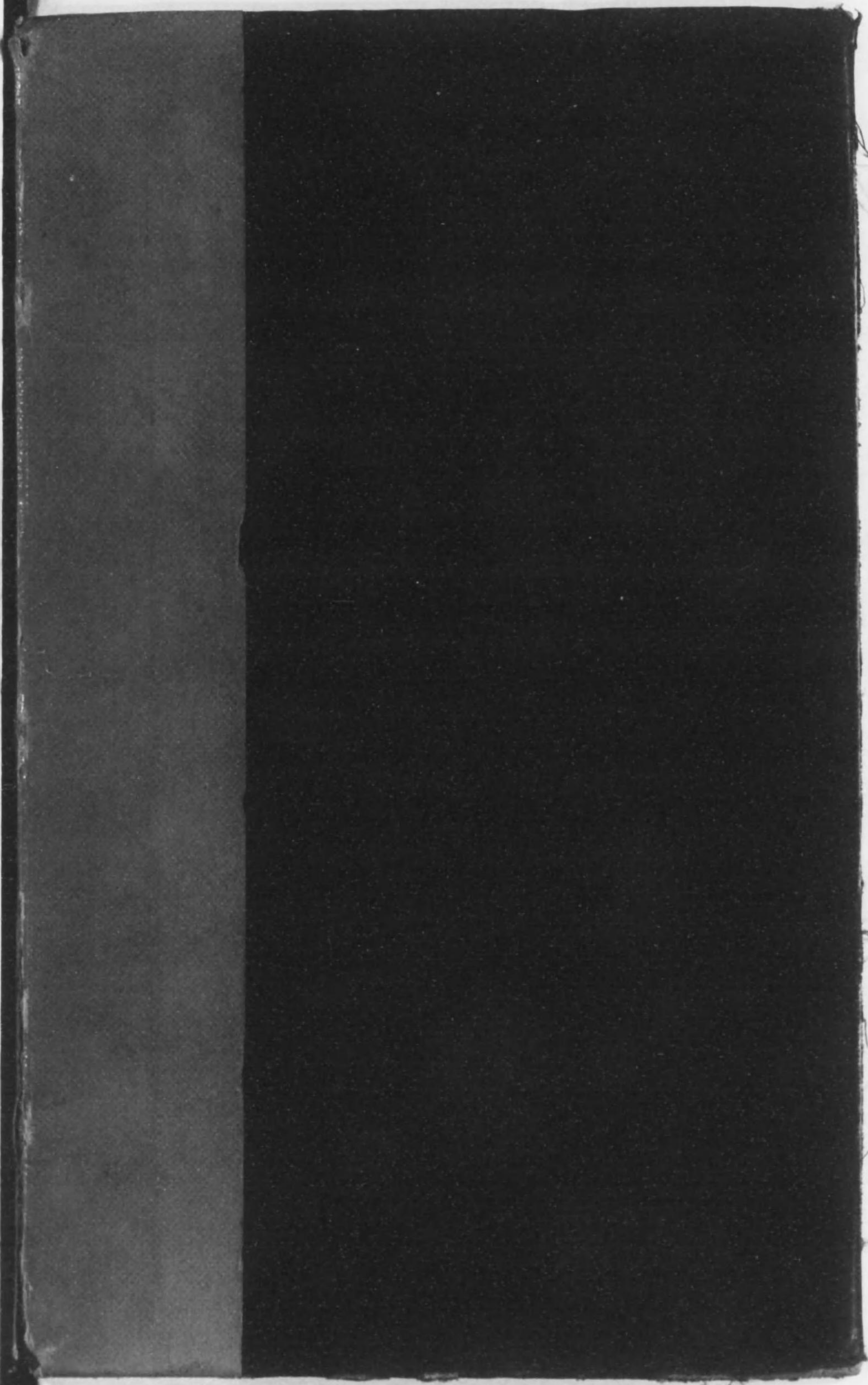




始



46
3660

岩波講座
物理學及び化學

宇宙物理學 I. A.

大氣物理學

藤原咲平

岩波書店





大氣物理學

藤原咲平



□ 366 - 34

46-366□

i

目 次

	頁
第一章 總論	1
1. 解題	1
2. 参考書及び雜誌	2
3. 氣象學の歴史	5
第二章 大氣の構造と組成	8
4. 地球の大きさ,其他	8
5. 大氣の上限	10
6. 大氣の成分	15
7. 大氣中の夾雜物	17
第三章 大氣の靜力學	22
8. 氣體の法則	22
9. ラブラースの氣壓の式	26
10. 高空觀測の計算	31
11. 氣壓の計り方	34
第四章 大氣の動學	36
12. 氣壓の意義	36
13. 運動の方程式	38
14. 地球自轉の轉向力	42
15. 連続の方程式及び其他	44
16. 渦粘性係數	46
17. 地面附近の風速分布	51

18. 渦粘性係數に關する種々の論議	54
19. グルドベルグ・モーンの式	60
20. 傾度風,地衡風,旋衡風	62
21. 地上風の調査	66
22. 相似運動の原理	68
23. 等壓面の式	73
24. 等壓面間の距離	75
25. 不連続面	78
26. 不連続面の移動	81
第五章 大氣熱學	84
27. 空氣,水蒸氣其他の熱性質	84
28. 空氣,水蒸氣等の輻射に關する性質	87
29. 撒射及び吸收による消散	90
30. 地面近くの熱移動	95
31. 水蒸氣及び其變形	98
32. 浮力	102
33. ポリトロピーの條件	105
34. 層位的平衡條件	111
35. 安定度	112
36. テヒグラム	119
第六章 大氣循環論	126
37. 概説	126
38. 向平等とアウスタウシ	126
39. 渦卷の作用	129

40. 垂直渦度の補給	130
41. 勢力の式	133
42. 低氣壓と其勢力	135
結尾	137

挿入圖版. (1). 第3圖.

附記

1. 亂渦擴散の式に就て	138
2. 高谷の地上風の研究	138
3. 渡邊の新らしい抵抗の項	140
4. 亂渦の配分則に就て	142
5. 荒川及び川野の地勢と風向との研究	144
6. 相似原理の應用	145
7. バロクリニクとイソディナーメンとの説明	146
8. ポリトロープの補述	149



1. 解題 應用物理學中に於て工學と並んで二大部門をなすものは宇宙物理學 (Cosmical physics) である。其中天體物理學を除いた残りを地球物理學 (Geophysics) と云ふ。此中で地球の固體の部分の主として論ずるものが狹義の地球物理學で或意味に於ては又地球力學とも呼ばれる。其他地震學火山學海洋學湖沼學等皆地球物理學中の分科であるがそれ等と對立して氣象學 (Meteorology, Meteorologie) がある。氣象學は其名の示す如く地球大氣⁽¹⁾ に関する學問であるが夫を二分して純正氣象學と應用氣象學とする事が出来る。應用氣象學に於ては天氣豫報論 (Weather science, Wetterkunde), 氣候學 (Climatology), 農業氣象學 (Agricultural meteorology), 海洋氣象學 (Maritime meteorology), 航空氣象學 (Aeronautical meteorology 又は Aerology), 衛生氣象學 (Hygienic meteorology) 等が數へられる。純正氣象學は即ち大氣物理學 (Physics of air) であつて、之は雨はどのように降るか、低氣壓は如何なるものか等總て大氣を對象とした物理學である。本講義に於ては此大氣の物理學を述べる。大氣の物理學に於て特に理論的數理的に研究する部門を

⁽¹⁾ 大氣が誤つて‘太氣’と書かれる事が時々ある。どちらでも良い様なものの正しい遣ひ方は大氣である。

理論氣象學 (Theoretical meteorology 又は Dynamical meteorology) と云ふ。本講義に於ては敘述に加へて極めて重要な理論の中の數項を掲げる。

2. 参考書及び雜誌 大氣物理學を標題とした本には T. W. Humphreys, "Physics of Air" があるのみである。此書も良い所もあるが筆に任せて誤や獨斷を書いた所も少なくない。單に氣象學を以て標題とする書物は實は多くは此大氣物理學である事が多い。即ち、

Hann & Süring, *Lehrbuch der Meteorologie* (第4版, 1926),

Sir Napier Shaw, *Manual of Meteorology*, Part I, II, (1928) III 及び IV (1931),

岡田武松, "氣象學" (1927),

F. M. Exner, *Dynamische Meteorologie* (第2版, 1925)

等は標準たるべき大氣物理學書である。其他 Geddes, Milhum 等の "Meteorology" なる書物もあるが皆少しく遜色がある。其他に至つては更に落ちる。Sprung の "Meteorologie" なる書は既に古書の部に屬するものではあるが尙甚だ有益である。部分的の書物としては

Wegener, *Thermodynamik der Atmosphäre* (第2版, 1924),

Pernter & Exner, *Meteorologische Optik* (第2版, 1922),

Chauveau, *Électricité atmosphérique* (1925)

等は有力なるものである。其他尙澤山あるがそれ等の中良書に限つて後章の其場其場で更に説明する。

學問の進歩の跡は専門雜誌に刻まれる。専門雜誌こそは學問上著書よりも遙かに重んぜらるべきものである⁽¹⁾。今次に主なる氣象學の雜誌數種を掲げる：

英國：Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society (創刊 1861),

獨逸：Meteorologische Zeitschrift (1866),

日本：氣象集誌 (1882),

米國：Monthly Weather Review (1873)

等は各其國の氣象學を代表する權威あるものである。

獨逸：Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre (1904) と云ふのは現今では一番大氣の物理學に寄與する所が多い。

獨逸：Annalen der Hydrographie und Maritimen Meteorologie,

日本：海と空

は共に各海洋氣象臺の發行に係り海洋學と氣象學とを研究するを目的とし共に有力である。

稍通俗的には

英國：Meteorological Magazine,

獨逸：Das Wetter,

佛國：La Météorologie

等があり、又地球物理學又は地理學雜誌中

獨逸：Gerlands Beiträge zur Geophysik,

獨逸：Zeitschrift für Geophysik,

⁽¹⁾ 製本の上成るべくは不燃燒建物内に保管すること。

瑞典：Geografiska Annaler
 等には時々有力な論文が載せられる。又英國のRoyal Society
 のTransactions及びProceedingsにも時々有力な大氣の物理に
 關する論文が載せられる。

官廳の出版物中には

英國：Geophysical Memoirs,

：Professional Notes,

獨逸氣象臺：Veröffentrichungen 中の Abhandlungen,

獨逸海洋氣象臺：Archiv aus den Deutschen Seewarte,

日本中央氣象臺：歐文報告 (Bulletin) 及び歐文彙報 (Geo-
 physical Magazine), 氣象雜纂,

日本海洋氣象臺：歐文及び和文彙報, 海洋時報,

那威：Geofysiske Publikasjoner,

佛國氣象臺：Mémorial de l'Office National Météorologique
 de France,

ライプツヒ大學地球物理教室：Veröffentrichungen

等は有力なものであり其他伊露, 西瑞, 和蘭, 匈, 印度, 濠洲, 波蘭, 芬蘭,
 エストニア, 瓜哇, 加奈陀, ブラジル, アルゼンチン, 支那等それぞれ
 相應な氣象報告を出して居る。此他上記各國は總て其國で觀
 測した氣候表を年々出版して居る。日本のだけを掲げれば,

中央氣象臺：年報, 月報, 雨量報告, 雷雨報告, 暴風報告, 氣象要覽,

海洋氣象臺：年報,

高層氣象臺：彙報, 要報,

森林測候所：年報, 月報, 彙報,

各地方測候所：年月報等。

尙一言附加したいのは英國から世界各地の氣象と平年との
 比較をReseau mondialと名づけて年々出して居る事と, 日本で
 は：神宮神部署發行, “曆”; 天文臺發行, “理科年表,” 等
 に累年平均氣候表の附いて居る事である。此他中央氣象臺か
 らは諸種の表を出して居るが茲では詳しい事は略する。又日
 本の氣候圖は昭和4年版のものが中央氣象臺から出て居るが,
 世界的賞賛を博して居る。

3. 氣象學の歴史 大氣物理學と云ふ詞は割合に新しい
 ので歴史調べとしてはどうしても氣象學一般の歴史を述べる
 外はない。天氣に關する知識の淵源は支那, 西洋, 印度, 日本共に
 極めて古い。併しそれ等は茲には省略する。西洋の事は
 Hellmann, *Dawn of Meteorology* (Smithonian Publication)
 と云ふ本に可成り詳しく出て居る。尤も餘程獨逸引きである。
 日本, 支那, 印度に關するものはまだ纏まつたものが出来て居な
 い。併し決して西洋に比して遅くない⁽¹⁾。

大氣の物理學らしくなつたのはアリストートル以來らしく,
 殊にガリレオが寒暖計(氣體寒暖計)を發明し(1597), 後改良せら
 れて水銀寒暖計の華氏攝氏等の度目が出来, 又トリセリーが其
 名の付いた水銀管を發明し(1643), バスカル (Pascal) が土地の
 高低に依り其高さが昇降する事を知り, ボイル (Boyle) が 1685

⁽¹⁾ 藤原, “雲を掴む話”; “雲”; 又“笠可植”, (Co-Ching Chu), *Some Chinese
 Contributions of Meteorology* (1922) 等参照; 我邦聖武天皇國分寺を置き
 雨量計を全國に配布せられたと云ふ事もある。

年に始めて“Barometer”と云ふ名を付けた頃から曙光が見えて来た。

近世に入つてから先づ第一に擧げられるのは天気圖と氣象電報事業とでこれは1850年頃から次第に機が熟し、クリミア戦争の時の經驗を経て遂に1863年に佛蘭西のルヴェリエ(Leverier)が國際氣象事業を提唱し、電報による天気圖を出し初めたので、各國相前後してこれに習つた。彼有名なバイス・バロット(Buys Ballot)の法則⁽¹⁾の發見されたのが1860年で、フェレル(Ferrel, 米人)が數理氣象學を纏めたのが矢張り此頃で1856年頃から初まり、1886年には著書となつて現はれた⁽²⁾。又1900年前後から米國のロッチ(Rotch), 英國のダインス(W. H. Dines), 佛國のティスラン・ドゥ・ポール(Teisserenc de Bort), 獨逸のアスマン(Assmann)等によりて高層氣象の觀測が實行される様になり、各國に次第に高層氣象臺が建設せられ、1902年にティスラン・ドゥ・ポールが遂に等温層を發見したのなどは可なり著しい進歩である。又1919年ビヤルクネス(J. Bjerknes)が低氣壓の構造に關し新見解を建て、1928年に堀口氏が颱風の構造をつき止めたのなども近頃の進歩である。

日本の氣象觀測には元録年間ケムベル(Kämper), 安永年間(吉宗の頃)チューンベルグ(Tumberg), また維新頃シーボルト(Schiebold)等が其觀測の結果を出版したのものもあり、吉宗將軍

⁽¹⁾ 風向と低氣壓の中心との關係を示すものである。即ち“風を背に北ては左、南ては右の手を出せそれが中心。”余語顯雄氏作。

⁽²⁾ *Recent Advance in Meteorology* (Washington).

時代より後は幕府に於ける觀測があり、明治になつてからは函館に測候所が出来たのが明治5年の頃で東京では同8年にジョイナー(Joyner)なる御備外國人が其基を開いた。此時以來我氣象事業の開拓に努めたのが正戸豹之助、馬場信倫、下野信之の三氏で其後荒井郁之助、櫻井勉、小林一知、中村精男、和田雄次等諸氏の盡力で事業は次第に發達したが其大氣物理學的の寄與の顯著になつたのは本間義次郎氏以來で、殊に現氣象臺長岡田博士の盡力により事業、學問共に急速の進歩をしたのは人のよく知る所である。

參考書追加

大日本氣象學會：氣象常用表

岡田武松，“氣象器械學”，“氣象學講話”，“雨”

岡田武松，*Climate of Japan* (1931).

J. Haun, *Handbuch der Klimatologie* (1911).

C. E. P. Brooks, *Climate; Climate through ages*. 等.

W. Köppen, *Die Klimate der Erde* (1923).

N. Shaw, *Forecasting Weather* (第2版, 1923).

A. Defant, *Wettervorhersage* (第2版, 1926).

W. R. Greggs, *Aeronautical Meteorology* (1930).

W. Georgii, *Flugmeteorologie* (1927).

C. Dorno, *Physik der Sonnen- und Himmelsstrahlung* (1919).

第二章

大氣の構造と組成

4. 地球の大きさ, 其他 大氣が地球を被覆して居る事は何人も熟知する通りである。依つて大氣の構造を述べるに當つては先づ地球に就て知らねばならない。地球の事を書いた本は澤山あるが古い所では寺田博士の“地球物理学”⁽¹⁾, 新らしいのでは松澤武雄博士の“地球物理学”等を参照されたい。又理科年表にも大概必要な數字は掲げてある。今は極めて必要な數値だけを述べる。

地球の半径は赤道上で 6378 軒, 極で 6357 軒で大體廻轉楕圓體をなして居る。其體積は一萬億(或は一兆)立方軒(1.083×10^{21}), 其表面積は五億平方軒 (5.101×10^8) を超え, 平均密度は 5.5 で總質量は 6.0×10^{27} 瓦となる。其表面の中約三分の一即ち一億五千萬平方軒 (1.487×10^8) は陸地で残三分の二は水界である。一番高い山はエヴェレストの 8840 米, 一番深い海はミンダナオ島沖のエムデン海溝で 10793 米と記されて居る。

地球の自轉の速さは 24 時間に 360° を廻轉するから,

$$\text{角速度 } \omega = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60} = \frac{2\pi}{86400} \quad (4.1)$$

でよい譯であるがこれは太陽との相對的のもので恆星に對し

(1) 絶版之を書き直したものが新たに出ると云ふ事である

ては少し時間が短くなるから

$$\omega = \frac{2\pi}{86164} \quad (4.11)$$

となる。即ち廻轉速度としては吾々の普通に見る獨樂や渦卷の廻轉に比べると非常に遅いものであるが此廻轉に依る地球表面の運動は赤道で毎秒 460 米となる。此速さは最大暴風の速さに比して尙共 10 倍である。更に地球が太陽の周りを公轉する速さは毎秒約 30 軒 (29.76 km/sec) で, 上に示した自轉の赤道速度の約 60 倍になる。

重力加速度はヘルメルトの式:

$$\gamma = 980.616 - 2.5928 \cos 2\varphi + 0.0069 \cos^2 2\varphi - 0.0003086H \quad (4.2)$$

が一般に用ひられる。但し γ の單位は $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ (毎秒毎秒厘), φ は緯度, H は高さで米を單位としたものである。所が氣象の方では例へば晴雨計の示度の更正等に於て重力による項があるが其場合には

$$g = g_{0.45} (1 - 0.00259 \cos 2\varphi) \left(1 - 0.000000 \left\{ \frac{196}{314} \right\} h \right) \quad (4.21)$$

なる式を用ひる事に大體國際氣象會議に依つて決定せられて居る。但し h の係数の 196 の方は平地山地のもの, 314 は自由大氣のものである。茲に $g_{0.45}$ は緯度 45° , 海面上の値と云ふ意味であるが例令緯度 45° で海面上の所でもどこもかも同一重力と云ふ譯には行かない。依つて簡單に是を以て標準重力と云ふ事に考へ, ヘルメルトに従つて,

$$g_{0.45} = 980.665 \text{ cm/sec}^2 \quad (4.22)$$

と取るのが普通である⁽¹⁾。而して上の式で φ は緯度、 h は高さで米を單位としたものである。(4.21) 式と (4.2) 式とは幾分相違し (4.2) の方が新しくて正しいと考へられては居るが氣象界では長い間の習慣で (4.21) を用ひ實際氣象上では此何れによるも殆んど其爲に何等誤算に導く様な事もないから暫く元のまゝで使つて居る。

5. 大氣の上限 大氣(Atmosphere, Atmosphäre, Atmosphère) は地球を被覆する氣體の總稱であるが其成分即ち空氣の自然状態に於ける状態を指す場合が多い。此講義では全體としての場合には全大氣と云うて區別する。大氣の高さ即ち厚さはどの位あるかと云ふ問題は昔から屢々考へられた併し今日一般に了解せらるゝ所では恐らく茲が大氣の境と云ふ所はなく地表から遠ざかるに従ひ次第に稀薄になり遂に惑星空間(Interplanetary space) の氣體密度に達して太陽や諸惑星に連るものと考へられる。尤も假定的の高さは考へられる。先づ齊一大氣の高さ (Height of homogeneous atmosphere) と云ふものが考へられる。之は地面上の平均氣壓を水銀柱 760 耗と見て、それだけの壓力を起すに足る均質大氣の高さはどれだけあるかと云ふ事を計算で出す。尤も其密度としては零度、760 耗の密度即ち 0.001293 瓦/釐³ を採用する、さうすると $H_m = 7991$ 米となる。固より此高さは假想的のものであつて、實際の大氣は高くなるに従ひ稀薄となるから、其實際の厚みは遂に大で、8 耗位の高さ

(1) ヘルメルトの1915年の公式に依れば $g_{0,45} = 980,630$ cm/sec² となる。1915年の式は(4.2)よりも更に新しいものであるが茲には掲げない。

は實はまだほんの底から少し昇つたに過ぎない。

又重力と遠心力との均衡を考へて其均衡等壓面の形を計算し廻轉楕圓體を出した人もある⁽¹⁾。此人に依れば赤道上では大氣の上限は 42000 耗、極の上空では 28000 耗と云ふ事である。即ち地球半径の六七倍と云ふ高さになる。

又分子運動の速度が重力の拘束を超過し分子が大氣外に逃避する高さを出した人もある。例へばジーンズ (Jeans)⁽²⁾ は水素分子は 1 立方釐中の分子數 30000 位で、溫度が 300°A (絕對溫度)位だと平均自由行路 (Mean free path) が 100000 耗となり、かくて 10^6 年間には此状態の水素は全部大氣外へ逃れ去るものなる事を證明した。之は水素だけの事で、Heに對しては此種の逃避は 900°A の溫度にならない限り行はれないと云ふ⁽³⁾。然らば酸素や窒素は尙更逃避は困難である。水素の逃避の高さは 300°A として大約 85 耗位となる。

以上の様な計算に依るものには假定が遺入つて居るから本當のことは判らない。然らば觀測の結果はどうかと云ふに固より人間の達し得る高さではないから、従つて只其高層に於て起る現象を觀測して、其邊にも尙大氣が有ると云ふ事を知るに

(1) M. v. Smoluchowski, Phys. ZS., 2 (1901), 307. 考への元は重力と遠心力との釣り合ふ高さを上限と見る。此以外では等壓面は廻轉双曲線體等になり不安定となる。

(2) Jeans, *Dynamical Theory of Gases*.

(3) Helze & Petersen, *Über den Einfluss der Temperatur auf die Zusammensetzung der Atmosph. etc.*, Phys. ZS., 29 (1928), 879.

過ぎい。それ等の現象の主なものゝ薄明、極光、夜光雲、流星等の光象及び無線波である。

(1) 薄明 (Twilight, Dämmerung) は日出前又は日没後に現はれる。それに二段の階段があり、普通薄明 (Civil twilight) 及び天文薄明 (Astronomical twilight) と云ふ。この薄明なるものは大氣が太陽光線に照らされて日没後(日出前)も尙輝いて見える現象であるから、日没後太陽が地平線下何度に至る迄薄明が見えるかを知れば、薄明を起す大氣の厚さを計算する事が出来る。此計算をして見ると普通薄明は約大氣の高さ 10 軒位に相當し(燈火なしに書物の讀める程度)、天文薄明(空の青味の見える程度)は太陽地平角度約 15° — 17° で大氣の厚さ 60—70 軒に相當する。

(2) 極光の見えるのは、其原因が實は尙議論が有つて確定せぬ。或は太陽から來た帶電粒子の放電と云ひ⁽¹⁾、又は紫外光線によつて電離された上層地球大氣から飛び出した粒子の歸來放電するものとも考へる⁽²⁾。之等は尙何れ共決定し兼ねるが、要するに大氣中の放電現象と見る事に就ては誰も異存はない⁽³⁾。此極光の高さは Bravais が佛蘭西王朝時代に 227 軒を測つて以來澤山の觀測が有り、低いのは 35 軒位から高いのは 500 軒

⁽¹⁾ Arrhenius & Birkeland, Störmer, Vegard 其他澤山の説あり。20 年來の説なり。

⁽²⁾ H. B. Maris, & E. O. Hulburt. *A Theory of Auroras and Magnetic Storms*, Phys. Rev. March, 1929)

⁽³⁾ 此頃螢光現象かと考へる人も出来るには出來たが、まだ有力でない。

位迄あつた。所が先頃ステルマー (C. Störmer) が 1065 軒の極光の高さを測つた。恐らく今迄測られた地球大氣最高の手掛りであらう⁽¹⁾。尙極光の一番盛に現はれる高さは海面上 100 軒及び 110 軒の邊である。之もステルマーの觀測である。

(3) 夜光雲 (Leuchtende Nachtwolken) と云はれるのは火山の大爆發があつた場合極めて上空に見られる夜間光る雲の事で 1883 年にクラカトワ (Krakatoa) の爆發の際に發生し其後 2 年間程歐洲でさへも觀測されたものを始めとし、其後カトマイ (Katmai) 火山の噴火等の際にも見られたと云はれるものである。クラカトワの時ののが最も顯著で、其高さは海面上 75 軒又は 85 軒等と云はれ先づ 83 軒を以て正しいとせられる。之はクラカトワの爆發に際して其爆發力の爲に非常の微塵が作られ 80 軒以上の高さに打ち上げられ其處に懸垂して長く落ちなかつたものと考へられる。然りとすれば此懸垂した邊に大氣の或種の急變でもあるのではなからうかと考へたのがウェゲナー (A. Wegener) である。而してこれと薄明第二弧の起る高さと同様な事から此邊に或種の上限が有ると見るのであるが、其何たるかは明でない。ウェゲナーは之を以て窒素大氣と水素大氣との界ならんと想像したが⁽²⁾、此頃の觀測に依れば水素大氣の存在は寧ろ疑はしくなる。

(4) 流星の高さに就ては澤山測定がある。大體流星の見え

⁽¹⁾ Störmer, *On an Aurora Curtain of Violetgray Colored etc.*, Ger. Beitr. z. Geophysik, 17 (1925), 254.

⁽²⁾ Wegener, *Thermodynamik d. Atmosphäre*, p. 22.

始める平均の高さは130 軒位消える高さは70 軒位、隕石は平均の高さ20 軒位である。観測された最下限は20 軒位と記されてあるが昭和3 年8 月27 日東京から仙臺迄位で見た隕石も神田及び關口兩氏に依れば260 軒位から見え始め20 軒位の高さ迄は見た事になると云ふ⁽¹⁾。

以上を要するに大氣の高さとして光の現象により吾々に手掛りのある高さは100 軒位から1000 軒位迄の範圍である事が判る。計算によつて推定される水素のなくなる層よりも高いが遠心力の重力と釣り合ふ高さよりも遙に低いもので、其約三分の一位である。

次に此頃無線電波が大氣中を通過する現象の研究の結果殊に短波長の電波が地球の裏側迄も割合樂に到着する等の現象からして地球上層に空氣分子の著しい電離状態に在る層があると考へられ、これを其最初の提唱者等の名によつてケネリー・ヘヴィサイド (Kennelley-Heaviside) 層と名づける⁽²⁾。此れに二つの層がありE 及びF と名づけられる。E 層は高さ約100 軒、F 層は約200 軒位であるが夜と晝、日出、日没で違ひ又日に依ても大に變る。此層は太陽光線中の紫外線等に依る空氣の電離に依りて出来たもの故、晝の方が下層迄も電離し、從て低くなる。

(1) 關口經吉、'昭和3 年8 月27 日の大流星に就て' 氣象集誌, [2], 6 (昭和4 年1 月), 455-483.

(2) 以前は單にヘヴィサイド層と呼ばれたが、其後ケネリーがヘヴィサイドよりも數月以前に此事を述べて居る事が明になり今はケネリー・ヘヴィサイド層と一般に呼ぶ様になつた。

所が又無線波に山彦現象 (Echo) なるものがあり、それは甲地から發した波が乙地で受けとつた後、地球の反対側をめぐつて來る波が重複して聞かれる現象であるが、其外3 秒又は8 秒と云ふ様な時間の後に聞かれる反響があると云ふので⁽¹⁾、これなどは月よりも尙遠くから反射されて歸つて來ることとも説明されるが、其様な所は先づ大氣外と考へられるのが普通である。

6. 大氣の成分 大氣をなす氣體即ち空氣と名づけらるるものは人も知る如く、大體窒素4 容、酸素1 容の混合物であり、其混合の割合は地上から10 軒位の高さ迄検査された所では高さ又は場所によるも格段の變化は認められない。此組成の變化のないものを標準の空氣又は乾いた空氣と稱へる。所が實際は水蒸氣をも混じ、其量は常に又場所に依つて異なる。此水蒸氣を含んだ空氣をも普通空氣と云ひ、又は濕つた空氣とも云ふ。其他炭酸瓦斯やオゾン等の量等も水蒸氣程ではないが時と所とに依つて變る。今乾いた空氣の成分の混合の割合其他を表に記す⁽²⁾。

但し次表に於ては分壓も密度も溫度攝氏零度に於てのもので體積比は炭酸瓦斯、オゾン等を除外したものに就て示されて

(1) C. Störmer の研究: Nature (1928), Nov. 3; C.R. (1929); Naturwiss, 17, 48.

(2) 此表は Hann-Süring の '氣象學', (第4 版, 1926) 所載のものより水素及び無水炭酸を除きて換算せるものである。尙1920 年に Chapman 及び Milne の與へた表もあるが、細部に至つては何れが正しいとも云ひ難い。

空 氣 の 成 分

氣體	窒素	酸素	アルゴン	ネオン	ヘリウム	クリプトン	クセノン	計
記號	N ₂	O ₂	Ar	Ne	He	Kr	X	
體積比	78.10	20.96	0.94	0.0012	0.0004	5×10 ⁻⁸	5.9×10 ⁻⁹	100.0
分子量	28.016	32.000	39.94	20.2	4.00	82.9	130.2	
分壓(托)	593.56	159.39	7.14	0.0091	0.0030	3.8×10 ⁻⁷	4.5×10 ⁻⁸	760.0
密度 克/米 ³	976.9	299.6	16.7	0.00001	7×10 ⁻⁶	1.9×10 ⁻⁹	3.5×10 ⁻¹⁰	1293

居るが炭酸瓦斯や水蒸氣を入れて時間的の平均を作つて見ると緯度に依つて異り、その體積は次表の如くなると云ふ：

	N ₂	O ₂	Ar	H ₂ O	CO ₂
赤道上	75.99	20.44	0.92	2.63	0.02
50°N	77.32	20.80	0.94	0.92	0.02
70°N	77.87	20.94	0.94	0.22	0.03

此表で一見窒素や酸素の量が赤道や極で著しく變る様に見えるが實は之は水蒸氣が變る爲に見かけ上變つて見えるだけで其實際の濃さは大して變つては居ない。元來體積比は化學者の喜んで使ふ所で、測定の結果を現はすには簡單であるが實際の濃さを顯はすには甚不便なものである。

尙以上の外空氣中には水素があるが其價が不確實で體積百分比にして或は 0.01 或は 0.001 などと云はれる。恐らく之も水蒸氣の様に時と所によつて其量が一定しないらしい。故に上の表には省いた。クリプトン、クセノン等も微量で或は書き上げない方がよいかも知れないが、ラムゼイ (Ramsey) が定した以來別に大して異論もないから其儘上に示した。

空氣の標本を採集し得る範圍内では上に示した混合比は殆んど變化がない。酸素の量等は可成嚴重に検査せられて居るが海上と都會、平地と山上等でも僅かに一千分の一毫の變化位はあるらしいが何にしてもオゾン發生等の現象がある爲にはつきりとは出て來ない。

更に上層に於てどうなつて居るかは固より不明であるが最近の分光學的の検査によれば、水素とヘリウムとはどうしても上層大氣中に其痕跡がないと云ふ⁽¹⁾。かくて水素が在ると見ての上層大氣の體積比の表などは澤山の人が作つて居るが今日に於てはどれも皆疑はしく、上層の氣温等と共に今後の研究を待つて確定せらるべきものである。

7. 大氣中の夾雜物 もし夾雜物と云ふ詞を以て一定の混合比を保たない空中の諸成分と解釋するならば第一に水蒸氣、次は炭酸瓦斯、次は塵埃、オゾン等が夾雜物であらう。此中水蒸氣、雲等に関するものは後章に述べる。炭酸瓦斯の量は割合變化の少ない方で、體積百分比で大略 0.03 即ち一萬分の三とせられて居るが富士山位の山では 0.027 位になり、大市街地等では 0.033 位迄は増し工場地等で特に空氣の悪い所では 0.04 位迄はなるらしい。オゾンは雷雨の後などに臨時に多量となる

⁽¹⁾ Vegard, *The Constitution of the Upper Strata of the Atmosphere*, Phil. Mag., (Oct., 1923), 577. 尤もヴェガルドの固體窒素説と云ふものも此頃では殆んど信ぜられない。Chapman & Milne, *The Composition, Ionisation and Viscosity of the Atmosphere at Great Height*, Quart. Journ. Roy. Met. Soc., (Oct., 1920), 362, 等

ものらしく、1立方メートルの空気中で2厘程の量が測定せられた事もある。上層に於けるオゾンの研究は近時特に著しく、各國の學者が其測定を始めて居る。併し何分にも上層の事ではあり、まだ充分確實と云ふ所迄行つて居らないから、學徒の探究すべき新分野とも見える。下の脚註には其意味でオゾンに關する數論文を掲げて置いたが尙此外にも澤山ある¹⁾。

次にアムモニヤは巴里での測定では100立方メートル中に2厘と云ふ事であるが、日本の田圃では恐らく遙かに多い事であらう。

尙大氣中には亞硝酸瓦斯等酸化窒素屬の氣體が雷雨の際等に生成して、雨水に溶けて地中に入る事もあり、工場地帯、鑛山、火山附近等には亞硫酸等の瓦斯もあり、東京の濠の近處等には多分メタン其他の有機氣體もあるらしく、これ等總て我々日本人が自分で測つて置く可きもののみである。不幸にして自分はまだ此種の日本に於ける測定を知らない。

¹⁾ Dobson & Harrison, *Measurement of the Amount of Ozone etc.*, I-III, Proc. Roy. Soc. A. (1926, 1927, 1929).

Chree, *Atmospheric Ozone and Terrestrial Magnetism*, ditto, (1926).

Buisson & Jausseran, *Sur la variation de l'ozon de la haut atmosphère*, Compt. Rend., 182 (1926).

Götz, *Der Jahresgang des Ozon Gehaltes der hohen Atmosphäre*, Beitr. z. Phys. d. f. Atmosph., 13 (1926).

Gowan, *The Effect of Ozone on the Temperature of the Upper Atmosphere*, Proc. Roy. Soc., A. 120 (1928).

Dobson, *Summary of the Present State of our Knowledge of the Distribution of Ozone in the Upper Atmosphere*, M. W. R. (Feb., 1929) 等。

次に大氣中には放射能を有する浮游物があり、空中へ帶電した針金を張つて置くと、これに集積する、其質量は測れる程ではないが其電氣的の効果は充分之を測り得る。此調査は嘗て木下、西川、小野三氏に依つて明治年間に試みられた。其結果は集積が風向其他に影響せられると云ふ事である¹⁾。外國にも勿論此種の調査は澤山ある。此電氣性の浮游物はラヂウム、トリウム等よりの變脱物でエマネーション等と呼ばれる類である。

次に大氣中には吸濕性の氣體及び固體の粒子が有る。例へば食鹽 NaCl の粒などは海岸近くには著しく多い。其他 Na_2SO_4 , MgCl 等もあると云ふ²⁾。

次に塵埃が浮游する。塵埃と稱せられるのは固體微粒であつて固より比重は空氣よりも遙かに重い、只微粒なるが爲に、急に落ち切らないからすなはち空中に浮泛するのである³⁾。塵埃は其由來する所に従つて宇宙微塵 (Cosmical dust)、噴火微塵 (Eruptive dust)、砂塵、煙塵、有機微塵等に區別する。有機微塵は動植物バクテリア等の殘骸、廢殘物及び生命ある孢子等である。此種に屬するものは之を顯微鏡下に檢すれば多くは細胞組織を示すから、直に他と判別し得る。春期花粉が灰の様に降る事もある。之も檢鏡すれば各植物に依り特長があるから知れる。

¹⁾ 木下、西川、小野、東京數學物理學會記事。

²⁾ Owens, *Condensation of Water from the Air upon Hygroscopic Crystals*, Proc. Roy. Soc., A. 110 (1926).

³⁾ 微體の空中に浮泛する理は拙著、'雲'の初めに記したから茲では省く。

煙塵はロンドンの如き大都市に於て殊に著しいもので其煤状の所から一見して認め得る。これを顯微鏡で見れば只不規則な黒塊をなし大小不揃で小は一萬分の一耗以下のもあり(勿論倍率さへ大きくすれば、更に小さいものも見える。恐らく小さいのには限りがなからう)、大きいのも目に見える程度即ち1耗の五分之一、十分の一位に及ぶ。粒の輪郭は格別小刻みでもなく、さりとして全く滑かでもない。尤も山火事の時の煙塵はタール質と結晶質とを混じて居り、煙草の煙は黄色の油状粒のみで固體粒子は見えないと云ふ事である⁽¹⁾。

砂塵は其由來次第で大體結晶様と熔岩様とに見える。結晶様のものは硝子の碎片の様に見え、之をニコール即ち偏光顯微鏡にかけると本當の結晶質のものと硝子質のものとを區別し得る。結晶質では色の變化を見、硝子質ではそれが起らない。熔岩様のものも本來は硝子質であるが只外見が恰かも金滓の如く凸凹が有り、不規則で更に直線式な所がない。多くの場合に此兩様の塊の混合で、其大小は種々であるが或一回に觀測された標本に就ては其大きさに大體の範圍がある。尙砂塵性のものには有機物の殘骸を混ずる事が多い。噴火の際の降灰に矢張砂塵と同様二種類を見るが其輪郭が前者に比し更に尖鋭で摩滅して居ない。結晶様のものは碎けた許りの、熔岩様のものは固まつた許りの様な外觀を呈する。有機物を混ずる事は普通はないが絶無とは云へない。宇宙微塵の形は自分は知らない。

⁽¹⁾ Owens. *Smoke Problem of Great Cities* (1925), p. 168. 此書は大氣混濁に關する良書である。

我日本で特に問題となるのは火山灰と黃沙と松の花粉とである。火山灰と松の花粉は大概は顯微鏡的に見分けが付くが、黃沙はそれが黃河地方から舞ひ上がったものか武蔵野の砂塵かの見分けは割合に困難である。尤も遠い程粒の大きさが揃ひ、近い程粗粒が多い。結晶質としては長石、石英等が主たるものである。尙黃沙に關しては岡田博士の“氣象學”に詳しいからそれにゆづり⁽¹⁾、昔から雨泥又は霧などと記録された事だけを注意する。

⁽¹⁾ 岡田武松, '氣象學', 675-678 頁。

第三章

大氣の静力学

8. 氣體の法則 之は總ての物理の本に書いてある⁽¹⁾. 詳しい事は其等に譲り、茲では只公式と特に大氣に於て重要な點だけを述べる. 第一の法則はボイル-シャル(或はボイル-マリオット-シャル-ゲイリュサック)の法則である. これを式で示せば,

$$pv = RT, \text{ 又は } p = R\rho T \quad (8.1)$$

である. 茲に p は壓力で其單位は氣象學では攝氏零度及び標準重力下に於ける水銀の深さを以て示したもので記號 mm Hg 又は單に mm, 又はミリバール記號 mb を用ひる. 1000 mb = 750 mm であつて, 1 ミリバールは 1 平方厘米の面上に 1000 ダインの力を表はす. v は比容(即ち單位質量の持つ體積), T は絶對溫度(即ち 273 + 攝氏度)で, ρ は密度である. 従つて

$$v = 1/\rho, \quad (8.2)$$

R は氣體常數で、各々氣體毎に異なる. 乾いた空氣では c.g.s. 單位で⁽²⁾

(1) '熱力学' の項 6 頁参照.

(2) R は他の單位で表はされる事もある. メートル-トン-秒系では 2.869×10^2 ; メートル-キログラム-秒系でも同じこと. 力の單位を庭の目方とすれば $29.27 \left[\frac{\text{m kg}}{^\circ\text{C}} \right]$ となる.

$$R_a = \frac{P_n}{\rho_n T_n} = \frac{76.0 \times 13.596 \times 980.66}{0.001293 \times 273} \\ = \frac{1012600}{0.001293 \times 273} = 2.869 \times 10^8 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2 \cdot ^\circ\text{C}}. \quad (8.21)$$

もし化學にて常用する如く比容 v の代りに 1 瓦分子の氣體の持つ體積 V を用ひこれを cm^3 で計れば

$$PV = KT, \quad K = 8.26 \times 10^7 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \quad (8.22)$$

となり、此 K は總ての氣體に共通な常數として扱ひ得る. もし V は單に 22.412 立なる體積を示すだけのものとして考へれば、 K の單位は エルグ/ $^\circ\text{C}$ と考へても良いが、(8.22) の意味にした方が宜敷く、氣象學では此 K は殆んど使はない. 此 K も亦氣體常數と稱へられるから混雜を除く爲に特に餘計な事迄記す.

R は其定義から分子量に逆比例するものである事が知れる. 従つて水蒸氣、窒素、酸素、アルゴン等に対してはそれぞれ

$$R_w = R_a \times \frac{28.8}{18.0}, \quad R_{ni} = R_a \frac{28.8}{28.0}, \\ R_{ox} = R_a \frac{28.8}{32.0}, \quad R_{ar} = R_a \frac{28.8}{39.9} \quad (8.3)$$

として計算し得る. 尤も實はこれは話が逆で、本來は $\text{N}_2, \text{O}_2, \text{Ar}$ 等の R が與へられて其混合物たる空氣の R が計算せらる可きで、其計算はドルトン (Dalton) の法則に依る. 即ち全壓 p は分壓の和であり、密度は分密度の和であるから

$$p_a = p_{ni} + p_{ox} + p_{ar}; \quad \rho_a = \rho_{ni} + \rho_{ox} + \rho_{ar}, \quad (8.31)$$

$$\text{但し, } p_{ni} = R_{ni} \rho_{ni} T, \quad p_{ox} = R_{ox} \rho_{ox} T, \quad p_{ar} = R_{ar} \rho_{ar} T. \quad (8.32)$$

今混合比が體積比で與へられたとし、之を V_{ni}, V_{ox}, V_{ar} とす

れば、これ等は定義に依り、同じ温度 T で、同じ標準気圧 p_0 の下にある時の體積であるから、

$$V_n + V_{ox} + V_{ar} = 1; p_{ni} = p_a V_{ni}, p_{ox} = p_a V_{ox}, p_{ar} = p_a V_{ar},$$

依つて

$$\rho_a = \frac{p_{ni}}{R_{ni}T} + \frac{p_{ox}}{R_{ox}T} + \frac{p_{ar}}{R_{ar}T} = \frac{p_a}{T} \left[\frac{V_{ni}}{R_{ni}} + \frac{V_{ox}}{R_{ox}} + \frac{V_{ar}}{R_{ar}} \right]. \quad (8.4)$$

此式の括弧の中にある量は V_{ni}, V_{ox}, V_{ar} 等が一定である限り定數で、之等即ち混合比が變れば變るものである。乾いた空氣では之等は一定であるから、これを

$$\frac{V_{ni}}{R_{ni}} + \frac{V_{ox}}{R_{ox}} + \frac{V_{ar}}{R_{ar}} \equiv \frac{1}{R_a} \quad (8.5)$$

と置く。かくて (8.4) から

$$\rho_a = \frac{p_a}{R_a T}, \quad \text{又は} \quad p_a = \rho_a R_a T \quad (8.6)$$

を得る。即ち各成分に於て氣體法則が各獨立に適合すれば、ドルトンの法則の結果として、其混合物に於ても亦氣體法則は當て嵌り、其場合の氣體常數は (8.5) の式で示される如き者となる。處が單氣體では R は各其分子量に逆比例するものであるから

$$R_{ni} = \frac{K}{\mu_{ni}}, \quad R_{ox} = \frac{K}{\mu_{ox}}, \quad R_{ar} = \frac{K}{\mu_{ar}} \quad (8.7)$$

と置き得るから、乾いた空氣の瓦斯常數の R_a も亦

$$R_a \equiv \frac{K}{\mu_a} \quad (8.71)$$

と置いて見る。これがやがて乾いた空氣の分子量に意義を與へるものである。(8.5) 式に (8.7) 及び (8.71) を代入すれば

$$\mu_a = \mu_{ni} V_{ni} + \mu_{ox} V_{ox} + \mu_{ar} V_{ar} \quad (8.8)$$

を得る。即ち空氣の分子量は各成分の分子量を混合比の按分に依りて加へ合せたものである。これが普通用ひる定義である。而して μ_{ni} 等及び V_{ni} 等に第 16 頁の表のそれぞれの値を入れて計算すれば茲に始めて

$$\mu_a = 28.8 \quad (8.81)$$

を得るので、(8.3) の式は此意味に於て始めて成立つものである。

もし水蒸氣が加はつたとすると、矢張り同様な關係で

$$\mu'_a = \mu_{ni} V_{ni} + \mu_{ox} V_{ox} + \mu_{ar} V_{ar} + \mu_w V_w = \mu_a V_a + \mu_w V_w$$

となる可きであるが水蒸氣の分量が常に空氣中で變化する故、態と濕つた空氣の分子量と云ふ様な詞を避ける。瓦斯常數は

$$\begin{aligned} \frac{1}{R'_a} &= \frac{V_a}{R_a} + \frac{V_w}{R_w} = \frac{1}{R_a} \left(V_a + \frac{\mu_w}{\mu_a} V_w \right) = \frac{1}{R_a} \left\{ V_a + V_w + \left(\frac{\mu_w}{\mu_a} - 1 \right) V_w \right\} \\ &= \frac{1}{R_a} \left\{ 1 - \frac{\mu_a - \mu_w}{\mu_a} V_w \right\} = \frac{1}{R_a} \left\{ 1 - 0.377 V_w \right\} \\ &= \frac{1}{R_a} \left\{ 1 - 0.377 \frac{p_w}{p_a + p_w} \right\} \end{aligned} \quad (8.9)$$

となる、如何となれば $p_a + p_w = p'_a$, $p'_a V_w = p_w (V_a + V_w) = p_w$ であるからである。

かくて水蒸氣の混合した場合の氣體常數は其水分の多少に依りて變るもので、水分の混合比の變らない間だけの常數である⁽¹⁾。尤も常數が常に變るのでは工合が悪いので氣體常數

⁽¹⁾ 以上 (8.4) 式以下の説明方法は十餘年前から講義には常に用ひて來たが他の本には餘り見當らないものと思ふ。

は R_a で變らないものとし括弧内を他の因子例へば温度等に附加して取り扱ふ事もあるが、理窟には合はない。

9. ラプラス (Laplace) の氣壓の式 先づ大氣の靜止して居る状態に就て考へる。即ち第一に何等の運動がない、第二に膨脹や收縮もないとする。此状態に於て重力の下に於ては上層に有る空氣の重量が次第に下方にある空氣に加はり之を壓縮する。壓縮する力即ち壓力 p と其密度 ρ 又は比容 v 及び温度 T との關係は(8-1)によりて與へられる。其壓力の増し方は

$$dp = -\rho g dz \quad (9-1)$$

によりて與へられる。茲に dp , dz は氣壓 p 及び高さ z の微分を表はし、 g は重力の加速度を表はす。此關係をラプラス (Laplace) の關係と云ふ。此式を積分するには ρ の代りに(8-1)式によつて p を代入し、變數を分離して

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT} dz. \quad (9-11)$$

此式の積分は g , R 及び T が z の函數として與へられれば

$$\log \frac{p_1}{p_2} = \int_{z_1}^{z_2} \frac{g}{RT} dz, \quad (9-12)$$

又は

$$p_2 = p_1 e^{-\int_{z_1}^{z_2} \frac{g}{RT} dz} \quad (9-13)$$

の形で與へられる。但し茲に p_1 は z_1 に於ける氣壓、 p_2 は z_2 に於ける氣壓である。

先づ近似的に g 及び R は常數と見做し

$$T = T_0 - \alpha z \quad (9-121)$$

で表はし得る場合を考へる。此場合に(9-12)の積分は

$$\log \frac{p_1}{p_2} = -\frac{g}{R} \frac{1}{\alpha} \log \frac{T_0 - \alpha z_2}{T_0 - \alpha z_1}, \quad \text{又は} \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_0 - \alpha z_2}{T_0 - \alpha z_1} \right)^{\frac{g}{R\alpha}}. \quad (9-2)$$

此式は此頃尤も便利に用ひられる式で、 α は氣温遞減率⁽¹⁾ (Lapse rate) で、 $\left(\frac{g}{R}\right)$ に対しては普通其標準の値を用ひる。即ち(8-21)及び(4-22)に依り

$$\alpha_1 = \frac{g}{R} = \frac{980.665 \text{ } ^\circ\text{C}}{2.869 \times 10^6 \text{ cm}} = 3.418 \times 10^{-4} \frac{^\circ\text{C}}{\text{cm}} = 0.03418 \text{ } ^\circ\text{C/m}. \quad (9-21)$$

嚴密に云へば g/R に対しては今考へて居る空氣の層に於ての其平均値を用ひるべきではあるが、上の式は荒つぽい目的に用ひる場合が多いから、大概是上に示した様な標準値を用ひれば足りる。

更に精密を要する場合には別の式を用ひる。 g に対しては(4-21)式で與へられる値を用ひる。此式の中に $(1-0.000000196h)$ [山上地上]又は $(1-0.000000314h)$ [自由大氣]なる因數があり、 h は海面上の高さであつて、この儘變數として積分する段になると少し面倒になる。所が見る通り此項は少數點以下0が六つも付いた小數であるから h に対しては今考へる氣層の平均の高さを即ち積分に際して常數となるものを用ひても誤差を起さない。依つて z_1 から z_2 迄の積分とすれば

$$h_m = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (9-22)$$

として用ひる。

次に R の値としては(8-9)式で與へられる水蒸氣に対する補

⁽¹⁾ 名が長いから後には單に減率と書いた所もある。

正の加はつたものを用ひる。所が此式に於て p_a 即ち乾燥空氣の分壓, p_w 即ち水蒸氣の分壓(多くの本には p_w を e なる記號にて示す, 即ち水蒸氣張力である)で有るから, 全壓 $p = p_a + p_w$ である。此 p は積分等式の左邊にあるべきもので右邊に入つたのでは積分が困難となる。併し矢張り此項は極めて小さい補正項であるから z_1, z_2 が大して違つて居らぬ限りは大略の値を用ひて常數として取り扱つても大差がない。例へば z_1 が海面 z_2 が 80 米の高さとすれば水蒸氣の補正の所で用ひるべき p は大體の平均値として海面の値——假りに 760 耗とする——を用ひても良く, 或は平均の高さ 40 米に對する差引きをして——海面附近では大約高差 11 米に對して 1 耗——760-4=756 耗を用ひてもよい。兎も角此様な p の値を p_m にて表はすとす。

温度も z_1, z_2 が大して違はない場合に其層に於ける平均絶對氣温 T_m , 又はそれを攝氏で表はした θ_m で表はす。即ち T_m を以て標準温度として

$$T_m = T_n(1 + 0.00367\theta_m), \quad T_n \equiv 273^\circ A \quad (9.23)$$

の右邊を使うても左邊を用ひてもいづれでも宜敷い。かくて (9.12) 式は次の式になる:

$$\log \frac{p_1}{p_2} = \int_{z_1}^{z_2} \frac{g}{RT} dz = \frac{(1 - 0.377 \frac{p_w}{p_m})}{R_a} \\ \times \frac{g_{0.45}(1 - 0.00259 \cos 2\varphi) \left(1 - 0.000000196 \frac{z_1 + z_2}{2}\right)}{T_n(1 + 0.00367 \theta_m)} \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$= \frac{z_2 - z_1}{7991} \frac{(1 - 0.377 \frac{p_w}{p_m})}{(1 + 0.00367 \theta_m)} (1 - 0.00259 \cos 2\varphi) \\ \times \left(1 - 0.000000196 \frac{z_1 + z_2}{2}\right), \quad (9.3)$$

此式は所謂ラプラス (Laplace) の氣壓公式と稱へるもので, z の單位は米になつて居る。尙此 7991 米なる數は以前に説明した齊一大氣の高さ H_m であつて

$$H_m = \frac{p_n}{\rho_0 g} = \frac{76.0 \times 13.59 \times g}{0.001293 \times g} \text{ 厘} = 7991 \text{ 米} \quad (9.31)$$

であるが, 同時に,

$$H_m = \frac{R_a T_n}{g_{0.45}} = \frac{p_n}{\rho_n T_n g_{0.45}} = \frac{p_n}{\rho_0 g_{0.45}} \quad (9.32)$$

であり, 又 (9.21) 式の α_1 を用ひれば

$$\alpha_1 H_m = T_n \quad (9.33)$$

となる, 即ち α_1 なる遞減率で齊一大氣の高さ迄昇れば地上で攝氏零度であつたのが絶對零度になる。

(9.3) 式の左邊は自然對數であつて所謂 e を底とするものである。之を 10 を底とする常用對數に變へるには $\log_{10} e = 0.4343$ を掛ければよい。普通は此數で 7991 を割つたものを分母に置き

$$\log_{10} \frac{p_1}{p_2} = \frac{z_2 - z_1}{18400} \frac{(1 - 0.377 \frac{p_w}{p_m})}{(1 + 0.00367 \theta_m)} (1 - 0.00259 \cos 2\varphi) \\ \times \left(1 - 0.000000196 \frac{z_1 + z_2}{2}\right) \quad (9.4)$$

の形にする。此18400米なる常数を晴雨計常數(Barometer constant)と名づける。此式の中の $\frac{z_1+z_2}{2}$ の係数は前にも述べた様に自由大氣ならば 3.14×10^{-7} を用ひる。

(9.4)の式が現今用ひられて居る氣壓公式の標準とされて居るものである。pの單位は何を使つても宜い。

次に(9.4)の式を測高公式として用ひる。其時には平地及び山地に對しては、

$$z_2 - z_1 = 18400(1 + 0.00367 \theta_m) \left(1 + 0.377 \frac{p_w}{p_m}\right) (1 + 0.00259 \cos 2\varphi) \\ \times \left(1 + 0.000000196 \frac{z_1 + z_2}{2}\right) \log_{10} \frac{p_1}{p_2} \quad (9.5)$$

と書く、zの單位は米である。此測高公式は假定から明なるが如く $z_2 - z_1$ の小さい程割合に良く合ふ。例へば東京帝國大學と中央氣象臺との高さの差などを計算すれば1年の平均氣壓を用ひれば纏の折返は十分に出る。高い山にのみ當て嵌ると考へる人もあるが誤解である。上のラブラースの公式は凡そ有らゆる氣象學書に必ず記載せられる式の一つであるが基本的であるから茲にも重複では有るが掲げた次第である。此ラブラースの式を崩して稍簡便にしたものにハンの公式外數種あり大同小異である⁽¹⁾。

尙(9.4)式を用ひて所謂氣壓の海面更正なることをする。其方法及び(9.5)式による實地の計算法は氣象常用表に詳説して有る。又International Meteorological Tablesにも出て居るから詳細はそれ等に譲り本書では只之等を指摘するに止める。

⁽¹⁾ これ等は岡田武松、'氣象學'、p. 892-894 参照。

10. 高空觀測の計算 風探測氣球、飛行機等を用ひて高層の氣象を觀測する際に自記氣象計を用ひて主として記録を得るものは氣壓、氣温及び濕度である。之等三要素の或同時に於ける値は其儘讀み取れるのであるが惜それが幾何の高さに於ける値で有るかは其儘では判然しない、併し地上の三要素の値と或不明の高さに於ける三要素とが與へられれば、其高さが餘り高くない限りは上に與へた(9.5)の式に依つて其高さが可成正確に求められる。かくて第一段の高さが算出出来ればそれから又同じ方法に依りて第二段の高さが計算出来、追うて斯の如くして全觀測に對して正確な高さを算出する事が出来る。惜此各段の凡の高さとしてはその時と場合とによりて必ずしも一定の値を選ぶ事は出来ないが2000米以下位の場合では200米毎位に計算し、10軒、20軒と云ふ高さの場合には毎1軒毎位の見當で計算する。 $z_2 - z_1$ が1軒以内位ならば温度も氣壓も濕度も正確な平均値を得るから式の本姓として起る誤差は殆んど問題にならない。

主意は以上の通りであるが其計算の實際の方法に於ては種種の便法が案出せられてある。

今は歴史的にも興味があるからビヤルクネスの方法⁽¹⁾を真似て見る。(9.5)の公式を計算に便利な爲に次の様に書きかへる：

$$H_2 - H_1 = (z_2 - z_1) (1 - 0.00259 \cos 2\varphi) \left(1 - 0.000000314 \frac{z_1 + z_2}{2}\right), \quad (10.1)$$

⁽¹⁾ V. Bjerknes, *Dynamische Meteorologie und Hydrographie*, 1.

$$(1+0.00367\theta_m)\left(1+0.377\frac{p_w}{p_m}\right)\equiv 1+0.00367\theta_m' \quad (10.2)$$

と置けば (9.5) 式は

$$H_2-H_1=18400(1+0.00367\theta_m')\log_{10}\frac{p_1}{p_2} \quad (10.3)$$

となる。茲に θ_m' を假温度 (Virtual temperature) と名づける。

(10.3) 式に於て p_1 及び p_2 は自記紙の上から適當に取り得る。例へば地上の氣壓は必ずしも一定ではないが之を p_0 とし、それから例へば 1000 mb 迄の間の計算だけは $\frac{p_0}{1000}$ と云ふ事にして計算し、それから後は p_1/p_2 又は p_2/p_1 を常に一定の値にする。例へば常に 0.9 又は 0.95 又は 0.99 等とする。0.9 だとすれば、 p_1 は 1000 mb, p_2 は 900 mb, p_3 は 810 mb, p_4 は 729 mb と云ふ風になる。此様な p の値を順次に拾ふとして此定まつた p_1/p_2 に對する H_2-H_1 と θ_m' との表を作つて置けば甚容易に其表から H_2-H_1 が讀める。又 θ_m' は矢張り (10.2) 式に依りて θ_m , p_w 及び p_m から直に θ_m' を讀み得る表を作つて置く。次に (H_2-H_1) と (z_2-z_1) との関係も表を作つて置く、斯くすると之等三つの表を用ひると極めて容易に各層の高さ z を算出し得る。

此方法は (9.5) 式に基づいたものであるがビヤルクネス⁽¹⁾は (10.1) の式の代りに

$$\phi_2-\phi_1=-\int_{z_1}^{z_2} g dz \quad (10.4)$$

と云ふ式を用ひた。此 ϕ なるものは式の示す通り既に高さではなくて重力ポテンシャルである。ビヤルクネスは此 ϕ の單

⁽¹⁾ V. Bjerknes, *Dynamische Meteorologie und Hydrographie*, 1, p. 53.

位をダイナミック-デカメートルと名づけ其十分の一をダイナミック-メートル (Dynamic meter, dynamische Meter) と名づけた、即ち

$$H_2-H_1=-\frac{1}{10}\int_{z_1}^{z_2} g dz \quad (10.5)$$

に於ける H_2, H_1 はダイナミック-メートルを單位とするものである。此ダイナミック-メートルで表はした二點間のポテンシャル差と米を單位として表はした其二點の高さの差とは略近い値になる。近似的に計算すれば、海面に於ては單に數値の上からは、

$$Z=1.02 H, \quad H=0.98 z \quad (10.6)$$

であるとして

$$z=\{1.020408 H+0.0000001637 H^2\}-\frac{g_0-9.80}{9.60} H, \quad (10.7)$$

$$H=\{0.98 z-0.0000001543 z^2\}+0.1(g_0-9.80)z \quad (10.8)$$

となる。ビヤルクネスは此表を作つて一般的の使用に宛ててゐるが日本では強ひて之に依る必要がある譯ではない。

尙 (10.3) 式の表は p を mb に取らうと、mm に取らうと勝手である、以上述べた様な表は各國で皆智慧をしぼつてそれぞれ甘いものを作つて使つて居るが日本ではまだ必要に廻られないため出來たもののあるのを聞かない。いづれ早晚其職に在る人達によつて作られる事であらう。

上の様にして求めた z の差を次第に加算すれば高さ z が得られる。併し場合に依つては定まつた高さ例へば 1000, 2000, 3000 米と云ふ様な高さに於ける温度氣壓が入用の事もある。

此爲には上の様にして得た不揃の z に於ける澤山の温度や氣壓の値から定まつた高さに於けるものを出す爲に内挿法による換算表を必要とする。これにも亦種々工夫せられた表がある。

(10.2) 式で定めた假温度なるものも歴史があるから示したが、必ずしも之に拘泥する必要はないと思ふ。今

$$(1+0.00367\theta_m)\left(1+0.377\frac{p_w}{p_m}\right)\equiv 1+\varepsilon \quad (10.9)$$

と置き、 ε の値を θ_m , p_m 及 p_w に就て與へれば遙かに簡單のやうに思ふ。併し自狀するが自分は未だ此高さの計算の實際を試みる機會と經驗とに接しないから、本當の事情に於ては更に特色の事があると思ふ。又圖形を使ふ種々の方法もある。特別な計算尺でも出来る。

11. 氣壓の計り方 氣壓の測り方は普通の氣象學書にも亦物理實驗書にも出て居る。器械には水銀晴雨計、アネロイド晴雨計、自記氣壓計等種々ある。日本では觀測の規準を氣象觀測法⁽¹⁾ に置いてあるから、氣壓に限らず總ての氣象要素の觀測の方法は此本を見る事として茲では細かい事は略する。水銀晴雨計であつても單に其水銀柱の頭の高さを讀み取つただけでは氣壓の觀測をした事にはならない、之に温度器差、重力等の更正なるものを加減したものでなければ殆んど實用にはならないと云ふ事だけを承知せられたい。更に天氣圖を引くには所

(1) 中央氣象臺發行、舊版は大日本氣象學會にて賣却せるも、絶版となり、新版は出來たが未だ賣り出してゐない。

謂海面更正と云ふものを施す。海面更正は各測候所では毎日やるのである。此爲には其測候所に對する海面更正表なるものを使ふ。此表は(9.4)式に基づいて作るものである。作り方は氣象常用表⁽¹⁾ に詳記してある。又各測候所海面更正表⁽²⁾ と云ふものもある。

總て測器は檢定の上其器差其他を明にしたものでなければ殆んど使用に堪へない。各種の氣壓計の購入に當り、中央氣象臺の檢定證付きのものと附かぬものとは價格に格段の相違があるが檢定の付かないものを掴かまされない様に注意を要する。高空觀測用の測器には特に低温及び低壓に於ての檢定を要する。此種の檢定は各觀測所で上空へ飛揚する直前に於て其時其時に施すのを普通とする。

(1) 中央氣象臺編纂、大日本氣象學會發賣。

(2) 中央氣象臺臨時大阪出張所發行(大正8年)。

第四章

大氣の動學

12. 氣壓の意義 前章では大氣は膨脹も收縮もせず又流動もせず静止した状態にあるとして其氣壓を論じた。斯の如き場合に於ての壓力は時及び所を異にするに従つて次第に變り得るのであるが方向によりては變りがない事は有名なパスカルの原理として知られた事である。かく静止した液體の壓力を流體靜壓力 (Hydrostatic pressure) と名づける。所が日々氣壓計を以て測る氣壓なるものは大氣が其際必ずしも静止して居ないから嚴密に云へば靜壓力ではない。併し大體は靜壓力に近いものである。計算上等は靜壓力と見做しても大した過誤を起さない場合が多い。併し動壓に就て其概念を得て置かなくては動學を進める譯に行かないから茲では極く大體だけを説明する。

自然界に存在する流體に於ては粘性なるものが存在し又壓縮も膨脹も可能であるから是等諸性質があるものとして考へる。先づ流體内に小六面體を假想しそれが直交座標 x, y, z の座標軸に平行に置かれてあるとする。此六面體の x 軸に垂直な面に働く力を吟味するに先づ此面を x の方向に押し又は引く力が考へられる。押す方を負、引く方を正と取り、此力を單位面積に對する割合に直したものを P_{xx} と書く。同様に此面に

於て y の方向に働く力を P_{xy} とし、 z の方向に働くものを P_{xz} とする。 P_{xx} は面に直角に働く力で、 P_{xy}, P_{xz} は面に平行に働く力である。此三種以外の力は普通は省略するのであるが詳しく云ふと此面を面に沿うて廻轉させ様とする力もあり得るが其事は茲では略する。 y 軸、 z 軸に平行な面でも同様な事があつて P_{yz}, P_{yy}, P_{yz} ; P_{zx}, P_{zy}, P_{zz} なる内力が考へられる。之等は所謂一つのテンソル (Tensor) を形造る。

偕此 P_{xx}, P_{yy} 等は如何にして起るかを考へるに前に述べた流體靜壓力によるものの外は流れに變化のある爲か又は膨脹收縮する爲のものである。此關係をすつかり解析する事は流體動學の領分であるから茲では省き其結果だけを述べるならば先づ第一は面に直角に働く歪力(又は内應力, Stress) P_{xx}, P_{yy}, P_{zz} の和は軸 x, y, z の向きに無關係に定點及び定時に於ては一定の値を持つ事である。此一定の値の $\frac{1}{3}$ を p を以て表はせば、

$$P_{xx} + P_{yy} + P_{zz} = -3p, \quad (12.1)$$

茲に P_{xx}, P_{yy}, P_{zz} 等は引つ張り合ふ方を正に取り、 p の方は押し合ふ方を正と取つてある。此 p が一般に動く流體で粘性のある場合に壓力として考へるものである。尙又 P_{xx} 等の各即ち摩擦的抵抗は速度の變る割合に比例すると見做し

$$(P_{xx}, P_{yy}, P_{zz}) = -p - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial x}, \frac{\partial v_y}{\partial y}, \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \quad (12.2)$$

と書き得る。此式は三つの式を一つに纏めて書いたので括弧の中で、で分けた量は各獨立に一つ宛の式を表はす。以下三

式を書く場合には多くは上の書き方に従ふ。又 μ は粘性係数で、 v_x, v_y, v_z はそれぞれ x, y, z 方向の分速度である。此式の詳しい説明は流体力學の本に譲り茲では只公式として示したに過ぎない。又面に平行に働く歪力は、

$$\left. \begin{aligned} P_{xy} &= P_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right), \\ P_{xz} &= P_{zx} = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right), \\ P_{yz} &= P_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \quad (12.3)$$

となる。もし粘性のない場合ならば

$$\mu = 0$$

となり

$$\left. \begin{aligned} P_{xx} &= P_{yy} = P_{zz} = -p, \\ P_{yz} &= P_{zy} = P_{zx} = P_{xz} = P_{xy} = P_{yx} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12.4)$$

となる。此場合に於て一點に於ける壓力は勿論方向に無關係である⁽¹⁾。

13. 運動の方程式 大氣の運動を論ずるには先づ一般流体力學の基本公式から出發する、即ちオイラー (Euler) の運動の方程式は

$$\frac{d}{dt}(v_x, v_y, v_z) = (X, Y, Z) + \frac{1}{\rho}(B_x, B_y, B_z) \quad (13.1)$$

である。此式も三式を一括して書いたもので左邊は加速度、右

⁽¹⁾ 本講座「流体力學」の項、5頁にも此説明がある。

邊第一項は單位質量へ働く外力、第二項は内應力(即ち歪力)に基づいて單位質量の受ける力を現はす。左邊の加速度は所謂全加速度であつて二つの部分より成り次の式で表はされる。 v_x, v_y, v_z の孰れかを代表するに V を以てすれば

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + v_x \frac{\partial V}{\partial x} + v_y \frac{\partial V}{\partial y} + v_z \frac{\partial V}{\partial z}, \quad (13.11)$$

此右邊第一項は與へられた空間の一點に於ける加速度を示し、第二、三及び四項は流れの遲速のある所を流れて通る爲に起る速度變化の割合を示す。之等及び以下記す所の詳しい説明は流体力學⁽¹⁾に譲る。

右邊第一項は地球上では普通重力が働くから、それによる分加速度 g_x, g_y, g_z を以て置き代へる。もしも電力、磁力等が働く時には更にそれ等をも含める。

右邊第二項の B_x, B_y, B_z は體に働く力 (Bodily force) の内前節で述べた面に働く内力 (Surface force, 即ち Stress) が小六面體の相對する二面に於て等しくない爲に起るもの、換言すれば内力が場所を變へるに従ひ自然に變化のある爲に起るもので、次の式から計算が出来る:

$$\begin{aligned} (B_x, B_y, B_z) &= \frac{\partial}{\partial x}(P_{xx}, P_{xy}, P_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y}(P_{yx}, P_{yy}, P_{yz}) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z}(P_{zx}, P_{zy}, P_{zz}), \end{aligned} \quad (13.2)$$

此式に(12.2), (12.3)式に依る P_{xx}, \dots 等の値を入れて計算すると、

⁽¹⁾ 「流体力學」の項、30, 31頁尙 $\frac{d}{dt}$ は英國流ては $\frac{D}{Dt}$ と書く。

$$\left. \begin{aligned}
 B_x &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{3} \frac{\partial(\mu\Delta)}{\partial x} + \nabla(\mu\nabla v_x) + \left(\frac{\partial\mu}{\partial y} \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial\mu}{\partial x} \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) \\
 &\quad + \left(\frac{\partial\mu}{\partial z} \frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial\mu}{\partial x} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \\
 B_y &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{3} \frac{\partial(\mu\Delta)}{\partial y} + \nabla(\mu\nabla v_y) + \left(\frac{\partial\mu}{\partial z} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial\mu}{\partial y} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\
 &\quad + \left(\frac{\partial\mu}{\partial x} \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial\mu}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial x} \right), \\
 B_z &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{3} \frac{\partial(\mu\Delta)}{\partial z} + \nabla(\mu\nabla v_z) + \left(\frac{\partial\mu}{\partial x} \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial\mu}{\partial z} \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \\
 &\quad + \left(\frac{\partial\mu}{\partial y} \frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial\mu}{\partial z} \frac{\partial v_y}{\partial y} \right),
 \end{aligned} \right\} \quad (13.3)$$

但し

$$\Delta \equiv \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (13.31)$$

で所謂發散 (Divergence) を表はす。之は體積の膨脹する割合を示して居る。又 ∇ はナブラでベクトル解析に於て沿く用ひる記號である⁽¹⁾。又右邊最後の二項は $\frac{\partial(\mu, v_y)}{\partial(y, x)} + \frac{\partial(\mu, v_z)}{\partial(z, x)}$ 等と記號的に書いてもよい⁽²⁾。

上の式は長くて後で一々之を記すのに面倒であるから

$$(B_x, B_y, B_z) = -\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) p + (F_x, F_y, F_z) \quad (13.32)$$

と略記する事とする。但し

(1) 'ベクトル及びテンソル解析' の項, 353頁。

(2) '物理学に應用する数学' の項, 26頁。

$$\left. \begin{aligned}
 F_x &= \frac{1}{3} \frac{\partial(\mu\Delta)}{\partial x} + \nabla(\mu\nabla v_x) + \left(\frac{\partial\mu}{\partial y} \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial\mu}{\partial x} \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) \\
 &\quad + \left(\frac{\partial\mu}{\partial z} \frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial\mu}{\partial x} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \\
 F_y &= \frac{1}{3} \frac{\partial(\mu\Delta)}{\partial y} + \nabla(\mu\nabla v_y) + \left(\frac{\partial\mu}{\partial z} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial\mu}{\partial y} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\
 &\quad + \left(\frac{\partial\mu}{\partial x} \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial\mu}{\partial y} \frac{\partial v_x}{\partial x} \right), \\
 F_z &= \frac{1}{3} \frac{\partial(\mu\Delta)}{\partial z} + \nabla(\mu\nabla v_z) + \left(\frac{\partial\mu}{\partial x} \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial\mu}{\partial z} \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \\
 &\quad + \left(\frac{\partial\mu}{\partial y} \frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial\mu}{\partial z} \frac{\partial v_y}{\partial y} \right),
 \end{aligned} \right\} \quad (13.33)$$

もし粘性係数が不変であれば其微分は總て零となるから

$$(F_x, F_y, F_z) = \frac{\mu}{3} \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \Delta + \mu \nabla^2 (v_x, v_y, v_z) \quad (13.4)$$

となる。此式は普通少し丁寧な本には掲げられて居る式である。

次に空氣は動き易い爲に其壓縮度は大氣中では極めて少ないと見て Δ を省略する場合がある。此時には

$$(F_x, F_y, F_z) = \mu \nabla^2 (v_x, v_y, v_z) \quad (13.5)$$

となる。此式も可成り用ひられる。更に水平速度も μ も垂直方向にのみ傾度を持つ時は

$$F_x = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial z} \right), \quad F_y = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial z} \right). \quad (13.51)$$

次に理想的流體の場合には

$$\mu=0, F_x=F_y=F_z=0, (E_x, E_y, E_z) = -\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)p \quad (13.6)$$

となる。これが在來の氣象學の本に一般に用ひられた式である。其譯は昔粘性と云へば分子力によるもの (Molecular viscosity) のみが考へられ、従つて其値は空氣の場合には非常に小さく、小規模の運動には利くが大氣の運動の如き大規模の運動には全然利かない事が今から 60 年程以前にヘルムホルツ (Helmholtz)⁽¹⁾ によつて證明せられた。それ以來氣象學上から (13.32) 式に示す F_x, \dots 等の項は影を消したのであつたが、近年に至りて渦粘性 (Eddy viscosity) なる分子粘性に比較して數萬倍大きな作用をなすものが發見せられて以來、再び此摩擦に関する項が氣象學に採用せられ近年研究の流行となつた。これの詳細に就ては更に後節に於て述べる⁽²⁾。

14. 地球自轉の轉向力 前節に於ける式は空間に固定した座標軸に依る運動の式であるが、今地球上に住むものにとつては地球に固定した軸に依る事にした方が便利である。地球は廻轉する故に軸も従つて廻轉する。廻轉する座標軸に準據した運動の式は、其軸の廻轉の角速度の分をそれぞれ $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ とすれば (13.1) 及び (13.32) 式に加ふるに此廻轉に依る項を加へて次の様になる。

⁽¹⁾ H. v. Helmholtz, Monatsberichte Berl. Acad. (1873). 501-514; *Wiss. Abh.* 2, pp 158-171. ⁽²⁾ (13.33) に関しては巻末附記(3)を見よ。

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x - 2\omega_y v_z + 2\omega_z v_y + \frac{1}{\rho} F_x, \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y - 2\omega_z v_x + 2\omega_x v_z + \frac{1}{\rho} F_y, \\ \frac{dv_z}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z - 2\omega_x v_y + 2\omega_y v_x + \frac{1}{\rho} F_z. \end{aligned} \quad (14.1)$$

此 $(2\omega_z v_y - 2\omega_y v_z), (2\omega_x v_z - 2\omega_z v_x), (2\omega_y v_x - 2\omega_x v_y)$ で表はされた力を地球自轉の轉向力 (Deflecting force) 又はコリオリス (Coriolis) の力と呼ばれ、總て地球面と相對的の速度 V を持つ物體に於ては V に比例して其進行方向と直角に北半球では右に南半球では左りに働くものである⁽¹⁾。

今迄は x, y, z の方向は何れに向くもかまはなかつが、今便宜の爲に z を地軸に一致して北に向ひ x, y は赤道面に任意に取れば (14.1) は次の形となる。 $\omega_x = \omega, \omega_y = \omega_z = 0$ であるから

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + 2\omega v_y + \frac{1}{\rho} F_x, \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y - 2\omega v_x + \frac{1}{\rho} F_y, \\ \frac{dv_z}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \frac{1}{\rho} F_z \end{aligned} \right\} (14.11)$$

となる。又 z を或地點の天頂の方向に取り x を東に y を北に取れば

$$\omega_x = 0, \omega_y = \omega \cos \varphi, \omega_z = \omega \sin \varphi, g_x = 0, g_y = 0, g_z = -g$$

となる。茲に φ は其地の緯度である。依つて (14.1) は

⁽¹⁾ (14.1) の式の出し方も諸種の教科書にある、例へば Kirchhoff, *Mechanik* 等。其物理學的の説明及び計算法は岡田(數物記事)其他の方法が澤山ある。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\omega \sin \varphi \cdot v_y - 2\omega \cos \varphi \cdot v_z + \frac{1}{\rho} F_x \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\omega \sin \varphi \cdot v_x + \frac{1}{\rho} F_y \\ \frac{dv_z}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\omega \cos \varphi \cdot v_x + \frac{1}{\rho} F_z \end{aligned} \right\} (14.2)$$

となる。(14.11)と(14.2)とは共に大氣力學に於ては最も應用の廣い式である。 F_x, F_y, F_z は(13.3)及び(13.32)で與へられる。又原點は地表に取つても地球の中心に取つても(14.2)は變らない。

15. 連続の方程式及び其他 連続の一般の式は

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (15.1)$$

である事は流體力學の示す所であるが氣象學上では地球表面に固定して地球と共に廻轉する軸に依つて表はす場合にどう變るかの吟味を要する。之は嘗て故北尾次郎先生が計算せられたもので軸は變るも連続の式は形が變はらない事を證明せられた¹⁾。

問題を流體力學的に解くには上に述べた運動及び連続の方程式が四つあつて之によつて v_x, v_y, v_z と p 又は ρ の何れかが、各其形の上できまるので、これに状態方程式即ち氣體法則即ち(8.1)式と示性式

$$p = p(\rho) \quad (15.2)$$

が與へられれば全部が定まるのである。此示性式は斷熱變化

¹⁾ '北尾全集', 112-114頁。

とか等温變化とかを表はす類の式で、一般には後節(133-134頁)に示す勢力の收支を表はす式を用ふ可きである。

以上で v_x, v_y, v_z, p, T 及び ρ が形の上からは決定するのであるが、微分方程式である故に積分常數項を含み、それ等の常數の値は先づ空間に就ては一次の微分方程式なる故所謂境界條件として普通一つの拘束が與へられる事に依つて定まる。即ち一つの面に於ける速度とか又は加速度とかの變化が與へられる事を要する。一般的に取扱ふ場合には今問題とする全空間を包む面を

$$f(x, y, z, t) = 0 \quad (15.3)$$

で表はされたものとすれば此面の變形と、其面に於ける流體の動きとが調整的でなくてはならないから

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (15.31)$$

と云ふ條件を要する。之を境の條件とか境界條件 (Boundary condition) とか名づける。もし面が變らないものであれば、

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (15.32)$$

即ち面に直角な流體の分速度は零となるべき條件となる。

氣壓に就ても矢張り一の境界條件が與へらるべきであり、それには面に於て外部から押す力と内から押す力とが一致すべきを條件とする。或は其面上に於ての壓力の分布が與へられればそれでも充分である。

時間に就ても一つの條件を必要とする。時間の始まり $t=0$ に於ての全空間内の運動の分布が與へられるとか、又は氣壓又

は氣温等の何れかが與へられる事を要する。之を頭初條件又は初めの條件 (Initial condition) と呼ぶ。或は週期的の變化を繰り返す場合もあり此様なのを半定常狀態 (Quasistationary state) と呼び、矢張り時間に関する拘束となる。或は又流れの狀況が時間と共に變化しない時は定常狀態 (Stationary state) と呼び之も亦時間に関する拘束となる。之等に就ては後に實例によつて更に述べる。

以上運動方程式、連続方程式、状態方程式、示性式、境界條件及び頭初條件に依つて問題は確定せられるので、之は全く流體力學の一般的立場である。但し運動の方程式は其中に速度と速度の傾度との積を含む、即ち微分方程式が所謂直線的でなくなる。其爲に運動が有限な場合には一般の解は六ヶ敷くなる。然るに風の問題ではどうしても風速は有限であるから結局氣象の問題は解けないことになる。此點に關して、古くはオーベルベック (Oberbeck)、近くはビヤルクネス等の苦心が存する所である。

16. 渦粘性係數 1913年英國のテイラー (G. I. Taylor) が探検船スコチア號の觀測によつて得た結果を解析するに當り1915年に渦性熱傳導 (Eddy conductivity) なる新しい重要な大氣の一性質を發見した。1917年には奧國のシュミット (W. Schmidt) がテイラーとは全く獨立にアウスタウシ (Austausch, 交換の義) なる量の重要な事を指摘した。之は全くテイラーのと同じ現象を名を異にして發表したものであつた。此渦性熱傳導を起す作用は渦亂流があり、空氣の層を攪拌し、之が爲に例

へば上層の寒冷と下層の溫暖とが混合し恰かも熱の傳導が起つたと同じ結果になるが、其傳導度は分子的熱傳導度に比して數萬倍大きい事がわかつた。氣流に於ける運動量も亦渦亂流によつて上下の層の間に交換される。其爲に水平流速の大きい層は引き止められ、遅い方は引つ張られる。それは丁度分子的粘性によると同様ではあるが分子的粘性によるものよりも非常に大きい。之を渦粘性と名づける。

水平の一般氣流(即ち平均氣流)があつて其流速が高さと共に變る場合を考へる。便宜の爲に水平流は定常であると見る。其速度を V で表はす。此平均流は別に渦亂流を伴ひ、此渦亂流に屬する垂直氣流を w で表はす。水平の運動量は單位體積に就て ρV であるから水平に置かれた小さな平面 $dxdy$ を通つて渦亂流の爲に單位時間に運ばれる運動量は $\rho V w dx dy$ である又單位時間に運ばれる質量は $\rho w dx dy$ である。今極めて小さいが、而かも渦亂流の一つ一つの渦に比べては著しく大きい面積 A に就て運動量及び質量の通過するものを積分して見る。此場合渦亂流は上昇流も下降流もあり全く不規則に行はれて居ると考へれば面積 A が相當に大きければ平均に於て質量の上昇も下降もなく、結局

$$\iint_A \rho w dx dy = 0, \quad \iint_A w dx dy = 0$$

と考へ得る⁽¹⁾。併しながら運動量 m の積分は零にはならない。

(1) 密度 ρ は矢張り高さと共に變るけれ共、上に行き下に行くに際して膨脹し又は收縮するから、細かい所を省略すれば質量は等量か上下に交換されるものと見てよい。依つて計算の便宜の爲に ρ の高さによる變化は暫らく計算から省き定數と見做して進む。

$$\Delta M = \iint_A m w dx dy \neq 0, \text{ 但し } m = \rho V.$$

如何となれば ρV が高さによつて變るから同じ質量だけ上からも下からも來ても、假に上の方が ρV が大きいとすれば平均に於て運動量は上から下に餘計行き過ぎる事となる。其量を計算して見るに或瞬間 t_0 に於て、或高さ z_0 にある面を通過する流體は渦亂流によつてそれが動き出した所の點(其高さを z とし、時間を t とす)に於ける水平速度 $V(z, t)$ を持つて動いて來たものと考へれば二次以上を省略して

$$m(z, t) = m(z_0, t_0) + (z - z_0) \left(\frac{\partial m}{\partial z} \right)_0 + (t - t_0) \left(\frac{\partial m}{\partial t} \right)_0$$

と書き得る。依つて

$$\begin{aligned} \iint_A m(z, t) w dx dy &= \iint_A m(z_0, t_0) w dx dy + \iint_A (z - z_0) \left(\frac{\partial m}{\partial z} \right)_0 w dx dy \\ &\quad + \iint_A (t - t_0) \left(\frac{\partial m}{\partial t} \right)_0 w dx dy \\ &= m(z_0, t_0) \iint_A w dx dy + \left(\frac{\partial m}{\partial z} \right)_0 \iint_A (z - z_0) w dx dy \\ &\quad + \left(\frac{\partial m}{\partial t} \right)_0 \iint_A (t - t_0) w dx dy, \end{aligned}$$

然るに $\iint_A (t - t_0) w dx dy$ は $t - t_0$ が常に負であるから渦亂流が均一に不規則である爲に零となる。依つて

$$\iint_A m(z, t) w dx dy = \left(\frac{\partial m}{\partial z} \right)_0 \iint_A (z - z_0) w dx dy,$$

茲に $(z - z_0)w$ は $z - z_0$ が正なれば w が負、 $z - z_0$ が負なれば w は

正になる爲に常に負となり従つて其積分はどうあつても零にはならない。併し A が充分に大であれば渦亂流の一定なる限り一定な値を持つ、依つて單位水平面積に對する此常數値を渦粘性係數 μ' と名づければ⁽¹⁾

$$\mu' = \frac{1}{A} \iint_A (z - z_0) w dx dy \quad (16.1)$$

である。この μ は定義から明な如く渦亂流の強さ w と $(z - z_0)$ とが大きければ大きい程増すものである。倍 dz なる高さの差のある二面を通過する過剰運動量の相違は dt 時間内に

$$\frac{\partial \Delta M}{\partial z} dz dt = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial m}{\partial z} \right) dz dt$$

であり、之だけの運動量は其 dz なる厚みの空間に集積する事になるから其空間の運動量の dt 時間の増加に等しい。即ち

$$\frac{\partial m}{\partial t} dz dt = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial m}{\partial z} \right) dz dt,$$

又は

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \rho V}{\partial z} \right), \quad (16.2)$$

之は恰かも分子的粘性に依る運動量の擴散の式に等しい、假に運動量の代りに熱量 $\rho c T$ なるものを入れ代へても、 T が上下運動によつて變らないと見做し得る場合には同様な式になる。實際には普通の温度は空氣の上昇下降によつて變るがポテン

⁽¹⁾ 此 μ' は分子粘性に於て μ で示すものではなく、動粘性(Kinematic viscosity) 即ち $\frac{\mu}{\rho} = \nu$ と普通書くものに相當するものでハケ間數く名を付ければ動渦粘性又は渦粘動係數とでも呼ばるべきものである。即ち $\mu' = \mu/\rho$ である。以後煩雜を防ぐ爲に μ' の代に μ を用ひる。

シャル温度(或は温位とも云ふ)⁽¹⁾は變らない。此温位を θ で表はせば

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{d}{dz} \left(K \frac{d\theta}{dz} \right) \quad (16.21)$$

となり、此 K は上の μ と等しい。此後の式は K が z と共に變らないものとしてテイラーに依つて始めて

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{k}{\rho \sigma} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (16.22)$$

の形で與へられたものである⁽²⁾。 K なれば渦散度(Eddy diffusivity)と云ひ、 μ なれば渦粘性と云ひ、シュミットは $A = K\rho$ にアウスタウシなる名を與へ、また $k = \rho \sigma K$ を渦性熱傳導と名けた。テイラーは(16.22)なる式を用ひてスコチヤ艦上で観測したニューファウンドランドバンク(Newfoundland bank)の海上に於ける氣温と水温との關係を解いた。其解式は既に熱傳導の解式として良く知られた處の

$$\theta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \phi \left(t - \frac{z^2}{4Kx^2} \right) e^{-x^2} dx$$

を用ひ適當な境界條件を用ひて此積分を計算し暖氣が冷海面を流れる場合に氣温の逆轉の高さを計算し理論の示す所と實際の良く一致することを認めた。其他英獨澳等諸國の學者に依り μ 、 K 等が懇ろに吟味され、その存在が確かめられ従つて(13.33)式及びそれ以下に於ける F_z 等に含まる $\frac{\mu}{\rho}$ は總て大氣

⁽¹⁾ 後章(35.7)式を見よ。

⁽²⁾ G. I. Taylor, *Eddy Motion in the Atmosphere*, Phil. Trans. Roy. Soc., A. 215 (1915), 4. 尙卷末附記(1)を見よ。

の場合には此渦粘性と見なすべき事となつた。

17. 地面附近の風速分布 地面附近 500 乃至 1000 米迄の間で風は高さと共に次第に強くなり且次第に右に轉向するを普通とする。これを説明する爲にヘッセルベルグ(Hesselberg), チャプマン(Chapman), ホイッブル(Whipple), ブラント(Brunt), 高谷西村其他により幾多の論文が提出せられた。今其等の中で最も簡單のもの一つを述べる。

先づ地上或地點に於ける問題であるから運動の方程式としては(14.2)式を用ひ v_z 即ち垂直氣流も小さいとして總て省略する。又狀況が定常的であり且水平氣流は一つの水平面内では總て一樣に行はれて居るとする。依つて

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\partial v_x}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

となり。又 F_x 及び F_y には(13.51)式を用ひ且 μ は高さに依つて變らないとして

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\omega \sin \varphi v_y + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}, \\ 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\omega \sin \varphi v_x + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2}, \end{aligned} \right\} \quad (17.1)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\omega \cos \varphi v_z. \quad (17.2)$$

今(17.2)は問題外に置き(17.1)に就てのみ論ずる事とする。さうすると(17.1)の兩式は x 及び y に就て全く對稱であつて只第二次の符號に於てのみ異つて居る。此符號は轉向力が北半球で運動の右方に向つて働くことを示すだけのものである

から x を東, y を北ときめた制限は全然取り拂つて差支はない. かくて(17.1)式を解くのであるが, 多くの人々は $\partial p/\partial x$ 及び $\partial p/\partial y$ は高さと共に變らないものとして解いた. 之は今考へて居る層が大氣の最下層で精々 1000 米又は 1500 米位の高さ迄の事を考へると云ふ意味に於て第一近似としてはそれでも悪いことはない. ヴェクトルの式に纏めれば(17.1)式は

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial z^2} - \frac{l\rho}{\mu} i(\mathbf{V} - \mathbf{V}_g) = 0, \quad (17.3)$$

但し

$$\mathbf{V}_g \equiv \frac{1}{l\rho} \left(-\frac{\partial p}{\partial y} + i \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad l = 2\omega \sin \varphi \quad (17.4)$$

であつて此様に定義した \mathbf{V}_g を地衡風 (Geostrophic wind) と云ふ. 説明は後章にある.

此式の解としてヘッセルベルグヤブラント等は

$$\mathbf{V} - \mathbf{V}_g = C_1 e^{(1+i)Bz} + C_2 e^{-(1+i)Bz} \quad (17.5)$$

の形を採用した. 但し C_1, C_2 は積分常数で, B は

$$B \equiv \sqrt{\frac{l\rho}{2\mu}} \quad (17.51)$$

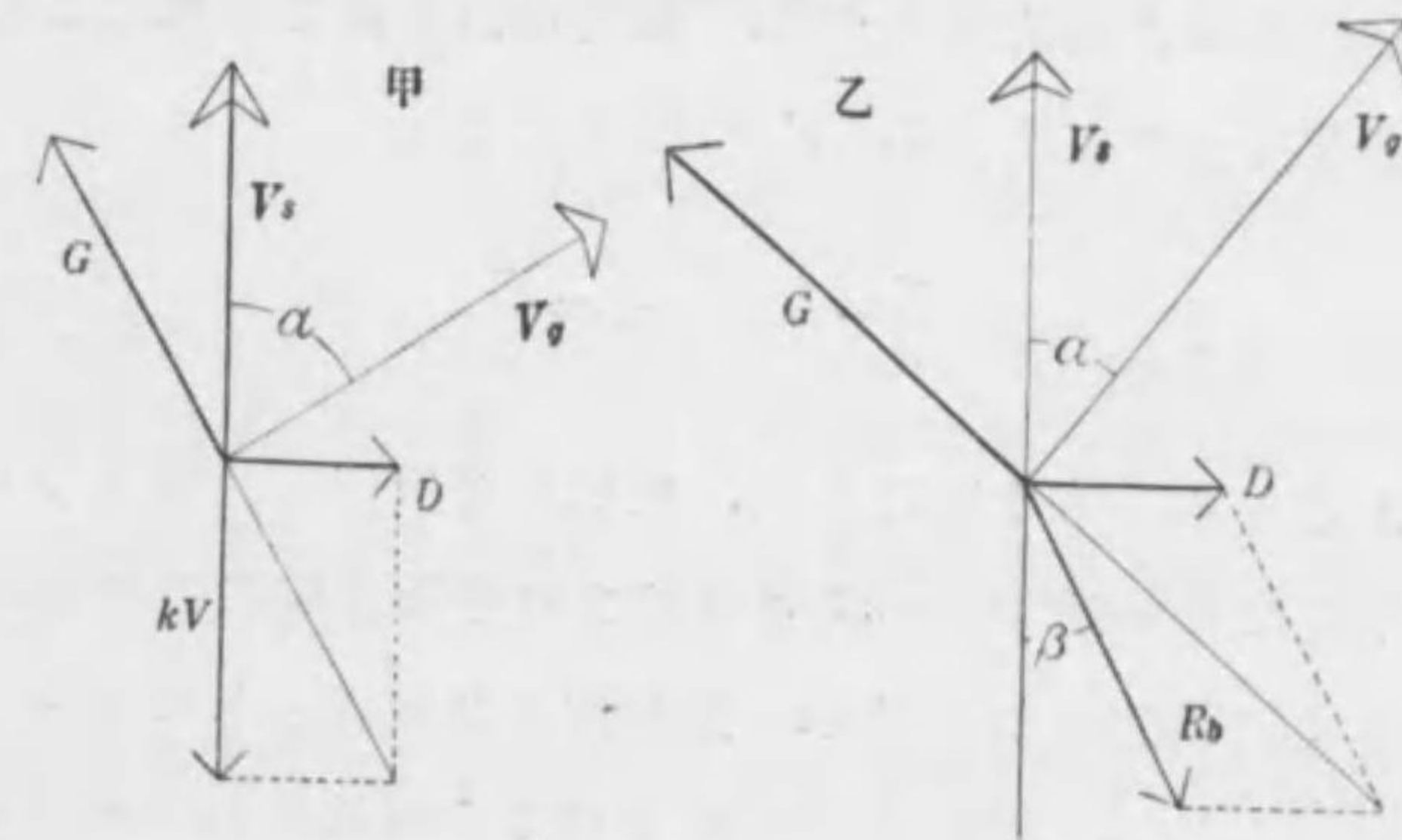
である. 無限の遠くで無限大の速度がないものと見て, $C_1 = 0$,

$$\mathbf{V} - \mathbf{V}_g = C e^{-(1+i)Bz + i\gamma}, \quad (17.52)$$

茲に C 及び γ は實常数で境界條件で之を決定する. 其境界條件の取り様によつて種々の形が與へられるが, ヘッセルベルグヤブラント等に従つて

$$z=0 \text{ に於て } \partial \mathbf{V} / \partial z \text{ と } \mathbf{V} \text{ とは同じ方向を取る} \quad (17.6)$$

と假定する. 之等を $(\partial \mathbf{V} / \partial z)_z$, \mathbf{V}_z を以て示し, 尚 \mathbf{V}_z と \mathbf{V}_g とは α 度だけの方向の差があるものと假定する(第1圖乙参照). 之等の



第 1 圖

V_s 地上風, V_g 地衡風, G 氣壓傾度に依る力, D 轉向力, kV 又は R 體抵抗力

條件から C 及び γ を定めれば(17.52)は

$$\mathbf{V} - \mathbf{V}_g = \sqrt{2} V_g \sin \alpha \cdot e^{-Bz + i(\alpha + \frac{5\pi}{4} - Bz)} \quad (17.61)$$

となり, これが解である. 表面抵抗を R_f , 體抵抗を R_b と書けば

$$R_f = -\mu \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z}, \quad R_b = -\frac{\partial R_f}{\partial z} = \mu \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial z^2} \quad (17.7)$$

であるから

$$\left. \begin{aligned} R_f &= 2\mu B V_g \sin \alpha \cdot e^{-Bz + i(\alpha + \pi - Bz)}, \\ R_b &= 2\sqrt{2}\mu B^2 V_g \sin \alpha \cdot e^{-Bz + i(\alpha + \frac{5\pi}{4} - Bz)}, \\ &= 2\sqrt{2}\rho \omega \sin \varphi V_g \sin \alpha \cdot e^{-Bz + i(\alpha + \frac{5\pi}{4} - Bz)} \end{aligned} \right\} \quad (17.71)$$

となり, R_b と \mathbf{V}_g とのなす角は $z=0$ に於ては

$$\left(\alpha + \frac{5\pi}{4} - Bz \right)_{z=0} = \alpha + \frac{5\pi}{4}$$

となる. \mathbf{V}_g から $\alpha + \pi$ だけ廻轉した方位は丁度地面の風 \mathbf{V}_s の逆の方向であるから, 抵抗の方向は風向の逆と更に $\frac{\pi}{4}$ 即ち 45° の

角をなすと云ふ結論になつた。風向の逆の向きと抵抗との間の角を普通 β で表はすから、上の結果は即ち

$$\beta = \frac{\pi}{4} - Bz, \quad \beta_s = \frac{\pi}{4} \quad (17.8)$$

と云ふ事である(第1圖乙参照)。此結果を實測と比較するに大體の平均では一致するが、箇々の地方の平均の値に於ては $24^\circ 5$ 位から 59° 位迄變つて居る。此相違は其原因として種々の作用が考へられる。此研究は後にまはし、上の結果から地表風 V_s と地衡風 V_g との關係を求めると

$$V_s = V_g (\cos \alpha - \sin \alpha) \quad (17.9)$$

となる。此式はテイラーも既に求め、ショー (Shaw) の本にも採録せられた有名な式ではあるが、パリでの觀測には良く合ふけれども、O'Gyalla 其他では著しく合はない。

18. 渦粘性係數に関する種々の論議 前節に於て得た地球表面近くの水平氣流の高さと共に變る狀況は (17.61) 式の示す所によれば地表風 V_s から風向は次第に右に廻り且風速も次第に増し漸近的に地衡風向及び風速 V_g に近よる。併し方向が地衡風と一致する高さに於て風速が一致せず、従つて計算から得た風をベクトルの的に現はすと其ベクトルの頭の軌跡は螺旋狀をなして地衡風に近づく⁽¹⁾。此關係は大體定性的には實測と一致するので第一近似としては正しく、大體地上風

⁽¹⁾ 尙 Whipple, Chapman 等の研究あり, Quaterly Journ. Roy. Met. Soc. (1920) 等

と地衡風とは、其地形や風向にも關するものではあるが、角度にして 20° 位の差があり、速度にしては前者が後者の半分位と見てよろしい。

更に精密を要する場合には考ふ可き事が種々ある。 V_g が相當の高さ迄は一定の値のものに見做した事も幾分か數値の上では誤りとなるが、地上 1000, 2000 米位迄では此方は割合に影響が少ない。

次に μ を常數と見た事はどうかと云ふに、 μ は元來出来る渦亂流の強さが増すと共に増す可きもので、渦亂流の強さは水平平均風速の増すと共に増すから、 μ は時間的にも空間的にも變り且其變り方が氣流次第で一定しないから本式に解く事は可成り困難がある⁽¹⁾。

そこで極めて大雑ばに只高さの或函数と見て解く事が流行する⁽²⁾。更に別途の考方は嘗て著者が 1921 年に注意した事で其後榑原、石丸兩氏によつて詳説せられたものであるが⁽³⁾、 μ の外に之と直角に働く抵抗が存在すると考へる事である。即ち (13.51) の代りに

$$F_x = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial z} + \nu \frac{\partial v_y}{\partial z} \right), \quad F_y = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v_y}{\partial z} - \nu \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \quad (18.1)$$

⁽¹⁾ 藤原, 日本天文學及び地球物理學輯報, 1 (1923), No. 5, 140.

⁽²⁾ D. Brunt, Quart. Journ. Roy. Met. Soc. (1920), 183. H. Solberg, 17de Skand. Naturforskaremötet (1923), 106. etc. 日本では高谷靜馬, 海と空, 9, 第3及び第5號等。尙卷木附記(2)を見よ。

⁽³⁾ 藤原, 日本天文及び地球物理學輯報, 1 (1923), 第5號, 169の脚註; 榑原, Geophysical Magazine, 1 (1923) No. 4 及び 2 (1929) No. 3; 石丸, ibid., 2 No. 3.

と置く事で、榊原氏は此式を(17.1)の粘性抵抗の項に入れ代へたものを解いて z の無限大に於て無限速度とならぬ條件の下に

$$V = B_2 e^{\frac{az}{2}} H_1^{(2)}(\kappa e^{\frac{az}{2}} e^{i\theta}) + V_0 \quad (18.2)$$

を得た。但し B_2 は常数の複素数、 $H_1^{(2)}$ は圓壩函数の中のハンケルの函数である。又此場合粘性係数を

$$K = \mu - i\nu = (\mu_0 - i\nu_0) e^{-az} = K_0 e^{-az} \quad (18.3)$$

と假定してある。 κ と θ とは常數で

$$\kappa \equiv \frac{2\sqrt{l\rho}}{\sqrt{\mu_0^2 + \nu_0^2} |a|}, \quad \theta \equiv \frac{1}{2} \left(\tan^{-1} \frac{\nu_0}{\mu_0} - \frac{\pi}{2} \right) \quad (18.31)$$

である。(18.2)式に於て $H_1^{(2)}$ を漸近展開にかけて

$$V = \frac{R}{\sqrt{2\pi\kappa}} e^{\left\{ \frac{a+b}{4} z + \kappa \sin \theta \frac{az}{2} \right\}} e^{-i \left\{ \kappa \cos \theta \frac{az}{2} - \frac{3\pi}{4} + \frac{\theta}{2} - \varepsilon \right\}} {}_2F_0 \left\{ \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2\kappa e^{\frac{az}{2}} e^{i(\theta+\frac{\pi}{2})}} \right\} \quad (18.4)$$

を得た。茲に R と ε は實の常數で、 ${}_2F_0$ は超幾何函数で級數に展開されるものである。近似的に其級數の第一項だけを取つて

$$V - V_0 = \frac{R}{\sqrt{2\pi\kappa}} e^{\left\{ \frac{a+b}{4} z + \kappa \sin \theta \frac{az}{2} \right\}} e^{-i \left\{ \kappa \cos \theta \frac{az}{2} - \frac{3\pi}{4} + \frac{\theta}{2} - \varepsilon \right\}} \quad (18.5)$$

を得る。高層氣象観測記録から三つの高さに於ける風向風速を與へて計算すれば、其時の V_0 は天氣圖に依つて與へられるから結局 $R, \kappa, \theta, \mu_0, \nu_0$ 及び a を決定する事が出来る。結果の一例を挙げれば、獨逸のリンデンベルグ高層氣象臺観測の1923年12月31日の材料に依れば、 $\mu_0 = 21.8$, $\nu_0 = 6.51$, $a = 0.00137$ となつた。但し單位は M. Kg. S. 單位である、此外數回の観測材料を用ひてそれぞれ μ_0 及び ν_0 と a とを出したが、それで見ると

μ と ν とは大概は同じ程度の量で時には ν の方が大きい事もあり決して省略出来る様な量ではない。榊原氏は更に空氣の密度を高さの函数と見て第二近似の計算を施して次の式を得た:

$$V - V_0 = \frac{R}{\sqrt{2\pi\kappa}} e^{\left\{ \frac{a+b}{4} z + \kappa \sin \theta \frac{az}{2} \right\}} e^{-i \left\{ \kappa \cos \theta \frac{az}{2} - \frac{2n+1}{4} \pi + \frac{\theta}{2} - \varepsilon \right\}}, \quad (18.6)$$

但し $\rho = \rho_0 e^{-bz}$ と置いたものである。其結果は大體は $b=0$ と置いた、即ち前掲の場合と同様であるが數値に於てほんの幾分の差が出来たに過ぎない。リンデンベルグに於ける130, 500及び1000米の高さに於ける風向風速の實測値を用ひて上の式中の常數値を決定し、夫等より μ_0, ν_0, a, b 等の値を決定したものを次表に示す。但し μ_0 及び ν_0 の單位は M. Kg. S. 單位(米, 延, 秒)である⁽¹⁾。尙参考迄に水及び空氣の分子粘性係数を併記すれば

水 $\mu_m = 1.142 \times 10^{-3}$, (温度 15°C)

空氣 $\mu_m = 1.8 \times 10^{-5}$, (")

年 月 日	μ_0	ν_0	a	$b = -\partial\rho/\partial z$
1924 8 9	2.18	1.78	-0.00145	0.000639
" 9 3	4.54	3.03	-0.000992	0.000138
" 2 21	1.53	1.06	-0.00122	0.00025
1923 12 31	21.6	5.96	+0.00151	0.000139
1924 2 23	10.9	8.02	+0.000837	0.000067
" 7 5	9.11	9.22	+0.00098	0.00026

此表で知られる事は先づ第一に渦粘性係數は分子粘性係數に比して十萬乃至百萬倍の大きさを有し、水の粘性係數と比べ

(1) c. g. s. 單位で μ の單位は g/cm/sec であるから、M. Kg. S. 單位から c. g. s. に直すには單に十倍すればよろしい。

ても尙千倍乃至一萬倍に達するのである。次に μ も ν も時と場所で常に異つた値を取り、又其高さとの関係も或は高くなる程増す場合も減る場合も有る事が解る。尙同氏が念の爲に以上の表を本として更に1500米の高さに於ける風向風速を計算で出したものと實測したものとを比較し、又 ν 即ち横の渦粘性はないものとして計算した値とも比較して見るに、此理論に依るものが一番よく實際に近い事を示して居る。尤も1500米の邊では風向風速が既に地衝風に近付き漸近的に變ずる區域である爲に差と云うても大きいものではあり得ない。兎も角今の處では上に述べた榊原氏の理論が此種の理論中では一番勝れたものである。

更に方面を變へて西村氏⁽¹⁾は垂直氣流の影響圓形等壓線の影響をも考へる可きを説き、石丸氏⁽²⁾は又前の(18.1)式に於て μ 及び ν の常數である場合からテイラーの地上風の式の更に一般化された

$$V_s = V_g(\cos \alpha - \tan \beta \sin \alpha) \quad (18.7)$$

と云ふ式を出した。此式で面白い事は

$$\frac{\mu}{\nu} = \tan 2\beta \quad (18.8)$$

と云ふ関係があり、従つて

$$\nu = 0,$$

即ち横渦粘性のない場合はテイラーの式 $V_s = V_g(\cos \alpha - \sin \alpha)$ となり又

⁽¹⁾ 氣象集誌(昭和4年8月)

⁽²⁾ ν (昭和3年12月)及び Geophysical Magazine, 2, No. 2, 98.

$$\mu = 0,$$

即ち縦の渦粘性のない場合には

$$V_s = V_g \cos \alpha, \quad (18.9)$$

即ちグールドベルグ-モーンの出した歴史的の式となる⁽¹⁾。此最後の式に就ては更に後に説明する。後榊原氏は μ, ν の高さと共に變る場合に於ても又(18.7), (18.8)式の成立する事を證した。

以上述べた所により横渦粘性なるものは少なくとも地面近くに於ては存在するもので其向きは、 ν の符號が常に實測から正に出て來るに依り $\partial V/\partial z$ の常に上面では右方直角に下面では左方直角に働く抵抗である。此様な歪力が如何にして起るかの説明は故中野博士⁽²⁾藤原及び渡邊の研究により極めて最近に稍明かになつたが、まだ十分に認められる迄には至らない。是に就ては卷末附記(3)を見られたし。

更に渦亂流の分布に關しては數年前から諸國で測風氣球の觀測、或はホルツマン(M. Holtzmann)及びケラー(L. Keller)の渦亂流測定器を用ひ又は其他種々の方法で實際の觀測を進めて居る。吾寺田博士も亦風の息の觀測から其高さ及び四季別の變化等を求められた⁽³⁾。獨逸のリンデンベルグ高層氣象臺のロビッチ(M. Robitzsch)⁽⁴⁾は或一定の水平氣流に於て發生す

⁽¹⁾ 次節参照。

⁽²⁾ 中野廣, '渦亂流に對する地球廻轉の影響', 昭和2年3月25日氣象學會月次會講演。

⁽³⁾ 航空研究所報告, 3 (1928), 第8冊。

⁽⁴⁾ Arbeiten, Aeronautischen Obs. Lindenberg, 13 (1919).

る渦亂流の強さは勿論大小交錯して居るが、其大小別にして回数数を数へると正に一定の風力に於て極大を有する公算法則、所謂マックスウェル(Maxwell)の分布に従ふ事を見出し、更にヘッセルベルグ及びベルクダール(E. Björkdal)⁽¹⁾は理論的に其然るべきを説明した。(巻末附記(4)を見よ)。風向の變化に就ても尙同様な分布則がエルテル(H. Ertel)⁽²⁾に依りて見出された。詳細は原文に譲り茲では只此後を尙此方面に澤山研究の餘地のある事を述べるに止める。

19. グルドベルグ・モーンの式 前節の終りに(18.9)式として地上風と地衝風に関する式を示したが、このグルドベルグ(Guldberg)及びモーン(Mohn)の研究⁽³⁾は歴史のものでは今は前述の諸研究の前に既に光は薄れては居るが、順序として一應説明する必要がある。其論文の主題とする所は低気圧内の氣流に関するものであるが、其研究の一部として定常状態に於ける風と氣壓との一般的關係を論じ、抵抗は風速に比例するものと假定し(14.2)式を用ひ且垂直氣流も省略して

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\omega \sin \varphi v_y - kv_x &= 0, \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + 2\omega \sin \varphi v_x - kv_y &= 0, \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19.1)$$

⁽¹⁾ Beitrage z. Physik d. fr. Atmosph. Hergesell Heft (1929) 121, 1929.

⁽²⁾ Gerlands Beitrage, 23 (1929), Heft 1. 15.

⁽³⁾ Etudes sur les mouvements de l'atmosphère (Christiania, 1876, 1880). Abbe, *Mechanics*, pp. 122-248.

と云ふ形の式を出し、此第三式は單にラプラスの氣壓の式であるから、問題外とし第一及び第二式の表はす關係を考へるに x 及び y の方向は水平面に於ける直角座標であればどちらに向いても宜敷いから、今 x の方向を現に風の吹いて居る方向に取り速度を V で表はせば $v_x = V, v_y = 0$, となり、又等壓線の方向(氣壓傾度と直角で右向き)と風の方向との爲す角を α とし氣壓全傾度により押される力を G で表はせば(第1圖甲参照)

$$\left. \begin{aligned} G \sin \alpha - kV &= 0, \\ G \cos \alpha - 2\omega \sin \varphi V &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19.2)$$

となり、従つて

$$G^2 = (k^2 + 4\omega^2 \sin^2 \varphi) V^2, \quad \text{又は} \quad V = \frac{G}{\sqrt{k^2 + 4\omega^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (19.3)$$

$$\cot \alpha = \frac{2\omega \sin \varphi}{k} \quad (19.4)$$

となる。茲に k は風速に比例して逆に働くと見られた摩擦力の係数であり、 ω は地球自轉の角速度、 φ は緯度である。

此(19.2)式により風速は氣壓傾度に比例し、又摩擦の大きい程小さく緯度も高い程小さくなる事を示し、(19.4)式に依つては風向と氣壓傾度の間の角——之を偏角と名づける—— $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ は風速には無關係で只緯度と共に増し摩擦と逆に減すると云ふ事を示す。

以上の關係は定性的には大體實際と一致するので過去40年間天氣圖上で等壓線と風向との關係を定める場合利用せられたものである。然るに瑞典のサンドストロム(Sandström)が1910年に風向と氣壓傾度との關係を吟味して始めて抵抗が風

向の逆の方に働かず或角度だけ其左側に働く事を発見した。第1圖甲はゲルドベルグ及びモーンの式を圖に表はしたもので V_0 は風速風向を, D は自轉の轉向力を, kV は摩擦抵抗を G は氣壓傾度に依る力を示し, D 及び kV の合力と G とが釣り合つて居る狀況を示して居るが, 此様な場合は實際には起らず, 同圖乙に示す様に R_0 なる摩擦抵抗が風向の逆の方向と β なる角だけ左りに偏して働いて居るのである。此乙圖の事實を説明する爲にヘッセルベルグ其他の理論があり前掲 (17.3) 式の示す機巧により (17.61) の解を得て, 従つて (17.8) により β は地表では 45° と云ふ事になつたのであるが, 此 45° が満足されない爲に更に榊原氏等の研究となつたものである。

20. 傾度風, 地衡風, 旋衡風 氣流は安定, 定常ではあるが直線的でなく曲線に沿うて流れる場合を考へる。此場合 (14.2) 式の左邊即ち加速度の項は零にならない。此様な場合には寧ろ圓筒座標の式に依るが便である。水平動のみがある場合には (14.2) 式は次の様になる, 但し $x=r\cos\psi$, $y=r\sin\psi$ である:

$$\left. \begin{aligned} r - r\dot{\psi}^2 - 2\omega \sin\varphi r\dot{\psi} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{\rho} F_r &= 0, \\ 2\dot{r}\dot{\psi} + r\ddot{\psi} + 2\omega \sin\varphi \dot{r} + \frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \psi} - \frac{1}{\rho} F_\psi &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (20.1)$$

ショーは 1913 年にエヂンバラの氣象學會に於て一つの原理⁽¹⁾を提出した。それは“上層大氣に於ては氣流は定常的で

(1) 原理 (Principle) と云ふものは法則と云ふ様に確定的なものではない。一つの原理として立てた規範によつて實際の現象がどの位迄説明出来るかを論ず道中に在るものである。これが事實上正確と云ふ事が明になれば之は法則 (Law) として決定する事となる。

Principia Atmospherica, Proc. R.S.E., 34 (1913), 78.

水平に動き其方向は等壓線に平行で其速度は等壓線の水平間隔に逆比例する”と云ふ事であつた。爾來ダインス (W. H. Dines) 等の上層觀測の結果から吟味せらるゝ所に依れば, 低氣壓の様な特殊現象のある場合には尙不明であるが平日には上の命題は大體は満足されてあると云ふ事であつた。然りとすると氣壓傾度と直角に風が吹き, 定常的である事から, (20.1) 式に於て r の方向を風と直角に取り原點を風の路の曲率中心に取り r は常に正, ψ の方向は反時計廻りを正と取れば, 上層大氣では摩擦の項は省略できる程小さいと考へて

$$\left. \begin{aligned} -r\dot{\psi}^2 - 2\omega \sin\varphi r\dot{\psi} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} &= 0, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \psi} = 0, \quad \dot{r} = \ddot{r} = \ddot{\psi} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (20.2)$$

値 $r\dot{\psi}$ は全風速であるから, これを V で表はすが其正の方向は矢張り反時計廻りとすれば

$$-\frac{V^2}{r} - 2\omega \sin\varphi V + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (20.3)$$

もし併し V' 及び G を以て V と $\frac{\partial p}{\partial r}$ の絶對値を表はすとすれば所謂低氣壓性の時は V' も G も正となるから (20.3) は其ままであるが高氣壓性の時には風向は時計廻りとなり, 氣壓は中心を距る程小となるから V も $\frac{\partial p}{\partial r}$ も負になる。従つて

$$\mp \frac{V'^2}{r} - 2\omega \sin\varphi V' + \frac{1}{\rho} G = 0 \quad (20.31)$$

となり, 二重符號の中, 負は低氣壓, 正は高氣壓の場合を示す。

r が極めて大即ち風が直線運動に近い場合には第一項は省略して

$$-2\omega \sin \varphi V + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (20.4)$$

となる。此場合が上述のシ = - の第一原理に相當するもので、彼は此關係を満足して居る場合の風を地衡風 (Geostrophic wind) と名づけた。之は氣壓傾度による力が地球自轉の轉向力と釣り合つて居る事を意味する。曲率が著しく小さいか、又は低緯度の地では第二項の影響が小となり

$$-\frac{V^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (20.5)$$

となる。此關係の下にある風を旋衡風 (Cyclostrophic wind) と名づけた。これは氣壓の傾度による力が旋回による遠心力と釣り合ふ事を示して居る。此兩者を併有する場合即ち(20.3)又は(20.31)式で示される場合を傾度風 (Gradient wind) と名づけた。

(20.2) 式を V に就て解いて

$$V = -r\omega \sin \varphi + \sqrt{\frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + (r\omega \sin \varphi)^2}, \quad (20.6)$$

及び、

$$V = -r\omega \sin \varphi - \sqrt{\frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + (r\omega \sin \varphi)^2} \quad (20.61)$$

を得る。之等の中低氣壓の場合には(20.6)式のもので従つて V は正即ち風向は北半球で反時計廻りとなり、傾度力が轉向力及び遠心力の和と釣り合つて居る。併し(20.61)の場合即ち風向が時計廻りのことも絶対に起り得ないのではないが之はつまり V の絶対値が非常に大きく、其爲に起る遠心力が傾度力と轉向力との和と釣り合ふ場合である。此種のもは米國に多く

起る猛旋風即ちトルネードの中右旋のものがそれであらうと云はれる。

高氣壓の場合にも(20.6)式の方が普通となる。即ち風向は時計廻りで、之を絶対値で書けば

$$V' = +r\omega \sin \varphi - \sqrt{(r\omega \sin \varphi)^2 - \frac{r}{\rho} G} \quad (20.7)$$

となる。(20.61)の場合には矢張り時計廻りの大風速となり、普通には起らない又實際に起つた例も知られて居ない。要するに轉向力、遠心力共に風速有つての上のもので、風速は傾度有つてのものであると考へれば、傾度零の時に風速零となるべき(20.6)が正常の式であり、(20.61)の場合には傾度零の時にも、何かの作用で惰性的に速度を有する場合と考へられる。即ち何等かの作用で始めから過大な速度が有り、其速度の惰性で廻轉が起り、傾度も起つた様な場合には(20.61)も起り得るが運動のエネルギーは速に消耗し勝ちであるから此種の現象は起つても長続きはしないから、矢張傾度が他の熱的の作用等に依りて支へられる場合の方が常住に起るのである。

(20.6)に依りて、與へられた傾度と曲率に對して傾度風を計算する事が出来る。其方法には表を使ふ場合、ノモグラフを使ふ場合、器械を使ふ場合等が有る。前二者はハンフレイス (Humphreys) の "Physics of Air" と云ふ本に詳記され表も圖も與へられて居るが表中には所々誤算が有る。器械は地衡風に適するものだけは完成して居るが⁽¹⁾、一般傾度風に對するものは出

⁽¹⁾ Geostrophic Divider, Meteorological Magazine, 57 (1922), 252.

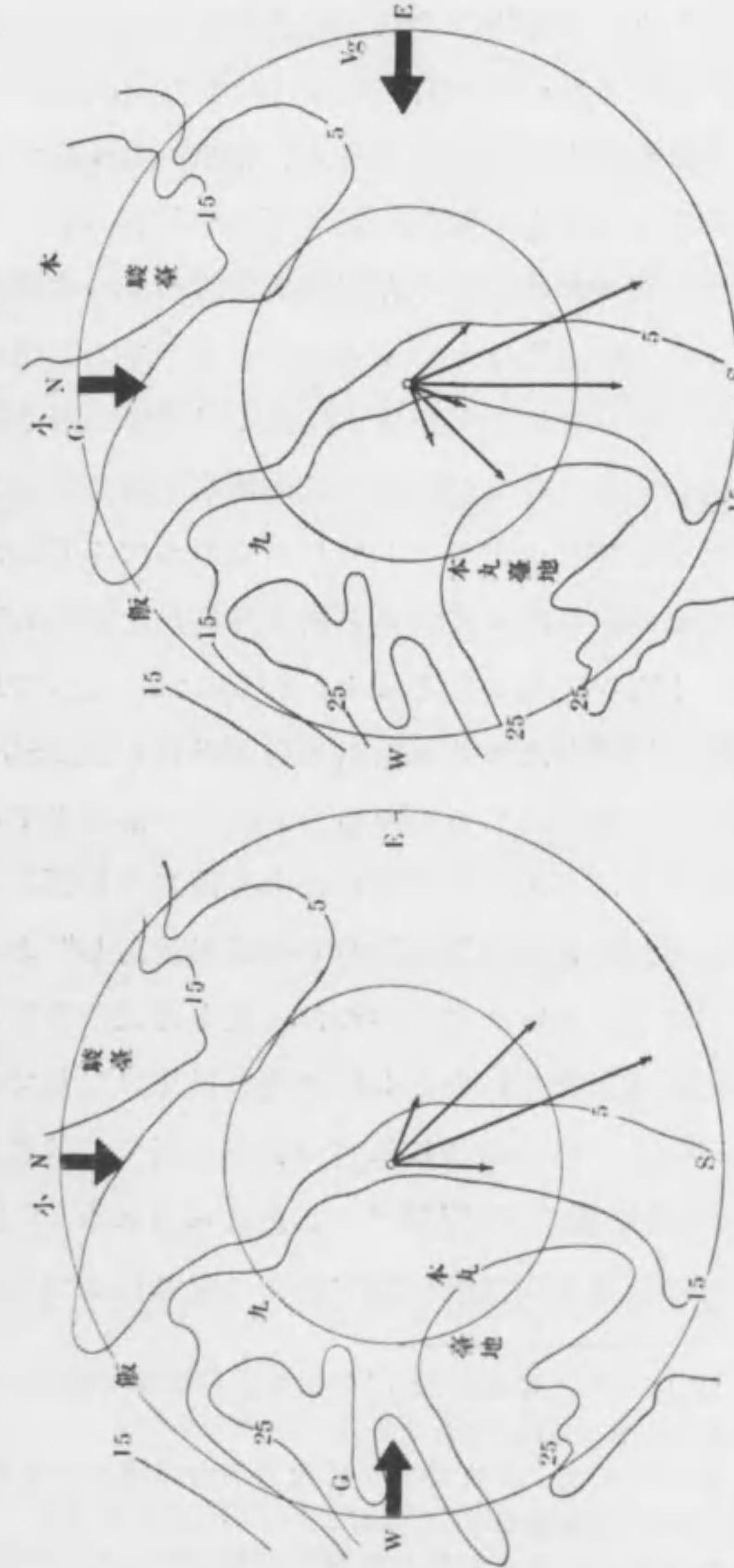
來て居ない。氣壓傾度を讀むには之に適した特別な物差しで等壓線間の間隔を計つて讀み取る方法と、大體直角に位置する三測候所の氣壓から計算で出す方法とある。後者は岡田博士の案出されたもので岡田の方法と稱へる⁽¹⁾。

21. 地上風の調査 前節に於て説明した傾度風なるものは地上1000米位の高さに於て行はれ其以下では渦粘性と地球自轉の轉向力との下に風向が神原氏の理論に於ける様に次第に左りへ廻轉し且次第に弱くなるのであるが、理論の示す所と甘く合ふ様な場合は海上とか又は廣漠たる平原の上などで、山谷、島岬等のある様な所では其等地形に左右せられて特別な風が吹く。それ等の中山谷風、海陸風なるものは温度の関係によるもので後に循環論に於て論ずるが、それ等以外に氣壓傾度によりて起る風でも地上では地形に左右せられる。此地形の關係に就ては昔しから澤山の調査があり、特にショーが“Manual of Meteorology”の第4卷に詳しく説明したものは有名である。ショーの主張は要するに各要地要地に其土地獨特の習性があるから、各傾度風向毎に地上風向風速の分布を實際の觀測から統計して置く必要があると云ふのである。氣壓傾度とは無關係に我國各都市の風向を寺田博士が調査せられたものがあるが⁽²⁾ それによると“海岸に於ては大體主風の方角は海岸線に直角になる”と云ふ事である。更に之を岡田博士が調査した

(1) 氣象集誌(明治42年4月)。

(2) Terada & Kobayashi, Report of the Aeronautical Research Institute, Tokyo Imp. Univ., 1, No. 3, 192. 尙地勢と風に就て卷末附記(5)參照。

中心よりの矢の長さには各其方向に於ける風の傾度に比例す。等高線は海面上の來を示す。九は九段、小は小石川、飯は飯田町を示す。中心は中央氣象臺の位置なり。(傾度の向きが90°度變じてても風向分布に於て大なる變化なきに注意すべし)。



第 2 圖 東京一月風向別傾度別風の傾度

所に依ると⁽¹⁾ 其地方の主河川の走向と主風の方向が一致すると云ふ結果になつたが、河川は多くは海岸線に直角に流れる傾向があるから寺田博士の結果も首肯せらるゝのである。東京市の風向と地形との關係に就て筆者の依頼に依り、篠崎氏等⁽²⁾の共力で調べた所によると第2圖東京の風の大勢は墨田川の流向に依つて支配せらるゝと云ひ得るが、中央氣象臺の位置は小石川の谷の口にあり此谷は幅約1軒兩岸の高さ漸く20米と云ふ浅いものであるが、其爲に風向は北々西及び南々東が卓越する傾向を帯び、傾度風としては東であつても乃至北であつても其間一般に北々西の風が吹き、傾度風が西から南迄に對しては多く南々東風になることが知られた。従つて以前冬期は“北西の風晴”と云ふ様な豫報用語が用ひられたが、これには地方全體としては正しいのであるが、東京の市内とすれば寧ろ北寄りの風と云う方が適當になり、海陸風の影響をも考へに入れれば“初南寄りの風後北寄りの風天氣良し”と云ふ様な事になる場合が多い事が分かつた。兎も角天氣豫報上には各地別々に此種調査を必要とし特に飛行場等に對しては極めて必要な事になる。我國の様に地形の複雑な國では特に然りである

22. 相似運動の原理⁽³⁾ これはヘルムホルツ(Helmholtz)が1888年に其大氣運動の研究の際に用ひたので爾來氣象學上

(1) ‘風向一日の變化に就て’, 氣象集誌(大正15年), 又は中央氣象臺歐文彙報第1巻第4號(1928), 105.

(2) 篠崎長之久山多美男武田悦次郎筑土邦寧阿部邦彦草場季喜, 調査報文, 中央氣象臺雜纂(未刊行).

(3) 此原理は或時は力學的相似の原理 Principle of mechanical simila-

に於ては極めて重要な役目を期待せられて居るものである。其要領は大規模な大氣の運動を模型に依つて研究するに當り、其水平距離垂直距離時間等の割合を如何様に取りれば、幾何學的に相似な運動が得られるかを知るに役立つ方法である。其方法の極めて根本的な部分のみを茲に述べる事にする。近來航空機の模型實驗等の必要上可成詳しく論ぜられて居るから詳細を知るには其方の論文を見るがよい。

先づオイラーの運動の方程式から出發する。其一つの形として(14.1)式を取る。即ち

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x - 2\omega_y v_z + 2\omega_z v_y + \frac{\mu}{3\rho} \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v_x, \quad (22.1)$$

此式では粘性係數 μ は常數と見る。これは一般式であるから模型に於ても實動に於ても共に當て嵌ると考へる。

實動に於けるものと區別する爲に模型に於けるものには總て \cdot を付ける。線分時間其他に於て兩者間の倍率を ξ, τ 等で表はし次の様な關係に在りとする:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \phi v_x', & x &= \xi x', & p &= \pi p', & g_x &= \gamma g_x', & \omega_x &= w \omega_x', & t &= \tau t', \\ v_y &= \phi v_y', & y &= \xi y', & \mu &= m \mu', & g_y &= \gamma g_y', & \omega_y &= w \omega_y', \\ v_z &= \phi v_z', & z &= \xi z', & \rho &= r \rho', & g_z &= \gamma g_z', & \omega_z &= w \omega_z'. \end{aligned} \right\} \quad (22.2)$$

(22.1) 及びそれと組になるべき他の二式の解として與へられる模型及び實際の運動の各倍率間の關係は(22.2)を(22.1)に

lity) 又時には幾何學的相似の原理 (P. of geometrical s.) とも呼ばれる。ヘルムホルツは前者を用ひた。Berliner Sitz. Ber. (1888), 647-663; Abbe, *Mechanics of the Earth Atmosphere*, 2, p. 78.

代入して得た式:

$$\frac{\phi}{\tau} \frac{dv_z'}{dt'} = -\frac{\pi}{\tau \rho' \xi} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \gamma g_z' - 2w\phi \omega_y' v_z' + 2w\phi \omega_x' v_y' \\ + \frac{m \mu' \phi}{3r \rho' \xi^2} \frac{\partial \Delta'}{\partial x'} + \frac{m \mu' \phi}{r \xi^2 \rho'} \nabla^2 v_z'$$

と直接模型に対する式

$$\frac{dv_z'}{dt'} = -\frac{1}{\rho'} \frac{\partial p'}{\partial x'} + g_z' - 2\omega_y' v_z' + 2\omega_x' v_y' + \frac{\mu'}{3\rho'} \frac{\partial \Delta'}{\partial x'} + \frac{\mu'}{\rho'} \nabla^2 v_z'$$

とが同時に成り立つ爲に,

$$\frac{\phi}{\tau} = \frac{\pi}{r \xi} = \gamma = w\phi = \frac{m\phi}{r \xi^2} \quad (22.3)$$

なる関係がなくては行けない。又連続方程式も成り立つを要するから (15.1) の式に (22.2) の関係を入れ上と同様にして

$$\frac{\tau}{\tau} = \frac{\phi r}{\xi} \quad \text{即ち} \quad \phi = \frac{\xi}{\tau} \quad (22.31)$$

を得る。之を (22.3) の各関係に入れて

$$\gamma = \frac{\xi}{\tau^2}, \quad (22.32)$$

$$w = \frac{1}{\tau}, \quad (22.33)$$

$$\frac{\pi}{r} = \xi^2 / \tau^2, \quad (22.34)$$

$$\frac{m}{r} = \frac{\xi^2}{\tau} \quad (22.35)$$

を得る、かくて自由に選擇し得る倍率が三つあり、他はそれ等三つが與へられればそれに依つて定まる事になる。假に密度の倍率 r が千分の一、粘性の倍率 m が千倍とし、外力は同じで $\gamma=1$

とすれば (22.35) と (22.32) とから $m/r=10^6=\xi^2/\tau$, $\xi/\tau^2=1$, を得、依つて $\tau=100$, $\xi=10000$, $\phi=100$, $\pi=10$ となる、即ち 10 軒の現象を 1 米に移せば 1 時間が 36 秒になり、速度は百分の一、壓力は十分の一となる。此 r と m との數値は略大氣と水との關係に相當する。尙此點に關しては卷末附記(6)を見られたし。

以上は運動の方程式と連続の式とから出したものであるが、もし熱の關係があり温度が變る様な場合には自然體積變化と熱移動を示す二つの式、即ち

$$\rho = \rho_0 \frac{p T_0}{p_0 T}, \quad p T^n = C$$

の様な式が兩方にあり、之等が同形と見做し得る場合には温度の倍率と常數項 C の倍率の如きものが一つ選ばれ、一つはそれ等から自然に定まる事となる、又境界條件のあるのが普通で其式が (15.31) の形で與へられれば、即ち

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_y \frac{\partial f}{\partial y} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} = 0$$

であれば f 面の形が ξ の倍率に支配された相似の形たるを要する外は別に新たな制限には導かない。又壓力に就ての境界條件として

$$p_1 = p_2$$

の如きが一つの不連続面上に於て満足される場合にも其面の兩側で倍率 π が同じであるべき故此爲に別に新たな制限は起らない。尤もヘルムホルツが最初試みた時にはいきなり境界條件から出發して倍率を定めた様な例もあるから、總て應用は其時によつて自由である

更に又 (14.2) 式に於て

$$p=p_0+p_1, \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial z} - g = 0, \quad \frac{\partial p_0}{\partial x} = \frac{\partial p_0}{\partial y} = 0 \quad (22.4)$$

の様な場合があるとすれば (14.2) 式は變じて

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_1}{\partial x} + 2\omega \sin \varphi v_y - 2\omega \cos \varphi v_x + \frac{1}{\rho} F_x \quad (22.41)$$

等となり之等の式に於て以前の如く倍率を吟味すれば (22.31) 以下 (22.35)迄の式の内 (22.32) の制限が不用となるから、更に新に何かの倍率を選択し得る。即ち以前の様に大氣と水との場合として $r=1/1000$, $m=1000$ とし $\tau=10000$ と選べば $\xi=10^5$ となる。即ち 100 軒を 1 米に移し、1 日を 0.8 秒に縮めた模型が得られる。

今假に同質の材料を用ひて模型を作ると考へれば、 $r=1$, $m=1$ であるから、従つて

$$\xi^2 = \tau$$

となり、總て同大同速のものに於てか、さもなければ模型に於て、極めて瞬間的の現象となる。假に $\xi=1000$ としても $\tau=1000000$ となるから 1 軒の現象を 1 米に縮めただけで既に 1 日が 0.008 秒となり到底模型としての役をしない。故に大氣の現象を空氣の模型で研究するのは極めて愚な事で前述の如く却つて水を用ひた方が遙に相似が善くなるのである。

此原理が氣象學上何故にしかく大切かと云ふにオイラーの運動の方程式は直線式でない、即ち $v_x \frac{\partial v_x}{\partial x}$, $v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}$ の様な項を含み之等が相當な有限値を有し省略出来ないのが普通であるから今迄知られた微分方程式の解法ではどうしても完全に解けな

い。既に理論的に進めないとしたならば實驗的に進むべきかと云ふに到底大氣現象を其儘では大き過ぎて實驗出来ない、従つて模型に依つて實驗する外はない。故に將來としては専ら模型實驗に依る可きであるが只空しく出鱈目の大きさのものを使つたのでは果して模型の結果が實際を表はすや否や解らない。これを解らせる爲に以上の原理が役立つのであるから、殊に上述の如く大氣の渦粘性が水の粘性の千倍又は一萬倍の程度に昇る事が近來明になつた爲にヘルムホルツの嘗て豫期しなかつた應用が明に開けたのである。然るに我國でも西洋でも餘り此方の研究をして居ないから、この際大に努力すべきであると思ふ。尙水平方向の線分倍率と垂直方向のものとを別々にする様な場合もあり、又電氣の場を模型とするテイラーの方法も重要であるが餘り長くなるから此邊で止める。

23. 等壓面の式⁽¹⁾ 大氣中で氣壓の等しい點を連ねた面を等壓面 (Isobaric surface) と呼ぶ。氣壓 p が空間と時間との函數として與へられる場合:

$$p(x, y, z, t) = C \quad (23.1)$$

は t の或る與へられた瞬間に於て C と共に變る面を表はす。 $C=900$ mb ならば即ち此面は 900 mb の等壓面である。偕 (23.1) 式を微分すると

$$dp = \frac{\partial p}{\partial t} dt + \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = 0 \quad (23.2)$$

⁽¹⁾ 本節以下不連續面迄の講義は大體 V. ビヤルクネスの方針を踏襲したものであるが、半分以上は新規の議論を加へて居る。

を得る。此式は時刻と共に變る等壓面の微分方程式である。
此 $\partial p/\partial x$ 等に (14.2) 式の値を代入すれば

$$\left(-\frac{dv_x}{dt} + lv_y - nv_z + \frac{F_x}{\rho}\right)dx + \left(-\frac{dv_y}{dt} - lv_x + \frac{F_y}{\rho}\right)dy + \left(-\frac{dv_z}{dt} - g + nv_x + \frac{F_z}{\rho}\right)dz = -\frac{\partial p}{\partial t}dt, \quad (23.21)$$

但し、 $l \equiv 2\omega \sin \varphi$, $n \equiv 2\omega \cos \varphi$ である。又瞬間の等壓面の式は (23.21) に於て $dt=0$ と置けばよい。

此式は一般なものであるが一番簡単な場合は、加速度なく、粘性も轉向力も省略出来る場合である。此場合には單に

$$-gdz=0, \quad \text{即ち} \quad z=\text{const.} \quad (23.22)$$

となる。即ち一つの水平面をなし、等密度面も之と平行である。ビヤルクネスは此場合をバロトロピック (Barotropic, 正重) の場合と名づけた。尙是に就ては卷末附記(7)を見られたい。

次に粘性と加速度は省略出来るが風速が相當に大で轉向力は省略出来ない場合には

$$(lv_y - nv_z)dx - lv_x dy + (-g + nv_x)dz = 0, \quad (23.23)$$

此式の各項の中 $-g$ の項が頭抜けて大きいから、面は水平に近く、其傾斜は

$$\left. \begin{aligned} \text{東へ: } \frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{lv_y - nv_z}{g - nv_x} \approx \frac{lv_x}{g}, \\ \text{北へ: } \frac{\partial z}{\partial y} &= \frac{-lv_x}{g - nv_x} \approx -\frac{lv_x}{g}, \end{aligned} \right\} \quad (23.24)$$

$$\tan \theta = \text{全傾斜} = \frac{dz}{ds} = \frac{\sqrt{(lv_y - nv_z)^2 + (lv_x)^2}}{g - nv_x} \approx \frac{\sqrt{(lv_y)^2 + (lv_x)^2}}{g} = \frac{lV}{g}, \quad (23.25)$$

$$\text{傾斜方向の東よりの角 } \alpha: \tan \alpha = \frac{-lv_x}{lv_y - nv_z} \approx \frac{-v_x}{v_y} \quad (23.26)$$

近似記號の分は v_x が v_x, v_y に對して、 nv_x, nv_y が共に g に對して小で省略し得る場合である。即ち傾斜は轉向力の方向(風向と直角)に於て起り、其傾きは重力の加速度に對する轉向力の比に等しい。又更に複雑な場合として等壓面と等密度面との平行でない即ちバロクリック (Baroclinic, 斜重) の場合に就ては卷末附記(7)を見られたい。曲線運動をして居る場合には加速度が省略出来なくなり、遠心力の項が生きて来る。其他加速度粘性共に存する場合の傾斜は總て (23.21) 式から同様にして導かれる。尙粘性の影響は等壓面の傾斜を増す方に働く事が解る。

等壓線 (Isobars) と稱へらるゝものは此等壓面と或る水平面との切合ひである。多くの場合海面陸の所ではゼオイド (Geoid) の面との交りを使用する。所で此等壓線は (23.22) 式で示す等壓面に於ては一本も存在しない。等壓線の存在すると云ふ事は等壓面に傾斜のある事で粘性、加速度、及び轉向力の何れか又は全部が有力に働いて居ることを示す。もし轉向力のみが有力な場合は、等壓線の走向は全く只其層に於ける風の分布のみできまる。

24. 等壓面間の距離 運動のない場合には此距離は

$$1 = \delta p = -\rho g \delta z \quad (24.1)$$

を満足する δz の値即ち

$$\delta z = -\frac{1}{\rho g} \quad (24.2)$$

である。但し茲に1とあるのは單位壓力で、増す方が正になる。

同様にして運動のある場合には等壓面の間の距離 l は

$$1 = \delta p = \left(-\rho \frac{dv_x}{dt} + \rho lv_y - \rho nv_z + F_x \right) \delta x + \left(-\rho \frac{dv_y}{dt} - \rho lv_x + F_y \right) \delta y + \left(-\rho \frac{dv_z}{dt} - \rho g + \rho nv_x + F_z \right) \delta z, \quad (24.2)$$

及び

$$\frac{\delta x}{\left(-\rho \frac{dv_x}{dt} + \rho lv_y - \rho nv_z + F_x \right)} = \frac{\delta y}{\left(-\rho \frac{dv_y}{dt} - \rho lv_x + F_y \right)} = \frac{\delta z}{\left(-\rho \frac{dv_z}{dt} - \rho g + \rho nv_x + F_z \right)} \quad (24.3)$$

を満足する所の

$$l = \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2 + (\delta z)^2} \quad (24.4)$$

の値である。依つて

$$l = \frac{1}{\sqrt{\left(-\rho \frac{dv_x}{dt} + \rho lv_y - \rho nv_z + F_x \right)^2 + \left(-\rho \frac{dv_y}{dt} - \rho lv_x + F_y \right)^2 + \left(-\rho \frac{dv_z}{dt} - \rho g + \rho nv_x + F_z \right)^2}} \quad (24.5)$$

單位長さに対する等壓面の枚数 n は $1/l$ であるから

$$n = \sqrt{\left(-\rho \frac{dv_x}{dt} + \rho lv_y - \rho nv_z + F_x \right)^2 + \left(-\rho \frac{dv_y}{dt} - \rho lv_x + F_y \right)^2 + \left(-\rho \frac{dv_z}{dt} - \rho g + \rho nv_x + F_z \right)^2} \quad (24.6)$$

従つて等壓線間の距離 L は l を傾角 θ の正弦で割つたものである。即ち

$$L = l \operatorname{cosec} \theta, \quad (24.7)$$

但し、

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\left(-\rho \frac{dv_x}{dt} + \rho lv_y - \rho nv_z + F_x \right)^2 + \left(-\rho \frac{dv_y}{dt} - \rho lv_x + F_y \right)^2}}{\left(-\rho \frac{dv_z}{dt} - \rho g + \rho nv_x + F_z \right)}, \quad (24.71)$$

依つて

$$L = \frac{1}{\sqrt{\left(-\rho \frac{dv_x}{dt} + \rho lv_y - \rho nv_z + F_x \right)^2 + \left(-\rho \frac{dv_y}{dt} - \rho lv_x + F_y \right)^2}} \quad (24.72)$$

従て單位距離に対する等壓線の密度 N は

$$N = \frac{1}{L} = \sqrt{\left(-\rho \frac{dv_x}{dt} + \rho lv_y - \rho nv_z + F_x \right)^2 + \left(-\rho \frac{dv_y}{dt} - \rho lv_x + F_y \right)^2} \quad (24.8)$$

これは初めから水平面に於ける氣壓の傾度であるから

$$N = \frac{\partial p}{\partial s} = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2} \quad (24.81)$$

として直に求まるものである。兎も角上式によつて吾々の知り得る事は氣壓の傾度換言すれば等壓線の密度は加速度によつて減じ、減速度によつて増し、風が強くなるに従ひ轉向力が増す事によつて増し又粘性による力が大きくなるに依つて増す事を示して居る。

v_z の項は小さいとすれば x, y に就ては全く對稱的になるから風が圓運動をなして居る場合に或る點で風の方向に y 軸が向いて居るとし

$$v_z = 0, \quad \frac{dv_x}{dt} = -\frac{v_y^2}{R}, \quad \frac{dv_y}{dt} = 0 \quad (24.9)$$

となる場合に於ては

$$N = \sqrt{\left(\rho \frac{v_x^2}{R} + \rho l v_y + F_z\right)^2 + (F_y)^2} \quad (24.91)$$

粘性を省略し得る場合には更に

$$\frac{\partial p}{\partial y} = N = \rho \frac{v_y^2}{R} + \rho l v_y \quad (24.92)$$

これは前に(20.3)式で出した傾度風の式である。

25. 不連続面 大気の中に其起原を異にする二種の氣流又は氣塊が相接して存在する場合に其境界面を**不連続面**(Surface of discontinuity)と名づける。故に不連続面の兩側では温度や風向、風速、湿度などを異にする。換言すれば之等氣象要素が此面を境として急に變り、一方から他方へ連続的に變化しないのである、依つて之を不連続面と名づけるのであるが急に變るから**急變面**と呼ぶ事も出来よう。此不連続面を考へる事が近世氣象學の著しい進歩の一つである。此急變面上に於てもどうしても變り得ないものが二つある。其一つは此面に直角な風の分速度である。此分速度がもし兩側で異つて居れば時間の経過と共に此面と面との間には是非とも真空が出来るか又は無限密度を持つ事になる。之は兩方共に不可能な事であるから、面の動不動に關せず風の垂直分速度だけは不連続面に於ても連続である。其條件を式に表はして見れば

$$f(x, y, z, t) = 0 \quad (25.1)$$

を以て不連続面を表はすとし、此面によつて區別せらるゝ二つの空間の一方に1, 他方に2の符號をつけて總て各種の要素を

區別するとすれば、上に述べた垂直分速度の連続を示す式は

$$(v_{x1} - v_{x2}) \frac{\partial f}{\partial x} + (v_{y1} - v_{y2}) \frac{\partial f}{\partial y} + (v_{z1} - v_{z2}) \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (25.2)$$

となる。

此面に平行な風の分速度は不連続であり得る。此不連続を δv で表はせば

$$\delta v = \alpha(v_{x1} - v_{x2}) + \beta(v_{y1} - v_{y2}) + \gamma(v_{z1} - v_{z2}) \quad (25.3)$$

となる。但し $\alpha \frac{\partial f}{\partial x} + \beta \frac{\partial f}{\partial y} + \gamma \frac{\partial f}{\partial z} = 0$ である。

此 δv なる風速の變化が幾何學的面の兩側の間即ち無限小の距離に於て起つても、それが理想流體なれば差支へはない。即ち粘性が零であるから、完全に滑る事が出来る。然るに前にも述べた様に理想流體などと云ふものは實際にあり得るものではないから、 δv が極小さくても有限であれば茲に無限大の應力が働く事になつて、不都合である。但し實は不連続面と雖も其厚みは上に數學で表はした様な絶対の零ではなく或る厚みを有し其厚みの中で可成り大きな急な變化が連続的に起つて居るものを大きい目では面に於ける不連続と見なすのである。従つて δv は此面に沿うて無限に薄い、併し有限の強さを持つ渦動の層があるものとして辻褄を合はせるのである。温度等の不連続に就ても略同様な考へ方をする。

不連続面で連続を保つ第二の要素は氣壓である。氣壓がもし急に此面の兩側で有限の差を生ずれば矢張り無限大の加速度を生ずる事になり不都合である。即ち氣壓は此面に於て連続である。此條件を式で表はせば

$$p_1 = p_2, \quad (25.4)$$

面に沿うて微分を取れば

$$dp_1 = dp_2 \quad (25.41)$$

も満足されねばならない。依つて之を或る瞬間に於ての偏微分で表はして

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial x} - \frac{\partial p_2}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial p_1}{\partial y} - \frac{\partial p_2}{\partial y}\right)dy + \left(\frac{\partial p_1}{\partial z} - \frac{\partial p_2}{\partial z}\right)dz = 0 \quad (25.42)$$

は或る瞬間に於ての不連続面の微分方程式である。更に(14.2)式の値を代入すれば

$$\begin{aligned} & \left\{ -\delta\left(\rho \frac{dv_x}{dt}\right) + l\delta(v_y\rho) - n\delta(\rho v_x) + \delta F_x \right\} dx \\ & + \left\{ -\delta\left(\rho \frac{dv_y}{dt}\right) - l\delta(\rho v_x) + \delta F_y \right\} dy \\ & + \left\{ -\delta\left(\rho \frac{dv_z}{dt}\right) - g\delta(\rho) + n\delta(\rho v_x) + \delta F_z \right\} dz = 0 \quad (25.43) \end{aligned}$$

となる。茲に δ なる記號は面の兩側に於ける値の差を表はす、

$$\text{即ち,} \quad -\delta\left(\rho \frac{dv_x}{dt}\right) = -\left(\rho_1 \frac{dv_{x1}}{dt} - \rho_2 \frac{dv_{x2}}{dt}\right)$$

の意味である。(25.43)を等壓面の式(23.21)と比較すれば全く同形で只 δ なる手段の加味された點のみが違つて居る。

垂直氣流が小さく重力と轉向力とのみが重要な場合には上の式は簡単に

$$l\delta(\rho v_y)dx - l\delta(\rho v_x)dy - g\delta(\rho)dz = 0 \quad (25.44)$$

となる。面の傾斜は

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{l(\rho_1 v_{y1} - \rho_2 v_{y2})}{g(\rho_1 - \rho_2)}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{l(\rho_1 v_{x1} - \rho_2 v_{x2})}{g(\rho_1 - \rho_2)} \quad (25.5)$$

となる。今便宜の爲に x の方向を不連続面の傾斜の方向に取れば

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{dz}{dx} = \frac{l(\rho_1 v_{y1} - \rho_2 v_{y2})}{g(\rho_1 - \rho_2)}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 0 = (\rho_1 v_{x1} - \rho_2 v_{x2}), \quad (25.51)$$

故に不連続面の傾斜の方向に於ては、之に直角な單位面積を通つて單位時間に通過する空氣の量は面の兩側に於て相等しい。又不連続面の傾斜角の正切は面の兩側に於ける浮力の差に對する轉向力の差の割合と等しい。之は不連続面に就て割合に實際に多く起る場合で、従つて上(25.51)の式は色々の教科書に示されて居るが、勿論これは上に述べた様に定常的な又垂直氣流の小さい場合に限る事を忘れてはいけない。依つて一般に不連続面の傾斜は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= \frac{-\delta\left(\rho \frac{dv_x}{dt}\right) + l\delta(\rho v_y) - n\delta(\rho v_x) + \delta F_x}{-\delta\left(\rho \frac{dv_z}{dt}\right) + n\delta(\rho v_x) - g\delta\rho + \delta F_z}, \\ \frac{\partial z}{\partial y} &= \frac{-\delta\left(\rho \frac{dv_y}{dt}\right) - l\delta(\rho v_x) + \delta F_y}{-\delta\left(\rho \frac{dv_z}{dt}\right) + n\delta(\rho v_x) - g\delta\rho + \delta F_z} \end{aligned} \right\} \quad (25.6)$$

である。

26. 不連続面の移動 不連続面の其面に垂直な移動速度 V を考へ、其分速度 V_x, V_y, V_z とすれば其場合にも(25.4)式は行はれるから、時間による全微分を取りて

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{dp_2}{dt}, \quad (26.1)$$

又は

$$\left(\frac{\partial p_1}{\partial t} - \frac{\partial p_2}{\partial t}\right) + V_x \left(\frac{\partial p_1}{\partial x} - \frac{\partial p_2}{\partial x}\right) + V_y \left(\frac{\partial p_1}{\partial y} - \frac{\partial p_2}{\partial y}\right) + V_z \left(\frac{\partial p_1}{\partial z} - \frac{\partial p_2}{\partial z}\right) = 0, \quad (26.2)$$

前と同じく δ なる記號を用ひて,

$$\delta \frac{\partial p}{\partial t} + V_x \delta \frac{\partial p}{\partial x} + V_y \delta \frac{\partial p}{\partial y} + V_z \delta \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (26.3)$$

風の連続條件は (25.2) の代りに

$$\begin{aligned} & (v_{x1} - v_{x2}) \frac{\partial f}{\partial x} + (v_{y1} - v_{y2}) \frac{\partial f}{\partial y} + (v_{z1} - v_{z2}) \frac{\partial f}{\partial z} \\ & = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2} V = V_x \frac{\partial f}{\partial x} + V_y \frac{\partial f}{\partial y} + V_z \frac{\partial f}{\partial z}, \quad (26.4) \end{aligned}$$

依つて

$$(v_{x1} - v_{x2} - V_x) \frac{\partial f}{\partial x} + (v_{y1} - v_{y2} - V_y) \frac{\partial f}{\partial y} + (v_{z1} - v_{z2} - V_z) \frac{\partial f}{\partial z} = 0. \quad (26.5)$$

然るに (25.42) で分る通り $\frac{\partial f}{\partial x}$ 等は $\delta \frac{\partial p}{\partial x}$ 等と比例するから

$$V = \frac{1}{D} \left(\delta v_x \delta \frac{\partial p}{\partial x} + \delta v_y \delta \frac{\partial p}{\partial y} + \delta v_z \delta \frac{\partial p}{\partial z} \right),$$

$$\text{但し,} \quad D = \sqrt{\left(\delta \frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\delta \frac{\partial p}{\partial y}\right)^2 + \left(\delta \frac{\partial p}{\partial z}\right)^2}, \quad (26.6)$$

$$\begin{aligned} \text{又,} \quad & (v_{x1} - v_{x2} - V_x) \delta \frac{\partial p}{\partial x} + (v_{y1} - v_{y2} - V_y) \delta \frac{\partial p}{\partial y} \\ & + (v_{z1} - v_{z2} - V_z) \delta \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (26.7) \end{aligned}$$

之に (26.2) を組み合せて

$$\delta \frac{\partial p}{\partial t} + \delta v_x \delta \frac{\partial p}{\partial x} + \delta v_y \delta \frac{\partial p}{\partial y} + \delta v_z \delta \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (26.8)$$

此 $\delta \frac{\partial p}{\partial x}$ 等に (25.43) 式に於けると同様に

$$\left\{ -\delta \left(\rho \frac{dv_x}{dt} \right) + l \delta (\rho v_y) - n \delta (\rho v_z) + \delta (F_x) \right\}$$

等を代入すれば速度密度等の差より不連続面の進行速度及び時間と共に氣壓の變化する割合の差とを計算する事が出来る。西村氏は嘗て此種の計算を實地の不連続面の移動に應用した事がある⁽¹⁾。

重力と轉向力とのみが重要な場合には不連続面の移動は

$$V = \frac{1}{g(\delta\rho)} \{ l[\delta v_x \delta(\rho v_y) + \delta v_y \delta(\rho v_x)] - g \delta v_x \delta \rho \} \quad (26.9)$$

となる。

不連続線と云ふのは不連続面と地面との交る線であつて、不連続面の式に $z=0$ と置いて普通得られるものである。更に又不連続面の進行速度の水平分 V_h は

$$V_h = \frac{1}{D} \left(\delta v_x \delta \frac{\partial p}{\partial x} + \delta v_y \delta \frac{\partial p}{\partial y} \right) \quad (26.91)$$

であり、依りて不連続線の進行速度 U は

$$\begin{aligned} U &= \frac{V^2}{V_h} \\ &= \frac{1}{D} \frac{\left(\delta v_x \delta \frac{\partial p}{\partial x} + \delta v_y \delta \frac{\partial p}{\partial y} + \delta v_z \delta \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2}{\left(\delta v_x \delta \frac{\partial p}{\partial x} + \delta v_y \delta \frac{\partial p}{\partial y} \right)} \quad (26.92) \end{aligned}$$

である⁽²⁾。

⁽¹⁾ 西村傳三, '關東地方に起りたる不連続面に就て', 氣象集誌, [2], 4 (1926), 33.

⁽²⁾ 不連続線の進行速度に關する Exner や Mische の計算法 [M. ZS., (1930), 22] 等は總て目の子勘定である。

第五章

大氣熱學

27. 空氣、水蒸氣其他の熱性質 茲には大氣及びその境界等に於て起る熱現象を研究する準備として、關係諸物質に關する熱諸性質即ち膨脹係數、比熱等に就て述べる¹⁾。

空氣の定壓の比熱、定容の比熱及びそれ等の比 γ は

$$c_p = 0.241, \quad c_v = 0.200, \quad \gamma = 1.40 \quad (27.1)$$

である。尤も c_p の三桁目は1であるか2であるか測定者により、又カロリーの定義によりても變る。零度カロリー、15°C カロリー、20°C カロリーの間に1.008:0.999程の相異があるから四桁目を論ずる場合は必ずカロリーとして何を用ひて居るかを記す必要がある。併し大氣の問題としては大概是上に與へたもので差支へは起らない。尙詳しく云へば c_p, c_v は溫度及び氣壓の異なるに依つても變るが、その變化は氣象學の範圍では小さい。 γ の小數以下二桁目も0であるか1であるか、よく解らない $\gamma = 1.408$ などと與へたものもある。

水蒸氣の比熱も同様の意味で

$$c_p = 0.46, \quad c_v = 0.36, \quad c_p/c_v = 1.30. \quad (27.2)$$

¹⁾ 尤も詳しい事は '氣象常用表', '理科年表' 等または岡田, '氣象學', 或は A. Wegener, *Thermodynamik der Atmosphäre* 等に出て居るからそれ等に譲る。

水の比熱は大概1.00と見てよいが其次の位は定義や溫度其他で變る事勿論である。海水の比熱は0.94位とされる。之も鹽分の多少等で一定しない。

氷の比熱は約0.50, 岩石の比熱は火成岩が0.19—0.25, 水成岩は1割方小さい。土壤は其水分含有量によつて上の岩石の値より次第に大きくなる。

熱傳導度は單位距離を距てた單位面積の二面間に單位溫度差があつた時に單位時間に流れる熱量で與へ之を k で示す。更に k を單位體積の熱容量で割つたものを溫度傳導度 (Thermometric conductivity) 又は熱擴散度 (Thermal diffusivity) (之に對して k を Calorimetric conductivity と云ふ、普通は Thermal conductivity と呼ぶ) と名づけ K で表はす。即ち

$$K = k/c_p. \quad (27.3)$$

空氣等にあつては亂渦の作用により熱の移動がある。之は既に粘性の所(第16節)で其概念を述べたが、其爲の熱の傳導度を亂渦熱傳導 (Eddy thermal conductivity) と呼び茲では k_e で表はし、又其溫度傳導を示すものを亂渦熱擴散度 (Eddy thermal diffusivity) と呼び K_e で示す。此後者は熱に限らず運動量、イオン其他流體中各種の含有物又は性質の傳播を規定するものであるから其意味で簡單に渦散度 (Eddy diffusivity) と云つてもよい。これに密度をかけて單位體積に關する様に引き直したものを特にシュミットはアウスクウシと名づけ A で表はした。即ち

$$K_e = \frac{k_e}{c_p} = \frac{A}{\rho}. \quad (27.4)$$

亂渦傳導に對して普通の傳導を分子傳導(Molecular conductivity)と名づける。次に各數値を表にして示す:

(1) 分 子 傳 導

物 質	$k \left(\frac{\text{cal}}{\text{cm. deg. sec}} \right)$	k の式 (t は攝氏度)	$K \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right)$
空 氣	0.00057 (0°C)	$k = k_0(1 + 0.002t)$	0.17
水 蒸 氣	0.00046 (46°C)	$k = k_0(1 + 0.0044t)$	0.13
水 (液)	0.0014 (凡そ)	$k = k_0(1 + 0.0030t)$	0.0014
雪	0.0006-0.0050		0.001-0.008
氷	0.005		0.011
岩 石	0.0020-0.0090		0.004-0.030
土 壤	0.0050 (凡そ)		0.004 (凡そ)

(2) 亂 渦 傳 導

物 質	k_e	A	K_e
空 氣	0.1-10	0.5-50 $\left(\frac{\text{gr}}{\text{cm. sec}} \right)$	500-50000
水 (液狀)	0.1-10	0.1-10	0.1-10

以上で分る様に空氣が熱の不良導體と云はれるのは其 k の値の小さい爲で、例へば羊毛等の間を充塞した空氣が流動を妨げられて居る間は此不良導體の作用を持つものであるが、其場合でも溫度傳導度の K は大きくて鐵と等しい程度であるから、自身の溫度は割合に早く高まるものである。所がもし流動が可能ならば所謂對流を起して、相當に高まつた溫度を持つた空氣が低溫度の場所へも行くから、これは正に對流傳導、換言すれば亂渦傳導によつて、分子傳導の數萬乃至數十萬倍位の熱傳導を營むものとなる。この點に於て在來多く誤解があり堂々たる

物理や建築の大家も爲に誤つた設計に陥つた様な事もあつた。

28. 空氣、水蒸氣等の輻射に關する性質 黒體が輻射する場合の法則はステファン-ボルツマンの法則として知られて居る。黒體でないものではそれと同じ法則で只係數の小さくなつたものが行はれると考へられて居る、即ち

$$E = a\sigma T^4 \quad (28.1)$$

で、茲に E は其物體の單位面積から單位時間に送り出される輻射の總エネルギーで、 T は絶對溫度、 σ はステファン-ボルツマン(Stefan-Boltzmann)の常數で

$$\begin{aligned} \sigma &= 5.76 \times 10^{-8} \text{ エルグ/秒/輻}^2/\text{度}^4, \\ &= 1.38 \times 10^{-12} \text{ カロリ-/秒/輻}^2/\text{度}^4, \end{aligned} \quad (28.2)$$

又 a はキルヒホッフ(Kirchhof)の常數で吸收能(Absorptionsvermögen)とも稱へられ物質毎に異なるものである。所で此 a が空氣に於て如何なる値を持つかが餘りはつきりしない。リチャードソン(L. F. R.)は $a \equiv kpd$, $dl=1$ と置かれた k の値として、オングストレム(A. Ångström)が南加州ホイットニー山上での觀測を材料として乾燥空氣に對して $k=1.48 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{gr}$ なる値を得た。これは空氣の様に透明なものでは固體と違ひ輻射面の後にある單位質量からの輻射を考へる事になるからで k はキルヒホッフの法則に依つて單位體積に對する吸收係數(Absorptionskoeffizient)を示す事にもなる。更に水蒸氣の存在する場合即ち通常の大氣に對しては

$$k = 1.48 \times 10^{-3} (1 + 40m) \text{ cm}^2/\text{gr} \quad (28.3)$$

と算出した。但し茲で m は比濕即ち單位質量の空氣中に含まれる水蒸氣の質量を表はす⁽¹⁾。

元來空氣の吸收能力は主として混在する水蒸氣の所作と考へられるものであるが其外にも炭酸瓦斯及びオゾンに於ける唯一の吸收能力者の様に考へられたが今日では上層大氣のイオン化が盛に論ぜられる様になつた。イオン化せしむる爲には是非エネルギーを要する事は明であるから、このイオン化する爲の吸收なるものが將來もう少し良く研究せられるであらう。今の所はまだ不明瞭の點があるから茲では省き H_2O , CO_2 及び O_3 の吸收に就てのみ記すこととする。

先づ水蒸氣に就てはパツシエン (Paschen) に依れば一氣壓、 $100^\circ C$ の蒸氣での實驗に於て吸收の曲線は輻射の曲線と良く一致し、吸收帶が $\lambda=1.141-1.733\mu$, $\lambda=1.733-2.245\mu$, $\lambda=2.242-3.272\mu$, $\lambda=4.860-6.520\mu$, $\lambda=6.25-8.54\mu$ 等にあり最後の二吸收帶は特に著しいもので、其極大はそれぞれ $\lambda=5.900\mu$, 及び $\lambda=6.527\mu$ にあり、後者に於ては $75cm$ の蒸氣の厚さに於て入射光線の 75% 以上を吸收する。更に長波長に就てルーベンス (Rubens) 及びアッシュキナス (Aschkinass) が實驗した所に依ると $\lambda=9\mu-11\mu$ 邊は吸收が著しく衰へ $75cm$ の水蒸氣層の通過に依つて僅かに入射光の 5% の吸收に過ぎないが、それより次第

⁽¹⁾ L. F. Richardson, *Weather Prediction by Numerical Process*, p. 55. 此式によれば m は約百分の一程度の數なる故、水蒸氣のみの吸收は乾燥空氣によるものよりも少ない、茲に尙疑問がある。

に増加し(多少の消長はあるが殆んど直線的に) 15.5μ の邊で吸收率は約 50% となり、 17μ に於て 85% に達し 20μ に於ては殆んど 100% に達するらしい。而して其中途での小極大は 11.6μ , 12.4μ , 13.4μ , 14.3μ , 14.7μ , 17.5μ 等にある。

また炭酸瓦斯の吸收帶は $\lambda=2.358-3.016\mu$ の邊と $\lambda=4.009-4.799\mu$ とにあり、前者は微弱であるが後者は著しいものである。又 14.6μ の前後にも著しいものがある。

オゾンに就ては僅かではあるが 10μ の所にあり、又短波長即ち紫外線の部にも吸收帶がある。

酸素及び窒素は今の處では吸收は微々たるものとして知られて居る。

次に實際の大氣に於て大氣全體としてこの吸收を研究したものは非常に澤山あるが、茲ではオングストレムが批判したものを示す。太陽からの入射光線に對して

アボット (Abbot) 及びファウル (Fowle) の式:

$$F=5.1+2.8e_0 m, \quad (28.4)$$

但し F は大氣中で吸收されるエネルギーを入射光線のエネルギーの百分率で表はしたもので、 e_0 は觀測地點に於ける水蒸氣張力を水銀の柱で表はしたもので、 m は大氣の垂直柱中にある全質量を單位として表はした大氣の質量で、もし光線の天頂距離が ζ であれば其 75 度以下では近似的に

$$m=\sec \zeta \quad (28.5)$$

である。又オングストレム (K. Ångström) は太陽光線の大氣に依る全吸收 A を示す式として O_3 及び CO_2 に依るものを無視し

$$A = Q_0 \times 0.1(e_0 m)^{0.275}, \text{ 但し } 5 < e_0 m < 30 \quad (28.6)$$

なる式を與へた。茲に Q_0 は太陽常數即ち約 $1.93 \text{ cal/cm}^2/\text{min}$ で大氣外の太陽輻射の強さを表はす。

29. 撒射及び吸収による消散 吸収に就て尙云ふべき事は極めて多いが略して次に消散 (Extinction) に就て述べる。(これは亂散又は消滅などとも譯す) 光が氣體の分子、他の微粒子または微塵に當つて散光的に四方に反射され、通過光の次第に弱る現象である、其散光作用だけに目を付けて云ふ場合には撒射 (Scattering, Zerstreung) と云ふ。一微粒の撒射作用は其粒の電氣的性質、形、大きさ、光の波長等に関係する。昔レーリ (Lord Rayleigh) が之に関して有名な法則を見出した即ち

$$I_\lambda = I_{0\lambda} e^{-\frac{\alpha}{\lambda^4}}, \quad \alpha = \frac{32\pi^3(\mu-1)^2 H p}{3N_0 760}, \quad (29.1)$$

但し I_λ は光の強さで、其波長は λ なるもの、 μ は其粒子の光の屈折率、 H は齊一大氣の高さ(第 5 節及び (9.31) 式参照)、 p は觀測地の氣壓、 N_0 は零度 760 耗に於て一單位體積中にある分子數(所謂ロシュミットの數)である。

上の式は空氣の分子に依るものであるが此外に所謂微塵に依るものが幾分ある。其兩方を合せた式は

$$I = I_0 e^{-\frac{\alpha}{\lambda^4} - \gamma} \quad (29.2)$$

である。此 γ は以前には常數として扱はれて居つたが最近オングストレム⁽¹⁾ は之が矢張り光の波長に關するものである事

⁽¹⁾ A. Angström, Sun Radiation and Dust in Air, Geografiska Annaler, 11

に氣が付き

$$\gamma = \frac{\beta}{\lambda^b} \quad (29.3)$$

と置いて、 β と α とを實驗に合せて計算した。 β は粒の數に關係するもので、場處、高さに關して變り又同じ場所でも時によりて大きくも小さくもなる。凡その數値は 0.01—0.1 位の間を變化し

$$\beta_h = 0.094 e^{-0.000002h} \quad (29.4)$$

で表はされる。但し h は米單位である。微塵の數 N と高さの關係をキムボール (Kimball) が調べたのでも大體の形は此 β と似た式であるからそれによつて β と微塵數 N との關係を書いて見ると

$$\beta = 1.7 \times 10^{-9} \sum N \quad (29.5)$$

となる。但し \sum は高さ h から大氣の最上層迄各層總てに通じて 1 平方厘米切口の氣柱の中の微塵數の總和なる事を表はす。

(29.3) 式に於ける b なる數は粒の大きさに關係するものでルンドホルム (Lundholm) は煤酸化マンガ、酸化アンチモン、酸化亞鉛等の粉を使つて半徑と b との關係を調べた。其結果を使つて、且大氣透過率の觀測材料を使つて b を計算し、從つて粒の大きさを計算した。それに依ると b は 1.0 乃至 1.5 位の値を持ち、低地は稍小さく、高地は稍大きく、即ち粒は高さと共に幾分小さくなる事が解つた⁽¹⁾。之に依つて粒の半徑を計算すると (1929), Heft 2, 159.

⁽¹⁾ オングストレムは其論文では高さに依つて變りがない、實に奇態だと稱へて長々と議論をして居るが良く見ると高い方が大體大きく出て居る。

0.2-1.5 μ 位になつた。又特別に面白い事は1912年にカトマイ火山の噴火の後に限つて b の値が著しく小さくなり 0.5-0.7を示し、 β は大きくなり 0.2-0.3を示した事であつた。即ち噴火により微塵数が約十倍に増し、又粒の大きさもずつと大きくなり1.5-2.0 μ となつた。此粒の大きさから其落下速度を計算すると1箇月に丁度1000米落ちる割合になるが、クラカトワ火山爆發の際の實測した落下速度は1箇月1300米で上の數字と似寄つたものである。先づ大體上に示した(29.2)式従つて(29.1)の式は正しいらしい。此外に尙撒射に関する二三の式もあるが茲では略する。

大氣全體として吸収も消散も共に行はれて居る場合の光の弱まり方は

$$I = I_0 e^{-\nu(k_1 m + k_2 n + k_3 w)} \quad (29.6)$$

で表はし得る。茲に k_1 は空氣分子の撒射により、 k_2 は微塵の撒射により、 k_3 は水蒸氣の撒射及び吸収によつて光が單位質量を通過するに當つて弱まる割合になる。又 m は光の通過した單位切り口の空氣の柱の中にある全質量、 n は全微塵數、 w は其中にある水蒸氣の全質量である。即ち

$$k_1 = \frac{32\pi^3(\mu-1)^2}{3N\lambda^4}, \quad k_2 = \frac{1.7 \times 10^{-9}}{\lambda^6}, \quad (29.7)$$

k_3 の値は前にリチャードソン其他の値を示したが尙ファウルの値を揚げれば⁽¹⁾、

λ 0.360 0.431 0.452 0.475 0.503 0.574 0.600 0.624 0.653 0.686 0.720 0.986 1.74
 e^{-k_3} 0.950 0.967 0.967 0.973 0.977 0.974 0.977 0.978 0.985 0.987 0.988 0.990 0.990

(1) Monthly W. R. (1914), 3.

かくて北米ホイットニー山(4420米)とワシントン市(海面)に於ける太陽光線の消耗を表示すれば⁽¹⁾

ホイットニー山上 (氣壓447耗)

水蒸氣の量	大 氣 の 厚 さ 太 陽 の 高 さ	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=7$
		90°	30°	19.5°	14.3°	11.3°	7.9°
		消 耗 (單位は%)					
0(全乾)	空氣撒射に依り	7.3	11.9	16.1	19.7	22.8	28.5
	空氣の吸収に依り	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	1.0
	計	8.0	12.0	17.0	20.0	23.0	30.0
1.1耗	水滴及び微塵の撒射	0.5	0.5	0.5	0.5	1.0	1.0
	水蒸氣の吸収に依り	4.1	5.2	5.7	6.2	6.2	6.7
	總 計	12.0	18.0	23.0	27.0	31.0	37.0
5.0耗	水滴及び微塵の撒射	1.0	2.1	3.1	3.6	4.1	5.2
	水蒸氣の吸収	6.2	7.8	8.3	8.8	9.4	10.4
	總 計	15.0	22.0	28.0	33.0	37.0	45.0

ワシントン市 (氣壓760耗)

0(全乾)	空氣の撒射に依り	9.3	17.1	22.8	27.5	31.6	37.8
	空氣の吸収	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
	計	10.0	18.0	23.0	28.0	32.0	38.0
5.0耗 (2月15日)	水滴及び微塵の撒射に依り	4.1	7.8	10.9	13.5	15.5	19.2
	水蒸氣の吸収に依り	6.2	6.7	7.3	7.3	7.3	7.3
	總 計	20.0	32.0	42.0	49.0	55.0	65.0
24.0耗 (5月14日)	水滴及び微塵の撒射に依り	19.7	29.0	34.7	38.3	40.4	43.0
	水蒸氣の吸収に依り	8.3	8.3	7.8	7.3	6.7	5.2
	總 計	38.0	55.0	66.0	74.0	79.0	86.0

(1) アボット及びファウルに依る。Dorno, *Physik der Sonnen und Him-melsstrahlung* (1919), p. 23.

此表で水蒸氣の量は垂直大氣中に在る水蒸氣が全部凝結して降下したと見て、其水の深さを示したものである。従つて全乾とあるのは水蒸氣皆無の場合で、實際には勿論起り得ない。此全乾の場合ではホイットニー山上とワシントン市とで消耗に大差はないが、水量が5耗となれば其差が全乾の場合の二倍位になる。山上では水量はそれ以上には餘り上り得ないが、ワシントンでは更にすつと多くなり得るので、其24耗に対しては太陽が天頂に在ると假定した時でも38%に及び水平線上8度の時には86%にも達する。

次に太陽等から来る光を反送する程度を表はすにアルベド (Albedo) なる詞を用ひ入射光に対する反射光の比で表はす。茲に反射と云ふのは平面反射に限らず地面や雲の面等からの亂反射に就て主に云ふのである。リチャードソン其他に依れば種々な物質の面からのアルベドは、

新しい雪	0.65	硝子	0.15-0.06	藪	0.015
白壁土壁	0.2	海面	0.063	地球大氣全般	0.37
砂	0.13	裸地	0.04	雲	0.60-0.90
月面及び水星面	0.14	火星面	0.22	金星面	0.76

これで見ると月や硝子面が光る様に見えるのは其周囲が暗い爲でそれ自身は僅か二割以下の反射しかしないので、地球の方が月よりも二倍半以上餘計に光つて居るのである。

海水の吸収力は波長0.450 μ に対して1米の間で0.01%, 0.66 μ に於ては同じく0.30%の程度で長波長に於ては表面1 μ 以内で完全に吸収される。紫外線では⁽¹⁾1 μ の厚さに於て波長0.2136 μ

⁽¹⁾ 紫外光線は海水中の臭素イオンに依つて主に吸収せらるゝ事

で71.3%の程度から0.2336 μ に於ける6.7%の間に漸變する。

30. 地面近くの熱移動 地球面上1000米以下位の大氣の層は氣象學上極めて重要性を持つものである。大氣活動の源たるエネルギーは多くは此層に於て大氣中に移入するからである。其エネルギーの源は矢張り太陽にあり、主に熱の形で空氣に吸収される。太陽以外他の熱源よりの熱は極めて僅かのもので、月、星、地熱等總て云ふに足りない。それ等の話は多くの氣象學書にあるから茲では省く。太陽熱が大氣に吸収されるに種々の道筋がある。其等の中大氣活動に一番有力なのは海面から蒸發によつて水蒸氣に含まれて入り来る所の潜熱である。此點が今迄割合に注意されて居らなかつた。此熱量の計算は世界中に降る總雨量又は全地球面上の總蒸發量が知れば容易に計算出来るが、此量はまだ充分に知られて居ない。ショーの *Manual of Meteorology* に於ても可成り詳しくは記してあるがまだ計算されて居ない。海上は割合に雨が多いから先づ1年1000耗を以て全地球面上の平均雨量と假定すればそれに相當する潜熱は地球面上各1平方 μ に對して平均1年に約59000 gr. cal となる。1日に割當れば160 gr. cal となる。此量は其多い點に於ても重要であるが、それが空中に入つても潜熱で有る爲に當分の間は向平等原則⁽¹⁾の支配を受けない點が

が塚本幸七氏によつて證明せられた。氏の論文には尙他に雨水其他の透明度をも調べてある。巴里大學學位論文(1927)。

⁽¹⁾ 第38節を見よ。 *Principle of Equality*, Jap. Journ. Ast. & Geoph., 1, No. 5, Quaterly Journ. Roy. Met. Soc., 47 (1921), 287; '雲を纏む話', 354頁以下等参照。

最も注意すべき點である。輻射や傳導に依つて得た熱は直に空氣の溫度を高める爲に向平等原則による逆作用を招來し熱は周圍の低溫度の何物かに移行せんとするから大氣は此爲に多大の勢力を蕪蓄する事は出来ない。潜熱は溫度を高めない爲に此逆作用を起さない。依つて大氣中に過度に蓄積せられ、一旦それが放出せらるゝ場合に於て大きな仕事をなし得る。即ち暴風雨等の勢力の源をなすものであるから極めて重要なものである。

太陽光線から直接吸収せらるゝ熱量は前節の表から大約見當が付く。太陽常數即ち大氣の最外層迄太陽から達する熱量を $1.93 \text{ cal/cm}^2/\text{min}$ としてワシントンに於ては約其80%位が吸収せられるから此程度の日照時數を平均10時間と見積つて1日に92.6 カロリー即ち約100 カロリー足らずとなる。此値は海上では一般に溫度が大きい爲に向増加し得る。可降水量は極度に於て50 mm 位迄には達し得る⁽¹⁾。依つて多い所では1日約200 gr. cal 程1 輻平方の切口を持つ大氣柱によつて太陽熱が吸収され得る。

一旦地面や水面、植物の葉其他迄到着し種々の方法經路に依つて大氣中に返送される熱量は少なくない。併し其中の一番多いのは葉や土や湖水等からの蒸發でこれは既に前の全蒸發量の中に加算されて居る。葉面からの輻射は割合に少ない。何となれば葉の溫度は其周圍の氣溫と大して遠はないからである。従つて陸の大部分を被ふ植物地帯からは蒸發以外には

⁽¹⁾ 全然飽和した空氣として73 mm 位迄は含み得る。Shaw, *Manual of Met.*, 2, p. 138.

大氣と熱の取り遣りは割合に少ない。水面地面等からの長波の輻射は様々であるが地球面の溫度に相當する黒體の輻射は 10μ の所にエネルギーの極大を持つて居る。然るに水蒸氣は前に述べた通り $8\frac{1}{2}-11 \mu$ の光に對しては透明であるから地球面からの長波の熱輻射は可成り大部分が大氣中を素通りする。此點に於て以前著しく空氣の溫室作用の高調せられたのは少し言ひ過ぎであつた。併し $5.5 \mu-7 \mu$ の間及び 14μ 以上の波長の輻射は大氣中で0.3 耗の可降水量を含む層を通過する場合に完全に吸収せられる⁽¹⁾。此層の厚さは氣溫が低く含水量が小さければ400 米位にもなるが温帶の地面近くでは三四十米位になり、此様な薄い層を通過する事によりすつかり吸収される、即ち外へは出ない。

最近ブランドが地面附近の大氣中の熱移動を論じたが⁽²⁾彼は上述の輻射量を氣溫 2°C に對して1 平方輻から溫度差10 米に付き1 度と大きく見ても 2.3×10^{-3} 瓦カロリー/分にしかならぬと計算した。これは太陽から地面に落ちる熱量 0.275 瓦カロリー/分(之には夜晝、赤道極總てを平均し且、アルベドを 0.43 と取つた)と比較して其百分の一以下である。此値を假に全地球の平均の値と見れば地球面上1 平方輻から出て大氣中に入る長波に依る熱量は1 日に $2.3 \times 10^{-3} \times 60 \times 24 = 3.3$ 瓦カロリーで之は蒸發に依るものや又は直接の日射に依るものに比べて

⁽¹⁾ G. C. Simpson, *Memoir. Roy. Met. Soc.*, No. 21 (1928).

⁽²⁾ D. Brunt, *Transfer of Heat by Radiation and Turbulence*, *Proc. Roy. Soc.*, A. 124 (1929), 201-218.

全く省略してもよい程小さい。温度の差を1米に對して1度とすれば33瓦カロリーとなり稍重要なものとなるが夜晝の平均では中々さう大きくはならない。併しプラントは此輻射による熱の移行を恰かも亂渦によるものと同様に扱ひ得る事を示して次の様な式を提出した:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = (K_0 + K_r) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (30.1)$$

茲に K_0 は亂渦擴散度, K_r は輻射熱擴散度であつて, 前の輻射量を用ひて

$$K_r = \frac{23}{60\rho c_p} = 1.3 \times 10^3 \quad (30.2)$$

と出した之を K_0 に比べて見ると大體似た様な大きさとなる。

31. 水蒸氣及び其變形 大氣中で水蒸氣の役目は極めて大きいものである。熱の吸收輻射を行ふ主任者である以外に潜熱の保管者であり, 雲や雨雪ともなつて降下する。此雲や雨がなかつたならば氣象學等はサハラ沙漠の様に干涸らびて仕舞ふであらう。雨や雪, 雹, 凍雨等總て降下する水を氣象學では降水 (Precipitation, Niederschlag) と總稱する。其全量を液體の水の量に換算したものを降水量又は雨量と名づける。降水の外に水の地物に附着した状態に依つて露, 霜, 雨氷, 霧氷等があり又地面の凍結の状態から凍土及び霜柱を區別する。植物の莖に發生する氷翼と呼ばれるもの, 窓硝子に付く窓華, 軒端や岩角から垂れ下る氷柱等何れも自然界の美術品である。小川, 大川, 湖水等の岸や表面や底に出来る氷及び流れる氷も細かく觀察すれば種々面白い事がある。瀧の氷は美しいが寒い。

湖面を覆ふ氷の裂罅について諏訪湖の御神渡りは特に有名である⁽¹⁾。小川の底氷はまだ餘り研究されて居ないが綿狀に見える奇體なものである。海上に出れば流氷にも數種類あり, ケーキ (氷餅盤, Cake) など呼ばれるものから氷原, 冰山等の豪壯なもの迄がある。極や高山に於ても氷原や氷河, 氷崖, 雪崩等總て一題目で一冊の書物になる程の材料があるが, 之等の大部分は他書にも出て居る事ではあり, 茲では總て説明を省く⁽²⁾。

大氣中の水分は主として水蒸氣として, 次は雲として存在するが, 雲に就ても茲で述べて居る邊がない⁽³⁾。大氣中の水蒸氣は所謂湿度なる數に依つて其多少を示される。相對湿度, 絕對湿度, 水蒸氣張力, 比濕, 混合比, 露點, 濕差等それぞれ目的次第で, 種々な表はし方がある。其計算法も“雲を掴む話”等に出て居る。

上昇氣流に伴うて空氣の状態が乾燥級, 雨級, 雹級, 雪級と變化し, 乾燥級には水蒸氣のみで雲がなく, 雨級は凝結が起り雲が出来るがまだ液體の雲のみ, 雹級では氷晶が出来始め, 液體及び固體の水が混在し, 雪級では固體としての雲のみになる。之をヘルツ (Hertz) の四級 (4 stages) と名づける。此事は氣象學上極めて大切なことではあるが, それも詳細は岡田, “氣象學”を見られたい。此問題に關聯して山腹で降る雨量の理論がある。始めボッケルスがやり, 之を更に擴張して小野博士がやつたものが

(1) 田中阿歌磨, ‘諏訪湖’, 又は拙著, ‘雲を掴む話’ 等參照。

(2) これらについては岡田武松, ‘氣象學’, 同‘雨’等參照。

(3) 詳しくは拙著, ‘雲’ 其他を參照。

ある。つまり氣流が山の側面に沿うて上昇する場合には山腹に沿うて次第に雨量を増し山頂少し手前で極大となる事、更に山脈が二重三重になつて居る場合極大が各山脈に於て起る事等が明瞭に説明された。これも詳細は原論文に譲る⁽¹⁾。山がなくとも冷氣の塊の上に暖氣が攀登する場合には略山と同様な機巧となるから此論文は中々重要なものである。

後章に關係のある事項として二三の公式を列記する：

上昇氣流中凝結の起る高さ：

$$h=125(t-\tau), \quad (31.1)$$

但し h の單位は米、 t は地上に於ける空氣の攝氏溫度、 τ は其空氣の露點で共に攝氏度で表はす。

潜熱の値は、

$$L=607-0.708t, \quad (\text{水}-\text{蒸氣}, \text{カロリー}-\text{及び攝氏度}) \quad (31.2)$$

$$L=79.4, \quad (\text{氷}-\text{水}) \quad (31.21)$$

水蒸氣の最大張力：

$$\left. \begin{aligned} E &= A \times 10^{\frac{at}{b+t}}, \\ A &= 4.525, \quad a=7.4475, \quad b=234.69, \end{aligned} \right\} \quad (31.3)$$

但し此式はマグヌスの式と呼ばれるものであるが、“氣象常用表”には此外に幾つもの式が示されて居る。其中でブロックの式が一番精密で、“常用表”の水蒸氣張力表はブロックの式から計算されてある。併し諸種理論的計算の場合はブロック

⁽¹⁾ 小野澄之助, *On the Orographic Precipitation*, Phil. Mag., 49 (Jan., 1925), 144

の式は餘り複雑である爲に此マグヌスの式の方が割合餘計用ひられる。此式で見ると最大張力は溫度と共に増すのであるが其曲線は凹形をなす。即ち d^2E/dt^2 は零よりも大きい。 E の値は零度で水銀の4.57耗、零下10度で2.15耗、零上20度で17.36耗で、28度の時に28耗になる。此邊を覚えて居れば大體の胸算用は出来る。

相對溫度 R と飽差 D とは

$$R=e/E, \quad D=E-e, \quad (31.4)$$

但し e は其時の水蒸氣張力、 E は其時の溫度に對する最大張力である。又絕對溫度と云ふのは單位體積中の水蒸氣の質量換言すれば水蒸氣の密度である。 H_w を絕對溫度、 ρ_w を水蒸氣密度とすれば、

$$H_w = \rho_w = 0.622 \times \rho_0 \times \frac{e}{760} \times \frac{273}{T}, \quad (31.5)$$

但し $\rho_0=0.001293$ で零度760耗に於ける乾燥空氣の密度、 T は絕對溫度である。單位體積中に含まれる乾燥空氣の質量が ρ_a 瓦、水蒸氣が ρ_w 瓦だけあつて之等が混合して全密度 ρ となつて居るとすれば比濕 σ と混合比 m とは

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{\rho_w}{\rho} = \frac{0.622e}{p(1-0.377e/p)}, \quad m = \frac{\rho_w}{\rho_a} = \frac{0.622e}{p-e}, \\ \rho &= \rho_a + \rho_w, \quad \sigma = \frac{m}{1+m}. \end{aligned} \right\} \quad (31.6)$$

乾濕球寒暖計に依る溫度測定の公式及び表は“氣象常用表”に出て居る。

曇り、雨等に關しては岡田博士の名著“雨”に詳しい。又雨

量に就ては中央氣象臺雨量五年報,十年報等に全國約二千箇所に於ける實測値が掲載せられてあり,又全國氣節別分布も明瞭にされて居る。

32. 浮力 同じ水平面内に温度の違ふ空氣があれば温度の高い方即ち密度の小さい方が浮び上る傾向がある。これは極めて簡單明瞭な事柄ではあるが,これを數量的に取扱ふ場合には一寸魔誤つく問題である。浮力 B 即ち垂直上方への力は(14.2)式により,速度は總てないものとして

$$B = \rho \frac{dv_z}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \quad (32.1)$$

である。此式の中には一見水平方向の密度の變化に關するものは何も遣入つて居ない。然らば此式が間違ひかと云ふに其様な筈はない。此式を密度,傾度の水平方向(假に x 方向とす)に微分すると

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} - \frac{\partial \rho}{\partial x} g. \quad (32.2)$$

今水平面内で隣接する二點 A, B を考へ其距離を δx とすれば B 點に於ける浮力は A 點に於ける浮力よりも大なる事

$$\frac{\partial B}{\partial x} \delta x = \left(-\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial z} - \frac{\partial \rho}{\partial x} g \right) \delta x \quad (32.21)$$

である。即ち假令水平に密度の傾度 $\partial \rho / \partial x$ が存在してもそれによる浮力が丁度氣壓傾度の垂直變化と平衡を保てば二點間に於て上昇力の差は零である。或場合には此(32.21)式の右邊括弧中第二項を浮力と名づけ,又は右邊全體を浮力と考へる時もあり,浮力なる言葉が曖昧に用ひられる。結局上昇力の事と

解釋すれば(32.2)式を積分した結果なる(32.1)式のみが浮力を與へる事になり,水平密度傾度の影響は $\partial p / \partial z$ 項の p 中に暗に含まれて居る事になる。即ち眞の浮力は(32.1)式右邊の零よりの偏倚と見得る。今

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -\rho g \quad (32.3)$$

を満足する p_0 なる氣壓を考へ,これを平衡氣壓と假稱すれば

$$B = -\frac{\partial(p-p_0)}{\partial z} \quad (32.31)$$

となる。即ち浮力 B なるものの存在せないと云ふ事は

$$p - p_0 \text{ が總ての高さに於て一定} \quad (32.32)$$

なる場合である。此 p_0 は第9節に於てラプラスの氣壓公式として與へたものである。即ち浮力の存在すると云ふ事は氣壓がラプラスの公式に従はず,且それと一定の差をも持たない場合である。 $dp_0 = -\rho g dz$ であるから $dp = -\rho g dz$ である。依つて

$$-B dz = dp + \rho g dz \equiv \epsilon dp_0 \quad (32.4)$$

と置き,従つて

$$dp = dp_0(1 + \epsilon) \quad (32.41)$$

なる形で表はす。此 $-\epsilon dp_0$ なるもの即浮力は何に由來するかと云ふに dp は dz に對して取られたものであるから上又は下からの力に依るものではない。横即ち水平の方向からの壓力をパスカルの壓力の法則に依つて傳へて來るものに外ならない。然らば $\frac{\partial p}{\partial x}$ が存在して居る事であり,一般には $\partial p / \partial x$ に依

つて起るべきものである。倍氣體の法則に従つて $p = \rho RT$ であるから

$$p_0 = \rho_0 R_0 T_0 \quad (32.5)$$

と置けば T_0 は T と異なる筈である、 ρ は p 及び p_0 の定義に於て兩方に共通である。又 R も現に在るが儘のもので比較す可きであるから $R = R_0$ 、依つて

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial \rho_0}{\partial z}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial z} RT + \frac{\partial R}{\partial z} \rho T + \frac{\partial T}{\partial z} \rho R, \\ \frac{\partial p_0}{\partial z} &= \frac{\partial \rho}{\partial z} R T_0 + \frac{\partial R}{\partial z} \rho T_0 + \frac{\partial T_0}{\partial z} \rho R \end{aligned} \right\} \quad (32.51)$$

であるから浮力 B は

$$B = \frac{\partial(p_0 - p)}{\partial z} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} R + \frac{\partial R}{\partial z} \rho \right) (T_0 - T) + \rho R \left(\frac{\partial T_0}{\partial z} - \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (32.52)$$

即ち B の原因は横から來るとしても兎も角現實に於ては氣温又は氣温遞減率の何れか又は兩方が平衡氣温 T_0 又は其遞減率と違へば浮力が存在する。故に浮力の有無を見別けるには温度を T_0 と比較すればよい。然らば T_0 は何かと云ふに、(32.51) 及び (32.3) に依つて

$$-\rho g = \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} R + \frac{\partial R}{\partial z} \rho \right) T_0 + \frac{\partial T_0}{\partial z} \rho R, \quad (32.6)$$

又は

$$\frac{\partial T_0}{\partial z} + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial z} \right) T_0 + \frac{g}{R} = 0, \quad (32.61)$$

此式に依つて、 g 、 R 及び ρ が z の函数として與へられれば T_0 はきまる。 g は (4.21) 式又は (4.22) 式に依り、 R は主として水蒸氣の爲に變るので (8.9) 式により

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_a} \left\{ 1 - 0.377 \frac{e}{p_0} \right\}, \quad e = e_s f(z), \quad (32.7)$$

但し p_0 は平衡氣壓で、 e_s は地上の水蒸氣張力である⁽¹⁾。

かくて ρ が高さの函数として與へられれば (32.61) 式は T_0 の微分方程式として解けるのであるが通常は、 ρ は直接には與へられない。依つて再び (32.6) 式を還元して (32.3) 式を積分すれば前のラプラスの式即ち (9.3) 式を得る。此式では平衡氣温の T_0 が與へられる事になつて居る。此 T_0 の與へ方は全く任意であるが大氣の實狀になるべく近いものを與へようとする事によつて二三の割合に重要な場合が起る。それに就ては次節に述べる。

33. ポリトロビーの條件 成分一定せる氣體の状態は氣壓、密度及び温度の三要素によつて規定されそれ等の中に氣體法則 (8.1) なる一つの關係がある爲に、三要素の中何れか二つが與へられれば状態は確定する。倍更に他に一つの關係又は條件が與へられれば、單に一要素が與へられる事に依つて状態はきまるので、例へば

$$\text{等温變化:} \quad T = C, \quad \text{即ち} \quad p\rho^{-1} = C = \text{常數}, \quad (33.11)$$

$$\text{等エントロビー變化:} \quad S = C, \quad \text{即ち} \quad p\rho^{-\gamma} = C = \text{常數}, \quad (33.12)$$

$$\text{等容變化:} \quad \rho = C, \quad \text{即ち} \quad pT^{-1} = C = \text{常數}, \quad (33.13)$$

$$\text{等壓變化:} \quad p = C, \quad \text{即ち} \quad Tp = C = \text{常數} \quad (33.14)$$

等の何れか一つ又は之と類似な式が與へられればよい。其等

⁽¹⁾ $f(z)$ の形は時と場所とてまちまちである。平均状態に就てはハンジューリング又はヘルゲセル等の式がある。最後の式は z の單位を米として

$$f(z) = 10^{-\frac{z}{8}(1+\frac{z}{8})}$$

の式を一般的に書くと

$$p\rho^{-k} = \text{const.}, \quad T\rho^{1-k} = \text{const.}, \quad T\rho^{\frac{1-k}{k}} = \text{const.} \quad (33\cdot2)$$

と云ふ様な式で表はし得る、之等三式は形は異なるが $p = \rho RT$ なる性質によつて實は同一の式であり、 k は常數であるが、その値によつて種々の場合となる。即ち

$$\left. \begin{aligned} k=1, & \text{(等温變化)}; k=\gamma=1.4, & \text{(等エントロピー變化即ち斷熱變化)}; \\ k=0, & \text{(等壓變化)}; k=\infty & \text{(等容變化)}. \end{aligned} \right\} \quad (33\cdot21)$$

かくて(33·2)の式で表はされる k の種々な値に対する状態變化を多方的の變化 (Polytropic change) と名づける⁽¹⁾。 k の値は氣體の性質に依つても變ずる、例へば同じ斷熱變化であつても氣體の異なるに依つて k 即ち此時は γ の値はかはる。また熱出入の條件によつても變る、一つの氣塊から更に熱の出入のない場合は即ち斷熱變化であるが、反對に熱が完全に出入して外部の恆温と平衡して居る場合は等温變化である。又其中間で熱の半分は遮断せられ半分は出入すると云ふ様な傳導の状態も考へられる。 $k = \frac{5}{3} = 1.66$, $k = \frac{3}{2} = 1.5$, $k = \frac{4}{3} = 1.33$ 等の状態も星雲等に於ては考へられる⁽²⁾。果して然らば吾が地球大氣に於て k は果して幾何の値を取るか。

此極めて重大なる氣象學の根本問題が遺憾ながら未だ充分に解決せられては居らない。恐らく其水蒸氣の含量、其亂渦の

⁽¹⁾ 詳しくは Emden, *Gaskugeln* を見よ。巻末附記(8)を見よ。

⁽²⁾ $k=1.33$ の場合を特に Kosmogonische な状態變化又は Kosmogonide と呼ぶ。

状態等によつて k は 1 即ち等温變化と、1.4 即ち斷熱變化との中間の種々な値を取り得る事であらう。而して(33·2)式が所謂直線式でない爲に、箇々の場合に於ける公式から平均状態の公式を導く事が出来ない事が、此問題をいつ迄も未解決に持ち越す一つの有力な原因であらう。恐らく吸收及び輻射による熱の出入の實際の計算と亂渦による出入、水蒸氣によるもの、此三種を的確に箇々の場合に算定する事が出来れば、吾々は其空氣の温度と氣壓の測定とから k を定める事が出来る。或は又空氣の眞の移動が追跡せられ得るならば其前後に於ての氣温と氣壓との測定から k を決定する事が出来よう。併し今の所ではまだ近似的にも決定しない⁽¹⁾。

尤も少なくとも次の事は云へる、今一點 B に於てある空氣が本來他の點 A にあつたもので、且現に A にある空氣と等しい温度氣壓の下に在つたと假定して、此 A より B 迄の變化に相當する k は如何なる値を持つかと云ふ事は計算する事が出来る。但しそれがどれだけ役に立つかは誰も知らない。

兎も角(33·2)式が成り立つものとする。さうすると

$$\frac{dp}{p} - k \frac{d\rho}{\rho} = 0, \quad \frac{dT}{T} + (1-k) \frac{d\rho}{\rho} = 0, \quad \frac{dT}{T} + \frac{1-k}{k} \frac{d\rho}{\rho} = 0 \quad (33\cdot22)$$

なる關係を得る。之を(32·61)式に入れれば

$$-\frac{k}{T_0} \frac{\partial T_0}{\partial z} + \frac{1-k}{R} \frac{\partial R}{\partial z} + \frac{1-k}{R} \frac{g}{T_0} = 0. \quad (33\cdot3)$$

⁽¹⁾ ビグローは平均状態に對して之を計算したが直線式でない爲に恐らく平均の範圍や時間を變へる毎に相違する事になる筈である。

もし $\partial R/\partial z$ が省略し得る場合には

$$\frac{\partial T_0}{\partial z} = \frac{1-k}{k} \frac{g}{R} \quad (33.31)$$

となり、断熱変化ならば $k=\gamma=C_p/C_v$, $R=C_p-C_v$ であるから

$$\frac{\partial T_0}{\partial z} = -\frac{g}{C_p} = -0.984^\circ\text{C}/100\text{ m} \equiv \alpha \quad (33.32)$$

となる。此 $\partial T_0/\partial z$ の値は所謂乾燥断熱の減率 (Lapse rate) と呼ばれるものである。以上見る如くに此乾燥断熱の減率なるものは減率中の一つの特別な値であり、これが別に標準となる可きものと云ふ様な意味はない。假に(33.31)式の k に種々の値を與へて $\partial T_0/\partial z$ を計算すれば

$$\left. \begin{array}{l} k = \quad 1.0 \quad 1.1 \quad \frac{7}{6} \quad 1.2 = \frac{6}{5}, 1.25 \quad 1.33 = \frac{4}{3} \quad 1.4 = \frac{7}{5} \quad 1.5 = \frac{3}{2} \quad 1.666 = \frac{5}{3} \\ -\partial T_0/\partial z = 0 \quad 0.313 \quad 0.491 \quad 0.574 \quad 0.638 \quad 0.853 \quad 0.984 \quad 1.15 \quad 1.25^\circ\text{C}/100\text{ m} \end{array} \right\} \quad (33.4)$$

地面近くに於ては實際の $\partial T/\partial z$ としては $0.5-0.6^\circ\text{C}/100\text{ m}$ 位の値が普通であるから此邊に於ては輻射亂流及び降水がある爲に

$$k = \frac{7}{6}, \text{ 乃至 } \frac{6}{5} \quad (33.41)$$

位になつて居るのかも知れない。又上層では水蒸氣や亂流の減少の爲に $\partial T/\partial z$ は普通 $0.7^\circ\text{C}/100\text{ m}$ 位であるから k は

$$k = 1.25 = \frac{5}{4} \quad (33.42)$$

位まで増して居るのかも知れない。更に極端な k の値に對しては

$$\begin{array}{l} k = \quad 0 \quad 0.1 \quad 0.5 \quad 0.7 \quad 0.8 \quad 0.9 \quad 1.0 \quad 2.0 \quad 5.0 \quad 10.0 \quad \infty \\ -\partial T_0/\partial z = -\infty \quad -31 \quad -3.44 \quad -1.47 \quad -0.86 \quad -0.332 \quad 0 \quad 1.72 \quad 2.75 \quad 3.1 \quad 3.42^\circ\text{C}/100\text{ m} \end{array}$$

即ち氣温逆轉の起る場合も $k=0.9$ 或はもう少し大きい場合と見られない事もない。極地方では地上 6-7 帯熱帯では地上 17 帯位の上層には所謂等温層がある。此等温層に對してはエムデンが輻射平衡に依る理論的の説明を與へて居るが、此邊の k が 1 又はそれに少し不足した値を取るものとすれば一種の説明となり得る。 $k=\infty$ に對する 3.42° と云ふ値は (33.21) によつて等容の場合即ち密度が上下一様の場合であるから、それを越せば普通の本には絶對不安定の場合と書いてある。併し元來平衡の式から出發して居るからどこ迄も平衡であるべきである。即ち $k<0$ にでもなる様な場合には高くなる程密度が大きくなる様な場合が起り得べきであるが $k<0$ の如きは先づないものの様に考へられる。

水蒸氣の變化のある時には平均状態ならば (32.7) 式を微分して

$$-\frac{1}{R^2} \frac{\partial R}{\partial z} = -0.377 \frac{e_s}{R_s} \left(\frac{1}{p_0} f'(z) - \frac{1}{p_0^2} \frac{dp_0}{dz} f(z) \right) \quad (33.5)$$

を (33.3) 式に入れて

$$\frac{\partial T_0}{\partial z} = \frac{1-k}{k} \frac{g}{R} + \frac{(1-k)(+0.377) e_s T_0 R}{k R_s p_0} \left(f'(z) - \frac{1}{p_0} \frac{dp_0}{dz} f(z) \right) \quad (33.51)$$

となる。茲に右邊第二項は補正の項で値が小さいから、此中の p_0 , T_0 は概算に依つて計算して宜しい。断熱変化に於ても此項は補正項となる。或は T_0 を生かして微分方程式として (33.51) を積分してもよいが、實際には大して役に立たない數學の遊戯

となる。依つて近似的には

$$T_0 = T_{0s} - bz, \quad b = \frac{k-1}{k} \left[\frac{g}{R} + \frac{0.377 e_s T_0}{(p_0 - 0.377 e_s f(z))} \left\{ f'(z) - \frac{1}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial z} f(z) \right\} \right]. \quad (33.6)$$

此 T_0 に相當して (33.2) 式から

$$\left(\frac{p_0}{p_{0s}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_0}{T_{0s}}, \quad \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^{k-1} = \frac{T_0}{T_{0s}}, \quad (33.61)$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = \frac{k}{k-1} \frac{\partial T_0}{\partial z} = -\frac{kb}{k-1}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{1}{k-1} \frac{\partial T_0}{\partial z} = -\frac{b}{k-1} \quad (33.62)$$

を得る。

水蒸氣の影響を省略すれば

$$b = \frac{(k-1)g}{kR}, \quad \text{又は } k(bR - g) = -g, \quad k = \frac{g}{g - bR}. \quad (33.7)$$

水蒸氣のある場合には

$$k = \frac{g}{g - bk} + \epsilon \quad (33.71)$$

と置き得る。ε は兎に角小さい。

實際の大氣中で良く知られて居ることは地面近くでの氣温減率は100米に付き0.5—0.6°C位が平均値で、大きい時には1°Cを超ゆる事があり、特に地面の極近くでは1米に對して3°C, 10°Cと云ふ様な場合さへ可能である。又小さい方では零となり終には負となる。之を氣温の逆轉 (Inversion) と呼ぶ、冬の朝は逆轉を以て常態とする。上層では平均100米に對して0.7°Cから0.8°C位に増し、成層圏で0又は-0.01°C位になる。更に上層に於ては此頃リンデマン (Lindeman) 及びドブソン (Dobson)⁽¹⁾

⁽¹⁾ Lindeman & Dobson, Quarterly Journ. Roy. Met. Soc. (1923), 152 が初めて其後譯山の之に關する論文がある。

は流星の現象から推論して高温の層があると稱へ出し(50—80 軒の邊で300°A位)大分賛成者もある。之は上層にオゾンに依る吸収又はイオン化する爲の吸収等を考へれば必ずしも不可能ではないが併しまだきつちり極まつたとは云ひ難い。

34. 層位的平衡條件 大氣中の空氣が水平に層位を保つて變らない状態を平衡の状態と名づけ、變位の起る場合を不平衡の状態と名づける事にする。又假に僅かの變位を與へたと想像して其變位が其後益々増大する傾向のある場合には不安定と名づけ、其變位が零に復歸する傾向の有る場合を安定と名づける。平衡でも不安定の場合があり、不平衡でも安定な場合がある。正確に論ずるには垂直變位、水平變位共に論ずべきであるが、簡單の爲今は垂直變位のみを論ずる。又運動のない場合に就て論ずる。

上の定義に従ひ平衡なる條件は垂直氣流と垂直加速度のない事である。即ち

$$v_z = 0, \quad \frac{dv_z}{dt} = 0, \quad (34.1)$$

或は又 (32.1) 式に依つて

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0. \quad (34.11)$$

(32.31) 式も (32.52) 式も皆同一な事柄を形を變へて表はしたものである。此式が成り立たぬ時は常に不平衡である。(34.11) を變形するに、 $dp = \rho T dR + R \rho dT + RT dp$ を用ひて、

$$\rho T \frac{\partial R}{\partial z} + R \rho \frac{\partial T}{\partial z} + RT \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho g = 0, \quad (\text{平衡}). \quad (34.12)$$

$$\neq 0, \quad (\text{不平衡}). \quad (34.13)$$

在來¹⁾

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} > 0 \quad (34.2)$$

を以て不平衡又は絶対不安定の条件としたが、此式は上の(34.13)と決して同じものではない、只特別な場合にのみ同値となる。例へば

$$\frac{\partial R}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial z} > 0$$

の場合には(34.13)は満足される。或は又高さを異にする層の間にポロトローピーの関係が成立し、且 $k > 0$ なる条件があれば(34.2)の成立する事によつて(34.12)は成立しなくなる。故に(34.2)は(34.13)と同一ではないが其一部分である。平衡が保たれてある場合に於ては $\partial \rho / \partial z = 0$ なる場合には(34.12)により

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{\rho}{RT} g - \frac{\rho}{T} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\rho}{R} \frac{\partial R}{\partial z} = 0, \quad (34.21)$$

水蒸氣の變化がない場合には $\partial R / \partial z = 0$ であるから

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{g}{R} = -3.42^\circ\text{C}/100\text{ m}, \quad (34.22)$$

即ち平衡が行はれて居る場合に(34.22)が成り立たなければ(34.21)が成り立たないと云ふだけの事で此二式の何れもが特別な場合を除いては不平衡の条件ではない。故に在來の考へ方は間違つて居る。

35. 安定度 層位的平衡を保つて居る場合の大氣の安定度を論ずる爲に假想的の變位が與へられたと假定する 其假

¹⁾ Wegener, *Thermodynamik der Atmosphäre*, p. 113.

想的變化の與へ方で種々な場合が起る。昔しケルヴィン(Lord Kelvin)は全く可逆的の速度や熱移動を伴はない緩徐な變位を假想し、其變化に依つて起る氣壓の變化 dp は平衡氣壓に就ての(32.3)の條件即ち

$$dp = -\rho g dz \quad (35.1)$$

なる關係を満足する場合を考へた。斷熱變化を假定し且水蒸氣の變化なしとすれば(33.31)により

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{g}{R} = -0.984^\circ\text{C}/100\text{ m} \equiv \alpha, \quad (35.11)$$

$$T = T_0 - \alpha z \quad (35.12)$$

を得た。もしも本來の氣層の溫度配置が丁度此式の示す減率を持つて居れば上の様な變位をなしても到る處變化した空氣と其位置に在來在つた空氣と同温同壓になり、更に浮力が働かない。此様な釣合の状態を對流平衡(Convective equilibrium)の状態と名づけた。

併し考へ得可き變化の方法は單に之に止らない。もし上と同様ではあるが、只斷熱變化でなく多方性變化であつたならば、而して水蒸氣の混合比は變化なきものとすれば、(33.4)の表に示す様な減率に對してそれぞれ對流平衡が成り立つ。故に在來(35.11)を以て唯一の中立平衡の如くに考へたのは少し分別が足りなかつたと云ひ得る。従つて例へば(33.4)に依つて $k = \frac{6}{5} = 1.2$ の場合には

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -0.574^\circ\text{C}/100\text{ m} \quad (35.13)$$

が中立の釣合を與へる減率で、之より絶對値が大なれば不安定、小なれば安定と云ふ事になる。

更に別な形式の假想變位としては變位する空氣に於ては多方的變化の一が行はれ、周圍には變位せざる空氣があつて、其氣壓は變位するものとせざるものと同一水平に於て相等しと假定する。周圍の變位せざるものを表はす爲に總て附加記號 1 を用ひれば (32.3) に依つて周圍の空氣では

$$\frac{\partial p_1}{p_1 \partial z} = -\frac{g}{R_1 T_1}, \quad (35.2)$$

變位する空氣では (32.1) によつて

$$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{RT} \left(\frac{dv_z}{dt} + g \right) \quad (35.21)$$

假定に依り、 $p=p_1$ なる故に

$$\frac{dv_z}{dt} = RTg \left(\frac{1}{R_1 T_1} - \frac{1}{RT} \right) \quad (35.22)$$

又 (33.22) に依り

$$\frac{\partial p}{p \partial z} = \frac{k-1}{k} \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial p_1}{p_1 \partial z} = -\frac{g}{R_1 T_1}, \quad \text{又 } p = p_1 \left(\frac{T}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (35.3)$$

$$\therefore \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k-1}{k} \frac{g T}{R_1 T_1}, \quad (35.31)$$

$$\log T = \frac{k-1}{k} g \int \frac{dz}{R_1 T_1} + C, \quad (35.32)$$

茲に T_1 の與へ方に依つて更に種々な場合が起る。一番普通の場合には

$$T_1 = T_{1s} - bz \quad (35.4)$$

と置き得る場合で此時には R_1 は變化なしとして

$$\log T = -\frac{k-1}{Rk} g \frac{1}{b} \log T_1 + C, \quad (35.41)$$

又は、
$$\frac{T}{T_s} = \left(\frac{T_1}{T_{1s}} \right)^{-\frac{k-1}{k} \frac{g}{Rb}}, \quad (35.42)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{k-1}{k} \frac{g}{R} \left(\frac{T_1}{T_{1s}} \right)^{-\frac{k-1}{k} \frac{g}{Rb} - 1}, \quad (35.43)$$

もし又周圍にポリトロープの條件が行はるとして其係数を k' とすれば

$$p_1 = p_{1s} \left(\frac{T_1}{T_{1s}} \right)^{\frac{k'}{k'-1}}, \quad (35.5)$$

依つて (35.31) に依り、又假定により $p_1=p$, $p_{1s}=p_s$ なる故に

$$\left(\frac{T}{T_s} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{T_1}{T_{1s}} \right)^{\frac{k'}{k'-1}}, \quad (35.51)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T_s}{T_{1s}} \frac{k' k - 1}{k k' - 1} \left(\frac{T_1}{T_{1s}} \right)^{\frac{k' k - 1}{k k' - 1} - 1} \frac{\partial T_1}{\partial z}, \quad (35.52)$$

(33.51) の水蒸氣の項を省略して

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T_s}{T_{1s}} \frac{k' k - 1}{k k' - 1} \left(\frac{T_1}{T_{1s}} \right)^{\frac{k' k - 1}{k k' - 1} - 1} \frac{1 - k' g}{k' R}, \quad (35.53)$$

これを在來の所謂乾燥斷熱 (35.11) に比するに根本に於ては同じく g/R に比例して居るが、それに係数が加はつて居る。もし $k=k'=\gamma$ 即ち斷熱變化の場合とすれば

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{T_s \gamma - 1}{T_{1s} \gamma} \frac{g}{R} = -0.984 \times \frac{T_s}{T_{1s}} \text{ } ^\circ\text{C}/100 \text{ m.} \quad (35.54)$$

即ち以前のものに表面氣温の比の掛けられたものとなる。之

も勿論一種の乾燥斷熱である。要するに以前ケルヴィンの對流平衡と之に伴ふ乾燥斷熱とを以て唯一の中立の釣合及び乾燥斷熱と考へたのは何れの方面より見ても間違である。

(35.22) 式に於ては浮力を示して居るが、浮力の零となる高さは直ちに

$$R_1 T_1 = R T, \quad (35.55)$$

之と (35.4) と (35.41) とから浮力零となる高さ z_0 を求め得る。

(35.51) の場合にも同様にして z_0 を求め得る。上昇した空氣は z_0 に於て多少の振動的上下運動をなして後靜止すべきである。

以上 (35.12), (35.42), (35.51), (35.54) 等は之を逆に使つて與へられた T から T_0 を求むる役にも立つ。 T_0 はポルトロープの條件 (33.2) により何れにしても

$$T p^{\frac{1-k}{k}} = T_0 p_0^{\frac{1-k}{k}} \quad (35.6)$$

の關係を有するもので、即ち與へられたる氣壓 p_0 の所へ空氣を變位させたとした時に持つ可き溫度を示すものである。

次に浮力を考へるのであるが事柄を簡單にする爲に (35.51) の式に於て $k=k'=\gamma$ とする。然る時は斷熱の式となり (33.2) に依つて又

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_0}\right) = \left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right)^{\gamma-1}, \quad (35.61)$$

又 $p_0 = p_1$ なるにより、 $\rho_0 = \rho_1$, $R_1 T_1 / R_0 T_0$, 依つて浮力 B は、

$$B = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = (\rho_1 - \rho) g = g \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} p_0 \left(1 - \frac{R_1 T_1}{R_0 T_0}\right), \quad (35.62)$$

即ち p 及び T に於ける浮力に就て $B > = < 0$ は一に、

$$R_0 T_0 > = < R_1 T_1 \quad (35.63)$$

に依つて定まり、又同じ變位すべき空氣の中高さを異にして p_2, T_2 なる状態にあるものに就ても浮力 B_2 は同じ p_0 の状況に移すとして、

$$B_2 = -\frac{\partial p_2}{\partial z} - \rho_2 g = (\rho_1 - \rho_2) g = g \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \rho_1 \left(1 - \frac{R_1 T_1}{R_2 T_2}\right) \quad (35.64)$$

となる。 B と B_2 との大小を比較するにも

$$B > = < B_2 \text{ は、 } R_0 T_0 > = < R_2 T_2 \quad (35.65)$$

に依つて定まる。故に $R_0 T_0$ は一般に定安度の目安となるものである。而して S 點は必ずしも地上でなくともかまはない故 p_0 を 760 托又は 1000 mb の様な標準氣壓と見做して

$$R_0 \theta = R_0 T_0 = R_0 T \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (36.7)$$

と置いて(但し R_0 は無水空氣の氣體常數)此 θ を溫位又はポテンシャル溫度 (Potential temperature) と名づける。上で示す様に θ の大きい空氣が上であれば安定で下であれば不安定である。

次に φ を以てエントロピー (Entropy) を表はす。定義により

$$d\varphi = \frac{\Delta Q}{T}, \text{ 又は } \varphi = \varphi_0 + \int \frac{\Delta Q}{T}. \quad (35.8)$$

水蒸氣の凝結や蒸發が起らず、且其混合比が變らない場合に於て單位質量に對して、 v は比容として

$$\Delta Q = c_v dT + p dv = c_p dT - v dp, \quad (35.81)$$

$$d\varphi = \frac{\Delta Q}{T} = c_v \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} = c_p d \log T - R d \log p, \quad (35.82)$$

$$\varphi = \varphi_0 + c_p \log T - R \log p = \varphi_0 + \log(T^c p^{-R}), \quad (35.83)$$

此 T の代りに (35.7) 式の θ を用ひれば、但し假定により $R_a = R_s$ である故

$$\varphi = \varphi_0 + \log\left(\theta^c \left(\frac{p_s}{p}\right)^{c_p \frac{1-\gamma}{\gamma}} p^{-R}\right). \quad (35.84)$$

然るに $c_p(1-\gamma)/\gamma = -R$, 依つて p_s^{-R} は常數であるから φ_0 の中に含めて

$$\varphi = \varphi_0 + c_p \log \theta, \quad (35.9)$$

即ち温位 θ の自然對數はエントロピーと直線式の關係に於てある。

水蒸氣の凝結のある時には (35.81) 式に更に凝結に関する熱量

$$\Delta Q' = \xi c dT + T d\left(\frac{qr}{T}\right) \quad (35.91)$$

を加へる。但し ξ は水の全量で空氣 1 瓦中の水蒸氣の量が q 瓦、水滴になつて居る分を y とすれば

$$\xi = q + y \quad (35.92)$$

であり、又 r は水蒸氣の潜熱 c は水の比熱で略 1 に等しい。依つて

$$d\varphi = \frac{\Delta Q + \Delta Q'}{T} = (c_p + \xi c) \frac{dT}{T} + d\left(\frac{qr}{T}\right) - R \frac{dp}{p}, \quad (35.93)$$

積分して

$$\varphi = \varphi_0 + (c_p + \xi c) \log \frac{T}{T_0} + \left(\frac{qr}{T} - \frac{q_0 r_0}{T_0}\right) - R \log \frac{p}{p_0}, \quad (35.94)$$

詳しく云へば R 及び c_p に水蒸氣の影響が有るものとして補

正を要するが、普通に従ひそれを不問に付する。而して y が雨滴として降下し残りの q を温ためる熱量 qc を c_p に對して省略すれば

$$\varphi = \varphi_0 + c_p \log \frac{\theta}{\theta_0} + \left(\frac{qr}{T} - \frac{q_0 r_0}{T_0}\right), \quad (35.95)$$

即ちエントロピーは乾燥の時のものに凝結に依るものを加へた(絶対値では引いた)ものと略等しくなる。正確には更に複雑である。

36. テヒグラム 熱力学に於てエントロピー-温度圖形 (Entropy-temperature diagram) なるものがあり、温度とエントロピーを縦軸と横軸とにとり、或變化の經過に相當する點を此圖形内に描いて曲線を作れば、其曲線の含む面積は使用し得べきエネルギーの量を示す。此考へを氣象學に導入したのはサー・ネピア・ショー (Sir Napier Shaw) であつて近世氣象學の大收穫中の一である。テヒグラムは即ち T - φ -gram である。 T は温度、 φ はエントロピーである。テヒグラムの横軸は温度を取り、縦軸には φ として $\log \theta$ を取る。一々計算する煩を避ける爲に對數尺度を縦軸に、普通尺度を横軸に取つた方眼紙を用ひ、飛行機其他の方法で實地に觀測した同一點の氣温と氣壓とから先づ表又は圖式によつて温位を求め、それと氣温とを縦横座標に取つて一點 P を決定する。此様にして飛行機其他の一回の昇騰によつて觀測した種々の高さに於ける氣温氣壓より一連の點と之を連ねる曲線を得る。第 3 圖は其一例である。テヒグラムは之で完了であるが、之を有効に使用するには補助の曲

線を要する。第3圖中褐色の縦線は等温線、横線は等エントロピー線であるが、其他綠色の等壓線が斜左上から右下に引かれて居る。此等壓線が精密に引かれてあれば、實は一々ポテンシャル温度を計算する必要はなくなる。次に飽和水蒸氣の混合比(1疋の空氣と混在する水蒸氣の飽和量を瓦で表はしたもの)の等しい線が綠色で等温線と少しく傾いて引かれて居る。次に濕潤斷熱變化の線が同じく綠色で左下から右上に斜に引かれ、其右端は次第に水平に近付いて居る。先づ等壓線を引くには(35.6)式に於て p_s は 1000 mb と定め、 p は今問題とするもの例へば 900 mb となり、 R_s には水蒸氣の補正を加へて計算すれば⁽¹⁾、 T のそれぞれの値に對して θ の値を得る。此 T 及び θ の一連の對應値によつて點を入れれば 900 mb に相當する等壓線が畫ける。飽和水蒸氣の混合比は、先づ表によつて飽和水蒸氣の各温度に於ける密度を知り、又其温度と種々な氣壓、從つて θ に於ける水無し空氣の密度を知り、これ等の比に 1000 を乗すれば混合比が 1 疋中の瓦單位として得られる。即ち混合比の式(31.6)の m の前段の計算である、或は又後段により飽和水蒸氣の張力より計算しても宜しい。かくして得たる瓦數を夫々の T 及び θ の位置に記入して其の等しい點を連結すれば等飽和混合比線が得られる。

次に濕潤斷熱線であるが少しく説明を要する。濕潤斷熱と云ふのは空氣が變位するに當つて水蒸氣の凝結又は蒸發を起しながら斷熱的に變化する操作の事であつて此場合高さと共に

⁽¹⁾ 平均状態に於ける水蒸氣の含量に相當するものを用ひる。

に温度の變る割合は (35.93) 式に於て $d\varphi=0, \frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT} dz$ とおけば⁽¹⁾

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{A + \frac{rq}{RT}}{c_p + r q \frac{1}{E} \frac{dE}{dt}}, \quad (36.1)$$

但し A はジュールの熱當量の逆數, r は凝結 1 瓦に對する潜熱, q は比濕(即ち濕潤空氣 1 瓦中の水蒸氣の瓦數), E は飽和水蒸氣の張力である. 此式を濕潤斷熱の氣温減率と名づける. 氣壓と温度との關係式は此際⁽²⁾

$$\log_{10} \frac{p}{p_0} = \frac{c_p + \xi c}{AR} \log_{10} \frac{T}{T_0} + \frac{M}{AR} \left(\frac{qr}{T} - \frac{q_0 r_0}{T_0} \right), \quad (36.11)$$

但し ξ は水蒸氣と水滴とを併せた水の全量, c はその比熱で略 1 に等しく, 0 の付いて居るのは出發點の値で, M は自然對數のモヂュラス即ち $M=0.4343$ である. 此式を濕潤斷熱 (Wet adiabat) の式又は雨級の公式 (Rain stage formula) と呼ぶ. もし此際水滴が總て落下すれば, 之等水滴を温ためるに要する熱は不用となるから落下した水量を y とすれば $\xi = q + y$ で

$$\log_{10} \frac{p}{p_0} = \frac{c_p - qc}{AR} \log_{10} \frac{T}{T_0} + \frac{M}{AR} \left(\frac{qr}{T} - \frac{q_0 r_0}{T_0} \right), \quad (36.12)$$

⁽¹⁾ 前述の如く紙數が不足故細かい出し方は省く, 岡田, '氣象學', 931 及び 932 頁を見よ, 第 35 節の各式に於ては單位はエルグ又はカロリー—何れかに換算されたものとして A 又は J を省いて記してあるが, 此 (36.1) 式はカロリー及び攝氏の度を用ひる事にして換算の爲の A を式中に表はしたものである.

⁽²⁾ 同上, 岡田, '氣象學', 937 頁を見よ.

此式を偽濕潤斷熱 (Pseudo wet adiabat) 又は不可逆濕潤斷熱 (Irreversible wet abiabat) の公式と呼ぶ。

實際の場合は幾分は雨となつて落下し、一部分は雲滴で残留するから、(36-12), (36-11) の中間になるのであるが、何れにしても大した違ひにならないから、簡單の爲に

$$\log_{10} \frac{p}{p_0} = \frac{c_p}{AR} \log_{10} \frac{T}{T_0} + \frac{M}{AR} \left(\frac{qr}{T} - \frac{q_0 r_0}{T_0} \right) \quad (36-13)$$

で計算しても多くの場合差支はない。茲に $q \approx 0.622 \frac{E}{p}$ で E 即ち最大張力は T が與へられれば一意的にきまるから結局 T が與へられれば p はきまる、 p がきまればそれと T から (35-7) 式により θ が定まる。與へられた幾組もの T_0, θ_0 から出發して各其 T 及び θ の對應する値を求めれば第 3 圖の濕潤斷熱の曲線が得られるのである。換言すれば此曲線は空氣が凝結を起しながら上昇する場合の温度と温位との關係を示すもので、もし θ を p に、 p を z に翻譯すれば即ち各高さに於ける濕潤斷熱による氣温を示す曲線となる。尤も上の計算では氷の出來る状態以上の説明を缺いて居るがそれは岡田“氣象學”中の“電級及び雪級の理論”に譲り、只實際問題としては八ヶ間敷く云ふ程の事はなく大體成雨級の曲線を滑かに延ばしたのでも事は足りる事を附言する。

次に此テヒグラムの使用法であるが、それには飛行機又は其他の方法で上層觀測をなして得た T 及び p 従つて T 及び θ の値から其時の大氣の成層状態を表はす $T\theta$ 曲線を得る、例へば第 3 圖の太黒線 AIBC がそれである。これに相當する實測

は下表に示す。借此氣層の安定不安定を見る爲に種々の層から出發して斷熱的上昇があると假想し、其假想變化線を引いて

ザール氣象臺實測表 (4月17日(1929), 11h 43m G.M.T.)

時分	海拔 米	氣壓 mm	氣温 °C	濕度 %	昇速 米/秒	氣温減率 °C/100 m	備 考
00	189	753.5	13.3	30	4.0	4.0	
	215	751	12.1	36		2.30	
	282	745	10.5	35		1.36	
1.0	427	732	8.6	35	3.8	1.00	稍 等 温
2.0	484	727	8.1	35		0.76	
3.0	653	712	6.8	35	4.7	0.90	
4.0	944	687	4.2	36	4.3	0.50	
5.0	1208	665	2.9	37	4.4	1.26	
6.0	1478	643	-0.5	38	5.0	0.07	
7.0	1793	618	-0.7	34	5.0	0.43	
8.0	2.95	595	-2.0	33	5.0	0.41	
9.0	2394	573	-3.2	32	5.2	0.72	
10.0	2714	550	-5.5	31	5.4	0.55	
11.0	3050	527	-7.3	31	5.4	0.72	
12.0	3379	505	-9.6	31	4.4	0.00	等 温
	3517	496	-9.6	30		0.32	
	3642	488	-10.0	30	5.7	0.54	
13.0	3996	466	-11.9	29	5.0	0.73	
14.0	4297	448	-14.0	28	5.6	0.70	
15.0	4642	428	-16.4	28	5.0	0.77	
16.0	4945	411	-18.9	28	4.8	0.79	
17.0	5239	395	-21.2	28	5.6	0.82	
18.0	5580	377	-25.0	27	6.4	0.64	

見る。即ち圖の黒細線 ADE がそれであつて、初めは乾燥して居る故乾燥斷熱即ち等エントロピー變化に依り A より出發して圖の上の水平線に従つて右に進む。此地表空氣の混合比は表の溫度から計算して 3.4 瓦であつたから 2gr と 4gr との等混合比線を内挿的に分けて 3.4gr の線を求め、此線に此水平線が交る點 D から凝結が起り初める。凝結が起れば濕潤斷熱に従ふから圖の如く曲線的に進路を變じて E に到る。楮此假想曲線を實際曲線 AIBC と比較して假想曲線が實際のより下位(同氣壓に於て φ の下位)にあるから、下から上つたと考へた空氣が現在其高さにある空氣よりも θ が低く、即ち同じ高さに置けば密度が大きく、従つて此上昇した空氣は下降して原位置に戻る傾向を帯びる故に安定である。然るにもし假想線が實際のものより上位にあれば反對に不安定を示す。圖の AF なる破線は假りに地表即ち A 點に於て空氣が飽和して居ると見て、それから上昇すると見た濕潤斷熱である。此線は實測のものより上位にあるから不安定で其間の陰影を施した面積は氣層の顛倒によつて放出されるエネルギーを示す。故に此面積が大きい程不安定の度は大きい。假想上昇の線が初めは實測線の下位にあり或所では之と交つて上位になることがある。其交點が 3000m 以下なれば雷雨等の前兆となる。4000m 以上なれば夫から上は水蒸氣等の量が少ないから、大した惡天氣にはならない。又此不安定に達する迄の中間層が薄い程此大氣は餘計不安定なものと考へ得る。此圖形により毎朝の高層氣象の觀測から日中に起る驟雨雷雨を正確に豫報するのはショーに

始まり、ダインス (J. S. Dines) に依つて考案された新豫報術の骨子で、今や各國で用ひない所はない程である。此テヒグラムに就ては尙研究改良の餘地は充分にある。

更に此頃レフスダルと云ふ那威の若い人がエマグラム及びエヴォグラムと云ふものを始めた⁽¹⁾。エマグラムは縦軸に氣壓の對數を取り、横軸には氣溫を取つたもので、この圖形に於ての面積はテヒグラムと同様にエネルギーを表はす。而して單位質量に對するエネルギーの意味から emagramm と名づけた。また縦軸に氣壓を取り横軸に溫度を取つた圖形は、その面積が近似的に單位體積に對するエネルギーを表はす。依つて之を evogramm と名づけた。其用法は全くテヒグラムと同様であるが、夫れよりも簡便である。只此圖形にはまだ最大混合比や濕潤斷熱の曲線が入てない爲にテヒグラム程廣く用ひられて居らない。

⁽¹⁾ Anfinn Refsdal, Geofysiske Publikasjoner, Vol. V, No. 12 (1930). 又は Met. Zeit. (1930), 295.

第六章

大氣循環論

37. 概説 循環系統には大なるは地球大氣全體を一系統とする所謂大循環(General circulation)なるものがあり、又大陸大洋の間に起り夏冬に向きを換へる氣節風循環(Monsoon circulation)があり、其等に介在する移動性及び持続性高低氣壓(High and low pressure)の循環があり、更にそれ等に養はれて小副低氣壓、旋風、不連続線等に屬する小循環があり、更に地上至る所に摩擦抵抗の相違等より起る小渦動があり、又加熱の異同より起る海陸風、山谷風、熱雷雨等の循環がある。之等一々の説明は重要であるが、茲では遺憾ながら省略し、只何故に循環が起るかを概説する。

38. 向平等とアウスタウシ⁽¹⁾ 如何なる量でもかまはないが空間に配付され得る又は現にされてゐる量があるとし之を Q で表はす。 Q の分布が一樣であれば Q の移動は起らないがもし一樣でなければ一樣にならうとする傾向を生ずる。之を假に向平等の原理と名づける。

⁽¹⁾ 向平等に就ては S. Fujiwhara, Q. J. Roy. Met. Soc. (1921), 287 が初まりて其他同誌(1923), 78; 日本天文學及び地球物理學輯報1, No. 5; 氣象集誌其他「雲を掴む話」等にある。アウスタウシについてはシュミットの論文及び著書(前出)参照。

之も微分的に表示すれば Q の不平等分布は Q の空間傾度即ち ∇Q で示し得る。一樣になるには移動の起る外はない。故に單位面を通り單位時間に通過する Q の量(之を Q のフラックスと呼ぶ)を F_Q で表はせば、向平等の法則は F_Q が $\frac{\partial Q}{\partial x}$ の増すに従つて増す事を意味する。此事實は可成り廣汎に行はれ、又其行はれない場合に於ても其行はるゝを妨げる他の要素の存在を示し得る事が普通であるから、一つの原理として取り扱ひ得るのである。惟 F_Q と $\frac{\partial Q}{\partial x}$ とが相共に増減する仕方は幾通りもあるが、其中で單に比例する場合は割合に例が多く又計算が容易である、即ち

$$F_Q = -K \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (38.1)$$

シュミットが特にアウスタウシ(Austausch, 交換の義)と名づけたものは此中の更に一部分なる亂渦に依るものである。併し此(38.1)の關係は古來より熱移動、擴散、其他の現象に於て良く知られたものであつた。要するにアウスタウシ又は擴散の原理は向平等の原理中の一部分に過ぎない。

惟地球大氣に於て何が不平等で何が平等であるかと云ふに先づ質量は重力の支配下に有る爲に地面に近い程濃厚である。即ち平衡状態は前記(34.12)式で示される状態であり、丁度重力 g の作用と釣合ふだけの $\frac{d\rho}{dz}$, $\frac{\partial T}{\partial z}$, $\frac{\partial R}{\partial z}$ 等が存在して居れば運動は起らない。即ち g が ρ , T , R 等の平等を妨げる素因であつて、之が存在する以上通常の平等は得られない。(34.12)で示す様な状態が此場合の平等状態であり、此状態と異なる $\frac{\partial \rho}{\partial z}$,

$\frac{\partial T}{\partial z}$ 等が存在した場合に浮力が生じ運動が生ずるのである。

エネルギーに就ては熱と機械的勢力が主なものであるが、熱は或は潜熱となり、又は機械的エネルギーに變ずる爲に單に熱量のみを以て分配状態を明にし得ないが、溫度を以て論ずれば ∇T 即ち溫度傾度が存する所に直接の熱移動が起る、之は單位質量の持つ熱量と考ふ可きものであるから、熱に就ては質量に就て平等則が行はれ、溫度に直せば空間に就て平等則が行はれると云ふ事になる。楕垂直方向に於ては重力が働く爲に質量の平均分布が得られなく、其爲に熱の質量平分は溫度が空間平分でなく、溫位の平分と云ふ事に變形する。水平方向では質量が全體空間平分則に従ふ故に溫度の空間平分則が行はれる。但し實際平分則は行はれても溫度其ものは均一でない。何となれば熱の供給が赤道方面と極地方とで異なる爲である。依つて絶えず平分則に基く熱移動が赤道より極へ向つて行はれる。その方法としては物質を離れての熱移動よりも物質移動即ち氣流による熱移動が更に有力なものとなる。物質分布も元來水平には平等であるべきものが熱の平等を得んがために熱を載せて物質の移動をなすにより物質の過不足を生じ忽ち平等則により不足部分は過剩部分より供給を受けざるを得なくなる。かくして所謂循環に導かれる。或は又之を交換と見る事も出来る。即ち所謂對流作用は暖所より過剩の熱を冷所へ冷所よりの熱の不足を暖所に運び、而も其間に甚しき物質の不平等を起さしめざる一つの操作である。此對流作用又は交換作用が赤道と極大陸と大洋其他あらゆる地球表面上に於ける不

齊一に伴うて起つて居るのが大氣活動の真相である。要するに一元的なればその一元の平等を得ると直に靜止に達するべきものが二元である爲にエネルギーの平等、質量の平等が必ずしも平行し難く、且又エネルギーの供給が先天的に不平等である故に大氣の活動は止む事を知らないのである。例へば熱の均一分布換言すればエントロピー、或は溫位の平等が垂直方向に成立したとしても溫度の空間平分を得ない爲に、些少なから熱傳導又は熱輻射の方法によつて溫度の平分を得んとする熱移動は避け難い。従つて溫位の平分は常に破られる運命を持つてをる。此場合に熱は下方から上方に流れる。かくて實際は $\frac{\partial \theta}{\partial z} > 0$, $\frac{\partial T}{\partial z} < 0$ の如く平常に於て θ, T 共に平等ならざる状態を維持して居る。

要するに多元性の現象に於ては何れの元も平等を得るは困難であり不可能であるがそれにも係らず平等法則の命ずる所に従つて各可及的平等を得んとして活動が行はれるのである。

39. 渦卷の作用⁽¹⁾ 茲に渦卷と云ふは共同中心と目し得べき點又は線の周圍に合同的廻轉の起つて居る體系を指す。渦卷に於ては流體力學に所謂渦度 (Vorticity) を有するものが多いが時には之を缺くものもあり得る。大氣中の渦卷は殆んど常に渦度を有する。渦卷の作用には種々様々あるが其中極めて重要な性質は其平等性と同時に反平等性を示す事である。渦卷の起るのは結局不平等に基く向平等の流れに依るのであるが其向平等の手段として混合を完全にする等の點より極め

⁽¹⁾ 本節も詳しくは前節脚註藤原論文を見よ。

て有効な方法である。然るにそれ自體に於ては中心に大なる廻轉のエネルギーを蓄積するものであるから蓄積即ち反平等の作用を営むものである。即ち無生物界に於て蓄積作用を営む最も顯著な機巧であるが、これは元來エネルギーの本源を以て運動の勢力と解すれば、廻轉又は振動以外に大なる勢力を狭小な空間に保有する手段としては他にあり得ないから、従つて此廻轉に於て特にエネルギーの蓄積が現はれるのである。

諸大氣の諸循環現象は大體に於て總て渦卷又は渦卷の集合現象と認め得るものである。而して其本性に於ては前述の如く大氣の質量及び熱勢力の均等作用を営むものである。

大氣中の渦卷の主たるものは諸種高低氣壓、旋風系及び周極又は帶狀循環である。此後者は地軸を軸としての渦卷で殆んど定常的であるべきであるが、其多少の浮沈が諸種高低氣壓の發生又は變動を起す。諸種高低氣壓は或は定着し或は移動して寒暖氣流の混合潜熱の放散等の作用を営む。旋風系は小規模な廻轉速度の甚大な渦卷系である。氣象學に於て最も重要なのは此高低氣壓及び旋風系の研究であるが、未だ充分に究明されて居ない。其等の狀況等に就ては各種氣象學書に説明があるから茲では省く。茲では只其機巧上最も重要な渦度の維持に就て述べる。

40. 垂直渦度の補給 運動の方程式(14.1)又は(14.2)を x, y, z の方向に偏微分し、それを組み合せて⁽¹⁾

⁽¹⁾ 此計算の時に $-\frac{\partial}{\partial z} \frac{dv_y}{dt} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left(-\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$ としてはいかぬ、是非とも $\frac{\partial}{\partial t}$ によつて計算を進めた方が正しい。エックスナーの本

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial \omega_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \frac{\partial \omega_y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) = \frac{\partial \omega_z}{\partial t} \quad (40.1)$$

に對する長い式を得る。其中で垂直渦の増大率だけを次に示す。 z を或地點の垂直上方に取り x を東、 y を北に、廻轉の向きは反時計廻りを正と取れば、 $l=2\omega \sin \varphi$, $n=2\omega \cos \varphi$, として

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial t} = C_z + D_z + E_z + H_z + I_z + K_z \quad (40.2)$$

$$\left. \begin{aligned} C_z &= -v_x \frac{\partial \omega_x}{\partial x} - v_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} - v_z \frac{\partial \omega_x}{\partial z}, & D_z &= -(\omega_x + l) \Delta_z, \\ \text{但し, } \Delta_z &= \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \\ E_z &= (\omega_y + n) \frac{\partial v_z}{\partial y} + \omega_x \frac{\partial v_x}{\partial x}, & H_z &= -\frac{1}{r} (nv_y + lv_x), \\ \text{但し, } r &= \text{地球中心から其點迄の距離,} \\ I_z &= \left(\frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} \right), \\ \text{但し, } v &= \frac{1}{\rho}, & K_z &= \left(\frac{\partial v F_y}{\partial x} - \frac{\partial v F_x}{\partial y} \right); \end{aligned} \right\} (40.21)$$

或は又少し形を替へて

$$\frac{d\omega_z}{dt} = -(\omega_x + l) \Delta_z + (\omega_y + n) \frac{\partial v_z}{\partial y} + \omega_x \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{1}{r} (nv_y + lv_x)$$

$$+ \left(\frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v F_y}{\partial x} - \frac{\partial v F_x}{\partial y} \right), \quad (40.12)$$

にあるのは誤り。渦度計算の初まりは Th. Hesselberg, Veröffentlichungen Geoph. Inst. Universität Leipzig, 2, Heft 6. 續いては藤原之を改算す、應用に就ては中央氣象臺、關東大震災調査報告、氣象篇、91頁。

茲に C_z の項は垂直渦 ω_z の分布が一様でない爲に流れに従つて流入流出するに當り ω_z の蓄積する部分を示し、 D_z は流れに收斂性のある場合に ω_z 及び地球廻轉の爲の z 軸のまはりの分廻轉 l が流れによつて收斂蓄積する部分を示し、 E_z は v_z の水平傾度のある爲に水平渦が垂直渦に變ずる部分を示す、但し n は地球の廻轉の爲の水平分廻轉を表はす、 H_z は轉向力により直接に發生する垂直渦、 I_z は密度及び氣壓の分布が一様でない爲に起る力の能率に依つて生ずる垂直渦、 K_z は粘性の爲に起る垂直渦である。

以上諸項の中 E_z と D_z は低氣壓等の場合最も重要な項である。以前フェレル (Ferrel) が低氣壓の理論を出した時には渦動の項として只 D_z の中にある $l\Delta_z$ の項を考へたに過ぎなかつたが、 ω_z と l とは大體同程度の大きさを持ち、 ω_z を省略して考へる事は出来ない、又 ω_x, ω_y は水平氣流の垂直傾度が大きい爲に常に大きいから、低氣壓の様に中心から離れるに従ひ垂直氣流 v_z に變化のある様な場合には此項は極めて重要なものとなる。 H_z の項は r が大きい爲に殆んど省略し得る。 I_z の項は一般に云へば等壓面と等容面とが平行でない、即ちバロクリエックの場合に渦度の新生する事を示し、普通は省略し得るが、不連続線の存在する場合には相當に有力となる事もある。又 I_x, I_y 等の水平渦に於ては $\partial p/\partial z, \partial v/\partial z$ が大きい爲に特に不連続面でもある場合には極めて有力となり、盛に ω_x, ω_y を生産する。又 I_z は火事等の場合小規模には極めて増大し爲に旋風を起す素因をなす事がある。 K_z も水平に流れの不同のない時は小さいが

障礙物等の爲に $\frac{\partial v_x}{\partial x}, \frac{\partial v_y}{\partial y}$ 等が大きくなつた場合には急に有力となる。

41. 勢力の式 循環を論ずるに當つて渦度の外に大切なのは勢力の問題である。勢力即ちエネルギーの供給がなければ現象は維持されない。熱力學第一法則に従ひ或一定空間に一定時間に入出した機械的、熱的、電氣的、化學的等總エネルギーの差引き高は丁度其時間にその空間内に蓄積したエネルギーに等しくなる可きである。大氣に關しては化學的のエネルギーは先づ以て問題にならない、電氣的のものは將來は問題となるかとも思はれるが今日迄には餘り問題とされて居らない。そこで茲では主として熱的、輻射的及び機械的エネルギーの收支計算をする。其爲に先づ單位體積、單位時間を考へ其間に内部で消費され又は蓄積するエネルギーを δQ_1 で表はす。(仕事の單位と熱量の單位は當量 J 、逆當量 A を適當に用ひて絶對單位に換算してあるものとする)。

$$\delta Q_1 = \frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial t} + \rho T \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{qr}{T} \right) + a\sigma T^4 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho V^2) + g v_z \rho + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\rho V'^2) + \rho p \frac{\partial v}{\partial t}, \quad (41.1)$$

茲に第一項は温度上昇等による熱所有量の増加、第二項は水蒸氣の蒸發による潜熱の消費、第三項は輻射による消費、第四項は運動エネルギーの増加、第五項は位置エネルギーの増加、第六項は亂渦のエネルギーの増加、第七項は膨脹の爲に外部に對して成した仕事である、 V は平均流速、 V' は亂渦内の速度である。

次に δQ_2 を以て外部から入り来り又は出で去るエネルギーの總量を表はすと

$$\delta Q_2 = \nabla(k\nabla T) + aI - \nabla(\rho c T) - \rho c T \Delta - \rho y c' T - \nabla \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right) - \frac{1}{2} \rho V^2 \Delta - \nabla p - p \Delta + \mathbf{V} \mathbf{F} + R, \quad (41.2)$$

茲に第一項は熱傳導に依つて入り来る熱であつて、 k の中には分子熱傳導度の外に亂渦熱傳導度も加はつて居る。第二項は輻射線の吸収、第三項は含熱量に傾度のある爲に流れに従つて入り来るもので、第四項は收斂 $-\Delta$ 即ち $-\left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\right)$ のある爲に熱量の收斂するものである。之等に於て c は比熱であるが其時の變化の條件によつて c_p, c_v , 或は其中間又は附近の値を取る。第五項は水滴 y が降下し去る爲に出て行く熱量を示す、もし降つて来て此空間内で止まる場合には y は負となる。此場合水蒸氣と共に入り来る潜熱は既に δQ_1 に於て第二項がある以上茲に計上する必要はない。第六項は運動のエネルギーに傾度のある爲に流れ入るもの、第七項は收斂のある爲に運動のエネルギーの收斂するものである。第八項第九項は氣壓に就ての同様な流入收斂項である、又第十項は粘性等による摩擦力に依るエネルギーの消耗である。此外に起潮力、電氣磁氣等種々の原因による勢力の流入がある可きであるがそれ等を併せて第十一項 R を以て表はした。かくて熱力學第一法則によつて

$$\delta Q_1 = \delta Q_2$$

が大氣の勢力方程式 (Energy equation) である。これを見ると普通物理實驗に於けると異り、氣象なる自然現象が如何に複雑

であるかが想像出来る。従つて學問としての進歩は尙甚低い。

42. 低氣壓と其勢力 温帯低氣壓の構造に就てはビヤルクネスの説明が先づ以て妥當である、之は諸書にあるから略す。其外ショー、小林、ルイド、藤原等の指示した二次的の別種構造のものもある。ビヤルクネス⁽¹⁾ のものは寒暖兩氣流の接觸によるもので、ショー⁽²⁾ の第一種は三種氣流の巴狀をなすもの、第二種は對稱渦が平流内に流れるものであり、小林⁽³⁾、ルイド⁽⁴⁾ の低氣壓は對稱渦が相對的に平靜な氣中を進行するもので、藤原⁽⁵⁾ の第一種は純熱的、第二種は純機械的のものである。其エネルギーの源としてはビヤルクネスの低氣壓は寒暖兩流の持つ熱的位置エネルギーに依るものと考へられ、其理論は嘗てマルグレスによつて研究せられた⁽⁶⁾。併し如何にして其エネルギーが渦卷きに進展するかに就ては (40.2) 式を應用する外なく藤原は特に其不連続面等に於ける E_2 項の重要な點を指摘した⁽⁷⁾。

熱帯低氣壓に就ても多大の文獻がありニューナムの綜合⁽⁸⁾

(1) J. Bjerknes & H. Solberg. Geoph. Publ. 11, No. 3.

(2) Sir N. Shaw, Geophys. Memoir, No. 13.

(3) T. Kobayashi, Q. J. Roy. Met. Soc. 48 (1922), 169.

(4) Ryd. Publikations fra Det. Damske Met. Inst. No. 5. (1923)

(5) 藤原, 氣象集誌 (大正13年), 尙, Fujiwara, *On the Behavior of Lines of Discontinuity etc.*, Geoph. Mag. Vol. 2, No. 2, 120.

(6) 岡田武松, '氣象學' 986頁.

(7) 藤原, Quart. Journ. Roy. Met. Soc. (1923), 105-108.

(8) Newnam, Geophysical Memoir, No. 19.

等があるが最も重要なものは堀口⁽¹⁾の颱風論である。此論文に於ては颱風が不連続を有せず、且中心に於て高温ではないが温位は中心に高く、又風速分布は

$$v = \frac{a}{r^n} \quad (42.1)$$

で表はし得べく n は其時々で變化するが一つの颱風に就ては略常數と見做すことが出来、且其値は 1 よりも小さい事を見出した。又勢力に就て計算して⁽²⁾ 水蒸氣凝結により放出せられる熱量が大正13年の沖繩颱風に於て 7.3×10^{21} エルグ/秒、次は高温空気の流入に依る分 5.32×10^{21} エルグ/秒、次は高氣壓部より低氣壓部へ流入する爲の機械エネルギーで 1.82×10^{21} エルグ/秒と與へられ、次は粘性等の爲に運動のエネルギーの熱に變ずるもので 0.33×10^{21} エルグ/秒、總計に於て毎秒 14.78×10^{21} エルグのエネルギーが供給され夫に匹敵する消費があつて颱風は維持せられたとの事である。即ち之に依れば颱風は主として其含有する水蒸氣を凝結落下せしむる事に依つて維持せられるのでフェレルの舊説は稍之に近いが尙不完全なものである事が解つた。颱風の發生に就ては岡田説が最も有力である⁽³⁾。それに依れば小笠原高氣壓と南洋高氣壓との中間谷狀部に於て雷雨又は驟雨性渦巻が多數に發生し渦巻の所謂生的成長力(Animate growth) に依つて併合強大を致すと云ふのである。

⁽¹⁾ 堀口由己, 海洋氣象臺英文報告, 2.

⁽²⁾ 堀口由己, 海洋氣象臺彙報, 第二十號.

⁽³⁾ T. Okada, Geoph. Mag., 1 (1928), 150.

結尾 大氣物理学に於て論すべき事は甚だ多い、特に其振動に就ては相當重要であり、又他書にも餘り出て居ないに拘らず半言隻語も費す事が出来なかつた。之は甚遺憾であるが他の機會を待つ外はない。又總てに於て精密なる能はず、主意不明の點が多かつた事を遺憾とする。要するに大氣現象は之をエネルギーの側から見れば、太陽輻射を源泉とし、大氣の撒射、吸收、海水の蒸發等を経て大氣のエネルギーとなり、止むを得ざる不平等のあるに依り、永久に各種循環の運動のエネルギーとなつて終に空間に放射され、又一面水の循環的輸送を行ふ事によつて諸河川、動植物等を支持するのである。之を物質の方面より見れば全乾空氣が勿論其主たるものであるが働くものは主として夫に混在する水蒸氣である。かくして名は大氣の物理学であるが實は人間生活に重要缺く可からざる、光、熱、水及び空氣の自然状態に關する知識である。ショーも既に述べた如く大氣は熱を與へれば冷え(上昇し冷却する故)北に押せば東に動き、太陽に近づく程冷くなり、温度の高い程重いものである。總て常識判斷を裏切つて所謂ツムジ曲りであるかの如きものである。而してそれ自身は實は毫も自然法則に反くものではない。同じく生死兩端の間に於ける平等と差別との葛藤に輪廻するものである。本講義は紙數を限られて意を盡し得なかつたが讀者に於て篇中の諸問題を掘り自ら其解釋に志して斯學の開拓に資するあらば著者の本懐之に過ぐるものはない。

(昭和5年4月、中央氣象臺官舎にて記す)

附記 (1)—50頁: (16.21)式に就ては別に文句はないが,49頁(16.2)式は始めテイラー (Taylor) は μ を常數と見て

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 \rho V}{\partial z^2} \quad (16.23)$$

の形で與へた。後リチャードソン (Richardson), プラントル (Prandtl) 等はこれを (16.2) の形に直した。然るにテイラーは假令 μ が z と共に變る場合でも Momentum の場合に限り (16.23) の式が正しいと云ふ事を實驗の結果と對照して主張して居る⁽¹⁾。其意味は渦亂流自身に運動量を持ち,是が矢張り消長し,それが平均流の運動量に影響する爲らしい。熱量とかイオンとか,渦度等に関しては (16.2), (16.21) 等の形が正しい。

附記 (2)—55頁: 高谷靜馬氏の研究 (海と空第九卷第三號, 第五號) に於ては微分方程式は本文 (17.1) 式 (51頁) に於ける μ を z と共に變ずるとし

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial v_x}{\partial x} - l v_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (II.1)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \mu \frac{\partial v_y}{\partial y} + l v_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (II.11)$$

$$\mu = \mu_0(1 + \sigma x), \quad l = 2\omega \sin \varphi$$

から出發し,是を變形して

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \mu \frac{\partial V}{\partial \mu} \pm i a^2 V = 0, \quad a^2 = \frac{\rho l}{\mu_0^2 \sigma^2} \quad (II.12)$$

⁽¹⁾ G. I. Taylor, *The Transport of Vorticity and Heat etc.*, Proc. Roy. Soc. London, A. 135 (1932).

となし,是を解きて T_0, I_0, Y_0, K_0 等の圓筒函數を含む一般解を得,之に地上即ち $z=0$ に於て,風向と風向の高さに依る變化は平行なる條件,即ち

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} / \frac{\partial v_y}{\partial z} = v_x / v_y \quad (II.2)$$

及び地上風と傾度風との間の角が α となるとし,無限の高さで風速が有限になると云ふ條件の下に

$$V_z = V_0(\cos \alpha - K_0 \sin \alpha) \quad (II.3)$$

を得た。但し

$$K_0 = \frac{\ker \psi \ker' \psi + \operatorname{kei} \psi \operatorname{kei}' \psi}{\operatorname{kei} \psi \ker' \psi - \ker \psi \operatorname{kei}' \psi}, \quad \psi = 2a\sqrt{\mu_0} \quad (II.31)$$

茲に \ker 及び kei はケルヴィンの函數で

$$\ker \psi = \frac{1}{2} \{ Y_0(\psi\sqrt{i}) + K_0(\psi\sqrt{i}) \}, \quad \operatorname{kei} \psi = \frac{1}{2i} \{ -Y_0(\psi\sqrt{i}) + K_0(\psi\sqrt{i}) \}$$

である。此 K_0 の値は原論文には與へられたる ψ に對して數値が與へられてある。

μ が高さと共に減る場合にも大體上と同様になるが只 \ker, kei の代りに同種の $\operatorname{ber}, \operatorname{bei}$ の函數が用ひられる事となる。

此様な計算から μ_0 と σ との値をドブソン (Dobson) が英國で測定した各高さの風速風向の觀測及び霞ヶ浦の觀測から計算して次の様な結果を得た。

	春朝	春日中	夏朝	夏日中	軟風	和風	強風	霞ヶ浦	冬同春
μ_0	30.5	172.3	38.9	271.6	31.5	241.5	138.9	16.8	52.8
$\sigma \times 10^5$	0.598	0.248	-1.174	-1.028	2.155	-1.192	-0.130	-0.981	-2.751

西村氏は (17.9), (18.7) 又は (II.3) に依りて與へられる式の代りに

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_0(\cos\alpha - \tan(c-\alpha)\sin\alpha) \quad (\text{II}\cdot 4)$$

と云ふ式を提出した(氣象集誌(1932), 1). これは同氏が各地の實測から實驗式として定めたもので、 α は \mathbf{V}_s と \mathbf{V}_0 との間の角であるが c は定角で、土地の狀況等に依りて定まると云ふ。是は面白い事で理論で \mathbf{V}_s と取るものと觀測により地上風となすものとは其性質上著しい差のある事を示す、尤も(II·4)式はまだ決定的ではなく

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_0(a\cos\alpha - \tan(c-\alpha)\sin\alpha)$$

としたらば更によく實際を表はす様に見える。茲に a は常數で平均に於ては0.7位の値を持つらしい。

更に一般的に注意すべき事はどの論文にも地上の條件として α が與へられて出て居るが、一體 α は何によりて決まるか、是も解き方によつては解として α が出て來べきものの様に考へられる、即ち \mathbf{V}^2 と摩擦及び粘性係数が與へられれば他は結論として誘導せらるべき筈と思ふ。

附記(3)—41頁及び59頁: 流體力學のオイラーの式が改造せられねばならない事は自分等のみではなく寺田博士も既に之を唱へられて居つたが、此頃渡邊慧氏⁽¹⁾の研究によりて其第一歩が踏み出された。夫れは(13·33)式(41頁)の F_x, F_y, F_z に更に新らしい項 F_z を加へるのであつて、これはベクトルの形にして

$$F_z = -\frac{1}{4}\text{rot}[\text{rot}\mathbf{V}, \mathbf{N}] \quad (\text{III}\cdot 1)$$

⁽¹⁾ S. Watanabe, Geophysical Magazine, 5 (1932), 173.

である、茲に \mathbf{v} は速度のベクトルで \mathbf{N} は流體の中にコマの様に廻轉し然かも直接には平均流に無關係な、即ち運動としては認識されない程小さい廻轉する部分が散在するとし、其單位體積中の總廻轉度を示すベクトルである。此項は此様な小廻轉が存在しない場合又は有つても \mathbf{N} の軸の向きが出鱈目の時には必要のないものであるが、境界の狀況等の爲に一旦 \mathbf{N} に統一が起れば相當有力なものとなるべきもので、榊原の式(18·1), (55頁)も此式の特別な場合である事が明かとなつた。これは嘗て故中野博士の示すが如く地球上の亂渦は皆地球自轉の轉向方に依りて、それと同じ方向の廻轉が幾分他よりも優越して居る爲に即ち \mathbf{N} が此自轉の爲の統制を受ける爲に(III·1)の作用が有力となるもので常に平均速度の方向とは直角の方向に働くものである。此外(III·1)は固體の縁邊等に於て小渦が統制せられるから特に有力となる見込である。(III·1)の一つの分力は、 $\text{rot}\mathbf{V} \equiv \omega$ と置いて

$$\begin{aligned} +F_{z,x} &= -\frac{1}{4}\left(\frac{\partial}{\partial y}[\text{rot}\mathbf{V}, \mathbf{N}]_z - \frac{\partial}{\partial z}[\text{rot}\mathbf{V}, \mathbf{N}]_y\right) \\ &= -\frac{1}{4}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(\omega_x N_y - \omega_y N_x) - \frac{\partial}{\partial z}(\omega_x N_z - \omega_z N_x)\right\} \quad (\text{III}\cdot 2) \end{aligned}$$

であるから N_x なり又は ω_x なりが存在し、且つ相手方が之と直角の分を持つて居り且つ其相手方の方向に傾度があれば、大概は成立するもので力の方向は最初の N_x 又は ω_x の方向に向くものである。極くまれには N_x の爲のものと ω_x の爲のものが打ち消して零になる場合も起り得る筈では有る。例へば N

を渦亂流と見た時に、是が平均流の渦度 ω と比例するものであれば此第二種の直角抵抗は起らない。併し亂渦の性質上殆んど一般には ω と比例しないから、此爲に消える事は少ない。又 N を亂渦として N_x, N_y が全く平等で有る事は考へ得る事である。此場合 ω_x と ω_y とが同じく同値であれば、此抵抗はなくなる、併し ω_x と ω_y とに差が有り且つ、空間分布が均一でなければ抵抗は起る。

タンクが有り水を充し、底に孔が有つて流出する場合に渦の出来る事はよく知られた現象で有るが、今迄誰も之を説明し得るものはなかつたが、(III-2)に依りて考へるに、孔の縁に沿うて輪狀水平に N が分布される事は想像出来る。單に是のみでは ω はよし有るも N と平行になるから、 F_2 は起らない。然るにもし少しでも垂直軸のまはりの ω_z があれば、それと輪狀の N の作用で此 F_2 が起る、 N に z の方向の傾度は考へ得るのであるから、此爲の F_2 の向きは ω_z を増す向きになる。即ち此力に依りて z 軸のまはりの渦が発達すべきで、其向きは初めの ω_z の向きと一致する。もし ω_z が右巻きなれば右、左巻きなれば左となる。尙此事に就いて數學的の取り扱いは渡邊氏がやる筈であるが、目の子的に説明すれば上の様な事になる。

地球大氣に於ても流出性の現象は少なくない、尙此(III-1)の應用は將來の大氣の運動に一大光明を投げるもので有る。之は世界的の大收獲と云ひ得る。

附記(4)—60頁：渦亂流の一つ一つの渦は獨自性を持つが、それに屬して居る空氣の各部分の速度は連續性のものでは

つて従つて或る統制を持ち、依りて分子の熱運動に於けるが如き混頓状態と比較され得べきものは寧ろ箇々の渦で有る可き様に見える。此見地から藤原は渦亂流の流速の代りに其振幅を取りて其分布を見た(岡田記念論文集, Geophysical Magazine, 6, 19)それに依ると速度を v とし、それは平均速度 v_0 と亂流 w とから合成されるとする。依りて

$$v = v_0 + w, \quad \sum w = 0, \quad v = \frac{1}{s} \sum v, \quad (IV-1)$$

但し s は平均を取つた充分に廣い空間又は長い時間とする。此 w は小渦卷の集合と見、これが大體

$$\sum_n w_n \sin(p_n t + \epsilon_n)$$

の形に現はされ得るとする。 w_n は x, y, z の三方向に分速度を有するもので而かも各マックスウエル(Maxwell)の分布則に従ふものと考へれば、其各の起る頻度 $F(w_x)$ 及び其合成速度の二乗 w^2 の起る可き分布函數 $\varphi(w^2)$ は

$$F(w_x) = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} e^{-\beta^2 w_x^2}, \quad F(w) = \frac{\beta^3}{\sqrt{\pi^3}} e^{-\beta^2 w^2}, \quad \varphi(w^2) = \frac{4\beta^3}{\sqrt{\pi}} w^2 e^{-\beta^2 w^2} \quad (IV-2)$$

となり、従つて次の二公式を持つ

$$\sum w = \frac{2N}{\sqrt{\pi} \beta}, \quad (IV-3)$$

$$\sum w^2 = \frac{3}{2} \frac{N}{\beta^2} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{\beta} \sum w = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} w_y \sum w, \quad (IV-31)$$

但し w_y は頻度の最大となる w の値で $1/\beta$ と等しい。

此(IV-31)の式の兩邊は各實測の記象から直接に読み取り得

るから、それによりて別々に右邊左邊を計算してつき合せて見れば果して w がマックスウェルの分布則に従ふや否やが解かる。

其の結果

$\frac{\sum w^2}{NV_0^2}$	0.277	0.489	0.259	0.370
$\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \frac{w_y \sum w}{V_0 NV_0}$	0.274	0.511	0.295	0.353
差	0.003	-0.022	-0.036	-0.017

と云ふ様な一致を得、従つて大體 w がマックスウェルの分布則になるらしい事がわかつた。

附記 (5)—66頁: 地勢と風向に就いて最近に荒川氏の論文は有力である。(Geophysical Magazine, 5 (1932), 63). それは地上に a を半徑とする半圓狀の圓壙が横はり、上空では圓壙の軸と $(\frac{\pi}{2} - \lambda_0)$ なる角をなす向きに定流 U があるとする。此場合其の速度ポテンシャルは

$$\phi = x \left(1 + \frac{a^2}{x^2 + z^2} \right) U \cos \lambda_0 + y U \sin \lambda_0$$

で與へられ、流線の式は

$$z \left(1 - \frac{a^2}{x^2 + z^2} \right) U \cos \lambda_0 = \text{const.}$$

となる。但し x は圓壙と直角な水平面内にある座標軸、 y は圓壙と平行な座標軸、 z は鉛直上方へ向ふ。速度は

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \left\{ 1 + \frac{a^2}{x^2 + z^2} - \frac{2a^2 x^2}{(x^2 + z^2)^2} \right\} U \cos \lambda_0,$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = U \sin \lambda_0,$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = -U \cos \lambda_0 \frac{2a^2 x z}{(x^2 + z^2)^2}$$

となり、圓壙の眞上即ち $x=0$ に於て流線が x -軸となす角 λ は

$$\tan \lambda = \frac{z_0^2}{z_0^2 + a^2} \tan \lambda_0,$$

即ち λ は常に λ_0 よりも小さくなるので、山脈の影響は之を越える氣流を山と直角に向ける傾向があると云ふ事になる。

事實としては箱根山測候所で測つた風向の統計によれば山と直角に吹く北東及び南西風が著しく優越して居る。是を三島の測風氣球の觀測と比較したものを次表に示す⁽¹⁾。

方向別風回数百分率 (9h 及び 14h 分)

	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW	風速
箱根山(940m) 9h	—	4	25	8	2	1	1	—	3	10	33	10	1	—	—	—	2
14h	—	4	20	7	2	2	2	—	1	5	5	38	11	1	—	—	1
三島(1000m) 9h	0	9	8	11	6	11	0	—	2	2	6	13	23	5	0	2	2
14h	0	2	4	4	4	8	4	—	6	4	13	25	23	2	0	0	0

此表で見ても三島の方でも NNE から ESE の間に回数が多く、又 SW 及び WSW にも回数が多いが山上では NE と SW に固まつて回数が増して居る。是は測候所のある山の脊に直角な方向である。此外春や秋でも同様な影響が現はれて居る。

附記 (6)—71頁: 嘗て那威國 Bergen で 1920 年の國際氣象會議の際此相似の原理に依りて著者と Tveten とが共同で發表したものが shaw に依りて Quarterly Journal の 1923 年分の p. 104 に載せられて居る。夫れに依ると水の粘性係数が 0.01

⁽¹⁾ 川野昌美、北澤貞雄、岡田博士記念論文集, Geoph. Mag., 6 (歐文の部), 70 頁。

-0.02 c.g.s. に對し、空氣では 5-200 c.g.s. の渦粘性を有するから空氣と水との線分の比は 380:1 乃至 4,000,000:1 速度で 12.5:1 乃至 50:1、時間では 77:1 乃至 320,000:1 の比となり水の渦の 0.5 糎乃至 1 米の直徑の渦に對して空氣では直徑 380 米乃至 4000 糎の渦となる。即ち假りに直徑 1000 糎の空氣の渦卷の模型としては直徑 25 糎の渦を作り、風速 20 m/s に對しては水の流れ毎秒 40 cm/s とすれば丁度同形の渦を得る筈となる。

附記 (7)—74, 75 頁: Baroclinic は等密度面が等壓面と平行でない場合で、これが平行になつた場合を Barotropic と名けた。(v. Bierknes, *On the Dynamics of the Circular Vortex etc.*, Geofysiske Publikasjoner, 2, No. 4, 1-7.) 氣體法則 $pv=RT$ は如何なる場合でも大氣中では行はれると見得るから温度の分布と密度の分布が與へられれば氣壓の分布は定まる、もし等温面が等壓又は等容の何れかの面と平行なれば残りの面も亦平行となる。此時は Barotropic である。併しこれは決して普通の場合とは云ひ難く寧ろ特別な場合である。例へば (23.22) の場合でも氣壓の垂直分布の式は (9.1) 又は (9.11) に従つて

$$dp = -\rho g dz \quad \text{又は} \quad \frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT} dz \quad (\text{VII} \cdot 1)$$

であるから、 ρ 又は T が z のみの函数ならば barotropic であるが x, y に依りて異なる場合、即ち水平の方向に傾度を持つならば ρ, T は水平と傾き、 p のみが水平であるから baroclinic である。併し實際問題としては加速度、轉向力及び粘性を省略す

る程の場合に於て ρ や T の水平傾度を取り上げる程の事は減多にないので取り扱ひとしては T も ρ も z のみの函数と見て、即ち barotropic として取り扱ふ。

(23.23) 又は (23.25) の場合に於ては (14.2) 式に依りて

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= 2\rho\omega \sin \varphi \cdot v_y - 2\rho\omega \cos \varphi \cdot v_x \equiv \rho a, \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= -2\rho\omega \sin \varphi \cdot v_x \equiv \rho b, \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= +2\rho\omega \cos \varphi \cdot v_z - \rho g \equiv \rho c \end{aligned} \right\} \quad (\text{VII} \cdot 2)$$

であるから、而して v_x, v_y, v_z の傾度は省略してあると考へ得るから、 ρ が p のみの函数であれば barotropic、然らざる限りは baroclinic である。今座標軸を換へて z' 軸を等壓面に垂直に取れば

$$\frac{\partial p}{\partial x'} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y'} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z'} = \rho c', \quad c' = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \quad (\text{VII} \cdot 21)$$

従つて

$$\frac{dp}{p} = \frac{c'}{RT} dz'. \quad (\text{VII} \cdot 22)$$

即ち T 又は ρ が z' のみの函数ならば barotropic、然らざれば baroclinic である。

更に (14.1) 又は (14.2) 式を書き替へて、但し $v^2 \equiv v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ として

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial x} + v_y \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} - 2\omega \sin \varphi \right) \\ + v_z \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} F_x, \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial y} + v_x \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y} + 2\omega \cos \varphi \right) \\ + v_z \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} + 2\omega \sin \varphi \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} F_y, \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial z} + v_x \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \\ + v_y \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} - 2\omega \cos \varphi \right) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \frac{1}{\rho} F_z \end{aligned} \right\} \text{(VII-3)}$$

とし

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} - 2\omega \sin \varphi &\equiv \omega_z - \zeta \equiv \omega_z', \\ \frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y} + 2\omega \cos \varphi &\equiv \omega_x - \xi \equiv \omega_x', \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} &\equiv \omega_y \equiv \omega_y'. \end{aligned} \right\} \text{(VII-31)}$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} \equiv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial P}{\partial y} \equiv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} \equiv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad \text{(VII-32)}$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} = -g \quad \text{(VII-33)}$$

と置けば運動の方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} - v_y \omega_z' + v_z \omega_y' - \frac{1}{\rho} F_x &= 0, \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} - v_x \omega_z' + v_z \omega_x' - \frac{1}{\rho} F_y &= 0, \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} - v_x \omega_y' + v_y \omega_x' - \frac{1}{\rho} F_z &= 0 \end{aligned} \right\} \text{(VII-34)}$$

となる、但し

$$\phi \equiv \frac{1}{2} v^2 + P - G \quad \text{(VII-35)}$$

である。或はベクトルにすれば

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \text{grad } \phi - [\mathbf{v}, \mathbf{w}'] - \frac{1}{\rho} \mathbf{F} = 0 \quad \text{(VII-36)}$$

となる。以上は北尾先生の遺り方で(北尾全集117頁)此 (VII-35) の

$$\phi = \text{const.}$$

なる面を isodynamischen Flächen 即ち等力面と名け之が地面を切る線を isodynamen 即ち等力線と名けられた。而して此等力面の考への中には (VII-32) の条件を含み、これは頭から barotropy を假定したものであるから、此等力面を用ふる力學系統は barotropic の範囲に屬する。

Baroclinic の場合には等壓面と等温面とが平行でない爲に一の渦動の項が加はる事になる様であるが、茲ではそれ迄は立ち入らない。

附記 (8)—116頁: 多方的變化と云ふことは與へられた熱量の中のどれだけが温度を高める爲に又どれ丈が外部に對して

仕事をなす爲に使はれたか、其按分の割り合ひが種々である事を意味する。外から入り来る熱量を δQ で表はせば、普通

$$\delta Q = c_v dT + p dv \equiv c dT \quad (\text{VIII} \cdot 1)$$

と置かれる、此場合、潜熱や運動や他のエネルギーの出入はなく、只熱と外部に對してなし又はなされる仕事のみがあるものとする。 $p dv$ は外部に對してなす仕事で $c_v dT$ は温度を高める爲に入用な熱量である。上の式の最右邊はいつも此様に置かれるとは限らないが、氣體のエネルギー變化に或る統制があり、其變化中は常に

$$n c_v dT = p dv \quad (\text{VIII} \cdot 11)$$

の關係が成り立つか、又は途中はどうでもよいが變化が完了した時に最初の状態と最後の状態を比較して常に上式が成り立つ様な場合には (VIII-1) の如くに置き得る、但し n は常數と見る。

依りて

$$c = (1+n)c_v. \quad (\text{VIII} \cdot 12)$$

積分して

$$\frac{n c_v dT}{R T} = \frac{dv}{v}, \quad T^{\frac{n c_v}{R}} v^{-1} = \text{const.} \quad (\text{VIII} \cdot 13)$$

形をよくする爲に

$$\frac{R}{n c_v} \equiv 1-k, \quad \text{即ち} \quad n \equiv \frac{\gamma-1}{1-k} \quad (\text{VIII} \cdot 14)$$

と置く、依りて

$$k = 1 - \frac{1}{n}(\gamma-1), \quad (\text{VIII} \cdot 15)$$

かくて (33-2) の式 $p v^k = \text{const.}$, $T v^{k-1} = \text{const.}$, $T p^{\frac{1-k}{k}} = \text{const.}$ を得る。(VIII-14) を (VIII-12) に入れて

$$c = \left(\frac{1-k+\gamma-1}{1-k} \right) c_v = \frac{\gamma-k}{1-k}. \quad (\text{VIII} \cdot 16)$$

之を逆にかへして

$$k = \frac{c_p - c}{c_v - c}. \quad (\text{VIII} \cdot 17)$$

又外部に對する仕事は

$$dW \equiv p dv = \frac{c - c_v}{c} dQ \quad (\text{VIII} \cdot 2)$$

又は

$$= (c - c_v) dT \quad (\text{VIII} \cdot 21)$$

$$dQ = \frac{c}{c - c_v} dW \quad (\text{VIII} \cdot 22)$$

とし又 (33-31) 式の意味に於て温度減率 α を

$$-\alpha \equiv \frac{\partial T_0}{\partial z} = \frac{1-k}{k} \frac{g}{k} \quad (\text{VIII} \cdot 3)$$

と置けば

$$\alpha = \frac{k-1}{k} \frac{g}{k} = \frac{g}{c_p - c}, \quad (\text{VIII} \cdot 31)$$

$$k = \frac{g}{g - R\alpha}, \quad c = c_p - \frac{g}{\alpha}. \quad (\text{VIII} \cdot 32)$$

となる。

昭和七年十二月十日印刷
昭和七年十二月十五日發行

岩波講座
物理學及び化學(増訂版)
第十九回配本2
(物理學第十四)

編輯者 岩波茂雄
發行者 東京市神田區一橋通町
印刷者 島 連太郎
東京市神田區美土代町
印刷所 三 秀 舎
東京市神田區美土代町

發行所
岩波書店
東京市神田區一橋通町

終