \pi)$. Es menester observar que en la [5], escrita bajo la forma

$$F(\alpha + \beta) - F(\alpha) = F(\beta) - \theta(\alpha, \beta)$$

debe resultar

$$\theta(\alpha, \beta) = 0 \text{ si } F(\alpha + \beta) \geq F(\alpha) \text{ y } \theta(\alpha, \beta) = 1 \text{ si } F(\alpha + \beta) < F(\alpha);$$

el caso $F(\alpha + \beta) = F(\alpha)$ está aquí excluido, en virtud de IV];

$$\text{VI) } \psi(0) = 0 \quad , \quad \psi(1) > 0 .$$

Si definimos ahora las funciones

$$\left. \begin{aligned} \bar{\psi}(n) &= 1 - \psi(n) \\ \bar{\theta}(n) &= 1 - \theta(n) \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

y la magnitud

$$\bar{\delta} = 1 - \delta , \tag{12}$$

es fácil ver que la función $\bar{\psi}(n)$ cumple las condiciones I á V (diferiendo de $\psi(n)$ solo en los valores que da la VI) teniendo para ella

$\bar{\theta}(n)$ y $\bar{\delta}$ el mismo significado que el de $\theta(n)$ y δ con respecto a $\psi(n)$. En efecto: las propiedades I y II son evidentes para $\bar{\psi}$; la III es inmediata, pues de $0 \leq \psi(n) \leq 1$ resulta

$$0 \leq 1 - \psi(n) \leq 1,$$

o sea:

$$0 \leq \bar{\psi}(n) \leq 1$$

[es para conservar esta propiedad que incluimos el valor de 1 como cota superior en la (8)].

La propiedad IV también se verifica evidentemente para $\bar{\psi}$. En cuanto a la V, formando las diferencias de $\bar{\psi}$ se tiene:

$$\Delta\bar{\psi} = \bar{\psi}(n+1) - \bar{\psi}(n) = -\psi(n+1) + \psi(n) = -\Delta\psi,$$

o sea:

$$\Delta\bar{\psi} = -\delta + \theta(n) = (1 - \delta) - [1 - \theta(n)]$$

$$\Delta\bar{\psi} = \bar{\delta} - \bar{\theta}(n),$$

siendo $\bar{\theta}(n) = 0$ cuando sea $\theta(n) = 1$, es decir cuando

$$1 - \psi(n+1) > 1 - \psi(n)$$

$$\bar{\psi}(n+1) > \bar{\psi}(n),$$

y $\bar{\theta}(n) = 1$ en el caso contrario $\bar{\psi}(n+1) < \bar{\psi}(n)$ (aquí y en la [10] no usamos el signo \geq pues la igualdad $\psi(n+1) = \psi(n)$ está excluida, según IV).

Para $\bar{\psi}$, en cambio de los valores VI, tenemos

$$\text{VI')} \quad \bar{\psi}(0) = 1, \quad \bar{\psi}(1) < 1$$

18. — Estudiaremos paralelamente las funciones « complementarias » $\bar{\psi}$, $\bar{\psi}$. De la V resulta, para $n = 0$

$$\psi(1) - \psi(0) = \delta - \theta(0), \quad \bar{\psi}(1) - \bar{\psi}(0) = \bar{\delta} - \bar{\theta}(0).$$

Pero, según VI y VI', debe ser

$$\psi(0) = 0, \theta(0) = 0 \quad , \quad \bar{\psi}(0) = 1, \bar{\theta}(0) = 1 ;$$

es decir,

$$\psi(1) = \delta \quad , \quad \bar{\psi}(1) = \bar{\delta} ,$$

y entonces, de la V para $n = 1$, se tiene:

$$\psi(2) = \psi(1) + \delta - \theta(1) = 2\delta - \theta(1)$$

$$\bar{\psi}(2) = \bar{\psi}(1) + \bar{\delta} - \bar{\theta}(1) = 2\bar{\delta} - \bar{\theta}(1) .$$

Supongamos ahora, por ejemplo, que $\theta(1) = 0$. Será entonces $\bar{\theta}(1) = 1$, y por la III:

$$0 \leq 2\delta \leq 1 \quad , \quad 0 \leq 2\bar{\delta} - 1 \leq 1$$

$$0 \leq \delta \leq \frac{1}{2} \quad , \quad \frac{1}{2} \leq \bar{\delta} \leq 1 .$$

El caso de igualdad debe excluirse, porque δ (y $\bar{\delta}$) resultaría racional, y queda

$$0 < \delta < \frac{1}{2} \quad , \quad \frac{1}{2} < \bar{\delta} < 1 , \quad [13]$$

y por consiguiente

$$\delta < \bar{\delta} . \quad [14]$$

Si hubiéramos supuesto que $\theta(1)$ tiene el valor 1 en lugar de 0, hubiéramos permutado los papeles de δ , $\bar{\delta}$ y tendríamos todas las propiedades de ψ para $\bar{\psi}$ y viceversa, salvo naturalmente las que se refieren a los valores VI y VI'.

Con respecto a la función θ puede demostrarse ahora que: *si para un valor m de la variable es $\theta(m) = 1$, necesariamente es $\theta(m+1) = 0$* (y entonces, naturalmente $\bar{\theta}(m) = 0$, $\bar{\theta}(m+1) = 1$). En efecto, siendo por III:

$$\psi(m) \leq 1 \quad , \quad \bar{\psi}(m) \geq 0 ,$$

y por IV y [14]:

$$\psi(m+1) = \psi(m) + \delta - 1 \leq 1 + \delta - 1 = \delta < \bar{\delta},$$

$$\bar{\psi}(m+1) = \bar{\psi}(m) + \bar{\delta} \geq \bar{\delta} > \delta,$$

resulta, por la misma [9]:

$$\psi(m+2) = \psi(m+1) + \delta - \theta(m+1) < \bar{\delta} + \delta - \theta(m+1),$$

$$\bar{\psi}(m+2) = \bar{\psi}(m+1) + \bar{\delta} - \bar{\theta}(m+1) > \delta + \bar{\delta} - \bar{\theta}(m+1),$$

es decir,

$$\psi(m+2) < 1 - \theta(m+1) \quad , \quad \bar{\psi}(m+2) > 1 - \bar{\theta}(m+1),$$

y entonces, si fuera $\theta(m+1) = 1$, $\bar{\theta}(m+1) = 0$, resultaría

$$\psi(m+2) < 0 \quad , \quad \bar{\psi}(m+2) > 1,$$

lo que es absurdo, en virtud de la [8].

Resulta de aquí que, como hemos supuesto $\theta(1) = 0$, existirá un cierto valor ν_1 tal que

$$\theta(1) = \theta(2) = \dots = \theta(\nu_1 - 1) = 0, \theta(\nu_1) = 1$$

$$\bar{\theta}(1) = \bar{\theta}(2) = \dots = \bar{\theta}(\nu_1 - 1) = 1, \bar{\theta}(\nu_1) = 0,$$

y entonces será $\theta(\nu_1 + 1) = 0$, $\bar{\theta}(\nu_1 + 1) = 1$, y a partir de $\nu_1 + 1$ podrá construirse otra sucesión parcial en que los valores de θ son todos nulos (los de $\bar{\theta}$ todos 1) hasta llegar a otro índice ν_2 , en que

$$\theta(\nu_2) = 1, \theta(\nu_2 + 1) = 0 [\bar{\theta}(\nu_2) = 0, \bar{\theta}(\nu_2 + 1) = 1],$$

y así sucesivamente. En general, pues, quedan definidos así los índices $\nu_0 = 0, \nu_1, \nu_2, \dots, \nu_p, \dots$ tales que

$$\left. \begin{array}{l} \theta(n) = 0 \quad , \quad \bar{\theta}(n) = 1 \\ \theta(\nu_p) = 1 \quad , \quad \bar{\theta}(\nu_p) = 0 \\ \nu_{p-1} < n \leq \nu_p - 1 \\ p = 1, 2, 3, \dots \end{array} \right\} \quad [15]$$

Si queremos determinar los valores de los ν_p , comencemos por sumar la [9] desde un valor n hasta otro valor $n + h - 1$ del índice. Obtenemos así las expresiones generales

$$\begin{aligned} \psi(n + h) - \psi(n) &= h\delta - \sum_n^{n+h-1} \theta(i) \\ \bar{\psi}(n + h) - \bar{\psi}(n) &= h\bar{\delta} - \sum_n^{n+h-1} \bar{\theta}(i) . \end{aligned} \tag{16}$$

En estas fórmulas, que juegan un papel importante en lo que sigue, tomemos primero $n = 0$ y h comprendido entre $\nu_{p-1} + 1$ y ν_p : $\nu_{p-1} + 1 \leq h \leq \nu_p$. Recordando que $\psi(0) = 0$, $\bar{\psi}(0) = 1$, resulta:

$$\psi(h) = h\delta - \sum_0^{h-1} \theta(i) \quad , \quad \bar{\psi}(h) = 1 + h\bar{\delta} - \sum_0^{h-1} \bar{\theta}(i) .$$

En la sumatoria que interviene en la primera de estas fórmulas, el índice i va desde el valor 0 hasta $h - 1$. Pero $\nu_{p-1} \leq h - 1 \leq \nu_p - 1$, es decir, que el índice i llega ciertamente hasta ν_{p-1} , pero no hasta ν_p . Luego las únicas $\theta(i)$ no nulas (iguales a 1) que aparecen en esta sumatoria, son: $\theta(\nu_1)$, $\theta(\nu_2)$, ..., $\theta(\nu_{p-1})$, y la suma vale $p - 1$. Y como

$$\sum_0^{h-1} \theta(i) + \sum_0^{h-1} \bar{\theta}(i) = \sum_0^{h-1} [\theta(i) + \bar{\theta}(i)] = h$$

(pues cada término $\theta(i) + \bar{\theta}(i)$ vale 1 y hay h términos), la sumatoria de la segunda fórmula tendrá el valor $h - (p - 1)$. Queda entonces:

$$\begin{aligned} \psi(h) &= h\delta - (p - 1) \\ \bar{\psi}(h) &= 1 + h\bar{\delta} - h + (p - 1) = p - h(1 - \bar{\delta}) \end{aligned} \tag{16'}$$

Teniendo en cuenta la III, resulta de aquí

$$0 \leq h\delta - (p - 1) \leq 1 \quad , \quad 0 \leq p - h(1 - \bar{\delta}) \leq 1 .$$

Cuando h alcanza su valor máximo, y con él la expresión $h\delta - (p - 1)$, o bien su valor mínimo, las desigualdades deben seguir valiendo; y lo mismo dígase para la segunda fórmula, en la cual sin embargo, a causa del signo $-$, el máximo de h corresponde al mínimo de $p - h(1 - \bar{\delta})$ y viceversa. Se tiene así:

$$\nu_p \delta - (p - 1) \leq 1 \quad , \quad p - (\nu_{p-1} + 1)(1 - \bar{\delta}) \leq 1$$

$$(\nu_{p-1} + 1) \delta - (p - 1) \geq 0 \quad , \quad p - \nu_p(1 - \bar{\delta}) \geq 0 \quad ,$$

de donde resulta:

$$\nu_p \leq \frac{p}{\delta} \quad , \quad \nu_{p-1} \geq \frac{p-1}{1-\bar{\delta}} - 1$$

$$\nu_{p-1} \geq \frac{p-1}{\delta} - 1 \quad , \quad \nu_p \leq \frac{p}{1-\bar{\delta}} \quad ,$$

desigualdades que se resumen en:

$$\frac{p}{\delta} - 1 < \nu_p < \frac{p}{\delta} \quad . \quad [17]$$

En esta fórmula hemos excluido los casos de igualdad por una razón ya antes expresada, o sea que de producirse dicha igualdad, δ resultaría racional, lo que es absurdo.

La [17] también puede escribirse

$$\nu_p = E\left(\frac{p}{\delta}\right) = \frac{p}{\delta} - F\left(\frac{p}{\delta}\right) \quad , \quad [17']$$

utilizando las notaciones del § 14 para la parte entera y la fraccionaria de un número.

De aquí resulta

$$\nu_{p+1} - \nu_p = \frac{p+1}{\delta} - F\left(\frac{p+1}{\delta}\right) - \frac{p}{\delta} + F\left(\frac{p}{\delta}\right) \quad ,$$

pero, por la [5]

$$F\left(\frac{p+1}{\delta}\right) = F\left(\frac{p}{\delta}\right) + F\left(\frac{1}{\delta}\right) - \theta\left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta}\right) \quad ,$$

y por lo tanto, simplificando, queda.

$$\nu_{p+1} - \nu_p = \frac{1}{\delta} - F\left(\frac{1}{\delta}\right) + \theta\left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta}\right),$$

o sea:

$$\nu_{p+1} - \nu_p = E\left(\frac{1}{\delta}\right) + \theta\left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta}\right).$$

En particular, para $p = 0$, y teniendo en cuenta que $\nu_0 = 0$ y además, que $\theta\left(\frac{1}{\delta}, 0\right) = 0$ (por ser $F\left(\frac{1}{\delta}\right) > F(0) = 0$) se tiene.

$$\nu_1 = E\left(\frac{1}{\delta}\right)$$

y por lo tanto:

$$\nu_{p+1} - \nu_p = \nu_1 + \theta\left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta}\right), \quad [18]$$

fórmula que utilizaremos más tarde y que nos dice por lo pronto que las diferencias $\nu_{p+1} - \nu_p$ son « casi » constantes, pues no pueden diferir de ν_1 más que en una unidad.

19. — Podemos ahora pasar a demostrar otras dos propiedades de la función ψ (ó $\bar{\psi}$) que nos conducirán rápidamente a la demostración del teorema.

a) En las [16'], h está comprendido entre $\nu_{p-1} + 1$ y ν_p , de modo que se puede escribir

$$h = \nu_{p-1} + \mu \quad , \quad 1 \leq \mu \leq \nu_p - \nu_{p-1} ,$$

y entonces

$$\psi(\nu_{p-1} + \mu) = (\nu_{p-1} + \mu) \delta - (p - 1)$$

$$\bar{\psi}(\nu_{p-1} + \mu) = p - (\nu_{p-1} + \mu) (1 - \bar{\delta}) .$$

Pero, según [17]

$$p - 1 - \delta < \nu_{p-1} \delta < p - 1 .$$

Luego (teniendo en cuenta que $1 - \bar{\delta} = \delta$):

$$p - 1 - \delta + \mu\delta - (p - 1) < \psi(v_{p-1} + \mu) < p - 1 + \mu\delta - (p - 1)$$

$$p - (p - 1) - \mu\delta < \bar{\psi}(v_{p-1} + \mu) < p - (p - 1 - \delta) - \mu\delta,$$

es decir:

$$(\mu - 1)\delta < \psi(v_{p-1} + \mu) < \mu\delta$$

$$1 - \mu\delta < \bar{\psi}(v_{p-1} + \mu) < 1 - (\mu - 1)\delta.$$

Las cotas superior e inferior de ψ y $\bar{\psi}$ difieren en δ , en ambos casos, y por otra parte, no dependen de p . Quiere decir que dando a p los infinitos valores de que es capaz, ψ y $\bar{\psi}$ toman infinitos valores, *distintos* en virtud de IV, y todos comprendidos en el intervalo $[(\mu - 1)\delta, \mu\delta]$ para ψ , ó $[1 - \mu\delta, 1 - (\mu - 1)\delta]$ para $\bar{\psi}$. Imaginando entonces tomar en una recta, a partir del punto 0 hasta 1 (del punto 1 hasta 0) y en el sentido positivo (negativo) intervalos sucesivos iguales a δ (los que, naturalmente, no llenan todo el intervalo, por ser δ irracional), en cada uno de esos intervalos caen infinitos valores de la función ψ (de la función $\bar{\psi}$). La amplitud de esos intervalos es, según la [13], *siempre inferior a* $\frac{1}{2}$.

b) Para $n = \mu$, $h = v_{p-1}$, la fórmula [16] da:

$$\psi(v_{p-1} + \mu) - \psi(\mu) = v_{p-1}\delta - \sum_{\mu}^{v_{p-1} + \mu - 1} \theta(i),$$

$$\bar{\psi}(v_{p-1} + \mu) - \bar{\psi}(\mu) = v_{p-1}\bar{\delta} - \sum_{\mu}^{v_{p-1} + \mu - 1} \bar{\theta}(i).$$

Tomemos ahora $1 \leq \mu < v_1$. Teniendo en cuenta que, por la [18],

$$v_1 = v_p - v_{p-1} - \theta\left(\frac{p}{\delta}, \frac{p-1}{\delta}\right),$$

se ve que la sumatoria de la primera fórmula consta de $v_{p-1} + \mu - 1 - \mu + 1 = v_{p-1}$ términos, de modo que, siendo $\mu < v_1$, el máximo índice en esa sumatoria será $< v_1 + v_{p-1} = v_p - \theta\left(\frac{p}{\delta}, \frac{p-1}{\delta}\right)$,

o sea, en todos los casos, inferior a ν_p (pero $\geq \nu_{p-1}$). En esa sumatoria, las únicas $\theta(i)$ no nulas son, pues, $\theta(\nu_1)$, $\theta(\nu_2)$, ..., $\theta(\nu_{p-1})$, y la sumatoria vale $p - 1$. Entonces, por un razonamiento ya hecho, la otra sumatoria vale $\nu_{p-1} - (p - 1)$ y se tiene:

$$\begin{aligned} \psi(\nu_{p-1} + \mu) - \psi(\mu) &= \nu_{p-1} \delta - (p - 1), \\ \bar{\psi}(\nu_{p-1} + \mu) - \bar{\psi}(\mu) &= \nu_{p-1} \bar{\delta} - \nu_{p-1} + (p - 1), \end{aligned} \tag{19}$$

y los valores de los segundos miembros *no dependen de μ* . Lo que ocurra para ψ en el primer intervalo $(0, \delta)$ [para $\bar{\psi}$ en el intervalo $(1, 1 - \delta)$] se repetirá exactamente en cada uno de los intervalos subsiguientes, y en consecuencia nos bastará estudiar por ejemplo las diferencias ($\mu = 1$) $\psi(\nu_{p-1} + 1) - \psi(1)$, $\bar{\psi}(\nu_{p-1} + 1) - \bar{\psi}(1)$; o, lo que para nuestro objeto es equivalente, los valores de las nuevas funciones

$$\bar{\psi}_1(p) = \frac{\psi(\nu_p + 1)}{\delta}, \quad \psi_1(p) = 1 - \bar{\psi}_1(p).$$

Ahora bien: podemos probar que ψ_1 (ó $\bar{\psi}_1$) tiene las mismas propiedades I a VI (o VI') que ψ (ó $\bar{\psi}$). En efecto:

I) $\bar{\psi}_1(p)$ está definida solo para valores enteros (y no negativos) de p ;

II) Sus valores son siempre irracionales [salvo $\bar{\psi}_1(0)$];

III) Para todo p , según [19] y [17], es

$$p - \delta + \delta - p \leq \psi(\nu_p + 1) = (\nu_p + 1) \delta - p \leq p + \delta - p,$$

o sea:

$$0 \leq \bar{\psi}_1(p) = \frac{\psi(\nu_p + 1)}{\delta} \leq 1;$$

IV) Es $\bar{\psi}_1(p) = \bar{\psi}_1(q)$ cuando $\psi(\nu_p + 1) = \psi(\nu_q + 1)$, o sea, solo cuando $p = q$;

V) La diferencia $\Delta\bar{\psi}_1$ es:

$$\begin{aligned} \Delta\bar{\psi}_1 &= \frac{1}{\delta} [\psi(\nu_{p+1} + 1) - \psi(\nu_p + 1)] = \\ &= \frac{1}{\delta} [(\nu_{p+1} - \nu_p) \delta - 1] = \nu_{p+1} - \nu_p - \frac{1}{\delta} \end{aligned}$$

o, por las [18] y [17']

$$\Delta\bar{\psi}_1 = \nu_1 - \frac{1}{\delta} + \theta \left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta} \right) = \left[1 - F \left(\frac{1}{\delta} \right) \right] - \left[1 - \theta \left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta} \right) \right],$$

de modo que si ponemos

$$\bar{\delta}_1 = 1 - F \left(\frac{1}{\delta} \right) \quad , \quad \bar{\theta}_1(p) = 1 - \theta \left(\frac{p+1}{\delta}, \frac{p}{\delta} \right),$$

se tiene

$$\Delta\bar{\psi}_1 = \bar{\delta}_1 - \bar{\theta}_1(p).$$

y como $\bar{\theta}_1(p)$ solo puede valer 0 ó 1, será 0 cuando $\Delta\bar{\psi}_1 > 0$, es decir:

$$\bar{\theta}_1(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } \bar{\psi}_1(p+1) > \bar{\psi}_1(p) \\ 1 & \text{» } \bar{\psi}_1(p+1) < \bar{\psi}_1(p). \end{cases}$$

Finalmente:

VI y VI') es

$$\bar{\psi}_1(0) = 1, \bar{\psi}_1(1) < 1; \psi_1(0) = 0, \psi_1(1) > 0.$$

A las funciones $\psi_1, \bar{\psi}_1$ pueden aplicarse, por lo tanto, todos los razonamientos anteriores. En particular, ambas funciones admiten infinitos valores en cada intervalo de amplitud $\bar{\delta}_1$ ó $\delta_1 = 1 - \bar{\delta}_1$, el que resulte menor de los dos (y por tanto menor que $\frac{1}{2}$); supon- gamos, para fijar las ideas, que sea $\bar{\delta}_1$. Como

$$\psi(\nu_p + 1) = \delta \bar{\psi}_1(p),$$

al intervalo $\bar{\delta}_1 < \frac{1}{2}$ de la función $\bar{\psi}_1(p)$ corresponde un intervalo $\delta\bar{\delta}_1 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$ para la función ψ , en el cual habrá infinitos valores de ésta. Y así se puede continuar indefinidamente, resultando que ψ admite infinitos valores en todo intervalo de amplitud $\left(\frac{1}{2}\right)^k$, con k arbitrario, y tomando k suficientemente grande, ese intervalo puede

hacerse tan pequeño como se quiera. Resulta así, como queríamos demostrar, que los valores de $\psi(n) = F(n\pi)$ se distribuyen densamente en todo el intervalo $(0, 1)$.

Este teorema significa que, dada una $\Gamma^{p_1 \cdots p_r}$ con un número arbitrario de armónicos arbitrarios, es posible reproducir un sonido cualquiera dado de antemano en la octava fundamental, o bien exactamente, o bien con la aproximación que se desee. Más adelante veremos, como aplicación de este importante teorema ⁽¹⁾, que aumentando suficientemente el número de notas, las *comas* (que definiremos) podrán disminuirse todo lo que se quiera.

20. — Los desarrollos anteriores pueden presentarse bajo otro punto de vista, que nos llevará a interesantes consecuencias.

La expresión de una frecuencia cualquiera (reducida o no) de nuestra gama, puede expresarse (§ 14)

$$\nu = 2^{n_0} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r} .$$

donde los enteros n_1, n_2, \dots, n_r se han supuesto no negativos, mientras que n_0 puede tomar cualquier valor entero.

Ahora bien: no hay inconveniente en establecer para los exponentes n_1, n_2, \dots, n_r un campo de variabilidad más amplio, admitiendo que pueden también asumir valores negativos. En efecto: ¿qué significado tendría un valor negativo de n_1 por ejemplo?

No hay que olvidar que la expresión ν , al mismo tiempo que una frecuencia, representa también un intervalo; o mejor dicho (pues las frecuencias de que se trata son siempre relativas) ν representa solamente un intervalo, medido desde la nota fundamental. En el caso de n_1 positivo, ese intervalo es hacia arriba, hacia las frecuencias más altas; y si n_1 es negativo, el intervalo se medirá hacia las notas más graves. Y lo mismo que se dice de n_1 puede decirse de n_2, n_3, \dots, n_r , separadamente o en conjunto. Así pues, la *admisión de valo-*

(¹) El teorema, en su forma abstracta, no es sino un caso especial del *teorema de aproximación de Kronecker* (*Die Periodensysteme von Funktionen reeller Variablen*, Berichte d. K. Preuss. Ak. d. W. zu Berlin, 1884), precisado por Bohl, Sierpinski y Weyl en 1910, en el sentido de que la distribución de valores no es solo densa, sino *uniformemente densa* en el intervalo $(0,1)$. La demostración dada por nosotros permite también llegar a esta conclusión. Véase el trabajo de H. WEYL: *Über die Gleichverteilung von Zahlen mod. Eins.* Math. Annalen, t. 77 (1916), p. 313, donde se tratan cuestiones análogas, y se hacen interesantes aplicaciones geométricas y mecánico-estadísticas.

res negativos para los exponentes n_i ; solo significa que nuestra gama puede contener los mismos intervalos hacia abajo que hacia arriba.

La nota fundamental viene a constituirse así en una especie de centro de simetría de la gama. Ya veremos más tarde las consecuencias de esta simetría.

Si medimos las frecuencias (o intervalos) en ω , esa medida será

$$\log_2 \nu = n_0 + \log_2 (p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r})$$

o sea, con la notación (3):

$$\log_2 \nu = n_0 + \sum_1^r n_i \pi_i. \quad [20]$$

Naturalmente, si convenimos, como siempre, en reducir las frecuencias a la octava fundamental, el entero n_0 , lo mismo que la parte entera de $\sum \pi_i n_i$, no tiene influencia alguna en la nota de que se trate.

Esto nos sugiere el siguiente procedimiento: el conjunto de números reales de la forma [20] (donde los π_i son irracionales dados, y las n_i , incluyendo n_0 , son enteros variables) puede ser dividido en clases de números *equivalentes*, llamando así a dos de los números [20] que solo difieren en un entero.

Cada número del tipo [20] pertenece así a una clase, que está determinada por los exponentes n_1, n_2, \dots, n_r , y solo a una (pues dos sistemas distintos de valores de n_1, \dots, n_r dan, § 15, dos notas distintas).

Existe, pues, una correspondencia biunívoca entre las clases y los sistemas n_1, \dots, n_r , por lo cual no hay inconveniente en denotar a cada clase con el símbolo (n_1, n_2, \dots, n_r) del sistema que le corresponde. Así por ejemplo: el símbolo $(0, 0, \dots, 0)$ corresponde a la clase

$$n_0 + \sum \pi_i \cdot 0 = n_0 \quad (n_0 \text{ arbitrario})$$

es decir, a la clase constituida por la nota fundamental y todas las que están con ella a intervalos de octavas justas.

La expresión [20], cuando n_0, n_1, \dots, n_r tengan valores asignados, fijos, puede considerarse como un número *representante de la clase* (n_1, n_2, \dots, n_r) .

Sean ahora dos expresiones [20]:

$$n_0 + \sum \pi_i n_i, \quad m_0 + \sum \pi_i m_i,$$

representantes, respectivamente, de las clases (n_1, \dots, n_r) , (m_1, \dots, m_r) . La suma de los dos intervalos es

$$(n_0 + m_0) + \sum \pi_i (n_i + m_i),$$

que representa a su vez a la clase $(n_1 + m_1, \dots, n_r + m_r)$, y ésta no depende de los representantes elegidos, es decir, de n_0, m_0 , sino solo de las *clases*, es decir, de los sistemas $n_1, \dots, n_r; m_1, \dots, m_r$. Puede por tanto, con derecho, llamarse *suma* de las clases dadas. Es decir, que *dadas dos clases* (n_1, \dots, n_r) , (m_1, \dots, m_r) , *llamamos suma de ellas a la clase*

$$(n_1, \dots, n_r) + (m_1, \dots, m_r) = (n_1 + m_1, \dots, n_r + m_r), \quad [21]$$

y esta suma goza evidentemente de las mismas propiedades, conmutativa y asociativa, que la suma ordinaria de números.

Análogamente podremos definir la *diferencia*:

$$(n_1, \dots, n_r) - (m_1, \dots, m_r) = (n_1 - m_1, \dots, n_r - m_r). \quad [22]$$

Las *clase cero*, $(0, 0, \dots, 0)$ es la que sumada con cualquier otra da esta última; la diferencia de dos clases iguales es la clase cero. Si sumamos k veces (k entero y positivo) la clase (n_1, \dots, n_r) consigo misma, obtenemos el *múltiplo* k de esa clase, que será evidentemente la clase (kn_1, \dots, kn_r) :

$$k(n_1, \dots, n_r) = (kn_1, \dots, kn_r). \quad [23]$$

Es obvio cómo pueda extenderse la [23] para $k \leq 0$.

Las propiedades [22] y [23] de las clases expresan que:

- a) la *diferencia* de dos clases es otra clase;
- b) el *múltiplo*, o sea el producto de una clase por un entero, es otra clase.

Debido a estas dos propiedades, el conjunto de las clases constituye lo que se llama un *módulo* con respecto al campo E de los números enteros, o un *E-módulo*. Dos clases (n_1, \dots, n_r) , (m_1, \dots, m_r) son iguales cuando las sumas $\sum \pi_i n_i$, $\sum \pi_i m_i$ difieren en un entero, lo que expresamos así:

$$\sum \pi_i n_i \equiv \sum \pi_i m_i \quad (\text{mód. } 1).$$

Claro es que las clases definidas en este § no difieren sino aparentemente de las notas $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ definidas en el § 14. Tenemos así una doble notación para esas notas:

$$\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r} = F(\sum \pi_i n_i) = (n_1, \dots, n_r). \quad [24]$$

La primera da la expresión efectiva, numérica, de la $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$. La segunda es una expresión simbólica muy útil para lo que va a seguir.

Notemos solamente, por ahora, que el símbolo (n_1, \dots, n_r) puede considerarse como representación de un *vector* r -dimensional, pues según [21] y [23] estos símbolos, en cuanto a su suma y su producto por un número (entero) siguen las mismas leyes que los vectores. Ya veremos más adelante la importancia de esta representación.

Solo hemos mencionado este hecho aquí, para justificar la denominación que introduciremos desde ahora, llamando *gama a r dimensiones* o *r -dimensional*, a toda $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, que tiene r armónicos generadores (aparte del armónico 2).

(Continuará)

« *LISTRIODON DUPUYI* » Y SUS RELACIONES
CON LOS TAPIRES

Por CARLOS RUSCONI

Entre las pocas especies del pampeano inferior que no figuran en artículos publicados en revistas de carácter científico se encuentra, por ejemplo, aquella pieza descripta con el nombre de *Listriodon Dupuyi*, en el diario «La Nación» del 26 de julio de 1916.

No hace mucho ⁽¹⁾ decía que esta pieza no debió pertenecer al grupo suilino pero que no pude expresarme en forma categórica por cuanto ignoraba las características de la misma y la fecha en que se había dado a conocer en el mencionado diario. Y este punto de vista se lo había expuesto también a mi maestro el malogrado sabio don Carlos Ameghino, quien después de algunos cambios de ideas se inclinó preferentemente hacia la tesis que yo sostenía.

Más recientemente, llegó a mis manos el número de «La Nación» arriba citado y en el que bajo el nombre de «Notas científicas» se hace una breve reseña de ciertas investigaciones paleontológicas relacionadas con el litoral marítimo al sur de la provincia de Buenos Aires, y además, se describe un nuevo mamífero con el nombre de *Listriodon Dupuyi*.

El diente, cuya fotografía aparece en la mencionada nota, es un molar inferior, posiblemente el primero o segundo del lado izquierdo, hallado al parecer, en el piso ensenadense de Miramar, por el señor José Dupuy, quien a su vez lo entregó al sabio don Carlos Ameghino para su estudio. Dicho órgano, que está visto por la superficie coronal, revela a todas luces que no ha pertenecido a un cerdo americano ni europeo sino a un animal muy distinto, esto es, a un verdadero tapir, tal como lo había previsto.

(1) CARLOS RUSCONI, *Distribución de los vertebrados fósiles del piso ensenadense*, en *Boletín de la Academia Nacional de Ciencias en Córdoba*, vol. XXXIII, pp. 183-215, Buenos Aires, 1936.

Muchos años después de realizado ese descubrimiento, fué hallado en esa misma zona de la costa atlántica (Punta Hermengo) otro diente similar que ha sido igualmente confundido con el de los listriodontes, que son cerdos extinguidos y de diversos niveles del terciario de Europa. Y este molar después de haberlo examinado, me dí cuenta también que correspondía a una nueva especie de tapir fósil que describí en su oportunidad (²).

Ahora bien; las leyes de nomenclatura zoológica no reconocen nombres genéricos, específicos, etc., de animales que hayan sido dados a conocer en notas periodísticas, debido a los graves inconvenientes que ello implica en la ordenación, fichaje, etc., en los catálogos científicos. Y por consiguiente, la especie «*Listriodon Dupuyi*» que no ha pertenecido al grupo suilino sino a otro muy distinto, carece, además, de toda protección para ser considerada como forma válida, cayendo desde luego, en la lista de los *nomina nuda*. En la nota periodística citada no se dan medidas de la pieza en cuestión, pero en el supuesto que la fotografía fuese en tamaño natural, es muy probable entonces que esa pieza haya pertenecido a otro individuo de *Tapirus australis* y al cual refiero.

(²) CARLOS RUSCONI, *Nueva especie fósil de tapir en la Argentina* «*Tapirus australis*» n. sp. con una nota sobre *Tapirus tarijensis* Amegh., (edición privada, pp. 1-12, Buenos Aires, 1928.

BIBLIOGRAFIA

DE LIBROS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS,
FÍSICAS Y NATURALES

Por C. C. D.

Fascículos editados por Hermann & Cía., de la colección de « Actualités Scientifiques et Industrielles » ($16\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2}$). Número de páginas y precios variables. París.

Nº 332. — NAHMIAS (M. E.), *Analyse des Matières au moyen des rayons X*. 46 páginas con varias figuras en el texto y tres láminas fuera de él. Precio: 15 francos. 1936.

El autor trae una noticia histórica del tema y trata sus aplicaciones en tres capítulos — previa una exposición del método « de los espectrogramas de los polvos cristalinos ». El primer capítulo se refiere a los análisis cualitativos, el segundo a los cuantitativos y el tercero a la evaluación de las dimensiones de los « cristalitos ». Vienen, al final, unos ejemplos y la bibliografía.

Nº 334. — RADU-TITEICA (M.), *Spectres de Vibration et Structure des Molécules Polyatomiques*. 68 páginas con varias figuras. Precio 18 francos. 1936.

Fascículo VII de la serie « Atomistique » dirigida por Jean Perrin.

Después de una Introducción explicativa, el autor, profesor en Bucarest, trata el punto de los espectros de vibración, reglas de selección; estructura de las bandas de vibración, fuerzas interatómicas en las moléculas. Se refiere, luego, a las moléculas triatómicas simétricas AB_2 (como ser CO_2 , CS_2 , COS , N_2O); a las triangulares simétricas AB_2 (H_2O , H_2S , H_2Se , SO_2 , ClO_2 , Cl_2O , NO_2 , Ozono O_3). Radicales triatómicos, etc. Al final una nutrida bibliografía.

Nº 338. — KOURTSCHATOV (I. V.), *Le Champ Moléculaire dans les Diélectriques*. (Le sel de Seignette). 48 páginas con algunas figuras. Precio: 12 francos. 1936.

Fascículo II de la serie « Exposés sur la Physique des Solides » dirigida por A. F. Joffé, director del Instituto Físico-Técnico de Leningrado.

Este folleto trae una serie de investigaciones realizadas, casi todas, en el citado Instituto, de mucho interés para la inteligencia de nuestras concep-

ciones sobre el estado sólido. Así lo explica el profesor Joffé en un Prefacio. Se exponen, luego, los primeros trabajos consagrados al estudio de las propiedades eléctricas de la llamada sal de Seignette; luego la polarización de los dieléctricos sólidos; el poder de polarización de los seignetoeléctricos fuera del dominio de la orientación espontánea; y, finalmente, las propiedades eléctricas de los seignetoeléctricos en dicho dominio.

Nº 339. — SOLOMON (J.), *Théorie du Passage des Rayons cosmiques à travers la Matière*. 65 páginas, con algunas figuras. Precio: 18 francos. 1936.

Es el fascículo VI de la serie « Exposés sur la Théorie des Quanta » dirigida por León Brillouin. El autor es doctor en Ciencias. Trae la confrontación de los resultados obtenidos relativos al paso de los rayos cósmicos a través de la materia, así como la de esos resultados con los datos teóricos actuales sobre esa cuestión. Dicho problema se nos aparece, actualmente, como muchísimo más complejo que lo que al principio los físicos habían imaginado. Al parecer, la mecánica cuántica no es con mucho rigor válida cuando se trata de grandes energías. El trabajo que trae este fascículo del profesor Solomón, es el desarrollo de una Conferencia del mismo dada en el *Collège de France*, en enero 1935; y busca precisar, para cada consecuencia de la teoría, el dominio dentro del cual ella puede verosimilmente adoptarse. Está dividido en cuatro capítulos que encaran, respectivamente, la pérdida en energía por colisión y por radiación; la absorción de la radiación electromagnética muy penetrante, y diversos otros procesos. No falta la bibliografía del tema.

Nº 340, 341, 342. — *Congrès International de Physique organisé par l'Union Internationale de Physique et la Physical Society*. Londres 1934. El primer fascículo se ocupa de los *Rayos Cósmicos* (48 pág., 2 figuras, 10 fr.); el segundo, de las *Transmutaciones* (84 pág., 18 fr.), y el tercero del *Estado Sólido de la Materia* (74 pág., 18 fr.); 1936.

El contenido es el siguiente. Fascículo 340: *Medidas de absorción de los electrones y de los fotones cósmicos* (Carl D. Anderson y Leth Neddermeyer). *El Efecto de latitud para los rayos cósmicos* (Pierre Auger y Leprince-Rinquet). *Algunas medidas de la radiación cósmica a gran altura* (íd.). *La Absorción de los rayos cósmicos* (P. M. S. Blackett). *Medida a muy gran altura de la influencia de la latitud sobre la intensidad de los rayos cósmicos. Ensayo de aplicación para el conjunto de los fenómenos cósmicos* (I. S. Bowen, R. A. Millikan y H. V. Neher). *Estudios a diversas alturas de los estallidos de la radiación cósmica* (A. H. Compton y R. D. Bennett). *Relaciones entre la radiación cósmica y las desintegraciones atómicas* (G. Hoffmann). *Algunos resultados del estudio de los rayos cósmicos* (B. Rossi). Al final una *Discusión sobre la radiación cósmica*.

Fascículo 341. Trae también los resúmenes de las numerosas memorias enviadas al Congreso y de las discusiones a que ellas han dado lugar sobre las Transmutaciones atómicas artificiales.

Los trabajos son los siguientes: *Electrodinámica cuántica* (Max Born). *Consideraciones teóricas sobre la emisión espontánea de rayos β* (G. Beck). *Las desintegraciones radioactivas de rayos β* (C. D. Ellis). *Problemas ge-*

nerales de estabilidad de los núcleos atómicos (G. Gamow). *Discusión sobre las emisiones espontáneas de rayos β* . *Radioactividad artificial producida por medio de bombardeos con neutrones* (E. Fermi). *La producción artificial de radioelementos* (Joliot-Curie). *Discusión sobre la radioactividad artificial*. *Desintegración fotoeléctrica del diplón* (H. A. Bethe y R. Peierls). *Transformaciones nucleares producidas por las partículas α y los neutrones* (J. Chadwick y N. Feather). *Transmutaciones producidas por protones y diplones de gran velocidad* (J. D. Cockcroft). *Rayos γ emitidos en las transmutaciones nucleares artificiales* (H. R. Crane y C. C. Lauritsen). *Transformaciones del litio, del hidrógeno pesado y del berilo por el bombardeo con los iones hidrógeno* (M. L. E. Cliphaut). *Discusión respecto de la desintegración y la síntesis de los núcleos atómicos*.

Finalmente, el fascículo 342, después de una Introducción General de Sir William Bragg trae trabajos de Erich Huckel, F. Hund y Monteath Robertson, sobre la *Estructura de las moléculas y la red ideal*, con la discusión sobre ese tema. Otros de P. P. Ewald y M. Renninger, Alejandro Goetz, A. Joffé, E. Orowan, A. Smekal, sobre *Los apartamientos entre las estructuras cristalinas reales y las ideales*; y la discusión del tema. Trabajos de W. G. Burgers y E. Schmid sobre la *Plasticidad y endurecimiento de los cristales por deformación* y la discusión sobre ese tópico.

Nº 363. — FORTRAT (RENÉ), *L'Effet Zeeman dans les Spectres de Bandes*.

40 páginas con algunas figuras y una lámina fuera del texto. Precio: 12 francos. 1936.

Fascículo III de la serie « Exposés de Magneto-Optique » publicada con la dirección de A. Cotton.

Después de una Introducción, el autor se ocupa sucesivamente de las moléculas rígidas, del efecto Paschen-Back, de los acoplamientos intermedios, de la liberación del acoplamiento con el eje de la molécula y de los efectos Zeeman irregulares. La conclusión es que, contrariamente a lo que se ha pensado durante mucho tiempo, los espectros moleculares son tan sensibles al campo magnético como lo son los espectros atómicos; y si los conocimientos sobre el efecto Zeeman son, en ellos, menos extensos es sobre todo, debido a la dificultad de las observaciones, ya que las fotografías exigen excesivas duraciones de exposición.

El estudio experimental del efecto Zeeman no ha rendido tan buenos resultados como en los espectros atómicos; pero puede darlos en la actualidad, pues se sabe, ahora, vincular los diversos aspectos observados en la naturaleza lo mismo que la estructura de los niveles extremos, tomando en consideración los cambios de acoplamiento, con el número de orden de las rayas.

Nº 365. — ALLARD (G.), *Polarisation Diélectrique*. 28 páginas. Precio: 10 francos. 1936.

Fascículo XV de « Théories Chimiques », serie dirigida por G. Urbain.

Se trata de aplicaciones a la química, de las teorías modernas sobre la estructura molecular. El autor, doctor en Ciencias, dió una conferencia en el Conservatorio Nacional de Artes y Oficios de París; y es el texto de dicha conferencia lo que trate este folleto.

Estando toda molécula constituida por partículas electrizadas, se concibe fácilmente que su comportamiento en un campo eléctrico puede dar informaciones interesantes respecto de su estructura. Ese comportamiento está revelado solo por un dato experimental o sea el poder inductor específico, o constante dieléctrica, relación entre la inducción eléctrica y el campo eléctrico.

El autor expone la Teoría de Clausius-Mosotti, Teoría de Debye, Medida de los momentos eléctricos. Resultados experimentales: gas chlorídrico, compuestos orgánicos; caso del agua (molécula triangular); derivados aromáticos: ley de aditividad vectorial. Generalización. Fenómenos de libre rotación: momento eléctrico variable.

Nº 366. — EMSCHWILLER (GUY), *Les Données Spectrales*. 45 páginas, 20 figuras en el texto y en una lámina fuera del texto. Precio: 12 francos. 1936.

Es el fascículo XIV de la misma serie mencionada en la noticia precedente relativa al Nº 365.

El autor, profesor en la Escuela francesa de Física y Química, trata sucesivamente: los fotones; espectros continuos y discontinuos; la relación Bohr-Einstein; la estructura de los átomos (de hidrógeno y otros, valencia, multiplicidad espectral y número de electrones célibes); los espectros moleculares (de rotación pura, de vibración-rotación, electrónicos, cálculo de las distancias entre los núcleos, de las frecuencias de vibración, efecto Raman); resultados de los estudios de los espectros moleculares (descubrimiento de nuevas moléculas, revelación de los isótopos); formas de las moléculas y distancias entre núcleos (moléculas bi, tri y tetra atómicas, radios de vinculación entre átomos); las frecuencias de vibración moleculares; estados electrónicamente excitados de las moléculas, disociación de las moléculas por vibración y primer tipo interpretable de espectros continuos; estados de repulsión atómica permanente y segundo tipo de espectros continuos; predisociación y deformación de las moléculas.

En este folleto están, pues, especificados cuáles son los conocimientos que, respecto de la constitución de las moléculas y del mecanismo de sus transformaciones aportan, en la actualidad, los estudios espectrales.

Nº 373. — FROUMKINE (A.), *Couche double Electrocapillarité, Surtension*. 36 páginas, varias figuras, dos láminas fuera del texto. Precio: 10 francos. 1936.

Fascículo I de la serie « Phénomènes Superficiels », dirigida por el autor, Alejandro Froumkine, de la Academia de Ciencias de la U. R. S. S. Se trata de una conferencia dada en París en noviembre 1935 (Instituto Henri Poincaré, semana franco-soviética).

De la exposición del autor parece desprenderse que la introducción de la noción de la capa doble en el estudio de los problemas electro-químicos, puede ser fructífera. Pero aun estamos en los comienzos de la aplicación de esas ideas a la electroquímica.

Por lo demás, en la tabla bibliográfica que termina el folleto, se tiene donde buscar informaciones útiles.

Nº 374. — RUMPF (P.), *La Théorie de l'Ion Amphotère*. 52 páginas con algunas figuras. Precio: 12 francos. 1936.

Fascículo XV de « Théories Chimiques », serie dirigida por G. Urbain. La disociación electrolítica de los ácidos pone en libertad iones-hidrógeno; se llama *base* a toda substancia que disminuye la actividad de esos mismos iones en su medio. Algunas moléculas orgánicas poseen simultáneamente, uno o varios agrupamientos ácidos y, por lo menos, uno básico. Se les llaman *anfólitos*. En un medio fuertemente alcalino sólo los agrupamientos ácidos están ionizados — y todos lo están. El autor explica lo que se llama *punto isoeléctrico*. La *teoría del ion anfótero* admite que las soluciones, y aún los cristales de anfólitos, encierran, a veces, iones múltiples, llevando, en diversos átomos de una misma molécula, cargas positivas y negativas. Y así en la *Introducción* de este folleto el autor, ingeniero y doctor en Ciencias, P. Rumpf, expone las nociones preliminares necesarias. Luego, en un primer capítulo, trata la existencia del ion anfótero, mientras que, en otro capítulo, desarrolla lo relativo a esos iones y a las constantes dieléctricas de las soluciones. Finalmente trae el cálculo de las diversas constantes de disociación y de la relación entre la actividad de los iones anfóteros y la de las moléculas no cargadas, en las soluciones de anfólitos. Se formulan conclusiones y se da un índice bibliográfico.

Nº 399 y 400. — FREYMANN (R.), *Les Ondes Hertzianes et la Structure Moléculaire*. Dos fascículos de 40 y 64 páginas, con algunas figuras. Precio: 10 y 15 francos, respectivamente. 1936.

Constituyen los números IV y V de la serie « Exposés de Chimie-Physique » dirigida por E. Darmois.

El fascículo 399 se ocupa de los *métodos de estudio del espectro hertziano*; el 400 de la *absorción y dispersión en el espectro hertziano; y aplicaciones*.

En una *Introducción*, el doctor en ciencias R. Freymann explica su objeto, que es, especialmente, agrupar los resultados, aun restringidos, relativos a las variaciones de las propiedades dieléctricas de las substancias respecto de la longitud de onda. La *Primera Parte* comprende dos capítulos y una Bibliografía. Trata la *Producción de las ondas hertzianas* y los *Métodos de estudio de la estructura molecular por medio del espectro hertziano*.

La *Segunda Parte* (folleto 400) comprende también dos capítulos, y una bibliografía. Estudia los fenómenos de absorción y de dispersión anormal en el espectro hertziano. Se exponen la teoría y los resultados experimentales. Ambos parecen confirmar cualitativamente, la influencia selectiva de la longitud de onda sobre el calentamiento de las substancias biológicas.

NOTICARIO

Por E. R.

Entre las conferencias llevadas a cabo en el salón de actos del Colegio Nacional de La Plata, pertenecientes al ciclo de extensión universitaria organizado por la presidencia de la Universidad Nacional de La Plata, fué de especial interés la del profesor señor Angel Cabrera, que desarrolló el tema « La extinción de las faunas actuales y responsabilidad del hombre en el epílogo del cenozoico ».

El orador, después de exponer a grandes rasgos las características paleontológicas de la era cenozoica y de los períodos que la compusieron, sostuvo que las faunas hoy existentes son lo que queda de las faunas pleistocenas, empobrecidas como resultado de las glaciaciones cuaternarias en el hemisferio septentrional y de otros fenómenos paralelos a aquéllas en el meridional, añadiendo que en el momento actual asiste la humanidad a la agonía de ese remanente, o, lo que es lo mismo, a la del cenozoico o era de los mamíferos y las aves.

A este propósito dijo:

De un par de siglos a esta parte ha comenzado para los mamíferos y las aves del mundo una nueva época de extinción. Numerosas especies todavía abundantes hace 100 ó 200 años, han desaparecido por completo y muchas más están en camino de desaparecer. Pero ahora la causa de la extinción ya no está en glaciaciones ni tampoco en grandiosas catástrofes geológicas; ahora el factor de destrucción es el hombre, y concretando más, el hombre civilizado. Mientras para combatir a los animales sólo dispuso de armas primitivas, la humanidad no se aventuró a la lucha sino obligada a ella, bien para defenderse de las especies feroces o bien para atender a sus más perentorias necesidades. Los esquimales en el Artico y los fueguinos en el Antártico tenían entre sus principales actividades, la caza de focas y de cetáceos; pero no son ellos, ciertamente, los responsables de la progresiva desaparición de las ballenas y de los lobos marinos. La destrucción de la especie animal en la época actual es consecuencia, por un lado, del perfeccionamiento de las armas, y por otro, de los intereses de la civilización, que se diría son incompatibles con la naturaleza. Entre estos intereses figuran las industrias a base de productos animales y, sobre todo, la utilización de estos productos como artículos de lujo y ostentación, como ocurre con las pieles llamadas finas.

Expresó luego que cuando se lee que sólo en un año los mercados peleteros del mundo han recibido de sus proveedores los cueros de 1.210.726 armiños, o de 5.109.180 ardillas, es imposible dejar de preguntarse cómo es que quedan todavía ardillas y armiños en el mundo.

Más adelante el orador expuso distintos casos de extinción de especies de mamíferos y de aves, haciendo ver el peligro en que están algunas de nuestras fauna nativa, entre ellas el guanaco, por la despiadada persecución de que son objeto los chulengos, a cuyo propósito presentó testimonios de los pobladores de la Patagonia, probando que los guanacos están lejos de ser tan dañinos como suele decirse y que mucho más lo son los chulengueadores.

A continuación habló de los esfuerzos que diferentes gobiernos y entidades particulares están haciendo para evitar que continúe la desaparición de especies autóctonas en sus respectivos territorios y de las dificultades con que para ello se tropieza. Señaló como el sistema conservativo de mejores resultados el de las reservas y parques nacionales, refiriéndose a lo que en este sentido se viene haciendo en algunos países, y haciendo la crítica de lo que se ha empezado a hacer en el nuestro, y censuró especialmente la introducción en el parque de Nahuel Huapí de plantas y animales exóticos, criterio opuesto al seguido en todas las demás naciones, y del que resultará —dijo— « un parque zoológico suelto, un jardín de aclimatación o cualquier otra cosa, menos un verdadero parque nacional; porque lo que así se llama en todas partes no es un parque cualquiera, propiedad de la nación, sino un santuario de la naturaleza nacional, donde se ofrece al visitante el espectáculo de la fauna y flora nacionales en toda su virginidad ».

El profesor Cabrera terminó su disertación indicando la parte que corresponde a los educadores en la tarea de salvar la naturaleza nativa, para lo que deben inculcar en la juventud la idea de que ella es una propiedad de la patria que hay que defender y proteger.



A partir de junio de 1936, la Biblioteca de la Sociedad Científica Argentina, ha aumentado el número ya considerable de revistas científicas que recibe, con las siguientes, elegidas, no sólo por su importancia, sino también por tratarse de publicaciones que no son recibidas en ninguna Biblioteca Pública del país:

The Institute of Metals (Londres).

Oel und Khole (Hamburgo).

Les Matières Grasses. La Pétrole et ses Dérivés (Paris).

The Journal of Chemical Physics (Nueva York).

American Wood Preservers Association. Proceedings (Chicago).

Wasserwirtschaft und Technik (Viena).

Estas revistas no son obtenidas por canje, sino mediante suscripciones que se pagan con fondos aportados voluntariamente por un grupo de socios. La cuota mínima anual se ha fijado en 5.00 \$ $\frac{m}{n}$, y se espera que la incorporación de nuevos adherentes a esta iniciativa, permita ampliarla, con la adquisición de otras publicaciones.



Según noticias publicadas a fines de 1936 en Montevideo, se han iniciado grandes trabajos de carácter hidráulico, los mayores hasta la fecha en el Uruguay, y posiblemente, en otras naciones sudamericanas, con el fin de drenar y desaguar enormes extensiones de terrenos bajos y pantanosos, transformando así en campos útiles para la agricultura, a una zona de más de 500.000 hectáreas de bañados.

Al frente de las obras se halla el ingeniero F. Martínez, quien ha formulado entre otras, las siguientes declaraciones:

La extensión directamente perjudicada por las aguas, aunque en grado variable, alcanza en la zona del este a 550.000 hectáreas distribuidas en los departamentos de Rosario, Lavalleja, Treinta y Tres y Cerro Largo, encontrándose la mayor parte, unas 380.000 hectáreas, en el departamento de Rocha.

La importancia de este asunto frente a la economía nacional se pone de manifiesto advirtiendo que 500.000 hectáreas representan el 70 por ciento del total de tierras cultivadas actualmente con cereales y oleaginosas de todo el país. Esto, sin considerar que de ellos, 120.000 resultarán regadas en el futuro. El canal número 1, cuya construcción se inició el año pasado, es la primera de un conjunto de obras comprendidas en el « plan de desagües del departamento de Rocha ».

Este plan de desagües tiene por finalidad eliminar las inundaciones en dicho departamento y constituye una primera etapa del plan económico general para la zona del este.

En una segunda etapa, cuya realización estará condicionada a razones de oportunidad, las mismas aguas que hoy desvalorizan esos territorios en vez de ser eliminadas hacia el mar o hacia la laguna Merim, serán almacenadas en lagos artificiales obteniéndose riego en gran escala, fuerza hidráulica por muchos miles de caballos, navegabilidad en gran parte de la red hidrográfica interna, etcétera.

Es decir, que mediante las obras de la segunda etapa esas aguas, hoy tan perjudiciales, serán transformadas en un dócil y fecundo instrumento al servicio del engrandecimiento nacional.

La primera etapa, con un costo aproximado de 2.000.000 de pesos, arrojará un beneficio líquido directo de unos 8 millones de pesos, sólo por concepto de valorización territorial.

La segunda etapa, control de crecidas y regularización hidráulica, exigirá una inversión de 7.000.000 de pesos en obras y arrojará un beneficio de 40.000.000, sólo por concepto del rubro de riego.

SOCIOS ACTIVOS

Agullar, Félix	Carelli, Humberto H.	Ghigliazza, Sebastián	Mermoz, Francisco A.
Albizzati, Carlos M.	Caride Massini, Pedro	Giagnoni, Bartolomé E.	Mohring, Walther
Alvarez, Raúl J.	Carman, Ernesto	Gil, Martín	Molfino, José F.
Allende Lezama, Luciano P.	Carrea, Juan Ubaldo	Gonella, Juan B.	Molle, Clotilde C.
Anastasi, Camilo	Casacuberta, Antonio	Gradín, Carlos	Montes, Vicente E.
Anchorena, Juan E.	Castello, Manuel F.	Grieben, Arturo	Moreno, Evaristo V.
Andrioletti, Juan Luis	Castiñeiras, Julio R.	Gutiérrez, Ricardo J.	Nágera, Juan José
Añón Suárez, Vicente	Celasco, Juan L.	Haussler, Emilio	Natale, Alfredo
Aparicio, Francisco de	Cock, Guillermo E.	Herbin, Luis A.	Negrete, Lucía
Aráoz Alfaro, Gregorio	Coni Bazán, F. A.	Hermitte, Enrique	Negri, Mario L.
Arbecchi, Armando C.	Curti, Orlando P.	Herrera Vegas, M.	Nelson, Ernesto
Arce, Manuel J.	Curuchet, Luis	Herzer, Bernardo	Nielsen, Juan
Arditi Thompson, H.	Chanourdie, Enrique	Hickethier, Carlos F.	Oliveri, Alfredo E.
Armani, Aquiles	Chella, Francisco	Hofmann, Herbert	Ortega Belgrano, Raúl
Arnaudo, Silvio J.	Chizzini Melo, Anibal F.	Hortal, José Angel	Ortiz, Anibal A.
Avila Méndez, Delfín	D'Ascoli, Lucio	Houssay, Bernardo A.	Ortiz de Rosas, Jorge
Aztiria, Ignacio	Dassen, Claro C.	Hoyo, Arturo	Otamendi, Gustavo
Bado, Atilio A.	Dasso, Héctor	Igartúa, Luis María	Ottonello, Héctor
Bachmann, Ernesto	Dasso, Ricardo L.	Irigoyen, Luis H.	Páez, José María
Baglietto, Eduardo E.	Debenedetti, José	Isetta, José	Page, Franklin Nelson
Balbiani, Atilio	De Cesare, Elías A.	Ivanishevich, Ludovico	Paitoví y Oliveras, A.
Bancalari, Agustín	De Fina, Armando L.	Jorge, José M.	Paquet, Carlos
Barabino Amadeo, S.	De la Ini, Juan E.	Jakob, Cristofredo	Parodi, Edmundo
Barbieri, Antonio	Dellepiane, Luis J.	Keiper, Guillermo	Parodi, Lorenzo R.
Bargna, Juan L.	Demarchi, Marco	King, Diármid O.	Pasman, Raúl G.
Barilari, Mariano J.	Deulofeu, Venancio	Kinkellin Pelletán, J. C. de	Pasman, Rodolfo E.
Barral Souto, José	Devoto, Franco E.	Kohan, Zoilo	Pastore, Franco
Barrancos, Leónidas A.	Díaz, Emilio C.	Kraglievich, Nicolás T.	Paz, José Máximo
Becke, Alejandro von der	Dieulefait, Carlos E.	Krapf, Eduardo	Paz Anchorena, José M.
Berdoy, Pedro A.	Doello-Jurado, Martín	Labarthe, Julio	Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Berrino, Juan B.	Dobranich, Jorge W.	Lagunas, Simón	Pérez Hernández, A.
Besio Moreno, Nicolás	Domínguez, Juan A.	La Menza, Francisco	Pérez Pirán, Juan A.
Bianchi Lischetti, A.	Dotto, Enrique S.	Laporte, Luis B.	Perrone, Cayetano
Biggeri, Carlos	Dubecq, Raúl E.	Larco, Esteban	Pestalardo, Agustín
Blaquier, Juan	Dueñas, José	Lasso, Alfredo L.	Pini, Aldo S.
Bolognini, Héctor	Duhau, Luis	Latzina, Eduardo	Platz, Hubert
Bonanni, Cayetano	Dupont, Enrique	Lea, Allán B.	Podestá, Juan Carlos
Bontempi, Luis	Durafona y Vedia, A.	Ligniérés, Roberto	Polti, Modesto
Bordato, Miguel	Durrieu, Mauricio	Lizer y Tralles, C. A.	Posadas, Carlos
Bordenave, Pablo E.	Edelberg, Benjamín	Lombardi, Alberto	Quartino, José N.
Borzi, Ana María	Escudero, Pedro	López, P. José	Quinos, José Luis
Bosch, Gonzalo	Faré, Santo S.	Loyarte, Ramón G.	Quintero, Bruno F.
Bosisio, Anecto J.	Fernández, Alberto J.	Lozano, Nicolás	Quiroga, Pedro R.
Bottaro, Juan C.	Fernández Díaz, A.	Lugones, Arturo M.	Raimondi, Alejandro
Bozzini, Luis (h.)	Fernández Long, S.	Llauró, José	Raffo, Bartolomé M.
Briano, Juan A.	Figini, Angel	Mac Donagh, E. J.	Ramaccioni, Danilo
Bunge, Juan C.	Figuerero, Hernando W.	Magnin, Félix J.	Ramallo, Carlos M.
Buontempo, Guillermo	Fischer, Gustavo Juan	Magnin, Jorge	Ratto, Héctor R.
Butty, Enrique	Flores, Emilio M.	Mainini, Carlos	Ravignani, Emilio
Buzzo, Alfredo	Florit, Carlos J.	Mallol, Emilio	Rebuelto, Antonio
Buzzo, Eduardo R.	Forn, Carlos J.	Mamberto, Benito	Rebuelto, Emilio
Callet Bois, Teodoro	Fossa Mancini, E.	Marcó del Pont, E.	Reece, William Asher
Calandra, Raúl E.	Franceschi, Alfredo	Marchionatto, Juan B.	Repetto, Blas Angel
Camus, Nicolás	Fürnkorn, Dívico A.	Maresca, Antonio J.	Repossini, José
Canale, Humberto	Gadda, Carlos Manuel	Marini, Tomás L.	Ringuelet, Emilio J.
Carabelli, Juan José	Galmarini, Alfredo G.	Marotta, F. Pedro	Rissotto, Atilio A.
Carbia, Rómulo D.	Gandolfi Herrero, Augusto	Marotta, R. Armando	Rivarola, Rodolfo
Carbone, Esteban	Gandolfo, José S.	Mata, Leopoldo	Robles, Angel A.
Carbonell, José J.	Gascón, Alberto	Méndez, Julio	Rodríguez Aravena, S.
Cárcova, Enrique de la	Gaspar, Fernando L.	Meoli, Gabriel	Roffo, Angel H.
Carelli, Antonio	Géneau, Carlos E.	Meoli, Humberto	Roffo, Juan
	Gerardi, Donato	Mercau, Agustín	Roldán, Raimundo

Romero Brest, Enrique	Sarrabayrouse, Eugenio	Spota, Víctor J.	Vallebella, Colón B.
Rokotnitz, Otto	Savon, Marcos A.	Storni, Segundo R.	Vallejo, Segundo E.
Rospide, Juan	Schnack, Benno J.	Storni, Carlos David	Vanossi, Reinaldo
Rosell Soler, Pedro	Schmidt, Max	Suárez, Angel	Varela, Rufino (h.).
Rossi, Arturo R.	Schoó Lastra, Oscar	Taiana, Alberto F.	Vecchi, Aristides de
Ruata, Luis E.	Schulz, Guillermo	Taiana, Jorge	Vela Huergo, Julio
Ruiz Moreno, Isidoro	Selva, Domingo	Tamini, Luis Augusto	Veyga, Francisco de
Ruiz Moreno, Adrián	Seeber, Ricardo	Tarragona, José	Vidal, Eduardo
Rumi, Tomás J.	Sesma, Angel	Tedeschi, Virgilio	Villalobos D., C.
Sabaria, Enrique	Sheahan, Juan F.	Tello, Eugenio	Vignaux, Juan C.
Sagastume Berra, A. E.	Silva, Leónidas L.	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Salomón, Hugo	Simons, Hellmut	Torello, Pablo	White, Guillermo J.
Sánchez, José Ricardo	Siri, Luis	Tossini, Luis	Wauters, Carlos
Sánchez, Gregorio L.	Sobral, Arturo	Trelles, Rogelio A.	Wysztelewski, W. de
Sánchez Díaz, Abel	Solari, Emilio F.	Trucco, Sixto E.	Zamboni, Agustín
Sánchez Sorondo, M. G.	Solari, Miguel A.	Valeiras, Antonio	Zappi, Enrique V.
Sanromán, Iberio	Soler, Frank L.	Valentiner, Hugo	Zavalla, Carlos M.
Santángelo, Rodolfo	Sordelli, Alfredo	Valentini, Argentino	Zuloaga, Angel M.
Sarhy, Juan F.	Spinetto, David J.	Valentinuzzi, Máximo	

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José	Laporte, Julio A.	Recoder, Roberto F.	Viglione, Fausto E.
Devoto, Arnaldo Carlos	Magne de la Croix, P. A.	Repetto, Cayetano	Zenarruza Johnson, Tirso A.
Devoto, Carlos Alberto	Milesi, Emilio Angel	Riú, Pedro Carlos	Walls, I. Figueras de
Folcini, Martín L. G.	Monca, Jacobo Isaac	Rusconi, Carlos	Wechsler, Wolf
Goyena, Ricardo J.	Muñoz Cabrera, René	Somonte, Eduardo	

CASAS ADHERENTES

Francisco Disí	Lutz, Ferrando y Cia.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cia.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Palumbo"	Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cia. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumer-sindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Collina; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Arrambide, Miguel	Bodenbender, G.	Brandan, Ramón A.
Aguiar, Henoch D.	Astrain, Antonio	Bonet, Rafael	Brogliá, Alberto A.
Amaya, Arturo A.	Bermann, Gregorio	Berzacow, Wladimir	Bustos, Ernesto
Anduze, Fernando L.	Bobone, Jorge E.	Braccacini, Osvaldo J.	Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.	Gálvez Vivanco, C.	Martínez, Rodolfo	Roggeri, Domingo
Camilloni, Carlos	García, Daniel	Martínez Bustos, V.	Rothlin, Edwin
Carlomagno, José	Garzón, Rafael	Masjoan, Juan	Sánchez Sarmiento, F.
Castellanos Posse, F.	Gavier, Daniel E.	Melo, Carlos R.	Sartori, Antonio
Catnari, Altavino E.	Gavier, Ernesto	Mirizzi, Pablo Luis	Sayago, Gumersindo
Centeno, Dionisio	Gibert, Víctor	Montes, Aníbal	Sayago, Marcelino
Cordeiro, Juan Carlos	Giménez de Azúa, F.	Ninci, Carlos A.	Schmiedecke, Augusto
Chaudet, Enrique	Godoy, Salvador A.	Ninci, Mario	Servetti Reeves, J. C.
Checchi, Luis	Gómez, Calixto A.	Ninci, Raúl T.	Sicco, Juan Carlos
Deheza, Eduardo	Gordillo, Pedro N.	Nottaris, Carlos E.	Padula, Federico
De la Colina, BnÉ.	Granillo Barros, M.	Novillo Corvalán, S.	Sigal, Moisés
Del Viso, Jacinto	Hernández Ramírez, R.	Olsacher, Juan	Sparn, Enrique
De Tezanos Pinto, J.	Hosseus, Carlos Curt	Pagliari, Arturo	Strada, Ferdinando
De Villafañe Lastra, T.	Jagsich, Juan	Parqualini, Clodoveo	Stucchi, Alberto
Devoto, Heraclio A.	Kegeler, Juan Walter	Peláez, J. Gambastiani	Stuckert, Guillermo V.
Di Rienzo, Sabino	Kronfuss, Juan	de	Taravella, Ambrosio L.
Espinosa, Manual	Lafayette Zimmer, M.	Perrine, Carlos D.	Tarragó, Emeterio
Esteban, Fernando	Larrauri, Agustín C.	Pilotto, Bernardo	Terrera, Pascual
Evans, Eduardo W.	Lewis, Donald G.	Ponce Laforgue, C.	Trebino, Natalio
Fernández, Miguel	Lo Celso, Angel T.	Ponssa, Marco	Tretter, José
Ferrer, Baltasar	Luque, Eduardo R.	Puga, Agustín	Urciuolo, Víctorio
Fitz Simón, Sgo. B.	Lutzow Holm, Olaf.	Revol, Carlos A.	Vanni, Alberto
Fortana, Lorenzo	Mácola, Berardo A.	Reuelta, Miguel C.	Vercello, Carlos
Fracasi, Humberto	Mácola, Tulio	Riatti, Dardo A.	Villalba, Aquiles D.
Fuchs, Guillermo J.	Marsal, Alberto	Roca, Jaime	Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Courault, Pablo	Kleer, Gregorio	Piñero, Rodolfo
Argüelles, Eugenio	Crouzeilles, A. L. de	Mal, Carlos	Pozzo, Hiram J.
Ariotti, Juan Carlos	Cruellas, José	Mántaras, Fernando	Ragonese, Antonio E.
Babini, José	Christen, Carlos	Marelli, Hipólito	Fouzaut, Sergio
Berraz, Guillermo	Christen, Rodolfo G.	Marino, Antonio E.	Rouzaut, Rodolfo
Bertuzzi, Francisco	Damianovich, Horacio	Montpeller, Luis Mar-	Salaber, Julio
Bonazzola, César J.	Falco, Federico	cos	Salgado, José
Borruat, Luis	Fester, Gustavo A.	Morisot, Augusto	Santini, Bruno L. P.
Borruat, Luis (hijo)	Frenguelli, Joaquín	Mounier, Celestino	Schivazappa, Mario
Borzone, Rodolfo	Gollán, Josué (h.).	Muzzio, Enrique	Simonutti, Atilio A.
Bossi, Celestino	Gschwind, Eduardo P.	Nigro, Angel	Tissenbaum, Mariano
Caballero, Martín A.	Guinle, Hugo José	Niklison, Carlos A.	Urondo, Francisco E.
Camo, José María	Hereñú, Rolando	Oliva, José	Virasoro, Enrique
Cerana, Miguel	Hotschewer, Curto	Peresutti, Luis	
Claus, Guillermo	Juliá Tolrá, Antonio	Piazza, José	

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

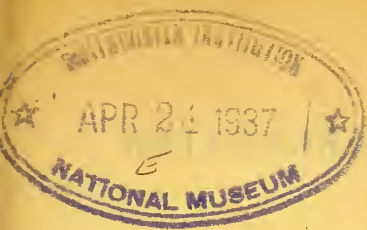
Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos	García, José Federico	Maroso, José Angel	Ruiz, Aníbal
Anzorena, Jacinto	Godoy Vergelin, G.	Mayorga, Santiago C.	Ruiz Leal, Adrián
Anzorena, Pedro	Gomensoro, José N.	Miyara, Salomón	Sammartino, Miguel
Basso, Germinal	Granzella, Sinibaldo	Miyara, Santos	Sánchez C., Juan V.
Bidone, Mario	Guiard, Ricardo	Oviedo Marcé, Carlos	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Jofré, Alberto L.	Oviedo Ortiz, Carlos	Stura, Angel C.
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Pelaia, Dante	Toso, Juan P.
Ceriotto, Emilio	Lucero, Braulio G.	Piccione, Cayetano C.	Vicchi, Juan A.
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Piovano, Abelardo P.	Villanueva, Miguel An- gel
Gabrielli, Francisco J.	Magistretti, Guillermo	Pontis, Rafael E.	
Galeano, Edgardo	Maneschi, Ernesto		

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán	Rafael (México)	Hijar y Haro, Luis.....	México
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Janet, Pierre.....	París
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Avendaño, Leónidas.....	Lima	Kinart, Fernando.....	Amberes
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Langevin, Paul.....	París
Borel, Emile.....	París	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bragg, William Henry.....	Londres	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Bruch, Carlos.....	Olivos	Majarás, Jesús.....	México
Cabrera, Blás.....	Madrid	Moretti, Gaetano.....	Milán
Campos Porta, Pablo.....	Río de Janeiro	Oliver Schneider, Carlos....	Concepc. (Ch.)
Carabajal, Melitón M.....	Lima	Pereira d'Andrade, Lancaster	Nova Goa (I. P.)
Corti, José S.....	Mendoza	Perrin, Tomás G.....	México
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Antofag. (Ch.)
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fontecilla Larrain, Arturo..	Santiago (Ch.)	Rowe, Leo S.....	Washington
Fort, Michel.....	Lima	Shepperd, William R.....	New York
González del Riego, Felipe..	Lima	Tello, Julio C.....	Lima
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Torres Quevedo, Leonardo...	Madrid
Guinier, Philibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)	Volterra, Vito.....	Roma



ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

MARZO 1937. — ENTREGA III. — TOMO CXXIII

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
R. BAZÁN Y P. KÖLER. — La Cochinilla <i>Neocoelostoma xerophila</i> Hemp. productora de « laca »	97
A. E. SAGASTUME BERRA. — Fundamentos matemáticos de la música (<i>Con- tinuación</i>)	113
Segunda reunión de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales	137

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FÉ 1145

1937

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Dr. Walter Nernst
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Ing. Guillermo Marconi
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1936-1937)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Nicolás Besio Moreno
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia.</i>	Doctor Elías A. De Cesare
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Profesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	General Ingeniero Arturo M. Lugones
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Ingeniero Carlos Posadas
<i>Vocales</i>	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez
	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

LA COCHINILLA *NEOCOELOSTOMA XEROPHILA* HEMP.
PRODUCTORA DE « LACA » (1)

POR R. BAZAN Y P. KÖHLER

(Con 4 láminas)

Parodiando el antiguo proverbio que reza: « De la discusión nace la luz », podríamos decir con igual verdad que « de la curiosidad nace la luz »; y tendríamos aquí una de sus mejores demostraciones prácticas.

(1) A nuestro requerimiento el Ing. CARLOS A. LIZER Y TRELLES nos ha dirigido la carta que transcribimos a continuación: « Señores Pablo Köhler y Ramón Bazán. — Estimados amigos: La cochinilla que ustedes han estudiado es la *Neocoelostoma xerophila* Hemp.

La primera vez que trabé relación con este cóccido fué en 1911; el profesor Dr. Juan A. Domínguez, me obsequió con algunas ramitas de « tusca » en las cuales se hallaban adheridos habitáculos vacíos; además recibí del mismo profesor una sola hembra adulta, material insuficiente para efectuar una buena descripción, pero suficiente para demostrarme que se trataba de una especie desconocida para la ciencia. El Dr. Domínguez recibió los ejemplares del señor Gustavo Niederlein, quien los recogió en plantas de « tusca » (*Acacia farnesiana* Willd.) y « churqui » (*Acacia atramentaria* Benth.), en estación Perico, F.C.C.N., provincia de Jujuy, el 30 de abril de 1908.

Posteriormente ingresaron en mi colección coccidológica las muestras siguientes: del naturalista Pedro Jörgensen, ramas de *Acacia moniliformis* Gris., procedentes de Andalgalá, provincia de Catamarca, abril de 1914; del Ing. Eduardo Molina, ramillas de « tusca » y « brea » (*Cercidium praecox* (R. et Pav.) Harms.), procedentes de Córdoba; en el rótulo escribió el donante « cochinilla muy común en La Rioja, Salta, Catamarca, Santiago del Estero y San Luis ». Lo manifestado por el Ing. Molina lo he comprobado en mis viajes por las referidas provincias.

En mi expedición al Chaco boliviano, realizada en 1917, encontré también la « tusca » parasitada por el mismo cóccido; los ejemplares recogidos en noviembre de aquel año, proceden de plantas halladas en el camino entre Villa Montes y Aguaray. Debo agregar que en todas las muestras habidas sólo aparecían habitáculos vacíos.

Lo singular de este caso es que al mismo tiempo que los autores de este trabajo, efectuaban las observaciones, el profesor Adolfo Hempel, recogía en São Paulo,

El señor Telmo Moya Morales, consecuente con su inquieta curiosidad y afán de investigar y conocer los secretos de la fauna entomológica de nuestro país, nos remitió al laboratorio de Zoología Agrícola del Ministerio de Agricultura, el año 1931, y entre un nutrido material de estudio de otra índole, algunas ramitas de « tusca » (*Acacia farnesiana* Willd.) atacadas por una de las cochinillas útiles que poseemos en el país. Solicitaba su identificación y estudio.

El envío de abundantes muestras, así como de una serie de datos y observaciones interesantes, que posteriormente nos suministró el señor Moya, y que vinieron a llenar una necesidad indispensable para esta clase de investigaciones, nos ha proporcionado la oportunidad de iniciar y llevar adelante el estudio de las características anatómicas y biológicas de los distintos estados de tan interesante cóccido.

Aun cuando no poseemos datos concretos sobre la abundancia de esta cochinilla en el país, lo que nos daría la pauta de su posible explotación industrial, sabemos que ella se encuentra bien difundida en nuestras provincias norteañas. Ha sido señalada al Norte de Córdoba y como ambas regiones pertenecen a la zona xerófila, favorable a la vida y evolución del insecto en cuestión, es de suponer que su área de dispersión se extienda a toda la región Norte con esta misma característica, siempre que la *Acacia farnesiana* y otras plantas huéspedes, se críen y multipliquen normalmente.

Damos a continuación la descripción anatómica del insecto en sus varios estados, así como los datos biológicos que hemos podido obtener, a pesar de las condiciones poco favorables en que se realizó la crianza.

marzo de 1931, los primeros ejemplares en *Piptadenia falcata* Benth., que le sirvieron para las descripciones del género y especie nuevos, aparecidos en el volumen 2, páginas 310-312, de la « Revista de Entomología », marzo de 1932, Sao Paulo, Brasil.

El género *Neocoelostoma* se coloca sistemáticamente en la familia *Margarodidae*, subfamilia *Coelostomidiinae*, tribu *Coelostomidiini*, los tres erigidos por Morrison.

La característica más saliente del género, que lo distingue de los otros de la tribu, es el disco anal fuertemente quitinizado de la hembra preadulta. Es vecino de *Coelostomidia* Cockll., por la falta de quitina en la extremidad abdominal de la larva, pero se aparta del mismo género por la presencia de dos pares de pelos terminales en el abdomen de la larva. — Saludo a ustedes muy atentamente ».

MACHO

Es de ocho mm. de largo; color general del cuerpo rosado rojizo con alas negruzcas que presentan líneas rojas, negras y blancas.

Faz dorsal.—La cabeza de color básico; los ojos facetados son negros; los ocelos rojos. La antena consta además del escapo, de nueve artículos cilíndricos, alargados y de color negro. El escapo es el artejo más corto; algo más ancho que alto y su espesor supera en una mitad al del primer artículo. Este tiene casi doble largo que el escapo; el segundo artículo mide casi tres veces el largo del artejo básico; el 3º, 4º y 5º, de iguales dimensiones que el anterior. El 6º, 7º y 8º algo más cortos que los anteriores, son aproximadamente iguales entre sí en su largo, pero decrecen progresivamente en espesor. El último artículo (9º), tan largo como el primero, es el más delgado de todos y termina casi en punta. Los nueve artículos antenares están colocados excéntricamente sobre el escapo. Las partes membranosas que unen los artículos antenares entre sí son de color rojo subido lo mismo que la articulación con el escapo. Toda la superficie de los diez artejos está cubierta con finos pelos rojizos de un largo mayor que la mitad de los mismos.

El protórax es de forma trapezoidal, con sus dos bordes laterales muy inclinados, siendo ambos más largos que el borde anterior; los ángulos posteriores bien redondeados. Sobre el borde anterior del protórax se observa una mancha negra de forma triangular que ocupa con su base cerca de un tercio del ancho total y con el vértice dirigido hacia atrás. Cerca de los bordes laterales y paralelas a los mismos corre a cada lado una línea negra antemarginal que no llega con sus extremos a tocar las márgenes anterior y posterior. En el centro del protórax corren transversalmente dos surcos paralelos con las terminales dirigidas hacia atrás.

El mesotórax es de forma irregular y lleva una gran mancha negra que lo cubre en su mayor parte. A su vez en el centro de esta mancha negra se observa una mancha alargada en sentido transversal y del color básico. Sus contornos y tamaño son variables en los distintos ejemplares observados. Cerca del borde posterior de la mancha negra existen dos puntos rojos simétricamente colocados.

El surco que separa el meso del metatórax es igualmente de color negro. El metatórax se asemeja a los primeros segmentos abdomi-

nales. Los tres últimos segmentos abdominales se diferencian de los anteriores por los largos apéndices carnosos que llevan lateralmente y cuya longitud puede sobrepasar en muchos ejemplares el ancho mayor del abdomen.

En los segmentos abdominales se observan tres filas de manchitas negras que dividen todo el abdomen en cuatro fajas longitudinales de un ancho igual. Estas manchitas son de forma triangular con su base apoyada en el borde posterior de cada segmento y su vértice dirigido hacia atrás. En cada manchita hay un hoyuelo diminuto. El tamaño de estos dibujos negros es muy variable en los distintos individuos, sobre todo los de la fila central. Los de los últimos segmentos son muy pequeños.

Toda la superficie del insecto con excepción de las alas y los apéndices, está cubierta de finos y cortos pelos de color rojizo.

Faz ventral. — Entre los ojos compuestos existe una mancha rombiforme, negra, cuya punta inferior está subdividida en dos ramas que se extienden hacia fuera continuándose en línea curva hasta terminar en un punto negro. Estas líneas negras marcan a su vez, el margen anterior del protórax. La boca está marcada por un punto negro dispuesto debajo de la mancha bifurcada.

El protórax está separado en dos mitades por un surco longitudinal, que empieza cerca de la boca; más atrás se bifurca hacia los bordes laterales. En el mesotórax hay una mancha negra transversal dilatada en el centro hacia adelante y hacia atrás con dos curvaturas opuestas muy pronunciadas. El metatórax lleva una pequeña marca negra en su margen anterior con la convexidad dirigida hacia atrás. Los segmentos muestran las mismas características y manchitas negras que en la faz dorsal.

Alas anteriores. — Son de color gris oscuro; las radiales de color negro; en su borde anterior se apoya una línea roja que va perdiendo dicho color al aproximarse al margen anterior, para tornarse gris oscuro. Todo el campo entre las radiales y el borde muestra un matiz rojizo que se intensifica hacia la nervadura. La nervadura mediana es de color negro. Entre estas dos nervaduras y equidistante de ambas corre una línea blanca transparente; otra línea igual se extiende debajo de la mediana arrancando de la unión de las dos nervaduras y corriendo paralela a la mediana y muy cerca de ella.

Las nervaduras sobresalen del plano de la superficie alar mientras que las líneas blancas representan depresiones lineales.

Toda la superficie del ala es rugosa. Cerca de su raíz existe una proyección membranosa, el clavus, que termina en un listón quitinizado con una concavidad dirigida hacia la faz ventral; en este listón se engancha el ala posterior.

Ala posterior. — Muy diminuta, mide la duodécima parte del ala anterior; se asemejaría más a un balancín de díptero si no fuera por la presencia de 5 ó 6 ganchos colocados en su ápice. Estos ganchos paralelos son tan largos como la mitad del ancho del ala; son derechos en dos tercios de su largo y después doblados fuertemente hacia arriba.

Datos biológicos del macho. — No habiendo tenido la oportunidad de observar personalmente al macho durante el acto de la fecundación, los datos que podemos consignar en este trabajo los debemos a la gentileza del Sr. Telmo Moya quien asegura que el macho fecunda a la hembra mientras ésta queda todavía en su habitáculo y la cópula se efectuaría a través del orificio del habitáculo femenino.

De acuerdo con estas manifestaciones de nuestro informante, el macho abandonaría su albergue mucho antes que la hembra. Este hecho ha sido confirmado por nuestras observaciones en el laboratorio, donde hemos presenciado la liberación de innumerables hembras del material en observación, durante un período de dos meses, sin haber obtenido un solo macho. Además los huevos puestos por estas hembras dieron nacimiento a innumerables larvas, de donde concluimos que cuando se hizo su recolección estaban ya fecundadas.

He aquí las medidas del macho y las parciales de sus patas y antenas:

Medidas del macho

Largo total (variable)	8	mm.	
» de la antena	3.5	»	
» » » pata anterior (P ₁)	2463	μ	
» » » » mediana (P ₂)	2519	μ	
» » » » posterior (P ₃)	2673	μ	
» del ala anterior	3.8	mm.	
» » ala posterior	0.4	»	(415)

*Parciales de la medida de las patas
en μ*

Largo	P ₁	P ₂	P ₃
Coxa.	209	220	330
Trocánter	275	275	275
Fémur	660	649	660
Tibia	891	913	946
Tarso	352	385	396
Uña	66	77	66
Total	2453	2519	2673

*Parciales de la medida
de la antena en μ*

Escapo.	143
Pedicelo	242
Artículo 1°	462
» 2°	418
» 3°	440
» 4°	451
» 5°	429
» 6°	396
» 7°	297
» 8°	286
Total	3564

HEMERA

Cuerpo globuloso, de forma oval color ocráceo anaranjado; mide término medio 7.5 mm. de largo por 5 mm. de ancho cuando está en reposo. Este tamaño varía enormemente cuando el insecto está en movimiento. La cabeza y el protórax que forman como una sola pieza están separados del mesotórax y éste a su vez del metatórax por surcos bien pronunciados. Los segmentos abdominales en número de ocho, están también perfectamente separados unos de otros por surcos profundos, casi paralelos.

Toda la superficie del cuerpo, tanto en la faz superior como en la inferior, está cubierta de finísimos y cortos pelitos de color anaranjado, así como de discos ciríparos distribuidos regularmente.

Faz dorsal. — Sobre esta faz corren 4 surcos longitudinales que arrancan del metatórax y se extienden hasta el penúltimo anillo abdominal; dos de éstos son subdorsales, los otros dos, simétricos, ánteromarginales. Estos surcos dividen el abdomen en cinco zonas longitudinales; la mediana es algo más ancha que las cuatro laterales que son de un ancho aproximadamente igual. El último segmento abdominal termina truncado y algo cóncavo. Lateralmente de esta concavidad salen dos puntas pequeñas.

Sobre la cabeza existen dos ocelos redondos, algo sobresalientes y de color pardo oscuro. Detrás de éstos y como delimitando la cabeza

existe un surco en forma de V, cuyos brazos corren hacia los ocelos y terminan a corta distancia de ellos.

En la región que podríamos llamar protorácica y cerca de su bordé posterior, existe una depresión mediana, antemarginal; cerca de cada borde corre un surco de doble sinuosidad; en la parte mediana, simétricamente y a igual distancia de las demás depresiones protorácicas hay dos hoyuelos relativamente pequeños.

Faz ventral. — Nótanse las mismas divisiones transversales de la faz dorsal. Las antenas están implantadas dentro de dos cortas depresiones longitudinales, separadas entre sí por una cresta carnosa en forma de ancla que se dilata hacia atrás de las antenas, formando una elevación semilunar a cada lado. Esta carnosidad termina en los surcos correspondientes al aparato bucal degenerado. Este consiste en un profundo surco longitudinal, bifurecado anchamente hacia la carnosidad ya mencionada y unido en su parte inferior a otro surco transversal convexo que, a su vez, se basa sobre la parte interior de un segundo surco transversal cóncavo, dos veces más largo que el anterior. Entre este surco y los ramales anteriores del bucal se encuentran dos concavidades donde va insertado el primer par de patas. Casi en los extremos del surco cóncavo y cerca del surco divisorio del meso y metatórax hay dos depresiones que alojan el segundo par de patas. El tercer par de patas está situado en concavidades que existen en el segmento metatorácico, muy próximas a la unión del tórax con el abdomen.

Partiendo del metatórax y siguiendo la curvatura del borde lateral existe un profundo surco antemarginal un poco más adentro de la línea de los estigmas. En los primeros cuatro segmentos abdominales se encuentran depresiones triangulares con la base en el borde posterior de los segmentos. Una depresión en forma de cruz deformada se encuentra en el metatórax, terminando sus dos brazos inferiores antes de llegar a las concavidades de las patas posteriores.

Antenas. — De color pardo ocráceo, constan de diez artículos que van engrosando y acortándose hacia el escape; éste mide casi dos veces la altura y ancho del primer artículo y tiene el borde anterior bien reforzado y quitinizado; forma un armazón de color pardo y se proyecta hacia adelante formando dos puntas opuestas que sirven de base a la antena. Esta forma de fijación da a la antena una gran movilidad. Cada artículo antenar muestra en su base un

anillo quitinizado de un matiz más oscuro, como el descrito para el escapo. El último artículo de forma ovoidea, es dos veces más largo que el anterior y presenta varias filas de cerdas, mientras que los demás artículos poseen solamente una fila cada uno. También el escapo presenta cerdas, pero no están dispuestas en fila como en los artículos, sino distribuidas irregularmente.

Pata anterior. (P_1). — Del mismo color que la antena. El coxal es triangular con la base bastante acanalada; todos sus bordes son reforzados y más oscuros, en forma análoga a la estructura de la antena. De la margen anterior nacen dos procesos quitinosos oscuros que sirven de base al trocánter; también éste es triangular y tiene todos sus bordes reforzados, aunque el anterior en menor grado. La base del trocánter se prolonga en dirección a la base alargada del coxal y toda la superficie interior de esta parte está encerrada por una fina membrana, de tal modo que el conjunto de estos bordes prolongados forman un receptáculo donde puede resguardarse la pata encogida. El fémur, con los bordes anterior y posterior reforzados tiene —visto de lado— una forma trapezoidal. La tibia de igual largo que el fémur, algo más delgada y sin mayor quitinización. El tarso es simple, aproximadamente $2/3$ del largo de la tibia; se estrecha hacia su extremidad posterior hasta terminar en una uña fuerte y curvada que en su base es tan ancha como la extremidad del tarso. El largo de la uña es casi igual a la mitad del largo del tarso.

Pata mediana. (P_2). — Es en su estructura igual a la anterior con excepción de la base del coxal que es más alargada. La quitinización en P_2 no es continua como en P_1 , sino interrumpida. En esta pata existe también un refuerzo quitinoso de la base de la tibia.

Pata posterior. (P_3). — Se asemeja más a P_1 y la única diferencia consiste en el mayor reforzamiento de la prolongación basal del coxal.

Toda la superficie de las patas está cubierta con abundantes pelos finos y cortos que cubren todos los artículos menos las partes membranosas.

Respecto de la quitinización de la base de las patas conviene tener presente que existe cierta variabilidad, encontrándose ejemplares con mayor o menor extensión y espesor del refuerzo.

Medidas de la hembra

Largo total (variable)	7.5	mm.
Ancho mayor (variable)	5	»
Largo de la antena	957	μ
Largo de la pata anterior (P ₁)	1727	μ
Largo de la pata mediana (P ₂)	1914	μ
Largo de la pata posterior (P ₃)	2038	μ
Diámetro exterior del tubo ciríparo	12.25	μ
Diámetro interior del mismo.	5.25	μ

Parciales de la medida de las patas en μ

Largos	P ₁	P ₂	P ₃
Coxa.	176	242	242
Trocánter	198	209	220
Fémur.	517	528	528
Tibia.	473	528	575
Tarso	275	308	341
Uña	88	99	132
Totales.	1727	1914	2038

Observaciones biológicas de la hembra. — Mientras el insecto permanece dentro del habitáculo resinoso, da una sola manifestación de vida y consiste en la emisión de un largo y delgado filamento ceroso, blanco, en cuyo extremo libre se observa a menudo una diminuta gotita de un líquido transparente. Esta secreción filiforme sale del ano de la larva y pasa a través de la abertura redonda que existe en la parte posterior del habitáculo, o punta opuesta a la de fijación. Esta misma abertura es la que, según los datos del señor Telmo Moya, facilita la fecundación de la hembra mientras permanece dentro del habitáculo.

La hembra, poco tiempo después de su transformación en adulta, fecundada o no (ambos casos los hemos observado en el laboratorio), empieza a salir de su escondite. Esto sucede después del mes de mayo, por lo menos es lo que hemos observado en el laboratorio. Ahora bien: esta salida es muy posible que se anticipe en la naturaleza, influida por la mayor temperatura que reina en las regiones de desarrollo normal de la cochinilla.

La forma en que este insecto, aparentemente tan grande como su habitáculo, sale de él, es digno de llamar la atención y merece ser explicada. La abertura de salida mide de 1.1 mm. a 1.6 mm. de diámetro. A través de ella tiene que salir el insecto, cuyo ancho, como ya dijimos, es hasta 5.8 mm. El ancho menor es de 4.4 mm. Poseemos tres ejemplares que constituyen una excepción, con un ancho de 3.2 mm. Estos ejemplares se han desarrollado en ramitas desprendidas de la planta ya en abril; de modo que se trata de ejemplares enanos, de crecimiento anormal y por cuya causa no pueden ser tomados en cuenta. Entonces la medida normal oscila entre 4.4 mm. y 5.8 mm. Observamos así entre el diámetro de la abertura y el ancho del animal, diferencias que varían de 3.3 a 4.2 mm., lo que equivale a decir que el insecto es 3 o 4 veces más ancho que el orificio de salida.

Para la hembra de la *N. xerophila* esta evasión debe ser la tarea más laboriosa de su descansada vida. Empieza a salir con el abdomen hacia adelante. Primeramente aparece el orificio anal y mediante esfuerzos sucesivos y pacientes va sacando poco a poco los segmentos unos tras otros. Después de dos o tres horas de observar este mecanismo de liberación apenas si pueden notarse progresos, pues después de un esfuerzo el insecto descansa, para recuperar nuevas fuerzas y reanudar la tarea. Constituye este acto un verdadero alumbramiento.

Todo el cuerpo del animal se alarga considerablemente al pasar por la abertura; los segmentos se estrechan al máximo, quedando completamente vacíos, pero inmediatamente de haber pasado se vuelven a llenar tomando su volumen normal, lo que quiere decir que primero pasa esa parte del exoesqueleto del animal y luego el contenido correspondiente, intestino, etc. Cuando el insecto se encuentra a medio salir (Lám. II - fig. 3), se puede apreciar « de visu » la diferencia de tamaños entre la abertura y el insecto, así como la ruda tarea de liberación.

Una vez fuera de su resinosa prisión la hembra descansa largo tiempo antes de ponerse nuevamente en movimiento y cuando lo hace es para buscar un sitio suficientemente protegido donde desovar. Tales sitios son generalmente las grietas de la corteza, cavidades del tronco y las mismas basuras acumuladas al pie de los árboles. Una vez que la hembra encuentra el escondite apropiado a sus fines, se acomoda en él y no lo abandona más, quedando inmóvil.

La duración del período de peregrinaje de la hembra no nos ha sido posible determinarla por cuanto las condiciones de crianza en el laboratorio han tenido que ser forzosamente anormales; en nuestro caso, el tiempo transcurrido entre la liberación y su inmovilización definitiva ha sido más o menos de 30 días.

Una vez inmovilizado empieza a aparecer sobre todo el cuerpo del insecto una exudación blanda, de consistencia algodonosa que va cubriendo primero la zona media de los segmentos, dejando libre las uniones intersegmentales. Esta vellosidad blanquísima crece poco a poco hasta cubrir por completo al causante del fenómeno y todo queda reducido a un capullo pequeño de finísimo algodón (Lám. III - figs. 1 a 3).

La última demostración de vida que se observa en la hembra es el desove. Ya durante la secreción de su cubierta algodonosa se aminora de tamaño. Los huevos al ser puestos por la hembra quedan envueltos por la sustancia algodonosa, perfectamente protegidos contra el frío y la humedad y el cuerpo de la madre se ha reducido a la 5ª o 6ª parte de su volumen original. Terminado el desove, cesan también las funciones vitales, es decir, que la hembra muere por inanición quedando reducida a una bolsita vacía y seca.

Cada hembra pone un número muy variable de huevos. En nuestro experimento hemos comprobado ejemplares con postura de 30 huevos y otros hasta con 120.

En las condiciones indicadas los huevos pasan el invierno esperando los calores primaverales para reiniciar el ciclo biológico del insecto.

HUEVO

Recién puesto, presenta un hermoso color rosa subido, algo anaranjado, es de forma ovoide, alargado y bien redondeado en sus dos polos; superficie lisa. Después de algunos días el color se torna más pálido hasta transformarse en amarillo desteñido. Ya durante este cambio de color empieza a aparecer en la superficie un finísimo polvo blancuzco parecido a la sustancia que cubre a la hembra muerta; más tarde esta capa de polvo aumenta, cubriendo casi por completo la superficie del huevo. Esta sustancia no desaparece más y queda sobre las cáscaras del huevo después de la eclosión. Unos ocho días antes de nacer la larva el color del huevo cambia de nuevo y oscureciéndose paulatinamente llega a mostrar un color

pardo violáceo, tono que corresponde al que presenta el abdomen de la larva en sus primeros días de vida.

La puesta de los primeros huevos se observó en el laboratorio el 23 de julio de 1931, y las primeras larvas nacieron el 12 de noviembre del mismo año, esto es, después de 110 días, algo más de tres meses y medio.

LARVA

Al nacer mide aproximadamente 1.5 mm. de largo por 1 mm. en su ancho máximo. La cabeza y el tórax muestran un color pardo rojizo algo tirando a violeta; el abdomen y los apéndices son más oscuros y de un matiz violáceo. Presenta la misma segmentación que la hembra adulta, ofreciendo bastante semejanza con ella en toda su estructura, salvo las patas que, aunque semejantes, son, en proporción del animal, mucho mayores, y las antenas que difieren por su articulado.

La antena consta del escapo y cinco artículos; el escapo es más corto que ancho, siendo el ancho aproximadamente el doble del de los demás artículos. El primer artículo tres veces más largo que el segundo. Los artículos 2º, 3º y 4º de iguales dimensiones entre sí; el 5º o terminal es algo más largo que los tres anteriores juntos, engrosa algo hacia su extremidad libre y termina en una punta redondeada. Toda la superficie antenar está cubierta de pelos regularmente distribuidos.

La pata anterior (P_1) es algo más corta que P_2 y P_3 , aunque esta diferencia es insignificante. Coxal y trocánter bien definidos; el fémur doble grueso que la tibia y tan largo como el tarso con la uña. La tibia tan larga como el tarso menos la uña. La uña bien desarrollada y fuerte.

La pata mediana en sus proporciones igual a la anterior menos la tibia que es un poco más larga.

La pata posterior se diferencia de la mediana por tener la tibia algo más larga todavía.

Los tres pares de patas están cubiertos con pelos cortos y finos.

Un surco bastante pronunciado corre marginalmente cerca del borde exterior, empieza con el protórax y termina en la abertura anal. Esta es redonda, de contornos irregulares. Alrededor de la misma existe una fila algo asimétrica de pelos pequeños implantados en un plaquita quitinosa circular. Fuera de esta serie de

pelos existen a cada lado dos pelos muy largos y cuya placa quitinosa basal es aún más reforzada que en los anteriores. En el borde del orificio existen, además, 6 pelos fuertes de un largo intermedio.

Medidas de la larva recién nacida

Largo total	1.5 mm.
Largo de la antena	308 μ
Abertura del orificio anal	33 μ
Largo de la pata anterior (P ₁)	594 μ
» » » » mediana (P ₂)	726 μ
» » » » posterior (P ₃)	377 μ

Parciales de la medida de las patas en μ

	P ₁	P ₂	P ₃
Coxa	55	77	77
Trocánter	66	77	55
Fémur	154	176	187
Tibia	154	198	209
Tarso	121	154	165
Uña	44	44	44
Total	594	726	737

Observaciones biológicas de la larva.—Después de la eclosión la larvita empieza a caminar en todas direcciones buscando un sitio adecuado para fijarse definitivamente.

En el laboratorio hemos observado que en general las larvas que se prendieron lo hacen después de varios días de peregrinación por la planta. Otras muchas no se quedaron en ella, la abandonaron, perdiéndose. De 100 larvas que pusimos sobre un pequeño arbolito de *Acacia farnesiana*, sólo 6 quedaron fijadas definitivamente, notándose luego, un desarrollo sumamente lento.

El primer signo de vida que el insecto da una vez prendido demostrando que empieza a alimentarse, es la producción del largo y finísimo caño blanco formado por exudaciones cerosas, que ya tuvimos oportunidad de observar en la hembra mientras permanece dentro del habitáculo. Este cañito crece continuamente, y como en la hembra, se observa también la gotita diminuta de líquido cris-

talino ya mencionado. Cuando esta gotita alcanza cierto tamaño cae al suelo, generándose en seguida otra nueva. El cañito blanco se rompe a menudo, sin que ello signifique ningún daño para el animal, que lo renueva siempre.

Al cabo de una semana más o menos se notan las primeras secreciones de laca que al principio cubren al insecto en su parte ventral y después dorsalmente. A las 8 semanas se nota ya formado el habitáculo, y aunque muy pequeño, guarda la forma general, piriforme u ovóidea.

No nos ha sido posible observar el proceso de formación del habitáculo. Además, las condiciones inadecuadas de la crianza y la diferencia de clima con el de la región donde esta especie se desarrolla normalmente, nos ha impedido acumular una serie de observaciones necesarias para completar el ciclo biológico del insecto; de manera que no podemos atribuir mayor valor a la duración de los distintos períodos de evolución cumplidos en cautiverio.

NINFA

La ninfa, del mismo color de la hembra adulta, tiene aproximadamente las dimensiones de ésta. Obsérvanse en ella los tres pares de patas; las antenas muy cerca de los ocelos; el aparato bucal ya atrofiado; diez estigmas, y como característica una placa anal redonda, muy quitinizada.

La segmentación es análoga a la de la hembra, pero con las depresiones triangulares apenas visibles.

Las patas tienen tanta semejanza entre sí que no es necesaria una descripción de cada una por separado; las únicas diferencias consisten en el grado de desarrollo del trocánter; éste existe en forma completa en la pata posterior, ostentando la quitinización y los procesos correspondientes que muestra la hembra. En la pata anterior el trocánter casi no se ve, está muy poco marcado. En la pata mediana ya se le puede distinguir más fácilmente, consiste en una membrana ya reforzada. El coxal es muy estrecho y formado por un artículo completo de ancho variable en distintos ejemplares. El fémur es el artículo más desarrollado y mayor; a éste sigue la tibia ya mucho más corta y de un espesor menor. Igualmente decreciendo en espesor, cónico hacia afuera, sigue el tarso, en cuyo extremo se encuentra una uña relativamente pequeña, implantada sobre una base muy gruesa. Esta uña no siempre está desarrollada y disponemos de ejemplares que muestran únicamente la base ya descrita.

La antena consta, además, del escape, de siete artejos, todos más anchos que altos, con excepción del terminal. El artículo más ancho es el escape, pero su altura, sin contar un proceso lateral que posee, es de una tercera parte de la del primer artículo; el segundo es algo más corto que el primero; el tercero aproximadamente la mitad del anterior; el 4º y 5º de igual largo que el 2º; el 6º un poco más corto que el precedente. El último termina en forma de cúpula bien redondeada. Todos los artículos están unidos entre sí por membranas delgadas que contrastan notablemente con los anillos bien quitinizados. En cada uno de éstos se levantan en el borde superior, delgados pelos dispuestos en una sola fila. El artículo basal posee, además, pelos repartidos irregularmente. En el artículo 7º existen varias hileras de pelos.

Muy cerca de la base de las antenas y formando una línea recta con éstas están colocados los ocelos, uno a cada lado.

Los estigmas bien marcados y la superficie de la piel alrededor de ellos está reforzada con quitina.

Cerca del plano de la superficie y en el interior del embudo hasta la verdadera desembocadura del ramal de la correspondiente tráquea existen numerosos pelos cortos, irregularmente distribuídos y alternando con ellos se observan numerosos poros.

La placa anal es casi circular y su diámetro igual a un tercio del ancho total de la ninfa. Está reforzada con quitina y su color es casi negro; de superficie algo convexa, de aspecto un poco rugoso y completamente cubierta de cortísimos pelos. En el centro de esta placa se encuentra una depresión donde está situada la abertura anal, circular.

Toda la superficie del cuerpo de la ninfa, lo mismo que en la larva y la hembra, está cubierta con numerosos pelos cortos, y en forma irregular están distribuídos entre ellos los poros ciríparos, de forma circular con sus bordes reforzados y anchos.

El aparato bucal ya generado no tiene función alguna; consta exteriormente de dos artejos; el basal es muy ancho y tiene sus bordes anterior y posterior reforzados; del anterior salen dos procesos sobre los cuales se basa el 2º artejo. Este tiene forma de un cono bastante alargado, bipartido en su extremidad y abierto hacia atrás. Todos los bordes libres de esta vaina están quitinizados; cerca de la punta presenta seis largos pelos y en su interior se observan todavía restos rudimentarios de palpos, labios y labros.

Medidas de la ninfa

Largo total (variable)	7.5 mm.
Largo de la pata anterior (P ₁)	341 μ
Largo de la pata mediana (P ₂)	385 μ
Largo de la pata posterior (P ₃)	385 μ
Largo del aparato bucal.	363 μ
Largo de la antena.	165 μ
Abertura de los poros ciríparos	330 μ

HABITACULO

El escudete, folículo o habitáculo que encierra al insecto durante casi toda su vida, es piriforme u ovóideo y construído con una sustancia idéntica a la que produce la *Tachardia lacca* de la India y que conocemos con el nombre de «goma laca», de uso corriente. La superficie es granulosa, lo que indica que la secreción que sirve para formar el habitáculo no se produce paulatina y continuamente, sino que va depositándose a intervalos.

El tamaño varía de 6 a 8 mm. de largo por 4 a 6 de ancho o diámetro. Es de color pardo oscuro, a veces con tono verdoso o negruzco en la base y casi anaranjado hacia la abertura externa.

Con raras excepciones, los habitáculos son fijados en la confluencia de las ramas o en la base de las espinas; unas veces aglomerados formando masas de aspecto resinoso y otras aislados.

LA COCHINILLA *NEOCOELOSTOMA XEROPHILA* HEMP.

PRODUCTORA DE «LACA»

Por R. BAZAN Y P. KÖLER

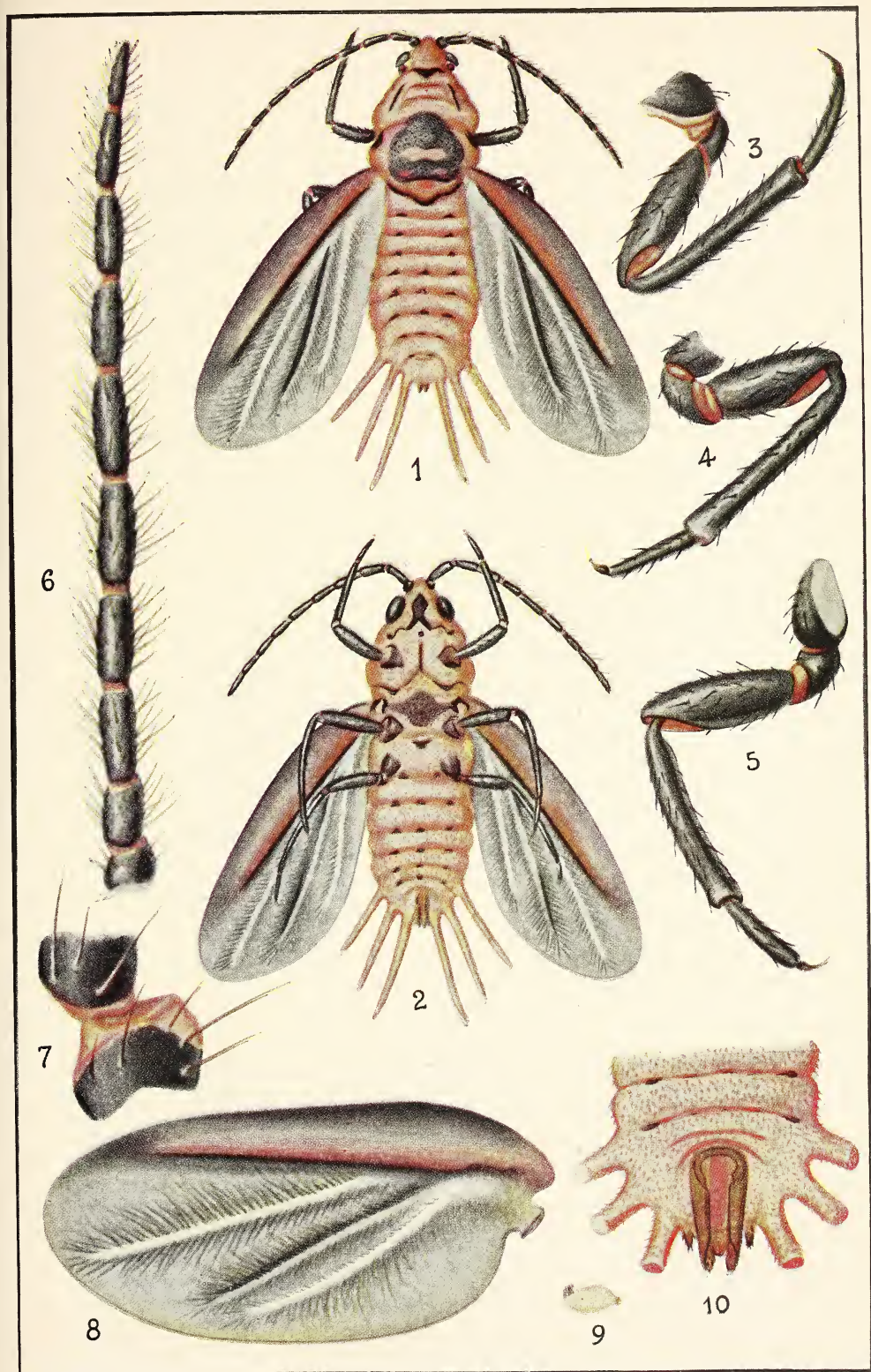
LÁMINAS

LÁMINA I

Neocoelostoma xerophila HEMP.

Macho

1. - Vista dorsal; aum. 6 ×.
2. - Vista ventral; aum. 6 ×.
3. - Pata anterior (P₁); aum. 35 ×.
4. - Pata mediana (P₂); aum. 35 ×.
5. - Pata posterior (P₃); aum. 35 ×.
6. - Antena; aum. 35 ×.
7. - Base de la antena; aum. 75 ×.
8. - Ala anterior; aum. 20 ×.
9. - Ala posterior; aum. 20 ×.
10. - Abdomen, vista ventral; aum. 15 ×.



J. Stalleng. pinsit.

Palumbo, excud.

Neocoelostoma xerophila HEMP. (Macho)

LÁMINA II

Neocoelostoma xerophila HEMP.

Hembra

1. - Vista dorsal; aum. 4,5 ×.
2. - Vista ventral; aum. 4,5 ×.
3. - Hembra saliendo del escudete; aum. 4 ×.
4. - Escudete habitado, mostrando la exudación anal cerosa; aum. 4 ×.
5. - Escudete abandonado; aum. 4 ×.
6. - Antena; aum. 48 ×.
7. - Pata anterior (P₁); aum. 40 ×.
8. - Pata mediana (P₂); aum. 44 ×.
9. - Pata posterior (P₃); aum. 44 ×.
10. - Ramita de *Acacia farnesiana* con los escudetes; tamaño natural.



J. Stalleng, pinxit.

Palumbo, excud.

Neocoelostoma xerophila HEMP. (Hembra)

LÁMINA III

Neocoelostoma xerophila HEMP.

Hembra.

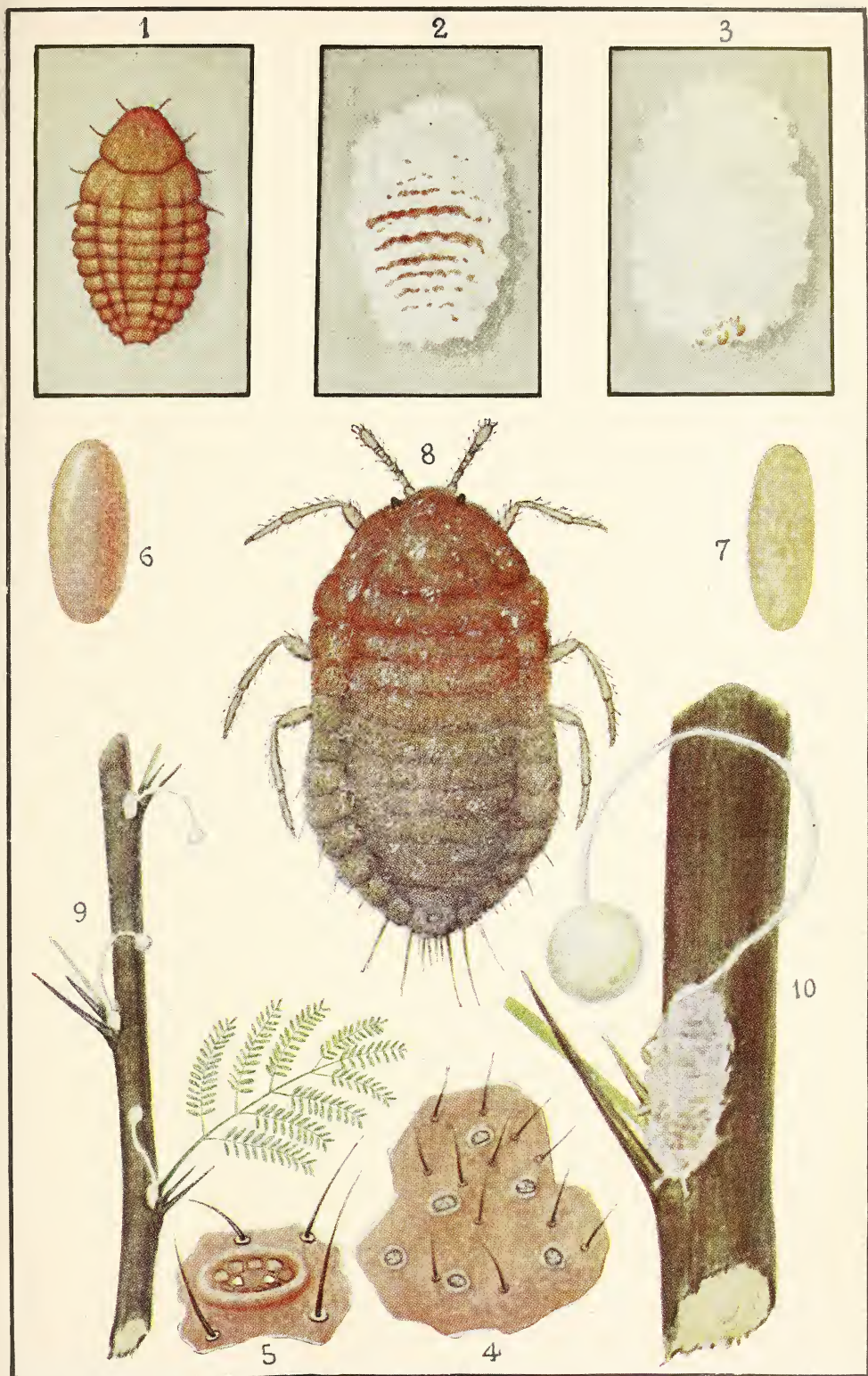
1. - Antes de desovar; aum. 4,5 ×.
2. - Cubriéndose con su secreción cerosa; aum. 4,5 ×.
3. - Después del desove; aum. 4,5 ×.
4. - Poros ceríparos cutáneos; aum. 300 ×.
5. - Un poro ceríparo más aumentado; aum. 1200 ×.

Huevo.

6. - Una semana después de ser puesto; aum. 15 ×.
7. - Después de dos meses; aum. 15 ×.

Larva.

8. - Recién nacida; aum. 44 ×.
9. - Recién fijada sobre una ramita; tamaño natural.
10. - La misma aumentada; aum. 20 ×.



J. Stallerg, pinxit.

Palumbo, excud.

Neocoelostoma xerophila HEMP. (Hembra, huevo, larva)

LÁMINA IV

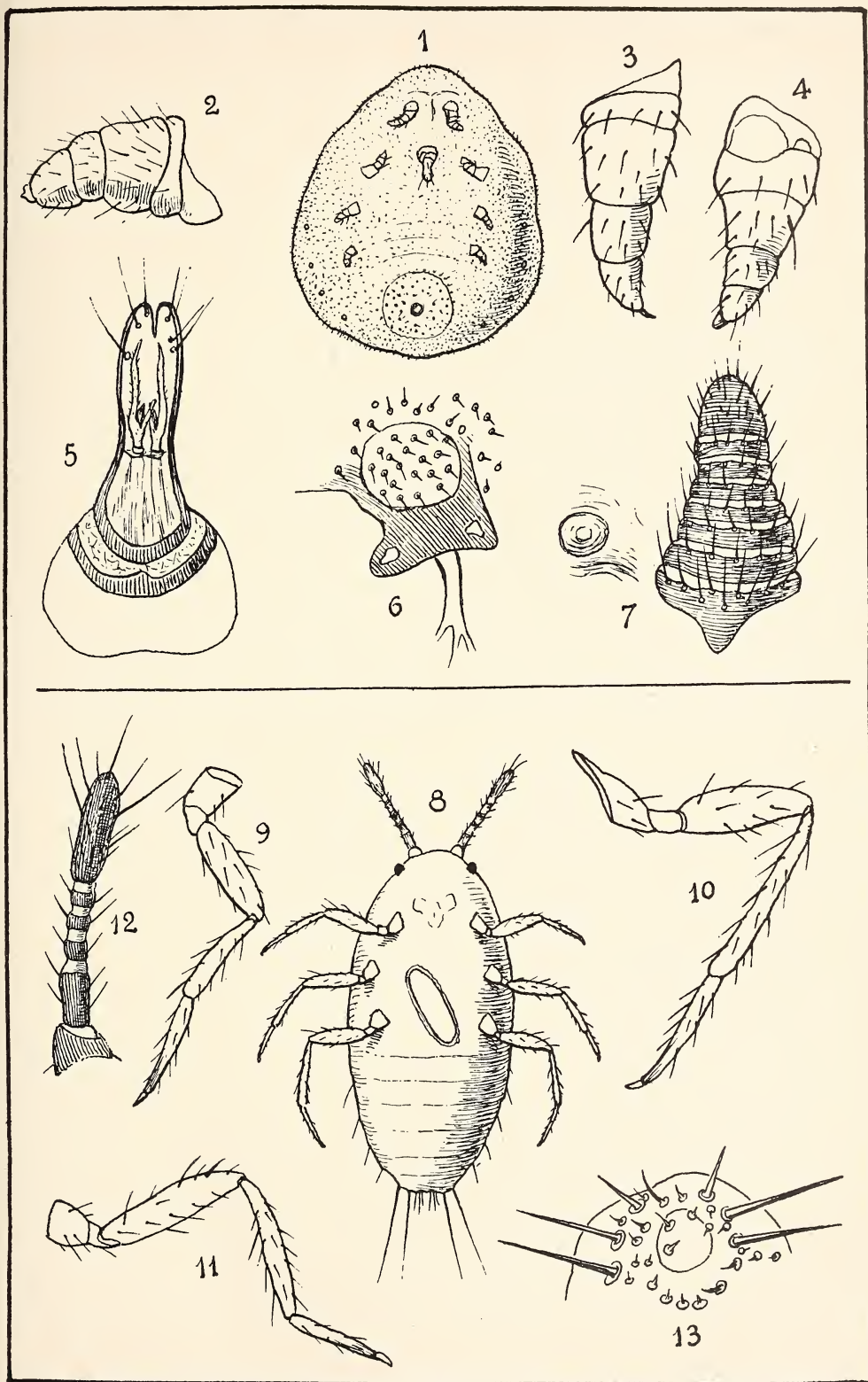
Neocoelostoma xerophila HEMP.

Ninfa.

1. - Vista ventral; aum. 6 ×.
2. - Pata anterior (P₁); aum. 73 ×.
3. - Pata mediana (P₂); aum. 88 ×.
4. - Pata posterior (P₃); aum. 73 ×.
5. - Aparato bucal, degenerado; aum. 135 ×.
6. - Poro ceríparo; aum. 100 ×.
7. - Antena y ocelo; aum. 130 ×.

Larva.

8. - Vista ventral; aum. 34 ×.
9. - Pata anterior (P₁); aum. 100 ×.
10. - Pata mediana (P₂); aum. 110 ×.
11. - Pata posterior (P₃); aum. 100 ×.
12. - Antena; aum. 125 ×.
13. - Orificio anal; aum. 245 ×.



J. Stalleng *delineavit*

Palumbo, excud.

Neocoelostoma xerophila HEMP. (Ninfa y larva)

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA MÚSICA

Por A. E. SAGASTUME BERRA

(Continuación *)

CAPÍTULO III

EL PROBLEMA DE LA ATEMPERACIÓN

21. — Con el estudio que hemos hecho del conjunto $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ ya estamos en condiciones de realizar ahora el paso ulterior que anunciamos en el § 14, y cuya necesidad hemos puesto de manifiesto en las reflexiones hechas en el § 13. Hasta ahora hemos construído, en forma que nos parece natural y lógica, un conjunto de frecuencias o notas, $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$; pero este conjunto es infinito, y ya hemos visto que debemos adoptar un conjunto *finito* de notas para tener una escala apta para ser utilizada prácticamente.

Se trata de estudiar, pues, el procedimiento más conveniente para limitar, en alguna forma, el número de notas de nuestra $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$: a este procedimiento lo llamaremos la *atemperación*. Entendemos, pues, por *atemperación* de una gama, en el sentido abstracto que venimos dando a los conceptos musicales, *un proceso que nos permita elegir, entre las frecuencias que componen una $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, un número finito de ellas, para así obtener la gama (que llamaremos, para diferenciarla, gama atemperada) apta para ser utilizada musicalmente.*

La única restricción que imponemos, como se ve, al proceso de la atemperación, consiste en que las notas resultantes sean « aptas para ser utilizadas musicalmente »; expresión ésta un tanto vaga, sobre todo desde el punto de vista abstracto. Tocamos aquí una de las fronteras entre ciencia y arte a que nos referíamos en la Introducción; y forzoso es que nos veamos compelidos en este punto a utili-

* Ver T. CXXIII, Entregas I y II.

zar criterios y medios musicales más bien que matemáticos. Procuraremos, sin embargo, fijar y precisar en lo posible las ideas; y para ello, lo primero que haremos será estudiar varios casos concretos, conocidos ya, para pasar luego a la generalización de conceptos necesaria para nuestro estudio.

En los ejemplos que seguirán a continuación, y valga esta advertencia para el resto de este trabajo, cuando nos sea necesario nombrar las notas, lo haremos dando, además del nombre, y entre paréntesis, una indicación de la gama a que pertenecen, por ejemplo: *do* (*Pit.*), el *do* pitagórico; *do* (*Tol.*), el *do* de Tolomeo; etc. La notación es análoga a la que usan los naturalistas en sus clasificaciones zoológicas y botánicas, y obedece a razones análogas, esto es, que estos sonidos varían, en general, de una a otra gama, y es menester en consecuencia distinguirlos cuidadosamente, so pena de caer en lamentables confusiones.

22. — Comenzaremos por un ejemplo clásico, de una gama unidimensional, en la que por consiguiente r , el número de armónicos generadores (excluido el armónico 2) es igual a 1, y p_1 tiene el mínimo valor posible, a saber $p_1 = 3$. Se trata, pues, de la Γ^3 .

Las notas $\gamma_{n_1}^3$ de esta gama tendrán por expresión

$$\gamma_{n_1}^3 = F(n_1 \pi_1)$$

donde, según la ecuación [3] del capítulo anterior,

$$\pi_1 = \log_2 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = 1,58496.$$

Por consiguiente, será

$$\gamma_{n_1}^3 = F(1,58496 n_1)$$

y calculando sucesivamente los valores en esta fórmula se obtiene la siguiente tabla:

n_1	$\gamma_{n_1}^3$	n_1	$\gamma_{n_1}^3$	n_1	$\gamma_{n_1}^3$
0	0,00000	6	0,50977	12	0,01955
1	0,58496	7	0,09474	13	0,60451
2	0,16992	8	0,67970	14	0,18947
3	0,75489	9	0,26466	15	0,77444
4	0,33985	10	0,84962		
5	0,92481	11	0,43459		

Naturalmente, como ya se dijo en el § 14, las frecuencias $\gamma_{n_1}^3$ de esta tabla están medidas en ω (octavas).

Con respecto a la atemperación, se presentan aquí varias posibilidades. Claro es que a partir de la nota γ_0^3 (o de cualquier otra de la Γ^3 , ya que la altura absoluta no interesa) conviene tomar para nuestra gama atemperada, otras notas lo más afines o próximas posibles, y naturalmente las más afines son las que tienen números de orden más bajos. De aquí que convenga tomar en este caso todas las notas a partir de γ_0^3 hasta una cierta $\gamma_{n_1}^3$. El problema está entonces en fijar un criterio que nos permita obtener el índice n_1 .

El criterio adoptado, y que es en realidad muy plausible, consiste en cerrar con las notas γ_0^3 a $\gamma_{n_1}^3$ una especie de ciclo (que en este caso los músicos llaman *ciclo de quintas*) de tal modo que la primera nota excluida, $\gamma_{n_1+1}^3$ venga a reemplazar después del ciclo a la fundamental γ_0^3 . Claro es que el ideal sería que el ciclo se cerrara efectivamente, es decir, que $\gamma_{n_1+1}^3$ diera nuevamente la nota γ_0^3 ; pero sabemos que esto no es posible (§ 15). Sin embargo, existen, por el teorema del § 16 y siguientes, valores n_1 tales que $\gamma_{n_1+1}^3$ difiere tan poco como se quiera de 0. El adoptar uno de esos valores es, pues, cuestión de la « precisión », por así decir, que se quiera dar a la gama. La diferencia $\gamma_{n_1+1}^3 - \gamma_0^3 = \gamma_{n_1+1}^3$, o bien $1 - \gamma_{n_1+1}^3$ según cuál de las dos resulte menor, es una medida de esa « precisión » y es lo que se llama la *coma*. El hecho de adoptar, no el valor de $\gamma_{n_1+1}^3 - \gamma_0^3$, sino el mínimo de los dos números $\gamma_{n_1+1}^3$, $1 - \gamma_{n_1+1}^3$ en esta definición, corresponde al hecho de que la $\gamma_{n_1+1}^3$ puede aproximarse, o bien por exceso a la nota fundamental, o bien por defecto a su octava, cuya altura tiene la medida 1.

Por otra parte, la « precisión » está limitada por razones prácticas, pues el número de notas de la gama atemperada no puede pasar un límite razonable, y este límite sería sin duda sobrepasado si impusiéramos una pequeñez excesiva a la coma.

Haciendo uso de una representación gráfica se aclarará lo que hemos dicho. Para eso podemos representar en un eje de abscisas los valores 0, 1, 2, ... del índice n_1 , y tomar en cada uno de esos puntos, como ordenada, el valor correspondiente de $\gamma_{n_1}^3$; así por ejemplo, la ordenada correspondiente al punto $n_1 = 0$ es $\gamma_0^3 = 0$, la de $n_1 = 2$ es $\gamma_2^3 = 0,16992$, etc. Se obtienen así los puntos representados en la figura 4. En esta figura se han trazado, además, algunas de las líneas rectas sobre las cuales se disponen los puntos representativos, y que pueden servir de guía para hallar rápidamente

te algunas propiedades que nos interesan. Así por ejemplo, se ve que para $n_1 + 1 = 5$, el punto representativo está muy cercano al valor límite 1; y en efecto, si cerramos allí el ciclo, tenemos un error o *coma* que vale

$$1 - \gamma_5^3 = 1 - 0,92481 = 0,07519 \omega.$$

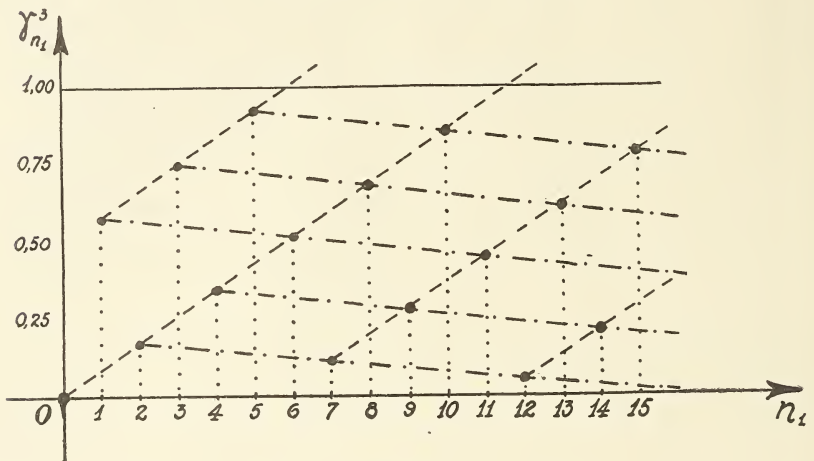


Fig. 4

Tendríamos así una gama cuyas notas, dispuestas por orden creciente del índice, son $\gamma_0^3, \gamma_1^3, \gamma_2^3, \gamma_3^3, \gamma_4^3$. Como el intervalo entre γ_0^3 y γ_1^3 , o sea $0,58496 \omega$, es lo que se llama una quinta (χ), tendríamos así un ciclo de cuatro quintas, de modo que, llamando por ej. *fa* a la nota fundamental, las notas de nuestra gama serían:

$$\gamma_0^3 = fa \quad ; \quad \gamma_1^3 = do \quad ; \quad \gamma_2^3 = sol \quad ; \quad \gamma_3^3 = re \quad ; \quad \gamma_4^3 = la$$

o, dispuestas en orden creciente:

$$\gamma_0^3 = fa \quad ; \quad \gamma_2^3 = sol \quad ; \quad \gamma_4^3 = la \quad ; \quad \gamma_1^3 = do \quad ; \quad \gamma_3^3 = re$$

que a su vez, si utilizamos el do y el re de la octava inferior, se transforma en: do-re-fa-sol-la, que no es sino la gama pentatónica o de cinco notas, utilizada por la música primitiva asiria, china, griega (gama de Terpandro), incaica, celta, y en general por todos los pueblos primitivos. De ahí que llamemos a esta gama (atemperada) la *gama primitiva*, y abreviaremos (*prim.*).

eje de abscisas. Prescindiendo, por un momento, de la representación por medio de abscisas y ordenadas, consideremos solo el eje de abscisas, y sobre él los puntos de coordenadas enteras y no negativas, $n_1 = 0, 1, 2, 3, \dots$. A cada uno de esos puntos podemos coordinarle la nota correspondiente $\gamma_0^3, \gamma_1^3, \gamma_2^3, \gamma_3^3, \dots$ y en esta forma la Γ^3 está representada por la sucesión infinita de estos puntos equidistantes. Al atemperar la gama, venimos a tomar un segmento del eje, el segmento $(0, n_1)$, que contiene a todos los puntos de la gama atemperada. Hay, pues, una correspondencia biunívoca entre las distintas gamas atemperadas y los segmentos, y en consecuencia podemos individualizar cada gama atemperada por medio del segmento que le corresponde. Así, la gama primitiva se puede indicar con $\Gamma^3_{(0, 4)}$ la gama de Pitágoras con $\Gamma^3_{(0, 11)}$ y la de Mersenne, de 53 notas, con $\Gamma^3_{(0, 52)}$.

Si tomamos ahora dos notas cualesquiera γ_n^3, γ_m^3 , suponiendo por ejemplo $m \geq n$, ellas determinan un intervalo cuya medida es $\gamma_m^3 - \gamma_n^3$, que puede ser negativo, pues γ_m^3 puede tener una altura inferior a la γ_n^3 (por ej., en la figura 4, esto sucede para $n = 3, m = 6$). Como γ_m^3 es equivalente, como ya dijimos (§ 20) a $\gamma_m^3 + 1$, que es su octava, no hay inconveniente en considerar, en lugar del intervalo negativo $\gamma_m^3 - \gamma_n^3$ (si tal resultara), el intervalo positivo equivalente $1 + \gamma_m^3 - \gamma_n^3 = 1 - (\gamma_n^3 - \gamma_m^3)$. Esto tiene la ventaja siguiente: si efectuamos una traslación, por ejemplo de una unidad en el sentido positivo, del segmento (n, m) determinado por los puntos representativos, se tendrán los puntos $(n+1, m+1)$, y

$$\begin{aligned} \gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 &= F((m+1)\pi_1) - F((n+1)\pi_1) = F(m\pi_1) + F(\pi_1) - \\ &- \theta(m\pi_1, \pi_1) - F(n\pi_1) - F(\pi_1) + \theta(n\pi_1, \pi_1) = \gamma_m^3 - \gamma_n^3 - \\ &- \theta(m\pi_1, \pi_1) + \theta(n\pi_1, \pi_1), \end{aligned}$$

habiendo utilizado el Lema I del § 16.

En esta fórmula pueden presentarse varios casos:

a) $\theta(m\pi_1, \pi_1) = \theta(n\pi_1, \pi_1)$. Entonces $\gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 = \gamma_m^3 - \gamma_n^3$ y $1 - (\gamma_{n+1}^3 - \gamma_{m+1}^3) = 1 - (\gamma_n^3 - \gamma_m^3)$, de modo que, ya sea $\gamma_m^3 - \gamma_n^3$ negativo o no, el intervalo entre estas notas es igual al de las notas $\gamma_{n+1}^3, \gamma_{m+1}^3$.

b) $\theta(m\pi_1, \pi_1) = 0, \theta(n\pi_1, \pi_1) = 1$. Entonces $\gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 = 1 + \gamma_m^3 - \gamma_n^3$, de modo que $\gamma_m^3 - \gamma_n^3$ debe ser negativo, pues de lo

contrario $\gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3$, sería mayor que 1, lo que es absurdo. Entonces el segundo miembro, por supuesto positivo, mide el intervalo entre γ_n^3 y γ_m^3 , y el primero el de γ_{n+1}^3 , γ_{m+1}^3 y ellos son por lo tanto iguales.

c) $\theta(m\pi_1, \pi_1) = 1$, $\theta(n\pi_1, \pi_1) = 0$. Entonces $\gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 = \gamma_m^3 - \gamma_n^3 - 1$, ó $1 + \gamma_{m+1}^3 - \gamma_{n+1}^3 = \gamma_m^3 - \gamma_n^3$, y el razonamiento b) puede aplicarse permutando los papeles de n , m , con $n+1$, $m+1$ respectivamente. Ambos intervalos son nuevamente iguales.

El caso a) ocurre, por ejemplo, para $n=4$, $m=7$ [donde $\theta(n\pi_1, \pi_1) = \theta(m\pi_1, \pi_1) = 0$], o para $n=5$, $m=13$ [donde $\theta(n\pi_1, \pi_1) = \theta(m\pi_1, \pi_1) = 1$]; el b), para $n=4$, $m=8$; el c), para $n=5$, $m=9$. La figura 4 hace claros todos estos razonamientos.

Trasladando sucesivamente el segmento (n, m) varias unidades, ya sea en sentido positivo o negativo, como en cada traslación unitaria no varía el intervalo (γ_n^3, γ_m^3) , tampoco variará en la traslación total. Es decir, que: *por una traslación arbitraria (de un número entero de unidades) en la dirección del eje, no se alteran los intervalos.*

Lo que caracteriza la Γ^3 , y toda gama atemperada que derive de ella, como la de Pitágoras, $\Gamma^3_{(0,11)}$, es la existencia del armónico 3. Por consiguiente, si tomamos una nota, por ejemplo la fundamental γ_0^3 , y le agregamos la siguiente, γ_1^3 , que representa precisamente su tercer armónico, el conjunto de estas dos notas forma un *acorde* que es característico de esta gama, que puede servir para individualizarla, cualquiera sea la atemperación adoptada. Lo podemos llamar *acorde tonal* o *perfecto*, y colocarlo, con justa razón, en la base de toda teoría armónica (en el sentido que los músicos dan a la *armonía*), referente a la Γ^3 . Como al trasladar el segmento $(0, 1)$ los intervalos, como acabamos de ver, no varían, podremos formar acordes perfectos con dos notas inmediatas cualesquiera, $\gamma_n^3, \gamma_{n+1}^3$. Así por ejemplo, la $\Gamma^3_{(0,11)}$ de Pitágoras, contiene los acordes perfectos siguientes:

fa-do; do-sol; sol-re; re-la; la-mi; mi-si; si-fa #; fa #-do #; do #-sol #; sol #-re #; re #-la #.

Del teorema demostrado respecto a la invariancia de los intervalos por traslación resulta también otra consecuencia, a saber: *en una gama atemperada $\Gamma^3_{(0, n)}$, la coma es el mínimo de los intervalos en-*

tre la nota $\gamma_{n_1+1}^3$ y todas las de la gama, es decir, todas las γ_m^3 con $0 \leq m \leq n_1$.

En efecto, hemos definido la coma como el intervalo $(\gamma_0^3, \gamma_{n_1+1}^3)$. Si hubiera un intervalo menor que la coma, formado entre una γ_m^3 con $0 < m \leq n_1$ y $\gamma_{n_1+1}^3$, trasladando el segmento $(m, n_1 + 1)$ hasta hacer coincidir su extremo inferior con el origen, es decir, en m unidades, lo tendríamos en la posición $(0, n_1 - m + 1)$, no habiendo variado el intervalo en virtud del teorema; pero entonces el intervalo $(\gamma_0^3, \gamma_{n_1-m+1}^3)$ sería, por hipótesis, menor que el $(\gamma_0^3, \gamma_{n_1+1}^3)$, y no tendríamos ventaja alguna haber tomado $n_1 + 1$ notas en la atemperación, cuando al tomar solo $n_1 - m + 1$ la coma disminuiría.

Otra circunstancia importante que implícitamente se ha tenido en cuenta en la atemperación, es la *regularidad* de los intervalos en que queda dividida la octava. Ordenemos, en efecto, por orden creciente de magnitudes, las notas de las gamas atemperadas $\Gamma_{(0, n_1)}^3$, limitándonos, por brevedad, a los casos $n_1 = 4$ y $n_1 = 11$ (gamas primitiva y de Pitágoras, respectivamente) y calculemos los intervalos sucesivos. Tendremos así los siguientes cuadros:

<i>Gama primitiva</i>		<i>Gama de Pitágoras</i>			
Notas	Intervalos	Notas	Intervalos	Notas	Intervalos
0,00000					0,07519
	0,16992	0,00000		0,58496	
0,16992			0,09474		0,09474
	0,16993	0,09474		0,67970	
0,33985			0,07518		0,07519
	0,24511	0,16992		0,75489	
0,58496			0,09474		0,09473
	0,16993	0,26466		0,84962	
0,75489			0,07519		0,07519
	0,24511	0,33985		0,92481	
1,00000			0,09474		0,07519
		0,43459		1,00000	
			0,07518		—
		0,50977		—	

En ambos casos, la octava ha quedado dividida en intervalos de dos magnitudes distintas. Ahora bien: una vez admitida la coma como límite de error tolerable, puede considerarse en ambos casos

que todos los intervalos, dentro de esa tolerancia, son *iguales*. En efecto:

$$0,16992 + \text{coma (prim.)} = 0,16992 + 0,07519 = 0,24511$$

$$0,07519 + \text{coma (Pit.)} = 0,07519 + 0,01955 = 0,09474 .$$

Los dos intervalos 0,16992 y 0,24511 de la $\Gamma^3_{(0,4)}$ son, pues, iguales salvo un error de una coma, y otro tanto ocurre con los intervalos 0,07519 y 0,09474 de la $\Gamma^3_{(0,11)}$ (las pequeñas diferencias en la quinta cifra decimal provienen, como ya dijimos en el final del § 10, de que los valores son aproximados, pero no de un verdadero error en las notas mismas, representadas por esos valores).

Las dos gamas $\Gamma^3_{(0,4)}$ y $\Gamma^3_{(0,11)}$ presentan, pues, la misma regularidad, pues ambas dan una división uniforme (dentro de los errores admitidos en cada caso) de la octava, en intervalos iguales; pero la $\Gamma^3_{(0,11)}$ de Pitágoras, aparte de ser más rica, posee una coma considerablemente más pequeña, y de ahí su superioridad sobre la otra.

En general, en la tabla de las notas de una gama atemperada, dispuestas por orden de magnitud creciente, los intervalos sucesivos no son sino las *diferencias primeras* de estas notas (diferencias entre dos notas consecutivas). Si formamos las *diferencias segundas*, o sea las diferencias de las diferencias (una vez corregidas las diferencias primeras en una coma, en más o en menos, según haya lugar), el *número* de las primeras y la *magnitud* de las segundas nos dan dos índices para juzgar de la regularidad de la gama atemperada, ya que es evidente que cuanto mayores sean dichos número y magnitudes, tanto menor será la regularidad. Por ejemplo, según lo que acabamos de ver, en las dos gamas $\Gamma^3_{(0,4)}$ y $\Gamma^3_{(0,11)}$, el número de diferencias primeras es 1, y la magnitud de las diferencias segundas es 0, condiciones óptimas en cuanto a regularidad.

En resumen: de la exposición de la Γ^3 y su atemperación, hemos obtenido tres criterios para juzgar la bondad de una gama atemperada, a saber: en primer término, la *coma*, límite del error admisible; en segundo lugar, el número N de notas; en tercero, el *número* de las diferencias primeras entre las notas, y la *magnitud* de las diferencias segundas (una vez corregidas las primeras) que miden la regularidad de la gama.

No sería difícil idear con estos elementos alguna expresión matemática que nos permitiera medir por un número la bondad de una gama; pero no nos es necesaria tal medida. Solo adoptaremos

las notaciones: ε para la coma, N para el número de notas, ν para el número de diferencias primeras, y Δ^2 para las diferencias segundas (que colocaremos unas a continuación de otras, entre paréntesis). Así por ej.:

$$\text{En } \Gamma^3_{(0,4)}: \varepsilon = 0,07519 \quad ; \quad N = 5 \quad ; \quad \nu = 1 \quad ; \quad \Delta^2 = (0)$$

$$\text{En } \Gamma^3_{(0,11)}: \varepsilon = 0,01955 \quad ; \quad N = 12 \quad ; \quad \nu = 1 \quad ; \quad \Delta^2 = (0).$$

24. — Pasemos a otro caso, algo más complejo. Tomemos ahora $r = 2$, $p_1 = 3$, $p_2 = 5$. Esta $\Gamma^{3,5}$ consta de las notas

$$\gamma_{n_1, n_2}^{3,5} = F(\pi_1 n_1 + \pi_2 n_2)$$

donde

$$\pi_1 = \log_2 3 = 1,58496$$

$$\pi_2 = \log_2 5 = 2,32193$$

y por consiguiente

$$\gamma_{n_1, n_2}^{3,5} = F(1,58496 n_1 + 2,32193 n_2).$$

Siendo ésta una gama bidimensional, y dos los índices variables, sus notas podrán disponerse en un cuadro a doble entrada, así:

$n_2 \downarrow n_1 \rightarrow$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,00000	0,58496	0,16992	0,75489	0,33985	0,92481	0,50977	0,09474
1	0,32193	0,90689	0,49185	0,07682	0,66178	0,24674	0,83170	0,41667
2	0,64386	0,22882	0,81378	0,39875	0,98371	0,56867	0,15363	0,73860
3	0,96578	0,55074	0,13570	0,72067	0,30563	0,89059	0,47555	0,06052
4	0,28771	0,87267	0,45763	0,04260	0,62756	0,21252	0,79748	0,38245
5	0,60964	0,19460	0,77956	0,36453	0,94949	0,53445	0,11941	0,70438
6	0,93157	0,51653	0,10149	0,68646	0,27142	0,85638	0,44134	0,02631
7	0,25350	0,83846	0,42342	0,00839	0,59335	0,17831	0,76327	0,34824
8	0,57542	0,16038	0,74534	0,33031	0,93527	0,50023	0,08519	0,67016
9	0,89735	0,48231	0,06727	0,65224	0,23720	0,82216	0,40712	0,99209
10	0,21928	0,80424	0,38920	0,97417	0,55913	0,14409	0,72905	0,31402

La $\Gamma^{3,5}$ puede representarse gráficamente en forma análoga a la Γ^3 ; solo que en este caso, como es bidimensional, necesitaríamos dos ejes coordenados para los dos índices n_1, n_2 y, si se quiere, un tercer eje para los valores de $\gamma_{n_1, n_2}^{3,5}$. Obtendríamos así una serie de puntos representativos en el espacio, análogos a los puntos en el plano,

de la figura 4. En general no haremos uso de esa representación, bastándonos con representar los pares de valores de n_1, n_2 en un sistema cartesiano plano (fig. 5). Obtenemos así, en el cuadrante positivo, un reticulado formado por los puntos cuyas dos coordenadas son números naturales. Cada uno de esos puntos determina la correspondiente nota. Por consiguiente, si P es un punto del reticulado, de coordenadas n_1, n_2 , podremos indicar con $\gamma_P^{3,5}$ a la $\gamma_{n_1 n_2}^{3,5}$.

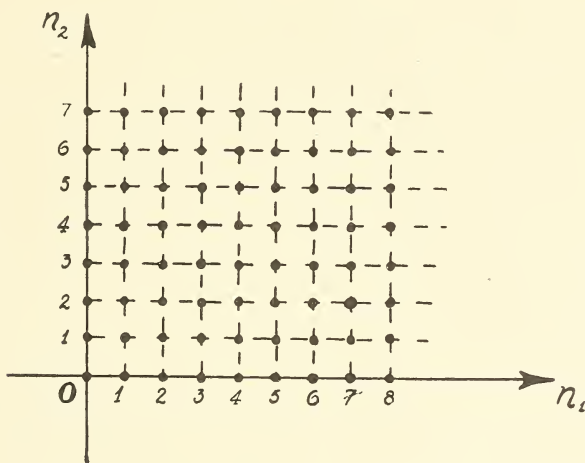


Fig. 5

Tomemos ahora, en la $\Gamma^{3,5}$, dos elementos cualesquiera, $\gamma_{n_1 n_2}^{3,5}$, $\gamma_{m_1 m_2}^{3,5}$. Su intervalo, según ya convinimos en el § anterior, es, de las dos cantidades $\gamma_{m_1 m_2}^{3,5} - \gamma_{n_1 n_2}^{3,5}$, $1 - (\gamma_{n_1 n_2}^{3,5} - \gamma_{m_1 m_2}^{3,5})$, la que resulte positiva y menor que la unidad. Los puntos (n_1, n_2) y (m_1, m_2) determinan, en la representación gráfica, un vector. Dando a este vector una traslación arbitraria, podemos verificar (como en el caso del § anterior) que el intervalo de las dos notas correspondientes no varía. Para ello, notemos simplemente que una traslación cualquiera puede descomponerse en sus componentes según los dos ejes. La traslación en dirección de n_1 hace variar solo las abscisas de los puntos, mientras que las ordenadas quedan constantes; a esta traslación puede, pues, aplicarse íntegramente el razonamiento del § anterior. Otro tanto ocurre con la otra componente en dirección del eje n_2 , en la cual solo varían las ordenadas, quedando fijas las abscisas. En resumen, pues, el intervalo no ha variado durante las traslaciones componentes, y tampoco en la total.

En particular, si trasladamos el eje de las n_1 obtendremos, en la representación geométrica, una recta paralela. Por otra parte, según el teorema, los intervalos de las notas correspondientes a sus puntos no han variado; y como esas notas forman la Γ^3 , obtenemos el resultado siguiente: *en toda recta de la figura 5 paralela al eje de abscisas, los puntos representan notas de una Γ^3 , idéntica a la que corresponde al propio eje, salvo que tiene distinta nota fundamental.* Y un teorema análogo vale para las paralelas al eje n_2 : *toda recta paralela al eje de ordenadas contiene una Γ^5 idéntica a la que corresponde al eje, salvo que con distinta nota fundamental.*

De acuerdo con estos resultados, si quisiéramos atemperar la $\Gamma^{3,5}$ manteniéndonos sobre una recta paralela a alguno de los ejes, no construiríamos en realidad una gama bidimensional, sino una Γ^3 o una Γ^5 . Debemos, pues, efectuar de otra manera la atemperación. Es, naturalmente, plausible que, junto con la nota fundamental $\gamma_{0,0}^{3,5}$, aparezcan en la gama atemperada las dos notas $\gamma_{1,0}^{3,5}$ y $\gamma_{0,1}^{3,5}$ que corresponden a los armónicos 3 y 5 de la fundamental, y que caracterizan precisamente la $\Gamma^{3,5}$: y así vemos que la gama atemperada debe extenderse en las dos dimensiones, pues los puntos representativos deben contener, por lo menos, el triángulo formado por los puntos $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$. En general, podemos decir que los puntos representativos de la gama atemperada constituirán, en el diagrama, los vértices y puntos internos de un cierto polígono Φ , que llamaremos *polígono atemperante*.

Sean ahora P_1, P_2, \dots, P_N los vértices y puntos interiores y de contorno del polígono Φ (N es el número de notas de la gama atemperada). Para cada vértice o punto del contorno, supongamos P_k , existirán en el reticulado cuatro puntos *vecinos*, es decir, a la distancia unitaria de él, y entre esos cuatro puntos podrán existir algunos exteriores a Φ , y a los cuales llamaremos genéricamente *puntos* Q . Designaremos por Q_1, Q_2, \dots, Q_M todos los puntos Q así obtenidos. Por ejemplo, en el caso de la figura 6, el polígono Φ tiene 7 vértices, y hay además otros cuatro puntos reticulados situados en el contorno, y cuatro internos: son, pues, en total, 15 puntos P , que hemos numerado de 1 a 15. Los puntos vecinos a algún P y exteriores al polígono son, en el cuadrante positivo, los ocho puntos Q_7 y Q_9 a Q_{15} , a los que tenemos que agregar los demás, que tienen al menos una de sus coordenadas negativa.

Hecho esto, formemos los intervalos entre las notas representadas por un punto P y un punto Q , es decir, todos los intervalos co-

rrespondientes a los segmentos $P_k Q_h$, donde $k = 1, 2, \dots, N$; $h = 1, 2, \dots, M$. El mínimo de esos intervalos se llamará la *coma* de la $\Gamma^{3,5}$ atemperada y se indicará, como ya se dijo, con la letra ϵ .

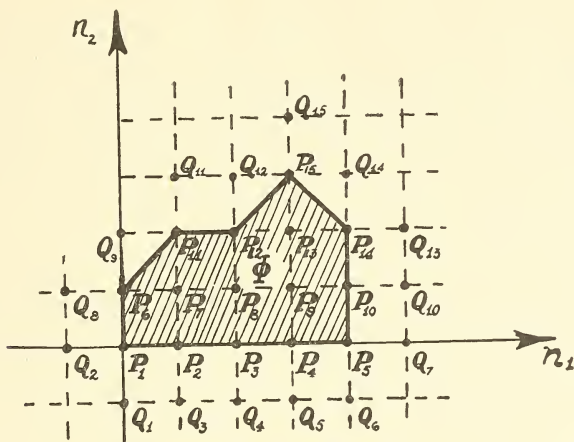


Fig. 6

Siendo ϵ el intervalo entre una nota perteneciente a la gama atemperada y otra que no le pertenece, pero que es « vecina » (en el sentido que la representación gráfica aclara, según lo dicho), es decir, un intervalo de la forma $(\gamma_{Q_h}^{3,5}, \gamma_{P_k}^{3,5})$, ó $(\gamma_{P_k}^{3,5}, \gamma_{Q_h}^{3,5})$ resulta que ϵ es el error que se comete al sustituir la nota $\gamma_{Q_h}^{3,5}$ por la $\gamma_{P_k}^{3,5}$. Los demás intervalos de este tipo son mayores que la coma (por la definición misma) y deben considerarse como intervalos pertenecientes a la gama atemperada, salvo la corrección de una coma.

Naturalmente, el problema está en determinar el polígono atemperante de modo tal que la coma sea lo suficientemente pequeña, y tratando de cumplir también las condiciones que mencionamos al final del § anterior respecto al número de notas N y a la regularidad, medida por los números ν y las Δ^2 , definidas en este caso en la misma forma que en aquél. A la gama atemperada de tal manera, por medio de un polígono atemperante Φ , la designaremos con $\Gamma_{\Phi}^{3,5}$.

25. — Con estos principios, pasemos a atemperar nuestra $\Gamma^{3,5}$. Como al trasladar el polígono Φ no varían los intervalos, podemos suponer a dicho polígono ubicado de tal modo que todos los puntos Q resulten ubicados en el cuadrante positivo, para así evitarnos cálculos con notas negativas.

Observemos ahora en el cuadro de la $\Gamma^{3,5}$ dado en el § 24, que las notas $\gamma_{4,0}^{3,5} = 0,33985 \omega$ y $\gamma_{0,1}^{3,5} = 0,32193 \omega$ están a un intervalo de

$$0,33985 - 0,32193 = 0,01792 \omega ,$$

intervalo que ya en el § 10 encontramos, contando precisamente 4 quintas (es decir, tomando la nota pitagórica $\gamma_{4,0}^{3,5}$) y restándole una tercera [que es el intervalo $(\gamma_{0,0}^{3,5}, \gamma_{0,1}^{3,5})$], reduciendo el intervalo en

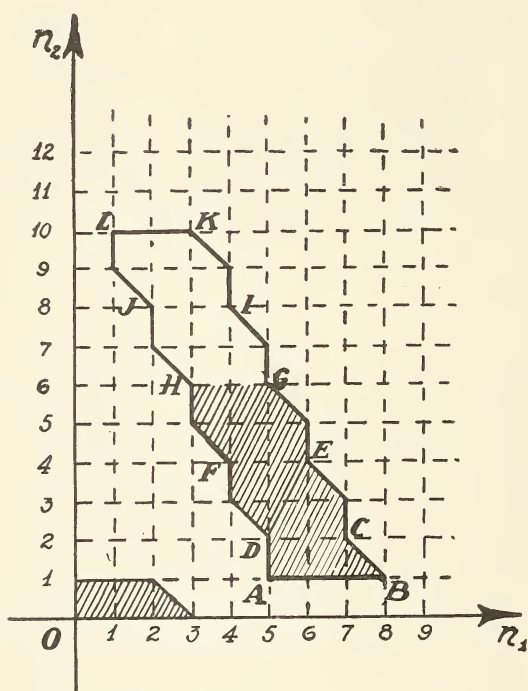


Fig. 7

2ω . Lo llamamos la *coma tolemaica* o *sintónica*, y constituye un límite de error bastante aceptable para tomarlo como coma de nuestra gama. Si dejamos de lado la $\gamma_{4,0}^{3,5}$ y tomamos en cambio la $\gamma_{0,1}^{3,5}$, cometiendo un error de una coma, habremos iniciado así la construcción del polígono atemperante, que tendrá un vértice en el punto $(0, 0)$ y otro en el punto $(3, 0)$. Estudiando la tabla de valores, se ve que resulta conveniente cerrar el polígono bajo la forma de un trapecio, cuyos otros dos vértices son $(0, 1)$ y $(2, 1)$, trapecio que hemos rayado en la figura 7.

Haciendo un paréntesis a nuestras consideraciones, y para aclarar más los conceptos, veamos cuáles son las frecuencias relativas de las notas que así se obtienen. Como la altura absoluta no interesa, podemos asumir como frecuencia de la nota fundamental el número $\frac{2}{3}$. Como el índice n_1 corresponde a la progresión según el armónico 3, las notas representadas por los puntos (1, 0), (2, 0) y (3, 0) tendrán las frecuencias $\frac{2}{3} \times 3$, $\frac{2}{3} \times 3^2$ y $\frac{2}{3} \times 3^3$ respectivamente, o sea 2, 6 y 18. La nota representada por el punto (0, 1) tiene la frecuencia $\frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}$, pues el índice n_2 (ordenada) corresponde a la progresión según el armónico 5. A partir de este punto, los (1, 1) y (2, 1) progresan pitagóricamente, de modo que las correspondientes frecuencias serán $\frac{10}{3} \times 3$ y $\frac{10}{3} \times 3^2$, o sea 10 y 30 respectivamente. Hemos obtenido así las frecuencias

$$\frac{2}{3}, 2, 6, 18, \frac{10}{3}, 10, 30$$

o, si las reducimos a la octava fundamental (1, 2) multiplicando o dividiendo por la potencia conveniente de 2:

$$\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}, \quad 2 \times 2^{-1} = 1, \quad 6 \times 2^{-2} = \frac{3}{2}, \quad 18 \times 2^{-4} = \frac{9}{8},$$

$$\frac{10}{3} \times 2^{-1} = \frac{5}{3}, \quad 10 \times 2^{-3} = \frac{5}{4}, \quad 30 \times 2^{-4} = \frac{15}{8}$$

y, dispuestas por orden creciente:

$$1, \frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}.$$

En esta forma, se ve que estas frecuencias no constituyen otra cosa sino la llamada *gama de los físicos* o *de Zarlino*, que debe atribuirse en realidad a Tolomeo. Los nombres de estas notas, en el orden últimamente escrito, son: *do*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, a los que agregaremos, cuando sea necesario, la denominación (*Tol.*) para distinguir las de las homónimas pitagóricas (§ 23).

La coma tolemaica es, como vimos, el intervalo entre las notas $\gamma_{4,0}^{3,5}$ y $\gamma_{0,1}^{3,5}$. Como la $\gamma_{3,0}^{3,5}$, según acabamos de ver, tiene la frecuencia $\frac{9}{8}$, la $\gamma_{4,0}^{3,5}$ tendrá la frecuencia $\frac{9}{8} \times 3 = \frac{27}{8}$ ó, reducida, $\frac{27}{16}$, mientras que la $\gamma_{0,1}^{3,5}$ tiene la frecuencia reducida $\frac{5}{3}$. Luego la coma sintónica es

$$\frac{27}{16} \cdot \frac{5}{3} = \frac{81}{80},$$

valor clásicamente conocido y cuya medida en ω es precisamente $0,01792 \omega$.

Continuando nuestros razonamientos, ahora que tenemos ya construido el polígono atemperante, podemos trasladarlo por ejemplo a la posición $ABCD$ de la figura 7, y esto para facilitar los cálculos. Coloquemos ahora en cada uno de los puntos de nuestro polígono y en los vecinos, los valores de las notas correspondientes en ω , obteniendo así la « tabla gráfica » siguiente:

$3 \rightarrow$	0,89059	0,47555	0,06052				
$2 \rightarrow$	$0,98371$	$0,56867 = \gamma_D^{3,5}$	$- 0,15363$	$- 0,73860 = \gamma_C^{3,5}$	$0,32356$		
$1 \rightarrow$	$0,66178$	$0,24674 = \gamma_A^{3,5}$	$- 0,83170$	$- 0,41667$	$- 0,00163 = \gamma_B^{3,5}$	$0,58659$	
$0 \rightarrow$	0,92481	0,50977	0,09474	0,67970	0,26466		
\uparrow n_2	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow	\uparrow
$n_1 \rightarrow$	4	5	6	7	8	9	

donde están indicados los valores de las abscisas (n_1) y ordenadas (n_2) y también los de las notas correspondientes, no solo al polígono $ABCD$, sino también a los puntos vecinos. Ordenemos las notas de la gama así atemperada, $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$, por orden creciente, y calculemos los intervalos:

Nota	Intervalo	Nota	Intervalo
0,00163		0,56867	0,15200
0,15363	0,15200	0,73860	0,16993
0,24674	0,09311	0,83170	0,09310
0,41667	0,16993	1,00163	0,16993

Hemos colocado al final de la tabla el valor $\gamma_B^{3,5} + 1 \omega = 1,00163 \omega$ para cerrar el ciclo. Con ayuda de esta tabla y la anterior es fácil comprobar que, efectivamente, la coma $\varepsilon = 0,01792 \omega$ es el mínimo de los intervalos entre las notas $\gamma_{Q_h}^{3,5}$ y $\gamma_{P_k}^{3,5}$.

Tenemos en esta tabla, en primer lugar, el intervalo $0,09311 \omega$, y además, los dos intervalos $0,16993$ y $0,15200$ que, por diferir solo en una coma, debemos considerar iguales. Luego, el número ν de intervalos realmente distintos es 2; y las diferencias segundas se reducen a una sola:

$$0,16992 - 0,09311 = 0,07681$$

Por tanto, las características de nuestra gama son:

$$\varepsilon = 0,01792 \omega \quad ; \quad N = 7 \quad ; \quad \nu = 2 \quad ;$$

$$\Delta^2 = (0,07681 \omega).$$

26. — Claro es que hay otras posibilidades de atemperación de la $\Gamma^{3,5}$. Aparte de una muy interesante que veremos en el capítulo siguiente, las principales están representadas en la misma figura 7, y consisten en tomar, en lugar del trapecio $ABCD$, los polígonos $ABEF$, $ABGH$, $ABIJ$ y $ABKL$. La $\Gamma_{ABEF}^{3,5}$ no es superior a la $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$, pues sin disminuir la coma aumenta los números de notas N y de intervalos ν , si bien disminuyen algo las Δ^2 . La $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ ya es más ventajosa, pues tiene una coma que es la tercera parte de la tolemaica, no habiendo aumentado sino a 3 el número ν y habiendo disminuído sensiblemente las Δ^2 ; el número N de notas no es excesivamente elevado.

A partir de aquí, las $\Gamma_{ABIJ}^{3,5}$ y $\Gamma_{ABKL}^{3,5}$ conservan la coma inalterada, así como las Δ^2 que no disminuyen gran cosa; el número ν aumenta a 4 en la $\Gamma_{ABKL}^{3,5}$; pero además, estas gamas tienen respectivamente 28 y 35 notas. No es aconsejable aumentar el número N sin obtener, como se ve, ventajas sensibles.

Por lo dicho, es oportuno que digamos algo acerca de la mejor de estas gamas: la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$, cuyo correspondiente polígono ha sido rayado en la figura 7. Como se ve, este polígono contiene además de $ABCD$, otros dos trapecios congruentes a él, que son los que tienen sus bases menores en EF y GH respectivamente, y colocados en forma análoga al $ABCD$. Esto quiere decir que nuestra gama se com-

pondrá de tres sistemas, cada uno de 7 notas, que constituyen una gama tolemaica. Las notas $\gamma_A^{3,5} = \gamma_{5,1}^{3,5}$ y $\gamma_{4,3}^{3,5}$ tienen los valores

$$\gamma_A^{3,5} = 0,24674 \omega \quad ; \quad \gamma_{4,3}^{3,5} = 0,30563 \omega ,$$

de modo que su intervalo es $0,05889 \omega$. Así pues, al pasar del primer trapecio $ABCD$ al segundo, y análogamente del segundo al tercero, las notas tolemaicas sufren una elevación de $0,05889 \omega$, que es lo que se llama un *semítono cromático*. Si distinguimos a las notas del primer trapecio con el signo \flat (*bemol*) y a las del tercero con el signo \sharp (*sostenido*) y reducimos todas las notas de modo que el $do = \gamma_{3,5}^{3,5}$ tenga el valor 0ω , el cuadro completo de la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ es el siguiente:

Denominación	Nota	Intervalo	Denominación	Nota	Intervalo
					0,05214
<i>do</i>	0,00000		<i>sol</i> \flat	0,52608	
		0,05890	<i>sol</i>	0,58496	0,05888
<i>do</i> \sharp	0,05890				0,05890
		0,05214	<i>sol</i> \sharp	0,64386	
<i>re</i> \flat	0,11104				0,03424
		0,05889	<i>la</i> \flat	0,67808	
<i>re</i>	0,16993				0,05889
		0,05889	<i>la</i>	0,73697	
<i>re</i> \sharp	0,22882				0,05890
		0,03422	<i>la</i> \sharp	0,79587	
<i>mi</i> \flat	0,26304				0,05214
		0,05889	<i>si</i> \flat	0,84801	
<i>mi</i>	0,32193				0,05888
		0,03422	<i>si</i>	0,90689	
<i>fa</i> \flat	0,35615				0,03422
		0,02468	<i>do</i> \flat	0,94111	
<i>mi</i> \sharp	0,38083				0,02468
		0,03421	<i>si</i> \sharp	0,96579	
<i>fa</i>	0,41504				0,03421
		0,05890	<i>do</i>	1,00000	
<i>fa</i> \sharp	0,47394				

El intervalo $(\gamma_{Q_h}^{3,5}, \gamma_{P_k}^{3,5})$ mínimo se produce entre $\gamma_{8,0}^{3,5} = 0,67970$ y $\gamma_{3,6}^{3,5} = 0,68646$, siendo el primero un punto Q y el segundo un punto P . La coma vale, pues

$$\varepsilon = 0,68646 - 0,67970 = 0,00676 \omega ,$$

y, salvo diferencias de una coma, la gama presenta los siguientes intervalos y diferencias segundas:

Δ	Δ^2
0,02468	0,00954
0,03422	0,02467
0,05889	

Las características de nuestra gama son, pues:

$$\epsilon = 0,00676 \omega \quad ; \quad N = 21 \quad ; \quad \nu = 3 \quad ; \quad \Delta^2 = (0,00954 \ ; \ 0,02467) ,$$

que resultan, por cierto, bastante satisfactorias.

27. — Como se ve, las consideraciones hechas sobre la $\Gamma^{3,5}$ y su atemperación no son sino generalizaciones de los conceptos análogos expuestos para la Γ^3 unidimensional. Hay aún otro punto, el referente a los acordes, que se transporta también a este caso.

Lo que caracteriza a la $\Gamma^{3,5}$ es su fundamento armónico, es decir, la presencia de los únicos armónicos fundamentales 3 y 5; para cada punto reticulado de nuestra representación gráfica (fig. 7), el armónico 3 de la nota correspondiente está representado por el punto vecino situado a la derecha sobre su misma horizontal, esto es, cuya abscisa es una unidad mayor y su ordenada la misma; y el armónico 5, por el punto vecino situado encima, cuya abscisa es la misma y la ordenada es una unidad mayor. Si el punto elegido tiene las coordenadas (n_1, n_2) , sus armónicos 3 y 5 tendrán, por consiguiente, las coordenadas $(n_1 + 1, n_2)$ y $(n_1, n_2 + 1)$. Los tres puntos son los vértices de un triángulo rectángulo, y las notas correspondientes $\gamma_{n_1, n_2}^{3,5}$, $\gamma_{n_1+1, n_2}^{3,5}$, $\gamma_{n_1, n_2+1}^{3,5}$ dan un *acorde perfecto*, del cual $\gamma_{n_1, n_2}^{3,5}$ es la *nota fundamental*. Así por ejemplo, la gama de Tolomeo $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$ contiene los siguientes acordes perfectos:

$$fa-la-do \quad ; \quad do-mi-sol \quad ; \quad sol-si-re$$

o sea:

$$(\gamma_{5,1}^{3,5}, \gamma_{5,2}^{3,5}, \gamma_{6,1}^{3,5}) \quad ; \quad (\gamma_{6,1}^{3,5}, \gamma_{6,2}^{3,5}, \gamma_{7,1}^{3,5}) \quad ; \quad (\gamma_{7,1}^{3,5}, \gamma_{7,2}^{3,5}, \gamma_{8,1}^{3,5}) ,$$

cuyas notas fundamentales son, respectivamente: $\gamma_{5,1}^{3,5} = fa$ (Tol.), $\gamma_{6,1}^{3,5} = do$ (Tol.), $\gamma_{7,1}^{3,5} = sol$ (Tol.).

La gama $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ que podemos llamar *gama tolemaica cromática* y abreviar *Tol. cr.*, presenta en cambio los siguientes acordes perfectos (en los cuales la primera nota escrita es la fundamental, y se sobreentiende la especificación *Tol. cr.*):

fab-lab-dob ; *dob-mib-solb* ; *solb-sib-reb* ; *lab-dob-mib* ; *mib-sol-sib* ;
fa-la-do ; *do-mi-sol* ; *sol-si-re* ; *la-do #-mi* ; *mi-sol #-si* ;
fa #-la #-do # ; *do #-mi #-sol #* ; *sol #-si #-re #* .

Aquí se presenta, sin embargo, una circunstancia nueva. En los acordes anteriores, la nota fundamental *produce*, por así decir, sus armónicos 3 y 5 o, en el lenguaje de los músicos, su quinta y su tercera respectivamente. Pero también puede considerarse a la nota fundamental como *producida* por progresión de quintas y terceras; es decir, dada una nota fundamental, $\gamma_{n_1, n_2}^{3,5}$, podemos buscar una nota cuya quinta sea la nota dada, y otra cuya tercera sea también la nota dada. Es evidente que estas notas son, respectivamente, la $\gamma_{n_1-1, n_2}^{3,5}$ y la $\gamma_{n_1, n_2-1}^{3,5}$. Estas tres notas también caracterizan las cualidades armónicas de la $\Gamma^{3,5}$, y nos dan por consiguiente una nueva clase de acordes perfectos, que para diferenciar de los anteriores (a los que llamaremos ahora *mayores*) se llamarán *acordes perfectos* (o *tonales*) *menores*. Por ejemplo, a continuación damos los acordes menores de la gama tolemaica cromática, entre los cuales los no impresos en bastardilla son los de la gama tolemaica simple:

mib-dob-lab ; *sib-solb-mib* ; *do-lab-fa* ; *sol-mib-do* ; *re-sib-sol* ;
mi-do-la ; *si-sol-mi* ; *do #-la -fa #* ; *sol #-mi -do #* ; *re #-si -sol #*
mi #-do #-la # ; *si #-sol #-mi #* .

Obsérvese que, geoméricamente, los acordes perfectos menores están representados por triángulos rectángulos simétricos de los que representan a los mayores, con respecto al vértice rectángulo. Así, en el reticulado, los acordes mayor *mi-sol #-si* y menor *mi-do-la* están ubicados en la posición que indica la figura 8, en que el triángulo correspondiente al acorde mayor ha sido rayado.

En la Γ^8 estudiada anteriormente, esta simetría no produce nada nuevo, pues el acorde está representado por un segmento, cuyo simétrico es un segmento análogo. Hay, sin embargo, una diferencia, pues en el acorde mayor la nota fundamental es la que produce su quinta, mientras que en el menor, la fundamental es la quinta de la otra, y en consecuencia, si el primer acorde se considera como

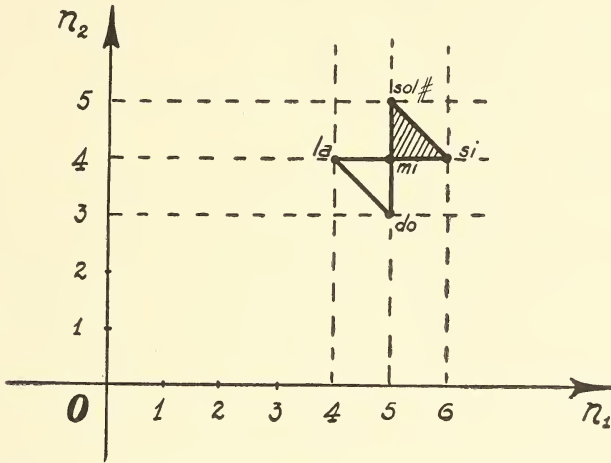


Fig. 8

ascendente, el segundo será descendente. Los músicos que sigan nuestros desarrollos reconocerán en esto un resabio de los *modos auténticos* y *modos plagales* de la música eclesiástica, basados en la misma gama, pero en los que permutaban sus papeles la tónica y su quinta. Esta distinción ha desaparecido ya para nosotros, y efectivamente, no tiene razón de ser allí donde la gama sea de dimensión superior a 1; o mejor dicho, está reemplazada por los modos mayor y menor, basados a su vez en los acordes respectivos.

28. — Una vez tratados (en lo que nos es necesario por ahora) los casos anteriores, ellos nos ilustran suficientemente sobre el método a seguir en el caso general, que vamos a tratar.

Sea, pues, una $\Gamma^{p_1, p_2, \dots, p_r}$ con los r armónicos fundamentales p_1, p_2, \dots, p_r , de modo que los valores, en ω , de nuestras notas, estarán dados (§ 14) por:

$$\gamma_{n_1 n_2 \dots n_r}^{p_1 p_2 \dots p_r} = F \left(\sum_{i=1}^r n_i \pi_i \right),$$

donde

$$\pi_i = \log_2 p_i$$

En este caso, para efectuar una representación gráfica, no nos basta un eje o un diagrama plano como en los ejemplos tratados; puesto que tenemos r índices o coordenadas para las notas, tendremos que utilizar lo que llamamos un *espacio a r dimensiones*, o *r -dimensional*.

Claro es que este espacio, apenas sea $r > 3$, es una concepción abstracta, a la que podemos aplicar sin embargo las nociones de: punto, vector, rectas, planos, etc. en un sentido que, si bien es familiar para los matemáticos, no estará de más recordar siquiera someramente aquí, de acuerdo con los propósitos enunciados en la Introducción de este trabajo.

Un *punto* en un espacio r -dimensional no es sino un conjunto de r números dispuestos en un cierto orden. Podemos limitarnos, por ejemplo, a suponer que los números de que se trata sean reales. Así, en el caso $r = 4$, los números $\frac{2}{3}; 1; -5; 2,3$, dispuestos en este orden, definen un punto, que denotaremos *el punto* $\left(\frac{2}{3}; 1; -5; 2, 3\right)$, y los números mismos se llamarán *primera, segunda, ... r -ésima coordenada* del punto. Demás está decir que, como hemos supuesto dadas las coordenadas en un cierto orden, los mismos números dispuestos en otro orden definen otro punto; por ejemplo $\left(1; 2,3; \frac{2}{3}; -5\right)$ es otro punto distinto del anterior, en el espacio a 4 dimensiones.

Si indicamos con x_1, x_2, \dots, x_r las r coordenadas de un punto P , con y_1, y_2, \dots, y_r las de otro punto distinto Q , y formamos las expresiones

$$\begin{aligned} z_1 &= \lambda x_1 + (1 - \lambda) y_1, & z_2 &= \lambda x_2 + \\ &+ (1 - \lambda) y_2, & \dots, & z_r = \lambda x_r + (1 - \lambda) y_r, \end{aligned} \quad [1]$$

donde λ es un número (real) variable a nuestra voluntad, para cada valor que atribuyamos a λ tendremos un sistema de valores de z_1, z_2, \dots, z_r , y por tanto, un punto (z_1, z_2, \dots, z_r) del espacio. Si hacemos $\lambda = 1$, obtenemos $z_1 = x_1, z_2 = x_2, \dots, z_r = x_r$, es decir, el punto P ; y en cambio para $\lambda = 0$ resulta $z_1 = y_1, z_2 = y_2, \dots, z_r = y_r$, o sea el punto Q . A los infinitos valores de λ corresponden así infinitos puntos, que por definición, constituyen una *recta*. Esta recta contiene a los puntos P y Q . Tenemos así verificado un

postulado fundamental de la geometría: *dos puntos determinan una recta, que los contiene.*

En particular, el punto $O(0, 0, \dots, 0)$ cuyas coordenadas son todas nulas, o sea el *origen*, y el punto $U_1(1, 0, \dots, 0)$, cuya primera coordenada vale 1 y las demás 0, determinan la recta cuyos puntos tienen las coordenadas

$$z_1 = \lambda \cdot 0 + (1 - \lambda) \cdot 1 \quad , \quad z_2 = \lambda \cdot 0 + (1 - \lambda) \cdot 0 \quad , \quad \dots \quad ,$$

$$z_r = \lambda \cdot 0 + (1 - \lambda) \cdot 0 \quad ,$$

esto es

$$z_1 = 1 - \lambda \quad , \quad z_2 = z_3 = \dots = z_r = 0 \quad ,$$

y esta recta, donde solo la primera coordenada tiene un valor arbitrario, mientras que las demás son nulas, se llama *primer eje coordenado*. Análogamente, el origen y el punto $U_2(0, 1, 0, \dots, 0)$ determinan el *segundo eje coordenado*, en donde solo la segunda coordenada tiene un valor arbitrario y las demás son nulas, y así sucesivamente, hasta llegar al *r-ésimo eje coordenado*, OU_r , donde las coordenadas de U_r son $(0, \dots, 0, 1)$.

Si en la recta (1) determinada por los puntos $P(x_1, \dots, x_r)$, $Q(y_1, \dots, y_r)$ tomamos dos puntos distintos (correspondientes a dos valores λ', λ'' del parámetro λ) tendremos las coordenadas:

$$\text{de } Z' : \quad z'_1 = \lambda' x_1 + (1 - \lambda') y_1 \quad , \quad \dots \quad , \quad z'_r = \lambda' x_r + (1 - \lambda') y_r$$

$$\text{de } Z'' : \quad z''_1 = \lambda'' x_1 + (1 - \lambda'') y_1 \quad , \quad \dots \quad , \quad z''_r = \lambda'' x_r + (1 - \lambda'') y_r$$

y si queremos ahora trazar la recta $Z'Z''$, las coordenadas de un punto cualquiera $V(v_1, \dots, v_r)$ de ella serán:

$$v_1 = \mu z'_1 + (1 - \mu) z''_1 = \mu \lambda' x_1 + \mu (1 - \lambda') y_1 + (1 - \mu) \lambda'' x_1 + (1 - \mu) (1 - \lambda'') y_1 =$$

$$= [\lambda'' + \mu (\lambda' - \lambda'')] x_1 + [1 - \lambda'' - \mu (\lambda' - \lambda'')] y_1$$

$$v_2 = \mu z'_2 + (1 - \mu) z''_2 = \mu \lambda' x_2 + \mu (1 - \lambda') y_2 + (1 - \mu) \lambda'' x_2 + (1 - \mu) (1 - \lambda'') y_2 =$$

$$= [\lambda'' + \mu (\lambda' - \lambda'')] x_2 + [1 - \lambda'' - \mu (\lambda' - \lambda'')] y_2$$

.....

$$v_r = \mu z'_r + (1 - \mu) z''_r = \mu \lambda' x_r + \mu (1 - \lambda') y_r + (1 - \mu) \lambda'' x_r + (1 - \mu) (1 - \lambda'') y_r =$$

$$= [\lambda'' + \mu (\lambda' - \lambda'')] x_r + [1 - \lambda'' - \mu (\lambda' - \lambda'')] y_r \quad ,$$

de modo que si ponemos:

$$\Lambda = \lambda'' + \mu (\lambda' - \lambda''),$$

se tendrá

$$1 - \Lambda = 1 - \lambda'' - \mu (\lambda' - \lambda''),$$

y

$$v_1 = \Lambda x_1 + (1 - \Lambda)y_1 \quad , \quad \dots \quad , \quad v_r = \Lambda x_r + (1 - \Lambda) y_r$$

Siendo arbitrario el valor del parámetro μ , también resulta tal el parámetro Λ , y entonces las coordenadas v_1, \dots, v_r solo en apariencia difieren de z_1, \dots, z_r . En términos geométricos, hemos demostrado así la validez de otro postulado elemental, a saber: *dos puntos de una recta determinan la misma recta.*

(Continuará)

SEGUNDA REUNION

DE LA

SOCIEDAD ARGENTINA DE CIENCIAS NATURALES

La segunda reunión de Ciencias Naturales, organizada por la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales, tendrá lugar en la ciudad de Mendoza durante los días 3 al 11 de Abril próximo. La comisión organizadora está compuesta por las siguientes personas:

Dr. Carlos D. Storni, presidente; *Prof. José F. Molfino*, secretario general; *Ing. Agr. César Carrera*, tesorero; *Dr. Juan Keidel*, presidente de la sección Geología; *Dr. Pablo Groeber*, secretario de la subsección Geología General y Edafología; *Dr. Horacio J. Harrington*, secretario de la subsección Geología Histórica; *Dra. Edelmira Mortola*, secretaria de la subsección Mineralogía y Petrografía; *Dr. Angel Cabrera*, presidente de la sección Paleontología; *Prof. Alejandro Bordas*, secretario; *Dr. José Yepes*, presidente de la sección Zoología (vertebrados); *Dr. Jorge Denmler*, secretario; *Ing. Agr. Carlos A. Lizer y Trelles*, presidente de la sección Zoología (invertebrados); *Dra. Angela Chiarelli*, secretaria; *Dr. Alberto Castellanos*, presidente de la sección Botánica (fanerógamas); *Dr. Román A. Pérez Moreau*, secretario; *Ing. Agr. Juan B. Marchionatto*, presidente de la sección Botánica (criptógamas); *Ing. Agr. Juan C. Lindquist*, secretario; *Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi*, presidente de la sección Aplicación de las Ciencias Naturales; *Ing. Agr. Arturo Burkart*, secretario; *Dr. Max Birabén*, presidente de la sección Biología; *Dr. Eduardo Jörg*, secretario; *Prof. Milcíades A. Vignati*, presidente de la sección Antropología; *Prof. Enrique Palavecino*, secretario.

Esta comisión inició sus trabajos el 19 de Setiembre último, habiendo celebrado numerosas sesiones para resolver todas las cuestiones planteadas por la celebración de un acto de la importancia del que se prepara.

La comisión local encargada de llevar a cabo las gestiones preparatorias en Mendoza funciona bajo la presidencia del Dr. Juan B. Lara, siendo vicepresidentes los doctores Eduardo Carette y Leonel G. Dodds; completan la comisión el secretario ingeniero Ricardo Giard y 25 vocales. Otra comisión local se organizó en Córdoba, presidida por el Dr. Miguel Fernández, a quien acompañan el

Dr. Guillermo Stuckert como vicepresidente y el Sr. Tulio Mácola como secretario, además de 10 vocales.

La Comisión Honoraria nacional, está presidida por el Excmo. señor Presidente de la Nación general Don Agustín P. Justo, hallándose en organización otra comisión honoraria local de Mendoza.

Entre las adhesiones recibidas, figura en primer lugar la del gobierno de la provincia de Mendoza; Facultad de Agronomía y Veterinaria de Buenos Aires; Facultad de Ciencias Matemáticas, Físico-Químicas y Naturales de Rosario; Facultad de Agronomía de La Plata; Museo Argentino de Ciencias Naturales; Sociedad Científica Argentina; Dirección de Minas y Geología de la Nación; Instituto de Botánica y Farmacología de la Facultad de Medicina de Buenos Aires; Estación Experimental Agrícola de Tucumán; Revista Chilena de Historia Natural; Instituto del Museo de La Plata; Instituto Darwinion de Buenos Aires; Dirección General de Yacimientos Petrolíferos Fiscales, y Dirección del Instituto de Higiene de San Pablo, (Brasil).

Entre los delegados cuyo nombramiento ya se conoce, figuran: doctores Juana Cortelezzi y Emiliano J. Mac Donagh, e ingeniero Nicolás Besio Moreno, nombrados por el Museo de La Plata; y los ingenieros agrónomos Juan C. Lindquist, Lorenzo R. Parodi, Carlos A. Lizer y Trelles y Entilio J. Ringuelet, por parte de la Facultad de Agronomía de La Plata. Por su parte la Sociedad Científica Argentina, designó delegados a los señores Ing. Agr. Carlos A. Lizer y Trelles, Prof. José F. Molfino y doctores Antonio Casacuberta, Juan B. Lara y Eduardo Carette.

Los trabajos ya anunciados para presentarse a la Segunda Reunión de Ciencias Naturales, son muy numerosos, llegando a fines de Febrero a 157, distribuidos de la siguiente manera: Sección Geología, 16 trabajos; Paleontología, 8; Zoología (vertebrados), 17; Zoología (invertebrados), 29; Botánica (fanerógamas), 19; Botánica (criptógamas), 19; Aplicación de las Ciencias Naturales, 24; Biología, 7 y Antropología, 18.

A continuación se indican algunos títulos.

TRABAJOS ANUNCIADOS PARA LA 2ª REUNIÓN DE CIENCIAS
NATURALES DE MENDOZA

SECCIÓN GEOLOGÍA

- Juan Keidel.* — Sobre la estructura de corrimiento paleozoico de la Sierra de Uspallata.
- Pablo Groeber.* — La Geología de Mendoza.
- Juan Keidel y Horacio J. Harrington.* — Sobre la estratigrafía del Sistema de Pillahuincó, especialmente de la Serie de Bonete.
- Augusto Tapia.* — Estructura geológica de la Precordillera Mendocina en relación al agua subterránea.
- Juan Olsacher.* — Contribución a la Geología de Córdoba: Los cerros volcánicos Poça, Yerba Buena, etc. (Dto. Pocho y Minas).
- Juan Olsacher.* — Bederita, un nuevo mineral argentino.
- Juan Olsacher.* — Windhausenita, un nuevo tipo de meteorito.
- E. Terra Arocena y R. Méndez Alzola.* — (Montevideo). Sobre el Devónico del Uruguay).
- Agustín E. Riggi.* — Resumen crítico y valor de las investigaciones geológicas realizadas en las sierras australes de la provincia de Buenos Aires.
- José Román Guiñazú.* — Historia de los cambios de clima del Cuaternario en la Argentina.
- Egidio Feruglio.* — Contribución a la geología de la Patagonia.
- A. Gómez Grimau.* — Contribución al estudio de algunos suelos argentinos.
- Juan B. Lara.* — El agua potable y subterránea de Mendoza.
- Guillermo Schulz.* — Las deformaciones de los geoides y los movimientos geológicos lentos de la corteza terrestre.
- Josefa G. de Peláez.* — Investigaciones petrográficas en clinkers de cemento Portland.
- Josefa G. de Peláez.* — Algunas rocas de la provincia de Córdoba y su importancia como materiales de construcción.

SECCIÓN PALEONTOLOGÍA

- Angel Cabrera.* — El género *Equus*; sus divisiones y formas fósiles y actuales.
- Alejandro Borda.* — Diagnósis de algunos mamíferos del Colpodon de Gayman, Chubut.
- José Román Guiñazú.* — Sobre la presencia de restos fósiles de mamíferos en los Estratos de Los Llanos en la provincia de San Luis.
- Alejandro F. Bordas.* — Notas sobre los mamíferos del Santaerucense de la meseta del Castillo, Chubut.
- Horacio J. Harrington.* — Sobre un rodado con fósiles del Carbonífero inferior, hallado en un depósito glaciario en Las Juntas, provincia de San Juan.
- Horacio J. Harrington.* — Noticia preliminar sobre las faunas tremadoecianas de la Quebrada de Coquena, provincia de Jujuy.
- Alejandro F. Bordas.* — Sobre una colección de fósiles del Terciario inferior, reunida por Alejandro Piatnisky, al Norte del lago Colhué-Huapí.

Noemí Cattoi. — Osteografía y craneometría comparada de los géneros *Typotherium* y *Pseudotypotherium*.

SECCIÓN ZOOLOGÍA (INVERTEBRADOS)

Carlos A. Lizer y Trelles. — Cóceidos y Chémidos nuevos o poco conocidos.

Carlos Bruch. — Contribución al conocimiento de los Tipúlidos (Diptera) argentinos.

Carlos Bruch. — Catálogo de los Tipúlidos (Diptera) de la República Argentina.

Everard E. Blanchard. — Estudio sistemático de los Afidoideos argentinos.

Everard E. Blanchard. — Contribución al conocimiento de los Sarcófágidos argentinos.

Deidamia G. de Calabrese. — Isópodos argentinos.

Esmenia A. Tapia. — Apuntes sobre algunos Trips.

Carlos Stuardo O. — Algunas anotaciones sobre los Nemestrinidae (Diptera) de la República Argentina.

Manuel José Viana. — Notas sobre la biología del *Parapechtis bazani*, Blanchard.

Juan M. Bosq. — Apuntes sobre la biología del *Metoponeurys fallax* (Boh). Col. Curculionidae.

José Liebermann. — Los *Tropidacrini* de la región neotropical (Orth. Acrid. Cyrtaeanth.).

S. Mazza y M. E. Jörg. — Estructura de las armaduras genitales macho de algunos *Triatomidae* argentinos.

S. Mazza y M. E. Jörg. — Nervaduras hemieltrales de los *Triatomidae*.

Max Birabén. — Sobre microfauna del Río Santiago. Los Cladóceros de la familia *Chydoridae*.

Max Birabén. — Consideraciones generales sobre limnología de la Patagonia.

T. L. Marini y St. Wright. — Estudios limnológicos del Embalse del Río IIIº.

Stilmann Wright. — Limnological notes on some waters of Argentina.

Stilmann Wright. — Distribution of *Diaptomus* (Crustacea-Copepoda) in Argentina.

Emiliano J. Mac Donagh. — Sobre hormigas *Attinas* de Patagones y rectificación del supuesto *Oecodoma* de Hudson.

Fernando Bourquin. — La evolución de algunos lepidópteros de la fauna argentina.

Eduardo Del Ponte. — Revisión de los *Oestridae* argentinos (Dipt. Muscoidea).

Eduardo Del Ponte. — El problema entomológico de la fiebre amarilla en Goyaz (Brasil), durante el año 1935.

Eduardo Del Ponte. — Clasificación de Sabethini por medio de fichas perforadas (Dipt. Culicidae).

Eduardo Del Ponte y Marcos A. Riesel. — Catálogo de los *Siphonaptera* argentinos.

Pablo Köhler. — Notas sobre *Psychidae* argentinos (Lep. Het.).

Pablo Köhler. — Contribución al estudio sistemático de *Noctuidae* argentinos

Alejandro A. Oglobin. — Descripción de un género nuevo de la familia *Myrmaridae*.

Ernesto D. Dallas. — Notas sistemáticas, biológicas y teratológicas sobre *Calosoma argentinense* Csiki (Col. Carab.).

Teresa Joan. — Un nuevo parásito de los ovinos de Patagonia.

José Liebermann. — Catálogo sistemático y biogeográfico de Lacertilios argentinos.

SECCIÓN ZOOLOGÍA (VERTEBRADOS)

José Yepes. — El difiodontismo en las « mulitas » (*Dasypodae*).

Fernando Lahille. — Los peces argentinos de cara torcida.

José Liebermann. — Contribución al estudio sistemático de los Cecílidos argentinos y algunas comprobaciones experimentales.

Jorge Dennler y José Yepes. — Aclaraciones en la sistemática de las « chinchillas » y su bibliografía comentada.

José Yepes y Genaro Yepes. — Breve monografía de los ratones del género *Phyllotis* (Crisetidae) distribuídos en la Argentina.

Jorge Dennler. — Los nombres guaraníes de los mamíferos de la Argentina y países limítrofes, como un complemento de identificación sistemática.

Abraham Freiberg. — Catálogo sistemático de las tortugas que habitan el territorio argentino.

Max Birabén. — Gándulas de veneno de *Cerathophrys ornata*.

Max Birabén. — Estructura de la piel en batracios argentinos.

Angel Cabrera. — Los monos del territorio argentino.

Ernesto D. Dallas. — Mamíferos teratológicos del Museo Argentino de Ciencias Naturales.

Jorge Dennler. — La psicología de los cánidos.

Jorge Dennler y José Yepes. — La interpretación del colorido y matices presentados por mamíferos de la fauna argentina, con algunas comprobaciones en especies domésticas.

Aristides Fiora. — Contribución al conocimiento de la distribución geográfica y ecológica de las aves del N. W. argentino.

Augusto C. Llanos. — La curva de compensación en la articulación dentaria de los mamíferos y otras particularidades.

José Yepes y Angela Chiarelli. — Morfología del pelo de nuestros murciélagos.

SECCIÓN BOTÁNICA (FANERÓGAMAS)

Alberto Castellanos y Sra. H. V. Lelong. — Género *Cactacearum Argentinorum*.

R. P. Moreau. — *Lilaeopsis* argentinas.

L. Tortorelli y C. O'Donell. — Estudio anatómico comparado del leño de Zigoofiláceas argentinas.

L. Tortorelli y C. O'Donell. — Anatomía del leño de especies Xerófilas de la flora argentina.

C. C. Molle. — Estructura anatómica del leño de las especies argentinas del género *Condalia*.

C. O'Donell y L. Tortorelli. — Anomalías de crecimiento en el leño de plantas argentinas.

Raúl Lahitte. — Gramíneas nuevas o interesantes de la flora argentina.

Juan V. Monticelli. — Revisión crítica del género *Larrea* Cav. (Zygophyllaceae).

Clortilde C. Molle. — Estudio histológico del tallo de la « cascarilla » árbol medicinal argentino (*Pogonopus tubulosus*).

Carlos A. O'Donell. — La anatomía de una interesante planta áfila cuyana; *Ramorinoa Girolae* Speg.

- Eduardo Carette y Adrián Ruiz.* — Contribución al estudio de las solanáceas de Mendoza.
- Lyman B. Smith* (Estados Unidos). — Sinopsis de las Loganiáceas.
- R. Pérez Moreau.* — Géneros de *Umbelliferae* de los alrededores de Buenos Aires.
- R. Pérez Moreau.* — Revisión de las especies argentinas del género *Hydrocotyle*.
- Angel L. Cabrera.* — Las Compuestas mendocinas de Philippi.
- Alfredo J. Bandoni.* — Anatomía de la timeleácea *Ovidia pillo-pillo*, planta medicinal de los Andes patagónicos.
- Arturo Burkart.* — Las especies argentinas del género *Centrosema* (Leguminosae).
- José Román Guñazú.* — Reseña fitogeográfica de la provincia de San Luis.

SECCIÓN BOTÁNICA (CRIPTÓGAMAS)

- Juan B. Marchionatto.* — Notas micológicas.
- César Carrera.* — Contribución al estudio de los *Fusarium* de la República Argentina.
- Juan C. Lindquist.* — Notas críticas sobre Ficomycetas argentinas (*Phytophthora* y *Peronospora*).
- Leonardo Halperin.* — Caracterización y comportamiento del *Bacterium savastanoi* E. F. Smith, *B. malvacearum* E. F. Smith y *B. citriputeale* C. O. Smith en medio de cultivo.
- O. Kühneman.* — Catálogo de los Musgos argentinos.
- Elisa Hirschhorn.* — Revisión crítica de los géneros *Ustilago* y *Sphacelotheca*.
- Raimundo Nieves.* — Poliracismo de *Ustilago tritici* (carbón volador del trigo) en la Argentina.
- Raimundo Nieves.* — Poliracismo de *Tilletia tritici* y *Tilletia levis* (caries del trigo) en la Argentina.
- León Grodzinsky.* — Notas sobre el comportamiento de algunos hongos en medio de cultivo.
- Mariano I. Frezzi.* — Sobre la presencia de *Fusarium oxysporum* var. *bulbigenum* en la Argentina.
- Fernando Rosa Mato* (Montevideo). — Las especies *Lepiota* en la colección Spegazzini.
- A. H. G. Alston* (Inglaterra). — The Selaginellas of Argentina, Uruguay and Paraguay.
- Gualterio Looser* (Santiago de Chile). — Las Pteridofitas de Nahuel Huapí.
- Alfredo M. Offerman.* — Comportamiento del *Rhizobium leguminosarum* Frank aislado de Soja hispida y *Cassia rotundifolia*, en cultivo artificial.
- Joaquín Frengüelli.* — Notas micropaleontológicas sobre el plioceno de Mendoza.
- Pablo Negroni.* — *Actinomyces discofoliatum*, señalado por primera vez en la Argentina.
- P. Negroni y H. Bonfiglioli.* — Estudio micológico del *Actinomyces israeli*.
- P. Negroni y T. Negri.* — Flora aspergilar del suelo de Buenos Aires.
- Ada I. Pastore.* — Sinopsis de las Equisetáceas argentinas.

SECCIÓN BIOLOGÍA

- Max Birabén.* — Notas biológicas sobre el pingüino *Spheniscus magallanicus* (J. R. Forster).
- Eduardo Del Ponte.* — Siete ensayos sobre Biología general.
- Raimundo Nieves.* — Fisiología de la anthesis y factores que influyen en la infección del trigo por *Ustilago tritici* (carbón volador).
- Raimundo Nieves.* — Factores que influyen en la infección del trigo, por la *Tilletia tritici* y *Tilletia levis* (caries del trigo).
- P. Magne de la Croix.* — Lo que determina el estado del ser a su nacimiento.
- Antonio Marino.* — Herencia del color del aleurona en el maíz piamontés.
- J. M. Andrés.* — Herencia del color del endosperma en el maíz piamontés.

SECCIÓN ANTROPOLÓGICA

- Milciades A. Vignati.* — Razas y culturas primitivas de la provincia de Mendoza.
- Milciades A. Vignati.* — Los aborígenes del Neuquén.
- Milciades A. Vignati.* — Hallazgos antropológicos en la provincia de Jujuy.
- Santos R. Castillo.* — Descripción de las lesiones dentarias de los cráneos de la colección del Museo Argentino de Ciencias Naturales.
- María Elena Villagra Cobanera.* — Anomalía de base del cráneo.
- María Elena Villagra Cobanera.* — Procesos basilares tercer cóndilo y carrillas articulares.
- Ramón Pardal.* — La deformación indígena artificial del cráneo. Interpretación del proceso deformativo y de su tolerancia.
- Ramón Pardal.* — Estudio radiológico de un cráneo incaico trepanado.
- Juan Olsacher.* — Nuevas pictografías del Dto. Sobremonte (Córdoba).
- José Imbelloni.* — Estado actual de la sistemática del Hombre, con referencia a América.
- José Imbelloni.* — Algunos nuevos problemas de la taxonomía humana, surgidos de la indagación serológica.
- Eduardo Casanova.* — Contribución al estudio de la cultura de La Candelaria.
- Eduardo Casanova.* — Adornos de oro procedentes de una sepultura santamariana.
- Santiago Gatto.* — Noticia preliminar sobre un paradero-cementerio de Brazo Largo.
- Santiago Gatto.* — Dos pinzas depilatorias excepcionales del Noroeste argentino.
- Adolfo Dembo.* — La práctica de las mutilaciones dentarias entre los aborígenes del territorio argentino.
- Adolfo Dembo.* — Sobre la técnica de las mutilaciones dentarias, con especial referencia a América.
- María Delia Millán.* — Un gorro de Paracas.

SECCIÓN APLICACIÓN DE LAS CIENCIAS NATURALES

- C. M. Albizzati y J. F. Molino.* — Datos sobre composición de resinas de plantas argentinas.
- Luis Floriani.* — Constituyentes ácidos de la resina de «carqueja» (*Baccharis articulata*).

- Luis Floriani*. — Examen fito-químico de la « liga » de Mendoza (*Psittacanthus cuneifolius*).
- Luis De Prado*. — Investigación sobre *Astragalus chilensis*, planta tóxica de Neuquén.
- L. R. Parodi y Ada Pastore*. — Géneros de plantas cultivadas de importancia económica representados en la flora indígena de la República Argentina.
- Enrique C. Clos*. — Bibliografía del algodonero.
- Enrique C. Clos*. — Los tipos de maní cultivados y su distribución geográfica en la Argentina.
- Armando De Fina*. — Factores que determinan el ciclo vegetativo del lino.
- A. Burkart*. — Contribución a la fitotecnia de la alfalfa.
- H. Contardi*. — Estudios genéticos en Cucurbita y consideraciones agronómicas.
- Tomás L. Marini*. — Notas sobre un aparato para la incubación de embriones de pejerrey para el transporte a larga distancia.
- Rafael Cordini*. — Sondeos limnológicos en la Laguna de Chascomún.
- José Román Guiñazú*. — Proyecto de creación de zonas de reservas naturales, en la provincia de San Luis.
- P. Negroni y Consuelo Briz de Negroni*. — Naturaleza antigénica de la tricotina.
- Raimundo Nieves*. — Factores ecológicos y económicos, que determinan la producción de trigo, maíz y lino en la provincia de Buenos Aires.
- Raimundo Nieves*. — Factores ecológicos y económicos, que determinan la producción de trigo, maíz y lino en la provincia de Córdoba.
- Henri D'André*. — Apreciación de las propiedades plásticas de las pastas (Extensímetro).
- Henri D'André*. — Significación e importancia de la prueba de panificación.
- S. Horovitz*. — Ensayos sobre maíz amargo.
- S. Horovitz*. — Nuevo tipo de híbrido constante de trigo y centeno.
- Guillermo Schulz*. — Las investigaciones y el registro de nuestra riqueza forestal.
- Angel Stura*. — Carácter y extensión de la invasión filoxérica en Mendoza.
- Nélida S. Troncoso*. — Las especies de Verbenáceas cultivadas en Buenos Aires.
- Gustavo J. Fischer* (R. O. del Uruguay). — Utilización de los fertilizantes por asociaciones de plantas.
- Gustavo J. Fischer*. — Interpretación estadística de experiencias biológicas.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Félix
 Albizzati, Carlos M.
 Alvarez, Raúl J.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Anastasi, Camilo
 Anchorena, Juan E.
 Andrioletti, Juan Luis
 Añón Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aráoz Alfaro, Gregorio
 Arbecchi, Armando C.
 Arce, Manuel J.
 Arditi Thompson, H.
 Armani, Aquiles
 Arnaudo, Silvio J.
 Avila Méndez, Delfín
 Aztiria, Ignacio
 Bado, Atilio A.
 Bachmann, Ernesto
 Baglietto, Eduardo E.
 Balbiani, Atilio
 Bancalari, Agustín
 Barabino Amadeo, S.
 Barbieri, Antonio
 Bargna, Juan L.
 Barilari, Mariano J.
 Barral Souto, José
 Barrancos, Leonidas A.
 Becke, Alejandro von der
 Berdoy, Pedro A.
 Berrino, Juan B.
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blaquier, Juan
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bontempi, Luis
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosisio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Bunge, Juan C.
 Buontempo, Guillermo
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Buzzo, Eduardo R.
 Caillet Bois, Teodoro
 Calandra, Raúl E.
 Camus, Nicolás
 Canale, Humberto
 Carabelli, Juan José
 Carbia, Rómulo D.
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.
 Cárcova, Enrique de la
 Carelli, Antonio
 Carelli, Humberto H.

Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carrea, Juan Ubaldó
 Casacuberta, Antonio
 Castello, Manuel F.
 Castiñeiras, Julio R.
 Celasco, Juan L.
 Cock, Guillermo E.
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Enrique
 Chelia, Francisco
 Chizzini Melo, Anibal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Dassen, Claro C.
 Dasso, Héctor
 Dasso, Ricardo L.
 Debenedetti, José
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 De la Ini, Juan E.
 Dellepiane, Luis J.
 Deuloufeu, Venancio
 Devoto, Franco E.
 Díaz, Emilio C.
 Dieulefait, Carlos E.
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Dotto, Enrique S.
 Dubecq, Raúl E.
 Dueñas, José
 Duhau, Luis
 Dupont, Enrique
 Durañona y Vedia, A.
 Durrieu, Mauricio
 Edelberg, Benjamín
 Escudero, Pedro
 Faré, Santo S.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández Long, S.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fischer, Gustavo Juan
 Flores, Emilio M.
 Florit, Carlos J.
 Forn, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Franceschi, Alfredo
 Firkorn, Dívico A.
 Gadda, Carlos Manuel
 Galmardini, Alfredo G.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gascón, Alberto
 Gaspar, Fernando L.
 Géneau, Carlos E.
 Gerardi, Donato
 Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.

Gil, Martín
 Gradín, Carlos
 Grieben, Arturo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Haussler, Emilio
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hofmann, Herbert
 Hortal, José Angel
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isetta, José
 Ivanissevich, Ludovico
 Jorge, José M.
 Jakob, Cristofredo
 Keiper, Guillermo
 King, Diarmid O.
 Kinkelin Pelletán, J. C. de
 Kohan, Zollo
 Kraglevich, Nicolás T.
 Krapf, Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Laporte, Luis B.
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo L.
 Latzina, Eduardo
 Lea, Allan B.
 Lignéres, Roberto
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lombardi, Alberto
 López, P. José
 Loyarte, Ramón G.
 Lozano, Nicolás
 Lugones, Arturo M.
 Llauró, José
 Mac Donagh, E. J.
 Magnin, Félix J.
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Maresca, Antonio J.
 Marini, Tomás L.
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Mata, Leopoldo
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercáu, Agustín
 Mermoz, Francisco A.
 Mohring, Walther
 Molfino, José F.

Molle, Clotilde C.
 Montes, Vicente E.
 Moreno, Evaristo V.
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Nelson, Ernesto
 Nielsen, Juan
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortega Belgrano, Raúl
 Ortiz, Anibal A.
 Ortiz de Rosas, Jorge
 Otamendi, Gustavo
 Ottonello, Héctor
 Páez, José María
 Page, Franklin Nelson
 Paitoví y Oliveras, A.
 Paquet, Carlos
 Parodi, Edmundo
 Parodi, Lorenzo R.
 Pasmán, Raúl G.
 Pasmán, Rodolfo E.
 Pastore, Franco
 Paz, José Máximo
 Paz Anchorena, José M.
 Peralta Ramos (h.), Alberto G.
 Pérez Hernández, A.
 Pérez Pirán, Juan A.
 Perrone, Cayetano
 Pestalardo, Agustín
 Pini, Aldo S.
 Platz, Hubert
 Podestá, Juan Carlos
 Polti, Modesto
 Posadas, Carlos
 Quartino, José N.
 Quinos, José Luis
 Quinterno, Bruno F.
 Quiroga, Pedro R.
 Raimondi, Alejandro
 Raffo, Bartolomé M.
 Ramacconi, Danilo
 Ramallo, Carlos M.
 Ratto, Héctor R.
 Ravignani, Emilio
 Rebuerto, Antonio
 Rebuerto, Emilio
 Reece, William Asher
 Repetto, Blas Angel
 Repossini, José
 Ringuelet, Emilio J.
 Rissotto, Atilio A.
 Rivarola, Rodolfo
 Robles, Angel A.
 Rodríguez Aravena, S.
 Roffo, Angel H.
 Roffo, Juan
 Roldán, Raimundo
 Romero Brest, Enrique
 Rokotnitz, Otto
 Rospide, Juan

Rossell Soler, Pedro	Schmidt, Max	Suárez, Angel	Varela, Rufino
Rossi, Arturo R.	Schoo Lastra, Oscar	Taiana, Alberto F.	Vecchi, Aristides de
Ruata, Luis E.	Schulz, Guillermo	Taiana, Jorge	Veja Huergo, Julio
Ruiz Moreno, Isidoro	Selva, Domingo	Tamini, Luis Augusto	Veyga, Francisco de
Ruiz Moreno, Adrián	Seeber, Ricardo	Tarragona, José	Vidal, Eduardo
Rumi, Tomás J.	Sesma, Angel	Tedeschi, Virgilio	Villalobos D., C.
Sabaria, Enrique	Sheahan, Juan F.	Tello, Eugenio	Vignaux, Juan C.
Sagastume Berra, A. E.	Silva, Leónidas L.	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Salomón, Hugo	Simons, Hellmut	Torello, Pablo	White, Guillermo J.
Sánchez, José Ricardo	Siri, Luis	Tossini, Luis	Wauters, Carlos
Sánchez, Gregorio L.	Sobral, Arturo	Trelles, Rogelio A.	Wysztelewski, W. de
Sánchez Díaz, Abel	Solari, Emilio F.	Trucco, Sixto E.	Zamboni, Agustín
Sánchez Sorondo, M. G.	Solari, Miguel A.	Valeiras, Antonio	Zappi, Enrique V.
Sanromán, Iberio	Soler, Frank L.	Valentiner, Hugo	Zavalla, Carlos M.
Santángelo, Rodolfo	Sordelli, Alfredo	Valentini, Argentino	Zuloaga, Angel M.
Sarhy, Juan F.	Spinetto, David J.	Valentinuzzi, Máximo	
Sarrabayrouse, Eugenio	Spota, Víctor J.	Vallebella, Colón B.	
Savon, Marcos A.	Storni, Segundo R.	Vallejo, Segundo E.	
Schnack, Benno J.	Storni, Carlos David	Vanossi, Reinaldo	

SOCIOS ADHERENTES

Alvarez, Carlos E.	Laporte, Julio A.	Recoder, Roberto F.	Viglione, Fausto E.
Bazzanella, José	Magne de la Croix, P. A.	Repetto, Cayetano	Walls, I. Figueras de
Devoto, Arnaldo Carlos	Milesi, Emilio Angel	Riú, Pedro Carlos	Wechsler, Wolf
Devoto, Carlos Alberto	Monca, Jacobo Isaac	Rusconi, Carlos	Zenarruza Johnson, Tirso A.
Folcini, Martín L. G.	Muñoz Cabrera, René	Somonte, Eduardo	
Goyena, Ricardo J.			

CASAS ADHERENTES

Francisco Disí	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Palumbo"	Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Ancorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumerindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Colina; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Arrambide, Miguel	Bodenbender, G.	Brandan, Ramón A.
Aguiar, Henoch D.	Astrain, Antonio	Bonet, Rafael	Brogliá, Alberto A.
Amaya, Arturo A.	Bermann, Gregorio	Borzacow, Wladimir	Bustos, Ernesto
Anduze, Fernando L.	Bobone, Jorge E.	Braccacini, Osvaldo J.	Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.	Galíndez Vivanco, C.	Martínez, Rodolfo	Roca, Jaime
Camilloni, Carlos	García, Daniel	Martínez Bustos, V.	Roggeri, Domingo
Carlomagno, José	Garzón, Rafael	Masjoan, Juan	Rothlin, Edwin
Castellanos Posse, F.	Gavier, Daniel E.	Melo, Carlos R.	Sánchez Sarmiento, F.
Catinari, Altavino E.	Gavier, Ernesto	Mirizzi, Pablo Luis	Sartori, Antonio
Centeno, Dionisio	Gibert, Víctor	Montes, Anibal	Sayago, Gumersindo
Cordeiro, Juan Carlos	Giménez de Azúa, F.	Ninci, Carlos A.	Sayago, Marcelino
Chaudet, Enrique	Godoy, Salvador A.	Ninci, Mario	Schmiedecke, Augusto
Checchi, Luis	Gómez, Calixto A.	Ninci, Raúl T.	Servetti Reeves, J. C.
Deheza, Eduardo	Gordillo, Pedro N.	Nottaris, Carlos E.	Sicco, Juan Carlos
De la Colina, Bené.	Granillo Barros, M.	Novillo Corvalán, S.	Sigal, Moisés
Del Viso, Jacinto	Hernández Ramírez, R.	Olsacher, Juan	Sparn, Enrique
De Tezanos Pinto, J.	Hosseus, Carlos Curt	Padula, Federico	Strada, Ferdinando
De Villafañe Lastra, T.	Jagsich, Juan	Pagliari, Arturo	Stucchi, Alberto
Devoto, Heraclio A.	Kegeler, Juan Walter	Pasqualini, Clodoveo	Stuckert, Guillermo V.
Di Rienzo, Sabino	Kronfus, Juan	Peláez, J. Gambastiani	Taravella, Ambrosio L.
Espinosa, Manuel	Lafayette Zimmer, M.	de	Tarragó, Emeterio
Esteban, Fernando	Larrauri, Agustín C.	Ferrine, Carlos D.	Terrera, Pascual
Evans, Eduardo W.	Lewis, Donald G.	Pilotto, Bernardo	Trebino, Natalio
Fernández, Miguel	Lo Celso, Angel T.	Ponce Laforgue, C.	Treter, José
Ferrer, Baltasar	Luque, Eduardo R.	Ponssa, Marco	Urciuolo, Victorio
Fitz Simon, Sgo. E.	Lutzow Holm, Olaf.	Puga, Agustín	Vanni, Alberto
Fortana, Lorenzo P.	Mácola, Berardo A.	Revol, Carlos A.	Vercello, Carlos
Fracassi, Humberto	Mácola, Tulio	Revuelta, Miguel C.	Villalba, Aquiles D.
Fuchs, Guillermo J.	Marsal, Alberto	Rietti, Dardo A.	Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Courault, Pablo	Kleer, Gregorio	Piñero, Rodolfo
Argüelles, Eugenio	Crouzeilles, A. L. de	Mal, Carlos	Pozzo, Hiram J.
Ariotti, Juan Carlos	Cruellas, José	Mántaras, Fernando	Ragonese, Antonio E.
Babini, José	Christen, Carlos	Marelli, Hipólito	Reinares, Sergio
Berraz, Guillermo	Christen, Rodolfo G.	Marino, Antonio E.	Rouzaut, Rodolfo
Bertuzzi, Francisco	Damianovich, Horacio	Montpellier, Luis Mar-	Salaber, Julio
Bonazzola, César J.	Falco, Federico	cos	Salgado, José
Borruat, Luis	Fester, Gustavo A.	Morisot, Augusto	Santini, Bruno L. P.
Borruat, Luis (hijo)	Frenguelli, Joaquín	Mounier, Celestino	Schivazappa, Mario
Borzone, Rodolfo	Gollán, Josué (h.).	Muzzio, Enrique	Simonutti, Atilio A.
Bossi, Celestino	Gschwind, Eduardo P.	Nigro, Angel	Tissembaum, Mariano
Caballero, Martín A.	Guinle, Hugo José	Nikilson, Carlos A.	Urondo, Francisco E.
Camo, José María	Hereñú, Rolando	Oliva, José	Virasoro, Enrique
Cerana, Miguel	Hotschewer, Curto	Peresutti, Luis	
Claus, Guillermo	Juliá Tolrá, Antonio	Piazza, José	

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos	García, José Federico	Maroso, José Angel	Ruiz, Anibal
Anzorena, Jacinto	Godoy Vergelin, G.	Mayorga, Santiago C.	Ruiz Leal, Adrián
Anzorena, Pedro	Gomensoro, José N.	Miyara, Salomón	Sammartino, Miguel
Basso, Germinal	Granzella, Sinibaldo	Miyara, Santos	Sánchez C., Juan V.
Bidone, Mario	Guiard, Ricardo	Oviedo Marcó, Carlos	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Jofré, Alberto L.	Oviedo Ortiz, Carlos	Stura, Angel C.
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Pelaia, Dante	Toso, Juan P.
Ceriotto, Emilio	Lucero, Braulio G.	Piccione, Cayetano C.	Vicchi, Juan A.
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Piovano, Abelardo P.	Villanueva, Miguel An- gel
Gabrielli, Francisco J.	Magistretti, Guillermo	Pontis, Rafael E.	
Galeano, Edgardo	Maneschi, Ernesto		

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.....	México	Hijar y Haro, Luis.....	México
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Janet, Pierre.....	París
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Avendaño, Leónidas.....	Lima	Kinart, Fernando.....	Amberes
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Langevin, Paul.....	París
Borel, Emile.....	París	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bragg, William Henry.....	Londres	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Bruch, Carlos.....	Olivos	Monjarás, Jesús E.....	México
Cabrera, Blás.....	Madrid	Moretti, Gaetano.....	Milán
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Oliver Schneider, Carlos....	Concepc. (Ch.)
Carabajal, Melitón M.....	Lima	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Corti, José S.....	Mendoza	Perrin, Tomás G.....	México
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Autofag. (Ch.)
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fontecilla Larrain, Arturo...	Santiago (Ch.)	Rowe, Leo S.....	Washington
Fort, Michel.....	Lima	Shepperd, William R.....	New York
González del Riego, Felipe..	Lima	Tello, Julio C.....	Lima
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Torres Quevedo, Leonardo...	Madrid
Guinier, Philibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)	Volterra, Vito.....	Roma

0.8

ANALES

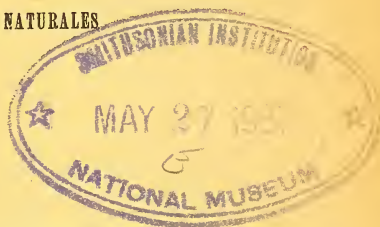
DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUERTO



ABRIL 1937.— ENTREGA IV.— TOMO CXXIII

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
NICOLÁS BESIO MORENO.— Memoria anual correspondiente al sexagésimo período administrativo (1º de abril de 1936 a 31 de mayo de 1937). Asamblea ordinaria del mes de abril de 1937	145
A. E. SAGASTUME BERRA.— Fundamentos matemáticos de la música (<i>Continuación</i>)	182
J. C. VIGNAUX.— La forma factorial del número complejo hiperbólico .	198
C. C. D.— Bibliografía	208

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FÉ 1145

1937

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Dr. Walter Nernst
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Ing. Guillermo Marconi
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babin; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1936-1937)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Nicolás Besio Moreno
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casauberta
<i>Secretario de Correspondencia</i>	Doctor Elías A. De Cesare
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Protesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	General Ingeniero Arturo M. Lugones
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Ingeniero Carlos Posadas
<i>Vocales</i>	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez
	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin

ADVERTENCIA.— Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

MEMORIA ANUAL

DEL PRESIDENTE DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

ING. NICOLÁS BESIO MORENO

CORRESPONDIENTE AL SEXAGÉSIMO CUARTO PERÍODO ADMINISTRATIVO

(1° DE ABRIL DE 1936 A 31 DE MARZO DE 1937)

APROBADA EN LA ASAMBLEA ORDINARIA DEL 1° DE ABRIL DE 1937

INTRODUCCIÓN

Consocios:

Vuelvo a informaros acerca del funcionamiento de la Sociedad Científica Argentina en 1936, año que es el sexagésimo cuarto de su existencia.

Correspóndeme una vez más, entregar la Institución a la nueva presidencia pronta a surgir de las elecciones que habéis de realizar y puedo augurar a mi sucesor en el alto sitial, que al recibir la pesada carga del más importante organismo científico no oficial del país, le espera un período fructífero para la antigua casa y para la ciencia argentina y su difusión general.

Fué siempre, desde la primer hora, desde el día inicial, la tribuna de la Sociedad Científica Argentina, una elevada y responsable tribuna, en la cual las más altas figuras del pensamiento científico nacional, presentaron su juicio aleccionador, señalaron derroteros, rectificaron rumbos y vaticinaron destinos para la naciente inspiración conceptual de la nacionalidad. Le faltaba al cuadro armonioso de su actividad, el marco apropiado que ostenta en la actualidad, y por el cual se ha convertido en el asiento natural de todas las expresiones públicas orales de la ciencia desinteresada, según podrá advertirse, recorriendo las referencias de esta propia Memoria anual.

Sombrías horas de duelo, inquietud y zozobra viene recorriendo la humanidad civilizada desde hace 22 años: a la catástrofe de la guerra terrible, sucedió el período angustioso del postguerra y más tarde la crisis económica y financiera universal que ha entrado en el séptimo, acaso el último año, de su prolongación. El dolor moral y las inquietudes espirituales son propias del saber y no de la ignorancia y así pudo verse que fueron mayores los sufrimientos de los pueblos más cultivados, pues en ellos es más grande el tesoro que se puede ofender con las vicisitudes del diario vivir. Nos hallamos hoy en el dintel de la nueva reacción que ha de conducir la humanidad a mejores momentos, si no interrumpe otra tempestad el brillo del fecundo fuego intelectual.

MAY 21 1937

La prolongada crisis general que parece terminar, amagó igualmente la vida de la Sociedad Científica Argentina, sin lograr disminuir gravemente el veneno de sus energías, que sobrevivieron en la primer hora, triunfaron luego progresando hasta ofrecer desde hace algún año un espectáculo de engrandecimiento, que es justo señalar como signo generoso de la vida nacional.

Si nos referimos a los dos aspectos singulares de este resurgir, diremos que la vida económica de la Sociedad, instalada desde hace tres años en este gran palacio central, no puede ser más holgada y lo es más de lo que lo ha sido siempre hasta hoy, pues ha acrecentado su activo vigorosamente, su pasivo ha desaparecido del todo y mantiene al día la complejidad de sus servicios.

El otro aspecto singular, el científico, ha tenido amplio proceso en los *Anales* de la Sociedad, en los cursos, clases y conferencias de sus salas de actos y reuniones, en su Consejo Científico y en su intervención atenta y continua en las generosas actividades de la Comisión Nacional de Cultura. Fué la Sociedad en 1936 un grande centro de difusión científica.

Mas no es esto suficiente.

Ha llegado la hora que la Sociedad sea un centro promotor de la ciencia libre — si así podemos decir — respetuosa, compañera y concordante con la ciencia oficial, pero que pueda estimular la investigación científica desinteresada en las diversas ramas de las ciencias matemáticas, astronómicas, físicas, químicas, naturales, biológicas y similares o contiguas.

La primer forma con que se pensó iniciar este modo vivo de acción creadora fué la celebración en Buenos Aires de una exposición internacional de instrumental científico moderno, que permitiera a los estudiosos conocer los recursos actuales de la ciencia en los países que gobiernan la vanguardia del pensamiento intelectual. Pero el propósito no pudo realizarse aún, a pesar de que creímos hallarnos próximos de ello.

Pero es indudable que no es ya suficiente la acción cultural de difusión científica, para el grado de poderío que ha alcanzado la Sociedad Científica Argentina. Ha de ser con el tiempo un instituto libre post universitario, ya necesario en la vida científica nacional. En diversos instantes de su historia lo fué nuestra Sociedad, pero deberá serlo pronto continuamente.

Paso ahora a informaros del movimiento social en el año transecurrido de 1936.

ASAMBLEAS

La Sociedad ha efectuado una sola Asamblea, la ordinaria, que tuvo lugar el 3 de abril ppdo., en la que se aprobó la Memoria correspondiente al 63° período (distribuida oportunamente a los señores socios), e integrada la Junta Directiva en la forma que ha sesionado durante todo el año.

JUNTA DIRECTIVA

De acuerdo con el Art° 13 del Reglamento en vigencia, que dispone que la Junta Directiva se renueva por mitades cada año en la Asamblea ordi-

naria de la primera semana de abril, fueron llenados los siguientes cargos, vacantes por terminación de su mandato:

Vicepresidente 1º: Ingº Jorge W. Dobranich, elegido por dos años.
Secretario de actas: Dr. Antonio Casacuberta, reelegido por dos años.
Tesorero: Arqº Carlos E. Géneau, reelegido por dos años.
Bibliotecario: Ingº José S. Gandolfo, reelegido por dos años.
Vocales: Ingº Ricardo J. Gutiérrez, Capitán de Fragata Héctor R. Ratto, Dr. Jorge Magnin y Dr. Angel H. Roffo, elegidos por dos años.

Con estas designaciones la Junta Directiva quedó constituída en la siguiente forma:

<i>Presidente</i>	Ingº Nicolás Besio Moreno
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingº Jorge W. Dobranich
» 2º	Dr. Gonzalo Bosch
<i>Secretario de actas</i>	Dr. Antonio Casacuberta
» » <i>correspondencia</i>	Dr. Elías A. De Cesare
<i>Tesorero</i>	Arqº Carlos E. Géneau
<i>Protesorero</i>	Prof. José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingº José S. Gandolfo
<i>Vocal</i>	Ingº Ricardo J. Gutiérrez
»	Cap. de Frag. Héctor R. Ratto
»	Dr. Jorge Magnin
»	Dr. Angel H. Roffo
»	Dr. Juan Ubaldo Carrea
»	Dr. Arturo R. Rossi
»	Gral. Ingº Arturo M. Lugones
»	Ingº Carlos Posadas

La Junta Directiva ha realizado 30 sesiones durante el período, siendo las principales resoluciones tomadas las siguientes:

Sesión del 16 de abril de 1936

Nota de la Comisión Nacional de Cultura comunicando que la Comisión está reuniendo los datos y antecedentes de los escritores, autores científicos y artistas radicados en el país, con el propósito de formar un archivo completo y ordenado de las personas cuya actividad intelectual entra en los fines de fomento de las artes y letras especificados en la Ley 11.723. Al mismo tiempo anuncia el envío de fichas personales que deberán llenar los señores socios y formularios de inscripción de las obras científicas y literarias publicadas en el año 1936, para uso de los asociados que se presenten a optar a los premios instituídos por la Comisión. Se resuelve acusar recibo y comunicar que se procederá de acuerdo con lo solicitado haciéndose saber por circular a los asociados.

— Se designan los miembros de la Sociedad que deben integrar las siguientes Comisiones:

Hacienda: Ing^o Guillermo Buontempo, Arq^o Carlos E. Géneau y Dr. Antonio Casacuberta.

Biblioteca: Ing^o Jorge W. Dobranich, Ing^o José S. Gandolfo y Dr. Reinaldo Vanossi.

Conferencias: Dr. Gonzalo Bosch, Dr. Juan Ubaldo Carrea, Gral. Ing^o Arturo M. Lugones y Capitán de Fragata Héctor R. Ratto. Se faculta a la presidencia para designar el quinto miembro.

— Se aprueba por unanimidad una moción del Dr. Casacuberta para que se invite a las reuniones de la Junta Directiva durante el año siguiente de la terminación del mandato a los presidentes y vices de la misma, los cuales tendrán voz y no voto en las deliberaciones.

— Nota de la Sección Santa Fé proponiendo que los diplomas sean firmados por el Presidente y Secretarios de la Sociedad y Presidente y Secretario de la Sección. Se acepta y adopta el temperamento propuesto para todas las Secciones.

Sesión del 30 de abril de 1936

Se aprueba una moción del vocal Dr. Angel H. Roffo proponiendo la realización de un acto en homenaje con motivo del 25^o aniversario del fallecimiento de Florentino Ameghino.

— El Dr. Carelli señala las dificultades con que se tropezará para realizar la exposición de material científico proyectado por las circunstancias que atraviesa el continente europeo. El Ing^o Gandolfo propone una muestra de instrumental fabricado en el país. El Dr. Casacuberta informa sobre la ordenanza municipal que acordó el subsidio como uno de los actos para celebrar la conmemoración del IV Centenario de la primera fundación de Buenos Aires. Se resuelve finalmente esperar el resultado de la imputación de los fondos por el Concejo Deliberante y luego resolver en definitiva.

— Se acuerda favorablemente el envío de los «Anales» sin cargo y con carácter permanente para la Mesa de Publicaciones de la Dirección General de Correos y Telégrafos.

Sesión del 7 de mayo de 1936

Por moción del Dr. Casacuberta se resuelve designar una Comisión compuesta por el Ing^o Jorge W. Dobranich y los Dres. Gonzalo Bosch y Reinaldo Vanossi que intervendrá en todos los asuntos relacionados con la Comisión Nacional de Cultura.

— Se designa para constituir la Comisión de Estatutos y Reglamento al Dr. Reinaldo Vanossi y a los ingenieros Arturo M. Lugones y Carlos Posadas.

— Para integrar la Comisión de Conferencias se designa al Ing^o Ludovico Ivanishevich.

Sesión del 14 de mayo de 1936

Nota de la Embajada Británica adjuntando una copia de las condiciones generales con respecto al ingreso de candidatos para las Becas Príncipe de Gales a la Universidad de Oxford, como también una descripción de la Universidad y de la vida de Colegio en ella. Solicita dar publicidad a estos do-

cumentos y hace saber que las solicitudes de los candidatos se recibirán en la Embajada hasta el 31 de diciembre del año en curso. Se resuelve remitir copia de la nota a todas las facultades y a los socios con un resumen de las condiciones requeridas, haciéndoles saber que para el año 1937 habrán dos Becas disponibles.

— Nota del Museo Social Argentino haciendo conocer su actuación pasada y presente e invitando al acto conmemorativo de sus bodas de plata. Se designa al Dr. Gonzalo Bosch para que concurra al acto a realizarse y exprese que la Junta Directiva aplaude el esfuerzo realizado en bien del país.

Sesión del 28 de mayo de 1936

El señor Presidente recuerda el propósito de la Junta de constituir el Consejo Técnico con el fin de abarcar los problemas de ciencia aplicada, cuando se organizó el Consejo Científico, considerado como una rama de investigación y propone la designación de una Comisión para establecer las bases de su constitución y funcionamiento. Se resuelve designar una Comisión compuesta por los doctores Gonzalo Bosch, Jorge Magnin y Antonio Casacuberta, Ing^o José S. Gandolfo y Prof. José F. Molfino para que estudie el problema y aconseje si conviene separarlo o formar uno solo y el número de personas que deben constituirlo.

— En vista de la falta de noticias acerca de las actividades de la Sección Mendoza, se resuelve dirigir un telegrama al Dr. Eduardo Carette y confirmarlo por nota. También se resuelve designar una delegación constituida por el Tesorero Arq^o Carlos E. Géneau y el Secretario Dr. Antonio Casacuberta a fin de que, cuando les sea posible se trasladen a Mendoza y procuren la constitución definitiva de dicha filial.

— Por indicación del Dr. Casacuberta se agregan a la Comisión de Conferencias el Dr. Angel H. Roffo y el Prof. José F. Molfino, quedando dicha comisión constituida en la siguiente forma: General Ing^o Arturo M. Lugones, Presidente; Prof. José F. Molfino, Secretario y Dr. Gonzalo Bosch, Dr. Juan Ubaldo Carrea, Capitán de Fragata Héctor R. Ratto, Ing^o Ludovico Ivanishevich y Dr. Angel H. Roffo, vocales.

— Se resuelve designar a los Dres. Gonzalo Bosch y Angel H. Roffo para representar a la Sociedad en el acto de homenaje que se tributará a la memoria del Dr. Santín Carlos Rossi.

— El señor Bibliotecario informa que con los fondos donados por socios se ha suscripto a las siguientes revistas por el año 1936: *The Institute of Metals*, Londres; *Erdöl un Feer* (desde octubre 1935) *Oel und Kohle*, Berlín; *Wasserwirtschaft und Technik*, Viena; *Les Matières Grasses, Le Pétrole et ses Dérivés*, París; *The Journal of Chemical Physics*, New York; *Proceedings of the American Wood Reserves Association*, Chicago.

Sesión del 18 de junio de 1936

Se resuelve designar a los Dres. Gonzalo Bosch y Juan Ubaldo Carrea para que representen a la Sociedad en el acto de homenaje a la memoria del Prof. Telémaco Susini, auspiciado por la Asociación Médica Argentina.

— El señor Bibliotecario informa que existen publicaciones que deben fichar-

se como libros y propone encomendar la tarea a destajo abonando, como prueba, la suma de \$ 0,05 m/n por ficha. Con la conformidad del señor Tesorero se autoriza el gasto hasta la suma única y total de \$ 200,— nacionales, incluyendo en ello el costo de las fichas.

—La Junta Directiva resuelve felicitar al Intendente Sr. Claudio López por su buen comportamiento en las circunstancias dadas a conocer por el señor Presidente.

Sesión del 25 de junio de 1936

Se resuelve autorizar al señor Director de los «Anales» el empleo de cuatro pliegos en cada número durante el segundo semestre de 1936.

—Nota del Dr. Eduardo Carette de la Sección Mendoza informando que de acuerdo con la autorización conferida por la Junta Directiva fué constituída esa filial en el mes de octubre ppdo., habiendo sido designado Presidente el Ing^o José S. Corti y remitido el acta de constitución, la nómina de las nuevas autoridades y solicitudes de nuevos socios. Como no se han recibido dichas comunicaciones, se resuelve solicitarle quiera tener a bien remitir copia de todos esos documentos y nuevas solicitudes de los socios ingresados que no figuren en las tapas de los «Anales» a fin de proceder a su aceptación por parte de la Junta y remitirles el nombramiento y diploma correspondiente.

Sesión del 16 de julio de 1936

El Dr. Casacuberta, en su carácter de apoderado general y miembro de la Comisión de Hacienda, informa que, de acuerdo con lo aconsejado por dicha Comisión, presentó al H. Concejo Deliberante Municipal una solicitud de subsidio para el año 1937 por la suma de \$ 10.000 m/n. Se aprueba por unanimidad el temperamento adoptado por la Comisión de Hacienda.

Sesión del 30 de julio de 1936

Se resuelve adherirse al Congreso Internacional de Geografía de Amsterdam.

—Nota del socio Dr. Cristofredo Jakob solicitando se inicien gestiones tendientes a conseguir del Ministerio de Marina una autorización para el estudio del encéfalo de ballenas y de todo otro material científicamente interesante, que pueda llegar a las costas del Río de la Plata. Se resuelve apoyar con interés el pedido.

—Se toma nota de la Comisión Directiva de la Sección Mendoza y se concede la autorización necesaria a fin de constituir la en el futuro con mayor número de cargos o sea: un Presidente honorario local, un Vicepresidente, un Bibliotecario y dos vocales más.

Sesión del 6 de agosto de 1936

En conocimiento de que el Poder Ejecutivo de la provincia de Buenos Aires proyecta la creación del Instituto Ameghino en la casa donde nació el sabio naturalista, que a base de documentos irrefutables se halla situada en la calle Las Heras 448 de Luján (B. A.), cuya dirección se confiaría a un consejo

académico honorario designado por el Poder Ejecutivo, el que tendrá su sede en Luján y se formaría con el Director del Museo Nacional de Historia Natural de Buenos Aires, Director del Museo de Ciencias Naturales de La Plata, Decano de la Facultad de Humanidades de La Plata, Decano de la Facultad de Filosofía y Letras de Buenos Aires o un representante de ella, Director General de Escuelas de la provincia, Presidente de la Sociedad Científica Argentina, Director de la Escuela Normal Nacional de Luján y Presidente o representante de la Asociación Cultural Ameghino, de Luján; se resuelve pasar nota al P. E. provincial auspiciando la idea y agradeciendo la inclusión de la Sociedad en el Consejo académico.

— El señor Presidente pone en consideración el proyecto de nuevo Estatuto presentado por la Comisión especial integrada por los Dres. Reinaldo Vanossi y Emilio C. Díaz, Ing^o Eduardo M. Huergo, Gral. Ing^o Arturo M. Lugones e Ing^o Carlos Posadas, cuyo proyecto, tratando de conservar la estructura actual de la Sociedad, contempla las necesidades creadas por el desarrollo adquirido. Después de aprobado en general se trata en particular hasta el artículo octavo con las modificaciones que se harán conocer al ser terminada su consideración por la Junta Directiva.

Sesión del 13 de agosto de 1936

Se continúa la consideración del proyecto de nuevo Estatuto hasta el artículo décimo séptimo, aprobándose la constitución de un fondo de reserva propuesto por la Comisión de Hacienda.

Sesión del 20 de agosto de 1936

Se resuelve designar al Dr. Gonzalo Bosch y al Arq^o Carlos E. Géneau para que concurren en representación de la Sociedad al acto de la conferencia inaugural del ciclo del año en curso que pronunciará el señor Rector de la Universidad de Buenos Aires, acto auspiciado por el Colegio de Escribanos.

— Se continúa la consideración del proyecto de nuevo Estatuto hasta el artículo 42 inclusive.

Sesión del 27 de agosto de 1936

Nota de la Prefectura General Marítima relacionada con el pedido de autorización para asignar a esta Institución todo material científicamente interesante que tenga relación con las ballenas que puedan llegar al Río de la Plata. Manifiesta que, a pesar de los plausibles propósitos expresados en la nota de referencia, esa autoridad marítima se ve imposibilitada de acceder a lo solicitado, ya que en algunos casos esos cetáceos llevan consigo el arpón o cualquier otra señal que denuncia la propiedad de aquél, de manera que al llegar a la costa es necesario comprobar esos detalles para poder recién estar en condiciones de disponer su destino. La repartición se hace eco de la finalidad que persigue esta Sociedad pero es necesario por las razones expuestas que en cada caso se formule el pedido respectivo. Se resuelve agradecer y transcribir la presente nota al Dr. Cristofredo Jakob.

— Se termina la consideración del proyecto de nuevo Estatuto y se resuelve enviar a cada uno de los miembros de la Comisión un ejemplar del proyecto con las modificaciones introducidas para su redacción definitiva.

Sesión del 3 de setiembre de 1936

Se resuelve con carácter general que el homenaje a los socios con 40 años de antigüedad se tribute anualmente en un acto a realizarse con motivo de la celebración del aniversario de la fundación de la Sociedad, tomando la antigüedad en tiempo efectivo y a la fecha del 28 de julio de cada año. También se resuelve, a moción del Dr. Casacuberta, que en el cómputo de antigüedad se calcule como año entero la fracción que exceda de seis meses.

— El Arqº Géneau hace uso de la palabra manifestando que debiendo inaugurarse en esta Capital el Congreso Internacional de Escritores, convocado por la Federación de P. E. N. Club, para considerar en forma pública algunos asuntos que atañen a la cultura y a la labor que cumplen los hombres consagrados a las diversas disciplinas literarias, en cuyo certamen participarán delegados venidos de todos los extremos del mundo, propone la realización de un acto de homenaje a dichos delegados, que se realizaría en el salón « Florentino Ameghino ». Después de un cambio de ideas entre los miembros de la Junta Directiva se resuelve la realización, encomendando la preparación del mismo al Dr. Gonzalo Bosch y al Ingº Jorge W. Dobranich, en cuyo acto el primero de los nombrados pronunciaría palabras alusivas al motivo de la reunión. Se autoriza al Ingº Dobranich para obtener la cooperación del cuarteto « Pro Arte » y por Tesorería se abonaría la indemnización de gastos que sean necesarios.

Sesión del 10 de setiembre de 1936

De acuerdo a la nota del Instituto Argentino de Cultura Itálica, comunicando la llegada del Prof. Dr. Carlos Foá, quien dará un ciclo de conferencias en la Facultad de Ciencias Médicas con los auspicios de dicho Instituto, se resuelve manifestarle que concurrirán a las conferencias en representación de la Sociedad, los miembros de la Junta Directiva, Dres. Gonzalo Bosch y Juan Ubaldo Carrea.

Sesión del 17 de setiembre de 1936

Con motivo de la nota del Colegio de Escribanos solicitando la designación de representantes para que asistan al banquete oficial auspiciado por esa institución con el objeto de rememorar el septuagésimo aniversario, se resuelve comunicarle que la Junta Directiva ha designado al vocal de la misma doctor Juan Ubaldo Carrea para que represente a la Sociedad en dicho acto.

— Se resuelve designar al Ingº Nicolás Besio Moreno y al Arqº Carlos E. Géneau para que lleven la representación de la Sociedad en el acto de la colación de grados y distribución de premios de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

— Nota de la señora I. de Moreau informando que los libros remitidos a la Sociedad tienen por objeto donarlos en homenaje y memoria de su extinto hijo

Gabriel S. Moreau. El señor Bibliotecario informa que se han recibido y ubicado dichos libros. Se resuelve acusar recibo, agradecer e informarle que oportunamente se le hará conocer el acto de homenaje que se realizará.

— El señor Bibliotecario informa que se ha agotado la partida autorizada en la sesión del 18 de junio y solicita se continúe confeccionando las fichas, calculando un gasto total de \$ 2.000 nacionales a verificarse a razón de \$ 50 m/n mensuales. Se aprueba dicho gasto mensual con la condición de reintegrarse en el caso de obtener el subsidio en trámite.

— Se resuelve designar al Ing^o Carlos A. Lizer y Trelles para que represente a la Sociedad en el acto de inauguración del Instituto de Parasitología y Enfermedades Parasitarias en la Facultad de Agronomía y Veterinaria.

— Se aprueba la revisión del proyecto de nuevo Estatuto incluyendo las modificaciones en el ejemplar enviado a la imprenta. Se resuelve citar a Asamblea extraordinaria cuya orden del día será la siguiente: Proyecto de nuevo Estatuto. Designación de dos socios para firmar el acta. Se autoriza al señor Presidente para fijar la fecha una vez que se haya impreso el proyecto, del cual quedará un ejemplar debidamente legalizado por Secretaría en el legajo correspondiente a la sesión de la fecha.

Sesión del 8 de octubre de 1936

El señor Presidente informa que ha señalado la fecha del 15 de actual a las 18 y 30 horas para la realización de la Asamblea general extraordinaria que deberá considerar el proyecto de nuevo Estatuto de la Junta Directiva.

— Habiendo sido incluidos para ser tratados en las sesiones de prórroga, los proyectos de subsidio extraordinario para la Biblioteca y la exoneración de impuesto de contribución territorial, se resuelve designar una Comisión especial integrada por el Presidente Ing^o Nicolás Besio Moreno, y los vocales General Ing^o Arturo M. Lugonés y Dr. Jorge Magnin para activar los trabajos en favor de su sanción.

Sesión del 22 de octubre de 1936

Se resuelve designar al Dr. Jorge Magnin para que concurra en representación de la Sociedad al acto de entrega del diploma de Profesor honorario al Dr. Federico Reichert, por la Facultad de Agronomía y Veterinaria.

— Nota del Dr. Enrique Herrero Ducloux manifestando que, según así resulta de una publicación de «La Prensa», el señor Carlos Lojda va a presentar a la Sociedad fragmentos de un meteorito procedente de la Colonia Suiza, Lago Moreno (Río Negro) y ofrece su colaboración para el estudio de esos materiales. Se resuelve agradecer y hacerle saber las diligencias efectuadas por la Sociedad. Telegrama al señor Carlos Lojda informando al respecto. Se resuelve acusar recibo telegráfico, confirmando telegrama y hacerle saber que la Sociedad se encargará del estudio científico de los materiales, a cuyo efecto se le invita a remitir algunas muestras, según su ofrecimiento expresado en «La Prensa», por noticia del día 9 del actual, para ser estudiadas por el Dr. E. Herrero Ducloux.

Sesión del 29 de octubre de 1936

Se resuelve formular un voto de aplauso al señor Director de los « Anales » Ing^o Emilio Rebuerto, por su empeño y contracción, satisfaciendo los anhelos de la Junta Directiva.

— Nota del señor ministro de Gobierno de la provincia de Buenos Aires adjuntando copia legalizada de la Ley N^o 4471 por la que se crean premios anuales para fomentar la producción literaria y científica en la provincia, estableciendo el Art^o 6^o que: « Para juzgar las obras de ciencias jurídicas y sociales, ciencias matemáticas y físico naturales, medicina y ciencias aplicadas, el Poder Ejecutivo nombrará un jurado extraordinario, integrado por dos profesores de la Universidad de La Plata, dos universitarios dependientes del gobierno provincial y un representante de la Sociedad Científica Argentina, los que se expedirán en la fecha que establece el artículo anterior para los otros jurados ». Se resuelve por unanimidad remitir al señor ministro de Gobierno sendas notas acusando recibo y agradeciendo la inclusión entre los miembros del jurados a un representante de esta Sociedad y llevando a su conocimiento que se ha designado al vocal de la Junta Capitán de Fragata Héctor R. Ratto para que forme parte del jurado por el primer año, de conformidad con lo dispuesto en el Art^o 11 de la citada Ley.

— El Secretario da lectura del siguiente proyecto de resolución: Art^o 1^o Se resuelve con carácter general que cuando la Junta Directiva proceda a la designación de empleados de cualquier categoría (Art^o 18, inc. 5^o del Reglamento) lo hará a título provisorio. Art^o 2^o Transcurrido un plazo no menor de 30 días la Junta Directiva proveerá la confirmación en el cargo o dejará sin efecto la designación, según se haya comprobado o no la competencia para las tareas a que hubiera sido designado y previo informe de una Comisión especial. Se aprueba en general y en particular.

Sesión del 5 de noviembre de 1936

El Tesorero Arq^o Géneau manifiesta que ha sido consultado por el Ing^o Babiní de la Sección Santa Fé acerca del derecho de los autores de comunicaciones que se publican en la Sección respectiva de los « Anales », para obtener tiradas aparte. Se resuelve que los autores de artículos o comunicaciones de la Sección Santa Fé tienen el mismo derecho que los autores de artículos que se publican en los « Anales », es decir, 50 tiradas aparte a título gratuito.

Sesión del 19 de noviembre de 1936

Se resuelve publicar en los « Anales » la información relativa a la reciente incorporación de los nuevos miembros de la Academia de Ciencias Exactas, ingenieros Enrique Butty y José P. Repossini y doctor Teófilo Isnardi, así como la noticia de la elección del Prof. Carlos E. Dieulefait en calidad de miembro de la Societé Mathématique de France, recibida por intermedio del consocio Prof. Fernando L. Gaspar.

— El Arq^o Géneau, designado por el señor Presidente para concurrir a la reunión convocada por el señor Director de Telégrafos de la Nación para el

día 18 del actual, a fin de considerar conjuntamente los planes que desarrollará la estación oficial, transmisiones y distribución del horario para cada repartición, presenta un informe detallado manifestando que para la buena marcha de las transmisiones era necesario que al hacer su pedido cada institución lo hiciera considerando su capacidad para poder cumplir con su compromiso. Se resuelve designar una Comisión especial integrada por el Ing^o Jorge W. Dobranich, Dr. Gonzalo Bosch, Dr. Reinaldo Vanossi, Gral. Ing^o Arturo M. Lugones, Ing^o José S. Gandolfo y Arq^o Carlos E. Géneau quien actuará en calidad de Secretario de la Comisión y se le designa al mismo tiempo representante de la Sociedad ante las autoridades de la Radio del Estado. También se resuelve solicitar un espacio de quince a veinte minutos semanales para desarrollar el siguiente plan: a) Exposición breve de la bibliografía científica de actualidad. b) Reseña de los artículos que aparecen en los «Anales» y de las conferencias que se den en la Sociedad. c) Actividades de utilidad pública de la Institución. d) Cuestiones científicas generales del país y del extranjero. Este programa podrá ser ampliado o modificado de acuerdo con las sugerencias que la Junta Directiva reciba de los asociados los cuales serán consultados al respecto por una circular que se remitirá oportunamente, después de una reunión que se realizará conjuntamente con el Consejo Científico de acuerdo con la siguiente orden del día: 1^o Plan científico para el año 1937; 2^o Conferencias radiotelefónicas por la estación del Estado. Se formará una carpeta de todos los antecedentes relacionados con la Radio del Estado y la actuación de la Sociedad en la misma.

— El Secretario Dr. Casacuberta informa ampliamente respecto de las gestiones realizadas en compañía del Presidente Ing^o Besio Moreno ante los miembros de las Cámaras de Senadores y Diputados de la Nación como asimismo de las entrevistas con el señor Vicepresidente de la República Dr. Julio A. Roca, con el señor Presidente del Senado Dr. Robustiano Patrón Costas y diversos diputados miembros de la Comisión de Presupuesto y Hacienda, a fin de interesarlos en la sanción favorable de los proyectos sometidos a su consideración y que interesan a la Sociedad, habiendo recibido de todos ellos las promesas más formales. Se aprueban dichas gestiones. También se resuelve solicitar que en el Anexo L. al final del inciso 1^o a continuación de la partida «Colegio Nacional de Junín» y bajo el rubro «Partida que se incluye a fin de modificar la leyenda de origen para utilizar los saldos de arrastre» corresponde agregar la partida 1-2-145 del año 1935 que dice: «Capital Federal. Sociedad Científica Argentina» cambiando el texto por: «Capital Federal. Sociedad Científica Argentina. Obras de ampliación y de habilitación».

— Por indicación del Dr. Vanossi se resuelve hacer una circular a personas destacadas tales como ex-socios, miembros de la Comisión Nacional de Cultura, profesores titulares universitarios, invitándolos a hacerse socios, encomendando al Dr. Vanossi su redacción.

Sesión del 17 de diciembre de 1936

En virtud de los motivos expuestos en la nota de la Sección Mendoza, se resuelve con carácter transitorio acceder a las siguientes proposiciones: a) Conveniencia de condonar las deudas pendientes de algunos socios de esa filial hasta el mes de setiembre ppdo. en que se constituyó la actual Comisión

Directiva Local; b) Reducción de la cuota a remitir por esa seccional a un peso moneda nacional, de los dos que se seguirán cobrando a los socios desde el mismo mes de setiembre; c) De acuerdo con estos propósitos, depuración de la actual nómina de socios y conscripción de nuevos adherentes.

— Nota de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales informando la realización de la Segunda Reunión en Mendoza, del 3 al 11 de abril de 1937, con el auspicio del Gobierno de la provincia, y que la organización de dicha reunión comprende las secciones de: Geología, Paleontología, Zoología, Botánica, Antropología, Aplicación de las Ciencias Naturales y Biología. Solicita la colaboración de la Sociedad Científica Argentina y la invita a: 1º Adherirse a la Segunda Reunión de Ciencias Naturales a realizarse en Mendoza. 2º Designar oportunamente sus delegados y 3º Prestigiar la Reunión con una colaboración de sus investigaciones e invitar a los especialistas de la Sociedad para que envíen trabajos. Se resuelve acordar el auspicio solicitado, adherirse a la Reunión con la suma de \$ 25,— m/n en concepto de cuota de inscripción, designar los siguientes delegados: Dr. Eduardo Carette, Dr. Antonio Casacuberta, Dr. Juan B. Lara, Ingº Agrº Carlos A. Lizer y Trelles y Prof. José F. Molfino, remitir una circular a los socios transcribiendo la nota de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales, publicar en los diarios estas resoluciones y comunicarlas a la Sección Mendoza.

— No habiendo podido realizarse la Asamblea general extraordinaria convocada para el 15 de octubre ppdo., por falta de número reglamentario de socios para considerar el proyecto de nuevo Estatuto de la Junta Directiva, se resuelve contestar la vista conferida por la Inspección General de Justicia, manifestando que el temperamento resuelto con referencia a dicho acto consiste en postergarlo para otra oportunidad, después de la Asamblea general ordinaria.

— Se acepta la proposición del Prof. José F. Molfino a fin de que se designe socio correspondiente en Río de Janeiro al Dr. Pablo Campos Porto, Director del Instituto de Biología Vegetal y del Jardín Botánico.

— Se aprueba una proposición del Dr. Carrea, con carácter general, de que no se otorgarán en lo sucesivo diplomas de socios hasta después de percibirse el importe de cuatro cuotas.

* * *

Debo expresar aquí mi profundo reconocimiento a los miembros de la Junta por su laboriosidad y desinterés. Corresponde consignar que la Junta celebró muchas más sesiones de las que le señala el Estatuto y que jamás faltó quórum en las citaciones que se le hiciera.

ANALES

Mucha atención dedicó la Junta Directiva a los « Anales de la Sociedad Científica Argentina », órgano poderoso y responsable de la institución con 62 años de vida ininterrumpida y 123 volúmenes de seis entregas mensuales cada uno, publicados. La vastedad del plan que deben encerrar los « Anales » por la variedad de las ciencias que en ellos han de ser tratadas hacen que su dirección y realización sea un constante y afanoso problema. Debe contemplar el juicio que merecen sus números a los contemporáneos y a la vez el servicio que ellos pueden prestar a la posteridad.

Solemos considerar valiosísimos y de extrema importancia trabajos y estudios publicados en ellos que en su hora dieron margen a críticas airadas y sostenidas. Corresponde al gobierno de la publicación, cerrar los oídos a las críticas coetáneas si le anima la convicción de reunir elementos que las futuras generaciones han de utilizar y apreciar. Los « Anales » deben ser instrumento de la ciencia del día y no de la del pasado, pues corresponde ésta a órganos de otra naturaleza, pero tanto más lejos irá y más fuerte será su influencia si sirve también para alimentar los estudios del futuro como alimentan a los estudiosos de hoy algunos trabajos aparecidos décadas ha en nuestra publicación. La Sociedad puede ofrecer hoy los « Anales » sin atraso alguno, y a la vez sin deuda que fatigue sus preocupaciones.

La Dirección de los « Anales » ha estado durante el año transcurrido a cargo del espíritu ecléctico, laborioso y profundo del ingeniero Emilio Reuelto, de conocida personalidad intelectual.

Las entregas aparecidas en el último período son: N° VI del tomo CXX, I a VI del tomo CXXI, I a VI del tomo CXXII y I y II del tomo CXXIII.

Los trabajos publicados en dichas entregas son los siguientes:

C. E. G.: Fiesta de homenaje a los socios más antiguos. Discurso del Presidente de la Sociedad Científica Argentina Ing^o *Nicolás Besio Moreno*. Palabras del Ing^o y Dr. *Claro C. Dassen*.

Dudley Moulton: Two new species of Thysanoptera in Argentina and records of other species.

Dudley Moulton: Dos especies nuevas de Tisanopteros de la Argentina y apuntes sobre otras especies (traducción del artículo anterior).

Alberto E. Sagastume Berra: Sobre la teoría de los grupos.

Tomás L. Marini: Los Salmónidos en nuestro Parque Nacional de Nahuel Huapí.

P. Magne de la Croix: La electricidad en el organismo.

Ismael Gajardo Reyes: Los errores en la estadística provenientes de las irregularidades en el Calendario.

Monseñor Pablo Cabrera: Necrología y discursos pronunciados en el acto del sepelio por el presbítero doctor *Vera Vallejo* y por el doctor *Enrique Martínez Paz*.

Reinaldo Vanossi y Raúl Ferramola: Microdeterminación cerimétrica de glucosa sobre 0,1 ml. de sangre.

Fernando L. Gaspar: Sobre los polinomios ortogonales a dos variables y generalización de la superficie de Bravais.

C. M. Albizzati y F. Carradó: Evaluación de los compuestos de manganeso en algunas variedades de trigos argentinos.

J. C. Vignaux: Sobre el número complejo dual.

J. C. Vignaux y Mischa Cotlar: Sobre la derivada areolar y simétrica de las funciones de una variable compleja dual.

Nicolás Besio Moreno: Memoria anual del Presidente de la Sociedad Científica Argentina, correspondiente al sexagésimo tercer período administrativo.

Plutarco R. Orella: Contribución al estudio de la investigación toxicológica del ácido cianhídrico.

Francisco La Menza: Los sistemas de inecuaciones lineales y sus aplicaciones al estudio de los cuerpos convexos.

C. M. Albizzati: El arsénico depositado en los frutos por los tratamientos con los insecticidas arsenicales.

Sección Santa Fé de la Sociedad Científica Argentina:

Asamblea y sesión de comunicaciones del 3 de abril de 1936.

Gustavo A. Fester: La Rafaelita de Auca Mahuida (Resumen).

Rolando Hereñú: Informe sobre un trabajo publicado por el Dr. Angel Cabrera, titulado «Las especies del género *Glossotherium*» (Resumen).

José Babini: Una relación entre las expresiones factoriales de base igual al grado.

Informe de la Presidencia leído en la Asamblea ordinaria de 3 de abril de 1936.

Comisión Directiva. Socios activos.

Balance de Tesorería.

Exeursion a la fábrica de Productos Cerámicos de Alassio Hnos.

M. Magne de la Croix: Apuntes sobre los andares transitorios e irregulares.

Carlos M. Albizzati: Contribución al estudio de las variedades de trigos «Blackhull», Super Hard «Blackhull», con y sin barba.

Francisco Alberto Saez: Una era nueva en el estudio de las ciencias naturales.

Antonio Carelli: La fruta. La calcificación del terreno y su influencia en la constitución ósea y dentaria de los habitantes de San Juan.

J. C. Vignaux: Sobre las series convergentes simples y múltiples de funciones de variable compleja dual.

José Torre Revello: La expedición de don Pedro de Mendoza, y la fundación de Buenos Aires.

P. Magne de la Croix: Tratamiento de la tuberculosis pulmonar por la sobre-alimentación.

P. Magne de la Croix: Sobre la ninfosis.

Enrique V. Zappi: Los problemas del hemo y de la clorófila.

J. C. Vignaux: Extensión del método de sumación de M. Borel a las series de funciones de variable compleja dual e hiperbólica.

José Babini: Matemática y poesía.

Emilio L. Díaz: La radiación del viento en «Cristo Redentor» y la radiación solar.

Héctor R. Ratto: La náutica y el pilotaje en el siglo XVI.

Enrique V. Zappi y *Juan F. Serellas*: Contribution a la connaissance de nouveaux dérivés arseniés aromatiques.

Carlos Rusconi: Anomalías en las cornamentas del Huemul.

Sección Santa Fé de la Sociedad Científica Argentina:

Commemoración del centenario de Ampère.

Ciclo de conferencias: *Antonio E. Marino*: Herencia Mendeliana. Rev. P.

José A. Laburu: Problemas sobre la psicofisiología del carácter.

Sesión de Comunicaciones científicas en homenaje a Ameghino.

A. Larguía de Crouzeilles: Datos arqueológicos sobre paraderos indígenas de Santa Fé (isla del Periquillo, Helvecia y Sauce Viejo).

J. Frenguelli: Apuntes estratigráficos acerca del yacimiento del «Glossotherium» de la laguna Guadalupe.

G. A. Fester, F. A. Bertuzzi y D. Pucci: La identidad del Yacarol con el d-Citronelol.

H. Damianovich: La química del Helio y la transmutación de los elementos. Excursión a las barrancas de Paraná.

Carlos Biggeri: Singularidades de las funciones analíticas de una y de varias variables complejas independientes.

Emilio L. Díaz: Sobre la correlación entre la radiación solar y la presión en Valdivia.

Everard E. Blanchard: Descripción de icneumonoideos argentinos.

Alberto E. Sagastume Berra: Fundamentos matemáticos de la música.

J. C. Vignaux: Generalización de una fórmula de Schwarz.

Emilio L. Díaz: Notas sobre la circulación atmosférica en territorio argentino y la radiación solar.

Fernando L. Gaspar: La función de primera aproximación y la definición analítica de las superficies de frecuencias experimentales.

Sección Santa Fé de la Sociedad Científica Argentina:

Ciclo de conferencias: El trabajo. Función jurídica, social y educativa.

Sesión de Comunicaciones científicas del 13 de noviembre de 1936.

P. Raúl Carabajal, S. J.: Últimos descubrimientos arqueológicos del Arroyo Leyes (Prov. de Santa Fé).

F. E. Urondo. Nueva medida de radioactividad del aire del subsuelo.

Carlos Rusconi: «Listriodon Dupuyi» y sus relaciones con los tapires.

IV CENTENARIO DE LA PRIMERA FUNDACIÓN DE BUENOS AIRES

Con motivo de cumplirse el año próximo pasado el IV Centenario de la primera Fundación de la Ciudad de Buenos Aires, las Juntas Directivas de la Sociedad Científica Argentina y de la Sociedad Argentina de Estudios Geográficos «Gaea», resolvieron de común acuerdo festejar dicha efemérides, y como homenaje a España, organizando un ciclo de conferencias sobre descubrimientos científicos, geográficos, etnográficos, lingüísticos, etc.

Al primero de los cinco actos recordatorios fueron invitados, además del Excmo. señor Presidente de la República y sus Ministros, el señor Embajador de España, el señor Rector de la Universidad de Buenos Aires, el señor Intendente Municipal y numerosas instituciones científicas.

Dichos actos fueron los siguientes:

Primer acto recordatorio

9 de junio: I. Los precursores marítimos inmediatos de Mendoza, por el Ing^o Nicolás Besio Moreno.

- II. Palabras de homenaje a España, por el Prof. *Francisco de Aparicio*.
 III. U. Schmidl. Su libro «Viaje al Río de la Plata», por el Sr. *Edmundo Wernicke*.
 IV. Influencia de la posición en la formación y en el engrandecimiento de la ciudad de Buenos Aires, por el Prof. *Romualdo Ardissoni*.

Segundo acto

16 de junio: Las puertas de la tierra, por el Dr. *Ricardo de Lafuente Machain*.

Tercer acto

23 de junio: La expedición de don Pedro de Mendoza y la fundación de Buenos Aires, por el Prof. *José Torre Revello*.

Cuarto acto

30 de junio: Clasificación y diagnósticos raciales del hombre americano, por el Dr. *José Imbelloni*.

Quinto acto

10 de julio: La náutica y el pilotaje en el siglo XVI, por el Capitán de Fragata *Héctor R. Ratto*.

BIBLIOTECA

Se ha seguido prestando la diligente atención que requieren las tareas intrínsecas de la Biblioteca como las que merecen los pedidos de socios y estudiosos que usan de las amplias colecciones de revistas y libros, y de otros servicios no menos importantes que dependen asimismo de la Biblioteca.

Las cordiales relaciones que desde largo tiempo nos vinculan a muchas e importantes instituciones mundiales han sido cimentadas en el correr de un año de recíprocas atenciones. Además, la lista que aparte se agrega, da cuenta de las nuevas relaciones que se han establecido por medio del canje de publicaciones con nuestros «Anales» o por donación.

El ingreso normal de publicaciones periódicas aumenta en forma notable las colecciones en formación, a las que corresponde sumar las donaciones de libros de reciente aparición con que nos han honrado publicistas y algunas casas editoras.

Como en años anteriores, la Sociedad ha destinado una partida anual de sus rentas a la suscripción de revistas y compra de algunos libros. Lamentablemente los fondos no alcanzan para realizar las adquisiciones que requerirían las circunstancias, lo que entendido por diversos consocios, ha sido allanado en parte, por la reunión de fondos que permitieron atender las suscripciones que se enumeran: *Oel und Kohle* (antes «*Erdöl und Teer*»), Berlín; *Les Matières Grasses, Le Pétrole et ses Dérivés*, París; *American Institute of Physics, The Journal of Chemical Physics*, New

York; *Wasserwirtschaft & Technik*, Viena y las que edita el Instituto de Metales de Londres, a saber: *The Monthly Journal*, *The Journal* y *Metalurgical Abstracts*.

Otros espíritus generosos han favorecido a la Biblioteca con la donación de interesantes publicaciones; entre ellos los señores Ing^o Don José J. Girado y los Dres. Ernesto J. Bachmann y Carlos F. Hickethier.

Pero una mención destacada le corresponde a la señora Isabel de Moreau, por la donación de la Biblioteca de su extinto hijo Gabriel S. Moreau, la que comprende 822 volúmenes de los que 772 son obras de humanidades. Dichos volúmenes se han reunido en una sección especial de la Biblioteca.

Los consocios han utilizado los servicios de reproducciones fotográficas de páginas impresas por el sistema «Fotofix», y de adquisiciones de libros a precios rebajados directamente en casas editoras extranjeras, servicios ambos, que se iniciaron en el año anterior.

Se prosigue la labor de perfeccionamiento técnico en la organización de la Biblioteca y en el de ampliación de los medios de información y registros de sus vastas colecciones.

La tarea de actualizar el catálogo detallado de publicaciones periódicas al 31 de diciembre de 1934, fecha en que se cerró el libro de registro N^o 1, se ha completado en un 75 %.

Por otra parte, se ha dado comienzo al fichado de las publicaciones periódicas que en cada ejemplar contienen una colaboración, pues el solo número de origen registrado en los mismos no ilustra sobre su contenido y sobre todo porque es de gran conveniencia conocer la materia que tratan tantas e importantes obras de alta especialización que ingresan permanentemente.

Gracias a la paciente dedicación del señor consocio Ing^o Otto Rokotnitz, se ha llevado a cabo una trabajosa tarea de fichado y clasificación de nuestro archivo de mapas y planos, lo que ha permitido fundar las bases de la mapoteca de la Sociedad.

La existencia de obras alcanza a 39.400 volúmenes y 10.945 folletos; entre los primeros se incluyen los ejemplares o tomos de las 1.450 colecciones distintas de revistas.

Resumen del movimiento habido en la Biblioteca durante el año transcurrido:

Canjes nuevos

Chr. Michelsens Institut for Videnskaps of Andsfrihet, Bergen (Noruega); *American Geophysical Union* (National Research Council), Washington, D. C. (Estados Unidos); *Departamento Nacional de Portos e Navegação*, Río de Janeiro (Brasil); *Universidad de Antioquia*, Medellín (Colombia); *Netfyanó Delo, Moscou* (Rusia); *Stroitel Jeleznykh Dorog, Moscou* (Rusia); *University of California at Los Angeles*, Los Angeles, California (Estados Unidos); *Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Institut*, De Bilt (Holanda); *The American Ceramic Society*, Columbus, Ohio (Estados Unidos); *Société Scientifique de Bretagne*, Rennes (Francia); Revista Técnica «*Cemento*», Barcelona (España); *Société Entomologique de Finlande*, Suomi (Finlandia); *Acción Médica*, Revista (Capital); *Institut de Biologie de Péterhof*, Moscú (Rusia);

Ecole Nationale des Eaux et Forêts, Nancy (Francia); *Vodny Transport, Revue*, Moscú (Rusia); *Institut des Autostrades*, Leningrado (Rusia); *Istituto di Matematica della Università di Roma*, Roma (Italia); *Gidrotekhnicheskoyé Stroitelstvo, Revue*, Moscú (Rusia); *Museo Entomológico «Pietro Rossi»*, Duino (Italia); *Institut des Peches Maritimes et d'Océanographie de l'U. R. S. S.* (VNIRO), Moscú (Rusia); *Zeitschrift für Berg-, Hutten-und Salinenwesen, Berlin* (Alemania).

Canjes reiniciados

Archivo Nacional del Perú, Lima (Perú); *Revista de Agricultura de Puerto Rico*, San Juan (Puerto Rico).

Canjes de baja

Ecole Professionnelle Superieure des Postes Telegraphiques, París (Francia); *The Engineers Club of Philadelphia - Engineers and Engineering* —, Philadelphia (Estados Unidos).

Nuevas donaciones

Asociación Médica del Hospital Parmenio Piñero (Capital); *La Literatura Argentina* (Capital); *Radio Magazine* (Capital); *The Welder*, London (Inglaterra); *Caja Nacional de Ahorro Postal — Boletín Estadístico e Informativo* —, (Capital); *Sociedad Ornitológica del Plata — «El Hornero* —, (Capital); *Buenos Aires y La Pampa — Revista* —, (Capital); *Revista de Gastro-Enterología* (México, D. F.); *Archivos Argentinos de Psicología Normal y Patológica, Terapia Neuromental y Ciencias Afines* (Capital); *American Committee for International Wild Life Protection*, Cambridge, Mass. (Estados Unidos); *Compañía Sudamericana S K F. Revista Técnica. La Revista de Cojinetes a Bolas y Boletín Asea* (Capital); *Comisión Nacional de Granos y Elevadores — Boletín Informativo* —, (Capital); *Colegio de Doctores en Ciencias Económicas y Contadores Públicos Nacionales* (Capital); *Sociedade de Medicina de Porto Alegre*, Porto Alegre (Brasil); *Sociedad Geográfica Mexicana* (México, D. F.); *Photographie und Forschung*, Dresden (Alemania); *Baldwin Locomotives — Rev.* —, Philadelphia, Pa. (Estados Unidos); *Pharus — Rev.* — (Capital).

Nuevas suscripciones

Oel und Kohle, Berlín (Alemania); *The Institute of Metals*, London (Inglaterra); *American Institute of Physics — The Journal of Chemical Physics* —, New York, N. Y. (Estados Unidos); *Les Matières Grasses — Le Pétrole et ses Dérivés*, París (Francia); *Wasserwirtschaft & Technik*, Viena (Austria).

Cuenta actualmente la Sociedad con 665 canjes, distribuidos en la siguiente forma:

Argentina, 87; Alemania, 50; Australia, 6; Austria, 4; Bélgica, 10; Bolivia, 1; Brasil, 27; Canadá, 10; Colombia, 4; Costa Rica, 2; Cuba, 9; Checoslovaquia, 7; Chile, 10; China, 3; Dinamarca, 3; Ecuador, 3; Egipto, 1; España, 29; Estados Unidos, 85; Estonia, 2; Filipinas, 3; Finlandia, 6; Francia, 36;

Georgia, 4; Holanda, 9; Hungría, 6; India Inglesa, 2; Inglaterra, 12; Irlanda, 2; Italia, 62; Japón, 20; Letonia, 8; Madagascar, 1; Marruecos, 2; México, 9; Noruega, 3; Nueva Zelandia, 3; Palestina, 1; Perú, 10; Polonia, 7; Portugal, 11; Puerto Rico, 1; Rumania, 4; Rusia, 44; Serbia, 1; Suecia, 8; Suiza, 9; Sud Africa, 2; Transvaal, 1; Ucrania, 2; Uruguay, 20; Venezuela, 2; Yugoslavia, 1.

Los libros (obras) prestados a los señores socios suman 62, continuando las consultas de las numerosas colecciones de revistas en un número de 550 aproximadamente.

A través del siguiente detalle puede observarse el movimiento registrado durante el transeurso del período que terminó:

Canjes nuevos, 22; Canjes reiniciados, 2; Canjes de baja, 2; Nuevas donaciones, 18; Nuevas suscripciones, 5; Libros prestados, 62; Donaciones (libros y folletos), 910; Notas enviadas, 371; Notas recibidas y acuses de recibo, 770; Acuses de recibo y pedidos de revistas, enviados, 820.

* * *

La Biblioteca estuvo en 1936 a cargo del ingeniero José S. Gandolfo de cuya laboriosidad y espíritu constructivo quedarán hondas señales en la organización y perfeccionamiento de la Biblioteca social.

HOMENAJE A AMEGHINO

La Sociedad Científica Argentina se considera acendradamente vinculada a la memoria del ilustre sabio argentino Florentino Ameghino, el grande antropólogo, etnólogo, paleontólogo y geólogo desaparecido hace veinticinco años.

Para recordar su memoria realizóse un acto de conmemoración en el Salón de actos « Florentino Ameghino » de la Sociedad, en el que tuvo la conferencia fundamental a su cargo, su sucesor en la dirección del Museo Nacional de Ciencias Naturales de la Capital Prof. Martín Doello Jurado, el cual desarrolló el tema siguiente: « La extinción de las formas orgánicas, muerte individual y muerte filética », la que se realizó con presentación de ejemplares y proyecciones de fósiles. Abrió el acto el Presidente de la Sociedad Ing^o Besio Moreno, quien se refirió a la posición del sabio en la formación científica nacional. El trío famoso constituido por los maestros Luzatti, Pratesi y Napolitano interpretó en el intermedio uno de los tríos de Beethoven.

El acto tuvo la resonancia que era de esperarse dada la veneración que por el ilustre investigador se tiene en Buenos Aires.

ACTUACIÓN DE LA SOCIEDAD EN EL SENO DE LA COMISIÓN NACIONAL DE CULTURA

La actuación que ha tenido la Sociedad en el seno de la Comisión Nacional de Cultura, organismo creado a los fines de la Ley N^o 11.723, de Régimen Legal de la Propiedad Intelectual, queda detallada en el contenido de las siguientes notas cambiadas entre ambas instituciones.

Es sabido que el Presidente de la Sociedad es miembro nato de la Comisión mencionada.

« Buenos Aires, 14 de abril de 1936. Señor Presidente de la Sociedad Científica Argentina, Ingeniero Nicolás Besio Moreno. De mi consideración: Tengo el agrado de dirigirme a Vd. a fin de comunicarle que la Comisión Nacional de Cultura está reuniendo los datos y antecedentes de los escritores, autores científicos y artistas radicados en el país, con el propósito de formar un archivo completo y ordenado de las personas cuya actividad intelectual entra en los fines de fomento de las artes y letras especificados en la Ley 11.723.

« En el día de la fecha he remitido al señor Presidente fichas personales que deberán llenar los señores socios y formularios de inscripción de las obras científicas y literarias publicadas en el año 1936, para uso de los asociados que se presenten a optar a los premios instituidos por esta Comisión.

« Al mismo tiempo me es grato comunicarle que las oficinas de esta Repartición están abiertas al público todos los días hábiles de 12 a 18 y los sábados de 9 a 12, en su local de la calle Bolívar 108.

« Saluda al señor Presidente con su consideración más distinguida. (Fdo.) « Homero M. Guglielmini, Secretario ».

De acuerdo con lo resuelto por la Junta Directiva de la Sociedad, de hacer conocer a los señores socios el contenido de la nota remitida por la Comisión Nacional de Cultura, se dió cumplimiento a ello por medio de una circular.

« Buenos Aires, 5 de enero de 1937. Señor Presidente de la Sociedad Científica Argentina, Ingeniero Nicolás Besio Moreno. De mi mayor consideración: Tengo el agrado de dirigirme al señor Presidente a fin de comunicarle que esta Comisión ha resuelto pedir la colaboración de la entidad que Vd. preside para designar los miembros de algunas Comisiones asesoras en la asignación de premios a las obras científicas.

« De acuerdo con las reglamentaciones adjuntas, deben designarse seis Comisiones asesoras para los premios a la Producción Regional (un premio a etnología, arqueología e historia; un premio a folklore y un premio a temas científicos para cada zona).

« Asimismo debe designarse la Comisión asesora que ha de aconsejar los premios a la Producción Nacional en ciencias naturales y biológicas (obras publicadas en 1933, 1934, 1935 y 1936).

« Para satisfacer esta exigencia reglamentaria, la Comisión Nacional de Cultura estimará a esa Sociedad se sirva sugerir veinte nombres de especialistas en ciencias naturales y biológicas, así como los nombres de los que integrarán las Comisiones asesoras de premios regionales.

« Al agradecer anticipadamente esta valiosa colaboración, lo saluda atentamente. (Fdo.) M. G. Sánchez Sorondo, Presidente. Homero H. Guglielmini, Secretario ».

La Presidencia convocó al Consejo Científico y a la Junta Directiva, las que dieron forma a su cometido, según expresa la siguiente nota:

« Buenos Aires, febrero 11 de 1937. Señor Presidente de la Comisión Nacional de Cultura, doctor Matías G. Sánchez Sorondo. Tengo el agrado de remitir a Vd., correspondiendo al pedido de la Comisión de su digna presidencia, fecha 5 de enero ppdo, la lista de candidatos a miembros de las Comisiones asesoras de esa entidad, para las ramas de la ciencia que la nota que contesto se sirve enumerar.

« Hemos incorporado a la lista los nombres de los especialistas más renombrados del país sin distinción de escuelas filosóficas o científicas ni de orientación, cuidando tan sólo que tuviesen responsabilidad científica. Al haber comprendido a todos los especialistas, evidentemente, figurarán todos cuantos se presenten a optar por becas o premios y por tanto han de producirse renuncias y declinaciones, por lo que esta Sociedad ha agregado algunos nombres.

« Al nombre del sabio o especialista hemos agregado el de su especialidad más destacada como elemento de ilustración para el señor Presidente.

« La Junta Directiva me ha encargado haga llegar a Vd. dos sugerencias que a su juicio, simplificarían y consolidarían la obra de la Comisión Nacional de Cultura.

« I — No es conveniente admitir a premios científicos las obras de tesis doctorales presentadas por ex alumnos que acaben de terminar sus estudios universitarios. Estas deben tener su premio entre las de igual categoría, sea por la Facultad respectiva, sea por la Comisión de Cultura.

« II — No es conveniente admitir a premios científicos las obras de texto, los cuerpos de doctrina para la enseñanza, las cuales por su naturaleza deben, además de ser originales, reflejar todas las tesis fundamentales de la materia que procuran enseñar. Para estas obras, de tanta jerarquía, corresponde, a juicio de esta Sociedad, crear premios a las obras didácticas, mas no comprenderlas entre las de investigación científica que responden a un grado diferente de labor.

« Saluda al señor Presidente con distinguida consideración. (Fdo.) N. Besio Moreno, Presidente. (Fdo.) José F. Molfino, Secretario ad-hoc ».

« PROPUESTA DE JURADO PARA EL PREMIO NACIONAL DE CIENCIAS NATURALES
« Y BIOLÓGICAS

« Titulares:

- « Doctor Carlos Bruch. (Insectos: coleópteros).
- « Doctor Angel Cabrera. (Mamíferos actuales y fósiles).
- « Profesor Martín Doello Jurado. (Moluscos actuales y fósiles).
- « Profesor Juan A. Domínguez. (Botánica general y aplicada).
- « Doctor Joaquín Frenguelli. (Diatomeas actuales y fósiles. Paleontología de vertebrados).
- « Doctor Miguel Fernández. (Biología: herencia y genética).
- « Doctor Pablo Groeber. (Geología general).
- « Ing^o de Minas Enrique Hermitte. (Mineralogía).
- « Doctor Bernardo A. Houssay. (Biología general).

- « Doctor Cristofredo Jakob. (Biología: embriología).
- « Doctor Juan Keidel. (Geología general e histórica).
- « Doctor Fernando Lahille. (Peces).
- « Ingº Agrº F. Pedro Marotta. (Geología: edafología).
- « Doctor Julio Méndez. (Biología general).
- « Doctor Juan Nielsen. (Biología general).
- « Profesor Félix F. Outes. (Antropología).
- « Ingº Agrº Lorenzo R. Parodi. (Botánica sistemática y fitogeografía).
- « Doctor Franco Pastore. (Petrografía).
- « Doctor Alfredo Sordelli. (Microbiología).
- « Profesor Miléiades A. Vignati. (Antropología).

« *Suplentes:*

- « Doctor Roberto Dabbene. (Aves).
- « Ingº Agrº Salomón Horovitz. (Biología: herencia y genética).
- « Ingº Agrº Juan B. Marchionatto. (Micológia).
- « Doctor Pedro Rojas. (Biología: embriología).
- « Doctor Hans Seckt. (Hidrobiología).

« PROPUESTA DE JURADOS PARA PREMIOS REGIONALES

« *Región norte y andina.*

« *Titulares:*

- « Doctor Eduardo Casanova. (Arqueología y folk-lore).
- « Doctor Alberto Castellanos. (Botánica).
- « Doctor Salvador Mazza. (Zoología: parasitología)

« *Suplente:*

- « Doctor José J. Carbonell. (Zoología).

« *Región del litoral.*

« *Titulares:*

- « Ingº Agrº Carlos A. Lizer y Trelles. (Zoología: invertebrados).
- « Profesor José F. Molfino. (Botánica).
- « Doctor José Imbelloni. (Antropología, arqueología, etc.).

« *Suplente:*

- « Profesor Romualdo Ardissonne. (Etnología: folk-lore).

« *Región del centro.*

« *Titulares:*

- « Doctor Juan Olsacher. (Geología y mineralogía).
- « Doctor Carlos C. Housseus. (Botánica).
- « Profesor Francisco de Aparicio. (Arqueología y folk-lore).

« *Suplente* :

« Señor Duncan Wagner. (Arqueología).

« *Región de Cuyo*.« *Titulares* :

« Doctor Carlos D. Storni. (Geología).

« Doctor Eduardo Carette. (Botánica y Zoología).

« Arquitecto Héctor Greslebin. (Arqueología y folk-lore).

« *Suplente* :

« Doctor José Yepes. (Zoología: vertebrados).

« *Región pampeana*.« *Titulares* :

« Doctor Juan José Nágera. (Geología, Zoología).

« Ing^o Agr^o Arturo Burkart. (Botánica).

« Profesor F. Márquez Miranda (Arqueología y etnología).

« *Suplente* :

« Doctor Max Mirabén. (Zoología).

« *Región Patagónica* :« *Titulares* :

« Doctor Walter Schiler. (Geología y petrografía).

« Doctor Emiliano J. Mac Donagh. (Zoología).

« Señor F. San Martín. (Etnografía y folk-lore).

« *Suplente* :

« Doctor Angel L. Cabrera. (Botánica) ».

ESTACIÓN L. R. A. RADIO DEL ESTADO

Por especial invitación de la Dirección de Telégrafos de la Nación para que la Sociedad designara un representante que concurriera a la reunión de delegados de instituciones y reparticiones nacionales y municipales con el fin de cambiar ideas y considerar conjuntamente los planes que desarrollará esa estación oficial, transmisiones y distribución de horario, la Junta Directiva designó en tal carácter al Tesorero de la misma Arq^o Carlos E. Géneau.

A la Sociedad se le reservó los días martes de 17 y 15 a 17 y 30 para que tuvieran lugar sus transmisiones, las que comprenderían: *a*) Exposición breve de la bibliografía científica de actualidad; *b*) Reseña de los artículos que aparecen en los « Anales » y de las conferencias que se den en las salas de la Sociedad; *c*) Actividades de utilidad pública de la Institución; *d*) Cuestiones científicas generales del país y del extranjero.

Para el fiel cumplimiento del programa preparado por la Comisión nombrada al efecto, se solicitó la colaboración de destacadas personalida-

des dentro de la Sociedad, habiendo aceptado muchas de ellas preparar una conferencia; pero aún no ha podido ser llevada a la práctica esta importante acción por no haberse inaugurado oficialmente dicha estación.

CONFERENCIAS, CURSOS Y ACTOS

Durante el año transecurrido, la Sociedad ha realizado en sus diversas salas numerosas e interesantes conferencias, cursos y actos, que estuvieron a cargo de destacadas personalidades y desarrollando temas de su especialidad.

La nómina de las conferencias dadas por la Sociedad, es la siguiente: 20 de mayo. *Dr. Carlos Ramos Mejía*: « El Instituto Pasteur y la Vacunación anti-rábica ».

El *Dr. José Llauro* presenta la cinta cinematográfica: « La rabia ».

23 de mayo. *Dr. Luis López de Mesa*: « Problemas de educación ».

15 de julio. *Prof. Francisco de Aparicio*: « El camino del Inca en territorio argentino ».

22 de julio. *Dr. Cristofredo Jakob*. « Estudios neuro-biológicos sobre la ictiología en la Argentina » (con film y proyecciones). Industria y ciencia, en colaboración: a) La pesca marina, filmada por el *Dr. Ricardo Jakob*; b) Clasificación de las especies estudiadas, por el *Dr. Julio Aranovich*; c) La pentodactilia, el cerebelo y los fenómenos evolutivos en los peces, por el *Dr. Cristofredo Jakob*.

23 de julio. *Dr. Luciano R. Catalano*: « Bases técnico-científicas para la movilización industrial de la riqueza mineral argentina, y la defensa nacional ».

20 de agosto. *Prof. Pedro Serié*: « Ofidios argentinos ». 1ª parte: Especies inofensivas. Boas y culebras. Clasificación, organización y costumbres. Leyendas y supersticiones.

27 de agosto. *Prof. Pedro Serié*: « Ofidios argentinos ». 2ª parte: Especies venenosas. Crotálicos y corales verdaderos. Formas, costumbres y distribución en el país. Tratamiento antiofídico.

4 de septiembre. *Dr. Augusto Gandolfi Herrero*: « Reumatismo agudo ».

25 de septiembre. *Dr. Carlos A. Sagastume*: « La arquitectura molecular en bioquímica ».

1º de octubre. *Ingº Carlos Posadas*: « Árboles milenarios. Vistas de los mismos y microproyecciones de su estructura ».

2 de octubre. *Dr. Carlos A. Sagastume*: « Los estudios químicos en la Universidad de La Plata ».

16 de octubre. *Dr. Juan B. Marchionatto*: « Los hongos parásitos de las plantas cultivadas. Estado actual de nuestros conocimientos ».

El curso de especialización sobre « Cálculos de variaciones y cálculo funcional », fué dictado por nuestro distinguido colaborador de la Junta Directiva, *Dr. Elías A. De Cesare*, quien desarrolló los siguientes puntos:

El cálculo de variaciones: su objeto - Los problemas iniciales: Newton y J. Bernoulli - Evolución y problemas del cálculo de variaciones - Período Bernoulli-Euler - Período Lagrange-Jacobi - El problema de Lagrange y el problema general de Mayer - El período Weierstrass-Darboux-Kneser - Moderno desarro-

llo de la teoría - El problema de Dirichlet, como problema de cálculo de variaciones - El cálculo funcional.

Conjuntos de puntos sobre la recta y en el plano - Postulado de continuidad - Extremos de un conjunto - Límites superior e inferior de oscilación - Puntos de acumulación - Teorema de Bolzano - Criterio general de convergencia - Teorema de Heine-Borel.

Los fundamentos del cálculo de variaciones - Líneas continuas - Teorema de Scheeffer - Funciones a variación acotada - Líneas continuas rectificables: teorema de Jordán - Recintos: su conexión - Intervalo funcional - Líneas de acumulación - La continuidad absoluta (Vitali) - Funciones igualmente continuas e igualmente acotadas: teorema de Ascoli - Los teoremas de Arzela e Hilbert - Aproximación de funciones continuas por polinomios: teorema de Weierstrass - Existencia de líneas de longitud mínima - Existencia del área máxima, limitada por líneas isoperimétricas.

El cálculo de las variaciones - La variación primera - El método de Lagrange - Campos funcionales - El concepto de vecindad - Vecindad de orden p - Los dos lemas fundamentales del cálculo de las variaciones - La primera variación - Ecuación de Euler - Generalización para el caso de varias funciones de una variable - Expresión general de la variación primera.

La variación segunda - La ecuación diferencial de Ricatti - Algunas propiedades de las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de segundo orden - Condición de Legendre - Condición de Jacobi - Interpretación geométrica: focos conjugados - Campos de extremales - La función E de Weierstrass - La condición de Weierstrass - Mínimo débil y mínimo fuerte - Algunos problemas de cálculo de variaciones: geodésicas.

El cálculo funcional - Las funciones de línea (Volterra) - La noción de funcional - Campos funcionales - Continuidad - La semi-continuidad - Operaciones sobre funcionales: diferenciación y derivación - El cálculo funcional y el cálculo de las variaciones.

Patrocinadas por la Sociedad Argentina de Estudios Geográficos «Gaea»

Durante los días 5 a 14 de octubre, esta institución realizó las sesiones de la «Semana de Geografía», desarrollando el siguiente programa:

5 de octubre. Palabras de inauguración por la señora Presidenta Prof^a *Elena G. A. de Correa Morales*.

Dr. *Juan Keidel*: «Estudio comparativo de las estepas a ambos lados del Río de la Plata».

Dr. *Rodolfo D. Venzano*: «La acumulación de nieves y la distribución de la vegetación en la Cordillera Austral (entre los 40 y 42 grados Lt. S.)».

Ing^o *Alfredo G. Galmarini*: «Clasificación de climas».

Dr. *Carlos D. Storni*: «Algunas cuestiones relacionadas con la elaboración del mapa fitogeográfico argentino».

6 de octubre. Prof. *Francisco de Aparicio*: «La vivienda natural en la Provincia de La Rioja».

Prof. *Alberto Armando Mignanego*: «Carta isócrona de La Plata y alrededores».

Prof. *Federico Daus*: «¿Qué debe enseñar el profesor de Geografía?».

Prof^a *Josefina Passadori*: «Cómo debe enseñarse la Geografía Argentina en la escuela primaria».

7 de octubre. Ing^o *Juan B. Gandolfo*: «Hidrología del Río Quinto».

Dr. *Pablo Groeber*: 1) Estudio sobre el desarrollo del drenaje; 2) Depósitos cuaternarios; 3) Movimientos jóvenes.

Ing^o *Héctor Ceppi*: «Clasificación hidrológica del territorio argentino».

8 de octubre. Dr. *Martín Capelleti*: «Clasificación del suelo bajo su aspecto sismológico».

Prof. *Andrés R. Allende*: «El problema del agua en el Noroeste de Córdoba».

Dr. *Enrique Barba*: «Establecimiento de poblaciones en la frontera de Buenos Aires».

Dr. *Tomás L. Marini*: «Plataformas pesqueras mundiales».

9 de octubre. Prof^a *Elina G. A. de Correa Morales*: «Estudio histórico geográfico sobre las Canarias precolombinas».

Sr. *Edmundo Wernicke*: «Nueva luz sobre el libro de Utz Schmidl y su autor».

Capitán de Fragata *Héctor R. Ratto*: «Toponimia marítima argentina».

10 de octubre. Dr. *Angel Cabrera*: «La posibilidad de formación de parques bióticos provinciales».

Prof. *Romualdo Ardissonne*: «Representación cartográfica de los hechos de geografía humana».

Dr. *Alejandro Bordas*: «La Fauna del Terciario inferior de la Patagonia».

14 de octubre. Dr. *Juan Keidel*: «Límite superior de los bosques en los Andes de Salta y Jujuy y divisorias de clima».

Prof. *Faustino Juárez*: «Tendencias de la Geografía general».

Dra. *Adela Zauchinger*: «Excedente de los nacimientos sobre las defunciones».

Patrocinadas por la Asociación Por los Derechos del Niño

1^o de agosto. Prof. *Ernesto Nelson*: «Función Social de las Cooperadoras Escolares». (Con los auspicios de la Sociedad Científica Argentina).

Patrocinadas por la Sociedad de Historia Argentina

4 de noviembre. Prof. *Narciso Binayán*: «La República Argentina «hinterland» de Buenos Aires», de acuerdo con el siguiente sumario:

I—Las luchas de Buenos Aires y el interior. La «puerta de la tierra» anteayer, ayer y hoy.

II—El puerto de Buenos Aires, sus tres épocas. El porvenir del Río de la Plata y del puerto de Buenos Aires. Los problemas que plantea su estado presente. Anécdotas del río.

III—Buenos Aires y su «hinterland». Cómo litoralizar el interior; medios ferroviarios, impositivos, canales de navegación, salida al Pacífico, etc.

IV — El desplazamiento del centro vital del país: ¿otro puerto?; ¿otra capital?

(Con los auspicios de la Sociedad Científica Argentina).

Patrocinadas por la Asociación Argentina de Cultura Inglesa

23 de abril. Sr. *E. Millington Drake*, Ministro Británico en el Uruguay, sobre: «Royal Pageantry in the Reign of George V. its Splendour and Significance».

21 de julio. Sr. *Guillermo Plante*: «Anglo-Argentina Railways». Sra. *Marcela F. de Laniado*: «G. K. Chesterton». Sr. *Jorge Bell*: «Wireless».

24 de agosto. Sr. *Edward Stirling*: «A Short Survey of the English Stage».

16 de setiembre. S. S. el Dr. *Rubén Darío*, Encargado de Negocios de la República de Nicaragua: «Wordsworth from a latin point of view».

20 de octubre. Sr. *R. H. Mottram*: «The English Novel».

Patrocinadas por el Cine Club Argentino

15 de mayo. Inauguración oficial de la temporada. Exhibición cinematográfica.

16 de mayo. Exhibición cinematográfica.

3 de julio. Exhibición cinematográfica.

4 de julio. Exhibición cinematográfica.

13 de agosto. Exhibición cinematográfica.

14 de agosto. Exhibición cinematográfica.

26 de setiembre. Exhibición cinematográfica.

28 de setiembre. Exhibición cinematográfica.

23 de octubre. Exhibición cinematográfica.

24 de octubre. Exhibición cinematográfica.

4 de diciembre. Exhibición cinematográfica.

5 de diciembre. Exhibición cinematográfica.

Patrocinadas por la Asociación Argentina de Estudios de Seguros

17 de abril. Dr. *Josef Sturm*: «Los riesgos anormales en el seguro de vida y su valuación científica».

10 de junio. Dr. *Alfredo Manes*: «Unidad de los seguros».

Patrocinadas por el Centro de Alumnos de la Institución Cultural Argentino-Germana

17 de junio. Dr. *Eduardo J. J. Lagos*: «Un viaje por Alemania».

9 de setiembre. Prof. *J. Franze*: «Liszt y Wagner».

Patrocinada por el Centro de Ingenieros Agrónomos

28 de mayo. Ing^o *Lucas A. Tortorelli*: « Identificación de maderas argentinas, por el examen microscópico de sus elementos ».

Patrocinada por la Asociación Bioquímica Argentina

15 de junio. Dr. *Carlos Robertson Lavalle*: « Proyecciones quirúrgicas de la biología de la tuberculosis ».

Patrocinada por la Sociedad Israelita « Jorge Brandes »

25 de junio. Velada cultural. Primera parte. Conferencia a cargo del Dr. *Alfredo Franceschi*: « La causalidad y el indeterminismo ». Segunda parte. Concierto.

Patrocinada por la casa Lutz Ferrando y Cía. S. A.

21 de agosto. Señorita *L. Fitzkis*: « Fotografías con la Leica ».

Patrocinada por Los Amigos de la Ciudad

3 de septiembre. Ing^o *Juan A. Briano*: « El elevador terminal de Buenos Aires y su influencia en la estructura de la ciudad ».

Patrocinado por la Sociedad Ornitológica del Plata

30 de septiembre. Acto conmemorativo de su XX aniversario.

Patrocinada por el Instituto Argentino-Brasileño de Cultura

14 de septiembre. Sr. *Cristovan de Camargo*: « Una página de la Historia de la libertad de América ».

Patrocinada por la Sociedad Argentina de Criminología

11 de septiembre. Recepción a los miembros honorarios Profesores *Afraino Peixoto* y *Leonidio Ribeiro*. — *Leonidio Ribeiro*: « El papel de la medicina en la prevención del crimen ».

Patrocinada por el Club de Madres

17 de diciembre. Dr. *Aníbal Olarán Chans*: « Asistencia y Protección del niño en la edad pre-escolar ».

Patrocinado pr la Asociación Nacional del Profesorado

7 de noviembre. Concierto.

Patrocinados por el Círculo de Bellas Artes « Juan Sebastián Bach »

28 de julio. Obras de Juan Sebastián Bach, Aniversario de su muerte.

10 de octubre. Concierto.

12 de diciembre. Concierto

23 de diciembre. Concierto.

Patrocinadas por la Institución Cultural Argentino-Germana

27 de octubre. Conferencia y demostración sobre el tema: « La danza moderna alemana ».

18 de noviembre. Prof. *Benedict*: « Vistazo acerca de la filosofía contemporánea alemana ».

9 de diciembre. Sr. *Angel A. Perrone*: « Impresiones de mi reciente viaje a Alemania ».

Patrocinada por el Club Estudiantil Ateniense

29 de agosto. Dr. *Rómulo D. Carbia*: « Problemas actuales de la historia ».

Patrocinado pr la Asociación Odontológica Argentina

9 de octubre. Acto científico con motivo de las Sextas Jornadas Odontológicas. Exhibición de películas cinematográficas científicas.

Patrocinados por el Conservatorio « Kada Jenö »

27 de junio. Concierto.

22 de agosto. Concierto.

17 de octubre. Concierto.

18 de diciembre. Concierto.

Patrocinado por los Compositores Argentinos

28 de octubre. Concierto.

Patrocinado por la Sociedad de Oftalmología

29 de octubre. Sesión del Primer Congreso Argentino de Oftalmología.

Patrocinada por el Comité Positivista Argentino

30 de octubre. Prof. Dr. *Cristofredo Jakob*: « La vida y el intelecto ».

Patrocinado por la Sociedad Nacional de Música

5 de noviembre. Concierto.

Patrocinado por el Trío Buenos Aires

9 de noviembre. Concierto.

Patrocinado por el Conservatorio Musical « Beethoven »

28 de noviembre. Concierto.

Patrocinado por Paula Weber

1º de diciembre. Hacer conocer « La cantata del café, de Juan Sebastián Bach » y número clásico de la misma época.

Patrocinado por Aldo Romaniello

16 de diciembre. Concierto.

Patrocinado por Eduardo Melgar

27 de diciembre. Concierto.

Patrocinada por la Cámara Argentina de Colonización

25 de noviembre. Teniente de Navío *Eduardo A. Videla Dorna*: « Riquezas marítimas y fluviales de nuestro territorio. Los pescadores y sus problemas. Colonias agrarias pesqueras en la costa atlántica argentina ».

Patrocinada por la Primera Revista Sud Americana de la Salud

26 de noviembre. Prof. Dr. *Angel H. Roffo*: « Los peligros del abuso del tabaco ».

Además de las instituciones mencionadas cuyos actos tuvieron lugar en el gran salón « Florentino Ameghino », otras muchas, como ser: Sociedad Argentina de Criminología, Asociación Argentina de Estudios de Seguros, Colegio de Odontólogos, Ateneo Estudiantil Universitario, etc., etc., efectuaron sus reuniones en las diversas salas de la Sociedad.

SECRETARÍAS

Las secretarías de actas y correspondencia han sido desempeñadas con todo acierto por los doctores Antonio Casacuberta y Elías A. De Cesare, respectivamente.

Ambos secretarios han atendido con rara eficacia y laboriosidad las múltiples tareas inherentes a sus respectivos cargos, tanto en los asuntos entrados y resueltos por la Junta Directiva como en la redacción de las actas, la correspondencia oficial, y prestado preferente atención a las relaciones de la Sociedad con las similares del país y del extranjero.

Las 30 sesiones realizadas por la Junta Directiva en el último período han originado el despacho de 550 notas y 4800 circulares firmadas, remitidas a los señores consocios, relativas: *a)* Comunicando la habilitación de la sala « Pedro Cerviño » como sala de lectura y conversación; *b)* Comunicando la celebración de las Sesiones Químicas en la ciudad de Santa Fé, auspiciadas por la Asociación Química Argentina; *c)* Comunicando que la Comisión Nacional de Cultura está reuniendo los datos y antecedentes de los eseritores, autores científicos y artísticos radicados en el país con el propósito de formar un archivo completo y ordenado de las personas cuya actividad intelectual entra en los fines de fomento de las artes y letras especificados en la Ley 11.723; *d)* Comunicando las condiciones de ingreso de candidatos para las Becas Príncipe de Gales a la Universidad de Oxford, suministradas por la Embajada Británica en Buenos Aires; *e)* Comunicando la suscripción de nuevas revistas científicas para la Biblioteca con el resultado de las contribuciones anuales que se reciben; *g)* Comunicando el cambio de fecha para la presentación de candidatos para las Becas Príncipe de Gales; *h)* Transcribiendo la nota recibida de la Dirección Nacional de Vialidad, relativa a un llamado a concurso para la presentación de trabajos sobre materiales áridos para caminos; *i)* Transcribiendo la nota recibida de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales, comunicando la realización de la Segunda Reunión de Ciencias Naturales en la ciudad de Mendoza del 3 al 11 de abril de 1937.

Por Gerencia han sido despachadas 185 notas, encontrándose éstas como las de la Junta Directiva copiadas en los libros respectivos.

La labor de los señores secretarios ha sido tan intensa que se han hecho acreedores al reconocimiento de la Junta y del mío propio.

TESORERÍA

Las delicadas tareas de Tesorero han sido desempeñadas por el Arq^o Carlos E. Géneau, quien, una vez más, nos ha demostrado sus relevantes condiciones para dicho cargo.

El movimiento de socios habido durante el período administrativo que ha finalizado, es el siguiente:

	Activos	Adherentes
En 31 de marzo de 1936	317	31
Han ingresado durante el período	22	2
	<hr/>	<hr/>
Totales	339	33
Se han eliminado por diferentes causas	20	6
	<hr/>	<hr/>
Quedan en 31 de marzo de 1937	319	27

Durante el período han ingresado los siguientes socios :

Activos: Prof. Fernando L. Gaspar, Dr. Máximo Valentinuzzi, Ing^o Agr^o Armando De Fina, Prof^a Ana María Borzi, Dr. Alfredo Sordelli (reincorporado), Dr. Leopoldo Mata, Dr. Augusto Gandolfi Herrero, Dr. Matías G. Sánchez Sorondo, Prof. Carlos Biggeri (reincorporado), Dr. Bernardo Herzer, Dr. Eduardo E. Krapf, Sr. Luis Tossini, Ing^o Francisco La Menza (reincorporado), doctor Emilio Haussler, Farm. Armando C. Arbecchi (reincorporado), Dr. Jorge Taiana, Prof. Carlos J. Florit, Ing^o Segundo Fernández Long, Dr. José Barral Souto. Prof. Antonio Valeiras, Dr. Tomás J. Rumi (reincorporado), Ing^o José Carlos Berrino.

Adherentes: Señores Pedro Carlos Riú y Carlos E. Alvarez.

Correspondiente: Dr. Pablc Campos Porto.

En el transcurso del año la Sociedad ha tenido que lamentar el fallecimiento de los siguientes socios: *correspondiente:* Dr. Carlos Ameghino; *activos:* Sr. Adolfo Breyer (h), Dr. Jorge W. Howard, Ing^o Rufino Arroyo, Ing^o Marcos Demarechi y Dr. Ricardo Seeber; *adherentes:* señores Juan S. Piana y Ernesto Baroni; a quienes la Junta Directiva, en su debida oportunidad, les tributó el correspondiente homenaje.

Pertenece a la Sociedad en calidad de socios honorarios, los distinguidos hombres de ciencia: Dr. Eduardo L. Holmberg, Dr. Walter Nernst, Ing^o Guillermo Marconi y Dr. Alberto Einstein.

Los socios honorarios que ha tenido la Sociedad desde su fundación, el 28 de julio de 1872, son los que a continuación se mencionan: Dr. Pedro Visca, Dr. Mario Isola, Dr. Germán Burmeister, Dr. Benjamín A. Gould, Dr. R. A. Philippi, Dr. Guillermo Rawson, Dr. Carlos Berg, Dr. Valentín Balbín, Dr. Florentino Ameghino, Dr. Carlos Darwin, Dr. César Lombroso, Ing^o Luis A. Huergo, Ing^o Vicente Castro, Dr. Juan J. J. Kyle, Dr. Estanislao S. Zeballos, Ing^o Santiago E. Barabino, Dr. Carlos Spezzini, Ing^o J. Mendizábal Tamborel, Dr. Enrique Ferri, Ing^o Eduardo Huergo y Dr. Angel Gallardo. Todos ellos fallecidos.

Actualmente la Sociedad cuenta con los siguientes socios:

Honorarios	4	
Vitalicio	1	
Correspondientes	56	
Activos	319	
Adherentes	27	
Protectores de la Organización Didáctica de Buenos Aires. .	3	410
Activos de la Sección Córdoba	115	
» » » » Santa Fé	57	
» » » » Mendoza	41	213
Total general		623

BALANCE DE COMPROBACION Y SALDOS
Año económico 1936/1937

	Debe	Haber	Debe	Haber
2 Capital.		855250.58		855250.58
3 Organización Didáctica.	1146.25	3838.35		2692.10
4 Acciones Edificio Social		3710.—		3710.—
7 Edificio Soc. (Cevallos)	41893.78		41893.78	
16 Tít. Deuda E. P. Bs. Aires.	227.27		227.27	
18 Céd. Hip. Arg. Serie E	3648.—		3648.—	
18 Ced. Hip. Arg. Serie C	1442.10		1442.10	
19 Cert. de Canc. y Fomento.	13494.86		13494.86	
20 Nuevo Edificio Social	472550.58		478550.58	
21 Ganancias y Pérdidas	1004.20	8841.80		7837.60
38 Conc. terreno Santa Fe	114996.—	3108.—	111888.—	
40 Gobierno Nacional.	24541.80	14541.80	10000.—	
42 Comité VII Cong. Cient.	181.90		181.90	
47 Comisiones	1371.40		1371.40	
49 Biblioteca.	162972.35		162972.35	
53 Sueldos.	11719.40		11719.40	
57 Recibos al cobro	18786.—	15446.—	3340.—	
59 Intereses		1022.06		1022.06
62 Bonos Hip. Const. Econ.	3957.31		3957.31	
64 Banco de la Nación.	42650.11	36104.45	6545.66	
67 Anales	9357.47	3369.45	5988.02	
72 Caja.	66946.70	66392.32	554.38	
75 Socios contribuyentes		174.—		174.—
76 Cuotas de socios	690.—	15774.—		15084.—
79 «Tomás Palumbo».	9357.47	9357.47		
81 Subsidio Gob. Nacional	9566.67	3800.—	5766.67	
82 Subsidio Municipal	10000.—	10000.—		
83 Sección Santa Fe		990.—		990.—
84 Conc. Sub. Gob. Nacional		4500.—		4500.—
85 Conc. Sub. Municipal		5000.—		5000.—
86 Sección Córdoba		600.—		600.—
87 Casa Cevallos 269.	1040.30	1300.—		259.70
89 Muebles y Utiles	31589.61		31589.61	
91 Contrib. a Gs. Generales.		3777.20		3777.20
93 Amort. Conc. terr. Sta. Fe	3108.—		3108.—	
95 Gastos Generales	6555.15	3777.20	2777.95	
100 Sección Mendoza		120.—		120.—
107 Banco Munic. de Préstamos	1004.20		1004.20	
110 Fondo mej. Edif. Social.		1004.20		1004.20
Sumas iguales	1071798.88	1071798.88	902021.44	902021.44

Buenos Aires, Marzo 31 de 1937.

V.º B.º

ANTONIO CASACUBERTA - ELÍAS A. DE CESARE
 Secretarios

NICOLÁS BESIO MORENO
 Presidente

ADOLFO E. PORRAL
 Gerente

CARLOS E. GENEAU
 Tesorero

BALANCE GENERAL**ACTIVO**

Muebles y Útiles	\$ 31.589.61
Edificio Social (Cevallos 269)	» 41.893.78
Título Deuda Púb. Externa Peia. Bs. Aires	» 227.27
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie E.	» 3.648.—
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie C.	» 1.442.10
Certificados Emp. de Cancelación y Fomento	» 13.494.86
Bonos Hip. de Construcciones Económicas	» 3.957.31
Concesión terreno Santa Fé 1145	» 111.888.—
Nuevo Edificio Social (Santa Fé 1145)	» 478.550.58
Gobierno Nacional	» 10.000.—
Comité VII Congreso Científ. Americano	» 181.90
Biblioteca Social	» 162.972.35
Recibos al cobro	» 3.340.—
Subsidio Gobierno Nacional	» 5.766.67
Banco de la Nación Argentina	» 6.545.66
Banco Municipal de Préstamos	» 1.004.29
Caja	» 554.38
Total	\$ 877.056.67

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

DEMOSTRACION DE**DEBE**

Amortización concesión terreno Santa Fé	\$ 3.108.—
Gastos Generales	» 2.777.95
Sueldos	» 11.719.40
Comisiones	» 1.371.40
Anales	» 5.988.02
Capital (utilidad del ejercicio)	» 14.399.79
Total	\$ 39.364.56

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

AÑO ECONOMICO 1936/1937

	PASIVO
Capital Social	\$ 869.650.37
Organización Didáctica de Buenos Aires	» 2.692.10
Acciones Edificio Social (Cevallos 269)	» 3.710.—
Fondo conservación y mejoras Edif. Social	» 1.004.20

Total \$ 877.056.67

Buenos Aires, marzo 31 de 1937.

Vº Bº

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELIAS A. DE CESARE
Secretarios

GANANCIAS Y PERDIDAS

	HABER
Cuotas de socios	\$ 15.084.—
Intereses	» 1.022.06
Sección Santa Fé	» 990.—
Sección Córdoba	» 600.—
Sección Mendoza	» 120.—
Concesión Subsidio Gobierno Nacional	» 4.500.—
Concesión Subsidio Municipal	» 5.000.—
Casa Cevallos 269	» 259.70
Contribución a Gastos Generales	» 3.777.20
Ganancias y Pérdidas	» 7.837.60
Socios contribuyentes	» 174.—
Total	<u>\$ 39.364.56</u>

Buenos Aires, marzo 31 de 1937.

Vº Bº

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELIAS A. DE CESARE
Secretarios

BALANCE GENERAL

ACTIVO

Muebles y Útiles	\$ 31.569,61
Edificio Social (Cevallos 269)	» 41.899,76
Título Deuda Páb. Externa Peía. Bs. Aires	» 227,27
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie E.	» 3.645,—
Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie C.	» 1.442,10
Certificados Emp. de Cancelación y Fomento	» 13.494,36
Bonos Hip. de Construcciones Económicas	» 3.957,31
Concesión terreno Santa F6 1145	» 111.888,—
Nuevo Edificio Social (Santa F6 1145)	» 478.550,35
Gobierno Nacional	» 10.000,—
Comité VII Congreso Cientif. Americano	» 181,90
Biblioteca Social	» 162.972,35
Recibos al cobro	» 3.340,—
Subsidio Gobierno Nacional	» 5.706,67
Banco de la Nación Argentina	» 6.345,06
Banco Municipal de Préstamos	» 1.004,29
Caja	» 554,35
Total	\$ 877.056,67

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

DEMOSTRACION DE

DEBE

Amortización concesión terreno Santa F6	\$ 3.105,—
Gastos Generales	» 2.777,95
Sueldos	» 11.719,40
Comisiones	» 1.371,40
Anales	» 5.988,02
Capital (utilidad del ejercicio)	» 14.999,79
Total	\$ 39.364,56

ADOLFO E. PORRAL
Gerente

CARLOS E. GÉNEAU
Tesorero

AÑO ECONOMICO 1936/1937

PASIVO

Capital Social	\$ 869.650,37
Organización Didáctica de Buenos Aires	» 2.692,10
Acciones Edificio Social (Cevallos 269)	» 3.710,—
Fondo conservación y mejoras Edif. Social	» 1.004,20
Total	\$ 877.056,67

Buenos Aires, marzo 31 de 1937.

Vº Bº

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELIAS A. DE CESARE
Secretarios

GANANCIAS Y PERDIDAS

HABER

Cuotas de socios	\$ 15.084,—
Intereses	» 1.022,06
Sección Santa F6	» 990,—
Sección Córdoba	» 600,—
Sección Mendoza	» 120,—
Concesión Subsidio Gobierno Nacional	» 4.500,—
Concesión Subsidio Municipal	» 5.000,—
Casa Cevallos 269	» 259,70
Contribución a Gastos Generales	» 3.777,20
Ganancias y Pérdidas	» 7.837,60
Socios contribuyentes	» 174,—
Total	\$ 39.364,56

Buenos Aires, marzo 31 de 1937.

Vº Bº

NICOLÁS BESIO MORENO
Presidente

ANTONIO CASACUBERTA — ELIAS A. DE CESARE
Secretarios

PATRIMONIO DE LA SOCIEDAD

Los bienes del activo de la Sociedad están comprobados por los documentos y elementos que a continuación se detallan y que son las constancias de su existencia legal:

a) *Muebles y útiles*, por valor de \$ 31.589,61 m/n, se encuentran en el nuevo edificio social; adornan sus salas, habitaciones y dependencias.

b) *Antiguo edificio social*, avaluado en \$ 42.893,78 m/n, cuyo título de propiedad se encuentra en la Gerencia de la Sociedad.

c) *Títulos y acciones*, que suman \$ 22.769,54 m/n (\$ 23.500.— m/n nominales y \$ 100 o/s nominales) y que se encuentran depositados en custodia en el Banco de la Nación Argentina con la siguiente distribución:

1º Un título de la Deuda Pública Externa de la Provincia de Buenos Aires, nº 163.257, por valor de cien pesos oro sellado nominales (\$ 100,— o/s n.).

2º Catorce mil pesos nominales (\$ 14.000,—) de Certificados del Empréstito de Cancelación y Fomento General.

3º Cuatro mil pesos nominales (\$ 4.000,—) de Bonos Hipotecarios de Construcciones Económicas.

4º Cuatro mil pesos nominales (\$ 4.000,—) de Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie E.

5º Mil quinientos pesos nominales (\$ 1.500,—) de Cédulas Hipotecarias Argentinas, Serie C.

d) *Concesión terreno Santa Fé 1145*, avaluada en \$ 155.400,— m/n. Emerge de la Ordenanza Municipal de fecha 14 de julio de 1922 que acuerda el terreno para construir el palacio de la Sociedad.

e) *Nuevo edificio social*, costo real \$ 478.550,58 m/n, gastados por el Gobierno Nacional para levantar el palacio de la calle Santa Fé 1145.

f) *Biblioteca social*, avaluada en \$ 162.972,35 m/n y representada por 39.400 volúmenes, 10.945 folletos, « Anales », etc.

OBRAS EN EL EDIFICIO DE LA SOCIEDAD

La Dirección General de Arquitectura de la Nación ha tenido a su cargo durante el año 1936 la ejecución de las siguientes obras en el edificio de la Sociedad, de la calle Santa Fé 1145:

a) Instalación de un equipo hidro-elevador.

b) Construcción de un local de tocador en el tercer piso.

c) Modificación del servicio de agua.

En dichas obras se ha invertido la cantidad de \$ 14.541,80 $\frac{m}{n}$.

CONCLUSIÓN

Señores consocios:

Hemos repetido que la Sociedad Científica Argentina ha sido un poderoso instrumento de cultura general y pública de jerarquía eminente en los últimos dos tercios de siglo de la vida nacional. Todos cuantos nos preocupamos del saber público en el país, sentimos la responsabilidad severa que gravita sobre nosotros ante la conciencia de que estamos asentando sobre roca los cimientos de una construcción destinada a tener un desarrollo magistral, como atribuimos al de la República. Esta convicción se ha cristalizado en la Sociedad Científica Argentina y ello explica la insomne preocupación que la anima de contribuir al engrandecimiento nacional con fuerzas constantemente acrecentadas.

Ella se propone también llevar su convicción propia a todos los espíritus, a todas las entidades, a todas las jerarquías, a todas las etapas de la vida colectiva, a todas las actividades públicas de nuestro país para que cada vez ocupe un sitio, cada vez más alto, en la reunión humana de la civilización y para que en ese lugar tenga la dignidad de la conciencia límpida, de la salud moral, de la inteligencia militante, de la cooperación espiritual, del genio integral acometido con un propósito de bien general, de progreso humano, de bienestar vivo y actuante, de poderío al servicio del bien, de la belleza y de felicidad fuerte y ardorosa, ajena a las molicias de cualquier especie, pues será obra de la fé combativa, de la lucha afiebrada para la conquista del futuro, del adiestramiento de las facultades para el sacrificio constante que corre en procura del bien general y no del premio personal y que es obra fecunda del estudio sudoroso; no del descubrimiento ocasional sino del invento fatigoso; no de la inspiración instantánea sino del sacrificio constante: sucesivo, doloroso pero fructífero y duradero.

Esta lección propónese enseñar la Sociedad con su continuo bregar de sesenta y tres años en que los halagos han sido siempre fugaces y las inquietudes y fatigas incesantes e inamortiguadas.

¡Que ella misma jamás abandone su propia lección y que su ejemplo corra y recorra los índices de la historia patria como un acicate venturoso!

Buenos Aires, 31 marzo 1937.

N. BESIO MORENO.

FUNDAMENTOS MATEMATICOS DE LA MÚSICA

Por A. E. SAGASTUME BERRA

(Continuación *)

Si ahora tomamos tres puntos $P(x_1, \dots, x_r)$, $Q(y_1, \dots, y_r)$, $R(z_1, \dots, z_r)$ de tal modo que R no esté en la recta PQ , y formamos las combinaciones

$$u_1 = \lambda x_1 + \mu y_1 + (1 - \lambda - \mu)z_1, \dots, u_r = \lambda x_r + \mu y_r + (1 - \lambda - \mu)z_r \quad [2]$$

el punto $U(u_1, u_2, \dots, u_r)$, al variar los parámetros arbitrarios λ, μ , describe lo que se llama un *plano*. Luego: *tres puntos no alineados determinan un plano*, y podríamos demostrar asimismo que *tres puntos de un plano determinan el mismo plano*.

Si tomamos 4 puntos no coplanares, determinaremos en forma análoga un *espacio a 3 dimensiones*, todo contenido en el espacio r -dimensional; y así sucesivamente, de modo que en general $h + 1$ puntos que no estén en un espacio de $h - 1$ dimensiones determinan un espacio h -dimensional contenido en el espacio total. En particular, los espacios de $r - 1$ dimensiones se llaman *hiperplanos*, por su analogía con los planos (de 2 dimensiones) del espacio ordinario tridimensional.

Se pueden generalizar asimismo los teoremas sobre intersecciones de rectas, planos, etc., pero no necesitaremos esas generalizaciones.

Notemos que los puntos O, U_1 y U_2 por ejemplo, determinan un plano, de tal modo que las coordenadas de sus puntos, por las [2], serán

$$u_1 = \lambda \cdot 0 + \mu \cdot 1 + (1 - \lambda - \mu) \cdot 0; \quad u_2 = \lambda \cdot 0 + \mu \cdot 0 + (1 - \lambda - \mu) \cdot 1; \\ u_3 = \lambda \cdot 0 + \mu \cdot 0 + (1 - \lambda - \mu) \cdot 0; \quad \dots$$

o sea:

$$u_1 = \mu; \quad u_2 = 1 - \lambda - \mu; \quad u_3 = u_4 = \dots = u_r = 0.$$

* Ver T. CXXIII, Entregas I, II y III.

Se observará que en cada una de estas expresiones varía una sola de las coordenadas, en una unidad positiva o negativa, con respecto a las coordenadas originales del punto.

Podemos definir el intervalo de dos notas, $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$, $\gamma_{m_1 \dots m_r}^{p_1 \dots p_r}$, lo mismo que en el § 23, es decir, como el número $\gamma_{m_1 \dots m_r}^{p_1 \dots p_r} - \gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ o bien $1 - (\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r} - \gamma_{m_1 \dots m_r}^{p_1 \dots p_r})$, según cuál de ambas cantidades resulte positiva y menor que 1. Y entonces se verifica el siguiente

TEOREMA.— *El intervalo entre dos notas no varía trasladando arbitrariamente los puntos representativos en E_r .*

Dem.: Sea una traslación cualquiera de componentes (a_1, a_2, \dots, a_r) . Ella puede, como es natural, descomponerse en sucesivas traslaciones de a_1 unidades en dirección del primer eje, de a_2 unidades en dirección del segundo, ..., de a_r unidades en dirección del último eje. Y a su vez una cualquiera de éstas, por ejemplo la a_k en dirección del eje OU_k , se compone de traslaciones de ± 1 en dirección de ese eje. Bastará, pues, que demostremos que en una traslación de una unidad positiva en la dirección del eje OU_k no varía el intervalo, pues entonces tampoco variará en la traslación total.

La traslación unitaria en dirección OU_k significa reemplazar $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ por $\gamma_{n_1, \dots, n_k + 1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r}$, es decir, hacer variar solo el índice n_k en una unidad, y análogamente para $\gamma_{m_1 \dots m_r}^{p_1 \dots p_r}$. Ahora bien: utilizando el Lema I del 16, se tiene:

$$\begin{aligned} \gamma_{m+1} - \gamma_{n+1} &= \gamma_{m_1, \dots, m_k + 1, \dots, m_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r} - \gamma_{n_1, \dots, n_k + 1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r} = \\ &= F\left(\sum_i m_i \pi_i + \pi_k\right) - F\left(\sum_i n_i \pi_i + \pi_k\right) = \\ &= F\left(\sum_i m_i \pi_i\right) + F(\pi_k) - \theta\left(\sum_i m_i \pi_i, \pi_k\right) - F\left(\sum_i n_i \pi_i\right) - \\ &\quad - F(\pi_k) + \theta\left(\sum_i n_i \pi_i, \pi_k\right) = \gamma_m - \gamma_n - \theta_m + \theta_n, \end{aligned}$$

habiendo puesto, para abreviar:

$$\begin{aligned} \gamma_m &= \gamma_{m_1, \dots, m_r}^{p_1, \dots, p_r} ; \gamma_n = \gamma_{n_1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_r} ; \gamma_{m+1} = \gamma_{m_1, \dots, m_k + 1, \dots, m_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r} \\ & ; \gamma_{n+1} = \gamma_{n_1, \dots, n_k + 1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r} ; \theta_m = \theta\left(\sum_i m_i \pi_i, \pi_k\right) \\ & \theta_n = \theta\left(\sum_i n_i \pi_i, \pi_k\right). \end{aligned}$$

Aquí pueden presentarse los siguientes casos:

a) $\theta_m = \theta_n$. Entonces $\gamma_{m+1} - \gamma_{n+1} = \gamma_m - \gamma_n$, y $1 - (\gamma_{n+1} - \gamma_{m+1}) = 1 - (\gamma_n - \gamma_m)$, de modo que los intervalos son iguales.

b) $\theta_m = 0$, $\theta_n = 1$. Luego $\gamma_{m+1} - \gamma_{n+1} = 1 - (\gamma_n - \gamma_m)$, de modo que $\gamma_n - \gamma_m$ debe ser positivo, pues de lo contrario $\gamma_{m+1} - \gamma_{n+1}$ sería mayor que 1, lo que es absurdo. Entonces el segundo miembro mide el intervalo (γ_n, γ_m) , y el primero el $(\gamma_{n+1}, \gamma_{m+1})$, y ellos son por consiguiente iguales.

c) $\theta_m = 1$, $\theta_n = 0$. Entonces $\gamma_{m+1} - \gamma_{n+1} = \gamma_m - \gamma_n - 1$, o sea $1 - (\gamma_{n+1} - \gamma_{m+1}) = \gamma_m - \gamma_n$, y el razonamiento b) puede aplicarse permutando los papeles de los índices n y m con $n + 1$, $m + 1$. Ambos intervalos son nuevamente iguales. Y el teorema queda demostrado.

De este teorema resultan análogas consecuencias que en los ejemplos tratados. Si tomamos, por ejemplo, el eje OU_k , sobre él existe una gama unidimensional Γ^{pk} . Sobre una recta cualquiera paralela a ese eje resultará existir entonces la misma Γ^{pk} , solo que con distinta fundamental, puesto que tal recta puede obtenerse por traslación del eje. Si tomamos el plano $OU_h U_k$, sobre él existe una $\Gamma^{pn, pk}$, que se conservará en todo plano paralelo; y así sucesivamente.

Esto trae a su vez como consecuencia, en cuanto al problema de la atemperación de $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, que los puntos representativos de la gama atemperada deben llenar realmente una porción del espacio E_r , sin estar contenidos en un espacio de menor número de dimensiones, pues si estuvieran contenidos, por ejemplo, en un hiperplano E_{r-1} , paralelo a $r - 1$ de los ejes coordenados, la gama no contendría en realidad más que los $r - 1$ armónicos fundamentales correspondientes a los $r - 1$ ejes, pero no el restante. Se trataría, pues, de una gama $r - 1$ -dimensional.

Se puede decir, siguiendo un razonamiento análogo al que hicimos para el caso $r = 2$ en el § 24, que si tomamos en E_r , además del origen O , los puntos U_1, U_2, \dots, U_r tales que en U_k la única coordenada no nula y que vale $+1$ es la que ocupa el lugar k (o sea, para abreviar, los *puntos-unidad* sobre cada uno de los ejes), la gama atemperada debe contener a todos esos puntos. Los tales puntos determinan en E_r una figura compuesta por esos puntos, las rectas que los unen dos a dos, los planos que los unen 3 a 3, ..., los hiperplanos que los unen r a r ; estos hiperplanos son en número de $r + 1$ (uno opuesto a cada uno de los puntos), y pueden llamar-

se *caras* de esa figura, que será en E_r lo análogo a un *poliedro* en el espacio ordinario. Como este poliedro tiene $r + 1$ caras, lo llamaremos $r + 1$ -*edro* de E_r . Para tener una noción más clara de estos $r + 1$ -*edros*, piénsese en el caso $r = 3$ (espacio E_3 ordinario) en donde la figura es un *tetraedro* formado por 4 puntos O, U_1, U_2, U_3 , 6 aristas $OU_1, OU_2, OU_3, U_1U_2, U_2U_3, U_3U_1$ y 4 caras triangulares $OU_1U_2, OU_2U_3, OU_3U_1, U_1U_2U_3$.

Resulta, pues, que la gama atemperada, o por mejor decir, los puntos representativos en E_r , deben contener al menos un $r + 1$ -edro. En general, pues, esos puntos constituirán un cierto *poliedro a r dimensiones* Φ , que podremos llamar el *poliedro atemperante*.

Si la gama atemperada $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ contiene en total N notas, el poliedro Φ contendrá en su interior y contorno, precisamente N puntos reticulares, que designaremos con P_1, P_2, \dots, P_N . Entre los puntos vecinos a cada uno de estos *puntos* P , habrá ciertamente algunos exteriores a Φ , es decir, que no sean internos ni de contorno; a tales puntos los llamaremos, genéricamente, *puntos* Q , y si hay M de ellos, los indicaremos con Q_1, Q_2, \dots, Q_M .

Si formamos ahora los intervalos $(\gamma_{Q_h}^{p_1 \dots p_r}, \gamma_{P_k}^{p_1 \dots p_r})$ entre una nota correspondiente a un punto P_k (donde $k = 1, 2, \dots, N$) y otra correspondiente a un punto Q_h ($h = 1, 2, \dots, M$), tendremos así NM valores de intervalos, que pueden no ser todos distintos. El mínimo de ellos será, por definición, la *coma* de $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ y la indicaremos con ϵ . Cabe aquí repetir lo que se dijo en los casos $r = 1$ y $r = 2$: como la coma ϵ es el intervalo entre una nota γ_{P_k} *perteneiente* a la gama, y otra γ_{Q_h} que *no* le pertenece, ϵ representa una corrección a efectuar cuando se reemplaza γ_{Q_h} por γ_{P_k} , es decir, que la coma mide la *precisión* de la gama atemperada.

Naturalmente, el problema de la atemperación no consiste en calcular ϵ dado Φ , sino por el contrario: *dado un límite superior para la coma ϵ , determinar el poliedro Φ más conveniente, de modo que la coma no pase el valor fijado, y se satisfagan además las condiciones que enunciamos a continuación.*

Estas condiciones son independientes del número de dimensiones r , de modo que son las mismas que ya dimos para $r = 1$ y $r = 2$, y no vamos a repetir aquí las consideraciones ya hechas; solamente recordaremos que las condiciones son: *que el número total N de notas debe estar comprendido entre límites razonables, y que el número v de diferencias primeras (corregidas dentro del error $\pm \epsilon$) y la*

magnitud de las diferencias segundas Δ^2 de las notas, deben ser tan bajos como sea posible. [Estos dos últimos caracteres, v y Δ^2 , son los que miden la *regularidad* de la $\Gamma_{\phi}^{p_1 \cdots p_r}$]

Finalmente, pueden generalizarse a este caso los conceptos de *acorde perfecto*, *mayor* y *menor*, que ya vimos en los ejemplos tratados. Preferimos, sin embargo, dejar para más adelante (Cap. V) estas cuestiones.

CAPITULO IV

LAS GAMAS MUSICALES

30. — En el capítulo anterior hemos analizado el problema de la *atemperación* de una $\Gamma^{p_1 \cdots p_r}$ dada, y hemos dado para este problema, no una solución, sino un criterio para obtener la $\Gamma_{\phi}^{p_1 \cdots p_r}$ utilizable musicalmente, de acuerdo con los principios acústicos del Cap. I, que nos sirvieron para construir en el Cap. II las $\Gamma^{p_1 \cdots p_r}$, las cuales no son prácticamente utilizables.

La aplicación de ese criterio puede conducir a distintas soluciones del problema, como ya vimos en el caso de la Γ^3 , que da origen a las gamas primitiva, de Pitágoras, y de Mersenne-Bosanquet, y la adopción de una solución en lugar de otra, depende principalmente de la precisión que quiera darse a la gama, o sea de la *coma* ϵ . Aquí aparece el rol fundamental del teorema del § 16: si existieran dos sistemas de valores de los índices n_1, \dots, n_r o, en el lenguaje hiperespacial, dos puntos distintos A, B de E_r , tales que $\gamma_A^{p_1 \cdots p_r} = \gamma_B^{p_1 \cdots p_r}$ podríamos hallar un « ciclo » de notas desde la primera a la segunda, con una *coma cero*. Eso no es posible (cualesquiera sean los números primos p_1, p_2, \dots, p_r) pero puede obtenerse aproximadamente, con la aproximación que se desee, y esa aproximación está medida precisamente por la *coma*. Esta debe, pues, existir necesariamente; y si bien teóricamente puede disminuirse cuanto se quiera, ello se verifica a cambio de aumentar, a veces excesivamente, el número N de notas. Esto nos obliga a adoptar una solución intermedia, en la que N no sea excesivo ni ϵ demasiado grande; y tratando de satisfacen también a las condiciones secundarias respecto al número v de intervalos o diferencias primeras, y a la magnitud Δ^2 de las diferencias segundas (véase el final del § 29 anterior).

Esto es, en resumen, lo que nos da la teoría expuesta. Ahora, en el presente capítulo, veremos cómo se comportan las distintas gamas conocidas con respecto a dichas conclusiones teóricas, haciendo en cada caso las observaciones y críticas que esas gamas nos sugieran.

Efectuemos ante todo una observación de carácter general. Si disponemos por orden creciente las notas de una *gama práctica* cualquiera, y hallamos sus diferencias de magnitud, o sea sus intervalos sucesivos, tendremos en todo caso un número finito de intervalos (número que, en el caso de las gamas atemperadas deducidas teóricamente hemos llamado ν). Por consiguiente, como el intervalo desde la nota fundamental hasta una nota cualquiera se compone de la suma de todos los intervalos sucesivos hasta dicha nota, tendremos que *existe siempre un número finito ν de intervalos i_1, i_2, \dots, i_ν que, junto con la coma ε , nos permiten expresar toda nota $\gamma_{n_1 \dots n_\nu}^{p_1 \dots p_r}$ de la gama mediante una expresión del tipo*

$$\gamma_{n_1 \dots n_\nu}^{p_1 \dots p_r} = x_1 i_1 + x_2 i_2 + \dots + x_\nu i_\nu \pm x \varepsilon, \quad [1]$$

donde $x_1, x_2, \dots, x_\nu, x$ son números enteros y no negativos. A todo sistema de intervalos $(i_1, i_2, \dots, i_\nu, \varepsilon)$ (el último de los cuales es la coma) que goce de esta propiedad, lo llamaremos una *base* de la gama práctica o atemperada de que se trate.

Claro es que la base no está determinada unívocamente, pues, entre otras posibilidades, cabría la de tomar, en lugar de los intervalos i_1, \dots, i_ν , submúltiplos cualesquiera de ellos, por ejemplo:

$$i'_1 = \frac{i_1}{k_1}; \quad i'_2 = \frac{i_2}{k_2}; \quad \dots; \quad i'_\nu = \frac{i_\nu}{k_\nu} \quad (k_1, \dots, k_\nu \text{ enteros } > 0),$$

y entonces la [1] podría escribirse también

$$\begin{aligned} \gamma_{n_1 \dots n_\nu}^{p_1 \dots p_r} &= (x_1 k_1) i'_1 + (x_2 k_2) i'_2 + \dots + (x_\nu k_\nu) i'_\nu \pm x \varepsilon = \\ &= x'_1 i'_1 + x'_2 i'_2 + \dots + x'_\nu i'_\nu \pm x \varepsilon, \end{aligned}$$

donde $x'_1 = x_1 k_1, \dots$ serían enteros y no negativos; es decir, que $(i'_1, \dots, i'_\nu, \varepsilon)$ es también una base.

No obstante la indeterminación que existe en la elección de una base, podemos sin embargo utilizarla desde el punto de vista práctico, por la comodidad que representa; pero sin olvidar el inconveniente

niente apuntado, así como el de que los intervalos $i_1, i_2, \dots, i_r, \varepsilon$, que son siempre irracionales, están representados por fracciones decimales racionales, y por tanto aproximadas, lo que no hay que perder de vista cuando se trate de cálculos precisos.

31. — Comencemos por la gama *pentatónica* o primitiva. En la tabla del § 23 están indicadas sus notas que, como ya se dijo, toman los nombres *fa, sol, la, do, re*; como las mismas notas forman parte también de la gama de Pitágoras, no hay por qué denominarlas en especial « primitivas », sino simplemente, pitagóricas. El intervalo $0,16992 \omega$ se llama el *tono* pitagórico, *tono (Pit.)*, y es el intervalo *fa (Pit.)-sol (Pit.) = sol (Pit.)-la (Pit.) = do (Pit.)-re (Pit.)*. La coma de la gama primitiva, ε (*prim.*) = $0,07519 \omega$, que aparece en el carácter de un intervalo de la gama pitagórica, es el *semitono diatónico (Pit.)* ⁽¹⁾ o *lima (Pit.)*. Según ya vimos, la gama primitiva contiene solo un intervalo de base ($v = 1$) y en consecuencia, toda nota de $\Gamma_{(0,4)}^3$ se expresa:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^3 (\text{prim.}) &= x_1 i_1 \pm x \varepsilon \\ i_1 = \text{tono (Pit.)} &= 0.16992 \quad ; \quad \varepsilon = \text{lima (Pit.)} = 0.07519 \end{aligned} \right\} [2]$$

Así, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{fa (Pit.)} &= 0 \cdot i_1 + 0 \cdot \varepsilon \quad ; \quad \text{sol (Pit.)} = 1 \cdot i_1 + 0 \cdot \varepsilon \quad ; \quad \text{la (Pit.)} = 2i_1 + 0 \cdot \varepsilon \\ \text{do (Pit.)} &= 3 i_1 + 1 \cdot \varepsilon \quad ; \quad \text{re (Pit.)} = 4 \cdot i_1 + 1 \cdot \varepsilon \quad ; \quad 1 \omega = 5 i_1 + 2 \varepsilon . \end{aligned}$$

En cuanto al número de notas, $N = 5$, número de intervalos, $v = 1$, y magnitud de las diferencias segundas, $\Delta^2 = (0)$, la gama primitiva es muy satisfactoria. Desgraciadamente, la magnitud de la coma es excesiva. El intervalo $0,07519$ no puede ser tomado como una « corrección », es demasiado grande; y como esta magnitud es la que debe ser considerada en primer término, de ahí que la $\Gamma_{(0,4)}^3$ haya perdido su interés práctico, desde la creación de la gama de Pitágoras, y no haya sido utilizada sino por pueblos en estado primitivo de su evolución.

En la $\Gamma_{(0,11)}^3$ de Pitágoras aparecen, además de las notas anteriores, otras intermedias, de tal modo que, conservando los valores

(1) Advertimos que los calificativos *diatónico, cromático*, serán usados más adelante en una significación más general. Aquí tienen, por ahora, la acepción que es corriente entre los músicos.

$v = 1$, $\Delta^2 = 0$, el número N es ahora 12, bastante aceptable, y además la coma disminuye a ε (Pit.) = 0,01955 ω . Este valor, en unión de la *lima* (Pit.) o *semitono diatónico* (Pit.) constituyen, como se ve en la tabla del § 23, una base de $\Gamma_{(0,11)}^3$. Es decir, que

$$\left. \begin{aligned} \gamma^3 \text{ (Pit.)} &= x_1 i_1 \pm x \varepsilon \\ i_1 = \text{lima (Pit.)} &= 0.07519 \quad ; \quad \varepsilon = \text{coma (Pit.)} = 0,01955 \end{aligned} \right\} [3]$$

Así por ejemplo, se tiene (ver § 23) :

$$\text{tono (Pit.)} = 2 i_1 + 1 \cdot \varepsilon = 2 \times 0.07519 + 0.01955 = 0.16993 \omega ,$$

y el intervalo de *semitono cromático* (Pit.) o *apótome* (Pit.) es

$$\text{semitono cromático (Pit.)} = 0.09474 \omega = 1 \cdot i_1 + 1 \cdot \varepsilon .$$

Un tono se compone, pues, de un semitono cromático más uno diatónico, o de dos diatónicos y una coma, o de dos cromáticos menos una coma.

La gama pitagórica es bastante mejor que la primitiva, y es una de las mejores que aún tenemos; esto explica, a nuestro modo de ver, su persistencia a través del tiempo y de los pueblos (¹): las gamas orientales, persa, turca, etc. tienen todas, aún hoy, un carácter netamente pitagórico. Sin embargo, su coma es aún algo excesiva.

Para obviar este inconveniente, dentro de la Γ^3 , no hay otro recurso que la gama de Mersenne, u otras con mayor número de notas. Pero siendo ya muy grande este número, $N = 53$ para la gama de Mersenne, estas gamas no presentan interés práctico.

32. — Pasemos ahora al caso de la $\Gamma^{3,5}$. En la atemperación tolemaica, ya vimos que el número de intervalos-base es $v = 2$, y esos intervalos son: el 0,16993 ω , que es el *tono* (Pit.) y que aquí toma también el nombre de *tono mayor* (Tol.), y el intervalo 0,09311 ω , que se llama *semitono diatónico* (Tol.). Por consiguiente, toda nota tolemaica podrá expresarse mediante

$$\left. \begin{aligned} \gamma^{3,5} \text{ (Tol.)} &= x_1 i_1 + x_2 i_2 \pm x \varepsilon \\ i_1 = \text{tono mayor (Tol.)} &= 0.16993 ; \\ i_2 = \text{semitono diatónico (Tol.)} &= 0,09311 \\ \varepsilon = \text{coma (Tol.)} &= 0.01792 \omega . \end{aligned} \right\} [4]$$

(1) MURRAY BARBOUR (XI).

La coma (Tol.) es aproximadamente $0,001 \omega$ menor que la coma (Pit.). El otro intervalo secundario, $0,15200 \omega$ que aparece en la gama tolemaica (ver § 25), se denomina *tono menor (Tol.)*, y se tiene la equivalencia

$$\text{tono menor (Tol.)} = \text{tono mayor (Tol.)} - \text{coma (Tol.)} = i_1 - \epsilon.$$

La $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$ tolemaica es sumamente satisfactoria, ya sea por su pequeña coma, su reducido número de notas, $N = 7$, así como sus otros dos caracteres, $v = 2$, $\Delta^2 = (0,07681 \omega)$.

Las notas de la $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$ que figuran en la tabla del § 25 toman, como ya se dijo, los nombres: *re-mi-fa-sol-la-si-do*, en el orden en que están escritas en dicha tabla. Transformando sus magnitudes de modo que el *do* tenga la medida $0,00000 \omega$, lo que equivale a restar $0,83170 \omega$ a todas las notas o a sus octavas, tendremos la nueva tabla ordenada siguiente:

Denominación	Nota	Intervalo	Denominación	Nota	Intervalo
					0.16992
do	0.00000		sol	0.58496	
		0.16993			0.15201
re	0.16993		la	0.73697	
		0.15200			0.16993
mi	0.32193		si	0.90690	
		0.09311			0.09310
fa	0.41504		do	1.00000	

Vemos así que los intervalos se disponen en este orden: tono mayor: do-re; tono menor; re-mi; semitono diatónico: mi-fa; tono mayor: fa-sol; tono menor: sol-la; tono mayor: la-si; semitono diatónico: si-do. O brevemente: dos tonos, un semitono, tres tonos y un semitono.

Esta sucesión de intervalos es lo que constituye la llamada *escala diatónica mayor* (sobreentendiendo *tolemaica*), y la posición de sus notas ha dado origen a la nomenclatura adoptada por los músicos para los intervalos. Así por ejemplo, a partir del *do* fundamental, los intervalos se designan de acuerdo con el número de notas que ellos limitan, incluyendo las extremas:

- intervalo de *segunda*: do-re
- » » *tercera*: do-mi
- » » *cuarta*: do-fa ,

y así sucesivamente. Esta es la razón de las denominaciones adoptadas en el § 9.

Claro es que el intervalo re-mi por ejemplo, es también una segunda; pero del examen de la tabla resulta que es distinto de la segunda do-re; y surge entonces la necesidad de clasificar los distintos tipos de segundas, y lo mismo de las terceras, cuartas, etc., habiendo adoptado los músicos los calificativos de *mayores* y *menores*, *aumentadas* y *disminuídas*, *justas*, etc. En general, no nos interesan estas denominaciones sino en cuanto puedan hacer más claras para los músicos nuestras consideraciones; preferimos siempre dar la magnitud de los intervalos que consideremos, y si alguna vez nos apartamos de esta norma, será para « traducir » nuestras medidas abstractas a un lenguaje familiar al músico. Por lo demás, hay que tener buen cuidado de no confundir los intervalos homónimos de gamas distintas, y aún de la misma gama. Así por ejemplo, la quinta tolemaica do-sol = $0,58496 \omega = 1 \chi$ (ver § 9) coincide con la pitagórica homónima, pero no con la quinta tolemaica re-la = $0,56704 \omega$; su diferencia es una coma tolemaica. En la misma $\Gamma_{ABCD}^{3,5}$ hay, como se aprecia de inmediato en la tabla anterior, tres clases de segundas que no hay que confundir y que son: el tono mayor, el menor y el semitono diatónico; asimismo, hay tres tipos de terceras, representados por los intervalos: do-mi = $0,32193 \omega$, re-fa = $0,24511 \omega$ y mi-sol = $0,26304 \omega$; estas dos últimas difieren solo en una coma (Tol.) y toman el nombre común de *terceras menores*, y la primera es la *tercera mayor*.

Si consideramos la otra posibilidad de atemperación de la $\Gamma^{3,5}$ (§ 26), que es la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$, o sea la *gama tolemaica cromática* (abreviado: *Tol. cr.*), según la denominación introducida en el § 27, tendremos los valores característicos:

$$\varepsilon = 0.00676 \omega ; N = 21 ; \nu = 3 ; \Delta^2 = (0.00954 \omega ; 0.02467 \omega),$$

como ya se vió en el § 26. Los tres intervalos-base de esta gama son:

$$i_0 = 0.05889 \omega = \textit{semitono cromático (Tol. cr.)}$$

$$i_1 = 0.03422 \omega = \textit{diesis enharmónica (Tol. cr.)}$$

$$i_2 = 0.02468 \omega.$$

El intervalo i_2 no tiene un nombre especial. Por lo demás, al semitono cromático lo hemos denominado i_0 , en contra de nuestra convención general, porque por ser

$$i_0 = i_1 + i_2,$$

en realidad podemos eliminar a i_0 de la base, y mantener solo i_1 e i_2 . Así se tiene:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^{3,5} (Tol. cr.) &= x_1 i_1 + x_2 i_2 \pm x \\ i_1 = \text{diesis enharmónica} (Tol. cr.) &= 0.03422 \omega \quad ; \quad i_2 = 0.02468 \omega \\ \varepsilon &= 0.00676 \omega . \end{aligned} \right\} [5]$$

33. — Un caso sumamente interesante, y que nos ilustrará sobre el método hiperespacial del capítulo anterior, lo tenemos en la $\Gamma^{3,5,7}$ tri-dimensional y su atemperación. Las notas de esta gama tendrán por expresión

$$\gamma_{n_1, n_2, n_3}^{3,5,7} = F(\pi_1 n_1 + \pi_2 n_2 + \pi_3 n_3)$$

donde las constantes fundamentales son:

$$\pi_1 = \log_2 3 = 1.58496$$

$$\pi_2 = \log_2 5 = 2.32193$$

$$\pi_3 = \log_2 7 = 2.80735 ,$$

y por consiguiente:

$$\gamma_{n_1 n_2 n_3}^{3,5,7} = F (1.58496 n_1 + 2.32193 n_2 + 2.80735 n_3) .$$

Las notas de esta gama podrán representarse, como vimos en el capítulo anterior, mediante los puntos reticulares del espacio ordinario E_3 , y la atemperación se efectuará aquí mediante un poliedro ordinario Φ , cuyos puntos interiores y de contorno darán las notas de la $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ atemperada.

Precisamente, el Sr. Juan Domínguez Berrueta estudia este caso en dos publicaciones de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid (1), publicaciones cuya lectura recomendamos a quienes nos hayan seguido, ya que, además del punto especial que desarrollaremos ahora, contiene muchos puntos de vista interesantes y concordantes con los expuestos aquí.

El Sr. Domínguez Berrueta, basándose en distintas consideraciones, establece su gama *tetrarmónica*, como él la llama, que no es sino una $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ atemperada por medio del poliedro Φ que hemos representado

(1) (IV) y (V).

en la figura 9. Hay 17 puntos P , indicados en la figura con P_1 a P_{17} , y 42 puntos Q , que numeraremos Q_1 a Q_{42} , pero que no hemos representado en la figura, en obsequio a la claridad. En la tabla siguiente damos: las coordenadas de los puntos P , el valor y nombre de la correspondiente nota, y además, para cada punto P , los puntos Q que le corresponden y que no estén ya computados, así como los va-

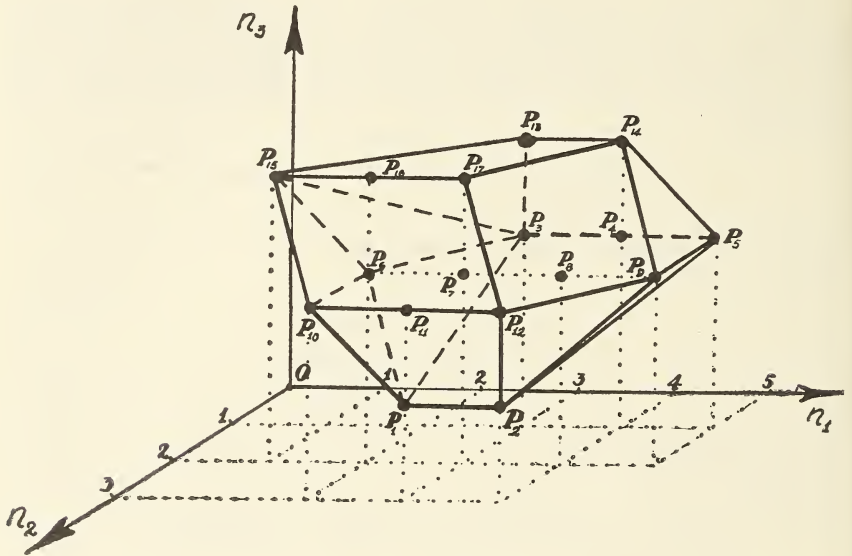


Fig. 9

lores $\gamma_{Q_h}^{3,5,7}$. Las coordenadas de los puntos vecinos a un P_k se obtienen modificando en ± 1 sucesivamente cada una de las coordenadas de P_k . Si éstas son (n_1, n_2, n_3) , las de los puntos vecinos son: $(n_1 \pm 1, n_2, n_3)$, $(n_1, n_2 \pm 1, n_3)$, $(n_1, n_2, n_3 \pm 1)$; se obtienen así 6 puntos (según que se adopte el signo $+$ o el $-$) que pueden no ser todos puntos Q nuevos, pues pueden coincidir con otros puntos P u otros Q ya considerados.

La coma, mínimo de los intervalos $(\gamma_{Q_h}^{3,5,7}, \gamma_{P_h}^{3,5,7})$ vale aquí $\epsilon = 0.00642 \omega$, y se produce por ejemplo entre $\gamma_{Q_5}^{3,5,7}$ y $\gamma_{P_3}^{3,5,7}$.

Las notas $\gamma_{P_3}^{3,5,7}$ á $\gamma_{P_{12}}^{3,5,7}$, situadas en el plano $n_3 = 2$, tienen un carácter tolemaico, pues ese plano corta al poliedro Φ en una figura formada por un *trapezio tolemaico* (ver § 25) y la base de otro. Para la nota $\gamma_{P_{17}}^{3,5,7}$ adoptamos la denominación *te* en lugar de *la #*, de acuerdo con lo que propone el Sr. Domínguez Berrueta en los tra-

bajos citados ⁽¹⁾. Además adoptaremos para todas esas notas la abreviatura (*D. B.*), en homenaje a dicho autor, a quien se debe, como dijimos, la $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$.

Punto P_k	$\gamma_{P_k}^{3,5,7}$	Puntos Q_h	$\gamma_{Q_h}^{3,5,7}$	Punto P_k	$\gamma_{P_k}^{3,5,7}$	Puntos Q_h	$\gamma_{Q_h}^{3,5,7}$		
$P_1(3,3,1) = \text{sol } \flat$	0.52802	$Q_1(2,3,1)$	0.94306	$P_9(5,2,2) = \text{re}$	0.18338	$Q_{21}(6,2,2)$	0.76834		
		$Q_2(3,2,1)$	0.20610			$Q_{22}(5,3,2)$	0.50530		
		$Q_3(3,4,1)$	0.84995			$Q_{23}(5,2,1)$	0.37602		
		$Q_4(3,3,0)$	0.72067			$Q_{24}(5,2,3)$	0.99073		
$P_2(4,3,1) = \text{re } \flat$	0,11299	$Q_5(5,3,1)$	0.69795	$P_{10}(2,3,2) = \text{la}$	0.75042	$Q_{25}(1,3,2)$	0.16546		
		$Q_6(4,2,1)$	0.79106			$Q_{26}(2,4,2)$	0.07235		
		$Q_7(4,4,1)$	0.43491			$Q_{27}(2,3,3)$	0.55777		
		$Q_8(4,3,0)$	0.30563			$P_{11}(3,3,2) = \text{mi}$	0.33538	$Q_{28}(3,4,2)$	0.65731
$Q_9(2,1,2)$	0.10656	$Q_{29}(3,3,3)$	0.14273						
$P_3(3,1,2) = \text{la } \flat$	0.69152	$Q_{10}(3,0,2)$	0.36960	$P_{12}(4,3,2) = \text{si}$	0.92034	$Q_{30}(4,4,2)$	0.24227		
		$Q_{11}(3,1,1)$	0.88417			$Q_{31}(4,3,3)$	0.72770		
		$P_4(4,1,2) = \text{mi } \flat$	0.27649			$Q_{12}(4,0,2)$	0.95456	$P_{13}(3,1,3) = \text{fa } \sharp$	0.08384
$Q_{13}(4,1,1)$	0.46913			$Q_{33}(3,0,3)$	0.17695				
$P_5(5,1,2) = \text{si } \flat$	0.86145	$Q_{14}(6,1,2)$	0.44641	$P_{14}(4,1,3) = \text{do } \sharp$	0,08384	$Q_{34}(3,1,4)$	0.30623		
		$Q_{15}(5,0,2)$	0.53952			$P_{15}(1,2,3) = \text{sol } \sharp$	0.65088	$Q_{35}(4,0,3)$	0.76191
		$Q_{16}(5,1,1)$	0.05409					$Q_{36}(4,1,4)$	0.89120
		$Q_{17}(5,1,3)$	0.66880			$P_{16}(2,2,3) = \text{re } \sharp$	0,23584	$Q_{37}(0,2,3)$	0.06592
$P_6(2,2,2) = \text{fa}$	0.42849	$Q_{18}(1,2,2)$	0.84353	$Q_{38}(1,1,3)$	0.32895				
		$Q_{19}(2,2,1)$	0.62113	$Q_{39}(1,3,3)$	0.97281				
$P_7(3,2,2) = \text{do}$	0.01345	—	—	$P_{17}(3,2,3) = \text{te}$	0.82801	$Q_{40}(1,2,4)$	0.45824		
		$P_8(4,2,2) = \text{sol}$	0.59841			$Q_{20}(4,2,3)$	0.40577	$Q_{41}(2,2,4)$	0,04320
$Q_{42}(3,2,4)$	0.62816								

Disponiendo las $\gamma_{P_k}^{3,5,7}$ por orden creciente, y de modo que $\text{do } (D. B.) = 0,00000 \omega$ (lo que equivale a restar todas el valor $\gamma_{P_7}^{3,5,7} = 0,01345 \omega$) tendremos las notas siguientes:

(1) La razón de esa denominación es análoga a la que tienen las demás notas usadas hasta hoy. Esas denominaciones fueron tomadas por Guido Aretino de las primeras sílabas de los versos del himno a San Juan, de autor desconocido:

*Ut queant laxis mira gestorum solve polluti Sancte Johannes.
resonare fibris famuli tuorum labii reatus*

Denominación	Nota	Intervalo	Denominación	Nota	Intervalo
do (D.B.)	0.00000		sol \flat (D.B.)	0.51457	0.02914
do \sharp »	0.07039	0.07039	sol »	0.58496	0.07039
re \flat »	0.09954	0.02915	sol \sharp »	0.63743	0.05247
re »	0.16993	0.07039	la \flat »	0.67807	0.04064
re \sharp »	0.22239	0.05246	la »	0.73697	0.05890
mi \flat »	0.26304	0.04065	te »	0.80736	0.07039
mi »	0.32193	0.05889	si \flat »	0.84800	0.04064
fa »	0.41504	0.09311	si »	0.90689	0.05889
fa \sharp »	0.48543	0.07039	do »	1.00000	0.09311

Teniendo en cuenta el valor de la coma, los intervalos distintos Δ , y las Δ^2 , son :

Δ	Δ^2
0.02915	
	0.01149
0.04064	
	0.01825
0.05889	
	0.01150
0.07039	
	0.02272
0.09311	

y por tanto, las características de $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ son:

$$\varepsilon = 0.00642 \omega ; N = 17 ; \nu = 5 ; \Delta^2 = (0.01149 ; 0.01825 ; 0.02272).$$

La comparación de esta gama con la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ muestra su superioridad. En efecto, la coma (D. B.) es algo menor que la coma (Tol.), lo mismo que el número N de notas; y si bien ν es algo mayor, las Δ^2 son sensiblemente menores.

De lo dicho se desprende que una base de $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ está constituida por los intervalos:

$$i_1 = 0.09311 \omega = \textit{lima menor (D. B.)}$$

$$i_2 = 0.07039 \omega = \textit{diesis cromática mayor (D. B.)}$$

$$i_3 = 0.05889 \omega = \textit{diesis cromática media (D. B.)}$$

$$i_4 = 0.04064 \omega = \textit{diesis enharmónica mayor (D. B.)}$$

entre los cuales no hemos tomado el intervalo $0,02915 \omega$ debido a que éste se puede expresar mediante los demás: $0,02915 \omega = i_4 - i_2 + i_1$.
Luego:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^{3,5,7} (D. B.) &= x_1 i_1 + x_2 i_2 + x_3 i_3 + x_4 i_4 \pm x \varepsilon \\ i_1 &= \textit{lima menor (D. B.)} = 0.09311 \omega \\ i_2 &= \textit{diesis cromática mayor (D. B.)} = 0.07039 \omega \\ i_3 &= \textit{diesis cromática media (D. .)} = 0.05889 \omega \\ i_4 &= \textit{diesis enharmónica mayor (D. B.)} = 0.04064 \omega \\ \varepsilon &= \textit{coma (D. B.)} = 0.00642 \omega \end{aligned} \right\} [6]$$

Los $r + 1$ -edros del § 29 son aquí tetraedros ($r = 3$), de tal modo que las notas cuya representación constituye sus vértices, forman los *acordes perfectos mayores*. La $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ contiene los siguientes:

$$(P_3, P_4, P_7, P_{13}) = \textit{la}\flat\text{-do-mi}\flat\text{-fa}\sharp ; (P_4, P_5, P_8, P_{14}) = \textit{mi}\flat\text{-sol-si}\flat\text{-do}\sharp ;$$

$$(P_6, P_7, P_{10}, P_{16}) = \textit{fa-la-do-re}\sharp ; (P_7, P_8, P_{11}, P_{17}) = \textit{do-mi-sol-te} ;$$

en cambio, si consideramos los tetraedros simétricos, obtenidos llevando desde cada punto los vectores unitarios *negativos* en la dirección de cada uno de los ejes, tendremos los *acordes perfectos menores* (véase Cap. V); éstos son:

$$(P_{11}, P_{10}, P_7, P_1) = \textit{mi-la-do-sol}\flat ; (P_{12}, P_{11}, P_8, P_2) = \textit{si-sol-mi-re}\flat ;$$

$$(P_{17}, P_{16}, P_{13}, P_7) = \textit{te-fa}\sharp\text{-re}\sharp\text{do} .$$

En el capítulo V desarrollaremos estos conceptos.

(Continuará)

LA FORMA FACTORIAL DEL NÚMERO COMPLEJO HIPERBÓLICO

POR J. C. VIGNAUX

En un trabajo anterior ⁽¹⁾ en el cual se estudia el número complejo hiperbólico $a + bj$, donde j representa la unidad imaginaria hiperbólica ($j^2 = 1$); he introducido para estos números la forma factorial:

$$a + bj = \rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} h \theta)$$

limitándome al caso que: $a > 0$, $a > b$; y se da entre otras cosas, una interpretación geométrica del *módulo hiperbólico*

$$\rho = + \sqrt{a^2 - b^2}$$

y del *argumento hiperbólico* ($\theta \geq 0$), mediante la geometría de Borel-Klein ⁽²⁾.

⁽¹⁾ J. C. VIGNAUX. *Sobre el número complejo hiperbólico y su relación con la geometría de M. Borel*. Contribución al Estudio..., E. I. (1936).

⁽²⁾ En efecto; en la pág. 55 se dice « Dado el número complejo hiperbólico $a + bj$, se puede siempre definir dos números REALES ρ y θ , por las relaciones

$$\begin{cases} a = \rho \cos h \theta \\ b = \rho \operatorname{sen} h \theta \end{cases} \quad [1]$$

y

$$\rho = + \sqrt{a^2 - b^2} \quad [2]$$

$$\cos h \theta = \frac{a}{\rho} = \frac{a}{+ \sqrt{a^2 - b^2}}, \quad \operatorname{sen} h \theta = \frac{b}{\rho} = \frac{b}{+ \sqrt{a^2 - b^2}} \quad »$$

La condición que ρ sea « real » (por hipótesis) y que sea *positivo* (según la [2]), equivale a las condiciones: $a > 0$ y $a > b$, desde que $\cos h \theta > 0$ y $\cos h \theta > \operatorname{sen} h \theta$

Además, es *únicamente* a esta región I ($a > 0$, $a > b$) que me he limitado en el estudio de la geometría de Borel (pág. 64: desplazamiento y distancia hiperbólica) a fin de interpretar aquellos resultados, y todos ellos son completamente exactos.

Esta forma factorial permite extender, a estos números *complejos binarios*, los clásicos teoremas de Moivre, Euler, etc., de los complejos ordinarios.

El hecho de haberme limitado al caso de los complejos $a + bj$ con ($a > 0$, $a > b$), por razón de brevedad; no significa que esta representación factorial así como las consecuencias que de la misma se desprenden, no sean válidas en un campo mucho más amplio. Esta extensión es inmediata y se obtiene con idéntico proceso, como aquí se prueba (1).

(1) En el *Boletín Matemático*, publicado por el Sr. B. I. BAIDAFF, año IX, n° 6, 1936, acaba de aparecer una Nota firmada por el Sr. F. TORANZOS, « Sobre números y variables hipercomplejos hiperbólicos » en la cual, al referirse a la forma factorial, dice: « La forma factorial (pág. 55) parte de un error, puesto que si enao « $\cos hx \geq \text{sen } hx$ » (sic) [=!!] « con esa representación no podrá expresarse los números $a + bj$, en los que $a < b$ lo que hace igualmente impropia la representación de estos números por la geometría pseudo-euclídea de Borel, al menos en la forma indicada por el autor ».

Las afirmaciones anteriores carecen de sentido y además son inexactas; desde que en dicho trabajo me ocupo *solamente* de la forma factorial y de la geometría de Borel para los números $a + bj$ de la región ($a > 0$, $a > b$) y nada he dicho sobre la posibilidad de su extensión a las regiones restantes, las conclusiones del crítico resultan evidentemente falsas. Resulta también falsa la afirmación que « los números $a + bj$ con $a < b$ » [supongo querrá decir $|a| < |b|$], « no se pueden representar en la forma factorial »; pues es suficiente poner

$$\begin{cases} a = \rho \text{ sen } h\theta \\ b = \rho \text{ cos } h\theta \end{cases}$$

y tomar por módulo hiperbólico a

$$\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2}$$

para tener la forma factorial

$$a + bj = \rho (\text{sen } h\theta + j \text{ cos } h\theta)$$

Todos los teoremas subsisten también en este caso, como aquí lo pruebo; así como también su interpretación geométrica.

Pero, aún en el caso de que, esta representación factorial fuera válida solamente en la región ($a > 0$, $a > b$), sería por ello solo, motivo de crítica, máxime cuando dicho autor no propone ninguna otra, ni más ni menos general?. Esto equivale a desconocer el hecho que, se presenta a menudo, de la existencia de entes que tienen una representación en regiones muy restringidas y sin embargo prestan gran utilidad.

2. *Forma factorial.* — Dado el número complejo $a + bj$, se puede definir dos números reales ρ y θ por la relación

$$\begin{cases} a = \rho \cos h \theta \\ b = \rho \operatorname{sen} h \theta \end{cases} \quad [1]$$

evidentemente siempre que $|a| > |b|$, puesto que de la [1] resulta

$$a^2 - b^2 = \rho^2 \quad \therefore \quad \rho = \pm \sqrt{a^2 - b^2} \quad [2]$$

y

$$\operatorname{tg} h \theta = \frac{b}{a} \quad [3]$$

Como $\cos h \theta$ es siempre positivo, resulta según la primera de las relaciones [1], que el número ρ es positivo o negativo según que $a > 0$ ó $a < 0$ respectivamente.

Substituyendo en $a + bj$; resulta

$$a + bj = \rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} h \theta)$$

es decir, una nueva forma del complejo hiperbólico que he llamado forma factorial.

El número real: $\rho \leq 0$ es el *módulo hiperbólico* y θ ($-\infty < \theta < +\infty$) el *argumento hiperbólico* del complejo dado.

La correspondencia entre los números (a, b) y los números (ρ, θ) es biunívoca; lo cual resulta de las [2] y [3] y del hecho que las funciones $\cos h \theta$ y $\operatorname{sen} h \theta$ no tienen período *real*.

En el caso que: $|a| < |b|$, debemos considerar las relaciones simétricas

$$\begin{cases} a = \rho \operatorname{sen} h \theta \\ b = \rho \cos h \theta \end{cases} \quad [5]$$

de donde

$$\rho^2 = b^2 - a^2$$

es decir

$$\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2} \quad \text{y} \quad \operatorname{tg} h \theta = \frac{a}{b}$$

En este caso, con vendremos en tomar el *número real*: $\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2}$, como *módulo hiperbólico* del complejo $a + bj$ y su forma factorial, es entonces

$$a + bj = \rho (\operatorname{sen} h \theta + j \cos h \theta) \quad , \quad |a| < |b| \quad [6]$$

Evidentemente, los divisores de cero que son números complejos de la forma normal:

$$\alpha = a \pm aj,$$

carecen de esta expresión factorial.

En conclusión: *dado un complejo hiperbólico $a + bj$, no divisor de cero, se puede siempre poner en una de las dos formas [4] ó [6] según que $|a| > |b|$ ó $|a| < |b|$ respectivamente. Recíprocamente, dado el complejo hiperbólico en la forma factorial [4] ó [6], queda determinado unívocamente su forma normal $a + bj$.*

Los divisores de cero ($a \pm aj$) no tienen expresión factorial.

3. *Módulo y argumento hiperbólico del producto.* — Sean los dos complejos

$$\alpha = \rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} h \theta) \quad , \quad \alpha' = \rho' (\cos h \theta' + j \operatorname{sen} h \theta')$$

se tiene

$$\alpha \alpha' = \rho \rho' [\cos h (\theta + \theta') + j \operatorname{sen} h (\theta + \theta')]$$

luego

$$\operatorname{mód} h (\alpha \alpha') = \rho \rho' \quad , \quad \operatorname{arg} h (\alpha \alpha') = \theta + \theta'$$

Si los complejos son de la forma

$$\alpha = \rho (\operatorname{sen} h \theta + j \cos h \theta) \quad , \quad \alpha' = \rho' (\operatorname{sen} h \theta' + j \cos h \theta')$$

resulta

$$\alpha \alpha' = \rho \rho' [\cos h (\theta + \theta') + j \operatorname{sen} h (\theta + \theta')]$$

y por tanto

$$\operatorname{mód} h (\alpha \alpha') = \rho \rho' \quad , \quad \operatorname{arg} h (\alpha \alpha') = \theta + \theta'$$

En el caso de que fueran

$$\alpha = \rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} h \theta) \quad , \quad \alpha' = \rho' (\operatorname{sen} h \theta + j \cos h \theta')$$

resulta

$$\alpha \alpha' = \rho \rho' [\operatorname{sen} h (\theta + \theta') + j \cos h (\theta + \theta')]$$

luego

$$\operatorname{mód} h (\alpha \alpha') = \rho \rho' \quad , \quad \operatorname{arg} h (\alpha \alpha') = \theta + \theta'$$

De aquí: « *el producto de dos complejos hiperbólicos tiene por módulo hiperbólico el producto de sus módulos hiperbólicos y por argumento hiperbólico, la suma de los argumentos hiperbólicos* » (1).

Del mismo modo se prueba el teorema del cociente y de la potencia con exponente entero y todas las conclusiones de nuestro trabajo anterior.

GEOMETRÍA HIPERBÓLICA

M. Borel (2) y F. Klein (3) han estudiado una geometría pseudo-euclídea, mediante la cual he dado una interpretación del complejo hiperbólico en su forma factorial, limitándome a los complejos de la región I ($a > 0$, $a > b$) (4).

Vamos a probar ahora, como esta interpretación se puede extender inmediatamente a todo el plano complejo hiperbólico.

Fijado un sistema de coordenadas rectangulares, x o y , a todo punto $M(x, y)$ la *traslación hiperbólica* $T(a, b)$ hace corresponder un punto $M'(X, Y)$ tal que

$$\begin{aligned} X &= a + x \\ Y &= b + y \end{aligned} \quad (a \text{ y } b \text{ constantes}).$$

Una *rotación hiperbólica de centro* en el origen $O(0, 0)$ y *amplitud hiperbólica* θ , es una operación tal, que a todo punto $M(x, y)$ hace corresponder el punto $M(X, Y)$, definido por las relaciones

$$\begin{cases} x = X \cos h\theta + Y \operatorname{sen} h\theta \\ y = X \operatorname{sen} h\theta + Y \cos h\theta \end{cases} \quad [2]$$

Los *desplazamientos hiperbólicos*, están definidos por las relaciones

$$\begin{cases} x = a + X \cos h\theta + Y \operatorname{sen} h\theta \\ y = b + X \operatorname{sen} h\theta + Y \cos h\theta \end{cases} \quad [3]$$

(1) *Loc. cit.* pág. 56. n° 8.

(2) E. BOREL, *Introduction Géométrique a quelques Théories Physiques*, Gautier-Villar, 1914.

(3) F. KLEIN, *Vorlesungen über nicht. Euklidische Geometrie*, Berlín, 1928. T. 2.

(4) J. C. VIGNAUX, *Loc. cit.* pág. 62.

Distancia hiperbólica. — Fijados los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, la transformación [3] deja *invariante* la forma cuadrática

$$\delta^2 = (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2$$

La distancia de los puntos A y B , en esta geometría, está definida por

$$r = \pm \sqrt{(x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2}$$

En particular; la distancia de $M(x, y)$ al origen $O(0, 0)$ es

$$\overline{OM} = \pm \sqrt{x^2 - y^2}$$

El lugar de los puntos del plano tal que su distancia hiperbólica al origen, es constante, son las hipérbolas equiláteras de ecuación

$$x^2 - y^2 = c^2 \quad (c \equiv \text{constante}).$$

Los puntos situados sobre las dos rectas

$$y = x \quad , \quad y = -x$$

que son las rectas « isótropas » reales de esta geometría que pasan por O , tienen su distancia al origen *nula*.

El plano queda dividido por estas rectas, en cuatro regiones; las regiones I y I' ($|x| > |y|$) y las regiones II y II' ($|x| < |y|$).

Los puntos de las regiones I y I' tienen su distancia hiperbólica *real*, mientras que los puntos de las regiones II y II' , tienen una distancia hiperbólica *imaginaria*.

En este último caso se conviene en tomar como distancia hiperbólica, « el módulo de la cantidad imaginaria ». Esta es la distancia del origen a la hipérbola conjugada

$$x^2 - y^2 = -c^2$$

y esta nueva convención, no es contradictoria con la anterior (ver E. Borel, *Loc. cit.*).

Interpretación geométrica. — Dado el complejo $a + bj$ y fijado un sistema de ejes rectangulares, representaremos a dicho número, por un punto M de coordenadas (a, b) .

Si el punto $M(a, b)$ pertenece a la región I o I' , su módulo hiperbólico

$$\rho = \pm \sqrt{a^2 - b^2}$$

es la distancia hiperbólica del afijo $M(a, b)$ al origen O , corresponde el signo (+) a los puntos de la región I y el signo (—) para los de la región I' .

Si el complejo es de la región II ó II' , su módulo hiperbólico

$$\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2}$$

es también la distancia hiperbólica *real* del punto $M(a, b)$ al origen ⁽¹⁾.

Los divisores de cero: $a + aj$ o $a - aj$, que están representados por puntos que pertenecen a las rectas isotropas: $y = x$, e $y = -x$, respectivamente, tienen su módulo hiperbólico nulo y por tanto representan también la distancia hiperbólica al origen.

Igualmente se verifican todas las relaciones restantes; como se ve inmediatamente ⁽²⁾.

(1) La definición de módulo hiperbólico

$$\rho = + \sqrt{a^2 - b^2}$$

que dábamos en el caso ($a > 0$, $a > b$), aplicada al complejo $a + bj$ con $|a| < |b|$, daría el número *imaginario*

$$\rho = i \sqrt{a^2 - b^2} \quad , \quad (i^2 = -1)$$

Subsiste también en este caso, la misma interpretación geométrica para ρ ; puesto que la distancia hiperbólica es *imaginaria* según hemos visto; pero si convenimos en tomar como módulo hiperbólico en este caso ($|a| < |b|$), el número *real*

$$\rho = \pm \sqrt{b^2 - a^2}$$

es porque, el producto de $i \times j$ no tiene sentido aquí y por tanto la forma

$$\rho (\cos h \theta + j \operatorname{sen} h \theta)$$

dejaría de tener significado aritmético.

Ahora bien, esta nueva convención — que no restringe ni es contradictoria con la anterior — permite como hemos visto extender a las regiones I , I' y II , II' , la forma factorial y sus consecuencias.

(2) No quisiera terminar esta Nota, sin señalar otras afirmaciones inexactas y arbitrarias que hace el autor de la crítica a que me referí anteriormente.

Al reproducir nuestra frase « Nada hemos encontrado en la literatura matemática directamente relacionado con el particular » (Véase: *Sobre la teoría de*

las funciones de una variable hiperbólica, 2ª Entrega, pág. 142. publicada en colaboración con el Dr. Durañona); el crítico agrega « La afirmación resulta sorprendente si se tiene en cuenta que ya Stolz en su *Allgemeine Arithmetik*, del año 1885, estudia, no solo los números hiperbólicos y elípticos sino también los parabólicos partiendo de hipótesis muy generales que los contiene como casos particulares, Stolz, utiliza las unidades naturales (llamadas por los autores isótropas) llegando a la conclusión de que el estudio de estos números es trivial ».

La frase nuestra que transcribe el autor pertenece a la III memoria (pág. 142) y se refiere exclusivamente a la teoría de funciones de variable compleja hiperbólica, sobre cuyo particular la obra de Stolz, no hace la menor REFERENCIA o INSINUACIÓN (Véase la edición más moderna de 1914).

En cuanto a la utilización de « unidades naturales » que nosotros hemos denominado « isótropas » por estar representadas sobre las *rectas isótropas* de la geometría hiperbólica, no hemos pretendido en ningún instante atribuirnos la prioridad, desde que al ocuparnos por segunda vez de estos números complejos (*Sobre las series de números complejos hiperbólicos*, II memoria, en colaboración con Durañona) hemos citado en la bibliografía las dos grandes obras recientes de B. L. Van der Waerden, *Moderne Algebra*, Berlín 1931, 2º tomo; en la cual utiliza estas unidades sin darles denominación, y la de G. Scorza, *Corpi numerici e algebra*, Messina 1921, donde se hace la teoría general del número complejo de dos y de n unidades.

El juicio del crítico al calificar de « trivial », el estudio de estos números y el de las funciones, por el hecho de admitir la descomposición isótropa

$$\alpha = a + bj = A' j_1 + A'' j_2 \quad [1]$$

de ser personal, no se puede tomar en cuenta.

Existen varios tipos de hiper-complejos que admiten una descomposición análoga y cuyo estudio ha sido realizado en forma sistemática tanto en el algebra como en la teoría de las funciones. Así por ejemplo los números bi-complejos estudiados por C. Segre (*), admiten una descomposición análoga a la [1] donde A' y A'' son complejos ordinarios. La teoría de las funciones monógenas de estos números ha sido desarrollada por G. Scorza Dragoni, « *Sulle funzioni o-morfe di una variabile bicomplessa* » (Reale Accad. d'Italia, Vol. V, n° 12, 1934).

Es también falsa, la afirmación que el contenido de mi primer memoria sobre el complejo hiperbólico, está en la obra de Stolz antes citada o en la Enciclopedia Alemana. (Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften. T. 1, pág. 166, n° 9).

Si *algunos* de los resultados aquí consignados, fueron expuestos con anterioridad en dichas obras, (las cuales no fueron consultadas al redactar este trabajo), son precisamente aquellos de carácter inmediato y general, común a todas estas teorías y ellos fueron obtenidos, por otra parte, por caminos distintos. Y para poder facilitar al lector imparcial, el cotejo de estos trabajos con el mío y establecer la exactitud de los hechos, transcribo a continuación la traducción literal de la brevísima nota que sobre esta cuestión contiene la obra de Stolz.

$$\langle \text{Si} \quad 1 \cdot 1 = 1 \quad , \quad 1 \cdot i = i \cdot 1 = i \quad , \quad i \cdot i = 1$$

(*) C. SEGRE, « *Mathematische Annalen* », t. 40 (1892), p. 413-467, n° 28.

Entonces es $(1 + i)(1 - i) = 1 - i \cdot i = 0$ [15]

Hay entonces en este sistema dos números distintos de cero, $1 + i$ y $1 - i$ cuyo producto es cero. Como además de la [15] valen las ecuaciones

$$(1 + i)(1 + i) = 2(1 + i) \quad , \quad (1 - i)(1 - i) = 2(1 - i)$$

o sea

$$\frac{1 + i}{2} \cdot \frac{1 + i}{2} = \frac{1 + i}{2} \quad , \quad \frac{1 - i}{2} \cdot \frac{1 - i}{2} = \frac{1 - i}{2}$$

se pueden hacer las investigaciones sobre multiplicación y división de la *mejor manera posible*, si se introducen como nuevas unidades a los números

$$j_1 = \frac{1}{2}(1 + i) \quad , \quad j_2 = \frac{1}{2}(1 - i)$$

El módulo de la multiplicación, o sea el número 1, toma entonces la forma $j_1 + j_2$. La multiplicación se expresa por la fórmula:

$$(a_1 j_1 + a_2 j_2)(\rho_1 j_1 + \rho_2 j_2) = a_1 \rho_1 j_1 + a_2 \rho_2 j_2 \quad [17]$$

De aquí se deduce que el producto de dos números es solo distinto de cero, salvo el caso en que un factor es nulo, si uno de ellos es de la forma αj_1 y el otro de la forma βj_2 , donde α y β pueden ser independientemente dos números reales cualesquiera. La ecuación

$$cx = xc = a$$

cuando es $a = a_1 j_1 + a_2 j_2$, $c = \gamma_1 j_1 + \gamma_2 j_2$, $x = \xi_1 j_1 + \xi_2 j_2$

toma por la [17] la forma $\gamma_1 \xi_1 j_1 + \gamma_2 \xi_2 j_2 = a_1 j_1 + a_2 j_2$

Si ella vale, deberá ser: $\gamma_1 \xi_1 = a_1$, $\gamma_2 \xi_2 = a_2$ [18]

La división es con esto posible y uniforme, cuando γ_1 y γ_2 sean distintos de cero; o sea, cuando el divisor c es un número de dos términos. En los otros casos la división no es permitida. Pues si es $\gamma = v$, $a_1 \neq 0$ ó $\gamma_2 = 0$, $a_2 \neq v$, no pueden satisfacerse la primera o segunda de las [18]. Si es $\gamma_1 = a_1 = v$, ó $\gamma_2 = a_2 = v$, ξ_1 ó ξ_2 resultan indeterminados. La igualdad $0 \cdot x = x \cdot 0 = 0$ se satisface por todo número x del sistema.

La ecuación $x^2 = a_1 j_1 + a_2 j_2$ donde x^2 como en el caso de los números reales indica $(x \cdot x)$ (cuadrado de x), tiene solo raíces, cuando ninguna de las coordenadas a_1, a_2 es negativa, lo que se deduce de inmediato de la fórmula

$$x^2 = (\xi_1 j_1 + \xi_2 j_2)^2 = \xi_1^2 j_1 + \xi_2^2 j_2$$

Si a_1 y a_2 son positivos se tienen las cuatro raíces

$$x = \pm \sqrt{a_1} j_1 \pm \sqrt{a_2} j_2 \text{ »}$$

El artículo de E. Study de la Enciclopedia Alemana, trata sobre este complejo, en forma más breve aún; y creo ser el primero, en haber introducido la «forma factorial» y su interpretación geométrica de dichos complejos. Dar a conocer estos resultados fué precisamente el motivo principal de aquella publicación mía.

En un extenso trabajo próximo a salir en este mismo lugar «*Sobre la teoría de las funciones polígenas de variable compleja hiperbólica*»; se dan otras propiedades de este número complejo binario; en particular proponemos para definir la función: e^z tres métodos distintos que coinciden con la fórmula

$$e^z = e^x (\cos h y + j \operatorname{sen} h y)$$

dada en mi trabajo (pág. 58, n° 11).

BIBLIOGRAFIA

Por C. C. D.

CURIE MADAME (PIERRE), *Radioactivité*. Un grueso volumen in 8 (16×25), con 564 páginas, 26 láminas y 170 figuras, (peso 1300 gr.). París. Hermann & Cie. 1936. Precio: 150 francos. (Se vende también en dos volúmenes de 340 y 224 páginas, al precio de 90 fr. y 60 fr., respectivamente).

La autora, conocida mundialmente, profesora en la Sorbona, premio Nobel de Física y de Química, expone, aquí, sus lecciones en la Sorbona que vino modificando, año tras año, para ponerlas al día teniendo en cuenta los progresos de la ciencia. Naturalmente como estos progresos continúan siempre, nunca es posible estar rigurosamente al día, pero es obvia también la conveniencia — sobre todo del punto de vista de la enseñanza, — de escribir, de cuando en cuando, un resumen de los principales conocimientos. Se han escrito muchos libros sobre radioactividad ya para el uso de los que trabajan en los laboratorios, ya para la vulgarización, ya con carácter técnico. El que nos ocupa está destinado a la enseñanza. Así lo explica bien la autora en una *Introducción*. El manuscrito de este libro, en el que trabajó muchos años Madame Pierre Curie, se hallaba terminado cuando falleció; sus hijos Irene Joliot Curie y Federico Joliot, auxiliados por otros distinguidos miembros del Instituto del Radio, han revisado las pruebas, los cuadros, etc., y se han ocupado de la publicación.

La primera parte de estas lecciones expone, sucintamente, las nociones fundamentales sobre los iones formados en los gases; sobre los electrones y rayos que se producen cuando los gases, bajo una débil densidad, son atravesados por una corriente eléctrica.

La segunda parte trata, propiamente, la radioactividad: Descubrimientos relativos, los gases radioactivos, depósitos, transformaciones; los rayos α , β , γ ; relaciones energéticas entre los rayos γ nucleares y los α ; efectos producidos por la radiación de los cuerpos radioactivos; efectos biológicos, aplicaciones medicinales; transmutaciones de átomos livianos mediante choques con rayos α ; neutrones, choques de protones; creación artificial de radioelementos; nociones sobre la estructura de los átomos; clasificación de los elementos. Familias del urano, del radio, del actinio, del torio; acumulación de los radioelementos y de los productos de su transformación en los minerales radioactivos. La Radioactividad en la Naturaleza; los laboratorios técnicos de radioactividad.

Un apéndice desarrolla varias cuestiones especiales. Como se trata de un libro destinado a la enseñanza y no de un tratado de documentación, se ha dejado de lado la bibliografía.

Las 26 láminas fuera de texto y los numerosos cuadros numéricos traen un considerable material ilustrativo e informativo.

El texto viene precedido de dos hermosas láminas-retratos del señor y de la señora Pierre Curie.

SOCIOS ACTIVOS

- | | | | |
|--|--|---|---|
| <p>Aguilar, Félix
 Albizzati, Carlos M.
 Alvarez, Raúl J.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Anastasi, Camilo
 Anchorena, Juan E.
 Andrioletti, Juan Luis
 Añón Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aráoz Alfaro, Gregorio
 Arbecchi, Armando C.
 Arce, Manuel J.
 Arditi Thompson, H.
 Armani, Aquiles
 Arnaudo, Silvio J.
 Avila Méndez, Delfín
 Aztiria, Ignacio
 Bado, Atilio A.
 Bachmann, Ernesto
 Baglietto, Eduardo E.
 Balbiani, Atilio
 Bancalari, Agustín
 Barabino Amadeo, S.
 Barbieri, Antonio
 Bargna, Juan L.
 Barilari, Mariano J.
 Barral Souto, José
 Barrancos, Leónidas A.
 Becke, Alejandro von der
 Berdoy, Pedro A.
 Berrino, Juan B.
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blaquier, Juan
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bontempi, Luis
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosisio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Bunge, Juan C.
 Buontempo, Guillermo
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Buzzo, Eduardo R.
 Caillet Bois, Teodoro
 Calandra, Raúl E.
 Camus, Nicolás
 Canale, Humberto
 Carabelli, Juan José
 Carbla, Rómulo D.
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.
 Cárcova, Enrique de la
 Carelli, Antonio
 Carelli, Humberto H.</p> | <p>Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carrea, Juan Ubaldó
 Casacuberta, Antonio
 Castello, Manuel F.
 Castiñeiras, Julio R.
 Celasco, Juan L.
 Cock, Guillermo E.
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Enrique
 Chelía, Francisco
 Chizzini Melo, Aníbal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Dassen, Claro C.
 Dasso, Héctor
 Dasso, Ricardo L.
 Debenedetti, José
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 De la Ini, Juan E.
 Delleplane, Luis J.
 Deulofeu, Venancio
 Devoto, Franco E.
 Diaz, Emilio C.
 Dieulefait, Carlos E.
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Dotto, Enrique S.
 Dubecq, Raúl E.
 Dueñas, José
 Duhau, Luis
 Dupont, Enrique
 Durafona y Vedia, A.
 Durrieu, Mauricio
 Edelberg, Benjamín
 Escudero, Pedro
 Faré, Santo S.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández Long, S.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fischer, Gustavo Juan
 Flores, Emilio M.
 Florit, Carlos J.
 Forn, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Franceschi, Alfredo
 Fürnkorn, Dívico A.
 Gadda, Carlos Mauuel
 Galmarini, Alfredo G.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gascón, Alberto
 Gaspar, Fernando L.
 Géneau, Carlos E.
 Gerardi, Donato
 Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.</p> | <p>Gil, Martín
 Gradín, Carlos
 Grieben, Arturo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Haussler, Emilio
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hofmann, Herbert
 Hortal, José Angel
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isetta, José
 Ivanissevich, Ludovico
 Jorge, José M.
 Jakob, Cristóforo
 Keiper, Guillermo
 King, Diarmid O.
 Kinkelin Pelletán, J. C. de
 Kohan, Zollo
 Kraglievich, Nicolás T.
 Krapf, Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Laporte, Luis B.
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo L.
 Latzina, Eduardo
 Lea, Allán B.
 Lignières, Roberto
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lombardi, Alberto
 López, P. José
 Loyarte, Ramón G.
 Lozano, Nicolás
 Lugones, Arturo M.
 Llauro, José
 Mac Donagh, E. J.
 Magnin, Félix J.
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Maresca, Antonio J.
 Marini, Tomás L.
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Mata, Leopoldo
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercau, Agustín
 Mermoz, Francisco A.
 Mohring, Walther
 Molfino, José F.</p> | <p>Molle, Clotilde C.
 Monte, Vicente E.
 Moreno, Evaristo V.
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Nelson, Ernesto
 Nielsen, Juan
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortega Belgrano, Raúl
 Ortiz, Aníbal A.
 Ortiz de Rosas, Jorge
 Otamendi, Gustavo
 Ottonello, Héctor
 Páez, José María
 Page, Franklin Nelson
 Paitoví y Oliveras, A.
 Paquet, Carlos
 Parodi, Edmundo
 Parodi, Lorenzo R.
 Pasman, Raúl G.
 Pasman, Rodolfo E.
 Pastore, Franco
 Paz, José Máximo
 Paz Anchorena, José M.
 Krapf, Eduardo
 Peralta Ramos (h.), Alberto G.
 Pérez Hernández, A.
 Pérez Pirán, Juan A.
 Perrone, Cayetano
 Pestalardo, Agustín
 Pini, Aldo S.
 Platz, Hubert
 Podestá, Juan Carlos
 Polti, Modesto
 Posadas, Carlos
 Quartino, José N.
 Quinos, José Luis
 Quinterno, Bruno F.
 Quiroga, Pedro R.
 Raimondi, Alejandro
 Raffo, Bartolomé M.
 Ramaccioni, Danilo
 Ramallo, Carlos M.
 Ratto, Héctor R.
 Ravignani, Emilio
 Rebuerto, Antonio
 Rebuerto, Emilio
 Reece, William Asher
 Repetto, Blas Angel
 Repossini, José
 Binguet, Emilio J.
 Rissotto, Atilio A.
 Rivarola, Rodolfo
 Robles, Angel A.
 Rodríguez Aravena, S.
 Roffo, Angel H.
 Roffo, Juan
 Roldán, Raimundo
 Romero Brest, Enrique
 Rokotnitz, Otto
 Rospide, Juan</p> |
|--|--|---|---|

Rossell Soler, Pedro	Schmidt, Max	Suárez, Angel	Varela, Rufino
Rossi, Arturo R.	Schoo Lastra, Oscar	Taiana, Alberto F.	Vecchi, Aristides de
Ruata, Luis E.	Schulz, Guillermo	Taiana, Jorge	Vela Huergo, Julio
Ruiz Moreno, Isidoro	Selva, Domingo	Tamini, Luis Augusto	Veyga, Francisco de
Ruiz Moreno, Adrián	Seeber, Ricardo	Tarragona, José	Vidal, Eduardo
Rumi, Tomás J.	Sesma, Angel	Tedeschi, Virgilio	Villalobos D., C.
Sabaria, Enrique	Sheahan, Juan F.	Tello, Eugenio	Vignaux, Juan C.
Sagastume Berra, A. E.	Silva, Leónidas L.	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Salomón, Hugo	Simons, Hellmut	Torello, Pablo	White, Guillermo J.
Sánchez, José Ricardo	Siri, Luis	Tossini, Luis	Wauters, Carlos
Sánchez, Gregorio L.	Sobral, Arturo	Trelles, Rogelio A.	Wysztelewski, W. de
Sánchez Díaz, Abel	Solari, Emilio F.	Trucco, Sixto E.	Zamboni, Agustín
Sánchez Sorondo, M. G.	Solari, Miguel A.	Valeiras, Antonio	Zappi, Enrique V.
Sanromán, Iberio	Soler, Frank L.	Valentiner, Hugo	Zavalla, Carlos M.
Santángelo, Rodolfo	Sordelli, Alfredo	Valentini, Argentino	Zuloaga, Angel M.
Sarhy, Juan F.	Spinetto, David J.	Valentinuzzi, Máximo	
Sarrabayrouse, Eugenio	Spota, Víctor J.	Vallebella, Colón B.	
Savon, Marcos A.	Storni, Segundo R.	Vallejo, Segundo E.	
Schnack, Benno J.	Storni, Carlos David	Vanossi, Reinaldo	

SOCIOS ADHERENTES

Alvarez, Carlos E.	Laporte, Julio A.	Recoder, Roberto F.	Viglione, Fausto E.
Bazzanella, José	Magne de la Croix, P. A.	Repetto, Cayetano	Walls, I. Figueras de
Devoto, Arnaldo Carlos	Milesi, Emilio Angel	Riú, Pedro Carlos	Wechsler, Wolf
Devoto, Carlos Alberto	Monca, Jacobo Isaac	Rusconi, Carlos	Zenarruza Johnson, Tir-
Folcini, Martín L. G.	Muñoz Cabrera, René	Somonte, Eduardo	so A.
Goyena, Ricardo J.			

CASAS ADHERENTES

Francisco Disf	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Pa-	Ltda.
		lumbo"	

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumer-sindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Coli-na; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Arrambide, Miguel	Bodenbender, G.	Brandan, Ramón A.
Aguiar, Henoch D.	Astrain, Antonio	Bonet, Rafael	Brogliá, Alberto A.
Amaya, Arturo A.	Bermann, Gregorio	Borzacow, Wladimir	Bustos, Ernesto
Anduze, Fernando L.	Bobone, Jorge E.	Braccacini, Osvaldo J.	Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.
 Camilloni, Carlos
 Carlomagno, José
 Castellanos Posse, F.
 Catinari, Altavino E.
 Centeno, Dionisio
 Cordeiro, Juan Carlos
 Chaudet, Enrique
 Checchi, Luis
 Deheza, Eduardo
 De la Colina, Biné.
 Del Viso, Jacinto
 De Tezanos Pinto, J.
 De Villafañe Lastra, T.
 Devoto, Heraclio A.
 Di Rienzo, Sabino
 Espinosa, Manuel
 Esteban, Fernando
 Evans, Eduardo W.
 Fernández, Miguel
 Ferrer, Baltasar
 Fitz Simon, Sgo. E.
 Fortana, Lorenzo P.
 Fracassi, Humberto
 Fuchs, Guillermo J.

Gálvez Vivanco, C.
 García, Daniel
 Garzón, Rafael
 Gavier, Daniel E.
 Gavier, Ernesto
 Gibert, Víctor
 Giménez de Azúa, F.
 Godoy, Salvador A.
 Gómez, Calixto A.
 Gordillo, Pedro N.
 Granillo Barros, M.
 Hernández Ramírez, R.
 Hosseus, Carlos Curt
 Jagsich, Juan
 Kegeler, Juan Walter
 Kronfus, Juan
 Lafayette Zimmer, M.
 Larrauri, Agustín C.
 Lewis, Donald G.
 Lo Celso, Angel T.
 Luque, Eduardo R.
 Lutzow Holm, Olaf.
 Mácola, Berardo A.
 Mácola, Tulio
 Marsal, Alberto

Martínez, Rodolfo
 Martínez Bustos, V.
 Masjoan, Juan
 Melo, Carlos R.
 Mirizzi, Pablo Luis
 Montes, Aníbal
 Nincl, Carlos A.
 Nincl, Mario
 Nincl, Raúl T.
 Nottaris, Carlos E.
 Novillo Corvalán, S.
 Olsacher, Juan
 Padula, Federico
 Pagliari, Arturo
 Pasqualini, Clodoveo
 Peláez, J. Gambastiani
 de
 Ferrine, Carlos D.
 Pilotto, Bernardo
 Ponce Laforgue, C.
 Ponsa, Marco
 Puga, Agustín
 Revol, Carlos A.
 Revuelta, Miguel C.
 Rietti, Dardo A.

Roca, Jaime
 Roggeri, Domingo
 Rothlin, Edwin
 Sánchez Sarmiento, F.
 Sartori, Antonio
 Sayago, Gumersindo
 Sayago, Marcelino
 Schmiedecke, Augusto
 Servetti Reeves, J. C.
 Sicco, Juan Carlos
 Sigal, Moisés
 Sparr, Enrique
 Strada, Ferdinando
 Stucchi, Alberto
 Stuckert, Guillermo V.
 Taravella, Ambrosio L.
 Tarragó, Emeterio
 Terrera, Pascual
 Trebino, Natalio
 Tretter, José
 Urciuolo, Victorio
 Vanni, Alberto
 Vercello, Carlos
 Villalba, Aquiles D.
 Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester;
 Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas,
 Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José
 Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro;
 Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
 Argüelles, Eugenio
 Ariotti, Juan Carlos
 Babini, José
 Berraz, Guillermo
 Bertuzzi, Francisco
 Bonazzola, César J.
 Borruat, Luis
 Borruat, Luis (hijo)
 Borzone, Rodolfo
 Bossi, Celestino
 Caballero, Martín A.
 Camo, José María
 Cerana, Miguel
 Claus, Guillermo

Courault, Pablo
 Crouzeilles, A. L. de
 Cruellas, José
 Christen, Carlos
 Christen, Rodolfo G.
 Damianovich, Horacio
 Falco, Federico
 Fester, Gustavo A.
 Frenguelli, Joaquín
 Gollán, Josué (h.).
 Gschwind, Eduardo P.
 Guinle, Hugo José
 Hereñú, Rolando
 Hotschewer, Curto
 Juliá Tolrá, Antonio

Kleer, Gregorio
 Mai, Carlos
 Mántaras, Fernando
 Marelli, Hipólito
 Marino, Antonio E.
 Montpellier, Luis Mar-
 cos
 Morisot, Augusto
 Mounier, Celestino
 Muzzio, Enrique
 Nigro, Angel
 Niklison, Carlos A.
 Ollva, José
 Peresutti, Luis
 Piazza, José

Piñero, Rodolfo
 Pozzo, Hiram J.
 Ragonese, Antonio E.
 Reinares, Sergio
 Rouzaut, Rodolfo
 Salaber, Julio
 Salgado, José
 Santini, Bruno L. P.
 Schivazappa, Mario
 Simonutti, Atilio A.
 Tissembaum, Mariano
 Urondo, Francisco E.
 Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-
 presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero,
 Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales:
 Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel
 G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos	García, José Federico	Maroso, José Angel	Ruiz, Anibal
Anzorena, Jacinto	Godoy Vergelin, G.	Mayorga, Santiago C.	Ruiz Leal, Adrián
Anzorena, Pedro	Gomensoro, José N.	Miyara, Salomón	Sammartino, Miguel
Basso, Germinal	Granzella, Sinibaldo	Miyara, Santos	Sánchez C., Juan V.
Bidone, Mario	Guíard, Ricardo	Oviedo Marcó, Carlos	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Jofré, Alberto L.	Oviedo Ortiz, Carlos	Stura, Angel C.
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Pelaia, Dante	Toso, Juan P.
Ceriotto, Emilio	Lucero, Braulio G.	Piccione, Cayetano C.	Vicchi, Juan A.
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Piovano, Abelardo P.	Villanueva, Miguel An- gel
Gabrielelli, Francisco J.	Magistretti, Guillermo	Pontis, Rafael E.	
Galeano, Edgardo	Maneschi, Ernesto		

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.....	México	Hijar y Haro, Luis.....	México
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Janet, Pierre.....	París
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Avendaño, Leóndidas.....	Lima	Kinart, Fernando.....	Amberes
Álvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Langevin, Paul.....	París
Borel, Emile.....	París	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bragg, William Henry.....	Londres	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Bruch, Carlos.....	Olivos	Monjarás, Jesús E.....	México
Cabrera, Blás.....	Madrid	Moretti, Gaetano.....	Milán
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Oliver Schneider, Carlos....	Concepc. (Ch.)
Carabajal, Mellitón M.....	Lima	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Corti, José S.....	Mendoza	Perrin, Tomás G.....	México
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Antofag. (Ch.)
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fontecilla Larrain, Arturo..	Santiago (Ch.)	Rowe, Leo S.....	Washington
Fort, Michel.....	Lima	Shepperd, William R.....	New York
González del Riego, Felipe..	Lima	Tello, Julio C.....	Lima
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Torres Quevedo, Leonardo...	Madrid
Guinier, Phillibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)	Volterra, Vito.....	Roma



ANALES
 DE LA
 SOCIEDAD CIENTIFICA
 ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
 ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

MAYO 1937. — ENTREGA V. — TOMO CXXIII

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
SALVADOR CANALS FRAU.—La obra del padre Falkner y su contenido etnológico	209
MAURICIO DURRIEU.—Cotejos económicos y selección económica	249
Noticiario	272

Buenos Aires
 Calle Santa Fé 1145
 —
 1937

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burnelster †	Ing. Luis A. Huergo †	Dr. Walter Nernst
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Ing. Guillermo Marconi
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendízábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1936-1937)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Nicolás Besio Moreno
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia.</i>	Doctor Elías A. De Cesare
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Protesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
.....	General Ingeniero Arturo M. Lugones
.....	Doctor Juan Ubaldo Carrea
.....	Ingeniero Carlos Posadas
<i>Vocales</i>	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez
.....	Doctor Angel H. Roffo
.....	Capitán de fragata Héctor R. Ratto
.....	Doctor Jorge Magnin

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

LA OBRA DEL PADRE FALKNER Y SU CONTENIDO ETNOLOGICO

Por SALVADOR CANALS FRAU

I

Entendemos por obra del P. Falkner, o Falconer como solía llamarse en América castellanizando su apellido, la única obra impresa que corre bajo su nombre: la célebre « Descripción de la Patagonia » cuya edición príncipe se publicara en 1774 ⁽¹⁾. Furlong Cardiff ha publicado como apéndice de su estudio sobre Falkner ⁽²⁾, un pequeño folleto de 16 páginas titulado « Of the Patagonians » y le atribuye la paternidad. Mas a pesar de basarse declaradamente, en gran parte, en datos suministrados por Falkner, la redacción no es de éste, sino de Tomás Pennant, y no debe por consiguiente ser incluido entre sus escritos, cual hace Furlong. De algunos otros trabajos de Falkner tenemos noticia; pero ellos no han sido impresos y, además, se han perdido.

La publicación de Falkner tuvo gran resonancia. Apenas aparecida en su idioma original, el inglés, se tradujo a varios otros, entre ellos al español. Esta primera traducción a nuestra lengua, que De Angelis incluyera en el tomo I de su famosa Colección, es un pésimo trabajo. Mucho mejor que ésta, pero todavía muy lejos de la perfección, es la publicada por la Universidad Nacional de La Plata en su Biblioteca Centenaria, y que debemos a Samuel Lafone Quevedo ⁽³⁾. Nosotros nos hemos servido de esta última versión, aunque cotejándola con la original inglesa; de ella son las citas, si bien rectificadas a veces.

⁽¹⁾ « *A Description of Patagonia and the adjoining parts of South America* », by THOMAS FALKNER, Hereford, 1774.

⁽²⁾ FURLONG CARDIFF, *La personalidad y la obra de Tomás Falkner*, Publicaciones del Instituto de Investigaciones Históricas, Bs. As., 1929.

⁽³⁾ *Descripción de la Patagonia, por el P. Tomás Falkner, S. J.* Traducción de S. LAFONE QUEVEDO. Biblioteca Centenaria, tomo I, Bs. As., 1911.

El contenido del libro de Falkner es de una gran riqueza en datos de toda índole: etnológicos, históricos, geográficos, etc. A nosotros aquí sólo nos interesan los primeros, sin perjuicio de que, cuando sea ello necesario a la argumentación, tratemos de reforzar los argumentos con datos de otras categorías; todos ellos, aun cuando son inexactos, tienen siempre algún valor como demostrativos del conocimiento que se tenía en nuestro país a mediados del siglo XVIII.

La mayoría de autores que se han ocupado en cuestiones de nuestra antigua etnología lo han hecho citando y celebrando la « Descripción de la Patagonia ». Otros, en cambio, lo han combatido, como no podía ser menos, y se han ensañado con ella. Ni los unos ni los otros han tenido siempre razón. La crítica de fuentes está muy poco desarrollada entre nosotros, y no siempre se ha fijado, antes de valorar los datos que la obra contiene, el verdadero valor documental de ella.

Y eso que el libro de Falkner estaba muy necesitado de un libre examen crítico, sin prejuicios. Su mismo origen es ya irregular. Regresado nuestro autor de una larga estadía en nuestras tierras, y reintegrado a su patria de origen, Falkner, ya sexagenario, se dispone a redactar sus recuerdos de los hombres y cosas de los países a quienes dedicara 39 años de su vida. Un escritor inglés de la época, defensor literario de la política de Pitt que tanto favoreciera la expansión colonial de Inglaterra, William Combe, tiene ocasión de conocer los manuscritos y los da a publicidad con anuencia de su autor. Los motivos que guiaron a Combe a prestar tan gran servicio a la Ciencia no fueron tanto el amor por ella, como la ocasión propicia de dar a conocer una región del globo que pudiera ser colonizada por su país. El mismo lo confiesa en el curioso Prólogo que agrega a la obra de Falkner: « El establecimiento de una colonia inglesa — dice Combe — en la sislas Falkland, según se dice, se debe a la opinión del finado lord Anson, quien consideraba que propendería a la extensión del comercio y del imperio marítimo de la Gran Bretaña, si ésta se hacía de un buen puerto para los barcos ingleses en los mares australes de la América. Consideraciones como éstas fueron las que me indujeron a creer que cualquier relación que tratase de la geografía, habitantes y demás detalles de la parte más austral del continente americano, podría ser de utilidad pública y hasta servir de entretenimiento al curioso lector » (pág. 21). Y es llevado de estos móviles que Combe no publica el libro en la forma que su autor le diera, sino que lo modifica y le agrega un prólogo que, en realidad, muy poco tiene que ver con el contenido.

Ante situación tal, lo que más interesa metodológicamente es establecer si la obra, en su forma impresa, es, prescindiendo del prólogo, todo de Falkner. Combe mismo afirma: « Las alteraciones que me he permitido hacer se limitan a ciertos giros del lenguaje y al mejor ordenamiento de lo que él escribiera; pero nada se le ha aumentado a la relación del viejo viajero » (pág. 21). En el texto no hemos podido establecer diferencias de estilo que justificaran la presunción de interpolaciones. Por consiguiente creemos que Combe expresa la verdad. « No nos dió todo el libro de Falkner, pero el libro es de Falkner » expresa acertadamente Furlong Cardiff⁽⁴⁾. La obra adolece de muchas obscuridades, y a veces se nota una como falta de equilibrio entre las diversas partes que lo componen, mas ello se debe, seguramente, a las manipulaciones de Combe que suprimiría lo que no favorecía sus intenciones, y destacaba así lo que pudiera ser útil a sus propósitos. « Como no está fuera de lo probable — dice el prologuista — que navíos ingleses tengan que meterse algún día en el río de la Plata, ora como amigos, ora como enemigos, se hace la descripción de los puertos de aquel río, y también relación de los peces que de él se sacan » (pág. 22). A pesar de todo, Combe prestó un gran servicio a la Ciencia publicando el libro, el cual de lo contrario, tal vez no se publicara nunca. Además, la publicación tuvo también consecuencias no previstas por el autor del Prólogo: la corte de Madrid, justamente alarmada, empezó a preocuparse algo más por los vastos territorios de Patagonia, e hizo reanudar activamente los interrumpidos ensayos de exploración y colonización de aquellas regiones. Los resultados principales de esta nueva actividad fueron sin duda la expedición de Villarino y la fundación del Carmen de Patagones, Floridablanca (San Julián), Puerto Deseado y San José, sobre la costa de Patagonia, fundaciones éstas que todavía subsisten.

II

Tomás Falkner nació en Manchester, Inglaterra, el día 6 de Octubre de 1707. Era hijo de médico y de boticario. De ahí, pues, hubo de venirle su afición natural a los estudios de medicina y ciencias naturales, estudios que cursara luego en Londres con verdadera dedicación. Fueron sus maestros dos eminentes profesores, célebres en

(4) FURLONG CARDIFF, l. c., pág. 62.

su respectiva especialidad, Mead y Newton, que seguramente no hicieron sino despertar las aficiones que había heredado nuestro futuro misionero. A los 22 años daba por terminados sus estudios médicos, y la Royal Society lo comisionaba, poco después, para que pasara a América del Sur a estudiar las propiedades médicas de las aguas y hierbas americanas.

A los efectos mencionados, se proveyó a Falkner de un nombramiento de médico-cirujano de un barco negrero de la compañía inglesa del Asiento, pasando como tal al Río de la Plata. El buque, probablemente el « Rudge », hubo de hacerse a la mar a principios de 1730, pues es a fines de dicho año que nuestro flamante médico y naturalista desembarca en Buenos Aires.

Apenas llegado Falkner a nuestras riberas, enfermó de gravedad. Ignoramos las razones por las cuales el enfermo vióse abandonado y solamente asistido por un jesuita, el P. S. de San Martín. De esta asistencia, y seguramente también de los esfuerzos del sacerdote, nació en nuestro hereje anglicano una inclinación al catolicismo que poco después lo llevaba a aceptar la nueva creencia. Que esta conversión no era meramente superficial, y destinado a congraciarse con el nuevo ambiente en el cual tenía Falkner que desarrollar, al menos por un tiempo, sus actividades, lo demuestra claramente el hecho de que formó firme propósito de quedar radicado en el país, y poco después, en Mayo de 1732, ingresaba en la Compañía de Jesús.

El noviciado de la Provincia jesuítica del Paraguay se encontraba en Córdoba, y allí pasó nuestro flamante jesuita. Hizo sus votos en 1734, terminando con ello su preparación de misionero.

En estos diez años preparatorios de sus actividades futuras, no abandonó su predilección, y junto con sus estudios teológicos seguía dedicándose a la medicina y a las ciencias naturales. Su « Descripción de la Patagonia », y también sus otras obras inéditas de que habláramos antes, son clara demostración de ello.

Terminados completamente sus estudios, y admitido definitivamente en la Compañía, Falkner esperaba destinación como misionero. En el *Libro de Consultas* de la época consta la propuesta del P. Provincial Machoni para que Falkner fuera mandado a la misión de lo *Mocovís*; mas no fué elegido. En cambio desde Candelaria nos anuncian su pase a « la misión de los *Serranos* con el P. Matías » (5).

(5) Este precioso dato está contenido en una carta del P. José Tejedor al P. M. Marimón que LEONHARDT fecha a 30 de Septiembre de 1744 (pág. 36-7 de su trabajo *La preparación científica de los antiguos misioneros jesuitas*, y FURLONG CAR-

Unos años antes, en 1740, se había fundado al sur del Saladillo y cerca de su desembocadura, la reducción de indios *Pampas* llamada *Concepción*. Ahí trabajaba en su apostolado el P. Matías Strobel. Ignoramos si Falkner pasó o no, por la fecha, a este destino; documentalente no nos es posible establecerlo, ni tampoco establecer con seguridad dónde estaba radicado por los años 1744 y 1745. El mismo nos habla de un viaje de tres semanas realizado precisamente en 1744 a través de las llanuras pampeanas, en una región en que abundaban los caballos alzados, mas nos es imposible precisar si fué en el sur de Córdoba o sureste de Buenos Aires.

Sabemos en cambio de su viaje a la región del Volcán, o sea el grupo orográfico bonaerense situado al O. de la actual Mar del Plata, en compañía del P. José Cardiel. Este intrépido misionero, apenas llegado de una expedición exploradora por las costas de Patagonia, quería intentar otro viaje por tierra. Siéndole denegado el necesario permiso, pudo, en cambio, obtenerlo, para la fundación, en la mencionada serranía, de una segunda reducción que le pudiera servir de jalón para otras fundaciones futuras. Salió, pues, acompañado de Falkner para reconocer el terreno que por aquel entonces era *tierra incógnita*. Llegaron a fines de Agosto de 1746 y empezaron enseguida con sus trabajos. Algo después, Cardiel hubo de regresar a Buenos Aires (6) y los trabajos y desvelos corrieron al solo cargo de Falkner. El siguiente año de 1747 vió ya fundada la nueva reducción, la cual recibió el nombre de *Nuestra Señora del Pilar* (7). Este mismo año pasaba el P. Strobel al nuevo pueblo, como Superior de las dos reducciones. Algo después, en 1750, cerca de Pilar, se fundaba una tercera misión, Desamparados (8).

Aquí, en estas misiones, pasó Falkner los próximos años, los más fecundos, de su apostolado, en continuo contacto con los indígenas, hasta que en 1751, cuando el levantamiento general dirigido por el

DIFF, (*La personalidad y la obra de Tomás Falkner*. Bs. As., 1929, pág. 28-9) a 15 de Noviembre de 1743 y luego a 5 de este mismo mes y año, en la bibliografía que va al final del mismo trabajo.

(6) El P. STROBEL, desde *Concepción* escribía al Gobernador Andonaegui a Bs. As., con fecha 26 de Diciembre de 1746: « El cacique *Yepelye* quiere ahora acompañar al P. José Cardiel a esa ciudad. . . »

(7) El lugar preciso de esta fundación estuvo sobre unas pequeñas colinas situadas al nordeste de la laguna de Los Padres, cerca de la actual Mar del Plata. COMP. OUTES, en *Diario del viaje y Misión al río del Sauce, realizado en 1748, por el P. José Cardiel*, Buenos Aires, 1933, pág. 143.

(8) *Nuestra Señora de Desamparados* estuvo situada a sólo algunas leguas de Pilar, más cerca del mar.

Bravo, fueran destruídas *Desamparados* y *Pilar*, y algo después Concepción. A raíz de la catástrofe, pasaba a Buenos Aires nuestro misionero.

Su próximo campo de acción fué la estancia jesuíta de San Miguel de Carcarañá, situada al sur de este río y cercano a su desembocadura. Pasó ahí en 1752, después de una breve permanencia en la otra estancia de Areco, y sus funciones eran las de un administrador. Durante los cuatro años, hasta 1756, que desempeñó este cargo, tuvo sobrada ocasión de dedicarse a sus estudios de historia natural y de llevar a cabo algunos viajes a Santa Fé.

Luego, por 1756, pasó de nuevo a Córdoba. Aquí residió hasta la expulsión de los jesuitas en 1767. Ejercía su profesión de médico, y seguía cultivando sus estudios favoritos, especialmente la botánica. En este tiempo llegó a ser famoso, tanto por sus actividades médicas como por las religiosas, convirtiendo a numerosos herejes extranjeros.

La noche del 11 de Julio fué apresado. Poco después era embarcado, con cuarenta otros jesuitas, rumbo a España, en la nave « Venus ».

No se sabe las circunstancias en que Falkner pudo regresar a su país natal. Sabemos que por 1771 residía en Inglaterra donde conoció a Thomas Pennant, el célebre publicista. Este se informó de nuestro misionero sobre la vida y costumbres de los pueblos americanos entre los cuales conviviera Falkner. Fruto de estas informaciones fué la publicación por Pennant de un opúsculo titulado « Of the Patagonians » que Furlong Cardiff publicara in extenso como apéndice de su mencionado trabajo y atribuyendo la paternidad a nuestro médico-misionero.

Por la misma época o algo después, conoció Falkner a otro escritor de renombre, William Combe, que fué quien editara y prologara el celebrado libro motivo de este estudio. Ya nos hemos ocupado de él y de los móviles que indujeron a este panfletista a publicar los manuscritos de Falkner, aunque adaptándolos a sus intenciones.

Falkner murió en 1784 a los 77 años de edad.

III

En etnología, como en historia, tienen las fuentes escritas un valor muy desigual que las distingue unas de otras. Pero también dentro de cada una de ellas es desigual el valor de sus diversos datos. Es ello debido a la diversa relación espacial y temporal que medió entre el autor y los fenómenos por él relatados.

De ahí que para valorar acertadamente los datos de una fuente, sea necesario no sólo tener clara conciencia de la personalidad del autor, sino también conocer sus inclinaciones, saber de sus destinos, poder distinguir los datos de conocimiento directo, de aquellos otros que tienen un origen mediato. Y siempre nos merecerá más fe, aquello que el autor relata por conocimiento personal, que aquello que le hayan contado.

Aplicando, pues, este criterio de elemental crítica de fuentes a nuestro caso, veremos la necesidad de establecer cuáles son las partes del territorio descrito por Falkner como « Patagonia », que él conociera personalmente.

Mucho se ha escrito sobre la enorme extensión que habrían tenido los muchos viajes de Falkner. No pocos autores lo dan como habiendo recorrido toda la actual Argentina desde el Chaco al Estrecho de Magallanes. Otros, más modestos, le asignan un círculo de acción más reducido y suponen que, en dirección al sur, llegó hasta el Nahuel-Huapí. Y el mismo Furlong Cardiff, que se queja de la exageración dada a los viajes por « autores mal informados », le hace recorrer, a renglón seguido, « las provincias de Santiago del Estero, Tucumán, Córdoba, Santa Fé, Buenos Aires y la Patagonia »⁽⁹⁾.

El único que hasta ahora, haya profundizado el tema, es J. Benigar, quien en una monografía leída ante la Junta de Historia y Numismática Americana de Buenos Aires, analizó el valor documental del P. Falkner. Como resultado de su labor encuentra que nuestro misionero sólo conoció « una estrecha faja de territorio que, arrancando de Santiago del Estero, pasa por Córdoba, Santa Fé, Buenos Aires, la costa del Atlántico y termina, por tierra, en el cabo de Lobos, y por un punto incierto en la costa patagónica »⁽¹⁰⁾, de manera que el valor documental de su obra queda restringida a estas zonas. Por lo demás, y en cuanto respecta el material etnográfico que Falkner nos ofrece, Benigar es de opinión que « es probable que algo... debamos a las observaciones propias del autor. Algunas migajas pudo haber obtenido por las noticias de los indios, pero apenas cabe duda de que la mayor parte la toma de los conocimientos corrientes de los intelectuales de su época ».

Para tratar de establecer definitivamente las zonas que Falkner conociera personalmente, nos guiaremos por el texto mismo de su

(9) FURLONG CARDIFF, l. c., pág. 24.

(10) JUAN BENIGAR, *El valor documental del P. Falkner*, trabajo leído por F. de SAN MARTIN y publicado, en extracto, en *La Nación* de Buenos Aires, número de Septiembre 26 de 1926.

obra. Al estudio detenido de ella no se escapa el hecho de que el autor no trata con la misma medida a las diversas regiones estudiadas, pues mientras que en unas se limita a darnos una somera y general descripción de ellas, citando sólo algunas vagas características, en otras, al contrario, se detiene más y entra a veces en detalles que son a todas luces innecesarios a la formación, en el lector, de un concepto general de la comarca; todo ello sin olvidar que en éstas nos habla a menudo como actor: he visto, he hallado. Es natural que estas últimas zonas son las que el autor conoció personalmente, y estos detalles, a veces triviales, estriban en antiguos recuerdos personales, y éstos, a su vez, derivan de un conocimiento más íntimo de la región aludida. Y es notable observar, aunque ello no se deba naturalmente a casualidad ninguna, que las zonas que de esta manera podemos señalar como de conocimiento personal de nuestro misionero, corresponden precisamente a aquellas en que vivió o viajó el autor, según puede ser documentalmente establecido. Veamos cuales son.

En primer lugar está la parte meridional de la provincia de Santiago del Estero. Falkner la describe con profusión de detalles en el capítulo primero de su libro. Falkner no residió en Santiago, mas sabemos ciertamente que estuvo allí en ocasión de un viaje que hizo desde Córdoba, allá por 1742. En efecto, en un libro de cuentas del Procurador del Colegio de Santiago del Estero que abarca Mayo del año citado, se halla la anotación siguiente: « it. 2 ps. que dí al P. Falconer para su avío y 3 a su fletador » ⁽¹¹⁾. Otra anotación de la misma época, Mayo de 1742, en un « Ajuste de cuentas de Oficio de Procurador », esta vez de Córdoba, hace constar:

« it. 2 pesos que dí al P. Falconer para su avío
 » 3 » y 4 reales para su flete
 » 7 » y 4 reales por 2 varas de Cordillate
 4 varas de panete y 4 varas de lienzo, que dí a 9 cte.
 de 4 l. que dí *al que llevó al P. Falconer* » ⁽¹²⁾.

Por la identidad de fechas relacionamos ambas anotaciones y también un pasaje de una carta que desde Córdoba escribiera el P. Morales con fecha 5 Mayo de 1742, la fecha de marras, y que dice: « Pesé la cera que trajo el P. Falconer y hallé que eran 972 libras

⁽¹¹⁾ FURLONG CARDIFF, l.c. pág. 25.

⁽¹²⁾ C. LEONHARDT, *La preparación científica de los antiguos jesuitas andino-platenses*, en la revista *Estudios*, Tomo XXV, Buenos Aires, 1923.

buenas » (13). Si a todo esto agregamos lo que Falkner nos dice en la pág. 46 de su obra: « Los principales artículos de comercio en Santiago del Estero son *la cera y la miel*, de las que hay gran abundancia en las inmensas selvas del otro lado del Salado. Grandes cantidades de estos artículos se extraen de los huecos en los árboles podridos, y se venden por todas partes en las provincias vecinas ». Tenemos pues constancia de que Falkner hizo un viaje a Santiago del Estero por Mayo de 1742, época de su tercera probación, y que de él trajo cera, ya que es lógico suponer que la trajera de la región que en el país la producía. Es conveniente puntualizar eso, porque otros autores han gratuitamente supuesto que estas constancias se referían o otros viajes.

De muy escaso valor etnológico es, empero, lo que Falkner nos cuenta de la región aludida; se limita a describirnos el país, la flora y ciertas costumbres de los mestizos, de carácter regional.

La segunda zona del país cuya descripción demuestra a todas luces un conocimiento personal del autor, es la que corresponde a la provincia de Córdoba. Por los datos anteriormente señalados sabemos que en la docta ciudad pasó sus años de preparación misionera y luego, de regreso de sus andanzas por las misiones jesuitas del sudeste de Buenos Aires, se radicó allí, ejerciendo su doble profesión de médico y sacerdote, sin dejar de cultivar, en lo que le fué posible, sus aficiones de naturalista. En estas circunstancias seguramente que no desperdició ocasión de excursionar la región cordobesa, y los diversos datos, sobre todo botánicos, que se encuentran desparramados en su libro y que van referidos a esta zona, son buena prueba de ello.

Desde Córdoba se adentraría también en la pampa cordobesa que describe, con conocimiento de causa, en las páginas 54 y 55. Ahí hubo de tener su primer contacto con los naturales de la llanura cuyo misionero fuera después, y también su relator literario. Nos referimos a los antiguos *Pampas*, la población pre-araucana de nuestras llanuras centrales. Al describirnos, en su capítulo segundo, la jurisdicción de Córdoba y tratar de la región al sur del río Segundo, expresa: « la primera vez que entré por aquellos lugares dí con alguna gente de estos indios que aún se mantenía poblada en las márgenes de los ríos Segundo y Tercero... ». El hecho de referirse a la *primera vez* indicanos que hizo otras visitas a la región aludida. De ahí que creamos poder relacionar esta excursión al sur de

(13) FURLONG CARDIFF, l. c., pág. 25.

Córdoba con un pasaje de la página 48 que, al mencionar las grandes manadas de caballos alzados que por la época recorrían la inmensa región, refiere: « Se lo andan de un lugar a otro contra el viento, y en un viaje que hice al interior, el año 1744, hallándome en estas llanuras durante unas tres semanas, era su número tan excesivo que durante 15 días me rodearon por completo... *Otras veces* he transitado por toda esta misma región sin ver uno solo de ellos ». En ambas citas se refiere a la Pampa, y en las dos menciona haberla recorrido repetidamente. Ignoramos, a ciencia cierta, el punto en que por la época estaba radicado Falkner, y por lo tanto también el lugar preciso de los hechos aludidos. Mas de todas maneras, la Pampa, tanto la cordobesa como la bonaerense, era el habitat de los nombrados indígenas. Otros autores han expresado su opinión en el sentido de que este viaje de 1744 había tenido como meta el lejano sur, aunque sin aportar argumento válido ninguno en su favor.

En la desembocadura del Carcarañá vivió nuestro misionero de 1752 a 1756, como administrador de una estancia jesuita. Y es también ésta, precisamente, otra de las regiones que Falkner describe con lujo de detalles y hablando a menudo como actor. « Yo en persona descubrí la coraza de un animal que constaba de unos huecesillos hexágonos... » dice, página 60, al relatar el hallazgo, en esta región, de numerosos restos de animales extintos. « En mi primer viaje aguas arriba del Paraná, en 1752, con el objeto de cortar madera... », tal comienza al describir su encuentro con un yacaré. De esta estadía, así como de varios viajes entre Santa Fé y Buenos Aires, deriva su conocimiento de la región; mas es ello también sin valor para la etnología.

En cambio, sí lo tiene, y muy grande, su residencia en las misiones jesuitas del sureste de Buenos Aires. El capítulo tercero de la « Descripción de la Patagonia » contiene innumerables detalles topográficos de la zona que sólo una larga residencia en ella puede permitir. Aquí, sobre todo en la misión del *Pilar*, que se fundara principalmente debido a sus esfuerzos personales, es donde sacó el mayor provecho de sus continuadas relaciones con los indios que frecuentaban aquellas misiones. *Pampas y Serranos, Araucanos argentinos y Patagones*, mantenían estrechas relaciones con nuestro misionero. Aquí tuvo ocasión de estudiarlos de cerca y de informarse por ellos de las tierras del interior y de los demás habitantes. Uno de sus principales informantes fué el cacique serrano Cangapol: « Lo traté mucho e íntimamente e hice varios viajes con él... »

nos dice en la página 40. Poco antes, página 39, expresaba refiriéndose al mismo caudillo: «He tratado de dibujar su retrato por lo que me acuerdo de él. Su persona y su traje están representados en el mapa, como también los de su mujer Huenec». No hay duda, pues, de que tuvo buenos informantes y mejores medios de información en cuanto se refiere a aquellas agrupaciones étnicas. Es por eso que sólo los datos referidos a ellos son los que tienen pleno valor, y lo poseen muy escaso, por no decir nulo, los que van referidos a pueblos que no frecuentaban estas reducciones, verdaderas avanzadas de la civilización.

Desde aquí incursionaría la región de la costa y del interior, en viajes de exploración, aunque sin alejarse mucho de aquellos centros, pues nunca llegó hasta la Sierra de la Ventana, que sólo conoce por los relatos contradictorios de los indios.

IV

Hay autores que no conociendo sino superficialmente la «Descripción de la Patagonia», han puesto en solfa muchos datos de Falkner y hasta dudado de su buena fe.

Sin embargo, es ello una manifiesta injusticia, que sólo el *modus operandi*, sin un criterio de crítica científica, puede disculpar. Porque, en efecto, pocos autores coloniales se han preocupado tan honradamente en dar exacta cuenta del origen de los datos contenidos en sus libros, cual lo ha hecho Falkner. «Donde no me ha sido dable penetrar» — dice de un modo general, en la página 39, nuestro autor — «me he valido de relaciones de indios naturales y de cautivos españoles que habían vivido años entre ellos y posteriormente habían sido rescatados. Entre los tantos que me sirvieron de informantes estaba el hijo del capitán Mansilla, de Buenos Aires, quien vivió prisionero seis años entre los Tehuelhets y que había recorrido la mayor parte de la región de aquellos indios; y también el gran cacique *Cangapol*, que vivía en *Huichin* sobre las márgenes del río Negro...»

A veces son las mismas frases del libro las que han dado asidero a las malas interpretaciones de su contenido, y hacen aparecer al autor como habiendo conocido personalmente todo el país por él descrito; y resultando luego que sus datos geográficos no son siempre exactos, de acuerdo con los conocimientos alcanzados hoy, los críticos superficiales tienen fácil trabajo. Uno de los párrafos

de la edición española de Lafone Quevedo que más daño ha hecho al respecto, es el de la Introducción, página 39, en que dice: « En la descripción que hago del interior, por lo general me he ajustado a las propias observaciones, porque *lo he recorrido casi por entero* . . . ». Benigar, que poco antes rechazara la opinión expresada por Zeballos de que Falkner era un simple embustero, y adherídose a la de Lehmann-Nitsche que creía más bien que el misionero inglés no había sido bien interpretado, ve sin embargo, en el párrafo transcrito, « una afirmación que parece un embuste o una mentira consciente » por parte de Falkner. Ahora bien; si Benigar hubiese cotejado la edición original inglesa, se habría percatado de que no es precisamente eso lo que dice nuestro autor. « I have in general, followed my own observations; *having travelled over great part of it* . . . ». Y cualquier mediano conocedor de la lengua de Shakespeare sabrá que *great part* no será nunca *casi por entero*.

Por lo tanto, no se puede, lógicamente, hacer responsable al autor de los errores de su traductor, ni dudar de su buena fe cuando describe, equivocadamente, lo que personalmente no conoció, máxime cuando él mismo se encarga de hacernos saber, casi siempre, el origen de sus conocimientos.

Falkner, no sólo advirtió, de un modo general, la procedencia de los datos por él relatados, sino que también cita especialmente, al menos para el lector advertido, el origen de cada noticia cuando no la ha podido observar él personalmente. Y en este último caso están, en principio, todas las noticias sobre regiones de las cuales no poseemos constancia documental de que fueran visitadas por nuestro autor o vivido en ellas.

Ya hemos dicho que Falkner no hubo de alejarse mucho en dirección al sur, de la región del sistema orográfico del Volcán, no habiendo conocido la Patagonia propiamente dicha. Al tratar, en la página 82, de esta dilatada región, expresa: « El territorio de los Tehuelhets y otras naciones de la Patagonia colinda con la parte occidental de esta tierra incapaz de ser poblada . . . *según la relación de ciertos españoles cautivos* . . . toda esta región consta de colinas bajas . . . ». Aquí indica claramente de donde procedían sus noticias referentes a la región, y lo mismo hace con los datos que trae de algunas zonas aisladas. Del Nahuel-Huapí, por ejemplo, dice que « es uno de los más grandes que forman las aguas de la Cordillera; *según lo que nos cuentan los misioneros chilenos*, mide unas 15 leg. de largo » (pág. 78). Y otro tanto sucede con lo que dice de las Malvinas, página 86: « Lo que de ellas contaré se deriva de las rela-

ciones que obtuve de varios de los oficiales españoles que pasaron a recibir las islas del poder de los franceses. . . »

Otra frase, en el texto de Falkner, que fácilmente puede inducir a error, es la de la página 82 en que, hablando de los ríos de la Patagonia dice que en cuanto al río Camarones que figura en el mapa de D'Anville, los expedicionarios de 1746 a bordo del San Antonio no dieron con él, « aunque *entramos* en esta anchurosa bahía de San Jorge. El hablar así, en primera persona de plural, podría hacer creer que el autor formara parte de la expedición. Mas, es sabido que Falkner no participó de ella, sino que los expedicionarios fueron Strobel, Cardiel y Quiroga. Se tratará, sin duda, de un error de transcripción, sobre todo si tenemos presente que seguidamente después, en la misma página 82, y refiriéndose siempre a la misma expedición habla en tercera persona de plural y dice: « En la bahía de los Leones *los españoles desembarcaron* sin dar con río alguno. . . », y algo antes, en la página anterior, escribe: « Del viaje realizado en 1746, resultó que no había río alguno en toda aquella costa. . . a pesar de que. . . *desembarcaron los españoles y también los misioneros* que viajaron por toda aquella comarca ».

Lo mismo sucede con la región del extremo sureste de Buenos Aires. Al tratar de los ríos Colorado y Negro, claramente deja entrever que no los vió personalmente. « No me es posible admitir que haya tanta distancia entre el Primer (Colorado) y Segundo Desaguadero (Negro), *pues todos los indios aseguran* que los dos ríos le entran al mar no muy lejos uno del otro. . . », expresa en la página 79. Por lo tanto no llegó nunca a estos ríos.

Tampoco conoció el norte de la actual Argentina más allá de Santiago del Estero. Son innumerables los datos que así lo demuestran. Tratando del fruto del algarrobo, dice en la página 44: « He visto también una cuarta clase de estas vainas, *procedentes del Chaco. . . eran, según me aseguró el misionero que me las trajo*, el fruto de un árbol grande. . . ». En la página 45, hablando del lapacho, árbol común en la región chaqueña: « *Nunca lo ví en su propia naturaleza*, pero sí grandes trozos. . . que se exportaban a España. . . ». En la 46 trata de nogales silvestres: « He visto algunos *que habían sido traídos de Tucumán. . .* ». Más adelante, en la página 52, habla extensamente de « esa especie de té » que él mismo descubriera, y después de anotar que se encuentra en la región cordobesa dice: « *he sido también informado* que en Tucumán, Salta, etc., que están más cerca del Perú, se produce en aún mayor abundancia ». Difícil resulta fijar hasta dónde se internó, desde las misiones, en dirección

oeste; mas puede asegurarse que no llegó hasta la Sierra de la Ventana, ni, tal vez, hasta Sierra Baya.

No hay duda, pues, de que la porción de territorio conocido personalmente por Falkner se reduce a las cuatro zonas aludidas en el precedente capítulo. El autor de la « Descripción de la Patagonia » no conoció a la Patagonia propiamente dicha, ni el Chaco, ni el interior de la Pampa.

El P. Strobel, en carta escrita en Pilar, con fecha 23 de Junio de 1748, se queja de la ausencia de su compañero Falkner. ¿Dónde se hallaba?, pregunta Leonhardt, agregando: « Allí seguramente se menciona una de sus largas excursiones al sur »⁽¹⁴⁾; aunque omitiendo darnos mayores detalles. Furlong es algo más explícito, pues dice que en esta ocasión Falkner estaba empeñado en « otra entrada que duró más de ocho meses »⁽¹⁵⁾. Ignoramos de donde sacaron ambos autores sus datos. Pero de todas maneras esos largos viajes son imposibles. Por el testimonio del P. Cardiel⁽¹⁶⁾ sabemos que a fines de Abril de 1748, Falkner se encontraba en *Pilar*, y en Septiembre, en Buenos Aires⁽¹⁷⁾; luego, a 20 de Noviembre, sabemos de su llegada a Pilar⁽¹⁸⁾. Por lo tanto su ausencia no pudo durar « más de ocho meses » ni tampoco emplear este tiempo en « una nueva entrada », ya que se hallaba en Buenos Aires.

IV

« Las naciones de indios que habitan estas tierras se distinguen entre sí con los nombres generales de *Moluches* y *Puelches* ». Así, con esta distinción fundamental equivalente a *Araucanos* y *no-Araucanos*, comienza Falkner su capítulo IV que va dedicado a la « descripción de los habitantes de la parte más austral de América ».

Ambas denominaciones son araucanas y significan « hombres del

⁽¹⁴⁾ LEONHARDT, l. c., pág. 37.

⁽¹⁵⁾ FURLONG CARDIFF, l. c., pág. 32.

⁽¹⁶⁾ *Diario de viaje, et.*, edición de Outes citada: « A 20 de este mes de Abril de 1748 llegué al comenzado Pueblo del Pilar, donde estaba mi compañero el P. Tomás Falconer con el Padre Mathias Strobel. . . » pág. 255-6.

⁽¹⁷⁾ En septiembre del mencionado año de 1748, el P. MANUEL GARCIA escribía desde Buenos Aires a Concepción: « El P. Tomás Falkner discurre que irá con Xelves si halla caballos y está bueno, por que hoy se ha sentido algo indispuerto. . . »

⁽¹⁸⁾ Carta del P. STROBEL de 20 de Noviembre de 1748 desde Pilar, a Concepción: « Con el P. Tomás llegó acá Juancho Manchado. . . ». LEONHARDT, *La misión de indios Pampas*, XXVI, pág. 50.

occidente » la primera, y « hombres del oriente » la segunda. De la falta de precisión inmanente a todo gentilicio de origen geográfico, deriva el doble sentido que en la « Descripción de la Patagonia » tienen los aludidos vocablos araucanos.

« Los *Puelches*, o gente oriental (así llamados por los de Chile, porque vivían a la parte del este) lindan por el oeste con los *Moluches* hasta dar con el estrecho de Magallanes, que es su límite hacia el sur; por el norte parten términos con los españoles de Mendoza, San Juan, San Luis de la Punta, Córdoba y Buenos Aires, y por el este con el mar océano. Se llaman de diferentes modos, según la colocación de sus tierras, o porque en su origen eran de generaciones diferentes » (pág. 91).

En esta forma define Falkner el término « puelche » en su sentido lato de « nombre general ». Como se ve, significa sencillamente algo así como « los que moran al este de los Araucanos ». Ciertamente, es una inconsciente exageración por parte de nuestro autor alargar hasta el estrecho el habitat de los *Araucanos*; mas a su debido tiempo se cuida Falkner de restringir el concepto, y podemos por lo tanto hacer caso omiso de ello. Tenían los *Araucanos* la costumbre de llamar « puelche » a los grupos étnicos de otro origen radicados al este de la Cordillera y que eran sus naturales vecinos por el oriente. Y desde los primeros tiempos de la Colonia conocemos pueblos de aquende los Andes que, encontrándose en las circunstancias aquellas, eran llamados *Puelches* por los de Chile.

En esta situación está, ante todo, un grupo de *Puelches* que tenía su habitat sobre el Limay, en las cercanías de Nahuel-Huapí. A pesar de la influencia absorbente a que se vió sometido por los *Araucanos* en los posteriores tiempos, este pueblo supo mantener su idiosincrasia hasta cerca de nuestros días, y también el recuerdo del antiguo calificativo araucano que, en el siglo pasado, renovara Alcides D'Orbigny. Como en lo sucesivo estos indios han sido bien conocidos, y también su idioma, les reservamos capítulo aparte.

Otra agrupación étnica que por hallarse en las mencionadas circunstancias fuera también denominada *Puelche*, vivió desde antiguo en la región precordillerana del sur de Mendoza, a la sombra del Payén. Pero al contrario de lo que ocurriera con los *Puelche-Genaken*, que es a quienes aludimos antes, estos *Puelches* mendocinos no pudieron contener la arremetida de ultra-cordillera, y fueron completamente absorbidos por los *Araucanos*. Desgraciadamente, es muy poco lo que de ellos nos queda; en lo esencial sólo algunos datos dispersos en las viejas fuentes, y entre ellos el recuerdo de su

idioma no-araucano. En la época de Falkner, mediados del siglo XVIII, todavía se conservaba su lengua particular, a pesar de hallarse ya en un estado de araucanización tal que nuestro autor los incluye entre sus *Moluches* y los denomina *Picunches* con el nombre que, dice, les daban los *Pehuenches* araucanos que limitaban por el sur con ellos, aunque no olvidándose el buen padre de dejar debida constancia de que eran ellos los que en Chile se conocían por *Puelches*. En el estado actual de nuestros conocimientos no nos es, empero, posible precisar el grado de afinidad que uniera a este pueblo con los *Puelches* primeramente nombrados, ni tampoco con los otros que pasaron luego a ocupar su lugar. De estos *Puelche-Picunches* tratamos también más adelante.

Ahora, araucanizados estos *Puelches-Picunches* del sur de Mendoza y extendiéndose hacia el oriente los *Pehuenches*, el límite araucano quedaba desplazado en dirección este, y otras agrupaciones étnicas rioplatenses se hallaban en situación de «puelches». El pueblo al cual tocó ahora partir términos con los Araucanos, y por ende ser llamado *Puelche*, fué el que aquende la Cordillera era conocido, por razones de habitat, con el nombre de *Pampas*.

Era la época de Falkner época de transición. Por aquellos tiempos empezaba la Pampa a saturarse del elemento araucano, pujante, que tendía a dominarlo todo. Ya no sólo había avanzado en compacto grupo hasta el Chadileufú, sino que rebasando esta circunstancial frontera pehuenche ⁽¹⁹⁾ se infiltraba y mezclaba con el otro elemento al cual iba pronto a absorber por entero: con los antiguos *Pampas*.

El estado de «puelche» era, pues, una situación preparatoria de la absorción final, de la araucanización completa. Por el momento, estos *Pampas* eran sólo *Puelches*, y a ellos se refiere nuestro autor cuando emplea este vocablo en sentido estricto, el cual a veces tiene simplemente el valor de: indios *Pampas*.

Es éste un término que desde antiguo empleaban los españoles para designar a las hordas nómadas y cazadoras que recorrían la inmensa llanura central argentina. Con su cultura precaria, de tipo austral hubieron de pertenecer a esta bella variedad del hombre americano que el célebre investigador D'Orbigny fuera el primero en llamar «raza pampeana».

Falkner, en parte alguna de su obra nos habla de estos indios como de una unidad. Los indígenas que él denuncia como habitado-

(19) Ver más adelante.

res de la gran llanura que era, reconocidamente, el habitat de los *Pampas*, constituían dos distintas «naciones», a quienes atribuye los nombres de *Taluhets* y *Divihets*, y trata de ellas por separado. La primera de ellas, que nuestro autor designa también por *Puelches del Norte*, ocupaba esencialmente la parte septentrional y central de la pampa húmeda, es decir, el sur de las provincias de Córdoba y Santa Fé y el noroeste de la de Buenos Aires, extendiéndose hacia el poniente por la región puntana hasta el Desaguadero. «Antiguamente había gente de esta nación en el distrito de Buenos Aires, cerca de los ríos de Luján, de las Conchas y de la Matanza; pero ya han desaparecido» (pág. 92). En cambio, la otra «nación» vagaba más bien a través de la pampa seca o «del monte», es decir, en lo capital dentro del actual Territorio Nacional La Pampa. Ambas «naciones» eran poco numerosas debido a las muchas pérdidas sufridas en sus muchos malones.

A pesar de que Falkner descomponga a nuestros *Pampas* en dos «naciones» distintas, hubieron ellos de constituir una sola unidad. En primer lugar porque no se debe conceder demasiada importancia al calificativo de «nación» cuando va referido a grupos de primitivos en fuentes antiguas; los autores barajaban conceptos tales como nación, tribu, generación, etc. y les daban un mismo impreso significado. Aún hoy día se suelen utilizar indistintamente; cuanto más en la época de Falkner con su escasa cultura científica. Luego, el mismo autor nos dice que la nación de los *Taluhets* «y la de los *Divihets* son las que los españoles designan con el nombre de *Pampas*» (pág. 92). Y por último, porque de un detenido estudio del libro de nuestro misionero surge indefectiblemente la convicción de que ambas agrupaciones se hallaban estrechamente unidas racial y culturalmente.

Que racial y culturalmente formaban una sola unidad, lo demuestra el gran número de coincidencias de que ambos grupos hacen gala en las páginas de la «Descripción de la Patagonia». En efecto, son muchos los pasajes en que nuestro autor enlaza a *Taluhets* y *Divihets* frente a un hecho cultural, y los opone a los demás grupos vecinos que seguían una orientación divergente.

Esto es, por ejemplo, lo que sucede cuando nos habla de su economía. Al referirse a los dos grupos citados, expresa Falkner: «Estas dos naciones por lo general comen carne de yegua, que cazan en pequeñas partidas de treinta o cuarenta indios en las pampas inmensas que separan a Mendoza de Buenos Aires», agregando luego que «si la casualidad quiere que los *Tchuelhets* o los *Chechets*

estén alcanzando el Casuhati [i. e. Sierra de la Ventana] o el Vuulcan o el Tandil en el momento en que los *Diuihets* y *Taluhets* están por retirarse con su botín, aquellos les empiezan a picar la retaguardia... matan a los que se resisten, despojan a los demás de cuanto tienen y se adueñan del botín» (pág. 92). Por lo demás, ambos grupos eran nómadas de la llanura y desconocían el cultivo del suelo. En el hecho de que las mujeres pampas tejieran «unos hermosos mantos de hilo de lana, teñidos con mucho arte y de diversos colores» frente a los demás grupos, que no conocían el arte de tejer (pág. 112), deberemos ver el influjo de la araucanización progresiva de nuestros *Pampas*.

Y no solamente su vida material era idéntica, sino que idéntica era también su vida espiritual. Por un lado, las mismas prácticas funerarias, denotadoras de las creencias relacionadas con la vida y la muerte. En la página 104 de su libro nos relata Falkner la manera de que se valían *Taluhets* y *Diuihets* para convertir en esqueleto el cadáver; su procedimiento, la inhumación, era distinto del de los demás indios vecinos que practicaban la exposición.

Detalladamente expone el célebre libro la creencia de los naturales en dos seres superiores, uno bueno y otro malo. Con referencia al primero dice: «Los *Taluhets* y *Diuihets* le dan el nombre *Soychu*, que en su lengua significa «el Ser que manda en el país de la bebida fuerte», mientras que los demás indios tienen otro nombre y otro concepto (pág. 101). Luego, más adelante, trata del Espíritu Malo con las frases siguientes: «Para los *Tehuelhets* y *Chechehets* es *Atskannakanatz*, y para los demás *Puelches* [i. e. *Taluhets* y *Diuihets*] *Valichu*». Por consiguiente, los dos grupos a quienes llamaban *Pampas* los españoles, tenían los mismos conceptos espirituales, expresados de la misma manera, con términos idénticos.

De lo que antecede, es lógico deducir que nuestros *Pampas* tenían, también, su idioma propio, y las fuentes contemporáneas de Falkner nos hablan diversamente de ello. El P. Manuel Querini, por ejemplo, que fuera Superior del pueblo de Concepción de los Pampas y que tenía, por ende, que conocer el asunto, nos dice de la «lengua particular» de estos indios⁽²⁰⁾. En Falkner mismo hay sólo pequeños restos de él; mas Lehmann-Nitsche los supo aprovechar, junto con otros en otras fuentes coetáneas, para formar con

⁽²⁰⁾ Ver, R. LEHMANN-NITSCHÉ, *El grupo lingüístico «Het» de La Pampa argentina*, en *Revista del Museo de La Plata*, tomo XXVII, pág. 64.

ellos lo que denominó primeramente « lengua het », y luego idioma « chechehet » ⁽²¹⁾.

V

Dada la importancia que tiene el asunto, vamos a detenernos algo en lo que respecta a la mencionada « lengua het ». Ya hemos dicho que ella fuera instituída por Lehmann-Nitsche reuniendo algunos restos hallados en Falkner y en otros autores jesuitas de la época.

Este procedimiento de Lehmann-Nitsche ha sido diversamente criticado. Uno de sus detractores, J. Benigar, en la monografía reiteradamente citada, leída ante la Junta de Historia y Numismática Americana de Buenos Aires, arguyó ser « prematuro y arriesgado crear lenguas con 10 vocablos, quizá mal escritos, y de cuya pronunciación nada sabemos » ⁽²²⁾. Mas, no es eso precisamente de lo que se trata, y en modo alguno se crea ninguna lengua nueva; se quiere sencillamente fijar los restos de un idioma de cuya existencia pretérita se sospechaba, y del cual hay rastros en la obra de Falkner. Por lo demás, es indiscutible que, metodológicamente, el procedimiento ha sido correcto. Cuando en una determinada región nos hallamos ante una serie de vocablos literariamente atestiguados y con una significación determinada que no corresponden por su fonetismo ni por su significado a los idiomas ya conocidos de la misma región o de otra cualquiera, tienen ellos forzosamente que haber pertenecido a alguna otra lengua desconocida, pues no es verosímil que el significado de estos vocablos, y sólo de éstos, hubiera cambiado. Por consiguiente adjudicaremos a estas palabras el valor de restos de un idioma extinguido, o que existiera antes en esta región. Y esto es, en suma, lo que hizo Lehmann-Nitsche.

Si por una parte debemos considerar como correcto y necesario el reunir los vocablos de esta lengua extinta, pero todavía viva a mediados del siglo XVIII, que se hallaban dispersos en la obra de nuestro misionero y en otras fuentes jesuitas contemporáneas de Falkner, no podríamos decir otro tanto del procedimiento simplista, rebosante de subjetivismo, que emplea Lehmann-Nitsche para conceder carácter de *Araucanos* a los *Pampas antiguos* y atribuir la

⁽²¹⁾ Véase LEHMANN-NITSCHÉ, *El idioma chechehet. Pampa bonaerense. Nombres propios*, *Revista del Museo de La Plata*, tomo XXXII, 1930.

⁽²²⁾ Ver extracto de la conferencia en *La Nación* de Buenos Aires, número del 26 de Septiembre de 1926.

« lengua het » a los *Chechehets*. Llega a tal resultado aquel autor, haciendo caso omiso de los detalles que nos da Falkner y ciñéndose exclusivamente a la interpretación, a todas luces capciosa, de los nombres de los caciques de las diversas « naciones » que nos ha conservado la « Descripción de la Patagonia ».

Si en cambio analizamos, objetivamente, la obra de Falkner veremos que hay en ella muchos datos que se oponen a una tal tesis, y que en cambio proclaman que la « lengua het » era la propia de los *Pampas*, entre los cuales no se cuentan los *Chechehets*.

Veamos, primeramente, lo que dice Falkner en la página 93 de su libro: « Los Tehuelhets, conocidos en Europa con el nombre de Patagones han sido llamados con el nombre de *Tchuelchus* por los que no entienden la lengua; pues *chu* significa « tierra » o « residencia », y no « gente », lo cual se expresa con la palabra *het*, y más al sur con la otra *kunnee* o *kunny* ». Aquí, pues, nuestro autor se ubica a sí mismo en un determinado lugar del mapa y exclama: aquí, en esta región, por « gente » se dice *het*, y más al sur, se traduce el mismo concepto por *kunnee* o *kunny*. Ahora bien; el punto ese en que se coloca nuestro autor no puede ser otro que la porción de la Pampa bonaerense donde se encontraban establecidas las misiones jesuítas y donde Falkner pasara varios años en contacto íntimo con los indígenas y conocido los rudimentos de sus idiomas; en esta región, habitat de los *Pampas*, se decía *het* por « gente ». Por otra parte, el término *kunnee* o *kunny* es la transcripción que da Falkner, con ortografía inglesa, del vocablo *künnü* que significa, efectivamente, « gente » en el idioma de los *Genakenn*. Estos indios, que D'Orbigny llamara *Puelches* y que nosotros para evitar confusiones llamaremos *Puelche-Genakenn*, han morado hasta hace poco en la región de los ríos Colorado y Negro, siendo los *Chechehets* parte de ellos como luego veremos.

Tenemos, pues, que según el parrafo transcrito, había una región de habla *het* que se hallaba situada al norte de otra de habla *künnü*. Dado que esta última es bien conocida, y que corresponde a la de los ríos Colorado y Negro, resulta evidente que la región situada al norte de estos ríos, o sea la Pampa, era la de habla *het*. Con lo cual queda demostrado que *Taluhets* y *Dihuihets*, cuyo habitat era la gran llanura, eran de idioma *het*.

Pero otra prueba podemos aun adueir sacada del pasaje que nos ocupa. Resulta de él evidente que la palabra *chu*, con el significado de « tierra, país, residencia » pertenece al mismo idioma que la otra palabra *het*, con el significado de « gente ». Por consiguiente, es muy

probable que las demás palabras citadas por Falkner y que contienen esta partícula, pertenezcan también al mismo idioma.

Ahora bien; nuestro autor menciona dos conceptos, ambos pertenecientes al orden espiritual, que contienen aquella partícula. Se trata del nombre que dan *Taluhets* y *Dihuihets* al Ser bueno, y el otro nombre que dan los dos mismos grupos al Espíritu Malo. Como los demás grupos tienen nombres especiales, que también nos da Falkner, resulta de todo punto evidente que tanto *Soychu* como *Valichu* eran conceptos pampas, y que los *Pampas* eran los de « lengua het ».

Y un tercer argumento vamos a utilizar todavía. El gentilicio «chechehet» está compuesto por la partícula *het*, que con el significado de « gente » pertenece a esta lengua, y por la palabra « cheche ». No nos da Falkner la traducción de este último concepto, ni dice tampoco a qué idioma pertenece; mas es casi seguro que es propio de la lengua de los modernos *Puelche-Genakenn*. En efecto, D'Orbigny trae el vocablo *chex-chez*, con ortografía francesa, que atribuye a aquellos indios, y lo mismo hacen Carlos Ameghino con *shet-she* y Lehmann-Nitsche con *shätr-shä*; parece pues estar asegurada su pertenencia al idioma *genakenn* ⁽²³⁾.

El nombre gentilicio «chechehet» sería pues de composición heterogénea, correspondiendo a la lengua *het* sólo la última partícula, y el componente principal sería extraño a ella; su traducción en la lengua *het* sería por ende la de « gente cheche » o « gente del país cheche ». Su origen se debería a que nuestros *Pampas* hubieron de aceptar el nombre extraño que sus vecinos por el sur empleaban ya sea para designarse a sí mismos, en lo cual deberíamos ver un resabio del totemismo ⁽²⁴⁾, o bien aquellos oírían frecuentemente el vocablo de boca de éstos y lo motejaran así. Todo esto es muy verosímil.

En cambio, si, como se pretende, fueran los *Chechehets* de idioma *het*, entonces no tendría explicación plausible el hecho de que se conocieran a sí mismos con un nombre extraño y que correspondía a la lengua de unos indios situados más al sur que ellos, y por ende más apartados de las misiones y de los españoles.

⁽²³⁾ En los tres autores el concepto no es solamente el mismo, con la misma fonética, sino que también es la misma su significación; ella sería la de « tuco-tuco ». Ver LEHMANN-NITSCHE, *El grupo lingüístico Het de la pampa argentina*, pág. 51.

⁽²⁴⁾ De estos hay unos cuantos que afloran, *passim*, en la obra de FALKNER. En la pág. 102, verbigracia, se lee: « Se han imaginado una multitud de estos dioses, uno de los cuales creen que rige los destinos de cada estirpe o familia de indios, que se supone haya creado él. Unos se dicen casta del tigre, los otros del león, algunos del guanaco, como otros del avestruz, et. ».

Resumiendo y considerando todo lo expuesto, creemos que ya no puede caber duda alguna de que la lengua llamada « het » por Lehmann-Nitsche era la propia de los *Pampas* pre-araucanos, y que por consiguiente ella debe sencillamente ser llamada « lengua pampa » (25).

VI

Un segundo grupo de aborígenes, aproximadamente de las mismas cualidades físicas de los *Pampas* y pertenecientes, también, a la misma raza pampeana, era conocido de los españoles del siglo XVIII por el nombre de *Serranos*.

Durante mucho tiempo no se ha podido identificar a estos indios, pues la obra de Falkner tampoco habla de ellos como de una unidad. A pesar de ello, el libro del célebre misionero contiene también la solución del problema: en su página 93 expresa que los españoles llamaban *Serranos* a los grupos que él conoce por *Tehuelhets* y por *Chechehets*. Veamos quienes eran éstos.

Consideremos primeramente a los *Tehuelhets*. Este concepto pertenece al idioma pampa y significa « gente austral » (pág. 91), como corresponde a un pueblo que en realidad moraba al sur de ellos. Mas al igual que lo que hemos visto sucedía con el término « puelche », tampoco el de « *Tehuelhets* » tiene siempre el mismo sentido en la obra de Falkner.

El país situado al sur del propio habitat de nuestros *Pampas* que, como hemos visto, era la Pampa misma, fué conocido por ellos como « Tehuelehu », o sea « país tehuel » o del sur. Ya hemos visto que Falkner no conocía *de visu* a esta región y que sus datos los debe a los informes que le suministraban los indios que frecuentaban las misiones de *Pilar*, *Concepción* y *Desamparados*. Pero también los cautivos españoles rescatados le proporcionaban datos. « Entre los tantos que me sirvieron de informantes — nos dice en la página 39 — estaba el hijo del capitán Mansilla de Buenos Aires, quien vivió prisionero seis años entre los *Tehuelhets* y que había recorrido la mayor parte de la región de aquellos indios y también el gran cacique Cangapol, que vivía en *Huichin* sobre las márgenes del río Negro ». A éstos, pues, debe sus informes sobre el « Tehuelehu » nuestro misionero.

(25) Terminado ya este trabajo nos enteramos de que SERRANO, en su obra titulada *Los primitivos habitantes del territorio argentino*, Buenos Aires, 1930 había ya expresado opinión en el mismo sentido, aunque incluyendo a los *Chechehets* entre los *Pampas*. Ver obra citada, pág. 130 y 133.

Del hecho de que el término «tehuel» sea geográfico, deriva la doble acepción que le da Falkner al gentilicio «tehuelhet». Por una parte llama así, en sentido general, a todos los habitantes del sur, y por otra, en un más estricto sentido, denomina de tal manera a los indios situados inmediatamente al sur de los *Pampas*, en la región de los ríos Colorado y Negro. Ciertamente es que al tratar de la distribución precisa más y, cual hace en la página 93, divide a estos indios en *Tehuelhets del río*, o Leuvuche en araucano, y en *Tehuelhets de la sierra*, o Calillehets.

Como habitat de los *Tehuelhets del río* (Leuvuches) nos indica Falkner la región del río Negro; de ahí les viene el nombre con el cual serían conocidos en las misiones, donde los misioneros se servían preferentemente del idioma araucano como lengua general, no sólo en razón de la importancia que habían adquirido, por la época, los indios de este origen en la pampa, sino también por la facilidad de tener reducido a «Arte y Vocabulario» el mencionado idioma⁽²⁴⁾. En dirección norte alcanzarían al Colorado, pues en la página 94 dice que limitaban con los *Pampas-Dihihets*; ya antes, en la 48, nos había hablado de la región leñosa al norte del Colorado que formaba el límite entre ambos pueblos de idioma distinto. Por el este, sus límites se confundirían con los de los *Chechehets*, sus compañeros de fórmula serrana. Hacia el oeste no conocemos sus límites exactos; sólo sabemos que partían términos con *Araucanos* (Pehuenches y Huilliches), y que éstos llegaban hasta más acá del lago Nahuelhuapí (pág. 91). Como, por otra parte, el cacique de los «del río» Cangapol o el Bravo, residía en *Huichin* (pág. 39), y este lugar habremos de situarlo entre los ríos Colloncurá y Picunleufú⁽²⁵⁾, es muy probable que el curso inferior del primero de

(24) El P. LUIS VALDIVIA publicó su célebre *Arte y Vocabulario de la lengua de Chile*, en Lima y 1606. Sabemos que en las misiones de *Pampas* y *Serranos* existían ejemplares de esta obra para uso de los misioneros.

(25) Todos los autores ubican a este lugar, residencia de *Cangapol*, demasiado al este, fundándose en que, según FALKNER, se hallaba «sobre el río Negro». Mas hay que tener en cuenta que para nuestro misionero, el río Negro no terminaba en la confluencia de los actuales Neuquén y Limay, sino que este último, en la carta que acompaña su libro, queda reducido al pequeño tramo entre el Nahuel Huapí y la desembocadura del río que FALKNER llama Olgen y que no es otro que el actual Colloncurá, cual lo demuestra el hecho de salir del lago Huechun Lauquen, (pág. 77); por lo demás, la mayor parte del actual Limay lleva el nombre de río Negro.

Luego, el mismo FALKNER nos dice que Huichin estaba a 6 jornadas de la ciudad de Valdivia (pág. 94) y a una y media de un río que «se llama Pichi Picuntu Leuvú» que corre de noroeste a sureste (pág. 77); el cual no puede ser sino el

estos ríos constituyera el límite entre *Huilliches* y *Tehuelhets del río*. Finalmente, por el sur limitaban « con los otros *Tehuelhets* », es decir, con los « de la sierra » (pág. 94).

Cuando nuestro autor introduce la mencionada división, que es fundamental, entre sus « *Tehuelhets* », califica al grupo étnico que nos ocupa de *Leuvuches*, o sea « gente del río » en idioma araucano (pág. 93). Ciertos autores han querido atribuir a esta calificación una trascendencia que está muy lejos de merecer. En primer lugar, los únicos gentilicios que tienen importancia decisiva para una clasificación sistemática son los que sirven a los pueblos para designarse a sí mismo, y no los que puedan darles sus vecinos u otros pueblos. A pesar de ello, Lehmann-Nitsche⁽²⁶⁾, inducido seguramente por el nombre de *Leuvuches* dado por Falkner, como incidentalmente, en la página mencionada a los *Tehuelhets del río*, se creyó en el deber de tener que atribuir calidad de araucano a nuestros indios. Outes llama la atención sobre el hecho de la alta estatura de su cacique Cangapol, certificada por nuestro misionero en la página 39, la cual excluiría en absoluto la posibilidad de que Cangapol y sus indígenas fueran *Araucanos*⁽²⁷⁾. A esto cabría objetar que, en principio, es muy bien posible que el cacique de un grupo de primitivos sea de origen distinto al de su pueblo. Luego, habría que tener en cuenta que por la época de Falkner, mediados del siglo XVIII, la Pampa y sus zonas limítrofes se hallaban en franco proceso de araucanización⁽²⁸⁾. Mas dejando todo eso de lado diremos que la crítica de Outes al procedimiento simplista de Lehmann-Nitsche, es muy acertada, y que todos los datos contenidos en el libro de Falkner están contestes en considerar a los « del río » como no-araucanos.

En efecto, Falkner, en su página 89, enumera las tribus araucanas entre las cuales no figuran, por cierto, nuestros *Tehuelhets del río*. Puede darse por seguro que, de haber sido Araucanos, no de-

curso de agua que aun hoy día lleva el mismo nombre: el Picunleufú. Todos estos son datos que no convienen a la ubicación de Huichin en la confluencia de los ríos Neuquén y Negro, que es la que generalmente le atribuyen los autores, y sí a una situación sobre el Limay, entre el Colloncurá y el Picuufeufé, lo que también corresponde a la ubicación que le da FALKNER en su carta.

(26) R. LEHMANN-NITSCHÉ, « *El grupo lingüístico « Het » de la pampa argentina* », pág. 56.

(27) F. F. OUTES, « *Diario del viaje y misión al río del Sauce realizado en 1748 por el R. P. José Cardiel S. J.* », Buenos Aires 1933, pág. 56.

(28) Ver nuestro anterior trabajo « *La Araucanización de la Pampa* », en Anales de la Sociedad Científica Argentina, tomo CXX, pág. 221 y sig.

jaba de decírnoslo el célebre misionero. Pero, por si ello fuera poco, ahí va la cita de la página 98: «*Todos los Tehuelhets* hablan un idioma distinto del de los otros *Puelches* y de los *Moluches*...». Y esto creemos que es bastante explícito.

Es lógico suponer que Falkner conociera algo mejor a nuestros *Tehuelhets del Río*, que no a los de la Sierra. Primeramente, dada la proximidad a las misiones en que trabajara Falkner, lo cual condicionaba más fuertes relaciones. Luego, por ser uno de sus principales informantes Cangapol, cacique de estos indios. Es por estas razones que habremos de atribuir, como regla general, a los «del Río», todos los datos que sobre *Tehuelhets* nos da y que no van referidos especialmente a los *Calille* o a alguna de sus subdivisiones; verbigracia, en cuanto atañe a la lengua que el autor denomina «tehuel».

Es seguramente debido a la falta de conocimiento directo del país tehuel y a que sus informantes principales pertenecieran a los «del Río», que nuestro autor incurre a veces en la exageración de generalizar los datos así obtenidos, y extenderlos a toda la Patagonia actual. Eso mismo sucede con el idioma tehuel; pues las muestras que de él nos da en su libro, pertenecen casi todas a la parte septentrional de la Patagonia, o sea a la región del río Negro, habitat, como sabemos, de los indígenas de quienes venimos tratando.

En efecto, en la página 91 escribe Falkner que para expresar el concepto «tehuelhet» en la lengua propia de los indios de este nombre, habría que decir: *Tehuelkunny*, lo que equivale a «gente austral». Luego, en la página 93, dice que el concepto «gente», que en pampa es *het*, más al sur se expresa con la palabra *kunnee* o *kunny*. Y, finalmente, en la 99, nos da reunidos unos cuantos vocablos de la lengua que él llama «tehuel», y que son *calille*: cerro; *pichua*: guanaco; *yagip*: agua y *cunnee*: gente.

Ahora bien; todas estas voces pertenecen a un idioma bastante bien conocido, y que es el de los indios que D'Orbigny llamara *Puelches* y que ellos a sí mismos se llaman *Gennakenn*. El habitat de estos aborígenes coincide exactamente con el de los *Tehuelhets del Río* o *Leuvuches*, y de los *Chechehets* que menciona Falkner. También coincide la alta estatura que enlaza a los antiguos *Tehuelhets del Río* y *Chechehets* con los modernos *Puelche-Genaken*. De ahí que no titubeemos en identificar a entrambos grupos y en considerar a los segundos como descendientes de los primeros (²⁹).

(²⁹) Esta identificación de *Tehuelhets del Río* o *Leuvuches* con los modernos *Genakenn*, ha sido ya expresada por OUTES en una de sus eruditas notas que escla-

VII

Tehuelhets del Río (Leuvuche) y *Chechehets*, es decir, los *Serranos*, eran pues los indios conocidos actualmente por *Puelche-Genaken*. Ya hemos pasado revista a los componentes primeros del primer grupo; veamos ahora quienes eran los otros, los tantas veces mencionados *Chechehets*.

Falkner los ubica en la región costanera atlántica que se extiende desde el sur de Bahía Blanca al río Negro, prolongándose hacia el oeste hasta mezclarse con los «del Río». Eran nómadas, y solían extender sus correrías en busca de botín hasta las sierras del Tandil y de la Ventana. Somáticamente «altos y bien desarrollados», pertenecían, como los *Pampas*, a la raza pampeana.

A pesar de esta comunidad de caracteres antropológicos, separaban a ambos grupos otros caracteres diferenciales. Y es sumamente curioso observar que la mayoría de autores que en el estudio del libro de Falkner nos han precedido, no se han percatado de las diferencias existentes entre ellos⁽³⁰⁾. Costumbre ha sido, y sigue todavía siéndolo, el agrupar a estos indios junto con *Taluhets* y *Dihuihets*, y formar con ellos un grupo que, por lo general, ha sido llamado *Puelche*. Mas las diferencias puestas de manifiesto por Falkner son tales que hacen imposible agruparlos a todos en un solo complejo étnico.

Ya hemos visto antes que los *Chechehets* eran enemigos de los dos grupos que, según Falkner, fueran conocidos por *Pampas*, y nuestro autor habla repetidamente del estado de guerra existente entre ellos. Los *Chechehets*, «aunque estando de paz sean mansos y sumisos, de guerra son valientes y atrevidos, como muy bien les consta a los escarmentados *Taluhets* y *Dihuihets*» (pág. 93), pues sucede que cuando «la casualidad quiere que los *Tehuelhets* o los *Chechehets* estén alcanzando el Casuhati (Sierra de la Ventana), el Vuuleán o el Tandil, en el momento en que *Dihuihets* y *Taluhets* estén por retirarse con su botín, aquellos les empiezan a picar la retaguardia... matan a los que se resisten, despojan a los demás de cuanto tienen y se adueñan del botín» (pág. 92).

recen el texto del *Viaje y misión al río de Sauce, realizado en 1748 por el R. P. José Cardiel, S.J.*, Buenos Aires, 1933. La nota aludida, que se halla en la página 246, anuncia una publicación sobre el tema, que hace tiempo esperamos.

⁽³⁰⁾ Tal vez el único que se haya dado cabal cuenta de ello haya sido, de nuevo, OUTES quien, en nota de la pág. 248 de su *Diario y misión, etc.*, ha vislumbrado la afinidad existente entre los dos grupos de *Leuvuches* y *Chechehets*.

Luego se diferenciaban por el idioma, que tenían uno propio (pág. 93), y que no era el pampa, como hemos visto, sino el genaken.

Pampas y *Chechets*, lo repetimos, no tenían otra afinidad común que la de carácter general condicionada por la pertenencia de ambos grupos a una misma raza y a un mismo ciclo cultural. A pesar de ello, nuestros *Chechets* no constituían, en modo alguno, un grupo aislado, sino que los datos que de ellos nos da Falkner los ponen en estrecha relación con sus vecinos por el suroeste: los *Tehuelhets del Río*. Y aunque nuestro autor trate separadamente a los dos grupos, ellos constituían una sola unidad étnica: los *Serranos*.

La obra de Falkner separa, pues, a los *Chechets* de los *Pampas* y los acerca a los «del Río». Es ello tan así, que de no habernos dejado nuestro autor expresa constancia de que ambos grupos eran los llamados *Serranos* por los españoles, agrupándolos así en una cierta unidad, las afinidades existentes entre ellos harían que todo lector atento del libro del Falkner, tuviera necesidad de reunirlos en un solo complejo étnico.

En primer lugar está el idioma. En la página 93, Falkner expresa con referencia a los «del Río» o Leuvuche: «Este pueblo parece estar compuesto de *Tehuelhets* y *Chechets*, aunque hablan la lengua de los últimos, con una pequeña mezcla del tehuel». No era, por cierto, nuestro misionero quien confesadamente no aprendiera otro idioma que el araucano, quien pudiera apreciar con exactitud las diferencias que pudieran existir entre hablas distintas no dominadas por él; pero a pesar de ello, sus años pasados en Pilar, misión compuesta, en lo capital, por estos indios, hubieron de darle algún conocimiento lingüístico que, si bien no le permitía distinguir pequeños matices dialectales, lo pondría en situación de decidir si las lenguas habladas por *Chechets* y por los *Tehuelhets del Río* eran una sola, o dos idiomas distintos. El párrafo transcrito posee, pues, pleno valor de demostración, y como Falkner dice expresamente que los «del Río» hablaban la lengua de los *Chechets*, no hay razón válida alguna que nos induzca a dudar de ello. En cuanto a la «pequeña mezcla del tehuel», de la cual nos habla el mismo párrafo citado, se referirá sin duda a pequeñas diferencias de vocabulario que existirían entre los dos grupos y que tendrían como base una evolución un tanto divergente debida al distinto medio geográfico.

En la misma página 93 de la edición española de Lafone Quevedo hay, empero, una frase que podría inducir a error al lector desprevenido: es allí donde se expresa que «los *Chechets* son, por lo

general, altos y bien desarrollados como sus vecinos los *Tehuelhets* pero hablan idioma distinto». Ahora bien; ya hemos visto antes que el término «tehuelhet» tiene, en Falkner, un doble sentido, pues mientras por una parte designa a un grupo de *Genakenn*, por otra va referido a los actuales *Tehuelches*; y es en este último sentido que lo empleará nuestro misionero, en el párrafo aludido, pues estos Patagones tenían, efectivamente, un idioma distinto.

Chechehets y *Tehuelhets* formaban, pues, una sola unidad somática y lingüística, y por ende étnica. Sus costumbres eran, en general, idénticas. Falkner, en el capítulo V de su obra, se complace en dárnoslo así a entender a cada paso, al enfrentar *Taluhets* y *Dihuihets*, es decir, *Pampas*, a *Chechehets* y *Tehuelhets*, es decir *Serranos*.

Las prácticas funerarias, por ejemplo, eran las mismas. En la página 105 de su obra, Falkner nos habla de ellas y expresa que «*Chechehets* y *Tehuelhets* colocan los huesos en sitio elevado sobre cañizos o ramas entretrejidas a fin de que se sequen y blanqueen con la acción del sol y de la lluvia», frente a los demás indios que practican la inhumación para tales fines.

Idénticos eran los conceptos religiosos a juzgar por los datos que nos ofrece Falkner. En la página 103 nos da un mismo nombre para ambos grupos, del Espíritu malo; igual cosa sucede con el nombre del Ser bueno llamado «*Guayava-cunnee* o Señor de los muertos»; y a pesar de ir referido a los «*Tehuelhets*» en general, el concepto pertenece al idioma de estos indios, al *genaken*, y les correspondería, lógicamente, también a ellos, si no es que a ellos se refiera exclusivamente.

Chechehets y *Tehuelhets del Río*, o sea, los *Serranos*, formarían también una sola unidad política, bajo el supremo mando del cacique Cangapol, denominado el Bravo (pág. 94). En una de las muchas fechorías del célebre cacique, esta vez dirigida en contra de un grupo de *Pampas* que se había refugiado cerca de los establecimientos españoles, se contagiaron nuestros indios de la viruela, la cual los diezmó, según nos cuenta Falkner. De ahí derivaría el hecho de que, en la época de nuestro misionero, se hallaban ya muy mezclados con *Araucanos*, aunque sin llegar al grado de araucanización de los *Pampas*. Hacía ya tiempo que estaban en situación de «*puelches*», mas ellos se resistían a la absorción.

VIII

En las misiones del sur bonaerense conoció Falkner a los auténticos Patagones. No era ese su verdadero habitat, mas solían llegar hasta los establecimientos jesuitas, alguna que otra vez, con miras al trueque, y hasta algunos de ellos se fijaron temporalmente allí. Nuestro autor los conoce con un término de la lengua pampa que equivale a « hombre del país Tehuel » u « hombre del sur ». Pero bajo este gentilicio, *Tehuelhets*, involucra Falkner a dos agrupaciones étnicas distintas que conviene separar. De una de ellas hemos hablado ya, y la hemos identificado como parte integrante de los antecesores de los modernos *Puelche-Genaken*. Ahora nos toca tratar de la segunda agrupación que el autor denomina, cuando los diferencia, « *Calillehet* o gente de la Sierra » (pág. 93).

Si analizamos el concepto *calillehet*, veremos que la partícula última pertenece a la lengua pampa y tiene el significado de « gente » mientras que la significación de la primera, o sea el vocablo *calille*, nos es dada por Falkner como « cerro » en lengua tehuel, es decir, *genaken*.

Mas, serios reparos se oponen a esta interpretación, pues en los diccionarios que de la lengua *genaken* tenemos no hallamos el vocablo *calille*, mientras que la traducción de « cerro » nos es en ellos dado con términos muy distintos. Sin embargo, ya Lehmann-Nitsche llamó la atención sobre el hecho que tanto Hale⁽³¹⁾ como Hunziker⁽³²⁾ traen, en sus respectivos vocabularios del *genaken*, términos muy parecidos, *kelille* y *kelel*, aunque para otro concepto que « cerro », cual es el de « mar ». Parece, pues, como si Falkner, en esto, no nos hubiera dado el verdadero sentido del nombre que atribuye a los indios de la actual Patagonia, y éste equivalga más bien a « gente de la parte del mar ».

Nada nos dice Falkner del idioma de estos indios, tan celebrados en Europa por su alta estatura, pues lo que él conoce por tehuel es, como hemos ya notado, *genaken* puro. Un vocablo hay, empero, en la página 103, que corresponde al nombre que los « *Tehuelhets* y *Chechehets* » dan al Espíritu malo, que no es *genaken*. *Atskannakanatz*, que es el término aludido, parece ser idéntico con el vocablo

(31) *United States Exploring Expedition*. Volume VI: *Ethnography and Philology*. Philadelphia, 1846.

(32) OÜTES, *Vocabulario y Fraseario Genakenn (Puelche) reunidos por Juan Federico Hunziker en 1864*. *Revista Museo de La Plata*, tomo XXXI, pág. 276.

tehuelche que trae D'Orbigny en el vocabulario de esta lengua que publicara R. de la Grasserie ⁽³³⁾ y que el célebre viajero francés transcribe con *achequenat canet*, y le atribuye el significado de «*génie du mal*». De ser ello así, se habría identificado a estos indios con los modernamente llamados *Tehuelches*, en términos generales. Por lo demás, esta identificación era la única que convenía, tanto por su habitat, desde el sur del río Negro al Estrecho de Magallanes, como por las diversas equiparaciones que hace en su obra Falkner de Tehuelhets = Patagones.

Nuestro autor divide a estos *Calillehet* en varias «naciones», aunque todas del mismo idioma; con esto está Falkner, nuevamente de acuerdo con la moderna clasificación. Lo notable empero de ello es que los gentilicios que le sirven a Falkner para designar a estas subdivisiones de Patagones, son todos derivados de la lengua genaken. Veamos cuales eran.

Tenemos en primer lugar a un grupo innominado, que se extiende desde el sur del río Negro, límite septentrional de los *Calille*, hasta el 44° de latitud sur (pág. 97), y el cual corresponde muy bien a nuestros modernos *Tehuelches del norte* o *Pä'änkün'k*. Por el norte limitaban con los «del Río», y por el oeste con la población, que Falkner no conocía, ubicada frente a la costa de Chiloé.

Era ésta una nación nómada por excelencia, que vivía de la caza de guanacos y avestruces (pág. 98). Eran altos de cuerpo y «de mucha fuerza», siendo «de lejos los más numerosos de todas las naciones de esta tierra» (ibíd.).

El segundo grupo, con su habitat al sur de los anteriores, es llamado por Falkner *Chulilau-cunnees*, o sea «gente de Chulilau». Lehmann-Nitsche, que tenía la manía de araucanizar el mayor número posible de elementos lingüísticos, hace derivar el nombre de la lengua de Chile, y lo traduce por «gente del lago de los Ciervos» ⁽³⁴⁾. Pero no es posible pasar por alto la manifiesta relación existente entre el primer término del gentilicio y el moderno topónimo *Cholila*, que se halla situado al pie oriental de la Cordillera, por los 43° de latitud sur. El mismo Falkner cita este nombre en su página 82, al referir que «los indios hablan de un río en tierras de *Chulilau*». Por consiguiente los *Chulilau-cunnees* serían los Patagones que moraban en la precordillera. En cuanto al río mencio-

⁽³³⁾ R. DE LA GRASSERIE, *De la langue Tehuelche. Internationaler Amerikanisten Kongress*, 14, Iagung. Stuttgart, 1906.

⁽³⁴⁾ Ver LEHMANN-NITSCHÉ, *El grupo lingüístico «het» de la pampa argentina*, pág. 58.

modo de cuya existencia dudaba Falkner, era seguramente nuestro actual Chubut, en su curso superior, el cual atraviesa la región aludida. Como los informantes de nuestro misionero eran, en parte, del Limay, es natural que conocieran esta parte del país.

El tercero de los grupos patagones, era el de los *Shuau-cunnees*. «*Shuau* — explica Falkner, pág. 98 — es el nombre que se da en el dialecto tehuel a una especie de conejo negro...» que Lehmann-Nitsche⁽³⁵⁾ cree debe tratarse del *Ctenomys*. Dada su ubicación en el mapa de Falkner, que los sitúa en la región de Santa Cruz, ellos serán los modernos *Tehuelches del sur*, o sea los *Aonükün'k*.

Para que se vea que Falkner, análogamente a lo que establece la investigación actual, reúne en un solo grupo a todos los Patagones, mencionaremos que en la página 98, al referirse a *Chulilau-cunnees* y *Shuau-cunnees*, establece que «las últimas dos naciones parece que son de la misma generación que los demás *Tehuelhets*...», es decir, que los del primer grupo, a quienes nosotros hemos identificado con los *Pä'änkün'k*.

IX

Los *Yacana-cunnees*, o «gente de a pie», constituyen para Falkner el último y cuarto grupo de *Tehuelhets-Calille*. En esto, como en tantísimas otras cosas, está nuestro autor en perfecto acuerdo con la moderna investigación etnológica, la cual reúne en una sola familia lingüística, la llamada Tshon, a todos los grupos de patagones. Los gentilicios que atribuye Falkner a todos estos grupos proceden del idioma genaken, como que indios de esta lengua fueron sus principales informantes. El nombre de *Yacana-cunnees* no es excepción de ello, y la traducción que da nuestro autor de aquel término pertenece a la lengua de los antiguos *Serranos*.

La descripción que de estos indios nos ofrece Falkner es, en lo esencial, la siguiente: «La última nación de los Tehuel son los *Yacana-cunnees*, que quiere decir gente de a pie, porque siempre andan así, desde que faltan los caballos en su tierra. Por la parte del norte parten términos con los *Shuau-cunnees*, al oeste con los *Key-yus* o *Key-yehues*, Cordillera por medio; al este los delimita el mar océano, y al sur está el archipiélago de Tierra del Fuego o sea el mar del sur. Estos indios viven a la orilla del mar a uno y otro lado del estrecho, y no pocas veces se hacen la guerra entre sí. Se sirven

(35) Ver LEHMANN-NITSCHÉ, l.c., pág. 58.

de unas boyas ligeras, como las de Chiloé, para vadear el estrecho. Suelen atacarlos los *Huilliches* y los otros *Tehuelhets*, que se los llevan para esclavos, como que lo único que tienen que perder es la libertad o la vida. Su alimento principal es pescado, que cogen ya zambulliendo, ya ensartándolos con sus dardos. Son muy ligeros de pies y así voltean guanacos y avestruces con sus boleadoras. Su talle es más o menos el de los otros *Tehuelhets*; rara vez exceden de los siete pies, los hay a menudo de menos de seis. Es una gente inocente e inofensiva » (pág. 99). A esto habría que agregar que ellos mantenían ciertas relaciones con los franceses y españoles de las Malvinas que iban a su tierra en busca de leña, y que, según una relación de la segunda mitad del siglo, sus armas eran arcos y flechas (pág. 86).

Indiscutiblemente, esta descripción es un tanto contradictoria y fiel reflejo de la relación espacial que mediaba entre el autor y el objeto de aquella. Sabemos que Falkner no llegó nunca a conocer la auténtica Patagonia y todos sus datos sobre ella son por ende de origen mediato. Verdad es que en cuanto se refiere a este pueblo del extremo sur del continente, tuvo, cual él mismo declara, como informante principal a un cacique de la « nación » mencionada, llamado *Tamu*, y esta fuente de información no hubo de ser mala; mas es casi seguro que nuestro autor agregó a la relación del cacique otros datos, obtenidos por otro conducto, y llegó así a una concepción de los habitantes del extremo sur que, a pesar de predominar en ella los característicos rasgos de nuestros actuales *Onas* de Tierra del Fuego, no está completamente libre de caracteres propios de los demás fueguinos.

Es por esta razón que Cooper ⁽³⁶⁾ cree problemática la identificación de estos *Yacana-cunnees* con los actuales *Onas*, y se inclina en creerlos, más bien, *Tehuelches* meridionales. A nuestro modo de ver, esta posición no excluye de modo absoluto la otra tesis que ve en ellos a los actuales *Onas*; pues no solamente *Onas* y *Tehuelches* están íntimamente emparentados étnica y lingüísticamente, sino que los primeros son hoy día considerados como Patagones que han permanecido en su prístino estado de cultura, por no haber llegado hasta ellos los influjos derivados de los pueblos andinos y araucanos que transformaron la antigua idiosincrasia patagónica. Pero, no por el hecho de ser los *Onas* los patagones más antiguos, en el aspecto cultural, representan ellos el tronco común, fundamental,

(36) Véase J. COOPER, *Analytical and critical bibliography of the tribes of Tierra del Fuego*, « Bureau of the American Ethnology », Bull. 63, Washington, 1917.

del cual se desprendieran los *Tehuelches* continentales, sino que, al contrario, todos los datos indican el camino inverso, es decir, que fueron los *Onas* quienes se desprendieron del tronco común patagón y emigrando a la Tierra del Fuego, en su aislamiento insular, mantuvieron casi intacta su vieja cultura.

Los actuales *Onas*, o como se denominan a sí mismos, los *Selknam*, emigraron, pues, desde la Patagonia continental en su actual habitat. Sus mitos recuerdan todavía su inmigración a la Isla Grande, viniendo del norte. La estructuración cultural del país abona en el mismo sentido, pues la capa étnica y cultural más antigua de la isla es la representada por los *Haus* que ocupan la península Mitre, es decir, el extremo opuesto a la supuesta puerta de penetración ona. No puede, por lo tanto, caber duda de que los antecesores de estos *Ona-Selknam* inmigraron desde el norte.

Y es aquí que engrana maravillosamente, en nuestra exposición, el texto de Falkner. Este autor nos dice que sus *Yacana* residían a una y otra parte del Estrecho y mantenían comunicación entre ambas riberas mediante una especie «de boyas ligeras como las de Chiloé». Así tenemos, pues, relatado, el proceso de la migración ona. En la época de Falkner, ambos grupos, situados a una y otra parte del Estrecho, estaban aún en comunicación, vale decir, la migración a Isla Grande todavía no había terminado.

Sin embargo, este precioso dato, el más valioso sin duda de los que nos ofrece Falkner sobre estos indios, ha suscitado serias dudas entre los investigadores por no conocerse hasta ahora ninguna clase de embarcación a los *Tehuelches*, ni tampoco a los *Ona-Selknam*. Autor hay, como por ejemplo G. Montandon⁽³⁷⁾, que declara categóricamente que el desconocimiento de medios de navegación es primario en los *Onas*.

De ser ello cierto, no cabría otro dilema que admitir, como hacen muchos autores, que la expansión patagónica hacia el sur tuvo lugar en una época en que se pasaba de una a otra parte por una lengua de tierra y el Estrecho no estaba todavía abierto; o que, al contrario, como parece que el Estrecho es geológicamente anterior a la existencia del grupo patagón, nuestros *Onas* pasaran el brazo de mar con las embarcaciones de sus vecinos canoeros, los *Alacaluf*.

Tanto una como otra hipótesis nos parecen harto inverosímiles. Por otra parte no alcanzamos a comprender bien el porqué se deba dudar de la posibilidad de que los antiguos *Tehuelches* pudieran

(37) G. MONTANDON, *L'olognese culturelle. Traité d'ethnologie culturelle*, París, 1934, pág. 586.

valerse de los medios circunstanciales de navegación de que nos habla Falkner. Pues, en primer lugar, aun no se ha demostrado que nuestro misionero sea, en general, autor dotado de excedente imaginación. Si su descripción de los *Yacana* es un tanto ambigua, no por ello deja de ser rigurosamente exacto dato alguno, y a lo sumo hay leves errores en su atribución. Por consiguiente, si Falkner es autor veraz en lo que se ha podido comprobar, no hay razón alguna para suponer que deje de serlo en aquellas cosas cuya verificación es ya imposible, y que haya inventado aquello de que sus *Yacana* « se valen de una como boya con que a veces cruzan el Estrecho y así se comunican con los otros de su misma nación » (pág. 86).

Pero tenemos, además, que la navegación en balsas de forma y material distintos, es precisamente la que acompaña las más antiguas capas culturales. Por lo que a nuestra América respecta, ella está atestiguada en diversos puntos de la costa del Pacífico y en algunos lagos interiores, entre ellos el Titicaca y las lagunas de Guanacache. No sería, pues, nada extraño que este medio de navegación perteneciera a un substractum cultural anterior a los Patagones y que se hubiese conservado entre ellos, esporádicamente, como instrumento accidental para atravesar determinados cursos de agua.

X

« Las naciones de indios que habitan estas tierras se distinguen entre sí con los nombres generales de *Moluches* y *Puelches* ».

« Los *Moluches* son aquellos que los españoles llaman *Aucaes* y *Araucanos* » (pág. 89).

Moluches es, pues, el nombre general que da Falkner a las varias « naciones » que nosotros conocemos por *Araucanos*, y los enfrenta, como segunda gran división de indios, a los *Puelches* que acabamos de conocer. Con esto queda ya establecida la importancia que nuestro autor concede a este célebre pueblo que tanto diera que hacer a las armas españolas en su patria chilena. Y, en verdad, que se la merece. Su mayor cultura, sus caracteres somáticos distintos, junto con otras varias circunstancias, han hecho de este pueblo uno de los que mayor realce han alcanzado en nuestras latitudes. Al mismo tiempo, esta categórica diferenciación fundamental, tan de acuerdo con la realidad de los hechos, es otro ejemplo de lo certero de la mayoría de juicios de Falkner.

El habitat que nuestro misionero otorga a estos *Moluches*, sería la región al este y oeste de la Cordillera, desde los confines del

Perú hasta el Estrecho de Magallanes. Hay aquí en esto último, una exageración indebida que emana del doble concepto en que emplea Falkner el nombre citado, pues si por una parte significa, como hemos visto, tanto como «araucano», tiene por otra una significación de «gente del oeste». Y es este último significado el que, etimológicamente, atribuye Lenz al vocablo *moluche*, en contra de la interpretación que le da Falkner, que es la de «guerrero». Prueba de la segunda acepción, en Falkner, la tenemos en la página 91 de su obra, donde al dividir a los «*Huilliches* o *Moluches* australes» en cuatro distintas «tribus o naciones» ubicadas del lado del Pacífico, anota enseguida que sólo la de más al norte de ellas es de lengua araucana y las otras son de idioma distinto.

Por consiguiente no llegaban hasta el Estrecho de Magallanes los *Moluches* de «lengua de Chile», pues ellos terminaban, con los aludidos *Huilliches*, en el mar de Chiloé.

La descripción que de estos *Moluches* o *Araucanos* nos da Falkner es la siguiente:

«Los *Picunches* son los de la parte más al norte de todas estas naciones y se llaman así porque *picun* en su lengua significa norte y *che* hombres o gente. Ocupan las montañas desde Coquimbo hasta más abajo de Santiago de Chile. Estos son los más valientes y los más corpulentos de todos los *Moluches* muy particularmente los del oeste de la Cordillera, entre los cuales figuran los de Penco, Tucapel y Arauco; y fué con motivo de éstos que los españoles dieron el nombre de Araucanos (equivocadamente) a todos los demás indios de Chile. Los que caen a la parte oriental de la Cordillera alcanzan hasta más abajo de Mendoza, y se llaman *Puelches* por los de aquella banda: *puel*, equivale a este; pero los otros que les quedan al sur les dicen *Picunches*. Conocí a algunos de sus caciques que se llamaban *Tseucan-antu*, *Pilque-pangi*, *Caru-pangi* y *Caru-lonco*».

«Los *Pehuenches* tienen al norte a los *Picunches* y se extienden desde el paralelo de Valdivia hasta los 35° de latitud sur. El nombre se deriva de la palabra *pehuen*, que significa pino, como que su tierra es la de los pinos. Como caen al sur de los *Picunches*, éstos suelen tratarlos de *Huilliches*, o gente del sur, pero lo más general es que los llamen *Pehuenches*. Fueron caciques de ellos *Colopichun*, *Amolepi*, *Nanquel*, *Nicolafquen*, *Guenulep*, *Cusu-huanque*, *Col-nancon*, *Ayalep* y *Antucule*. El último era un cacique joven a quien conocí muy bien».

«Estas dos naciones fueron en un tiempo muy numerosas, que durante largos años tuvieron guerras sangrientas con los españoles,

y muy cerca anduvieron de expulsarlos de Chile, como que destruyeron las ciudades de la Imperial, Osorno y Villarica, y dieron muerte a dos de sus presidentes, Valdivia y Don Martín de Loyola; mas ahora han decaído tanto que apenas alcanzan a reunir 4000 hombres entre todos ellos» (págs. 89 y 90).

«Los *Huilliches* o Moluches australes se extienden desde Valdivia hasta el Estrecho de Magallanes. La primera de éstas llega hasta el mar de Chiloé y más allá del lago Nahuelhuapí: hablan la lengua de Chile...». En cuanto a las otras tres, parecían a nuestro autor ser «gente de otra generación» (pág. 91), en lo que no estaba equivocado.

Hemos creído conveniente transcribir in extenso los precedentes párrafos porque ellos contienen en sí varias contradicciones que es menester aclarar.

En efecto, los *Picunches* de Falkner no pudieron haberse extendido, del lado de Chile, «desde Coquimbo hasta más abajo de Santiago de Chile» como reza el texto, si es que pertenecían a ellos los indios de Penco, Tucapel y Arauco. Estos tres lugares, célebres todos ellos como teatro de luchas sangrientas entre araucanos y conquistadores de la primer centuria, están situados sobre la línea del Bio-Bio⁽³⁸⁾ y por lo tanto muy lejos, en dirección sur, del límite meridional del territorio que asigna nuestro autor a sus *Picunches*.

Pero tampoco conviene al habitat mencionado el hecho de que fueran ellos quienes, con los *Pehuenches*, ofrecieran tan seria resistencia a los españoles. Recordemos solamente que pasados los primeros años de la conquista, la lucha quedó circunscrita a los territorios del sur, y la región central y septentrional de Chile, presunto habitat según Falkner de nuestros *Picunches*, quedó libre de guerras con los invasores.

Por su parte, los *Pehuenches* han sido siempre tenidos por habitantes de la Cordillera, al menos del lado chileno, y es imposible que fuera de otra manera en la época de Falkner, pues él mismo declara que «su tierra es la de los pinares», de donde derivaban su nombre de «hombres de la región de los pinos». Como se sabe, el pino llamado *pehuen* en araucano es el *Araucaria imbricata* cuyo habitat corresponde a la parte central cordillerana del Territorio

(38) *Penco* es el antiguo asiento de la ciudad de Concepción y está situado en el ángulo sureste de la bahía de este nombre.

En *Tucapel*, donde se había erigido un fuerte, murió el conquistador Valdivia en la memorable batalla del 1° de Enero de 1554.

Arauco era también un fuerte fundado por Valdivia sobre la costa al sur de la mencionada bahía de Concepción.

Nacional del Neuquén y su zona limítrofe chilena ⁽³⁹⁾, siendo ésta la región llamada desde antiguo « los Pinales ».

Para poder explicarnos estas manifiestas contradicciones deberemos tener presente que Falkner no conoció nunca las tierras de ultra-cordillera, ni tampoco tuvo la intención de hablar de ellas. « No es mi propósito describir el reino de Chile, por cuanto ya lo ha hecho el padre Ovalle. . . », dice, página 39, al comenzar su obra. Pero como había también *Araucanos* aquende la Cordillera y en la Pampa, y éstos eran tenidos por de origen chileno, nuestro autor tenía forzosamente que decir algo del tronco étnico transandino que era el generador de los indígenas que paulatinamente se iban imponiendo en la llanura argentina. Y es por eso que Falkner, que no nos dice una sola palabra del país al occidente de los Andes, se detiene en detallarnos la distribución y la historia de los *Araucanos* de Chile. Base de su exposición hubieron de ser, sin duda, antiguas relaciones de misioneros chilenos, a los cuales diversamente alude, y la poca bibliografía existente sobre el asunto.

Proceden, pues, de fuentes escritas, en lo capital, los informes que de los *Araucanos* chilenos nos ofrece Falkner. Si a eso agregamos las anormales circunstancias en que se editó su libro, podremos comprender cómo es posible que sus datos, entresacados de aquí y de allá, no concuerden siempre en los detalles. El habitat de los *Picunches*, por ejemplo, resulta ser distinto si nos atenemos a lo que declara expresamente de él, de cuando nos fijamos en lo que significan, implícitamente, los detalles que de ellos nos da. Y esa ambigüedad sólo se explica por las razones que acabamos de puntualizar y por lo que luego diremos.

La situación chilena no hubo de ser distinta, en la época de Falkner, de la posterior del siglo XIX. Un buen conocedor de ella, R. Lenz, establece: « Hoy se distingue el *picunche*, la lengua del norte (entre los ríos Bio-Bio y Valdivia), del *huilliche*, la lengua del sur (al sur del río Valdivia), y del *pehuenche*, la lengua de la gente de los piñones, en la falda oriental de la Cordillera, desde donde, en tiempos pasados, han vagado por la Pampa argentina hasta las cercanías de Buenos Aires » ⁽⁴⁰⁾. Y no otra hubo de ser la distribución a mediados del siglo XVIII, si tenemos en cuenta todas las circunstancias que afloran en el texto de Falkner.

Mejor informado estuvo Falkner de la situación de los *Araucanos*

⁽³⁹⁾ Ver REICHE, *Geografía Botánica de Chile*, en *Revista Chilena de Historia y Geografía*, n° 67, pág., 225.

⁽⁴⁰⁾ Ver R. LENZ, *Estudios araucanos*, Santiago de Chile, 1896, pág. XXI.

aquende la Cordillera. Indios de este origen solían visitar las misiones en que trabajara nuestro autor, ora solos ora mezclados con los *Pampas*, y no pocos de ellos se habían establecido en las reducciones. Por consiguiente, nuestro autor tuvo ocasión de aprender su idioma y de informarse de su género de vida.

Sin embargo no es mucho lo que de ellos nos manifiesta Falkner. Tal vez lo de mayor trascendencia sea el hecho de atestiguarlos su existencia. Estos indios, que él conoció, dice eran llamados *Puelches* por los de Chile, y *Picunches* por los del sur.

Ahora bien; por fuentes contemporáneas de Falkner sabemos de *Puelches* originariamente no araucanos que por la época se hallaban en franco proceso de araucanización. El P. Havestadt, que por 1751 atravesó viniendo de Chile la Cordillera y se internó hasta Malargüe en el sur de Mendoza, deja constancia en su « *Chilidugu* » publicado en 1777 en latín, de que estos *Puelches* a pesar de tener idioma propio entendían y hablaban muchos de ellos el araucano. Además el mismo padre cita los nombres de varios caciques puelches de la región que son de pura cepa araucana.

Deberemos, pues, admitir que eran estos *Puelches* semi-araucanizados del sur de Mendoza los que conoce Falkner bajo el mismo nombre y en la misma región. Ya por la época se habían extendido y alcanzaban por el este hasta el Desaguadero, lindando, río por medio, con los *Pampas-Taluhets* (pág. 91). Por el sur se confundirían con los *Pehuenches* que de este lado de los Andes se extendían en dirección este. Y eran estos últimos los que llamaban *Picunches* a aquellos *Puelches* por el mero hecho de morar al norte de ellos. Por la parte del septentrión llegaban hasta « más abajo de Mendoza ».

En cuanto a los *Pehuenches* argentinos no nos da Falkner límites exactos ningunos. Sin embargo hay desparramados unos cuantos datos que nos llevan a creer que llegaban por el este hasta el río Salado o Chadileufú. En efecto, en la página 74 de su libro nos habla de este río y expresa: « Los *Pehuenches* llaman a este río *Cum Leuvu* o río Colorado, porque tal es el color de sus bordes ». Luego, en la página siguiente, describe la región que se extiende al oeste de aquel río y manifiesta: « Todo el país que se extiende entre este río (el Colorado y el Sanquel (el Neuquén), que desagua en el Neuquén, está cuajado de esteros y matorrales de ese junco espínudo, grueso y áspero, a que los *Pehuenches* dan el nombre de *Sanquel* (Rankel) . . . ». Si eran, pues, los *Pehuenches* quienes daban nombre al río y a los carrizales, justo es admitir que ellos también

llegaban hasta la aludida región. Por lo demás, Don Luis de la Cruz, quien medio siglo después atravesara el país en su viaje desde el fuerte chileno del Ballenar hasta Buenos Aires, fija como límite oeste de los *Pehuenches* el mencionado río ⁽⁴¹⁾.

XI

De otros varios pueblos hace todavía mención Falkner en el célebre libro que estamos analizando. Mas son sus datos demasiado vagos y, sobre todo, van referidos a regiones demasiado apartadas de los centros de actividad de nuestro misionero como para poder ser tomados en cuenta. Prescindamos, pues, de ellos, y pasemos más bien a recapitular, en forma sistemática, las conclusiones que como resultado de nuestro trabajo podemos ofrecer a los estudiosos de nuestra etnología.

Dichas conclusiones son las siguientes:

1. — En todo aquello que Falkner conociera personalmente o de que pudiera informarse directamente, es autor digno de todo crédito; sólo que debido a la edición anormal y por otra persona de su obra, es menester ejercer la crítica de fuentes;

2. — Los pueblos de los cuales, por razones de su actividad, pudo nuestro autor informarse, pertenecen a cuatro distintas familias lingüísticas: los *Pampas*, los *Serranos*, los *Patagones* y los *Araucanos argentinos*;

3. — Los *Pampas* estaban constituídos por dos agrupaciones distintas con distinto habitat, pero que formaban una sola unidad racial, cultural y lingüística. Eran nómadas de las llanuras, y vagaban los *Taluhets* en la parte oriental de la pampa, o sea la denominada húmeda, sobre todo en su sección norte, y los *Divihets* en la occidental o seca, sobre todo en su sector meridional. Su lengua era la conocida hasta ahora por « Het »;

4. — Los *Serranos* también se dividían en dos grupos: el primero de ellos era constituído por los *Chechets*, el segundo por los *Leuvuches* o indios del río Negro. El habitat serrano era la región de los ríos Colorado y Negro: los *Chechets* al oriente, los « del Río » en el occidente. Su lengua era la de los modernos *Puelche-Genaken*;

(41) Véase, LUIS DE LA CRUZ, *Descripción de la naturaleza de los terrenos que se comprenden en los Andes, posidos por los Pegüenches, y los demás espacios hasta el río de Chadileubu*, En « Collección Angelis », tomo I.

5.— Los *Patagones* se dividían en tres distintos grupos que corresponden a los modernos *Tehuelches del Norte*, *Tehuelches del Sur* y *Tehuesh*. Su habitat era la Patagonia propiamente dicha; su lengua el moderno tehuelche;

6.— Los *Ona-Selknam* descienden de una rama de *Tehuelches del Sur* inmigrada, en olas sucesivas, a Tierra del Fuego desde el extremo sur de Patagonia. En la época de Falkner mantenían aun vivas las comunicaciones con el continente;

7.— Por la misma época, los *Puelches* del sur de Mendoza se hallaban ya casi completamente araucanizados; es por eso que Falkner los considera *Araucanos* y los llama *Picunches*;

8.— Los *Pehuenches*, que eran también araucanos, se habían extendido por fuera de su habitat peculiar; los pinares andinos, y llegaban hasta la región del Chadileufú o Salado.

COTEJOS ECONOMICOS Y SELECCION ECONOMICA

POR EL ING. MAURICIO DURRIEU

El proceso de la producción industrial, es en su mayor parte de naturaleza puramente técnica. Mas, la Economía de la explotación debe considerarse de un modo completo, a causa de la actividad directriz y contable que implica.

KONRAD MELLEROWICZ. («Teoría económica de las explotaciones», versión castellana, p. 195).

PREFACIO

En la extracción, la creación y el uso de las cosas, dos son los elementos de que esencialmente dispone el hombre: materia; energía.

Económicamente, no puede llevarse aquella disposición a cabo con arbitrariedad, sino en vez: 1º *sin desperdicio*; 2º con un *plan de acción* que conduzca al máximo provecho.

La primera de estas condiciones, es en verdad integral. Desperdiciar, significa malgastar, derrochar la materia y la energía en el caso; esto es, invertir una y otra sin objeto, tasa o legítima atinencia.

Un plan de acción, define y encauza la producción o la utilización. Evita varios inconvenientes: la imprevisión; el desorden; las alternativas; las dudas. No obstante, puede resultar insuficiente en el amplio concepto técnico. *El verdadero plan de acción, debiera ser perfecto para alcanzar determinado fin.*

¿Cómo aproximarse a este ideal? Necesariamente, por el *cotejo de soluciones posibles*, y la consiguiente *selección* entre ellas.

En materia económica, pues, la acción debe resolverse por la *selección económica*, tras los cotejos ocurrentes.

Señala esta brevísima noción el proceso de investigación que no puede omitirse al plantear y desenvolver cualquiera industria.

La teoría general que cuadra al mismo, no ha sido desarrollada hasta ahora, por más que existan numerosos trabajos científicos en qué cimentarla.

Desde años atrás, nos habíamos ocupado de la materia con sola aplicación a la construcción. Tratada primitivamente en forma simplista y casi utópica por Cantaluppi, la perfeccionó luego, con más adecuados desarrollos, el profesor arquitecto Arquímedes Sacchi. Después de un esfuerzo nuestro por mejorar los resultados obtenidos por este autor, conocimos la obra especial del ingeniero norteamericano John Lounsbury Fish, quien ha desenvuelto con amplio y práctico criterio fórmulas generales muy útiles para las comparaciones económicas. En 1929, rectificamos un leve error de concepto que viciaba las fórmulas de Fish relativas al costo anual de servicio, y con esta ocasión, establecimos las exactas que tanto encaraban la investigación del capital integral como la de las cargas anuales de las empresas de construcción, — y también patentizamos la perfecta correlación de las fórmulas respectivas. Ese estudio aparecerá, en breve, como parte de nuestro « Tratado de los Presupuestos de Obras de Ingeniería y Arquitectura », que hállase en curso de publicación.

Nos impusimos, en 1931, la tarea de extender nuestros métodos más recientes a la industria en general, y de incorporar a un tiempo en la teoría, la consideración de los datos económicos a que decimos *de relación*, que observados en la propia organización y la marcha de cada industria, constituyen elementos de alta eficacia cuando se les aplica a los fines de la equiparación y del régimen industrial. En el trabajo que sigue, ha quedado cumplido nuestro propósito, y entendemos que el mismo esboza una teoría completa, aunque susceptible de más de un perfeccionamiento. Las ideas y los cálculos en este trabajo contenidos, suministran al técnico una instrucción atendida para ajustar a un método racional el establecimiento o la explotación de cualquier industria, y también para hacer juicio de su estado actual o de su porvenir. Les entregamos, sin más palabras ⁽¹⁾, a la consideración profesional.

Buenos Aires, Enero de 1937.

(1) No nos proponemos el estudio extenso de la economía industrial. Damos en el primer capítulo tan sólo los elementos fundamentales indispensables para sentar y desenvolver la teoría de los cotejos económicos expuesta en los capítulos siguientes.

CAPITULO PRIMERO

ELEMENTOS FUNDAMENTALES

1. COTEJOS ECONÓMICOS Y SELECCIÓN (1). — La racional voluntad con que el hombre, de ordinario, intenta obtener la más cumplida utilidad de las cosas que crea, adquiere o emplea, o de su propia actividad y de la de sus semejantes, oblígale en toda ocasión a optar por la prioridad económica que un inteligente y documentado análisis le lleva a destacar entre los distintos medios viables y eficaces de conseguir sus fines.

Para llegar a disponer de esos medios, ocurren invariablemente costos diversos, de producción unos, de aplicación otros, relacionados con las prestaciones (2) intelectuales, materiales y de energías varias indispensables para constituirlos o aprovecharlos. La creación técnica insume, así, valores proporcionales a dichas prestaciones, y atenta la universalidad del dinero como instrumento de apreciación y trueque de valores, nada hay más natural que el sistema corriente de estimar en unidades de dinero los bienes y los beneficios conseguidos por los montos de las inversiones pecuniarias que esa obtención demanda, así como establecer en esas mismas unidades los provechos relativos de unos y otros con arreglo a las circunstancias.

Con todo, y en última síntesis, la utilidad de los bienes, tanto como la de los servicios que el hombre se procura, no puede darse simplemente por medida, sin mayor disquisición ni referencia, mediante una suma de dinero. Como expresión de riqueza, la moneda, en efecto, préstase a representar dos aspectos distintos de la valoración de las cosas: el *potencial* o *estable*, referido a la virtud o esen-

(1) Plantear un servicio público o privado, una industria u otra actividad cualquiera con finalidad económica, sin selección, es proceder anticuado e inepto. Hoy, cualquier obra, industria, servicio o actividad debe estudiarse desde el punto de vista económico conforme a las ideas que presentamos a continuación.

(2) La voz *prestación*, que emplearemos corrientemente para referirnos a la provisión de cosas tanto como al cumplimiento de servicios necesarios para hacerse de cosas o valerse de actos que respondan a un designio lucrativo, es la equivalente de la palabra alemana «*Leistung*», empleada con igual acepción. En la amplitud del significado de ésta, quedan comprendidos los conceptos ordinario, técnico y jurídico.

cia intrínseca de cada cosa o acto; el *dinámico* o *circulatorio*, vinculado a la aplicación de cada cosa o acto a un propósito, una actividad. Un monto pecuniario constituye, en el primer carácter, un *capital*; en el segundo, una *rendición*, *rédito* o *producto* ⁽¹⁾. El capital, empeñado en la acción productora con la inteligencia, los esfuerzos, los sacrificios y los riesgos del caso, tiene por característica dar un lucro que encarna el concepto de una rendición, y expresado en moneda, es llamado *interés*. De allí que resulte sencillo establecer las relaciones entre los capitales y las rendiciones obtenidas con su actividad, reduciendo tales relaciones a la forma de un interés.

Visiblemente, desde que el provecho de los bienes como el de los servicios, fluye de su función activa, la consideración de todo provecho (o utilidad) corresponde al aspecto dinámico precitado, y es, de esta guisa, primariamente lógico, en un sentido integral, contemplar la economía de las *prestaciones técnicas* afrontando a las expensas por materias o energías que requieren, los productos o réditos con su aplicación realizados.

No obstante, todo bien susceptible de una explotación e igualmente todo prestador de servicios, hállanse, precisamente en atención a su aptitud, siempre representados por un capital ⁽²⁾, y es de entenderse que en tanto la aplicación del bien o del prestador de servicios insume un monto pecuniario (origina un gasto), así se trate de la producción inherente al capital mismo, o de la pérdida por desgaste o por disminución de eficiencia que el uso y el tiempo traigan para el objeto o el agente, o de las expensas accesorias requeridas para ese uso y por ese tiempo, —o de unas y otras cosas—, la utilidad neta a lograrse por la actividad de cualquiera de estos medios económicos nace de la diferencia entre el *provecho bruto*, o *total*, que esa actividad propiamente genere, y las expensas así determinadas. En otros términos, el *capital de producción* tiene que ver con la rendición del medio puesto en actividad, y el designio de la economía, bajo el punto de vista general, mueve entonces a abar-

(1) No debe confundirse *rédito* con *renta*. Esta última, significa únicamente el producto o beneficio renovable que obtiéndose de la actividad de un capital. En otras palabras, corresponde a la permanencia de tal actividad. Las otras designaciones refiérense tanto a la utilidad renovable como a la que no lo es. Son, pues, más generales.

(2) Por lo demás, en tanto sea útil, toda cosa puede ser materia de un trueque, y por lo tanto, cabe expresar su valor en unidades de moneda. Recíprocamente, faltando el capital, no puede haber idea correlativa de *cosa útil*.

car en el estudio que se haga del mismo, una relación de mucha mayor complejidad que la imaginable al primer aspecto, no tan sólo porque envuelve la necesidad de considerar la naturaleza o la estructura del medio, sí que también la racional proporción que debe éste guardar con los resultados apetecidos.

La finalidad económica comprende, en toda circunstancia, la suma de todas las particulares que suscita cada paso de la producción. Conclúyese por esto, de inmediato, que los estudios económicos procuran ajustar los detalles al más satisfactorio conjunto de cualquiera producción u operación, y como la idea de prioridad económica envuelve, por definición una *equiparación, comparación* o un *cotejo* de medios, el resultado de esta operación determina cada vez la *selección* de uno de estos medios. Tal es, en esencia, la última intención de las investigaciones económicas que entramos a tratar, invariablemente referida al mayor provecho de las actividades que el hombre desenvuelve y rige en la vida industrial (1).

2. MATERIAS DE LA EQUIPARACIÓN ECONÓMICA: SU CLASIFICACIÓN.

— La creación técnica concierne los más diversos objetos. Puede referirse a la producción industrial o industria de elaboración; a la construcción de obras; a crear instalaciones industriales o fabriles; a la realización de estructuras (2) (obras parciales) u obras inconclusas, a la prestación de servicios y de energía (trabajos sin empleo de materias primas). La economía, en tanta función, demanda investigaciones que bien pueden asentar en conceptos y elementos de juicio pertenecientes a la propia constitución y organización del medio en estudio, — y los diremos *interiores*, — o bien en los obtenidos con otros medios de análoga naturaleza, a que llamaremos, en razón de su procedencia, *exteriores*.

Con tales conceptos y elementos, la equiparación económica ora es *general*, ora *limitada* a ciertos aspectos o campos de la preparación de los medios de producción o de la explotación de los mismos, y toda vez que involuera la materia de la rendición, estriba en dos fundamentos, a saber:

(1) Podríamos decir, más brevemente, « *que emprende* », dando al verbo un significado propio y general, pues *emprender*, en los tiempos actuales, es llevar a cabo un propósito con habilidad, tino y prudencia. Por eso hemos de decir, más adelante, a menudo que nos referimos a empresas (no en el sentido puramente jurídico).

(2) Emplearemos este vocablo para designar los elementos *fabricados* que forman parte de un objeto, obra, etc., más complejo.

- 1º la *magnitud* (cuantía) del objeto o del servicio;
- 2º la *extensión de tiempo* (duración) a que habrán de referirse las operaciones, noción que asimismo cabrá considerar referida a la *época* en que haya de realizarse la elaboración, la obra, el servicio, etc.

Como los cotejos suelen establecerse entre medios existentes, unas veces, o a crearse otras, imperioso es llamar aquí la atención sobre la trascendente premisa de que aquellos dos fundamentos sean definidos, bien por determinación o estimación, con la mayor propiedad.

La selección derivada de los cotejos, constituye la más acertada y completa resultante de todos los procedimientos de indagación económica. Cifra sus resultados en cuanto factor de esta última puede contemplarse cada vez, bien se trate de adquirir materias primas, de los actos de su elaboración, de las instalaciones de todo género indispensables para llevar la ejecución adelante, de la organización para esa ejecución o para sacar provecho ulterior de lo ejecutado, etc.

Puede así, como ya se indicó, tener una finalidad total o solamente parcial. Hasta permite desprender la conveniencia mayor de una empresa de cierto género respecto de otras desemejantes; es decir, resolver acerca de la preferencia económica de las inversiones de capital. Cubre, pues, todos los campos; es aplicable a cualesquiera funciones y por la ingente utilidad que de ella pueda surgir, merece indiscutiblemente una total dedicación, así como justifica el esfuerzo para dar a su tesis la unidad y el desenvolvimiento que allanen el camino de sus innúmeras aplicaciones.

Además de los cotejos generales o particulares en que entren en juego los capitales de creación de cosas o servicios y las expensas de explotación o ejercicio de las cosas creadas, pueden asimismo realizarse comparaciones de tendencia económica distinta. Así, en materia de *explotaciones*, puede tratarse de equiparar rendiciones, o también cifras de prestaciones, resultados, costos, balances, correspondientes a distintas empresas, o bien acaso de una misma empresa con las cifras medias o las mejores análogas por ella obtenidas. Evidentemente, esta última forma de equiparación, (con elementos interiores (nº 2)), no conduce, como la primera (a favor de datos exteriores (nº 2)), a apreciar la más elevada economía perfectible de las cosas o de los actos relacionados. No consiente, por sí sola, llegar a la conveniencia máxima de tales cosas o actos, y sí únicamente desprender la mayor racionalidad de su aplicación. Mas,

el criterio no deja por ello de partir del mismo punto de vista, ni de cumplirse con entera analogía en uno y otro caso.

Podemos, entonces, clasificar los cotejos económicos con arreglo a sus fines en las siguientes categorías (1):

- 1º GENERAL, *de creación de un medio de producción y de explotación o ejercicio subsiguiente del mismo. (Fabricación)*;
- 2º DE EXPLOTACIÓN o SERVICIO, *con instalaciones y consumo de materias auxiliares*;
- 3º DE PRESTACIÓN DE SERVICIOS o DE ENERGÍA (servicio sin consumo de materias, ni instalaciones);
- 4º DE CREACIÓN DE UN OBJETO, INSTALACIÓN, CONSTRUCCIÓN, ESTRUCTURA, o sea de mero expendio de capital (2);
- 5º DE RELACIÓN EN EMPRESAS GENERALES (creación y explotación);
- 6º DE RELACIÓN EN EMPRESAS PARTICULARES (de ordinario, *en ejercicios o períodos de servicio*).

El problema resúme en determinar las cifras de costos, prestaciones o resultados expresamente concernidos por la equiparación, o más característicos y apropiados para la misma. En las cuatro primeras categorías precedentes, es fundamental la obtención de cifras exteriores; mas, ulteriormente puede ser en algunos casos también útil, — y para *racionalizar* sobre todo, — sentar otras comparaciones, limitadas o no, con cifras interiores.

Esta manera de proceder, conduce al perfeccionamiento de las explotaciones o ejercicios y permite alcanzar, éste mediante, el provecho de más entidad compatible con los medios utilizados.

Por otra parte, atentas las consideraciones anteriores, pueden los cotejos ocurrir entre:

a) *Montos de capitales*;

(1) Para que estos estudios compendien con verdad la economía a que se refieren, es preciso sobreentender que las cosas materiales y los actos que concurren a formar los bienes económicos tratados, tienen la naturaleza y la constitución más adecuadas a su objeto. En la materialidad de cada cosa, exige la consideración económica que radique la virtud de ser aplicable con el máximo de conveniencia. Un material debe tener la bondad estrictamente ajustada al empleo que se le dará; una máquina ha de estar construída con materiales y montada con la perfección técnica que condigan propiamente con los servicios de ella exigidos; etc.

(2) Puede haber disfrute, luego de la creación. Véase, más adelante, la fórmula [78], que así lo considera.

b) *Montos de réditos*;

c) *Coficientes*, en que de diversa manera sean relacionados capitales y réditos entre sí.

En las equiparaciones de las categorías *a*) y *b*), el resultado queda evidenciado por simple diferencia entre las cifras determinadas; en la equiparación de coeficientes (clase *c*), ese resultado salta a la vista igualmente por diferencia; pero sugiere también criterios más o menos complejos, vinculados a las relaciones que expresan las cifras cotejadas.

3. **DISTINCIÓN DE LAS EMPRESAS.** — Fundamentalmente, puede decirse que no hay sino dos formas de empresas para la inversión de caudales: la *industrial* (o de producción, en general) y la *de construcción*. Ocurre señalar las precisas diferencias entre una y otra, a fin de establecer desde ahora los elementos calculables relativos a sus respectivas economías y las maneras de tenerlos en cuenta para razonar la equiparación de dichas economías.

En esencia, la *empresa industrial* persigue el objeto de producir bajo una dirección (medio intelectual), con medios materiales (materias primas y accesorias; maquinaria) y manuales (mano de obra), *cosas*, o con medios simplemente mecánicos y manuales, *servicios*, de valor directa o indirectamente percibido superior al de los medios sumados en ello utilizados, con una amplitud y una permanencia o una continuidad tales, que resulten favorables en las condiciones del mercado y de la misma producción.

Los medios para ésta involucran, de consiguiente, en los términos más generales:

- | | | |
|-----------------------------|---|---|
| 1. Instalaciones. | { | Generales, para dirección y administración.
Especiales, adecuadas para la producción.
Especiales, adecuadas para la <i>manutención</i> (conservación, amparo o resguardo). |
| 2. Materias de elaboración. | { | Materias primas ⁽¹⁾ (en existencia y en elaboración).
Materias auxiliares ⁽²⁾ (en existencia y en elaboración). |
| 3. Trabajo . . . | { | Intelectual, de prevención, dirección, cómputo, verificación de otras actividades (oficinas).
Mecánico de elaboración (talleres).
Manual (obreros; talleres).
De despacho (venta y expedición) de los productos. |

(1) Toda sustancia que se invierte en un objeto elaborado, y del que permanece formando parte.

(2) Toda sustancia invertida en la elaboración de un objeto o cosa; mas, que no queda formando parte de aquel objeto o cosa.

Para disponer de estos medios, la empresa industrial necesita tener a su servicio un capital que presta oficio en dos condiciones: *fija*, una, correspondiente al *capital fijo*, en cuanto se refiere a la adquisición o construcción y a la disposición permanente de *instalaciones* que comprenden: *edificios y otras construcciones* (con sus terrenos), *maquinarias, modelos*, etc., — y *evolutiva* la otra, correspondiente al *capital circulante (fondo de gastos corrientes)* que se invierte cíclicamente en adquirir materias primas y auxiliares; en conservar las instalaciones en servicio activo; en alimentar las máquinas de energía y mantenerlas en marcha; en remunerar el personal superior y el obrero; en realizar todas las operaciones de manutención y, finalmente, de despacho de los productos, merced a la última de las cuales reingresa en la circulación de la explotación, por el pago de dichos productos, el dinero invertido en fabricarlos, con más el incremento representativo de la utilidad.

Salta a la vista que en tanto el proceso industrial contemple una producción duradera, — caso normal, — el capital comprometido en la empresa habrá de cubrir por fuerza las dos situaciones de:

- a) permanencia de las instalaciones;
- b) producción y reiteración de las elaboraciones.

La primera, plantea la exigencia de renovar, — en el amplio sentido de la palabra —, las instalaciones merced a las cuales es posible el proceso industrial ⁽¹⁾; la segunda, trae por requisito la disponibilidad de un capital circulante que baste para adquirir materia prima, pagar sueldos y salarios y otros elementos *consumidos* por dicho proceso, en toda la escala que resulta de provecho para la economía de la empresa.

Si, pues, el establecimiento de una industria en condición de iniciar sus operaciones, exige un *capital efectivo* o de *primer establecimiento*, o de *instalación*, la reiteración de esas operaciones en el curso del tiempo, indica la necesidad de una inversión de fondos distinta de aquel capital, y que designaremos con el nombre de *capital en giro*, o *monto de evolución*, cuya relación con el capital efectivo determina, desde luego, una razón de singular carácter, a la vez que de importancia primaria económica para definir y regular aquella industria. El capital en giro, fluctúa por efecto de la

(1) Las expensas relativas al capital fijo, se trasfunden a los productos, y recuperadas por la venta de estos, reingresan al capital fijo, por reparos o renovaciones de los medios que le integran.

condición más o menos *empeñosa* de la actividad de la empresa industrial.

Sin perjuicio de esto, hay en las empresas industriales una modalidad más, que las caracteriza igualmente: la de proveer al *despacho* (*salida o venta*) de los productos, en atención a las condiciones del mercado. La finalidad, la utilidad de la empresa industrial, penden de ese despacho, y obligan a considerarlo con tanto esmero como las operaciones de establecimiento de la industria, de adquisición de materias de elaboración y de cumplimiento de ésta.

4. — La empresa de construcción, en general, involucra los siguientes medios de acción:

- | | | |
|------------------------------|---|--|
| 1. Instalaciones. | { | Generales, para dirección y administración de los trabajos.
Especiales, adecuadas a la construcción, es decir, a la producción de las obras.
Especiales, adecuadas a la manutención de los materiales, maquinarias y otros efectos de trabajo. |
| 2. Materias de trabajo . . . | { | Materiales de construcción.
Materias auxiliares. |
| 3. Trabajo . . . | { | Intelectual de prevención, dirección, cómputo, verificación de los trabajos.
Mecánico de construcción (talleres; obradores).
Manual de obreros. |

Importa una actividad industrial *sui-géneris*, de muchas analogías con las demás que tratamos antes; mas, se diferencia de ellas por virtud de que:

1º La construcción, cada vez, elabora un « *producto* » en cantidad predeterminada (uno solo, de ordinario). Cada producto de la construcción, es un bien fijo, incorporado al suelo, del cual no es habitual ni racional desprenderlo para hacerlo circular de mano en mano. De consiguiente, como lo expresa Janssen (« *Der Bauingenieur in der Praxis* », 2ª edición, Berlín, J. Springer, 1927, pág. 32), ese producto *no es una mercancía*. Tampoco es susceptible de acopio.

2º El *servicio* ulterior del « *producto* » (obra o construcción), es el fin que reporta toda la utilidad del mismo, — que no la reiteración de los procesos de producción.

3º La obra construída, tiene cada vez *su despacho predeterminado*, pues se la ejecuta siempre con motivo o en previsión de una necesidad. La producción de la industria de la construcción, de

consiguiente, lo es para determinado cliente. (La influencia del « mercado », en algunas ocasiones, puede hacerse efectiva en las condiciones de tiempo y de precio de la producción, como para los productos de otras industrias; mas, esa influencia no resulta fundamental para la producción).

4º Atenta la consideración que de inmediato precede, no existen los costos de « despacho » propiamente dichos.

5º La importancia de los materiales de construcción, es siempre primaria para la obra con ellos ejecutada, en tanto puede ser relativamente escasa la de las materias primas para los productos industriales.

6º Las instalaciones destinadas a la « producción » de la construcción, *no son permanentes*, puesto que, en primer lugar, buena parte de tales instalaciones debe ubicarse en el propio sitio de la obra, y luego, distintas obras pueden ser ejecutadas por varias empresas con muy diferentes elementos de trabajo, y aun cabe variar estos elementos por una misma empresa, según la obra que haya de realizar. Los medios, entonces, de personal y de material ocurentes para construir, suelen obtenerse y disponerse conforme a la ubicación de la obra, y varían en parte de una a otra, en tanto los medios de la producción industrial general son más permanentes y tienen ubicación fija. (Anota el profesor ingeniero T. Janssen (« Der Bauingenieur in der Praxis », 2ª ed., pág. 35) que estas modalidades del alistamiento, de la condición del trabajo y de la ubicación variable, desfavorecen la acción del personal empleado en la construcción. De ahí que las prestaciones requeridas de este personal, sean extraordinariamente mudables en su magnitud y eficiencia).

No obstante las diferencias así perfectamente destacadas entre unas y otras empresas, resulta posible refundir en la teoría los procedimientos generales de apreciación de su economía, bien se trate de las categorías primera, segunda, tercera o cuarta que sentáramos más arriba (nº 2, pág. 191).

Para alcanzar este resultado, ocurre tener presentes dos principios:

1º que en cualquier caso, los valores económicos son considerados con arreglo a su naturaleza;

2º que en la situación de que se hace cargo la primera categoría, las empresas industriales representan el CASO GENERAL, mientras las empresas de construcción resultan un caso particular ⁽¹⁾, en el

(1) La empresa productora emplea en la producción capitales fijo y circu-

que no ocurren costos de despacho, y la manera de abastecimiento de materias primas y auxiliares es diversa de la que se ofrece en las otras empresas.

5. ELEMENTOS A ESTABLECERSE PARA LAS EQUIPARACIONES ECONÓMICAS. — No mencionaremos ahora todos los elementos que ocurre establecer en la comparación de empresas u objetos económicos tan variados como resultan de las finalidades industriales. De ordinario, la definición de esos elementos preséntase más fácil y lógica en la oportunidad de las investigaciones a que dan lugar. También haremos a un lado los elementos particulares de los cotejos « *de relación* », por su especial naturaleza. Sólo daremos, pues, aquí, una cierta noción de algunos elementos referentes a los cotejos de las cuatro primeras categorías antes establecidas, porque esa noción volverá indispensable de inmediato.

Recordemos que la valoración de las cosas puede verificarse desde el aspecto potencial o desde el dinámico (nº 1). Todo bien o generador de servicios, por sí mismo representa un capital. Puesto en actividad, engendra un producto o rédito, y desprendida de éste la parte de los costos de aquella actividad, deja un remanente equiparable a un interés del capital activo.

Mas, evidentemente, los costos de actividad pueden tenerse por el interés *perdido* o *consumido* de un capital adicional, estimable por la atribución al mismo de una tasa de interés. Es entonces razonable que se pueda pasar siempre que cuadre al caso, en cualquier estimación del proceso económico, de la forma potencial a la dinámica de valoración.

Para calificar esas formas, llamaremos CAPITAL DE PRODUCCIÓN O CONSTRUCCIÓN al exigido para plantear los medios de elaboración o de servicio de una empresa industrial cualquiera, o la erección de una construcción, respectivamente.

Considerada la empresa industrial o la obra ejecutada en actividad, llamaremos COSTO INTEGRAL o INVERSIÓN al monto potencial que resulte definido por el estudio de todos sus elementos de *obtención* y *aprovechamiento*.

En vez, para considerar esas mismas empresas bajo el aspecto dinámico, tendremos en cuenta:

lante que renuevan sus objetos en otra construcción, en vez de hacerlo en el mismo proceso. Tampoco tienen igual medida.

- a) Las expensas de ejercicio o marcha de una empresa industrial o las de servicio de una obra, instalación o estructura;
- b) el producto bruto de toda empresa industrial u obra en servicio;
- c) las eventualidades de la creación o de la aplicación de tal empresa u obra, siempre que se pueda apreciarlas.

De la manera de analizar estos diversos elementos y otros no mencionados, pasamos a tratar en lo que sigue.

6. LOS CÓMPUTOS ESTIMATIVOS Y LAS VERIFICACIONES COMO BASES DE LAS VALORACIONES EN GENERAL. — Los cálculos estimativos (*presupuestos*, en una acepción restringida del vocablo) por medio de los cuales se determinan los costos exigidos para cualesquiera producciones u operaciones, acumulan las razonables inversiones de capital previstas y necesarias para unas u otras. Así definidos, resultan como es obvio anticipados ⁽¹⁾; mas, en la misma forma, si bien *a posteriori*, mediante antecedentes de mayor precisión, — por cuánto ya ocurrieron las inversiones, — se presentan las llamadas *verificaciones* de los costos de producción o de operación. Son éstas de dos géneros: *finales* ⁽²⁾, cuando computan las inversiones realizadas en un proceso u obra cumplida; e *intermedias* ⁽³⁾, si establecen el conjunto de los costos de partes realizadas y los presumibles de la terminación de la obra o del proceso.

Tanto los cálculos estimativos como las verificaciones, se hacen cargo de sus objetos desdoblando en *partidas*, numerosas de ordinario, los elementos comprendidos en la empresa que valoran.

La formación de un cálculo estimativo, tarea a menudo prolija y laboriosa, obedece a un proceso de comparación entre los elementos que, por igualdad o analogía, sábese fueron insumidos en producciones u operaciones observadas. La comparación es realizada por la descomposición o análisis de partidas de elementos o de los elementos mismos. Cuando se la practica con resultados, y no entre una estimación y resultados anteriormente obtenidos, la operación responde a una *verificación* o *contralor*. (Ver Schilling, « Die Lehre von Wirtschaften », Berlín, V. D. I. Verlag, 1925, pág. 68-69).

Las observaciones son registradas, en buena técnica, mediante la

(1) « Vorkalkulation » de los alemanes.

(2) En alemán, « Nachkalkulation ».

(3) En alemán, « Zwischenkalkulation ».

contabilidad, lo que importa la creación de cuentas bien escogidas, a los fines de evitar las deficiencias de información.

La *contabilidad industrial* resulta así un notable e insustituible auxiliar del técnico. Unida a la dirección científica de las labores, permite establecer las condiciones de mayor economía para alcanzar el propósito fundamental y a la vez acicate de toda empresa: su mejor resultado económico. Asimismo, la organización de la contabilidad constituye la pauta y la referencia de las investigaciones económicas.

Los productos elaborados y las prestaciones (servicios), pueden aparecer bajo una de estas dos formas: *material evidente*, como sucede con todos los productos industriales y el resultado de las extracciones y transmutaciones de materias brutas; *inmaterial*, consiguiente de todas las prestaciones de servicios y abastecimientos de energía. Significa ello que el cómputo de los costos originados por la producción o las operaciones industriales, habrá de reunir como elementos generales tres rúbricas: la de materias primas o brutas; la de salarios (por servicios manuales); la de todos los elementos restantes. Escribiremos, entonces, con Zeidler:

$$\text{Costo} = \text{Materias} + \text{Salarios} + \text{Complementos.}$$

En dos términos de esta fórmula, enseña la práctica de las estimaciones que debe sentarse un desdoblamiento, como sigue: en Materias, para distinguir la parte de expensas que estrictamente responde a la materialidad visible del producto, de la parte de las mismas por materias auxiliares, consumidas o no, pero indistinguibles en los productos; en Salarios, para separar la parte de labor estrictamente atributiva de las transmutaciones de materias, de la parte que corresponde a la compensación de esfuerzos auxiliares, ni constantes ni ciertos, de ordinario.

El costo total, de esta suerte, compónese de los costes por materias primas y por salarios determinables en el producto, y de consiguiente mudables en proporción a la magnitud del producto y a su cantidad, por cuyo motivo se les dice *proporcionales*, y de los costos por materias auxiliares, labor auxiliar y complementos, indeterminables en su estricta relación con cada producto, y sólo estimados en medida general, razón por la cual se les denomina *costos generales* (1). La estimación de estos costos generales, — así como

(1) En la técnica usual, suele decirseles « *gastos generales* »; mas, el sentido correcto de *costo*, es el de inversión de dinero estimada para la obtención de

su atribución, cuando de verificaciones se trata, — es materia hasta imposible. Se les relaciona con los gastos directos, sentando unas veces su proporción porcentual con la totalidad de los mismos, o con el monto de la mano de obra, o de acuerdo al tiempo invertido en la producción o elaboración; pero esta misma diversidad de procedimientos es prueba y también razón que justifica la dificultad de los parangones al respecto.

Al costo, en términos generales, añádese una *utilidad*, *beneficio* o *ganancia*, siempre que la producción se efectúe con la intervención de intermediarios (empresas). Y los valores acumulados de los costos y del beneficio, constituyen el *precio* del producto o del *servicio*.

Merece observarse que en los cotejos económicos, es preferible, mientras se pueda, valerse de costos y no de precios, porque en los primeros no influyen nunca con igual vigor que en los segundos las fluctuaciones mercantiles en gran parte regidas por la ley de la oferta y la demanda.

Por otra parte, y dentro de su finalidad, suelen responder las empresas industriales a tres tipos, a saber ⁽¹⁾ :

I, empresas en que predominan las inversiones por salarios;

II, en las que tienen supremacía las inversiones por materia prima y energía;

III, en que prevalecen los costos de instalaciones.

La disposición económica más ventajosa en estas empresas, consiste, para las del tipo:

I, en buscar el ahorro del tiempo de trabajo, desde luego; mas, cuidando a la vez la obtención en localidad propicia de operarios adecuados a sus funciones y a las condiciones lugareñas;

una materia, o de un servicio, o de una cantidad de energía requerida en la ejecución de un objeto o la realización de un servicio; *gasto*, es la inversión pecuniaria *computada en la contabilidad* por habérsela necesitado para los fines de la ejecución de un objeto o de la prestación de un servicio, conforme al fin perseguido.

La expresión «costo», dicen A. Meier y H. Voss en el «Grundplan der Selbstkostenrechnung», 1930, pág. 9, es impropia y lleva fácilmente a entender, por ella, lo que se ha invertido en dinero por algo. En vez, debe entenderse el *valor de las cosas que en una prestación económica se consumieron*. El consumo ,expresa Schmalenbach en «Grundlagen der Selbstkostenrechnung und Preispolitik», (Leipzig, 1924, p. 8), no determina una expensa de dinero. El consumo de un bien que fué donado, engendra un costo, con relación al fin en que se le utiliza.

(1) Consúltese F. ZEIDLER, «Der Kosteningenieur», n° 3, pág. 12.

II, en gastar ante todo con tino la materia, dentro de las exigencias de la calidad y de la duración, y evitando cuanto sea posible su desperdicio; mas, atendiendo a las circunstancias de procedencia, estado de los mercados, transportes (medios y costos) y premura capaces de decidir en cuanto a puntos y cantidades de los acopios;

III, en procurar esencialmente la inversión en las instalaciones de un capital que origine el mínimo de cargas, aunque sin despreocuparse de las condiciones ofrecidas por los mercados donde habrán de obtenerse dicho capital y de realizarse las operaciones industriales. Así, las facilidades de obtención del capital y de maquinaria, pueden brindar una solución en la que sea elevado el « *grado de mecanización* » de la elaboración, la que será preferible si el género de ésta pudiera establecerse en concordancia, atendiendo a la capacidad del mercado de operaciones.

A la elaboración « *aislada* » o « *por piezas* », se sustituirá, en general, la elaboración « *en serie* », y aún « *en masa* », conforme resulte de la magnitud de las operaciones previstas, para corresponder a la importancia creciente del capital de instalaciones.

7. — La fijación del tipo de una empresa industrial y del género de su explotación, cuando es el caso, señala correlativamente las maneras de cumplimiento de los fines de dicha empresa y permite distribuir racionalmente los procesos de realización que atiende. De estos, a su vez, fluye la organización de los costos en partes que la técnica define, por su modo de ser, en *partidas*, — *rúbricas*, *renglones*, *rubros*, *títulos* o *rótulos* —, y *elementos*.

Los autores alemanes suelen formular esta organización dándole una figuración tridimensional. Los *costos elementales* que conciernen un género de operaciones o de producción, ubicados en la dirección de uno de los ejes, forman, al extenderse en cantidad en dirección de otro eje, los rubros o rúbricas de costos. Acumulados estos en la dirección del tercer eje, constituyen las partidas de costos. El rubro o renglón de costos, puede entenderse, entonces, como una *partida elemental*, si se le aplica a una cantidad de estructura, producto o labor de determinado género, con propiedad reducida, expresada en dinero o referida a ciertas proporciones. En general y más propiamente, la organización contable de un rubro corresponde a otro fin. En el « *Grundplan der Selbstkostenrechnung* » editado por el Reichskuratorium für Wirtschaftlichkeit, año 1930, pág. 35, defínese el rubro de costos como sigue: « Rubros de costos son partes calculables (computables) de la explotación, demarcadas con-

forme a los menesteres de la descomposición de costos. Son unidades de cómputo que no han menester de coincidir con partes (subdivisiones) de la organización». Reunen, entonces, costos elementales vinculados por su naturaleza y su objeto, y de sus montos hácese la distribución correspondiente entre las partidas.

Partidas de costos, son las que reúnen los demandados para la elaboración de una parte definida de producto, o también por la realización de determinado servicio, escogidos la parte o el servicio de manera que cumplan en el todo a que se refieren un fin uniforme y destacable, y sean realizados con materias, energía y otros elementos de naturaleza constante. La cantidad de elaboración o de producción considerada en la descomposición de costos, puede variar desde cualquier medida referida a una *unidad técnica* para una u otra establecida, hasta la totalidad de la propia elaboración o producción a cumplirse en cierto producto, servicio o plazo de producción. La contabilidad, en vez, abarca siempre toda la cantidad.

Los presupuestos, de igual manera que las verificaciones, suelen referirse, por este medio, a partidas parciales o globales de trabajos o de producción, aunque también sea frecuente estribarlos en la apreciación de unidades técnicas o piezas de aquellos. De ahí la fundamental distinción entre los cómputos estimativos o las verificaciones *por partidas* y *por unidad*. Entre unos y otros existe, mucho más que la diferencia de las cantidades sometidas a la descomposición de costos, la de los procedimientos que pueden adoptarse en ellos para tal fin, pues resulta factible una rigurosa aplicación, en las estimaciones por partidas, de las previsiones y de la organización de los medios y de las tareas de elaboración, así como más propia de ordinario la atribución necesaria a los trabajos o productos de las costas a que den lugar ⁽¹⁾.

En las actividades industriales generales, la producción o elaboración concrétese refiriéndola a los «*pedidos*» de la clientela, y al pedido refiérense de consiguiente los costos de producción o elaboración. Falta hace distinguir, allí, entre los pedidos o encargos recibidos del público o del almacén, y destinados a la venta inmediata y oportuna, o asimismo los que importan aumentos o mejoras de instalaciones, — y los pedidos de trabajos destinados a un empleo corriente de la elaboración o explotación. Estos últimos, se ubican en

(1) De tal suerte, que algunos costos por fuerza interpretados como generales en los análisis de costos por unidad, pueden ubicarse entre los directos, en los análisis por partidas.

rubros provisionales, en calidad de pedidos de ejercicio, para pasar cuando llega el momento a los pedidos de fabricación, y no importan, como los anteriores, partidas de costos.

8. — De las compendiadas nociones precedentes, surge que los cómputos estimativos y las mismas verificaciones, hállanse fundados en apreciaciones y supuestos inevitables, que afectan bastante su certitud. Pese al discreto empeño que se haga de los principios económicos generales al pretender medir los variados factores de costo comprendidos en esos cómputos, ofrecerá siempre la operación un *riesgo* de bastante entidad, dependiente de la variedad y de la complicación de las condiciones técnicas y económicas en que ocurra la producción. Este riesgo, no invalida los resultados de los cómputos y verificaciones, cuya parte menos incierta presenta calidad bastante, por sí, y también por constituir un medio de averiguar el monto del riesgo concurrente. Importa tener formado este criterio y aplicarlo con propiedad.

9. VALORES ECONÓMICOS QUE INTERVIENEN EN LOS COTEJOS. — En el caso más general, del que luego podrá pasarse a cualquiera singular haciendo caso omiso de los valores que no correspondan, ocurre apreciar la economía de una empresa desde dos puntos de vista que, en teoría siquiera, son rigurosamente correlativos, a saber:

el de *capital integral*;

» » *cargas periódicas*, ordinariamente *anuales*.

Denominamos *capital integral* o *inversión* (nº 5), a la suma de los capitales que cubren en época señalada, por sí o sus intereses, los costos de orden permanente y realizados por anticipado o en el propio momento de iniciación, así como los costos paulatinos y de evolución a que dará lugar la creación de una empresa y su gestión económica regular ulterior, dentro de un plazo de duración determinado.

Cargas, son las sumas que dentro de un período definido y breve de evolución, gravitan por intereses de capitales fijamente empeñados y por expensas varias de servicio, etc., para la existencia y la actividad de una empresa destinada a funcionar desde cierto momento y durante cierto tiempo.

Los gastos exigidos por la creación y la explotación de cualquier empresa, pueden corresponder, como queda brevemente apuntado

en las dos definiciones precedentes, ora a un concepto de *permanencia*, que inviste, con relación a la empresa, todo objeto destinado a servir indefinidamente o cuando menos por un tiempo más dilatado que un período unitario de servicio, — o en otras palabras, que no se consume durante uno de estos períodos, — y ora, por otro lado, a un concepto de *consunción* dentro de uno (o cada uno) de dichos períodos. Lógico resulta, entonces, que las expensas de la primera naturaleza sean preferentemente concretadas y analizadas bajo el aspecto del capital por ellas demandado, — capital al que vimos se dice *fijo* —, mientras las expensas de la segunda naturaleza son establecidas y analizadas con más propiedad y facilidad bajo el aspecto de réditos, correspondientes a un capital llamado por su oficio, — según vimos también, — *circulante*.

Mas, atenta la regla económica que determina la invariable existencia de una renta o interés para todo capital activo, es evidente que el conocimiento del capital fijo, por partes o en conjunto, permitirá atribuir a cada ejercicio económico, mediante una conveniente tasa de interés, la carga derivada para dicho ejercicio por la ocupación de aquél; y recíprocamente, pasar de las cargas del ejercicio al monto del capital circulante que su existencia empeña en la empresa.

Hechas estas prevenciones, pasemos a tratar de los elementos comprendidos en los dos aspectos de la gestión económica considerada.

10. CAPITAL FIJO. — Para toda empresa general, falta hace disponer de:

A) *Terrenos* de valor T , que no se consumen ni se desgastan. No ocurre entonces ningún costo para sustituirlos ni conservarlos; pero pueden requerir obras accesorias de protección de su integridad, como suele suceder en los terrenos marginales de los cursos de agua, etc., los que pueden ser socavados o arrastrados por la acción del agua, o los que experimentan desmedros por efecto de las aguas pluviales o de infiltraciones, etc.

Fuera de estos casos, los terrenos pueden sufrir merma o incremento de su valor, a consecuencia de la inestabilidad de las condiciones lugareñas, sociales, económicas. El caso más frecuente, será el de un aumento de valor. No se usa considerarlo, en atención a que para su ingreso en la economía de la empresa, fuera menester una transferencia de la propiedad, la que no es posible. Se entiende,

entonces, que la valorización pasa a las *reservas inertes* de la empresa.

Así las cosas, el valor T entrará a constituir una carga para la empresa, por razón de la renta que corresponde como parte del capital fijo; mas, no por razón de amortización.

B) *Valores que demandan reconstitución.* — Son, ante todo:

a) *Edificios y otras construcciones* de fábrica o similares, de valor B .

b) *Maquinaria y herramienta* de empleo permanente, de valor H ; (comprendidos en cada uno de los rubros los costos de provisión y disposición (proyecto); dirección de la ejecución o colocación).

c) *Modelos*, de valor F .

$AB + H + F$, puede decirse, así entendidos, los *costos de instalación o construcción*. No son todos los ocurentes, ya que mediante el capital de establecimiento, aún habrá que hacer frente a los siguientes costos accidentales y accesorios, de valor conjunto A :

d) *de fundación* (en sociedades por acciones, las expensas de sellado, las utilidades bancarias para la colocación de las acciones, etc.);

e) *de intereses de los costos de instalación* durante la realización (tiempo de construcción, de instalación);

f) *de adquisición de ventajas técnicas o comerciales*, como ser patentes, indemnizaciones, amortizaciones, obtención de facilidades o condiciones para la salida de los productos, etc.;

g) *para acondicionar las instalaciones*, a fin de someterlas a prueba;

h) *de elementos de reserva*, almacenados desde el primer momento, así como para *demoliciones y reconstrucciones o renovaciones* en los primeros tiempos de la explotación y para la *conservación*, aunque ésta resulte de escasa entidad por lo común; y además, para *cubrir pérdidas de ingresos* causadas por defectos o vicios de la primera instalación o construcción;

i) *de pérdidas en los cambios* durante el plazo de instalación;

j) *de primera dotación de un fondo de renovaciones.*

Llamaremos C al capital fijo total, y en el caso más general:

$$C = T + B + H + F + A \quad [1]$$

Si esta ecuación es de sencilla formación en cuanto supone la simple constitución del monto global del capital de primer establecimiento, o capital fijo, y dará el valor aplicable para determinar la renta a unirse a las demás cargas anuales de la empresa, no sucede lo mismo cuando se trata de hallar la carga de amortización.

Ya dijimos que T no entra en cuenta a ese efecto, y debemos observar respecto de los costos enunciados en h) y j), que su amortización será únicamente necesaria si no hallasen cabida en las cargas anuales de servicio previsiones que les conciernan.

11. COSTOS DE SERVICIO ⁽¹⁾. — Como lo dijéramos más arriba, los costos de servicio suelen estimarse por año, sin perjuicio de capitalizarlos luego, si fuese requerido por la forma adoptada de cotejo económico.

Así considerados, representan partidas cuyos importes relativamente pequeños varían infinitamente y sucedense a cortos intervalos. Por ello es difícil, cuando no imposible, contemplar su naturaleza y cantidad en forma general, al establecer su consideración con relación a múltiples tipos de empresas. Los costos de este género, sin embargo, son apreciables proporcionalmente a la magnitud de los trabajos, productos, etc., que se generan en la explotación. Son, entonces, costos directos, proporcionales o fundamentales y cabe descomponerlos según los elementos de la explotación. Abarcan así: la provisión o abastecimiento de materias primas y materiales, a la vez que de materias auxiliares de ejecución; la provisión de energías para elaboración o funcionamiento; las operaciones de despacho de los productos o elaboraciones o servicios engendrados.

Los costos por energías, comprenden naturalmente tanto los de personal (empleados y obreros) como los de energía mecánica, herramientas de trabajo, máquinas, calor, luz, así como para la conservación de las instalaciones de explotación.

Aun cuando podría simplificarse la presentación del conjunto de estos costos, manteniendo sin diferenciación mayor sus objetos, es preferible para los fines de la selección económica establecer desde ahora una clasificación de los mismos.

Fijaremos al efecto cinco subdivisiones de costos de servicio, o sea:

(1) Podríamos emplear también la palabra *explotación*; mas, en rigor, la explotación incluye las cargas derivadas de las inversiones del capital fijo.

- 1ª Los de funcionamiento, marcha o producción;
- 2ª » » conservación;
- 3ª » » despacho;
- 4ª » » intereses del capital circulante;
- 5ª » » riesgos.

12. COSTOS DE MARCHA O PRODUCCIÓN. — Comprenden los costos por materiales y materias para elaboración y auxiliares, por transportes, salarios de producción, energía mecánica, derechos, impuestos, seguros, riesgos. Representamos genéricamente la totalidad de estos costos con la letra *P*.

Los costos por materiales y materias primas y auxiliares, abarcan toda expensa por compra, embalaje, almacenamiento y protección de aquellos materiales y materias contra la intemperie, el incendio, los robos, etc. Estos costos, desprendidos de datos comerciales o industriales y antecedentes similares obtenidos por la Contabilidad industrial, son de conocimiento relativamente sencillo. Al contrario de lo que acontece con los costos de energías, para los cuales ocurre establecer distinciones más o menos numerosas toda vez que la producción sea variada.

Para la más importante de las energías, la humana, hay dos clases de costos: los *salarios* y los *suelos*. Corresponden los primeros a los obreros; los segundos, a los empleados. Distínguense unos de los otros particularmente porque los suelos son compensaciones relativamente estables y de cantidad bastante fija para la empresa, en tanto son más mudables los salarios, bien por la posibilidad de que varíe el número de los operarios, o bien por la de que se alteren sus compensaciones durante el tiempo de sus funciones.

A los suelos y salarios, asimismo, se añaden otras expensas accesorias, como ser las compensaciones por servicios en horas extraordinarias, por trabajos nocturnos, en días feriados, tareas especiales, viajes, dietas, vigiliias, ayudas en ropas y calzados, etc., y finalmente las costas por medidas de higiene, seguros contra accidentes del trabajo y otros perjuicios, así como por viviendas, cantinas, etc.

A los costos de la energía humana, o *mano de obra* propiamente dicha, añádense los demandados por la energía mecánica y los medios accesorios de que hacen aplicación los obreros. Producen la energía mecánica las máquinas; son medios accesorios la herramienta, y las materias para combustible, lubricación, limpieza, etc., de máquinas y herramientas destinadas al trabajo, — así como los lo-

cales en que éste se realiza, su alumbrado y su calefacción. La provisión de máquinas y herramientas destinadas a la producción, la construcción de locales de trabajo (talleres), corresponden al capital fijo, si bien para ciertas labores accidentales o discontinuas, pueden tenerse que usar máquinas y herramientas cuyas menguas se incorporen a los costos de producción; mas, todo cuanto se consume en servicio o marcha: desgaste de maquinarias y herramientas, combūstible, otras fuentes de energía, lubricantes, etc., forma parte de las cosas cuyo costo encuadra en los costos de funcionamiento.

13. COSTOS DE CONSERVACIÓN. — La conservación a que se refiere esta rúbrica, comprende todas las operaciones cuyo fin es tener constantemente el material de elaboración en condición de prestar servicio sin peligro y económicamente, y no, como pudiera creerse, en estado invariablemente igual al inicial, hecho imposible. De allí que los costos de conservación sean mantenidos dentro de un límite racional, definido por la conveniencia económica de prolongar la duración de los objetos, e incluyen la renovación parcial de los mismos.

La conservación, requiere materias primas y accesorias, mano de obra, energía mecánica a veces, con sus complementos, derechos, impuestos, etc., y por todos estos conceptos debe formarse el monto total de los costos respectivos. Designamos estos costos, en total, por la letra *S*.

14. COSTOS DE DESPACHO. — La realización o despacho de los productos tanto principales como accesorios y aún de los desperdicios de producción, origina igualmente costos. En las causas de tales costos, inclúyense: los transportes dentro del obrador o del terreno de la fábrica o industria, hasta los puntos de venta; la selección, el almacenamiento y el embalaje; las operaciones de propaganda, viajantes, agentes, y aún las vicisitudes de la venta: créditos incobrables, venta a precio reducido. Designámosles con la letra *D*.

(Continuará)

NOTICARIO

A fines de 1936, se ha creado en la Universidad Nacional del Litoral un Instituto de Investigaciones Microquímicas en la Facultad de Ciencias Matemáticas con la finalidad de efectuar investigaciones microquímicas y dar facilidades a quienes deseen perfeccionarse en esta rama del saber; propender al conocimiento de los métodos de las investigaciones microquímicas, publicar el resultado de las investigaciones, establecer intercambio entre los organismos similares del mundo y organizar ciclos de lecciones de intensificación del estudio de la microquímica. También creó un Instituto de Fisiografía y Geología, de cuya dirección quedó encargado el profesor Dr. Castellanos y en el cual deberán hacerse investigaciones sobre mineralogía, química mineral, geografía física y geología.



Durante su estada en París en el mes de Febrero próximo pasado, el doctor Horacio Damianovich ha expuesto ante diversas sociedades científicas algunas de sus investigaciones sobre «la química y la fisicoquímica del helio». En particular, revistió especial importancia la celebrada el 25 de Febrero por la «Société de Chimie et Physique de France», en la cual, y por invitación especial del presidente de dicha Institución, Mr. Jollot, el distinguido químico argentino, desarrolló con todo detalle los resultados de sus trabajos en este interesante campo de la ciencia.



En los primeros días de Abril fué escalada la cima del Tupungato por los Sres. C. Anselmi y Willy Lance: se utilizó para la ascensión una senda del cajón «El Colorado», empleándose cerca de 11 horas para recorrer el último tramo desde el campamento a 5.600 m. hasta la cima. La expedición duró en conjunto 14 días, tomándose numerosas fotografías, observaciones meteorológicas, mineralógicas, etc. En la cima del Tupungato los andinistas encontraron las señales dejadas por los Dres. Reichart y Heibling, que realizaron la ascensión anterior el 21 de Enero de 1912.



El 26 de Abril se inició en Rosario, en el salón de actos de la Escuela Normal de Maestras n° 2, una serie de tres conferencias sobre Arqueología Argentina, organizada por la Asociación Cultural de Conferencias. El disertante, Sr. Duncan L. Wagner, director del Museo de Santiago del Estero, trató desde puntos de vista nuevos y originales muchas cuestiones de arqueología, antropología y prehistoria argentinas.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix	Carelli, Humberto H.	Giagnoni, Bartolomé E.	Molfino, José F.
Albizziati, Carlos M.	Caride Massini, Pedro	Gil, Martín	Molle, Clotilde C.
Alvarez, Raúl J.	Carman, Ernesto	Gradín, Carlos	Montes, Vicente E.
Allende Lezama, Luciano P.	Carrea, Juan Ubaldo	Grieben, Arturo	Moreno, Evaristo V.
Anastasi, Camilo	Casacuberta, Antonio	Gutiérrez, Ricardo J.	Nágera, Juan José
Anchorena, Juan E.	Castello, Manuel F.	Hausssler, Emilio	Natale, Alfredo
Andrioletti, Juan Luis	Castiñeiras, Julio R.	Herbin, Luis A.	Negrete, Lucía
Añón Suárez, Vicente	Celasco, Juan L.	Hermitte, Enrique	Negri, Mario L.
Aparicio, Francisco de	Cock, Guillermo E.	Herrera Vegas, M.	Nelson, Ernesto
Aráoz Alfaro, Gregorio	Coni Bazán, F. A.	Herzer, Bernardo	Nielsen, Juan
Arbecchi, Armando C.	Curti, Orlando P.	Hickethier, Carlos F.	Oliveri, Alfredo E.
Arce, Manuel J.	Curutchet, Luis	Hofmann, Herbert	Ortega Belgrano, Raúl
Arditi Thompson, H.	Chanourdie, Enrique	Hortal, José Angel	Ortiz, Anibal A.
Armani, Aquiles	Chella, Francisco	Houssay, Bernardo A.	Ortiz de Rosas, Jorge
Arnauo, Silvio J.	Chizzini Melo, Anibal F.	Hoyo, Arturo	Otamendi, Gustavo
Avila Méndez, Delfín	D'Ascoli, Lucio	Igartúa, Luis María	Otonello, Héctor
Aztiria, Ignacio	Dassen, Claro C.	Irigoyen, Luis H.	Páez, José María
Bado, Atilio A.	Dasso, Héctor	Isetta, José	Page, Franklin Nelson
Bachmann, Enesto	Dasso, Ricardo L.	Ivanisovich, Ludovico	Paitoví y Oliveras, A.
Baglietto, Eduardo E.	Debenedetti, José	Jorge, José M.	Paquet, Carlos
Balbiani, Atilio	De Cesare, Elías A.	Jakob, Cristofredo	Parodi, Edmundo
Bancalari, Agustín	De Fina, Armando L.	Keiper, Guillermo	Parodi, Lorenzo R.
Barabino Amadeo, S.	De la Ini, Juan E.	King, Diarmid O.	Pasman, Raúl G.
Barbieri, Antonio	Dellepiane, Luis J.	Kinkelin Pelletán, J. C. de	Pasman, Rodolfo E.
Bargna, Juan L.	Deulofeu, Venancio	Kohan, Zoilo	Pastore, Franco
Barllari, Mariano J.	Devoto, Franco E.	Kraglievich, Nicolás T.	Paz, José Máximo
Barral Souto, José	Díaz, Emilio C.	Krapf, Eduardo	Paz Anchorena, José M.
Barrancos, Leonidas A.	Dieulefait, Carlos E.	Labarthe, Julio	Peralta Ramos (h.), Alberto G.
Becke, Alejandro von der	Dieolo-Jurado, Martín	Lagunas, Simón	Pérez Hernández, A.
Berdoy, Pedro A.	Dobranich, Jorge W.	La Menza, Francisco	Pérez Pirán, Juan A.
Berrino, Juan B.	Domínguez, Juan A.	Laporte, Luis B.	Ferrone, Cayetano
Bertino, José Carlos	Dotto, Enrique S.	Larco, Esteban	Pestalardo, Agustín
Besio Moreno, Nicolás	Dubeccq, Raúl E.	Lasso, Alfredo L.	Pini, Aldo S.
Bianchi Lischetti, A.	Dueñas, José	Latzina, Eduardo	Platz, Hubert
Biggeri, Carlos	Duhau, Luis	Lea, Allán B.	Podestá, Juan Carlos
Blaquier, Juan	Dupont, Enrique	Lignéres, Roberto	Folti, Modesto
Bolognini, Héctor	Durañona y Vedia, A.	Lizer y Trelles, C. A.	Posadas, Carlos
Bonanni, Cayetano A.	Durrieu, Mauricio	Lombardi, Alberto	Quartino, José N.
Bontempi, Luis	Edelberg, Benjamín	López, P. José	Quinos, José Luis
Bordenave, Pablo E.	Escudero, Pedro	Loyarte, Ramón G.	Quinterno, Bruno F.
Borzi, Ana María	Faré, Santo S.	Lozano, Nicolás	Quiroga, Pedro R.
Bosch, Gonzalo	Fernández, Alberto J.	Lugones, Arturo M.	Raimondi, Alejandro
Bosisio, Anecto J.	Fernández Díaz, A.	Llauró, José	Raffo, Bartolomé M.
Bottaro, Juan C.	Fernández Long, S.	Mac Donagh, E. J.	Ramaccioni, Danilo
Bozzini, Luis (h.)	Figini, Angel	Magnin, Félix J.	Ramallo, Carlos M.
Briano, Juan A.	Figuerero, Hernando W.	Magnin, Jorge	Ratto, Héctor R.
Bunge, Juan C.	Fischer, Gustavo Juan	Mainini, Carlos	Ravignani, Emilio
Buontempo, Guillermo	Flores, Emilio M.	Mallol, Emilio	Rebuelto, Antonio
Butty, Enrique	Florit, Carlos J.	Mamberto, Benito	Rebuelto, Emilio
Buzzo, Alfredo	Forn, Carlos J.	Marcó del Pont, E.	Reece, William Asher
Buzzo, Eduardo B.	Fossa Mancini, E.	Marchionatto, Juan B.	Repetto, Blas Angel
Caillet Bois, Teodoro	Franceschi, Alfredo	Maresca, Antonio J.	Repossini, José
Calandra, Raúl E.	Fürnkorn, Dívico A.	Marini, Tomás L.	Ringuelet, Emilio J.
Camus, Nicolás	Gadda, Carlos Manuel	Marotta, F. Pedro	Rissotto, Atilio A.
Canale, Humberto	Galmarini, Alfredo G.	Marotta, R. Armando	Rivarola, Rodolfo
Carabelli, Juan José	Gandolfi Herrero, Augusto	Mata, Leopoldo	Robles, Angel A.
Carbia, Rómulo D.	Gandolfo, José S.	Méndez, Julio	Rodríguez Aravena, S.
Carbone, Esteban	Gascón, Alberto	Meoli, Gabriel	Roffo, Angel H.
Carbonell, José J.	Gascar, Fernando L.	Meoli, Humberto	Roffo, Juan
Cárcova, Enrique de la	Géneau, Carlos E.	Mercau, Agustín	Roldán, Raimundo
Carelli, Antonio	Gerardi, Donato	Mermoz, Francisco A.	Romero Brest, Enrique
	Ghigliazza, Sebastián	Mohring, Walther	Rokotnitz, Otto

Rospide, Juan	Schnack, Benno J.	Suárez, Angel	Varela, Rufino
Rossell Soler, Pedro	Schmidt, Max	Taiana, Alberto F.	Vecchi, Aristides de
Rossi, Arturo R.	Schoo Lastra, Oscar	Taiana, Jorge	Vela Huergo, Julio
Ruata, Luis E.	Schulz, Guillermo	Tamini, Luis Augusto	Veyga, Francisco de
Ruiz Moreno, Isidoro	Selva, Domingo	Tarragona, José	Vidal, Eduardo
Ruiz Moreno, Adrián	Sesma, Angel	Tedeschi, Virgilio	Villalobos D., C.
Rumi, Tomás J.	Sheahan, Juan F.	Tello, Eugenio	Vignaux, Juan C.
Sabarria, Enrique	Silva, Leónidas L.	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Sagastume Berra, A. E.	Simons, Hellmut	Torello, Pablo	White, Guillermo J.
Salomón, Hugo	Siri, Luis	Tossini, Luis	Wauters, Carlos
Sánchez, José Ricardo	Sobral, Arturo	Trelles, Rogelio A.	Wysztelewski, W. de
Sánchez, Gregorio L.	Solari, Emilio F.	Trucco, Sixto E.	Zamboni, Agustín
Sánchez Díaz, Abel	Solari, Miguel A.	Valeiras, Antonio	Zappi, Enrique V.
Sánchez Sorondo, M. G.	Soler, Frank L.	Valentiner, Hugo	Zavalla, Carlos M.
Sanromán, Iberio	Sordelli, Alfredo	Valentini, Argentino	Zuloaga, Angel M.
Santángelo, Rodolfo	Spinetto, David J.	Valentinuzzi, Máximo	
Sarhy, Juan F.	Spota, Víctor J.	Vallebella, Colón B.	
Sarrabayrouse, Eugenio	Storni, Segundo R.	Vallejo, Segundo E.	
Savon, Marcos A.	Storni, Carlos David	Vanossi, Reinaldo	

SOCIOS ADHERENTES

Alvarez, Carlos E.	Laporte, Julio A.	Recoder, Roberto F.	Viglione, Fausto E.
Bazzanella, José	Magne de la Croix, P. A.	Repetto, Cayetano	Walls, I. Figueras de
Devoto, Arnaldo Carlos	Milesi, Emilio Angel	Riú, Pedro Carlos	Wechsler, Wolf
Devoto, Carlos Alberto	Monca, Jacobo Isaac	Rusconi, Carlos	Zenarruza Johnson, Tir-
Folcini, Martín L. G.	Muñoz Cabrera, René	Somonte, Eduardo	so A.
Goyena, Ricardo J.			

CASAS ADHERENTES

Francisco Disf	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Pa-	Ltda.
		lumbo"	

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumer-sindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Coli-na; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Arrambide, Miguel	Eodenbender, G.	Brandan, Ramón A.
Aguiar, Henoch D.	Astrain, Antonio	Bonet, Rafael	Brogliá, Alberto A.
Amaya, Arturo A.	Bermann, Gregorio	Borzacow, Wladimir	Bustos, Ernesto
Anduze, Fernando L.	Bobone, Jorge E.	Bracacini, Osvaldo J.	Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.	Gálvez Vivanco, C.	Martínez, Rodolfo	Roca, Jaime
Camilloni, Carlos	García, Daniel	Martínez Bustos, V.	Roggeri, Domingo
Carlomagno, José	Garzón, Rafael	Masjoan, Juan	Rothlin, Edwin
Castellanos Posse, F.	Gavir, Daniel E.	Melo, Carlos R.	Sánchez Sarmiento, F.
Catinari, Altavino E.	Gavir, Ernesto	Mirizzi, Pablo Luis	Sartori, Antonio
Centeno, Dionisio	Gibert, Víctor	Montes, Aníbal	Sayago, Gumersindo
Cordeiro, Juan Carlos	Giménez de Azúa, F.	Ninci, Carlos A.	Sayago, Marcelino
Chaudet, Enrique	Godoy, Salvador A.	Ninci, Mario	Schmiedecke, Augusto
Checchi, Luis	Gómez, Calixto A.	Ninci, Raúl T.	Servetti Reeves, J. C.
Deheza, Eduardo	Gordillo, Pedro N.	Nottaris, Carlos E.	Sicco, Juan Carlos
De la Colina, Biné.	Granillo Barros, M.	Novillo Corvalán, S.	Sigal, Moisés
Del Viso, Jacinto	Hernández Ramírez, R.	Olsacher, Juan	Sparn, Enrique
De Tezanos Pinto, J.	Hosseus, Carlos Curt	Padula, Federico	Strada, Ferdinando
De Villafañe Lastra, T.	Jagsich, Juan	Pagliari, Arturo	Stucchi, Alberto
Devoto, Heraclio A.	Kegeler, Juan Walter	Pasqualini, Clodoveo	Stuckert, Guillermo V.
Di Riemzo, Sabino	Kronfus, Juan	Peláez, J. Gambastiani	Taravella, Ambrosio L.
Espinosa, Manuel	Lafayette Zimmer, M.	de	Tarragó, Emeterio
Esteban, Fernando	Larrauri, Agustín C.	Perrine, Carlos D.	Terrera, Pascual
Evans, Eduardo W.	Lewis, Donald G.	Pilotto, Bernardo	Trebino, Natalio
Fernández, Miguel	Lo Celso, Angel T.	Ponce Laforgue, C.	Tretter, José
Ferrer, Baltasar	Luque, Eduardo R.	Ponssa, Marco	Urciuolo, Victorio
Fitz Simon, Sgo. E.	Lutzow Holm, Olaf.	Puga, Agustín	Vanni, Alberto
Fortana, Lorenzo P.	Mácola, Berardo A.	Revol, Carlos A.	Vercello, Carlos
Fracassi, Humberto	Mácola, Tulio	Revuelta, Miguel C.	Villalba, Aquiles D.
Fuchs, Guillermo J.	Marsal, Alberto	Rietti, Dardo A.	Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Francisco E. Urondo; Vice-presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Secretario de correspondencia, Ing. Rodolfo Rouzaut; Secretario de actas, Prof. Curto E. Hotschewer; Tesorero, Ing. Carlos Christen; Vocal 1º, Dr. José Piazza; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Suplente 1º, Ing. Enrique Virasoro; Suplente 2º, Ing. José Cruellas.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Courault, Pablo	Kleer, Gregorio	Piñero, Rodolfo
Argiuelles, Eugenio	Crouzeilles, A. L. de	Mai, Carlos	Pozzo, Hiram J.
Ariotti, Juan Carlos	Cruellas, José	Mántaras, Fernando	Ragonese, Antonio E.
Babini, José	Christen, Carlos	Marelli, Hipólito	Reinares, Sergio
Berraz, Guillermo	Christen, Rodolfo G.	Marino, Antonio E.	Rouzaut, Rodolfo
Bertuzzi, Francisco	Damianovich, Horacio	Montpellier, Luis Mar-	Salaber, Julio
Bonazzola, César J.	Falco, Federico	cos	Salgado, José
Borruat, Luis	Fester, Gustavo A.	Morisot, Augusto	Santini, Bruno L. P.
Borruat, Luis (hijo)	Frenguelli, Joaquín	Mounier, Celestino	Schivazappa, Mario
Borzzone, Rodolfo	Gollán, Josué (h.).	Muzzio, Enrique	Simonutti, Atilio A.
Bossi, Celestino	Gschwind, Eduardo P.	Nigro, Angel	Tissembaum, Mariano
Caballero, Martín A.	Guinle, Hugo José	Niklison, Carlos A.	Urondo, Francisco E.
Camo, José María	Hereñú, Rolando	Oliva, José	Virasoro, Enrique
Cerana, Miguel	Hotschewer, Curto	Peresutti, Luis	
Claus, Guillermo	Juliá Tolrá, Antonio	Piazza, José	

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leai; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos	García, José Federico	Maroso, José Angel	Ruiz, Aníbal
Anzorena, Jacinto	Godoy Vergelín, G.	Mayorga, Santiago C.	Ruiz Leal, Adrián
Anzorena, Pedro	Gomensoro, José N.	Miyara, Salomón	Sammartino, Miguel
Basso, Germinal	Granzella, Sinibaldo	Miyara, Santos	Sánchez C., Juan V.
Bidone, Mario	Guiard, Ricardo	Oviedo Marcó, Carlos	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Jofré, Alberto L.	Oviedo Ortiz, Carlos	Stura, Angel C.
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Pelaia, Dante	Toso, Juan P.
Ceriotto, Emilio	Lucero, Braulio G.	Piccione, Cayetano C.	Vicchi, Juan A.
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Piovano, Abelardo P.	Villanueva, Miguel An- gel
Gabrielli, Francisco J.	Magistretti, Guillermo	Pontis, Rafael E.	
Galeano, Edgardo	Maneschi, Ernesto		

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.....	México	Hijar y Haro, Luis.....	México
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Janet, Pierre.....	París
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Avendaño, Leónidas.....	Lima	Kinart, Fernando.....	Amberes
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Langevin, Paul.....	París
Borel, Emile.....	París	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bragg, William Henry.....	Londres	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Bruch, Carlos.....	Olivos	Monjarás, Jesús E.....	México
Cabrera, Blás.....	Madrid	Moretti, Gaetano.....	Milán
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Oliver Schneider, Carlos.....	Concepc. (Ch.)
Carabajal, Melitón M.....	Lima	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goá (I. P.)
Corti, José S.....	Mendoza	Perrin, Tomás G.....	México
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Antofag. (Ch.)
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fontecilla Larrain, Arturo...	Santiago (Ch.)	Rowe, Leo S.....	Washington
Fort, Michel.....	Lima	Shepperd, William R.....	New York
González del Riego, Felipe..	Lima	Tello, Julio C.....	Lima
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Torres Quevedo, Leonardo...	Madrid
Guinier, Phlibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)	Volterra, Vito.....	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

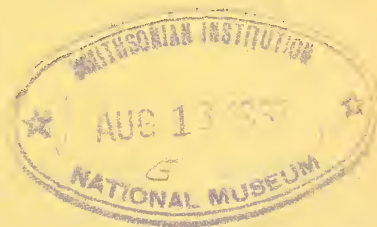
ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

JUNIO 1937. — ENTREGA VI. — TOMO CXXIII

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
CARLOS WAUTERS. — La chaera experimental de Patagones - Impresiones de un observador	273
MAURICIO DURRIEU. — Cotejos económicos y selección económica (<i>Cont.</i>)	300
P. MAGNE DE LA CROIX. — De l'origine des pinnipedes	321
C. C. D. — Bibliografía	329
Indice de las materias contenidas en el Tomo CXXIII	335



BUENOS AIRES
CALLE SANTA FÉ 1145

1937

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burnmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Dr. Walter Nernst
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Ing. Guillermo Marconi
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefalt; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1937-1938)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Evaristo V. Moreno
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia.</i>	Doctor Santiago Barabino Amadeo
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Pro-tesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	Ingeniero Carlos Posadas
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Doctor Reinaldo Vanossi
<i>Vocales</i>	Ingeniero Mario L. Negri
	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de Fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin
	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

LA CHACRA EXPERIMENTAL DE PATAGONES

IMPRESIONES DE UN OBSERVADOR

POR EL INGENIERO CARLOS WAUTERS.

RESUME

INTRODUCTION. — Son fondateur en fait une étude après trente ans d'absence.

1. — *Antécédents administratifs.* — Son installation a été imposée par des fondamentales divergences d'ordre technique et le marque absolu d'investigations expérimentales locales. — Une seule série d'essais a suffit pour montrer la valeur négative des recommandations d'un spécialiste italien. — Funeste école qui survit encore.
2. — *Préoccupation directive initiale.* — Contraste de notre tendance officielle vis-a-vis de la réaction qui, alors déjà, s'imposait outremer. — Alarme dans nos propres arrosages. — L'absurdité des principes imposés. — Non obstante, la routine subsiste.
3. — *Les premiers résultats acquis.* — Sols et eaux. — Climatologie locale. — Observations d'un seul cycle végétatif. — Premières conclusions d'importance indiscutable.
4. — *La pédologie nous exige une nouvelle orientation.* — L'amélioration du sol. — L'urgence des premiers essais ne la permettait pas alors. — L'aspect des cultures de tout genre démontre manque de prévision. — Étude systématique des procédés pour l'assurer.
5. — *Influence décisive de l'eau.* — Analyse des sols. — Capacité normale d'absorption. — Limites extrêmes de l'humidité admissible. — Distribution des racines. — Consommation d'eau. — Rendements en espèces et valeurs économiques.
6. — *L'enseignement par le champ d'expérience.* — Il doit être exclusivement d'ordre expérimental. — Spécialisation du personnel. — Oeuvre de propagande objective et directe. — Persévérance d'efforts d'investigation agricole. — Aclimatation de nouvelles espèces et hybridation des existantes.
7. — *Station Expérimentale Agricole de Tucumán.* — Modèle d'organisation technique et administrative. — Ses études ont sauvé l'industrie sucrière et l'économie de toute la province. — D'autres investigations se poursuivent avec succès. — Son influence scientifique. — Sa situation est garantie par l'industrie qui en a reçu de grands bienfaits.
8. — *L'Institut Expérimental et d'Investigation Agricole de Santa Fe.* — Il ajoute une action sociale à la technique prédominante de son modèle. — La décadence des vieilles cultures l'impose ainsi. — La prévision doit être une obligation des pouvoirs publics.

CONCLUSIONS.

SUMARIO

INTRODUCCIÓN.

1. — *Antecedentes administrativos.* — Superflua ley nacional. — Descartó infundados reparos oficiales. — Escuela de funestas consecuencias para el país. — Nuestras fundamentales divergencias técnicas. — Ineludible necesidad de crear la chacra. — Elección del terreno para instalarla. — Un ciclo de ensayos bastó para destruir prejuicios arraigados por aquella. — Generación espontánea de fundadores.
2. — *Objetivo predominante en la primera hora.* — Esencial finalidad técnica de hidráulica agrícola. — Contraste de nuestra tendencia oficial frente a la de las naciones con extensos regadíos. — Significativa advertencia de los existentes en el país. — Positivas enseñanzas de la chacra. — Iniciativa honestamente reconocida. — Un silencio justificado.
3. — *Síntesis del resultado de los ensayos.* — Forzosa limitación de los iniciales. — Agentes climáticos. — Perforaciones profundas. — Suelos y subsuelos. — Aguas y sedimentos. — Evaporación. — Riegos al máximo y al mínimo. — Recomendaciones generales para los cultivos comunes. — Solo la vid, entre los nobles, alcanzó a despertar interés. — En los frutales y forestales los resultados son prácticamente desconocidos.
4. — *La pedología impone nuevas orientaciones.* — Indispensable preparación previa del suelo. — La función mejoradora del alfalfa. — Importancia de la acción biótica. — El estado de los cultivos de la chacra revela vicios originarios irremediables. — Heroica pero necesaria enmienda. — Estudio del proceso de mejoramiento gradual. — Rotación de cultivos. — Higiene del suelo.
5. — *Influencia decisiva de la intervención del agua.* — Deplorables efectos de la embriaguez del agua. — Textura de los suelos ensayados. — Falta de coloides. — Riego y capilaridad. — Capacidad normal. — Penetración de la humedad. — El marchitamiento y la distribución de las raíces. — Comparación de los consumos en los terrenos desérticos y maduros. — Doble serie de investigaciones. — Rendimiento en especies. — Valores económicos.
6. — *Concepto de la enseñanza por la chacra.* — Carácter permanente de la estación experimental. — Prematura fundación de una Escuela de Agricultura regional. — Los profesores son designados antes de poder existir alumnos. — La función técnica de aquella debe ser exclusivamente experimental. — Carácter especializado del personal. — La acción cultural de la chacra debe ser de propaganda.
7. — *La Estación Experimental Agrícola de Tucumán.* — Modelo de organización técnica y administrativa. — Intensidad, amplitud y variedad de sus investigaciones. — El riego no ofrece interés dominante en la región. — Su más resonante triunfo científico. — Su importancia económica. — Forrajeras en terrenos áridos. — Eficaz propaganda de su prolicua labor. — Prestigios conquistados en buena ley.
8. — *El Instituto Experimental y de Investigación Agrícola de Santa Fe.* — La chacra de Patagones deberá amoldarse al tipo de la estación tucumana. — Plausible iniciativa del gobierno santafecino. — Amplía el campo de acción de aquel modelo. — Conserva sus características administrativas. — La previsión es función genuina de gobierno. — Cuento oriental. — Un ministro «sabio cultivador».

CONCLUSIONES.

INTRODUCCIÓN

Una visita reciente, realizada casi a los treinta años de creada, nos ha impresionado muy desfavorablemente. No nos proponemos descender al análisis crítico de los múltiples detalles que nos han sorprendido en el estado de los cultivos. No pueden atribuirse sino al sistema impuesto para su dirección, sometido a un régimen oficial centralizado en la lejana capital de la provincia y sujeto a las eventualidades de una política versátil, desde luego, muy poco científica.

Sin otra curiosidad que la propia de quien provocó su fundación con un propósito definido de investigación técnica y tiene la suerte de poder volver a ella para juzgar de los resultados alcanzados en tantos años de ausencia, consideramos oportuno exteriorizar los puntos de vista que nos sugiere su situación actual. El país tiene la mitad de su territorio ocupado con tierras desérticas; y mientras otros se empeñan en hacerlas producir sin pensar en el costoso recurso del regadío, no siempre posible pero sí de acción muy limitada, nosotros las conservamos en el abandono más completo. Su reducido valor es un factor atrayente y seductor frente a las costosas explotaciones requeridas en las de alto precio de adquisición inicial y cuya explotación reclama la movilización de grandes capitales.

La provincia de Buenos Aires está en posesión de extensas tierras fiscales, situadas sobre el futuro puerto marítimo de San Blas y sobre una arteria navegable como es el río Negro, cuyo puerto principal de Carmen de Patagones, dotado de un excelente muelle y balsas transbordadoras asegura su comunicación directa con el mundo entero, por agua o por avión: su producción alcanza estos embarcaderos con simples camiones. En estas tierras puede crearse una nueva provincia, densamente poblada y con los mismos productos que enriquecen provincias mediterráneas, de donde nos llegan encarecidos, después de mil kilómetros de recorrido ferroviario. Y así, mientras la provincia pueda resolver el problema de su regadío, tiene en la racionalización de su rudimentaria producción actual, la forma de incorporarlas al trabajo remunerador y eficiente. La chacra debe ser un centro de provechosa experimentación que no ha sabido utilizarse hasta la fecha.

Puedan estas nuestras impresiones justificar una eficaz, urgente y oportuna resolución de gobierno, beneficiosa para nuestra gran provincia!

AUG 13 1937

I

ANTECEDENTES ADMINISTRATIVOS

En los capítulos I y IV de nuestro informe general al gobierno de la provincia de Buenos Aires de octubre de 1908 ⁽¹⁾, publicación oficial que se ha agotado, lo mismo que su versión inglesa, hemos detallado las causas que nos determinaron a reclamar, con insistencia, la creación de una chacra experimental en la altiplanicie de Carmen de Patagones, como condición *sine qua non* para hacernos cargo de los estudios definitivos de las obras necesarias para el regadío de las extensas tierras fiscales que la provincia conserva allí hasta ahora.

Sus resultados se resumen en el anexo VII de aquel volumen ⁽²⁾ y se comentan en su capítulo XIV ⁽³⁾. Por ley n° 2616 del 30 de julio de 1897 se había dispuesto el estudio de estas tierras, pero para dar « una idea exacta de la composición geológica e hidrográfica de esa región », aun cuando debía establecerse, también, si era « necesario el riego para el aprovechamiento de esas tierras, proyectando la forma que pueda emplearse para su irrigación ». Con todo ello no se llenaba correctamente nuestro propósito, según se verá muy luego.

Nos hallábamos en Tucumán en el desempeño de delicadas funciones técnicas que no nos permitían largas ausencias. Consultado, en septiembre de 1905, por el gobierno de la provincia de Buenos Aires, para pronunciarnos respecto a los proyectos que, desde tiempo atrás, se habían venido preparando por varios técnicos, desde el primer momento sentamos la imprescindible necesidad de realizar un previo reconocimiento personal del terreno, con toda la minuciosidad que imponía un proyecto de evidente trascendencia para el porvenir de todo el sur de la provincia, y al que el gobierno acordaba el señalado interés que exteriorizaba con justificado entusiasmo el gobernador Ugarte.

Abandonaba sus funciones oficiales en mayo del año siguiente. Dinámico por excelencia deseaba dejar inauguradas las obras. Toda

(1) *Aprovechamiento de las aguas del Río Negro en el partido de Patagones*, págs. 1 y 133, 1909.

(2) *Ob. cit.*, pág. 496.

(3) *Ob. cit.*, pág. 331.

incidencia que importara una demora lo mortificaba: conservamos el recuerdo de anécdotas que lo confirman y señalan sus grandes y previsoras aspiraciones patrióticas. Sin embargo, con todo sentimiento, nuestra actitud fué resuelta pero definida: la imponían superiores consideraciones de orden técnico. A los pocos días cedió ante el peso evidente de las observaciones de toda índole que oponíamos a su empeño. Nuestro reconocimiento preliminar quedó acordado: quizá abrigara una remota esperanza de que la inspección ocular disipara nuestras preocupaciones y con ello evitara la demora que nuestra actitud provocaba.

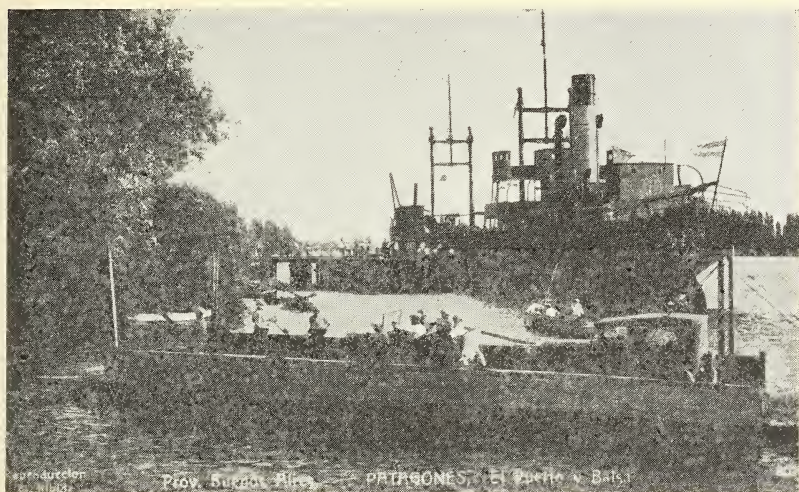


FIG. 1.

La ley n° 4291, sancionada por el H. Congreso en 26 de enero de 1904, había obviado los reparos opuestos por el inspector general interino de irrigación del Ministerio de Obras Públicas de la Nación, cuya ignorancia en la materia no era un misterio para nadie. En efecto: al producir su dictamen no adelantaba opinión propia, ya que no tenía ninguna; sólo se limitaba a glosar las del ingeniero Cipolletti, mal interpretadas. Ello nos hacía escribir (4): «De aquí que, no obstante haber quedado esa autoridad un tanto quebrantada por la circunstancia de haberse venido al suelo todas las obras proyectadas y ejecutadas por el referido ingeniero en la República, y a pesar de su larga práctica, la argumentación de la

(4) Ob. cit., pág. 12.

inspección se funda exclusivamente en párrafos entresacados del informe de aquél, interpretados para llegar a la conclusión de que el pedido es inoportuno e inconveniente»; o en términos más claros, según explicábamos después de algunas otras consideraciones, para terminar por descartar «la posibilidad de esa irrigación, aun después de regularizado el régimen del río».

El asunto revestía real importancia, pues si bien la ley citada autorizaba al gobierno de la provincia para derivar «la cantidad de agua *necesaria* para irrigar 400 000 hectáreas», y para construir y explotar un canal de alimentación en el territorio del río Negro, con facultad de expropiar terrenos privados y hacer uso gratuito de los fiscales de la Nación que resultaran indispensables, en su art. 3 disponía que el proyecto de obras debía someterse a la aprobación del P. E. de la Nación; y sus oficinas técnicas volverían a aducir los mismos reparos para dificultar la tramitación definitiva del proyecto.

En realidad el gobierno de la provincia de Buenos Aires no necesitaba esa ley, ni en cuanto se refiere al uso del agua, ni en cuanto a la ingerencia técnica de la Nación. El río Negro es de aprovechamiento interprovincial netamente definido. La provincia tiene dominio y jurisdicción propia sobre sus aguas, con derecho a derivar todas las que necesita para su uso o goce en el cultivo de las tierras de su territorio, o para otros usos. Tiene asimismo la propiedad del cauce hasta su línea de talweg, por ser navegable en todo el frente de la misma provincia, limitado aquel cauce por las respectivas líneas de ribera, perfectamente fijadas por la interpretación técnica racional de su definición legal (5).

Todo esto responde a prescripciones constitucionales consagradas por una reiterada jurisprudencia de la Suprema Corte de Justicia de la Nación. Nos hemos ocupado extensamente de la cuestión: ello nos excusa entrar aquí en mayores detalles (6). En su hora bastará un acuerdo directo concertado entre las altas partes interesadas, sometido a la aprobación del H. Congreso, mientras los territorios nacionales afectados por el río no sean declarados provincias autónomas, como son las superiores de San Juan, La Rioja, San Luis y Mendoza:

(5) C. WAUTERS, *La línea de ribera legal*, «Anales de la Sociedad Científica Argentina», tomo CXVII, pág. 161, 1934.

(6) *Ríos de aprovechamiento interprovincial*, «Anales de la Sociedad Científica Argentina», tomo CXVII, pág. 49, 1934.

Aquellos eran los tiempos en que el ing. Cipolletti gozaba aún de prestigios; y muchos otros técnicos por pereza intelectual, más que todo, aceptaban sus afirmaciones tal cual sentencias indiscutibles. Aun cuando el mismo describía la pobreza de las tierras servidas por el canal Villorresi donde había actuado, pretendió imponer sus modalidades de trabajo, el tipo de sus obras, sus prácticas de riego y sus coeficientes de consumo para aplicarlos a tierras muy distintas como son las nuestras. Aquellos ciegos admiradores se olvidaban del fracaso de todos los diques que había construido aquí, en ríos de características diferentes de los alpinos que conocía, fracaso

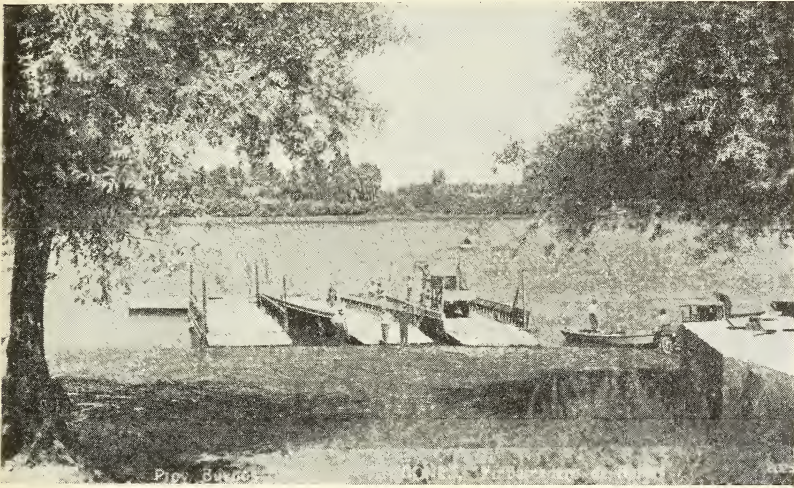


FIG. 2.

que alcanzaba muchas otras obras proyectadas por el mismo. Hemos analizado todas estas circunstancias y no nos repetiremos. Los años y los hechos han confirmado el acierto de nuestros juicios severos pero siempre bien inspirados y certeros. Con esa escuela de imitación cómoda, y al amparo de aquella figura, se han cometido los más graves errores que afectan nuestras grandes empresas de regadíos, cuyas consecuencias seguiremos lamentando para siempre en el país.

En la red de distribución del valle superior del río Negro, las exageradas dimensiones asignadas a los canales y sus obras, para responder a dotaciones unitarias impuestas por imaginarios consumos que allí sólo arruinan los suelos, y para los cuales ni siquiera se han sabido imponer, en tiempo oportuno, las prácticas de los

turnos que habrían reducido enormemente los desembolsos prohibitivos realizados, como lo hemos demostrado antes de ahora (7), son testimonios irrefutables que lejos de atenuarse en las ramificaciones complementarias, se han acentuado en todas las de la red. ¡Es tan difícil contrariar la rutina, máxime cuando ella invade a los que la consagran en la cátedra, y por aquello del *magister dixit*, no pueden decorosamente confesar que han enseñado mal a generaciones enteras!

Así se ha precipitado el ascenso de la napa freática, mucho antes de haber entregado las tierras a los cultivos nobles que el exagerado costo de aquellas obras reclama: la alta proporción de tierras revenidas y salitrosas en un valle virgen como era aquél lo comprueba, así como la ruina de la « Cooperativa de Gral. Roca » y otras varias. Son circunstancias reveladoras del fracaso de esa escuela que ha invadido todos los núcleos regados del país que el gobierno de la Nación ha entregado a los mismos técnicos. Han conseguido arraigar el más acentuado malestar económico, simple resultado de fundamentales errores técnicos. La primer investigación sería que se realice y que fatalmente tendrá que venir, exteriorizará esta deplorable situación de los regadíos administrados por la Nación, En cambio, había todo derecho a suponer que servirían de modelo a imitar en los mucho más extensos de iniciativa privada amparados por los gobiernos provinciales.

Nuestra inspección confirmó plenamente nuestras presunciones. En toda la región no había dónde recoger informaciones concretas. Las tierras se entregaban a una explotación ganadera ovina, modesta y rudimentaria. Lo hemos recordado al escribir en su hora (8): « Para el caso del riego en las tierras de Patagones, la fijación del consumo unitario de agua era necesaria precisamente porque se habían establecido coeficientes numéricos sin precedente local alguno y cuya adopción creaba una dificultad indiscutible para la inmediata realización de las obras proyectadas ».

Antes de salir para Tucumán donde nuestra presencia era requerida con urgencia, y en el deseo de abreviar, dentro de lo posible, la demora que tanto preocupaba al gobernador, documentamos el resultado de aquella prolija jira. Así es como, salvando un error

(7) *Adoptemos la dotación volumétrica en los regadíos argentinos*, « Rev. del Centro de Estudiantes de Ingeniería », año XXXI, n° 341, 1930.

(8) Ob. cit., pág. 147.

de fecha, escribimos entonces: « Por estas consideraciones, en noviembre de 1905, antes de firmar nuestro contrato con el gobierno de la provincia de Buenos Aires, hicimos notar en comunicación oficial dirigida al señor ministro de obras públicas, la necesidad de crear una chacra experimental en Patagones, establecida en la altiplanicie, con el principal propósito de deducir experimentalmente la cantidad de agua necesaria para diferentes cultivos. Este es el origen de la referida chacra, cuya creación y conservación representa una fuerte erogación para la provincia, pero cuyos resultados, aunque de un corto período de observaciones, compensan

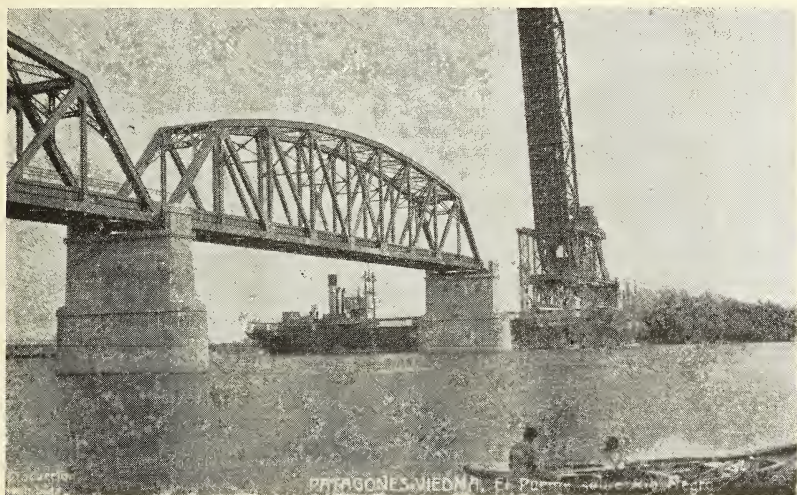


FIG. 3.

con exceso los sacrificios hechos. Ellos nos han dado la oportunidad de demostrar lo que sospechábamos desde el primer momento de su creación: que el caudal de agua necesario para obtener rendimientos notables era mucho menor que el que habían fijado los diferentes profesionales que se habían ocupado del asunto»⁽⁹⁾.

Decidida la instalación de la chacra y resuelta la firma de nuestro contrato con el gobierno, con mensaje del 23 de noviembre de 1905, el P. E. convocó a la H. Legislatura a sesiones extraordinarias para someterle este asunto, mientras que el ministro, en 12 de diciembre del mismo año, solicitaba del intendente municipal la

(9) Ob. cit., pág. 147.

entrega de cien hectáreas en el nuevo ejido de las chacras de Patagones, « tierras que deben quedar a la elección del referido ingeniero Wauters, pues deben reunir varias condiciones, entre otras, la de prestarse para la experimentación proyectada », según términos del ministro Etcheverry.

Nuestro contrato, firmado en 29 de enero de 1906, aprobado por el P. E. el mismo día y reducido a escritura pública el 31 del mismo mes, establecía en su art. 3 que: « se acompañará al estudio un proyecto de ley de riego y análisis de las tierras y de las aguas, así como *las observaciones y conclusiones que se obtengan de un campo de experimentación sobre los diversos cultivos* ». Recién en 5 de abril de 1906 el concejo deliberante confirmó la resolución del intendente que nos había entregado, no ya las 100 Ha. pedidas por el ministerio, sino 150 Ha. que elegimos personalmente y constituyen las chacras del nuevo ejido n° 25 a 29, 45 a 49, 65 a 69 y parte de las perimetrales n° 4 a 10, 24 - 30 - 44 - 50 - 64 - 70 y 84 a 90, y que forman un cuadro de 1500 m. por 1000 m., con una reducción impuesta por la construcción de la estación ferroviaria, hoy existente.

Véase con cuánta exactitud pudimos afirmar que « la chacra fué creada a nuestro pedido para comprobar con los hechos que la dotación de agua necesaria para el regadío en esa zona es muy inferior al consumo que generalmente se adopta, obedeciendo a coeficientes recogidos para tierras de condiciones completamente distintas » (10). Así era reclamada con toda previsión, pues « era preciso destruir prejuicios, creados únicamente por profesionales que, sin criterio propio, se dejan seducir por opiniones ajenas, sin entrar a analizar el fundamento de su aplicación al caso estudiado » (11). Es concepto que recalcamos al escribir más adelante que no fué propuesta « para demostrar la fertilidad del suelo, sino para fijar experimentalmente el consumo necesario de agua para el riego. Aquella fertilidad es proverbial y existen muchos cultivos antiguos que dan a su respecto pruebas irrefutables ».

Durante el largo período transcurrido desde entonces hemos visto desfilar varios fundadores de la chacra que nos ocupa, gobernadores, ministros, ingenieros y agrónomos: nos ha sido dado conocerlos por las fotografías difundidas por los periódicos. Lo han repetido documentos oficiales; y así se confirma, una vez más, que debe re-

(10) Ob. cit., pág. 331.

(11) Ob. cit., pág. 332.

saltar difícil hacer verdadera historia sin caer en el peligro de cometer errores cuando ello pasa con minucias como esta.

II

OBJETIVO PREDOMINANTE EN LA PRIMERA HORA

Resulta evidente que no se perseguía propiamente una racionalización de cultivos inexistentes ni mucho menos una aclimatación

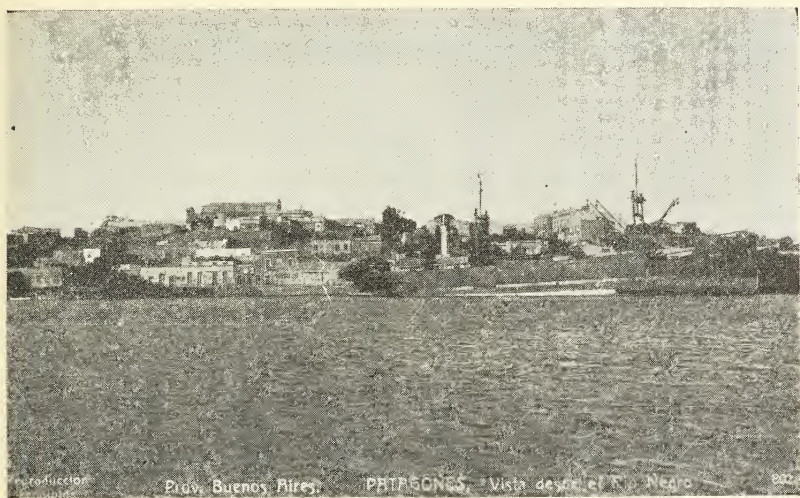


FIG. 4.

de otros, iniciativas prematuras en ese momento, sin duda alguna. Era otro muy distinto el propósito que nos animaba en la circunstancia, más fundamental para el éxito del proyecto. Ni siquiera nos influía el recuerdo del histórico primer ensayo del género en suelo argentino. Cuando Rivadavia, por decreto del 7 de agosto de 1823, creaba « un jardín de aclimatación » en la Recoleta, contrataba un profesor en Londres y designaba un « jardinero botánico » para atenderlo, se proponía « perfeccionar los trabajos y aumentar los conocimientos del arte que multiplica y mejora los vegetales ». Pero no estaría muy preparado el ambiente, ya que no es posible que faltaran tierras para llenar ambos objetivos a la vez, cuando Dorrego, en 14 de febrero de 1828, consideraba que « ningún local era más indicado para cementerio que el terreno contiguo a él en

que se hallaba el jardín de aclimatación y la escuela », y los suprimía antes que empezaran a dar sus frutos.

Al formular nuestro informe y comentar los resultados prácticos de la experimentación realizada, con verdadero acopio de antecedentes ⁽¹²⁾, comprobamos que todos los países con extensos riegos, alarmados por la ruina de muchas tierras y por la decadencia de su producción, designaban comisiones para estudiar sus causas. Todas recomendaban la reducción de la dotación unitaria para el consumo en los riegos, en los precisos momentos en que nuestras reparaciones oficiales aceptaban ciegamente los mismos coeficientes causantes del malestar corriente.

Así, mientras formulaban sus proyectos y partían de consumos de 0,60 a 0,90 l. s. por Ha. para las tierras vírgenes del valle, porque atribuían la recomendación a Cipolletti, la chacra de Patagones, en la altiplanicie, comprobaba la suficiencia de un suministro medio de 7500 m³ por Ha. al año, de los cuales 6000 m³ para satisfacer las necesidades de los cultivos y para dejar el saldo de 1500 m³ para cubrir todas las pérdidas antes de entrar al terreno regado. Dicho en otros términos, representaba una dotación de 0,25 l. s. por Ha., con pérdidas previstas de 25 %.

Agregábamos ⁽¹³⁾: « la dotación es amplia, y como toda la tierra fiscal no podrá someterse al regadío simultáneamente, sino que pasarán muchos años antes de que toda la superficie beneficiada se encuentre en trabajo, los canales habrán tenido tiempo sobrado para quedar curados y reducidas a un mínimo las pérdidas en caso de que en el primer momento, por ser nuevos los canales, aquellos porcentajes adoptados fueran reducidos, o en ciertos manchones de la zona a regarse los consumos unitarios resultaran, por algún tiempo, mayores que los deducidos experimentalmente en la chacra de ensayos de Patagones ».

Podíamos así escribir con todo acierto que llegamos a un consumo unitario « muy semejante al adoptado en Egipto de 0,275 l. s. por Ha., no obstante las condiciones climáticas favorables al caso que nos ocupa, y a la circunstancia de no ser la zona apropiada al cultivo de ciertas especies que, como el arroz y la caña de azúcar, provocan en Egipto el aumento del consumo unitario » ⁽¹⁴⁾.

Las ciénagas y los salitrales de San Juan, Mendoza y Tucumán

(12) Ob. cit., págs. 135 a 145.

(13) Ob. cit., pág. 162.

(14) Ob. cit., pág. 162.

que preocupan a las autoridades y que conocíamos a fondo de tiempo atrás así como sus causas, nos ofrecían una experiencia propia que hubiera sido incalificable desatender al proyectar la incorporación de nuevas tierras al regadío del país. Los riegos de la colonia de Gral. Roca, en el mismo valle superior del río Negro, con ser relativamente nuevos, demostraban cuán fundadas eran nuestras preocupaciones. A las hipótesis oficiales debíamos oponer experiencias. Así, pues, «la fundación de la chacra era indispensable, cualquiera que hubiera sido su costo: era preciso encontrarse

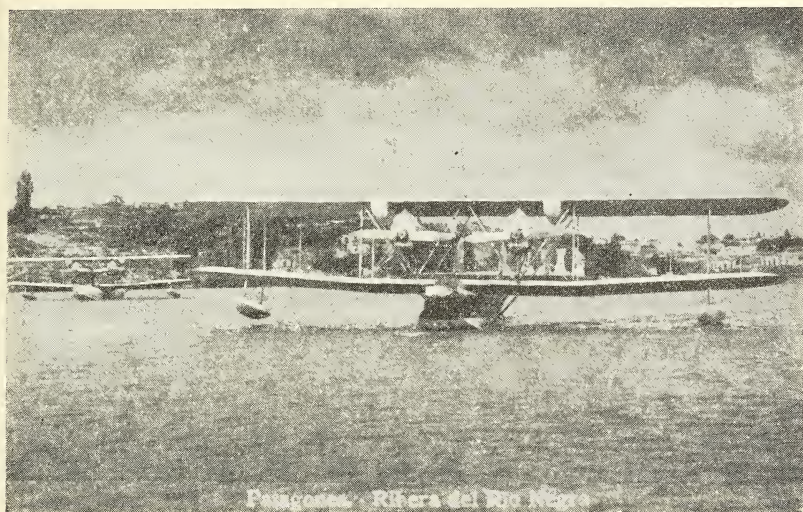


FIG. 5.

en condiciones de oponer a hipótesis hechos concretos y datos numéricos deducidos de la experimentación directa» (15).

Mientras se preparaba el terreno de la chacra, se instalaban las bombas y cañerías para la elevación del agua a la altiplanicie, se construían los primeros edificios, nos creaba dificultad seria la falta de personal idóneo para las múltiples labores que importa el riego artificial. El art. 4 de nuestro contrato, por otra parte, establecía que debíamos proponer el personal que quedaba bajo nuestra «exclusiva dirección». Nuestra responsabilidad era evidente; y así, al proponer al agrónomo que fué nombrado, le entregamos instrucciones muy terminantes y precisas que tardó en interpretar a nues-

(15) Ob. cit., pág. 149.

tra satisfacción, obligándonos a fundar nuestro proyecto en un solo ciclo de ensayos.

Por eso escribíamos: « el mismo encargado de la chacra, el agrónomo señor F. Leblanc, no había regado nunca un terreno artificialmente; y, por lo tanto, debía tropezar con serias dificultades, no pudiendo disponer de personal obrero práctico y competente que supliera, en parte, su propia falta de experiencia. No obstante, su empeño venció inconvenientes y, aun cuando no basta la buena voluntad en estas cuestiones, pueden presentarse algunos resultados que hemos analizado en otro capítulo » (16).

Por eso decíamos a renglón seguido: « Es de esperar, en mérito al verdadero carácter que, desde un principio, debió revestir la clase de ensayos, que se persista en estudiar especialmente las características del riego, se prescinda de ensayos de aclimatación de plantas o especies nuevas, cultivos de semillas o árboles de adorno, etc., para recordar que la oportunidad de estos estudios vendrá más tarde cuando aquéllos hayan contribuído a dar bases sólidas a la solución de las cuestiones inherentes al regadío en gran escala, es decir de las que afectan los grandes cultivos, reducidos en número pero que cubrirán enormes extensiones de tierras ».

Por suerte el gobierno atendió nuestra recomendación. El mismo agrónomo, en dos ciclos sucesivos, confirmó la exactitud de los resultados del primero y completó una labor meritoria de observación que habría perfeccionado aún más. Su muerte prematura la interrumpió (17).

En su cátedra de la universidad de Buenos Aires, el ing. Mercau ha reconocido que, en esta materia, « el único ensayo de importancia realizado en el país, es el de la chacra experimental de Patagones, cuya creación fué debida a la iniciativa del ingeniero Wau-ters, con el objeto de obtener los datos, más o menos precisos, para el proyecto de riego de la región, cuyo estudio le fué encomendado por el gobierno de la provincia » (18). No obstante este reconocimiento, en los mismos proyectos oficiales en que intervenía para el valle superior del río Negro, se adoptaban los coeficientes que otros países se esforzaban en reducir ante los perjuicios que provocaban.

(16) Ob. cit., pág. 333.

(17) *Ensayos de irrigación en la chacra experimental de Patagones*, 1910.

(18) M. ZUCAL, *Hidráulica agrícola e Hidrología*, pág. 246, 1910.

Al llevar la representación oficial del gobierno nacional al Tercer Congreso Científico Latino Americano, celebrado en Río de Janeiro en 1905, y presentar una extensa memoria sobre regadíos locales que el H. Congreso de la Nación nos honró haciéndola publicar por cuenta del Estado ⁽¹⁹⁾, conseguimos la aprobación unánime de esta ponencia: « ¿Es o no conveniente recomendar a los gobiernos sudamericanos especial estudio de la política hidráulica? » En la sesión siguiente del Cuarto o Primer Pan-Americano celebrado en Santiago de Chile en 1908, donde nos honramos con igual delegación del P. E. de la Nación, se presentó una memoria descriptiva más general, sin referencia alguna a la necesidad de chacras experimentales ⁽²⁰⁾. Pero en una edición del año 1910, el autor intenta « presentar una obra de conjunto que ofreciera de un modo completo *el estado actual* del desarrollo de la irrigación en el país, considerándola del triple punto de vista histórico, técnico y legal ».

No obstante este simpático anuncio del prefacio, sólo en sus conclusiones considera que « habrá que abordar de una vez el establecimiento en todo el país de numerosas chacras experimentales » ⁽²¹⁾. Al explayarse sobre las ventajas que reportarían parece sospechar que los regadíos en explotación no responden a las exigencias de su técnica; pero como al escribir formaba parte de la administración, le resultaba vedado referirse libremente al estado actual que prometía describir. La chacra de Patagones, de cuyos resultados se hizo profusa publicidad, ofrecía la única experiencia oficial adaptable a grandes extensiones de la región árida del país. Pero, no obstante sus probables buenas intenciones de recordarla, no podía referirse a sus enseñanzas para comprobar la rutina y el empirismo dominantes en la administración: de ahí que prefiriera no citarla como valor existente en el país. Cuando algún técnico ya jubilado pretendió referirse a ella, lo hizo con poca suerte: le demostramos que había perdido una excelente oportunidad de callarse. No fué nuestra la culpa que pretendiera interpretar experiencias que estaban completamente fuera de su alcance ⁽²²⁾.

(19) C. WAUTERS, *Zonas de regadío en Tucumán*, 1908.

(20) F. A. SOLDANO, *La irrigación en la República Argentina*, 1908.

(21) Ob. cit., pág. 224.

(22) *Obras de irrigación para la Colonia de Real del Padre vistas por su fundador*, 1920.

III

SÍNTESIS DEL RESULTADO DE LOS ENSAYOS

No era posible satisfacer el propósito determinante de orden técnico que tuvimos en cuenta al promover la fundación de la chacra sin adelantar, simultáneamente, el conocimiento de otros varios factores íntimamente relacionados con aquél. Tierras de vegetación arbustiva muy rústica y con escasos pastos duros, servidas con lluvias insuficientes y de distribución irregular, con un total variable entre 130 y 630 mm. anuales, todos los cultivos ensayados han debido imponerse arbitrariamente en la chacra, sin orientación alguna. Puede abrirse juicio respecto a los ensayados, pero nada puede adelantarse con respecto a la aclimatación posible de otros mejores, o, dentro de aquéllos, de variedades más apropiadas al ambiente. Los tres ciclos anuales estudiados, con lluvia promedia anual de 162,2 mm., han correspondido al período más seco corrido desde principios del siglo, inferior en 42,5 % al promedio general registrado de 283,5 mm. Esta circunstancia debe tomarse en cuenta al utilizar los resultados obtenidos, si bien el volumen total de agua suministrado a los cultivos se mantuvo idéntico al del primer ciclo, al compensar la deficiencia de las lluvias con un mayor número de riegos y de reducido caudal en cada uno de ellos.

El clima fué estudiado muy de cerca. La temperatura, sujeta a continuas oscilaciones diurnas y mensuales, en gran parte provenientes de la falta absoluta de reparos, montes y bosques, corresponde al clima suave y templado que se desarrolla entre límites que raramente llegan a perjudicar la vegetación. Las mínimas de poca intensidad, una sola vez por año de 0,7°C. y en período de gran seca, sólo afectan pocos cultivos finos que pueden defenderse con eficacia. Las máximas de 35 a 39,9 son rarísimas, desconocidas en absoluto las superiores a 40°. Los vientos son constantes, muy escasos los violentos así como los días de calma completa. La nebulosidad es limitada; y como consecuencia, la irradiación solar muy intensa: determina la precocidad en la maduración de granos y frutos, influye en la coloración y aroma de las flores, todo lo que se traduce en una rápida evolución del ciclo vegetativo que compensa la poca duración de los veranos, muy propia de la latitud comprendida entre los 40° y 41°.

Las lluvias anuales, promedias de 37 años de observación continuada, no pasan de 283,5 mm.; en su gran mayoría son inferiores a 5 mm. y predominan las de 1 mm. Las provechosas, con más de 5 mm. son pocas, doce al año más o menos, distribuidas sin regularidad alguna. La irrigación artificial resulta indispensable. Los rocíos son frecuentes en otoño e invierno. El granizo es poco frecuente, de pequeño volumen, al comienzo y fin de invierno, raro en primavera: no perjudica los cultivos.

Se hicieron dos perforaciones a 30 m. de profundidad, hasta alcanzar la napa de agua que ha resultado salobre, sujeta a las oscilaciones del nivel de las del río, pero de naturaleza muy distinta. Después de la capa vegetal húmifera superficial de 0,45 m. de espesor, aparece el subsuelo areno-arcilloso en espesor de 1,20 m., bastante calcáreo de color amarillo obscuro, con algunos cristales de yeso. La siguiente capa con más arcilla, yeso y pedregullo, esponjosa y rojiza de 1 m., con la inmediata inferior de 1,25 m., más calcárea y color blanquecino, se superponen a una delgada, compacta, muy resistente, arcillo-calcárea pero sólo de 9 cm. de espesor: es el caliche de todas nuestras tierras desérticas, el hardpan, alios, orstein o kankar de la India. Otra de igual espesor se presenta a los 18 m. más abajo.

Diez muestras permitieron el estudio físico del suelo y del subsuelo. Aquél resulta apto para la irrigación, a pesar de su reducido coeficiente de imbibición y su rápida desecación. Son factores que reclaman riegos frecuentes y de poco caudal de agua. La permeabilidad del subsuelo asegura un drenaje completo. Su estudio químico se ha fundado en 22 muestras que permiten clasificarlos como fértiles, aun cuando haya poca proporción de materia orgánica y humus en el suelo frente a los otros elementos que son abundantes. El subsuelo contiene calcáreo al estado de carbonato asimilable, permanente depósito que las aradas profundas permiten incorporar al suelo vegetal con ventaja. La cantidad total de ázoe deja que desear para algunos cultivos que lo requieren en abundancia como el lino, el cañamo, varias hortalizas y algunas forrajeras.

Las aguas del río Negro han sido analizadas. Por su pureza y temperatura son convenientes a la irrigación; pero la escasa proporción de elementos asimilables que contienen, en su mayor parte innecesarios para las tierras que los tienen en abundancia, las hacen únicamente utilizables para suplir la insuficiencia de las lluvias en riegos de caudal reducido, pero en número suficiente y es-

tricto para no lavar los terrenos y substraerles sus elementos fertilizantes. En cuanto al sedimento que traen en suspensión, es de 51 kg. por m³ de agua, en término medio del año completo, de los cuales 44 kg. son de arena y arcilla; el saldo de 7 kg. es de materias orgánicas, substancias volátiles y pérdidas. El análisis demuestra que es despreciable el ázoe, exclusivamente contenido en las materias orgánicas y que pasa lo mismo con el ácido fosfórico y la potasa. En el Nilo, en cambio, cada m³ de agua deposita 312 kg. de sedimento, con 41 kg. de materia orgánica, de la cual 1,5 kg. de ázoe. Aquella escasez de limo, si bien dificulta la cura de los canales, asegura su permanente limpieza y su insignificante influencia en las tierras que han de regarse con ellas.

El proceso de la evaporación fué detenidamente estudiado en superficie de agua libre expuesta a la acción del aire y de los vientos al ras del suelo y, por separado, en otra de tierra semanalmente saturada de agua. En el ciclo seco que correspondió a las observaciones, en el primer ensayo resultó de 1572 mm. al año y para el segundo con una reducción de 15 %. Este es, pues, un dato interesante; pero como los riegos son siempre más distanciados que una semana, se reduce a una simple orientación que debe tenerse muy presente. Por otra parte, no se han realizado ensayos en tierras con reparos que no hubieran tenido tiempo para desarrollarse.

Los ensayos de riego, una vez determinadas las características físicas del suelo, se establecieron en base a su coeficiente de imbibición normal de 37,5 %; admitido con Hellriegel que la humedad favorable a la vegetación está comprendida entre el 30 y 50 % de aquél, se adoptó el valor inferior. La experimentación permitió una reducción aún mayor en las tierras estudiadas hasta de 20 por ciento, sin hacer peligrar los cultivos pero, en cambio, se disminuyó su rendimiento. En tal forma, quedaron fijados los riegos al máximo y al mínimo, así designados en la serie de los ensayos realizados y que sólo acusaban una relación arbitraria de consumo, los últimos en cultivos conservados al margen de un marchitamiento permanente. La evaporación en el terreno humedecido, mayor cuanto más saturado de agua se encuentra, justifica que los riegos al máximo tengan que ser más frecuentes que en los mínimos para conservar la misma humedad prefijada.

En una síntesis como esta no es posible recordar los resultados obtenidos con cada uno de los cultivos ensayados. Los tres ciclos experimentados han permitido algunas conclusiones cuyos justifi-

cativos sabrán hallar los interesados en los cuadros publicados. De ellos puede deducirse que la dotación unitaria de agua para el alfalfar « está lejos de acercarse a la tan generalizada idea de la mayoría de los experimentadores que reputan como necesaria para la alfalfa la cantidad de un litro por segundo por hectárea »; que cuanto mayor es el número de riegos aplicados a las forrajeras de verano, tanto menor es la cantidad de agua necesaria para obtener una unidad de producto; que pueden recomendarse la lupulina, los tréboles, y otras gramíneas y leguminosas, así como las remolachas, zanahorias y habas forrajeras; y que, sin entrar al aspecto económico, los cereales comunes, muchas plantas industriales, tubérculos y hortalizas dan buenos resultados con la irrigación.

Entre los cultivos nobles, la vid es el único que se alcanzó a estudiar, aunque todavía en forma incompleta. Despierta absoluta confianza en el porvenir de su aclimatación a la región. « No hay duda, dice Leblanc, que el cultivo de la vid constituye el eje de las futuras explotaciones agrícolas que se implantarán en las tierras de este partido, una vez sometidas al riego ». Su desarrollo requiere de 3 a 4100 grados de calor en el año; y en Patagones, normalmente, se alcanzan 4000°; no hay heladas ni granizo. Es el país del almendro y el olivo; bastaría agregar que el famoso y tradicional guindado de Patagones confirma el proverbio japonés: « las flores de cerezo no están hechas para el huracán ». Ellas caracterizan el clima benigno de la región.

Si agregamos que la menor necesidad de agua de riego que requiere, distribuída en pocos riegos, de reducido caudal por servirse en surcos y que los invernales no son necesarios, se agrega un factor más a sus ventajas. Muchos frutales y forestales participan de estos beneficios; pero los ensayos no son suficientes para pronunciarse sobre sus resultados en términos precisos. El agrónomo Leblanc, que prometía una publicación especial sobre el cultivo de la vid, « cuya importancia excepcional es notoria para la región », habría hecho otro tanto para hacer conocer los resultados relativos a estos cultivos de gran porvenir en ella, pero de crecimiento más lento. Tenemos entendido que su sucesor, el agrónomo D. Pedro A. Bovet, ha entregado a la dirección de agricultura, ganadería e industrias del ministerio de obras públicas de la provincia, una memoria sobre los primeros años de cultivos frutales y forestales que no se ha publicado hasta la fecha.

IV

LA PEDOLOGÍA IMPONE NUEVAS ORIENTACIONES

Treinta años han transcurrido desde la fecha de nuestras primeras sugerencias para fundar la chacra de Patagones. Desde entonces se ha desarrollado una ciencia nueva que se propone estudiar la materia prima más abundante de que dispone el hombre, de la que ha hecho uso, o más propiamente abuso desde que existe la humanidad, en todos los tiempos y en todas las regiones del mundo. Rusia ha dado a la pedología, creada por Docoutchaiew, importancia preponderante con el propósito de utilizar con provecho sus extensas tierras desérticas y para hallarse en condiciones de sostener en ellas su enorme población.

Estudia el suelo con independencia de sus aplicaciones. Y así como, entre nosotros, acaba de iniciarse con relación a su mejor aprovechamiento en nuestros caminos de tierra ⁽²³⁾, los que más han de generalizarse mientras sea escasa la población así como la densidad de su producción, en aquella chacra esa misma ciencia nos interesa en su aspecto agronómico frente al riego artificial. Permitirá perfeccionar los resultados de los ensayos iniciales y localizar, en las distintas zonas que comprende el extenso latifundio fiscal de Buenos Aires, el asiento de cada cultivo previamente seleccionado por la experimentación directa, de modo que asegure una renta cierta y durable capaz de fijar una población satisfecha y feliz de vivir en ellas.

El suelo, capa superficial del terreno en que las plantas arraigan y que el hombre ara y cultiva, vive, evoluciona y muere por el juego de influencias físicas, químicas y biológicas que los agentes climáticos y la vegetación ejercen sobre las tierras primitivas, muchas veces las mismas que se conservan todavía en el subsuelo que recubre. La intervención artificial del agua trae un desequilibrio forzoso cuyas consecuencias conviene conocer por anticipado para no proseguir el empeño, tantas veces repetido, de arruinar inconscientemente grandes extensiones de tierras vírgenes bajo el pretexto de un fomento mal entendido, a base de un riego rutinario como el habitual. Re-

(23) J. GOLLÁN (h.), *Clasificación de los suelos con miras al estudio de subrasantes y superficies de caminos*, 1934.

cuérdese el caso reciente de los EE. UU. de N. América que, tras estudios de esta clase y para evitar la inversión de capitales a pura pérdida en tierras impropias para la agricultura, no obstante la imperiosa necesidad de ellas ante el crecimiento de su población, expropió cerca de un par de millones de hectáreas, distribuidas en 25 estados, para convertirlas en zonas de puro esparcimiento.

Los análisis físicos y químicos suelen responder a la composición del subsuelo subyacente en sus elementos más gruesos y mejor conservados. Pero en los más finos las transformaciones físico-químicas y orgánicas son muy complejas. Aparecen aquí los elementos coloidales que proporcionan al suelo sus propiedades esenciales, la arcilla de origen mineral por una parte y el humus de origen orgánico, de influencia preponderante por la acción de la temperatura frente al agua, por la otra.

Las tierras de Patagones son de vocación ganadera característica muy primitiva. Al hacerlas regables, para sostener cultivos nobles que justifiquen las inversiones que las costosas obras de riego demandan, es indispensable conocer la forma cómo se comportarán frente a tan radical transformación. Los primeros ensayos realizados son altamente promisorios; pero deben proseguirse a la luz de los conceptos modernos impuestos por esta nueva ciencia y ser cuidadosamente revisados para proporcionar enseñanzas que, además, sean útiles en una gran extensión de las tierras áridas del país.

El material de observaciones acumulado en Patagones es precioso elemento de juicio para el experimentador futuro, a pesar de haberse interrumpido las investigaciones de los primeros años, y no haberse seguido de cerca el proceso de desarrollo de las plantaciones existentes en la actualidad. Una tentativa para reanudar los ensayos de cultivo de secano se había intentado por decreto del 10 de marzo de 1925; pero fué muy luego abandonada ante « las dificultades que se presentan en tal empresa ».

El estado de los cultivos en la chacra revela fallas evidentes, en cuanto al aspecto que debieron revestir, después de cumplido el objetivo predominante que provocó su creación y que se ha llenado satisfactoriamente. No era posible evitarlas entonces ante la premura requerida en la presentación del proyecto de las obras de riego. Pero no ya en los años sucesivos y en tan largo período de años. Acusan falta de experiencia, irremediable ya para no perjudicar los valores creados, pero que resta importancia a la exactitud de los resultados que debe proporcionar una experimentación oficial, severa y ordenada.

En efecto: todos los cultivos actuales de la chacra se han hecho sin preparar previamente el suelo y sin procurar su mejoramiento con el cultivo de transición consagrado por la experiencia en todas las tierras desérticas entregadas al riego en el país. La alfalfa, de preferencia a otra forrajera, mantenida cinco años como mínimo, provoca el proceso biológico indispensable para su transformación, previa a todo cultivo noble del cual quiere sacarse un discreto rendimiento. En la memoria descriptiva de los ensayos realizados en la chacra se repite con insistencia la necesidad de mejorar el suelo por faltar alguno de los elementos fertilizantes esenciales, especialmente el ázoe. Arrancarlo a la atmósfera, asimilarlo y llevarlo al suelo por las raíces es casualmente la función de la valiosa forrajera y que hay interés en activar todo lo posible.

Cross ha comprobado que, si la alfalfa común queda estacionada en las tierras de riego durante el invierno, existen otras variedades de la misma que siguen creciendo en esa época hasta dar 2 ó 3 cortes, precisamente cuando más escasea el forraje ⁽²⁴⁾. El proceso de mejoramiento del suelo resulta así más activo. Es de suponer que existan variedades que permitan adoptar el recurso a las tierras de Patagones. La acción de la alfalfa, como la de otros abonos verdes, es múltiple y a ella se agregan las bióticas, microorganismos, algas, hongos, bacterias, la flora y la fauna que incorporan materias orgánicas al suelo y forman el humus.

Martín Gil, nuestro erudito y prestigioso ex condiscípulo, nos habla con entusiasmo de las hormigas *sauba* y *tanagina* a las cuales los brasileños deben gran parte de su riqueza agrícola y de los *tucurús* que, en las llanuras del noreste argentino, cubren grandes extensiones de campos que, emparejados, arados y pulverizados han asegurado magníficas cosechas. Y el profesor Gollán ⁽²⁵⁾, para mostrar la importancia e intensidad de esta acción biótica, recuerda a Jehring que, en la región del río Sinos, en el Brasil, describe unas hormigas que han transportado la arcilla del subsuelo al suelo arenoso superficial hasta cubrirlo de una capa de 1,50 m. de espesor; a Keller que, en Madagascar, halla unas lombrices de 1 m. de largo y 2 cm. de diámetro que, cada media hora, ingieren y descargan 100 gramos de tierra húmeda; y se refiere al *mil piés* de la Reunión que consume en cantidades considerables brotes y ramas caídas de los árbo-

(24) W. E. CROSS, *La obra de la estación experimental agrícola de Tucumán desde su fundación*, pág. 4, 1929.

(25) Ob. cit., pág. 135.

les, ciertas hormigas comunes que pulverizan troncos e incorporan el serrín al suelo, y a la actividad de los micro-organismos que oxidan la materia orgánica al extremo de consumir, en algunos suelos, hasta 2 litros de oxígeno por metro cuadrado diarios.

Para el ojo experimentado, el estado de los viñedos, frutales y forestales de la chacra revela este vicio originario: el desarrollo y el crecimiento de todos estos cultivos debían ser muy distintos si el laboratorio en que debían actuar sus raíces hubiera sido previamente habilitado para satisfacer ese objeto. Los ensayos realizados no pueden ser sino en alto grado deficientes y no ofrecen una orientación satisfactoria sobre el verdadero proceso de vida de los cultivos. Desde 1910 demostró Cameron, en forma concreta, que es imposible determinar la fertilidad de los suelos valiéndose del análisis químico; las plantas son profundamente sensibles frente a los elementos fertilizantes del suelo y son tan groseras las aproximaciones que proporcionan los métodos analíticos, que sólo puede alcanzarse aquel conocimiento con el estudio de la misma planta y con el llamado análisis fisiológico del suelo, o en último caso, según Newbauer, con el químico-fisiológico para reducir la demora que aquél impone. Es inconcebible que los agrónomos que han intervenido en la chacra hayan procedido diversamente.

No es fácil hallar correctivo a semejante error inicial. El tiempo es un factor que no se substituye. En otras regiones desérticas hemos visto destruir viñedos y plantaciones frutales costosas que habían sido hechas por agrónomos universitarios argentinos, para alfalfar el terreno y rehacerlas años más tarde. Personalmente hemos preferido comprar viejos alfalfares para no perder tiempo en ese lento proceso. Un cálculo sencillo comprueba que es recurso que impone la reducida producción que trae aquella falla originaria y que los gastos de explotación no toleran. En la chacra de Patagones las plantaciones frutales más recientes están hechas en tierras vírgenes. No hay alfalfar en toda ella. Sólo su ensanche, para trabajar correctamente en las tierras incorporadas, resolvería la situación para el futuro, si no se prefiere arrancar las plantaciones existentes para provocar una renovación gradual, esto es eliminar las más nuevas y alfalfar el terreno.

Los ensayos de irrigación en los alfalfares de transición, en un período mínimo de cinco años para unas parcelas y de diez para otras, permitiría establecer una comparación esencial sobre su influencia decisiva en el rendimiento de los respectivos cultivos no

bles ulteriores, y para fijar, con precisión, las mejores normas superpuestas a las enseñanzas modernas de la edafología frente a los riegos. La corrección del suelo que la alfalfa produce se haría resaltar al través de varios años, no obstante aparecer insensible de un año a otro. La comparación entre los años extremos, en cambio, fijará una orientación instructiva que no excluye el estudio de otras influencias de la alfalfa. Cross afirma, por ejemplo, que cultivada 2 ó 3 años después de arar los terrenos que han tenido caña de azúcar, a modo de cultivo de rotación y antes de volver a plantarla, no sólo aumenta su fertilidad y mejora sus condiciones físicas, sino que ellos se higienizan, « pues durante el período que están con la alfalfa desaparecen muchos de los causantes de las plagas que perjudican la caña » (26).

V

INFLUENCIA DECISIVA DE LA INTERVENCIÓN DEL AGUA

La embriaguez del agua es de efectos deplorables para los cultivos. Si son inevitables en los de temporal, expuestos a las frecuentes irregularidades de las lluvias, es imperdonable que se persista en arruinar suelos y cultivos con regadíos artificiales, con obras reguladoras permanentes destinadas, precisamente, a evitar aquellas variaciones para someterlos a procesos de rigor más científico.

Los suelos de la chacra, con proporción de 77 a 88 % de arena, con predominante proporción de gruesa hasta de 45 a 67 %, reduce la de arcilla a una de 3 a 9,7 % y la de humus a otra de 0,23 a 0,54 %; señalan evidente falta de coloides, condiciones especialmente desfavorables para el regadío, como es corriente en tierras desérticas que reclaman, por eso, las correcciones que la experimentación previa en la chacra debe fijar. Su coeficiente medio de imbibición de 37,5 %, muy reducido por cierto, es consecuencia de su textura: los elementos finos y coloides lo mejorarían, pues si comúnmente los poros representan de 40 a 50 % del volumen total y la saturación se alcanza al ocupar con agua desde 50 a 60 % de ellos, normalmente aquel coeficiente sólo debería oscilar de 20 a 30 % del volumen total.

(26) W. E. CROSS, *Notas sobre la cultura agronómica de Tucumán en su régimen y desenvolvimiento en los últimos 50 años*, pág. 46, 1933.

En estas tierras desérticas la capilaridad no reviste interés sino muy secundario, máxime con napa de agua a 30 m. de profundidad y con dos capas impermeables interpuestas. Sólo el riego puede proporcionar la humedad necesaria para los cultivos. De ahí la vital importancia del estudio de la forma cómo actúa. Satisfecha la capacidad normal, el suelo no retiene más agua, de modo que resulta imposible almacenarla en el mismo para responder a las épocas de escasez: la capilaridad no interviene y el agua en exceso queda irremediablemente perdida. Sólo se perjudica el subsuelo, pues el agua se deposita sobre la capa impermeable y su nivel se levanta, como lo haría en caso de existir una napa freática, a razón de 4 cm. por cada centímetro de agua dada en exceso; esta ascensión es más rápida en terrenos arenosos y más activa en los finos.

El riego asegura una distribución uniforme del agua hasta satisfacer la capacidad normal. Con mayor cantidad se aumenta la profundidad de la penetración pero no la cantidad de la retenida por el suelo: es agua perdida. Los riegos reducidos mantienen el contenido de humedad de las capas superficiales entre los límites fijados: son éstos los que deben establecerse experimentalmente. El arropo o carpida superficial que se propone crear una capa aisladora de suelo seco, no es recurso apreciable en las tierras desérticas como lo es en las regiones lluviosas para conservar humedad en épocas de seca. En cambio, la permanente limpieza del terreno para suprimir hierbas es indispensable, pues el crecimiento de estas plantas consume rápidamente el agua del suelo; es necesario que éstas sean únicamente las cultivadas con fines de utilidad, ya que el agua despierta tantas preocupaciones y exige siempre muchos gastos.

Si se pretende humedecer el suelo con menor cantidad de agua que la que corresponde a su capacidad normal, sólo se consigue reducir el espesor de la capa mojada, pues ella se satura y deja las inferiores en seco. Se han hecho investigaciones con el propósito de disminuir el consumo de agua; se esperaba que ella se distribuiría en todo el suelo y que la planta acabaría por secarlo. Viehmyer, en 1927, ha demostrado que el supuesto es erróneo y que el desarrollo de la planta es uniforme, sin relación con la cantidad de agua que haya en el suelo, siempre que se mantenga entre el volumen que corresponde a la capacidad normal y al que existe en el momento en que se inicia el marchitamiento: el consumo depende del estado de desarrollo de la planta y de las condiciones

atmosféricas, sin que el agua acumulada en napas más profundas intervenga en el fenómeno. Ello prueba que los ensayos con riegos mínimos deben suprimirse en los nuevos que se realicen en la chacra.

El límite inferior de humedad que corresponde al coeficiente de marchitamiento tiene relación directa con la distribución de las raíces, cuyo comportamiento resulta necesario conocer: es la forma de administrar el riego con prudencia para que no se arruinen los suelos, o se reduzcan los rendimientos de las cosechas. Se había supuesto que las raíces tendían a alcanzar las capas profundas en busca de mayor humedad. La experimentación ha demostrado que, en zonas normalmente regadas, las raíces se encuentran en proporción de 75 a 90 % en la capa superficial de 1,20 m. de espesor y su mayor cantidad entre los 0,30 m. y 0,60. Si esta capa se deja secar hasta acercarse al marchitamiento, el crecimiento de la planta se reduce visiblemente, toda vez que en tal caso cerca del 50 % de las raíces permanecen inactivas a la espera de mayor cantidad de agua.

De aquí resulta que los riegos frecuentes para suministrar agua hasta 1,50 m. darán mejores cosechas que si se hacen más abundantes pero más distanciados. Cualquier mayor cantidad de agua se va en profundidad donde se pierde y perjudica al suelo. En California se ha llegado a duplicar la producción de campos con rendimientos bajos con sólo reformar las prácticas del riego.

En los primeros alfalfares nuevos que se formen en la chacra los ensayos deben sujetarse a estas recomendaciones y repetirlos en los años sucesivos, después de corregir los suelos para extender recién entonces los cultivos nobles definitivos. Las investigaciones sobre el volumen de agua consumida permitirán una comparación ilustrativa de los caudales necesarios en terrenos desérticos, por una parte, y en suelos maduros o transformados, por otra, así como en varios estados de esa evolución de mejoramiento gradual, provocado por la acción de una forrajera como la alfalfa común y la inverniza por separado. Este proceso de mejoramiento es susceptible de un interesante estudio comparativo para establecer su rapidez y eficacia con otras forrajeras distintas, con otros abonos verdes o combinación de ellos, y así determinar sus respectivos rendimientos económicos.

Todos estos ensayos realizados durante el período preparatorio de mejoramiento del suelo, por interesantes que sean, no son los que realmente se refieren a la situación definitiva de las tierras

fiscales del partido sometidas al regadío, ni son todos los que la chacra debe realizar. Los cultivos a experimentar ofrecen dos aspectos esenciales. Unos responden al factor dominante del regadío que plantea exigencias que modifican el campo de la experimentación y le señalan normas muy precisas. Otros, en cambio, prescindien del riego para no ocuparse sino del aprovechamiento más intenso de las tierras desérticas vecinas que no podrán caer dentro de la zona de influencia de la irrigación, de muchísima mayor extensión superficial, dentro y fuera de la provincia, fiscales o no, pero susceptibles de mayores rendimientos que los actuales. De unos y otros nos ocuparemos más adelante con el propósito de señalar la imprescindible necesidad de supeditarlos a una finalidad económica esencial.

Dado el costo del agua al tiempo de usarse, es decir, dentro del concepto habitual de su entrega gratuita por el Estado, del costo que representan las obras requeridas para derivarla, conducirla y entregarla en la cabecera de las parcelas a regar, así como los gastos de conservación y explotación, interesa conocer con precisión el valor, en dinero, de los productos que más se aclimatan a la región, pero en relación a aquel costo. O por mejor decir, puesto que los precios de los productos dependen de las condiciones variables del mercado interno y a veces del internacional, bastará simplificar la tarea de la chacra, establecer el rendimiento en peso por cada mil metros cúbicos de agua entregada, por ejemplo, para tomar una base, y considerar que la dotación volumétrica se impondrá con el tiempo ⁽²⁷⁾. Aun cuando así no suceda, será siempre posible establecer equivalencias para estos valores económicos avaluados en peso de productos. Elegido alguno importante como base de comparación, podrán calcularse coeficientes de relación para los restantes, en más o en menos peso de productos.

Se dejará, en tal forma, la aplicación de precios para el momento de utilizar aquellos resultados relativamente más estables. Se establecerán nuevos coeficientes de carácter económico; y con estos datos básicos el agricultor sabrá elegir, en todo momento, los cultivos que más beneficios le reporten, aun en los perennes que, de seguro, le ofrecerán siempre mayores ventajas.

(27) Ob. cit., pág. 341.

COTEJOS ECONOMICOS Y SELECCION ECONOMICA

POR EL ING. MAURICIO DURRIEU

(Continuación *)

15. COSTOS DE INTERESES DEL CAPITAL CIRCULANTE. — Estos costos se refieren tanto al funcionamiento como a la conservación y al despacho. Es posible separarlos en partes correspondientes a tales rubros, y es frecuente que así se haga. Mas, cuando se quiere tener una noción y un monto aislados del capital comprometido en la marcha de una industria, o *fondo de gastos corrientes* ⁽¹⁾, es preciso reunir todas aquellas partes.

Los costos por intereses del capital circulante, entonces, refiérense :

a) a las inversiones para adquirir materiales, materias primas y accesorias; para pagar salarios, sueldos y energías de todo orden; para cualesquiera otros elementos de funcionamiento;

b) a las inversiones de toda naturaleza concernidas por la conservación en marcha, es decir, fuera de la inactividad;

c) a las inversiones exigidas por el despacho, y las pérdidas de intereses de los costos de producción durante el tiempo que transcurre desde que termina la elaboración hasta tanto se recuperan, por la venta, los costos de los productos.

En general, designaremos con *U* a la suma de todos los costos incluidos en los tres rubros premencionados.

16. COSTOS DE RIESGOS. — La naturaleza de los riesgos en toda operación industrial, es muy variada. Ocurre separarlos en dos grupos: *riesgos previsibles* y *riesgos imprevisibles*.

(*) Ver T. CXXIII, E. IV, p. 185 y sig.

(1) En francés, « *fonds de roulement* ».

Son previsibles, y pueden y suelen constituir un rubro de costos computados por separado, al que entonces designaremos con la letra *I*, los costos causados por *daños a las propiedades* y los *accidentes de elaboración y entrega* al uso o al consumo, sea cual sea su naturaleza, porque representan contingencias de las que es posible organizar la constancia en la contabilidad.

Son imprevisibles y no pueden constituir ningún rubro de costos al que se alleguen elementos computables por separado, los riesgos de que se aumenten por circunstancias eventuales los costos de materiales y materias de todo género, los de mano de obra, etc., en el funcionamiento y la conservación.

A menudo, inclúyense los costos previsibles por riesgos en las partidas de costos en que se les considera de probable producción, y en cuanto a los imprevisibles, no pueden, como es obvio, ser comprendidos de tales partidas.

17. TABLA GENERAL DE LOS COSTOS ANUALES DE SERVICIO. — Resumiendo las nociones y las consideraciones formuladas en cuanto precede, reunimos en el cuadro a continuación los elementos del costo anual de servicio de una empresa industrial en el caso más general. A más de la pronta recapitulación que este cuadro suministra de todo lo expuesto, aclara y metodiza la condición de cada expensa, a cuyo efecto se ha establecido en él la esencial e imprescindible distinción entre las *cargas fijas*, correspondientes al *capital fijo*, cuya característica de *permanencia* ⁽¹⁾ surge del hecho de que los valores en él comprendidos *no son directamente transformados en la operación industrial*, y quedan invariables bien preste servicio la instalación, obra, estructura, etc. a que corresponden, o bien permanezca la misma sin aplicación; — y las *cargas de servicio*, correspondientes al *capital circulante*, cuya *mutabilidad* característica es consiguiente de las transformaciones a que hace frente, de suerte que sólo entran en la enumeración las inversiones exigidas por la actividad de la obra, instalación, estructura, elaboración o servicio a que se refieren.

(1) En verdad, la permanencia es con relación a la obra de producción o utilización. Se trata de una intervención permanente y continua; mas, por un plazo, si prolongado, variable. La distinción, entonces, con el capital circulante, es asunto de plazo. El capital es fijo cuando dura en su utilidad mucho tiempo; el capital circulante o fungible, es tanto más circulante cuanto más pronto es gastado y consumido.

18. — Visiblemente, desde que la totalidad de las cargas anuales representa el equivalente del rédito de un capital que se halle invertido en realizar el servicio de la obra, instalación o estructura, también han de poderse verificar los cotejos *en capital*, procedimiento, éste, que sin entrar en mayores disquisiciones por el momento, señalase por su comodidad cuando ha menester de equiparar obras, etc., cuya utilización no engendra costos de explotación o en las que resultan estos de poca entidad, y asimismo cuando las expensas de funcionamiento son regulares y constantes, año tras año.

Para fijar conceptos y simplificar las expresiones de que nos valdremos, llamaremos *capital presente* al que sume, en un momento determinado, los montos de las expensas hechas para generar un servicio. Habrá, de consiguiente, un capital presente, parcial de ordinario, por motivo de la construcción de toda la obra, instalación o estructura, y otro, igualmente parcial por lo común, por motivo de la explotación de dicha obra, etc.

El capital presente, sea cualquiera la manera de constituirlo, podrá considerarse trasladado a una época distinta de la de su formación, cumpliendo al efecto la regla del interés compuesto.

ELEMENTOS DEL COSTO ANUAL DE SERVICIO

CARGAS	SUBDIVISIÓN	DEFINICIÓN	EXPRESIÓN LITERAL
Fijas o <i>indirectas</i> (correspondientes al capital fijo).	<i>Menguas</i> (generalmente valuadas como amortizaciones).	<p>Disminución de valor experimentada por la instalación, obra, estructura, ya existente, durante la <i>función que presta</i>. Aunque una mengua puede ser arbitraria y hasta circunstancial, teóricamente hállase representada por la <i>anualidad</i> capaz de reconstituir el capital efectivamente utilizado al aplicar la instalación, obra, etc. La mengua es, así, una función de la diferencia entre el primer costo, C_c, o costo de adquisición o de construcción, y el <i>valor actual</i>, C_a, considerado para cuando cese la aplicación, y asimismo de la tasa, r, del interés con que se calcula la amortización</p> <p>A menudo suelen calcularse las menguas por métodos prácticos y muy arbitrarios.</p> <p>Como no interviene en C_c el valor T, de terrenos, se considerará en general, para calcular las menguas, que $C_c = C - T$, donde</p> $C = T + B + H + F + A.$ <p>Por último, como en el caso general cada sumando puede originar valores actuales diversos, conviene alguna vez desdoblar la expresión literal, término por término.</p>	$\left(\frac{C_c - C_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r}{(1+r)^a - 1}$
<i>Intereses del capital permanente.</i>		<p>Refiérense a todo el capital invertido que presta oficio, C. Comprenden:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Intereses propios de ese capital; 2) Otras inversiones o cargas fijas, principalmente emergentes de la necesidad de conservar en estado general satisfactorio los medios y objetos que cumplen la finalidad contemplada en el estudio del costo anual, en tanto dichos medios y objetos permanecen inactivos. <p>Las inversiones de esta índole, serán costos por: Materiales, materias, etc.; Mano de obra; Transportes;</p>	Cr'

CARGAS	SUBDIVISIÓN	DEFINICION	EXPRESIÓN LITERAL
		<p>Derechos; impuestos; etc, al capital e instalaciones permanentes.</p> <p>Es frecuente incorporar los costos del rubro 2) a los del 1), atribuyendo a r' un valor apropiado. Mas, en la industria, siempre que sea viable obtener datos fidedignos acerca de los costos de conservación general, convendrá calcularlos por separado de los intereses de C.</p>	
<p><i>De Servicio o directas</i> (correspondientes al capital circulante, o sea a inversiones que ocurren en la elaboración, producción o explotación).</p>	<p><i>Marcha o producción.</i></p>	<p>Costos de:</p> <p>Materias primas, auxiliares y consumidas en la ejecución. (Pueden incluir los transportes hasta el punto de empleo).</p> <p>Menguas e intereses del valor de herramienta y maquinaria no incluida en las instalaciones permanentes.</p> <p>Transportes, que comprenden:</p> <p>Mano de obra y energías de carga;</p> <p>Fletes de conducción;</p> <p>Descarga (mano de obra; energías).</p> <p>Por separado, cuando ocurra, operaciones inversas, hasta depósito.</p> <p>Salarios, o mano de obra de producción o ejecución. (Estipendios del personal obrero en servicio)</p> <p>Podrán acumularse a los de elaboración o ejecución directa, los Salarios del personal de máquinas y aparatos</p> <p>Salarios del personal que dispone el material auxiliar</p> <p>Costos generales de conducción por:</p> <p>Sueldos y salarios de contra maestres, capataces, serenos, etc.</p> <p>Despejo del terreno; empalizadas; casillas; etc.</p> <p>Derechos, impuestos de explotación, seguros, peajes; indemnizaciones por accidentes; por pérdidas causadas por interrupciones en el servicio;</p> <p>Costos de permisos administrativos; vigilancia; contralor.</p> <p>Costos de administración: oficinas (personal; alquileres); efectos de trabajo y expedición; depósitos, con atención, conservación y vigilancia; limpieza; etc.</p> <p>Amortización del capital de las instalaciones provisionales.</p> <p>Riesgos.</p>	<p>$M + M_x + M_m$</p> <p>M_h</p> <p>T</p> <p>O</p> <p>O_h</p> <p>O_x</p> <p>G_e</p> <p>G_a (Administración)</p> <p>P (≡ producción)</p>

CARGAS	SUBDIVISIÓN	DEFINICION	EXPRESIÓN LITERAL
	<i>Conservación y renovación parcial de bienes de uso, inmuebles y muebles.</i>	Costos de: Materiales; materias; etc. Mano de obra; Transportes; Impuestos; derechos; seguros; etc. Riesgos.	S
	<i>Despacho.</i>	Costos por: Sueldos y salarios de personal ocupado en trámites y operaciones de selección, embalaje, venta, y expedición y corretaje. Materias empleadas en acondicionar los productos para la venta y la expedición. Transportes en la fábrica o el obrador (remociones) hasta los puntos de almacenamiento o de entrega. Propaganda y agencias. Riesgos de las vicisitudes de venta: créditos incobrables; ventas a precios reducidos.	D
	<i>Intereses del capital circulante.</i>	Intereses del capital requerido para: Adquisición de materias primas y accesorias; transportes. Pago oportuno de sueldos, salarios, energías. Costos de conducción y administración, o sea costos generales. Inversiones de cualquier naturaleza para fines de conservación y renovación <i>en marcha</i> . Costos de despacho. Pérdidas de intereses.	r ₁ U
	<i>Imprevistos.</i> (Toda expensa específicamente indeterminable en dinero).	Riesgos por accidentes de elaboración y entrega al consumo o al uso. Riesgos por accidentes después de terminada la instalación, obra, etc., que aumenten la conservación o disminuyan el rendimiento. Daños a personas y propiedades (en servicio). Imprevisión en los costos de la mano de obra y los materiales, en el funcionamiento y la conservación de la instalación, obra, estructura.	I

CAPITULO SEGUNDO

TEORIA DE LOS COTEJOS ECONOMICOS CON DATOS EXTERIORES

19. CAPITAL PRESENTE DE CONSTRUCCIÓN O ESTABLECIMIENTO Y RENOVACIÓN TOTAL. — Sea, ahora, C_c el primer costo de establecimiento o construcción de una obra, instalación o estructura, — o de alguna parte de una de ellas susceptible de individualidad por su construcción o su función ⁽¹⁾—; llamemos l la duración o vida de esta obra, instalación, etc. ⁽²⁾, al cabo de la cual le restará un *valor residual* C_l ; y asimismo, C_a , un *valor actual*, mayor que C_l , variable y normalmente decreciente de C_c a C_l , a medida que transeurra el tiempo de utilización.

El servicio a que se destina la instalación, etc., tendrá en general una *subsistencia*, n , ora mayor, ora menor que l , y cuando aconteciere lo primero, (en el supuesto, v. gr., de que $n = hl + a$), la instalación, etc., habrá de ser renovada, lo que atraerá un compromiso de capital para atender oportunamente las renovaciones.

20. — Designemos con C_{p_c} al capital presente de establecimiento o construcción (nº 18). Cuando $n = l$, y además supongamos que $C_l = 0$,

$$C_{p_c} = C_c \quad [2]$$

y si $C_l > 0$,

$$C_{p_c} = C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \quad [2_a]$$

Para un cálculo sin emplear directamente la tabla de logaritmos y cuando se disponga de una tabla numérica como la que damos en

(1) No repetiremos en lo venidero esta observación.

(2) Es el tiempo durante el cual la obra, etc., permanece utilizable sin necesidad de reconstruirla fundamentalmente, o sea *sin renovación general*. Reparos de otro orden, sin reconstrucción, lo son de conservación; mas, en algún caso puede tenerse que sustituir la obra, etc., por otra más adecuada, y esto abrevia la vida normal.

el número 22, la expresión [2 a] puede escribirse, empleando la transformación Benitz (1):

$$Cp_c = C_c - \frac{C_i}{(1+r)^l} = C_c - C_i(1 - T_i). \quad [2a']$$

Si $l > n = a$, el costo de establecimiento o construcción, C_c , habrá de reducirse en $\frac{C_a}{(1+r)^a}$, valor de la instalación, obra, etc., al final del plazo de subsistencia, a , transportado al día inicial de dicho plazo (2). Entonces,

$$Cp_c = C_c - \frac{C_a}{(1+r)^a} = C_c - C_a(1 - T_a). \quad [3]$$

En tercer lugar, admitamos $n = hl$. Para adquirir o construir y

(1) Cuando, en general,

$$T_n = \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n} = 1 - \frac{1}{(1+r)^n}, \quad \frac{1}{(1+r)^n} = 1 - T_n; \quad (1+r)^n = \frac{1}{1 - T_n}; \quad (1+r)^n - 1 = \frac{1}{1 - T_n} - 1 = \frac{T_n}{1 - T_n}; \quad \frac{1}{(1+r)^n - 1} = \frac{1 - T_n}{T_n}.$$

Luego

$$\frac{r}{(1+r)^n - 1} = \frac{r}{T_n} (1 - T_n) \quad \text{o} \quad \frac{(1+r)^n - 1}{r} = \frac{T_n}{r(1 - T_n)}.$$

Cuando $n = 1$, $T_1 = \frac{(1+r) - 1}{1+r} = \frac{r}{1+r}$; $\frac{1+r}{r} = \frac{1}{T_1}$; $\frac{1}{1+r} = \frac{T_1}{r}$; $1+r = \frac{r}{T_1}$. Mas, como $\frac{r}{1+r}$, etc. son calculables sin logaritmos, no existe necesidad de emplear la transformación Benitz.

(2).—La deducción de $\frac{C_a}{(1+r)^a}$, es la correcta, atento el traslado. El ingeniero Lounsbury Fish deduce C_a , y éste es el error de concepto a que aludimos en nuestro Prefacio.

luego renovar sucesivamente $(h - 1)l$ veces la instalación, obra, etc., serán comprometidos los siguientes capitales iniciales:

	Costo	Plazo en años
Primera adquisición o construcción .	C_c	0
» renovación	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^l}$	l
Segunda »	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^{2l}}$	$2l$
.....
.....
Ultima renovación	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^{(h-1)l}}$	$(h-1)l$
Quedará un valor residual, trasladado	$\frac{C_l}{(1+r)^{hl}}$	hl

De consiguiente, restando C_l al primer término y añadiendo ese valor a la suma de todos ellos:

$$C_{p_c} = (C_c - C_l) \left[1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}} \right] + C_l \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) \tag{a}$$

y como el factor

$$\left[1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}} \right]$$

es una progresión geométrica de razón $(1+r)^l$, creciente desde

$$\frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}} \text{ hasta } 1, \text{ y su suma vale } \frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}}}{(1+r)^l - 1}, \text{ poniendo}$$

este valor en (a):

$$\begin{aligned} C_{p_c} &= (C_c - C_l) \frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}}}{(1+r)^l - 1} + C_l \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) = \\ &= (C_c - C_l) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) + C_l \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) = \\ &= \left(C_c - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} = \\ &= \left(C_c - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{T_{hl}}{T_l} = [C_c - C_l (1 - T_l)] \frac{T_{hl}}{T_l}. \tag{4} \end{aligned}$$

Cuando, por fin, tengamos $n = hl + a$, las renovaciones ocurrirán h veces y por lo tanto:

	Costo	Plazo en años
Primera adquisición o construcción	C_c	0
» renovación	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^l}$	l
Segunda »	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^{2l}}$	$2l$
.....		
.....		
Ultima renovación	$\frac{C_c - C_l}{(1+r)^{hl}}$	hl
A deducir:	C_a	
Valor actual al cabo de a años, trasladado	$\frac{C_a}{(1+r)^{hl+a}}$	$hl+a$

Sumando como en el caso anterior:

$$C_{p_{c_1}} = (C_c - C_l) \left(1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) + C_l - C_a \frac{1}{(1+r)^{hl+a}},$$

y procediendo análogamente

$$\begin{aligned}
 C_{p_{c_1}} &= (C_c - C_l) \frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{hl}}}{(1+r)^l - 1} + C_l - C_a \frac{1}{(1+r)^{hl+a}} = \\
 &= (C_c - C_l) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{(h+1)l}} \right) + C_l - C_a \frac{1}{(1+r)^{hl+a}} = \\
 &= (C_c - C_l) \frac{T_{(h+1)l}}{T_l} + C_l - C_a (1 - T_{hl+a}) \quad [5]
 \end{aligned}$$

21.— Todas las expresiones así obtenidas, pueden simplificarse con las hipótesis $l = \infty$, $n = \infty$, que corresponden a una duración ilimitada de la instalación, obra, etc., y a una subsistencia ilimitada, igualmente, del servicio. La [2 a], entonces, da $C_{p_c} = C_c$; la [4], por cuanto $T_\infty = 1$, tórnase

$$C_{p_c} = (C_c - C_l) \frac{1}{T_l} + C_l; \quad [6]$$

la [5], asimismo, suministra por idéntica razón,

$$C_{p_{c_1}} = (C_c - C_l) \frac{1}{T_l} + C_l \quad [6a]$$

ya que $T_{(h+1)l} = T_\infty$ y también $T_{hl+a} = T_\infty$

Además, si $C_l = 0$, o fuese despreciable en atención a C_c , las [6] y [6 a] darían:

$$C_{p_c} = C_{p_{c_1}} = \frac{C_c}{T_l}, \quad [7]$$

expresión de suma comodidad en las aplicaciones (1).

22.— A continuación damos la tabla de valores usuales correspondientes a T , para facilitar las aplicaciones.

(1) El ingeniero O. B. Goldman llama «depreciation vestance», o sea inversión depreciada a este cociente.

$$\text{VALORES DEL FACTOR } T_n = \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n}$$

Años	TASA DEL INTERES							
	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
1	0,029126	0,038461	0,047619	0,05664	0,06542	0,074074	0,08257	0,09091
2	0,057404	0,075444	0,092971	0,11000	0,12656	0,14266	0,15832	0,17355
3	0,084852	0,11104	0,13616	0,16038	0,18370	0,20616	0,22781	0,24868
4	0,11151	0,14518	0,17729	0,20791	0,23711	0,26497	0,29157	0,31699
5	0,13739	0,17811	0,21649	0,25275	0,28702	0,31942	0,35007	0,37908
6	0,16251	0,20967	0,25379	0,29511	0,33366	0,36983	0,40373	0,43551
7	0,18691	0,24006	0,28932	0,33494	0,37725	0,41651	0,45296	0,48684
8	0,21059	0,26933	0,32312	0,37345	0,41798	0,45973	0,49813	0,53350
9	0,23358	0,29741	0,35538	0,40810	0,45606	0,49975	0,53957	0,57590
10	0,25591	0,32441	0,38609	0,44161	0,49165	0,53679	0,57758	0,61446
11	0,27758	0,35039	0,41530	0,47321	0,52488	0,57109	0,61246	0,64951
12	0,29862	0,37539	0,44313	0,50303	0,55599	0,60083	0,64446	0,68137
13	0,31905	0,39945	0,46966	0,53115	0,58464	0,63229	0,67382	0,71034
14	0,33888	0,42254	0,49492	0,55769	0,61608	0,65953	0,70075	0,73667
15	0,35814	0,44472	0,51897	0,58275	0,63755	0,68476	0,72546	0,76061
16	0,37683	0,46611	0,54186	0,60638	0,66127	0,70812	0,74812	0,78237
17	0,39503	0,48655	0,56371	0,62870	0,68347	0,72970	0,76895	0,80212
18	0,41260	0,50636	0,58448	0,64885	0,70414	0,74976	0,78800	0,82014
19	0,429714	0,52536	0,60427	0,66949	0,72439	0,76829	0,80551	0,83649
20	0,44632	0,54361	0,62312	0,68820	0,74158	0,78545	0,82157	0,85136
21	0,46245	0,56117	0,64106	0,70584	0,75849	0,80135	0,83630	0,86487
22	0,47811	0,57804	0,65815	0,72249	0,77429	0,81606	0,84982	0,87715
23	0,49331	0,59427	0,67443	0,73820	0,78905	0,82969	0,86222	0,88832
24	0,50807	0,60988	0,68993	0,75302	0,80285	0,84230	0,87360	0,89843
25	0,52239	0,62488	0,70469	0,76700	0,81575	0,85396	0,88403	0,907706
30	0,58801	0,69167	0,76881	0,82588	0,86864	0,90064	0,924626	0,942691
35	0,64462	0,74658	0,81871	0,86990	0,90636	0,93239	0,951021	0,964417
40	0,69344	0,79171	0,85795	0,90279	0,93324	0,95397	0,968161	0,977906
45	0,73556	0,82880	0,88870	0,92735	0,95238	0,96867	0,97931	0,986281
50	0,77189	0,85928	0,91279	0,94569	0,96606	0,97868	0,986551	0,994818
60	0,83027	0,90504	0,94644	0,96971	0,98274	0,99012	0,9943188	0,9967159
70	0,87370	0,93578	0,96713	0,98307	0,99123	0,99543	0,99760	0,998734
75	0,89105	0,94770	0,97425	0,98736	0,993745	0,99689	0,9984403	0,9992138
80	0,90602	0,95662	0,97892	0,99055	0,99554	0,99788	0,998987	0,999512
90	0,93007	0,97069	0,98761	0,99472	0,997733	0,999019	0,9995718	0,9998118
100	0,94804	0,980198	0,992395	0,997057	0,998500	0,99955	0,9998191	0,9999274
120	0,971208	0,99096	0,99713	0,999081	0,999702	0,999903	0,999967	0,999984
125	0,97514	0,99254	0,99775	0,999313	0,999788	0,999934	0,9999905	1,—
150	0,98813	0,99723	0,99934	0,999845	0,999961	0,9999903	1,—	1,—
∞	1,00000	1,—	1,—	1,—	1,—	1,—	1,—	1,—

23. — CASO GENERAL DE UNA INSTALACIÓN INDUSTRIAL. — Ya manifestamos en el cuadro « Elementos del costo anual de servicio », que el capital de establecimiento industrial, en el caso general expresado por la [1], al que debe restarse el valor T cuando se encararan los cálculos de amortización (nº 10), tendría que desdoblarse en sus sumandos para las operaciones toda vez que los plazos de vida, l , y de subsistencia, n , como habrá de ocurrir con frecuencia, fuesen distintos para cada parte de las instalaciones o construcciones.

Expuesto el método de investigación del capital presente para un capital inicial, C_c , habría verdadera pesadez en repetir los cálculos con referencia a otros, B , H , F , para los cuales ocurriesen los valores l_b , l_h , l_f de la duración, respectivamente.

Tan sólo resta, en el caso general que contemplamos, aclarar la formación de la parte de capital presente que concierne los costos reunidos en el sumando A .

Comprende éste expensas que responden a dos conceptos, a saber:

- a) las designadas en los rubros d) y f) del número 10, que debe entenderse no se originan sino una primera vez, y por no corresponderles un valor residual, se amortizan simplemente;
- b) las mencionadas en los rubros restantes, de naturaleza tal que se renuevan a cada reconstrucción de las instalaciones u obras principales; pero tampoco tienen valor residual.

24. — Para los costos accesorios del primer género, sea C_u el capital. En cualquier hipótesis, es decir, bien se tenga

$$n = l \quad ; \quad n = a < l \quad ; \quad n = hl \quad ; \quad n = hl + a ,$$

C_u será amortizado en el plazo n , y por no existir valor residual,

$$Cp_u = C_u . \quad [8]$$

25. — Llamemos ahora C_v al capital correspondiente a un costo accesorio de la segunda especie. Se amortizará por plazos l .

Admitamos $n = l$. Entonces,

$$Cp_v = C_v . \quad [9]$$

Cuando $n = a < l$, la expresión será la misma.

Si fuese $n = hl$,

$$\begin{aligned}
 C_{p_v} &= C_v \left[1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l} } \right] = \\
 &= C_v \frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}}}{(1+r)^l - 1} = C_v \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right) = \\
 &= C_v \frac{T_{hl}}{T_l} \quad [10]
 \end{aligned}$$

Y si por fin, $n = hl + a$,

$$C_{p_v} = C_v \frac{T_{(h+1)l}}{T_l} = C_v \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^{(h+1)l}} \quad [11]$$

Los casos $l = \infty$ y $n = \infty$, no son de considerarse; mas, sería sencillo deducir los valores de C_{p_v} correspondientes.

26. — CARGAS FIJAS. — Con arreglo a la clasificación formulada en el número 17, son cargas fijas de un servicio la mengua o la amortización del capital invertido para generarlo, los intereses de ese capital y las expensas necesarias para conservar a la instalación, etc., su utilidad mientras permanezca inactiva.

Ocupémonos de hallar los montos de esas cargas.

27. — MENGUAS Y AMORTIZACIÓN. — Explicada en el cuadro de « Elementos del costo anual de servicio » la diferencia entre mengua y amortización, pusimos de manifiesto que la amortización representa en teoría el valor de la disminución de valor de toda instalación, obra, etc., cuyo desmerecimiento se produce según una ley uniforme y continua. En los hechos, más de una vez podrá disponerse para un cálculo económico de un valor de la mengua más ajustado a las circunstancias; no obstante, en el terreno teórico no podemos valernos sino de las expresiones que pasamos a determinar.

Aquí, de igual manera que al tratarse de la obtención del capital presente, ocurre significar que la mengua total de una instalación industrial (caso general), estará constituida por la suma de las menguas parciales correspondientes a los edificios u obras (B), a la maquinaria y herramienta (H), a los modelos (F) y a los costos accidentales y accesorios (A).

Daremos por sentado, como en la investigación del capital presente, que para los totales B , H y F pueden calcularse las amortizaciones según idénticas hipótesis, a saber:

$$n = a < l \quad ; \quad n = l \quad ; \quad n = hl \quad ; \quad n = hl + a \quad ;$$

mas, como para B , H y F puede suceder que sean muy distintos los plazos de duración l_b , l_h y l_f , no debe descuidarse que si en un caso determinado se tuviere, v. gr., $n = l_b$, el mismo valor n , (que naturalmente permanece invariable), estará relacionado a l_h y l_f por alguna otra de las igualdades precedentes.

Por motivos de brevedad, nos limitaremos aquí a deducir expresiones generales para las cuatro hipótesis planteadas, adoptando símbolos generales: C , para el capital; l , para la vida; n , para el plazo de subsistencia de la instalación.

El caso de los costos accidentales, será considerado separadamente.

28. — *Primera hipótesis.* — El plazo de subsistencia, $n = a$, atribuido a la instalación, obra, etc., es menor que la duración de ésta.

Llamemos d_a la *anualidad* requerida para amortizar 1 \$ en a años.

Admitiremos, por estimarlo más apropiado en el caso, que d_a sea colocada a interés compuesto al comienzo de cada año, de suerte que las anualidades así sucesivamente colocadas durante el plazo a , habrán constituido al final del mismo los siguientes capitales parciales:

Anualidad colocada el... 1^{er} año 2^o año ... $(a-1)^o$ año a año

Capital parcial formado... $d_a(1+r)^a$ $d_a(1+r)^{a-1}$... $d_a(1+r)^2$ $d_a(1+r)$

Esta sucesión de capitales, constituye una progresión geométrica de razón $1+r$, y la suma importa

$$\frac{d_a(1+r)^{a+1} - d_a(1+r)}{1+r-1} = d_a \frac{(1+r)^a - 1}{r} (1+r) = 1 \$.$$

y de consiguiente

$$d_a = \frac{r}{[(1+r)^a - 1] (1+r)} = \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_a}{T_a} = T_1 \frac{1 - T_a}{T_a} \quad [12]$$

Cuando se trate de amortizar un capital, C ⁽¹⁾, que haya de invertirse al comienzo del plazo a , mas, del que sea recuperada una parte, C_a , representativa del valor actual de la instalación, etc., al término de dicho plazo, es evidente que sólo ocurrirá amortizar

$C - \frac{C_a}{(1+r)^a}$, (nº 20, nota 2) y que la anualidad total será:

$$\left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] d_a = [C - C_a (1 - T_a)] \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_a}{T_a}. \quad [13]$$

Esta fórmula redúcese a

$$[C - C_a] \frac{1}{a} \quad [13_a]$$

cuando para el capital y las anualidades no corran intereses ⁽²⁾.

29. — *Segunda hipótesis.* — El plazo de subsistencia, n , atribuído al servicio, es igual al de vida, l , de la instalación, etc.

Con igual criterio que en el precedente caso, el capital invertido es $C - \frac{C_l}{(1+r)^l}$, y la anualidad correspondiente

$$\left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) d_l = [(C - C_l (1 - T_l))] \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1 - T_l}{T_l} \quad [14]$$

Cuando $r = 0$, se tiene

$$(C - C_l) \frac{1}{l}. \quad [14_a]$$

⁽¹⁾ Esta C , repetimos (nº. 27), aquí y en lo que sigue del tema iniciado en este número, es una designación general de capital; nada tiene que ver con la [1].

⁽²⁾ Evidentemente, entonces, cada anualidad habrá de ser una a una parte del capital insumido, y éste vale $C - C_a$, desde que $r = 0$. Como

$$d_a = \frac{r}{[(1+r)^a - 1](1+r)}, \quad \text{si } r = 0 \quad d_a = \frac{0}{0}.$$

El cálculo algébrico conduce, pues, a un valor indeterminado, desestimable en atención a la lógica deducción de la [13_a].

Si en la [14], $l = \infty$, como $d_l = 0$ ⁽¹⁾

$$\left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) d_l = 0.$$

30. — *Tercera hipótesis.*— Si n fuese un múltiplo exacto de l , o sea $n = hl$, el capital inicial comprometido, según la [4], puede escribirse:

$$\left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}},$$

y la amortización será:

$$\begin{aligned} & \left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \cdot d_{hl} = \\ & = \left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{1}{(1+r)^{hl}} \cdot \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \cdot \frac{r}{1+r} = \\ & = \left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{(1+r)^l}{(1+r)^{hl}} \cdot d_l = \\ & = [C - C_l(1 - T_l)] \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1 - T_{hl}}{T_l} \quad [15] \end{aligned}$$

Si $h = \infty$, la [15] conduciría a una anualidad nula, desde que

$$d_{hl} = \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^{hl} - 1} = \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1}{(1+r)^\infty - 1} = 0.$$

Mas, este resultado es erróneo. Ocurre, en vez, que se halla amortizado al final de cada período l , el valor inicial $C - \frac{C_l}{(1+r)^l}$ trasladado, puesto que la instalación, etc., debe reconstruirse indefinidamente. Luego, la amortización es:

$$\left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] (1+r)^l \frac{r}{[(1+r)^l - 1] (1+r)} \quad [15_a]$$

(1) Con efecto,

$$d_l = \frac{r}{[(1+r)^l - 1] (1+r)} = \frac{r}{[(1+r)^\infty - 1] (1+r)} = \frac{r}{(\infty - 1)(1+r)} = \frac{r}{\infty} = 0.$$

Por otra parte, si $r = 0$, la anualidad sería

$$\frac{C - C_l}{hl} \quad [15_b]$$

31. — *Cuarta hipótesis.* — En el supuesto de que $n = hl + a$, o sea que el período de subsistencia de la instalación, etc., abarque varios períodos de duración de dicha instalación, etc., y una fracción más, el capital inicial a amortizarse es, sumando como sigue la sucesión de inversiones correspondientes que detalla el n.º 20 para el caso:

$$\begin{aligned} & C \left[1 + \frac{1}{(1+r)^l} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l} } \right] - \\ & - C_l \left[\frac{1}{(1+r)^l} + \frac{1}{(1+r)^{2l}} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right] + \\ & + C \frac{1}{(1+r)^{hl}} - C_a \frac{1}{(1+r)^a} \cdot \frac{1}{(1+r)^{hl}} = \\ & = C \frac{(1+r)^l - \frac{1}{(1+r)^{(h-1)l}}}{(1+r)^l - 1} - C_l \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}}}{(1+r)^l - 1} + \\ & + \left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] \frac{1}{(1+r)^{hl}} = C \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} + \\ & - C_l \frac{1}{(1+r)^l} \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} + \left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] \frac{1}{(1+r)^{hl}} = \\ & = [C - C_l (1 - T_l)] \frac{T_{hl}}{T_l} + [C - C_a (1 - T_a)] (1 - T_{hl}) \end{aligned}$$

y la anualidad por todo el plazo $hl + a$, es entonces:

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} + \right. \\ & \left. + \left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right\} \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_{hl+a}}{T_{hl+a}} \quad [16] \end{aligned}$$

32. — La expresión [16], por lo demás, constituye la forma general del costo anual de amortización del primer costo de una instalación, obra, etc.

Cuando en ella admitimos que $n = a < l$, visiblemente se anula el primer término, porque $(1 + r)^{hl} = (1 + r)^0 = 1$, y el segundo término reduce a

$$\left[C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right] \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^a - 1},$$

que es la [13].

Si, en vez, $n = hl$; $a = 0$. Entonces, como asimismo $C_a = C$, desaparece el segundo término, y queda :

$$\left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \cdot \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^{hl} - 1},$$

que es la [15].

En el supuesto de que $h = 1$, $a = 0$, esta expresión pasa a valer

$$\left[C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right] d_l, \text{ dada igualmente en la [14], pues el factor } T_{hl} = T_l.$$

33. — CÓMPUTO DE LAS CARGAS FIJAS POR COSTOS ACCIDENTALES. — En atención a las consideraciones formuladas en los números 23 y 24, se ve que la amortización del capital invertido en costos accidentales y accesorios ocurrirá conforme a una de las maneras que a continuación ofrecemos.

34. — Para los costos del tipo que hemos incorporado al capital C_u , la anualidad será

$$C_u d_n \tag{17}$$

y según sea

$$n = a, \quad C_u d_a = C_u \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_a}{T_a}; \tag{17a}$$

$$n = l, \quad C_u d_l = C_u \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_l}{T_l}; \tag{17b}$$

$$n = hl, \quad C_u d_{hl} = C_u \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_{hl}}{T_l}; \tag{17c}$$

$$n = hl+a, \quad C_u d_{hl+a} = C_u \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_{hl+a}}{T_{hl+a}}; \tag{17d}$$

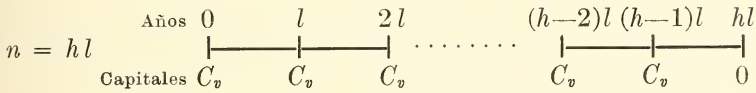
Sabido es que si $n = \infty$, $d_n = 0$ (nota 1; número 29).

No hay, pues, amortización para la subsistencia sin término de la instalación, etc.

35.— Los costos de la especie que corresponde al capital C_v , dan lugar a las anualidades:

$$n = a < l \quad C_v d_a = C_v \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_a}{T_a} \quad [18]$$

$$n = l \quad C_v d_l = C_v \frac{r}{1+r} \frac{1 - T_l}{T_l} \quad [19]$$



El croquis denota las inversiones que ocurre efectuar en cada comienzo de plazo l . El capital total a amortizarse, trasladado como desembolso del primer día del plazo hl , es

$$\frac{C_v}{(1+r)^{hl}} [(1+r)^{hl} + (1+r)^{(h-1)l} + \dots + (1+r)^l] =$$

$$= \frac{C_v}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^{(h+1)l} - (1+r)^l}{(1+r)^l - 1}$$

o también

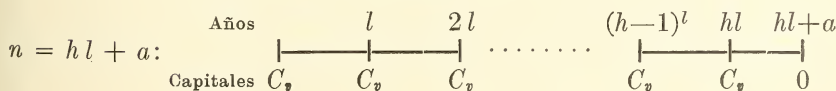
$$\frac{C_v}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^{(h+1)l} - (1+r)^l}{(1+r)^l - 1} = C_v \frac{(1+r)^l - \frac{(1+r)^l}{(1+r)^{hl}}}{(1+r)^l - 1} =$$

$$= C_v \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \left[1 - \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right] = C_v \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1}$$

La anualidad para amortizar este capital a los hl años, es:

$$C_v \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^{hl} - 1} =$$

$$= C_v \frac{1}{(1+r)^{hl} - 1} \cdot dl \quad [20]$$



De acuerdo con el croquis, otra vez el capital total, al término del plazo $hl + a$, es:

$$C_v (1+r)^{hl+a} + C_v (1+r)^{(h-1)l+a} + \dots + C_v (1+r)^{l+a} + C_v (1+r)^a$$

o asimismo

$$\begin{aligned} C_v [(1+r)^{hl} + (1+r)^{(h-1)l} + \dots + (1+r)^l + 1] (1+r)^a &= \\ = C_v \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^l - 1} (1+r)^a & \end{aligned}$$

Trasladado al comienzo del plazo de subsistencia y multiplicado por \bar{d}_{hl+a} , obtiéndose la anualidad

$$\begin{aligned} \frac{C_v}{(1+r)^{hl+a}} \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^l - 1} (1+r)^a \cdot \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^{hl+a} - 1} &= \\ = C_v \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^{hl} [(1+r)^l - 1]} \cdot \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1}{(1+r)^{hl+a} - 1} &= \\ = C_v \frac{T_{(h+1)l}}{1 - T_l} \frac{1 - T_{hl+a}}{T_{hl+a}} d_l & \quad [21] \end{aligned}$$

(Continuará)

DE L'ORIGINE DES PINNIPÈDES

POR

P. MAGNE DE LA CROIX

RESUMEN

La indicación dada por el grado de evolución locomotriz alcanzado por los pinípedos es que éstos han tenido, en su historia, un largo desarrollo en tierra, antes de pasar a la vida acuática.

Esta deducción es completamente confirmada por los documentos aportados por la paleontología.

* * *

Les indications que donnent sur l'histoire des animaux celle de leur locomotion constituent une donnée précise, le point de cette évolution en lequel on les rencontre, ou l'indication du point en lequel cette évolution a été déviée, donne avec précision l'échelle parcourue.

Ceci est d'une évidence absolue pour celui qui s'est spécialisé dans ce genre d'étude mais un exemple comme celui des pinnipèdes fera bien comprendre la chose au public, avec l'avantage qu'il est possible ensuite de faire voir que les déductions obtenues sont d'autre part confirmées par la paléontologie.

Si je considère, par exemple, une otarie marchant à terre et évoluant ensuite dans l'eau, je constate que les torsions du corps se dessinent verticalement; or je sais que, si chez quelques animaux vivant dans l'eau en station verticale, l'hippocampe par esemple, les torsions du corps peuvent être verticales, elles sont fatalement latérales chez les animaux vivant en position horizontale, ces torsions se conservent latérales chez les animaux qui ont passé de la vie aquatique à la vie terrestre et se conservent en eux telles, tant qu'elles ne sont pas supprimées.

Ces torsions une fois supprimées, les animaux peuvent de nouveau en acquérir d'autres, mais cette fois celles qui s'acquerront à terre, vivant dans le milieu aérien, seront verticales et si l'animal retourne à l'élément liquide il conservera les torsions verticales acquises à terre.

Ceci est une première indication que les pinnipèdes ont eu à

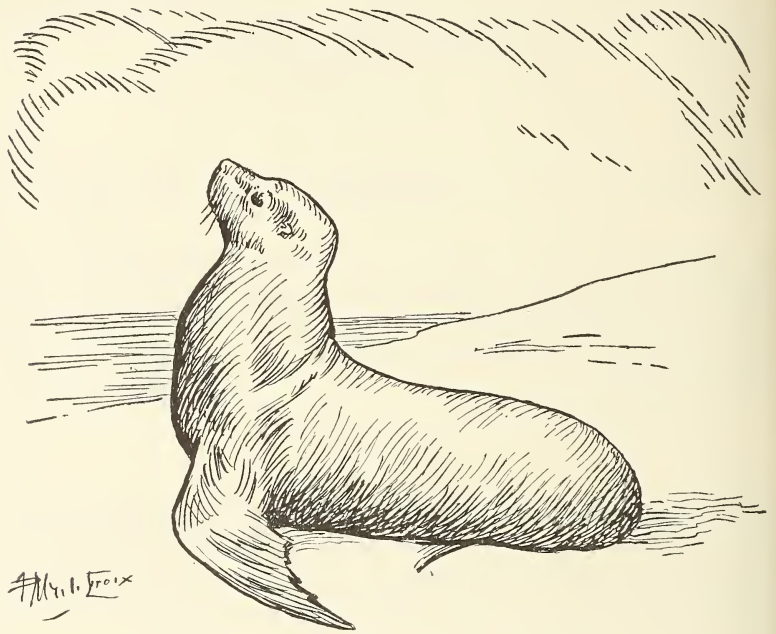


Fig. 1. — Otarie (*Otaria jubata*).

terre une longue évolution puisqu'ils y ont supprimé les torsions latérales et les ont remplacées par des torsions verticales.

Mais nous pouvons arriver à des précisions plus grandes et pour cela considérons une otarie, n'importe laquelle, puisque, qu'il s'agisse de l'otarie à crinière (*Otaria jubatus*) de l'otarie de Californie (*Otaria californiana*) ou de l'otarie ourson (*Otaria ursina*), les observations que nous ferons à ce sujet seront les mêmes, mais cette fois observons la se mouvant seulement à terre.

Les otaries étant parmi les pinnipèdes les moins spécialisés en l'élément aquatique vont nous donner, puisqu'ils se meuvent encore très facilement à terre, une idée juste du degré d'évolution locomotrice auquel étaient arrivés leurs ancêtres terrestres.

Un de ces animaux s'il veut se déplacer sur le sol fait prendre à ses membres postérieurs l'orientation en avant, au lieu de celle en arrière employée dans l'eau et détache complètement son corps de terre, dans ces conditions il peut se déplacer à trois allures: au pas diagonal, au trot et au galop.

Le trot est très peu employé, je n'ai vu que deux ou trois fois des otaries avoir recours à lui, mais le pas diagonal et le galop sont pour eux les allures habituelles à terre, la première quand il n'y a pas lieu de se déplacer avec vélocité, la seconde quand il y a lieu de le faire, mais il y a lieu d'observer que même en ce cas, la vitesse atteinte est toujours relative.

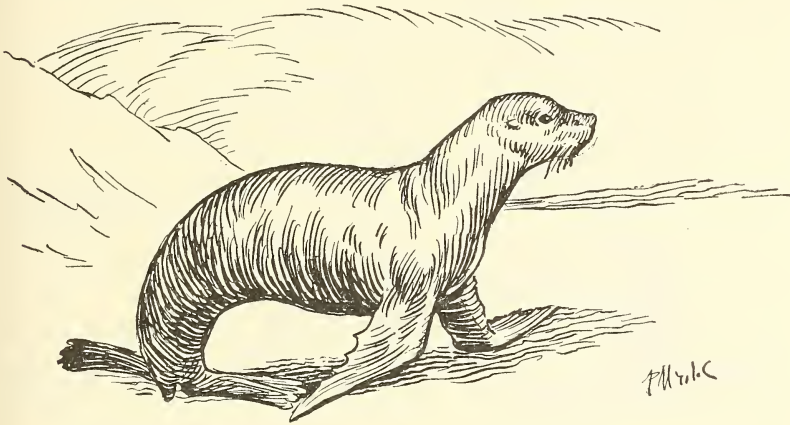


Fig. 2. — Otarie au pas diagonal.

Si nous regardons l'échelle de l'évolution locomotrice nous constatons immédiatement qu'il s'agit d'allures très évoluées; le pas diagonal est le pas le plus couramment employé par le cheval et, quant au galop en lequel l'animal se reçoit d'abord par les postérieurs, il ne se trouve que chez les animaux possédant ou ayant possédé le trot (nous avons vu que les otaries le possèdent encore), les animaux qui ne sont pas déjà arrivés au trot marché, s'ils galopent, le font en se recevant d'abord au sol par les antérieurs, il y a deux formes de ce galop que j'ai appelé pithécoïde et dont la première forme est employée par les saïous et la seconde par les papions (voir *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, T. CXIII); ainsi même si l'on ne voyait encore parfois les otaries trotter, on aurait la

preuve, par le galop qu'ils emploient, qu'ils ont dépassé le trot dans l'échelle évolutive des allures.

Donc la locomotion employée à terre par les pinnipèdes nous prouve qu'ils ont eu sur elle une longue évolution mais il y a d'autres preuves résidant en leur évolution anatomique qui viennent prouver ce fait et elles sont telles qu'une personne tant opposée en général à l'admission de l'évolution que L. Vialleton a été amené à dire en son livre « Membres et ceintures » ce qui suit : « Les pinnipèdes offrent une adaptation à la vie aquatique d'animaux ayant gardé d'étroites ressemblances avec les carnivores ».

L'étude de la locomotion, l'étude de l'anatomie et l'étude de la

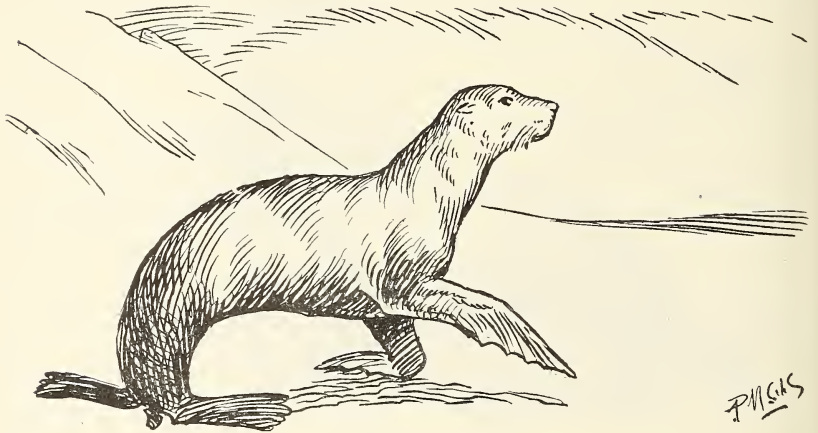


Fig. 3. — Otarie au galop en 3 temps.

paléontologie donnent des résultats complètement concordants pour ce qui se réfère à l'origine des pinnipèdes, et pour que celui qui lit ce travail s'en convainque je vais donner ici un bref résumé des indications que donne la paléontologie, résumé qu'a eu l'amabilité de me transmettre mon excellent ami le distingué paléontologue Carlos Rusconi :

« Différentes hypothèses ont été proposées pour expliquer l'origine des pinnipèdes : Wortman, par exemple, supposait qu'ils pourraient descendre de *Patriofelis* ou d'un autre créodonte ; Weber et quelques autres auteurs admettaient quelque ursidé primitif, Matthew croyait plutôt que l'ancêtre devait être un pantolestidé mais il paraît que par la suite il modifia son opinion à ce sujet ».

« Bien plus récemment, Kellog en 1931, fit une minutieuse comparaison du genre *Allodesmus Kernensis* du tertiaire moyen de California qui lui permit de reconnaître de nombreux caractères ostéologiques communs à cet animal et à de nombreux carnivores de l'oligocène de l'Amérique du Nord tels les félins primitifs: *Hopllophoenus primaevus*, *Dinictis felinus*, etc... »



Fig. 4. — *Semantor macrurus* d'après la reconstitution de Bystrov contenue dans le travail d'Orlov.

« Si les pinnipèdes procèdent, comme il le semble, de carnivores primitifs de l'oligocène ou de l'éocène, qui tous possédaient des dents assez compliquées avec couronne trituberculaire ou quadrutuberculaire, il en résulte que les dents des pinnipèdes ont dû subir de profondes modifications en leur structure, telle celle d'avoir réduit leurs cones jusqu'à arriver au degré de simplification que nous voyons actuellement en leurs dents, principalement chez les otaries et éléphants de mer; il est plus difficile d'expliquer les nombreux denticules qui ornent la cuspide des dents du *Lobodon caranophagus* et naît naturellement l'hypothèse que ces denticules seraient apparus en époques relativement récentes sur la cuspule des dents simplifiées ».

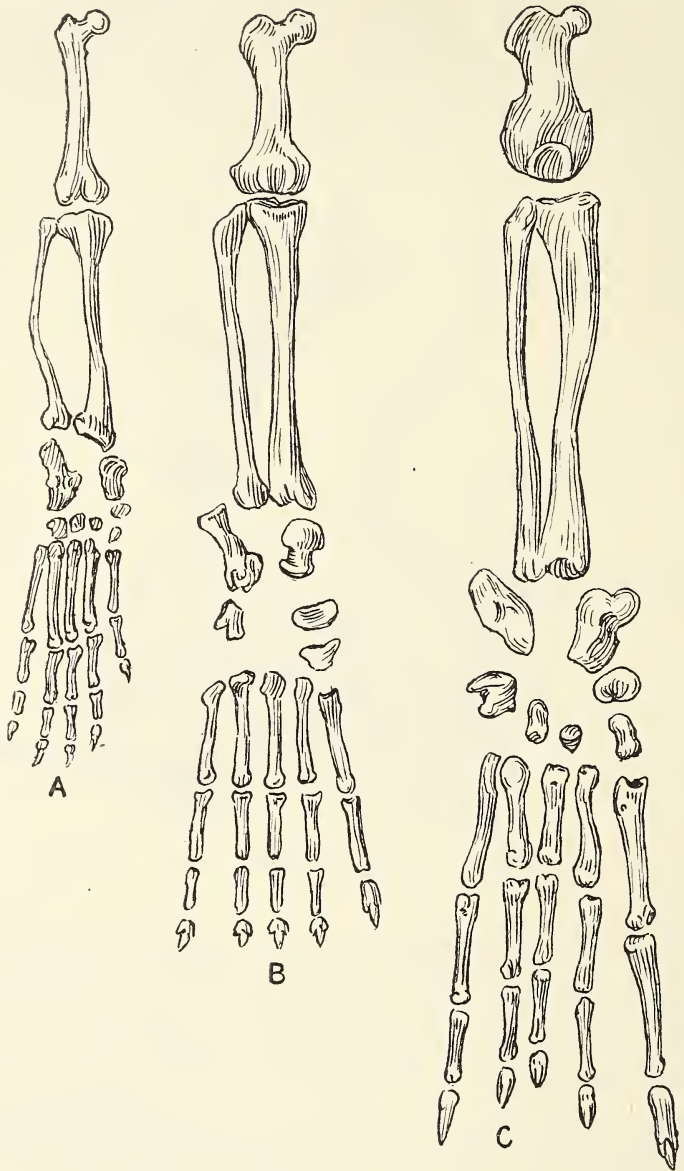


Fig. 5. — Squelette du membre antérieur de:

- A - *Lutra canadenses*
- B - *Sementor macrurus*
- C - *Phoca hispida*

« Malheureusement les archives paléontologiques pour cet intéressant groupe de mammifères sont encore très incomplètes, mais, en dépit du manque d'explication pour certaines pièces de son squelette, il n'y a aucun doute que le milieu aquatique, en lequel il vit maintenant, ait été adopté dans le passé par ses ancêtres terrestres par étapes progressives ».

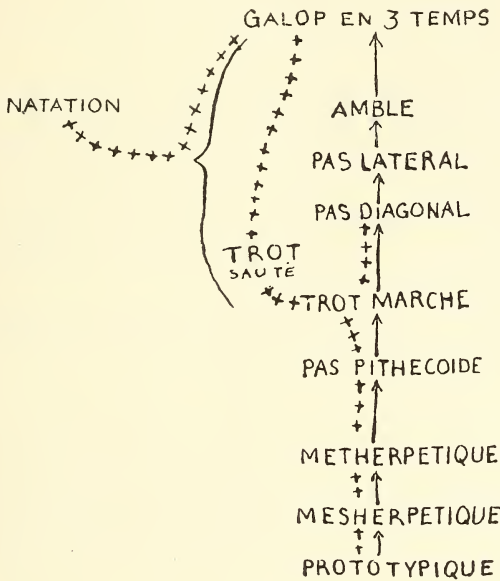


Fig. 6. — Evolution locomotrice parcourue par les pinnipèdes.

« Un exemple très intéressant et qui nous fait voir ce qu'a dû être l'évolution parcourue par les pinnipèdes est constitué par l'espèce *Semantor macrurus* du tertiaire supérieur au sujet duquel Orlov en 1933 a réalisé une intéressante étude en le comparant à divers pinnipèdes. Il est particulièrement intéressant de signaler la comparaison qu'il fit des extrémités antérieures et postérieures de ce genre avec celles de *Lutra canadensis* et *Phoca hispida* qui démontre que *Semantor* possède en même temps des caractères de ces deux genres et qu'il offre une réduction de fémur intermédiaire entre celle que l'on rencontre en *Lutra* et en *Phoca* ainsi qu'un développement des phalanges extrêmes intermédiaire à ceux offerts par ces deux genres ».

Donc les études paléontologiques nous indiquent aussi que les pinnipèdes descendent de carnassiers terrestres.

Il existe une grande différence entre les loutres de rivière ou marines, animaux fréquentant les milieux aquatiques mais conservant encore bien les caractères d'animaux terrestres qu'ils furent d'abord, et les otaries, qui en dépit d'être les moins spécialisés des pinnipèdes, sont déjà très nettement adaptés au milieu aquatique; mais cette différence si grande qui sépare ces deux groupes a été franchie par une lignée évolutive et ce qui, jusqu'à ces temps derniers, n'était qu'une supposition, a été confirmé par la découverte du *Sementor* qui nous indique ce qu'a dû être à peu près le milieu de l'évolution entre les loutres et les pinnipèdes ce que démontre bien la planche ci-jointe qui nous offre les extrémités antérieures de *Lutra canadenses*, de *Sementor macrurus* et de *Phoca hispida*, on y voit que les animaux ont dû passer de la formule 1^{er} et 5^e doigts, plus courts chez les loutres, à celle de 1^{er} et 5^e doigts plus longs chez les pinnipèdes par la formule intermédiaire, doigts sensiblement égaux que nous offrent les sementors.

Il est à regretter que le squelette de *Sementor* ait été trouvé sans le crâne qui eut pu donner des indications utiles sur l'évolution dentaire.

Tout ceci confirme complètement comme on le voit ce que m'avait indiqué l'étude de l'évolution locomotrice, je redonne ici une partie du cadre phylogénétique de l'évolution des allures que j'avais donné en mon travail: « Evolución de la locomoción terrestre en los vertebrados » en y indiquant par une ligne de croix l'évolution suivie par les pinnipèdes; elle ne peut être autre car un animal ne peut posséder (otaries) ou avoir possédé (autres pinnipèdes) le pas diagonal, le trot et le galop s'il n'avait parcouru le chemin évolutif indiqué en cette figure.

On voit que l'étude de la locomotion des animaux, l'anatomie et la paléontologie se confirment mutuellement en ce cas, comme du reste en beaucoup d'autres tel celui du cheval en lequel l'évolution parcourue révélée par la paléontologie est exactement celle qu'indique l'évolution des allures.

BIBLIOGRAFIA

POR C. C. D.

Actualités Scientifiques et Industrielles. Folletos ($16\frac{1}{2} \times 25\frac{1}{2}$) editados por Hermann & Cía. París. Números de páginas y precios variables. Se detallan los últimos repartidos siguiendo la numeración correlativa.

Nº 328. — KLEIN (MARC). — *Histoire des Origines de la Théorie Cellulaire*. 74 páginas. París, 1936. 15 francos.

Fascículo III de la serie « Exposés d'Histoire et Philosophie des Sciences » dirigida por Abel Rey, profesor de la Sorbona y director del Instituto de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, de la Universidad de París.

El autor es asistente en el Instituto de Histología de la Facultad de Medicina de Estrasburgo.

En un primer capítulo expone lo relativo al descubrimiento de la célula; y de los estrenos de la anatomía microscópica vegetal. Trata, luego, las teorías sobre la estructura elemental de los seres vivientes en el curso del siglo XVIII. El tercer y último capítulo expone la génesis de la teoría celular en el transecurso de la primera mitad del siglo XIX: Filosofía de la Naturaleza; Anatomía microscópica vegetal; Investigaciones sobre la estructura de los cuerpos animales desde Prichat hasta la publicación del libro de Schwann y Max Schulze.

Al final trae un nutrido índice bibliográfico.

Nº 331. — NICOLESCO (MIRON). — *Les Fonctions Polyharmoniques*; 54 páginas; 15 francos. 1936.

Fascículo IV de la serie « Exposés sur le théorie des fonctions », publicada con la dirección de Paul Montel.

El autor es profesor de la Universidad de Cernauti. Después de definir lo que se entiende por una función poliarmónica de orden p , recuerda los estudios hechos sobre ellas y se propone exponer el conjunto de éstos hasta ahora realizados. En un primer capítulo trata las propiedades locales; otro capítulo se refiere a los dominios no limitados; en otro trata los problemas de las fronteras y el problema biarmónico en su relación con la teoría de la elasticidad. Al final, una copiosa bibliografía.

Nº 356. — DARMOIS (GEORGES), *L'Emploi des Observations statistiques. Méthodes d'Estimation*; 36 páginas; 10 francos. 1936.

Fascículo I de la serie *Statistique Mathématique*, dirigida por el autor, eminente profesor de la Facultad de Ciencias de París.

« El propósito de la observación estadística es desdejar regularidades; o sea, fijar las estructuras de los diversos tipos por las poblaciones obtenidas con las medidas. Supongamos primero que la atención se ejerza sobre un aspecto de los individuos observados. La composición de la población vendrá dada por una ley de reparto dependiente de una sola variable. Si la atención se posa sobre dos o más caracteres de los individuos, la estructura se especificará de acuerdo a una función de dos o más variables. En uno u otro caso podremos tener que habernos con una ley de repartición discontinua o continua... ». Así comienza su disertación el profesor Darmois, anunciando que se ocupará del caso de una sola variable y que dará esencialmente los resultados obtenidos por R. A. Fisher.

Después de esas nociones generales sobre la estimación, se ocupa de las diversas estimaciones; de las estimaciones con un apartamiento-tipo mínimo; de la precisión intrínseca y de la cantidad de información. Termina una lista bibliográfica.

Nº 357. — SANTALÓ (L. A.), *Integralgeometrie über der kinematische mass in raum*; 54 páginas. 1936; 18 francos.

Fascículo II de la serie « Exposés de Geometrie » dirigida por Wilhelm Blaschke, profesor de la Universidad de Hamburgo.

Este libro, escrito en idioma alemán, trae una introducción del autor en la que se expresa lo siguiente: « El problema fundamental de las probabilidades geométricas consiste en introducir un parámetro para cada forma geométrica (punto, plano, etc.), al que se establece la condición de ser sumable con otro análogo y mantenerse invariante respecto de los grupos movibles. Esta última condición importa la propiedad de que tal parámetro —abstracción hecha de un factor constante— puede ser perfectamente determinado, cuando, con relación a los grupos él es transitivo; de modo que cualquiera de los elementos del grupo puede ser conducido a otro también cualquiera mediante un movimiento.

Este parámetro o « masa » figura como integral en una forma diferencial llamada « espesor » de aquél.

Esos « espesores » relativos a los parámetros de puntos, rectas y planos son, hace tiempo, conocidos, dando lugar a la teoría de las probabilidades geométricas con la que sorprendentes y bellos resultados han obtenido Crofton Czuber. (Bibliografía en Blasche, « *Geometría Integral* »).

Si en vez de puntos, rectas y planos se considera una serie de posiciones de un sistema de coordenadas, se puede también definir una *masa cinemática*, según una expresión de Poincaré.

Esos diversos *espesores*, así como la demostración de sus propiedades invariantes, han sido, por primera vez, establecidos en forma completamente general para un espacio n dimensional, por Blaschke.

La intención del autor es continuar esta clase de estudios.

Los diversos capítulos tienen los siguientes títulos:

Das Mass un Euklidischen Raum schneiden. Orientierte Sbrecken die einen konvexen Körper schneiden. Konvexe Körper, die einander schneiden. Paare von Gebilden, die einen Konvexen Körper schneiden. Mengen von n Gebilden, die einen Konvexen Körper schneiden. Bewegliche Kurven und Flächen im Raum. Bewegliche Zylinder un Raum.

Nº 358. — CARTAN (ELIE), *La Topologie des Groupes de Lie*. Folleto 28 páginas; 1936; 10 francos.

Es el fascículo VIII de la serie *Exposés de Géométrie*, dirigida por el autor.

Después de unas generalidades sobre los grupos finitos y continuos, en las cuales el eminente profesor de la Sorbona observa que la topología ha motivado investigaciones continuadas desde diez años atrás, entra en materia, no sin antes decir algunas palabras relativas a los grupos finitos y continuos más generales y sobre lo que de ellos se sabe respecto de sus propiedades topológicas.

Se trata aquí de una conferencia del autor dada el 21 de octubre 1935 en el Coloquio internacional de Ginebra. Es una exposición de conjunto respecto de todo lo que se conoce sobre el tema. Un índice bibliográfico permite al lector referirse a las memorias originales.

Se consideran, primero, los grupos cerrados; luego los grupos simples cerrados; después los grupos simples abiertos; finalmente, los grupos de Lie simplemente conexos; y el tercer teorema fundamental de Lie.

Nº 362. — ORE OYSTEIN, *L'Algèbre Abstraite*; 56 páginas; 1936; 15 francos.

Fascículo VI de la serie «Exposés d'Analyse Générale», dirigida por Mauricio Fréchet. El autor es profesor en la Universidad de Yale. En una Introducción hace recordar que esa «álgebra abstracta» es una de las disciplinas más recientes de la matemática moderna, desarrollada especialmente en estos últimos 15 años. Y después de varias otras consideraciones, señala que su exposición tiende a presentar algunos de los problemas y resultados más importantes de la teoría.

Entrando luego en materia trata la clasificación de los sistemas algebraicos; los cuerpos; los cuerpos topológicos; los anillos conmutativos y la teoría de los ideales; teoremas de descomposición para los ideales; aplicaciones; anillos enteramente cerrados anillos no conmutativos; los sistemas hipercomplejos; los grupos; estructuras.

Nº 376. — LÉVY (PIERRE), *La Sélection du Personnel dans les entreprises du transport. Le Laboratoire du Travail du Réseau de l'Etat*. 40 páginas; París 1936; 10 francos.

Fascículo 1 de la serie «Biologie du Travail et Biotypologie» dirigida por H. Lantier, profesor en la Sorbona y en el Conservatorio Nacional Francés de Artes y Oficios.

El autor es ingeniero jefe de los Ferrocarriles del Estado francés. El director general de estos ferrocarriles, Mr. R. Dautry, ha escrito un Prefacio *ad-hoc* en el que apunta la importancia de la vigilancia atenta y de la observación y el contralor propio en los ferrocarriles, por lejos que se lleve la mecanización del trabajo en los talleres y el contralor automático de las circulaciones sobre las líneas de una red.

Se trata de una conferencia dada por el autor el 28 de diciembre 1935 en el Conservatorio de Artes y Oficios y en ella se tocan los siguientes puntos: En una Introducción, lo relativo a la importancia de las cuestiones del trabajo humano en los F. F. C. C., y los esfuerzos ya realizados

en ese sentido en los laboratorios del trabajo humano; luego, en un primer capítulo, el problema de la adaptación del hombre a su oficio; trabajo, aptitudes, etc.; después, los problemas especiales de los F. F. C. C. del Estado; finalmente se hacen indicaciones varias sobre las instalaciones y los métodos.

Nº 379 y 380. — PRENANT (M.), *Prochordés Amphioxus et Municiers*. Dos folletos respectivamente de 72 y 50 páginas; con 81 y 55 figuras; 15 y 12 francos. 1936.

Estos folletos pertenecen a las Lecciones de Zoología del profesor de la Sorbona autor de ellas.

Relativamente a la *Amphioxus*, se expone lo relativo a su aspecto exterior y organización general; las grandes líneas de su desarrollo; origen y estructura de los principales derivados del ento y del extoblasto; evolución general de la cabeza y de la branquia; hendiduras branquiales, nefridias y aparato circulatorio; *Amphioxus* y los vertebrados.

En cuanto a los Tunicados, en el primer folleto se trata los Ascidios, con una lista de los principales trabajos a consultar. Se completa este estudio con el segundo folleto, que se ocupa de los pirosomos, doliolideos, salpos y apendiculares.

Al final, unas conclusiones.

Nº 397 y 398. — BUNGENBERG DE JONG (H. G.), *La Coacervation des coacervats et leur importance en Biologie*. Dos folletos; 54 y 66 páginas respectivamente, con varias figuras y tres láminas fuera del texto, (en el 1º); París 1936. 12 y 15 francos. Versión francesa por N. I. Joukowsky y Juan P. E. Duclaux.

Fascículos VI y VII de la serie «Exposés de Biologie (Embryologie et Histogenèse)» dirigida por E. Faure-Fremiet.

El objeto de esta obra es dar a conocer a los biólogos los resultados generales de las investigaciones relativas a los bicoloides, realizadas insistentemente por el autor y sus colaboradores. Sólo encara los problemas puestos sobre el tapete por la citología.

El autor llama *coacervat* a la capa separada rica en coloides que, en ciertas condiciones, aparece en los sueros hidrófilos; el fenómeno mismo lo llama *coacervación*. El primer folleto se ocupa de *Generalidades* y de los *Coacervatos* complejos; el segundo, de los auto-complejos. El orden seguido es el siguiente: *Generalidades* sobre la *coacervación*; *Propiedades* de los *coacervatos*; *Situación* de éstos entre los sistemas micelares; ¿Pueden los *coacervatos* contribuir a la edificación de la materia viviente?; *La Coacervación* compleja; *Propiedades* de las gotitas aisladas de *coacervatos* complejos; *Modelo* de célula conteniendo sólo *coacervatos* complejos reversibles. Hasta aquí el tomo I. El otro, después de una *Introducción*, trae consideraciones preliminares sobre los *coacervatos* autocomplejos reversibles e irreversibles; apuntando la importancia de estos últimos en la biología. Expone después, las consecuencias de la participación de los films coloidales que hacen posibles los desequilibrios; e indica modelos de células que tienen ellos en cuenta. Continúa luego con otras generalida-

des sobre la *coacervación* autocompleja. Otro capítulo trata la coacervación autocompleja de los fosfálidos. Y después indica la importancia, en biología, de la *coacervación* autocompleja de dichos fosfálidos, trata el caso del problema de la permeabilidad. Por último, vienen las observaciones finales y las relaciones complejas y autocomplejas en los sistemas coloidales que poseen un arreglo micelar arbitrario.

Una nota suplementaria se refiere a los sistemas complejos encarados del punto de vista iónico. Al final, una bibliografía.

Nº 401, 402, 403. — LECOMTE DU NOÛY, *La Température critique du Serum*.

Tres folletos de 228 páginas en total, con cerca de cien figuras. París 1936. Precios, respectivamente: 18, 20 y 10 francos. El primero trata de la Viscosidad y Fenómenos ópticos; el segundo, de los Fenómenos ópticos y iónicos; el tercero, de la fijación con éter; tensión interfacial y espectro de absorción ultravioleta.

Constituyen los tres primeros fascículos de la serie « Biophysique moléculaire » dirigida por el autor —que es jefe de servicio en el Instituto Pasteur de París.

Se da cuenta, en estos folletos, de investigaciones realizadas, pero que no pueden considerarse como definitivas. Así lo explica el autor en un Prefacio: « Todos los problemas biológicos y medicinales comportan elementos de naturaleza físico-química demasiado descuidados hasta ahora. Se han descubierto tantos hechos que no ha habido tiempo material para estudiarlos detenidamente uno por uno; y, además de tiempo, han faltado investigadores ».

Después de una Introducción, se expone lo relativo a la absorción y a las capas monomoleculares; siguen los estudios sobre la viscosidad del suero sanguíneo y su temperatura crítica; sobre el poder rotatorio y la dispersión rotatoria del suero en función del tiempo y de la temperatura; densidad óptica (absorción) y luz difusada en función de la temperatura. Hasta aquí el primer folleto. El segundo empieza tratando el factor de depolarización, el mecanismo de la coagulación por el calor; los equilibrios iónicos del suero en función de la temperatura; los fenómenos iónicos; la conductibilidad eléctrica del suero en función de la temperatura, y la concentración en iones hidrógeno en función también de la temperatura.

Por último, el tercer folleto trata los puntos indicados en su carátula, transcriptos más arriba, así como las *Conclusiones*. De éstas se desprende que, hacia los 55° a 56°, se producen profundas modificaciones en la estructura de las proteínas y del complejo lipoprotídico. Es lógico admitir que la desaparición de la propiedad particular del suero conocida con el nombre de *alexina*, es correlativa a las modificaciones estructurales y químicas determinadas por el calor en el conjunto de la molécula del suero. Parecería que existe en el suero, en una cantidad dominante, una « molécula de suero » dotada de propiedades inmunológicas particulares, propiedades que se destruyen irremediablemente si se separa la albúmina de las globulinas. Y es en el estudio sistemático de esa gruesa molécula compleja y de la fracción de globulínica del suero que se hallará la solución de todos los problemas inmunológicos.

Nº 404. — LEVIN (BARUCH. S.), *Action des Lipoides sur les Phénomènes de La Lyse*. 84 páginas con varias figuras y dos láminas fuera del texto. París, 1936; 15 francos.

Fascículo IV de la serie « Biophysique Moleculaire » recién mencionada.

El autor es doctor de la Universidad de París. Las experiencias que expone constituyen una introducción al estudio de la acción de los lipoides sobre los fenómenos de la lisis; y su objeto, aunque remoto, es la exploración de la inmunidad no específica. Las conclusiones a que llega se refieren a la citolisis, a la bacteriolisis (la lisis transmisible de los microbios por el bacteriófago es inhibida cuando está en presencia de pequeñas dosis de lecitina o de cloroesterina); a la *hemólisis*.

Las experiencias han sido realizadas en colaboración con I. Magat, Iwo Lominski, C. Piffault y A. Rogozinski.

Una de las láminas fuera del texto presenta una microfotografía de una parte de una caja de Petri conteniendo lecitina diluida al 1/80.000.000. La otra reproduce una vista fotográfica de un tubo de rayos X empleado en las experiencias; y de la cámara de ionización de Rogozinski.

Nº 247. — PLATRIER (CH.), *Les Axiomes de la Mécanique Newtonienne*. 60 páginas; 1936; 14 francos.

Fascículo I de la serie « Exposé de Mécanique Newtonienne ». Curso de la Escuela Politécnica publicado con la dirección del autor. El contenido del curso se debe a trabajos de varios profesores como Sarrau, Liauté, Lecornu, Painlevé, etc. Este primer fascículo está presentado de acuerdo a las ideas de Mach con algunas modificaciones de Painlevé y del autor. Enuncia los principios de la Mecánica clásica como una síntesis de la experiencia humana secular que permite explicar y prever los movimientos de la materia sin una exagerada complicación de las propiedades atribuidas a los cuerpos naturales. Es la idea de Poincaré.

El capítulo primero está dedicado a las medidas en mecánica y al espacio y tiempo absolutos. El capítulo II trata los axiomas fundamentales. El III se refiere a la noción de *fuerza*.

Nº 436. — POSSEL (RENÉ DE), *Sur la Théorie Mathématique des Jeux de Hasard et de Réflexion*. Un folleto de 44 páginas, 1936; 10 francos.

De la serie « Conferencias del Centro Universitario Mediterráneo de Niza » publicada con la dirección de Paul Valery, miembro de la Academia Francesa y Administrador del Centro. Es el fascículo I de esa serie.

El referido Centro se propone desarrollar y coordinar los estudios y las investigaciones de toda naturaleza que puedan interesar la cuenca del Mediterráneo y la civilización nacida en ella. Pero también, el Centro de Niza ambiciona favorecer los trabajos originales de naturaleza científica, filosófica, literaria o artística expuestos ante sus auditores.

En el folleto que nos ocupa, después de unas generalidades sobre la « reflexión », el « azar » y la « astucia », trata el juego de los bastoncillos; el teorema fundamental relativo a los juegos de combinaciones, los juegos de la suerte; probabilidad, esperanza matemática, ruleta. Por último, viene la teoría general de los juegos de von Neumann.

INDICE GENERAL

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO VIGÉSIMO TERCERO

A. E. SAGASTUME BERRA.—Fundamentos matemáticos de la música . . .	1, 63, 113 y 182
J. C. VIGNAUX.—Generalización de un fórmula de Schwarz	33
E. L. DÍAZ.—Notas sobre la circulación atmosférica en territorio argentino y la radiación solar	36
F. L. GASPAR.—La función de primera aproximación y la definición analítica de las superficies de frecuencias experimentales	39
C. RUSCONI.—« <i>Listriodon Dupuyi</i> » y sus relaciones con los tapires .	87
R. BAZÁN Y P. KÖLER.—La Cochinilla <i>Neococlostoma xerophila</i> Hemp. productora de «laca»	97
NICOLÁS BESIO MORENO.—Memoria anual correspondiente al sexagésimo período administrativo (1° de abril de 1936 a 31 de mayo de 1937). Asamblea ordinaria del mes de abril de 1937	145
J. C. VIGNAUX.—La forma factorial del número complejo hiperbólico .	198
SALVADOR CANALS FRAU.—La obra del padre Falkner y su contenido etnológico	209
MAURICIO DURRIEU.—Cotejos económicos y selección económica . .	249 y 300
CARLOS WAUTERS.—La chaera experimental de Patagones - Impresiones de un observador	273
P. MAGNE DE LA CROIX.—De l'origine des pinnipedes	321
SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:	
Ciclo de conferencias.—El trabajo - Función jurídica, social y educativa	49
Sesión de Comunicaciones Científicas del 13 de Noviembre de 1936 .	50
P. RAÚL CARABAJAL S. J.—Ultimos descubrimientos arqueológicos del Arroyo Leyes, (Prov. de Santa Fé)	50
F. E. URONDO.—Nuevas medidas de radioactividad del aire del subsuelo	57
	335

VARIAS

F. L. G. — Prof. Karl Pearson. 1857-1936. Necrología	47
Segunda reunión de la Sociedad Argentina de Ciencias Naturales	137
Noticiario	94 y 272

BIBLIOGRAFÍA

C. C. D.	89, 208 y 329
------------------	---------------

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
 Albizzati, Carlos M.
 Alvarez, Raúl J.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Anastasi, Camilo
 Anchorena, Juan E.
 Andrioletti, Juan Luis
 Añón Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aráoz Alfaro, Gregorio
 Arbecchi, Armando C.
 Arce, Manuel J.
 Arditi Thompson, H.
 Armani, Aquiles
 Arnaudo, Silvio J.
 Avila Méndez, Delfín
 Aztiria, Ignacio
 Bado, Atilio A.
 Bachmann, Ernesto
 Baglietto, Eduardo E.
 Balbiani, Atilio
 Bancalari, Agustín
 Barabino Amadeo, S.
 Barbieri, Antonio
 Bargna, Juan L.
 Barilari, Mariano J.
 Barral Souto, José
 Barrancos, Leónidas A.
 Becke, Alejandro von der
 Berdoy, Pedro A.
 Berrino, Juan B.
 Bertino, José Carlos
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blaquier, Juan
 Boaglio, Santiago
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bontempi, Luis
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosisio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Bunge, Juan C.
 Buontempo, Guillermo
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Buzzo, Eduardo B.
 Caillet Bois, Teodoro
 Calandra, Raúl E.
 Camus, Nicolás
 Canale, Humberto
 Carabelli, Juan José
 Carbia, Rómulo D.
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.
 Cárcova, Enrique de la

Carelli, Antonio
 Carelli, Humberto H.
 Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carrea, Juan Ubaldo
 Casacuberta, Antonio
 Castellanos, Alberto
 Castello, Manuel F.
 Castiñeiras, Julio R.
 Celasco, Juan L.
 Cock, Guillermo E.
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Enrique
 Chelia, Francisco
 Chizzini Melo, Anibal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Dassen, Claro C.
 Dasso, Héctor
 Dasso, Ricardo L.
 Debenedetti, José
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 De la Ini, Juan E.
 Dellepiane, Luis J.
 Deulofeu, Venancio
 Devoto, Franco E.
 Díaz, Emilio C.
 Dieulcfait, Carlos E.
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Dubecc, Raúl E.
 Dufñas, José
 Duhau, Luis
 Dupont, Enrique
 Durafiona y Vedia, A.
 Durrieu, Mauricio
 Edelberg, Benjamín
 Escudero, Pedro
 Faré, Santo S.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández Long, S.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fischer, Gustavo Juan
 Flores, Emilio M.
 Florit, Carlos J.
 Forn, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Franceschi, Alfredo
 Fürnkorn, Dívico A.
 Gadda, Carlos Manuel
 Gaimarini, Alfredo G.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gascón, Alberto
 Gaspar, Fernando L.
 Géneau, Carlos E.
 Gerardi, Donato

Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.
 Gil, Martín
 Gradín, Carlos
 Grieben, Arturo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Haussler, Emilio
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hofmann, Herbert
 Hortal, José Angel
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isetta, José
 Ivanissevich, Ludovico
 Jorge, José M.
 Jakob, Cristofredo
 Keiper, Guillermo
 King, Diarmid O.
 Kinkelin Pelletán, J. C. de
 Kohan, Zoilo
 Kraglievich, Nicolás T.
 Krapf, Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Laporte, Luis B.
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo L.
 Latzina, Eduardo
 Lea, Allán B.
 Lignéres, Roberto
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lombardi, Alberto
 López, P. José
 Loyarte, Ramón G.
 Lozano, Nicolás
 Lugones, Arturo M.
 Llauro, José
 Mac Donagh, E. J.
 Magnin, Félix J.
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Maresca, Antonio J.
 Marini, Tomás L.
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Mata, Leopoldo
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercau, Agustín
 Mermoz, Francisco A.

Mohring, Walther
 Molfino, José F.
 Molle, Clotilde C.
 Montes, Vicente E.
 Moreno, Evaristo V.
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Natale, Ernesto
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Nelson, Ernesto
 Nielsen, Juan
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortega Belgrano, Raúl
 Ortiz, Anibal A.
 Ortiz de Rosas, Jorge
 Otamendi, Gustavo
 Ottonello, Héctor
 Páez, José María
 Page, Franklin Nelson
 Paitoví y Oliveras, A.
 Paquet, Carlos
 Parodi, Edmundo
 Parodi, Lorenzo R.
 Pasman, Raúl G.
 Pasman, Rodolfo E.
 Pastore, Franco
 Paz, José Máximo
 Paz Anchorena, José M.
 Pérez Hernández, A.
 Pérez Pirán, Juan A.
 Perrone, Cayetano
 Pestalardo, Agustín
 Pini, Aldo S.
 Platz, Hubert
 Podestá, Juan Carlos
 Polti, Modesto
 Posadas, Carlos
 Quartino, José N.
 Quinos, José Luis
 Quintero, Bruno F.
 Quiroga, Pedro R.
 Raimondi, Alejandro
 Raffo, Bartolomé M.
 Ramaccioni, Danilo
 Ramallo, Carlos M.
 Ratto, Héctor R.
 Ravignani, Emilio
 Rebueldo, Antonio
 Rebueldo, Emilio
 Reece, William Asher
 Repetto, Blas Angel
 Repossini, José
 Ringuelet, Emilio J.
 Rissotto, Atilio A.
 Rivarola, Rodolfo
 Robles, Angel A.
 Rodríguez Aravena, S.
 Roffo, Angel H.
 Roffo, Juan
 Roldán, Raimundo
 Romero Brest, Enrique
 Rokotnitz, Otto

Rospide, Juan	Schnack, Benno J.	Storni, Carlos David	Vanossi, Reinaldo
Rossell Soler, Pedro	Schmidt, Max	Suárez, Angel	Varela, Rufino
Rossi, Arturo R.	Schoo Lastra, Oscar	Taiana, Alberto F.	Vecchi, Aristides de
Ruata, Luis E.	Schulz, Guillermo	Taiana, Jorge	Vela Huergo, Julio
Ruiz Moreno, Isidoro	Selva, Domingo	Tamini, Luis Augusto	Veyga, Francisco de
Ruiz Moreno, Adrián	Sesma, Angel	Tarragona, José	Vidal, Eduardo
Rumi, Tomás J.	Sheahan, Juan F.	Tedeschi, Virgilio	Villalobos D., C.
Sabaria, Enrique	Silva, Leónidas L.	Tello, Eugenio	Vignaux, Juan C.
Sagastume Berra, A. E.	Simons, Hellmut	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Salomón, Hugo	Siri, Luis	Torello, Pablo	White, Guillermo J.
Sánchez, José Ricardo	Sobral, Arturo	Tossini, Luis	Wauters, Carlos
Sánchez, Gregorio L.	Solari, Emilio F.	Trelles, Rogelio A.	Wysztelewski, W. de
Sánchez Díaz, Abel	Solari, Miguel A.	Trucco, Sixto E.	Zamboni, Agustín
Sánchez Sorondo, M. G.	Soler, Frank L.	Valeiras, Antonio	Zappi, Enrique V.
Sanromán, Iberio	Solórzano, Luis A.	Valentiner, Hugo	Zavalla, Carlos M.
Santángelo, Rodolfo	Sordelli, Alfredo	Valentini, Argentino	Zuloaga, Angel M.
Sarhy, Juan F.	Spinetto, David J.	Valentinuzzi, Máximo	
Sarrabayrouse, Eugenio	Spota, Víctor J.	Vallebella, Colón B.	
Savon, Marcos A.	Storni, Segundo R.	Vallejo, Segundo E.	

SOCIOS ADHIERENTES

Alvarez, Carlos E.	Goyena, Ricardo J.	Recoder, Roberto F.	Viglione, Fausto E.
Bazzanella, José	Laporte, Julio A.	Repetto, Cayetano	Walls, I. Figueras de
Devoto, Arnaldo Carlos	Magne de la Croix, P. A.	Riú, Pedro Carlos	Wechsler, Wolf
Devoto, Carlos Alberto	Milesi, Emilio Angel	Rusconi, Carlos	Zenarruza Johnson. Tir-
Folcini, Martín L. G.	Monca, Jacobo Isaac	Somonte, Eduardo	so A.
García, Eduardo D.	Muñoz Cabrera, René		

CASAS ADHERENTES

Francisco Disí	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Palumbo"	Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Ramón A. Brandán; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tullo Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Gumer-sindo Sayago; Vocales: Ing. Daniel E. Gavier; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. B. de la Coll-na; Ast. N. Lafayette Zimmer; Ing. Vladimir Borsacow; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Arrambide, Miguel	Bodenbender, G.	Brandan, Ramón A.
Aguiar, Henoch D.	Astrain, Antonio	Bonet, Rafael	Brogliá, Alberto A.
Amaya, Arturo A.	Bermann, Gregorio	Borzacow, Wladimir	Bustos, Ernesto
Anduze, Fernando L.	Bobone, Jorge E.	Braccacini, Osvaldo J.	Buteler, Jesús E.

Cabrera Molina, P.	Galíndez Vivanco, C.	Martínez, Rodolfo	Roca, Jaime
Camilloni, Carlos	García, Daniel	Martínez Bustos, V.	Roggeri, Domingo
Carlomagno, José	Garzón, Rafael	Masjoan, Juan	Rothlin, Edwin
Castellanos Posse, F.	Gavíer, Daniel E.	Melo, Carlos R.	Sánchez Sarmiento, F.
Catinari, Altavino E.	Gavier, Ernesto	Mirizzi, Pablo Luis	Sartori, Antonio
Centeno, Dionisio	Gibert, Víctor	Montes, Aníbal	Sayago, Gumersindo
Cordeiro, Juan Carlos	Giménez de Azúa, F.	Ninci, Carlos A.	Sayago, Marcelino
Chaudet, Enrique	Godoy, Salvador A.	Ninci, Mario	Schmiedecke, Augusto
Checchi, Luis	Gómez, Calixto A.	Ninci, Raúl T.	Servetti Reeves, J. C.
Deheza, Eduardo	Gordillo, Pedro N.	Nottaris, Carlos E.	Sicco, Juan Carlos
De la Colina, Bimé.	Granillo Barros, M.	Novillo Corvalán, S.	Sigal, Moisés
Del Viso, Jacinto	Hernández Ramírez, R.	Olsacher, Juan	Sparn, Enrique
De Tezanos Pinto, J.	Hosseus, Carlos Curt	Padula, Federico	Strada, Ferdinando
De Villafañe Lastra, T.	Jagsich, Juan	Pagliari, Arturo	Stuchi, Alberto
Devoto, Heraclio A.	Kegeler, Juan Walter	Pasqualini, Clodoveo	Stuckert, Guillermo V.
Di Rienzo, Sabino	Kronfus, Juan	Peláez, J. Gambastiani	Taravella, Ambrosio L.
Espinosa, Manuel	Lafayette Zimmer, M.	de	Tarragó, Emeterio
Esteban, Fernando	Larrauri, Agustín C.	Perrine, Carlos D.	Terrera, Pascual
Evans, Eduardo W.	Lewis, Donald G.	Pilotto, Bernardo	Trebino, Natalio
Fernández, Miguel	Lo Celso, Angel T.	Ponce Laforgue, C.	Tretter, José
Ferrer, Baltasar	Luque, Eduardo R.	Ponssa, Marco	Urciuolo, Víctor
Fitz Simon, Sgo. E.	Lutzow Holm, Olaf.	Puga, Agustín	Vanni, Alberto
Fortana, Lorenzo P.	Mácola, Berardo A.	Revol, Carlos A.	Vercello, Carlos
Fracassi, Humberto	Mácola, Tulio	Reuelta, Miguel C.	Yidalba, Aquiles D.
Fuchs, Guillermo J.	Marsal, Alberto	Rietti, Dardo A.	Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2º, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Courault, Pablo	Kleer, Gregorio	Piñero, Rodolfo
Argüelles, Eugenio	Crouzeilles, A. L. de	Maí, Carlos	Pozzo, Hiram J.
Ariotti, Juan Carlos	Cruellas, José	Mántaras, Fernando	Ragonese, Antonio E.
Babini, José	Christen, Carlos	Marelli, Hipólito	Reinares, Sergio
Berraz, Guillermo	Christen, Rodolfo G.	Marino, Antonio E.	Rouzaut, Rodolfo
Bertuzzi, Francisco A.	Damianovich, Horacio	Montpellier, Luis Mar-	Salaber, Julio
Bonazzola, César J.	Falco, Federico	cos	Salgado, José
Borruat, Luis	Fester, Gustavo A.	Morisot, Augusto	Santini, Bruno L. P.
Borruat, Luis (hijo)	Frenquelli, Joaquín	Mounier, Celestino	Schivazappa, Mario
Borzone, Rodolfo	Gollán, Josué (h.).	Muzzio, Enrique	Simonutti, Atilio A.
Bossi, Celestino	Gschwind, Eduardo P.	Nigro, Angel	Tissembaum, Mariano
Caballero, Martín A.	Guinle, Hugo José	Niklison, Carlos A.	Urondo, Francisco E.
Camo, José María	Hereñú, Rolando	Oliva, José	Virasoro, Enrique
Cerano, Miguel	Hotschewer, Curto	Peresutti, Luis	
Claus, Guillermo	Juliá Tolrá, Antonio	Piazza, José	

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos	García, José Federico	Maroso, José Angel	Ruiz, Anibal
Anzorena, Jacinto	Godoy Vergelin, G.	Mayorga, Santiago C.	Ruiz Leal, Adrián
Anzorena, Pedro	Gomensoro, José N.	Miyara, Salomón	Sammartino, Miguel
Basso, Germinal	Granzella, Sinibaldo	Miyara, Santos	Sánchez C., Juan V.
Bidone, Mario	Guiard, Ricardo	Oviedo Marcó, Carlos	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Jofré, Alberto L.	Oviedo Ortiz, Carlos	Stura, Angel C.
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Pelaia, Dante	Toso, Juan P.
Ceriotto, Emilio	Lucero, Braulio G.	Piccione, Cayetano C.	Vicchi, Juan A.
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Piovano, Abelardo P.	Villanueva, Miguel An- gel
Gabrielli, Francisco J.	Magistretti, Guillermo	Pontis, Rafael E.	
Galeano, Edgardo	Maneschi, Ernesto		

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.....	México	Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Hijar y Haro, Luis.....	México
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Janet, Pierre.....	París
Avendaño, Leónidas.....	Lima	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Kinart, Fernando.....	Amberes
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Borel, Emile.....	París	Langevin, Paul.....	París
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bragg, William Henry.....	Londres	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Bruch, Carlos.....	Olivos	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Cabrera, Blás.....	Madrid	Monjarás, Jesús E.....	México
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Moretti, Gaetano.....	Milán
Carabajal, Melitón M.....	Lima	Oliver Schneider, Carlos...	Concepc. (Ch.)
Corti, José S.....	Mendoza	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Perrin, Tomás G.....	México
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Autofag. (Ch.)
Fontecilla Larrain, Arturo...	Santiago (Ch.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fort, Michel.....	Lima	Rowe, Leo S.....	Washington
González del Riego, Felipe..	Lima	Shepperd, William R.....	New York
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Tello, Julio C.....	Lima
Guinier, Philibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
		Volterra, Vito.....	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

JULIO 1937. — ENTREGA I. — TOMO CXXIV

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:	
<i>Asamblea del 16 de Abril de 1937.</i> — Disertaciones de los DRES. HORACIO DAMIANOVICH y GUSTAVO FESTER	1
Informe de la Presidencia leído en Asamblea ordinaria de fecha Abril de 1937	2
CARLOS WAUTERS. — La chacra experimental de Patagones - Impresiones de un observador (<i>Conclusión</i>)	9
MAURICIO DURRIEU. — Cotejos económicos y selección económica (<i>Cont.</i>)	23
E. A. DE CESARE. — Relaciones de carácter ordinal en las formas fundamentales de 1ª especie	33
ALEJANDRO VON DER BECKE. — Profesor Dr. Hans Spemann - Premio Nobel 1935 - Biografía y breve reseña de su obra	52

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FÉ 1145

1937



SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Dr. Walter Nernst
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Ing. Guillermo Marconi
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1937-1938)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Evaristo V. Moreno
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia</i>	Doctor Santiago Barabino Amadeo
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Gêneau
<i>Pro-tesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	Ingeniero Carlos Posadas
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Doctor Reinaldo Vanossi
	Ingeniero Mario L. Negri
<i>Vocales</i>	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de Fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin
	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

SECCION OFICIAL
DE LA
SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA
SECCION "SANTA FE"

Asamblea del 16 de Abril de 1937

Disertaciones de los Dres. HORACIO DAMIANOVICH y GUSTAVO FESTER

En uno de los salones del Centro Español de la ciudad de Santa Fé y bajo la presidencia del Ing. Francisco E. Urondo se inició a las 18 del 16 de Abril de 1937 la Asamblea anual de la Sociedad Científica Argentina (Sección Santa Fé), en la que se leyó y aprobó la memoria de la presidencia y balances de Tesorería correspondientes al período 1936-1937, procediéndose luego a la elección de las autoridades de la Sección para el período 1937-1938.

A continuación el Dr. Damianovich disertó sobre el tema:

La química del helio y elementos análogos, exponiendo los resultados de las investigaciones propias y de sus colaboradores, que desde hace varios años prosigue en el Instituto de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la Facultad de Química y que fueron objeto últimamente de varias comunicaciones y conferencias en diversos institutos científicos de Francia.

Por último el Dr. Gustavo Fester disertó sobre el tema:

Viaje a la zona magallánica, exponiendo datos y detalles relacionados con una expedición efectuada a las tierras australes durante las últimas vacaciones y cuyos resultados científicos serán objeto de una publicación próxima.

AUG 13 1937

Ambas disertaciones fueron ilustradas con cuadros, gráficos y proyecciones luminosas, siendo muy aplaudidas por el numeroso público asistente, formado por socios y miembros de sus familias, invitados especialmente al acto.

**Informe de la Presidencia leído en Asamblea Ordinaria
de fecha Abril de 1937**

Estimados consocios:

Al terminar nuestro mandato cumplimos en informar a la Asamblea sobre las actividades desarrolladas en el período que fenece.

COMUNICACIONES CIENTÍFICAS

Con motivo de cumplirse el 25º aniversario del fallecimiento del sabio argentino Florentino Ameghino, se realizó una sesión de comunicaciones científicas el 7 de Agosto de 1936, pronunciando palabras alusivas al homenaje el profesor don Rolando Hereñú. Luego se consideraron los siguientes trabajos:

Crouzeilles Amelia L. de. — Datos arqueológicos sobre paraderos indígenas de Santa Fe (Isla del Periquillo, Helvecia y Sauce Viejo).

Frenquelli Joaquín. — Apuntes estratigráficos acerca del yacimiento del « *Glossotherium* » de la laguna Guadalupe.

Fertes G., Bertuzzi F. y Pucci D. — La identidad del yacarol con el d-citronelol.

Damianovich Horacio. — La Química del helio y trasmutación de los elementos.

El 13 de Noviembre último se efectuó otra sesión, comunicándose los siguientes trabajos:

Carabajal Raúl S. J. — Ultimos descubrimientos arqueológicos de Arroyo Leyes.

Fester G. — La cordillera fueguina.

Babini J. — Sobre la sumación de algunas series divergentes.

Urondo F. E. — Nuevas medidas de radioactividad del aire del subsuelo.

Por la circunstancia de haberse realizado en esta ciudad en el mes de Julio las Sesiones Químicas Argentinas organizadas por la Asociación Química Argentina, no se realizaron sesiones de comunicaciones durante el primer semestre del año, debido a que algunos de nuestros consocios presentaron trabajos en ese certamen.

En la sesión de hoy disertarán:

Damianovich H. — La química del helio y elementos análogos.

Fester G. — Viaje a la zona magallánica.

CONFERENCIAS

En el salón de actos de la Facultad de Química Industrial y Agrícola de esta ciudad y ante numeroso y atento auditorio se pronunciaron las siguientes conferencias:

Por el Ing. Agrónomo Antonio E. Marino, del Departamento de Agronomía del Instituto Experimental y de Investigaciones Agrícolas de la provincia de Santa Fe, el 23 de Julio de 1936 sobre el tema: « Herencia Mendeliana ».

El 8 de Agosto disertó el Rev. P. José A. Laburu S. J. sobre el tema: « Problemas sobre la psicofisiología del carácter ».

El 18 de Agosto el contador público Emilio Sánchez R. sobre el tema: « Primera crisis mundial de post-guerra y su repercusión en la provincia de Santa Fe ».

El Dr. Mariano Tissebaum el 10 de Setiembre disertó sobre el tema: « El trabajo. Función jurídica, social y educativa ».

El Dr. Franz Kühn, Profesor de la Universidad de Kiel, el 10 de Octubre, desarrolló el tema: « Bases científicas de la Geografía Económica aplicadas a la Argentina ».

Todas estas conferencias fueron auspiciadas por el Instituto Social de la Universidad Nacional del Litoral y algunas de ellas transmitidas radiotelefónicamente.

BIBLIOTECA

La biblioteca social ha ido aumentando en forma paulatina sus existencias. Se han incorporado diversas revistas periódicas argentinas y extranjeras cuya nómina se detalla por separado en copias mimeográficas para ser agregadas a la «Nómina de publicaciones existentes en la biblioteca de la Sociedad Científica Argentina, Sección Santa Fe», edición Santa Fe 1935, folleto impreso que fuera distribuído oportunamente a los señores socios.

Entre las publicaciones incorporadas destacamos «La civilización Chaco-Santiagoña», Emilio R. y Duncan L. Wagner, que fué obsequiada a nuestra Institución por el Superior Gobierno de la Provincia, lo que fué debidamente agradecido. Asimismo observarán los señores socios que en la nómina anterior figuran «Comptes rendues hebdomadaire des seances de l'Académie des Sciences», T. 202 y 203, año 1936 completo, cuya suscripción fué abonada con nuestros fondos. Asimismo se ha girado el importe de la suscripción por el año en curso. La incorporación de tan importante publicación esperamos será bien recibida por nuestros consocios.

ANALES Y CANJE

Los resúmenes de las comunicaciones científicas fueron publicados en los *Anales de la Sociedad Científica Argentina* que envié a esta Sección Santa Fe, 150 ejemplares cada vez de tirajes aparte de aquellos trabajos, habiéndose completado el tomo 8 de los Anales de esta Sección.

Con esos tirajes hemos continuado el canje de revistas ofreciendo los números anteriores y recibiendo contestaciones en forma tal que se han podido seleccionar las instituciones con quienes mantenemos canje. Ese número se eleva a 44 y debe mantenerse tratando de elevarlo no descuidando la correspondencia pertinente. Esta tarea fué cumplida con entusiasmo y eficiencia por nuestro Secretario Ing. Químico Rodolfo Rouzaut lo que deseamos resaltar por la circunstancia que nuestra Sociedad no dispone de personal remunerado.

En la corrección de pruebas y en todo lo referente a los Anales nuestro consocio el Ing. José Babini ha tenido la destacada actuación de siempre.

EXCURSIONES

El 17 de Abril se realizó una excursión a la fábrica de productos cerámicos Alássio Hnos. situada en La Guardia cerca de esta ciudad. En esa oportunidad recordarán quienes asistieron las múltiples atenciones que nos fueron dispensadas por los propietarios. También deseamos señalar que participaron invitados por nuestra Sociedad un grupo de estudiantes de la Facultad de Química Industrial y Agrícola y de la Especialidad Química de la Escuela Industrial.

El 8 de Agosto por la tarde el Director del Instituto del Museo de la Universidad Nacional de La Plata, nuestro consocio honorario Dr. Joaquín Frenguelli, dictó una conferencia al pie de las barrancas del Paraná y con ese motivo nuestra Sociedad invitó a trasladarse a aquella ciudad a nuestros asociados, los que lo hicieron en cantidad.

HOMENAJES

Además del acto realizado como homenaje recordatorio del 25 aniversario de la muerte de don Florentino Ameghino a que ya nos hemos referido, se realizó otro acto conmemorando el centenario del fallecimiento del sabio francés Andrés M. Ampère consistente en una disertación radiotelefónica por la estación radioemisora del Instituto Social de la Universidad Nacional del Litoral a cargo del Presidente, que se refirió a la personalidad de aquel eminente investigador.

COMISIÓN DIRECTIVA

En las sesiones realizadas por la Comisión Directiva que hoy termina su mandato se han considerado diversos asuntos. Han sido facilitados en préstamo al Instituto del Museo de La Plata algunas piezas óseas a pedido del Dr. Joaquín Frenguelli. Se ha aceptado la donación de una linterna de proyección casi completa de parte del Dr. J. Frenguelli, lo que ha sido debidamente agradecido.

La Tesorería ha sido atendida con la diligencia de siempre por nuestro consocio Ing. Carlos Christen. Podrán apreciar por el adjunto balance que nuestra Institución que sólo cuenta con el aporte de las cuotas mensuales de los asociados ha cumplido todos sus compromisos y mantiene el superávit. El total de entradas suma un total de

\$ 1.406.98 y el total de gastos la suma de \$ 1.364.25, no existiendo cuentas a pagar. En el monto de gastos están incluidos la cantidad de \$ 961.50 depositados a la orden de la Sociedad Científica Argentina Central y \$ 114.40 por suscripción a revistas extranjeras. Pasan al ejercicio siguiente 182 recibos al cobro que importan \$ 364.— y \$ 42,73 en efectivo.

Socios

En la actualidad contamos con 56 socios activos y un socio honorario.

* * *

Nuestras relaciones con la Comisión Directiva Central, se han desarrollado evidenciando una amplia colaboración y así también ha ocurrido en los componentes de la Comisión Directiva de esta Sección, con lo que la tarea se ha hecho fácil y grata.

Queda a vuestra consideración esta labor.

R. ROUZAUT
Secretario

F. E. URONDO
Presidente

COMISIÓN DIRECTIVA

Período 1937-1938

<i>Presidente</i>	Dr. GUSTAVO A. FESTER
<i>Vice-Presidente</i>	Dr. JOSÉ PIAZZA
<i>Secretario de actas</i>	Ing. Quím. JOSÉ CRUELLAS
<i>Secretario de correspondencia</i>	Ing. Quím. FRANCISCO A. BERTUZZI
<i>Tesorero</i>	Ing. Quím. ENRIQUE VIRASORO
<i>Vocal titular I</i>	Ing. JOSÉ BABINI
<i>Vocal titular II</i>	Prof. ROLANDO HEREÑÚ
<i>Vocal suplente I</i>	Prof. JULIO SALABER
<i>Vocal suplente II</i>	Ing. Quím. GUILLERMO BERRAZ
<i>Encargado de publicaciones</i>	Ing. JOSÉ BABINI
<i>Encargado de Biblioteca y Canje</i>	Ing. Quím. RODOLFO ROUZAUT

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Juliá Tolrá, Antonio
Argüelles, Eugenio	Kleer, Gregorio
Ariotti, Juan Carlos	Mai, Carlos
Babini, José	Mántaras, Fernando
Berraz, Guillermo	Marelli, Hipólito
Bertuzzi, Franciseo	Marino, Antonio E.
Bonazzola, César J.	Montpellier, Luis Marcos
Borruat, Luis	Morisot, Augusto
Borruat, Luis (hijo)	Mounier, Celestino
Borzone, Rodolfo	Muzzio, Enrique
Bossi, Celestino	Nigro, Angel
Caballero, Martín A.	Niklison, Carlos A.
Camo, José María	Oliva, José
Cerana, Miguel	Peresutti, Luis
Claus, Guillermo	Piazza, José
Courault, Pablo	Piñero, Rodolfo
Crouzelles, A. L. de	Pozzo, Hiram J.
Cruellas, José	Ragonese, Antonio E.
Christen, Carlos	Reinares, Sergio
Christen, Rodolfo G.	Rouzaut, Rodolfo
Damianovich, Horacio	Salaber, Julio
Faleo, Federico	Salgado, José
Fester, Gustavo A.	Santini, Bruno L. P.
Frenguelli, Joaquín	Schivazappa, Mario
Gollan, Josué (h.)	Simonutti, Atilio A.
Gschwind, Eduardo P.	Tissebaum, Mariano
Guinle, Hugo José	Urondo, Franciseo E.
Hereñú, Rolando	Virasoro, Enrique
Hotschever, Curto	

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA "SEC. SANTA FE"
CUENTA DE RECURSOS Y GASTOS (ABRIL 1936 - ABRIL 1937)

HABER

DEBE

<p>Saldo del ejercicio anterior \$</p> <p>Importe de 62 recibos percibidos durante el mes de Abril »</p> <p>Importe de 58 recibos percibidos durante el mes de Mayo »</p> <p>Importe de 54 recibos percibidos durante el mes de Junio »</p> <p>Importe de 70 recibos percibidos durante el mes de Julio »</p> <p>Importe de 59 recibos cobrados durante el mes de Agosto »</p> <p>Importe de 50 recibos cobrados durante el mes de Septiembre »</p> <p>Importe de 58 recibos percibidos durante el mes de Octubre »</p> <p>Importe de 56 recibos percibidos durante el mes de Noviembre »</p> <p>Importe de 52 recibos percibidos durante el mes de Diciembre »</p> <p>Importe de 62 recibos percibidos durante los meses de Enero y Febrero »</p> <p>Importe de 43 recibos percibidos durante el mes de Marzo »</p> <p>Recibos al cobro, que pasan al ejercicio siguiente, 182 a \$ 2.00 c/u. »</p>	<p>158,98</p> <p>124,00</p> <p>116,00</p> <p>108,00</p> <p>140,00</p> <p>118,00</p> <p>100,00</p> <p>116,00</p> <p>112,00</p> <p>104,00</p> <p>124,00</p> <p>86,00</p> <p>364,00</p> <hr/> <p>1.770,98</p>
<p>Invertido en concepto de:</p> <p>Comisión al cobrador por la cobranza de 624 recibos, a \$ 0,30 por c/u. \$</p> <p>Impresión de tarjetas y circulares »</p> <p>Libretas de cheques »</p> <p>Depósitos en cuenta corriente, a la orden de la Sociedad Científica (Bs. Aires):</p> <p>1er. Trimestre »</p> <p>2º Trimestre »</p> <p>3er. Trimestre »</p> <p>4º Trimestre »</p> <p>Suscripción a dos años de « Comptes Rendus de l'Académie de Sciences », París »</p> <p>Gastos varios »</p> <p>Recibos al cobro, que pasan al ejercicio siguiente, 182 a \$ 2.00 c/u. »</p> <p>Efectivo en Tesorería »</p>	<p>187,20</p> <p>73,50</p> <p>1,25</p> <p>270,00</p> <p>274,50</p> <p>246,00</p> <p>171,00</p> <p>114,40</p> <p>26,40</p> <p>364,00</p> <p>42,73</p> <hr/> <p>1.770,98</p>

C. CHRISTEN
Tesorero

F. E. URONDO
Presidente

LA CHACRA EXPERIMENTAL DE PATAGONES (*)

IMPRESIONES DE UN OBSERVADOR

POR EL INGENIERO CARLOS WAUTERS

(Conclusión)

VI

CONCEPTO DE LA ENSEÑANZA POR LA CHACRA

Dentro de esta síntesis se descubre un mundo de investigaciones a realizar, con finalidades prácticas de carácter económico, para dar, de una vez por todas, a los problemas relacionados con nuestra producción las bases científicas de que carecen. Por desgracia, las autoridades que de alguna manera han intervenido en la suerte de la chacra experimental de Patagones no lo han entendido así, en ningún momento. Vista de lejos y desde un avión, como en la fotografía adjunta, ofrece una agradable perspectiva de contraste con el desierto circunvecino.

En pleno período de experimentación inicial o, mejor dicho, antes de transcurridos los primeros seis meses de empezados los trabajos preliminares de instalación, en nota n° 179 de julio de 1907, la intendencia municipal se apresuraba a pedir al gobierno que, una vez terminados los estudios que la habían justificado, las máquinas, bombas e instalaciones fueran cedidas para destinarlas « al servicio de aguas corrientes y de una usina que suministre la corriente eléctrica necesaria para el alumbrado del pueblo ».

Con todo acierto, el gobierno aceptó nuestra opinión y no atendió el pedido. Resolvió, en cambio, dar carácter permanente a la chacra; y sin perder tiempo tramitó la cesión del terreno ocupado y cedido por el Concejo Deliberante en las sesiones del 2 y 5 de octubre de 1910. La escrituración no pudo realizarse hasta que, en 21 de agosto de

(*) Ver Tomo CXXIII, Entrega VI, pág. 273 y sig.

1916, la Legislatura de la provincia autorizó a la municipalidad para formalizar la transferencia. En su sesión del 2 de febrero de 1917 el Concejo dispuso la escrituración, sin las calles que el P. E. podrá mantener cerradas hasta tanto la municipalidad « considere necesaria la apertura de alguna de ellas cuando el tráfico lo haga indispensable ». La mensura previa redujo el área entregada en la primera hora a 127 Ha. 93 a. 88 ca.

La escritura no pudo extenderse sino en 13 de abril de 1923, una vez que el gobierno aceptó la condición impuesta por la munici-

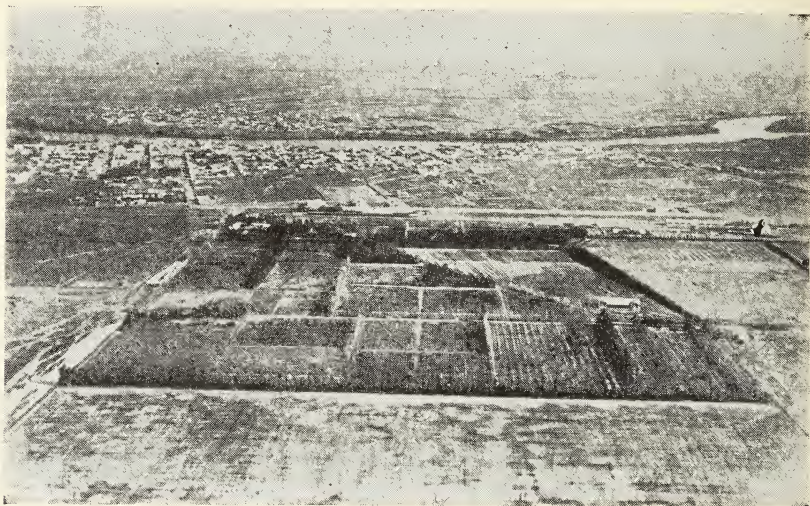


FIG. 6.

palidad de crear una « Escuela de agricultura » en la referida chacra, para satisfacer una aspiración que se había arraigado en el vecindario y procuraba crearle un ambiente favorable. En efecto, en 1921, en un gran diario de esta capital se escribía que los cultivos frutales no habían dado mayores resultados « por los métodos empíricos usados », a pesar de haber sido realizados por agrónomos profesionales. Por ello se reclamaba la fundación de una modesta escuela frutícola, transformada en « Escuela de agricultura » durante la larga tramitación. Se agregaba: « El personal dirigente de la chacra es más que suficiente para cumplir esta misión y lo haría gustoso, *pues hoy se aburre* ». El estudio que cura este mal, hubiera permitido mostrar a los futuros maestros la forma de hacer cultivos menos empíricos, de no hacerlos sino en terrenos pre-

viamente preparados, y poner la chacra en condiciones de ofrecer enseñanzas prácticas de lo que debe hacerse para obtener rendimientos satisfactorios, y no limitarse a señalar fracasos que despiertan el pesimismo en el que entra a una escuela para ilustrarse y rehuirlos. De inmediato, por decreto del 3 de julio de 1923, fué nombrado un profesor sin especificar la materia que enseñaría.

Con apremio, por decreto del 30 de abril de 1924, fué aprobado el plan de estudios y el reglamento para la escuela. El edificio se empezó a construir ese año y se ha terminado recién hace poco, con un gasto de más de 400 000 pesos. No se ha habilitado hasta la fecha, no obstante haberse agregado, desde tiempo atrás, un profesor más, ninguno de ellos con residencia en Patagones donde no hay ni puede haber alumnos en la escuela.

Cuando más falta hace implantar una nueva orientación experimental, el P. E. en acuerdo de ministros n° 118 del 29 de abril de 1932, resuelve distraer el personal de la chacra en tareas totalmente ajenas a su carácter técnico; y dispone que «la dirección de la chacra y escuela experimental de Patagones atienda directamente y sobre el terreno las gestiones relacionadas con este asunto», es decir, que se ocupe «del plan de administración de las tierras». Obsérvese que la *escuela de agricultura*, creada en 1923, se hace ahora *experimental*, antes de introducir las correcciones necesarias en la labor de la chacra que lo era y que, en todo caso, no es obra de alumnos que no aparecen y cuya preparación, a juzgar por el plan de estudios que los espera todavía, impedirá toda investigación seria.

Nada más inexacto, por otra parte, que afirmar, como se hace para justificar tan errónea resolución, que la chacra fué fundada «para que, cuando alguna vez, se hiciera la irrigación, pudiera vigilar su mejor aprovechamiento y al mismo tiempo la percepción mejor de la renta». Hubiera sido insensato insinuar siquiera cualquiera de esos dos propósitos: la función de la chacra ha debido ser siempre la misma, misión pura y exclusivamente experimental, con la que hay cómo *divertir* al personal con tareas absorbentes, si los jefes se compenetran del alcance preciso de su cometido. Estas, en cambio, son tareas que pertenecen a las autoridades de aguas, sobre cuya existencia y funcionamiento no existe la más mínima noción en las esferas oficiales y administrativas de la provincia.

La eraera, estación o campo de experimentación, no puede ni debe ser escuela de agricultura ni de alguna de sus especializaciones.

A ella no deben ingresar aves de paso, en busca de una posición transitoria, simple eslabón dentro de un escalafón burocrático administrativo. Sus dirigentes deben ser hombres avezados en las tareas de la investigación experimental, especializados en la ciencia del suelo o pedología, vinculados en forma inamovible a sus labores científicas, por contrato de larga duración y con la remuneración que permita la dedicación completa del estudioso en la continuidad del esfuerzo, impuesto por la propia naturaleza de los ensayos a realizar.

Esta excluye, en absoluto, las preocupaciones de la enseñanza, así como la imposición de la disciplina, no sólo a alumnos reunidos sin control previo, sino a maestros improvisados para enseñar lo que ellos mismos desconocen. Son pocos aquellos dirigentes necesarios que deben contratarse en el extranjero si no existen en el país, por falta de estudio de aquella ciencia, no obstante los esfuerzos que realiza la Facultad de química en la Universidad del Litoral. En último caso, convendría enviar algunos jóvenes egresados, con aptitudes comprobadas de investigadores, a perfeccionar sus estudios al lado de los mejores especialistas, buscados donde se encuentren y asegurar sus servicios, al regreso, con serios contratos previamente concertados.

Esta expresa separación de la función experimental de la reclamada por la enseñanza no importa condenar a la chacra al aislamiento. Una asidua publicidad de los resultados de los ensayos realizados, con especial relieve de las ventajas de las conquistas alcanzadas con ellos, ofrece al público la retribución más eficaz del tributo que le reclama el Estado para mantener estos centros de experimentación científica. Hoy más que nunca, son indispensables para satisfacer las necesidades de la producción frente a los progresos que, con iguales métodos, realizan las naciones competidoras en el mercado internacional. Si a ello se agrega el compromiso que contraen sus dirigentes de responder a todas las consultas que se les formulen y sostener un intercambio obligatorio de informaciones entre instituciones que persiguen iguales finalidades, su acción educacional queda perfectamente definida, sin las preocupaciones materiales de la vida.

El peligro de asociar la escuela a estas chacras tiene sus raíces en nuestro ambiente. El decreto del P. E. de la Nación del 22 de abril de 1907, creaba y organizaba chacras experimentales y dió el primer paso, si bien modestamente admitía la formación de apren-

dices. Se multiplican, nacionales y provinciales, y todas expiden certificados de competencia a profusión, sin la menor noción de la capacidad del país para absorber tantos diplomados: muy pronto no hallan dónde ocuparse. La defensa entre ellos se organiza entonces: los discursos, proyectos y decretos forman una profusa documentación⁽²⁸⁾, en tanto que los mismos profesionales, ya de carácter universitario, reconocen que el público desconfía de su preparación y que no les queda otro recurso que refugiarse en las administraciones públicas, donde ni siquiera pueden especializarse: no lo admite la necesidad de hacer carrera burocrática y ocupar posiciones muy variadas, en procura de la mejora de sueldo con miras a la jubilación final.

Como no todos pueden ubicarse en ellas aparecen los más diversos proyectos. Alguno para que el certificado les brinde especiales favores en los bancos oficiales⁽²⁹⁾ como el de Beiró, aplaudido, desde luego, por todos los interesados y sus instituciones gremiales. Otro para crearse privilegios en los planes de la futura colonización oficial, al extremo de provocar la reunión de un reciente congreso de aficionados para empeñarse en la institución de un « Consejo Nacional de Colonización »; y que no tenía otra verdadera finalidad que la de preparar el ambiente para realizar una « colonización racional con egresados de las escuelas de agricultura, nacionales y provinciales ». Según el proyecto aprobado en definitiva por los mismos, con los « de todos los demás establecimientos de enseñanza agrícola, inclusive los menores de las colonias-reformatorios que sirven a la ley n° 10.903 y otras instituciones, oficiales y particulares, que se incorporen, que protejan la infancia abandonada y los adultos, inmigrantes, indígenas, desocupados de ambos sexos, liberados, demás atendidos por la asistencia social y patronatos nacionales, provinciales, particulares y semioficiales adheridos ».

Lo más que puede admitirse es que las chacras experimentales, recién cuando hayan conseguido resultados con un tipo especial de semillas o plantas, hayan aclimatado variedades nuevas, o las hayan creado más adaptables al ambiente que las existentes, establezcan viveros propios. Permitirán la divulgación de estos tipos seleccionados, sometidos al riguroso control de origen, y sus beneficios eco-

(28) R. ALLEN, *Enseñanza agrícola. Documentos orgánicos*, 1929.

(29) H. Cámara de Diputados de la Nación, sesión de 29 de septiembre de 1920.

nómicos constituirán la más eficaz enseñanza y el más sólido fundamento de los prestigios de la misma chacra. Esta propaganda será la más provechosa y la que rendirá con creces los mayores beneficios a la región en que pueden extenderse, dentro o fuera de su propia zona de influencia directa.

VII

LA ESTACIÓN EXPERIMENTAL AGRÍCOLA DE TUCUMÁN

En todo sentido ofrece un modelo, calcado en similares europeos y americanos que debe guiar a todo gobierno bien inspirado, no sólo en vista de los resultados que ha conseguido alcanzar, merced a su ejemplar organización técnica y administrativa, sino a las circunstancias que provocaron su creación. El malestar preocupaba a la industria tanto como a la agricultura. El Estado no atinaba en dar con una solución salvadora. La depresión económica parecía excluir todo nuevo gravamen. Se apeló a la ciencia una vez más: severamente orientada, ajena al ambiente político y aplicada sin atender recomendaciones, a plazo breve señaló una radical y profunda evolución general.

La principal industria de la provincia estaba en decadencia, acentuada de año en año y con grave peligro de quedar sin materia prima que entregar a sus costosos ingenios azucareros: las rentas fiscales que permiten al gobierno mantener su administración general decaían en igual forma. El senador provincial D. Alfredo Guzmán, progresista industrial, presentó a la Cámara de que formaba parte un proyecto de modesta apariencia. La Legislatura lo aprobó sin oponer reparos. La ley promulgada en 16 de enero de 1907 autorizaba al P. E. para ampliar los laboratorios de química y bacteriología con miras a crear una Estación experimental agrícola.

Para asegurar su instalación definitiva, por ley del 12 de julio de 1909, se adquirieron terrenos en extensión de 20 hectáreas y algunos viejos edificios. Se la organizó bajo el modesto nombre de « oficina », para tener « a su cargo todo lo relativo al mejoramiento y fomento de los cultivos de la provincia, a la implantación y aclimatación de nuevas especies, al estudio de los medios necesarios para combatir las plagas y prevenir su importación, así como a la adopción de las medidas coercitivas necesarias al efecto, y en general, todo aquello que se relacione con los trabajos agrícolas de la

provincia, en todas sus fases». Así reza el art. 2 de su ley de creación del 27 de julio del mismo año.

Se entregaba su dirección técnica al Sr. R. E. Blouin, ex director de la estación experimental de Audubon Park, en Luisiana: se le había contratado a mérito de la autorización dada al P. E. por la primitiva ley de 1907. Se designaba una junta para asesorarlo, compuesta de 3 industriales y 2 cañeros, designados por el P. E. con acuerdo del Senado y por 3 años, pero reelegibles. Para cubrir los gastos se creaba un impuesto adicional de 5 centavos $\frac{m}{n}$ por tonelada de caña, destinado exclusivamente a ese objeto, no obstante la situación de crisis de la industria. La junta podía imponer multas en caso de resistencia para adoptar medidas de policía sanitaria vegetal. La estación dependía del P. E.; pero por ley del 5 de diciembre de 1922, se declaró autónoma y se aclararon algunas de las disposiciones de la ley anterior, sin alterar las fundamentales. El reglamento del 10 de junio de 1910 se substituyó por otro del 19 de mayo de 1932 que amplía las tareas de la institución; y luego se completó con el del 28 de abril de 1933 que reglamenta la asistencia del personal.

No nos proponemos detallar la intensa labor desarrollada en esta estación experimental, a cargo del director Dr. W. E. Cross, desde hace más de 20 años. Se encuentra reflejada en su propio boletín mensual. La «Revista Industrial y Agrícola de Tucumán» se publica regularmente desde 1910, sin perjuicio de múltiples memorias adicionales y circulares profusamente distribuidas, dentro y fuera de la provincia. Es la forma de enseñanza que cuadra a estas instituciones que agregan ahora informaciones radiotelefónicas semanales destinadas a combatir la monocultura en la provincia⁽³⁰⁾, y retribuyen con creces el tributo que su sostenimiento reclama de industriales y agricultores; propaganda, consejos y recomendaciones de alto valor científico aplicables con provecho al ambiente y en la hora presente. Las mismas secciones que se reparten la labor técnica y la completan, de agricultura, química, horticultura, botánica, entomología vegetal y patología, cada una de ellas a cargo de un especialista, señalan la diversidad de interesantes cuestiones estudiadas bajo el control técnico superior de la dirección.

En el especial problema del regadío, consultada esta última, nos afirma, sin mayores detalles, que «los experimentos han

(30) W. E. CROSS, *Circular* n° 45, 1933.

demostrado que los rendimientos de caña por hectárea son óptimos cuando se emplea la irrigación para suplementar las lluvias, en tal forma que la planta disponga siempre de una abundancia de agua, siempre, entendiéndose, que los terrenos sean bien drenados, a fin de evitar el estancamiento del agua en los mismos». En Tucumán el problema del riego no reviste la importancia que para Patagones. Con 800 a 1200 mm. de lluvias anuales, con dominante proporción desde octubre a mayo, precisamente durante los meses del crecimiento de la caña, sólo la presenta en años secos, con no menos de 500 mm anuales. Pero si no la tiene para la caña de azúcar, en cambio, la presenta para otros varios cultivos industriales, para los cuales el riego sólo será *conveniente*, sin llegar a ser *indispensable* como en zonas desérticas del carácter de las de Patagones.

Uno sólo de los triunfos de la estación bastaría para justificar su creación y demostrar la utilidad que pueden reportar las similares. La degeneración repentina de la caña criolla que se acentuó en los años de 1915 y 1916, pero que se venía señalando en un lento proceso de decadencia marcada desde tiempo atrás, encontró en la estación, entre dos mil variedades experimentadas con perseverancia, las cañas moradas de Java n° 36 y 213 que debían dar nuevo impulso a la industria. Constituyen desde entonces la base de la renovación salvadora de los cañaverales, aun cuando la estación tiene otras nuevas y mejores variedades, especialmente adaptables a algunos suelos que los agricultores usan ya.

La Estación cubre sus gastos de \$ 150 000 $\frac{m}{n}$ anuales con el importe de 5 centavos por Tn. que le proporcionan los 3 millones anuales de producción de los ingenios de todo el norte. En una de sus publicaciones ⁽³¹⁾, calculaba la producción de la caña criolla en 400 kg. por surco con un gasto en cultivo de 1,80 $\frac{m}{n}$, o sea \$ 4,— moneda nacional. La Java, en cambio, producía en el mismo surco 800 kg. con un gasto de \$ 0,80, o sea 1,— \$ $\frac{m}{n}$ por tonelada. La renovación de la caña aseguraba una economía neta de \$ 3 $\frac{m}{n}$ por Tn. En la producción total, la economía anual realizada pasaba de los diez millones de pesos moneda nacional. Muchos años puede vivir, trabajar e investigar la estación sin anotarse otro triunfo igual. Tiene conquistado su prestigio con aquél; y la economía general asegurada para la región justifica plenamente su subsistencia duradera.

(31) « Rev. Ind. y Agr. de Tucumán », año VII, n° 1 y 2, pág. 73, 1916.

Otro estudio que reviste interés para las tierras de Patagones es el que ha realizado en beneficio de grandes extensiones de terrenos sin riego y con lluvias escasas, dedicadas a una ganadería muy primitiva y rudimentaria. A base de un gran número de ensayos con forrajeras importadas, especialmente de Australia y Sud Africa, ha encontrado que en terrenos secos «la grama Rhodes», nombre del gran colonizador Cecil Rhodes, «y el pasto elefante» dan excelentes resultados. A base de estas gramíneas perennes pueden formarse potreros de pastos permanentes susceptibles de sostener uno y hasta dos animales por hectárea durante todo el año. Al duplicar o triplicar la renta de tierras mucho más extensas que las plantadas con caña y dar mayor regularidad a esta producción, el triunfo no ha sido de menor importancia.

Ha conseguido demostrar que la grama Rhodes se asocia admirablemente a la alfalfa; y que esta mezcla produce bien, dura mucho en terrenos en que la alfalfa sola no prospera y que resiste el pisoteo de los animales. Para estos mismos terrenos de secano se han podido recomendar varias otras gramíneas de gran utilidad, así como la penea sin espinas que proporciona un forraje de urgencia para las zonas secas, pues ofrece un alimento con que la hacienda puede sostenerse durante varios meses. Sin poder afirmar que estos ensayos son adaptables en la altiplanicie de Patagones, es de suponer que con igual perseverancia se hallarían los mejores tipos y variedades que se aclimatarían a sus especiales condiciones.

Una enumeración de los distintos estudios realizados por la estación que ha tenido que ensancharse hasta ocupar 90 hectáreas, permite darse cuenta cabal de su real importancia. Sus investigaciones son seguidas con real interés, sus recomendaciones adoptadas con entusiasmo y plena confianza, sus consejos solicitados por agricultores e industriales, y el valor científico de sus estudios reconocido por los institutos similares extranjeros. Sus prestigios son tales que los industriales del arroz, los del tabaco, de las plantaciones de hortaliza, respectivamente en Medinas, la Cocha y Lules reclaman la fundación de subestaciones filiales en sus propios centros de producción, para poder estudiar los problemas que afectan al cultivo y a la industrialización de sus productos. La zona de secano reclama otra con igual finalidad renovadora.

VIII

EL INSTITUTO EXPERIMENTAL Y DE INVESTIGACIÓN AGRÍCOLA
DE SANTA FE

Los futuros ensayos que deberá reiniciar la chacra de Patagones, si bien dominados por la preocupación fundamental del riego, se inspirarán en los de esta estación y se repetirán para las tierras secas que siempre quedarán disponibles, dentro del territorio de la provincia de Buenos Aires o no, fuera de la zona dominada por las obras de riego proyectadas. No hará sino perfeccionar sus investigaciones iniciadas en 1906, adaptadas al concepto moderno que las orienta con relación al estudio edáfico de sus suelos respectivos; y al de investigación encaminada a la aclimatación de cultivos introducidos de afuera, o de variedades híbridas formadas en la misma región, para someter a métodos científicos el aprovechamiento benéfico de las tierras estudiadas, ya sea entregadas al regadío o conservadas en su actual estado primitivo. Si bajo el punto de vista del riego la estación tucumana ofrece poco material de estudio, en cambio, bajo el aspecto cultural propiamente dicho, presenta un ejemplo digno de imitación, así como en su organización administrativa, lograda al poco tiempo de su fundación.

Así lo ha comprendido perfectamente la provincia de Santa Fe ante la necesidad de iniciar una racionalización de sus métodos de cultivo, la selección de especies vegetales y la búsqueda de nuevos elementos de mayor rendimiento, para reanimar la agricultura y la ganadería, en franco proceso de decadencia, en gran parte de su territorio. Su gobierno, en un gesto que le honra, deseoso de oponer los dictados de la ciencia experimental a la improvisación y al empirismo que han agotado las fuentes más nobles de la producción agropecuaria de la provincia, ha resuelto crear un « Instituto experimental y de investigación agrícola », inspirado en el modelo técnico y en la organización administrativa de la « estación experimental agrícola de Tucumán ».

La degeneración de los alfalfares cuya vida se ha reducido de 25 a 5 años así como su rendimiento, y la introducción de nuevas forrajeras que han traído plagas desconocidas antes, exponen a la provincia a carecer de pastos para sus clases refinadas de ganado. El bajo rinde de los linos, la mediocre calidad de los trigos, la ex-

plotación desordenada de los bosques, etc., crean una depresión económica cuyo origen debe buscarse en el agotamiento de los suelos cuya fertilidad ha sido proverbial y de la que se ha abusado sin medida.

El gobierno, ante el resultado del modelo tucumano, no ha trepido en crear un organismo autártico, desvinculado de la política al que ha asegurado recursos propios al gravar los principales productos agrícolas y forestales. A las secciones técnicas ha agregado otras de carácter social, de economía rural y geografía agrícola, funciones complementarias que permiten mayor unidad en la acción de reconstrucción económica que mueve la iniciativa. Aun cuando sus resultados no puedan palpase de inmediato, demuestra un concepto exacto respecto a las causas fundamentales del malestar de la producción que, así como ha tardado en exteriorizarse por el mal uso de suelos fértiles, demandará también mucho tiempo en alcanzar su segura corrección y su inevitable rehabilitación.

Un solo detalle queremos hacer resaltar. El personal técnico contratado debe todo su tiempo y actividades al Instituto y no puede aceptar otras tareas rentadas. Del mismo modo, no se crea con propósitos de lucro, esto es para hacer plantaciones por cuenta del Estado y para industrializar sus productos. Si se admiten algunas pequeñas instalaciones han de servir de modelo para facilitar la experimentación, directa y oficial, al efecto de mejorar métodos o de perfeccionar normas de elaboración. La extensión de los campos experimentales debe ser la estrictamente necesaria para realizar los ensayos: todo excedente importa recargo innecesario de gastos. La propagación de especies aclimatadas o alcanzadas por hibridación en viveros propios, más que una finalidad comercial perseguida con la venta de productos, importa el control de su producción y un freno opuesto a la dádiva liberal, desordenada y peligrosa cuando depende del gobierno.

Pensar en el porvenir es genuina función de gobierno. No es característica de los nuestros y de ahí los plácemes que merecen estas resoluciones a las que estamos poco habituados. Los pueblos no pueden premiar estos actos como lo hacía Casaroes en la anécdota que nos ha recordado el emir Arslan, a propósito del «sabio cultivador», en sus «Breves leyendas del Oriente». No podemos dejar de reproducirla:

«En un atardecer el rey de Persia, Casaroes, salió a pasear por los alrededores de Teheran, y habiendo visto a un viejo cultivador, de bar-

«ba larga y blanca como la nieve, que encuadraba su cara arrugada ocu-
«pado en plantar dátiles (sabido es que estos árboles tardan veinte años
«para dar frutos), el rey se paró delante del anciano y le preguntó:

«—¿Acaso esperas tú vivir para comer frutas de estos dátiles, estan-
«do ya en el fin del camino de la vida?

«—¡Oh, rey! —contestóle el anciano—, los que nos han precedido
«han plantado y hemos comido! Plantaremos a nuestro turno, y los que
«nos sucedan, comerán.

«—¡Zeh! —exclamó Casaroes, admirando la contestación feliz del
«anciano, y le gratificó con mil denarios.

«El anciano agradeció efusivamente al rey, y agregó con una dulce
«sonrisa:

«—Es la primera vez que los dátiles dan tan rápidamente frutos tan
«deliciosos.

«Seducido por la réplica, Casaroes ordenó que le entregaran otros mil
«denarios.

«—Lo más extraordinario es que estos dátiles han dado frutas dos
«veces seguidas.

«En el colmo del contento, Casaroes lo gratificó con otros mil denarios,
«haciendo votos por que su larga vida terminara en paz y felicidad ».

El ministro, Ing^o Alberto T. Casella, animador de la empresa, re-
sulta un «sabio cultivador». Santa Fe debe aspirar a que la pal-
mera que acaba de plantar alcance a dar sus frutos: para eso no
debe escatimarle sus afanes y prodigarle su protección al través del
tiempo y de los gobiernos.

CONCLUSIONES

La provincia de Buenos Aires, la más extensa y poblada de las
de la República Argentina, que se considera la más rica, con pro-
blemas relacionados con la producción de su industria agropecua-
ria tan graves como en otras, ¿no será capaz de plantar otra pal-
mera en Patagones, aun cuando tenga que esperar largos años para
recoger sus frutos?

En el presupuesto de su administración para el año 1934 que
importa 125 millones de pesos $\frac{m}{n}$ en cifras redondas, la Dirección
de agricultura, ganadería e industrias absorbe 37 000 \$ $\frac{m}{n}$, o sea
algo menos de 0,3 %. La provincia cuenta con 2 escuelas de agri-
cultura, la frutícola «Osvaldo Magnasco» en Dolores y la de in-
dustrias rurales «Nicanor Ezeiza» en Coronel Vidal; una tercera
imaginaria, con profesores pero sin alumnos, en Patagones; 4 vive-
ros en Cazón, Baradero, Dorrego y Miramar; y 2 chacras en Do-

rrego anexa al vivero y la de Patagones, ésta clasificada de experimental que no representa en aquel conjunto un gasto mayor de 25 000 \$ $\frac{m}{n}$ anuales, o sea el 0,02 % del presupuesto general de la administración de la provincia.

Dentro del partido de 1 369 000 hectáreas, las tierras fiscales no alcanzan a ocupar el 25 % y el producido normal de los arrendamientos, variables desde 0,40 a 1,20 \$ $\frac{m}{n}$ anuales por hectárea, en cifras redondas, representa una entrada de 300 000 \$ $\frac{m}{n}$. El Estado de Utah, en el árido oeste de los EE. UU. de N. América, en 1912 no tenía más de 300 000 habitantes, pero destinaba, ya en esa época, a la experiencia agrícola de su chacra, famosa con el tiempo, el 10 % de su presupuesto general. Sus autoridades sabían que sus tierras, con lluvias comparables a las del partido de Patagones, no podían sufrir evolución alguna sin el concurso científico de su chacra experimental, cuyos beneficios se han extendido después a varios estados vecinos.

Para la chacra de Patagones dos tipos de ensayos se hacen necesarios. Los que se refieren al cultivo de tierras regadas, previamente preparadas, como señalamos antes; y los que tienden a buscar la producción de cosechas remuneradoras sin riego, donde se impone la implantación de los métodos del cultivo de secano, de características indispensables a descubrir por la experimentación directa en el ambiente físico del partido. No hay duda que los resultados serán adaptables fuera del territorio de la provincia; pero es de suponer que se daría por satisfecha si sus beneficios alcanzaran a servir los cuatro millones de hectáreas en sus partidos más inmediatos, cuya edafología y ecología ofrecen tantas analogías visibles. Aun cuando sólo se consiguiera duplicar su actual producción, el éxito de la chacra se habría asegurado. En el primer tipo de ensayos su triunfo será siempre más amplio y completo.

Para lograrlos basta seguir el ejemplo de la Estación experimental agrícola de Tucumán y adoptar sus directivas esenciales, como acaba de hacerlo Santa Fe con tanto acierto. Es preciso:

- 1º Asegurarle, por ley, una organización autárquica completa, técnica y administrativa, con absoluta independencia económica;
- 2º Contratar personal técnico especializado en el extranjero, desde el momento que no lo hay en el país;

- 3º Crear un consejo consultivo integrado con 5 interesados en el porvenir de la región, 3 de ellos residentes en Carmen de Patagones y 2 arrendatarios con más de 5 años de residencia en las tierras fiscales del partido;
- 4º Sin alterar los actuales procedimientos de recaudación, depositar directamente su producido líquido a la orden del concejo en la sucursal del Banco de la Provincia en Patagones;
- 5º Establecer la supresión absoluta de todo intento de creación de una escuela de enseñanza agrícola, cualquiera que sea su carácter, confiar en la acción cultural de la chacra por la difusión de sus investigaciones y dejar las cláusulas reglamentarias para el articulado de la ley respectiva.

El edificio construído para alojar alumnos se presta para la instalación de los laboratorios que reclama la chacra experimental pobremente tratada hasta la fecha. Con sus propios recursos completará las construcciones que se requerirán para lo sucesivo, por la multiplicidad de ensayos que se le encomiendan y cuya subdivisión, en secciones, convendría dejar librada a la resolución del director contratado, a quien debería dejarse la libertad de indicar sus propios colaboradores.

Es evidente que a la provincia se le presenta por resolver otro problema más amplio para abarcar todo su territorio con una acción de la misma índole, de experimentación regional diversificada y de carácter múltiple, sometida a un régimen técnico y administrativo uniforme de iguales características. Ello exigirá crear recursos más importantes e imponer otras fuentes de producción directamente favorecidas por estas investigaciones, la ganadería y la agricultura. Se nos ocurre que los antecedentes de la chacra experimental de Patagones y la naturaleza árida de sus tierras, únicas en la provincia, ofrecen oportunidad de dar para ella el primer paso que propiciamos decididamente.

Buenos Aires, marzo de 1935.

COTEJOS ECONOMICOS Y SELECCION ECONOMICA

POR EL ING. MAURICIO DURRIEU

(Continuación *)

36. — CAPITAL PRESENTE REPRESENTATIVO DE LOS INTERESES DEL CAPITAL INVERTIDO Y OTRAS CARGAS FIJAS. — Sabido es que todo capital invertido en una operación económica, devenga intereses hasta tanto queda redimido. A las inversiones, pues, efectuadas en las instalaciones industriales, la construcción de obras, etc., corresponderá desde luego un interés por el solo hecho de la ocupación del capital, *y mientras quede éste aplicado al fin indicado* (1).

Mas, dijimos que serían consideradas como otras cargas invariables las emergentes de la conservación de la instalación, obra, etc., durante su inactividad, con el fin de mantenerla en perfectas condiciones para prestar servicio.

Es práctica la de referir tales expensas al capital de creación de los medios a conservarse para el servicio, o sea $B + H + F$, mediante una cuota porcentual media:

$$r_1 \left[(B + H + F) - \frac{B_n + H_n + F_n}{(1 + r)^n} \right]$$

Por otra parte, los intereses estarán asimismo referidos al capital, —pero total en este caso,— mediante otra cuota porcentual: $r'[(C)]$.

Ambas cuotas podrán reunirse en una sola, r_1' , referida a todo el capital de primer establecimiento, en las obras de ingeniería,

(*) Ver T. CXXIII y sig.

(1) Este concepto tiene la importancia de indicar que no puede calcularse legítimamente en un cotejo económico con rédito ilimitado, que supone la inversión igualmente de duración indefinida para el capital.

desde luego, y también en algunos casos de instalaciones industriales, si se tuviese por suficiente la exactitud del procedimiento o los valores de T y A fuesen de escasa monta con relación a los restantes.

Con todo, la cuota parcial r_1 , correspondiente a la conservación general de la instalación, obra, etc., mientras permanece en la inactividad, también puede resultar variable, y en muy diverso grado, en las obras de ingeniería, según sea el tipo de esas obras, etc., porque pueden estar destinadas a prestar servicios intermitentes y por plazos mudables.

En tanto el servicio fuere interrumpido por breve tiempo, subsistirán sin variar sensiblemente los factores de la utilización; mas, si la paralización se prolongase, aún quedarán parcialmente en función aquellos factores. El costo mínimo ocurrirá en el caso de una suspensión indefinida, y resultará de la dirección, vigilancia, conducción bastantes de la obra, instalación, estructura, etc.; de los abastecimientos de materiales y accesorios indispensables para atender, reparar y aun remover dicha obra, etc., a consecuencia de los deterioros que experimente por la acción del tiempo;— y de las costas de oficinas y otros requerimientos de la conservación. Si bien los transportes podrán llegar a ser en tales circunstancias de muy escasa monta, tampoco podrá descuidárseles. Por último, los costos por derechos, impuestos y seguros no quedarán suspendidos durante la inactividad del servicio, e igualmente serán ellos computados.

Las cargas fijas a que nos referimos de esta suerte, pueden hallarse englobadas en las que sean consideradas al tratar de la conservación o del servicio o de la explotación de la obra, etc. No tiene ello inconveniente, siempre que el método de equiparación no varíe de una instalación, etc., a las demás con ella cotejadas. Mas, los intereses del capital invertido serán considerados con preferencia aisladamente de las cargas variables, a una tasa que podrá ser la misma, r , de los cálculos de anualidades, o bien distinta, — aun en el caso de que fuese el mismo el monto del capital a que aquellas cargas debiesen referirse.

A pesar de que es usual aplicar las cuotas r y r_1 a los montos totales de las inversiones correspondientes en el día inicial del cotejo, el procedimiento carece de exactitud, por cuanto concede al *capital realmente invertido*, (en general expresado por la diferencia entre el capital inicial y el actual o el residual de la obra,

etc., transferido al día inicial), un rédito mayor que el que parece atribuírsele (1).

Por razones, pues, de corrección matemática, emplearemos los valores exactos de los capitales invertidos.

Sea, ahora, en general $C - \frac{C_n}{(1+r)^n}$ la verdadera inversión de capital correspondiente a cierto destino. Podemos admitir que el interés o la carga porcentual anual de esa inversión, se reúna al final de cada año, expresándose por

$$\left(C - \frac{C_n}{(1+r)^n} \right) r'$$

Retrotraída cada suma de éstas al día inicial del mismo año, importará:

$$\left(C - \frac{C_n}{(1+r)^n} \right) \frac{r'}{1+r}$$

y el capital presente inicial estará formado por la suma de esas mismas cantidades retrotraídas al día inicial del período.

Para la formación, entonces, del capital presente determinado para los intereses del capital total y para las cargas de conservación general, ocurrirán como antes cuatro casos, que para cada concepto de inversión pasamos a tratar.

37. — INTERESES DEL CAPITAL TOTAL. — A ese capital, de monto C , sólo corresponden valores residuales para los sumandos B , H y F . Si cada una de estas partes ofreciese variación en el período de

(1) Si, en efecto, un capital invertido es $C - \frac{C_n}{(1+r)^n}$, en vez de C , al calcular con Cr , se aplica una cuota porcentual efectiva $\left(C - \frac{C_n}{(1+r)^n} \right) r + \frac{C_n}{(1+r)^n} r$.

Llamemos $\frac{1}{m}$ a la relación $\frac{\frac{C_n}{(1+r)^n}}{C - \frac{C_n}{(1+r)^n}}$ y también escribamos $C - \frac{C_n}{(1+r)^n} = C_1$, de suerte que $\frac{C_n}{(1+r)^n} = \frac{C_1}{m}$. Entonces, $C_1 r + \frac{C_1}{m} r = C_1 \left(r + \frac{r}{m} \right)$. Y se ve que el interés de C_1 es mayor que r .

vida y fuese éste para todas o alguna menor que el plazo de subsistencia, habría que subdividir los cálculos conforme a los casos ocurrientes. De lo contrario, por más que $C = T + B + H + F + A$ y los capitales actuales o residuales sumados sólo importasen, con notación general,

$$B_n ; H_n ; F_n ,$$

y trasladados al día inicial del período:

$$\frac{B_n}{(1+r)^n} ; \frac{H_n}{(1+r)^n} ; \frac{F_n}{(1+r)^n} ,$$

la inversión inicial sería

$$\begin{aligned} C - \left[\frac{B_n}{(1+r)^n} + \frac{H}{(1+r)^n} + \frac{F}{(1+r)^n} \right] &= \\ = C - \frac{B_n + H_n + F_n}{(1+r)^n} &= C - \frac{C_n}{(1+r)^n} . \end{aligned}$$

Fijado este concepto, pasemos a los casos.

38. — *Primer caso.* — Para un plazo de subsistencia $n = a < l$, los intereses $\left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right) r'$, trasladados al comienzo de cada año, asumen el valor

$$\left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r'}{1+r}$$

y como lo denota el croquis, hay así $a - 1$ sumas que

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Años} & 0 & & 1 & & 2 & \dots\dots \\ & | & \text{-----} & | & \text{-----} & | & \\ & \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r'}{1+r} & & \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r'}{1+r} & & & \\ & & & & & & \\ & \dots\dots & a-2 & & a-1 & & a \\ & & | & \text{-----} & | & \text{-----} & | \\ & & \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r'}{1+r} & & \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r'}{1+r} & & 0 \end{array}$$

trasladar desde el comienzo de cada año al día inicial del período a (naturalmente exceptuada la del año a).

Los sumandos serán, pues:

$$\left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a}\right) \frac{r'}{1+r}, \quad \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a}\right) \frac{r'}{(1+r)^2}, \quad \dots$$

$$\dots \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a}\right) \frac{r'}{(1+r)^a}$$

y la suma es

$$\left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a}\right) \frac{r'}{1+r} \left[1 + \frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{a-1}}\right] =$$

$$= \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a}\right) \frac{r'}{(1+r)^a} [(1+r)^{a-1} + (1+r)^{a-2} + \dots + 1] =$$

$$= \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a}\right) \frac{r' [(1+r)^a - 1]}{r (1+r)^a} = [C - C_a(1 - T_a)] \frac{r'}{r} T_a \quad [22]$$

39. — *Segundo caso.* — Si, en cambio, $n = l$, el cálculo se repite para esa extensión de tiempo en tanto el plazo de subsistencia fuere menor que los de vida o duración que correspondan a B , H y F . En tal supuesto, tendremos

$$\left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l}\right) \frac{r'}{r} \frac{(1+r)^l - 1}{(1+r)^l} = [C - C_l(1 - T_l)] \frac{r'}{r} T_l \quad [23]$$

40. — *Tercer caso.* — Sea, ahora, $n = hl$, admitiendo a la vez que $hl \leq l_b$; $hl \leq l_h$; $hl \leq l_f$.

De igual modo que en los casos precedentes, y en atención al valor del capital presente de establecimiento o construcción y renovación dado por la [4], los réditos anuales *anticipados* valdrán

$$\left[\left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l}\right) \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1}\right] \frac{r'}{1+r}$$

y considerado cada uno de ellos trasladado al día inicial del período hl y sumando los valores respectivos, se obtiene

$$\begin{aligned} & \left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} r' \left[\frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \dots + \frac{1}{(1+r)^{hl}} \right] = \\ & = \left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{r'}{r} \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \left[\frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \right]^2 = \\ & = \left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{r'}{r} \frac{T_{hl}^2}{T_l} \end{aligned} \quad [24]$$

En el supuesto de que $h = \infty$, la [24] vuélvese

$$\left(C - \frac{C_l}{(1+r)^l} \right) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{r'}{r} = \left[C - C_l (1 - T_l) \right] \frac{r'}{r} \frac{1}{T_l} \quad [24_a]$$

41. — *Cuarto caso.* — La última hipótesis, siempre con igual concepto de que $n \leq l_b$; $n \leq l_h$; $n \leq l_f$; sería $n = hl + a$, en que $a < l$.

Da entonces la [5] el capital presente de instalación o construcción y renovación fundamental

$$\begin{aligned} & (C - C_l) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^{(h+1)l}} + C_l - \frac{C_a}{(1+r)^{hl+a}} = \\ & = (C - C_l) \frac{T_{(h+1)l}}{T_l} + C_l - C_a (1 - T_{hl+a})^{(1)}. \end{aligned}$$

El interés anual, trasladado al comienzo de cada año, será:

$$\left[(C - C_l) \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^{(h+1)l}} + C_l - \frac{C_a}{(1+r)^{hl+a}} \right] \frac{r'}{1+r}$$

(1) Cuando se incorpora a C_l , también se llega a

$$\begin{aligned} & \left[C \frac{(1+r)^{(h+1)l} - 1}{(1+r)^{(h+1)l}} - \frac{C_l}{(1+r)^l} \frac{(1+r)^{hl} - 1}{(1+r)^{hl}} \right] \frac{(1+r)^l}{(1+r)^l - 1} - C_a \frac{1}{(1+r)^{hl+a}} = \\ & = C \frac{T_{(h+1)l}}{T_l} - C_l (1 - T_l) \frac{T_{hl}}{T_l} - C_a (1 - T_{hl+a}) \end{aligned}$$

y la sucesión de estos intereses, retrotraídos al origen del período, sería:

$$\left[(C - C_l) \frac{T_{(h+1)l}}{T_l} + C_l - C_a (1 - T_{hl+a}) \right] \frac{r'}{r} \cdot T_{hl+a} \quad [25]$$

42. — CARGAS ANUALES INVARIABLES DE ATENCIÓN Y CONSERVACIÓN DE LA INSTALACIÓN, OBRA, ESTRUCTURA, ETC., EN LA INACTIVIDAD. — Volvemos a hacer notar que la expresión de que vamos a valer nos para calcular estas cargas, constituye un recurso o artificio. Cuando el verdadero importe de tales cargas puede extraerse de una contabilidad, ninguna duda cabe de que otra expresión o proporción cualquiera referida a cierto capital, por más racional que aparezca, ha de ser preferida para la estimación de esas cargas, a su monto efectivo. Mas, lo corriente en los cotejos económicos no es que se tengan a mano datos emergentes de la contabilidad de la explotación de las obras, instalaciones, etc. A lo sumo, existirán en algún caso esos datos para unas pocas de las obras, instalaciones, etc., equiparadas, y en tal caso, lo mismo que si faltasen para todas, se echará mano de un medio de estimación para los datos faltantes, cuando menos, y hasta para sustituir a los existentes, si la paridad de los procedimientos de cotejo así lo aconsejase.

En tesis general, entonces, pondremos que las cargas anuales de que aquí tratamos, se expresen por

$$r_1 \left[(B + H + F) - \frac{B_n + H_n + F_n}{(1 + r)^n} \right]$$

Ese será su importe anual, alcanzado al fenecimiento de cada año, y que habrá de retrotraerse, en forma análoga a la que vimos para los intereses del capital, al día inicial del período n , para constituir con su suma un capital presente parcial.

Fuera ocioso reiterar los cálculos que ya conocemos, para este nuevo proceso de formación de un capital presente.

Si, como ya lo viéramos en el número 37, las vidas, l_b , l_h o l_f , fuesen de menor duración que n , sería menester el desdoblamiento del cálculo para tomar en consideración la circunstancia con arreglo a uno u otro de los cuatro casos generales, según corresponda. Fuera de esta situación, se aplicarán los resultados obtenidos en los números 38 a 41.

Podríamos escribir, en tal supuesto:

para $n = a < l$

$$\left[(B+H+F) - \frac{B_a+H_a+F_a}{(1+r)^a} \right] \frac{r_1 [(1+r)^a - 1]}{r (1+r)^a}; \quad [26]$$

para $n = l$

$$\left[(B+H+F) - \frac{B_l+H_l+F_l}{(1+r)^l} \right] \frac{r_1 [(1+r)^l - 1]}{r (1+r)^l}; \quad [27]$$

etc.

43. — FORMACIÓN DEL CAPITAL PRESENTE TOTAL. — La variedad de los casos que pueden presentarse en los estudios del género que realizamos, hace muy pesada la presentación de fórmulas adecuadas para los mismos que condensen la expresión del capital presente correspondiente a cada uno.

A falta de una expresión general, haremos ver cómo se forma el capital presente total, tomando por caso el que se aplica a las hipótesis $n \leq l_b$; $n \leq l_h$; $n \leq l_f$.

44. — *Primer caso.* — Sea $n = a < l_b, l_h$ y l_f .

En este supuesto, habrá valores actuales B_a, H_a y F_a , y atento a que no los hay para C_u y C_v , podemos escribir, partiendo de la [1], la [3], la [22] y la [26]

$$\begin{aligned} C_{pt} = & \left[C - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right] \frac{1}{(1+r)^a} + \\ & + \left(C - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r'}{r} \frac{(1+r)^a - 1}{(1+r)^a} + \\ & + \left[B + H + F - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right] \frac{r_1}{r} \frac{(1+r)^a - 1}{(1+r)^a}. \quad [28]^{(1)} \end{aligned}$$

(1) Podrá llamar la atención que escribamos en el capital presente al origen del período el valor efectivo, v. gr.:

$$C - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a}$$

multiplicado por $\frac{1}{(1+r)^a}$. Débese esto a que suponemos que ese capital es el que reconstituye la anualidad d_a al término del plazo a , y entonces, trasladado al día inicial, debe quedar dividido por $(1+r)^a$.

Para demostrar que así es, observemos que si al final del plazo a , al capital

45. — *Segundo caso.* — Admitamos que $n = l$ para todos los sumandos. Entonces, por analogía con el caso anterior, y basándonos en la [1], la [2_a], la [23] y la [27]:

$$C_{pl} = \left[C - \frac{B_l + H_l + F_l}{(1+r)^l} \right] \frac{1}{(1+r)^l} +$$

$$+ \left(C - \frac{B_l + H_l + F_l}{(1+r)^l} \right) \frac{r'}{r} \frac{(1+r)^l - 1}{(1+r)^l} +$$

$$+ \left[B + H + F - \frac{B_l + H_l + F_l}{(1+r)^l} \right] \frac{r'}{r} \frac{(1+r)^l - 1}{(1+r)^l} \quad [29]$$

46. — *Correlación de las cargas fijas y de los capitales presentes respectivos.* — La correlación debe existir, como es claro, de manera que tanto es posible calcular las cargas mediante los capitales como, recíproca y más ordinariamente, los capitales presentes, deduciéndoles de las primeras.

Un desarrollo completo del punto, tornaría muy pesado atenta la variedad de los casos. Indicaremos por medio de un ejemplo la manera de establecer la correlación.

Consideremos nuevamente la hipótesis $n = a < l_b, l_h$ y l_f .

Las cargas fijas estarán formadas por

	Anualidad para constituir el capital al cabo del plazo a
1) la anualidad de amortización del capital $(C-T) - (B_a + H_a + F_a) \frac{1}{(1+r)^a}$	$\left[(C-T) - \frac{(B_a + H_a + F_a)}{(1+r)^a} \right] \frac{r}{1+r} \frac{1}{(1+r)^a - 1}$
2) el interés anual del capital inicia ^l invertido realmente	$\left[C - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right] \frac{r'}{1+r}$
3) la anualidad por cargas de conservación	$\left(B + H + F - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r_1}{1+r}$

$C - \frac{C_a}{(1+r)^a}$ se añade el importe de sus intereses simples a $r\%$, acumulados como anualidades, se tiene

$$C - \frac{C_a}{(1+r)^a} + \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right) r \frac{(1+r)^a - 1}{r} =$$

$$= \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right) [1 + (1+r)^a - 1] = \left(C - \frac{C_a}{(1+r)^a} \right) (1+r)^a = C(1+r)^a - C_a$$

que evidentemente es lo propio.

El capital constituido al término de a años por las tres anualidades preestablecidas, será el que resulte de sumar los productos de esas anualidades por el factor

$$z_a = \frac{[(1+r)^a - 1](1+r)}{r} \quad [30]$$

recíproco de d_a , —que representa la formación de capital alcanzada en a años mediante una anualidad de 1 \$. Así deducimos

$$\begin{aligned} & \left[(C - T) - \frac{(B_a + H_a + F_a)}{(1+r)^a} \right] + \\ & + \left[C - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right] \frac{r'}{r} [(1+r)^a - 1] + \\ & + \left(B + H + F - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r_1}{r} [(1+r)^a - 1] \end{aligned}$$

y trasladando este capital al día inicial y añadiéndole T , excluido de la amortización y que existe como valor permanente, a pesar de que no origine sino una carga por intereses, se obtiene

$$\begin{aligned} & \left[T + (C - T) - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right] \frac{1}{(1+r)^a} + \\ & + \left[C - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right] \frac{r'}{r} \frac{(1+r)^a - 1}{(1+r)^a} + \\ & + \left(B + H + F - \frac{B_a + H_a + F_a}{(1+r)^a} \right) \frac{r_1}{r} \frac{(1+r)^a - 1}{(1+r)^a} \end{aligned}$$

que es el valor hallado en la [28].

(Continuará)

RELACIONES DE CARACTER ORDINAL EN LAS FORMAS FUNDAMENTALES DE 1ª ESPECIE

Por E. A. DE CESARE

1. — Entre los elementos fundamentales, generadores de una forma de 1ª especie, existen ciertas relaciones de carácter gráfico, como ser el separarse o no de dos pares de elementos, los conceptos de segmento y sentido proyectivos y más particularmente aún, ciertas relaciones de carácter ordinal, como p.ej., el sucederse o la ordenación de los elementos generadores, relaciones que desde el punto de vista intuitivo, pueden obtenerse de un modo casi inmediato.

Nuestro objeto actual, es obtener esos mismos resultados, situándonos en un punto de vista estrictamente lógico; quiere pues decir, que las intuiciones serán reducidas al mínimun y en este sentido, los gráficos que empleemos, deben considerarse, como simples andamiajes, utilizados con el solo fin de objetivar nuestras construcciones mentales.

No siempre, resulta fácil, escapar al empleo sub-consciente de la intuición, sobre todo en las cuestiones de carácter ordinal, debido a su inmediata evidencia respecto de la intuición, por cuyo motivo, en la teoría que pasamos a exponer, conviene una parsimoniosa medida, aún a riesgo de que se la juzgase excesivamente meticulosa.

2. *Ordenamiento circular.* — Partiendo del concepto de terna ordenada, tratemos de obtener el concepto de *sentido*, sobre una forma de 1ª especie:

$$v \equiv A , B , C , \dots$$

Consideremos un conjunto v , finito o infinito de elementos A, B, C, \dots Diremos que el conjunto v (o forma, como también le llamaremos) está *ordenado circularmente*, si las ternas ordenadas de sus elementos, pueden repartirse en dos clases, σ y σ' , que no tengan elementos comunes, de modo que se cumplan las condiciones:

1ª Toda terna ordenada pertenece a una (y solo una) de las dos clases.

2^a Toda terna ordenada, cambia de clase, si en ella se permutan dos elementos cualesquiera.

3^a Si las ternas ordenadas (ABC) , (ACD) , pertenecen a la misma clase, la terna ordenada (ABD) también pertenece a dicha clase.

Cada una de las dos clases, σ , σ' , se dirá, que es un *sentido circular*, o más brevemente un sentido del conjunto u y los dos sentidos (o clases) correspondientes a las clases σ y σ' de una misma repartición se dirá que son sentidos opuestos.

Dos ternas ordenadas, si pertenecen a una misma clase σ , se dirá que son concordantes, respecto del sentido (o clase σ); se dirá en cambio que son discordantes, si pertenecen a distintas clases opuestas. Para expresar, simbólicamente que las ternas ordenadas (ABC) , (LMN) , son concordantes, escribiremos:

$$v(ABC) = v(LMN) \quad [1]$$

y si son discordantes:

$$v(ABC) = -v(LMN) \quad [2]$$

Se deduce de la definición que:

$$v(ABC) = v(ABC) \quad [3]$$

pues los dos miembros, expresan un mismo hecho.

Se tiene también que si es:

$$v(ABC) = v(PQR)$$

es:

$$v(PQR) = v(ABC) \quad [r]$$

puesto que las dos relaciones $[r]$, expresan, que las ternas ordenadas (ABC) , (PQR) , están incluidas en una misma clase.

Se tiene finalmente:

Si es:

$$v(ABC) = v(LMN) \quad [t]$$

$$v(LMN) = v(PQR)$$

es:

$$v(ABC) = v(PQR) \quad [t']$$

Las relaciones simultáneas (t) expresan que las ternas ordenadas (ABC) , (LMN) , (PQR) , están incluidas, en una misma clase u , luego vale la (t') .

Por lo tanto, valen la propiedad idéntica, reflexiva y transitiva, y en consecuencia las relaciones (1), (2), serán equivalentes a las relaciones:

$$\begin{aligned}
 & \neg v(LMN) = \neg v(ABC) \\
 \therefore & \neg v(ABC) = \neg v(LMN) & [1'] \\
 & \neg v(ABC) = v(LMN) & [2']
 \end{aligned}$$

Indicaremos brevemente un sentido, con un solo símbolo literal, por ejemplo σ y en ese caso, el sentido opuesto a σ , se indicará con $\neg \sigma = \sigma'$:

Para expresar que la terna ordenada (ABC) , pertenece al sentido σ (o lo que es lo mismo, que está incluida en la clase que lo define) escribiremos:

$$v(ABC) = \sigma.$$

Finalmente, expresaremos este mismo hecho, diciendo en lugar de sentido σ , sentido (ABC) y escribiremos:

$$\sigma = v(ABC).$$

§ 3. — De las consideraciones anteriores, se deducen ya, algunas consecuencias.

1º *El sentido de una terna ordenada, se conserva, para toda permutación circular de la terna* (§ 2).

En efecto, teniendo en cuenta, la condición 2ª se tiene inmediatamente:

$$\begin{aligned}
 v(ABC) &= v(CAB) = v(BCA) = & [\alpha] \\
 &= \neg v(BAC) = \neg v(ACB) = \neg v(CBA).
 \end{aligned}$$

2º *Si A, B, C, D, son cuatro elementos, para los cuales se tiene:*

$$v(ABC) = v(ACD) \tag{1}$$

resulta ser:

$$v(ABC) = v(BCD)$$

o en otros términos. *Si las ternas ordenadas (ABC) , (ACD) pertenecen a la misma clase σ , la terna ordenada (BCD) , pertenece también a σ .*

Por la 2ª condición (§ 2) sale de [1].

$$v(CDA) = v(CAB)$$

y de aquí, por la condición 3ª (§ 2).

$$v(CAB) = v(CDB)$$

esto es:

$$v(ABC) = v(BCD)$$

como resulta permutando C con A y luego con B en el primer miembro, y B , con D y luego con C en el segundo miembro.

En resumen, verificándose la [1], para los elementos A, B, C, D , valen las relaciones:

$$v(ABC) = v(ABD) = v(ACD) = v(BCD) \quad [r]$$

y en consecuencia, las cuatro ternas ordenadas que figuran en la relación (r) son concordadas.

Como toda permutación circular de cada terna ordenada, no modifica el sentido de laterna (x), se deduce, que de la cuaterna A, B, C, D puede extraerse 12 ternas ordenadas, que pertenecen al mismo sentido $\sigma = v(ABC)$ y otras 12 ternas, que pertenecen al sentido opuesto:

$$- \sigma = v(BAC) .$$

Las 24 ternas así obtenidas, no son sino, los 24 arreglos que puede obtenerse con 4 elementos distintos agrupados de 3 en 3. Lo que antecede permite formular la siguiente

DEFINICIÓN. — Diremos que cuatro elementos A, B, C, D , son subsiguientes o sucesivos, en el conjunto (o forma) υ , en el sentido $\sigma = v(ABC)$ si se verifica:

$$v(ABC) = v(ACD)$$

y en tal caso, se verificará la (r).

Puede generalizarse esta definición, para n elementos distintos de una forma, como sigue:

Si A_1, A_2, \dots, A_n , son n elementos distintos, de la forma u , diremos que se suceden en el sentido $(A_1 A_2 A_3)$ si se verifica:

$$v(A_1 A_2 A_3) = v(A_1 A_3 A_4) = \dots = v(A_1 A_{n-1} A_n) .$$

Del verificarse estas relaciones y teniendo en cuenta, lo demostrado más arriba [r], se deduce p. ej. el verificarse de las siguientes relaciones:

$$v (A_1 A_2 A_3) = v (A_1 A_3 A_4) = v (A_1 A_2 A_4) = v (H_2 A_3 A_4)$$

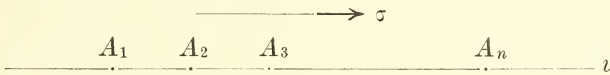
.....

y otras análogas, que se obtendrán, con la repetida aplicación del teorema recordado [r].

Las ternas ordenadas que de ese modo resultan, concordes con la terna $(A_1 A_2 A_3)$, son las ternas $(A_i A_j A_k)$ tales que $i < j < k$, más las ternas obtenidas por permutación circular, de cada una de ellas. En total serán pues:

$$\frac{1}{2} A_{n,3} = \frac{1}{2} n (n - 1) (n - 2)$$

ternas concordes con la $(A_1 A_2 A_3)$. Existe igual número de ternas, concordes con el sentido $(A_1 A_3 A_2)$.



Cuando los elementos $A_1, A_2, \dots A_n$, de un conjunto v ordenado circularmente, sean sucesivos, diremos que dichos elementos, se suceden en el sentido σ de la forma u , o bien que la enupla ordenada $A_1 \dots A_n$, está dotada de un sentido sobre la u , o finalmente, que *pertenece al sentido* σ de la u .

Se dirá que dos enuplas ordenadas $(A_1 \dots A_n), (A_1' \dots A_n')$ son concordes, o discordes respecto del sentido σ , según que estén ambas, incluidas en la misma clase σ , o que no lo estén.

§ 4. *Conjuntos ordenados.* — Admitamos como conocido el significado de los verbos: *preceder* y *seguir*, ⁽¹⁾ utilizaremos estos conceptos, para dar la definición de *conjunto* ordenado.

Un conjunto de elementos cualesquiera, se dice que es *ordenado* (o mejor aún, ordenable), si entre sus elementos existe una relación que satisfice a las condiciones siguientes:

1º Dados dos elementos distintos A y B , es siempre posible decidir si A precede a B o si B precede a A , ambas circunstancias excluyéndose recíprocamente.

⁽¹⁾ Como se comprende, en cada caso habrá que especificar, cual sea el significado que deba atribuirse a dichos verbos.

Las proposiciones: A precede a B , B sigue a A , son consideradas como equivalentes.

2° Si A, B, C , son tres elementos distintos del conjunto y si A precede a B y B precede a C , también A precede a C .

Por ej. si α y β son dos números reales y convenimos en que la proposición: α precede β , signifique decir que $\alpha < \beta$ y que β sigue a α , signifique $\beta > \alpha$. se tiene que el conjunto de los números reales, es un conjunto ordenado, pues como es fácil verificarlo, se cumplen las condiciones 1ª y 2ª.

Si en la definición antes enunciada se permuta, el verbo preceder, por el verbo seguir e inversamente, entre los mismos elementos del conjunto, existe una nueva relación que satisface también a las condiciones 1ª y 2ª. Se dice que ésta nueva relación define un *ordenamiento inverso* u *opuesto* al anterior.

§ 5. TEOREMA. — *Todo conjunto ordenado circularmente es ordenado.*

Sea u el conjunto ordenado circularmente y σ uno de los sentidos de u .



Consideremos un elemento fijo O de u , y A, B , dos elementos cualesquiera de u .

Diremos que A precede a B si se verifica:

$$v(OAB) = \sigma \quad [1]$$

diremos que A sigue a B si es:

$$v(OAB) = \text{--- } \sigma \quad [2]$$

Si A, B, C , son tres elementos cualesquiera de u y se tiene:

$$v(OAB) = v(OBC) = \sigma \quad [3]$$

por la condición 3ª que define el ordenamiento circular, se tendrá:

$$v(OAC) = \sigma \quad [4]$$

De las relaciones [1], [2], resulta: α) que dados dos elementos A, B , cualesquiera de u , se puede decidir, si A precede a B o si B precede a A , el verificarse de un caso, excluyendo el otro.

De [3], [4] resulta: β). Dados tres elementos distintos cualesquiera A, B, C , si A precede a B y B precede a C , también A precede a C .

Del verificarse las condiciones α), β) para los elementos del conjunto u , resulta que es ordenado, en el sentido ordinario de la palabra (§ 4).

Se expresará esta circunstancia, diciendo, que se ha construido, un ordenamiento Ω_0 de origen O , concorde con el sentido σ .

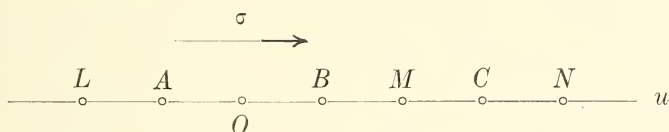
Dos ordenamientos distintos, Ω_1, Ω_2 concordes con un mismo sentido σ , se dirá que son concordes entre sí. Podemos ahora demostrar el siguiente:

§ 6. TEOREMA. — Si tres elementos A, B, C , son tales que

$$v(ABC) = \sigma \quad [h]$$

en un ordenamiento Ω_0 , de origen O , concorde con σ , dichos elementos, se suceden en un orden (LMN) , que proviene de una permutación circular de (ABC) .

En efecto, en el ordenamiento Ω_0 sean L, M, N , tres elementos sucesivos, se tendrá:



$$v(OMN) = v(ONL) = \sigma$$

y de aquí, por la 3ª condición que define el ordenamiento circular sale:

$$v(MNL) = \sigma$$

y teniendo en cuenta (h) , sale finalmente:

$$v(ABC) = v(MNL) .$$

Se deduce, que un ordenamiento Ω_{01} de origen O_1 , concorde con σ , es concorde con Ω_0 y finalmente si Ω_{02} , es un ordenamiento de origen O_2 , concorde con Ω_0 los ordenamientos Ω_{01}, Ω_{02} serán entre sí, concordes, pues de lo anterior se deduce, que si A, B, C son elementos sucesivos en Ω_0 serán sucesivos en Ω_{01}, Ω_{02} , o bien en el mismo orden, o bien según una permutación circular de la terna ordenada (ABC) y por ser:

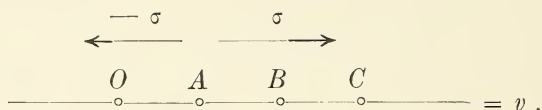
$$\sigma = v(ABC) = v(CAB) = v(BCA)$$

serán concordes Ω_{01}, Ω_{02} .

El conjunto de todos los ordenamientos, concordes con el ordenamiento prefijado, es tal, que entre dichos órdenes, existe una relación idéntica, recíproca y transitiva. Por abstracción de todos estos ordenamientos, mutuamente concordes nace el concepto de *sentido de una forma de 1ª especie*, concorde con todos los dichos ordenamientos.

§ 7. TEOREMA (recíproco del anterior). — *Un conjunto ordenado, es ordenable circularmente.*

Sea $u \equiv A, B, C, \dots$ un conjunto ordenado y Ω_0 un ordenamiento de u .



Con los elementos de u , hagamos la siguiente clasificación: Incluyamos las ternas ordenadas en dos clases $\sigma, -\sigma$. Si en la terna ordenada (ABC) , los elementos se suceden en el mismo orden que en Ω_0 , o en un orden, deducido de una permutación circular de (ABC) , la incluimos en σ ; si esta circunstancia no se verifica, la incluimos en $-\sigma$. De esta repartición resulta: 1º) las clases σ y $-\sigma$, no tienen elementos comunes y si (ABC) está incluida en σ , no puede pertenecer a $-\sigma$, dado el criterio de la repartición, 2º) si la terna (ABC) pertenece a la clase σ , la terna (ACB) , pertenece a $-\sigma$, desde que si en el ordenamiento Ω_0 , los elementos (ABC) se suceden en el orden escrito, no podrán sucederse en Ω_0 , en el orden (ACB) .

Resulta que toda terna, cambia de clase, por la permutación de dos cualesquiera de sus elementos. Las clase σ y $-\sigma$, cumplen pues, las condiciones 1ª y 2ª que definen el ordenamiento circular. Se trata de probar ahora, que también se cumple la condición 3ª.

Sean A, B, C, D , cuatro elementos de u , tales que:

$$v(ABC) = v(ACD) = \sigma \quad [h]$$

sale de aquí, que los elementos A, B, C , deben sucederse en Ω_0 , en uno de los siguientes órdenes:

$$(ABC) \quad , \quad (CAB) \quad , \quad (BCA)$$

y los elementos de la terna ordenada (ACD) , en uno de los órdenes:

$$(ACD) \quad , \quad (DAC) \quad , \quad (CDA) .$$

Se tendrán todos los casos posibles de ordenación, asociando las ternas del primer grupo, con las del segundo de modo que A y C con-

serven el mismo orden, pues por $[h]$ A precede o sigue a C . De aquí resultan los grupos siguientes:

$$\left. \begin{matrix} ABC \\ ACD \end{matrix} \right\} [1] \quad \left. \begin{matrix} ABC \\ DAC \end{matrix} \right\} [2] \quad \left. \begin{matrix} BCA \\ CDA \end{matrix} \right\} [3] \quad \left. \begin{matrix} CAB \\ CDA \end{matrix} \right\} [4] .$$

De la [1], debiendo A preceder a C y C a D , resulta la cuaterna ordenada $ABCD$. Análogamente de [2], [3] y [4], resultan las cuaternas ordenadas:

$$DABC - BCDA - CDAB .$$

Del verificarse, de uno cualquiera de los órdenes de dichas cuaternas, resulta que los elementos A, B, C, D , se suceden en Ω_0 , o bien en el orden escrito, o bien en un orden deducido circularmente de él, es decir será:

$$v(ABD) = \sigma \quad [\omega]$$

resultando pues, que del verificarse: $v(ABC) = v(ACD)$ debe verificarse la $[\omega]$ o en otros términos, se cumple la condición 3ª, del ordenamiento circular. Como consecuencia inmediata de este teorema puede afirmarse: las condiciones 1ª, 2ª, 3ª, que definen el ordenamiento circular son compatibles.

§ 8. POSTULADO DE ORDENACIÓN. — Las consideraciones que preceden, nos muestran, que toda forma de 1ª especie, es un conjunto ordenable circularmente. Pero por ello, no se infiere que deba excluirse la posibilidad de que el conjunto de los elementos de una forma se pueda ordenar en varios modos, no discordes entre sí, respecto de un mismo origen.

Poniendo de manifiesto, entre los distintos ordenamientos circulares eventualmente posibles, el ordenamiento que aparece como el más natural, puesto que está vinculado a la generación de la forma, por el movimiento de uno de sus elementos y haciendo resaltar su carácter proyectivo, la intuición nos dice, que existe una manera uniforme de definir los ordenamientos y por lo tanto los sentidos, para las formas de 1ª especie, de modo que órdenes y sentidos definidos sobre una forma, se transformen en los órdenes y sentidos definidos análogamente, sobre toda forma perspectiva con ella. Tal ordenamiento, le llamaremos *ordenamiento circular natural de la forma*. Todo ello, lo resumimos, enunciando explícitamente, el postulado que sigue:

Postulado de ordenación. — En toda forma de primera especie, existe un ordenamiento *circular natural, bien determinado, que tiene carácter proyectivo.*

Si σ es uno de los sentidos de dicho ordenamiento y A, B , son dos elementos cualesquiera de la forma, existe al menos un elemento C de la forma, tal qued $v(ABC) = \sigma$.

§ 9. — En virtud del postulado que antecede, dada una forma de 1ª especie, queda por eso mismo, dada en ella un ordenamiento circular natural, que satisfacen a las condiciones 1ª, 2ª y 3ª, y que tiene carácter proyectivo. En virtud de dicho ordenamiento, quedan definidos dos sentidos opuestos: σ y $-\sigma$.

Podemos ahora dar la siguiente:

Definición. — Si σ y $-\sigma$, son dos sentidos opuestos y A, B, C, D son cuatro elementos de u , diremos que el par (C, D) no separa al par (A, B) , si se verifica:

$$v(ABC) = v(ABD) = \sigma \quad [1]$$

diremos que el par (C, D) separa al par (A, B) , si se verifica:

$$v(ABC) = -v(ABD) = \sigma \quad [2]$$

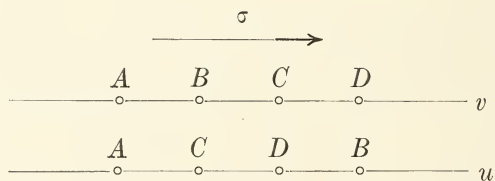
§ 10. TEOREMA. — Si el par (C, D) no separa al par (A, B) , el par (A, B) no separa al par (C, D) y recíprocamente.

En otros términos, si se verifica que:

$$v(ABC) = v(ABD) \quad [\alpha]$$

digo que debe verificarse:

$$v(CDA) = v(CDB) \quad [\beta]$$



En la hipótesis (α) , deberá cumplirse necesariamente una u otra de las dos igualdades:

$$1^a \quad v(ABC) = v(ACD)$$

ó

$$2^a \quad v(ABC) = v(ADC) .$$

Si se cumple la 1ª, por la condición 3ª (§ 2) se tiene:

$$v(ACD) = v(BCD)$$

y permutando en el primer miembro A con C y luego con D y en el segundo miembro B con C y luego con D sale finalmente:

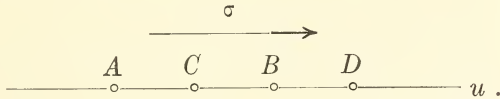
$$v(CDA) = v(CDB) \quad [\omega]$$

Se demostrará exactamente del mismo modo que si

$$v(ABC) = -v(ABD) \quad [\alpha']$$

es también:

$$v(CDA) = -v(CDB) \quad [\omega']$$



Así pues del verificarse $[\alpha]$, resulta $[\omega]$, del verificarse $[\alpha']$, resulta $[\omega']$ y recíprocamente.

Si en cambio valiese la 2ª de las condiciones, teniendo en cuenta la $[\alpha]$ es:

$$v(ADC) = v(ABD)$$

y por la condición 3ª (§ 2) sale:

$$v(ADC) = v(BDC) \quad \circ \quad v(CAD) = v(CBD)$$

y finalmente:

$$v(CDA) = v(CDB)$$

permutando D con A en el primer miembro y con B en el segundo.

Se tiene en consecuencia, que los pares (AB) , (CD) desempeñan una función simétrica.

Para indicar que los pares (AB) , (CD) , no se separan escribiremos:

$$AB || CD$$

y para indicar que se separan, se escribirá:

$$AB \# CD.$$

§ 11. — Del anterior teorema, se deducen algunas consecuencias inmediatas. Si A, B, C, D, E , son elementos de u se tiene:

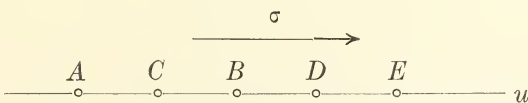
1º Si

$$AB \# CD$$

$$AB \# CE$$

debe ser:

$$AB || DE$$



En efecto, la hipótesis, se traduce en las siguientes igualdades:

$$v(ABC) = -v(ABD)$$

$$v(ABC) = -v(ABE)$$

∴

$$v(ABD) = v(ABE)$$

que es el enunciado de la tésis.

2° Si es:

$$AB \parallel CD$$

$$AB \parallel CE$$

[h]

es también:

$$AB \parallel CE$$

[t]



En efecto, [h] puede escribirse:

$$v(ABC) = v(ABD) = v(ABE).$$

y estas igualdades contienen simultáneamente [h] y [t].

3° De:

$$AB \parallel CD$$

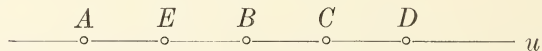
$$AB \neq CE$$

[h]

sale:

$$AB \neq DE$$

[t]



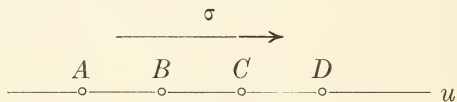
puesto que [h] y [t] están contenidas en las igualdades:

$$v(ABC) = v(ABD) = -v(ABE).$$

§ 12. TEOREMA. — Si la cuaterna ordenada $(ABCD)$, pertenece a un sentido σ , lo pares (AC) y (BD) se separan y recíprocamente.

Decir que la cuaterna ordenada, pertenece al sentido σ , significa decir, que vale la relación:

$$v(ABC) = v(ACD) = \sigma \quad [1]$$



que puede escribirse (por 2°):

$$v(ACB) = -v(ACD) = -\sigma \quad [2]$$

y esta relación nos dice, que los pares AC , BD se separan. Recíprocamente, si se cumple la [2] se cumple la [1].

En la cuaterna ordenada $(ABCD)$, las ternas concordes con la terna ordenada (ABC) , son las siguientes:

$$\sigma = v(ABC) = v(ACD) = v(ABD) = v(BCD)$$

en la hipótesis de que $AC \# BD$. Comparando el 1er. término con el tercero, se tiene:

$$AB \parallel CD$$

comparaño el primero con el cuarto sale:

$$AD \parallel BC.$$

Se tiene pues, en resumen: si A, B, C, D , son cuatro elementos de una forma u de primera especie, de las tres distribuciones:

$$(AB \mid CD) \quad , \quad (AC \mid BD) \quad , \quad (AD \mid BC) .$$

dos están formadas, por pares que no se separan, la restante, por pares que se separan.

Sea ahora, la énupla $(A_1 A_2 \dots A_n)$ ordenada y pertenezca a un sentido σ , se tendrá:

$$v(A_1 A_2 A_3) = v(A_1 A_3 A_4) = \dots = v(A_1 A_i A_{i+1}) = \dots = v(A_1 A_k A_{k+1}) = \dots = v(A_1 A_l A_{l+1}) = \dots = v(A_1 A_{n-1} A_n) .$$

De las cuales relaciones se deduce (condición § 2, 3ª):

$$v(A_1 A_i A_k) = v(A_1 A_k A_l) \quad [1] \quad (1 < i < k < l)$$

relación que nos dice que la cuaterna ordenada

$$(A_1 A_i A_k A_l)$$

pertenece al sentido de la énupla $(A_1 \dots A_n)$.

Resulta también de la [1]:

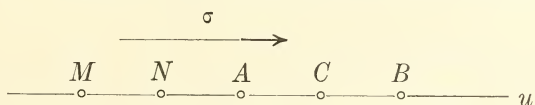
$$A_1 A_k \# A_i A_l$$

y por tanto: (§ 12).

$$A_1 A_i \parallel A_k A_l$$

$$A_1 A_l \parallel A_i A_k .$$

§ 13. TEOREMA. — Si A, B, C, M, N , son cinco elementos de la forma u y los tres primeros, pertenecen a un mismo segmento proyectivo MN , la quintupla ordenada $(ABCMN)$ o una obtenida por permutación de los tres primeros elementos, está dotada de sentido.



Si se verificase [3], se tendría:

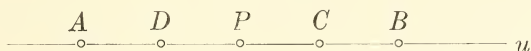
$$-v(APD) = v(APB)$$

y comparando con [4] sale:

$$v(APC) = v(APB)$$

∴

$$AP \parallel CB$$



Pero simultáneamente, no puede verificarse:

$$AP \# CB$$

$$AP \# DB$$

porque de estas condiciones se deduce que:

$$AP \parallel CD$$

y ésto contradice a la [1]

Supongamos pues que se tenga:

$$AP \# CB$$

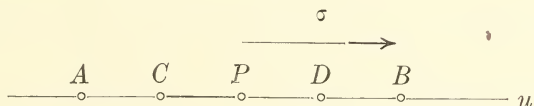
Entonces será:

$$v(APC) = -v(APB) = v(ABP) = v(ABC)$$

y de aquí: $v(APB) = v(ACB)$.

De esta última igualdad se deduce, que el sentido (APB) , es concorde con el sentido (ACB) , o en otros términos que P y C pertenecen al mismo segmento AB .

§ 15. TEOREMA. — Si a la hipótesis del teorema anterior, se agrega la suposición de que en el ordenamiento Ω_A , de origen A , concorde con el sentido $v(ACB) = \sigma$, C precede a D , si tiene que en dicho ordenamiento, C precede a P y P precede a D .



Siendo el ordenamiento Ω_A concorde con el sentido σ , y estando éste, definido por la terna ordenada (ACB) , es decir, siendo $v(ACB) = \sigma$, habrá que demostrar:

$$v(ACP) = v(APD) = \sigma$$

igualdad que expresa, que en el ordenamiento Ω_A concorde con σ , C precede a P y P precede a D .

Por ser P interior al segmento CD que no contiene a A , resulta:

$$AP \# CD \quad [1]$$

y por hipótesis es:

$$v(ACB) = \sigma \quad [2]$$

La [1] puede escribirse (recordando la condición 3ª del ord. circular) (§ 2).

$$v(APC) = -v(APD) = v(ADP) = v(ADC) \quad [3]$$

La condición de que en Ω_A , C precede a D se escribe:

$$v(ACD) = \sigma.$$

Comparando esta igualdad con [3] sale:

$$v(APC) = -v(APD) = -\sigma$$

o lo que es lo mismo:

$$v(ACP) = v(APD) = \sigma$$

resultando que coincide con la hipótesis.

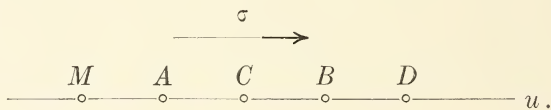
§ 16. TEOREMA. — Si M, A, B, C, D , son cinco elementos de la forma u , que satisfacen a las condiciones:

a) En uno de los ordenamientos Ω_M de origen M, A precede a B y C precede a D .

b) C es interior al segmento AB , que no contiene a M ,

c) AB y CD se separan

se tiene que en el ordenamiento Ω_M , A precede a C , C precede a B y B precede a D .



Si el ordenamiento Ω_M es concorde con el sentido σ , habrá que demostrar:

$$v(MAC) = v(MCB) = v(MBD) = \sigma$$

igualdades que expresan, que en Ω_M , A precede a C , C a B y B a D .

Las condiciones a), b), c) pueden traducirse en las igualdades:

$$a_1) \quad v(MAB) = v(MCD) = \sigma \quad [1]$$

$$b_1) \quad MC \# AB \quad \therefore \quad v(MCA) = -v(MCB) \quad [2]$$

$$c_1) \quad AB \# CD \quad \therefore \quad v(ABC) = -v(ABD) \quad [3]$$

De la [2], (recordando además la 3ª condición de los ordenamientos circulares (§ 2) y la [1] sale:

$$v(MAC) = v(MCB) = v(MAB) = \sigma \quad [4]$$

y estas igualdades, nos dicen, que en el ordenamiento Ω_M , A prece a C y C predece a B .

De [1] y [4] sale:

$$v(MCD) = v(MAC) = -v(MCA)$$

y de esta igualdad resulta:

$$MC \# AD$$

y del verificarse esta condición (por un teorema anterior) sale:

$$MA \parallel CD$$

y como por c_1)

$$AB \parallel CD$$

de estas dos últimas condiciones resulta:

$$MB \# CD$$

o lo que es lo mismo:

$$v(MBD) = -v(MBC) = v(MCB) = \sigma$$

que nos dice que B precece a D en Ω_M .

17 — CORRESPONDENCIAS ORDENADAS — Una correspondencia biunívoca π , entre dos formas de 1ª especie, se dice que es ordenada, cuando hace corresponder a dos ternas ordenadas (ABC) , (PQR) concordantes o discordantes de la forma u , dos ternas $(A'B'C')$, $(P'Q'R')$ de la forma u' , respectivamente concordantes o discordantes.

Por lo tanto, si la correspondencia, es ordenada y se verifica:

$$v(ABC) = \pm v(PQR)$$

debe verificarse:

$$v(A'B'C') = \pm v(P'Q'R') .$$

Resulta que si siendo π una correspondencia ordenada, a la cuaterna $ABCD$, hace co-corresponder la cuaterna $A'B'C'D'$ del verificarse:

$$v(ABC) = \pm v(ABD)$$

resulta que debe ser:

$$v(A'B'C') = \pm v(A'B'D')$$

o lo que es lo mismo, si es:

$$AB \parallel CD$$

debe ser:

$$A'B' \parallel C'D'$$

y si es:

$$AB \# CD$$

debe ser:

$$A'B' \# C'D'$$

luego si los pares (AB) y (CD) se separan (o no) resulta que $(A'B')$, $(C'D')$ se separan (o no), luego una correspondencia ordenada, hace corresponder a elementos que se (no) separan, elementos que se (no) sepáran.

Este resultado puede invertirse como sigue:

Una correspondencia π , biunívoca, entre dos formas de 1ª especie, que respete la separación de los elementos, es ordenada.

En la hipótesis que la correspondencia π , conserve la separación de los elementos, consideremos dos casos:

1º) Las ternas (ABC) , (ABD) , tienen dos elementos comunes, se tiene:

si

$$AB \parallel CD \quad a) \quad \text{es} \quad v(ABC) = v(ABD) \quad (a_1)$$

si

$$AB \pm CD \quad b) \quad \text{es} \quad v(ABC) = -v(ABD) \quad (b_1)$$

y como por hipótesis, π conserva, la reparación de los elementos, la cuaterna $A'B'C'D'$ correspondiente de la $ABCD$ en π , será tal que:

$$A'B' \parallel C'D' \quad (a')$$

en la hipótesis $a)$. y

$$A'B' \# C'D' \quad (b')$$

en la hipótesis $b)$. Pero $a')$, $b')$ pueden también escribirse:

$$v(A'B'C') = v(A'B'D') \quad (a'_1)$$

$$v(A'B'C') = -v(A'B'D') \quad (b'_1)$$

luego al verificarse de (a_1) , (b_1) , corresponde ordenadamente, el verificarse de (a'_1) , (b'_1) , o sea, la correspondencia es ordenada.

2º) Si las ternas (ABC) , (PQR) , no tienen elementos comunes, sean $(A'B'C')$, $(P'Q'R')$ las ternas respectivamente homólogas.

Si consideramos las ternas:

$$\left\{ \begin{array}{l} (ABC) \\ (PBC) \end{array} \right\}$$

por tener dos elementos comunes, del verificarse:

sale:

$$\begin{aligned} v(ABC) &= \pm v(PBC) \\ v(A'B'C') &= \pm v(P'B'C') \end{aligned} \quad [1]$$

Si consideramos las ternas:

$$\left\{ \begin{array}{l} (PBC) \\ (PQC) \end{array} \right\}$$

si es:

sale:

$$\begin{aligned} v(PBC) &= \pm v(PQC) \\ v(P'B'C') &= \pm v(P'Q'C') \end{aligned} \quad [2]$$

Considerando finalmente las ternas:

$$\left\{ \begin{array}{l} (PQC) \\ (PQR) \end{array} \right\}$$

si es:

es:

$$\begin{aligned} v(PQC) &= \pm v(PQR) \\ v(P'Q'C') &= \pm v(P'Q'R') \end{aligned} \quad [3]$$

De [1], [2], [3] sale, que del verificarse:

$$v(ABC) = v(PBC) = v(PQC) = v(PQR)$$

debe verificarse también:

$$v(A'B'C') = v(P'B'C') = v(Q'P'C') = v(P'Q'R')$$

luego, si las ternas (ABC) , (PQR) , son concordantes o discordantes, lo serán respectivamente en igual modo, las ternas homólogas: $(A'B'C')$, $(P'Q'R')$, en la correspondencia π .

BIBLIOGRAFIA

COMESSATTI, ANNIBALE. *Lezioni di Geometria Analitica e Proiettiva*. Editor: «Editrice CEDAM». Tom. Iº. Padova: 1930. Tom. IIº. Padova: 1931.

PASCH, E. MORRITZ. *Lecciones de Geometría Moderna*. Traducción por J. G. Alvarez Ude y J. Rey Pastor. Editor: Junta para Ampliación de Estudios, Madrid 1913.

SEVERI, FRANCISCO. *Geometria Proiettiva*. Editor «La Litotipo» Podova: 1921.

PROFESOR DR. HANS SPEMANN

PREMIO NOBEL 1935

BIOGRAFIA Y BREVE RESEÑA DE SU OBRA POR

ALEJANDRO VON DER BECKE

Profesor adjunto de Zoología Especial y Anatomía Comparada
de la Facultad de Ciencias Médicas de Buenos Aires



El premio Nobel de Ciencias, (Fisiología y Medicina) correspondiente al año 1935, fué otorgado al eminente zoólogo alemán, Prof. Hans Spemann, Director del Instituto de Zoología de la Universidad de Freiberg i. Br.

Pocas veces ha sido tan unánime el asentimiento con que el mundo científico recibiera tal distinción, circunstancia que sólo es posible explicar por el reconocimiento de la trascendental obra realizada por Spemann en el dominio de la Ontogenia. Sus descubrimientos pueden considerarse geniales y extraordinarios sus resultados. En la plenitud de su vida, pues actualmente cuenta 67 años, cabe a Spemann la satisfacción de ver justicieramente apreciados sus largos años de innumerables sacrificios y trabajos, entre los cuales se destaca una obra —el hallazgo del «efecto organizador»— que por su grandiosidad, es el punto de partida de orientaciones que brindan nuevas perspectivas a las especulaciones filosóficas.

Spemann se formó al lado del ilustre zoólogo Boveri, que tanta fama adquiriera por sus investigaciones relacionadas con la división y la primera segmentación del «*Ascaris megalocephala*». Obtuvo su título en Würzburg, en el año 1895, presentando una tesis sobre el tema: «Desarrollo del *Strongylus paradoxus*», que fué publicado en los Anuarios de Zoología, Sección Anatomía, Tomo 8 (Zoologische Jahrbücher, Abt. für Anat., Band 8). En 1908, fué nombrado Profesor en Rostock; en 1914, se le concedió el cargo de Subdirector del «Kaiser Wilhelm Institut für Biologie», en Berlín - Dahlem; desde 1919 hasta hoy, dicta la cátedra de Zoología en la Universidad de Freiburg. Su tesis para optar al Doctorado no presentaba nada nuevo, en lo que se refiere a su contenido científico propiamente dicho, y tampoco en lo concerniente al método empleado, pero se relacionaba estrechamente con las investigaciones de su maestro Boveri. El mismo Spemann dice en su trabajo: «Se observará fácilmente, que estas investigaciones están íntimamente relacionadas, en todos sus detalles y hasta en los pormenores técnicos, con el trabajo de Boveri» (página 319).

En el año 1898 siguió a la tesis la publicación de un trabajo: «Sobre el desarrollo inicial de la Trompa de Eustaquio y del esqueleto de la cabeza en la Rana temporaria», que se dió a conocer en la misma Revista, tomo 11.

Todos los trabajos posteriores de Spemann se relacionan exclusivamente con el desarrollo inicial de los huevos de anfibios, pudiendo observarse en todos ellos que el autor no se propone efectuar una descripción de los procesos del desarrollo normal, sino que asigna una importancia mayor al análisis causal de estos mismos procesos. La experimentación es el método empleado por Spemann para analizar los problemas, que se propone resolver, y es en este terreno

que llevó al máximo de perfección dos métodos de investigación básicos:

- a) el método de crear defectos, es decir de anular por destrucción ciertas partes del germen;
- b) el método de la trasplatación, que consiste en llevar ciertas zonas del germen, desde su ubicación primitiva a otro lugar del mismo o de otro germen.

Crea con este propósito una serie de recursos técnicos y de procedimientos muy elegantes, que ha descrito sintéticamente en su exposición «Técnica operatoria microquirúrgica», publicada en el «Manual de Abderhalden sobre métodos de investigación en Biología», Sección V, Parte 3ª. En ella trata principalmente el empleo de agujas de vidrio de todas las formas deseadas colocadas en el microcauterizador para efectuar las operaciones, refiriéndose, asimismo, a los lazos de cabello de niño, que se sujetan con cera a tubos capilares de vidrio y que sirven para sostener y transportar los embriones. Además, se describe el empleo de cubetas de vidrio con fondo de cera y depresiones apropiadas para el cultivo y las operaciones, efectuando la trasplatación de zonas germinativas delimitadas con ayuda de micropipetas de construcción adecuada. Gracias a este procedimiento, empleado para trasplantar ciertas partes de un germen de una determinada especie a gérmenes de otra especie pudieron diferenciarse, aún después de un prolongado desarrollo, los productos del material germinal de los de material trasplantado.

Todo el método de Spemann se caracteriza por su sencillez, realmente genial, aún cuando la realización práctica de los experimentos resulte bastante compleja, exigiendo una dosis considerable de habilidad y de paciencia por parte de quien los ejecuta.

Los propósitos que persigue Spemann en sus experimentos fueron compendiados por Mangold, su discípulo predilecto, actualmente catedrático de Zoología en Erlangen, en la siguiente forma:

1º — La interpretación de los movimientos de la materia en el germen, o sea, la cinemática, si aplicamos el término de Roux.

2º — La obtención de las «potencias prospectivas» en las zonas germinales en las distintas fases del desarrollo. O bien, expresado en otras palabras: ¿Qué posibilidades de desarrollo existen en una determinada zona germinal, dentro de una fase del desarrollo también determinada? O también: ¿Qué puede resultar aún de la zona germinal? ¿Qué órganos y tejidos puede formar?

3º — La obtención de la «Significación prospectiva». En otros

términos: ¿Qué resulta, efectivamente, en el proceso del desarrollo normal de una determinada parte del germen?

4º — ¿Cuál es la relación que existe entre las distintas zonas germinales en el huevo, segmentado o no, y cómo se influyen recíprocamente?

De la labor experimental de Spemann se destacan, principalmente, los ensayos sobre estrangulación, iniciados en 1900 y proseguidos hasta hoy, con huevos y gérmenes de Triton. Al lado de esos ensayos —y de no menor importancia que ellos en la enunciación de conceptos generales y puntos de vista— merecen citarse sus estudios sobre el análisis del desarrollo del ojo de los vertebrados.

Spemann realiza en sus ensayos la estrangulación de los gérmenes de «Triton taeniatus» en todas sus fases: en la de 2 células, en la de blástula, de gástrula y en la de neúrla (primera forma del sistema nervioso en el embrión), valiéndose de un cabello delgado. Los embriones fueron estrangulados parcial o totalmente, de modo que, en última instancia, se produjeron dos mitades de germen. ¿Qué resultó después de estas mitades?

Si la estrangulación se efectuó *antes de la gastrulación*, se desarrolló:

- a) un embrión completamente normal de la mitad del tamaño y una formación esférica, a la que faltaba la musculatura, la cuerda dorsal y el sistema nervioso central.
- b) dos embriones completamente normales, aún cuando ello ocurrió ciertamente con menos frecuencia, que tenían la mitad del tamaño de los embriones originados de huevos no estrangulados.

De ello resulta que: Si se estrangula un germen *antes* de la gastrulación, es decir, en fase temprana, a lo largo del plano medio, se forma de cada mitad un embrión normal; es evidente, pues, que tanto la mitad izquierda como la derecha de un germen semejante poseen, también en la fase temprana, todas las potencias que se requieren para la formación de un embrión completo. En a), se originan dos mitades, de las cuales una, la dorsal sigue conservando aún todas las potencias, mientras que la otra, la ventral, ya tiene potencias prospectivas limitadas: ya no se origina de ella un embrión completo, sino solamente una parte ventral (sin sistema nervioso central, cuerda dorsal y musculatura). Una estrangulación parcial —no total— produjo, cuando se efectuó en sentido frontal, un embrión completo con una parte ventral anexa; cuando la estrangula-

ción se efectuó en sentido transversal, resultó un embrión con 2 cabezas.

Los embriones dobles y las formaciones de cabezas gemelas demostraron, que el germen posee ya, antes de la gastrulación, una elevada capacidad regenerativa, es decir, que las potencias prospectivas de las distintas secciones del germen, continúan siendo, parcialmente, muy grandes; y que la materia germinal todavía no está «determinada», es decir, que no está definitivamente fijada.

En cambio, cuando Spemann realizó estrangulaciones en embriones *después de la gastrulación*, desapareció en ellos la capacidad de regeneración de las partes faltantes. Spemann dedujo de ello que en el instante de la gastrulación se produce la diferenciación característica de la materia germinal, y que las potencias prospectivas se reducen considerablemente en la gastrulación.

En los trabajos siguientes (1916 - 1918 - 1921) Spemann trata de estudiar más profundamente la naturaleza de la diferenciación y el momento en que se realiza. Para ello empezó por determinar las potencias prospectivas, que se encuentran en las distintas zonas germinales, teniendo en cuenta que su disminución es la que expresa la naturaleza de la diferenciación.

Metódicamente, Spemann trata de resolver este problema por transplatación de pequeños trozos de gástrula temprana (joven o reciente). Las distintas zonas son cortadas y extraídas, injertándolas en otros lugares del embrión: por ejemplo, se transplanta en el mesodermo una parte del presunto ectodermo (es decir, una parte del germen, que, en el caso de haberse desarrollado normalmente, se hubiese transformado en ectodermo). En esta forma se observa que dicho trozo de presunto ectodermo de la gástrula joven, se convierte en mesodermo, cumpliéndose su desarrollo completamente identificado con éste, sin conservar las características primitivas, es decir, que el desarrollo se efectúa en base al lugar en que se injerta el trozo del ectodermo y no de acuerdo a su origen: se convierte en mesodermo. Las potencias prospectivas de este ectodermo de la gástrula joven, son, pues, muy grandes, pueden formarse de él la epidermis, el sistema nervioso central, el pronefros, la musculatura, etc. El presunto mesodermo y la futura cuerda dorsal, en cambio, siempre se desarrollan de acuerdo a su origen. Pero el significado de estos trozos de tejido primitivo es más amplio; influyen las zonas germinales vecinas y provocan su desarrollo. En ellos se origina el impulso que decidirá la formación de la cuerda dorsal, del

pronefros, placa medular de los ojos, de los órganos auditivos, de la pared del intestino, etc. Se dice, por ende, que este presunto mesodermo *induce* a los citados órganos. Vemos, pues, que la zona marginal-dorsal de la gástrula es la que provoca los procesos de diferenciación, que se cumplen en su periferia. Observaciones semejantes ya las había hecho Spemann, al estudiar el desarrollo del ojo: la cavidad ocular es la que impulsa (induce) la formación del lente. Spemann ha dado el nombre de «organizadoras» a las zonas, que son responsables de la formación de órganos en su área de influencia, es decir, que inducen a determinados órganos. En este sentido, distingue zonas organizadoras de primera categoría (labio superior de la boca primitiva), de segunda, tercera y cuarta categoría. A esta última pertenece la cavidad ocular, que induce al lente (Spemann, 1924). A su vez por los efectos de la inducción, clasifica a las zonas citadas en: «organizadoras homogenéticas» cuando provocan por inducción la formación de otro órgano semejante; y en «organizadoras heterogenéticas», cuando el inductor impulsa la formación de un órgano distinto (la cavidad ocular induce la formación de un lente).

Con el propósito de estudiar la *naturaleza de las zonas organizadas*, Spemann, y sobre todo sus discípulos, realizaron una larga serie de investigaciones, de gran valor e interés científico.

Se trató de resolver asimismo el problema que se refiere al mecanismo de esta facultad de las «zonas organizadoras», a cuyo efecto se realizó un experimento muy importante: las zonas, cuyo efecto organizador se desea estudiar, se trasplantan de su ubicación primitiva, llevándolas a la cavidad de segmentación (es decir, entre el ectoderma y el endodermo) de la gástrula joven de «Triton taeniatus». Al proseguir el desarrollo de los gérmenes, el producto de la transplatación llega, finalmente, a la región cardíaca, limitando allí con el ectodermo y el endodermo. La ventaja de este método sencillo, consiste, ante todo, en que el material puede ser estudiado, en lo referente a su capacidad de inducción, sin que puedan producirse soldaduras con los tejidos del receptor (Spemann, 1931. a.). Cuando se presenta un efecto de inducción, se observa en el germen receptor (al que fué transplataado el material a estudiar) una lámina medular en el lugar debajo del cual se encuentra el producto transplataado. Con este método se lograron los siguientes resultados, en los que intervinieron principalmente —además de Spemann— sus numerosos discípulos (citados según Mangold, 1929):

1. — Existe una relación estrecha entre la extensión de la zona

con capacidad organizadora, dentro de la gástrula joven y la de la formación que dará origen a la cuerda dorsal y la vértebra primitiva; (Bautzmann, 1926).

2. — La capacidad de inducción se conserva dentro de la cuerda dorsal hasta la fase del brote caudal (1928).

3. — La parte superior del celoma (Urdarmdach) y sus órganos, siguen influenciando al tubo neural, aún después de la neurulación (Lehmann, 1926 - 28).

4. — La zona organizadora ejerce su influencia principalmente, sirviendo de asiento básico, como parte superior del celoma, a la presunta lámina medular (Marx, 1925; Geinitz, 1925).

5. — El factor de inducción de la zona organizadora, no es de naturaleza específica en cada tipo; en el «Triton taeniatus» se observa que son eficaces las zonas organizadoras de las distintas Urodelos y Anuros (Geinitz, 1925).

6. — El factor de inducción de la zona organizadora no es, tampoco, exclusivo para un órgano específico, ya que, fuera de la parte superior del celoma, también puede inducir la lámina medular. (Mangold y Spemann, 1927).

7. — La capacidad de inducción puede ser adquirida por la presunta epidermis, por medio de transplatación en el labio superior de la boca primitiva (Spemann y Geinitz, 1927), y la presunta placa medular (Mangold y Spemann, 1927).

8. — La zona organizadora determina, junto con el germen receptor, la dirección de la lámina inducida dentro del germen receptor (Spemann, 1927).

9. — Las zonas cefálicas de la parte superior del celoma, que se aplastan al iniciarse la gastrulación, *inducen* los órganos de la cabeza (zona organizadora de la cabeza), mientras que las partes caudales, que se aplastan posteriormente, inducen a los órganos del tronco (zona organizadora del tronco) (Spemann, 1927 - 1929).

10. — El factor de inducción no solamente actúa como productor, sino que determina también *la naturaleza* del fenómeno.

Este factor de inducción debe ser, probablemente, una sustancia química, acerca de cuya naturaleza exacta se han expuesto numerosas hipótesis, sin que haya sido posible establecer nada realmente concreto.

Otro problema importante a cuya solución se abocó Spemann ya en el año 1901, reside en el estudio del desarrollo del ojo de los vertebrados. Este tiene su origen en:

1. — Una proyección vesicular del sistema nervioso central (vesícula ocular primaria), que se hunde, convirtiéndose en la cavidad ocular.

2. — Un espesamiento de la epidermis, que se convierte también en una vesícula, separándose en seguida de la epidermis, para adquirir forma esférica y transformarse en un lente. (Los pormenores de este desarrollo podrán estudiarse en los tratados respectivos).

Mediante la aplicación de sus métodos, consistentes en la destrucción de determinadas partes y transplantaciones, Spemann logró demostrar que la cavidad ocular es la que induce la formación del lente. Este se desarrolla, pues, en relación con la cavidad ocular. Pero la cavidad ocular induce también la formación de un lente a cualquier trozo de epidermis de la cabeza o del vientre: si se transplanta al lugar que ocupa la epidermis normal sobre la cavidad ocular cualquier trozo de epidermis, que, por ejemplo, procede del vientre, se forma en él, bajo la influencia de la cavidad ocular, un lente. En cambio, sin la cavidad ocular, jamás puede formarse un lente. Estas condiciones, empero, difieren un poco en los distintos tipos de anfibios. Los hechos descritos, se refieren a la «Rana fusca». En la «Rana esculenta», la formación normal del lente, da origen al desarrollo de éste, también sin asiento básico, por medio de una cavidad ocular. En cambio ninguna otra zona de la epidermis está capacitada para la formación del lente. El «Bombinator pachypus», está situado, en lo que atañe al desarrollo del ojo, entre la Rana fusca y la esculenta: la epidermis de la cabeza puede formar lentes, cuando existe el inductor (vesícula ocular); no así la del vientre.

El tamaño del lente depende —en los casos de diferenciación relativa (Rana fusca, Bombinator pachypus)— del tamaño de la cavidad inductora: el lente se desarrolla, pues, siempre en consonancia con el resto de la formación del ojo. En cambio, en la Rana esculenta no puede comprobarse una armonía semejante: el desarrollo del lente se basa en una «autodiferenciación».

Otro efecto, que tiene su origen en la cavidad ocular, es la transparencia de la córnea, que se forma de la epidermis que cubre el lente.

Por su parte, el lente parece no ejercer ninguna influencia sobre la vesícula ocular —según Spemann— o, por lo menos, no produce en ningún caso la adaptación de la vesícula ocular a la cavidad ocular.

Los numerosos discípulos de Spemann han proseguido eficiente-

mente los estudios acerca del desarrollo y la diferenciación del ojo de los vertebrados, dando a conocer en fechas recientes nuevos resultados sorprendentes.

Otro problema cuya solución buscó Spemann en sus experimentos desde hace mucho tiempo, fué el siguiente: ¿De qué factores depende la *asimetría* bilateral de los organismos?

Es sabido que los vertebrados, que en numerosos órganos ofrecen una construcción de severa simetría bilateral, muestran en otros, notables ejemplos de asimetría: especialmente ocurre así en el corazón y en el tubo intestinal, incluso órganos anexos (hígado, páncreas), que constituyen una excepción a la bilateralidad general. En efecto, vemos que su construcción no es simétrica y que no están situados en la línea media, ni simétricamente a ella. El intestino, y en particular, el ansa duodenal, posee una dirección característica en su doblez. Estas asimetrías han sido claramente establecidas. Ocasionalmente se encuentran desviaciones —especialmente en la ubicación— respecto de la asimetría normal. Cuando los órganos están situados, como la imagen reflejada por un espejo, es decir en posición inversa respecto a su ubicación normal, se habla de un «Situs inversus», (*viscerum seu cordis*).

Este «Situs inversus» se halló con mucha frecuencia en los embriones que se habían originado de estrangulaciones meridianas de gérmenes. Se observa, sin embargo, que el embrión originado de la mitad izquierda del germen, siempre se desarrolla normalmente, es decir, que el corazón y el tubo intestinal ocupan su lugar normal. El embrión que tuvo su origen en la mitad derecha del germen muestra, en cambio, con frecuencia un «Situs inversus», y lo cierto es que este fenómeno puede observarse casi en el 50 % de los embriones. Hasta en las larvas bicéfalas, obtenidas por estrangulación profunda, aunque no completa, efectuada en sentido meridiano, pudo observarse en todos los casos que la cabeza izquierda y la parte anterior del cuerpo siempre mostraban un desarrollo normal, mientras que la parte derecha revelaba frecuentemente un caso de «Situs inversus».

Para explicar este interesante fenómeno, Spemann enunció la hipótesis, de que la asimetría se basaba en una estructura íntima, que ya estaba dispuesta asimétricamente en los primeros tiempos del desarrollo del germen. Hasta llegó a formular en este sentido la hipótesis, de que esta estructura íntima era visible en una estructura molecular asimétrica. Pero los ensayos efectuados por Man-

gold, en 1921, y Hämmerling, en 1927, destinados a demostrar esta hipótesis, no tuvieron éxito.

Spemann formuló, además, una segunda hipótesis, destinada a explicar el fenómeno de la inversión en los embriones situados a la derecha del plano de estrangulación. Declaró que, por medio de la estrangulación, se lesionan formaciones de futuros órganos de ambos embriones, es decir, que se crean defectos que en algunos casos pueden referirse también a las formaciones del corazón y del intestino. Si ello ocurre, estos defectos originan, en los embriones situados a la izquierda del plano de estrangulación, un aumento de la tendencia normal de rotación del corazón y del intestino; en cambio, en los embriones situados a la derecha de dicho plano de estrangulación, el defecto creado provoca una rotación inversa de la formación primitiva de corazón e intestino, con relación a la dirección de rotación normal, y como consecuencia de ello, el sistema visceral entra a ocupar también una ubicación inversa. En apoyo de esta segunda hipótesis de Spemann, pueden citarse numerosos argumentos.

La situación asimétrica del corazón depende, evidentemente, de la del tubo intestinal, como pudo demostrarlo Spemann, en 1906, con el siguiente ensayo: Extrajo en la néurula el tercio medio de la lámina medular conjuntamente con su asiento básico, la parte superior del celoma, y volvió a colocarlo en su lugar, en posición inversa, de modo que se intercambiaron las partes, anterior y posterior, derecha e izquierda. Con este procedimiento no se afecta la formación del corazón, debido a que está situado fuera de la zona invertida. Sin embargo, se observa en las larvas un caso completo de Situs inversus, que también afecta al corazón: el corazón debe haber sido, pues, influenciado también en su asimetría por el canal intestinal.

Otro problema, a cuya solución se abocó Spemann, alentado por sus ensayos de estrangulación, fué el siguiente: ¿Son iguales entre sí o distintos los productos de la división del núcleo del óvulo fecundado? (Problema de la división nuclear desigual, en cuanto a caracteres hereditarios). Estranguló el óvulo en una fase tan temprana, que los espermatozoides, aunque ya penetraron en él, todavía no se unieron con el núcleo del óvulo. Al hacerlo, tuvo buen cuidado de que el núcleo del óvulo y del espermatozoide estuvieran en una misma mitad del óvulo estrangulado, para que pudiese realizarse la cariogamia. La otra mitad del óvulo estaba, al principio, desprovisto de núcleo. Sin embargo, al iniciarse la división del nú-

cleo, era posible que en la fase 4, 8 o 16 de la misma, uno de los núcleos emigrase a la mitad del óvulo, que hasta entonces no había tenido núcleo. Si el óvulo se estrangulaba entonces totalmente, una vez que poseía una porción de núcleo, se formaba (siempre que la estrangulación se efectuase en sentido meridiano), un embrión completamente normal, aún cuando el núcleo fuese solamente de $1/4$, $1/8$ ó $1/16$ del tamaño normal. Ello hace suponer que las 4 primeras divisiones del núcleo contienen el mismo material, en lo que a caracteres hereditarios se refiere, y los núcleos que se forman no pueden ser distintos entre sí. Si la estrangulación se realiza en sentido frontal, la situación es ligeramente distinta: es verdad que en este caso, $1/8$ del núcleo puede formar aún embriones normales; pero $1/16$ parte del núcleo ya no está en condiciones de hacerlo.

Si el óvulo es fecundado por varios espermatozoides, es posible lograr, por medio de una estrangulación efectuada a tiempo, que una de las mitades contenga al núcleo del óvulo y un núcleo de espermatozoide, fecundándose; y que la otra mitad contenga solamente un núcleo de espermatozoide. En este caso, las dos mitades se desarrollan, haciéndolo ambas en forma normal, a pesar de que una de ellas es diploide, teniendo su origen en un núcleo fecundado; la otra, en cambio, es aploide, y contiene solamente núcleos compuestos por material de cromosomas paternos.

También se obtuvo éxito en un ensayo efectuado, para fecundar óvulos con espermatozoides extraños. (Es decir, se logró realizar la fecundación de óvulos de «Triton taeniatus» con espermatozoides de «Triton cristatus» y viceversa). En este caso se obtuvieron, asimismo, fecundaciones múltiples, en las que varios espermatozoides penetraron en un óvulo. Enseguida se repitió en esos gérmenes el experimento relatado en el párrafo anterior, observándose que la mitad del óvulo diploide, fecundaba y producía en este caso un bastardo. La mitad aploide del óvulo, en cambio, estaba constituido por protoplasma de un tipo y núcleos de otro. Ella forma lo que se llama Merógono el que, sin embargo, no se desarrolla mucho, y, sobre todo, no crece lo suficiente como para poder observar su comportamiento en cuanto a los caracteres hereditarios. A pesar de ello, Hadorf logró recientemente obtener resultados muy interesantes en experimentos notables, que permiten hallar una explicación aclaratoria de los problemas cuya solución se procura. (Ver en este sentido, los trabajos y conferencias publicadas en 1936 por la Sociedad Zoológica Alemana de Freiburg).

Todos los trabajos de Spemann se caracterizan tanto por la expo-

sición extraordinariamente clara y concisa de sus puntos de vista, como por las sorprendentes experiencias que ofrecen.

Spemann no ha publicado jamás sus trabajos en una obra de gran volumen que reuniera todas las experiencias realizadas. Por lo demás, sólo en muy contadas ocasiones se ha ocupado en sus estudios de otros problemas y temas, que los anteriormente enunciados. Todos sus estudios (con excepción de sus dos primeros trabajos) se refieren a gérmenes de anfibios. Jamás abandonó ese tema, abocándose constantemente a la solución de nuevos problemas.

En la actualidad Spemann es la primera figura de la Zoología alemana. En el congreso de la especialidad realizado a mediados de 1936, en Freiburg i. Breisgan, los trabajos de su escuela constituyeron las notas más destacadas.

A continuación, se da una lista en castellano de los estudios publicados en alemán por Hans Spemann, hecha por su discípulo H. Bautzmann y que éste diera a conocer en el número extraordinario editado con motivo del 60º aniversario de aquél, por el «Roux's Archiv für Entwicklungsmechanik», Tomo 118.

- 1895 - *Desarrollo del Strongylus paradoxus.*
- 1898 - *Sobre el primer desarrollo de la trompa de Eustaquio y del esqueleto de la cabeza de Rana temporaria.*
- 1900 - *Producción experimental de embriones bicéfalos.*
- 1901 a- *Sobre correlaciones en el desarrollo del ojo.*
- 1901 b- *Algunos experimentos sobre correlaciones en el desarrollo del ojo.*
- 1901 c- *Estudios fisiológicos sobre el desarrollo del huevo de Tritón.*
- 1901 d- *Formaciones gemelas producidas experimentalmente.*
- 1902 - *Estudios fisiológicos sobre el desarrollo del huevo de Tritón.*
- 1903 a- *Estudios fisiológicos sobre el desarrollo del huevo de Tritón.*
- 1903 b- *Sobre la formación del lente en vesículas oculares defectuosas.*
- 1904 a- *Sobre nuevos estudios del lente.*
- 1904 b- *Sobre formaciones gemelas logradas experimentalmente con defecto ciclópico.*
- 1905 - *Sobre la formación del lente después de haber separado experimentalmente las células primarias de formación del lente.*
- 1906 a- *Sobre un nuevo método de las transplantaciones embrionales.*
- 1906 b- *Sobre transplantación embrional.*
- 1906 c- *Sobre ensayos de transplantación en embriones de anfibios.*
- 1907 a- *El problema de la correlación en el desarrollo animal.*
- 1907 b- *Nuevas conclusiones en el problema de los lentes.*
- 1907 c- *La estación zoológica de Nápoles.*
- 1908 - *Nuevos ensayos sobre el desarrollo del ojo de los vertebrados.*
- 1910 - *La transformación del canalículo auditivo invertido en laberinto. Una contribución crítica al estudio de la estructura de los órganos auditivos.*
- 1912 a- *Desarrollo del ojo de los vertebrados.*
- 1912 b- *Desarrollo de secciones de cerebro invertidas en embriones de anfibios.*

- 1914 - *Sobre provisión retardada de núcleos a porciones del germen.*
- 1915 - *Historia y crítica del concepto de la homología.*
- 1916 a- *Necrología de Theodor Boveri.*
- 1916 b- *Discurso en memoria de Theodor Boveri.*
- 1916 c- *Sobre transplantaciones en embriones de anfibios en la fase de gástrula.*
- 1918 a- *Sobre la determinación de las primeras formaciones orgánicas en el embrión de anfibios.*
- 1918 b- *A la memoria de Theodor Boveri.*
- 1919 a- *Investigaciones experimentales acerca del problema de la determinación y de la individualidad.*
- 1919 b- *Spemann y Falkenberg: Sobre desarrollo asimétrico y Situs inversus viscerum en gemelos y formaciones gemelas.*
- 1920 - *Album científico ilustrado.*
- 1921 a- *Técnica de la operatoria microquirúrgica.*
- 1921 b- *La producción de quimeras animales por transplantaciones embrional heteroplástica entre Tritón cristatus y taeniatus.*
- 1922 - *Rund, Gudrun y H. Spemann: El desarrollo de mitades de gástrula dorsales y laterales aisladas, de Tritón taeniatus y alpestris, en regulación y postgeneración.*
- 1923 - *Teoría del desarrollo animal.*
- 1924 a- *Spemann y H. Mangold: Sobre inducción de formaciones embrionales por implantación de zonas organizadoras de tipo distinto.*
- 1924 b- *Herencia y mecánica del desarrollo.*
- 1924 c- *Sobre zonas organizadoras en el desarrollo animal.*
- 1925 - *Algunos factores del desarrollo animal.*
- 1927 a- *Spemann y B. Geinitz: Sobre estímulo de la capacidad organizadora por transplantación en medios organizadores.*
- 1927 b- *Spemann y Else Bautzmann: Sobre regulación de gérmenes de Tritón con material meridiano excedente y faltante.*
- 1927 c- *En el 60 aniversario de Hans Driesch.*
- 1927 d- *O. Mangold y H. Spemann: Sobre inducción de la lámina medular en el germen joven. Un ejemplo de inducción homogenética o asimilatoria.*
- 1927 e- *Nuevos trabajos sobre zonas organizadoras en el desarrollo animal.*
- 1927 f- *Conferencia sobre zonas organizadoras en el desarrollo animal.*
- 1927 g- *Sobre zonas organizadoras en el desarrollo animal.*
- 1928 - *El desarrollo de mitades germinales laterales y dorsoventrales con provisión de núcleo retardada.*
- 1929 a- *Sobre la participación de la zona organizadora y del germen receptor en la formación de la inducción.*
- 1929 b- *Sobre zonas organizadoras en el desarrollo animal.*
- 1931 a- *El comportamiento de las zonas organizadoras después de la destrucción de su estructura.*
- 1931 b- *Sobre la participación de lo implantado y del germen receptor en la orientación y composición de la formación embrional inducida.*
- 1932 - *La transplantación xenoplástica como medio para el análisis de la inducción embrional.*
- 1933 - *Contribuciones experimentales a la teoría del desarrollo.*
- 1933 - *Spemann, Fischer y Wehiner: Ensayos sobre el análisis de los medios de inducción en el desarrollo embrional.*
- 1934 - *Nuevos resultados de los estudios efectuados sobre fisiología del desarrollo.*

SOCIOS ACTIVOS

Agullar, Félix
 Albizzati, Carlos M.
 Alvarez, Raúl J.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Anastasi, Camilo
 Anchorena, Juan E.
 Andrioletti, Juan Luis
 Añón Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aráoz Alfaro, Gregorio
 Arbecchi, Armando C.
 Arce, Manuel J.
 Arditi Thompson, H.
 Armani, Aquiles
 Arnaudo, Silvio J.
 Avila Méndez, Delfín
 Aztiria, Ignacio
 Bado, Atilio A.
 Bachmann, Ernesto
 Baglietto, Eduardo E.
 Balbiani, Atilio
 Bancalari, Agustín
 Barabino Amadeo, S.
 Barbieri, Antonio
 Bargna, Juan L.
 Barilari, Mariano J.
 Barral Souto, José
 Barrancos, Leónidas A.
 Becke, Alejandro von der
 Berdoy, Pedro A.
 Berrino, Juan B.
 Bertino, José Carlos
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blaquier, Juan
 Boaglio, Santiago
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bontempi, Luis
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Bunge, Juan C.
 Buontempo, Guillermo
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Buzzo, Eduardo B.
 Caillet Bois, Teodoro
 Calandra, Raúl E.
 Camus, Nicolás
 Canale, Humberto
 Carabelli, Juan José
 Carbía, Rómulo D.
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.
 Cárcova, Enrique de la

Carelli, Antonio
 Carelli, Humberto H.
 Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carrea, Juan Ubaldo
 Casacuberta, Antonio
 Castellanos, Alberto
 Castello, Manuel F.
 Castifeiras, Julio R.
 Celasco, Juan L.
 Cock, Guillermo E.
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Enrique
 Chelia, Francisco
 Chizzini Melo, Anibal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Dassen, Claro C.
 Dasso, Héctor
 Dasso, Ricardo L.
 Debenedetti, José
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 De la Ini, Juan E.
 Dellepiano, Luis J.
 Deulofeu, Venancio
 Devoto, Franco E.
 Diaz, Emilio C.
 Dieulefait, Carlos E.
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Dubecq, Raúl E.
 Dueñas, José
 Duhaui, Luis
 Dupont, Enrique
 Duraflona y Vedia, A.
 Durrieu, Mauricio
 Edelberg, Benjamín
 Escudero, Pedro
 Faré, Santo S.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández Long, S.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fischer, Gustavo Juan
 Flores, Emilio M.
 Floriani, Luis
 Florit, Carlos J.
 Forn, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Franceschi, Alfredo
 Fürnkorn, Dívico A.
 Gadda, Carlos Manuel
 Galmarini, Alfredo G.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gascón, Alberto
 Gaspar, Fernando L.
 Géneau, Carlos E.

Gerardi, Donato
 Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.
 Gil, Martín
 Gradín, Carlos
 Grieben, Arturo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Haussler, Emilio
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hofmann, Herbert
 Hortal, José Angel
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isetta, José
 Ivanissevich, Ludovico
 Jorge, José M.
 Jakob, Cristofredo
 Keiper, Guillermo
 King, Diarmid O.
 Kinkelin Pelletán, J. C. de
 Kohan, Zolio
 Kraglievich, Nicolás T.
 Krapf, Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Laporte, Luis B.
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo L.
 Latzina, Eduardo
 Lignières, Roberto
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lombardi, Alberto
 López, P. José
 Loyarte, Ramón G.
 Lozano, Nicolás
 Lugones, Arturo M.
 Llauró, José
 Mac Donagh, E. J.
 Magnin, Félix J.
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Maresca, Antonio J.
 Marini, Tomás L.
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Mata, Leopoldo
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercrau, Agustín
 Mermoz, Francisco A.

Mohring, Walther
 Molfino, José F.
 Molle, Clotilde C.
 Montes, Vicente E.
 Moreno, Evaristo V.
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Natale, Ernesto
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Nelson, Ernesto
 Nielsen, Juan
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortega Belgrano, Raúl
 Ortiz, Anibal A.
 Ortiz de Rosas, Jorge
 Otamendi, Gustavo
 Ottonello, Héctor
 Páez, José María
 Page, Franklin Nelson
 Paitoví y Oliveras, A.
 Paquet, Carlos
 Parodi, Edmundo
 Parodi, Lorenzo R.
 Pasman, Raúl G.
 Pasman, Rodolfo E.
 Pastore, Franco
 Paz, José Máximo
 Praz Anchorena, José M.
 Pérez Hernández, A.
 Pérez Pirán, Juan A.
 Perrone, Cayetano
 Pestalardo, Agustín
 Pini, Aldo S.
 Platz, Hubert
 Podestá, Juan Carlos
 Polti, Modesto
 Posadas, Carlos
 Quartino, José N.
 Quinos, José Luis
 Quinterno, Bruno F.
 Quiroga, Pedro R.
 Raimondi, Alejandro
 Raffo, Bartolomé M.
 Ramaccioni, Danilo
 Ramallo, Carlos M.
 Ratto, Héctor R.
 Ravnigani, Emilio
 Rebuelto, Antonio
 Rebuelto, Emilio
 Reece, William Asher
 Repetto, Blas Angel
 Repossini, José
 Ringuelet, Emilio J.
 Rissotto, Atilio A.
 Rivarola, Rodolfo
 Robles, Angel A.
 Rodríguez Aravena, S.
 Roffo, Angel H.
 Roffo, Juan
 Roldán, Raimundo
 Romero Brest, Enrique
 Rokotnitz, Otto

Rospide, Juan	Schnack, Benno J.	Storni, Carlos David	Vanossi, Reinaldo
Rossell Soler, Pedro	Schmidt, Max	Suárez, Angel	Varela, Rufino
Rossi, Arturo R.	Schoo Lastra, Oscar	Talana, Alberto F.	Vecchi, Aristides de
Ruata, Luis E.	Schulz, Guillermo	Taiana, Jorge	Vela Huergo, Julio
Ruiz Moreno, Isidoro	Selva, Domingo	Tamini, Luis Augusto	Veyga, Francisco de
Ruiz Moreno, Adrián	Sesma, Angel	Tarragona, José	Vidal, Eduardo
Rumi, Tomás J.	Sheahan, Juan F.	Tedeschi, Virgilio	Villalobos D., C.
Sabaria, Enrique	Silva, Leónidas L.	Tello, Eugenio	Vignaux, Juan C.
Sagastume Berra, A. E.	Simons, Hellmut	Torre Bertucci, Pedro	Vinardell, Alberto
Salomón, Hugo	Siri, Luis	Torello, Pablo	Volpatti, Eduardo
Sánchez, José Ricardo	Sobral, Arturo	Tossini, Luis	White, Guillermo J.
Sánchez, Gregorio L.	Solari, Emilio F.	Trelles, Rogelio A.	Wauters, Carlos
Sánchez Díaz, Abel	Solari, Miguel A.	Trucco, Sixto E.	Wysztelewski, W. de
Sánchez Sorondo, M. G.	Soler, Frank L.	Valeiras, Antonio	Zamboni, Agustín
Sanromán, Iberio	Solórzano, Luis A.	Valentiner, Hugo	Zappi, Enrique V.
Santángelo, Rodolfo	Sordelli, Alfredo	Valentini, Argentino	Zavalla, Carlos M.
Sarhy, Juan F.	Spinetto, David J.	Valentinuzzi, Máximo	Zuloaga, Angel M.
Sarrabayrouse, Eugenio	Spota, Víctor J.	Vallebella, Colón B.	
Savon, Marcos A.	Storni, Segundo R.	Vallejo, Segundo E.	

SOCIOS ADHERENTES

Alvarez, Carlos E.	Goyena, Ricardo J.	Recoder, Roberto F.	Viglione, Fausto E.
Bazzanella, José	Laporte, Julio A.	Repetto, Cayetano	Walls, I. Figueras de
Devoto, Arnaldo Carlos	Magne de la Croix, P. A.	Riú, Pedro Carlos	Wechsler, Wolf
Devoto, Carlos Alberto	Milesi, Emilio Angel	Rusconi, Carlos	Zenarruza Johnson, Tir-
Folcini, Martín L. G.	Monca, Jacobo Isaac	Somonte, Eduardo	so A.
García, Eduardo D.	Muñoz Cabrera, René		

CASAS ADHERENTES

Francisco Disí	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Pa-	Ltda.
		lumbo"	

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Carlos C. Hossesus; Vocales, Ing. Clodoveo Pascualini; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. Jorge E. Bobone; Dr. Federico Padula; Ing. Luis Chechi; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Bobone, Jorge E.	Brandan, Ramón A.	Carlomagno, José
Aguiar, Henoch D.	Bodenbender, G.	Brogliá, Alberto A.	Chaudet, Enrique
Amaya, Arturo A.	Bonet, Rafael	Buteler, Jesús E.	Checchi, Luis
Arrambide, Miguel	Borzacow, Wladimir	Camilloni, Carlos	Deheza, Eduardo

Del Viso, Jacinto	Godoy, Salvador A.	Mirizzi, Pablo Luis	Rothlin, Edwin
De Tezanos Pinto, J.	Gómez, Calixto A.	Ninci, Carlos A.	Sayago, Gumersindo
Devoto, Heraclio A.	Gordillo, Pedro N.	Ninci, Raúl T.	Schmiedecke, Augusto
Espinosa, Manuel	Granillo Barros, M.	Novillo Corvalán, S.	Sigal, Moisés
Esteban, Fernando	Hosseus, Carlos Curt	Olsacher, Juan	Sparn, Enrique
Fernández, Miguel	Jagsich, Juan	Padula, Federico	Stuckert, Guillermo V.
Fitz Simon, Sgo. E.	Kronfus, Juan	Pasqualini, Ciodoveo	Taravella, Ambrosio L.
Fortana, Lorenzo P.	Lofayette Zimmer, M.	Peláez, J. Gambastiani	Tarragó, Emeterio
Fuchs, Guillermo J.	Larrauri, Agustín C.	de	Torres, Valeriano
García, Daniel	Lutzow Holm, Olaf.	Pilotto, Bernardo	Trebino, Natalio
Gaviez, Daniel E.	Mácola, Berardo A.	Ponce Laforgue, C.	Vercello, Carlos
Giménez de Azúa, F.	Mácola, Tulio	Roggeri, Domingo	Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2º, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Courault, Pablo	Kleer, Gregorio	Pifero, Rodolfo
Argüelles, Eugenio	Crouzeilles, A. L. de	Mai, Carlos	Pozzo, Hiram J.
Ariotti, Juan Carlos	Cruellas, José	Mántaras, Fernando	Ragonese, Antonio E.
Babini, José	Christen, Carlos	Marelli, Hipólito	Reinares, Sergio
Berraz, Guillermo	Christen, Rodolfo G.	Marino, Antonio E.	Rouzaut, Rodolfo
Bertuzzi, Francisco A.	Damianovich, Horacio	Montpellier, Luis Mar-	Salaber, Julio
Bonazzola, César J.	Falco, Federico	cos	Salgado, José
Borruat, Luis	Fester, Gustavo A.	Morisot, Augusto	Santini, Bruno L. P.
Borruat, Luis (hijo)	Frenguelli, Joaquín	Mounier, Celestino	Schivazappa, Mario
Borzone, Rodolfo	Gollán, José (h.).	Muzzio, Enrique	Simonutti, Atilio A.
Bossi, Celestino	Gschwind, Eduardo P.	Nigro, Angel	Tissembaum, Mariano
Caballero, Martín A.	Guinle, Hugo José	Niklison, Carlos A.	Urondo, Francisco E.
Camo, José María	Hereñú, Rolando	Oliva, José	Virasoro, Enrique
Cerana, Miguel	Hotschewer, Curto	Peresutti, Luis	
Claus, Guillermo	Juliá Toirá, Antonio	Piazza, José	

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos	García, José Federico	Maroso, José Angel	Ruiz, Aníbal
Anzorena, Jacinto	Godoy Vergelin, G.	Mayorga, Santiago C.	Ruiz Leal, Adrián
Anzorena, Pedro	Gomensoro, José N.	Miyara, Salomón	Sammartino, Miguel
Basso, Germinal	Granzella, Sinibaldo	Miyara, Santos	Sánchez C., Juan V.
Bidone, Mario	Guiard, Ricardo	Oviedo Marcó, Carlos	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Jofré, Alberto I.	Oviedo Ortiz, Carlos	Stura, Angel C.
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Pelaia, Dante	Toso, Juan P.
Cerlotto, Emilio	Lucero, Braulio G.	Piccione, Cayetano C.	Vicchi, Juan A.
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Piovano, Abelardo P.	Villanueva, Miguel An-
Gabrielli, Francisco J.	Magistretti, Guillermo	Pontis, Rafael E.	gel
Galeano, Edgardo	Maneschi, Ernesto		

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.....	México	Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Hijar y Haro, Luis.....	México
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Janet, Pierre.....	París
Avendaño, Leonidas.....	Lima	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Kinart, Fernando.....	Amberes
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Borel, Emile.....	París	Langevin, Paul.....	París
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bragg, William Henry.....	Londres	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Bruch, Carlos.....	Olivos	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Cabrera, Blás.....	Madrid	Monjarás, Jesús E.....	México
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Moretti, Gaetano.....	Milán
Carabajal, Melitón M.....	Lima	Oliver Schneider, Carlos...	Concepc. (Ch.)
Corti, José S.....	Mendoza	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Perrin, Tomás G.....	México
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Antofag. (Ch.)
Fontecilla Larraín, Arturo...	Santiago (Ch.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fort, Michel.....	Lima	Rowe, Leo S.....	Washington
González del Riego, Felipe..	Lima	Shepperd, William R.....	New York
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Tello, Julio C.....	Lima
Guinier, Philibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadarnard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
		Volterra, Vito.....	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

AGOSTO 1937. — ENTREGA II. — TOMO CXXIV

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
A. E. SAGASTUME BERRA. — Fundamentos matemáticos de la música (<i>Cont.</i>)	65
E. A. DE CESARE. — Subordinación de la métrica no-Euclídea a la Geometría Proyectiva	82
OTTO GOTTSCHALK. — Reglamentos para estructuras de hormigón armado.	105
GUILLERMO SCHULZ. — Posibles variaciones de la superficie del geoide y sus influencias sobre la nivelación de precisión	117
E. R. Bibliografía	128

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FÉ 1145

1937

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burneister †	Ing. Luis A. Huergo †	Dr. Walter Nernst
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Ing. Guillermo Marconi
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1937-1938)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Evaristo V. Moreno
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia</i>	Doctor Santiago Barabino Amadeo
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Gêneau
<i>Pro-tesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	Ingeniero Carlos Posadas
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Doctor Reinaldo Vanossi
	Ingeniero Mario L. Negri
<i>Vocales</i>	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de Fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin
	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

FUNDAMENTOS MATEMATICOS DE LA MÚSICA

Por A. E. SAGASTUME BERRA

(Continuación *)

34. — En todos los casos que hemos venido tratando, las gamas (atemperadas) obtenidas son, por decir así, *naturales*, en el sentido de que ellas responden a los principios acústicos expuestos en los capítulos I y II, que deben constituir el fundamento lógico (así lo creemos) de la teoría musical. Además, esas gamas presentan otra particularidad que acentúa esa naturalidad. Dicha particularidad es la siguiente: en cada una de ellas aparecen como armónicos primarios, *todos* los números primos hasta un cierto valor: por ejemplo, en las gamas primitiva y pitagórica, los armónicos 2 y 3; en las tolemaicas, 2, 3 y 5; en la de Domínguez Berrueta, 2, 3, 5 y 7; se podría construir una gama con los armónicos 2, 3, 5, 7 y 11, o bien 2, 3, 5, 7, 11 y 13, y así sucesivamente.

Ahora bien, no excluimos la posibilidad de una gama en la cual aparezca un determinado armónico, sin que estén presentes al mismo tiempo algunos armónicos más bajos; por ej., una $\Gamma^{3 \cdot 11}$, ó $\Gamma^{3 \cdot 5 \cdot 13}$, ó Γ^{19} , etc.

Es lógico que estas gamas naturales posibles no presenten, digámoslo así, una « musicalidad » tan perfecta como las anteriores. Por ejemplo, en una $\Gamma^{3 \cdot 11}$, el músico notará la ausencia de las características terceras tolemaicas, v. gr. do-mi (Tol.), debidas al armónico 5, y le parecerá extraño que un acorde tonal de esta gama sea el do-fa#-sol (bien entendido, este fa# no coincide con ninguna de las notas homónimas que hemos encontrado). Sin embargo, opinamos que al artista puede convenir, en determinadas ocasiones, un conjunto de sonidos tan fuera de nuestros hábitos, precisamente para expresar alguna idea o sentimiento que intervenga en su obra.

Como ejemplo, daremos una Γ^{13} atemperada, muy satisfactoria de acuerdo con los criterios generales que hemos establecido, y que será

(*) Ver Tomo CXXIII y sig.

sumamente extraña y fuera de lo común debido a la ausencia de los armónicos inferiores 3, 5, 7 y 11.

Los valores de las $\gamma_{n_1}^{13}$, teniendo en cuenta que el $\log_2 13 = 3,70044$, serán

$$\gamma_{n_1}^{13} = F(3.70044 n_1),$$

o sea:

n_1	$\gamma_{n_1}^{13}$	n_1	$\gamma_{n_1}^{13}$
0	0.00000	6	0.20264
1	0.70044	7	0.90308
2	0.40088	8	0.60352
3	0.10132	9	0.30396
4	0.80176	10	0.00440
5	0.50220

La gama atemperada $\Gamma_{(0,9)}^{13}$ tiene por consiguiente una coma $\varepsilon = 0,00440 \omega$, inferior a todas las anteriores. Disponiendo las $\gamma_{n_1}^{13}$ por orden creciente, se ve que las notas de la gama pueden representarse por

$$\gamma^{13}(0,9) = x_1 i_1 \pm x \varepsilon$$

donde

$$i_1 = 0.10132 \omega$$

es el único intervalo entre las notas consecutivas. Por tanto se tiene:

$$\varepsilon = 0.00440 \quad ; \quad N = 10 \quad ; \quad \nu = 1 \quad ; \quad \Delta^2 = (0),$$

características que son, en sí, mejores que todas las encontradas con anterioridad.

No obstante, repitémoslo, el carácter de esta gama será sin duda extraño, viéndose menoscabada su « naturalidad » por la ausencia de los armónicos inferiores.

35. — Esa falta de naturalidad es, con todo, menos grave que en algunas gamas que vamos a ver ahora, y que gozan sin embargo de gran aceptación. Por lo menos, la $\Gamma_{(0,9)}^{13}$ dada a título de ejemplo en el § anterior, responde a principios acústicos y lógicos aceptables. En cambio, las gamas que vamos a ver ahora provienen de admitir ciertas convenciones cuya aceptabilidad constituirá, precisamente, uno de nuestros puntos fundamentales de discusión.

Comencemos por la llamada ordinariamente *gama atemperada*. Esta gama tiene una importancia enorme en nuestra música actual, pues según ella están afinados todos los instrumentos llamados « de sonidos fijos », el piano por ejemplo.

Dado que las gamas de Pitágoras y Tolomeo (o de Zarlino, o de los físicos) poseen, como necesariamente debe suceder, una *coma*, o sea una corrección a efectuar en una forma oportuna a fin de cerrar el ciclo de notas de la gama, pueden darse para el problema de la atemperación otras soluciones que no responden a los principios que venimos desarrollando.

Una de esas soluciones (no la única, ni siquiera la mejor, como veremos) consiste en dividir sencillamente la octava en 12 intervalos iguales. Cada uno de estos intervalos se llama un *semitono atemperado*, abreviado *semitono (at.)*, y, como vimos en el § 9, su valor en ω es:

$$\alpha = \frac{1}{12} = 0.08333 \omega .$$

Está, pues, comprendido entre la lima (Pit.) = 0,07519 ω y el semitono diatónico (Tol.) = 0,09311 ω . Como $12 \alpha = 1 \omega$, se podrán definir en la octava, 12 notas separadas una de otra por un semitono (at.), y constituir así la llamada *gama atemperada*, cuyas notas se expresan todas en función de la base α , y son:

do (at.) = 0	fa# (at.) = sol \flat (at.) = 6 α
do# (at.) = re \flat (at.) = α	sol (at.) = 7 α
re (at.) = 2 α	sol# (at.) = la \flat (at.) = 8 α
re# (at.) = mi \flat (at.) = 3 α	la (at.) = 9 α
mi (at.) = 4 α	la# (at.) = si \flat (at.) = 10 α
fa (at.) = 5 α	si (at.) = 11 α .

Claro es que esta escala no responde a los principios que hemos establecido: con α , todos los intervalos de que consta son *racionales*, y en consecuencia, ninguno de ellos puede expresarse bajo la forma $F(\Sigma \pi_i n_i)$, es decir, no existen las $\pi_i = \log_2 p_i$ y por tanto, tampoco los armónicos generadores p_i .

Obsérvese que aquí nos estamos refiriendo a intervalos medidos en ω , y no a las relaciones de frecuencias. Es menester tener ésto muy presente para refutar a un posible defensor de la gama atemperada, que quisiera argumentar basado en la mayor sencillez que implican las relaciones racionales. No negamos el valor de este razonamiento, sino que merced a la observación hecha, lo vemos volverse en contra de quien lo esgrima. En efecto, la definición de la unidad ω y el hecho de medir en esta unidad los intervalos, no es sino un artificio matemático, cómodo sin duda (y fecundo, según vemos); pero no olvidemos que el fundamento de tales medidas está en la relación de frecuencias, y si expresamos por sus relaciones de frecuencias los intervalos pitagóricos, tolemaicos y de Domínguez Berrueta, veremos aparecer números racionales muy simples: $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{9}{8}$, etc. mientras que los intervalos de la gama atemperada serían *irracionalmente* tan complicados como $\sqrt[12]{2}$, $\sqrt[6]{2}$, $\sqrt[12]{2^5}$, etc. Es decir, que el carácter racional o irracional de un intervalo se invierte a veces, como en este caso, según que lo midamos por su relación de frecuencias o en octavas.

Ya que la gama atemperada no responde a los principios acústicos, naturales y lógicos, desarrollados aquí, podemos preguntarnos a qué principios responde. Más en concreto: ¿en base a qué debe aceptarse la división de la octava en partes iguales? ¿Por qué han de ser precisamente 12 esas partes, y no otro número?

Lo único que puede aducirse para responder a la primera cuestión es la « sencillez » de la solución que así se da al problema de la atemperación. Ya hemos visto que la tal « sencillez » se refleja en la existencia de intervalos que precisamente se caracterizan por su complejidad. Pero aún admitiendo el argumento: ¿a qué precio se obtiene esa sencillez? No existen ya intervalos estrictamente consonantes, es en rigor absurdo decir que *do-mi-sol (at.)* sea un acorde perfecto mayor. Más aún, al dar este acorde en un instrumento, el *do (at.)* por ejemplo, suena conjuntamente con sus armónicos naturales, y el quinto de ellos, que es el *mi (Tol.)* = 0,32193, choca con el *mi (at.)* = 0,33333, produciendo una disonancia durísima. Esto es particularmente notable en el órgano, por ejemplo, donde los dos sonidos de frecuencias próximas producen una *pulsación* o *temblequico* sumamente desagradable.

Pero aún admitiendo la división en partes iguales, queda la segunda cuestión: ¿por qué han de ser precisamente 12 las notas? La

única razón que se nos alcanza en esto es de índole histórica, o por mejor decir, atávica. La gama de Pitágoras, que gozó de gran boga en la Edad Media especialmente gracias a los trabajos teóricos de Boecio (siglo VI), contiene 12 notas; y entonces es lógico que posteriormente, al introducirse en tiempos de Bach y Rameau la gama atemperada, lo más conveniente desde el punto de vista práctico fuera conservar esa división de 12 partes. Pero en realidad hay rastros de otras divisiones, en 43, en 17, en 19 partes, etc. Y no hay razón para que así no sea, si se admite la división en partes iguales, « a la manera de una escala termométrica », según expresión del Sr. Domínguez Berrueta (V).

El argumento más fuerte que en su favor tiene la gama atemperada, y que tal vez fué el que decidió a adoptarla a Bach y Rameau, es la posibilidad de la *transposición*, en los instrumentos de sonidos fijos. Expliquemos un poco este punto: la gama atemperada es perfectamente uniforme en toda su extensión; o, dicho más claramente: cualquiera sea la nota que se tome como origen, los intervalos sucesivos son todos iguales a α , y por tanto, se distribuyen de la misma manera en todos los casos. De ahí resulta la posibilidad de trasladar o *transportar* una melodía cualquiera, de un lugar a otro de la escala, conservándose exactamente los intervalos que componen esa melodía. Esto no es posible, por ejemplo, en la gama tolemaica cromática, pues si suponemos que una melodía comience, pongamos por caso, con las notas *do*, *fa*, *mi \flat* , tendremos, según la tabla del § 26, los intervalos:

$$\text{do-fa} = 0.41504 \omega \quad ; \quad \text{fa-mi}\flat = -0.15200 \omega ,$$

y si buscamos otra nota de origen para reproducir los mismos intervalos, solo tenemos como posibles las siguientes transposiciones: *do# fa#-mi* ; *mi \flat -la \flat -sol \flat* ; *mi-la-sol* ; *mi#-la#-sol#* ; *sol-do-si \flat* ; *sol#-do#-si* ; *si \flat mi \flat -re \flat* ; *si-mi-re* ; *si#-mi#-re#* ; mientras que por ej. la melodía *fa#-si-la* no sería una transposición de la dada, pues *fa#-si* = $0,43295 \omega$, *si-la* = $-0,16992 \omega$. Y naturalmente, si la melodía dada contuviera más notas, las posibilidades de transposición se reducirían.

Es indudable que en ninguna gama natural, ni aún en la $\Gamma_{(0,9)}^{13}$, notable por su regularidad, se presenta semejante posibilidad ilimitada de transposición. Pero ¿es que la transposición tiene tan gran importancia que se le deban sacrificar principios acústicos fundamentales, como los que llevamos expuestos? La respuesta parece, por

lo menos, dudosa. Por el contrario, séanos permitido creer que, respetando esos principios acústicos y sacrificando en cambio la transposición estricta, no siendo posible sino una transposición aproximada, como en el caso tolemaico antes tratado $do-fa-mi\flat \rightarrow fa\#\text{-}si\text{-}la$, ganaríamos en riqueza de medios artísticos en lugar de perder. Una misma melodía podrá presentarse entonces en diferentes *modos* (véase lo que decimos en el capítulo VI), con otros tantos matices, dando así una música más rica que si la transposición se redujera a una repetición estricta a otra altura.

Mucho más podríamos decir con respecto a la gama atemperada; creemos, sin embargo, que es suficiente con lo anterior, a lo que agregaremos una última observación. Es dudoso hasta qué punto la afinación de los instrumentos responde hoy día a la gama atemperada. En efecto, una vez tomado el punto de partida, por ejemplo el *la* normal de 435 vibraciones por segundo, las demás notas de un instrumento se afinan a oído, y con el auxilio también de las pulsaciones producidas entre dos sonidos; y ambos medios, el oído y las pulsaciones, se rigen por los fenómenos naturales de los armónicos, es decir, caen dentro de lo que venimos exponiendo. Es, pues, más que probable que la afinación de un instrumento tenga, aún hoy, un carácter pitagórico o tolemaico, alejado sin duda de la atemperación « termométrica » ideal de la gama atemperada.

36. — Si nos hemos extendido un tanto en las razones que hemos dado en contra de la gama atemperada, es porque ellas se aplican, *mutatis mutandis*, a toda una serie de procedimientos artificiales de atemperación que, siendo más o menos malos que la división en partes iguales, poseen análogos inconvenientes. Citaremos varios ejemplos ⁽¹⁾.

Como hemos visto, o mejor dicho, como resulta de las consideraciones de los §§ 25 y 26, una vez que se han tomado a partir de una nota cualquiera cuatro quintas pitagóricas, es necesario disminuir una coma tolemaica para obtener exactamente la tercera tolemaica; o, en números,

$$4\gamma - \varepsilon (\text{Tol.}) - 2\omega = 4 \times 0.58496 - 0.01791 - 2 = 0.32193 \varepsilon = \tau$$

(véase § 10). Si en lugar de corregir en 0,01791 ω cada cuatro quin-

(1) Para más detalles, consúltese J. MURRAY BARBOUR (XI).

tas, corregimos cada quinta en $\frac{1}{4} \varepsilon$ (*Tol.*), obtendremos el mismo resultado final, aunque claro es que no las mismas notas intermedias. Este sistema de atemperación toma el nombre de *entonación media*, o *atemperación media*, y tiene el inconveniente de dar notas, en general, demasiado bajas con respecto a las de la gama tolemaica cromática.

Tiene, por lo demás, defectos análogos a la atemperación común, aunque es algo mejor pues conserva algunos intervalos naturales, en especial las terceras tolemaicas. Puede, pues, decirse que algunas de sus notas pertenecen a la Γ^5 pero en cambio desaparecen las quintas justas, y con ellas toda traza del armónico 3, más importante que el 5.

Puede decirse que en la entonación media hay acordes tonales, que constan de una nota y su tercera justa.

El español Francisco de Salinas (siglo XVI) y el italiano Zarlino han estudiado, no sólo esta entonación media, sino también otros dos tipos, en que cada quinta es corregida en $\frac{2}{7}$ ó en $\frac{1}{3}$ de coma sintónica, de los cuales parece ser preferible el último. Se viene así a caer en la división en 19 intervalos propiciada por Aristoxeno, el adversario de Pitágoras. En efecto, $1 \chi - \frac{1}{3} \varepsilon$ (*Tol.*) = 0,58496 — 0,00597 = 0,57899 ω , que coincide muy aproximadamente con la undécima nota aristoxénica, pues $\frac{11}{19} = 0,57895 \omega$.

Otro procedimiento es el de Grammateus, quien conserva las notas pitagóricas llamadas *diatónicas*, do-re-mi-fa-sol-la-si, e intercala las cromáticas do# = re \flat , re# = mi \flat , fa# = sol \flat , sol# = la \flat , la# = si \flat , dividiendo en dos partes iguales los intervalos entre las notas diatónicas. Al contrario de la entonación media, sus notas son, en general, demasiado altas. Posee acordes tonales pitagóricos, formados por las quintas que contiene.

37. — Mucho más natural es la gama del español Ramos Pareja (siglo XV), quien conserva todas las quintas pitagóricas entre las notas diatónicas, a excepción de la quinta sol-re, a la cual corrige en una *coma* (*Tol.*). Puede decirse entonces que esta gama se funda en los armónicos naturales 3 y 5, y precisamente cae bajo nuestra teoría general de la atemperación. Es una $\Gamma_{MNRS}^{3,5}$, designando con *MNRS* el paralelogramo indicado en la figura 10. Hay 12 puntos *P*,

y 18 puntos Q , que hemos indicado también en la figura. Lo mismo

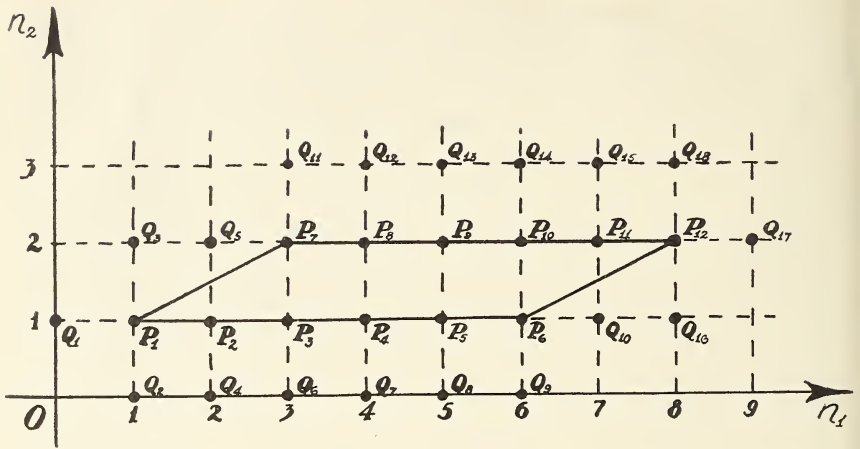


Fig. 10

que hemos hecho en casos anteriores, damos a continuación la tabla correspondiente :

Punto P_k	$\gamma_{P_k}^{3,5}$	Puntos Q_h	$\gamma_{Q_h}^{3,5}$	Punto P_k	$\gamma_{P_k}^{3,5}$	Puntos Q_h	$\gamma_{Q_h}^{3,5}$
$P_1(1,1) =$ $= la \flat$	0.90689	$Q_1(0,1)$	0.32193	$P_7(3,2) =$ $= re$	0.39875	$Q_{11}(3,3)$	0.72067
		$Q_2(1,0)$	0.58496			$Q_{12}(4,3)$	0.30563
		$Q_3(1,2)$	0.22882			$Q_{13}(5,3)$	0.89059
$P_2(2,1) =$ $= mi \flat$	0.49185	$Q_4(2,0)$	0.16992	$P_8(4,2) =$ $= la$	0.98371	$Q_{14}(6,3)$	0.47555
		$Q_5(2,2)$	0.81378			$Q_{15}(7,3)$	0.06052
$P_3(3,1) =$ $= si \flat$	0.07682	$Q_6(3,0)$	0.75489	$P_9(5,2) =$ $= mi$	0.56867	$Q_{16}(8,1)$	0.00163
		$Q_7(4,0)$	0.33985			$Q_{17}(9,2)$	0.90852
$P_4(4,1) =$ $= fa$	0.66178	$Q_8(5,0)$	0.92481	$P_{10}(6,2) =$ $= si$	0.15363	$Q_{18}(8,3)$	0.64548
		$Q_9(6,0)$	0.50977			$P_{11}(7,2) =$ $= fa \#$	0.73860
$P_5(5,1) =$ $= do$	0.24674	$Q_{10}(7,1)$	0.41667	$P_{12}(8,2) =$ $= do \#$	0.32356		

La coma vale aquí $\varepsilon = 0,00163 \omega$, y se produce por ejemplo, entre P_1 y Q_{17} . Ordenando ahora las notas de modo que $do (R.P.) = 0,00000 \omega$, resulta :

Denominación	Nota	Intervalo	Denominación	Nota	Intervalo
do (R.P.)	0.00000		sol (R.P.)	0.58496	0.09310
do# »	0.07682	0.07682	la \flat »	0.66015	0.07519
re »	0.15201	0.07519	la »	0.73697	0.07682
mi \flat »	0.24511	0.09310	si \flat »	0.83008	0.09311
mi »	0.32193	0.07682	si »	0.90689	0.07681
fa »	0.41504	0.09311	do »	1.00000	0.09311
fa# »	0.49186	0.07682	—	—	—

Los intervalos $0,07519 \omega$ y $0,07682 \omega$ solo difieren en una coma, y por tanto deben considerarse iguales. Además de este intervalo, solo hay otro, el $0,09311 \omega$, de modo que las características de esta gama son :

$$\varepsilon = 0.00163 \quad ; \quad N = 12 \quad ; \quad \nu = 2 \quad ; \quad \Delta^2 = (0.01792 \omega),$$

y una base está dada por los intervalos ya considerados, de modo que

$$\gamma^{3,5} (R.P.) = x_1 i_1 + x_2 i_2 \pm x \varepsilon$$

$$i_1 = 0,09311 \omega \quad ; \quad i_2 = 0.07519 \omega \quad ; \quad \varepsilon = 0.00163 \omega .$$

Las características de esta gama son muy aceptables; compárense con las de la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ § 26, y se verá que hay superioridad en todos los caracteres de la gama de Ramos Pareja.

CAPITULO V

FUNDAMENTOS DE LA ARMONIA

38. — Por *armonía* o *harmonía* se entiende en música el estudio de los distintos *acordes* o conjuntos de sonidos, su clasificación, las relaciones existentes entre ellos, sus combinaciones, y las marchas armónicas de las voces o instrumentos de una composición musical. En ésta aparece también otro elemento principalísimo, y en cierto modo contrapuesto a la armonía: es la *melodía*, o sea la sucesión de notas o sonidos (y silencios o pausas) que corresponden a cada voz o instrumento especial. En la mayoría de los casos se reserva el nombre de melodía a la sucesión de notas que corresponden a la voz o instrumento principal; pero hay también melodía en las demás voces, en el sentido más amplio que hemos indicado, y por otra parte, hay casos en que la melodía en sentido restringido no existe, por haber varias voces de primera importancia que ejecutan cada una una sucesión distinta de notas.

La melodía y la armonía son elementos complementarios en sentido análogo a lo que lo son los conceptos de sucesión y simultaneidad, movimiento y reposo. Un acorde o una armonía, está constituido por notas que se ejecutan simultáneamente; una melodía, por notas que se ejecutan sucesivamente; un solo acorde, lo mismo que una melodía puede tener, y tiene por lo general, un significado, nos produce cierta sensación de reposo, majestad, serenidad, o por lo contrario, de movimiento, de inquietud. En cambio, una sola nota de una armonía o melodía no significa absolutamente nada. Es solamente su combinación con las demás, y con las pausas (por medio del *ritmo*, otro elemento importante) lo que tiene un significado de por sí. Partiendo de una nota arbitraria (que no tiene ningún significado armónico ni melódico) podemos construir muchas armonías distintas, y también muchas melodías distintas. La obra musical se extiende así, a partir de su primera nota, en dos sentidos o, para utilizar un símil matemático, según dos coordenadas. Las abscisas representan, por ejemplo, la melodía; las ordenadas, la armonía. Si se nos da la nota inicial y la melodía, las armonías restantes quedan

determinadas, hasta cierto punto; viceversa, si se nos da la nota inicial y la armonía (inicial también), queda determinada, dentro de ciertos límites, la melodía.

De acuerdo con ésto, se ve que armonía y melodía no son independientes, sino que por el contrario, se complementan y condicionan mutuamente para formar la obra musical. Son como los sistemas de fibras verticales y horizontales de un tejido, que cada uno no es sino una parte del tejido, que no puede existir y se deshace sin el otro. Hasta en la escritura se hacen patentes estas relaciones, pues se escriben en una misma línea vertical las notas simultáneas, cuyo conjunto determina la armonía, y en sentido horizontal van dispuestos los pentagramas o pautas, donde se escribe la melodía.

Si estudiamos por separado la armonía, así como la melodía y el ritmo, no es sino por razones de metodización científica, siguiendo el principio de pasar de lo particular a lo general y de lo simple a lo complejo.

39. — En una gama natural, fundada en los armónicos p_1, p_2, \dots, p_r , es precisamente la presencia de estos armónicos, con exclusión de todo otro, lo que determina el carácter de la $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ y la distingue de todas las demás. La atemperación no hace sino delimitar, mediante ciertos procedimientos que ya hemos estudiado en el Capítulo III, las notas que deben tomarse para constituir la gama práctica, atemperada, $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$; pero deja subsistente el carácter fundamental a que nos referimos.

No es, pues, extraño, que si tomamos una nota cualquiera $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ y a partir de ella las que representan sus propios armónicos p_1, p_2, \dots, p_r , obtengamos un conjunto de notas de $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ o de $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ (supuesto que en ésta sea también posible tomar esos armónicos) que caracterizan a la gama. Se tiene así un conjunto de sonidos, o sea un *acorde*, que podemos llamar *acorde perfecto* o *tonal, mayor*, y que caracteriza a la $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ ó $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ de que se trata. Ya hemos visto en lo anterior varios ejemplos.

Nuestro objeto es ahora generalizar aquellas consideraciones, hechas en casos concretos, y dar así las bases de una teoría general de la *armonía*, en la que estos acordes tienen un papel básico.

Si tomamos la $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ y tenemos en cuenta la expresión (§ 14)

$$\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r} = F \left(\sum_i n_i \pi_i \right),$$

la nota que da el armónico p_k de ésta (donde k puede ser 1, 2, ..., r)

se obtendrá sumando a la expresión anterior el número $\pi_k = \log_2 p_k$, o mejor (para reducir a la octava fundamental) su parte fraccionaria, $F(\pi_k)$. El armónico p_k de $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ será así:

$$\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r} + F(\pi_k) = F\left(\sum_i n_i \pi_i\right) + F(\pi_k);$$

pero la suma que figura en el segundo miembro, o sea:

$$F(n_1 \pi_1 + n_2 \pi_2 + \dots + n_k \pi_k + \dots + n_r \pi_r) + F(\pi_k)$$

solo difiere de

$$\gamma_{n_1, \dots, n_k + 1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r} = F(n_1 \pi_1 + n_2 \pi_2 + \dots + (n_k + 1) \pi_k + \dots + n_r \pi_r)$$

en el número $\theta \left(\sum_i n_i \pi_i, \pi_k \right)$, que puede ser 0 ó 1, pero que es siempre entero, y ésto en virtud del Lema I del § 16 (fórmulas [5] y [5'], donde $\alpha = \sum_i n_i \pi_i$, $\beta = \pi_k$). Es decir, que el armónico que buscamos, reducido a la octava fundamental, da precisamente la nota $\gamma_{n_1, \dots, n_k + 1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r}$, en la que solamente el índice correspondiente al armónico p_k ha sido aumentado en una unidad, permaneciendo inalterados los otros.

Haciendo sucesivamente $k = 1, 2, \dots, r$, vemos que el acorde perfecto mayor de $\Gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ formado a partir de la nota $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$, *nota fundamental* del acorde, está formado por la $r + 1$ notas siguientes:

la nota $\gamma_{n_1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_r}$, *nota fundamental* del acorde;

$$\begin{aligned} &\text{su armónico } p_1, \text{ o sea } \gamma_{n_1 + 1, n_2, \dots, n_r}^{p_1, p_2, \dots, p_r}; \\ &\text{» } \text{ » } p_2, \text{ » } \text{ » } \gamma_{n_1, n_2 + 1, n_3, \dots, n_r}^{p_1, p_2, p_3, \dots, p_r}; \\ &\text{» } \text{ » } p_3, \text{ » } \text{ » } \gamma_{n_1, n_2, n_3 + 1, \dots, n_r}^{p_1, p_2, p_3, \dots, p_r}; \\ &\dots\dots\dots; \\ &\text{» } \text{ » } p_r, \text{ » } \text{ » } \gamma_{n_1, \dots, n_{r-1}, n_r + 1}^{p_1, \dots, p_{r-1}, p_r}. \end{aligned}$$

En la representación hiperespacial (§ 29), los vértices del $r + 1$ -edro de E_r , es decir, el origen O y los puntos-unidad U_1, \dots, U_r sobre cada uno de los ejes, forman un acorde perfecto

mayor, en virtud de lo que acabamos de ver (en este caso es $n_1 = n_2 = \dots = n_r = 0$) y de la definición misma de O y de los puntos-unidad U_k . Trasladando este $r + 1$ -edro de modo que el punto O vaya a ocupar un punto P , de coordenadas (n_1, n_2, \dots, n_r) , los vértices de este nuevo $r + 1$ -edro representan precisamente las notas del acorde mayor cuya fundamental es $\gamma_P^{p_1 \dots p_r}$; y viceversa, dado este acorde, los puntos representativos de sus notas forman un $r + 1$ -edro que puede ser obtenido por traslación del $OU_1 U_2 \dots U_r$. Por consiguiente, teniendo en cuenta la invariancia de los intervalos por traslación (§ 29), obtenemos que: *todos los acordes mayores de $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ (o los que existan en $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$) están formados por iguales intervalos, y se obtienen unos de otros variando en iguales intervalos sus notas constitutivas (o sea, por transposición, § 35).*

Según estos resultados, a cada punto reticulado corresponde un acorde perfecto mayor (el que tiene por nota fundamental la representada por el punto) y recíprocamente, de modo que el acorde cuya nota fundamental esté representada por el punto P , de coordenadas (n_1, n_2, \dots, n_r) puede simbolizarse por $[P]$ o por $[n_1, n_2, \dots, n_r]$ indistintamente.

El estudio de los acordes perfectos mayores de $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ se reduce así al del acorde $[O]$ o $[0, 0, \dots, 0]$ cuyas notas constitutivas son (véase más arriba):

la fundamental	$\gamma_{0, \dots, 0}^{p_1, \dots, p_r}$	=	0ω
el armónico p_1 , o sea:	$\gamma_{1, 0, \dots, 0}^{p_1, p_2, \dots, p_r}$	=	$F(\pi_1)$
» » p_2 , » » :	$\gamma_{0, 1, 0, \dots, 0}^{p_1, p_2, p_3, \dots, p_r}$	=	$F(\pi_2)$
.....			
» » p_r , » » :	$\gamma_{0, \dots, 0, 1}^{p_1 \dots p_{r-1}, p_r}$	=	$F(\pi_r)$

Por ejemplo: en la $\Gamma^{3, 5, 7}$ el acorde $[O]$ consta de las 4 notas:

$$\gamma_{0, 0, 0}^{3, 5, 7} = 0 \omega \quad ; \quad \gamma_{1, 0, 0}^{3, 5, 7} = F(\log_2 3) = 0,58496 \omega .$$

$$\gamma_{0, 1, 0}^{3, 5, 7} = F(\log_2 5) = 0,32193 \omega \quad ; \quad \gamma_{0, 0, 1}^{3, 5, 7} = F(\log_2 7) = 0,80735 \omega .$$

40. — También hay otro acorde característico de una $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ que es el acorde *perfecto* o *tonal menor*, que vamos a definir ahora. Si tomamos como nota *fundamental* una nota $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$, podemos conside-

rar aquellas notas de las cuales la dada es el armónico p_1 , el p_2, \dots , el p_r . Estas $r + 1$ notas dan el acorde perfecto menor.

Por la misma demostración hecha en el § anterior, resulta que si tomamos la nota $\gamma_{n_1, \dots, n_k - 1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r}$, el armónico p_k de ésta es precisamente la nota dada $\gamma_{n_1, \dots, n_k, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r}$. Luego, las notas que forman el acorde menor son:

- la nota *fundamental* $\gamma_{n_1, \dots, n_r}^{p_1, \dots, p_r}$;
- aquella de la cual es armónico p_1 , o sea $\gamma_{n_1 - 1, n_2, \dots, n_r}^{p_1, p_2, \dots, p_r}$;
- » » » » » p_2 , » $\gamma_{n_1, n_2 - 1, n_3, \dots, n_r}^{p_1, p_2, p_3, \dots, p_r}$;
- » » » » » p_3 , » $\gamma_{n_1, n_2, n_3 - 1, \dots, n_r}^{p_1, p_2, p_3, \dots, p_r}$;
-
- » » » » » p_r , » $\gamma_{n_1, \dots, n_{r-1}, n_r - 1}^{p_1, \dots, p_{r-1}, p_r}$.

En el espacio E_r , cuyo reticulado representa la $\Gamma^{p_1 \cdots p_r}$, el punto H de coordenadas $(1, 1, \dots, 1)$ junto con los puntos: $H_1(0, 1, \dots, 1)$, $H_2(1, 0, 1, \dots, 1)$, $H_3(1, 1, 0, 1, \dots, 1)$, ..., $H_r(1, \dots, 1, 0)$ forman un $r + 1$ -edro que representa un acorde tonal menor. Cada uno de los puntos H_k está situado en uno de los hiperplanos coordenados (véase § 28), el hiperplano $n_k = 0$, y el $r + 1$ -edro, una vez efectuada la traslación que lleva H a coincidir con el origen O , se coloca en posición simétrica del que representa el acorde mayor $[O]$. En efecto, la traslación produce una disminución de una unidad en todas las coordenadas de H , y por tanto, de los demás puntos; y entonces H_1 se transforma en el punto $(-1, 0, 0, \dots, 0)$ simétrico de $U_1(1, 0, \dots, 0)$ respecto a O ; H_2 en el punto $(0, -1, 0, \dots, 0)$, simétrico de $U_2(0, 1, 0, \dots, 0)$; ...; H_r en $(0, \dots, 0, -1)$, simétrico de $U_r(0, \dots, 0, 1)$.

Como en el caso de los acordes mayores, *todo acorde menor de $\Gamma^{p_1 \cdots p_r}$ (o los que existan en una $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \cdots p_r}$) pueden ser obtenidos por una traslación del que acabamos de considerar, y por consiguiente están constituidos por los mismos intervalos, y se obtienen unos de otros por transposición estricta.*

Podemos también designar a cada acorde menor de acuerdo con su nota fundamental, o el punto que la representa en E_r ; si $\gamma_{n_1, \dots, n_r}^{p_1 \cdots p_r} = \gamma_P^{p_1 \cdots p_r}$ es la nota fundamental del acorde tonal menor, éste se designará por $\{P\}$ o por $\{n_1, n_2, \dots, n_r\}$. Por ejemplo, el acor-

de menor que consideramos más arriba como tipo, es el acorde $\{H\} = \{1, 1, \dots, 1\}$. Este acorde está constituido por las notas:

fundamental,		$\gamma_{H_i}^{p_1 \dots p_r} = F \left(\sum_i \pi_i \right)$
de la que es armónico p_1 , o sea		$\gamma_{H_1}^{p \dots p_r} = F (\pi_2 + \pi_3 + \dots + \pi_r)$
» » » » » p_2 , » »		$\gamma_{H_2}^{p_1 \dots p_r} = F (\pi_1 + \pi_3 + \dots + \pi_r)$
» » » » » p_3 , » »		$\gamma_{H_3}^{p_1 \dots p_r} = F (\pi_1 + \pi_2 + \pi_4 + \dots + \pi_r)$
.....		
» » » » » p_r , » »		$\gamma_{H_r}^{p_1 \dots p_r} = F (\pi_1 + \dots + \pi_{r-1})$

Por ejemplo: en la $\Gamma^{3,5,7}$, el acorde $\{H\}$ consta de las cuatro notas:

$$\begin{aligned} \gamma_{1,1,1}^{3,5,7} &= F (\log_2 3 + \log_2 5 + \log_2 7) = 0,71424 \omega \\ \gamma_{0,1,1}^{3,5,7} &= F (\log_2 5 + \log_2 7) = 0,12928 \omega \\ \gamma_{1,0,1}^{3,5,7} &= F (\log_2 3 + \log_2 7) = 0,39232 \omega \\ \gamma_{1,1,0}^{3,5,7} &= F (\log_2 3 + \log_2 5) = 0,90689 \omega . \end{aligned}$$

En la figura 11 hemos representado el acorde mayor $[O]$ y el menor $\{4, 1, 3\}$ para objetivar nuestras consideraciones.

41.— Por este procedimiento, es decir, tomando una nota fundamental y aquellas que representan sus armónicos contenidos en la $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$, o bien aquellas de las que esa nota proviene como armónico, no es posible construir otras clases de acordes; o por lo menos, si fuera posible, ello excede los límites de todo lo que se ha acostumbrado hasta hoy en la música. Estos acordes *mixtos*, ni mayores ni menores, posibles desde un punto de vista abstracto, estarían formados por una nota fundamental y, para ciertos índices, los armónicos correspondientes, mientras que para los índices restantes, habría que tomar aquellas notas de las cuales proviene $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$ como armónico. Es decir, que además del punto (n_1, n_2, \dots, n_r) aparecerían en la representación espacial, algunos puntos del tipo $(n_1, \dots, n_k + 1, \dots, n_r)$, y otros del tipo $(n_1, \dots, n_k - 1, \dots, n_r)$. Por ejemplo, en la gama tolemaica cromática, un tal acorde mixto estaría constituido por las notas (véase fig. 7):

$$\gamma_{5,3}^{3,5} = \text{do (fundam.)} \quad ; \quad \gamma_{4,3}^{3,5} = \text{fa} \quad ; \quad \gamma_{5,4}^{3,5} = \text{mi};$$

otro, por ejemplo, por las notas

$$\gamma_{5,4}^{3,5} = \text{mi (fundam.)} \quad ; \quad \gamma_{5,3}^{3,5} = \text{do} \quad ; \quad \gamma_{6,4}^{3,5} = \text{si} .$$

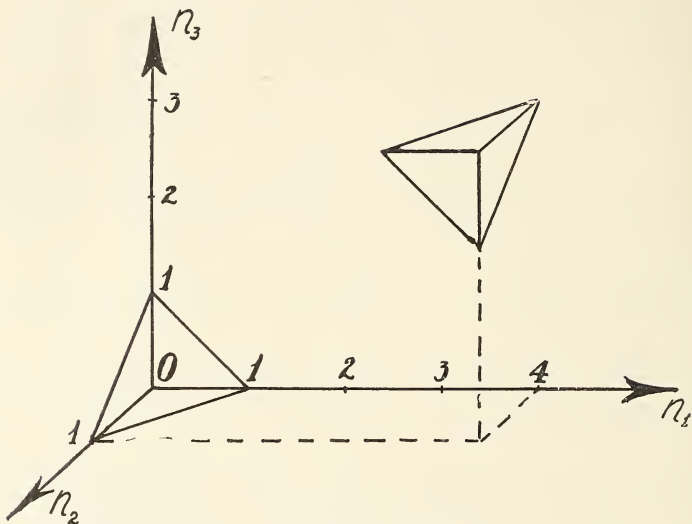


Fig. 11.

Dicho en otros términos: un acorde mixto se compondría de su nota fundamental, y además, r notas vecinas a ella, elegidas arbitrariamente pero de modo que no queden dos de estas notas vecinas sobre la misma paralela a uno de los ejes coordenados. O, si se prefiere, de la nota fundamental llevaríamos en la dirección de cada uno de los ejes un vector de módulo unitario, positivo o negativo a elección, y los extremos de estos vectores nos darían las notas restantes del acorde. Cuando todos los vectores son positivos, obtenemos un acorde mayor; si todos son negativos, uno menor.

Pero, repetimos, estos acordes mixtos «abstractos» presentan, por lo menos hasta ahora, escaso interés musical.

Nótese que según las ideas expuestas acerca de la generación de los acordes menores y mayores, venimos a coincidir en lo esencial, y salvo nuestra mayor generalidad de conceptos, con Rameau y con las ideas expuestas modernamente por H. Riemann, quienes consideran el acorde menor como una especie de inversión del mayor, en el sentido de que sus intervalos, contados *hacia abajo*, son exactamente los mismos que, contados *hacia arriba*, contiene el mayor, y viceversa. De ahí que, con Riemann, consideremos como nota fundamental del acorde menor, no la más baja (caso de los acordes ma-

tores) sino la que usualmente se coloca más alta, por ej. el *mi* en el acorde tolemaico la-do-mi. De ahí también que, llevando más lejos esa « inversión », pueda hablarse, con Domínguez Berrueta, de un principio general (más general de lo que sospechó este autor) análogo al *principio de dualidad* de la Geometría, que permite, de cada composición escrita en modo mayor, deducir otra escrita en modo menor, y viceversa, de tal modo que los intervalos de cada una, en sentido ascendente, son exactamente los mismos que, en sentido descendente, contiene la otra. Pero este principio, como veremos (§ 51) no tiene una validez ilimitada.

Este se traduce geoméricamente, por una simetría respecto a un determinado punto de E_r , y se manifiesta, en cuanto a nuestro estudio, como un principio de *economía*, que nos permite reducirnos, hasta cierto punto, al estudio del acorde mayor, pues todo lo que de él digamos se traduce inmediatamente en una proposición *dual* o *recíproca* referente al acorde menor, y viceversa (salvo explícita advertencia en contrario, que cuidaremos de hacer en los casos en que no sea aplicable el principio).

El acorde mayor revela de una manera directa la constitución armónica de la gama, pues al escuchar los sonidos que lo componen, estamos escuchando, con la nota fundamental del acorde, los armónicos que, por pertenecer a la $\Gamma^m \cdots p_r$, le dan su carácter, y tales como serían producidos por una cuerda que diera la misma nota fundamental. Es por eso que el acorde mayor presenta una apariencia de cosa terminada, conclusiva, y nos da la impresión de reposo, grandeza, brillantez y análogos.

En cambio en el acorde menor, si bien tenemos también una caracterización de la gama, la interpretación de su concomitancia de sonidos no se produce espontáneamente (por eso ya decía Rameau que el acorde mayor se produce en la naturaleza, mientras que el menor es artificial), y requiere para su comprensión un cierto proceso subjetivo que, por elemental e inconsciente que sea, existe. El fundamento armónico de la gama surge inmediatamente del acorde mayor; mediatamente, en cambio, del menor. De ahí que el acorde menor, también conclusivo, sirva para expresar suavidad, nostalgia, y en general, sentimientos deprimentes.

(Continuará)

SUBORDINACION DE LA METRICA NO-EUCLIDEA A LA GEOMETRIA PROYECTIVA⁽¹⁾

POR

E. A. DE CESARE

1. CONCEPTO DE TEORÍA DEDUCTIVA. — Una teoría deductiva consiste en un doble proceso reductivo:

1º) reducción de nuevos conceptos, mediante definiciones oportunas, a otros conceptos, supuestos conocidos;

2º) reducción de proposiciones, mediante demostración a otras proposiciones enunciadas previamente.

Un concepto, se reduce a otros conceptos supuestos ya conocidos, mediante una definición, con el concurso de operaciones puramente lógicas y del mismo modo, se demuestra una proposición (teorema) nueva, reduciéndola por medio de implicaciones, a una combinación formal de otras proposiciones, admitidas como ciertas o ya demostradas.

Se comprende, que este doble proceso, no puede ser proseguido indefinidamente *ad infinitum*. De aquí que, como fundamento de toda teoría deductiva, sea necesario, enunciar algunos conceptos fundamentales o *ideas primitivas*, como también se les llama, los cuales deben suponerse previamente adquiridos. En general, es la intuición o la experiencia, quien nos sugiere tales conceptos.

Formuladas las ideas primitivas, debe atribuírseles, algunas propiedades compatibles (no contradictorias) que se enunciaran, mediante proposiciones, llamadas: *proposiciones primitivas* o *postulados*, y es claro, que las únicas propiedades de que será lícito hacer uso, en el ulterior desarrollo lógico de la teoría deductiva, son las enunciadas en los postulados.

Puesto que las ideas primitivas intervienen en la institución de la teoría, por intermedio de los postulados, puede decirse, que los

(1) De una serie de Lecciones dictadas en el « Colegio Libre de Estudios Superiores ».

conceptos fundamentales, quedan definidos, por los postulados mismos, cuyas propiedades enumeran. A esta manera de definición, se le llama, definición por postulados.

De la combinación adecuada de los postulados, con las leyes de la lógica formal, resultan nuevas proposiciones, que constituyen los llamados *teoremas*.

Condición esencial, para la fundamentación axiomática de una teoría deductiva, es que los postulados sean compatibles, es decir, que de algunos de ellos, no sea posible deducir la negación de algún otro de los postulados del sistema. Los postulados pueden ser *independientes*, pero si bien esta condición no es necesaria, exigirla obedece a razones de purismo lógico.

Un postulado p se dice que es independiente de los postulados a , b , c , si no es una consecuencia de ellos: en otros términos, es compatible con el sistema a , b , c , tanto el postulado p , como su contradictorio no p ($= \bar{p}$).

Resulta de aquí, que en último análisis, la independencia de un sistema de postulados, se reduce a verificar una condición de compatibilidad, puesto que probar que los postulados α y β son independientes, consiste en hacer ver que α es compatible con β y con la negación de β , esto es con no β ($= \bar{\beta}$).

§ 2. — La Geometría Euclídea, es una teoría lógico-deductiva, que puede fundarse en un sistema de postulados, que la moderna crítica ha reducido a los grupos siguientes:

I) postulados de pertenencia; II) postulados de ordenación; III) postulados de congruencia; IV) postulado de las paralelas; V) postulado de continuidad. La geometría fundada en el sistema I . . . V, ha recibido el nombre de geometría euclídeana.

Las geometrías que rechazan el postulado IV, son las llamadas geometrías no-euclídeas.

Si fuese posible demostrar el postulado IV, apoyándose en los restantes, se habría conseguido reducir al absurdo las geometrías no-euclídeas.

Pero en el desarrollo de estas geometrías, tal absurdo no se ha presentado y si bien las conclusiones obtenidas, no concuerdan, con nuestra intuición del espacio, es menester aceptar sus consecuencias, en tanto que se siguen lógicamente de los postulados admitidos.

Si bien hasta ahora, no ha aparecido contradicción alguna, cabría la duda de si en su desarrollo ulterior, pudiese aparecer algún absurdo, que invalidase toda su estructura. Quedará resuelto el pro-

blema, si se consigue establecer que el postulado IV, es independiente del sistema formado por los postulados I, II, III, V, esto es, si se consigue probar que tal sistema, es compatible, tanto con la aceptación del postulado IV, como con su rechazo.

Para lograr este resultado, se procurará construir una teoría deductiva que satisfaga al sistema I, II, III, V, pero que rechace el postulado IV.

De la posibilidad de construir efectivamente esta teoría geométrica, se deducirá la independencia del postulado de las paralelas, de los restantes postulados y en consecuencia, la posibilidad lógica del desarrollo de las geometrías no-euclídeas.

§ 3. — Para lograr nuestro objeto, son menester algunas consideraciones previas. Empezaremos por formular dos grupos de postulados, tal como lo hace F. Enriques, sobre los cuales, es posible fundamentar las veintisiete primeras proposiciones euclídeas.

Un primer grupo de postulados es el que permite caracterizar las propiedades lineales de la recta, sobre una superficie plana. Este primer grupo está constituido por los postulados que siguen:

I₁. La recta es una serie de infinitos puntos, ordenados según dos órdenes naturales, inverso el uno del otro. En estos órdenes naturales se verifica que entre dos puntos, existen siempre puntos intermedios. No existe un punto que sea primero, ni un punto que sea último.

I₂. El orden de los puntos de una recta, es continuo, esto es: si los puntos de la recta se distribuyen en dos clases H y K tales que:

α) todo punto pertenezca a la clase H o a la clase K .

β) todo punto de la clase H , precede a todo punto de la clase K .

Admitiremos la existencia de un punto M de separación de las dos clases, tal que todos los puntos que preceden a M pertenecen a H , y los que siguen a M pertenecen a K .

I₃. El plano es un conjunto de puntos que satisfacen a las condiciones:

α) dos cualesquiera de sus puntos pertenecen a una recta y solamente a una.

β) fuera de una recta existen puntos.

I₄. Toda recta p divide al plano en dos semiplanos tales que:

α) si A y B son puntos que no pertenecen a p , situados en distintos semiplanos, son extremos de un segmento que encuentra a p .

β) si A y B pertenecen al mismo semiplano, el segmento AB no encuentra a p .

§ 4. — Los postulados que se refieren a la noción de congruencia, constituyen un segundo grupo.

Antes de formularlos, es oportuno hacer las consideraciones que siguen.

Llamaremos *transformación* del plano en sí mismo, a una correspondencia biunívoca, que sea dada de un modo cualquiera, entre sus puntos.

Si la transformación S permite pasar del punto A , al punto A' , es decir si es:

$$SA \equiv A'$$

y la transformación T , permite pasar del punto A' al punto A'' o sea:

$$TA' \equiv A''$$

La transformación $TSA \equiv A''$ aplicado primero la S y luego la T , que permite pasar directamente de A a A'' diremos que es el producto de la transformación S por la transformación T .

Sea $G \equiv R, S, T, \dots$ un conjunto de transformaciones, diremos que G , constituye un grupo de transformaciones si se verifica:

α) si R y S son dos transformaciones cualesquiera de G , su producto también pertenece a G .

β) si la transformación T pertenece a G , también pertenece a G , la T^{-1} , transformación inversa de T , luego G , contiene la transformación idéntica que hace corresponder a cada elemento, el mismo elemento.

Una transformación del plano, que hace corresponder a puntos sucesivos de una recta p , puntos sucesivos de una recta p' (p' homóloga de p), diremos que es una *homografía afín*.

Dicho esto, enunciemos el segundo grupo de postulados.

II₁. Los movimientos del plano, son homografías afines, que forman grupo.

II₂. Existe un movimiento del plano, bien determinado, tal que un punto cualquiera P , va a coincidir con un punto P' dado, una semirecta p que pasa por P , en una semirrecta p' que pasa por P' y que transforma un semiplano limitado por p , en uno de los dos semiplanos limitados por p' .

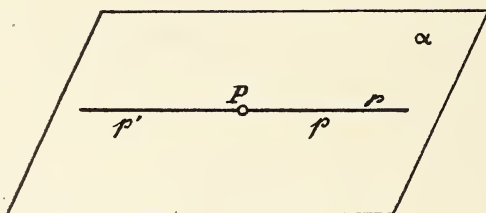
Dos figuras planas, que en un movimiento, se corresponden punto a punto, diremos que son *congruentes*.

El sistema de postulados I₁... I₄ II₁ II₂, permite ya demostrar las veintisiete primeras proposiciones del primer libro de los Elementos de Euclides.

La proposición 27 afirma: « dos rectas coplanares que forman con una tercera, ángulos alternos internos iguales, son paralelas ». El teorema expresa pues, la existencia de una paralela, por un punto exterior a una recta dada.

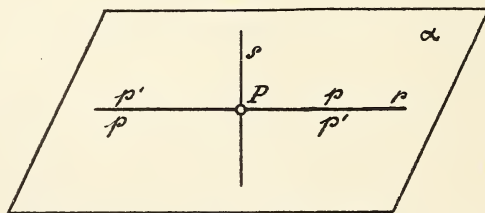
La demostración de la proposición inversa de la antes enunciada, exige introducir un nuevo postulado, el llamado *postulado de Euclides*: por un punto exterior a una recta dada, existe una sola paralela.

§ 5. — *Grupo de los movimientos del plano que conservan fijo un punto P y una recta que pasa por P .* — Sea la recta r en el plano α y P un punto de r ; p y p' las semirrectas opuestas, que sobre la recta r , el punto P determina.



Existen dos movimientos del plano sobre sí mismo, que dejan fijo el punto P y la semirrecta p ; a saber: la identidad y el abatimiento del plano alrededor de r . Ambos movimientos, dejan fijos también, todos los puntos de r .

Existen dos movimientos que transforman p en p' (e inversamente) dejando fijo el punto P . Estos movimientos son:



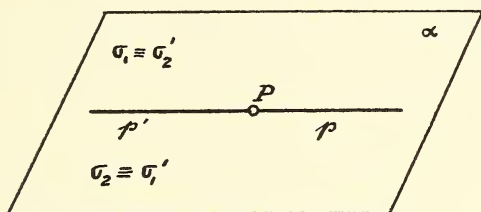
Abatimiento del plano, alrededor de la recta s perpendicular a p en el plano α y rotación del plano de un ángulo llano, alrededor del punto P .

Indiquemos estos movimientos como sigue:

1º Movimiento idéntico: $T_{1,1}$ que deja fijos todos los puntos y en consecuencia las dos semirrectas y los dos semiplanos. Se escribirá:

$$\begin{aligned} T_{11} &\equiv 1 \\ T_{11}M &\equiv M \end{aligned} \tag{1}$$

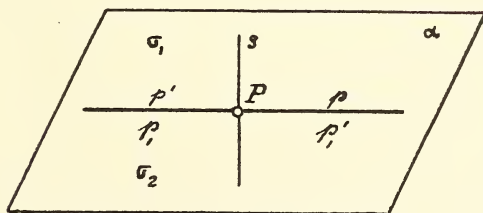
2º El abatimiento $T_{1,2}$ que deja fijas las dos semirrectas pero cambia los dos semiplanos:



es decir:

$$\begin{aligned} T_{1,2} \sigma_1 &\equiv \sigma_2 \\ T_{1,2} p &\equiv p \end{aligned} \tag{2}$$

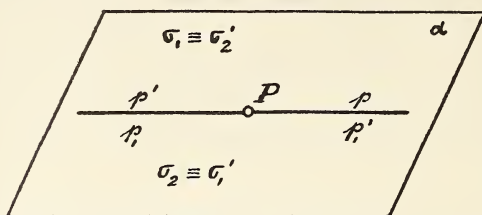
3º El movimiento $T_{2,1}$ que deja fijos los dos semiplanos, pero cambia las dos semirrectas:



es decir:

$$\begin{aligned} T_{2,1} \sigma_1 &\equiv \sigma_1 & T_{2,1} p &\equiv p' \\ T_{2,1} \sigma_2 &\equiv \sigma_2 & T_{2,1} p' &\equiv p \end{aligned} \tag{3}$$

4º El movimiento $T_{2,2}$ que permuta las semirrectas y los semiplanos :



o sea :

$$\begin{aligned}
 T_{2,2} \sigma_1 &\equiv \sigma_2 & T_{22} p &\equiv p' \\
 T_{2,2} \sigma_2 &\equiv \sigma_1 & T_{22} p' &\equiv p
 \end{aligned}$$

[4]

Sale fácilmente de [2], [3], [4]

$$\begin{aligned}
 T^2_{1,2} \sigma_1 &\equiv T_{1,2} \sigma_2 \equiv \sigma_1 \\
 T^2_{2,1} \sigma_1 &\equiv T_{2,1} \sigma_1 \equiv \sigma_1 \\
 T^2_{2,2} \sigma_1 &\equiv T_{2,2} \sigma_2 \equiv \sigma_1
 \end{aligned}$$

de donde :

$$T_{1,1} \equiv T^2_{1,2} \equiv T^2_{2,1} \equiv T^2_{2,2} \equiv 1$$

que nos dice que los cuatro movimientos considerados son involutorios.

Sale también de las relaciones antes recordadas :

$$\begin{aligned}
 T_{2,1} T_{1,2} \sigma_1 &\equiv T_{2,1} \sigma_2 \equiv \sigma_2 \equiv T_{2,2} \sigma_1 \\
 T_{1,2} T_{2,1} \sigma_1 &\equiv T_{1,2} \sigma_1 \equiv \sigma_2 \equiv T_{2,2} \sigma_1 \\
 &\dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

o también :

$$T_{2,1} T_{1,2} \equiv T_{1,2} T_{2,1} \equiv T_{2,2} \quad \text{etc.}$$

Resulta así, que los cuatro movimientos considerados forman grupo; éste recibe el nombre de grupo trirectángulo.

Se puede pues resumir lo anterior como sigue: la identidad, los abatimientos en torno a una recta dada o en entorno a su perpendicular en P y el medio giro alrededor de P , son las transformaciones que forman el grupo G , de los movimientos del plano, que dejan fijos un punto P y una recta que pasa por él.

§ 7. — *Interpretación métrico-proyectiva de la geometría plana no-euclídea.*

Antes de dar esta representación, convendrá recordar algunas propiedades de la homografía entre planos, así como de la proyectividad entre cónicas de planos homográficos.

Dos planos se dice que son homográficos, si existe una correspondencia biunívoca entre sus puntos y entre sus rectas, de modo que si un punto describe una recta, el punto homólogo, describa una recta. La correspondencia existente entre dos planos homográficos, llámase *homografía*. Una homografía entre dos planos, queda unívocamente determinada, haciendo corresponder arbitrariamente a cuatro puntos independientes ⁽¹⁾ de un plano, cuatro puntos independientes en el otro. La homografía en que a los cuatro puntos A, B, C, D , corresponden ordenadamente, los puntos A', B', C', D' se indica:

$$\Omega \equiv \left(\begin{array}{c} A, B, C, D \\ A', B', C', D' \end{array} \right)$$

Cabe en particular, considerar la homografía entre dos planos superpuestos. En este caso, pueden existir, elementos unidos, pero para que la homografía no sea idéntica, sólo puede haber, tres puntos unidos independientes, o tres rectas unidas independientes.

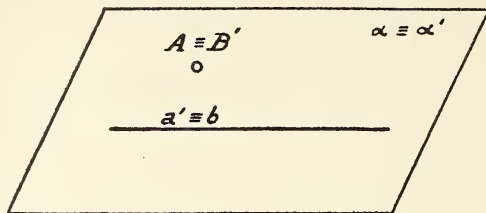
§ 8. — Si la correspondencia entre los planos, es tal que a cada punto le corresponde una recta y a cada recta un punto, y recíprocamente, de modo que si un punto describe una puntual, la recta correspondiente describe un haz de rayos, se dice que la correspondencia es recíproca y la correspondencia existente entre ambos planos, llámase *reciprocidad*.

La reciprocidad entre dos planos superpuestos, es involutoria, cuando un punto y una recta se corresponden en doble modo. Significa esto decir, que cualquiera que sea el punto $A \equiv B'$, las dos rectas a' y b homólogas respectivamente de A y B' coinciden.

Consideremos dos planos superpuestos $\alpha \equiv \alpha'$ y entre ellos una reciprocidad involutoria. Sea K la reciprocidad, que permite pasar de α a α' ; K^{-1} la reciprocidad inversa que hace corresponder α a α' .

(1) Recuérdese que n puntos de un plano son independientes si 3 cualesquiera de ellos no son colineales; n rectos de un plano son independientes, si 3 cualesquiera de ellos no son copuntuales.

Si la reciprocidad es involutoria y A, a' son dos elementos que se corresponden en ella, deberá ser:



$$KA \equiv a' \quad [1]$$

$$Ka' \equiv A$$

$$K^{-1} A \equiv a' \quad [2]$$

$$K^{-1} a' \equiv A$$

Sale de [2]:

$$KK^{-1} A \equiv Ka' \equiv A$$

y de [1]

$$K^2 A \equiv Ka' \equiv A$$

o sea:

$$K^2 \equiv 1$$

que nos dice, que el cuadrado de K es la identidad.

Una *reciprocidad involutoria*, entre dos planos superpuestos, recibe el nombre de *polaridad plana*.

Si un punto y su recta polar se pertenecen se dice que son elementos autoconjugados.

Finalmente, en el plano, se define una cónica, como el conjunto de los puntos o de las rectas autoconjugadas, respecto de una polaridad plana, no uniforme.

La cónica así definida, es la llamada cónica fundamental de la polaridad.

Si entre dos planos α, α' existe una homografía Ω y en el plano α se da una polaridad π , en el plano α' , en virtud de Ω , queda definida una cierta polaridad π' . La π' se puede obtener en la siguiente forma: supongamos que en el plano α se tenga:

$$\pi A \equiv a'$$

es decir A y a' son en el plano α , elementos polares recíprocos respecto de la polaridad π . En virtud de la homografía Ω existente entre α y α' , al punto A y a la recta a' de α corresponderán ordenadamente en α' , el punto A_1 y la recta a'_1 . Pero es posible pasar de A_1 a la recta a'_1 mediante las siguientes operaciones:

$$\Omega^{-1} A_1 \equiv A$$

$$\pi \Omega^{-1} A_1 \equiv \pi A \equiv a'$$

$$\Omega \pi \Omega^{-1} A_1 \equiv \Omega a' \equiv a'_1$$

es decir, la proyectividad $\pi' \equiv \Omega \pi \Omega^{-1}$ hace corresponder al punto A_1 , la recta a'_1 , pues se tiene:

$$\pi' A_1 \equiv a'_1$$

y si como hemos supuesto, la π es una polaridad plana, la π' también lo es:

$$\pi' a'_1 \equiv \Omega \pi \Omega^{-1} a'_1 \equiv \Omega \pi a' \equiv \Omega A \equiv A_1$$

y en consecuencia, la homografía entre dos planos α , α' hace corresponder a una cónica de α , una cónica de α' .

La polaridad π' , se dice que es la *transformada* de la π , mediante la Ω , en el sentido de que la Ω , hace corresponder a dos elementos de α , homólogos en π , dos elementos de α' , homólogos en π' .

Inversamente, la π es transformada de la π' mediante la Ω^{-1} , pues resulta:

$$\Omega A \equiv A_1$$

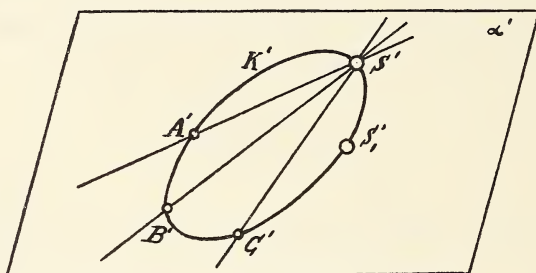
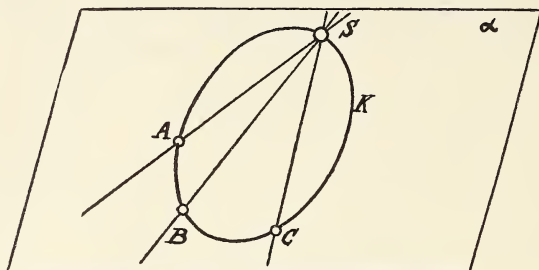
$$\pi' \Omega A \equiv \pi' A_1 \equiv a'_1$$

$$\Omega^{-1} \pi' \Omega A \equiv \Omega^{-1} a'_1 \equiv a' \equiv \pi A$$

$$\pi \equiv \Omega^{-1} \pi' \Omega$$

por cuya razón, se dice que las homografías π y π' son *proyectivas*.

Si K y K' son dos cónicas homólogas en dos planos α, α' homográficos



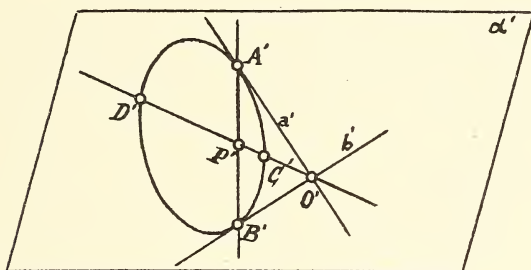
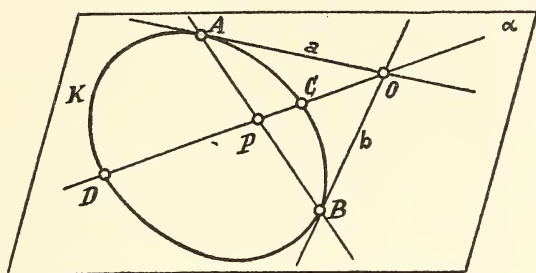
y si S, A, B, C son puntos situados en K , corresponderán sobre K' , en virtud de la homografía los puntos S', A', B', C' ordenadamente y los haces de rayos $S(ABC)$, $S'(A'B'C')$, por ser homólogos en ambas formas planas, resultarán proyectivos, es decir K y K' estarán referidas punto a punto, de tal modo que los haces de rayos, obtenidos proyectando desde dos puntos homólogos, los restantes puntos homólogos, resultan ser proyectivos.

El teorema de Steiner, permite afirmar, que esta propiedad, sigue valiendo, aunque la proyección se haga desde dos punto S, S' no correspondientes.

Resulta de aquí, que la proyectividad entre dos cónicas, queda determinada, haciendo corresponder a tres puntos arbitrarios de K , tres puntos arbitrarios de K' . Esta proyectividad, existente entre ambas cónicas, se dice que está subordinada a la homografía existente entre sus respectivos planos.

§ 9. — Sean K y K' dos cónicas situadas respectivamente en sendos planos α, α' .

Existe entre α y α' , una homografía, que a la cónica K le hace corresponder la cónica K' .



Sean a, b , tangentes a K en A y B respectivamente y pongamos $O \equiv ab$. Análogamente, a', b' tangentes a K' en A', B' y $O' = a'b'$.

La correspondencia:

$$\Omega \equiv \begin{pmatrix} A & B & C & O \\ A'B' & C'O' \end{pmatrix}$$

define una homografía entre α y α' , luego a K corresponde una cónica K_1 que pasa por A', B', C' y que admite como tangentes en A', B' respectivamente, a las rectas a', b' ; se tiene pues: $K_1 \equiv K'$.

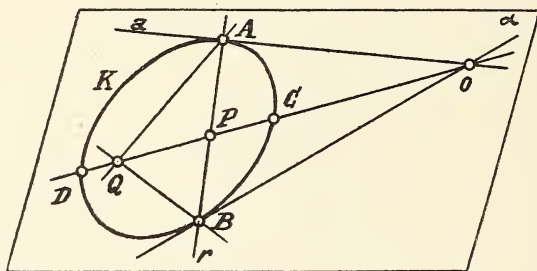
Si con D indicamos la intersección del rayo OC con K y análogamente con D' , la intersección de $O'C'$ con K' , la homografía:

$$\Omega \equiv \begin{pmatrix} A & B & C & O \\ A'B'D'O' \end{pmatrix}$$

hace que también se correspondan K y K' . Si es $P \equiv AB \cdot CD$ y $P' \equiv A'B' \cdot C'D'$, las homografías Ω, Ω_1 , hacen corresponder A con A', B con B' y el punto P sobre la cuerda AB con el P' sobre la cuerda $A'B'$.

Si en particular es $K \equiv K'$ o sea si las cónicas son superpuestas, existen dos transformaciones homográficas, de una cónica en sí misma, que transforma un punto P , interno a K en un punto P' interno a K y al mismo tiempo, dos puntos A, B extremos de una cuerda que pasa por P , en otros dos puntos A', B' extremos de una cuerda que pasa por P' .

§ 10. INTERPRETACIÓN DE LA GEOMETRÍA PLANA NO-EUCLÍDEA HIPERBÓLICA. — Consideremos en un plano α , una cónica real K y construyamos una geometría métrica convencional, interpretando los conceptos primitivos, punto, recta, plano, en la siguiente forma:



Plano \equiv región plana, interior a K .

recta \equiv cuerda de K , sus extremos excluidos.

punto \equiv punto interior a K .

rectas paralelas \equiv cuerdas que se cortan en un mismo punto de K .

puntos sucesivos sobre una recta \equiv puntos sucesivos sobre una cuerda.

movimiento del plano \equiv homografía que transforma la región interna a K , en la misma región.

figuras iguales \equiv figuras que se corresponden en una homografía, que deja K invariada.

Mediante la interpretación que acaba de hacerse, en el «plano» convencional, se verifican los postulados I, II, es decir los postulados de pertenencia, de ordenación, de continuidad y de congruencia, pero el postulado de paralelismo, no se verifica, pues si Q , es un punto interno a K , las rectas QA, QB , son «rectas» según nuestra definición paralelas a la «recta» AB , trazadas por Q .

Puede también observarse, que las rectas QA, QB , determinan dos ángulos completos, tales que, todas las rectas del ángulo QA, QB que contiene la recta QP , cortan a la recta r , todas las rectas que

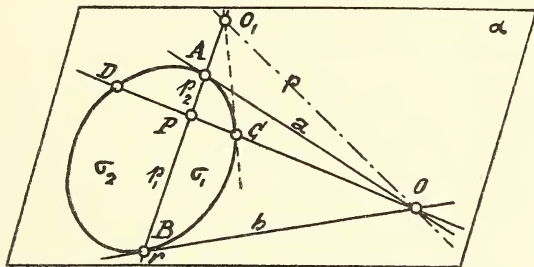
pertenecen al ángulo QA, QB que no contiene a la QP , no cortan a r ; es decir, existen infinitas rectas secantes e infinitas rectas no secantes a la r . Puede así afirmarse, que la geometría convencional, construída, constituye la geometría plana no euclídea hiperbólica o en otros términos:

La métrica proyectiva respecto de una cónica real K , nos da una interpretación de la geometría plana no-euclídea o hiperbólica.

De esta interpretación, resulta también *a priori*, la posibilidad de una geometría proyectiva, en una región finita del plano, que es lo que ha hecho precisamente M. Pasch, en sus Fundamentos de Geometría Moderna.

De la posibilidad de esta interpretación convencional, es decir de la existencia de un plano convencional que satisface a todos los postulados que fundamentan la geometría euclídea, excepto el postulado de Euclides, se deduce que éste es independiente de aquéllos y en consecuencia su indemostrabilidad.

§ 11. — Estudiemos ahora, cuales sean, los « movimientos » del plano no-euclídeo, que dejan fijo un punto P y una recta p que pasa por él, análogos a los movimientos del plano, que cumplen estas mismas condiciones.



Estos movimientos son:

1º La identidad, definida por la homografía:

$$\Omega_{1,1} \equiv \begin{pmatrix} ABOC \\ ABOC \end{pmatrix} \equiv 1.$$

2º El « rebatimiento » $\Omega_{1,2}$ que deja fijas las dos semirrectas PA, PB , pero cambia los semiplanos σ_1, σ_2 , definido por la homografía:

$$\Omega_{1,2} \equiv \begin{pmatrix} ABOC \\ ABOD \end{pmatrix}$$

o sea, la homología armónica, que admite, como eje, la recta $r \equiv AB$ y como centro, su polo $O \equiv ab$, respecto de K . Esta homología define el «rebatimiento» alrededor de la recta $r \equiv AB$.

3º El «rebatimiento» $\Omega_{2,1}$ que deja fijos los «semiplanos» σ_1, σ_2 , pero permuta las dos «semirrectas» PA, PB , definido por la homografía:

$$\Omega_{2,1} \equiv \begin{pmatrix} ABCO \\ BACO \end{pmatrix}$$

esto es, la homología armónica, que admite como eje, la recta CD , polar conjugada de AB , y como centro, su polo O_1 , respecto de la cónica K .

Esta homografía define el «rebatimiento» alrededor de la recta OC .

4º El «movimiento» $\Omega_{2,2}$ que permuta las dos «semirrectas» PA, PB , y los dos «semiplanos» σ_1, σ_2 definidos por la correspondencia:

$$\Omega_{2,2} \equiv \begin{pmatrix} ABOC \\ BAOD \end{pmatrix}$$

Esta homografía, es la homología armónica que tiene como centro el punto P y por eje, la recta p , polar de P , respecto de la cónica K y representa una «rotación» de medio giro, alrededor del punto P .

Puede observarse que en todos estos «movimientos» que acaba de indicarse, la recta OC , polar conjugada de la AB , queda invariada, teniendo la misma propiedad de la perpendicular a una recta del plano, para los movimientos análogos. Esto conduce por lo tanto a definir como perpendicular a la «recta» AB , a toda recta que le sea polar conjugada.

Se deduce de aquí que en nuestro «plano» convencional, existen infinitas perpendiculares a una recta dada: serán todas las rectas que pasen por su polo; pero por un punto, no existe más que una sola perpendicular.

El punto O , común a las perpendiculares a nuestra «recta» es un punto «impropio» que por no estar contenido en el «plano» se llama «punto impropio ideal».

§ 12. LA DISTANCIA DEL PLANO NO-EUCLÍDEO.—La distancia entre dos puntos P y Q , en el plano no-euclídeo y análogamente, el

ángulo de dos rectas p, q , concurrentes en un punto, se puede definir, de modo que se cumplan las condiciones siguientes:

a) La distancia debe ser un invariante, respecto del grupo de los movimientos.

b) La distancia debe gozar de la *propiedad aditiva*, es decir, si el « segmento » PR , es suma de los segmentos PQ y QR , la distancia PR , debe ser igual a la suma de las distancias de PQ y de QR .

Si en base a estas propiedades, se quiere definir la distancia de dos puntos P y Q , en la métrica proyectiva, relativa a una cónica real K , considérense los puntos A, B , en que la recta PQ , corta a K .

Un invariante del par de puntos PQ , respecto de las homografías (movimientos) que transforman la K en sí misma, está dado por la razón anarmónica:

$$r = (ABPQ).$$

Importa hacer notar, que todo otro invariante del par PQ , respecto de las homografías consideradas, es función de dicha razón doble. Pero puede observarse que la razón doble mencionada no goza de la *propiedad aditiva*, sino de la *propiedad multiplicativa*.

En efecto, si P, Q, R , son tres puntos colineales, se tiene:

$$(ABPQ) = \frac{(ABP)}{(ABQ)}$$

$$(ABQR) = \frac{(ABQ)}{(ABR)}$$

y multiplicando ordenadamente sale:

$$(ABPQ) \cdot (ABQR) = \frac{(ABP)}{(ABR)} = (ABPR).$$

Por si de esta última igualdad tomamos logaritmos, resulta:

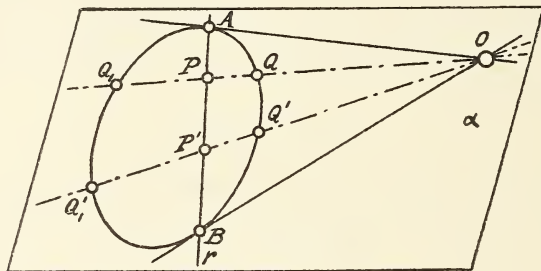
$$\text{Log } (ABPQ) + \text{Log } (ABQR) = \text{Log } (ABPR)$$

y en éste caso, la propiedad aditiva, quedará satisfecha; resultado que nos conduce a tomar como « distancia » PQ , un número proporcional a $\text{Log } (ABPQ)$. Del mismo modo, el ángulo de dos rectas p, q , concurrentes en un punto, se definirá por el $\text{Log } (abpq)$, siendo a, b , las rectas tangentes imaginarias conjugadas, trazadas a la cónica K , desde el punto de concurrencia p, q .

§ 13. « MEDIDA » DE UN SEGMENTO, RESPECTO DE UN SEGMENTO UNITARIO. — En la geometría ordinaria, el concepto de longitud nace no sólo del postulado de Arquímedes, sino del concepto de segmentos iguales, y de los postulados de congruencia.

Puesto que en nuestro plano convencional, valen los postulados de congruencia y de continuidad y por tanto el de Arquímedes, que es una consecuencia de aquél, será posible establecer el concepto de longitud en nuestro « plano ».

Para ello, consideremos una cónica real K , y una « recta », AB ; sobre esta recta consideremos el segmento PP' .



Se puede ver, que existe un « movimiento » perfectamente determinado, que deja fija la cónica K , así como la recta AB , conjuntamente con los semiplanos limitados por AB . Este « movimiento » no es sino, el que está definido por la homografía:

$$\Omega \equiv \begin{pmatrix} ABOQ \\ ABOQ' \end{pmatrix}$$

siendo Q y Q' las intersecciones, respectivamente de las rectas OP , OP' con la cónica K .

La homografía Ω , subordinada sobre la recta AB , una « congruencia » en la cual los puntos A y B son unidos y en que a P , le corresponde P' .

Se trata de una « congruencia » concorde, puesto que los puntos P, P' y el par A, B , de elementos unidos, no se separan. Significa esto, que al segmento BP , que contiene el punto P' , la Ω , hace corresponder el segmento BP' , totalmente contenido en el anterior. De aquí se deduce, que las potencias sucesivas de Ω , harán corresponder al punto P , los puntos P', P'', P''', \dots que se sucederán en el sentido $PP'B$, sobre el segmento PB , interior a K y como la Ω , para cualquier valor entero de n , no se reduce a la identidad, la sucesión $P, P' P'' \dots$ será infinita.

Se comprende ahora, que siendo los segmentos PP' , $P'P''$, $P''P'''$, etcétera, cada uno, transformado del anterior, mediante la Ω , es decir, mediante el « movimiento » de nuestro plano no-euclídeo, dichos segmentos deberán ser considerados « iguales » por definición, y en consecuencia se podrá escribir:

$$PP^{(n)} = n \cdot PP',$$

donde $P^{(n)}$ es el transformado de P , mediante Ω^n , esto es:

$$\Omega^n P \equiv P^{(n)}.$$

Es decir, el número entero n , podrá considerarse como « medida » del segmento $PP^{(n)}$ respecto de la unidad PP' .

Se tiene además, que sobre la « recta » AB , es posible encontrar un segmento que tenga por medida, un número entero dado arbitrariamente grande o en otros términos, la « recta » de nuestro « plano » es una línea de « longitud » infinita.

Veamos ahora, cómo puede encontrarse una expresión analítica de la longitud de un « segmento » cualquiera PK , de la « recta » AB , en función de la razón anarmónica ($ABPK$).

Pongamos:

$$(ABPP') = u$$

siendo u , un número real y positivo; en estas condiciones, el punto K , tal que:

$$(ABPK) = u^n$$

donde n , es un número entero y positivo, está perfectamente determinado y el « segmento » PK , será el « múltiplo » según el número n del « segmento » PP' .

La homografía Ω , hace corresponder a la cuaterna $ABPP'$, la cuaterna $ABP'P''$ y por ser:

$$ABPP' \bar{\wedge} ABP'P''$$

se tendrá:

$$(ABPP') = (ABP'P'') = u$$

Como además se tiene:

$$\Omega P \equiv P'$$

$$\Omega^2 P \equiv P''$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\Omega^n P \equiv P^{(n)}$$

se podrá escribir:

$$(ABPP') = \frac{(ABP')}{(ABP)} = u$$

$$(ABP'P'') = \frac{(ABP'')}{(ABP')} = u$$

$$\dots \dots \dots$$

$$(ABP^{(n-1)}K) = \frac{(ABP^{(n-1)})}{(ABK)} = u$$

Multiplicando ordenadamente estas igualdades resulta:

$$\frac{(ABK)}{(ABP)} = (ABPK) = u^n$$

$$\text{Log } (ABPK) = n \cdot \text{Log } u = n \cdot \text{Log } (ABPP')$$

es decir:

$$\text{« distancia » } PK = n \cdot \text{« distancia » } PP'$$

y el segmento PK , así obtenido, es el « múltiplo » según n de PP' .

El segmento « submúltiplo » según n de PP' , será el segmento PK tal que:

$$(ABPK) = u^{\frac{1}{n}}$$

es decir:

$$\text{Log } (ABPK) = \frac{1}{n} \cdot \text{Log } v = \frac{1}{n} \text{Log } (ABPP')$$

en este caso, el punto K , será el transformado de P , según la potencia — n de Ω , es decir, será:

$$\Omega^{-n}P \equiv K$$

y en consecuencia, queda bien determinado.

El punto K tal que:

$$(ABPK) = u^{\frac{m}{n}}$$

se determinará en la siguiente forma: determinamos primero K_1 por la condición

$$\Omega^m P \equiv K_1$$

y en seguida K , como sigue:

$$K \equiv \Omega^{-n} K_1 \equiv \Omega^{-n} \Omega^m P \equiv \Omega^{m-n} P.$$

El « segmento » PK , determinado en la forma que acabamos de indicar, tendrá por medida, el número racional $\frac{m}{n}$, respecto de la unidad PP' .

Si finalmente se pone:

$$(ABPK) = u^r$$

siendo r , un número real positivo, se podrá determinar los puntos $K_1, K_2, \dots, K_n, \dots, K'_1, K'_2, \dots, K'_n, \dots$ que preceden y que siguen al punto K y cuyas medidas son los números racionales $\frac{m_1}{n_1}, \frac{m'_1}{n'_1}$ etc. El elemento de separación de las sucesiones (K_n, K'_n) corresponderá al número real r .

Escribamos ahora:

$$v = \text{Log} (ABPP') = \text{Log} u.$$

De la igualdad:

$$(ABPK) = u^r$$

sale:

$$r = \frac{1}{\text{Log} u} \cdot \text{Log} (ABPK) = \frac{1}{r} \cdot \text{Log} (ABPK)$$

como expresión de la longitud del segmento PK , respecto del segmento unidad PP' .

§ 14. INTERPRETACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE RIEMANN COMO GEOMETRÍA DE LA RADIACIÓN. — Considérese una radiación de centro propio O :

$$O \equiv a, b, c, \dots \alpha, \beta, \gamma, \dots$$

e interpretemos los conceptos fundamentales, punto, recta y plano, en la siguiente forma:

punto \equiv una recta cualquiera de la radiación.

recta \equiv haz de rayos $O_w \equiv a, b, c, \dots$ contenido en un plano w cualquiera de la radiación de centro O .

plano \equiv la radiación de centro propio O .

Como « involución absoluta » de nuestro plano, tomemos la polaridad ortogonal de la radiación, esto es, la polaridad que hace corresponder a cada recta a o a cada plano α de O , respectivamente, el plano α' ortogonal a a , la recta a'' ortogonal a α .

Finalmente, como « movimiento o congruencia » consideremos los movimientos de la radiación alrededor de su propio centro O , es decir, movimientos que transforman la radiación en sí misma.

Estos movimientos, como es fácil verlo, dejarán invariante la polaridad ortogonal de O , es decir, nuestra involución absoluta.

Como resulta fácil verificarlo, para nuestro plano, y para nuestras rectas, quedan satisfechos los postulados de los grupos I, II, pero no el postulado de Euclides; éste no se cumple, pues dos « rectas » se cortan siempre, según un « punto » o lo que es lo mismo, según nuestra convención, dos haces de rayos:

$$O_w \equiv a, b, c, \dots$$

$$O_{w'} \equiv p, q, r \dots$$

admiten siempre como rayo común, el rayo $l \equiv w . w'$, intersección de los planos w y w' .

Sobre un plano α , puede también interpretarse la geometría no-euclídea de Riemann, estableciendo entre α y la radiación de centro O , una homografía Ω que haga corresponder a la polaridad uniforme de α , esto es, a la cónica imaginaria K , definida por dicha polaridad, la polaridad ortogonal de la radiación de centro O .

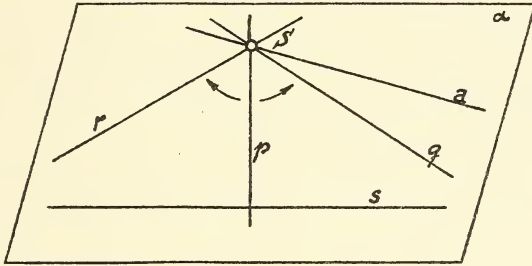
§ 15. LA GEOMETRÍA PROYECTIVA, INDEPENDIENTE DEL POSTULADO DE EUCLIDES. — Una vez rechazado el postulado de Euclides, se ha visto que eran posibles al menos dos hipótesis; una conducía a la

existencia de la geometría no-euclídea hiperbólica, otra a la existencia de la geometría no-euclídea elíptica. Cabe ahora preguntar: ¿es posible alguna otra hipótesis ulterior?

La respuesta es negativa: negado el postulado de las paralelas, las únicas hipótesis posibles, son las que conducen al caso hiperbólico o al caso elíptico.

De cómo esta afirmación sea posible, resulta de las siguientes consideraciones:

Consideremos una recta s y un punto S que no se pertenezcan, en un plano α .



En el plano α , solo caben las hipótesis:

- 1º toda recta por S corta a la recta s .
- 2º existe por lo menos una recta por S que no corta a s .

En el caso 1º, se trata de la geometría de Riemann, en el 2º caso sea a la recta por S que no encuentra a s . Tracemos por el punto S una recta p , perpendicular a s . De los dos ángulos completos pa , consideremos el que describe p , hasta superponerse a a según una rotación indicada por la flecha.

Entre todos los rayos interiores a este ángulo, hagamos la siguiente clasificación en dos clases H, K .

En la clase H , incluimos todos los rayos que encuentran a s , en la clase K , todos los restantes.

El rayo p , pertenece a la clase H , el rayo a a la clase K . Las clases así construídas, satisfacen a las condiciones que impone el postulado de continuidad, luego existirá un rayo q , que en el sentido indicado para las rotaciones, sigue a todos los rayos de la clase H y precede a todos los rayos de la clase K .

Del mismo modo, en el semiplano limitado por p , opuesto al antes considerado, se demostraría la existencia de un rayo r , tal que todo

rayo por S que precede a r , según una rotación opuesta a la indicada por la flecha, encuentra a s y todo rayo que lo sigue, no encuentra a s .

Resumiendo lo que antecede se tiene: todo rayo por S interior al ángulo completo \widehat{qr} que contiene a p , encuentra a la recta s , todo rayo exterior a dicho ángulo no encuentra a s .

Resulta que por el punto S y en el plano α , existen dos paralelas q y r a s y además, la existencia de infinitas rectas no secantes a s , o sea estamos en el caso de la geometría de Lobatewski.

En el caso particular de que $q \equiv r$, no existiría más que una paralela a s por el punto S , es decir, caeríamos en el caso euclideo.

De las consideraciones que preceden, resulta que tanto la geometría euclídea, como las geometría no-euclídeas de Riemann y de Lobatewski están subordinadas a la Geometría Proyectiva.

Este resultado, nos permite afirmar:

La Geometría Proyectiva, es independiente del postulado de Euclides.

BIBLIOGRAFIA

- BONABA, R. *Sulla teoria delle parallele e sulle geometrie non euclidee.* (Questioni Riguardanti. Le Matematiche Elementari. F. Enriques). Vol. II. Part. 1^a.
ENRIQUES, F. *Lezioni di Geometria Proiettiva.* 4^a edición. Editor: N. Zanichelli. Bologna 1920.
ENRIQUES, F. *Conferenze sulla Geometria Non-Euclidea.* 1er. curso del Dott. Olegario Fernández. Editor: N. Zanichelli. Bologna.
SEVERI, F. *Geometria Proiettiva.* Editor: «La Litotipo». Padova, 1921.
YOUNG, JOHN WESLEY. *Projective Geometry.* (The Carus Mathematical Monographs.). Chicago, 1930.

REGLAMENTOS PARA ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO

Por OTTO GOTTSCHALK

La Reglamentación.—Difícilmente se encontrará en el mundo científico o técnico y particularmente entre las materias de aplicación práctica diaria un objeto sobre el cual difieran tanto los criterios como respecto al mejor modo de garantizar la seguridad de resistencia de estructuras de hormigón armado. A pesar de toda clase de estudios y ensayos llevados a cabo durante los últimos 40 años las conclusiones, siguen cristalizadas en los varios reglamentos y resultan tan distintas que por ejemplo para una columna que en una parte del mundo se cargaría con 100 toneladas en otra parte, aunque proyectada y ejecutada en forma idéntica, se admitiría el doble o sea 200 toneladas. Para explicar y apreciar semejante disparidad es necesario conocer desde sus comienzos la forma en que se desarrolló el hormigón armado en los varios ambientes, el criterio con que se han compuesto los reglamentos y el caudal de experiencia y ensayos sobre que se basan.

Mientras que el hierro y el acero se entregan en la obra en condiciones de resistencia bien definidas el hormigón se fabrica en la obra misma y su calidad y resistencia junto con la armadura de hierro dependen de un sinnúmero de condiciones locales de materiales y de ejecución, cuya influencia se aprecia de un modo distinto en distintos territorios y resulta tanto más difícil uniformar criterios cuanto más grande resulte un territorio y más variadas las condiciones.

Aparte de semejantes condiciones locales produce divergencias fundamentales el modo distinto de interpretar y aplicar los resultados de los ensayos. En los comienzos del hormigón armado era bien común cargar losas, vigas y columnas hasta la rotura y derivar de los resultados así obtenidos las tensiones admisibles. Se refleja este criterio en la teoría común de hoy día, que prescinde de la resisten-

cia en tracción del hormigón «debajo» del eje neutro en los elementos de estructura, solicitados a la flexión (fig. 1^b), lo que no resulta cierto hasta que falle la pieza cargada.

Más se acercaba a las condiciones en la estructura mientras todavía resistía, el método de Ritter, (fig. 1^a) de calcular los momentos de resistencia W y de inercia I con todo el hormigón de la sección homogenizada, aplicándolos igual como en tirantes y vigas de hierro; sin embargo este método fué abandonado como también la consideración del hecho que el módulo de elasticidad E_b del hormigón

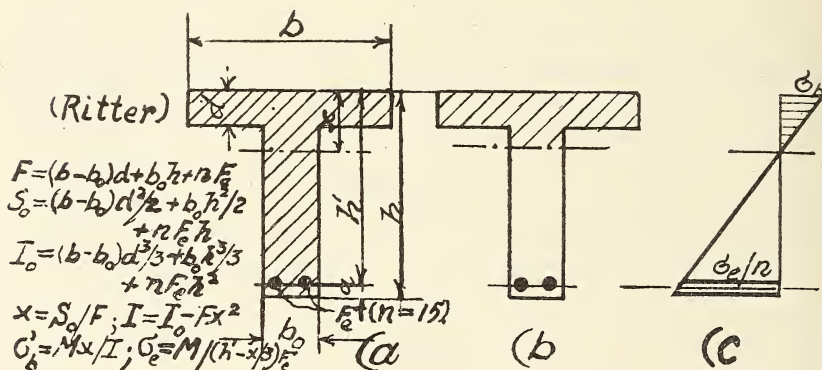


Fig. 1: Viga T en flexión.

no es constante sino disminuye con el aumento de la tensión resultando más o menos de $E_b = 300.000/\sigma_b^{0.15}$ según ensayos de la época, de Bach, de modo que secciones planas no quedan planas (fig. 1^c) en flexión según generalmente se supone según Hooke. Como la teoría corriente en relación a las dos hipótesis más correctas mencionadas yerra por el lado de mayor seguridad no habrá necesidad de cambiarla por el momento.

Más profunda sin embargo resulta la divergencia de criterios para las columnas, especialmente respecto a la eficacia de los zunchos, cuya importancia parece haberse exagerado en muchas partes en el pasado. A todo parecer en la columna resistente en la obra la actuación de los zunchos es de relativamente poca consideración y recién cuando cede el hormigón entran en acción los zunchos a manera de un caño conteniendo un líquido comprimido, de modo que hasta al hormigón más pobre y más blando corresponde mayor eficacia de la hélice (1). Bajo este concepto no sería admisible pues basar las car-

(1) V. EMPERGER, *Beton, u. Eisen*, 1923, p. 117.

gas sobre resultados obtenidos en ensayos a rotura, sino considerando las columnas sin desperfectos aún, en la forma en que actúan en la estructura resistente. Concuerdan con este criterio las últimas recomendaciones del 25 de Febrero 1936 en Chicago, del American Concrete Institute, afianzadas por imponentes series de ensayos con columnas de tamaño natural en varias Universidades de los Estados Unidos como nunca antes se han realizado.

Finalmente, la tercera consideración que influye poderosamente en la redacción de los reglamentos es si deben servir a propósitos de fiscalización solamente, para obtener la mayor garantía posible de una obra segura o si se desea estimular al mismo tiempo la aplicación del hormigón armado en vista de sus altas calidades de rigidez y durabilidad; donde influye el último criterio se tratará de reducir lo más posible las dimensiones en los proyectos imponiendo en cambio una inspección más científica y rigurosa en la obra. Este medio se ha empleado especialmente para hacer posible usar el hormigón armado, donde de otra manera no hubiera podido competir con las estructuras de hierro o, en la actualidad, de acero de alta resistencia.

Todo lo que antecede es de interés especial ahora en vista de que en la Capital Federal se ha reglamentado el hormigón armado en el «Reglamento Técnico para estructuras Metálicas y de Hormigón Armado», Municipalidad de Buenos Aires, 1935. Mientras los reglamentos del hemisferio Norte generalmente abarcan países enteros con todas sus variedades de materiales y condiciones locales el reglamento de Buenos Aires rige en la metrópoli únicamente, lo que naturalmente facilita mucho la reglamentación uniforme. Gozamos dentro de la Capital de una uniformidad y calidad de materiales alcanzadas en pocas partes del mundo; la arena oriental, la piedra limpia, el Cemento Portland sujeto a la aprobación de las Obras Sanitarias de la Nación son propicias para la resistencia uniforme y segura del hormigón.

Por otra parte no conviene, dentro de nuestro ambiente, extremar la inspección oficial de la ejecución de los trabajos de modo que cada obra en la gran urbe quedara bajo la fiscalización continua de la administración pública. Semejante medida exigiría una organización de personal tan vasta que su gasto resultaría afuera de toda relación con las posibles economías que puede redundar a la industria constructora, máxime en vista que el monto de la edificación dentro de la metrópoli fluctúa en manera tan brusca.

Entre nosotros indudablemente conviene dejar la mayor responsabilidad posible a la seriedad y competencia de los ejecutantes, las que de paso no se miden por el capital con que se afirma girar ni por los títulos universitarios que se ostenten según continuamente prueban los accidentes. Entre nosotros una función primordial del reglamento es establecer una base mínima de exigencias, igual para todos, que asegure un buen margen de seguridad y la inspección ocasional en la obra para comprobar la buena ejecución, sin retardar el progreso de la obra.

La parte hormigón armado del Reglamento de Buenos Aires se basa esencialmente en el reglamento alemán del año 1935, que a nuestro conocimiento es el más optimista de todos, resultado de un largo desarrollo metódico de reglamentación y fiscalización, y hasta lo excede en liberalidad. Es de esperar pues que en parte el reglamento volverá por el momento hacia un mayor margen de seguridad, lo que ha sido tomado en cuenta en las notas que siguen:

Losas con armaduras cruzadas. — Son las losas de armadura cruzada una de las formas más apropiadas y eficientes a que se presta en cuanto a resistencia el hormigón armado y se adoptó para el cálculo de su resistencia el método de tejidos de Marcus que da dimensiones reducidas. Por razones de la aplicación práctica se recomendaría aumentar en 1 o 2 cm. el espesor que resulte de los cálculos aritméticos, sin embargo siempre respetando los espesores útiles mínimos ya estipulados y que son los siguientes: $x/50$ en tramos libres, $x/60$ en losas continuas o empotradas, siendo x el largo menor del ambiente rectangular $x \times y$.

Sobre un rectángulo $x \times y$ cargado con $q \text{ kgm}^{-2}$, siendo el vínculo el mismo en ambas direcciones, se supone que q se divide en q_x y q_y de modo que

$$q_x/q = y^4/(x^4 + y^4) \quad \text{y} \quad q_y/q = x^4/(x^4 + y^4)$$

Sin embargo semejantes fórmulas pueden sustituirse por las expresiones más sencillas

$$q_x/q = 3/2 - x/y, \quad q_y/q = x/y - 1/2,$$

que dan idénticos resultados dentro de $1/2 < x/y < 1$.

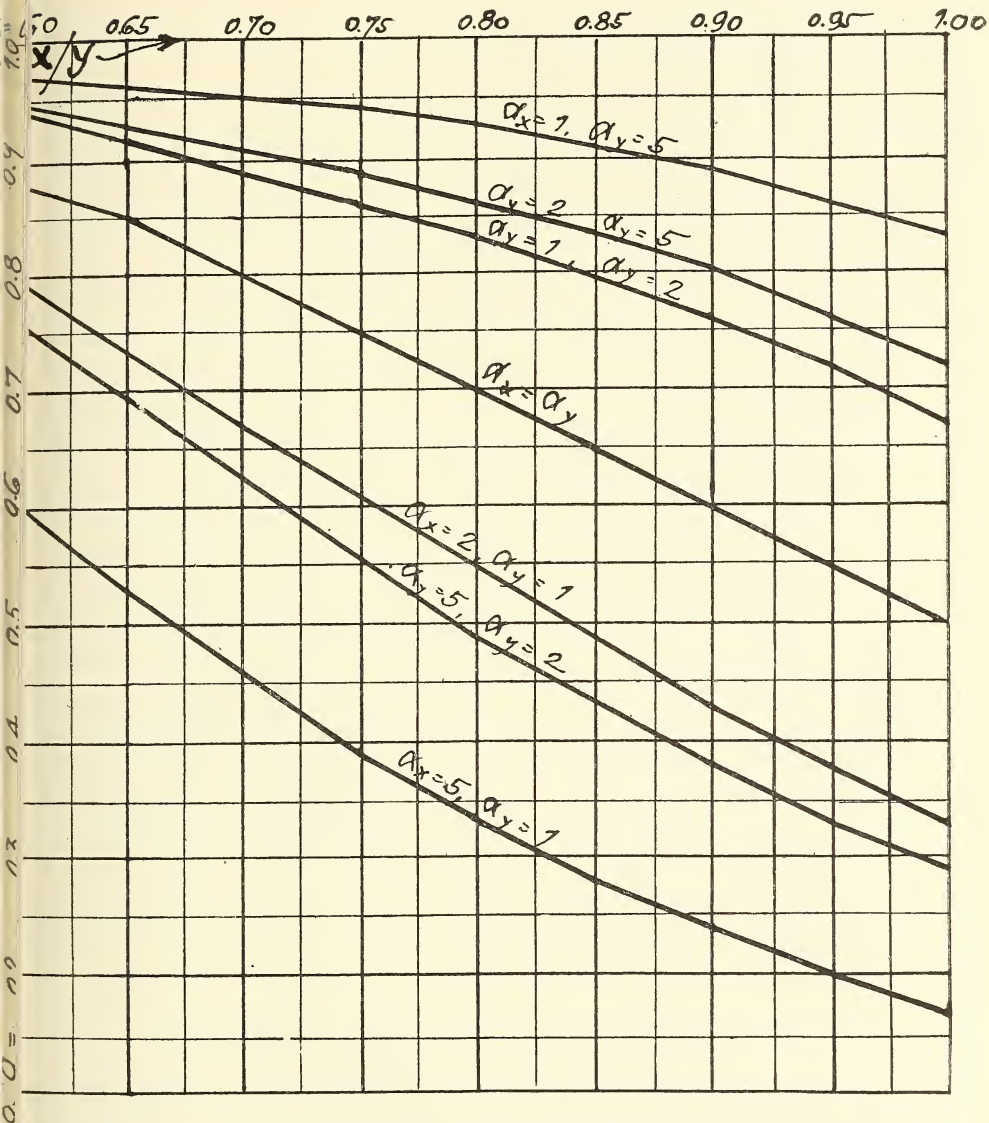


Fig. 2: Distribución de cargas en losas cruzadas.

Cuando los vínculos son distintos se multiplica, según el reglamento x^4 o y^4 con 5 cuando los dos extremos son libres, con 2 cuando empotrado uno de los dos lados y con 1 cuando los dos extremos son

empotrados. Con excepción del caso, que en una dirección ambos extremos son libres y al mismo tiempo en la otra los dos empotrados, podemos sustituir

$$q_x/q = 3/2 - v_x x/v_y y, \quad q_y/q = v_x x/v_y y - \frac{1}{2},$$

donde $v = 1,5$ cuando ambos extremos son simples, $v = 1,2$ cuando uno es simple y el otro empotrado, $v = 1$ cuando ambos extremos son empotrados. En los diagramas de la fig. 2 se enseña q_x/q para las varias combinaciones de vínculos posibles.

En cambio los diagramas de la fig. 3 indican ya los momentos flectores M_x/qx^2 y M_y/qx^2 , vale decir en el cuadro superior siendo los vínculos los mismos en ambas direcciones, en el cuadro medio cuando son más rígidos en la dirección más corta y en el cuadro inferior cuando más rígidos en la dirección de mayor largo. Prescindiendo de la formación de cartelas, que muchas veces molestan en la arquitectura moderna, se han supuesto los momentos flectores $M_{max}/ql^2 = 1/8, 1/11$ o $1/15$ para tramos libres, exteriores o interiores respectivamente, tal como especifica el reglamento.

Son también muy útiles para el cálculo de losas con armadura cruzada tablas como las de Castiñeiras (2) que además de las cargas repartidas consideran el caso de una carga concentrada en el centro de la losa; estas tablas, igual como aquellas del «Beton Kalender», cuentan con momentos flectores $M_{max}/ql^2 = 1/8, 9/128$ y $1/24$ en el centro de losas libres, semiempotradas y empotradas respectivamente y con $M/ql^2 = 0, 1/8$ y $1/12$ en los apoyos. Cuando la carga no está concentrada del todo sino repartida sobre un rectángulo reducido $x' \times y'$ se recomienda reducir los momentos flectores obtenidos para cargas concentradas multiplicando con $x/(x + 2x')$ los M_y y con $y/(y + 2y')$ los M_x .

Losas con ladrillos huecos. — Conviene estimular el empleo junto con el cemento armado de ladrillos de toda clase, porque siempre representan un elemento más agradable en las construcciones que el hormigón puro, amenguando sus defectos de buen conductor de sonido y variaciones de temperatura. Trata el reglamento esta forma útil como «losa nervurada» y le exige un recubrimiento superior

(2) «*El cálculo de losas de horm. arm. con armaduras cruzadas*», por el Ing. JULIO R. CASTIÑEIRAS, Centro de Estudiantes de Ingeniería, Buenos Aires, 1930.

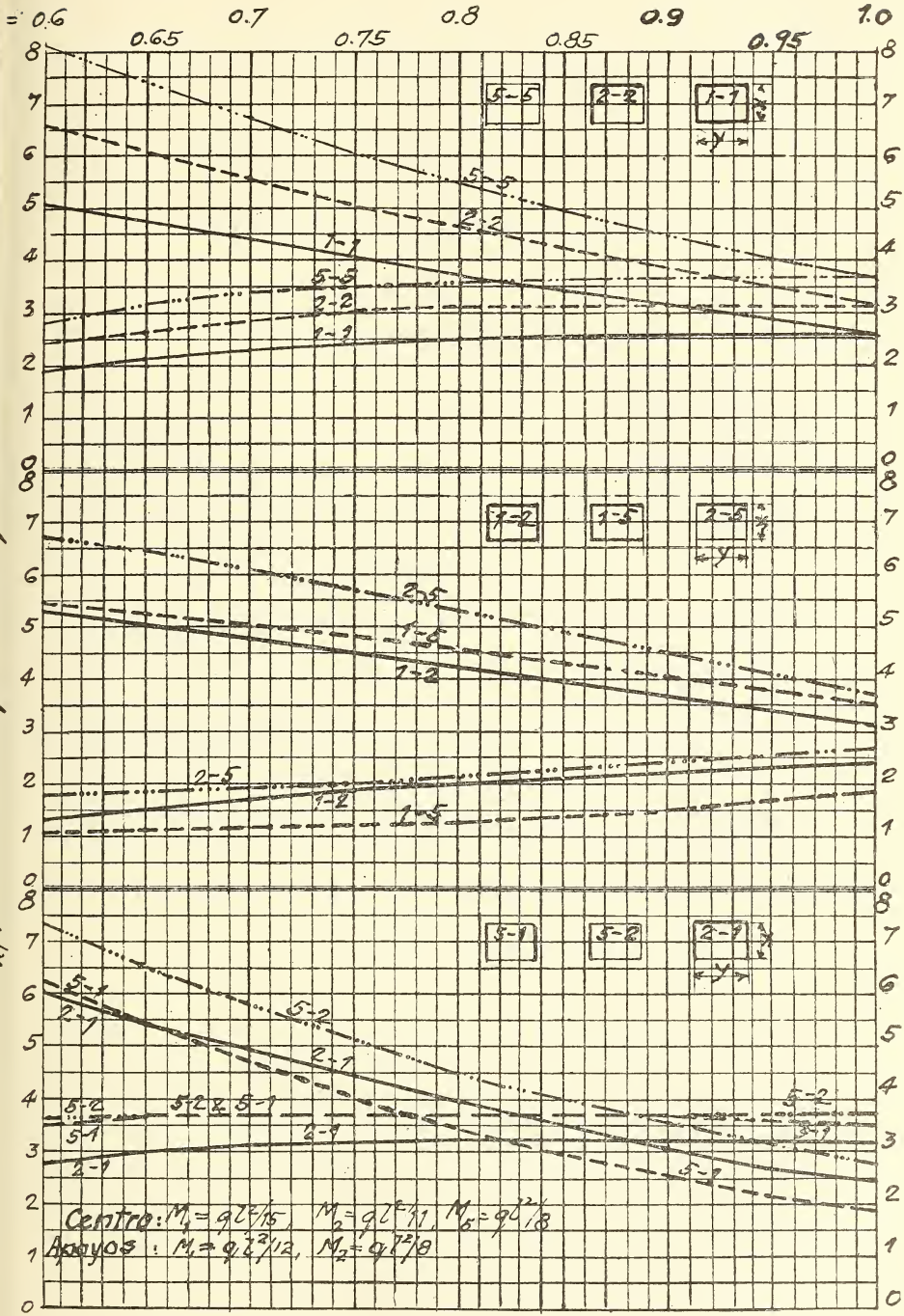


Fig. 3: Momentos flectores en $q \times l^2/100$ de losas cruzadas.

de mínimo 5 cm. Semejante mínimo de espesor de la capa protectora y de compresión sin duda está justificada donde se obtienen los vacíos entre nervaduras por medio de cofres de madera, que luego se retiran; en cambio con ladrillos bien mojados antes de vaciar el hormigón y que quedan en su sitio en unidad con el mismo, 2½ a 3 cm. para recubrimiento son suficientes, según lo han probado más de 30 años de aplicación práctica. Resulta así la losa combinada estáticamente y económicamente más favorable.

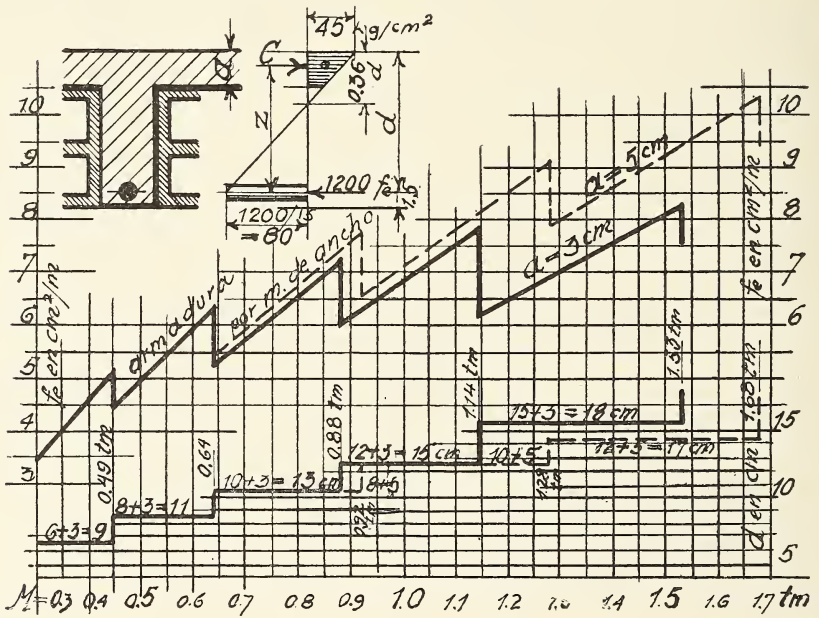


Fig. 4: Losas con ladrillos huecos.

Para que en una capa así reducida de espesor no se exceda la compresión máxima $s_b = 45 \text{ kg/cm}^2$ admitida hay que aumentar la altura de la losa conforme con los cálculos que siguen. Para el momento flector máximo que produce $s_b = 45 \text{ kg/cm}^2$ y $s_c = 1200 \text{ kg/cm}^2$, cuya elongación de fierro es equivalente a 80 kg/cm^2 del hormigón, el eje neutro (fig. 4) dista de la cara de compresión de la losa en

$$x = 45 d / (45 + 80) = 0.36 d .$$

La tensión pues en la cara baja del recubrimiento resulta

$$s_b = 45 (1 - a/0,36 d)$$

y la compresión total por unidad de ancho de la losa

$$C = 45 a (1 - a/0,72 d),$$

siendo a el espesor del recubrimiento.

El centro de gravedad de la compresión queda de la cara superior a una distancia

$$\frac{a}{3} \cdot \frac{2s_a + s_b}{s_a + s_b}$$

y la palanca de la cupla de compresión y tracción en la sección resulta

$$z = d - \frac{a}{3} \frac{3d - 5,6a}{2d - 2,8a},$$

o sea con $a = 3$ cm. $z = d = (3d - 16,7)/(2d - 8,3)$. Luego para una faja de losa de 100 cm. de ancho $M = Cz$, siendo

$$C = 100 \times 45 \times 3 (1 - 1/0,24 d) = 13500 (1 - 1/0,24 d)$$

y la armadura cada 100 cm.

$$f_e = C/1200 \text{ en cm}^2 = 11,25 (1 - 1/0,24 d).$$

En los diagramas inferiores de la fig. 4 se muestran los momentos flectores máximos admisibles para los varios espesores de losas de acuerdo con los espesores de ladrillos huecos según generalmente se fabrican acá y en los diagramas superiores la armadura f_e exigida por metro de ancho de losa para semejantes momentos. Las líneas continuas se refieren a un recubrimiento de 3 cm. y las cortadas a 5 cm.; según fácilmente se verá resulta el espesor de 3 cm. más favorable estáticamente y exige considerablemente menos fierro que aquel de 5 cm.

Vigas. — Dado un cierto momento flector queda para las dimensiones de las vigas un número ilimitado de variaciones, sin embargo por razones de economía se elegirá generalmente la altura de modo que la armadura quede dentro de 1 % y 2 ½ % de la sección rectangular del hormigón.

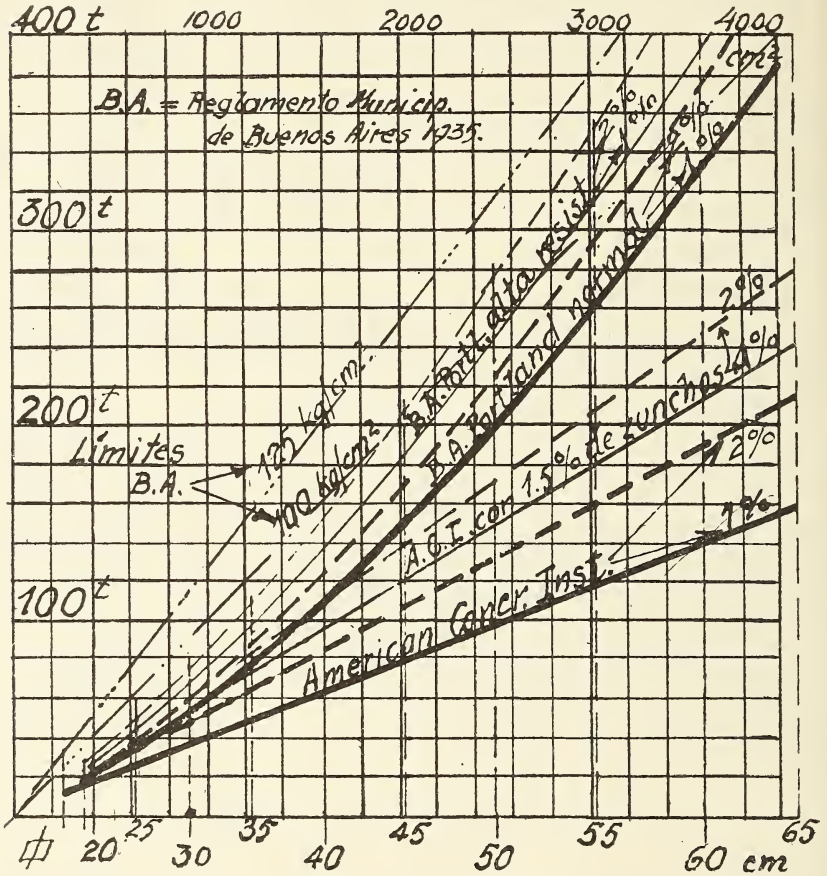


Fig. 5: Cargas en columnas con 1 % y 2 % de armadura longitudinal.

El ancho mínimo de la viga resulta del límite de tensión total en corte, admitida hasta 14 kg/cm^2 ; como sin embargo porosidades u otros posibles desperfectos de ejecución reducen la resistencia en corte mucho más en vigas estrechas que en vigas anchas parece conveniente admitir en vigas de menos que 14 cm. de ancho una tensión en corte solamente igual al ancho en cm., de modo que en una viga de 8 cm. de ancho el corte total no debe exceder 8 kg/cm^2 .

Respecto a la armadura en corte por estribos y barras dobladas conviene recordar que en las vigas comunes el total de la sección de semejante armadura por un lado de la viga no debe ser menor que la armadura en tracción exigida en el centro y apoyo respectivo de la viga. (3).

Columnas. — En la fig. 5 se muestra gráficamente la carga que es admisible para cierta sección del hormigón calculando según el nuevo reglamento de la Capital en comparación de las normas adoptadas en los Estados Unidos con y sin zunchos. En aquellos diagramas de la fig. 5 que corresponden a nuestro reglamento no se han tomado en cuenta zunchos ningunos, ya que sin aquellos se llega a exceder el límite total de 100 kg/cm^2 estipulado.

En los diagramas de la fig. 6 se indican las cargas que las columnas pueden soportar, proponiéndose una compresión de $s_b = 30 + d/2 \text{ kg/cm}^2$ para las columnas de no menos que $d = 20 \text{ cm}$. de espesor. Así en una columna $30 \times 30 \text{ cm}$. se admitirán en el hormigón 45 kg/cm^2 .

Para facilitar la mejor adaptación de columnas de hormigón armado a los proyectos de Arquitectura convendría admitir columnas aún menores de $20 \times 20 \text{ cm}$. siempre que se pruebe que en el piso respectivo existan columnas más gruesas u otras estructuras de hormigón armado que soportan ampliamente la presión del viento u otras posibles fuerzas laterales en el momento del descimbramiento, sin contar con la rigidez de los trabajos posteriores de albañilería. La compresión en el hormigón de semejantes columnas de espesor reducido no debe exceder $s_b = d^2/10$ y la armadura mínima será igual o equivalente a $4 \varnothing 12 \text{ mm.} = 4.52 \text{ cm}^2$. Por ejemplo en una columna de $15 \times 15 \text{ cm}$. la compresión en el hormigón no debe exceder $22,5 \text{ kg/cm}^2$, con la que su carga admitida sería 6,5 t.

Para mayor claridad se han tratado en la fig. 6 por separado y en escala doble en el ángulo superior izquierdo las columnas de menos de 30 cm. de espesor; para todas las columnas se han indicado las cargas admitidas en líneas continuas para 1 % y en líneas cortadas para 2 % de armadura longitudinal. Aún con la tensión así algo reducida, en relación con el reglamento actual, no ofrecen ventajas los zunchos salvo en columnas muy grandes y no hacía falta tomarlas en consideración en los diagramas de la fig. 6.

(3) v. ABDANK, «Beton u. Eisen» 1931, XVI, p. 301.

POSIBLES VARIACIONES DE LA SUPERFICIE DEL GEOIDE
Y SUS INFLUENCIAS SOBRE LA NIVELACION
DE PRECISION

Por EL DR. GUILLERMO SCHULZ

Los instrumentos topográficos, geodésicos y astronómicos se colocan en «estación» mediante el «nivel a burbuja» con relación a la dirección de la gravedad en el punto en que, con ellos, se observa, ya sea con su eje de rotación en esta dirección (teodolito), ya sea con su eje visual normal a ella (instrumentos de nivelación).

La dirección de la gravedad en un punto terrestre, lo mismo como el módulo de su fuerza, es función de todas las masas interiores de la tierra y exteriores que sobre él actúan.

Siendo, por lo accidentado de la «superficie física» de nuestro planeta y lo despajeo de los conglomerados que la forman, la agrupación de las masas interiores visiblemente irregular, la variación de la gravedad de una estación terrestre a otra, tanto en dirección como en valor, no obedece a una función general para toda la tierra, no obstante la compensación parcial existente por la isotacia. En consecuencia, la «superficie mecánica», de nivel, o sea la equipotencial que, siempre normal a la dirección de la gravedad, pensamos trazada a la altura del nivel del mar: el «geoide», tampoco, es una superficie regular. Para poder efectuar los cálculos geodésicos de triangulación la reemplazamos por una superficie regular, un elipsoide de rotación (Bessel, Hayford), tangente al geoide en algún punto aparentemente conveniente, y para los cálculos de gravedad y nivelación por un esferoide. Las diferencias resultantes de las posiciones por el traspaso por cálculo geodésico sobre el elipsoide de referencia aceptado con las que da la observación astronómica directa sobre el geoide (reducida a él por curvatura de las verticales, si las estaciones se encuentran en alturas no despreciables), se llaman «desviaciones de la plomada» y, las diferencias entre gravedad

observada y precalculada a base del esferoide, «anomalías de la gravedad».

La observación astronómica se relaciona además que a la «vertical», a una segunda dirección fundamental, la del eje de rotación de la tierra y, finalmente, toda la labor geodésico-astronómica se funda, mediante las marcaciones materiales de los puntos astronómicos, gravimétricos, trigonométricos y nivelíticos, sobre la corteza terrestre o la superficie física de la tierra. Tenemos, pues, tres «referencias» fundamentales.

Hasta hace unos 100 años, se las consideraba invariables, a lo menos en comparación con la precisión de las observaciones, hasta tal punto que a base de trabajos geodésico-astronómicos se pretendía establecer un fundamento natural para la unidad de las medidas longitudinales: el metro. Pero, la creciente acumulación de observaciones y resultados enseñó, con el tiempo, que ninguna de las tres referencias es estable.

Si cualquiera de ellas varía se modifican forzosamente los resultados de observaciones repetidas. Por el enlace existente entre las referencias, no es posible sacar, de inmediato, una conclusión sobre cual de las tres se modificó y sobre la causa u origen de la variación constatada.

Gracias a la organización internacional de la vigilancia de los movimientos del polo o sea del eje de rotación de la tierra, (descubiertos por Küstner en Berlín, en 1885), en la que toma parte activa la República Argentina, se pueden corregir las observaciones de latitud y longitud por este movimiento, después de haber sido publicados los resultados del servicio internacional.

Las dos otras referencias, dirección y valor de la gravedad y la corteza terrestre, quedan íntimamente ligadas entre sí y cuando, en algunos casos, es posible separarlas, lo es sólo después de vastas investigaciones, interviniendo, quizás además de las citadas, observaciones con péndulos verticales y con mareógrafos. Este enlace no es sólo estrecho en su manifestación por los resultados de observación, sino también, en sus orígenes mismos. Si, p. ej. por alguna causa endógena, los Andes se alzan, se levantan, con ellos, no sólo las marcaciones de los puntos nivelíticos y las observaciones acusan el acrecimiento correspondiente de los desniveles sino, también, se produce otro reparto de las masas: la dirección y el valor de la gravedad en un vasto círculo se modifican y, también por ello, acusarán las nivelaciones una variación de las cotas resultantes por la transformación

de las superficies equipotenciales ⁽¹⁾. En general las dos causas obran en el mismo sentido, disminuyéndose así la elevación aparente de los puntos fijos. Se prevé que con el progreso del instrumental, ante todo el gravimétrico, y de los métodos de observación, cada vez será más fácil, separar las dos influencias.

No es de negar que de la geodesia moderna no sólo se exige la investigación del estado estático medio, sino a la vez la de los posibles movimientos dinámicos. Hace ya 25 años que un Congreso de Geología celebrado en Viena solicitó, para las investigaciones geológicas, la cooperación de la Asociación Geodésica Internacional. Además de tales variaciones seculares, cuya aclaración podrá tener un inmenso interés económico inmediato para la República, hay naturalmente también modificaciones periódicas de una duración más o menos reducida. Las más cortas serán las mareas y las oscilaciones en la atmósfera; las más largas las variaciones, anuales o en períodos de varios años, de los factores climatológicos, ante todo de la humedad y de las precipitaciones (lluvias y nieves, ventisqueros, hielo continental) y de las aguas subterráneas. Es posible que tengan influencia también los cambios de la temperatura y del porcentaje del contenido de sal de las aguas oceánicas, los de la vegetación en zonas extensas, etc. También juega un rol no despreciable la actividad transformatoria del hombre. Movimientos del magma no han sido demostrados aún.

Existe un cierto peligro de que, por casualidad, se halle la influencia de variaciones de uno de estos períodos más largos y que, equivocadamente, se la interprete como secular. Sería, p. ej., el caso cuando, en nivelaciones repetidas, de una posible variación del desnivel entre Córdoba y la Laguna de Mar Chiquita, aquí más adelante discutida, se quiera deducir algún movimiento geológico de las capas pampeanas. Existe, no obstante, con pleno derecho la profética manifestación del geodesta francés Lallemant que las nivelaciones geodésicas permitirán «en un futuro próximo, poder predecir con probabilidades de éxito, el crecimiento de una elevación, la profundización gradual de una cuenca, la desviación de un curso de agua, las modificaciones de las condiciones de un puerto, cuestiones

(1) K. ZOEPPRITZ en «*Über Schwankungen des Meeresspiegels infolge von geologischen Veränderungen*» ha calculado que una zona de sedimentación de un ancho de 5° y una altura de 500 m con material procedente de la región de 50° latitud norte elevaría, en la costa del Adriático, el nivel del mar por unos 15 m por el aumento de la gravedad.

todas de gran importancia para la ciencia y para el porvenir económico de un país».

Por esta razón será quizás útil discutir, numéricamente, las influencias de algunas de estas causas posibles de período largo, pero no secular, en nuestro caso especial y, conveniente que, a base de una documentación mejor y más vasta de la que dispongo, se sigan ventilando paulatinamente estas cuestiones.

Un breve repaso de las precisiones actuales de las observaciones pertinentes y de las variaciones ya constadas en las tres referencias conduce a lo siguiente:

La latitud geográfica la podemos observar actualmente con una precisión de $\pm 0'',1$ (igual a 3 metros; en el mejor de los casos con $\pm 0'',03$ igual a 1 metro), la longitud con $\pm 0,01$ *seg* (unos 2 a 3 metros en los confines del sud y norte de la República) y el acimut con $0'',30$. La precisión de las mediciones de la gravedad, tanto dinámicas como estáticas, es de ± 1 miligal (10^{-3} cm seg^{-2}) lo que equivale a la atracción de un disco de mineral de peso específico 2,4 y de 10 metros de espesor; una diferencia de la pesantez de ± 1 miligal se encuentra entre superficies equipotenciales distantes la una de la otra por algo más de 3 m, o sea una variación de 1 miligal produce una variación del «geoide» por unos 3 m. La balanza de Eötvös indica 1 unidad $\text{Eötvös} = 10^{-9}$ sec^{-2} o sea diferencias de gravedad de 0,1 miligal sobre la distancia de 1 km. La triangulación determina las situaciones horizontales relativas con una precisión de 1:100.000 y la nivelación, las verticales con

$$\pm 0,25 \sqrt{\text{distancia en km}} \text{ mm (precisión interior)}^{(1)}.$$

Esta precisión, expresada en medida angular, equivale a $\frac{0'',05}{\sqrt{\text{km}}}$ lo que son $0'',2$ para una nivelación de 6 km y $0'',01$ para el desnivel entre 2 puntos fijos distantes por 25 km. La nivelación trigonométrica no es suficientemente exacta para ser considerada, por la inestabilidad de la refracción. El péndulo vertical registra inclinaciones hasta el orden de $0'',002$ y un mareógrafo, el nivel medio del mar con aproximación mayor de 1 cm ⁽²⁾.

(1) Indico la «interior», puesto que las externas halladas, están todas afectadas ya por las influencias que aquí se analizan.

(2) Considerando sólo las imperfecciones del aparato y no las múltiples influencias extrañas que pueden modificar «el nivel medio del mar».

El movimiento de la luna causa variaciones de la gravedad hasta 0'',02 y 0,1 miligal, el del sol hasta la mitad de estos valores, sol y luna en conjunto hasta en máximo $\pm 0'',02$ y $\pm 0,1$ miligal. Bajo la influencia de estas fuerzas la tierra firme se deforma por algo menos que 0,1 miligal y las desviaciones de la plomada por la misma causa llegan hasta 0'',02 (1). Las atracciones que ejercen las variaciones del océano atmosférico son aún menores. En consecuencia, en el estado actual de nuestras observaciones, estas variaciones de las «referencias» promovidas por causas exteriores pueden despreciarse, en los trabajos geodésicos comunes. El movimiento del polo terrestre se efectúa en espirales que (en 433 días) se alejan hasta algo más de 0'',3 (en término medio 0'',15) de la situación media del polo; el diámetro de las espirales varía de 7 a 20 m. El movimiento progresivo anual del polo es del orden de 0'',005 hacia 40° longitud oeste de Greenwich. Las variaciones de las fuerzas centrífugas por la dislocación del eje de rotación en la tierra elipsoidal son insignificantes.

Los movimientos de la corteza terrestre han sido naturalmente muy importantes en el transcurso de las épocas geológicas (2), y, de seguro, continúan en los tiempos presentes y futuros. Además de las variaciones abruptas provocadas catastróficamente por terremotos y que han sido observadas como traslaciones horizontales hasta de 6 m (en el terremoto de California de 1906 por repetición de triangulación) y como verticales hasta más de 12 m (en el Japón, por observación directa) se producen movimientos paulatinos, apa-

(1)

Los términos semidiurnos de deformación en cm \pm son aproximadamente para							
la tierra firme				el geoide			
máximo		lat. 30° prom.		máximo		lat. 30° prom.	
luna	sol	luna	sol	luna	sol	luna	sol
16	7	11	5	34	16	26	12

(2) Véase *Anuario del Instituto Geográfico Militar*, tomo I, 1912, pág. 58: Dr. G. SCHULZ, *Las desviaciones de la plomada*.

rentemente regulares durante largos períodos. Lo más conocido en este sentido es el levantamiento del macizo escandinavo, el que, librado de la capa de hielo que antes le cubría, se levanta de 0,10 m en el sur hasta 1,1 m en el norte, por cada 100 años, sobre el nivel del mar báltico (1).

La teoría de Wegener que supone nadando los continentes sobre el magma del interior de la tierra y dislocándose en consecuencia, abre la posibilidad de movimientos horizontales importantes.

Si se deduce el resultado de este breve estudio sobre la precisión de las observaciones con relación a la variación vertical de la corteza terrestre, resulta que el péndulo vertical, la balanza de Eötvös, los mareógrafos y la nivelación de precisión son los más exactos. Limitado el radio de aplicación del péndulo vertical, por ser sólo muy pocos los que un Estado puede instalar en su territorio, y el de los mareógrafos a la línea de la costa marítima y siendo aun demasiado trabajosa la labor con el gravímetro de Eötvös, resulta que —seguramente por mucho tiempo todavía— la nivelación de precisión mantendrá un rol decisivo en la investigación de los grandes, pero lentos movimientos de la costra.

La nivelación de precisión ha dado ya indicaciones muy precisas de variaciones del nivel de grandes extensiones. Cito aquí las —por muchas repeticiones comprobadas— en Rhenania y Vestfalia que establecieron movimientos anuales de + 1,2 hasta - 1,0 mm y totales de 7 mm en los últimos 15 años. La ciudad de Beuthen en la Alta Silesia es el centro de un gran hundimiento —de 200 mm desde 1879— que, desde un círculo de 20 km de radio de 0 mm de variación, asciende hacia el interior a otro de 3-4 km de radio con 4 mm de hundimiento anual. Sobre una línea de nivelación de precisión establecida cerca de Freienwalde/Berlín, expresamente para ensayos, por la Landesaufnahme prusiana se hallaron de 1911 a 1929/31 cambios hasta de 13 mm.

Al tratar de estas variaciones verticales ya se entra en el campo de las dudas cuanto de ellas es movimiento real de la corteza, y cuanto es aparente por variación de la otra referencia o sea de la dirección y valor de la gravedad (deformación del geoide) ya sea producida por la misma traslación de masas que se investiga, ya sea por otras causas más o menos conocidas, o ni sospechadas, cuyas consecuencias no deben ni menospreciarse ni despreciarse.

(1) Los movimientos verticales, también muy conocidos, del *Templo de Serapis* cerca de Pozzuoli, son aparentemente sólo locales.

Cada variación de masas alrededor de un punto nivelítico, p. ej., varía la superficie de nivel que por él pasa y modifica así su altura. Una *aglomeración* de masas o un aumento de su densidad tiene como resultas una *elevación* de la superficie de nivel en la región, y, cada disminución de masas o de su densidad, baja esta misma superficie. En el primer caso se disminuye la cota del punto fijo y en el segundo aumenta, sin que en realidad su altura física, su distancia del centro de la tierra, haya variado.

Una nivelación desde un punto fijo no influenciado hacia el influenciado demuestra una modificación de la cota y puede inducir a creer en movimientos geológicos sin que ellos en realidad, existan en la forma como de las variaciones de las cotas, se está tentado a deducir de inmediato.

Lo mismo pasa si desde un punto afectado se nivela hacia afuera de la zona de influencia. Ya que los puntos intermediarios están afectados en forma decreciente se consigue la impresión como si la región se hubiera inclinado sistemáticamente. Si la influencia que modificó la gravedad desaparece de repente de la región afectada, en el transcurso de la nivelación, resulta un «salto» en las cotas y si desaparece paulatinamente modifican, en la misma relación, las inclinaciones aparentes de la costra. Por ello, variaciones del geoide de período corto en relación con el progreso lineal del trabajo nivelítico, aunque fuesen de magnitud apreciable, no tienen la misma importancia ya que se manifiestan como «errores casuales» y aumentan sólo el error medio exterior del trabajo. Las de período no despreciable, al contrario, asumen el carácter de «errores sistemáticos», falsifican los resultados, sin ser siempre demostrables por la disposición de las operaciones, p. ej. nivelación en ida y vuelta en cortos trechos, y ocasionan sospechas ya sea con respecto al trabajo de nivelación mismo, ya sea de movimientos geológicos. Aunque muy pequeños, los movimientos geológicos pueden tener como consecuencia grandes influencias económicas y por consiguiente sus enunciaciones, alarmas innecesarias. Para la República p. ej. no es indiferente que se constate para el sector de la costra terrestre en que está situado el noreste de la Provincia de Buenos Aires, y con él el puerto de la Capital, un levantamiento o hundimiento en unos milímetros por año.

El Dr. Ing. Alfred Schleusener en su trabajo «Über Deformationen der Niveauflächen durch bergmännischen Abbau und andere künstliche Massenbewegungen» («Sobre deformación de las superfi-

cies de nivel por explotación minera y otros movimientos artificiales de masas») ha demostrado el valor numérico de algunas de estas influencias de período largo y período corto y ha comprobado sus cálculos mediante la balanza de Eötvös (con una coincidencia de $\pm 1,3 \text{ ‰}$ para las variaciones de la altura del geoide y de $\pm 1,1 \%$ para las desviaciones de la plomada) en el caso de una eselusa de 14 metros de ancho y 160 metros de largo con un desnivel de aguas de alrededor de 2,6 m.

De sus cálculos resulta que la explotación de carbón de piedra en la región del Ruhr, en Alemania, ha causado un hundimiento máximo de las superficies de nivel o del geoide de 3 mm y en Alta Silesia, por la misma razón, de 1,5 mm. El tajamar de Assuan en el Egipto, del estado vacío al lleno, modifica el nivel del geoide al pie de su muro de contención en 1 cm. En el Zuidersee en Holanda, produjo —según los cálculos de Schleusener—, el cierre contra el mar y la evacuación parcial del agua, una variación de la superficie geoidal de 2,6 mm.

Si nos fijamos en el caso de la República Argentina parecen ser, además de las mareas oceánicas, las mareas del Río de la Plata, una de las variaciones de masas más grandes que pueden ocurrir y afectar las nivelaciones de precisión, ante todo por su influencia sobre el «Cero del Riachuelo». Si las consideramos parejas en todo el estuario y de una altura de 0,75 m entre aguas bajas y altas, resulta una variación aparente de la altura del geoide del orden de 1,5 mm, la que a 20 km hacia el oeste, en Morón p. ej. ya ha disminuído al orden de 0,5 mm. Pero, como ya fué dicho, tales variaciones rápidas no tendrán otro efecto que aumentar el error medio exterior de la nivelación, sin aportar influencias sistemáticas, sino en casos excepcionales que difícilmente producirán consecuencias. Otra cosa podrá suceder, si las aguas suben más y para una duración de varios días, y si, justamente en tal temporada, se arranca de un punto fijo en el puerto con una nivelación hacia el oeste. La influencia es directamente proporcional a la variación de las alturas de las aguas y es, pues, del orden del doble de los valores, arriba indicados, si el desnivel de las aguas en todo el estuario llega a 1,5 m.

Con toda seguridad sufren variaciones «seculares» no reales los puntos fijos cercanos al Río de la Plata por la sedimentación continua que en él tiene lugar. Por cada 0,1 m de acumulación, supuesta pareja en todo su lecho, disminuyen cotas de puntos fijos en

el puerto aparentemente su valor en el orden de 0,4 mm. Nuestros grandes ríos, Paraná y Uruguay, varían periódicamente, y cada vez por algunos días o semanas, el caudal de sus aguas, lo que puede tener consecuencias sistemáticas ya que estas variaciones alcanzan hasta más de 7 metros. La figura 1 indica el orden de las variaciones aparentes de las cotas que producen, a distintas distancias de sus bordes, cursos de agua rectos de diversas anchuras por cada metro de desnivel y el desarrollo del error medio interno de una nivelación de precisión. Si, bajo la presunción que no deben despreciarse variaciones aparentes del geoide de un valor mayor que la mitad del error medio de la nivelación, se supone una variación del nivel de las aguas de 5 m, resulta de la figura 1 que para un río de:

500 m	} de ancho, no debe despreciarse la variación del geoide hasta una distancia del borde de	} 1 km.	
1 000 »			2 »
2 000 »			10 »
3 000 »			30 »
4 000 »			40 »
5 000 »	50 »		

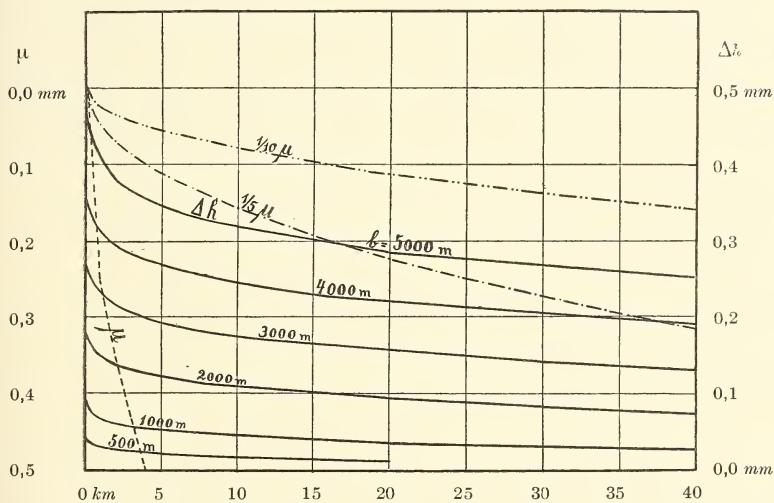


Fig. 1

En vez de aumentar las curvas de la variación del geoide en 5 veces y disminuir la del error medio a la mitad se ha reducido, en la figura 1, el error medio a un décimo.

El río Iguazú varía su nivel en más de 35 m. Si suponemos su lecho de un ancho de 300 m resulta que la variación del geode habría que tomarla en cuenta hasta unos 40 km de su borde; pues, importa sobre este trecho un cambio de los desniveles del orden de 0,7 mm siendo el error medio de nivelación sobre el mismo trecho de 1,6 mm.

Sería muy interesante efectuar cálculos más exactos, a base de fundamentos cartográficos y fluviométricos verdaderos, que los que con los presentes datos se pretende ofrecer, un cálculo, p. ej. para algún punto cercano al delta Paraná-Uruguay, o dentro de él, (Ibicuy, Campana, Baradero p. ej.) y otros más distantes, tomando quizás las situaciones de puntos fijos altimétricos existentes. Otra región de importancia en este sentido parece ser el norte de la Provincia de Corrientes donde fluctuaciones en el nivel de la Laguna Iberá y de todas las otras del delta de irrupción que, en forma de abanico, se extiende hasta el sur del Paraguay, coincidente, quizás, con una crecida del Alto Paraná y Pilcomayo-Paraná, implican grandes traslados de masas.

Una variación de 1 m de las aguas, también de las subterráneas, supuesta pareja en toda esta región llega a modificar una cota en Corrientes hasta el orden de 3 mm y otra, en un punto central (cerca de Mburucuya), hasta el orden de 5 mm.

Es de sospechar que referente a los períodos largos de variación jugarán un rol importante, justamente, las aguas subterráneas.

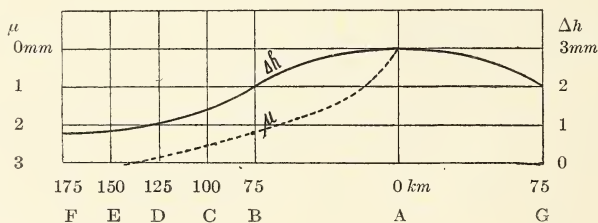


Fig. 2

Si se supone que las aguas subterráneas de los alrededores de la Laguna Mar Chiquita en Córdoba en un radio de 75 km alrededor de su centro (A, fig. 2) difieren entre una época climatológica muy húmeda y otra muy seca en masa igual a una altura de 1 m, se tendría las variaciones aparentes de cotas en los puntos F hasta G indicadas en la figura 2, las que, comparadas con los errores medios

de una nivelación de A a F, asignados en la misma figura, resultan casi del mismo orden; de manera que no deberían despreciarse sino aplicarse como correcciones si, efectivamente, fuera posible determinar el nivel de las aguas subterráneas. La variación de las aguas subterráneas en un suelo como el pampeano producirá, naturalmente, también variaciones de las alturas físicas de los puntos fijos. El loess, llenándose con agua, se hinchará y levantará las marcaciones. Este movimiento obra en contra del producido por la atracción de las aguas de manera que no se podrá predecir qué diferencias darán 2 nivelaciones efectuada la una en un período de gran humedad y la otra en uno de gran sequía. Nótese aquí la importancia que puede tener la elección de los sitios de colocación de las marcaciones y la manera de su construcción y fundación. Habrá que buscar de cimentarlas, si es posible, en un suelo que, físicamente, no se afecte por el aumento o disminución de las aguas.

Una nevada supuesta en toda la Cordillera de un metro de altura (densidad de la nieve 0,1) levantaría el geoide en Mendoza por un valor del orden de 1 mm.

Los números indicados en el presente trabajo no tienen ninguna pretensión de precisión, sino tratan solamente de contribuir a la aclaración paulatina de influencias que pueden tener valor para los trabajos nivelíticos —y también para las obras públicas— fundamentales del país.

BIBLIOGRAFIA

POR E. R.

GRIVEAUD, LEON, *Traité pratique de construction et aménagement des usines*. Un vol. de 418 págs. con 468 figuras, en 8° jésus. Precio, 95 francos, encuadernado. Editado por la « Librairie Polytechnique », Ch. Béranger. París, 1936.

El autor es un arquitecto e ingeniero que durante más de treinta años ha construído los más diversos géneros de edificios e instalaciones para industrias. Su abundante experiencia le permite tratar las cuestiones objeto de su obra con un dominio absoluto de todos sus aspectos, hasta en aquellos que no dependen de la técnica, pero que dominan en todos los problemas de la industria, determinando la forma de las únicas soluciones prácticas; la adaptación necesaria a las condiciones económicas.

Como lo hace notar el autor en el prefacio de su obra, los tiempos siguientes a la Gran Guerra crearon un desorden de ideas y de cosas que no ha podido menos de influir en la manera de considerar la instalación y funcionamiento de las industrias. Y, además, agrega, « la acción de políticos de vistas cortas, han engendrado una inquietud general que contribuye a agravar y prolongar un estado de crisis, atribuído al maquinismo, pero que más bien parece originarse en una reducción del consumo y en errores económicos que llevan a aumentar el capital de las sociedades y compañías industriales, para satisfacer necesidades temporarias ».

Y examinando el aspecto ofrecido por la actividad industrial francesa, encuentra que hay mucho que hacer. « Estamos lejos, dice, de tener proporcionalmente a nuestra población, tantos automóviles como los norteamericanos, tantos teléfonos como los suecos, tantos aparatos de telegrafía sin hilos como los ingleses; y hoy mismo, en nuestras granjas, no hay más comodidades de vivienda que las existentes en tiempo de Luis XIV... ».

Para reaccionar contra todo esto, parece evidente que la máquina y la organización del trabajo humano deben perfeccionarse sin cesar; el estudio detallado de cuanto atañe a la pequeña y a la gran industria, debe ser intensificado todo lo posible: y en este sentido, el volumen que Mr. Griveaud ha consagrado a la construcción y funcionamiento de las usinas, constituye un aporte valioso.

En este primer volumen se incluyen cuatro capítulos que tratan, respectivamente, del proyecto y ejecución de los trabajos: las disposiciones generales de almacenes, talleres y usinas; las instalaciones accesorias; riesgos, seguros y protección contra incendios, fundaciones, edificios administrativos, habitaciones para obreros, etc.; los medios de manutención, funcionamiento y conservación, etc.

Cada capítulo está ampliamente desarrollado, con un texto claro, conciso, bien comprensible hasta por los no especializados en tecnología industrial y completado con numerosos cuadros numéricos, tablas, croquis y figuras explicativas.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
 Albizzati, Carlos M.
 Alvarez, Raúl J.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Anastasi, Camilo
 Anchorena, Juan E.
 Andrioletti, Juan Luis
 Añón Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aráoz Alfaro, Gregorio
 Arbecchi, Armando C.
 Arce, Manuel J.
 Arditi Thompson, H.
 Armani, Aquiles
 Arnaudo, Silvio J.
 Avila Méndez, Delfín
 Azúria, Ignacio
 Bado, Atilio A.
 Bachmann, Ernesto
 Baglietto, Eduardo E.
 Baibiani, Atilio
 Bancalari, Agustín
 Barabino Amadeo, S.
 Barbieri, Antonio
 Bargna, Juan L.
 Barilari, Mariano J.
 Barral Souto, José
 Barrancos, Leónidas A.
 Becke, Alejandro von
 der
 Berdoy, Pedro A.
 Berrino, Juan B.
 Bertino, José Carlos
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blaquier, Juan
 Boaglio, Santiago
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bontempi, Luis
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosisio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Bunge, Juan C.
 Buontempo, Guillermo
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Buzzo, Eduardo B.
 Caillet Bois, Teodoro
 Calandra, Raúl E.
 Camus, Nicolás
 Canale, Humberto
 Carabelli, Juan José
 Carbia, Rómulo D.
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.
 Cárcova, Enrique de la

Carelli, Antonio
 Carelli, Humberto H.
 Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carrea, Juan Ubaldo
 Casacuberta, Antonio
 Castellanos, Alberto
 Castello, Manuel F.
 Castifeiras, Julio R.
 Celasco, Juan L.
 Cock, Guillermo E.
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Enrique
 Chelia, Francisco
 Chizzini Melo, Anibal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Dassen, Claro C.
 Dasso, Héctor
 Dasso, Ricardo L.
 Debenedetti, José
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 De la Ini, Juan E.
 Dellepiane, Luis J.
 Deulofeu, Venancio
 Devoto, Franco E.
 Díaz, Emilio C.
 Dieulefait, Carlos E.
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Dubecq, Raúl E.
 Dueñas, José
 Duhau, Luis
 Dupont, Enrique
 Durañona y Vedia, A.
 Durrieu, Mauricio
 Edelberg, Benjamín
 Escudero, Pedro
 Faré, Santo S.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández Long, S.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fischer, Gustavo Juan
 Flores, Emilio M.
 Floriani, Luis
 Florit, Carlos J.
 Forn, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Franceschi, Alfredo
 Fürnkorn, Dívico A.
 Gadda, Carlos Manuel
 Galmarini, Alfredo G.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gaspar, Alberto
 Gaspar, Fernando L.
 Géneau, Carlos E.

Gerardi, Donato
 Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.
 Gil, Martín
 Gradín, Carlos
 Grieben, Arturo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Haussler, Emilio
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickehier, Carlos F.
 Hofmann, Herbert
 Hortal, José Angel
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isetta, José
 Ivanissevich, Ludovico
 Jorge, José M.
 Jakob, Cristofredo
 Keiper, Guillermo
 King, Diarmid O.
 Kinkelín Pelletán, J. C. de
 Kohan, Zollo
 Kraglievich, Nicolás T.
 Krapf, Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Laporte, Luis B.
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo L.
 Latzina, Eduardo
 Lignières, Roberto
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lombardi, Alberto
 López, P. José
 Loyarte, Ramón G.
 Lozano, Nicolás
 Lugones, Arturo M.
 Llauro, José
 Mac Donagh, E. J.
 Magnin, Félix J.
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Maresca, Antonio J.
 Marini, Tomás L.
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Mata, Leopoldo
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercáu, Agustín
 Mermoz, Francisco A.

Mohring, Walther
 Molfino, José F.
 Molle, Clotilde C.
 Montes, Vicente E.
 Moreno, Evaristo V.
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Natale, Ernesto
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Nelson, Ernesto
 Nielsen, Juan
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortega Belgrano, Raúl
 Ortiz, Anibal A.
 Ortiz de Rosas, Jorge
 Otamendi, Gustavo
 Ottonello, Héctor
 Páez, José María
 Page, Franklin Nelson
 Paitoví y Oliveras, A.
 Paquet, Carlos
 Parodi, Edmundo
 Parodi, Lorenzo R.
 Pasman, Raúl G.
 Pasman, Rodolfo E.
 Pastore, Franco
 Paz, José Máximo
 Paz Anchorena, José M.
 Pérez Hernández, A.
 Pérez Pirán, Juan A.
 Ferrone, Cayetano
 Pestalardo, Agustín
 Pini, Aldo S.
 Platz, Hubert
 Podestá, Juan Carlos
 Polti, Modesto
 Posadas, Carlos
 Quartino, José N.
 Quinos, José Luis
 Quintero, Bruno F.
 Quiroga, Pedro R.
 Raimondi, Alejandro
 Raffo, Bartolomé M.
 Ramaccioni, Danilo
 Ramallo, Carlos M.
 Ratto, Héctor R.
 Ravignani, Emilio
 Rebuerto, Antonio
 Rebuerto, Emilio
 Recee, William Asher
 Repetto, Blas Angel
 Repossini, José
 Ringuélet, Emilio J.
 Rissotto, Atilio A.
 Rivarola, Rodolfo
 Robles, Angel A.
 Rodríguez Aravena, S.
 Roffo, Angel H.
 Roffo, Juan
 Roldán, Raimundo
 Romero Brest, Enrique
 Rokotnitz, Otto

Rospide, Juan	Schnack, Benno J.	Storni, Carlos David	Vanossi, Reinaldo
Rossell Soler, Pedro	Schmidt, Max	Suárez, Angel	Varela, Rufino
Rossi, Arturo R.	Schoo Lastra, Oscar	Taiana, Alberto F.	Vecchi, Aristides de
Ruata, Luis E.	Schulz, Guillermo	Taiana, Jorge	Vela Huergo, Julio
Ruiz Moreno, Isidoro	Selva, Domingo	Tamini, Luis Augusto	Veyga, Francisco de
Ruiz Moreno, Adrián	Sesma, Angel	Tarragona, José	Vidal, Eduardo
Rumi, Tomás J.	Sheahan, Juan F.	Tedeschi, Virgilio	Villalobos D., C.
Sabaria, Enrique	Silva, Leónidas L.	Tello, Eugenio	Vignaux, Juan C.
Sagastume Berra, A. E.	Simons, Hellmut	Torre Bertucci, Pedro	Vinardell, Alberto
Salomón, Hugo	Siri, Luis	Torello, Pablo	Volpatti, Eduardo
Sánchez, José Ricardo	Sobral, Arturo	Tossini, Luis	White, Guillermo J.
Sánchez, Gregorio L.	Solari, Emilio F.	Trelles, Rogelio A.	Wauters, Carlos
Sánchez Díaz, Abel	Solari, Miguel A.	Trucco, Sixto E.	Wysztelewski, W. de
Sánchez Sorondo, M. G.	Soler, Frank L.	Valeiras, Antonio	Zamboni, Agustín
Sanromán, Iberio	Solórzano, Luis A.	Valentiner, Hugo	Zappi, Enrique V.
Santángelo, Rodolfo	Sordelli, Alfredo	Valentini, Argentino	Zavalla, Carlos M.
Sarhy, Juan F.	Spinetto, David J.	Valentinuzzi, Máximo	Zuloaga, Angel M.
Sarrabayrouse, Eugenio	Spota, Victor J.	Vallebella, Colón B.	
Savon, Marcos A.	Storni, Segundo R.	Vallejo, Segundo E.	

SOCIOS ADHERENTES

Alvarez, Carlos E.	Goyena, Ricardo J.	Recoder, Roberto F.	Viglione, Fausto E.
Bazzanella, José	Laporte, Julio A.	Repetto, Cayetano	Walls, I. Figueras de
Devoto, Arnaldo Carlos	Magne de la Croix, P. A.	Riú, Pedro Carlos	Wechsler, Wolf
Devoto, Carlos Alberto	Milesi, Emilio Angel	Rusconi, Carlos	Zenarruza Johnson. Tir-
Folcini, Martín L. G.	Monca, Jacobo Isaac	Somonte, Eduardo	so A.
García, Eduardo D.	Muñoz Cabrera, René		

CASAS ADHERENTES

Francisco Disf	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Pa-	Ltda.
		lumbo"	

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales, Ing. Clodoveo Pascualini; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. Jorge E. Bobone; Dr. Federico Padula; Ing. Luis Chechi; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Bobone, Jorge E.	Brandan, Ramón A.	Carlomagno, José
Aguilar, Henoch D.	Bodenbender, G.	Brogliá, Alberto A.	Chaudet, Enrique
Amaya, Arturo A.	Bonet, Rafael	Buteler, Jesús E.	Checchi, Luis
Arrambide, Miguel	Borzacow, Wladimir	Camilloní, Carlos	Deheza, Eduardo

Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
Devoto, Heraclio A.
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fitz Simón, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo P.
Fuchs, Guillermo J.
García, Daniel
Gavier, Daniel E.
Giménez de Azúa, F.

Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kronfus, Juan
Lofayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio

Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Carlos A.
Ninci, Raúl T.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani
de
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Rogerri, Domingo

Rothlin, Edwin
Sayago, Gumersindo
Schmiedecke, Augusto
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Torres, Valeriano
Trebino, Natallo
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2º, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo

Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.).
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio

Kleer, Gregorio
Maí, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Marino, Antonio E.
Montpellier, Luis Mar-
cos
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzo, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José

Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissebaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Cerlotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo

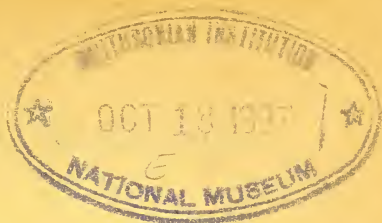
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto

Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortiz, Carlos
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Piovano, Abelardo P.
Pontis, Rafael E.

Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Miguel An-
gel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.....	México	Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Hijar y Haro, Luis.....	México
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Janet, Pierre.....	París
Avendaño, Leónidas.....	Lima	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Kinart, Fernando.....	Amberes
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Borel, Emile.....	París	Langevin, Paul.....	París
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bragg, William Henry.....	Londres	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Bruch, Carlos.....	Olivos	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Cabrera, Blás.....	Madrid	Monjarás, Jesús E.....	México
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Moretti, Gaetano.....	Milán
Carabajal, Melitón M.....	Lima	Oliver Schneider, Carlos....	Concepc. (Ch.)
Corti, José S.....	Mendoza	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova. Goa (I. P.)
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Perrin, Tomás G.....	México
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Escobel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Antofag. (Ch.)
Fontecilla Larrain, Arturo..	Santiago (Ch.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fort, Michel.....	Lima	Rowe, Leo S.....	Washington
González del Riego, Felipe..	Lima	Shepperd, William R.....	New York
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Tello, Julio C.....	Lima
Guinier, Philibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
		Volterra, Vito.....	Roma



ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUERTO

SEPTIEMBRE 1937. — ENTREGA III. — TOMO CXXIV

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
LUIS A. SOLÓRZANO. — Eliminación de la diferencia de potencial de solución a solución en las pilas de concentración sin emplear electrolitos como medio de unión	129
FRANCISCO LA MENZA. — Los sistemas de inequaciones lineales y sus aplicaciones al estudio de los cuerpos convexos (<i>Continuación</i>)	157
FERNANDO L. GASPAR. — La ortogonalidad sin ponderación - El problema de Hermitte	176
C. M. ALBIZZATI. — La presencia del glutatone en el germen de trigo, y su influencia en las harinas	194
C. M. ALBIZZATI. — Notas sobre el empleo de la harina de malta como «mejorador biológico» en la harina de trigo	203

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FÉ 1145

1937

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Ing. Guillermo Marconi †
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Walter Nernst
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Daumlanovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1937-1938)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Evaristo V. Moreno
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia.</i>	Doctor Santiago Barabino Amadeo
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Pro_tesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	Ingeniero Carlos Posadas
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Doctor Reinaldo Vanossi
	Ingeniero Mario L. Negri
<i>Vocales</i>	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de Fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin
	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

lente 1,986 calorías gramos o a 8,31 joules, T la temperatura absoluta; \log . logaritmo decimal; C_1 la solución más concentrada; C_2 la otra solución.

La diferencia de potencial (b) líquido | líquido que se llama también potencial de difusión, depende de la velocidad de los iones y de las concentraciones de las soluciones a considerar.

Esa diferencia de potencial líquido | líquido responde a la siguiente fórmula:

$$E = \frac{v-u}{u+v} \frac{RT}{n} \log \frac{C_1}{C_2}$$

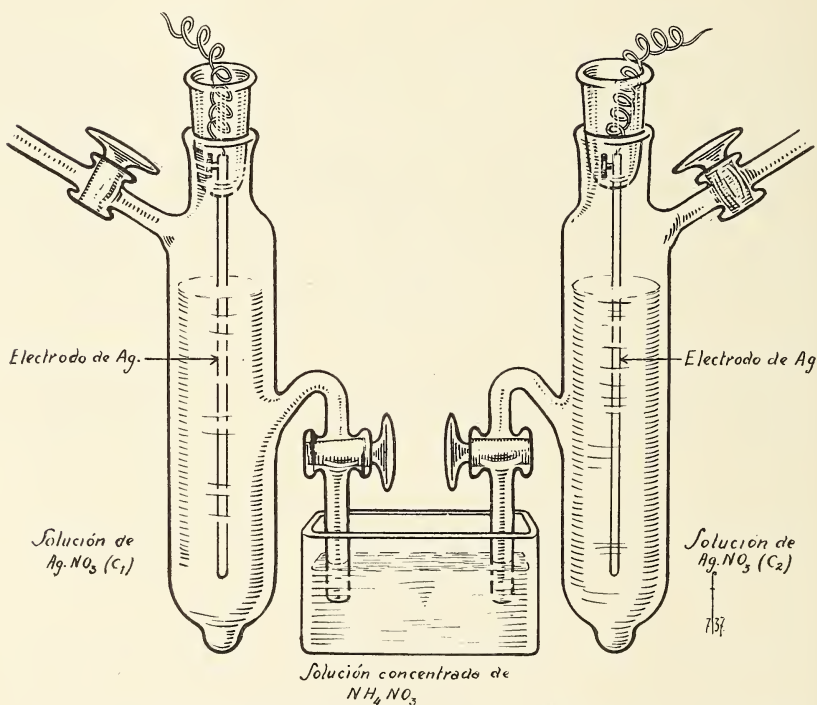


FIG. 1. — Pila de concentración separa por una solución conductora de nitrato de amonio en solución concentrada.

La velocidad de los iones varía con la concentración de las soluciones. Muchos experimentadores han buscado por esta causa un método de eliminar esa diferencia de potencial, líquido | líquido, para considerar a y b , cuya fuerza electromotriz responde a la siguiente fórmula

$$E = \frac{RT}{n} \log \frac{C_1}{C_2}$$

donde un faradio se considera como unidad de electricidad. Con esta fórmula conociendo la concentración de una solución, podemos, mediante la medida de E determinar la concentración X de la solución desconocida, pero de la misma sal.

Además eliminando el potencial de difusión, el cálculo se simplifica.

Bjerrum, fué quien propuso (ver la revista inglesa *Faraday. Soc.* Londres, Dic. 1906) una solución concentrada de KCl, para eliminar

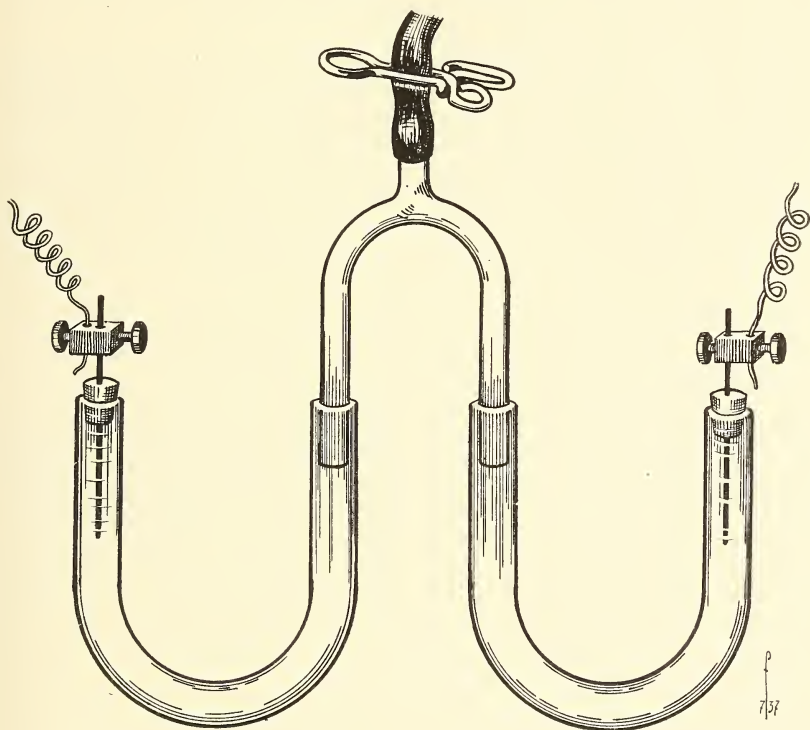


Fig. 2. — Pila de concentración unidas las soluciones C_2 y C_3 directamente por intermedio del sifón a .

la diferencia de potencial de los líquidos, o como lo indica el manual de técnicas de Físico Química por el Dr. A. Michaelis, con una pasta de agar-agar al 3 % en solución concentrada de KCl, puesta en tubos conductores.

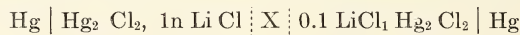
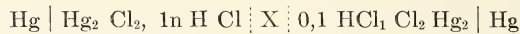
Este procedimiento da excelentes resultados (las velocidades de los iones K y Cl son iguales) cuando se mide una solución ácida o alcalina, por ejemplo para determinar el pH de una solución. Pero tiene estos inconvenientes:

1º) El empleo de una solución concentrada, que requiere un recipiente apropiado, donde debe conservarse los conductores de agar-agar. Esta solución concentrada, asciende por las paredes del recipiente, por lo que se requiere tener un cuidado especial.

2º) No es útil para determinar la F. E. de una pila de concentración de NO_3Ag , ni para determinar KCl , o NaCl en electrodos de calomel.

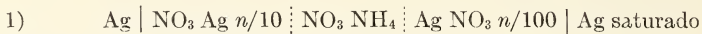
3º) Que como dice Michaelis, libro citado, muchas veces es necesario esperar media a una hora para que el menisco del electrómetro capilar se quede inmóvil en la medida de la F. E. por el método de compensación o de Poggendorf.

El Dr. A. C. Cumming, ha tratado de buscar un medio para salvar el penúltimo inconveniente. El resumen de su trabajo, está publicado en la revista *Ztf. f. Elektrochemie*, 13, pág. 17, 1907, donde se ve que ha experimentado con electrolitos X para reemplazar el KCl . Ha utilizado el dispositivo de la figura 1, y como electrolito X ha experimentado con soluciones de distintas concentración de



Encontró que la solución $10n$ de NH_4NO_3 elimina el potencial de difusión, y que como él mismo lo dice, este electrolito no sirve para determinar la F. E. de una cadena formada por electrolitos básicos.

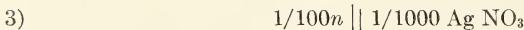
En otro trabajo del mismo autor, cuyo resumen está publicado en la misma revista *Ztf. f. Elektrochemie*, 13, pág. 18, 1907, ha empleado soluciones saturadas de NH_4NO_3 y de KNO_3 para eliminar el potencial en las siguientes cadenas:



y



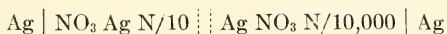
y



En este caso las velocidades de los iones $\text{Ag} + \text{NO}_3$ son casi iguales, de manera que la diferencia de potencial de difusión en esas cadenas es despreciable. En la última, según Cumming, a 25° , $\epsilon d = 3,8$ milivolt.

Los resultados consignados son el promedio de seis a diez y siete medidas, que no salva, por lo tanto, el inconveniente tercero consignado, de la solución saturada de KCl.

Cumming dice, que con ese procedimiento, las medidas no son exactas con soluciones más diluídas. El potencial de difusión, aun en el caso de NO_3Ag , no es despreciable cuando se trata de una cadena, donde la diferencia de concentraciones de las soluciones es grande, como



puesto que esa diferencia de potencial es proporcional a $\log C_1/C_2$.

Experimentadores norteamericanos, A. B. Lamch y Larson (*Journ. Amer. Chem.* (42), 1920, pág. 229), en un trabajo extenso dicen:

Los potenciales de los líquidos unidos en las células voltaicas, son la causa de la perplejidad en las medidas de la f. e. de las pilas, y de los simples potenciales de los electrodos, no solamente porque evitan observaciones directas y un cálculo riguroso, sino también porque ese potencial de difusión es la causa de la incertidumbre en la experimentación. Ha sido particularmente difícil asegurar la reproductibilidad de la f. e. de cadena en la cual las soluciones contenían iones de velocidades de marcada diferencia; en estos casos los errores alcanzan a varios milivolts. Después agregan, que recientemente se han ocupado sobre el estudio del efecto de Thomson en los electrolitos, el cual comprende la medida exacta de la f. e. de las pilas, o de otras uniones líquidas. Esto los ha conducido a un estudio de la reproductibilidad de tales potenciales de unión y últimamente al desarrollo de un tipo de unión, el cual bajo desfavorables condiciones, es decir, con iones de marcadas diferencias de movilidad, da la f. e. reproductible a 0.01 milivolts. Usan dos procedimientos (que se requiere cuidado y dispositivos especiales) uno agitando las soluciones — uniones por « agitación »— y otro renovando esas soluciones — uniones « corriente ».

Un libro reciente, edición 1929, titulado *Elektrometrische Messungen mit Wasserstoffelektroden in Mischungen Von Säuren und Basen mit Salzen. Die dissoziationskonstante von Wasser, phosphorsäure, citronensäure und Glycin*. Kopenhagen, 1929. Consta de 208 páginas. Miels Bjerrum und Augusta Unmack.

Cuyos principales capítulos de mi interés, ha tenido la gentileza de traducir la doctora Margarita de Bose, profesora del Instituto de Física de la Universidad de La Plata.

Este libro se ocupa de estas clases de determinaciones, así en la pág. 37, en el capítulo: *El arreglo de las conexiones conductora entre las soluciones*, dice:

Cuando se quiere medir cadenas de diferentes soluciones que se tocan, el potencial entre los líquidos ocasionan dificultades en su medida. Es difícil encontrar valores que sean reproducidos, porque los valores encontrados dependen de la manera de formarse el plano límite de las soluciones y de su edad, etc., etc.; emplea una solución de 3,5 mols. de KCl, como solución puente, cuidando que la solución de KCl a medir, estuviera a un nivel más alto que la solución puente (KCl concentrada), etc. A fin de este capítulo dicen: en los últimos años han usado, especialmente experimentadores americanos la « conexión corriente » propuesta por Lamb y Larson, en vez del método simple de introducir los tubos. Hemos obtenido casi los mismos resultados por ambos métodos, en algunas mediciones con nuestras soluciones y por eso hemos preferido usar el método de introducción más antiguo y más seguro.

Como se ve, el autor del citado libro prefiere la solución concentrada de KCl, cuyos inconvenientes y conveniencias hemos apuntado precedentemente.

También en las determinaciones de pH con los nuevos aparatos: acidímetro del Dr. Trenel, y el potenciómetro de Leeds y Northrups. Co., usa el 1º una solución concentrada de KCl en sifones de vidrio, cuyos extremos tienen papel de filtro bien prensados. El 2º solución de KCl y agar-agar, tal como indica Michaelis.

El Dr. Werner Hiltner, de la universidad de Breslau, en su libro «Práctica del análisis potenciométrico», pág. 44 - (1936), indica como medio de unión, «un puente electrolítico neutro con la disolución que se investiga», al hablar de los electrodos de calomelanos.

El KCl en solución concentrada servirá para soluciones ácidas y alcalinas. El NO_3NH_4 en solución concentrada suprime probablemente la diferencia de potencial entre dos soluciones de AgNO_3 , cuya diferencia de concentración no sea muy grande, pero esto no prueba, como lo dice William C. Mc. C. Lewis en su *Traité de Chimie physique*, tomo II, pág. 135, 1921, que esta propiedad sea de aplicación general.

Según Lewis también, hay otro método, debido a Nernst, que consiste en poner en el mismo electrolito (NO_3K o KCl) en toda la pila, siendo la concentración de estos electrolitos mucho mayor que la de los otros electrolitos presentes. De esta manera la corriente interior

es sobre todo transportada por los electrolitos añadidos, y se tiene en cuenta nada más que los potenciales de los electrodos. Este procedimiento que es de una aplicación teórica general, tiene el inconveniente de no poder ser utilizado en todos los casos; el KCl precipita el AgNO_3 . Por otra parte, si se hace uso de una solución concentrada, en esas condiciones de KNO_3 , para medir cadenas de concentración de AgNO_3 , la disociación de esta sustancia será modificada por la presencia del ion NO_3 , del nitrato de potasio y es difícil determinar esta modificación.

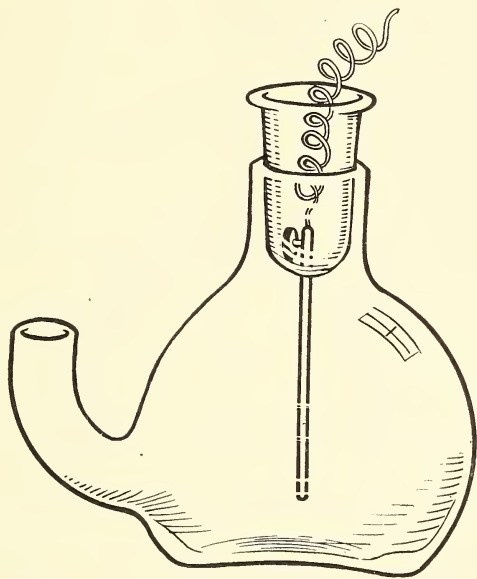


FIG. 3. — Recipiente de vidrio « Pyrex » con su electrodo de plata soldada a la tapia.

Los inconvenientes de uno y otro sistema propuestos en la eliminación del potencial de difusión me han inducido a buscar un dispositivo general, que de inmediato se encuentre el potencial y quede constante, sin utilizar electrolito como medio de unión, con la idea de utilizar las cadenas de concentración en el análisis cuantitativo.

Con este objetivo, he realizado primeramente casi todas las experiencias indicadas por Michaelis y he trabajado no sólo con electrodos de hidrógeno, sino también con electrodos de plata, cobre, de calomel y de quinhidrona, empleando soluciones tituladas de sustancias puras.

Los electrodos de plata eran alambre de plata de 1,2 mm. de espesor, que revestí con una capa de plata electrolítica, hasta que estos alambres adquirieron un espesor de 2,2 mm. Para hacer la electrólisis,

he empleado la fórmula de Kohlrausch, pág. 40: 0,3 a 0,6 ampère por cm^2 ; la solución: 46 gramos de cianuro doble de plata y potasio, más 12 grs. de cianuro de potasio y agua destilada hasta completar un litro.

Los electrodos los alisé, primero con una lima fina, después con papel esmeril regular y por último con papel esmeril fino. Ha sido necesario utilizar papel de filtro embebido en alcohol para limpiar los electrodos.

Los recipientes empleados en cadena de concentración con $\text{NO}_3\text{Ag} - \text{SO}_4\text{Cu}$ y ácidos con quinhidrona, eran como indica la figura 3, los que mandé construir de vidrio común incoloro y color marrón y de vidrio « Pyrex ».

A los de vidrio común es necesario darle un « bautismo » de NO_3Ag , cuando se quiere trabajar con estas soluciones, para esto se

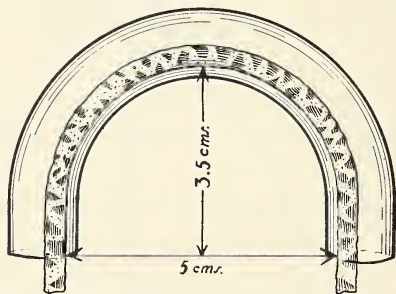


FIG. 4. — *a* arco de vidrio; *b* tirilla de papel de filtro.

los llena con solución de NO_3Ag $n/10$ más o menos, y se los deja 24 a 48 horas antes de usarlo. Después se los enjuaga con agua destilada, y con las respectivas soluciones que formarán la cadena. Las botellitas fabricadas con vidrio « Pyrex » no han necesitado de este « bautismo ».

Como medio de unión he empleado tirilla de papel de filtro colocada en un arco de vidrio de un diámetro tal que sus extremos cubrían la parte superior del tubo lateral de las botellitas. Las tirillas de papel de filtro tenían 0,5 cm. de ancho y de una longitud un poco mayor que la longitud del arco. La figura 4 representa el arco y el papel colocado.

Una vez colocada la tirilla de papel en el arco, sumergí sus extremos en agua destilada, hasta que todo el papel, por absorción, quedó humedecido. Esto facilita la unión de las soluciones indicadas en la figura 5.

Antes de colocar el arco de unión se secan las extremidades del papel con papel de filtro seco.

En la cadena $N/10 : N/100$ de NO_3Ag los siguientes resultados poco halagadores:

ϵ (observado) = 0.0567 volts; ϵ (calculado 0.0564 volts; t_a 27°8. Después de 5' ϵ (observado) = 0.0570 volts.

De primera intención no obtuve un valor exacto, no queda mucho tiempo constante y al poco tiempo tiende a disminuir.

Esto es debido a que las soluciones de AgNO_3 ascienden por el papel velozmente, y a fin de que el contacto de las dos soluciones se haga con mayor retardo, he mojado la tirilla de papel de filtro, no en agua destilada, sino en alcohol (el AgNO_3 es insoluble en alcohol).

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
14 h. 12'	0.0557 volts	0.0559 volts	26° 5
14 h. 30'	0.0557 »	0.0559 »	26° 5
14 h. 43'	0.0557 »	0.0559 »	26° 5
14 h. 52'	0.0557 »	0.0559 »	26° 5

Otra cadena

$N/10 : N/20$

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
13 h. 20'	0.0173 volts	0.0164 volts	24° 8
13 h. 28'	0.0166 »	0.0164 »	24° 8
13 h. 33'	0.0166 »	0.0164 »	24° 8
13 h. 43'	0.0164 »	0.0164 »	25° 2
13 h. 47'	0.0164 »	0.0164 »	25° 2
13 h. 56'	0.0160 »	0.0164 »	25° 2
14 h. 2'	0.0157 »	0.0157 »	25° 2

El termino medio de las seis últimas determinaciones da 0.0164 volts.

Lavé con alcohol los electrodos de plata y esperé 10 minutos antes de anotar la primera medida:

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
14 h. 14'	0.0167 volts	0.0164 volts	25° 5
15 h. 20'	0.0150 »	0.0164 »	25° 5

El término medio de las nueve determinaciones da 0.0163 volts.

Para humedecer la tirilla de papel de filtro (que tiene más o menos 5 a 6 mm. de ancho por 11 cm. de largo) la coloco primero en el arco de vidrio y mojo sus extremos salientes en el alcohol colocado en un recipiente apropiado. Cinco minutos tarda en humedecerse totalmente la tirilla de papel por absorción.

El papel debe ser simétrico; para esto, una vez cortada la tirilla de papel se dobla en dos y con una tijera se iguala. No es condición

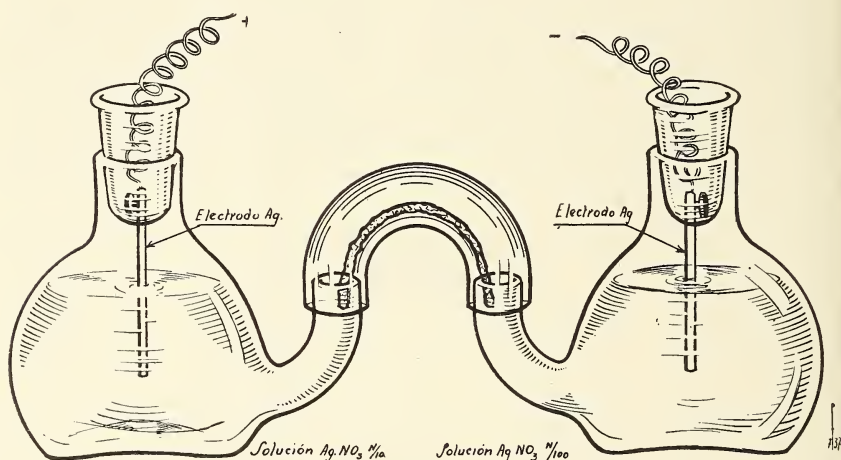


FIG. 5.

necesaria que sus lados sean líneas paralelas, es suficiente que ambas mitadas sean simétricas.

Hice varias veces estas determinaciones con soluciones de concentración iguales a las anteriores.

Otra. — Colocada la tirilla en el arco, para no demorar, se puede sumergir en un recipiente que contiene alcohol, humedeciendo así el papel de inmediato.

Lavo los electrodos de plata con papel de filtro embebido en alcohol.

N/10 : N/20

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
16 h. 37'	0.0158 volts	0.0164 volts	25° 9
16 h. 43'	0.1058 »	0.0164 »	25° 9

Lavé nuevamente los electrodos con alcohol, los coloqué en sus respectivas soluciones y esperé dos minutos.

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
16 h. 48'	0.0161 volts	0.01647 volts	26°
16 h. 51'	0.0161 »	0.01647 »	26°
16 h. 55'	0.0161 »	0.01647 »	26°
17 h.	0.0160 »	0.01647 »	26°

N/10 : N/1000

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
12 h. 2'	0.1120 volts	0.1130 volts	t° 23° 6

Lavo los electrodos con papel embebido en alcohol.

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)
12 h. 9'	0.1120 volts	0.1130 volts
12 h. 11'	0.1129 »	0.1130 »

Lavo nuevamente los electrodos con alcohol 13 h 16'.

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
13 h. 19'	0.1110 volts	0.1130 volts	23° 3
13 h. 21'	0.1114 »	0.1130 »	23° 3
13 h. 30'	0.1110 »	0.1130 »	23° 3

Embebí con alcohol el papel de filtro, que sirve de puente a las 13 h 34'.

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
13 h. 41'	0.1125 volts	0.1130 volts	23° 3
13 h. 45'	0.1125 »	0.1130 »	23° 3
13 h. 49'	0.1125 »	0.1130 »	23° 3
13 h. 55'	0.1125 »	0.1130 »	23° 3

Al día siguiente noté que la tirilla de papel estaba manchada de obscuro, en casi la mitad del lado positivo, o sea del lado de la solu-

ción concentrada y que en la otra mitad la tirilla de papel no cambió de coloración.

La línea límite entre lo obscuro y lo claro, en la tirilla de papel es una recta; obtuve, así, objetivamente el plano límite de que hablan ciertos autores.

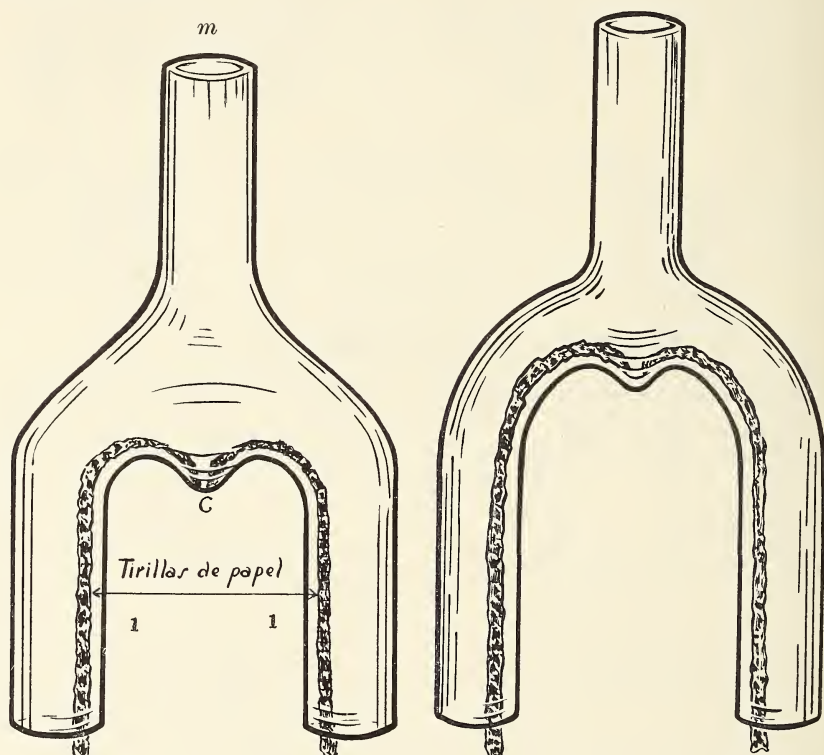


FIG. 6. — Puentes.

Tomé las determinaciones de la cadena que el día anterior dejé unida con papel.

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
10 h. 3'	0.1110 volts	0.1130 volts	23° 8

Lavé con alcohol los electrodos.

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
10 h. 8'	0.1112 volts	0.1130 volts	23° 9
10 h. 15'	0.1126 »	0.1130 »	23° 9
10 h. 26'	0.1125 »	0.1130 »	23° 9

N/10 : N/10,000

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
19 h. 7'	0.1700 volts	0.1717 volts	23° 9

Lavé los electrodos con alcohol.

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
19 h. 10'	0.1697 volts	0.1717 volts	23° 9
19 h. 15'	0.1687 »	0.1717 »	23° 9

19 h 17'. Embebí en alcohol la tirilla de papel de filtro y nuevamente lavé los electrodos.

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
19 h. 33'	0.1707 volts	0.1717 volts	23° 3
19 h. 50'	0.1707 »	0.1717 »	23° 3

N/10 : N/20,000

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
10 h. 20'	0.1845 volts	0.1885 volts	23° 1
10 h. 25'	0.1855 »	0.1885 »	23° 2
10 h. 38'	0.1870 »	0.1885 »	23° 8
11 h. 33'	0.1870 »	0.1885 »	23° 8
17 h. 34'	0.1870 »	0.1885 »	22° 8

N/10 : N/100,000

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
18 h.	0.2271 volts	0.2295 volts	22° 8
18 h. 25'	0.2271 »	0.2295 »	22° 8
18 h. 43'	0.2276 »	0.2295 »	22° 8
18 h. 58'	0.2276 »	0.2295 »	22° 8

A las 19 horas limpié con alcohol los electrodos.

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
19 h. 4'	0.2276 volts	0.2297 volts	22° 8

El mismo día determiné el valor de esta otra cadena de concentración con soluciones completamente disociadas.

N/10,000 : N/100,000

Hora de observación	ϵ (obs.)	ϵ (cal.)	t
18 h. 40'	0.0589 volts	0.0587 volts	22° 8
19 h.	0.0589 »	0.0587 »	22° 7
19 h. 5'	0.0589 »	0.0587 »	22° 7

Los arcos empleados hasta ahora tenían 3,5 centímetros de alto y 5 centímetros de largo (fig. 4).

He experimentado con arcos más altos (5 cm. de alto y 3,5 cm. de ancho).

La tirilla de papel en el primer arco, forma una línea curva en toda su extensión, mientras que en el otro arco, (que es como una u invertida), la tirilla de papel forma líneas verticales en sus ramas.

Experimenté con la siguiente cadena :

N/1000 : N/10,000

A. Con el arco alto. N/1000 . N/10,000		B. Con el arco alto. N/1000 . N/10,000	
Hora de observación	ϵ (obs.)	Hora de observación	ϵ (obs.)
11 h. 45'	0.0585	11 h. 26'	0.0577
11 h. 50'	0.0585	11 h. 30'	0.0560
11 h. 55'	0.0585	11 h. 35'	0.0560
12 h. 12'	0.0585		
En esta cadena coloqué el arco de unión B y con el mismo papel de filtro, teniendo cuidado de colocar el extremo del papel a la solución más concentrada en su igual, etc.		A la tirilla de papel embebí nuevamente en alcohol.	
12 h. 17'	0.0560	12 h. 8'	0.0560
		Aquí coloqué el arco bajo, con las mismas precauciones y mojándolo con alcohol el papel de filtro.	
		12 h. 25'	0.0585
		17 h.	0.0580

Esto hace pensar que el arco de vidrio donde va la tirilla de papel debe ser bajo y abietro.

Me ha parecido que el empleo de alcohol para humedecer las tirillas de papel, constituiría un inconveniente por diversos motivos; por esta causa no he experimentado de la misma manera con otros electrodos.

Probé dispositivos en los cuales no sea utilizado el alcohol en la tirilla de papel de filtro, hasta adoptar los modelos siguientes dibujados de tamaño natural (fig. 6).

En cada rama de los puentes coloqué tirillas de papel de filtro de manera que ambas estuviesen contiguas en la ampolla *C* a un milímetro de distancia.

Para eso, colocadas las tirillas, las mojo con sus respectivas soluciones, introduciendo sus ramas en las soluciones hasta la altura 1. El resto del papel, por absorción, queda humedecido de inmediato. Con una varillita de vidrio terminada en punta roma, introducida por (*m*) (fig. 6), doblo las extremidades superiores del papel (tirilla de papel de filtro), hasta que queden bien adosadas a la pared de la ampolla *c*. Todo esto se hace en un minuto.

En la forma que indica la figura 7, queda unida la cadena. La ampollita *c*, por la absorción de los papeles, queda humedecida aunque no puede llenarse debido a la diferencia de nivel. Con este dispositivo se obtiene un dato constante, eliminando el potencial de difusión. En muy contados casos, ha sido necesario esperar un cierto tiempo para obtener el dato buscado.

La cadena con NO_3Ag , cuya diferencia en las concentraciones de las respectivas soluciones, era grande, obtuve una constancia de más de 24 horas.

Ejemplos: Cadenas de concentración con soluciones normales de AgNO_3 .

- | | | |
|----|-----------------|---|
| 1) | $N/10 : N/100$ | ϵ (cal) a $15^\circ = 0.0538$ volts
ϵ (obs) = 0.0540 volts y queda constante hasta el día siguiente. |
| 2) | $N/10 : N/20$ | ϵ (cal) a $16^\circ = 0.0159$ volts
ϵ (obs) = 0.0160 y queda constante. |
| 3) | $N/10 : N/400$ | ϵ (cal) a $15^\circ = 0.0862$ volts
ϵ (obs) = 0.0861 y queda constante. |
| 4) | $N/10 : N/1000$ | ϵ (cal) a $15^\circ = 0.1095$ volts
ϵ (obs) 0.1095 |

5)	$N/10 : N/2000$	
ϵ (obs) 0.1246	$t^\circ 12^\circ$	ϵ (cal) 0.1249 volts
6)	$N/10 : N/4000$	
ϵ (obs) 0.1440	$t^\circ 15^\circ$	ϵ (cal) 0.1434 volts
7)	$N/10 : N/100,000$	
ϵ (obs) 0.2290	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.2295 volts

En esta cadena, los extremos de las tirillas de papel, deben estar distanciados en la ampolla de dos a tres milímetros.

8)	$N/10 : N/200,000$	
ϵ (obs) 0.2420	$t^\circ 15^\circ$	ϵ (cal) 0.2405 volts

Hubo que esperar después de humedecidas y adosadas a la ampollita las tirillas de papel, cinco minutos para obtener el dato consignado. El capilar de Lippmann es escasamente sensible al milivolt.

9)	$N/10 : N/1,000,000$	
ϵ (obs) 0.2790	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.2813 volts

Colocando los papeles a tres milímetros de distancia.

10)	$N/100 : N/800$	
ϵ (obs) 0.0511	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.0605
11)	$N/100 : N/1000$	
ϵ (obs) 0.0559	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.0557
12)	$N/100 : N/5000$	
ϵ (obs) 0.0960	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.0957
13)	$N/100 : N/100,000$	
ϵ (obs) 0.1690	$t^\circ 15^\circ$	ϵ (cal) 0.1695
14)	$N/100 : N/200,000$	
ϵ (obs) 0.1850	$t^\circ 15^\circ$	ϵ (cal) 0.1867
15)	$N/100 : N/500,000$	
ϵ (obs) 0.2115	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.2101

Los papeles están distanciados de dos a tres milímetros. El capilar, al principio, muéstrase poco sensible.

16)	$N/1000 : N/500,000$	
ϵ (obs) 0.1555	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.1540
ϵ (obs) 0.2290	$t^\circ 15^\circ$	ϵ (cal) 0.2278 volts

18)	$N/2000 : N/1,000,000$	
ϵ (obs)	0.1560	ϵ (cal) 0.1546
19)	$N/2000 : N/100,000,000$	
ϵ (obs)	0.2670	ϵ (cal) 0.2692

En las soluciones muy diluídas, exige esperar cinco minutos para tomar las primeras determinaciones, pues es el tiempo requerido para que se establezca contacto entre las dos soluciones.

Las pequeñas diferencias entre lo calculado y lo observado, se debe, más que todo, al hecho de no haber utilizado medidas controladas

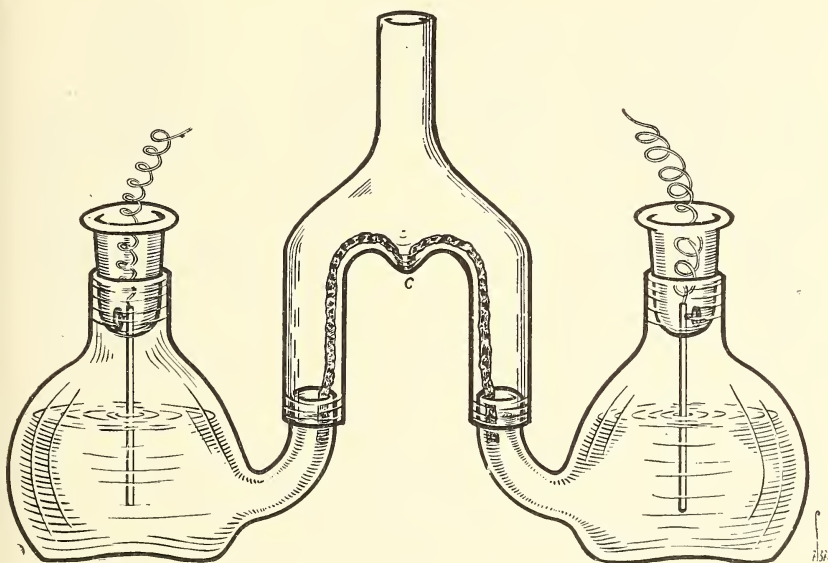


FIG. 7.

para hacer las respectivas diluciones. Además, en los datos calculados, no hice el descuento del 1 %, en el grado de disociación de las sustancias, tal como lo indica *Tabellen* por Landolt Börnstein. Y para calcular el grado de disociación, lo hice con los datos de la conductibilidad a 18° que da el libro recientemente citado.

Cuando en el laboratorio hubo 18° de temperatura ambiente, hice soluciones normales tomando todas las precauciones debidas en dos cadenas $N/100 : N/1000$ y $N/20 : N/500$, obteniendo datos idénticos al calculado según la fórmula de Nernst.

Cuando he querido determinar la total fuerza electromotriz (sin eliminación del potencial de difusión) he usado un puente análogo,

de ramas más cortas. La curva *c* del puente debe quedar de 1 a 3 milímetros por encima del nivel de las soluciones. En la forma indicada (fig. 8).

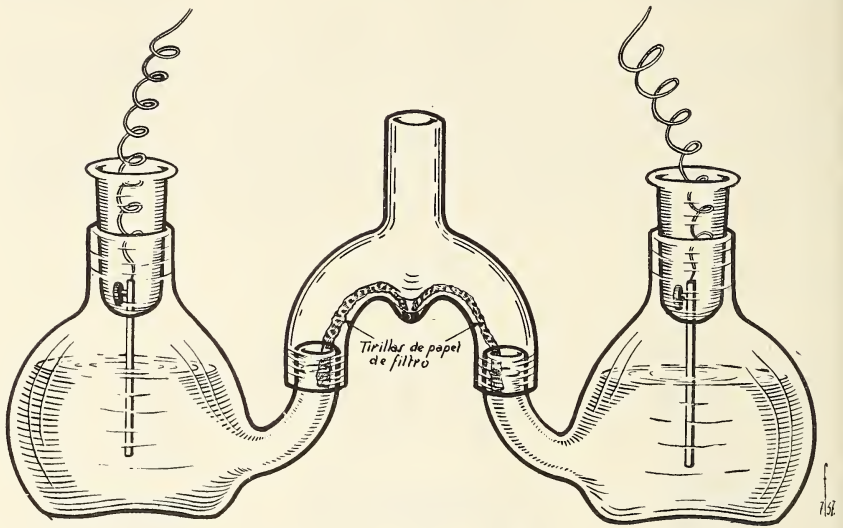


FIG. 8.

CON ELECTRODOS DE Cu

Al mismo tiempo que buscaba un dispositivo para obtener el potencial exacto en cadena de concentración con electrodos de Ag y AgNO_3 , ensayé con electrodos de Cu y $\text{SO}_4\text{Cu}, 5 \text{H}_2\text{O}$, cuya diferencia en la movilidad de los iones es mayor:

$$\frac{1}{2} \text{Cu} = 46 \quad ; \quad \frac{1}{2} \text{SO}_4' = 68 \quad ; \quad \text{Ag.} = 54,3 \quad ; \quad \text{NO}_3' = 61,7$$

Trabajé con electrodos de cobre electrolítico; para la obtención de éste emplé la fórmula siguiente de Erich Müller:

125 grs. de $\text{Cu SO}_4 \cdot 5 \text{H}_2\text{O}$
 50 grs. de H_2SO_4 conc.
 50 grs. de alcohol y agua destilada.

Los hilos de cobre, antes de la electrólisis, tuvieron 1,3 mm. de diámetro; después de la electrólisis (48 horas) 2 mm. de diámetro, los que alisé con papel de lija, papel esmeril algo grueso y, por últi-

mo, papel esmeril fino. Una vez limpios y lisos, soldaba a las tapas de las botellitas representada en la figura 9. Las tapitas son algo alargadas, a fin de que todo el electrodo de cobre se sumerja por completo en la solución. El Cu se oxida fácilmente. Debe conservarse los electrodos completamente sumergidos en una solución diluída de SO_4Cu , por ejemplo, solución $N/10$. Las botellitas eran de vidrio « Pyrex ».

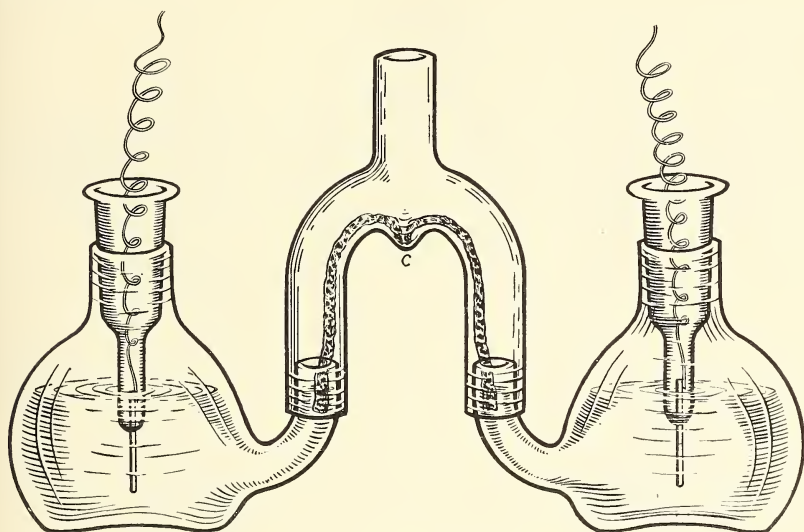


FIG. 9.

Los electrodos de cobre no deben limpiarse con alcohol, ni humedecer el papel de filtro con esa substancia. No consignaré todos los detalles, ni los números de las primera experiencias que me han sugerido esas observaciones, por creerlas innecesarias.

Cadenas de contracción con SO_4Cu :

1)	$N/10 : N/100$	
ϵ (obs) 0.0225	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.0225 volts
queda constante.		
2)	$N/100 : N/1000$	
ϵ (obs) 0.0254	$t^\circ 26^\circ$	ϵ (cal) 0.0255 volts
3)	$N/10 : N/10.000$	
ϵ (obs) 0.0750	$t^\circ 16^\circ 5$	ϵ (cal) 0.0746 volts
4)	$N/10 : N/1000$	
ϵ (obs) 0.0468	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.0472 volts
5)	$N/100 : N/10.000$	
ϵ (obs) 0.0525	$t^\circ 16^\circ$	ϵ (cal) 0.0529 volts

Como se ve, los resultados son casi iguales a los calculados. Las pequeñas diferencias atribuyo más bien a errores en la dilución, etc., como dije anteriormente.

Con el arco (ver fig. 4) obtuve los siguientes resultados en la cadena :

$N/100 : N/1000 \text{ t}^\circ 26^\circ$		
15 h. 20'	ϵ (obs) 0.0250	ϵ (cal) 0.0255 volts
15 h. 40'	$\epsilon \quad \gg \quad 0.0250$	
15 h. 50'	$\epsilon \quad \gg \quad 0.0254$	

Como se ve, con el arco (fig. 4), se debe esperar un cierto tiempo, en este caso, media hora, para obtener el dato exacto. Con el puente representado en la figura 9, se obtiene de inmediato la cifra buscada y queda constante.

CON ELECTRODOS DE CALOMEL

Para utilizar el dispositivo que preconizo, sin líquidos intermedios, en electrodos de calomel, he tenido que colocar tal como lo muestra la figura 10.

Determiné con los electrodos de calomel el valor del potencial de soluciones conocidas. Así: con el dispositivo descripto:

22 de oct.	$N/10 : N/100$	$\text{t}^\circ 17^\circ$
14 h. 40'	ϵ (obs) 0.0555	
14 h. 45'	$\gg \quad 0.0557$	
15 h. 15'	$\gg \quad 0.0557$	
17 h.	$\gg \quad 0.0557$	
17 h. 10'	$\gg \quad 0.0557$	
22 de oct.	$\text{t}^\circ 17^\circ 8$	(cal) 0.0556 volts
12 h.	ϵ (obs) 0.0557 volts	
28 de oct. la misma cadena	ϵ (obs) 0.0705.	

De manera que obtengo un dato exacto y constante hasta tres días después de haber iniciado la experiencia y dejando el medio de unión en su sitio.

Otra cadena:	$N/10 : N/1000$	$\text{t}^\circ 18^\circ 5$
ϵ (obs) 0.1126		ϵ (cal) 0.1124

El potencial 0.1126 quedó estable, es decir, que tomada la determinación de tiempo en tiempo, he obtenido el mismo dato 0.1126 volts.

La diferencia entre lo observado y lo calculado, atribuyo más bien a errores de dilución. Con esta misma cadena he determinado cloruros en agua potable.

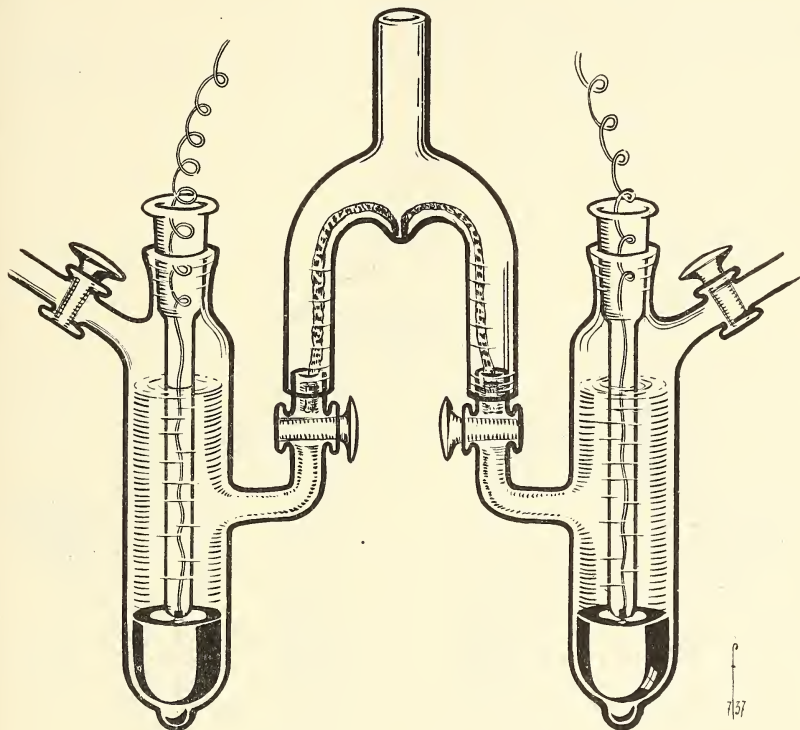


FIG. 10.

CON ELECTRODOS DE HIDRÓGENO

Como está comprobado mundialmente que la solución concentrada de KCl —líquido intermediario— elimina el potencial de difusión, utilizando o no los conductores de agar-agar y ClK; he comparado en estas cadenas este medio de unión con el puente que preconizo.

Hice las dos soluciones tipos que indica Michaelis:

A) 50 cm³ de Na(OH)_{n1} más 100 cm³ de CH₃COOH_{n1} más 350 1/10 n de ácido acético más 1/10 n de acetato de sodio (Standardazetal).

B) 5 cm³ de HCl n/10 más 195 cm³ de KCl N/10, es decir una solución 1/400 n de HCl, que tiene un contenido en Cl⁻ igual a 1/10 n.

A CONTRA B

Uso como líquido de unión una solución concentrada de KCl y conductores de agar-agar, tal como indica Michaelis.

Los electrodos de platino los ennegrecí muy bien con musgo de platino. Coloco las soluciones en los aparatitos piriformes y hago pa-

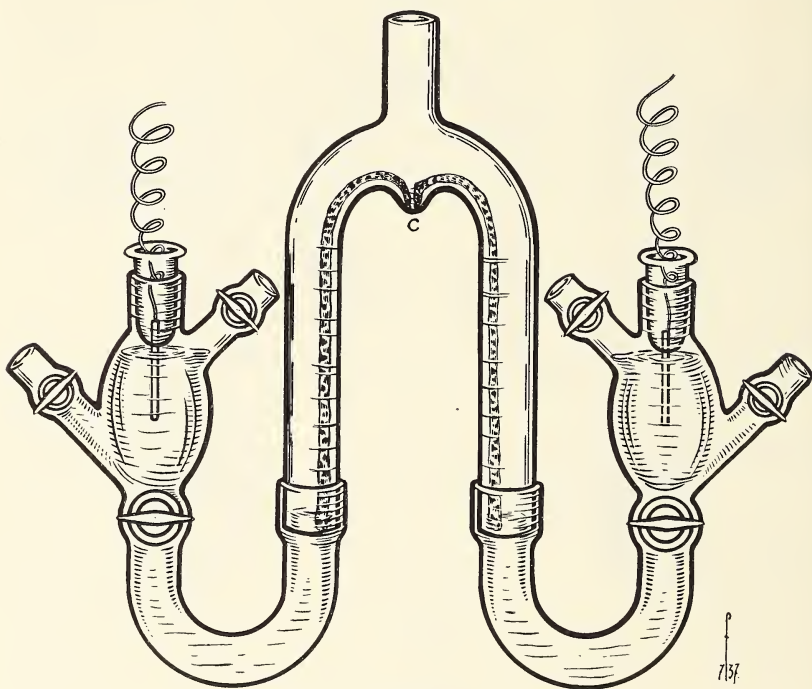


Fig. 11.

sar la corriente de hidrógeno durante cinco minutos a cada uno, cuidando que la corriente de hidrógeno sea rápida.

	ϵ (obs)	0.1136	volts
Después de 5'	»	0.1140	»
» » 5'	»	0.1143	»
» » 5'	»	0.1144	»
» » 5'	»	0.1144	»
» » 5'	»	0.1144	»
» » 5'	»	0.1144	»

Estos son valores óptimos, comparado con el de Michaelis, a 18° de 0.1140 volts.

Colocado mi puente, tal como lo indica la figura 11, obtuve —no bien adosé los extremos de las tirillas de papel de filtro a la ampollita *c*— un dato constante: $E = 0.1144$ volts. Tuve precaución que las ramas del puente estén verticales.

Determiné el potencial en la cadena de ácido clorhídrico, cuyo potencial de difusión es grande, por ser considerable la diferencia de velocidad de sus iones: H'315; Cl'65.6.

HCl *n*/10: *n*/100 HCl con corriente de hidrógeno, utilizando mi puente.

ϵ (obs.) 0.0573 a 23° y queda constante; ϵ (cal.) 00.572 volts.

Utilicé el electrodo de calomel saturado en la siguiente cadena, unida con solución concentrada de ClK.

Solución Standarda etal: Elect. de calomel sat.

Hora de observación	ϵ (obs.) t° 24°	Hora de observación	ϵ (obs.) t° 24° 8
18 h. 25'	0.1540 volts	19 h. 10'	0.5166 volts
18 h. 33'	0.5160 »	19 h. 15'	0.5170 »
18 h. 40'	0.5163 »	19 h. 20'	0.5170 »
19 h.	0.5164 »	19 h. 25'	0.5170 »
19 h. 5'	0.5166 »	19 h. 30'	0.5170 »

Michaelis consigna 0.5160 volts a 18° de manera que el valor de 0.5170 a 24° 8 es exacto. Como se ve, para obtener ese guarismo constante, ha sido necesario esperar una hora.

En cambio, con mi dispositivo (fig. 12), obtuve 0.5166 y antes de los cinco minutos 0.5170, y queda constante.

Otras cadenas:

— H₂SO₄ N/10: Elect. de calomel saturado + (fig. 12)

ϵ (obs): después de un cierto tiempo da 0.3156 con líquido (ClK saturado) intermediario.

ϵ (obs) = 0.3156 con nuestro dispositivo fig. 12, que inmediatamente queda constante.

— H₄SO₄ *n*/100: Electrodo calomel saturado +

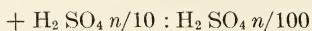
Con iguales consideraciones que la anterior:

ϵ (obs) 0.3705 volts, con líquido intermediario.

ϵ (obs) 0.3075 volts, con nuestro dispositivo.

0.3075 — 0.3156 = 0.0549 volts.

Medida de la diferencia de potencial directamente (fig. 11), sin ayuda del electrodo de calomel, obtuve con uno y otro dispositivo 0.0549 volts a 25° :



ϵ (obs) 0.0549 volts a 25

Se observa que el H_2SO_4 se comporta como monovalente. El dato calculado, según la conductibilidad dada por las tablas de Landolt a 25° es de 0.0510 volts.

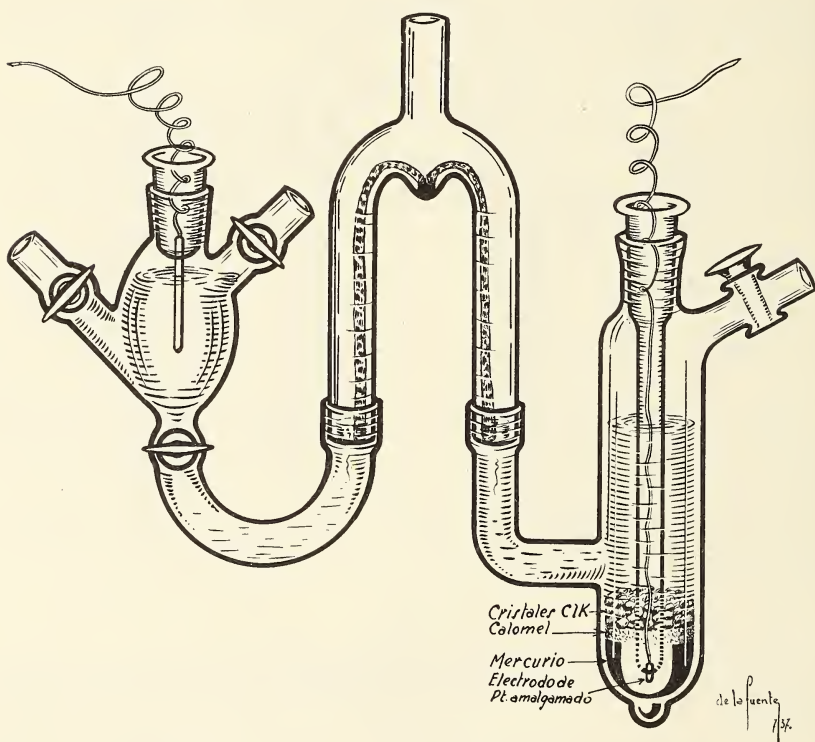
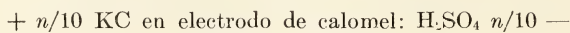


FIG. 12.

Esta determinación he repetido muchas veces, controlando cuidadosamente cada resultado, y siempre obtuve el mismo valor.

En vez de utilizar el electrodo de calomel concentrado, utilizo el electrodo de calomel $n/10$



Con el dispositivo descrito (fig. 6), sin líquido intermediario, colocando las dos ramas del puente verticales, que es uno de los requisitos indispensables:

$$15 \text{ h. } 35' \quad \epsilon \text{ (obs)} = 0.04640 \text{ volts } t^{\circ} 17^{\circ} 5$$

$$15 \text{ h. } 36' \quad \epsilon \text{ (obs)} = 0.4647 \text{ volts}$$

y queda constante. Con solución de KCl concentrado como líquido intermediario, obtuve el mismo potencial después de 20'.

+ N/10 KCl en electrodo de calomel: H₂SO₄ N/100

$$15 \text{ h. } 45' \quad \epsilon \text{ (obs)} 0.5197 \text{ sin líquido intermedio}$$

$$15 \text{ h. } 50' \quad \epsilon \text{ (obs)} 0.5197 \text{ sin líquido intermedio}$$

y después de tres días que la misma cadena quedó unida con el puente (fig. 6):

$$\epsilon \text{ (obs)} = 0.5197 t^{\circ} 16^{\circ} 8$$

La diferencia de potencial entre las soluciones

$$\text{H}_2\text{SO}_4 \text{ } n/10 \text{ y } \text{H}_2\text{SO}_4 \text{ } n \text{ } 100 \quad \text{será } 0.5197 - 0.4647 = 0.0550 \text{ volts a } 17^{\circ}.$$

La cadena colocada como indica la figura 11

$$+ \text{H}_2 \text{SO}_4 \text{ } n/10 : \text{H}_2 \text{SO}_4 \text{ } n/100$$

dió con ambos dispositivos 0.0550 volts a 17°3.

$$+ \text{H}_2 \text{SO}_4 \text{ } N/50 : \text{H}_2 \text{SO}_4 \text{ } N/1000$$

$$\epsilon \text{ (obs)} \text{ a } 20^{\circ} 0.0726 \text{ volts con ambos dispositivos.}$$

$$\epsilon \text{ (cal)} \text{ a } 20^{\circ} 0.0697 \text{ volts.}$$

$$+ \text{H}_2 \text{SO}_4 \text{ } n/50 : \text{H}_2 \text{SO}_4 \text{ } n/2000$$

$$\text{(obs)} \text{ a } 20^{\circ} 0.0873 \text{ volts con ambos dispositivos.}$$

$$\text{(cal)} \text{ a } 20^{\circ} 0.0867 \text{ volts.}$$

+ Electrodo de calomel saturado: *n*/100 de HCl fig. 12

$$\epsilon \epsilon \text{ (obs)} 0.3165 \text{ volts con el puente fig. 6}$$

Electrodo de calomel KCl sat. + : HCl *n*/1000 —

$$\epsilon \epsilon \text{ (obs)} 0.3717 \text{ volts.}$$

El potencial de ambas soluciones clorhídricas:

$$n/100 \text{ HCl} : n/1000 \text{ HCl}$$

será: $0.3717 - 0.165 = 0.0572$ volts, que es igual al dato que obtuve directamente, es decir, sin electrodo de calomel.

Determiné el PH de una solución de ClNa al 8,5 %, colocando esta solución contra electrodo de calomel saturado, y uniendo con conductores de agar-agar y solución concentrada de KCl. En esta forma y con mi dispositivo (fig. 12) obtuve $\text{PH} = 6,75$.

A 100 cm^3 de la solución al 8,5 % de ClNa, agregué $0,5 \text{ cm}^3$ de $\text{Na(OH)} \ n/1000$ y en este líquido determino PH, que con ambos dispositivos da:

$$\text{PH} = 7.16 \text{ a } 23^\circ$$

El plasma total de conejo, con ambas disposiciones de unión, obtengo:

$$\text{PH} = 7.59 \text{ t } 23^\circ$$

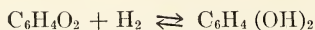
Suero normal de caballo, con ambos dispositivos:

$$\text{PH} = 7.41 \text{ a } 24^\circ$$

ELECTRODOS DE QUINHIDRONA

La quinhidrona es una sustancia orgánica que reemplaza con éxito la corriente de hidrógeno, cuando se quiere determinar acidez real o alcalinidad real, siempre que ésta no pase de $\text{PH} = 8,5$.

Si añadimos quinhidrona al ácido que se trata de valorar (4 centigramos, más o menos, para 10 a 15 centímetros cúbicos de solución, fig. 7), entre los componentes de la quinhidrona (quinona e hidroquinona y el H_2 , se establece el equilibrio:



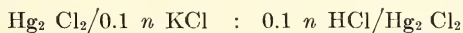
La quinhidrona es poco soluble; 4 centigramos saturan a 15 cm^3 de solución, lo que da lugar a una presión fija de hidrógeno en la disolución.

Colocando las soluciones tal como indica la figura 7, podemos determinar el potencial en breve tiempo. El alambre de plata debe ser reemplazado por alambre de platino en cada electrodo.

Así en la cadena $\text{HCl } n/10 : \text{HCl } n/100$, obtuve 0.0572 volts, o sea el mismo dato encontrado cuando utilicé corriente de hidrógeno y musgo de platino. Empleando quinhidrona es indiferente que el platino sea lámina, alambre limpio o con musgo de platino, pues con cualquiera de ellos encontré idénticos valores.

EXCEPCIÓN

El puente que preconizo no dió resultado satisfactorio en la siguiente cadena, colocada como indica la figura 10:



cuya fuerza electromotriz se debe casi exclusivamente al potencial de difusión por ser iguales las concentraciones de ion cloro en ambos extremos. Con el dispositivo propuesto no obtuve un dato constante; en este caso, como dije, no elimina el potencial de difusión.

En cambio, unida directamente las soluciones por medio de un sifón, obtengo 0.027 volts; y uniendo no con sifón, sino con conductores de agar-agar en solución saturada de KCl, obtuve 0.001 volts, es decir que éste elimina el potencial de difusión.

* * *

Sin tener en cuenta esta excepción, en que se mide la f. e. de dos soluciones distintas y si nos atenemos a las experiencias realizadas con soluciones de electrolitos iguales pero de diferente concentración, podremos concluir que:

1) El puente de unión, con las tirillas, tal como se ha descrito, evita líquidos intermediarios para eliminar el potencial de difusión.

2) Da en la gran mayoría de los casos inmediatamente el valor calculado y queda constante.

3) Es un dispositivo general, pues nos ha servido en cadena de concentración con sales: AgNO_3 ; CuSO_4 ; en la determinación de ácidos: H_2SO_4 , HCl y en álcalis: NaOH diluída y suero normal de caballo.

4) Los resultados son reproducibles; con las mismas soluciones obtuvimos valores idénticos.

5) Las diferencias de los datos experimentales con los calculados atribuyo a errores en las diluciones y a que en el « calculado » me he servido de los datos referentes a la conductibilidad, consignados en la Tabla de Landolt a 18° únicamente y no hice el descuento de 1 % que para calcular el grado de disociación indica este autor.

6) Es posible la determinación cuantitativa de ciertos elementos químicos en cadena de concentración.

7) En la ampollita *c* (fig. 6), punto de contacto de las dos semipilas, se forma una lámina líquida (constituída con la mezcla de ambas soluciones). Interviene, por lo tanto, la tensión superficial, cuya energía posiblemente sea equivalente al potencial de difusión, anulándolo.

LOS SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES Y SUS APLICACIONES AL ESTUDIO DE LOS CUERPOS CONVEXOS

POR
FRANCISCO LA MENZA

(Continuación *)

CAPÍTULO III

§ 7. - PERMANENCIAS Y CADENAS DE PERMANENCIAS DE UNA MATRIZ.

En los capítulos precedentes hemos visto que un sistema $S_h(m, n)$ compatible, define una *región poliédrica convexa* de un espacio euclídeo de n dimensiones. La región queda unívocamente determinada por el sistema y por todos los sistemas equivalentes a él. Esto significa, (3, VIII), que los coeficientes y términos independientes de las inecuaciones principales del sistema, pueden ser dados a menos de un factor positivo arbitrario para cada una.

Del mismo modo, (20, I), dado un sistema resolvente principal de un $S_h(m, n)$, queda determinada una *figura poliédrica convexa* de n dimensiones que está definida, (8), por la región del sistema $S_h(m, n)$ y las regiones de todos los sistemas iguales a él.

Así, pues, si de cada una de las inecuaciones principales de un $S_h(m, n)$ compatible, prescindimos de un factor positivo arbitrario, obtenemos infinitos sistemas, $S_h(m, n)$, que definen la misma región que el sistema dado. Si, en cambio, prescindimos de los coeficientes en sí y conservamos los coeficientes y términos independientes de un sistema resolvente del $S_h(m, n)$, que son, (7), determinantes de orden h y de orden $h + 1$ de su matriz, obtenemos infinitos sistemas, $S'_h(m, n)$, que tienen la misma figura que el sistema dado. Tanto la región, como la figura de los $S_h(m, n)$, están, pues, determinadas mediante *relaciones métricas*.

(*) Véase pág. 381, Entrega VI, Tomo CXXII, Diciembre 1936.

Veremos, en este capítulo que es posible hacer una ulterior abstracción, conservando solamente relaciones de *signo* y de *anulación* entre ciertos determinantes de orden h y de orden $h + 1$ de la matriz de un sistema $S_h(m, n)$. Resultan también infinitos sistemas que cumplen tales relaciones. Todos ellos no tienen, necesariamente, la figura del sistema dado, pero tienen todavía algo común con ella, el cual los distingue de todos los demás sistemas, $S_h(m, n)$, que no las satisfacen; ese algo común es, precisamente, la *forma* de la *figura*.

De estas ulteriores relaciones dependen todos los caracteres *morfológicos* de las figuras poliédricas convexas. En función de esas relaciones viene expresada la *ley general*, según la cual se agrupan las inequaciones de dichos sistemas para formar los elementos límites de las correspondientes figuras geométricas, es decir, las figuras de sus sistemas subordinados compatibles: *vértices*, *aristas*, *caras*, etc., las cuales, a su vez, determinan eso que llamamos vagamente *forma de la figura geométrica convexa*. Esta noción será perfectamente precisada en base a las mencionadas relaciones y solamente a ellas, en el presente capítulo y en el siguiente.

21. Permanencias de una matriz. — Consideremos una matriz

$$M_h(m, n) = \parallel a_{ij}, c_i \parallel \quad \begin{pmatrix} i = 1, 2, 3, \dots, m \\ j = 1, 2, 3, \dots, n \end{pmatrix}$$

compuesta de m filas i , $n + 1$ columnas j , y de elementos reales a_{ij} y c_i . La característica h , de la matriz

$$M'_h = \parallel a_{ij} \parallel,$$

se dirá también *característica* de la matriz $M_h(m, n)$. Esta última suele llamarse *matriz ampliada* de la M'_h , con la columna c_i . Una matriz ampliada de m filas i , de $n + 1$ columnas j y de característica h , se dirá una *matriz de tipo* (m, n) y característica h .

Cuando sólo se da el tipo de una matriz y su característica, h , escribiremos, $T_h(m, n)$.

Es claro que la igualdad

$$T_h(m, n) = T_h(n, m)$$

no es posible sino cuando sea $m = n$, en cuyo caso, se dice que la matriz es de *tipo cuadrado* o, simplemente, *cuadrada*.

Toda matriz $M_h(m, h)$, de característica h , formada por todas las filas y por h columnas dadas de la matriz $M_h(m, n)$, se dirá una *matriz principal* de la $M_h(m, n)$, relativa a tales columnas. Una matriz principal, $M_h(m, h)$, de $M_h(m, n)$, ampliada con la última columna c_i , de ésta, se dirá *matriz principal ampliada* de $M_h(m, n)$.

Diremos *determinante de orden h* , de una matriz principal ampliada, a todo determinante formado por las h primeras columnas y h filas de ella.

Teniendo en cuenta estas definiciones y las del número (1), toda matriz $M_h(m, n)$, puede ser considerada como una matriz de sistemas normales, $S_h(m, n)$, de coeficientes a_{ij} y términos independientes c_i . Diremos, por esto indistintamente, que el sistema $S_h(m, n)$, *tiene* la matriz $M_h(m, n)$, o que *pertenece* a ella.

NOTA: Como en todo lo que sigue utilizaremos, con mucha frecuencia, el signo de un número, de una función, etc., convendremos en que la expresión *signo de x* , (*Sg. x*), implica que es $x \neq 0$.

Dada una matriz, $M_h(m, n)$, de característica $h > 0$, consideremos una matriz ampliada, $M_h(m, h)$, principal, relativa a h columnas prefijadas de ella.

Diremos que h filas de una matriz principal ampliada, $M_h(m, h)$, constituyen una *permanencia* de ella, si el determinante de orden h , formado por dichas filas y todos sus orlados, tienen el mismo signo.

Toda matriz principal, en la cual sea $m = h$, carece de determinantes orlados. En este caso diremos que sus h filas forman siempre una *permanencia* de ella.

La característica, h , de la matriz se llama, en ambos casos, *orden* de la permanencia; el determinante δ , formado por sus filas, *determinante* de la permanencia y el signo de éste, *signo*, de la permanencia.

Las permanencias de orden *uno*, *dos*, *tres*, etc., se dirán, también, respectivamente, permanencias *unitarias*, *binarias*, *ternarias*, etc.

De las definiciones precedentes y de (4; a , b), resulta inmediatamente:

1) *La condición necesaria y suficiente para que h filas de toda matriz principal ampliada, $M_h(m, h)$, de una matriz, $M_h(m, n)$, de característica h , formen una permanencia de $M_h(m, h)$, es que su determinante, δ , sea determinante principal de algún resolvente, $R_h(\delta)$, regular, de todo sistema, $S_h(m, n)$, perteneciente a la matriz dada, $M_h(m, n)$.*

Puesto que, (8, VI), los resolventes de un sistema no dependen de la matriz elegida, se tiene:

II) Si h filas de la matriz, $M_h(m, n)$, forman permanencia de una matriz principal ampliada, $M_h(m, h)$, de la matriz dada, esas h filas forman también una permanencia de cualquier otra matriz principal ampliada de la $M_h(m, n)$.

Esta propiedad justifica la siguiente definición:

Diremos que h filas de una matriz, $M_h(m, n)$, de característica $h > 0$, constituyen una *permanencia* de dicha matriz, cuando forman una permanencia de alguna matriz principal ampliada, $M_h(m, h)$, de la dada.

Estas definiciones exigen que la característica de la matriz sea, por lo menos, igual a uno. Pero las propiedades del número (3) permiten generalizar el concepto de permanencia también a una matriz de característica $h = 0$, es decir, nula. En efecto, de (3, V, VI), se desprende que:

III) A toda matriz $\|a_{ij}, c_i\|$, en la cual son nulos los a_{ij} y no negativos los c_i , pertenecen sistemas idénticos y recíprocamente.

Diremos, en este caso, que cualquier número de filas de la matriz constituye una *permanencia de orden nulo* ($h = 0$). Para distinguirla de las demás, la llamaremos *permanencia idéntica* y la designaremos con la notación $\{0\}$.

IV) Una permanencia no depende del orden en que se consideren sus filas, porque cambia o no, al mismo tiempo, el signo de su determinante con el de sus orlados, si los tiene. Si no tiene orlados, basta que su determinante no sea nulo.

Una permanencia de orden $h > 0$, de una matriz $M_h(m, n)$, está, pues, determinada, cuando se dan las h filas a_1, a_2, \dots, a_h , que la forman. El signo de su determinante, $\delta = (a_1 a_2 \dots a_h)$ no interesa en sí, sino en relación con los signos de otras permanencias de la misma matriz. Como en esta comparación intervienen también los signos de los determinantes orlados, convendremos en decir, para abreviar, que dos permanencias tienen un *orlado común* cuando éstos están formados por las mismas filas pudiendo diferir en el orden.

Designaremos una permanencia no idéntica, dada por las filas a_1, a_2, \dots, a_h , de una matriz $M_h(m, n)$, con la notación $\{a_1 a_2 \dots a_h\}$. Cuando interese, además, el signo, lo daremos por su determinante.

Ejemplo 1:

Si en una matriz, $M_3(5, n)$, de característica $h = 3$, compuesta de cinco filas designadas con los números 1, 2, 3, 4, 5, — las columnas no interesan, (II), — las filas 1, 2, 3 forman una permanencia, la notación $\{123\}$ significa que:

$$Sg. (123) = Sg. (1234) = Sg. (1235).$$

Es claro que dada una permanencia, queda prefijada una sola igualdad de signos entre su determinante y los de todos sus orlados. Con frecuencia, no interesa conocer, efectivamente, el signo de una permanencia, sino solamente compararlo con el signo de otra permanencia de la misma matriz. Para facilitar el cotejo y, por razones de brevedad, las dispondremos en forma de cuadro, como se aclara en el siguiente

Ejemplo 2:

Sea también $\{124\}$ otra permanencia de la misma matriz a la que pertenece la $\{123\}$ del ejemplo precedente.

Escribiéndolas en la forma:

123	124
1234	1243
1235	1245

podemos concluir, inmediatamente que dichas permanencias tienen signos contrarios, puesto que

$$Sg. (1234) = - Sg. (1243).$$

Cuando de una permanencia no interesen más que algunos de sus elementos: orden h , determinante δ , etc., la designaremos brevemente con notaciones de la forma: $P_h(\delta)$; P_h ; $P(\delta)$, o simplemente con P .

22. Permanencias conjugadas. Diremos que dos permanencias de igual orden $P_h(\delta)$, y $P'_h(\delta')$, de una misma matriz, de característica $h > 1$, son *conjugadas*, si tienen $h-1$ filas comunes.

Dos permanencias de orden $h = 1$, *unitarias*, de una misma matriz, se considerarán, por convención, como permanencias *conjugadas*. Dos permanencias *idénticas* cualesquiera, las consideraremos también, como permanencias *conjugadas*.

La existencia de pares de permanencias conjugadas, en una misma matriz, está asegurada por (17, IV), puesto que sus correspondientes determinantes son, (21, I), determinantes principales de algún $R_h(\delta)$, regular de todo $S_h(m, n)$, que tiene dicha matriz.

Pero probaremos que:

I) *Toda permanencia, $P_h(\delta)$, de orden h , de una matriz, tiene, a lo sumo, en ésta, h permanencias conjugadas.*

En efecto, basta considerar, (21, I), el determinante δ del resolvente propio $R_h(\delta)$ regular, de todo $S_h(m, n)$ finito que tenga la dada

matriz, en cuyo caso, (17, X), la correspondiente permanencia, tiene, en dicha matriz, $h-1$ permanencias conjugadas. Y es claro que no puede tener más de este número por ser $\binom{h}{h-1} = h$. Pero puede tener menos si el $S_h(m, n)$, no es finito y hasta puede no haber ninguna permanencia conjugada de $P_h(\delta)$, en la dada matriz, si el correspondiente $R_h(\delta)$ es impropio; es decir, si el sistema se reduce a h filas principales.

II) *No existen, en una misma matriz, más de dos permanencias de orden $h > 1$, con $h-1$ filas comunes.*

Es inmediata consecuencia de (21, I) y de (17, VII).

III) *La condición necesaria y suficiente para que dos permanencias de orden $h > 1$, de una misma matriz, sean conjugadas, es que tengan un orlado común.*

En efecto, si son conjugadas, solamente difieren en una fila. Es decir, en cada una hay una fila que no figura en la otra. Luego sus respectivos orlados con estas filas son comunes. Recíprocamente; si $h + 1$ filas de la matriz forman orlados de dos permanencias de ella, como éstas son de orden h , tienen necesariamente, $h-1$ filas comunes, luego son conjugadas.

En particular:

IV) *Todas las permanencias conjugadas de una misma permanencia de orden $h > 1$, de una matriz, pertenecen al $R_h(\delta)$ principal de todo sistema, $S_h(m, n)$, que tiene esa matriz, puesto que todos los determinantes de orden $h > 1$ que tienen $h-1$ filas comunes con δ , pertenecen, (7), a $R_h(\delta)$.*

OBS.: El concepto de permanencia de orden h , corresponde, geoméricamente, a un vértice de la figura convexa h -dimensional del espacio de puntos E_h ; pues las h filas que la constituyen representan los h -hiperplanos de E_h que concurren a dicho vértice.

El significado geométrico de dos permanencias conjugadas, corresponde al de pares de vértices con una arista común.

Ejemplo:

Así, en el ejemplo 1, del número 20, las filas 1, 2, 3 ; 1, 2, 5 ; 1, 3, 4 ; y 2, 3, 5, se agrupan formando permanencias. Es decir, los correspondientes planos que ellas representan, asociados de ese modo, forman vértices de la figura. Las permanencias {1 2 3} y {1 2 5}, son conjugadas, pues tienen las filas 1, y 2 comunes. Esto significa que los vértices correspondientes tienen una arista común formada por la intersección de los planos 1 y 2.

Más adelante veremos cómo es posible generalizar este concepto de permanencia de modo que corresponda al caso geométrico singular de un vértice de una figura convexa h -dimensional de E_h , formado por más de h -hiperplanos.

23. Permanencias subordinadas de una permanencia. Estudiemos, ahora, las relaciones entre las permanencias de distintos órdenes de una misma matriz, o con más precisión, entre las permanencias de orden h , y las permanencias de orden inferior de las matrices fundamentales, (11), deducidas de la matriz dada.

Una primera propiedad resulta inmediatamente de (11, III y IV) :

I) Si h filas dadas de una matriz, $M_h(m, n)$, de característica h , forman una permanencia P_h de orden h , y $s < h$ de esas filas, son las relativas a una matriz fundamental ampliada, M_{h-s} , de la dada, las $h-s$ filas restantes en M_{h-s} , forman también una permanencia P'_{h-s} de orden $h-s$ de M_{h-s} .

Recíprocamente:

II) Si en una matriz fundamental ampliada M_{h-s} , de la $M_h(m, n)$, relativa a $s < h$ filas dadas de ésta, $h-s$ filas de ella forman una permanencia, P'_{h-s} de orden $h-s$, las $h-s$ filas homólogas en $M_h(m, n)$ y las s dadas, forman también una permanencia P_h de orden h de la matriz $M_h(m, n)$.

Diremos que la permanencia P'_{h-s} , de la matriz fundamental M_{h-s} , es una permanencia subordinada de orden $h-s$, de la permanencia P_h dada, relativa a s filas prefijadas de ella.

Esta definición carece de sentido para $s \geq h$. Pero, cuando en este caso, entre las s filas dadas de la matriz $M_h(m, n)$, figuren las h filas de la permanencia P_h , también dada, en virtud de (11, V) y (21, III), se obtiene una permanencia idéntica que llamaremos permanencia subordinada de orden nulo, de la P_h , relativa a las $s \geq h$ filas dadas.

Puesto que, (11), todas las matrices fundamentales de una matriz, relativas a s filas dadas corresponden a sistemas subordinados iguales, resulta, (21, II), que:

III) Las permanencias subordinadas de una permanencia dada P_h , de $M_h(m, n)$, relativas a s filas dadas de ella, no dependen de cuál sea la matriz fundamental, M_{h-s} , elegida.

IV) Si $P_h(\delta)$ es una permanencia de orden $h > 1$, de una matriz, cada uno de los h grupos de $h-1$ filas suyas, es también una permanencia $P'_{h-1}(\delta')$ subordinada de orden $h-1$ de la dada y, recíprocamente, si cada uno de los h grupos de $h-1$ filas, formados con h filas dadas

de una matriz $M_h(m, n)$, de características $h > 1$, son permanencias de orden $h-1$ de las correspondientes matrices fundamentales, dichas h filas forman una permanencia P_h de $M_h(m, n)$.

En efecto, basta considerar, (21, I), el resolvente principal regular $R_h(\delta)$ de todo sistema $S_h(m, n)$ que tiene la dada matriz y recordar los teoremas (10, III, IV). Diremos que estas h permanencias, P_{h-1} , de orden $h-1$, son las *permanencias componentes* de la P_h .

Esta definición carece de sentido para $h = 1$; es decir, para permanencias unitarias. Pero, (11, V), como las matrices fundamentales tienen, en este caso, característica complementaria nula, (16), diremos que las componentes de una permanencia unitaria, son permanencias idénticas y, como las unitarias son las únicas que tienen componentes nulas, la presente generalización queda así perfectamente justificada.

En cuanto a las permanencias idénticas, carecen de componentes, desde que las matrices nulas no tienen matrices fundamentales.

En virtud de lo que precede, una permanencia P_h , puede ser dada también por todas sus permanencias componentes.

Ejemplos.

Si las filas 1, 2, 3, 4 constituyen una permanencia P_4 , de una matriz $M_4(m, n)$, sus 4 componentes son:

$$\{123\} ; \{124\} ; \{134\} ; \{234\}.$$

En el ejemplo 2, del número 20, la permanencia $\{12345\}$, de quinto orden, tiene por componentes:

$$\{1234\} ; \{1235\} ; \{1245\} ; \{1345\} ; \{2345\}$$

que son permanencias de cuarto orden.

En cuanto al significado geométrico, es muy simple.

Así, como (22-OBS.), a la permanencia $\{12345\}$, corresponde un *vértice*, véase la figura del mencionado número, a sus cinco permanencias componentes, corresponden las cinco *aristas* que, en el espacio de puntos E_5 , forman dicho vértice de la figura.

OBS.: Nótese que, si se da una permanencia por sus componentes, es preciso darlas todas, de lo contrario podría no quedar determinada. Así, las permanencias $\{12\}$ y $\{23\}$, de segundo orden, contienen las tres filas 1, 2 y 3, pero de ahí no se deduce que $\{123\}$ sea una permanencia de tercer orden de la matriz a que pertenecen esas tres filas, porque el determinante $\delta = (123)$ podría ser nulo.

Si P_h es una permanencia de orden $h > 1$, y $P_{h-1}^1, P_{h-1}^2, \dots, P_{h-1}^h$ son sus h permanencias componentes, escribiremos:

$$P_h = (P_{h-1}^1 \cdot P_{h-1}^2 \cdot \dots \cdot P_{h-1}^h).$$

Así, por ejemplo:

$$(\{12345\}) = (\{1234\} \{1235\} \{1245\} \{1345\} \{2345\}).$$

Para $h = 1$, resulta una sola permanencia idéntica. Se escribirá también:

$$P_1 = (\{0\}).$$

24. Cadena de permanencias de una matriz. Es claro que se presenta, ahora, con toda naturalidad, el problema de saber cómo se caracterizan los grupos de permanencias que corresponden a un mismo tipo de matriz de sistemas normales compatibles.

Diremos que un conjunto de permanencias de una matriz, constituye una *cadena de permanencias de la matriz*, cuando toda permanencia del conjunto tiene una conjugada en él.

Convendremos, por razones de comodidad, en considerar *cadena*, también al conjunto formado por una sola permanencia.

El número m , de filas, el número n , de columnas y la característica h , de la matriz, se dirán, respectivamente, *clase*, *dimensión* y *orden* de la cadena. Una cadena de clase m , orden h y dimensión n , se indicará con notaciones de la forma: $C_h(m, n)$, C_h , o simplemente C . Una cadena cuyas permanencias son todas idénticas, se dirá *cadena idéntica*. Se dirá *unitaria*, *binaria*, *ternaria*, etc., según que su orden, h , sea, respectivamente, 1, 2, 3, etc.

Cuando de una cadena, $C_h(m, n)$, interesen las permanencias $P_h^1, P_h^2, P_h^3, \dots, P_h^r$, que la componen, escribiremos:

$$C_h(m, n) = P_h^1 P_h^2 P_h^3 \dots P_h^r.$$

La existencia de matrices con cadenas de permanencias, resulta del teorema siguiente:

I) *El conjunto de todas las permanencias de la matriz, $M_h(m, n)$, de un sistema, $S_h(m, n)$, normal regular e irreducible, constituye una cadena de permanencias $C_h(m, n)$ de $M_h(m, n)$ de orden h y clase m .*

Puesto que la matriz del sistema tiene permanencias, éste, (21, I), es compatible. El teorema es inmediato, (22), si el sistema es idéntico,

$h = 0$; o si tiene resolvente impropio, en cuyo caso, (4, a), siendo $m = h$, su matriz consta de una sola permanencia. Si consta de más de una permanencia no idéntica, el sistema $S_h(m, n)$, tendrá, (21, I), más de un determinante principal; entonces, si es $h > 1$, hay (17, VI), dos que tienen $h-1$ filas comunes, los cuales corresponderán, por hipótesis, (7), a resolventes regulares; luego, (21, I), sus correspondientes filas constituyen, (22), dos permanencias conjugadas de $M_h(m, n)$. Si es $h = 1$, la conclusión también es cierta por definición. Repitiendo este razonamiento para todas las permanencias de la matriz $M_h(m, n)$, resulta el teorema, porque, por hipótesis, siendo regular el correspondiente sistema dado tiene, (7), todos sus resolventes principales regulares. La correspondiente cadena resulta, (21, I), de orden h , por ser de orden h los determinantes principales de éstos. Su clase es m porque el sistema $S_h(m, n)$, es irreducible; es decir, (9, IV), que toda fila suya pertenece a algún determinante principal del sistema y, por lo tanto, (21, I), a alguna permanencia de $C_h(m, n)$. Queda así probada la existencia de cadenas de permanencias.

Ahora bien, como en la definición de una cadena, $C_h(m, n)$, de una matriz ampliada, de la cual se da sólo su característica h y su tipo, $T_h(m, n)$, no interviene más que el número, m , de sus filas, su característica, h , y ciertas relaciones de signo entre sus determinantes de orden h y los de orden $h + 1$, y estos determinantes, (6), no son todos independientes entre sí, no es posible afirmar, *a priori*, que existan matrices del tipo dado que admitan una prefijada cadena de permanencias formadas con sus filas.

El siguiente teorema contesta afirmativamente a la cuestión:

II) *Existen matrices, $M_h(m, n)$ de tipo dado, $T_h(m, n)$, que tienen una cadena prefijada, $C_h(m, n)$, de permanencias de orden h y clase m , formada con sus filas.*

El teorema es inmediato, (21, III), si la cadena $C_h(m, n)$, es idéntica. También lo es si la cadena consta de una sola permanencia.

Supongamos, entonces, que sea $h > 0$.

Sea $M_h(m, n)$ una matriz de característica h y de tipo $T_h(m, n)$, dado, cuyos elementos, a_{ij} y c_i , son, por lo tanto, indeterminados. Puesto que está dada la cadena $C_h(m, n)$, designemos las filas de esta matriz con los mismos números con que están designadas las filas de las permanencias de la cadena. Prefijemos, (21), arbitrariamente en la matriz, una matriz principal ampliada, $M_h(m, h)$, de ella. Sea P_h^1 una permanencia de $C_h(m, n)$.

Puesto que es $h > 0$, consideremos, en $M_h(m, h)$, un determinante δ_1 , de orden h , formado por las h filas de P_h^1 . Podemos lograr que δ_1 y todos sus orlados, si existen en $M_h(m, h)$, tengan el mismo signo. Esto es siempre posible, porque, en una matriz ampliada de característica $h + 1$, hay, [6.4],

$$N' = (h + 1)(m - h - 1) + 1$$

determinantes independientes de orden $h + 1$, mientras que, en la precedente operación, solamente se fija la igualdad de signos de $m - h$ de ellos. Es decir, el de todos los orlados de δ_1 , número evidentemente menor que N' para $m > h > 0$. Si en $C_h(m, n)$, no hay más permanencias, el teorema está demostrado. En particular, si es, en este caso, $m = h$ basta, (21), que sea $\delta_1 \neq 0$.

Si la cadena consta de más permanencias existen en ella, por definición, permanencias conjugadas de P_h^1 . Probaremos que siempre será posible elegir, en $M_h(m, h)$ convenientemente los signos de cada determinante δ_i y los de sus orlados, de manera que δ_i sea el determinante de la correspondiente permanencia P_h^i , conjugada de P_h^1 en la cadena dada.

Sea, en primer lugar, $h = 1$. En este caso, (14, I), la cadena consta de dos permanencias. Será, (21), de la forma:

$$C_1 = \{1\} \{2\}.$$

Consideremos una matriz principal ampliada compuesta de dos filas 1 y 2:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & c_1 \\ a_{21} & c_2 \end{vmatrix}.$$

Se debe tener, (14, I),

$$Sg. a_{11} = Sg. \begin{vmatrix} a_{11} & c_1 \\ a_{21} & c_2 \end{vmatrix} \quad y \quad Sg. a_{21} = Sg. \begin{vmatrix} a_{21} & c_2 \\ a_{11} & c_1 \end{vmatrix}.$$

Relaciones siempre posibles de satisfacer de infinitos modos con valores reales de a_{11} , c_1 ; a_{21} , c_2 .

Sea, finalmente, $h > 1$.

Todo sistema normal, $S_h(m, n)$, cuya matriz ampliada es la $M_h(m, n)$, tiene, (21, I), el determinante δ_1 principal; es, por lo tanto, (4, VIII), compatible. Consideremos el correspondiente resolvente principal,

$R_h(\delta_1)$, relativo al determinante δ_1 . Puesto que este resolvente es, (21, I), regular, los determinantes principales de $S_h(m, n)$, que tienen $h-1$ filas comunes con δ_1 , o sea los δ_i de las permanencias conjugadas de P_h^1 , de $C_h(m, n)$ pertenecen, (21, V), a $R_h(\delta_1)$. Como una permanencia de orden h , tiene, (22, I), a lo sumo, h permanencias conjugadas, en el resolvente $R_h(\delta_1)$ quedan prefijados, a lo sumo, los signos de h determinantes de orden h , δ_i , correspondientes a las permanencias dadas P_h^i , conjugadas de P_h^1 en $C_h(m, n)$. Prosiguiendo de este modo, con cada permanencia de la cadena, después de un número finito de operaciones las agotaremos todas. Ahora bien, para asegurar que efectivamente existen números a_{ij} , c_i que forman la matriz $M_h(m, n)$, basta observar que, en los determinantes Δ_h , [6.3], relativos a cada determinante δ , de una permanencia, en función del cual se expresan los demás determinantes de orden h de $M_h(m, n)$, solamente queda prefijado, a lo sumo, el signo de un elemento de cada columna. Por lo tanto, los demás pueden recibir signos arbitrarios. Del mismo modo resulta para los determinantes D_{h+1} , [6.6], de orden $h+1$, en los cuales queda prefijado, a lo sumo, el signo de un elemento de cada columna, excepto la última, la cual, por estar formada con los orlados del determinante principal, todos sus elementos tienen el mismo signo de aquél.

En resumen, existen valores de todos los elementos de Δ_h y de D_{h+1} , tales, que los demás determinantes de orden h y de orden $h+1$ de la matriz $M_h(m, n)$, puedan recibir signos arbitrarios. El teorema queda, pues, demostrado.

Nótese que no se afirma igual cosa con respecto a los valores numéricos de tales determinantes porque, en virtud de (20, I), solo pueden ser arbitrariamente prefijados los de aquéllos que forman un mismo resolvente.

Se desprende inmediatamente que:

III) *A todo sistema $S_h(m, n)$ compatible regular, perteneciente a una matriz de tipo $T_h(m, n)$ y de característica h , corresponde una cadena, $C_h(m, n)$, de clase m , dimensión n y orden h de permanencias de esa matriz y recíprocamente, a toda cadena, $C_h(m, n)$, de permanencias de un $T_h(m, n)$, corresponden sistemas, $S_h(m, n)$, compatibles regulares que tienen ese dado tipo de matriz.*

Es claro que fijando valores a los determinantes de orden h y a los de orden $h+1$ que constituyen las permanencias de una cadena $C_h(m, n)$, de modo que estos valores satisfagan a las relaciones fundamentales, [6.3] y [6.6], del número (6) entre los determinantes de una misma matriz, obtendremos infinitos sistemas, $S_h(m, n)$, cuyas

matrices, $M_h(m, n)$, tienen la dada cadena de permanencias. Diremos que todos esos sistemas, $S_h(m, n)$, pertenecen a la cadena $C_h(m, n)$ dada.

En particular:

IV) *Todos los sistemas, $S_h(m, n)$, iguales entre sí, es decir, que tienen la misma figura, pertenecen a una misma cadena de permanencias, puesto que todos ellos, (8), tienen un mismo resolvente principal. Pero no es necesariamente verdadera la proposición inversa. Es decir:*

V) *Existen sistemas, $S_h(m, n)$, pertenecientes a una misma cadena, $C_h(m, n)$, cualquiera que ella sea, que no tienen la misma figura convexa.*

En efecto; basta para ello, observar que se pueden asignar valores numéricos a los determinantes de orden h y a los de orden $h + 1$, de una misma cadena, de modo que se verifiquen las relaciones [6.3] y [6.6], pero no la (8, IV). Los diversos sistemas que así resultan, no teniendo ningún resolvente igual, no podrán, (8), ser iguales y, por lo tanto, tienen *figuras* distintas.

Ejemplo 1:

Sea $T_2(3, n)$, el tipo de una matriz ampliada de tres filas 1, 2, 3, de $n + 1$ columnas y de característica $h = 2$.

El conjunto de las tres permanencias siguientes:

$$\{12\} ; \{23\} ; \{31\};$$

de segundo orden, constituye, como es inmediato reconocerlo, una cadena binaria de permanencias de toda matriz ampliada $M_2(3, n)$ del dado tipo. Sea esta cadena

$$C_2(3, n) = \{12\} \{23\} \{31\}.$$

Es fácil verificar que los dos sistemas cuyos adjuntos son los siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = X_1 \\ y = X_2 \\ -x - y + 1 = X_3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x - y + 1 = X_1 \\ y = X_2 \\ -x - y + 1 = X_3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \\ [3] \end{array}$$

pertenecen a la dada cadena. Sus resolventes principales, relativos al determinante (12), son, respectivamente:

$$X_3 + X_2 + X_1 = 1 \quad ; \quad 2X_3 + 3X_2 + X_1 = 3 .$$

No son iguales, (8,II), puesto que tienen distintos resolventes. Por lo tanto, (8), no tienen la misma figura convexa.

Puesto que es, en este ejemplo, $n = 2$, ambos sistemas, tienen en el E_2 euclídeo, figura triangular acotada, (12, I).

Ejemplo 2:

Puede verificar fácilmente el lector que el conjunto de permanencias de toda $M_3(6, n)$ ampliada, de tipo $T_3(6, n)$, dado por el cuadro siguiente:

123 ε	126 ε'	134 ε	145 ε	156 ε	234 ε'	245 ε'	256 ε'
1234	1263	1342	1452	1562	2341	2451	2561
1235	1264	1345	1453	1563	2345	2453	2563
1236	1265	1346	1456	1564	2346	2456	2564

constituye la cadena

$$C_3(6, n) = \{123\} \{126\} \{134\} \{145\} \{156\} \{234\} \{245\} \{256\}.$$

Las filas de todas las $M_3(6, n)$ correspondientes a $T_3(6, n)$ han sido designadas, como de costumbre, con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6. Siendo $\varepsilon = \pm 1$ y $\varepsilon' = -\varepsilon$.

En el espacio puntual euclídeo, E_3 , todo $S_3(6, 3)$ perteneciente a dicha cadena, define un *exaedro* formado por dos triángulos, dos cuadriláteros y dos pentágonos. Las caras triangulares corresponden a las filas 3 y 6; las cuadriláteros, a las 4 y 5 y las pentagonales, a las filas 1 y 2.

Ejemplo 3:

Las diez permanencias de toda $M_5(7, n)$ ampliada de tipo $T_5(7, n)$ que, para $n = 5$, están representadas por los vértices de la segunda figura del número 20, constituyen la cadena:

$$C_5(7, n) = \{12345\} \{12347\} \{12356\} \{12367\} \{12456\} \{12467\} \{13456\} \\ \{13467\} \{23456\} \{23467\}.$$

25. Cadenas cerradas y cadenas abiertas. Una cadena $C_h(m, n)$, no idéntica, se llama *cerrada*, si con cada una de sus permanencias P_h^i , figuran en la cadena todas las permanencias conjugadas de P_h^i . En caso contrario, se dirá que la cadena es *abierta*.

Las cadenas de los tres ejemplos del número precedente son cerradas, en cambio la cadena

$$C_3(5, n) = \{123\} \{125\} \{134\} \{235\}$$

que, en el ejemplo 1 del número (20), para $n = 3$, representa, en el E_3 euclídeo, una región pentaédrica no acotada, es abierta. Pues en esa cadena no figuran todas las permanencias conjugadas de la $\{125\}$.

Las relaciones entre estos tipos de cadenas y los sistemas que les pertenecen, resultan de los teoremas siguientes:

I) *A toda cadena cerrada pertenecen sistemas regulares finitos y, recíprocamente, a todo sistema regular finito, corresponde una cadena cerrada.*

En efecto, por ser cerrada, la cadena contiene, con cada permanencia, todas sus conjugadas. Todo sistema perteneciente a ella es, (24, III), regular. Si δ es el determinante de una cualquiera de las permanencias $P_h(\delta)$ de la cadena, en el correspondiente resolvente principal, (21, I), $R_h(\delta)$, por ser regular, todos los sistemas subordinados de orden $h-1$, relativos a las filas de δ , es decir, pertenecientes a $R_h(\delta)$, son, (10, III), compatibles y también finitos, (14, II), por ser sistemas unitarios con dos determinantes principales, el δ , (10, II), y el relativo a cada una de las permanencias conjugadas de $P_h(\delta)$. Por lo tanto, (17, II), el sistema es finito. Recíprocamente; si un sistema, $S_h(m, n)$, es regular y finito, en uno cualquiera de sus resolventes principales, $R_h(\delta)$, necesariamente propio, (12, II), por ser, además regular, (7), a cada determinante δ , (17, X), corresponden h que tienen $h-1$ filas comunes con él. La correspondiente cadena, es pues, cerrada, porque a cada uno de éstos, corresponde una permanencia de ella, (21, I) y (22, I).

Obs.: La *finitud* de un sistema, $S_h(m, n)$, correspondiente a una cadena cerrada, $C_h(m, n)$, no debe ser confundida con la *acotación* de la correspondiente región que define. Ella podrá resultar acotada o no según sea, respectivamente, (12, I), $n = h$, o bien $n > h$.

En particular:

II) *A toda sección completa de un sistema totalmente singular, $S_h(m, n)$ de característica h , ($h > 2$), corresponde una cadena cerrada de orden $h-1$ y de clase m , puesto que, (18, V), es un sistema regular finito.*

III) *A toda cadena abierta pertenecen sistemas regulares infinitos y, recíprocamente, a todo sistema regular infinito, corresponde una cadena abierta.*

Pues si a la cadena perteneciese algún sistema regular finito, con cada permanencia, (I), debieran figurar, en la cadena, todas sus conjugadas. Contra lo supuesto. Recíprocamente, a un sistema infinito no puede, (I), corresponder una cadena cerrada.

IV) *Si de una cadena no idéntica, $C_h(m, n)$, de clase $m > h$, se suprime una fila, resulta una nueva cadena de igual orden h y clase $m-1$. Siendo $m > h > 0$, la cadena consta, (24), de más de una permanencia; al suprimir en ella una fila quedan suprimidas todas las permanencias que la contienen. En todo sistema $S_h(m, n)$, (24, III),*

perteneiente a $C_h(m, n)$, queda también suprimida dicha fila; luego, (1, IV), tal sistema parcial es también compatible. La correspondiente cadena está formada por las permanencias restantes, (24, I), es pues de orden h y clase m .

V) *Todas las cadenas abiertas de clase m y de orden h , de una misma matriz de tipo $T_h(m, n)$, pueden obtenerse de todas las cadenas cerradas de clase $m + 1$ y de orden h , de una misma matriz de tipo $T_h(m + 1, n)$, suprimiendo, en estas últimas cadenas, una sola fila.*

En efecto, por su definición, (24), el número de cadenas de una matriz es finito. Luego, si de una cadena cerrada de clase $m + 1$ y de orden h , suprimimos una fila, quedarán suprimidas todas las permanencias de la cadena que tienen dicha fila. El conjunto restante formará, a su vez, (IV), una cadena, pero no cerrada, o sea una cadena abierta, por cuanto habrá, por lo menos, una permanencia, en ella, que no figurará con todas sus conjugadas, puesto que alguna permanencia de la cadena debe tener, por ser cerrada, una conjugada, al menos, entre las permanencias suprimidas.

Es claro que de una misma cadena de clase $m + 1$ y orden h , se deducirán $m + 1$ cadenas abiertas de clase m y orden h , suprimiendo, cada vez, una fila distinta.

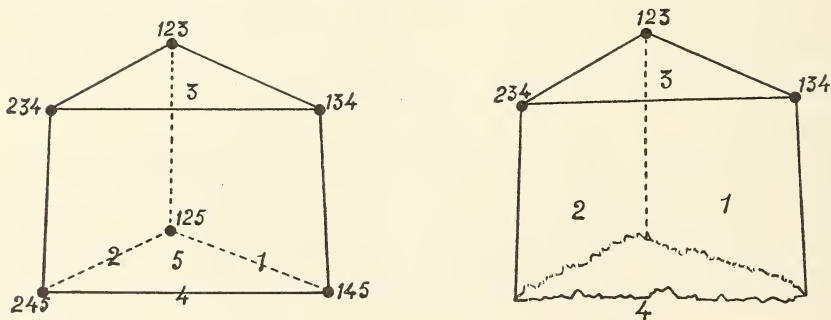
Esta propiedad, permite, pues, reducir el estudio de las cadenas a las cadenas cerradas solamente. Por lo tanto, el estudio de las figuras convexas abiertas, en el espacio euclídeo, E_h , queda así reducido, (20, II), al de las figuras convexas cerradas del espacio arguesiano E'_h .

Ejemplo:

Sea la cadena cerrada ternaria:

$$C_3(5, 3) = \{123\} \{125\} \{134\} \{145\} \{234\} \{245\},$$

que corresponde a la primera figura acotada adjunta de E_3 :



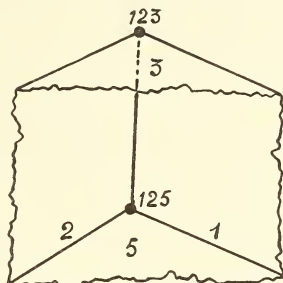
Suprimiendo en ella la fila 5, resulta la cadena abierta:

$$C_3(4, 3) = \{123\} \{134\} \{234\},$$

que corresponde a la segunda figura no acotada.

Suprimiendo, en cambio, en la misma cadena, la fila 4, se tiene:

$$C_3(4, 3) = \{123\} \{125\}:$$



que corresponde a esta última figura.

§ 8. - CÁLCULO DE CADENAS.

26. Formación de cadenas. — Veamos, ahora, cómo se obtienen todas las posibles cadenas de un dado tipo de matriz de característica $h > 0$ y de m filas. Es decir, todas las cadenas de orden h y de clase m .

En virtud de (25, IV), el problema queda limitado al de las cadenas cerradas. Por lo tanto, (25, I), es $m > h$. Nos ocuparemos, pues, solamente de este caso.

Designemos con números:

$$a_1, a_2, \dots, a_h, a_{h+1}, \dots, a_m, \quad [26.1]$$

las m filas de toda matriz de característica $h < m$. Los números h y m son los únicos datos. En cuanto a la dimensión, $n \geq h$, queda indeterminada.

A veces indicaremos con una variable natural i, j , etc., una cualquiera de dichas filas. Pues, es menester recordar que, en esta teoría, los elementos de la matriz son *indeterminados* y sus filas, *variables*. Según el modo de agruparse estas filas entre sí, para formar o no, permanencias resultan, en general, los distintos caracteres morfológicos de las correspondientes figuras poliédricas convexas.

En primer lugar, de (14, I) y (24, II) se deduce inmediatamente que:

I) *Todas las cadenas cerradas unitarias se obtienen fijando arbitrariamente, en cada matriz unitaria, ($h = 1$), dos determinantes principales.*

II) *Todas las permanencias de una matriz de tipo $T_h(h+1, n)$, $h > 0$, constituyen una cadena cerrada de orden h y de clase $h+1$; pues, (24, II), en ese tipo de matriz, todos los determinantes de orden h , son independientes entre sí, (6.4), y hay un solo orlado.*

Una cadena cerrada de orden $h > 0$ y de clase $h+1$, la llamaremos *cadena elemental de orden h* . Si $a_1, a_2, \dots, a_h, a_{h+1}$, son sus $h+1$ filas, se designará, cuando sea necesario ponerlas en evidencia, con la notación:

$$\{ \{ a_1 a_2 \dots a_h a_{h+1} \} \}.$$

En particular:

III) *Toda cadena unitaria cerrada es una cadena elemental, puesto que siendo de orden $h=1$, su clase se reduce, (14, II), a $m=2$.*

IV) *Toda cadena elemental de orden h , tiene $h+1$ permanencias, puesto que es cerrada. Es decir, está formada por las $h+1$ permanencias de orden h , de toda matriz de tipo $T_h(h+1, n)$, $h > 0$.*

V) *Toda cadena de orden h y de clase $h+1$ que tiene $h+1$ permanencias, es una cadena elemental, $C_h(h+1, n)$, puesto que, en este caso, (25), con cada permanencia, figuran en la cadena todas sus conjugadas.*

Para formar, ahora, todas las cadenas cerradas de una dada clase m y dado orden, $h > 1$, correspondientes a toda matriz de tipo $T_h(m, n)$, siendo n cualquier número no menor que h , no necesariamente dado; designemos primeramente, sus m filas con m números, [26.I]; formemos, después, sus $\binom{m}{h}$ determinantes de orden h con dichas filas y orlemos cada uno de éstos con las $m-h > 0$ filas restantes. Dispongamos en una misma columna cada determiante y todos sus orlados. En el cuadro así formado prefijemos arbitrariamente una permanencia, $P_h(\delta)$, y sus h conjugadas. Partiendo de una cualquiera de éstas, prefijemos nuevamente, mientras sea posible, sus h conjugadas dentro de las independientes que quedan en el cuadro. Con un número finito de procesos de esta clase, resultará formada una cadena cerrada; y es claro que de este modo se obtendrán todas las posibles cadenas cerradas que admite el dado tipo de matriz.

El problema queda, así, reducido a una simple cuestión de carácter puramente combinatorio. Y es claro que las cadenas obtenidas no dependen del modo de enumerar las filas de la matriz dada, porque ello equivale solamente a un cambio de nombres.

Ejemplo 1:

Sea $T_h(6, n)$ el tipo dado de toda matriz $M_3(6, n)$, e indiquemos con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 sus 6 filas. Formemos los $\binom{6}{3} = 20$ determinantes de tercer orden y cada uno de sus orlados con las tres filas restantes como en el cuadro adjunto:

$3 \in$	124 ϵ'	125	126	134	135 ϵ	136	145 ϵ'	146	156	234	235	236 ϵ'	245 ϵ	246	256 ϵ	345	346	356 ϵ'	456
34	1243	1253	1263	1342	1352	1362	1452	1462	1562	2341	2351	2361	2451	2461	2561	3451	3461	3561	4561
35	1245	1254	1264	1345	1354	1364	1453	1463	1563	2345	2354	2364	2453	2463	2563	3452	3462	3562	4562
36	1246	1256	1265	1346	1356	1365	1456	1465	1564	2346	2356	2365	2456	2465	2564	3456	3465	3564	4563

Se ha elegido, para empezar, la permanencia {123}, cuyas componentes son {12}, {23} y {31}. Entre las diversas conjugadas de {123}, hemos tomado las permanencias {124}, {135}, {236}. Partiendo, después, de la permanencia {124}, cuyas componentes son 12, {24}, {41}, se pueden elegir solamente dos conjugadas, las de componentes {24} y {41}, pues, la otra está ya determinada. Se han tomado las {245} y {145}. Así siguiendo y, teniendo en cuenta que el grado de arbitrariedad, en la elección, va disminuyendo a medida que el número de permanencias elegidas aumenta, el ciclo ternario acaba por cerrarse. La cadena obtenida es la siguiente:

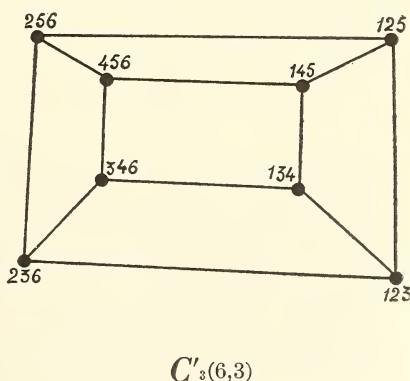
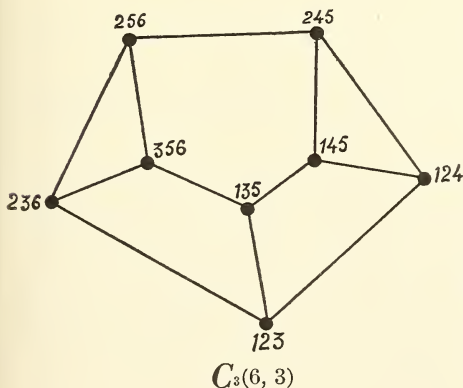
$$C_3(6, n) = \{123\} \{124\} \{135\} \{145\} \{236\} \{245\} \{256\} \{356\},$$

cuyas permanencias están designadas con caracteres gruesos en el cuadro.

Con ese proceso se ha obtenido, del mismo cuadro, esta otra cadena:

$$C'_3(6, n) = \{123\} \{125\} \{134\} \{145\} \{236\} \{256\} \{346\} \{456\}.$$

En el espacio puntual, E_3 euclídeo, corresponden respectivamente, al primero y segundo pentaedros convexos siguientes:



(Continuará)

LA ORTOGONALIDAD SIN PONDERACION EL PROBLEMA DE HERMITE

POR

FERNANDO L. GASPAR

INSTITUTO DE ESTADÍSTICA — UNIVERSIDAD NAC. DEL LITORAL

RÉSUMÉ

Hermite s'était posé le problème de la détermination de polynômes de deux variables présentant, au point de vue algébrique, des propriétés généralissant celles des polynômes de Legendre (*).

Il définit deux familles de polynômes $V_{m,n}(x, y)$ et $U_{m,n}(x, y)$ (**), qui remplissent les conditions d'orthogonalité suivantes (à système)

$$\begin{aligned} \iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} V_{m,n}(x, y) V_{r,s}(x, y) dx dy & \left\{ \begin{array}{l} = 0 \quad m+n \neq r+s \\ \neq 0 \quad m+n = r+s \end{array} \right. \\ \iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} U_{m,n}(x, y) U_{r,s}(x, y) dx dy & \left\{ \begin{array}{l} = 0 \quad m, n \neq r, s \\ \neq 0 \quad m, n = r, s \end{array} \right. \end{aligned}$$

(*) P. Appell et J. Kampé de Fériet. — Fonctions hypergéométriques et hypersphériques — Polynômes d'Hermite, Paris, 1926, pag. 225.

« Hermite se proposait de déterminer des polynômes de deux variables présentant, au point de vue algébrique, des propriétés généralissant celles des polynômes de Legendre ».

(**) P. Appell et J. Kampé de Fériet. — Loc. cit. Introduction, pag. VI.

« Hermite a défini, dans des Notes parues aux Comptes Rendus de 1865, deux familles de polynômes à deux variables, qu'il désigne par $U_{m,n}(x, y)$ et $V_{m,n}(x, y)$ et qui, du point de vue algébrique, généralissent ceux de Legendre. Il a mis en évidence un fait nouveau et intéressant: quand on passe au cas de deux variables, la propriété d'orthogonalité des polynômes de Legendre, ne s'étend pas à chacun des deux familles de polynômes $U_{m,n}$ et $V_{m,n}$, considérées séparément, mais bien à l'ensemble des deux qui sont ainsi adjointes l'une à l'autre. Les résultats d'Hermite ont été complétés de 1868 à 1870, par son élève F. Didon,

Dans le développement d'une fonction arbitraire $F(x, y)$ en série de polynomes $V_{m,n}(x, y)$ il mit

$$F(x, y) \sim \sum_{m=0} \sum_{n=0} A_{m,n} V_{m,n}(x, y)$$

et pour la propriété d'orthogonalité des $V_{m,n}(x, y)$ quand on applique la méthode de Fourier pour le calcul des coefficients $A_{m,n}$ on pose un système de $(m + n + 1)$ équations qui rend les calculs pratiquement irréalisables.

L'introduction des polynomes $U_{m,n}(x, y)$, adjoints des $V_{m,n}(x, y)$, évita l'inconvénient et il lui sembla que la propriété d'orthogonalité des dits polynomes (orthogonalité à système) était caractéristique pour les fonctions de plusieurs variables (*).

L'objet de notre travail est de déterminer une suite de polynomes $W_{m,n}(x, y)$ de telle nature que, pour tous les points d'un domaine D (nécessairement fini) on ait

$$\iint_D W_{m,n}(x, y) W_{r,s}(x, y) dx dy \begin{cases} = 0 & m, n \neq r, s \\ \neq 0 & m, n = r, s \end{cases}$$

condition qui permet d'effectuer le développement d'une fonction arbitraire en série de polynomes $W_{m,n}(x, y)$ et de calculer les coefficients de ce développement, exactement égal que dans le cas d'une variable, par la méthode que Fourier fit classique.

Malgré ce qui est exprimé par le grand analyste français, devant lequel nous nous inclinons avec un profond respect, nous prouvons que ces polynomes existent et que, quand on passe au cas de deux variables, la propriété d'orthogonalité des polynomes de Legendre subsiste.

L'application étant faite pour un domaine circulaire de rayon égal à l'unité, on obtient la suite des bilegendriennes, que nous designons par $L_{r,s}(x, y)$ et qui remplissent la condition d'orthogonalité des polynomes de Legendre.

On fait l'extension pour le cas de n variables.

qui en a notamment fait l'extension au cas de n variables » . . . (v. Comptes Rendus des séances de l'Académie des Sciences, Paris, 1865, T. 60, pags. 370, 432, 461, 512).

(*) Ch. Hermite. — Sur quelques développements en série de fonctions de plusieurs variables. Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, Paris, 1865, T. 60 pag. 371. « La méthode si féconde et si connue, depuis Fourier, consistant à déterminer les coefficients par l'intégration après avoir multiplié la fonction par un facteur convenable, s'applique encore dans ces nouvelles circonstances, mais avec une modification qui semble caractéristique pour les fonctions de plusieurs variables ».

1. — En el caso de una variable, una sucesión de polinomios

$$B_0(x), B_1(x), B_2(x), \dots, B_n(x), \dots$$

definida en el intervalo (a, b) , se dice que cumple la condición de ortogonalidad, sin ponderación, si se verifica que

$$\int_a^b B_m(x) B_n(x) dx \begin{cases} = 0 & m \neq n \\ \neq 0 & m = n \end{cases} \quad [1]$$

en que es

$$B_n(x) = \gamma_{n/0} + \gamma_{n/1} x + \gamma_{n/2} x^2 + \dots + \gamma_{n/n} x^n \quad [2]$$

Estos polinomios, cumpliendo la condición de ortogonalidad (1), sólo existen en intervalos finitos.

Dado un intervalo finito, existe en él una, y sólo una familia, compuesta de infinitas sucesiones, discrepando en una constante multiplicativa, de polinomios que cumplen la condición de ortogonalidad [1].

Si una sucesión de polinomios satisface la condición de ortogonalidad [1], ella define un intervalo finito, en el cual la condición de ortogonalidad se cumple.

Surge, sin más, que los polinomios que satisfacen la condición de ortogonalidad [1] son, esencialmente, funciones del intervalo finito en el que esa condición de ortogonalidad debe cumplirse.

Dichos polinomios pueden ser, siempre, escritos bajo la forma de determinantes.

2. — Conviene destacar que, en vez, en el caso de una variable y de ortogonalidad ponderada, se dice que una sucesión de polinomios

$$P_0(x), P_1(x), P_2(x), \dots, P_n(x), \dots$$

verifican dicha condición de ortogonalidad con una función polar o de ponderación $\varphi(x)$ si es

$$\int_a^b \varphi(x) P_m(x) P_n(x) dx \begin{cases} = 0 & m \neq n \\ \neq 0 & m = n \end{cases} \quad x \begin{cases} b \\ a \end{cases}$$

en que es $\varphi(x) > 0$ en todos los puntos del intervalo (a, b) .

Estos polinomios existen en intervalos que pueden ser finitos o infinitos, dependientes de la naturaleza del polo.

Dado un intervalo, finito o infinito, pueden existir, en él, infinitas familias, compuesta cada una de infinitas sucesiones, discrepando en una constante multiplicativa, de polinomios cumpliendo la condición de ortogonalidad ponderada.

Si una sucesión de polinomios cumple la condición de ortogonalidad ponderada, ella define un polo con el cual son ortogonales (*).

Dichos polinomios son, pues, esencialmente, funciones del polo.

3. — Imponiendo la condición de que, en la [2], sea

$$\gamma_{n/n} = 1 \tag{3}$$

los polinomios, cumpliendo la condición [1], definidos por determinantes, son de esta forma:

$$B_n(x) = \frac{(-1)^n}{\beta_n} \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & \dots & x^n \\ d_0 & d_1 & d_2 & \dots & d_n \\ d_1 & d_2 & d_3 & \dots & d_{n+1} \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ d_{n-1} & d_n & d_{n+1} & \dots & d_{2n-1} \end{vmatrix} \tag{4}$$

Siendo β_n el menor complementario de x^n , el coeficiente $\frac{(-1)^n}{\beta_n}$ asegura el cumplimiento de la condición [3].

La característica de ser estos polinomios, esencialmente, funciones del intervalo finito, en que la condición de ortogonalidad [1] debe cumplirse, queda destacada por la naturaleza de los elementos d_s del determinante, que los define siendo

$$d_s = \int_a^b x^s dx (**) \tag{5}$$

(*) Carlos E. Dieulefait.—Contribution a l'étude de la théorie de la corrélation. Biometrika. Vol. XXVI. Parts. III y IV, Dic. 1934.

(**) En el campo discontinuo, llamando d_s' a los elementos del determinante, será:

$$d_s' = \sum_{i=1}^n x_i^s$$

que resultan, así, un caso particular de los elementos $\sigma_{k,j}$, definidos por Gram, en su estudio sobre el método de Tschébycheff, de la siguiente manera:

$$\sigma_{k,j} = \sum_{i=1}^n F_k(x_i) F_j(x_i)$$

Se demuestra que los β_n son siempre positivos y sus desarrollos permiten establecer una sucesión indefinida de desigualdades, que son las mismas que cumplen los momentos de una función de probabilidad.

En el campo discontinuo, en el caso de los $B_n(x)$, dichas desigualdades, constituyen una propiedad permanente de las sumas de las potencias de un conjunto finito, de números cualesquiera, del campo real.

4. — Se conocen en análisis los polinomios de Legendre definidos en el intervalo $(-1, +1)$, así

$$X_n(x) = \frac{1}{2, 4, 6 \dots 2n} \frac{d^{(n)}}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad [6]$$

Estos polinomios cumplen la condición de ortogonalidad [1] y si, como se ha dicho, dado un intervalo finito, existe en él una única familia de polinomios que satisfacen dicha condición, los $X_n(x)$ que define la [6] pertenecen a la sucesión de los $B_n(x)$ que define la [4] cuando el intervalo es $(-1, +1)$ o discrepan en una constante multiplicativa.

La determinación de la constante permite poner

$$X_n(x) \equiv \frac{2^{n-1} + 1}{2} B_n(x)$$

con lo que la definición de los polinomios de Legendre, por determinantes, es inmediata.

5. — En el método derivativo para la generación de polinomios ortogonales con una función polar o de ponderación $\varphi(x)$, se trataba de encontrar un núcleo derivativo $F(k, x)$ tal que fuera

$$D^{(k)} \left\{ \varphi(x) F(k, x) \right\} = \varphi(x) P_k(x) \quad [7]$$

en que $P_k(x)$ era un polinomio en x , de grado k , ortogonal con $\varphi(x)$.

en que, cuando se pone

$$F_k(x) = x^{k-1}$$

se tiene que

$$\sigma_{k,j} = d'_{k+j-2}$$

(v. R. Risser. — Applications de la statistique a la demographie et a la biologie).

He determinado el carácter del polinomio de $F(k, x)$ y se lo ha definido (*) como el denominador de la derivada logarítmica de $\varphi(x)$ llevada a su forma irreductible.

En realidad, para las funciones del grupo hipergeométrico, cuando el intervalo es finito, el núcleo $F(k, x)$ está dado, directamente, por la k -ésima potencia de un trinomio de 2º grado, que designamos con $T_2(x)$, cuyas raíces son reales y definen los extremos del intervalo en que $\varphi(x)$ varía; es decir que, independientemente de $\varphi(x)$, sea cual fuere la función de ponderación, mientras el intervalo en que ella está definida sea el mismo, el núcleo derivativo $F(k, x)$ es el mismo.

Si fuera el (α, β) se tendría que:

$$T_2(x) = (x - \alpha)(x - \beta)$$

con lo que

$$T_2(\alpha) = T_2(\beta) = 0$$

entonces

$$F(k, x) = T_2^k(x) = [(x - \alpha)(x - \beta)]^k$$

y la [7] toma esta forma

$$D^{(k)} \left\{ \varphi(x) T_2^k(x) \right\} = \varphi(x) P_k(x)$$

En el caso de no ponderación, en que el intervalo es necesariamente finito, si fuera el (a, b) , como se ha puesto para los $B_n(x)$, se tendrá que

$$T_2(x) = (x - a)(x - b)$$

es un polinomio de 2º grado en x cuyas raíces son reales y definen los extremos de dicho intervalo.

Al ser

$$T_2(a) = T_2(b) = 0$$

será

$$T_2^k(x) = [(x - a)(x - b)]^k$$

un polinomio en x grado de $2k$, cuya derivada k ésima será un polinomio en x de grado k , que cumplirá la condición de ortogonalidad [1] como se prueba, fácilmente, por el método de integración por partes.

(*) Carlos E. Dieulefait. — Teoría de la Correlación. Nota II.

Se tendrá, pues, que la fórmula para generar por derivación, polinomios ortogonales sin ponderación, en un intervalo finito dado (a, b) , es la siguiente

$$D^{(n)} [(x - a)(x - b)]^n = G_n(x)$$

y como, en un dado intervalo finito, existe una única familia de polinomios que cumplen la condición de ortogonalidad sin ponderación, los $G_n(x)$ pertenecen a la sucesión de los $B_n(x)$, que define la [4], o discrepan en una constante multiplicativa, por lo que siempre será

$$G_n(x) = C_n B_n(x) \quad (C_n = \text{constante})$$

Por una vía sencilla, propia y natural, puesto que toca los elementos conceptuales que están en la base de estas características funciones, se ha recaído (*) en la fórmula que permite generarlas por derivación y que se reduce a la de Olindo Rodrigues, que da nacimiento a los polinomios de Legendre, cuando el intervalo es $(-1, +1)$.

6. — Pasando al caso de dos variables, nos proponemos definir una sucesión de polinomios.

$$W_{0,0}(x, y), W_{1,0}(x, y), W_{0,1}(x, y), W_{2,0}(x, y), \dots, W_{r,s}(x, y), \dots$$

que, lo mismo que los $B_n(x)$, en el caso de una variable, para todos los puntos de un cierto dominio D , cumplan la condición de ortogonalidad

$$I_{r,s/m,n} = \iint_D W_{r,s}(x, y) W_{m,n}(x, y) dx dy \begin{cases} = 0 & r, s \neq m, n \\ \neq 0 & r, s = m, n \end{cases} \quad [8]$$

la que designamos con el nombre de ortogonalidad simple, sin ponderación, para distinguirla de la condición de ortogonalidad a sistema, sin ponderación, que cumplen los $V_{m,n}(x, y)$ y los $U_{m,n}(x, y)$ de Hermite, siendo

$$W_{m,n}(x, y) = \sum_{l=0}^{m+n} \sum_{j=0}^l \alpha_{m,n/l-j,j} x^{l-j} y^j \quad [9]$$

cuyo desarrollo termina en el término que contiene $x^m y^n$.

Escogemos como orden de formación de estos polinomios el de las potencias sucesivas del binomio $(x + y)^n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) de

(*) v. E. Goursat. — Cours d'Analyse. T. I. pag. 208. Polynomes de Legendre.

manera que la sucesión completa de ellos, estará dada por el desarrollo de

$$\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{j=0}^l W_{l-j,j}(x, y) \tag{10}$$

Dados, pues, dos polinomios de la sucesión, siempre será, en el orden de la misma, uno de rango mayor que el otro.

Imponiendo la condición de que sea

$$\alpha_{m,n/m,n} = 1 \tag{11}$$

definimos así un $W_{m,n}(x, y)$

$$W_{m,n}(x, y) = \frac{(-1)^{n+\sum_{v=1}^{m+n} v}}{\Delta_{m,n}} \begin{vmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & \dots & x^{m+1} y^{n-1} & x^m y^n \\ \delta_{00} & \delta_{10} & \delta_{01} & \delta_{20} & \delta_{11} & \delta_{02} & \delta_{30} & \dots & \delta_{m+1,n-1} & \delta_{m,n} \\ \delta_{10} & \delta_{20} & \delta_{11} & \delta_{30} & \delta_{21} & \delta_{12} & \delta_{40} & \dots & \delta_{m+2,n-1} & \delta_{m+1,n} \\ \delta_{01} & \delta_{11} & \delta_{02} & \delta_{21} & \delta_{12} & \delta_{03} & \delta_{31} & \dots & \delta_{m+1,n} & \delta_{m,n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta_{m+1,n-1} & \delta_{m+2,n-1} & \delta_{m+1,n} & \delta_{m+3,n-1} & \delta_{m+2,n} & \delta_{m+1,n+1} & \delta_{m+4,n-1} & \dots & \delta_{2(m+1),2(n-1)} & \delta_{2m+1,2n-1} \end{vmatrix} \tag{12}$$

en que al ser $\Delta_{m,n}$, el menor complementario de $x^m y^n$, el coeficiente

$$\frac{(-1)^{n+\sum_{v=1}^{m+n} v}}{\Delta_{m,n}}$$

asegura el cumplimiento de la condición [11].

Estos polinomios $W_{m,n}(x, y)$ verificando, en el caso de dos variables, la condición de ortogonalidad que expresa la [8], tienen las siguientes características:

Existen, únicamente, en dominios finitos.

Dado un dominio finito y un orden de formación, existe, en ese dominio y con esa ordenación, una y sólo una familia, compuesta de infinitas sucesiones, discrepando en una constante multiplicativa.

Si una sucesión de polinomios de dos variables, cumplen la condición de ortogonalidad, que expresa la [8], ella define un dominio finito, en el cual la condición de ortogonalidad se cumple.

Se ve, pues, que los polinomios $W_{m,n}(x, y)$ que define la [12] y cumplen la condición de ortogonalidad, que expresa la [8], son funciones de x , de y , del dominio y del orden de formación.

La condición de ortogonalidad que dichos polinomios deben cumplir y expresa la [8], hace que sea de la naturaleza de ellos, constituir sucesiones, necesariamente, asimétricas.

En la extensión de la ortogonalidad, al caso de dos variables, interviene, pues, un nuevo elemento: el orden de formación de la sucesión.

La característica de estos polinomios, de ser, como se ha dicho, esencialmente funciones del dominio finito, en que la condición de ortogonalidad [8] debe cumplirse, la destacan así los elementos $\delta_{r,s}$ del determinante que los genera, así definidos:

$$\delta_{r,s} = \iint_D x^r y^s dx dy \quad [13]$$

Para demostrar la condición de ortogonalidad que impone la [8] supongamos que sea $m, n \neq r, s$ y que, en el orden de la sucesión dado por la [10], sea $W_{r,s}(x, y)$ el de rango mayor. Escribimos en forma de determinante, según la [12], el de rango mayor; en forma de polinomio, según la [9], el de rango menor con lo que

$$I_{r,s/m,n} = \frac{(-1)^{s+\sum_{v=1}^{r+s} v}}{\Delta_{r,s}} \sum_{l=0}^{m+n} \sum_{j=0}^l \alpha_{m,n/l-j,j} \iint_D \begin{vmatrix} 1 & x & \dots & x^r y^s \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta_{r+1,s-1} & \delta_{r+2,s-1} & \dots & \delta_{2r-1,2s-1} \end{vmatrix} x^l y^j dx dy$$

Ejecutando la doble integración, se tendrá una suma de determinantes que, en virtud de la definición de los $\delta_{r,s}$ dada en la [13], tendrá, cada uno de ellos, la primer fila igual a algunas de las $s + \sum_{v=1}^{r+s} v$ filas siguientes, por lo que todos ellos serán nulos y la condición de ortogonalidad está probada.

En el caso de no anulamiento, procediendo en la misma forma, se tendrá que

$$\begin{aligned} I_{m+1,n-1/m+1,n-1} &= \iint_D W_{m+1,n-1}^2(x, y) dx dy = \\ &= \iint_D W_{m+1,n-1}(x, y) x^{m+1} y^{n-1} dx dy = \frac{\Delta_{m,n}}{\Delta_{m+1,n-1}} > 0 \end{aligned}$$

y se demuestra que todos los Δ son positivos.

7. — En el caso de ortogonalidad con ponderación (*) los polinomios $\lambda_{m,n}(x, y)$, ortogonales con la función de Bravais, $B(x, y)$, podían ser descompuestos en el producto de dos polinomios de la sucesión de tal manera que era

$$\lambda_{m,n}(x, y) = \lambda_{m,0}(x, y) \lambda_{0,n}(x, y)$$

descomposición que refleja la naturaleza de la función de probabilidad con la cual los $\lambda_{m,n}$ son ortogonales. Dos casos se presentaban, dependientes de la naturaleza de la función de ponderación:

a) Si la función de ponderación $F(x, y)$ era de dos variables en independencia de probabilidad, se tenía que

$$F(x, y) = \varphi(x) \rho(y)$$

y la descomposición de los $\lambda_{m,n}$ se reducía a un producto de dos polinomios uno solo en x , y otro solo en y , dependientes de la $\varphi(x)$ y de la $\rho(y)$ respectivamente.

b) Si las dos variables, de la función de ponderación, estaban en relación estocástica, como en el caso de la bravesiana, era

$$B(x, y) = \varphi(x) B_x(y)$$

en que $\varphi(x)$, función sólo de la x , era la función en independencia, y $B_x(y)$, función de x y de y , era la ligada. Así mirada la función de Bravais, que está definida en un dominio infinito, la descomposición de los $\lambda_{m,n}(x, y)$ ortogonales con ella, estaba dada por el producto de un $\lambda_{m,0}(x, y)$, que es un polinomio solo en x , de grado m , dependiente de la $\varphi(x)$, por un $\lambda_{0,n}(x, y)$ que es un polinomio en xy de grado n en x y n en y , dependiente de la función ligada $B_x(y)$ y ambos pertenecientes a la sucesión de los $\lambda_{m,n}(x, y)$ como se dijo.

Al pasar a la ortogonalidad sin ponderación, en el caso de dos variables, en forma paralela, dos casos se presentan dependientes ahora, exclusivamente, de la naturaleza del dominio finito en que la condición de ortogonalidad debe cumplirse.

a) Si el dominio es tal que al variar una de las variables, el intervalo en que la otra queda definida no varía, cual sería un dominio rectangular, se verifica que

$$W_{m,n}(x, y) = W_{m,0}(x, y) W_{0,n}(x, y)$$

(*) Fernando L. Gaspar. — Sobre la ortogonalidad a dos variables y generalización de la superficie de Bravais. Anales de la Sociedad Científica Argentina. T. CXXI, Febrero de 1936.

en que $W_{m,0}(x,y)$ es un polinomio sólo en x de grado m y $W_{0,n}(x,y)$ es un polinomio sólo en y de grado n , ortogonales en los intervalos donde, respectivamente, la x y la y varían.

b) Si el dominio fuera tal que al variar una de las variables variase el intervalo en que la otra queda definida, cuyos casos más sencillos estarían dados por dominios circulares o elípticos, teniendo en cuenta el orden de formación que define [10], se verificará que

$$W_{m,n}(x,y) = X_{m(n)}(x) W_{0,n}(x,y)$$

en que $X_{m(n)}(x)$ es un polinomio sólo en x , de grado m , no perteneciente a la sucesión de los $W_{m,n}$ pero ortogonal, en el intervalo en que la x está definida, con una función de ponderación determinada por el grado de n y por las funciones de x que definen los extremos del intervalo en que y varía, cuando x varía. $W_{0,n}(x,y)$ es un polinomio en xy de grado complejo n perteneciente a la sucesión de los $W_{m,n}(x,y)$.

8. — Después de lo expresado, es inmediata la solución del problema que Hermite se había planteado: determinar los polinomios de dos variables que presentasen propiedades generalizando las de los de Legendre, es decir que, simbolizando a dichos polinomios con $L_{r,s}(x,y)$, para todos los puntos de un dominio circular de radio igual a la unidad, se verificase:

$$\iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} L_{r,s}(x,y) L_{m,n}(x,y) dx dy \begin{cases} = 0 & r, s \neq m, n \\ \neq 0 & r, s = m, n \end{cases} \quad [14]$$

Para aplicar la [12], los elementos del determinante que define la [13] serán, en este caso:

$$\delta_{r,s} = \iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} x^r y^s dx dy$$

Por la naturaleza del dominio, cuando cualquiera de los dos sub-índices es impar, la integral es nula. Se tiene, pues:

$$\delta_{2r+1,2s} = 0$$

$$\delta_{2r,2s+1} = 0$$

$$\delta_{2r+1,2s+1} = 0$$

$$\delta_{2r,2s} = \sum_{v=0}^{2r} (-1)^v \binom{2r}{v} \frac{2^{2s+3+(2r-v)}}{2s+1} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{2s+1}{2} + 1 + (2r-v)\right) \Gamma\left(\frac{2s+1}{2} + 1\right)}{\Gamma(2s+3+(2r-v))}$$

Es inmediato que $\delta_{0,0}$ mide el área del dominio, y por la naturaleza de estos polinomios, esencialmente funciones del dominio, cualquier $\delta_{2r,2s}$ estará dado en función de $\delta_{0,0}$.

Se verificará también que los $\delta_{2r,2s}$ constituyen una sucesión simétrica, es decir que

$$\delta_{2r,2s} = \delta_{2s,2r}$$

Efectuando el cálculo se tiene que:

$$\begin{aligned} \delta_{0,0} &= [2 \Gamma(1,5)]^2 \\ \left. \begin{array}{l} \delta_{2,0} \\ \delta_{0,2} \end{array} \right\} &= \frac{1}{4} \delta_{0,0} \\ \left. \begin{array}{l} \delta_{4,0} \\ \delta_{0,4} \end{array} \right\} &= \frac{1}{8} \delta_{0,0} \\ \delta_{2,2} &= \frac{1}{24} \delta_{0,0} \\ \left. \begin{array}{l} \delta_{6,0} \\ \delta_{0,6} \end{array} \right\} &= \frac{5}{64} \delta_{0,0} \\ \left. \begin{array}{l} \delta_{4,2} \\ \delta_{2,4} \end{array} \right\} &= \frac{1}{64} \delta_{0,0} \\ \left. \begin{array}{l} \delta_{8,0} \\ \delta_{0,8} \end{array} \right\} &= \frac{7}{128} \delta_{0,0} \\ \left. \begin{array}{l} \delta_{6,2} \\ \delta_{2,6} \end{array} \right\} &= \frac{1}{128} \delta_{0,0} \\ \delta_{4,4} &= \frac{3}{640} \delta_{0,0} \end{aligned}$$

que son los elementos necesarios para la generación de los $L_{r,s}(x, y)$ hasta los de grado complejo 4°.

El cálculo de $\delta_{0,0}$ extendido al de un círculo cualquiera, de radio r , permite expresar el área del círculo en función de la integral euliana de segunda especie, y así se tiene que, si llamamos A al área, es:

$$A = [2r \Gamma(1,5)]^2$$

Análogamente, si se trata de una elipse es:

$$A = a b [2 \Gamma(1,5)]^2$$

en que a y b son los semi-ejes, mayor y menor, de la elipse; esta última fórmula se reduce a la anterior cuando es:

$$a = b = r$$

Aplicando la [13] se tiene la sucesión de los blegendrianos, hasta los de 4° grado inclusive, que cumplen la condición [14]; conviniendo en poner $L_{0,0}(x, y) = 1$, es:

$$L_{0,0}(x, y) = 1$$

$$L_{1,0}(x, y) = x$$

$$L_{0,1}(x, y) = y$$

$$L_{2,0}(x, y) = -\frac{1}{4} + x^2$$

$$L_{1,1}(x, y) = xy$$

$$L_{0,2}(x, y) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x^2 + y^2$$

$$L_{3,0}(x, y) = -\frac{1}{2}x + x^3$$

$$L_{2,1}(x, y) = -\frac{1}{6}y + x^2y$$

$$L_{1,2}(x, y) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x^3 + xy^2$$

$$L_{0,3}(x, y) = -\frac{3}{5}y + \frac{3}{5}x^2y + y^3$$

$$L_{4,0}(x, y) = \frac{1}{16} - \frac{3}{4}x^2 + x^4$$

$$L_{3,1}(x, y) = -\frac{3}{8}xy + x^3y$$

$$L_{2,2}(x, y) = \frac{1}{24} - \frac{3}{8}x^2 - \frac{1}{8}y^2 + \frac{1}{3}x^4 + x^2y^2$$

$$L_{1,3}(x, y) = -\frac{3}{5}xy + \frac{3}{5}x^3y + xy^3$$

$$L_{0,4}(x, y) = \frac{3}{35} - \frac{6}{35}x^2 - \frac{6}{7}y^2 + \frac{3}{35}x^4 + \frac{6}{7}x^2y^2 + y^4$$

Poniendo:

$$X_{1(i)}(x) = x \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

$$X_{2(0)}(x) = -\frac{1}{4} + x^2$$

$$X_{2(1)}(x) = -\frac{1}{6} + x^2$$

$$X_{2(2)}(x) = -\frac{1}{8} + x^2$$

$$X_{3(0)}(x) = -\frac{1}{2}x + x^3$$

$$X_{3(1)}(x) = -\frac{3}{8}x + x^3$$

$$X_{4(0)}(x) = \frac{1}{16} - \frac{3}{4}x^2 + x^4$$

Se tiene que

$$L_{1,0}(x, y) \equiv X_{1(0)}(x)$$

$$L_{2,0}(x, y) \equiv X_{2(0)}(x)$$

$$L_{1,1}(x, y) \equiv X_{1(1)}(x) L_{0,1}(x, y)$$

$$L_{3,0}(x, y) \equiv X_{3(0)}(x)$$

$$L_{2,1}(x, y) \equiv X_{2(1)}(x) L_{0,1}(x, y)$$

$$L_{1,2}(x, y) \equiv X_{1(2)}(x) L_{0,2}(x, y)$$

$$L_{4,0}(x, y) \equiv X_{4(0)}(x)$$

$$L_{3,1}(x, y) \equiv X_{3(1)}(x) L_{0,1}(x, y)$$

$$L_{2,2}(x, y) \equiv X_{2(2)}(x) L_{0,2}(x, y)$$

$$L_{1,3}(x, y) \equiv X_{1(3)}(x) L_{0,3}(x, y)$$

y en general

$$L_{r,s}(x, y) \equiv X_{r(s)}(x) L_{0,s}(x, y) \quad [15]$$

en que $X_{r(s)}(x)$ es un polinomio sólo en x , de grado r , no perteneciente a la sucesión de los $L_{r,s}(x, y)$ pero ortogonal en el intervalo $(-1, +1)$ con una función de ponderación $\varphi_s(x)$ determinada por el grado de s y por el intervalo funcional en que y varía, cuando x varía, así definida:

$$\varphi_s(x) = (1 - x^2)^{\frac{1}{2} + s} \quad x \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases} \quad [16]$$

Es decir que

$$\int_{-1}^{+1} \varphi_s(x) \times_{r(s)}(x) \times_{r(s)}(x) dx \begin{cases} = 0 & r \neq v \\ \neq 0 & r = v \end{cases}$$

Variando s se obtiene una infinitud de familias, compuesta cada una, a su vez, de infinitas sucesiones discrepando en una constante multiplicativa, de polinomios ortogonales en el intervalo $(-1, +1)$.

Con $s = -1$ y con $s = 0$ se obtienen los de Tscheycheff; con $s = -\frac{1}{2}$ los de Legendre (*).

Los $X_{r(s)}(x)$ forman un subgrupo de familias de polinomios de Jacobi (hipergeométricos) ortogonales en el intervalo $(-1, +1)$.

9. — La descomposición de los $L_{r,s}(x, y)$ que acusa la [15] va a permitir simplificar su generación por determinantes.

Llamando $\mu_{n(s)}$ a un momento de orden n ($n = 0, 1, 2, \dots$) de $\varphi_s(x)$ es

$$\mu_{n(s)} = \int_{-1}^{+1} \varphi_s(x) x^n dx$$

y se verifica que es

$$\mu_{n(s)} = \delta_{n,2s}$$

nulo, cuando n es impar, es decir que

$$\mu_{2n+1(s)} = 0$$

$$\mu_{2n(s)} = \delta_{2n,2s}$$

cuyos valores ya se han calculado.

Por otra parte, poniendo

$$\delta_n(x) = \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{+\sqrt{1-x^2}} y^n dy \quad [17]$$

se verifica que la integral es nula cuando n es impar

Entonces es

$$\delta_{2n+1}(x) = 0$$

$$\delta_{2n}(x) = \frac{2}{2n+1} (1-x^2)^{\frac{2n+1}{2}}$$

(*) v. R. Courant und D. Hilbert. — Methoden der Mathematischen Physik. T. I. Pag. 75.

Se tiene que

$$X_{r(s)}(x) = \frac{(-1)^r}{\beta_{r(s)}} \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & \dots & x^r \\ \mu_{0(s)} & \mu_{1(s)} & \mu_{2(s)} & \dots & \mu_{r(s)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mu_{r-1(s)} & \mu_{r(s)} & \mu_{r+1(s)} & \dots & \mu_{2r-1(s)} \end{vmatrix} = \frac{(-1)^r}{\beta_{r(s)}} \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & \dots & x^r \\ \delta_{0,2s} & \delta_{1,2s} & \delta_{2,2s} & \dots & \delta_{r,2s} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \delta_{r-1,2s} & \delta_{r,2s} & \delta_{r+1,2s} & \dots & \delta_{2r-1,2s} \end{vmatrix}$$

$$L_{0,s}(x, y) = \frac{(-1)^s}{\beta_{0s}} \begin{vmatrix} 1 & y & y^2 & \dots & y^s \\ \delta_0(x) & \delta_1(x) & \delta_2(x) & \dots & \delta_s(x) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \delta_{s-1}(x) & \delta_s(x) & \delta_{s+1}(x) & \dots & \delta_{2s-1}(x) \end{vmatrix}$$

y por lo tanto $L_{r,s}(x, y)$ queda definido por el determinante producto, es decir que

$$L_{r,s}(x, y) = \frac{(-1)^{r+s}}{\beta_{r(s)} \beta_{0s}} \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & \dots & x^r \\ \delta_{0,2s} & \delta_{1,2s} & \delta_{2,2s} & \dots & \delta_{r,2s} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \delta_{r-1,2s} & \delta_{r,2s} & \delta_{r+1,2s} & \dots & \delta_{2r-1,2s} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 1 & y & y^2 & \dots & y^s \\ \delta_0(x) & \delta_1(x) & \delta_2(x) & \dots & \delta_s(x) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \delta_{s-1}(x) & \delta_s(x) & \delta_{s+1}(x) & \dots & \delta_{2s-1}(x) \end{vmatrix}$$

10. — El cálculo por determinantes, aún con esta última simplificación, siempre es largo y engorroso, lo que hace doblemente interesante la determinación del método derivativo que permita generar los $L_{r,s}(x, y)$ por derivación.

La descomposición que indica la [15]; la naturaleza de $X_{r(s)}(x)$ y de $L_{0s}(x, y)$ como se han definido, hace que tratando a los $X_{r(s)}(x)$ como polinomios ortogonales con la función de ponderación que define la [16] y a los $L_{0s}(x, y)$ como polinomios ortogonales sin ponderación, en el intervalo funcional que define los extremos de la integral de la [17], se determinen los respectivos núcleos derivativos con lo que

$$F(k, x) = (1 - x^2)^k \quad (\text{para cualquier } \varphi_s(x); \text{ es decir para } s \text{ cualquiera})$$

$$F(k, xy) = (y^2 - 1 + x^2)^k$$

En menos de una constante multiplicativa se tendrá que

$$L_{r,s}(x,y) = C \cdot \frac{\frac{d^{(r)}}{dx^r} (1-x^2)^{\frac{2(r+s)+1}{2}} \frac{\delta^{(s)}}{\delta y^s} (y^2-1+x^2)^s}{(1-x^2)^{\frac{2s+1}{2}}} C = \text{const.}$$

Finalmente, la determinación de la constante permite poner:

$$L_{r,s}(x,y) = (-1)^r \cdot \frac{1}{(2r+2s+1)^{(r)}(2s-1)!!} \cdot \frac{\frac{d^{(r)}}{dx^r} (1-x^2)^{\frac{2(r+s)+1}{2}} \frac{\delta^{(s)}}{\delta y^s} (y^2-1+x^2)^s}{(1-x^2)^{\frac{2s+1}{2}}}$$

en que es

$$(v)^{(r)} = v(v-1)(v-2)\dots(v-r+1)$$

$$(2s-1)!! = 1, 3, 5 \dots (2s-1) [(2s-1) \text{ semi-factorial}]$$

11. — El desarrollo de una función $F(x, y)$ en serie de bilingendrianos dará:

$$F(x, y) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{n=0}^r \omega_{r-n,n} L_{r-n,n}(x, y)$$

en que, por la propiedad de ortogonalidad de los $L_{r,s}(x, y)$ el cálculo de los coeficientes $\omega_{m,n}$ es inmediato, por el método de Fourier, y así se tiene que es:

$$\omega_{m,n} = \frac{\iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} F(x, y) L_{m,n}(x, y) dx dy}{\iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} L_{m,n}^2(x, y) dx dy} \quad [18]$$

Los coeficientes así calculados satisfacen la condición de los mínimos cuadrados.

En efecto: dentro de una aproximación complejiva de grado s , se tendrá que

$$F(x, y) \sim \sum_{r=0}^s \sum_{n=0}^r \omega_{r-n,n} L_{r-n,n}(x, y)$$

y, una medida de la aproximación cuadrática, función de los coeficientes $\omega_{m,n}$ estará así dada

$$\sigma(\omega_{m,n}) = \iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} \left[F(x,y) - \sum_{r=0}^s \sum_{n=0}^r \omega_{r-n,n} L_{r-n,n}(x,y) \right]^2 dx dy$$

y para que la condición de mínimo se cumpla deberá ser

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \omega_{m,n}} = 0 \quad \left(\begin{matrix} m = 0, 1, 2, \dots, s \\ n = 0, 1, 2, \dots, s \end{matrix} \right)$$

Ejecutando la derivación se tiene que

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \omega_{m,n}} = \iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} \left[F(x,y) - \sum_{r=0}^s \sum_{n=0}^r \omega_{r-n,n} L_{r-n,n}(x,y) \right] L_{m,n}(x,y) dx dy = 0$$

Separando las integrales y por la propiedad de ortogonalidad de los $L_{r,s}(x,y)$ se tiene que

$$\iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} F(x,y) L_{m,n}(x,y) dx dy = \omega_{m,n} \iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} L_{m,n}^2(x,y) dx dy$$

de donde la [18].

El cálculo de dichos coeficientes se simplifica normalizando la sucesión de los $L_{r,s}(x,y)$ con lo que, llamando $\bar{L}_{r,s}(x,y)$ a la sucesión normalizada, es:

$$\bar{L}_{m+1,n-1}(x,y) = \sqrt{\frac{\Delta_{m+1,n-1}}{\Delta_{m,n}}} L_{m+1,n-1}(x,y)$$

y entonces

$$\omega_{m,n} = \iint_{(1-x^2-y^2 \geq 0)} F(x,y) \bar{L}_{m,n}(x,y) dx dy$$

12. — La extensión al caso de n variables es inmediata: si las variables fueran x, y, \dots, z , adoptado como orden de formación el de las potencias sucesivas del polinomio $(x + y + \dots + z)$ los elementos del determinante que genera los $L(x, y, \dots, z)$ se definen así:

$$\delta_{r,s} \dots v = \iint \dots \int_{(1-x^2-y^2-\dots-z^2 \geq 0)} x^r y^s \dots z^v dx dy \dots dz$$

y la construcción del determinante es similar a la del [12].

LA PRESENCIA DEL GLUTATIONE EN EL GERMEN DEL TRIGO Y SU INFLUENCIA EN LAS HARINAS

POR EL DR. E ING. AGR. C. M. ALBIZZATI

Los trabajos de Holger Jorgensen (1935-1936), relacionados al estudio de $\text{Br.O}_3\text{K}$ como inhibidor de las enzimas proteolíticas contenidas en la harina de trigo, como asimismo la acción activadora del Glutatione sobre dichas enzimas, me indujeron a efectuar una serie de ensayos, a fin de comprobar la presencia de este último en el germen de trigo.

Es bien conocida, por quienes se dedican a estudio de la química cerealera, la acción perjudicial del germen en la calidad panificable de las harinas, atribuyendo esta acción a la presencia de proteasas, las cuales modifican las cualidades físicas de los amasijos, haciendo perder al gluten su elasticidad y extensibilidad.

De la copiosa bibliografía que existe al respecto, cábeme citar aquí el interesante trabajo de los autores americanos B. Sullivan, Cleo Near y Guy Foley (1936), quienes demuestran en él, una vez más, los efectos agravantes del germen sobre las harinas durante los procesos de panificación.

Ellos al estudiar en particular sus componentes, los que ya habían sido aislados por diferentes investigadores, a saber, la Rafinosa ($\text{C}_{18}\text{H}_{32}\text{O}_{16}$) por Richardson y Crampton (1886), y últimamente, por Colin y Belwal (1934) los que estudiaron también la Sacarosa ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$); la Alantoina ($\text{C}_4\text{H}_6\text{O}_3\text{N}_4$) por Richardson y Crampton (1886); la Betaina ($\text{C}_5\text{H}_{11}\text{O}_2\text{N}$) y la Colina ($\text{C}_5\text{H}_{15}\text{O}_2\text{N}$) aislados por Schulze y Frankfurt (1893); el ácido Nucleico, por Thomas y Dack (1925); la Fitina, por Andrews y Bayley, además de los cuerpos nombrados, estudian la Asparagina ($\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_3\text{N}_2$), la Arginina ($\text{C}_6\text{H}_{14}\text{O}_2\text{N}_2$); y la Creatina ($\text{C}_4\text{H}_9\text{N}_3\text{O}_2$) llegando a las siguientes conclusiones:

Que el germen de trigo, así como su extracción acuosa perjudican la harina desmejorando visiblemente sus cualidades panificable, aún

después de ser llevado a ebullición, no pudiendo atribuírsele en tal caso una acción proteolítica sobre el gluten, y que tampoco esta acción es debida a las diferentes sustancias aisladas del germen, como la Rafinosa, Sacarosa, Alantoina, Colina, Betaina, Asparagina, Arginina, etc., lo que se comprueba con los farinogramas por ellos obtenidos en esa ocasión.

Dado que la extracción acuosa del germen, mantiene sus propiedades, aún después de la ebullición, según Sullivan, Near y Foley, y estando estos resultados en concordancia con lo que había observado Jorgensen, con extracciones acuosas de levaduras de cerveza llevadas a ebullición; es que se justifica de una manera incontrovertible, que la desintegración del gluten no debe atribuirse únicamente a las proteasas, pero sí a una sustancia que actúa como activadora, de acuerdo a lo observado por Jorgensen con el Glutathione, cuando es incorporado directamente a un amasijo de harina y agua.

Inicié mis ensayos a mediados del mes de Agosto de 1936, comenzando por estudiar la composición química del germen de trigo, el que me había sido suministrado por unos de los principales molinos de la Capital. Los métodos analíticos aplicados son los indicados por la A. O. A. Ch. y Cereal Chemistry.

Los datos obtenidos, fueron los que a continuación detallo:

Humedad	11,83 %
Cenizas	5,09 »
Proteína N 6,25	31,39 »
Materia grasa	12,92 »
Substancias no determinadas	38,77 »

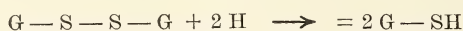
Conocida así, la composición química del germen que iba a utilizar en los ensayos, pasé a comprobar la presencia de Glutathione, para esto realicé una suspensión de germen en agua, lo filtré, sometiendo luego el filtrado a ebullición durante unos minutos, y caracterizando cualitativamente el Glutathione por la coloración rojoviolácea que produce con el Nitroprusiato de Sodio en medio amoniacal.

Tal sustancia fué descubierta y extraída de la levadura de cerveza, por Hopkins (1921), variando su cantidad entre 0,10 y 0,23 gr. por %. Está formado por la Glicocola, ácido Glutámico y Cisteína, siendo por lo tanto un tripéptido con la siguiente fórmula: $C_{10}H_{17}N_3SO_6$, es fácilmente soluble en agua, y encuéntrase difun-

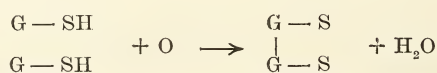
didada entre los seres vivientes, vegetales y animales, desempeñando en ambos casos un papel esencial en la respiración de los tejidos.

En este sentido, actúa como aceptor de Hidrógeno reduciéndose, a la vez que oxida las substancias celulares; una vez reducido fija Oxígeno, y por ser auto-oxidable vuelve a su estado inicial.

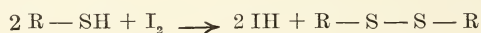
Este mecanismo puede representarse así:



o bien



Determinada pues, su presencia en el germen, se procedió a hacer su evaluación utilizando para ello el método propuesto por Tunnicliffe (1925) basado en la siguiente reacción:



Empleando una solución de iodo, 0,01 N y como indicador externo el Nitroprusiato de sodio en medio amoniacal.

La cantidad de Glutathione encontrada en el germen de trigo, fué de 0,345 gr. por ciento.

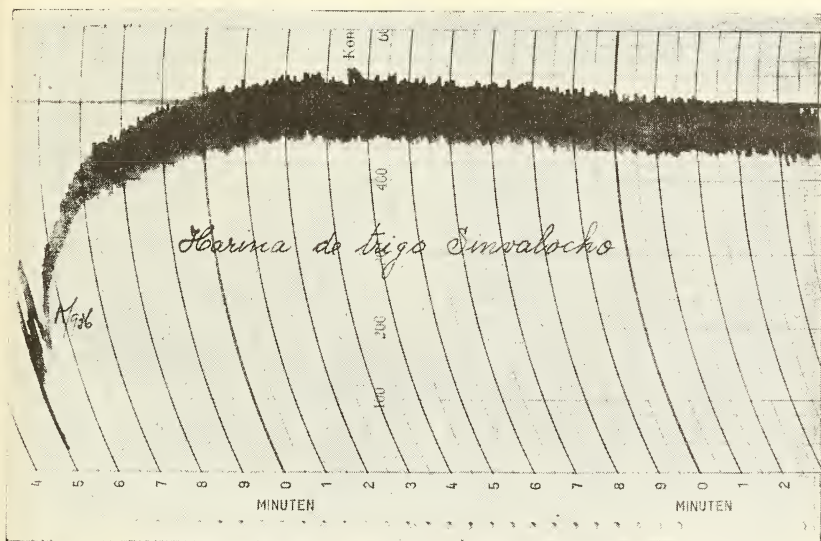
La harina utilizada para los ensayos fué obtenida de la molienda de trigo de la variedad « Sinvalocho », en molino experimental, de acuerdo a las normas establecidas. La extracción correspondió a un 60 % y sus datos analíticos, después del reposo necesario antes de ser utilizado, fueron:

Humedad	11,56 %
Cenizas	0,53 »
Proteína N 5,7	11,56 »
Absorción de H ₂ O	68,00 »
Actividad proteolítica	0,39 »

La curva farinográfica obtenida, cuya reproducción se acompaña a continuación, caracteriza a una harina de largo tiempo de desarrollo, y de excelente estabilidad. (Fot. N° 1).

Conocida la absorción de agua, y su farinograma, procedí a efectuar el ensayo ya practicado por Jorgensen, para lo cual se hicieron

dos amasijos con 50 gr. de harina y 34 cc. de agua, pero agregando a uno de ellos 45 mg. de Glutacione puro. Efectuado el amasado correspondiente, el que se hizo de tal manera que ambos amasijos quedaran terminados al mismo tiempo, se los llevó a la estufa calentada a 30°C durante 30' y cuando al cabo de este tiempo se los retiró, observóse que el amasijo con Glutacione había perdido tenacidad, deformándose la pasta con respecto al testigo.



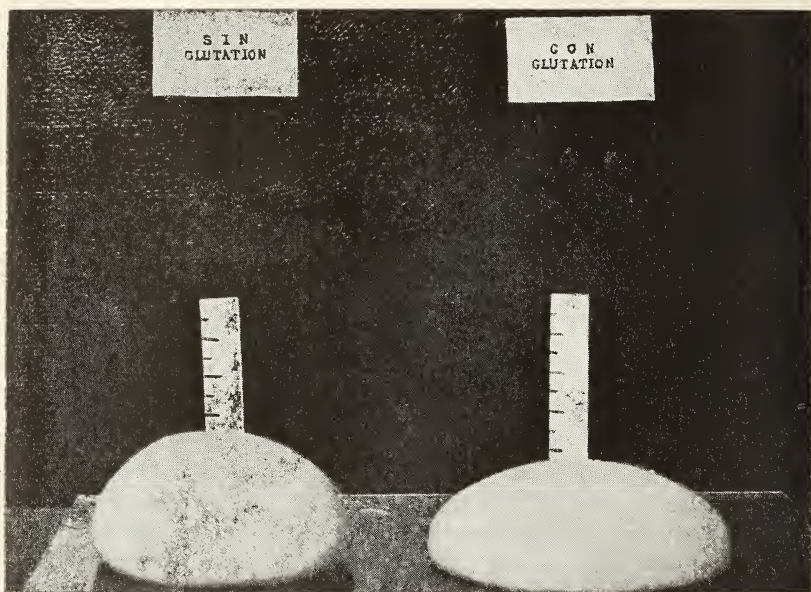
Fotografía n° 1

Como dato ilustrativo, inserto a continuación la *fotografía n° 2*.

Conociendo entonces, la riqueza de Glutacione en el germen de trigo, procedí a efectuar una maceración de germen en agua, durante media hora, luego filtróse hasta obtener un líquido límpido, operación ésta un poco engorrosa que bien puede subsanarse utilizando una centrífuga, y al líquido de maceración obtenido se lo llevó a ebullición para destruir las proteasas.

A fin de ponernos en iguales condiciones con respecto a la concentración de Glutacione del ensayo anterior, fueron preparados dos amasijos, a uno de los cuales se le agregó el equivalente, a los 45 mg. de Glutacione en cc. de macerado de germen, completando con agua hasta alcanzar el grado de absorción fijado, procediendo luego igual que en el experimento anterior.

Ambos amasijos, como se observará en la fotografía n° 3, se comportan en una forma análoga a lo ya observado en el anterior ensayo (véase la foto n° 2), esto es que, el que contenía líquido de macerado de germen había perdido tenacidad, y se deformó, evidenciándose así que, la disminución de volumen de la pasta, es debida únicamente al Glutacione solubilizado durante la maceración del germen, y no, a los productos que de éste se han aislado.



Fotografía n° 2

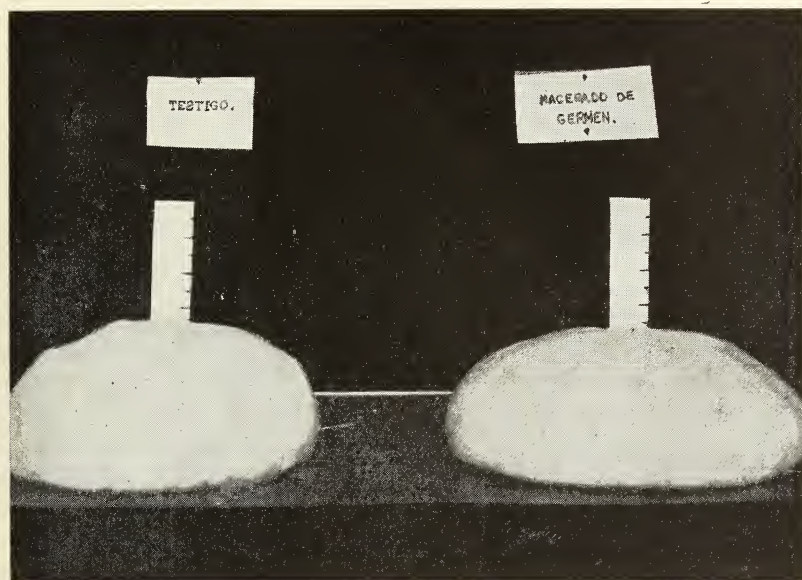
Deseando poner más aún de manifiesto, el efecto del Glutacione y del líquido de maceración, preparado de acuerdo a lo ya indicado, utilicé tal como lo hicieron los autores nombrados, el farinógrafo de Brabender, tomando para ello 300 gr. de harina, agregándole 100 mg. de Glutacione, y agua de acuerdo a su absorción.

Nuevamente efectué el ensayo, con la diferencia que esta vez se agregó el equivalente en Glutacione proveniente del líquido de maceración, cuyo farinograma se encuentra en la fotografía n° 4.

Y bien, si comparamos los farinogramas de la harina con Glutacione, con el del agregado con agua de maceración de germen, se comprueba la similitud de efectos producidos en la harina; y si los

cotejamos con el farinógrafo normal de la harina, comprobamos lo ya aseverado por Jorgensen respecto a la acción activadora del Glutacione.

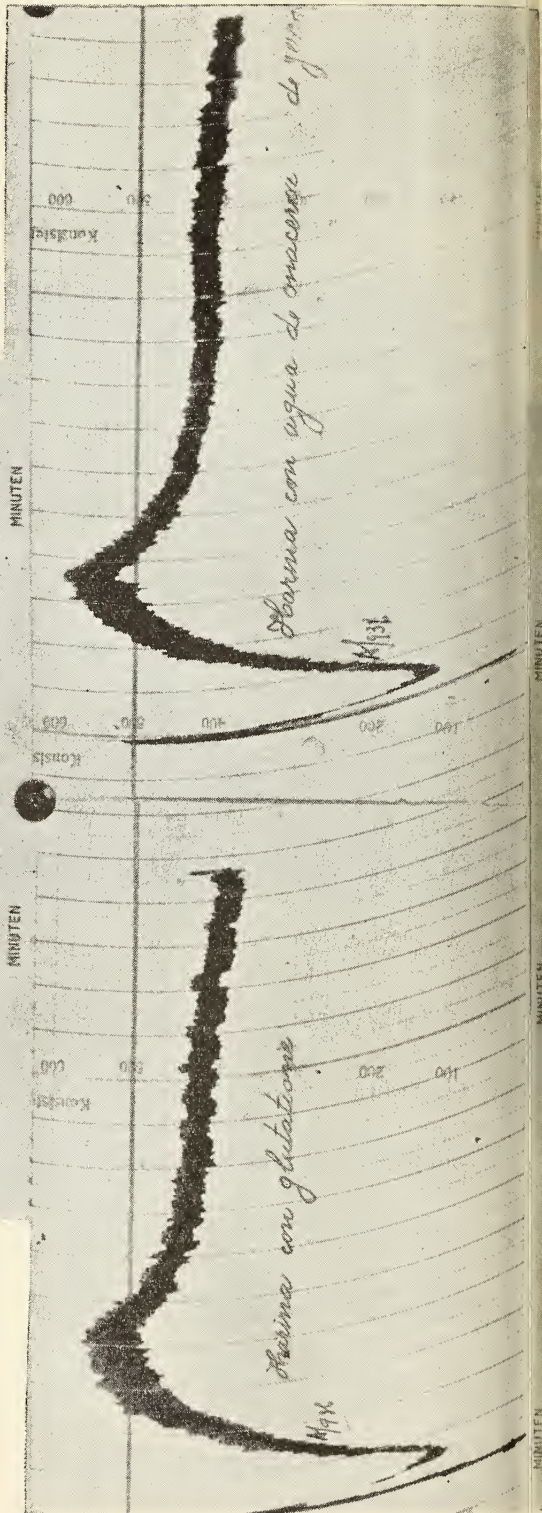
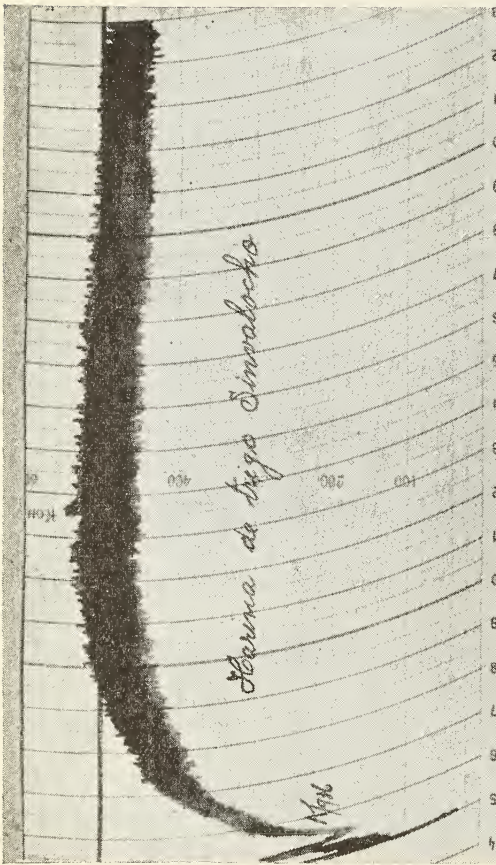
Pero deseando despejar toda clase de dudas, y con objeto de comprobar si tales hechos acontecen igualmente con las harinas elaboradas en los grandes molinos, efectué una serie de ensayos, de los

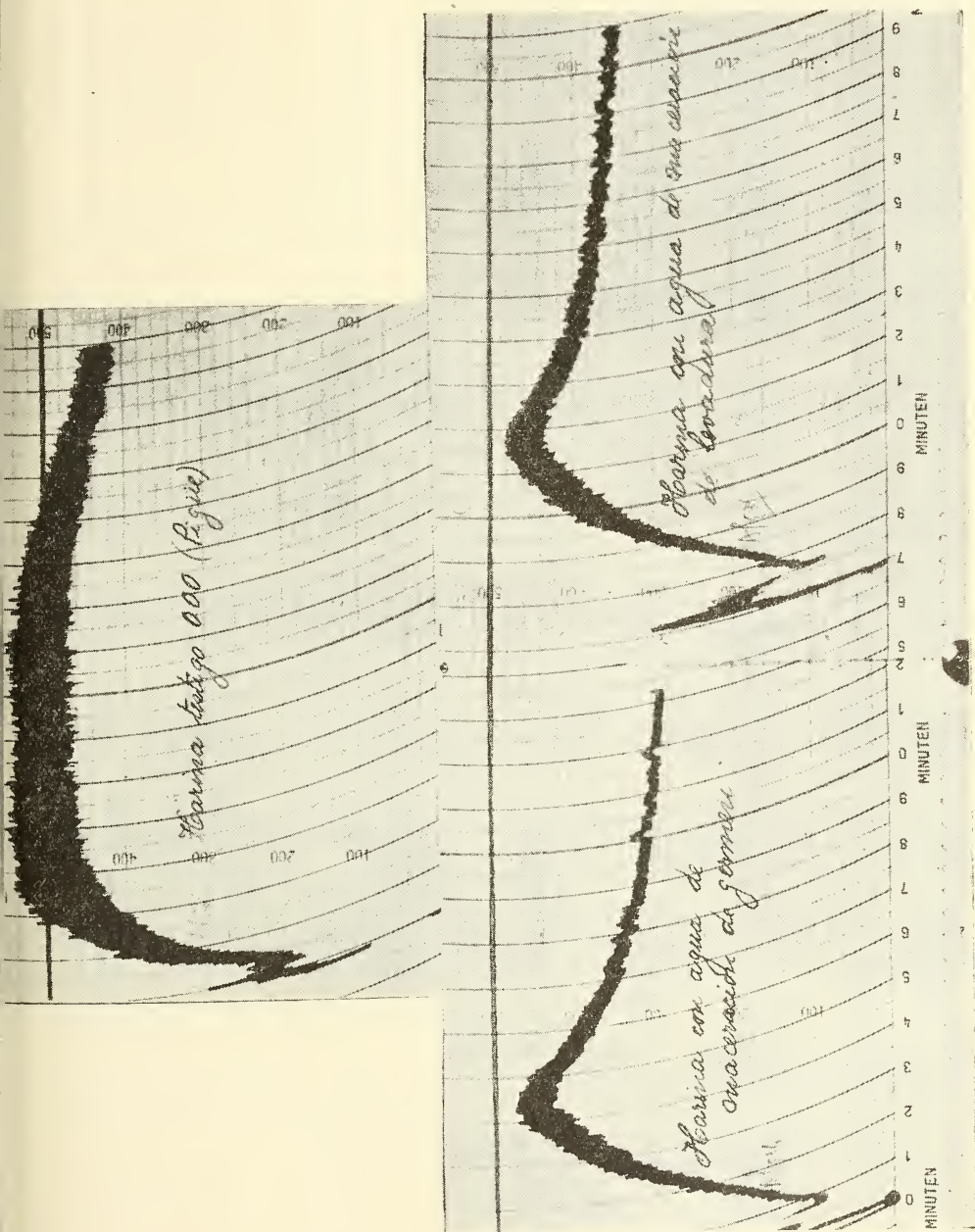


Fotografía n° 3

cuales reproduzco solamente un farinógrafo, que corresponde a una harina de Pigué, marca « 000 », y que denota sus buenas cualidades plásticas.

Los otros farinogramas obtenidos, y que se insertan en la misma fotografía que el anterior, n° 5, corresponden a la misma harina, pero con el agregado de líquido de maceración de germen, una, y la otra con el de líquido de levadura de cerveza; ambos conteniendo la cantidad de Glutacione, en la misma proporción que en los ensayos farinográficos anteriores.





Fotografía nº 5

CONCLUSIÓN

De los ensayos realizados, pónese de manifiesto, la acción perjudicial del Glutathione contenido en el germen de trigo, corroborando así lo ya demostrado por Holger Jorgensen en sus estudios sobre tal substancia, como también lo relacionado con el líquido proveniente de la maceración de la levadura de cerveza.

Y por último cúpleme aclarar que estos ensayos se llevaron a cabo, hasta el mes de octubre de 1936, en que me ví obligado a dejarlos en suspenso con motivo de mi viaje a Europa. Hasta ese momento la bibliografía que conocía, no señalaba la presencia de este cuerpo en el germen de trigo.

Es pues para mí, motivo de íntima satisfacción el haber llegado a obtener, resultados que corroboran lo publicado por Sullivan, Howe y Schmalz, en noviembre de 1936, trabajos que conocí a mi regreso al país, en marzo de 1937.

BIBLIOGRAFIA

- ALBIZZATI CARLOS M. 1928. *Nota sobre la composición química del germen de «Triticum Sativum» y sus derivados.* «Rev. de la Fac. de Agronomía de La Plata», tomo XVIII, pág. 48-57.
- BALLS A. K. and HALE W. S. 1936. *Proteolytic Enzymes of Flour.* «Cereal Chem», Vol. XIII, N° 1, January 1936, pág. 54-60.
- BALLS A. K. and HALE W. S. 1936. *Further Studies on the activity of proteinase in Flour.* «Cereal Chem.», Vol. XIII, N° 6, November, pág. 656-664.
- HOUSSAY B. A. y MAZZOCCO P. 1927. *El glutathione y las propiedades reductoras de los tejidos de las ratas suprarrenoprivas.* «Rev. S. Argent. Biol.», año III, N° 1, pág. 112-125.
- JORGENSEN HOLGER. 1936. *On the existence of powerful but latent proteolytic enzymes in Wheat flour.* «Cereal Chem», Vol. XIII, N° 3, May, pág. 346-355.
- SULLIVAN B. NEAR CLEO and FOLEY GUY. 1936. *The Harmful action of wheat germ on the baking quality of flour and the constituents responsible for this effect.* «Cereal Chem.», Vol. XIII, N° 4, July, pág. 453-463.
- SULLIVAN B. HOWE MARJORIE and SCHMALZ F. D. 1936. *On the presence of Glutathione in wheat germ.* «Cereal Chem.», Vol. XIII, N° 6, November, pág. 665-669.
- TUNNICLIFFE H. E. 1925. *The occurrence and quantitative estimation of Glutathione in tissues.* «Biochem. Journ.», tomo XIX, pág. 194.
- WURMSER REN. 1930. *Oxidations et Réductions.* Paris.

Buenos Aires, junio de 1937.

NOTA SOBRE EL EMPLEO DE LA HARINA DE MALTA COMO «MEJORADOR BIOLÓGICO» EN LA HARINA DE TRIGO

POR EL DR. E ING. AGR. C. M. ALBIZZATI

Se denomina Harina de Malta, el producto obtenido de la molienda de la cebada germinada en condiciones especiales, oscilando su grado de extracción alrededor del 75 %. Su empleo como «mejorador» de la calidad panificable de la harina de trigo, es bien conocida por los industriales molineros y panaderos.

Su finalidad en tal sentido, es la de aumentar la cantidad de enzimas (amilasa) que hidrolizan el almidón, coadyuvando a un mejor trabajo de la levadura en la formación del gas carbónico. Pero es de hacer notar que conjuntamente con la incorporación del citado «mejorador» se introducen enzimas de otro orden tales como las proteasas y peptidasas que tienen la propiedad de desintegrar, a veces más de lo necesario, el complejo proteico denominado gluten (gliadina, glutenina) volviéndolo incapaz de retener el gas formado por pérdida de elasticidad y resistencia.

Los estudios realizados sobre la harina de malta por un conjunto de investigadores, han puesto en evidencia la acción proteolítica de la harina en cuestión como lo atestiguan los trabajos de Lüers y Malsch (1929), Fliel y Linderstrom (1929), los que demostraron la presencia de las proteasas, por su acción sobre la gelatina, y los últimos nombrados además, sobre edestina, ovo-albúmina, a un pH que oscilaba entre 4,9 y 5,0 y en cuanto a peptidasa, su acción sobre la leucilglicina en pH 7,5 y 7,9.

Y si nos referimos a la acción hidrolítica de las amilasas, hoy ya se conocen dos: la α amilasa (dextrinogénica) y la β amilasa (sacarogénica), que fueron plenamente establecidas por Olhsson (1930), y confirmadas por Edfeldt North (1930), y Van Klinkenberg (1931), Lüers y Rummmler (1933-1935), Chrzaszcz y Janicki (1933).

Demostrada la presencia de las diferentes enzimas por los autores citados, y en el deseo de cerciorarme de la calidad de la harina de

malta, que como «mejorador biológico» se expende en el país, se recolectó un total de ocho muestras, obligándome por razones obvias a omitir sus procedencias, y cuyos valores analíticos se expresan a continuación en los diferentes cuadros insertados más abajo.

En la elección de los métodos para determinar la actividad enzimática utilicé el de Egloffsteim y Pollak ya publicados en extenso, y aunque si bien es cierto éste, como los de Rumsey (1922), Rumsey-Kent Jones (1924), Blisch Sandstedt (1933), Litner y otros, son todos fácilmente aplicables en los laboratorios, quise emplear un procedimiento que cuidadosamente utilizado diera valores cotejables y de mejor apreciación para las personas poco habituadas al mismo.

El consiste en preparar de acuerdo a la siguiente fórmula, un amasijo así:

Harina	100	gramos
Levadura	3	»
Sal	1,5	»
Harina de Malta	0,20	»
Agua	57,5	»

Se efectúa el amasado y se toman trozos de pasta de igual peso, dándoles forma cilíndrica y colocándolos en probetas construídas de expofeso, teniendo cuidado de hacer una leve compresión. Luego se pone el conjunto en una estufa a 30°C anotándose cada 30' la variación de volumen.

Los ensayos realizados se efectuaron siempre por duplicado, siendo sus valores medios los que se indican en el cuadro n° 1.

CUADRO N° 1

Muestras de harinas	Aumento total de volúmen	Incremento de volúmen %	Valores de Egloffsteim y Pollak
Testigo	100,00	0	—
1	107,5	7,5	4800,0
2	105,0	5,0	4802,0
3	87,5	— 12,5	3300,0
4	130,0	30,0	6948,0
5	117,5	17,5	7638,0
6	107,0	7,0	3894,0
7	126,5	26,5	6988,0
8	115,0	15,0	6362,0

La temperatura de fermentación fué de 30°C.

El tiempo de fermentación de 240'.

Los valores obtenidos en este cuadro, con los métodos indicados, nos ponen de manifiesto la diferencia de poder diastásico entre las harinas de malta estudiadas, y en lo que respecta al aumento de volumen, éste es más fácilmente comprensible cotejando los valores que da el cuadro n° 2, en donde se observa en general que el máximo de volumen de la pasta en los diferentes ensayos, está en los primeros sesenta minutos, vemos también que el aumento de volumen se desarrolla de una manera diferente e irregular, aconteciendo tal como en las muestras 3, 6 y 7 que éste llega al máximo para ir luego decayendo paulatinamente.

CUADRO N° 2

Variación de volumen en los amasijos estudiados

Tiempo de fermentac.	Testigo	1	2	3	4	5	6	7	8
30'	30.00	35.00	40.00	40.00	40.00	45.00	42.50	50.00	52.50
60'	65.00	60.00	57.50	52.50	62.00	58.00	60.00	65.00	42.50
90'	1.50	7.50	2.50	2.50	10.00	7.00	2.50	0.00	0.00
120'	1.50	2.50	1.00	0.00	7.50	5.00	2.50	0.00	5.00
150'	1.50	0.00	0.00	1.00	0.00	2.50	0.00	0.00	10.00
180'	0.50	0.00	0.00	0.00	2.50	0.00	0.00	5.00	0.00
210'	0.00	2.50	0.00	— 6.00	0.00	0.00	12.50	10.00	2.50
240'	0.00	0.00	4.00	— 3.00	8.00	0.00	— 13.00	— 3.50	2.50
	100.00	107.50	105.00	87.00	130.00	117.50	107.00	126.50	115.00

Este hecho me indujo a pensar que además de conocer el valor diastásico de una malta, para ser utilizado como « mejorador » debería de conocerse también su valor proteolítico, dado que esa disminución de volumen de la pasta, podría ser debido a la acción de la proetesa sobre el gluten de la harina. Para cerciorarse de si tal hecho respondía en efecto a ello, efectué la determinación en todas las muestras, utilizando el método de Sorensen modificado por Cairns y Bayley (1928).

Reactivos:

- a) Solución Na(OH) 0,01 N.
- b) Solución neutra de formol (preparada neutralizando con Na(OH) una solución al 45 % usando fenolftaleína como indicador).
- c) Fenolftaleína al 0,5 % en alcohol de 95°.

Técnica: Se toman 25 gr. de harina a analizar, se la coloca en un Erlenmeyer de capacidad de 200 cc. agregándosele 100 cc. de agua destilada (que contiene 0,5 cc. de tolueno por litro), se coloca en baño-maría regulado a 37°C durante 60'. Se agita el Erlenmeyer cada 15' y al final de los 60' se clarifica por centrifugación. Se toman 50 cc. y sobre este volumen se agregan 1 cc. de fenolftaleína, valorándose con Na(OH) 0,01 N, tomándose debida nota de los cc. gastados. Luego se agregan 10 cc. de solución de formol con lo que la coloración rosada desaparece; se agita durante 5' y se vuelve a titular con Na(OH) 0,01 N hasta la reaparición del color, volviéndose a tomar nuevamente nota de los cc. gastados. Si denominamos *A* a los cc. gastados en la primera determinación y *A'* a los de la segunda, tendremos que $A' - A =$ cc. de Na(OH) 0,01 N que representan la cantidad de álcali necesaria para neutralizar los ácidos formados por 12,5 gramos de harina. Expresándose la actividad proteolítica por la cantidad de Na(OH) 0,01 N necesaria para neutralizar los ácidos formados en una hora por 10 gr. de harina.

Los datos obtenidos se han llevado a cabo con el método arriba indicado, variando únicamente el tiempo de calentamiento que fué de dos horas.

CUADRO N° 3

Muestra	Na (OH) 0.01 N por 10 gr. de harina en 2 horas
1	0.52
2	0.50
3	0.73
4	0.20
5	0.50
6	0.61
7	0.50
8	0.54
Testigo	0.37 cc.

Observando la cifras obtenidas en el cuadro N° 3, se pone en evidencia que la harina de malta ha modificado la actividad proteolítica de la harina testigo, salvo en un solo caso, (muestra 4), donde el valor obtenido es menor aún que en la misma harina testigo.

Este hecho me llamó la atención dado que la harina de malta en este caso, no actuaba como «mejorador» únicamente de la harina testigo en la producción de gas, sino que lo hacía también como inhibidora sobre las proteasas contenidas en ésta.

Teniendo en cuenta los ensayos realizados por Jorgensen (1935) sobre las sustancias que actúan como inhibidoras de la acción proteolítica pude comprobar la presencia de bromato de potasio utilizando para ello la reacción de Denigès-Chelle, comprobando de esta manera lo ya indicado por el citado autor sobre la aplicación del Bromato de Potasio como excelente inhibidor de tales enzimas. Hecha la misma investigación sobre las otras muestras extraídas, el resultado obtenido fué negativo.

De los datos anteriores podemos deducir que el efecto del « mejorador biológico » sobre cada una de las muestras de harina estudiadas, es el siguiente:

Las muestras 1 y 2 poseen de acuerdo a las cifras de Egloffstein-Pollak la misma actividad diastásica, aconteciendo igualmente con el valor proteolítico determinado, y que los volúmenes por la introducción de ellas en harina de trigo, producen un aumento con relación a esta última de 7,5 % y 5 % en cc.

En las muestras 4 y 7 se observan que las cifras de Egloffstein-Pollak son también semejantes, pero en cambio su acción proteolítica es bastante diferente en la primera, por contener Bromato de Potasio. Este ha actuado inhibiendo la acción proteolítica evitando así una disgregación del gluten, sucediendo todo lo contrario en la muestra N° 7 que solo alcanza a producir un aumento del 2,65 %, mientras que en la muestra N° 4 produce un aumento del 30 %.

La muestra N° 3 es la que ha dado el volumen más bajo, y que corresponde a una disminución del 12,5 % con respecto al valor de la harina testigo, y debiéndose esta acción perjudicial a su alto contenido en proteasas y su bajo poder enzimático.

En las muestras 5, 6 y 8 se ha producido un aumento de volumen del 17,5 %, 7 % y 15 % correspondiendo los valores de su actividad enzimática y proteolítica a 7638, 3894 y 6362 (valores de Egloffstein-Pollak) y 0,50, 0,61 y 0,54.

En conclusión, de los datos obtenidos en las harinas de malta estudiadas, se demuestra en forma indudable la necesidad que existe de determinar, además de su actividad diastásica, su actividad proteolítica.

Solo así, podrán hacer verdadero uso de tal producto, aquellos que buenamente deseen trabajar con él, haciendo caso omiso a la propaagnda comercial, que con indicación de procedimientos, cantidades a emplear, etc., efectúan los interesados en su venta.

BIBLIOGRAFIA

- ALBIZZATI C. M. y CARRADO G. J. 1935. *Evaluación de la actividad enzimática en las harinas de trigo y malta.* «Anales de la Unión Ind. Arg.», año XLVIII, N° 797. Mayo 1935.
- CAIRNS A. and BAYLEY C. A. 1928. *A study of the proteolytic activity of flour cereal.* «Cereal Chem.», N° 2, Vol. V, March, pág. 79-107.
- READ J. W. and HAAS L. W. 1934. *Baking Quality of Flour as affected by certain Enzyme actions.* «Cereal Chem.», N° 3, Vol. XI. May, pág. 280-298.
- READ J. W. and HAAS L. W. 1936. *Further Studies on the Baking Quality of Flour as affected by certain Enzyme actions.* «Cereal Chem.», N° 1, Vol. XIII. January, pág. 14-37.
- READ J. W. and HAAS L. W. 1937. *Baking Quality of Flour as affected by certain Enzyme actions III. Purified Amylase and the relative Proteolytic Activity of amylolytic agents.* «Cereal Chem.», N° 1, Vol. XIV. January, pág. 59-73.
- TISSUE K. A. and BAYLEY C. H. 1931. *A Study of the Proteolytic Enzymes of Malt preparations.* «Cereal Chem.», N° 3, Vol. VIII. May, pág. 217-226.
- Buenos Aires, junio de 1937.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix	Cárcova, Enrique de la	Géneau, Carlos E.	Mercau, Agustín
Albizzati, Carlos M.	Carelli, Antonio	Gerardi, Donato	Mermoz, Francisco A.
Alvarez, Raúl J.	Carelli, Humberto H.	Ghigliazza, Sebastián	Mohring, Walther
Allende Lezama, Luciano P.	Caride Massini, Pedro	Giagnoni, Bartolomé E.	Molfino, José F.
Anastasi, Camilo	Carman, Ernesto	Gil, Martín	Molle, Clotilde C.
Anchorena, Juan E.	Carrea, Juan Ubaldo	Gradín, Carlos	Montes, Vicente E.
André, Enrique de	Casacuberta, Antonio	Grieben, Arturo	Moreno, Evaristo V.
Andrioletti, Juan Luis	Castellanos, Alberto	Gutiérrez, Ricardo J.	Nágera, Juan José
Añón Suárez, Vicente	Castello, Manuel F.	Hausser, Emilio	Natale, Alfredo
Aparicio, Francisco de	Castifeiras, Julio R.	Herbin, Luis A.	Natale, Ernesto
Aráoz Alfaro, Gregorio	Celasco, Juan L.	Hermite, Enrique	Negrete, Lucía
Arbecchi, Armando C.	Cock, Guillermo E.	Herrera Vegas, M.	Negri, Mario L.
Arce, Manuel J.	Coni Bazán, F. A.	Herzer, Bernardo	Nelson, Ernesto
Arditi Thompson, H.	Curti, Orlando P.	Hickethier, Carlos F.	Nielsen, Juan
Armani, Aquiles	Curutchet, Luis	Hofmann, Herbert	Oliveri, Alfredo E.
Arnau, Silvio J.	Chanourdie, Enrique	Hortal, José Angel	Ortega Belgrano, Raúl
Avila Méndez, Delfín	Chelia, Francisco	Houssay, Bernardo A.	Ortiz, Anbal A.
Aztiria, Ignacio	Chizzini Melo, Anibal F.	Hoyo, Arturo	Ortiz de Rosas, Jorge
Bado, Atilio A.	D'Ascoli, Lucio	Igartúa, Luis María	Otamendi, Gustavo
Bachmann, Enesto	Dassen, Claro C.	Irigoyen, Luis H.	Ottoneo, Héctor
Baglietto, Eduardo E.	Dasso, Héctor	Isetta, José	Páez, José María
Balbiani, Atilio	Dasso, Ricardo L.	Ivanisovich, Ludovico	Page, Franklin Nelson
Bancalari, Agustín	Debenedetti, José	Jorge, José M.	Paitoví y Oliveras, A.
Barabino Amadeo, S.	De Cesare, Elías A.	Jakob, Cristofredo	Paquet, Carlos
Barbieri, Antonio	De Fina, Armando L.	Keiper, Guillermo	Parodi, Edmundo
Bargna, Juan L.	De la Ini, Juan E.	King, Diarmid O.	Parodi, Lorenzo R.
Barllari, Mariano J.	Delleplane, Luis J.	Kinkelin Pelletán, J. C. de	Pasman, Raúl G.
Barral Souto, José	Deulofeu, Venancio	Kohan, Zoilo	Pasman, Rodolfo E.
Barrancos, Leónidas A.	Devoto, Franco E.	Kraglevich, Nicolás T.	Pastore, Franco
Becke, Alejandro von der	Díaz, Emilio C.	Krapf, Eduardo	Paz, José Máximo
Berday, Pedro A.	Dieulefait, Carlos E.	Labarthe, Julio	Paz Anchorena, José M.
Berrino, Juan B.	Doello-Jurado, Martín	Lagunas, Simón	Pérez Hernández, A.
Bertino, José Carlos	Dobranich, Jorge W.	La Menza, Francisco	Pérez Pirán, Juan A.
Beslo Moreno, Nicolás	Domínguez, Juan A.	Laporte, Luis B.	Perrone, Cayetano
Blanchi Lischetti, A.	Dubecq, Raúl E.	Larco, Esteban	Pestalardo, Agustín
Bigger, Carlos	Dueñas, José	Lasso, Alfredo L.	Pini, Aldo S.
Blaquier, Juan	Duhau, Luis	Latzina, Eduardo	Platz, Hubert
Boaglio, Santiago	Dupont, Enrique	Lignéres, Roberto	Podestá, Juan Carlos
Bolognini, Héctor	Durañona y Vedia, A.	Lizer y Trelles, C. A.	Polti, Modesto
Bonanni, Cayetano A.	Durrieu, Mauricio	Lombardi, Alberto	Posadas, Carlos
Bontempi, Luis	Edelberg, Benjamín	López, P. José	Quartino, José N.
Bordenave, Pablo E.	Escudero, Pedro	Loyarte, Ramón G.	Quinos, José Luis
Borzi, Ana María	Faré, Santo S.	Lozano, Nicolás	Quinterno, Bruno F.
Bosch, Gonzalo	Fernández, Alberto J.	Lugones, Arturo M.	Quiroga, Pedro R.
Bosisio, Anecto J.	Fernández Díaz, A.	Llauró, José	Raimondi, Alejandro
Bottaro, Juan C.	Fernández Long, S.	Mac Donagh, E. J.	Raffo, Bartolomé M.
Bozzini, Luis (h.)	Figini, Angel	Magnin, Félix J.	Ramaccioni, Danilo
Briano, Juan A.	Figuerero, Hernando W.	Magnin, Jorge	Ramallo, Carlos M.
Bunge, Juan C.	Fischer, Gustavo Juan	Mainini, Carlos	Ratto, Héctor R.
Buontempo, Guillermo	Flores, Emilio M.	Mallol, Emilio	Ravignani, Emilio
Butty, Enrique	Floriani, Luis	Mamberto, Benito	Rebuelto, Antonio
Buzzo, Alfredo	Florit, Carlos J.	Marcó del Pont, E.	Rebuelto, Emilio
Buzzo, Eduardo B.	Forn, Carlos J.	Marchionatto, Juan B.	Reece, William Asher
Caillet Bois, Teodoro	Fossa Mancini, E.	Maresca, Antonio J.	Repetto, Blas Angel
Calandra, Raúl E.	Franceschi, Alfredo	Marini, Tomás L.	Reposini, José
Canas, Nicolás	Fürnkorn, Dívico A.	Molina Carranza, L.	Ringuelet, Emilio J.
Canale, Humberto	Gadda, Carlos Manuel	Marotta, F. Pedro	Rissotto, Atilio A.
Carabelli, Juan José	Galmardini, Alfredo G.	Marotta, R. Armando	Rivarola, Rodolfo
Carbia, Rómulo D.	Gandolfi Herrero, Augusto	Mata, Leopoldo	Robles, Angel A.
Carbone, Esteban	Gandolfo, José S.	Méndez, Julio	Rodríguez Aravena, S.
Carbonell, José J.	Gascón, Alberto	Meoli, Gabriel	Rodríguez, Germinal
	Gaspar, Fernando L.	Meoli, Humberto	Roffo, Angel H.
			Roffo, Juan

Roldán, Raimundo	Sarrabayrouse, Eugenio	Storni, Segundo R.	Vanossi, Reinaldo
Romero Brest, Enrique	Savon, Marcos A.	Storni, Carlos David	Varela, Rufino
Rokotnitz, Otto	Schnack, Benno J.	Suárez, Angel	Vecchi, Aristides de
Rospide, Juan	Schmidt, Max	Taiana, Alberto F.	Vela Huergo, Julio
Rossell Soler, Pedro	Schoo Lastra, Oscar	Taiana, Jorge	Veyga, Francisco de
Rossi, Arturo R.	Schulz, Guillermo	Tamini, Luis Augusto	Vidal, Eduardo
Ruata, Luis E.	Selva, Domingo	Tarragona, José	Villalobos D., C.
Ruiz Moreno, Isidoro	Sesma, Angel	Tedeschi, Virgilio	Vignaux, Juan C.
Ruiz Moreno, Adrián	Sheahan, Juan F.	Tello, Eugenio	Vinardell, Alberto
Rumi, Tomás J.	Silva, Leónidas L.	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Sabaria, Enrique	Simons, Hellmut	Torello, Pablo	White, Guillermo J.
Sagastume Berra, A. E.	Siri, Luis	Tossini, Luis	Wauters, Carlos
Salomón, Hugo	Sobral, Arturo	Trelles, Rogelio A.	Wysztelewski, W. de
Sánchez, José Ricardo	Solari, Emilio F.	Trucco, Sixto E.	Zamboni, Agustín
Sánchez, Gregorio L.	Solari, Miguel A.	Valeiras, Antonio	Zappi, Enrique V.
Sánchez Díaz, Abel	Soler, Frank L.	Valentiner, Hugo	Zavalla, Carlos M.
Sánchez Sorondo, M. G.	Solórzano, Luis A.	Valentini, Argentino	Zuloaga, Angel M.
Sanromán, Iberio	Sordelli, Alfredo	Valentinuzzi, Máximo	
Santángelo, Rodolfo	Spinetto, David J.	Vallebella, Colón B.	
Sarhy, Juan F.	Spota, Víctor J.	Vallejo, Segundo E.	

SOCIOS ADHERENTES

Alvarez, Carlos E.	Glücksmann, Carlos E.	Muñoz Cabrera, René	Viglione, Fausto E.
Bazzanella, José	Goyena, Ricardo J.	Recoder, Roberto F.	Walls, I. Figueras de
Devoto, Arnaldo Carlos	Laporte, Julio A.	Repetto, Cayetano	Wechsler, Wolf
Devoto, Carlos Alberto	Magne de la Croix, P. A.	Riú, Pedro Carlos	Zenarruza Johnson, Tir-
Folcini, Martín L. G.	Milesi, Emilio Angel	Rusconi, Carlos	so A.
García, Eduardo D.	Monca, Jacobo Isaac	Somonte, Eduardo	

CASAS ADHERENTES

Francisco Disi	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Pa-	Ltda.
		lumbo"	

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales, Ing. Clodoveo Pascualini; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. Jorge E. Bobone; Dr. Federico Padula; Ing. Luis Chechi; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Bobone, Jorge E.	Brandan, Ramón A.	Carlomagno, José
Aguiar, Henoch D.	Bodenbender, G.	Brogliá, Alberto A.	Chaudet, Enrique
Amaya, Arturo A.	Bonet, Rafael	Buteler, Jesús E.	Checchi, Luis
Arrambide, Miguel	Borzacow, Wladimir	Camilloni, Carlos	Deheza, Eduardo

Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
Devoto, Heraclio A.
Espnosa, Manual
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fitz Simon, Sgo. E.
Fortana, Lorenzo P.
Fuchs, Guillermo J.
García, Daniel
Gavier, Daniel E.
Giménez de Azúa, F.

Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kronfus, Juan
Lofayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulío

Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Carlos A.
Ninci, Raúl T.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani
de
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Roggeri, Domingo

Rothlin, Edwin
Sayago, Gumersindo
Schmiedecke, Augusto
Sigal, Moisés
Spam, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Torres, Valeriano
Trebino, Natalio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2º, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Argüelles, Eugenio
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis
Borruat, Luis (hijo)
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo

Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.).
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá Tolrá, Antonio

Kleer, Gregorio
Mal, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Marino, Antonio E.
Montpellier, Luis Mar-
cos
Morisot, Augusto
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José

Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Antonio E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissenbaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo

García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto

Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortiz, Carlos
Pelala, Dante
Piccione, Cayetano C.
Piovano, Abelardo P.
Pontis, Rafael E.

Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Miguel An-
gel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Agullar y Santillán, R.....	México	Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Hijar y Haro, Luis.....	México
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Janet, Pierre.....	París
Avendaño, Leónidas.....	Lima	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Kinart, Fernando.....	Amberes
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Borel, Emile.....	París	Langevin, Paul.....	París
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bragg, William Henry.....	Londres	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Bruch, Carlos.....	Olivos	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Cabrera, Blás.....	Madrid	Monjarás, Jesús E.....	México
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Moretti, Gaetano.....	Milán
Carabajal, Melitón M.....	Lima	Oliver Schneider, Carlos....	Concepc. (Ch.)
Corti, José S.....	Mendoza	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Perrin, Tomás G.....	México
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Escomei, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Antofag. (Ch.)
Fontecilla Larrain, Arturo...	Santiago (Ch.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fort, Michel.....	Lima	Rowe, Leo S.....	Washington
González del Riego, Felipe..	Lima	Shepperd, William R.....	New York
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Tello, Julio C.....	Lima
Guinier, Philibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
		Volterra, Vito.....	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA
ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

SEPTIEMBRE 1937. — ENTREGA III. — TOMO CXXIV
(SUPLEMENTO)

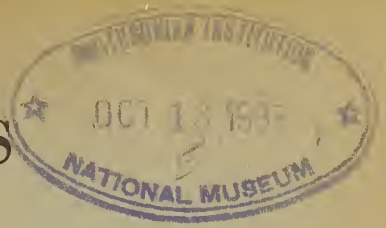
HOMENAJE A LA MEMORIA

DEL INGENIERO

GUILLERMO MARCONI

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1937



SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burmelster †	Ing. Luis A. Huergo †	Ing. Guillermo Marconi †
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Walter Nernst
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damlanovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1937-1938)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Evaristo V. Moreno
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia.</i>	Doctor Santiago Barabino Amadeo
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Pro_tesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	Ingeniero Carlos Posadas
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Doctor Reinaldo Vanossi
	Ingeniero Mario L. Negri
<i>Vocales</i>	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de Fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin
	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

ANALES
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA
ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

SEPTIEMBRE 1937. — ENTREGA III. — TOMO CXXIV
(SUPLEMENTO)

HOMENAJE A LA MEMORIA

DEL INGENIERO

GUILLERMO MARCONI

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FÉ 1145

1937



GUILLERMO MARCONI

1874-1937

HOMENAJE A LA MEMORIA DEL INGENIERO GUILLERMO MARCONI

El día 13 de Agosto la Sociedad Científica Argentina realizó un acto de homenaje a la memoria de su socio honorario, el eminente ingeniero, senador Guillermo Marconi, de acuerdo con el siguiente programa :

- 1º - *Apertura del acto por el Presidente de la Sociedad Científica Argentina*, Ing. JORGE W. DOBRANICH.
 - 2º - *Larghetto* de HÄNDEL, por el cuarteto «Pro-Arte».
 - 3º - MARCONI *en los orígenes y en la evolución de las transmisiones inalámbricas*, conferencia por el Ing. EDUARDO L. EDO.
 - 4º - *Andanté funebre e doloroso, ma con moto* de TSCHAIKOWSKY, por el cuarteto «Pro Arte». Integrado por los Sres.: NAUM KRAUTZ, 1er. violín; ADA STURN, 2º violín; ANDRÉS VAN-COILLE, viola y LIBORIO ROSA, violoncelo.
-

Asistió al acto un edecán en representación del Excmo. señor Presidente de la República, el señor Embajador de Italia, el Presidente del Instituto de Cultura Itálica, el Decano de la Facultad de Agronomía y Veterinaria y un público numeroso y calificado.

La apertura del acto estuvo a cargo del Presidente de la Sociedad Científica, Ing. Jorge W. Dobranich. En un breve discurso describió la evolución de la telegrafía sin hilos, recordando los primeros balbuceos atribuidos a Teseo, el 10º rey de Atenas, y después de referirse a los telégrafos semafóricos de Claudio Chappe y de reproducir algunas estrofas del cancionista Nadaud que aludían a este telégrafo enigmático, recorrió en forma panorámica la evolución de la telegrafía eléctrica hasta llegar a aquélla que se emancipó del hilo metálico para transmitir las señales eléctricas, como símbolos del pensamiento, por todo el espacio libre, como se transmitió el sonido, la luz, el calor y las variaciones magnéticas.

OCT 18 1937

Terminó diciendo:

«La telegrafía inalámbrica estaba en germen en las experiencias de Hertz y en el pequeño tubo de Branly, su «cohesor», que Marconi abrió, (como la Pandora de la Mitología abriera su misteriosa caja), para comenzar sus primeras construcciones y alcanzar el éxito que le preparara su gran genialidad asociada al trabajo que realizó sin reposo».

«Mi distinguido colega el ingeniero Edo, ha de ilustrarnos en forma clara y metódica acerca de la obra de Marconi, obra de tal trascendencia que ha repercutido sobre el globo terráqueo reduciendo sus dimensiones, y sobre el espacio y el tiempo, tendiendo a borrarlo».

«Preparemos nuestro espíritu y escuchemos con recogimiento las purificadoras melodías de un Largetto de Händel que, con la maestría y dignidad que lo caracterizan, va a hacernos oír el cuarteto «Pro-Arte».

CONFERENCIA DEL INGENIERO EDUARDO L. EDO

Marconi en los orígenes y en la evolución de las Transmisiones Inalámbricas

Promediaba el siglo XIX y la vida de los pueblos se deslizaba en ese período de transición comprendido entre las nerviosidades de su comienzo, fruto del reflejo de la Revolución Francesa y las campañas Napoleónicas, y la formación de las nacionalidades europeas modernas, que constituye la nota destacada de su postrimería.

En contraste con esa época de la historia, en que la evolución social de los pueblos pasa sin pena ni gloria, las ciencias físico-matemáticas brillaban con resplandores propios al ir asentando, piedra sobre piedra, los cimientos de un saber que habría de asombrar muy pronto a la humanidad.

La semilla sembrada por Faraday en el siglo XVIII, había caído en tierra fértil. Lord Kelvin estudiaba las oscilaciones eléctricas producidas por la descarga de un condensador, Maxwell levantaba el maravilloso edificio de su teoría electromagnética de la luz, Feddersen demostraba experimentalmente el carácter oscilatorio de la corriente eléctrica de descarga de un condensador, al hacer reflejar una chispa sobre un espejo que giraba, y por fin, en el año 1887, el sabio alemán Hertz, prematuramente arrancado a la ciencia, constataba que las ondas emitidas por una oscilación eléctrica de alta frecuencia podían ser descubiertas por medio de un circuito de

alambre con una estrecha abertura. Las ondas inducían oscilaciones eléctricas en el circuito y, si la medida del mismo estaba elejida con exactitud, las oscilaciones inducidas podían ser lo suficientemente fuertes como para producir chispas que pasaran a través de la abertura.

Hertz demostró que estas ondas podían ser detenidas por pantallas metálicas y que podían ser reflejadas y refractadas como ondas luminosas. Calculó la frecuencia de su oscilador y midiendo la distancia entre los nodos de las ondas, encontró que el producto del largo de la onda por su frecuencia era igual a la velocidad de la luz, confirmando así, experimentalmente, la hipótesis de Maxwell, y abriendo para las ciencias físicas un campo de acción insospechado.

Los trabajos de Hertz despertaron el entusiasmo de los investigadores de su época, y así Calzecchi y Branly estudiaron el cohesor de limaduras metálicas, para una más fácil recepción de ondas; Righi, en el Instituto Físico del Ateneo de Bolonia, experimenta con las ondas de Hertz; Lodge en el año 1893, dentro de los límites de su laboratorio, demuestra que las oscilaciones eléctricas producidas por un excitador han podido impresionar un tubo sensible; Popoff, en la Escuela Naval de Cronstadt, estudiando las descargas eléctricas de la atmósfera, y queriendo demostrar su carácter oscilatorio, recurre a un cohesor, uno de cuyos electrodos une a un pararrayo, o simplemente a un hilo metálico elevado en alto, llevando el otro electrodo a tierra.

Es en este momento histórico de la Física moderna, que un joven italiano, casi imberbe aún, realizaba en Pontecchio, cerca de Bolonia, toda clase de experiencias, fundadas en los principios de Hertz.

Poco a poco, había ido perfeccionando el cohesor de limaduras metálicas, llegando a formarlo con un tubo de vidrio de tres a cuatro milímetros de diámetro, con dos pequeños discos de plata separados tan solo por medio milímetro, los cuales se comunicaban al exterior por medio de dos conductores. En el espacio comprendido por estos electrodos colocaba una mezcla de limaduras de 96 partes de níquel por 4 partes de plata, con algunos rastros de mercurio, cerrando luego a la llama los extremos del tubo.

Al mismo tiempo, emplea un sistema análogo al de Popoff para captar las ondas, pero utiliza también el largo conductor elevado en su aparato generador, formando así el conjunto de dos armaduras separadas por un grueso dialéctrico de aire, y creando la primera antena emisora que se haya conocido.

Es verdad que otros físicos habían conseguido hacer oscilar un cir-

cuito receptor colocado a pocos metros del emisor, pero este joven no se conforma con ello, deja su trasmisor en su laboratorio y coloca el receptor en lo alto de una colina próxima, haciéndolo vibrar ante las descargas del emisor. No obstante el éxito, dice uno de sus comentaristas, en medio de la fiebre de su satisfacción, no dejó de comprender que su hallazgo no tendría ninguna utilidad práctica si no lograba vencer los obstáculos naturales.

Trasportó su trasmisor del otro lado de la colina de modo que ésta se interpusiese entre ambos aparatos y repitió la prueba. Su impaciencia no le permitía esperar la llegada del aviso para conocer el resultado. Entregó un fusil al labriego que lo secundaba y le dió instrucciones terminantes: si el receptor acusaba los tres puntos que él iba a transmitir, dispararía el arma.

Con mano firme dió en el transmisor los tres golpes característicos de la letra S del alfabeto Morse, y en el acto el estampido de un tiro se dió oír. Este estampido acababa de grabar un nombre en la historia de la Humanidad; ese nombre era el de Guillermo Marconi.

* * *

Guillermo Marconi había nacido en Bolonia el día 25 de Abril de 1874. Niño aún fué llevado a Inglaterra donde pasó una corta temporada. Inició sus estudios en Florencia, pasando luego a Liorna, donde tuvo oportunidad de demostrar sus inclinaciones por los estudios de la Física. A los 19 años, ya se interesaba por la experimentación con las oscilaciones eléctricas.

A los 21 años efectuaba en Pontecchio los ensayos a que antes he hecho referencia y tan pronto los pudo confirmar repetidas veces, tuvo la intuición que el porvenir le deparaba a su invento un gran alcance. El mismo Marconi lo ha dicho, que fué desde ese momento que comprendió que estas ondas podrían dar a la humanidad un nuevo y potente medio de comunicación, no solo para ir de continente a continente, sino también para llegar a los navíos, disminuyendo los peligros de la navegación y aboliendo el aislamiento de aquellos que cruzan los mares.

Mientras los otros físicos sólo han visto en estas oscilaciones, la utilidad práctica de las mismas en su empleo en el estudio y confirmación de las teorías físico-matemáticas, Marconi descubre el extraordinario alcance que ellas pueden tener en la vida del hombre.

La máxima de Galileo es su obsesión — Experimentar y después... experimentar de nuevo—. El no desea pararse en el camino para des-

cubrir la teoría a la cual responden sus experiencias ni en fijar las fórmulas matemáticas necesarias para predecir los hechos por medio del cálculo.

La experiencia constata un hecho y es necesario seguir experimentando para darle forma. No olvida que la luz existió por los siglos de los siglos antes que Fresnel y Maxwell formularan la teoría mecánica o la teoría electromagnética de la luz.

Comprende que si no es posible levantar grandes institutos de investigación si no se cuenta con los elementos materiales necesarios para adquirir el costoso instrumental que esos establecimientos requieren, tampoco es posible efectuar experimentaciones sobre la transmisión de ondas a largas distancias si no se dispone del dinero necesario para costear los gastos imprescindibles de su realización.

Son éstas las causas por las cuales en el mes de Febrero de 1896 se traslada a Londres en la esperanza de obtener los capitales que necesita.

Grande debe haber sido la sorpresa de esos hombres de negocios al recibir la visita de un joven italiano, que les hablaba de problemas que más parecían obra de la magia que de la ciencia.

Sin embargo, antes de fines de ese año realizaba experiencias ante Sir William Preece, Ingeniero Jefe del Post Office de Londres, con el resultado más halagador que pedir se pueda.

A principios del año 1897 esas experimentaciones se efectuaban en los llanos de Salisbury y a través del canal Bristol, obteniendo resultados positivos primero a dos millas de distancia, luego a cuatro, y poco después a 9 millas.

En Julio de ese mismo año quedaba constituida la "Wireles Telegraph and Signal Co." para adquirir el uso de la patente de Marconi en todos los países del mundo, con excepción de Italia, compañía ésta que en el año 1900 cambió su nombre por el de "Marconi's Wireles Telegraph Co." con que hoy sigue conociéndose en todo el mundo.

Claro está que un éxito de tamaña resonancia debía despertar inquietudes en espíritus suspicaces, y así fué dado oír voces que trataron de restar méritos a la obra de Marconi. Sobre ese punto la historia ha pronunciado su fallo terminante y claro, en el sentido de que ningún ser humano, antes que Marconi, ha soñado jamás en emplear las ondas electromagnéticas en la transmisión de mensajes telegráficos, como también que él, y solo él, fué quien logró resolver el problema técnico capaz de llevar a la realidad su sueño. Esta afirmación, que al decir de los hombres de leyes, ha pasado a la categoría

de cosa juzgada, no permite hacer ni el menor comentario al respecto, sin agraviar la memoria del hombre que acaba de fallecer.

De regreso a su patria, en el año 1897, efectúa Marconi demostraciones prácticas en Roma, y después en Spezia, sobre la nave San Martino, probando la posibilidad de telegrafiar a una distancia de 18 kilómetros.

En el año 1898 Inglaterra establecía un servicio regular entre el faro de South Foreland y los buques fanales. El día 3 de Marzo de 1899, uno de estos buques fanales fué chocado por un vapor. Comunicado este accidente a South Foreland por medio de las nuevas instalaciones, fué enviado el auxilio necesario, realizándose así el primer salvataje que recuerda la historia, en que fuera empleada la telegrafía sin hilos.

Cuatro años habían transcurrido desde el momento en que Marconi había tenido la intuición utópica del salvamento de navíos, al realizar la experiencia de Pontecchío y el salvamento ya se había producido.

La experimentación en las comunicaciones inalámbricas marchó con la rapidez del rayo. El 27 de Marzo de 1899 las señales irradiadas desde South Foreland, en Inglaterra, eran captadas en Vimereux, Francia.

Dos años más tarde, la nueva emisora instalada en Poldhu (Inglaterra) se ponía en contacto con San Juan de Terranova, quedando en esta forma cruzado de lado a lado el Océano Atlántico y demostrando que la curvatura de la tierra no constituía un obstáculo en las transmisiones de ondas electromagnéticas.

A principios del año 1902, y empleando ondas de 1000 metros, observó la influencia de la acción solar sobre las mismas, al constatar que el alcance de las transmisiones era siempre mucho mayor de noche que de día.

A mediados de ese año recorre el Mar del Norte, el Báltico, el Atlántico y el Mediterráneo, a bordo de la nave Carlos Alberto transformada en laboratorio experimental, manteniéndose siempre en comunicación con la emisora de Poldhu, con lo cual demostraba que la topografía montañosa de Europa no podía constituir un obstáculo para la radiotelegrafía.

En 1910 visita la Argentina y realiza grandes e importantes trabajos durante su travesía a bordo del Princesa Mafalda. Desde Berneal, y con un cometa de seis metros de superficie, remonta su antena a las alturas y consigue comunicarse con Irlanda y Canadá.

Poco después, la catástrofe del Titanic llama nuevamente la atención del mundo sobre el servicio prestado por la radiotelegrafía.

En 1913 estableció la comunicación directa entre Inglaterra y Sud Africa, la cual más tarde habría de llegar a Australia y a la India.

Los adelantos técnicos de los aparatos siguen el ritmo acelerado de esa fantástica experimentación.

Al detector magnético sigue el empleo de la propiedad directiva de las antenas horizontales. Modifica la válvula de Fleming, ensaya en sus aparatos la válvula termoiónica y crea nuevos dispositivos para el uso de las ondas continuas.

La conflagración europea lo obligó a encarar una serie de problemas circunstanciales, y entre ellos, el del secreto de las comunicaciones.

Los buenos resultados obtenidos hasta la fecha, habían ido imponiendo normas generales. Las primitivas ondas de pocos cientos de metros de longitud habían sido desplazadas poco a poco por otras muchas más largas.

La conferencia de Londres del año 1912 había fijado en mil ochocientos metros la longitud de onda para los navíos que debían comunicarse a grandes distancias con las estaciones de sus propios países.

En la transmisión de informaciones horarias y meteorológicas que se efectuaba diáriamente desde la estación ubicada en la torre Eiffel, para uso de los navegantes, se empleaban ondas de 2.500 metros y la Compañía Marconi usaba ondas de 5 y 7000 metros en sus comunicaciones entre Irlanda y Canadá, con objeto de disminuir la absorción que se producía a través de la atmósfera.

Las fórmulas y las leyes aceptadas en aquella época, relativas a la longitud de onda y a la potencia necesaria para poder comunicarse a grandes distancias, imponían la necesidad de emplear antenas muy elevadas y enormes cantidades de energía eléctrica, con ondas de decenas de kilómetros.

En esta forma, el costo elevado de las estaciones, unido a la lentitud en el despacho, debido a la baja frecuencia de esas ondas, hacía cada día más imposible la lucha económica con los modernos cables submarinos y con las líneas terrestres.

Pero Marconi no era un teórico. Conocía todos los estudios teóricos que se realizaban dentro del campo de la ciencia físico-matemática, no obstante lo cual, primaba en él esa extraordinaria capacidad creadora con que la Naturaleza lo había dotado, razón por la cual, guiaba su trabajo hacia la constante experimentación, llevado más por su espíritu intuitivo que por el resultado de ningún cálculo. Así lo declara categóricamente cuando manifiesta que en el estudio de las ra-

diocomunicaciones no se ha atado a fórmulas, toda vez, que los conocimientos de las propiedades del espacio en el cual se mueve el globo terrestre, le hacían entrever desmesurados horizontes de conquista que no admitían un análisis matemático sobre bases sólidas. Las nuevas experimentaciones nos han revelado, decía, la existencia de grandes lagunas en el saber de los hombres, y gracias a ello, es posible que hoy tengamos el convencimiento de que ignoramos mucho más de lo que creíamos ignorar hace 20 años.

Recuerda Marconi los resultados obtenidos en sus primeras experiencias de Pontecchio, en las cuales empleaba ondas de muy escasa longitud, que podía reflejar y hacer converger, y concibe el uso de los haces de ondas que le permiten irradiar los mensajes en un sentido dado, siguiendo la recta de unión entre las estaciones emisora y receptora, en lugar de hacerlo en forma circular y en todas direcciones, ganando en secreto de las comunicaciones y evitando el despilfarro inútil de energía.

En el año 1916 inicia en Génova los ensayos de transmisiones telegráficas por medio de haces de ondas cortas que le permitieron pronosticar, contra la indiferencia general, que las comunicaciones a alta velocidad entre puntos fijos situados a grandes distancias, serían efectuadas por el sistema de haces de ondas y que el empleo de irradiación circular quedaría limitado para el servicio de la navegación.

Los resultados obtenidos en las primeras experiencias indicaron la necesidad de disponer de una estación móvil, en forma de poder cambiar despachos con estaciones situadas a distancias variables.

Fué a bordo del yacht «Elettra» que quedó instalado un laboratorio ambulante, que poco tiempo después estaría en comunicación con Canadá, los Estados Unidos, Brasil, Argentina, India, Japón, Sud Africa y Australia.

En el año 1923 repite las experiencias con haces de ondas emitidas desde la estación de Poldhu (Inglaterra) y recibidas en el «Elettra» sobre la costa occidental del Africa.

El trasmisor estaba dotado de un reflector constituido por cierto número de hilos sintonizados con la longitud de onda empleada y situados a lo largo de una curva parabólica cuya línea focal coincidía con la antena.

La longitud de onda empleada fué de 92 metros y la potencia en la antena de solo 12 kilovatios. Las señales fueron recibidas muy claramente a los 2315 kilómetros, durante el día, y a 4130 kilómetros durante la noche. Igualmente quedó demostrado que próximo a los trópicos los disturbios atmosféricos podían ser prácticamente eliminados.

Los nuevos problemas que el empleo de los haces de ondas cortas trajeron aparejados fueron enunciados por el mismo Marconi, al establecer que sería condición previa asegurar:

1.º Que los hilos del reflector de la estación trasmisora vibraran eléctricamente en forma simultánea.

2.º La absoluta pureza y constancia de la onda trasmisora.

3.º La mínima dispersión posible de la energía fuera de la línea de unión entre ambas estaciones.

4.º La existencia de ondas que pudieran atravesar por igual, de día como de noche, las más grandes distancias, sin sufrir las perturbaciones de la luz solar.

Para encontrar solución a ellos inició en el mes de Febrero de 1924, una serie de experiencias a bordo del transatlántico "Cedric" constatando que el alcance de una onda de 92 metros, en el Atlántico Norte y bajo la acción solar, era de 2600 kilómetros, sin embargo, durante la noche, la estación emisora situada en Inglaterra podía comunicarse con los Estados Unidos, Argentina, y hasta con Australia.

Fué el día 30 de Mayo de 1924 que por primera vez en la historia, fué oída desde Sidney la palabra humana transmitida desde Inglaterra, uniéndose así a los antípodas, situados a casi 20.000 kilómetros de distancia.

Ensayando ondas de 92, 60, 47 y 32 metros de longitud constató que las más largas llegaban claramente a la distancia de 1850 kilómetros y las más cortas a 3890 kilómetros, bajo la acción de los rayos solares.

Las ondas de 60 metros se comportaban mejor que las de 92; las de 47 mejor que aquéllas y las de 32 mejor que todas las otras.

De tales observaciones dedujo que las ondas más cortas aún no debían sufrir acción apreciable bajo la influencia de la luz solar. En efecto, se ha visto que con las ondas de longitud inferior a los 20 metros, se obtienen mejores resultados durante el día que durante la noche.

Ensayos posteriores efectuados desde la estación emisora de Poldhu con ondas de 32 metros, pusieron de manifiesto la posibilidad de comunicarse en forma normal y en pleno día con las estaciones de Montreal, Nueva York, Río de Janeiro y Buenos Aires.

Esas comprobaciones fueron más difíciles transmitiendo desde Sidney, pues si bien las señales eran bien recibidas, no era posible pronosticar el camino seguido por las ondas, dado el carácter de antípodas de los puntos elejidos.

El Gobierno de Inglaterra, ante la necesidad de unir a Gran Bre-

taña con todo su Imperio Colonial, encargó a Marconi la solución del problema bajo las siguientes condiciones:

1º Unión regular por medio de la Radiotelegrafía de Inglaterra con el Canadá, con Sud Africa, con Australia y con la India, a una velocidad no menor de 100 palabras por minuto en trasmisión y recepción simultáneas de cada estación.

2º Asegurar la irradiación de la energía dentro de un ángulo de 15°.

3º Asegurar que la energía perdida fuera de ese ángulo no sobrepasara el 5 % de la energía irradiada a lo largo del eje del haz de ondas.

4º Asegurar la plena eficiencia de este servicio mediante el empleo de una cierta cantidad de energía por lo menos diez veces menor a la que había sido prevista para un servicio de onda larga.

Después de dos años de trabajo, el día 1º de Noviembre de 1926, Marconi demostraba la posibilidad de transmitir entre Inglaterra y Canadá a razón de 200 palabras por minuto, en cada dirección, empleando la modesta energía de 20 kilovatios, y en Marzo de 1927 entregaba, con éxito completo, el servicio Inglaterra-Australia, con un alcance de 20.000 kilómetros.

La comparación entre las nuevas instalaciones y las antiguas de onda larga son dignas de admiración.

La estación de Rugby, no obstante la lentitud de su servicio, contaba con antenas sostenidas por 8 torres de 285 metros de altura cada una, usando una potencia de 1400 kilovatios y una longitud de onda de 19.000 metros.

La moderna y rápida estación de Bodwin que comunica a Inglaterra con sus colonias, sólo dispone de 5 torres de 86 metros de altura cada una y una energía de 20 kilovatios para una longitud de onda comprendida entre 16 y 34 metros.

La extraordinaria competencia que este nuevo sistema produjo a las compañías que atendían el servicio por cable fué enorme, lo que impuso la realización de negociaciones comerciales entre la Asociación de Compañías Cablegráficas y la Marconi's Wireles, provocándose al mismo tiempo la reunión de una conferencia de representantes del Gobierno Británico, los dominios y la India, para considerar las futuras relaciones entre el servicio de telegrafía sin hilos y de cables.

Señores :

Si en el año 1901, al efectuarse la primera transmisión a través del Atlántico, quedaba clavado firmemente el primer jalón que marca el origen de las comunicaciones inalámbricas, en condiciones prácticas, es indudable que la inauguración, durante el año 1927, de la nueva estación de haces de ondas cortas levantada en Bodwin, constituye otro jalón característico que marca la evolución de esas mismas transmisiones.

Inútil⁴ parece decir que uno y otro fueron clavados por la mano firme y el genio potente de Guillermo Marconi.

La obra de Marconi, Señores, es tan vasta que escapa a los límites de una conferencia, es por eso que he querido limitarme a destacar su actuación genial en esos dos momentos históricos que caracterizan los orígenes y la evolución de las radiocomunicaciones, sin embargo, no podemos dejar de mencionar la importancia de los estudios que realizó paralelamente a estos experimentos.

La televisión no podía serle indiferente, y hace 10 años tenía creado aparatos para transmitir en menos de 20 minutos de tiempo, ilustraciones de prensa con imágenes de 80 centímetros cuadrados de superficie, y posteriormente, salían de los laboratorios de la Marconi's Wireless Telegraph Co. y la Electric and Musical Industries los equipos más perfectos de televisión, con los cuales era factible la transmisión y recepción de imágenes absolutamente estables.

La radiogoniometría, que tanta importancia tiene en la seguridad de la navegación aérea y marítima, también tuvo el impulso de la obra de Marconi. Todos recordamos aquellos ensayos de navegación a ciegas que efectuó con su yacht "Elettra", simulando entrar a un puerto demarcado por la posición de dos boyas separadas sólo por 100 metros.

El puente de mando fué completamente cerrado, en forma tal, de impedir toda visión al exterior. Dentro del puente, Marconi acompañado por expertos ingleses e italianos seguía los movimientos de una aguja que indicaba sobre un cuadrante, el sector verde o el colorado, según fuera el golde de timón que correspondía ordenar. Y en tierra, sobre una colina, el radio faro orientaba la marcha de la nave.

Sus recientes ensayos sobre micro-ondas u ondas de pocos centímetros de longitud, estaban llamados a obtener alcances nunca sos-

pechados. Del campo de la técnica, las oscilaciones de alta frecuencia, han pasado a la medicina. Marconi decía hace pocos años: sabemos que sobrepasando una determinada frecuencia de oscilación, se producen otros fenómenos, fuera de los de carácter técnico, y es necesario conocer la naturaleza de esas acciones sucesivas. En el momento de su muerte, estaba empeñado en descifrar esos enigmas.

Señores: la obra de Marconi ha sido extraordinaria, pero, mucho más extraordinarias aún son las posibilidades que la misma nos depara.

Si bien es cierto que la radiotelegrafía y la radiotelefonía han llegado a un perfeccionamiento casi absoluto, la televisión y la radiogoniometría están aún en sus comienzos; la telemecánica, que tan inmensos horizontes puede abrir en beneficio de la humanidad, no ha salido aún del estado embrionario, y el estudio de las ondas ultracortas que ahora realizaba, y que constituían la esperanza del mañana, ha quedado interrumpido con su muerte.

Si queremos honrar su memoria, hemos de hacerlo con obras de utilidad, y para ello, nada más indicado, que pongamos todo nuestro empeño, cada cual dentro de su respectiva esfera de acción, para que ella no se interrumpa, y para que las palabras de Galileo que él tomó como emblema — Experimentar y después... volver a experimentar — constituyan el norte que guíe a sus continuadores en la lucha para arrancar los secretos a la Naturaleza, y así, tratando por todos los medios posibles de que su obra continúe, habremos rendido digno culto a su memoria.

Cerró este sentido homenaje, el «Andante funebre e doloroso» de Tschaikowsky, que la concurrencia escuchó con emoción y recogimiento.

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales, Ing. Clodoveo Pascualini; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. Jorge E. Bobone; Dr. Federico Padula; Ing. Luis Chechi; Dr. Edwin Rothlin.

SECCION SANTA FE

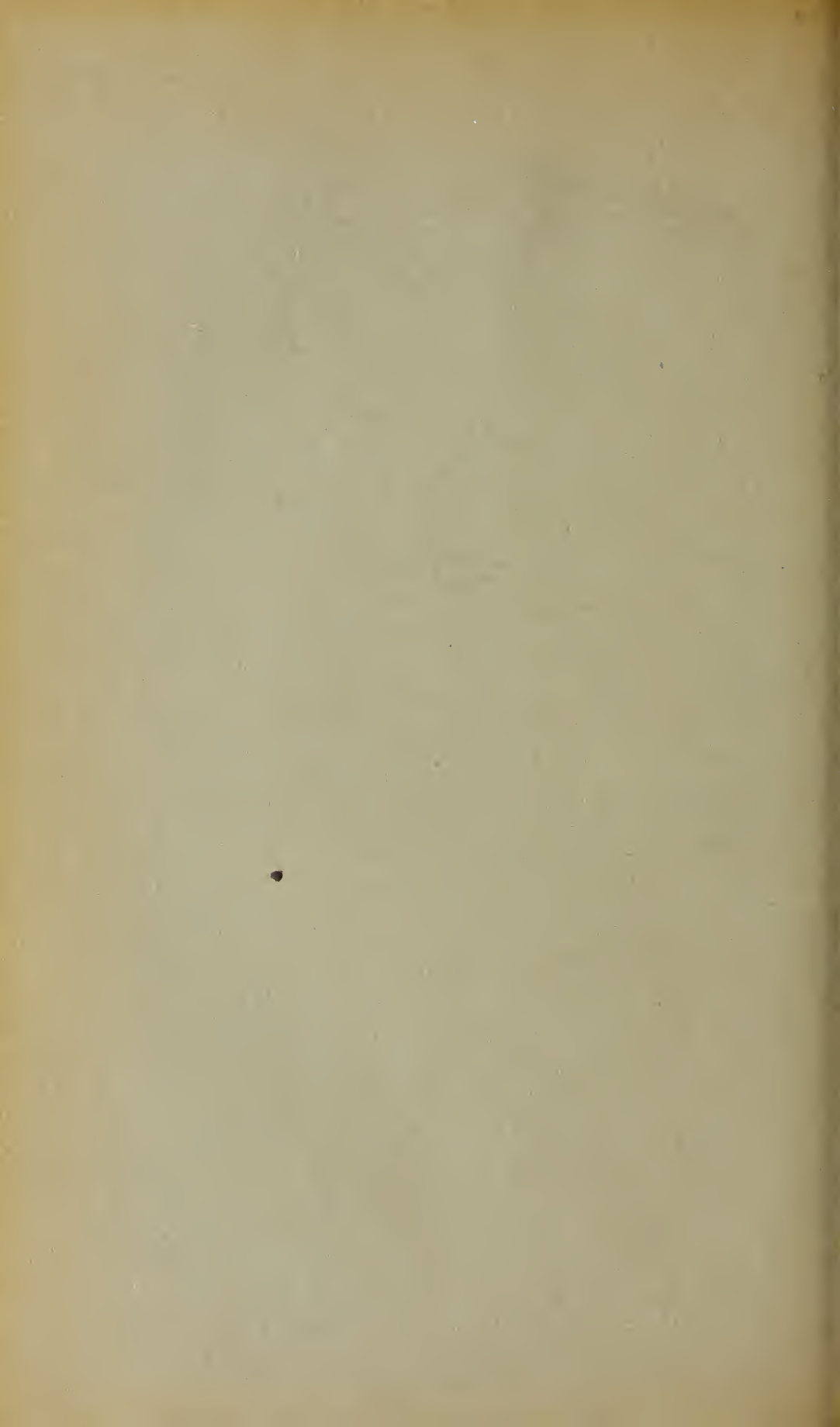
COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2º, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.



ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

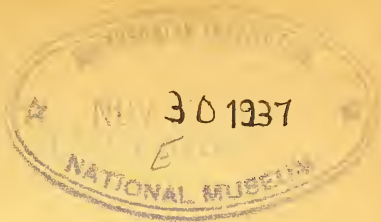
OCTUBRE 1937. — ENTREGA IV. — TOMO CXXIV

SUMARIO

	Pág.
SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:	
<i>Sesión de comunicaciones del 25 de Junio de 1937:</i>	
JOSÉ BABINI. — Sobre un problema de Descartes.	209
GUILLERMO BERRAZ. — Microanálisis elemental orgánico por gasometría. - Determinación simultánea del N, C e H.	209
C. CHRISTEN Y G. BERRAZ. — Representación convencional de los aparatos y materiales de laboratorio	210
G. A. FESTER, J. CRUELLAS Y F. GARGATAGLI. — La «Magallanita», un nuevo mineral bituminoso	211
<i>Ciclo de conferencias:</i> La migración de los símbolos. Conferencia del Sr. DUNCAN L. WAGNER	212
<i>Sesión de comunicaciones científicas del 13 de Agosto de 1937:</i>	
DÁMASO LACHAGA. — Las grietas en los suelos de Santiago del Estero	223
HORACIO DAMIANOVICH. — La ley de producción del helio por el radio. - Resultados obtenidos hasta el presente y nuevas experiencias	229
H. DAMIANOVICH Y J. PIAZZA. — La química del Helio y elementos análogos. - Descomposición térmica de los compuestos Helio-Platino a altas presiones en atmósfera de Helio	234
HORACIO DAMIANOVICH Y FRANCISCO URONDO. — Helio y radioactividad en los minerales de uranio. - I. Autunita y sus fracciones	240
JOSÉ PIAZZA. — Nuevo motor térmico	247
FRANCISCO LA MENZA. — Los sistemas de inecuaciones lineales y sus aplicaciones al estudio de los cuerpos convexos (<i>Continuación</i>)	248
EMILIO L. DÍAZ. — Sobre efectos de la radiación solar en la estratosfera	270
E. NATALE. — La curva logística representativa del desarrollo numérico de la población humana	275
C. C. D. — Bibliografía	279

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FÉ 1145

1937



SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Ing. Guillermo Marconi †
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Walter Nernst
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1937-1938)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Evaristo V. Moreno
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia.</i>	Doctor Santiago Barabino Amadeo
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Pro_tesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	Ingeniero Carlos Posadas
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Doctor Reinaldo Vanossi
	Ingeniero Mario L. Negri
<i>Vocales</i>	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de Fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin
	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

SECCIÓN OFICIAL
DE LA
SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA
SECCIÓN "SANTA FE"

Sesión de comunicaciones del 25 de Junio de 1937

En una de las aulas de la Facultad de Química y bajo la presidencia del Dr. Gustavo A. Fester, se realizó el 25 de Junio a las 18 horas, una sesión de comunicaciones científicas, considerándose las comunicaciones cuyos resúmenes se publican a continuación:

SOBRE UN PROBLEMA DE DESCARTES

Por JOSE BABINI

En esta comunicación, que el autor presenta como adhesión a los homenajes a Descartes, en el tercer centenario del «Discurso del metodo», se considera la solución general de un conocido problema de Descartes relativo a la cuestión inversa de la rectificación de la circunferencia.

MICROANALISIS ELEMENTAL ORGANICO POR GASOMETRIA

Determinación simultanea del N, C e H

Por GUILLERMO BERRAZ

La combustión de las substancias orgánicas con óxido de cobre (y cobre metálico) origina en el vacío o a presiones muy bajas, los mismos productos que a la presión ordinaria, a saber CO_2 ; H_2O y N libre. Haciendo pasar estos productos por un tubo en U sumergido en aire líquido, en comunicación con un manómetro por intermedio de un recipiente de volumen adecuado, el CO_2 y H_2O se condensan y solo el N ejerce presión. Sustituyendo el aire lí-

NOV 28 1937

quido por nieve carbónica-acetona (-80°), el CO_2 se gaseifica pero no el agua ($p = 0,0004$); la presión medida corresponde a la suma del N_2 y CO_2 . Finalmente, si se deja al tubo en U alcanzar la temperatura ambiente, el vapor de agua acusará un nuevo aumento de presión. Entre la cantidad de substancia combustionada y el volumen del sistema debe existir una relación tal que la presión total de los gases sea inferior a la tensión del vapor de agua a la temperatura ordinaria, para que el agua formada actúe siempre como vapor no saturado.

En las experiencias realizadas se utilizó un aparato, cuya descripción y técnica operatoria se omiten en este resumen; consta esencialmente de: Tubo de combustión (cuarzo) con espirales de cobre oxidado y reducido, condensador en U, trasladador de gases, tubo de expansión, micromanómetro McLeod, conexión con bomba de vacía (0,001 mm) y cierres de mercurio para evitar las grasas.

Los ensayos de combustión efectuados con diversas substancias, especialmente nitrogenadas y volátiles, han puesto de manifiesto que una vez afinada la técnica, los errores experimentales del método propuesto caerán dentro de los límites de tolerancia admitidos en los micrométodos gravimétricos.

Este nuevo método de análisis elemental permite determinar el Nitrógeno, Carbono e Hidrógeno en una sola operación, con cantidades de substancias no mayores de 1,5 miligramos.

REPRESENTACION CONVENCIONAL DE LOS APARATOS Y MATERIALES DE LABORATORIO

Por C. CHRISTEN y G. BERRAZ

Con el objeto de uniformar y simplificar el trazado de los dibujos que representan los aparatos y material de Laboratorio, los autores proponen, a título de ensayo un sistema convencional de símbolos y figuras tendientes a esa finalidad y con vistas especiales a las tareas docentes.

En la representación esquemática de los útiles y aparatos se han ajustado a las siguientes directivas:

- a) Suprimir todo elemento o detalle cuya presencia es obligada y su rol se sobreentiende, como p. ej. soportes, tapones, conexiones, etc.

- b) Evitar las líneas paralelas próximas entre sí. Los tubos, cuellos de balones, pipetas, buretas, etc., se representan por una sola recta.
- c) Procurar que el dibujo sea de fácil trazado. Las principales figuras geométricas que intervienen son rectas, triángulos, rectángulos y circunferencias completas.

LA «MAGALLANITA», UN NUEVO MINERAL BITUMINOSO

Por G. A. FESTER, J. CRUELLAS y F. GARGATAGLI

Desde hace muchos años se observa cerca de Magallanes un mineral negro, bituminoso, periódicamente arrojado por el mar a la orilla. Encontrándose en la cercanía yacimientos de lignito, como también perforaciones que revelaron la presencia de petróleo, hubo dudas si se trata del primero o de un producto asfáltico. Puesto que el yacimiento del mineral no es accesible, no se podían aplicar con seguridad criterios geológicos y hubo que recurrir al examen químico que nos dió la oportunidad de estudiar en general los métodos para discernir entre lignitos, asfaltos y asfaltitas. Hemos llegado así al resultado, que una distinción segura siempre es posible, pero no por la determinación de un solo dato válido en todos los casos, sino que hubo que aplicar varios métodos de ejecución fácil. En el caso concreto, hemos comprobado, en primer lugar por la cantidad exigua de humedad del producto, que no se trata de un lignito sino de un asfalto. Suponemos que cerca de la costa brote paulatinamente un petróleo pesado asfáltico, el cual por el contacto con el agua salada y quizás por la luz difusa sufre una polimerización, transformándose en asfalto sólido. Por la resistencia elevada mecánica y eléctrica se podría pensar en aprovechar el producto como sustituto de la ebonita.

Ciclo de Conferencias

LA MIGRACION DE LOS SIMBOLOS

Conferencia del Sr. DUNCAN L. WAGNER

El 4 de Mayo se realizó en el salón de actos de la Facultad de Química Industrial y Agrícola de Santa Fé, una conferencia organizada por la « Sección Santa Fé » de la Sociedad Científica Argentina a cargo del Vice-Director del Museo Arqueológico de Santiago del Estero S. Duncan L. Wagner.

Dicha conferencia fué ilustrada con numerosas proyecciones, reproducciones de piezas de alfarería halladas en los tumulus de la región de Santiago del Estero.

Después de haber hecho resaltar la importancia capital que representa para el estudio de la Prehistoria universal y la del Americanismo, el descubrimiento de ese misterioso « Imperio de las Planicies » surgido tan inopinadamente y ante la sorpresa de todos de las sombras más oscuras del pasado, el conferenciante entró de lleno en el asunto indicado por el título de la disertación, esa Migración de Símbolos a la que el espíritu comprensivo y penetrante del Conde Goblet d'Abiella ha ligado su nombre.

Ante un auditorio ya al corriente del tema a tratar, su intención no era, declaró el señor Wagner, hacer desde luego, un estudio profundo de la gran Civilización prehistórica generalmente conocida en los círculos científicos de Ambos Mundos bajo el nombre de Civilización Chaco-Santiagueña.

Antes de abordar el fondo mismo del asunto ha juzgado conveniente sin embargo, evocar rápidamente la majestuosa imagen de ese pueblo desaparecido que no ha dejado nombre en la Historia, a pesar de que se encuentran diseminadas sobre toda una vasta región de la América Austral, las trazas de su larga permanencia y las pruebas de su cultura notablemente adelantada.

Sedentarios, de costumbres aparentemente mansas, y de naturaleza más bien pacífica, agricultores y pastores y tejedores muy hábiles, estos constructores de tumulus de las llanuras santiagueñas, han sido antes que nada ceramistas notables y ornamentistas dotados del más elevado sentimiento artístico y de una particular concepción de la belleza.

A fin de llevar la convicción al ánimo de su auditorio, el conferenciante antes de avanzar en la exposición, proyectó sobre la pantalla cierto número de piezas de cerámica elegidas entre las 22.000 que encierran las vitrinas o que adornan los estantes del Museo de Santiago del Estero.

Francisco Moreno, prosiguió, tan distinguido humanista como etnólogo y paleontólogo eminente, había presentado el verdadero carácter de esta misteriosa civilización de los antiguos habitantes de la llanura boscosa que se extiende en suave pendiente desde los últimos contrafuertes de los Andes hasta las orillas del Río Paraná. « En Santiago del Estero, escribía él hace exactamente cincuenta y cinco años, vivió un pueblo dotado de un sentimiento artístico muy elevado: la alfarería fué allí aún más fina, más elegante que la de Troya y de Micenas en la Grecia antigua; los colores se conservan con una viveza admirable ».

Este genial precursor de la arqueología argentina no había tenido para documentarse más que una pequeña colección de cerámica proveniente de esta provincia, que desapareció a su muerte y que nunca se ha podido encontrar. Como lo ha dicho Ameghino: « Ella se perdió para la ciencia ». La clarividente intuición del sabio humanista, amante ferviente de la belleza antigua, había sido suficiente para que viera flotar sobre las llanuras hoy desoladas, un reflejo de la divina sonrisa de la Hélade inmortal. La visión del sabio había sido profética. Llegaría el día en que se descubrieran en esas áridas arenas, fusaiolas absolutamente idénticas a aquellas que, mientras la ciudad de Priamo desaparecía entre las llamas, escaparon de las manos desfallecientes de las princesas troyanas.

El arte de la cerámica de aspecto tan notable en la Civilización Chaco-Santiagueña, que se distingue por la intensidad de su simbolismo, no ha ignorado, en efecto, ninguno de los refinamientos y delicadezas de expresión de una ideografía de las más sutiles. El se presta, según el conferenciante, a un estudio profundo de esa Migración de los Símbolos a la que la Escuela de Arqueología de Santiago del Estero, cuyo método « geográfico-visua l » ha sido ampliamente expuesto en conferencias pronunciadas en Córdoba, Rosario y en esta ciudad, ha dado una importancia capital. Esta cuestión ha sido considerada desde dos puntos de vista diferentes. Unos afirman que no ha podido haber migración de símbolos que no haya sido acompañada por migración de pueblos que hayan hecho uso de ellos primeramente. Otros autores, por el contrario, han sostenido que esos signos visibles y tangibles donde se han exteriorizado, materia-

lizado, se podría decir, las diferentes formas concretas o abstractas del pensamiento humano, habrían sido probablemente llevadas a través de las primeras rutas del mundo por viajeros aventureros, por misioneros de religiones primitivas o por emisarios de sociedades esotéricas, que poco a poco habrían extendido así el radio de su influencia sobre las regiones inmensas, casi ilimitadas del mundo de la prehistoria.

Aislados o en pequeños grupos, estos peregrinos de las primeras edades, habrían, durante el curso de sus largas y pacientes peregrinaciones a las que ningún obstáculo natural oponía ninguna barrera realmente infranqueable, sembrando los caminos infatigablemente recorridos por ellos de símbolos de la fé, de la que eran los primeros apóstoles, o de contraseñas de sociedades secretas de las que ellos propagaban las doctrinas esotéricas y las misteriosas prácticas. De esos signos enigmáticos y de esas ideas que se relacionan con ellos hay más de una que subsiste todavía en medio de los centros que más han evolucionado.

Gracias a este procedimiento de difusión lenta, de constante e insensible penetración, nunca completamente interrumpida, símbolos y contraseñas cuyo sentido está destinado a escaparnos en la mayor parte de los casos, transmitidos de mano en mano y de boca en boca invadieron las tierras habitadas de Ambos Mundos. Así se explicaría, en las regiones más apartadas las unas de las otras y separadas por toda la extensión de los mares y de los continentes, la presencia de ideogramas tan idénticos que parecerían copiados los unos de los otros. Nacidos de un mismo pensamiento, parecería que las mismas manos los hubieran trazado.

Estos son, por no citar más que algunos, la cruz simple, la cruz en T y la llamada de San Andrés, el *tan* y la cruz escalonada, la célebre y hoy algo ruidosa *swastika*, el signo escalonado, el triángulo simple y el triángulo hendido, símbolo de la generación femenina, el águila de dos cabezas, el signo en S representante de la Serpiente, a menudo bicéfala, los dioses y diosas de la lluvia, portadores o portadoras de vasos, a veces antropoornitomorfos, la divinidad con « cabeza de lechuza », las estatuillas de pico de pájaro y ojos humanos que frecuentemente derraman lágrimas, los dioses en forma de cono, los pájaros y hombres-pájaros adoradores del fuego celeste y de otros mitos prometeicos, los diluvios y las areas, instrumentos de divinos salvatages, sin olvidar las palomas y los cuerpos exploradores de las aguas desbordadas, los Huevos Cósmicos y los Gemelos Divinos, el Dragón soberbiamente tocado de plumas o de cuernos de ciervo, la

bella Culebra Emplumada igualmente adornada y los Pájaros del Trueno (los Thunder Birds), el Símbolo de la Mano y el de la griega que se deriva de él, el Ojo en la palma de la Mano, uno de los más enigmáticos, el Símbolo de las Lágrimas, el Ojo que el Egipto ha divinizado como los mejicanos y que los Mayas sentaban en un trono y tantos otros extraños signos eternos viajeros que de un polo a otro han dejado trazas de su paso.

Según los defensores de semejantes hipótesis, los Héroes Civilizadores, cuya imagen indecisa o esencialmente fugitiva se levanta (Quetzaleoall, Kuculkan, Wotan, Bochica, Wiracocha) en el horizonte de todas las antiguas civilizaciones americanas, habrían sido portadores de antorchas, semi-dioses prometeicos, mensajeros venerados de símbolos sagrados, de mitos y de emblemas.

Después de ellos aparecerían los servidores de los altares primitivos elevados a Dioses Desconocidos, algunas veces indulgentes, más a menudo sanguinarios y crueles, y los sacerdotes de cultos esotéricos, los iniciados en los « Misterios » cuyo nombre como los de Eleusis, de Delfos o de Sais, no ha sobrevivido en la memoria de los hombres, sino bajo la forma de tradiciones desnaturalizadas y confusas o en leyendas poéticas a menudo inventadas. Pero ellos han existido tanto en el Nuevo como en el Viejo Continente. Los *Kivas* de los Indios que poblaron el Arizona y las cavernas del Yucatán y del Perú en cuyas paredes se ven dibujos de manos pintadas en rojo, en negro y en otros colores, serían testigos, si pudieran contarlas, de las extrañas ceremonias que en ellas se realizaban.

Las hipótesis de que acabamos de hablar, dijo el señor Wagner, nos cautivan por su encanto pintoresco y su atrayente sencillez. Nos agrada figurarnos a esos intérpretes mensajeros del ideal, a esos peregrinos de lo desconocido, llevando a través de las primaveras del mundo los tizones tomados de los fuegos encendidos de los primeros altares, murmurando al oído sorprendido de los neófitos maravillados, misteriosas palabras, extrañas contraseñas, que se podían representar por medio de formas singulares, trazadas sobre el polvo del camino, grabadas sobre la madera, sobre el hueso, sobre el metal o sobre la piedra, pintadas sobre la arcilla endurecida al fuego o sobre la tela y donde fuera fácil retener sus diferentes aspectos. El significado de todos esos símbolos se grabaría en la memoria de los primeros iniciados y ellos no tendrían dificultad en transmitirlos a nuevos adeptos, quienes a su vez los harían conocer por otros a lo lejos.

Una concepción tan seductora, es de las que más nos atraen. Ella

favorece e incita a la tendencia al esfuerzo mínimo tan común a la mayoría de los hombres. Al aceptarla nos evitamos el pesado trabajo de tener que buscar contactos directos o indirectos que hayan podido existir entre pueblos que llevaban en su frente los mismos signos misteriosos y al mismo tiempo la tarea más ardua todavía de determinar las rutas seguidas a través del mundo por las primeras migraciones humanas. No será necesario interrogar a la Esfinge a quien tantos Edipos han pedido en vano la solución del Enigma.

Un método semejante rechaza todas las dificultades y suprime todos los obstáculos. Para explicar el misterio del ojo en la palma de la mano que se encuentra entre los Hidastas de Alaska y entre los Mound-Builders de Arkansas y de Santiago del Estero, lo mismo que entre los Aztecas de Méjico, los Mayas de Yucatán y los insulares de la Indonesia y de la Oceanía, para no asombrarse de que las fusaiolas encontradas a orillas del Río Salado lleven grabados signos idénticos, en número igual y dispuestos en el mismo orden que en aquellas encontradas por Schliemann en Hissarlick, entre las cenizas de Troya, no es necesario recurrir al atrevimiento de las vastas hipótesis, éxodos en masa, heroicos argonautas, buscadores de filones de oro o de Islas Afortunadas, pueblos que huyen de la amenaza del hambre, de la sequía, de las inundaciones o presas de pánico ante el anuncio de una catástrofe o de una invasión próxima.

Y si se agregan las teorías de las convergencias y de las creaciones independientes, todo se arregla sin mayor esfuerzo: no más problemas étnicos y geográficos poco fáciles de resolver, no más rupturas de puentes, de continentes desaparecidos poco a poco bajo las aguas, adiós para siempre las desvanecidas y legendarias Atlántidas! Y menos todavía de la Gran Civilización Primordial, esa pesadilla de los partidarios de la convergencia. Cada raza humana, cada familia, cada clan, tribu, pueblo o nación, se habrá abierto así camino independientemente y a su hora y a su manera habrá elaborado los elementos de su propia civilización. Y cuando a pesar de todo, los parecidos demasiados visibles entre los elementos de cultura pertenecientes a pueblos separados los unos de los otros por vastas extensiones de mares y de continentes, nos llamen la atención, nos guardaremos bien de insistir, y para encontrar a estos hechos tan desconcertantes una explicación más o menos aceptable, será suficiente admitir que se trata no de migraciones de pueblos, sino de simples migraciones de símbolos. Esos signos extraños, letras de un alfabeto universal misterioso, siempre y en todas partes reconocidos, habrían sido llevados por misioneros aislados, por algún grupo de

náufragos, por mercaderes aventureros, por corsarios ávidos de nuevos botines, a las playas más lejanas junto con el polvo del suelo natal adherido a las suelas de sus zapatos.

No es el caso, dijo el conferenciante, de rechazar completamente en su conjunto y como asunto resuelto esas teorías y esas tentativas de explicar hechos que es imposible pasar en silencio. La ciencia se debe a sí misma el examinar con una absoluta objetividad todo argumento puesto a discusión que ofrezca una apariencia de verdad; ninguna posibilidad en la que entre un elemento de probabilidad por débil que sea, debe ser descartada. En una hipótesis que puede parecer de las más aventuradas, hay a menudo ideas útiles. Para hacer comprender bien el mecanismo, tan complejo en realidad, a pesar de su aparente sencillez, de la Migración de los Símbolos, y para poder apreciarlo con toda exactitud, el conferenciante hizo uso de cierto número de ellos que le parece pueden servir como ejemplos entre los más ilustrativos: el Ojo en la Palma de la Mano, el Signo Escalonado, las diferentes formas de la Divinidad Neolítica de Schliemann y de Dechelette (urnas con cabeza de lechuza y estatuillas de Hissarlick, divinidades de las grutas del Marne, de Coulogues y de Saint Servin) la Swastika y finalmente las fusaiolas de Santiago del Estero idénticas a las de la clásica Ciudad Troyana.

Es viendo directamente los objetos y localizándolos en lo que él se apoya para demostrar lo bien fundadas de las hipótesis que la Escuela de Santiago del Estero ha hecho suyas y se empeña en hacer conocer. Ellas tienen como fundamento principal el reconocimiento del origen común de todas las civilizaciones de Ambos Mundos, realmente dignas de ese bello nombre, que han florecido bajo el sol.

Se debe sin embargo admitir la posibilidad de que ciertos símbolos sobre todo aquellos de un carácter más netamente esotéricos, que hayan sido encontrados en condiciones de aislamientos particularmente notable, sin estar acompañados de los que habitualmente se encuentran a su alrededor, podrían haber sido trasladados separadamente y a grandes distancias de su centro de irradiación primitivo, por la acción individual de propagandistas aislados o de pequeños grupos de viajeros que hubieran seguido por su propia voluntad un itinerario determinado por tierras o por mares o que se hubieran visto alejados de su ruta por circunstancias ajenas a su voluntad!

Pero el conferenciante ha señalado bien que esta explicación no sería aceptable cuando se tratara de regiones diferentes, de una extensión a menudo considerable, separadas las unas de las otras por grandes distancias donde esos numerosos símbolos se encuentran en

combinación con otros elementos de cultura, formando bloques étnicos tan semejantes unos a otros que no se podría dejar de reconocer como ramas desprendidas de un mismo árbol. No es el caso entonces de pensar en el transporte de símbolos aislados, sino en la migración de pueblos enteros. Esas colonias desprendidas de un gran centro de Civilización primordial, son las hijas de una misma madre común de la que han conservado los rasgos.

Abordando enseguida otro aspecto de la cuestión, el señor Wagner se empeñó en hacer resaltar el contraste sorprendente que ofrece la prodigiosa riqueza del simbolismo americano y la relativa pobreza del de Eurasia, donde se creería encontrar sólo un pálido reflejo de la artística suntuosidad que distingue tan notablemente la ideografía del Nuevo Mundo. Será necesario pensar (y estamos en nuestro derecho al hacerlo) si esos motivos simbólicos y esos ideogramas que en América se presentan revestidos de tan singular y original esplendor, desde las soledades glaciales de Alaska hasta las plataformas de los Andes, tienen su origen en las representaciones más que modestas, anónimas, podríamos decir, que caracterizan la iconografía del Antiguo Continente. No sería lo contrario lo más aceptable? Y aquí se nos presenta un interrogante que domina los diferentes aspectos del asunto: en qué sentido se han dirigido las ondas sucesivas que han llevado de un extremo al otro del mundo sus innumerables símbolos, mudos testigos del pasado que constituyen uno de los más importantes elementos del patrimonio intelectual de la Humanidad?

La solución más prudente que es la que propone la Escuela de Santiago del Estero, no sería la de admitir que no existe hasta el presente ninguna prueba positiva del sentido hacia el cual se han dirigido las primeras corrientes migratorias en las épocas de la prehistoria y que el centro de irradiación del que han emanado escapa todavía a nuestros investigadores? Vale más limitarse por ahora a buscar la situación de los centros de civilización más antiguos de Ambos Mundos, estudiar con cuidado cada uno de ellos por separado y la correlación que pudieran haber tenido con otros semejantes. Cuando gracias a este método analítico, geográfico y visual haya sido establecido un mapa arqueológico del mundo prehistórico lo más exacto posible, habrá llegado el momento de tratar de encontrar las rutas y los puentes tomando como guías esos maravillosos jalones que son los enigmáticos símbolos que tantos pueblos diferentes han conocido y venerado sobre la tierra, desde la aurora de las civilizaciones más antiguas.

Entre los centros de antiguas civilizaciones de que acabamos de hablar, no hay ninguno digno de llamar la atención del sabio, del arqueólogo, del historiador y del filósofo, como el Imperio prehistórico que ha tenido como asiento principal el vasto territorio actualmente comprendido entre los límites políticos de la provincia de Santiago del Estero y que parece haber tenido influencia sobre una parte de las regiones vecinas. La gran antigüedad de la Civilización que allí ha reinado es un hecho sostenido ahora por la ciencia. Que ella ha sido contemporánea al menos de las primeras ciudades troyanas lo prueban las numerosas fusaiolas encontradas en los tumulus exactamente iguales a las de Hissarlick. Esto nos lleva a 3000 años aproximadamente a J. C. Pero es necesario comprender que esto que escapa a menudo a ciertos espíritus sistemáticamente opuestos a admitir la gran antigüedad de las civilizaciones pre-colombianas que tanto para las civilizaciones llamadas Minoeica y Egeica como para aquellas del Nuevo Mundo, estos datos deben ser considerados como punto de llegada y no como punto de partida. Cuántos miles y miles de años pueden haber ya conocido estas diferentes etapas de la cultura humana, antes que las murallas de Troya o las torres del palacio de Knossos hubieran proyectado su sombra sobre las llanuras llenas de sol de la Helade pre-homéica? Y cuántos miles de años han podido pasar sobre los tumulus de Santiago del Estero antes que los últimos de aquellos que los construyeron hubieran rendido su tributo a la tierra, muchos siglos antes que las carabelas de Colón hubieran orientado sus proas hacia la inmortal aventura? Carecemos en absoluto de datos que podrían permitirnos emitir una hipótesis sobre este punto, edificada sobre una base sólida de hechos probados.

Cuál ha sido la fecha de fundación de este poderoso Imperio de las Planicies que no habiendo conocido el empleo de los metales había llegado a un estado de civilización tan avanzada? Parece transportado allí por alguna intervención milagrosa, caído del cielo, diríamos, como un fragmento desprendido de civilizaciones pre-helénicas que han florecido entre la época de transición de la Edad de Piedra y de la Edad de Bronce. Salvo la arquitectura que no ha podido existir en una región donde falta la piedra y donde el empleo del ladrillo no ha penetrado, encontramos los caracteres más impresionantes de la primitiva cultura egeica. Al lado de las grandes urnas funerarias « con cabeza de lechuza » de Troya, de fusaiolas y de estatuillas de divinidades antro-po-orntomorfas, hay las pequeñas urnas sepulcrales provistas de esos curiosos apéndices levantados hacia el cielo en los cuales Schliemann ha reconocido estilizaciones de falos. Urnas de esta

forma no han sido encontradas más que en Hissarlick y en Santiago del Estero y tanto unas como otras contenían esqueletos de niños!

Un conjunto de cosas semejantes bien constatadas, a las que se agregan muchas otras también convincentes, no dejan de emocionar a aquel que se encuentra de pronto frente a realidades tan turbadoras como desconcertantes. Todo esto provoca movimientos de rebelión en los espíritus timoratos que no pueden tolerar el verse molestados así en sus divagaciones habituales por una intromisión tan brusca como impertinente de los hechos. « E por si muove »! ni sus brazos levantados al cielo ni sus gritos impedirán girar a la tierra.

La verdadera ciencia ignora este género de timideces; ella sabe enfrentar sin emocionarse las situaciones más imprevistas sin perder la sangre fría y la ecuanimidad!

Puesto que el Imperio de las Planicies ha existido y que no se puede negar que ha sido suficiente remover un poco las cenizas para hacer surgir innumerables testigos que proclaman elocuentemente sus grandezas pasadas, es necesario hacerle sitio y acostumbrarse a vivir en su compañía: nada borrará en adelante de los fastos de la Historia a esos pueblos, que se dice, no la han tenido. Quiérase o no, será necesario contar con ellos, escuchar lo que ellos tienen que decir, tomarlos en consideración y sacar las consecuencias. Más de 22.000 documentos arqueológicos esperan en el Museo de Santiago del Estero que nos dirijamos a ellos para pedirles sus secretos. No podríamos ni negar su existencia ni suprimirlos. Hablan en voz alta esos mudos testigos del pasado y prohíben a todos sin excepción que los desmientan. Sería en vano que se quisiera imponerles silencio.

Qué rutas han seguido a través del mundo esos mil y un símbolos que se han dado esa extraña cita en las llanuras santiagueñas? Quién será el investigador sagaz, el observador paciente y alerta que llegará un día a trazar sobre el mapamundo las Periples de las que ningún Hannon ha conservado el relato, los itinerarios de las Odiseas que ningún Homero ha cantado? Quién nos contará la historia de las Migraciones de los Símbolos, de los Exodos de los Pueblos que han hecho que nos sea permitido recojer al borde de un sendero perdido bajo las hierbas de la campaña santiagueña ese fértil disco de tierra cocida, esa fusaiola artísticamente trabajada que alguna morena hilandería de antaño fijaba al huso donde se enrollaba el algodón o la lana y que no podríamos distinguir, encerrada en la misma vitrina, de aquellas que forman parte de las colecciones de Schliemann?

Investigadores de vistas estrechas, obsesionados por ideas preconcebidas, nos dirán que todo lo que acabamos de exponer es pura fan-

tasía! Esas maravillas del arte cerámico que la mágica pátina de los siglos ha hecho venerables y que llevan tan visiblemente impreso el sello de las épocas lejanas de donde ellas vienen, los harán asegurar que son la obra de pobres gentes, tristes restos de una humanidad en decadencia que al decir de los cronistas de la Conquista, apenas ocultaban su sórdida desnudez bajo alguna piel de bestia, un taparrabo trenzado de paja grosera o algunas plumas de avestruz a guisa de cintura. No lo creáis: son esas opiniones tan pueriles que no merecen ser citadas ni menos discutidas.

Una visión más clara de las cosas es aquella que se ofrece a todo espíritu realmente preparado, digno de comprenderla. Sin ir tan lejos como el profesor Robert Hensenling de la Universidad de Berlín, que no ha hesitado en quemar sus naves y afirmar que las civilizaciones superiores del llamado Viejo Continente (Asia, Africa, Europa, incluyendo la China de los tiempos más remotos), no eran más que « Colonias » de una cultura primaria cuyo asiento principal se hallaba en el « Continente Americano », la Escuela de Santiago de Estero no se niega a encarar la hipótesis de una Atlántida de una envergadura muy distinta a la de Platón a la cual pertenecería una gran parte de América.

Ese inmenso territorio del que en épocas remotas deben haberse perdido grandes extensiones bajo las aguas, al modo de los campos de hielo que se funden con la aproximación de aguas más calientes y gradualmente se disuelven hasta desaparecer completamente, ha sido, todo nos induce a creerlo, la cuna de una gran Civilización Primordial, que sería en un momento dado esparcida por ondas sucesivas en toda la superficie de la tierra. Es de suponer que esas migraciones en escala, de las que sería imposible precisar ni la fecha ni el número, no fueran todas de igual importancia y que partidas en épocas distintas desde puntos a menudo alejados los unos de los otros, no se hayan dirigido todas en el mismo sentido. Así y solamente así, puede explicarse que hayan existido en regiones separadas unas de otras por distancias considerables centros de civilización cuya evolución no se haya operado *in situ* en los lugares en que se encuentran rastros de su presencia y que presentan entre ellas semejanzas asombrosas y diferencias también notables. Las semejanzas nos hablan de un primer origen común y las diferencias de cambios ya experimentados en el lugar de origen antes de la dispersión.

Supongamos para ilustrar mejor este punto, que hacia los comienzos de la Edad de Bronce, una parte de la Europa neolítica se haya sentido amenazada por la proximidad de alguna catástrofe, algún

nuevo diluvio o algún hundimiento de tierra. Los pueblos de esas regiones, para escapar a peligros reales o imaginarios, habrían abandonado unos tras otros la tierra natal, para buscar bajo otros cielos el abrigo de una nueva patria y todos en su fuga, no habrían partido, como es natural ni al mismo tiempo ni de los mismos puertos.

Y así se habrían formado esas colonias, que diseminadas por el mundo y aun después de haber pasado muchos siglos, presentarían los rasgos imborrables de un origen común. Pero cada colonia debió conservar ciertos detalles característicos de sus diferentes fundadores. Venidos del Norte, del Centro o del Mediodía, Escandinavos, Celtas, Iberos o Helenos además del patrimonio cultural que poseían en común, habían enriquecido sus fundaciones con el aporte de bienes particulares que les fueron propios y que servían para comunicar a cada uno de ellos una fisonomía distinta, pero siempre reconocible. Recordemos en este orden de ideas, Arles en Provenza que es aun en nuestros días un pedazo de tierra helena.

Las migraciones sucesivas de este género, partidas en tiempos remotos de una Atlántida de la que no hemos podido todavía penetrar el misterio, son las que nos permiten comprender el porqué de las correlaciones tan eminentemente sugestivas de que ligan las civilizaciones de los Mound-Builders y de los Indios Pueblos de la América del Norte a aquellas de la América Central y unas y otras a las de los constructores de tumulus de Santiago del Estero y de los antiguos habitantes de los valles Andinos de la Argentina y del Perú pre-incaico. Estas migraciones en « bancos de arenques » y en abanico, son igualmente la causa de que no debemos asombrarnos de que diferencias numerosas, fáciles de discernir, hayan conservado a cada una de estas diferentes culturas, salidas de un mismo centro común, una fisonomía propia, más o menos precisa, pero con la que sería imposible equivocarnos.

Es la lección, dijo al terminar el conferenciante, que recibimos del estudio objetivo y profundo de la Migración de los Símbolos, tan íntimamente ligadas a las antiguas razas humanas y a la historia de las civilizaciones primitivas. Ella nos permite seguir a través de todas las rutas del mundo, los signos misteriosos que los pueblos en marcha llevaban con ellos desde tierras lejanas de las que eran originarios y de donde habían partido. Hijos de la Gran Madre Común, la *Magna Mater*, que de un extremo al otro del mundo habitado ha dejado impresa la huella de sus pasos, son los iniciados en sus primeros misterios y han recibido de sus manos los símbolos venerados, que el tiempo, ese destructor que a menudo se muestra implacable, ha respetado piadosamente en muchos casos.

Sesión de comunicaciones científicas del 13 de Agosto de 1937

Bajo la presidencia del Dr. Gustavo A. Fester y ante una numerosa concurrencia de socios, profesores y estudiantes universitarios, se inició en una de las aulas de la Facultad de Química a las 18 una sesión de comunicaciones científicas, presentándose las comunicaciones que a continuación se publican:

LAS GRIETAS EN LOS SUELOS DE SANTIAGO DEL ESTERO

Por DAMASO LACHAGA

A fines del mes de Abril, del corriente año, llegaron noticias periódicas sobre la presencia de grietas que se habían producido en la superficie de la tierra en el Departamento Moreno de la Provincia de Santiago del Estero. A esta primera noticia siguieron otras que comunicaban la aparición de nuevas grietas dando datos concretos sobre extensión, profundidad y ancho de algunas, insinuando además que de proseguir el fenómeno los caminos y vías férreas sufrirían perjuicios importantes.

Como eran las primeras noticias que sobre estos fenómenos publicaban los diarios, parecía tratarse de un proceso extraordinario, y por ello éstos los vinculaban a manifestaciones volcánicas.

Aprovechando un viaje que realizaba por regiones vecinas, hice una rápida incursión en el departamento citado, tratando de fijar el carácter de los fenómenos. Interesaba fundamentalmente establecer si éstos, se desarrollaban de acuerdo a procesos tectónicos de exclusivo orden geológico o si entraban dentro del dominio de la edafología.

A priori ya tenía el concepto que el fenómeno entraba dentro de los procesos edáficos; pues en otros viajes había tenido oportunidad de encontrarme con grietas de menor importancia que la señalada por los diarios, las cuales presentaban claramente ese carácter. Estas las había observado en el Chaco santafecino en Diciembre de 1934, al comienzo de la lluvia de verano después de un invierno-primavera bastante seco. Las grietas se extendían sin rumbo preferido por algunos centenares de metros, eran en forma de cuña de unos 40 a 60 cm. en la base y terminaba a 1,50 metros más o menos de profundidad.

El corte producido por la grieta permitía distinguir los tres ho-

rizontes edáficos reconocidos regionalmente y las diferencias de textura de los materiales respectivos permitía claramente asignarle el carácter de grietas de contracción originadas en el horizonte B mostrando en la parte superior del mismo espejos de fricción que habían quedado como resultado de los distintos valores de contracción entre éste y el horizonte A que no lo había seguido en el movimiento.

De acuerdo a las constantes se podía establecer que la distinta contracción de los horizontes A y B permitían que mientras el horizonte B se contraía en superficies más o menos grandes, el A se estiraba sobre las grietas ayudado por las raíces para formar un techo a las mismas. Este se hundía con las lluvias haciendo aparecer la grieta, la que se mostraba como originada por las lluvias, en lugar de ser éstas solamente su factor de exteriorización.

Al tomar conocimiento personal de las grietas producidas en Santiago del Estero, noté que los perfiles de suelo descubiertos, no presentaban diferencias notables en la morfología de los distintos horizontes, perfectamente compatible con las condiciones de clima que rigen los procesos edáficos del Chaco santiagueño. Esta falta de material francamente distinto en el perfil del suelo parecía hacer que no se pudieran paralizar las conclusiones a que se había arribado para las grietas de Santa Fé respecto a las de Santiago del Estero. Las grietas en sí además se diferenciaban de éstas en que conservaban una dirección de conjunto preferida y eran de mayor importancia, pero se habían exteriorizado con un mismo mecanismo. Las observaciones se realizaron en tres grupos de grietas ubicadas unas entre las estaciones Aerolito y Miraval, que cortaban transversalmente el camino y la vía férrea, otras en Weisburd y por último en Tintina en el campo « El Milagro ».

De los informes recogidos de los pobladores resultaba que el fenómeno no se había realizado por excepción ese año, sino que es bastante normal y que existían muchos más grupos de grietas que las señaladas, distribuidas en el Chaco santiagueño y que este proceso solía repetirse a menudo en las condiciones actuales sin haber llamado mayormente la atención, debido a que no habían afectado caminos y a las condiciones especiales de vida del Chaco santiagueño.

Para relacionar las grietas respecto a los problemas de orden tectónico convenía echarle un vistazo a la geología regional, la que está basada exclusivamente en la interpretación de los perfiles obtenidos en las perforaciones realizadas para búsqueda de agua por la Dirección de Minas y Geología de la Nación. El número de perforaciones



ha sido suficiente como para poder haber llegado esa Dirección a resultados interesantes. Es interesante hacer notar que justamente en Alhuanpa, ubicada en el centro de esta área en la cual se encuentran las grietas estudiadas, se ha realizado la perforación hasta hace

poco más profunda del país y que había llegado hasta los esquistos cristalinos del basamento. Según esos estudios, el basamento cristalino está constituido por elementos del viejo escudo de « Brasilia », roto en una serie de bloques como resultado de las faces orogénicas pampeanas; resultando estos agrupados formando un conjunto de fosas y pilares. Como consecuencia de los empujes resultante de las distintas faces de la orogenia andina, los bloques sufrieron nuevos movimientos diferenciales conjuntamente con los sedimentos que en el ínterin se habían depositado sobre ellos, aprovechando las líneas de defectos estructurales preexistentes.

A estos movimientos diferenciales se los ha seguido, estudiando las posiciones relativas de los sedimentos reconocidos ya sean continentales o marinos desde la serie de Sao-Bentos (Paganzo superior) hasta el pampeano. El resultado de estos estudios permitieron establecer que los bloques se han movido siempre rejuveneciendo las líneas de defecto que separaban los primitivos bloques del basamento. Además estableció que el sistema de fallas profundas conservaban dos direcciones principales, una normal y otra paralela a las grandes líneas estructurales de las sierras pampeanas.

De acuerdo a este esquemático resumen de las condiciones geológicas de las comarcas en la cual se produjeron las grietas, era de esperar que si la dirección de éstas coincidieran con las supuestas para las fallas y se mostraran en partes tales donde se pudiera sospechar un rejuvenecimiento; se tendría un punto de apoyo para asignarle a las grietas un origen tectónico.

Estudiando los perfiles de Alhuampa, Aerolito y Quimilí que fijan las condiciones del subsuelo profundo de la región en la cual están ubicados el primer y segundo grupo de grietas observadas, resulta que esta área está ubicada sobre un sólo block lo que alejaría la posible influencia de la tectónica en el origen de las grietas. Además las observaciones de campaña no establecen ningún desnivel sensible entre los labios de las grietas ya sean tomadas individualmente o en conjunto.

La dirección dominante de las grietas, coinciden con los rumbos submeridionales de los límites de los blocks; lo que trae alguna duda en la afirmación anterior.

Esta coincidencia entre ambas direcciones, no es sin embargo una razón concluyente, porque las grietas no se muestran en lugares donde podría sospecharse rejuvenecimientos de fallas. Más vale parecen ligadas con la morfología general de la llanura.

Las formas de relieve de toda la llanura que se extiende de Este

a Oeste del país hasta el sistema pampeano y también hasta los Andes son en esta latitud una serie de grandes bajos de dirección sub-meridional alterando con lomadas, presentando un dato interesante revelado por la observación de perfiles de perforaciones o condiciones de discontinuidad sísmicas que permiten sospechar una separación de bloques donde la topografía señala un gran bajo, por ejemplo (Iberá-Gualaguay), (Río Paraná), (Golondrina-Carrizales), (Los Porongos-San Antonio), etc.

De esta condición morfológica general de la llanura nace que la dirección de las lomadas coincida con las líneas de defecto estructural y de ahí resulta que si las grietas están vinculadas con los elementos morfológicos del relieve coincidiría en sus líneas generales con las direcciones de defecto estructural sin estar vinculadas directamente a ellas. Contribuye a descartar el carácter tectónico de las grietas la observación de campaña que éstas, en muchas partes aparecen por trechos más o menos largos cubiertas por un techo donde sólo por percusión se podía seguirla y conectarlas con otros tramos.

Puede por el conjunto de las observaciones realizadas desvincularse a las grietas de los problemas tectónicos apareciendo vinculada más directamente a los problemas del suelo. El origen en sí de las grietas parece distinto de las observadas en Santa Fé. Los datos de laboratorio correspondientes a determinaciones hechas para los dos únicos horizontes diferenciados en Weisburd los casi identifica en textura y comportamiento físico. Sólo persiste respecto a Santa Fé el mismo mecanismo para exteriorizarse, es decir mostrarse como hundimiento del techo como resultado de lluvias después de sequías relativamente intensas y prolongadas.

El proceso en sí de la formación de las grietas en Santiago del Estero no se habría producido por desecación distinta de dos horizontes en condiciones físicas iguales, y por ello no es posible aplicar directamente la hipótesis explicativa de las grietas de Santa Fé que se puede hacer manteniendo constante la humedad para los dos horizontes.

Hace falta investigar para Santiago del Estero la chance que hubiera para que los dos horizontes diferenciales pudieran estar en condiciones de humedad distinta como para que se pudiera obtener comportamientos distintos.

Las condiciones de relieve y climatológica de las comarcas en la cual se han producido las grietas, nos dan efectivamente los elementos necesarios.

Análisis mecánico

Criterio E.E. U.U.	350	351	864	865
Coloides	6,0	27,0	1,0	1,0
Arcilla	33,0	53,0	17,0	17,0
Limo	55,0	39,0	55,0	70,5
Arena fina	10,5	7,6	27,3	10,5
Arena gruesa	1,5	0,4	0,7	2,0
Gravas	0,0	0,0	0,0	0,0
Clasificación	Arcilla limosa	Arcilla	Limo	Limo

Constantes hídricas

Humedad equivalente de centrifuga	28,80	45,30	22,9	21,85
Humedad equivalente de campaña	27,00	27,60	23,8	19,50
Relación de contracción (peso esp. aparente)	1,43	1,85	—	—
Límite líquido inferior	34,00	46,60	34,1	26,1
Índice de plasticidad	17,55	25,75	7,85	3,0
Límite de contracción	27,80	15,30	28,0	25,0
Clasificación	A-4	A-7	A-4	A-4

Determinaciones varias

Cloruros	Vestig.	Vestig.	Vestig.	Vestig.
Sulfatos	No cont.	No cont.	No cont.	No cont.
Ensayo de floculación	Dispersa	Dispersa	Dispersa	Dispersa

La posición de las grietas exclusivamente sobre áreas positivas de relieve elimina la posibilidad de que las lluvias puedan originar acumulaciones de agua en el suelo, tales como para permitir, con el régimen habitual de escasas lluvias que en cantidad y en número caen en la región, que ambos tengan una misma humedad; o resulte el horizonte inferior un proveedor. Es estas áreas no existe además agua subterránea a una profundidad tal como para permitir un ascenso por capilaridad a los horizontes del suelo.

Las condiciones climatológicas de la región permiten en cambio un enriquecimiento en agua solamente en el horizonte superior, así vemos que por excepción el año pasado el verano fué seco con lluvia de 90 mm. entre Octubre y Febrero, cantidad tal que habiendo sido distribuída en 6 precipitaciones no pudo en las partes positivas del relieve haber alcanzado nada más que el horizonte superior. Además el clima del Chaco santiagueño es de tipo semi-desértico con altas

temperaturas diurnas y relativamente frías en horas de la noche, que hacen que la humedad relativa del aire llegue de 75 % al 90 %, ocasionando los consiguientes fenómenos de condensación en las capas superiores del suelo que están escasamente provistas de vegetación herbácea.

Establecida la posibilidad de que los dos horizontes puedan encontrarse en condiciones de desecación distinta el comportamiento de éstos a la contracción dará valores distintos como para justificar la presencia de techos en las grietas.

El mecanismo de la formación de la grieta sería que mientras el horizonte inferior se deseca continuamente el otro recibe tal cantidad de agua que le permite mantener su homogeneidad, ayudado en gran parte por las raíces de los arbustos del monte y mismo de los árboles que sólo por excepción penetran más de 40 cm. en el suelo.

LA LEY DE PRODUCCION DEL HELIO POR EL RADIO

Resultados obtenidos hasta el presente y nuevas experiencias

Por HORACIO DAMIANOVICH

Estudiando el comportamiento térmico del bromuro de radio ⁽¹⁾, después de dejar acumular el helio por éste emitido, en ampollita cerrada, durante dos años, pude comprobar: (a) que existe paralelismo entre la eliminación del helio por calefacción de la sal de radio y de sus derivados, y la descomposición térmica de los compuestos helio-platino; (b) que para eliminar totalmente el helio contenido en las sales de radio, se necesitan calefacciones más intensas y prolongadas, que las empleadas hasta ahora por Dewar y otros investigadores. Todo lo cual demuestra que el « helio activo » proveniente de la desintegración de las sales de radio, forma con éstas o con los productos de su evolución (RaA, RaC, RaD, Po, etc.) combinaciones químicas de diferente naturaleza y estabilidad, cuya descomposición es endotérmica, de acuerdo con lo señalado en mi primer trabajo a propósito del helio platino ⁽²⁾. Esto nos induce también, a admitir que los compuestos más estables son engendrados por los átomos de helio simple o doblemente ionizados (partículas α , He⁺ y He⁺⁺, de los tubos

⁽¹⁾ H. Damianovich: *Inercia y actividad química de los gases raros*; VI. *Eliminación del helio por el compuesto platino-helio y por las sales de radio a diferentes temperaturas*. An. del Inst. Invest. Cient. y Téc., V, III y IV (1934).

⁽²⁾ H. Damianovich: *Inercia química de los gases raros*. An. Asoc. Quím. Arg., t. XVII (1929). Reunion Internationale de Chimie Physique, Octubre 1928.

de descargas) y los menos estables serán producidos por partículas de carga simple y de débil velocidad o por átomos de helio metaestables.

Como Dewar, no eliminó todo el helio de la sal de radio antes de las acumulaciones, la cifra 170 mm³ gramo-año que Rutherford considera más aceptable que la por él obtenida (163), puede ser más elevada que la real. Además, el conjunto de todas las determinaciones hechas hasta el presente, muestra algunas discordancias notables y da en general valores menores que los deducidos de la actual teoría de la desintegración.

Por ello consideré conveniente prolongar los períodos de acumulaciones durante muchos años, determinando también el RaD, a fin de averiguar, si las cantidades de este radio elemento concuerdan con las previstas por la teoría, y si existe o no un descenso débil pero sistemático, atribuible a alguna impureza (compuestos HePt, HePo, etc.), arrastrada durante la preparación de las sales de radio. Pienso que estas investigaciones son muy necesarias por las razones expuestas y porque desde los primeros tiempos se ha atribuido todo el helio de los minerales a la desintegración del radio, basándose en la inercia química absoluta del helio y por consiguiente, en la imposibilidad de que este elemento se combine con algunos de los constituyentes de dichos minerales. Esta imposibilidad ha sido invocada hasta ahora por la mayoría de los investigadores que creen poder persistir en la afirmación de que el helio carece por completo de afinidad química. Pero ahora que existen pruebas evidentes en sentido contrario, pues hemos obtenido compuestos químicos estables HePt, HeFe, etc., o sea verdaderos « minerales sintéticos de helio », no es difícil aceptar que en la naturaleza existan muchos productos de origen no radioactivo con grandes cantidades de helio y cuyo comportamiento térmico, sea análogo al de los minerales radioactivos y al de los compuestos citados.

Las ingeniosas y prolijas investigaciones de Dewar, Rutherford, Debiérne, Daniz y de otros investigadores, han permitido dar un gran paso hacia la resolución definitiva del problema. Para completar este estudio sería conveniente emplear, antes de cada acumulación, calefacciones fuertes y prolongadas (hasta el agotamiento del helio previamente contenido en la sal de radio) y determinar a intervalos de tiempos de uno o más años, las cantidades de He, RaD, etc., engendradas. Este sería un complemento muy necesario, dado que en la teoría de la desintegración, partiendo de experiencias de duración máxima de diez meses, se ha extrapolado hasta más de veinte siglos.

Además, en lugar de emplear el término « oclusión », que carece en absoluto de significado científico y se le aplica para designar fenómenos de naturaleza muy distinta y cuyo mecanismo se desconoce, sería de gran interés investigar la naturaleza íntima de las asociaciones de los cuerpos radioactivos y de los constituyentes de los minerales, con el helio.

Considero también que es necesario tomar precauciones extremas en lo que se refiere a la presencia posible de helio y de hidrógeno en los cuerpos que se someten a la transmutación ⁽¹⁾, sobre todo en el caso de débiles recorridos de las partículas resultantes. En efecto se ha comprobado que ciertos gases como el hidrógeno, contenidos en los metales bajo forma de hidruros, combinaciones químicas de superficie, etc., cuando son eliminados por el calor u otros agentes físicos (radiaciones luminosas, etc) producen ionización. Estas advertencias ⁽²⁾ deben conducirnos a investigar por microanálisis las cantidades de gases (H, CO, N, He, etc.) contenidos en metales como Al, Mg, Li, Be, C, Pt, U, Th, etc., y a estudiar el efecto de la eliminación de estos gases sobre los fenómenos que se producen (emisión de partículas electrizadas con diferente velocidad) al someter al bombardeo moderado e intenso a dichos metales. Pero los resultados obtenidos así, como las determinaciones de helio y radioactividad en los minerales de helio y uranio (Antuita, Carnotita, Torianita, Pechblenda, Fergusonita, etc. y sus fracciones (gangas, residuos y precipitados después de ataques químicos, etc.) serán objeto de otro trabajo.

Sentadas estas ideas directrices, expongo a continuación el resultado de las investigaciones que he realizado con el objeto de contribuir a la revisión de la ley de producción del helio por el radio, dejando para otra oportunidad el examen detallado y discusión de los resultados obtenidos hasta el presente, así como la posibilidad de una radioquímica del helio y sus relaciones con el estado de este elemento en los minerales y con el proceso de transmutación.

Pero antes de pasar adelante quiero dejar constancia (y esto lo hago con íntima satisfacción) que estos resultados fueron expuestos ante la Société de Chimie Physique de France, en la sesión del 17 de Febrero de este año, bajo el título de « Chimie et Physico-chimie

⁽¹⁾ H. Damianovich: *La química del helio y la transmutación de los elementos*. Soc. Cient. Arg. (sección Santa Fé: Agosto 7, 1936). An. Soc. Cient. Arg., t. CXII, Diciembre 1936.

⁽²⁾ H. Damianovich: *Inercia química de los gases raros*. An. Asoc. Quím. Arg., t. XIV, N° 76 y siguientes (1926-27).

de l'helium ». M. Jolliot, Presidente de dicha institución, se interesó mucho por estas investigaciones y en particular aceptó en forma decidida, mi proposición de que se llevaran a cabo nuevas determinaciones, poniendo en acumulación durante varios años, algunos decigramos de sales de radio y midiendo periódicamente (cada año por ejemplo) el helio producido. Mientras esto se lleve a cabo en el Institut du Radium, que dirige M. Debierne (quien también está de acuerdo con esto) yo enviaré el resultado de la nueva acumulación, que comenzó en Diciembre de 1936.

Las experiencias de descomposición térmica de los compuestos helioplato (1), demostraron que se necesitan fuertes y prolongadas calefacciones para eliminar las últimas porciones de helio de dicho « mineral sintético de helio », absolutamente libre de poros o cavidades como los invocados a propósito de los minerales radioactivos. En vista de ello y debido a que, como lo he dicho, en las experiencias de Dewar no se ha sometido la sal de radio a calefacciones intensas y prolongadas necesarias para eliminar todo el helio previamente acumulado, emprendí una experiencia preliminar (de calefacciones y acumulaciones sucesivas), que tuvo pleno éxito, dado que sólo se perdieron dos determinaciones de un conjunto de 19 calefacciones, durante un total de 108 horas a 450 grados, 26 horas a 670-700 grados y 78 horas a 800-850, recogién dose, en un año y siete meses menos de tres milímetros cúbicos y medio.

Esta acumulación preliminar de dos años (Abril 1930-1932), seguida de las calefacciones mencionadas, (Abril 1932-Noviembre 1933), permitieron como ya lo he dicho, demostrar (análogamente al caso del compuesto helioplato) la endotermicidad de los compuestos que el helio forma con el radio y sus derivados y la necesidad de proceder a intensas y prolongadas calefacciones para eliminar el helio de dichos compuestos.

Haciendo las medidas de radioactividad con la colaboración de F. Urondo (método del cuarzo piezoeléctrico y etalon internacional de radio: rayos gama) y las medidas del volumen de helio por los métodos de calefacción y de disolución nítrica, se obtuvieron los resul-

(1) H. Damianovich: *El helio en los cuerpos radioactivos y no radioactivos: dificultad de su eliminación por el calor. Comunicación presentada a la Sociedad Científica Argentina (Sección Santa Fe), en la sección del 17 de Junio de 1932: An. del Inst. Inv. Cient. y Téc., V 3 y 4 (1934).*

tados contenidos en el cuadro adjunto que resume las medidas hechas hasta el presente por diferentes investigadores.

Producción de He por el radio

Nº	Tratamiento previo	Tiempo de acumuiación	mm ³ de helio		Método	Investigador
			total	por gramo		
1	disolv.	3 meses	30	20	espectros.	Ramsay y Soddy 1903-4)
2	»		100	33	disolv.	Debierne (1905)
3				55	»	» (1909)
4	cal. 20 h. a 450	1000 h.		180-224	cal.	Dewar (1908)
5		275 d.		170	»	» (1909)
6	separación de Po y RaD	83 d.	6,52	150,5	»	Boltwood y Rutherford (1909)
7	separación de Po y RaD	132 d.	10,38	145	disolv.	Boltwood y Rutherford (1909)
8	800° 18 h.	218 d.	1,82	146	cal. 16 h. a 750	Damianov. (1936-7)
9	450° 23 h.	483 d. (acum. parciales)	3,41	122	cal. 1,3 h. a 650	» (1936-7)
10	transfor. del RaBr ₂ en Ra(NO ₃) ₂	210 d.	1,82	154	Disol en. No ₃ H dil.	» (1936-7)
11	disol. y evap.	210 d.	1,65	143	» »	» (1936-7)
12	Por determi- nac. de part. por Curie de emanación			148		Daniz (1913)
13	He en el Po			1/5 de la teoría		Boltwood y Rutherford (1909)
14	He en el Io			1/2 de la teoría		Boltwood (1911)

Como se ve, este conjunto de determinaciones muestra serias divergencias, sobre todo, entre las seis primeras. Las primeras medidas directas de volumen realizadas por Debierne dieron una discrepancia de alrededor del 40 % y resultaron muy bajas con respecto al valor deducido de la teoría de la desintegración. En cambio las

de Dewar son demasiado elevadas y dan diferencias extremas entre sí, de un 20 % aproximadamente. Las de Boltwood y Rutherford y la de Daniz dan un término medio de 147,8 con un error medio de 2 % y las muestras (descontando la de 12 con calefacción deficiente durante la extracción) dan un término medio de 147,6 con un error medio de un 4 %.

En vista de estos resultados y a pesar de haberse llegado a una concordancia satisfactoria en las determinaciones anteriormente examinadas, se hace imprescindible someter a una nueva revisión este importante problema, sobre todo, si tenemos en cuenta que existen grandes discrepancias en varios casos (Ra, Po, Io) entre la experiencia y la teoría. Para ello sería conveniente llevar a cabo un gran número de determinaciones, poniendo en acumulación durante varios años algunos decigramos de sales de radio y midiendo periódicamente el helio producido.

LA QUIMICA DEL HELIO Y ELEMENTOS ANALOGOS

Descomposición térmica de los compuestos Helio-Platino a altas presiones en atmósfera de Helio

Por H. DAMIANOVICH y J. PIAZZA

Con el fin de averiguar si se producía una fijación reversible de helio por los compuestos helio-platino sometidos una apreciable cantidad del producto obtenido catódicamente con la técnica habitual (que contenía 15,6 cm³ de helio por gramo) a variaciones de presión y de temperatura.

Técnica: Previos unos cálculos realizados con el objeto de hallar las dimensiones del dispositivo de descomposición más adecuadas para obtener una sensibilidad conveniente, adoptamos el siguiente aparato (fig. 1).

La esfera *A*, cuyo volumen es de 18,67 mm³, contiene 0,1046 g de platino-helio. Se tuvo la precaución de poner un taponcito de amianto en el vértice del capilar con el objeto de evitar la expulsión del producto hacia dicho capilar. Adoptando para el producto una densidad media de 17, el volumen ocupado es de 6,15 mm³. El volumen de helio en la esfera es entonces de 12,52 mm³.

El capilar *B* está calibrado, correspondiendo cada mm de longitud a 0,17 mm³, con un largo total de 150 mm hasta la soldadura. Se suelda el tubito al capilar *B* que está en comunicación con el

tubo *E*, el cual a su vez se halla unido al trasladador de mercurio *F* destinado a introducir el helio purificado. El depósito de carbón de coco *D* sirve para una ulterior purificación del helio. Se baja

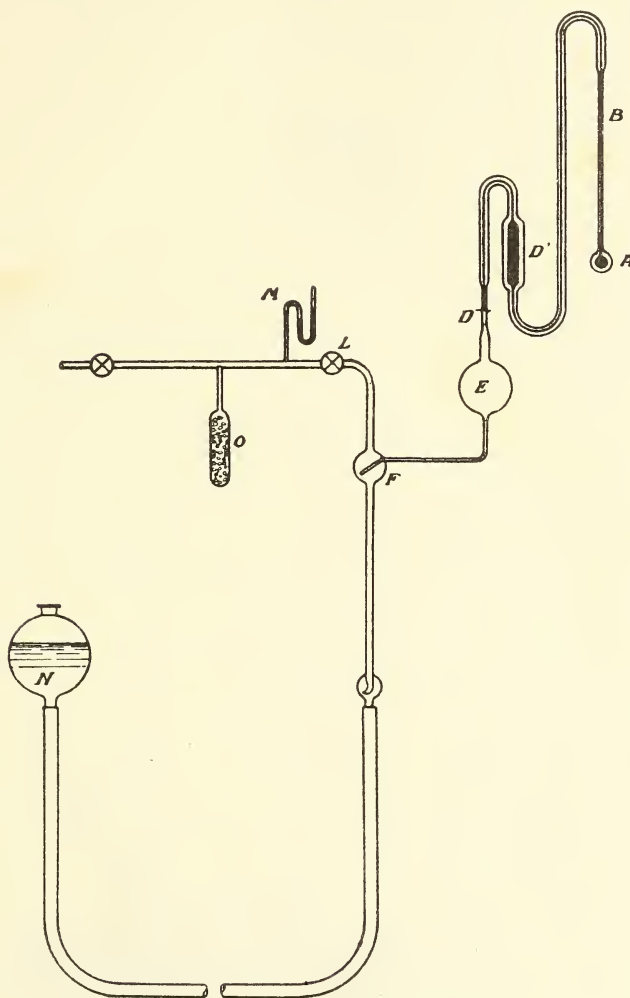


FIG. 1.

el nivel de mercurio *N* y se hace el vacío en todo el dispositivo al mismo tiempo que se expulsan los gases del carbón de coco contenido en el bulbo *O*, calentándolo a 400° con un hornito.

Se deja enfriar, se coloca aire líquido en el bulbo *O* y se introduce el helio hasta una presión de 20 mm que es la más conveniente para el llenado del bulbo *E* y del resto del aparato. Una vez cerrada la

llave L se comprime el helio subiendo el nivel N del mercurio hasta que el mismo, después de llenar el bulbo E , penetre en el depósito

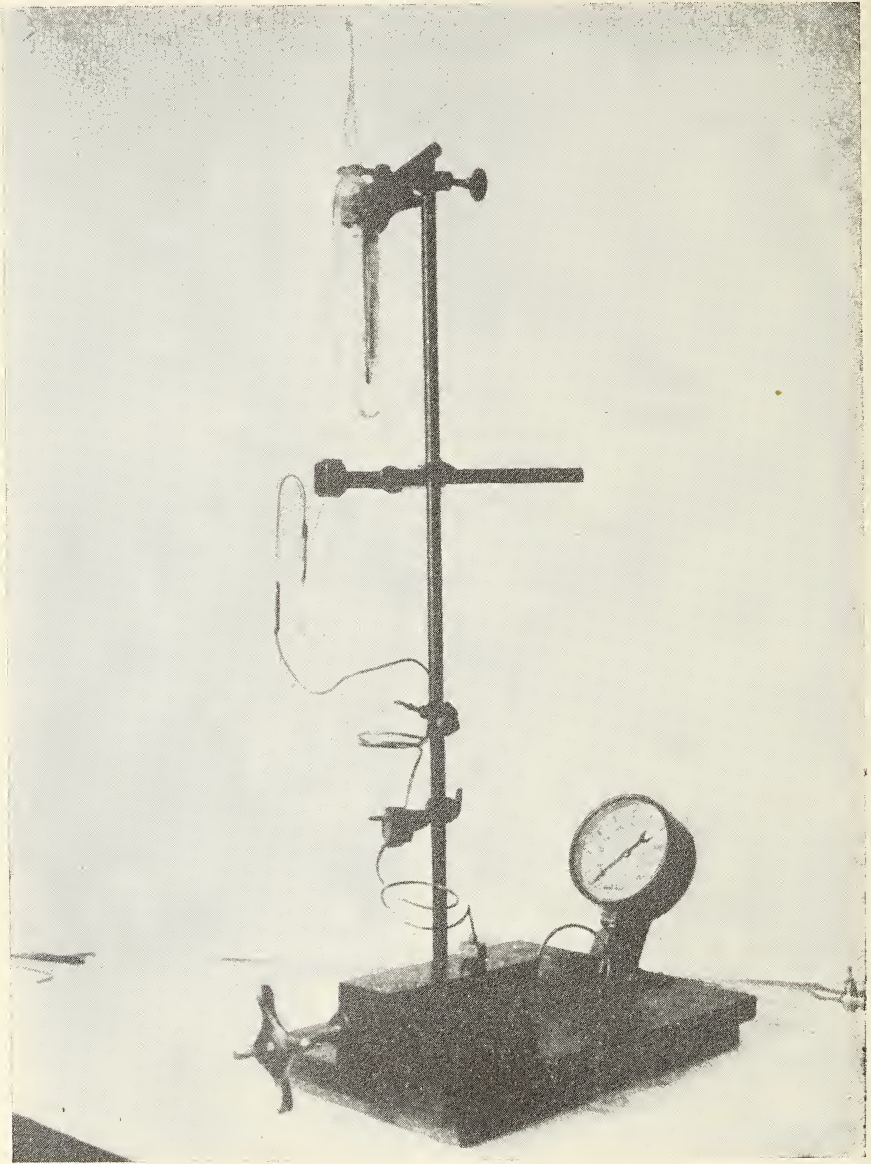


FIG. 2.

D hasta llenarlo. La operación es satisfactoria cuando los niveles del depósito N y del bulbo L' están a la misma altura. Cuando esto no

sucede hay que volver a operar con otras presiones. Una vez hecho éste, se corta el capilar en *D* quedando todo listo para adaptarlo al compresor Altachul como lo muestra la fotografía Fig. 2. Después de unir con mastic apropiado el extremo *D* al compresor de aceite se adapta un baño de aceite de vaselina y una regla milimétrica al sistema de la esfera con capilar ya descrito. Dado este sencillo y sólido dispositivo pudimos operar con facilidad, llegando a presiones superiores a 40 atmósferas.

RESULTADOS OBTENIDOS

Los ensayos con el objeto de avireguar si había fijación o desarrollo de helio en la fase sólida a la temperatura ordinaria (20°) y a presiones de 9 atmósferas, dieron resultados negativos. Esta ausencia de fijación de helio por el compuesto helio-platino concuerda con lo ya observado en otra oportunidad a la presión ordinaria y a la temperatura del aire líquido (¹).

En estos primeros ensayos y con el fin de explorar el comportamiento del compuesto de punto de descomposición de 95° aproximadamente, llevamos la temperatura a 110° .

El cuadro adjunto y el gráfico fig. 3, resumen las medidas efectuadas.

Por el examen del mismo se comprueban los siguientes hechos:

- 1) A una presión de 14 atmósferas y 90° en los primeros 5 minutos, el desarrollo de helio es débil.
- 2) Aumentando a 25 atm. y 115° , éste desprendimiento de helio se acentúa.
- 3) Manteniendo el producto en esta isotérmica de 115° durante 30 minutos, se nota un desprendimiento máximo de $3,6 \text{ cm}^3$.
- 4) Siguiendo media hora más a esta temperatura, el desarrollo es insignificante.
- 5) Un aumento de temperatura que alcanzó un máximo de 150° y duró 30 minutos para descender a 115° (temperatura de la isotérmica anterior) y una presión máxima de 42 atmósferas, determinaron un desarrollo de sólo $0,5 \text{ cm}^3$ de helio.
- 6) A 110° y entre 30 y 40 atmósferas, el producto resultante de esta primera descomposición (horizontalidad de la curva: velocidad nula) no fija helio a pesar de las variaciones bruscas de presión hasta 10 atmósferas.

(¹) H. Damianovich y J. Piazza: An. del Inst. de Inv. Cient. y Téc., Vol. 1, pág. 47, 1932.

CUADRO N° 1

<i>z</i>	—	—	—	1	5	5,5	6
<i>p</i>	9	10	10	13	14	17	18
<i>t</i>	14	25	78	81	90	111	114
<i>v</i>	0	0	0,10	0,21	0,21	0,33	0,70
<i>z</i>	6,5	8	10	10	13	14	16
<i>p</i>	18	20	22	22	25	25	25
<i>t</i>	115	117	117	114	117	115	116
<i>v</i>	1,10	1,69	2,0	2,29	2,54	2,68	2,78
<i>z</i>	17	18	20	22	25	27	30
<i>p</i>	25	27,7	28	28	29	30	30,5
<i>t</i>	116	115	111	113	115	115	116
<i>v</i>	2,92	3,07	3,22	3,22	3,31	3,50	3,64
<i>z</i>	31	32	34	37	38	43	46
<i>p</i>	35	31	31	31,5	36	32	31
<i>t</i>	114	115	118	123	123	124	120
<i>v</i>	3,70	3,73	3,64	3,68	3,73	3,73	3,64
<i>z</i>	46	53	63	63	65	66	68
<i>p</i>	35,9	30	30,2	35	31	33	34
<i>t</i>	120	115	110	113	120	125	131
<i>v</i>	3,73	3,54	3,68	3,50	3,60	3,92	4,0
<i>z</i>	69	70	72	78	78	90	95
<i>p</i>	35	37	42	36	41,5	34	33
<i>t</i>	140	150	146	140	140	124	116
<i>v</i>	4,05	4,20	4,30	4,20	4,30	4,15	4,05
<i>z</i>	95	97	97	120	150	—	—
<i>p</i>	38	32,1	37	28	26	—	—
<i>t</i>	115	107	106	20	20	—	—
<i>v</i>	4,10	4,05	4,10	4,05	—	—	—

z corresponde al tiempo en minutos; *p* corresponde a la presión en atmósferas; *t* corresponde a la temperatura; *v* corresponde al volumen. (cm³, gramo).

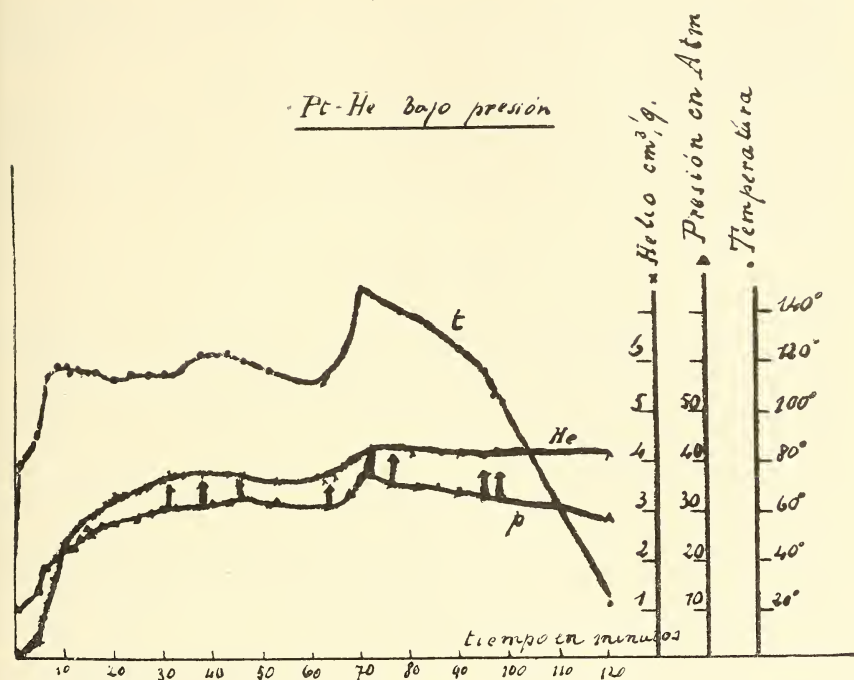


FIG. 3.

INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

El simple examen de los resultados hasta ahora obtenidos muestra que el comportamiento térmico general de este producto es análogo al de los estudiados anteriormente en cuanto a la temperatura de descomposición de este primer producto (90-100°).

El hecho de que la presión no influye sensiblemente sobre el proceso, por lo menos hasta las presiones de 42 atmósferas, indicaría que en estas condiciones el proceso es casi en su totalidad irreversible.

Este hecho, al demostrar la no reversibilidad, nos lleva a admitir que el producto resultante de la combinación del helio con el platino no admite la fijación de otra cantidad de helio no activado eléctricamente. Es decir que no tendría lugar una absorción reversible ni una adsorción de la que se ha convenido en denominar «adsorción no activada», como la que se observa en el sistema carbono-gas (H_2, N_2, O_2).

Con el fin de averiguar si un acercamiento mayor de las moléculas complejas del metal y los átomos de helio hasta que puedan en-

trar en juego las fuerzas de valencia de diferente categoría, llevaremos a cabo investigaciones experimentales a presiones mucho más elevadas que las utilizadas en estas experiencias.

Para llegar a una interpretación más completa necesitamos estudiar el comportamiento del compuesto ⁽¹⁾ cuya temperatura de descomposición es de 300°, someténdolo también a la acción de las hiperpresiones.

CONCLUSIONES

1. — Las presiones hasta 42 atmósferas no provocan en el compuesto helio-platino (de temperatura de descomposición de 90°-100°) en descomposición isotérmica de 110°, variaciones apreciables en el comportamiento térmico general.

2. — No se observa tampoco reversibilidad del proceso a estas presiones y a la temperatura indicada.

3. — El helio con el platino, sometidos a una presión de 42 atm. y a una temperatura de 110°, no se combinan como sucede en la activación catódica de ambos elementos.

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES
CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS - FACULTAD DE
QUÍMICA INDUSTRIAL Y AGRÍCOLA
UNIVERSIDAD DEL LITORAL

HELIO Y RADIOACTIVIDAD EN LOS MINERALES DE URANIO

I. — Autunita y sus fracciones

Por HORACIO DAMIANOVICH y FRANCISCO URONDO

Hemos tenido ocasión de mostrar ⁽²⁾ que el problema del estado de los llamados elementos inertes en los minerales, se halla aun en su fase inicial a pesar de las experiencias realizadas hasta el presente, por Gautier, Tilden, Strutt (Rayleigh), Wood, Lepape y otros investigadores, y que podíamos suponer la existencia de asociaciones moleculares y de verdaderas combinaciones químicas de estos elementos con los constituyentes de dichos minerales. Para resolver este importante problema, proponíamos someter a un frac-

⁽¹⁾ Damianovich y Piazza: Anales del Inst. Inv. Cient. Técn., tomos V-VI, pág. 54.

⁽²⁾ H. Damianovich: *Inercia química de los gases raros*. An. Asoc. Quím. Arg. t. XIV, N° 78, 1927 27.

cionamiento sistemático los principales minerales que contienen helio y argón (hasta entonces no realizado) y estudiar las características físicas y químicas de cada una de las fracciones aisladas y en particular el efecto de la temperatura sobre los heliuros y argonuros que pudieran existir en algunas de ellas.

Posteriormente ⁽¹⁾ a la vez que pudimos comprobar en el caso de la autunita de acuerdo con Piuti, que la ganga obtenida después del ataque con ácido clorhídrico, contiene cantidades apreciables de helio, anunciábamos este trabajo de colaboración emprendido con el objeto de relacionar los datos relativos al helio (Damianovich) con los suministrados por las medidas de radioactividad (Urondo).

En lo que se refiere al helio de la autunita (fosfato doble de uranio y de calcio) no se tienen más datos que las determinaciones cualitativas de Soddy ⁽²⁾, de Piuti ⁽³⁾ y de Bordas. Además de la observación anterior, Piuti creyó poder concluir que la autunita contenía tanto menos helio cuanto más pura era, conclusión que Mme. Gleditsch objetó debido a que ella se basaba en pocas observaciones. Bordas no halló helio en la autunita.

En cuanto a las medidas radioactivas sólo existen los datos de Marckwald y Rusell ⁽⁴⁾, quienes hallan cifras bajas para la relación $\frac{\text{Ra}}{\text{U}}$ en autonitas de Francia y de Portugal. Soddy y Pirret ⁽⁵⁾ observan anomalías análogas, es decir, 0,24 a 0,74 para dicha relación cuando se toma como unidad la relación correspondiente a la Pechblenda. Mme. Gleditsch ⁽⁶⁾ llega a resultados análogos.

En lo que sigue haremos una síntesis de los resultados obtenidos empleando las técnicas habituales de dosificación del helio y de medidas de radioactividad.

Primeramente hicimos la separación mecánica de una autunita de Tonkin granulosa, obteniendo 5,8 mm³ de helio por gramo en la

(1) H. Damianovich: *La química del helio y la transmutación de los elementos*. Comunic. a la Soc. Cient. Arg. (Sec. Santa Fe), Agosto 1936, y An., t. CXXII, Diciembre 1936.

(2) F. Soddy: *Le Radium*, t. 7; Agosto 1910.

(3) Piuti: *Le Radium*, t. 8, pp. 13-44 (1911).

(4) Marckwald y Russell: *Chem News*. 103; 277-78 (1911); *Ber. d. Deutsch. Chem. Gesellsch.*

(5) Soddy y Pirret: *Phil. Mag.* 21 (1911).

(6) Gleditsch: *Le Radium*, t. 8 (1911).

ganga cuarzosa y sólo $2,25 \text{ mm}^3$ de helio por gramo en la porción constituida por los cristales de la fracción uránica. En cambio la ganga de aspecto arcilloso obtenida por filtración de la suspensión resultante del ataque del mineral por el ácido nítrico en caliente y al 50 %, dió en dos determinaciones $6,76$ y $7,39 \text{ mm}^3$ de helio por gramo.



FIG. 1. — Conjunto de cristales, primera fracción.

En vista de estos primeros resultados que demostraban que la ganga arcillosa casi completamente desprovista de uranio (pequeñísimas cantidades de sal soluble de uranio arrastradas por absorción) contenía alrededor de tres veces más helio que la fracción uránica cristalizada, procedimos a un fraccionamiento del mineral pulveri-

zado. (con la ayuda del señor R. Méndez que consistía en agitar el conjunto en suspensión acuosa dejando decantar unos instantes la parte uránica cristalizada conjuntamente con la ganga cuarzosa (fracción nº 1) y después, sucesivamente las suspensiones de más en más finas (fracciones nºs 2, 3, 4, 5, 6). La dosificación del helio



FIG. 2. — Segunda fracción.

dió el siguiente resultado expresado en mm^3 de este gas por gramo de producto:

1ª fracción. —	1,73	5ª fracción. —	5,4
2ª » . —	3,08	6ª » . —	7,9
3ª » . —	2,9		

Las microfotografías (50 diámetros) representadas por las figuras 1, 2 y 3, corresponden respectivamente, la primera a cristales grandes y chicos de la fracción uránica y las dos últimas, a la segunda y cuarta fracciones. Como se observa en ellas, los cristales de

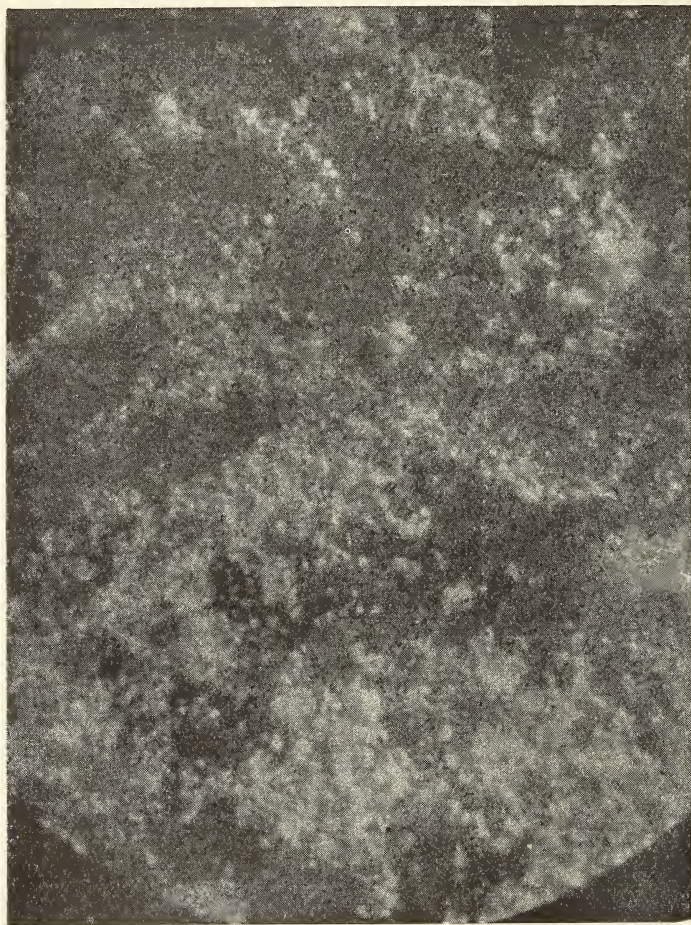


FIG. 3. — Cuarta fracción.

la segunda fracción son mucho más chicos que los de la primera y los de la cuarta de menor tamaño aún que los de la segunda. Los cristales de la sexta fracción son los más pequeños de todos.

Con esto hemos conseguido el fin que nos proponíamos, esto es, demostrar que las fracciones de la ganga que provisoriamente hemos llamado arcillosa con cantidades de helio hasta tres veces mayores

que la de las fracciones uránicas, tienen un aspecto microscópico totalmente distinto del de estas últimas, pero para completar este estudio, determinaremos la composición química, la microestructura (por rayos X), el desprendimiento de helio en función de la temperatura y del tiempo, etc.

Un nuevo fraccionamiento obtenido agitando con agua el mineral pulverizado (agitación uniforme durante diez segundos) y dejando depositar durante tiempos cada vez mayores, dió el siguiente resultado:

1ª fracción . . .	Depósito después de agitar . . .	0,38 mm ³ de helio × gramo
2ª »	» » » un minuto de reposo de la suspensión resultante de la primera fracción .	2,50 » » »
3ª »	Depósito después de agitar 10 segundos el decantado de la segunda fracción y de reposar 4 minutos	0,60 » » »
4ª »	Depósito después de agitar 10 segundos el decantado de la tercera fracción y de reposar 10 minutos	6,60 » » »
5ª »	Depósito después de agitar 10 segundos el decantado de la cuarta fracción y de reposar 20 minutos	2,50 » » »
6ª »	Sólido retenido en el filtro después de la suspensión resultante de la quinta fracción.	1,78 » » »

En general todas estas fracciones son más pobres en helio que las anteriores, debido en gran parte a que estuvieron a 60 grados durante 4 días. Vuelve a repetirse el hecho notable de que todas las fracciones « arcillosas » contienen más helio que la fracción más rica en uranio (1ª fracción). Debido a las diferencias en el contenido de helio en las distintas fracciones, nos proponemos hacer un fraccionamiento más riguroso por centrifugación y otros medios apropiados.

Se ha determinado el contenido en radón de las diversas soluciones, estableciendo las corrientes de ionización en una cámara para gases y siguiendo el método clásico del cuarzo piezoeléctrico por compensación (constante del cuarzo 8,3 u. e. e. por kilogramo de tracción).

En el cuadro siguiente figuran los valores de esas corrientes de ionización por gramo y segundo, calculadas para un tiempo de acumulación infinito. Comparando con un etalón de radio esas magnitudes corresponden a cantidades del orden 10^{-7} gramos de radio.

Autunita de Tonkin

Tiempo de acumulación del radón °	<i>i</i> u. e. e. seg/gr
	<i>Tratamiento químico</i> (NO ₃ H)
	a) Parte uránica
2 días 15,5 hs.	0,20733
1 día 23,25 hs.	0,31313
2 días 0,75 hs.	0,30837
2 días 0,83 hs.	0,29498
2 días 14 hs.	0,29146
	b) Ganga arcillosa
2 días	3,16620
2 días	2,95249
2 días 0,5 hs.	3,24347
1 día 23,42 hs.	2,48114
2 días 0,75 hs.	2,94089
22,15 hs.	3,00490
	c) Ganga cuarzosa
2 días 5,33 hs.	0,00235
2 días 0,17 hs.	0,00508
2 días 22 hs.	0,00482
3 días 19,83 hs.	0,00119
	<i>Tratamiento químico</i> (HCl)
	a) Parte uránica
2 días 0,91 hs.	0,20718
2 días 7,17 hs.	0,37153
2 días 16,58 hs.	0,32378
	<i>Separación mecánica</i>
	a) Parte uránica
2 días 2,67 hs.	0,28048
2 días 2,3 hs.	0,26287
1 día 20,83 hs.	0,24088
2 días 13,25 hs.	0,33610
	b) Ganga
2 días 16,83 hs.	0,05397
3 días 0,33 hs.	0,01473
1 día 19,08 hs.	0,03636

Del simple examen de este cuadro resalta inmediatamente la mayor radioactividad de lo que hemos llamado ganga arcillosa con respecto a la parte uránica obtenida por disolución en ácido nítrico o en ácido clorhídrico. A su vez la radioactividad de la ganga cuarzoza obtenida por separación mecánica tiene una radioactividad muy inferior a la de la fracción uránica pero bastante superior a la de la ganga cuarzoza obtenida por separación química (ácido nítrico). El ácido nítrico actúa disolviendo la substancia radioactiva contenida en la ganga obtenida por separación mecánica.

Comparando con los datos numéricos relativos al contenido en helio, se comprueba en parte la existencia de un importante paralelismo, pues la ganga arcillosa contiene bastante más helio que la fracción uránica, aunque la diferencia no es tan grande como en el caso de la radioactividad. Por otra parte, la ganga cuarzoza obtenida por separación mecánica, también dió más helio que la fracción uránica, esto es, lo inverso de lo que se observa con respecto a la radioactividad.

Proseguimos las investigaciones con el objeto de averiguar si existe alguna relación entre el contenido de helio en las fracciones obtenidas mecánicamente en la forma descrita, y la radioactividad de las mismas.

Los resultados hasta ahora obtenidos, como se ve, confirman las conclusiones de Piuti. Ellos demuestran también que es indispensable proseguir en forma sistemática para resolver definitivamente los importantes problemas concernientes a las relaciones entre el helio y la radioactividad de los minerales de uranio y a la naturaleza de los compuestos que este elemento llamado inerte puede formar con algunos de los constituyentes de los mismos.

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES
CIENTÍFICAS Y TECNOLÓGICAS - FACULTAD DE
QUÍMICA INDUSTRIAL Y AGRÍCOLA
UNIVERSIDAD DEL LITORAL

NUEVO MOTOR TÉRMICO

Por JOSE PIAZZA

En esta comunicación que aparecerá íntegramente en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, el autor describe y desarrolla la interpretación teórica de un nuevo motor térmico, que funciona con vapor de mercurio.

LOS SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES Y SUS APLICACIONES AL ESTUDIO DE LOS CUERPOS CONVEXOS

POR

FRANCISCO LA MENZA

(Continuación *)

Ejemplo 2:

Con el mismo procedimiento ha sido obtenida la cadena

$$C_5(7, n) = \{12345\} \{12347\} \{12356\} \{12367\} \{12456\} \\ \{12467\} \{13456\} \{13467\} \{23456\} \{23467\},$$

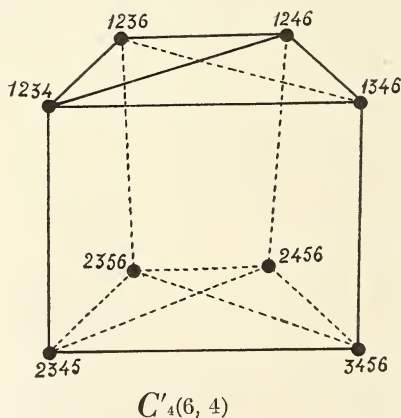
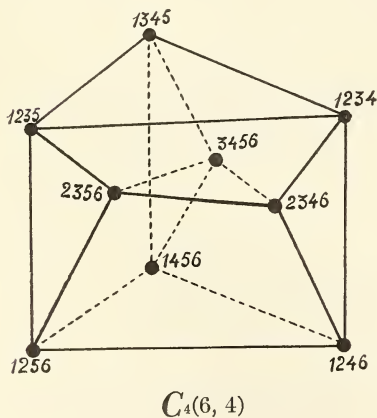
que en el E_6 corresponde al politopo convexo representado en el ejemplo 2 del número 20.

Ejemplo 3:

He aquí otras dos cadenas:

$$C_4(6, n) = \{1234\} \{1235\} \{1246\} \{1345\} \{2346\} \{1256\} \{2356\} \{1456\} \{3456\}, \\ C'_4(6, n) = \{1234\} \{1236\} \{1246\} \{1346\} \{2345\} \{2356\} \{2456\} \{3456\},$$

que en el E_4 corresponden a los dos politopos siguientes:



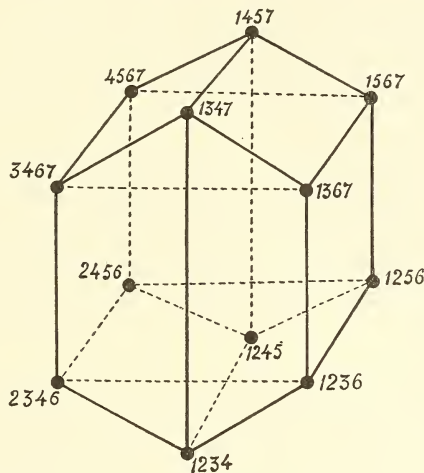
(*) Véase pág. 157, Entrega III, Tomo CXXIV, Septiembre 1937.

Ejemplo 4:

La cadena

$$C_4(7, n) = \{1234\} \{1236\} \{1245\} \{1347\} \{2346\} \{1256\} \\ \{1367\} \{1457\} \{2456\} \{3467\} \{1567\} \{4567\},$$

para $n = 4$, corresponde a politopos heptaédricos tetradimensionales como el de la figura:



$C_4(7, 4)$.

En definitiva, se tiene la siguiente regla:

VI) Para formar todas las cadenas cerradas de dada clase m y dado orden h , se enumeran arbitrariamente las m filas de toda matriz del tipo dado; se forman, con estas filas, los $\binom{m}{h}$ determinantes de orden h y todos sus orlados; se fija, a voluntad, una permanencia P_h y cada una de sus h permanencias conjugadas, P_h^i ; se repite esta elección partiendo sucesivamente de cada una de las permanencias P_h^i , hasta que sea posible. El conjunto de permanencias así obtenido es, (25), una cadena cerrada. Operando de este modo se obtienen todas las cadenas cerradas de clase m y orden h .

Obs.. Nótese que, de la cadena, es fácil obtener inmediatamente la forma de una cara de la figura correspondiente; basta considerar una fila y todas las permanencias a las cuales dicha fila pertenece.

Así, en el ejemplo 4, la cara 1 está dada por el hexaedro tridimensional cuyos vértices son:

$$\{1234\}; \{1236\}; \{1256\}; \{1567\}; \{1457\}; \{1347\}; \{1367\}; \{1245\}.$$

La cara 2 está formada por el pentaedro tridimensional de vértices:

$$\{1234\}; \{1236\}; \{1256\}; \{2456\}; \{2346\}; \{1245\}.$$

Teniendo todos sus elementos, la representación geométrica de la figura perteneciente a una dada cadena, es una cuestión muy simple como prueban los ejemplos precedentes. Puede suceder que a cadenas distintas correspondan figuras de *igual forma* poliédrica convexa. Más adelante enseñaremos a comparar las cadenas entre sí y nos ocuparemos de esa cuestión, definiendo previamente qué debe entenderse por *figuras poliédricas convexas de igual forma*.

Composición de cadenas. — Es posible definir, con las cadenas de permanencias, dos operaciones fundamentales, a saber: la *agregación* y la *sustitución*. Mediante la combinación de un número finito de estas dos operaciones, toda cadena prefijada de permanencias se podrá deducir partiendo de una cadena elemental del mismo orden que la dada.

27. AGREGACIÓN. Sea $C_h(m, n)$, una cadena de orden $h > 0$, toda cadena elemental de igual orden, h , que tenga una permanencia común con $C_h(m, n)$ y una dada fila a no perteneciente a ésta, se dirá una *cadena elemental separada de $C_h(m, n)$ por la fila a* .

I) Si $C_h(m, n)$ es una cadena de orden $h > 0$, la cadena elemental de orden h , formada por las h filas de una permanencia de $C_h(m, n)$ y una dada fila no perteneciente a $C_h(m, n)$, es una *cadena elemental separada de $C_h(m, n)$* ; puesto que la cadena elemental así formada cumple la definición.

II) El conjunto de permanencias no comunes a una cadena $C_h(m, n)$, de clase m y orden $h > 1$ y a toda cadena elemental separada de ella, constituye una nueva cadena, $C'_h(m', n)$, del mismo orden, h , de la dada y de clase $m' = m + 1$.

En efecto, sean

$$1, 2, 3, \dots, h, \dots, i, \dots, m,$$

las filas de la cadena $C_h(m, n)$; $\{1\ 2\ 3 \dots h\}$, la permanencia común a $C_h(m, n)$ y a su cadena elemental separada, y a la fila de esta última no perteneciente a la sucesión precedente, es decir, $i \neq a$.

Consideremos el conjunto de las permanencias de $C_h(m, n)$ y de las $h + 1$, (26, IV), permanencias de la dada cadena elemental separada. En dicho conjunto es posible determinar la fila a de modo que formen cadena todas las permanencias excepto la primera, pues basta considerar cualquier sistema $S_h(m, n)$, correspondiente, (24, III), a

la cadena $C_h(m, n)$, dada y elegir el hiperplano relativo a la fila a , de modo que el vértice de la región de $S_h(m, n)$, determinado por la primera permanencia, esté en distinto semi-espacio con respecto al hiperplano a , que los determinados por todos los demás. Esto es posible, y de infinitos modos, en virtud de la convexidad, (4, IX). El nuevo sistema, es, pues, también compatible, luego (24, III), dichas permanencias forman cadena.

La permanencia común, $\{1\ 2\ 3 \dots h\}$, no puede ser permanencia en el conjunto considerado porque en la primera columna los determinantes orlados $(1\ 2\ 3 \dots (h-1)\ h\ a)$ y $(1\ 2\ 3 \dots (h-1)\ h\ i)$ tienen signo opuesto como resulta inmediatamente del cuadro siguiente:

$123 \dots (h-1)h$	$123 \dots (h-1) a \varepsilon$	$123 \dots (h-1) i \varepsilon'$
$123 \dots (h-1) h a \varepsilon'$	$123 \dots (h-1) a h$	$123 \dots (h-1) i h$
$123 \dots (h-1) h i \varepsilon$	$123 \dots (h-1) a i$	$123 \dots (h-1) i a$
.....
.....
$133 \dots (h-1) h m$	$123 \dots (h-1) a m$	$123 \dots (h-1) i m$

La primera parte del teorema vale también para el caso $h = 1$, es decir, para una cadena unitaria, pero no vale la segunda parte, como es fácil verlo. La clase de la cadena unitaria queda inalterada y la operación se reduce, en este caso, a una simple sustitución de una fila por otra.

El teorema precedente permite, pues, *agregar* a una cadena, una nueva fila extraña a ella formando, de ese modo, otra cadena de igual orden que la dada y de clase aumentada en una unidad.

La operación que consiste en agregar una nueva fila a una cadena $C_h(m, n)$, cerrada o abierta, de orden $h > 1$, se llamará *agregación*.

Prácticamente, esta operación puede disponerse como se indica en el siguiente

Ejemplo 1:

Sea la cadena $C_3(6, n)$ del ejemplo 1 del número (26) a la cual queremos agregar la fila 7. Escribiremos:

$$C_3(6, n) = \{123\} \{124\} \{135\} \{145\} \{236\} \{245\} \{256\} \{356\}.$$

$$C'_3(4, n) = \{123\} \{127\} \{137\} \{237\}.$$

Resulta así la cadena:

$$C''_3(7, n) = \{124\} \{135\} \{145\} \{236\} \{245\} \{256\} \{356\} \{127\} \{137\} \{237\}.$$

Las permanencias escritas en bastardilla son las suprimidas.

En lo sucesivo indicaremos en bastardilla las permanencias suprimidas.

Es claro que la agregación puede ser hecha de tantos modos como permanencias tenga la cadena dada.

En particular, aplicándola sucesivamente a una cadena elemental, se obtienen cadenas cuyo orden y cuya clase pueden ser prefijadas a voluntad.

El concepto de cadena elemental separada de otra y el teorema que precede son susceptibles de una fácil generalización.

Dada una cadena C_h , de orden $h > 0$, toda cadena cerrada C'_h , de igual orden h , formada por filas de C_h y por una fila, a , extraña a ella, de tal modo que todas las permanencias de C'_h que no contienen a la nueva fila a pertenezcan a C_h , se dirá una *cadena separada de C_h por la dada fila a* , o simplemente, *cadena separada de C_h* .

III) *El conjunto de permanencias no comunes a una cadena C_h y a toda cadena C_h , separada de ella, constituye una cadena de permanencias, C''_h , llamada cadena resultante. Si el orden de C_h es mayor que uno y toda fila de las permanencias comunes a ésta y a su cadena separada, figura también entre las permanencias no comunes, la clase de la cadena resultante supera en una unidad a la clase de C_h .*

La primera parte, se demuestra exactamente como el (II). En cuanto a la segunda, es inmediata; pues la nueva cadena, por contener a la fila agregada resulta con $m + 1$ filas. Si no se impone la condición de ser $h > 1$ y de que toda fila figure entre las permanencias no comunes, la *cadena resultante* podría tener clase *mayor, menor o igual* que la de la cadena dada.

Dada la importancia de este teorema, que comprende, como caso particular, al (II), daremos una demostración general de él, independiente de consideraciones geométricas. Bastará probar, (24), que, en la nueva matriz, el conjunto Γ , de permanencias no comunes a C_h y a C'_h , toda permanencia de Γ , tiene una conjugada en Γ . Sea, entonces, P una permanencia de este conjunto. Pertenece, por lo tanto, a una sola de las cadenas dadas y tiene en ella una conjugada, P' . Si también P' pertenece al conjunto Γ , y esta eventualidad se presenta para todas las permanencias de Γ , el teorema está demostrado. Si P' no pertenece a Γ , para $h < 1$, tiene (23), P' , $h - 1$ filas comunes con P . Esta hipótesis implica, por otra parte, que P' pertenece a am-

bas cadenas. Puesto que C'_h es cerrada, existe en ella, (25), la conjugada P'' , que tiene con P' , esas mismas $h - 1$ filas comunes. Luego, las permanencias P , P' y P'' , tienen dichas $h - 1$ filas comunes. En consecuencia, P' y P'' no pueden ser comunes a ambas cadenas, de lo contrario, una de ellas tendría tres permanencias con $h - 1$ filas comunes, lo cual es imposible, (22, II). Por lo tanto, P'' pertenece también a Γ . Razonando de este modo con cada permanencia de Γ , resulta probada la proposición.

Para el caso $h = 1$, es inmediata.

En cuanto a la segunda parte, es inmediata también, puesto que siendo $h > 1$, queda agregada a la cadena resultante la nueva fila a y no desaparece ninguna de las filas de C_h porque ellas figuran, por hipótesis, en todas las permanencias no comunes y, por lo tanto, en el conjunto Γ .

En particular, si la cadena C_h también es cerrada, repitiendo el mismo raciocinio para cada una de las h componentes de cada permanencia de C_h que figura en Γ , se obtiene una cadena resultante igualmente cerrada.

La aplicación de este teorema, conduce también a la *agregación* de una nueva fila a una cadena dada. La operación práctica puede disponerse como en el ejemplo 1 de este número.

Ejemplo 2:

$$C_3(5,n) = \{124\} \{125\} \{134\} \{135\} \{234\} \{235\}.$$

$$C'_3(5,n) = \{146\} \{156\} \{134\} \{135\} \{346\} \{356\}.$$

Resulta:

$$C''_3(6,n) = \{124\} \{125\} \{146\} \{156\} \{234\} \{235\} \{346\} \{356\}.$$

Ejemplo 3:

$$C_2(6,n) = \{12\} \{23\} \{34\} \{45\} \{56\} \{61\}.$$

$$C_2(5,n) = \{17\} \{74\} \{45\} \{56\} \{61\}.$$

Resulta:

$$C''_2(5,n) = \{12\} \{23\} \{34\} \{47\} \{71\},$$

que es una cadena cuya clase, con respecto a la clase de $C_2(6, n)$, es menor en una unidad; pues han quedado eliminadas, en la operación, las filas 5 y 6 y ha quedado agregada la fila 7.

Ejemplo 4:

$$C_3(6,n) = \{124\} \{125\} \{146\} \{156\} \{234\} \{235\} \{346\} \{356\}.$$

$$C'_3(6,n) = \{124\} \{125\} \{147\} \{157\} \{234\} \{235\} \{347\} \{357\}.$$

Resulta:

$$C_3''(6,n) = \{146\} \{156\} \{147\} \{157\} \{346\} \{347\} \{356\} \{357\},$$

que es una cadena cuya clase es igual a la de las dadas; pues, en la operación ha quedado eliminada la fila 2. Esto se debe a que en los dos últimos ejemplos, no se cumplen todas las condiciones del teorema (III).

De la precedente definición resulta inmediatamente que:

IV) *La cadena, C_h'' resultante, formada por las permanencias no comunes de una cadena C_h y de cualquier cadena C_h' , separada de ella, es también una cadena separada de C_h y la cadena C_h' es la cadena resultante de C_h'' y C_h .*

Si convenimos en indicar la cadena resultante de C_h y C_h' con la notación

$$(C_h, C_h') = C_h'',$$

se tendrá también

$$(C_h, C_h'') = C_h'.$$

En cuanto a las cadenas C_h' y C_h'' , resulta inmediatamente de su definición que:

V) *El conjunto de permanencias no comunes a las cadenas C_h' y C_h'' , separadas de C_h , por una misma fila, componen la cadena C_h .*

VI) *Dos cadenas, C_h' y C_h'' , separadas de una cadena C_h , por una misma fila a , extraña a ésta, no tienen más permanencias comunes que las formadas por la fila a .*

Por esta razón se dirá que dos cadenas C_h' y C_h'' , separadas de una cadena C_h por una misma fila a , extraña a ésta, están mutuamente separadas por la fila a o separadas entre sí por la fila a .

El conjunto de permanencias comunes a dos cadenas separadas de una cadena C_h por una misma fila a , se llama *sección de la cadena C_h con la fila a .*

VII) *La sección de una cadena, C_h de orden $h > 0$, con una fila a , es otra cadena, C_{h-1}^1 , de orden $h-1$. Si C_h es cerrada y su orden h , es mayor que uno, C_{h-1}^1 también es cerrada.*

En efecto, la fila a forma parte de una cadena C_h' separada de C_h por a . En todo sistema S_h' , perteneciente, (24, III), a la cadena C_h' , el sistema subordinado de primer orden, en el cual sea $X_a = 0$, es, (21, I), compatible. Siendo, (11), de característica complementaria $h' = h-1$, la correspondiente cadena, C_{h-1}^1 , es, (24, I), de orden $h-1$. Si la cadena C_h , es además cerrada y su orden h , es mayor que uno, dicho sistema subordinado, (12, V y 25, I) es finito. Por lo tanto, (25, I), C_{h-1}^1 , también es cerrada.

Indicando con N'_h , N''_h y N^1_{h-1} , el número de permanencias respectivamente de las cadenas C'_h , C''_h separadas de C_h por una misma fila a y de la sección C^1_{h-1} , y con N_h , el de la cadena C_h , se tiene, en virtud de (V), la relación general:

$$N_h = N'_h + N''_h - 2 N^1_{h-1}.$$

De donde

$$N''_h = N_h + 2 N^1_{h-1} - N'_h. \tag{27.1}$$

Válida para todos los casos cualquiera que sea la clase de la cadena resultante, C''_h , para todo $h > 0$. Cuando una de las cadenas separadas de C_h , por ejemplo, la C'_h , es una cadena elemental de orden h , ella tiene, (26, IV), $h + 1$ permanencias, luego

$$N'_h = h + 1.$$

Por la misma razón, es también

$$N^1_{h-1} = h.$$

Sustituyendo, se obtiene

$$N''_h = N_h + h - 1. \tag{27.2}$$

Fórmula que vale también para $h = 1$, en virtud de (26, III).

VIII) *Las cadenas separadas de una cadena cerrada, son también cerradas*; pues, son finitos, (25, I), todos los sistemas que les pertenecen, por tener éstos, en virtud de (VII) y de la hipótesis, todos sus sistemas subordinados de primer orden, finitos.

IX) *Si C_h es una cadena no idéntica, ningún subconjunto propio del conjunto de sus permanencias, puede formar cadena cerrada de igual orden que C_h .*

En efecto, hay alguna permanencia de C_h que no figura en el conjunto mencionado. Si las permanencias de éste formasen una cadena cerrada de igual orden que C_h , con cada una de sus permanencias deberían figurar, (25), en el conjunto, sus h conjugadas.

Se deduce de aquí inmediatamente que:

X) *La condición necesaria y suficiente para que de una cadena cerrada de orden h , C_h , pueda ser separada una nueva cadena cerrada C'_h del mismo orden h , es que exista una sección de la cadena C_h .*

Ejemplo 5:

Consideremos la cadena $C_4(7, 4)$ del ejemplo 4 del número (26). Una cadena separada de ella por una fila a , es la siguiente:

$$C'_4(6,4) = \{1347\} \{1457\} \{137a\} \{134a\} \{145a\} \{157a\} \{347a\} \{457a\}.$$

La cadena resultante

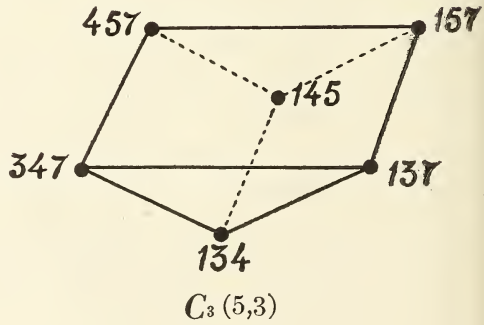
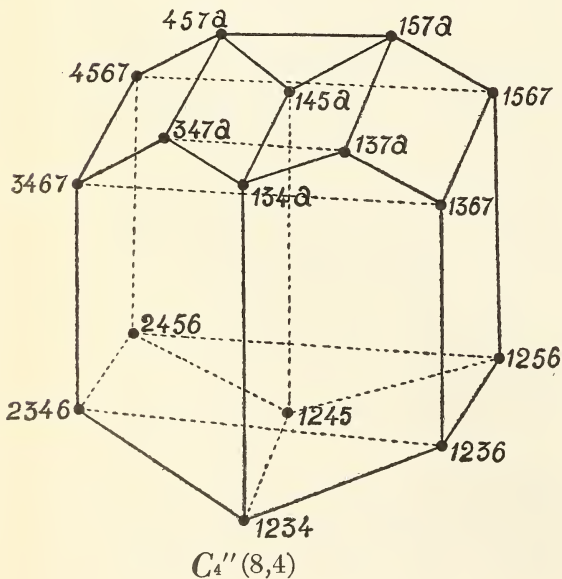
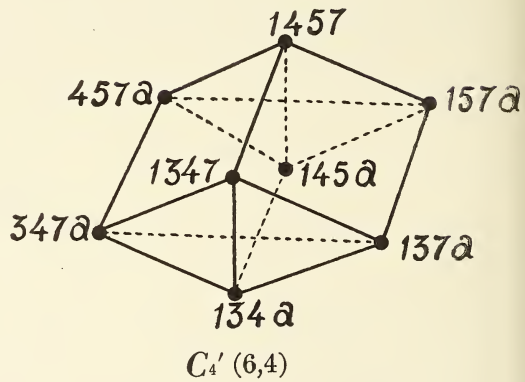
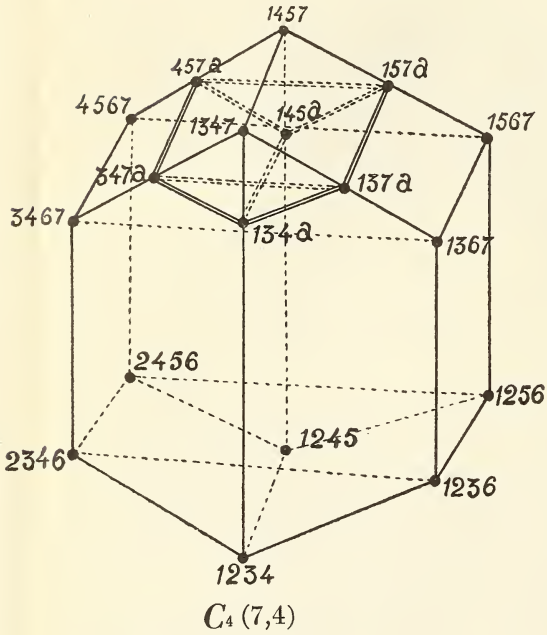
$$C''_4(8,4) = (C_4, C'_4), \text{ es:}$$

$$C''_4(8,4) = \{1234\} \{1236\} \{1245\} \{1256\} \{134a\} \{137a\} \{137a\} \{1367\} \{145a\} \{1567\} \{157a\} \{2346\} \{2456\} \{3467\} \{347a\} \{4567\} \{457a\}.$$

La sección con la fila a , es la cadena

$$C_3(5,3) = \{134\} \{137\} \{145\} \{157\} \{347\} \{457\}.$$

El significado geométrico de estas operaciones está indicado claramente en las figuras adjuntas correspondientes:



Sea $C_h(m, n)$ una cadena cerrada no elemental de orden h y clase m . Será, (26), $m > h + 1$.

Partiendo de una cadena elemental de orden h , formada por $h + 1$ filas de $C_h(m, n)$, mediante $m - h - 1$ agregaciones sucesivas con las filas restantes, se obtiene, (II), una cadena $C_h(m, n)$ de igual orden y clase que la dada constituida por las mismas filas. Repitiendo esta operación, de todas las maneras posibles, no resultan, en general formadas, como podría creerse, todas las cadenas de orden h y clase m , como prueba el siguiente

Ejemplo 6:

Sean a, b, c, d, e, f , las seis filas de una matriz ternaria de tipo $T_3(6, n)$. Mediante agregaciones sucesivas y haciendo uso de la notación indicada en el número (26), formemos la siguiente cadena $C_3(6, n)$:

$$\{\{abcd\}\} = \{abc\}\{abd\}\{acd\}\{bcd\}$$

$$\{\{abce\}\} = \{abc\}\{abe\}\{ace\}\{bee\}$$

$$\{\{abdf\}\} = \{abd\}\{abf\}\{adf\}\{bdf\}. \text{ Resulta:}$$

$$C_3(6, n) = \{abe\}\{abf\}\{acd\}\{ace\}\{adf\}\{bed\}\{bee\}\{bdf\}.$$

En esta terna de cadenas elementales componentes, las filas a y b figuran en las tres. Es fácil ver que cualesquiera que sean las ternas componentes, siempre tienen dos filas comunes y que estas filas — en nuestro caso, las a y b — forman parte de cinco permanencias de $C_3(6, n)$.

Ahora bien, la cadena

$$C_3'(6, n) = \{acd\}\{ace\}\{adf\}\{bed\}\{bee\}\{bdf\}\{aef\}\{bef\},$$

pertenece al tipo de matriz considerada y en ella toda fila figura en cuatro permanencias. Luego esta cadena no puede ser obtenida por medio de agregaciones sucesivas de cadenas elementales.

Cuando una cadena cerrada, $C_h(m, n)$, se puede obtener por agregaciones sucesivas de cadenas elementales, diremos que es una *cadena primaria* de orden h y clase m . Las cadenas elementales que la componen se dirán *componentes primarias* de la cadena dada.

Ejemplo 7:

La cadena $C_3(6, n)$ del ejemplo 1 del número (26) tiene las tres componentes primarias siguientes:

$$\{\{1235\}\} = \{123\}\{125\}\{135\}\{235\}$$

$$\{\{1245\}\} = \{124\}\{125\}\{145\}\{245\}$$

$$\{\{2356\}\} = \{235\}\{236\}\{256\}\{356\}$$

Es inmediato que:

XI) *El número de componentes primarias de una cadena primaria de orden h y clase m es $m - h - 1$.*

28. SUSTITUCIÓN. Estudiemos, ahora, la otra operación con las cadenas. Es decir, la *sustitución*.

Las proposiciones sobre las que se funda son las siguientes:

I) *En toda cadena no idéntica $C_h(m, n)$, de clase m , mayor que su orden h , ($m > h > 0$), existen, por lo menos, dos permanencias con un orlado común; pues, en este caso, (21, I), la cadena consta de más de una permanencia, y cada una, (25), tiene en ella, por lo menos, una conjugada, las cuales, (22, III), tienen un orlado común.*

II) *Si una cadena elemental de orden $h > 0$, tiene dos permanencias comunes con una cadena C_h , de igual orden h , todas las filas de la primera pertenecen a la cadena C_h ; porque, (26, II), en una cadena elemental, dos permanencias cualesquiera de ella contienen todas sus filas.*

Una cadena elemental de orden $h > 0$ que tiene, por lo menos, dos permanencias comunes con una cadena C_h , de igual orden h , se dirá una *cadena elemental interior de C_h* , o simplemente *cadena interior de C_h* .

III) *Toda cadena no idéntica C_h , de más de una permanencia, tiene, por lo menos, una cadena interior.*

Por tener C_h , más de una permanencia, hay en ella, (24), dos permanencias conjugadas. La cadena elemental de orden $h > 0$, formada por las $h + 1$ filas de este par de conjugadas cumple la condición, puesto que tiene con C_h , por lo menos, dicho par de permanencias comunes. No se excluye la eventualidad de que pueda tener con C_h más permanencias comunes. En particular, esto sucede necesariamente, (27, II), si C_h , es, a su vez, una cadena elemental, o bien, una cadena unitaria, en cuyo caso se tiene inmediatamente que:

IV) *Toda cadena elemental interior de una cadena elemental coincide con la misma cadena, es decir, tiene las mismas permanencias que la cadena dada.*

V) *Si en una cadena de orden $h > 1$, $C_h(m, n)$, de clase m , mayor que su orden h , ($m > h > 1$), una misma fila i , pertenece a h permanencias de una misma cadena elemental interior de C_h , la fila i no pertenece a ninguna otra permanencia de la cadena C_h .*

En efecto, sea $R_h(\delta)$ un resolvente principal de cualquier $S_h(m, n)$, perteneciente, (26 III), a la dada cadena, siendo δ el determinante,

(21), de una de las permanencias a que pertenece la fila i . El sistema subordinado de primer orden de $S_h(m, n)$, en el cual es $X_i = 0$, resulta, (17, VIII), un sistema finito de clase h y, (11), de característica complementaria $h' = h - 1$, como se reconoce directamente en el $R_h(\delta)$ considerado. La correspondiente cadena, (24, III), es, (26), una cadena elemental de orden $h - 1 > 0$. Sus h permanencias son, (23), permanencias subordinadas de orden $h - 1$ de las de la cadena dada; luego, (23, II), la fila i , no puede pertenecer a ninguna otra permanencia de $C_h(m, n)$.

VI) Si C_h es una cadena primaria no elemental de orden h , el conjunto de permanencias no comunes a C_h y a toda cadena elemental interior de ella, distinta de sus componentes primarias, constituye una cadena, C'_h , de igual orden que C_h . Si la cadena elemental interior tiene menos de h permanencias comunes con C_h , la cadena C'_h , tiene igual clase que la cadena dada, C_h .

En efecto, basta considerar, como en (27, II), el cuadro de las no coincidentes con ninguna de sus componentes primarias. Se demuestra análogamente que pueden subsistir todas las permanencias no comunes, excepto las que son comunes a ambas cadenas. En la hipótesis está excluido el caso de las cadenas unitarias, porque éstas son, (26, III), elementales.

He aquí desarrollado el razonamiento. Cualquiera que sea, (24, III), el sistema $S_h(m, n)$ perteneciente a dicha cadena, bastará considerar la sección de $S_h(m, n)$ por un hiperplano de modo que éste sustituya a una cara del sistema pasando por una de sus aristas y que separe los vértices correspondientes a las permanencias comunes, de los demás; lo cual es siempre posible por la convexidad. Eligiendo de ese modo dicho hiperplano su fila correspondiente cumple la condición de formar las permanencias indicadas, por cuanto la cadena elemental interior de que forma parte, no coincidiendo con ninguna componente de la cadena, no podrán reaparecer, en esta operación, permanencias ya suprimidas en las cadenas elementales componentes primarias de la dada. Sean, en C_h , $\{1\ 2\ 3 \dots (h - 1)\ h\}$ y $\{1\ 2\ 3 \dots (h - 1)\ k\}$, un par de permanencias conjugadas. Por ser $h > 1$, cada una de ellas tiene, en C_h , por lo menos, otra conjugada, sean éstas respectivamente:

$$\{123 \dots (h - 1)\ a\} \quad \text{y} \quad \{123 \dots (h - 1)\ b\} .$$

Del cuadro:

123 ... (h-1) h	123 ... (h-1) a ε	123 ... (h-1) b ε'
123 ... (h-1) h a ε'	123 ... (h-1) a h	123 ... (h-1) b h
123 ... (h-1) h b ε	123 ... (h-1) a b	123 ... (h-1) b a
123 ... (h-1) h k	123 ... (h-1) a k	123 ... (h-1) b k
.....
.....

se desprende inmediatamente que la permanencia común {123 ... (h - 1)h} no puede ser permanencia simultáneamente con las otras dos del mismo cuadro, porque

$$Sg. (123 \dots (h-1) h a) \neq Sg. (123 \dots (h-1) h b).$$

De igual modo se prueba con cualquier otra permanencia común.

La segunda parte de la proposición se deduce de (IV), pues sólo en el caso de tener la cadena interior h permanencias comunes con C_h , una misma fila i , pertenecería necesariamente a todas ellas, por ser elemental la cadena interior; en virtud de (V), quedaría suprimida esa fila, resultando C'_h de clase menor, en una unidad, con respecto a la clase de C_h . En todos los otros casos en que el número de permanencias comunes es menor que h , tal reducción no es posible, porque en toda cadena elemental, (26, II), cada fila pertenece a h permanencias.

La operación que consiste en formar la cadena C'_h , compuesta de las permanencias no comunes de C_h y de una cadena elemental interior de ella que tiene con C_h menos de h permanencias comunes, se dirá *sustitución*. Ella permite, por lo tanto, colocar en una cadena primaria un número c' de permanencias de la misma matriz, que no formaban parte de dicha cadena, sin alterar ni su orden ni su clase en cambio de otras permanencias de C_h .

La nueva cadena C'_h así obtenida consta de todas sus componentes primarias más una nueva componente elemental distinta de éstas. A la cadena C'_h , se le puede aplicar nuevamente una sustitución, con tal que la cadena elemental interior elegida no coincida con ninguna componente de C'_h . Para demostrar esto basta observar que las únicas permanencias de las cadenas elementales interiores usadas en cada sustitución, que no pueden formar cadena con las demás, son las comunes. Si la nueva cadena interior elegida coincidiera con alguna cadena elemental componente de C'_h , en la operación, reaparecerían

permanencias suprimidas, las cuales no pueden formar cadenas con las existentes. Luego:

VII) Si C_h es una cadena cerrada de dadas componentes elementales, el conjunto de permanencias no comunes a C_h y a toda cadena interior de ella no coincidente con ninguna de sus componentes, constituye una cadena C'_h , de igual orden que C_h . Si la cadena interior tiene menos de h permanencias comunes con C_h , C'_h tiene igual clase que C_h .

Esta proposición constituye una generalización de la (VI). La demostraremos independientemente de toda consideración geométrica. Bastará probar, (24), que, en la correspondiente matriz, el conjunto Γ , constituido por las permanencias no comunes a C_h y a toda cadena interior que satisface las condiciones (VII), cada permanencia tiene una conjugada en Γ . En primer lugar, puesto que la cadena interior considerada, no coincide con ninguna componente de C_h , en la precedente operación, no aparecerán permanencias anteriormente suprimidas. Ahora bien, sea P una permanencia de Γ . Consideremos $h - 1$ filas de ella, pues es $h > 1$; puesto que C_h es cerrada, como así su cadena interior, (26, II), P tiene, en la cadena a que pertenece, h conjugadas. Sea P' la que tiene dichas $h - 1$ filas comunes con P . Si P' no pertenece a la cadena interior y esta eventualidad se presenta con todas las permanencias de Γ , el teorema está demostrado. Si P' pertenece a la cadena interior, como ésta es cerrada, tiene P' todas sus conjugadas en ella y, por lo tanto, tendrá la P'' que tiene con la P' dichas $h - 1$ filas comunes. Las permanencias P' y P'' no pueden ser comunes a ambas cadenas, de lo contrario, habría en una de ellas tres permanencias, P , P' , y P'' con $h - 1$ filas comunes, lo cual es imposible, (22, II). Luego cada permanencia del conjunto Γ , tiene en él no sólo una, sino h conjugadas, como resulta de aplicar este mismo razonamiento a cada una de las h componentes de P .

La segunda parte es inmediata consecuencia de (V) y se prueba como en el teorema (VI).

Para aplicar este teorema, es preciso que se conozcan previamente las componentes elementales de la cadena. Pero esta aparente limitación, no es un inconveniente como veremos.

Ejemplo 1:

La cadena $C_i(6, n)$ del ejemplo 3 del número (26) se puede obtener componiendo tres cadenas elementales como se indica a continuación:

$$\begin{aligned} \{\{12345\}\} &= \{1234\} \{1235\} \{1245\} \{1345\} \{2345\} \\ \{\{12456\}\} &= \{1245\} \{1246\} \{1256\} \{1456\} \{2456\} \\ \{\{23456\}\} &= \{2345\} \{2346\} \{2356\} \{2456\} \{3456\}. \end{aligned}$$

La primera operación es una *agregación* y la segunda, una *sustitución*.

La cadena C'_h , que resulta de aplicar a una cadena la sustitución, la llamaremos también *cadena resultante*. Cuando sea necesario distinguir entre las cadenas resultantes obtenidas por agregación o por sustitución, diremos *cadena resultante por agregación*, o bien *cadena resultante por sustitución*, respectivamente. Llamaremos *composición de cadenas* a la aplicación de una cualquiera de las dos precedentes operaciones. En particular:

VIII) *La cadena resultante por composición, de una cadena cerrada, también es cerrada.*

Si se trata de una agregación, está probado en (27, VIII). Para el caso de una sustitución, está probado en la demostración del teorema precedente.

En lo que sigue, utilizaremos particularmente la agregación por cadenas elementales E_h .

Si C_h es una cadena, las cadenas resultantes obtenidas de ella por agregación o por sustitución, es decir, por composición con cadenas elementales E_h , separadas o interiores de C_h , las designaremos respectivamente con notaciones de la forma:

$$(C_h, E_h)_a = C'_h \quad ; \quad (C_h, E_h)_s = C'_h \quad ;$$

o simplemente con

$$(C_h, E_h) = C'_h$$

cuando no interese distinguir si se trata de una u otra operación.

En la práctica, la *sustitución* puede ser dispuesta como la *agregación*, (27, II, Ej. 1).

Ejemplo 2:

La cadena $C'_3(6, n)$, del ejemplo 1, número (26), se deduce de la cadena primaria $C_3(6, n)$ de componentes $\{\{1235\}\}$, $\{\{1245\}\}$ y $\{\{2356\}\}$, del mismo Ej., mediante las sustituciones siguientes:

$$\begin{aligned} C_3(6, n) &= \{123\} \{124\} \{135\} \{145\} \{236\} \{245\} \{256\} \{356\} \\ E_3^n &= 134 \{135\} \{145\} \{345\}. \end{aligned}$$

Resulta la cadena primaria de componentes $\{\{1234\}\}$, $\{\{2346\}\}$ y $\{\{2356\}\}$:

$$C_3^2(6, n) = \{123\} \{124\} \{134\} \{236\} \{245\} \{256\} \{345\} \{356\}$$

$$E_3^2 = \{124\} \{125\} \{145\} \{245\} \dots$$

Esta tercera cadena también es primaria cuyas componentes son $\{\{1235\}\}$, $\{\{1345\}\}$ y $\{\{2356\}\}$:

$$C_3^3(6, n) = \{123\} \{125\} \{134\} \{145\} \{236\} \{256\} \{345\} \{356\}$$

$$E_3^3 = \{345\} \{346\} \{356\} \{456\} \dots$$

$$C_3^4(6, n) = \{123\} \{125\} \{134\} \{145\} \{236\} \{156\} \{346\} \{456\}$$

que es la cadena $C_3'(6, n)$.

Ejemplo 3:

La cadena $C_4'(6, n)$ del ejemplo 3, número (26), se deduce de la $C_4(6, n)$ del mismo, cuyas componentes han sido calculadas en el ejemplo 1 de este número, mediante las sustituciones siguientes:

$$C_4(6, n) = \{1234\} \{1235\} \{1246\} \{1256\} \{1345\} \{1456\} \{2346\} \{2356\} \{3456\}$$

$$E_4^1 = \{1235\} \{1236\} \{1256\} \{1356\} \{2356\} \dots$$

$$C_4^1(6, n) = \{1234\} \{1236\} \{1246\} \{1345\} \{1356\} \{1456\} \{2346\} \{3456\}$$

$$E_4^2 = \{2345\} \{2346\} \{2356\} \{2456\} \{3456\} \dots$$

$$C_4^2(6, n) = \{1234\} \{1236\} \{1246\} \{2345\} \{2356\} \{2456\} \{1345\} \{1356\} \{1456\}$$

$$E_4^3 = \{1345\} \{1346\} \{1356\} \{1456\} \{3456\} \dots$$

$$C_4'(6, n) = \{1234\} \{1236\} \{1246\} \{1346\} \{2345\} \{2356\} \{2456\} \{3456\}$$

Indicando con c el número de permanencias comunes a la cadena C_h y a la dada cadena interior a ella, se tiene, (II y VI)

$$1 < c < h \quad [28.1].$$

La diferencia, c' , entre el número de permanencias de la cadena resultante por sustitución, C_h' y el de la cadena dada C_h , es, por lo tanto, para todo $h > 1$,

$$c' = h + 1 - 2c \quad [28.2],$$

puesto que toda cadena elemental de orden h , tiene, (26, IV), $h + 1$ permanencias, y en la sustitución se agregan éstas a las de C_h y se suprimen las comunes, o sea $2c$.

La relación entre los números $N_h(m)$ y $N_h'(m)$ de permanencias de C_h y C_h' , respectivamente, es, en consecuencia:

$$N_h'(m) = N_h(m) + h + 1 - 2c \quad [28.3].$$

Son importantes los casos particulares de las cadenas binarias y de las ternarias.

Para las cadenas *binarias*, siendo $h = 2$ y $c = 2$, resulta:

$$c' = h + 1 - 2c = 3 - 4 = -1.$$

La clase de C'_2 es menor, en una unidad, que la de C_2 . Es decir, queda suprimida una fila en la cadena C_2 , lo que está de acuerdo con el teorema precedente. Luego:

IX) *La sustitución es solamente aplicable a las cadenas no elementales de orden mayor que dos.*

Para las cadenas *ternarias* siendo en ellas, $h = 3$, $c = 2$, resulta:

$$c' = h + 1 - 2c = 4 - 4 = 0.$$

En consecuencia:

X) *El número de permanencias de una cadena ternaria, es invariante en la sustitución, y ellas son las únicas cadenas que gozan de tal propiedad.*

La proposición es inmediata consecuencia de la relación [28. 2] y de la limitación del número c , el cual no puede ser, en virtud de [28. 1], sino igual a 2, para $h = 3$.

En otras cadenas de orden $h > 3$, puede suceder que alguna sustitución no altere el número de sus permanencias; y esta circunstancia se presentará segura y solamente cuando sea, [28. 2]:

$$2c = h + 1,$$

pero, como c puede tomar, en este caso, otros valores, existen sustituciones que alteran dicho número de permanencias.

Obs.: La precedente propiedad, válida solamente para las cadenas *ternarias*, hace que *el estudio morfológico* de las correspondientes figuras sea más fácil.

Demostremos, finalmente, el teorema fundamental sobre composición de cadenas del que se ha hecho mención al comienzo de este número:

XI) *Toda cadena cerrada no elemental, de clase m y orden $h > 1$ puede ser deducida de una cadena elemental de igual orden h , mediante un número finito de agregaciones y sustituciones.*

Sea, (24):

$$C_h = P^1 P^2 \dots P^c P^{c+1} \dots P^t \dots P^r$$

la cadena dada mediante sus $r = N_h(m)$ permanencias P^t .

Por ser cerrada, (25), tiene permanencias conjugadas. Sean P^1 y P^2 un par de ellas. Consideremos, (I), la cadena elemental de orden $h > 1$:

$$E_h^1 = P^1 P^2 \dots P^c Q^{c+1} \dots Q^{h+1}$$

formada por las $h + 1$ filas del orlado común de P^1 y P^2 .

Por ser $h > 1$, E_h^1 tiene, (26, IV), $h + 1 > 2$ permanencias, entre las cuales hay al menos una, (27, IX), que no figura en C_h . Como C_h , es cerrada y no elemental por hipótesis, hay alguna permanencia en ella que tampoco está en E_h^1 . Sea Q^{c+1} , una permanencia de E_h^1 que no está en C_h . Las dos permanencias P^c, Q^{c+1} , por pertenecer a una cadena elemental, tienen $h - 1$ filas comunes; es decir, son conjugadas. Puesto que se trata, además, de cadenas cerradas, cada permanencia tiene, (25), en la cadena a que pertenece, h conjugadas. Entre las h conjugadas de P^c , la que tiene dichas $h - 1$ filas comunes con ella, no puede, (22, II), pertenecer a E_h^1 ; está, pues, en la cadena C_h . Sea la permanencia P^{c+1} ; será, por lo tanto, también conjugada de Q^{c+1} . La nueva cadena elemental, E_h^2 , formada por las $h - 1$ filas de P^{c+1} y Q^{c+1} , es distinta de E_h^1 , porque P^{c+1} no pertenece a ésta.

La cadena resultante, $C_h^{1,2}$, que se obtiene componiendo E_h^1 y E_h^2 , pues éstas son separadas entre sí, (27, I), contiene seguramente, (27, III), las permanencias

$$P^1, P^2, \dots, P^c, P^{c+1} \text{ de } C_h;$$

luego

$$C_h^{1,2} = (E_h^1, E_h^2) = P^1 P^2 \dots P^c P^{c+1} \dots$$

Si en $C_h^{1,2}$ están todas las permanencias de la dada cadena C_h , la cadena $C_h^{1,2}$, no puede tener, (27, IX), otras permanencias, por ser C_h , cerrada; y el teorema está demostrado.

Si en $C_h^{1,2}$ no están todas las permanencias de C_h , tendrá permanencias de E_h^1 y de E_h^2 , pero no contendrá, seguramente, (27, III), a la permanencia común Q^{c+1} . Sea Q una permanencia de $C_h^{1,2}$, no perteneciente a C_h . Ella estará, (27, III), o bien en E_h^1 o bien en E_h^2 . La Q , tiene, en la cadena elemental a que pertenece, una conjugada P^r . Del mismo modo que hemos razonado antes, resulta tener Q , en C_h , una permanencia conjugada, P^{c+2} , que no pertenece a $C_h^{1,2}$.

La cadena elemental de orden h , E_h^3 , constituida por las $h + 1$ filas de P^{c+2} y Q , o bien es separada de $C_h^{1,2}$ o bien es interior a ella y distinta de sus otras componentes puesto que éstas no contienen a P^{c+2} , en ambos casos la cadena $C_h^{1,2,3}$, que resulta de componer la $C_h^{1,2}$ con E_h^3 , o sea

$$C_h^{1,2,3} = (C_h^{1,2}, E_h^3) = P^1 P^2 \dots P^c P^{c+1} P^{c+2} \dots$$

contiene, seguramente las permanencias

$$P^1, P^2, \dots, P^c, P^{c+1}, P^{c+2} \text{ de } C_h.$$

Así siguiendo, con un número finito de agregaciones y sustituciones, es decir, de composiciones de cadenas elementales, se obtendrá, al fin, una cadena cerrada $C_h^{1,2,3,\dots,p}$, de orden h que contiene a todas las r permanencias de C_h . Pero ella, en virtud de (27, IX), no puede tener otras; luego, dicha cadena coincide con la C_h dada.

En las aplicaciones prácticas del presente teorema conviene representar una cadena elemental de orden h , E_h , formada por las $h + 1$ filas

$$1, 2, 3, \dots, h, h + 1$$

con la notación del número (26):

$$E_h = \{\{123 \dots h(h+1)\}\} = \{123 \dots h\} \{123 \dots (h-1)(h+1)\} \dots \{23 \dots h(h+1)\}.$$

Así:

$$\{\{12345\}\} = \{1234\} \{1235\} \{1245\} \{1345\} \{2345\}.$$

Ejemplo 3:

Deduzcamos, como aplicación del precedente teorema, la cadena $C_4(7, n)$ del ejemplo 4 del número (26).

Ella resulta de componer, sucesivamente, las cadenas elementales de cuarto orden que se indican a continuación:

$$\{\{12345\}\} = \{1234\} \{1235\} \{1245\} \{1345\} \{2345\}$$

$$\{\{12356\}\} = \{1235\} \{1236\} \{1256\} \{1356\} \{2356\}$$

$$\{\{13457\}\} = \{1345\} \{1347\} \{1357\} \{1457\} \{23457\}$$

$$\{\{23456\}\} = \{2345\} \{2346\} \{2356\} \{2456\} \{3456\}$$

$$\{\{34567\}\} = \{3456\} \{3457\} \{3467\} \{3567\} \{4567\}$$

$$\{\{13567\}\} = \{1356\} \{1357\} \{1367\} \{1567\} \{3567\}$$

Resulta compuesta la mencionada cadena:

$$C_4(7, n) = \{1234\} \{1236\} \{1245\} \{1256\} \{1347\} \{1367\} \{1457\} \\ \{1567\} \{2346\} \{2456\} \{3467\} \{4567\} .$$

Se ha partido de la cadena elemental de cuarto orden, $\{\{1\ 2\ 3\ 4\ 5\}\}$; se han hecho a ésta, primeramente *dos agregaciones* y después *tres sustituciones* y se ha obtenido la $C_4(7, n)$.

Las permanencias escritas en *bastardilla* son las que desaparecen en cada operación.

29. Número de permanencias de una cadena. — En cuanto al número de permanencias, en general, de una cadena $C_h(m, n)$, depende del orden h , de la clase m y de las *sustituciones* que es preciso hacer en una cadena *primaria* de igual orden y clase para obtener la cadena dada, puesto que, en cada una de estas operaciones, el número de permanencias varía según la fórmula [28. 3]. Hacen excepción a esta regla las cadenas *unitarias* y *binarias*, las que pueden ser obtenidas sin hacer uso de sustituciones. También hacen excepción a esta regla las cadenas *ternarias*, en virtud de (28, X).

En estos casos y en el caso de las cadenas primarias, demostraremos que:

I) *El número de permanencias de una cadena primaria cerrada de orden $h > 0$ y de clase m , es:*

$$N_h(m) = (h - 1)(m - h) + 2. \quad [29. 1]$$

En efecto, por ser cerrada la cadena, es $m > h > 0$. Por ser además primaria, es obtenida, (27, XI), por agregaciones sucesivas de cadenas elementales. Ahora bien, una cadena elemental de orden h , tiene, (26, IV), $h + 1$ permanencias y en cada operación, [27. 2], se agregan a la cadena precedente $h - 1$ permanencias, resulta, por lo tanto:

$$N_h(m) = h + 1 + (h - 1)(m - h - 1),$$

o sea la [29. 1].

Ejemplo 1:

La cadena $C_5(7, n)$ del ejemplo 3 del número (24) que para $n = 5$, corresponde a politopos como el representado en el ejemplo 2 del número (20),

es una cadena *primaria* cuyas componentes elementales son $\{\{123456\}\}$ y $\{\{123467\}\}$, como es fácil comprobarlo.

Para esta cadena, resulta:

$$N_6(7) = 4 \cdot (7 - 5) + 2 = 10.$$

La fórmula [29.1] vale, pues, para todas las cadenas unitarias, binarias y ternarias, es decir para $h = 1, 2, 3$. Se obtiene respectivamente:

$$N_1(m) = 2 \quad ; \quad N_2(m) = m \quad ;$$

$$N_3(m) = 2(m - 3) + 2 \quad \dots$$

$$N_3(m) = 2(m - 2). \quad [29.2]$$

Fórmula que da el número de permanencias de una cadena *ternaria*.

OBS.: Nótese que resulta así calculado, independientemente del teorema de EULER, mediante esta última fórmula, el número de *vértices* de todo poliedro *trigonal* ⁽¹⁾ cerrado del espacio ordinario, en función del número de sus caras.

En el próximo parágrafo daremos una sencilla demostración del teorema general de EULER para todo politopo convexo de n dimensiones, basada en el cálculo de cadenas. Pero, para ello, será preciso estudiar todavía, otra operación con las cadenas y además, deducir las *cadena singulares*.

Sin embargo, demostraremos, a modo de ejercicio, el teorema de EULER, para los poliedros cerrados ordinarios porque, para este caso, no son necesarios nuevos conceptos.

Ejemplo 2:

Consideremos primeramente el caso *trigonal*.

Según la fórmula [29.2], todo poliedro cerrado de este tipo, y de $C = m$ caras, tiene $V = 2(m - 2)$ vértices. Tendrá, por consiguiente:

$$A = \frac{3}{2} V = 3(m - 2) \quad \text{aristas,}$$

puesto que cada una de éstas une dos vértices.

(1) Es decir, poliedro, en que por cada vértice pasan sólo tres aristas.

De la identidad:

$$m + 2(m - 2) \equiv 3(m - 2) + 2,$$

resulta la conocida fórmula de EULER:

$$C + V = A + 2. \quad [\alpha]$$

Ahora bien; todo poliedro cerrado de C caras, que no sea trigonal, puede ser deducido de un poliedro trigonal de C caras reuniendo dos vértices que tienen una arista común en uno sólo y dejando invariable el número, C , de sus caras. Pero, en cada una de estas sucesivas operaciones, desaparece un vértice y una arista; subsiste, por lo tanto, la $[\alpha]$. El teorema está demostrado pues, con toda generalidad, para el espacio ordinario.

(Continuará)

SOBRE EFECTOS DE LA RADIACION SOLAR EN LA ESTRATOSFERA

POR EMILIO L. DIAZ

ABSTRACT

The autor find a conection between solar radiation, temperature, and height of the base of atratosphere; increasing temperature, and falling height, when solar radiation rise, for simultaneous values, and a mínimun of temperature and maximun altitude, two days after solar radiatien maximun.

That fact was found for some USA stations in temperate zone.

En trabajos anteriores mostramos, utilizando el cálculo de correlación, la conexión que existía entre la velocidad del viento a grandes alturas ⁽¹⁾, y la radiación solar; aquí trataremos de estudiar cómo varían en función de dicha radiación, otras variables, tales como la temperatura de la base de la estratósfera, su altura, y la velocidad del viento en dicha base, cuando ello sea posible.

Hemos empleado en el presente estudio, sondajes efectuados en los Estados Unidos, que fueron publicados en el *Monthly Weather Review*, y los valores diarios de la radiación solar encontrados por la Smithsonian Institution; todas las estaciones empleadas están situadas en la zona templada, de manera que los resultados medios que hallemos se referirán a esos lugares.

Como auxiliares, se han computado los sondajes efectuados hasta los 6000 metros en algunas estaciones argentinas.

El resumen de nuestros cálculos de correlación está dado en los cuadros 1 y 2, que se refieren a la onda de período 5 días.

Del examen de estos cuadros se deduce que el día con máximo de radiación solar coincide con valores de la temperatura de la base de la estratósfera por encima de la curva eje, en los días que siguen,

⁽¹⁾ Ver mis varios trabajos « Sobre la circulación atmosférica », « Anales de la Sociedad Científica Argentina », T. CXIX, pág. 215 y sig.; y « La velocidad del viento en Cristo Redentor y la radiación solar », en los mismos anales, T. CXXII, pág. 248 y siguientes.

días 1, 2 y 3, la temperatura desciende por debajo del término medio, alcanzando su mínimo, según el cuadro 2, dos días después del máximo solar.

Con respecto a la altura de la base de la estratósfera, el primer efecto, simultáneo con el calor emitido por el sol, cuando éste es un máximo, es deprimir la base de la estratósfera, luego la altura aumenta, y alcanza su mayor valor dos días después del máximo de radiación, y coincidiendo con el mínimo térmico.

Comparando la evolución del viento con la temperatura, se nota que el aumento de la velocidad va acompañado por un aumento de la temperatura y una disminución en la altura de la base de la estratósfera.

El número de valores de que se dispone, en la parte que se refiere a la velocidad del viento, no permite sacar consecuencias, pero ofrece ciertas indicaciones tales como las mencionadas anteriormente.

Si nos basamos, para deducir los efectos de un máximo de radiación sobre el viento, en los resultados encontrados para la temperatura y altura de la base de la estratósfera, la conclusión será que un máximo de calor emitido por el sol provoca un máximo de velocidad de viento en la base, siendo estos máximos simultáneos.

Empleando los sondeos efectuados en Cristo Redentor, cuya situación geográfica es latitud 33° S, y longitud 70° W, en los 6000 metros, durante el espacio de tiempo que va de Junio 1936 a Noviembre 1936, los resultados del cálculo de correlación para la onda de período 5 días, son:

0 días	r . . .	0,37	$\frac{r}{e}$. . .	6,3
1 día	r . . .	-0,12	. . .	1,7
2 días	r . . .	-0,31	. . .	4,9

con un total de 95 valores empleados.

Resultado éste análogo con el inducido para el viento en la base de la estratósfera, en la zona templada de los EE. UU.

Igual examen y cálculo hecho para C. Rivadavia, latitud 46° S, y longitud 67° W, dió:

0 días	r	0,125
1 día	r	-0,118
2 días	r	-0,152

con 76 valores utilizados.

Por otra parte, en un trabajo anterior aparecido en estos mismos « Anales » (1), hicimos notar que un máximo de radiación solar era seguido por máximos de velocidad de viento en los 7000 metros en la zona templada de los Estados Unidos, con un intervalo medio de un día.

Hemos calculado el coeficiente de correlación entre la temperatura en la base de la estratósfera y la temperatura en el suelo, para algunas de las estaciones norteamericanas empleadas en este trabajo con el resultado que sigue:

0 días	r	— 0,07
1 día	r	0,27
2 días	r	0,13
3 días	r	— 0,10

Estos valores del coeficiente son pequeños, y el número de datos utilizados escaso (45); el primer hecho nos sugiere la idea de que ambas ondas no estén ligadas directamente.

Un examen de los sondados efectuados en Buenos Aires, latitud 35° S y longitud 58° W, parece mostrar que en el nivel de los 6000 metros la correlación entre la radiación solar y la velocidad del viento a esa altura es positiva y el defasaje es 1 día y medio, siendo, por otra parte, bastante probable que la situación geográfica de las estaciones tenga influencia en la prontitud o retardo con que acusen las variaciones del calor emitido por el sol.

Los resultados que anteceden pueden ser resumidos así. Para la zona templada:

- 1) Un aumento de calor emitido por el sol, incrementará la temperatura de la estratósfera, el mismo día que aquél ocurra.
- 2) Simultáneamente la altura de la base de la estratósfera disminuirá.
- 3) El aumento de radiación solar irá acompañado por una mayor velocidad del viento en la estratósfera y en alturas inferiores, por lo menos hasta los 6000 metros, con defasajes que variarán entre 0, 1 y 2 días.
- 4) El máximo de calor emitido por el sol, irá seguido, dos días después, de un mínimo térmico en la estratósfera y un máximo de altura de la base de la misma.

(1) « Sobre la circulación atmosférica », T. CXIX, pág. 215 y sig.

5) La temperatura en la base de la estratósfera está en fase con la temperatura en el suelo, un día después, en la zona central templada de los EE. UU., siendo este efecto quizás un resultado indirecto.

CUADRO I

Coefficientes de correlación entre la radiación solar, temperatura, altura de la base y velocidad del viento

	Temp.	Altura	Viento base
<i>Royal Center, lat. 41° N, long. 86° W; Mayo 1926; n... 11</i>			
0 días	0,26	— 0,22	
1 día	— 0,31	0,27	
2 días	— 0,43	0,54	
3 días	— 0,42	0,61	
<i>Groesbeck (Tejas); Octubre 1927; n... 11</i>			
0 días	0,81	— 0,78	0,49
1 día	0,00	0,29	— 0,55
2 días	— 0,73	0,83	— 0,58
3 días	— 0,20	0,05	0,23
<i>Broken Arrow, lat. 36° N y long. 96° W; Diciembre 1929; n... 13</i>			
0 días	0,13	— 0,55	— 0,18
1 día	0,39	— 0,62	0,50
2 días	0,33	— 0,35	0,58
3 días	0,00	0,43	— 0,15
<i>Royal Center; Septiembre 1930; n... 6</i>			
0 días	0,62	— 0,27	
1 día	— 0,12	0,56	
2 días	— 0,90	0,87	
3 días	— 0,09	— 0,24	
<i>Royal Center; Febrero 1931; n... 15</i>			
0 días	0,13	0,48	
1 día	— 0,47	0,63	
2 días	— 0,31	— 0,01	
3 días	0,22	— 0,69	
<i>Omaha, lat. 41° N y long. 96° W; Enero 1934; n... 19</i>			
0 días	0,34	— 0,25	
1 día	0,13	— 0,03	
2 días	0,00	0,20	
3 días	0,13	— 0,15	

CUADRO II

Promedios de los coeficientes hallados

	Temp.	Altura	Altura	
0 días	0,38	$\frac{r}{e}$. . . 5,9	— 0,26	$\frac{r}{e}$. . . 3,7
1 día	— 0,06		0,18	
2 días	— 0,34	. . . 5,0	0,35	. . . 5,2
3 días	— 0,06		0,00	

 $n = 75$.

Nota: tanto en el cuadro I, como en el II, las correlaciones de la temperatura están referidas a los valores absolutos (-273° C).

LA CURVA LOGISTICA REPRESENTATIVA DEL DESARROLLO NUMERICO DE LA POBLACION HUMANA

Por E. NATALE
(INST. DE ESTADISTICA — UNIV. LITORAL)

A instancias de A. Quetelet, el Prof. P. F. Verhulst publicó en 1838 una corta memoria en la que admite que la tasa de crecimiento de la población humana sufre obstáculos proporcionales a la población misma.

Escribe, entonces:

$$\frac{dN}{dt} = (\varepsilon - \gamma N) N \quad [1]$$

siendo ε el coeficiente biológico de procreación, positivo, γ un coeficiente de proporcionalidad, también positivo, y N la población en un tiempo cualquiera, considerada suficientemente numerosa.

Por su naturaleza, la función N es esencialmente positiva y admitido además de que es *continua*, por la [1] se ve que es *acotada superiormente*. Basta, en efecto, observar que cuando

$$N = \frac{\varepsilon}{\gamma} \quad \text{resulta} \quad \frac{dN}{dt} = 0$$

Si suponemos que la función pudiese ser mayor que este valor, a partir de ese momento se verificaría

$$\frac{dN}{dt} < 0,$$

es decir, que se haría decreciente en el instante mismo en que

$$N > \frac{\varepsilon}{\gamma}.$$

Por consiguiente, la función N no puede pasar de ese valor, ni tampoco puede ser decreciente *en ningún momento*.

Resolviendo la [1] y mediante algunas substituciones, puede ponérsela en la siguiente forma, que es la introducida por G. U. Yule:

$$N = \frac{K}{1 + e^{\frac{\beta-t}{a}}} \quad [2]$$

Esta fórmula *ajusta* con bastante aproximación el desarrollo numérico de la población de muchos países suficientemente poblados y es la que hoy se sigue aplicando, especialmente después de los trabajos de Pearl y Reed (1920).

Para la determinación de los parámetros K , α y β , el procedimiento más corriente es el de utilizar tres datos censales, que deben encontrarse equiespaciados respecto al tiempo, para hacer *prácticamente* posible el problema.

Emplearemos el método que sigue E. Krummeich en *Journal de la Société de Statistique de Paris* (1927).

Sean los tres censos elegidos

$$N_0 < N_1 < N_2$$

y consideremos igual a la unidad el intervalo de tiempo que separa a dos censos consecutivos. Tomando las recíprocas, podemos escribir las tres ecuaciones de condición:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_0} &= \frac{1}{K} \left(1 + e^{\frac{\beta}{a}} \right) \\ \frac{1}{N_1} &= \frac{1}{K} \left(1 + e^{\frac{\beta-1}{a}} \right) \\ \frac{1}{N_2} &= \frac{1}{K} \left(1 + e^{\frac{\beta-2}{a}} \right) \end{aligned} \quad [I]$$

Haciendo:

$$d_1 = \frac{1}{N_0} - \frac{1}{N_1} = \frac{1}{K} e^{\frac{\beta}{a}} \left(1 - e^{-\frac{1}{a}} \right)$$

y

$$d_2 = \frac{1}{N_1} - \frac{1}{N_2} = \frac{1}{K} e^{\frac{\beta-1}{a}} \left(1 - e^{-\frac{1}{a}} \right)$$

obtenemos:

$$\frac{d_1}{d_2} = e^{\frac{1}{a}} \quad [a] \quad \therefore \quad \alpha = \frac{\log. e}{\log. \frac{d_1}{d_2}}$$

Por otra parte, se deduce que:

$$\frac{d_1^2}{d_1 - d_2} = \frac{1}{K} e^{\frac{\beta}{a}}$$

Cuyo valor substituído en la primera de las ecuaciones (I) nos da:

$$K = \frac{N_o (d_1 - d_2)}{d_1 - d_2 - N_o \cdot d_1^2} \quad [b]$$

Y finalmente de:

$$K \cdot \frac{d_1^2}{d_1 - d_2} = e^{\frac{\beta}{a}}$$

se obtiene:

$$\beta = \frac{\log K + \log \frac{d_1^2}{d_1 - d_2}}{\log \frac{d_1}{d_2}} \quad [c]$$

Los tres datos censales elegidos pueden arrojar valores numéricos tales, que no sea posible hacer pasar por ellos la curva logística dada por la [2]. Y este hecho se presenta en la práctica con alguna frecuencia.

El objeto de esta nota es dar un criterio sencillísimo que nos permita determinar inmediatamente si los tres censos se encuentran sobre la curva [2].

Se observa, en primer término, que el parámetro a debe ser positivo y para ello debemos tener, conforme a la (a)

$$\frac{d_1}{d_2} > 1$$

o sea:

$$\frac{(N_1 - N_o) N_2}{(N_2 - N_1) N_o} > 1$$

De donde sacamos que:

$$N_1 > \frac{2 N_o \cdot N_2}{N_2 + N_o} \quad [a']$$

Por otra parte, por el origen de la curva, dado por la ecuación [1], el parámetro K debe ser finito y por la (b) ha de verificarse que:

$$d_1 - d_2 > N_o \cdot d_1^2$$

debiendo observarse que el numerador de la fracción que da el valor de dicho parámetro, es positivo por la condición (a).

Dividiendo por d_1 la desigualdad anterior, tenemos:

$$1 - \frac{d_2}{d_1} > N_o \cdot d_1$$

o sea:

$$1 - \frac{(N_2 - N_1) N_o}{(N_1 - N_o) N_2} > \frac{N_1 - N_o}{N_1}$$

lo que es igual a:

$$\frac{N_o}{N_1} > \frac{(N_2 - N_1) N_o}{(N_1 - N_o) N_2}$$

De donde:

$$N_1 \cdot N_o > \frac{N_o^2 \cdot N_2}{N_1}$$

Y finalmente:

$$N_1 > \sqrt{N_o \cdot N_2} \quad [b']$$

Mediante consideraciones diferentes de las que hemos hecho en esta nota y partiendo de una forma distinta dada a la curva [2], este resultado ha sido obtenido también por B. de Finetti, *Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia* (vol. X, 1931).

Las condiciones (a') y (b') son indispensables para que los tres valores se encuentren sobre una logística. Pero es el caso que la segunda condición involucre la primera. En efecto:

$$\begin{aligned} \sqrt{N_o \cdot N_2} &> \frac{2 N_o \cdot N_2}{N_2 + N_o} \\ \therefore \frac{N_2 + N_o}{2\sqrt{N_o \cdot N_2}} &> 1 \end{aligned}$$

ya que:

$$\frac{N_2 + N_o}{2} > \sqrt{N_o \cdot N_2}$$

Por consiguiente, la condición *necesaria y suficiente* para que sea posible hacer pasar por los tres puntos elegidos una curva logística, es que el dato central sea *mayor* que la media geométrica de los otros dos.

En cuanto al parámetro β , que da el punto de inflexión de la curva, puede ser positivo, nulo o negativo, según que el primer censo escogido haya alcanzado o nó dicho punto.

BIBLIOGRAFÍA

DE LIBROS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS,
FÍSICAS Y NATURALES

POR C. C. D.

Actualités Scientifiques et Industrielles.

Folletos (16,5 × 25,5) editados por Hermann & Cie. París. Números de páginas y precios variables. Se detallan los últimos recibidos siguiendo la numeración consecutiva.

Nº 311 y 372. — ANTONY (R.) & FRIANT (M.). *Théorie de la Dentition jugale mammaliennne*. Dos folletos con 72 págs., 21 figuras y 2 láminas fuera de texto, el primero; 80 páginas, 65 figuras y 6 láminas fuera de texto, el otro; 1935 y 1936. Precios: 15 y 20 francos, respectivamente.

Constituyen los fascículos I y II de la serie "Exposés d'Anatomie Comparée", dirigida por el autor R. Anthony, profesor del Museo nacional francés de Historia Natural.

El primer folleto trata *La molar de los mamíferos. Su carácter fundamental y su tipo morfológico arcaico*. El segundo, escrito con la colaboración de la señorita M. Friant, la *Evolución de la molar en los mamíferos placentarios a partir de la iniciación de los tiempos terciarios*.

Se expone una teoría dental nacida en el laboratorio del autor Anthony, cuyo punto de partida toma pie en las vistas de Forsyth Major y, en parte, en las de Florentino Ameghino. Un grabado sobre madera, retrato de Forsyth, encabeza el libro. Siguiendo los consejos y la dirección de Anthony, la señorita Friant se dedicó al estudio de la cuestión y consagró a ella su tesis doctoral (en ciencias). A fin de oponer esa teoría a la clásica de la trituberculia, se ha designado a la nueva con el nombre de *multituberculia*; esta última teoría admite que lo que debe tomarse como base de la evolución morfológica de la molar mamaliana, es un tipo dental de numerosos tubérculos. El profesor Anthony opina que el nombre más apropiado para designarla sería, empero: *teoría de la triseriación superior y de la biseriación inferior*, pues lo esencial en ella es que el *carácter fundamental* de los molares mamalianos consiste en su concepción según tres series de tubérculos (considerados longitudinalmente) en los molares superiores y en dos series los inferiores. Se pone el hecho en evidencia en los capítulos sucesivos, estableciéndose, en primer lugar, que la base de toda teoría en morfología biológica (es decir animal o vegetal) consiste, esencialmente, en investigar y estudiar las modalidades de *carácter fundamental*; luego que, el estudio de los molares mamalianos conduce a considerar que tal carácter fundamental es poseer tres rangos longitudinales de tubérculos arriba y dos solamente abajo; y finalmente se busca y establece cuál puede ser el arquetipo del molar mamaliano.

El segundo folleto se esfuerza, partiendo de tal arquetipo, en seguir la evolución de los molares en los mamíferos placentarios; se trata de un ensayo, de un boceto, esquema o plan de estudio. Así lo establecen los autores en la *Introducción*. Al final del folleto hay un apéndice bibliográfico relativo a las publicaciones de los dos autores; hermosas láminas ilustran el texto.

Nº 369. — GAMOW (G.). *Cinétique des Réactions Nucléaires*. Folleto de 24 páginas con 3 figuras. Precio 8 francos. 1936.

Es el fascículo XVI de la serie "Exposés de Physique Théorique" dirigida por Luis de Broglie.

Después de recordar las ideas actuales respecto de la estructura del núcleo, considera el autor que la mecánica ondulatoria puede ser empleada para describir los movimientos de las partículas constitutivas. Primero trata las "Transformaciones espontáneas"; luego las "Transformaciones por choques entre dos núcleos".

Nº 382. — BREUIL (H.). *Œuvres d'Art Magdaléniennes* du Laugerie Basse (Dordogne). 32 páginas con 7 figuras; 1936; 7 francos.

El autor es profesor en el Colegio de Francia. El fascículo trae varias comunicaciones del mismo sobre el tema indicado en la carátula, presentadas a la *Société Préhistorique*.

Nº 383. — OCTOBON (E.). *Classifications Néolithiques, avec exemple de Continuité dans la Morphologie des Pièces*. 42 páginas con varias figuras; 1936; 8 francos.

El folleto trae dos artículos del autor; el primero se titula: Trinchetes. Raspadores de muescas simétricas y piezas acompañantes en las industrias de cuarcitas en los países tolosanos. El otro lleva por título: *Con motivo de "Clasificaciones del Neolítico. La oportunidad"*.

Nº 406. — KAHAN (THÉODORE). *Théorie de l'Emission des Rayons Alpha à travers une double barrière de potentiel*. 32 páginas, con 9 figuras. Precio: 12 francos. 1936.

Fascículo XVII de la serie recién mencionada. Primero trata la teoría general del paso de una partícula material al través de una "montaña de potencial", tanto del punto de vista clásico como del de la mecánica ondulatoria. Luego se encara el modelo nuclear de Gamow y la teoría de la radioactividad alfa con una simple barrera de potencial. Finalmente la emisión de rayos alfa al través de un doble umbral de potencial.

Nº 407. — OKKELS (HERALD). *La Glande Thyroïde*. 53 páginas; 13 figuras en el texto y 6 láminas fuera. 1936. Precio: 15 francos.

Fascículo II de la serie "Histophysiologie" dirigida por A. Policard, profesor en la Facultad de Medicina de Lyon. El autor es profesor adjunto de la Facultad de Medicina de Copenhague.

Después de una introducción histórica, se trata sucesivamente la anatomía, bioquímica, fisiología, patología, hipotiroidia, hipertiroïdia, preparaciones y *standardización*. Al final, un sumario y un índice bibliográfico.

Entre los datos históricos que se mencionan al comienzo, se establece que el "bocio" fué notado hace 2000 años ya. Su naturaleza endémica fué bien conocida (según un párrafo de Plinio)| Pero solo a fines del siglo XVIII, cuando la anatomía de la tiroides se estableció, es que se reparó en que el bocio era atribuible a una tumefacción de la glándula tiroides.

En 1914, el aislamiento de una sustancia pura conteniendo 65 % de yodo y presentando, cualitativamente al menos, todas las propiedades físicas de la tiroides, fué anunciada por Kendall y llamada por él *tiroxina*. Doce años después más o menos, su composición fué explicada, así como realizada su síntesis, por Harington.

Nº 409. — DESTOUCHES (JEAN-LOUIS). *La Cinétique Opératorielle*. 72 páginas; 16 francos, 1936.

Constituye el Capítulo I del *Tratado de Mecánica Ondulatoria de los sistemas*, escrito por el autor; y es el fascículo XIX, de la serie "Exposés de Physique Théorique" dirigida por Louis de Broglie.

En un prefacio, este último sabio hace notar que los fundadores de la Mecánica ondulatoria, más preocupados de alcanzar su objeto que de codificar, han expuesto, a menudo, sus ideas con cierta confusión y sin un examen crítico profundizado, de tal suerte que, aun en sus comienzos, tentativas convergentes han parecido opuestas. Vino luego el período de estabilización y su entrada en el dominio de la enseñanza, éste le resultó muy provechoso, afirmando sus principios, fijando su interpretación, etc. Pero aun falta estudiar la estructura lógica del nuevo edificio, señalar, con precisión, a partir de qué instante se introducirá tal o cual concepto, tal o cual postulado, con una exposición racional. Manifiesta que es una tentativa de ese género la inaugurada con el folleto del profesor Destouches, que nos ocupa.

El autor después de una Introducción, trata los siguientes puntos: Papel desempeñado por los *operadores* en mecánica ondulatoria; la reacción de corpúsculo; cinética operatorial de un corpúsculo único; operadores, cinéticos adscriptos a un sistema mecánico; equi-correspondencia y cambios de parámetros; centro de gravedad; conclusión.

Nº 411. — BROGLIE (LOUIS DE). *Nouvelles Recherches sur la Lumière*. Folleto de 56 páginas; precio 12 francos; 1936.

Es el fascículo XX de la serie "Exposés de Physique Théorique" dirigida por el autor.

En el fascículo 181 de la serie general, Broglie expuso las ideas que le habían guiado en su investigación sobre un nuevo concepto de la luz. En este nuevo trabajo profundiza y mejora la teoría entonces expuesta. Trata, primero, las ecuaciones y definiciones generales de la "Teoría de los fotones". Luego, expone un estudio de los estados del fotón y de los grandores cuadráticos adscriptos a él. Al final trae unos complementos y observaciones.

Nº 412. — ROY (RENÉ). *Contribution aux Recherches Économétriques*. 50 páginas; 10 francos, 1936.

Fascículo I de la serie "Impases économiques", dirigida por Roberto Gibrat, ingeniero en el cuerpo de minas y doctor en derecho. El autor es profesor de la Escuela Nacional francesa de Puentes y Calzadas.

Esta serie aspira poner en evidencia la necesidad de utilizar, por lo menos en ciertos dominios de la economía política, los métodos habituales de las ciencias. El vocablo "impasse" que adopta se refiere a Francia; pues el director Gibrat, en un prefacio, afirma que la economía política tal cual se encaraba en aquel país hasta hace poco, ya en la enseñanza, ya en las investigaciones, conducía frecuentemente a callejones sin salida por no querer utilizar los recursos de las matemáticas. Cada uno de los fascículos de la serie en cuestión corresponderá a uno de esos atolladeros. El que sale actualmente a luz, del profesor Roy, se refiere a la teoría de los precios. Lo desarrolla en varios párrafos titulados: El pedido de bienes de consumo diereito; los conceptos de Cournot en materia de demanda; la elasticidad de la demanda; la ley de Gregory King; la demanda de los productos y servicios monopolizados; el concepto dinámico opuesto al estático de Cournot; investigaciones efectuadas y resultados obtenidos por la escuela americana; conclusiones.

Nº 415. — DÉROBERT (L.) & FAURÉ (J.), *L'Atmosphère viciée des locaux d'Habitation et de Travail. Pathologie. Le Conditionnement de l'Air*. 84 páginas; 1936. Precio: 18 francos.

Fascículo II de la serie « Exposés de Toxicologie et Higiène Industrielle » dirigida por René Fabre.

En un introito dicen así los autores:

« Hasta hace poco se creía que la viciación de la atmósfera y los trastornos que ella engendra, tenían únicamente por causa la contaminación química y orgánica. Trabajos americanos recientes consideran que esa viciación es específicamente de orden físico: perturbaciones de la temperatura, de la humedad, del movimiento del aire. Ellas producen afecciones agudas o crónicas, siempre graves, e influyen también en los rendimientos intelectual e industrial ».

Las indicaciones de esas experiencias hechas por autores americanos, no han sido seguidas en Europa y los autores creen que puede interesar divulgarlas.

Los puntos que tratan son los siguientes: Atmósferas de los locales habitables y de los talleres. Contaminación de la atmósfera libre respecto de los locales en general. Fisiología. Potología de las variaciones de la temperatura y de la humedad relativa. Legislación. Aire condicionado. Aplicaciones: a los talleres, medicinales, atmósfera de los hospitales. Conclusiones. Bibliografía.

Nº 416. — LAPICQUE (LOUIS), *L'Excitabilité Itérative*. 68 páginas con 12 figuras y dos láminas fuera del texto; 1936. Precio: 18 francos.

Fascículo I de la serie « Physiologie Générale del Système Nerveux », dirigida por el autor, miembro del Instituto de Francia, Profesor en la Sorbona.

En este folleto sólo se expone la Primera Parte que trata la *Introducción y Técnica*, por un lado y la *Adicción latente* por otra. La exposición sigue el siguiente orden: Introducción histórica. Paréntesis para justificar la noción de nervios iterativos. Técnica. La adicción latente; datos experimentales o sea umbral en función del intervalo, influencia de la relación cronológica

entre el estimulante y el objeto, casos del corazón y de un nervio, tiempo de sumación. Consideraciones teóricas o sea comparación con la experiencia, el punto de vista fisicoquímico, sobre la naturaleza del proceso que se suma.

Al final se traen unas referencias bibliográficas. Las láminas reproducen fotografías de los aparatos utilizados: cilindro de Trevet; iterador Walter, etc.

Nº 417-418. — FESSARD (A.), *Propriétés Rythmiques de la Matière Vivante*. Dos folletos respectivamente de 100 páginas, 20 figuras, 3 láminas fuera del texto y 66 páginas, 25 figuras, 3 láminas. Precios: 18 y 12 francos. 1936.

Fascículos II y III de la serie «Physiologie Générale du Système Nerveux», dirigida por Louis Lapicque. El autor es doctor en Ciencias, director adjunto en la Escuela de Altos Estudios.

Los folletos tratan los «nervios aislados», el primero, los «mielinizados», el otro los «no mielinizados».

El autor expone parte de sus investigaciones propias y de las de sus colegas, realizadas durante varios años en el dominio de las propiedades rítmicas de la materia viviente. Trata solo de la actividad periódica observable bajo ciertas condiciones en los nervios aislados. No encara un plan general de los problemas relativos al automatismo celular ni formula hipótesis físico-químicas precisas.

Después de una Introducción, varios capítulos desarrollan el tema tanto respecto de las pulsaciones eléctricas en los nervios mielinizados (1er. folleto) como en los no mielinizados (2º folleto). Al final de cada uno se presenta una nutrida bibliografía.

Nº 424. — DUPRÉ LA TOUR (F.), *Le Polymorphisme des acides gras*. 56 páginas. Precio: 14 francos. 1936.

Es el primer fascículo de una serie titulada «Aplicaciones de los rayos X», dirigida por Mauricio de Broglie, de la Academia Francesa y de la de Ciencias. El autor, sacerdote jesuita, es profesor en la Facultad francesa de Medicina de Beyruth.

Se trata de un trabajo original no publicado aún en su conjunto y muchos de los datos que trae son, por decirlo así, enteramente nuevos. El autor dice modestamente que el interés de esos resultados es limitado y que no exagera su alcance; sin embargo cree que los químicos y físico-químicos pueden sacar algún provecho en torno al conocimiento de ellos.

Después de exponer la posición del problema y los métodos de investigación seguidos, trata los monoácidos, los diácidos de 3 a 9 átomos de carbono, los diácidos superiores «impares» y los «pares». Una Conclusión y una Bibliografía cierran.

Nº 428. — PRETTE (MARCEL), *Réactions en chaînes* (Seconde partie). 80 páginas. Precio: 20 francos. 1936.

Esta segunda parte contiene un estudio cinético de diversas reacciones de combustión y constituye el fascículo X de la serie «Exposés de Chimie Générale et Minérale» dirigida por Paul Pascal. Nos hemos, precedente-

mente, ocupado de la primera parte que trataba la combustión del hidrógeno. Después de recordar el autor lo que dijera al ocuparse de esa primera parte de su trabajo, insistiendo, especialmente, en las características propias de la inflamación a bajas presiones, características que diferencian una reacción de combustión en cadenas, de una reacción homogénea habitual, entra en materia. Su exposición comprende tres partes; en la primera, examina tres reacciones que presentan, en ciertos puntos, vínculos bastante estrechos con la combustión de un gas tonante; la segunda encara el estudio de la combustión del fósforo, del azufre y de los derivados de uno y otro. En la última trata el muy complejo problema de la oxidación de las sustancias orgánicas, particularmente de los hidrocarburos.

Insiste el autor sobre las particularidades que presenta cada combustible, y en señalar las lagunas o las observaciones aún inexplicables.

Al final, las conclusiones y un índice bibliográfico.

Nº 430. — JARRY-GUÉROULT (ROBERT), *Las Rappports limites de l'Ordre et du Libre Arbitre dans l'évolution des Sociétés humaines*. 70 páginas y dos láminas. Precio: 15 francos. 1936.

Fascículo I de la serie titulada « Dynamique Sociale », dirigida por el autor, ingeniero civil de las minas; diplomado en la Escuela libre de Ciencias políticas; Jefe de Servicio técnico de fábrica.

En un primer capítulo se discurre sobre la « Introducción a los métodos de la dinámica social ». Se transcriben muchas ideas de Descartes emitidas en su famoso *Discurso del método*, y otras muchas de Montesquieu, de Karl Marx, Jorge Sorel, Bergson y diversos filósofos y economistas. Al final de esta Introducción define lo que llama Dinámica Social, en los siguientes términos: « La complejidad creciente de las técnicas e incidencias de sus variaciones, sobre la vida de cada hombre, exige que éste, para querer lo acertado, vea acertadamente. Esto permitirá no sólo comprobar con grandes detalles las cadenas de las causas que han llevado a tal o cual crisis, resolución o guerra; sino que también permitirá a todos los escalones de ese contralor de la vida de la ciudad que se llamaba antes *Política*, la *precisión* en la aplicación de la voluntad a los actos de la vida en Sociedad. Tal es la dinámica social ».

Otro capítulo se titula *Las Relaciones límites del orden y del libre albedrío en la evolución de las sociedades humanas. Figuración cartesiana del hecho social*. Las dos láminas se refieren a aplicaciones: Balance de 20 hectáreas de campo de papas en calidad, precio y valores, de acuerdo con una investigación realizada por el « Consejo Nacional Económico » y Relaciones de transformaciones e intercambio entre un campo de papas y diversos.

Nº 438. — HERING (H.), *Disociation de l'Eau en H² et OH*. 28 páginas. Precio 10 francos. 1936.

Fascículo I de la serie « Altas Temperaturas », dirigida por G. Ribaud, de la Sorbona. El autor es doctor en Ciencias y asistente en la Facultad de Ciencias de Estrasburgo.

Trata el tema en cuatro capítulos. El primero se refiere a la existencia del radical OH libre; el segundo trata la disociación térmica, mientras el siguiente se ocupa de la disociación por descarga eléctrica. Finalmente viene la disociación por vapor de mercurio excitado. No falta la bibliografía.

Nº 439. — OMBREDANE (ANDRÉ), *Le Problème des Aptitudes à l'Age Scolaire*. 60 páginas. Precio: 12 francos. 1936.

Fascículo I de la serie « Exposés sur la Psycho-Biologie de l'Enfant », dirigida por Henri Wailon, profesor en el Colegio de Francia y Director del laboratorio de Psicobiología del niño de la Escuela práctica de Altos Estudios. El autor es Director adjunto del referido laboratorio.

El tema está desarrollado en dos capítulos; el primero se ocupa del problema de las aptitudes de los niños; el otro del escolar ante el problema en cuestión.

En una Introducción se trata del problema de la selección, considerado como de actualidad. Dice así: « Entre enero y julio 1935, hemos hecho, en colaboración, una investigación médico-psicológica en una escuela secundaria que se propone recuperar —y en lo posible readaptar— a inadaptados escolares procedentes de liceos y de cursos particulares. Niños todos, juzgados incapaces para seguir los cursos de las clases superiores a aquella de donde salían, por haber fracasado en sus exámenes. Hemos examinado 21 alumnos del punto de vista somático, psiquiátrico y otros. Hemos llevado muy adelante el análisis de los factores individuales de inaptación escolar, análisis que escapa a las investigaciones estadísticas ». En este primer fascículo el autor señala su actitud crítica respecto del problema de las aptitudes en la edad escolar.

Nº 440. — OMBREDANE (ANDRÉ), SUARES (N.) y CANIVET (N.), *Les Inadaptés Scolaires*. 86 páginas. Precio: 12 francos. 1936.

Es el fascículo II de la serie a que pertenece el fascículo I recién mencionado. Los señores N. Suares y N. Canivet, son diplomados del Instituto Jean Jacques Rousseau de Ginebra.

Aquí aparecen tres capítulos titulados, respectivamente: *Una investigación sobre los inadaptados escolares. Observaciones individuales. Los factores de inadaptación escolar.*

Al final, el folleto trae las conclusiones. Estas últimas son siete. Se trata, siempre, de los 21 alumnos referidos en la noticia recién dada, relativa al primer fascículo. Entre esas conclusiones mencionaremos la 5ª: los exámenes escolares constituyen procedimientos muy imperfectos para apreciar, tanto los conocimientos como las capacidades intelectuales. La 3ª establece que no es raro ver niños que tienen éxito brillante en las clases inferiores, servidos por aptitudes de nivel inferior, volverse cada vez menos buenos alumnos en las clases superiores porque la elaboración de los conductos intelectuales más elevados no se realiza normalmente. Inversamente, alumnos mediocres en las clases inferiores pueden volverse buenos en las superiores. Las variaciones individuales del ritmo de la evolución, adquieren aquí toda su importancia.

Nº 441. — LAVERNTIEFF (M.), *Sur les Fonctions d'une variable complexe représentables par des séries de Polynomes*. Folleto de 64 páginas. Precio: 15 francos. 1936.

Constituye el fascículo V de la serie « La Théorie des Fonctions », dirigida por Paul Montel.

El autor, profesor de la Universidad de Moseú, desarrolla el tema en cinco capítulos. Tras una Introducción, se ocupa de algunas propiedades de la representación conforme; de la función límite; convergencia sobre el continuo y convergencia no uniforme; algunas propiedades de los conjuntos cerrados planos; de las sucesiones convergentes.

En un prefacio hace notar el autor la repercusión que, en el dominio de la teoría de las funciones de una variable compleja, han ejercido los desarrollos de las teorías de los conjuntos y de las funciones de una variable real; los trabajos de Painlevé sobre las ecuaciones diferenciales, ciertos estudios de Borel y de Montel.

Por lo demás, al final, trae una bibliografía del tema tratado o sea del problema de la estructura de las funciones representables por series de funciones analíticas, problema que, al igual que los métodos para resolverlos, permanecen aún intermedios entre la teoría de las funciones de una variable compleja y la de las variables reales.

Nº 443. — DUCLAUX (J.), *Leçons de Chimie Physique, appliquée à la Biologie. VIII. Pression Osmotique I; Partie Expérimentale*. 68 páginas con 35 figuras. Precio: 18 francos. 1936.

Constituye el capítulo III del tomo II de las lecciones de Química-Física del conocido profesor del « Collège de France ».

En noticias anteriores nos hemos ocupado de folletos ya publicados relativos a estas lecciones. En el presente, los temas tratados siguen este orden: La Presión osmótica en físico-química y en biología. Medida directa de las presiones osmóticas: trabajos fundamentales; medidas ocasionales y métodos diversos. Bibliografía.

Todo el estudio de las presiones osmóticas se basa en el concepto de membranas *semi-impermeables*, concepto de origen experimental pero base insignificante con respecto al desarrollo que la teoría le ha dado, pues esa teoría postula, de una manera absolutamente general, la existencia de membranas semiimpermeables que jamás han sido realizadas.

Nº 444. — SCHOEN (M.), *Problèmes d'Asymétrie dans les Processus Biochimiques*. 104 páginas. Precio: 20 francos. 1936.

Constituye el fascículo IV de la serie « Exposés de Chimie Biologique », dirigida por Gabriel Bertrand, miembro del Instituto de Francia y Profesor de la Facultad de Ciencias de París.

Esta exposición tiene su origen en las conferencias dadas por el autor en 1933, en el Instituto de Altos Estudios de Bélgica.

En una Introducción se hace una reseña histórica de la maravillosa historia de la disimetría molecular y de los orígenes de lo que, más tarde, se llamó estereoquímica, ciencia nueva que tomó, luego, un vuelo considerable desbordando ampliamente los marcos de la química propiamente dicha por obra de los físicos, físico-químicos, biólogos, que fueron arrastrados en su estudio.

La primera parte del libro que nos ocupa trata los fenómenos de asimetría en los procesos de degradación; la segunda en los procesos de síntesis; la tercera en los procesos de inmunidad. La cuarta y última se ocupa del destino del carbono asimétrico. Al final, una nómina de los numerosos autores mencionados en la exposición.

Nº 451 y 452. — DENJOY (ARNAUD), *Introduction a la Théorie des Fonctions de variables réelles*. Dos folletos de 60 páginas, cada uno. Precio: 12 francos cada uno. 1937.

Constituyen los fascículos I y II de la serie « Ensembles et Fonctions », dirigida por el autor, profesor de la Sorbona de París.

En la Primera Parte (fascículo 451) trata el Histórico, la Geometría de los conjuntos cartesianos; Funciones; Continuidad y Convergencia; Derivación. En la Segunda parte (fascículo 452), la Integración; Series trigonométricas; Funciones quasi-analíticas; Funcionales y Funciones de conjunto.

En un prefacio expresa el autor lo siguiente: « Los matemáticos considerarán la presente exposición como muy superficial e incompleta, pero me ha parecido que puede servir de guía a los jóvenes estudiantes serios interesados en tener una vista panorámica de las posiciones avanzadas, fruto de las recientes conquistas de las matemáticas, antes de fijar su elección respecto del campo de sus estudios o de sus investigaciones ». En su Introducción, apunta el hecho de que los modelos numéricos discontinuos, no analíticos, son tan satisfactorios como los continuos y, *a fortiori*, que los analíticos; que la función analítica limitaba la ciencia dentro de un mundo artificial y estrecho, de suerte que la operación del paso al límite, conquista esencial de la matemática moderna, hizo estallar los marcos.

Nº 457. — BRILLOUIN (JACQUES), *L'Acoustique et la Construction. Base de la Technique*. 84 páginas con 48 figuras. Precio: 18 francos. 1937.

Fascículo I de la serie « Acoustique du Bâtiment », dirigida por el autor, « ingeniero acústico ».

El contenido de este folleto es de utilidad para los arquitectos, decoradores, empresarios, constructores, etc.

En una Introducción, el autor expone el objeto del trabajo. Manifiesta que muchos de los problemas de la acústica del edificio son demasiados complejos y delicados para ser correctamente resueltos por otro que no sea un técnico especializado; no obstante lo cual, un arquitecto puede adquirir suficientes conocimientos para lo relativo a lo esencial de los problemas corrientes. Habla, luego, de la naturaleza y dificultades de esos problemas, de la naturaleza y plan del libro que nos ocupa. En un primer capítulo trata de la acústica física: generalidades; vibraciones aéreas y de los sólidos. El siguiente expone la acústica fisiológica. Luego se habla de los fenómenos sonoros especiales a los edificios; introducción, acústica interior de una sala, la reverberación; la absorción del sonido.

Nº 458. — LONDON (F.), *Une Conception nouvelle de la supra-conductibilité*. 82 páginas con algunas figuras. Precio: 20 francos. 1937.

Fascículo XXI de la serie « Exposés de Physique Théorique », dirigida por Luis de Broglie.

Se trata de conferencias dadas en inglés por el autor, en el Instituto Poincaré de París, en abril 1935. La versión francesa se debe a los profesores Bauer y Winter. Entre las fechas de las conferencias y la de la publicación de este folleto el autor ha dilucidado la cuestión de la existencia eventual, en los supra conductores, de campos electrostáticos próximos a

la superficie; por cuya causa esta cuestión así dilucidada, aparece también publicada.

En suma el autor expone una teoría macroscópica de la supra conductibilidad. Afirma que, actualmente, se puede demostrar casi rigurosamente que es imposible fundar una teoría de dicha supra conductibilidad sobre las bases admitidas en la teoría electrónica si se interpreta el fenómeno en la forma habitual. La exposición comprende 11 párrafos y, al final, unas referencias.

Nº 473. — LACROUTE (M. P.), *Raies d'Absorption dans les Spectres Stellaires*. 92 páginas. Precio: 20 francos. 1937.

Fascículo I de la serie « Physique Atomique et Spectroscopie », dirigida por Eugenio Bloch, profesor de la Sorbona.

Trata el autor un tema actualmente en plena evolución; es un esfuerzo de clasificación y de sistematización.

Las conclusiones son que el estudio de las formas de las rayas de los espectros estelares ha sido ya muy fructuosa; las observaciones han obligado a las teorías, a considerar más íntimamente los fenómenos que se producen en las atmósferas; ha sido necesario emitir hipótesis, rechazar otras, etc. Casi todas las cuestiones relativas a las físicas estelares han sido completamente renovadas con esos estudios de las formas de las rayas, a saber: composición de las estrellas, sus temperaturas, la agitación de sus atmósferas, la gravedad en sus superficies, sus rotaciones.

Muchos otros progresos cabe esperar; y así, el tratamiento de ionización y de excitación en el seno de la atmósfera en desequilibrio termodinámico, requiere ser precisado. Observaciones más numerosas plantearán siempre nuevos problemas cuyas soluciones requerirán, a menudo, la introducción de nuevas ideas que mejorarán nuestros conocimientos del mundo.

Nº 509 y 510. — LETORT (MAURICE), *Les Conceptions Actuelles du Mécanisme des Réactions Chimiques (Cinétique chimique)*. Dos folletos de 60 y 56 páginas respectivamente. Precios: 15 francos cada uno. 1937.

Constituyen los fascículos XI y XII de la serie « Exposés de Physique Moléculaire », dirigida por Víctor Henri, profesor en la Universidad de Lieja; el autor es « ingeniero químico I. C. P. ».

La primera parte (nº 509) trata las Generalidades y los procesos elementales; la segunda (nº 510) trae el análisis de la Reacción global y las Conclusiones. Se inicia el trabajo con un Prefacio explicativo de Víctor Henri, en el que se hace una breve síntesis histórica del tema. El libro contiene una exposición profundizada de las diversas etapas de la cinética química; trae una bibliografía muy completa y una síntesis del conjunto de nuestros conocimientos; todo en lenguaje claro. El autor, durante cinco años, ha investigado sobre la cinética de la descomposición térmica del aldehído acético gaseoso; ha desarrollado diversos tópicos teóricos que el tema tratado comporta. En la primera parte se pone a la vista, cómo la teoría general de la activación por colisiones explica los procesos elementales: monomolecular, bimolecular y trimolecular.

La segunda parte muestra cómo las concepciones generales precedentes permiten analizar la reacción global, generalmente debida a su mecanismo complejo.

Cada fascículo puede ser leído separadamente.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix
 Albizzati, Carlos M.
 Alvarez, Raúl J.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Anastasi, Camilo
 Anchorena, Juan E.
 Andrés, Enrique de
 Andrioletti, Juan Luis
 Añón Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Aráoz Alfaro, Gregorio
 Arbecchi, Armando C.
 Arce, Manuel J.
 Arditi Thompson, H.
 Armani, Aquiles
 Arnaudo, Silvio J.
 Avila Méndez, Delfín
 Aztría, Ignacio
 Bado, Atilio A.
 Bachmann, Enesto
 Baglietto, Eduardo E.
 Balbiani, Atilio
 Bancalari, Agustín
 Barabino Amadeo, S.
 Barbieri, Antonio
 Bargna, Juan L.
 Barilari, Mariano J.
 Barral Souto, José
 Barrancos, Leónidas A.
 Becke, Alejandro von der
 Berdoy, Pedro A.
 Berrino, Juan B.
 Bertino, José Carlos
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blaquier, Juan
 Boaglio, Santiago
 Boglioni, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bontempi, Luis
 Bordenave, Pablo E.
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosisio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Bunge, Juan C.
 Buontempo, Guillermo
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Buzzo, Eduardo B.
 Caillet Bois, Teodoro
 Calandra, Raúl E.
 Camus, Nicolás
 Canale, Humberto
 Carabelli, Juan José
 Carbia, Rómulo D.
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.

Cárcova, Enrique de la
 Carelli, Antonio
 Carelli, Humberto H.
 Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carrea, Juan Ubaldo
 Casacuberta, Antonio
 Castellanos, Alberto
 Castello, Manuel F.
 Castiñeiras, Julio R.
 Celasco, Juan L.
 Cock, Guillermo E.
 Coni Bazán, F. A.
 Curti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Enrique
 Chelia, Francisco
 Chizzini Melo, Aníbal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Dassen, Claro C.
 Dasso, Héctor
 Dasso, Ricardo L.
 Debenedetti, José
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 De la Ini, Juan E.
 Delleplane, Luis J.
 Deulofeu, Venancio
 Devoto, Franco E.
 Díaz, Emilio C.
 Dieulefait, Carlos E.
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Dubecq, Raúl E.
 Dueñas, José
 Duha, Luis
 Dupont, Enrique
 Durañona y Vedia, A.
 Durrieu, Mauricio
 Edelberg, Benjamín
 Escudero, Pedro
 Faré, Santo S.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández Long, S.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fischer, Gustavo Juan
 Flores, Emilio M.
 Floriani, Luis
 Florit, Carlos J.
 Forn, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Franceschi, Alfredo
 Fürnkorn, Dívico A.
 Gadda, Carlos Manuel
 Galmardini, Alfredo G.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gascón, Alberto
 Gaspar, Fernando L.

Géneau, Carlos E.
 Gerardi, Donato
 Ghigliazza, Sebastián
 Giagnoni, Bartolomé E.
 Giannone, José
 Gil, Martín
 Gradín, Carlos
 Grieben, Arturo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Haussler, Emilio
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hofmann, Herbert
 Hortal, José Angel
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isetta, José
 Ivanishevich, Ludovico
 Jorge, José M.
 Jakob, Cristofredo
 Keiper, Guillermo
 King, Diarmid O.
 Kinkelin Pelletán, J. C. de
 Kohan, Zollo
 Kraglievich, Nicolás T.
 Krapf, Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Laporte, Luis B.
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo L.
 Latzina, Eduardo
 Lignéres, Roberto
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lombardi, Alberto
 López, P. José
 Loyarte, Ramón G.
 Lozano, Nicolás
 Lugones, Arturo M.
 Llauró, José
 Mac Donagh, E. J.
 Magnin, Félix J.
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallo, Emilio
 Mamberto, Benito
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Maresca, Antonio J.
 Marini, Tomás L.
 Molina Carranza, L.
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Mata, Leopoldo
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel

Meoli, Humberto
 Mercau, Agustín
 Mermoz, Francisco A.
 Mohring, Walther
 Molfino, José F.
 Molle, Clotilde C.
 Montes, Vicente E.
 Moreno, Evaristo V.
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Natale, Ernesto
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Nelson, Ernesto
 Nielsen, Juan
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortega Belgrano, Raúl
 Ortiz, Aníbal A.
 Ortíz de Rosas, Jorge
 Otamendi, Gustavo
 Ottonello, Héctor
 Páez, José María
 Page, Franklin Nelson
 Paitoví y Oliveras, A.
 Paquet, Carlos
 Parodi, Edmundo
 Parodi, Lorenzo R.
 Pasman, Raúl G.
 Pasman, Rodolfo E.
 Pastore, Franco
 Paz, José Máximo
 Paz Anchorena, José M.
 Pérez Hernández, A.
 Pérez Pirán, Juan A.
 Perrone, Cayetano
 Pestalardo, Agustín
 Pini, Aldo S.
 Platz, Hubert
 Podestá, Juan Carlos
 Polti, Modesto
 Posadas, Carlos
 Quartino, José N.
 Quinos, José Luis
 Quinterno, Bruno F.
 Quiroga, Pedro R.
 Raimondi, Alejandro
 Raffo, Bartolomé M.
 Ramaccioni, Danilo
 Ramallo, Carlos M.
 Ratto, Héctor R.
 Ravignani, Emilio
 Rebuerto, Antonio
 Rebuerto, Emilio
 Reece, William Asher
 Repetto, Blas Angel
 Repossini, José
 Ringuet, Emilio J.
 Rissotto, Atilio A.
 Rivarola, Rodolfo
 Robles, Angel A.
 Rodríguez Aravena, S.
 Rodríguez, Germinal
 Roffo, Angel H.

Roffo, Juan	Sarhy, Juan F.	Spota, Victor J.	Vallejo, Segundo E.
Roldán, Raimundo	Sarrabayrouse, Eugenio	Storni, Segundo R.	Vanossi, Reinaldo
Romero Brest, Enrique	Savon, Marcos A.	Storni, Carlos David	Varela, Rufino
Rokotnitz, Otto	Schnack, Benno J.	Suárez, Angel	Vecchi, Aristides de
Rospide, Juan	Schmidt, Max	Taiana, Alberto F.	Vela Huergo, Julio
Rossell Soler, Pedro	Schoo Lastra, Oscar	Taiana, Jorge	Veyga, Francisco de
Rossi, Arturo R.	Schulz, Guillermo	Tamini, Luis Augusto	Vidal, Eduardo
Ruata, Luis E.	Selva, Domingo	Tarragona, José	Villalobos D., C.
Ruiz Moreno, Isidoro	Sesma, Angel	Tedeschi, Virgilio	Vignaux, Juan C.
Ruiz Moreno, Adrián	Sheahan, Juan F.	Tello, Eugenio	Vinardell, Alberto
Rumi, Tomás J.	Silva, Leónidas L.	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Sabaria, Enrique	Simons, Hellmut	Torello, Pablo	White, Guillermo J.
Sagastume Berra, A. E.	Siri, Luis	Tossini, Luis	Wauters, Carlos
Salomón, Hugo	Sobral, Arturo	Trelles, Rogelio A.	Wysztelewski, W. de
Sánchez, José Ricardo	Solari, Emilio F.	Trucco, Sixto E.	Zamboni, Agustín
Sánchez, Gregorio L.	Solari, Miguel A.	Valeiras, Antonio	Zappi, Enrique V.
Sánchez Díaz, Abel	Soler, Frank L.	Valentiner, Hugo	Zavalla, Carlos M.
Sánchez Sorondo, M. G.	Solórzano, Luis A.	Valentini, Argentino	Zuloaga, Angel M.
Sanromán, Iberio	Sordelli, Alfredo	Valentinuzzi, Máximo	
Santángelo, Rodolfo	Spinetto, David J.	Vallebella, Colón B.	

SOCIOS ADHERENTES

Alvarez, Carlos E.	Glücksman, Carlos E.	Muñoz Cabrera, René	Viglione, Fausto E.
Bazzanella, José	Goyena, Ricardo J.	Recoder, Roberto F.	Walls, I. Figueras de
Devoto, Arnaldo Carlos	Laporte, Julio A.	Repetto, Cayetano	Wechsler, Wolf
Devoto, Carlos Alberto	Magne de la Croix, P. A.	Riú, Pedro Carlos	Zenarruza Johnson, Tir-
Folcini, Martín L. G.	Milesi, Emilio Angel	Rusconi, Carlos	so A.
García, Eduardo D.	Monca, Jacobo Isaac	Somonte, Eduardo	

CASAS ADHERENTES

Francisco Disf	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Palumbo"	Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Ancorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales, Ing. Clodoveo Pascualini; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. Jorge E. Bobone; Dr. Federico Padula; Ing. Luis Chechi; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Bobone, Jorge E.	Brandan, Ramón A.	Carlomagno, José
Aguiar, Henoch D.	Bodenbender, G.	Brogliá, Alberto A.	Chaudet, Enrique
Amaya, Arturo A.	Bonet, Rafael	Buteler, Jesús E.	Chechí, Luis
Arrambide, Miguel	Borzacow, Wladimir	Camilloni, Carlos	Deheza, Eduardo

Del Viso, Jacinto	Godoy, Salvador A.	Mirizzi, Pablo Luis	Rythin, Edwin
De Tezanos Pinto, J.	Gómez, Calixto A.	Nincli, Carlos A.	Sayago, Gumersindo
Devoto, Heraclio A.	Gordillo, Pedro N.	Nincli, Raúl T.	Schmededecke, Augusto
Espinosa, Manuel	Granillo Barros, M.	Novillo Corvalán, S.	Sigal, Moisés
Esteban, Fernando	Hosseus, Carlos Curt	Olsacher, Juan	Sparn, Enrique
Fernández, Miguel	Jagsich, Juan	Padula, Federico	Stuckert, Guillermo V.
Fitz Simon, Sgo. E.	Kronfus, Juan	Pasqualini, Clodoveo	Taravella, Ambrosio L.
Fontana, Lorenzo F.	Lofayette Zimmer, M.	Peláez, J. Gambastiani	Tarragó, Emeterio
Fuchs, Guillermo J.	Larrauri, Agustín C.	de	Torres, Valeriano
García, Daniel	Lutzow Holm, Olaf.	Pilotto, Bernardo	Trebino, Natalio
Gavíer, Daniel E.	Mácola, Berardo A.	Ponce Laforgue, C.	Vercello, Carlos
Giménez de Azúa, F.	Mácola, Tulio	Roggeri, Domingo	Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2º, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Courault, Pablo	Kleer, Gregorio	Pozzo, Hiram J.
Ariotti, Juan Carlos	Crouzeilles, A. L. de	Mai, Carlos	Ragoneso, Arturo E.
Babini, José	Cruellas, José	Mántaras, Fernando	Reinares, Sergio
Benet, Pedro José	Christen, Carlos	Marelli, Hipólito	Rouzaut, Rodolfo
Berraz, Guillermo	Christen, Rodolfo G.	Martino, Antonio E.	Salaber, Julio
Bertuzzi, Francisco A.	Damianovich, Horacio	Montpellier, Luis Mar-	Salgado, José
Bonazzola, César J.	Falco, Federico	cos	Santini, Bruno L. P.
Borruat, Luis	Fester, Gustavo A.	Mounier, Celestino	Schivazappa, Mario
Borruat, Luis (hijo)	Frenguelli, Joaquín	Muzzio, Enrique	Simonutti, Atilio A.
Borzone, Rodolfo	Gollán, Josué (h.).	Nigro, Angel	Tissenbaum, Mariano
Bossi, Celestino	Gschwind, Eduardo P.	Niklison, Carlos A.	Urondo, Francisco E.
Caballero, Martín A.	Guinle, Hugo José	Oliva, José	Virasoro, Enrique
Camo, José María	Hereñú, Rolando	Peresutti, Luis	
Cerana, Miguel	Hotschewer, Curto	Piazza, José	
Claus, Guillermo	Juliá Tolrá, Antonio	Piñero, Rodolfo	

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos	García, José Federico	Maroso, José Angel	Ruiz, Anibal
Anzorena, Jacinto	Godoy Vergelin, G.	Mayorga, Santiago C.	Ruiz Leal, Adrián
Anzorena, Pedro	Gomensoro, José N.	Miyara, Salomón	Sammartino, Miguel
Basso, Germinal	Granzella, Sinibaldo	Miyara, Santos	Sánchez C., Juan V.
Bidone, Mario	Guiard, Ricardo	Oviedo Marcó, Carlos	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Jofré, Alberto L.	Oviedo Ortiz, Carlos	Stura, Angel C.
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Pelaia, Dante	Toso, Juan P.
Ceriotto, Emilio	Lucero, Braulio G.	Piccione, Cayetano C.	Vicchi, Juan A.
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Piovano, Abelardo P.	Villanueva, Miguel An-
Gabrielli, Francisco J.	Magistretti, Guillermo	Pontis, Rafael E.	gel
Galeano, Edgardo	Maneschi, Ernesto		

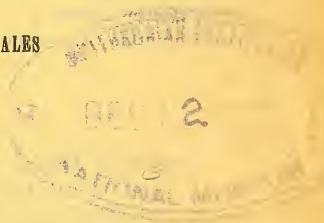
SOCIOS CORRESPONDIENTES

Agullar y Santillán, R.....	México	Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Hijar y Haro, Luis.....	México
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Janet, Pierre.....	París
Avendaño, Leónidas.....	Lima	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Kinart, Fernando.....	Amberes
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Borel, Emile.....	París	Langevin, Paul.....	París
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Levi Civita, Tulio.....	Roma
Bragg, William Henry.....	Londres	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bruch, Carlos.....	Olivos	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Cabrera, Blás.....	Madrid	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Monjarás, Jesús E.....	México
Carabajal, Melitón M.....	Lima	Moretti, Gaetano.....	Milán
Corti, José S.....	Mendoza	Oliver Schneider, Carlos....	Concepc. (Ch.)
Darmois Georges.....	París	Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Perrin, Tomás G.....	México
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Antofag. (Ch.)
Fontecilla Larraín, Arturo..	Santiago (Ch.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fort, Michel.....	Lima	Rowe, Leo S.....	Washington
González del Riego, Felipe..	Lima	Shepperd, William R.....	New York
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Tello, Julio C.....	Lima
Guinier, Phillibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
		Volterra, Vito.....	Roma

ANALES
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA
ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO



NOVIEMBRE 1937. — ENTREGA V. — TOMO CXXIV

SUMARIO

	Pág.
A. E. SAGASTUME BERRA.— Fundamentos matemáticos de la música (<i>Cont.</i>)	286 ⁹
CARLOS WAUTERS.— Las aguas subterráneas en nuestra legislación civil...	323
ROBERTO DE MONTESSUS DE BALLORE	355
E. R. Bibliografía	366

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FÉ 1145

1937

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Ing. Guillermo Marconi †
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Walter Nernst
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Dr. Eduardo L. Holmberg
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1937-1938)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Evaristo V. Moreno
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia.</i>	Doctor Santiago Barabino Amadeo
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Pro_tesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	Ingeniero Carlos Posadas
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Doctor Reinaldo Vanossi
	Ingeniero Mario L. Negri
<i>Vocales</i>	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de Fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin
	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

FUNDAMENTOS MATEMATICOS DE LA MÚSICA

POR A. E. SAGASTUME BERRA

(Continuación *)

42. — Otro principio armónico general, si bien de distinta índole que los anteriores, que nos permite obtener nuevos acordes, es el que llamaremos *principio de sustitución*, y que pasamos a exponer.

A diferencia de los casos anteriores, en que nuestras consideraciones se referían indistintamente a una $\Gamma^{p_1 \cdots p_r}$ o a una gama atemperada $\Gamma_{\mathbb{F}}^{p_1 \cdots p_r}$ (en este último caso la única variación era simplemente limitar el número posible de acordes), debemos ahora referirnos principalmente a una gama atemperada $\Gamma_{\mathbb{F}}^{p_1 \cdots p_r}$.

El principio general de sustitución puede enunciarse así: *es posible sustituir una nota (o varias, simultáneamente) de un acorde que podamos considerar como perteneciente a $\Gamma_{\mathbb{F}}^{p_1 \cdots p_r}$, por la nota (o respectivamente, las notas) de valor más próximo de $\Gamma_{\mathbb{F}}^{p_1 \cdots p_r}$, sea por exceso, sea por defecto, y obtener así lo que llamaremos en general un acorde alterado.*

Para usar de una expresión breve, diremos que una nota se *altera*, en sentido *ascendente* o *descendente*, cuando se la sustituye por la que más se le aproxima dentro de $\Gamma_{\mathbb{F}}^{p_1 \cdots p_r}$ por exceso o, respectivamente, por defecto.

Nótese que este concepto es algo más amplio que el ordinario: ordinariamente, la alteración (*cromática*) ascendente (o descendente) significa lo mismo que simboliza el signo #, *sostenido* (o respectivamente, \flat , *bemol*), mientras que en nuestra definición puede no suceder así. Por ejemplo, en la gama de Ramos Pareja (§ 37) la nota *mi* es la alteración descendente del *fa*, pero no coincide con el $fa\flat$, puede esta última nota no existe. En el fondo, ésto es solo cuestión de nomenclatura de las notas: en el ejemplo citado, nada nos impediría llamar $fa\flat$ al *mi*.

(*) Ver Tomo CXXIII y sig.

Un acorde alterado proviene, pues, de la alteración de algunas de las notas que lo componen.

Al enunciar el principio de sustitución, hemos usado la frase «acorde que podamos considerar como perteneciente a $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \cdots p_r}$ » por la siguiente razón: el poliedro atemperante Φ sabemos que es un poliedro a r dimensiones, lo cual quiere decir que el espacio de menor número de dimensiones que lo contiene es precisamente un E_r . Pero nada impide que podamos considerar a ese poliedro «sumergido», por así decir, en un espacio E_s de mayor número de dimensiones ($s > r$); por ejemplo, uno de los trapecios tolemaicos (polígono plano, o sea «poliedro» a 2 dimensiones) podemos considerarlo en el espacio ordinario E_3 , o en un E_4 , E_5 , etc. Esto trae como consecuencia que un acorde mayor, pongamos por caso, de $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \cdots p_r}$, pueda considerarse como una parte del acorde perfecto mayor correspondiente de E_s . En este caso, las notas de un acorde mayor $[n_1, n_2, \dots, n_s]$ que no estén situadas en E_r pueden ser sustituidas, según el principio general, por sus alteraciones de $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \cdots p_r}$, y obtendremos así un nuevo acorde. En este proceso se ve también cómo difiere del ordinario nuestro concepto de alteración.

A los acordes obtenidos en esta forma, si bien entran en rigor bajo la clasificación de acordes alterados, los llamaremos más especialmente, *acordes imperfectos*, mayores y menores (según sea aquél del que provengan), pues participan en cierto modo de una perfección relativa; a las notas agregadas, provenientes por alteración del acorde $[n_1, \dots, n_s]$, y que no pertenecen al acorde perfecto de $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \cdots p_r}$ las llamaremos, por una razón que veremos más adelante, *disonancias características* del acorde.

Reservaremos en cambio más particularmente el nombre de *acordes alterados* (propriadamente dichos) a los que provienen de alteraciones sin salir del espacio E_r , así como a los que combinan esta posibilidad con la anterior.

En cuanto a la notación, para los acordes imperfectos y alterados, haremos las siguientes convenciones: para los acordes provenientes (por sustitución) de acordes mayores, continuaremos usando los corchetes []; para los provenientes de acordes menores, las llaves { }. Dentro de esos corchetes o llaves colocaremos, si se trata de acordes alterados propriadamente dichos, las coordenadas de la nota fundamental del acorde original, agregando en la coordenada que corresponda a la nota alterada ⁽¹⁾, una línea — en su

(1) Téngase presente que, a partir de la nota fundamental, la dirección de cada uno de los ejes, o de los vectores unitarios, determina unívocamente otra de las notas del acorde.

parte superior si se trata de alteración ascendente, y en su parte inferior si es descendente. Si la nota fundamental es también alterada, una línea análoga abarcará todo el corchete o llave.

Si se trata de acordes imperfectos o alterados que combinan ambas posibilidades, será necesario indicar además, dentro de un paréntesis ordinario, los armónicos que corresponden a las dimensiones « extra », con análogos símbolos para las alteraciones. Recuérdese, pues, que los números encerrados en estos últimos paréntesis indican *nuevos armónicos*, a diferencia de los otros, que indican *coordenadas*.

Veamos algunos ejemplos.

Refirámonos a un caso más o menos familiar a los músicos: el de la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ de Tolomeo o de Zarlino cromática (§ 26).

Del acorde mayor [6, 2], o sea el formado por las notas

$$\gamma_{6,2}^{3,5} = mi\flat, \gamma_{6,3}^{3,5} = sol, \gamma_{7,2}^{3,5} = si\flat$$

se obtienen los siguientes acordes alterados propiamente dichos:

$$\begin{aligned} \overline{[6, 2]} &= mi - sol - si\flat & ; & \quad [6, \underline{2}] = re\# - sol - si\flat \\ \overline{[6, 2]} &= mi\flat - sol - si & ; & \quad [\underline{6}, 2] = mi\flat - sol - la\# \\ [6, \overline{2}] &= mi\flat - sol\# - si\flat & ; & \quad [6, \underline{2}] = mi\flat - sol\flat - si\flat = \{7, 2\} \\ \overline{[6, 2]} &= mi - sol - si = \{6, 4\} & ; & \quad [\underline{6}, 2] = re\# - sol - la\# \\ &etc. & & \quad etc. \end{aligned}$$

y, si consideramos el plano tolemaico sumergido en el espacio E_3 , cuya tercera coordenada corresponda al armónico 7 ($\log_2 7 = 2,80735$), los siguientes acordes imperfectos mayores:

$$[6, 2 (\overline{7})] = mi\flat - sol - si\flat - re\flat \quad ; \quad [6, 2 (\underline{7})] = mi\flat - sol - si\flat - do\#,$$

y los alterados siguientes:

$$\begin{aligned} \overline{[6, 2 (\overline{7})]} &= mi - sol - si\flat - re\flat & ; & \quad [\underline{6}, 2 (\underline{7})] = re\# - sol - si\flat - do\# \\ \overline{[6, 2 (\underline{7})]} &= mi - sol - si\flat - do\# & ; & \quad [6, 2 (\overline{7})] = re\# - sol - si\flat - re\flat \\ &etc. & & \quad etc. \end{aligned}$$

Si consideramos el espacio E_4 , con un eje más, correspondiente, por ejemplo, al armónico 11 ($\log_2 11 = 3,45943$) tendríamos combinaciones como éstas:

$$[6, 2 (\overline{7}, \overline{11})] = \text{mi}\flat\text{-sol-la-si}\flat\text{-re}\flat \quad ; \quad [6, 2 (\underline{7}, \underline{11})] = \text{mi}\flat\text{-sol-la}\flat\text{-si}\flat\text{-do}\sharp \\ \text{etc.} \qquad \qquad \qquad \text{etc.}$$

Análogamente, del acorde menor $\{5, 4\}$, formado por las notas

$$\gamma_{5,4}^{3,5} = \text{mi}, \gamma_{5,3}^{3,5} = \text{do}, \gamma_{4,4}^{3,5} = \text{la}$$

obtenemos:

$$\begin{aligned} \{\overline{5}, 4\} &= \text{fa}\flat\text{-do-la} & ; & \quad \{\underline{5}, 4\} = \text{mi}\flat\text{-do-la} \\ \{\overline{5}, 4\} &= \text{mi-do-la}\sharp & ; & \quad \{\underline{5}, 4\} = \text{mi-do-la}\flat \\ \{\overline{5}, \underline{4}\} &= \text{mi-do}\sharp\text{-la} = [4,4] & ; & \quad \{\underline{5}, \underline{4}\} = \text{mi-si}\sharp\text{-la} \\ \{\overline{5}, 4\} &= \text{fa}\flat\text{-do-la}\sharp & ; & \quad \{\underline{5}, 4\} = \text{mi}\flat\text{-do-la}\flat = [5, 2] \\ & \text{etc.} & & \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

los acordes imperfectos

$$\begin{aligned} \{5, 4 (\overline{7})\} &= \text{mi-do-la-sol}\flat & ; & \quad \{5, 4 (\underline{7})\} = \text{mi-do-la-fa}\sharp \\ \{5, 4 (\overline{7}, \overline{11})\} &= \text{mi-do-si-la-sol}\flat & ; & \quad \{5, 4 (\underline{7}, \underline{11})\} = \text{mi-do-si}\flat\text{-la-fa}\sharp \\ & \text{etc.} & & \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

y los alterados

$$\begin{aligned} \{\overline{5}, 4 (\overline{7})\} &= \text{fa}\flat\text{-do-la-sol}\flat & ; & \quad \{\underline{5}, 4 (\underline{7})\} = \text{mi}\flat\text{-do-la-fa}\sharp \\ \{\overline{5}, 4 (\overline{7})\} &= \text{mi-do-la}\sharp\text{-sol}\flat & ; & \quad \{\underline{5}, 4 (\underline{7})\} = \text{mi-do-la}\flat\text{-fa}\sharp \\ & \text{etc.} & & \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

Por ejemplo, el acorde $\{5, 4 (\overline{7})\}$ se forma tomando el acorde menor tolemaico $\{5, 4\} = \text{mi-do-la}$ y agregándole la disonancia característica proveniente del armónico 7. Como $\log_2 7 = 2,80735$, si lle-

vamos a partir del punto $(5, 4)$ correspondiente a la nota *mi*, y en sentido negativo (por tratarse de un acorde menor) el vector unitario correspondiente al tercer eje, obtendremos el tetraedro de E_3 correspondiente al acorde perfecto menor. La nota obtenida tiene el valor $F(\gamma_{5,4}^{3,5} - 2,80735) = 0,51458$ (pues $\gamma_{5,4}^{3,5} = 0,32193$) y está comprendida (véase la tabla del § 26) entre *fa#* y *solb*. Luego: $\{5, 4(\overline{7})\} = \text{mi-do-la-solb}$; y si se tratara en cambio de $\{5, 4(7)\}$ obtendríamos *mi-do-la-fa#*. Sirva este ejemplo para los casos análogos.

43. — Son de interés algunas observaciones sobre los acordes así obtenidos. En primer lugar, en los ejemplos hemos visto que las alteraciones en un acorde pueden llevarlo a coincidir con otro, como en los casos $[\overline{6}, \underline{2}] = \{6, 4\}$, $[\underline{6}, \overline{2}] = \{7, 2\}$, $\{5, \overline{4}\} = [4, 4]$, $\{\underline{5}, 4\} = [5, 2]$. Hay, sin embargo, una diferencia *conceptual* entre ambas *acepciones* del acorde. Tomemos, para fijar las ideas, el caso $[\underline{6}, \overline{2}] = \{7, 2\}$. En la acepción $[\underline{6}, \overline{2}]$ se trata de un acorde alterado, pero que *no deja de representar* el acorde *mayor* de donde proviene; en cambio, en la otra acepción, $\{7, 2\}$, se trata de un acorde *menor* por esencia, y que no puede por tanto representar en ningún caso un acorde mayor. Dicho de otro modo: los dos acordes, compuestos de las mismas notas, desempeñan *funciones* muy distintas. El acorde $\{7, 2\}$ es, por definición, perfectamente *consonante*, mientras que el $[\underline{6}, \overline{2}]$ presenta solo lo que se llama una *consonancia aparente*. Estas observaciones se complementan con las que van a continuación, y que se refieren más especialmente a los acordes imperfectos.

Un acorde imperfecto está constituido por dos clases de notas: en primer lugar, las que corresponden al acorde tonal de $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ que son todas consonantes por definición, puesto que admitimos, al construir la gama, la consonancia de los armónicos p_1, p_2, \dots, p_r ; en segundo lugar, las notas agregadas, que hemos llamado *disonancias características*. Estas son notas también de $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$, disonantes (pues no responden a los principios armónicos en que nos basamos) pero que sin embargo representan, lo más exactamente posible, a otras notas consonantes no pertenecientes a $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$; y decimos consonantes, porque corresponden a otros armónicos p_{r+1}, \dots, p_s con los que podríamos ampliar la $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$. Tomemos un ejemplo muy simple: la gama de Pitágoras $\Gamma_{(0,11)}^3$ (§ 22); un acorde mayor de ella es, por ejemplo, $[1] = \text{do-sol}$ (Pit.). Consideremos

ahora el segmento (0, 11) que representa a esta gama, colocado en un plano, paralelamente al eje n_1 de coordenadas, sobre el que se representa el armónico 3; el otro eje coordinado n_2 , sea el que representa el armónico 5. Más precisamente, coloquemos nuestro segmento sobre el reticulado de la figura 7, paralelamente al eje n_1 , y de modo que el punto representativo de $\gamma_1^3 = \text{do (Pit.)}$ coincida con el punto (5, 3), que representa precisamente la nota $\gamma_{5,3}^{3,5} = \text{do (Tol. cr.)}$. Entonces se tendrá que $\text{do (Pit.)} = \text{do (Tol. cr.)} = 0,00000 \omega$; y también $\gamma_{6,3}^{3,5} = \gamma_2^3 = \text{sol (Pit.)} = \text{sol (Tol. cr.)} = 0,32193 \omega$. En cambio la nota $\gamma_6^3 = \gamma_{10,3}^{3,5} = \text{mi (Pit.)} = 0,33985 \omega$ no coincide con la $\gamma_{5,4}^{3,5} = \text{mi (Tol. cr.)} = 0,32193 \omega$, sino que difieren precisamente en una *coma (Tol.)* = 0,01792 ω . El acorde perfecto mayor [5, 3] = do-mi-sol (Tol. cr.) da origen a los acordes imperfectos mayores de la gama pitagórica [1 ($\bar{5}$)] = do-mi-sol (Pit.) y [1 ($\underline{5}$)] = do-re#-sol (Pit.), en los cuales las notas *mi (Pit.)*, *re# (Pit.)* son disonancias características, provenientes de la sustitución del *mi (Tol. cr.)* consonante, por sus alteraciones ascendente y descendente respectivamente.

De esta manera se explica la formación del acorde ordinariamente llamado de *séptima de dominante*, por ejemplo *do-mi-sol-si \flat* para el tono de fa. Aquí el *si \flat* es una disonancia característica, que representa a la nota consonante *te* de la gama de Domínguez Berrueta, en la que do-mi-sol-te es el acorde perfecto mayor. Y análogamente, tienen explicación de esta manera otros acordes que la música actual utiliza más o menos frecuentemente, y que revelan armónicos más elevados, de los que, por alteración, resultan ciertas notas componentes.

44. — Consideremos ahora un acorde mayor cualquiera $[n_1, \dots, n_r]$ de Γ^{p_1, \dots, p_r} . Este acorde está compuesto, como sabemos, de las $r + 1$ notas

$$\gamma_{n_1, \dots, n_r} \quad , \quad \gamma_{n_1 + 1, n_2, \dots, n_r} \quad , \quad \gamma_{n_1, n_2 + 1, \dots, n_r} \quad , \quad \dots \quad , \quad \gamma_{n_1, n_2, \dots, n_r + 1}$$

(habiendo escrito por brevedad $\gamma_{n_1 \dots n_r}$ en lugar de $\gamma_{n_1 \dots n_r}^{p_1 \dots p_r}$, etc., lo que no trae confusión alguna). Propongámonos el problema de determinar un acorde menor $\{m_1, \dots, m_r\}$ tal que, de las notas que componen este último, o sea:

$$\gamma_{m_1, \dots, m_r} \quad , \quad \gamma_{m_1 - 1, m_2, \dots, m_r} \quad , \quad \gamma_{m_1, m_2 - 1, \dots, m_r} \quad , \quad \dots \quad , \quad \gamma_{m_1, m_2, \dots, m_r - 1}$$

coincida con las anteriores el máximo número posible de ellas (naturalmente, sin tener en cuenta el orden en que han sido escritas).

y los que están en el caso c ($h \neq k$), o sea que dos de las m_i son una unidad mayores que las n_i correspondientes, son

$$\begin{aligned} & \left\{ n_1 + 1, n_2 + 1, n_3, n_4, \dots, n_{r-1}, n_r \right\} \\ & \left\{ n_1 + 1, n_2, n_3 + 1, n_4, \dots, n_{r-1}, n_r \right\} \\ & \left\{ n_1 + 1, n_2, n_3, n_4 + 1, \dots, n_{r-1}, n_r \right\} \\ & \dots \dots \dots \\ & \left\{ n_1 + 1, n_2, n_3, n_4, \dots, n_{r-1}, n_r + 1 \right\} \\ & \left\{ n_1, n_2 + 1, n_3 + 1, n_4, \dots, n_{r-1}, n_r \right\} \\ & \dots \dots \dots \\ & \left\{ n_1, n_2, n_3, n_4, \dots, n_{r-1} + 1, n_r + 1 \right\}, \end{aligned}$$

y son en total $(r - 1) + (r - 2) + \dots + 2 + 1 = \frac{r(r - 1)}{2}$.

Estos acordes, que presentan con el dado el número máximo posible de coincidencias, se llaman los *acordes relativos* de $[n_1, \dots, n_r]$. Su número total será, pues:

$$r + \frac{r(r - 1)}{2} = \frac{2r + r(r - 1)}{2} = \frac{r(r + 1)}{2}.$$

Por el principio de dualidad, dado un acorde menor $\{m_1, \dots, m_r\}$, podrán hallarse también $\frac{r(r + 1)}{2}$ acordes relativos, mayores, que serán los siguientes:

$$\begin{aligned} & [m_1 - 1, m_2, m_3, \dots, m_r] \\ & [m_1, m_2 - 1, m_3, \dots, m_r] \\ & \dots \dots \dots \\ & [m_1, m_2, m_3, \dots, m_r - 1] \\ & [m_1 - 1, m_2 - 1, m_3, \dots, m_{r-1}, m_r] \\ & [m_1 - 1, m_2, m_3 - 1, \dots, m_{r-1}, m_r] \\ & \dots \dots \dots \\ & [m_1 - 1, m_2, m_3, \dots, m_{r-1}, m_r - 1] \\ & [m_1, m_2 - 1, m_3 - 1, \dots, m_{r-1}, m_r] \\ & \dots \dots \dots \\ & [m_1, m_2, m_3, \dots, m_{r-1} - 1, m_r - 1]. \end{aligned}$$

Los acordes relativos de uno dado, por presentar el máximo número posible de notas comunes con el acorde dado, presentarán un cierto parentesco o afinidad con él, y de ahí su importancia.

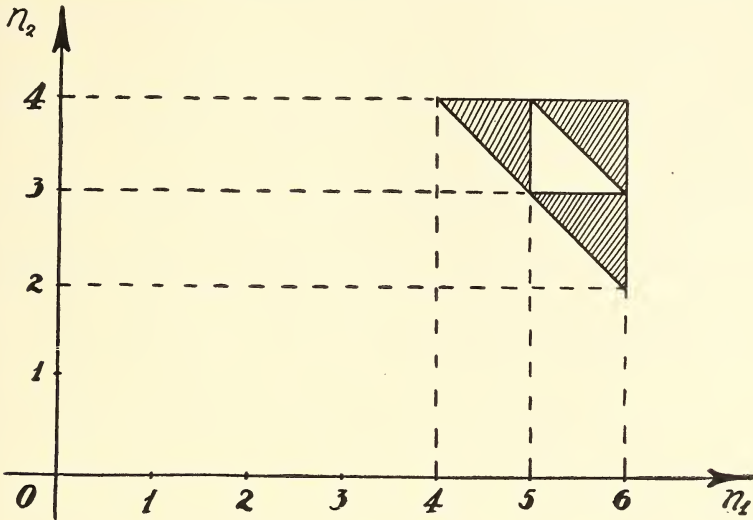


Fig. 12

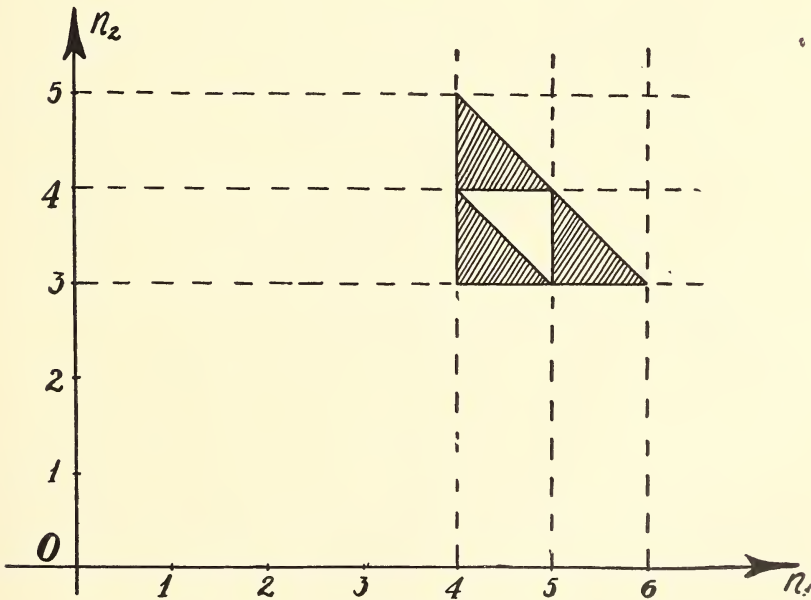


Fig. 12 bis

Ejemplos. — Tomemos, como caso más familiar a los músicos, la gama tolemaica (cromática) y en ella el acorde mayor $[5, 3] = \text{do}$

mi-sol (ver fig. 7), compuesto por las notas: $\gamma_{5,3}^{3,5} = \text{do}$, $\gamma_{6,3}^{3,5} = \text{sol}$, $\gamma_{5,4}^{3,5} = \text{mi}$. El triángulo que forman estas notas está representado, sin rayar, en la figura 12. Los tres triángulos rayados corresponden en cambio a los tres acordes menores relativos (pues siendo $r = 2$ es $\frac{r(r+1)}{2} = 3$), o sea: $\{6,3\} = (\gamma_{6,3}^{3,5}, \gamma_{5,3}^{3,5}, \gamma_{6,2}^{3,5}) = \text{sol-do-mi}\flat$; $\{5,4\} = (\gamma_{5,4}^{3,5}, \gamma_{4,4}^{3,5}, \gamma_{5,3}^{3,5}) = \text{mi-la-do}$; $\{6,4\} = (\gamma_{6,4}^{3,5}, \gamma_{5,4}^{3,5}, \gamma_{6,3}^{3,5}) = \text{si-mi-sol}$.

Dualmente, la figura 12 bis representa los acordes relativos del acorde menor $\{5,4\} = \text{mi-la-do}$, que son: $[4,4] = (\gamma_{4,4}^{3,5}, \gamma_{5,4}^{3,5}, \gamma_{4,5}^{3,5}) = \text{la-mi-do}\sharp$; $[5,3] = (\gamma_{5,3}^{3,5}, \gamma_{6,3}^{3,5}, \gamma_{5,4}^{3,5}) = \text{do-sol-mi}$; $[4,3] = (\gamma_{4,3}^{3,5}, \gamma_{5,3}^{3,5}, \gamma_{4,4}^{3,5}) = \text{fa-do-la}$.

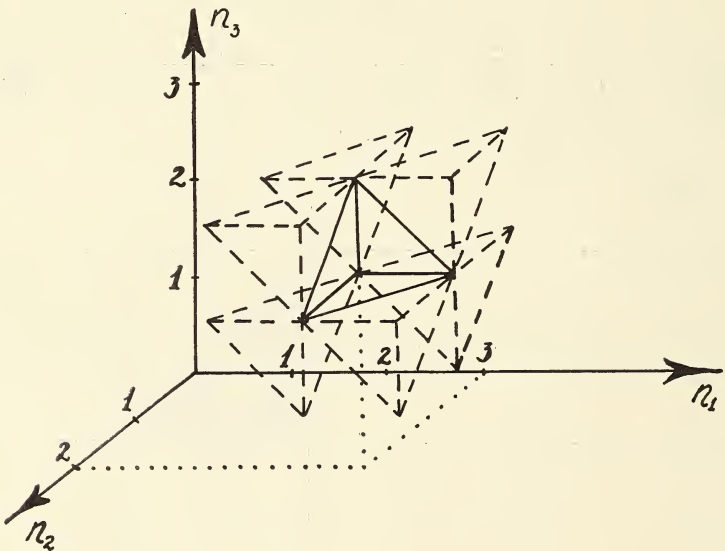


Fig. 13

El caso de la $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ de Domínguez Berrueta es también interesante. En la figura 13 hemos dibujado en línea llena, el tetraedro correspondiente al acorde mayor $[3, 2, 2]$, o sea:

$$[3, 2, 2] = (\gamma_{3,2,2}^{3,5,7}, \gamma_{4,2,2}^{3,5,7}, \gamma_{3,3,2}^{3,5,7}, \gamma_{3,2,3}^{3,5,7}) = \text{do-mi-sol-te}$$

En líneas de puntos se han dibujado los tetraedros de los acordes relativos, en total $(r = 3) \frac{3(3 + 1)}{2} = 6$, y que son:

- $\{4, 2, 2\} = (\gamma_{4,2,2}^3, \gamma_{3,2,2}^3, \gamma_{4,1,2}^3, \gamma_{4,2,1}^3) = \text{sol-do-mi}\flat\text{-?}$
- $\{3, 3, 2\} = (\gamma_{3,3,2}^3, \gamma_{2,3,2}^3, \gamma_{3,2,2}^3, \gamma_{3,3,1}^3) = \text{mi-la-do-sol}\flat$
- $\{3, 2, 3\} = (\gamma_{3,2,3}^3, \gamma_{2,2,3}^3, \gamma_{3,1,3}^3, \gamma_{3,2,2}^3) = \text{te re}\#\text{-fa}\#\text{-do}$
- $\{4, 3, 2\} = (\gamma_{4,3,2}^3, \gamma_{3,3,2}^3, \gamma_{4,2,2}^3, \gamma_{4,3,1}^3) = \text{si-mi-sol-re}\flat$
- $\{4, 2, 3\} = (\gamma_{4,2,3}^3, \gamma_{3,2,3}^3, \gamma_{4,1,3}^3, \gamma_{4,2,2}^3) = \text{?-te-do}\#\text{-sol}$
- $\{3, 3, 3\} = (\gamma_{3,3,3}^3, \gamma_{2,3,3}^3, \gamma_{3,2,3}^3, \gamma_{3,3,2}^3) = \text{?-?-te-mi}$

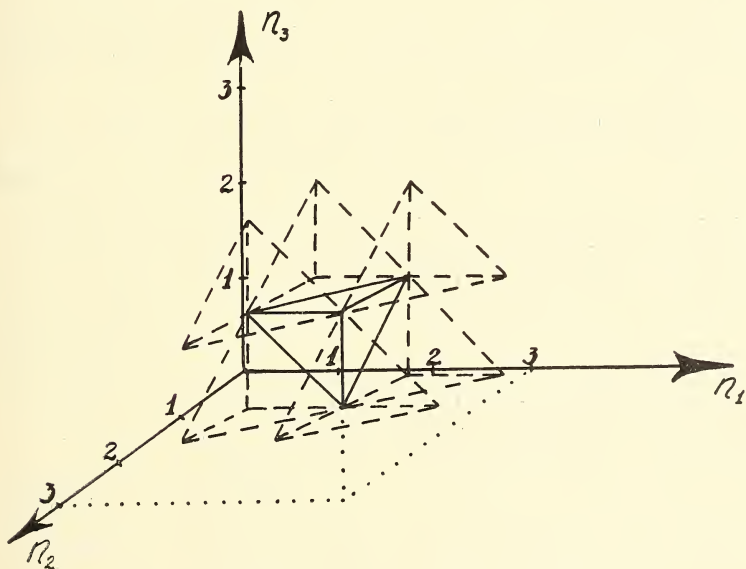


Fig. 13 bis

En la atemperación de Domínguez Berrueta no existen las notas $\gamma_{4,2,1}^3, \gamma_{4,2,3}^3, \gamma_{3,3,3}^3$ y $\gamma_{2,3,3}^3$; por esta razón las hemos designado con «?». Si se quisieran completar los acordes relativos, ha-

bría que tomarlos alterados, y lo más próximos posibles a los originales. Es decir que, teniendo en cuenta que

$$\begin{aligned} \gamma_{4,2,1}^{3,5,7} &= 0,79106 \omega ; & \gamma_{4,2,3}^{3,5,7} &= 0,40577 \omega ; & \gamma_{2,3,3}^{3,5,7} &= 0,55777 \omega \\ \gamma_{3,3,3}^{3,5,7} &= 0,14273 \omega , \end{aligned}$$

tendríamos que reemplazar

$$\begin{aligned} \{4, 2, 2\} &\text{ por } \{4, 2, \bar{2}\} = \text{sol-do-mi}\flat\text{-te} \\ \{4, 2, 3\} &\text{ » } \{\overline{4, 2, 3}\} = \text{fa-te-do}\#\text{-sol} \\ \{3, 3, 3\} &\text{ » } \{\underline{3, 3, 3}\} = \text{re}\flat\text{-sol}\flat\text{-te-mi} . \end{aligned}$$

Análogamente, en la figura 13 bis se ha dibujado el tetraedro correspondiente al acorde menor $\{3, 3, 2\} = (\gamma_{3,3,2}^{3,5,7}, \gamma_{2,3,2}^{3,5,7}, \gamma_{3,2,2}^{3,5,7}, \gamma_{3,3,1}^{3,5,7}) = \text{mi-la-do-sol}\flat$ en línea llena, y en líneas punteadas los correspondientes a los acordes relativos, que son los que se indican a continuación, con las sustituciones o alteraciones correspondientes:

$$\begin{aligned} [2, 3, 2] &= (\gamma_{2,3,2}^{3,5,7}, \gamma_{3,3,2}^{3,5,7}, \gamma_{2,4,2}^{3,5,7}, \gamma_{2,3,3}^{3,5,7}) = \text{la-mi-?-?-} ; \\ &[2, \bar{3}, 2] = \text{la-mi-do}\#\text{-sol}\flat \\ [3, 2, 2] &= (\gamma_{3,2,2}^{3,5,7}, \gamma_{4,2,2}^{3,5,7}, \gamma_{3,3,2}^{3,5,7}, \gamma_{3,2,3}^{3,5,7}) = \text{do-sol-mi-te} \\ [3, 3, 1] &= (\gamma_{3,3,1}^{3,5,7}, \gamma_{4,3,1}^{3,5,7}, \gamma_{3,4,1}^{3,5,7}, \gamma_{3,3,2}^{3,5,7}) = \text{sol}\flat\text{-re}\flat\text{-?-mi} ; \\ &[3, \bar{3}, 1] = \text{sol}\flat\text{-re}\flat\text{-si}\flat\text{-mi} \\ [2, 2, 2] &= (\gamma_{2,2,2}^{3,5,7}, \gamma_{3,2,2}^{3,5,7}, \gamma_{2,3,2}^{3,5,7}, \gamma_{2,2,3}^{3,5,7}) = \text{fa-do-la-re}\# \\ [2, 3, 1] &= (\gamma_{2,3,1}^{3,5,7}, \gamma_{3,3,1}^{3,5,7}, \gamma_{2,4,1}^{3,5,7}, \gamma_{2,3,2}^{3,5,7}) = \text{?-sol}\flat\text{-?-la} ; \\ &[\overline{2, \bar{3}, 1}] = \text{si-sol}\flat\text{-mi}\flat\text{-la} \\ [3, 2, 1] &= (\gamma_{3,2,1}^{3,5,7}, \gamma_{4,2,1}^{3,5,7}, \gamma_{3,3,1}^{3,5,7}, \gamma_{3,2,2}^{3,5,7}) = \text{?-?-sol}\flat\text{-do} ; \\ &[\underline{3, 2, 1}] = \text{re-te-sol}\flat\text{-do} . \end{aligned}$$

45. — Será útil en este punto confrontar nuestro concepto de *consonancia* de un acorde, o por mejor decir, la explicación teórica que damos de la consonancia, con otra que se ha propuesto, a nuestro juicio erróneamente.

Según nuestro concepto, es *consonante* un acorde fundado exclusivamente en las propiedades armónicas de una gama. Ya hemos explicado (§ 11) por qué una nota cualquiera, que suene simultáneamente con sus armónicos inmediatos, nos produce una impresión de un todo homogéneo, una verdadera consonancia, hasta en el sentido etimológico de la palabra. De ahí que, al admitir como armónicos primarios de una $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ los números primos p_1, \dots, p_r , debamos admitir como consonantes con una nota cualquiera, o sea como sonidos acústicamente más afines con ella, aquellas otras notas que representen, directa o indirectamente, sus armónicos p_1, \dots, p_r y solo ellas. Si esas notas representan directamente esos armónicos, es decir, si tomamos aquellas notas que, a partir de la nota dada, constituyen sus armónicos p_1, \dots, p_r , obtenemos precisamente el acorde perfecto mayor. Si en cambio la representación es indirecta, es decir, si tomamos aquellas notas de las cuales la nota dada es el armónico p_1, \dots, p_r , obtenemos el acorde perfecto menor. Así pues, según este concepto, los únicos acordes estrictamente consonantes son el perfecto mayor y el menor (aquél más directamente consonante que éste) o bien fracciones o partes de ellos.

Ahora bien: observando lo que ocurre en la gama pitagórica o tolemaica, se ha creído encontrar la explicación de la consonancia de los acordes ⁽¹⁾ basándose en el fenómeno de los *sonidos diferenciales* o *de Tartini*, descubiertos por el alemán Sorge, y estudiados por el insigne violinista cuyo nombre llevan, y que pasamos a explicar.

Cuando producimos simultáneamente dos sonidos de frecuencias v_1, v_2 , y dentro de ciertas condiciones, se puede escuchar también un tercer sonido cuya frecuencia es la *diferencia* $v_2 - v_1$ de las frecuencias de aquéllos, y que por esta razón se llama *sonido diferencial* o también *sonido de Tartini*. Por ejemplo, si las notas son un *la* normal, de frecuencia 435 y el *do* inmediato bajo, de frecuencia 261, el sonido de Tartini tiene la frecuencia $435 - 261 = 174 = 261 \times \frac{2}{3}$, y representa por tanto el *fa* de la octava inmediatamente inferior.

Este sonido diferencial es un *verdadero* sonido; no es una ilusión de nuestro oído, como puede comprobarse experimentalmente de varias maneras; en especial, es perfectamente capaz de interferir con otros sonidos, y también de dar nuevos sonidos diferencia-

(1) Véase, por ej. BLASERNA y HELMHOLTZ (I).

les con las notas primarias o con otros sonidos diferenciales. Se tienen así sonidos diferenciales de 1º, 2º, 3º, ..., orden.

La explicación teórica de estos sonidos no es nada sencilla (1), pero aquí lo único que nos interesa es la manera « aritmética » como se originan, y que se resume diciendo que dos sonidos se componen por diferencia, en cuanto a sus frecuencias, para dar un sonido diferencial de un orden una unidad mayor que el máximo de los órdenes de los componentes.

Cuando ejecutamos un acorde (de dos notas por lo menos) debemos, por consiguiente, tener en cuenta que el acorde no se compone sólo de esas notas, sino que ellas van acompañadas de todo un cortejo de frecuencias dadas por los sonidos de Tartini de los distintos órdenes.

Observemos ahora lo que ocurre con los acordes más usuales y conocidos. Tomemos como primer ejemplo el acorde pitagórico *do-sol*. Si el do tiene una frecuencia v , el sol inmediato tiene una frecuencia $\frac{3}{2}v$, o sea que ambas frecuencias están en la relación de 1 a $\frac{3}{2}$, o también (multiplicando por 2 ambos números) que ellas son proporcionales a los números 2 y 3. El sonido diferencial de 1º orden estará representado (con el mismo factor de proporcionalidad) por el número $3 - 2 = 1$, y los sonidos de Tartini de 2º orden por los números: $3 - 1 = 2$, $2 - 1 = 1$. Como 1 y 2 ya están entre los sonidos originales o los de 1º orden, se sigue que los sonidos de orden 3º, 4º, ..., serán los mismos. Luego, en este caso, el « cortejo » de frecuencias se compone de los números 1, 2 y 3 solamente. Entre ellos, las notas originales del acorde son las 2 y 3, y el nuevo sonido 1 *representa la octava baja de una de las notas del acorde* (el 2) o sea el do de la octava grave inmediata.

Tomemos otro ejemplo: el acorde tolemaico *do-mi-sol*. Si v es la frecuencia del do, el mi tiene la frecuencia $\frac{5}{4}v$, y el sol, como antes $\frac{3}{2}v$. Multiplicando estos números por el mínimo común múltiplo de los denominadores, que es 4, y suprimiendo el factor común v , resulta el do representado por 4, el mi por 5, el sol por 6.

(1) Ver Lord RAYLEIGH (XIII) vol. II.

Los sonidos de Tartini son:

$$\text{De 1}^{\text{er}} \text{ orden: } 6 - 4 = 2 ; 5 - 4 = 1 ; 6 - 5 = 1 ;$$

$$\text{De 2}^{\text{o}} \text{ orden: } 6 - 2 = 4 ; 5 - 2 = 3 ; 4 - 2 = 2 ; 6 - 1 = 5 ; \\ 5 - 1 = 4 ; 4 - 1 = 3 ; 2 - 1 = 1 ;$$

$$\text{De 3}^{\text{er}} \text{ orden: } 6 - 3 = 3 ; 5 - 3 = 2 ; 4 - 3 = 1 ; 3 - 2 = 1 ; \\ 3 - 1 = 2 .$$

Al calcular los sonidos de 1^{er} orden, obtenemos dos frecuencias nuevas: 1 y 2; combinando éstas con las notas originales o entre sí, obtenemos los sonidos de 2^o orden, de los cuales uno solo nuevo: el 3. Por tanto, para obtener los sonidos de 3^{er} orden nuevos, solo es necesario combinar este 3 con las notas originales y las de 1^o y 2^o orden; y se observa que no aparece ninguna frecuencia nueva. Es por eso que hemos detenido el proceso, pues evidentemente, entre los sonidos diferenciales de 4^o orden no vamos a obtener nada nuevo, y tanto menos con los de órdenes superiores.

El acorde do-mi-sol da así origen a las seis frecuencias: 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Las tres últimas son las notas originales del acorde; la frecuencia 3 es la octava baja de la 6, o sea el sol; la 2, la octava baja del do; y la 1, la octava baja del 2, es decir, la doble octava baja del 4. *Los sonidos del conjunto representan*, también en este caso, *los sonidos originales o sus octavas o dobles octavas bajas*.

Si analizamos desde el mismo punto de vista un acorde tal como el *do-mi-sol-si^b* (*Tol. cr.*) (considerado como *disonante*, por oposición a los anteriores, todos *consonantes* según la clasificación usual) tendremos que las frecuencias son ahora proporcionales a $1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{16}{9}$, o bien multiplicando por el mínimo común múltiplo de los denominadores, proporcionales a 36, 45, 54 y 64. Por tanto, los sonidos de Tartini de 1^{er} orden son:

$$45 - 36 = 54 - 45 = 9; 54 - 36 = 18; 64 - 36 = 28; 64 - 45 = 19; 64 - 54 = 10$$

y, sin necesidad de ir más lejos, observamos que aparecen aquí frecuencias tales como 10, 19 ó 28, *que no representan octavas de ninguno de los sonidos originales*. Naturalmente, lo mismo ocurrirá con los sonidos diferenciales de órdenes más elevados.

46. — De acuerdo con lo que ocurre en estos casos, se ha creído encontrar la explicación de la consonancia o disonancia de un acorde, en el estudio de los sonidos diferenciales. Se ha dicho: un acorde es consonante cuando sus sonidos diferenciales son solo las notas originales o sus octavas, y disonante en caso contrario.

Nuestra opinión es bien distinta: son consonantes aquellos acordes fundados en las propiedades armónicas (o acústicas) de la gama, es decir, solamente los acordes perfectos mayor y menor, y disonantes todos los demás. Bien entendido que estos acordes mayor y menor deben ser formados como ya ha sido explicado en los §§ 39 y 40, y en consecuencia, este concepto es más amplio que el usual.

Según esta opinión, son efectivamente consonantes los acordes do-sol (Pit.) y do-mi-sol (Tol.), y no lo es el acorde do-mi-sol-si \flat (Tol. cr.). Este último es un acorde imperfecto $[5, 3(\bar{7})]$, proveniente del acorde perfecto mayor $[3, 2, 2]$ de la $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$ de Domínguez Berrueta, o sea do-mi-sol-te. El si \flat (Tol. cr.) es lo que hemos llamado una *disonancia característica*, y proviene de la nota te (D. B.) = $0,80736 \omega$ (véase la tabla del § 33) que es aproximado, en la gama Tolemaica cromática, por el si \flat (Tol. cr.) = $0,84801 \omega$ (ver la tabla § 26).

El acorde do-mi-sol-te es consonante también en el otro sentido, pues las frecuencias de las notas originales son proporcionales a $1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}$, o sea 4, 5, 6, y 7, y se ve entonces que los sonidos diferenciales de los distintos órdenes no dan, aparte de las frecuencias originales, más que los números 1, 2 y 3, todos ellos octavas bajas de notas del acorde.

Por brevedad, permítasenos por un momento llamar *asonantes* a los acordes tales que sus sonidos diferenciales representen solamente notas de entre las originales del acorde, trasladadas en una o más octavas. Reservamos, en cambio, el nombre de *estrictamente consonantes* para los acordes que responden a nuestro concepto, tal como fué explicado en los §§ 39 y 40, y *consonantes* a los acordes que en el concepto usual, bastante vago, «suenan bien», según lo juzgaría un músico o persona cualquiera con disposición musical.

Hemos visto, pues, tres ejemplos de acordes menores que una octava, que son a la vez estrictamente consonantes y asonantes. Ellos son: el do-sol (Pit.) = do-sol (Tol.) = do-sol (D. B.); el do-mi-sol (Tol.) = do-mi-sol (D. B.); y el do-mi-sol-te (D. B.), o sea, los acordes mayores de las gamas de Pitágoras, Tolomeo y Domínguez

Berrueta, respectivamente. Entre otras cosas, demostraremos en lo que sigue que éstos son los únicos que tengan esa propiedad; es decir, que un acorde menor que una octava y que sea la vez estrictamente consonante y asonante debe ser necesariamente uno de los acordes mayores de las gamas de Pitágoras, Tolomeo o Domínguez Berrueta.

Esto ya nos da un primer argumento en contra de la explicación de la « consonancia » por medio de los sonidos de Tartini. En efecto, ningún músico dudará en clasificar como consonante, en el sentido corriente, un acorde menor tolemaico, por ejemplo el la-do-mi.

Las frecuencias son aquí proporcionales a $\frac{5}{6}$, 1 y $\frac{5}{4}$, o (multiplicando por 12) a 10, 12 y 15. Entre los sonidos de Tartini de 1^{er} orden aparece ya el 2, que no representa octava baja de ninguno de los sonidos originales.

Se nos objetará tal vez que, en virtud del principio de dualidad, si para los acordes mayores debemos considerar las diferencias de las frecuencias originales, para los menores correspondería considerar las sumas. Esta objeción tiene una triple falla: en primer lugar, el admitir el principio de dualidad ya nos coloca en el terreno de las ideas que vamos exponiendo, en el cual resulta inconsecuente buscar la explicación de la consonancia por otros medios que no sean los que ya hemos explicado; en segundo lugar, los sonidos de Tartini existen realmente, cualquiera sea el acorde o conjunto de notas que consideremos, y no está en nuestras manos el tomarlos o rechazarlos; y si se les atribuye todo el peso de la « explicación » de la consonancia en el caso de los acordes mayores, no vemos por qué se los ha de dejar de lado en este otro caso; y en tercer lugar, aún admitiendo el principio de dualidad y tomando los *sonidos aditivos* (que, como luego veremos, existen realmente) en lugar de los diferenciales, tampoco se explica nada. En el ejemplo del acorde la-do-mi, aparece el sonido (aditivo) de frecuencia $10 + 12 = 22$, octava superior del 11, que no está entre los originales del acorde.

Pero aún hay más: entre los mismos acordes mayores falla la explicación. En efecto, si en lugar de tomar el acorde directo mayor do-mi-sol trasladamos el do una octava hacia arriba, tendremos lo que se llama la primera *inversión*: mi-sol-do (llamado *acorde de sexta*) que *no* es asonante, pues las frecuencias son aquí: 5, 6 y 8; los sonidos diferenciales de primer orden son 3, 2 y 1; y este último, combinado con el sonido 8, nos da un sonido de Tartini de 2^o orden $8 - 1 = 7$, que no es octava grave de ninguno de los sonidos originales.

Para mostrar aún más claramente la divergencia de los tres conceptos de consonancia estricta, consonancia y asonancia, presentamos en el pequeño cuadro siguiente algunos ejemplos de acordes con las frecuencias (relativas) de sus notas, y su carácter en cada una de las clasificaciones. Se observará que hay acordes que tienen una propiedad y no las otras, lo que prueba esa divergencia:

Acorde	Frecuencias (relativas)	Estrictamente consonante	Consonante	Asonante
do-mi-sol	4, 5, 6	sí	sí	sí
mi-sol-do	5, 6, 8	sí	sí	no
do-mi-sol-te (D.B.)	4, 5, 6, 7	sí	no	sí
sol-te-do-mi »	6, 7, 8, 10	sí	no	no
mi-sol-te-do-re »	5, 6, 7, 8, 9	no	no	sí
do-mi-sol-sib	36, 45, 54, 64	no	no	no

Se observará que faltan aquí los casos de acordes que sean consonantes sin ser estrictamente consonantes. En efecto, los acordes consonantes en el sentido usual son solo los mayores y menores de la gama tolemaica (y por consiguiente, de la pitagórica y primitiva) y sus inversiones, que son también estrictamente consonantes; pero en cambio, hay acordes estrictamente consonantes que no se clasifican usualmente como consonantes. La clase de aquéllos es, pues, más amplia que la de éstos, y si hemos elegido el calificativo de « estricto » no ha sido para indicar que reduzcamos así las posibilidades (pues como vemos ocurre precisamente lo contrario) sino para significar que ese carácter se refiere « estrictamente » a nuestra teoría armónica.

47. — Para demostrar, en unión de otros puntos también interesantes, nuestra afirmación anterior de que solo hay tres tipos de acordes que sean a la vez estrictamente consonantes y asonantes, conviene que demos previamente algunas nociones y definiciones a efecto sobre todo de abreviar el lenguaje.

Dada una frecuencia cualquiera n , o hablando en términos aritméticos, un número entero y positivo, ese número puede descomponerse siempre, como se sabe, en un producto de factores primos, y la descomposición puede hacerse de una sola manera. Aisleemos en esa descomposición todos los factores 2 que aparezcan, y sean por ejemplo, p factores iguales a 2. Como 2 es el único número primo par, los restantes factores, y con ellos su producto, serán impares, y dicho producto tendrá la forma $2q + 1$, siendo q un número en-

tero y no negativo; pues todo número impar es la suma del número par más próximo ($2q$) más la unidad. Por tanto, n quedará expresado bajo la forma

$$n = 2^p (2q + 1). \quad [1]$$

Los números (enteros y no negativos) p , q , quedan determinados unívocamente cuando se conozca el número n ; y recíprocamente, dados p y q , la expresión anterior determina a n . Dar el número n equivale, pues, a dar el par de números enteros y no negativos p , q .

Por ejemplo: si $n = 120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 15 = 2^3(2 \times 7 + 1)$, se tiene: $p = 3$, $q = 7$. Si $n = 21 = 3 \times 7 = 2^0(2 \times 10 + 1)$, es $p = 0$, $q = 10$. Si $n = 1 = 2^0(2 \times 0 + 1)$, es $p = q = 0$. Recíprocamente, si $p = 5$, $q = 1$ se tiene $n = 2^5(2 \times 1 + 1) = 96$.

Al número p lo llamaremos el *exponente de n* , y a n , un *representante* del número impar $2q + 1$, y diremos que éste *está representado* por n .

Acústicamente, el significado de estos números es muy simple: la expresión [1] nos dice que la frecuencia $2q + 1$, elevada en p octavas (multiplicada por 2 sucesivamente p veces) da la frecuencia n . Esta proviene, pues, del armónico impar $2q + 1$, solamente que está colocada p octavas más alta.

Por otra parte, definiremos las *inversiones* de un acorde. Efectuar una inversión quiere decir simplemente, sustituir la nota más baja del acorde por su octava alta inmediata. Aritméticamente, un acorde está dado por un grupo de números n_1, n_2, \dots, n_k que son las frecuencias de las notas del acorde. Si n_1 por ejemplo, es la más baja de estas frecuencias, la inversión significa sustituir el número n_1 por su duplo, $2n_1$. Si las frecuencias están dispuestas por orden creciente: $n_1 < n_2 < \dots < n_k$, y no llegan a cubrir una octava, de modo que $n_k < 2n_1$, la inversión del acorde es

$$n_2 < n_3 < \dots < n_k < 2n_1.$$

A partir de aquí pueden efectuarse nuevas inversiones. Después de k de ellas, el grupo de números presenta el siguiente aspecto: $2n_1 < 2n_2 < \dots < 2n_k$; y bajando una octava todas las frecuencias recaemos en el acorde original. Es decir, que *un acorde de k notas admite $k - 1$ inversiones*.

Probemos ahora los siguientes teoremas:

TEOREMA I. — *Si μ es un entero no negativo, los números*

$$\mu + 1, \mu + 2, \mu + 3, \dots, \mu + (\mu + 1) = 2\mu + 1 \quad [2]$$

representan a todos los números impares, 1, 3, 5, ..., $2\mu + 1$ (naturalmente, en distinto orden, en general).

DEM.: Los números (2) son todos de la forma $\mu + h$, siendo $h = 1, 2, \dots, \mu + 1$. Dos cualesquiera de ellos, $\mu + h_1, \mu + h_2$, representan a impares distintos, porque de lo contrario se tendría:

$$\mu + h_1 = 2^{p_1} (2q + 1) \quad ; \quad \mu + h_2 = 2^{p_2} (2q + 1)$$

y si suponemos por ejemplo que h_1 es menor que h_2 , también resultará $p_1 < p_2$. En este caso se tiene, multiplicando la primera ecuación por 2^{p_2} , la segunda por 2^{p_1} y restando:

$$2^{p_2} (\mu + h_1) - 2^{p_1} (\mu + h_2) = 2^{p_1 + p_2} (2q + 1) - 2^{p_2 + p_1} (2q + 1) = 0,$$

de donde:

$$2^{p_2} (\mu + h_1) = 2^{p_1} (\mu + h_2) \quad , \quad \mu + h_2 = 2^{p_2 - p_1} (\mu + h_1).$$

Como $p_2 > p_1$, la diferencia $p_2 - p_1$ será por lo menos igual a 1, y el factor $2^{p_2 - p_1}$ será mayor, o a lo sumo igual, a 2. Es decir

$$\mu + h_2 \geq 2 (\mu + h_1),$$

y como $h_1 \geq 1$,

$$\mu + h_2 \geq 2 (\mu + 1) = 2\mu + 2,$$

de donde, simplificando:

$$h_2 \geq \mu + 2,$$

que es absurdo, pues h_2 puede a lo sumo valer $\mu + 1$.

Los números representados por los números (2) son, pues, todos distintos; son $\mu + 1$ números impares, y todos evidentemente menores que $2\mu + 1$, salvo uno que es igual. Como los impares que cumplen estas condiciones son los $\mu + 1$ números 1, 3, 5, ..., $2\mu + 1$, resulta probado el teorema.

TEOREMA II. — *Todo acorde menor que una octava, y en el que estén representados todos los números impares 1, 3, 5, ..., 2μ + 1 (cada uno una sola vez) puede reducirse, mediante inversiones y traslaciones de una o más octavas, a la forma*

$$\mu + 1 < \mu + 2 < \dots < 2\mu + 1. \quad [2']$$

Este teorema no es sino el recíproco del anterior.

DEM.: Ante todo, el acorde consta por hipótesis, solo de μ + 1 notas de la forma

$$2^{p_0} \cdot 1, \quad 2^{p_1} \cdot 3, \quad 2^{p_2} \cdot 5, \quad \dots, \quad 2^{p_\mu} (2\mu + 1).$$

Si tomamos como octava de referencia la octava comprendida entre la frecuencia 1 y la 2, y puesto que nos es permitido elevar o bajar cualquier número de octavas, bajando p₀ octavas tendremos las frecuencias

$$1, \quad 2^{p_1 - p_0} \cdot 3, \quad 2^{p_2 - p_0} \cdot 5, \quad \dots, \quad 2^{p_\mu - p_0} (2\mu + 1).$$

Como las frecuencias deben ser todas < 2 y ≥ 1, tendremos:

$$1 \leq 2^{p_1 - p_0} \cdot 3 < 2$$

$$1 \leq 2^{p_2 - p_0} \cdot 5 < 2$$

.....

y en general

$$1 \leq 2^{p_k - p_0} (2k + 1) < 2 \quad \text{para } k = 0, 1, 2, \dots, \mu,$$

de modo que, poniendo p_k - p₀ = - α_k, se tiene:

$$\frac{1}{2k + 1} \leq 2^{-\alpha_k} < \frac{2}{2k + 1}$$

y

$$\frac{2k + 1}{2} < 2^{\alpha_k} \leq 2k + 1.$$

Evidentemente, existe (para cada k) un solo α_k que cumpla estas condiciones, pues tomando los logaritmos de base 2 de los tres miembros, se tiene:

$$\log_2 (2k + 1) - 1 < \alpha_k \leq \log_2 (2k + 1),$$

y siendo α_k entero, resulta:

$$\alpha_k = E [\log_2 (2k + 1)]. \quad [3]$$

Como el mayor de los α_k es evidentemente α_μ multiplicando todos los números de nuestro grupo,

$$1, 2^{-\alpha_1} \cdot 3, 2^{-\alpha_2} \cdot 5, \dots, 2^{-\alpha_k} (2k + 1), \dots, \\ 2^{-\alpha_{\mu-1}} (2\mu - 1), 2^{-\alpha_\mu} (2\mu + 1),$$

por 2^{α_μ} todos ellos se hacen enteros, y se tiene:

$$2^{\alpha_\mu} \cdot 1, 2^{\alpha_\mu - \alpha_1} \cdot 3, 2^{\alpha_\mu - \alpha_2} \cdot 5, \dots, 2^{\alpha_\mu - \alpha_k} (2k + 1), \dots, \\ 2^{\alpha_\mu - \alpha_{\mu-1}} (2\mu - 1), 2\mu + 1 \quad [4]$$

Supongamos, como primer caso, que μ se pueda escribir en la forma $\mu = 2^h$. Entonces, $2\mu + 1 = 2^{h+1} + 1$, y por la [3], $\alpha_\mu = h + 1$, mientras que $\alpha_{\mu-1} = E[\log_2(2^{h+1} - 1)] = h$. Y para el valor $k = 2^h - 1$, es $2k + 1 = 2^h + 1$ y $\alpha_k = h$. De las notas [4], la primera es, pues, 2^{h+1} ; la $2^h - 1$ -ésima es $2^{h+1-h} (2^h + 1) = 2^{h+1} + 2$, y la última, $2^{h+1} + 1$. Es decir, si las disponemos en orden creciente, se tiene:

$$\dots < 2^{h+1} < 2^{h+1} + 1 < 2^{h+1} + 2 < \dots \quad [4']$$

Probemos ahora que todas las notas restantes son de la forma $2^{h+1} + 2v$, siendo $v = 1, 2, \dots, 2^h - 1$. Por tanto, resultará que 2^{h+1} es la menor de todas las [4'].

Para ello, probemos que toda frecuencia de la forma $2^{h+1} + 2v$ está en el grupo [4], siendo $v = 1, 2, \dots, 2^h - 1$; pues probado ésto, estas $2^h - 1$ notas, junto con $2\mu = 2^{h+1}$ y $2\mu + 1 = 2^{h+1} + 1$ que figuran en [4'] nos darán todas las $2^h - 1 + 2 = 2^{h+1} = \mu + 1$ notas del acorde.

Sea $\alpha \geq 0$ el exponente de v , y éste un representante de $2p + 1$, es decir, sea

$$v = 2^\alpha (2p + 1)$$

Como el máximo valor de v , o sea $2^h - 1$, es inferior a 2^h , resulta ciertamente $\alpha < h$. Además,

$$2p + 1 = 2^{-\alpha} v \leq 2^{-\alpha} (2^h - 1),$$

y por tanto

$$2p \leq 2^{-\alpha} (2^h - 1) - 1 < 2^{-\alpha} (2^h - 1),$$

y

$$p < 2^{-\alpha-1} (2^h - 1).$$

Por tanto, si tomamos el índice

$$k = 2^{h-a-1} + p$$

resulta, por una parte

$$k < 2^{h-a-1} + 2^{-a-1} (2^h - 1) = 2 \cdot 2^{h-a-1} - 2^{-a-1} = 2^{h-a} - 2^{-a-1} < \mu,$$

lo que prueba que k es uno de los índices $1, 2, \dots, \mu - 1$; y además,

$$2k + 1 = 2^{h-a} + 2p + 1,$$

y por ser

$$0 < 2p + 1 < 2^{h-a}, \\ 2^{h-a} < 2k + 1 < 2 \cdot 2^{h-a} = 2^{h-a+1},$$

luego $\alpha_k = h - a$. Por consiguiente, el número

$$2^{\alpha_\mu - \alpha_k} (2k + 1) = 2^{h+1-(h-a)} (2^{h-a} + 2p + 1) = 2^{h+1} + 2^{\alpha+1} (2p + 1) = 2^{h+1} + 2^\nu$$

está en nuestra serie. Esta consta, pues, como ya dijimos, de los siguientes números (ordenados por orden creciente):

$$2^{h+1} < 2^{h+1} + 1 < 2^{h+1} + 2 < 2^{h+1} + 4 < \dots < 2^{h+1} + 2^\nu < \dots < 2^{h+1} + 2(2^h - 1) = 2^{h+2} - 2, \quad [5]$$

de donde, practicando dos inversiones:

$$2^{h+1} + 2 < 2^{h+1} + 4 < \dots < 2^{h+1} + 2^\nu < \dots < 2^{h+2} - 2 < 2^{h+2} < 2^{h+2} + 2,$$

y bajando una octava y reemplazando 2^h por μ :

$$\mu + 1 < \mu + 2 < \dots < \mu + \nu < \dots < 2\mu - 1 < 2\mu < 2\mu + 1, \quad [6]$$

y el teorema queda demostrado en este caso.

Si ahora fuera $\mu = 2^h + 1$, se tiene $\alpha_\mu = h + 1 = \alpha_{\mu-1}$, $\alpha_{\mu-2} = h$, y la nueva nota $2\mu + 1 = 2^{h+1} + 3$ aparece intercalada en [5] entre la 3^a y la 4^a . Practicando entonces cuatro inversiones y bajando una octava, recaemos en la [6]. En general, si $\mu = 2^h + \delta$, siendo

$\delta < 2^h - 1$, el valor de α_μ sigue siendo el mismo, $h + 1$, y la nota $2\mu + 1 = 2^{h+1} + 2\delta + 1$ viene a intercalarse en [5] entre las dos inmediatas, $2^{h+1} + 2\delta$ y $2^{h+1} + 2\delta + 2$. Con $2(\delta + 1)$ inversiones y un descenso de octava, la [5] nos da siempre la [6]. Al llegar al valor $\delta = 2^h - 1$, ó $\mu = 2^{h+1} - 1$, la nota $2\mu + 1$ se coloca al final del grupo [5], y la [5] da directamente la [6]. Si $\mu = 2^{h+1} = 2^{h'}$, valen los mismos razonamientos con el valor $h' = h + 1$ en lugar de h . El teorema está, pues, demostrado en todos los casos.

48. — Los dos teoremas anteriores son previos, y sin relación por el momento con los acordes asonantes. Ellos nos dicen que los acordes menores que una octava, en que estén representados los armónicos impares $1, 3, 5, \dots, 2\mu + 1$ son todos del tipo $\mu + 1 < \mu + 2 < \dots < 2\mu + 1$ y solamente éstos. Relacionaremos ahora, en los teoremas que van seguir, el acorde-tipo $\mu + 1 < \mu + 2 < \dots < 2\mu + 1$ con los acordes asonantes.

TEOREMA III. — *El acorde-tipo [6] es asonante.*

DEM.: Como las notas consecutivas de [6] difieren en una unidad, el 1 será uno de los sonidos de Tartini de 1^{er} orden de este acorde; tomando en cambio las notas de dos en dos se obtiene el sonido diferencial 2, de tres en tres el sonido 3, y así sucesivamente. La frecuencia más alta entre los sonidos diferenciales de primer orden es evidentemente $2\mu + 1 - (\mu + 1) = \mu$. Los sonidos diferenciales junto con las notas originales dan, pues, toda la serie numérica $1, 2, \dots, \mu, \mu + 1, \dots, 2\mu + 1$. Es entonces evidente que los sonidos diferenciales de 2^o orden, o de órdenes superiores, no dan frecuencias nuevas.

Los sonidos diferenciales $1, 2, \dots, \mu$ representan armónimos impares que no pueden superar evidentemente a $2\mu + 1$; y como ya entre los sonidos originales $\mu + 1, \mu + 2, \dots, 2\mu + 1$ están representados todos esos armónicos (Teorema I), concluimos, como afirma el teorema, que el acorde-tipo es asonante.

TEOREMA IV. — *Todo acorde asonante menor que una octava puede reducirse (mediante inversiones y traslaciones de octavas) al tipo [6].*

DEM.: Procederemos a esta demostración por el método de inducción completa, tan conocido de los matemáticos. Ante todo, es inmediato que el único acorde menor que una octava en que estén repre-

sentados los armónicos 1 y 3 solamente, y cada uno una vez, es el acorde $2 < 3$ (el otro posible, $3 < 4$, se reduce a éste mediante inversión y descenso de una octava), y éste es evidentemente asonante y del tipo [6] ($\mu = 1$). El teorema está así demostrado para el caso especial $\mu = 1$.

Admitamos ahora, por un instante, que hayamos demostrado el teorema para todos los valores $\mu = 1, 2, \dots, \delta$, es decir, que para cada uno de esos valores de μ , el único acorde asonante menor que una octava en que esté representados los armónicos 1, 3, $\dots, 2\mu + 1$, sea el acorde [6]. Bajo esta suposición, consideremos ahora un acorde menor que una octava, asonante, y en el que estén representados los armónicos hasta el $2(\delta + 1) + 1$, es decir, algunos de los números 1, 3, 5, $\dots, 2\delta + 1, 2(\delta + 1) + 1 = 2\delta + 3$, pudiendo no estar todos, pero debiendo figurar el último. Evidentemente, siempre podremos disponer las notas de ese acorde en orden creciente, de modo que $2\delta + 3$ sea la última (ello solo requiere subir o bajar cierto número de octavas), es decir:

$$v_1 < v_2 < \dots < v_m < 2\delta + 3. \quad [7]$$

Si consideramos el acorde parcial formado por las notas v_1, v_2, \dots, v_m , éste es menor que una octava. Sus sonidos diferenciales, por estar contenidos entre los del acorde total, no presentan sino armónicos impares no superiores a $2\delta + 3$. Probemos ahora que estos armónicos no pueden alcanzar el valor $2\delta + 3$.

Para ello, llamemos $2q_k + 1$ al armónico que representa v_k , y sea p_k el exponente de v_k , para $k = 1, 2, \dots, m$. Es decir, sea

$$v_k = 2^{p_k} (2q_k + 1) \quad (k = 1, 2, \dots, m).$$

Entonces se tiene (puesto que el armónico $2\delta + 3$ no está representado entre los v_k):

$$2q_k + 1 \leq 2\delta + 1, \quad \text{ó} \quad q_k \leq \delta. \quad [8]$$

Consideremos ahora, siendo $k' > k$, el sonido diferencial $v_{k'} - v_k$, llamando p a su exponente y $2q + 1$ al armónico que él representa:

$$v_{k'} - v_k = 2^p (2q + 1) = 2^{p_{k'}} (2q_{k'} + 1) - 2^{p_k} (2q_k + 1). \quad [9]$$

En esta expresión se presentan tres casos para los valores de $p_k, p_{k'}$, según que el primero de éstos sea igual, mayor o menor que el segundo.

En el primer caso, $p_k = p_{k'}$, se tiene:

$$v_{k'} - v_k = 2^{p_k} [(2q_{k'} + 1)] - (2q_k + 1) = 2^{p_k + 1} (q_{k'} - q_k).$$

Entonces la diferencia $q_{k'} - q_k$, por la [8], es ciertamente no superior a δ , y el factor impar contenido en ella, o sea $2q + 1$, resulta a fortiori $\leq \delta$, y por tanto, ciertamente $< 2\delta + 1$.

Si $p_k > p_{k'}$, en la [9] se puede sacar como factor común a $p_{k'}$, obteniéndose así:

$$2^p (2q + 1) = 2^{p_{k'}} [2q_{k'} + 1 - 2^{p_k - p_{k'}} (2q_k + 1)];$$

la cantidad encerrada entre corchetes, por ser evidentemente impar, coincide con $2q + 1$, y por otra parte es $< 2q_{k'} + 1$; luego, se tiene:

$$2q + 1 < 2q_{k'} + 1 \leq 2\delta + 1.$$

En el tercer caso, $p_k < p_{k'}$, se puede escribir [9] bajo la forma

$$2^p (2q + 1) = 2^{p_k} [2^{p_{k'} - p_k} (2q_{k'} + 1) - (2q_k + 1)],$$

en donde nuevamente, la cantidad entre corchetes es $2q + 1$. Ahora bien: como el acorde total [7] es menor que una octava, ciertamente es $v_{k'} < 2v_k$, o sea:

$$2^{p_{k'}} (2q_{k'} + 1) < 2^{p_k + 1} (2q_k + 1)$$

y

$$2^{p_{k'} - p_k} (2q_{k'} + 1) < 2 (2q_k + 1).$$

Por consiguiente, se tiene:

$$2q + 1 = 2^{p_{k'} - p_k} (2q_{k'} + 1) - (2q_k + 1) < 2 (2q_k + 1) - (2q_k + 1) = 2q_k + 1$$

y, como antes, $2q + 1 < 2\delta + 1$.

En todos los casos resulta, pues, que los sonidos diferenciales del acorde parcial $v_1 < v_2 < \dots < v_m$ representan armónicos $< 2\delta + 1$. En otros términos, este acorde parcial, donde solo intervienen armónicos de la serie $1, 3, \dots, 2\delta + 1$, es asonante. Luego, en virtud de lo que hemos admitido, este acorde puede reducirse a la forma $\delta + 1 < \delta + 2 < \dots < 2\delta + 1$. Invirtiendo una vez y agregando la nota excluida $2\delta + 3$, se tiene el acorde total en la forma

$$\delta + 2 < \delta + 3 < \dots < 2\delta + 1 < 2\delta + 2 < 2\delta + 3,$$

que no es sino el acorde-tipo [6], en donde μ tiene el valor $\delta + 1$.

Vemos, pues, que, admitido el teorema para los valores $\mu \leq \delta$, resulta también cierto para $\mu = \delta + 1$. Como ya sabemos que el teorema es cierto para $\mu \leq 1$, resulta cierto también para $\mu = 2$; siendo cierto para $\mu \leq 2$, resulta cierto para $\mu = 3$; y así sucesivamente, quedando demostrado en general.

49. — De estos resultados se obtiene inmediatamente el

TEOREMA V. — *Los acordes asonantes menores que una octava son todos aquellos en que están representados todos los armónicos impares (y cada uno una sola vez) desde 1 hasta un impar cualquiera $2\mu + 1$ ($\mu = 0, 1, 2, \dots$), y solamente ellos. Tales acordes pueden reducirse siempre al acorde-tipo*

$$\mu + 1 < \mu + 2 < \dots < 2\mu + 1 \quad [6]$$

y recíprocamente.

DEM.: Un acorde asonante menor que una octava se reduce al tipo [6] (Teorema IV), y éste contiene representantes de todos los armónicos impares 1, 3, 5, ..., $2\mu + 1$, cada uno una sola vez (Teor. I). Recíprocamente, todo acorde que contenga dichos representantes se reduce a la forma [6] (Teor. II) y éste es asonante (Teor. III).

Resulta así que los únicos acordes asonantes menores que una octava son:

- | | |
|--|---|
| para $\mu = 0$: 1, | (acorde «impropio» de una sola nota); |
| » $\mu = 1$: 2 < 3, | do-sol, acorde mayor pitagórico, estrictamente consonante; |
| » $\mu = 2$: 3 < 4 < 5, | sol-do-mi, inversión del acorde mayor Tol., estrictamente consonante; |
| » $\mu = 3$: 4 < 5 < 6 < 7, | do-mi-sol-te, acorde mayor de D. B., estrictamente consonante; |
| » $\mu = 4$: 5 < 6 < 7 < 8 < 9, | mi-sol-te-do-re, no estrictamente consonante; |
| » $\mu = 5$: 6 < 7 < 8 < 9 < 10 < 11, | sol-te-do-re-fa# (?), no estrictamente consonante; |
| » $\mu = 6$: 7 < 8 < 9 < 10 < 11 < 12 < 13, | te-do-re-mi-fa# (?)-sol-la \flat (?), no estrictamente consonante; |
| | etc. |

(las notas $fa\#$ (?) y la_b (?) indican notas que no tienen equivalente exacto en nuestros actuales sistemas, pues la primera pertenece a una Γ^{11} y la segunda a una Γ^{13}).

Como se ve, los únicos acordes estrictamente consonantes y a la vez asonantes son los que ya mencionamos en el § 46, pues la serie de los números primos impares 1, 3, 5, 7, 11, 13, . . . coincide con la de los números impares solo hasta el 7, pero a partir de aquí ya aparece el 9, que es impar pero no primo.

CAPITULO VI

ARMONIA Y MELODIA

50. — Estudiemos un poco más de cerca el conjunto de sonidos que acompañan a un acorde, y que parcialmente mencionamos en el § 45. Distinguiremos en el acorde, por una parte los sonidos originales, que podemos también llamar *sonidos diferenciales de orden 0*; por otra parte, los sonidos diferenciales de orden 1, 2, 3, . . . ; y además, los armónicos sucesivos de las notas del acorde.

El conjunto de frecuencias que se ponen en acción al ejecutar un acorde, da así por lo pronto esos tres conjuntos parciales. Ahora bien: si tomamos una frecuencia cualquiera del conjunto total, sea v , un múltiplo cualquiera de esa frecuencia está también en el conjunto total. En efecto: si esa frecuencia es uno de los sonidos originales, ya sabemos que también los armónicos de ella están en el conjunto; y estos armónicos no son sino los múltiplos sucesivos de v . Si v es un sonido diferencial de 1^{er} orden, igual a la diferencia $v' - v''$ de dos sonidos originales, como también están en el conjunto los múltiplos kv' , kv'' (donde $k = 1, 2, 3, \dots$), estos múltiplos dan a su vez el sonido diferencial $kv' - kv'' = k(v' - v'') = kv$. Si v es un sonido diferencial de 2^o orden, igual a $v' - v''$ siendo v' , v'' sonidos de orden 0 ó 1, como acabamos de probar que también kv' y kv'' están en el conjunto, nuevamente deducimos la misma consecuencia para kv ; y en general, se prueba lo mismo para sonidos diferenciales de cualquier orden (inducción completa). Finalmente, si v es un armónico de uno de los sonidos originales, entonces es igual a un cierto múltiplo hv' de una de las frecuencias originales v' ; pero entonces también está en el conjunto del múltiplo $khv' = kv$.

Análogamente se prueba que si tomamos dos frecuencias v_1, v_2 del conjunto ($v_1 > v_2$), la diferencia $v_1 - v_2$ también está en él. O,

más brevemente: como v_1, v_2 son sonidos realmente existentes en el conjunto, dan un sonido diferencial que es $v_1 - v_2$.

El conjunto total de frecuencias puestas en juego al ejecutar un acorde es, pues, un conjunto de números enteros (y positivos) que tiene las siguientes propiedades: la diferencia de dos de ellos está en el conjunto, y un múltiplo cualquiera de uno de ellos está también en el conjunto. Todo conjunto de números que goce de estas propiedades se llama en álgebra un *ideal* en el campo de números enteros. Por consiguiente: *al ejecutar un acorde, se pone en juego un conjunto de frecuencias que constituyen un ideal en el campo de los números enteros.*

Ahora bien: un razonamiento bien conocido ⁽¹⁾ nos permite afirmar que *un ideal en el campo de los números enteros está constituido por los múltiplos de un cierto número β , y solamente por ellos.* Estos múltiplos, siendo β una frecuencia, no representan sino los armónicos sucesivos de β .

Por consiguiente: *al ejecutar un acorde, se dejan oír, no sólo las notas originales de ese acorde, sino todos los armónicos de una cierta nota β , y solamente ellos* (los sonidos originales figuran, naturalmente, entre dichos armónicos).

La nota β , definida así unívocamente para cada acorde, no es sino lo que en casos particulares ya Rameau llamaba el *bajo fundamental* del acorde, solo que presentado y definido en una forma más general y completa ⁽²⁾.

Notemos que si el acorde se reduce a una sola nota, el conjunto de frecuencias puestas en juego consta precisamente de los armóni-

(1) Este razonamiento es el siguiente: sea $a > 0$ el mínimo entero positivo que está en el ideal I ; y sea b otro elemento cualquiera de I . Efectuando la división de b por a obtendremos un cociente q y un resto r , de modo que se podrá escribir

$$\frac{b}{a} = q + \frac{r}{a} \quad , \quad \text{ó} \quad b = aq + r ,$$

y siendo r el resto, deberá ser no negativo y menor que el divisor: $0 \leq r < a$. Ahora bien: por estar a y b en I , también aq y $b - aq$ están en I . Pero $b - aq = r$, luego r está en I . En el ideal está entonces el número no negativo r , menor que a ; y como a era el mínimo entero positivo del ideal, se deduce que necesariamente es $r = 0$, lo que prueba que $b = aq$ es múltiplo de a .

Todo número del ideal es, pues, múltiplo de a ; y recíprocamente, por la definición misma de I , todo múltiplo de a forma parte de él. El ideal I consta, pues, de todos los múltiplos de a (inclusive 0) y sólo de ellos.

(2) Este concepto se aproxima en realidad más, por su definición aritmética, al *sonido genitor* de M. GANDILLOT. Véase (VI).

cos de esa nota, de modo que nuestras consideraciones se pueden aplicar también a este caso: *la única diferencia es que el bajo fundamental β coincide con la nota misma*, en lugar de ser un verdadero « bajo ».

51. — ¿Cómo se halla el bajo fundamental β conociendo las frecuencias v_1, v_2, \dots, v_m que constituyen las notas del acorde? Desde luego, por su misma definición, β debe ser un divisor común de v_1, v_2, \dots, v_m , y por tanto, divisor del máximo común divisor δ de estos números: es decir, existe un entero k tal que

$$\delta = k \beta.$$

Ahora bien: el ideal es el conjunto *mínimo* que contiene a los números dados v_1, \dots, v_m . Como los múltiplos de δ constituyen un ideal que contiene a v_1, \dots, v_m , es necesario que todo múltiplo de δ lo sea también de β y viceversa. Pero de aquí resulta $k = 1$ y $\delta = \beta$, pues de lo contrario, por ejemplo el número $(k + 1)\beta = \frac{k + 1}{k} \delta$ sería múltiplo de β sin serlo de δ . Por tanto: *el bajo fundamental β es el máximo común divisor de las frecuencias de las notas del acorde, v_1, v_2, \dots, v_m .*

Si el acorde se traslada en un intervalo cualquiera, es claro que su bajo fundamental se traslada en el mismo intervalo; por ejemplo, si elevamos una octava todas las frecuencias v_1, \dots, v_m , o sea si las duplicamos, también quedará duplicado β . Podrá pensarse talvez que si en lugar de tomar el intervalo de octava tomamos uno fraccionario, por ejemplo una quinta, o sea $\frac{3}{2}$, algunas de las frecuencias se hacen fraccionarias y ello podría traer dificultades; pero es evidente que tales dificultades son ilusorias, y que podemos siempre evitarlas; en el caso propuesto como ejemplo, podemos, si se quiere, adoptar como unidad de tiempo para la medida de las frecuencias el doble segundo, en cuyo caso las frecuencias originales se hacen $2 v_1, 2 v_2, \dots, 2 v_m$, y al efectuar la traslación del intervalo $\frac{3}{2}$ se transforman en $3 v_1, 3 v_2, \dots, 3 v_m$. El bajo fundamental 2β se transforma en 3β o, volviendo a la unidad primitiva (el segundo), en $\frac{3}{2} \beta$, y hemos eliminado la dificultad.

Podemos aprovechar esta circunstancia para suprimir todo factor común a las frecuencias originales (lo que equivale a bajarlas en un

mismo intervalo), en cuyo caso los números v_1, \dots, v_m se hacen primos entre sí, y β se reduce a la unidad. *En el caso de frecuencias v_1, \dots, v_m primas entre sí, resulta $\beta = 1$ y el ideal consta de todos los números enteros.*

En lo que sigue, al referirnos a las frecuencias v_1, \dots, v_m de las notas de un acorde, entenderemos que ellas sean *primas entre sí*, habiéndose suprimido sus factores comunes, en cuyo caso el bajo fundamental es la frecuencia 1. Si las frecuencias no fueran primas entre sí, de modo que tuvieran un factor común, ese factor es precisamente la frecuencia del bajo fundamental β . Resulta de aquí que siempre es posible expresar las frecuencias originales de un acorde bajo la forma $\beta v_1, \beta v_2, \dots, \beta v_m$, siendo β la frecuencia de su bajo fundamental y v_1, \dots, v_m números primos entre sí.

Por ejemplo: calculemos el bajo fundamental del acorde fa-la-do tolemaico. Si adoptamos el la normal de frecuencia 435, entonces el fa tiene la frecuencia 348 y el do la frecuencia 522. Como

$$\begin{aligned} 348 &= 87 \times 4 = \beta v_1 \\ 435 &= 87 \times 5 = \beta v_2 \\ 522 &= 87 \times 6 = \beta v_3, \end{aligned}$$

resulta $\beta = 87$, y $v_1 = 4$, $v_2 = 5$, $v_3 = 6$. Como $\beta \cdot 2^2 = fa$, resulta que el bajo fundamental β es la doble octava baja del fa del acorde.

El mismo resultado se obtiene, naturalmente, si se toman las frecuencias relativas en lugar de las absolutas. Sabemos ya que en el acorde mayor tolemaico (sea éste el fa-la-do, el do-mi-sol, o cualquier otro) las tres frecuencias están en relación de los números 4, 5 y 6. Entonces (por ser estos números primos entre sí) el bajo fundamental es 1, doble octava baja de la nota 4, o sea, en el caso propuesto, el fa. Los resultados coinciden.

En el caso del acorde mayor pitagórico, de frecuencias 2 y 3, el bajo fundamental es la octava baja de la nota 2, fundamental o tónica. En la gama de Domínguez Berrueta, el acorde mayor es do-mi-sol-te o 4, 5, 6, 7, y el bajo fundamental se halla nuevamente dos octavas abajo del do.

En general, un acorde mayor de la Γ^{p_1, \dots, p_r} consta de notas de frecuencias proporcionales a: $\frac{p_1}{2^{\alpha_1}}, \frac{p_2}{2^{\alpha_2}}, \dots, \frac{p_r}{2^{\alpha_r}}$, siendo las $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ enteros determinados en tal forma que sea siempre

$$1 < \frac{p_k}{2^{\alpha_k}} < 2$$

o sea

$$\frac{p_k}{2} < 2^{\alpha_k} < p_k,$$

de donde:

$$\log_2 p_k - 1 < \alpha_k < \log_2 p_k$$

y, recordando la definición de las magnitudes π_k (ver fórmulas [3], § 14) y de la parte entera de un número (fórmulas [2], § 14), resulta finalmente:

$$\alpha_k = E(\pi_k) = E(\log_2 p_k).$$

Como las α_k crecen al crecer k (pues $p_1 < p_2 < \dots < p_r$), multiplicando las frecuencias del acorde por $2^{E(\pi_r)}$, que es la mayor potencia de 2 que aparece en los denominadores, todas las fracciones se hacen enteras:

$$2^{E(\pi_r)}, 2^{E(\pi_r) - E(\pi_1)} \cdot p_1, 2^{E(\pi_r) - E(\pi_2)} \cdot p_2, \dots, \\ 2^{E(\pi_r) - E(\pi_{r-1})} \cdot p_{r-1}, p_r.$$

Y como ninguno de estos números, salvo el último, contiene el factor primo p_r , es evidente que son primos entre sí. El bajo fundamental es $1 = 2^{E(\pi_r)} \cdot 2^{-E(\pi_r)}$, es decir, está $E(\pi_r)$ octavas más abajo que la primera nota o *tónica* del acorde. Por consiguiente:

El bajo fundamental de un acorde mayor de una $\Gamma_{p_1 \dots p_r}$ está $E(\pi_r)$ octavas debajo de la nota fundamental o tónica del acorde mismo; y no depende, por consiguiente, sino del armónico más alto, p_r , que da origen a la gama, pero no de los demás.

Por ejemplo, en todas las $\Gamma \dots \cdot 7$ cuyo armónico más alto sea el 7 (estén o no los armónicos 3, 5 entre los generadores de la gama), el bajo fundamental de los acordes mayores está $E(\log_2 7)$ octavas debajo de la tónica. Como $2^2 < 7 < 2^3$, se tiene $E(\log_2 7) = 2$, conforme ya lo vimos en la gama de Domínguez Berrueta. En una $\Gamma \dots \cdot 11$ como $E(\log_2 11) = 3$, el bajo fundamental estaría tres octavas abajo de la tónica.

Análogamente podemos operar con los acordes menores: un acorde menor (véase § 40) se compone de las notas: $1, \frac{2^{\lambda_1}}{p_1}, \frac{2^{\lambda_2}}{p_2}, \dots, \frac{2^{\lambda_r}}{p_r}$, donde los exponentes $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ deben determinarse en forma semejante a las α_k del acorde mayor, es decir, de tal modo que

$$\frac{1}{2} < \frac{2^{\lambda_k}}{p_k} < 1$$

(esto teniendo en cuenta que la nota fundamental 1 es *la más alta* del acorde); o sea:

$$\frac{1}{2} p_k < 2^{\lambda_k} < p_k$$

$$\log_2 p_k - 1 < \lambda_k < \log_2 p_k .$$

Por consiguiente, se tiene nuevamente:

$$\lambda_k = E (\pi_k) .$$

Multiplicando las frecuencias por el producto $p_1 \dots p_r$, que es el mínimo común múltiplo de los denominadores, tendremos las frecuencias

$$p_1 p_2 \dots p_r , 2^{E(\pi_1)} p_2 \dots p_r , 2^{E(\pi_2)} p_1 p_3 \dots p_r , \\ \dots , 2^{E(\pi_r)} p_1 p_2 \dots p_{r-1} ,$$

evidentemente primas entre sí. El bajo fundamental es ahora 1, y por tanto se obtiene dividiendo la frecuencia de la nota fundamental (la primera de las escritas) por $p_1 p_2 \dots p_r$.

El bajo fundamental de un acorde menor de una $\Gamma^{p_1 \dots p_r}$ se obtiene dividiendo la frecuencia de la nota fundamental por el producto $p_1 p_2 \dots p_r$; y depende, por lo tanto, de todos los armónicos generadores de la gama.

Por ejemplo: en la Γ^3 de Pitágoras, el acorde menor do-fa (donde do, nota fundamental es la más alta) tiene las frecuencias relativas $1, \frac{2}{3}$, ó $3, 2$. El bajo fundamental se encuentra dividiendo por 3 la frecuencia del do, lo que da el fa de la octava inmediatamente inferior al fa del acorde. En la $\Gamma^{3,5}$ de Tolomeo, las frecuencias son 15, 12, 10 y el bajo fundamental se halla dividiendo por $15 = 3 \times 5$ la frecuencia de la nota fundamental, lo que da por ejemplo para el acorde mi-do-la, un fa situado en la cuarta octava baja a partir del mi. En efecto, si tomamos, como es costumbre, el do como frecuencia 1, el mi tiene la frecuencia $\frac{5}{4}$; la frecuencia del bajo fundamental β es la 15-ava parte de esta última, o sea

$$\beta = \frac{5}{4} \times \frac{1}{15} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2^4} ,$$

es, decir el fa $\left(\frac{4}{3}\right)$ bajado cuatro octavas.

Es digno de notarse que con respecto a la teoría del bajo fundamental, *no se verifica el principio de dualidad*. Ello tiene su explicación en el hecho de que los sonidos diferenciales provienen todos, como múltiplo, de un sonido de frecuencia mínima, que es precisamente el bajo fundamental. En cambio los sonidos aditivos (que habría que considerar, en el caso de las acordes menores, como duales de los de Tartini) no admiten un máximo, del cual todos ellos sean submúltiplos. Ficticiamente podríamos hallar el mínimo común múltiplo de las frecuencias $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_m$ de un acorde, y construir con ayuda de este « tiple fundamental » una teoría análoga a la del bajo fundamental, restableciendo así la ley de dualidad. Pero ello no tendría sentido acústicamente, pues hay siempre armónicos que sobrepasan en altura a ese « tiple fundamental », el cual pierde, por lo mismo, toda su importancia.

(Continuará)

LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS EN NUESTRA LEGISLACIÓN CIVIL

POR EL

INGENIERO CARLOS WAUTERS

RESUME

INTRODUCTION. — Conservons la structure juridique du code en vigueur. — Les réformes proposées ne semblent pas justifiées. — L'interprétation technique, imposée par les conditions physiques du milieu, doit suffire et prévaloir.

1. — *Unité de notre législation des eaux.* — Elle ne fait que traduire celle qui correspond à l'inévitable processus de leur circulation naturelle. — Ses différentes étapes ne peuvent produire un changement de régime légal. — Notre codificateur a su profiter du champ absolument vierge qui s'offrait à lui. — Même régime légal pour les eaux de surface et souterraines.
2. — *Sérieuses réserves sur la domanialité des eaux privées.* — Protection de l'écoulement sur les fonds inférieurs. — Superficielles ou souterraines, elles n'entrent dans le domaine privé qu'avec de sévères restrictions. — L'expropriation pour cause d'utilité publique sauve tout privilège embarrassant. — D'insignifiantes corrections suffisent pour conserver toute sa valeur au code.
3. — *Critiques infondées à l'écoulement privilégié des eaux de surface.* — L'appropriation privée ne peut se produire en aucun cas, ni sur les eaux surabondantes, ni par possession trentenaire, ni par achat, ni par prescription. — S'il existe une richesse gaspillée, le cas échéant, l'expropriation en donne l'exploitation à une communauté d'usagers. — Nos dispositions légales doivent être respectées sans aucune réserve.
4. — *L'Avant-projet de réforme maintient les notions de domanialité des eaux.* — Écartons toute terminologie vulgaire. — Quelques simples rectifications suffisent pour conserver la notion d'unité et d'harmonie du domaine. — Les eaux privées sont amenées à disparaître.
5. — *Découverte de cas anormaux dans les eaux de domaine privé.* — L'Avant-projet prétend introduire dans notre milieu la notion d'un « cours d'eau stable ». — Le caractère privé du domaine de l'eau est indépendant de son volume. — Influence de la législation des pays humides d'Europe. — Ses principes essentiels ne s'adaptent pas au nôtre. — Le code en vigueur offre une solution bien simple aux difficultés entrevues.
6. — *L'Avant-projet n'accorde aucune protection à l'écoulement quand il existe intervention de la main de l'homme.* — Il ne l'admet pas même avec indemnité. — Il impose une servitude d'écoulement. — C'est une ré-

forme de graves conséquences pour la région aride du pays. — Même en améliorant la précision recherchée par la réforme, les principes du code actuel peuvent être maintenus avec grand avantage.

7. — *La servitude d'écoulement s'impose dans tous les cas.* — L'Avant-projet supprime tout ce qui a trait à l'obligation de recevoir les eaux des fonds supérieurs et de s'en servir. — Par une déplorable définition générale il prétend assurer le droit de passage des eaux. — Raisons techniques et économiques qui s'y opposent. — Oubli absolu des exigences de notre région aride.
8. — *La Commission de Réformes et les eaux souterraines.* — Elle en reconnaît l'importance mais propose de les renvoyer à une loi spéciale. — Manque de précision, même en matière de domaine. — C'est une solution qui contredit son désir de moderniser la législation. — Absence évidente de l'indispensable conseiller technique en la matière.
9. — *Les difficultés qui la détiennent.* — Les principales énoncées sont les mêmes que pour les eaux de surface. — Les solutions, dans les deux cas, sont d'ordre technique et non légal. — La prévision du code apparaît une fois de plus. — Il n'est pas admissible que les eaux de surface soient régies par le code civil et les souterraines par une loi spéciale.
10. — *Un nouveau code incomplet occasionnerait de graves inconvénients.* — Principes inflexibles dans la législation, règles flexibles dans les ordonnances. — Fonction légale de la première, fonction technique des dernières. — Chez nous et en pratique, nous procédons à l'inverse. — Une loi spéciale ayant les caractéristiques des dernières serait néfaste. — L'expérience nous signale un procédé tout autre.
11. — *Enseignement à recueillir d'autres nations devancières.* — Conséquences du manque d'unité de législation aux États Unis de l'Amérique du Nord. — Droit riverain et appropriation privée. — Evolution des deux doctrines. — Tendances de la jurisprudence fédérale. — Son influence sur le régime légal des eaux souterraines. — Les attributions du droit de police sur la jouissance rationnelle des eaux.
12. — *Notions essentielles pour une législation unifiée.* — La diversité de conditions géographiques et physiques de notre immense territoire nous impose une extrême prudence dans la législation des eaux. — N'altérons pas celle consacrée par le code avec grande prévoyance. — Eloignons toute tentative d'y introduire des dispositions réglementaires. — C'est du ressort des ordonnances locales. — Évitions l'exploitation par surprise des « mystères » que l'on prétend découvrir dans les marais.
13. — *Les eaux souterraines dans la législation proposée.* — Six articles suffisent pour les incorporer avec toute précision. — Sans les augmenter la concision recherchée se trouve assurée. — Dépuration de la terminologie. — La discrète méthodologie assure le reste.

CONCLUSIONS.

SUMARIO

INTRODUCCIÓN. — En esta especial materia, mantengamos la estructura jurídica del código en vigor. — Injustificadas tentativas reformistas. — Debe predominar su interpretación técnica impuesta por la realidad del ambiente físico.

1. — *Unidad de nuestra legislación civil de aguas.* — Traduce a de su inevitable proceso de circulación natural. — Imposible cambio de régimen legal en sus distintas etapas. — Campo virgen en que supo imponerla el codificador. — Perfecta armonía de régimen de las superficiales y subterráneas.

2. — *Severas reservas opuestas con respecto al dominio privado de las aguas.* — Protege el derrame de todas en terrenos inferiores. — No entran al dominio privado, sean superficiales o subterráneas, sino con extremas restricciones. — La expropiación por causa de utilidad pública allana cualquier privilegio perjudicial. — Para conservar la pureza de nuestro régimen legal bastan insignificantes retoques.
3. — *Críticas infundadas al privilegiado derrame de las superficiales.* — Ni sobre sobrantes puede existir apropiación privada. — Ni por posesión trentenaria, ni por compra, ni por prescripción. — Si hay riqueza malograda, el procedimiento de la expropiación las entrega a una comunidad de usuarios. — El precepto en vigor debe respetarse sin reserva alguna.
4. — *El Anteproyecto mantiene los preceptos sobre dominio.* — Apartemos la terminología del vulgo. — Con pocas rectificaciones de forma se conservan la unidad y armonía sobre dominio. — Las aguas privadas son llamadas a desaparecer con el tiempo. — No legalicemos artificios amorales interesados.
5. — *Descubrimiento teórico de casos anormales cuando son privadas.* — El Anteproyecto introduce en nuestro medio el concepto exótico de « cursos estables de agua ». — El carácter privado del agua es extraño al monto de su caudal. — Perniciosa influencia de la legislación europea en países húmedos. — Inconsistencia de sus argumentos en nuestro ambiente físico. — Existe solución sencilla dentro del código en vigor.
6. — *El Anteproyecto no protege el derrame de las aguas en que interviene trabajo del hombre.* — Ni con pago de indemnización admite su derrame. — Impone la constitución de una servidumbre forzosa de acueducto. — Es enmienda de graves consecuencias para la región árida del país. — Sin alterar las previsoras disposiciones del código, la concisión del articulado puede asegurarse con evidentes ventajas.
7. — *La servidumbre de acueducto se impone para todos los casos.* — Supuestos inútiles del Anteproyecto suprimen todo el articulado sobre desagüe de predios ajenos y de sacar agua. — Con una pésima regla de carácter general pretende asegurar el paso de las aguas. — Contraría imperativos técnicos y económicos. — Olvido completo de las necesidades de la región árida.
8. — *La Comisión Reformadora frente a las aguas subterráneas.* — Reconoce su importancia pero propone relegarlas a una ley especial. — Ni siquiera en materia de dominio se define con precisión suficiente. — Con su resolución contradice sus intenciones de modernizar el código en vigor. — Revela no haber buscado el asesoramiento técnico indispensable en esta materia.
9. — *Las pretendidas dificultades que la detienen en su estudio.* — Las seis principales enumeradas son idénticas para las aguas superficiales. — Se resuelven, en ambos casos, con técnica y no con leyes. — La previsión del código en vigor se exterioriza una vez más. — No cabe admitir que las superficiales se contemplen en el código y las subterráneas se aparten en ley especial.
10. — *Perjuicios que traería un nuevo código incompleto en la materia.* — Preceptos *inflexibles* en la legislación y reglas *flexibles* en las ordenanzas. — Función *legal* de aquéllas y *técnica* de éstas. — En la práctica se procede a la inversa entre nosotros. — Una ley especial como la que reclama la Comisión Reformadora resultaría deplorable. — La experiencia nos señala un procedimiento muy distinto.
11. — *Enseñanzas que nos ofrecen las naciones precursoras.* — Consecuencias de la falta de unidad de legislación en los E. U. de N. América. — Derecho ribereño y apropiación privada. — Evolución de ambas doctrinas. — Tendencias de la jurisprudencia federal. — Su influencia en el régimen legal de las subterráneas. — El uso racional juiciosamente fiscalizado.

12. — *Preceptos esenciales para una legislación unificada.* — La diversidad del ambiente físico nos impone extrema prudencia en la legislación civil de aguas. — No malogremos la consagrada por nuestro codificador. — Descartemos todo propósito de reglamentación. — Corresponde a las reglas flexibles de las ordenanzas locales. — Los misterios de las ciénagas procuran explotarse por sorpresa.
13. — *Las aguas subterráneas en el articulado propuesto.* — En seis artículos quedan incorporadas con toda precisión. — Breves notas justificativas lo aclaran. — Se respeta la concisión que procuran los reformadores, sin aumento de artículos. — Depuremos la terminología. — Recomendemos acierto de metodología.

CONCLUSIONES.

INTRODUCCIÓN

Al estudiar ⁽¹⁾, en fecha reciente, « El problema del agua en la región árida de la Argentina » y tratar del aprovechamiento de las aguas subterráneas, nos hemos ocupado exclusivamente de su aspecto físico, del lamentable abandono en que las mantenemos, del contraste que su reducida utilización presenta comparada con la amplitud de la alcanzada en otras naciones, y de las posibilidades que estas aguas perdidas ofrecen para crear importantes riquezas, al mismo tiempo que para provocar favorables modificaciones climáticas locales, con evidentes beneficios generales, económicos y sociales de toda índole.

Nos hemos abstenido expresamente de contemplar el aspecto legal de estos aprovechamientos. Entendíamos que nuestra legislación, dentro de su laconismo y por ahora, ofrece todo lo que el país reclama de ella, siempre que su interpretación práctica, reglamentaria y administrativa, sea correcta e imparcial, inspirada en ese concepto de moral que toda buena ley procura concretar para regular, con justicia y equidad, los intereses en juego entre particulares y los de éstos frente al estado que tutela los de la comunidad. Interpretación que ha de ser hecha, desde luego, bajo la influencia preponderante de la técnica que la realidad orienta y define con mayor precisión que el sentido gramatical de los textos legales, casi invariablemente mal interpretados por los reglamentos y ordenanzas regionales, redactados y sancionados, las más de las veces, por los mismos interesados en resolver o consolidar sus propias situaciones personales, con absoluto olvido de los intereses generales.

Circunstancias nuevas despiertan nuestro deseo de aportar algunas reflexiones respecto a este aspecto complementario del tema que

(1) Memoria inédita. 1936.

habíamos considerado incidental, dentro del más amplio allí analizado para mostrar el despilfarro que hacemos de las aguas, en general, y de las subterráneas, muy en particular, debido a una desorientación que, desde sus horas iniciales, preside el proceso planteado, casi treinta años atrás, para establecer un mayor equilibrio económico entre el interior árido y el litoral húmedo, y que se pretende alcanzar a fuerza de millones invertidos en obras mal concebidas, peor construídas y luego sometidas a una explotación deplorable.

En efecto, los eminentes juristas designados en 1926 para realizar la revisión, ilustrada y serena, de nuestra gran ley civil, se han expedido; y el P. E. ha entregado el proyecto de reformas que han formulado a la consideración del H. Congreso. Este ha designado ya una comisión interparlamentaria para estudiarlo. Varias son las colaboraciones que se le aportan, muchas las enmiendas que ya se proponen y muy serias las responsabilidades que le incumben.

En este especial capítulo de las aguas, las reformas no vienen promovidas por intereses lesionados que sean legítimos, por conflictos previamente discutidos con amplitud, por aspiraciones regionales exteriorizadas en alguna de las formas habituales de publicidad que llegan, con frecuencia, al extremo de apelar a la existencia de fuerzas vivas que desaparecen cuando deben contribuir a cualquier pago, ni por sentencias judiciales que hayan revelado complicadas controversias de interpretación. Nada de esto existe en región alguna del país.

Sin embargo, la IV Conferencia Nacional de Abogados, reunida en Tucumán a mediados del año pasado, en deliberaciones que, entre excursiones y banquetes, sólo ha tardado seis días en pronunciarse sobre múltiples cuestiones de legislación general, incluye un extenso programa tendiente a introducir, a raíz de discusiones que se han calificado de acaloradas, numerosas reformas en la legislación de aguas en vigor y, entre ellas, unas pocas sobre aguas subterráneas.

Este movimiento de opinión, más parece el resultado de especulaciones entre estudiosos que se desenvuelven en un mundo fuera de nuestra realidad nacional, que buscan inspiraciones en legislaciones apropiadas a otras naciones, o que proceden bajo la impresión de erróneas preocupaciones locales, por olvido de que el aprovechamiento de las aguas es función esencialmente técnica, y que a ésta corresponde primar en la interpretación práctica de los textos legales. En algunos casos representa el sentir de asesores oficiales que, en las provincias o en el gobierno nacional, son los responsables di-

rectos del caos que, en esta materia de aguas, se ha denunciado repetidas veces en ambas Cámaras del H. Congreso y que el mismo P. E. ha tenido que admitir en una interpelación reciente.

Abrigamos la esperanza de poder demostrar que, en esta especial materia, nuestra legislación civil es un modelo que las provincias debían respetar y cumplir, no sólo por ser excelente sino por disponerlo la Constitución nacional. Y en cuanto a las subterráneas se refiere, en su interpretación cabe la solución de todos los conflictos posibles en cualquier región del país, dentro de la unidad del régimen legal establecido y que constituye una de sus mejores características. Perseguida por el codificador con una visión muy clara de los intereses generales del país, lo fué en una época propicia en que dominaba un justificado propósito de organización nacional, de espíritu muy por encima de los localismos impuestos por el caudillismo y la anarquía en franca decadencia desde aquella hora histórica, y cuyos últimos resabios se exteriorizan en aquellas intenciones reformadoras.

Al entrar en este estudio sigamos el acertado consejo de Michelet cuando recomienda « que l'Amérique ne regarde pas trop vers l'Europe mais vers elle-même ». En materia de aguas es advertencia doblemente oportuna, pues en campo virgen como el que se ofrecía al codificador y sin derechos adquiridos de ninguna clase sobre ellas, sin apartarse de unos pocos postulados básicos y de sentar algunos preceptos esenciales, pudo asegurar la elasticidad de una reglamentación apropiada a la diversidad de los ambientes físicos regionales del país, susceptibles de sucesivas enmiendas, inspiradas en el bienestar general, pero siempre respetuosas de aquella admirable legislación directiva superior para poder prescindir de los intereses particulares.

I. — UNIDAD DE NUESTRA LEGISLACIÓN CIVIL DE AGUAS

Traduce fielmente una realidad de orden físico. Las aguas, en todo momento de su proceso de circulación natural entre la Tierra y su atmósfera, bajo la influencia de idénticas fuerzas exteriores, se presentan siempre en el mismo estado. Este responde a su vez, exclusivamente, a factores particulares y a fenómenos generales que afectan a aquellos dos ambientes. Pluviales o de deshielo, superficiales o subterráneas, marítimas o fluviales, durmientes o corrientes, continuas o discontinuas, freáticas o surgentes, semisurgentes o ar-

tesianas, potables o mineralizadas, frías o termales, etc., son siempre aguas de idéntico origen que han sufrido influencias de distinto carácter durante aquel inevitable proceso natural.

Su clasificación no interesa al codificador que ha dejado amplia libertad de reglamentar su uso y goce por las personas particulares, « dentro de las disposiciones del código y de las ordenanzas generales y locales », sin que éstas puedan alterarlo o contrariarlo. Es evidente que las cláusulas reglamentarias serán distintas para las diferentes clases de aguas; pero los preceptos legales esenciales serán siempre los mismos, pues se aplican a una misma materia prima que sólo ha podido sufrir la modificación de sus cualidades originarias durante aquel proceso de circulación.

Esa misma unidad es indispensable por otra razón práctica, también de orden físico. Para no citar sino un ejemplo de los que pueden repetirse para cada una de las clasificaciones enumeradas que, por otra parte, no son todas las posibles, ¿dónde estaría la separación precisa entre las aguas superficiales y las subterráneas? Si para el técnico son de esta última categoría cuando circulan bajo tierra, para el codificador el cambio de nombre operado en camino no puede alterar su naturaleza jurídica. A las ordenanzas, en todo caso, incumbe la tarea de interpretar los hechos para amoldarlas a las necesidades: es tarea esencialmente técnica.

Basta haber tenido la oportunidad de recorrer cualquier quebrada en que se inicia la formación de una corriente de aguas superficiales para observar que, desde el lento estilecicio producido en el más modesto goteadero hasta la más abundante fuente, siempre se denuncia el derrame de aguas subterráneas: no es posible admitir que en el preciso momento de brotar a la luz se vean sujetas a cambiar de régimen legal. El problema se reproduciría para la misma corriente en las sucesivas *cortadas* de muchos de nuestros ríos de la región árida, con escurrido alternativamente superficial o subterráneo, y con otros tantos y frecuentes cambios de régimen legal.

Por otra parte, concluído el deshielo o agotado el descenso superficial de las aguas pluviales, la única alimentación de ríos y arroyos, durante la mayor parte del año, proviene de aguas subterráneas. En las distintas estaciones ¿cambiaría el régimen legal de las aguas? ¿Se verificaría en fechas astronómicas fijas o en climáticas variables? No es posible concebir falta de unidad en la legislación general, aun cuando las ordenanzas y los reglamentos que respetan sus disposiciones contengan normas y métodos de explo-

tación variables, al infinito, como lo son los ambientes físicos que ofrecen las distintas regiones de nuestro extenso y privilegiado territorio.

¿A partir de qué temperatura serían termales y sometidas a una legislación especial? ¿Qué grado de salinidad las haría mineralizadas y sujetas a diferentes normas legales? ¿Cuándo pasarían de la legislación civil a la de minas, como pretenden algunos? Estos y muchos otros interrogantes despertarían problemas prácticos de imposible solución legal provocados por la misma ley que, por propia definición, debe tender a suprimirlos. La sencillez y la claridad, últimos términos de la experiencia, son atributos de toda verdadera ciencia: el código debe ofrecer ambas cualidades si aspira a traducir una estructura, a la vez, jurídica y científica.

Dijimos que nuestro codificador pudo imponer esta unidad de legislación en hora muy oportuna. Se apartó resueltamente de Goyena quien, en el art. 489 de su proyecto de Código civil, pretendía establecer reservas a favor de « quienes tuvieran derechos adquiridos por título o por prescripción, en el momento de regir la nueva ley »; igualmente « en favor de la apropiación privada del agua de una fuente por el dueño del terreno » (art. 488). Vélez Sársfield, en cambio, no reconoció derecho adquirido de ninguna clase en el país, ni al uso ni al goce de las aguas, ni mucho menos sobre su propiedad.

Aun cuando la Suprema Corte de Justicia de la Nación lo ha confirmado ⁽²⁾ desde 1886, Lobos muchos años después, escribía ⁽³⁾ que « las legislaturas provinciales no han cumplido con la obligación constitucional de proceder con el mismo criterio ». De aquí los repetidos esfuerzos que intentan las provincias para afianzar acomodos locales y que, en cuanta oportunidad se les brinda, renueven sus tentativas para patrocinar enmiendas en la legislación civil y hasta para substraer de la misma todo cuanto se refiere a ellas.

El codificador no admitió otra excepción en favor de una apropiación privada de las aguas que la expresamente establecida en el art. 2350 de su código, tomado de la Ley 19, Tít. 15 de la Partida 3ª y que reza así: « Las vertientes ⁽⁴⁾ que nacen y mueren dentro de una misma heredad pertenecen en propiedad, uso y goce al dueño

(2) Juicio P. Ovalle c/ provincia de Mendoza. Tomo 30, pág. 447, 1886.

(3) *An. de la Fac. de Derecho y C. Sociales*. Tomo II, pág. 27, 1902.

(4) Término que no tiene el sentido que se pretendió darle para substituir el de « aguas », pues son éstas las que vierten.

de la heredad ». Obsérvese que se trata de aguas subterráneas ⁽⁵⁾ que pasan en apropiación privada mientras son superficiales, pues desde el momento que « mueren » vuelven a ser subterráneas y se reintegran al dominio público, del que han salido únicamente si el derrame superficial se ha verificado dentro de los límites de la misma heredad. El concepto de propiedad sobre esas aguas comprende implícitas las facultades de su « uso y goce », palabras que han podido suprimirse del texto si no hubiera querido recalcar que al uso y goce previstos con todas las de dominio público, se agregaba, en este caso especial, aquel más amplio atributo de propiedad, no obstante las restricciones impuestas y que haremos resaltar enseguida.

El art. 2637 confirma el propósito animador del código cuando se refiere a « las aguas que broten en los terrenos privados », tan subterráneas como aquéllas; y aclara que « el simple hecho de correr por los terrenos inferiores, no da a los dueños de éstos derecho alguno », precepto acentuado una vez más, aun para el caso en que existan intereses generales afectados. Pues, en efecto, establece que entonces « están sujetas a expropiación por utilidad pública », cuando « fuesen el principal alimento de un río, o fuesen necesarias a algún pueblo », afirmación que pudo suprimirse, ya que si existe una causa de utilidad pública que justifica la medida, el recurso de la expropiación es siempre aplicable.

El código enumera las facultades inherentes a este derecho de propiedad con toda amplitud. Puede ejercerlas aun cuando afecten al vecino « con tal que no ataque su derecho de propiedad » (art. 2514). Como por virtud del art. 2518: « La propiedad del suelo se extiende a toda su profundidad, y al espacio aéreo sobre el suelo en líneas perpendiculares », esto es más científicamente « entre líneas verticales », se deduce que todas las aguas, superficiales o subterráneas, caen en el dominio privado, « si *nacen* y *mueren* dentro de una misma heredad », tres extremos que han de cumplirse para satisfacer el precepto legal.

Anotemos, de paso, que al ilustrar este art. 2514 el codificador recuerda la ley romana que autorizaba a « abrir un pozo en mi casa, aunque por eso se corten las aguas que filtran al fundo vecino y le traiga el perjuicio de secar los pozos o las fuentes de la propiedad contigua », liberalidad que se restringía en la ley de Partida para el

(5) Según propios términos del mismo art. 2350.

caso de intención aviesa del último alumbrador, pero que nuestro codificador no ha reproducido en su propio articulado ni directa ni indirectamente en ninguno de sus aspectos. Por otra parte, un pozo por casa define una reducida provisión para uso doméstico y nada más. No es el mismo caso de la heredad en que las aguas nacen, corren y mueren dentro de los límites de la misma, en extensión siempre mayor que el patio de aquélla.

Es fácil establecer cuándo las aguas superficiales nacen y mueren; y si lo hacen o no dentro de la misma heredad. Para las subterráneas, si al sancionarse el código no era posible hacer otro tanto, hoy los progresos de la técnica nos permiten una determinación idéntica, por ahora, más costosa quizá, pero precisa, pues la coloración por la fluoresceína, ftaleína derivada del xanteno, nos permite revelaciones de notable exactitud. Podemos, para unas y otras aguas, determinar si nacen y mueren dentro de la misma heredad y llegar a identificar con igual seguridad las de carácter privado. Es decir, separar, por un lado las aguas de origen lejano que sería injusto hacer caer en el dominio privado, y por otro las que tienen un proceso de circulación tan limitada como el reconocido a las superficiales privadas.

Podemos afirmar que, en materia de dominio, la unidad de legislación resulta muy clara. Cuando el código se refiere a las aguas subterráneas, o las comprende en sus disposiciones, se descubre una perfecta armonía en los preceptos legales a que responden éstas y las superficiales. Veremos que bajo otros aspectos la misma correlación subsiste.

♦

II. — SEVERAS RESERVAS OPUESTAS CON RESPECTO AL DOMINIO PRIVADO DE LAS AGUAS

Hemos dicho que este derecho de propiedad no se ejerce sin múltiples restricciones legales. Cuando su dueño deja correr las aguas que brotan de fuente y vierten en su predio, aguas subterráneas, conforme al art. 2638 no puede emplearlas en « un uso que las haga perjudiciales a las propiedades inferiores »; correlativa es la disposición del art. 2632 cuando se trata de aguas de pozo, pues en tal caso, conforme al art. 2633, debe asegurar su derrame « sobre terrenos que le pertenezcan o sobre la vía pública ». El art. 2650 establece, por otra parte, que « cuando salieren al exterior » por trabajo del hombre, esos mismos terrenos inferiores están obligados a

recibir las aguas subterráneas, taxativamente enumeradas y provenientes de « fuentes, pozos artesianos, etc. », pero sólo en caso que no resulte posible « por su abundancia contenerlas en el terreno superior », y entonces previo el pago de « una justa indemnización de los perjuicios que puedan causarles ». Esta cláusula completa la del art. 2648 que define una situación distinta de la que establece el art. 2647 para « las aguas que *naturalmente* descienden de los terrenos superiores ».

Los art. 3104 a 3107, enfin, se refieren a restricciones que reglamentan el uso del agua de « fuente, aljibe o pozo » de importancia reducida, superficiales y subterráneas. Es el tradicional derecho de « chafa », humanitario y casi religioso que los musulmanes llevaron a España, de donde pasó a toda la América hispana y que nuestro codificador, ante la escasez de población del interior, las grandes distancias a recorrer, las pocas aguadas, abrevaderos y pozos distribuidos en nuestras extensas travesías áridas, aceptó sin las restricciones de la ley española de 1866 que le inspiraba en esta materia.

La primer y única distinción que acepta entre las aguas, más propiamente que a ellas, se refiere al alcance de la restricción del dominio en los terrenos inferiores sujetos a recibirlas. En efecto: son diferentes las situaciones si descienden por causas *naturales* o por causas *artificiales*, sin que, en este último caso, la altere el hecho de que el trabajo del hombre sea *superficial*, como en la excavación de un canal o sólo sea para avivar una fuente y aumentar el caudal de su derrame, o sea *subterráneo*, como en la perforación de un pozo, con o sin galerías auxiliares, cuyo carácter tampoco le interesa mayormente. Obligatorias estas prescripciones en ambos supuestos, es *gratuita* en el primero, *indemnizada* en el segundo: no puede haber mayor equidad, justicia y precisión al contemplarlas.

En cuanto a las aguas, todas son bienes públicos de la Nación o de las provincias, con la única salvedad a que se refiere el art. 2350 a favor de la apropiación privada de las superficiales y el art. 2518 para las subterráneas, aun cuando los términos sean más claros para el sistema hidrológico *visible* que para el hidrogeológico *invisible*, hoy algo mejor conocido el primero que el segundo. En ambos las aguas son subterráneas, por *sobre* el nivel en que vierten en el primero o por *debajo* en el segundo. En ambos casos esta apropiación es restringida en razón de los términos contenidos en el texto del articulado del código.

Así, por ejemplo, si dentro de su heredad el dueño utiliza el agua, forzosamente desviada, cualquiera que sea el aprovechamiento a que la destine, ejerce su derecho sin que pueda impedirlo el propietario inferior, en ninguna época, aun cuando éste la haya usado, ya que lo haría sin derecho alguno y por ello sin dar margen a indemnización (6). Si dentro de su heredad no puede usar las aguas de su fuente por dificultades topográficas, compra una inferior a la que alcanzan pero deja otro fundo intercalado, no puede utilizarlas como propias, desde que no se cumple el precepto legal de verificarse todo el proceso dentro de « una misma heredad » (7). Si por cualquier causa la heredad con agua propia se fracciona entre varios, las aguas no pueden distribuirse sin perder su carácter de privadas, salvo que estas transferencias no hayan afectado las tierras beneficiadas por aquella apropiación. Si las vende a un vecino que las aparta de su vaguada natural crea una situación que las hace perder su dominio privado, ya que mueren fuera del predio en que nacen y pasan al público por esta sola circunstancia.

Muchos otros casos podrían presentarse para demostrar cuán restrictiva es esta apropiación privada que no ha estado en la mente del codificador favorecer más allá de lo más estrictamente indispensable. Por otra parte, es evidente que el crecimiento de la población y la subdivisión de la propiedad que es su forzosa consecuencia, harán perder importancia a estas reservas de la legislación general de aguas, así como para hacer desaparecer los inevitables conflictos de vecindad que puedan provocar. De igual forma contemplaremos las aguas subterráneas, protegidas cuando son privadas, pero del dominio público cuando afectan derechos de terceros, esto es, o por nacer fuera de los límites de la propiedad, o por morir en las mismas condiciones, o por realizarse los dos extremos a la vez.

La única y verdadera solución plausible para evitar aquellas dificultades, dentro de las ordenanzas y reglamentos locales, consiste en declararlas públicas desde que aparecen intereses afectados fuera de la heredad favorecida por una fuente, o por la abundancia de las aguas de un pozo. Es declaración que puede hacerse de oficio a mérito del poder amplio de policía que incumbe al estado, o que

(6) Fallos de la Sup. C. de Just. de la Nación, juicio J. Acuña c/ A. Alvarez en Catamarca, Tomo 63, pág. 291, 1897.

(7) Acuerdo de la Junta Sup. de Irrig. de Tucumán, juicio M. Paz c/ M. Alurralde, Choromoro, bajo n/ presidencia, 1903.

gestionarán los mismos interesados cuando la experiencia demuestre las ventajas de la explotación de las aguas por comunidades bien organizadas, tarea de educación objetiva y de beneficios sociales que debemos inculcar para el aprovechamiento de todas las aguas públicas indistintamente.

Es un procedimiento que, por otra parte, se aplica no solamente a las aguas sino a las obras que su explotación reclama o que han provocado su alumbramiento, cualquiera que sea la clase de pozo perforado. Su expropiación, fundada en el interés que despiertan las aguas utilizables por varios, su pago a prorrata por todos ellos y su explotación en común, salva todas las dificultades. Es la misma forma que se usa, cuando existen ordenanzas previsoras, con el canal particular de un vecino que se declara comunero desde el momento que puede servir a varios que se incorporan a la nueva comunidad creada, previo pago de su cuota proporcional en el costo de la transferencia del dominio del canal de privado en público. A medida que el sistema hidrogeológico se conozca mejor, su explotación, armonizada o no con la del superficial, resultará más eficaz, y el ejercicio del poder de policía del estado se hará con la misma amplitud y libertad que puede y debe aplicarse para la explotación de las aguas superficiales.

En síntesis, para nuestro codificador « todas las aguas que corren por cauces naturales », son bienes públicos (art. 2340, inc. 3º). Es declaración que comprende las subterráneas que « corren », en general, más lentamente que las superficiales, en razón del medio en que actúan, pero como ellas por « cauces naturales ». Con clara visión del porvenir se ha anticipado a Francia que, recién en 1932, ha conseguido alcanzar esta unificación de la legislación de aguas en Marruecos, la más nueva de sus colonias del norte africano. Ha tardado más de un siglo en escalonar reformas en Argelia y Túnez, introducidas en su propia legislación que pretendió implantar en otro ambiente sin resultado práctico alguno. Sin embargo, a ella recurren muchos de nuestros estudiosos para fundar sus críticas a nuestro admirable régimen legal, o para interpretarlo conforme a sus deseos o necesidades profesionales. Debemos conservar el nuestro en toda su pureza y aportar a su texto algunos insignificantes retoques que señalaremos oportunamente para aclarar o hacer más precisas algunas de sus juiciosas disposiciones.

III. — CRÍTICAS INFUNDADAS AL PRIVILEGIADO DERRAME DE LAS SUPERFICIALES

El problema jurídico de las aguas no debe resolverse en el silencio del gabinete ni en abstracto. Es un problema de aplicación práctica y de verdad utilitaria: es en el terreno y al pie de la fuente, a la vera de la corriente o al borde del pozo, donde debe ventilarse y resolverse. Por no proceder así se multiplican las objeciones teóricas, se plantean y complican casos de sencilla solución racional, se confunden las disposiciones legales con las de puro reglamento, y se acuerda inusitada importancia a incidencias que sólo mueven situaciones particulares e interesadas al margen de la moral; y que la desorientación general que impera en todas las cuestiones que se refieren a las aguas llega al extremo de tolerar, durante los 70 años corridos, leyes y ordenanzas provinciales contrarias al código en vigor.

En efecto y a simple título de ejemplo, recordemos que se sostiene que las aguas del art. 2637, no obstante su texto claro y preciso, pueden ser aprovechadas, libre y gratuitamente, en uso y goce en los terrenos inferiores, y hasta adquiridas en propiedad por prescripción treintenaria a mérito de la servidumbre a que se refieren los arts. 3093 y 3017⁽⁸⁾. Se reconoce que esta interpretación no está «claramente admitida» por el código, pero a pesar de ello se la reputa necesaria por consideraciones de carácter económico. Se afirma que la incuria del dueño de la fuente o la abundancia de las aguas que no alcance a utilizar importan una rémora para el progreso, o una pérdida efectiva de riqueza; y ello pone al vecino inferior en situación de privilegio, al extremo de no precisar la autorización indispensable para el uso y goce de las aguas de dominio público.

En tal caso, se afirma, hay que imponer una restricción al legítimo privilegio y derecho del superior, fijar una medida al beneficio legal que se le asigne, y a partir de ese límite, por demás arbitrario, disponer del sobrante de agua y distribuirlo a la comunidad, a título gratuito por razón de fomento sin que ello importe caer en la práctica del comunismo vulgar, sino en la más sencilla de desnudar a un santo para vestir a uno o más que ya no lo serían tanto. Ni para los más sagrados intereses generales, por eso públi

(8) M. F. CASTELLO, tesis sobre «Legislación de aguas», pág. 45, 1921.

cos, se ha tenido la peregrina ocurrencia de fundarse en que, si un propietario pudiente no puede seguir sosteniendo su palacio o lo conserva mal, debe dejarlo a los vecinos o al estado que lo necesitan o ambicionan, sin antes convenir directamente su adquisición, o resolver su expropiación, en ambos casos previo reconocimiento de utilidad pública.

Se admite, sin embargo, que el derecho del dueño del predio superior sobre sus aguas es privilegiado en el sentido de que puede aprovecharlas a satisfacción, mudar la dirección de su escurrido natural y, agregaremos nosotros, levantarlas por cualquier medio, mecánico o no, si lo estima necesario, para utilizarlas en terrenos situados a más alto nivel, dentro de su predio, todo ello en cualquier momento que considere oportuno. Pero se pretende establecer que el uso continuado de las aguas excedentes, «hará prescribir a favor del dominio público la propiedad de la vertiente» para beneficiar los propietarios inferiores, en plazo de 20 años, a mérito del art. 2651 que así lo fija para algunas obras que no son aguas, o mejor aún de 10 años, sólo por parecer preferible a un asesor letrado nacional. Se considera absurda la expropiación que exige el codificador para el caso de ser las aguas «el principal alimento de un río», o cuando son «necesarias a algún pueblo», por el temor de que la diligencia se produzca a destiempo, o que no haya quien pague la indemnización, o que no se sepa si se expropia la fuente o el agua.

Cualquiera que sea el carácter público o privado atribuido al agua, no es la restricción del dominio de propiedad en los fundos inferiores la que está en juego, sino el uso o el goce que pueda o no hacerse de aquélla. Hace ya más de medio siglo que el procurador general de la Suprema Corte de Justicia de la Nación, en un dictamen en que hacía mérito de un brillante alegato de quien fuera más tarde su presidente (9), escribía que el demandante «ha necesitado inventar una teoría para su uso particular», esto es, descubrir la existencia de «una servidumbre de aguas», tentativa que merece al Dr. Ed. Costa esta lapidaria conclusión: «ni en nuestra legislación, ni en legislación alguna del mundo hay tal servidumbre de aguas» (10).

Si las de la fuente salen del predio en que nacen y corren por cauce natural, son públicas; pero como pueden no salir cuando quie-

(9) A. BERMEJO, «Aguas del dominio público», 1885.

(10) Juicio Ovalle c/ provincia de Mendoza, Fallos. Tomo 30, pág. 444, 1886.

ra usarlas su dueño por virtud del privilegio que le acuerda la ley sobre ellas, el estado no puede tomarlas para acordar permisos a su uso o goce, sin antes hacer desaparecer ese privilegio con una expropiación, fundada en reconocida utilidad pública. La Corte, en el juicio recordado, declaró que el permiso acordado a los particulares es un simple acto de policía y de administración, revocable por su propia naturaleza, cuando las necesidades públicas exijan disposiciones diferentes y aun contradictorias, más aun si lo reclama el privilegio recordado. La apropiación privada no es posible en caso alguno, ni siquiera por prescripción: las aguas públicas no pueden ser objeto de adquisición (art. 3952); no están en el comercio (art. 3902), y no pueden apropiarse por prescripción (art. 3951).

Tampoco es cuestión que pueda resolverse directamente entre particulares. Si, por venta u otra convención, el agua no nace y muere en el mismo predio, no se cumple el precepto legal y aquellos actos son sin valor alguno. Si la autoridad, cualquiera que sea la jurisdicción en que se encuentra el agua, a solicitud de parte interesada, o por propia iniciativa, reconoce que hay riqueza malograda, conveniencia en no reducir o en engrosar el caudal de derrame de un río, o en asegurar la provisión a un pueblo, sin necesidad de esperar años para especular con la indolencia o la indiferencia del dueño del predio favorecido por la fuente, declara la utilidad pública de las aguas y justifica la expropiación. Como hemos dicho, prorratea el monto de la indemnización entre todos los interesados que la costean proporcionalmente a sus intereses, esto es a la magnitud de sus respectivos permisos, ya incluido el usuario superior cuyo privilegio desaparece y entra a formar, como uno de los tantos, en la comunidad que constituyen todos, dentro del mecanismo regido por la ordenanza o reglamento local que detalla todas las demás disposiciones propias de una administración de orden. El mismo pueblo servido, en su caso, entra en la comunidad representado por su intendente, o por quien designen sus autoridades municipales, o por el que directamente nombren los mismos usuarios urbanos, sometidos a su propio reglamento interno para explotar el agua, correcta y legalmente obtenida, sin reforma alguna del código y por un sencillo procedimiento administrativo normal.

¿Qué es la fuente o el agua lo que se expropia? Para responder basta preguntar al que adquiere una propiedad en que el agua es indispensable, si admitiría que, en la escritura de transferencia, le vendieran las obras de derivación con sus compuertas respecti-

vas, sin hacer mención alguna del permiso al uso y goce de aquélla. Solamente nuestros bancos oficiales aceptan escrituras con tan grave falla y a pesar de sus nutridos departamentos letrados. Inútil juego de palabras y olvido completo de los conceptos que ellas deben traducir: la fuente es la boquera natural por donde sale el agua, brote o vierta, la única cuyo uso y goce interesa en realidad y en cualquier caso.

En resumen, el código en vigor ha asegurado la unidad de su estructura jurídica en materia de aguas, al declararlas *todas* de dominio público, sin apartar las subterráneas sino muy al contrario; y la ha acentuado al hacer extensivas e idénticas las restricciones al dominio de propiedad impuestas en los terrenos inferiores para todas ellas indistintamente. Ha sabido aprovechar la oportunidad que las circunstancias y el ambiente le brindaban para no reconocer derechos adquiridos de ninguna clase en materia de aguas. Cuando hizo excepción a esta regla general en favor de algunas muy escasas privadas, lo hizo en términos sumamente restrictivos, sin olvidar las subterráneas, en época en que recién empezaban a interesar la legislación de otros países densamente poblados, sin afectar ni destruir aquella unidad fundamental. Los reparos que se han opuesto a algunas de sus disposiciones, inspiradas por los comentadores de algunas legislaciones que responden a otros medios físicos que el nuestro, no resisten a la crítica más superficial; y las situaciones que plantean tienen todas su solución práctica, legal y administrativa, dentro de sus propios preceptos esenciales de equidad y de justicia. Examinemos las reformas más serias que se pretende aportarle, por ahora, en nuestro especial tema de las aguas subterráneas.

IV. — EL *Anteproyecto* MANTIENE LOS PRECEPTOS SOBRE DOMINIO

Analicemos las iniciativas fundamentales, el « *Anteproyecto de reformas al código Civil* » del Dr. Bibiloni primero y el « *Proyecto de la Comisión Reformadora* » después, en el capítulo de las aguas subterráneas, y más que en su contenido jurídico, en el terreno de su adaptación a nuestro ambiente físico, húmedo y árido a la vez. En materia de aguas en general es circunstancia que reviste preponderante influencia y que, no obstante nuestro propósito de concretarnos a las subterráneas, nos impone algunas referencias incidentales pero indispensables respecto a las superficiales, tan naturalmente identificadas con aquéllas.

No es de nuestra incumbencia profesional, ni interesa a nuestro objeto dominante, analizar el acierto de las modificaciones introducidas en el articulado de ambos documentos, para responder a una metodología distinta de la que inspiró el código. Son los conceptos exteriorizados en el texto de las reformas propuestas, y el grado de armonía que presentan con los conservados y reproducidos del mismo, los que procuramos hacer responder a la realidad de nuestro variable ambiente físico propio, sin hacer predominar las necesidades del húmedo sobre las del árido, o viceversa. Pero hay algo más.

Todos los universitarios somos peritos obligados llamados a asesorar a la justicia. Para hacerlo con la eficiencia que reclaman los intereses que se ventilan ante ella y prestigiar las sentencias de sus insubstituibles intérpretes, los códigos deben hablar un idioma que todos entiendan por igual, sin preocuparse de recoger el que satisface al vulgo. Los términos que traducen hechos deben definirse con justeza, ser claros y precisos, esto es correctos a juicio de las técnicas respectivas más que al de la Academia de la Lengua. Aun en su más moderna edición, sólo puede servir para una orientación general, pues falla, muy en especial, en las sinonimias que, muchas veces, no resisten al análisis y a la crítica más moderada. La corrección de un término, en su caso su definición incidental en el articulado o en nota marginal, aparte de la frase exacta y su giro acertado, perfeccionan estas obras de vida secular y de enorme influencia social, ahorran controversias fundadas en interpretaciones provocadas por la obscuridad de una sola palabra, gastos y demoras. Antes de ahora, hemos hecho resaltar imperdonables errores del género cometidos en este *Anteproyecto* ⁽¹¹⁾. No es ésta, sin embargo, tarea que nos propongamos realizar: precisados los conceptos esenciales, acordados los artículos aceptables, sólo a ellos dedicaremos la atención necesaria para intentar esta última depuración de forma.

Examinemos las cláusulas del *Anteproyecto* relativas al dominio privado sobre las aguas subterráneas y las reformas que propone para restringir las facultades del privilegio que entrañan. En su art. 9 del título I reproduce textualmente el art. 2350, sin comentario alguno ⁽¹²⁾; de modo que «las vertientes que nacen y mue-

(11) *La línea de ribera legal*, «An. Soc. Cient. Arg.», tomo CXVII, página 161, 1934.

(12) J. A. BIBILONI, *Anteproyecto de reformas al código Civil Argentino*, Libro III, pág. 36.

ren..., etc.», aguas subterráneas por su origen, son de dominio privado. En el art. 12 del título IV, inspirado en el texto del código del Brasil, modifica el art. 2518 en que se fija el concepto de la extensión de la propiedad en términos que reproducimos en la parte que nos interesa, pues abarca el dominio de las aguas en el subsuelo del predio, con la restricción contenida en el 2º párrafo. Dice así: «La propiedad de un inmueble comprende todo el espacio aéreo sobre la superficie del suelo y toda la profundidad debajo de ella. No puede el dueño, sin embargo, impedir los actos que se realicen en tal altura o a tal profundidad, que no tenga interés de ningún género en excluirlos» (13). Sin duda, ganaría en precisión al decir: «que no tenga interés justificado en excluir», ya que esto tiende a asegurar una medida o límite a ese interés que no puede quedar al arbitrio exclusivo del dueño.

Los dos primeros párrafos del art. 12 del título V, reproducción casi textual de los correlativos del art. 2637, confirman el dominio privado de las aguas subterráneas. Escribe, en efecto: «Las aguas que *surgen* en los terrenos particulares pertenecen a sus dueños y pueden libremente usar de ellas y *cambiar* su dirección natural» (14). Las dos palabras subrayadas substituyen las del código *brotan* y *mudar*, con intención que luego analizaremos. Mientras tanto, podemos afirmar que ninguna otra alusión especial respecto a las aguas subterráneas vuelve a repetir el *Anteproyecto*.

Pero este silencio no debe sorprendernos en un civilista de prestigio que ha procurado evitar redundancias y reducir la extensión del articulado proyectado. A nuestro juicio, no es posible admitir que las haya olvidado sistemáticamente, sino que se ha limitado a aceptar y refirmar la unidad de concepción del código que estimó suficiente. Ha considerado esas aguas comprendidas entre todas las que corren por cauces naturales, tal cual lo hicimos resaltar más arriba.

Bastaría para confirmar nuestra opinión recordar su intencionada substitución de la primera palabra subrayada en la última transcripción de parte del art. 12. El término *surgir*, en efecto, tiene un sentido distinto de *brotar* que usa el código en su art. 2637. Aquél importa admitir una *presión* que hace a las aguas surgentes o artesianas si alcanzan o pasan del nivel del suelo, o sólo semi-surgentes si no llegan a ese nivel, aguas en todo caso siem-

(13) Ob. cit., pág. 189.

(14) Ob. cit., pág. 266.

pre ascendentes. En cambio, en las que brotan sólo hay influencia de la gravedad sin presión forzada en el escurrido que se produce al tiempo del alumbramiento, al aflorar el terreno impermeable sobre el que desciende el agua que vierte o brota a la superficie. Con el término *surgir* ha querido expresamente comprender las aguas surgentes, esto es, las más profundas, en general lejanas por su propia naturaleza física. Cierto es que parecerían descartadas las freáticas, esto es, las de las napas superiores y hasta las mismas semi-surgentes que no alcanzan *naturalmente* a la superficie, ni aun dentro del pozo *artificialmente* perforado en todos los casos; pero esto no debe llamarnos la atención frente a la falta de precisión de los términos usados en el *Anteproyecto* que nos ocupa.

Por otra parte, como hemos visto, el art. 12 del título IV que modifica el art. 2518, incorpora las aguas subterráneas al dominio privado mientras se mantienen dentro de los límites del inmueble; su búsqueda puede hacerse sin oposición de su dueño, pues tiene siempre justificado interés en conocer su existencia; y los gastos que ella reclama pueden servir de base al entendimiento previo necesario para hacerlas caer en el dominio público, sin expropiación dentro del procedimiento puramente administrativo recordado más arriba.

Cambiar o mudar al aplicarse a la *dirección natural* del escurrido de las aguas que surgen, no representa esencial modificación de concepto, pero revela una preocupación que no ha sido correctamente traducida. Al reducir el proceso a un simple derrame superficial se restringe el libre uso admitido en la primer parte del párrafo, pues se habla de derivaciones con fines agrícolas con exclusión de todas las otras formas que reclaman los aprovechamientos posibles de las aguas para asegurar su uso y goce, de los que es el dueño árbitro exclusivo. Las palabras « y cambiar su dirección natural » resultan superfluas.

En suma, en nuestra opinión, el *Anteproyecto* no ha alterado la unidad de nuestra legislación de aguas, pues las declara todas de dominio público, con la única salvedad de las mismas privadas que admite el código, de importancia reducida en cuanto a caudal. Esta disminuirá aún más cuando el aprovechamiento de las primeras se someta a la organización racional que reclama el país, y que hará desaparecer múltiples fuentes artificialmente provocadas, muchas veces con maliciosa intención, especialmente en la región árida en que se aprecian las aguas en todo su valor, y los propietarios apelan

a cualquier recurso para intentar pasar las del dominio público al privado, sin medir los perjuicios que ellos mismos se crean. Con reclamar siempre más agua para los regadíos, se aumentan las pérdidas por infiltración, brotan en los terrenos inferiores y forman las apetecidas vertientes que se pretenden hacer privadas, protegidas y definitivas; pero muy luego se transforman en las terribles ciénagas.

V. — DESCUBRIMIENTO TEÓRICO DE CASOS ANORMALES CUANDO SON PRIVADAS

El *Anteproyecto*, en el último párrafo de su art. 12 del título V ⁽¹⁴⁾ correlativo del art. 2637, convencido que su contenido constituye « una grave y peligrosa inadvertencia del código » en el caso que las aguas privadas alimentan un río o una población, lo modifica y escribe: « Cuando constituyen *cursos* de agua por *cursos* naturales pertenecen al dominio público y no pueden ser alterados ». De este modo introduce un concepto distinto al del código, pero a su juicio, conforme al de los escritores franceses citados en su nota ilustrativa. Para justificar esta reforma admite que el caso contemplado en los primeros párrafos es *normal*: aquí existe dominio privado del agua, de modo que « si se hace necesaria para la población, se tratará de un caso de utilidad pública que autorizaría la expropiación », tal como pasaría con cualquier otro bien privado, por lo que no hace falta recordar el procedimiento legal que ha de adoptarse. Descartado así el caso normal para el que no hay conflicto de interpretación, sólo quedan los dos previstos que califica de *anormales*, esto es « cuando la fuente alimenta un río » o cuando « alimenta una población », sin explicar como distingue esta población de la anterior.

Para estos casos considera indispensable que existan ríos de aguas permanentes y continuas que no exige para el normal, aun cuando, en el primer caso, admite que puedan ser necesarias para alimentar una población sin llenar esa condición. Escribe: que « sólo se califican de ríos a los cursos *estables* de agua », de modo que, contrariamente a toda técnica, no podrían servir las aguas intermitentes recogidas en estanques u otros depósitos para asegurar la provisión de caseríos y villorios; que « la fuente principal del río, es parte y parte esencial del río », pero olvida que un río de aguas permanentes y

(14) Ob. cit., título V, pág. 262.

continuas puede, en sus nacimientos o en alguno de sus afluentes tributarios, no tener ese carácter y prestarse, sin embargo, a alimentar con ventaja una corriente o una población; y que si no hay río y el agua « derrama sin cauce constituye un agua impropia para esa alimentación », aun cuando son éstas, casi siempre, las aguas que aparecen en las fuentes y que al unirse constituyen corrientes utilizables para una cualquiera de las alimentaciones llamadas, sin razón alguna, anormales en el *Anteproyecto*.

En estos dos casos, afirma, « no hay propiedad privada y nada que expropiar para impedir que un particular interrumpa el derrame », contrariamente a la situación real que en la naturaleza se produce con la mayor frecuencia, en que aún los mayores tributarios se forman por la acumulación de aguas privadas que satisfacen los extremos del art. 2637 creado para ellas, con inútil redundancia frente al art. 2350, según dijimos antes de ahora. Recuerda el inc. 3 del art. 2340 y su nota explicativa; y escribe que « en nuestro caso nada hay que permitir ni que indemnizar », tesis exacta pero cuando no son aguas privadas. Por otra parte, observemos que en el caso normal, las aguas tampoco mueren forzosamente dentro de la propiedad en que nacen, ya que los terrenos inferiores sufren una restricción de su dominio al verse obligados a recibirlas; que no se limita esta restricción a una sola propiedad, pues se habla de ellas en plural y no se hace referencia ni a su caudal ni a su destino o aprovechamiento, sino que la restricción proviene exclusivamente del carácter del dominio de la misma agua y no del que afecta a los terrenos que cubren.

La influencia del código francés y sus comentadores en el *Anteproyecto* es evidente. « El curso de agua » es expresión que se lleva a su texto con marcada insistencia. Equivale a nuestro río o riachó, arroyo o arroyuelo según su importancia decreciente, términos más castizos cuyo uso repudia el *Anteproyecto* sin razón alguna. En materia de aguas esa influencia resulta perjudicial en alto grado. El ambiente físico de Francia, con más de 750 mm. de lluvias anuales, resta interés primordial a estas cuestiones. Su legislación fundamental, distinta de la nuestra, no puede servirnos de guía y mucho menos infalible. Con inevitables prejuicios tradicionales pretendió imponerla en sus colonias africanas y, en más de un siglo de ocupación, no ha conseguido amoldarla a su ambiente, árido por excelencia. Sólo en Marruecos, la más nueva de ellas, con la experiencia adquirida en ese medio físico, ha podido imponer esenciales preceptos distintos de los de su propia legislación.

La Argentina, con los dos ambientes contradictorios, no puede adoptar las normas legales de la región húmeda en la árida ni viceversa; y de ahí que, para conservar la unidad orientadora de su obra, el codificador haya tenido que *crear* y no *copiar* servilmente. Cuando hace alguna cita, no es siempre para justificar su propio texto sino para explicar su disidencia o para exteriorizarla en forma expresa.

En Francia sólo son ríos (*cours d'eau*) de dominio público los navegables o flotables (sus aguas y su cauce), debido a la preocupación preponderante de su aprovechamiento en la navegación (art. 538 de su código Civil). Todas las otras aguas, ríos u arroyos no navegables ni flotables, aguas fluviales o de fuentes, de lagunas o pantanos, etc., escapan a ese dominio (art. 641 a 644). Cubren cauces privados; y los propietarios ribereños, con exclusión de los restantes, pueden usar libremente estas aguas (art. 644). Desde el momento que se ejecutan obras para poder usarlas, ellos mismos necesitan autorización administrativa, siempre precaria, de modo que el agua de dominio público, aun si corre sobre terreno privado, conserva ese carácter público como el cauce el suyo privado.

Admirable es la previsión de nuestro codificador que nos ha librado de estos derechos ribereños. Si en Francia no afectaron los intereses de la agricultura es por tratarse de un país netamente húmedo, donde aquélla no necesita agua de riego. Crearon, en cambio, en el aprovechamiento de las aguas para la producción de energía hidroeléctrica, los famosos « *barreurs de chute* » que, durante muchos años, representaron una verdadera rémora para la electrificación económica del país.

Los problemas que contemplan los arts. 9 y 12 del *Anteproyecto*, correlativos de los arts. 2350 y 2637 en vigor, interesan en especial a nuestra región árida más que a la húmeda. En ella debemos buscar nuestra propia experiencia objetiva y apartar con tino las situaciones creadas al margen de la ley civil, muchas veces favorecidas por las mismas ordenanzas locales que ni la respetan ni la cumplen. Por otra parte, más de la mitad del territorio tiene mínima densidad de población y extensos latifundios en que abundan las aguas privadas. El lento pero inevitable progreso que permitirá la más racional utilización de sus recursos naturales traerá, con la subdivisión de la propiedad, la formación de nuevas aglomeraciones humanas o el crecimiento de las actuales, esto es siempre mayores necesidades de aguas. La transformación de las aguadas y otras fuentes de las pri-

vadas en públicas se multiplicará; y las comunidades constituídas para su aprovechamiento en la forma que recordamos antes, desperstarán el hábito de resolver *en común* otros múltiples problemas de orden económico y social.

Separar los caudales que escapan al dominio privado y caen en el público, exclusivamente en base al texto del último párrafo del art. 12 propuesto, es técnicamente imposible en la región árida y, en especial, en la del N-O de corrientes intermitentes y frecuentes cortadas. El mismo *Anteproyecto* reclama que la corriente sea *estable* para entrar en la clasificación de río, tal como necesita la navegación de los « *cours d'eau* » en Francia; pero como la inestabilidad es la característica de los nuestros, enseguida se rectifica y afirma que es de dominio público « hasta la intermitente », evidente contradicción dentro de sus propias definiciones. Un semillero de conflictos provocará el texto propuesto para substituir al del código, más claro y preciso para satisfacer el propósito que lo inspiró, al efecto de señalar, en la región árida, el procedimiento a emplear en el caso de aguas privadas que resulten de utilidad pública con el tiempo y a medida que aumente la población.

Sin peligro alguno es fácil alejar toda duda, cortar controversias y suprimir conflictos. En efecto, es evidente que si las aguas no se clasifican dentro de los términos restrictivos del art. 2350 y primer párrafo del art. 2637, caen en el dominio público; y en tal caso no necesita repetirse el art. 12, por la misma razón que tampoco hace falta el art. 2637 en vigor. Las aguas descartadas en esta forma están comprendidas dentro « de todas las aguas que corren por cauces naturales » del inc. 3 del art. 2340 en vigor y en el correlativo del *Anteproyecto*. La supresión completa del artículo simplifica la cuestión y deja más preciso el alcance real del art. 2350 que así contempla, como lo quiso el código, la situación dominante en la región árida, ya que para la húmeda carece de importancia. Por otra parte, nuestros art. 2647 y 48 unificados completan el concepto.

VI. — EL *Anteproyecto* NO PROTEGE EL DERRAME DE LAS AGUAS EN QUE INTERVIENE TRABAJO DEL HOMBRE

Al considerar el articulado de las restricciones y límites del dominio ⁽¹⁵⁾, el *Anteproyecto* ha suprimido expresamente todo cuanto se refiere a las aguas subterráneas provenientes de pozos, así como

(15) Ob. cit., título V, pág. 262.

el de otras artificialmente traídas a los terrenos inferiores, cuando son debidas a cualquier « trabajo del hombre ». Por esta circunstancia, sólo en dos de sus artículos conserva disposiciones sobre aguas.

El art. 13 ⁽¹⁶⁾ reproduce el art. 2647 del código que habla de « las aguas que naturalmente descienden de los terrenos superiores », le incorpora el art. 2638 en que suprime cuanto atañe a las que salen de una fuente, subterránea como hemos visto, para dejar exclusivamente la parte en que se prohíbe el empleo de aquéllas « en un uso que las haga perjudiciales a la heredad inferior »; y para acentuar su propósito agrega: « el propietario superior no puede hacer acto alguno que agrave la sujeción del fundo inferior ».

El art. 14 ⁽¹⁷⁾ amolda el art. 2648 al anterior para excluir las aguas « subterráneas que salen al exterior por algún trabajo de arte »; y así suprime los correlativos art. 2632-33 y 34 ⁽¹⁸⁾ que el código destina a confirmar su tesis al efecto de equiparar las aguas subterráneas a las restantes, pero « con una justa indemnización » cuando el dueño del fundo superior no pueda retenerlas, caso previsto en el art. 2650 que el *Anteproyecto* elimina como los enumerados y el n.º 2653 ⁽¹⁹⁾.

Para justificar esta grave reforma, en alto grado perjudicial para la extensa región árida del país, se funda en la opinión del jurisconsulto Giovannetti a quien, en el ambiente húmedo de Italia, « no parece equitativo » someter al propietario inferior a recibir las aguas del superior, aun cuando sea con recompensa ⁽²⁰⁾. En cambio, le « aparece » más propio imponerle una servidumbre forzosa, conceder el paso del agua superflua para descargarla en algún curso o de otro modo, « pues así, afirma, el propietario del fundo superior podrá dar salida a las aguas de que ha usado ». En su art. 606 el código italiano, no sólo acepta estas vistas sino que amplía y extiende el precepto « a la descarga de las aguas sobrantes que el vecino *no consintiera* en recibir en su fundo », acto supeditado a su exclusivo arbitrio. En el *Anteproyecto* « se ha adoptado el principio general de la servidumbre para todas las hipótesis », sin limitación de ninguna clase.

Es decir que, si un propietario ha conseguido descubrir la pre-

⁽¹⁶⁾ Ob. cit., pág. 268.

⁽¹⁷⁾ Ob. cit., pág. 269.

⁽¹⁸⁾ Ob. cit., pág. 265.

⁽¹⁹⁾ Ob. cit., pág. 270.

⁽²⁰⁾ Ob. cit., pág. 494.

sencia de abundantes aguas subterráneas en su predio y ha podido llevarlas al nivel del suelo por medios mecánicos, caso de no ser artesianas, no ha terminado. La reforma le impone la obligación de usarlas dentro de su heredad, ya que no puede dejarlas correr naturalmente sobre terrenos inferiores, sin gestionar la imposición de una servidumbre para asegurar su paso al través de las propiedades que se interpongan en su derrame, hasta alcanzar una corriente de agua, o alguna « otra vía de drenaje » que no se define ni descubre en una redacción singularmente complicada y confusa que luego examinaremos.

En la región húmeda, la servidumbre de acueducto resuelve muchos problemas que despiertan indistintamente las aguas superficiales o subterráneas; pero en la región árida, salvo en los sistemas regados, importaría inferir serios perjuicios, y tan luego por expresa disposición legal, al obstaculizar toda tentativa de fomento para la investigación de la riqueza hidrogeológica de la región y su discreta explotación, en las cuales el concurso privado debe resultar de gran eficiencia, una vez dirigido con acierto. Las aguas subterráneas son, en general, de escaso caudal: puntos aislados y dispersos en medio de eriales extensos, aquella costosa obligación para pasarlas de largo, mientras las recibirían complacidos los dueños de los predios inferiores, beneficiados aún en el caso que se infiltraran en sus suelos, importa crear, a sabiendas, una situación contraria a las que el código contempla, inspirado en la vida misma de la región árida.

Es preciso recordar que si el código se hubiera respetado, « las ordenanzas generales y locales » previstas en su art. 2341, habrían permitido depurar el texto y reducirlo ahora a algunas reglas esenciales, aplicables en todo el país y sujetas a la elasticidad de interpretación impuesta por el ambiente local: ni se cumple el código ni sus ordenanzas cuando existen. De ahí la desorientación que se traduce en frecuentes dudas que han debido desaparecer desde años atrás, por estar resueltas por el mismo código con exacto sentido de la realidad. ¿Cuándo hallaremos en toda nuestra región árida, siquiera un caso de comunidad de aguas que, entre 300 usuarios sepan explotar en armonía el insignificante caudal de aguas subterráneas que bastan para satisfacer 62 Ha, como en Aïn Auillout, en Marruecos?

La atinada disposición del código debe mantenerse en todo su alcance, sin perjuicio de condensar los preceptos que se distribuyen en varios artículos que ofrecen repeticiones frecuentes. Las aguas

pluviales, por ejemplo, para las cuales se establecen artículos especiales, en realidad no los reclaman dentro de la unidad física recordada. Así los artículos que el *Anteproyecto* propone para substituir los arts. 2632-33-34-35-36-38-47-48-49-50-51 y 53 que conserva en el capítulo V de las restricciones y límites del dominio, dentro del concepto más amplio y correcto del código en vigor, pueden concretarse en los términos siguientes:

Art. 2632. — **Los dueños de los terrenos inferiores, sin adquirir derecho alguno sobre ellas, están sujetos a recibir:**

1. — **Todas las aguas que naturalmente descienden de los terrenos superiores, sin trabajo del hombre ni acto alguno que agrave la sujeción impuesta;**
2. — **Todas las aguas en cuyo derrame intervenga trabajo del hombre, cuando no pueda usarlas o contenerlas el predio superior; pero en tal caso con obligación de pagar una justa indemnización.**

Art. 2638. — **En ningún caso estas aguas, hayan o no sido usadas, podrán contener materias, por cualquier concepto, nocivas para los usuarios inferiores, en cuyo caso deberán inutilizarse o depurarse antes de salir de los terrenos superiores.**

Art. 2649. — **Los dueños de los terrenos inferiores están sujetos a recibir las arenas y piedras que las aguas arrastren al escurrirse, sin que puedan reclamarlas los dueños de los terrenos superiores.**

Obsérvese que, en cuanto al art. 2638, abarcamos las aguas de cualquier clase de pozo, materias nocivas en todo género de aguas sin limitarnos a las pluviales, así como los perjuicios en todos los usos y goces a que se destinen, sin concretarnos al aprovechamiento doméstico o al industrial que no son todos los posibles con ellas, ni muchas veces los más importantes.

VII. — LA SERVIDUMBRE DE ACUEDUCTO SE IMPONE PARA TODOS LOS CASOS

De una plumada, el *Anteproyecto* suprime doce artículos de los capítulos III y IV del título XIII del código: tratan de las servidumbres en particular (arts. 3093 y 3107), es decir respectivamente de las de recibir las aguas de los predios ajenos y de sacar agua⁽²¹⁾. Los considera *inútiles* debido a que « todos tratan de cargas independientes de la voluntad de los particulares a quienes se imponen por razones de intereses generales pero a beneficio de otro particular »; y además por estimar que « sin variante », sus disposiciones están previstas en las servidumbres forzosas que in-

(21) Ob. cit., pág. 495.

corpora al capítulo II de las de acueducto (22). Pretende encuadrarlas en la regla única con que substituye, más directamente, los arts. 3097, 3100 y 3101 y condensa en el art. 22 que propone, redactado en los términos siguientes: «Las disposiciones precedentes se extienden al paso de las aguas llevadas al fundo superior o acumuladas en él, o que provengan de su explotación, cuya evasión, sea necesaria para desaguar el terreno, o para la desecación de lagunas y terrenos pantanosos, o la explotación industrial, agrícola o minera, a fin de llevarlas a un curso de aguas, o a otra vía de drenaje. El paso no puede ser reclamado sino bajo el supuesto de proporcionar a las aguas una corriente suficiente para impedir que se estanquen ».

Este artículo comprende dos párrafos de distinto alcance. El primero intenta una definición del acueducto que, si lo fuera en realidad, debía colocarse como primer artículo del capítulo, en caso de no ser del todo superfluo como veremos enseguida. El segundo, en cambio, es una regla ingenua e inútil por no decir perjudicial. Es la única que se descubre en todo el artículo propuesto, no obstante el anuncio previo de que todo él es *regla de carácter general*.

El acueducto es un simple paso que se asegura al agua y que se impone a los dueños de los terrenos que afecta su recorrido. En el proceso de circulación natural del agua la interposición de un acueducto no altera su condición legal. Sirva para traer agua, sirva para alejarla, las disposiciones legales a observar son siempre las mismas, como lo son las que afectan la expropiación cualquiera que sea la causa que ha determinado la declaración previa de su utilidad pública. El origen de las aguas, superficiales o subterráneas, de lluvias directas o de deshielo, hayan sido o no usadas, encuéntrense o no acumuladas, vayan a satisfacer o no aprovechamientos en bebidas, industrias, regadíos o instalaciones hidroeléctricas, aislados o combinados de a dos o más, lleguen o no a otro acueducto, río, laguna o mar, para cualquier finalidad que persiga, el acueducto es siempre uno sólo ante la ley. Las disposiciones técnicas, en cambio, son tan variables como son los casos en que el acueducto hace falta; y no hay posibilidad de establecer sino orientaciones generales que se derivan de la esencia misma de su destino.

Al técnico corresponde fijar todas las características de cada acueducto, fundado en el estudio del terreno y de los hechos, dentro de las limitaciones legales impuestas por la servidumbre que, aun cuando no se escribiera, se inspiran en el honesto propósito de al-

(22) Ob. cit., pág. 485.

canzar los beneficios máximos con los mínimos perjuicios, cuando no pueden evitarse totalmente. La definición intentada se reduce a nuestro primer párrafo que, por otra parte, no requiere mayor explicación; y por lo elemental no necesita llevarse al texto del código.

La regla que contiene el 2º párrafo tampoco puede aceptarse. En tierras áridas conviene, muchas veces, llevar el derrame de las aguas a depresiones naturales donde se estanquen con el objeto de alimentar napas, freáticas u otras, o bien para favorecer la formación de sedimentaciones útiles para crear parcelas cultivables o plantaciones remuneradoras, forestales entre ellas. Se plantea un problema técnico y económico que no puede quedar sometido a la tiranía de una imprudente disposición legal que, por pretender sentar una regla general, impida soluciones racionales. El ing. Sir Willcocks, el célebre restaurador moderno de la irrigación egipcia, recomendó este temperamento, a principios del siglo, para beneficiar las tierras áridas del Africa del Sur. El artículo propuesto debe suprimirse por entero. El análisis del *Anteproyecto* que se refiere a las aguas superficiales confirmaría plenamente la conveniencia de esta supresión completa.

El capítulo IV del código, con sus arts. 3104 a 3107 que se ocupan de la servidumbre de sacar agua, en cambio, no puede eliminarse: es indispensable para la región árida por las mismas razones que lo impusieron al redactarse. Aun cuando se practica generosamente por deber de humanidad, la población se torna cada vez más heterogénea y conviene respaldar esa tradicional costumbre con una cláusula legal, todo lo concreta que se quiera pero que sea una garantía de tranquilidad para la región y, en especial, en sus grandes travesías sin agua. La reglamentación local pudo hacerla superflua; pero ni las provincias han cumplido con el código, ni lo ha hecho el mismo gobierno federal con el Rural que, desde 1894, rige en los Territorios nacionales. ¿Corresponde al título «del uso»?

En resumen, en el *Anteproyecto* no se destruye la unidad del concepto que ha inspirado al código en cuanto al dominio de las aguas, sean superficiales o subterráneas. En cambio, desde el momento que el derrame se hace indispensable en los terrenos inferiores, la reforma plantea, para las últimas, una diferencia muy grave, al eximirlos de la restricción que impone el código sobre su dominio de propiedad, aun cuando sea con recompensa. Conserva como único recurso y para todos los casos indistintamente, la forma obligatoria de la servidumbre de acueducto, aun en los que la técnica repudia,

en más de la mitad de nuestro extenso territorio. Crea una rémora legal injustificada al retardado aprovechamiento de las aguas subterráneas que las autoridades no han sabido amparar como en otras partes del mundo, más que todo por prevalecer los métodos y rutinas, las creencias y las interpretaciones, los intereses y las resoluciones, administrativas y judiciales del ambiente húmedo que, por razones geográficas no es el de todo el país.

VIII. — LA « COMISIÓN REFORMADORA » FRENTE A LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS

A su respecto se ha expedido con un categórico pronunciamiento. En el comentario que hace del título II de su *Proyecto* y en el que se ocupa de los bienes públicos y particulares, dedica al tema la mayor parte del mismo (23). Reconoce su importancia al escribir que « ha tenido en cuenta el serio problema que representa para nuestro país, el aprovechamiento y dilapidación del agua subterránea contenida en las napas freáticas y artesianas (surgentes y ascendentes) » (24). Sorprende entonces que, si bien se ha propuesto « depurar el código de las contradicciones y obscuridades que ofrece », concluya por dejar el tema en el silencio más absoluto. Sin embargo, frente a estas aguas se inclina « a colocar en primer término los derechos del estado, sin perjuicio de los correlativos que pudieron concederse en cuanto al uso y goce de ellas al dueño del suelo »; y por eso afirma que se limita « a consignar en éste y otros títulos del proyecto, los casos en que las aguas subterráneas pueden considerarse propiedad privada de los dueños de los terrenos, y las excepciones que era necesario establecer, fundadas en el interés público ». Pero en síntesis, como considera que el problema presenta « serias dificultades », prefiere « dejar a una ley especial el estudio de las reglas flexibles que la materia requiere ».

Para poder analizar esta tesis con acierto agrupemos todas las disposiciones que ha dispersado en su *Proyecto*. En el título II (25) a cuyo comentario pertenecen las palabras transcritas y en los 7 artículos que van desde el nº 117 al nº 123, el silencio respecto a las aguas subterráneas sería completo, dada su expresa referencia al

(23) Reforma del código Civil, Tomo I, pág. 13.

(24) Las cuatro últimas palabras técnicas usadas no lo han sido en su correcta acepción; las aguas subterráneas son: o freáticas o ascendentes. Estas últimas a su vez, son semisurgentes cuando naturalmente no alcanzan al nivel del suelo, o bien surgentes o artesianas si lo alcanzan o sobrepasan.

(25) Ob. cit., Tomo II, pág. 266.

título, si no se hubieran querido incorporar entre « todas las aguas que corren naturalmente » del inc. 3 del art. 118, supuesto que coincide con el que, al analizar el *Anteproyecto*, hemos atribuído a la disposición correlativa del inc. 3 del art. 2340 del código en vigor. En el art. 1471 ⁽²⁶⁾, con alguna reserva sobre el mismo texto del *Anteproyecto*, fija la extensión del derecho de propiedad, sin referirse taxativamente a las aguas subterráneas y reproduce el párrafo final del *Anteproyecto* analizado. El art. 1571 ⁽²⁷⁾ sólo substituye, en el actual art. 2350, los términos « nacen y mueren » por « nazcan y mueran », aun cuando al margen aparecen « nazcan y mueren », términos que no mejoran el texto del código, aceptado por el *Anteproyecto*. El art. 1576 ⁽²⁸⁾, al hablar de aguas que « surjan » emplea el mismo término que comentamos en el *Anteproyecto* al que nos referimos.

Dada la importancia que hemos atribuído a esta substitución, no podemos descubrir cual es su alcance para la Comisión Reformadora, toda vez que la exacta interpretación del párrafo del comentario que hemos reproducido no puede hacerse, sin conocer con precisión, si para ella las aguas freáticas son equivalentes a las surgentes y las artesianas a las ascendentes, o si el paréntesis de su texto califica únicamente así a las artesianas, dos supuestos igualmente erróneos. No menos grave, dentro del concepto general que informa su 2º párrafo, es el privilegio autorizado por ley para el uso gratuito de aguas de dominio público que, en ningún caso, pueden explotarse en tal forma. Eso sólo revela una defectuosa redacción, pues el propósito ha sido, sin duda, de declarar públicas únicamente *los sobrantes*, cuando quiera tolerarlos el dueño del terreno en que surjen: es concepto contraproducente para la finalidad perseguida.

El art. 1578 ⁽²⁹⁾ adopta la tesis del *Anteproyecto* y excluye expresamente « las aguas subterráneas que afloren por trabajo de arte », sin hablar de pozos, entre las que están sujetos a recibir los terrenos inferiores. En cambio, en aquél como en éste, art. 1700, inc. 2 ⁽³⁰⁾, establece que puede constituirse acueducto para las que « afloren a la superficie naturalmente o por medios mecánicos », sin referirse tampoco a pozos, palabra cuyo uso procura evitarse en el *Proyecto* al extremo que, si no hay deficiencia en la búsqueda, sólo

⁽²⁶⁾ Ob. cit., pág. 584.

⁽²⁷⁾ Ob. cit., pág. 605.

⁽²⁸⁾ Ob. cit., pág. 606.

⁽²⁹⁾ Ob. cit., pág. 607.

⁽³⁰⁾ Ob. cit., pág. 638.

se ha empleado en el art. 1563 ⁽³¹⁾ en concepto que no interesa a nuestro objeto.

En todos estos textos resulta ciertamente difícil descubrir, en forma clara y precisa, los casos en que, a juicio de la Comisión Reformadora, las aguas subterráneas son privadas; y las excepciones a este dominio ⁽³²⁾. Si bien no ha pretendido « que la concisión fuera su única característica », en cambio, ha querido que « todos sus preceptos trasuntan las ideas fundamentales ». Hay que convenir que en este especial capítulo de las aguas subterráneas ha predominado la concisión, un tanto exagerada para un problema al que la misma Comisión Reformadora atribuye tan justificada importancia.

Las dificultades que le atribuye y califica de *serias* al extremo de que, a su juicio, « se encuentra justificado » el temperamento que, en definitiva, adopta para desistir del estudio de la solución jurídica que le incumbe, pueden concretarse en breves palabras. Revelan un deficiente asesoramiento técnico, si lo hubo, en cuanto atañe al aspecto físico del aprovechamiento del sistema hidrogeológico de nuestro subsuelo. La gravedad de estas dificultades desaparece, por completo, cuando se llega a comprobar que son absolutamente las mismas que se presentan en el aprovechamiento del hidrológico superficial cuyo conocimiento, en el territorio, es muy poco más satisfactorio que para aquél, no obstante ser visible y más accesible a nuestras actividades habituales. Aquél reclama, simplemente, inversiones equivalentes a las destinadas a éste; es probable que, realizadas simultáneamente las investigaciones que ambos sistemas exigen, a estas horas habríamos comprobado que aquél ofrece, en grandes extensiones del país, indiscutibles ventajas sobre éste para muchos de los aprovechamientos a que destinamos las aguas. La mayor continuidad del derrame y la más habitual constancia del caudal, la menor irregularidad de varias de sus cualidades y las ventajas económicas de su explotación, las hacen preferidas en Europa y en E. U. de N. América para la provisión de muchas de las más grandes ciudades y, con mayor razón, hasta para las más pequeñas aldehuelas. Es tendencia que empieza a despertarse entre nosotros y que, 35 años atrás, fuera ya nuestra preocupación para la ciudad de Tucumán, combatida por la Dirección de las O. Sanitarias de la Nación, como lo fuera la solución adoptada para asegurar la provisión de la ciudad de La Plata con aguas subterráneas.

⁽³¹⁾ Ob. cit., pág. 604.

⁽³²⁾ Tomo I, pág. XXXIV.

ROBERTO DE MONTESSUS DE BALLORE

1870-1937

Por C. C. DASSEN



El 26 de enero ppdo ha fallecido súbitamente en París, a los 66 años de edad, víctima de un ataque al corazón, el conocido matemático francés, director del *Index Generalis*, R. de Montessus de Ballore (1).

(1) El vizconde Roberto Fernando Bernardo de Montessus de Ballore había nacido en Lyon (Ródano) el 20 de mayo 1870. Era hijo del conde Felipe Jorge de Montessus de Ballore y de Francisca Felicitas de la Fougé, biznieta de Filiberto de Commerson, botánico de la expedición de Bougainville y miembro de la Academia de Ciencias de París. Su tío, Ferdinando de Montessus de Ballore, fué ornitólogo, fundador del Museo de Autun, dentro del cual la ingeniosidad de los coleccionistas acumuló verdaderos tesoros. Uno de sus hermanos, Enrique, profesor de la Facultad de Grenoble, realizó importantes progresos en la industria papelera a raíz de sus estudios sobre la fabricación del papel de *alfa*. Su hermano mayor, el conde Fernando, politécnico y oficial de

Dedicado en un principio a la carrera militar a la que parecía destinado, la abandonó luego. En la Sorbona realizó sus estudios superiores con la dirección de Appell, Picard, Darboux y Poincaré. Se recibió de Doctor en Ciencias, el 8 de mayo de 1905 ⁽¹⁾, ver-
sando sus tesis una, *Sobre las Fracciones continuas algebraicas*; la otra sobre *Cálculo de las Probabilidades*.

Ejerció las siguientes funciones:

1903-1914. Profesor de Matemáticas generales, primero, de Mecánica racional, después, en la Facultad libre de Ciencias de Lila.

Luego, en la Facultad de Ciencias de París, dictó los siguientes cursos libres:

1915-1916. Sobre las Funciones elípticas (tema elegido por Appell).

1916-1917. Sobre las Curvas alabeadas algébricas (por pedido de Darboux).

1917-1918. Sobre los Cuaterniones; sobre las Curvas alabeadas algebraicas.

1918-1919. Sobre algunos puntos de la Teoría de las Curvas algebraicas.

Fué examinador en la Facultad de Ciencias de París entre 1916 y 1919.

Miembro, desde 1917 del Comité de redacción del *Journal de Mathématiques pures et appliquées*.

1923. Profesor (a título de canje) del Gobierno francés, ante las universidades de los Estados Unidos de América del Norte.

En ese mismo año fué profesor al servicio de los Estudios del « Office National Météorologique de France ».

Desde 1922, actuó en el profesorado en diversas universidades francesas y otras, a saber:

1922. Lecciones sobre la Teoría de las Curvas Alabeadas Algebraicas, en la Universidad de Estrasburgo, invitado por ésta.

artillería, fué jefe de una misión francesa en San Salvador desde 1879 hasta 1885; llamado, en 1907, para dirigir los servicios seismológicos de Chile, fundó un observatorio de seismología en Santiago, en cuya ciudad falleció, en 1923.

(1) Sus títulos universitarios comportan los siguientes certificados: de Geometría Superior (4 abril 1900); de Cálculo infinitesimal (4 julio 1900); de Mecánica racional (5 julio 1901). Licenciado en Ciencias (24 octubre 1901). Doctor en Ciencias matemáticas (doctorado de Estado, 8 mayo 1905). Mención muy honorable. (Mesa examinadora: Appell, presidente; Poincaré y Goursat, vocales). Todo esos certificados y títulos fueron otorgados en París.

1925. Lecciones sobre la Estadística teórica, en las universidades de Ginebra, Lausania y Berna, invitado por ellas.

1926-31. Lecciones sobre ese mismo tema en las universidades de Bruselas, Gante, Lieja y Lovaina, por invitación de la Fundación Universitaria de Bélgica; íd. en las de Polonia y Austria-Hungría.

Mereció las siguientes distinciones honoríficas:

Gran Premio, 1906, de Matemáticas, otorgado por la Academia de Ciencias de París (tema: *Sobre las Funciones Continuas Algebraicas*).

Medalla de oro, 1906, otorgada por la Sociedad de Ciencias de Lila.

Gran premio Kuhlman, 1907, de esa misma Sociedad.

La Sociedad Científica de Bruselas, sección de Matemáticas, le eligió varias veces Presidente.

Titular, durante los años 1916 a 1920 de una subvención sobre la Fundación Commeray (Facultad de Ciencias de París).

Medalla de honor, en 1926, de la Universidad de Bruselas.

Damos, a continuación, una bibliografía de sus principales publicaciones, tal cual el mismo R. de Montessus de Ballore la publicó en el mes de febrero de 1926; conservamos la numeración por él dada; y completamos la noticia siguiendo la numeración consecutiva, con los trabajos publicados ulteriormente.

Acta Mathematica

1. Les Fractions Continues Algébriques, t. XXXII, 1909. *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*.
2. Sur les Fractions Continues Algébriques, t. XXV, 1908. *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*.
3. Equations Algébriques, Développement périodique des Racines, t. XXI, 2ª parte, 1897.
4. Sur la Convergence de certaines Fractions Continues Algébriques, t. XXVII, 1ª parte, 1903.
5. Les Principes de la Statique, t. XXXII, 2ª y 3, parte, 1908.
6. Méthode Générale de Détermination des Racines des Equations numériques, t. XXXIII, 1909.
7. Détermination du Centre de gravité de l'aire d'un demi-ellipsoïde (à trois axes inégaux), t. XXXVIII, 1913.
8. Les fondements du Calcul des probabilités, t. XLIII, 1ª p., 1923.
9. Sur le parallélogramme des forces, *ibíd.*
10. La Probabilité renforcée, *ibíd.*
11. La formule fondamentale de la Théorie des Erreurs, t. XLIV, 2ª p., 1924-1925.

12. Sur la représentation des Erreurs, *ibid.*, *documents et comptes rendus*, 1^{er} p., 1924-1925.
13. Probabilité et Statistique. Méthodes nouvelles. Application aux accidents du travail, t. XLV, 1^{er} p., 1926.
14. Calcul des probabilités et statistiques; nouveaux principes, t. XLVI, *Volumen jubilariorio*, 1926.
15. Probabilités et Statistique. La hauteur barométrique à Southampton, t. XLV, 2^a p., 1926.
16. Solution du Problème fondamental de la Statistique, t. XLV, 2^a pá., 1926.

Bulletin de la Société Mathématique de France

17. Sur les Fractions Continues Algébriques, t. XXX, 1902.
18. La Résolution numérique des Equations par la Méthode de Wronski, t. XXXIII, 1905.
19. Recherche effective des Racines réelles des Séries Hypergéométriques, t. XXXVII, 1909.

Bulletin des Sciences Mathématiques

20. Les Biquadratiques Gauches, t. XLIV, 1920.

Comptes rendus de l'Académie des Sciences

21. Sur les Fractions Continues Algébriques, t. CXXXIV, 23 junio 1902.
22. Sur la Représentation des Fonctions par des Suites de Fractions rationnelles, t. CXXXVIII, 22 febrero 1904.
23. Sur les Fractions Continues Algébriques, t. CXXXIX, 21 nov. 1904.
24. Sur les Fractions Continues Algébriques de Laguerre, t. CXL, 29 mayo 1904.
25. La Recherche des Racines de certaines Equations numériques, t. CXLVIII, 22 febrero 1909.
26. Sur le Calcul des Racines des Equations numériques, t. CXLVIII, 28 junio 1909.
- 27-28. Sur les Courbes Gauches Algébriques, t. CLXIV, 5 y 12 de marzo 1917.
- 29-30. Sur les Courbes Gaauches de première espèce, t. CLXVI, 4 y 25 febrero 1918.
31. Sur les Courbes Algébriques planes ayant des points multiples communs, t. CLXVII, 19 agosto 1918.
32. Sur la prévision locale du Temps, t. CLXXVI, 4 junio 1923.
33. Sur la prévision méthodique du Temps, t. CLXXVI, 25 junio 1923.
34. Sur les courbes de Gauss dissymétriques, t. CLXXVIII, 16 junio 1924.
35. Sur l'évaluation de $\log n!$, t. CLXXIX, 3 nov. 1924.

Comptes rendus de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences

36. La probabilité dans les sciences d'observation, 1923.
37. Corrélation et moindres carrés, 1925.
38. La probabilité des causes dans les phénomènes physiques, 1925.

Comptes rendus du deuxième Congrès international de Philosophie

39. Une Définition logique du Hasard et de la Probabilité, Ginebra, 1904.

Journal de Mathématiques Pures et Appliquées

40. Sur les Courbes Gauches Algébriques, 7^a serie, T. II, 1916.
 41. Sur les Cuartiques Gauches de Première Espèce, leurs représentations paramétriques, leur classification, 7^a serie, T. III, 1917.

L'Enseignement Mathématique

42. Les Fondements de l'Arithmétique Moderne, t. I, 1899.
 42. Peut-on vulgariser les Mathématiques Supérieures?, t. III, 1901.
 44. La loi des Grands Nombres, t. VII, 1905.

La Revue du Mois

45. A propos du Hasard, 2^o año, 1907.

Mémorial de l'Office National Météorologique

- 45 (bis) Les Courbes de Gauss dissymétriques, 1924.
 46. Tables à 12 décimales de $\log n!$ pour les valeurs entières de n , de 1 a 1000, en collaboration avec F. J. Duarte, 1925.
 47. La Méthode de Corrélacion, 1926.

Nouvelles annales de Mathématiques

48. Un paradoxe du Calcul des Probabilités, 4^a serie, t. III, 1903.
 49. De l'usage pratique du Théorème de Sturm, 4^a serie, t. X, 1909.

Rendiconti del Circolo Matematico de Palermo

50. Sur les Fractions continues Algébriques, t. XIX.

Revue Générale des Sciences pures et appliquées

51. La Balistique du fusil de chasse, 1914.
 52. La Méthode de Corrélacion, 1926.

Revue de Lille

53. Définition Logique du Hasard, t. XVII, 1905.

Varios

54. La Balistique du fusil de chasse. *Revue des Questions Scientifiques de Bruxelles*, 1914.

55. Las Matemáticas en Francia en los últimos cincuenta años, *Ibérica*, 1924.
 56. Sur la non-corrélation en France entre la pluie et les récoltes, *La Météorologie*, 1926.

Obras diversas

57. Leçons Elémentaires sur le Calcul des Probabilités; gr. in 8°, VI + 191 páginas. Gauthier-Villars, París 1908.
 58. Additions à: *Histoire des Mathématiques* por W. W. Rouse Ball, traducción de L. Freund, seguidas de una nota de G. Darboux; 1 vol. gr. in 8°, 271 páginas. Hermann, París. 1907 y 1912.
 59. Exercices et Leçons de Mécanique Analytique; in 8°, II, 334 p. Gauthier-Villars, París, 1915.
 60. Leçons sur les Fonctions Elliptiques en vue de leurs Applications. Curso libre dictado en la Facultad de Ciencias de París, gr. in 8°, X—267 p., *ibíd.* 1917.
 61. Introduction à la Théorie des Courbes Gauches Algébriques. Curso libre dictado en la Facultad de Ciencias de París, recogidas y redactadas por M. Vogt, licenciado en ciencias; in 4°, autografiado, 112 p. París, 1918.
 62. Calcul des Probabilités et Statistiques. Tableaux. (Lecciones dadas en las Universidades de Ginebra, Lausania, Berna, Lovaina, Gante, Bruselas y Lieja, premiadas con una medalla de honor de la Universidad de Bruselas. Chiron, 1926, 1ª y 2ª ed.

Annales de la Société Scientifique de Bruxelles

63. La Formule fondamentale de la Statistique, 1927.
 64. Le rôle des constantes de la formule fondamentale de la Statistique et leur relativité, t. XLVII, serie A, 1ª parte, 1927.
 65. Détermination de la Mode ou écart le plus probable dans les courbes de probabilité simple (en colaboración con F. J. Duarte), t. XLVIII, serie A, 1ª p., 1928.
 66. Quelques statistiques réductibles et non réductibles à la loi de probabilité simple. Conclusión, t. XLVIII, 2ª parte, 1928.
 67. Remarque sur quelques formules de la théorie des fréquences, t. XLIX, 1ª parte, 1929.
 68. La fonction thêta dans le calcul des probabilités et l'écart probable, t. XLIX, 2ª parte, 1929.
 69. Probabilités et statistiques. Le problème du second degré, t. L, 1ª parte, 1930.
 70. Statistique mathématique. Problèmes de degrés supérieures, t. LII, 1ª parte, 1932.
 71. Statistique mathématique. Les moments partiels du second ordre de la fonction binomiale, t. LII, 2ª parte, 1932.
 72. Jeu de la roulette. Etude expérimentale d'écart probable, t. LIII, 1ª parte, 1933.
 73. Détermination des écarts probables dans la fonction binomiales, t. LIV, 1934.

L'Enseignement Mathématique

74. Statistiques et probabilités, n° 1, 2, 3, 1928.

Revue Scientifique

75. Statistique mathématique, n° 4, 27 febrero 1932.
 76. La Moyenne, n° 17, 8 septiembre 1934.
 77. Wronski mathématicien, n° 10, 25 mayo 1935.

Revue Générale des Sciences

78. Les Phénomènes et la Loi de Probabilité simple, n° 10, 1ª parte, 31 mayo 1928.
 79. Les Phénomènes et la Loi de Probabilité simple, n° 11, 2ª parte, 15 junio 1928.
 80. Quelques particularités des séries de Fourier, n° 13, 15 julio 1931.

Revista Matemática Hispano-Americana

81. Principios de Estadística Matemática, 8 septiembre 1929.

Obras varias

82. Notions sur la théorie des quaternations. Curso libre dictado en la Facultad de Ciencias de París. Gauthier-Villars, 1930.
 83. Probabilités et Statistiques. Hermann, 1931, in 4º, 210 páginas.
 84. La Méthode de Corrélacion, suivie de la table des carrés des nombres entiers de 1 a 1000, (Colección « Scientia »). Gauthier-Villars, 1932.
 85. Statistique Mathématique. Aus den Monatsheften für Mathematik und Physik, XXXIX, Band 1 Heft, Leipzig 1932. Akademische Verlagsgesellschaft, m. b. H. Conferencias dictadas en las Universidades de Viena, Budapest y Polonia, mayo 1931.

De esta bibliografía se desprende que los campos matemáticos especialmente cultivados por R. de Montessus son los de las curvas algebraicas, y el cálculo de las probabilidades. Incidentalmente se ocupó también del álgebra, de la teoría de las funciones y de la filosofía de las ciencias.

No vamos, naturalmente, a examinar toda esa obra, pero podemos hacer algunas ligeras indicaciones sobre la misma.

En Algebra, ha indicado un método que permite simplificar los cálculos requeridos para la aplicación del método de Sturm a la resolución de las ecuaciones numéricas (trabajo n° 49); ha demostrado que ese teorema es prácticamente aplicable a las ecuaciones

ciones que se forman igualando a cero las series hipergeométricas $F(a, b, c, -x) = 0$ cualesquiera sean las cantidades reales a, b, c (nº 10). Ha dado un procedimiento de cálculo, derivado del método de las sucesivas aproximaciones, que permite determinar con toda la precisión deseable, las raíces reales de las ecuaciones numéricas (nº 3, 6, 25).

En otro trabajo (nº 18) expuso el método de resolución de las ecuaciones numéricas deduciéndolo de los trabajos recientes (como los de Hadamard, *La Serie de Taylor*, etc.) ; y así puso en evidencia que, hace cerca de un siglo ya, Wronski había indicado procedimientos de resolución numérica de ecuaciones algebraicas idénticos a los más modernos de ahora.

En los trabajos nº 7 y 60 (pág. 18), ha mostrado que las coordenadas del Centro de gravedad del área de un semielipsoide escaeno pueden ser expresadas con el auxilio de integrales elípticas. Las coordenadas de un punto de una bicuadrática alabeada, intersección de dos superficies de segundo orden, pueden siempre ser representadas por funciones elípticas de mismo argumento; en sus trabajos nº 20 (pág. 8), 61 (pág.) 72 y 41, Montessus, en pocas líneas, ha probado la verdad de esa proposición. Se ha también esforzado en presentar la teoría de las funciones elípticas en forma elemental (trabajo nº 60).

La representación de las funciones por medio de fracciones continuas sienta tres problemas asaz difíciles: 1º determinar las reducidas; 2º hallar la zona de convergencia de la serie de las reducidas, y 3º probar que esa serie representa realmente la función.

Montessus, en sus trabajos nº 1, 2, 4, 17, 21, 22, 23, 24, 50, ha aportado una importante contribución a tal estudio de las fracciones continuas algebraicas, sacando interesantes conclusiones, entre otras, que la convergencia de ciertas funciones continuas tiene lugar en todo el plano de la variable, de suerte que la prolongación de la fracción continua no es detenida por puntos singulares, ya sean puntos críticos algébricos o logarítmicos. Ha establecido una teoría general de convergencia.

En lo relativo a las singularidades de las curvas alabeadas algebraicas (Nos. 27 y 40), llegó a la conclusión de que es siempre posible precisar la naturaleza de los puntos que una curva alabeada tiene en una paralela al eje de las z trazada por cierto punto singular.

Esas mismas curvas alabeadas algebraicas (y especialmente las bicuadráticas alabeadas), que son materias de los trabajos Nos. 28, 40, 20, 29, 30, 41, 61; le han dado motivo a interesantes estudios.

Lo mismo diremos de lo relativo a las curvas algebraicas planas que tienen puntos múltiples comunes (nº 31).

Sus trabajos sobre el Cálculo de Probabilidades (Nos. 44, 48, 57) y sobre *Estadística Teórica* (Nos. 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 46, 47, 52, 56, 57, 58) son especialmente importantes.

Y no pueden tampoco pasar desapercibidas sus contribuciones a la Filosofía de las Ciencias (Nos. 5, 39, 42, 43, 44, 45, 53, 57).

En el Cálculo de las Probabilidades podemos especialmente señalar las definiciones que ha dado y la manera como ha planteado el problema a fin de escapar a paradojas (como la llamada *de Bertrand*). Montessus se ha propuesto exponer el Cálculo en cuestión en base a la ley de Bernouilli encarada como un principio experimental (nº 57, pág. 16). Respecto de la Estadística Teórica, como las necesidades de la misma requieren, desde luego, el llamado *Método de Correlación* utilizado cuando solo se dispone de muy pocas (algunas decenas) observaciones, Montessus ha justificado ese Método, hasta entonces solo de carácter empírico, del punto de vista matemático (Nos. 47, 52, 56, 60). Además, la Estadística Teórica necesita también el uso de ciertas combinaciones de probabilidades elementales. Montessus ha establecido con éstas la noción de *Probabilidad reforzada* (Nos. 19, 59, 61). Finalmente, toda vez que esa misma Estadística Teórica requiere el estudio profundizado de cierta fórmula, Montessus se ha especializado en ese estudio, consiguiendo **muy** interesantes conclusiones (Nos. 20, 22, 23, 24, 25, 26).

Ha dado una nueva definición del *azar* la que fué adoptada por el Congreso Internacional de Filosofía de Ginebra en 1904 (Nos. 39, 45, 53, 57).

Ha creído deber hacer un distingo neto entre la fuerza estática y la dinámica (nº 5). En su trabajo nº 43, vertido al castellano y publicado por la *Revista Hispano Americana* (t. I, p. 81, 1919) ha realizado una interesante obra de divulgación poniendo al alcance de los profanos cuestiones difíciles relativas a las superficies mínimas que Plateau ha realizado prácticamente con marcos de alambres y burbujas de jabón.

Completaremos estas breves indicaciones con el recuerdo de uno que otro juicio que han merecido algunos de sus libros tanto respecto de su contenido científico como de su valor didáctico.

El profesor Ugo Broggi de Roma al comentar las *Lecciones elementales sobre el cálculo de las Probabilidades*, dice: « Sabiamente curioso de las materias que expone, Montessus introduce en su exposición observaciones personales dándole así el carácter de cosa

vivida. Por eso y por la más amplia consideración de las aplicaciones posibles, es que consigue evitar la fatiga y el hastío que, de otra manera, podría producirse en un lector no familiarizado en la materia (*L'enseignement Mathématique*; año 1908; pág. 633).

Respecto del libro *Exercices et Leçons de Mécanique Analytique*, el profesor A. Buhl de Toulouse dice: « Montessus tiene en grado superlativo la preocupación de lo acabado analítico, de la solución completamente terminada. No se trata aquí sólo de una colección de ejercicios sino que, en rigor, puede aprenderse en este libro la Mecánica analítica ella misma » (*ibíd.*, 1916, pág. 140). Su *Leçons sur les Fonctions elliptiques en vue de leurs applications*, ha sido comentado por el mismo Buhl así: « Puede decirse de un modo general que esas Lecciones representan una tentativa feliz de construcción de las funciones elípticas basada especialmente en el empleo del cálculo algebraico » (*ibíd.*, 1917, pág. 205). Y respecto de su *Introducción a la Teoría de las Curvas alabeadas*, agrega Buhl: « Casi estupor causa recorrer esas interesantes páginas. ¿Cómo así? ¿Tantas cosas curiosas existían en la intersección de dos cuádricas respecto de las que nada nos decían los tratados tan extensos, sin embargo que sobre dichas cuádricas aisladamente discurrían? La laguna era en verdad lamentable. Hay en estas *Lecciones* exposiciones muy originales y novedosas » (*ibíd.*, 1918, pág. 396).

En el librito *La Méthode de Corrélacion* (Colección « Scientia »), Montessus, llamado a enseñar ese Método en la Oficina Nacional Meteorológica de París, ha conseguido establecerlo sobre bases sólidas vinculándolo con el método de los cuadrados mínimos. Cuando publicó ese librito, el método era muy empleado por los estadísticos ingleses, americanos del Norte y alemanes; pero muy poco por los franceses; y, así, el autor llenó, para estos últimos, una laguna existente.

Cuando solo se dispone de pocas observaciones, no es posible aplicarles el método de las probabilidades, pero puede entonces aplicárseles el de *Correlación*, el cual indica, sobre todo, si una dependencia recíproca que parece resultar de esas pocas observaciones, debe o no ser aceptada y llevarse adelante.

Y respecto de su último libro *Probabilités et Statistiques* que contiene las lecciones dadas por Montessus en la citada Oficina Nacional Meteorológica de Francia, Buhl, que lo ha también analizado, reconoce (*L'Enseignement Mathématique*, 1931, pág. 160) que presenta un elevado carácter de originalidad, hecho que también señala el profesor Alliaume de la Universidad de Lovaina. Dice aquél,

entre otras cosas, que los métodos originales del autor permiten tratar muchas cuestiones de la estadística, mejor que por el de la continuidad integral; y que, el Cálculo de Probabilidades, gracias a aquél, ha dado en sus relaciones con la estadística un positivo paso adelante.

Además de sus trabajos científicos, Montessus de Ballore publicaba, desde 1918, un anuario general de las Universidades titulado *Index Generalis*, destinado a reemplazar el que los alemanes publicaron hasta la Guerra (1914) con el nombre de *Minerva*. Al emprender esta publicación se impuso Montessus una labor considerable, pero la ha afrontado con éxito.

Desde el año 1919, el *Index* viene saliendo año tras año. Montessus, antes de fallecer, pudo ver publicado el tomo relativo al año en curso 1937, cuya primera parte (1900 páginas, más o menos) concierne las Universidades y Escuelas Superiores del mundo entero, con la indicación de los cursos dictados, los nombres de los profesores y demás detalles. La segunda parte se refiere a los Observatorios, Bibliotecas, Institutos Científicos, grandes Academias, Sociedades Sabias de los diversos países civilizados. Contiene también muchas otras informaciones, así como tablas completas, entre otras, la Tabla alfabética de las personalidades científicas y literarias (95 000 referencias). Esta última edición contiene también una lista de canjes, otra de los principales editores, otra de los premios Nobel, etc., etc. Comporta 2500 páginas y hay un edición francesa y otra inglesa. Por lo demás está redactado en siete idiomas.

El autor de la presente noticia tuvo ocasión de prestar una pequeña ayuda al Dr. Montessus en lo relativo a la República Argentina y de allí que haya podido conseguir ahora muchos de los datos que damos, facilitados por su señorita hija y reemplazante en la Dirección del referido « Index ».

El retrato que acompaña la presente noticia nos ha sido facilitado también por ella con la indicación de que no se ha podido disponer de otra mejor por no existir; nos previene con tal motivo que su señor padre no tenía ordinariamente el aire severo que parece desprenderse de la foto en cuestión.

BIBLIOGRAFIA

Por E. R.

LEDOUX, EDOUARD, *Séchage des produits hygroscopiques. Adsorption de la vapeur d'eau*. Un vol. de 93 págs. con 51 figuras (16 × 25). Precio, 32 francos. Editado por la « Librairie Polytechnique ». Ch. Béranger, París, 1937.

El libro que nos ocupa se inicia con un Prefacio del famoso físico francés Georges Claude, en el cual se hace una ligera reseña de los adelantos sucesivos que ha experimentado en los últimos años el estudio de las fuerzas capilares, que pequeñas y despreciables, en apariencia, son susceptibles, sin embargo, de manifestarse produciendo grandes efectos. La fuerza de tracción, por *unidad de sección* de los meniscos que se forman en los canales extremadamente finos, es enorme, y, en algunos casos de adsorción, es ella la que obra para extraer las moléculas de vapor contenidas en la atmósfera circundante, haciéndolas pasar así, a través del menisco, de la atmósfera al líquido. Estos efectos, últimamente comprobados, son tan potentes que gracias a ellos se ha logrado reducir en proporciones asombrosas la tensión de los vapores, originándose fenómenos de liquefacción en circunstancias que antes se juzgaban imposibles.

Todo un nuevo campo de investigaciones se ha presentado así a los estudiosos, y muchas aplicaciones prácticas se llevaron ya a feliz éxito; una de ellas en la construcción de máscaras protectoras contra los gases, donde una materia porosa, generalmente carbón, baja tan eficientemente la tensión de los gases que el aire llega a los pulmones con carácter casi inofensivo. Otra consiste en el empleo del carbón enfriado a la temperatura del aire líquido, para separar unos de otros los llamados *gases raros* del aire (neon, helio, Krypton y xenon).

En la fabricación de lámparas tubulares de incandescencia, llenadas de gases raros, se han utilizado también estos procesos de adsorción: y más últimamente, sustituyendo al carbón con sales de silicio y aluminio se han logrado interesantes resultados en la desecación de los gases.

Toda una técnica especial ha nacido, en consecuencia, y en ella se considera a M. E. Ledoux como uno de los ingenieros más competentes. Sus obras anteriores, sobre *La dessiccation industrielle des gaz comprimés* y acerca de *La ventilation et l'assèchement des locaux souterrains*, han contribuido a la fama bien cimentada de que hoy goza como profundo conocedor de la teoría y de la práctica atingente a este novísimo capítulo de la Física.

En su reciente libro, trata principalmente de los productos higroscópicos, dando las bases de su empleo racional en la industria, dejando de lado los problemas de la adsorción dinámica adiabática, aunque este punto sea de extremado interés para la desecación económica del aire. Más bien, el autor se ha limitado a exponer los cálculos relativos al aire de ventilación de los secaderos, y al estudio de la evaporación, dejando de lado los tópicos ya vulgarizados o que pueden encontrarse en otras obras. Por eso, su libro es de reducido número de páginas, pero de extraordinario valor, pues en todas ellas se estudian tópicos nuevos y susceptibles de recibir aplicaciones inmediatas.

El lector puede juzgar, por el siguiente detalle de los temas tratados:

Primera parte: Adsorción y desadsorción estáticas isotérmicas. Cap. I: Definiciones. Cap. II: Tubos capilares; Tensiones superficiales; Calor de adsorción, etc. Cap. III: Materias adsorbentes e higroscópicas; Productos porosos; Isósteros; Curvas de humedad relativa, etc. Cap. IV: Isotermas; Estudio experimental; Histéresis; Tiempo necesario para alcanzar el equilibrio, etc. Cap. V: Aplicación industrial de la adsorción estática. Cap. VI: Adsorción capilar; Punto crítico; Tensión superficial del agua adsorbida.

Segunda parte: Adsorción y desadsorción dinámica isotérmica. Cap. I: Rapidez de la adsorción; Eficacia de la sequedad del aire, etc. Cap. II: Métodos de ensayo; Punto de fatiga; Causas; Humidificación isotérmica de los productos higroscópicos, etc. Cap. III: Eficacia de la humidificación del aire: expresión de la eficacia global, etc.

Tercera parte: Secado de los productos higroscópicos. Cap. I: Abaco de la desadsorción: Curvas de saturación; Pérdidas de calor; Ejemplos. Cap. II: Secado intermitente; Secado adiabático; Progresión del secado. Cap. III: Secado metódico: comparación entre los dos sistemas.

TIMOSHENKO, S., *Theorie de l'élasticité*. Un volumen de 446 págs. con 203 figuras. Precio, 130 francos. Editado por la « Librairie Polytechnique », Ch. Béranger. París, 1936.

El nombre de Timoshenko, profesor de Mecánica aplicada en la Universidad de Michigan, no es desconocido de los lectores franceses. En 1913, los *Annales des Ponts et Chaussées* habían publicado ya sus trabajos sobre « Estabilidad de los sistemas elásticos », traducidos por Heroufosse y Karpinski; y en 1922, se editó en París un folleto que trataba del « Cálculo de los arcos elásticos », original de Timoshenko. Pero la mayoría de las estudios debidos al ilustre profesor de la Escuela Politécnica de Kiew, seguían en ruso o en alemán. Sólo después de su reciente incorporación a la Universidad estadounidense de Michigan, aparecieron algunos en inglés, empezando por la *Applied Elasticity* (1928). Una de sus más recientes obras es la *Theory of Elasticity* (1934) que ahora podemos leer en francés, traducida por A. de Riva Berni, ingeniero de Artes y oficios y prologada por R. Campus, Director del Laboratorio de Ensayos de Ingeniería Civil de la Universidad de Lieja.

Se trata de una gran obra de un gran autor. « Mi deseo de promover la traducción de las obras de Timoshenko —dice Campus— procede de la originalidad que les encuentro y que debe ser particularmente sensible a los

espíritus nutridos del elasicismo científico francés. Su exposición de temas, e. intuitiva y concreta, procede luego de lo particular a lo general, de lo simple a lo complejo, siguiendo una progresión rápida, a veces abrupta, pero siempre adecuada al fin propuesto, para hacer comprender y volver fácilmente accesibles a los ingenieros los más complicados problemas de la elasticidad y de la resistencia de materiales. Timoshenko busca afanosamente ser comprendido, pero sin eludir la exposición de ninguna dificultad: se lo puede considerar como un matemático entre los ingenieros y como un ingeniero entre los matemáticos ».

Los doce capítulos que integran la obra tienen los siguientes títulos:

Cap. I. Tensión y deformación en un medio de dos dimensiones. Cap. II. Problemas de dos dimensiones en coordenadas rectangulares. Cap. III. Problemas de dos dimensiones en coordenadas polares. Cap. IV. Métodos basados sobre la energía de deformación. Cap. V. Resolución de los problemas a dos dimensiones por medio de la variable compleja. Cap. VI. Estudio de las tensiones y de las deformaciones a tres dimensiones. Cap. VII. Teoremas generales: ecuaciones diferenciales del equilibrio, etc. Cap. VIII. Problemas elementales de elasticidad a tres dimensiones. Cap. IX. Torsión: barras prismáticas, elípticas, perfiles laminados, tubos huecos, etc. Cap. X. Flexión de una barra prismática. Cap. XI. Tensiones distribuídas simétricamente con respecto al eje de un sólido de revolución. Cap. XII. La propagación de las vibraciones en los medios elásticos sólidos.

Por la lista de los temas tratados y por los antecedentes del autor, puede juzgarse del alto mérito del libro que la casa Béranger ha editado con el cuidado tipográfico y la perfección que le es característica.

SOCIOS ACTIVOS

Aguilar, Félix	Carbonell, José J.	Gaspar, Fernando L.	Mercau, Agustín
Albizzati, Carlos M.	Cárcova, Enrique de la	Géneau, Carlos E.	Mermoz, Francisco A.
Alvarez, Raúl J.	Carelli, Antonio	Gerardi, Donato	Mohring, Walther
Allende Lezama, Luciano P.	Carelli, Humberto H.	Ghigliazza, Sebastián	Molfino, José F.
Anastasi, Camilo	Caride Massini, Pedro	Giagnoni, Bartolomé E.	Molina Carranza, L.
Anchorena, Juan E.	Carman, Ernesto	Giannone, José	Molle, Clotilde C.
André, Enrique de	Carrea, Juan Ubaldo	Gradín, Carlos	Montes, Vicente E.
Andrioletti, Juan Luis	Casacuberta, Antonio	Grieben, Arturo	Moreno, Evaristo V.
Añón Suárez, Vicente	Castellanos, Alberto	Gutiérrez, Ricardo J.	Nágera, Juan José
Aparicio, Francisco de	Castello, Manuel F.	Haussler, Emilio	Natale, Alfredo
Aráoz Alfaro, Gregorio	Castifeiras, Julio R.	Herbin, Luis A.	Natale, Ernesto
Arbecchi, Armando C.	Celasco, Juan L.	Hermitte, Enrique	Negrete, Lucía
Arce, Manuel J.	Cock, Guillermo E.	Herrera Vegas, M.	Negri, Mario L.
Arditi Thompson, H.	Coni Bazán, F. A.	Herzer, Bernardo	Nelson, Ernesto
Armani, Aquiles	Curti, Orlando P.	Hickethier, Carlos F.	Nielsen, Juan
Arnau, Silvio J.	Curutchet, Luis	Hofmann, Herbert	Oliveri, Alfredo E.
Avila Méndez, Delfín	Chanourdie, Enrique	Hortal, José Angel	Ortega Belgrano, Raúl
Aztiria, Ignacio	Chella, Francisco	Houssay, Bernardo A.	Ortiz de Rosas, Jorge
Bado, Atilio A.	Chizzini Melo, Aníbal F.	Hoyo, Arturo	Otamendi, Gustavo
Bachmann, Ernesto	D'Ascoli, Lucio	Igartúa, Luis María	Otonello, Héctor
Baglietto, Eduardo E.	Dassen, Claro C.	Isetta, José	Páez, José María
Balbani, Atilio	Dasso, Héctor	Ivanissevich, Ludovico	Page, Franklin Nelson
Bancalari, Agustín	Dasso, Ricardo L.	Jorge, José M.	Paltoví y Oliveras, A.
Barabino Amadeo, S.	Debenedetti, José	Jakob, Cristofredo	Paquet, Carlos
Barbieri, Antonio	De Cesare, Elías A.	Keiper, Guillermo	Parodi, Edmundo
Bargna, Juan L.	De Fina, Armando L.	King, Diarmid O.	Parodi, Lorenzo R.
Barilari, Mariano J.	De la Ini, Juan E.	Kinkelin Pelletán, J. C. de	Pasman, Raúl G.
Barral Souto, José	Dellepiane, Luis J.	Kraglevich, Nicolás T.	Pasman, Rodolfo E.
Barrancos, Leónidas A.	Deulofeu, Venancio	Krapf, Eduardo	Pastore, Franco
Becke, Alejandro von der	Devoto, Franco E.	Labarthe, Julio	Paz Anchorena, José M.
Berdoy, Pedro A.	Díaz, Emilio C.	Lagunas, Simón	Pérez Hernández, A.
Berrino, Juan B.	Dieulefait, Carlos E.	La Menza, Francisco	Pérez Pirán, Juan A.
Bertino, José Carlos	Doello-Jurado, Martín	Laporte, Luis B.	Perrone, Cayetano
Besio Moreno, Nicolás	Dobranich, Jorge W.	Larco, Esteban	Pestalardo, Agustín
Bianchi Lischetti, A.	Dominguez, Juan A.	Lasso, Alfredo L.	Pini, Aldo S.
Biggeri, Carlos	Dubeq, Raúl E.	Latzina, Eduardo	Platz, Hubert
Blaquier, Juan	Dueñas, José	Lignières, Roberto	Podestá, Juan Carlos
Boaglio, Santiago	Duhau, Luis	Lizer y Treilles, C. A.	Polti, Modesto
Bolognini, Héctor	Dupont, Enrique	Lombardi, Alberto	Posadas, Carlos
Bonanni, Cayetano A.	Durañona y Vedia, A.	López, P. José	Quartino, José N.
Bontempi, Luis	Durrieu, Mauricio	Loyarte, Ramón G.	Quinos, José Luis
Bordenave, Pablo E.	Edelberg, Benjamín	Lozano, Nicolás	Quintero, Bruno F.
Borruat, Luis	Escudero, Pedro	Lugones, Arturo M.	Quiroga, Pedro R.
Borzi, Ana María	Faré, Santo S.	Llauró, José	Raimondi, Alejandro
Bosch, Gonzalo	Fernández, Alberto J.	Mac Donagh, E. J.	Raffo, Bartolomé M.
Bosisio, Anecto J.	Fernández Díaz, A.	Magnin, Félix J.	Ramaccioni, Danilo
Bottaro, Juan C.	Fernández Long, S.	Magnin, Jorge	Ramallo, Carlos M.
Bozzini, Luis (h.)	Figini, Angel	Mainini, Carlos	Ratto, Héctor R.
Briano, Juan A.	Figuerero, Hernando W.	Mallol, Emilio	Rebuelto, Antonio
Bunge, Juan C.	Fischer, Gustavo Juan	Mamberto, Benito	Rebuelto, Emilio
Buontempo, Guillermo	Flores, Emilio M.	Marcó del Pont, E.	Reece, William Asher
Butty, Enrique	Floriti, Carlos J.	Marchionatto, Juan B.	Repetto, Blas Angel
Buzzo, Alfredo	Forn, Carlos J.	Maresca, Antonio J.	Repossini, José
Buzzo, Eduardo B.	Fossa Mancini, E.	Marini, Tomás L.	Ringuet, Emilio J.
Caillet Bois, Teodoro	Franceschi, Alfredo	Martignone, Eduardo	Rissotto, Atilio A.
Calandra, Raúl E.	Fürnkorn, Dívico A.	Marotta, F. Pedro	Rivarola, Rodolfo
Camus, Nicolás	Gadda, Carlos Manuel	Marotta, R. Armando	Robles, Angel A.
Canale, Humberto	Galmarini, Alfredo G.	Mata, Leopoldo	Rodríguez Aravena, S.
Carabelli, Juan José	Gandolfi Herrero, Augusto	Méndez, Julio	Rodríguez, Germinal
Carbia, Rómulo D.	Gandolfo, José S.	Meoli, Gabriel	Roffo, Angel H.
Carbone, Esteban	Gascón, Alberto	Meoli, Humberto	Roffo, Juan
			Roldán, Raimundo

Romero Brest, Enrique	Savon, Marcos A.	Storni, Carlos David	Varela, Rufino
Rokotnitz, Otto	Schnack, Benno J.	Suárez, Angel	Vecchi, Arístides de
Rospide, Juan	Schmidt, Max	Taiana, Alberto F.	Vela Huergo, Julio
Rossell Soler, Pedro	Schoo Lastra, Oscar	Taiana, Jorge	Veyga, Francisco de
Rossi, Arturo R.	Schulz, Guillermo	Tamini, Luis Augusto	Vidal, Eduardo
Ruata, Luis E.	Selva, Domingo	Tarragona, José	Villalobos D., C.
Ruiz Moreno, Isidoro	Sesma, Angel	Tedeschi, Virgilio	Vignaux, Juan C.
Ruiz Moreno, Adrián	Sheahan, Juan F.	Tello, Eugenio	Vinardell, Alberto
Rumi, Tomás J.	Silva, Leónidas L.	Torre Bertucci, Pedro	Volpatti, Eduardo
Sabarla, Enrique	Simons, Helimut	Torello, Pablo	Wainer, Jacobo
Sagastume Berra, A. E.	Siri, Luis	Tossini, Luis	White, Guillermo J.
Salomón, Hugo	Sobral, Arturo	Trelles, Rogelio A.	Wauters, Carlos
Sánchez, José Ricardo	Solari, Emilio F.	Trucco, Sixto E.	Wysztelewski, W. de
Sánchez, Gregorio L.	Solari, Miguel A.	Valeiras, Antonio	Zamboni, Agustín
Sánchez Díaz, Abel	Soler, Frank L.	Valentiner, Hugo	Zappi, Enrique V.
Sánchez Sorondo, M. G.	Solórzano, Luis A.	Valentini, Argentino	Zavalla, Carlos M.
Sanromán, Iberio	Sordelli, Alfredo	Valentinuzzi, Máximo	Zuloaga, Angel M.
Santángelo, Rodolfo	Spinetto, David J.	Vallebella, Colón B.	
Sarhy, Juan F.	Spota, Víctor J.	Vallejo, Segundo E.	
Sarrabayrouse, Eugenio	Storni, Segundo R.	Vanossi, Reinaldo	

SOCIOS ADHERENTES

Alvarez, Carlos E.	Glücksman, Carlos E.	Muñoz Cabrera, René	Viglione, Fausto E.
Bazzanella, José	Goyena, Ricardo J.	Recoder, Roberto F.	Wechsler, Wolf
Devoto, Arnaldo Carlos	Laporte, Julio A.	Repetto, Cayetano	Zenarruza Johnson, Tirso A.
Devoto, Carlos Alberto	Magne de la Croix, P. A.	Riú, Pedro Carlos	
Folcini, Martín L. G.	Milesi, Emilio Angel	Rusconi, Carlos	
García, Eduardo D.	Monca, Jacobo Isaac	Somonte, Eduardo	

CASAS ADHERENTES

Francisco Disí	Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	Jacobo Peuser, S. A.
Angel Estrada y Cía.	Hijos de Atilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Palumbo"	Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales, Ing. Clodoveo Pascualini; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. Jorge E. Bobone; Dr. Federico Padula; Ing. Luis Chechi; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Bobone, Jorge E.	Brandan, Ramón A.	Carlomagno, José
Aguiar, Henocho D.	Bodenbender, G.	Brogliola, Alberto A.	Chaudet, Enrique
Amaya, Arturo A.	Bonet, Rafael	Buteler, Jesús E.	Checchi, Luis
Arrambide, Miguel	Borzacow, Wladimir	Camilloni, Carlos	Deheza, Eduardo

Del Viso, Jacinto
De Tezanos Pinto, J.
Devoto, Heraclio A.
Espinosa, Manuel
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fitz Simon, Sgo. E.
Fontana, Lorenzo P.
Fuchs, Guillermo J.
García, Daniel
Gavier, Daniel E.
Giménez de Azúa, F.

Godoy, Salvador A.
Gómez, Calixto A.
Gordillo, Pedro N.
Granillo Barros, M.
Hosseus, Carlos Curt
Jagsich, Juan
Kronfus, Juan
Lofayette Zimmer, M.
Larrauri, Agustín C.
Lutzow Holm, Olaf.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio

Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Carlos A.
Ninci, Raúl T.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani
de
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Roggeri, Domingo

Rothlin, Edwin
Sayago, Gumersindo
Schmiedecke, Augusto
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Torres, Valeriano
Trebino, Natalio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2º, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Benet, Pedro José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis (hijo)
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo

Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.).
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto

Juliá Tolrá, Antonio
Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Mar-
cos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis

Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Prof. Tomás Silvestre; Secretario, Dr. Eduardo Carette; Tesorero, Ing. Cayetano G. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Ing. Jacinto Anzorena; Dr. Mario Bidone; Ing. Juan P. Toso; Dr. Manuel G. Lugones; Ing. Francisco M. Croce; Dr. Salomón Miyara.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Basso, Germinal
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Carette, Eduardo
Ceriotto, Emilio
Croce, Francisco M.
Gabielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo

García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Simbaldo
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto

Maroso, José Angel
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Miyara, Santos
Oviedo Marcó, Carlos
Oviedo Ortíz, Carlos
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Piovano, Abelardo P.
Pontis, Rafael E.

Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Sammartino, Miguel
Sánchez C., Juan V.
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Toso, Juan P.
Vicchi, Juan A.
Villanueva, Miguel An-
gel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.....	México	Hernández, Juvenal.....	Santiago (Ch.)
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Hijar y Haro, Luis.....	México
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Janet, Pierre.....	París
Avendaño, Leóndas.....	Lima	Jiménez de Asúa, Luis.....	Madrid
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Kinart, Fernando.....	Amberes
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Lahille, Fernando.....	Tarn (Fr.)
Borel, Emile.....	París	Langevin, Paul.....	París
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Levi Civita, Tulio.....	Roma
Bragg, William Henry.....	Londres	Lobo, Bruno.....	Río de Janeiro
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Lehmann Nitsche, Roberto..	Berlín
Bruch, Carlos.....	Olivos	Mardones, Francisco.....	Santiago (Ch.)
Cabrera, Blás.....	Madrid	Molina, Enrique.....	Concepc. (Ch.)
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Monjarás, Jesús E.....	México
Cacabajal, Melitón M.....	Lima	Moretti, Gaetano.....	Milán
Corti, José S.....	Mendoza	Oliver Schneider, Carlos...	Concepc. (Ch.)
Darmois Georges.....	París	Perelra d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Perrin, Tomás G.....	México
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Porter, Carlos E.....	Santiago (Ch.)
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Pi y Suñer, Augusto.....	Barcelona
Flebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Antofag. (Ch.)
Fontecilla Larrain, Arturo..	Santiago (Ch.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Lima
Fort, Michel.....	Lima	Rowe, Leo S.....	Washington
González del Riego, Felipe..	Lima	Shepperd, William R.....	New York
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Tello, Julio C.....	Lima
Guinier, Philibert.....	Nancy (Fr.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Vélez, Daniel M.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Valle, Rafael H.....	México
Hassler, Emilio.....	San Bernardino (Paraguay)	Vitoria, Eduardo.....	Barcelona
		Volterra, Vito.....	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA
ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

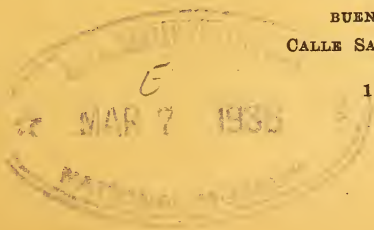
DICIEMBRE 1937. — ENTREGA VI. — TOMO CXXIV

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
EDUARDO L. HOLMBERG:	
Nota necrológica	369
Discurso del Sr. Presidente de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Ing. AGUSTÍN MERCAU	373
Discurso del Sr. Prof. ALBERTO CASTELLANOS	374
Artículos del Dr. E. L. HOLMBERG, publicados en los «Anales»	376
SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:	
<i>Ciclo de conferencias.</i> — Conferencias de los Dres. CRISTOFREDO JAKOB Y GUSTAVO A. FESTER	377
Necesidad de fiscalizar las reservas acuáticas en la República Argentina, por el Dr. CRISTOFREDO JAKOB	377
Viaje de estudio a la zona Magallánica y Tierra del Fuego, por el Dr. GUSTAVO A. FESTER	378
<i>Sesión de comunicaciones del 10 de Diciembre de 1937</i>	379
GREGORIO KLEER. — Sobre la naturaleza de las rocas de la Cantera Aguirre de las sierras del Tandil y su diferenciación	379
JOSÉ BABINI. — Sobre algunas propiedades de las derivadas y primitivas de los polinomios de Legendre	381
G. A. FESTER. — La Geoquímica del Vanadio	381
CARLOS WAUTERS. — Las aguas subterráneas en nuestra legislación civil. (<i>Conclusión</i>)	383
A. E. SAGASTUME BERRA. — Fundamentos matemáticos de la música (<i>Conclusión</i>)	400
VIRGILIO TEDESCHI. — Las teorías sobre conductibilidad electrolítica y métrica y el campo magnético producido por las cargas en movimiento	432
Homenaje al Ing. LUIS A. HUERGO	441
Sociedad Científica Argentina. — Reglamento para las publicaciones de artículos científicos en los «Anales»	445
N. B. M. — Bibliografía	446
Índice de materias contenidas en el Tomo CXXIV	447

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

—
1937



SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †	Dr. Carlos Darwin †	Dr. Enrique Ferri †
Dr. Mario Isola †	Dr. César Lombroso †	Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Germán Burmeister †	Ing. Luis A. Huergo †	Ing. Guillermo Marconi †
Dr. Benjamín A. Gould †	Ing. Vicente Castro †	Dr. Walter Nernst
Dr. R. A. Phillippi †	Dr. Juan J. J. Kyle †	Dr. Eduardo L. Holmberg †
Dr. Guillermo Rawson †	Dr. Estanislao S. Zeballos †	Dr. Alberto Einstein
Dr. Carlos Berg †	Ing. Santiago E. Barabino †	Dr. Angel Gallardo †
Dr. Valentín Balbín †	Dr. Carlos Spegazzini †	Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Florentino Ameghino †	Dr. J. Mendizábal Tamborel †	

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Rómulo D. Carbia; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollán (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Dr. Rodolfo Rivarola; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1937-1938)

<i>Presidente</i>	Ingeniero Jorge W. Dobranich
<i>Vicepresidente 1º</i>	Ingeniero Evaristo V. Moreno
<i>Vicepresidente 2º</i>	Doctor Gonzalo Bosch
<i>Secretario de Actas</i>	Doctor Antonio Casacuberta
<i>Secretario de Correspondencia.</i>	Doctor Santiago Barabino Amadeo
<i>Tesorero</i>	Arquitecto Carlos E. Géneau
<i>Pro-tesorero</i>	Profesor José F. Molfino
<i>Bibliotecario</i>	Ingeniero José S. Gandolfo
	Ingeniero Carlos Posadas
	Doctor Juan Ubaldo Carrea
	Doctor Reinaldo Vanossi
	Ingeniero Mario L. Negri
<i>Vocales</i>	Doctor Angel H. Roffo
	Capitán de Fragata Héctor R. Ratto
	Doctor Jorge Magnin
	Ingeniero Ricardo J. Gutiérrez

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc., se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.



EDUARDO L. HOLMBERG

H O L M B E R G

† el 5 - XI - 1937

La muerte del Dr. Eduardo L. Holmberg, acaecida en Buenos Aires durante la noche del 4 al 5 de Noviembre de 1937, marca una fecha luctuosa para la ciencia argentina. Con él desaparece uno de los grandes, de los más grandes cultores que ha tenido entre nosotros el estudio de la Naturaleza.

Aunque extinguida su laboriosa vida a la avanzada edad de 85 años, largo tiempo después de abandonadas las actividades de investigador con las cuales conquistó la justa fama que aureola su nombre, no es menos sensible su pérdida, pues Holmberg era un ejemplo constante de sencillez y armonía, a la vez que su palabra continuaba siendo pródiga, hasta los últimos momentos de su existencia, en difundir verdades y enseñanzas, perennemente salpicadas de esas finas ironías y sutiles comentarios, posibles sólo a quienes tienen la extraordinaria cultura de Holmberg, y que marcaron uno de los más característicos aspectos de esta figura extraordinaria.

Sus primeras publicaciones se refieren a *Viajes por la Patagonia*, y datan de 1872. Holmberg era entonces un joven estudiante de 20 años, y la Patagonia una comarca desconocida, inhóspita y dominada aún por tribus salvajes. El simple hecho de emprender semejantes correrías, indica ya bien a las claras cuál era su vocación, que lo llevó a estudiar la flora del Río Negro, trayendo a su regreso interesantes colecciones que donó al Museo Nacional de Buenos Aires. En 1874 empiezan a aparecer trabajos suyos sobre los *Arácnidos* en los *Anales de Agricultura de la República Argentina*, y en el *Periódico Zoológico*, que junto con *El Naturalista Argentino*, fundado en 1874 por Enrique Lynch Arribalzaga, eran las publicaciones científicas de mayor importancia en aquella época. Las investigaciones de Holmberg sobre las arañas, fueron proseguidas sistemáticamente durante los años 1876 a 1879, originando numerosos artículos en los que describe y clasifica varias especies nuevas, estudiando también los perjuicios causados por algunas de ellas a

la agricultura. En 1877 hizo un viaje a las provincias del Norte, cuya reseña publicó en el *Boletín del Consejo de Educación*; y con las observaciones directas recogidas escribió en 1878 *Mamíferos y Aves de Salta*, monografía a la que siguieron otras: *Sobre las Aves de la Provincia de Buenos Aires*; — «*Rhea albescens*», Lynch y Holmberg; *Sobre los Solpúgidos argentinos*, y otros trabajos menores en *El Naturalista Argentino*, donde también se encuentran detallados sus viajes por la cuenca del río Luján y norte de la Provincia de Buenos Aires. En 1879 empezó su colaboración en los *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, con una nota *Sobre las especies del género Bombur*, halladas hasta la fecha en el país.

Al margen de esta copiosa producción de alta seriedad científica, Holmberg cultivaba la literatura con parecido éxito. En 1874 apareció en el folletín de *El Argentino*, su traducción de los regocijantes *Documentos del Club Pick-Wick*, de Dickens, autor por el que sentía especial predilección. En 1876 tradujo gran parte del libro de Ricardo Napp sobre *La República Argentina*. Una revista literaria, *La Ondina del Plata*, incluye en sus entregas de 1876, los ensayos *Insomnio* y *El Ruiseñor y el Artista*; el mismo año aparece en un volumen de 190 páginas el *Viaje maravilloso del señor Nic-Nac al planeta Marte*, antes incluído como folletín en *El Nacional*, y en la *Revista Literaria* dió a conocer el cuento *La pipa de Hoffmann*; en 1878, *El Album del Hogar* publicó en folletín su novela corta *El tipo más original*, y en 1879 los folletines de *La Nación* incluyen tres trabajos literarios de Holmberg: *Boceto de un alma en pena*; *Umbra*, y *Olga*.

Todos estos escritos son anteriores a su graduación de médico en 1880 con una tesis sobre *El fosfeno*; y si los hemos detallado especialmente, es porque todo lo que de más característico iba a mostrar después la vida de Holmberg, se revela ya en estas primeras actividades de su juventud: el afán de estudiar directamente la naturaleza; la versatilidad de su espíritu curioso; la fantasía de los temas elegidos para sus ensayos literarios; y el arte e ironía supremas de que fueron siempre revestidas sus palabras. En cambio no se encuentran después rastros de sus estudios médicos, salvo un artículo sobre *Osteomalacia*, aparecido en 1893 en *Revista del Jardín Zoológico*.

Nunca quiso ejercer la profesión para la cual le habilitaba su título universitario, pues, según decía, le repugnaba ganar dinero sobre el dolor ajeno. «No me es posible aceptar — añadía — nada que venga de los sufrientes. Sería, en cambio, un gran médico de

las personas sanas y felices ». Sin embargo, alguna actividad médica tuvo que cumplir en los primeros tiempos de su doctorado, obedeciendo a sugerencias paternas, y de esa época data un anecdotario pintoresco y excepcional propio del incorregible carácter burlón de Holmberg. Algunas recetas, hechas a su « modo y manera », pronto se hicieron famosas.

En las dos décadas siguientes, 1880-1900, se desarrolla la amplísima obra de naturalista llevada a cabo por Holmberg. Aun la simple enumeración de sus obras sería ya fatigosa. Efectuó viajes a las Sierras del Tandil (1883) ; al Chaco (1885) ; a Misiones (1897) ; a Mendoza (1897), publicando extensas reseñas de todos ellos ; colabora en los *Anales de la Sociedad Científica Argentina* ; en el *Boletín de la Academia de Ciencias de Córdoba* ; en la *Revista de la Sociedad Geográfica Argentina* ; en la *Revista de Historia Natural* de Ameghino ; en congresos científicos, en los censos nacionales y provinciales, etc. ; aborda innúmeros tópicos de mineralogía (en 1886 tradujo la obra de J. H. Collins, adaptándola al país) ; de botánica (en 1892 publicó la *Clave analítica de las familias de las plantas* ; en 1897 la *Flora Argentina*) ; de zoología, acerca de la cual Holmberg escribió más de cincuenta monografías, algunas de tanto valor como el *Catálogo de los peces argentinos* (1893) ; de arqueología, etc. Dió conferencias tan interesantes como *Las arañas* (1881) ; *Darwin* (1882) ; *Camalotes* (1887) ; *Los peces* (1889) ; *Ciencia y Poesía* (1890) ; *El fuego y los volcanes* (1894) ; *El Iguazú* (1900), enalteciendo así con sus palabras las más prestigiosas tribunas del país. A partir de 1900 sus monografías se incluyen en los *Anales del Museo Nacional*, y en *Apuntes de Historia Natural*, de los que aparecieron varios volúmenes en colaboración con otros naturalistas. En 1908 publicó su *Botánica elemental* en un volumen de casi 500 páginas.

Desde 1888 hasta 1904, ocupó la dirección del Jardín Zoológico de Buenos Aires, realizando allí la gran obra que hizo de Holmberg el naturalista más popular del país. Enriquecidas las colecciones y dispuestas en forma apropiada para su cómodo examen, supo atraer la atención y la curiosidad de grandes y chicos, que hallaron en sus visitas domingueras al Jardín Zoológico constantes motivos de agradable enseñanza. Al pie de las jaulas o por los senderos del jardín, encontraban a un hombre de apariencia hosca y de maneras bruscas pero de bondad escondida y sabiduría inagotable, que, mezclándose con ellos, les explicaba en pintorescas charlas las más curiosas costumbres, descripciones y antecedentes de las faunas sal-

vajes. Era Holmberg, que así contribuía, silencioso y perseverante, a la mayor ilustración de la masa ciudadana. Publicó varias guías ilustradas, catálogos y planos del Jardín, además de la *Revista del Jardín Zoológico*, en la que incluyó muchos escritos de alto valor científico. Su gestión terminó ruidosamente, pues las autoridades municipales de las que dependía el Jardín Zoológico nombraron una « Comisión asesora del Director », en completo desacuerdo con él, obligándolo a renunciar. Se dice que hubo de por medio ciertas dificultades puestas por Holmberg a permitir manejos electorales con los peones del Jardín, pero es más probable la existencia de algún incumplimiento a las solemnes formalidades burocráticas, de las que siempre se burló Holmberg.

Quedan sin mencionar en esta rápida nota, muchos otros de sus trabajos, como sus novelas, en gran parte de asuntos fantásticos, *La casa endiablada*, *La bolsa de huesos*, *El medallón*, etc.; artículos de crítica; traducciones de Wells; estudios de arte, como los dedicados a la restauración de la Venus de Milo; su gran poema *Lincal*, de más de 7000 versos endecasílabos, etc.

Y su acción docente, que ha dejado huellas inmensas en las generaciones de estudiantes a los que aleccionó en Colegios Nacionales, Escuelas Normales y Universidades; y más todavía, sus inimitables conversaciones en rueda de amigos. Reunido con Payró, Rubén Darío, el astrónomo Harparath, Gutiérrez, el médico-poeta, y otros espíritus de excepción, ante los cuales brillaba la sorprendente cultura de Holmberg, hablaba de literatura germánica, de las religiones de la India o de etimologías griegas y latinas, mezclándolas a desconcertantes paradojas y a inverosímiles citas que arrancaba de los más escondidos vericuetos de su pasmosa erudición.

En las páginas iniciales de *Darwiniana*, el Dr. Hickers, refiriéndose a Holmberg, trató de caracterizarlo, diciendo: « En sus ideas y pensamientos, es vasto y profundo como el mar; violento como el pampero en la defensa de su honor y cálido como el sol en sus amistosos afectos. Holmberg levanta bajo el palio de la Naturaleza, su cátedra que brilla con el oro de su sabiduría y resuena con el acento argentino de su elocuencia ».

Y Rubén Darío, al final de una de las tantas agradabilísimas reuniones celebradas en la vieja casona de la calle Cerrito, al despedirse le dirigió a Holmberg una frase, como suya: « Cuando mueras, que sobre tu sepulcro no se derrame el llanto, sino rocío, vino, miel... ».

**Discurso del señor Presidente de la Academia
de Ciencias E. F. y N. Ing. AGUSTIN MERCAU**

En nombre de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y de la Sociedad Científica Argentina, y con la más honda emoción personal, expreso el profundo sentimiento que ha producido en el seno de ambas instituciones la muerte del gran sabio argentino Eduardo Ladislao Holmberg.

Su desaparición representa una inmensa pérdida para el país y para la ciencia en general.

Holmberg era un hombre dotado de un talento verdaderamente extraordinario, y de una aptitud de trabajo excepcional. No ha habido género de actividad en que no se haya destacado. Ya sea en la medicina, en la física, en la mineralogía, en la geología, en la botánica, en la zoología, en la arqueología, en la literatura, en el periodismo, en la poesía, en las artes, etc. Formó parte, además de numerosas instituciones, entre otras la Sociedad Científica Argentina, de la que fué socio casi desde su fundación, y la cual le designó más tarde como socio honorario.

Holmberg fué durante largos años miembro de nuestra Academia y desempeñó por varios períodos su presidencia. A la autoridad de su palabra se agregaban condiciones especialísimas de sociabilidad y amenidad que le granjeaban la más viva y sincera simpatía de todos sus colegas. Al cumplir la ya avanzada edad de 75 años, ante su propósito de abandonar sus tareas, la Academia por unanimidad le designó como presidente honorario de la misma, título excepcional, la más alta distinción que podía otorgársele y que consagraba el reconocimiento de su notoria profundidad científica.

Se explica entonces porque su muerte, que tanto significa desde el punto de vista científico, haya traído una consternada emoción a nuestra Academia, en la cual su recuerdo será permanente e imperecedero.

Por ello y porque la Academia considera que encuadra dentro de su misión destacar la labor científica de este eximio colaborador, ha dispuesto realizar un acto público destinado exclusivamente a honrar la memoria del Holmberg y a la referencia de todos sus numerosos estudios científicos y de todo orden que ha podido abarcar la inmensidad de su genio y la polifurcación de su talento.

Este será el más justiciero homenaje que pueda rendirle nuestra Academia en la cual se recordará siempre su nombre con el afecto que supo inspirar su bondad y con el respeto que supo imponer su obra.

Discurso del señor Prof. ALBERTO CASTELLANOS

« La muerte pone cien años de distancia entre un día y otro », decía Buffon, y he aquí el caso. Con la serenidad de ese lapso, traigo el encargo de hacer uso de la palabra en representación de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires para despedir los restos mortales de uno de sus esclarecidos profesores, el Dr. Eduardo Ladislao Holmberg, el primer argentino que ocupa cátedras de Ciencias Naturales en esa casa de estudios.

Su acción no se localiza solamente a este punto sino que se dirige también a otros, hasta por el periodismo. Arquetipo del docente universitario por su vasta cultura y por ser fiel obrero intelectual en todas sus manifestaciones, busca en la prédica desinteresada del divulgador un complemento de su enseñanza oficial y un campo de acción más para sus actividades. Haciendo caso omiso de lo que generalmente ocurre, cuando un grande hombre muere, una turbamulta de incapaces pugnan interesados en considerarle su maestro, lo cierto es que no podrá hablarse de un discípulo, porque todos los jóvenes de su época, el que más o el que menos no pueden dejar de reconocer que en algún momento de su vida, en aquel que más se siente la necesidad del director espiritual, su prédica o sus obras escritas, modo de enseñanza más perdurable que el de la palabra, le sirvieron de guía. Fué su maestro. Con capacidad sin igual supo dirigirse al corazón del joven, despertándole su vocación, ese dios interior de cada uno, sin dejar de ser colega de los especialistas.

Su obra no tiene caracteres netos, como es natural que lo fuese por la época en la cual actuó, sin tradición científica. A su personalidad de hombre de ciencia no hay que analizarla en sus especialidades porque no se la hallará a la altura de la ciencia de la época. Hay que tomarla en conjunto, los tiempos en que actuó no le permitieron otras disciplinas ni otra escuela que su propia vocación. Fué un autodidacta.

Más que el zoólogo, el botánico etc., es el precursor de toda una corriente intelectual que a pesar de sus vicisitudes no se extingue, como ocurrió con la escuela científica de profesores alemanes en Córdoba importada por Sarmiento. Aquellos valores exóticos se anularon adaptándose al ambiente; en cambio Holmberg, él solo, nunca fué adaptado al medio. Luchó sin cobardía, con la misma obstinación que le persiguieron. Sus más rudos lances los libró por la causa de todos los tiempos: la libertad de las ideas. Y lo hizo con cariño profundo y sentimiento elevado de artista, por inculcar la observación, el estudio y también la comprensión de la Naturaleza. Es uno de nuestros próceres de la paz, de aquellos que resisten tenazmente toda la vida al asedio de la rutina, de la incomprensión, cuando no de la frialdad de la indiferencia. Pero nunca podrá llegar a ser figura popular, por la misma razón que él dió en igualdad de circunstancias para Ameghino: « porque siempre se dirigió a lo más hondo del cerebro humano ».

Naturalista de corazón, no sólo estudiaba la Naturaleza, dislacerándola fríamente en sus especialidades, sino que la sentía armónica en sus manifestaciones y bregaba por transmitir las al medio con las polimorfos vibraciones que la concebía, a pesar de la atención utilitaria ancestral de la que únicamente son capaces de prestarle los pueblos de raza mediterránea.

Conversaba con Holmberg después del primer congreso de naturalistas acaecido en Tucumán para el centenario de nuestra emancipación política, y me decía: « hemos triunfado ». Cuando podría arrogarse toda la gloria para sí y decir: « he triunfado », ya que aquella reunión era la obra resultante de su prédica, llevada a feliz término por sus discípulos. Tales eran sus preocupaciones y entusiasmos a una edad en que el espíritu busca el reposo. ¡ Viejos no son los que peinan canas sino aquellos que dejaron morir su espíritu y la bestia les sobrevive !

De su obra ¿ qué respetará el tiempo ?, ese juez ecuánime que consuela, suaviza, destruye y también valora. Algunas de sus publicaciones y las orientaciones por las cuales bregó tanto infatigablemente y que cotidianamente dan sus frutos en cada joven iniciado con verdadera capacidad en las disciplinas intelectuales de su predilección.

Si en el ocaso de su vida disminuyó la luz de sus rayos, las nuevas generaciones prolongarán sus destellos, no solamente por años que dura la vida de los hombres sino por épocas, que es la de los pueblos.

Artículos del Dr. E. L. HOLMBERG publicados en los "Anales de la S. C. A."

1879. — Sobre las especies del género *Bombus* halladas en la República Argentina. Tomo VIII, pág. 154.
- 1881-1883. — Géneros y especies de *Arácnidos* argentinos nuevos o poco conocidos. Tomo XI, pág. 125; 169; 271; tomo XV, pág. 232.
1881. — Sobre las especies argentinas del género *Pompilus*. Tomo XII, pág. 131 y 273.
1884. — Sobre algunos *himenópteros* de la República Oriental del Uruguay. Tomo XVIII, pág. 201.
- 1886-1888. — Sobre *ápidos* nómades de la República Argentina. Tomo XXII, pág. 231 y 272; tomo XXIII, pág. 17 y 67; tomo XXVI, pág. 118.
1886. — La noche clásica de Walpurgis. Tomo XXII, pág. 241.
1889. — Los peces. Tomo XXVIII, pág. 100.
1890. — Discurso pronunciado en las exequias fúnebres del doctor Rawson. Tomo XXIX, pág. 194.
- . — Jardín Zoológico de Buenos Aires. Tomo XXX, pág. 5.
1891. — Aves libres en el Jardín Zoológico de Buenos Aires. Tomo XXXII, pág. 176.
1894. — Molestias de viaje. Tomo XXXVIII, pág. 53.
- . — Apuntes arqueológicos. Tomo XXXVIII, pág. 283.
1895. — Las plagas de Egipto, explicadas científicamente. Tomo XL, pág. 291.
1896. — Pinceladas descriptivas. Conferencia. Tomo XLII, pág. 257.
1898. — Una crítica sobre la Flora Argentina publicada en el Segundo Censo de la República Argentina. (tomo I, pág. 385-474). Tomo XLVIII, pág. 257.
1900. — Sobre un representante de una familia nueva para la Flora Argentina. Tomo XLIX, pág. 22.
1901. — De Siglo a Siglo. Conferencia leída en la fiesta conmemorativa del 29º Aniversario de la Sociedad Científica Argentina. Tomo LII, pág. 51.
1902. — Museos provinciales y Museos regionales. Tomo LIII, página 271.
1903. — La imitación en la Naturaleza. Tomo LVI, pág. 104.
1906. — Presentación del Dr. Ameghino en el 34º Aniversario de la Sociedad Científica Argentina. Tomo LXII, pág. 131.

SECCIÓN OFICIAL
DE LA
SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA
SECCIÓN "SANTA FE"

Ciclo de Conferencias.

Conferencias de los Dres. JAKOB y FESTER

La Sociedad Científica Argentina (Sección Santa Fe) organizó durante los días 1º y 2 de Octubre del corriente año dos conferencias sobre temas de geografía argentina. Dichas conferencias estuvieron a cargo del Dr. Cristofredo Jakob, la primera, quien se refirió al tema: « Necesidad de fiscalizar las reservas acuáticas andinas en la República Argentina » y del Dr. Gustavo A. Fester, la segunda, que se ocupó de « Viaje de estudio a la zona magallánica y Tierra del Fuego ».

Ambas conferencias se celebraron en el salón de actos de la Facultad de Química Industrial y Agrícola, siendo ilustradas con diapositivos y películas cinematográficas tomadas por los Dres. Ricardo y Germán Jakob, y se realizaron bajo los auspicios del Instituto Social de la Universidad N. del Litoral.

A continuación publicamos los resúmenes de esas conferencias.

**NECESIDAD DE FISCALIZAR LAS RESERVAS ACUATICAS ANDINAS
EN LA REPUBLICA ARGENTINA**

El conferencista, desde hace varios años, dedica su labor de explorador a la zona al sur del Lago Nahuel Huapí y del Cerro Tronador. Se trata de la comarca del Río Manso que ofrece uno de los tantos ejemplos de un « divortium » extraandino que habían dado lugar al litigio de los límites con Chile en el pasado. El río nace en la pendiente sureste del Tronador, tomando la dirección este

hasta el Lago Mascardi. Pero luego, estando la salida natural hacia el Lago Gutiérrez (y el Nahuel Huapí) tapado por acumulaciones morénicas, el desagüe del Mascardi « captado » desde el oeste, toma, por varios lagos chicos, el rumbo hacia el Pacífico o sea el seno de Reloncaví. De esta manera se pierden las aguas de una zona amplia para la Patagonia argentina y sin ningún provecho para el lado chileno, donde ya sobran las precipitaciones. A raíz de estos hechos, el conferencista desarrolla un plan amplio para corregir este « divortium » desfavorable. El propone de cerrar el desagüe actual del Mascardi o sea la salida de Río Manso medio y de cortar el puente terrestre entre este lago y el Gutiérrez, Aumentando así el caudal del Río Limay, el desagüe del Nahuel Huapí, se propone además de endicar este río antes de su unión con el Río Neuquén para desviar una parte de sus aguas por el lecho antiguo, actualmente seco, hacia el Golfo de San Matías. De esta manera sería posible de convertir este valle árido en una zona fértil similar a la del Río Negro.

VIAJE DE ESTUDIO A LA ZONA MAGALLANICA Y TIERRA DEL FUEGO

El viaje, en compañía del Dr. Ricardo Jakob y de dos alpinistas alemanes tenía por objeto estudios geográficos en la zona del Seno de la Última Esperanza y de Tierra del Fuego. Se visitó la Cordillera Payne, al borde del hielo continental, efectuándose por los alpinistas la primera ascensión de la cumbre este (Cerro Almirante Nieto). La cordillera es un lacolito de granito claro, que lleva en parte todavía la cubierta de pizarra oscura cretácea, poco metamorfoseada con excepción de las partes de contacto inmediato, transformadas en roca córnea. La pizarra está atravesada por numerosas vetas aplíticas, mientras que en el antepaís se notan tales de carácter lamprofírico.

La pizarra suprasenoniana, a veces alternando con conglomerados, sigue hasta la cercanía de Puerto Natales, constituyendo especialmente la Cordillera Arturo Prat, que era también objeto de estudios. Está agrupada alrededor de un valle sinclinal que abarcaba un glaciar lateral con relación al glaciar grande cuyo lecho hoy día está ocupado por el fjord de Última Esperanza; se nota todavía la interferencia de los dos glaciares por el material distinto de las morenas. En varias ascensiones de cerros se alcanzó el límite de la

glaciación actual, sumamente reducida. Toda la comarca aparentemente está en ascenso, a juzgar por las terrazas en la orilla del fjord.

En Febrero se visitó la Bahía Negri de la Península Brecknock en la parte oeste de Tierra del Fuego, igualmente con algunas ascensiones. Se comprobó que casi toda la península está constituida por granodioritas, indicando recién al norte de la Bahía Júpiter un banco de anfibolita el tránsito a la roca metamorfoseada. Luego, los alpinistas se dedicaron a la Cordillera Darwin, efectuando la primera ascensión del Monte Italia, mientras que el conferencista con el Dr. Jakob siguió viaje por el territorio argentino, tomando el nuevo camino de Ushuaia al Lago Fagnano. Se hicieron observaciones especialmente en la Cordillera Alvear, efectuándose la primera ascensión de la cumbre helada más alta de todo el territorio nacional de Tierra del Fuego. Esta zona de la cordillera fueguina representa una estructura ímbrica, pórfido cuarcífero, a veces laminado hasta sericita, sobresecurrido encima de la filita oscura, la roca principal del este fueguino. A raíz de éste y otros viajes se cree, que ninguna de las formaciones fueguinas sea más antigua que el mesozoico y que el alto grado de metamorfosis de la Cordillera Darwin quizás tenga relación con la desviación general del rumbo de la montaña fueguina.

Sesión de comunicaciones del 10 de Diciembre de 1937

Bajo la presidencia del Dr. Gustavo A. Fester se realizó en una de las aulas de la Facultad de Química Industrial y Agrícola el 10 de Diciembre a las 19, una sesión de comunicaciones científicas, cuyos resúmenes se publican a continuación:

SOBRE LA NATURALEZA DE LAS ROCAS DE LA CANTERA AGUIRRE DE LAS SIERRAS DEL TANDIL Y SU DIFERENCIACION

Por GREGORIO KLEER

La comunicación tiene por objeto ilustrar con un caso concreto la aptitud y utilidad del método de Becke-Niggli de « Representación gráfica de análisis de rocas » para la exacta identificación de las mismas.

El autor de la comunicación hizo breves consideraciones sobre el objetivo de los estudios petrográficos en sí: la identificación de las rocas con el conocimiento de sus propiedades, y la reconstrucción de su historia o sea su génesis y evolución.

Refiriéndose a los métodos de estudio empleados en el laboratorio para la identificación de una roca, puntualizó que esta identificación consiste en determinar la composición mineralógica y química, textura, estructura y origen: estos datos complementados con las observaciones sobre el terreno son los que permiten al petrógrafo dar nombre a la roca y reconstruir la historia de la misma. Los métodos empleados para llegar a ello son: 1º) el estudio directo por examen de las rocas en bruto o convenientemente preparadas, a simple vista o con ayuda de aparatos ópticos; 2º) el estudio indirecto por análisis físico y por análisis químico; destacó la importancia cada vez mayor adquirida por los métodos químicos, pero que la aplicación simultánea y complementaria de los diferentes métodos, convenientemente elegidos, es la mejor manera de llegar al objetivo perseguido.

Resumió los métodos más comunes de representación de la composición química de las rocas (polígono estrellado de Brögger, triángulo de Ossan y tetraedro de Niggli) para explicar finalmente el método de Becke de proyección sobre las caras del cubo y del rombododecaedro circunscriptos al tetraedro, del punto representativo de la composición química de la roca, de acuerdo a los valores de Niggli, y las ventajas del mismo de que las rocas ígneas típicas tanto de la serie Atlántica como de la Pacífica, forman cada una, una cadena neta: y por lo tanto, al ser estudiada una nueva roca, su punto representativo nos indicará a qué serie pertenece y a cuál de las rocas típicas se aproxima por su composición; todo lo cual deberá necesariamente ser complementado con el estudio óptico-mineralógico.

En la comunicación el autor aplica las consideraciones anteriores a cuatro rocas de la cantera Aguirre de la Sierra del Tandil.

SOBRE ALGUNAS PROPIEDADES DE LAS DERIVADAS Y PRIMITIVAS DE LOS POLINOMIOS DE LEGENDRE

Por JOSE BABINI

En esta comunicación el autor estudia algunas relaciones entre las derivadas sucesivas de la función $(1 - x^2)^n$; es decir, entre las derivadas y ciertas primitivas de los polinomios de Legendre $P_n(x)$. Entre las propiedades estudiadas figura una relación de simetría

$$\frac{D^{n-r} (1 - x^2)^n}{n - r} = (x^2 - 1)^r \frac{D^{n+r} (1 - x^2)^n}{n + r}$$

y una extensión de la fórmula de Dirichlet que expresa $P_n\left(\frac{\theta}{2}\right)$ siendo $x = \cos \theta$.

LA GEOQUIMICA DEL VANADIO

Por G. A. FESTER

El elemento vanadio es uno de los más divulgados en todas las zonas de la esfera terrestre, entrando tanto en la siderósfera, calcosfera, litosfera y hasta en la hidrósfera y biósfera. Esta ubicuidad se debe por una parte a la facilidad con la cual el elemento pasa de un grado de oxidación a otro, y por otra parte al carácter del elemento como uno « de límite », en la curva de los volúmenes atómicos y en el diagrama del potencial iónico, imitando, según la valencia, el comportamiento de otros elementos vecinos.

Parece que el vanadio, en la cristalización primitiva del magma, se enriquece en primer lugar en los minerales básicos, pesados, substituyendo, en forma trivalente, al hierro y aluminio. Durante los fenómenos pneumatolíticos e hidrotermales, puede acumularse también en sulfuros, que luego dan origen a la formación de vanadatos (vanadinita etc.). Por otra parte, después de la eflorescencia de la roca primitiva, el vanadio está transportado, en forma disuelta o adsorbido en sustancias de carácter coloidal, para ser precipitado luego en medio sapropélico por hidrógeno sulfurado; así se encuentra enriquecido en todos los sedimentos que tienen su origen en sapropelios o gyttjas.

Del sapropelio marino el vanadio pasa a los esquistos bituminosos y de éstos a petróleos asfaltíferos y asfaltitas, indicando su presencia una temperatura elevada de la expulsión, por ejemplo por influencias secundarias magmáticas. Es muy probable, que el vanadio actúe como catalizador en la formación de materias asfálticas, produciendo el desprendimiento de hidrógeno sulfurado, condensándose así los hidrocarburos directamente o por intermedio de puentes de azufre. La acumulación mayor del vanadio, que se conoce, o sea la patronita peruana, deriva indudablemente también de sulfuro de vanadio disuelto en asfaltita e insolubilizada por una segunda penetración de roca ígnea en la materia bituminosa.

LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS EN NUESTRA LEGISLACIÓN CIVIL

POR EL

INGENIERO CARLOS WAUTERS

(Conclusión)

IX. — LAS PRETENDIDAS DIFICULTADES QUE LA DETIENEN EN SU ESTUDIO

La identidad de las situaciones de los dos sistemas de aguas frente a las dificultades que la Comisión Reformadora descubre es absoluta. Bastan breves consideraciones para demostrarlo. Analicémoslas en el mismo orden en que las presenta ⁽³³⁾:

I. — *Constitución de las napas independientes de las divisiones artificiales del dominio.* — Cualquier río o arroyo, muchas veces el más insignificante torrente, afecta varias propiedades a la vez: sus hoyas hidrográficas no respetan las divisiones artificiales del dominio del suelo, ni para unidades administrativas mayores, ni para las territoriales que separan naciones limítrofes enteras. De aquí precisamente la existencia de frecuentes tratados internacionales concertados para el aprovechamiento de las aguas de uso común, los convenios interestaduales e interprovinciales en los países en que se respetan sus autonomías y jurisdicciones respectivas. En fin, para divisiones menores, nuestra propia legislación civil ofrece el caso más corriente cuando declara todas las aguas de dominio público, para conservar en manos del estado los múltiples resortes que constituyen el poder de policía sobre su uso y goce por los particulares, al través de las arbitrarias y crecientes subdivisiones del suelo, independientes de las leyes más elementales de la hidráulica y de la hidrografía.

⁽³³⁾ Ob. cit., pág. 14.

II. — *Peligro que se inficionen.* — Siempre será menor que para las superficiales que causan en los higienistas, no sólo de la Argentina sino del mundo entero, constantes y justificadas preocupaciones; y que, no obstante las reglamentaciones que, con éxito creciente, consiguen hacer adoptar con sus perseverantes campañas, preconizan el aprovechamiento preferente de las aguas subterráneas, potables o no, según que aquél sea de tipo doméstico, industrial o agrícola.

III. — *Captación abusiva en perjuicio de los fundos vecinos.* — « Mucha agua para tu molino, poca para el de tu vecino » es refrán de vieja tradición que, siempre y en todas partes donde el agua se aprecia en su justo valor, ha exigido la más severa policía en la explotación del aprovechamiento de las aguas superficiales, en cualquiera de sus múltiples aplicaciones.

IV. — *Dificultad de aplicar los mismos principios a regiones distintas.* — Es concepto salvado con admirable acierto por nuestro codificador quien, ante la realidad geográfica de nuestro privilegiado territorio, se limitó a sentar preceptos esenciales para una legislación civil, con el deliberado propósito de dejar a « las ordenanzas generales o locales » previstas en su art. 2341, la tarea de interpretarlos con acierto para amoldarlos al ambiente, en forma que su aplicación respondiera a las necesidades reales de las distintas regiones del país, tan variables en la superficie como en el subsuelo.

V. — *Comprobación de esta variedad de situaciones revelada por las investigaciones geológicas y por las perforaciones realizadas que han denunciado diferencias de profundidad, cantidad y calidad de aguas.* — Tal como pasa con la hidrología superficial que confirma, diariamente, la individualidad característica de cada corriente de agua en que, a la irregularidad manifiesta de los fenómenos climáticos que afectan al país, se agrega la infinita variedad de combinaciones de los factores físicos determinantes, derivados de la altitud y de la latitud de nuestros suelos.

VI. — *Necesidad de arbitrar los medios para que los indudables derechos de los propietarios, en la medida de sus necesidades, no se vean obstaculizados por una ingerencia arbitraria de los poderes públicos.* — La verdadera tarea del codificador se reduce a facilitar la realización de las tres aspiraciones concretas de este enunciado, tal como las concibió el código. No las silenció por cierto, ni resolvió dete-

nerse ante las dificultades que podían presentarse. Dentro de la unidad de la estructura jurídica que impuso para el aprovechamiento de todas las aguas, contempló los tres preceptos enunciados, sin entrar en las minucias de una reglamentación que expresamente rehuyó, por consideraciones de alta previsión, económica y social, impuesta por la misma realidad de los hechos que su legislación debía amparar.

Si la Comisión Reformadora se atiene estrictamente a su función específica de legislar y deja al técnico, en materia de aguas, la que le incumbe, las dificultades que pretende haber descubierto y que tanto le han impresionado, en realidad no existen, ni como propias, ni como exclusivas de las aguas subterráneas. Para el técnico, ni son serias, ni son graves: son análogas a las que ofrecen los aprovechamientos de las superficiales cuando se pasa del terreno abstracto de la teoría al práctico de la realidad. Es inconsistente el argumento en que se funda la Comisión Reformadora para «dejar a una ley especial el estudio de las reglas flexibles que la materia requiere», pues tanto o más flexibles son las que reclaman las aguas superficiales que no arredraron al codificador en el siglo pasado: al respetar la unidad física y natural de todas las aguas, y sin alterar la jurídica correlativa pudo incorporarlas a su código con admirable acierto y patriótica previsión.

Separar la legislación de aguas según que corran encima o debajo del suelo resulta prácticamente imposible, dentro de la unidad del proceso de circulación natural de las mismas: esta doble legislación provocaría un semillero de inútiles conflictos. Desde el momento que el código Civil se ocupa de las relaciones jurídicas entre particulares; y que la Comisión Reformadora admite que ellas existen cuando éstos aprovechan las aguas, en cualquiera de sus aplicaciones, no es posible suponer que sólo puedan interesarla cuando pertenecen al sistema hidrológico superficial y tengan que llevarse a una ley especial cuando respondan, sin límites estrictos y posibles, al sistema hidrogeológico subterráneo.

X. — PERJUICIOS QUE TRAERÍA UN NUEVO CÓDIGO INCOMPLETO EN LA MATERIA

A nuestro juicio un simple error de interpretación objetiva puede justificar la tesis de la Comisión Reformadora que comentamos. En el texto del código existen preceptos *inflexibles*, fundamentos esenciales para una verdadera legislación civil. En cambio, «en las orde-

manzas generales o locales » de su art. 2341 están las reglas *flexibles* que la materia requiere, dentro de aquéllos, interpretados y aplicados con honestidad para responder a las necesidades variables del ambiente físico regional. No es ya el aspecto legal el que ha de primar en estas ordenanzas sino el técnico, pues es la realidad física, son los hechos que ella exterioriza con una experimentación adecuada, los que deben señalarlas, sin que ello importe apartarse ni alterar aquellos preceptos generales y orientadores.

En casi todas las provincias se ha procedido a la inversa al sancionar y aplicar esas ordenanzas. Se insiste en hacer creer al vulgo que el aprovechamiento de las aguas es función legal y no esencialmente técnica; y con ello, desde los cargos directivos, poder servir inconfesables intereses políticos que la Comisión Reformadora vendría a proteger involuntariamente. Es el sistema que, con métodos y prácticas que arruinan a los propietarios en vez de beneficiarlos como suponen, bajo la influencia de tradicionales rutinas, se ha mantenido desde la sanción del código, y que reclama una urgente y correcta rectificación, no del código inflexible sino precisamente de aquellas reglas flexibles que no lo respetan como debieran hacerlo. Con ello sólo se pretende consolidar acomodos y favorecer especulaciones que hemos denunciado muchas veces, fomentadas al amparo de una desorientación general que se procura acentuar con toda intención.

Con las aguas subterráneas debe procederse del mismo modo que con las superficiales, dentro de la unidad del proceso natural que las mueve: excluir del nuevo código « todas las reglas flexibles » que pertenecen a aquellas ordenanzas y no dejar en el mismo sino los preceptos inflexibles y esenciales. Nunca llevar a una ley nacional como es el código reglas flexibles, aun cuando aquélla fuera de carácter especial como propone la Comisión Reformadora, pues resultaría una incomprensible colección de normas contradictorias, admirable semillero de interpretaciones abstractas encontradas, como pueden llegar a serlo las que convienen al ambiente físico de Jujuy frente al de Santa Cruz, al de San Juan comparado con el de Entre Ríos, para citar casos extremos y no los centenares de características diferentes que esas reglas interpretarían, por otra parte, forzosamente variables en el tiempo para un mismo lugar. Al reunirse para formar una ley especial pero nacional se vería sujeta a inevitables y frecuentes modificaciones, siempre difíciles de conseguir en la hora oportuna en nuestro H. Congreso, aun cuando se la designara con el nombre de « có-

digo de aguas » como pretenden llamarla algunos, no obstante ser obra de reglamentos flexibles y no de legislación estable.

Una de dos soluciones. O el nuevo código Civil, para llevar un sello que le permita considerarse moderno, incorpora a su texto, en forma clara y precisa, los preceptos inflexibles que las aguas subterráneas reclaman para satisfacer las necesidades urgentes de más de la mitad de nuestro territorio, idénticos o análogos a los que rigen para las superficiales, o bien elimina totalmente los que considera admisibles para el sistema hidrológico superficial, para hacer del código un instrumento legal aun más incompleto que el propuesto por la Comisión Reformadora. Si con este segundo temperamento acentúa la conceisión que persigue para su proyecto al suprimir aun más artículos, en cambio, facilita el propósito de los numerosos e influyentes interesados que, ante la inflexibilidad salvadora de los preceptos esenciales del código en vigor, procuran substraerse al mismo con la perspectiva de obtener mayor éxito con la gestión de una ley o código especial. No olvidan, por cierto, que Bossuet escribía: « L'interêt n'a point de maximes fixes; il suit les inclinations, il change avec le temps, il s'accomode aux affaires ».

Sancionar, a sabiendas, un código incompleto, aun cuando se cumpliera la promesa de incorporarle luego la ley especial que la Comisión Reformadora reclama, importaría inferir un enorme perjuicio a la región árida del país, mucho más que a la húmeda en que no se perciben ni valoran como en aquélla los problemas que afectan a las aguas, y muy en especial a las subterráneas que tanto deben influir en la transformación económica de aquélla. Es afirmación tanto más exacta, cuanto que la unificación del régimen legal de todas las aguas en el código y de sus inflexibles preceptos, se precisa y afianza con muy pocas palabras agregadas a su texto, como veremos más adelante. La postergación propuesta no puede ni debe aceptarse.

La experiencia enseña, en efecto, que es la primer providencia que ha de imponerse al pretender valorizar tierras áridas; y las extensas nuestras reclaman imperiosamente el acatamiento local de nuestra legislación civil, si se quiere, previamente aclarada en este especial aspecto de las aguas subterráneas, para poder exigir su cumplimiento estricto así como para promover el fomento acertado y juicioso de su aprovechamiento por los particulares. Sir Willcocks, después de una actividad sostenida y coronada de éxito, desplegada durante treinta años consecutivos para modernizar los regadíos de la India y el Egipto, consultado respecto a las posibilidades agrícolas de las regiones

áridas del Africa del Sur, afirmó en 1902 que, antes que cualquier obra, debía imponerse una legislación que declarara de dominio público todas las aguas indistintamente ⁽³⁴⁾.

Confirma esta misma tesis el interesante proceso experimental realizado, en igual ambiente, en el Africa del Norte y que hemos recordado. Argelia, recién después de 20 años de ocupación francesa, obtuvo su primer estatuto legislativo para fijar el régimen jurídico en la explotación de sus aguas. Túnez, más tarde, lo recibió a los 4 años de establecerse el protectorado. Marruecos, en cambio, a los 2 años incorporaba la mayor parte de las aguas al dominio público. Ante esta sugestiva progresión, fruto de la experiencia adquirida por Francia, admite ahora sin discusión que, en el caso de una nueva y eventual ocupación en ambiente comparable, entre las primeras providencias, quizá al día siguiente, se decidiría a « adaptar nuestra ley humana a las leyes naturales particularmente imperiosas » del medio físico a explotar: así lo afirma quien ha profundizado el estudio de este largo proceso legal, esencial para el eficaz desarrollo de las regiones desérticas ⁽³⁵⁾.

XI. — ENSEÑANZAS QUE NOS OFRECEN LAS NACIONES PRECURSORAS

Un sólo ejemplo citaremos para mostrar las deplorables consecuencias de no proceder *ab initio* con igual previsión. Basta describir, en los términos más breves posibles, la situación creada en los E. U. de N. América con la explotación de las aguas subterráneas que, en razón de la unidad de orden físico a que nos referimos antes, nos exigirá alguna rápida referencia a las superficiales legisladas desde la antigüedad romana o aún antes, mientras que para aquéllas recién despertada interés de un siglo a esta parte.

Es nación en que no existe una legislación orientadora federal única, sino que los numerosos estados que la constituyen han conservado su amplia libertad de acción en la materia. Dentro de la autonomía institucional de que disfrutaban, sostienen sus propias doctrinas con empeño en los conflictos surgidos con estados vecinos, o con el mismo estado federal que no tienen reparo en llevar ante los más altos tribunales de justicia. Es al extremo que se ha llegado al convenci-

⁽³⁴⁾ TH. REHBOCK, *L'utilisation de l'eau dans les pays sous-tropicaux*, en *Compte Rendu de l'Institut Colonial International*, session de 1905, pág. 425.

⁽³⁵⁾ A. SONNIER, *Le régime juridique des eaux au Maroc*, pág. 46.

miento que resulta más práctico, rápido y económico concertar acuerdos directos, aun cuando algunos resultan complicados y provocan largas controversias, como en el caso del celebrado para el aprovechamiento de las aguas del río Colorado que precedió a la construcción del gran dique Boulder.

La ley romana inspiró la « common law » inglesa que, por semejanza de ambientes físicos, pudieron admitir los trece estados fundadores sin dificultades de aplicación. Otro tanto pasó en las colonias francesas vecinas con el código Napoleón, de igual fuente jurídica. Las aguas eran originariamente comunes a todos; pero, desde el momento que el derecho de propiedad del suelo se afianzó, las aguas perdieron aquel carácter, salvo para los fines de la navegación en ríos, lagos o mares. Quedaron acaparadas entre los dueños ribereños con exclusión absoluta de los restantes, aun cuando sus heredades estuvieran situadas dentro de la misma hoya hidrográfica cuyas aguas alimentan la corriente.

Este *derecho del ribereño* no es ilimitado, pues no le acuerda privilegio alguno frente a los otros. Ninguno puede hacer reservas de agua para usarla en época de penuria, sino que está obligado a servirse de ella, en todo momento, tal como se presenta el derrame natural, en proporción a la necesidad de su fundo, sin afectar el derecho que corresponde a todos y a cada uno de los restantes. Así se impone la distribución de tipo *proporcional*, sin resultado práctico en corriente cuyo caudal de derrame sufre grandes oscilaciones, pues se producen inevitables e importantes pérdidas de agua en las épocas de abundancia. Por otra parte, la doctrina del derecho ribereño no es de interpretación uniforme en todos los estados, como no lo ha sido en las otras naciones que la adoptaron: en todas la distribución proporcional es resabio de ella.

En los estados áridos, donde vale más el agua que la tierra, esta doctrina ha sido substituída por la de la *apropiación* en que es primero en derecho el primero en asegurarla. Su titular puede ejercerlo tanto tiempo como lo juzgue conveniente a su interés, aun cuando use toda el agua de la corriente, salvo la que reclaman terceros para usos domésticos. Es un derecho sobre el agua que equivale al de propiedad del suelo, o que se le asemeja en muchos aspectos, siempre más acentuado y amplio que en la doctrina del ribereño y que se ejerce sin más restricción que la impuesta por el privilegio de una apropiación de fecha anterior. Era la doctrina imperante en México y, en general, en todas las colonias de influencia hispana. Nótese

que, mientras el suelo es de posición y extensión fijas, el agua es de caudal continuamente variable, de modo que se asocian mal estas apropiaciones de características tan encontradas. De aquí el origen de los embalses que acumulan aguas que no han caído en la apropiación y que, en realidad, escapan a su régimen legal.

Las dos doctrinas, antes que todo, preocupadas del dominio sobre las aguas, ni protegen la forma de derivarla ni los otros aspectos de su explotación en sus respectivos estatutos legales. Oportunas convenciones directas provocadas por la construcción de grandes obras, en otros casos por sucesivas sentencias judiciales, limitaron los alcances originarios de aquellas doctrinas en el sentido de establecer que el uso del agua fuera el *racional*, este es, el único realmente beneficioso para los particulares y para la comunidad. Así varios estados, en distintas épocas de su historia, substituyeron la doctrina del ribereño por la de la apropiación *limitada*; de los últimos en hacerla ha sido el de Montana en 1921, a mérito de una sentencia de la Corte. En otros, en cambio, las dos doctrinas subsisten en zonas de distinto ambiente físico, sin despertar conflictos de importancia, pues en ambos casos se han sometido a la condición del *uso racional* que iguala las situaciones y resta valor a estas diferencias doctrinarias iniciales. Es, también, el caso de California que conserva la doctrina del ribereño, pero, por reciente resolución de la Corte de 1935, con igual restricción de uso razonable.

Sin poder entrar aquí en mayores detalles, recordemos que en los conflictos que despierta la explotación de las aguas superficiales entre estados, la Suprema Corte es la única autoridad judicial con jurisdicción para intervenir. En sus fallos respeta la doctrina local, cualquiera que ella sea; pero cuando la de apropiación no impera en los dos estados o en todos los que intervienen en el litigio, muestra marcada tendencia en asegurar una distribución equitativa de las aguas sobrantes, sin alterar los usos existentes. Procura mantener esta situación con promesa de revisarla cuando la experiencia señale su necesidad. Así parece probable que se mantengan las actuales doctrinas legales en los pequeños sistemas; pero que la construcción creciente de embalses traiga aparejada la modificación de su interpretación, para asegurar una distribución uniforme pero flexible de las aguas perdidas sin ellos; y que de tal modo se establecerán estatutos de conciliación para los más grandes sistemas de aprovechamiento. En otros términos, las dos doctrinas fundamentales

subsistirán para los aprovechamientos reducidos; y ambas, con serias modificaciones, para los de mayor importancia. De cualquier manera, se comprueba que todos los esfuerzos realizados no han conseguido alcanzar la unidad de la legislación para las aguas superficiales; y que hay que perder toda esperanza de obtenerla en lo sucesivo. Un error inicial ha creado derechos adquiridos que se defienden con empeño y en toda forma, muchas veces con sacrificios de dinero y de tiempo.

Dentro de tan heterogénea situación no es posible admitir que haya podido despertarse un criterio legal único para la explotación de las aguas subterráneas. Sin analizar el largo proceso de evolución que se ha elaborado en este complicado ambiente, conviene recordar que la más reciente e importante resolución judicial ha sido para reconocer legal la correlación del sistema subterráneo y del superficial de las aguas, cualquiera que sea la doctrina a que están sujetas estas últimas. Los hechos parecen confirmar las ventajas de esta identidad de régimen, pues California, con la doctrina ribereña, y el Colorado, con la de la apropiación, son los dos estados que solos absorben el 41,9 % de todos los regadíos de la Nación.

Es fallo de alta influencia frente a las cuatro doctrinas legales en vigor para las aguas subterráneas. Reconoce: la 1ª el derecho absoluto sobre el agua a favor del dueño del terreno en cuyo subsuelo se encuentra, sin obligación de respetar los derechos de terceros, doctrina del *uso irracional* que los americanos llaman *inglesa*; se aplicó, también, en las tierras sin valor del Africa donde el agua subterránea pertenece a quien la saca, régimen individualista por excelencia; la 2ª limita este derecho al *uso racional*, con prohibición de llevar el agua a distancia si con ello se causa algún perjuicio, doctrina *americana*; la 3ª identifica los derechos sobre las aguas subterráneas con el correlativo sobre las superficiales, cualquiera que sea la doctrina a que éstas se hallen sometidas, doctrina *californiana*; y la 4ª atribuye el agua en propiedad al dueño del suelo bajo el cual se halla, pero bajo la fiscalización del estado para hacer respetar los derechos privilegiados sobre las aguas superficiales o sobre las subterráneas que ellas alimentan, doctrina de *la primer apropiación*.

Señalan imposiciones sucesivas de una fiscalización oficial creciente, o de una mayor amplitud en las facultades del poder de policía del estado, indispensables para asegurar la eficacia de un aprovechamiento intensivo de las aguas subterráneas, siempre posible a

medida que se perfecciona el conocimiento del sistema hidrológico a explotar.

XII. — PRECEPTOS ESENCIALES PARA UNA LEGISLACIÓN UNIFICADA

Toda vez que una verdadera legislación de aguas no responde exclusivamente a una disciplina jurídica abstracta sino que obedece, más que todo, a las realidades geográficas y económicas de la nación que ha de servir, tenemos que contemplarla bajo estos dos aspectos. Aquél es de orden puramente teórico, éste de orden esencialmente práctico: en sus modalidades debe inspirarse aquél para que no oponga inútiles trabas a las finalidades de éste. La diversidad del ambiente físico en nuestro dilatado territorio nos exige extrema prudencia en la legislación civil. Debe dejar a las ordenanzas locales una libertad de acción suficiente para poder establecer una reglamentación flexible, de lugar y de tiempo, con predominante interpretación técnica, puesto que son los hechos físicos los que priman, sin perjuicio del más estricto respeto de aquélla; es la única forma de asegurar su unidad directiva en todo el país y que el gobierno federal debía imponer siempre, por los medios indirectos a su alcance, antes de llevar cualquier forma de colaboración, de finanzas o de otra índole.

Las breves consideraciones formuladas nos muestran que la correlación del sistema hidráulico responde a la doctrina californiana, adoptada recién en 1935, pero que nuestro código reconoce desde la fecha de su sanción en 1869. Este repudia las fundamentales doctrinas americanas que han provocado tan múltiples conflictos en la explotación de las aguas superficiales y, por lógica consecuencia, en la de las subterráneas. En efecto, no admite ni la del derecho ribereño ni la de la apropiación, pues al declarar todas las aguas de dominio público, conserva un amplio y discrecional poder de policía para reglamentar su uso y goce por los particulares, en forma tan racional cuanto lo estime necesario para llenar la alta misión reguladora del estado. Sólo entrega al dominio privado muy escasas aguas, con restricciones de tal naturaleza que su importancia se reducirá siempre más, a medida que pasen al dominio público por aplicación del sencillo procedimiento administrativo que hemos señalado, al tiempo que aparezca un justificado interés colectivo por satisfacer.

Debemos mantener las restricciones al dominio de propiedad en los terrenos inferiores para todas las aguas en la forma que establece el código, lo mismo que la imposición obligatoria de la servidumbre de acueducto, pero en forma de dejar libertad al técnico para usar de uno u otro recurso, según lo aconsejen las circunstancias en cada caso concreto. Si el *Anteproyecto* y la Comisión Reformadora en su *Proyecto* aceptan, en esencia, sus disposiciones sobre el dominio de las aguas, difieren tan sólo en cuanto restringen o suprimen su protección al derrame en los terrenos inferiores, en forma perjudicial para la extensa región árida del territorio. En fin, debe expresamente excluirse de la legislación todo cuanto entrañe un propósito de reglamentación, pues ello debe dejarse librado a las ordenanzas locales, susceptibles de enmiendas frecuentes y diversas para las diferentes zonas afectadas, en procura de interpretación apropiada al ambiente, materia flexible por excelencia, hasta alcanzar una situación estable que consolide el uso y goce de las aguas, una vez que sea debidamente conocido su propio régimen.

En términos más concretos, procuremos en la legislación general, inflexible por definición:

- 1º Mantener la perfecta concordancia y armonía legal entre los sistemas hidráulicos superficial y subterráneo;
- 2º Acentuar el dominio público sobre todas las aguas indistintamente;
- 3º Restringir el dominio privado en todo cuanto sea racional;
- 4º Proteger el derrame de todas las aguas en terrenos inferiores, con preferentes miras al bienestar de la región árida del país;
- 5º Asegurar el fundamental precepto de la servidumbre forzosa de acueducto; y
- 6º Excluir todo intento de reglamentación.

Al referirse al aprovechamiento de las aguas subterráneas, la IV Conferencia Nacional de Abogados, bajo la presión de intereses a que nos referiremos enseguida, se hace solidaria de la desorientación que hemos denunciado varias veces. Declara, en efecto:

- 1º La ley deberá reglamentar la búsqueda, extracción y aprovechamiento del agua subterránea, inspirándose en los principios sentados por el código de Minas;
- 2º Deberá reglamentarse el derecho del propietario de extraer las aguas subterráneas de su fundo, de manera que no perjudique los aprovechamientos existentes, ni disminuya, ni desvíe las aguas del dominio público del estado.

Olvida que todo ello es materia de ordenanzas locales y no de legislación general: repítamos que ésta debe limitarse a no entorpecer ninguna de las múltiples formas de fomento que existen para la búsqueda de las aguas subterráneas y que dependen del lugar, no poner trabas a su derrame en los terrenos inferiores, y no exigir obras de importancia y costo prohibitivo en relación a los beneficios que de ellas pueden esperarse, como pueden resultar serlo los acueductos forzosos.

La identidad de situación de los problemas que despierta la explotación de las aguas superficiales y de las subterráneas, una vez expresamente declarada por ley, equipara los temas planteados por la Conferencia a los correlativos que afectan las aguas superficiales. El estado los resuelve todos, dentro de sus jurisdicciones respectivas, amparado en el amplio poder de policía que le permite proceder discrecionalmente, pues los permisos de uso y goce por particulares, sean las aguas superficiales o subterráneas, se rigen por análogas disposiciones, aun cuando sean variables en el detalle de su aplicación práctica.

Si se reclaman declaraciones expresas para las aguas subterráneas en particular, como lo hace la Conferencia a pedido de los representantes oficiales de las provincias que no cumplen a satisfacción las correlativas para las superficiales, es simplemente por desidia o por la indiferencia en que se mantienen las cuestiones que se refieren a la explotación de las aguas puestas en manos inexpertas. Manejan leyes y ordenanzas contrarias al código que el mismo gobierno de la Nación tolera y fomenta en provincias en que invierte millones en obras que no consiguen levantarlas de la postración económica en que se debaten, pero que contribuyen, en cambio, a arruinar las mismas tierras que se dicen favorecidas por ellas.

Es un admirable ambiente para explotar « los misterios » en que se pretenden envolver oficialmente las aguas de las ciénagas que se quieren hacer caer en el dominio privado, no obstante todas las declaraciones legales y administrativas que las consideran de dominio público y de utilidad general. En la región de Cuyo, ya en 1891, se autorizaba el uso de sus aguas, « pero en carácter de eventual, en atención a que son el resultado de filtraciones que pueden desaparecer por la desecación de las referidas ciénagas ». Los cultivos hechos con estas aguas, al margen de la ley, clasificados entre los *clandestinos* años más tarde, quedaron sometidos a fuertes contribuciones y multas. Los interesados sintieron la necesidad de eludirlas:

inventaron el recurso de obtener que se reconocieran estas aguas como de dominio privado. A los 30 años de semejante uso, eventual y precario, esto es en 1921, consiguen una declaración administrativa en ese sentido y, además, su incorporación en un padrón especial ideado para hacer creer en la legitimidad de la resolución. Pero como el proceso está al margen de la ley y de toda técnica, ya que las ciénagas y sobrantes se suprimen con la racionalización de la distribución de las aguas, la intranquilidad subsiste entre los interesados. Así aparecen todas estas iniciativas, inocentes para los ingenuos que pretenden legislar sin conocer los hechos en su realidad, hábilmente presentados para sorprender su buena fe. De ahí, también, la sistemática oposición a todo lo que importe suprimir los sobrantes y ciénagas, por reformas legales o sólo administrativas.

Una simple observación basta para mostrar la desorientación que informa las ponencias de la Conferencia. Importa un verdadero contrasentido la última parte de la 2ª declaración, pues si el estado conserva la policía de las aguas de su dominio y se reclama que la ley anhelada tenga que recomendarle que « ni disminuya, ni desvíe » las mismas aguas cuyo aprovechamiento fiscaliza, ello importa reconocer que el estado no cumple su cometido. Fácil es descubrir la verdadera intención que justifica el propósito de asegurar que no puedan disminuirse las filtraciones o pérdidas indebidamente apropiadas por los interesados, al amparo de semejantes ponencias, absurdas y peligrosas. Otros son los medios que deben conocer los abogados para corregir tales males.

No demos, tampoco, mayor importancia a otro grave error de la Conferencia. Si un siglo atrás y cuando se iniciaba el aprovechamiento de las aguas subterráneas en los E. U. de N. América, su justicia mantuvo, por algún tiempo y conforme a sentencias de 1843 y 1857, la norma inglesa de considerarlas regidas por el código de Minas, en cambio, a partir de 1862 se apartó abiertamente de ella para iniciar las más modernas tendencias a que nos hemos referido más arriba. Ahora, no podríamos volver nosotros a aquella anticuada tesis sin cometer un grave e incalificable retroceso para seguir inspiraciones de algunos, entre los que no pueden faltar asesores oficiales que, sin duda, lanzan la idea a simple título de « ballon d'essai » para hacernos caer en una interesada anticualla descartada con acierto por pueblos más experimentados que el nuestro en la materia. No se dan el trabajo de buscar en nuestro código la satisfacción de sus inconfesables aspiraciones egoístas.

XIII. — LAS AGUAS SUBTERRÁNEAS EN EL ARTICULADO PROPUESTO

Limitemos nuestra tarea a formular el articulado que, a nuestro juicio, debe corresponder a las aguas subterráneas sin ocuparnos de metodología jurídica. Dejemos a los juristas la de colocar los distintos artículos donde consideren más correcto hacerlo. Nos vemos en la ineludible obligación de incluir aquí algunos que corresponden a las aguas superficiales, en razón de la unidad y armonía que debe existir entre ambos sistemas de aguas utilizadas: oportunamente justificaremos más ampliamente su texto. Para mayor claridad conservaremos los números correlativos del código; y los del *Proyecto* de la Comisión Reformadora dentro de un paréntesis final. Aquéllos fijan el orden del

ARTICULADO PROPUESTO:

Art. 2340. — **Son bienes públicos de la Nación o de las provincias:**

inc. 3° — **Todas las aguas que corren naturalmente** (art. 118, inc. 3°).

Suprimimos las palabras del artículo correlativo del código: *ríos* por hallarse comprendidos entre «todas las aguas que corren», pues su empleo importa una repetición; *cauces* por tratarse de una superficie que se define recién en el inc. 5° en los mismos términos que lo hace el código en su art. 2577;

inc. 4° — **Todas las aguas durmientes en lagos, lagunas, charcas, esteros u otra depresión natural cualquiera** (art. 118, inc. 5°).

Con sumo acierto el código no ha separado los ríos navegables de los no navegables. No existe razón plausible para proceder de otro modo con las aguas estancadas e introducir diferencias en su dominio. La navegación es aprovechamiento que reclama, como cualquier otro, ordenanzas reglamentarias propias, sin necesidad de crear situación especial respecto al dominio de las aguas utilizadas.

inc. 5° — **Todos los cauces hasta el nivel que alcanzan las más altas aguas en su estado normal, aun cuando su derrame no sea permanente y siempre que no estén definitivamente abandonados por ellas;** (art. 118, inc. 3°).

Mantenemos la definición del código cuyo valor hemos ponderado después de un detenido análisis⁽¹¹⁾. Es concepto perfectamente aplicable a las aguas durmientes que tiende a acentuar

la unificación de la estructura jurídica con evidentes ventajas prácticas. El último párrafo aclara la situación accidental de las corrientes que presentan frecuentes cortadas en nuestra extensa región árida.

inc. 6° — **Todas las aguas subterráneas.**

Responde a la necesidad de refirmar la unidad que descu-
brimos en el código en materia de dominio sobre las aguas y
que simplifica la interpretación de muchas de sus disposiciones.
Viertan, broten o surjan las aguas por acción natural o por
obra de arte, en fuentes o en pozos, su condición jurídica se
identifica con la de las superficiales de que no se diferencian
físicamente.

Art. 2350. — **El dueño de una heredad tiene el dominio de las aguas, su-
perficiales o subterráneas, que nacen y mueren dentro de
sus límites; (art. 1571 y 76).**

Substituimos la palabra «vertiente» del código: son las
aguas las que vierten y de su dominio se trata. Suprimimos las
palabras «uso y goce», superfluas desde el momento que al
apropiarse de ellas su dueño queda facultado para disponer li-
bremente de las mismas. Nuestro agregado nos permite la su-
presión del primer párrafo del art. 2637 del código que intro-
duce, sin necesidad, una contradicción desde que deben brotar
y morir dentro de la misma heredad. Brotar o surgir son formas
de *nacer* para aguas subterráneas como lo son de *morir*, per-
derse o insumirse para las superficiales. Si nacer y morir son
circunstancias visibles para éstas, en las subterráneas la iden-
tificación correlativa es más costosa pero técnicamente realiza-
ble. A título de ejemplo: si una hoya hidrográfica está conte-
nida dentro de los límites de un latifundio y una capa imper-
meable del subsuelo hace que sus aguas se estanquen en la
superficie dentro de aquél, es evidente que se trata de un típico
caso de aguas privadas, ya se utilicen en su estado superficial
o en el subterráneo. En cambio, pueden ser privadas las freá-
ticas y no serlo, ni las semisurgentes ni las artesianas, aquéllas
en razón de su origen dentro de los límites del mismo y éstas
lejanas fuera de ellos: la técnica resuelve lo que no alcanza
la ley.

Art. 2632. — **Los dueños de los terrenos inferiores, sin adquirir derecho
alguno sobre ellas, están sujetos a recibir:**

inc. 1° — **Art. 2634-35-36-37 y 53. — Todas las aguas que na-
turalmente descienden de los terrenos superio-
res, sin trabajo del hombre ni acto alguno que
agrave la sujeción impuesta (art. 1576-77 y 78).**

inc. 2° — **Art. 2632-33 y 50. — Todas las aguas en cuyo de-
rrame intervenga trabajo del hombre, cuando
no pueda usarlas o contenerlas el predio supe-**

rior; pero en tal caso con obligación de pagar una justa indemnización (art. 1576 y 78).

La unificación que procuramos acentuar nos permite la concisión que revelan estos dos únicos incisos, de sintética redacción, para respetar los correlativos conceptos del código, detallados con innecesarias repeticiones en los artículos substituídos.

Art. 2338-51 y 52. — En ningún caso estas aguas, hayan sido o no usadas, podrán contener materias, por cualquier concepto, nocivas para los usuarios inferiores, en cuyo caso deberán utilizarse o depurarse antes de salir de los terrenos superiores (art. 1578).

Es artículo que, al comprender las aguas subterráneas entre todas, tenemos que incluir aquí, aun cuando sus disposiciones alcancen las superficiales, y entre ellas las pluviales. La unificación perseguida con insistencia nos permite igual concisión que antes. La palabra *usuarios* en vez de *terrenos* responde al propósito de incluir cualquier clase de aprovechamiento de las aguas.

Art. 2649. — Los dueños de los terrenos inferiores están sujetos a recibir las arenas y piedras que las aguas arrastren al escurrirse, sin que puedan reclamarlas los dueños de los terrenos superiores (art. 1579).

Se limita a generalizar los preceptos del código sin enumerar las aguas que producen los arrastres previstos.

Art. 3104. — El uso personal y discontinuo del agua de fuente, aljibe o pozo en predio ajeno, comprende el derecho de limpiarlos y de entrar a sacarla de día, salvo caso de urgente necesidad de noche. No importa privar al dueño sirviente de usarla para sí o acordar el mismo uso a otros, siempre que con ello no altere su pureza, ni disminuya su caudal, ni cause perjuicio al usufructuario en ésta u otra forma. Estas disposiciones rigen siempre que no se opongan a las impuestas al constituirse esta carga.

Totalmente suprimido el capítulo correlativo del código en el *Anteproyecto* y por la Comisión Reformadora, justificamos su incorporación aquí por tratarse, muy en especial, de aguas subterráneas. Esta obligación legal ofrece una garantía que la reglamentación flexible adapta al ambiente regional. Por razones de metodología corresponderá llevar esta disposición al título «del uso» para no conservar otras servidumbres que las prediales.

En materia de servidumbre de acueducto bastará suprimir en su articulado toda referencia a la clasificación de las aguas: con los pocos anteriores propuestos han quedado sometidas a idéntico régi-

men legal. El acueducto es uno: las aguas que corren en él no afectan su condición jurídica. Los textos apropiados para evitar las repeticiones numerosas del código corresponden, más propiamente, al estudio de las aguas superficiales y no a las subterráneas que nos ocupan aquí.

CONCLUSIÓN

Las escasas enmiendas introducidas en los artículos propuestos resuelven todo cuanto se refiere a las aguas subterráneas: su texto confirma, una vez más, la justificada y natural armonía que las hacemos conservar frente a las superficiales. En la legislación inflexible no hacen falta mayores preceptos. Las ordenanzas locales deben, en cambio, fijar los detalles para su búsqueda, explotación, zonas de reserva y conservación, en su mayor parte previstas en las pocas buenas existentes que reglamentan el uso y goce de las aguas superficiales y que sólo reclaman su modernización acertada, inspirada por la insustituible y preponderante influencia de la técnica hidráulica.

Buenos Aires, marzo de 1937.

FUNDAMENTOS MATEMATICOS DE LA MUSICA

POR A. E. SAGASTUME BERRA

(Conclusión *)

52. — Aunque los acordes que admitimos como consonantes en sentido estricto son solamente, como ya lo hemos dicho, los acordes mayores y menores, podemos sin embargo, basándonos en la teoría del bajo fundamental, dar un concepto de *consonancia relativa* que sirva para precisar la noción más o menos vaga que de ello se tiene.

Supongamos, para ello, un acorde cuyas notas originales pueden escribirse (§ 51) bajo la forma $\beta v_1, \beta v_2, \dots, \beta v_m$ (no excluimos el caso $m = 1$, y entonces $v_1 = 1$). Aquí β es la frecuencia (absoluta) del bajo fundamental.

Cuando el bajo fundamental está cerca de las notas dadas, ello indica que éstas son armónicos relativamente bajos de aquél, y en consecuencia, el acorde es « consonante ». Viceversa, si los intervalos entre el bajo fundamental y las notas originales del acorde son grandes, éste es más o menos « disonante ». A consecuencia de esta observación, podemos entonces, para precisar los conceptos, definir primero la *altura relativa* l del acorde. Por definición, la altura relativa será la media geométrica de las frecuencias relativas del acorde o, lo que es lo mismo, la media geométrica de las frecuencias absolutas, dividida por la frecuencia del bajo fundamental:

$$l = \frac{\sqrt[m]{v_1 \cdot v_2 \cdot \dots \cdot v_m}}{\beta} = \frac{\sqrt[m]{\beta v_1 \cdot \beta v_2 \cdot \dots \cdot \beta v_m}}{\beta} \quad [1]$$

La *altura absoluta* L del acorde será en cambio la media geométrica de las alturas absolutas de sus notas originales:

$$L = \sqrt[m]{\beta v_1 \cdot \beta v_2 \cdot \dots \cdot \beta v_m} = \beta \sqrt[m]{v_1 v_2 \cdot \dots \cdot v_m} = \beta l. \quad [2]$$

(*) Ver Tomo CXXIII y sig.

La magnitud

$$K = \log_2 \frac{L}{l} = \log_2 \beta \quad [3]$$

se llamará la *consonancia (relativa)* del acorde (¹).

Esta definición que tiende, como decimos, a precisar el concepto común de « consonancia » (relativa) de una nota o acorde, se justifica, no sólo por la observación puesta al principio de este párrafo (cuanto menor es l mayor es la « consonancia ») sino también por el hecho de que, a mayor altura (absoluta) de una nota o acorde, corresponde también mayor « consonancia »; pues según la [3], K depende no sólo de l , sino también de L .

Las alturas, relativa y absoluta, pueden ser también medidas en octavas, tomando los logaritmos de base 2. Sus respectivas medidas λ , Λ en este sistema serán, pues:

$$\lambda = \frac{1}{m} (\log_2 v_1 + \log_2 v_2 + \dots + \log_2 v_m) \quad [4]$$

$$\Lambda = \frac{1}{m} [\log_2 (\beta v_1) + \log_2 (\beta v_2) + \dots + \log_2 (\beta v_m)] = \log_2 \beta + \lambda, \quad [5]$$

de donde resulta también

$$K = \Lambda - \lambda. \quad [6]$$

Si trasladamos el acorde en un intervalo cualquiera α ($\alpha < 0$) medido en ω , ello equivale a multiplicar las frecuencias originales por 2^α . Entonces β también queda multiplicado por 2^α (§ 51), y por tanto, si l' , L' , λ' , Λ' , K' son las magnitudes análogas a l , L , λ , Λ , K para el nuevo acorde, se tendrá:

$$l' = l \quad ; \quad L' = 2^\alpha L \quad ; \quad \lambda' = \lambda \quad ; \quad \Lambda' = \alpha + \Lambda \quad ; \quad K' = \alpha + K.$$

En particular, la consonancia resulta aumentada en la magnitud constante α . Podemos, según ésto, reducirnos por ejemplo a estudiar los acordes formados en las inmediaciones del normal de 435 vibraciones por segundo. El do bajo de esta octava (generalmente se lo llama do_3) resulta tener así la frecuencia $435 \times \frac{3}{5} = 261$, y el do alto (do_4), la frecuencia 522.

(¹) Compárense estas definiciones con las de A. GUILLEMIN (VII).

Obsérvese que en el caso de una sola nota, la altura relativa es 1, y la absoluta coincide con la frecuencia. Por tanto, en este caso, la consonancia es simplemente el logaritmo (de base 2) de la frecuencia. Así por ejemplo, para el do₃, la consonancia es:

$$K = \log_2 261 = 8,02790 \dots$$

Para el acorde mayor de una gama, como ya vimos (§ 51), las v_k son los números:

$$2^{E(\pi_r)}, 2^{E(\pi_r) - E(\pi_1)} \cdot p_1, 2^{E(\pi_r) - E(\pi_2)} \cdot p_2, \dots,$$

$$2^{E(\pi_r) - E(\pi_{r-1})} \cdot p_{r-1}, p_r.$$

Si hacemos coincidir la nota fundamental del acorde con el do₃, tendremos entonces

$$2^{E(\pi_r)} \beta = 261,$$

de donde

$$\beta = 261 \cdot 2^{-E(\pi_r)}$$

y

$$K_M = \log_2 261 - E(\pi_r) = 8,02790 - E(\log_2 p_r), \quad [7]$$

fórmula que nos permite calcular la consonancia relativa de los diversos acordes mayores.

La medida en octavas de la altura relativa de este acorde será, según la [4]:

$$\lambda_M = \frac{1}{r+1} [\log_2 (2^{E(\pi_r)}) + \log_2 (2^{E(\pi_r) - E(\pi_1)} \cdot p_1) + \dots +$$

$$+ \log_2 (2^{E(\pi_r) - E(\pi_k)} \cdot p_k) + \dots + \log_2 p_r].$$

Pero el término $\log_2 (2^{E(\pi_r) - E(\pi_k)} \cdot p_k)$ es igual a $E(\pi_r) - E(\pi_k) + \log_2 p_k = E(\pi_r) - E(\pi_k) + \pi_k$. Luego:

$$\lambda_M = \frac{1}{r+1} [E(\pi_r) + E(\pi_r) - E(\pi_1) + \pi_1 + E(\pi_r) - E(\pi_2) +$$

$$\pi_2 + \dots + E(\pi_r) - E(\pi_{r-1}) + \pi_{r-1} + \pi_r] = E(\pi_r) +$$

$$+ \frac{1}{r+1} [F(\pi_1) + F(\pi_2) + \dots + F(\pi_r)] \quad [8]$$

Por tanto, la altura absoluta, medida en octavas, será (siendo do_3 la tónica) por las fórmulas [6,], [7] y [8]:

$$\Lambda_M = K_M + \lambda_M = \log_2 261 + \frac{1}{r + 1} [F(\pi_1) + F(\pi_2) + \dots + F(\pi_r)]. \quad [9]$$

Las formulas [8] y [9], teniendo en cuenta que $F(\pi_k) = \gamma_{0, \dots, 1, \dots, 0}^{p_1, \dots, p_k, \dots, p_r}$ se pueden escribir también

$$\begin{aligned} \lambda_M = E(\pi_r) + \frac{1}{r + 1} [\gamma_{1, 0, \dots, 0}^{p_1 p_2 \dots p_r} + \gamma_{0, 1, \dots, 0}^{p_1 p_2 \dots p_r} + \\ + \dots + \gamma_{0, 0, \dots, 1}^{p_1 p_2 \dots p_r}] \end{aligned} \quad [8']$$

$$\begin{aligned} \Lambda_M = \log_2 261 + \frac{1}{r + 1} [\gamma_{1, 0, \dots, 0}^{p_1 p_2 \dots p_r} + \gamma_{0, 1, \dots, 0}^{p_1 p_2 \dots p_r} + \\ + \dots + \gamma_{0, 0, \dots, 1}^{p_1 p_2 \dots p_r}]. \end{aligned} \quad [9']$$

Teniendo en cuenta que $\gamma_{0, 0, \dots, 0}^{p_1 p_2 \dots p_r} = 0$, se ve que el segundo término del último miembro de estas fórmulas no es sino el promedio aritmético de las notas del acorde mayor, expresadas en ω .

Análogamente podemos obtener las alturas relativa y absoluta y la consonancia de los acordes menores. Según el § 51, las v_k son en este caso

$$p_1 p_2 \dots p_r, 2^{E(\pi_1)} p_2 \dots p_r, 2^{E(\pi_2)} p_1 p_3 \dots p_r, \dots, 2^{E(\pi_r)} p_1 p_2 \dots p_{r-1}$$

Por lo tanto, si do_4 es la fundamental, se tiene

$$\beta p_1 p_2 \dots p_r = 522,$$

de donde

$$\beta = \frac{522}{p_1 p_2 \dots p_r}$$

y

$$\begin{aligned} K_m = \log_2 522 - (\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_r) = 9,02790 - \\ - (\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_r). \end{aligned}$$

Por otra parte, por la [4], será

$$\lambda_m = \frac{1}{r+1} [\log_2 (p_1 p_2 \dots p_r) + \log_2 (2^{E(\pi_1)} p_2 \dots p_r) + \dots + \log_2 (2^{E(\pi_k)} p_1 \dots p_{k-1} p_{k+1} \dots p_r) + \dots + \log_2 (2^{E(\pi_r)} p_1 p_2 \dots p_{r-1})]$$

El término

$$\log_2 (2^{E(\pi_k)} p_1 \dots p_{k-1} p_{k+1} \dots p_r)$$

se calcula así:

$$\log_2 (2^{E(\pi_k)} \cdot p_1 \dots p_{k-1} p_{k+1} \dots p_r) = E(\pi_k) + \pi_1 + \dots + \pi_{k-1} + \pi_{k+1} + \dots + \pi_r = E(\pi_k) - \pi_k + (\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_r),$$

mientras que el primer término es simplemente $\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_r$. Esta suma aparece así repetida $r+1$ veces, y teniendo en cuenta además que $E(\pi_k) - \pi_k = -F(\pi_k)$, resulta:

$$\lambda_m = \pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_r - \frac{1}{r+1} [F(\pi_1) + F(\pi_2) + \dots + F(\pi_r)]. \quad [11]$$

Por lo tanto,

$$\Lambda_m = K_m + \lambda_m = \log_2 522 - \frac{1}{r+1} [F(\pi_1) + F(\pi_2) + \dots + F(\pi_r)], \quad [12]$$

y estas dos fórmulas pueden escribirse también:

$$\lambda_m = \pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_r - \frac{1}{r+1} [\gamma_{1,0,\dots,0}^{p_1 p_2 \dots p_r} + \gamma_{0,1,\dots,0}^{p_1 p_2 \dots p_r} + \dots + \gamma_{0,0,\dots,1}^{p_1 p_2 \dots p_r}] \quad [11']$$

$$\Lambda_m = \log_2 522 - \frac{1}{r+1} [\gamma_{1,0,\dots,0}^{p_1 p_2 \dots p_r} + \gamma_{0,1,\dots,0}^{p_1 p_2 \dots p_r} + \dots + \gamma_{0,0,\dots,1}^{p_1 p_2 \dots p_r}] \quad [12']$$

Haciendo uso de estas fórmulas [3] a [12'], hemos calculado en la tabla siguiente los valores λ, Λ, K para algunos acordes entre los más comunes, especificando en cada caso la gama a que pertenecen.

A c o r d e	Gama	r_k	λ	Λ	K
do ₃	cualquiera	1	0,00000	8,02790	8,02790
do ₃ -sol ₃	prim. ó Pit.	2, 3	1,29248	8,32038	7,02790
do ₃ -mi ₃ -sol ₃	Tol. ó Tol. cr.	4, 5, 6	2,30230	8,33020	6,02790
do ₃ -mi ₃ sol ₃ -te ₃	D. B.	4, 5, 6, 7	2,42856	8,45646	6,02790
do ₃ -mi ₃ -fa# ₃ (?)-sol ₃ -te ₃	$\Gamma^3, 5, 7, 11$	8, 10, 11, 12, 14	3,43473	8,26263	5,02790
do ₃ -mi ₃ fa# ₃ (?)-sol ₃ -la ₃ (?)-te ₃	$\Gamma^3, 5, 7, 11, 13$	8, 10, 11, 12, 13, 14	3,47902	8,50692	5,02790
do ₄ -fa ₃	prim. ó Pit.	3, 2	1,29248	8,73542	7,44294
do ₄ -la ₃ la ₃ -fa ₃	Tol. ó Tol. cr.	15, 12, 10	3,60459	8,72560	5,12101
mi ₄ -do ₄ -la ₃ -sol ₃ la ₃ (*)	D. B.	105, 84, 70, 60	6,28568	8,92127	2,63559
do ₃ -mi ₃ -sol ₃ -si ₃ la ₃	Tol. cr.	36, 45, 54, 64	5,60417	8,46215	2,85798
cualquiera	at.	irracionales	∞	arbitr.	$-\infty$

Hemos incluido entre los «acordes», a una sola nota, el do₃ que es el punto de partida, para que sus valores de λ , Λ y K sirvan de comparación con los restantes. De acuerdo con esto vemos, por ejemplo, que para la altura absoluta del do₃, o sea 261 vibraciones por segundo, el máximo de consonancia está dado por el $\log_2 261 = 8,02790$; y en efecto, todos los demás acordes tienen una consonancia menor.

En la segunda sección del cuadro van una serie de acordes mayores de distintas gamas. Las notas seguidas de (?), por ejemplo fa#₃, (?), indican notas que no tiene equivalente exacto en nuestros sistemas actuales. Obsérvese cómo disminuye la consonancia al aumentar los armónicos generadores de la gama (como la altura absoluta Λ varía poco, esa disminución se debe al aumento de la altura relativa λ , o sea al alejamiento del bajo fundamental con respecto a las notas del acorde).

En la tercera sección del cuadro van los acordes menores. Como éstos se consideran engendrados en sentido inverso a los mayores, es decir, con la tónica como nota más alta, hemos tomado para ésta el do₄ en lugar del do₃, salvo el marcado con asterisco en la gama de Domínguez Berrueta, pues en ella no existe una nota [la llamaríamos *re*(?)] que completa el acorde menor do₄-la₃la₃-fa₃-re₃(?); en este caso hemos partido de la tónica mi₄. La consonancia de los acordes menores es más baja que la de los mayores, y ya el acorde menor tolemaico do₄-la₃la₃-fa₃ es muy poco más consonante que los

mayores de las gamas $\Gamma^{3,5,7,11}$ y $\Gamma^{3,5,7,11,13}$ que contienen armónicos elevados.

El acorde que figura en la cuarta sección es, entre los disonantes, uno de los más usados. Es un acorde de *séptima de dominante*, como se le llama, con respecto a la tonalidad de fa. Obsérvese su baja consonancia, apenas superior a la del acorde menor de Domínguez Berrueta. Para nosotros es uno de los acordes que hemos llamado imperfectos (véase § 42) y proviene del acorde mayor $do_3-mi_3-sol_3-te_3$ de la gama de Domínguez Berrueta, por sustitución de la nota te_3 por su más próxima tolemaica, $si\flat_3$. Nótese cuánto se pierde en el cambio.

Finalmente, en la quinta sección del cuadro tratamos el caso de la gama atemperada. Cualquier intervalo ($< 1 \omega$) de esta gama es *irracional*, de la forma $\left(2^{\frac{1}{12}}\right)^\alpha$, donde $\alpha = 1, 2, \dots, 11$. No existiendo relaciones racionales entre las v_k , éstas pueden representarse solo aproximadamente por números enteros, y éstos crecen a medida que la aproximación es mayor. Con ellos sus logaritmos, y por tanto λ , crecen indefinidamente. De ahí el valor-límite ∞ que hemos indicado para λ . La altura absoluta Λ puede ser arbitraria, pero en cualquier caso la consonancia K tiene, por la [6], el valor-límite $-\infty$. En este ejemplo se ve claramente la notable diferencia entre una gama « natural », como la de Tolomeo o Domínguez Berrueta, y la gama atemperada « artificialmente » (aún admitiendo que los valores de K no correspondan sino groseramente a lo que entendemos intuitivamente por « consonancia »).

53. — Supongamos tener dos acordes A' , A'' , de frecuencias $\beta'v'_1, \beta'v'_2, \dots, \beta'v'_{m'}$ el primero, $\beta''v''_1, \beta''v''_2, \dots, \beta''v''_{m''}$ el segundo; por lo tanto, las frecuencias de los bajos fundamentales son β', β'' . Tomando en conjunto todas estas $m' + m''$ notas, se forma otro acorde A cuyas alturas λ, Λ y bajo fundamental β queremos hallar, suponiendo conocidas las magnitudes análogas $\lambda', \Lambda', \beta'; \lambda'', \Lambda'', \beta''$ relativas a los acordes dados.

Por la misma definición del bajo fundamental β , éste debe ser el máximo común divisor de todas las frecuencias dadas. Este máximo común divisor puede hallarse así: hallemos primero el m. e. d. de las frecuencias de A' , con lo que obtenemos β' ; por separado el m. e. d. de las frecuencias de A'' , que es β'' ; y luego, el m. e. d. de estos dos números. Resulta entonces que β es simplemente el m. e. d. de β', β'' . El máximo común divisor de dos números a, b suele indicarse con (a, b) . Así pues, se tiene:

$$\beta = (\beta', \beta''). \quad [13]$$

Ahora bien: el m. c. d. de dos números es una función lineal (y homogénea) de ellos; y por otra parte, es naturalmente submúltiplo de esos mismos números. Por tanto, la [13] equivale a decir que existen cuatro números enteros a', a'', k', k'' (los dos últimos positivos) tales que:

$$\beta = a'\beta' + a''\beta'' \tag{14}$$

$$\beta' = k'\beta \quad ; \quad \beta'' = k''\beta . \tag{15}$$

La altura absoluta Λ es también una función lineal homogénea de Λ', Λ'' . En efecto, se tiene:

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{1}{m' + m''} [\log_2 (\beta' v'_1) + \dots + \log_2 (\beta' v'_{m'}) + \log_2 (\beta'' v''_1) + \\ &+ \dots + \log_2 (\beta'' v''_{m''})] = \frac{m'}{m' + m''} \frac{\log_2 (\beta' v'_1) + \dots + \log_2 (\beta' v'_{m'})}{m'} + \\ &+ \frac{m''}{m' + m''} \frac{\log_2 (\beta'' v''_1) + \dots + \log_2 (\beta'' v''_{m''})}{m''} \end{aligned}$$

y, teniendo en cuenta la definición de Λ', Λ'' [fórmula (5)]:

$$\Lambda = \frac{1}{m' + m''} (m'\Lambda' + m''\Lambda'') , \tag{16}$$

lo que prueba la afirmación. Λ resulta ser una *media ponderal* de Λ', Λ'' , con los pesos m', m'' , respectivamente.

Para calcular λ , hay que tener en cuenta que el único factor común a todas las frecuencias del acorde total A es β , y que esas frecuencias pueden expresarse, por las [15], en la forma: $\beta.k'v'_1, \dots, \beta.k'v'_{m'}, \beta.k''v''_1, \dots, \beta.k''v''_{m''}$. Luego las v_i para el acorde total A son ahora los números: $k'v'_1, k'v'_2, \dots, k'v'_{m'}, k''v''_1, \dots, k''v''_{m''}$, cuyo promedio logarítmico, según la [4], es λ . Es decir:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{m' + m''} [\log_2 (k' v'_1) + \dots + \log_2 (k' v'_{m'}) + \log_2 (k'' v''_1) + \\ &+ \dots + \log_2 (k'' v''_{m''})] = \frac{1}{m' + m''} [m' \log_2 k' + \log_2 v'_1 + \dots + \\ &+ \log_2 v'_{m'} + m'' \log_2 k'' + \log_2 v''_1 + \dots + \log_2 v''_{m''}] , \end{aligned}$$

y, teniendo en cuenta que, por la [4], $\log_2 v'_1 + \dots + \log_2 v'_{m'} = m'\lambda'$, y análogamente para λ'' , resulta finalmente:

$$\lambda = \frac{1}{m' + m''} [m' (\lambda' + \log_2 k') + m'' (\lambda'' + \log_2 k'')] \quad [17]$$

La [17] nos dice que también λ es una función lineal (no homogénea) de λ' , λ'' . Si consideramos por un instante como altura relativa *ficticia* del primer acorde, a la magnitud $\lambda' + \log_2 k'$, y análogamente, $\lambda'' + \log_2 k''$ para el acorde A'' , la [17] nos dice que λ es la media ponderal, con pesos m' , m'' , de esas alturas ficticias.

Estas consideraciones pueden ser útiles para calcular la altura relativa, o el bajo fundamental, de acordes complejos. Por ejemplo, vamos a calcular por este procedimiento λ y β para el acorde de séptima dominante que aparece en la tabla final de § anterior. El acorde A está formado por la superposición del acorde A' : $\text{do}_3\text{-mi}_3\text{-sol}_3$, y del « acorde » de una sola nota A'' : si_3 . Para el primero, se tiene $m' = 3$ (número de notas), $v'_1 = 4$, $v'_2 = 5$, $v'_3 = 6$, y $\beta' = \frac{261}{4} = 65,25$ o, adoptando como unidad de tiempo el cuádruple segundo, $\beta' = 65,25 \times 4 = 261$. El valor de λ' , que no depende de la altura absoluta, es el dado por la tabla, o sea $\lambda' = 2,30230$. Para el acorde A'' , es $m'' = 1$, $v''_1 = 1$, y $\lambda'' = 0$. En cambio β'' es $\frac{261 \times 64}{36} = 464$, o, adoptando la misma unidad de tiempo, $\beta'' = 464 \times 4 = 1856$. Siendo

$$261 = 9 \times 29 \quad ; \quad 1856 = 64 \times 29$$

y 9 y 64 primos entre sí, se tendrá $k' = 9$, $k'' = 64$, el m. c. d. de β' , β'' será 29 y, volviendo al segundo como unidad de tiempo,

$$\beta = \frac{29}{4} = 7,25, \text{ de donde}$$

$$K = \log_2 7,25 = \log_2 \frac{29}{4} = 4,85798 - 2 = 2,85798 ,$$

en concordancia con el valor de la tabla. Aplicando ahora la [17], será:

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{1}{4} [3 (2,30230 + \log_2 9) + 1 (0 + \log_2 64)] = \\ &= \frac{1}{4} [3 (2,30230 + 3,16992) + 1 \times 6] = 5,60416 ,\end{aligned}$$

también de acuerdo con la tabla (el error en la última cifra no tiene importancia, y se elimina usando más cifras decimales en los logaritmos).

Resumiendo los resultados de este §, podemos enunciar el teorema:

Superponiendo dos acordes A' , A'' , se obtiene un acorde compuesto A , cuyo bajo fundamental y alturas absoluta y relativa son funciones lineales (y las dos primeras homogéneas) de las correspondientes magnitudes para los acordes A' , A'' . En particular: el bajo fundamental β es el máximo común divisor de los bajos fundamentales β' , β'' de los acordes dados.

Esta última proposición puede enunciarse también, en forma más útil para nuestro objeto, así: *el bajo fundamental β de un acorde A , compuesto de los acordes A' , A'' , coincide con el bajo fundamental del acorde de dos notas formado por los bajos fundamentales β' , β'' de los acordes componentes.*

Pues si consideramos el acorde formado por las notas β' , β'' , su bajo fundamental es el m. c. d. de estos números, es decir, β .

54. — Si queremos, pues, estudiar con respecto a su consonancia tales acordes *compuestos* mediante otros dos, convendrá considerar previamente los acordes de dos notas formados por los bajos fundamentales.

Como la altura absoluta, para este efecto, es arbitraria, podemos hacer coincidir uno de los bajos fundamentales, por ejemplo β' , con el do_3 de 261 vibraciones por segundo. Estudiaremos, pues, los acordes de dos notas formados por este do_3 y otra nota cualquiera, dentro de las distintas gamas que hemos dado en los capítulos III y IV.

Comencemos por la gama pitagórica, o sea la $\Gamma^3_{(0,11)}$, que consta de las notas fa, do, sol, re, la, mi, si, fa#, do#, sol#, re#, la#, engendradas por quintas sucesivas (véase §§ 22, 23); de modo que cada nota se obtiene de la anterior multiplicando su frecuencia por 3 y reduciendo a la octava. Si tomamos para el do_3 la frecuencia (relativa) 1, esas notas, en el orden escrito, tienen las frecuencias:

$$\frac{4}{3}, 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{27}{16}, \frac{81}{64}, \frac{243}{128}, \frac{729}{512}, \frac{2187}{2048}, \frac{6561}{4096}, \frac{19683}{16384}, \frac{59049}{32768} .$$

Para el acorde do_3 - fa_3 , las frecuencias relativas son, pues, 1 y $\frac{4}{3}$, ó 3 y 4. El bajo fundamental es 1 (pues esas frecuencias son primas entre sí) y representa un fa dos octavas más bajo que el original, o sea fa_1 (el subíndice, ya sea positivo, cero o negativo, indica la octava a que pertenece la nota, contada de do a sí, y considerando como octava 3 la que contiene el la normal de 435 vibraciones por segundo, o para nuestro caso, la que comienza con el do de frecuencia 261). El bajo fundamental será la frecuencia absoluta de este fa_1 , o sea $\beta = 261 \times \frac{4}{3} \times \frac{1}{2^2} = 87$. Aquí 261 es la frecuencia del do_3 ; multiplicándola por $\frac{4}{3}$ tendremos la del fa_3 , y bajando dos octavas, o sea multiplicando por $\frac{1}{2^2}$, tendremos la del fa_1 , que es el bajo fundamental. Teniendo en cuenta la fórmula [3] obtenemos la consonancia: $K = \log_2 87 = 6,44294$.

Con el acorde do_3 - sol_3 operamos análogamente: las frecuencias relativas son 2 y 3. Bajo fundamental, do_2 , de frecuencia $\beta = \frac{261}{2} = 130,5$. Consonancia $K = \log_2 130,5 = 7,02790$. Y así seguiríamos con las demás notas pitagóricas, obteniendo finalmente la siguiente tabla:

Gama pitagórica					
Acorde	Bajo fund.	K	Acorde	Bajo fund.	K
$do_3 - fa_3$	fa_1	6,44294	$do - fa\#_3$	do_{-6}	-0,97210
» - sol_3	do_2	7,02790	» - $do\#_3$	do_{-8}	-2,97210
» - re_3	do_0	5,02790	» - $sol\#_3$	do_{-9}	-3,97210
» - la_3	do_{-1}	4,02790	» - $re\#_3$	do_{-11}	-5,97210
» - mi_3	do_{-3}	2,02790	» - $la\#_3$	do_{-12}	-6,97210
» - si_3	do_{-4}	1,02790			

Para la gama tolemaica cromática, debemos tener en cuenta ante todo que las frecuencias relativas (tomando el do_3 como unidad), según los §§ 25 y 26, son:

$$\frac{32}{25}, \frac{48}{25}, \frac{36}{25}, \frac{27}{25}, \frac{8}{5}, \frac{6}{5}, \frac{9}{5}, \frac{4}{3}, 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, \frac{15}{8},$$

$$\frac{25}{18}, \frac{25}{24}, \frac{25}{16}, \frac{75}{64}, \frac{125}{72}, \frac{125}{96}, \frac{125}{64},$$

correspondiendo, respectivamente, a las notas:

$$fa_{\flat_3}, do_{\flat_3}, sol_{\flat_3}, re_{\flat_3}, la_{\flat_3}, mi_{\flat_3}, si_{\flat_3}, fa_3, do_3, sol_3, re_3, la_3, mi_3, si_3, \\ fa\#_3, do\#_3, sol\#_3, re\#_3, la\#_3, mi\#_3, si\#_3.$$

Efectuando cálculos análogos a los del caso anterior, obtendremos ahora el cuadro siguiente:

Gama tolemaica cromática					
Acorde	Bajo fund.	K	Acorde	Bajo fund.	K
do ₃ - fa _♭ ₃	fa _♭ ₋₂	3,38405	do ₃ - la ₃	fa ₁	6,44294
» - do _♭ ₃	fa _♭ ₋₂	3,38405	» - mi ₃	do ₁	6,02790
» - sol _♭ ₃	fa _♭ ₋₂	3,38405	» - si ₃	do ₀	5,02790
» - re _♭ ₃	fa _♭ ₋₂	3,38405	» - fa _♯ ₃	si _♭ ₋₂ (?)	3,85798
» - la _♭ ₃	la _♭ ₀	5,70598	» - do _♯ ₃	fa ₋₂	3,44294
» - mi _♭ ₃	la _♭ ₀	5,70598	» - sol _♯ ₃	do ₋₁	4,02790
» - si _♭ ₃	la _♭ ₀	5,70598	» - re _♯ ₃	do ₋₃	2,02790
» - fa ₃	fa ₁	6,44294	» - la _♯ ₃	si _♭ ₋₄ (?)	1,85798
» - sol ₃	do ₂	7,02790	» - mi _♯ ₃	fa ₋₄	1,44294
» - re ₃	do ₀	5,02790	» - si _♯ ₃	do ₋₃	2,02790

Obsérvese que, en conjunto, esta gama presenta mayores consonancias que la pitagórica.

Mayores aún serán esas consonancias para la gama de Domínguez Berrueta, que vamos a estudiar ahora. Su frecuencias relativas (§ 33) son:

$$\frac{10}{7}, \frac{15}{14}, \frac{8}{5}, \frac{6}{5}, \frac{9}{5}, \frac{4}{3}, 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, \frac{15}{8}, \frac{7}{5}, \frac{21}{20}, \frac{14}{9}, \frac{7}{6}, \frac{7}{4}.$$

para las notas, respectivamente:

$$sol_{\flat_3}, re_{\flat_3}, la_{\flat_3}, mi_{\flat_3}, si_{\flat_2}, fa_3, do_3, sol_3, re_3, la_3, mi_3, si_3, \\ fa\#_3, do\#_3, sol\#_3, re\#_3, te_3.$$

Con estos datos construiremos ahora la tabla correspondiente, que es:

Gama de Domínguez Berrueta					
Acorde	Bajo fund.	K	Acorde	Bajo fund.	K
do ₃ - sol ₃	mi ₃ h ₀ (?)	5,22055	do ₃ - la ₃	fa ₁	6,44294
» - re ₃	mi ₃ h ₋₁ (?)	4,22055	» - mi ₃	do ₁	6,02790
» - la ₃	la ₃ h ₀	5,70598	» - si ₃	do ₀	5,02790
» - mi ₃	la ₃ h ₀	5,70598	» - fa ₃ #	la ₃ h ₀	5,70598
» - si ₃	la ₃ h ₀	5,70598	» - do ₃ #	la ₃ h ₋₂	3,70598
» - fa ₃	fa ₁	6,44294	» - sol ₃ #	si ₃ h ₋₁ (?)	4,85798
» - sol ₃	do ₂	7,02790	» - re ₃ #	fa ₀	5,44294
» - re ₃	do ₀	5,02790	» - te ₃	do ₁	6,02790

En esta tabla y la anterior, los bajos indicados con (?) [por ejemplo, si₃h₋₂ (?)] indican, como de costumbre, notas que no pertenecen a la gama respectiva, pero que se aproximan a ella.

Se observa en todos los casos un máximo de consonancia para el acorde do₃-sol₃, y el valor inmediatamente inferior a éste corresponde, también en todos los casos, al acorde do₃-fa₃.

55. — Estos hechos pueden ser tratados en general, de la siguiente manera: sea un acorde de dos notas do₃-c, donde c indica una nota de la octava 3ª perteneciente a la $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ atemperada que consideramos. Si asignamos la frecuencia 1 al do₃, a la nota c corresponderá una frecuencia fraccionaria, comprendida entre 1 y 2 (incluido el extremo inferior) y el numerador y denominador de esa fracción no podrán admitir otros factores primos que 2 y los p_1, \dots, p_r , generadores de la gama. Se puede escribir, pues:

$$c = \frac{2^{n_0} \cdot p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \dots p_r^{n_r}}{2^{m_0} \cdot p_1^{m_1} \cdot p_2^{m_2} \dots p_r^{m_r}} \quad [18]$$

donde los números n_0, \dots, n_r ; m_0, \dots, m_r son enteros, positivos o nulos.

Si suponemos ya simplificada la fracción, de modo que no haya factores comunes al numerador y al denominador, ello significa que si un exponente n_i por ejemplo, es positivo, su correspondiente m_i debe ser nulo (en caso contrario podríamos aún simplificar uno o más factores p_i) y viceversa; sin que esto excluya el caso, también

posible, de que simultáneamente sea $n_i = m_i = 0$. Esta condición que imponemos (evidentemente sin menoscabo de la generalidad) a los números n_i, m_i puede expresarse brevemente diciendo que su producto $n_i m_i$ ha de ser nulo en todos los casos:

$$n_i m_i = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, r) \quad [19]$$

Por otra parte, como hemos dicho, la fracción [18] debe estar comprendida entre 1 y 2, lo que da:

$$2^{m_0} \cdot p_1^{m_1} \dots p_r^{m_r} \leq 2^{n_0} \cdot p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r} < 2^{m_0+1} \cdot p_1^{m_1} \dots p_r^{m_r},$$

condición que utilizaremos bajo la forma logarítmica, es decir, tomando los logaritmos de base 2 de los tres miembros; teniendo en cuenta que $\log_2 p_i = \pi_i$, se tiene:

$$\begin{aligned} m_0 + m_1 \pi_1 + \dots + m_r \pi_r &\leq n_0 + n_1 \pi_1 + \dots + n_r \pi_r < \\ &< m_0 + m_1 \pi_1 + \dots + m_r \pi_r + 1, \end{aligned}$$

lo cual, si escribimos:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_m &= m_0 + m_1 \pi_1 + \dots + m_r \pi_r \\ \varphi_n &= n_0 + n_1 \pi_1 + \dots + n_r \pi_r, \end{aligned} \right\} \quad [20]$$

queda en la forma:

$$\varphi_m \leq \varphi_n < \varphi_m + 1. \quad [21]$$

Las notas de nuestro acorde tienen las frecuencias relativas 1 y c , o, por la [18] $2^{m_0} p_1^{m_1} \dots p_r^{m_r}$ y $2^{n_0} p_1^{n_1} \dots p_r^{n_r}$, y estos números son primos entre sí. En virtud de esta circunstancia, el bajo fundamental estará representado, con el mismo factor de proporcionalidad, por la frecuencia relativa 1, y por tanto la frecuencia absoluta

$$\beta = \frac{261}{2^{m_0} \cdot p_1^{m_1} \dots p_r^{m_r}}$$

(pues el do₃, de frecuencia absoluta 261, tiene la frecuencia relativa $2^{m_0} \cdot p_1^{m_1} \dots p_r^{m_r}$). De aquí resulta, tomando logaritmos de base 2 y recordando la fórmula [3]:

$$K = \log_2 261 - m_0 - m_1 \pi_1 - \dots - m_r \pi_r,$$

o sea, por la [20] :

$$K = \log_2 261 - \varphi_m = 8,02790 - \varphi_m .$$

La función φ_m (y con ella la consonancia K), por depender de las variables enteras m_0, m_1, \dots, m_r , solo toma una sucesión discreta de valores. Como K y φ_m varían en sentidos opuestos, convendrá estudiar la función φ_m a partir de su valor mínimo, para ir obteniendo así los valores de K que sean mayores, que son los que más nos interesan.

El mínimo absoluto de φ_m es 0, valor que se obtiene cuando todas las m_i son nulas. En este caso, por la [21], φ_n está comprendido entre 0 y 1, incluido el extremo inferior 0; y como todas las π_i son mayores que 1, es para ello forzoso que sea $n_1 = n_2 = \dots = n_r = 0$, con lo que la ecuación [21] queda reducida a

$$0 \leq n_0 < 1 ,$$

de donde resulta $n_0 = 0$; por la [18] es entonces $c = 1$, y recaemos en el do_3 . Naturalmente, el acorde reducido a una sola nota presenta, como ya observamos, la máxima consonancia posible.

En general, la ecuación [21] puede también escribirse

$$0 \leq \varphi_n - \varphi_m < 1 ,$$

y observando que $\varphi_n - \varphi_m$ es otra función del mismo tipo, solo que las variables son ahora $n_0 - m_0, n_1 - m_1, \dots, n_r - m_r$ (y pueden tomar valores negativos) y por tanto podemos indicar a esa función con la notación φ_{n-m} , o bien φ_h , si ponemos :

$$h_i = n_i - m_i \quad (i = 0, 1, \dots, r) , \quad [23]$$

queda

$$0 \leq \varphi_h < 1 . \quad [21']$$

Dado un cierto valor de φ_m , que corresponde biunívocamente a un sistema de valores de m_0, m_1, \dots, m_r , queda fijado un valor de la consonancia K . Las ecuaciones [21'], [23] y la condición [19] nos permiten entonces determinar un número finito de sistemas de valores n_0, n_1, \dots, n_r de tal manera que los acordes $\text{do}_3 - c$ correspondientes presenten esa consonancia. En efecto, si una m_i es distinta de

cero, en virtud de [19] debe ser $n_i = 0$, y por la [23], $h_i = -m_i < 0$. En cambio si $m_i = 0$, pudiendo n_i tomar cualquier valor, resulta $h_i = n_i \geq 0$. Pero es claro que basta con que se sepa cuáles de las h_i deben ser negativas (debe haber, excluyendo el caso del acorde de una sola nota, al menos una $m_i \neq 0$) para limitar las posibilidades, reduciéndolas a un número finito.

Consideremos, por ejemplo, el caso (el más importante) en que p_1, p_2, \dots, p_r coincidan con los números primos sucesivos 3, 5, 7, 11, ... sin faltar ninguno, o que por lo menos, sea $p_1 = 3, p_2 = 5, p_3 = 7$. Entonces $\pi_1 = 1,58$ (no necesitamos más que dos cifras decimales), $\pi_2 = 2,32, \pi_3 = 2,81$, etc. Por tanto

$$\varphi_m = m_0 + 1,58 m_1 + 2,32 m_2 + 2,81 m_3 + \dots + \pi_r m_r,$$

expresión que, sustituyendo las m_i por las h_i , nos da φ_h .

a) Evidentemente, excluido el valor 0, φ_m no puede tomar un valor menor que 1, el cual corresponde a $m_0 = 1, m_1 = m_2 = \dots = m_r = 0$. Entonces la ecuación [21'] se transforma en:

$$0 \leq h_0 + 1,58 h_1 + 2,32 h_2 + \dots + \pi_r h_r < 1,$$

con $h_0 = -1, h_i \geq 0$ para $i > 0$. Es claro que ninguna de las h_i para $i \geq 2$ puede ser positiva, pues ya φ_h resultaría mayor que 1. Luego $h_2 = h_3 = \dots = h_r = 0$, y la ecuación se convierte en:

$$0 \leq 1,58 h_1 - 1 < 1,$$

de donde la única solución $h_1 = 1$. Por la [23] se tiene entonces:

$$n_0 = 0, \quad n_1 = h_1 = 1, \quad n_2 = \dots = n_r = 0,$$

y la nota c , por la [18], es $\frac{3}{2}$, o sea el sol₃.

b) El valor inmediato de φ_m superior a 1 es 1,58, para $m_0 = 0, m_1 = 1, m_2 = \dots = m_r = 0$. Entonces $h_1 = -1, h_i \geq 0$ para $i \neq 1$ y la [21'] da:

$$0 \leq h_0 - 1,58 + 2,32 h_2 + \dots + \pi_r h_r < 1.$$

Para $h_0 \geq 3$ no hay solución, pues φ_h resulta $\geq 1,42$. Para $h_0 = 2$ se tiene la solución $h_2 = \dots = h_r = 0$. Para $h_0 = 1$ nuevamente no hay solución, pues $\varphi_h = -0,58 + 2,32 h_2 + \dots + \pi_r h_r$, que no puede estar comprendido entre 0 y 1; para $h_0 = 0$, existe la solución $h_2 = 1, h_3 = \dots = h_r = 0$; y no hay más soluciones. Los valores de las n_i son, en el primer caso, $n_0 = 2, n_1 = n_2 = \dots = n_r = 0$ y en el segundo, $n_2 = 1, n_0 = n_1 = n_3 = \dots = n_r = 0$, que corresponden, respectivamente, a $c = \frac{4}{3}$ o sea el fa_3 , y $c = \frac{5}{3}$, el la_3 tolemaico.

c) Inmediatamente al valor 1,58, tendremos para φ_m el valor 2,32, para $m_0 = m_1 = 0, m_2 = 1, m_3 = \dots = m_r = 0$. Entonces $h_2 = -1$, y las demás $h_i \geq 0$, de modo que la [21'] es:

$$0 \leq h_0 + 1,58 h_1 - 2,32 + 2,81 h_3 + \dots + n_r h_r < 1.$$

Como $p_4 \geq 11$, es $\pi_4 \geq 3,46$ (pues $\log_2 11 = 3,46$) y con mayor razón π_5, \dots, π_r serán todos números mayores que 3,46. Por consiguiente, es necesario, para que la condición anterior se verifique, que $h_4 = h_5 = \dots = h_r = 0$, y queda entonces

$$0 \leq h_0 + 1,58 h_1 - 2,32 + 2,81 h_3 < 1.$$

Para $h_0 \geq 4$ no hay soluciones, lo mismo que para $h_0 = 2$. Para $h_0 = 3$, tenemos la solución $h_1 = h_3 = 0$. Para $h_0 = 1$, tenemos la posibilidad $h_1 = 1, h_3 = 0$; y para $h_0 = 0$ hay dos soluciones: $h_1 = 0, h_3 = 1$, y $h_1 = 2, h_3 = 0$.

Las únicas soluciones para este valor de φ_m , es decir para $m_0 = m_1 = m_3 = \dots = m_r = 0, m_2 = 1$ son, pues:

$$h_0 = 3, h_1 = 0, h_2 = -1, h_3 = h_4 = \dots = h_r = 0;$$

luego

$$n_0 = 3, n_1 = n_2 = n_3 = \dots = n_r = 0; c = \frac{8}{5}, la_3 \text{ (Tol. cr.) o (D. B.)}$$

$$h_0 = 1 = h_1, h_2 = -1, h_3 = h_4 = \dots = h_r = 0;$$

luego

$$n_0 = 1 = n_1, n_2 = n_3 = \dots = n_r = 0; c = \frac{6}{5}, mi_3 \text{ (Tol. cr.) o (D. B.)}$$

$$h_0 = 0 = h_1, h_2 = -1, h_3 = 1, h_4 = \dots = h_r = 0 ;$$

luego

$$n_0 = 0 = n_1 = n_2, n_3 = 1, n_4 = \dots = n_r = 0 ; c = \frac{7}{5}, fa\#_3 \text{ (D. B.)}$$

$$h_0 = 0, h_1 = 2, h_2 = -1, h_3 = h_4 = \dots h_r = 0 ;$$

luego

$$n_0 = 0, n_1 = 2, n_2 = n_3 = \dots = n_r = 0 ; c = \frac{9}{5}, si\flat_3 \text{ (Tol.cr.) o (D. B.)}$$

Y así podríamos continuar: para cada *nivel* de la función φ_m hay un número finito de notas c tales que el acorde do_3-c presenta la misma consonancia, dada por la fórmula [22]; y estas consonancias van disminuyendo a medida que aumentan los valores de φ_m .

Nótese que, en el caso *a*), la única hipótesis realmente necesaria es que en la $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ sea $p_1 = 3$, pues entonces $p_2 \geq 5$, y $\tau_2 \geq \log_2 5 = 2,32$, y valen todas las conclusiones obtenidas. Análogamente, en el caso *b*), todas las conclusiones son válidas con la sola hipótesis que sea $p_1 = 3, p_2 = 5$; y en el caso *c*), con la hipótesis $p_1 = 3, p_2 = 5, p_3 = 7$. Los demás armónicos podrán ser arbitrarios.

Si llamamos *tónica* a la nota do_3 que nos ha servido de punto de partida, y que es la que corresponde a la consonancia máxima c al nivel 0 de φ_m , podremos llamar *dominantes primeras* a las notas que corresponden al nivel siguiente de φ_m , o sea al nivel 1, *dominantes segundas* ⁽¹⁾ a las del nivel siguiente [en el caso *b*), o sea para $p_1 = 3, p_2 = 5$, este nivel es 1,58]; luego vendrán las *dominantes terceras, cuartas, etc.*, cada vez más alejadas armónicamente de la nota fundamental o tónica. La primera dominante (única) en el caso $p_1 = 3$, o sea el sol, se suele llamar simplemente *dominante*; y en cambio se llama *subdominante* a una de las dominantes segundas, el fa (en las gamas que contengan el armónico $p_1 = 3$).

Naturalmente, las consideraciones anteriores pueden aplicarse a cualquier otra nota de la gama, y cualquiera sea su altura absoluta; lo único necesario entonces para que sigan valiendo las conclusiones,

(1) Esta acepción difiere de la que se usa algunas veces. Los músicos suelen llamar *segunda dominante* a la dominante de la dominante. Así, si la tónica es do, su dominante sol, la segunda dominante sería la dominante de sol, o sea re. En cambio en nuestra denominación, y en la gama tolemaica por ejemplo, las segundas dominantes son fa y la.

es trasladar en un mismo intervalo todas las notas de que se trata. Así por ejemplo, si tomamos como tónica el *re* (*Pit.*) en cualquier octava, en lugar del sol su dominante 1ª sería el la (*Pit.*), que corresponde al intervalo $\frac{3}{2}$, si el re es la unidad. Nótese que pueden aparecer así *dominantes que no pertenezcan a la gama atemperada*; por ejemplo, si tomamos como tónica el re (*Tol. cr.*), su primera dominante sería una nota a intervalo $\frac{3}{2}$ con respecto a ella. Reduciéndonos como de costumbre al do como unidad, el re (*Tol. cr.*) tiene la altura $\frac{9}{8}$, y su dominante, la altura $\frac{9}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{16}$, que no es el la (*Tol. cr.*) ni ninguna otra nota de la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$. Esta nota difiere de la (*Tol. cr.*) (que es $\frac{5}{3}$) en el intervalo $\frac{27}{16} \cdot \frac{5}{3} = \frac{81}{80}$ que no es sino una coma sintónica. Análogamente, si calculáramos por el procedimiento anterior las quintas dominantes de do en la gama de Domínguez Berrueta, obtendremos una sola, $\frac{10}{7}$, que es el sol \flat (*D. B.*), mientras que las otras, $\frac{8}{7}$, $\frac{9}{7}$ y $\frac{12}{7}$, no pertenecen a esa gama.

56. — Volvamos ahora a los acordes. Ya vimos (§ 53) que un acorde *A*, compuesto mediante la superposición de dos acordes *A'*, *A''*, tiene como bajo fundamental, el bajo fundamental del acorde (de dos notas) formado por los bajos fundamentales de los acordes *A'*, *A''*. Ello nos condujo a estudiar con cierto detenimiento esos acordes de dos notas, clasificando su consonancia, con lo que hemos llegado a clasificar todas las notas de una gama atemperada cualquiera, con respecto a una nota fundamental o tónica, en una serie de *niveles*, de tal modo que a cada nivel pertenece una o más notas que, junto con la tónica, dan acordes igualmente consonantes. A estos niveles, o mejor dicho, a las notas que se encuentran en cada uno, las hemos llamado, según su importancia armónica o sea según su consonancia con la tónica, *primeras*, *segundas*, *terceras*,... *dominantes* de ésta.

Partamos ahora de un acorde mayor cualquiera, por ejemplo el que tiene como fundamental o tónica la nota do. Su bajo fundamental es también un do, situado (§ 51) un cierto número de octavas debajo de la tónica. Consideremos ahora las dominantes 1^{as}, 2^{as}, etc. hasta un cierto orden determinado *k*, de esa nota do, y los

acordes mayores que tienen como bajos fundamentales esas dominantes. En virtud del mismo teorema citado del § 51, esos acordes serán aquellos que tienen como notas fundamentales las homónimas, solo que elevadas nuevamente a la octava original a que pertenece la tónica. Esos acordes se llamarán *acordes de 1ª, 2ª, ..., k-ésima dominante* relativos a la tónica do, o a la *tonalidad*, o *tono*, de *do mayor*. Son, por su misma definición, los acordes que presentan mayor afinidad armónica con el acorde de tónica.

Tomemos ahora en conjunto, todas las notas que pertenecen a todos esos acordes (incluso el de tónica): las llamaremos *notas diatónicas* pertenecientes a la tonalidad; a las demás notas existentes en la gama atemperada, las llamaremos *notas cromáticas*; y diremos que las notas diatónicas constituyen la *escala o gama melódica* (mayor), dentro de la gama total atemperada, a la que podremos llamar ahora, para diferenciarla, *gama armónica*. La gama melódica está, pues, constituida solamente por las notas diatónicas; y la gama armónica, por éstas y las cromáticas. Bien entendido que esta definición se refiere esencialmente a una tónica o tonalidad, y a un cierto orden k de las dominantes cuya afinidad con la tónica consideramos como admisible o aceptable.

La importancia del concepto de notas diatónicas está en lo siguiente: si construimos una *melodía* o sucesión de notas utilizando exclusivamente la gama melódica, es claro que cada una de esas notas, y por tanto, toda la melodía, podrá *armonizarse* o acompañarse con uno (al menos) de los acordes de tónica o dominantes hasta el orden k , es decir, precisamente aquellos acordes que hemos aceptado como más afines al de tónica.

Las mismas consideraciones que hemos hecho para las tonalidades mayores pueden aplicarse también a las *tonalidades menores*, a saber: si partimos de un acorde menor (de *tónica*), podemos considerar su bajo fundamental, las dominantes 1ª, 2ª, ..., k -ésima de ese bajo, y los acordes menores que tienen como bajos fundamentales esas notas. Las notas de todos esos acordes en conjunto forman la *gama melódica menor* de esa tonalidad, las demás notas, no *diatónicas*, son las *cromáticas*. Una melodía que conste solo de notas diatónicas podrá armonizarse con los acordes que hemos considerado. La única diferencia está en que ahora la nota del bajo fundamental no es homónima con la fundamental de cada acorde, como en el caso mayor, pero aparte de eso, todo lo dicho se mantiene aplicable.

Para cada tonalidad (ya sea mayor o menor) se suelen considerar solo las que llamaremos *dominantes principales* de los distintos ór-

denes. Una dominante principal de k -ésimo orden ($k = 1, 2, \dots$) de una $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ es una dominante de k -ésimo orden común a todas las $\Gamma_{\Phi}^{p_1}, \Gamma_{\Phi}^{p_1 p_2}, \dots, \Gamma_{\Phi}^{p_1 p_2 \dots p_r}$ contenidas en la gama dada. Toda dominante principal de k -ésimo orden pertenece, pues, en el mismo carácter, a la $\Gamma_{\Phi}^{p_1}$ contenida en $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ (recuérdese que p_1 es el armónico más bajo); pero recíprocamente, toda dominante k -ésima de $\Gamma_{\Phi}^{p_1}$ es también una dominante k -ésima de $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$. En efecto, si esa dominante corresponde (ver § anterior) a un cierto nivel $\varphi_m = m_0 + m_1 \pi$ de la función φ_m relativa a $\Gamma_{\Phi}^{p_1}$, se ve fácilmente que ese mismo nivel puede obtenerse para la $\varphi_m m_0 + m_1 \pi_1 + \dots + m_r \pi_r$, con el mismo número de orden k (tomando $m_2 = \dots = m_r = 0$) con lo que se obtiene la misma dominante para $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$.

Por otra parte, toda $\Gamma_{\Phi}^{p_1}$ admite a lo sumo una dominante de cada orden, pues la ecuación [21'] con las condiciones [19] y [23] es en este caso

$$0 \leq h_0 + h_1 \pi_1 < 1$$

en la cual por lo menos una de las h_i es un número conocido y negativo. Si las dos h_i están en estas condiciones (o sea, si $m_0, m_1 \neq 0$), esta ecuación no tiene solución, mientras que si una de las h_i es incógnita, o no hay solución o hay una sola. En conclusión, pues:

Las dominantes principales de una $\Gamma_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$ son simplemente las dominantes de la $\Gamma_{\Phi}^{p_1}$ contenida en ella, y para cada orden existe a lo sumo una dominante principal.

Así, en la Γ^3 , las dominantes sucesivas son:

$$\begin{aligned} \text{de 1}^{\text{er}} \text{ orden: } & \frac{3}{2} \\ \text{» 2}^{\text{o}} \text{ » : } & \frac{4}{3} \\ \text{» 3}^{\text{er}} \text{ » : } & \text{no existen} \\ \text{» 4}^{\text{o}} \text{ » : } & \text{» »} \\ \text{» 5}^{\text{o}} \text{ » : } & \frac{9}{8} \end{aligned}$$

etc.

Como ejemplo de todo lo dicho, tomemos primero la gama tolemaica cromática. Si tomamos la tónica do, en virtud de lo que hemos visto en el § 51, *a*), la primera dominante es sol; en virtud de *b*) las segundas dominantes son fa y la (solo la primera es principal); las terceras dominantes, consideradas en *c*), son el $la\flat$, $mi\flat$ y $si\flat$ (ninguna principal), aparte de otra $\left(\frac{7}{5}\right)$ que ya no pertenece a la gama.

Los acordes respectivos son:

- de *do*: do-mi-sol
- » *sol*: sol-si-re
- » *fa*: fa-la-do
- » *la*: la-do#-mi
- » *la \flat* : $la\flat$ -do- $mi\flat$
- » *mi \flat* : $mi\flat$ -sol- $si\flat$
- » *si \flat* : $si\flat$ -re-fa(?) .

Por consiguiente, obtendríamos las siguientes gamas melódicas:

Con una dominante 1ª: do-re-mi-sol-si

- » » » » y una dominante 2ª: do-re-mi-fa-sol-la-si
- » » » » dos » 2ª: do-do#-re-mi-fa-sol-la-si

y así sucesivamente.

Hay que tener en cuenta que la dominante segunda que aparece en esta gama, no es principal, es decir, no aparece en tal carácter en la gama pitagórica, mientras que el fa es común a ambas gamas (principal). Como ya hemos dicho, usualmente se prescinde de esta dominante la (así como de las de órdenes superiores), y queda así la gama melódica mayor de todos conocida: do-re-mi-fa-sol-la-si. Obsérvese que si en lugar de la gama tolemaica hubiéramos tomado la pitagórica, como en ésta los acordes son de dos notas, habríamos tenido que tomar cinco dominantes (véase la tabla del § 54), a saber: sol, fa, re, la y mi, para llegar a obtener, con los acordes respectivos: do-sol, sol-re, fa-do, re-la, la-mi, mi-si la gama melódica homónima.

En la gama melódica tolemaica usual, las dos dominantes princi-

pales sol y fa se designan ordinariamente como *dominante* y *subdominante* respectivamente, como ya dijimos.

Para el ejemplo correspondiente a las tonalidades menores, en la gama tolemaica cromática, consideraremos como tónica el sol. El acorde menor de tónica es entonces sol-mi \flat -do, en sentido descendente, y si el sol es la unidad, el mi \flat es $\frac{4}{5}$ y el do $\frac{4}{3}$. La primera dominante es el re (principal), las segundas do (principal) y mi (no principal). Detengámonos aquí, ya que el proceso se aprecia ya claramente en este ejemplo. Se tiene ahora:

Acordes menores: de sol: sol--mi \flat -do

» re: re-si \flat -sol

» do: do-la \flat -fa

» mi: mi-do-la ,

y las gamas melódicas son:

con una dominante 1^a: sol-mi \flat -re-do-si \flat

» » » » y una dominante 2^a: sol-fa-mi \flat -re-do-si \flat -la \flat

» » » » » dos » » : sol-fa-mi-mi \flat -re-do-si \flat
la-la \flat

etc.

Generalmente, y por razones análogas a las del caso anterior, se adopta la segunda de estas gamas, que se suele escribir en sentido ascendente y a partir del do, así: do-re-mi \flat -fa-sol-la \flat -si \flat . Como en el caso de la tonalidad mayor, el re se llama generalmente la dominante y el do la subdominante.

En el caso de la gama de Domínguez Berrueta, las dominantes 1^{as} y 2^{as} son las mismas que en el caso tratado; pero todos los acordes están formados por cuatro notas, de las cuales algunas faltan sin embargo en la $\Gamma_{\Phi}^{3,5,7}$. Así, para el acorde mayor de tónica do, hay que agregar la nota te; para la 1^a dominante (principal) sol, habría que agregar una nota mi \sharp (?) que no existe; y para las segundas dominante fa, la, hay que agregar respectivamente las notas re \sharp y fa \times (?) (el signo \times equivale a doble sostenido, $\sharp\sharp$) ésta última inexistente. Así, la gama melódica mayor de do sería do-re-re \sharp -mi-

fa-sol-la-te-si ⁽¹⁾ (con solo dos dominantes principales). Análogamente, la gama menor de sol sería sol-sol \flat -fa-mi \flat -re-do-si \flat -la \flat , faltando en la gama tres notas mi $\flat\flat$ (?), si $\flat\flat$ (?) y fa \flat (?) que forman parte de los acordes de las dominantes.

57. — Ya hemos indicado que las nociones de tónica y dominantes (en particular, dominante y subdominante) son de importancia básica en la armonía, así como los conceptos de notas diatónicas y cromáticas juegan un papel preponderante en la melodía. En lo anterior, el músico que haya seguido nuestras consideraciones habrá notado que hemos dado a estos conceptos un sentido más amplio que el usual. Creemos que ello es necesario: por una parte, esta mayor amplitud de conceptos nos es sugerida por la teoría misma, tal como la hemos presentado, y esta teoría no tiene otros fundamentos que los hechos acústicos que se observan en la naturaleza. Por eso hemos criticado en el capítulo correspondiente la gama atemperada usual, así como otras gamas « artificiales », donde se ha hecho caso omiso de los fenómenos acústicos que de por sí, naturalmente, nos están señalando el camino a seguir; hemos errado el buen camino, y creemos que se debe volver a él. Por otra parte, los músicos nos darán la razón, cuando probemos a la luz de ejemplos que daremos oportunamente, que ellos mismos han tendido, y particularmente en los tiempos actuales, a salir del estrecho marco de la gama atemperada, intuyendo, consciente o inconscientemente, un *plus ultra* fuera de los cánones. Ese plus ultra es el que creemos haber puesto en claro en lo que antecede, o por lo menos, haber dado las bases para una teoría más completa y más racional sobre todo, de la música.

Antes de dar esos ejemplos, hagamos algunas observaciones sobre los últimos puntos tratados.

La teoría de la tonalidad se completa con el estudio de las *cadencias*. Se efectúa una cadencia cuando se pasa de un acorde de una de las dominantes al acorde de tónica. Este último es como el eje alrededor del cual gira toda la trama armónica de una composición o un trozo, o la meta armónica a donde nos dirigimos; el acorde de tónica da, pues, la sensación de final, de reposo, es el punto donde *decae* la tensión (de ahí el nombre de la cadencia). Como se ve, damos también una mayor amplitud a este concepto, admitiendo cadencias a partir de cualquiera de las dominantes aceptadas. El esquema más simple e inmediato de una cadencia es: dominante-tónica,

(1) Discrepamos en este punto con Domínguez Berrueta, que no admite el re \sharp como nota diatónica.

y entre éstas, las más simples son: dominante (en el sentido usual)-tónica, o sea la cadencia *perfecta*, y subdominante-tónica, o cadencia *plagal*. Por ejemplo, en do mayor: sol-do y fa-do.

La teoría de la *modulación* puede también desarrollarse en base a lo dicho. Se entiende por modulación un cambio, suficientemente estable, de tonalidad. La modulación a un tono nuevo va precedida, generalmente, de una cadencia sobre la nueva tónica, o sobre una de sus dominantes. Podemos repetir aquí que con la amplitud de conceptos adoptada, las posibilidades de modulación se hacen más ricas. También los acordes llamados *modulantes* son más numerosos y se prestan a más variadas combinaciones.

En las modulaciones debemos tener en cuenta una circunstancia importante, debida en esencia a la desigualdad de los intervalos de toda $\Gamma_{\mathbb{F}}^{p_1 \dots p_r}$. Si consideramos, por ejemplo, el cuadro de notas de la $\Gamma_{ABGH}^{3,5}$ tolemaica cromática (§ 26), observaremos que a partir del do, los intervalos se distribuyen irregularmente así:

0,05890 ; 0,05214 ; 0,05889 ; * 0,05889 ; 0,03422 ; 0,05889 ; 0,03422 ;
 0,02468 ; 0,03421 ; 0,05890 ; 0,05214 ; 0,05888 ; 0,05890 ; 0,03424 ;
 0,05889 ; 0,05890 ; 0,05214 ; 0,05888 ; 0,03422 ; 0,02468 ; 0,03421 ;

o sea, con las notaciones de la fórmula [5] del § 32:

$i_1 + i_2$; $i_1 + i_2 - \varepsilon$; $i_1 + i_2$; * $i_1 + i_2$; i_1 ; $i_1 + i_2$; i_1 ;
 i_2 ; i_1 ; $i_1 + i_2$; $i_1 + i_2 - \varepsilon$; $i_1 + i_2$; $i_1 + i_2$; i_1 ;
 $i_1 + i_2$; $i_1 + i_2$; $i_1 + i_2 - \varepsilon$; $i_1 + i_2$; i_1 ; i_2 ; i_1 .

Por consiguiente, si adoptamos en lugar del do otra tónica, por ejemplo re, a partir de esta nota los intervalos ya no se disponen en la misma forma, sino que comienzan con el marcado con asterisco, siguen en orden hasta el último escrito, y luego vienen los tres primeros; o sea, en resumen, que estos tres han pasado a último término, pero conservando el orden cíclico total. En consecuencia, algunos de los intervalos de la gama original, por ejemplo el intervalo de quinta:

$$1\chi = 0,58496 \omega = 6(i_1 + i_2) + 2(i_1 + i_2 - \varepsilon) + 3i_1 + i_2 = \\ = 11i_1 + 9i_2 - 2\varepsilon,$$

no puede formarse a partir de la nueva tónica. La gama armónica no pierde por ésto su carácter tolemaico, pero está, diremos, en otro *modo* (1). Al alterarse así la disposición de los intervalos por el cambio de modo, claro está que la gama melódica también cambia en general. De ahí que se produzcan variaciones en las relaciones armónicas: algunas dominantes pueden desaparecer, o aparecer otras nuevas, o aunque no sufran tales modificaciones las notas fundamentales de los acordes de las dominantes, pueden aparecer o desaparecer algunas de las restantes notas de esos acordes, etc. Sin embargo, como la gama total no ha perdido su carácter (en este caso, el hecho de que es siempre una $\Gamma^{3,5}$) podemos aquí, con buen derecho, hacer uso del principio de sustitución (§ 42) para restablecer los acordes o notas que falten por medio de notas de la misma gama. La «distorsión», si se nos permite esta expresión, es así menor que en cualquier otro caso en que intervengan armónicos extraños.

Para no extendernos demasiado, bastará para nuestro objeto con dos ejemplos. El primero, es el que ya hemos tomado, que completaremos en sus detalles: cambio de tonalidad de do mayor a re mayor en la gama tolemaica cromática, con el correspondiente cambio de modo. Los intervalos de esta gama son los ya indicados.

Limitémonos al caso de la gama melódica usual: do-re-mi-fa-sol-la-si para el tono de do (mayor), es decir, admitamos solo las dos dominantes principales sol y fa, situadas, con respecto a la tónica, a una quinta, $1\chi = 0,58496\omega$, y una cuarta $= 1\omega - 1\chi = 0,41504\omega$. A partir de la tónica re admitiremos también las dos dominantes, y veremos cómo puede formarse la nueva gama melódica de re mayor con esas dos dominantes. El acorde de tónica de do es do-mi-sol, con los intervalos:

$$\text{quinta: } \text{do-sol} = 1\chi = 0,58496\omega = 11 i_1 + 9i_2 - 2\varepsilon$$

$$\text{tercera: } \text{do-mi} = 1\tau = 0,32193\omega = 6 i_1 + 5i_2 - \varepsilon.$$

El acorde de dominante sol-si-re solo agrega las notas si, re, cuyos intervalos con el do son:

$$\text{séptima: } \text{do-si} = 0,90689\omega = 17 i_1 + 14 i_2 - 3\varepsilon$$

$$\text{segunda: } \text{do-re} = 0,16993\omega = 3 i_1 + 3 i_2 - \varepsilon$$

(1) Esta noción de modo no coincide con los usuales modos mayor y menor, a los que propondríamos llamar *sistemas* mayor y menor, aunque tiene análogo fundamento, a saber, la distinta disposición de los intervalos sucesivos.

y el de subdominante fa-la-do agrega las notas fa, la, con los intervalos:

$$\text{cuarta: } \quad \text{do-fa} = 0,41504 \omega = 8 i_1 + 6 i_2 - \varepsilon$$

$$\text{sexta: } \quad \text{do-la} = 0,73697 \omega = 14 i_1 + 11 i_2 - 2 \varepsilon,$$

de modo que la gama melódica se compone de estos intervalos, a partir del valor 0,00000 ω correspondiente al do. Si formamos los mismos intervalos a partir del re (reduciendo siempre a la octava) tendremos:

$$\text{quinta: } 0,16993 + 0,58496 = 0,75489 \omega = 14 i_1 + 12 i_2 - 3 \varepsilon:$$

$$\text{inexistente — Nota más próxima: } la = 0,73697 \omega$$

$$\text{tercera: } 0,16993 + 0,32193 = 0,49186 \omega = 9 i_1 + 8 i_2 - 2 \varepsilon:$$

$$\text{inexistente — Nota más próxima: } fa\# = 0,47394 \omega$$

$$\text{séptima: } 0,16993 + 0,90689 - 1 = 0,07682 \omega = i_1 + 2 i_2 - \varepsilon:$$

$$\text{inexistente — Nota más próxima: } do\# = 0,05890 \omega$$

$$\text{segunda: } 0,16993 + 0,16993 = 0,33986 \omega = 6 i_1 + 6 i_2 - 2 \varepsilon:$$

$$\text{inexistente — Nota más próxima: } mi = 0,32193 \omega$$

$$\text{cuarta: } 0,16993 + 0,41504 = 0,58497 \omega = 11 i_1 + 9 i_2 - 2 \varepsilon = sol$$

$$\text{sexta: } 0,16993 + 0,73697 = 0,90690 \omega = 17 i_1 + 14 i_2 - 3 \varepsilon = si.$$

Luego, en rigor, la gama melódica de re mayor constaría solo de las notas re-sol-si. En estos casos es donde tiene su aplicación más legítima y fecunda el principio de sustitución: sustituimos las notas inexistentes por sus representantes más próximas, que tienen en este caso la propiedad de no alterar el carácter de la gama, pues no introducen armónicos nuevos; y obtenemos así la gama melódica: re-mi-fa#-sol-la-si-do#. Obsérvese que ya el acorde de tónica no es exactamente el acorde mayor que correspondería (los de dominante y subdominante sí lo son) y en ésto se manifiesta el cambio de modo, que si bien no produce un cambio de carácter en la gama, lo produce en la melodía. En esto creemos ver la razón de que se atribuya a determinadas tonalidades un carácter propio, unas veces brillante, otras suave y melancólico, y así sucesivamente. En el ejemplo que hemos tomado, obsérvese que las notas alteradas son más bajas que las que corresponderían, en la magnitud constante 0,01792 ω . Este descenso

de altura produce una cierta disminución de la brillantez y energía propias del tono de do mayor.

El segundo ejemplo, tal vez más luminoso (debido a los intervalos más grandes y más diferentes entre sí) es el de la gama pentatónica que, como ya dijimos, puede representarse aproximadamente en nuestro sistema actual por las notas: do-re-fa-sol-la. Pueden distinguirse así cinco modos, que son:

- Modo I - Do-re-fa-sol-la; sin 3ª ni 7ª (con relación a la gama tolemaica);
- » II - Re-fa-sol-la-do; » 2ª » 6ª;
- » III - Fa-sol-la-do-re; » 4ª » 7ª;
- » IV - Sol-la-do-re-fa; » 3ª » 6ª;
- » V - La-do-re-fa-sol; » 2ª » 5ª.

Véase el estudio que hace Helmholtz (VIII) de estas gamas.

Mediante esos cambios de modo se explica a veces la discrepancia aparente entre las tablas de una misma gama. Por ejemplo, es posible que algunas de las tablas que hemos dado en los §§ 23, 24 para las gamas pitagórica y tolemaica no coincidan aparentemente con las de otros autores (1), pero disponiendo en otra forma los intervalos, sin variar su orden cíclico, esta discrepancia desaparece. Lo esencial en una gama atemperada no es la sucesión de notas, ni los nombres de éstas, sino la sucesión de intervalos.

En estrecha conexión con estos cambios de modo se presenta la cuestión de la *transposición* o *transporte*. Incidentalmente hemos tocado ya este punto en el § 35, pero ahora se nos presenta a plena luz: es en general imposible, en una $I_{\Phi}^{p_1 \dots p_r}$, cualquiera transportar o transponer una melodía dada en un tono a otra tonalidad, conservando estrictamente los intervalos de esa melodía. Lo que acabamos de decir con respecto a los acordes de una tonalidad y a la gama melódica se aplica íntegramente al caso de una melodía cualquiera. Esta puede aparecer así en diversos modos, diríamos también con diversos matices, y ello, lejos de ser un inconveniente, puede constituir en manos del artista, un recurso de extraordinaria fecundidad y belleza; recurso al que renunciamos voluntariamente, cuando adoptamos la gama atemperada, exactamente uniforme en toda su extensión.

(1) Por ejemplo MURRAY BARBOUR (XI).

58. — Trataremos de confirmar finalmente con algunas reflexiones y ejemplos, no sólo el hecho de que la teoría expuesta no está tan alejada de la realidad como parece, sino que, consciente o inconscientemente (ya lo hemos dicho) la música tiende a salirse del estrecho marco que le fija la gama atemperada, en busca de cauces más naturales. En particular en las obras contemporáneas, es fácil descubrir, aún bajo la máscara de nuestro sistema melódico y armónico, esa tendencia.

En primer lugar, procedamos a una experiencia fácil de realizar, y también de explicar: imaginemos un violinista en trance de templar su instrumento, y con nuestro piano (bien afinado) procedamos a « darle el la », como es usual. El violinista procederá a templar la segunda cuerda de su instrumento de acuerdo con ese la_3 y, si tiene por lo menos una relativa práctica, lo conseguirá exactamente. Pero ahora dejémoslo que afine sus otras cuerdas a oído, sin confirmar su afinación por medio del piano. Sabido es que el violín se afina por quintas, de modo que si la segunda cuerda es el la_3 , la primera cuerda o *prima* dará el mi_4 , la tercera el re_3 , y la cuarta el sol_2 : estas dos últimas son más bajas, la primera más alta que el la_3 de donde partimos. Confrontemos en seguida su afinación con la_4 del piano. Pues bien: creemos no equivocarnos al afirmar que, en la gran mayoría de los casos, habrá afinado la primera demasiado alta, y las otras dos cuerdas demasiado bajas.

¿Qué explicación tiene ésto? ¿Por qué se ha equivocado el violinista? O más bien: ¿quién está equivocado: el violinista o el piano? Observemos ante todo que las diferencias en la afinación reconocen una causa común: el violinista ha estimado las quintas demasiado grandes (con relación a las del piano); pues así se explica que, con respecto al punto de partida fijo y común para ambos instrumentos, el la_3 , las notas más altas (el mi_4), aparezcan más elevadas aún en el violín que en el piano; mientras que las más bajas (el re_3 y el sol_2) aparezcan más bajas. Esto sentado, la explicación surge inmediatamente: la quinta justa, natural, o sea la quinta pitagórica, es, en efecto, mayor que la quinta atemperada. La quinta pitagórica vale $0,58496 \omega$ (véase el cuadro de equivalencias del § 10), mientras que la quinta atemperada, que consta de siete semitonos atemperados, vale $7 \alpha = 7 \times 0,08333 = 0,58333 \omega$. El oído nos lleva a apreciar muy exactamente las quintas justas, y de ahí que el violín, afinado por quintas justas, aparezca desafinado respecto al piano. Es, pues, a este último y no al violinista a quien debemos calificar de « desafinado » (con respecto a la afinación natural).

La misma explicación tienen otros fenómenos que se observan muy frecuentemente. Supongamos, por ejemplo, una melodía que, del tono de do mayor, module a mi mayor, luego a sol \sharp mayor, y finalmente regrese a do mayor; o más simplemente aún, supongamos que la melodía se reduzca a estas cuatro notas: do₃-mi₃-sol \sharp ₃-do₄. Si nuestro violinista ejecuta esas cuatro notas « de oído », partiendo del do₃ en concordancia exacta con el piano, su do₄ final será más bajo que el do₄ del piano. La explicación es que esas cuatro notas forman entre sí (aproximadamente las dos últimas) tres terceras tolemaicas, y la tercera tolemaica $1\tau = 0,32193\omega$ es menor que la tercera atemperada, compuesta por cuatro semitonos, o sea $4\alpha = 4 \times 0,08333 = 0,33333\omega$; al ejecutar tres terceras sucesivas, no se ha hecho sino acentuar el fenómeno, multiplicando la discrepancia. Análogamente, es un hecho sabido que los instrumentos de metal por ejemplo, dan las quintas « muy altas », siendo necesario a veces recurrir a la obstrucción parcial del pabellón, o al uso de pistones u otros mecanismos para bajar las notas (mecanismos que, por otra parte, restan naturalidad y frescura al sonido). Lo que ocurre es que esas quintas son exactamente pitagóricas, y se las debe bajar para hacer concordar esos instrumentos con el resto de la orquesta. Un fenómeno semejante ocurre a veces con las voces humanas.

Todo esto contribuye a probar que el fenómeno de los armónicos sucesivos, cuya realidad objetiva está fuera de discusión, constituye el fundamento lógico y natural para una teoría acústico-musical. Toda persona con algún oído, y por escasa que sea su cultura musical, es capaz de dar con muy grande exactitud los intervalos de quinta y tercera justas, y aún el de séptima do-te, o de apreciarlos en un instrumento de sonidos variables, como el violín; en cambio los cantantes y violinistas se ven obligados a corregirse a cada paso, para no discordar o « desafinar » con el instrumento que los acompaña: de ahí la sensación de belleza y majestad que nos producen los coros *a cappella* y los conjuntos de cuerdas solas (por ejemplo los cuartetos), en donde las voces no tienen aquella traba, y pueden desenvolverse libremente según los dictados del sentido musical de los ejecutantes. ¿No es esto una prueba de que marchamos por un camino equivocado, y debemos volver al bueno?

59. — Como un ejemplo magnífico (y por otra parte, muy conocido) de aplicación de la escala armónica en toda su pureza (salvo la atemperación de los instrumentos) podemos citar el Prólogo del « Oro del Rhin ». En él, Wagner, para dar la sensación de la naturaleza que despierta poco a poco, nos hace oír, para comenzar, una

sola nota, profunda y larga, un $mi\flat_1$, al que se van agregando luego, en su orden, las notas: $mi\flat_2$ (la octava del anterior), $si\flat_2$ (la quinta de la octava, o sea el armónico 3), $mi\flat_3$ (la doble octava, o armónico 4) y sol_3 (tercera de la doble octava, o armónico 5). Estos armónicos, oídos así en su orden natural, dan a maravilla la sensación requerida. Siguen luego arpeggios y otras figuraciones, con notas tomadas exclusivamente entre esos armónicos, que forman en conjunto un simple acorde mayor gigantesco, que se hace oír durante 136 compases. Esas figuraciones representan los movimientos de las aguas, y la sensación es tan exacta y nítida que no nos sorprendemos cuando, al levantarse el telón, nos encontramos en el fondo del gran río.

No sólo los armónicos 3 y 5 (correspondientes a las quintas y terceras, respectivamente) presentan un carácter de evidencia para la intuición musical, sino también los armónicos superiores, especialmente el siguiente, o sea el 7. Este se introduce subrepticamente en la música, ya desde Monteverdi, particularmente bajo la forma, alterada, del acorde de séptima de dominante; por ejemplo, do-mi-sol-si \flat . Este no es sino un acorde imperfecto, donde la nota si \flat está sustituyendo, lo más próximamente posible, a la nota re que representa precisamente el armónico 7 en su pureza.

Si bien al principio no se usó este acorde como conclusivo (acorde de tónica) ello está sucediendo ahora, y no sólo entre los autores de música seria, sino que ha llegado ya al terreno popular: en la música de *jazz* es corriente encontrarlo como acorde de tónica; no necesitamos citar ejemplos especiales.

Por otra parte, ya hemos visto ejemplos de acordes, cuyo uso es muy común desde hace tiempo, y que se interpretan sin dificultad como acordes imperfectos o alterados en los que interviene el armónico 7. En el § 42 hemos visto, entre otros, los ejemplos: $[\overline{6}, 2(\overline{7})] = mi-sol-si\flat-re\flat$; $[\overline{6}, 2(\underline{7})] = mi-sol-si\flat-do\#$; $\{\underline{5}, 4(\underline{7})\} = mi\flat-do-la-fa\#$, acordes modulantes por excelencia, así como los siguientes, utilizados más modernamente: $[\overline{6}, 2(\overline{7}, \overline{11})] = mi\flat-sol-la-si-re\flat$, ó $[\overline{6}, 2(\overline{7}, \overline{11})] = mi\flat-sol-la-si-re\flat$ o $[\overline{6}, 2(\underline{7}, \underline{11})] = mi\flat-sol-la-si-do\#$; $\{\underline{5}, 4(\underline{7})\} = mi-do-la\#-sol$, $\{\underline{5}, 4(\underline{7})\} = mi-do-la\flat-fa\#$, etc.

En « El amor brujo » de Manuel de Falla, en la « Danza del fuego », los primeros compases están armonizados por un acorde que se reduce a: do-mi \flat -sol-la. Este acorde, escrito en forma descendente (sol-mi \flat -do-la) se reconoce fácilmente como representante de un acorde de la gama de Domínguez Berrueta, el acorde menor de sol: $\{4, 2, 2\}$ (véase el cuadro de esta gama en el § 33).

Los acordes ya citados $[\overline{6}, 2(7, \overline{11})] = \text{mi}_b\text{-sol-la-si-do}\#$ y análogos sirven también para explicar la procedencia de la «escala de tonos enteros» usada con frecuencia entre los autores modernos, Debussy, Ravel, etc. Véase por ejemplo en los «Six épigraphes antiques» de Debussy, el segundo: «Pour un tombeau sans nom», donde se hace un uso preponderante de esa escala, armonizada con acordes análogos al que tratamos.

También en la misma obra, en el primer epígrafe: «Pour invoquer Pan, dieu du vent d'été», es de notar el uso de la gama pentatónica, que es muy frecuente en toda la literatura musical contemporánea; véase por ejemplo, del mismo autor: «Pagodes», o aún mejor, la pieza de Ravel «Laideronnette, impératrice des pagodes» (de la suite «Ma mère l'Oye»), cuya melodía está construída exclusivamente con las notas negras del piano, que constituyen justamente una gama pentatónica. La misma idea de las «pagodas» aparece así, en ambos autores, expresada de igual manera, mediante el uso de esta gama primitiva.

Podríamos multiplicar los ejemplos, y aún dar otros en que resultara palpable la presencia, disfrazada, de armónicos más elevados, el 13 por ejemplo. Pero creemos que basta ya con lo dicho. Séanos permitido, para terminar, repetir una vez más lo que ya dijimos en la Introducción: la matemática sola no es capaz de explicarlo todo en música, y ni siquiera pretendemos que la teoría expuesta explique todo lo que la matemática puede explicar en tan interesante terreno. Solamente hemos querido con esta publicación, resumir ideas conocidas y algunas nuevas, o presentadas en forma nueva, mostrando que la matemática tiene también un papel que cumplir en este campo. Está fuera de duda que no llegaremos a «escribir música en ecuaciones» (ni lo deseáramos), pero la parte científica de la música, tan abandonada por los músicos, puede ser tratada con medios matemáticos, lográndose así darle un fundamento general, sólido y de mayor amplitud y profundidad.

A. E. SAGASTUME BERRA

LAS TEORIAS SOBRE CONDUCTIBILIDAD ELECTROLITICA
Y METALICA Y EL CAMPO MAGNETICO PRODUCIDO
POR LAS CARGAS EN MOVIMIENTO

POR EL DR. VIRGILIO TEDESCHI

La interpretación casi generalmente admitida de la conductibilidad en los electrolitos está basada, como es notorio, en la teoría de la disociación electrolítica, debida principalmente a Arrhenius, aunque la idea fundamental había sido enunciada por Clausius, que a su vez había tenido un precursor en Williamson, que en 1851 ya admitía que las moléculas de las sustancias disueltas pueden espontáneamente separarse en partes.

Los enunciados fundamentales de tal teoría son los siguientes:

En una solución de un electrolito, o sea de todo cuerpo capaz de conducir la corriente, una parte de las moléculas se encuentra disociada. El grado de disociación, o sea la relación entre el número de moléculas disociadas y el número total de moléculas, depende de la concentración, y aumenta a medida que la concentración disminuye. Entre las moléculas no disociadas y los iones, o sea las partes en que se separan las que se disocian, existe un estado de equilibrio dinámico, constituyendo por consiguiente, la disociación, un proceso reversible que obedece, a lo menos en el caso de los electrolitos débiles (poco disociados) a la ley de Guldberg y Waage.

Así, por ejemplo, para un ácido débil que contenga un átomo de H disociable puede establecerse la ecuación:

$$\frac{(H^+) (A^-)}{(HA)} = K$$

representándose con el paréntesis la concentración de los iones y de las moléculas no disociadas, y siendo K la llamada constante de disociación.

De la ecuación precedente puede deducirse la conocida ley de dilución de Ostwald:

$$\frac{\alpha^2 c}{1 - \alpha} = K$$

en la cual α representa el grado de disociación y c la concentración. Se supone además que los iones poseen una carga eléctrica positiva o negativa que es proporcional a su valencia química, correspondiendo a cada valencia una carga constante que coincide con el valor del electrón, tal como ha podido determinarse en muchos otros fenómenos (ionización de los gases, Millikan, 1903-1917, rayos catódicos, radioactividad).

En el caso de la electrolisis tal valor se calcula dividiendo el número de Faraday, o sea la carga que corresponde a cada equivalente-gramo depositado sobre un electrodo, por el número N de Avogadro, o sea el número de moléculas contenidas en una molécula-gramo.

Solamente la parte periférica de los átomos, o sea los electrones planetarios, intervienen en la producción de tal carga, suponiéndose que al separarse cada molécula en iones, uno o más átomos o grupos atómicos (los cationes), pierden uno o más electrones (negatones) según su valencia, electrones que quedan agregados al otro o a los otros átomos o grupos atómicos (los aniones). Esta concepción, por otro lado, concuerda con la observación de muchos fenómenos en los cuales solamente cargas negativas (electrones o negatones) parecen susceptibles de separarse del átomo, y no puede modificarse en lo más mínimo con el descubrimiento reciente del electrón positivo (positrón o positón) en los fenómenos de radioactividad artificial llamada positógena, como en el caso del boro, que, bajo la acción de partículas α emitida por el polonio, pierde un neutrón, formándose un isómero del nitrógeno que a su vez por la pérdida de un positón se transforma en un isótopo del carbono. Se trata en este caso de fenómenos nucleares, que representan una verdadera transmutación del átomo.

Se supone que los iones con sus cargas sean completamente libres, obedeciendo únicamente a fuerzas eléctricas. En un campo eléctrico, a sus movimientos espontáneos, se agrega una componente en la dirección del mismo campo, y el pasaje de una corriente en un electrolito consiste en un transporte de cargas positivas y negativas en sentido opuesto, por parte de los iones que se mueven venciendo el

frotamiento del disolvente, con una transformación de trabajo en energía térmica, lo que explica el efecto Joule, que en los electrolitos obedece a la misma ley que en los conductores metálicos. Al llegar en contacto con los electrodos, los iones les comunican sus cargas eléctricas, lo que de acuerdo con lo expresado antes, debe interpretarse así: los aniones ceden al anodo los electrones que tienen en exceso, y los cationes sacan del catodo los electrones que les faltan. Al descargarse los iones se producen las acciones secundarias, de carácter esencialmente químico, y aparecen los productos de la electrolisis.

Las anomalías que presentan los electrolitos con respecto a la presión osmótica y otros fenómenos conexos (descenso del punto de congelación, elevación del punto de ebullición y disminución relativa de la tensión del vapor) son más aparentes que reales, si se tiene en cuenta que todos estos fenómenos están en relación con la concentración de partículas, moléculas no disociadas e iones.

En la ecuación:

$$PV = iRT$$

el factor de corrección i de Van t'Hoff representa precisamente la relación entre el número total de partículas, y el número de moléculas supuestas no disociadas, o sea:

$$i = \alpha(n - 1) + 1$$

siendo n el número de iones en los cuales se separa cada molécula disociada y α el grado de disociación.

En el transporte de la electricidad contribuyen los aniones y los cationes, pero en grado distinto, lo que es consecuencia de la distinta velocidad de las dos especies de iones, ya puesta en evidencia por Hittorf en una serie de investigaciones efectuadas entre 1853 y 1859. Los números de transporte de Hittorf, determinados mediante el enrarecimiento del electrolito en la proximidad de los electrodos, representan precisamente la velocidad relativa de las dos especies de iones. La relación entre tales números de transportes:

$$\frac{u}{u + v} \quad \frac{v}{u + v}$$

nos da la relación $\frac{u}{v}$ de las dos velocidades, que representa, al mis-

mo tiempo, la relación entre las cargas opuestas transportadas contemporáneamente por las dos especies de iones, cargas cuya suma, no teniendo en cuenta el signo, es la carga total, que dividida por el tiempo, da la intensidad de la corriente. Como resulta de los trabajos de Kohlrausch, la movilidad de cada ión, en una solución diluída, no depende de la naturaleza del otro ión, o sea, es independiente de la composición del electrolito. La conductibilidad límite equivalente, o sea el producto de la conductibilidad específica por el volumen ocupado por un equivalente-gramo en estado de gran dilución, tal que todas las moléculas puedan prácticamente considerarse disociadas, es pues, una magnitud aditiva, igual a la suma de las conductibilidades límites equivalentes del anión y del catión.

Considerando ahora en conjunto el fenómeno de la corriente en el electrolito y la parte metálica del circuito, me referiré brevemente a las hipótesis fundamentales en que se basan las teorías sobre la conducción de los metales, y, en general, en los buenos conductores.

Se imaginó, ante todo, que el transporte de la electricidad fuera operado por partículas cargadas de electricidad, desligadas de las moléculas o de los átomos del conductor, e independientes de la naturaleza química de éste. Más tarde, se identificaron tales partículas con los electrones, suponiéndose que éstos se separen de los átomos del metal, que se transformarían así en iones positivos, constituyendo estos últimos, susceptibles en los conductores metálicos en estado sólido sólo de oscilar alrededor de posiciones fijas de equilibrio, un retículo espacial. Entre un ión y otro se mueven irregularmente los electrones, estableciéndose un estado de equilibrio dinámico entre átomos que se disocian, iones y electrones. Al establecerse una diferencia de potencial en dos puntos del conductor, o en otras palabras, al encontrarse en un campo eléctrico, en el interior del metal, los electrones agregan a sus movimientos irregulares, una componente en la dirección de la fuerza eléctrica, y esto constituye el fenómeno de la corriente. Se supone que los electrones recorran un breve camino libre, y al chocar contra los átomos o iones le comuniquen parte de su energía cinética que se manifiesta como calor. En otras palabras, los electrones libres forman en el interior del conductor una especie de gas electrónico, al cual son aplicables muchos de los conceptos y deducciones de la teoría cinética, por ejemplo, el principio de la equipartición de la energía, por el cual átomos o iones y electrones poseerían la misma fuerza viva media.

En base a tales ideas fundamentales, Drude y Riecke construyeron, al terminar el siglo pasado, una teoría de la conductibilidad, que fué elaborada sucesivamente por H. A. Lorenz, J. J. Thomson, Wien, Planck y otros, tratando de interpretar las relaciones entre la conductibilidad térmica y eléctrica, o sea la ley de Wiedemann y Franz, el efecto termoiónico y otros fenómenos.

La teoría originaria de Riecke y Drude fué recientemente perfeccionada por Sommerfeld, utilizando la nueva mecánica estadística de Fermi y Dirac, y por Houston con la mecánica ondulatoria, pero lo que únicamente me interesa es hacer notar que, cualquiera que sean los aspectos de las teorías, la idea fundamental para interpretar el fenómeno de la corriente es siempre la de un movimiento de electrones en un único sentido, el inverso del que se atribuye convencionalmente a la corriente. La intensidad de ésta es igual a la suma de las cargas electrónicas que en la unidad de tiempo atraviesan una sección del conductor.

En un circuito formado por un electrolito y un conductor metálico, el número de electrones que atraviesan en la unidad de tiempo, una sección de este último, debe ser necesariamente igual, salvo las pequeñas fluctuaciones en los iones del electrolito y en los electrones del metal, al número de iones monovalentes, o al producto de su valencia por el número de iones monovalentes o polivalentes de los dos signos que en la misma unidad de tiempo atraviesan una sección del conductor.

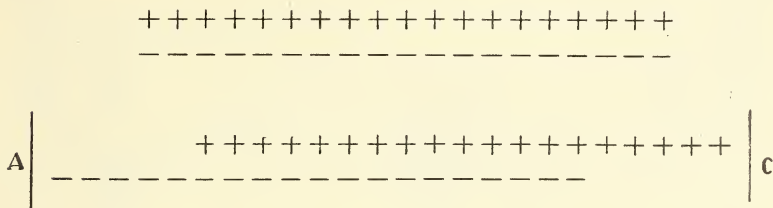
La imagen que necesariamente debemos formarnos del pasaje de la corriente en el circuito mencionado es la siguiente:

Los aniones ceden al anodo el electrón o los electrones que poseen en exceso, y estos circulando en la parte metálica del circuito llegan al catodo, a contacto del cual se apoderan de ello los cationes.

Si la intensidad de la corriente en un electrolito es igual a la suma de los valores absolutos de las cargas que atraviesan en los dos sentidos una sección del conductor en la unidad del tiempo, llegamos a la conclusión de que el número de cargas negativas elementales comunicadas por los aniones al anodo es igual al número de cargas positivas comunicadas por los cationes al catodo o, más exactamente, al número de cargas negativas abstraídas al mismo, y que ambos números coinciden con la suma de las cargas positivas y negativas que atraviesan en el mismo tiempo, en los dos sentidos opuestos, una sección del conductor electrolítico.

Es este en realidad uno de los puntos menos claros de la teoría.

La imagen del fenómeno — imagen que recuerda demasiado su forma originaria basada en la antigua teoría de Grothus, y que se encuentra en todos los tratados, y en general, se emplea para demostrar como el enrarecimiento distinto del electrolito, en proximidad de los electrodos, corresponda a la distinta velocidad relativa de las dos especies de iones y permita su medición es, en el caso, por ejemplo, de velocidades relativas 2:3, la siguiente:



Las moléculas descompuestas en este ejemplo son cinco, y los iones que quedan libres de ambos lados, en proximidad de los electrodos, son igualmente cinco, y cinco es también el número de cargas de los dos signos que han atravesado una sección del conductor electrolítico en los dos sentidos.

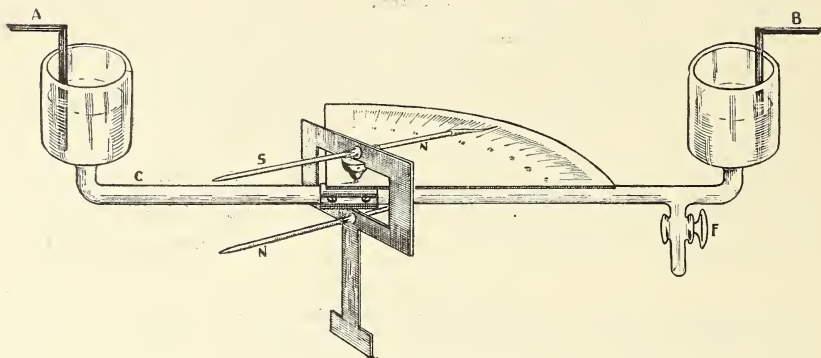
Es claro, pues, que los iones que comunican sus cargas a los electrodos, no son solamente los que desplazándose en el campo eléctrico llegan a contacto con los electrodos, sino también los que han sido abandonados por sus compañeros, de signo opuesto. Hay que suponer entonces que, al ser abandonados, son captados inmediatamente por los electrodos, lo que podría atribuirse al hecho de que la acumulación de iones del mismo signo, crea un campo eléctrico intenso en la proximidad inmediata del electrodo de opuesto signo.

La representación gráfica, y las explicaciones basadas en la misma, parecen algo artificiosas, pero se justifican, si el número de electrones que atraviesan una sección del circuito metálico debe ser igual a la suma de las cargas positivas y negativas correspondientes a cada valencia de los iones que atraviesan en los dos sentidos una sección del electrolito.

¿Pero existe realmente tal igualdad? La pregunta puede parecer absurda, puesto que equivale a dudar de la igualdad de la intensidad de la corriente en el conductor metálico y en el electrolito intercalados en el mismo circuito. Pero se concibe que no lo sea tanto, si se piensa que la intensidad de la corriente en un electrolito ha sido medida siempre en la parte metálica del circuito, que comprende

también la bobina del galvanómetro. Por este motivo me ha parecido interesante, como confirmación de las teorías, comparar el campo magnético engendrado por el pasaje de una corriente en un electro-lito con el campo que la misma produce al recorrer un circuito me-tálico.

El aparato empleado es muy sencillo:



La corriente pasa entre los electrodos *A* y *B* colocados en dos recipientes de vidrio unidos por un tubo horizontal, en proximidad del cual gira un delicado sistema astático *N S* cuyas desviaciones son indicadas en el cuadrante *D*, dividido en grados. La parte central del aparato que contiene las agujas y el cuadrante, está encerrada en una caja con tapa de vidrio, para evitar el efecto perturbador de las corrientes de aire. Para evitar cualquier cambio en las condiciones de la experiencia, después de efectuadas las observaciones con el electrolito y haber vaciado esto por el tubo *F* provisto de llave, lo sustituía con mercurio, observando la desviación de la aguja y regulando, mediante un reóstato, la corriente, hasta que su intensidad, indicada por un galvanómetro, fuera idéntica a la anterior.

El campo magnético producido por una carga en movimiento en un punto del espacio es normal al plano que pasa por dicho punto y por la posición de la carga en el instante considerado, conteniendo la dirección de la velocidad, y su intensidad está dada por la fórmula:

$$H = \frac{e v \operatorname{sen} \alpha}{d^2}$$

Siendo *e* la carga, *v* la velocidad, *d* la distancia y α el ángulo formado por la velocidad y la recta que une la carga, supuesta punti-

forme, con el punto considerado. En el caso de un ángulo de 90 grados la fórmula se simplifica :

$$H = \frac{ev}{d^2}$$

Los iones del electrolito y los electrones del metal, cualquiera que sea la relación entre sus velocidades, deben engendrar un campo magnético de igual intensidad, si el número de iones y de electrones libres que atraviesan una sección de los conductores de las dos especies es el mismo. En efecto, el número de cargas que atraviesan la sección de un conductor en la unidad de tiempo es igual al producto nv del número de cargas contenidas en la unidad de longitud del mismo conductor por su velocidad o, más exactamente, por la componente de su velocidad en la dirección de la fuerza eléctrica.

En el caso de los electrolitos, los iones de signo opuesto, moviéndose en sentido contrario, engendran un campo en el mismo sentido puesto que en las fórmulas precedentes, al invertirse el signo de e , se invierte también el de v . Como, por otro lado, los aniones y los cationes se mueven, en general, con distinta velocidad tendremos :

$$n v_1 + n v_2 = n_1 v_3$$

siendo v_1 , v_2 , y v_3 respectivamente, las velocidades de los aniones, de los cationes y de los electrones libres del metal.

De la fórmula precedente deducimos :

$$n(v_1 + v_2) = n_1 v_3 \quad \text{y haciendo} \quad v_1 + v_2 = V$$

tenemos: $\frac{V}{v_3} = \frac{n_1}{n}$ o sea las velocidades son inversamente proporcionales al número de cargas contenidas en la unidad de longitud de los dos conductores.

En todos los experimentos efectuados con distintos electrolitos, los campos magnéticos resultaron idénticos a los del metal, lo que no solamente prueba que el número de electrones que atraviesan una sección del conductor metálico es igual a la suma de las cargas de los dos signos que en el mismo intervalo de tiempo atraviesan una sección del conductor electrolítico, sino que, a pesar de que el pasaje de la corriente en un electrolito es un fenómeno esencialmente distinto del pasaje de la corriente en un metal, da un significado más

preciso a la afirmación de que la intensidad es la misma, cuando los dos conductores están intercalados en el mismo circuito.

Esto me parece importante, puesto que el hecho de que la ley de Ohm sea aplicable a un circuito del cual forman parte metales y electrolitos, no expresa, en realidad, según mi opinión, ninguna relación cuantitativa con respecto a la corriente que recorre una y otra especie de conductores, sino significa tan sólo que en la totalidad o en una parte cualquiera del circuito, la relación entre la fuerza electromotriz y la intensidad —medida ésta con el método común, o sea con un galvanómetro externo al electrolito— es una constante.

Algo análogo, creo, puede afirmarse con respecto a la aplicabilidad de la ley de Joule, o sea que tal constante resulta tal que la ley debe necesariamente cumplirse independientemente de cualquier relación cuantitativa real en los fenómenos de conducción en los dos medios.

BIBLIOGRAFIA

- CHWOLSON. *Traité de Physique*. Tome quatrième. 1910.
CASTELFRANCHI, *Fisica Moderna*. 1931.
HAISSISNSKY. *L'atomistica Moderna y la Chimica*. 1930.
JONES. *Trattato di Chimica Fisica*. 2da. ediz. italiana. 1923.
MC. C. LEWIS. *Traité de Chimie Physique*. Tome 1.
A. HOLLARD. *La Theorie des Ions et l'Électrolyse*. 1912.

HOMENAJE AL INGENIERO LUIS A. HUERGO

El 4 de Noviembre de 1937 tuvo lugar en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, un solemne acto de homenaje al ingeniero Don Luis A. Huergo, con motivo de cumplirse en esa fecha el centenario de su nacimiento. En dicha ocasión, el ingeniero Don Enrique Chanourdie pronunció el discurso que sigue, hablando en nombre de la Sociedad Científica Argentina.

Señores:

La Sociedad Científica Argentina me ha conferido el alto honor de representarla en este acto consagrado a rememorar la vida del ingeniero Luis Augusto Huergo, la personalidad más descollante de aquel grupo selecto de preclaros varones que diéronle fama y prestigio desde los primeros tiempos de su iniciación, en que no sólo llenó su alta misión de promover el primer movimiento trascendente producido en el país en pro del fomento de los estudios científicos, sino que fué el alma parens de cuya entraña espiritual han surgido no pocas de las ya numerosas instituciones que han ido constituyéndose entre nosotros a medida que iban imponiendo las especializaciones, consecuencia de la evolución y progresos alcanzados por diversas ramas de la ciencia humana.

No sólo fué, el ingeniero Huergo, su primer Presidente, y principal animador de aquellos jóvenes ingenieros y estudiantes de esta casa que tuvieron la patriótica inspiración de echar las bases de una asociación llamada a «promover empeñosamente el adelanto de la ciencia, procurando así honor y gloria para el país» según se expresaba en el prospecto preliminar redactado por Estanislao S. Zeballos; su acción en ella ha sido intensa y constante durante las cuatro décadas transcurridas desde su primera elección, en 1872, hasta los últimos días de su vida. Los neófitos que, deseosos de instruirnos sobre los grandes problemas constructivos que se dilucidaban en la década del 80, nos iniciamos concurriendo en carácter de humildes oyentes a sus memorables conferencias sobre el puerto de la Capital; o los que, años después, asistimos a las sonadas controversias sobre el canal del Norte, podemos dar fe de lo primero. Y todos cuantos han participado en los diversos congresos celebrados bajo los auspicios de la Sociedad, hasta inclusive el «Congreso Científico Internacional Americano» celebrado en 1910, en ocasión del Centenario, cuyo éxito se debió principalmente a la acción de Huergo, su dinámico Presidente, desarrollada tres años escasos antes de su muerte, pueden dar fe de esa constancia.

Era, pues, imperiosa la participación de la Sociedad Científica Argentina en este acto celebrado en honor de quien fuera una de las más firmes columnas de su edificio espiritual. Ello, aparte de figurar aún, entre sus asociados, quienes tuvieron con él vinculación profesional, de docencia o, simplemente, lazos de amistad y, consecuentemente, una sincera admiración que les ha permitido contribuir a mantener y difundir su respetada memoria entre la nueva generación.

La actual Junta Directiva de la Sociedad, que preside el ingeniero Dobranich, Decano, a la vez, de esta Facultad, ha considerado ser de rigor recurrir a ese núcleo de veteranos para designar a quien debía representarla en este acto, porque ha primado, sin duda, en ella, el propósito de acentuar su significación con una nota en que predominase el sentimiento, contribuyendo en tal forma a poner a tono los rasgos salientes de la personalidad de Huergo que le valieron el aprecio de cuantos tuvieron oportunidad de aquilatar sus grandes merecimientos: Por una parte, su obra de técnico eminente —a la que debían referirse hoy delegados de otras instituciones— y, por otra, su hombría de bien que pocos de sus sobrevivientes tuvieron la fortuna de valorarla como quien tiene el honor de dirigiros la palabra, pues quiso mi buena estrella depararme la suerte de vincularme a quien fuera un singular exponente de sólidas virtudes aleccionadoras, entre las que descollaba un profundo sentimiento altruista, arraigado en un gran corazón.

Porque, no obstante el ceño adusto que acusa su iconografía, que lo recuerda en general con una probidad artística facilitada por un físico expresivo y fotogénico; malgrado su faz hirsuta que imponía a quienes no tenían el privilegio de tratarlo sino accidentalmente, Huergo era un hombre bueno en toda la extensión de la palabra. Son múltiples los rasgos de su vida que lo comprueban. Pueden dar fe de ello, entre otros, quienes concurrían a esta casa de estudios durante sus decanatos, siéndoles dado constatar el respetuoso afecto con que se le rodeaba, sentimiento que no era fruto de debilidades en el cumplimiento de sus deberes, sino la consecuencia de un equilibrado sentido de esa humana justicia que conoce el ritmo verdadero al cual deben someterse los dictados de la propia conciencia. Consecuencia de su bondad: era generoso, desprendido. Algunos le tachaban de pródigo. Esta tacha no le quitó el sueño; pero aprovechó la circunstancia de la publicación de un tratado de aritmética para presentar en él ciertos concretos de « amarretismo »... Lo cierto es que era proverbial su desinterés. Citaré tan solo uno de los casos de mi conocimiento, que pone, además, de manifiesto, su acrisolada honradez. Cuando Huergo resolvió reconstruir su casa de la calle México, celebró un contrato a ajuste alzado. Recibida la obra, tuvo conocimiento de que el constructor se lamentaba de una pérdida sufrida. Dado el tenor y el espíritu del contrato, no cabía reclamo alguno; pero Huergo no aceptó esta situación; y, aunque no era caso de « más vale un mal ajuste que un buen pleito », temeroso de « no poder dormir en su propia casa si supiera que su construcción había causado la quiebra del constructor », procedió en consecuencia.

La modestia era otra de sus características. La vehemencia con que solía sostener sus opiniones en determinadas circunstancias, no enerva esta aserción; esa vehemencia, puramente accidental, era consecuencia de una reacción que la

eserupulosidad en reunir sus elementos de juicio provocaba en su espíritu, en la creencia que pudiera no mediar igual escrupulosidad en el contrario. Este estado de ánimo se puso de manifiesto particularmente durante los debates a que diera lugar el canal de Junín al Baradero. En esa oportunidad tratóse de convencerlo de que su técnica era vulnerable ante la de una escuela más moderna; pero sus contrincantes debieron reconocer que su gran sentido común le permitía hasta suplir cierta falta de información que aquéllos poseían abundante, y cuya refutación parecía temeraria; no obstante lo cual, valiéndose Huergo de esa propia documentación de los sostenedores del canal, insistió en que no habría agua suficiente para alimentarlo. ¡Y pocos meses después del sonado debate, se suspendían las obras por haberse comprobado definitivamente que solo la Divina Providencia podría asegurar la provisión del líquido elemento! Con razón solía decirles Huergo a los colegas con harta frecuencia: No pido la opinión del técnico, sino la de su « buen sentido común ».

Huergo reunía otra condición que no se prodigaba en sus tiempos ni en los presentes: era un hombre de carácter. Lo comprobó en múltiples circunstancias, particularmente al renunciar su cargo de ingeniero-director de las obras del Riachuelo, que había obtenido por concurso y en base a un contrato que le aseguraba una posición entonces envidiable. Lo comprobó en el desempeño del cargo de Intendente de Guerra, en circunstancias difíciles por demás, en las que debió prescindir de paños tibios, sobre todo en sus relaciones con sus superiores. Esa condición, que facilita a los moralmente solventes el afrontar responsabilidades en situaciones de apremio, permitiéndole aconsejar la elevación del tan discutido y temido Dique San Roque y duplicar su capacidad de embalse, solución que basta por sí sola para acreditar a su autor como técnico consumado y consagrado experto en política económica.

Antes de terminar esta semblanza moral del ingeniero Luis A. Huergo, hecha de recuerdos personales, séame permitido referirme al último gran esfuerzo con que coronó la obra de su fecunda existencia, esfuerzo agotador de su espíritu y de su cuerpo.

En circunstancias en que la Nación entera preparábase a conmemorar el histórico Centenario, Huergo debió aceptar una de las presidencias de la Junta Ejecutiva organizadora de la Exposición Industrial que debía constituir uno de los números principales de los festejos. A mi vez, fuí designado Comisario General de ese certamen, siendo mi primer empeño el obtener de Huergo aceptase también la presidencia de la Comisión de construcciones. Tuve así, una vez más, la gran satisfacción de colaborar con él en una obra de interés público. Y, aunando nuestras voluntades y la del malogrado Luis Baibiene, Presidente de la Junta, pudimos hacer obra eficaz, de la que deseo destacar la propaganda activa que hicimos a favor de la entonces incipiente industria del petróleo, producto que la División de Minas, Geología e Hidrología acababa de descubrir, el 13 de Noviembre de 1907, a la profundidad de 535 metros, en Comodoro Rivadavia, al practicarse una perforación en busca de agua potable de la cual carecía esa población. Con un crédito especial que no fué fácil obtener, y a costa de no pocas noches de insomnio debidas a la natural preocupación por la responsabilidad que se me atribuía por quienes alegaban los peligros de la instalación, pudimos presentar una muestra interesante del

petróleo argentino, hacer funcionar un motor Diesel durante toda la duración de la Exposición y despertar un legítimo interés entre gobernantes y público. Pero, más que al interés así despertado, cabe darle mayor importancia a aquella iniciativa por la influencia que el proceso de esa instalación tuvo en el espíritu animoso de Huergo cuya fibra patriótica decidiólo a emplear sus últimas energías al servicio de la gran causa del petróleo nacional, causa a la cual se consagró por entero hasta los últimos momentos de su vida, con los resultados que todos conocemos.

Tal fué, señores, perfilada a grandes rasgos, la existencia de este técnico eminente, de este gran ciudadano cuya memoria contribuye a honrar reverentemente la Sociedad Científica Argentina, en este acto justiciero consagratorio de su descollante personalidad.

REGLAMENTO PARA LAS PUBLICACIONES DE ARTÍCULOS CIENTÍFICOS
EN LOS "ANALES"

La Junta Directiva de la Sociedad Científica Argentina en su sesión del nueve de diciembre de mil novecientos treinta y siete ha aprobado y declara en vigencia a partir de la fecha, la reglamentación siguiente:

1º El Director de los *Anales* elevará a la Junta Directiva, cuando a su juicio corresponda, los trabajos que le sean remitidos para su publicación. La Junta resolverá de por sí o previo dictamen de los asesores que en cada caso designe y en forma inapelable sobre la conveniencia u oportunidad de la respectiva publicación y en todo caso, con recomendación de las modificaciones u observaciones que sea prudente introducir.

2º Las tiradas aparte cualquiera que sea su número correspondientes a artículos publicados en los *Anales* llevarán inscripto en la carátula la constancia de su publicación en esta revista, tomo año y conservará el encabezamiento y la compaginación que le correspondía en el texto general.

3º No se publicará ningún trabajo cuyo extensión sea mayor de treinta y dos páginas impresas, incluyendo grabados y cuadros. No se publicarán en cada semestre más de tres trabajos de un mismo autor o de éste en colaboración con otro, cualquiera que sea su extensión; ni más de cuarenta y ocho páginas impresas en dos o tres artículos.

4º No se publicarán trabajos en idioma extranjero, salvo aquellos remitidos por socios correspondientes de la Sociedad y los que a juicio de la Junta sean de particular interés.

5º No se reproducirán trabajos ya publicados en revistas del país o en cualquiera otro de idioma castellano. A los efectos de esta disposición, los autores declararán por escrito al presentar el trabajo, en este sentido.

6º En el orden de publicación de los trabajos se dará preferencia a aquellos cuyos autores sean socios de la Sociedad, sin perjuicio de que en casos particulares la Junta pueda resolver en contrario.

BIBLIOGRAFIA

OMBREDANNE, ANDRÉ, *Le problème des aptitudes a l'age scolaire*. Paris. Hermann et Cie. éditeurs. 6, Rue de la Sorbonne, 6, 1936; 58 páginas.

Se trata de un folleto de investigación realizada como experiencia sobre un grupo de escolares. Comprende un análisis de este gran problema de actualidad, la selección escolar; estudia el problema de las aptitudes y el escolar ante el problema de las aptitudes. Las experiencias fueron realizadas entre enero y julio de 1935, de modo que no puede ser más reciente el trabajo ni mejor informado. El autor conoce, visiblemente, toda la bibliografía contemporánea de la pedagogía infantil y de la didáctica general.

La experimentación se efectuó sobre 21 escolares de enseñanza secundaria en los cursos superiores de ella.

La cuestión planteada es la de la selección del alumnado que ha de pasar de los estudios primarios a los secundarios, a lo que se atendía ya con una cierta severidad en los exámenes de 5º para 6º primarios.

Este trabajo responde a la preocupación que se ha despertado en Francia desde hace algunos lustros y que ha tenido como directores a Kaczynska, Piéron, Langier, Weinberg, Toulouse, Dietz, continuadores de Binet en su famoso trabajo "Las idées modernes sur le enfants".

Determinar una aptitud para un esfuerzo, es simple cuando el esfuerzo puede ser realizado de inmediato, pues basta entonces realizar el esfuerzo y conocer el resultado. Pero si el esfuerzo para ser realizado requiere un adiestramiento prolongado es preciso descubrir la aptitud antes de iniciar este adiestramiento.

Este opúsculo precede al de "Les inadapts scolaires" del mismo Ombredanne, Suares y Canivet, en donde se sigue la investigación en cada uno de los 21 niños elegidos y se los examina a la luz de las leyes modernas de la psicotécnica.

Se comprueba un descenso de la inteligencia en los niños de 12 y 13 años y en los niños de 14 años; y en el trabajo escolar un descenso visible entre los 10 y 11 años de las niñas y entre 12 y 13 de los varones. Se restablece el trabajo escolar satisfactorio a los 12 años de las niñas y a los 14 de los varones; esto corresponde a la aparición de la pubertad.

N. B. M.

INDICE GENERAL

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO VIGÉSIMO CUARTO

	Pág.
CARLOS WAUTERS.—La chacra experimental de Patagones. Impresiones de un observador. (<i>Conclusión</i>)	9
MAURICIO DURRIEU.—Cotejos económicos y selección económica. (<i>Continuación</i>)	23
E. A. DE CESARE.—Relaciones de carácter ordinal en las formas fundamentales de 1ª especie	33
ALEJANDRO VON DER BECKE.—Profesor Dr. Hans Spemann. Premio Nobel 1935. Biografía y breve reseña de su obra	52
A. E. SAGASTUME BERRA.—Fundamentos matemáticos de la música (<i>Conclusión</i>)	65, 286 y 400
E. A. DE CÉSARE.—Subordinación de la métrica no-Euclídea a la Geometría Projectiva	82
OTTO GOTTSCKALK.—Reglamentos para estructuras de hormigón armado	105
GUILLERMO SCHULZ.—Posibles variaciones de la superficie del geoide y sus influencias sobre la nivelación de precisión	117
LUIS A. SOLORZANO.—Eliminación de la diferencia de potencial de solución a solución en las pilas de concentración, sin emplear electrolitos como medio de unión	123
FRANCISCO LA MENZA.—Los sistemas de inecuaciones lineales y sus aplicaciones al estudio de los cuerpos convexos (<i>Continuación</i>)	157 y 248
FERNANDO L. GASPAS.—La ortogonalidad sin ponderación. El problema de Hermitte	176
C. M. ALBIZZATI.—La presencia del glutatión en el germen de trigo y su influencia en las harinas	194
C. M. ALBIZZATI.—Notas sobre el empleo de la harina de malta como «mejorador biológico» en la harina de trigo	203
EMILIO M. DÍZ.—Sobre los efectos de la radiación solar en la estratosfera	270
E. NATALE.—La curva logística representativa del desarrollo numérico de la población humana	275
CARLOS WAUTERS.—Las aguas subterráneas en nuestra legislación civil. (<i>Conclusión</i>)	323 y 383
C. C. DASSEN.—Roberto Montessus de Ballore. (1870-1937)	355
VIRILIO TEDESCHI.—Las teorías sobre conductibilidad electrolítica y métrica y el campo magnético producido por las cargas en movimientos	427
 SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:	
<i>Asamblea</i> del 16 del 16 de Abril de 1937	1
<i>Informe</i> de la Presidencia	2
<i>Sesión de comunicaciones</i> del 15 de Junio de 1937	209
JOSÉ BABINI.—Sobre un problema de Descartes	209

	Pág.
GUILLERMO BERRAZ. — Microanálisis elemental orgánico por gasometría. Determinación simultánea del N, C e H	209
C. CHRISTEN Y G. BERRAZ. — Representación convencional de los aparatos y materiales de laboratorio	210
G. A. FESTER, J. CRUELLAS Y F. GARGATAGLI. — La « Magallanita », un nuevo mineral bituminoso	211
<i>Ciclo de conferencias</i> : La migración de los símbolos, por DUNCAN L. WAGNER	212
<i>Sesión de comunicaciones</i> del 13 de Agosto de 1937	223
DÁMASO LACHAGA. — Las grietas en los suelos de Santiago del Estero	223
HORACIO DAMIANOVICH. — La ley de producción del helio por el radio. Resultados obtenidos hasta el presente y nuevas experiencias . .	229
H. DAMIANOVICH Y J. PIAZZA. — La química del helio y elementos análogos. Descomposición térmica de los compuestos helio-platino a altas presiones en atmósferas de helio	234
HORACIO DAMIANOVICH Y FRANCISCO URONDO. — Helio y radioactividad en los minerales de radio. I. Autonita y sus fracciones	240
JOSÉ PIAZZA. — Nuevo motor térmico	247
<i>Ciclo de conferencias</i> . — Conferencias de los Dres. CRISTOFEDRO JAKOB Y GUSTAVO A. FESTER	377
Necesidad de fiscalizar las reservas acuáticas en la República Argentina, por el Dr. CRISTOFEDRO JAKOB	377
Viaje de estudio a la zona Magallánica y Tierra del Fuego, por el Dr. GUSTAVO A. FESTER	378
<i>Sesión de comunicaciones del 10 de Diciembre de 1937</i>	379
GREGORIO KLEER. — Sobre la naturaleza de las rocas de la Cantera Aguirre de las sierras del Tandil y su diferenciación	379
JOSÉ BABINI. — Sobre algunas propiedades de las derivadas y primitivas de los polinomios de Legendre	381
G. A. FESTER - La Geoquímica del Vanadio	381

VARIAS

Homenaje a MARCONI. (Suplemento a la entrega de Septiembre). Marconi en los orígenes y en la evolución de las Transmisiones inalámbricas	6
Homenaje a EDUARDO L. HOLMBERG:	
Nota necrológica	369
Discurso del Sr. Presidente de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Nnaturales, Ing. AGUSTÍN MERCAU	373
Discurso del Sr. Prof. ALBERTO CASTELLANOS	374
Artículos del Dr. E. L. HOLMBERG, publicados en los « Anales » . . .	376
Homenaje al Ing. LUIS A. HUERGO	441
Sociedad Científica Argentina. — Reglamento para las publicaciones de artículos científicos en los « Anales »	445

BIBLIOGRAFÍA

C. C. D.	279
E. R.	128 y 366
N. B. M.	446

SOCIOS ACTIVOS

Agular, Félix
 Albizzati, Carlos M.
 Alvarez, Raúl J.
 Allende Lezama, Luciano P.
 Anastasi, Camilo
 Anchorena, Juan E.
 André, Enrique de
 Andrioletti, Juan Luis
 Afión Suárez, Vicente
 Aparicio, Francisco de
 Araoz Alfaro, Gregorio
 Arbecchi, Armando C.
 Arce, Manuel J.
 Arditi Thompson, H.
 Armani, Aquiles
 Arnaudo, Silvio J.
 Avila Méndez, Delfín
 Aztiria, Ignacio
 Bado, Atilio A.
 Bachmann, Ernesto
 Baglietto, Eduardo E.
 Balbiani, Atilio
 Bancalari, Agustín
 Barabino Amadeo, S.
 Barbieri, Antonio
 Bargna, Juan L.
 Barilari, Mariano J.
 Barral Souto, José
 Barrancos, Leónidas A.
 Becke, Alejandro von der
 Berrino, Juan B.
 Bertino, José Carlos
 Besio Moreno, Nicolás
 Bianchi Lischetti, A.
 Biggeri, Carlos
 Blaquier, Juan
 Boaglio, Santiago
 Bolognini, Héctor
 Bonanni, Cayetano A.
 Bontempi, Luis
 Bordenave, Pablo E.
 Borruat, Luis
 Borzi, Ana María
 Bosch, Gonzalo
 Bosisio, Anecto J.
 Bottaro, Juan C.
 Bozzini, Luis (h.)
 Briano, Juan A.
 Bunge, Juan C.
 Buontempo, Guillermo
 Butty, Enrique
 Buzzo, Alfredo
 Buzzo, Eduardo B.
 Caillet Bois, Teodoro
 Calandra, Raúl E.
 Camus, Nicolás
 Canale, Humberto
 Carabelli, Juan José
 Carbia, Rómulo D.
 Carbone, Esteban
 Carbonell, José J.

Cárcova, Enrique de la
 Carelli, Antonio
 Carelli, Humberto H.
 Caride Massini, Pedro
 Carman, Ernesto
 Carrea, Juan Ubaldo
 Casacuberta, Antonio
 Castellanos, Alberto
 Castello, Manuel F.
 Castifeiras, Julio R.
 Celasco, Juan L.
 Cock, Guillermo E.
 Coni Bazán, F. A.
 Cúrti, Orlando P.
 Curutchet, Luis
 Chanourdie, Enrique
 Chizzini Melo, Auíbal F.
 D'Ascoli, Lucio
 Dassen, Claro C.
 Dasso, Héctor
 Dasso, Ricardo L.
 De Cesare, Elías A.
 De Fina, Armando L.
 De la Ini, Juan E.
 Delleplane, Luis J.
 Deulofeu, Venancio
 Díaz, Emilio C.
 Dieulofait, Carlos E.
 Doello-Jurado, Martín
 Dobranich, Jorge W.
 Domínguez, Juan A.
 Dubecq, Raúl E.
 Dueñas, José
 Duhau, Luis
 Dupont, Enrique
 Durañona y Vedia, A.
 Durrieu, Mauricio
 Edelberg, Benjamín
 Escudero, Pedro
 Faré, Santo S.
 Fernández, Alberto J.
 Fernández Díaz, A.
 Fernández Long, S.
 Figini, Angel
 Figuerero, Hernando W.
 Fischer, Gustavo Juan
 Flores, Emilio M.
 Floriani, Luis
 Florit, Carlos J.
 Forn, Carlos J.
 Fossa Mancini, E.
 Franceschi, Alfredo
 Fűrnkorn, Dívico A.
 Gadda, Carlos Manuel
 Galmarini, Alfredo G.
 Gandolfi Herrero, Augusto
 Gandolfo, José S.
 Gaspar, Alberto
 Gaspar, Fernando L.
 Géneau, Carlos E.
 Gerardi, Donato
 Ghigliazza, Sebastián

Giagnoni, Bartolomé E.
 Giannone, José
 Gradín, Carlos
 Grieben, Arturo
 Gutiérrez, Ricardo J.
 Haussler, Emilio
 Herbin, Luis A.
 Hermitte, Enrique
 Herrera Vegas, M.
 Herzer, Bernardo
 Hickethier, Carlos F.
 Hofmann, Herbert
 Hortal, José Angel
 Houssay, Bernardo A.
 Hoyo, Arturo
 Igartúa, Luis María
 Irigoyen, Luis H.
 Isetta, José
 Ivanissevich, Ludovico
 Jorge, José M.
 Jakob, Cristofredo
 Keiper, Guillermo
 King, Diarmid O.
 Kinkelin Pelletán, J. C. de
 Kraglievich, Nicolás T.
 Krapf, Eduardo
 Labarthe, Julio
 Lagunas, Simón
 La Menza, Francisco
 Laporte, Luis B.
 Larco, Esteban
 Lasso, Alfredo L.
 Latzina, Eduardo
 Lignières, Roberto
 Lizer y Trelles, C. A.
 Lombardi, Alberto
 Loyarte, Ramón G.
 Lozano, Nicolás
 Lugones, Arturo M.
 Llauró, José
 Mac Donagh, E. J.
 Magnin, Félix J.
 Magnin, Jorge
 Mainini, Carlos
 Mallol, Emilio
 Mamberto, Benito
 Marcó del Pont, E.
 Marchionatto, Juan B.
 Maresca, Antonio J.
 Marini, Tomás L.
 Martignone, Eduardo
 Marotta, F. Pedro
 Marotta, R. Armando
 Mata, Leopoldo
 Méndez, Julio
 Meoli, Gabriel
 Meoli, Humberto
 Mercou, Agustín
 Mermoz, Francisco A.
 Molino, José F.
 Molina Carranza, L.
 Molle, Clotilde C.

Montes, Vicente E.
 Moreno, Evaristo V.
 Nágera, Juan José
 Natale, Alfredo
 Natale, Ernesto
 Negrete, Lucía
 Negri, Mario L.
 Nelson, Ernesto
 Nielsen, Juan
 Oliveri, Alfredo E.
 Ortega Belgrano, Raúl
 Ortiz, Aníbal A.
 Ortiz de Rosas, Jorge
 Otamendi, Gustavo
 Ottonello, Héctor
 Páez, José María
 Page, Franklin Nelson
 Paitovi y Oliveras, A.
 Paquet, Carlos
 Parodi, Edmundo
 Parodi, Lorenzo R.
 Pasman, Raúl G.
 Pasman, Rodolfo E.
 Pastore, Franco
 Paz Anchorena, José M.
 Pérez Hernández, A.
 Perrone, Cayetano
 Pestalardo, Agustín
 Pini, Aldo S.
 Platz, Hubert
 Podestá, Juan Carlos
 Polti, Modesto
 Posadas, Carlos
 Quinos, José Luis
 Quinterno, Bruno F.
 Quiroga, Pedro R.
 Raimondi, Alejandro
 Raffo, Bartolomé M.
 Ramaccioni, Danilo
 Ratto, Héctor R.
 Rebuerto, Antonio
 Rebuerto, Emilio
 Reece, William Asher
 Repetto, Blas Angel
 Repossini, José
 Ringuélet, Emilio J.
 Rissotto, Atilio A.
 Rivarola, Rodolfo
 Robles, Angel A.
 Rodríguez Aravena, S.
 Rodríguez, Germinal
 Roffo, Angel H.
 Roffo, Juan
 Roldán, Raimundo
 Romero Brest, Enrique
 Rokotnitz, Otto
 Rossler, Juan
 Rossell Soler, Pedro
 Ruata, Luis E.
 Ruiz Moreno, Isidoro
 Ruiz Moreno, Adrián
 Rumi, Tomás J.
 Sabaria, Enrique

Sagastume Berra, A. E.	Silva, Leónidas L.	Tedeschi, Virgilio	Veyga, Francisco de
Salomón, Hugo	Simons, Hellmut	Tello, Eugenio	Vidal, Eduardo
Sánchez, José Ricardo	Siri, Luis	Torre Bertucci, Pedro	Villalobos D., C.
Sánchez, Gregorio L.	Sobral, Arturo	Torello, Pablo	Vignaux, Juan C.
Sánchez Díaz, Abel	Solari, Emilio F.	Tossini, Luis	Vinardell, Alberto
Sánchez Sorondo, M. G.	Solari, Miguel A.	Trelles, Rogelio A.	Volpatti, Eduardo
Sanromán, Iberio	Soler, Frank L.	Trucco, Sixto E.	Wainer, Jacobo
Santángelo, Rodolfo	Solórzano, Luis A.	Valeiras, Antonio	White, Guillermo J.
Sarhy, Juan F.	Sordelli, Alfredo	Valentiner, Hugo	Wauters, Carlos
Sarrabayrouse, Eugenio	Spinetto, David J.	Valentini, Argentino	Wysztelewski, W. de
Savon, Marcos A.	Spota, Víctor J.	Valentinuzzi, Máximo	Zamboni, Agustín
Schnack, Benno J.	Storni, Segundo R.	Vallebella, Colón B.	Zappi, Enrique V.
Schmidt, Max	Suárez, Angel	Vallejo, Segundo E.	Zavalla, Carlos M.
Schulz, Guillermo	Taiana, Alberto F.	Vanossi, Reinaldo	Zuloaga, Angel M.
Selva, Domingo	Taiana, Jorge	Varela, Rufino	
Sesma, Angel	Tamini, Luis Augusto	Vecchi, Aristides de	
Sheahan, Juan F.	Tarragona, José	Vela Huergo, Julio	

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José	Glücksmann, Carlos E.	Milesi, Emilio Angel	Repetto, Cayetano
Devoto, Carlos Alberto	Goyena, Ricardo J.	Quevedo Capdevila,	Rusconi, Carlos
Folcini, Martín L. G.	Laporte, Julio A.	Eduardo A.	Somonte, Eduardo
García, Eduardo D.	Magne de la Croix, P. A.	Recoder, Roberto F.	Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.	Hijos de Attilio Massone	Est. Gráf. "Tomás Pa-	Jacobo Peuser, S. A.
Lutz, Ferrando y Cía.	Otto Hess, S. A.	lumbo"	Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Ing. Pedro N. Gordillo; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretarios, Dr. Guillermo V. Stuckert; Prof. Tulio Mácola; Tesoreros, Dr. Juan Olsacher; Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales, Ing. Clodoveo Pascualini; Dr. Agustín E. Larrauri; Dra. J. Gambastiani de Peláez; Arq. Salvador Godoy; Ing. Jorge E. Bobone; Dr. Federico Padula; Ing. Luis Chechi; Dr. Edwin Rothlin.

SOCIOS ACTIVOS

Achával, Luis	Buteler, Jesús E.	Esteban, Fernando	Gordillo, Pedro N.
Aguiar, Henoch D.	Camilloni, Carlos	Fernández, Miguel	Granillo Barros, M.
Amaya, Arturo A.	Carlomagno, José	Fitz Simón, Sgo. E.	Hosseus, Carlos Curt
Arrambide, Miguel	Chaudet, Enrique	Fontana, Lorenzo P.	Jagsich, Juan
Bobone, Jorge E.	Checchi, Luis	Fuchs, Guillermo J.	Kronfus, Juan
Bodenbender, G.	Deheza, Eduardo	García, Daniel	Lofayette Zimmer, M.
Bonet, Rafael	Del Viso, Jacinto	Gavier, Daniel E.	Larrauri, Agustín C.
Borzacow, Wladimir	De Tezanos Pinto, J.	Giménez de Azúa, F.	Lutzow Holm, Olaf
Brandan, Ramón A.	Devoto, Heraclio A.	Godoy, Salvador A.	Mácola, Berardo A.
Brogliá, Alberto A.	Espinosa, Manual	Gómez, Calixto A.	Mácola, Tulio

Mirizzi, Pablo Luis
Ninzi, Carlos A.
Ninzi, Raúl T.
Novillo Corvalán, S.
Olsacher, Juan
Padula, Federico

Pasqualini, Clodoveo
Peláez, J. Gambastiani
de
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, C.
Rogerri, Domingo

Rothlin, Edwin
Sayago, Gumersindo
Schmiedecke, Augusto
Sigal, Moisés
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.

Taravella, Ambrosio L.
Tarragó, Emeterio
Torres, Valeriano
Trebino, Natalio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2º, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Benet, Pedro José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bonazzola, César J.
Borruat, Luis (hijo)
Borzona, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Camo, José María
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo

Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.).
Gschwind, Eduardo P.
Guinle, Hugo José
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto

Juliá Tolrá, Antonio
Kleer, Gregorio
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Mar-
cos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis

Piazza, José
Pifiéro, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissenbaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente honorario, Ing. José S. Corti; Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Ing. Agr. José Raúl Ponce; Secretario, Ing. Agr. Julio Tolosa (h); Tesorero, Ing. Cayetano C. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Dr. Eduardo Carette; Dr. Mario Bidone; Ing. Alfredo Rosenthal; Sr. Manuel Tellechea; Ing. Agr. Rafael E. Pontis.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Anzorena, Pedro
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Croce, Francisco M.
Espinosa, Norberto A.

Flor Alvarado, José M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Gulard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.

Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Paganotto, Juan P.
Pelaja, Dante
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Rosales, Ranulfo S.

Rosenthal, Alfredo
Ruiz, Aníbal
Ruiz Leal, Adrián
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan P.
Villanueva, Miguel An-
gel

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Agullar y Santillán, R.....	México	Hijar y Haro, Luis.....	Santiago (Ch.)
Amaral, Afranio de.....	San Pablo (Br.)	Janet, Pierre.....	México
Arteaga, Rodolfo de.....	Montevideo	Jiménez de Asúa, Luis.....	París
Avendaño, Leónidas.....	Lima	Kinart, Fernando.....	Madrid
Alvarez, Antenor.....	Sgo. del Estero	Lahille, Fernando.....	Amberes
Bonarelli, Guido.....	Gubbio (It.)	Langevin, Paul.....	Tarn (Fr.)
Borel, Emile.....	París	Levi Civita, Tulio.....	París
Bachmann, Carlos J.....	Lima	Lobo, Bruno.....	Roma
Bragg, William Henry.....	Londres	Lehmann Nitsche, Roberto..	Río de Janeiro
Bolívar, Ignacio.....	Madrid	Mardones, Francisco.....	Berlín
Bruch, Carlos.....	Olivos	Molina, Enrique.....	Santiago (Ch.)
Cabrera, Blás.....	Madrid	Monjarás, Jesús E.....	Concepc. (Ch.)
Campos Porto, Pablo.....	Río de Janeiro	Moretti, Gaetano.....	México
Cacabajal, Melltón M.....	Lima	Oliver Schneider, Carlos...	Milán
Corti, José S.....	Mendoza	Pereira d'Andrade, Lencastre	Concepc. (Ch.)
Darmois Georges.....	París	Perrin, Tomás G.....	Nova Goa (I. P.)
Dávila, Rubén.....	Santiago (Ch.)	Porter, Carlos E.....	México
Dabbene, Roberto.....	La Plata	Pi y Suñer, Augusto.....	Santiago (Ch.)
Escomel, Edmundo.....	Arequipa (P.)	Reyes Cox, Eduardo.....	Barcelona
Fiebrig, Carlos.....	Munich (Al.)	Rospigliosi y Vigil, Carlos..	Antofag. (Ch.)
Fontecilla Larrain, Arturo...	Santiago (Ch.)	Rowe, Leo S.....	Lima
Fort, Michel.....	Lima	Shepperd, William R.....	Washington
González del Riego, Felipe..	Lima	Tello, Julio C.....	New York
Greve, Germán.....	Santiago (Ch.)	Villarán, Manuel V.....	Lima
Guinier, Philibert.....	Nancy (Fr.)	Vélez, Daniel M.....	Lima
Hadamard, Jacques.....	París	Valle, Rafael H.....	México
Hauman, Luciano.....	Bruselas	Vitoria, Eduardo.....	México
Hernández, Juvenal.....	Roma	Volterra, Vito.....	Barcelona





SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01357 3159