

Elliptische Kurven

Arbeitsblatt 15

Aufgaben

AUFGABE 15.1. Es sei C eine glatte projektive Kurve über einem algebraisch abgeschlossenen Körper K und sei

$$\varphi: C \longrightarrow \mathbb{P}_K^1$$

ein nichtkonstanter Morphismus. Zeige, dass die nach Lemma 15.5 induzierte Abbildung

$$\varphi_*: \operatorname{Div}(C) \longrightarrow \operatorname{Div}(\mathbb{P}_K^1) \cong \mathbb{Z}, D \longmapsto \varphi_*D,$$

einfach die Gradabbildung ist.

AUFGABE 15.2. Es sei $Y^2 = X^3 + aX + b$ die Weierstraßgleichung für eine elliptische Kurve E und sei

$$K(X) \subseteq K(E)$$

die zugehörige quadratische Körpererweiterung. Bestimme die Norm von Y .

AUFGABE 15.3. Es sei E eine elliptische Kurve und

$$[n]: E \longrightarrow E$$

die Multiplikation mit n auf E . Beschreibe die zugehörige Vorschubsabbildung der Divisorenklassengruppe

$$\operatorname{DKG}(E) \longrightarrow \operatorname{DKG}(E), D \longmapsto [n]_*D.$$

AUFGABE 15.4.*

Zeige mit Satz 15.8, dass der Endomorphismenring einer elliptischen Kurve E die Distributivität erfüllt und somit in der Tat ein Ring ist.

Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 3
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 3