初級中學課本

代　　數

下　冊

本社曾於一九五四年暑假前，根據中學數學教學大綱（修訂草案）的要求，將應當在初中代數課程裏講授而在現行課本中沒有的教材，另行編寫了'初中代數補充教材'單獨出版。這次付印時，爲了教學上的方便，將全部'初中代數補充教材'附在課本後面，特此聲明。

人民教育出版社

一九五五年一月

初級中學課本 代數下冊目錄

第四章　一次方程

第五章　開平方

習　題

第四章　一次方程

I　方程的一般性質

78. 等式與它的性質　二數或二代數式之間用等號相連結，則組成等式．這些數或代數式叫做等式的部分．在等號左邊的部分組成左部，在等號右邊的部分組成右部．例如在等式

$$a+a+a=a\cdot3$$

裏，左部是 $a+a+a$ 的和，右部是 $a\cdot3$ 的積．

在前章裏我們曾把等式的部分叫做邊；現在，我們仍可把等式的左部叫做左邊，右部叫做右邊．

若用兩個不同的文字來表示等式的兩邊，可以將等式的主要性質表示如下：

(1) 若 $a=b$，則 $b=a$．即等式兩邊可以交換位置．

(2) 若 $a=b$，與 $b=c$．則 $a=c$．即若二數分別等於第三數，則此二數相等．

(3) 若 $a=b$ 與 $m=n$，則 $a+m=b+n$ 與 $a-m=b-n$．即等式的兩邊加上等數或減去等數，仍爲等式．

(4) 若 $a=b$ 與 $m=n$，則 $am=bn$ 與 $\frac{a}{m}=\frac{b}{n}$；即等式的兩邊乘以等數或除以等數，仍爲等式．但在後一情形裏，除數不能爲零．

由性質 (4) 我們可以得到：用 -1 乘或除等式的兩邊，等於變更等式兩邊的符號．例如，用 -1 乘等式 $-x=-5$ 的兩邊，則得 $x=5$．這一點，在今後的演算裏，是要常常用到的．

79. 恆等式 若在兩個代數式裏，無論用任何數代替其中相同的文字，都能得出同一的數值時，則此二代數式爲恆等。例如：　　ab 與 ba；$a+(b+c)$ 與 $a+b+c$。

如果等式的兩邊是由恆等代數式組成的，這樣的等式就叫做恆等式，例如：

$$a+b+c=a+(b+c).$$

在僅由數字式構成的等式裏，它的兩邊可能含有不同的運算，但其結果永遠相等，這種等式也是恆等式，例如：

$$(40\times 5)\div 8=5^2.$$

80. 方程 假設我們要解答下面的問題：

父親 40 歲，兒子 17 歲，問若干年後父親年齡爲兒子年齡的 2 倍？

用算術的方法要想解決這個問題是不太容易的，可是若用文字 x 來代替未知數，問題就簡單得多了。經過 x 年後，父親是 $40+x$ 歲，兒子是 $17+x$ 歲。由問題所給的條件，$(40+x)$ 應該是 $(17+x)$ 的 2 倍，故可寫成等式：

$$40+x=2(17+x).$$

驗算使我們相信，當 $x=6$ 時，等式成立。因爲用 6 代替式中的 x 得：　　$40+6=2(17+6)$；即 $46=46$。

如果用任何其他的數代替 x 時，等式就不成立了。因此，這個等式不是恆等式；因爲不是在用任何數代替式內的文字，等式的兩邊都能相等的，只有在 $x=6$ 的時候，這個等式才能成爲恆等式。即，　　$46=46$.

在含有一個或幾個文字的等式裏，若只在這些文字等於一

定的數時兩邊才能相等，則此等式叫做**方程**，其所含的文字叫做**未知數**。普通用拉丁字母最後的幾個 (x, y, z, ……) 來代替未知數。

含有一個未知數的方程叫做**一元方程**，含有兩個未知數的叫做**二元方程**，等等。

解方程——即求出適合於此方程的未知數的數，這樣的數叫做方程的**根**。

一元方程可以有一個根、兩個根以及更多的根；例如：$3x-2=13$ 有一個根 (5)，$x^2+2=3x$ 有兩個根 (1 與 2)，$(x-1)(x-2)(x+1)=0$ 有三個根 (1、2 與 -1)* 以及其他等等。也有沒有根的方程，如：$x^2=-4$，因爲不論 x 爲正數或負數，它的平方都不能得負數。

我們最初根據父子年齡問題組成的等式是一個根爲 6 的方程，這裏 6 就是這個問題的解答。經過 6 年以後，父親是 46 歲，而兒子是 23 歲，前者恰是後者的 2 倍。

在解某些問題時，應該組成方程，並學會它的解法；因此必須知道方程的某些一般性質。

在研究這些性質以前，先解出我們已經作出的方程：

$$40+x=2(17+x).$$

展開方程右邊的括號：

$$40+x=34+2x.$$

從方程的兩邊減去 x；得：

---

* 幾個數相乘，若乘數有一個是零，則所得的積也是零；相反的，若乘積是零，則乘數中至少有一個是零。

$$40=34+x.$$

再從方程兩邊減去 34，得：

$$6=x,\quad 即\ x=6.$$

這樣，用一連串的變化，得出方程的根爲 6。

以後我們能够看到，用這樣的演算方法，還可以解其他的方程。

練　　習

149. 觀察下列等式，哪些是恆等式，哪些是方程：

$x+y=y+x$；　$(a-b+x)c=ac-bc+xc$；

$3a-4=2a+1$；　$8x+1=5x+7$；　$a(bc)=abc$；

$2x=x+1$；　$(xy)\div y=x$；　$a\div 2b=\dfrac{a}{2}\div b$.

81. 同解方程　如果第一個方程所有的根，都是第二個方程的根；相反地第二個方程所有的根，也都是第一個方程的根；則此二方程叫做同解方程。例如：兩個方程：

$$x^2+2=3x\ 與\ 3x-2=x^2$$

爲同解，因爲它們有相同的根：1 與 2；而方程：

$$7x=14\ 與\ x^2+2=3x$$

就不是同解，因爲第一個方程僅有一個根 2，而第二個方程除此根外還有另一根 1。

解任何一個方程的時候，我們都必須把它加以改變，在這種變化的過程裏，我們才能順次地用比較簡單的方程代替已知的比較複雜的方程，直到得出最簡單的形式：$x=a$；這時，數字 a

就是已知方程的根。但是，在每次變化裏所得到的各個方程，都必須與原方程同解。因爲只有這樣，我們才能够斷定求得的根是正確的。

至於解方程時所有的變化，則是根據方程所具有的兩種性質；我們即將在下面說明它們。

82. 方程的第一種性質 取任一方程，例如：

$$x^2+2=3x, \tag{1}$$

設若在此方程的兩邊加上某數 m（正數、負數或零），得出新方程：

$$x^2+2+m=3x+m. \tag{2}$$

則此方程與已知方程同解。爲了証明這種性質，需要証明：第一，方程(1)的一切根都適合於方程(2)；第二，方程(2)的一切根也都適合於方程(1)。

(1)設方程(1)有 $x=1$ 的根。這就是說，當用 1 代替方程(1)中的 x 時，代數式 x^2+2 的值就會等於代數式 $3x$ 的值（都等於 3）。但是當 $x=1$ 時，二代數式 x^2+2+m 與 $3x+m$ 的值也是相等的；因爲從等數（3 與 3）加等數（m），仍得等數（$3+m$ 與 $3+m$）。這就証明了 $x=1$ 同時也適合於方程(2)。根據同樣的道理可以証明：若方程(1)有另外的根時，也同樣能够適合於方程(2)。因此，我們可以確認：方程(1)所有的根都是方程(2)的根。

(2)設方程(2)有 $x=2$ 的根。這就是說，若用 2 代替方程(2)中的 x，代數式 x^2+2+m 的值就等於 $3x+m$ 的值（都等於 $6+m$）。但是 $x=2$ 時，二代數式 x^2+2 與 $3x$ 的值也是相等的；因爲從等數（$6+m$ 與 $6+m$）減去等數（m），仍得等數。這就証

明了 $x=2$ 同時也適合於方程 (1)。根據同樣的道理可以証明：若方程(2)有其他的根，同樣也能適合於方程(1)。由此，我們可以確認：方程(2)的一切根也都是方程(1)的根。

因爲方程(1)與(2)的根相同，故此二方程同解。

這種性質，同樣地也適合於由方程的兩邊減去同數，因爲減去某數等於把某數變號相加。

由此，若方程的兩邊同時加上或減去某數時，所得的新方程與原方程同解。

83. 推論 由於上述方程的性質可以引出以下的推論。

1. 方程的各項，可以在改變符號以後，由方程的一邊移到他一邊。例如，方程：

$$8+x^2=7x-2.$$

兩邊加 2 得：　　$8+x^2+2=7x.$

-2 項由方程的右邊移到左邊，而它的符號改變爲 $+$。再由上面方程的兩邊減去 x^2，得：

$$8+2=7x-x^2.$$

$+x^2$ 項從左邊移到右邊，同時它的符號則改變爲 $-$。

2. 方程的兩邊有相同的項時，可以相消。例如方程：

$$6x+3=x^2+3.$$

由兩邊減去 3 得：　　$6x=x^2.$

84. 方程的第二種性質 仍取前面的方程

$$x^2+2=3x. \qquad (1)$$

若在此方程的兩邊乘以正數或負數 m（不可爲零），則得出新方程：

$$(x^2+2)m=3xm. \qquad (2)$$

爲了証明這兩個方程同解，我們也必須沿用討論第一種性質時所用的方法，作完全同樣的討論，亦即，要証明：第一，方程(1)所有的根都適合於方程(2)；第二，方程(2)所有的根都適合於方程(1)。

(1)設方程(1)有$x=1$的根，這就是說，當用1代替方程(1)中的x時，代數式x^2+2的值等於代數式$3x$的值（都等於3）。但是當$x=1$時，$(x^2+2)m$與$3xm$兩個乘積的值也是相等的；因爲等數（3與3）乘以等數(m)仍得等數($3m$與$3m$)，這就証明了$x=1$同時也適合於方程(2)。並且，對方程(1)所有其他的根也都可以作同樣的討論，因此可以確認：方程(1)所有的根都是方程(2)的根。

(2)設方程(2)有$x=2$的根，這就是說，若用2代替方程(2)中的x，則代數式$(x^2+2)m$的值就等於$3xm$的值（都等於$6m$）。但是當$x=2$時，代數式x^2+2與$3x$的值也是相等的；因爲用不等於零的同一數m除等數($6m$與$6m$)仍得等數。這就証明了$x=2$同時也是方程(1)的根。同理可以証明方程(2)的一切根，也都是方程(1)的根。因此這兩個方程同解。

若所用的乘數m等於零，例如，用零乘根爲1與2的方程$x^2+2=3x$的兩邊，那時我們得出新的方程：

$$(x^2+2)\times 0=3x\times 0.$$

這時適合於此方程的x的數值不僅是1與2，而是任何的數值。例如：用5、6以及其他數代替x時，得：

$$(5^2+2)\times 0=3\times 5\times 0;\qquad (6^2+2)\times 0=3\times 6\times 0;$$

即 $$27\times 0=15\times 0;\qquad 38\times 0=18\times 0;$$

或者　　$0=0$;　　　　$0=0$.

(因爲零與任何數相乘均得零.)這就是說，如果乘數爲零，就破壞了方程的同解性.

由此，若方程的兩邊同時乘以或除以不等於零的某數時，則得出與原方程同解的新方程:

85. 推論　從方程的第二種性質可以引出以下的三個推論:

1. 若方程的各項含有不等於零又不含未知數的公因數時，可用此公因數除方程的各項。例如:

$$60x-160=340-40x.$$

用 20 除各項，得出較簡單的方程,

$$3x-8=17-2x.$$

2. 方程可去掉分母內不含有未知數的各分數項的分母。例如:

$$\frac{7x-3}{6}-\frac{x-5}{4}=\frac{43}{6},$$

化各項分母爲公分母,

$$\frac{14x-6}{12}-\frac{3x-15}{12}=\frac{86}{12},$$

或

$$\frac{14x-6-(3x-15)}{12}=\frac{86}{12}.$$

用不等於 0 的數 12，乘方程的兩邊去掉分母，則得出與原方程同解的方程:

$$14x-6-(3x-15)=86 \text{ 或 } 14x-6-3x+15=86.$$

3. 方程所有的各項可以改變爲相反的符號，這與用 -1 乘方程兩邊的結果相同。例如方程:

$$-8-x^2=-7+2$$

的兩邊乘以 -1 則得，

$$8+x^2=7-2.$$

86. 用同一代數式乘或除方程的兩邊 為了變化已知方程，有時需要用同一代數式去乘或除方程的兩邊（在下節我們可以看到這樣的例子）。不過，只有在該代數式不等於零的情形下，所得到的新方程才能與已知方程同解。因為乘式為零，就破壞了方程的同解性。

87. 增根 當我們演算含有分式的方程，而在分式的分母內又含有未知數時，就必須用含有未知數的代數式同乘方程的兩邊。例如，

$$\frac{x^2}{(x-2)^2}+\frac{2}{(x-2)^2}=\frac{1}{x-2}+\frac{2x+2}{(x-2)^2}. \qquad (1)$$

顯然地各分式的公分母是 $(x-2)^2$。將各項化為公分母後：

$$\frac{x^2}{(x-2)^2}+\frac{2}{(x-2)^2}=\frac{x-2}{(x-2)^2}+\frac{2x+2}{(x-2)^2};$$

用 $(x-2)^2$ 乘方程兩邊的各項，消去分母，得，

$$x^2+2=x-2+2x+2,$$

即

$$x^2+2=3x. \qquad (2)$$

此新方程有二根：1 與 2。但是我們不能肯定這兩個根都能適合於原方程；因為我們曾用代數式 $(x-2)^2$ 同乘原方程的兩邊；而且當 $x=2$ 時，$(x-2)^2=0$。但當以零作乘數時已破壞了方程的同解性。

因此，我們對所求得的根：1 與 2，必須加以驗算，看它們是否適合於方程(1)。

把 $x=1$ 代入方程(1)，

$$\frac{1^2}{(1-2)^2}+\frac{2}{(1-2)^2}=\frac{1}{1-2}+\frac{2\times1+2}{(1-2)^2},$$

$$\frac{1}{(-1)^2}+\frac{2}{(-1)^2}=\frac{1}{-1}+\frac{2+2}{(-1)^2}.$$

$$1+2=-1+4,\ 即\ 3=3.$$

故 $x=1$ 適合於方程(1)，但 $x=2$ 却不能適合於原方程(1)，因爲當 $x=2$ 時，方程就失掉了意義．

$$\frac{4}{0}+\frac{2}{0}=\frac{1}{0}+\frac{6}{0}$$

(用零除的除法沒有意義)．

所以 $x=2$ 雖然是方程(2)的根，却不是原方程(1)的根，也就是說：當我們這樣變方程(1)爲方程(2)時，就產生了不適合於原方程的增根．

由此可知，若在已知方程內含有分式，並且在分式的分母中含有未知數時，則在用公分母同乘方程的兩邊，去掉分母，求出新方程的根以後，我們應該把所得的根代入原方程，檢驗其中是否含有增根．

相反地，如果用含有未知數的代數式同除方程的兩邊，則可能失掉某些根．例如，用 $x-3$ 除方程

$$(2x+3)(x-3)=(3x-1)(x-3)$$

的兩邊，得出的新方程：

$$2x+3=3x-1.$$

這個新方程便不與原已知方程同解．因爲，已知方程有兩個根：$x=4$ 與 $x=3$，而新方程則只有一根：$x=4$．

II 一元方程

88. 解一元一次方程 用以下二例說明一元一次方程的解法。

1. 解方程：

$$3x+2(4x-3)=5(x+2)-4.$$

展開括號後得：

$$3x+8x-6=5x+10-4.$$

將含未知數的各項移到左邊(方程第一種性質推論)：

$$3x+8x-5x=10-4+6.$$

歸併同類項，　　$6x=12.$

用 6 除方程的兩邊(方程第二種性質)，得，

$$x=2.$$

要知道解方程時是否發生錯誤，必須進行驗算。為此將求得的根代原方程的 x，若方程兩邊相等，則所得的根是正確的。在這個例題裏：

$$3\times2+2(4\times2-3)=5(2+2)-4.$$

或者　　$16=16.$

即解答正確。

2. 解方程：

$$\frac{3x-4}{2}+\frac{3x+2}{5}-x=\frac{7x-6}{6}-1.$$

將各項化成公分母為 30 的分式，

$$\frac{15(3x-4)}{30}+\frac{6(3x+2)}{30}-\frac{30x}{30}=\frac{5(7x-6)}{30}-\frac{30}{30},$$

用 30 乘方程的各項(或去各項的公分母),

$$15(3x-4)+6(3x+2)-30x=5(7x-6)-30.$$

若開始就用各項的公分母乘原方程的各項,也能直接得出同樣的結果:

$$\frac{30(3x-4)}{2}+\frac{30(3x+2)}{5}-30x=\frac{30(7x-6)}{6}-30\times1.$$

化簡後,

$$15(3x-4)+6(3x+2)-30x=5(7x-6)-30.$$

去括號,

$$45x-60+18x+12-30x=35x-30-30.$$

將含未知數的各項移到左邊,已知各項移到右邊:

$$45x+18x-30x-35x=60-12-30-30.$$

歸併同類項,得, $-2x=-12.$

用未知數的係數除兩邊(也可先用 -1 乘兩邊,使其變爲正數):

$$x=\frac{-12}{-2}=\frac{12}{2}=6.$$

驗算: $$\frac{3\times6-4}{2}+\frac{3\times6+2}{5}-6=\frac{7\times6-6}{6}-1;$$

$$7+4-6=6-1;\quad 5=5.$$

由以上各例題,得出一元一次方程的解法:

1. 去方程的分母.
2. 展開括號.
3. 將含未知數的各項移到一邊,已知各項移到他一邊.
4. 歸併同類項.

5. 用未知數的係數除方程的兩邊。

然後將求得的根代入原方程驗算其有無錯誤。

因爲方程的形式不同，在解某些方程的時候，上述步驟並不是完全必需的。

注意：在作完前四個步驟後，方程的每邊各剩一項：左邊的是含有未知數的項，右邊的是已知項。故可寫成這樣的形式：

$$ax=b.$$

a 與 b 可能是正數、負數、或等於零，這樣形式的方程，叫做一元一次方程的**標準式**。

練　　習

解以下各方程：

150. $2x+1=35$； $19=4+3y$； $7y-11=24$.

151. $3x+23=104$； $89=11y-10$； $38=2+3x$.

152. $3x=15-2x$； $4x-3=9-2x$； $5x+\frac{1}{4}=3\frac{1}{2}$.

153. $2.5x-0.86=4+0.7x$； $29+2x=(x-7)\cdot 3$.

154. $x-7=\frac{3x+13}{20}$； $-x=3$； $-2x=8$.

155. $\frac{2x+1}{2}=\frac{7x+5}{8}$； $x+\frac{11-x}{3}=\frac{20-x}{2}$.

156. $x+\frac{3x-9}{5}=11-\frac{15x-12}{3}$.

157. $3x-4-\frac{4(7x-9)}{15}=\frac{4}{5}\left(6+\frac{x-1}{3}\right)$.

158. $2x-\frac{19-2x}{2}=\frac{2x-11}{2}$.

159. $\frac{x-1}{7}+\frac{23-x}{5}=2-\frac{4+x}{4}$.

89. 方程的組成　利用方程可以很容易地解決用算術的方法很難算出或不能算出的問題。這就需要我們根據問題所給的條件組成適當的方程。但是問題的條件往往因題而不同，很難得出一個組成方程的一般方法；我們只能依據某些例題加以說明。

例題：某校買到厚薄練習本共 80 冊，花費 72 萬元。若厚本每冊價 12000 元，薄本每冊價 8000 元，問兩種練習本各買多少冊？

1. 確定怎樣用 x 來表示未知數。

在這個例題裏有兩個未知數：厚練習本數與薄練習本數。若用 x 代表厚練習本數，則因爲共有 80 冊，所以薄練習本數爲 $80-x$。

厚練習本數爲 x。

薄練習本數爲 $80-x$。

2. 用 x 和題中的已知數將問題的全部條件作成式子表達出來。

厚練習本每冊價 12000 元，薄練習本每冊 8000 元，因而我們知道：

買厚練習本共花	$12000x$ 元，
買薄練習本共花	$8000(80-x)$ 元，
共花	720000 元。

3. 組成方程。

因爲買練習本共費 720000 元，所以厚本的用費 $12000x$ 元加薄本的用費 $8000(80-x)$ 元應該等於 72 萬元：

$$12000x+8000(80-x)=720000。$$

解此方程，得 $x=20$。

我們是用 x 代表厚本的數目，所以買到的厚本是 20 冊，而薄本是：
$$80-20=60(\text{冊})。$$

應該注意，在一般的情況下，問題所給予我們的全部已知數，都是在組成方程所必需的。因此，在已經作好的方程裏，必須仔細地檢查是否包括了所有的已知數；這樣，我們所作成的方程，就可以免卻因爲遺漏了某些條件，而發生的錯誤。

練　習

160. 二數之和爲 2548，若已知一數較他數小 148，求此二數。

161. 三數之和爲 100，第二數較第一數大 10，第三數較第二數大 20，求此三數。

162. 某甲乘馬每小時走 10 公里；某乙步行每小時走 4 公里。若乙在甲前 15 公里，問經若干小時後甲始能追及乙？

163. 兩種茶共重 32 公斤，第一種茶每公斤價 8 萬元，第二種茶每公斤價 6 萬 5 千元，若將兩種茶混合出售，每公斤售價 7 萬 1 千元，既不獲利也不虧損，問每種茶各有若干公斤？

164. 乘脚踏車以每時 8 公里的速度由甲地行至乙地。返時繞路而行多走 3 公里，雖然行車速度增至每時 9 公里，但耗費時間仍較去時多 $7\frac{1}{2}$ 分鐘。求往返的路長各多少？

90. 文字方程　方程裏的未知數，並不是永遠都必須由 x 來代表的，當必要的時候，我們可以用任何文字來代替未知數。例如在公式
$$s=\frac{1}{2}bh$$

裏，s 表示三角形的面積，b 表示底邊，而 h 表示高。這個公式本身就成爲方程的形式，在這個方程裏，s、b 與 h 每一個文字都可以作爲未知數。例如，當我們已知三角形的高（h）與面積（s）去求三角形的底時，文字 b 就應該作爲未知數，而 s 與 h 是已知數。當然，我們仍然可以用文字 x 代表未知的底邊（b）將方程寫爲：$s=\frac{1}{2}hx$。

由此：
$$x=s\div\frac{1}{2}h=2s\div h=\frac{2s}{h}.$$

但也可以不用 x 代表 b，直接由方程 $s=\frac{1}{2}bh$ 中求出 b 來：

$$s=\frac{1}{2}bh;\quad 2s=bh;\quad b=\frac{2s}{h}.$$

一般地，我們不僅要習慣於解數字方程，即用數字表已知數，用 x 表未知數的方程，還要善於解文字方程，即用任何文字代表已知數和未知數的方程：

例題：

1. $a+bx=c;\quad bx=c-a;\quad x=\frac{c-a}{b}.$

2. $a(x-c)=b(x+d);\ ax-ac=bx+bd;\ ax-bx=bd+ac;$

$x(a-b)=bd+ac;\quad x=\frac{bd+ac}{a-b}.$

3. $\frac{y}{a}-y=b;\quad y-ay=ab;\quad y(1-a)=ab;\quad y=\frac{ab}{1-a}.$

4. $\frac{x}{a}+\frac{x}{b}=1;\quad bx+ax=ab;\quad x(b+a)=ab;\quad x=\frac{ab}{a+b}.$

練　　習

165. $(a+x)(b+x)=(a-x)(b-x)$.

166. $(x-a)(x+b)+c=(x+a)(x-b)$.

167. 從方程 $a+bx=4-3(a-x)$ 裏求出 x 與 a、b 的關係.

168. 梯形的面積爲q，底爲b_1與b_2，高爲h，應用公式$q=\frac{1}{2}(b_1+b_2)h$求出h與q、b_1與b_2的關係.

III 一次聯立方程

二元一次聯立方程

91. 問題 由實驗求出，重148公斤的銀和銅的合金塊在水內減輕的重量爲 $14\frac{2}{3}$公斤。若已知21公斤的銀在水內減輕2公斤，9公斤的銅減輕1公斤。問合金內含銀、銅各若干？

假設在合金內含銀x公斤，含銅y公斤，則得一個方程：

$$x+y=148.$$

另一方面，因爲21公斤的銀在水內減輕2公斤，故1公斤的銀在水內減輕$\frac{2}{21}$公斤，x公斤的銀在水內應該減輕$\frac{2}{21}x$公斤。

同樣，因爲9公斤的銅在水內減輕1公斤，則1公斤的銅減輕$\frac{1}{9}$公斤；y公斤的銅減輕$\frac{1}{9}y$公斤。因此又得一個方程：

$$\frac{2}{21}x+\frac{1}{9}y=14\frac{2}{3}.$$

這樣，我們得到了含有兩個未知數的兩個方程：

$$x+y=148 \text{ 與 } \frac{2}{21}x+\frac{1}{9}y=\frac{44}{3}.$$

用63乘第二個方程的兩邊去掉分母，得出其同解方程：

$$6x+7y=924.$$

現在我們有了兩個方程，

$$x+y=148 \text{ 與 } 6x+7y=924。$$

我們可以用幾種不同的方法，解此二方程。例如，從第一個方程內，求出 x 與 y 的關係，

$$x=148-y。$$

因爲 x 與 y 在兩個方程內，代表相同的數，故在第二方程裏，可用 $148-y$ 代替 x，

$$6(148-y)+7y=924。$$

解此僅有一個未知數的方程，

$$888-6y+7y=924; \quad y=924-888=36;$$

則，

$$x=148-36=112。$$

這樣，我們就知道了在合金內含銀 112 公斤，含銅 36 公斤。

92. 二元一次方程的標準式 取含有兩個未知數的方程：

$$2(2x+3y-5)=\frac{5}{8}(x+3)+\frac{3}{4}(y-4)。$$

爲使方程簡單，可以採取和化簡一元方程同樣的步驟：

1. 展開括號：

$$4x+6y-10=\frac{5}{8}x+\frac{15}{8}+\frac{3}{4}y-3。$$

2. 去分母；將各項乘以 8：

$$32x+48y-80=5x+15+6y-24。$$

3. 將未知項移到方程的左邊，已知項移到方程的右邊：

$$32x+48y-5x-6y=15-24+80。$$

4. 歸併同類項： $27x+42y=71。$

可以看到，已知方程化簡後，就得出這樣的形式：在方程的左邊有兩項，一項含有未知數 x（一次），另一項含有未知數 y（一次）；而方程的右邊，僅有一個不含未知數的項。x 與 y 的係數可能都是正數（如在此例），都是負數（在這種情形可以引用以前講過的，即用 -1 乘方程的各項），或者一項是正的，另一項是負的；在右邊的已知項可以是正數（如此例）、負數或是零。如果用 a 與 b 代表 x 與 y 的係數，用 c 代表已知項，則可將二元一次方程寫成這樣的形式：

$$ax+by=c.$$

這樣形式的方程，叫做二元一次方程的標準式。

93. 二元一次方程的不定性 如果在一個方程裏同時含有兩個未知數，那末，它的解答將是無窮多的。因為，當我們用一個任意的數去代替第一未知數的時候，就可以得到一個只含有第二未知數的方程，從這個方程可以求出一個第二未知數的值，而我們就得到了一組能够適合於原方程的根。但是，當我們用另外的數去代替第一未知數時，就能够得到另外一組根。如果用第三個數去代替，就能够得到第三組。……由此，我們可以得出無窮多的解答——任意多的根。

例如，要解答這樣的問題：已知等腰三角形的周長是 40 公尺，求其各邊，如果用 x 代表此三角形底邊的長，用 y 代表每個腰的長，就能够寫出方程：$x+2y=40$。

用一個任意的數，例如 10，來代替 x，就得到：$10+2y=40$，$2y=30$，$y=15$。這就是說，如果這三角形底邊的長是 10 公尺，則它的每個腰的長應該是 15 公尺。現在用另外的一個數，例如

8，來代替 x；則得：$2y=32$，$y=16$。依此，我們可以求出任意多的答案。這也就說明了二元一次方程所具有的不定性。

94. 聯立方程 幾個方程，若其中的文字 x，y，z 等，在所有各方程中各代表同一的數，則它們就叫做聯立方程。例如，在兩個方程

$$\begin{cases}2x-5=3y-2\\8x-y=2y+21\end{cases}$$

裏，如果 x 都代表着 3，y 都代表着 1，這一組方程就是二元一次聯立方程。

二元一次聯立方程有兩種解法。下面我們將要分別地講述它們。

95. 代入法 以前在演算銀與銅的合金的算題時我們已經應用過這種方法，現在再舉一個稍複雜的例題來說明它。

假設所給的兩個方程都已化成了標準式，即，

$$8x-5y=-16;\quad 10x+3y=17.$$

先改變其中的一個方程，把任一未知數用只含他一未知數的代數式表示出來；也就是求出兩個未知數間的關係式。例如，改變第一個方程，用只含 x 的代數式表示 y，則得：

$$y=\frac{8x+16}{5}.$$

因為第二個方程裏的 y 的值，應該和第一個方程裏的 y 的值相同，故可將上面的關係式代入第二方程內，得出只含有未知數 x 的方程，即，

$$10x+3\times\frac{8x+16}{5}=17.$$

解此方程：

$$10x+\frac{24x+48}{5}=17;\quad 50x+24x+48=85;\quad x=\frac{1}{2}.$$

這時： $$y=\frac{8x+16}{5}=\frac{4+16}{5}=4.$$

如果我們從第一個方程裏，用只含 y 的代數式表示 x，然後代入第二方程，則能得出一個只含未知數 y 的方程；也同樣能够求出方程的根。

這樣的方法在某未知數的係數是 1 的時候，特別方便。那時，在求二未知數間的關係式的演算裏，就可以省掉用未知數的係數去除方程兩邊的步驟。例如：

$$\begin{cases}3x-2y=11;\\4x+\ \ y=22.\end{cases}$$

從第二個方程求出： $y=22-4x$,

代入第一個方程，則：

$$3x-2(22-4x)=11;\quad 3x-44+8x=11;$$

$$11x=44+11=55;\quad x=\frac{55}{11}=5;\quad y=22-4\times5=2.$$

法則 用代入法解二元一次聯立方程時，必須先從任一方程裏，求出一個關係式，把某一未知數用只含另一未知數的代數式表示出來。然後，把這一關係式代入另一方程內，得出只含一個未知數的方程。解這個方程，就求出一個未知數的值。再把它代入以前的關係式裏，就求出另一未知數的值。

98. **代數加法** 如果在已經化爲標準式的兩個方程裏，有某未知數的係數的絕對值相等，如：

$$\begin{cases}7x-2y=27;\\5x+2y=33;\end{cases}\qquad\begin{cases}3x-5y=8;\\3x+7y=32.\end{cases}$$

則用代數加法來求解是比較方便的.

在第一組方程裏，未知數 y 的係數的絕對值相等（都是 2）而符號相反，這時，就可以把兩個方程的各邊對應相加，因爲等數加等數仍得等數，所以二方程左邊相加的和必等於其右邊相加的和，而相加的結果 $-2y$ 與 $+2y$ 兩項被消去了，我們就得到只含有一個未知數 x 的方程：

$$\begin{array}{r}+\begin{cases}7x-2y=27\\5x+2y=33\end{cases}\\\hline 12x\qquad\;=60,\end{array}\qquad 由此\quad x=5.$$

將 x 的值代入任一已知方程，得出只含有 y 的方程，由此可以求出 y 的值：

$$7\times5-2y=27;\quad 35-2y=27;\quad 35-27=2y;$$

$$8=2y;\quad y=4.$$

在第二組方程 $\begin{cases}3x-5y=8\\3x+7y=32\end{cases}$

裏，未知數 x 的係數的絕對值與符號完全相同．這時，我們可將其中任一個方程的各項改變符號（用 -1 同乘方程的兩邊），然後將它們相加*：

$$\begin{array}{r}+\begin{cases}-3x+5y=-8\\\quad 3x+7y=32\end{cases}\\\hline 12y=24,\end{array}\qquad 由此\quad y=2.$$

$$3x+7\times2=32;\quad 3x+14=32;\quad 3x=32-14;\quad 3x=18;\quad x=6.$$

如果在兩個方程裏，同一未知數的係數的絕對值都不相等，

這時，我們可以設法，把某一未知數的係數變成絕對值相等的數。例如，在聯立方程 $\begin{cases} 7x+6y=29 \\ -5x+8y=10 \end{cases}$

裏，爲了使未知數 x 的係數的絕對值相等，我們就必須把兩個方程乘以不同的數 5 與 7，使兩個含 x 的項的係數都變成 35（7 與 5 的最小公倍數）。

$$\begin{cases} 7x+6y=29（乘以\ 5）; \\ -5x+8y=10（乘以\ 7）. \end{cases} \qquad \begin{cases} 35x+30y=145; \\ -35x+56y=70. \end{cases}$$

這樣，我們就可以用以前的方法求出未知數的值。

法則 用代數加法解二元一次聯立方程時，必須先將二方程中某未知數的係數變成絕對值相等的數。若此係數的符號相反時，則將兩方程相加；若此係數的符號相同時，將其中一方程的各項改變符號，然後兩方程相加。即得出只含有一個未知數的方程。解這個方程，就得出一個未知數的值。再把它代入任一已知方程，就可求出另一未知數的值。

97. 文字係數的聯立方程 當已知方程的各項的係數是不同的文字時，例如：$\begin{cases} ax+by=c; \\ a'x+b'y=c'. \end{cases}$

我們仍可應用以前的兩種方法，求出它的根，而在現在的情況下應用代數加法，最爲簡單；也就是：改變其中一個方程的符號，將某未知數（例如 y）的係數化爲絕對值相等的數，然後加此二方程，消去一個未知數，其演算如下：

---

* 當然，這樣把一個方程各項變號，然後對應項相加——也就是該項減其對應項了。

$$
\begin{array}{r}
ax+by=c \\
-a'x-b'y=-c'
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c|l}
b' & ab'x+bb'y=b'c \\
b & -a'bx-bb'y=-bc' \\
\hline
 & (ab'-a'b)\,x=b'c-bc',
\end{array}
$$

若 $\quad ab'-a'b\neq 0,\quad$ 則得 $\quad x=\dfrac{b'c-bc'}{ab'-a'b}.$

用同樣的方法求 y:

$$
\begin{array}{r}
ax+by=c \\
-a'x-b'y=-c'
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c|l}
a' & aa'x+a'by=a'c \\
a & -aa'x-ab'y=-ac' \\
\hline
 & (a'b-ab')\,y=a'c-ac',
\end{array}
$$

由此 $\qquad y=\dfrac{a'c-ac'}{a'b-ab'}.$

練　　習

169. 用代入法解以下各聯立方程:

$\begin{cases}y=2x-3;\\3x+2y=8.\end{cases}\qquad\begin{cases}5x+y=3;\\3x-2y=7.\end{cases}\qquad\begin{cases}3x-5y=6;\\x+4y=-15.\end{cases}$

170. 用代數加法解以下各聯立方程:

$\begin{cases}4x+7y=5;\\-2x+5y=6.\end{cases}\qquad\begin{cases}3x+5y=20;\\2x-10y=0.\end{cases}\qquad\begin{cases}5x-8y=19;\\2x-2y=10.\end{cases}$

171. 用任意方法解以下各聯立方程:

$\begin{cases}(2x-1)(y+2)=(x-2)(2y+5);\\5x-2=2y+15.\end{cases}$

172. $\begin{cases}ax+by=c;\\y=mx.\end{cases}\qquad\begin{cases}x+a=my;\\y+b=nx.\end{cases}$

173. 設 $y=ax+b$; 若 $x=-2$, 則 $y=-11$; 若 $x=2$, 則 $y=1$; 求 a、b 之值.

174. 購入第一種貨 8 公斤, 第二種貨 19 公斤, 共花費 16 萬 4 千元. 若仍用以前的價格購入第一種貨 20 公斤和第二種貨 16 公斤, 共花費 28 萬 4 千元. 求每種貨每公斤的價格.

175. 販賣甲乙兩種帽子共計 65 頂, 甲種每頂買價 4 萬元, 乙種每頂

買價3萬元，賣出後共獲利27萬元．其中甲種帽獲利15%，乙種帽獲利12%，問甲乙兩種帽子各有多少頂？

176. 沿一道路埋植樹苗，第一棵植於道路的始端．若每隔50公尺植一棵，則不足21棵；若每隔55公尺植一棵，則僅不足1棵．問樹苗的數目及道路之長各若干？

177. 兩個直角三角形有相同斜邊．第一個三角形的一個直角邊較第二個三角形的對應邊短4公尺，而另外一邊較其對應邊長8公尺．若已知第一個三角形的面積較第二個三角形的面積多34平方公尺，求各直角邊之長．

三元一次聯立方程

98. 三元一次方程的標準式　含有三個未知數 x、y、z 的一次方程，可以同樣地應用化簡一元或二元一次方程的方法，把它變成標準式．在這個形式裏，左邊是由三項組成的：一項含有未知數 x，另一項含有未知數 y，第三項含有未知數 z；而在右邊，僅有一個不含未知數的項．

例如，方程：　$5x-3y-4z=-12$，

它的標準式如下：　$ax+by+cz=d$．

在這裏，a、b、c 與 d 是任意已知的相對數．

99. 兩個或一個三元一次聯立方程的不定性　設有兩個三元一次方程：　$5x-3y+z=2$，　$2x+y-z=6$．

若使某未知數 z 等於一個任意的數，例如等於1；則以1代 z，得出一組二元一次聯立方程：

$$\begin{cases}5x-3y+1=2;\\2x+\ \ y-1=6.\end{cases}\quad 即\quad \begin{cases}5x-3y=1;\\2x+\ \ y=7.\end{cases}$$

解這組方程，得：　$x=2$；　$y=3$．

這就是說：$x=2,\ y=3,\ z=1$ 適合於兩個已知的方程，因而也就是已知方程的一組根。

如果 z 等於另外的一個數，例如 $z=0$，則得另外一組聯立方程：
$$5x-3y=2, \qquad 2x+y=6;$$

解這組方程得：
$$x=\frac{20}{11}=1\frac{9}{11}; \qquad y=2\frac{4}{11}.$$

即 $x=1\frac{9}{11},\ y=2\frac{4}{11},\ z=0$ 也是兩個已知方程的一組根。如果再以新的數來代替 z，我們就能够得到第三組根。總之，無論 z 的值如何改變，與之相對應的，我們總能得出一組適合於二已知方程的根。而 z 之值可以無窮地變易，方程式的根的組數也隨之無窮，這就表明了兩個三元一次方程的不定性。

若只有一個三元一次方程時，它的不定性更大。在這樣的方程裏，即使指定某一未知數等於已知的數值，它的解答還是不定的；因為方程裏仍然剩有兩個未知數。所以，為了得到一組確定的根，我們必須先把兩個未知數同時換成已知的數值。

100. 三元一次聯立方程 要得出三個未知數 x、y 與 z 的一組確定的值，必須有三個方程。這三個方程，叫做三元一次聯立方程。我們仍可用代入法與代數加法去解它們。現在就用以下的例題加以說明：
$$\begin{cases}3x-2y+5z=7;\\7x+4y-8z=3;\\5x-3y-4z=-12.\end{cases}$$

101. 代入法 先從任一方程，求出一個關係式，把某一未知

數用只含另外兩個未知數的代數式表示出來。例如，由第一方程，用只含 y 與 z 的代數式表示 x，得到：

$$x=\frac{7+2y-5z}{3}.$$

因爲在各方程內 x 代表同一的數值，故可把上面的關係式代入其他兩個方程內：

$$7\times\frac{7+2y-5z}{3}+4y-8z=3,$$

$$5\times\frac{7+2y-5z}{3}-3y-4z=-12.$$

這樣，我們就得出只含兩個未知數 y 與 z 的二元一次聯立方程。應用以前學過的任一解法，都可以求出 $y=3$，$z=2$。將此結果代入所得的關係式，就得出 x 的值：

$$x=\frac{7+2\times3-5\times2}{3}=1.$$

因而，$x=1$，$y=3$，$z=2$就是已知聯立方程的根（可用驗算法驗証）。

102. **代數加法**　從已知的三個方程裏，取出任意兩個，例如第一個與第二個，把兩個方程裏的某一個未知數（例如 z）的係數，化爲相等的絕對值，然後，用代數加法把它消去；由此，得出一個只含有未知數 x 與 y 的方程。再從已知方程裏，取出任意其他兩個方程，例如第一與第三（或第二與第三），用同一的方法消去同一未知數 z；由此，又得出一個只含有 x 與 y 的方程。

(1) $3x-2y+5z=7$（用 8 乘）	$24x-16y+40z=56$
(2) $7x+4y-8z=3$（用 5 乘）	$35x+20y-40z=15$
	$59x+4y=71$

$$\begin{array}{ll} (1)\ 3x-2y+5z=7\text{（用 4 乘）} & 12x-\ 8y+20z=28 \\ (3)\ 5x-3y-4z=-12\text{（用 5 乘）} & \underline{25x-15y-20z=-60} \\ & 37x-23y\qquad\quad=-32 \end{array}$$

解所得的二元一次聯立方程得：$x=1, y=3$。將此結果代入任一已知方程裏，例如代入第一式，得：

$$3\times1-2\times3+5z=7;\quad 5z=7-3+6=10;\quad z=2.$$

注意　仍然用這兩種方法，我們可能將含有四個未知數的四個方程，化爲含有三個未知數的三個方程（而這三個方程又可化爲含有兩個未知數的兩個方程，以下類推）。一般說來，含有 m 個未知數的 m 個方程，我們可將它化爲含有 $m-1$ 個未知數的 $m-1$ 個方程（而此 $m-1$ 個方程又可化爲含有 $m-2$ 個未知數的 $m-2$ 個方程，以下類推）。

練　習

178. $\begin{cases}4x-3y+2z=9;\\2x+5y-3z=4;\\5x+6y-2z=18.\end{cases}$

179. $\begin{cases}2x+5y-3z-6\frac{1}{4}=0;\\5x-6y+2z=12;\\5z=42\frac{1}{4}-7x+y.\end{cases}$

180. $\begin{cases}3x-\ y+\ z=17;\\5x+3y-2z=10;\\7x+4y-5z=3.\end{cases}$

181. $\begin{cases}\dfrac{x+2y}{5x+6}=\dfrac{7}{9};\\\dfrac{3y+4z}{x+2y}=\dfrac{8}{7};\\x+y+z=128.\end{cases}$

聯立方程的幾種特殊形式

103. 已知方程裏有不含全部未知數的方程　例如：

$$\begin{cases} 10x-y+3z=5; & (1) \\ \quad 4v-5x=6; & (2) \\ \quad 2y+3z=6; & (3) \\ \quad 3y+2v=4. & (4) \end{cases}$$

這樣的方程與一般的聯立方程比較起來，它的解法是更容易的；因爲在某些方程裏，已經消去了某些未知數。不過，需要我們判斷的是：從哪些已知方程裏再將哪些未知數消掉，能夠更快地得出僅只含有一個未知數的方程。在我們這個例題內，若從第一個與第三個方程內消去 z，從第二個與第四個方程內消去 v，就能得出只含 x 與 y 的兩個方程：

$$\begin{array}{r} 10x-\;\;y+3z=5 \\ -2y-3z=-6 \\ \hline 10x-3y\qquad=-1; \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4v-5x\qquad=6 \\ -4v\qquad-6y=-8 \\ \hline -5x-6y=-2. \end{array}$$

解此二方程，得， $x=0$， $y=\dfrac{1}{3}$.

將此二值分別代入第二個與第三個方程，則得，

$$v=\frac{3}{2};\qquad z=\frac{16}{9}=1\frac{7}{9}.$$

104. 未知數含在分式 $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$, ……之內時 例如聯立方程：

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{z}=\dfrac{7}{6}; \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{z}=-\dfrac{5}{6}; \\ \dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{6}. \end{cases}$$

解這樣的方程時，引用補助未知數最爲簡捷，設 $\frac{1}{x}=x'$， $\frac{1}{y}=y'$，與 $\frac{1}{z}=z'$。得出含有未知數 x'、y' 與 z' 的方程：

$$\begin{cases} x'+y'-z'=\frac{7}{6}; \\ x'-y'-z'=-\frac{5}{6}; \\ y'-x'-z'=\frac{1}{6}. \end{cases}$$

解這組方程得：

$$x'=\frac{1}{2}, \qquad y'=1, \qquad z'=\frac{1}{3}.$$

即 $\frac{1}{x}=\frac{1}{2}, \qquad \frac{1}{y}=1, \qquad \frac{1}{z}=\frac{1}{3}.$

由此求出： $x=2, \qquad y=1, \qquad z=3.$

再取另外一例：

$$\frac{3}{x}+\frac{2}{y}-\frac{4}{z}=-13; \quad \frac{6}{x}-\frac{3}{y}-\frac{1}{z}=5\frac{1}{2};$$

$$-\frac{5}{x}+\frac{7}{y}+\frac{2}{z}=3\frac{1}{2}.$$

題中的$\frac{3}{x}$、$\frac{2}{y}$以及其他等等，可以視爲$3\times\frac{1}{x}$、$2\times\frac{1}{y}$等等。因此，設$\frac{1}{x}=x'$，$\frac{1}{y}=y'$與$\frac{1}{z}=z'$，則此聯立方程變爲以下的形式：

$$3x'+2y'-4z'=-13; \quad 6x'-3y'-z'=5\frac{1}{2};$$

$$-5x'+7y'+2z'=3\frac{1}{2}.$$

由此求得： $x'=2, \qquad y'=\frac{1}{2}, \qquad z'=5;$

即 $\frac{1}{x}=2, \qquad \frac{1}{y}=\frac{1}{2}, \qquad \frac{1}{z}=5;$

故 $x=\frac{1}{2}$,　$y=2$,　$z=\frac{1}{5}$。

105. 用加法解較為方便的特例 例如:

$$\begin{cases}x+y=a;\\ y+z=b;\\ x+z=c.\end{cases}$$

將三個方程相加,得出:

$$2(x+y+z)=a+b+c;\quad x+y+z=\frac{a+b+c}{2};$$

由此方程減去每個已知方程,得

$$z=\frac{a+b+c}{2}-a;\quad x=\frac{a+b+c}{2}-b;\quad y=\frac{a+b+c}{2}-c.$$

練　習

182. $\begin{cases}3x+5y=74;\\ 7x+2z=66;\\ 2y+\ z=25.\end{cases}$

183. $\begin{cases}\frac{6}{x}+\frac{5}{y}=1;\\ \frac{30}{x}+\frac{31}{y}=6.\end{cases}$

184. $\begin{cases}4x-3z+u=10;\\ 5y+z-4u=1;\\ 3y+u=17;\\ x+2y+3u=25.\end{cases}$

185. $\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{3}{y}-\frac{4}{z}=\frac{1}{12};\\ \frac{3}{x}-\frac{4}{y}+\frac{5}{z}=\frac{19}{24};\\ \frac{4}{x}-\frac{5}{y}+\frac{1}{2}=\frac{6}{z}.\end{cases}$

186. 用簡單方法解聯立方程:

$$x+y+z=29\frac{1}{4};\qquad x+y-z=18\frac{1}{4};\qquad x-y+z=13\frac{3}{4}.$$

187. 三個商人購買咖啡、砂糖和茶。第一個商人買8公斤咖啡、10公斤砂糖和3公斤茶,共花35萬元;第二個商人買4公斤咖啡、15公斤砂糖和5公斤茶,共花40萬元;第三個商人買12公斤咖啡、20公斤砂糖和10公斤茶,共花82萬5千元。求咖啡、砂

糖和茶每公斤的價格.

188. 有三塊金、銀和銅的合金;每塊的成分如下:

(1) 5分金 6分銀 8分銅 (2) 3分金 5分銀 7分銅

(3) 7分金 13分銀 18分銅

每塊合金應取若干公斤,方能組成含有79公斤金,118公斤銀和162公斤銅的合金?

歷 史 資 料

在上古的時代,埃及人就已知道簡單的方程了,例如,亞麥斯(Ahmes)在他的著作裏面(紀元前2000年),就已經寫出了一元一次方程,並使用文字'*xay*'(即'堆'的意思)來代表未知數.

希臘數學家基奥范特(四世紀)的著述內,有着各種不同的方程;不過他對於方程的解法,只是認做每一個別問題的特殊解,未能建立一般性的解法.

牛頓提出某些解聯立方程的方法,其中也有代入法.

'代數'(алгебра)一詞,我們已經說過,係導源於阿爾藉立士米的數學書名的第一字.這說明了當時的阿剌伯人便已在作着方程的研究,並且在他們演算方程而應用向方程的兩邊相加、減的方法時,所獲得的事實:(1)移負項於方程的另一邊變正;(2)兩邊相同的項相消;使他們得到了'還原'(即阿剌伯文'Algebre')與'對消'(Almnukabalan)的結論,因而,後人便沿用了阿剌伯文'Algebre'作爲'代數'這門數學科學的名稱(拉丁文爲'Algebra').

第五章 開平方

I 方根的基本性質

106. 方根的定義 以前,我們學過乘方的算法,所謂某數的n乘方,就是n個某數的連乘積.但是,我們也可能遇到完全相

反的運算，即：已知某數的 n 乘方求某數．這是一種新的計算方法，下面我們就開始研究它．

如果某數的平方等於 a 時，該數就叫做 a 的二次根（或平方根），例如 49 的平方根是 7，但同時也是 -7，因爲 $7^2=49$，$(-7)^2=49$，同樣，如果某數的立方等於 a，則該數叫做 a 的三次根（或立方根）。例如，-125 的立方根是 -5，因爲 $(-5)^3=(-5)(-5)(-5)=-125$。

一般說來，如果某數的 n 次方等於 a，該數就叫做 a 的 n 次方根。

求一個數的方根的算法，叫做開方。如果所求的是 n 次方根，就叫做開 n 次方。

數字 n 是表示所求方根的次數，叫做根指數，而被開方的 a，就叫做被開方數。

方根的符號用 $\sqrt{\quad}$ 表示，叫做根號；在根號裏，寫被開方數，而在根號的左上角寫根指數。如：

27 的立方根用 $\sqrt[3]{27}$ 表示；

32 的 5 次根用 $\sqrt[5]{32}$ 表示。

普通，平方根的根指數可以省略不寫，例如：$\sqrt[2]{16}$ 可簡寫爲 $\sqrt{16}$。

因爲開方是乘方的逆運算；所以，我們可以用乘方的算法來驗算開方。例如，驗算 $\sqrt[3]{125}=5$ 時，可計算 5 的立方是否等於 125。

107. 算術根　在前一節裏，我們已經看到，正數 49 的平方根可以是 $+7$ 也可以是 -7；將一個正數開方所得到的正數根，叫

做算術根；$+7$ 就是 $+49$ 的算術根。

算術根具有以下兩種性質：

(1) 假定求 $\sqrt{49}$ 的算術根，它就等於 7，因爲 $7^2=49$。而在 7 以外，不能有另一正數 x，也等於 $\sqrt{49}$。因爲，如果存在着這樣的正數，那末，它就應該小於 7，或大於 7。假設 $x<7$，則 $x^2<49$，若 $x>7$，則 $x^2>49$。由此，不論小於 7 或大於 7 的正數，都不等於 $\sqrt{49}$。亦即：已知的某次算術根只有一個。

(2) 取任意兩個不相等的正數，例如 49 與 64，由於 $49<64$，可以判定 $\sqrt{49}<\sqrt{64}$（若符號 $\sqrt{\ }$ 僅表示算術平方根）。運算的結果 $7<8$，也証實着我們的判定。同此，由 $64<125$ 可以判定 $\sqrt[3]{64}<\sqrt[3]{125}$，實際上：$\sqrt[3]{64}=4$，$\sqrt[3]{125}=5$，而 $4<5$，故知：某數之值小時，其算術根的值也小。

108. 代數根　如果我們不把開方的運算限制在正數領域內，那末，所得到的就是代數根。例如，在求 a 的 n 次根（代數根）時，文字 a 可以是正數也可以是負數；而所求得的根，也同樣地可以是正值或負值。

代數根具有以下四種性質：

(1) 正數的奇次根是正數。

例如：$\sqrt[3]{8}$ 應該是正數（等於 2），因爲負數的奇數次乘方必得負數。

(2) 負數的奇次根是負數。

例如：$\sqrt[3]{-8}$ 應該是負數（等於 -2），因爲正數的任何次乘方都得正數；負數不能有正根。

(3) 正數的偶次根普通有二値，它們的絕對値相同符號相

反.

例如: 4 的平方根爲 $\sqrt{+4}=+2$ 與 $\sqrt{+4}=-2$. 因爲$(+2)^2=+4$, 與$(-2)^2=+4$; 同理$\sqrt[4]{+81}=+3$ 與$\sqrt[4]{+81}=-3$, 因爲 $(+3)^4$ 與 $(-3)^4$ 都等於 $+81$.

在表示具有正負兩値的方根時, 通常在根的絕對値前添寫兩個符號. 例如:

$$\sqrt{4}=\pm 2;\quad \sqrt{a^2}=\pm a;\quad \sqrt{9x^4}=\pm 3x^2.$$

(4) 負數的偶次根不能等於任何正數或負數. 因爲, 任何正數與負數的偶數次乘方都是正數, 而非負數; 例如$\sqrt{-9}$既不能等於 $+3$ 也不能等於 -3, 以及其他任何的數.

這樣, 我們就遇到了一種新的數——負數的偶次方根, 如$\sqrt{-9}$; 這種新的數, 既不屬於我們已知道的正數與負數, 也不能和它們相比較, 我們稱它爲**虛數**. 相對的, 其他的數都稱爲**實數**.

練　習

試求下列之值:

189. $\sqrt{100}$; $\sqrt{0.01}$; $\sqrt{\frac{1}{4}}$; $\sqrt{\frac{9}{16}}$; $\sqrt{a^2}$; $\sqrt{x^2}$.

190. $(\sqrt{5})^2$; $(\sqrt[3]{27})^3$; $(\sqrt[5]{a})^5$; $(\sqrt{1+x})^2$.

191. $\sqrt[3]{+27}$; $\sqrt[3]{-27}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$; $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}$; $\sqrt[3]{-0.001}$.

192. $\sqrt[4]{16}$; $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$; $\sqrt[4]{81}$; $\sqrt{-4}$; $\sqrt{-a^2}$; $\sqrt[4]{-16}$.

109. 乘積、方冪與分數的根的求法

(1) 假設要求乘積 abc 的算術平方根, 在乘方的算法(§ 43)

裏，我們學過：乘積的平方，等於每個因數平方的連乘積。而求根是乘方的逆運算，我們可以知道：乘積的平方根等於每個因數的平方根的連乘積，亦即，

$$\sqrt{abc}=\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}。$$

爲了証明這個等式，可以按照乘方的算法，先取等式右邊的平方：

$$(\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c})^2=(\sqrt{a})^2(\sqrt{b})^2(\sqrt{c})^2;$$

由根的定義，

$$(\sqrt{a})^2=a;\quad (\sqrt{b})^2=b;\quad (\sqrt{c})^2=c。$$

所以，　$(\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c})^2=abc$。

因爲 $\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}$ 的平方等於 abc，故 $\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}$ 是 abc 的平方根。同理知：　$\sqrt[3]{abc}=\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c}$，

因爲，$(\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}\sqrt[3]{c})^3=(\sqrt[3]{a})^3(\sqrt[3]{b})^3(\sqrt[3]{c})^3=abc$，

這就是說：要求連乘積的算術根可以分別求每個因數算術根的而將它們連乘。

(2) 求方冪的根。

由乘方的算法我們知道：

$$(a^2)^2=a^4;\quad 因而\sqrt{a^4}=a^2,$$

同理，　$(x^4)^3=x^{12}$;　$\sqrt[3]{x^{12}}=x^4$。

這就是說：要求方冪的根可用其根指數除其方冪的指數。

(3) 求分數的根。

仍可用乘方的運算來推究。

因爲　$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{3^2}{4^2}=\frac{9}{16}$，　所以 $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$，

因爲 $\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2^3}{3^3}=\frac{8}{27}$， 所以 $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=\frac{2}{3}=\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}$。

一般地： $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$； $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$。

這就是說：要求分數的根可以分別求其分子與分母的根。

應該記住，上面的法則只適合於求算術根。

例題：

1. $\sqrt{9a^4b^6}=\sqrt{9}\sqrt{a^4}\sqrt{b^6}=3a^2b^3$。

2. $\sqrt[3]{125a^6x^9}=\sqrt[3]{125}\sqrt[3]{a^6}\sqrt[3]{x^9}=5a^2x^3$。

注意：如果所求的是偶次的代數根時，我們必須在所得的算術根前面加上符號'±'例如：$\sqrt{9x^4}=\pm 3x^2$。

練　　習

193. $\sqrt{4\times 9}$； $\sqrt{\frac{1}{4}\times 0.01\times 25}$； $\sqrt{4a^2b^2}$； $\sqrt{9a^2x^2y^4}$。

194. $\sqrt[3]{-27a^3b^3}$； $\sqrt[4]{\frac{1}{16}a^4x^4}$； $\sqrt[5]{abc}$。

195. $\sqrt{a^4}$； $\sqrt{2^4}$； $\sqrt{x^6}$； $\sqrt{(a+b)^4}$。

196. $\sqrt[3]{2^6}$； $\sqrt[3]{-a^6}$； $\sqrt[3]{x^9}$； $\sqrt[3]{(m+n)^6}$。

197. $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$； $\sqrt[3]{-\frac{27}{1000}}$； $\sqrt[3]{\frac{a^6}{b^3}}$； $\sqrt[3]{\frac{x}{y^3}}$； $\sqrt{\frac{x}{y}}$。

198. $\sqrt{25a^6b^2c^4}$； $\sqrt{0.36x^4y^2}$； $\sqrt{\frac{1}{4}(b+c)^6x^4}$。

II 數的開平方

110. 預先注意的事項

(1) 在這一節裏，爲了敍述簡便，簡稱平方根爲'根'。

(2) 取自然數列：1, 2, 3, 4, 5, ……每個數的平方，則可得出下列的平方表：

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ……

顯然地，在這些數中還有很多的整數沒有包括在內；當然，那些數是不能够得到整數根的。因此，在求任意整數的根，例如求 $\sqrt{4082}$ 時，我們必須明瞭：如果不能求得整根，就必須求出最大的整數，而它的平方不超過 4082（這個數是 63，因爲 $63^2=3969$，而 $64^2=4096$）。

(3) 如果已知數小於 100，則可按九九表求出它的根。

111. 小於 10000 而大於 100 的整數的平方根的求法

設求 $\sqrt{4082}$。因爲 $4082<10000$，故知其根小於 100；又因爲 $4082>100$，故知其根大於 10；所有的大於 10 而小於 100 的數都是兩位數，因此所求的根應該是這樣的和：

十位數＋個位數*；

而根的平方應該等於：

$(\text{十位數})^2+2\cdot(\text{十位數})\cdot(\text{個位數})+(\text{個位數})^2$。

這個和應該是小於 4082 的最大平方數。並且，我們知道十位數的平方組成百位數與千位數，所以根的十位數應該在已知數的百位和千位裏去求得。現在已知數內百位以上的數字是 40（要求這樣的數，可從右向左把所有的數字每隔兩位用逗點分成小節），而在 40 裏含有的平方數有 36, 25, 16, ……從這裏把最大的數 36 取出，並且假定它等於十位數字的平方，則得出根的十位數字是 6；驗算告訴我們，這個得數是正確的。在 4082 的根裏，十位數字不能大於 6，因爲，假

如它等於 7，則 $(70)^2=4900>4082$；但是它也不能小於 6，因爲所有的十位數字小於 6 的數都小於 60，而 $(60)^2=3600<4082$，既然我們要求的是最大的整數根，故當 $(60)^2$ 不大於 4082 時，就不能够取 50，所以根的十位數字必須是 6。把數字 6 寫在等號右邊，並記住它代表着根的十位數字。取 6 的平方，得 36；從根號內百位以上的數字 40 中減去此 36，並在其剩餘旁邊添寫數字 82；

$$
\begin{array}{l}
\sqrt{40,82}=6 \\
\underline{\;36\;\;\;\;\;\;} \\
\;\;\;482
\end{array}
$$

在數字 482 裏，應該含有，

$2\cdot(60)\cdot$(個位數)＋(個位數)^2。

積 $2\cdot(60)\cdot$(個位數) 組成十位以上的數；因此兩倍十位數與個位數之積，要在剩餘的十位以上的數——48 裏找出（在剩餘的最後一位數前用逗點分開）。而兩倍十位數字等於 12，所以用根的個位數（尚未求出）乘 12，得數應該含在 48 內。爲了求得個位數，須用 12 除 48。爲此在剩餘的左方畫一竪綫，在竪綫外寫出根的十位數字的兩倍——12（距綫要離開一位數的位置，以便添寫個位數），然後用它除 48。

在這裏所除得的商數爲 4；但是我們還不能够確定數字 4 就是根的個位數，因爲在剩餘裏面尚含有個位數的平方；商數 4 可能比實際根的個位數大。爲了求出適宜的數字，必須試驗：

* 十位數＝十位數字×10；
百位數＝十位數字×100；以下類推。

$2\times 60\times 4+4^2$是否大於482；顯然地，只有在上面的和不大於482的情形下，數字4才爲適宜。因此，我們用以下的方法去計算，靠近豎綫在12的右方添寫數字4（因爲寫12的時候，我們在綫旁留下了一個空位置），再用4乘124，將所得的積寫在482的下邊：

$$\begin{array}{r|l} & \sqrt{40,82}=6 \\ & 36 \\ \hline 124 & 48,2 \\ 4 & 496 \end{array}$$

在這個乘法中，我們用4乘4，就是要求出根的個位數的平方；用4乘120，就是要求出2倍十位數與個位數的乘積；而得出這兩個數的和是496大於482，這就說明了4的數值過大，我們必須再用同樣的方法試驗比4小的數——3。擦去4與496，在4處寫3，用3乘123，得369，寫在482下面：

$$\begin{array}{r|l} & \sqrt{40,82}=63 \\ & 36 \\ \hline 123 & 48,2 \\ 3 & 369 \\ \cline{2-2} & 113 \end{array}$$

乘積369小於餘數482，所以3是適宜的數字（若3仍大時，就試用更小的數2），將3寫在根的十位數字6的右側，得出了所求的根63。而最後的餘數113，是4082比它的最大整根的平方所多的數。

爲了驗算所得的結果是否正確，取63的平方，加上113：

$$\begin{array}{r} 63^2=3969 \\ +\ 113 \\ \hline 4082 \end{array}。$$

恰等於 4082。故演算無誤。

為了熟習這種算法，再舉幾個例題：

1. $\sqrt{12{,}25}=35$
$$\begin{array}{r|l}
 & 9 \\
\hline
65 & 32{,}5 \\
5 & 325 \\
\hline
 & \quad 0
\end{array}$$

2. $\sqrt{86{,}55}=93$
$$\begin{array}{r|l}
 & 81 \\
\hline
183 & 55{,}5 \\
3 & 549 \\
\hline
 & \quad 6
\end{array}$$

3. $\sqrt{16{,}05}=40$
$$\begin{array}{r|l}
 & 16 \\
\hline
8 & 0{,}5
\end{array}$$

4. $\sqrt{8{,}72}=29$
$$\begin{array}{r|l}
 & 4 \\
\hline
49 & 47{,}2 \\
9 & 441 \\
\hline
 & \ 31
\end{array}$$

5. $\sqrt{64{,}00}=80$
$$\begin{array}{r}
64 \\
\hline
00
\end{array}$$

在例題 4 內，用 4 除餘數中的十位數以上的數時，得商 11，但因為根的個位數不能為兩位數 11 或 10，因而要直接用 9 去試驗。

在例題 5 內，從第一小節減去 8 的平方時，剩餘是零，並且下一小節的兩個數字都是由零組成的，這就表示根的個位數字也是零，而 80 就是所求的根。

112. 大於 10000 的整數平方根的求法 設求 $\sqrt{35782}$，因為根號內的數大於 10000，故其根必大於 100；因此，這個根是由三位或更多位的數字所組成的。然而不論根由幾位數字組成，我們永遠可以把它看成是十位以上的數與個位數的和。例如，根是 482 時，我們可將它看作 480 或 48 個 10 與 2 相加。這時，根的平方仍與以前一樣，由三部分組成：

(十位以上的數)^2 + 2·(十位以上的數)·(個位數) + (個位數)^2 *

* 十位以上的數，是表示十位數、百位數……等加在一起。

這樣，我們就可以按照求$\sqrt{4082}$（前節）的方法同樣地來討論$\sqrt{35782}$；所不同的僅有一點，這就是：從 4082 求根的十位數時，我們要求 40 的根，這是按九九表可以作到的；現在爲了求出$\sqrt{35782}$的十位以前的數字，就必須求 357 的根，這是僅用九九表作不到的。但是我們能够用上節講述的方法求$\sqrt{357}$，因爲 $357<10000$。

```
  √3,5 7,8 2 =189
   1
28 |2 5,7
 8 |2 2 4
369 |3 3 8,2
  9 |3 3 2 1
        6 1
```

357 的最大整根是 18。也就是在$\sqrt{35782}$裏含有 18 個 10；18 就是所求根的前兩位數字。

要繼續求出個位數，首先應從 35782 內減去 '18 個 10' 的平方。爲了完成這一計算步驟，我們由 357 內減去 18 的平方，得剩餘 33，然後將 82 移下寫在 33 的後邊。

以下，我們就可以完全按照求$\sqrt{4082}$的方法來進行，即在剩餘 3382 的左方引豎綫，在綫旁空一位寫出已得根的兩倍，即 36（18 的 2 倍）。用 36 除剩餘的十位以上數，即 338，得商 9。試驗數字 9，將它寫在 36 的右邊，並用 9 乘 369，其乘積是 $3321<3382$。由是知 9 是適宜的數字；將它寫在已得數的右邊（即 18 的右邊），就得到 35782 的根 189。

通常，在求 100 與 10000 間整數的平方根時，首先要從百位以前的數開方；若整數在 10000 與 1000000 之間時，先從萬位以

前的數開方；在 1000000 與 100000000 之間時，則從百萬位以前的數開方，依此類推。

例題：

1.

```
      __________________
     √8,7 2,0 0,0 0 =2952
      4 : : : : : :
  49 |4 7,2 : : : :
   9 |4 4 1 : : : :
  585 |3 1 0,0 : :
    5 |2 9 2 5 : :
   5902 |1 7 5 0,0
      2 |1 1 8 0 4
             5 6 9 6
```

2.

```
      ___________________________
     √3,5 0,3 2,6 0,8 9 =18717
      1 : : : : : : : :
  28 |2 5,0 : : : : : :
   8 |2 2 4 : : : : : :
  367 |2 6 3,2 : : : :
    7 |2 5 6 9 : : : :
  3741  |6 3 6,0 : :
     1  |3 7 4 1 : :
  37427 |2 6 1 9 8,9
      7 |2 6 1 9 8 9
                   0
```

3.

```
      ______________
     √9,5 1,1 0,5 6 =3084
      9
  608 |5 1 1,0
    8 |4 8 6 4
   6164 |2 4 6 5,6
      4 |2 4 6 5 6
                 0
```

在最後的例題內，求出根的第一個數字 3，並從被開方數的第一小節裏減去它的平方，則剩餘爲零。移下其次的一個小節 51。在數 51 裏，十位數字是 5，而 2 倍根的已得數字爲 6，以 6

除 5，商的整數部分只能得零，故在根的第二位數的位置上寫 0。並在 51 的後面移下其次的小節，得 5110。以後的計算，就可以按照在前節裏所學過的方法，繼續進行。

4.
$$\begin{array}{l} \sqrt{8\,1,0\,0,0\,0}=900 \\ \underline{8\,1} \\ \quad 0 \end{array}$$

在此例內所求的根，僅由一個百位數字 9 組成，所以在根的十位與個位的位置上添零。

法則 求某數的平方根，首先要從右向左將此數分成小節，每節含兩個數字，最左邊的小節，有時只含一個數字。

在求根的第一個數字時，要從左邊第一小節開方。

求根的第二位數字時，須從第一小節減去根的第一個數的平方；在剩餘的右側移下第二小節，再用已經得出的第一位數的 2 倍，除所得餘數中十位以前的數，然後將所得的商進行試驗。

試驗的方法如下：在豎綫（剩餘的左方）旁邊，首先寫出求得根的 2 倍，在它的右方添寫要試驗的數，再把添寫完的數用試驗的數來乘。若乘得的數大於剩餘時，表明所試驗的數過大，必須用較小的數再來試驗，直到得出適宜的數。

根中的以下各位數字，仍用此法繼續求出。

在演算中，若移下小節以後的得數裏，十位以前的數小於已得根的 2 倍，則在得出的根數後面添零，並移下其次的小節，繼續演算。

113. 整數根的位數 由觀察求根的過程知道：根的整數位數與被開方數的每兩位數分成一個小節的節數相等；換句話說：若被開方數的整數位數是偶數時，則根的整數位數恰爲其半；若

被開方數的整數位數是奇數時，則根的整數位數等於其位數加1之半。

練　習

求以下各平方根：

199. $\sqrt{289}$；　$\sqrt{4225}$；　$\sqrt{61009}$；　$\sqrt{582169}$。

200. $\sqrt{135424}$；　$\sqrt{956484}$；　$\sqrt{57198969}$。

201. $\sqrt{68492176}$；　$\sqrt{422220304}$。

202. $\sqrt{285970396644}$。

203. 若整數的末位數字爲2、3、7或8時，不能得出完全整數平方根，試解釋其理由。

III　近似平方根的求法

114. 不能得出精確根的兩種情況　由已知整數或分數開方所得的正確根，它的平方必須等於已知的整數。但是，並不是由所有的已知數裏都能求得精確的根。

(1) 如果從已知整數不能得出精確的整根（開方得餘數），那末，也同樣不能得出精確的分數根；因爲分數自乘的積仍是分數，而不可能是整數。

(2) 因爲分數的根等於分子的根除以分母的根，所以在既約分數的開方裏，在它的分子與分母中，只要有一個不能開出精確根時，就不能够求得分數的精確根。例如，將分數$\frac{4}{5}$，$\frac{8}{9}$與$\frac{11}{51}$開平方，都不能得出精確的根，因爲在第一個分數裏，不能求出分母的精確根，在第二個分數裏，不能求出分子的精確根，而在

第三個分數裏，分子與分母都不能求出精確的根來。

不能求出精確根的數，可以求出根的近似值——即**近似根**，在下節裏，我們將要說明它的求法。

115. 誤差小於1的近似根 近似根的值無論與精確根怎樣接近，但並不能等於精確根；它可以比精確根小，也可以比精確根大；二者之間，總有着一個差數，這個差數，我們叫它做**誤差**。

在前幾節中求平方根的例題裏，如$\sqrt{4082}=63$，$\sqrt{35782}=189$等，我們所得到的都是近似根，而且它們都比精確根小，因而叫做**不足近似根**。

從已知數（整數或分數）求得的誤差小於1的不足近似根，應該合於這兩個條件：(1) 根的平方小於已知數，(2) 根加1然後平方則大於已知數。這就是說：不足近似平方根是最大的整數，但它的平方不超過已知數。顯然地，這個近似根的誤差在1以內；因為，要想得出精確根，只需向此近似根加上小於1的某數即可。在前幾節裏我們所學過的，也就是求這種根的方法。

如果要從395.74求出誤差小於1的不足近似根，我們可以不問它的小數部分，僅求整數的平方根：

$$
\begin{array}{r|l}
 & \sqrt{3,95}=19 \\
 & 1 \\
29 & 2\ 95 \\
9 & 2\ 61 \\
 & \quad 34
\end{array}
$$

所得的19即為所求的近似根，因為

$$19^2<395.74，而\ 20^2>395.74。$$

法則 求誤差小於1的不足近似根，就是從已知數的整數

部分求其最大的整根。

如果這個根加上 1，就得到另一個近似根。這個根比精確根大，但所大的數值仍小於 1。所以，這個根也是誤差小於 1 的近似根。因爲它比精確根大，叫做過剩近似根。

116. 誤差小於$\frac{1}{10}$的近似根 設求$\sqrt{2.35104}$的誤差小於$\frac{1}{10}$的不足近似根，這就規定了求得的根必須合於這兩個條件：(1) 它的平方不超過 2.35104；(2) 若加以$\frac{1}{10}$，則它的平方便超過了 2.35104，因此我們必須求到根的小數第一位。

$$
\begin{array}{r|l}
 & \sqrt{2.3\ 5,1\ 0,4}=1.5 \\
 & 1 \\ \hline
25 & 1\ 3\ 5 \\
5 & 1\ 2\ 5 \\ \hline
 & \ \ 1\ 0
\end{array}
$$

爲了求這樣的近似根，首先要求出根的整數部分，即誤差在 1 以內的不足近似根 1（整數 2 的根）；再在 1 的後面添寫小數點，開始求根的小數部分。爲此，在剩餘的右方，移下小數點後的兩位數字 35，然後與求整數 235 的方根一樣，繼續開方；而得出的數字 5，寫在根的小數點後。這樣，我們就得到了誤差小於$\frac{1}{10}$的不足近似根 1.5；而其餘的數字——104，就不再需要了。

我們可以用下面的方法証明這樣的計算是沒有錯誤的。

我們從 235 求出：誤差小於 1 的不足近似根是 15。由此得到：

$$15^2<235, \qquad 16^2>235,$$

用 100 除各數，得：

$$\frac{15^2}{100}<2.35, \qquad \frac{16^2}{100}>2.35.$$

即 $\left(\frac{15}{10}\right)^2<2.35$, $\left(\frac{16}{10}\right)^2>2.35$。

或 $1.5^2<2.35$, $1.6^2>2.35$。

所以 $1.5^2<2.35104$, $1.6^2>2.35104$。

這就是說，1.5 就是誤差小於$\frac{1}{10}$的不足近似根。

用這樣的方法，還可求出以下各數的誤差小於$\frac{1}{10}$的近似根。

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{l}{\sqrt{57.40}=7.5} \\ & 49 \\ \hline 145 & 84,0 \\ 5 & 72\,5 \\ \hline & 11\,5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \sqrt{0.30}=0.5 \\ 25 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \sqrt{0.03,8}=0.1 \\ 1 \\ \hline 28 \end{array}$$

117. 誤差小於$\frac{1}{100}$、$\frac{1}{1000}$等等的近似根 設需要求出$\sqrt{248}$的不足近似根，使其誤差小於$\frac{1}{100}$；這就是說：這個近似根是由於整數、十分位小數與百分位小數所組成的，並且它合於這兩個條件：(1) 此數的平方不超過 248；(2) 若將此數增$\frac{1}{100}$，則其平方超過 248。這個數我們可用以下的順序求出：首先求整數部分，然後求十分位小數，最後求百分位小數。整數部分是 15。爲了求出十分位小數的數字，如前節的例題，要在剩餘 23 的後面再添寫小數點右方的兩個數字：

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{l}{\sqrt{2\;48\;00,00}=15.74} \\ & 1 \\ \hline 25 & 14,8 \\ 5 & 12\,5 \\ \hline 307 & 230,0 \\ 7 & 214\,9 \\ \hline 3144 & 1510,0 \\ 4 & 1257\,6 \\ \hline & 252\,4 \end{array}$$

在整數 248 裏，並不含有小數位的數字，而在實際上是這些數字都等於零。因此，我們在剩餘 23 的後面添寫兩個零，並繼續開方，與求整數 24800 的方根一樣，求出十分位小數數字 7；然後，再在剩餘 151 的後面添寫兩個零，繼續開方，如求整數 2480000 的方根一樣，求出根的百分位小數數字 4；這時，我們所求得的 15.74 就是 248 的誤差小於 $\frac{1}{100}$ 的不足近似根。這一點，我們可以用下面的方法得到証明。

我們由整數 2480000 求出它的整數平方根是 1574，由此得到：

$$1574^2<2480000, \qquad 1575^2>2480000.$$

用 $10000(=100^2)$ 除各數，得，

$$\frac{1574^2}{100^2}<248.0000; \qquad \frac{1575^2}{100^2}>248.0000.$$

即 $$\left(\frac{1574}{100}\right)^2<248.0000; \qquad \left(\frac{1575}{100}\right)^2>248.0000.$$

或 $$15.74^2<248; \qquad 15.75^2>248.$$

故 15.74 就是 248 的不足近似根，且誤差小於 $\frac{1}{100}$。

同樣，可用這種方法求誤差小於 $\frac{1}{1000}$、$\frac{1}{10000}$ 等的近似根。由此得出下面的法則：

為了從已知整數或小數求出誤差小於 $\frac{1}{10}$、$\frac{1}{100}$、$\frac{1}{1000}$ 等等的近似根，首先要從整數位求出誤差小於 1 的近似根（若無整數位時，在根的整數部分寫零）。

在求根的十分位小數時，要從被開方數裏移下小數點右方的兩個數字添寫在剩餘的後面（若無數字時添寫兩個零），再繼

* 因為 $0.00104<0.01$ 而 235 比 16^2 至少小 1；亦即 2.35 比 1.6^2 至少小 0.01。

續開方，如同整數開方一樣，所得到的就是根的十分位小數的數字。

在求根的百分位小數時，要從被開方數裏再移下兩位數字添寫在剩餘的後面，繼續開方。千分位以下各位小數的求法，依此類推。

這樣，在開方含有整數部分與小數部分的數時，要把整數部分由小數點開始向左每隔兩位分成一個小節；同樣也要把小數部分由小數點開始向右每隔兩位分成一個小節。

例題：

1. 求誤差小於$\frac{1}{100}$的根： (1) $\sqrt{2}$； (2) $\sqrt{0.3}$。

```
(1) √ 2 =1.41              (2) √0.3 0 =0.54
      1                           2 5
 24│ 1 0,0                  104│   5 0,0
  4│   9 6                    4│   4 1 6
    281│ 4 0,0                       8 4
      1│ 2 8 1
           1 1 9
```

2. 求誤差小於$\frac{1}{10000}$的根： (1) $\sqrt{0.38472}$； (2) $\sqrt{\frac{3}{7}}$。

```
(1) √0.38,4 7,20=0.6202     (2) √(3/7) = √0.42,85,71,42
     36
122│ 2 4,7                   √0.42,8 5,7 1,42=0.6546
  2│ 2 4 4                       36
  12402│3 200,0              125│  6 8,5
      2│2 4804 4                5│  6 2 5
          719 6                  1304│ 6 0 7,1
                                    4│ 5 2 1 6
                                    13086│ 8 5 5 4,2
                                        6│ 7 8 5 1 6
                                             7 0 2 6
```

在最後的例題內，將分數$\frac{3}{7}$化爲八位小數，這是爲了能分成四個小節，以便求出小數四位的根。

用特製的方根表能够很方便地求出相當精確的近似平方根。表的用法一般的在表前都有說明。

118. 普通分數開平方 某個既約分數的精確平方根，只有當分子與分母都能開出精確平方根時，才可能得到(114節)。在這種情況下，必須分別進行分子與分母的開方，例如：

$$\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{3}{4}.$$

在求普通分數的精確到某種程度的近似根時，最簡單的是先把分數化爲小數，使它的小數位等於所需要的根的小數位的二倍。例如，求$\sqrt{2\frac{3}{7}}$的近似根到小數點後第二位，就需要化$2\frac{3}{7}$爲含有四位小數的數：$2\frac{3}{7}=2.4285\cdots\cdots$ 然後求2.4285的近似根。

$$\begin{array}{r|l}
 & \sqrt{2.4\;2,8\;5}=1.55 \\
 & 1 \\
25 & 1\;4,2 \\
5 & 1\;2\;5 \\
305 & 1\;7\;8,5 \\
5 & 1\;5\;2\;5 \\
 & \quad 2\;6\;0
\end{array}$$

還可以用另外的方法來求分數的近似根。現在用下面的例題來解說這種方法。

求$\sqrt{\frac{5}{24}}$的近似根。先化分母爲完全平方數，爲此可用24乘分子與分母。然而在這個例題裏，採用的乘數是可以小於24的。如果將24分解爲質因數$24=2\times2\times2\times3$時，就可以看出，

只要用 2×3 來乘 24，分母就可以成爲完全平方數。

$$\sqrt{\frac{5}{24}}=\sqrt{\frac{5}{2\times2\times2\times3}}=\sqrt{\frac{5\times2\times3}{2^4\times3^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{30}}{2^2\times3}=\frac{\sqrt{30}}{12}.$$

先算出 $\sqrt{30}$ 到相當的位數，再用 12 除所得的結果。應該注意，用 12 除就縮小了誤差的範圍。若求 $\sqrt{30}$ 到誤差小於 $\frac{1}{10}$，那末用 12 除這個結果，就能得到 $\sqrt{\frac{5}{24}}$ 的誤差在 $\frac{1}{120}$ 以內的近似根(在 $\frac{54}{120}$ 與 $\frac{55}{120}$ 之間)。

練　習

204. $\sqrt{13}$ 到誤差小於 1；小於 0.1；小於 0.001。

205. $\sqrt{101}$ 到誤差小於 $\frac{1}{100}$；$\sqrt{0.8}$ 到誤差小於 0.01。

206. $\sqrt{0.0081}$ 和 $\sqrt{19.0969}$ 到誤差小於 $\frac{1}{100}$。

207. $\sqrt{356}$ 到誤差小於 1；小於 0.1；小於 0.01。

208. 用化分數爲小數後開方的方法，求以下各分數的平方根到小數第二位。

$\frac{3}{5}$，$\frac{3}{7}$，$\frac{7}{11}$，$\frac{5}{12}$，$\frac{7}{250}$。

209. 用化分母爲完全平方法，求上題各分數的平方根。

210. 求下列各根的值：

$\sqrt{0.3}$，$\sqrt{5.7}$ (求至小數第一位)；

$\sqrt{2.313}$，$\sqrt{0.00264}$ (求至小數第二位)。

歷 史 資 料

開方的符號，$\sqrt{\quad}$ 是在 1525 年，德國數學家魯道爾夫 (Rudolff) 創

始用的．以前直接寫單字'根'(拉丁文是 radix)，以後簡寫第一個字母 r．後來漸漸變成 $\sqrt{\quad}$ 的形式．

第六章　二次方程

119. 例題　沿江岸有甲乙兩個碼頭，相距 28 公里，小汽艇往返共需 7 小時，若水流速度爲每小時 3 公里，求汽艇在靜水中的行駛的速度．

設汽艇在靜水中行駛速度爲每小時 x 公里，則它順流而行的速度爲每小時 $(x+3)$ 公里，逆流而行的速度爲每小時 $(x-3)$ 公里，所以汽艇順流時，須行 $\frac{28}{x+3}$ 小時；逆流時，須行 $\frac{28}{x-3}$ 小時．

按題所給的條件，可組成以下的方程：

$$\frac{28}{x+3}+\frac{28}{x-3}=7.$$

去分母，得，

$$28(x-3)+28(x+3)=7(x+3)(x-3),$$

即 $$28x-84+28x+84=7(x^2-9).$$

或 $$56x=7x^2-63.$$

在我們得出來的方程中，未知項的次數，最高的是二次，這樣的方程叫做**二次方程**．

用直接代入法，驗算此方程有二根：9 與 -1，但在事實上，僅前一根是合於題意的．

以下研究解二次方程的一般方法．

120. 二次方程的標準式　在二次方程內（或高次方程內），經化簡後，可將所有各項移至方程的左邊，而使方程的右邊爲

零。如：上節的方程經移項後，得出下面的形式：

$$56x-7x^2+63=0。$$

依 x 的降冪排列：

$$-7x^2+56x+63=0。\qquad (1)$$

-7、$+56$與$+63$ 叫做此方程各項的係數，其中 $+63$ 叫做常數項，-7 與 $+56$ 分別叫做第一項係數與第二項係數（必須把方程的各項按 x 的降冪排列），這些數可能爲正數或負數，也可爲零（但第一項係數不可爲零，若爲零則方程就不成爲二次方程了）。若三個係數都不爲零，這方程叫做完全二次方程。此方程的標準式是：

$$ax^2+bx+c=0。$$

我們記住，二次方程第一項的係數規定永遠要正值，若爲負值時，可將方程的各項變號（即用 -1 乘方程的各項），如上面的方程（1）可以變成：

$$7x^2-56x-63=0。$$

121. 不完全二次方程的解法 當二次方程不含 x 的一次項或常數項，換句話說，就是第二項係數 b 或常數項 c 等於零時，則此方程叫做不完全二次方程。在第一種情況，方程的形式是 $ax^2+c=0$；在第二種情況是 $ax^2+bx=0$（若 $b=0$，且 $c=0$，此時方程的形式是 $ax^2=0$）。我們研究一下這幾種情況的方程的演算方法。

1. 不完全二次方程 $ax^2+c=0$ 的解法。舉以下三個例題：

(1) $3x^2-27=0$，將常數項移至右端，得，

$3x^2=27$，故 $x^2=9$。由是知 x 爲 9 的平方根，即 $+3$ 與 -3。

因爲符號$\sqrt{\quad}$一般都當作算術根號．故

$$x=\pm\sqrt{9}=\pm 3.$$

如此所給的方程有二根，其中之一用 x_1 表示，其二用 x_2 表示，即：

$$x_1=+\sqrt{9}=+3,$$

$$x_2=-\sqrt{9}=-3.$$

(2) $2x^2-0.15=0$。移項後，得：

$$2x^2=0.15,$$

$$x^2=0.075.$$

由是知 $$x=\pm\sqrt{0.075}.$$

假設求$\sqrt{0.075}$正確到$\frac{1}{100}$(§ 117)，

$$\begin{array}{r|l}
 & \sqrt{0.07,50}=0.27 \\
 & \;\;4 \\
\hline
47 & \;\;3\,5,0 \\
7 & \;\;3\,2\,9 \\
\hline
 & \quad\;\;2\,1
\end{array}$$

所以 $$x_1=0.27,\quad x_2=-0.27.$$

(3) $2x^2+50=0$。將 50 移至右邊，得，

$$2x^2=-50,\ x^2=-\frac{50}{2}=-25.$$

所以 $$x=\pm\sqrt{-25}.$$

因爲負數不能開平方，故已知方程式沒有實根．

由此，可得不完全二次方程，$ax^2+c=0$ 的解法如下：

$$ax^2=-c,\quad x^2=-\frac{c}{a},\quad x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}.$$

若$-\frac{c}{a}$是正數(a 與 c 異號)，則可由開平方(得正確根或近

似根)法求得 x 的兩個根，這兩個根的絕對值相同而符號相反。若 $-\frac{c}{a}$ 為負數(當 a 與 c 同號時)則方程沒有實根。

2. 不完全二次方程 $ax^2+bx=0$ 的解法。

例如解方程 $2x^2-7x=0$，將方程中的公因數 x 提到括號外邊：

$$x(2x-7)=0,$$

現在方程的左邊是兩個因數的相乘積，而右邊是零；但積為零時，必須其中的一個因數為零；因此，僅當 $x=0$ 或 $2x-7=0$ 時，方程才能成立。於是知此方程有二根：

$$x_1=0; \quad x_2=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}.$$

由此可得不完全二次方程 $ax^2+bx=0$ 的解法如下：

$$ax^2+bx=0, \quad x(ax+b)=0,$$

$$x_1=0; \quad ax_2+b=0, \quad x_2=-\frac{b}{a}.$$

3. 不完全二次方程 $ax^2=0$ 的解法。很容易看出，這樣的方程僅有 $x=0$ 一個根。

練　習

解以下各方程：

211. $3x^2-147=0$; $\frac{1}{3}x^2-3=0$; $x^2+25=0$.

212. $\frac{3(x^2-11)}{5}-\frac{2(x^2-60)}{7}=36$; $\frac{4}{x-3}-\frac{4}{x+3}=\frac{1}{3}$.

213. $2x^2-7x=0$; $\frac{3}{7}x^2+x=0$; $0.2x^2-\frac{3}{4}x=0$.

214. $x^2=x$; $x^2-16x=0$; $7x^2=0$; $0.7x^2=0$.

215. $(x-2)(x-5)=0$; $x(x+4)=0$; $3(y-2)(y+3)=0$.

122. 完全二次方程的解法

例題 1. 試取 § 119 問題中所組成的方程

$$7x^2-56x-63=0$$

各項除以 7，並將常數項移到方程的右邊，

$$x^2-8x=9.$$

現在的問題，就是我們能否向 x^2-8x 加上一項後，使它成爲完全平方的三項式；這個問題是很容易解決的，如果把它寫成如下的形式，

$$x^2-2x\cdot 4$$

我們就能看出，若向此二項式加 4^2，則得三項式

$$x^2-2x\cdot 4+4^2,$$

它等於 $x-4$ 的平方。我們知道，如果方程的左邊加 4^2 時，同樣，右邊也必須加此數，故得，

$$x^2-8x+16=9+16,\ 即\ (x-4)^2=25.$$

$x-4$ 是這樣的一個數，它的平方等於 25；故可知 $x-4$ 應該等於 25 的平方根，即 5 與 -5，

$$x-4=+\sqrt{25}=+5,$$

或 $$x-4=-\sqrt{25}=-5.$$

將 -4 移至方程的右邊，得出：

$$x_1=4+5=9\ 與\ x_2=4-5=-1.$$

由驗算知二根都適合於已知方程，但負根 (-1) 與題意不合，因爲例題只要求我們求出速度的絕對值，而不問它的方向。

例題 2. 取方程

$$3x^2+15x-7=0.$$

各項除以3，再將常數項移至方程的右邊：

$$x^2+5x=\frac{7}{3}.$$

若向 x^2+5x 加 $\left(\frac{5}{2}\right)^2$，則 $x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2$ 成爲完全平方。向方程的兩邊各加此數，即：

$$x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{7}{3}+\left(\frac{5}{2}\right)^2,$$

$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{7}{3}+\frac{25}{4}=\frac{103}{12},$$

由此可得：
$$x+\frac{5}{2}=\pm\sqrt{\frac{103}{12}},$$

故
$$x_1=-\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{103}{12}},\quad x_2=-\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{103}{12}}.$$

先求 $\sqrt{\frac{103}{12}}$ 的近似根到小數點後一位，則，

$$\sqrt{\frac{103}{12}}=\sqrt{8.58\cdots\cdots}=2.9\cdots\cdots,$$

所以
$$x_1=-2.5+2.9\cdots\cdots=0.4\cdots\cdots.$$
$$x_2=-2.5-2.9\cdots\cdots=-5.4\cdots\cdots.$$

123. 二次方程根的公式(一)　二次方程中，第一項的係數等於 $+1$ 時，則該方程叫做簡化的二次方程，如像我們前面已經講過的例題，若第一項的係數不等於 $+1$ 時，可用第一項的係數遍除各項，則化爲簡化的二次方程。此類方程的標準式是：

$$x^2+px+q=0.$$

此文字方程的解法，與以前例題中數字方程的解法相同；即，

先將常數項移至等號右邊，

$$x^2+px=-q.$$

因爲 $px=2x\frac{p}{2}$，故要想左邊成爲二次三項式的完全平方時，須在方程的兩邊各加$\left(\frac{p}{2}\right)^2$：

$$x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2=-q+\left(\frac{p}{2}\right)^2.$$

即 $$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q,$$

由此求得： $$x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}.$$

故 $$x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}. \qquad (1)$$

也就是說，

簡化的二次方程的根，等於第二項的係數的一半，變號後，加減該係數一半的平方與常數項之差的平方根。

這是一個很重要的公式，我們必須加以記憶。

例題：

1. $x^2-x-6=0$ 先將此方程變爲文字方程式 $x^2+px+q=0$ 的形式：

$$x^2+(-1)x+(-6)=0.$$

在上式內 $p=-1, q=-6$，因此：

$$x=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+6}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{1}{2}\pm\frac{5}{2}.$$

$$x_1=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=3, \quad x_2=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}=-2.$$

驗算：　$3^2-3-6=0$，　$(-2)^2-(-2)-6=0$。

2. $x^2-18x+81=0$　此題 $p=-18$，$q=81$，

因此　　$x=9\pm\sqrt{81-81}=9\pm0=9$。

此方程僅有一根。

3. $x^2-2x+5=0$，　$x=1\pm\sqrt{1-5}=1\pm\sqrt{-4}$。

此根爲虛根。

練　習

解下列各方程：

216. $x^2+10x+5=2x^2-6x+53$.

217. $x^2+6x=27$.

218. $x^2-5\frac{3}{4}x=18$.

219. $12x-\frac{6}{x}=21$.

220. $\frac{x}{7}+\frac{21}{x+5}=6\frac{5}{7}$.

221. $x+2=\frac{9}{x+2}$.

222. $\frac{x-5}{4}-\frac{4}{5-x}=\frac{3x-1}{4}$.

223. $x+\frac{1}{x-3}=5$.

224. $\frac{2x}{x-d}=\frac{x-d}{d}$.

225. 設 $2t-5$ 與 $t-4$ 的乘積等於 $t+8$，問 t 爲何數？

226. $abx^2-(a^2+b^2)x+ab=0$.

124. 二次方程根的公式（二）　若已知二次方程爲完全二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的形狀，可用第一項的係數 a 遍除各項，便得到它的簡化形式：

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0.$$

由前面簡化的二次方程根的公式，可以得出此方程的根爲：

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}.$$

此式更可簡寫爲，

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\sqrt{\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}}=-\frac{b}{2a}\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}. \tag{2}$$

在這種簡化的形狀下，所得到的公式就容易記憶了，現在再把它概述於下：

完全二次方程的根，爲一分數。其分子等於第二項的係數變號後，加減該係數的平方與第一項係數及常數項相乘積的四倍之差的平方根；其分母則爲第一項係數的二倍。

公式 (2) 叫做**二次方程根的一般公式**。因爲它不僅適合於簡化的二次方程($a=1$)，並且適合於所有的不完全二次方程(爲 $b=0$，或 $c=0$)。

125. 係數 b 爲偶數時公式(2)的形式 若係數 b 爲偶數時，則公式(2)還可以再化簡，例如 $b=2k$，則：

$$x=\frac{-2k\pm\sqrt{4k^2-4ac}}{2a}=\frac{-2k\pm\sqrt{4(k^2-ac)}}{2a}$$

$$=\frac{-2k\pm2\sqrt{k^2-ac}}{2a}=\frac{-k\pm\sqrt{k^2-ac}}{a}.$$

此式與公式 (2) 的區別，是沒有係數 4 與 2，但要注意式中的 k 爲 b 的一半。

126. 二次方程根的個數 我們已經看到，二次方程有時有兩個根，有時只有一個根，有時沒有根(即爲虛根時)。可是在普通情形之下，我們說，任何二次方程永遠有兩個根，此二根可以是等根，也可以是虛根（因爲二次方程根的公式，也適用於虛根

的計算，並且，將來我們便可以知道除了規定$(\sqrt{-a})^2=-a$而外，實數的運算法則都適合於虛數的運算）。至於，我們前面說過的，某二次方程僅有一根，現在可以知道，就是此二次方程有兩個相等的根。

練　習

解以下各方程：

227. $2x^2-3x-5=0$。

228. $(2x-3)^2=8x$。

229. $5x^2-8x+0.24=0$。

230. $65x^2+118x-55=0$。

231. $(x-3)(x-4)=12$。

232. $\dfrac{x}{x+60}=\dfrac{7}{3x-5}$。

233. $x+\dfrac{1}{x}=a+\dfrac{1}{a}$。

234. 三個連續的偶數，其平方和等於776，求此三數。

235. 長方形面積等於48平方公分，但其周長爲28公分，求邊長。

236. 求直角三角形的三邊，已知三邊爲順次連續的整數。

237. 已知n角形對角綫的數等於$\frac{1}{2}n(n-3)$。今有一多角形，其對角綫爲54個，求此多角形的邊數，但n角形有n個邊。

238. 飛機依直綫飛行450公里後，又依直綫返還原處，共用$5\frac{1}{2}$小時，已知去時逆風返時順風。若飛機在無風時其飛行速度爲每時165公里，求風速若干？

239. 買手帕若干條，共花錢6萬元。若每條賤一千元，則比以前多買三條。問原買手帕多少條？

240. 某校一二年級學生，每級各分配給240張紙。但二年級每個學生較一年級的每個學生多得2張，如果二年級學生數較一年級少10名，問一年級學生每人得紙多少張？

練習答案

149. 第三，第四和第六等式爲方程式，其他爲恆等式。 **150.** 17；5；5。 **151.** 27；9；12。 **152.** 3；2；$\frac{13}{20}$。 **153.** 2.7；50。 **154.** 9；-3；-4。 **155.** 1；$5\frac{3}{7}$。 **156.** $2\frac{6}{11}$。 **157.** $7\frac{1}{13}$。 **158.** 2。 **159.** $-17\frac{25}{27}$。 **160.** 1348 和 1200。 **161.** 20，30，50。 **162.** $2\frac{1}{2}$小時。 **163.** 12.8 公斤與 19.2 公斤。 **164.** 15 公里和 18 公里。 **165.** 0。 **166.** $\frac{c}{2(a-b)}$。 **167.** $\frac{4-4a}{b-3}$。 **168.** $h=\frac{2q}{b_1+b_2}$。 **169.** $x=2, y=1$；$x=1, y=-2$；$x=-3, y=-3$。 **170.** $x=-\frac{1}{2}, y=1$；$x=5, y=1$；$x=7, y=2$。 **171.** $x=\frac{35}{13}$；$y=-\frac{23}{13}$。 **172.** $x=\frac{c}{a+bm}, y=\frac{mc}{a+bm}$；$x=\frac{a+bn}{mn-1}, y=\frac{an+b}{mn-1}$。 **173.** $a=3, b=-5$。 **174.** 1 萬 1 千元和 4 千元。 **175.** 15 頂與 50 頂。 **176.** 200；11 公里。 **177.** $1\frac{2}{3}$公尺，$13\frac{1}{3}$公尺。和 $9\frac{2}{3}$公尺，$9\frac{1}{3}$公尺。 **178.** $x=2, y=3, z=5$。 **179.** $x=3\frac{1}{2}, y=2\frac{1}{4}, z=4$。 **180.** $x=4, y=0, z=5$。 **181.** $x=51, y=76, z=1$。 **182.** $x=8, y=10, z=5$。 **183.** $x=36, y=6$。 **184.** $x=2, y=4, z=1, u=5$。 **185.** $x=6, y=12, z=8$。 **186.** (2) (3)式相加，得：$2x=32, x=16$。由第一方程式減第二方程式，得：$2z=11, z=5\frac{1}{2}$。最後，由第一方程式

減第三方程式，求得：$2y=15\frac{1}{2}$；$y=7\frac{3}{4}$。 **187.** $1\frac{7}{8}$萬元；5千元；5萬元。 **188.** 133公斤；150公斤；76公斤。 **189.** ±10；±0.1；$\pm\frac{1}{2}$；$\pm\frac{3}{4}$；$\pm a$；$\pm x$。 **190.** 5；27；a；$1+x$。 **191.** $+3$；-3；$+\frac{1}{2}$；$-\frac{1}{2}$；-0.1。 **192.** ±2；$\pm\frac{1}{2}$；±3；虛數。 **193.** ±6；±0.25；$\pm2ab$；$\pm3axy^2$。 **194.** $-3ab$；$\pm\frac{1}{2}ax$；$\sqrt[5]{a}$，$\sqrt[5]{b}$，$\sqrt[5]{c}$。 **195.** $\pm a^2$；$\pm2^2$；$\pm x^3$；$\pm(a+b)^2$。 **196.** 2^2；$-a^2$；x^3；$(m+n)^2$。 **197.** $\frac{2}{5}$；$-\frac{3}{10}$；$\frac{a^2}{b}$；$\frac{\sqrt[3]{x}}{y}$；$\pm\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$。 **198.** $\pm5a^3bc^2$；$\pm0.6x^2y$；$\pm\frac{1}{2}(b+c)^3x^2$。 **199.** 17；65；247；763。 **200.** 368；978；7563。 **201.** 8276；20548。 **202.** 534762。 **203.** 整數平方的末位數應該是前10個數（0, 1, 2, 3……, 9）的某個數字的平方數，但這些平方數沒有一個末位數是2,3,7和8的。 **204.** 3；3.6；3.606。 **205.** 10.05；0.89。 **206.** 0.09；4.37。 **207.** 19；18.9；18.87。 **208.** 0.77；0.65；0.79；0.65；0.17。 **209.** $\frac{1}{5}\sqrt{15}=\frac{387}{500}\left(誤差小於\frac{1}{500}\right)$；$\frac{1}{7}\sqrt{21}=\frac{458}{700}\left(誤差小於\frac{1}{700}\right)$；$\frac{1}{11}\sqrt{77}=\frac{877}{1100}\left(誤差小於\frac{1}{1100}\right)$；$\frac{1}{12}\sqrt{60}=\frac{774}{1200}\left(誤差小於\frac{1}{1200}\right)$；$\frac{1}{250}\sqrt{1750}=\frac{4183}{25000}\left(誤差小於\frac{1}{25000}\right)$。 **210.** 0.5；2.4；1.52；0.05。 **211.** ±7；±3；$\pm\sqrt{-25}$。 **212.** ±9；±9。 **213.** 0與$3\frac{1}{2}$；0與$-2\frac{1}{3}$；0和3.75。 **214.** 0與1；0與16；0；0。 **215.** 2與5；0與-4；2與-3。 **216.** 12與4。 **217.** 3與

-9。 **218.** 8 與 $-2\frac{1}{4}$。 **219.** 2 與 $-\frac{1}{4}$。 **220.** 44 與 -2。 **221.** 1 與 -5。 **222.** 6 與 -3。 **223.** 4。 **224.** $d(2\pm\sqrt{3})$。 **225.** $t_1=6$; $t_2=1$。 **226.** $\frac{a}{b}$與$\frac{b}{a}$。 **227.** $2\frac{1}{2}$與-1。 **228.** $4\frac{1}{2}$與$\frac{1}{2}$。 **229.** ≈ 1.5694 與 ≈ 0.0306。 **230.** $\frac{5}{13}$與$-\frac{11}{5}$。 **231.** 7 與 0。 **232.** 14 與 -10。 **233.** a 與$\frac{1}{a}$。 **234.** 14, 16, 18 與 -18, -16, -14。 **235.** 6公分與8公分。 **236.** 3, 4, 5。 **237.** 12。 **238.** 每時 15 公里。 **239.** 12 條。 **240.** 一年級的 40 個學生平均每人得 6 張紙。

習　題

第五章　分式

§39. 分式的基本變化

列出下列問題的解答公式。然後由文字之值求出答案之值。

813. 甲打字員於 a 時打完某稿，而乙於 b 時打完。1) 每小時甲、乙各打多少？ 2)二人同時打，每小時可打多少？ 3)若二人合打幾時可打完此稿？

當 1) $a=4, b=6$； 2) $a=2\frac{1}{2}, b=1\frac{1}{4}$ 時，求出答數。

814. 一水池，以甲管注水 t_1 時可滿，乙管注水 t_2 時可滿。若兩管齊開幾時可滿？

當 1) $t_1=8, t_2=12$； 2) $t_1=3\frac{3}{4}, t_2=3$； 3) $t_1=0.5, t_2=0.25$ 時，結果怎樣？

815. 馬車前輪周長 a 米，後輪周長較前輪多 b 米。

1) 於車行 s 米時，兩輪各轉幾周？

2) 前輪較後輪多轉幾周？

當 $a=1.5, b=0.5, s=450$ 時，結果怎樣？

816. 某城有居民 a 人，每年增加 $p\%$。問一年後城中有多少居民？

當 1) $a=15000, p=5$； 2) $a=70000, p=3.4$；

3) $a=1000000, p=8.5$ 時，結果怎樣？

817. 某村莊距城市 s 公里；若每天以每時 v 公里的速度行 t 小時。問多少天可走完此距離。

當 1) $s=96, t=8, v=4$； 2) $s=36, t=6, v=3$ 時，結果怎樣？

818. 將下列代數式相除的商寫成分式：

1) $a\div 6$； 2) $5\div x$； 3) $a\div b$； 4) $(a+b)\div 4$；

5) $9\div(m-n)$； 6) $(x+y)\div(x-y)$； 7) $a^2\div(a-b)$；

8) $3x\div(2x+5y)$； 9) $(4m-3n)\div(m+n)$；

10) $(x^2-2x+1)\div(5x^2-6x-2)$。

819. 下列各分式的值是多少？

1) $\dfrac{0}{a}$，若 $a\neq 0$； 2) $\dfrac{0}{2b}$，若 $b\neq 0$；

3) $\dfrac{0}{x-y}$，若 $x\neq y$。

820. m 爲何值時，下列各分式變爲零：

1) $\dfrac{m-2}{3}$； 2) $\dfrac{m+5}{m}$； 3) $\dfrac{m-3}{m+1}$；

4) $\dfrac{m(m-10)}{m+15}$； 5) $\dfrac{(m+2)(m-3)}{m+5}$；

6) $\dfrac{(m+1)(m-4)}{m-3}$。

821. x 爲何值時，下列各分式無意義：

1) $\dfrac{5}{x-1}$； 2) $\dfrac{1}{x+1}$； 3) $\dfrac{x}{x-6}$； 4) $\dfrac{x}{2x-3}$；

5) $\dfrac{x-1}{x+1}$； 6) $\dfrac{1-x}{2-x}$； 7) $\dfrac{1}{x-a}$； 8) $\dfrac{1}{x-b}$；

9) $\frac{1}{x^2-1}$;　　10) $\frac{1}{(x-1)(x-2)}$.

822. 1) 由表內 x 的值求分式 $y=\frac{x-1}{x+1}$ 的值，並將結果塡在表裏：

x	0	1	2	3	4	5	6	−1	−2	−3	−4	−5	−6	−7
$y=\frac{x-1}{x+1}$														

2) 當 x 爲何值時分式 $\frac{x-1}{x+1}$ 無意義。

823. 1) 已知分式 $\frac{a}{a+b}$. 當 a、b 皆增大 2 倍時，分式的值是否改變？

2) 同樣的對於下列各分式怎樣呢？

a) $\frac{a-b}{a+b}$;　b) $\frac{a^2}{b}$;　c) $\frac{3a^2}{5b}$;　d) $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$.

824. 當將 x 換爲 $-x$ 時，下面各式有哪些變號？

1) $\frac{2}{x}$;　2) $\frac{1}{x^2}$;　3) $\frac{1}{x^3}$;　4) $\frac{x^2+1}{x^2}$;

5) $\frac{x^2+2}{x}$;　6) $\frac{x^2}{4+x^2}$.

825. 每公斤價 a 盧布的茶 m 公斤與每公斤價 b 盧布的茶 n 公斤混合以後，每公斤值多少錢？

當 $a=20, b=15, m=6, n=4$ 時，求其值。

826. 若每載重車裝 t 噸。問運每袋 p 公斤的馬鈴薯 n 袋，要用多少載重車？

當 $n=90, p=50, t=1.5$ 時，求其值。

827. 甲、乙二列車自相距 s 公里的二城，同時迎面出發。甲車每小時走 v 公里，乙車較甲車每小時快 b 公里，幾小時後兩車相遇？

當 $v=30, b=10, s=350$ 時，求其值。

828. t 天之內開墾一片地，要用 m 架拖拉機。若想提前 d 天開墾完這片地，需用幾架拖拉機？

當 $t=10, m=6, d=4$ 時，求其值。

829. 集體農莊按照每天 m 公斤準備了 t 天的乾草，若每天少用 n 公斤，則所儲的乾草够用幾天？

當 $t=120, m=500, n=20$ 時，求其值。

830. 以 s 盧布買了 m 公斤麵粉；若每天用去 n 盧布的麵粉，t 天後還剩下多少？

當 $s=64, m=16, n=8, t=5$ 時，求其值。

§40. 約分

約分：

831. 1) $\frac{8}{12}$; $\frac{45}{120}$; $\frac{84}{210}$; $\frac{435}{1215}$; $\frac{947}{1009}$; 2) $\frac{15a}{20b}$;

3) $\frac{ab}{ac}$; 4) $\frac{6xy}{8x}$; 5) $\frac{10mn}{15mp}$; 6) $\frac{8ax}{16ay}$;

7) $\frac{2a^2}{3ab}$; 8) $\frac{24m^3}{16m^2n}$.

832. 1) $\frac{m^5}{m^7}$; 2) $\frac{6a^2b^2}{8a^3b^4}$; 3) $\frac{5x^2y}{10x^3y^3}$; 4) $\frac{16p^4q^3}{32p^6q}$;

5) $\dfrac{30ab^4}{45a^3b^5}$；　6) $\dfrac{12x^2yz}{18x^2y^3z}$；　7) $\dfrac{4a^5b^4}{8a^7b^5}$。

833. 1) $\dfrac{3a(x+y)^2}{9a^2(x+y)}$；　2) $\dfrac{10a^2b(x-y)^2}{15a^4b(x-y)^3}$；

3) $\dfrac{7x^3y^5(a+b)}{21x^2y^3(a+b)^3}$；　4) $\dfrac{3(a-b)(a-c)^2}{6(a-b)(a-c)}$；

5) $\dfrac{a(b+c)}{a(b+c)}$；　6) $\dfrac{8a(a+b)}{4a(a+b)}$。

834. 使下列分式的分子分母都不含負號，並使分式的值不變：

1) $\dfrac{-2a}{-5b}$；　2) $\dfrac{8c^2}{-15x}$；　3) $-\dfrac{-3m}{4n}$；

4) $-\dfrac{-x}{-y}$；　5) $-\dfrac{3x^2y}{-10z}$；　6) $\dfrac{-4ab}{7cd}$。

835. 不變下列各分式的值而使其前有負號：

1) $\dfrac{1-x}{a}$；　2) $\dfrac{m}{1-n}$；　3) $\dfrac{a-b}{c+d}$；

4) $\dfrac{x-5}{x-2}$；　5) $\dfrac{a-x}{b-x}$；　6) $\dfrac{-a-b}{c+d}$。

836. 証明下列等式是正確的：

1) $\dfrac{a-2}{b-4}=\dfrac{2-a}{4-b}=-\dfrac{a-2}{4-b}=-\dfrac{2-a}{b-4}$；

2) $\dfrac{a}{(x-a)(x-b)}=\dfrac{a}{(a-x)(b-x)}=-\dfrac{a}{(a-x)(x-b)}$

$=-\dfrac{a}{(x-a)(b-x)}$。

約分：

837. 1) $\frac{a-b}{b-a}$; 2) $\frac{a(x-a)}{b(a-x)}$; 3) $\frac{5a(x-y)}{15a(y-x)}$;

4) $\frac{3m(x-1)}{9m^2(1-x)}$; 5) $\frac{8a^2b^3(x-5)}{12ab^4(5-x)}$;

6) $\frac{14xy^5(2a-3b)}{21x^3y^4(3b-2a)}$.

838. 1) $\frac{5a-5b}{10a}$; 2) $\frac{3x+3y}{6x}$; 3) $\frac{4m-4n}{8a+8b}$;

4) $\frac{6p+6q}{12x+12y}$.

839. 1) $\frac{ac-bc}{ac+bc}$; 2) $\frac{ax+bx}{ax-bx}$; 3) $\frac{a^2}{a^2+ab}$;

4) $\frac{xy}{x-xy}$; 5) $\frac{pq^3}{p^2q-pq^2}$; 6) $\frac{ac-bc}{c^2+cd}$;

7) $\frac{k^2+k}{kx-ky}$; 8) $\frac{a^2+3ab}{a^2b+3ab^2}$.

840. 1) $\frac{x^2-2xy}{xy-2y^2}$; 2) $\frac{3x^2+4xy}{9x^2y-16y^3}$;

3) $\frac{2ac-4bc}{5a^3c-20acb^2}$; 4) $\frac{x^2-2xy}{2y^2-xy}$.

841. 1) $\frac{x-y}{x^2-y^2}$; 2) $\frac{a+1}{a^2-1}$; 3) $\frac{a^2-b^2}{ax-bx}$;

4) $\frac{3a^2-3}{5a-5}$; 5) $\frac{a^3-2a^2}{a^2-4}$.

842. 1) $\frac{a+a^2}{a^2-1}$; 2) $\frac{x-x^2}{x^2-1}$; 3) $\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$;

4) $\frac{y^2-x^2}{(x+y)^2}$; 5) $\frac{a^2-1}{1-a}$; 6) $\frac{m-n}{(n-m)^2}$.

843. 1) $\frac{(a+1)^2}{a^2-1}$; 2) $\frac{a^2-1}{(a-1)^2}$; 3) $\frac{3x^2-3xy}{3(x-y)^2}$;

4) $\dfrac{20a^2-45b^2}{(2a+3b)^2}$.

844. 1) $\dfrac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}$; 2) $\dfrac{a^2-2a+1}{a^2-1}$;

3) $\dfrac{3a^2-6ab+3b^2}{6a^2-6b^2}$; 4) $\dfrac{5m^2+10nm+5n^2}{15m^2-15n^2}$.

845. 1) $\dfrac{a^3+b^3}{a^2-b^2}$; 2) $\dfrac{p^3-q^3}{p^2-q^2}$; 3) $\dfrac{2x^3-2y^3}{5x^2-5y^2}$;

4) $\dfrac{3m^2-3n^2}{6m^3+6n^3}$.

846. 1) $\dfrac{x^4-y^4}{x^2+y^2}$; 2) $\dfrac{a^4-x^4}{a^2-x^2}$; 3) $\dfrac{a^3-b^3}{a^4-b^4}$;

4) $\dfrac{x^4-y^4}{x^3+y^3}$; 5) $\dfrac{a^2+ab+b^2}{a^3-b^3}$; 6) $\dfrac{16-8a+a^2}{ab-4b}$.

847. 1) $\dfrac{5x^3y+5xy^3}{x^4-y^4}$; 2) $\dfrac{a^4-b^4}{ab^2+a^3}$; 3) $\dfrac{2a+4}{a^3+8}$;

4) $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{2a^4-2b^4}$; 5) $\dfrac{1-2a+a^2}{a^2-1}$; 6) $\dfrac{3n^2-3m^2}{6m^3+6n^3}$;

7) $\dfrac{y^4-x^4}{x^3-y^3}$; 8) $\dfrac{b^4-a^4}{a^2-b^2}$.

848. 1) $\dfrac{ax+ay-bx-by}{ax-ay-bx+by}$; 2) $\dfrac{ac-bc+ad-bd}{ac+bc+ad+bd}$;

3) $\dfrac{ab+ac+b^2+bc}{ax+ay+bx+by}$; 4) $\dfrac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$.

849. 1) $\dfrac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac}$; 2) $\dfrac{x^3-x^2-x+1}{x^4-2x^2+1}$;

3) $\dfrac{1-3y+3y^2-y^3}{z-zy+x-xy}$; 4) $\dfrac{x^2-ax+bx-ab}{x^3+bx^2+ax+ab}$.

850*. 1) $\dfrac{x^2+5x+6}{x^2+4x+4}$; 2) $\dfrac{a^2+3a+2}{a^2+6a+5}$;

3) $\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-6x+9}$; 4) $\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+8x+7}$;

5) $\dfrac{2ab-a^2-b^2+c^2}{a^2+c^2-b^2+2ac}$; 6) $\dfrac{a^3-a^2b+ab^2}{b^3+a^3}$.

851. 化簡下列各分式並求其值：

1) $\dfrac{a^2-4}{a+2}$， 若 a) $a=1.4$;
b) $a=2.5$;

2) $\dfrac{a^2x-ax^2}{a-x}$， 若 a) $a=3.5, x=1.12$;
b) $a=1\frac{1}{2}, x=\frac{3}{4}$;

3) $\dfrac{a^2-8a+16}{ax-4x}$， 若 a) $a=-5, x=-2$;
b) $a=-0.4, x=2$;

4) $\dfrac{3a^2-ab}{9a^2-6ab+b^2}$， 若 a) $a=-8, b=\frac{1}{2}$;
b) $a=\frac{3}{4}, b=-\frac{2}{3}$;

5) $\dfrac{a^2-4}{ac+2c-a-2}$， 若 a) $a=3, c=-\frac{3}{4}$;
b) $a=-2\frac{1}{2}, c=-\frac{1}{2}$;

6) $\dfrac{a^4-b^4}{a^2-b^2}$， 若 a) $a=5, b=-3$;
b) $a=-1, b=-2$;

7) $\dfrac{(x+y)^2-z^2}{x+y+z}$， 若 a) $x=-4, y=5, z=3.4$;
b) $x=-1, y=-2, z=-3$;

8) $\dfrac{x^3+x^2y}{x^2+2xy+y^2}$， 若 a) $x=3, y=-2$;

b) $x=-\frac{1}{2}, y=1\frac{1}{2}$.

852. 証明下列各恆等式:

1) $\frac{ac+bx+ax+bc}{ay+2bx+2ax+by}=\frac{x+c}{2x+y}$;

2) $\frac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3}=\frac{x+z}{(1-y)^2}$;

3) $\frac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}=\frac{1}{3a^2-b^2}$.

以x爲未知數解下列各方程:

853. 1) $5x=a$; 2) $3x=12b$; 3) $4x=3c$; 4) $2x=3d$.

854. 1) $ax=b$; 2) $cx=2a$; 3) $4mx=6n$; 4) $8abx=2a^2b$.

855. 1) $3x=a+b$; 2) $2x-m=n$;

3) $3x+b=2a$; 4) $5x-3c=4b$.

856. 1) $ax=b+c$; 2) $ax-p=q$;

3) $2mx+a=b$; 4) $3nx-5b=2a$.

857. 1) $5x-10a=15b$; 2) $4m-2x=6n$;

3) $ax+ab=ac$; 4) $pq+px=p$.

858. 1) $a^2x-ab=a$; 2) $m-m^2x=mn$;

3) $4mn-2nx=6n^2$; 4) $8a^2b+12ax=4a^2$.

859. 1) $(a+b)x=c$; 2) $(m-n)x=p+q$;

3) $bx-cx=a$; 4) $x-ax=a$.

860. 1) $ax-2x=a^2-4$; 2) $mx-nx=5m-5n$;

3) $bx-abx=b^2c-ab^2$; 4) $ax-bx=a^2-b^2$.

861. 1) $a^2x-b^2x=a^2+2ab+b^2$;

2) $3mx+3nx=6m^2-6n^2$;

3) $ax+x=a^2+2a+1$;

4) $m^2x+2mnx+n^2x=3m^2-3n^2$。

§41. 分式的加法與減法

862. （口答）

1) $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$；　2) $\frac{5}{8}-\frac{3}{8}$；　3) $\frac{a}{4}+\frac{b}{4}$；

4) $\frac{x}{5}-\frac{y}{5}$；　5) $\frac{a^2}{10}-\frac{b}{10}$；　6) $\frac{3m^2}{5}+\frac{4n^2}{5}$。

863. （口答）

1) $\frac{5a}{6}+\frac{a}{6}$；　2) $\frac{2p^2}{5}+\frac{p^2}{5}$；

3) $\frac{3}{x}+\frac{5}{x}+\frac{1}{x}$；　4) $\frac{5}{a}+\frac{4}{a}-\frac{7}{a}$。

864. （口答）

1) $\frac{a+b}{3}+\frac{a}{3}$；　2) $\frac{x-y}{5}+\frac{y}{5}$；

3) $\frac{m-n}{a}+\frac{m+n}{a}$；　4) $\frac{5x+1}{2}-\frac{x}{2}$。

865. 1) $\frac{a+3}{4}-\frac{a+1}{4}$；　2) $\frac{3p-2q}{m}-\frac{p-q}{m}$；

3) $\frac{x-1}{4}+\frac{x+2}{4}-\frac{x-3}{4}$；　4) $\frac{2x+1}{b}+\frac{3x+1}{b}-\frac{x-2}{b}$。

866. 1) $\frac{a+b}{x+a}+\frac{a-b}{x+a}$；　2) $\frac{x+4}{a-2}+\frac{x+3}{a-2}$；

3) $\frac{1-m}{p-q}-\frac{1-3m}{p-q}$;　　4) $\frac{3a+1}{x+y}-\frac{2a+3}{x+y}$.

867. 1) $\frac{a}{x-1}+\frac{b}{1-x}$;　　2) $\frac{2x}{a-b}-\frac{x}{b-a}$;

3) $\frac{m}{2p-q}+\frac{n}{q-2p}$;　　4) $\frac{5y^2}{a-2}-\frac{2y^2}{2-a}$.

868. 1) $\frac{a+1}{a-1}+\frac{a-2}{1-a}$;　　2) $\frac{x+y}{x-y}-\frac{y+2x}{y-x}$;

3) $\frac{m+n}{p-q}-\frac{m-n}{q-p}$;　　4) $\frac{a-5}{a-3}+\frac{a+5}{3-a}$.

869. 1) $\frac{a}{x^2-1}-\frac{b}{1-x^2}$;　　2) $\frac{c+d}{c^2-b^2}+\frac{c-d}{b^2-c^2}$;

3) $\frac{a}{x-y}-\frac{b}{y-x}+\frac{c}{x-y}$;　4) $\frac{x+1}{a-b}-\frac{x+2}{b-a}-\frac{x-1}{a-b}$.

將下列各式，化爲同分母的分式：

870. 1) $\frac{11}{40}$, $\frac{7}{15}$;　　2) $\frac{5}{24}$, $\frac{13}{36}$;　　3) $\frac{a}{8}$, $\frac{3a}{20}$;

4) $\frac{7x}{10}$, $\frac{4x}{15}$;　　5) $\frac{a+b}{18}$, $\frac{a-b}{27}$;　　6) $\frac{5}{a}$, $\frac{7}{b}$;

7) $\frac{4}{ab}$, $\frac{3}{ac}$;　　8) $\frac{8}{a}$, $\frac{6}{a^2}$;　　9) $\frac{2x}{y^3}$, $\frac{x}{y^2}$;

10) $\frac{x}{2a^2b}$, $\frac{y}{3ab^2}$;　　11) $\frac{5a^2}{4xy^2z^3}$, $\frac{3a}{6x^2y^2z}$;

12) $\frac{2a}{3x^4y^2}$, $\frac{4b}{9x^3y^3}$, $\frac{c}{15x^2y}$.

871. 1) $\frac{a}{a+b}$, $\frac{b}{3a+3b}$;　　2) $\frac{p+q}{6p-6q}$, $\frac{p-q}{3p-3q}$;

3) $\frac{x}{x+y}$, $\frac{y}{x-y}$;　　4) $\frac{c}{c-d}$, $\frac{c}{c^2-d^2}$;

5) $\frac{a}{a+b}$, $\frac{b}{(a+b)^2}$;　　6) $\frac{x}{(x+y)^2}$, $\frac{y}{(x+y)^3}$;

872. 1) $\frac{x}{a^2-ab}$, $\frac{y}{a^2+ab}$, $\frac{z}{ab+b^2}$;

2) $\frac{a}{a^2-b^2}$, $\frac{b}{3a-3b}$, $\frac{c}{4a+4b}$;

3) $\frac{1}{5x-15y}$, $\frac{1}{6x+18y}$, $\frac{x+2y}{10x^2-90y^2}$;

4) $\frac{7}{2a^2+6a}$, $\frac{5}{9-a^2}$, $\frac{4}{3a-a^2}$;

5) $\frac{a}{x-1}$, $\frac{b}{x-2}$, $\frac{c}{x-3}$;

6) $\frac{x}{(x-y)(a+x)}$, $\frac{y}{(x+y)(a+y)}$;

7) $\frac{1}{a^2+ab+ad+bd}$, $\frac{1}{a^2+ab-ad-bd}$;

8) $\frac{1}{a^2+ac+cd+ad}$, $\frac{1}{a^2+ab+ad+bd}$,

$\frac{1}{a^2+bc+ab+ac}$.

演算:

873. 1) $\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$;　　2) $\frac{15}{28}-\frac{13}{42}$;　　3) $\frac{a}{4}+\frac{b}{6}$;

4) $\frac{x}{5}-\frac{y}{8}$;　　5) $\frac{3}{a}+\frac{5}{b}$;　　6) $\frac{7}{x}-\frac{4}{y}$;

7) $\frac{5x}{24}+\frac{7x}{30}$;　　8) $\frac{13x}{120}-\frac{11x}{90}$;

9) $\frac{x}{3}+\frac{2x}{10}+\frac{4x}{15}$;　　10) $\frac{2a}{15}-\frac{3a}{20}+\frac{a}{12}$;

11) $\frac{4x}{25}-\frac{2x}{35}+\frac{8x}{21}$; 12) $\frac{4m}{21}-\frac{3m}{28}+\frac{m}{42}$.

874. 1) $\frac{3}{a}-\frac{2}{ab}$; 2) $\frac{x}{ab}-\frac{y}{ac}$; 3) $\frac{5a}{2x}+\frac{3a}{4x}$;

4) $\frac{7x}{10a}-\frac{5x}{4a}$.

875. 1) $\frac{1}{6ab}+\frac{2}{5ab}$; 2) $\frac{4}{27xy}-\frac{5}{18xy}$;

3) $\frac{4a}{5b}-\frac{3a}{4b}$; 4) $\frac{5a}{6x}-\frac{7a}{30x}$.

876. 1) $\frac{1}{4a}+\frac{1}{2b}$; 2) $\frac{5}{3x}-\frac{2}{9y}$;

3) $\frac{a}{6m}+\frac{b}{8n}$; 4) $\frac{x}{12a}-\frac{y}{18b}$.

877. 1) $\frac{3x-2}{5}+\frac{5x-3}{3}$; 2) $\frac{2a-3}{4}+\frac{5a+3}{3}$;

3) $\frac{2m+5}{6}-\frac{m-1}{8}$; 4) $\frac{4p+3q}{10}-\frac{2p-q}{15}$.

878. 1) $\frac{4a-5b}{12}-\frac{3a-2b}{18}$; 2) $\frac{m-3n}{12}-\frac{2m-n}{8}$;

3) $\frac{7x+2y}{4}+\frac{3x-y}{6}$; 4) $\frac{2b^2-3a^2}{5}-\frac{5a^2-b^2}{4}$.

879. 1) $\frac{x}{ab}+\frac{x}{ac}$; 2) $\frac{m}{xy}-\frac{n}{xz}$; 3) $\frac{2p}{ax}+\frac{3q}{bx}$;

4) $\frac{5x}{mn}-\frac{3y}{mp}$.

880. 1) $\frac{2a-3b}{a}+\frac{4a^2-5b^2}{ab}$; 2) $\frac{5a^2-b^2}{ab}-\frac{3a-2b}{b}$;

3) $\frac{2b^2+3ax}{bx}-\frac{ab+5bx}{ax}$; 4) $\frac{3c^2+5ab}{ac}+\frac{b^2-3ac}{bc}$.

881. 1) $\frac{2a}{x^2}-\frac{3}{x}$; 2) $\frac{5n}{a^2}-\frac{2m}{a^3}$;

3) $\frac{1}{m^4n^3}+\frac{2}{m^3n^4}$; 4) $\frac{3}{a^3b^3}-\frac{4}{a^4b^2}$.

882. 1) $\frac{a}{2x}-\frac{b}{3x^2}$; 2) $\frac{5x}{ab}+\frac{2y}{3a^2b}-\frac{3}{6a^2b^2}$;

3) $\frac{3x}{4a^2b}+\frac{5x}{2ab^2}-\frac{7}{6a^2b}$; 4) $\frac{5a}{6b^2c}-\frac{7b}{12ac^2}+\frac{11c}{18a^2b}$.

883. 1) $\frac{2a-3b}{a^2b}-\frac{4a-5b}{ab^2}$; 2) $\frac{5a^2-3b}{a^2b}+\frac{6a-2b^2}{a^2b^2}$;

3) $\frac{2a^2+3a-5}{a^2b}+\frac{4a-1}{ab}$;

4) $\frac{5x^2-2x-1}{x^2y}-\frac{3x-2}{xy}$.

884. 1) $\frac{a-1}{2}+\frac{3a-1}{4}-\frac{5a-1}{6}$;

2) $\frac{2a+3b}{2}-\frac{a-2b}{3}+\frac{a-b}{4}$;

3) $\frac{x-3y}{4}-\frac{3(y-2x)}{6}$;

4) $\frac{3(2x-3y)}{3}-\frac{2(x-2y)}{5}+\frac{3(x-y)}{2}$.

885. 1) $\frac{5(2a-b)}{8}-\frac{3(a-4b)}{2}+\frac{7(a-b)}{6}$;

2) $\frac{(x+y)^2}{6}+\frac{(x-y)^2}{12}-\frac{x^2-y^2}{4}$;

3) $\frac{2a-c}{4c}-\frac{3a^2-2bc}{6ac}-\frac{3a}{b}+\frac{5a-b}{2b}-\frac{4b-a}{8b}$;

4) $\frac{3c-2b}{8bc}+\frac{a-4b}{12ab}+\frac{5a-c}{6ac}-\frac{2c-3b}{3bc}-\frac{3}{4a}$.

886. 1) $m+\frac{1}{n}$;　2) $\frac{p}{q}-p$;　3) $\frac{x^2+y}{x}-x$;

4) $a+\frac{a-ab}{b}$.

887. 1) $\frac{2a^2b-b}{a}-ab$;　2) $a-\frac{b}{x}-\frac{a}{x^2}$;

3) $b-\frac{1}{b}-\frac{1}{a}$;　4) $a-\frac{a-1}{2}+\frac{a-2}{3}$.

888. 1) $3x+\frac{x-2}{2}-\frac{x-3}{3}$;　2) $\frac{x+y}{4}-\frac{2x-3y}{3}+x$;

3) $\frac{2x-5y}{2}-y-\frac{3x-y}{4}$;　4) $2a-\frac{a-b}{5}-\frac{2a+b}{2}$.

889. 1) $\frac{m+n}{3}-m+n$;　2) $a-b-\frac{a-b}{4}$;

3) $x-\frac{x-y}{8}+\frac{x+y}{4}-y$;　4) $p+q-\frac{p-q}{5}-\frac{p+q}{2}$.

解方程:

890. 1) $\frac{x}{4}+\frac{x}{3}=7$;　2) $\frac{2x}{5}+\frac{x}{2}=9$;

3) $\frac{5x}{4}-\frac{x}{2}=3$;　4) $\frac{4x}{5}-\frac{x}{10}=7$.

891. 1) $\frac{3x}{4}+\frac{5x}{6}=38$;　2) $\frac{2x}{3}+\frac{5x}{2}=19$;

3) $\frac{7x}{8}-\frac{5x}{12}=11$;　4) $\frac{4x}{9}-\frac{5x}{12}=1$.

892. 1) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=7$;　2) $\frac{x}{5}+\frac{3x}{7}-\frac{x}{35}=21$;

3) $\frac{3x}{2}+\frac{x}{6}-\frac{2x}{9}=13$;　4) $x+\frac{2x}{3}-\frac{3x}{4}=11$.

893. 1) $\frac{x+5}{4}=2$; 2) $\frac{x-3}{3}=4$; 3) $\frac{2y-8}{5}=4$;

4) $\frac{3z+5}{7}=5$。

894. 1) $\frac{x-2}{3}+\frac{5+4x}{5}=6$; 2) $\frac{6x+3}{2}+\frac{3x-8}{4}=4$;

3) $\frac{5-y}{2}-y=1$; 4) $\frac{3y-1}{4}-y=2$。

895. 1) $\frac{7-2y}{3}-3y=5$; 2) $\frac{5y-2}{3}-\frac{4y-3}{5}=6$;

3) $\frac{2z-3}{5}-\frac{z-6}{4}=3$; 4) $\frac{3x-6}{3}-\frac{5x+6}{12}=1$。

896. 1) $\frac{4x-3}{2}-\frac{5-2x}{3}-\frac{3x-4}{3}=5$;

2) $\frac{9x-5}{2}-\frac{3+2x}{3}-\frac{8x-2}{4}=2$;

3) $\frac{5x-1}{7}+\frac{4x-3}{2}-\frac{3-2x}{2}=6$;

4) $\frac{8x+7}{6}+\frac{3-2x}{4}-\frac{5x-2}{2}=32$。

897. 1) $x-\frac{x-1}{3}-\frac{2x-5}{5}+\frac{x+8}{6}=7$;

2) $2x+\frac{3x-1}{2}-\frac{5x-2}{3}=2$;

3) $3x-\frac{2x+5}{7}+\frac{7x+19}{2}+\frac{2x+1}{3}=16$;

4) $\frac{x}{8}-\frac{x-2}{6}-\frac{5x-4}{12}+\frac{x+1}{3}+\frac{3x}{4}=6$。

演算：

898. 1) $\frac{3}{x+y}-\frac{5}{x}$; 2) $\frac{4}{x-y}+\frac{1}{x}$;

3) $\frac{6}{a-1}-\frac{2}{a}$; 4) $\frac{1}{a+2}-\frac{3}{a}$.

899. 1) $\frac{7x}{2(x-1)}+\frac{5x}{x-1}$; 2) $\frac{9a}{4(a+2)}-\frac{1}{a+2}$;

3) $\frac{2a^2}{3(a+1)}+\frac{5a^2}{4(a+1)}$; 4) $\frac{4x}{5(x-3)}-\frac{3x}{2(x-3)}$.

900. 1) $\frac{1}{x-y}-\frac{1}{x+y}$; 2) $\frac{1}{x+y}-\frac{1}{x-y}$;

3) $\frac{1}{2a-b}-\frac{1}{2a+b}$; 4) $\frac{1}{3x-y}+\frac{1}{3x+y}$.

901. 1) $\frac{5}{m-n}-\frac{3}{m+n}$; 2) $\frac{4}{p-q}+\frac{2}{p+q}$;

3) $\frac{a}{x+y}+\frac{a}{x-y}$; 4) $\frac{x}{a-b}-\frac{x}{a+b}$.

902. 1) $\frac{m}{m+n}+\frac{n}{m-n}$; 2) $\frac{y}{y-a}-\frac{a}{y+a}$;

3) $\frac{a}{a-3}-\frac{3}{a+3}$; 4) $\frac{p}{p-q}+\frac{q}{p+q}$.

903. 1) $\frac{5}{2x-2}+\frac{3}{4x-4}$; 2) $\frac{7}{5a+5}-\frac{3}{10a+10}$;

3) $\frac{a}{3a+3b}-\frac{2a}{6a+6b}$; 4) $\frac{3x}{4x+4y}-\frac{x}{8x+8y}$.

904. 1) $\frac{2m}{5m+5n}+\frac{3n}{5m-5n}$; 2) $\frac{7x}{3x+3y}-\frac{2x}{3x-3y}$;

3) $\frac{5b}{ax+ay}-\frac{2a}{bx+by}$; 4) $\frac{3m}{an+am}+\frac{2n}{bn+bm}$;

5) $\frac{2m}{m-n}-\frac{m}{n-m}$; 6) $\frac{b}{a-b}-\frac{a}{b-a}$.

905. 1) $\frac{7a}{x^2-9}+\frac{5a}{x-3}+\frac{a}{x+3}$;

2) $\frac{4}{x+2}+\frac{3}{x-2}-\frac{x+2}{x^2-4}$;

3) $\frac{m}{1-a}-\frac{m}{1+a}+\frac{m}{1-a^2}$;

4) $\frac{1}{a+2}+\frac{1}{a-2}-\frac{4}{a^2-4}$.

906. 1) $\frac{m-n}{2m+2n}+\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}$; 2) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}-\frac{x+y}{2x-2y}$;

3) $\frac{7a-1}{2a^2+6a}+\frac{5-3a}{a^2-9}$; 4) $\frac{a-b}{5a+5b}-\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.

907. 1) $\frac{x+1}{x^2-x}-\frac{x+2}{2x^2-2}$;

2) $\frac{a+b}{a}-\frac{a}{a-b}+\frac{b^2}{a^2-ab}$;

3) $\frac{7}{2x-4}-\frac{3}{x+2}-\frac{12}{x^2-4}$;

4) $\frac{5}{2x^2+6x}-\frac{4-3x^2}{x^2-9}-3$.

908. 1) $\frac{7}{8a^2-18b^2}+\frac{1}{2a^2+3ab}-\frac{1}{4ab-6b^2}$;

2) $\frac{2}{n+2}+\frac{n+3}{n^2-4}-\frac{3n+1}{n^2-4n+4}$;

3) $\frac{3}{a+2}+\frac{a+1}{a^2-9}-\frac{a-1}{(a+3)(a+2)}$;

4) $\frac{5}{x-3}-\frac{x-2}{x^2-9}+\frac{x-1}{2x+6}$.

909. 1) $\frac{3}{2m+6}-\frac{m-2}{m^2+6m+9}$;

2) $\frac{5-a}{a^2-8a+16}+\frac{6}{5a-20}$;

3) $\frac{1}{2x+2}-\frac{x-1}{3x^2+6x+3}$;

4) $\frac{4}{3m-3n}+\frac{3m-n}{2m^2-4mn+2n^2}$.

910. 1) $\frac{5}{2n-3}+\frac{2}{2n+3}-\frac{n-1}{9-4n^2}$;

2) $\frac{1}{3m-2}-\frac{4}{2+3m}-\frac{3m-5}{4-9m^2}$;

3) $\frac{1+a}{a-3}-\frac{1-2a}{3+a}-\frac{a(1-a)}{9-a^2}$;

4) $\frac{(x-1)x}{x^2-25}+\frac{x-3}{x+5}+\frac{x-2}{5-x}$.

911. 1) $\frac{2}{a-1}+\frac{5}{a+1}-\frac{3a}{(a+1)^2}$;

2) $\frac{3}{x+2}-\frac{4}{x-2}+\frac{2x}{x^2+4x+4}$;

3) $\frac{1}{p-3}-\frac{3}{2p+6}-\frac{p}{2p^2-12p+18}$;

4) $\frac{7}{m}-\frac{4}{m-2n}-\frac{m-n}{4n^2-m^2}$.

912. 1) $\frac{1}{x-2a}+\frac{1}{x+2a}+\frac{8a^2}{4a^2x-x^3}$;

2) $\frac{4x-3}{3-2x}-\frac{4+5x}{3+2x}-\frac{3+x-10x^2}{4x^2-9}$;

3) $\frac{4a^2-3a+5}{a^3-1}-\frac{1-2a}{a^2+a+1}+\frac{6}{1-a}$;

4) $\frac{2a-1}{2a}-\frac{2a}{2a-1}-\frac{1}{2a-4a^2}$.

913. 1) $\frac{1}{6x-4y}-\frac{1}{6x+4y}-\frac{3x}{4y^2-9x^2}$;

2) $\frac{3x+2}{x^2-2x+1}-\frac{6}{x^2-1}-\frac{3x-2}{x^2+2x+1}$;

3) $\frac{3}{a^2+2ab+b^2}-\frac{4}{a^2-2ab+b^2}+\frac{5}{a^2-b^2}$;

4) $\frac{1}{a-b}-\frac{3ab}{a^3-b^3}-\frac{b-a}{a^2+ab+b^2}$.

914*. 1) $\frac{1}{(a-b)(b-c)}-\frac{1}{(b-c)(a-c)}-\frac{1}{(c-a)(b-a)}$;

2) $\frac{4}{(a-x)(c-x)}-\frac{3}{(a-x)(c-a)}+\frac{3}{(a-c)(x-c)}$;

3) $\frac{1}{a(a-b)(a-c)}+\frac{1}{b(b-a)(b-c)}+\frac{1}{c(c-a)(c-b)}$;

4) $\frac{a}{(a-2b)(a-c)}+\frac{2b}{(2b-c)(2b-a)}+\frac{c}{(c-a)(c-2b)}$;

5) $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)}+\frac{b+c}{(c-a)(a-b)}+\frac{a+c}{(a-b)(b-c)}$;

6) $\frac{x-y}{(z-x)(z-y)}+\frac{y-z}{(x-y)(x-z)}+\frac{z-x}{(y-z)(y-x)}$;

7) $\frac{(x-y)^2}{(z-x)(z-y)}+\frac{(y-z)^2}{(x-y)(x-z)}+\frac{(z-x)^2}{(y-x)(y-z)}$;

8) $\frac{4a^2-(b-c)^2}{(2a+c)^2-b^2}+\frac{b^2-(c-2a)^2}{(2a+b)^2-c^2}+\frac{c^2-(2a-b)^2}{(b+c)^2-4a^2}$.

列出下列各問題答案的公式，再由文字的已知值求答案的數值：

915. 在 t 小時內，甲火車行 a 公里，乙火車行 b 公里 $(a>b)$。問甲車速度較乙車速度大多少？

若：$t=2.5$, $a=120$, $b=95$，求速度的差。

916. 按照計劃工廠該在 n 天裏做成 m 個零件；但是這工廠提前 t 天超額完成了計劃多做 k 個零件。問每天比預定計劃多做幾件？

當 $m=1000$, $n=25$, $k=200$, $t=5$ 時，求其值。

917. 二城相距 s 公里；若火車每時走 v 公里，汽車比火車每時多走 m 公里。問在這段路上汽車比火車快多少？

當 $s=600$, $v=40$, $m=20$ 時，求其值。

918. 某工廠按照每天出產 b 挺重機槍的計劃，在一定期間內可出產 a 挺。現在工人們實際做的，每天比原計劃多 m 挺。問可以提前多少天完成任務？

當 $a=100$, $b=4$, $m=1$ 時，求其值。

919. 儲備 t 天用的煤 m 噸。

1) 若每天少用 k 噸時，可多用幾天？

當 $m=12$, $t=100$, $k=0.02$ 時，求其值。

2) 要想較原定多用 d 天，問每天需少用多少噸？

當 $m=12$, $t=100$, $d=20$ 時，求其值。

920. 爲取暖存了 m 噸煤，自其中取去 n 噸，希望剩的煤够 t 天之用。平均每天該用多少公斤？

當 $m=15$, $n=3$, $t=60$ 時，求其值。

921. 已知汽船於靜水中每時行 v 公里，水速每時 m 公里，A、B 相距 s 公里。問汽船在 A、B 間來回一次需用幾小時？

當 $v=16$, $m=2$, $s=252$ 時，求其值。

922. 按照計劃工廠每月應該生產 a 個零件。若一月裏生產了 b 個零件，問它超過計劃百分之幾？

當 $a=800$, $b=840$ 時，求其值。

923. 用下列各公式作答案，編出合適的問題來：

1) $x=\frac{a+b}{2}$; 2) $x=\frac{m+n}{a}$;

3) $x=\frac{ab+cd}{b+c}$; 4) $x=\frac{a}{b+c}$;

5) $x=\frac{a-b}{c}$; 6) $x=\frac{m}{a-b}$;

7) $x=\frac{m}{n}+\frac{p}{q}$; 8) $x=\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$.

§42. 分式的乘法與除法

924. 1) $\frac{15}{28}\cdot\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{6}\div\frac{2}{3}$; 3) $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}$; 4) $\frac{x}{y}\div\frac{a}{b}$.

925. 1) $\frac{9a}{16b}\cdot\frac{2}{3}$; 2) $\frac{8c}{21d^2}\div\frac{6c^2}{7d}$; 3) $\frac{x^4}{y^3}\cdot\frac{y^2}{x^3}$;

4) $\frac{3ab}{4xy}\cdot\frac{10x^2y}{21a^2b}$; 5) $3m\cdot\frac{n}{12m}$; 6) $5a\div\frac{15a}{b}$;

7) $\frac{12xy}{25z}\div 8x^2$; 8) $\frac{5c}{28d^3}\cdot 21cd$.

926. 1) $\frac{1}{a}\div b$; 2) $c\div\frac{1}{a}$; 3) $\frac{1}{x}\cdot y$; 4) $2\cdot\frac{1}{a}$.

927. 1) $8a^2b^4\cdot\left(-\frac{3a}{4b^3}\right)$; 2) $16x^2y^3\div\left(-\frac{20x^5y^4}{3a^2b}\right)$;

3) $-\frac{18a^2b^2}{5cd}\div\frac{6ab^3}{5c^2d^4}$; 4) $-\frac{25x^4y^3}{14a^2}\cdot\left(-\frac{21ab}{10x^3y^2}\right)$.

928. 1) $\frac{9xy}{5ab}\cdot\frac{3ab}{4yz}\cdot\frac{4bz}{3axy}$; 2) $\frac{2ax}{yz}\div\frac{3bx}{ay}\div\frac{9b^2z}{8a^2xy}$;

3) $\left(\frac{8b^2cd}{9a^5} \div \frac{7cd}{12a^3}\right) \cdot \frac{28a^4}{3b^2}$;

4) $\frac{3p^2mq}{2a^2b^3} \cdot \frac{3abc}{8x^2y^2} \div \frac{9a^2b^2c^3}{28pxy}$.

929. 1) $\frac{a^2-ab}{b} \cdot \frac{b^2}{a}$; 2) $\frac{ab+b^2}{9} \cdot \frac{3a}{b^2}$;

3) $\frac{x^2-y^2}{6x^2y^2} \div \frac{x+y}{3xy}$; 4) $\frac{x^2+xy}{x} \div \frac{xy+y^2}{y}$.

930. 1) $\frac{a^2b-4b^3}{3ab^2} \cdot \frac{a^2b}{a^2-2ab}$;

2) $\frac{4p^2-9q^2}{p^2q^2} \div \frac{2ap+3aq}{2pq}$;

3) $\frac{x^2-xy}{x^2+xy} \cdot \frac{x^2y+xy^2}{xy}$; 4) $\frac{c+d}{c-d} \div \frac{c^2+cd}{2c^2-2d^2}$.

931. 1) $\frac{a^2-b^2}{a^2} \cdot \frac{a^4}{(a+b)^2}$; 2) $\frac{a^2-25}{a^2-3a} \div \frac{a^2+5a}{a^2-9}$;

3) $\frac{x^2-4y^2}{x^2-xy} \cdot \frac{x-y}{x^2+2xy}$; 4) $\frac{3m^2-3n^2}{m^2+mp} \div \frac{6m-6n}{m+p}$.

932. 1) $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2} \cdot \frac{3a+3b}{4a-4b}$; 2) $\frac{5-5a}{(1+a)^2} \div \frac{10-10a^2}{3+3a}$;

3) $-\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \cdot \frac{3(a-b)^2}{4(a+b)^3}$;

4) $\frac{(x+y)^2}{xy-y^2} \div \left[-\frac{xy+y^2}{(x-y)^2}\right]$.

933. 1) $\frac{5m-5n}{4m+4n} \cdot \frac{8m+8n}{15m-15n}$; 2) $\frac{2a+2b}{3a-3b} \div \frac{6a+6b}{5a-5b}$;

3) $\frac{ax+ay}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{2x+2y}{ax^2+2axy+ay^2}$;

4) $\frac{am^2-an^2}{m^2+2mn+n^2} \div \frac{am^2-2amn+an^2}{3m+3n}$.

934. 1) $\frac{2a^3-2b^3}{3a+3b}\cdot\frac{6a^2-6b^2}{a^2-2ab+b^2}$;

2) $\frac{x^2+xy}{5x^2-5y^2}\div\frac{x^2-xy}{3x^3+3y^3}$;

3) $\frac{a^4-x^4}{a^3-x^3}\div\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}$;　　4) $\frac{5x^2-10xy}{x^2+4y^2}\cdot\frac{x^4-16y^4}{15(x-2y)^2}$.

935*. 1) $\frac{3a^2+3ab+3b^2}{4a+4b}\cdot\frac{2a^2-2b^2}{9a^3-9b^3}$;

2) $\frac{5x^2-10xy+5y^2}{2x^2-2xy+2y^2}\div\frac{8x-8y}{10x^3+10y^3}$;

3) $\frac{a^2-5a+6}{a^2+7a+12}\cdot\frac{a^2+3a}{a^2-4a+4}$;

4) $\frac{x^2+2x-3}{x^2+3x-10}\div\frac{x^2+7x+12}{x^2-9x+14}$.

用同一數乘分子分母把下列各分式化簡：

936. 1) $\frac{\frac{1}{8}}{1-\frac{3}{8}}$;　　2) $\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}$;　　3) $\frac{y-\frac{1}{y}}{\frac{1}{y}+1}$;

4) $\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}{\frac{1}{ab}}$.

937. 1) $\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$;　　2) $\frac{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}$;　　3) $\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{2x}}{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2x^2}}$;

4) $\frac{a-\frac{x^2}{a}}{x-\frac{a^2}{x}}$.

938. 1) $\dfrac{\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}}{\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1}{1+x}}$;　　2) $\dfrac{\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x+1}{x}}{\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{x-1}{x}}$;

3) $\dfrac{\dfrac{a+b}{a-b}}{\dfrac{(a+b)^2}{a^2-b^2}}$;　　4) $\dfrac{\dfrac{x-y}{x+y}+\dfrac{x+y}{x-y}}{\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}}$.

939. 1) $1+\dfrac{x}{1-\dfrac{x}{x+2}}$;　　2) $1-\dfrac{a}{1-\dfrac{a}{a+1}}$;

3) $1+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{x}}}$;　　4) $\dfrac{x}{x-\dfrac{1}{x-\dfrac{x}{1-x}}}$.

940. 1) $\dfrac{x-2+\dfrac{3}{x}}{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}$;　　2) $\dfrac{1-\dfrac{2b}{a}+\dfrac{b^2}{a^2}}{a-b}$;

3) $\dfrac{\dfrac{m}{n}-2-\dfrac{3n}{m}}{\dfrac{m}{n}+\dfrac{3n}{m}-4}$;　　4) $\dfrac{\dfrac{x}{4}-1+\dfrac{3}{4x}}{\dfrac{x}{2}-\dfrac{6}{x}+\dfrac{1}{2}}$.

求下列各方程中的 x，再作驗算：

941. 1) $ax+b=c$;　　2) $mx-n=p$;

3) $a-bx=c$;　　4) $ax-b=0$.

942. 1) $\dfrac{x}{a}+b=c$;　　2) $a-\dfrac{x}{b}=c$;

3) $\dfrac{ax}{m}=n$;　　4) $\dfrac{nx}{m+n}=1$.

943. 1) $a(x+b)=c$;　　2) $m(x-n)=a$;

3) $a(b-x)=c$;　　　　4) $m(1+x)=n$.

944. 1) $(a+b)x=b+c$;　　　　2) $(a-b)x=n$;

3) $mx+nx=p$;　　　　4) $ax-bx=c$.

945. 1) 若 a 爲矩形的底，b 爲其高. 矩形面積 s 的公式是 $s=ab$，用其餘文字把 a 表示出來.

2) 等速運動物體所經路程 s 的公式爲：$s=vt$，其中 v 是物體的速度，t 爲運動的時間，用其餘的量分別表示 v 及 t.

946. 若 R 是圓的半徑，圓周長 c 的公式是 $c=2\pi R$，$\pi\approx3.14$. 試用 c 表示 R.

947. 若 b 是三角形的底，這底上的高是 h，則三角形的面積 s 的公式是 $s=\frac{1}{2}bh$，由此公式求三角形的高.

948. 梯形的面積等於兩底之和之半乘以高，用 a, b 代表兩底，用 h 代表高.

1) 寫出梯形面積的公式.

2) 由此公式求梯形的高及各底.

949. 公式 $d=\frac{p}{v}$ 內，d 代表物質的密度，p 是物質質量的克數，v 是物質體積的立方糎數.

1) 若 p 擴大三倍，而 v 不變時，d 的變化如何?

2) 若 v 擴大二倍，而 p 不變時，d 的變化如何?

3) 分別用其餘各量表出 p 及 v.

列出方程以解下列問題：

950. 一水槽有甲、乙二龍頭，若只開甲龍頭 12 分鐘可將水槽注滿，只開乙龍頭 20 分鐘可注滿. 問兩管齊開幾分鐘注滿?

951. 自凹地抽水，裝置甲、乙、丙三唧筒。甲唧筒可於3小時內將水抽完，乙4小時，丙6小時。三唧筒共同抽30分鐘後，其餘由甲、丙兩唧筒去抽，問共需幾時將水抽完？

952. 甲數比乙數大12。若3除乙數的商比6除甲數的商大2。求此二數。

953. 書的裝訂費爲未裝訂書價的20%。若裝訂了的書價是1盧布80戈比。求書的裝訂費。

954. 買甲、乙二種公債，共3000盧布，甲種的利率是2%，乙種的是3%。若每年共收入72盧布，問兩種債券的票面額各多少？

955. 一人騎自行車由鄉至城又折回來共用5小時。進城時每小時行12公里，回鄉時每小時8公里。求城鄉間的距離。

956. 在一段路程上，馬車的前輪比後輪多轉100周。已知前輪周長是1.5米，後輪周長是2米。求這段路的長。

957. 甲、乙二種酸溶液，甲含純酸60%，乙含90%。想配成濃度75%的酸溶液100立方糎，問兩種各需多少？

958. 在一公升90度的酒精中攙進去多少水就變成60度的酒精了呢？求出所得溶液的公升數。

959. 用70度與90度的兩種酒精，配成75度的酒精16公升，兩種酒精各需多少？

960. 把一塊地平均分給十二個人作菜園。若二人放棄權利，則每人多得20平方米，問這塊地的面積是多少？

961. 集體農莊第一天播種整個面積的$\frac{1}{4}$，第二天播種其餘的一半，第三天播種了僅餘的90公頃。問三天共播種多少公

頭？

962. 斯達哈諾夫工人用獲得獎金的$\frac{1}{4}$買了公債，用剩的$\frac{1}{5}$乘車回家休息，他還有 1200 盧布。問這工人所得獎金多少？

963. 兩數的和是 56，若小數除以 4，大數除以 12，則二商的和為 8；求此二數。

964. 二數之和為 38，小數之半較大數的$\frac{1}{4}$大 4，求此二數。

§43. 分式四則題

965. 1) $\left(\frac{a}{a+1}+1\right)\div\left(1-\frac{3a^2}{1-a^2}\right)$;

2) $\left(\frac{2m+1}{2m-1}-\frac{2m-1}{2m+1}\right)\div\frac{4m}{10m-5}$;

3) $\left(\frac{a+1}{2a-2}+\frac{6}{2a^2-2}-\frac{a+3}{2a+2}\right)\cdot\frac{4a^2-4}{3}$;

4) $\left(\frac{5a}{a+x}+\frac{5x}{a-x}+\frac{10ax}{a^2-x^2}\right)\cdot\left(\frac{a}{a+x}+\frac{x}{a-x}-\frac{2ax}{a^2-x^2}\right)$.

966. 1) $\left(\frac{b}{a^2+ab}-\frac{2}{a+b}+\frac{a}{b^2+ab}\right)\div\left(\frac{b}{a}-2+\frac{a}{b}\right)$;

2) $\left(\frac{3a}{1-3a}+\frac{2a}{3a+1}\right)\div\frac{6a^2+10a}{1-6a+9a^2}$;

3) $(x^2-1)\cdot\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-1\right)$;

4) $\left(\frac{a}{x-a}-\frac{a}{x+a}\right)\cdot\frac{x^2+2ax+a^2}{2a^2}$.

967. 1) $\left(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y}{x}\right)\div\left(\frac{x}{y^2}-\frac{1}{y}+\frac{1}{x}\right)$;

2) $\left(1+\frac{a}{x}+\frac{a^2}{x^2}\right)\cdot\left(1-\frac{a}{x}\right)\cdot\frac{x^3}{a^3-x^3}$;

3) $\left[\frac{1}{(a+b)^2}+\frac{1}{(a-b)^2}\right]\div\left[\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}\right]$;

4) $\left(\frac{x}{x-a}-\frac{a}{x+a}\right)\div\left(\frac{x+a}{a}-\frac{x-a}{x}\right)$.

968. 1) $\left(\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{b^2-ab}\right)\cdot\frac{a^2b+ab^2}{a^2-b^2}$;

2) $\left(\frac{2a}{a+2}+\frac{2a}{6-3a}+\frac{8a}{a^2-4}\right)\div\frac{a-4}{a-2}$;

3) $\left(\frac{a^2+b^2}{a}+b\right)\div\left[\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\cdot\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2}\right]$;

4) $(x^2-1)\cdot\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}+1\right)$.

969. 1) $\left[\frac{a-1}{3a+(a-1)^2}-\frac{1-3a+a^2}{a^3-1}-\frac{1}{a-1}\right]\div\frac{a^2+1}{1-a}$;

2) $\left(\frac{a^2-ab}{a^2b+b^3}-\frac{2a^2}{b^3-ab^2+a^2b-a^3}\right)\cdot\left(1-\frac{b-1}{a}-\frac{b}{a^2}\right)$.

970. 1) $\left(\frac{a^2}{a+n}-\frac{a^3}{a^2+n^2+2an}\right)\div\left(\frac{a}{a+n}-\frac{a^2}{a^2-n^2}\right)$;

2) $\left(\frac{2a}{a+1}+\frac{2}{a-1}+\frac{4a}{a^2-1}\right)\cdot\left(\frac{2a}{a+1}+\frac{2}{a-1}-\frac{4a}{a^2-1}\right)$.

971. 1) $\left(m+1-\frac{1}{1-m}\right)\div\left(m-\frac{m^2}{m-1}\right)$;

2) $\left(\frac{2ab}{4a^2-9b^2}+\frac{b}{3b-2a}\right)\div\left(1-\frac{2a-3b}{2a+3b}\right)$.

972. 1) $\left(\frac{p}{p^2-4}+\frac{2}{2-p}+\frac{1}{p+2}\right)\div\left(p-2+\frac{10-p^2}{p+2}\right)$;

2) $\left(a-\frac{1}{1-a}\right)\div\frac{a^2-a+1}{a^2-2a+1}$.

973. 1) $\left(\frac{4c^2+21}{2-2c}-6\right)\div\frac{2cn+3n-4c-6}{2-2c^2}$;

2) $\left(\frac{2ab+4b-3a-6}{2-2b^2}\right)\div\left(\frac{4b^2+21}{2+2b}-6\right)$.

974. 1) $\left(\frac{1}{1-a}-1\right)\div\left(a-\frac{1-2a^2}{1-a}+1\right)$;

2) $\left(\frac{1}{a^2-ab}-\frac{3b^2}{a^4-ab^3}-\frac{b}{a^3+a^2b+ab^2}\right)\cdot\left(b+\frac{a^2}{a+b}\right)$.

975. 1) $\left(\frac{2a}{2a+b}-\frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2}\right)\div\left(\frac{2a}{4a^2-b^2}+\frac{1}{b-2a}\right)$;

2) $\left(\frac{2q}{p+2q}-\frac{4q^2}{p^2+4pq+4q^2}\right)\div\left(\frac{2q}{p^2-4q^2}+\frac{1}{2q-p}\right)$.

976. 1) $\left(\frac{1}{a+1}-\frac{3}{a^3+1}+\frac{3}{a^2-a+1}\right)\cdot\left(a-\frac{2a-1}{a+1}\right)$;

2) $\left(\frac{8+a^3}{x^2-y^2}\div\frac{4-2a+a^2}{x-y}\right)\div\left(x+\frac{xy+y^2}{x+y}\right)$.

977. 1) $\left(\frac{2x^2+x}{x^3-1}-\frac{x+1}{x^2+x+1}\right)\cdot\left(1+\frac{x+1}{x}-\frac{x^2+5x}{x^2+x}\right)$;

2) $\left(x-\frac{4xy}{x+y}+y\right)\div\left(\frac{x}{x+y}-\frac{y}{y-x}-\frac{2xy}{x^2-y^2}\right)$.

978. 1) $\left(\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+2ab+b^2}\right)\div\frac{b^2+4ab-a^2}{a^2-b^2}$;

2) $\left(\frac{b^2}{a^3-ab^2}+\frac{1}{a+b}\right)\div\left(\frac{a-b}{a^2+ab}-\frac{a}{b^2+ab}\right)$.

979. 1) $\left(\frac{c-d}{c^2+cd}-\frac{c}{d^2+cd}\right)\div\left(\frac{d^2}{c^3-cd^2}+\frac{1}{c+d}\right)$;

2) $\left(\frac{1}{c^2+2cd+d^2}+\frac{1}{c^2-d^2}-\frac{1}{(d-c)^2}\right)\div\frac{d^2+4cd-c^2}{c^2-d^2}$.

980. 1) $\left(\frac{2x^2+3x}{4x^2+12x+9}-\frac{3x+2}{2x+3}+\frac{4x-1}{2x+3}\right)\cdot\frac{2x+3}{2x-3}$;

2) $\left(\frac{3a+2}{3a^2+1}-\frac{18a^3-a-9}{9a^4-1}+\frac{3a-2}{3a^2-1}\right):\frac{a^2+10a+25}{9a^4-1}$.

981. 1) $\left(\frac{x+1}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}-\frac{4x^2}{x^2-1}\right):$

$\left[-2\left(\frac{1}{x^3+x^2}-\frac{1-x}{x^2}-1\right)\right]$;

2) $\left(\frac{x-y}{x^2+xy}-\frac{x}{y^2+xy}\right):\left(\frac{y^2}{x^3-xy^2}+\frac{1}{x+y}\right)$.

982. 1) $\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right):\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right):\left(1+\frac{y}{x}\right)$;

2) $\left(\frac{2a+1}{2a-1}-\frac{2a-1}{2a+1}\right):\left[1:\left(1-\frac{1}{a}+\frac{1}{4a^2}\right)\right]$.

983. 1) $\left(\frac{1+2n}{4+2n}-\frac{n}{3n-6}+\frac{\frac{2}{3}n^2}{4-n^2}\right)\cdot\frac{24-12n}{6+13n}$;

2) $\left[\frac{a+b}{2(a-b)}-\frac{a-b}{2(a+b)}-\frac{2b^2}{b^2-a^2}\right]\cdot\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$.

984. 1) $\left(\frac{5}{2a+3}+\frac{2}{3-2a}+\frac{2a+9}{4a^2-9}\right):\frac{8}{4a^2+12a+9}$;

2) $\left(\frac{5}{2a-1}+\frac{8}{2a+1}+\frac{7+16a}{1-4a^2}\right)\cdot\frac{2a-1}{a-1}$.

985. 1) $\left(\frac{1}{2a-b}+\frac{3b}{b^2-4a^2}-\frac{2}{2a+b}\right):\left(\frac{4a^2+b^2}{4a^2-b^2}+1\right)$;

2) $\left(\frac{1}{p-2q}+\frac{6q}{4q^2-p^2}-\frac{2}{p+2q}\right):\left(\frac{p^2+4q^2}{p^2-4q^2}+1\right)$.

986. 1) $\left[\frac{a^2}{a^2-b^2}-\frac{a^2b}{a^2+b^2}\cdot\left(\frac{a}{ab+b^2}+\frac{b}{a^2+ab}\right)\right]:\frac{b}{a-b}$;

2) $\left(a-\frac{4ab}{a+b}+b\right):\left(\frac{a}{a+b}-\frac{b}{b-a}-\frac{2ab}{a^2-b^2}\right)$.

987. 1) $\left[\frac{p^2-q^2}{pq}-\frac{1}{p+q}\left(\frac{p^2}{q}-\frac{q^2}{p}\right)\right]\div\frac{p-q}{p}$;

2) $\left[\frac{b^2+c^2}{b^2c^2}\cdot\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{c^2}\right)-\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{c^2}\right)\cdot\frac{a^2+c^2}{a^2c^2}\right]$

$\div\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}$.

988. 1) $\left[\frac{2}{3x}-\frac{2}{x+y}\left(\frac{x+y}{3x}-x-y\right)\right]\div\frac{x-y}{x}$;

2) $\left[\frac{2}{(m+n)^3}\cdot\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{m^2+2mn+n^2}\cdot\right.$

$\left.\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)\right]\div\frac{m-n}{m^3n^3}$.

989. 1) $\left(\frac{1}{b^3}+\frac{1}{a^3}\right)\cdot\left[\frac{a(b-a)}{a^2-ab+b^2}+1\right]$;

2) $\left(\frac{a^2+b^2}{ab}-2\right)\div\left(\frac{2a^2+2ab}{a^2+2ab+b^2}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{a+b}\right.$

$\left.+\frac{1}{a-b}\right)$.

990*. 化简下列各式：

1) $\frac{(a^2-b^2-c^2-2bc)(a+b-c)}{(a+b+c)(a^2+c^2-2ac-b^2)}$;

2) $\frac{a^2-3ab+ac+2b^2-2bc}{a^2-b^2+2bc-c^2}$;

3) $\frac{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{x}{ab}\right)(a+b+x)}{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}-\frac{x^2}{a^2b^2}}$;

4) $\dfrac{\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b+c}}{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b+c}}\cdot\dfrac{\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a+c}}{\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a+c}}$;

5) $\dfrac{1}{(a-c)(a-b)}+\dfrac{1}{(b-a)(b-c)}$

$+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)}$;

6) $\dfrac{a+b}{ax+by}+\dfrac{a-b}{ax-by}+\dfrac{2(a^2x+b^2y)}{a^2x^2+b^2y^2}$

$-\dfrac{4(a^4x^3-b^4y^3)}{a^4x^4-b^4y^4}$.

991*. 証下列兩恆等式：

1) $\dfrac{b-c}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{c-a}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{a-b}{(c-a)(c-b)}$

$=\dfrac{2}{a-b}+\dfrac{2}{b-c}+\dfrac{2}{c-a}$;

2) $\dfrac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}$

$=1$.

§44. 復習題

992. 1) 演算：

$$\left[\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{2}{x+y}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\right]\div\frac{x^3+y^3}{x^2y^2}.$$

2) 解方程：

$$\frac{1+\frac{x}{4}}{2}+\frac{\frac{7x}{2}+1}{6}-\frac{1+5x}{24}-\frac{\frac{7}{2}+6x}{12}=\frac{1}{3}.$$

3) 化简 $\dfrac{m^2+n^2-p^2+2mn}{m^2-n^2+p^2+2mp}$，再用 $m=-12.4$，$n=15.6$，$p=24.8$ 求它的值。

993. 1) 演算：

$$\left[\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)\div(x+y)+x\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)\right]\div\frac{1+x}{y}.$$

2) 解方程：

$$\frac{11x-3}{18}-\frac{x-1\frac{1}{2}}{10}+\frac{9-\frac{1}{2}x}{3}=5\frac{1}{20}.$$

3) 先化简 $\dfrac{4a^2+8ab+4b^2}{2a^2-2b^2}$，再用 $a=6\dfrac{7}{40}$，$b=-1.375$ 求它的值。

994. 1) 演算：

$$\left[\frac{m^2-n^2}{m^2+2mn+n^2}+\frac{2}{mn}\div\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)^2\right]\times\frac{1}{m-n}.$$

2) 解方程：

$$\frac{\left(1-\frac{6-x}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}}{2}+x-\frac{\frac{x}{2}-\frac{3+x}{4}}{2}=3.$$

3) 先化简 $\dfrac{b^2-1}{(1+ab)^2-(a+b)^2}$，再用 $a=-56$，$b=125$ 求它的值。

995. 1) 演算：

$$\left[\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\times\frac{1}{a^2+2ab+b^2}+\frac{2}{(a+b)^3}\right.$$

$$\times\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\Bigg]\div\frac{a-b}{a^3b^3}.$$

2) 解方程：

$$\frac{1}{2}x-\frac{2x-\dfrac{10-7x}{3}}{2}+\frac{x-\dfrac{1+x}{3}}{3}=1.$$

3) 先化簡 $\dfrac{(a+b)^2-c^2}{a+b+c}$，再用 $a=35.4$，$b=-48.6$，$c=29.6$ 求它的值.

996. 1) 演算：

$$\left[\frac{(a+b)^2+2b^2}{a^3-b^3}-\frac{1}{a-b}+\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}\right]$$

$$\times\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right).$$

2) a 爲何值時，分式 $\dfrac{3a-1\dfrac{1}{5}}{4a^2+5a+1}$ 等於 0？

3) 列出方程以解問題：

馬車前輪周長 2.4 米，後輪周長 3.2 米；走多大距離時，前輪較後輪多轉 2900 周？

997. 1) 演算：

$$\left(\frac{a^2+ab}{a^3+a^2b+ab^2+b^3}+\frac{b}{a^2+b^2}\right)$$

$$\div\left(\frac{1}{a-b}-\frac{2ab}{a^3-a^2b+ab^2-b^3}\right).$$

2) a 爲何值時分式 $\dfrac{a^2+3a+2}{4a-1\dfrac{1}{3}}$ 無意義？

3) 列出方程以解下列問題：

某集體農莊的莊員到城市去。他若每小時走 12 公里，就能在預定時間到達城市。他若每時走 15 公里，就能早到 1 小時。求集體農莊與城市間的距離。

998. 已知 1 英寸等於 25.4 毫米，用 y 代表 x 英寸的毫米數，求出將 x 英寸變爲毫米的公式：

1) 填下表：

英寸數	x	1	2	3	4	5	6	7
毫米數	y	25.4						

2) 作出將英寸換爲毫米的圖象。

3) 根據圖象求 a) 0.5 英寸；b) $1\frac{1}{4}$ 英寸；c) 12 英寸的毫米數。

4) 由圖象求 a) 30 毫米；b) 40 毫米；c) 50 毫米；d) 100 毫米的英寸數。

999. 一阿申（=28 英寸）等於 0.71 米。

1) 求米數（y）與阿申數（x）互換的公式。

2) 列出一個將阿申變爲米的表。

3) 作出一個將阿申變爲米的圖象。

4) 根據圖象將 6, 10, 3 阿申變化爲米。

5) 根據圖象將 5, 4, 6.5 米變爲阿申。

1000. 設每俄畝等於 1.09 公頃，作出將俄畝變爲公頃的圖象。

1001. 已知圓的周長約爲其直徑的 3.14 倍（精密至 0.01）。

以 c 代表周長，d 代表直徑長，求出用直徑長表示圓周長的公式。

1) 用 $d=1$，$d=2$，$d=3$，$d=4$ 列出圓周長的表。
2) 作出因直徑變化而使圓周長變化的圖象。
3) 由圖象求 $d=2.5$，$d=5$，$d=4.5$ 時的圓周長。
4) 由圖象求 $c=8$，$c=10$，$c=15$ 時的直徑長。

第六章　比例及比例關係

§45. 正比例關係

1002. 水由龍頭流入水槽，放水的時間和槽內的水量如下表：

時間(分鐘數)	t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
水量(公升數)	v	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27

1) 求 a) 6 分鐘內與 4 分鐘內流入槽中水量(公升數)的比；b) 兩個放水時間的比；c) 比較此二比。
2) 檢查 v 的任意兩值的比是否等於對應的兩 t 的值之比。
3) 求 v 的任一值與對應的 t 值的比。
4) 列出 v 與 t 間關係的公式。
5) 在練習簿上作出，水槽中水量公升數 v 隨放水時

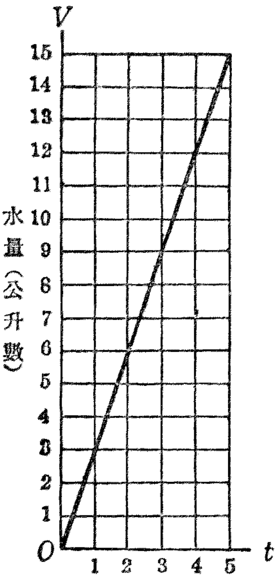
間 t 變化的圖象（圖 24）。

6）求 $5\frac{1}{2}$ 分鐘，$1\frac{1}{2}$ 分鐘流入槽中水量的公升數。

7）怎樣的兩量是成正比例的量，舉出一例。

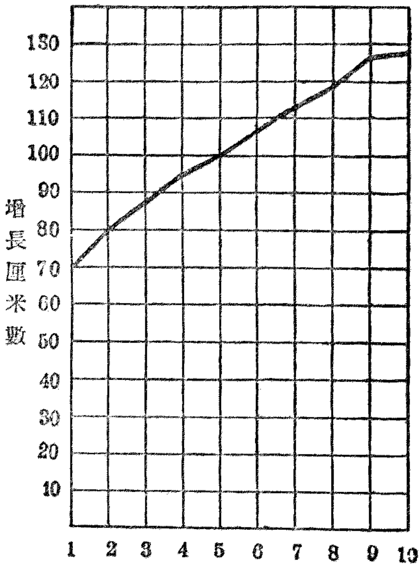
1003. 小孩的身長自出生至 10 歲大致按下表裏的尺寸增加。

年　齡	t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
身　長（厘米）	l	70	80	88	95	100	107	113	119	127	129



時間（分鐘數）

圖 24



年　齡　數

圖 25

1）証明任意兩 l 之比與對應的兩 t 之比不相等。

2) 証明各對 l 與 t，數値的比不相等.

3) 能否說小孩身長與其年齡成正比例?

4) 作出小孩身長 l 隨年齡 t 而變化的圖象.

5) 所畫圖象是什麼樣的? 和正比例關係的圖象不同在哪裏?

1004. 器內原來盛着零度的水；然後加熱，水的溫度隨着加熱的時間變化如下：

時間分數	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
溫度數	y	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

1) 求 x 的任二値之比，及與之對應的 y 值之比。

2) 用表裏已知各對 x、y 的値，列出比例式。

3) 寫出用 x 表示 y 的公式。

4) 當 $x=15$ 時，求器內水的溫度(假設加熱的情況是均勻的)。

5) 由已知的表作出器內溫度變化的圖象。

1005. 將以下各等式都寫成比例式：

1) $3\cdot4=2\cdot6$;　　2) $5p=3q$;

3) $a^2=bc$;　　4) $5(a-c)=4(a+c)$.

1006. 1) $(x+y)(x-y)=m^2$;　2) $(a-b)\cdot m=(a+b)\cdot n$;

3) $(m-n)\cdot k=(m+n)^2$;　4) $a^2-b^2=ab+bc$.

1007. 調動各已知比例式裏的數，作成新的比例式：

1) $4:8=5:10$;　　2) $m:n=p:q$;

3) $2a:3b=7c:5d$; 4) $x:2y=3z:5u$。

求下列各比例式中的未知數 x:

1008. 1) $\frac{x}{7}=\frac{15}{14}$; 2) $\frac{20}{x}=\frac{95}{57}$;

3) $x:\frac{2}{3}=\frac{5}{6}:\frac{3}{4}$; 4) $0.8:1.5=3.2:x$。

1009. 1) $2a:x=3a:b$; 2) $6mn:5m^2=x:10n^2$;

3) $\frac{1}{3}a^2b:x=\frac{2}{9}ab^2:\frac{3}{4}a^3b^3$; 4) $\frac{m}{14n}:\frac{3p}{7n}=x:\frac{2p}{m}$。

1010. 1) $\frac{a+b}{a-b}:x=\frac{a^2-b^2}{ab}:\frac{(a-b)^2}{ac}$;

2) $(m^2-n^2):\frac{m^2+2mn+n^2}{m}=\frac{2mn}{m+n}:x$;

3) $p^2q^2:\left(p+\frac{pq}{p-q}\right)=\left(q-\frac{pq}{p+q}\right):x$;

4) $\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}+ab\right):\left(\frac{a^3+b^3}{a+b}-ab\right)=(a+b)^2:x$。

1011. 1) $\frac{a+b}{2x}=\frac{3a}{a-b}$; 2) $\frac{2m-2n}{m+n}=\frac{4m^2-4n^2}{3x}$;

3) $\frac{2a^2-2}{a+1}=\frac{2x}{a^2+2a+1}$;

4) $\frac{3x}{5m+5n}=\frac{6(m-n)}{5m^2+10mn+5n^2}$。

1012. 已知$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$。

1) 將等式兩邊各加 1，証明前比中兩項之和與後項之比等於後比中兩項之和與後項之比。

2) 說明怎樣由已知比例式$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$得到比例式$\frac{a-b}{b}$

$$=\frac{c-d}{d}.$$

3) 說明怎樣由比例式$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$中得到下列各比例式：

а) $\frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c}$；　　б) $\frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c}$；

4) 用а) $a=6$，$b=3$，$c=8$，$d=4$；

б) $a=-5$，$b=10$，$c=-7$，$d=14$。

驗証所得的比例式。

1013. 變換下列各比例式，使未知數x，只含在一項中；然後求x：

1) $\frac{8-x}{x}=\frac{5}{3}$；　　2) $\frac{7+x}{x}=\frac{12}{5}$；

3) $\frac{12+x}{9}=\frac{x}{3}$；　　4) $\frac{18-x}{5}=\frac{x}{4}$；

5) $\frac{m}{n}=\frac{p-x}{x}$；　　6) $\frac{x+a}{x}=\frac{b}{c}$；

7) $\frac{a+x}{a-x}=\frac{b}{c}$；　　8) $\frac{m}{x+a}=\frac{n}{x-a}$；

9) $\frac{x+a}{m}=\frac{a-x}{n}$；　　10) $\frac{x+3a}{a}=\frac{x-2b}{b}$。

1014. 求算術平均數：

1) 5，7；　　2) 15，4，12；　　3) $3\frac{1}{2}$，$2\frac{3}{4}$；

4) -8，2；　　5) -16，-4；　　6) 18，0；

7) -14，0；　　8) a，b；　　9) $3a$，$5a$；

10) m，$2n$；　　11) 8，9，10；

12) $a-b$，a，$a+b$；　　13) $m+1$，$m+2$，$m+3$；

14) 13, 15, 17, 19;

15) $a-1$, $a-2$, $a-4$, $a-5$;

16) $2a^2$, $5a^2$, $8a^2$, $9a^2$.

1015. 求比例中的未知項:

1) $8:x=x:2$;　2) $9:x=x:4$;

3) $4:x=x:25$;　4) $27:x=x:3$.

1016. 求下列各對的數的幾何平均數:

1) 12, 3;　2) 16, 4;　3) 48, 3;

4) 50, 8;　5) a^2, b^2;　6) $9a$, $4a$.

1017. 等速前進步行的人,每小時走 3 公里。

1) 求他在 t 時內所走的路 S。

2) 當 t 為下列各值時,求所走的路 S。

t 小時	1	2	3	4	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$	$3\frac{2}{3}$	$4\frac{1}{3}$
S 公里	3													

3) 畫出路程 S 變化的圖象。

1018. 一公斤貨物值二盧布。

1) 列出貨價 y 與購買量 x 關係的公式。

2) 繪出所得公式的圖象。

3) 由圖象求 a) 2公斤 500 克; b) 4公斤 250 克; c) 3 公斤 750 克貨物的價錢。

4) 由圖象求價錢為 a) 7 盧布; b) 11盧布; c) 9 盧布的貨物量。

5）貨物的價錢隨貨物的數量作怎樣的變化？

1019*. 一磅等於 0.41 公斤.

1）列出 x 磅折合成 y 公斤的公式.

2）作出變換磅爲公斤的圖象.

3）由圖象將 4 磅；6 磅；$7\frac{1}{2}$ 磅；$2\frac{1}{2}$ 磅折成公斤數.

4）由圖象將 5 公斤；3 公斤；1.5 公斤；4.5 公斤折成磅數.

1020. 若 d 爲圓的直徑，則圓周的長 c 以公式 $c=\pi d$ 表之，其中 π 爲常數，約等於 3.142（精密至 0.001）.

1）若圓的直徑 a）增爲 10 倍，100 倍，1000 倍時；b）縮爲原長的 $\frac{1}{10}$，$\frac{1}{100}$，$\frac{1}{1000}$ 時，其圓周長的變化如何？

2）書中（參看上冊附錄）有個表，表裏 πn 那行對着整數 n 的那數是直徑爲 n 的圓周長的（近似）值. 若直徑爲 a）小數；b）分數時，怎樣利用這表求圓周的長.

3）若直徑爲下列各數利用表求圓周長：

a）15；24；38；0.8；0.12；2.6；7.2；8.9；230；530；780；

b）$\frac{1}{2}$；$\frac{1}{4}$；$\frac{5}{8}$；$2\frac{1}{4}$；$8\frac{3}{4}$；$\frac{4}{7}$；$5\frac{2}{3}$；$12\frac{5}{6}$.

若認爲下列各等式是表示正比例關係的，作這些比例關係的圖象.

1021. 1) $y=4x$;　　2) $y=\frac{1}{2}x$;　　3) $y=x$;

4) $y=2\frac{1}{2}x$;　　5) $y=\frac{1}{4}x$;　　6) $y=\frac{1}{3}x$;

7) $y=0.6x$;　　8) $y=1.5x$。

在圖 26 中指出 1), 3), 5) 的圖象。

1022. 1) $y=-x$;　　2) $y=-\frac{1}{2}x$;

3) $y=-2x$;　　4) $y=-3x$。

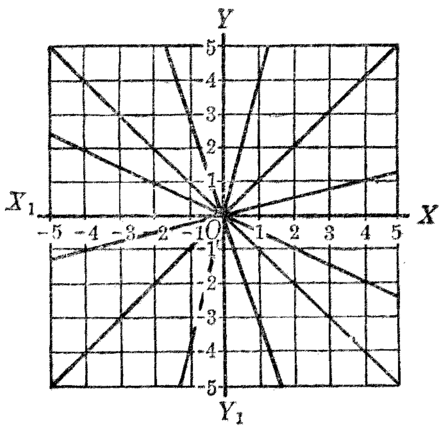


圖 26

在圖 26 中，指出 1), 2), 3) 的圖象。

1023*. 1) 甲以每時 3 公里的速度自城下鄉。甲出發後 2 小時，乙在同一道路上以每時 4.5 公里的速度出發。問距城多遠乙可追及甲？（根據圖象來解）

2) 自相距 10 公里的 A、B 二地，甲、乙二行人同時自兩地相向出發，甲每時行 2 公里，乙每時 3 公里。

用圖象求：1)幾時後二人相遇？及 2)相遇處距 A 多遠？

§46. 反比例關係

1024. 1) 矩形的底爲 a 厘米，面積爲 12 平方厘米．求矩形的高。

2) 由 $ah=12$，完成下表：

矩形底的厘米數	a	1	2	3	4	5	6	8	9	10	12	16	24
矩形高的厘米數	h												

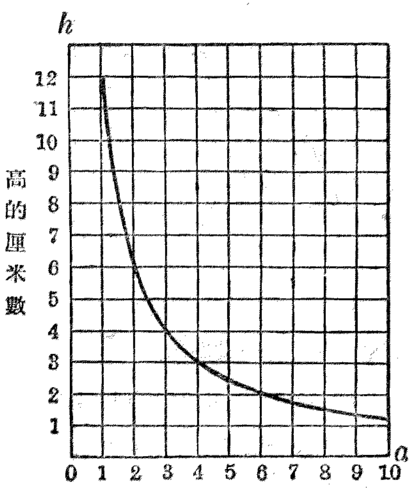


圖 27

3) 用數值的例，說明當直角三角形面積一定時，其底

增大幾倍它的高就縮小幾倍。

4) 若直角三角形的面積一定，作出高因底而變的圖象。

5) 爲什麼在公式：$h=\frac{12}{a}$中，a不得爲零？

1025. 若每公斤貨價爲x盧布，問48盧布可買貨若干公斤？

1) 由表裏已知的x值，求對應的y值。再作y變化的圖象。

每公斤貨價盧布數	x	2	3	4	6	8	10	12	16	18	20	24
貨的公斤數	y											

2) 當x爲：5、9、15時，試根據圖象求y的值。

3) 由y之值：6、8、12、16、20根據圖象求x的值。

1026*. 1) 作下列各方程的圖象：

a) $y=\frac{4}{x}$;　　b) $y=\frac{16}{x}$;　　c) $y=\frac{24}{x}$。

2) 根據$y=\frac{k}{x}$形式的一些公式的數值計算，推想書中$\frac{1000}{n}$的數值表（參看上冊附錄）的結構和用法。

3) 利用$\frac{1000}{n}$的數值表（參看上冊附錄）將下列分數化爲小數，要精密到0.0001。

$\frac{1}{7}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{17}, \frac{2}{23}, \frac{3}{11}, \frac{5}{29}, \frac{4}{31}, \frac{8}{43}$.

§47. 復習題

在下列問題內將已知量與未知量之關係寫成比例式，然後求出其未知項：

1027. 1) 火車 t 小時走 S 公里，它多少小時走 d 公里？

2) 用 b 盧布買物 a 公斤，c 盧布買幾公斤？

3) 集體農莊給 n 頭牛準備了 t 天的飼料。若用這些飼料餵 b 頭牛，可够幾天用的？

1028. 1) 家中取暖的燃料，平均每週用 k 噸可以用 t 天，若每週用 l 噸，問可以用幾週？

2) 某集體農莊的土地，用 m 架拖拉機 a 天可以耕完。問用幾架同馬力的拖拉機，能在 b 天內耕完？

3) 在 n 個大氣壓下，氣體體積為 v 立方厘米。問在 m 個大氣壓下，氣體的體積為多少？

1029. 公式 $a=\frac{3b}{c}$ 內 b、c 為正數，問在下列各情況下 a 的變化如何？

1) b 增為 2 倍； 2) c 縮為 5 分之 1；

3) b 縮為 3 分之 1； 4) c 增為 4 倍；

5) b 增為 2 倍而 c 縮為 3 分之 1；

6) b 縮為 5 分之 1 而 c 增為 3 倍。

1030. 公式 $N=\frac{ac}{b}$ 中；a、b、c 為正量，問在下列各條件下，N 的變化如何？

1) a 增為 3 倍； 2) b 增為 5 倍；

3) a 增爲 2 倍，而 c 增爲 3 倍；

4) a 縮爲 2 分之 1，而 c 增爲 4 倍；

5) a 縮爲 3 分之 1，而 b 增爲 3 倍。

1031. 公式 $M=\frac{a}{bc}$ 中，a、b、c 爲正量。問在下列各條件下 M 的變化如何？

1) a 增爲 3 倍；　　2) b 增爲 2 倍；

3) c 縮爲 5 分之 1；

4) a 增爲 2 倍而 b 縮爲 2 分之 1；

5) b 增爲 3 倍而 c 增爲 2 倍；

6) a 增爲 2 倍而 b 縮爲 3 分之 1，c 縮爲 4 分之 1；

7) a 增爲 2 倍而 b 增爲 3 倍，c 增爲 3 倍；

8) a 縮爲 4 分之 1，b 縮爲 2 分之 1，c 縮爲 3 分之 1。

1032. 於公式 $K=\frac{m}{n}$ 中；m、n 爲正量。

1) m 應如何變化才能使 K 增爲 3 倍，而 n 不變？

2) K 縮爲 2 分之 1，m 不變，n 的變化如何？

3) 若 K 不變，而 n 縮爲 5 分之 1，m 的變化如何？

4) 若 K 不變 n 增爲 4 倍，m 的變化如何？

5) 若 K 增爲 6 倍，而 m 縮爲 2 分之 1，n 的變化如何？

1033. 1) 求比例式 $\frac{a+b}{a-b}:\frac{a^2-b^2}{ab}=x:\frac{(a-b)^2}{ac}$ 中的未知項。

2) 解問題：

m 公斤鮮果製成 d 公斤果乾。問 n 公斤鮮果製幾公斤果乾？

3）若 b 爲三角形的底，h 是這底上的高，則三角形面積的公式是 $S=\frac{b \cdot h}{2}$。

a）若 b 增成 4 倍，而 h 縮 2 分之 1，S 的變化如何？

b）若 S 不變，而 b 縮 5 分之 1，h 的變化如何？

1034. 1）求比例式 $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}:\left(1+\frac{a}{b}\right)=\left(1-\frac{a}{b}\right):x$ 中的未知項。

2）解問題：

火車以時速 v 公里在 t 小時內通過兩站間的距離。問它以時速 v_1 公里進行時，需多少小時走完此距離？

3）公式 $d=\frac{m}{v}$ 中 d 爲物質的密度，m 爲物質的克數，v 爲物質的體積。在下列情況下 d 的變化如何？

a）m 增成 2 倍，v 不變。

b）m 縮 3 分之 1，v 增成 2 倍。

1035. 1）求比例式 $\left(\frac{a^2-b^2}{a-b}-ab\right):\left(\frac{a^3+b^3}{a+b}+ab\right)=1:x$ 中的未知項。

2）火車以時速 a 公里在 t 小時內通過二站間的距離，若欲以 t_1 小時走完此距離。問時速應爲若干公里？

3）公式 $A=\frac{2bc}{d}$ 內的 b、c、d 都是正量。

在下列各情況下 A 的變化如何？

a) b不變，c縮2分之1，d增成3倍。

b) b縮2分之1，c增成4倍，d縮成5分之1。

1036. 1) 求比例式$\frac{a^3+b^3}{n}:\frac{a^3-b^3}{p}=\frac{p(a+b)}{n(a-b)}:x$中的未知項。

2) 要t天伐完一個林區，需用a個工人。若用b個工人幾天伐完？

3) 公式$P=\frac{5a}{3bc}$中，a、b、c均爲正量。在下列各情況下P的變化如何？

a) a不變，而b增成二倍，c縮成3分之1。

b) a增成4倍，b縮2分之1，c不變。

第七章　一元一次方程

§48. 一元一次方程的解法

1037. 火車自A站開往5公里外的B站，然後以每分0.5公里的速度繼續行駛。

1) 火車過B站後再行x分鐘，求它與A站的距離y。

2) 已知x的值爲1、2、3、4、……、10，作出火車與A站的距離y的變化表，再作y的變化圖象。

3) 若y等於6、7、8、……、14、時，按圖象求x的值。

1038. 1) 用下面表裏所給x的各值，計算$y=2x+4$的各值。再作圖象。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=2x+4$									

2) 根據圖象求x是甚麼值時，y的值是 a) 0； b) $+6$；

c) -2； d) -6。

最後用解相應方程的方法，來檢查結果的正確性（圖 28）。

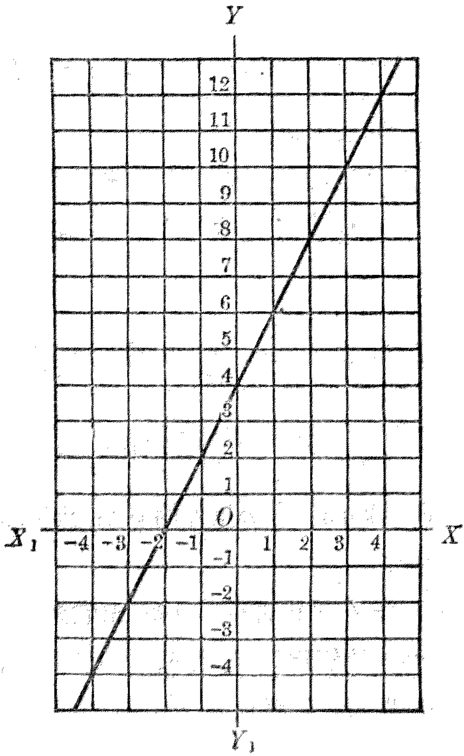


圖 28

1039. 用前面的方式將下列各方程都作一遍：

1) $y=-3x-6$;　　2) $y=-1\frac{1}{2}x+3$;

3) $y=0.5x+4$;　　4) $y=+2.5x-10$;

5) $y=+4x-12$;　　6) $y=-5x+15$.

1040. 作下列各方程的圖象，並求圖象與 x、y 軸各交點的坐標。

1) $y=-x+4$;　　2) $y=x-3$;

3) $y=-x-5$;　　4) $y=x+2$;

5) $y=2x-7$;　　6) $y=-3x+6$.

1041. 1) x 爲何值時，才能使 $x+1$ 與 $x+5$ 的值相同？

2) 已知 $y_1=5x-4$ 及 $y_2=2x+5$。當 x 爲何值時，我們才能得到 $y_1=y_2$？

3) 當 x 爲何值時二項式 $3x+5$ 才能等於：1) -4？ 2) -1？ 3) 0？ 4) 8？

4) 方程 $\frac{5x-3}{2x}=x-1$ 之根是否爲 3？

1042. 下列哪一個方程在 a) 自然數；b) 整數；c) 正數的範圍內有解？

1) $5x=9$;　　2) $3x=-12$;　　3) $2x=2$;

4) $7x=21$;　　5) $4x=0$;　　6) $6x=-10$.

解方程：

1043. 1) $8x-3=5x+6$;　　2) $2x-19=7x+31$;

3) $10x-3=x+3$;　　4) $5y-9=7y-13$;

5) $20-2z=z-1$;　　6) $11y-4=-5y+8$;

7) $5-6z=9z-5$;　　8) $19-x=100-10x$;

9) $x-7+8x=9x-3-4x$;

10) $11x+42-2x=100-9x-22$;

11) $3x-20+6x-2=8x-10+2x$;

12) $10x+7+13x=x+5+24x$;

13) $2x-\frac{3}{5}x=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}-\frac{2}{5}x+2$;

14) $x+1\frac{1}{2}x+9=\frac{2}{3}x+4+\frac{5}{6}x-\frac{6}{5}x+\frac{1}{5}$;

15) $2\frac{1}{3}x-3\frac{1}{2}x+1=x-5\frac{1}{3}x+3\frac{1}{5}x$;

16) $1\frac{4}{5}x-2\frac{1}{2}x-2=-2\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}-\frac{1}{5}$;

17) $3+2.25x+2.6=2x+5+0.4x$;

18) $0.75x-2x=9+0.6x-0.5x$;

19) $5.76+4.8x-0.05x=6.99x-1.995x+5.13$;

20) $5x+3.48-2.35x=5.381-2.9x+10.42$.

1044. 以 x 爲未知數解下列各方程:

1) $3x+a=5x-b$;
2) $2x+b=5x-3a+4b$;

3) $2a+5x=7x-2b$;
4) $3x+4a=4x+5b$;

5) $ax+b=c-2ax$;
6) $ax-a^2=bx-b^2$;

7) $ax-b-a=x-a$;
8) $a-cx=bx-x$;

9) $5x+2a=3x+2$;
10) $7x-6a=3a+15+x$;

11) $3-2a+5x=4a+9-x$;

12) $10x-3b+4=b-2+8x$.

1045. 1) 爲甚麼方程 $x+4=3x-2(x-3)$ 無解?

2) 爲甚麼方程 $x+6=3x-2(x-3)$ 的解不定（用任

何數都可以)?

1046. 下邊的四個方程裏哪個無解,哪個的解不定?

1) $5x-15-3x-6=2x-25$;

2) $7-4x+32-7x=22-11x$;

3) $4x-3-3x-4=x-7$;

4) $10x-50+6x-3=16x-5-48$。

解下列各方程,其中 x, y, z, u, t 是未知數:

1047. 1) $15(x+2)=6(2x+7)$;

2) $5(x+3)=8(10-x)$;

3) $8(9+2x)=5(2-3x)$;

4) $5(2x-9)=3(9-2x)$;

5) $10y+2(7y-2)=5(4y+3)+3y$;

6) $26-4x=12x-7(x+4)$;

7) $8(3z-2)-13z=5(12-3z)+7z$;

8) $4y-3(20-y)=6y-7(11-y)$;

9) $13t-8(3t-2)=-7t-5(12-3t)$;

10) $7(2u-1)-6(11-u)=3(u+4)$;

11) $2(2t+3)=8(1-t)-5(t-2)$;

12) $17(2-3u)-5(u+12)=8(1-7u)$。

1048. 1) $5(x-a)=3(x+b)$;　　2) $6(a-x)=7(b-x)$;

3) $(m+1)x=n-x$;　　4) $(n-1)x=2(n+x)$。

1049. 1) $(a+x)b-a=(b+1)x+ab$;

2) $2m-(m+n)x=(m-n)x$;

3) $c(d+y)=ab-(y-c)d$;

4) $cx-b(c-x)=a(b-x)-b(a-x)$.

1050. 1) $a-(a+b)x=(b-a)x-(c+bx)$;

2) $2(3x-5a)+9(2a-7b)+3(5a-2x)=0$;

3) $11(a+3b)-2(5a-5x)-4(3a+8x)=0$;

4) $7(2x-a)-3(4x-a)-5(3x+2a)+a=0$.

1051. 1) $(x-3)(x+4)-2(3x-2)=(x-4)^2$;

2) $(x+5)(x+2)-3(4x-3)=(x-5)^2$;

3) $12-2(x-1)^2=4(x-2)-(x-3)(2x-5)$;

4) $(3x-1)^2-5(2x+1)^2+(6x-3)(2x+1)=(x-1)^2$.

1052. 1) $5(x-1)^2-2(x+3)^2=3(x+2)^2-7(6x-1)$;

2) $2x^2+(x+5)^2-2(x+7)^2=2(3x-72{,}5)+(x-6)^2$;

3) $3(x+1)^2+(x-4)^3=101+(x-3)^3$;

4) $(x+1)^3-(x-1)^3=6(x^2+x+1)$.

1053. 1) $\frac{5x-4}{2}=\frac{16x+1}{7}$; 2) $\frac{5-z}{8}=\frac{18-5z}{12}$;

3) $\frac{1-9y}{5}=\frac{19+3y}{8}$; 4) $\frac{4t+33}{21}=\frac{17+t}{14}$.

1054. 1) $1-\frac{2u-5}{6}=\frac{3-u}{4}$; 2) $\frac{3y+12}{4}=2-\frac{5y-7}{3}$;

3) $\frac{x+17}{5}-\frac{3x-7}{4}=-2$;

4) $x+2\frac{1}{2}=\frac{4x+3}{4}-\frac{2-3x}{8}$.

1055. 1) $x+\frac{2x-7}{2}-\frac{3x+1}{5}=5-\frac{x+6}{2}$;

2) $\frac{2x-5}{6}+\frac{x+2}{4}=\frac{5-2x}{3}-\frac{6-7x}{4}-x$;

3) $\frac{x-4}{5}+\frac{3x-2}{10}=\frac{2x+1}{3}-7;$

4) $\frac{4x}{3}-17+\frac{3x-17}{4}=\frac{x+5}{2}.$

1056. 1) $\frac{3x-2}{11}-\frac{x}{3}=\frac{3x-5}{7}-\frac{5x-3}{9};$

2) $\frac{5x+1}{6}+\frac{3x-1}{5}=\frac{9x+1}{8}-\frac{1-x}{3};$

3) $\frac{x+4}{5}-x+5=\frac{x+3}{3}-\frac{x-2}{2};$

4) $\frac{2x-10}{3}-15=\frac{3x-40}{11}-\frac{57-x}{5}.$

1057. 1) $\frac{3(x-11)}{4}=\frac{3(x+1)}{5}-\frac{2(2x-5)}{11};$

2) $\frac{2(x-4)}{3}+\frac{3x+13}{8}=\frac{3(2x-3)}{5}-7;$

3) $14\frac{1}{2}-\frac{2(x+3)}{5}=\frac{3x}{2}-\frac{2(x-7)}{3};$

4) $\frac{8(x+10)}{15}-24\frac{1}{2}=\frac{7x}{10}-\frac{2(11x-5)}{5}.$

1058. 1) $\frac{2}{3}y-\frac{5}{6}(12y-18)+\frac{1}{12}(4y-8)=\frac{1}{9}(3-9y)-2;$

2) $\frac{1}{3}(t-2)-\frac{1}{7}(5t-6)=\frac{22t-63}{105}-\frac{1}{5}(3t-4);$

3) $\frac{1}{2}(z+1)+\frac{1}{3}(z+2)=3-\frac{1}{4}(z+3);$

4) $x-\frac{3}{17}(2x-1)=\frac{7}{34}(1-2x)+\frac{10x-3}{2}.$

1059. 1) $x-\frac{1-\frac{3x}{2}}{4}-\frac{2-\frac{x}{4}}{3}=2;$

2) $x+2-\frac{2x-\frac{4-3x}{5}}{15}=\frac{7x-\frac{x-3}{2}}{5}$;

3) $x-\frac{\frac{x}{2}-\frac{3+x}{4}}{2}=3-\frac{\left(1-\frac{6-x}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}}{2}$;

4) $1-\frac{x-\frac{1+x}{3}}{3}=\frac{x}{2}-\frac{2x-\frac{10-7x}{3}}{2}$.

1060. 1) $\frac{1.8-8x}{1.2}-\frac{1.3-3x}{2}=\frac{5x-0.4}{0.3}$;

2) $\frac{3(1.2-x)}{10}-\frac{5+7x}{4}=x+\frac{9x+0.2}{20}-\frac{4(13x-0.6)}{5}$;

3) $\frac{9x-0.7}{4}-\frac{5x-1\frac{1}{2}}{7}=\frac{7x-1.1}{3}-\frac{5(0.4-2x)}{6}$;

4) $\frac{2(2-3x)}{0.01}-2.5=\frac{0.02-2x}{0.02}-7.5$。

列出方程以解下列問題:

1061. 甲、乙、丙三倉共存 50 噸糧食，甲倉比乙倉多 2 噸，丙倉比甲倉少 5 噸。問三倉各存糧食多少?

1062. 給甲、乙、丙房間生火，運來 55 立方公尺木材。乙房得的是甲房的三倍，丙房比甲房多得 30 立方公尺。問每房得幾立方公尺木材?

1063. 甲、乙、丙三班共有 119 個學生，甲班比乙班多四人，比丙班少 3 人，問每班有多少學生?

1064. 庫房有 2.4 噸食品，麵為肉的三倍，粒糧較麵少 400 公斤。問麵、肉、粒糧各若干噸?

1065. 列車用槽車，敞車和貨車組成共 60 輛，槽車較敞車少 4 輛，比貨車少 8 輛。問槽車、敞車、貨車各幾輛？

1066. 機車帶的煤水車共重 122.8 噸。其中水較燃料重 33 噸，煤水車的空車皮較燃料重 35.8 噸。問水、燃料，與煤水車的空車皮各重多少噸？

1067. 學校附設菜園收 1800 公斤蔬菜。其中洋芋爲甜菜的 5 倍，白菜較甜菜多 120 公斤。問每種菜各多少公斤？

1068. 少先隊收集廢金屬 65 公斤。其中銅，鋁之和較鋅多 1 公斤，銅較鋁多 15 公斤。問三種金屬各多少公斤？

1069. 1949 年蘇聯集體農莊林場與國營農場爲種植防護林共準備土地 269600 公頃。農莊準備的爲國營農場所準備的 10 倍，而較林場所準備的少 84800 公頃。問集體農莊，林場，國營農場各準備土地多少公頃？

1070. 二數的和爲 77.77，差爲 9.09，求二數。

1071. 二數的和爲 a，差爲 b，求二數。

1072. 甲、乙二數的和爲 35；甲數乘以 3，乙數乘以 4，則所得乘積之和爲 125。求二數。

1073. 甲乙二數之和爲 a，甲數乘以 m，乙數乘以 n，則所得乘積之和爲 b，求二數。

1074. 甲乙二數之和爲 759。其比爲 5:6。求二數。

1075. 甲乙二數之和爲 a，其比爲 $m:n$。求二數。

1076. 甲乙二數之比爲 $2\frac{1}{2}:3\frac{1}{2}$。二數之差爲 12。求二數。

1077. 甲乙二數之比爲 $a:b$，二數之差爲 c。若 $a>b$，$c>0$。求二數。

1078. 面積爲 864 公頃的土地分成甲、乙、丙三部，其中丙的面積爲甲乙之和，若已知乙的面積與甲面積之比爲 11:5；求每一部分土地的面積。

1079. 三角形 ABC 內 $\angle A$ 等於 $\angle B$ 與 $\angle C$ 之和。已知 $\angle B:\angle C=4:5$。問三角各若干？

1080. 甲倉內存糧爲乙倉存糧的二倍。若甲倉去 750 噸，乙倉添 350 噸；則二倉的糧相等。問最初二倉有糧各若干？

1081. 甲棧存煤爲乙棧存煤的二倍。若運入甲棧 8 噸煤，運入乙棧 14.5 噸煤，則二棧內的煤相等。問二棧內原有煤各若干？

1082. 書架上層的書爲下層書的二倍，若自上層拿出 25 册放入下層，則二層的書相等，問每層原有書多少？

1083. 有甲、乙二教室，甲教室內學生爲乙教室內的二倍，若自甲室移到乙室 10 個學生，則甲室所餘較乙室所有多 3 個。問每教室原有學生若干？

1084. 甲、乙二女莊員，運 160 個雞蛋去商場。當甲給乙20個後，乙所有則爲甲所餘雞蛋的 3 倍，求每人運到商場的雞蛋各若干？

1085. 甲、乙二圖書館共有書 2280 册，甲館給乙館 180 册書則甲館所餘爲乙館所有書的$\frac{1}{2}$，問每館原有書各若干册？

1086. 甲袋裝糖 60 公斤，乙袋裝糖 80 公斤。兩袋各取出一部分，若乙袋取出的糖爲甲袋所取出的三倍，則甲袋所餘爲乙袋所餘的二倍。問自每袋各取出的糖若干公斤？

1087. 甲庫存煤 185 噸，乙庫存煤 237 噸，甲庫每天發出 15 噸，乙庫每天發出 18 噸。問多少天後乙庫所有煤爲甲庫所有煤

的 1 倍半？

1088. 甲乙二蔬菜儲藏室，甲室內有洋芋 21 噸，乙室有 18 噸，甲室每天運入 9 噸，乙室每天運入 12 噸。問多少天後乙室所存洋芋爲甲室所存的 1.2 倍？

1089. 甲乙二小販，甲販所有練習本爲乙的二倍．甲給乙75 冊，則乙爲甲所剩餘的 $1\frac{1}{7}$ 倍。問每販原有練習本若干？

1090. 集體農莊有種洋芋與白菜的甲、乙二地．甲爲乙的四倍．若自甲劃出 10 公頃歸入乙內，則乙爲甲所餘的$\frac{2}{3}$，求每塊地的面積．

1091. 甲乙二草棚裝有乾草．甲所有爲乙所有的三倍．自甲棚取出 20 噸給乙棚．則乙棚所有乾草噸數爲甲棚內所餘乾草噸數的$\frac{5}{7}$．問每棚內原有乾草若干噸？

1092. 甲、乙二箱，甲箱的蘋果是乙箱的 3 倍．若每箱增加 50 公斤．則甲箱與乙箱重量的比爲$\frac{1}{3}:\frac{1}{5}$．問每箱有蘋果若干公斤？

1093. 甲、乙二袋，甲袋有 55 公斤糧，乙袋有 63 公斤．自乙袋取出的糧爲自甲袋取出糧的二倍時，則乙袋所餘較甲袋所餘少 5 公斤．問每袋各取出糧多少公斤？

1094. 某斯達哈諾夫工作者所得的款是某普通工人的三倍，前者借給後者 100 盧布後，前者所餘爲後者的 $1\frac{2}{3}$倍．問每人各得多少盧布？

1095. 工廠內甲車間工人數目與乙車間工人數目的比爲 3:2。若甲車間有 18 個工人轉到乙車間，則工人數目的比爲 5:4，求每車間原有的工人數。

1096. 二數的比爲$\frac{2}{3}$，大數減 2000，小數減 1000，則餘數的比爲$\frac{3}{4}$。求此二數。

1097. 西服分送甲、乙二商店，送甲店的西服爲送乙店的 3 倍。若送甲店的西服只有實際送去的$\frac{1}{9}$，而多送乙店 21 套，則送乙店的西服爲送甲店的 4 倍。求實際送到兩店的西服各多少？

1098. 父年 61 歲，子年 29 歲。問幾年前父年爲子年的 9 倍？

1099. 父年 33 歲，子年$\frac{1}{2}$歲。問幾年後父年爲子年的 6 倍？

1100. 20 年後父年爲子年的二倍，8 年前父年爲子年的 6 倍。問父、子現年各多少歲？

以 x, y, z, u, t 等爲未知數，解下列各方程：

1101. 1) $y+\frac{y}{a}=b$;　　2) $z-a=\frac{z}{b}$;

3) $\frac{x}{m}-x=n$;　　4) $t+\frac{at}{b}=1$.

1102. 1) $\frac{u}{p}+\frac{u}{q}=m$;　　2) $\frac{z}{m}-\frac{z}{n}=1$;

3) $\frac{y}{a}-b=\frac{y}{b}-a$;　　4) $t+\frac{b^2}{a}=\frac{bt}{a}+a$.

1103. 1) $\frac{x-m}{n}=\frac{x-n}{m}$;　　2) $\frac{a+x}{b}-2=\frac{x-b}{a}$;

3) $\frac{z-a}{a}-m=\frac{z-b}{b}-n$;

4) $m-\frac{n+y}{n}=n-\frac{m+y}{m}$.

1104. 1) $\frac{t+p}{q}-\frac{q}{p}=\frac{t-q}{p}+\frac{p}{q}$;

2) $\frac{a+t}{a}-m=\frac{b+t}{b}-n$;

3) $\frac{x-m}{m}+p=\frac{x-n}{n}+q$;

4) $\frac{y+d}{c}-\frac{y-c}{d}=2$; 5) $\frac{d-z}{c}+\frac{z+c}{d}=2$.

1105. 1) $\frac{x-m}{n+m}=\frac{x-n}{n-m}$; 2) $\frac{2x-m}{n+m}=\frac{2x+n}{m-n}$;

3) $\frac{a+bz}{a+b}=\frac{c+dz}{d+c}$; 4) $\frac{m+nx}{m-n}=\frac{p+qx}{p-q}$.

1106. 1) $\frac{y}{a-b}-\frac{3}{a+b}=\frac{4by}{a^2-b^2}$; 2) $\frac{z}{a}+\frac{z}{b-a}=\frac{a}{a+b}$;

3) $\frac{x+n}{m+n}+\frac{x-n}{m-n}=\frac{1}{m+n}-\frac{x-n}{m^2-n^2}+\frac{2x}{m}$;

4) $\frac{x+b}{a+b}+\frac{x-b}{a-b}=\frac{1}{a+b}-\frac{x-b}{a^2-b^2}+\frac{2x}{a}$.

1107. 1) $\frac{a-x}{b-a}-\frac{x+a}{a+b}=\frac{2ax}{a^2-b^2}$;

2) $\frac{x}{b-a}=\frac{2bx}{b^2-a^2}-\frac{5a}{a+b}$;

3) $\frac{a-x}{b-a}+\frac{3x}{a+b}=\frac{3a^2-ab-4b^2}{a^2-b^2}$;

4) $\frac{3ax+12ab+5b^2}{9a^2-b^2}=\frac{2x-3b}{3a+b}-\frac{3x-4a}{b-3a}$.

1108. 1) $\frac{2a+x}{4a^2-9b^2}=\frac{a+3x}{4a^2+6ab}-\frac{2x-a}{6ab-9b^2}$;

2) $\frac{a-2x}{10ab+25b^2}-\frac{5x+a}{4a^2-10ab}=\frac{2a+3x}{25b^2-4a^2}$;

3) $\frac{b+x}{a^2+2ab+b^2}+\frac{2x}{a}=\frac{x-b}{a^2-b^2}+\frac{x+b}{a+b}+\frac{x-b}{a-b}$;

4) $\dfrac{x+a}{a-b}+\dfrac{x-a}{a+b}=\dfrac{x+b}{a+b}+\dfrac{2(x-b)}{a-b}$。

§49. 分式方程

1109. 下面的方法推得荒謬結論，其錯誤何在？

已知方程 $6x-15=10x-25$。

兩邊提出公因式，得 $3(2x-5)=5(2x-5)$。

以 $2x-5$ 同除等式的兩端，則得 $3=5$。

爲什麼不能用 $2x-5$ 除等式的兩邊呢？

1110. 証明解下列各題時，若先化爲整式，所得的根中有增根：

1) $\dfrac{1}{x-2}+3=\dfrac{3-x}{x-2}$；　　2) $5+\dfrac{1}{x-4}=\dfrac{5-x}{x-4}$；

3) $\dfrac{1}{x-5}+6=\dfrac{6-x}{x-5}$；　　4) $\dfrac{8-x}{x-7}=8+\dfrac{1}{x-7}$。

1111. 証明在解下列各題時，若先化爲整式，並不擾亂新舊方程的同解性：

1) $2-\dfrac{x-3}{x+3}=\dfrac{3x-1}{3x+1}$；　　2) $\dfrac{8x-5}{2x+5}=5-\dfrac{3x+7}{3x+2}$。

解方程，並檢查所得的根是否適合原方程：

1112. 1) $\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{2}{x+1}$；　　2) $\dfrac{3}{y-2}=\dfrac{2}{y-3}$；

3) $\dfrac{x}{x-5}=\dfrac{x-2}{x-6}$；　　4) $\dfrac{z+1}{z-1}=\dfrac{z-5}{z-3}$。

1113. 1) $\dfrac{3t-1}{3t+1}=2-\dfrac{t-3}{t+3}$；　　2) $\dfrac{3x-5}{x-1}-\dfrac{2x-5}{x-2}=1$；

3) $2-\dfrac{3u}{3u-2}=\dfrac{2u-9}{2u-5}$; 4) $\dfrac{9x-7}{3x-2}-\dfrac{4x-5}{2x-3}=1$.

1114. 1) $\dfrac{8}{3t-3}-\dfrac{2+t}{t-1}=\dfrac{5}{2-2t}-\dfrac{5}{18}$;

2) $\dfrac{14}{3z-12}-\dfrac{2+z}{z-4}=\dfrac{3}{8-2z}-\dfrac{5}{6}$;

3) $\dfrac{y+5}{3y-6}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2y-3}{2y-4}$;

4) $\dfrac{10}{3}-\dfrac{7u+2}{6u+18}=2+\dfrac{3u-1}{4u+12}$.

1115. 1) $\dfrac{2x-1}{2x+1}=\dfrac{2x+1}{2x-1}+\dfrac{8}{1-4x^2}$;

2) $\dfrac{12}{1-9x^2}=\dfrac{1-3x}{1+3x}+\dfrac{1+3x}{3x-1}$;

3) $\dfrac{t^2-3}{1-t^2}+\dfrac{t+1}{t-1}=\dfrac{4}{1+t}$;

4) $\dfrac{y^2+17}{y^2-1}=\dfrac{y-2}{y+1}-\dfrac{5}{1-y}$.

1116. 1) $\dfrac{z+2}{z-2}=\dfrac{z^2}{z^2-4}+\dfrac{6}{2+z}$;

2) $5+\dfrac{96}{x^2-16}=\dfrac{2x-1}{x+4}-\dfrac{3x-1}{4-x}$;

3) $\dfrac{12x^2+30x-21}{16x^2-9}=\dfrac{3x-7}{3-4x}+\dfrac{6x+5}{4x+3}$;

4) $\dfrac{3}{1-6t}=\dfrac{2}{6t+1}-\dfrac{8+9t}{36t^2-1}$.

1117. 1) $\dfrac{3}{(2x+5)^2}+\dfrac{4}{(2x+1)^2}=\dfrac{7}{(2x+5)(2x+1)}$;

2) $\dfrac{3}{1-z^2}=\dfrac{2}{(1+z)^2}-\dfrac{5}{(1-z)^2}$;

3) $\dfrac{1}{(3-2x)^2}-\dfrac{3}{9-4x^2}=\dfrac{4}{(3+2x)^2}$;

4) $\dfrac{2}{(1-3x)(3x+11)}=\dfrac{1}{(3x-1)^2}-\dfrac{3}{(3x+11)^2}$.

解文字方程，其中 x 為未知數，並檢查所得的根是否適合原方程：

1118. 1) $\dfrac{a}{x}-1=\dfrac{b}{x}-9$; 2) $\dfrac{x}{a}-\dfrac{a}{2x}=\dfrac{2x+a}{2a}-\dfrac{a}{x}$;

3) $a^2-\dfrac{a}{x}+\dfrac{b^2}{ax}=\dfrac{a^2}{bx}-\dfrac{b}{x}+b^2$;

4) $\dfrac{a-bm}{mx}-\dfrac{c-bn}{nx}=1$.

1119. 1) $\dfrac{a+b}{x}-c=d-\dfrac{a-b}{x}$; 2) $\dfrac{a+b}{x}+\dfrac{a}{b}=-1$;

3) $\dfrac{1+x}{1-x}=\dfrac{a}{b}$; 4) $\dfrac{a}{a-x}=\dfrac{b}{b-x}$.

1120. 1) $\dfrac{x}{a}-\dfrac{a+b}{x}=\dfrac{x-a}{a}$; 2) $\dfrac{x+a}{a}+\dfrac{x}{x-a}=\dfrac{x-a}{a}$;

3) $\dfrac{a+b}{x-a}-\dfrac{a-b}{x+a}=0$; 4) $\dfrac{a-b}{x-a}-\dfrac{a+b}{x-b}=0$.

1121. 1) $\dfrac{x+m}{x-n}+\dfrac{x+n}{x-m}=2$;

2) $\dfrac{3}{x-a}-\dfrac{2}{x+a}=\dfrac{3x-7a}{x^2-a^2}$;

3) $\dfrac{x+a}{x-a}+\dfrac{x+b}{x-b}=2$; 4) $\dfrac{x+a}{x-a}+\dfrac{m+a}{m-a}=2$.

1122. 1) $\dfrac{n+x}{d+x}=\dfrac{n}{d}+\dfrac{1}{6}$; 2) $\dfrac{x-s}{2x+t}-\dfrac{3x+t}{6x-s}=0$;

3) $\dfrac{5-a}{4b-x}-\dfrac{5+a}{4b+x}=0$; 4) $\dfrac{a-2x}{6x-b}-\dfrac{a-x}{3x-b}=0$.

1123. 1) $\frac{x+a}{2}-\frac{2}{x+a}=\frac{x-a}{2}$;

2) $\frac{a}{x}-\frac{b}{cx}=\frac{d}{cx}-\frac{b-a}{c}$;

3) $c\left(\frac{d}{ab}-\frac{ab}{x}\right)+d=\frac{c^2}{x}$;

4) $\frac{1}{m+n}+\frac{m+n}{x}=\frac{1}{m-n}+\frac{m-n}{x}$.

1124*. 1) $\frac{ax+b}{x-m}+\frac{cx+a}{x-n}=a+c$;

2) $\frac{c+x}{cx}=\frac{1}{c}+\frac{c}{c+x}$;

3) $\frac{x-2a}{x+3a}=3-\frac{2x^2-13a^2}{x^2-9a^2}$;

4) $\frac{x}{3a+x}-\frac{x}{x-3a}=\frac{a^2}{9a^2-x^2}$.

1125*. 1) $\frac{a}{2b+ax}=\frac{b}{2a-bx}+\frac{2ab}{2+abx}$;

2) $\frac{1}{bc-bx}-\frac{1}{ac-ax}=\frac{2}{b^2-bx}-\frac{2}{ab-ax}$;

3) $\frac{a}{x+a}-\frac{b}{x+b}=\frac{a-b}{x-b}$;

4) $\frac{a}{c-x}+\frac{c}{a-x}=\frac{a+c}{b-x}$.

1126*. 1) $\frac{ax+b}{mx-m}-\frac{ax-b}{nx-n}=\frac{a}{m}-\frac{b}{n}$;

2) $\frac{m}{m-x}-\frac{b^2}{(m-x)c}=\frac{mc-b^2}{c}$;

3) $\frac{x}{b(a-x)}+\frac{c}{d(x-a)}=\frac{ad-bc}{3abd}$;

4) $\dfrac{a}{ac+bc}+\dfrac{a-b}{2bx}=\dfrac{a+b}{2bc}-\dfrac{b}{ax+bx}$.

§50. 用列方程解答的問題

1127. 甲數爲乙數二倍，乙與 10 的和被 12 除等於甲的$\frac{1}{5}$。求此二數。

1128. 二數的差爲 12。若將小數除以 7，大數除以 5，則第一商較第二商小 4。求此二數。

1129. 二數的比爲 3:2。若小數除以 4，大數除以 9。則第一商較第二商大 4，求此二數。

1130. 二數的比爲$\frac{1}{2}:\frac{2}{3}$。若第一數加 6，第二數加 5，則所得兩數的比爲 0.4:0.5。求此二數。

1131. 分數的分子較分母小 2。若分子用 3 除而分母加 3，則得$\frac{1}{8}$，求此分數。

1132. 分數的分母較分子大 4。若將分子分母各加 1，則分數變爲$\frac{1}{2}$。求此分數。

1133. 分數的分母較分子大 4。若將分子加 11，而分母減 1，則變成原分數的倒數，求原分數。

1134. 分數的分母較分子大 5。若將分子加 14，而分母減 1，則變成原分數的倒數。求原分數。

1135. A 地到 B 地的距離爲 12.5 公里。一人步行，一人騎車，騎車者動身晚一小時而早到 40 分鐘，若知騎車與步行的速度之比爲 3:1，求二者的速度。

1136. A 城至 B 城的公路長 50 公里．一人騎自行車，一人坐摩托車，摩托車出發晚一小時 30 分鐘，而早到一小時，若已知摩托車的速度爲自行車速度的 2.5 倍．問二者的速度各多少？

1137. 甲乙二人自鄉村步行進城，甲較乙早出發一小時，而晚到一小時，甲每小時走 4 公里，乙每小時走 6 公里．求城市與鄉村間的距離．

1138. 情報員自 A 地送情報至 B 地．來回共走了 $14\frac{1}{2}$ 小時，他來時每小時走 30 公里，回時每小時 28 公里．問 A、B 相距多遠？

1139. 情報員自 A 至 B 送情報用 35 分鐘．返回時每小時多走 0.6 公里，因而只用了 30 分鐘．求 A、B 間的距離及其來回的速度．

1140. 列車自 A 城至 B 城用了 10 時 40 分．若每小時的速度減少 10 公里，則到達 B 城將遲 2 時 8 分．求兩城間距離及列車的速度．

1141. 爲了在指定的時間內由鄉村到達城市，步行者應以每小時 4 公里的速度行走，他這樣走了全程的一半搭上每小時走 20 公里的順便汽車，所以早到了 2 小時．求鄉村到城市的距離．

1142. 步行者自鄉村到城市，按預定的時間計算，要每小時走 3 公里，但是這樣走了一半路程之後，被阻一小時，所以他必須每小時多走 1 公里才不誤事．求鄉村到城市的距離．

1143. 汽船以每小時 10 公里的速度自 A 出發至 B．4 小時後第二汽船以每小時 12 公里的速度也自 A 出發至 B，二汽船同時到達 B 地．求 A、B 間的距離．

1144. 兩列火車自一城先後出發，第一列車每小時走 36 公里，第二列車每小時走 48 公里。若第一車較第二車早出發 2 小時。問幾小時後第二車可追及第一車？

1145. 在 6 點鐘時，敵人的騎兵隊開始以每小時 10.5 公里的速度退却，在 9 點鐘時我方騎兵隊以每小時 15 公里的速度開始追擊。問幾時我方騎兵隊與敵人騎兵隊接火？

1146. 甲汽車以每小時 a 公里的速度由城市出發，經過 t 小時後，乙汽車以每小時 b 公里的速度追甲車。若已知 b 大於 a，問乙汽車出發後幾小時可追上甲汽車？

1147. 汽船航行在二碼頭間，順流需 4 小時，逆流需 5 小時，若水流速度每小時 2 公里，求二碼頭間的距離。

1148. 飛機飛行於二城市間，順風時需 5 小時 30 分，逆風時需 6 小時。若風速每小時 10 公里，求二城間的距離及飛機本身的速度。

1149. 汽船順流時於 m 時走 a 公里，逆流時於同一路程需 n 小時，求水流的速度。若 $a=24$ 公里，$m=1\frac{1}{2}$小時，$n=2\frac{1}{2}$小時；算出其數。

1150. 在 1949 年，蘇聯給護林站撥出一批拖拉機，植樹機及汽車。拖拉機比植樹機多 2450 輛，並且是汽車的 10 倍。若撥出車輛的總數爲 8365，問拖拉機、植樹機及汽車各有若干？

1151. 莫斯科地下鐵道的高爾基段有四個升降梯共長 280 米，其最短的比最長的短 24 米，第二個短的爲最長的$\frac{6}{7}$，又爲第三個短梯的$\frac{9}{8}$。試求每個升降梯的長。

1152. 1940 年蘇聯煉出生鐵較革命前 1913 年多 10.8 百萬

噸，根據蘇聯恢復國民經濟計劃，在 1950 年煉生鐵較 1940 年多 30%，較 1913 年多 15.3 百萬噸。問 1913 年、1940 年及按 1950 年計劃煉出生鐵的數目各若干？

1153. 甲、乙二管同時開放時 8 小時可注滿水池；今於二管同時開放 2 時後，關閉甲管，則乙管於 18 小時後注滿水池。問甲、乙二管單獨開放各需幾小時注滿水池？

1154. 爲了自礦坑中抽水，按裝甲、乙、丙三唧筒，各唧筒單獨將水抽完，甲需 12 小時，乙需 15 小時，丙需 20 小時。若前 3 小時由甲、丙二唧筒合抽，然後再加入乙唧筒。問要將礦坑中水抽完共需時若干？

1155. 向水池引甲、乙、丙三水管，甲、乙二管向池內注入，而丙管則自池內抽出，甲管於 2 小時可注滿水池，乙管需 5 小時，丙管將滿池之水吸完需 10 小時；若三管同時開放，問幾小時後可將池注滿？

1156. 在同一距離中馬車前輪轉 240 次，後輪轉 180 次，後輪圓周較前輪大 0.6 公尺。求每輪的周長。

1157. 馬車前輪周長 35 公寸，後輪 44 公寸。在 A 至 B 距離中，前輪較後輪多轉 387 次，試求 A 至 B 的距離。

1158. 四輪車的前輪於某段距離中較後輪多轉 15 次。前輪周長 2.5 米，後輪周長 4 米。問每輪各轉若干次，又車所行的距離若干？

1159. 馬車後輪周長爲前輪周長的 k 倍，於 a 公尺距離中，前輪較後輪多轉 n 次。求每輪的周長及旋轉次數。

1160. 馬車後輪周長較前輪周長長 0.5 公尺，後輪在 36 公

尺內轉的次數與前輪在 30 公尺內轉的次數相同。求前後輪的周長。

1161. 馬車前後輪周長的和爲 5 公尺，前輪在 30 公尺所轉次數等於後輪在 45 公尺內所轉的次數。求前後輪的周長。

1162. 劇院有一百盞電燈，一個大燈在晚會上要花 15 戈比，小燈要花 10 戈比。若在一晚會上花費 13 盧布 50 戈比。問大燈、小燈各若干？

1163. 甲、乙兩種咖啡共 5 公斤，共價 340 盧布；甲種每公斤 80 盧布，乙種每公斤 50 盧布，問每種咖啡各重多少？

1164. 將書裝上封面，值 2 盧布 40 戈比，而封面的價佔不裝封面的書的價 20%。求沒有裝封面的書的價格。

1165. 到年底城市居民共有 78000 人，若已知在本年間人口增加 4%。問年初此城原有居民多少？

1166. 甲乙二工廠按計劃每月能出產 360 架機床。在某月中甲廠完成了計劃的 112%，乙廠完成了計劃的 110%，這月兩廠共出產了 400 架機床。問每個工廠超額生產了多少機床？

1167. 按照蘇聯恢復國民經濟計劃，1950 年每公頃穀物平均收穫量應較革命前俄國平均收穫量多 4.6 生丁納（=100 公斤）。

社會主義勞動英雄們於 1948 年每公頃收穫穀物數量已爲 1950 年計劃的三倍，又較革命前帝俄時每公頃穀物收穫量多 28.6 生丁納。

從 1950 年計劃和社會主義勞動英雄們每公頃穀物收穫量求革命前俄國每公頃穀物的平均收穫量。

1168. 欲使 80° 酒精 20 升，沖淡爲 50° 的。問需水若干。

1169. 有 87° 的酒精 50 升，欲用水沖淡爲 80° 的。問需水若干？

1170. 1) 自 24 公斤純銀中，可製出多少 750 開 $\left(\text{即純度 } \frac{750}{1000}\right)$ 的銀子？

2) 自 300 克純金中，可製出多少 600 開的金子？

1171. 以 10 升 45% 的酸溶液與 5 升 60% 同一酸溶液混合，求混合後酸溶液濃度的百分比。

1172. 以 100 克水沖淡 400 克 15% 的溶液，求所得溶液濃度的百分數。

1173. 比重爲 20.88 克/糎³ 的白金一塊與比重爲 0.24 克/糎³ 之軟木一塊聯到一起，則其合起來後的比重爲 0.48 克/糎³。若白金重 87 克，問軟木重若干？

1174. 比重爲 0.5 克/糎³ 的樅木板一塊，它在水中的浮力爲 5 公斤。求此板之重。

1175. 第一種槓桿長 54 糎，兩端作用以 10 公斤與 8 公斤之力，則平衡。求兩力臂之長各若干？

1176. 以 10 公斤與 8 公斤的二力作用於第一種槓桿上，則平衡，二着力點間距離爲 90 糎。求二桿臂的長。

1177. 體重爲 30 公斤及 50 公斤的二小孩立於木板的兩端。設木板長 4 米，欲使木板平衡；問板的支點應在何處？

1178. 於第一種槓桿上加以甲、乙二重物。甲物距支點 30 糎，乙物距支點 50 糎，若以 40 公斤之力施於支點而達平衡，求每一重物的重。

1179. 用 100° 與 16° 的水混合成 58° 的水 100 升。問兩種水各用若干？

1180. 容器內盛有 16° 的水 0.2 公斤。欲使其溫度變爲 28° 需加入 60° 的水若干？

1181. 加 80° 的酒精於 6 升 32° 的酒精中，得到 40° 的酒精。問加入的是多少升？

1182. 大小二數的和爲 16.94。若大數的小數點向左移一位，就等於小數。求此二數。

1183. 大小二數之差爲 2.16。若那個較小的數的小數點向右移一位，就等於大數。求此二數。

1184. 有二位數，其十位數字爲個位數字的 $\frac{1}{2}$。若將它們的位置互換，則所得的數較原數大 27。求原數。

1185. 有二位數，其十位數字爲個位數字的三倍。若將兩位數字互換，所得的數較原數小 36。求原數。

1186. 有二位數，其兩位數字的和爲 11。若此數加 63，則所得的數即是將原數兩位數字互換的數。求原數。

1187. 有二位數，兩位數字之和爲 12，若將數字互換，所得之數較原數大 18。求原數。

1188. 某數乘以 4 後，於其積的右方添綴一個 4，再除以 9，再加以 4，則所得的數爲原數的 5 倍，求某數。

1189. 甲、乙二數的和爲 2490，若甲數的 6.5% 等於乙數的 8.5%。求此二數。

1190. 甲、乙二數的差爲 438，已知甲數的 2.25% 等於乙數的 $8\frac{1}{3}\%$。求此二數。

1191. 城內現有居民 48400 人，已知此城每年增加人口 10%，問二年前此城原有居民多少？

1192. 割草隊於第一日割了草地的一半又二公頃，第二日割其餘部分的 25% 又 6 公頃，則割完。問草地面積多少公頃？

1193. 自盛滿水的缸中取出其半又 2 桶，則缸中剩下的水等於全缸容量的 40%。問水缸能容水若干桶？

1194. 甲、乙二幼童去買象棋。甲帶的錢較棋價少 10%，乙帶的錢是棋價的$\frac{1}{6}$，二人的錢湊在一起較棋價多 2 盧布。問棋價多少盧布？

1195. 二缸中共有 48 桶水，甲缸給乙缸加水一倍，然後乙缸給甲缸加剩水的一倍，則兩缸內水量相等。問最初每缸有水若干桶？

1196. 甲、乙二鐵桶共盛 16 升汽油。自每桶中取出一升，則甲桶所餘汽油的 25% 等於乙桶所餘汽油的$\frac{1}{3}$。問每桶原有汽油多少升？

1197. 某工人按每小時做零件 20 件，則每天較一天的標準數少 32 件。若以每小時做 27 個零件，則每天較一天的標準數多 24 件。問按標準數每天應做零件多少件？

1198. 金銀合金一塊重 1.06 公斤，置於水中稱之則減輕 70 克，若已知金在水內減輕其重量的$\frac{1}{19}$，銀減輕其重量的 0.1。問合金中金銀各若干？

1199. 汽車第一段行程用全桶汽油的 25%，第二段行程用其餘汽油的 20%，則所餘較兩段所用汽油還多 2 升。問桶內原有汽油多少？

1200. 旅客乘速度每小時 40 公里的火車，看到迎面開來的火車，自其旁經過 3 秒鐘，若已知迎面來的火車長 75 公尺．求其速度．

1201. 遊行隊沿街進行每小時走 3 公里．自行車同向進行每小時走 15 公里，自行車從遇着排尾到離開排頭時共經 2 分鐘．求遊行隊的長．

1202. 飛機以每小時 250 公里之速度，於 4 點 30 分自 A 城飛向 B 城．在 B 城休息半小時後，以每小時 200 公里的速度往回飛，11 點 45 分到 A 城．求 AB 二城間的距離．

1203. 汽車以每小時 40 公里的速度自城市到鄉村．返回時用同樣的速度走了全程的 75%，以後按每小時 30 公里的速度走完其餘路程，因之回城時較下鄉時多用 10 分鐘．求城鄉間的距離．

1204. 已知在靜水中船速每時 7.5 公里，水速每時 2.5 公里．旅客自一碼頭租船往返，共租三小時．問他打算走多遠？

1205. 設船在靜水中速度每小時 8 公里，水流速度每小時 2 公里．這船要在 4 小時內返回原地．問它可以走多遠？

1206. 在數學競賽會上共出了十個問題，每解對一題得 5 分，解不出一題則扣 3 分．問解對幾個題便得 34 分？10 分？2 分？

用文字係數列出方程

1207. 用 m 盧布買了兩種咖啡共 d 公斤．甲種每公斤價 a 盧布，乙種每公斤價 b 盧布．問每種咖啡各買多少公斤？

1208. 一桶煤油帶皮重 p 公斤，自其中取出一半煤油，則重

變爲 q 公斤，求空桶的重。

1209. 何數乘以 a 後則增加 b？

1210. 何數除以 m 後則減少 n？

1211. 父年 a 歲，子年 b 歲，若干年後父年爲子年的 m 倍？

1212. 集體農莊種用小麥、稞麥和燕麥種子共 m 生丁納（= 100 公斤）。其中小麥比燕麥多 a 生丁納，燕麥比稞麥少 b 生丁納。問小麥、稞麥、燕麥各種若干？

1213. 甲棚內乾草爲乙棚內乾草的 k 倍，自甲棚內取出 a 噸乙棚內放入 b 噸，則二棚內乾草量相等。問二棚內原有乾草各若干噸？

1214. 甲乙二穀倉共存糧食 p 噸。自甲倉內每天取出 a 噸，乙倉每天取出 b 噸，t 日後二倉糧食相等。問甲、乙二倉各原有多少噸？

1215. 馬車前輪周長 k 公尺，後輪周長 l 公尺。問車走幾公尺，前輪比後輪多轉 n 次？

1216. 甲、乙二工人共同做一種定貨，t 日可成。若甲單獨做，a 日做完。問乙單獨做時，幾日做完？

1217. 開放浴池的冷水龍頭 a 分鐘灌滿浴池。若開放熱水龍頭 b 分鐘灌滿浴池，滿池的水於 c 分鐘內可自汚水管流盡。設二龍頭與汚水管同時開放，問幾分鐘後灌滿浴池？

1218. 某工人計劃在幾天之內要做一定數量的零件。若每天做 a 個零件，到了日期就要差 m 個做不完。若每天做 b 個零件，到了日期便較計劃多 n 件。問按計劃應做多少個零件？

1219. 分數的分子較分母小 k。若分母減 a，分子加 b，則分

數等於$\frac{m}{n}$. 求此分數。

1220. 木工勞動組，按計劃每天應該採伐 a 立方公尺木材. 因爲他們每天超額 b 立方公尺，提前 m 天完成任務. 問他們採伐了多少立方公尺木材？

1221. 拖拉機手，要完成計劃，每天應該耕地 a 公頃. 因爲他每天超過應耕標準 b 公頃，所以他少耕了 t 天，而且多耕了 m 公頃. 問按照計劃應耕土地多少公頃？

1222. 某工人第一天超過零件生產額標準的 $p\%$，第二天超過 $q\%$，兩天共多生產了 m 個零件. 問按標準，他每天應生產多少零件？

1223. 甲、乙二飛機，同時自機場以同一方向飛往 A 城。甲的速度每小時 v 公里，乙的速度較甲少 d 公里. 若乙機遲到 t 小時，求自機場至 A 城的距離.

1224. 載重汽車以每時 v 公里的速度自 A 城開往 B 城. 它出發後 t 時另有輕便汽車自 B 城出發在同一路上開往 A 城，每小時比載重汽車快 m 公里。若二城相距 d 公里，問輕便汽車出發後幾小時與載重車相遇？

1225. 甲、乙二火車同時自 A、B 二站對面出發，甲車每時行 v 公里，乙車每時行 v_1 公里，t 時後二車還差 S 公里才相遇. 求 A、B 二站間鐵路的長.

1226. 自行車每小時行 v 公里，摩托車每小時行 v_1 公里，($v_1>v$) 自行車自 A 地出發後 t 小時摩托車再自 A 地出發，沿着同一路綫追自行車。問摩托車幾小時追上自行車？此時離 A 地多遠？

1227. 作實驗時，將 $p\%$ 的硫酸 a 公升加在 b 公升的水中。求所得溶液濃度的百分數。

1228. 要想得到 q 度酒精，需加多少公升的水於 a 公升的 p 度酒精中？

1229. b 克的鹽溶於 a 公升的水中，需加水若干公升才使每公升溶液中含 m 克鹽？

1230. 以 t_1° 的水 a 公升與 t_2° 的水 b 公升混合。求混合後的溫度。

1231. 加多少開水(100°)於 a 升的 t_1° 水中，才能得到 t° 的水？

1232. 跑道周長 d 公尺，甲、乙二自行車手同時同向環行。甲每分鐘跑 v 公尺，乙每分鐘跑 v_1 公尺。多少分鐘後他們第一次相遇？ $(v>v_1)$

1233. 甲、乙二自行車，一前一後各以等速繞一跑道行駛。甲 a 分鐘所行路程，等於乙 b 分鐘所行路程等於跑道的一周。問他們相遇後至再次相遇需幾分鐘？ $(a>b)$

§51. 一次不等式

1234. a 為何值時，下列各式為正數：

1) $a-5$？ 2) $4-a$？ 3) $-10-a$？

1235. a 為何值時，下列各式為負數：

1) $a-7$？ 2) $a-3.5$？ 3) $8-a$？

1236. 是否當 a 為任何值時 $a^2>0$ 都正確？

1237. 1） 是否任二不等數的差的平方皆爲正數?

2） 証明二數的平方和大於其乘積的二倍。

1238. 於下列不等式的兩端各加以括號內所指定的數，証明所得的不等式仍然合理：

1） $8>6[4]$； 2） $3<5[10]$；

3） $1>-2[-7]$； 4） $-12<-9[15]$。

1239. 解不等式：

1） $x+4>9$； 2） $x-8>-2$； 3） $x+3<10$。

1240. 將不等式兩端乘以括號內所指定的正數：

1） $7>5[2]$； 2） $-4>-6[3]$；

3） $8>-10\left[\frac{1}{2}\right]$。

1241. 將不等式兩端乘以括號內指定的負數：

1） $5>2[-3]$； 2） $-6>-8[-1]$；

3） $4<7[-2]$。

1242. 將不等式兩端乘以括號內指定的數：

1） $12>8[4]$； 2） $-15>-20[5]$；

3） $24>18[-6]$； 4） $-9>-21[-3]$。

1243. 解不等式：

1） $2x-3>5$； 2） $6x+2<4x$；

3） $1+3x>9+x$； 4） $10-4x<15-9x$；

5） $\frac{x+3}{2}>\frac{3}{4}$； 6） $\frac{2x-1}{3}<\frac{x+6}{2}$；

7） $\frac{5(x-1)}{6}-1>\frac{2(x+1)}{3}$；

8) $2+\frac{3(x+1)}{8}<3-\frac{x-1}{4}$;

9) $\frac{3x-1}{5}-\frac{13-x}{2}>\frac{7x}{3}-\frac{11(x+3)}{6}$.

1244. 當 x 爲何值時，式子 $2x+1$ 的值爲：

a) 正數？　b) 負數？　c) 零？

1245. x 爲何值時，分式 $\frac{3x-4}{2}$ 的值：a) 大於 1？ b) 小於 1？ c) 等於 1？

1246. 1) 証明任何正數與其倒數之和大於或等於 2。

2) 當 $a>0$ 及 $b>0$ 時，証明不等式 $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geqq 4$ 爲眞。

1247. 1) 証明三角形周界之半大於其每一邊。

2) 証明三角形的中綫小於夾此中綫的二邊之和之半。

3) 証明三角形之中綫小於其周界之半。

4) 証明自三角形的三頂至三角形內任一點的距離之和，小於三角形周界，而大於周界之半。

1248. 在數軸上指出滿足下列各不等式的整數 x：

1) $1<x<5$;　2) $-2<x<3$;　3) $-6<x<-1$.

1249. 求出並在數軸上指出滿足下列各不等式的整數 x：

1) $-6<x<2$;　2) $-8<x<-3$;

3) $-2<x<2$;　4) $3\frac{1}{2}<x<5\frac{3}{4}$.

1250. 有二位數，其十位數字較個位數字小 2。若該數大於 21 而小於 36，求此數。

§52. 復習題

以指定的文字作爲未知數，解下列方程：

1251. 1) $S=ab$,（對 a）;

2) $Q=\frac{bh}{2}$,（對 b）;

3) $v=\frac{1}{3}QH$,（對 Q）;

4) $S=\frac{(a+b)h}{2}$, a)（對 h）; b)（對 a）;

c)（對 b）。

1252. 1) $a=\frac{v_1-v_0}{t}$,（對 t、v_1、v_0）;

2) $\frac{1}{F}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$,（對 F、f_1、f_2）;

3) $R=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}$,（對 r_1、r_2）。

1253. 1) $d=\frac{mt-n}{t}$, 求 m、t、n;

2) $\frac{a}{b}=\frac{r}{R}$, 求 a、b、r、R;

3) $S=\frac{1}{2}gt^2$, 求 g;

4) $v=\frac{\pi d^2h}{4}$, 求 h。

1254. 1) $S=v_1t+\frac{1}{2}at^2$, 求 v_1、a;

2) $C=\frac{nE}{R+nr}$, 求 E、R、r、n;

3) $t_0=\frac{m_1t_1+m_2t_2}{m_0}$， 求 m_0、m_1、m_2、t_1、t_2；

4) $a^2+ab=\frac{m}{n}$， 求 m、n。

1255. $R=\frac{nr}{1+(n-1)r}$； $R=0.9, r=0.45$。這方程應該用什麼文字作未知量？計算出來。

1256. $P=\frac{b_1b_2}{c_1+c_2}$ 其中 b_1, b_2, c_1 及 c_2 都是正數。在下列各情況下說明 P 的變化：

1) b_1 增加； 2) c_1 增加； 3) b_2 減小； 4) c_2 減小。

1257. $N=\frac{S}{v}-1$； 假若 1) S 增加； 2) v 減小。說明 N 是否增加？

1258. 1) 解方程：$\frac{0.01-x}{0.02}-2\frac{1}{2}=\frac{2-3x}{0.01}$。

2) 由方程：$\frac{a+bk}{a-b}-\frac{a-bk}{a+b}=\frac{3ab}{a^2-b^2}$。求 k。

3) 解答問題：

伐木隊按照計劃每天應採伐 50 立方米木材。因爲他們每天採伐 56 立方米，所以提前 3 天完成任務，而且較原定計劃多採了 120 立方米。按原計劃伐木隊應採木多少立方米？

1259. 1) 解方程：$\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-3\right)-3\right]-3\right\}-3=0$。

2) 由方程：$\frac{ap}{b}-\frac{bp}{a}=a+b$。求 p。

3) 解問題：

集體農莊計劃每天播種 49 公頃，但因每天播種了 52 公頃，

所以提前兩天播完。又較原定計劃多播種了 4 公頃，問集體農莊播種了多少公頃？

1260. 1） 解方程：$\frac{6x+5}{2}-\left(2x+\frac{2x+1}{2}\right)=\frac{10x+3}{4}$。

2） 由方程：$\frac{a+b}{a+2b}+\frac{x}{b}=1+\frac{b(b-x)}{a^2+2ab}$。求 x。

3） 解問題：

甲、乙二滑雪者經過同一距離。每小時甲比乙少滑 2 公里，所以比乙晚到 45 分鐘。已知乙滑全程用 3 小時，求每人的速度。

1261. 1） 解方程：$\frac{x-2}{2x^2+2x}-\frac{4}{1-x^2}-\frac{x+1}{2x^2-2x}=0$。

2） 由方程：$1-\frac{1-\frac{1}{a^2}}{\frac{a}{x}\left(1-\frac{1}{a}\right)}=-\frac{1}{a^3}$。 求 x。

3） 聯絡員以每小時 3 公里的速度到一個地方去。若他在後半段路上每小時走 4 公里便可以早到 1 小時。求全程的長。

1262. 1） 解方程：$x-3.9=\frac{3}{4}x-\frac{2+\frac{1}{2}x}{5}$。

2） 由方程：$\frac{a}{b}\left(1-\frac{a}{m}\right)=1-\frac{b}{a}\left(1-\frac{b}{m}\right)$。 求 m。

3） 解問題：

有二位數，其個位數字爲十位數字的四分之一。若由此數減 54，則得數是交換原數中兩位數字的

數。求此二位數。

1263. 1）解方程：$\frac{3}{4x-20}+\frac{15}{50-2x^2}+\frac{7}{6x+30}=0$。

2）由方程：$\frac{1}{a+b}+\frac{a+b}{n}=\frac{1}{a-b}+\frac{a-b}{n}$。求 n。

3）解問題：

聯絡員以每小時 8 公里的速度，從一條路到某個地方去。回來時走另一條路，這路較原路長 3 公里。回程上他每時走 9 公里，還多用 $\frac{1}{8}$ 小時。求二路的長。

1264. 1）解方程：$3x+\frac{1-\frac{x}{2}}{3}-\frac{2-\frac{x}{4}}{4}-23=0$。

2）由方程：$\frac{4}{n+a}-\frac{4}{a-n}=\frac{2(3n+2a)}{n^2-a^2}$。求 n。

3）解問題：

集體農莊莊員要在指定時間內到達城市。在一小時內走了 3 公里以後，他估計若繼續以這樣的速度前進就要遲到 20 分鐘，所以他將每小時的速度增加了 0.5 公里，結果到達城市較預定時間早 40 分鐘。求城市與農莊間的距離。

1265. 1）解方程：$x-\frac{1-\frac{3x}{2}}{4}-\frac{2-\frac{x}{4}}{3}-2=0$。

2）自方程：$\frac{m}{m+3c}-\frac{m}{m-3c}=\frac{c^2}{9c^2-m^2}$。求 m。

3）解問題：

將全繩截去一半又 0.5 公尺，再截去其餘的一半又 0.5 公尺，然後又截去第二次所餘的一半又 0.5 公尺，最後剩下 6 公尺。求繩的原長。

1266. 子夜溫度表指在 $+3°$ 上，此後每小時溫度上升 $2°$。1）求子夜後 x 小時的溫度 y；2）命 x 的值爲 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 以作出溫度 y 的圖象；3）根據圖象求 y 的值爲 9, 12, 15 時的 x 值。

1267. 桶內原有汽油 6 公升，進油管每分鐘流進 1.5 公升。1）寫出桶內油量 y（公升數）與開管時間 x（小時）間的關係；2）在 x 由 1 變到 10 之間，畫出 y 的變化的圖象。

1268. 中午溫度計指着 $+8°$，此後每小時溫度下降 $2°$。1）求中午以後 x 時的溫度 y；2）用 x 的 1、2、3、4、5 各值，作溫度 y 變化的圖象；3）由圖象求 $y=0$ 及 $y=-2$ 時的 x 值。

1269. 開始測量時河面在標準水位下 12 糎，此後每天升高 3 糎。1）求在開始測量後 x 天的水位；2）當 x 的值爲 1、2、3、4、5、6、7、8，作出水位 y 的變化圖象。

1270. 燭長 20 糎，每小時燒去 2 糎。1）點 x 小時後燭長多少？2）當 x 的值爲 1、2、3、4、5、6、7、8、9，畫出點 x 小時後燭長 y 的變化圖象；3）由圖象看全燭能點幾小時？

古代問題與故事問題

1271. 有人問皮發高爾，他的學校中有多少學生，他回答說：'一半學生學數學，四分之一學音樂，七分之一正休息，還剩三個女學生。'問他學校中有多少學生？

1272. 丟番太(二世紀時希臘數學家)的墓碑上提詞說‘哲人丟番太，在此處埋葬，壽命相當長：六分之一是童年，十二分之一少年行，又過了七分之一，娶個新娘，五年後生了個兒郎，不幸兒子只活了父親壽命的一半，先父四年亡。丟番太到底壽多長?’

布哈斯卡爾(12世紀印度數學家)的問題

1273. 並擺着甲、乙兩種花，有一羣蜜蜂飛來，在甲花上落了$\frac{1}{5}$，乙花上落了$\frac{1}{3}$。假如兩種花上蜜蜂之差的三倍再落在花上，則只剩下一隻蜜蜂上下飛舞欣賞花香。心算後，說出這裏聚集了多少蜜蜂。

馬哥尼茨基(1703)的‘算術’題

1274. 僱主每年給工人 12 個盧布和一件短衣，工人作到 7 個月想要離去，只給了他 5 個盧布和一件短衣。問這件短衣値多少盧布零幾個戈比?

1275. 一人自莫斯科被派往伏爾加，限定每天行 40 里，於次日另派一人追他，指定每天走 45 里。問幾日後第二人追及第一人?

渦卡諾夫斯基(1811年)著‘純數學教程’

1276. 有人問船長，他隊裏有多少人，他回答說：‘$\frac{2}{5}$去守衛，$\frac{2}{7}$工作，$\frac{1}{4}$在病院，27 人在船上。’問這隊共有多少人?

1277. 某人到市場給小孩們買玩具。買第一部分玩具用他所

有錢的$\frac{1}{9}$，第二部分用他所餘錢的$\frac{3}{7}$，第三部分用他第二次餘下的$\frac{3}{5}$，回家時，袋中只剩1盧布92戈比。問他原有錢多少，買玩具各用了多少？

1278. 狗看到150丈遠處有一兎子，兎子每二分鐘跑500丈，狗每五分鐘跑1300丈。問幾分鐘後狗可追上兎子？

1279. 傳說捷克的公主留布沙，決定她所要嫁的人必須能解以下問題：'一籃中有李子若干，取其半又一枚給第一人，再取其餘之半又一枚給第二人，又取最後所餘之半又三個給第三人，則李子無餘。問籃中原有李子若干？'

1280. 帶木塞的瓶價是11戈比，瓶較木塞貴10戈比。問瓶與木塞各價多少？

1281. 某數乘以2，再加30，再除以2，再減去原數，則得15。問爲何某數可以是任何數？

1282. 甲、乙二童子，甲告訴乙說：'你隨便想一數，加上5，然後用2乘，再減去20，最後把這差的二倍由原數之四倍中減去，準得20。'爲甚麼他能不知原數，而能確定答案呢？

1283. 想一數，二倍之，加一偶數，取其半，乘以4，減去所加偶數的二倍，而得出一數。說出這得數來立刻就能斷定原來所想的數。問這是爲什麼？

1284. 想一數，二倍之，加4，取其半然後加7。將其結果乘以8，減去12，除以4，減去11，減去4，除以2，得出一數。即爲所想的數，說明理由。

1285. 利用公式$(x+2)\cdot 3-2x-6=x$找出求原數的法則。

第八章　一次聯立方程

§53. 二元聯立方程

1286. 解問題。

兩數的和爲 10。1) 求此兩數；2) 此問題有多少個解；3) 是否任何兩個數皆爲此題的解？

1287. 用選擇某些解的方法解下面的各方程：

1) $x+y=9$；2) $x-y=4$；3) $y=2x$；4) $x=y+1$。

1288. 已知方程 $x+y=2$。1) 列出滿足此方程的 x、y 的表；2) 以所得每對 x、y 的值作爲點的坐標，在直角坐標系內畫出對應的點。並証明這些點在同一直綫上；3) 在此直綫上取任一點，確定其坐標，以所得的二數——點的坐標——代入方程 $x+y=2$ 中，檢查此點的坐標是否正確；4) 給 x 以任意值，由圖象找出 y 的對應值。証明這對 x、y 的值是方程之解；5) 據圖象求 y 爲 3.5，-2，-1.5 時的 x 值；6) 方程 $x+y=2$ 的幾何圖形是什麼？(圖 29)

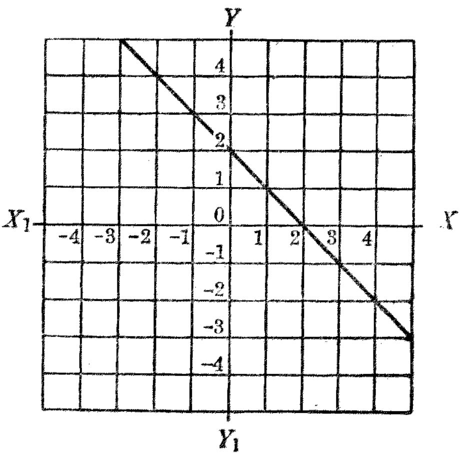


圖　29

1289. 同上題一樣來研究下列各方程：

1） $y=x+1$；　　2） $x-y=2$；　　3） $y=2x-1$；

4） $y=-\frac{1}{2}x+2$；　　5） $y=-x+3$；　　6） $3x+y=2$。

1290. 將下列各二元方程寫成標準式，然後用它的一個未知數表示另一個未知數，再找出幾組解：

1） $5x-8y=4x-9y+3$；

2） $(x-y)5+1=4(x+y)+3$；

3） $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=\frac{5}{6}$；　　4） $\frac{x+y}{5}-\frac{x-y}{4}=\frac{x-1}{10}$。

問一個二元一次方程有多少解？

1291. 父子二人共 45 歲。1）問兩人各幾歲？2）找幾組近乎情理的解；3）是否這問題能有確定的解；4）爲甚麼這問題稱爲'不定'呢？

1292. 收款處有 10 戈比與 15 戈比之貨幣數張，共合 90 戈比。問每種貨幣多少張？列出方程，並求出一切可能的解。

1293. 二數的和爲 5，差爲 1。試求該二數。1）以 x 表一未知數，y 表另一未知數，列出兩個二元一次方程作爲一組；2）對每一方程列出 x 與 y 的值的表；3）根據所得 x、y 的

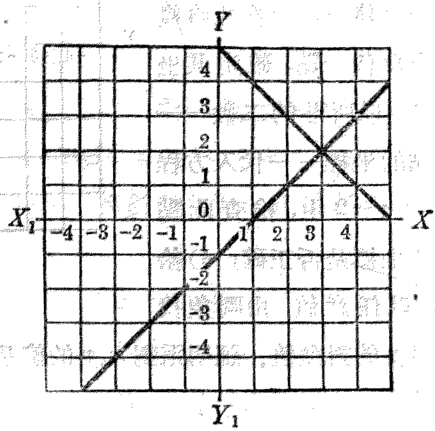


圖 30

$x-y$ $3x-3y=3$

值，於同一張圖上畫出二圖象；4)在圖上找二直綫交點的坐標，將所得 x、y 的值代入該二方程，檢查是否滿足該二方程(圖30)；5)問兩個二元一次方程有幾組解？

1294. 用圖象解下列聯立方程：

1) $\begin{cases} x+y=6; \\ x-y=2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=7; \\ x-y=3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+y=4; \\ y=3x. \end{cases}$

用代入法解下列聯立方程：

1295. $\begin{cases} x=2+y; \\ 3x-2y=9. \end{cases}$

1296. $\begin{cases} x=3+2y; \\ 5x+y=4. \end{cases}$

1297. $\begin{cases} y=11-2x; \\ 5x-4y=8. \end{cases}$

1298. $\begin{cases} y=2-4x; \\ 8x+3y=5. \end{cases}$

1299. $\begin{cases} x-3y=12; \\ 2x+4y=90. \end{cases}$

1300. $\begin{cases} x+5y=7; \\ 3x-2y=4. \end{cases}$

1301. $\begin{cases} x+2y=11; \\ 5x-3y=3. \end{cases}$

1302. $\begin{cases} 3x-y=5; \\ 5x+2y=23. \end{cases}$

1303. $\begin{cases} 2x+y=8; \\ 3x+4y=7. \end{cases}$

1304. $\begin{cases} 7x+9y=8; \\ 9x-8y=69. \end{cases}$

1305. $\begin{cases} 2x+5y=15; \\ 3x+8y=-1. \end{cases}$

1306. $\begin{cases} 2x+3y=-4; \\ 5x+6y=-7. \end{cases}$

1307. $\begin{cases} 3x-2y=11; \\ 4x-5y=3. \end{cases}$

1308. $\begin{cases} 5x+6y=13; \\ 7x+18y=-1. \end{cases}$

1309. $\begin{cases} ax+by=m; \\ ax+y=n. \end{cases}$

1310. $\begin{cases} ax+by=p; \\ x+y=q. \end{cases}$

1311. $\begin{cases} x+by=c; \\ ax+y=d. \end{cases}$

1312. $\begin{cases} x+2y=c+4d; \\ 3x+2y=3c-4d. \end{cases}$

1313. $\begin{cases} x+2y=5m; \\ 3x-4y=14n-11m. \end{cases}$ 1314. $\begin{cases} cx+dy=cd; \\ 2cx-3dy=12cd. \end{cases}$

用代數加法解下列聯立方程：

1315. $\begin{cases} 2x+y=11; \\ 3x-y=9. \end{cases}$ 1316. $\begin{cases} x+5y=7; \\ x-3y=-1. \end{cases}$

1317. $\begin{cases} x-3y=4; \\ 5x+3y=-1. \end{cases}$ 1318. $\begin{cases} 4x+3y=6; \\ 2x+y=4. \end{cases}$

1319. $\begin{cases} 2x+5y=25; \\ 4x+3y=15. \end{cases}$ 1320. $\begin{cases} 4x+3y=-4; \\ 6x+5y=-7. \end{cases}$

1321. $\begin{cases} 6x-7y=40; \\ 5y-2x=-8. \end{cases}$ 1322. $\begin{cases} 2x-3y=8; \\ 7x-5y=-5. \end{cases}$

1323. $\begin{cases} 7x-3y=15; \\ 5x+6y=27. \end{cases}$ 1324. $\begin{cases} 12x+16y+1=0; \\ 15x+20y+10=0. \end{cases}$

1325. $\begin{cases} 28x+35y+3=0; \\ 12x+15y+25=0. \end{cases}$ 1326. $\begin{cases} 21x-9y+3=0; \\ 4x-5y+17=0. \end{cases}$

1327. $\begin{cases} 15x+23y+10=0; \\ 9x+12y+6=0. \end{cases}$ 1328. $\begin{cases} 25x-4y+1=0; \\ 31x-5y+16=0. \end{cases}$

1329. $\begin{cases} x+y=2a; \\ x-y=2b. \end{cases}$ 1330. $\begin{cases} 8x+5y=9a; \\ 3x-5y=13a. \end{cases}$

1331. $\begin{cases} 3ax+2by=8; \\ ax-by=-5. \end{cases}$ 1332. $\begin{cases} 2x-3y=5m-n; \\ 3x-2y=5m+n. \end{cases}$

1333. $\begin{cases} ax-by=a^2-b^2; \\ ax+by=a^2+b^2. \end{cases}$ 1334. $\begin{cases} ax-by=a^2+b^2; \\ x+y=2a. \end{cases}$

1335. $\begin{cases} px-qy=a; \\ lx+my=b. \end{cases}$ 1336. $\begin{cases} bx+ay=ab; \\ bx+1=a+y. \end{cases}$

以代數解法與圖象解法證明下列聯立方程各只有一解:

1337. $\begin{cases} x+y=6; \\ x-y=2. \end{cases}$

1338 $\begin{cases} x+y=1; \\ x-y=5. \end{cases}$

1339. $\begin{cases} 2x+y=5; \\ y=3x. \end{cases}$

1340. $\begin{cases} 2x-y=2; \\ 2x+y=10. \end{cases}$

1341. $\begin{cases} 2x=1-y; \\ y=x-5. \end{cases}$

1342. $\begin{cases} x+2y=1; \\ x-y=4. \end{cases}$

1343. 用代數和圖象解法，証明下列聯立方程各有無窮多組解:

1) $\begin{cases} x+y=2; \\ 2x+2y=4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x-y=5; \\ 3x-3y=15; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y=3; \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}=\dfrac{3}{2}; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{2}=5; \\ \dfrac{3x}{2}-\dfrac{3y}{2}=15; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x=4-y; \\ y=4-x; \end{cases}$

6) $\begin{cases} \dfrac{x-y}{4}=1; \\ \dfrac{3(x-y)}{4}=3. \end{cases}$

1344. 二數的和爲 10，而各數的二倍之和爲 20. 問此題有多少解?

1345. 矩形的長與寬共 12.5 米；其周界爲 25 米，求其長與寬.

1346. 作出幾個有無窮多組解的二元一次方程組.

1347. 用圖象解法及代數解法証明下列各聯立方程無解:

1) $\begin{cases} x+y=3; \\ x+y=5; \end{cases}$　　2) $\begin{cases} x-y=6; \\ x-y=4; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y=1; \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}=2; \end{cases}$　　4) $\begin{cases} x-\ \ y=4; \\ 2x-2y=5; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x+y=5; \\ 2x=5-2y; \end{cases}$　　6) $\begin{cases} x+y=3; \\ y=\dfrac{7-2x}{2}. \end{cases}$

1348. 是否能有這樣的兩個數存在，其和同時等於 3 又等於 5。

1349*. 作出幾組無解的二元的兩方程組。

1350*. 已知聯立方程：$\begin{cases} x+\ \ y=7; \\ ax+2y=c. \end{cases}$

選擇 a、c 的值使此方程組：1) 有一解；2) 有無窮多組解；3) 無解。

列出二元一次聯立方程以解下列各問題*：

1351. 用 70 戈比買 2 本練習簿及 3 枝鉛筆。第二次以同一價格用一盧布 30 戈比買 4 本練習簿及 5 枝鉛筆。問每本練習簿及每枝鉛筆各值若干盧布？

1352. 用 56 盧布買了 5 個飯匙和 7 個茶匙。若以同一價格用 79 盧布可以買 10 個飯匙及 3 個茶匙。問每個飯匙及茶匙各值若干盧布？

1353. 10 公斤泥煤及 5 公斤乾柴燃燒時生熱 65000 大卡；25 公斤泥煤，3 公斤乾柴生熱 134000 大卡。問每公斤泥煤及乾柴各生熱若干大卡？

1354. 5 公斤無煙煤與 4 公斤焦炭生熱 68400 大卡。10 公

斤無煙煤與15公斤焦炭生熱186500大卡。問每公斤無煙煤及焦炭各生熱多少?

1355. 療養院中有21個成人，16個小孩，每天共發45升牛奶。兩週後成人增5人，小孩減少一半。若仍按原來標準，則每天共發牛奶38升。問每個成人及每個小孩一天發給牛奶若干升?

1356. 國營農場養馬10匹，牛14頭。每天發202公斤乾草。現在增加2匹馬，減少2頭牛，每天要多發2公斤乾草。問每天給一匹馬與一頭牛各發乾草多少?

1357. 買5公尺緞子和3公尺綢子，共用350盧布。按同樣價格，買10公尺緞子比買2公尺綢子少用20盧布，問每公尺綢子與緞子各需多少錢?

1358. 甲做工15天，乙做工12天，共得615盧布。若知甲工人四天所得的錢與乙工人五天所得的錢相同。問甲、乙每天各得若干盧布?

1359. 養馬8匹與牛15頭，每天共發162公斤乾草，若5匹馬所用乾草較7頭牛所用的多3公斤。問每天給一匹馬一頭牛的乾草各若干?

1360. 甲、乙二技士，甲工作15天，乙工作11天，共得工資585盧布；已知甲四天所得較乙三天所得多55盧布。問每人每天各得工資若干?

1361. 病院買45公尺路氈及13公尺油布，共用316盧布。

---

* 在列一元一次方程的一系列習題中，若用列二元聯立方程的方法來解是便利的。

按同樣價格，買 40 公尺路氈較 36 公尺油布少用 52 盧布。問路氈、油布每公尺各多少錢？

1362. 五個練習本比三枝鉛筆貴 5 戈比，三個練習本較五枝鉛筆賤 45 戈比。問每本練習本與每枝鉛筆各值多少錢？

1363. 甲地 18 公頃，乙地 15 公頃。集體農莊自此二地內共收 408 生丁納糧食。自甲地 15 公頃所收糧食的量較乙地 10 公頃所收的糧食多 79 生丁納。問甲、乙兩種地每公頃各收糧食若干？

1364. 一列客車由一機車與 15 個車廂組成，共重 370.5 噸。機車較四個車廂重 13.3 噸，問每車廂與機車各重若干？

1365. 有大小二數，各減去 3，則大數爲小數的 3 倍。若兩數各加以 2，則大數爲小數的 2 倍。問兩數各若干？

1366. 買甲、乙兩種布共 20 公尺，用去 276 盧布。甲種每公尺價 15 盧布，乙種每公尺 12 盧布。問每種布各買了若干公尺？

1367. 買甲、乙二種蘋果乾，甲種每公斤價 12 盧布，乙種每公斤價 15 盧布，今共買 24 公斤混合之，混合後的價格每公斤爲 13 盧布。問兩種蘋果乾各買若干公斤？

1368. 甲乙二種麵粉，甲種每公斤價 2 盧布 80 戈比，乙種每公斤價 4 盧布 65 戈比，兩種麵粉共 12 公斤，共值 48 盧布 40 戈比。問兩種麵粉各多少公斤？

1369. 站台上裝載橡樹與松木枕木共 300 根。已知所有橡樹枕木較所有松樹枕木輕 1 噸。若每一橡樹枕木重 46 公斤，而松樹枕木重 28 公斤。問橡樹與松樹枕木各有多少根？

1370. 印花布每公尺較假緞子便宜 3 盧布，而 5 公尺印花布

較 3 公尺假緞子貴 3 盧布。求印花布與假緞子一公尺的價格。

1371. 每公斤梨較每公斤蘋果貴 2 盧布，二公斤蘋果較三公斤梨便宜 11 盧布。求梨與蘋果每公斤的價格？

1372. 爲送貨給了若干車廂。若每個車廂裝 15.5 噸則餘下 4 噸，若每廂裝 16.5 噸則不足 8 噸。問給了幾個車廂？有幾噸貨物？

1373. 工廠要完成一批緊急定貨，在指定的期限內生產若干個犁，若每天生產 20 個，則差 100 個不能完成任務；若每天生產 23 個，則超過規定 20 個。問原訂多少犁？在幾天內交貨？

1374. 數人分攤旅費，每人出 12 盧布 50 戈比，則不足 100 盧布；每人出 16 盧布，則多餘 12 盧布。問多少人參加旅行？

1375. 一夥人來到學校的大廳。每長凳上坐 5 人則少 8 條長凳；若每凳坐 6 人則空餘 2 凳。問大廳內有長凳多少？

1376. 旅客應在指定時間內自 A 城至 B 城，若每時走 35 公里就要誤 2 小時，若每時走 50 公里就早到 1 小時。求 A、B 二城的距離和旅客在途中應該用的時間。

1377. 一羣飛着的寒鴉，將要落在一棵枯樹上。若每鴉佔一枝，就有一隻寒鴉無處落。若兩隻寒鴉落在一枝上，就有一枝空着。問寒鴉與樹枝各若干？

馬格尼茨基(1703 年)的算術問題

1378. 某人在孤兒院施捨，若每人給三個錢，則少三個人的錢。若每人給兩個錢，便剩出四個人的錢。問有幾個孤兒？這人有多少錢？

解下列联立方程：

1379. $\begin{cases}3(x-1)=4y+1;\\5(y-1)=x+1.\end{cases}$

1380. $\begin{cases}4(x+2)=1-5y;\\3(y+2)=3-2x.\end{cases}$

1381. $\begin{cases}2(c+d)-3(c-d)=4;\\5(c+d)-7(c-d)=2.\end{cases}$

1382. $\begin{cases}5(3x+y)-8(x-6y)=200;\\20(2x-3y)-13(x-y)=520.\end{cases}$

1383. $\begin{cases}\dfrac{p}{2}-\dfrac{q}{3}=1;\\[2ex]\dfrac{p}{4}+\dfrac{2q}{3}=8.\end{cases}$

1384. $\begin{cases}\dfrac{m}{4}+\dfrac{n}{4}=2;\\[2ex]\dfrac{m}{6}+\dfrac{n}{3}=2.\end{cases}$

1385. $\begin{cases}\dfrac{a}{8}-\dfrac{b}{4}=\dfrac{3}{2};\\[2ex]\dfrac{a}{3}+\dfrac{b}{6}=\dfrac{7}{3}.\end{cases}$

1386. $\begin{cases}\dfrac{2x}{9}+\dfrac{y}{4}=11;\\[2ex]\dfrac{5x}{12}+\dfrac{y}{3}=19.\end{cases}$

1387. $\begin{cases}\dfrac{5m}{2}+\dfrac{n}{5}=-4;\\[2ex]\dfrac{m}{3}+\dfrac{n}{6}=\dfrac{1}{6}.\end{cases}$

1388. $\begin{cases}\dfrac{r+t}{2}-\dfrac{2t}{3}=\dfrac{5}{2};\\[2ex]\dfrac{3r}{2}+2t=0.\end{cases}$

1389. $\begin{cases}\dfrac{a+3}{2}-\dfrac{b-2}{3}=2;\\[2ex]\dfrac{a-1}{4}+\dfrac{b+1}{3}=4.\end{cases}$

1390. $\begin{cases}\dfrac{c+d}{3}+\dfrac{d}{5}=-2;\\[2ex]\dfrac{2c-d}{3}-\dfrac{3c}{4}=\dfrac{3}{2}.\end{cases}$

1391. $\begin{cases}\dfrac{2x-1}{5}+\dfrac{3y-2}{4}=2;\\[2ex]\dfrac{3x+1}{5}-\dfrac{3y+2}{4}=0.\end{cases}$

1392. $\begin{cases} \dfrac{2x+3}{3y-2}=1; \\ x(2y-5)-2y(x+3)=2x+1. \end{cases}$

1393. $\begin{cases} \dfrac{x+1}{y+2}=5; \\ 3(2x-5)-4(3y+4)=5. \end{cases}$

1394. $\begin{cases} \dfrac{5x-4}{3y+2}=\dfrac{15x-2}{9y+4}; \\ 3(3y+2)+4(5x-4)=0. \end{cases}$

1395. $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{2y-5}=\dfrac{3x+1}{3y-4}; \\ 3(y+2)-2(x-3)=16. \end{cases}$

1396. $\begin{cases} \dfrac{x+1}{3}-\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{2(x-y)}{5}; \\ \dfrac{x-3}{4}-\dfrac{y-3}{3}=2y-x. \end{cases}$

1397. $\begin{cases} \dfrac{3x-2y}{5}+\dfrac{5x-3y}{3}=x+1; \\ \dfrac{2x-3y}{3}+\dfrac{4x-3y}{2}=y+1. \end{cases}$

1398. $\begin{cases} \dfrac{2x-y+3}{3}-\dfrac{x-2y+3}{4}=4; \\ \dfrac{3x-4y+3}{4}+\dfrac{4x-2y-9}{3}=4. \end{cases}$

1399. $\begin{cases} 7+\dfrac{x-3y}{4}=2x-\dfrac{y+5}{3}; \\ \dfrac{10(x-y)-4(1-x)}{3}=y. \end{cases}$

1400. $\begin{cases}1-0.3(y-2)=\dfrac{x+1}{5};\\ \dfrac{y-3}{4}=\dfrac{4x+9}{20}-1.5.\end{cases}$

1401. $\begin{cases}4(0.1x+1)+5=1.1y;\\ \dfrac{11+0.3y-x}{x}-5=4\left(\dfrac{1}{x}-1\right).\end{cases}$

1402. $\begin{cases}(x+3)(y+5)=(x+1)(y+8);\\ (2x-3)(5y+7)=2(5x-6)(y+1).\end{cases}$

1403. $\begin{cases}(x+5)(y-2)=(x+2)(y-1);\\ (x-4)(y+7)=(x-3)(y+4).\end{cases}$

1404. $\begin{cases}x:y=3:4;\\ (x-1):(y+2)=1:2.\end{cases}$

1405. $\begin{cases}(x+4):(y+1)=2:1;\\ (x+2):(y-1)=3:1.\end{cases}$

1406. $\begin{cases}\dfrac{x-1}{x+15}=\dfrac{y-6}{y+2};\\ \dfrac{x-3}{x}=\dfrac{y-4}{y-1}.\end{cases}$

1407. $\begin{cases}\dfrac{0.2x+0.1y}{2}-\dfrac{4x-y}{10}=\dfrac{3x+0.5y}{30}+\dfrac{x-y}{5};\\ \dfrac{3x+2y-1}{8}=3-\dfrac{0.8x-5y}{41}.\end{cases}$

以已知文字解出下列聯立方程中的 x, y:

1408. $\begin{cases}\dfrac{x-a}{2}+\dfrac{y-b}{3}=a;\\ \dfrac{x-b}{3}+\dfrac{y-a}{2}=b.\end{cases}$

1409. $\begin{cases} \dfrac{x-2a}{3}-\dfrac{y-3a}{2}=0; \\ \dfrac{2x-b}{2}+\dfrac{3y+4b}{2}=5\left(a-\dfrac{5b}{6}\right). \end{cases}$

1410. $\begin{cases} \dfrac{x+a}{y}=b; \\ \dfrac{x+b}{y}=a. \end{cases}$

1411. $\begin{cases} \dfrac{2cx}{a}-\dfrac{y}{a}=5c; \\ \dfrac{2x}{3}-\dfrac{y}{c}=a. \end{cases}$

1412. $\begin{cases} \dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{c}=6; \\ \dfrac{x}{2a}+\dfrac{y}{3c}=13. \end{cases}$

1413. $\begin{cases} \dfrac{x-a}{a}-\dfrac{y-b}{b}=\dfrac{b^2-a^2}{ab}; \\ x+y=2a. \end{cases}$

1414. $\begin{cases} \dfrac{x-a}{b}+\dfrac{y-b}{a}=1; \\ \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1. \end{cases}$

1415. $\begin{cases} \dfrac{x}{a+b}+\dfrac{y}{a-b}=\dfrac{1}{a-b}; \\ \dfrac{x}{a+b}-\dfrac{y}{a-b}=\dfrac{1}{a+b}. \end{cases}$

1416. $\begin{cases} \dfrac{x}{a-b}+\dfrac{y}{a}=a; \\ \dfrac{x}{b}-\dfrac{y}{a-b}=-b. \end{cases}$

1417. $\begin{cases} \dfrac{x}{a-b}+\dfrac{y}{a+b}=\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}; \\ \dfrac{x}{a+b}+\dfrac{y}{a-b}=1. \end{cases}$

1418. $\begin{cases} \dfrac{x}{2a-b}-\dfrac{y}{2a+b}=\dfrac{8ab}{4a^2-b^2}; \\ \dfrac{x}{2a-b}+\dfrac{y}{2a+b}=\dfrac{8a^2+2b^2}{4a^2-b^2}. \end{cases}$

1419. $\begin{cases} a\left(x-\dfrac{1}{b}\right)=b\left(y+\dfrac{1}{a}\right); \\ \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}. \end{cases}$

1420. $\begin{cases} \dfrac{x}{a+b}+\dfrac{y}{a-b}=a+b; \\ \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=2a. \end{cases}$

1421. $\begin{cases} \dfrac{x+y+1}{x-y+1}=\dfrac{a+1}{a-1}; \\ \dfrac{x+y+1}{x-y-1}=\dfrac{1+b}{1-b}. \end{cases}$

1422. $\begin{cases} \dfrac{x-a+c}{y-a+b}=\dfrac{b}{c}; \\ \dfrac{x+c}{y+b}=\dfrac{a+b}{a+c}. \end{cases}$

1423. $\begin{cases} \dfrac{x-c-d}{y-c+d}=\dfrac{x-d}{y-c}; \\ \dfrac{d}{x-c}=\dfrac{c}{y+d}. \end{cases}$

1424. $\begin{cases} \left(\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{n}\right)x-\left(\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{n}\right)y=4; \\ \dfrac{x}{n+d}+\dfrac{y}{n-d}=2. \end{cases}$

1425. $\begin{cases} \dfrac{x+y}{8c}+\dfrac{x-y}{12d}=1; \\ \dfrac{x}{4c+6d}+\dfrac{y}{4c-6d}=1. \end{cases}$

1426. $\begin{cases} \dfrac{a-1}{a^2y-2ay}-\dfrac{x+y}{2y}=\dfrac{1}{a}; \\ \dfrac{x}{2a}+\dfrac{y}{2a-4}=\dfrac{a+1}{a^3-4a}. \end{cases}$

適當的插入輔助未知數，求下列聯立方程中的 x, y:

1427. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6}; \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6}. \end{cases}$

1428. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{8}{y}=8; \\ \dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{y}=51. \end{cases}$

1429. $\begin{cases} x+\dfrac{5}{y}=15; \\ 2x-\dfrac{25}{y}=23. \end{cases}$

1430. $\begin{cases} \dfrac{3}{x}+\dfrac{8}{y}=3; \\ \dfrac{15}{x}-\dfrac{4}{y}=4. \end{cases}$

1431. $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{y}=30; \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{4}{y}=31. \end{cases}$

1432. $\begin{cases} \dfrac{15}{x}-\dfrac{7}{y}=9; \\ \dfrac{4}{x}+\dfrac{9}{y}=35. \end{cases}$

1433. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=a; \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=b. \end{cases}$

1434. $\begin{cases} \dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{y}=m; \\ \dfrac{c}{x}+\dfrac{d}{y}=n. \end{cases}$

1435. $\begin{cases} \dfrac{3a}{x}-\dfrac{2c}{y}=1; \\ \dfrac{3a}{x}-\dfrac{c}{y}=2. \end{cases}$

1436. $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=5; \\ \dfrac{1}{3x}-\dfrac{5}{2y}=-2\dfrac{1}{6}. \end{cases}$

1437*. $\begin{cases} \dfrac{3}{5x}+\dfrac{2}{3y}=\dfrac{1}{3}; \\ \dfrac{7}{10x}-\dfrac{5}{6y}=\dfrac{1}{15}. \end{cases}$

1438*. $\begin{cases} \dfrac{8}{x}-\dfrac{5}{4y}=6\dfrac{1}{2}; \\ \dfrac{3}{2x}-\dfrac{1}{5y}=1\dfrac{3}{20}. \end{cases}$

1439. $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}+\dfrac{1}{x-y}=\dfrac{5}{8}; \\ \dfrac{1}{x-y}-\dfrac{1}{x+y}=\dfrac{3}{8}. \end{cases}$

1440. $\begin{cases} \dfrac{10}{x-5}+\dfrac{1}{y+2}=1; \\ \dfrac{25}{x-5}+\dfrac{3}{y+2}=2. \end{cases}$

1441. $\begin{cases} \dfrac{2}{x-y}+\dfrac{6}{x+y}=1{,}1; \\ \dfrac{4}{x-y}-\dfrac{9}{x+y}=0{,}1. \end{cases}$

1442. $\begin{cases}\dfrac{27}{2x-y}+\dfrac{32}{x+3y}=7;\\ \dfrac{45}{2x-y}-\dfrac{48}{x+3y}=-1.\end{cases}$

1443. $\begin{cases}\dfrac{11}{2x-3y}+\dfrac{18}{3x-2y}=13;\\ \dfrac{27}{3x-2y}-\dfrac{2}{2x-3y}=1.\end{cases}$

1444. $\begin{cases}\dfrac{4}{x+2y}-\dfrac{1}{x-2y}=1;\\ \dfrac{20}{x+2y}+\dfrac{3}{x-2y}=1.\end{cases}$

1445. $\begin{cases}\dfrac{1}{x-y+2}+\dfrac{1}{1-x-y}=0.1;\\ \dfrac{1}{x-y+2}+\dfrac{1}{x+y-1}=0.3.\end{cases}$

1446*. $\begin{cases}\dfrac{2a}{x+ay}-\dfrac{1}{x-ay}=1;\\ \dfrac{10a}{x+ay}+\dfrac{3}{x-ay}=1.\end{cases}$

1447*. $\begin{cases}\dfrac{b}{x-a^2}+\dfrac{a}{y+b^2}=\dfrac{a+b}{ab};\\ \dfrac{b^2}{x-a^2}+\dfrac{a^2}{y+b^2}=2.\end{cases}$

§54. 三元或多元聯立方程

1448. $\begin{cases}x+2y=9;\\ y-3z=-5;\\ 5z-x=14.\end{cases}$

1449. $\begin{cases}x+y=13;\\ x-z=5;\\ y-z=2.\end{cases}$

1450*. $\begin{cases} x+y=3a; \\ x+z=4a; \\ y+z=5a. \end{cases}$

1451*. $\begin{cases} y+z=a; \\ x+z=b; \\ x+y=c. \end{cases}$

1452. $\begin{cases} 2x+y=7; \\ y-3z=-9; \\ 5z-x=18. \end{cases}$

1453. $\begin{cases} 2x+3y=11; \\ 3x+2z=13; \\ 3y+4z=29. \end{cases}$

1454. $\begin{cases} x+y-z=11; \\ x-y+z=1; \\ y+z-x=5. \end{cases}$

1455. $\begin{cases} x-y-z=5; \\ y-x-z=1; \\ z-x-y=-15. \end{cases}$

1456. $\begin{cases} 7x+6y+7z=100; \\ x-2y+z=0; \\ 3x+y-2z=0. \end{cases}$

1457. $\begin{cases} 3x+2y+3z=110; \\ 5x+y-4z=0; \\ 2x-3y+z=0. \end{cases}$

1458*. $\begin{cases} 2x-2y-3z=a; \\ x+4y+2z=7a; \\ 3x-y+z=0. \end{cases}$

1459*. $\begin{cases} 5x-y+3z=a; \\ 3x+5y-z=b; \\ 3y-x+5z=c. \end{cases}$

1460*. $\begin{cases} 0.4x+0.3y-0.2z=4; \\ 0.6x-0.5y+0.3z=5; \\ 0.3x+0.2y+0.5z=22. \end{cases}$

1461*. $\begin{cases} 0.2x+0.3y+0.4z=29; \\ 0.3x+0.4y+0.5z=38; \\ 0.4x+0.5y+0.7z=51. \end{cases}$

1462*. $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=36\frac{1}{2}; \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=27; \\ \frac{x}{5}+\frac{y}{6}+\frac{z}{7}=18. \end{cases}$

1463. $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{3y}{4}+\frac{5z}{3}=45; \\ 5.1x+\frac{6y}{5}-4z=15; \\ 0.1x-0.4y+\frac{4z}{5}=5. \end{cases}$

1464. $\begin{cases} \frac{4}{x}-\frac{3}{y}=1; \\ \frac{2}{x}+\frac{3}{z}=4; \\ \frac{3}{y}-\frac{1}{z}=0. \end{cases}$

1465*. $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=a; \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=b; \\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=c. \end{cases}$

1466. $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=\frac{5}{12}; \\ \frac{2}{x}-\frac{1}{y}-\frac{4}{z}=\frac{5}{6}; \\ \frac{3}{x}+\frac{5}{y}-\frac{2}{z}=2\frac{3}{4}. \end{cases}$

1467. $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{4}{z}=-5; \\ \frac{2}{x}+\frac{2}{y}-\frac{12}{z}=18; \\ \frac{1}{z}-\frac{3}{x}+\frac{2}{y}=-4. \end{cases}$

1468*. $\begin{cases} \frac{6}{x+y}+\frac{5}{y+3z}=2; \\ \frac{15}{x+y}-\frac{4}{x-2z}=\frac{1}{2}; \\ \frac{10}{y+3z}-\frac{7}{x-2z}=-\frac{3}{2}. \end{cases}$

1469*. $\begin{cases} \frac{12}{2x+3y}-\frac{7,5}{3x+4z}=1; \\ \frac{30}{3x+4z}+\frac{37}{5y+9z}=3; \\ \frac{222}{5y+9z}-\frac{8}{2x+3y}=5. \end{cases}$

1470*. $\begin{cases} \frac{7}{2x-3y}-\frac{2}{10z-3y}+\frac{3}{3y-8z}=8; \\ \frac{2}{2x-3y}-\frac{3}{10z-3y}+\frac{1}{3y-8z}=0; \\ \frac{5}{2x-3y}-\frac{4}{10z-3y}+\frac{7}{3y-8z}=8. \end{cases}$

1471*. $\begin{cases} \dfrac{5}{2x+y}+\dfrac{2}{3y-z}-\dfrac{2}{5x-z}=\dfrac{1}{20}; \\ \dfrac{10}{2x+y}+\dfrac{5}{3y-z}-\dfrac{3}{5x-z}=\dfrac{2}{5}; \\ \dfrac{20}{2x+y}-\dfrac{20}{3y-z}-\dfrac{20}{5x-z}=-5. \end{cases}$

解下列多元聯立方程:

1472. $\begin{cases} x+2y=5; \\ y+2z=8; \\ z+2u=11; \\ u+2x=6. \end{cases}$

1473. $\begin{cases} 2x+\ \ y=11; \\ \ \ y-2z=-9; \\ 2z-3u=11; \\ 3u+\ \ x=6. \end{cases}$

1474. $\begin{cases} x-2y+3z-u=5; \\ y-2z+3u-x=0; \\ z-2u+3x-y=0; \\ u-2x+3y-z=5. \end{cases}$

1475*. $\begin{cases} 7x+5y+z-u=a; \\ 7y+5z+u-x=b; \\ 7z+5u+x-y=c; \\ 7u+5x+y-z=d. \end{cases}$

1476*. $\begin{cases} 6x-2y-3z=25; \\ 3y+\ \ z-2v=20; \\ 4x-3y-2t=13; \\ \ \ x-2v+\ \ t=4; \\ \ \ 2y+\ \ v=17. \end{cases}$

1477*. $\begin{cases} 3x-5z=a+5b; \\ 2y-\ \ x=4a-2b; \\ 2z-3u=2a-8b; \\ 3v+2y=3a+7b; \\ u+2v=8b-2a. \end{cases}$

§55. 用列一次聯立方程解答的問題

1478. 甲、乙二數，甲數加 19，乙數減 $3\frac{1}{2}$，則其和爲乙數的 $1\frac{1}{2}$ 倍，其差爲甲數的 $2\frac{1}{2}$ 倍，求此二數。

1479. 若將某分數的分子分母各加 3，則分數變爲 $\frac{1}{2}$。若將分母減 1，則分數變爲 $\frac{1}{3}$。求此分數。

1480. 若分數的分子加上 2，分母減去 1，則分數變爲$\frac{1}{2}$。若其分子，分母各加上 1，則分數變爲$\frac{1}{3}$。求此分數。

1481. 若分數的分子加 3，分母加 1，則分數變爲$\frac{1}{2}$。若自其分子減 5，分母減 3，則分數變爲$\frac{1}{3}$。求此分數。

1482. 若分數的分子減 3，分母加 2，則分數變爲$\frac{1}{3}$。若將分數的分子加 20，所得的分子再以原分母除之，得商 2 餘 2。求此分數。

1483. 有二位數，以其數字的和除之，則商 3 餘 5。若十位與個位數字互換所得的數較原數大 45。求此數。

1484. 有二位數其個位數字較十位數字大 5。若將其十位數字與個位數字互換再以原數除之，則商 2 餘 7。求此二位數。

1485. 根據下列條件，求出二位數：若將其數字互換而加上原數則得 77；原數除以互換其數字所得之數，則其商與餘數均爲 2。

1486. 有二位數，若以其數字的和除之則商 4 餘 3。若將其十位數字與個位數字互換而除以其個位數字與十位數字之差，則商 26 餘 1。求此數。

1487. 甲種呢子每公尺價 60 盧布，乙種每公尺價 50 盧布。某工廠買兩種呢子，共用 16000 盧布。做大衣用了甲種的 25% 和乙種的 20%，共值 3500 盧布。問工廠原買每種呢子若干公尺？

1488. 買 4 公斤麵和 5 公斤米，共用 19 盧布 60 戈比。當麵價下降 15%，米價下降 10% 後，再買 5 公斤麵 6 公斤米，較第一次多用 1 盧布 40 戈比。問落價前米麵一公斤各價多少？

1489. 養 10 匹馬，14 頭牛，每天需餵乾草 180 公斤。以後改善飼養標準，馬增加 25%，牛增加 $33\frac{1}{3}$%，於是每天需餵 232 公斤。問原來每匹馬與每頭牛，各餵乾草若干公斤？

1490. 合作社買得 25 公斤覆盆子及 30 公斤櫻桃，共用 54 盧布。出賣時覆盆子及櫻桃各有一公斤不能出賣，將覆盆子按每公斤賺 15 戈比，櫻桃每公斤賺 10 戈比出賣，總共賺 4 盧布 50 戈比。問覆盆子及櫻桃一公斤的買價各多少？

1491. 合作社以 3100 盧布買進甲、乙二種咖啡。甲種每公斤價 30 盧布，乙種每公斤價 20 盧布。當煮咖啡時甲種要損失 14%，乙種要損失 15%。合作社將甲種按每公斤 35 盧布，乙種按 25 盧布出賣，結果共賺 105 盧布。問兩種咖啡各買進幾公斤？

1492. 甲、乙二童子以 48 盧布買書，甲的錢用完還用了乙的 75%。假如用甲的 75% 而乙的錢用完，則買書的款不足 1 盧布 50 戈比。問二童子各有款若干？

1493. 甲、乙二穀倉共盛 96 噸糧食。若運出甲倉的 $\frac{2}{3}$，運出乙倉的 40%，則乙倉的餘糧是甲倉餘糧的三倍。問每倉原裝糧食若干噸？

1494. 車站共存客車、貨車 115 輛。後有 15 輛客車和 20 輛貨車運去修理，剩的客車是貨車的 $\frac{1}{3}$。問原有客車、貨車各若干？

1495. 甲、乙二小學生共有 1 盧布 86 戈比。甲用去 18 戈比，乙用去 33 戈比，則乙所餘包含 5 戈比的倍數與甲所餘包含 4 戈比的倍數相同。問甲、乙原有錢各若干？

1496. 十六年後父年將爲子年的二倍。若四年前父年爲子年的六倍。問父子現年各若干？

1497. 父女年齡共 62 歲。4 年前父年爲女年的 8 倍。問父女現年各若干?

1498. 汽船順流走 100 公里,逆流走 64 公里,共用 9 小時。又一次逆流順流各走 80 公里,所用時間與前一次相同。求汽船在靜水中的速度與水流的速度。

1499. 摩托艇在 2 時 30 分鐘內順流走 12 公里又逆流而返。又一次在 1 時 20 分鐘內順流走 4 公里,逆流走 8 公里。求摩托艇在靜水中的速度與水流的速度。

1500. 汽船順流每小時走 a 公里,逆流每小時走 b 公里。求汽船在靜水中的速度與水流的速度。

1501. 汽船順流,由 A 碼頭到 B 碼頭,用 t 小時。返回時多用 a 小時,若二碼頭相距 d 公里。求船在靜水中的速度與水流的速度。

1502. 自行車按等速行駛能在一定的時間內由 A 到 B。若其速度每小時增加 3 公里,則少用 1 小時,若每小時速度減少 2 公里,則多用 1 小時。求 A、B 間的距離,自行車速度及其原定的時間。

1503. 每小時郵車比貨車快 15 公里,快車又比郵車快 10 公里。由 A 城到 B 城郵車比貨車少用 9 小時,快車比郵車又少用 3 小時,求 A、B 二城間的距離及各種車的速度。

1504. 要修復建築物,雇工人若干,在一定日期內完工。若工人少三名,則修復日期將增加 6 天,若工人多二名,則可提前兩天完工。問原雇幾個工人,預計幾天完工?

1505. 雇一批馬力相同的載重汽車,要在一定時間內運完一

宗貨。若汽車少兩輛，則運貨時間要增加二小時，若汽車多四輛，則運貨時間可少二小時。問原雇汽車多少輛？運貨時間要多少？

1506. 給一羣馬儲存了一段時期用的乾草。若馬少兩匹，則可多用 10 天，若馬多兩匹，則少用 6 天。問馬有若干？所存乾草够用多少天？

1507. 書的一頁裏若減少四行，每行減少 5 個字，則全頁減少 360 個字。若增多 3 行，每行增多 2 字，則全頁增多 228 字。問此書每頁有多少行？每行有多少字？

1508. 若矩形的長增加 6 公尺寬減少 3 公尺，或其長減少 3 公尺寬增加 2.4 公尺，面積都不變。求矩形的長與寬。

1509. 若矩形的寬減 2 厘米，長加 5 厘米，則面積增加 20 平方厘米。若每邊加 3 厘米，則面積增加 90 平方厘米。求矩形的各邊。

1510. 甲矩形底長 5 厘米，乙矩形底長 4 厘米，其面積之和爲 42 平方厘米。若兩矩形的高都不變，甲的底加倍，乙的底加 1 厘米，則其面積之和增多 33 平方厘米。求每一矩形的高。

1511. 直角三角形的面積等於兩直角邊相乘積的一半。若一直角邊增加 2 厘米，而另一直角邊增加 3 厘米，則面積增加 50 平方厘米。若每一直角邊減少 2 厘米，則面積減少 32 平方厘米。求兩直角邊的長。

1512. 等腰三角形周長爲 a 厘米，其二不等邊的和爲 b 厘米，求各邊的長。此問題是否一定有合理的解？給 a、b 以特別數值，舉例說明。

1513. 三角形一角爲n°，另二角的差爲m°，求三角形每一個角。

當$n=40, m=18$時算出各角的度數。

1514. 矩形的周長爲p，長寬的差爲d，求矩形各邊的長。

當$p=60$，$d=20$時算出其結果。

1515. 同心二圓周上兩點間的最大距離爲a厘米，最小距離爲b厘米。求此二圓的半徑。

若$a=18, b=10$，求其結果。

1516. 甲、乙二技士共同工作，12天可完工。若甲做2日乙做3日，則可作全部工程的20%。問甲、乙獨作各需多少日完工?

1517. 甲、乙二管同時開放，則1時20分鐘可注滿水池。若甲管開10分鐘，乙管開12分鐘，則注入水池的$\frac{2}{15}$。問甲、乙二管單獨開放各需若干時間方可注滿?

1518. 甲乙二不同馬力的拖拉機，同時工作，15小時可耕全部田地的$\frac{1}{6}$。若甲工作12小時後，乙工作20小時，則共耕全部田地的20%。問甲、乙二機單獨耕完此地各需時若干?

1519. (口答) 甲、乙二人應作一定量的零件。甲作4小時，乙作3小時，可做全部零件的50%。若甲做16小時，乙做6小時，可做指定數量的$1\frac{1}{2}$倍。問兩人獨作各需幾時作完?

1520. 兩隊集體農莊的莊員，應於12天內完成收割任務；但合作8天後，甲隊到別處工作，乙隊於七天內完成所餘下的工作。問甲、乙二隊單獨收割各需幾天完成?

1521. A、B兩地相距30公里。甲、乙二旅客自兩地相向而

行，若甲先動身 2 小時，則乙動身後 $2\frac{1}{2}$ 小時遇甲。若乙先動身 2 小時，則甲動身後 3 小時遇乙。問每人每小時走多少公里？

1522. 甲、乙二列車自相距 650 公里的 A、B 二城同時迎面出發，經 10 小時後相遇。若甲車較乙車早出發 4 時 20 分，則在乙出發後 8 小時相遇。問每列車每小時走多少公里？

1523. 兩點相距 d 糎，甲乙二物體自該二點相向移動。若甲先移動 m 分鐘，則當乙移動 a 分鐘時兩物相遇。若乙先移動 n 分鐘，則甲移動 b 分鐘時兩物相遇。求此二物體移動的速度。

1524. 圓周長 100 公尺，二物體沿圓周同向運動，每隔 20 秒相遇一次。若逆向運動，則每隔 4 秒相遇一次。問二物體每秒的速度各若干？

1525. 圓周長 999 公尺。甲、乙二物體沿圓周同向運動，每隔 37 分鐘相遇一次。若已知甲的速度爲乙的速度的 4 倍，問甲、乙的速度各若干？

1526. 自行車每小時走平路 12 公里，上坡 8 公里，下坡 15 公里；A、B 兩地間有平路，有上坡路也有下坡路，自 A 至 B 共用 5 小時，自 B 至 A 用 4 小時 39 分。已知其中平路 28 公里，求 A、B 兩地間上坡及下坡路的長。

1527. 甲數的 5% 加乙數的 4% 得 46，甲數的 4% 加乙數的 5% 得 44。求此二數。

1528. 甲乙二數的和爲 30，其平方差爲 120。求此二數。

1529. 有甲、乙兩鐵礦井，甲井原礦含鐵 72%，乙井原礦含鐵 58%，將兩種原礦各若干噸混合後含鐵 62%。若混合量各加 15 噸，則含鐵 63.25%。求混合時兩種各用若干噸？

1530. 銅與鋅合成黃銅，已知 89 克銅在水中減輕 10 克；7 克鋅在水中減輕 1 克。今有 124 克的黃銅一塊沉入水中，減輕 15 克。問此塊黃銅中含銅鋅各若干？

1531. 甲金屬 p 克在水中減輕 a 克，乙金屬 p 克在水中減輕 b 克。今有兩種金屬的合金一塊，重量爲 p 克，沉於水中減輕 q 克。求合金中所含每種金屬的重量。

1532. 工業用甲種酒精 5 升，乙種酒精 7 升，混合後濃度爲 65°。若用甲種 20 升與乙種 4 升混合後，則濃度爲 70°。求兩種酒精的濃度？

1533. 甲種酒精濃度爲 84°，乙種酒精濃度爲 70°，兩種各取若干立方厘米混合後濃度爲 75°。若再加甲種 5 立方厘米，乙種 135 立方厘米，則濃度爲 72°。問第一次所用酒精每種各若干立方厘米？

1534. 在甲乙二容器內盛有不同溫度的水。若自甲器取 240 克，乙器取 260 克，混合後溫度爲 52°；若自甲器取 180 克，乙器取 120 克，混合後溫度則爲 46°。求二容器中水的溫度。

1535. 甲、乙二金屬塊，甲塊含 270 克金，30 克銅；乙塊含 400 克金，100 克銅。欲得 400 克 825 開的合金，問自甲、乙兩塊中各取若干克？

1536. 有甲、乙兩塊金與銅的合金，甲爲 950 開金，乙爲 800 開金，與兩克純金鎔合則得 906 開的合金 25 克。問原來二合金各重多少？

1537. 甲、乙、丙三數的和爲 80，乙數爲甲數的 $2\frac{3}{4}$倍，丙數爲甲乙二數之和的$\frac{1}{3}$。求此三數。

1538. 甲、乙、丙三數的和爲 100，乙數除甲數，或甲數除丙數都是商 5 餘 1。求此三數。

1539. 水池有三個進水管，甲、乙同時開放，1.2 時可注滿水池。乙、丙同時開放 2 小時可注滿水池。甲、丙同時開放 1 小時 30 分可注滿水池。問各管獨開與三管齊開各需幾小時注滿水池？

1540. 水池有 A、B、C 三進水管；B、C 二管同時開放 a 小時可注滿水池。C、A 二管同時開放 b 小時可注滿水池。A、B 同時開放 c 小時可注滿水池。問三管同時開放注滿水池需若干小時？

1541. 已知三角形每二邊的和爲 26、32 與 34。求它的三邊。

1542. 已知四邊形每三邊的和爲 22、24、27、20。求各邊的長。

1543. 一種獎金以下列方法分給甲、乙、丙三發明家。甲得的比全數之半少乙、丙所得的 $\frac{3}{22}$，乙得的比全數之 $\frac{1}{4}$ 多甲、丙所得的 $\frac{1}{56}$，丙得 30000 盧布。問全部獎金若干？每人各得若干？

1544*. 甲、乙兩個空的量杯，重量相同。甲杯灌的水比乙杯少 50 克，甲杯帶水的重量爲乙杯帶水的重量的 80%；然後將乙杯中的水全倒入甲杯中，則甲杯帶水的重量正是空杯的八倍。求量杯的重量與最初灌入各杯的水重。

1545*. A、B 二城相距 78 公里，路中有上坡路，下坡路與平路；由 A 往 B，下坡路是上坡路的 0.7 倍。自行車在平路每小時 25 公里；上坡時 15 公里，下坡時 30 公里；車自 A 往 B 又自 B 返 A，往返所用時間差 24 分。求

1) 在自 A 至 B 的路上平路、上坡、下坡的長度。

2) 自 A 至 B 與自 B 至 A 所用時間。

1546*. 騎車者與步行者同時自 A 出發往 B。騎車者早到 B 處 50 分鐘，他即刻自 B 折回，走了 2 公里與步行者相遇。騎車者往返共用 1 小時 40 分。求 A、B 間的距離及騎車者與步行者的速度。

古代的問題

選自馬格尼茨基(1703 年)的'算術'

1547. 甲、乙二人欲買價 38 盧布的某物，甲對乙說：'把你那錢的 $\frac{2}{3}$ 給我，則買物的錢全由我付。' 乙對甲說：'把你那錢的 $\frac{3}{4}$ 給我，則買物的錢全由我付。' 問當時二人各有錢若干？

1548. 甲、乙二人同時自同地出發繞某城同向行走，甲每時行 4 里，乙每時行 $3\frac{1}{3}$ 里。設此城周長 15 里，問幾時後二人相遇？又相遇時每人繞城多少周？

選自季米特里耶姆—安尼契柯夫(Димитрием Аничков) 著
'理化與實用的算術'

1549. 小驢和母驢馱着盛酒的皮囊，年老母驢，疲乏得不能再走了。小驢對母驢說：'你馱的比我馱的還少，怎麼疲乏的這樣快呢？假如把我皮囊裏的酒倒給你一桶，咱們馱的就一般多了，可是我不想這樣做；假若從你皮囊裏倒給我一桶，我馱的就是你馱的兩倍了。' 問小驢與母驢各馱若干桶？

選自葉非姆—沃伊卡霍夫斯基 (Ефим Воитяховский) 著
'純數學教程' (1811 年)

1550. 某人買了兩匹馬和兩個馬鞍，好馬鞍價 120 盧布，壞

馬鞍價25盧布。好馬配好馬鞍的價錢是壞馬配壞馬鞍價錢的三倍，好馬配壞馬鞍的價錢是壞馬配好馬鞍價錢的二倍。問兩馬的價錢各若干？

1551. 甲、乙二商人談論雞蛋數，甲對乙說：'假若你給我13個雞蛋，我所有的是你所有的二倍。' 乙對甲說：'假若你給我12個雞蛋，我所有的就是你所有的3倍。' 問二人各有雞蛋若干？

1552. 有大小不等的三個桶，用滿的A桶灌滿C桶，A桶裏還剩下$\frac{1}{5}$。用滿的B桶灌滿C桶，B桶裏還剩下$\frac{1}{2}$；用C桶的兩倍灌A、B兩桶，還差9罐才能滿。問每桶容幾罐？

1553. 金工給西西利皇帝嚇里亞製一金冠，重12磅，皇帝懷疑技士偸竊了金子，下令阿基米得調查，是否皇冠中攙了銀子；若是攙了銀子，其中有多少金子和銀子？

解答：根據阿基米得銳敏的智慧和假定（其中他這樣說：'把任何固體，沉入水中一定減輕他的重量，在水中所減輕的重量，等於與物體同體積的水重'）想到了辦法，即阿基米得指定用與皇冠等重的一塊純金與一塊純銀，再稱它們在水中的重量，純金減輕19賴脫（譯者注：1磅＝32賴脫）純銀減輕$28\frac{1}{2}$賴脫；又把皇冠浸入水中稱，減輕$21\frac{1}{4}$賴脫，最後按金銀減輕的重量計算這混和物的成分。當時他算出的答案是皇冠中有純金9磅$5\frac{1}{19}$賴脫，攙入純銀2磅$26\frac{18}{19}$賴脫。問是怎樣算出來的。

第九章　開平方

§56. 乘方

1554. 列出由 1 到 20 自然數的平方表。

1555. (口答)計算:

1) 5^2;　$(-5)^2$;　$\left(\frac{1}{2}\right)^2$;　$\left(-\frac{1}{3}\right)^2$;

$\left(-\frac{2}{3}\right)^2$;　$\left(2\frac{1}{2}\right)^2$;　$\left(1\frac{1}{3}\right)^2$;　$\left(-3\frac{2}{3}\right)^2$;

2) -6^2;　$-\left(\frac{3}{5}\right)^2$;　$\left(-\frac{4}{7}\right)^2$;　$2\cdot\left(-5\frac{1}{2}\right)^2$;

$-3\left(-1\frac{3}{5}\right)^2$;　$\frac{1}{2}\left(3\frac{1}{4}\right)^2$;

3) $(0.1)^2$;　$(0.12)^2$;　$(-2.5)^2$;　$\frac{1}{(0.1)^2}$。

1556. 計算:

1) $1^2-2^2+(-3)^2+(-4)^2-(-5)^2+(-6)^2$;

2) $(-1)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^2-\left(-\frac{1}{5}\right)^2$;

3) $2.3^2+5.4^2+6.5^2-4.3^2-8\left(-\frac{1}{2}\right)^2-9\left(-\frac{1}{3}\right)^2$;

4) $\frac{1}{2}\left(-1\frac{1}{3}\right)^2-\frac{2}{3}\left(-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{6}\left(-\frac{2}{5}\right)^2+5(-0.2)^2$。

1557. 1) 証等式: $(abc)^2=a^2b^2c^2$。

2) 等式: $(abc)^2=a^2b^2c^2$ 表示什麽法則?

1558. 計算:

1) 當 $x=\frac{1}{2}$, $y=4$; 求 $(3xy)^2$。

2) 當 $a=-2$, $b=-\frac{2}{3}$, $c=1\frac{3}{4}$; 求 $-\left(\frac{1}{3}abc\right)^2$。

3) 當 $m=10$, $n=1\frac{2}{3}$, $p=-5$; 求 $\frac{2}{5}(0.2mnp)^2$。

1559. 說明下面的數哪個數大？

1) 當 $a>1$ 或 $0<a<1$ 時 a^2 與 $\left(\frac{1}{a}\right)^2$。

2) m^2 與 $(-m)^2$。

3) 當 $a>1$ 或 $a<1$ 時 a^2 與 a^3。

1560. 1) 証明等式：$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a^2}{b^2}$。

2) 等式 $\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a^2}{b^2}$ 表示什麼法則？

1561. 正方形的面積公式爲 $S=a^2$。此處 a 爲正方形一邊的長度單位數；S 爲正方形的面積單位數，兩種單位是相對應的。

1) 用下列的 a 值求 S。

a	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$
$S=a^2$									

2) 任取 a 的二值求出其比，再與其對應 S 的值之比作比較。

3) 若正方形的邊長增成 2 倍, 3 倍, 5 倍, 10 倍, 100 倍, n 倍，則面積的變化如何？

4) 若正方形的邊長縮爲原長的 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{n}$, 面積的變化如何?

5) 作出隨正方形邊 a 變化，其面積 S 變化的圖象(圖 31)。並作出結論。

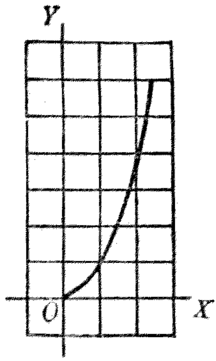


圖 31

1562. 1) 用本書最後附表裏 n^2 那一行數，求下列各數的平方：

a) 46, 54, 73, 85, 92。

b) 應用上述的平方表，求出下列各數的平方：

2.5; 3.8; 5.7; 8.4; 9.6; 0.36; 0.45; 0.64; 0.85; 0.94; 1.5; 3.4; 9.3; 4.7; 9.6; 2.9; 350; 490; 680; 4600。

例：a) $2.5^2=25^2:100=6.25$;

b) $0.25^2=25^2:10000=0.0625$。

2) 圓面積的公式是 $Q=\frac{\pi d^2}{4}$，此處 Q 爲圓面積的平方單位數，π 爲常數約等於 3.14 (精密至 0.01)，d 爲直徑的長度單位數。

由本書最後附表裏 $\frac{\pi n^2}{4}$ 那一行，求直徑 n 是下列各數時的圓的面積：

2; 15; 28; 46; 64; 76; 54; 36; 48; 31; 89; 45; 98; 0.5; 1.2; 2.7; 5.6; 5.8; 6.1; 8.3; 4.5; 1.5; 1.8; 2.4; 3.9; 4.6。

提示 若直徑長度是小數，就仿照前邊 b) 條裏求平方的方法，從圓面積表找答數。

例如，若 $n=8.5$，

由表得

$$Q=5674.50:100$$

$$=56.7450 \text{ 平方單位}$$

$$\approx 56.74 \text{ 平方單位}.$$

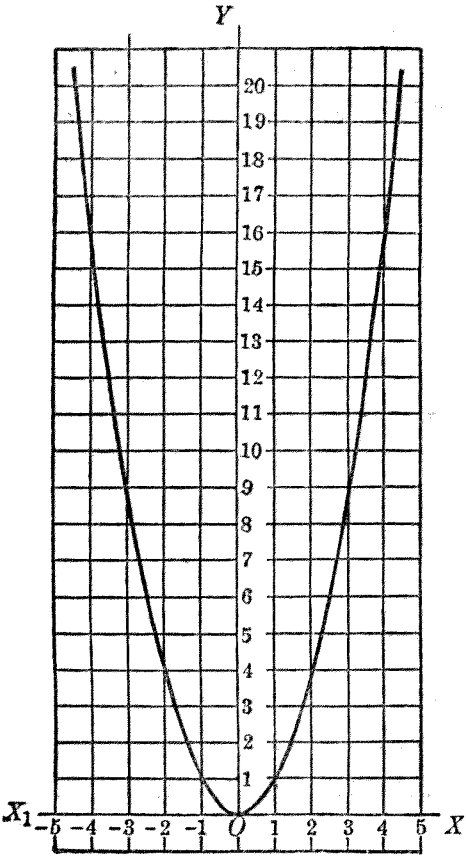


圖 32

1563. 1) 給 x 一些正值與負值，畫 $y=x^2$ 的圖象(圖 32)。

2) 當 $x=1\frac{1}{2}$；$x=2.5$；$x=3.5$；$x=0.5$；$x=-1\frac{1}{2}$； $x=0$；$x=-3$ 時，根據圖象求 y 的值。

§57. 數字開平方

1564. 正方形面積爲 14 平方厘米，求正方形每邊的長。

1565. 正方形面積等於矩形的面積，已知矩形的邊長爲：

1) 4 厘米與 9 厘米； 2) 2 厘米與 32 厘米； 3) 27 分米與 3 分米； 4) 5 米與 20 米。

求正方形一邊的長。

1566. (口答)求算術的平方根：

1) $\sqrt{25}$； 2) $\sqrt{9}$； 3) $\sqrt{49}$； 4) $\sqrt{16}$；

5) $\sqrt{4}$； 6) $\sqrt{81}$； 7) $\sqrt{144}$； 8) $\sqrt{100}$；

9) $\sqrt{169}$； 10) $\sqrt{225}$； 11) $\sqrt{400}$； 12) $\sqrt{900}$。

1567. (口答)

1) $\sqrt{\frac{4}{9}}$； 2) $\sqrt{\frac{1}{4}}$； 3) $\sqrt{\frac{4}{25}}$； 4) $\sqrt{\frac{9}{16}}$；

5) $\sqrt{\frac{25}{36}}$； 6) $\sqrt{\frac{49}{64}}$； 7) $\sqrt{0.25}$； 8) $\sqrt{0.36}$。

1568. (口答)

1) 3 的平方是幾？(−3)呢？

2) 平方等於 9 的數有幾個？它們的不同在哪裏？

3) 求下列各平方根的值：

a) $\sqrt{4}$； b) $\sqrt{16}$； c) $\sqrt{25}$；

d) $\sqrt{\frac{4}{9}}$;　　e) $\sqrt{0.09}$;　　f) $\sqrt{1.44}$。

1569. 1) $9, 25, 49, 0.81, -36, -64, +64, -0.04, +1, -1$。

這些數中哪些能開平方?

2) 演算:

$\sqrt{81}$;　$\sqrt{-100}$;　$\sqrt{-4}$;　$\sqrt{4}$;　$\sqrt{121}$;

$\sqrt{\frac{4}{9}}$;　$\sqrt{-\frac{1}{4}}$;　$\sqrt{-16}$;　$\sqrt{0.25}$;　$\sqrt{-0.49}$。

1570. 求下列各平方根的近似值，要精密到 1 (不足的和過剩的):

1) $\sqrt{2}$;　2) $\sqrt{5}$;　3) $\sqrt{10}$;　4) $\sqrt{40}$;

5) $\sqrt{90}$;　6) $\sqrt{200}$;　7) $\sqrt{1000}$;　8) $\sqrt{2000}$。

例如 $1<\sqrt{2}<2$。

1571. 利用求乘積的平方根的法則解下列各題:

1) $\sqrt{1600}$;　2) $\sqrt{8100}$;　3) $\sqrt{64\cdot 36}$;

4) $\sqrt{50\cdot 98}$;　5) $\sqrt{75\cdot 12}$;　6) $\sqrt{405\cdot 5}$;

7) $\sqrt{17^2-8^2}$;　8) $\sqrt{10^2-6^2}$;　9) $\sqrt{20^2-16^2}$;

10) $\sqrt{25^2-24^2}$。

1572. 將下列各數開平方:

1) 841;　2) 784;　3) 1225;

4) 1849;　5) 7921;　6) 5329;

7) 4624;　8) 2401;　9) 3136;

10) 7225;　11) 57600;　12) 32400;

13) 14400;　14) 28900;　15) 54756;

16) 17424; 17) 56169; 18) 42849;

19) 94864; 20) 64009; 21) 831744;

22) 687241; 23) 259081; 24) 879844;

25) 725904; 26) 488601; 27) 501264;

28) 700569; 29) 632025; 30) 613039;

31) 22562500; 32) 5616900; 33) 3587236;

34) 2105401; 35) 3426201; 36) 2934369;

37) 1466521; 38) 1172889; 39) 1454436;

40) 3272481。

1573. 將下列各數開平方：

1) $\frac{64}{81}$; 2) $\frac{121}{324}$; 3) $\frac{256}{729}$;

4) $\frac{361}{1849}$; 5) $2\frac{7}{9}$; 6) $5\frac{1}{16}$;

7) $552\frac{1}{4}$; 8) $25\frac{161}{256}$; 9) 0.9801;

10) 0.0625; 11) 0.0484; 12) 0.8649;

13) 0.2116; 14) 0.3364; 15) 0.003969;

16) 0.002401; 17) 0.00001225; 18) 0.00005329;

19) 2.3716; 20) 2.7889; 21) 15.0544;

22) 19.0969; 23) 83.1744; 24) 19.9809。

1574. a) 將下列各數開平方要精確：a) 到 1, b) 到 0.1。

1) 15; 2) 45; 3) 152; 4) 1000;

5) 2340; 6) 15.82; 7) 48.27; 8) 95.3;

9) 10.9; 10) 2.24。

b) 將下列各數開平方要精確到 0.01：

1) $\sqrt{2}$；　2) $\sqrt{3}$；　3) $\sqrt{5}$；　4) $\sqrt{6}$；

5) $\sqrt{8}$；　6) $\sqrt{10}$；　7) $\sqrt{12}$；　8) $\sqrt{15}$；

9) $\sqrt{6.4}$；　10) $\sqrt{3\frac{1}{2}}$。

1575. 利用本書末的附表將下列各數開平方：

1) 2；　2) 3；　3) 5；　4) 6；

5) 10；　6) 15；　7) 20；　8) 40；

9) 82；　10) 96；　11) 3.2；　12) 0.4；

13) 0.9；　14) 1.1；　15) 2.3；　16) $3\frac{1}{5}$；

17) $2\frac{1}{5}$；　18) 0.23；　19) 0.15；　20) 0.14。

§58. 非完全二次方程的解法

1576. 求正方形邊長若已知其面積爲：

1) 25 平方厘米；　2) 256 平方米；

3) 2.25 平方分米；　4) 50 平方米；

5) 0.4 平方米；　6) 3.4 平方米。

1577. 求面積與矩形面積相等的正方形的邊，若矩形的邊爲：

1) 24 厘米，6 厘米；　2) 10 米，40 米；

3) 9 米，16 米；　4) 8 分米；32 分米。

1578. 解方程：

1) $x^2-36=0$；　2) $x^2-\frac{1}{4}=0$；

3) $2x^2=50$;　　4) $3x^2-27=0$;

5) $9x^2=16$;　　6) $4x^2-25=0$;

7) $\frac{5x^2}{6}=\frac{6}{245}$;　　8) $\frac{3x^2}{4}=\frac{4}{75}$;

9) $x^2-12=4$;　　10) $x^2-20=16$;

11) $2x^2-35=15$;　　12) $3x^2+20=95$;

13) $5x^2+42=62$;　　14) $\frac{1}{2}x^2+20=38$;

15) $9x^2-325=-4x^2$;　　16) $13x^2-19=7x^2+5$;

17) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{16}$;

18) $(9-x)(7+x)+(7-x)(9+x)=76$;

19) $\frac{x+4}{x-4}+\frac{x-4}{x+4}=3\frac{1}{3}$;　20) $\frac{x-2}{3x+14}=\frac{3(8-x)}{28-x}$.

列出方程解下列問題:

1579. 試根據公式 $Q=\pi R^2$ 求圓的面積 Q, R 是圓的半徑, π 是常數, 約等於 3.14, 精密度是 0.01; 若圓的面積爲:

1) 5 平方米;　2) 12 平方厘米;　3) 2.5 平方分米.

1580*. 商高定理(譯者注: 原書叫做畢達格拉定理, 其實中國周朝的商高早在畢達格拉幾百年前便發現這條定理, 所以我們應該用商高的名字叫這個定理) 說: '直角三角形弦上正方形的面積等於勾, 股上兩正方形面積的和.' 或者簡單地說成 '勾方加股方等於弦方' (圖 33).

已知直角三角形的兩邊, 便可以用這定理求第三邊; 若直角三角形的勾、股爲:

1) 3 厘米及 4 厘米;

2) 12 厘米及 35 厘米;

3) 56 厘米及 33 厘米;

4) 40 厘米及 9 厘米。

求弦的長。

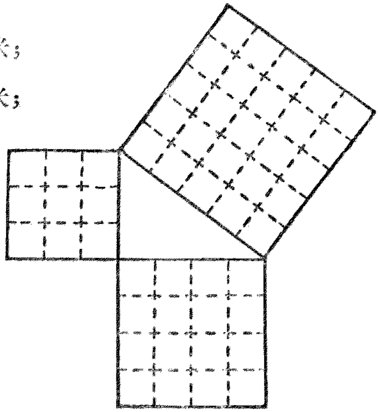


圖 33

1581*. 已知直角三角形的弦長與股長分别等於:

1) 125 厘米, 100 厘米;

2) 65 厘米, 56 厘米;

3) 25 厘米, 20 厘米;

4) 25 厘米, 24 厘米。

求勾長。

1582*. 矩形的邊爲 60 厘米及 91 厘米。求對角綫的長。

1583*. 正方形邊長爲 15 厘米。求對角綫的長(精確至 0.1 厘米)。

1584*. 等腰三角形的腰爲 17 厘米, 底爲 16 厘米。求它的高。

1585. 等邊三角形的邊爲 4 厘米。求它的高(精確至 0.1 厘米)。

第十章　總復習題

1586. 1) 甲、乙二火車自相距 300 公里的二站相向進行, 甲

車比乙車早開 $1\frac{1}{2}$ 小時，甲車每小時走 50 公里，乙車每小時走 40 公里。問它們相遇以前，乙走的時間是多少？

2) 化簡：

$$\frac{2}{a}-\left(\frac{a^2}{a^2+ab}-\frac{a^2-b^2}{ab}-\frac{b^2}{ab+b^2}\right)\cdot\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}.$$

3) 解方程：$\frac{mx}{n}-an=\frac{nx}{m}+am$。求 x。

4) 當 $a=0.5$, $k=-1$ 時，求下式的值：

$$\left(a-\frac{3+k^2}{a}\right)\div\left(\frac{k+2}{3a}-1\right).$$

1587. 1) 馬車後輪周長等於前輪周長的二倍，車走 300 米時，前輪比後輪多轉 100 次。求每輪的周長。

2) 化簡：$1-\frac{8}{a^2-4}\cdot\left[\left(1-\frac{a^2+4}{4a}\right)\div\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{2}\right)\right]$.

3) 解方程：$\frac{a+t}{a}-b=\frac{b+t}{b}$。求 t。

4) 當 $a=\frac{2}{3}$, $m=-1$ 時，求下式的值：

$$1\div\frac{3m^2(a^2-m)}{m^4-4m^2+a}.$$

1588. 1) 漁人勞動組要在規定的日期內撈一定量的魚，按計劃每天應撈 60 生丁納，因他們每天較原計劃多撈 5 生丁納，所以不但提前 3 天完成，而且較原計劃多撈 120 生丁納，問按計劃勞動組應撈多少魚？

2) 解方程組：$\begin{cases} x-a(1-y)-1=0; \\ a(x-a)+y=\dfrac{1}{a}. \end{cases}$

3) 化簡：

$$\frac{a^2+ab}{a^2+ab+b^2}-\left[\frac{a(2a^2+ab-b^2)}{a^3-b^3}-2+\frac{b}{b-a}\right]\div$$

$$\left(\frac{a-b}{a}-\frac{a}{a-b}\right).$$

1589. 1) 以每公斤5盧布與3盧布的甲、乙二種產品混合爲18公斤；然後按每公斤3盧布90戈比出賣，賺了3盧布80戈比。問混合品含甲、乙兩種產品各若干公斤？

2) 解下列方程中的u：

$$\frac{2n^2-4anu-2a^2}{u^2-n^4}=\frac{a^2+u}{n^2-u}-\frac{a^2-u}{n^2+u}.$$

3) 化簡：$\left(\dfrac{1}{27m^3}+\dfrac{1}{n^3}\right)\cdot\left(\dfrac{n^2-3mn}{3mn-n^2-9m^2}+1\right).$

4) 當 $a)$ $a=2.1$ 及 $x=-0.1$；$b)$ $a=-0.79, x=0.03$ 時；求下式的值：

$$\frac{1+\dfrac{1}{a+x}}{1-\dfrac{1}{a-x}}.$$

1590. 1) 要按期耕種土地，集體農莊每天應耕地15公頃；但莊員們每天耕了20公頃，提前兩天完成耕地任務。問共耕地多少公頃並用多少天？

2） $\left(\frac{1}{2a-b}+\frac{3b}{b^2-4a^2}-\frac{2}{2a+b}\right)\div\left(\frac{4a^2+b^2}{4a^2-b^2}+1\right)$;

3） 解不等式：$3-\frac{3x}{2}>\frac{5}{8}-\frac{4x-3}{6}$.

1591. 1） 按計劃應在 14 天內播種完畢的土地；因爲農莊每天多種 2 公頃，十天便完成播種計劃了. 問集體農莊每天播種多少公頃？共播種多少公頃？

2） $\left(\frac{1}{p-2q}+\frac{6q}{4q^2-p^2}-\frac{2}{p+2q}\right)\div\left(\frac{p^2+4q^2}{p^2-4q^2}+1\right)$;

3） 解不等式：$x-5+\frac{x-1}{3}<\frac{2x+3}{2}+\frac{x}{3}-1$.

1592. 1） 甲、乙二煤油桶內共盛煤油 36 升. 若自甲桶倒入乙桶 3 升，則甲桶所餘煤油爲乙桶所有的三倍. 問每桶原有多少升煤油？

2） $\left(\frac{1}{a^2-ab}-\frac{3b^2}{a^4-ab^3}-\frac{b}{a^3+a^2b+ab^2}\right)\cdot\left(b+\frac{a^2}{a+b}\right)$;

3） x 的值爲何數時，分數$\frac{x-5}{4}$是：

a） 正數； b） 負數； c） 零.

1593. 1） 甲、乙二圖書館共有書 60000 冊；若甲館撥給乙館 10000 冊，則甲館所餘爲乙館所有的二倍. 問二館原有書各若干？

2） $\left[\frac{2a}{2a-3b}-\frac{9b^2(3b+4a)}{8a^3-27b^3}-\frac{24ab}{4a^2+6ab+9b^2}\right]\cdot\left[2a+\frac{3b(3b+4a)}{2a-3b}\right]$.

3） 當 x 爲何值時，分數$\frac{x-1}{5}$是：

a) 正數； b) 負數； c) 零。

1594. 1) 馬車後輪周長較前輪周長大 0.4 米。問在多長距離內，前輪轉 250 次而後輪轉 200 次？

2) $$\left\{\left[\frac{a^2-2a+4}{a-2}:(a^3+8)\right]+\left(\frac{a-2}{8+a^3}\cdot\frac{a^2-2a+4}{a^2-4}\right)\right\}\cdot(a^2-4);$$

3) $$\frac{\left(4.07:\frac{1}{20}-23.01\cdot0.06\right)\div4+0.1503\cdot\frac{1}{2}}{\left(2.107:3.01-\frac{2}{35}\right)\div6+2\div1\frac{11}{59}}\cdot7\frac{6}{35}.$$

1595. 1) 馬車前輪周長為 35 分米，後輪 40 分米。在自 A 至 B 的距離內，前輪較後輪多轉 25 次。求 A、B 間的距離。

2) $$\left(\frac{1+a^2}{1-a^2}-\frac{1-a^2}{1+a^2}\right)\div\left(\frac{1+a}{1-a}-\frac{1-a}{1+a}\right);$$

3) $$\left[\frac{1.05\cdot104\div100}{1.35-0.012\div0.08}-\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{8}+0.725\right)\div1\frac{1}{6}\right]\div\left[\left(4.5-3\frac{4}{7}\right)\cdot\sqrt{44\frac{133}{169}}\right].$$

1596. 1) 甲、乙兩塊布，甲長為乙長的二倍；若自每塊布上裁下 21 米，則甲為乙的三倍半。問每塊布多少米？

2) $$\left(\frac{a+b}{b}-\frac{2b}{b-a}\right)\cdot\frac{b-a}{a^2+b^2}+\left(\frac{a^2+1}{2a-1}-\frac{a}{2}\right)\div\frac{2+a}{1-2a};$$

3) $$11.638\div2.3+4.5\cdot\left[8.6\cdot0.25-\left(1\frac{61}{90}-\frac{1}{12}\right)\right]\cdot\left(\frac{7}{40}\div2\frac{11}{12}+\sqrt{1.7956}\right).$$

1597. 1) 兄所有錢爲弟所有錢的二倍。兄、弟各用去150盧布後，兄所有爲弟所有的 $2\frac{1}{2}$倍。問每人原有盧布各若干？

2) $\left(\frac{3a-2b}{5b}+\frac{3b}{3a+2b}\right)\cdot\frac{20ab-30b^2}{27a^2+33b^2}$
$+\left(\frac{a^3x^2+b}{a^2x^2}-a\right)\div\left(\frac{bx^2+b}{x^2}-b\right)$;

3) $23.276:2.3-3.6\cdot\left[17.2\cdot0.125-\left(1\frac{32}{45}-\frac{7}{60}\right)\right]$
$\cdot\left(\frac{11}{40}:4\frac{7}{12}+2.64\right)$.

1598. 1) 工人有菜園216平方米，將菜園分爲甲、乙、丙三部。已知甲面積爲乙、丙之和的三倍，丙較乙大20平方米。問每塊多少平方米？

2) $\left(\frac{4a}{a+2}-\frac{a^3-8}{a^3+8}\cdot\frac{4a^2-8a+16}{a^2-4}\right)\div\frac{16}{a+2}$;

3) $3.7+1.5\cdot\left(2.652:1.3-1\frac{17}{30}+\frac{3}{50}\right)$
$\cdot\left[19.21-\left(\sqrt{18.1476}-\frac{5}{24}\div\frac{25}{42}\right)\right]$.

1599. 1) 一試驗農場，種432公頃土地。其中種稞麥的土地爲小麥與燕麥土地之和的3倍，小麥較燕麥多40公頃。問稞麥、小麥、燕麥各種幾公頃？

2) $\left(\frac{3}{n-1}-\frac{3n^2+3n+3}{n^2-1}\div\frac{n^4-n}{n^3+1}\right)\cdot\frac{n-n^2}{3}$;

3) 作 $y=2x$ 及 $y=\frac{1}{2}x+3$ 的圖象，並求其交點的坐

標。

1600. 1) 某工廠做零件，計劃用 26 個工作日做完，因爲每天多做 5 件，所以在 24 個工作日內，不但完成計劃，並且多做了 60 件。問原計劃每天做幾件？

2) $$\left[\left(\frac{2}{x-y}-\frac{2x}{x^3+y^3}\cdot\frac{x^2-xy+y^2}{x-y}\right)\div\frac{4y^2}{x^2-2xy+y^2}\right]\cdot\frac{x+y}{x-y}.$$

3) 作出 $y=\frac{1}{2}x$，及 $y=-x+3$ 的圖象，並求其交點的坐標。

1601. 1) 旅客計劃在路上走 25 日花一定數目的錢；但因爲路上多耽擱了 5 天，每天又多花了 4 盧布，於是共多花 300 盧布。問旅客原來預計花多少錢？

2) $$\left[\left(\frac{3}{x-y}+\frac{3x}{x^3-y^3}\cdot\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}\right)\div\frac{2x+y}{x^2+2xy+y^2}\right]\cdot\frac{3}{x-y}.$$

3) 用圖象解聯立方程：

$$\begin{cases}2x+y=7;\\ x-y=-1.\end{cases}$$

1602. 1) 爲學校採辦的木材要三天運到．第一天運的數量比所有木材的 $\frac{1}{3}$ 多 20 立方米，第二天運了第一天的 $\frac{4}{5}$，第三天將所餘的 60 立方米運完，問該校運的是多少木材？

2) $$\left(\frac{1}{m^2-4m+4}-\frac{2}{4-m^2}+\frac{1}{m^2+4m+4}\right)$$

$\cdot\dfrac{m^4-2m^3-8m+16}{4m^2}$.

3) 用圖象解聯立方程：$\begin{cases}3x+2y=0;\\2x-y+7=0.\end{cases}$

1603. 1) 爲甲、乙二房間裝燈買電綫，甲房用的電綫較所買全部電綫之半少 $2\frac{1}{2}$ 米；乙房用了甲房所用的 $\frac{9}{10}$，最後剩了 $6\frac{1}{4}$ 米電綫。問共買電綫若干米？

2) $$\frac{4a^2}{a^4+a^3+a+1}\div\left(\frac{1}{a^2+2a+1}-\frac{2}{a+1}\cdot\frac{1}{1-a}+\frac{1}{a^2-2a+1}\right);$$

3) $$\left(16\frac{22}{45}\cdot 0.5-1\frac{61}{72}\cdot 2\right)\div 1\frac{2}{5}+198.9:\left(9.5+\frac{23}{40}:2.3\right)+\sqrt{182.25}\cdot 0.1.$$

1604. 集體農莊兩次繳給國家稞麥 800 生丁納，燕麥 300 生丁納。第一次所繳稞麥爲燕麥的三倍，第二次所繳稞麥爲燕麥的二倍。問第一次繳稞麥多少？

1605. 集體農莊於兩週內種小麥 380 公頃，稞麥 230 公頃。第一週所種小麥爲所種稞麥的二倍，第二週所種稞麥爲小麥的 $2\frac{1}{2}$ 倍。問第一週種小麥多少公頃？

1606. 1) 大小二數的比爲 5，大數加 10，等於 35 倍小數的 $\frac{1}{6}$，求二數。

2) $$\left(\frac{1}{a+1}-\frac{3}{a^3+1}+\frac{3}{a^2-a+1}\right)\cdot\left(a-\frac{2a-1}{a+1}\right);$$

3) $\dfrac{(0.1125-0.0025)\cdot 4\frac{1}{11}}{\left(0.175\div 0.25-1\frac{3}{4}\div 4\right)\div\frac{7}{20}}+\sqrt{0.7225}$.

1607. 1) 大小二數的比爲 3，大數加 10，較小數的$\frac{1}{2}$大30，求二數。

2) $\left[\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{4ab}{a^2+ab+b^2}-\dfrac{b^2(2a+b)}{a^3-b^3}\right]$

$\cdot\left[a+\dfrac{b(2a+b)}{a-b}\right]$;

3) $1\frac{9}{20}$

$$-\frac{\left(0.645\div 0.3-1\frac{107}{180}\right)\cdot\left(4\div 6.25-1:5+\frac{1}{7}\cdot\sqrt{3.8416}\right)}{1-2\frac{1}{5}:7}.$$

1608. 1) 甲、乙二步行者由鄉村到城市，甲較乙晚到 2 小時。甲每小時速度爲 4 公里，乙爲 6 公里。求城鄉間的距離。

2) $\left(\dfrac{8+a^3}{x^2-y^2}\div\dfrac{2a-4-a^2}{y-x}\right)\cdot\left(x+\dfrac{xy+y^2}{x+y}\right)\div\dfrac{1}{a+2}$;

3) $\dfrac{296\frac{1}{4}\div 395+94.4\div 118}{657\div 14.6-34\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{3}}\cdot\dfrac{325.7-34.7}{\sqrt{148.84}+9\frac{1}{2}}$.

1609. 1) 甲、乙二人由相距 60 公里的 A、B 二城，同時相向出發。甲較乙每小時多走 2 公里，經 $7\frac{1}{2}$小時兩人相遇。問甲、乙每小時各走幾公里？

2) $\left(\frac{a^2+8}{a^3-8}+\frac{a}{a^2+2a+4}-\frac{1}{a-2}\right)\cdot\left(\frac{a^2}{a^2-4}-\frac{2}{2-a}\right)$;

3) $\left[\frac{\left(0.805\div10-0.00705\cdot10+2\frac{1}{3}\div50\right)\cdot\frac{5}{17}}{(18.3-\sqrt{272.25})\div1.125}+1\frac{5}{16}\right]$

$\div\frac{127}{144}$.

1610. 1) 汽船在兩城間航行，順流用 6 小時；逆流用 8 小時。若水流速度每小時 2.5 公里．求汽船在靜水中的速度．

2) $\left(\frac{a^3+b^3}{a^3-b^3}-\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right)\div\left(\frac{a^2}{a^3-b^3}-\frac{a}{a^2+ab+b^2}\right)$;

3) $\left[0.78\div2.6+\frac{77}{90}\div\left(6-\frac{2.3+5:6.25}{8\cdot0.0125+6.1}\right)\right]\sqrt{1\frac{781}{900}}$.

1611. 客車的速度每小時較快車慢 10 公里，快車由莫斯科開往列寧格勒，出發後 6 小時遇到自列寧格勒開來的客車；這時候客車已經開了 4 小時 45 分。相遇前，快車較客車多走了 317.5 公里．求快車的速度．

1612. 客車，快車都由列寧格勒開往莫斯科，客車先出發 1 小時 30 分，快車每小時較客車多走 5 公里，快車開出 15 小時後超過客車 21 公里．求客車的速度．

1613. 1) 工人由家到工廠去，若步行需 50 分鐘，若騎車需 0.3 小時。已知騎車每小時較步行快 8 公里．問此工人的家離工廠多遠？

2) $\frac{1}{m^2-2m+1}+\left(\frac{m}{m^2-1}-\frac{1}{m^2+m}\right)\div\frac{1+m^3}{m-m^2}$;

3) $\left(38.5\div\sqrt{1239\frac{1}{25}}-60.3\div73\frac{1}{11}\right)$.

$$\frac{\left(68.8\div0.86-1338\div44\frac{3}{5}\right)\div0.1}{22\frac{3}{7}+43\frac{5}{7}\div17}.$$

1614. 1) 公共汽車自 A 到 B 需 $1\frac{1}{2}$ 小時；若速度每小時增 5 公里，則所需時間少 15 分鐘。求 A 到 B 的距離。

2) $\frac{1}{a^2+2a+1}-\frac{a^2+a}{a^3-1}\cdot\left(\frac{1}{a^2-a}-\frac{a}{1-a^2}\right)$；

3) $\frac{20\frac{8}{15}\cdot7.5-54.6\cdot2\frac{1}{2}}{3\frac{13}{21}\cdot8.4-34.4\div14\frac{1}{3}}+43\frac{3}{4}\div11\frac{2}{3}$

$+\sqrt{605.16}\cdot\frac{5}{6}$.

1615. 一羣兒童到河中游泳，先有八人游到對岸。其餘的一半也渡過河去，於是過河的人數等於未過河的二倍。問共有多少兒童？

1616. 有一籃洋芋，第一次取出 12 公斤，第二次取餘下的 $\frac{1}{4}$，這時候籃中剩的比取出的總數還多 2 公斤。問籃內原有洋芋多少公斤？

1617. 1) 隊長令甲、乙二少先隊員到兩書店給本隊買畫冊，兩人所帶的錢數相同。甲買的每冊價 5 盧布 60 戈比，他剩了 4 盧布給隊長；乙買的每冊價 4 盧布 80 戈比，他剩了 2 盧布 40 戈比也給隊長。

若已知乙較甲多買 2 冊，問每人帶了多少錢？

2) $\left(\frac{m}{mn-n^2}+\frac{n}{mn^2-2m^2n+m^3}\div\frac{1}{n-m}\right)\cdot\frac{mn}{m^3+n^3}$；

3) $3\frac{3}{40}\div\left(3\frac{5}{48}-1\frac{17}{30}\right)-\left(7.344\div0.36+16\frac{1}{4}\right.$

$\left.\div5-0.5\cdot0.2\right)\cdot0.08$。

1618. 1) 自車站為二工地轉運水泥，數量相同。甲車給近的工地運，每次運 1.5 噸；乙車給遠的工地運，每次運 2.5 噸。中午休息時，乙車比甲車少運 3 次；甲車還剩 $3\frac{1}{2}$ 噸未運，乙車還剩 4 噸未運。問給每工地運多少水泥？

2) $\left(\frac{1}{a^2-ac-ax+cx}-\frac{1}{c^3-2ac^2+a^2c}\cdot\frac{c^2-ac}{x-c}\right)$

$\div\frac{1}{x^3-c^3}$；

3) $\left(0.5\cdot0.02+7.904:0.38-21:10\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{9}$

$-\left(5\frac{11}{72}-3\frac{26}{45}\right)\div45$。

1619. 有一工程，甲獨做要用 12 日完成，乙獨做要用 15 日。二人合做了數日後，乙一個人又做了 6 日才完成。問甲工作了幾天？

1620. 有一宗貨物，甲汽車需 18 小時運完，乙汽車需 24 小時運完；若甲、乙同運數小時後，甲車單獨在 4 小時內將其餘貨物運完。問甲車工作了幾小時？

1621. 甲、乙二缸，其中盛着不同量的水。若自甲缸倒入乙

缸一桶，則二缸的水量相等，若自乙缸倒入甲缸 20 桶，則甲缸的水是乙缸裏的三倍．求每缸中原有水的桶數．

1622．二隊農民能在四日內共同耕完一地．若共同耕種二日後，由一隊獨耕其餘土地，則需再耕 6 日．問每隊獨耕此地各需若干日？

1623．用甲、乙康拜因能於六日內收割完畢．若用此二康拜因收割一半，然後由甲獨收，則還需 $4\frac{1}{2}$ 天．問每一康拜因單獨收割完，各需多少天？

1624．甲、乙二自行車自相距 9 公里的兩地同時出發．若相向而行，則經過 20 分鐘相遇，若同向而行則乙於三時後追及甲．問每輛自行車的速度各若干？

1625．甲、乙二自行車自相距 6 公里的二地同向行走．若二車同時出發，則乙於三小時後追及甲；若乙較甲遲一小時出發，則需 8 小時方可追及．問二車的速度各若干？

1626．1）某小組每小時能鋤草 10 畝．預計於晚 6 時完工．但鋤了一半以後，鋤草速度改爲每小時 12 畝，於是在晚 5 時便完工了．問草地面積多少？從何時開始工作的？

2）演算，並當 $n=-0.5$ 時，求其值．

$$\left[\left(\frac{n+2}{n-2}\right)^3\div\frac{n^3+4n^2+4n}{3n^2-12n+12}\right]\cdot\frac{n}{3}.$$

3）算出下式：

$$\frac{1.0905\div0.025+6.84\cdot3\frac{1}{4}}{6.4\div\frac{1}{4}-30.3\cdot0.7}\cdot\frac{3}{5}.$$

1627. 某隊工人敷設路軌一段，每小時敷設 8 公尺，預計於午後 4 點完工，但在敷設了一半的時候，有一工人退出，因此每小時只能敷設 6 公尺，而且在午後 6 點才把工程做完。問敷設的路軌多長？共用多少時間？

1628. 1) 甲、乙二管注水入池。若甲管先注一半，乙管再注另一半，則需 2 小時；若甲管先注水池的$\frac{1}{3}$，其餘由乙管注入，則需 2 小時 10 分。問每管分別注水各需幾小時注滿？

2) 演算：

$$\frac{c-x}{cx}\div\left[\frac{c^2}{(c-x)^2(c+x)}-\frac{2cx^2}{c^4-2c^2x^2+x^4}+\frac{x^2}{(c^2-x^2)(c+x)}\right].$$

1629. 1) 由工頭完成其定貨的$\frac{2}{3}$以後，其餘由其助手製成，則共用 6 時 40 分。若工頭完成定貨的$\frac{1}{3}$，而其餘由其助手製成，則需 $7\frac{1}{3}$小時。問兩人各能於幾時內完成全部定貨？

2) 演算：

$$\frac{ab}{a+b}\cdot\left[\frac{a^2}{(a^2-b^2)(a+b)}-\frac{2ab^2}{a^4-2a^2b^2+b^4}+\frac{b^2}{(a-b)^2(a+b)}\right].$$

1630. 1) 甲、乙二步行者同時自相距 36 公里的二村莊相向出發，4 時後相遇。另一次甲較乙早出發 $1\frac{1}{5}$小時，而於乙出發後 $3\frac{1}{3}$小時相遇。問甲、乙的速度

各若干？

2) $\left[\left(\frac{a^2+b^2}{a}+b\right)\cdot\left(b-\frac{b^2}{a+b}\right)\right]\div\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$；

3) $5.25:0.05-\left(2.5+3\frac{2}{3}\right)\cdot 7\frac{1}{2}+\sqrt{1.5625}$。

1631. 甲、乙二成衣工廠，於一月共製成外衣 720 件。二月較一月，甲多製 15%，乙多製 12%，最後二廠共製了 819 件。問每廠在二月各製外衣多少？

1632. 集體農莊去年於甲、乙二地區收穫 360 噸三葉草。今年收穫是較去年在甲地多收 10%，在乙地多 15%，一共收三葉草 404 噸。問今年兩地各收多少噸？

1633. 1) 聯絡員自兵營至城市，出發 40 分鐘後，到達一村。因此知道他已走的路較所餘路少 $1\frac{1}{2}$ 公里。然後他用每小時比以前快 1 公里的速度在 $\frac{3}{4}$ 小時內走完其餘路程。問自兵營至該村多少公里？

2) 化简： $2-\left(1-\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}\right)\div\frac{1}{m^2-1}$。

3) 解方程： $a\left(\frac{1}{2}+q\right)+\frac{1}{2}(n-q)=\frac{n}{2}$。求 q。

4) 當 $a)$ $v=-\frac{1}{3}$，$w=-\frac{1}{6}$； $b)$ $v=0$，$w=-1$ 時。

求 $3-\frac{v^3-5v^2+1}{w^2-w+1}$ 的値。

1634. 1) 摩托車沿公路行駛，出發後 $1\frac{1}{2}$ 小時停下。這時它走過的路較所餘的路多 $16\frac{1}{2}$ 公里。然後以每

小時增加 4 公里的速度，又用了 45 分走完所餘的路。問他在路上停止以前走了多少公里？

2) 化簡：$-\frac{x^2}{x+y}-\left(\frac{x^2}{x+y}-\frac{x^3}{x^2+2xy+y^2}\right)\div$

$\left(\frac{x^2}{x^2-y^2}+\frac{x}{y-x}\right)$。

3) 解方程：$\frac{m+n-1}{a+n}+\frac{m-n}{n-a}=-\frac{m-n}{a^2-n^2}$，求 m。

4) a) 當 $t=-\frac{1}{2}$ 及 b) $t=-1$ 時，求 $\frac{2t^3-3t-1}{t^2-2}+5t$ 的值。

1635. 1) 自農莊到城市先走平路然後上山。某莊員騎自行車以每小時 8 公里的速度通過平路，而以每小時 3 公里的速度步行上山。自農莊到城市，共用 1 小時 55 分，回來時以每時 15 公里的速度下山，而以每小時 12 公里的速度通過平路。自城市到農莊共用 58 分鐘，問農莊到城市多少公里？

2) 自比例式

$\left(a+2-\frac{1}{a+2}\right)\div x=\left(a+2+\frac{a}{a+2}\right)\div\frac{1}{a+3}$ 中求出 x。

3) 解聯立方程：$\begin{cases}\frac{4-7y}{3}=\frac{3(x+1)}{5}+1.75; \\ \frac{7-5y}{9}-\frac{6x-9}{7}-2=\frac{8}{63}.\end{cases}$

1636. 1) 自少先隊營到城市先走下坡路再走平路。某隊員

騎車下坡，每小時行 12 公里，走平路每小時 9 公里，到達城市共用 55 分鐘；返回時平路上每小時行 8 公里，上坡時每小時行 4 公里，經 $1\frac{1}{2}$小時回到隊營。問自隊營到城市多少公里？

2) 自比例式

$$\frac{1}{-m-n}:\frac{m^2-mn}{m^2-n^2}=\left(\frac{n}{m+n}-\frac{m}{m-n}\right):x$$中求出x.

3) 解聯立方程：$\begin{cases}\dfrac{q-6}{a-4}+\dfrac{10}{a^2-16}=\dfrac{q+6}{a+4};\\[2ex]\dfrac{5}{a(a-3)}+\dfrac{2}{3q-aq}=-\dfrac{10}{aq}.\end{cases}$

1637. 1) 甲工作 30 天，乙工作 28 天，兩人共得工資 1170 盧布。甲 4 天的工資較乙 3 天的工資多 55 盧布。每人每天工資多少？

2) 解方程：$\dfrac{a^2-2z}{2z+1}-\dfrac{a^2+2z}{1-2z}=\dfrac{2(a^4-1)}{4z^2-1}$。求 z。

3) 化簡：

$$\frac{1}{a-1}-\left(\frac{a-2b}{a-b}-\frac{2}{1-a}-\frac{a-b^2}{a^2-a+b-ab}\right)\div\frac{a^2-b^2}{a}.$$

1638. 1) 甲工作 10 天，乙工作 12 天，兩人共得 557 盧布。若甲每天少得 1 盧布 50 戈比，乙每天少得 10%，則乙 12 天所得較甲 10 天所得多 50 盧布 80 戈比。問每人每天得多少？

2) 解方程：$\dfrac{x-n}{n-a}+\dfrac{x-1+n}{a+n}+\dfrac{x-n}{a^2-n^2}=0$。求 x。

3) 証恆等式：

$$a-\left[\frac{(16-a)a}{a^2-4}+\frac{3+2a}{2-a}-\frac{2-3a}{a+2}\right]\div\frac{a-1}{a^3+4a^2+4a}$$

$$=\frac{3a}{1-a}.$$

1639. 1) 有二位數，若用原數兩數字互換所成的數來除它，則商 4 餘 3；若除以其數字的和，則商 8 餘 7。求此數。

2) 証恆等式：

$$\left(\frac{99a+1}{5a^2-5}+\frac{1}{5+5a}+\frac{20}{1-a}\right)\div\frac{4}{a^2b-ab}=-5ab.$$

1640. 1) 有二位數較由其兩數字互換所成的數大 45；若增加其 12.5% 而以其數字的和除它，則商爲 9。求此數。

2) 証恆等式：

$$\left(\frac{a}{a+2n}-\frac{a+2n}{2n}\right)\cdot\left(\frac{a}{a-2n}-1+\frac{8n^3}{8n^3-a^3}\right)$$

$$=\frac{a}{2n-a}.$$

1641. 1) 某數除以 7 餘 2，除以 15 餘 6，已知第一商與第二商的比爲 2.2:1。求此數。

2) 解方程：

$$\frac{m(v-1)+n(v+1)-2v^3}{m^3+m^2v-mv^2-v^3}+\frac{m^2}{m^2-v^2}$$

$$=1+\frac{v^2}{m^2+2mv+v^2}.\text{ 求 } v.$$

3）解聯立方程：$\begin{cases}\dfrac{1}{a}(1-2y)+\dfrac{x}{n}=0; \\ 2y=\dfrac{a}{a+n}\cdot(2y-x)-\dfrac{a-n}{n}.\end{cases}$

1642. 二滑雪者同時同向自 A 向 B 出發。甲每時滑 12 公里，乙每時滑 10 公里。甲到達指定地點 B 比乙到達 C 早 12 分鐘，C 還距 B 3 公里。求 A、B 間的距離。

1643. 摩托車需在一定時間內走完自鄉村至城市的全程。若每小時少走 4 公里，就要多走一小時。若每小時多走 6 公里就只用原時間的$\dfrac{4}{5}$。求原來的速度與城鄉間的距離。

1644. 1）客車、貨車與快車行駛於二城間。每小時貨車較客車慢 10 公里，因此走完全程較客車多 5 小時。快車每小時較客車快 10 公里，因此較客車早 3 小時走完全程。求每車的速度與走完全程所用的時間。

2）解聯立方程：$\begin{cases}\dfrac{x-1}{p}-\dfrac{y-1}{q}=0; \\ x+\dfrac{2q^2}{p+q}=y+p+q-\dfrac{2pq}{p+q}.\end{cases}$

3）化簡：$1+\left(a-\dfrac{1}{1-a}\right)\div\dfrac{a^2-a+1}{a^2-2a+1}.$

4）當 $a=-2, x=3.5$ 時，求下式的值：

$$\frac{a^2-x^3(2-a)}{4-x}-\frac{2}{x-1}.$$

1645. 步行者與騎自行車者同時分別由 A、B 兩地相向出發。3 小時後在 M 地相遇。M 距 A 爲 A、B 距離的四分之一。

已知騎自行車者較步行者每小時多走 10 公里，求步行者與騎車者的速度與 A、B 間的距離。

1646. 1) 若客車由 A 站出發後 24 分鐘，貨車迎面自 B 站出發，則在客車出發 36 分鐘後二車相遇。若兩車同時同向出發，則客車於 13 小時後可追及貨車。設已知 A、B 二站間的距離爲 65 公里，求每車的速度。

2) 解方程：$\frac{2(n-1)}{an^4-4ax^2}-\frac{1}{2x-n^2}=1\div(2x+n^2)$。求 x。

3) 化簡：$\frac{b}{a^2-1}+\left(\frac{a-b}{a^2+b^2}-\frac{2ab}{b^3-ab^2+a^2b-a^3}\right)\cdot\left(1-\frac{b+a}{a}+\frac{b^2}{a^2}\right)$。

1647. 1) 甲、乙二自行車分别自相距 38 公里的二鎮相向出發。在甲走一點半鐘，乙走二點鐘後相遇。另一次，他們同時相向出發，1 小時 15 分後，則相距 10.5 公里，求每輛自行車的速度。

2) 解方程：$\frac{k+m}{m-n}=1-\frac{2(k-n)}{n-m}$。求 k。

3) 化簡：$\left(\frac{3-a}{9+a^2}-\frac{6a}{a^3-3a^2+9a-27}\right)\cdot\left(1-\frac{2}{a}-\frac{3}{a^2}\right)$。

1648. 同志們湊錢買留聲機。每人出 30 盧布，則不足 40 盧布。若每人出 50 盧布，則買了留聲機還能買價值較留聲機便宜 140 盧布的唱片。問留聲機價多少錢？

1649. 1) 住宿者攤付煖汽費。若每人出 10盧布，則不足 88

盧布，若每人出 10 盧布 80 戈比，則超過燒汽費的 2.5%。問燒汽費與住宿者各多少？

2) 化簡：

$$\frac{1}{4}a+\left[\frac{(a+2)^2}{8a}-1\right]\cdot\left[\frac{6+3a}{2a}\div(4-a^2)\right].$$

3) 解方程：$\dfrac{b-cd}{b+c}-\dfrac{b+cd}{c-b}=\dfrac{4b^2}{b^2-c^2}$。求 d。

1650. 集體農莊莊員們決定買收音機。若每人出 35 盧布，則不足 30 盧布。若每人出 40 盧布，則買了收音機還能買一盞燈；燈價是收音機價的 $\dfrac{1}{15}$，問收音機價多少？

1651. 1) 甲、乙二隊集體農莊莊員應於 16 小時內挖完馬鈴薯。若甲獨作 36 小時後，二隊又合作 4 小時，則將工作完成。問甲、乙獨作需幾小時可完？

2) 解聯立方程：$\begin{cases}\dfrac{2t-3u}{3}-u=\dfrac{7t-1}{4}-\dfrac{4t+7u}{5};\\ t+\dfrac{t+3u}{4}-\dfrac{t-2u}{5}=\dfrac{3t-7u}{8}.\end{cases}$

3) 証恆等式：$2-2\cdot\left(\dfrac{a+x}{ax-x^2}+\dfrac{2a+3x}{x^2-a^2}\right)\div$

$$\frac{a^4-4x^4}{a^4x-a^2x^3}=\frac{4x^2}{a^2+2x^2}.$$

1652. 1) 甲、乙二管注水入池。先開甲管 8 小時，然後不閉甲管，加開乙管，則又經 4 小時水池注滿。若將甲管先開 10.5 小時，然後兩管齊放 3 小時，則注滿水池。問每管單獨注滿水池，各需若干小時？

2) 解x, y的聯立方程: $\begin{cases} \dfrac{a-b}{ab}-\dfrac{x-y}{m}=\dfrac{2b}{m}; \\ \dfrac{b(x+2b)}{ay}=1. \end{cases}$

3) 証恆等式: $\dfrac{1-ax+(a+x)x}{2ax-a^2x^2-1}\div\left[1+\dfrac{a^2+2ax+x^2}{(1-ax)^2}\right]$

$=-\dfrac{1}{1+a^2}$.

4) 當 $a)$ $m=-\dfrac{1}{2}$; $n=-1$; $b)$ $m=n=0$ 時, 求下式

的值:

$\dfrac{m^2+4n}{m^2-(m^2-n)n+1}$ $a)$ 其中 $m=-\dfrac{1}{2}; n=-1;$

$b)$ 其中 $m=n=0$.

1653. 1) 若同時開放浴盆的入水管與出水管, 則於 36 分鐘可滿; 今將二管同時開放 6 分鐘, 然後關閉出水管, 再過 10 分鐘後可滿. 若只開入水管, 幾分鐘可滿? 若只開出水管, 一滿盆水幾分鐘可流完?

2) 化簡:

$$\left[\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^4}+\frac{2}{m-n^2}\cdot\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n^2}\right)\right]\div\frac{2mn^2-m^2-n^4}{mn^2}.$$

3) 自比例式中求x。

$$\left(a+b-\frac{2b^2}{b-a}\right):x=\left[\frac{(a+b)^2}{2ab}-1\right]:\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right).$$

1654. 1) 甲、乙二打字員, 同時工作, 8 小時可打完稿子. 若二人同時工作 2 小時後, 歸甲獨自工作, 則 18 小

時打完其餘稿子。二人獨作各需幾小時打完稿子？

2) 化簡：

$$1-1\div\left\{\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}\cdot\left[\left(a-\frac{a^2+b^2}{b}\right)\div\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\right]\right\}.$$

3) 解聯立方程：

$$\begin{cases}1.5x-1\frac{1}{4}=\frac{3(2x+3)}{4}-\frac{3x+5y}{2(3-2x)};\\ \frac{3(2x-y)}{2(y-4)}-4+\frac{8y+7}{10}=0.8y-1.8.\end{cases}$$

古代的問題

1655. 甲、乙二牧童，甲對乙說：‘把你的羊給我一隻，我的羊就是你的二倍。’乙回答甲說：‘最好還是把你的羊給我一隻，咱們倆的羊數便相等了。’問甲、乙二牧童各有羊若干？

1656. 有人問某兒童，有幾個兄弟，幾個姐妹。他回答說：‘有幾個兄弟，就有幾個姐妹。’再問他妹妹有幾個兄弟幾個姐妹，她回答說：‘我的兄弟是姐妹的兩倍。’問他們兄弟和姐妹各幾人？

1657. 農婦賣雞蛋。第一次賣了籃中的一半又半個，第二次賣了籃中剩的一半又半個，第三次第四次都是這方法賣的，第五次再賣時籃中還剩下一個雞蛋。問籃中原有雞蛋若干？

1658. 小販以其所有柑子的一半又半個賣給第一人，以其餘的一半又半個賣給第二人，同樣的方法，賣給其餘的顧客。當第七個人來買時，小販已經賣完了。問小販原有柑子若干，每個顧

客各買若干？

1659. 刈草隊去割甲、乙兩塊草地的草，甲地面積爲乙地面積的二倍。昨天上午全隊來割甲草地的草，下午將全隊人平分在甲、乙兩草地工作，到晚上，割完甲地的草而乙地還剩一小塊。今天由一個人單獨工作了一天才把草割完。問刈草隊有幾個人？

1660. 一偵察艇得到命令，要到本艦隊前邊 70 公里的地方去偵察，已知此艇的速度每小時 28 公里，而艦隊每小時 14 公里。問此艇偵察後回來用多少時間？

1661. 偵察艇時速 25 公里，要到艦隊前邊去偵察，預計 3 小時返回艦隊。已知艦隊時速 15 公里。此艇前進幾小時就得折回，才能在預定時間與艦隊相遇？

1662. 甲、乙、丙三輛汽車競賽。乙較甲每小時慢 15 公里，而較丙車每小時快 3 公里。較甲晚到 12 分鐘，較丙早到 3 分鐘。問

1）所行距離是多少？

2）每車的速度是多少？

3）每車所行時間是多少？

1663. 一片草原上的青草，到處長的一樣密一樣快，70 頭牛在 24 天內吃完，30 頭牛在 60 天內吃完。問幾頭牛在 96 天內吃完？

1664. 牛頓問題：'甲、乙、丙三塊草地，長的一樣密，一樣快，甲地面積 $3\frac{1}{3}$ 公頃可供 12 頭牛吃四週；乙地 10 公頃，可供 21 頭牛吃 9 週；丙地 24 公頃，問丙地可供幾頭牛吃 18 週？'

1665. 某人有甲、乙、丙三缸。若水注滿甲缸後，把甲缸的水倒滿乙缸，甲缸還剩下原有水的$\frac{2}{7}$；若乙、丙注滿後而由乙、丙倒向甲缸，則甲缸尚差10升才滿。若三缸容量共爲270升，問每缸盛水若干升？

1666. 數子分遺產，長子取100盧布和其餘的$\frac{1}{10}$，次子取200盧布和所餘的$\frac{1}{10}$；然後三子取300盧布和所餘的$\frac{1}{10}$；如此類推，實際每人所得的相等。問共有遺產若干？繼承人若干？

1667. 馬跑5次的時間，狗跑6次；狗跑4次的距離與馬跑7次的距離相同。馬已跑出5.5公里時，狗開始追它。問馬再跑多遠，狗可追及馬？

1668. 甲對乙說：'我像你這樣大歲數的那年，你的歲數等於我今年歲數的一半。當你到我這樣大歲數的時候，我的歲數是你今年歲數的二倍少7歲。' 問兩人現年若干？

1669. 時速4公里的A追趕時速3公里的B，兩人相距0.5公里時，有一個蒼蠅從A的帽子上開始來回在兩人中間飛，直到A、B相遇爲止。若蒼蠅時速10公里，問蒼蠅飛了多少公里？

1670. 游泳者，自涅娃河逆流而上，在共和國橋旁將軍用水壺遺失。在繼續前游20分鐘後，發現水壺遺失，於是返回追尋水壺。在中尉斯密特橋追到。若二橋相距2公里，問涅娃河水速若干？

習題答案

第五章

844. 1) $\frac{x+y}{x-y}$; 2) $\frac{a-1}{a+1}$; 3) $\frac{a-b}{2(a+b)}$;

4) $\frac{m+n}{3(m-n)}$.

845. 1) $\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}$; 2) $\frac{p^2+pq+q^2}{p+q}$;

3) $\frac{2(x^2+xy+y^2)}{5(x+y)}$.

846. 1) x^2-y^2; 2) a^2+x^2; 5) $\frac{1}{a-b}$; 6) $\frac{a-4}{b}$.

847. 1) $\frac{5xy}{x^2-y^2}$; 2) $\frac{a^2-b^2}{a}$; 3) $\frac{2}{a^2-2a+4}$;

4) $\frac{a+b}{2(a-b)(a^2+b^2)}$; 5) $\frac{a-1}{a+1}$;

6) $\frac{n-m}{2(n^2-mn+m^2)}$.

848. 1) $\frac{x+y}{x-y}$; 2) $\frac{a-b}{a+b}$; 3) $\frac{b+c}{x+y}$; 4) $a+b-c$.

849. 1) $\frac{a+b-c}{a-b+c}$; 2) $\frac{1}{x+1}$; 3) $\frac{(1-y)^2}{x+z}$;

4) $\frac{x-a}{x^2+a}$.

850. 1) $\frac{x+3}{x+2}$; 2) $\frac{a+2}{a+5}$; 3) $\frac{x-4}{x-3}$; 4) $\frac{x+1}{x+7}$;

6) $\frac{a}{a+b}$.

851. 1) $-0{,}6$; $0{,}5$; 2) $3{,}92$; $1\frac{1}{8}$; 3) $4{,}5$; $-2{,}2$;

4) $\frac{16}{49}$; $\frac{9}{35}$; 5) $-\frac{4}{7}$; 3; 6) 34; 5; 7) $-2{,}4$;

0; 8) 9; $\frac{1}{4}$.

857. 1) $3b+2a$; 2) $2m-3n$; 3) $c-b$; 4) $1-q$.

858. 1) $\frac{1+b}{a}$; 2) $\frac{1-n}{m}$; 3) $2m-3n$; 4) $\frac{a-2ab}{3}$.

860. 1) $a+2$; 2) 5; 3) $\frac{b(c-a)}{1-a}$; 4) $a+b$.

861. 1) $\frac{a+b}{a-b}$; 2) $2(m-n)$; 3) $a+1$; 4) $\frac{3(m-n)}{m+n}$.

865. 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{2p-q}{m}$; 3) $\frac{x+4}{4}$; 4) $\frac{4(x+1)}{b}$.

867. 1) $\frac{a-b}{x-1}$; 2) $\frac{3x}{a-b}$; 3) $\frac{m-n}{2p-q}$; 4) $\frac{7y^2}{a-2}$.

869. 1) $\frac{a+b}{x^2-1}$; 2) $\frac{2d}{c^2-b^2}$; 3) $\frac{a+b+c}{x-y}$; 4) $\frac{x+4}{a-b}$.

876. 1) $\frac{b+2a}{4ab}$; 2) $\frac{15y-2x}{9xy}$; 3) $\frac{4an+3bm}{24mn}$;

4) $\frac{3bx-2ay}{36ab}$.

877. 1) $\frac{34x-21}{15}$; 2) $\frac{26a+3}{12}$; 3) $\frac{5m+23}{24}$;

4) $\frac{8p+11q}{30}$.

878. 1) $\frac{6a-11b}{36}$; 2) $-\frac{4m+3n}{24}$; 3) $\frac{27x+4y}{12}$;

4) $\frac{13b^2-37a^2}{20}$.

879. 1) $\frac{(b+c)x}{abc}$; 2) $\frac{mz-ny}{xyz}$; 3) $\frac{2bp+3aq}{abx}$;

4) $\frac{5px-3ny}{mnp}$.

881. 1) $\frac{2a-3x}{x^2}$; 2) $\frac{5an-2m}{a^3}$; 3) $\frac{n+2m}{m^4n^4}$;

4) $\frac{3a-4b}{a^4b^3}$.

884. 1) $\frac{5a-7}{12}$; 2) $\frac{11a+23b}{12}$; 3) $\frac{5(x-y)}{4}$;

4) $\frac{31x-37y}{10}$.

885. 1) $\frac{22a+101b}{24}$; 2) $\frac{y(x+3y)}{6}$;

3) $\frac{8b^2-30ab-9a^2}{24ab}$.

887. 1) $\frac{b(a^2-1)}{a}$; 2) $\frac{ax^2-bx-a}{x^2}$; 3) $\frac{5ab-a-b}{ab}$;

4) $\frac{5a-1}{6}$.

888. 1) $\frac{19x}{6}$; 2) $\frac{7x+15y}{12}$; 3) $\frac{x-13y}{4}$; 4) $\frac{8a-3b}{10}$.

889. 1) $\frac{4n-2m}{3}$; 2) $\frac{3(a-b)}{4}$; 3) $\frac{9x-5y}{8}$;

4) $\frac{3p+7q}{10}$.

899. 1) $\frac{17x}{2(x-1)}$; 2) $\frac{9a-4}{4(a+2)}$; 3) $\frac{23a^2}{12(a+1)}$;

4) $-\frac{7x}{10(x-3)}$.

902. 1) $\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}$; 3) $\frac{a^2+9}{a^2-9}$; 4) $\frac{p^2+2pq-q^2}{p^2-q^2}$.

903. 1) $\frac{13}{4(x-1)}$; 2) $\frac{11}{10(a+1)}$; 3) 0;

4) $\frac{5x}{8(x+y)}$.

904. 1) $\frac{2m^2+mn+3n^2}{5(m-n)(m+n)}$; 2) $\frac{x(5x-9y)}{3(x-y)(x+y)}$;

3) $\frac{5b^2-2a^2}{ab(x+y)}$.

907. 1) $\frac{x^2+2x+2}{2x(x-1)(x+1)}$; 2) 0; 3) $\frac{1}{2(x-2)}$;

4) $\frac{3(17x-5)}{2x(x^2-9)}$.

908. 1) $-\frac{(a-b)(a-3b)}{ab(2a-3b)(2a+3b)}$; 2) $-\frac{14n}{(n+2)(n-2)^2}$;

3) $\frac{3a^2+7a-28}{(a+2)(a-3)(a+3)}$; 4) $\frac{x^2+4x+37}{2(x-3)(x+3)}$.

909. 1) $\frac{m+13}{2(m+3)^2}$; 2) $\frac{a+1}{5(a-4)^2}$; 3) $\frac{x+5}{6(x+1)^2}$;

4) $\frac{17m-11n}{6(m-n)^2}$.

910. 1) $\frac{15n+8}{(2n+3)(2n-3)}$; 2) $\frac{5-6m}{(3m+2)(3m-2)}$;

3) $\frac{2(a^2-a+3)}{(a-3)(a+3)}$; 4) $-\frac{x^2-4x+5}{(x-5)(x+5)}$.

911. 1) $\frac{4a^2+7a-3}{(a+1)^2(a-1)}$; 2) $\frac{x^2-20x-28}{(x+2)^2(x-2)}$;

3) $-\frac{2p^2-15p+45}{2(p-3)^2(p+3)}$; 4) $\frac{4m^2-9mn-28n^2}{m(m-2n)(m+2n)}$.

913. 1) $\frac{1}{3x-2y}$; 2) $\frac{10(x^2+1)}{(x-1)^2(x+1)^2}$;

3) $\frac{2(2a^2-7ab-3b^2)}{(a-b)^2(a+b)^2}$.

914. 1) 0; 2) $\frac{1}{(a-x)(c-x)}$; 3) $\frac{1}{abc}$; 4) 0; 5) 0.

931. 1) $\frac{a^2(a-b)}{a+b}$; 2) $\frac{(a-5)(a+3)}{a^2}$; 3) $\frac{x-2y}{x^2}$;

4) $\frac{m+n}{2m}$.

932. 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{2(1+a)^2}$; 3) $-\frac{3}{4(a+b)}$;

4) $-\frac{(x-y)(x+y)}{y^2}$.

933. 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{9}$; 3) $\frac{2}{(x-y)^2}$; 4) $\frac{3}{m-n}$.

935. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{25(x-y)(x+y)}{8}$; 3) $\frac{a(a-3)}{(a+4)(a-2)}$;

4) $\frac{(x-1)(x-7)}{(x+4)(x+5)}$。

936. 1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{3}{10}$; 3) $y-1$; 4) $a+b$。

937. 1) $\frac{y+x}{y-x}$; 2) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$。 938. 1) $\frac{1}{x}$; 2) $\frac{x+1}{x-1}$。

939. 1) $\frac{1}{2}(x^2+2x+2)$; 2) $1-a-a^2$; 3) $\frac{10x+3}{7x+2}$。

940. 1) $\frac{(x^2-2x+3)x}{x^2+x+1}$; 2) $\frac{a-b}{a^2}$; 3) $\frac{m+n}{m-n}$;

4) $\frac{x-1}{2(x+4)}$。

954. 1800盧布和1200盧布。 955. 24公里。

956. 600米。 957. 50立方厘米。

958. 1.5公升。 959. 12和4公升。

960. 1200平方米。 961. 240公頃。

962. 2000盧布。 963. 20和36。 964. 18和20。

965. 1) $\frac{1-a}{1-2a}$; 2) $\frac{10}{2m+1}$; 3) $6\frac{2}{3}$; 4) 5。

966. 1) $\frac{1}{a+b}$; 2) $\frac{1-3a}{2(1+3a)}$; 3) $3-x^2$; 4) $\frac{x+a}{x-a}$。

967. 1) $x+y$; 2) -1; 3) $\frac{a^2+b^2}{a(a^2-b^2)}$; 4) $\frac{ax}{x^2-a^2}$。

968. 1) $\frac{b+a}{b-a}$; 2) $\frac{4a}{3(a-4)}$; 3) $\frac{ab^2}{a-b}$; 4) x^2+1。

969. 1) $\frac{1}{a^2+a+1}$; 2) $\frac{a+1}{ab}$。

970. 1) $\frac{a(n-a)}{n+a}$; 2) 4.

971. 1) $-m$; 2) $\frac{b}{2(3b-2a)}$.

972. 1) $\frac{1}{2-p}$; 2) $a-1$. 974. 1) $\frac{1}{a}$; 2) $\frac{1}{a}$.

975. 1) $\frac{2a(b-2a)}{b+2a}$; 2) $\frac{2q(2q-p)}{2q+p}$.

976. 1) 1; 2) $\frac{a+2}{(x+y)^2}$.

977. 1) $\frac{x-1}{x(x+1)}$; 2) $x-y$.

979. 1) $\frac{d-c}{d}$; 2) $\frac{1}{d^2-c^2}$. 980. 1) 1; 2) $\frac{1}{a+5}$.

981. 1) $\frac{2(x+1)}{1-x}$; 2) $\frac{y-x}{y}$.

982. 1) $\frac{x}{x-y}$; 2) $\frac{2(2a-1)}{a(2a+1)}$.

983. 1) $\frac{2}{2+n}$; 2) $\frac{2}{a}$.

984. 1) $a+1{,}5$; 2) $\frac{10}{2a+1}$.

985. 1) $-\frac{1}{4a}$; 2) $-\frac{1}{2p}$.

986. 1) $\frac{a}{a+b}$; 2) $a-b$.

987. 1) $\frac{p}{p+q}$; 2) $\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}$.

988. 1) $\frac{2x}{x-y}$; 2) $\frac{mn}{m-n}$。

990. 1) 1; 2) $\frac{a-2b}{a+b-c}$; 3) ab;

4) $\frac{c+b-a}{c-b+a}$; 5) 0; 6) 0。

992. 1) $\frac{x+y}{x^2-xy+y^2}$; 2) 任何数; 3) 6.75。

993. 1) $\frac{x-y}{x}$; 2) 6。

995. 1) $\frac{ab}{a-b}$; 2) $\frac{5}{13}$; 3) -42.8。

996. 1) $\frac{1}{ab}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) 27840 米。

第六章

1011. 1) $\frac{a^2-b^2}{6a}$; 2) $\frac{2}{3}(m+n)^2$; 3) $(a+1)^2\cdot(a-1)$;

4) $\frac{2(m-n)}{m+n}$。

1013. 1) 3; 2) 5; 3) 6; 4) 8; 5) $\frac{np}{m+n}$;

6) $\frac{ac}{b-c}$; 7) $\frac{a(b-c)}{b+c}$。

1014. 1) 6; 2) $10\frac{1}{3}$; 3) $3\frac{1}{8}$; 4) -3; 5) -10;

6) 9; 7) -7; 8) $\frac{a+b}{2}$; 9) $4a$; 10) $\frac{m+2n}{2}$;

11) 9; 12) a; 13) $m+2$; 14) 16; 15) $a-3$; 16) $6a^2$。 1015. 1) 4; 2) 6; 3) 10; 4) 9。

1016. 1) 6; 2) 8; 3) 12; 4) 20; 5) ab; 6) $6a$。

第 七 章

1047. 1) 4; 2) 5; 3) -2; 4) $4\frac{1}{2}$; 5) 19; 6) 6; 7) 4; 8) $2\frac{5}{6}$。

1048. 1) $\frac{5a+3b}{2}$; 2) $7b-6a$。 1049. 1) $-a$; 2) 1。

1050. 1) $\frac{a+c}{b}$; 2) 無解; 3) $\frac{3b-a}{2}$; 4) $-a$。

1051. 1) 8; 2) 1.2; 3) 3; 4) $-\frac{1}{3}$。

1052. 1) 4; 2) 3; 3) 5; 4) $-\frac{2}{3}$。

1053. 1) 10; 2) 3; 3) -1; 4) -3。

1054. 1) 13; 2) $\frac{16}{29}$; 3) 13; 4) $5\frac{1}{3}$。

1055. 1) 3; 2) 1; 3) 34; 4) 15。

1056. 1) -3; 2) 7; 3) 6; 4) 17。

1057. 1) 19; 2) 49; 3) 7; 4) 5。

1058. 1) 2; 2) 1; 3) 1; 4) $\frac{25}{67}$。

1059. 1) 2; 2) $3\frac{50}{71}$; 3) 3; 4) $\frac{5}{13}$。

1077. $\frac{ac}{a-b}$; $\frac{bc}{a-b}$。

1078. 135 公頃，297 公頃，432 公頃。

1079. 40°；50°；90°。

1080. 1100 噸；2200 噸。

1081. 6.5 噸；13 噸。

1082. 50 本書；100 本書。

1083. 23 學生；46 學生。

1084. 60；100。

1085. 940 本書；1340 本書。

1086. 20 公斤；60 公斤。

1087. 9 天。

1088. 6 天。

1089. 250；125。

1090. 40 公頃；10 公頃。

1091. 90 噸；30 噸。

1092. 75 公斤；25 公斤。

1093. 13 公斤；26 公斤。

1094. 200 盧布；600 盧布。

1095. 243；162。

1096. $1666\frac{2}{3}$；2500。

1097. 189 套；63 套。

1098. 25 年。

1101. 1) $\frac{ab}{a+1}$； 2) $\frac{ab}{b-1}$。

1102. 1) $\frac{mpq}{p+q}$； 2) $\frac{mn}{n-m}$。

1103. 1) $m+n$； 2) $b-a$； 3) $\frac{ab(m-n)}{b-a}$； 4) mn。

1104. 1) 0； 2) $\frac{ab(n-m)}{a-b}$； 3) $\frac{mn(q-p)}{n-m}$；

4) $c-d$； 5) $d-c$。

1105. 1) $\frac{m^2+n^2}{2m}$； 2) $-\frac{m^2+n^2}{4n}$； 3) 1； 4) -1。

1106. 1) $\frac{3(a-b)}{a-3b}$； 2) $\frac{a^2(b-a)}{b(b+a)}$。

1107. 1) $\frac{a^2}{b-a}$； 2) $5a$。

1108. 1) $\frac{a(2a+3b)(2a-3b)}{8a^2+27b^2}$； 2) $\frac{a(2a+5b)(2a-5b)}{8a^2+125b^2}$；

3) a; 4) $3b$。

1115. 1) 1; 2) -1; 3) 4; 4) 5。

1116. 1) 8; 2) 8; 3) 3; 4) $\frac{1}{3}$。

1117. 1) $-8\frac{1}{2}$; 2) $-\frac{3}{7}$。 1118. 1) $\frac{b-a}{8}$; 2) a。

1119. 1) $\frac{2a}{c+d}$; 2) $-b$。 1120. 1) $a+b$; 2) $\frac{2a}{3}$。

1121. 1) $\frac{m+n}{2}$; 2) $6a$。

1122. 1) $\frac{d^2}{5d-6n}$; 2) $\frac{s^2-t^2}{7s+5t}$。

1123. 1) $\frac{2-a^2}{a}$; 2) $\frac{b+d-ac}{b-a}$; 3) $\frac{abc}{d}$;

4) m^2-n^2。

1124. 1) $\frac{amn+an+cmn+bn}{a+b+am+cn}$; 2) $\frac{c}{c-1}$; 3) $4a$;

4) $\frac{a}{6}$。

1125. 1) $\frac{2(a^2-b^2-2a^2b^2)}{ab(a^2-b^2+2)}$; 2) $2c-b$; 3) $\frac{-ab}{a+2b}$;

4) $\frac{a^2(b-c)+c^2(b-a)}{ab+bc-2ac}$。

1126. 1) $\frac{(a+b)n}{(a-b)m}$; 2) $m-1$; 3) $\frac{a(ad+2bc)}{4ad-bc}$;

4) c。

1141. 20 公里。 1142. 24 公里。

1143. 240 公里。 1144. 6 小時。

1145. 16 小時。 1149. $\frac{a(n-m)}{2nm}$ 公里/小時，$3\frac{1}{5}$ 公里/小時。

1153. 12 小時；24 小時。 1154. 6 小時。

1155. 1 小時 40 分。 1158. 40 周，25 周；100 米。

1159. $\frac{a(k-1)}{nk}$ 米；$\frac{a(k-1)}{n}$ 米；$\frac{nk}{k-1}$ 週；$\frac{n}{k-1}$ 週。

1160. 2.5 米；3 米。 1161. 2 米；3 米。

1162. 70；30。 1163. 3 公斤；2 公斤。

1164. 2 盧布。 1165. 75000 人。

1166. 24；16。 1168. 12 升。

1169. $4\frac{3}{8}$ 升。 1170. 1) 32 公斤；2) 0.5公斤。

1171. 50%。 1172. 12%。

1173. 85 克。 1174. 5 公斤。

1175. 24 厘米；30 厘米。 1176. 50 厘米；40 厘米。

1177. 2.5 米；1.5 米。 1178. 25 公斤；15 公斤。

1179. 50 升；50 升。 1180. 75 克。

1181. 1.2 升。 1182. 15.4；1.54。

1183. 2.4；0.24。 1184. 36。

1185. 62。 1186. 29。

1187. 57。 1188. 8。

1189. 1411；1079。 1190. 600；162。

1191. 40000 居民。 1192. 20 公頃。

1193. 20 桶。 1194. 30 盧布。

1195. 30 桶；18 桶。 1196. 9 升。

1197. 192。　　　1198. 760克；300克。

1199. 10升。　　　1200. 每小時50公里。

1201. 400米。　　　1202. 750公里。

1203. 80公里。　　　1204. 10公里。

1205. 15公里。　　　1206. 8；5；4。

1210. $\frac{mn}{m-1}$。　　　1211. $\frac{a-bm}{m-1}$年。

1212. $\frac{m+2b-a}{3}$生丁納。　1213. $\frac{a+b}{k-1}$噸；$\frac{(a+b)k}{k-1}$噸。

1214. $\frac{p+(a-b)t}{2}$噸；　$\frac{p-(a-b)t}{2}$噸。

1215. $\frac{kln}{l-k}$公尺。　　　1216. $\frac{at}{a-t}$日。

1217. $\frac{abc}{ac+bc-ab}$分。　　　1218. $\frac{an+bm}{b-a}$零件。

1220. $\frac{am(a+b)}{b}$立方米。　1221. $\frac{a(m+at+bt)}{b}$公頃。

1222. $\frac{100m}{p+q}$件。　　　1223. $\frac{tv(v-d)}{d}$公里。

1224. $\frac{d-vt}{2v+m}$小時。　　　1225. $[(v+v_1)t+s]$公里。

1226. $\frac{vt}{v_1-v}$小時；$\frac{v_1vt}{v_1-v}$公里。　1227. $\frac{ap}{a+b}$%。

1228. $\frac{a(p-q)}{q}$公升。　　　1229. $\frac{b-am}{m}$公升。

1230. $\frac{at_1+bt_2}{a+b}$度。　　　1231. $\frac{a(t-t_1)}{100-t}$升。

1232. $\frac{d}{v-v_1}$分。　　1233. $\frac{ab}{a-b}$分。

1263. 1）無解；　2）a^2-b^2；　3）15 公里；　18 公里。

1264. 1）8；　2）$2a$；　3）24 公里。

1277. 9 盧布 45 戈比；1 盧布 5 戈比；3 盧布 60 戈比；2盧布 88 戈比。　　1278. 15 分。

1279. 30 個李子。　　1280. $10\frac{1}{2}$戈比；$\frac{1}{2}$戈比。

第八章

1296. 1 和 -1。　　1297. 4 和 3。

1298. $\frac{1}{4}$ 和 1。　　1299. 31.8；6.6。

1300. 2 和 1。　　1301. 3 和 4。

1302. 3 和 4。　　1303. 5 和 -2。

1304. 5 和 -3。　　1305. 125；-47。

1306. 1和 -2。　　1307. 7 和 5。

1308. 5 和 -2。　　1309. $\frac{bn-m}{a(b-1)}$；$\frac{m-n}{b-1}$。

1310. $\frac{p-bq}{a-b}$；$\frac{aq-p}{a-b}$。　　1311. $\frac{ad-c}{ab-1}$；$\frac{ac-d}{ab-1}$。

1312. $c-4d$；$4d$。　　1313. $\frac{14n-m}{5}$；$\frac{13m-7n}{5}$。

1314. $3d$；$-2c$。　　1315. 4 和 3。

1316. 2 和 1。　　1317. $\frac{1}{2}$ 和 $-1\frac{1}{6}$。

1318. 3 和 -2。　　1319. 0；5。

1320. $\frac{1}{2}$; -2。 1321. 9; 2。

1329. $a+b$; $a-b$。 1330. $2a$; $-\frac{7a}{5}$。

1331. $-\frac{2}{5a}$; $\frac{23}{5b}$。 1332. $m+n$; $n-m$。

1333. a; b。 1334. $a+b$; $a-b$。

1335. $\frac{am+bq}{mp+lq}$; $\frac{bp-al}{mp+lq}$。 1336. $\frac{a^2+ab-a}{b(a+1)}$; $\frac{ab-a+1}{a+1}$。

1351. 20 戈比; 10 戈比。 1352. 7 盧布; 3 盧布。

1353. 5000 大卡; 3000 大卡。 1354. 8000大卡; 7100大卡。

1355. 1 升; 1.5 升。 1356. 9 公斤; 8 公斤。

1357. 16 盧布; 90 盧布。 1358. 25 盧布; 20 盧布。

1359. 9 公斤; 6 公斤。 1360. 25 盧布; 15 盧布。

1361. 5 盧布; 7 盧布。 1362. 10 戈比; 15 戈比。

1363. 13 生丁納; 11.6 生丁納。 1364. 18.8 噸; 88.5 噸。

1365. 18; 8。 1366. 12 米; 8 米。

1367. 8 公斤; 16 公斤。 1368. 8公斤; 4 公斤。

1369. 100; 200。 1370. 6 盧布; 9 盧布。

1371. 5 盧布; 7 盧布。 1372. 12; 190 噸。

1373. 900 犁; 40 天。 1374. 32 人。

1375. 52 板凳。 1376. 350 公里; 8 小時。

1377. 4 寒鴉; 3 樹枝。 1378. 17 人; 42 錢。

1379. 4; 2。 1380. -3; 1。

1381. -19; -3。 1382. 21; 1。 1383. 8; 9。

1384. 4; 4。

1385. 8; -2。

1386. 36; 12。

1387. -2; 5。

1388. 4; -3。

1389. 5; 8。

1390. 2; -5。

1391. 3; 2。

1392. -1; 1。

1393. 4; -1。

1394. 無解。

1395. 7; 6。

1396. 11; 6。

1397. 3; 2。

1398. 7; 5。

1399. 4; 4。

1400. 4; 2。

1401. 5; 10。

1402. 3; 1。

1403. 7; 5。

1404. 6; 8。

1405. 4; 3。

1406. 9; 10。

1407. 5; 9。

1415. $\frac{a}{a-b}$; $\frac{b}{a+b}$。

1416. $b(a-b)$; $a(a-b)$。

1417. $\frac{a+b}{2}$; $\frac{a-b}{2}$。

1418. $2a+b$; $2a-b$。

1419. $\frac{a+b}{ab}$; $\frac{a-b}{ab}$。

1420. $a(a+b)$; $b(a-b)$。

1421. $\frac{a+1}{ab-1}$; $\frac{b+1}{ab-1}$。

1422. $a+b-c$; $a-b+c$。

1423. $c+d$; $c-d$。

1424. $n+d$; $n-d$。

1425. $2c+3d$; $2c-3d$。

1426. $\frac{1}{a-2}$; $\frac{1}{a+2}$。

1427. 2; 3。

1428. $\frac{1}{10}$; 4。

1429. 14; 5。

1430. 3; 4。

1434. $\frac{bc-ad}{bn-dm}$; $\frac{ad-bc}{an-mc}$.

1435. a; c.

1436. 1; 1.

1437. 3; 5.

1438. 2; $-\frac{1}{2}$.

1439. 5; 3.

1440. 10; -3.

1441. 7; 3.

1442. 5; 1.

1443. 5; 3.

1444. 3; $2\frac{1}{2}$.

1445. 7; 4.

1446. $2a-1$; $\frac{2a+1}{a}$.

1447. a^2+b^2; a^2-b^2.

1448. 1; 4; 3.

1449. 8; 5; 3.

1450. a; $2a$; $3a$.

1451. $\frac{b-a+c}{2}$; $\frac{a-b+c}{2}$; $\frac{b+a-c}{2}$.

1452. 2; 3; 4.

1453. 1; 3; 5.

1454. 6; 8; 3.

1455. 7; 5; -3.

1456. 3; 5; 7.

1457. 11; 13; 17.

1460. 10; 20; 30.

1461. 20; 30; 40.

1462. 30; 12; 70.

1463. 10; 20; 15.

1464. 2; 3; 1.

1466. -4; -6; 3.

1467. $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{8}$; 1.

1468. 4; 2; 1.

1469. 1; 2; 3.

1470. 5; 3; 1.

1471. 5; 10; 20.

1472. 1; 2; 3; 4.

1473. 5; 1; 5; $\frac{1}{3}$.

1474. 1; 3; 4; 2.

1476. 9; 7; 5; 3; 1.

1477. $2a$；$3a-b$；$a-b$；$2b$；$3b-a$。

1485. 52。 1486. 35。

1487. 100米；200米。 1488. 2盧布40戈比；2盧布。

1489. 9.6公斤；6公斤。 1490. 1盧布20戈比；80戈比。

1491. 50公斤；80公斤。 1492. 30盧布；24盧布。

1493. 36噸；60噸。 1494. 35；80。

1495. 78戈比；1盧布8戈比。 1496. 34歲；9歲。

1497. 52歲；10歲。 1498. 18公里/小時；2公里/小時。

1499. 10公里/小時；2公里/小時。 1501. $\frac{ad}{2t(a+t)}$公里/小時；$\frac{d(a+2t)}{2t(a+t)}$公里/小時。

1502. 60公里；12公里/小時；5小時。

1503. 600公里；25公里/小時；40公里/小時；50公里/小時。

1504. 8個工人；10天。 1505. 8輛汽車；6小時。

1506. 8匹馬；30天。 1507. 36行；50個字。

1508. 18米；12米。 1509. 15厘米；12厘米。

1510. 6厘米；3厘米。 1511. 26厘米；8厘米。

1512. $(a-b)$厘米；$(2b-a)$厘米；$2b>a>b$。

1514. 25；5。 1515. 14厘米；4厘米。

1516. 20天；30天。 1517. 2小時；4小時。

1518. 360小時；120小時。 1519. 16小時；12小時。

1520. 28天；21天。 1521. 5公里/小時；3公里/小時。

1522. 30公里/小時；35公里/小時。

1523. $\frac{d(n+b-a)}{an+bm+nm}$厘米/分鐘；$\frac{d(m+a-b)}{an+bm+nm}$厘米/分鐘。

1524. 15 米/秒；10 米/秒。　　1525. 36 米/分鐘；9 米/分鐘。

1526. 16 公里；10 公里。　　1527. 600 和 400。

1528. 17；13。　　1529. 12 噸；30 噸。

1530. 89 克；35 克。　　1531. $\frac{p(q-b)}{a-b}$；$\frac{p(a-q)}{a-b}$。

1532. 72°；60°。　　1533. 25 厘米^3；45 厘米^3。

1534. 26°；76°。　　1535. 100 克；300 克。

1536. 15 克；8 克。　　1537. 16；44；20。

1538. 16；3；81。

1539. 2 小時；3 小時；6 小時；1 小時。

1540. $\frac{2abc}{ab+bc+ac}$小時。　　1541. 12；14；20。

1542. 4；7；11；9。

1543. 95000 盧布；40000 盧布；25000 盧布；30000 盧布。

1544. 50 克；150 克；200 克。

1545. 10 公里；40 公里；28 公里；4 小時；3 時 36 分。

1546. 6 公里；7.2 公里/小時；3.6 公里/小時。

1547. $25\frac{1}{3}$盧布；19 盧布。　　1548. $22\frac{1}{2}$小時；6次；5次。

1549. 7 桶；5 桶。

1550. 735 盧布；260 盧布。

1551. 27；33；　　1552. 9 罐；$14\frac{2}{5}$罐；$7\frac{1}{5}$罐。

1553. $\begin{cases} x+y=12; \\ \frac{19x}{12}+\frac{57y}{24}=21\frac{1}{4}. \end{cases}$

第 九 章

1578. 1) ± 6; 2) $\pm\frac{1}{2}$; 3) ± 5; 4) ± 3; 5) $\pm 1\frac{1}{3}$; 6) $\pm 2\frac{1}{2}$; 7) $\pm\frac{6}{35}$; 8) $\pm\frac{2}{15}$; 9) ± 4; 10) ± 6; 11) ± 5; 12) ± 5; 13) ± 2; 14) ± 6; 15) ± 5; 16) ± 2; 17) $\pm\frac{3}{4}$; 18) ± 5; 19) ± 8; 20) ± 7。

第 十 章

1586. 1) $2\frac{1}{2}$小时; 2) $\frac{a+b}{ab}$; 3) $\frac{amn}{m-n}$; 4) 22.5。

1587. 1) 1.5 米; 3 米; 2) $\frac{a-2}{a+2}$; 3) $\frac{ab^2}{b-a}$; 4) $-\frac{7}{13}$; 0。

1594. 1) 400 米; 2) $\frac{2a}{a+2}$; 3) 80.32。

1595. 1) 700 米; 2) $\frac{a}{1+a^2}$; 3) 0.02。

1596. 1) 70 米; 35 米; 2) $-\frac{2+b}{2b}$; 3) 8.56。

1597. 1) 450 卢布; 900 卢布; 2) $\frac{4a^3-6a^2b+9a+6b}{a^2(9a+6b)}$; 3) 4.72。

1598. 1) 162 平方米; 37 平方米; 17 平方米; 2) $-\frac{1}{a+2}$; 3) 15, 94。

1603. 1) 30 米； 2) $\frac{(a-1)^2}{a^2-a+1}$； 3) 25。

1604. 600 生丁納。 1605. 360 公頃。

1606. 1) 60；12； 2) 1； 3) 1.45。

1607. 1) 24；8； 2) $a-b$； 3) $\frac{13}{15}$。

1608. 1) 24 公里； 2) $(2+a)^2$； 3) $\frac{291}{310}$。

1612. 36 公里/小時。

1613. 1) $3\frac{3}{4}$公里； 2) $\frac{4m}{(m^2-1)^2}$； 3) $5\frac{3}{8}$。

1614. 1) $37\frac{1}{2}$公里； 2) $-\frac{4a}{(a^2-1)^2}$。 1615. 24。

1622. 1) 6 天；12 天。 1623. 9 天；18 天。

1624. 15 公里/小時； 12 公里/小時。

1625. 12 公里/小時； 10 公里/小時。

1626. 1) 120 畝；早晨 6 小時。 1627. 96 米；14 小時。

1637. 1) 25 盧布；15 盧布； 2) $\frac{a^2-1}{2}$；

3) $\frac{b}{(a-1)(a+b)}$。

1638. 1) 24 盧布 50 戈比； 26 盧布； 2) a。

1639. 1) 71。 1640. 1) 72。

1651. 1) 48 小時； 24 小時； 2) -1；3。

1652. 1) 18 小時；12 時； 2) $\frac{m}{a}$； $\frac{m-2b^2}{b}$。

1653. 1) 12 分； 18 分。 1654. 1) 12 小時；24小時。

初中三年級代數補充教材

1. 比例與比例關係

(1) 定義

數 a 與數 b 相除所得的商 $\frac{a}{b}$，又叫做數 a 與數 b 的比，a 叫做比的前項，b 叫做比的後項，$\frac{a}{b}$ 叫做比值。例如，7 除以 2 得 $\frac{7}{2}$，$\frac{7}{2}$ 也就是 7 與 2 的比，這裏 7 是前項，2 是後項，$\frac{7}{2}$ 是比值。

由這定義，可以推得：用同一個數（除了零）同時乘比的兩項，這個比的比值不變。即

$$\frac{ma}{mb}=\frac{a}{b},\quad (m\neq 0).$$

若兩個數 a 與 b 的比同着另外兩個數 c 與 d 的比相等，就說這四個數 a, b, c, d 成比例。表示四個數成比例的等式叫做比例式，簡稱比例，如 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$。在這比例式中 a 與 d 叫做外項，b 與 c 叫做內項。例如 $\frac{10}{5}=\frac{4}{2}$ 是一個比例式，這裏 10 與 2 是外項，5 與 4 是內項。

註一 比例中的每一項都看做不是零.

註二 比 $\frac{a}{b}$ 也可寫成 $a:b$；比例式 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 也可寫成 $a:b=c:d$.

(2) 比例的主要性質

定理 1 在任一個比例中，兩外項的積等於兩內項的積.

証明　設所給的比例是：

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}.$$

用 bd 乘等式的兩邊，則得

$$ad=bc.$$

這樣就將定理証明了。

定理 2（定理 1 的逆定理）　若兩個數的積等於另兩個數的積，則由這四個數可以組成一個比例，這比例的外項爲兩對數中的一對，而它的內項則爲另一對。

証明　設

$$ad=bc,$$

用 bd 除等式的兩邊則得：

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}.$$

若用 ac 除等式的兩邊則得：

$$\frac{d}{c}=\frac{b}{a}.$$

這樣就將定理証明了。

(3)　求比例中的未知項

定理 3　比例中的每一個外項等於兩個內項的積除以另一外項，而比例中的每一個內項等於兩個外項的積除以另一內項。

証明　設

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}. \qquad (1)$$

根據定理 1 得 $$ad=bc。\tag{2}$$

用 d 除等式(2)的兩邊，則得：

$$a=\frac{bc}{d}。$$

用 a 除等式(2)的兩邊，則得：

$$d=\frac{bc}{a}。$$

用 c 除等式(2)的兩邊，則得：

$$b=\frac{ad}{c}。$$

用 d 除等式(2)的兩邊，則得：

$$c=\frac{ad}{b}。$$

這樣就將定理証明了．應用這個定理，已知比例中的任何三個項就可以求出其他一個未知項。

例 1 若 $\frac{x}{5}=\frac{4}{2}$，求 x。

解 $x=\frac{5\times 4}{2}=10$。

例 2 若 $\frac{10}{5}=\frac{x}{2}$，求 x。

解 $x=\frac{10\times 2}{5}=4$。

(4) 比例中各項的互換

定理 4 在任一個比例中：兩內項可以互換；兩外項可以互

換；兩內項與兩外項可以同時互換；並且可以把兩內項和相應的外項互換。

這就是說，若

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}, \tag{1}$$

則

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\text{[(1)中的兩內項互換]}, \tag{2}$$

$$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}\text{[(1)中的兩外項互換]}, \tag{3}$$

$$\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\text{[(1)中的兩內項與兩外項同時互換]}, \tag{4}$$

$$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\text{[(1)中的兩內項和相應的外項互換]}, \tag{5}$$

証明：從(1)可得

$$ad=bc\text{。(根據定理 1)} \tag{1a}$$

用 cd 除等式(1a)的兩邊，則得到上面的等式(2)，即

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d};$$

用 ab 除等式(1a)的兩邊，則得到上面的等式(3)，即

$$\frac{d}{b}=\frac{c}{a};$$

用 ac 除等式(1a)的兩邊，則得到上面的等式(4)，即

$$\frac{d}{c}=\frac{b}{a};$$

把等式(4)兩邊的兩個比互換，則得到上面的等式(5)，即

$$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\text{。}$$

推論 把(1),(2),(3)兩邊的兩個比互換,還可得到如下的三個比例:

$$\frac{c}{d}=\frac{a}{b}; \qquad (6)$$

$$\frac{b}{d}=\frac{a}{c}; \qquad (7)$$

$$\frac{c}{a}=\frac{d}{b}. \qquad (8)$$

由此可知,若四個數成比例,可以用八種不同的形式表示出來。

(5) 誘導比例

定理5 (1) 在任一個比例中,第一個比的兩項的和與其後項的比,等於第二個比的兩項的和與其後項的比。

(2) 在任一個比例中,第一個比的兩項的差與其後項的比,等於第二個比的兩項的差與其後項的比。

這就是說,若

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}, \qquad (1)$$

則

$$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}, \qquad (2)$$

$$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}. \qquad (3)$$

証明:等式(1)的兩邊各加上1,即得(2);等式(1)的兩邊各減去1,即得(3)。

定理6 (1) 在任一個比例中,第一個比的兩項的和與其

前項的比，等於第二個比的兩項的和與其前項的比。

(2) 在任一個比例中，第一個比的兩項的差與其前項的比等於第二個比的兩項的差與其前項的比。

這就是說，若

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d},$$

則
$$\frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c}, \tag{4}$$

$$\frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c}. \tag{5}$$

証明：定理 5 中的等式(2)除以等式(1)，即等式(2)的左邊除以等式(1)的左邊；等式(2)的右邊除以等式(1)的右邊，則得

$$\frac{a+b}{b}\div\frac{a}{b}=\frac{c+d}{d}\div\frac{c}{d},$$

即
$$\frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c}.$$

定理 5 中的等式(3)除以等式(1)，則得

$$\frac{a-b}{b}\div\frac{a}{b}=\frac{c-d}{d}\div\frac{c}{d},$$

即
$$\frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{c}.$$

定理 7 在任一個比例中，第一個比的兩項的和與兩項的差的比，等於第二個比的兩項的和與兩項的差的比(但須兩項的差不為零)。

這就是說，若

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d},$$

則 $$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}.\tag{6}$$

証明：定理 6 中的等式(4)除以等式(5)，則得

$$\frac{a+b}{a}\div\frac{a-b}{a}=\frac{c+d}{c}\div\frac{c-d}{c},$$

即 $$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}.$$

例 解方程：$\frac{x+2}{x+1}=\frac{5}{4}$.

解 根據定理 7，得：

$$\frac{2x+3}{1}=\frac{9}{1},$$

$$2x=6,$$

$$x=3.$$

(6) 一系列的等比

定理 8 設已知若干個比是相等的，則這些比的前項的和與其後項的和的比，等於每個比的前項與其後項的比。

設已知

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\cdots\cdots=\frac{a_n}{b_n}.\tag{1}$$

以 q 表示 $\frac{a_1}{b_1}$，則(1)中所有的比都等於 q，即

$$\frac{a_1}{b_1}=q,\ \frac{a_2}{b_2}=q,\ \frac{a_3}{b_3}=q,\ \cdots\cdots,\ \frac{a_n}{b_n}=q.$$

因此，

$$a_1=b_1q, a_2=b_2q, a_3=b_3q, \cdots\cdots, a_n=b_nq. \qquad (2)$$

把(2)中各等式的兩邊相加，得

$$a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n=b_1q+b_2q+b_3q+\cdots\cdots+b_nq,$$

即 $$a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n=q(b_1+b_2+b_3+\cdots\cdots+b_n).$$

所以 $$\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n}{b_1+b_2+b_3+\cdots\cdots+b_n}=q=\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\cdots\cdots=\frac{a_n}{b_n}.$$

這樣就將定理証明了。

例　已知：$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}$，$m_1$、$m_2$、$m_3$ 都不等於零，求証：

$$\frac{m_1a_1+m_2a_2+m_3a_3}{m_1b_1+m_2b_2+m_3b_3}=\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}.$$

証明：$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{m_1a_1}{m_1b_1}, \frac{a_2}{b_2}=\frac{m_2a_2}{m_2b_2}, \frac{a_3}{b_3}=\frac{m_3a_3}{m_3b_3}.$$

$$\because \qquad \frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3},$$

$$\therefore \qquad \frac{m_1a_1}{m_1b_1}=\frac{m_2a_2}{m_2b_2}=\frac{m_3a_3}{m_3b_3}.$$

根據定理 8，則得

$$\frac{m_1a_1+m_2a_2+m_3a_3}{m_1b_1+m_2b_2+m_3b_3}=\frac{a_1m_1}{b_1m_1}=\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}.$$

(7)　比例關係

我們曾經多次列出過關於表示兩個量間相依關係的方程，並且我們也清楚地看到了這些相依關係是多種多樣的。在解答許多問題時，我們常常遇到，兩個量變動的時候，它們的比值並不變。像這樣的兩個量叫做成正比例；它們之間的相依關係，就

叫做比例關係。

由下面所舉的幾個例，我們很容易看出來，其中兩個量之間的相依關係都是比例關係。

例 1　河水的流速是每小時 3 公里，木筏順流而下，在 t 小時內流了 S 公里。把 S 與 t 之間的相依關係列成方程。即爲

$$S=3t.$$

例 2　每一公頃土地可收稞麥 30 公担，k 公頃土地收了稞麥 A 公担。把 A 與 k 之間的相依關係列成方程。即爲

$$A=30k.$$

例 3　矩形的底長 2 厘米，高爲 h 厘米，面積爲 Q 平方厘米。把 Q 與 h 之間的相依關係列成方程。即爲

$$Q=2h$$

例 4　1 公尺的布值 9000 元，m 公尺的布共值 N 元。把 N 與 m 之間的相依關係列成方程。即爲

$$N=9000m.$$

上面所舉的四個例子，內容雖然不同。但其中兩個量的變化都成正比例：

例如，在例 1 中，木筏所走距離的公里數，與走這段距離所需的時間的小時數，它們的比永遠是等於 3。這就是說，如果水流的速度在任何時刻都相同，則木筏順流而下所走距離的公里數與它所經歷時間的小時數成正比例。

同樣，在例 2 中，如果每一公頃土地所收的稞麥的公担數相同，則在若干公頃土地上所收的稞麥的公担數與土地的公頃數成正比例。

從上面的例子中我們所列出的方程來看，它們都具有同一的形式：都是一數量等於另一數量乘上一個數值固定的因數。這個因數，叫做比例係數。在例 1 中比例係數是 3；在例 2 中是 30；在例 3 中是 2；在例 4 中是 9000。

由此可知，上面各例子中的兩個量之間的比例關係，總可以用方程 $y=kx$ 來表示，其中 k 爲比例係數。

兩個量之間的比例關係，又都可以明確地用圖象表示出來，例如，例 1 中用方程 $S=3t$ 來表示的比例關係，可先列出下表，再根據表中的各對數作點，然後用平滑的綫連結各點，所得的綫，就明確地表示出 S 與 t 之間的比例關係

t	0	1	5	8	10
S	0	3	15	24	30

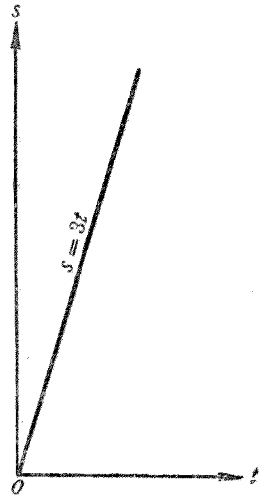


圖 7

注意 在上表中，每一行下邊的數與上邊的數之比，都等於同一個數即比例係數，如

$$\frac{3}{1}=\frac{15}{5}=\frac{24}{8}=\frac{30}{10}=\cdots\cdots=3.$$

但第一行的兩數的比沒有意義（因除數不能爲零）。

(8) 坐標軸、方程 $y=ax$ 的圖象

在上節例 1 的方程 $s=3t$ 中，根據題意，t 與 s 都必須是正

數。但在一般情形，方程 $y=ax$（其中 a 是已知數）中的 x 與 y 可為任何正數、負數或零。為了繪製它的圖象，我們在平面上取互相垂直的二直綫 XX' 與 YY' 作軸，它們的交點 O 作原點，這就組成一個坐標系。用軸 XX' 上的點到原點 O 的距離表示 x 的值，在原點的右邊為正，左邊為負。用軸 YY' 上的點到原點 O 的距離表示 y 的值，在原點的上邊為正，下邊為負。

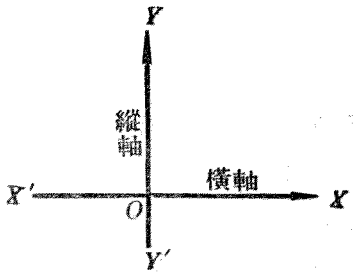


圖 8

這樣一來，若已知方程 $y=ax$ 的一對 x 和 y 的值，就可作出這方程的圖象上的一個點。

作點的方法是這樣：取適當的長作單位表示 1，先從原點 O 起，在軸 XX' 上，正的向右，負的向左，取 x 單位得一個點，過這點作 XX' 的垂綫；再從原點 O 起，在軸 YY' 上，正的向上，負的向下，取 y 單位得一個點，過這點作 YY' 的垂綫；這兩條垂綫的交

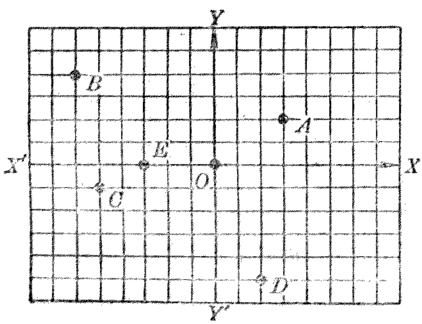


圖 9

點就是所要作的圖象上的一個點。

照樣作出圖象上的若干個，用平滑的綫把它們連結起來，就得出表示兩個量 y 和 x 之間的相依關係的圖象。

我們所取的兩條軸 XX' 與 YY'，叫做坐標軸，其中軸 XX' 叫做橫軸，或 x 軸；軸 YY' 叫做縱軸，或 y 軸。作點時在橫軸 XX' 上所取的綫段的代數量 x（即有正負的量），叫做點的橫坐標，在縱軸 YY' 上所取的綫段的代數量 y，叫做點的縱坐標，點的橫坐標和縱坐標合起來叫做這點的坐標。若一點的橫坐標是 x，縱坐標是 y，則這點的坐標用 (x, y) 來表示。例如圖中，點 A 的坐標是 $(3, 2)$，點 B 的坐標是 $(-6, 4)$，點 C 的坐標是 $(-5, -1)$，點 D 的坐標是 $(2, -5)$，點 E 的坐標是 $(-3, 0)$。

很明白的，橫軸上的點的坐標是 (x, O)，縱軸上的點的坐標是 (O, y)，原點的坐標是 $(0, 0)$。

利用坐標軸，我們就可以作出方程 $y=ax$（其中 a 是已知數）的圖象。

例 1　求作方程 $y=3x$ 的圖象。

解　任意取 x 的一些值，計算出對應的 y 的值，列表如下：

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12

用表內各 x 的值爲橫坐標，y 的對應各值爲縱坐標，作出各個點，並且用平滑的綫把各點連結起來，所得的綫就是方程 $y=3x$ 的圖象。

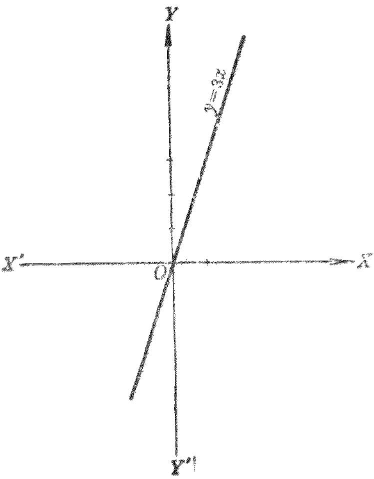


圖 10

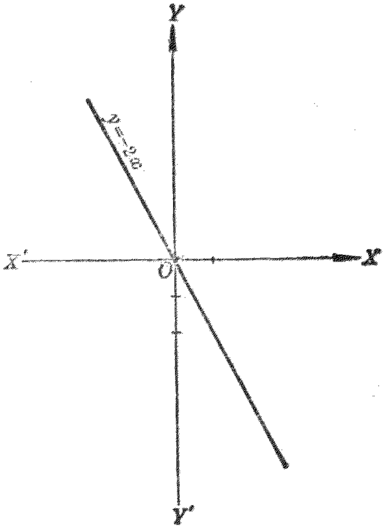


圖 11

例 2　求作方程 $y=-2x$ 的圖象。

解　任意取 x 的一些值，計算出對應的 y 的值，列表如下：

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

用表內各 x 的值爲橫坐標，y 的各對應值爲縱坐標，作出各個點，並且用平滑的綫把各點連結起來，所得的綫就是方程 $y=-2x$ 的圖象。

注意　例 1 與例 2 的方程的圖象都是經過原點 O 的一條直綫。在高中的代數課程裏，我們可以証明 $y=ax$ 這種形式的方程的圖象都是經過原點 O 的直綫。

我們知道，兩點就能固定一條直綫．所以，作方程 $y=ax$ 的圖象時，只要除原點外再求出一點，然後經過這點和原點用直尺作直綫就可以了．

2　不等式的概念、不等式的性質、解一元一次不等式

(1)　不等式的概念

問題　父親的現年是40歲，兒子的現年是10歲，幾年之後父年爲子年的 n 倍？

解　設 x 年後父年爲子年的 n 倍．則可列出方程：

$$40+x=n(10+x).$$

解這個方程，得：$(n-1)x=40-10n$，

$$x=\frac{40-10n}{n-1}.$$

由題意可知 $n>1$，因此分母永遠是正數．但分子則不然，當 $n<4$ 時，它是正的；當 $n=4$ 時，它等於零；當 $n>4$ 時，它就是負的．

由上面的分析我們可以看出，這個問題的答案可有三種不同的情形：

第一種情形：$n<4$．在這種情形下，x 的值是一個正數，所得出的未知數 x 的值也就是這個問題的答案．例如，設 $n=2$，則 $x=20$；即20年後父年爲子年的2倍．事實上，20年後父年爲60歲，子年爲30歲，父年恰好爲子年的2倍．

第二種情形：$n=4$，在這種情形下，$x=0$，這樣的答案，是表

示現在父年爲子年的 4 倍。

第三種情形：$n>4$。在這種情形下，x 的值是一個負數，這樣的答案，是表示 $|x|$ 年以前父年爲子年的 n 倍。例如，設 $n=6$，則 $x=-4$，$|x|=4$，即 4 年以前父年爲子年的 6 倍。事實上，4 年以前父年爲 36 歲，子年爲 6 歲，父年恰爲子年的 6 倍。

在討論文字係數方程的解的各種情形時，我們需要知道的是：當文字取什麼樣的數值時，一個式子大於或小於另一個式子。例如，在上面的問題的討論中，我們需要知道的就是：n 是什麼樣的數值時，式子 $40-10n$ 的值爲正數；n 是什麼樣的數值時，式子 $40-10n$ 的值爲負數。換句話說，也就是需要知道，當 n 是什麼樣的數值時，$40>10n$；當 n 是什麼樣的數值時，$40<10n$。

定義 兩個代數式之間用符號 $>$ 或 $<$ 連結起來所組成的式子，叫做不等式。

例如：$40>10n$；$40<10n$；$4>3$；$-2<0$；$50>-60$；$-50<-30$ 等都是不等式。

在不等式中的不等號左邊的代數式叫做不等式的左邊，不等號右邊的代數式叫做不等式的右邊。例如，在不等式 $40>10n$ 中，左邊是 40，右邊是 $10n$。

在不等式中，有的不含有文字，有的含有文字。如不等式 $4>3$；$-2<0$；$50>-60$；$-50<-30$ 等都不含有文字。而不等式 $40>10n$；$40<10n$；$2x>3$；$a^2+1>a^2$ 等都含有文字。

不含有文字的不等式可能是能成立的（正確的），但也可能是不能成立的（不正確的）。例如，不等式 $4>3$；$-2<0$；$50>-60$；$-50<-30$ 等都能成立。但像不等式 $4<3$；$-2>0$；$50<$

-60; $-50>-30$ 等就都不能成立。

對於含有文字的不等式，情形就比較複雜。例如，在不等式 $40>10n$ 中，當 $n<4$ 時，這不等式都能成立。但當 $n=4$ 時，原來的不等式由於左邊和右邊相等而變成了等式；而當 $n>4$ 時，這不等式的左邊反而小於它的右邊；所以在後兩種情形下，這個不等式都不能成立。

從上面的例子裏可以看出，含有文字的不等式，在文字取某些數值時可能成立，而文字取另外某些數值時就可能不成立。但也有這樣的不等式，即無論文字取什麼數值它都能成立。例如 $a^2+1>a^2$ 就是這樣的不等式，因為在這個不等式裏不論 a 取什麼樣的數值，它的左邊總比右邊大 1；也就是這個不等式無論 a 取任何數值它都能成立。和這相反，也不難舉出這樣的不等式，即不論這不等式中的文字取任何數值它都不能成立。例如在不等式 $a^2+1<a^2$ 中，不論 a 取什麼樣的數值它都不能成立。

在這裏我們必須注意，在文字取某些數值時才能成立的不等式中，文字所可取的數值，它的個數常常是無限的；例如在 $x+3>5$ 中，x 所取的值只要大於 2，這不等式都能成立；自然這樣的 x 可取的數值的個數是無限的，所以我們只能決定使這個不等式成立，x 的數值應有的限制，換句話說，也就是我們只能決定一個不等式成立的條件。

定義 求出適合於不等式中文字的數值的限制，即求能使不等式成立的條件，叫做解不等式。所求出的條件，叫做不等式的解。

例 1 解不等式：$40>10n$。

解　這個不等式對於 $n<4$ 並且只有對於 $n<4$ 的數値才能成立。所以 $n<4$。就是這個不等式的解。

例 2　解不等式：$40<10n$。

解　這個不等式對於 $n>4$ 並且只有對於 $n>4$ 的數値才能成立。所以 $n>4$ 就是這個不等式的解。

例 3　解不等式：$a^2+1>a^2$。

解　不論 a 爲任何數値，這不等式都能成立。

例 4　解不等式：$a^2+1<a^2$。

解　不論 a 爲任何數値，不等式都不能成立，所以這個不等式無解。

(2)　不等式的性質

爲了學會解不等式，必須先研究不等式的性質。

性質 1　取任意一個能成立的不等式，例如：

$$4>3。\qquad (1)$$

則不等式

$$3<4。\qquad (2)$$

也能成立。事實上，第一個數 4 旣大於第二個數 3，那末第二個數 3 當然就小於第一個數 4。所以若不等式(1)成立，則不等式(2)也就成立。

再取任意一個含有文字的不等式。例如：

$$40>10n。\qquad (3)$$

這個不等式無論 n 取任何小於 4 的數値都能成立。現在我們再來看一看不等式：

$$10n<40。\qquad (4)$$

這個不等式無論 n 取任何小於 4 的數值 $10n$ 的值總是小於 40。也就是 n 取任何一個小於 4 的數值，不等式 (4) 都能成立。因此，若不等式(3)成立，則不等式(4)也就成立。

不等式的這個性質，可表示如下：

若 $a>b$，則 $b<a$。

同樣，可以得出：

若 $a<b$，則 $b>a$。

所以，不等式的左邊與右邊可以交換位置，但必須在交換位置的同時把不等號的方向改變，即如原來的符號爲$>$，應改變爲符號$<$，如原來的符號爲$<$，應改變爲符號$>$。例如，把下面的不等式的左邊與右邊交換位置：

$$4>3;\quad -2<0;\quad 50>-60;\quad -50<-30.$$

應得到：　$3<4;\ 0>-2;\ -60<50;\ -30>-50.$

上述不等式的性質，是和等式的性質不一樣的。

性質 2　取任意一個能成立的不等式，例如：

$$9>5. \tag{1}$$

另外，再取一個能成立的不等式，使它的左邊等於不等式(1)的右邊，並且與不等式(1)有相同方向的不等號。例如：

$$5>3. \tag{2}$$

由不等式(1)和不等式(2)，我們知道，第一個數 9 大於第二個數 5，而第二個數 5 又大於第三個數 3；那末第一個數 9 當然要大於第三個數 3。所以不等式：

$$9>3 \tag{1}$$

也是成立的。這就是說，若 $9>5$ 和 $5>3$，則 $9>3$。

不等式的這個性質，可表示如下：

若 $a>b$ 和 $b>c$，則 $a>c$；即，

若第一個數大於第二個數和第二個數大於第三個數，則第一個數大於第三個數。

如果已經知道 $a<b$ 和 $b<c$，則由不等式的第一個性質可以得出：$b>a$，$c>b$；再由不等式的第二個性質，可以得出：$c>a$，即 $a<c$。所以若 $a<b$ 和 $b<c$，則 $a<c$。

不等式的這個性質和等式的'若 $a=b$ 和 $b=c$，則 $a=c$'的性質相類似。

性質 3 取任意一個能成立的不等式，例如：

$$5>3. \qquad (1)$$

在不等式的兩邊各加上同一個數，例如 10，我們就得到了一個新的不等式：

$$5+10>3+10,$$

即
$$15>13. \qquad (2)$$

不等式(2)也是成立的。事實上，對於一個較大的數 5 和一個較小的數 3，各加上一個相等的數(例如 10)，顯然，前者的和要大於後者的和。

再取不等式(1)，在兩邊各減去同一個數，例如 10，我們又得到了一個新的不等式：

$$5-10>3-10,$$

即
$$-5>-7. \qquad (3)$$

顯然，不等式(3)也是成立的。

現在我們還以不等式(1)為例，在它的兩邊各加上同一個含

有文字的式子。例如 $a+2b$，我們就得到一個新的不等式：

$$5+(a+2b)>3+(a+2b)。 \qquad (4)$$

不等式(4)，對於 a 和 b 取任何的數值都能成立。事實上，不論 a 和 b 各取任何的數值，不等式(1)的兩邊總是各加上了同一個數。例如，設 $a=4, b=3$，則 $a+2b=10$。這時，不等式(1)的兩邊是各加上了同一個數 10。若 a 和 b 取其他任何的數值，則不等式的兩邊也是各加上了等於 $a+2b$ 的數值的同一個數。

同理，在不等式(1)的兩邊，各減去同一個含有文字的式子，我們得到的新的不等式，也總是能成立的。

不等式的這個性質，可表示如下：

若 $a>b$，則 $a+c>b+c, a-c>b-c$；即

不等式的兩邊加上或減去同一個數或同一個含有文字的式子，不等號的方向不變。

不等式的這個性質，與等式的'若 $a=b$，則 $a+c=b+c, a-c=b-c$'的性質相類似。

從不等式的這個性質，可以得出下面的推論：

不等式中的任意一項，可從不等式的一邊移到另一邊，但必須同時把移過去的這一項的符號改變爲與原來相反的符號。

現在我們舉一個實際的例子來說明一下，例如，不等式

$$5+3>4-2。 \qquad (5)$$

這個不等式顯然是能成立的。如果我們想把 -2 從右邊移到左邊，可根據性質 3，在不等式的兩邊各加上 2，這樣就得到了一個仍能成立的不等式：

$$5+3+2>4。 \qquad (6)$$

比較不等式(5)與不等式(6)，可以看出，不等式(6)是由不等式(5)把 -2 這一項由右邊移到左邊同時改變它原來的符號而得到的。

性質 4 取任意一個能成立的不等式。例如：

$$3>-2. \tag{1}$$

把這個不等式的兩邊各乘以同一個正數，例如 5，我們就得到一個新的不等式：

$$3\times5>(-2)\times5,$$

即
$$15>-10. \tag{2}$$

顯然，不等式(2)也是成立的。

仍取不等式(1)，兩邊各除以同一個正數，例如 10，我們又得到一個新的不等式：

$$\frac{3}{10}>\frac{-2}{10},$$

即
$$0.3>-0.2 \tag{3}$$

顯然，不等式(3)也是成立的。

再取不等式(1)，兩邊各乘以同一個負數，例如 -5，這時，在不等式的左邊得到的是 -15，而在右邊得到的是 10。顯然，

$$-15<10. \tag{4}$$

由此可見，爲了由不等式(1)得到能成立的不等式(4)，必須把符號 $>$ 改成符號 $<$。

最後還以不等式(1)爲例，把它的兩邊各除以同一個負數，例如 -10，這時，在不等式的左邊得到的是 -0.3，而在右邊得到的是 0.2。顯然，

$$-0.3<0.2. \qquad (5)$$

由此可見，爲了由不等式(1)得到能成立的不等式(5)，也必須把符號>換成符號<。

不等式的這個性質，可以陳述如下：

若 $a>b$，$c>0$，則 $ac>bc$，$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$；即

不等式的兩邊若乘以或除以同一個正數，則不等號的方向不變。

若 $a>b$，$c<0$，則 $ac<bc$，$\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$；即

不等式的兩邊若乘以或除以同一個負數，則必須改變不等號的方向。

若不等式的兩邊各乘以零，則在不等式的左邊得到的是零，右邊得到的也是零，左右兩邊相等。所以

若不等式的兩邊各乘以零，則不等式變爲等式。

例如，把不等式 $3>-2$ 的兩邊各乘以零，則得到等式 $0=0$。

因此在不等式的兩邊乘以或除以同一個含有文字的式子時，必須特別注意。因爲，當文字取不同的數值時，這個式子可能是正的，可能是負的，也可能是零。

例如，在不等式 $3>-2$ 的兩邊各乘以 x 時，

若 $x>0$，則 $3x>-2x$；

若 $x<0$，則 $3x<-2x$；

若 $x=0$，則 $3x=-2x$，即 $0=0$。

(3) 解一元一次不等式

定義 只含一個未知數的一次式的不等式，叫做一元一次

不等式。一元一次不等式的標準形式是 $ax+b>0$ 或 $ax+b<0$，其中 a,b 是已知數。

應用上節中的不等式的性質，可解任何一元一次不等式。現在舉例說明它的解法如下：

例1 解不等式：$3x-1>2x-5$。

解 把 $2x$ 移到不等式的左邊，-1 移到不等式的右邊，得：

$$3x-2x>-5+1,$$

即

$$x>-4.$$

答：$x>-4$。

這個答案表示，所給的不等式對於任何大於 -4 的 x 值都能成立。

例2 解不等式：$5x+2<2x-11$。

解 把 $2x$ 移到不等式的左邊，2 移到不等式的右邊，得：

$$3x<-13.$$

兩邊各除以 3，得：

$$x<-\frac{11}{3}.$$

答：$x<-\frac{11}{3}$。

例3 解不等式：$2x+5>7x-10$。

解 把 $2x$ 移到不等式的右邊，-10 移到不等式的左邊，得：

$$5+10>7x-2x,$$

即

$$5x<15.$$

兩邊各除以 5，得：

$$x<3.$$

答：$x<3$。

這個不等式還可以用另外的方法來解，即把 $7x$ 移到不等式的左邊，5 移到不等式的右邊，得到：

$$-5x>-15.$$

兩邊各除以 -5，得：

$$x<3,$$

結果是相同的。

例 4 解不等式：$\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{4x-5}{2}>0$。

解 兩邊各乘以 6，得：

$$2(2x-1)-3(4x-5)>0,$$

$$4x-2-12x+15>0,$$

$$-8x+13>0.$$

把 $-8x$ 移到不等式的右邊，得：

$$13>8x.$$

兩邊各除以 8，得：

$$\frac{13}{8}>x,$$

即

$$x<\frac{13}{8}.$$

答：$x<\dfrac{13}{8}$。

例 5 解不等式：$ax<b$。

解 若 $a>0$，則 $x<\dfrac{b}{a}$。

若 $a<0$，則 $x>\dfrac{b}{a}$。

若 $a=0$，則不等式成爲 $0\cdot x<b$，

此時，若 $b>0$，則不論 x 取任何數值，不等式都能成立；若 $b<0$，或 $b=0$，則不論 x 取任何數值，不等式都不能成立，即不等式無解。

$$
\text{答：}\begin{cases} a>0\text{ 時，}x<\dfrac{b}{a}. \\[2ex] a<0\text{ 時，}x>\dfrac{b}{a}. \\[2ex] a=0\begin{cases} b>0\text{ 時，}x\text{ 可爲任何數值.} \\ b<0\text{ 時，無解.} \\ b=0\text{ 時，無解.} \end{cases} \end{cases}
$$

3 二元一次聯立方程(方程組)的三種情形

問題 兩數的和是 8，兩數的差是 2，求這兩數。

解 設大數是 x，小數是 y，則根據已知條件，可得出下面的兩個二元一次方程：

$$
\begin{cases} x+y=8, & (1) \\ x-y=2. & (2) \end{cases}
$$

在上面的兩個二元一次方程裏，文字 x 和 y 分別表示同一的數值。

如果兩個二元一次方程組成一組，並且在這兩個方程裏，每個文字 x 和 y 本身都表示着同一的數值，則這一組方程就叫做二元一次聯立方程。

我們很容易看出上面問題中所求的兩數是 5 與 3，也就是

說；當 $x=5$ 和 $y=3$ 時，x 和 y 的值既適合方程(1)，又適合方程(2)，所以 $x=5$ 和 $y=3$ 就是這個二元一次聯立方程的一組解。同時也不難看出，這個二元一次聯立方程僅有 $x=5$ 和 $y=3$ 的一組解。事實上，如果 $x>5$，則由(1)可得出 $y<3$，但由(2)却得出 $y>3$ 這顯然是不合理的。同理，$x<5$ 也是不合理的。而當 $x=5$ 時，由(1)和(2)得到的都是 $y=3$。

但由上面的討論中，我們並不能得出所有的二元一次聯立方程都有一組解的結論。事實上，有的時候一組二元一次聯立方程也可能沒有解。例如二元一次聯立方程：

$$\begin{cases} x+y=8 & (1) \\ 2x+2y=18 & (2) \end{cases}$$

就沒有解。因為，如果兩數的和是 8，那末這兩數兩倍的和必為 16，不可能為 18。因此既能適合(1)又能適合(2)的 x 和 y 的值是不存在的。

有時也有這樣的二元一次聯立方程，它可以有無限組解。例如二元一次聯立方程：

$$\begin{cases} x+y=8 & (1) \\ 2x+2y=16 & (2) \end{cases}$$

以 $x=0$ 和 $y=8$；$x=1$ 和 $y=7$；$x=-2$ 和 $y=10$；$x=\frac{1}{2}$ 和 $y=7\frac{1}{2}$；……代入方程(1)和(2)都能適合。事實上，只要兩個數的和是 8，那末兩數兩倍的和必為 16。所以 x 和 y 的值，只要能適合 (1)，也一定能同時適合 (2)。我們已經知道，單獨一個方程(1)是可以有無限組解的。所以由方程(1)與 (2) 組成的二元一次聯立方程的解也有無限組解。

4 方程 $y=ax+b$ 及 $ax+by+c=0$ 的圖象和二元一次聯立方程(方程組)的解在幾何上的說明

(1) 方程 $y=ax+b$ 及 $ax+by+c=0$ 的圖象

在學習比例與比例關係時，我們已經講過 $y=ax$ 這種形式的數字係數方程的圖象的作法。應用這種方法，也可以作出 $y=ax+b$ 這種形式的數字係數方程的圖象。

例 求作方程 $y=3x-2$ 的圖象。

解 任意取 x 的一些值，計算出 y 的各對應值，列表如下：

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-11	-8	-5	-2	1	4	7	12

用表內各 x 的值爲橫坐標，y 的各對應值爲縱坐標作點，並且用平滑的綫把各點連結起來。所得的綫就是方程 $y=3x-2$ 的圖象。

在上面的例題中可以看到，方程 $y=3x-2$ 的圖象是一條直綫。在高中的代數課程裏，我們可以証明凡是具有 $y=ax+b$ 這種形式的方程，它們的圖象都是直綫。

因爲方程 $ax+by+c=0$，當 $b\neq 0$ 時，可以化成 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ 的形式。所以，根據上面的方法，也能作出 $ax+by+c=0$ 這種形式的數字係數方程的圖象，而且這圖象也是直綫。

例 求作方程 $3x+2y-6=0$ 的圖象。

解 化原方程爲 $y=-\frac{3}{2}x+3$，再列表作圖。

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	9	$7\frac{1}{2}$	6	$4\frac{1}{2}$	3	$1\frac{1}{2}$	0	$-1\frac{1}{2}$	-3

作出了方程的圖象之後，我們就可以從圖象中找到方程的

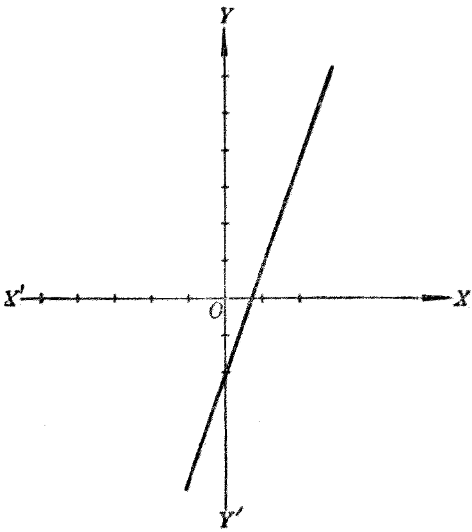


圖 12

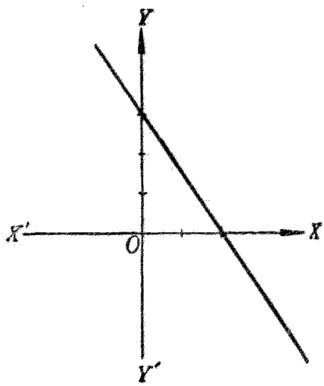


圖 13

解。例如，在上圖中，從圖象中可以看出當 $x=6$ 時，$y=-6$。所以 $x=6$ 和 $y=-6$ 就是方程 $3x+2y-6=0$ 的一組解。由驗算知道，我們求出的這一組解是正確的。

因爲一條直綫上有無數個點，所以一個二元一次方程也就有無限組解。

我們知道有兩點就能固定一條直綫，所以，只要找出一條直

綫上的兩點就可以將這條直綫作出來。因此，作二元一次方程的圖象時，只要求出這方程的任意兩組解就可以了。

（2） 二元一次聯立方程（方程組）的解在幾何上的說明

現在我們再來看一下在前面曾經討論過的二元一次聯立方程：

$$\begin{cases} x+y=8, & (1) \\ x-y=2. & (2) \end{cases}$$

利用上節所說的方法，我們可以分別作出方程（1）與方程（2）的圖象。在下圖中，直綫 l_1 是方程（1）的圖象，直綫 l_2 是方程（2）的圖象。

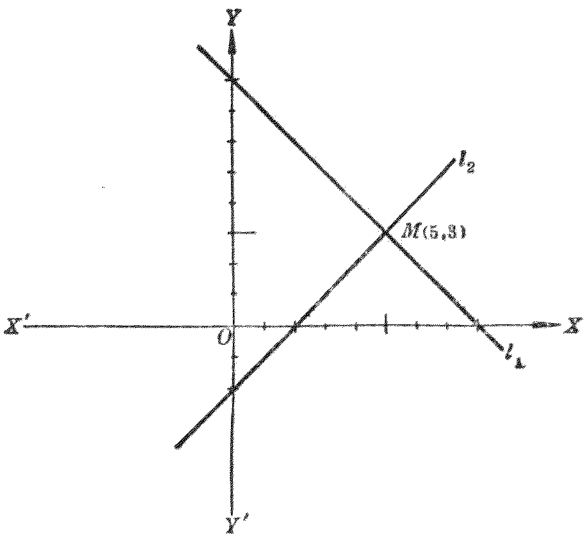


圖 14

[illegible]坐標，都是方程(1)的解；在直[illegible](2)的解。現在，直綫 l_1 與直[illegible]和 $y=3$ 既是方程(1)的解，同時又[illegible]個點(5,3)既在直綫 l_1 上，也在直綫 l_2[illegible]3就是由方程(1)與方程(2)所組成的聯立方程[illegible]

反[illegible](1)與方程(2)所組成的聯立方程的解必適合方程(1)，[illegible]此，以這組解爲坐標的點必在直綫 l_1 上；同時這組解也必適合方程(2)，因此，以這組解爲坐標的點必在直綫 l_2 上。所以，以這組解爲坐標的點就是直綫 l_1 和直綫 l_2 的交點。

從上面的討論中可以看出，我們還可以利用圖象來求二元一次聯立方程的解。這個方法是：先在同一坐標系中分別作出兩個方程的圖象，然後找出兩個圖象的公共點的坐標，這個公共點的坐標就是這方程組的解。

從平面幾何中我們知道，兩條直綫相互位置的關係有三種：相交(即有一公共點)、平行(即沒有公共點)和重合(即所有的點都是公共點)。因此，我們可以得出下面的結論：

二元一次聯立方程的解有三種情形：一組解，無解或無限組解。

在上面我們已經舉出過有一組解的二元一次聯立方程的例子，它的圖象是兩條相交的直綫。現在我們再來看一看下面的二元一次聯立方程：

$$\begin{cases} x+y=8, \\ 2x+2y=18. \end{cases}$$

這兩個二元一次方程的圖象如右圖:

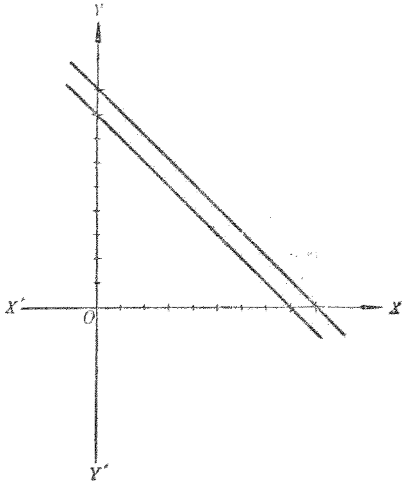


圖 15

從圖中可以看出,這兩個方程的圖象是兩條平行綫,它們沒有公共點,所以這個二元一次聯立方程無解。

最後,我們再來看一看下面的二元一次聯立方程:

$$\begin{cases} x+y=8, \\ 2x+2y=16. \end{cases}$$

這兩個二元一次方程的圖象如左圖:

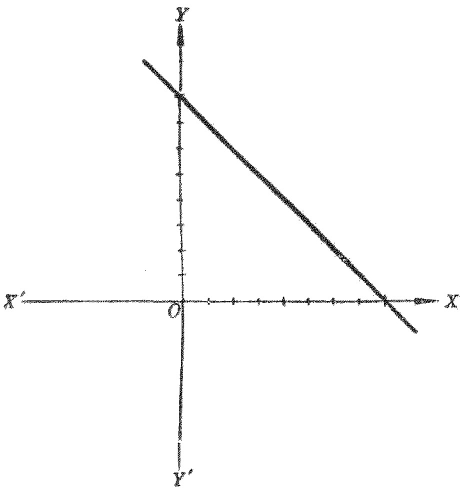


圖 16

從圖中可以看出,這兩個方程的圖象是相重合的兩條直線,所有的點都是公共的,所以這個二元一次聯立方程有無限組解。

責任校對黃清野　檢查者王僩亨

初級中學課本 代數 下册　　書號：

編譯者：前東北人民政府教育
北京市書刊出版業營業許可證出字第二號
校訂者：
原出版者：人民教育出版
北京佟麟閣路十號
重印者：遼寧人民出版
發行者：新華書
印刷者：長春新華印刷

開本：787×1092 1/32
印張：8 1/2
字數：195千
定價(2)四角四分

1952年8月東北人民出版社
1952年12月新　一
1955年1月新　四
1955年6月新四版第一次
瀋陽1—117,014册