

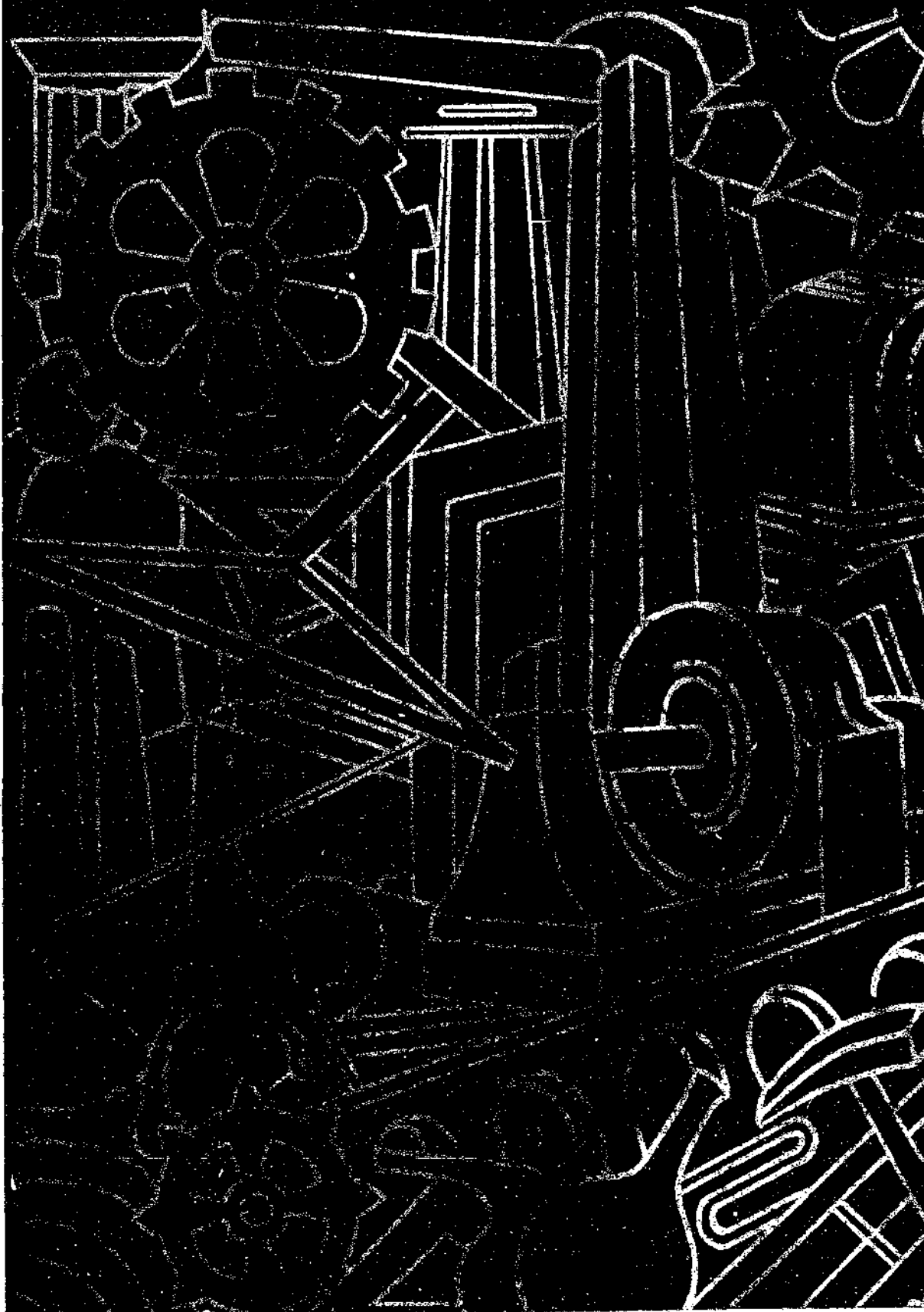
理 工 雜 誌

第 一 卷
第 四 期



圖書交換

震旦大學
理工學院發刊
上海游覽書館印





東方修焊有限公司

法京巴黎

分行上海法租界四馬路四百零七號電話0014



THE EAST OXYGEN & ACETYLENE CO. LTD.
SOAEO
 Head Office:
 15 Quai
 d'Orsay
 PARIS

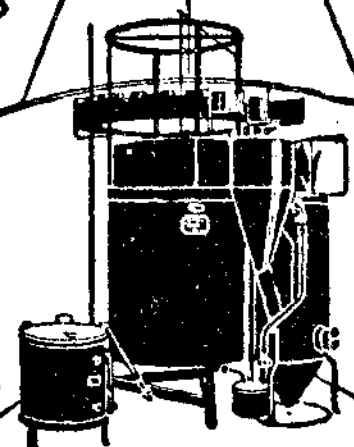
**COMPLETE OUTFITS
 for
 OXYACETYLENE WELDING**

OXYGEN GAS 養氣
DISSOLVED ACETYLENE GAS 亞點塞尼
CARBONIC ACID GAS 炭酸
CALCIUM CARBIDE 水電石
WELDING & CUTTING MACHINES 電焊器具

WELDING RODS 電焊鐵絲
WELDING FLUXES 電焊粉
ELECTRODES 馬達電線
ELECTRIC WELDING PLANTS 電焊器具
WELDING & CUTTING BLOWPIPES 電焊吹管器具

Telephone Office & Factory: 80064
 Telegraphic Address: OXYGENE

For all orders apply to
Mr. Jean Rocca
 Shanghai Branch Manager



覆答即當詢垂蒙如
 也務服之實忠極君子而
 啟同 Mr. Jean Rocca 理經洋
 蒙 瑞 史 理經華

THE CHINA PORTLAND CEMENT Co., Ltd.

HEAD OFFICE: 452 KIANGSE ROAD, SHANGHAI

TELEPHONES: 15157, 15158 AND 10778

WORKS: LUNGTAN, KIANGSU

CABLE ADDRESS:

English "CHIPORCEMT"

Chinese 2828

CODE USED:

A.B.C. 5TH EDITION

BENTLEY'S

泥水牌山泰

標商



(一)
定價低廉

(二)
使用便利

(一)
凝結迅速

(二)
勁力高強

本鎮新通外品經優少上

公司聘請德國專家
 設廠製造泰山牌
 及特別水化會經
 各特大機關水泥
 各質精良給有化
 質大工良程採有
 各誠建築界不
 良誠建築界不
 之材料也其特
 點如

中國水泥股份有限公司

上海江西路四五二號

電話一〇七七八

瑞昌洋行機器陳列所

H. OLIVEIRA & SON

1 Seward Road, Shanghai

Telephone 40020

Machine Tools and Engineering Supplies
Small Tools a Speciality

Sole Agents for:

The L. S. Starrett Company, Athol, Mass—*Precision Tools*

J. Dampney & Co., Ltd., London, "Apexior"—*Boiler Compounds*

The F. E. Myers & Bro. Co., Ashland, Ohio.—*Hand and Power Pumps*

The Carborundum Company, Niagara Falls—*Grinding Wheels and
Abrasives*

Syracuse Smelting Works, Brooklyn—*Babbitt Metals and Autocrat
Bushing Bronze*

Schæffer & Budenburg, Magdeburg—*Steam Fittings*

American Metal Hose Company, Waterbury—*Flexible Metal Hose*

Albertson & Co., Inc., Sioux City — *Electrical Drills Grinders*

STOCKS CARRIED

Foncière et Immobilière de Chine

A limited company founded 1920 with a capital of Tls. 2,000,000.

9 AVENUE EDOUARD VII.

Telephone: 82008



上海愛多亞路九號電話82008

法總領事館註冊

資本規銀二百萬兩

營業項目

經售及出租地產

產業管理

抵押

建築

This is the Portable

MOST PEOPLE THINK OF FIRST

You can't get away from it . . . more
people do think of UNDERWOOD first when
their thoughts turn to typewriters. They've
heard more about UNDERWOOD. They feel
confident of UNDERWOOD.



1934

THE

UNDERWOOD

STANDARD

QUIET

PORTABLES

ARE NOW HERE

DODWELL & CO., LTD.

1 CANTON ROAD

SHANGHAI

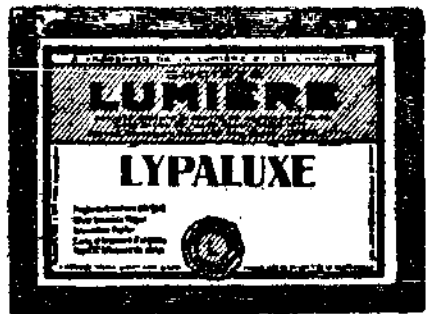
PHONE 13805

LUMIERE

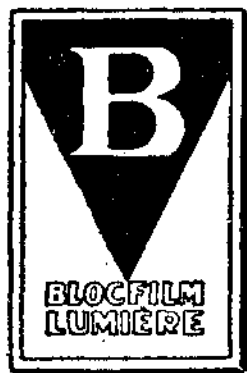
羅密之特異出品



麗大 Lugda 燈光紙，有軟性，
中性，硬性，最硬四種。



麗巴 Lypaluxe 溴紙，專為放大
及美術照相用，紙面紋類
有多種。



羅蜜 軟片卷軟片包，單
頁軟片速度 700 H & D.

羅蜜固 Lumichrome 片，速度
1400 H & D. 為世界現有該
項超級感光片之冠。

中國總經理

百部洋行

上海廣東路一號

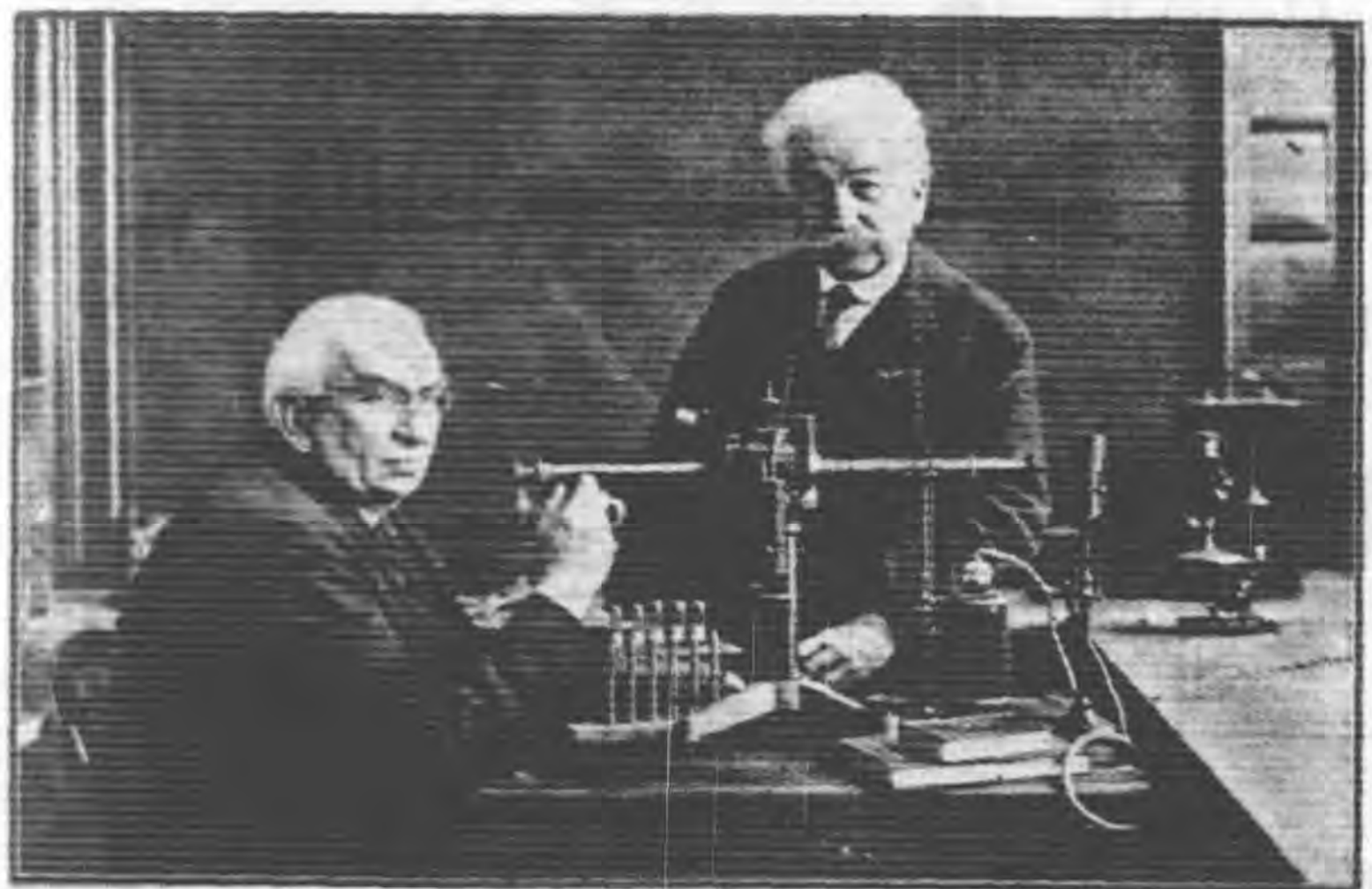
郵局信箱 635

電報掛號 Duobabchar-Shanghai



LUMIÈRE

源但廣
 發所，實
 之造其
 學製過
 相良言
 照最受
 爲之的
 國紙目故？
 法像盲何試將較快，成所
 知片常騙君片，比最之多
 皆膠却欺諸軟片度用人
 人爲人之請軟速試吾
 世地，世告但chrome類爲君須
 『羅蜜固』Lumi-同實諸無
 結後最能也。果方準加與知之以他此軟証家片片實



兄弟羅蜜氏發明之電影術及照相術

爲之
 學虞
 科之
 之欺理
 國受經
 法無總
 有決國
 皆君中
 出品諸
 出故
 國証
 法保
 行洋部百

上海九江路貳百號

伊文思圖書有限公司

發售	行售	學原	校版	課圖	本書
經理	印刷	中西	西文	文用	件品
批發	發理	文房	學科	儀學	器誌
代理	訂代	歐美	美	雜	誌

定價低廉 服務週到

Edward Evans & Sons, Ltd.

200 Kiukiang Road Tel. 15015 SHANGHAI

徵求建築月刊

本館所藏「建築月刊」(上海)舊缺第一卷第三(期)至第十一期現為補齊計願以該月刊之第二期及第三期各工雜卷已換出未肯各期互相交換如肯所愛全卷及零期均來所歡迎復收者璧還

震旦大學圖書館啓

GARDENAL



中國總經理

上海北京路二號

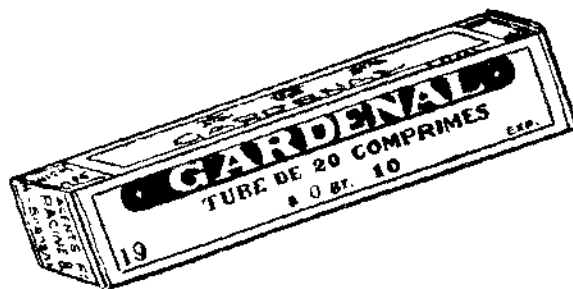
法商立興洋行

安 靜 劑

主治

癲 癇
 兒童驚風
 失 眠

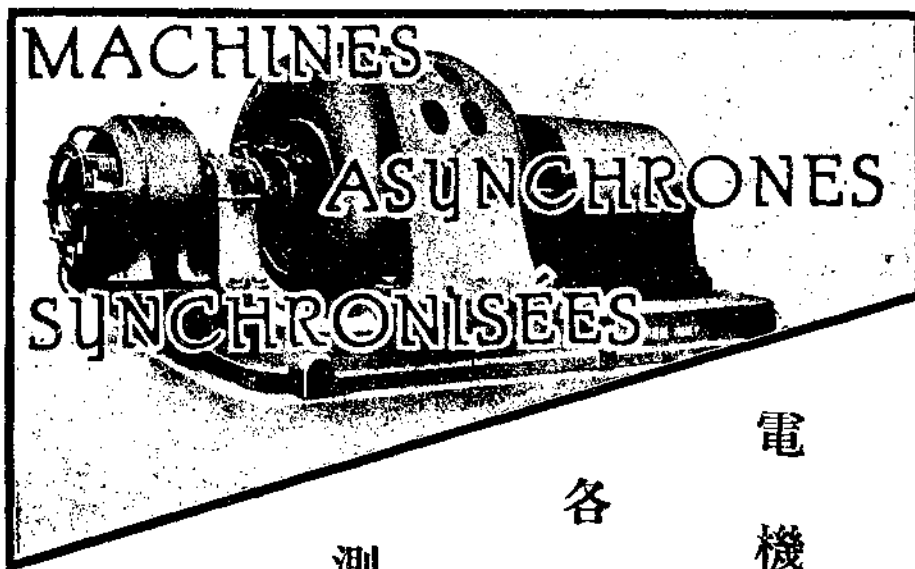
各大藥房
 均有出售



LONKOMAY

隆高麥洋行

上海西門路 230 號 電話 80544



擔
任
工
廠
設
計

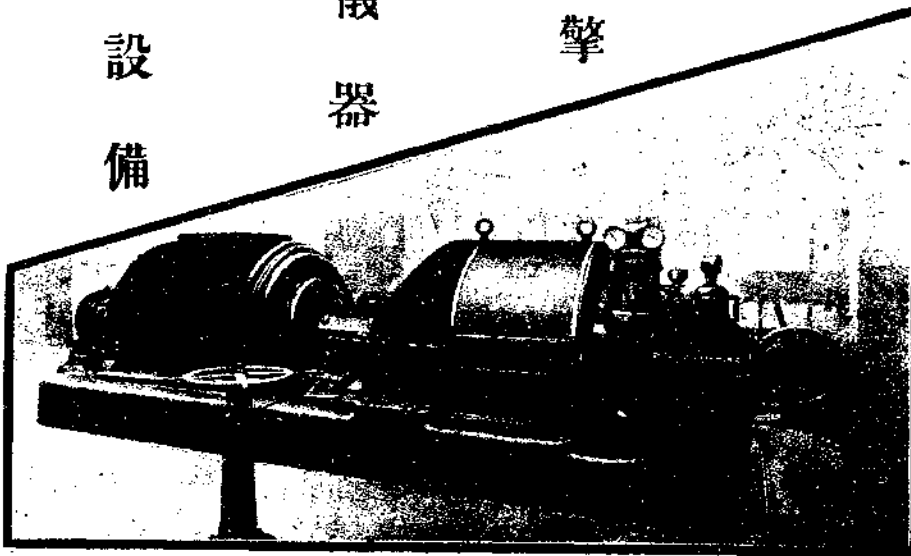
供
給
機
器
材
料

電
機
馬
達

各
式
引
擎

測
繪
儀
器

防
空
設
備



本行備有各種樣本目錄承索即寄

LONKOMAY

隆高麥洋行

230 Rue Porte de l'Ouest—Chang-hai
上海西門路 230 號 電話 80454

本行總理下列法國名廠出品

工業機械

電氣機械
柴油煤油及火油引擎
渦爐
渦輪及抽水機
蒸汽引擎
紡織機器
水表
氣壓機抽空機製冰機
其他各種工廠機器

Cie Générale électrique, Nancy
Sté l'Aster
Etablissement Niclausse
Sté Rateau
Sté Larbodière
Ateliers Diederichs
Sté l'Aster
Sté Spiros

醫藥品

愛克司光電療器
外科醫具
開刀檯及消毒器
無影燈
其他各項藥品及醫院設計

Cie Gle de Radiologie
P. Gentile et Cie
Ets Flicoteaux, Boutet et Fleurot
Ets Barbier Bénard et Turenne

教育用品

各種電表
測繪儀器
玻璃器具
醫科掛像及典型
天平秤光學用具及理化用具

Guerpillon et Sigogne
H. Morin; Deyrolle
Verreries de Folembay
Matériel du Dr. Auzous

工務機械

磨粉機軋石機和水泥機濬河機
汽鏟鋼軌車輛
築路機及汽鍋

Jules Weitz et Cie de Lyon.

Sté Leroux et Gatinois

建築材料

油漆
水汀衛生器具及鐵灶
電梯
其他各種材料

Ete Les Fils de Haguenhauer Ainé
Sté Gle de Fonderie
Ets Edoux Samain

他種材料

無線電機及零件
各種電光燈探海燈燈塔聽音防
空機噴射器 望多謨隔電灰

Sté Indépendante de Télégraphie
sans fil
Sté Barbier, Bénard et Turenne

敝行專代各界設計并備各種樣本及價目單如蒙 賜顧不勝歡迎

理工新書介紹

本欄歡迎國內各大書店供給材料

商務印書館出版新書



工業政策	百科小叢書	丁振一著	\$ 0.30
工業經濟	百科小叢書	彭維基 阮 湘著	\$ 0.25
工程師的教育和工作		Sackett著 陳 章譯	\$ 1.00
溝渠工程學	大學叢書	顧康樂著	精裝 \$ 1.80 平裝 \$ 1.20
鐵路管理學	大學叢書	趙傳雲著	\$ 1.40
鐵路管理	商學小叢書	王成森 沈達宏著	\$ 0.30
毒氣製備實驗法		Stoltzenberg 著 張郁嵐譯	\$ 0.70
數學全書第一冊算術		Weber 著 鄭太朴譯	\$ 2.80
數學全書第二冊代數		Weber 著 鄭太朴譯	\$ 1.80
西洋近世算學小史	百科小叢書	D. E. Smith 著 段育華 周元瑞譯	\$ 0.25
算學的性質		殷佩斯譯	\$ 0.25
高等算學分析	大學叢書	熊慶來著	精裝 \$ 3.20 平裝 \$ 2.20
方程式論	大學叢書	Purnside and Panton 著 幹椿仙編譯	精裝 \$ 2.00 平裝 \$ 1.40
平面幾何學直線圖形	算學小叢書	林鶴一 菅集人著 黃元吉譯	\$ 0.30
解析幾何學	大學叢書	何衍璿 袁武烈著	精裝 \$ 3.20 平裝 \$ 2.20
量度之精密及圖解法概論	國立編譯館出版	H. M. Goodwin 著 吳蔭圃 呂大元譯	\$ 1.40
物理學名詞	國立編譯館編訂		\$ 1.30
高中適用今日的化學		Me Pherson等著 楊春洲譯	\$ 3.50
高中適用實用化學		Black and Conant著 孫豫壽譯	\$ 2.40
礦物學		董 常著	\$ 0.50
地質學小史		葉良輔著	\$ 0.25
高級中學教科書生物學實驗法		龔禮賢 陳震飛編	\$ 0.60
動物學小史		劉 咸著	\$ 0.25

工學小叢書

應用力學	徐 驥著	\$ 0.50
機械設計	馮 雄著	\$ 0.60
無線電報及無線電話	朱其清著	\$ 0.35
鍍鍍法	丁壯猷著	\$ 0.15
工廠設計	凌鴻助著	\$ 0.50
合理化要義	包 威著 王撫洲譯	\$ 0.15
交流電機	尤佳章著	\$ 0.50
冶金工程	胡庶華著	\$ 0.50
採礦工程	胡榮銓著	\$ 0.55
金工	馮 雄著	\$ 0.35
圻工	馮 雄著	\$ 0.70
河工	馮 雄著	\$ 0.55
鐵路	聶肇靈著	\$ 0.35
城市穢水排洩法	朱有篤著	\$ 0.20
測量術	馮 雄著	\$ 0.55
酸	高 銛著	\$ 0.45
鹼	高 銛著	\$ 0.30
紡織	朱升芹著	二冊	\$ 1.20
釀造	吳承洛著	\$ 0.25
香料及化妝品	鄭尊法著	\$ 0.30
火藥	徐守楨著	\$ 0.20
軍械製造	李待琛著	\$ 0.75
機構學	馮 雄著	\$ 0.80
材料強度學	陸志鴻著	二冊	\$ 1.00
非金屬材料	馮 雄著	\$ 0.80
機械工程概論	鈕因梁著	\$ 0.40
電機工程概論	陳 章著	\$ 0.40
電機設計	尤佳章著	\$ 0.80
內燃機	劉振華著	\$ 0.50
水力機	蔡昌年著	\$ 0.35
化學工程及製造概論	徐守楨著	\$ 0.25

作者書店出版新書



中國中部木材之強度試驗	陸志鴻 朱會芳著	\$ 0.20
混凝土之抗壓強度及其彈性係數	陸志鴻 薛 鎔著	\$ 0.20
材料試驗法暫定標準草案	材料試驗室擬定 陸志鴻 朱惠芳著	\$ 0.20
清式營造則例	梁思成著	甲種 \$ 8.50 乙種 \$ 5.50
鐵路公路實用曲線表	毛漱泉	\$ 2.50
鐵工機藝學	黃遠榮	\$ 1.20
實用電機試驗法	過文黻	\$ 1.20
線路工程手冊前集	李 湘	\$ 1.50
現代實用電磁學	邱越凡	\$ 1.80
墨水之製造	謝明山	\$ 0.50
再版電工學	杜若城	\$ 2.00
短波發報機	邱越凡	\$ 3.00
蓄電池概論	姜 筠	\$ 1.50
中國電氣事業統計	京建委會	\$ 0.15
電氣事業經營要畧	惲 震著	\$ 0.30
電燈裝製法	董元芳	\$ 0.20
屋內電燈線裝製規則		\$ 0.15
工程各學	徐去非	\$ 4.50
實用鋼骨混凝土學	徐鑫堂	\$ 4.00
經濟住宅		\$ 6.00
因果性研究	柳若水譯	\$ 1.00
方法與結果	潭輔之譯	\$ 0.80
大地測量學	張樹森	\$ 2.50
無線電交直收音機修理法及測算法	譚玉田	\$ 1.60
無線電原理及直流收音機製造法附修理法	譚玉田	\$ 1.20
無線電報務員須知	范鳳源	\$ 1.60
無線電學	倪尙達	\$ 2.60
無線電習題詳解	范鳳源	\$ 0.80
園治	明計無否	\$ 1.00

增訂實驗乾電池製造法	范鳳源	\$ 2.00
種葦實驗誤		\$ 3.00
現代店舖建築各集	方圓社	\$ 2.00
道路建築學	陳樹棠	\$ 1.50
最新實用汽車學	王道達	\$ 2.50
乾電池秘訣	范鳳源	\$ 0.50
調味粉製造法	范鳳源	\$ 0.50
地質學	梁修仁	\$ 0.90
論理學	劉仁甫	\$ 1.20
科學概論	鄧均吾	\$ 0.80
科學到何處去	皮仲和	\$ 0.80
西班牙式住宅各案	范文照	特價\$ 1.00

國立武漢大學理科季刊第四卷第四期目錄

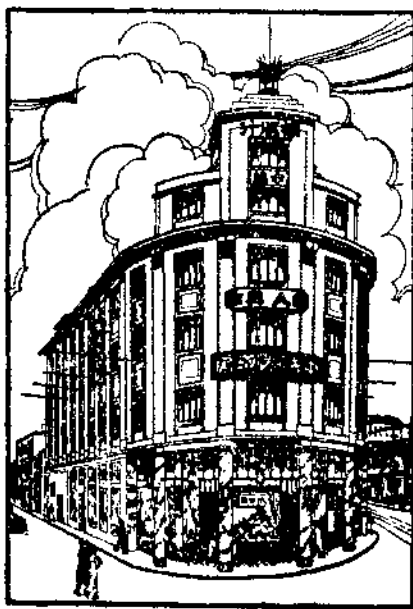
集合論	蕭文燦
中國香辛食料之化學成分	吳祥龍
植物生理學史略	張 珽
雲南中部之西及西北部採鳥記	任國榮
代數數域論	華羅庚
甘肅鳥類新種之記載	任國榮
海南內部鳥類新種七種之記載	任國榮
武昌害蟲誌畧	張德興
數學家姓名錄	曾昭安

定價： 每冊銀五角 總發行所： 武昌國立武漢大學出版部

代售處： 各埠商務印書館

上海中法藥房

總公司……北京路八九八號
 製藥廠……大西路一七九〇號
 電話 九三三三三三 轉接 各部及
 九三三三三三 製藥廠
 電報掛號……五六七三



國內支店
 南京 漢口 重慶 九江
 安慶 蕪湖 長沙 無錫
 蘇州 杭州 汕頭 廈門
 廣州 香港 天津 開封
 鄭州 濟南 煙台

國外支店
 新加坡 暹羅 怡保 爪哇
 庇能 泗水 台灣 三寶壟
 馬尼刺 等埠

本藥房創立迄今，凡四十年，除運售各國原料藥材醫療器械衛生用具外，並積極提倡國藥，研究仿製，先後發行自製靈效藥品四百餘種，行銷全國及南洋各埠，卓著時譽，茲例舉其最著者如後：

艾羅補腦汁	艾羅療肺藥	九造真正血	紅血輪補藥	九一四藥水	九一四藥膏	九一四白濁藥	第一總精神丸	龍虎人丹
專治神經衰弱	止咳平喘	補血生精	培血補氣	消腫除毒	外治瘡瘍	殺菌滅菌	提神補氣	清心殺毒
雙獅花露水	羅威水藥露	保喉福美片	孩兒面	發髮藥水	家庭藥庫	旅行藥庫	滅痛片	
防疥癬	清熱除穢	消腫避疫	潤容美膚	禿髮生髮	小病自癒	旅途安全	善治百病	

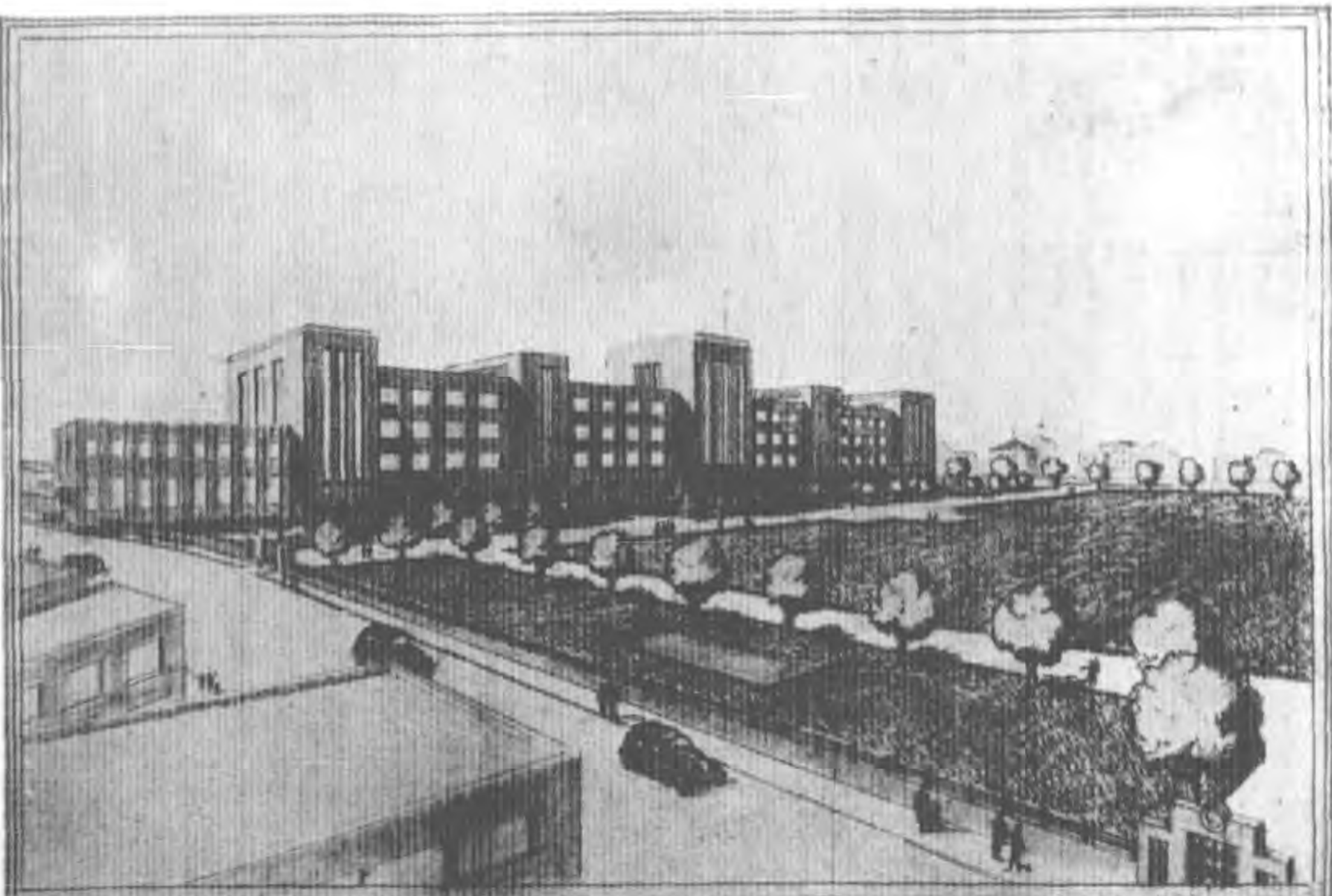
本 期 目 次

	頁數
封面	洪 青
編後	編 者
插圖	一幅
葉綠素光合作用之假設及其事實	
	白於珩教授著 1
	陳士徹先生譯
發電廠用煤之研究	劉晉鈺教授 13
以矢算研究圓錐曲線	張永立 29
受振三和土	周賢偉 55
鍋爐效率之研究	謝臨深譯 73
探泉家之擺與弓(續)	R. P. Weckbacher. 著
	費 泰 譯 87
振盪電路之研究(來件):	徐裕昆譯 97
雜俎(二則)	史寶鑑關西滿 117
震旦大學化學工程系實驗館之落成	125

印版特之猶海面
紙銅不紙屬上封
林之紙章尙「於
道出林天貨寄至
章印道如國直也
天致色致爲請可
用以致米不紙示
向滑,以米,不紙
忱,平改黃天章。賜
之甚起帶因指導。社
貨不期稍但方工雜
國面下力,各理工
倡表於紙目求學用
提張,擬於且傷請大
本紙茲弊,有敢且起
誌種晰。之弊,有敢且
本此清述之弊,有敢且
行,但甚上分未班於
不無過豫呂決於
茲爲服務刊登欲格
欄,義務書籍,欲格
一出版之介紹
出書介紹

編者





UNIVERSITÉ L'AURORA. PROJET D'EXTENSION. MINUTICH ARCHITECTS

行將建築之本校大廈透視圖

本校鑾於圖書儀器
及人數之激增舊有
呂班路東之房舍已
不敷用特於路西之
草場興建大廈其東
部供圖書館及法學
院之擴充西部則泰
半爲理工學院所據
醫學院之博物科亦
在焉大廈之東偏有
小屋如平台狀者則
原有之大禮堂也

葉綠素光合作用之假設及其事實

白於珩教授 P. H. Belval 著

Docteur es Science

陳士徹先生 譯

植物界對於生理而論，可分有綠色植物，及無綠色植物兩大類。本文祇論有綠色植物，蓋世界動物，所賴以維持生命，發育機體之食料，端藉有綠色植物，用其由根吸取之礦物質，及由葉吸取之二氧化碳，藉日光之力，製成複雜之有機物，而得維持生命。世界無植物，則斷無動物生存，此言毫無過逾，動物雖處於富有無機物之環境中，苟絕無有機物，則亦惟有坐而待斃。總之，綠色植物，為有機物之唯一製造機件，動物則為有機物之分析及破壞者，須直接間接，賴植物以營生。

植物在日光之下，其所以能製造有機物者，則全恃乎其組織中一種特具之色粒，名葉綠素，而製造有機物之內容，則目下尚不能窺其堂奧，本文不論含氮有機物之形成，但就光合作用，對於炭水化合物綜合之程序及真相，加以討論。

所謂炭水化合物，或稱水化酸素，又名含水炭素，或單稱糖類，由炭氫氧三種原素所組成，其通式為 $C^n (H^2 O)^{n'}$ ， n 與 n' 同數或異數，此種物質，目下應名之曰醣 (glucides) 本文所論者，有含六原子炭素之六炭化合物 (hexoses) 通名單糖，(Sucres simples) 或還原性糖，(Sucres réducteurs) 如葡萄糖，(glucose) 或右旋糖，(dextrose) 果糖，(fructose) 或左旋糖 (lévulose) 等，皆屬此類。有含六之倍數原子炭素之複糖，(polyoses) 如蔗糖，(Sucre de canne) 又名結晶性糖，(sucre cristallisable) 為由一個分子之右旋糖，一個分子之左旋糖，減去一個分子之水而合成，其草式為 $C^{12}H^{22}O^{11}$ 。

此等糖類物 (glucides) 識別頗易,如右旋糖及左旋糖,因其同能使費林試液 (Liqueur de Fehling) 還原,故名之曰還原性糖,而右旋糖能使極光右旋,其旋轉能力 ($[\alpha_p]$) 等於 +52.5, 左旋糖能使極光左旋,其旋轉能力,因氣溫而變化,等於 $-101, 36 \pm 0, 56 t^\circ$, 於平均溫度 20° , 正為 -90 .

蔗糖對於費林試液,並無作用,然其右旋之能力,較葡萄糖更甚, $[\alpha_p] = +66, 5$, 如加以沸熱之稀性酸或糖酵素,澱粉酵素, (取自大麥酒酵母) 則起加水分解,成為等量之葡萄糖及果糖,如將同一分子量之葡萄糖及果糖,製成混合液,則有還原性,而其轉動能力,等於二者之算數中項 $\left(\frac{52-90}{2}\right)$ 於常溫時,適為 -20 . 由是故知蔗糖為右旋,葡萄糖及果糖之水解混合物為左旋,因其有此轉化作用,故葡萄糖與果糖之混合液,有轉化糖之名.

故於蔗糖葡萄糖果糖之混合液中,欲知各種糖類之成份,不難用化學及光學方法求之,故我人如將植物各部,加以精密之測驗,當能明瞭此等糖類之變化,譬如有一混合液,具有弱小之還原性,而有強大之右旋力者,乃富於蔗糖之徵,且可用化學方法覆証,反之,如蔗糖加水分解,代以葡萄糖及果糖,則其旋轉力減小,而漸趨於轉化糖之算數中項, (試驗時之溫度)

雖然,實際上我人所能觀察到之現象,決不如此清晰,蓋此等作用,皆發生於生活細胞中,而生活細胞,有呼吸及增殖等種種動作,此等作用,皆須消費糖類,葡萄糖專用於呼吸,果糖專供新組織之形成,故依植物所處境況 (呼吸及增殖等作用) 之不同有時多得葡萄糖,有時多得果糖,遂牽制還原性糖混合液之轉動能力,或高出於轉化糖轉動能力之上,或降落於轉化糖轉動能力之下,一視葡萄糖之多於果糖,或果糖之多於葡萄糖,但此等糖類,在器官內之遷移變化,我人常能設法視察.

以上所述之基本學識既明,則葉綠素光合作作用最先形成之(糖)我人是否可以切實確定?

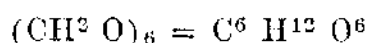


光合作用對於外界發生之現象，為吸取二氧化碳，呼出氧氣於空中，二氣體以同量體積互相交換， \ominus 其比例為 $\frac{O^2}{CO^2} = 1$ 且我人如將正當光合作用極盛之綠色葉分解，則見糖 (glucides) 大加增多，足見光合作用之吸收二氧化碳，為綜合炭水化合物炭素之惟一來源，此綜合之炭水化合物為何，則其答案因光合作用解釋之方法而不同。

最陳舊之假設，為拜耳氏之理論，*théorie de von Baeyer* 將蟻醛 *aldéhyde formique* 或一炭烷 *méthanal* 或 *formol* 加入其間，炭酸分解為蟻醛而遊離一分子之氧。



後蟻醛壘化而成各種糖類，譬如六分子之蟻醛相合，則成葡萄糖。



此理論認單糖之形成，(譬如葡萄糖) 先於複糖，(蔗糖) 即糖 *glucides* 在綠色柔膜組織中形成之程序，由簡單而入於繁複。

此蟻醛之壘化為還原性糖。(譬如葡萄糖) 並無疑義。

且費熙 *Emile Fisher* 之成就綜合數種單糖，亦以蟻醛為出發點，然須注意者，此實驗必須於鹼性中行之，否則惟有失敗。伍志氏 *Wurtz* 堅欲於酸性環境中工作，結果無數成就，然細胞液常呈酸性反應，此為拜耳理論之第一莫大疑點。

且如蟻醛固為綜合之出發點，則當能於組織中採取得之，然至今未能發現蟻醛之踵跡，培德勞 *Berthelot*，喬特匈 *Gaudechon* (1910) 陶尼基 *Stoklasa Zdobnieki* (1911-1913) 何爾美 *Wolmar* (1921) 曾將 CO 及 H 用紫外線之力，而使產生蟻醛，結果亦不能有所供獻，因紫外線有殺生 (*abiotique*) 性不能使行於生活細胞，則自無可觀之成績，此固無須他求，實係實驗室精密工作而已，又蟻醛為一劇毒之防腐劑，其存在於生物體中，亦殊難深信，此種種理由，固認拜耳理論之不確，而自然界中真實之現象，亦實反乎此也。余能以葉內炭水化合物之精密分析以証之，雖不能將自然界所有植物，盡行分析，固盡人皆能諒此苦衷，而拜耳理論之(欠缺)失確於幾種最普通之植物，已足認定其為非真理也必矣。茲將植物之葉加以研究如後。

勃郎伍 Brown 及馬里斯 Morris (⊖) 二氏施於金蓮花葉之工作，頗著功績，其結果謂還原性糖（右旋糖及左旋糖）乃由蔗糖所形成故自非光合作用最先之產物，而光合作用最先產生之糖類，實為蔗糖，而且蔗糖不特為光合作用之最先產物，亦即為產生其他糖類之基本。徐拉 A. Girard (⊖) 在 1886 年，用蘿蔔試驗，已得到同等結果，高林 H. Colin (⊖) 在其試驗蘿蔔內蔗糖之後，亦認此結果為真確，且證明蔗糖與還原性糖之比例，由葉片至莖之基部，漸次減小，此為單糖由結晶性糖所產生之鐵証，蓋組織中常有糖酵素存在，足使結晶性糖起加水分解，而變為還原性糖故也。

I 穀類植物之葉

當余在研究穀類植物內之澱粉之創舉時，(⊕) 余能詳檢小麥，裸麥，大麥，玉蜀黍，及稻之詳細內容，其變化完全與上面所述同一無二，葉片所包含之糖 glucides，為蔗糖及其水解生成物（右旋糖及左旋糖）且其平均轉動能力，常較高，至植物較低部位（譬如包圍於莖外之葉鞘）則有二種不同之情形發生於穀類植物焉，其一在小麥裸麥大麥喬麥內，除蔗糖及單糖外，尚有一種凝結物，無還原性，有左旋力，加糖酵素不發生作用，稀性酸能觸成左旋糖，其二在稻及玉蜀黍內，則但有蔗糖，葡萄糖，及果糖而已。

在此第二種穀類植物（玉蜀黍及稻）其糖類物 glucides 間相互之變化，頗易觀察，試取玉蜀黍之葉片，（為光合作用最盛之器官）加以研究，其中蔗糖多於還原性糖，其比例 $\frac{R}{S}$ 頗為弱小，而常於 0.5 之下，在葉之主脈中蔗糖已漸形減少，而還原性糖漸形增多，至葉鞘則更為顯著， $\frac{R}{S}$ 高超於葉片，且普通等於 1，或竟大於 1，易言之，由葉片而下，以至於莖，結晶性糖之成分漸次減少，還原性糖之成分，漸次增多。

下列數表示每百克新鮮植物所含糖類之重量，以克為單位

T 表糖類之總和 (Sucre total)

R 表還原性糖 (Sucre réducteurs)

S 表蔗糖 (Saccharoses)

余再將原有之轉動能力 $[\alpha_1]$ 寫出，即糖類混合液，在受任何酸性及糖酵素作用以前之轉動能力，可用下面公式求之。

$$\alpha = \frac{[\alpha] \pi l}{100} \text{ 故 } [\alpha] = \frac{100 \alpha}{\pi l}$$

α , 為液體原有之轉動能力

π , 為 100^{cc} 糖類總和(液體)之濃度(水解後用化學定分量得之).

l. 為極光管之長度.

第一表 玉蜀黍葉

年 月 日	分析器官	$[\alpha_1]$	T	R	S	$\frac{R}{S}$
1918 7 31	葉 片	+50	0,88	0,26	0,59	0,44
" " "	葉 脈	+44	1,02	0,37	0,64	0,58
1923 8 16	葉 片	+53	1,56	0,43	1,06	0,40
" " "	葉 鞘	+43	0,57	0,32	0,24	1,33
1923 9 3	葉 片	+52	3,10	0,77	2,21	0,34
" " "	葉 鞘	+44	3,58	1,72	1,76	0,97

稻葉(六)一如玉蜀黍葉,其轉動能力, $[\alpha]$ 在葉片中較大,至葉鞘及莖,而逐漸減小,且還原性糖與蔗糖之比例 $\frac{R}{S}$ 亦與玉蜀黍相同,即由葉片至莖,次第增大,在此第二表內,余將 1926 年在上海某小河畔,將受余處置之植物,分析而得

第二表 稻葉

年 月 日	分析器官	$[\alpha_1]$	T	R	S	$\frac{R}{S}$
1926 7 19	葉 片	+60	1,18	0,13	1,03	0,12
" " "	葉 鞘	+30	0,43	0,12	0,30	0,41
" 8 4	葉 片	+60	0,97	0,09	0,87	0,11
" " "	葉鞘及莖	+34	0,43	0,13	0,29	0,44
" 8 26	葉 片	+51	1,10	0,19	0,90	0,21
" " "	葉鞘及莖	+39	0,85	0,25	0,60	0,44
" 9 14	莖 片	+60	1,53	0,18	1,35	0,13
" " "	葉鞘及莖	+60	1,12	0,26	0,94	0,27
" 10 14	葉 片	+60	1,67	0,24	0,42	0,16
" " "	葉鞘及莖	+45	1,73	0,50	1,23	0,41

但在麥類植物,糖類由葉片遷至莖內,蔗糖與還原性糖之變化,並無如此確實,並在葉鞘內,發現一種有左旋性之凝結物,然在其葉片內仍富藏蔗糖(與玉蜀黍及稻同)且轉動力 $[\alpha]$ 之值亦高,蔗糖與糖類總和之比例 $\frac{S}{T}$ 亦大,但葉鞘內還原性糖,並不增加,其與糖類總和之比例,與葉片內等,常為 $0,20 > \frac{R}{T} > 0,16$ 但蔗糖與糖類總和之比例,在葉片為 $\frac{S}{T} = 0,75$ 至葉鞘為 $\frac{S}{T} = 0,47$ 或竟降至 $\frac{S}{T} = 0,25$ 是則蔗糖之消失,有不勝神祕之概焉,雖然,葉鞘之發生左旋性凝結物,自非出於無因,而由蔗糖水解而所生之單糖,又安知決不能為此凝結物質之來源,而其所以有此變態者,則自必另有理焉,總之穀類植物,無論其屬於麥類,或屬於玉蜀黍類,其形成糖 glucides 之化學方式,常為同一,即最先形成者為蔗糖,還原性糖不過為其水解生成物,為其遷往莖部之方式而已耳。

第三表 小麥葉

採取日期	分析器官	$[\alpha_1]$	T	R	S	L	$\frac{R}{T}$	$\frac{S}{T}$
5月 19日	葉片	+44	1,44	0,30	1,08	0	0,20	0,75
“ ” “ ”	葉鞘	+34	1,56	0,26	0,75	0,52	0,16	0,47
6月 11日	葉片	+54	1,80	0,31	1,41	0	0,17	0,74
“ ” “ ”	葉鞘	-11	4,68	0,85	1,20	2,56	0,18	0,25
6月 19日	葉片	+54	2,45	0,49	1,86	0	0,20	0,75
“ ” “ ”	葉鞘	-4	5,51	1,06	1,65	2,71	0,19	0,30

II 鳶尾科植物之葉

如用鳶尾科植物,加以研究,則所得結果,亦與穀類植物相同,余亦不必贅述,祇須借觀奧勤 A. Augem ⑤最近公佈之「蝴蝶花中之糖 glucides」一文可矣,蝴蝶花,屬鳶尾科,其葉無支葉,包圍於莖之外面,顯然可分二部,其一為富於葉綠素之扁平片,約占葉之

上部五分之四,其第二部在葉之下端,無葉綠素,(即有亦不富)可視為一種運輸器官,其功用與普通植物之葉柄,及穀類植物之葉鞘同.

不論將何種蝴蝶花試驗, (*iris germanica* 或 *iris pseudoacorus*) 由葉而下,蔗糖逐漸減少,還原性糖逐漸加多,而其比例 $\frac{R}{S}$ 漸次增大故此類植物,亦一如穀類植物,蔗糖之形成,決在還原性糖之前也.

第四表 蝴蝶花之葉 (*Iris pseudoacorus*)

月 日	分析器官	$[\alpha_1]$	T	R	S	$\frac{R}{S}$
11 10	幼嫩之葉	+39	1,59	0,39	1,20	0,32
2 25	葉之下部	0	1,00	0,68	0,30	2,26
4 27	葉之上部	+19	1,56	0,42	1,12	0,37
„ „	葉之下部	- 9	1,16	0,92	0,32	2,87
5 28	葉之上部	+14	2,75	1,50	1,20	1,25
„ „	葉之下部	- 7	1,62	1,40	0,21	6,66
6 15	葉之上部	+20	1,21	0,37	0,84	0,44
„ „	葉之下部	- 6	0,93	0,70	0,22	3,18
7 15	葉之上部	+18	0,72	0,33	0,39	0,84
10 4	葉之下部	- 4	2,47	1,92	0,55	3,49

III 芭蕉樹之葉

最後余以芭蕉葉為試驗,蓋其對於此項研究,具有特長之處,其葉片大而闊,與葉脈分別頗顯,余曾將除去葉脈之葉片,加以分析,又單將葉脈分析,最後乃將葉柄分析,葉柄又分為上下二部,(上部聯接葉片,下部聯接樹幹).

在上述葉片葉脈葉柄內,皆有蔗糖及還原性糖存在,最撓趣味者,即由葉片而下,以至於莖,其比例 $\frac{R}{S}$, 依次增大,與植物器官之高下成反比.

葉片之顯著特性,為富於蔗糖,旋轉力強大,還原性糖與蔗糖之比例 $\frac{R}{S}$ 弱小,葉脈之中則還原性糖,已超越於蔗糖之上,轉動能

力亦大加降低, (然仍為正數) 其比例已為 $\frac{R}{S} > 1$, 至於葉柄, 其上部之轉動能力為 -3, 下部為 -9, 而其比例 $\frac{R}{S}$ 在上部為 3.5, 至下部則為 7.4.

上錄數字, 雖變異頗大, 然每次余所用以試驗之糖類總和, 幾為同量, 由是更足證明蔗糖之變為轉化糖矣.

其實我人早能確實認定, 遷移於組織中之糖類, 為轉化糖, (即葡萄糖及果糖同分子量之混合液) 蓋其受稀性酸或糖酵素水解生成後, 其轉動能力, 與其算數中項之理論值頗相符合, (試驗時之溫度) 而再無疑義之可以發生矣.

第五表 芭蕉樹葉

採集日期	分析器官	$[\alpha_1]$	$[\alpha_2]$	T	R	S	$\frac{R}{S}$
1927,6,14	葉片	+50	-21	1,33	0,29	0,99	0,29
	葉脈	+6	-17	1,34	0,96	0,36	2,70
	葉柄之上部	-3	-20	1,29	0,99	0,28	3,50
	葉柄之下部	-9	-20	1,29	1,13	0,45	7,40

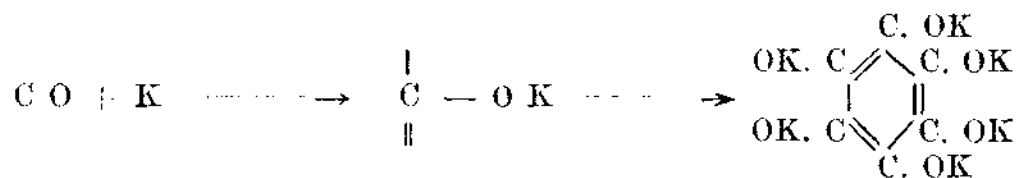
綜上所述, 綠色組織中還原性糖之形成, 自居於蔗糖之後, 而非最先形成之糖類也明矣, 蓋如單糖為形成蔗糖之源基, 則我人當能見葉片含有多量之單糖, 及少量之蔗糖, 而漸趨於光合作用不盛之處, 則又當單糖減而蔗糖增, 然事實適相反乎是也.

由是言之, 則蔗糖固為光合作用中最先形成之物產乎? 一部份著作家尙未能表示同意. 斯里傑梨 Cerighelli 及奧勤 Augem 彼等在証實葉片中蔗糖之超越及其變為轉化糖之試驗而後, 尙謂「上述試驗, 尙不足以証明蔗糖為光合作用中最先形成之物產, 且亦不足以証明葡萄糖不能直接由綠色柔膜組織產生. 蓋葡萄糖既不能存儲於葉片, 自必變為蔗糖而暫居. (儲藏第一時期) 但欲遷至莖中, 則一部份複糖, 再行水解, 則蔗糖之富在葉片, 而少於葉鞘, (穀類植物) 實為理所必然之意中事也。」

葡萄糖之形成,先於蔗糖,葡萄糖為產生由葡萄糖及果糖形成之複糖之來源,此實可能之事也,葡萄糖之轉化為同成分之果糖,與及右旋性單糖之變為同分異量之左旋性糖,於植物界亦屢見不鮮,祇須觀乎苜蓿 (Chicorée) 根之形成一種有左旋性之土木香粉,(為一種富於葡萄糖之醣 glucide 混合物)已足明白証實,惜對於我等討論之葡萄糖變為蔗糖,不能同樣証明,而尤甚者,更與事實相反,再我人如將還原性糖與蔗糖之比例,研究其處於黑暗環境中與處於有光處之變化,則得下列結果:1° 在暗處 $\frac{R}{S}$ 增大,更以蔗糖之減少為主因,2° 在光亮處, $\frac{R}{S}$ 減小,其主因則以蔗糖之加多,我人如將在日光中或在黑暗處植物之葉,加以提煉,其關係於蔗糖之多少頗大,然對於還原性糖之濃度,未能有顯着之差異故可見還原性糖對於蔗糖之形成並無關係,而徐拉 A. Girard, 勃郎伍 Brown, 馬里斯 Morris, 班蘭 Ad Perrey 所主張之蔗糖藉光力而直接形成之說,我人仍須加以擁護也。

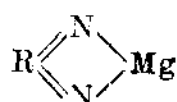
我輩乃可各人自問,常以葡萄糖為光合作用中之最先形成者,是否為染拜耳 Von Baeyer 理論之過深歟?

在此種種疑難之下,馬監納 Maquenne 為使拜耳 Von Baeyer 理論,與實驗之結果符合起見,最近建議一新理論,主張二氧化碳,直接凝結,不經蟻醛之階段,其反應與鉀作用於一氧化炭,而觸成 Hexaphénol potassé 相近似,其反應式式如下。

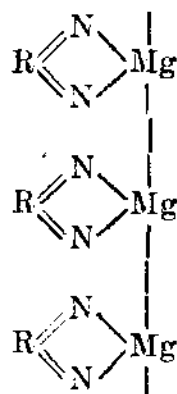


更依韋爾斯特脫 Willstaeter 之旨趣,馬監納 Maquenne 設二氧化碳,與膠質葉綠素,化成一種化合物,特具與綠色葉有同等光帶吸收力之性質,此葉綠素,與其他膠質物同,為多數單分子所組成,各以寬鬆愛力,互相連結,能為補充原子價所代替。

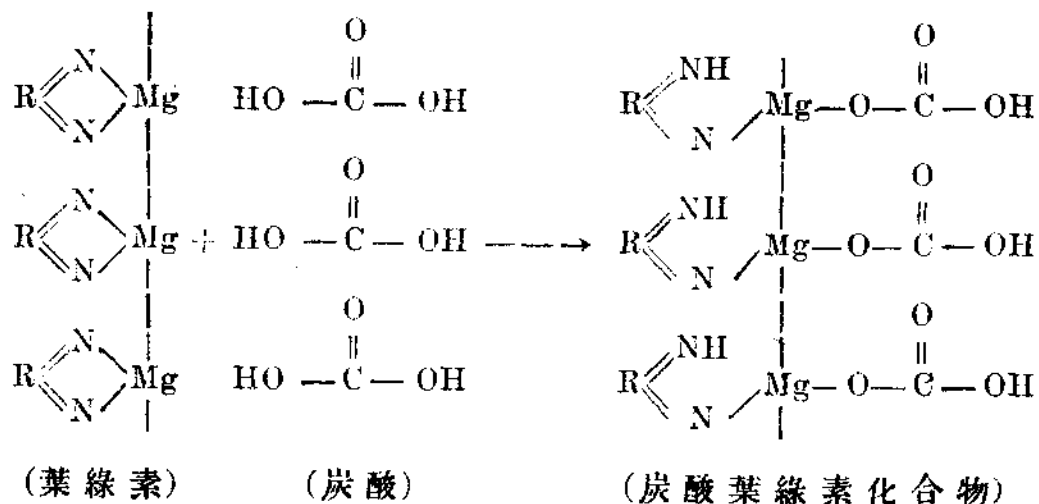
韋爾斯特脫 Willstaeter 所提議之組成葉綠素之公式,其中二原子之氧為鎂所連結,我人可得下列圖表, R 表其餘原子。(註)



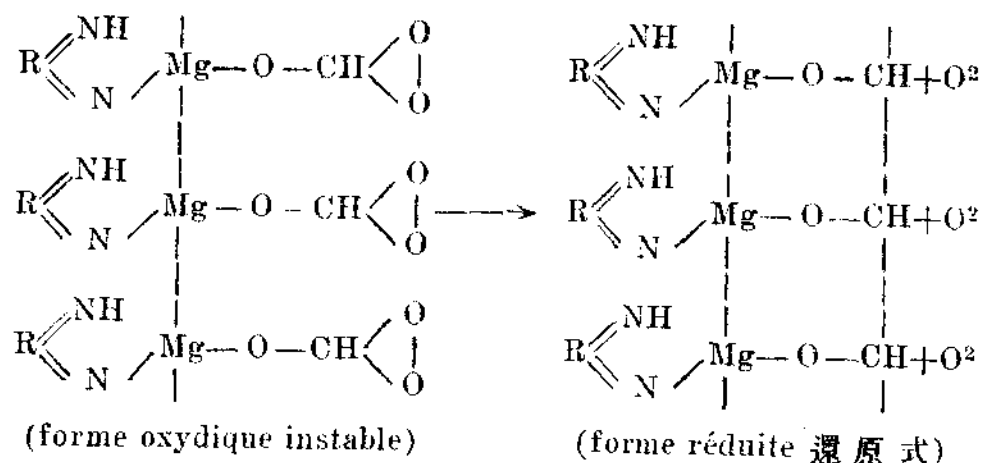
將補充原子價歸符於鎂,則膠質葉綠素可以一組無定數之分子表之,茲為省簡起見,設其數為三,則葉綠素之公式為:



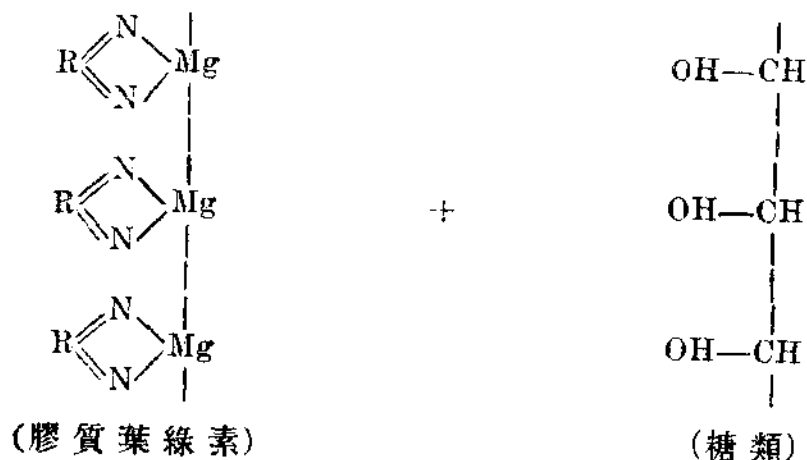
上述假設既定,乃可解釋綜合之程序,初時炭酸與葉綠化素化合為炭酸葉綠素化合物



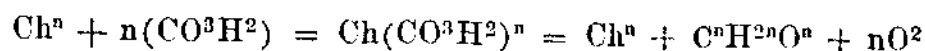
其後因日光之力,此炭酸化合物,形成不固定之 forme oxydique, 而失卻一分子之氧,炭素即有二遊離之原子價,而二二相連,成一炭素鏈條, chaîne carbone 與鎂互相平行,且其炭素之原子數,與葉綠素所含之金屬原子數相等。



最後因 CO² 之力,葉綠素回復其膠質之狀態,而遺替之物,則即為糖類.



如以 Ch 表葉綠素,則光合作用形成之程序,可用下面通式表之:



上式中之 n, 可以等於一任意之值, 或為 6, 或為 12, 如等於 6, 則所形成者為葡萄糖, 或為 C⁶ 之同素體, 如等於 12, 則為 C¹² 之糖 glucides, 如蔗糖.

此理論既能解釋細胞液中可以直接發生蔗糖, 又可以解釋直接發生葡萄糖, 而更無須補救蟻醛與情理相去太遠之弊矣.

總之拜耳 Von Baeyer 氏之理論, 互相傳授於各處, 除與情理違反, 難於成立外, 更與實事不符, 故決不能認為解決葉綠素光合作

用綜合糖類之真確解釋如葡萄糖固為光合作用中最先形成之物，則自當有所尋獲，但在已述試驗中，毫未發現直接發生葡萄糖之線索，所得者適為其反，常為蔗糖，而還原性糖，不過為其相繼而生之水解生成物而已，設在形成蔗糖之前，已先有葡萄糖生成，但因其即刻壘化，故無從分析發現，此為荒誕無據之說，實為決不真確之談。

綜上所述，故馬監納 Maquenne 氏定理，根據韋爾斯特脫 Wills-taeter 之化學功績，不提蟻醛之形成，實較為近乎情理，總之馬監納 Maquenne 氏早已提及此理論自有其價值，因其對於光合作用，與以一最自然，最普遍最充份之解釋，故與事實最為吻合，與真理亦最為切近。

(註) 葉綠素為 a, b 二種成分所組成

葉綠素 a: $C^{55} H^{72} O^5 N^4 Mg$

葉綠素 b: $C^{55} H^{70} O^6 N^4 Mg$

- ⊖ Maquenne et Demoussy: *C. R. Ac., Sc.*, t. 156, 1918, p. 506.
- ⊖ Brown et Morris: *Journ. of the Chem. Soc.*, 1893.
- ⊖ A. Girard; Recherches sur le développement de la betterave à sucre; *Ann. Inst. Agron.*, 1886.
- ⊖ A. Colin; Le saccharose dans la betterave; *Rev. Gén. de Bot.*, t. 28 et 29, 1916-1917.
- ⊖ H. Belval; La Genèse de l'amidon dans les céréales; *Rev. Gén. de Bot.*, t. 36, 1924, pp. 308 et ssq.
- ⊖ H. Belval; *C. R. Ac. Sc.*, t. 186, 1928 p. 781.
- ⊖ A. Augem; Les glucides des iris (Nature, genèse et transformations) *Rev. Gén. de Bot.*, t. 40, 1928, pp. 474 et ssq.
- ⊖ H. Cerighelli; *Cours de Botanique* par G. Bonnier et Leclerc du Sablon. Fascicule VII, p. 2273. Ouvrage en voie de publication.
- ⊖ H. Colin; L'inuline dans les végétaux *Rev. Gén. de Bot.* t. 31, 1919.
- ⊖ L. Maquenne; Sur la théorie de la fonction chlorophyllienne; *Bull. Soc. Chim. de France*, 4^e Série, t. 35, 1924, p. 649.

發 電 廠 用 煤 之 研 究

劉 晉 鈺 教 授

(一) 煤在吾國電工上地位之重要

發電之道多端,如利用水力,煤氣,煤油等,但據建設委員會最近統計,在全國發電廠中,用水力機者僅佔千分之7,用煤氣機者僅佔百分之2弱,用油機者僅佔百分之8弱,其餘百分之90均用煤,足見煤在吾國整個電氣事業上之重要,倘再進而就各個發電廠本身而論,則知煤之支出,當佔全廠支出百分之80以上,例如上海開北水電公司發電廠廿二年度全年經常支出(普通修理費在內)為七十五萬元,而燃煤一項已佔六十三萬元,是選煤購煤用煤之得當與否,電廠全部之經濟繫焉,亦即全國發電之成本繫焉,倘工業繁榮,與電氣事業有關,則煤料之研究,直可視為全國工業之中心問題矣。

(二) 吾國發電廠最近用煤概況

煤之性質甚繁,其分類亦不一其法,專書詳焉,茲不具論,吾國發電廠所用者,姑概括分為烟煤白煤兩種,但查廿二年度全國發電廠用煤,百分之81.4為烟煤,且大部份均為煤屑,以下所稱之煤,祇就烟煤屑而言,查(1)廿二年度全國電廠發電共591,401,304度(kWh), (外資經營者不在內)內除用水力者4,102,525度,用煤氣者10,876,688度,用油者45,725,018度外,用煤者共450,697,073度,所用之煤共751,188噸,平均每度電用煤1.67公斤,其成績可謂甚劣,因國煤如山西山東河北河南等產含熱量約在7500與6100 Cal./kg之間,

(1) 參閱建設委員會中國電氣事業總計第四號廿三年十月印

平均可作 6800 Cal/kg 算,是熱力發電之總效率僅及 7.6%。以視國外電廠之熱效率 20% 乃至 24% 者,能毋愧死,即不必與國外比,祇與在上海之公共租界發電廠比,廿二年度該廠發電約八萬萬度,燃煤僅五十五萬噸,平均每度僅用煤 0.69 公斤,若照 6800 Cal/kg 計算,熱效率達 18.3%。但因該廠一部份係用粉煤,含熱量較低,故實際熱效率當在 20% 以上,回顧吾國之電廠,誰能及此,上海閘北水電公司發電廠,係經建設委員會認為辦理甚佳者,廿二年份發電五千三百萬度,燃煤四萬一千八百餘噸,耗熱 3×10^{11} 卡即每度用煤 0.788 公斤,熱效率 15.19%,與上海公共租界電廠比,則仍多遜色,誠然,熱效率之高低,與最高負荷,及負荷因數有極密切之關係,上海公共租界電廠之最高負荷,達十三萬餘瓩,為國內諸廠所望塵莫及,其常年負荷因數達 70% 尤為世界所罕見,故其熱效率之高,一部份實為環境所造成,但試考察該廠關於煤料之選擇,標購,化驗,秤權,轉運,混和,調節等法則,與吾國內之一般電廠比,則當恍然知該廠熱效率之高,環境之外,別有原因,而原因中之最重要者,非用煤適當而何。

(三) 國煤質地及其價格之一般

煤既為吾國發電廠之主要原料,則為國家經濟及國防計,外國煤及外資經營之國煤,即畧較優良,在理亦宜割愛,因是茲所欲披露者,均以國煤為限,其中如北票,本溪,湖等煤,皆屬貨美價廉,在九一八以前,無非國產,今則時移境遷,版圖變色,祇好暫擯不列,感慨係之矣,開灤雖非純粹國煤,但以產量宏富,姑予列入,下表所載,為國煤之一般性質,其價格係以閘北水電公司廿三年十月十六日開標者為準,交貨辦法,假定由煤商自備船駁送煤至黃浦江岸邊,剪淞橋電廠碼頭交貨,船上裝蘿小工,由煤商自辦,上棧小工,由購煤者供給,煤質百分數,亦照投標者開列,間有百分之總數不符者,或因乾煤與濕煤之計算兩歧,或因分析程序不一致,或因填寫錯悞,均留之以存其真。

烟 煤 質 地 及 價 格 表

礦 名	水 份 %	揮 發 物 %	灰 份 %	固 定 炭 %	硫 磺 %	含 熱 量 cal/kg	煤 層 大 小			煤 灰 熔 點 (攝氏)	每 公 噸 價 格 (元)	每 百 萬 卡 價 格 (元)
							15至44 mm.	4至0.5 mm.	0.5以下 mm.			
魯大 (山東) (濰川)	7.5	15	21.5	63.5	2.0	6389	37	23	40	1200	9.25	1.45
悅昇 (山東)	5	17	17	61	2.5	7166	35	40	25	1355	10.75	1.50
華豐 (山東)	1.7	17.1	15.8	65.4	2.6	7320					11.25	1.54
博山 (山東)	5.5	20	14.90	65.10	1.6	7150					12.76	1.78
復豐 (黑山) (山東)	5	23.1	12.1	64.3	0.6	7300	46	30	15		11.20	1.53
井陘	5	23.4	13.6	63	1.16	7450					12.80	1.72
六河溝 (河南)	4	23.9	18.7	53.4	0.56	7028	53	36	11	1250	13.50	1.92
大華 (青島)	5	26.4	14.8	58.3		7100	46	30	15		10.80	1.52
開灤 一號層	5	27.5	24	48.5	0.84	6170	45	35	20	1450	10.45	1.70
大同 (山西)	4.5	28	11	59	0.7	7600	56	35	9		12.75	1.68
中興 (山東)	5	28	12	59	1	7500	50	35	15		13.45	1.80
大通 (安徽)	6.6	30	22	40.2	1.2	6111	51	35	14	1350	9.70	1.58
隴東	6.5	30	20	48	0.75	6260	55	34	11	1250	10.30	1.66
開灤 特別層	5	30	19.2	50.5	1.32	6670	45	35	20	1450	12.75	1.92
泰山 (山東)	6	32	18.8	43.2	2.35	6210	52	33	15	1252	10.00	1.61

(四) 選擇煤質應加注意之點

發電廠所用之煤,究以何種為宜,此問題當然不能作概括與簡單之答覆,要視爐子本身之構造及工作之處所與狀態如何耳。雖然,在普通情形之下,選擇煤質時,當深切注意下列各點:

1. 揮發物是否合格。——煤之種類如所謂白煤,半烟煤,烟煤,次烟煤等,大都因揮發物而定,揮發物過少,則發火點太高,不易燃燒,過多則烟燄飛揚,不能蓄熱,對流多而輻射少,亦欠經濟,至其最適宜之百分率究須若干,須視鍋爐構造而定,在活動爐柵及機械通風之爐子,揮發物似以在百分之廿五至卅五之間,最為合宜。

2. 煤灰是否太多及能否變成熔渣。——煤灰太多,則運輸及處理費用,均隨之增加,含熱量因而減低,煤灰熔點太低或爐子之溫度甚高時,往往產生黏膩而頑結之熔渣,附着於鍋管,減少受熱面積,或連貼於爐之磚壁,徐徐融化下墜,堆積於爐柵邊側,減少爐柵面積,不特使鍋爐蒸發量減低,且熔渣與火磚,每固結成塊,清除熔渣時,火磚常被損壞,鍋爐之養護費及折舊,均因之增高,為害至鉅。

3. 硫磺含量是否太高。——硫磺每為鍋管外壁鏽爛之主要原因,凡用節熱器而進水溫度畧低者,其害尤為顯著,硫磺且為熔渣之主要成因,故超過百分之三四時,以少用為宜。

4. 煤之大小是否合用。——市上所售之煤,其大小頗不一致,從塊狀至粒屑,可別為數種,人工添煤之爐,塊狀與粒屑均可用,裝設添煤器之爐,塊狀即不合用,祇能用屑,但屑亦不宜過細,過細則煤未燒透,即遺落柵下,或燃燒太速,不能蓄熱,欲免此弊,勢須於未入爐之前,畧加水以膠住之,但水份蒸化成汽時,吸熱甚多,殊有損鍋爐之效率,近世專燒煤粉爐子,乃可補救此失。

5. 煤之含熱量是否及格。——煤之價格,當視含熱量而定,自不待言,但含熱量過低之煤,雖賤價亦不合用,因用含熱量低之煤,鍋爐之蒸發量,將隨之減少,例如一座鍋爐用含熱量豐富之煤,可供給一千瓩,若用次煤,僅能供給六百瓩,則鍋爐之基本設備費,增

加四成矣,且含熱量低,煤灰必多,運輸及處理費用均隨之增高,結果甚不合算,大約 6000 cal/kg 以上之煤,均尚可用。

6. 水份是否太多。——水份於購煤時,可以定一標準,倘超過或少於標準值時,煤價依比例減增之。雖然,水份入爐時,不但不能發熱,且常吸熱以使其汽化,故水份太多,終不合算,通常應在百分之五以內。

(五) 購煤說明書之參考

煤之重要,前已詳述,購法之合理與否,發電之成本繫焉,既不可徇煤商之私情,亦不應為片面之罰扣,須知煤商與發電者有共存共榮之關係,所有交貨時間地點以及付款辦法,均應明白規定,切實遵守,煤質不合規定,自當貶價或退貨,其超越規定,與電廠有利者,亦應照比例補償,煤商最大陋習,即將良莠不齊之煤,攙和混合,從中取利,倘電廠有嚴格之化驗與公平之賞罰,煤商自可挑選適宜之煤交貨,在整個工業上,為增進效率之一道,茲將開北水電公司最近煤斤招標書照錄如后,或可為購煤之一助。

商辦開北水電公司煤斤招標書

本公司茲招商投標廿四年度發電廠用煤,凡願投標者,須根據左列條件,將價格煤質正式填於附表上,火漆封固,封面寫明「煤斤標單」字樣,并附煤樣約十公斤,於廿三年十月十六日正午以前,送交北四川路阿瑞里本公司總辦事處購料委員會收,開標之後,本公司即將煤樣化驗,倘認為某商所開之煤質與煤價尚稱合用,當即書面通知該商照標單內所定價格及條件,送煤一千噸左右,到本公司發電廠作為試燒之用,此項試燒煤之送貨日期,及其的確數量,由本公司核定之,試燒結果,認為滿意後,再行正式訂定廿四年度全年之合同,其條件摘錄如左。

(一) 數量。——六萬至七萬噸。

(二) 煤質。——乾煤之含熱量,不得少於每公斤六千一百十

一卡，即每英磅一萬一千英熱單位。揮發物不得少於百分之二十。硫磺不得超過百分之二。五，煤屑之大小以十五公厘至四公厘百分之五十，又四公厘至〇.五公厘百分之卅五，又〇.五公厘以下百分之十五者為最宜。煤灰之熔點不得過低。煤灰以不易結塊者為宜。

(三) 付款辦法。——每次所交之煤，憑本公司過磅收條，於三十天內付款。

(四) 交貨。——煤商自備船駁，送至剪淤橋電廠碼頭交貨。船上裝羅小工，由煤商自辦。上棧小工，由本公司供給。

(五) 取樣及化驗。——每次交煤時，由雙方人員會同取樣三筒。除各執一筒外，另一筒共同加封，會存電廠。化驗結果，以本公司化驗室為準。如有爭執，再將會存之筒啓封，擇交雙方同意之化驗室化驗決定之。但水分須於交煤後，在本公司化驗室，立即驗定。煤商得派代表參加，事後雙方不得異說。

(六) 價格調整。——標單上所開之價格，稱為基本價格，應依左列規定調整之。

(子) 水份總量，如高或低於標準值。（標單內所開之值稱為標準值）煤價照比例增加或減低之。（例如水份標準值為百分之五，化驗值為百分之七，煤價應扣百分之二。設基本價格為十元，應扣洋二角。）

(丑) 如乾煤之含熱量，高過標準值，則煤價照高過之數，比例增加之。但高過百分數如在百分之二以內者，不計。（例如基本價格每噸十元，標準含熱量為每磅一三〇〇〇英熱單位，化驗含熱量為一三三九〇，是比標準值高百分之三，即煤價應增加百分之三，即增加三角是也。）

(寅) 如煤之含熱量，低過標準值，則煤價照低過百分之數，乘一.七五後，比例減低之。但低過之數，在百分之二以內者，不計。（例如基本價格每噸十元，標準含熱量為每磅一三〇〇〇英熱單位，化驗含熱量為一二六一〇，是比標準值低百分之三，乘一.七五後，得百分之五.二五，即煤價應扣百分之五.二五，即扣五角二分五厘是也。）

(卯) 灰分如高過或低於標準值在百分之二以內者不計。否則照下列算法調整之。

將標準值與化驗值之差數，以二除之，以基本價格乘之，所得之值，視此差數為正或負，增加或減低煤價。（例如基本價格為每噸十元，標準灰分為百分之十三，化驗所得為百分之十，其差數為百分之三，以二除之，得百分之一，五，以基本價格乘之，得一角五分，即煤價應增加一角五分。

(辰) 揮發物倘少於標準值，每少百分之一，應扣煤價百分之一，不及百分之一之零數，照四捨五入計算之，但若化驗值與標準值之差數，不及標準值百分之十者，不計。（例如揮發物之標準值為百分之廿五，其百分之十，為百分之二，五，倘化驗值在百分之廿二，五以內，煤價不變，設化驗值為百分之廿，是比標準值少百分之五，煤價應扣百分之五，設基本價格為十元，應扣洋五角。）

(巳) 硫磺如超過標準值百分之一，應扣煤價百分之五。（例如硫磺標準值為百分之一，倘化驗值為百分之二，五，是比標準值高百分之一，五，煤價應扣百分之七，五，設基本價為十元，應扣洋七角五分。）

(午) 煤粉（○，五公厘以下之煤，稱為煤粉。）倘超過標準值，其超過之數量，本公司得斟酌情形，拒絕接受，或以基本價格之四分之一，作價付款。

煤 斤 標 單

接 誦

貴公司廿三年十月一日煤斤招標書，內容均已明瞭，茲願依照該招標書所開條件，將煤價煤質，開列如左。

煤價	每公噸	元	角	分
水分總量				%
乾煤含熱量每公斤				卞
	即每英磅			B. T. U.
揮發物(乾煤)				%
固定炭(乾煤)				%

灰分(乾煤)	%
硫磺(乾煤)	%
煤灰熔點 攝氏	度
煤層之大小如左	
十五公厘至四公厘	%
四公厘至〇五公厘	%
〇·五公厘以下(煤粉)	
煤礦名稱及其所在地	
上海棧存煤最少數量	噸
投標人 (此處由商號及其負責人簽名盖章)	

此致

商辦開北水電公司購料委員會

廿三年 月 日

(六) 煤之化驗畧說

1. 採取煤樣——此為化驗之預備工作,其重要幾等於全部化驗之本身,蓋取樣若不得法,全部化驗所得之結果,即屬精確,亦不能代表來煤之性質,毫無意義之可言,茲將建設委員會所擬之「採取煤樣須知」照錄於后,凡欲化驗煤筋者,當切實遵行,萬勿以其手續繁冗而疎忽之:

採取煤樣須知

(一) 採取煤樣,有下列二步工作:

(1) 從煤船煤車或煤堆,或於裝卸時,提取足以代表全部之毛樣五百公斤左右.

(2) 上述毛樣經多次搗碎,和勻及去取,最後提存細樣三公斤左右.

(二) 取毛樣時,須在煤車煤船或煤堆之四周及上下內外各層鏟取,如於裝卸時取樣則可在煤筐或煤斗中分時鏟取,如係層煤或細勻之粒煤,每次可鏟三至五公斤,如係參雜巨塊之統煤,

則每次須鏟十餘公斤,共鏟取五百公斤左右,作為毛樣.

(三) 由毛樣提取細樣,可分數次搗碎及和勻,用「間鏟法」及「四分法」去取之,每次搗碎之程度及去取之方法,略如下表.

	煤樣重量	去取時最大煤粒直徑	用何法去取
第一次	500 公斤	25 公厘	間鏟法
第二次	250 公斤	20 公厘	間鏟法
第三次	125 公斤	13 公厘	四分法
第四次	60 公斤	10 公厘	四分法
第五次	30 公斤	6 公厘	四分法
第六次	15 公斤	4 公厘	四分法
第七次	7 公斤	3 公厘	四分法

(四) 間鏟去取法,可依下列手續行之.

(1) 擇一乾潔平整而不為風雨灰塵侵及之地面,將煤搗碎作成尖堆.

(2) 次由尖堆取煤一鏟,於地面鋪成一長形之薄層,第二鏟則鋪覆於第一次之薄層上,但依相反方面鋪上,如此逐鏟鋪布,成一長方堆.

(3) 在長方堆一邊之首端起,從堆取煤一鏟,放置一處,次沿此邊較第一鏟推進一鏟闊之距離,再從堆底取煤一鏟,另置一處,如此依次鏟取,第三鏟與第一鏟同置一處,第四鏟與第二鏟同置一處,每間一鏟,分別積成兩堆,棄去其一,留用其他,此之謂間鏟法.

(五) 四分去取法,可依下列手續行之:

(1) 毛樣提至 125 公斤時,搗碎後作成尖堆,次取堆底鏟取,覆蓋堆尖,反復均勻.

(2) 將尖堆壓扁,使成餅狀,分為四象限,留取其對角二象限之煤,其餘棄去之,此之謂四分法.

(3) 煤樣提至 75 公斤時,搗碎後,取帆布一方,長約八尺,寬六尺,置煤其上,將布之四角,先後提起放落,使煤樣充分和勻,然後將布放平,將煤樣作成尖堆,再壓扁,如上法四分去取之.

(4) 如此去取,直至煤樣僅留三公斤左右為止.

(六) 最後留存之煤樣和勻後,平分爲三,盛入密器或鐵罐內,并用雙層皮紙或他物密封,以其二寄送購方賣方各信托之化驗所,其一則暫保存,待兩方化驗結果不同時,再送兩方同意之化驗所化驗。

(七) 煤樣之搗碎,和勻及分取,宜一律使用鉄器。

(八) 寄出及留存之煤樣,宜採明下列各點:

- (1) 煤之名稱。
- (2) 來源。
- (3) 每噸價格。
- (4) 種類(塊或屑)
- (5) 狀況(乾濕,色澤,純雜等)
- (6) 購入噸數(指取樣時所購)
- (7) 取樣方法。
- (8) 取樣時毛樣重量。

以上係建設委員會所擬,但有一點,應加注意,即購煤合同,如有煤屑大小之規定者,於取完毛樣之後,不宜即加搗碎,須將全部毛樣,用規定之篩孔篩過,分類稱之,以定煤屑大小之比率,既畢,乃仍將各類煤屑混和均勻,依法製成細樣。

2. 水分化驗。——化驗水分之原則乃將煤內所含水量汽化之後,將其輕重,與未汽化以前之重量相減即得,但溫度過低,則水分之汽化不盡,過高則一部分可揮發之燃燒物質,勢將連帶的被蒸出而損失,在何等溫度及經過多少時間,方能將水分完全驅出,而同時揮發物不致受連帶之損失,此問題實無精確之答覆,因是各化驗室所用方法,每不相同,要在既將方法規定之後,切實遵行不變,則至少可得一相對的標準。

Goutal 氏驗煤公式,用者頗多,其測定水份之法,係將細樣磨成極細之煤粉,取出2公分(gr.)放於保持115° C之溫室中,經一小時之久,其所失之重量,即爲Goutal公式中水分百分率之根據。

上海電力公司化驗水分之法較爲複雜,先在毛樣中,取出均勻之細樣約十磅,專供測定水分之用,次將此樣放於比外面濕度高15° F至25° F之溫室中(空氣要流通)至相隔6小時至12小時

所稱之重量之差數在千分之二以內爲止,其所失之量之百分數稱爲損失“a”再次將如是燻乾之煤,用封閉式之磨,磨成可以通過每方吋 400 眼之篩之粉末,在此粉末中,用匙取出和勻之樣 100 公分 (gr) 放於空氣流通之溫室一小時又半,室內溫度保持至 220° F 至 230° F., 其所失之量之百分數稱爲損失“b”水分總量,乃等於:

$$\text{水分總量} = \frac{100 - \text{損失“a”}}{100} \times \text{損失“b”} + \text{損失“a”}$$

此法用意,係恐當化驗之時,水分已逐漸失去一部份,故在未成正式細樣以前,先將容易失却之表面水分定出,其餘內部之水份,乃可從容測定矣.

以上兩法,可由用者隨意選擇,但既經選擇一法,則不得隨意變更,否則無從比較.

3. 揮發物之化驗.——照 Goutal 氏定法,係將 5 公分 (gr.) 之細樣粉末,放於蓋好之燒杯中,其容積約 30 立方粉 (C. C.) 用環式之煤氣燈急熱之,燈之火焰,以能環繞燒杯爲度,燒至揮發物之明亮火焰完全消滅時,再繼續燒三分鐘,其所失之重量,減去已知之水分,即爲揮發物之成分,可以百分數表之.

上海電力公司用電爐熱至 925° F 經七分鐘後取出,冷卻十分鐘後稱之.

4. 煤灰化驗.——照 Goutal 氏定法,係將 2 公分 (gr) 之細樣粉末,置於無蓋之燒杯中,徐徐熱之,至所有燃燒質均燒盡爲止,約一小時可以竣事,所剩之物,即爲灰分,可以百分數表之.

5. 含熱量之測定.——最精確之法,係用炸彈熱量計,其構造及用法,可閱專書 (Etude sur les Combustibles, par P. Mahler), 其近似之值,可用 Goutal 公式求之:

$$P = 87.4 [100 - (c + e)]$$

P 指含熱量,用 cal/kg 計

c 指灰分之百分數

e 指水分之百分數

例如前表所列開灤特別屑,其灰分爲 19.2%. 水分爲 5%. 則
 $P = 86.4 [100 - (19.2 + 5)] = 87.4 \times 75.8 = 6624 \text{ cal/kg.}$

6. 硫磺之化驗。——取細樣粉末一公分 (gr) 放于一白金皿中,與一公分 (gr) 之研碎氧化鎂 (MgO) 及半公分碳酸鈉 (Na_2CO_3) 勻和後,徐徐熱之,至混合物變成黃色時,加半公分至一公分之硝酸銻 (NH_4NO_3) 粉末勻和後,加蓋熱至熾紅,歷五分鐘至十分鐘之久,所有單體硫磺及硫化物經變成硫酸化合物,於是將杯內之物稍加鹽酸溶解於水,過濾後,用氯化鋇 ($BaCl_2$) 沉澱之,再加以過濾洗滌熱燒後,秤權之即得。

7. 灰之熔點之測定。——灰之熔點低,則易成熔渣,影響於鍋爐至鉅,前已述及,故其測定,至為重要,但其手續頗繁,因灰分熔時如蠟,并無確切之溫度,倘灰分含多量之硅化物,其熔點尤不易定,因是 Le Chatelier 與 Chantepie 氏以灰分受熱時軟化程度之比較,為測定熔點之標準,其法簡易平實,工業界多樂用之。法將煤灰鍊成圓錐體,與一火泥製之同樣標準圓錐體, (montre de Segu) 同置一高熱之小爐中,爐之溫度須可達到 $1400^{\circ}C$ 以上,爐邊開透明窗,俾於爐外能觀察兩圓錐體受熱後軟化情形,比較兩圓錐體軟化程度即可測定灰之比較熔點,詳情可參閱 *Etude de Combustible*, par P. Mahler, annexe II, p. 87.

以上所述各種化驗方法,設備費并不甚貴,鄙意在每日用煤五十噸以上各廠,均應置辦,化驗所有之費用,至多於一年以內,定可由節省煤筋所得之利益,補償而有餘,且化驗室成立之後,鍋爐給水化驗,煤灰化驗,潤油化驗等,均可舉辦,其所以增進全廠之效率者,豈淺鮮哉。

(七) 鍋爐房管理要點

假定煤筋之選擇合宜,購買得法,化驗嚴密,而鍋爐房內管理不周,用煤浪費,則電廠之效率,仍不能增高,普通辦理電廠者,每注意電機,變壓器,油開關之養護,而將鍋爐房委諸毫無學識之伙夫,此為絕大之錯誤,其實發電機變壓器等之效率,既經設計之後,變更甚少,惟鍋爐之效率,視管理之良否,出入至鉅,應遴選學識與經驗宏富之技師以管理之。假定一廠每日燃煤一百噸,因管理精勤,減為九十七噸,當不甚費力,是每日省三噸,每月省九十噸,每噸以

十三元計，每月即省一千一百餘元，故管理鍋爐技師之薪水，甚易由技師本身之努力自給之。反之，電機及機械方面，如欲將效率增高百分之三，則頗為不易矣。國內電廠，有知燒火之重要而吝其薪給者，乃默許伙夫向煤商索賄，按噸計金，例如每噸索洋一角至五角不等，美其名曰「燒火錢」，是燃煤愈多，伙夫獲益愈厚，不啻驅伙夫於浪費之途，若惟恐電廠發電之過於經濟者，平心思之，似無以自解，但考其默許之意，殆以為他廠如此，習慣如此，無可如何，抑亦知如此如此，誤人不淺耶？國內電廠中，有覺悟伙夫之浪費，而欲避免之者，乃創為包煤制，即與煤商訂立合同，每年付煤費若干元，無論用量多寡，均照所包之數付給，如發電度數超過相當限度時，則超過之數，依每度電若干煤費計算之，如此無論伙夫如何浪費，電廠可以不問，計殊良得，此蓋為憎惡伙夫浪費之心理，達於極點之表徵，其對付之法，亦甚可憐。但試一深思，則此法似巧而實拙，因煤商志在謀利，斷無虧本為電廠代謀利益之理，故伙夫愈浪費，則煤商愈預為抬高其包價，甚或中途要求增加包價，電廠如不能接受其請求，則煤商勢必不幹，安有煤商坐視其血本虧折之理，電廠如接受其請求，則伙夫浪費之結果，仍舊由電廠蒙受之，或且變本加厲焉。予見歐洲各國鍋爐技師，待遇特厚，其酬金之一部，係依鍋爐房之記錄而計算，例如某一星期鍋爐產蒸汽若干噸，用煤若干噸，鍋爐房之附屬機械耗電若干度，養護之材料人工若干，均有記錄，各具標準數目，超過或不及標準數目時，則增高或減扣其酬金，因是人盡其才，煤盡其用，勞資俱獲其利，在整個工業上，大可減少暴殄天物之病。吾國工業幼稚，不防降低標準數目，使管理鍋爐者，易於得獎，則伙夫所入，或與向煤商索賄者，其數目相等或超過之，而電廠同時亦得到省煤之利益，則亦安見有不可行之處，然而創制之始，易滋誤會，或有小風潮發生，要在企業領袖及社會輿論，與以援助，則技術界之計劃，方得暢行無阻耳。

關於技術方面，增高鍋爐所應注意之點，茲因限於篇幅，不盡縷述，祇舉其要點如下，藉資參考：

按鍋爐所以生熱，其生熱之目的，自在製成蒸汽，其方法則在燃煤，但燃煤所生之熱，因操作及構造上之關係，不能全部用為製成蒸汽，大約近世鍋爐燃煤生熱百分，其用於蒸汽者可達八十

分左右,即鍋爐效率達80%左右,其餘百分之廿,則為損失,在此損失之中,有一部分為無可避免者,有一部分為可以避免,或至少可以減低至最小限度者,管理鍋爐者之目的,即在將此可以避免之損失,全部避免或減低至最小限度而已,鍋爐之損失大要如次:

1. 乾餽道氣所携去之熱量。——此為鍋爐中最大之損失,約占鍋爐全部損失中百分之五十,烟突出氣之分量愈多,溫度愈高,則此損失愈大,故欲減少此項損失,須避免進氣過多,即吹風吸風過甚,同時設置節熱器及進氣預熱器等以減低出氣之溫度。

2. 墜入爐柵下未經燃燒之可燃物質之損失。——通常此損失約占全部損失百分之十,此損失之大小,與管理之疏密大有關係,管理精密者可減至百分之七,其疏忽者,可增至百分之卅,須特別注意,時時將灰燼取出化驗。

3. 蒸發煤中水分所失之熱。——煤中水分入爐後,勢必蒸發成汽,蒸發時所需之熱,當然取給於爐,蒸發後,將汽之溫度提高所需之熱,亦取給於爐,此項高熱之蒸汽,終於逃出烟突而致損失,但間有因物理的關係,特地於進爐之前,加水少許,以作膠連,好在此項損失,并不過多,大約占損失全部百分之三左右。

4. 蒸發煤中之氫所造成之水分所失之熱。——煤中所存之氫,一部分與空氣中之氟化合成水,水成之後乃化為汽而逸於烟突之外,而致損失,此項損失,頗為重要,約占損失全部中百分之十五,幾於無可避免。

5. 其他損失:如未被燃燒之一氟化碳,氫,碳氫化合物等以及輻射所受之損失,鍋爐附屬機械所耗之能力等,凡此損失,類皆可由精密之管理避免之,或減至最小限度,其詳細辦法,非短篇幅所能盡述,關於此類之技術記載及討論,汗牛充棟,遍讀為難,要在依據熱力學之基本公式,因時制宜,所謂運用之妙存乎一心也。

(八) 結論

煤之重要,既如上述,其選擇,購買,化驗,燃燒重要之點,亦既畧陳,則事實上之應用,要視企業家與技術界之努力如何耳,按廿二年度。

上海電力公司一廠發電	801,583,000 度
全國各電廠總共發電	591,401,304 度
上海電力公司總共用煤	553,092 噸
全國各電廠總共用煤 (油,煤氣,水力) 折計在內	986,970 噸

是全國電廠發電尚不及上海電力一公司發電百分之七十五而全國電廠用煤反超過上海電力公司百分之八十。噫竊聞雄辯不如事實。高論不如數字。在此數字之下。誠不知有心人當如何驚心怵目。急起直追。作者忝為辦理電氣事業之一分子。深知國內之陋習。亦深知積重之難返。但知難行易。明訓在茲。倘國內發電及採煤之工程界及企業家。能懷於吾國工業之落後。團結一致。作增高效率之運動。凡可以減低效率之制度。逐漸改革之。凡可以增高效率之設備。急行置辦之。是豈惟電氣事業之幸。全國之輕重工業。胥受其賜矣。

算史佳話——韋駝之榮譽

西曆 1593 年,荷蘭算學家魯文大學教授 Adrianus Romanus 設一難題,致函當代算學家,徵求解答,歷久而未有應之者,蓋此問題之答數當為下述四十五次方程式之根也:

$$\begin{aligned} x^{45} - 45 x^{43} + 945 x^{41} - 12,300 x^{39} + 111,150 x^{37} - 740,259 x^{35} \\ + 3,764,565 x^{33} - 14,945,040 x^{31} + 46,955,700 x^{29} - 117,679,100 x^{27} \\ + 236,030,652 x^{25} - 378,658,800 x^{23} + 483,841,800 x^{21} \\ - 488,494,125 x^{19} + 384,942,375 x^{17} - 232,676,280 x^{15} \\ + 105,306,075 x^{13} - 34,512,075 x^{11} + 7,811,375 x^9 \\ - 1,138,500 x^7 + 95,634 x^5 - 3,795 x^3 + 45 x = a \end{aligned}$$

時荷蘭駐法公使,以此言於亨利第四,謂 Romanus 所定算學家之名單中,並無法人,足徵法國無一人能解是題者,法王乃召韋駝 Viète. 韋駝竟以 $\cos n \alpha$ 展開為 $\sin \alpha$ 及 $\cos \alpha$ 之函數,於數分鐘內,得其一根,以後又陸續求出上述方程式之根廿一個,此則 Adrianus Romanus 所不及知者也,親至法京向韋駝致歉,尊為當代第一算學家,并訂交焉,說者以是為韋駝不朽之榮譽.

讀者中或有欲知上述方程式之來源者乎?試取單位圓,以 AB 為其一直徑,作一弦 $\overline{AM_1} = x$. 更取若干點 M_2, M_3, M_4, \dots 令

$$\widehat{BM_1} = \widehat{M_1M_2} = \widehat{M_2M_3} = \widehat{M_3M_4} = \dots$$

則得 $\overline{AM_2} = x^2 - 2$ $\overline{AM_3} = x^3 - x$ $\overline{AM_4} = x^4 - 4x^2 + 2 \dots$

上述方程式之左方適為 $\overline{AM_{45}}$. 若令 $\widehat{BAM_1} = \alpha$ 則 Romanus 方程式,不啻已知 $2 \cos 45 \alpha$ 而求 $2 \cos \alpha$.

韋駝於代數三角上,貢獻極多,有“代數之父”之稱,其解 Romanus 方程式,不過以平時研究所得之倍角函數之展開式,小試其技而已.

立.

以 矢 算 研 究 圓 錐 曲 線

張 永 立

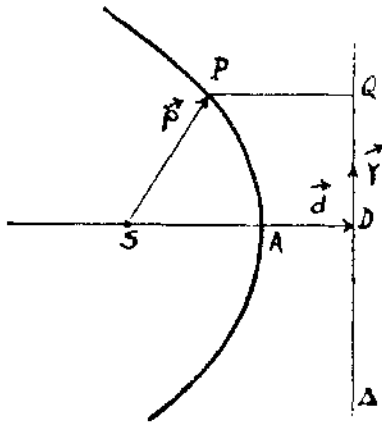
討論圓錐曲線之書，汗牛充棟；茲篇之作，非欲於圓錐曲線之千萬性質中，擷摘一二深僻定理，以自炫其博；尤非於圓錐曲線有特殊研究，道前人所未道；不過於矢算書中，拾得一二零碎之作，綴以平日所作習題，拉雜成篇，為矢算盡義務宣傳而已。故篇中所載，僅屬圓錐曲線最普通，最簡單之性質；於一切討論，証法，則純以矢算駕馭；於橢圓線，雙曲線，拋物線之個別研究時，則以三種不同之方法討論；蓋三者相似之性質過多，必如是，方可避免理論方面之重複；同時，更可藉以顯出矢算變化之無窮。惟是矢算之符號，記法，過於紛歧，本篇於採用符號時，特以印刷及書寫兩便為主，不必盡同於某一系統之記法，為避免混淆起見，凡有一種記法或符號出現時，均於小註中，加以說明。於必要時，雖將某種演算或符號之定義加以詮釋，亦不敢憚煩。又本篇所論之矢，均假定其為同在一平面上，特此鄭重聲明。

於個別研究橢圓線，雙曲線，拋物線之前，請先自三者共通之出發點始。

設於一直線 Δ 與一點 S 所定之平面上，取一點 P ，使 PS (P 至 S 之距離) 與 PQ (P 至 Δ 之距離) 之比，等於一定數 e

$$\overline{PS} = e \cdot \overline{PQ} \quad (\text{註一}) \quad (1)$$

註一： \overline{PS} 表 PS 線段之長。



則 P 點之軌跡，為一圓錐曲線。S 與 Δ 各為此曲線之焦點與準線；e 為圓錐曲線之離心率，常為正數，蓋此處於 \overline{SP} 與 \overline{PQ} ，均不過計其長度而已，并不及其方位 (direction) 與方向 (sens)。e 之數值變化，直接影響於圓錐曲線之種類，後將論之。

今請以矢之公式，將圓錐曲線之方程式寫出。

令 $\overrightarrow{SP} = \vec{\rho}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$, \overline{PQ} 與 \overline{SD} 平行 (註二) 故

$$\overrightarrow{PQ} = x \vec{d}$$

於 Δ 上取一單位矢 \vec{y} ，則 $\overrightarrow{DQ} = y \vec{y}$

Q 點之矢座標為 $\vec{\rho} + x \vec{d} = \vec{d} + y \vec{y}$

以 \vec{d} 數乘上式之兩邊： $(\vec{d} \cdot \vec{\rho}) + x d^2 = d^2$ (註三)

移項，平方之，得： $x^2 d^4 = \{ d^2 - (\vec{d} \cdot \vec{\rho}) \}^2$

由 (1) 得： $\rho^2 = e^2 x^2 d^2$

消去 x^2 ，得： $\rho^2 d^2 = e^2 \{ d^2 - (\vec{d} \cdot \vec{\rho}) \}^2$ (2)

此式表明 $\vec{\rho}$ 之終點之軌跡，適合於 (1) 之條件，故為圓錐曲線之矢方程式，其矢之原點，在圓錐曲線之一焦點上。

設以 $\vec{\rho} = x \vec{d}$ 代入 (2) 式，以 d^4 除之，得

$$x^2 = e^2 (1 - x)^2$$

註二： $\vec{\rho} = \overline{SP}$ 表一矢，其原點與終點各為 S 與 P，至於 \overline{PQ} 則僅表 \overline{PQ} 之數值，簡稱值 $\vec{\rho}$ 之值則記如 ρ 。

註三：二矢之數乘積 produit scalaire 為一數，等於二矢之值及其夾角之餘弦之相乘積，記法：將二矢連書之，而以圓括圍之，例如 $(\vec{d} \cdot \vec{\rho})$

解之 $x = \frac{e}{e \pm 1}$

$$\vec{r} = \frac{e}{e+1} \vec{d} \quad \text{與} \quad \vec{r}' = \frac{e}{e-1} \vec{d}$$

爲以 \overline{SD} 爲座之二矢,其終點均屬上述 P 點之軌跡;至其與 S, Δ 之相對位置,則全恃 e 之值而定.分三種情形討論之.

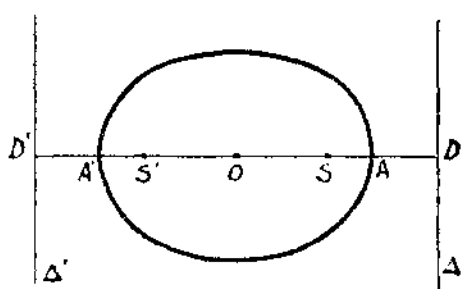


圖 二

1. $e < 1$. \vec{r} 與 \vec{r}' 之矢長(即值),均爲有限,故此曲線交 SD 於二點 A, A'. \vec{r} 與 \vec{d} 同方向,而矢長小於 \overline{SD} ; \vec{r}' 之矢向適與 \vec{d} 相反,而其值則大於 \overline{SD} . 故 A, A' 均在 Δ 之同側而各在 S 之一方. \vec{p} 之軌跡,稱爲橢圓線.(圖二)

2. $e > 1$. \vec{r} 與 \vec{r}' 之長,均爲有限,故此曲線交 SD 於二點 A, A'; \vec{r} , \vec{r}' 之值均爲正,其終點 A, A' 均在 S 之同側,至於矢長,則 r 小於 d, 而 r' 大於 d, 故 A, A' 各在 Δ 之一方. \vec{p} 之終點之軌跡,謂之雙曲線.(圖三)

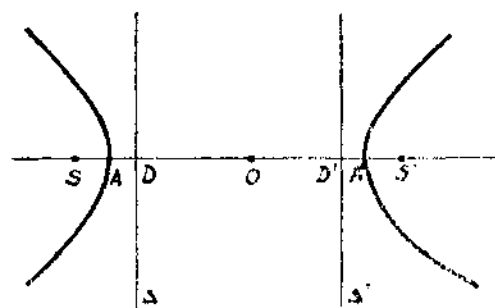


圖 三

3. $e = 1$. $\vec{r} = \frac{1}{2} \vec{d}$. \vec{r}' 自 \vec{d} 之反方向,增至無窮大.此曲線交 \overline{SD} 於其中點及一無窮遠點.汎言之,則此曲線僅交 SD 於一點. \vec{p} 之終點之軌跡,謂之拋物線.(圖四)

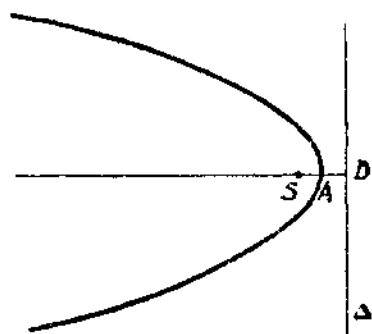


圖 四

茲分論之:

I 橢 圓

橢圓(雙曲線亦然)交 SD 於 A, A' 二點. 二點之距離為 $A'A$ 之
 矢長
$$\vec{A'A} = \vec{r} - \vec{r}' = \frac{2e}{1-e^2} \vec{d}$$

令 $\frac{e}{1-e^2} \vec{d} = \vec{a}$ 則 $\vec{A'A} = 2\vec{a}$

稱為橢圓之長軸.(在雙曲線則稱貫軸)以 $A'A$ 為直徑,所作之圓,稱為補助圓.

設 O 為 $A'A$ 之中點,則

$$\begin{aligned} \vec{OS} &= \vec{OA} + \vec{AS} = \frac{e}{1-e^2} \vec{d} - \frac{e}{1+e} \vec{d} \\ &= \frac{e^2}{1-e^2} \vec{d} \end{aligned}$$

故 $\overline{OS} = ae$

\vec{OS} 之值,通常以 c 表之,稱為半焦距.

將矢之原點,由 S 遷至 O . 令 $\vec{OP} = \vec{\rho}'$

$$\vec{OS} = \vec{c} = e\vec{a}$$

因 $\vec{\rho} = \vec{\rho}' - \vec{c}$

代入(2)式,簡之,得 $a^2 \rho'^2 - (\vec{c} \cdot \vec{\rho}') = a^4 (1 - e^2)$

設 $\vec{\rho}'$ 之一值 $\vec{\lambda}$ 能適合上式,則 $-\vec{\lambda}$ 亦能適合上式,表明橢圓(或雙曲線)之本身,對 O 點為對稱. O 點即稱為橢圓(或雙曲線)之心. 因對稱之故. 橢圓(或雙曲線)之焦點與準線,除 S 與 Δ 外,尚有以 O 為對稱心之 S' 與 Δ' .

$\overline{S'S} = 2\overline{OS} = 2ae$ 稱為焦距,已如上述.

茲為便利起見,將 $\vec{\rho}'$ 之附撇取消,得

$$a^2 \rho^2 - (\vec{c} \cdot \vec{\rho})^2 = a^4 (1 - e^2) \quad (4)$$

為橢圓(或雙曲線)以其中心為原點之矢方程式.

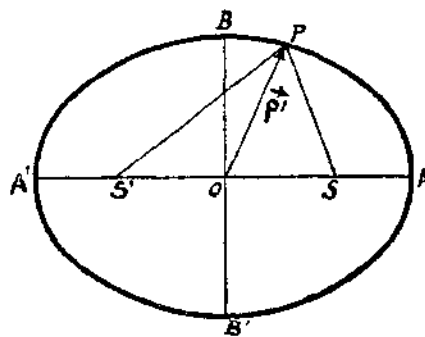


圖 五

今試再由橢圓(或雙曲線)之另一定義,立出上式.

依定義: 一點P與二點S, S'之距離之和為定長者, P之軌跡, 稱為橢圓線 (\overline{PS} 與 $\overline{PS'}$ 之差為定長者, 則P之軌跡為一雙曲線).

設以SS'之中心O為原點, \overline{SP} 與 $\overline{S'P}$ 之和(或差)常為2a, 命 $\overline{OS} = \vec{c}$, $\overline{OS'} = -\vec{c}$

$$\text{則 } \overline{SP} = \vec{\rho} - \vec{c} \quad \overline{S'P} = \vec{\rho} + \vec{c}$$

$$\text{依定義 } \sqrt{(\vec{\rho} - \vec{c})^2} \pm \sqrt{(\vec{\rho} + \vec{c})^2} = 2a$$

若用加號, 則此式表一橢圓, 若用減號, 則此式表一雙曲線. 去根號, 整理之, 得

$$a^2 \rho^2 - (\vec{c} \cdot \vec{\rho})^2 = a^2 (a^2 - c^2) = a^4 \left(1 - \frac{c^2}{a^2}\right)$$

此中之c, 為橢圓(或雙曲線)之半焦距, a為長軸之半長, 與前面所定之2a = $\overline{A'A}$ 並無歧異. (註四) 故若令 $\frac{c}{a} = e$, 則由(3)之關係, 可知此e與彼e, 為同一e. 故得

$$a^2 \rho^2 - (\vec{c} \cdot \vec{\rho})^2 = a^4 (1 - e^2)$$

與由圓錐曲線之一般公式所導出者相符合.

今試設一線算子 (Opérateur linéaire) φ , 施此算子於 $\vec{\rho}$ 上, 令 $\vec{\rho}$ 受相當變化, 使

$$\vec{\varphi}\rho = \frac{a^2 \vec{\rho} - (\vec{c} \cdot \vec{\rho}) \vec{c}}{a^4 (1 - e^2)} \quad (5)$$

成一 $\vec{\rho}$ 之一次矢函數, 則(4)式可變為極簡之形

$$(\vec{\rho} \cdot \vec{\varphi}\rho) = 1 \quad (6)$$

設以SS'為ox軸, 以通過O點而垂直於SS'之直線為y軸, 於ox與oy上, 各取一單位矢 \vec{i} , \vec{j} . 設 $\vec{\rho}$ 之終點之座標為(x, y), 則

$$\vec{\rho} = x \vec{i} + y \vec{j} \quad \vec{c} = ae \vec{i}$$

(註四) 由定義, $\overline{SA} + \overline{S'A} = 2a$ 因對稱之故 $\overline{SA} = \overline{A'S'}$
得 $\overline{A'S'} + \overline{S'A} = \overline{A'A} = 2a$

$$\vec{\varphi}\rho = \frac{a^2 x \vec{i} + a^2 y \vec{j} - (ae x) ae \vec{i}}{a^4 (1 - e^2)} = \frac{a^2 (1 - e^2) x \vec{i} + a^2 y \vec{j}}{a^4 (1 - e^2)}$$

令 $a^2 (1 - e^2) = b^2$

得
$$\vec{\varphi}\rho = \frac{x}{a^2} \vec{i} + \frac{y}{b^2} \vec{j} = \frac{\vec{i} (\vec{i} \cdot \vec{\rho})}{a^2} + \frac{\vec{j} (\vec{j} \cdot \vec{\rho})}{b^2} \quad (7)$$

(6) 式即變為
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (8)$$

設以 $\vec{\rho} = y \vec{j}$ 代入 (6) 式中, 則得 $y = \pm b$

故 oy 軸交橢圓於二點 B ($b \vec{j}$) (註五) 與 B' ($-b \vec{j}$), 而 $\overline{B'B} = 2b$ 則稱為橢圓之短軸.

設 (5) 式與 (6) 式表一雙曲線, 則 $e > 1$, 可令 $a^2 (1 - e^2) = -b^2$

得
$$\vec{\varphi}\rho = \frac{x}{a^2} \vec{i} + \frac{y}{b^2} \vec{j} = \frac{\vec{i} (\vec{i} \cdot \vec{\rho})}{a^2} - \frac{\vec{j} (\vec{j} \cdot \vec{\rho})}{b^2} \quad (7')$$

及
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (8')$$

(8) 式與 (8') 式均為解析幾何中最習見之公式. 此處寫出. 不過闡明矢算與解析幾何之關聯而已. 至於橢圓線之研究. 仍以 (6) 式為主. 惟 (6) 式中既含有算子 φ , 則於開始運用之前, 似宜先將算子 φ 之性質與本篇有關者, 畧加討論, 方為合理. 惟本篇並非算子 φ 之專論, 茲僅將其最重要之性質, 錄列於下:

I. 設 $\vec{\rho} = p \vec{\rho}' + q \vec{\rho}''$

則 $\vec{\varphi}\rho = p \vec{\varphi}\rho' + q \vec{\varphi}\rho''$

此式極易證明, 只須將 $\vec{\rho}'$ $\vec{\rho}''$ 與 $\vec{\rho}$ 射影於二垂直軸上, 依 (7) 式寫出, 即得.

II. $(\vec{\tau} \cdot \vec{\varphi}\rho) = (\vec{\rho} \cdot \vec{\varphi}\vec{\tau})$

蓋若 $\vec{\tau} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j}$, $\vec{\rho} = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j}$

則上式之兩邊, 均等於

註五: B ($b \vec{j}$) 表一點 B, 為 $b \vec{j}$ 矢之終點

$$\frac{x_1 x_2}{a^2} + \frac{y_1 y_2}{b^2}$$

也.如是, \vec{r} 與 $\vec{\rho}$ 之互換,不能影響於上式,故 φ 算子為一自軛算子.

III. 設以 $d\vec{\rho}$ 表 $\vec{\rho}$ 之微分,則

$$(\vec{\rho} \cdot \varphi d\vec{\rho}) = (d\vec{\rho} \cdot \varphi \vec{\rho}) = (\vec{\rho} \cdot d\varphi \vec{\rho})$$

以其均等於
$$\frac{x dx}{a^2} + \frac{y dy}{b^2}$$

也.

今即以此第三性質,運用於橢圓之切線.

設 $M(\vec{r})$ 為橢圓線上之一點,則

$$(\vec{r} \cdot \varphi \vec{r}) = 1$$

微分之,得

$$(d\vec{r} \cdot \varphi \vec{r}) + (\vec{r} \cdot d\varphi \vec{r}) = 0$$

由上述之性質,得

$$(d\vec{r} \cdot \varphi \vec{r}) = 0$$

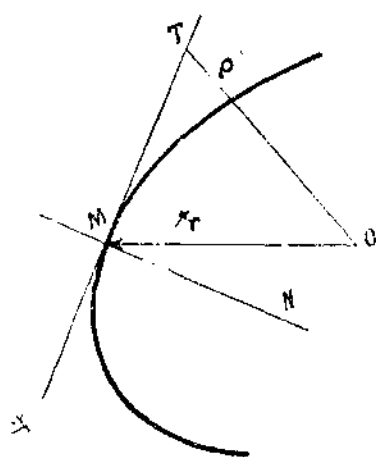


圖 六

已知 $d\vec{r}$ 為 $M(\vec{r})$ 點之切線方向, $\varphi \vec{r}$ 與之垂直,故 $\varphi \vec{r}$ 表 M 點之法線方向 (MN)

設 $T(\vec{\rho})$ 為 $M(\vec{r})$ 之切線上任意一點,因 MT 必垂直於 M 點之法線 $\varphi \vec{r}$

$$\text{故 } (\vec{\rho} - \vec{r} \cdot \varphi \vec{\rho}) = 0$$

$$\text{由數乘之性質, } (\vec{\rho} \cdot \varphi \vec{r}) - (\vec{r} \cdot \varphi \vec{r}) = 0$$

$$\text{因 } (\vec{r} \cdot \varphi \vec{r}) = 1$$

$$\text{故 } (\vec{\rho} \cdot \varphi \vec{r}) = 1$$

$$\text{又因 } \varphi \text{ 為自軛算子,故 } (\vec{r} \cdot \varphi \vec{\rho}) = 1 \quad (9)$$

二式均為 $M(\vec{r})$ 點之切線式.設以 x_1, y_1 表 \vec{r} 之終點之座標,依(7)之關係,得切線之解析式

$$\frac{x x_1}{a^2} + \frac{y y_1}{b^2} = 1$$

已知 $M(\vec{\rho})$ 點之法線為 $\varphi \vec{\rho}$, 自二焦點 S, S' 作 M 之切線之垂線 SH , 與 $S' H'$ 則

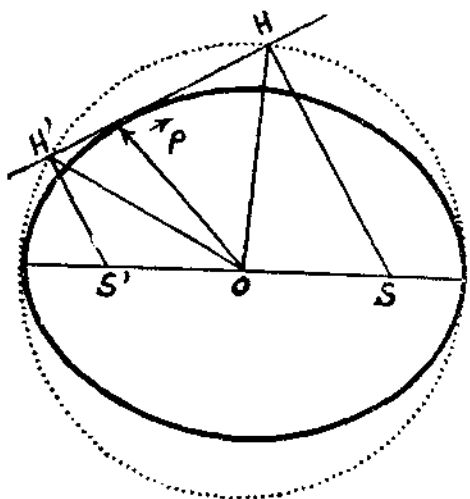


圖 七

$$\vec{SH} = x \vec{\varphi}_\rho \quad \vec{S'H'} = y \vec{\varphi}_\rho$$

H 點既在 M 之切線上, \vec{OH} 當適各於 $\vec{\rho}$ 之切線式, 故

$$(\vec{c} + x \vec{\varphi}_\rho \cdot \vec{\varphi}_\rho) = 1$$

由此得 $\vec{SH} = x \vec{\varphi}_\rho = \{1 - (\vec{c} \cdot \vec{\varphi}_\rho)\} \cdot (\vec{\varphi}_\rho)^{-1}$ (註六)

同樣得 $\vec{S'H'} = y \vec{\varphi}_\rho = \{1 + (\vec{c} \cdot \vec{\varphi}_\rho)\} \cdot (\vec{\varphi}_\rho)^{-1}$
 \vec{SH} 與 $\vec{S'H'}$ 平行, 故其數乘積等於其值之積

$$\vec{SH} \cdot \vec{S'H'} = (\vec{SH} \cdot \vec{S'H'}) = \frac{1 - (\vec{c} \cdot \vec{\varphi}_\rho)^2}{(\vec{\varphi}_\rho)^2}$$

但

$$1 - (\vec{c} \cdot \vec{\varphi}_\rho)^2 = \frac{a^4 - (\vec{c} \cdot \vec{\rho})^2}{a^4}$$

$$(\vec{\varphi}_\rho)^2 = \frac{a^4 - (\vec{c} \cdot \vec{\rho})^2}{a^6 (1 - e^2)}$$

故

$$\vec{SH} \cdot \vec{S'H'} = a^2 (1 - e^2) = b^2$$

即「以自焦點所作任一切線之垂線為邊, 所得之矩形, 與以短軸之半長為邊所作之正方形, 面積相等」

$$\text{又} \quad 1 - (\vec{c} \cdot \vec{\varphi}_\rho) = \frac{a^2 - (\vec{c} \cdot \vec{\rho})}{a^2}$$

以此值代入 $\vec{OH} = \vec{c} + x \vec{\varphi}_\rho = \vec{c} + \frac{\{1 - (\vec{c} \cdot \vec{\varphi}_\rho)\} \vec{\varphi}_\rho}{(\vec{\varphi}_\rho)^2}$

中, 平方之, 稍加整理, 得 $\vec{OH}^2 = a^2$

即「自焦點所作切線之垂線足, 均在補助圓之圓周上」

設 T (\vec{r}) 點為一定點, 橢圓上 M (\vec{r}) 點之切線式為

$$(\vec{r} \cdot \vec{\varphi}_\rho) = 1$$

註六: $(\vec{\varphi}_\rho)^{-1}$ 為一矢, 其方向與 $\vec{\varphi}_\rho$ 同, 其值則為 $(\varphi_\rho)^{-1}$ 稱為 $\vec{\varphi}_\rho$ 之逆矢

若此切線經過 T 點, 必須 $(\vec{r}, \vec{\varphi}_T) = 1$

故 M 點在直線 $(\vec{\rho}, \vec{\varphi}_T) = 1$ 上.

通過橢圓內一點 E (\vec{e}) 上, 任作一橢圓之弦 MN, 過 M 與 N 之切線, 相交於一點 T (\vec{r}) 其方程式為

$$(\vec{\sigma}, \vec{\varphi}_T) = 1$$

同時 $(\vec{\sigma}, \vec{\varphi}_T) = 1$

故 T 點在一直線 $(\vec{\rho}, \vec{\varphi}_\sigma) = 1$ 上.

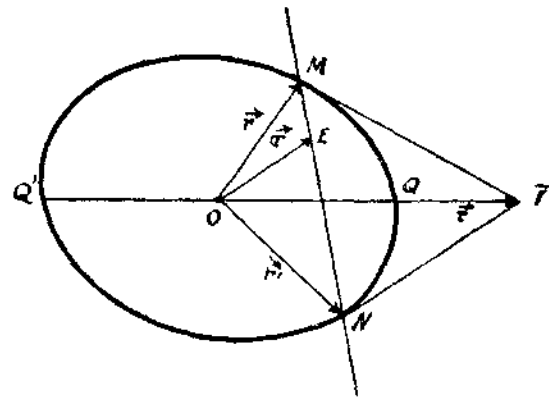


圖 八

設以 T 為定點, 則 $(\vec{\rho}, \vec{\varphi}_T) = 1$ 稱為以 T 為極之極線 (相對於此橢圓而言) 設以 E 為一定點, 則 $(\vec{\rho}, \vec{\varphi}_\sigma) = 1$, 或 T 之軌跡, 稱為以 E 為極之極線. 故「過 T 點之任一直線, 均為以 MN 上一點為極之極線; 若 T 點之極線繞一定點而旋轉, 則 T 之軌跡為一直線。」

由上述極與極線之性質, 欲作以橢圓外一點為極之極線, 只須連接此點至橢圓之二切點即可. 設極在橢圓之內, 可通過此點任作二弦 MN, M'N'; M, N 二點之切線, 相交於 T; M', N' 二點之切線, 相交於 T', 連 T T' 所得之直線, 即為所求之極線.

設一點 T (\vec{r}) 之極線 $(\vec{\rho}, \vec{\varphi}_T) = 1$ 截橢圓於二點 M (\vec{r}), N (\vec{r}'), 則由 $(\vec{r}, \vec{\varphi}_T) = 1$ 與 $(\vec{r}', \vec{\varphi}_T) = 1$

$$\text{得 } (\vec{r} - \vec{r}', \vec{\varphi}_T) = 0 \tag{10}$$

表明若 OT 交橢圓於 Q 點, 則 MN 與 Q 點之法線成垂直, 即 MN 平行於 Q 之切線, 方程式之有此形

$$(\vec{\alpha}, \vec{\varphi}_\beta) = 0 \tag{11}$$

者, 在橢圓之研究上, 極為重要, 茲詳論之.

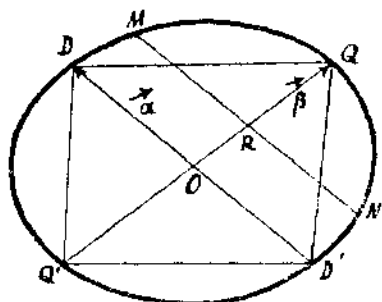


圖 九

設 $\vec{\alpha} = \vec{OD}$, $\vec{\beta} = \vec{OQ}$ 為橢圓之二半徑,
 $(\vec{\alpha}, \varphi\vec{\beta}) = 0$

表明 OD 平行於 Q 點之切線. 同時, 因 φ 為
 自輓算子之故 $(\vec{\beta}, \varphi\vec{\alpha}) = 0$

表明 OQ 亦平行於 D 之切線. 如此之二半
 徑, 謂之共輓半徑; 而直徑 DD' 與 QQ' 則稱
 共輓直徑. 二者之方向, 稱為共輓方向.

橢圓上任一點 M ($\vec{\rho}$) 可以 $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ 二矢表之, 得

$$\vec{\rho} = x\vec{\alpha} + y\vec{\beta}$$

$$\varphi\vec{\rho} = x\varphi\vec{\alpha} + y\varphi\vec{\beta}$$

因 M 點在橢圓上, 故

$$(\vec{\rho}, \varphi\vec{\rho}) = 1 = x^2 + y^2 = \left(\frac{\overline{OR}}{\overline{OQ}}\right)^2 + \left(\frac{\overline{RM}}{\overline{OD}}\right)^2$$

每一 x 之值, 必有絕對值相同, 符號相反之二 y 與之相應, 同樣每一
 y 之值, 亦必有絕對值相同, 符號相反之二 x 與之相應, 此種性質,
 表明: « 任一直徑, 平分其共輓方向之諸弦 »

反之, 設 $\vec{\alpha}$ 為一半徑, 與 $\vec{\alpha}$ 矢平行之弦之中點之軌跡, 必為與
 $\vec{\alpha}$ 共輓之直徑. 蓋若 R ($\vec{\beta}'$) 為此軌跡上之一點, 則弦上任一點之
 方程式為 $\vec{\beta}' + x\vec{\alpha}$, 此弦之終點在橢圓上, 故

$$(\vec{\beta}' + x\vec{\alpha}, \varphi\{\vec{\beta}' + x\vec{\alpha}\}) = 1$$

解之, 得 $x^2 + 2x(\vec{\beta}' \cdot \varphi\vec{\alpha}) + (\vec{\beta}' \cdot \varphi\vec{\beta}') - 1 = 0$

依假設, x 必須有同值異號之二根, 故

$$(\vec{\beta}' \cdot \varphi\vec{\alpha}) = 0$$

表明 $\vec{\beta}'$ 之方向與 $\vec{\alpha}$ 為共輓.

由 (10), 知 OT 與 MN 為共輓, 設 R 為 MN 之中點, 欲知 \overline{OR} 之長, 可
 令 $\overline{OR} = x\vec{\tau}$, 因 R 在 T 之極線上, 故 (圖八)

$$x (\vec{r} \cdot \vec{\varphi}) = 1$$

設 $\vec{OQ} = y \vec{r}$, 則 $y^2 (\vec{r} \cdot \vec{\varphi}) = 1$

故 $x = y^2$ 即 $\overline{OT} \cdot \overline{OR} = \overline{OQ}^2$

因 O 為 QQ' 之中點, 故此式表明 Q, Q' 與 R, T 為調和點對, 即

$$(Q', Q, R, T) = 1$$

此種性質, 亦有取之以為極與極線之定義者.

已知 QQ' 與 DD' 為共軛 (圖九) $\vec{OQ} = \vec{\alpha}$, $\vec{OD} = \vec{\beta}$, 則

$$\vec{DQ} = \vec{Q'D'} = \vec{\beta} - \vec{\alpha} \quad \vec{D'Q} = \vec{Q'D} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$$

由 $(\vec{\alpha} + \vec{\beta} \cdot \vec{\varphi} \{ \vec{\beta} - \vec{\alpha} \}) \equiv (\vec{\beta} \cdot \vec{\varphi} \vec{\beta}) - (\vec{\alpha} \cdot \vec{\varphi} \vec{\alpha}) + (\vec{\alpha} \cdot \vec{\varphi} \vec{\beta}) - (\vec{\beta} \cdot \vec{\varphi} \vec{\alpha}) \equiv 0$

知 \overline{DQ} , $\overline{D'Q'}$ 與 $\overline{D'Q}$, $\overline{Q'D}$ 亦在共軛方向, 此為補弦之一性質.

韓密登 Hamilton 於其不朽之作 Elements of quaternion 中, 曾因討論圓錐曲線之便, 加入一算子 ψ , 此算子雖不甚重要, 然本篇既以矢算討論圓錐曲線, 似不宜不稍論及之.

ψ 算子之定義為: $\vec{\psi}^2 \rho = \vec{\varphi} \rho$

$\vec{\psi}^2 \rho$ 之意義, 與 $\overline{\psi \psi \rho}$ 相同, 由此易知. (註七)

$$\vec{\psi} \rho = \frac{\vec{i}(\vec{i} \cdot \vec{\rho})}{a} + \frac{\vec{j}(\vec{j} \cdot \vec{\rho})}{b}$$

$$\text{蓋} \quad \vec{\psi}^2 \rho = \frac{\vec{i}(\vec{i} \cdot \vec{\psi} \rho)}{a} + \frac{\vec{j}(\vec{j} \cdot \vec{\psi} \rho)}{b} = \frac{\vec{i}(\vec{i} \cdot \vec{\rho})}{a^2} + \frac{\vec{j}(\vec{j} \cdot \vec{\rho})}{b^2}$$

也. ψ 仍為一自軛算子, 通常視為 φ 之平方根, 有上述一切 φ 之性質. 如是, 橢圓之方程式 $(\vec{\rho} \cdot \vec{\varphi} \rho) = 1$ 可書為

$$(\vec{\rho} \cdot \overline{\psi \psi} \rho) = (\vec{\psi} \rho \cdot \vec{\psi} \rho) = (\vec{\psi} \rho)^2 = 1$$

或 $\vec{\psi} \rho = 1$

註七: 此僅就橢圓而言, 若就雙曲線言之, 則

$$\vec{\psi} \rho = \frac{\vec{i}(\vec{i} \cdot \vec{\rho})}{a} + \frac{\vec{j}(\vec{j} \cdot \vec{\rho})}{b \cdot \sqrt{-1}}$$

表明 $\vec{\psi}_\rho$ 爲一單位矢, 并知施 ψ 於一橢圓 (或雙曲線) 之矢時, 即將此橢圓, (或雙曲線,) 化爲一圓.

自 $\vec{\psi}_\rho$ 之本式觀之, 以

$$\vec{\rho} = a \cos \theta \cdot \vec{i} + b \sin \theta \cdot \vec{j} \quad (12)$$

代入 $\vec{\psi}_\rho = \frac{\vec{i}(\vec{i} \cdot \vec{\rho})}{a} + \frac{\vec{j}(\vec{j} \cdot \vec{\rho})}{b}$

或以 $\vec{\rho} = a \operatorname{ch} \theta \cdot \vec{i} + b \operatorname{sh} \theta \cdot \vec{j} \quad (12')$

代入 $\vec{\psi}_\rho = \frac{\vec{i}(\vec{i} \cdot \vec{\rho})}{a} + \frac{\vec{j}(\vec{j} \cdot \vec{\rho})}{b\sqrt{-1}}$

中, 均得 $(\vec{\psi}_\rho)^2 = 1$

故 (12) 與 (12') 亦各爲橢圓線與雙曲線之方程式.

II. 雙 曲 線

雙曲線之性質, 大多與橢圓線相似, 前面所述之橢圓線之性質中, 除最少數爲橢圓線所特有外, 大抵爲二者所公有, 故此處只擇前節所未言及者論之, 至於前節雖有, 而在本節亦決不能忽略者 (如切線等) 亦只畧畧提及而已, 不加深論, 以免重複.

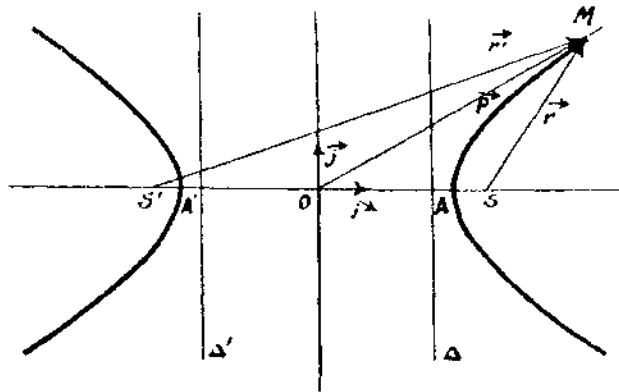


圖 十

本篇討論雙曲線, 卽以上述之 (12') 式

$$\vec{\rho} = a \operatorname{ch} \theta \cdot \vec{i} + b \operatorname{sh} \theta \cdot \vec{j}$$

爲基本式. 今試先証明其確與雙曲線之普通定義「與二定點之距離之差爲常量 $2a$ 之點之軌跡」吻合.

令 $a^2 + b^2 = c^2$. 於 \vec{i} 軸上取二點 S, S' , 令

$$\vec{OS} = c \vec{i} \qquad \vec{OS'} = -c \vec{i}$$

又令雙曲線上任一點 M 爲 $\vec{OM} = \vec{\rho}$ 之終點,

則
$$\vec{SM} = \vec{r} = \vec{\rho} - c \vec{i}$$

$$\begin{aligned} r^2 &= \rho^2 + c^2 - 2c(\vec{i} \cdot \vec{\rho}) = a^2 \operatorname{ch}^2 \theta + b^2 \operatorname{sh}^2 \theta + c^2 - 2ac \operatorname{ch} \theta \\ &= (a^2 + b^2) \operatorname{ch}^2 \theta - b^2 + c^2 - 2ca \operatorname{ch} \theta = (c \operatorname{ch} \theta - a)^2 \\ r &= c \operatorname{ch} \theta - a \end{aligned}$$

同樣,
$$\vec{S'M} = \vec{r'} = \vec{\rho} + c \vec{i}$$

得
$$r' = c \operatorname{ch} \theta + a$$

故
$$r' - r = 2a$$

與幾何定義相符合.

此二點 S, S' 稱爲雙曲線之焦點, 已如上述, 在初等幾何學中. 知雙曲線上一點之切線, 爲自二焦點至此點所作二直線之分角線, 故此切線之方向平行於 $\vec{r}_1 + \vec{r}'_1$ (註入)

又
$$\vec{r}_1 = \frac{\vec{\rho} - c \vec{i}}{c \operatorname{ch} \theta - a} \qquad \vec{r}'_1 = \frac{\vec{\rho} + c \vec{i}}{c \operatorname{ch} \theta + a}$$

$$\vec{r}_1 + \vec{r}'_1 = \frac{2c \operatorname{ch} \theta}{c^2 \operatorname{ch}^2 \theta - a^2} \left[a \operatorname{sh} \theta \cdot \vec{i} + b \operatorname{ch} \theta \cdot \vec{j} \right]$$

故切線之方向爲 $a \operatorname{sh} \theta \vec{i} + b \operatorname{ch} \theta \vec{j}$ 與由雙曲線之本式

$$\vec{\rho} = a \operatorname{ch} \theta \cdot \vec{i} + b \operatorname{sh} \theta \cdot \vec{j}$$

微分而得者相合. 同時
$$\vec{\rho} = a \operatorname{sh} \theta \cdot \vec{i} + b \operatorname{ch} \theta \cdot \vec{j}$$

亦表一雙曲線, 其方程式爲
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$

或
$$(\vec{\rho} \cdot \varphi \vec{\rho}) = -1$$

稱爲原雙曲線之共軛雙曲線.

註入: \vec{r}_1 表 \vec{r} 方向之單位矢.

平行之弦,即 \vec{OM} 為平行於 M 之切線之弦之中點之軌跡,當 λ 之絕對值小於 1 時, μ 與之相應之值為虛數,故實際上, OM 所平分之弦,均係在 MM' (M' 為 M 對於 O 之對稱點) 線段之外.

設 NN' 為共軛雙曲線之直徑,且平行於 M 點之切線, N 之矢座標為

$$\vec{ON} = \vec{i} a \operatorname{sh} \theta + \vec{j} b \operatorname{ch} \theta.$$

故其切線平行於 OM ;故 MM' 與 NN' 為二共軛直徑,其與 \vec{i} 軸所成之角之傾斜度各為

$$m = \frac{b \operatorname{sh} \theta}{a \operatorname{ch} \theta} \quad m' = \frac{b \operatorname{ch} \theta}{a \operatorname{sh} \theta}$$

故二共軛直徑之傾斜度之關係為

$$mm' = \frac{b^2}{a^2}$$

由同一 θ 之值,雙曲線與其共軛線之方程式可書為

$$\vec{\rho} = \operatorname{ch} \theta [\vec{i} a + \vec{j} b \operatorname{th} \theta]$$

與
$$\vec{\rho}' = \operatorname{ch} \theta [\vec{i} a \operatorname{th} \theta + \vec{j} b]$$

此二矢各平行於

$$a \vec{i} + b \operatorname{th} \theta \vec{j} \quad \text{與} \quad a \operatorname{th} \theta \vec{i} + b \vec{j}$$

當 θ 增至無窮大時, $\vec{\rho}$ 與 $\vec{\rho}'$ 同時增至無窮大,而二矢之方向均為 $a \vec{i} + b \vec{j}$. 故 $\vec{\rho}$ 與 $\vec{\rho}'$ 均在 $a \vec{i} + b \vec{j}$ 之方向,有一無窮遠點,故 $a \vec{i} + b \vec{j}$ 為此二互軛雙曲線之漸近線,同樣,可知 $a \vec{i} - b \vec{j}$ 亦為漸近線(註九)其方程式可書為

$$(\vec{\rho} \cdot \varphi \vec{\rho}) = 0$$

由上述共軛直徑之理,若以 OM, ON 為邊,作一平行四邊形, OM 與 ON 各平行於 N 與 M 之切線,故平行四邊形之第四頂點 T 在

$$\vec{\rho} = (\vec{i} a \operatorname{ch} \theta + \vec{j} b \operatorname{sh} \theta) + (\vec{i} a \operatorname{sh} \theta + \vec{j} b \operatorname{ch} \theta)$$

註九: $a \vec{i} + b \vec{j}$ 之終點在 G , $a \vec{i} - b \vec{j}$ 之終點在 G' (見圖十一)

$$= (\operatorname{ch} \theta + \operatorname{sh} \theta) (a \vec{i} + b \vec{j})$$

上,即 T 點之軌跡,爲此二雙曲線之漸近線.

設 $\overline{OM} = a'$, $\overline{ON} = b'$, 二者之夾角爲 ω

$$a'^2 = a^2 \operatorname{ch} \theta + b^2 \operatorname{sh}^2 \theta \quad b'^2 = a^2 \operatorname{sh}^2 \theta + b^2 \operatorname{ch}^2 \theta$$

$$\text{故} \quad a'^2 - b'^2 = a^2 - b^2 \quad (13)$$

$$\text{又} \quad [\vec{\rho} \cdot \vec{\rho}'] = [\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_1'] a' b' \sin \omega = [\vec{\rho}_1 \cdot \vec{\rho}_1'] a b \text{ (註十)}$$

$$\text{故} \quad a b = a' b' \sin \omega. \quad (14)$$

(13) 式表明 « 任意二共軛半徑之平方差 (在橢圓則爲平方和) 爲一常數 » (14) 表明 « 二共軛半徑 (直徑亦然) 及此半徑端點之切線所圍成之面積爲一常量. » 是爲亞婆龍氏之二大定理.

研究雙曲線時,若不用 $\vec{\rho} = \vec{i} a \operatorname{ch} \theta + \vec{j} b \operatorname{sh} \theta$ 式,而用 $\rho = x \vec{i} + y \vec{j}$, 只須將 x 與 y 加以若干限制,使此矢之尖端常在一雙曲線上即可.

例如令 $x = t, y = \frac{1}{t}$

$$\rho = t \vec{i} + \frac{1}{t} \vec{j}$$

即表一正雙曲線 (漸近線互相垂直之雙曲線) 其漸近線相當於解析幾何之 x, y 二軸. 今將運用此法,以研究拋物線.

III. 拋物線

在解析幾何中,若以拋物線之對稱軸爲 x 軸,以其頂點之切線爲 y 軸,則 x, y 之關係爲 $y^2 = 2px$

若於 $\vec{\rho} = x \vec{i} + y \vec{j}$ 中,令 $y = t, x = \frac{t^2}{2p}$

$$\text{可得} \quad \vec{\rho} = \frac{t^2}{2p} \vec{i} + t \vec{j} \quad (15)$$

註十: 方括爲矢乘法之符號. 二矢之矢乘積 (produit vectoriel) 爲一矢,其值等於二矢之值與其夾角之正弦之乘積. 其方向與本篇無關,從畧.

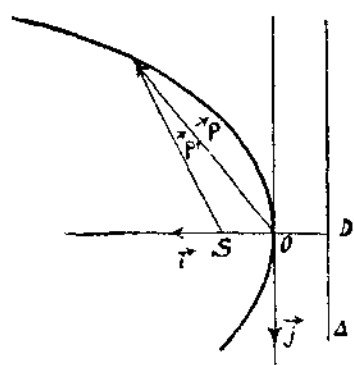


圖 十 二

設 S 為對稱軸上之一點,其矢座標為 $\lambda \vec{i}$,
則拋物線上一點 M ($\vec{\rho}$),可書為

$$\vec{SM} = \vec{\rho}' = \frac{t^2}{2p} \vec{i} + t \vec{j} - \lambda \vec{i}$$

$$\rho'^2 = \left(\frac{t^4}{4p^2} - \frac{\lambda t^2}{p} + \lambda^2 \right) + t^2$$

令 $\lambda = \frac{p}{2}$ 則 $\rho'^2 = \left(\frac{t^2}{2p} + \frac{p}{2} \right)^2$

故 $\rho' = \frac{t^2}{2p} + \frac{p}{2}$

若於拋物線之外,定一直線,其方程式為

$$\vec{p} = -\frac{p}{2} \vec{i} + \mu \vec{j}$$

則自拋物線上一點,至此直線之距離 $\frac{t^2}{2p} + \frac{p}{2}$ 適等於上述之 \overline{SM} ,

故 S 為此拋物線之焦點,此直線為拋物線之準線.

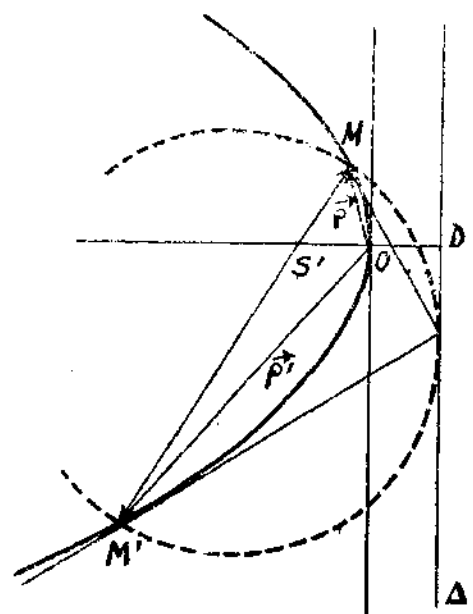


圖 十 三

設一通過焦點之弦,交拋物線於
二點 M ($\vec{\rho}$), M' ($\vec{\rho}'$), \vec{SM} 與 $\vec{S'M'}$ 同座,故

$$[\vec{SM} \cdot \vec{S'M'}] = 0$$

但 $\vec{SM} = \vec{\rho} + \frac{p}{2} \vec{i}$, $\vec{S'M'} = \vec{\rho}' + \frac{p}{2} \vec{i}$

故 $[\vec{\rho} \cdot \vec{\rho}'] - \frac{p}{2} [\vec{\rho} - \vec{\rho}' \cdot \vec{i}] = 0$

以 $\vec{\rho} = \frac{t^2}{2p} \vec{i} + t \vec{j}$ $\vec{\rho}' = \frac{t'^2}{2p} \vec{i} + t' \vec{j}$

代入,得 $\left(\frac{t^2 t'}{2p} - \frac{t t'^2}{2p} \right) [\vec{i} \cdot \vec{j}]$

$$-\frac{pt'}{2} [\vec{i} \cdot \vec{j}] + \frac{pt}{2} [\vec{i} \cdot \vec{j}] = 0$$

故 $\frac{t t'}{2p} (t - t') + \frac{p}{2} (t - t') = 0$

得 $t' = -\frac{p^2}{t}$

$$\text{如是則 } \vec{\rho} = \frac{t^3}{2p} \vec{i} + t \vec{j} \quad \text{與} \quad \vec{\rho}' = \frac{p^3}{2t^2} \vec{i} - \frac{p^2}{t} \vec{j} \quad (16)$$

爲終點在焦點弦之兩端之二矢,用微分法,知此 M, M' 二點之切線,各平行於下列二矢

$$\vec{\tau} = \frac{t}{p} \vec{i} + \vec{j} \quad \vec{\tau}' = -\frac{p}{t} \vec{i} + \vec{j}$$

$$\text{然} \quad (\vec{\tau} \cdot \vec{\tau}') = 0$$

故「焦點弦之二端所作之切線成正交。」

$$\text{設 } \vec{SM} \text{ 平行於 } \vec{j} \text{ 軸,則 } \vec{SM} = \vec{\rho} - \frac{p}{2} \vec{i} = x \vec{j}$$

$$\text{或} \quad \frac{t^3}{2p} \vec{i} + t \vec{j} - \frac{p}{2} \vec{i} = x \vec{j}$$

令兩邊之 \vec{i} 與 \vec{j} 之係數相等,得 $x = t = \pm p$.

表明「焦點弦之垂直於對稱軸者,其長爲頂點至焦點之長之四倍。」此弦稱爲主焦弦。

此二切線之方程式,各爲

$$\vec{\rho} = \frac{t^3}{2p} \vec{i} + t \vec{j} + \lambda \left(\frac{t}{p} \vec{i} + \vec{j} \right) \quad (17)$$

$$\vec{\rho}' = \frac{p^3}{2t^2} \vec{i} - \frac{p^2}{t} \vec{j} + \mu \left(\frac{p^3}{t^3} \vec{i} - \frac{p^2}{t^2} \vec{j} \right)$$

$$\text{若令 } \lambda = -\frac{p^2 + t^2}{2t} \quad \mu = \frac{t^3 + t p^2}{2p^2}$$

$$\text{則上二矢均等於} \quad -\frac{p}{2} \vec{i} + \frac{t^2 - p^2}{2t} \vec{j}$$

故「於焦點弦之二端所作之切線,必正交於準線上」之一點 P .

此種性質,僅爲焦點弦所特有,故若「以焦點弦爲直徑,所作之圓,必適與準線相遇;而以其他弦爲直徑,所作之圓,必不能與準線相遇。」

P 點之徑矢,既爲 $-\frac{p}{2} \vec{i} + \frac{t^2 - p^2}{2t} \vec{j}$, 將原點移至 S 點則

$$\vec{SP} = \vec{OP} - \vec{OS} = -p \vec{i} + \frac{t^2 - p^2}{2t} \vec{j}$$

$$\text{又} \quad \vec{SM} = \vec{\rho} - \frac{p}{2} \vec{i} = \frac{1}{2p} (t^2 - p^2) \vec{i} + t \vec{j} \quad (18)$$

由 $(\vec{SP} \cdot \vec{SM}) = 0$

可知「連接焦點,與焦點弦之兩端所作切線之交點,所得直線,垂直於焦點弦」

(18) 亦為拋物線之矢方程式,其原點在拋物線之焦點

(17) 式為切線之通式,若令 $\lambda = -t$, 則 $\vec{\rho} = -\frac{t^2}{2p} \vec{i}$, 表明 M 之切線交於對稱軸之點 T, 與自 M 所作 \vec{i} 軸之垂線足 H 相對稱, 其對稱心為拋物線之頂點.

設有一任意弦 MM', 其端點之矢, 各為

$$\vec{r} = \frac{t^2}{2p} \vec{i} + t \vec{j} \quad \vec{r}' = \frac{t'^2}{2p} \vec{i} + t' \vec{j}$$

$$\vec{MM}' = \vec{r}' - \vec{r} = \frac{1}{2p} (t'^2 - t^2) \vec{i} + (t' - t) \vec{j}$$

此矢常平行於 $\frac{1}{2p} (t' + t) \vec{i} + \vec{j}$

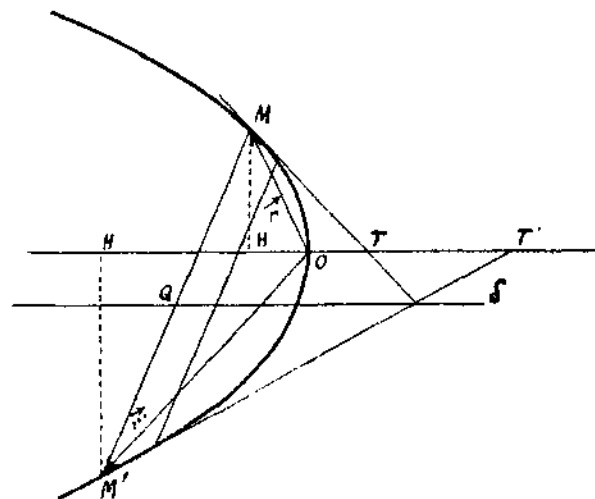
故若 $t+t'$ 之值既定, 則 MM' 弦之方向亦隨之而定. 設令 $t+t' = \theta$ 則 MM' 之中點之矢座標為

$$\vec{OQ} = \vec{OM} + \frac{1}{2} \vec{MM}' = \frac{1}{4p} (t'^2 + t^2) \vec{i} + \frac{1}{2} (t' + t) \vec{j}.$$

或 $\vec{OQ} = \frac{1}{4} (t'^2 - 2tt' + t^2) \vec{i} + \frac{\theta}{2} \vec{j}$

此矢可書為 $\vec{OQ} = \lambda \vec{i} + \frac{\theta}{2} \vec{j}$

此中之 θ 為一常數 (決定矢之方向), λ 為一變數, 隨 MM' 弦之位置而定, \vec{OQ} 方程式所表者, 為自 $\frac{\theta}{2} \vec{j}$ 之終點所引平行於對稱軸之直線. 換言之, 無論弦之方向如何, 其相應之共軛直徑, 常平行於對稱軸. 此為拋物線之一特性.



圖十四

又 M, M' 二點之切線式, 各為 $\vec{r} = \frac{t^2}{2p} \vec{i} + t\vec{j} + u\left(\frac{t}{p} \vec{i} + \vec{j}\right)$

$$\vec{r}' = \frac{t'^2}{2p} \vec{i} + t'\vec{j} + v\left(\frac{t'}{p} \vec{i} + \vec{j}\right)$$

若令 $u = \frac{t'-t}{2}$ $v = \frac{t-t'}{2}$

則 $\vec{r} = \vec{r}' = \frac{tt'}{2p} \vec{i} + \left(\frac{t+t'}{2}\right)\vec{j} = \frac{tt'}{2p} \vec{i} + \frac{\theta}{2} \vec{j}$

表明 « M 與 M' 之切線, 相交於與 MM' 弦相應之直徑上. »

將 $\vec{MM}' = \frac{1}{2p}(t'^2 - t^2)\vec{i} + (t'-t)\vec{j}$ 加以變化, 可得

$$\vec{MM}' = \frac{1}{2p}(t'-t)^2 \vec{i} + (t'-t) \left\{ \frac{t}{p} \vec{i} + \vec{j} \right\}$$

令 $\vec{\alpha} = \frac{1}{p} \vec{i}$ $\vec{\beta} = \frac{t}{p} \vec{i} + \vec{j}$

則 $\vec{MM}' = \frac{1}{2}(t'-t)^2 \vec{\alpha} + (t'-t) \vec{\beta}$

$\vec{\beta}$ 平行於 M 之切線, $t'-t$ 為一變數, 故拋物線之方程式, 可書為

$$\vec{p} = \frac{t^2}{2} \vec{\alpha} + t \vec{\beta} \quad (19)$$

矢之原點, 可在拋物線上任一點, 二軸則各為過此點之直徑與切線, 茲運用此式以證明下之性質:

« 將內接於拋物線之三角形之三邊延長, 各交對角頂之切線於三點, 此三點共線 »

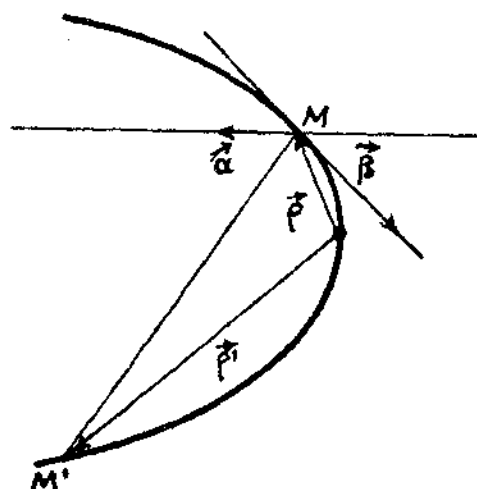
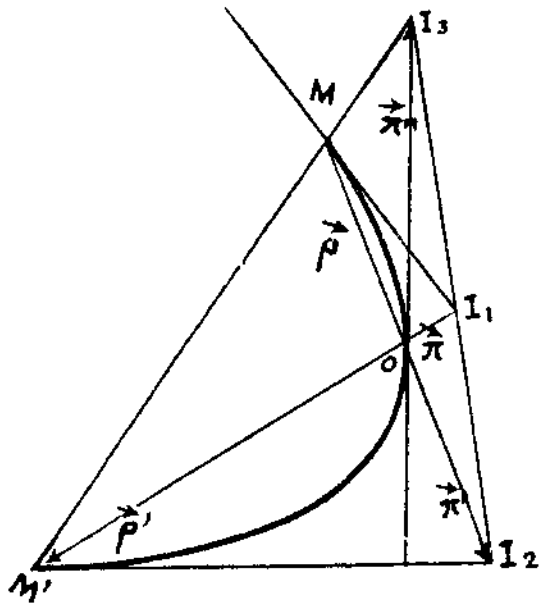


圖 十 五



設 O, M, M' 爲一任意內接三角形, 以 O 點爲原點, 則 M 與 M' 之徑矢各爲

$$\vec{\rho} = \frac{t^2}{2} \vec{\alpha} + t \vec{\beta}$$

$$\vec{\rho}' = \frac{t'^2}{2} \vec{\alpha} - t' \vec{\beta}$$

令 $\vec{\pi}, \vec{\pi}', \vec{\pi}''$ 各爲三交點 I_1, I_2, I_3 之徑矢, 則

$$\vec{\pi} = \vec{OM} + M\vec{I}_1 = \frac{t^2}{2} \vec{\alpha} + t \vec{\beta} + x(t \vec{\alpha} + \vec{\beta})$$

$$\text{又 } \vec{\pi} = x' \vec{OM}' = x' \left(\frac{t'^2}{2} \vec{\alpha} + t' \vec{\beta} \right)$$

比較二式中 $\vec{\alpha}$ 與 $\vec{\beta}$ 之係數, 得

圖 十 六 $\frac{t^2}{2} + xt = \frac{x't'^2}{2} \quad t + x = x't'$

解之, 得 $x' = \frac{t^2}{2tt' - t'^2}$

故 $\vec{\pi} = \frac{t^2}{2t-t'} \left(\frac{t'}{2} \vec{\alpha} + \vec{\beta} \right)$

同樣, 得 $\vec{\pi} = \frac{t'^2}{2t'-t} \left(\frac{t}{2} \vec{\alpha} + \vec{\beta} \right)$

但 $\vec{\pi}'' = \vec{OM} + y \vec{MM}' = \vec{\rho} + y(\vec{\rho}' - \vec{\rho})$
 $= \frac{t^2}{2} \vec{\alpha} + t \vec{\beta} + y \left[\frac{t'^2 - t^2}{2} \vec{\alpha} + (t' - t) \vec{\beta} \right]$

又 $\vec{\pi}'' = z \vec{\beta}$

比較 $\vec{\alpha}$ 與 $\vec{\beta}$ 之係數, 得 $z = \frac{tt'}{t+t'}$

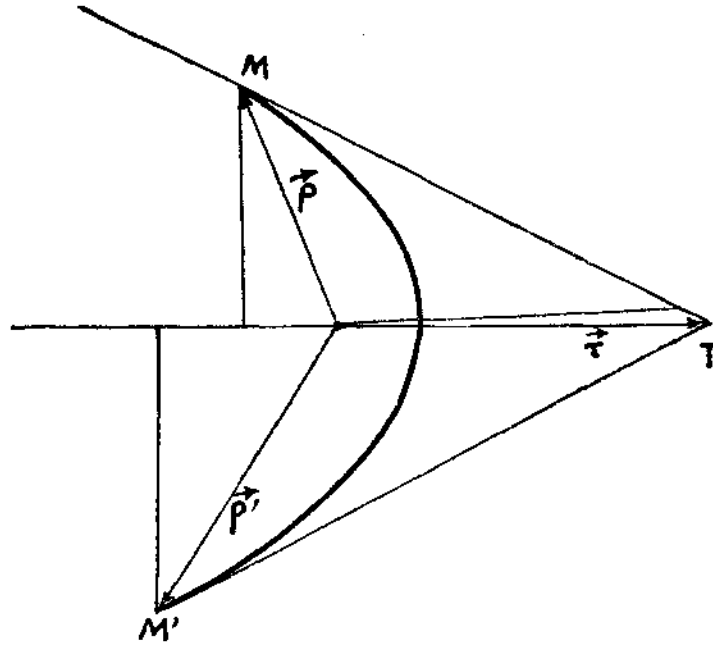
故 $\vec{\pi}'' = \frac{tt'}{t+t'} \vec{\beta}$

但 $\frac{2t-t'}{t} \vec{\pi} - \frac{2t'-t}{t'} \vec{\pi}' - \frac{t^2-t'^2}{tt'} \vec{\pi}''$
 $= t \left(\frac{t'}{2} \vec{\alpha} + \vec{\beta} \right) - t' \left(\frac{t}{2} \vec{\alpha} + \vec{\beta} \right) - (t-t') \vec{\beta} = \mathbf{0}$

同時

$$\frac{2t-t'}{t} - \frac{2t'-t}{t'} - \frac{t^2-t'^2}{tt'} = 0$$

故 $\vec{\pi}$, $\vec{\pi}'$, 與 $\vec{\pi}''$ 之端點在一直線上.



圖十七

得
$$\vec{\tau} = \vec{SM} + \vec{MT} = \frac{1}{2p}(t^2 - p^2)\vec{i} + t\vec{j} + x\left(\frac{t}{p}\vec{i} + \vec{j}\right)$$

又
$$\vec{\tau} = \vec{SM'} + \vec{M'T} = \frac{1}{2p}(t'^2 - p^2)\vec{i} + t'\vec{j} + y\left(\frac{t'}{p}\vec{i} + \vec{j}\right)$$

比較二式中 \vec{i} 與 \vec{j} 之係數, 得聯立方程式, 解之, 得:

$$x = \frac{1}{2}(t' - t) \quad y = \frac{1}{2}(t - t')$$

故
$$\vec{\tau} = \frac{1}{2p}(tt' - p^2)\vec{i} + \frac{1}{2}(t + t')\vec{j}$$

表明「二切線之交點至對稱軸之距離, 為二切點至同軸之距離之等差級數中項。」

將 $\vec{\rho}$, $\vec{\rho}'$ 與 $\vec{\tau}$ 自乘, 得
$$r^2 = \frac{1}{4p^2}(t^2 + p^2)(t'^2 + p^2)$$

$$\rho^2 = \frac{1}{4p^2}(t^2 + p^2) \quad \rho'^2 = \frac{1}{4p^2}(t'^2 + p^2)$$

得
$$\rho \rho' = \frac{1}{4p^2}(t^2 + p^2)(t'^2 + p^2) = r^2$$

(18) 式於研究與焦點有關係之性質時, 較直用 (15) 式為便, 茲運用之於二重要性質, 以為例:

以焦點為原點, 拋物線上二點 M 與 M' 之徑矢, 各為

$$\vec{\rho} = \frac{1}{2p}(t^2 - p^2)\vec{i} + t\vec{j}$$

$$\vec{\rho}' = \frac{1}{2p}(t'^2 - p^2)\vec{i} + t'\vec{j}$$

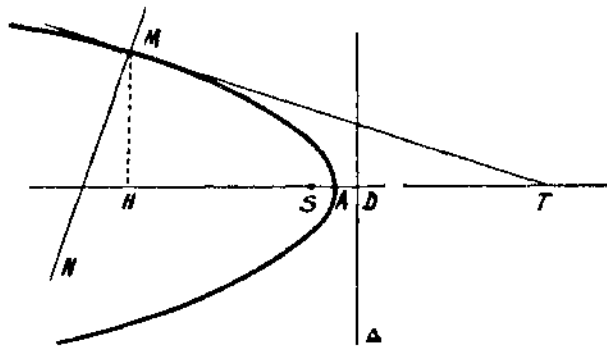
作二點之切線, 交於 T. 命

$\vec{\tau}$ 為其徑矢

表明「二切線之交點,至焦點之距離,爲二切點至焦點距離之等比級數中項。」

上述討論雙曲線與拋物線之方程式,實不過將二者之輔變數方程聯爲一式而已;其爲矢算,不甚澈底;雙曲線與橢圓線有極相似之性質,故於以 φ 算子討論橢圓後,若再用同式研究雙曲線,未免失之重複無味,不得不稍加改變.至於拋物線,則 φ 算子之運用,至今尙未提及,請於篇末出之.

於圓錐曲線之通式 (2), 令 $e=1$, 得



$$\rho^2 d^2 = \{d^2 - (\vec{d} \cdot \vec{\rho})\}^2$$

令
$$\vec{\varphi}_\rho = \vec{\rho} - \frac{\vec{d} \cdot \vec{\rho}}{d^2} \vec{d}$$

則拋物線之方程式變爲

$$(\vec{\rho} \cdot \vec{\varphi}_\rho + \frac{1}{2} d^2) = 1 \quad (20)$$

圖 十 八

此式中之 φ , 具有於橢圓線中討論過之性質, 由

$$(\vec{d} \cdot \vec{\varphi}_\rho) = \frac{(\vec{d} \cdot \vec{\rho}) - (\vec{d} \cdot \vec{\rho})}{d^2} = 0$$

可知 $\vec{\varphi}_\rho$ 爲一垂直於對稱軸之矢,

$$\text{又 } d^2 \cdot \vec{\varphi}_\rho = \vec{\rho} - \vec{d} \cdot \frac{(\vec{d} \cdot \vec{\rho})}{d^2}$$

表明 MH 上某一矢, 等於 SM 與 AH 上某一矢之差, 故必需

$$\vec{HM} = d^2 \vec{\varphi}_\rho \quad \vec{SH} = \vec{d} \cdot \frac{(\vec{d} \cdot \vec{\rho})}{d^2} = \vec{d} \cdot \frac{(\vec{d} \cdot \vec{\rho})}{d^2}$$

將 (20) 式微分之, 得,
$$(\vec{d}\rho \cdot \vec{\varphi}_\rho + \vec{d}^2) = 0$$

故 $\vec{\varphi}_\rho + \vec{d}^2$ 決定 M ($\vec{\rho}$) 點之法線方向, 故

$$\vec{\sigma} = \vec{\rho} + x(\vec{\varphi}\vec{\rho} + \vec{d} \cdot 1) \quad (21)$$

為拋物線之法線之方程式。

若欲求拋物線上 M 點之切線,只須寫出切線上任一線段均垂直於此點之法線即得,設 T ($\vec{\tau}$) 為切線上一點,則 $\vec{\tau} - \vec{\rho}$ 為切線上
一線段,故切線之方程式為

$$(\vec{\tau} - \vec{\rho} \cdot \vec{\varphi}\vec{\rho} + \vec{d} \cdot 1) = 0$$

由 (20) 式,變化之,得 $(\vec{\tau} \cdot \vec{\varphi}\vec{\rho} + \vec{d} \cdot 1) + (\vec{d} \cdot \vec{\rho}) = 1 \quad (22)$

令 $\vec{\tau} = x \vec{d}$, 為切線交對稱軸之點,代入上式得

$$x = 1 - (\vec{d} \cdot \vec{\rho})$$

因 $x \vec{d} - \frac{1}{2} \vec{d} = \frac{1}{2} \vec{d} - \vec{d} (\vec{d} \cdot \vec{\rho})$

得 $\vec{ST} - \vec{SA} = \vec{SA} - \vec{SH}$

或 $\vec{AT} = \vec{HA}$

與上法所得者相同。

茲以 φ 算子演一較為複雜之題,以結本篇。

題: 自拋物線之頂點,作切線之垂線;求垂線足之軌跡。

設 PT 為 P 點之切線, R 為自 A 所作之垂線足,又

$$\vec{\pi} = \vec{AR} \quad \vec{\rho} = \vec{SP}$$

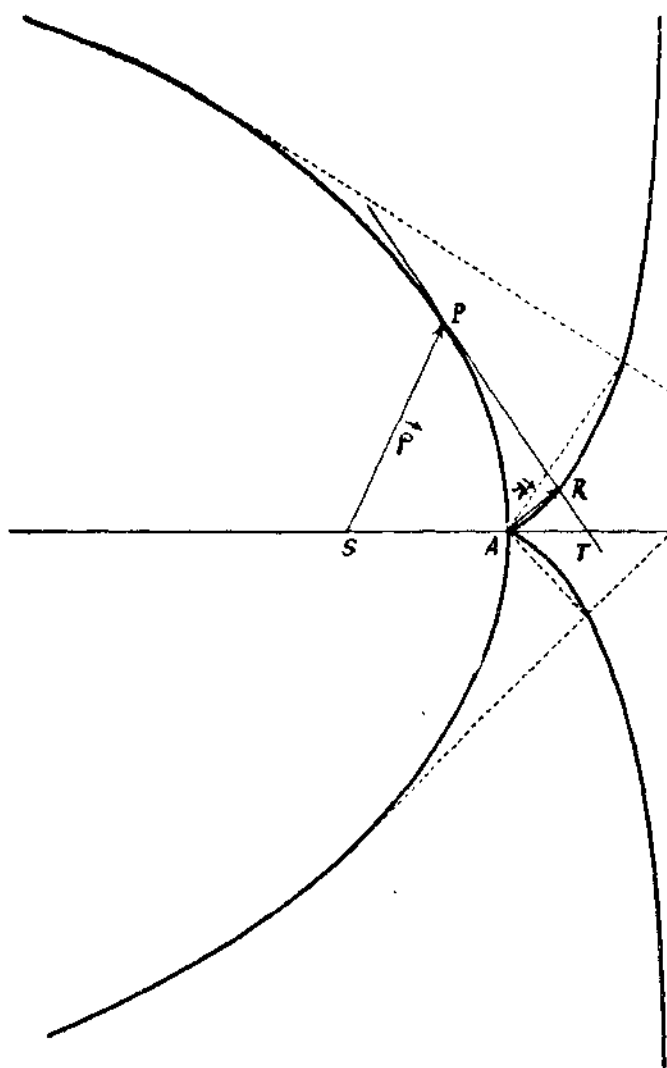


圖 十 九

則
$$\vec{\pi} = x (\vec{\varphi}_\rho + \vec{d}^{-1}) \quad (a)$$

因
$$\vec{SR} = \frac{\vec{d}}{2} + \vec{\pi}$$

之終點在切線上,適合於(22)式;代入(22)并注意

$$(\vec{d} \cdot \vec{\varphi}_\rho) = 0$$

$$(\vec{d} \cdot \vec{d}^{-1}) = 1$$

得
$$2(\vec{\pi} \cdot \vec{\varphi}_\rho) + 2(\vec{\pi} \cdot \vec{d}^{-1}) + 2(\vec{\rho} \cdot \vec{d}^{-1}) = 1 \quad (b)$$

又拋物線之方程式爲

$$(\vec{\rho} \cdot \vec{\varphi}_\rho + 2\vec{d}^{-1}) = 1 \quad (c)$$

由(a)(b)(c)三式,消去 $\vec{\rho}$ 與 x ,即得所求軌跡之方程式.

以 \vec{d} 及 $\vec{\varphi}_\rho$ 數乘(a)式之兩邊,得

$$(\vec{d} \cdot \vec{\pi}) = x \quad (\vec{\pi} \cdot \vec{\varphi}_\rho) = x (\vec{\varphi}_\rho)^2$$

代入(b)式,得
$$2x(\vec{\varphi}_\rho)^2 + 2(\vec{d}^{-1} \cdot \vec{\pi}) + 2(\vec{d}^{-1} \cdot \vec{\rho}) = 1 \quad (d)$$

又
$$\begin{aligned} (\vec{\rho} \cdot \vec{\varphi}_\rho) &= \frac{\rho^2 - (\vec{d}^{-1} \cdot \vec{\rho})(\vec{d} \cdot \vec{\rho})}{d^2} = \frac{\rho^2 - d^2(\vec{d} \cdot \vec{\rho})^2}{d^2} \\ &= \frac{\rho^2 - d^2(\vec{d} \cdot \vec{\rho}) - 2(\vec{d} \cdot \vec{\rho})(\vec{d}^{-1} \cdot \vec{\rho})}{d^2} \\ &= \frac{\left\{ \vec{\rho} - \vec{d}^{-1}(\vec{d} \cdot \vec{\rho}) \right\}^2}{d^2} = d^2(\vec{\varphi}_\rho)^2 \end{aligned}$$

代入(c)式,得
$$d^2(\vec{\varphi}_\rho)^2 + 2(\vec{d}^{-1} \cdot \vec{\rho}) = 1 \quad (e)$$

(d)式與(e)式相減,以 $(\vec{\pi} \cdot \vec{d}) = x$ 代入,得

$$\left\{ 2(\vec{d} \cdot \vec{\pi}) - d^2 \right\} (\vec{\varphi}_\rho)^2 + 2(\vec{d}^{-1} \cdot \vec{\pi}) = 0 \quad (f)$$

由(a)式得
$$x \vec{\varphi}_\rho = \vec{\pi} - x \vec{d}^{-1} = \vec{\pi} - (\vec{d} \cdot \vec{\pi}) \vec{d}^{-1}$$

以 x^2 或 $(\vec{d} \cdot \vec{\pi})^2$ 乘(f)式,將 $x \vec{\varphi}_\rho$ 之值代入,得

$$\left\{ 2(\vec{d} \cdot \vec{\pi}) - d^2 \right\} \left\{ \vec{\pi} - (\vec{d} \cdot \vec{\pi}) \vec{d}^{-1} \right\}^2 + 2(\vec{\pi} \cdot \vec{d}^{-1})(\vec{\pi} \cdot \vec{d})^2 = 0$$

簡之,得 $2\pi^2(\vec{\pi} \cdot \vec{d}) - \pi^2 d^2 + (\vec{\pi} \cdot \vec{d})^2 = 0$
 爲所求軌迹之矢方程式,

$$\text{令 } \vec{\pi} = x\vec{i} + y\vec{j} \quad \vec{d} = a\vec{i}$$

上式變爲 $2(x^2 + y^2) \cdot ax - a^2(x^2 + y^2) + a^2x^2 = 0$

或
$$y = \pm \sqrt{\frac{2x}{a-2x}}$$

此式表一蔓葉線,蔓葉線并非圓錐曲線,已越乎本篇範圍故本篇亦至此告終.

受 振 三 和 土

周 賢 偉

三和土者乃水泥,沙,石塊三物所組成之人造石也.西元前千餘年,埃及,墨西哥,祕魯等國人士已知利用之,降至今日,其應用擴展之神速實為各種物質冠;足之所履,目之所擊,如道路,橋樑,高樓大廈等巨大建築物以三和土造成者比比皆是.考其因無非以其性質優越耳.性質中最重要者當首推強度,他如耐用性,透水性等亦常為人所重視;而足以影響其性質者,則為材料之品質也,配料之比量也,用水之多寡也,混和之程度也,安置與夫捶實之得法與否也……選擇材料之重要至為顯著,世人亦早已注意及之,而配料之比量,用水之多寡更為各工程家研究之資料,於是所謂依最小產率配料法也,依細度分析配料法也,依細度係數配料法也,依表面積配料法也相繼而生.至於三和土之混和法亦有長足之進步;器具規模之工場莫不有混和機之設備.獨三和土之放置與捶實每為人所漠視.是篇之作即在證明適當之放置與均勻之捶實能增加三和土之強度;再介紹發明未久能代人工捶實之振動器,最後略述由振動所得之結果以結束之.

放置與捶實對於三和土強度之影響

欲增加三和土之強度,最簡便,最流行之法(但非最經濟)當為增加水泥之數量;因此且能減少三和土之透水性,加高其耐用性,此係事實,無人能否認之.今若不增加水泥之數量,亦不變更粒料之比量,而欲增加三和土之強度為可能否?曰可能.今若取一種三和土,不變動其粒料之比量而祇減少其水泥之成分,能維持其

固有之強度否?曰未始不可能;其關鍵祇在於放置是否適當,捶實是否均勻耳.謂予不信,請觀下例之結果.

巴黎市實驗所曾作一試驗:在同樣之情形中,製成二組 28 cm 立方之三和土樣品,其配合如下:

	卵 石	沙	水 泥
第一組	0.8 立公尺	0.4 立公尺	350 公斤
第二組	0.8 立公尺	0.4 立公尺	400 公斤

經過 28 日後,每 cm^2 所有之擠壓強度 (以公斤計算) 如後:

第一組: 125 136 183 202 215 217 240 277 352

第二組 199 202 212 220 225 226 240 245 251 257 280 307 315

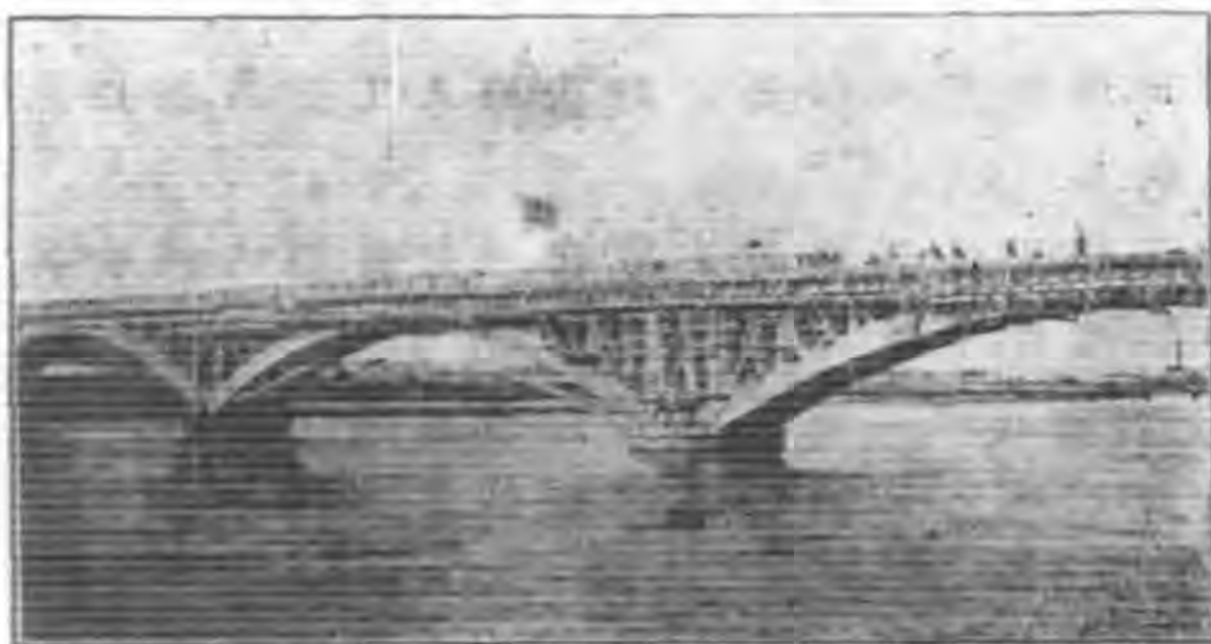
由此可知,同一成分之三和土,在同樣之情形下,尙無相等之強度.第一組最小為 125 kg/cm^2 , 最大為 352 kg/cm^2 ; 第二組最小為 199 kg/cm^2 , 最大為 315 kg/cm^2 . 其間之差異殊足驚人;抑有進者,第一組以 350 公斤水泥配合之三和土 (粒料與第二組同) 所得之最高強度 (352 公斤) 竟遠超第二組中以 400 公斤配合者之最高強度 (315 公斤.) 其所以如此者則為人工捶實之不均勻也.此種結果尙係出諸實驗室研究者之手中,則在工場上一任工人隨意裝置,隨意捶實所得三和土強度之相差更不可以道里計矣.捶實不均勻,粗粒料與水泥分離,攪成一堆,呈一危點,由精密之計算,適合之配料而不能得完美之結果者職是之故也.經驗豐富之工程師深知之亦深忌之.

有人曾思及欲消除人工捶實不均勻之弊,多加水分於三和土內,使其成一種流體,倒入板型內,無需捶實即能得一密實之三和土.若三和土出混和機後,對於移運放置能謹慎行之,使粗粒料無下沉與膠沙分離之弊,上述之法亦未始不能得一強度平衡之三和土;但因水分之加多,強度不免受損.人或謂可加重水泥,則答之曰:此固一法,但吾人所討論者,非專持水泥以增加強度之問題,

而在如何消滅人工所難免之不均勻狀態，則惟有捨棄之另覓途徑矣。

振動之效驗

若使三和土受不絕的顫動，則其體積受顯著之壓縮，若振動得宜，並能灌澆極乾之三和土，而使其呈一近理想之均勻質。通常在具有極密之鋼骨三和土工程中，以人工捶實，須用極流化，含水



圖一 以振動捶實之三和土橋

分極多之三和土。今若施以振動則仍能用極乾之三和土。蓋三和土在振動之作用下，其性質與流體無異，讀者若對於三和土流化懷疑，可作一極簡單之試驗。法為插一鐵條於板型中之三和土內，則三和土與鐵條之表面發生相當之磨擦力，若欲取出鐵條，非稍用勁不可，但若用適當之方法使三和土受振，則鐵條隨手而出，毫不費力，一如在流體中者然。行動便易，則水多又何用？反之水分愈少愈妙（當能以灌澆為度；試申言之。

作用於三和土之振動時間不宜過短，亦不宜過長，過短，則振動未盡其妙，而三和土亦未得其效，過長，則徒耗原動力，且細粒料有分散至板型旁之趨勢而與粗粒料有脫離之虞。



圖二 以振動捶實之三和土橋

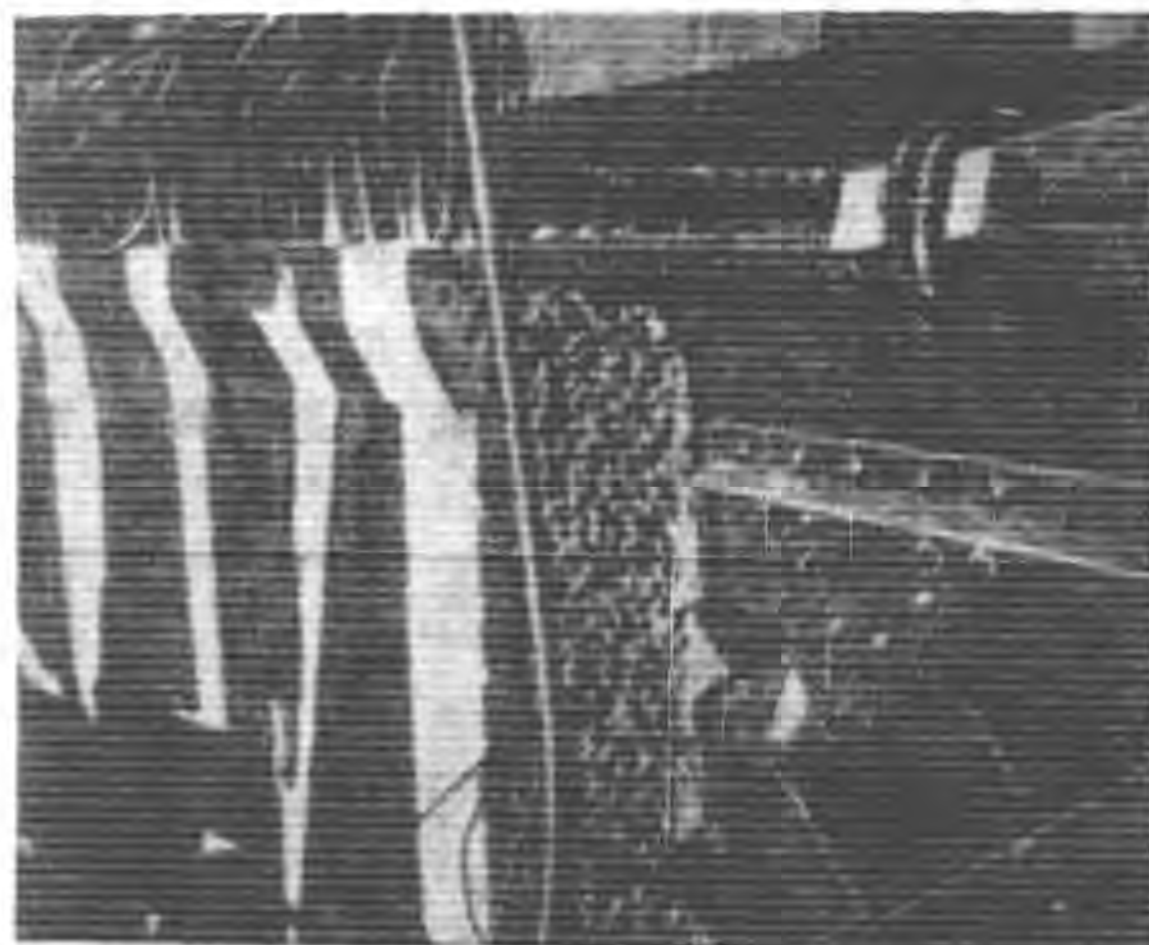
分極多之三和土。今若施以振動則仍能用極乾之三和土。蓋三和土在振動之作用下，其性質與流體無異，讀者若對於三和土流化懷疑，可作一極簡單之試驗。

至於最適宜之時限，並無一定規則，蓋此時限與板型之厚薄及其形式之簡複皆有相當之關係，依據經驗，三和土中之水漿由面上湧出時，即表示三和土已達最密實之程度，此時即須停止振動，但水漿湧出之現象祇有在較乾之三和土中方能作為標準，蓋在較濕之三和土中，水漿時時湧出使人無從捉摸也。

且在強度上看想， $\frac{\text{水泥}}{\text{水}}$ 之比例亦愈高愈妙，換言之，三和土愈燥愈妙（當然以能灌澆為度）若以人工捶實， $\frac{\text{水泥}}{\text{水}}$ 之比例事實上不能過大，尤以在鋼骨三和土中為甚，今振動既能使三和土流化，則 $\frac{\text{水泥}}{\text{水}}$ 之比例當可增加多多，振動之較勝於人工捶實，即以此點而論，已如明鏡照物矣。

上述振動能使三和土性質均勻，並能在可能範圍內減少其水分，因此而得之優點殊夥，今特一一例之如后：

1° 增加三和土之密度。——吾人當知以普通人工捶實，一立公尺三和土至多包含 1200 公升配料；若以振動為之，則配料能增



圖三 受振三和土之均勻與密實

至 1400 至 1500 公升，且振動能驅逐三和土之空氣與過多之水量，是以三和土中之空隙銳減，而密度乃得銳增，若在以振動捶實之三和土建築物上鑄下幾個試驗管作一比較試驗，則覺其各種性質（如密度、強度等）可稱均勻，無顯著差異，最大亦不過 10%。若以人工捶實則出 50% 之大關矣（前表證明。）

2° 增加壓拉灣等之抵抗強度。——今以 Galibourg 氏在法國中央大學實驗室所得之結果證明之，試驗品為十公分立方之三

和土,其組合如下:

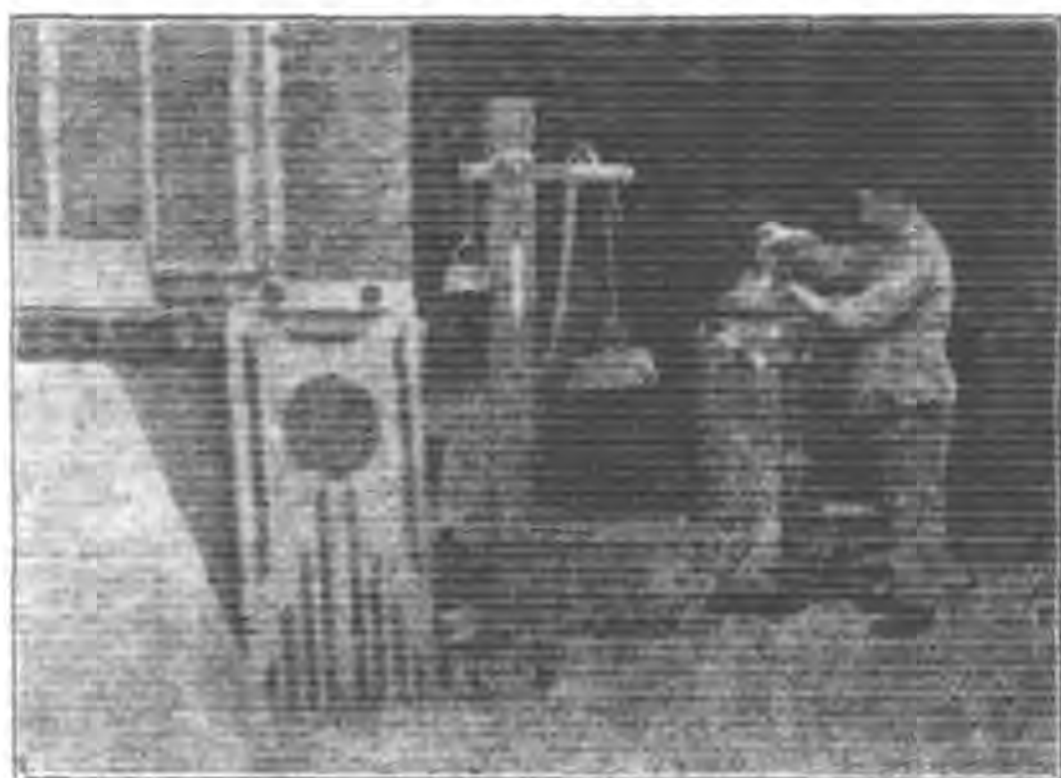
乾沙	500	公升
卵石	800	公升
水泥	300	公斤
水	140.5	公升

28日後以壓力試驗之,結果受振三和土之破壞力為每 cm^2 350至357公斤;未受振動而以極謹慎方法捶實之三和土,其破壞力為212至222 kg/cm^2 . 足見受振三和土之強度較諸未受振者高62%且140.5公升之水分以振動法捶實,尚覺太多,可以減至120公升使三和土較乾,此時受振三和土之破壞荷重為464公斤而人工捶實之結果,則遠不能與之比,蓋過燥之三和土祇適於振動,而不適於人工捶實也(詳前)

3° 增加不透水度.——上述振動能使空氣與過分水量溢出,則其間之空隙當大為減少,又因振動之作用,粗細料散佈均勻,是以透水度幾等於零.先前造成後之蓄水池等須加塗一層水泥以防水之滲透,麻煩而不經濟;今振動法賜吾人解決之途矣.無空不入之煙與水氣遇受振三和土亦有愧色.市上有不少化學物質加入三和土內,能減少其透水性;製造商且各將其成分嚴守祕密,滿擬傳子傳孫,居為奇方,未知對於受振三和土可貴之不透水性質作何感想?深信因振動捶實之普遍,此種化學物質之遭淘汰,祇時間問題耳.

4° 加速硬化.——受振動之三和土所含之水分既可較少,則其硬化當較速.即若水分相同,其硬化較諸未受振者亦較速多多,拆除模型之期限能減至60至80%.若製三和土電桿及管子等,板型幾於三和土灌澆後,立可拆除.是以快硬化水泥,除在極巨大之工程上,頗有被淘汰之可能.從加速硬化之現象上觀察,吾人除承認振動能發生物理之結果外,覺尚有相當之化學反響存於其間,使水泥與水易於化合,筆者不敏,甚望海內外學者予此點與滿意之解釋也.

5° 增加建築物之美觀。——受振三和土於拆除板型後，呈一異常細滑之表面，不加修飾，已合美觀之條件，若不欲平滑之表面，則祇須用硬刷或噴沙器將表面之膠沙洗去，粗粒料即露其面目，明鮮動人，而尤以振動所得者更為可愛。蓋振動能增加三和土之強度，則在可能範圍內，當可增加粗粒料之成分，而使三和土仍能保持適當之強度。粗粒料既多，則其散佈當較密，而膠沙洗去後所遺下之空隙亦較小，因而粗粒料愈形明鮮。振動更能使粗粒料佈置均勻，無過稀或過密之弊。若用建築物所在地之材料為之，頗能表示一地之特色。此種裝飾，早已有之，深信因振動所得之佳果，其應用將日形普遍也。名建築師 Azéma 氏曾用此法以建造 Hôtel des postes de Charleville 與 Hôtel des postes du Ve arrondissement de Paris 之內外牆而榮得羅馬美藝第一獎焉。



圖四 受振三和土經砂噴洗之美觀

綜合上述各點，適當之振動予吾人與下列之便利：

- a) 可減小樑、柱等之截面
- b) 可減少三和土中之水泥成分
- c) 可採用慢硬性或性質較劣之水泥
- d) 因三和土硬化速，板型可少備。

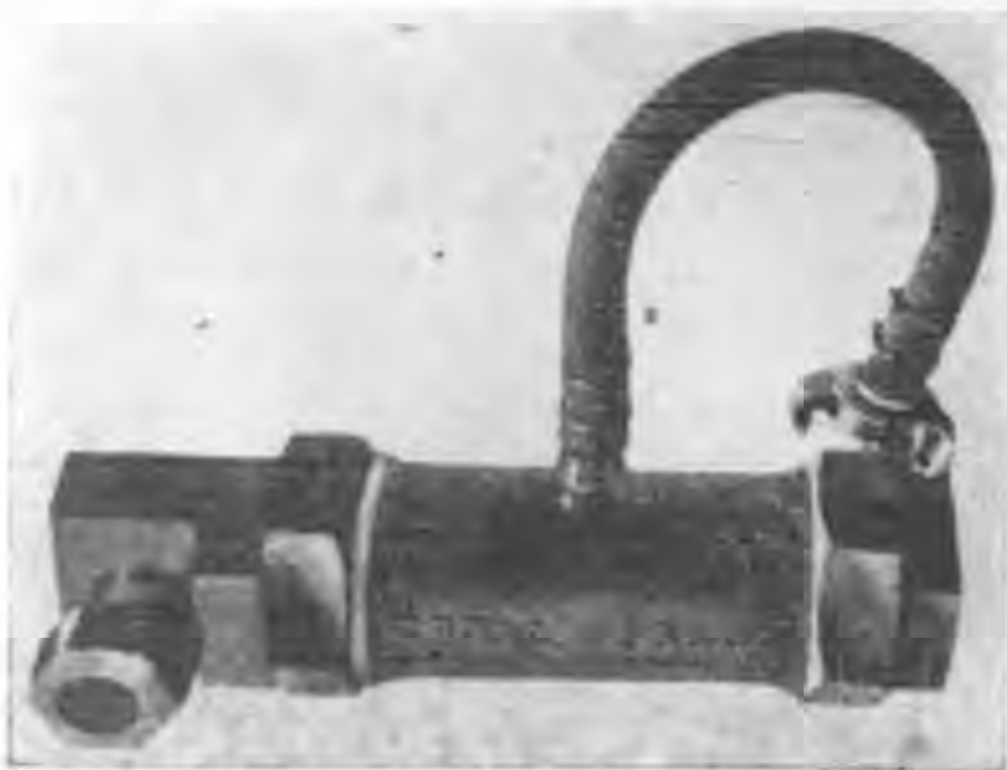
振動之種類

作用於三和土上之振動，隨其傳遞之方法，可分為三種：即外振 (vibration externe)，表面振 (vibration superficielle)，內振 (vibration interne) 或猛振 (pervibration) 是也。茲分述之如后。

外振。——最初有人以鐵捶屢擊板型，發覺三和土之性質較佳。嗣後曾用顛振臺製造各種混合物。此種粗笨顛振臺實為目下輕巧振動器之發軔，蓋當時若干工程家曾思改良顛振臺使之能在工場上工作為目的。不旋踵即有各種振動機關出世；工作時即將此種機關密貼於板型，由板型之傳遞，振動由外而入三和土內。因名之曰外振，以區別用其他方法傳遞之振動也。惟當時因振動機關之微弱無能，所得之結果，殊難令人滿意，大功未竟之利器，僅如曇花一現，復被人漠視者，迄今將及數十年矣。最近因壓氣與電力工業之發展，乃思以壓氣或電力產生振動，致此淹淹一息之利器得以復蘇。因此目下市上所有者計有二類：壓氣振動器與電力振動器。後者除在德美偶被採用外，不為他處所歡迎。初視之，吾人頗以為電力較壓氣便利；但實際上適得其反。蓋若以電力發生振動，須備特製馬達及



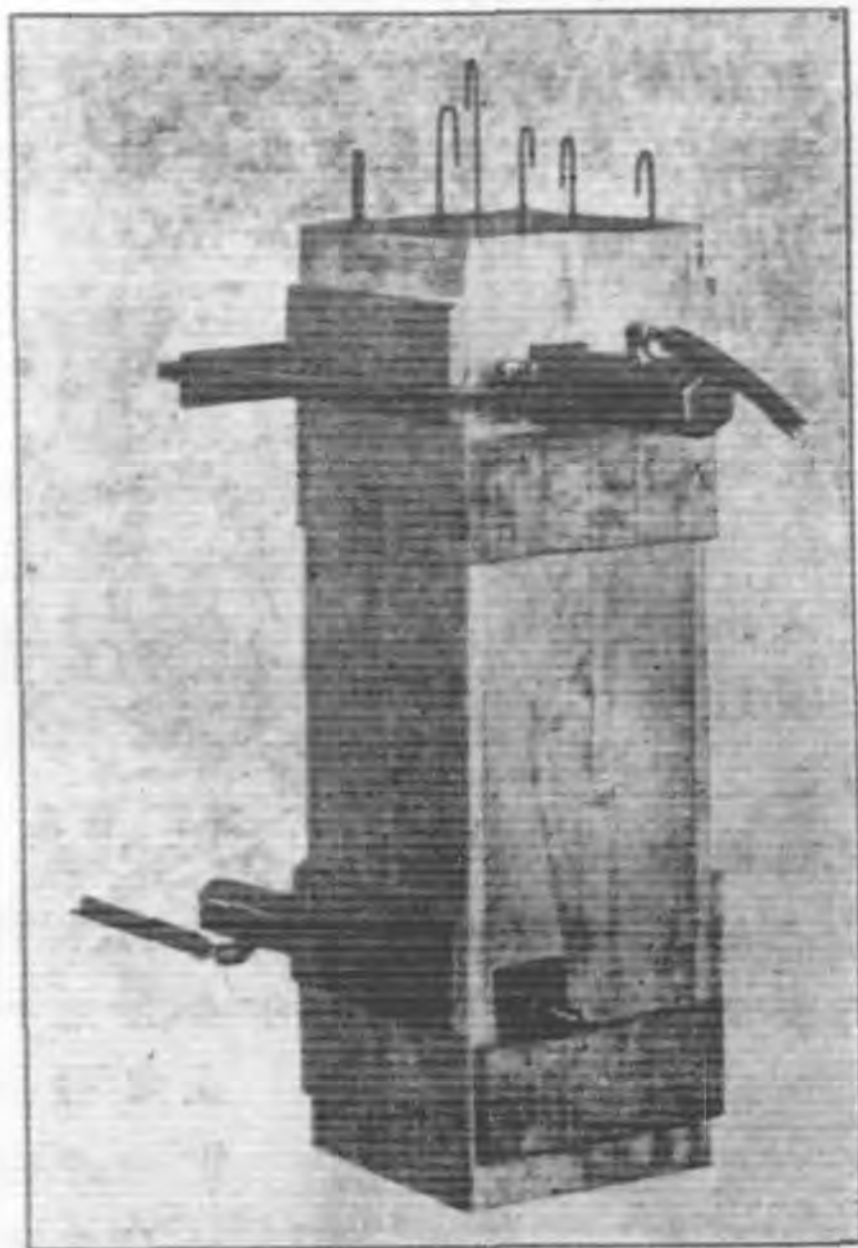
圖五 舊式外振器



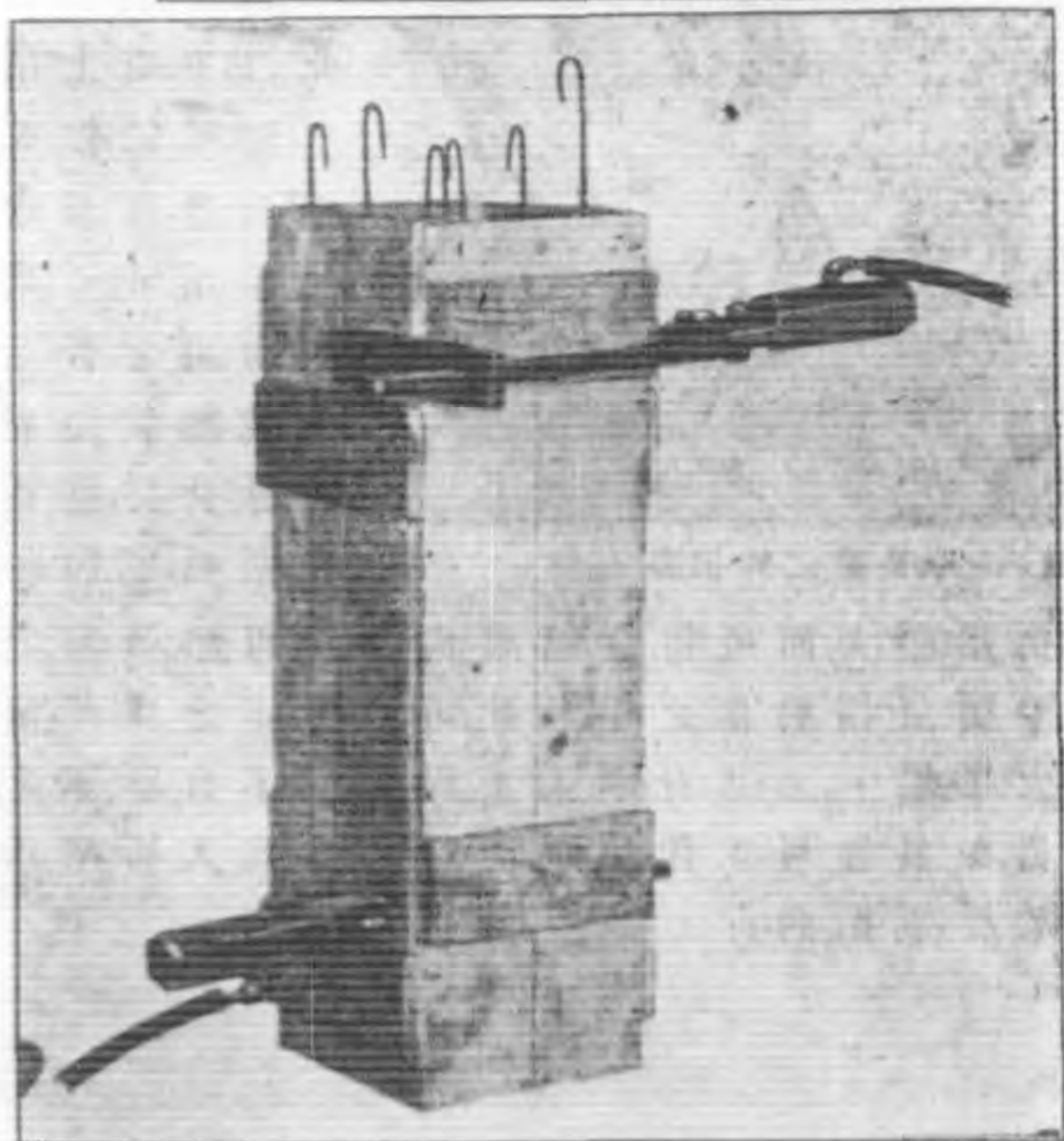
圖六 改良後之外振器

雙壓機等，費用頗大，而所得之結果尚不及以壓氣為之者。且器之壽命亦祇及壓氣振動器之半。故除電價極廉之處外，他處不敢嘗試。反之在大工場上，尤其有鋼架工程者，莫不有壓氣之設備，則祇須置振動器數具即可工作，簡單而輕巧，宜為人所樂用。本文所述者亦着重於壓氣振動。

僅如曇花一現，復被人漠視者，迄今將及數十年矣。最近因壓氣與電力工業之發展，乃思以壓氣或電力產生振動，致此淹淹一息之利器得以復蘇。因此目下市上所有者計有二類：壓氣振動器與電力振動器。後者除在德美偶被採用外，不為他處所歡迎。初視之，吾人頗以為電力較壓氣便利；但實際上適得其反。蓋若以電力發生振動，須備特製馬達及

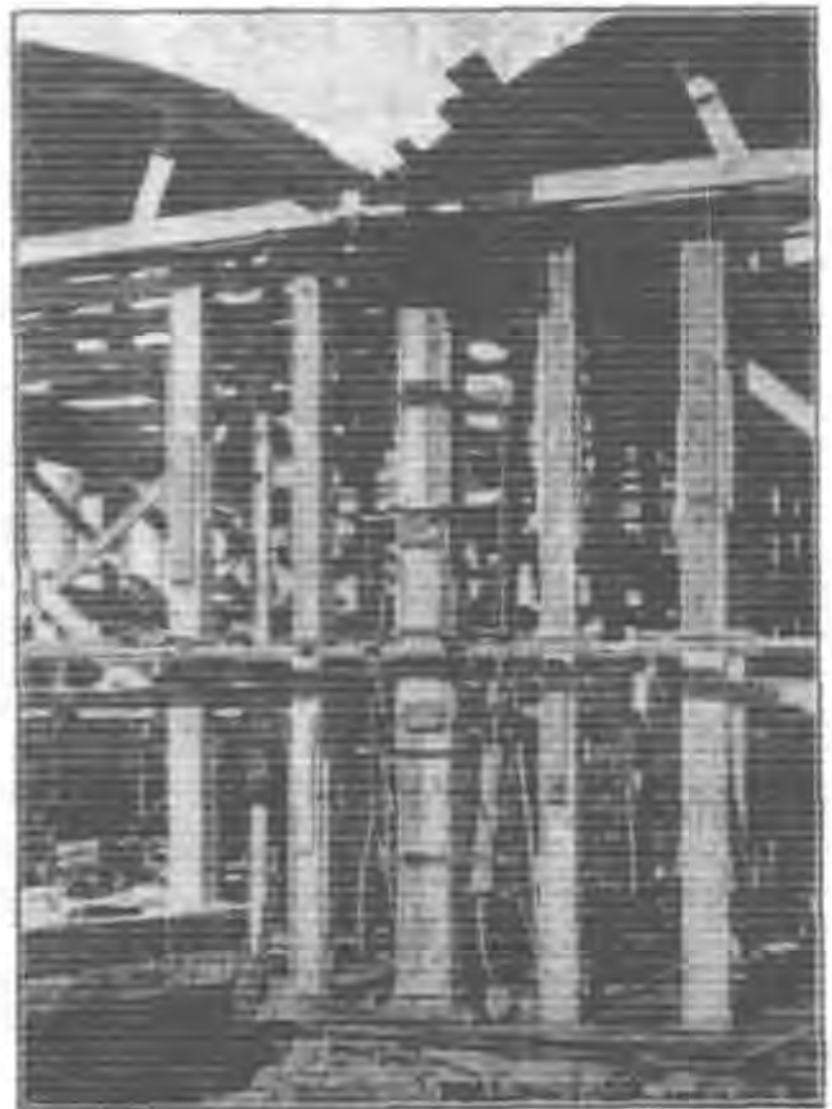


圖七 外振器之鑿法



圖八 外振器之鑿法

用於外振或表面振或內振之振動器，其構造之原理始終為一。所異者乃形式耳。壓氣振動器之構造至為簡單，其唯一之重要物為一活塞。由壓氣之作用，活塞在圓筒內往返不已，衝擊圓筒之二頭而發生振動，活塞愈重與圓筒愈輕，則衝擊力亦愈大；是以製造家莫不從此點上力求精益求精。1926年第一只振動器之直徑為60公厘，總重量為14公斤，而活塞之重量祇占1.95公斤。每分鐘活塞祇有1800次來回（衝擊）。最近巴黎壓氣機件廠（C.P.O.A.C.）出品之60公厘直徑之振動器，每分鐘進至5400衝擊。總重量為7公斤，而活塞竟占2.475公斤；可見活塞重量與總重量之比例由0.14進至0.35。C.P.O.A.C.出品之45公厘直徑之振動器每分鐘能衝擊7300次。重量4公斤，其能力幾及舊式60公厘直徑者。而重量3公斤之30公厘直徑者每分鐘竟能衝擊9350次，以視最初用鐵錘打擊者何啻天淵。至於每一工程上，振動器之選擇，須視工程之大小及板型之厚薄與質料而定，蓋薄者使振動易於傳佈



圖九 板型上之外振器



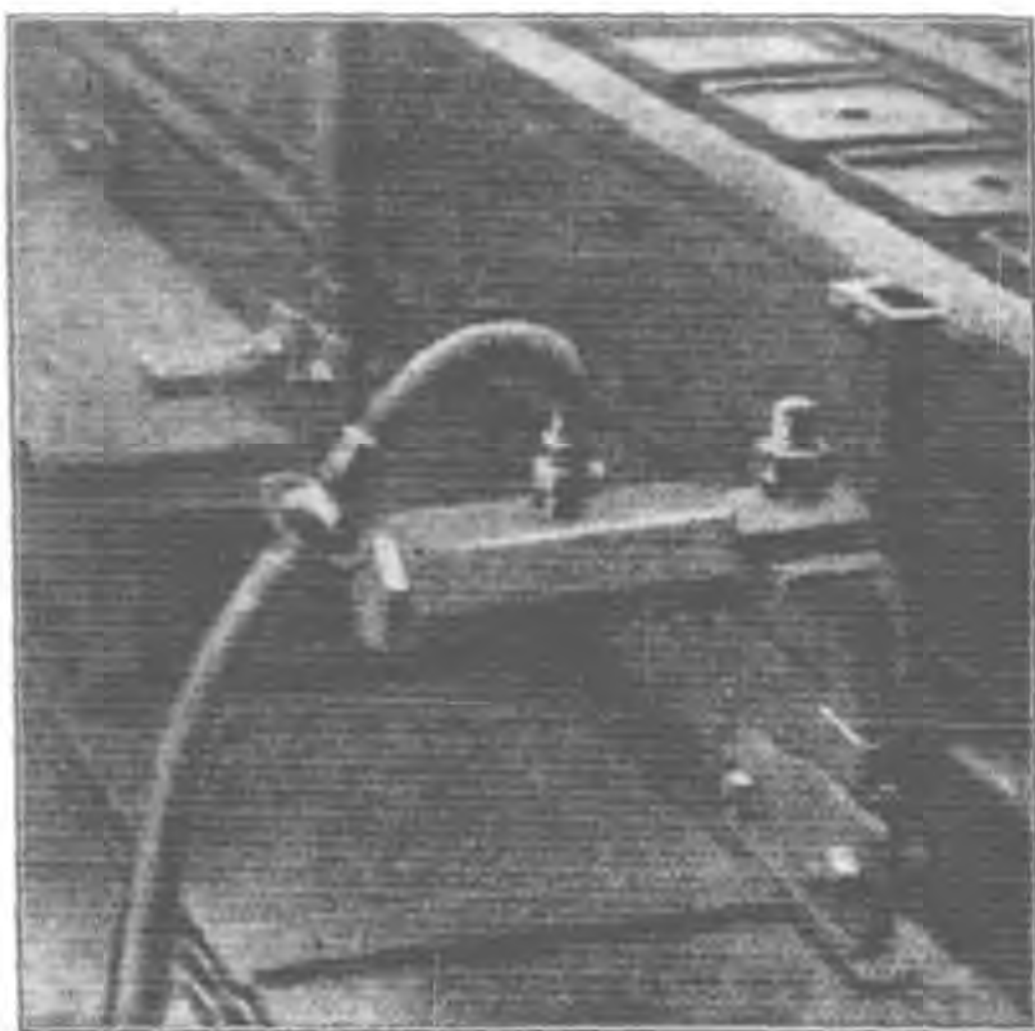
圖十 外振器之工作情形

而鋼板對於振動之傳遞亦較勝於木料也。

蓋薄者使振動易於傳佈

外振器須用最適當之方法繫於板型上，俾振動無散於大氣中之弊；若同時使用數具，則須確定其距離，稍具經驗者，頗易為之。

外振器振動展佈之區域，若板型為金屬，其半徑約達二公尺，若板型為木料則祇及 1.25 公尺，但板型之形式、厚度及重量等頗足影響之。



圖十一 銅板模型上之外振器

表面振，——若工程具有巨大面積或無需板型者，如道路地板等，則外振殊難施行，於是表面振尚矣，法為先放置三和土而以

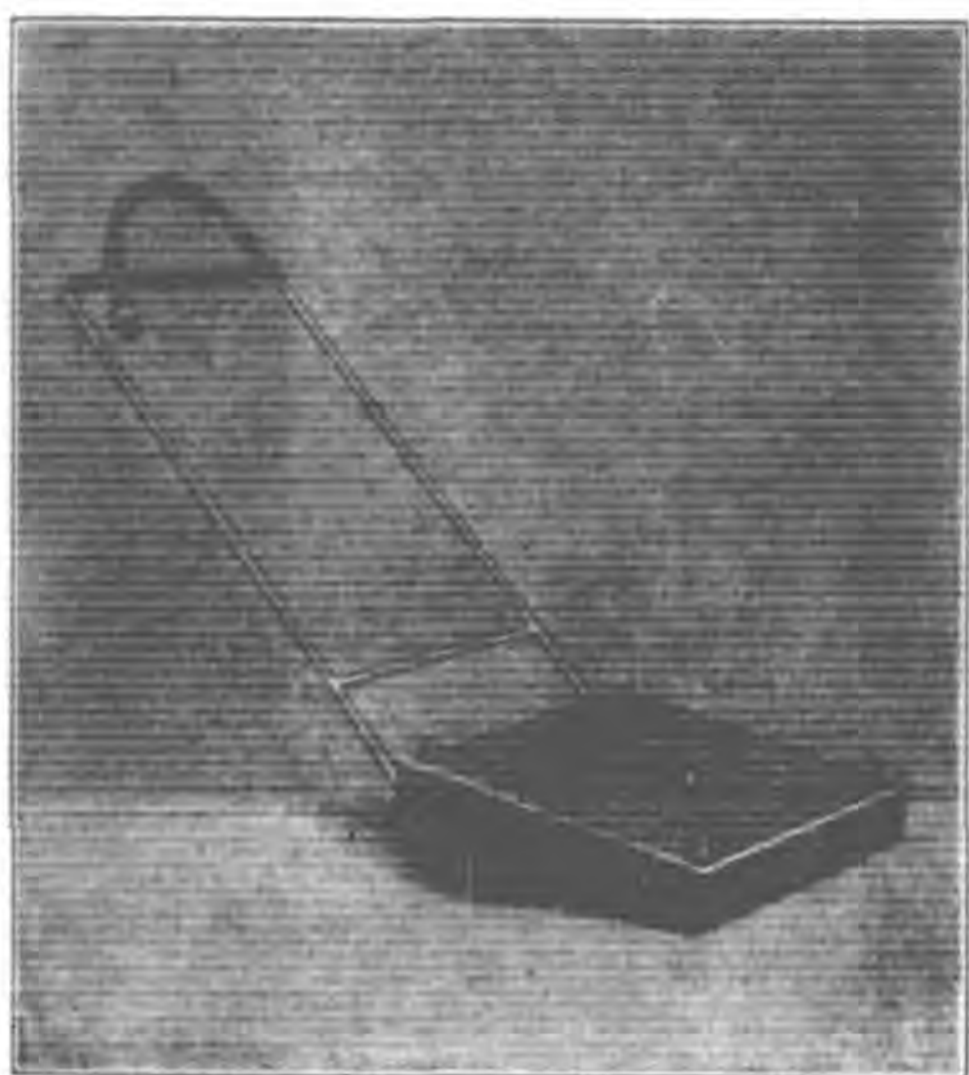


圖十二 表面振動器



圖十三 表面振動器

振動器置於其上，使振動由表面直接展佈於三和土內，無需板型，一處受振畢，將振動器移至鄰處，使全部依次受振。此法為 Bérengier 氏於 1926 年首先擬就。最初祇用於道路工程上，今者其應用已擴展至地板樓板等工程。振動之效力可展至距表面 20 公分處，此正吻合於路面，地板等較薄工程也。表面振動器之構造原理與外振器無異，所不同者形式耳。隨工場之需要，裝長柄者有之，形如推車者有之，聯合數具固釘於鐵板上者有之，形式繁多不勝枚舉。



圖十四 推車式之表面振動器

最近法租界工程處由法運至表面振動器數具，用以造界內路基。惟滬市無壓氣網之設備，故祇得自置壓氣機載於車上俾得隨時隨地生壓氣而應用之。該處所用者，乃以振動器三具固釘於工字形鐵上，俾振動得由較大之面積傳佈於三和土內。據該處工程師 Tucheiff 君云：所用之振動器每分鐘能發生 2000 次衝



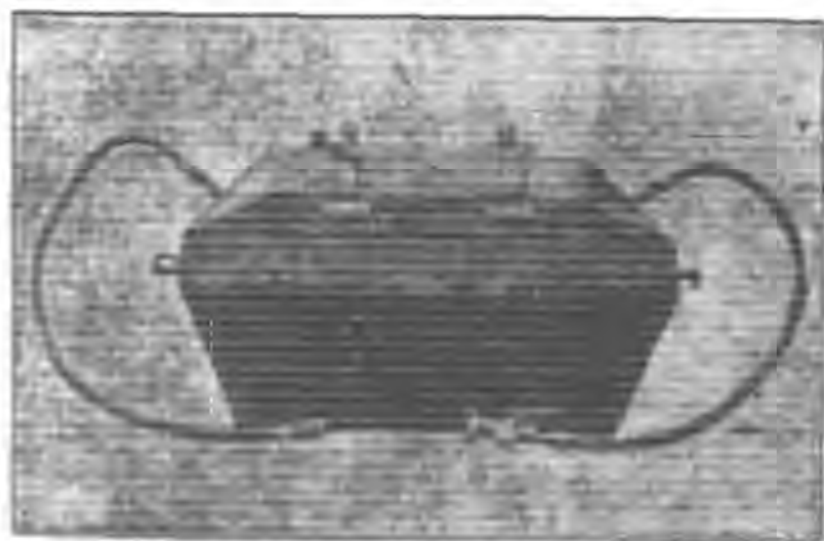
圖十五 呂班路上建築路面之表面振動器

擊；每小時能振動5方公尺(厚度20公分)以此法除使三和土性質優越外，並能節省人工，蓋工人二名足能管理振動器多具也。且工人之技巧亦無需高明，除令其於三和土中水漿湧出時(此時表示三和土已充分受振，詳前)方能移振器至他處外，無其他督促之必要，是以監工亦較易為也。



圖十六 呂班路上建築路面之表面振動器

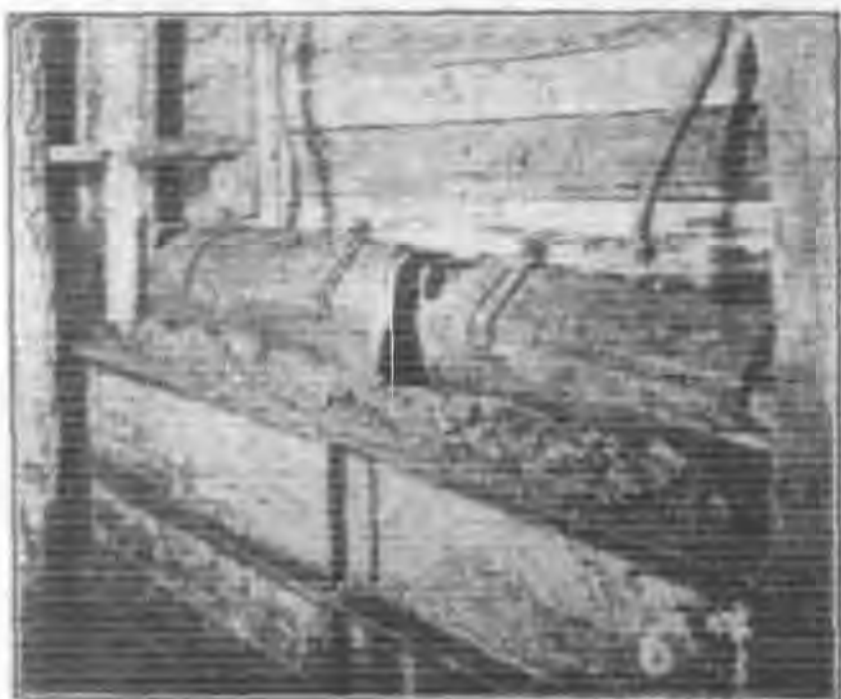
內振——今有一極厚大牆而欲以振動捶實之。若用外振，則因振動之展佈有一定界限。(若用木製模型及60公厘直徑之振器，振動效力能展至距板型半公尺處，若板型係金屬，則效力能展至0.8公尺)近板型，在振動勢力範圍內者尚能受其實惠，距離過遠者非其能力所及矣。Génie civil (1930年拾月四日)曾載關於法國Elorn三和土橋工程一文，乃知三和土係由外振法捶實而所得



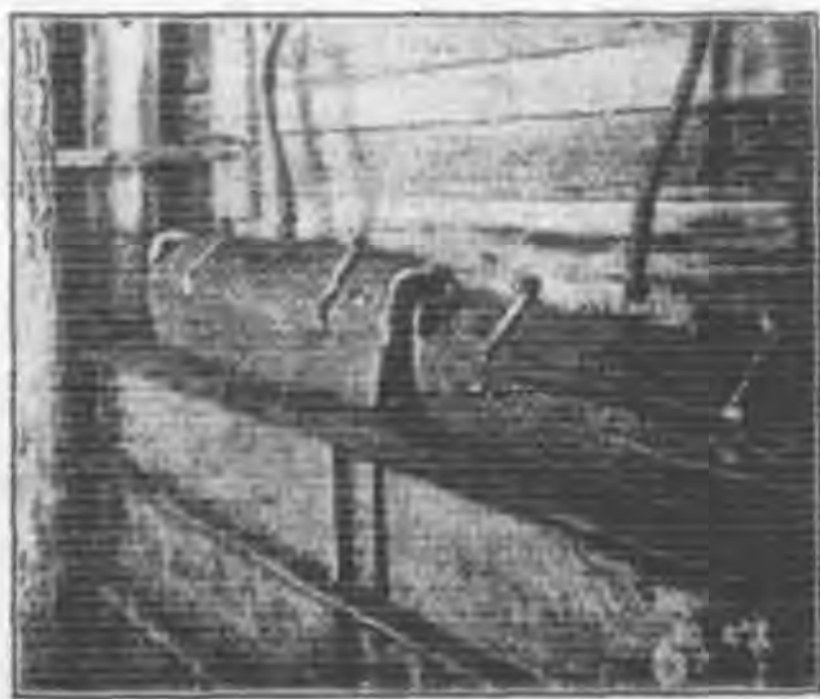
圖十七 內振器之一式

之結果竟異常美滿。然設計之工程師已煞費苦心矣，蓋因振動展佈能力之限制，不得不竭力減薄橋身各部。此減薄工料之法雖能施之於Elorn大橋，終非處處能通行者。於是須另覓別法以彌補此外振之缺憾。讀者或曰試以表面振為之，准如所請，且觀其結果。倒三和土於牆之模型內，使其成一適當之厚度；以振動器在三和土上移動，使其受表面振作用。事畢再灌倒三和土依法逐層行之。此法用非其所，結果之劣至此顯而易見。蓋二層相觸處終不免有空隙，絕不能如天衣無縫，成一整體也。且須逐層工作，手續煩瑣，殊違

吾人採用振動之初衷，此堂堂之振動捶實法遇一簡單之大牆竟至束手無術；設無內振之發明，將何以應付吾工程界之需求？



圖十八 工作時之內振器



圖十九 板型內之內振器

吾人曾述在適當之振動作用下，三和土能流化。此現象為 Deniau 氏發明內振之出發點。若在模型內，置一藏有震動器之浮物，此浮物隨三和土之灌倒漸漸上升，而振動之作用亦自下而上依次直接散佈於三和土中，故名曰內振。三和土既能流化，則振動浮物上升時，所遺下之空隙立為隣近之三和土所佔據，於是三和

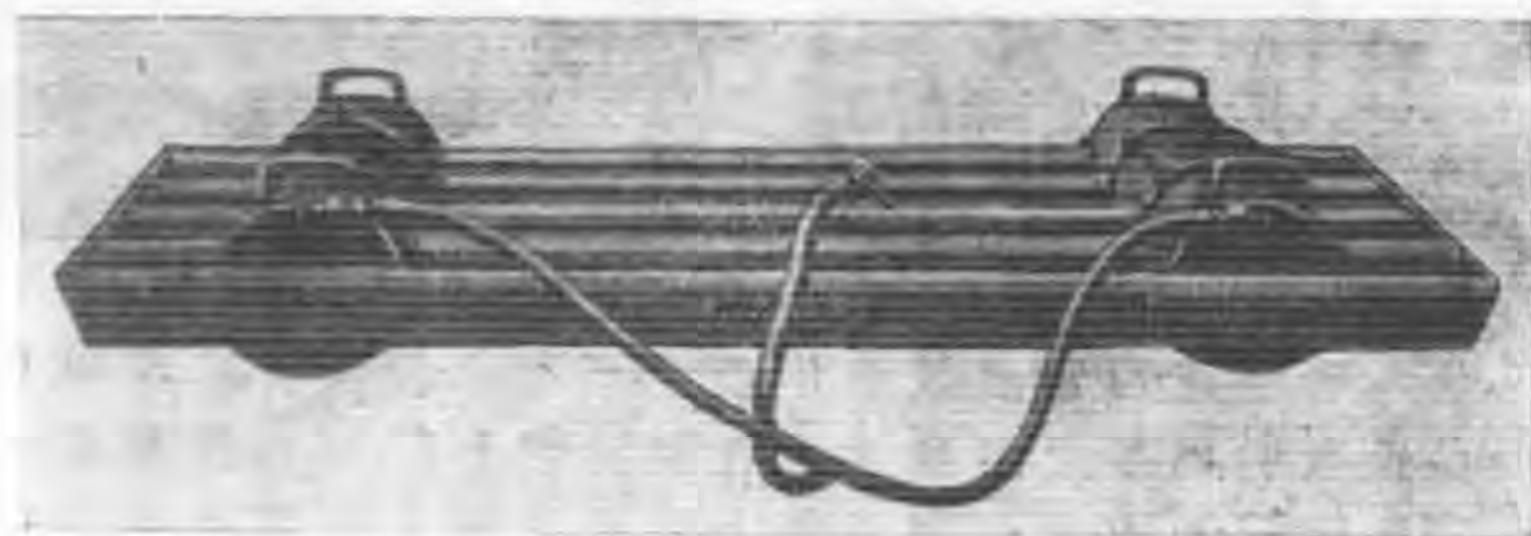


圖二十 形態不同之內振器

土層受振，全部密實，無葉痕縫跡之瑕疵，不僅手續簡便已也。設振動器之重量過大，不符亞幾默德原理時，則祇須繫一繩於振動器上，使之經過一滑車而以適當之重量平衡之，使內振器能隨三和土上升為度。

內振器亦名浮漂振動器隨模型之形式可分為數種。

- a) 長圓錐形適於製造樁，電桿，柱等。
- b) 平底形宜於牆，底腳等
- c) 聯合數具成爲一組用於巨大工程上。



圖二十一 二具內振器之連合式

內振器之大小係隨模型而定是以在若干工程中，往往須備多數大小不同之內振器，是爲內振僅有之不便點。

內振之所以優於外振及表面振

1⁰ 機械化：工人除灌倒三和土外，對於內振器之行動無需顧及，是以工人之技巧不足影響所得之結果，現代工業進步之遲速胥在於此焉。若用外振或表面振尚須移動振器，然較諸用人工捶實者已覺便利多矣。

2⁰ 振動得以直接在三和土內發生，使三和土激骨受振。

3⁰ 減省原動力，內振器一具能抵同一能力之外振器二具。

4⁰ 板型不受直接振動，是以無需極高之堅實度；祇須其接縫嚴密，無滲漏之弊已足，接縫嚴密之條件雖亦足使板型成體稍高，但此微小之費用立爲所得之優點所補償，蓋拆除板型時所得之三和土表面爲一無疤無癍之平滑面，無須另加修飾也。

新出版

廿四
年度

震旦大學一覽

大三開本道林紙印

正文二百二十餘頁

銅版插圖七十餘幅

定價國幣壹圓

呂班路本校圖書館

經售處上海

徐家匯土山灣印書館

四馬路作者書社

內容

- | | | | |
|----|---|-----------|--------------|
| 內容 | { | 1. 總述 | 2. 法學院概況 |
| | | 3. 醫學院概況 | 4. 理工學院概況 |
| | | 5. 特別班及附中 | 6. 博物院 附錄同學會 |

內振亦能用於鋼骨三和土工程中，唯一之條件為將鋼骨妥為佈置，使內振器得於其國內上下行動自由，但此在實際上非處處能辦到者，在鋼骨緊密之工程中，內振與表面振既不行，則惟有

重回至外振，若工程較薄外振固屬可能，但若遇巨大之工程，外振亦非解決之途矣，於是



圖二十二 振動針

須用振動針；所謂振動針者，乃一半橢形截面之鋼條（長自915至4755公厘，為 Munsel Concrete vibrator of Jersey-city 所創造。）振動即由此鋼條傳達於三和土內，此器除解決上述之難題外，頗適於薄牆、水管及形式複雜之工程，此外尚有一種所謂振動梳（peigne vibrateur）（圖二十）亦足解決若干難題。

若遇如厚牆等工程而用內振法捶實，則須多設若干內振器使其同時振動，各個能力所及之區域須互切，以此法並無節點（noeud）發生之處，蓋振動器之振動週期無足以發生節點之一定常數也，是以三和土，仍得處處受振。

內振既較優於外振及表面振，則當儘量採用之，但亦有若干工程非其所能應付者，如薄牆、道路等等，則仍須利用外振或表面振，要之三者互相補助，不可少其一，當其事者稍加思索即知應採用何法。



圖二十三 振動梳

壓氣耗量

巴黎壓氣機件廠出品之60公厘直徑之振動器,若以 5 kg/cm^2 之壓力發動之,則每小時需空氣35至40立公尺,能發動四具振動器之壓氣機每小時之耗費約合國幣五元之內,則每具每小時之耗費為一元餘,若一切佈置得宜,每具每小時能捶實4立公尺,則每立公尺之捶實費約三角左右,若大城市中有壓氣網之設備,無須自備壓氣機,則所費更少,如用巴黎市供給之壓氣,每立公尺之振動祇費角半左右。

振動所得之結果

滬上除法租界工程處新由法運至二具外,未聞他處有此設備者,而本校土木工程系材料試驗所在法訂購之振動器亦尚未運至,現因本誌出版期迫,又以此問題有相當之時間性,不得不及早與讀者討論,是以本校試驗所將來試驗之結果祇得容後報告,本文至此本可結束,但為消滅讀者對於振動之懷疑心起見,特搜集法國橋樑實驗所以內振試驗之數種結果作一報告。

10 本文開場第一段即用巴黎實驗所之結果以證明人工捶實之三和土無均等之強度,現亦應告以內振所得之結果俾得作一比較,據以內振捶實之二個三和土樁(同一配料)使之受彎曲試驗,則見破壞荷重無稍差異,又在一受內振之三和土塊上鋸下試驗管二個,三和土組合如下。

卵石 (直徑3至6公分)	560	公升
卵石 (直徑1至3公分)	560	公升
砂	280	公升
水泥	140	公斤

使試驗管受壓力作用,其一之破壞荷重為 324 kg/cm^2 , 另一為 306 kg/cm^2 . 足徵受振三和土之強度較諸以人工捶實者均勻多矣.

2° 法國橋樑實驗所曾用下列之組合,以內振製成三和土試驗物:

配 料	體 積	重 量
卵石 (3 至 6 公分)	62 公升	95 公斤
卵石 (1 至 3 公分)	13	19.5
砂 (5 至 10 公厘)	15	24
砂 (小於 5 公厘者)	20	31
水泥		126 (c)

此種三和土若以人工捶實幾無強度可言,乃橋樑實驗所證明以內振捶實者,經 67 日後,其強度竟達 211 kg/cm^2 . 足徵振動能使水泥成分大減,而三和土仍能保持適當之強度.設水泥成分不減,則三和土之強度當激增無疑.

3° 橋樑實驗所曾以內振製成二個試驗品,其組合如下:

試驗品	配 料			
	卵石 (40 公厘以下者)	卵石 (40 公厘以上者)	砂	水泥
No 1	1000 公升		400 公升	200 公斤
No 2	700	350 公升	350	175

在此二試驗品上各鋸下一試驗板厚 22 公厘,以此試驗板製成一罐底,而使此三和土底受水之壓力作用.今誌其結果如后.

壓力以 kg/cm^2 計算	1	2	3	4	5
廿四小時內流下之水量	試驗板 No 1			26 公分	19 公分
	試驗板 No 2				5 公分

但實際上4至5公斤之壓力已屬少見,而三和土材料之厚度普通亦十倍於此試驗板所具者,故亦可說內振三和土為絕對不透水之物質.

結 論

振動捶實係最近數年內之新發明而又以內振發明後其應用漸見遍普,吾國各種三和土工程,尤其關於水利方面者,頗有採用振動之必要,惟若各種機件皆仰求於外國,則又多一漏卮,興念及此能不痛心,夫振動器之構造至為簡單,而壓氣器等吾國亦能自製,深望國內實業家及早注意,既有利可圖而金錢亦不致外溢也.

鍋爐效率之研究

緩行時及間斷工作時之改良方法

U. Kammerer 著 謝臨深譯

譯者按：原文曾載於 1933 年法國蒸汽機協會所出版之雜誌 (Bulletin des associations françaises de propriétaires d'appareils à vapeur)，原為對蒸汽機製造家而作，始論不間斷之正規工作，繼論非正規而斷續之工作，詳述減低各種損失之方法，而斷續工作時效率之改良，尤屬新穎。竊思吾國雖尚無自製蒸汽機之廠家，固毋須此項理論，然工廠之用蒸汽為原動力者，何可勝數？其間鍋爐連續使用而不間斷者甚少，多數工廠，夜間無不停工，亦有間日或數日一停者，且有蒸汽需要之量時時變易者，吾人苟能就目前已有之鍋爐，于此各種不同情形之下，因時制宜，隨機應付，以減低其損失，則為益亦非淺鮮。然則此文又安可謂無補於萬一哉？爰譯其大要如后：

鍋爐正規工作時之損失及效率

鍋爐之效率與其負載有莫大之關係，蓋往往負載增加時，若干熱的損失及能的損失與之並增；然同時又有幾種損失幾不增減；負載愈小，其與負載所成之相對值愈大；此類損失在某種範圍內，吾人可謂之「空走之損失。」(perte de marche à vide)。

汽鍋工作中最重要之損失如下：

- (一) 煤屑及煤灰中未燒過之固體物
- (二) 未完全燃燒過之氣體物
- (三) 燃料中水分蒸發之潛熱

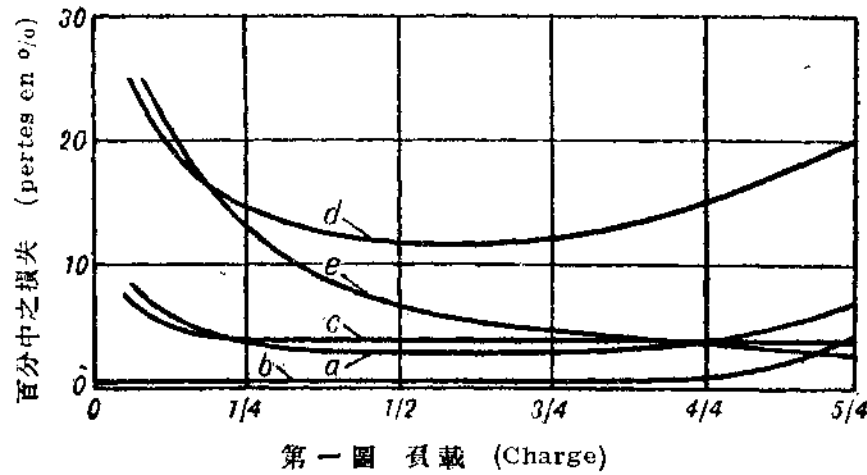
(四) 煙中失去之熱

(五) 汽鍋本身及水泥建築物之「熱的對流及輻射」之損失

(六) 供水唧筒,注水器,鼓風器等各種附屬品之蒸汽消費,亦須視作損失之一。

以上前四種之損失,直接與汽鍋負載成正比例,而隨之增減後二者則幾固定不變。

(一) 未燒過固體物之損失,多因清理爐柵而發生,此類損失,常與爐中容量成正比例,設橫標示汽機之負載,直標示百分計算之各種損失,則未燒過固體物之損失與負載之關係,可以 a 線表明之;此線幾與橫距成平行,僅於輕負擔及過負擔時,兩端稍為斜起。



第一圖 負載 (Charge)

- a 未燃燒固體物之損失
(perte par imbrulés solides)
- b 未完全燃燒過之氣體之損失
(perte par combustion incomplète des gaz)
- c 煙中水分蒸發之潛熱之損失
(perte par chaleur latente de la vapeur d'eau dans les fumées)
- d 煙中失去之熱
(perte par chaleur sensible)
- e 熱的輻射及對流之損失
(perte par rayonnement et convection)

(二) 火焰導路良好時,未燒過汽體物之損失, (b線) 不常發現,除非負擔過重,燃燒步驟被迫,於是此項損失立即增加,竟可達至百分之五或六,有時尙不止此數也。

(三) 燃燒時水分蒸發之潛熱之損失 (c線,) 適與燃料之量成正比例。若以煤論,則約爲百分之四左右。

(四) 在常量供給空氣之下,煙中失去之熱 (d線,) 與煙出爐灶時之溫度成正比例;而此項溫度則又隨負載而增減。然當少量燃燒時,爐柵未多裝載,雖設法使調節煙門之動作合度,亦難得一適量之空氣;故當負載減至某限度時,此類損失與負載所成之相比值,顯然有增加之趨向。

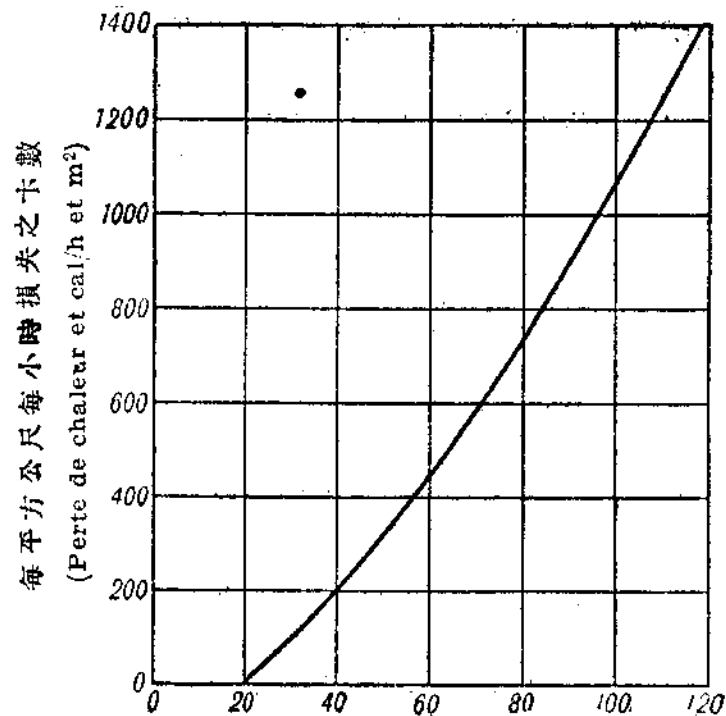
在負載減小時,欲維持此項損失於合理範圍內,最善之法,莫如減小爐柵之面積,使僅得一適够之燃燒。此法頗易實行,可將火磚砌去爐柵之一部分。如負載僅係暫時減小,則更有一簡便之法,可將燒過之煤屑退去,推於爐柵後部,則與前法之功效相若矣。

再燃燒減小時,爐灶之調節工作更較困難:一,添加燃料不能均一,且添加時必有多量之空氣竄入爐中。二,吸氣之調節極不容易,夫空氣過多,則燃燒猛烈,空氣不足,則又發生不完全之燃燒。如欲此二者同時避免,則非時時運用煙門以調節之不可。再爐壁及風板之隙縫中,所竄入之空氣,足以減低火焰之溫度而影響及受熱面積之效率,蓋火焰之熱度,由受熱面積而傳至水及蒸汽之過程中,已漸次減低矣。

煙中失去之熱,固繫於負擔之大小及火焰導路之良否,然關係於受熱面積之大小,亦頗重大。如有複熱器 (réchauffeur), 則受熱面積大而熱之損失遂小;否則損失必較大也。

在正規負載下,鍋爐之無複熱器者,此類損失常在百分之十五至廿五之間,汽鍋之有節省器 (économiseur) 者,則在百分之十至十五之間。

(五) « 熱的對流及輻射 » 之損失 (e線,) 隨水泥築物外表面及汽鍋外表面之溫度,及室內空氣之流動而變。圖二示空氣安靜時,豎面牆壁每平方公尺每小時於牆面各種溫度下所失散之熱量。



第二圖 牆壁外表面之溫度 (攝氏表)
(Température de la paroi extérieure en C°)

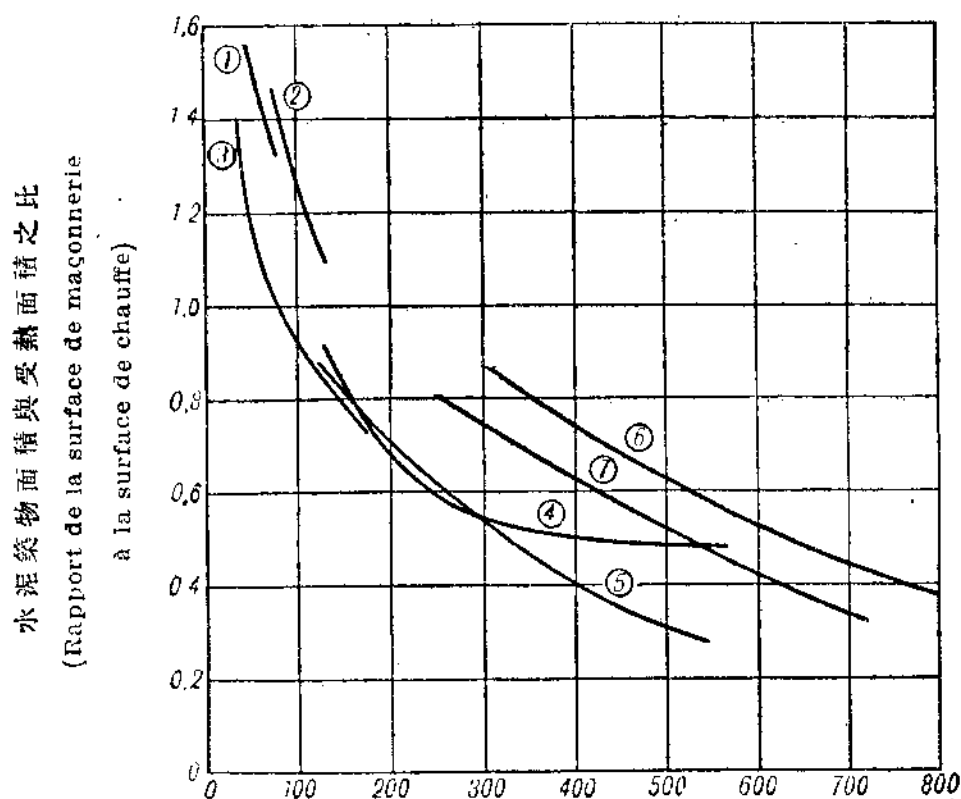
至於鍋身及盛水器,其溫度並不與負載同變,因其僅與汽壓之高低,保熱物 (enveloppe calorique) 之質料及厚薄有關係耳。

水泥築物外表面之溫度繫於其內部之溫度 (即熱氣及火焰之溫度,) 以及牆壁之厚薄,火磚之性質。(因火磚比任何磚石為易於傳熱,故其性質至為重要。)然汽鍋負載之大小究與外壁溫度頗少關係;故「熱的對流及幅射」之損失,其絕對值雖非不變,然亦少與負載同減,當負載減輕時,此項損失與負載所成之相比值增高甚速;故對於輕負載極為重要也。如以線表之 (第一圖 e 線,) 則線形為一雙曲線; (courbe hyperbolique) 全負載時,此項損失如係百分之 3, 5, 則半負載時將增為百分之七,四分之一負載時,更將增至百分之十三。由此可知當負載輕微時,汽鍋保熱物之良好,牆壁之厚實,以及導性之細小,為何等重要矣。其間最應注意者,厥為導性,欲使之減小,可於牆壁中層,裝置一層不易傳熱之薄物,或黏貼於煙室內面亦可。

再鍋爐間空氣之流動,宜設法避免之,而冬季尤為重要。如用鼓風器在爐柵下打風,宜取用鍋爐間內之熱空氣,藉此利用水泥築物所發出之熱之一部分,此亦減低熱的損失之一法也。

幅射及對流之損失,非惟與水泥築物與護熱物之厚薄及導性有關係,亦且與汽鍋合法產量下,水泥築物面積之擴展有重大之關係.容積多量水之汽鍋及內燃汽鍋, (chaudières à bouilleur et à foyers intérieurs) 其水泥物之建築,極能影響產汽效率.常見並列互連式之汽鍋 (chaudières en batterie), 其幅射及對流之損失,常較多管式之汽鍋 (chaudière tubulaire) 為大.因前者雖可減小受熱面積,然其外部牆面甚大;後者則諸管相接甚近,因之外部牆面較小,而熱之損失亦小矣.

汽鍋單位之大小 (grandeur unitaire) 及產汽之比量 (production



第三圖 平方公尺計算之受熱面積 (Surface de chauffe en m²)

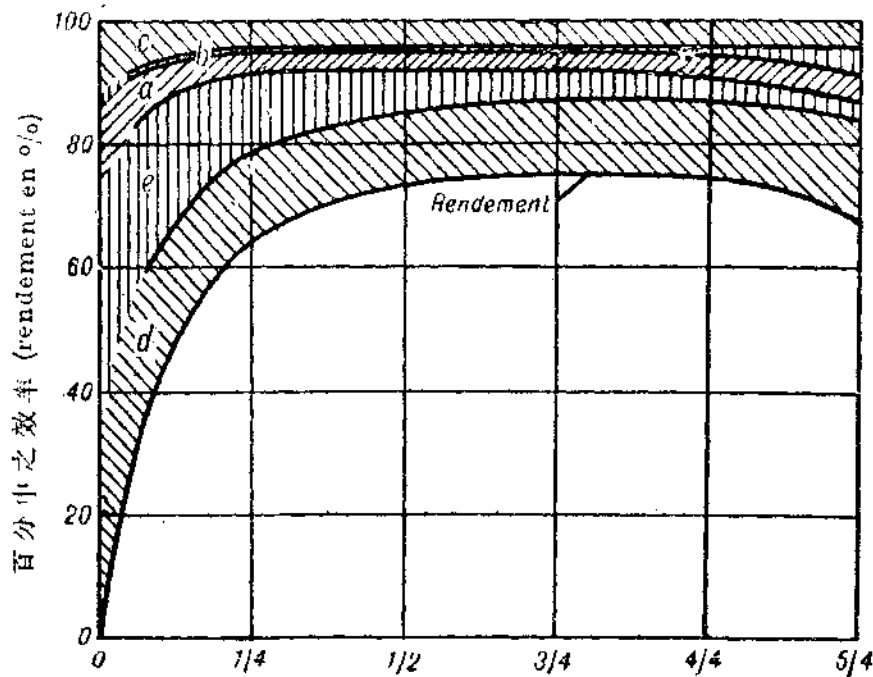
- | | | |
|---|--------|--|
| 1 | 汽鼓式鍋爐 | (chaudières à bouilleurs) |
| 2 | 內燃鍋爐 | (chaudières à foyers intérieurs) |
| 3 | 半管式鍋爐 | (chaudières semi-tubulaires) |
| 4 | 雙管式鍋爐 | (chaudières ambitubulaires) |
| 5 | 水管斜式鍋爐 | (chaudières aquatubulaires à faisceau peu incliné) |
| 6 | 三體水管鍋爐 | (chaudières aquatubulaires à 3 corps) |
| 7 | 四體水管鍋爐 | (chaudières aquatubulaires à 4 corps) |

spécifique), 亦能影響於損失之值。單位愈大或愈迫, 則每噸蒸汽所受之損失愈少。圖三示各式汽鍋, « 水泥築物之面積與受熱面積之比數對於受熱面積之關係。 » 吾人可見小汽鍋至 100 平方公尺受熱面積者, 其水泥築物之面積, 恒較受熱面積為大。至於大汽鍋則反之, 其水泥築物面積, 可降至受熱面積之三分之一。

單位小者, 例如一百至二百平方公尺受熱面積者, 其輻射及對流之損失, 恒達正軌負載時燃料之百分之五或六。反之單位大者, 自五百至一千平方公尺者, 急迫工作之下, 此項損失, 可減至正軌負載時燃料之百分之一以下。

(六) 汽鍋附屬品之蒸汽消費及熱的損失。——汽鍋之損失, 除上述各種外, 尚有附屬品之蒸汽消費, (如供水唧筒, 鼓風器, 風箱等,) 及各種零件之熱的輻射及對流之損失 (如龍頭管子及濾水器等。) 此類消費及損失, 雖能與負載同時減低, 然二者終不能成正比例, 故此類消費及損失, 與負載所成之相對值, 當負載減低時, 恒顯然增長不已。

此外當汽鍋裝有過熱機時 (surchauffeur) 時, 蒸汽溫度與負擔同減之程度, 恒有一定之限制, 於是汽機, 或透平機之消費比值 (consommation spécifique), 隨之增加矣。



第四圖 負載 (charge)

效率

吾人既已詳析汽鍋施用時之各種損失，則其於各負載之效率線不難求出矣。祇須將各種百分計算之相比損失，逐一相加，再自一百分中減之便得。圖四其例也。圖示各種損失由直標上端（百分之百）起，逐一往下相加，最下之線即效率線是也。

汽鍋效率曲線之形狀，與他種機器，大致相同。負載無時，其線自零起，輕負載時，其線漸向上升，此後自半負載至全負載時（亦即最適宜之負載時）其線成平線。

於此可見如汽鍋能悉依正規，火燄導路亦復良好，則在半負載以上，其效率無甚變更。輕微負載時，則效率銳減矣。效率線之傾斜度，根本上與輕微負載有重大之關係。然雖有變更之可能性，要不外為各種固定的損失（如熱的幅射及對流之損失等）所限制。此類損失愈小，則此傾斜上升愈速。例如今有一汽鍋，其水泥築物頗大，則其四週消散之熱，當亦甚大，故在輕負載時，其效率反不若一不裝水泥築物而隔離頗好之汽鍋之為實惠也。

綜觀效率線之線狀，可知為經濟起見，汽鍋大小之選擇，以及爐柵工作之調節，是何等重要事矣。蓋即使一效率極好之汽鍋，半負載至全負載時可達百分之七十至七十五者，四分之一負載時，即銳減至百分之五十五；若所需之汽量再減，則其效率更將降落不堪矣。

是以當廠內蒸汽需要減少時，如有若干鍋爐同時使用，吾人應竭力支配汽鍋之個數，及鍋爐受熱面積之大小，以產生適需之汽量，而使各汽鍋之負載歸於正規。如環境予吾人以自由選擇之權衡，則負載輕微時，更宜用固定損失較小之鍋爐（即水泥築物之相較面積不大者；）負載充足時，則宜用大鍋爐，或用無水泥爐灶之汽鍋（即內爐灶之汽鍋）亦可。

數變之負載

由上圖各線推論，可知當所需之汽量數變時，鍋爐之平均效率，必大為降落。各種固定損失之不減低，固為其重大原因，然最要

者,莫若爐灶調節之不易也.緣負載之變更太多或常出自意外,則火夫每因應接不暇而忙亂,遂致細小負載時,供給過量之空氣,重大負載時,又反使空氣不足.如是則效率焉得不減.故當若干汽鍋一同工作,而所需之汽量數變,則應設法支配,但使一個汽鍋,單獨接受各種變動,而使其他各個之工作,歸於正規而不變.

鍋爐於工作間斷時之損失

以上所論各種損失及效率,均就鍋爐工作時言也.茲再論工作間斷時之損失.夫鍋爐之含熱量甚大,所謂含熱者,即鍋爐之金屬物,水泥物,及水量中所攝收之熱也;當鍋爐停止工作時,其溫度漸降,含熱徐徐散出,迨重復工作時,須費多量燃料,方得恢復原有之溫度,是故此種損失至為重要也.

如停止時間短者,此項損失依鍋爐冷卻之強烈而定;冷卻愈烈,則損失愈大.停止時間稍長者,則損失又隨鍋爐含熱量而定;含熱愈多,損失愈巨.

水泥物中所積之熱量,隨其體積,比重(每立方公尺約重1500公斤左右),平均溫度,(即灶內熱氣及爐外空氣之中間溫度,牆壁愈薄,或其導性愈大,則此溫度愈高),及水泥物原料之比熱而定.(比熱約為每公斤每升一度須熱0.2卡).

水之體積及水泥物之體積,與受熱面積每平方公尺所成之比值,或與產汽功能(*capacité de production de vapeur*)所成之比值,隨汽鍋之種類而異.(如內燃汽鍋 *chaudières à bouilleurs et à foyer intérieur* 之受熱面積,平均每平方公尺荷水180至200公升.半管式汽鍋 *chaudière semi-tubulaire* 則每平方公尺荷水80至100公升.水管式汽鍋 *chaudière à tubes d'eau* 則降至每平方公尺荷水40至50公升.若以蓄水量與每小時正規產汽量相比,則約為十公升至一公斤與每公斤蒸汽之比).若鍋爐之裝置係現在通行式者,則其水泥築物中所積之熱量,必較鍋內蓄水所積者大二倍至四倍.且常有超出鍋爐每小時產汽所需之熱數倍者.如盛大量水式之鍋爐,其水泥物所積之熱,常較鍋爐每小時產汽所需之熱大六倍至七倍.

是故當全冷之鍋爐生火時,欲使汽鍋得達應有之汽壓,水泥築物得達應有之溫度,必須燒去多量之燃料。(常為正規工作下數小時之燃料)。然汽壓總較溫度易於恢復,蓋水泥物之吸熱,較鍋身為遲;如欲水泥物達到原有之溫度,則非經若干小時之吸熱不為功;然在此數小時內,本應傳達於汽鍋之熱,因之減少,而效率遂降落矣。

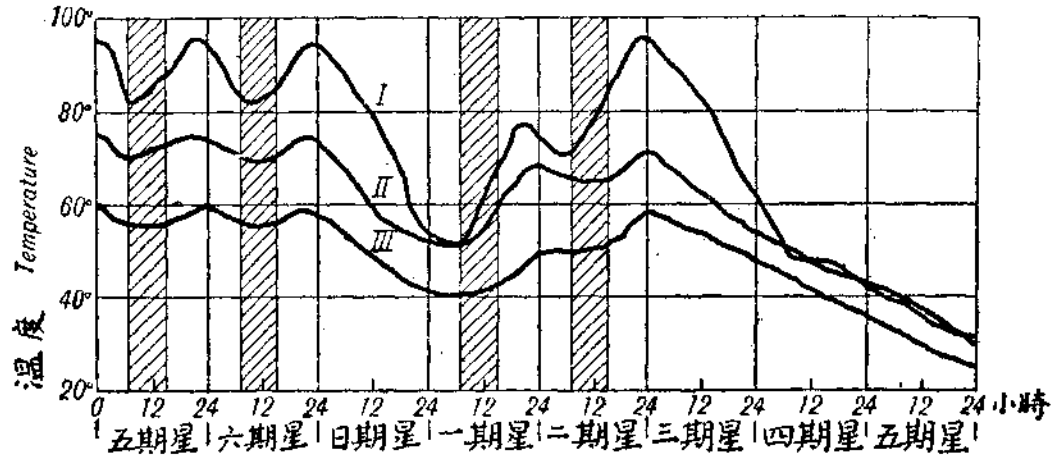
汽鍋欲其汽壓之速至,須所蓄之水量少,而受熱面積大,並須燃燒熾盛。(然亦不可過旺,否則溫度過高足使鍋身及水泥物易於燒壞也)。

汽鍋使用時,每次均從全冷時生火者不常見,通常汽鍋停工之時期,並不甚長,(例如間日使用者)僅足以使鍋身及水泥物之局部冷卻而已,故間斷工作之損失,隨散熱之速度,以及汽鍋全部含熱之多寡而定,如欲減少損失,祇須研究此項冷卻,而設法使之緩慢可也。又有應注意者,築有水泥護物之汽鍋,停止工作時,其汽壓之降落,並不足以計算冷卻之損失,因常有停止工作時,其汽壓反為增高,蓋由於水泥護物中所積之熱,漸次傳於汽鍋蓄水中之故,是以汽壓或升或降,無從測得損失之多寡也。

由以上各點觀之,當停止工作後,重行開爐時,使汽鍋達到原有之汽壓,所須之燃料,僅為停止工作所受損失之一部分而已。因水泥物既較鍋身難於傳熱,故當汽鍋達到原有汽壓時,而水泥築物仍繼續吸熱不已,以達於相當之溫度而止,如欲詳知汽鍋冷卻之損失,不獨須知停止工作後水量溫度之變更,更應詳觀水泥築物各部分溫度之變更。當停止汽鍋工作時,吾人或將爐火熄滅,或僅留餘燼燃燒,爐灶內壁(即水泥物最熱之面),其溫度之降低,始則極速,繼則漸緩,爐壁之含熱,或徐徐幅射至鍋身,(此所以每當停止工作時汽壓反為增高也),或對流透過牆壁,而散出於爐外。

當停止工作後,汽鍋外部之冷卻,常較內部為遲緩;因熱由內部逐漸傳出,故壁外溫度,在停止工作後數小時內,仍能繼續增加不已,如第五圖所示是也。

- I 鍋爐正面之溫度 (façade)
 II 鍋爐平台之溫度 (plateforme)
 III 側面及後面之平均溫度 (température moyenne des faces latérales).



第五圖

此圖示二百四十平方公尺之多管式汽鍋，裝有鏈式爐柵，平時每日工作八小時，(圖中畫有斜線者)，中斷十六小時，星期六至星期一，則中斷四十小時，星期二晚上起，則完全停止矣。圖中顯見逐日循環變更之溫度，因星期日之長期中斷，以致全被擾亂，雖至星期二，而猶未能恢復。故斷續使用之汽鍋，決不能在長期中斷工作之後(如上例之星期一)試驗其效率，最好在一星期之中間數日。

在停止工作時，汽鍋之冷却可分兩部：

(甲) 外部冷却。——由於牆壁外面，以及鐵鎔，鋼骨，汽管等對流損失之熱。

(乙) 內部冷却。——由於烟突中吸入之冷空氣，竄進爐灶及煙室，而吹散其中之熱。

冷却之原因，除上述兩種以外，尚有如夜間汽壓過高，蒸汽衝開汽笛以而騰去；或爐柵上本應熄滅而貯存之燃料，反而大熾。

外部冷却。——停止工作如在十六小時以內者，此項冷却與工作時之冷却無異；損失之大小，亦復相似，因停止工作時之外面之溫度，與工作時之外面溫度，相差無幾也。然若能設法使鍋爐慎密封閉，並避免一切通風及空氣之流動，則停工時對流損失之熱，必可較工作時所失者為少。

冷却之損失，雖工作時與停工時大致相同，然計算時不可忘

其時間之長短。在工作八小時之工廠，其停工時間為工作時間之兩倍，則汽鍋停工時冷卻之損失，亦必兩倍於工作時也。如對流及幅射之損失，為正規燃料消費之百分之三者，連停工時計之，則每日對流及幅射損失之總數，將為正規燃料消費之百分之九。然若汽鍋之負載不合規定而僅及其半數，則對流及幅射之損失，連停工時計之，可達工作時所需燃料之百分之二十。

減小停工時「對流及幅射之損失」之法，與工作時所用者相同：(一)盡力使鍋爐一切熱面與外間隔離。(二)於牆壁中層裝置一隔離物片，以減低其導性。(三)設法避免鍋爐中間一切空氣之流動。如汽鍋有多只者，則應隨需要蒸汽之多寡，而選用大小適宜之汽鍋，以免產汽不足或過多之弊。若能選用外部面積最小之汽鍋則尤佳，以其失熱最少也。

內部冷卻。——當停止工作時，汽鍋除外部冷卻之外，尚有內部冷卻，亦頗重要，然吾人常忽視之。蓋煙突處之活門能十分密閉者絕少，即使其完全放下，亦不能絕對禁止煙之流動，及斷絕煙突之抽氣作用 (*tirage de la cheminée*)。停止工作時，雖些微空氣之吸入即足使鍋爐受重大之損失。因空氣一入爐內即奪其熱而挾之外出，此類損失之多寡，雖因各式汽鍋而異，然不外關係於煙門、閉塞板 (*papillon d'obturation*)、爐門及其他各開口處密閉之程度、水泥物之透徹性 (*perméabilité*) 以及抽氣作用之強弱。

從精細之試驗，測得普通汽鍋用大煙突自然抽氣者，其內部冷卻之損失，不特與外部冷卻之損失大小相做，有時且超過之；即小煙突之用人工抽氣者，此項損失亦不能全免。

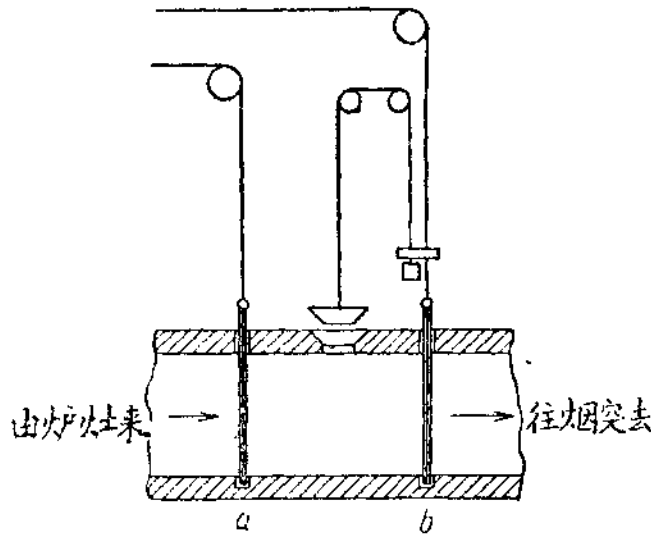
前於論外部冷卻時，所討述之停止工作之時間長短問題，及減少損失之方法，當亦能應用於內部冷卻。

減少此類損失最效之法，在使避免停止工作時之一切抽氣作用。爐灶各開口處（如出灰口及風門等）之緊閉，尚不足以使抽氣作用全完停止。若裝置雙重煙門，則塞閉較慎密多矣。例如三百平方公尺受熱面積之汽鍋，裝有過熱器及複熱器 (*surchauffeur et réchauffeur*)，而以細煤屑為燃料者，如能改其單重煙門為雙重煙門，則效率可增加百分之一至二。

若能於兩煙門中，再開一洞口，使與外間空氣直通，則鍋爐閉塞之慎密，可謂至善。煙門雖未緊閉，抽氣作用亦不能發生矣。此種裝置極易，祇須在觀火洞口，或清理煙灰所用之洞口，前後各置一活門。如已有雙重煙門而未有洞口者，則祇須於兩門之間，加開一觀火口而已。此洞口當關閉活門時，可由火夫開之；翌晨生火時，再閉之可也。

汽鍋之有節省器者，須使節省器在兩煙門之間，則兩煙門一置於爐灶之後，一置於節省器之後，在停止工作時，祇須放下此二活門，而開放一清理煙灰用之洞口可也。如此裝置，並可使節省器不致因受熱過多而爆裂。

尚有一種靈巧裝置，可使火夫省事不少，即在兩活門中間，開一洞口（第六圖），洞口置一蓋，蓋之開合，使繫於活門之動作，活門放下，蓋即上開，活門上升，蓋即自落，毋需火夫管理。

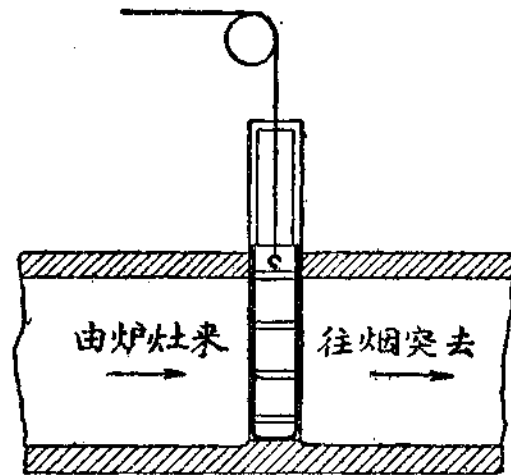


第六圖

a 調節用之煙門 (registre de réglage)

b 塞閉用之煙門 (registre d'obturation)

再有一更為簡易之法，即合兩單層活門為一複層活門，（第七圖）此活門之切



第七圖

面，成一 U 字形，上端與外界空氣直通，放下時似一水閘。然此法不及前法之佳，蓋活門之下端，頗不易緊貼，故不能完全隔絕兩面之對流。

八小時工作之汽鍋，若照以上數法裝置，至少可節省至百分之二至七。此外更應密閉鍋爐各開口處，各活門上宜加套蓋，水泥物之漏隙處更宜填補之。

除上述各種減少損失法之外，無論星期一或平日，鍋爐之生火工作以迅速為佳，因生火時及開始工作時，火焰之引導，總在疎忽之列，煙突中之損失，亦常較正規時為大，故生火時間之縮短，於無形中減去不少損失也。

當抽氣作用斷絕後，水泥物之熱大半散之於鍋身，有時因汽壓增高過甚，蒸汽每致衝開汽笛而逃去，此雖係抽氣作用斷絕後之一小弊病，然若預先降低汽壓，並於鍋中多加水量，即可補救此弊病矣。且汽笛中蒸汽之逃去，多半由於爐柵上燃料之復活，此種現象，於蒸汽損失之外，亦且增出其他熱之損失，而抽氣作用之斷絕，適足以制止爐中一切之燃燒，故其為功亦大矣。

今試舉一例以明之：有二百平方公尺多管式汽鍋一具，裝有自動推煤式爐灶 (foyer automatique à poussoir)，停止工作前，汽壓雖已設法降低，停工時爐灶兩活門亦均密閉，然因抽氣作用之未完全斷絕，致爐內燃燒仍繼續不已，於是停工時所走失之蒸汽，竟達1100公斤之多，後因在兩活門中開放一清理煙灰之洞口，燃燒幾被完全熄滅，蒸汽走失之數，遂驟減至260公斤，如工作時每小時產汽量為4000公斤者，則此項補救法所得之利益，可達每小時產汽量之百分之二十一，如每日工作十小時者，則所得之利益，在全日所用之燃料之百分之二以上，而燃燒之熱的損失之減去，尙未計算在內也。

再從經驗上得知，燃燒之完全停止，並無弊病，惟灶內所存之燃料，在關閉煙門之前，須使其揮發物完全逐出爐外，燒紅之煤塊，勿與爐柵直接接觸，其間必須有一層之煤屑，為之隔離，以免爐柵燒燬。若係自動由下面供給燃料之爐灶 (underfeed stoker)，吾人宜於逐出揮發物之外，更特別注意使燒紅之煤塊與爐柵間，有一厚層之生煤，為之隔離。

末後，如夜間抽氣作用完全斷絕而爐火未全退去，則翌日生火時，必先恢復抽氣作用，以排泄爐中之氣體。蓋爐中設有一氮化碳，或其他可燃氣體，則点火時每致發生爆聲，甚致起劇烈之炸裂，亦是常有。

鍋爐斷續工作時之效率

通常所言鍋爐（或數隻並列裝置之鍋爐）之效率，乃正規工作時燃料之係數也。此數由買主於接收鍋爐時，試驗而證實之。製造者類皆能永久為之担保。平時火焰引導能悉如試驗時之良好，受熱面積能保持清潔，水泥物能完固無隙，則繼續工作上，負載雖小有變動，其所得之效率，亦每能與正規效率，相差無幾。至於鍋爐斷續工作時之效率，當較正規效率為低，其相差之值，與停工時間之長短及內外部冷卻損失之多寡成正比例。鍋爐受熱面積愈小，或水泥外部面積愈大，或抽氣作用之斷絕愈不慎密，則此類損失與汽鍋所產每公担蒸汽之比值愈增。

汽鍋小者，正規時與斷續時效率之相距甚大。每日工作八九小時者，竟可達百分之十之多。若工作斷續之外，尚有以下諸情形之一者，則兩效率相差之值，更將增加不已：（一）負載不及正規（二）負載變更之範圍極大（三）因他故而須在短時間內趕工以速成之者。（四）工作日期中夾有休息日者。

吾人苟能遵前述諸節省法行之，總能減去冷卻損失之一大部分；於停止工作時，得益尤多。若能於此諸法之外，再輔以火焰引導之改良，及失熱之利用，則其所得節省燃料之效果，幾能與改製爐灶所得者媲美；且較擴大受熱面積所得者為勝，蓋工作時間太短，即擴大受熱面積，亦不能得佳良之結果，最要者在減低停工時之損失也。

探泉家之擺與弓⁽¹⁾ (續)

Le Pendule et la Baguette des Sourciers

R. P. Weckbacher 著

費 泰 譯

用弓測探水泉及其他液體

地層內水流的寬窄及其與地面之距離均為其四週的不透層所指定,這些是我們須要精細而準確的知道的;盲然的探試是很不經濟的同時也是沒有把握的,但是「弓」與「擺」常常指示出最容易開掘的所在。

在未用「弓」或「擺」探覓之先,須研究該地之地質與地理,因為弓,擺究屬一種幫助品,所以科學與專門學識仍舊是不可忽視的。經過這一番研究後,用兩手握弓在測探地區上隨便散步,直到忽然這弓豎起時站定,用腳在立定的地上作一個記號,然後退一步再向左或右走一步,弓又豎起這樣一步一步的走去可以探出一條界線,再從這條界線的任何點垂直前進在線的那一面我們可以遇到一條平行于第一條的界線(注意在從第一條線走到第二條的時候最好不要兩手握弓,因為這可以避免許多意外的轉動以致誤會)。

現在,在這地上類似河流的投影上作第二試驗(載於第二期)弓在界線上是豎着的,垂直退後直到弓落下時立定,畫好記號然後再往後退一步,設若弓再轉動一次這樣可以知道的確是有一條水流並且同時可以得到一個大概的深度,這個深度等於界線與弓第一次落下點之間的距離(見第二期第二試驗)在這第二次轉動之後再繼續往後退假若地質是屬鈣性的,弓豎起三次這是水含有

(1) 續第二期第128頁。

碳酸鈣的表示,若是弓不豎起水就是純潔的若是弓有兩個附屬的起立這就假設水內含有機物,所以這種一次一次的試驗還可以當作一個簡要的水質分析,設若再往後退可以達到最遠的感應圈。

現在再來談一談深度的測量:爲避免一切可能的錯誤,應當先依第二試驗計算(載於第二期)然後最好能與附近一個知道深度的井比較一下,此外還有一個用鉄絲測深度的老法子:在測得的地点上立一個樁子,樁頭上連着一根鉄絲,在這樁子的北面離開約比預測的深度略遠些的地方再立一個樁子,鉄絲就紮在這兩個樁子上,在這距離中間用木樁或磁器將鉄絲支起,使他與地面隔離,取「擺」先使在第二樁上旋轉,然後順着鉄絲慢慢的向第一樁前進至一點,「擺」停止旋轉而起始左右擺動,從這一點到第一樁的距離就是水流距地面之深度,這種方法比其他各種都來得準確。

修士巴台氏另外有一種測量深度的法子:泉穴的兩邊既已找得,在任何一沿上豎立一樁子上面也繫一跟鉄絲(任何金屬絲均可)然後將鉄絲平展於地上垂直於水流的方向,須在水流投影之外,持弓者踏着鉄絲從樁子往外走至一擯拒點(point de répulsion)爲止,此點與樁子之距離即水流距地之遠近。

檢証法 (60與70載於第二期)

檢証法經修道院長布力氏改良後可以分析水質:試將一杯蒸流水放在地上務使其與太陽及地下水流在同一垂直平面內,當弓經過杯子上的時候設若地下水流含碳酸鈣,弓在蒸流水上無任何指示,但試將碳酸鈣一點一點的放入蒸流水至與地下水流的成分相同時弓即指示碳酸鈣的符號,這樣可以很精細的計算水分(degré hydrotimétrique)。

用擺尋覓水流

取一小瓶盛之以水,細線一根穿過瓶塞浸在水裡約三十公分先將小瓶擺動,隨其擺動的方向前進,東西南北沒有一定,行走宜慢最好每走一步略停一停,走到水流上的時候,擺就起始旋轉。

如果隨時用第五法來校對更妙。第五法已載於上期今再略述一遍：雙手握弓自己的身體旋轉至某方向時弓豎起，注意是否有兩個動作（指水）如不甚清楚再試一次，先退後一步然後再回至原位繼續旋轉再看弓豎起時是否有兩個動作，在垂直於弓每次豎立的方向上可以遇見水流。

立定不動也可以測探下面有沒有水流並且還可以知道他們的距離。依照探泉家的數數法一二三...高聲朗數，設若數至「六」弓即豎起，這表示在六公尺下有一水流設若數至九弓再上轉六公尺與九公尺之間即水流所有之高度六公尺是指示水流的上面，九尺指其底設若再繼續數至二十或二十四還可以遇見第二條水流或第三條。

弓豎起的時候也許是由於別種物質的放射，所以若覺得弓的動作有異時，立刻退後；設若弓仍繼續作數次正轉，這是表示有金屬或礦質在底下。

開井者常常捨去距地面竟八公尺以內的水流（普通抽水機的最大深度）而掘取水質較優，面積較廣的第二層。如以弓來測取地下水源務須求較寬之水流並使其開掘地點適在其中心。

「礦水與溫泉」

用以上諸法來研究礦水或溫泉是再好沒有的，再加以檢証法或小瓶法可以尋覓各種成分相宜的水質，我們所遇見的水流常常只是些小支流，用弓與擺可以跟踪找着水的總源，尤其是有益於溫泉，可以達到他最熱的源所。若用第二法（載於上期）來測驗溫泉，當水保持其熱度時弓以連續之十五次正轉動來指示。

「探石油」

上述諸法亦可用以探探石油，唯「弓與擺」動作的次數是二十四次負動轉，此外探石油常常誤於深度的測量，這是各種呈負動作液體之通病。往往開採人誤信其距地面甚近，而其實尚須開掘較深。（負動作，即弓之下落及擺之依表針旋轉也）。

以擺探覓水泉

修道院院長麥而買氏法

探覓之水泉當以質地純潔,供量充足,適用於各種須要者為合格,但水質常因其源穴及其所經過的地層而變更,若地質為可透層,水即自一較深之山凹中滲出,設若在山腰內有不透層隔斷水自山頂滲下不能降至山谷內,即自山腹湧出依山坡流下,但此類之水泉是不永久的,水的輸出量亦不甚大,除非在不透層上面的透層很厚時候,這種泉才比較優良。

在鬆的地質內如石灰或沙石質等水不能如在沙地內似的結聚成一片較大的水層,因為在相當的深度下,石塊很多所以不能連續的結成一片而只能擁聚在深穴內或深溝內,這種水的行蹤是出沒無常而不可捉摸的,往往水在地內如河流似的長期流動經過很長的路徑而在很遠的地方鑽出地面,這就是泉眼,有許多河流的底是沃土質的,下面是石灰層,設若河底有破縫或孔穴等等,水就從這破縫鑽入地內,連合石灰層內的零星小水而在別處出現,這就所謂 « Sources vauclusiennes »

水質對於飲食方面是很要緊的,平常的泉水經過一種透層後,有許多細菌可以被濾下,但是這種 (Sources vauclusiennes) 只在細縫內流動所以非但細菌不會減少反而要沾染別的細菌所以為辯別這種 (Sources vauclusiennes) 起見,可以在發源地洒些會染色的物質,如螢光染質 (fluorescéine) 牠可以把水染上蛋白石的色彩 (opalescence), 這樣我們在別處可以很容易的辯別出這種 (Sources vauclusiennes) 了。

一個沒有經驗的探泉者,一定在一個滿長着青草水草的地方,一個豐潤的小山谷內去探覓泉穴,這完全是一個錯誤,因為這種水是不清潔的,是不長久的,到夏天就要乾的;由遠山而來的才是良好的水泉山上的雨水與冰雪的溶液滲入土內而在地下流動,經過幾層地層,降入深淵,有時降至極深的地方而變熱,最後又升上來從小孔中冒出地面,一位靈敏的探泉家可以把地下水流的路徑很精細的畫出來,修道院院長麥而買氏曾將瑞土地下河

流的路徑畫過，從阿而波 (Alpes) 高峯起，雪的溶液經過日內瓦湖底，(Rhône) 河與 Jura 山而至法國出現同時他又尋着一條新的地下河流從 Aples 山流下至巴黎城外在地面下約八百米的深度，水的輸出量約每分鐘三百萬公升，據推測說設若開掘一八百米之深井，水可以自動上升至地面因為水下有某種壓力使其上升但此說尚未證明現正在研究中。

中國許外省內有很清潔的山泉，一個較好的地圖上常常指示出河流的發源地，這些發源地也許有貢給地中河流之可能，一位靈敏的探泉家可以先在圖上用弓擺來測探地下水流，然後再實地在該地取水。

在掘井取水之先，必須曉得水流的行徑，就是說須找着他在地面上的投影與距地面的深度，為此拿着擺，站在要測探的地上然後使擺旋轉，等到牠停止旋轉起始擺動，探泉者如果經驗豐富，就可以依此擺動而決定水流的位置，距地面的深度與每秒鐘的輸出量，擺動的方向就是距水流最近的方向，就是垂直於水流的方向，順着這方向前進至一點忽然擺的方向改變，例如原來是南北的現在改作東西的，這第二個方向是平行於水流的，但是水不能就要腳下可以找得着，現在不過是一種反影罷了，我們暫且叫他作「磁性反影」現在是第一影，設若繼續前進，擺仍舊依其第一次方向擺動，這樣前進經過七重反影，在第七條反影線上擺的動作是垂直於水的方向的，若走過第七線再往前進的時候擺的動作又依着第七次，第六次，第五第四，一次一次的重復出現，但是往往這七條反影不能完全得到，如同雨後天上的虹似的只可以看出三四條顏色並且在太陽的那一面看得比較清楚。

深度的測量

這是探泉家最困難的工作，從前的古法是以第一條反影與第七條的距離作為水泉的深度，但是這種方法只適用於較淺的深度，並且只限於同質的地層，普通的錯誤是由於地層內的沃土層，因為擺在沃土上是不起任何動作的，例如在地面下四十米有一泉而在此四十米內有三十米厚的沃土層，如以古法來試探時

結果只有十米光景，諸如此類的錯誤，實在難免。買而麥氏的測深法比較合適，因為根據很多的實驗證明此法的確比其他諸法準確得多，現在且述一個試驗：站在一個礦井的升降機內慢慢的降入地內，把每層地質的厚薄記下，一位熟習老練的探泉家，站在井口地面上用他的擺也可以得到同樣的結果。試驗方法如下：拿擺放在眼前齊眉的高度，擺的動作指示地面；低一點，在鼻前，擺就可以指示地面下十米，二十米，或三十米，或一百米，或其他深度下的物質。擺距地面的高度與所指示地面下的深度的比例是不一定的，這完全是以各人自己所定的標準而規定的。至於如何規定這比例的值，方法很多：站在一個高的洋台上，洋台外邊掛一桶水須用長繩繫住可以使他升降，在水面上各種高度的時候，擺動作的位置不同，這樣可以規定水深與擺高的比例了。在每一種高度時，擺的旋轉的次數不同，在記次數的時最要當心，應當注意每次旋轉的起始與收尾，因為一個神經過敏的人，他的手常常發抖，擺的動作不能十分清楚，但是經驗多了，無論在什麼情形之下，都可以分得出擺真正的旋轉與手的抖動。

此外有一個簡單的測深度的法子，在四十年前工程師公拜氏就發明了，這個法子有點和買氏法相似，但是稍欠精細，大概是這樣的：找着距水流最近的方向時，依弓擺的指示前進，經過幾次斟酌後就找到了水流的所在，設若水流是屬普通的水流，擺的動作垂直水流的方向，設若是泉眼，擺即旋轉，深度的測驗就以擺動與旋轉的次數為準，每三次擺動等於一公尺深，例如擺動九十次就是三十米深。這種方法同時也可以用於測探別種礦質，但須有檢証品，著者因為對於這種探覓的經驗不多，所以沒有十分把握。

現在再來談一談買而麥氏法，此法有幾處很特別的地方，最有趣的是拿擺的那隻手的位置，憑他手臂的伸縮就可以知道距水流的遠近：順着垂直於水流的方向前進，經過六條「磁性反影」至第七條時，須小心慢慢的找尋水流的邊沿，及至我們腳踏着水流地面上的投影時，擺就起始旋轉，麥氏後又發現擺距地面的高低也與水流的深度有關係：在離頭略高一點的地方擺指地面上的物質，略低一點正對面部時已經指示地面數尺以下的物質，擺

慢慢的落下,心裡暗暗記已經離地面多深,直到擺起始擺動或改變動作時為止,然後再從新作幾次同樣的試驗,設若所得的數目還是頭一次的,那麼這個數目就是水距地面的深度;假若要測探某種礦質,這種方法仍舊可用,不過另外須用檢証品,有時擺的動作不靈敏或停頓,只須用空閑的食指對準太陽指定無論太陽被雲遮不遮住,擺就立刻動起來了,買而麥氏曾以他的左手食指証察過很多的病人,並且很準確的指示出患病的所在,買而麥對於數數測深法確有研究,普通探泉家只知道數擺動的次數,然後再按照每次擺動所定的標準深度來測深罷了,但這種古法只可以用於極少數的試驗,例如十五次擺只可以指示五尺或十尺的深度,買而麥氏發明的動機就在能把這古法適用於各種測驗:測距離,測體積等等,伸直了手臂作試驗時他是以公里(基羅米達)作單位,把手靠緊胸部作試驗時他或者就以公厘(milimètre)作單位,諸如此類的令人捉摸不定。

買氏對於各項金屬都發現一種特別的標記,就是金屬四週擺動的位置,把這些位置用線連起來成一種幾何圖,這種圖樣各種金屬的都彼此不同,例如:銀的圖樣是一個M字形,向東的擺在每點工作六次擺動;金也是一個M形,但是向西的十一次擺動;鐵只有一點,四次擺動,各種金屬不同,最近又發現他們的圖形每每與他們的結晶形相似。

弓與擺的其他用途

測探礦水及溫泉,溫泉之所以溫,有兩種理由,或者因為他是從地下極深的地方升上來的,所以熱,或者是由火山附近經過的,他們的行徑與如何冒出地面是與普通泉眼不同的,他們不是因為不透層與透層的關係而出地面,他們是從地殼的一個裂縫內湧上來的,這種溫泉除他的溫度外還有他們的輸水量,他們所含的礦質,等都不因為氣候的變化而失常,此外他們所含的礦質往往是有益於某種病症,這在醫學上是已經公認的,用前面所述的檢証法,可以在一個城內尋找我們所須要的水質,這種泉眼從地殼內鑽出來之後,在離地面數尺以下的地層上流動,用弓與擺可

以跟踪尋得的溫泉而達到其最熱的所在,這所在就是他湧出地殼的地方.在跟踪前進的時候,若水仍保持其溫度,弓與擺常常呈十五次一組的正動作.

探覓含某種礦質的水泉法

修道院院長布利氏拿了他的擺與檢証品(弓亦可)在測驗地上走到一點,弓忽然豎起,設若太陽在他的右邊,弓的豎起是指示說水就在太陽與弓的方向裡,換一句話說:就是說這一點向太陽走或背太陽走可以找得水泉,設若水泉在太陽與弓之間,所得的水質是完全合與我要找的,不然所得不過是一個相仿的罷了,設若要尋金屬或礦質,方法完全相同,不過檢証品不同罷了.

石油的測探

方法與前面所述的一樣,但是弓擺的動作是負的,每次動作的次數是二十四次,但測深度時常常容易錯誤,這種錯誤是各種負動作的物質的通病,每次所測得的深度往往是小於實在的深度.

金屬與礦質的測探

方法如同前面所述的一樣,檢証品須和弓把直接緊靠着,動作的次數在每一金屬都不同.

動作 金屬	方 向	次 數
鐵	南 北	4
銅	西 南	5
銀	東 西	6
金	東 南	11
銻	東 南	12
鋁	南 北	13

布利氏曾找到過錕,他是用擺找到的,擺動的次數不大詳細,最可注意的是在擺動之後,又加同樣次數的旋轉.

每種金屬擺動的次數,是先直接在各種金屬上試得的,然後再用以尋找金屬,但是有很多金屬有同樣次數的擺動,所以除動作的次數

外,最好再用檢証法來幫助檢別各種金屬,這樣的給果比較準確可靠,此外有神經過敏的人;他的手常常有發抖的毛病,擺的動作不容易分得清楚,但是有点經驗後,就不致於有這種錯誤了。

這種測探最主要的是經驗豐富,所以平常最好多作練習,例如辯別盒內的金屬,在花園內尋找仍何金屬品等等。

除金屬外,非金屬也有他們的特徵:鈣三次負動作,石-5,沙-6,炭-18,等:

測探金屬第一步工作是找着他的方向,如同探水法一樣.用弓擺與檢証品走到某一点地方,弓豎起,將太陽與弓的方向畫好一條線,然後再依照原來進行的方向走至另一点,弓又豎起,在這一点我們須找出一條界線.方法就如同找地下水流的邊沿法相同,界線找得後,延長至與頭一條線相交,兩線交叉点的下面可以找到金屬.兩線之間的角度在每一種金屬是固定的,布利氏曾用這種方法在古戰場上找到過舊的砲子,若用擺來測探,結果是一樣的,在未找得之先只有擺動,及至找到金屬時擺就旋轉起來了.若照買氏法測探金屬,也可得很好的成績.

測探金屬礦苗

握着弓或拿着擺立定不動,一個副手托了一塊木板,上面放了一塊要尋覓的金屬和一塊磁石,二物相對平放着,然後把木板慢慢的移轉,設在A点有同樣的金屬,等到A点與木板上的磁石與金屬塊在同一方向內的時候,弓就豎起,在木板未轉之先,可使弓或擺先行作若干次動作(照金屬轉動的次數)這樣可以避免一切別種物質的感應,如水,石等...

測探地中空穴

用弓與擺除測探物質以外,還可以探覓地中空穴,所以在考古學中弓與擺也有相當的價值,空穴給與弓擺的動作是負的,並無一定的次數,最容易與別種負動作的物質相混如石質等,所以為慎重起見,還須用檢証法來幫助一下,檢証品拿一小空瓶用橡皮塞住就可以了.

植物的測驗

植物也能感應弓與擺,普通植物有兩種動作:一組是正的,正的完了以後又加上十五次負的,這十五次負的是指示樹液流動的意思,因為弓擺在人的心上也有十五次負動作,所以認為是液體流動作致.從前有人發現植物的正動作的次數,似乎與他們所含的毒質有關係,但是現在又好像與他們的可食性有關係,在許多藥上面試得的結果也很相像,所以這一點現在還不能斷定,對於這個問題將來一定有着許多有價值的新發現,現在正在研究中.

附注

弓與擺兩種東西,究竟是那一種比較好一點,關於這個問題,以我們的經驗看來,似乎弓的運用比較便利比較迅速,顯明,若以擺測驗,第一行走就不能自由,須極慢而極小心的往前走,在將近水流時尤須當心,偶一不慎就走過了,所以測地點宜用弓,測深度似以擺為佳,修道院院長費郎氏的擺的重量與長短都有一定,他自己發明一種特長的測驗法,所以在他,還是以擺為各種測探的最容易的器皿.

所以弓與擺的比較,實在無法可說,完全以各人的習慣經驗為定;但是遠距離的測驗,現在還沒有用弓來試的呢!

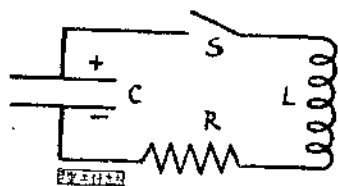
來 件

振盪電路之研究

本文係本校舊友現在光華大學之徐裕昆君所譯，原文載於 Morecroft 之 Principle of radio-communication 第 284 頁至 305 頁。此書現極通行，內容亦與本校講義之一部相似。第因譯名多有可探之處。值此科學名詞日趨統一之時，亟應特為刊登以供譯名之討論。

編者

順聯耗阻及自感量電路中電容之放電——實際上任何無線電組 (radio sets) 之播送減幅波 (damped waves) 或斷續波 (discontinuous waves) 者，均由一相當之電力源，產出一高週率電流，使電容荷電，繼復使之於經過一順聯火花隙及自感量之電路而放電。普通所發出之振盪電工率 (oscillatory power) 交連於另一電路而播出，此交連電路中之各式振盪電流，茲不具論，姑先作單電路 (Single circuit) 中電容放電之研究。



第一圖

單電路如第一圖所示，方開關 (Switch) S 閉合之時，電容 C 所荷之電壓為 E，該電路順聯 L 及 R。目下無線電電路中實無開關，其工作則由火花隙代之，惟火花隙之耗阻闡述較煩，故將於後節論之。

首設電容為不漏電者，則於開關合閉之時，電流作用之方程式為

$$L \frac{di}{dt} + R i + v = 0,$$

v 為加於電容之瞬息電壓，則

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{dv}{dt} = 0.$$

惟已知

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

故
$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{c} = 0,$$

或
$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{Lc} = 0. \dots\dots\dots (1)$$

此類微分方程式之解法,端賴智慧之忖度.式中之必為 t 之函數顯甚;且應使此函數之二次微係數,加其一次微係數及 $\frac{R}{L}$ 之積,更加其本身及 $\frac{1}{Lc}$ 之積之和等於零.由經驗可知若電流之式為

$$i = A e^{mt}$$

必能適合第一方程式.若用此函數則得

$$\frac{di}{dt} = m A e^{mt},$$

及
$$\frac{d^2 i}{dt^2} = m^2 A e^{mt}.$$

以此值代入第一方程式中得

$$A e^{mt} \left(m^2 + \frac{R}{L} m + \frac{1}{Lc} \right) = 0. \dots\dots\dots (1_a)$$

此處使 $A = 0$, 解答無用,茲可利用以下條件

$$m^2 + \frac{R}{L} m + \frac{1}{Lc} = 0$$

此方程式中共有二根,其一必為所求解答.方程式(1)中既含 i 之二次微係數,可知 i 必有二不相同之解答,而此 m 之二值 m_1 及 m_2 可因以求得.第一方程式之總解答為此二解答之和,茲書之如次

$$i = A_1 e^{m_1 t} + A_2 e^{m_2 t}, \dots\dots\dots (2)$$

其中
$$m = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{Lc}} = -\alpha \pm \beta$$

故得
$$i = e^{-\alpha t} (A_1 e^{\beta t} + A_2 e^{-\beta t}) \dots\dots\dots (3) *$$

於原始條件中,知於開關合閉 ($t = 0$) 之際, $i = 0$, 故自第三方程式

$$0 = A_1 + A_2 \dots\dots\dots (4)$$

* $e^{\beta t}$ 之 β , 係指數. 因印刷所無法排印故呈此狀. 此後常能見之, 希讀者注意.

更設 $i = 0, Ri = 0$ 故 $\left(\frac{di}{dt}\right)t = 0 = -\frac{E}{L}$,

以此值代入方程式三中,更求其微分得

$$-\frac{E}{L} = (\beta - \alpha) A_1 - (\beta + \alpha) A_2 \dots \dots \dots (5)$$

解第四及第五方程式得 A_1 及 A_2 之值爲

$$A_1 = -\frac{E}{2\beta L} \text{ 及 } A_2 = +\frac{E}{2\beta L}$$

以此值代入第三方程式中得

$$i = -\frac{E}{2\beta L} \epsilon^{\alpha t} (\epsilon^{\beta t} - \epsilon^{-\beta t}), \dots \dots \dots (6)$$

其中 $\alpha = \frac{R}{2L}$ 及 $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \frac{1}{LC}}$.

α 之值恆爲實數,即時間次第增加,則振幅次第減小.方電流正消損之際,由 $(\epsilon^{\beta t} - \epsilon^{-\beta t})$ 可決定其形式,其值則視 β 爲轉移, β 任爲實數或虛數,以 α^2 之值大於 $\frac{1}{LC}$ 或小於 $\frac{1}{LC}$ 爲準.電流之形式可分析之爲三,其條件爲

$$\alpha^2 > \frac{1}{LC}, \alpha^2 = \frac{1}{LC}, \alpha^2 < \frac{1}{LC}.$$

$$I, \alpha^2 > \frac{1}{LC}$$

此情形下 β 爲實數,故得

$$i = -\frac{E}{\beta L} \epsilon^{\alpha t} \left(\frac{\epsilon^{\beta t} - \epsilon^{-\beta t}}{2} \right) = -\frac{E}{\beta L} \epsilon^{\alpha t} \text{Sin } h\beta t \dots \dots \dots (7)$$

式中負號乃示電流之效果爲使 E 消失,換言之,即使電容之電荷卸去——目下電流爲正爲負,在所不計,惟視電容中電荷之歸極性 (polarity) 爲準,而此歸極性常設爲正.

此式之電流如第二圖中所示;圖中二綫乃示 $\epsilon^{\alpha t}$ 及 $\text{Sin } h\beta t$. 其比例數 (scale) 爲 $E = 100$ 弗, $C = 10 \mu\text{f}$, $L = .20$ 亨,及 $R = 500$ 奧. 以公式計之得 $\alpha = 1250$ $\beta = 1030$.

欲知電流最大之時刻,可在第七方程式中,使其一次微係數等於零而得之.

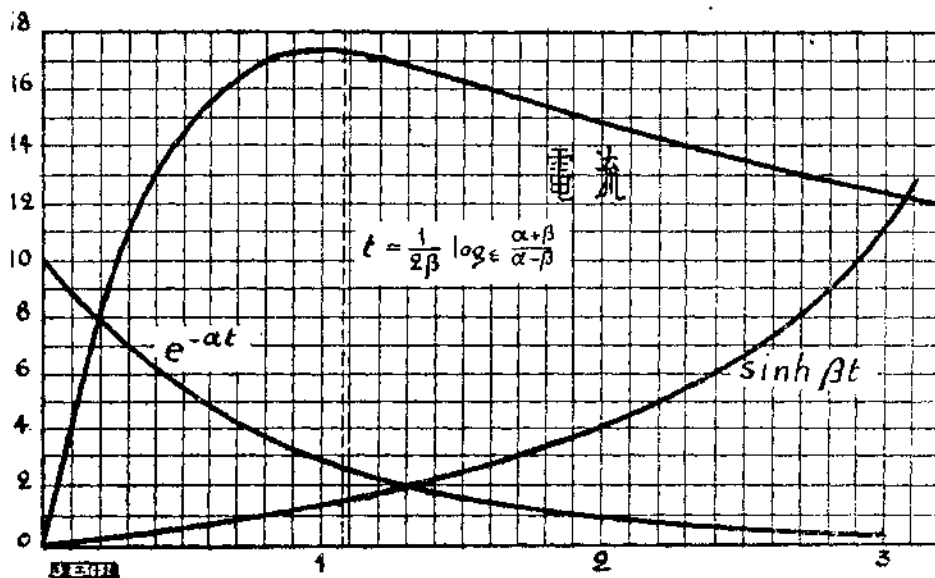
此方程式之結果為

$$2\beta t = -\frac{\beta + \alpha}{\beta - \alpha}$$

或

$$t = \frac{1}{2\beta} \log_{\epsilon} \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} \dots\dots\dots (8)$$

第三圖所示即上述情形下電容放電之二振盪圖 (oscillograms).



第 二 圖

$$\text{II, } \alpha^2 = \frac{1}{LC}$$

此情形下 $\beta=0$. 茲可書電流之式如下,

$$i = -\frac{E}{2L} \epsilon^{-\alpha t} \left(\frac{\epsilon \beta - \epsilon \beta^t}{\beta} \right),$$

此括弧中之值為不定. 茲以微分求之得,

$$\left(\frac{\frac{d}{d\beta} (\epsilon \beta^t - \epsilon \beta^t)}{\frac{d}{d\beta} (\beta)} \right)_{\beta=0} = \left(\frac{t (\epsilon \beta^{t-1} + \epsilon \beta^t)}{1} \right)_{\beta=0} = 2t,$$

故此情形下電流之方程式為,

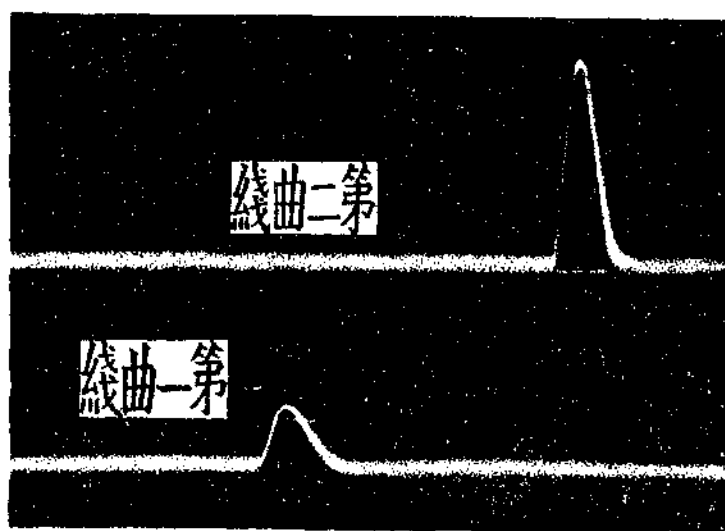
$$i = -\frac{Et}{L} \epsilon^{-\alpha t} \dots\dots\dots (9)$$

此式之放電即第五圖所示者,其中 $E=100$ 弗, $C=10 \mu f$, $L=.20$ 亨及 $R=282.3$ 奧.

求電流最大之時刻,既如前所過,其條件為

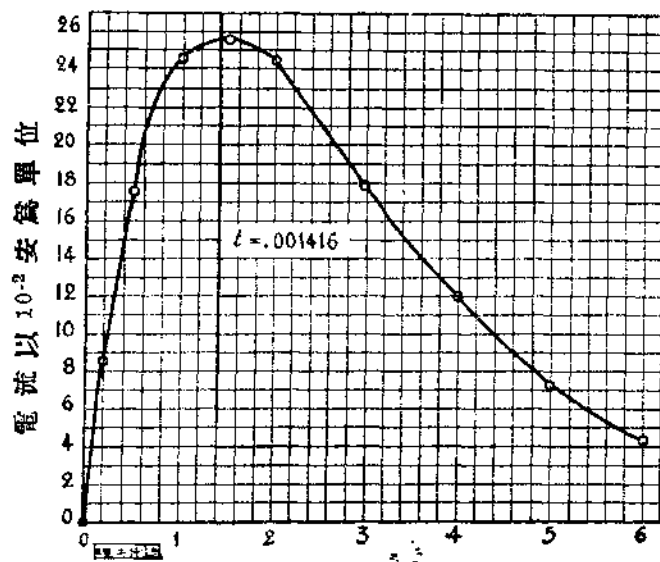
$$t = \frac{1}{\alpha} \dots\dots\dots (10)$$

循此條件計之,得此時刻為開關閉合後 .001416 秒.



圖三

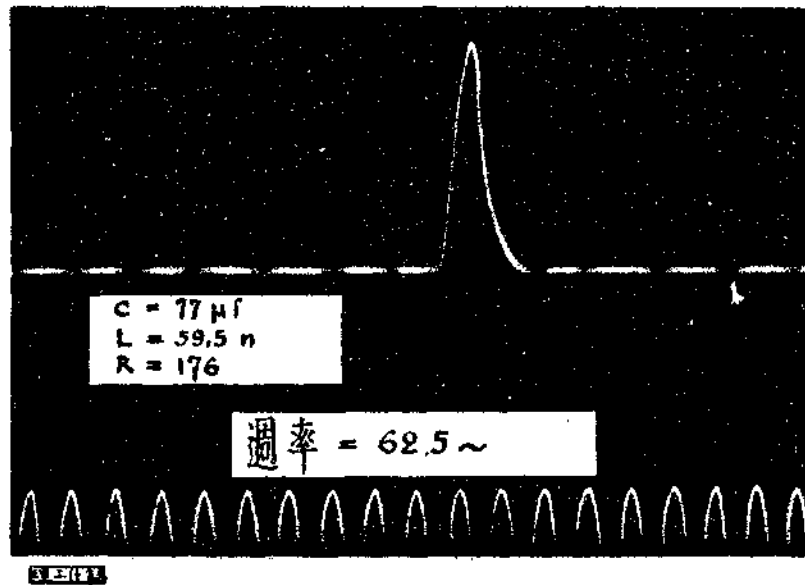
第 三 圖



第四圖 時間以 10^{-3} 秒為單位

第五圖爲一極精細之減幅電流之振盪圖,黑片下之時間線 (time scale), 可賴以証第十方程式之準確無誤.

$$\text{III, } \alpha^2 < \frac{1}{LC}.$$



第五圖

此情形下 β 成一負數之平方根,茲書如

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - \frac{1}{LC}} = \sqrt{(-1) \left(\frac{1}{LC} - \alpha^2 \right)} = j \sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2} = j\omega.$$

更自第六方程式

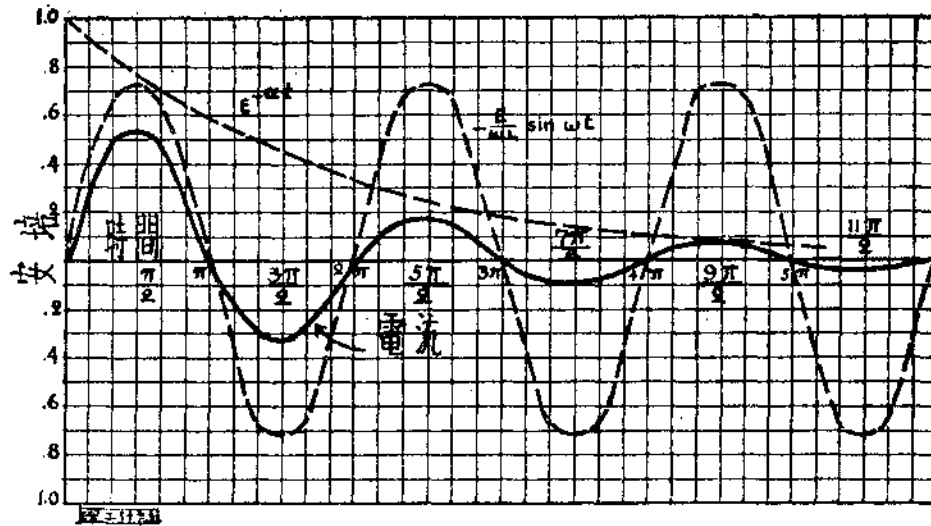
$$\begin{aligned} i &= -\frac{E}{2j\omega L} \epsilon^{-\alpha t} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) = -\frac{E}{\omega L} \epsilon^{-\alpha t} \left(\frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \right) \\ &= -\frac{E}{\omega L} \epsilon^{-\alpha t} \text{Sin } \omega t \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

此情形下之電流,爲振盪電流,其週率視 ω 之值而決定, $\epsilon^{-\alpha t}$ 項表電流之消損,其理論的電流最高值則爲 $\frac{E}{\omega L}$.

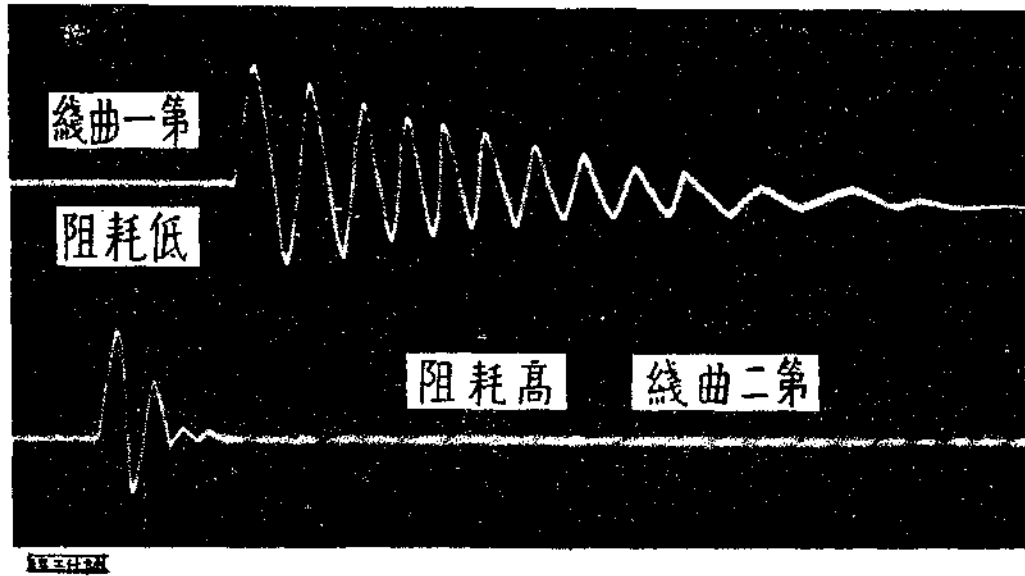
第十一方程式之每項均於第六圖中以虛綫表之,此電路中 $E = 100$ 弗, $C = 10 \mu\text{f}$, $L = .20$ 亨,及 $R = 50$ 奧.

則得
$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{50}{2 \times .20} = 120$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2} = \sqrt{\frac{10^6}{.2 \times 10} - 125^2} = 695.$$



第 六 圖



第 七 圖

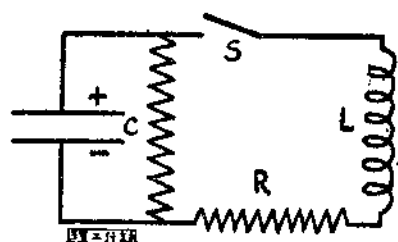
惟 $\omega = 2\pi f$, 故 $f = \frac{695}{2\pi} = 110.5$ 週秒.

目下電流之方程式則成,

$$i = -\frac{100}{695 \times .2} e^{-125t} \sin(2\pi 100.5t).$$

此曲綫即圖六中實綫所表者,普通稱之為減幅正弦波, $e^{-\alpha t}$ 項則表其挫沮率 (damping). 第七圖為減幅正弦波之振盪圖,即第十一方程式所表之電流,在二不同耗阻下之情形.

漏電電容 (condenser Leakage) 之效果——若電容漏電,則于解答中不無小異.如第八圖所示,于開關合閉時電容內之電能 (energy) 一部份消失於順復耗阻 R 中,一部份消失於漏電耗阻 (leak resistance) v 中,其餘則在線圈中變成磁能;而此線圈中之磁能,於



第八圖

二次荷電之電容內復變成靜電能.惟於遞變之際,大部份之電能,均消失於 R 及 v 中.

吾儕知一合閉耗阻 (Shunt resistance) 得以一順聯耗阻代之,茲於第八圖中亦復如是.故第八圖之電路實與第一圖所示者無殊,則此問題亦不難永釋矣.

減幅之與耗阻有密切之關係既知之矣,茲所期望者為任於合閉耗阻中或於相當之順聯耗阻中,若其所耗之電工率既等,則其減幅率亦適符合.惟於事實上電路之有漏電及無漏電者,未能盡同,故仍有另加討論之必要,此電路之微分方程式成爲

$$L \frac{di}{dt} + Ri + v = 0 \text{ 或 } L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{dv}{dt} = 0.$$

知 $iC = C \frac{dv}{dt}$, 及 $i_c = i + i_g$ 其中 $i_g = g, g$ 等於 $\frac{1}{r}$.

$$\text{僅計數值, } v = L \frac{di}{dt} + Ri, \text{ 使 } i_g = g L \frac{di}{dt} + g Ri,$$

代入則 $\frac{dv}{dt} = \frac{i_c}{C}$ 更用頃所得 i_g 之值,得

$$LC \frac{d^2i}{dt^2} + (RC + gL) \frac{di}{dt} + (1 + gR)i = 0 \dots\dots\dots (12)$$

更可書作

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \left(\frac{R}{L} + \frac{g}{C} \right) \frac{di}{dt} + \left(\frac{1 + gR}{LC} \right) i = 0$$

此方程式之形式與第一方程式相似,其解答亦相吻合,惟在此情形下

$$\alpha = \frac{R}{2L} + \frac{g}{LC}, \dots\dots\dots (13)$$

及

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{R}{L} - \frac{g}{C} \right)^2 - \frac{1}{LC}} \dots\dots\dots (14)$$

前節所假定之三種情形,在此電路中亦復如是,其結果亦同。僅前以 $\frac{R}{2L}$ 決定減幅率,而此處則以 $\left(\frac{R}{2L} + \frac{g}{2C}\right)$ 決定之。

有振盪及無振盪之要件均視漏電電容為轉移,若電容不漏電者,則其無振盪之要件為

$$\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

而漏電電容之準則 (criterion) 則為

$$\left(\frac{R}{2L} - \frac{g}{2C}\right) = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

即一電路之有充分並聯耗阻而成減幅者,亦可產生振盪,僅須使電容有充分之漏洩。

如上節所假定之電路,若不振盪之條件為 R 適等於 282.3 奧,則 $\alpha = 707$ 茲若以一 1000 奧之漏電耗阻加於電容上,則

$$\alpha = \frac{282.3}{2 \times 2} + \frac{10^5}{2 \times 10^3} = 757$$

即較前為大,惟現得一振盪電路,因 $\left(\frac{R}{2L} - \frac{g}{2C}\right)$ 之值不若 $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 之值為巨,此增高挫沮率而使一不振盪之電路變成振盪電路,蓋非事前所曾逆料。第九圖表有漏電電容電路中之三電流,即第八圖中所有之情形。

自由振盪 (free oscillation) 之週率,每因電路之順聯耗阻而減低,而合閉耗阻之效果,則足使之增高,至其值達 $\frac{R}{L} = \frac{g}{C}$ 為止,若合閉或漏電耗阻較此值小者,則其週率將復低降。由此觀之,漏電電容之效果 (若無順聯耗阻存在) 為使增高挫沮率及週期,正與上述順聯耗阻之情形相同。若二者同時存在,則挫沮率之增加視二者之和而定,而其於週期之效果,則視二者之差而定。在相當境況下,則可使之中和此時其自然週期,正與另一電路之全無消失作用者相同。

週率——波長——前此所論,凡振盪放電之週率,舉由挫沮率自感量及電容量決定之。在尋常無綫電路中,週率挫沮常數之效果甚小,或竟可疏忽之而無碍,故振盪電路中週率之公式成爲

$$\omega = 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

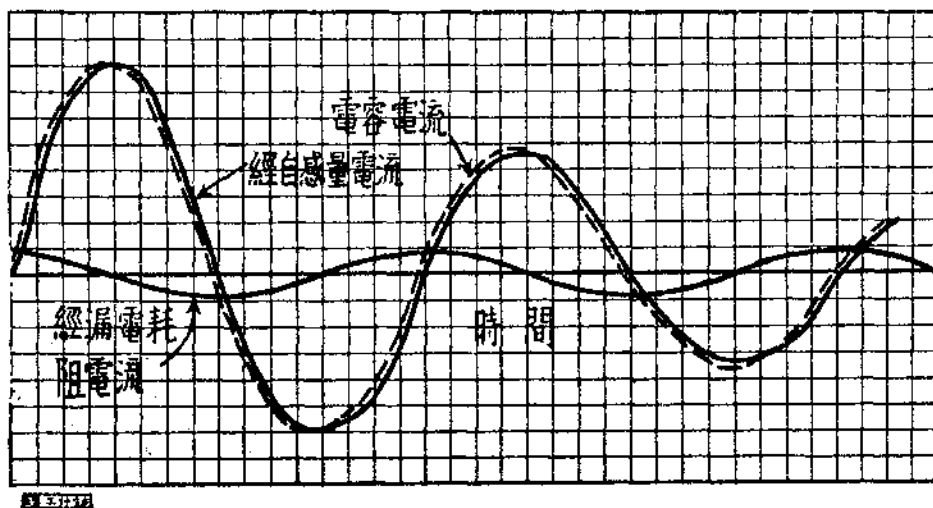
或
$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \dots\dots\dots (15)$$

公式中, f 之單位為週秒, L 為亨利, C 為法辣特. 今日普通無線電路中 L 及 C 之值率以兆分單位計之, 公式成爲

$$f = \frac{10^6}{2\pi \sqrt{LC}}, \dots\dots\dots (16)$$

式中 L 為兆分亨利, C 為兆分法辣特.

習用上每稱及無線電波長, 而稱週率者則甚鮮. 凡天綫受一週率為 f 之振盪電流而於地面上播出磁波此波離天綫之速度, 與光之速度相同, 即每秒 3×10^8 米. 在任何波之現象中, 週率及波長 (天綫電中以 λ 符號代之) 恆有以下之關係



第九圖

$$f \lambda = v, \dots\dots\dots (17)$$

式中 v 為磁波進行之速度, 茲因得求此電磁播射之波長為

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8 \times 2\pi \sqrt{LC}}{10^6} = 1885 \sqrt{LC} \dots\dots (18)$$

式中 λ 以米達計之, L 以兆分亨利計之, C 則以兆分法辣特計之
振盪電路中電流及電壓之關係——普通一電容放電之方
 程式爲

$$i = -\frac{E}{\omega L} \epsilon^{-\alpha t} \sin \omega t,$$

其中

$$\alpha = \frac{R}{2L},$$

前曾言於通常無綫電路中, ω 之近似值為

$$\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

則第十一方程式成爲,

$$i = -E \sqrt{\frac{C}{L}} \epsilon^{-\frac{Rt}{2L}} \sin \frac{t}{\sqrt{LC}} \dots \dots \dots (19)$$

自開關閉合後,最大電流約佔一週 (cycle) 四分之一, 挫沮率項 $\epsilon^{-\frac{Rt}{2L}}$ 之效果為使電流適於此象限之前為最大, 若忽其於此象限內之甚小挫沮率之效果則電流之值等於 $E \sqrt{\frac{C}{L}}$.

茲於電路內之電能, 可得而預言之: 在開關未閉之前, 電容內所儲之能等於 $\frac{CE^2}{2}$, 開關閉合後一象限, 則電容上之電壓為零, 而能則均儲於線圈中, 故茲可使

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{LI^2}{2},$$

或

$$I = E \sqrt{\frac{C}{L}},$$

與前所述正相脗合.

振盪電路中率有一定量之電能, 於線圈及電容內往返振盪, 而次第消失, 電能往返之週率無論 L 及 C 之相對值若何均為相等, 因二者之積為常數也. 有時需使一電路發出振盪, 且其時之電壓甚低, 在此境況中, 須擇 C 之相對值較 L 之值稍高為得. 尋常無綫電收音電路, 在可能範圍中, 率欲得一最大之電壓, 其法可使 C 之值為極低, (有時達 100 兆兆分法) 而 L 之相對值則甚高.

挫沮率及減幅率——方程式 19 中 $\epsilon^{-\frac{Rt}{2L}}$ 項表電流幅之對數

挫減率, $\frac{R}{2L}$ 之值名為電路之挫沮係數, 平均此無綫電路中之

係數爲在 1000 及 10000 之間，蓋與波長有關係也。此挫沮係數與每週時間之積，稱爲對數減幅率，或簡稱電路之減幅率。

今次第書電流之最大值（同向之最大值）使 T 爲振盪之週期，則自第十九方程式得，

$$I_1 = -E \sqrt{\frac{C}{L}} \epsilon^{-\frac{R}{2L} \frac{T}{4}} = I_0 \epsilon^{-\frac{R}{2L} \frac{T}{4}}$$

$$I_2 = I_0 \epsilon^{-\frac{R}{2L} \left(\frac{T}{4} + T \right)} = I_1 \epsilon^{-\frac{R}{2L} T}$$

$$I_3 = I_0 \epsilon^{-\frac{R}{2L} \left(\frac{T}{4} + 2T \right)} = I_2 \epsilon^{-\frac{R}{2L} T}$$

由此得
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_2}{I_3} = \frac{I_3}{I_4} \text{ 等} = \epsilon^{-\frac{R}{2L} T} = \epsilon^{\delta},$$

此處 δ 爲電路之減幅率。因 $T = \frac{1}{f}$ 則顯然

$$\delta = \frac{R}{2fL} \dots \dots \dots (20)$$

尋常無綫電組中，減幅率約爲 0.1，於最大播音台中，減幅率可降至 .02，至其最高界限則爲 0.2，過此乃爲法律所禁止。第二十方程式中，電路之減幅率及電路之耗阻有直接之關係，甚爲明著。普通發報台中，天綫之大地阻力與減幅率有甚大之作用。茲自第七圖第一曲綫中測得之減幅率爲 .150，而自電路之各常數計得者爲 .152。

等幅波發報台中，高週率電源使每週之電幅支持不變，此發報台之減幅率即謂等於零。用真空管收音之電路中，其有效耗阻最好使之與零甚近，因得使收音電路中之減幅率亦與零相差無幾。於測定收報機之選擇性時，減幅率乃爲重要關鍵，因其能定諧振之銳度也。

由每週所耗電能測定減幅率——減幅率可自每週所消失之電能，及於同時所傳遞之電能之比而測定之。茲設不計一週間最大電流之微小變化則得：

$$\text{每週所耗電能} = \frac{R I^2}{2f},$$

其中 I 為電流之最大值。

設一週開始時, I 為最大正值, 且所有電能均在綫圈中, 而等於 $\frac{L I^2}{2}$ 。在一週之中, 此電能由綫圈流入電容, 更自電容返於綫圈 (電流取相反之歸極性) 如是者再, 因每週電能於電路中共遷移二次, 故電能遷移之量為

$$2 \times \frac{L I^2}{2} = L I^2$$

故

$$\frac{\text{消失之電能}}{\text{傳遞之電能}} = \frac{\frac{R I^2}{2f}}{L I^2} = \frac{R}{2fL} = \delta.$$

若以上所分析者精細審察之, (注意每週電流之消失) 可知上所述 δ 之關係毫無差誤。

減幅波中之電流電壓及電能——波羣 (wave train) 消失之時, 電容內靜電能之相對最大值, 及綫圈內之電磁能, 實際相等, 加於電容之電壓, 及加於自感量之電流, 二者所生之變化亦盡同, 茲利用電容中電壓及電路中電流之關係。

$$e_c = \int \frac{i dt}{C},$$

自第十一方程式得近似關係

$$e_c = E e^{-\alpha t} \cos \omega t.$$

故於任何短時間電容內之電能為

$$W_c = \frac{C E^2}{2} e^{-2\alpha t} \cos^2 \omega t.$$

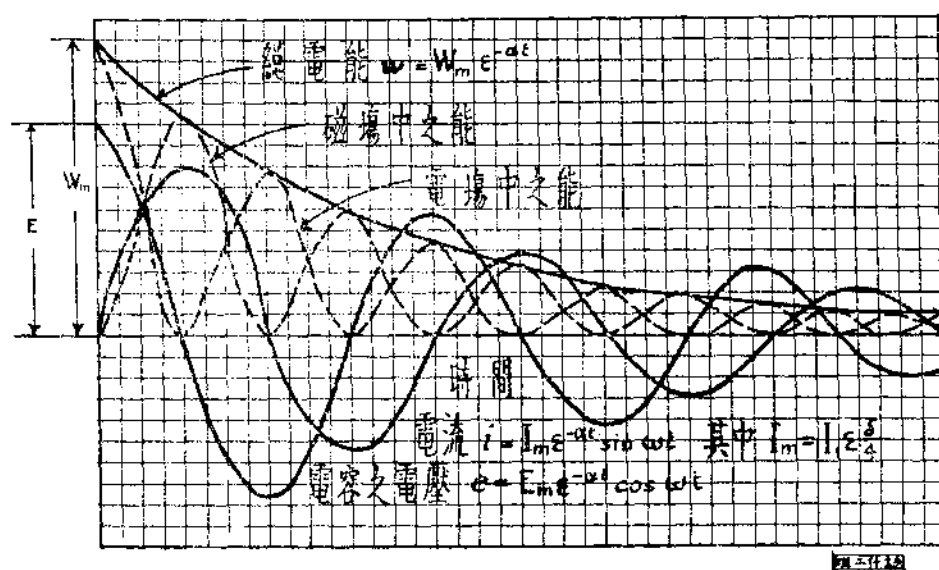
更得綫圈內之電能為

$$W_L = \frac{L I_0^2}{2} e^{-2\alpha t} \sin^2 \omega t.$$

以前所得 I_0 之值 $\left(E \sqrt{\frac{C}{L}} \right)$ 代入之, 並相加得

$$W_c + W_L = W = \frac{C E^2}{2} e^{-2\alpha t} \dots \dots \dots (21)$$

由此方程式可知最初儲於電容內之電能 $\frac{C E^2}{2}$ ，乃經一對



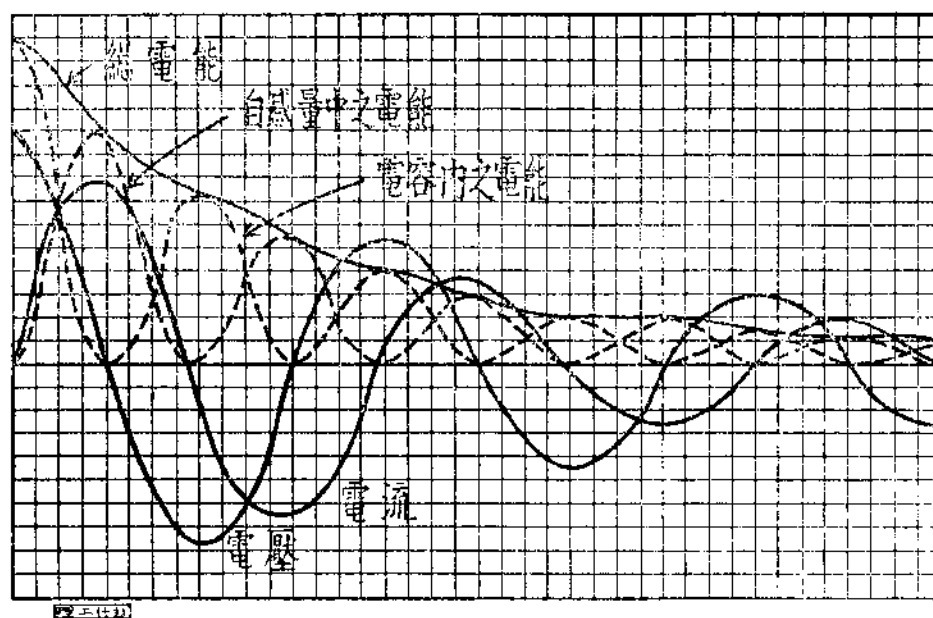
第十圖

數消失,其減幅係數較電流係數大二倍.

電流電壓及電能之曲綫如圖十所繪,至總電能則為瞬息電能及其相對磁能之和,其實電流及電壓之相差 (phase difference) 非確為九十度,蓋因電路內耗阻之故,使二能分向 (components) 之和,非盡如第十圖所示之光平曲綫, (smooth exponential curve) 而如第十一圖之波狀曲綫, (wavy exponential curve) 設減幅率為 0.3. 則電工率項為 $\frac{.3}{\pi} = .0955$, 而 E 及 I 之相差為 84.50 電場及磁場之能相加後,其曲綫並非若第十圖之光平而無凹凸,而於一週之某數部份內,電能之消失較其他各部份為甚,於順聯耗阻中,舉凡消失之電能,均化為熱, (如第十一圖所假定) 最大之消失率,正為於電流最大之時;及電流為零,則無電能之消失.

若振盪電路內所用者為漏電電容,其漏電導率 (leak conductance) 為 g , 則電能消失之時,此振盪電流之一部份係用於電路順聯耗阻之中,而一部份則用於電路之漏電引導中.順聯耗阻中之電能消失率為 $i^2 R$ 而漏電之消失率則為 $e_c^2 g$. 宜注意者,此二電工率之最大消失值非在同時,當 e_c 最大之時, i 實際上為零.

若順聯耗阻及合閉耗阻互成比例,則二者電工率之消失相等.欲得此比可令



第 十 一 圖

$$I^2 R = E^2 g = \frac{E^2}{r}$$

茲得

$$I^2 = \omega^2 c^2 E^2,$$

而

$$\omega^2 c^2 E^2 R = \frac{E^2}{r}$$

自此

$$R = \frac{1}{r} \frac{1}{\omega^2 c^2}$$

其關係更可表之如次

$$R = \frac{1}{r} \frac{L}{C},$$

或更以下式表之

$$\frac{R}{L} = \frac{g}{C}.$$

此比例若於含順聯耗阻及合閉耗阻之電路中存在時,則此振盪電路電工率之消失,不在一週內振搖 (fluctuate) 若此比例不存在則否.故此電路中電能之消失,非如第十一圖之狀曲線,而如第十圖之平滑曲線.

可注意者,此順聯耗阻及合閉耗阻之比例,同時亦為使振盪之自然週率相等之條件,設此電路中全無消失作用,則此電路中之自然週期即第十四方程式所表者;可見若

$$\frac{R}{L} = \frac{g}{C},$$

則

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

帶火花隙之振盪放電——若一振盪電路含有火花隙,則其電流非如第十一方程式所示,因其受火花隙之影響也.火花隙之耗阻並非固定,每視所經過之電流而變遷,若經過之電流幅 (Amplitude) 極高,則火花隙之耗阻減小,此自火花隙之外表足以見之.若多量之電流經過隙口,則導電空氣熱離子之橫剖面較大,而離子之產生更多,此效果足減低火花隙之耗阻.

若荷電之電容於第十二圖所示之電路中放電,則其放電之方程式為

$$L \frac{di}{dt} + (R + R_g) i + v = 0 \dots \dots \dots (22)$$

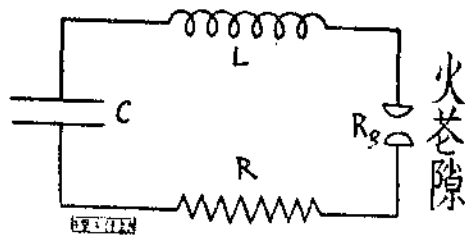
式內 R_g 為火花隙之耗阻,若 R_g 能以電流之函數表之,則此方程式可有解答,惟此解答極為複雜,因其不僅與電流之多寡攸關,且與振盪之週率有影響也.

R_g 之值於一週內變化甚巨,惟此變化對於電流幅員及形式之效果,則殊不若所設想者之甚.耗阻作用為惟一限制基本週率

(fundamental frequency) 之電流者, (約為 $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 惟電路中之循

環產生單弦運動之耗阻者,每設其迴阻 (reactance) 為較此耗阻大數百倍,因自感量及電容量作用,僅平衡 (balance) 於基本週率也.故此循環變化之耗阻可疏忽之,雖其於第廿二方程式所表振盪電流之解答不無影響.

第十二圖中所示電路發生之振盪,其照片曾以勃郎管 (Braun tube oscillograph) 攝得之,其公認之解釋為此電流之消失,乃一以時間為函數之線,而非若第十一方程式所示之指數曲綫.



假定電路中之耗阻不使週率受影響,並利用 Zemeck 氏之實驗所得,則 J. S. Stone 氏曾證明為火花隙之耗阻書作

$$R_g = \frac{2BL}{A - Bt}$$

第十二圖 A 及 B 為常數,電路中之其他耗阻均忽略之,即第廿二方程式之解答成爲

$$i = -E \sqrt{\frac{C}{L}} \left(1 - \frac{R_0 t}{2L}\right) \sin \sqrt{\frac{t}{LC}} \dots\dots\dots (23)$$

式中 R_0 表火花隙之原始耗阻. Stone 氏雖未嘗明言, R_0 之值實與初次電流最大時耗阻之值近似,其他各代表文字,則與尋常意義無異.惟此解答實於無線電工作中無關重要,因放射電路中原不含火花隙也.否則電路內所積之能,將因使火花隙發熱而完全消失,故實際上使此高週率電工率產生之際,立即移至另一放射電路,而此放射電路之內,並無火花隙之裝置.即於電能未離火花隙電路之際,此火花隙之耗阻亦較其由交連之天綫電路(coupled antenna circuit)所引入此電路之耗阻爲小.

第廿三方程式之電流與第十一方程式所表者不同因第廿三方程式中各次第最大值 (successive maxima) 之差爲常數,而在第十一方程式中,則各次第最大值之比爲常數,故此電流之挫沮波羣(振盪之羣)有一固定之終點,不若對數減幅率之電流永不達於零值.

波羣中之波數——第十九方程式中所表之振盪電流,顯然於每次電容放電時(或每波羣中)有無量數週, (cycle) 挫沮因數 $e^{-\frac{Rt}{2L}}$ 使電流之值漸近零值,而理論上則永久不達零值.實用無線電中.每於電流幅達其原始值百分之一時,即爲波羣之終點,換言之,即電路中所儲之電能僅爲 $\left(\frac{1}{100}\right)^2 = .0001$ 之時.

電流之次第最大值有以下之關係

$$I_n = I_1 e^{-(n-1)\delta}$$

若

$$\frac{I_1}{I_n} = 100,$$

則

$$\log_e 100 = (n-1)\delta,$$

或

$$n = \frac{4.6 + \delta}{\delta} \dots \dots \dots (24)$$

故若天綫之減幅率為 .05, 則 $\frac{4.6 + .05}{.05} = 9$, 故電能消失至電流幅降至其原始值百分之一時, 共有 93 週。

於綫的減幅波羣 (linearly damped wave train) 中, 所含波數至寡, 因火花隙之耗阻過巨, 致使其他耗阻均可忽略。(此為綫的減幅率中必需之假設) 此減幅率極高, 於電能完全消失之前, 其數不過五週, 乃至十週。

更可注意者, 凡一對數的波羣消失之終了時, 電路內之電容完全放電; 而在綫的減幅波羣消失之終了時, 電容內尚有一極大之電荷。蓋於火花隙之耗阻極高, 而波羣之終電流甚小之際, 火花中斷 (電流之值等於零) 此時電容仍有甚高電荷。

減幅波羣中電流之有效值——減幅正弦波之有效值, 得以電流變熱作用之積分法求之

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (I_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t)^2 dt.$$

顯然此積分之值隨時間之久暫而變, 其展式之值非為固定。實際上一波羣繼另一波羣而起, 甚為迅速, 此式之積分殊饒興趣。

$$I^2 = N \int_0^\infty (I_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t)^2 dt = N I_0^2 \int_0^\infty e^{-2\alpha t} \sin^2 \omega t dt,$$

式中 N 為每秒鐘放電次數。

此式積分得以標準方法求之, 以指數表正弦後, 得解答為

$$I^2 = N I_0^2 \frac{\omega^2}{4\alpha (\alpha^2 + \omega^2)}.$$

茲得

$$\omega = 2\pi f$$

及

$$\alpha = f \delta,$$

$$\text{故 } \frac{\omega^2}{\alpha^2 + \omega^2} = \frac{(2\pi f)^2}{(f\delta)^2 + (2\pi f)^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}$$

$$\text{故 } I^2 = \frac{N I_0^2}{4 f \delta} \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}$$

大多無線電路中 $\left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2$ 之值可忽，因其去單位遠甚。若電流之理論值 I_0^2 以其相等值 $E^2 \frac{C}{L}$ 代之，而使 $\frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2} = 1$ ，則得

$$I^2 = \frac{NE^2 C}{4 f \delta L} = \frac{NE^2 C}{2 R}$$

$$\text{或 } I = E \sqrt{\frac{N C}{2 R}} \dots \dots \dots (25)$$

若注意及電容內所儲之電能，因振盪電流而變或熱或輻射，則可得相同之結果。故可使

$$N \frac{C E^2}{2} = I^2 R,$$

$$\text{或 } I = E \sqrt{\frac{N C}{2 R}}$$

與前正同。

I 之值為電路內熱線表 (hot wire meter) 所示者。每次放電之後，電流之瞬息最高值，可較方程式 25 所表者大至百倍。

本誌第一期目次

用撓度求樑之各部最大應力法

重力加速度之測量與雁何二氏擺

支於四邊之鋼骨混凝土板設計圖表

感光片之感光與正色
洩水器

最近沙濾池之大改革與水之消毒研究

有聲電影攝製與放映之原理

溫度對於水泥凝結及硬化之影響

理工短組

舊汽車之廢物再用

產鎢工業現狀

1932年世界化學工業之鳥瞰

固體觸媒與物理狀態之關係

鋼骨玻璃

探泉家之擺與引

周念先

張永立

陳善謨

丁霆

鄒立人譯

周賢偉譯

王耆謀

孫成基譯

每冊定價四角五分

R. P. Weckbacher.

雜 俎

發生低溫度之新法及測量低溫度之原則

(史 寶 鑑)

今世學者,自研究冷學 (Etude du froid) 以來於各方已具有相當貢獻,於科學,可以研究物質之組織;(recherche de la constitution de la matière) 於工業,可採取各氣體,其法較化學方式為便利,例如氧及氫族各氣體之取得於液體空氣是也。

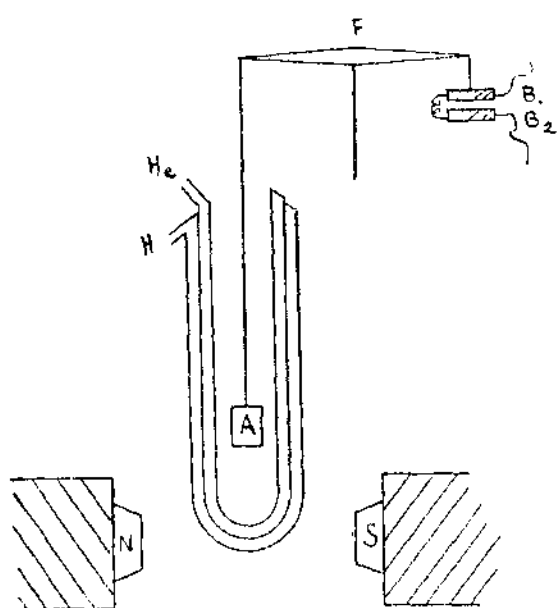
以其研究困難,至今研究此學者尚不多見,然一二歐美科學家,鑒於低溫度之需要,切實研求,故冷學進步甚速;而低溫度之新紀錄,亦時得發現。

物理學已證實,最低溫度之界限為 $-273^{\circ}.09\text{C}$. 賴突然膨脹 (détente) 及發冷循環, (cycle frigorifique) 各手續,所得最低溫度,為 $-271^{\circ}.74\text{C}$ 或 1.35k (k 表示絕對溫度)。

今藉電磁力之突降,以及各氣液之蒸發,結果得一溫度,離絕對溫度,僅 0.05k 或 $-273^{\circ}.04\text{C}$.

寒劑手續:——此實驗本於磁熱作用. (effet magnéto-thermique). 當一物受相當磁誘時此物即發散本身熱量;反之磁力散放時,此磁物則將吸收熱量,換言之,即本身溫度降低. 許多順磁物, (corps paramagnétiques) 於普通溫度時,磁誘化極微,待至低溫度時,磁誘化較易增加,故一順磁物于低溫度時,藉磁熱作用,更可使其溫度降低. 今新得求極低溫度之法,即本此原理。

設使 A 為實驗之氣體或液體, (見圖) 緊閉在一玻璃小管內, 掛懸於石英絲之一端, 石英絲則懸於一天平 F. 他一邊之抵抗力, 則為二電線圈 $B_1 B_2$ 之吸力. 二電線圈之電流強度已定, 則可測知天平他一端之垂力. A 懸垂於貯積液體氫氮之瓶中, 氫氮二氣液



互相隔別.在一定壓力之下,液體氫氮相繼蒸發,A溫度乃降至 $1035k$.同時A置于 27600 高斯之電磁石二極間N.S.A受得甚大之磁誘後,磁力突降至 850 高斯左右;因上述原則,A之溫度,應降低至 $1035k$ 以下.

測量:—因溫度過低,測量不能完全正確,然其差甚微.由天平可知電磁石吸A之力為 f ;于物理學.此力

$$f = x v H \frac{\partial H}{\partial Z}$$

f 電磁石吸A之力

x 磁化係數 (susceptibilité magnétique)

v A之容積

H 磁場

$\frac{\partial H}{\partial Z}$ 磁場之微係數, z 表石英絲之方向

上式 $f, v, H, \frac{\partial H}{\partial Z}$ 俱為已知,所以 x 亦為可知.

$$x = \frac{f}{v H \frac{\partial H}{\partial Z}}$$

設使磁化係數 x 與A之密度 D 之商為 X

$$\frac{x}{D} = X$$

X 磁化質量係數 (暫譯) susceptibilité magnétique massique

由於居禮定理 (Loi de Curie),可知磁化重量係數,及絕對溫度之積為一常數

$$X T = Cte$$

X 為已知,所以 T (絕對溫度)亦可測量

下表為列舉數物所達到之低溫度（根據來特 Leyde 實驗室之報告。）

類別	重量	所達溫度
鉀化鈹	505 克	$0.013k = -272.96 C$
2 基硫酸鈹	68.2 克	$0.012k = -272.97 C$
2 基硫酸鉀	183 克	$0.008k = -273.01 C$
鉀鉻明礬	336.7 克	$0.005k = -273.04 C$

用擺的方法量材料的表面強硬性及其彈性率

（關 西 滿）

建築上最重大的兩問題，就是堅固與經濟，而在建築上所用的，就是材料。為要求解決這兩大問題起見，材料強度學就應運而生了。材料強度學的目的不外是求解決施用於一建築上的材料面積大小應該如何，樣子應該如何，方能達到堅固與經濟的地步。因此，在材料強度學裏所研究的主要問題就是求在安全極限內，一件材料所能接受的最大載重。欲知一件材料適合於接受何種外力及所能接受它的最大載重，我們最少應當先知得此材料的表面強硬性及其彈性性質。

- 當一件材料受到一種外力時，因為內部要發生一種相等的應力來抵抗，它的面積就會發生變形，或甚至破裂，倘使載重是超過材料所能接受的，倘使載重是在彈性極限內，則載重一旦取去，材料即可恢復原形。倘使載重是在彈性極限以外，則雖取去載重後，材料再不能恢復原形。所以，為安全上起見，當一件材料施用於建築時，不但絕對要避免發生破裂的載重，發生永久變形的載重，甚至發生太過度的彈性變形的載重，亦應當盡力免去的。

當一件材料,因受到一種外力時所發生的變形是在彈性極限內,而且外力是均載於它的剖面上,則它的每單位變形是與它的剖面每單位平方所受的載重成正比例,即是:

$$\frac{Q}{S} = G \cdot \gamma \dots\dots\dots (1)$$

Q = 施於材料的外力.

G = 它的彈性率.

S = 它的剖面.

γ = 每單位材料的變形.

引入(1)式中的彈性率是隨材料的性質而變外,與外力的性質亦有相關的.但在應用上最普遍的要算是在拉力上所入的彈性率 E 或楊氏率了.在普通建築中不可缺少的三種最重要物(樑,柱,板)的計算,莫不引入此楊氏率.例如計算樑的最大撓度等.

量楊氏率及材料表面強度硬性的方法很多,但是本文所欲討論的是種最新的方法,就是用擺來量它的方法.

用擺來研究材料的特質的可能性:——我們大家都熟悉,在解決物理學上各基本問題當中,擺是居於很重要的地位吧.例如對於時計及研究,重力等方面的施用,但是利用它來解決或研究一種物理學上的問題時,合我們最感到困難的要算是在它運動當中所生出的種種擾亂因素了 (effets perturbateurs). 因此,每當我們施用它時,無論是應用於時計方面,研究重力方面,或其他的物理現象,為精密起見,我們必當盡力消去此種擾亂因素,或最小亦應於計算裏算及;雖然在大體上此種擾亂因素是很微弱的,但是此種擾亂因素是從何而來的呢?只要我們留心考察一下,我們就明瞭它的發生不外是,或因安置支持擺的三稜體的材料的變形,或因安置擺及支持它的三稜體的機件的座子的變形,既然此種擾亂因素是因為當擺在運動時支持它的材料變形而發生的,那麼,我們不是就可以利用此種擾亂因素發生的狀態,強度,來研究這材料的特質嗎?所以,我們是很有理由提出用擺來量:

(a) 材料的表面強硬性

(b) 材料的楊氏率 (modules de Young)

在這種暗示下,雷來 (Rennes) 數理學院及郎特 (Nantes) 多藝學院 (Institut Polytechnique) 教授羅蘭氏 (M. le Roland), 在他一貫很

精細的尋求中,已能利用擺來很準確地研究出一種材料的特質。在研究中,他不但不設法消去在擺運動當中所發生的擾亂因素,他是利用種種的方法,種種的器具來擴大它及積分它的動作。

用擺來量材料的表面強硬性:——在擺運動當中所發生的擾亂因素既然是因兩體相壓而發生變形的緣故那麼,當所發生的擾亂因素愈顯著時,兩體的變形亦當愈加顯著無疑:即是兩體(至少是其中之一)的表面強硬性愈是微弱,為免除研究上及計算上的煩碎起見,在實驗裏,此兩體中之一,因擺運動所發生的變形,與其他一體的變形比較,應該要小到可以略去。羅蘭氏所主張的方法是計算懸於一極堅硬的旋轉體下(圓棍,或鑽石球子)的擺的擺蕩時間,而此堅硬的旋轉體亦當同時擺蕩於所欲研究的材料上。實驗告訴我們,當材料的表面強硬性愈是微弱時,擺的運動愈加急速:換言之,即是每擺蕩的時間愈加短小,此種狀態的發生是由於,當擺運動時,材料與旋轉體(圓棍或鑽石球子)接觸處,因為互相壓迫而發生變形的緣故,已不是沿圓棍上的一母線(génératrice)或鑽石球子上的一點。因此在擺運動時此兩體是接觸於兩小平面上的:而擺是繞,不停地由左往右,由右往左的臨時旋轉心(centres instantanés de rotation)而搖動。因為座子上同時發生出抵抗力的緣故,擺的運動就隨之而改變了。

為方便起見,材料的強硬性是根據一擺P與一比較擺P'的兩連續符合點(coïncidences)的擺蕩(oscillations)數目而定。此比較擺P'是同時懸吊於堅硬旋轉體下:它的位置不要離P太遠。在試驗前,這兩擺是同時在於靜止狀態的。當我們撥動P時,因堅硬旋轉體同時轉動的緣故,P'亦漸漸擺蕩起上來。P的運動漸漸減弱而同時P'的運動則漸漸增強。在此兩相反的动作中,其中必有一相合點(coïncidence)的。P因運動漸漸減弱而達到靜止時,P'即達到它的最大振幅(amplitude)。但因P'仍在運動着的緣故,旋轉體仍然不停止地旋轉着。因此,P一達到靜止狀態後,馬上又漸漸搖動起上來。兩擺,因此,不斷地在相反的动作搖擺着,而它的相合點,就每隔相同的擺蕩數目,連續發現了。

欲定各材料的互相比較強硬性,最先的手續,應要選擇定一

種基本的強硬度。羅蘭氏主張用沿垂直於一石英 (quartz) 軸上所量得的兩擺的兩連續相合點的擺蕩數目為材料的基本強硬性。他且證明無論石英的來源如何 (透明的或有色的,) 所得到的擺蕩數目是不變的。因此他就假定石英的強硬性為 100。照羅蘭氏的假設, 我們求得下列各種鋼的強硬性如下。

石英 (quartz)	強硬性 = 100
軟鋼 (aciers doux)	強硬性 = 20
半硬鋼 (aciers demi-durs)	強硬性 = 40
硬鋼 (aciers durs)	強硬性 = 60 至 120

用擺來量楊氏率的方法: ——倘使施於一件材料的外力只是拉力一種, 則在第一節裏所引出的 (1) 式可寫作。

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{l}{L} \dots \dots \dots (2)$$

F = 施於材料的拉力 L = 材料的長度
S = 材料的剖面 l = 材料的伸長
E = 材料的彈性率或楊氏率。

上文我們已經說過, 倘使拉力 F 是均載於 S 剖面上, 而 l 的伸長又在彈性極限內, 則楊氏率 E 的數值是與材料的面積無關的。它的數值只隨材料的性質而異。因為它是與力成等因次 (homogène) 的緣故, 楊氏率是以每平方釐 (millimètre carré) 若干公斤表出的。其實 (2) 式可寫作。

$$E = \frac{F}{S} \times \frac{L}{l} = N \cdot r.$$

$r = \frac{F}{S}$ 為剖面上每單位所受的拉力

$N = \frac{L}{l}$ (兩長度的比) 為一平常數目。

一件材料受到一種撓力而發生撓曲的緣故, 不外是因為材料的一面的纖維線 (fibres) 受着壓力而收縮, 同時其他一面的纖維線因受到拉力而伸長, 所以在計算樑的最大撓度等公式中常引入楊氏率。羅蘭氏就利用這種現象來研究材料的楊氏率。他所主張的方法是將所欲研究的材料弄成一小而長的直杆, 杆的剖面可以隨便弄成圓形的或長方形的。這弄好的小杆應要垂直安

置着而很堅固地嵌筭着它的下端,它的上端則繫有一極堅硬的但相稱的工字形座子,在此座子下懸有兩相同的擺 p 及 p' . 此兩擺的位置對於小杆應當是相稱的.

假設此兩擺 p 及 p' 都是在於靜止狀態,倘使我們撥動其中之一時, (例如 p'), 則 p 亦隨之而漸漸振蕩起上來,這種現象的發生不外是因為 p' 在運動當中給于小杆微弱的變動的緣故. p' 的運動,因為地心吸力等的緣故,而漸漸減弱;但幸而得小杆的插入及它的彈性緣故, p' 所失的勢 (Energie) 漸漸傳於 p . 因此,當 p 的振幅 (amplitude) 漸漸減小時, p 的振幅反而漸漸增大,直至 p' 達到靜止時,則 p 的振幅當幾等於 p' 起初時的振幅. 但一達到這個地步後, p 的運動又漸漸減弱,而 p' 則因小杆插入的緣故,又從新擺蕩起上來,這種傳達運動因此就不斷地或 (理論上講) 無盡地發生着. 這種現象,我們大家都熟悉,在物理學上叫做兩相等同擺的節奏 (battement)

這是很顯淺的,當材料的彈性率愈是微弱時,則小杆,因受着撓力 (flexion) 而發生的變形愈加顯著. 因此兩連續節奏愈加急速我們很容易地證明兩擺中之一的兩連續靜止點 (points d'arrêt) 的時間上是與彈性率成正比的,即是

$$E = Bt \dots \dots \dots (3)$$

所以欲知 E 的數,只雖求得常數 B 的數值已足,此 B 的數值我們可以在計算上求出它來,但是為省去煩碎的計算起見,我們可以很簡單地直接由試驗上求出它來. 我們只須取一它的彈性率 E' 是已由別種方法求得來的材料來,做我們試驗裏的小杆,如此則式 (3) 變作

$$E' = Bt'$$

由此得
$$B = \frac{E'}{t'} \dots \dots \dots (4)$$

此種用擺為研究材料特質的方法尚屬最近的創舉,未盡善之處在所不免,但以它立理的顯淺,施用的簡單,而所得結果的精確又不下於其他方法,將來不難成為一良好的研究材料的利器.

本誌第三期目次

磁場與磁電單位

費德郎教授著
劉晉鈺教授譯

代數方程式之基礎

張永立

鐵道平交道處安全保障方法之討論

張登義

荷蘭國須德灣大圍隄工程概要

周賢偉

空氣浮力對精確測重之影響(附圖表)

張樹三

開北水電公司發電廠之概觀

劉晉鈺

鈉氣放電管燈及其應用

聶光坡

光電瓶之研究

林存厚

空氣阻力和汽車的流線型

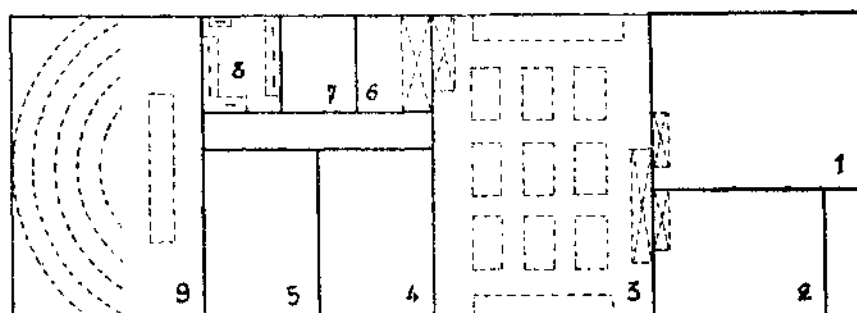
陳善謨

中學數理教師之缺乏

胡文耀先生

震旦大學化學工程系新實驗館之落成

本校理工學院化學實驗室，向據專舍，位於校門與網球場之間，佔地四百餘平方公尺，一切設備尙稱豐富完美。1928年經白於珩博士 Dr. P. H. Belval 重行整理其內部佈置，有如下圖：



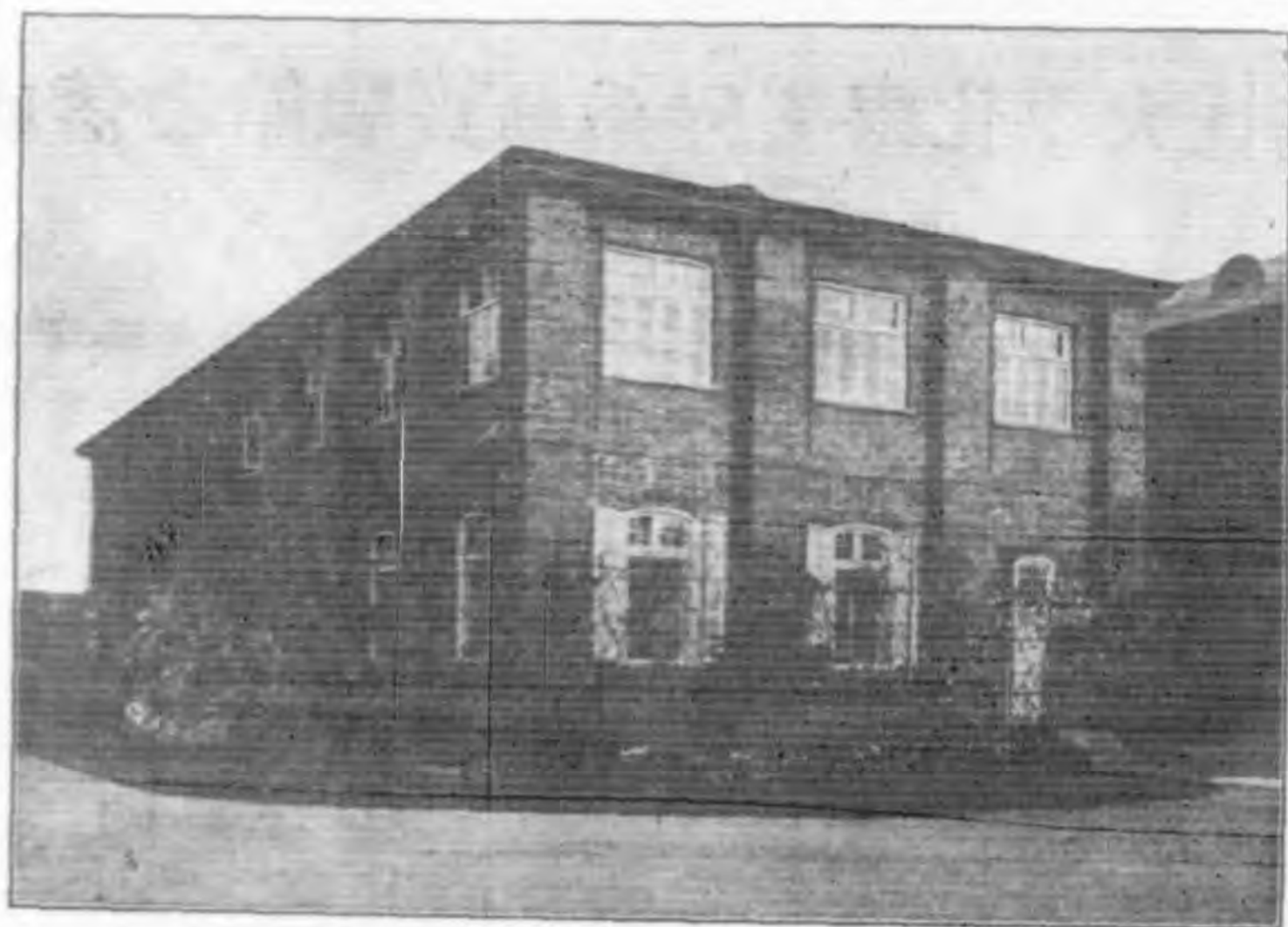
第一圖

1928 至 1934 年化學實驗室之佈置圖

- | | |
|-------------|--------|
| 1. 實驗室主任研究室 | |
| 2. 教授實驗室 | |
| 3. 學生實驗室 | |
| 4. 藥品貯藏室 | ☒ 爲蒸發櫥 |
| 5. 玻璃器械貯藏室 | ☐ 實驗桌 |
| 6. 蒸發室 | |
| 7. 暗室 | ▨ |
| 8. 天平室 | |
| 9. 大講堂 | |

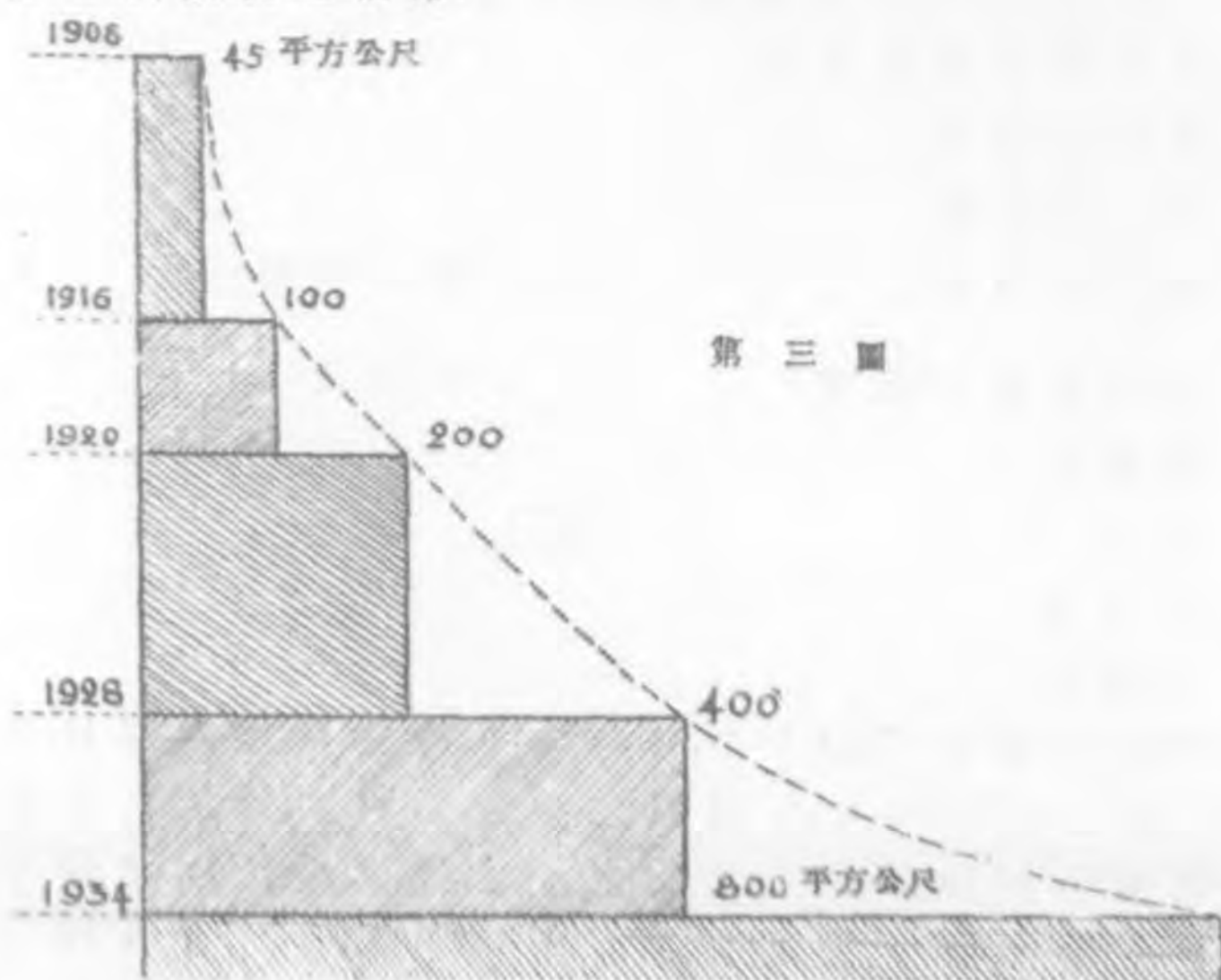
六年之間，每週到館實驗人數，自數十人以達百餘人。地位日感狹小。1932年夏理工學院化學院經呈准教部設立，於是決定興建新館。各項計劃皆經詳細審查，斟酌之下皆，以就原址改建樓房，爲最相宜。1934年夏，標價定妥，遂於暑假開始興工，將原舍改爲二層樓

閱二月而工竣,更半月而水電煤氣裝設完成,內部設備煥然一新.圖二即為新舍落成後之留影,圖三則為化學實驗室自1908至1934



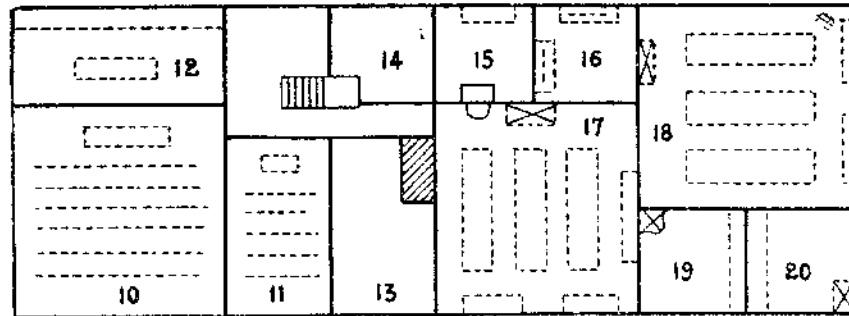
第二圖

年所佔面積擴展之情形.

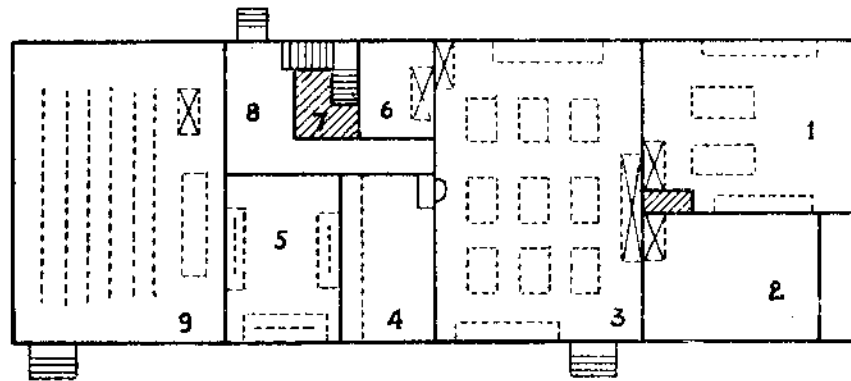


第三圖

館內佈置情形,有如圖四及圖五所示



第四圖



第五圖

- 一樓:
1. 為主任室
 2. 無機化學教授實驗室
 3. 一二年級實驗室
 4. 藥品貯藏室
 5. 天平室
 6. 蒸發室
 7. 暗室
 8. 樓梯
 9. 大講堂
- 二樓:
10. 第二講堂
 11. 第三講堂
 12. 礦物標本室
 13. 第二貯藏室
 14. 助手室
 15. 第三貯藏室

16. 第二天平室
17. 工業化學實驗室
18. 有機化學實驗室
19. 工業化學教授實驗室
20. 有機化學教授實驗室

館內各室分配情形,略如上述.一樓大講堂,預留坐位八十,附設蒸發櫥及大示教實驗桌,專供一二年級授課之用.醫學院一年級生,講授化學亦在此處.實驗室內有四人大實驗桌九,各生皆自有專櫃以收藏器具藥物.天平室內,備有感量 $\frac{1}{10}$ 克天平十具.暗室內則有極光鏡,分光鏡,折光鏡,專供分析之用.

二樓則為化工系三四年級生所專用.第二講堂有五十坐.第三講堂有二十坐.有機化學與工業化學皆分在此二課室內教授.有機化學室,與無機化學室,各有四人大實驗桌六.並附有暗室及天平室.內備有新置之高度感量天平三架.以應有機分析之需要.

礦物標本室內,計貯有歷年收集標本一千二百餘種.其中有 6×8 厘米見方之標本400件,為組成本室標本之基礎.此外有加拿大贈與P. Gherzi之加拿大礦物標本一組, Livio 博士所贈之中國礦物標本一組, Rangel 君送來之烏拉區 Oural 礦物標本300種.建築材料標本及地質標本200種.另尚有化石標本若干.惟尙未經精密整理.故今僅附帶提及之.近本院採集標本工作現正致力於浙江之舟山羣島,余山,南京,及海州各處,故數目字日有增加.本系內示教及參考所需,皆已足應付裕如矣.



北平德聚鐵工廠

國產醫用器械之一瞥

TEH CHU IRON WORKS

No. 87 Hatamen, Street.

Telephone No. 706. E. O.

北平崇內大街八十七號 電話東局七百零六號

北平德聚鐵工廠製造醫學儀器物品說明

夫新醫爲實用的科學技術而技術之精端賴器械近數年來國人之學新醫者不可勝計而關於手術上所應用之器械多仰給於舶來品我國工人之仿行製造者材料率多粗劣藝術多不精良求其能畧堪使用者不可多得本廠有鑒於此爰照歐美所出最新式樣研究製造一切醫學器械及生物儀器等品物質務求堅固適宜裝製務求精巧便利價值務求公允低減凡所製各種器具悉經諸大名醫之指正及平滬諸大醫學校所委託本廠在平創設三十餘年所出物品種類繁多不及詳載茲先將逐年所承造關於醫學界較大器具之一部影印數幅以供我國醫界人士之參考雖不能並駕歐美然以少許就正於醫界先進或亦爲我國諸大醫師所樂聞

本廠爲盡量供獻於醫界如有特殊式樣合於個人心裁欲委本廠製造者可將圖樣寄下或將大致動作及應用情形加以說明本廠即可照尊意設計製造以副諸大醫師提倡國產之至意

附 注

茲爲服務震旦諸大醫師起見凡購本廠出品均照原定價九折計算以示優待賜件請寄北平崇文門大街八十七號本廠收

此椅為牙科專用手術椅座高公尺五
 寸可陞至八寸病者大人小兒均為適
 宜與舶來品無異完全純鐵質內部製
 造極為堅固由北平著名牙醫師之指
 導經數度之研究改良而成轉動輕便
 有磅浦式動作機可使之上下搭如耳
 枕及凳墊均為皮質外傅以紅色漆或
 黑漆
 每座洋壹百柒拾元



N^o 101

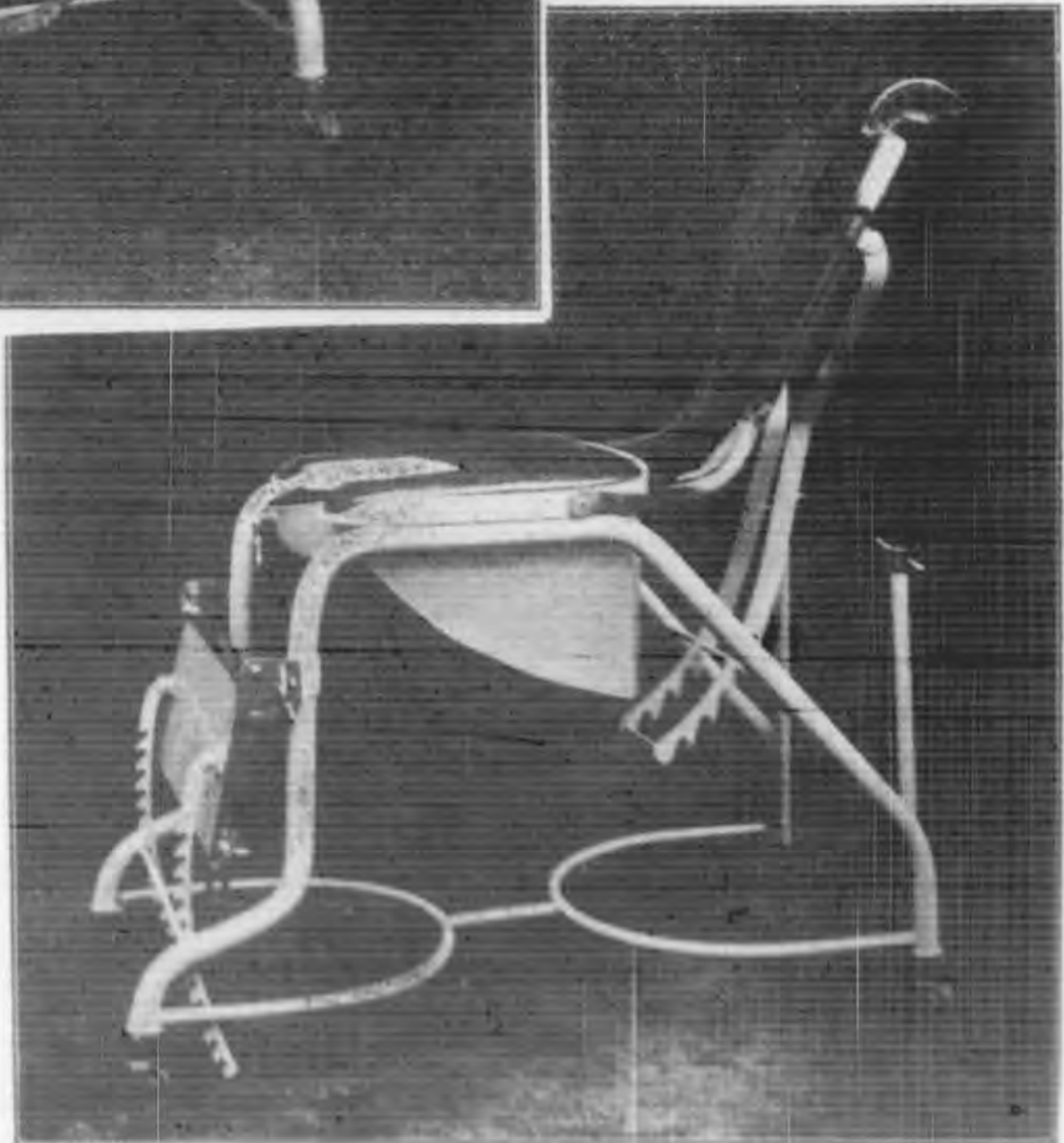
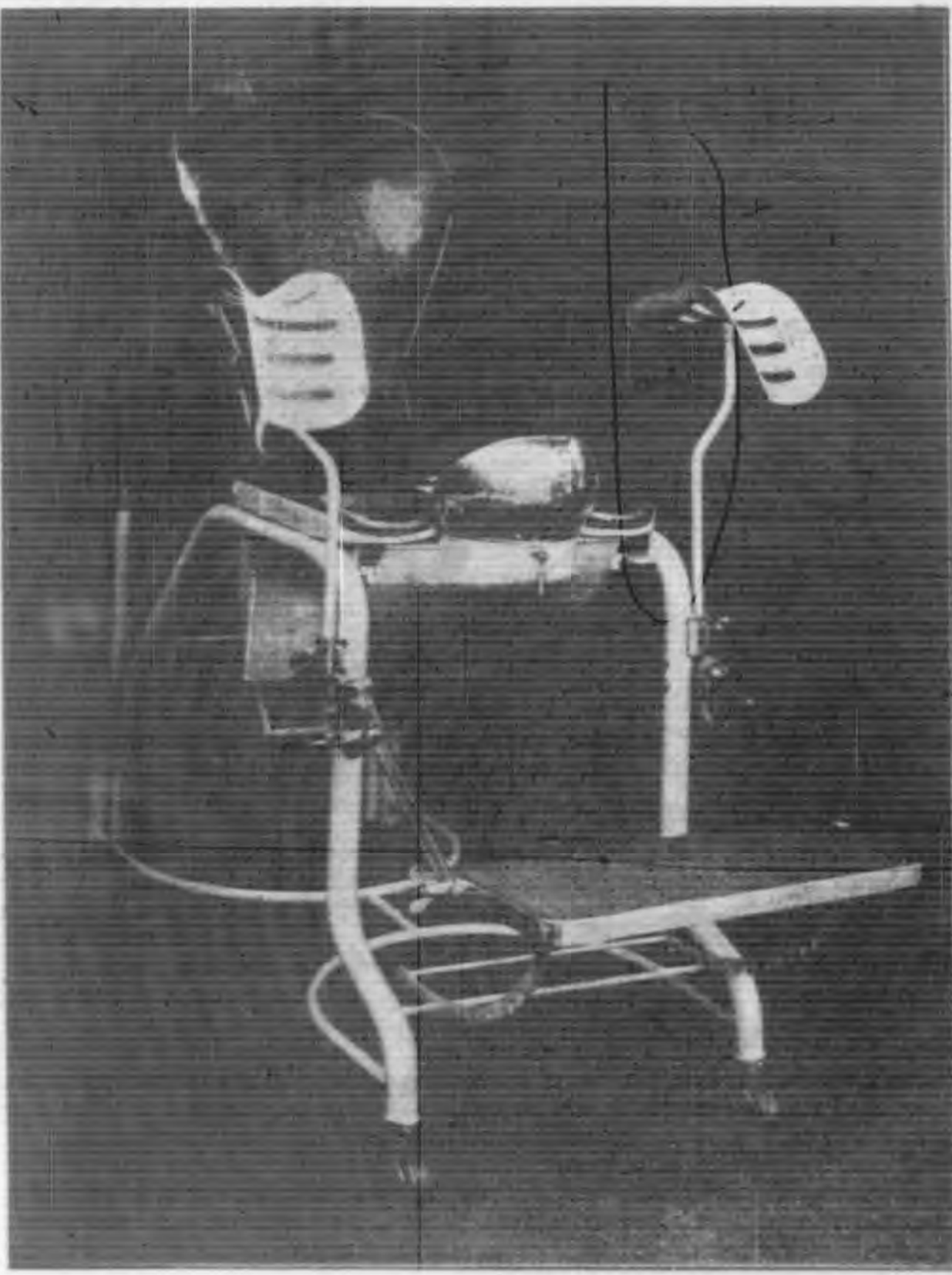
N^o 105



此椅為眼科及耳鼻喉科用
 輕便手術椅座高公尺四寸
 八分可陞至六寸五分巧小
 玲瓏異常適用無論病者體
 格大小胖瘦均能適合且動
 轉伸縮靈活無比完全為鋼
 鐵質外傅白色漆
 每座洋貳拾捌元
 外加鋼鐵質小凳一具可以
 上下
 每只洋捌元

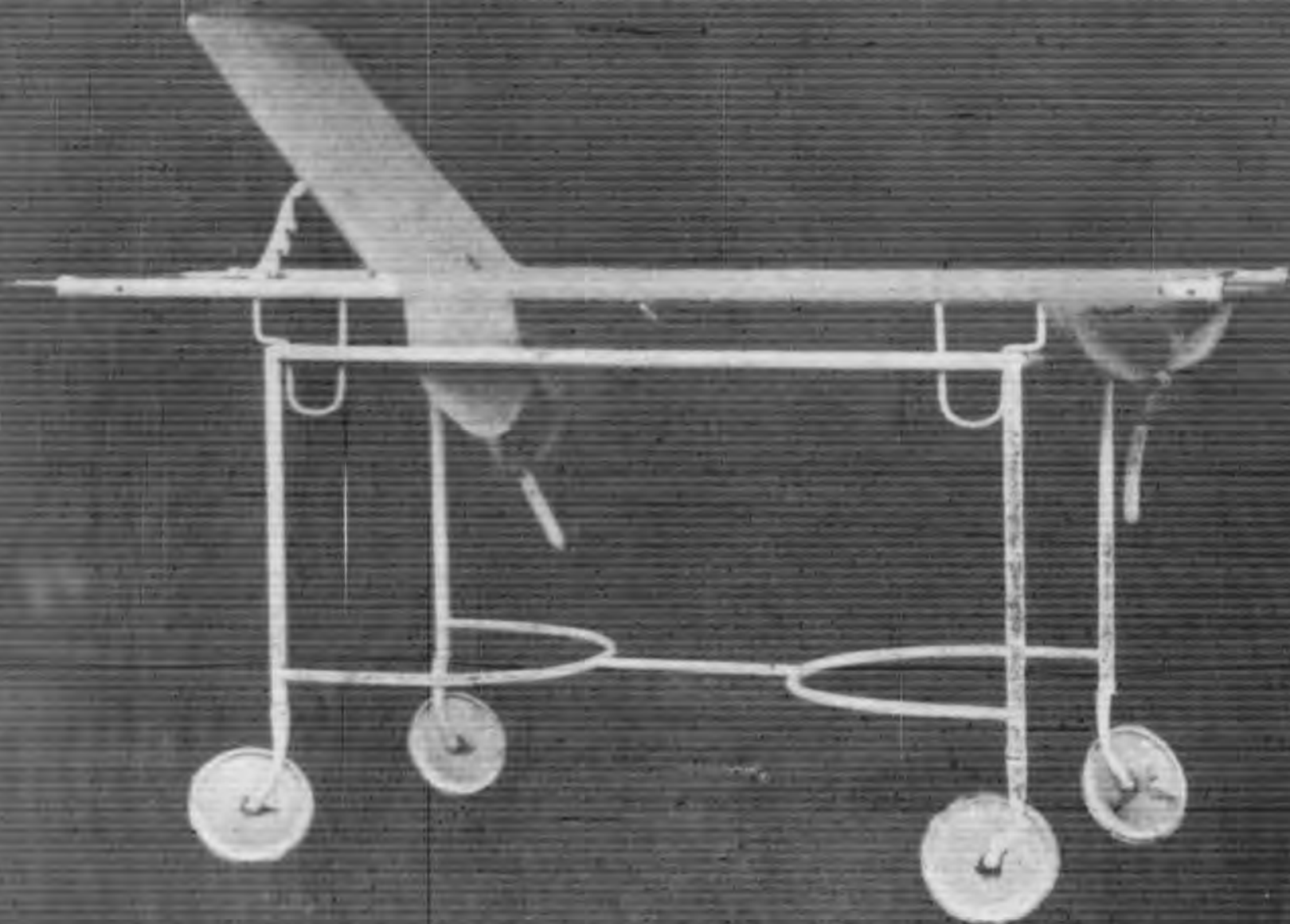
N° 102

此椅爲尿道科及花柳病科兩用式最便
於診察洗滌之用背墊爲皮質可隨意起
落背後有洗滌器支架可上下移動高公



尺六寸五分架爲鋼鐵管及
鐵板質外備白色漆

每座洋伍拾元



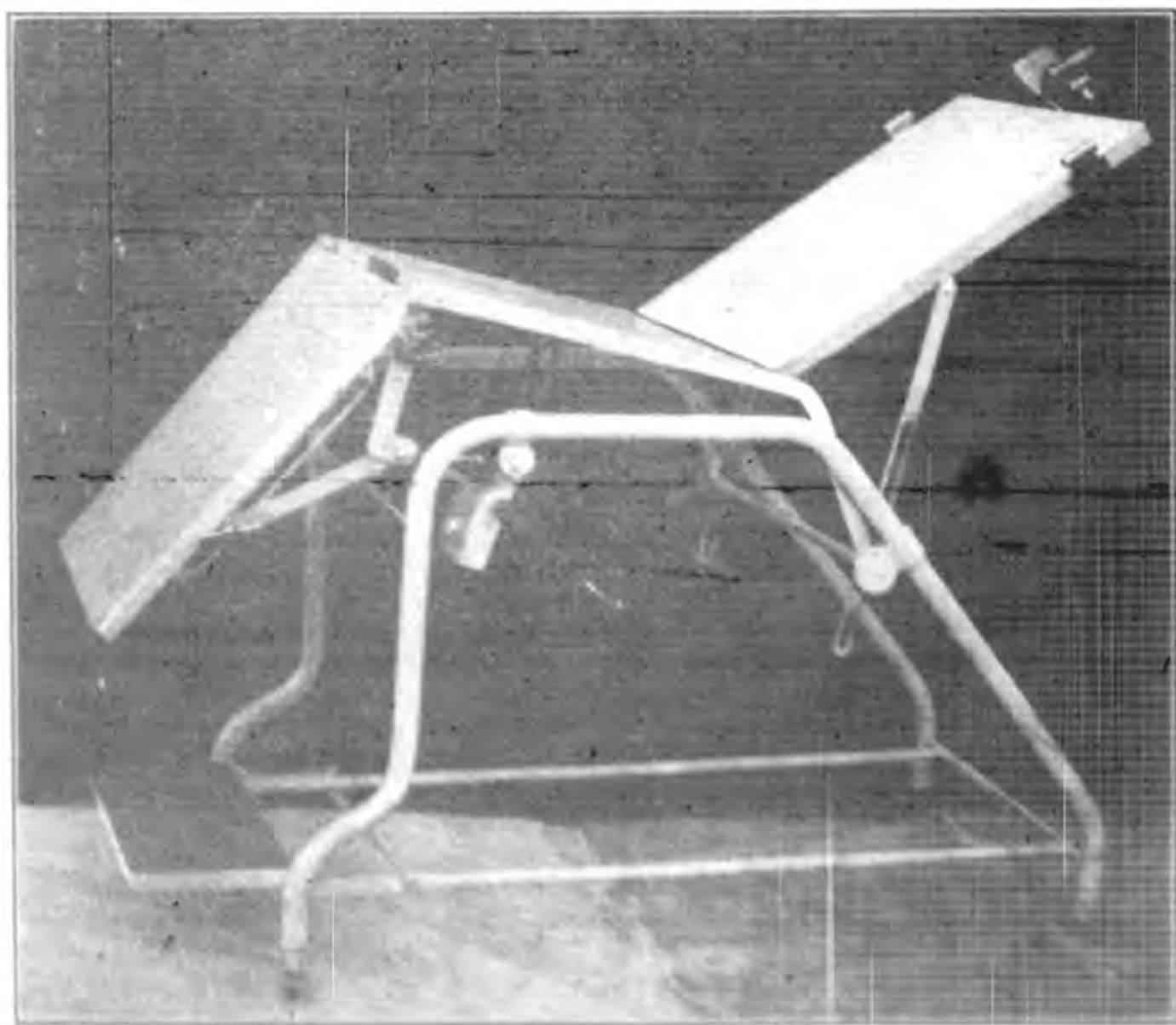
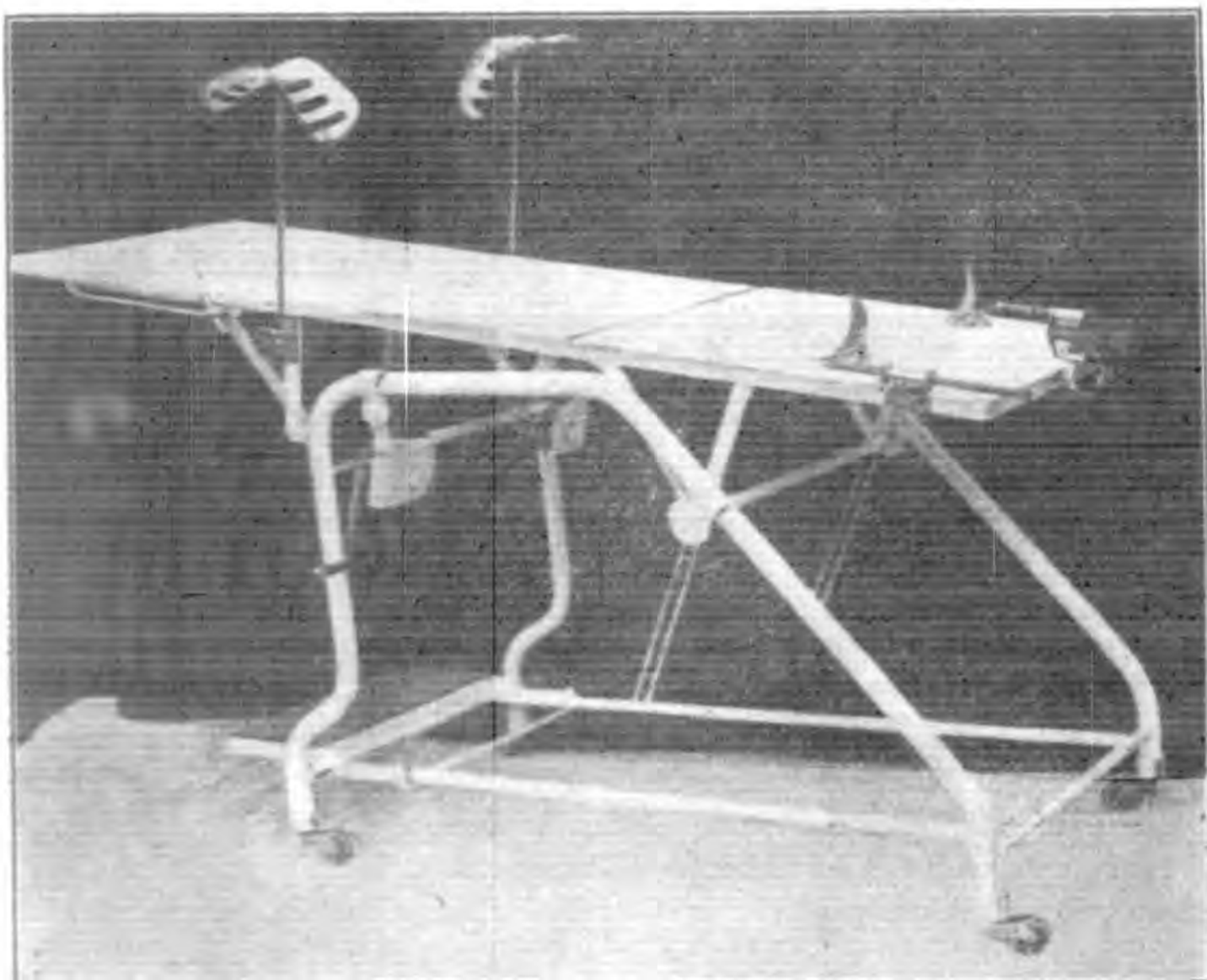
N^o 103

此床為担架及急救
 手術之用在醫院中
 推送病人最為適宜
 高公尺八寸長一尺
 二寸寬六寸四分床
 面為白帆布質有皮
 絆可隨意脫卸洗滌
 並可捆束病者衣衾
 架為鋼鐵管質外傅
 白色漆

每架洋肆拾伍元

N^o 104

此臺為外科割症及婦科兩用
式高公尺九寸寬五寸長一尺
七寸可折疊分為三段前後



可隨意上下平臥兩宜完全為鋼鐵質
外博白色漆面上覆以金屬板隨時洗
刷不污

每架洋捌拾伍元

PROLABO

Société pour la fabrication et la vente des produits
et appareils de Laboratoire RHONE-POULENC

12, Rue Pelée-PARIS

Chemical Products

Reagents Guaranteed Pure

Miscellaneous Products for Research

Special Organic Products for Research :

Cyclic carbides

Cyclic alcohols and Ketones

Cyclic ethers

Fatty Ketones

Aromatic Ketones

Special Reagents for analysis (in solution)

Toxicological Reagents

Titrated Liquors and Reagents (volumetric analysis)

Indicators for volumetric analysis

Indicators and colorimetric scales

Stains (French R. A. L.) for Bacteriology,

Haematology, Histology

Stains (in solution)

Solutions for the separation of mixed minerals

Chemicals for calorimetric determinations

Test Papers

Sets of Reagents

French "Standard Samples" of Steel for analysis

Reagents for Metallography

Collections of Samples of iron, cast iron and steel for
Metallography

Mineralogy (collections of Minerals)

Crystallography

Mineral cabinet for blow pipe assays

Collections of Minerals and Fossils

Rocks (collections)

Palaeontology and Prehistory

Precise Chain Balances

Complete installation of Laboratory apparatus

REPRESENTATIVE FOR CHINA & HONGKONG.

P. J. KLINK

3 EDWARD EZRA ROAD

SHANGHAI

海昌洋行

上海新康路三號

魯衛洋行

TOPOREALTY

朱葆三路廿五號

25 Rue Chu pao san

電話 八三三〇六 Tel. 83306
73308

Etudes et Travaux topographiques, Calculs pour
Bâtiments et Ouvrages d'art

主任 土木工程師 衛葆賚

地產部

測量地產 劃分經界
鑑地產糾葛及地產買賣

機械部

經售經緯儀器 三角測量儀器 及
準確鍍鋼尺等 并獨家經售法國雷
克斯電光晒圖機

建築部

設算鋼鐵建築 及鐵筋土建築

Agents du Service géographique de l'Armée française

德威洋行

經 售

電 機 馬 達 火 表
狄 塞 爾 引 擎
給 水 工 程 幫 浦
五 金 原 料
化 學 藥 料
紡 織 機 械

HARDIVILLIERS, OLIVIER ET C^{ie}

上海滙豐銀行二樓

電話 15074

患結核菌症者
請服
最有功效
之
“鈣化療劑”
TIDICAL
三鈣劑

函索即奉
詳細說明



為有效
用治肺癆潮熱及傷寒溫熱
阿斯匹靈之功效而無其副作用
克利金有安知必靈霹拉密藤

法商百部洋行獨家經理
上海廣東路一號

退熱止痛 克利金

CRYOGENINE-LUMIERE

佝僂病

最新
治療

詳細說
明書函
索即寄

維他司德靈

Vitasterine
"BYLA"

D 命他維即

Vitamine D

各大藥房
均有出售

上海廣東路一號
百部洋行藥品經理

法國皮拉大藥廠製

中法實業公司

MINUTTI & C^{IE}

土 木 工 程 師 建 築 師

四川路 668 號 九樓

電話 14282

專 門 工 程

鐵 筋 混 凝 土

鋼 鐵 建 築

工 業 建 築

給 水 工 程

棧 房 大 廈

橋 樑 碼 頭

房 基

震旦大學理工雜誌章程

- (一) 本雜誌定名「理工雜誌」每學期發行一次以砥礪學業發揚校譽為宗旨
- (二) 本雜誌於校長及理工學院教授指導主持下成立
- (三) 本雜誌為理工學院同學所公有故皆有愛護及投稿之義務
- (四) 投稿以關於數學物理化學工業工程者為限個人研究學術介紹及西文繙譯皆所歡迎惟譯文當附原本或註明著作人書名及出版處
- (五) 來稿以華文為限文題以簡明為主字句蹣跚者得請作者改正之
- (六) 本雜誌得徵作者同意而修改其作品
- (七) 稿件取否由校長及本院教授決定之
- (八) 投稿如經本雜誌編輯人認為甚有價值者由本校負責發行單行本
- (九) 稿件登載後版權仍歸著作人
- (十) 稿件一經發表後由本校畧致薄酬其成績優越者由校長親致名譽獎品以茲鼓勵

理 工 雜 誌

Revue Scientifique et Technique

廣告價目表

地位	全面		半面	
	底封面之外面	前封面之內面	底封面之內面	正文前及正文中
	四十元	三十元	二十五元	十五元
		十五元	十三元	八元
				十二元
				正文後

廣告如有圖畫需另行製板者
每方英寸收製板費一角但如
連登四期以上者則免收製板
費

用彩印或長期廣告價目另議

中華民國二十四年元月一日出版

每册實價大洋四角五分

郵費五分

上海呂班路二二三

編輯者 震旦大學理工學院

發行者 震旦大學理工學院

上海徐家匯土山灣

印刷者 土山灣印書館

代售處 各大書局

本刊照片文字

一概不准轉載

勒吐精代乳粉

育無 嬰異 珍母 品乳

今伊 終日 嬉躍 矣！

此語每指食勒吐精代乳粉之小兒而言諒君必常聞之以勒吐精代乳粉喂哺之小孩其精力必充足而消化器官毫無阻礙蓋此粉之製造方法特別研究使小孩食之易於消化



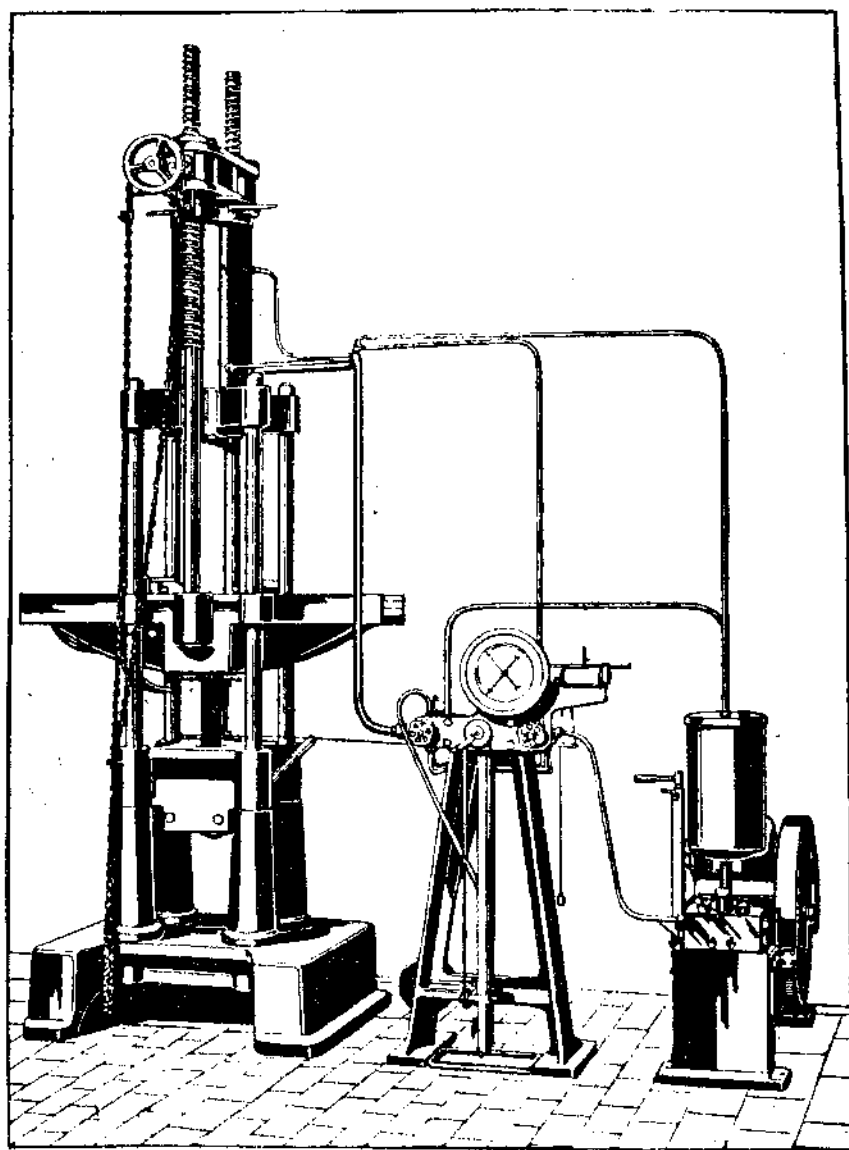
樣品券
 奉上郵票兩角請寄
 勒吐精一罐及育
 嬰指南一冊此致
 上海郵政信箱七〇
 五號
 英瑞煉乳公司
 姓名
 住址

Amsler Tensile Testing Machine.

with arrangements for Compression, Transverse and Bending Tests.

Type 50 ZBDA 223

此圖係瑞士挨姆司拉廠製之統用試驗機裝以鐘擺式量力表
及用電氣馬達拖動之九號油邦浦



遠東總經理

瑞商

華

嘉

洋

行

上海廣東路二號二樓 電話一八六八八