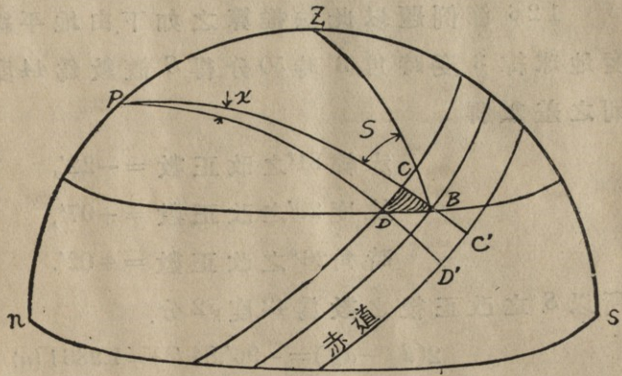
分數取出相當角之表列數值,然後再取分別與緯度赤緯及時角之分數相當之比例數,用代數法加於前得之角,即得所求之角.若於最相近之表列數取角之數值較由次小整數取值尤爲精確.該公報內緯度與赤緯正負號相反時之查角法須改變之如下.即調換緯度赤緯如前但依時角之補角數值(Supplement)查表列之角即得所求之 S 角.



第七〇圖

設二星赤緯相等,於某時其高弧相等,A 星在子午圈東 B 在西.若 B 之赤緯增大佔 C 位置,則星之時角亦必增大 x 角俾仍能在該高弧等圈上.x 角之半數乃所需之改正數也.第七〇圖 BC 爲赤緯之增大數,BD 爲過 A、B、D 之高弧等圈,CD 爲赤緯等圈之弧,乃星至 BD 高弧等圈所必經之路,BD 弧及 CD 弧非大圈之弧,故三角形 BCD 非弧三角形.然用工程家轉鏡測星縱以 BCD 爲弧三角形或竟以爲平三角形亦無顯著之差錯發生.ZBP 爲 S 角而 DBC 角爲 90 度$-S$,則 CD 弧之長爲 $BC\cot S$,即 $(d_w-d_e)\cot S$.P 角同於 $C'D'$ 弧並等於 $CD\sec d$.若以角之分數計 (d_w-d_e),時之秒數計改正數,則

$$改正數=\frac{x}{2}=2(d_w-d_e)\cot S\sec d \cdots\cdots\cdots (94)$$

d 須視爲兩赤緯之中數.推求 S 角所用之時角乃兩赤經較之半數改正以鐘表時間之半數.定等高弧改正數之三角方式爲

$$\tan\frac{\triangle t}{2}=\sin\frac{\triangle d}{2}\cot\frac{1}{2}(S_1+S_2)\sec\frac{1}{2}(d_1+d_2)\cdots\cdots\cdots\cdots(95)$$

若以弧代式內之正弦正切,則化為上一式矣;惟 S_1 與 S_2 之中數不盡同於由時角中數得來之 S 數值耳.

126 節例題以此法推算之如下.由地平經度表用赤緯 42 度地球緯 3 度時角 3 時 50 分得 S 概數為 44 度 05 分,再由其表列之差數得

赤緯 $21'$ 之改正數 $=-22'$,

緯度 $20'$ 之改正數 $=+07'$,

時角 26^s 之改正數 $=+02'$.

所以 S 之改正後之數為 43 度 52 分.

$$2(d_w-d_e)=-96'.84\quad \log=1.9861\,(n)$$

$$\log\cot S=0.0172$$

$$\log\sec d=0.0007$$

$$\log\text{改正數}=2.0040\,(n)$$

$$\text{改正數}=-100^s.9$$

用工程轉鏡測星,若兩星之赤緯較數不過 5 度並其他情形亦均有利,則此法之推解已足精密.若用大儀器作精細之測量,則此式不能切實無差矣.

等高弧法同於其他前述之法,測低高弧之星得數較為精確.

§129. 星過預定界點定鐘率法　察看某恆星（不能用行星）行過指定精確界點之時刻,無須知鐘表之差數卽可定鐘表之行率.逐夜仰觀天空認定一星.當注目於某定點時,該星或為房或為他物所遮,卽已完成所測矣.蓋因星逐夜於恆星時之同時刻行過該指定之界點也.若鐘表所記之時為恆星時,則該星行過該點之時刻逐日相同.若所記之時為平時,則每恆星日

鐘表縮3分55.91秒,故次日之鐘表讀數少3分55.91秒.所以若於某夜察看該星行過界點之時刻,則求以後某夜該星行過該點之時刻可以相間之日數乘3分55.91秒,由該察看之鐘表時刻減去之卽得.該後某夜之察看時刻與算得時刻之較數除以相間之日數,卽爲鐘表每日之贏縮數.數星期後該星將於晝間過該界點.故須於該時未到前換認另一星之能於是夜行過該定點者.是此法可行之永久矣.

§130. 美國授時事務 美國標準時係在其海軍觀象臺測星定之.既定之後,傳知落磯山東之各州.其傳法係用電信符號(Electric signals)由電信公司之路線傳之,並經阿靈吞(Arlington)及亞那波里(Annapolis)兩無線電臺接續傳之.其在落磯山西之標準時係在美鴉島(Mare Island)海軍場定之.

標準鐘(恆星時)之差數每月測定15次,測時用6個或12個中星,並用兩架測儀以校對之.一爲六英寸轉鏡,一爲較小之儀,可於每星一組測視之中間反其位置而測之.

當放送電號時用記時圖同時記錄放送鐘與恆星鐘之時以比較之.既得放送鐘之差數,乃用該鐘備有之自動機件增進或減低其速率.一俟記時圖之比較指明放送鐘業已校正該機件,卽自動的停其工作.放送鐘乃送其符號經由繼電器轉爲電信符號及無線電符號.

爲察驗並存記所送符號之差錯起見,乃在觀象臺處收受其符號記於記時圖上.故放送鐘差及符號差均有記錄備求精確數之用.但時之符號差甚少達十分秒之一者.

午時之符號於每日東方時12時放送.自11時55分起卽開始送放符號,至12時爲止.此項符號可由電信局或火車站之音機(Sounder)聽之.音機每一秒鐘有一滴答之聲.每分鐘之末先有

五秒之無聲時間，卽自第五十五秒至五十九秒免去滴答之聲，用以表示該分鐘之終了將至；惟午時之符號乃先之以10秒之無聲時間．同樣之符號於東方時下午10時放送，其放送恆由無線電臺繼續傳遞，故能於收音機聽之．

第十章

測經度法

§131. 量經度法　兩處經度之較數可以同時兩處地方時之較數定之.其最要之法卽將此處計時器帶至他一處,並在兩處定準該器對於地方時之差數;然同時以電信比較兩處之時,乃爲最精確之法.由月之位置如月中天、月食、月掩星等,亦可得兩處經度較.由木星之衞星食或地面其他之標記亦然,惟皆欠精確耳.

§132. 移送計時器定經度法　鐘表在第一處子午圈之差數由測定之地方時刻定之.乃將該鐘表移送至第二處,再測定鐘表對該子午圈之差數(有時仍送回該鐘表於第一處重測其差數以定其速率).若該鐘表記時完全準確,則兩處改正數之較卽兩地經度較也.設第一處居東,第二處居西,命 r 爲鐘表速率,縮時爲正,贏時爲負. c 爲在東處之改正數, c' 在西處之改正處, d 爲兩測時相間之日數, T 爲鐘表在第二處之讀數,則經度較得之如下:

$$西處地方時=T+c',$$

$$東處地方時=T+c+dr,$$

$$兩時較數=經度較數=c+dr-c' \cdots\cdots\cdots\cdots (96)$$

反之,若先測西處後測東處者,亦得此式.

若鐘表所記之時爲平時並測星定其對於平時之差數,則須知兩地之經度確較俾得改正太陽之赤經.若所記之時爲恆星時且測定該鐘表對地方恆星時之差數,則無須知經度矣.

爲核對鐘表速率起見,乃將其鐘表攜回原處重測定其地

方時.若其速率均勻,則用所得之中數可消免測定之差錯.此法雖不如電信法之精確,然於兩處用數個鐘表往復測之亦能有良好之得數.用之於海上測量及探險測量尤爲適宜.

例題　測 A 子午圈處地方平時得鐘表慢 15 分 40 秒.在其西 B 點處該鐘對地方平時慢 14 分 10 秒.此鐘表之速率爲每日贏 8 秒.第二測視係在第一測視之 48 時後.所以經度較數爲

$$+15^m40^s-2\times8^s-14^m10^s=1^m14^s.$$

故 B 子午圈比 A 子午圈偏西 1^m14^s 或 $18'30''$.

§133. 電信定經度法　在兩地測中星定其恆星時.測時用可移動之大轉鏡,並用聯於斷電流(Break-circuit)時辰儀之記時器記錄其所得.測星之選擇須使得定測儀差錯,俾可消滅其對得數所生之影響.分星爲兩組,軸在正位測其半數,反之測其半數.如此可定其視物線差數.每半組之星有在天頂北者,亦有在南者.此兩組星中天時刻之較數可定其經度差數.其斜角差數可用跨置水準定之.

兩時辰儀之改正數既已確定.乃聯兩記時器於幹綫(Main line),用電信紐(Telegraph key)屢通其電流,或屢斷其電流,以發送符號,此符號並皆記錄於兩記時圖上.爲消免因符號傳送時間(曾經試驗需 0.05 秒鐘由華盛頓達加里佛尼亞哈密爾敦山立克觀象台(Lick Observatory, Mt. Hamilton, California.)所生之差數起見,先由東向西傳送電號,次由西向東傳送之.若其差錯不變,則兩得數之中數即無該差錯矣.人爲的差錯向以交換測者消滅之,今則改用掉換轉鏡量微器矣.迨諸測得數業已改正經度、視準線、水準諸差數及已得時辰儀對地方恆星時之差數後,其發送於幹線之每一電號必與東處某恆星時刻相當而與西處之另一恆星時刻相當.此兩時刻之較數,即經度較數之以

時表之者也.

自1922年美國各地之經度皆準華盛頓由收受無線電時刻符號定之.如此則只需一觀測所,省費不少矣.

用此法定經度較數其差約為0.01秒,在地面僅約差10英尺耳.

§134. 時刻信號定經度法(信號即符號) 若測者能由無電信局或鐵路車站或無線電傳來之午時信號或下午10時信號得知標準時,即可得其經度概數.並可依第九章所述諸法定其地方時.此地方時與信號之標準時之較,即加於標準經度以得測者本處經度之數也.

例題　太陽高弧27度44分35秒,緯度42度22分北,赤緯19度00分09秒北,時差＋3分38.8秒,鐘表讀數4時18分13.8秒.由此諸數得地方平時4時33分43.9秒,證明鐘表慢15分30.1秒.與電信局午時信號比較之知鐘表較標準時快6秒,則推定其經度如下:

$$
\begin{array}{ll}
\text{地方平時改正數} & = +15^m 30^s.1 \\
\text{標準時之改正數} & = -00\ \ 06\ .0 \\
\hline
\text{經度較數} & = \ \ 15\ \ 36\ .1 \\
 & = \ \ 3^\circ 54' 01''.5
\end{array}
$$

$$\text{經度} = 75^\circ - 3^\circ 54' = 71^\circ 06' \text{ 西}$$

§135. 月中天定經度法 太陰繞地球旋轉一月一周,其在諸星間位置屢變,然其行動之規律現已大著.其在格林維基每日每格林維基民用時所佔之位置可於三年前推定之載於航海通書中,所載位置係由地心所見者.故測得之位置須改正其視差.由測視可定太陰在諸星間之位置,即可推得與此位置相合之格林維基民用時.

測定太陰過子午圈之赤經可得知經度,此法宜於用工程轉鏡,探險家常用之.法先測定太陰中心之赤經以推格林維基民用時之時刻,以此時刻與地方民用時時刻較即得本地經度.

置轉鏡於子午面內測視太陰光亮邊緣中天之時刻,並即測視與太陰赤緯略同之數星之中天時刻.曆書中太陰中天表指明何緣可測(I緣或II緣).所得太陰中天與某星中天相間之時數加於該星赤經,或由該赤經減去之,即為太陰邊緣之赤經.由諸星之赤經數取其中數較用一星之赤經為善.求太陰中心赤經,須由曆書太陰表取用半徑過子午圈之恆星時間作為測得赤經之改正數.推算該改正數時已嘗顧及太陰在該短時間內赤經之增進數.故改正後之赤經非太陰邊緣中天時其中心之赤經,乃太陰中心中天時其中心之赤經.若測其西緣須加之,若測其東緣須減之.得數即為太陰中心中天時之赤經,亦即該時刻之地方恆星時也.與此時刻相當之格林維基民用時由表列太陰每時赤經數依間求法推得之.先由表尋出其次小的赤經及其每分變數.由測得之赤經減去此赤經以每分變數除其較數,此所得之分數加於表列格林維基民用時之時數(與次小赤經相當)即得與此地太陰中心中天時刻相當之格林維基民用時.若變率過快並須用精密之間求法,即由兩變率推得合於間求所跨時間中點之每分變數.然若用工程轉鏡作測視,則簡易之間求法亦足,無須用精密法也.

以格林維基時與地方時相較,須先變格林維基民用時為相當之格林維基恆星時.此恆星時與地方恆星時之較數,即該地準格林維基之經度也.

準備測太陰中天須先查曆書太陰中天表是否能測及約何時中天.其查中天時或查曆書中之華盛頓民用時中天時刻

或格林維基民用時中天時刻,此乃太陰在各該地之中天時刻故須改正其經度.推算太陰之視高弧並改正視差.太陰視差極大,若不改正卽不能出現於視場.其地平視差乘以高弧之餘弦卽所用之改正數也.在地上所見之太陰較在地心所見者爲低,故此改正數須由推得之高弧減去之.

太陰於每 1 分時約增進赤經 2 秒,故赤經微有差錯影響於經度者大約三十倍,所以此非精確之法也.然亦有利處,如因鐘表有變或因其他原故完全喪失其格林維基時之知曉,仍能以此法恢復之.

下爲用工程轉鏡測太陰中天定經度之例題:

例題　1925 年 7 月 30 日測太陰西緣中天定經度,鐘表太陰西緣中天時刻 $7^h27^m14^s$, 心宿一中天時刻 $7^h29^m20^s$.

心宿一	$7^h29^m20^s$
太陰 I 緣	7 27 14
時距	2 06
表三	0.3
恆星時間距	2 06.3
心宿一赤經	16 16 39.50
太陰緣赤經	16 14 33.20
半徑過子午圈時間	1 10.36
太陰中心赤經	16 15 43.56 = 地方恆星時

由曆書查得

7 月 31 日格林維基民用時	太陰赤經	每分變數
0^h	$16^h14^m37^s.54$	2.3986
1	16 17 01 .64	2.4049
	2 24 .10	63

$16^h15^m43^s.56$

16 14 37 .54

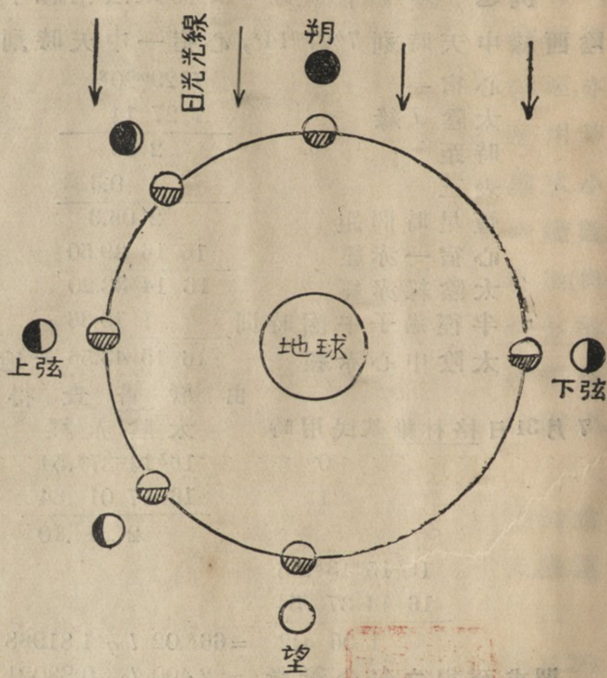
1 06 .02 $= 66^s.02$ log 1.81968　$\frac{33.0}{144.1} \times 63 = 14$

間求而得之每分變數 = 2.400 log 0.38021

1.43947

	$27^m.509$
	$=27^m30^s.5$
格林維基民用時	$=0^h27^m30^s.50$
太陽赤經 $+12^h$	$=20\ 32\ 23\ .49$
表三	$04\ .52$
格林維基恆星時	$20\ 59\ 58\ .5$
地方恆星時	$16\ 15\ 43\ .56$
經度	$4\ 44\ 14\ .95$西 $=71°03'45''$ 西

太陰在天球上每日東行約13度,因有此行,故其逐日中天時刻平均約遞遲51分.但因其軌道有偏心之故,實在遞遲之數與此平均數相差甚大.太陰軌道與地球軌道斜成5度8分之角.此兩面相交之線亦如春分點向西退行,惟周期則為19年.所以太陰之最大赤緯依照其軌道面及赤道面相與之位置從27度27分加5度08分變至23度27分減5度08分,即從28度35分以至18度19分.因太陽、太陰,地球三者相與位置之變

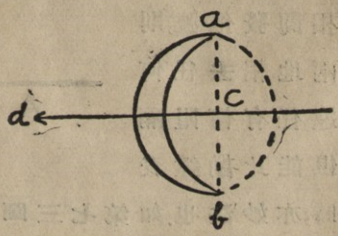


第七一圖

動甚速,遂致在地球上所見之太陰面屢易其量.故太陰現象逐日不同,名曰太陰之盈虧(Moon's phases),亦曰太陰之位相.第七一圖乃一月中三天體在各時之相與位置,圖外周圍之圓形表明地球上所見太陰之形象.

太陰之光輝純由日光之反照而成,日光不及之處黑暗不見.日光雖可及而與地面相背者,人亦不能見.太陰居於太陽地球之間時,其黑暗部分向地球,是謂朔月,亦曰新月(New moon).約一星期後月在上弦處,其受光之半面為人所見,是謂半月(Half moon).介於新月與半月之間者是為彎月(Crescent moon).自半月起再約一星期後見其受光之全面是謂滿月(Full moon).介於半月及滿月之間者是謂凸月(Gibbous moon).自滿月起約再二星期復為新月,其間所呈位相與前二星期相稱而次序相反.

太陰上明暗交界之線謂之明暗線(Terminator).明暗線恆為半橢圓線(斜見半圓線卽成半橢圓線).故受光之面恆為半圓面加或減半橢圓面所成(如第七二圖).聯月尖(Cusps)之 ab 直線恆垂直於向日之直線,其兩角尖(Horns)則恆在日之對方(卽恆背日).



第七二圖

上弦之半月約在午後6時中天,滿月在夜半中天,下弦之半月約在午前6時中天.雖所見月之受光部分屢易,而月向地之部分則恆不變,因月繞其軸每一太陰月僅轉一次也,故約月之半面永不為吾人所見.

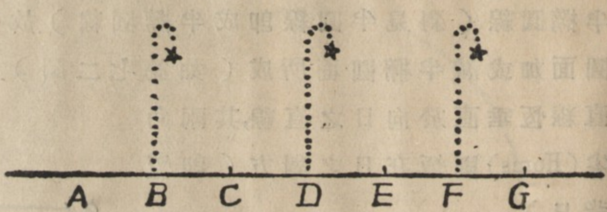
§136. 測太陰去恆星距離定經度法　在海上難於用轉鏡測月,但能用六分儀測月與其行徑鄰近恆星之距離,此測得之距離當然不同於在地心所見者,然可依算法由測得之距離推

得在地心所見之距離.以此推得之距離與曆書或航海通書所載之距離相較,乃得與測定距離相合之格林維基民用時.以此時與測時本地民用時刻相較,即得其準格林維基之經度.

§137. 太陰掩星定經法 太陰在行徑中有時遮蔽恆星使其暫時隱沒,謂之月掩星.當恆星隱沒時,月與該星之距離同於月之視半徑.如此則得自量之太陰距離.惟月邊有出入,故被掩之星去月心之距離非恆等也.

§138. 花爆信號定經度法 二地相距不遠可互見所發之花爆或其他之信號.各以法測定本處之時正其鐘表.甲地驗鐘表至某時即發標以報乙地,乙地即驗鐘表.察二地之時較,即知二地之經度較.如累次測時連發信號以相比勘,則鐘表之差可消盡,俾得數不因之而生差則尤妙.

若兩地相距較遠,可於中間另取一地發放信號,令兩地皆見之.或兩地中間取相連數地,相間發信號,則兩地相去任何遠任有何阻隔俱能比勘鐘表時,亦妙法也.



第七三圖

如第七三圖 A、G 為最遠二地,中間取 B、C、D、E、F、五地,各地皆先測時正其鐘表.B 地於某時發放花爆,A、C 二地各驗鐘表;D 地於某時又放花爆,C、E 二地各驗鐘表;F 地於某時又放花爆,E、G 二地各驗鐘表.則 A、C 兩地兩鐘表時之較數望 B 信號而定;C、E 二地鐘表較數望 D 信號而定;E、G 二地鐘表較數望 F 信號而定.并三較數即得 A、G 二地之鐘表較數,B、D、F 三地以次發信號,每次遲早相去不及15分鐘.鐘表差錯不

大,又累次連發,則得數可不因之而生差.

§139. **月食定經度法**　月入地影成月食乃半地球於同時共見之現象,故記各本地月食時刻而比較之,即得各地彼此經度之較數.如與格林維基所記月食時刻較即得本地準格林維基之經度,惟地之陰影邊不甚分明,極難得銳利之測定耳.

§140. **木星月食定經度法**　木星月食半地球同見之,乃天然之信號也.且食之次數極多,幾夜夜見之;惟亦與月食有同樣之缺點.

§141. **流星定經度法**　流星自發光至隱歷時無幾,二地相距雖遠至一千華里可同見之.立秋後二、三兩夜,立冬後五、六兩夜流星極多,可預期約同測之.

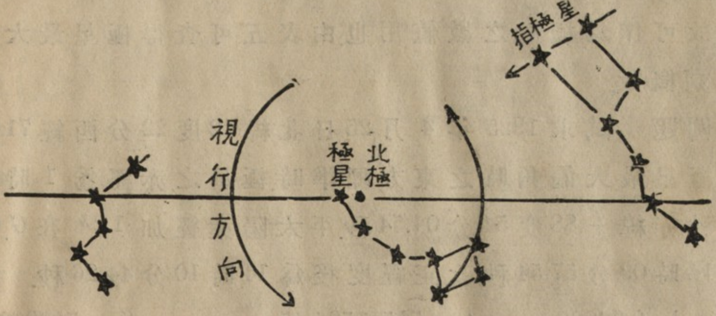
第十一章

地平經度測法

§142. 地平經度之測定　確定直線之地平經度或子午圈之方向乃測者常事.陸地測量須依經緯度建立三角測場.其天文位置及地面位置固同應確定.然在工程測量如測地勢等,則恆需地平經度之測定.在粗簡及區域較小之測量固可不用眞子午圈及眞地平經度而用磁石子午線.此在當時可省許多困難,然又能生困難於將來.現今測量區域愈推愈廣,且彼此相聯,更不時復測.若不用眞子午圈,則難於一貫.故眞子午圈之需要於今爲烈也.

§143. 地平經度標誌　夜間測定物之地平經度頗難,或竟不能直接注視該物,故須預立一晝夜能見之特別標誌.欲測物體之地平經度,乃於夜間測該標誌之地平經度,於晝間量該物體與標誌間之角度.置燈於箱內,穿一小口俾得見其光,卽可作標誌之用.所開之口,依測視之距離遠鏡之能力等等而變.欲求工作精確,該口所張之角不能大過0.5至1秒.如能置標誌於相當遠處,俾測者於測星之後不變其遠鏡之焦點,卽轉測該標誌方爲適宜.用大遠鏡時標誌須置於一英里處,若用工程轉鏡,則可置於較近之處;然實際測場左近之地形多有不容置於所需之遠之情勢者.

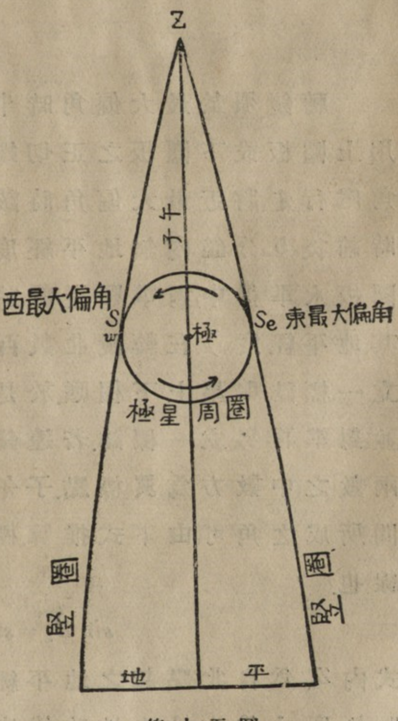
§144. 極星在最大偏角時之地平經度　若正當北極處有星可用轉鏡更迭測視北極及預立之標誌,則星與標誌之刻圈讀數較卽爲標誌之地平經度.惟當極處無星,只能測其左近之星.故須記測視該星時之時刻以推算該時刻星之地平經度,方



第七四圖

能得標誌之地平經度.

於極星或近極星在最大偏角時測視之以定子午圈方向是爲法之最簡而較確者（見21節）,其在測時之天象可由第六〇圖及第七四圖見之.極星若在北極西則北斗七星在右,仙后座在左.求其最大偏角時之準確時刻,可先推算其在最大偏角時之恆星時,化爲地方民用時,然後再化爲標準時.



第七五圖

推求最大偏角時刻須先用(28)式算時角 t_e,並化爲時分秒單位.若用西最大偏角,t_e 卽爲其時角;若用東最大偏角,24減 t_e 爲其時角.加時角於赤經,卽得恆星時.在緯度30度及50度之間,極星之 t_e 之平均數值約爲恆星時5時56分或平時5時55分.此爲估計最大偏角時刻甚確之數.其逐年之變易及因緯度之變易均極

微小.故可作為極確之數值用也.由表五可查得極星最大偏角之時刻概數.

例題 試求1925年4月25日北緯42度22分西經71度06分處極星最大偏角時之東方標準時.極星之赤經為1時33分27.15秒,赤緯+88度54分04.54秒.平太陽赤經加12^h在$G.C.T.$0時=14時09分57.54秒,改正經度後為14時10分44.26秒.

$\log\tan l = 9.96002$

$\log\tan d = 1.71717$

$\log\cos t_e = 8.24285$

$t_e = 88°59'51''.7$

$= 5^h55^m59^s.45$

$t_e =$	$5^h55^m59^s.45$
$r =$	1 33 27 .15
$S =$	7 29 26 .60

$S =$	$7^h29^m26^s.60$
$r_s + 12^h =$	14 10 44 .26
恆星時間距 =	17 18 42 .34
表二 =	2 50 .17
地方民用時 =	17 15 52 .17
經度較 =	15 36 .00
東方民用時 =	17 00 16 .17

轉鏡須於最大偏角時半點鐘前安妥,使平髮線平分該星.用上圜板或下圜板之正切螺旋使之移動,以追隨星向最大偏角處行走.將近最大偏角時該星幾若豎行,是以約在最大偏角時前後5分鐘內無地平經度之行動.於最大偏角時5分前,使圜板水準得中,對準豎髮線於該星.乃低其遠鏡(切不可擾動其地平經度)在轉鏡北數百英尺外,定準該星下照地面之處立一標誌與星上下相應.於是反轉遠鏡,重整水準,重測準極星,並對準再另立一標誌.若遠鏡調置有誤差,此二標點不能合一.兩數之中數方為真標點.子午線與標誌線(星之地平經度)間所成之角可由下式推算.標誌線者由測處至標誌所聯之直線也.

$$\sin Z_n = \sin p \sec l \qquad (29)$$

式內Z_n為自北點起之地平經度(或向東或向西),p為星之距極度,l為本地之地球緯度.距極度可由曆書中查得赤緯從

90度減去之卽得.亦可由表 L 查得,惟約有30秒之誤差.緯度可由地圖查得,或測得之.緯度可無須精確,因微分(29)式可證明 l 誤差 1 分,僅使極星之地平經度 Z_n 在美國緯度界內生約 1 秒之差數也.

上所述者乃通用之法,可用於任何近極星.極星在 1925 年之距極度約爲 1 度06 分.如用下式,雖屬簡略亦頗準確.

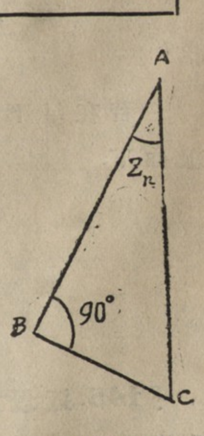
$$Z_n'' = p'' \sec l \qquad (97)$$

式內 Z_n'' 及 p'' 皆爲弧之秒數.

表 *L*.　極星平均距極度表

年	平均距極度	年	平均距極度
1924	1° 06′ 07″.3	1933	1 03 22.5
1925	1 05 48 .9	1934	1 03 04.3
1926	1 05 30 .5	1935	1 02 46.1
1927	1 05 12 .2	1936	1 02 27.9
1928	1 04 53 .8	1937	1 02 09.7
1929	1 04 35 .5	1938	1 01 50.5
1930	1 04 17 .2	1939	1 01 32.3
1931	1 03 59 .0	1940	1 01 14.1
1932	1 03 40 .7	1941	1 00 55.9

此算得之 Z_n 可於晝間(夜間亦可)用轉鏡定準所在.如一次不得定準可重定之.或用卷尺先量測處至標誌之距離,由此距離及星之地平經度算得一垂直勾線(Offset),再用卷尺由標誌量度勾線以定子午圈之一點,卽得所求之眞子午線.如第七六圖 A 爲測處,B 爲標誌,C 爲標誌線.或用轉鏡定準 BAC 角同於星之地平經度.或由 AB 之長及星之地平經度算得 BC 之長.BC 垂於 AB,用卷尺度



第七六圖

其長得 C 點. AC 卽眞子午線也

通常多不測定子午線而用定點以代之.量得星在最大偏角時與該定點所成之地平角,倂於星之地平經度,卽得定點在地面上之方位（亦曰方向）,亦卽定點之地平經度也.因星之地平經度變易極慢,頗有時間容復測數次直至地平經度將差 1 秒或 2 秒時方止.在緯度 40 度處星在最大偏角時前後半點鐘內約差 1 秒.其變數與去最大偏角時之時距平方成比例,其慢可知矣.轉鏡調置之誤差,可用遠鏡反正位置測法以消盡之;惟每次向星作測之前,須重使水準居中.

例題　推算 1925 年 4 月 25 日北緯 42 度 22 分處極星在最大偏角時之地平經度,極星之赤緯爲 +88 度 54 分 04.54 秒,距極度爲 1 度 05 分 55.46 秒 =3955.46 秒.

依(29)式

$$\log \sin p = 8.28272$$
$$\log \sec l = 0.13145$$
$$\log \sin Z_n = 8.41417$$
$$Z_n = 1°29'13''.6$$

依(97)式

$$\log p'' = 3.59720$$
$$\log \sec l = 0.13145$$
$$\log Z_n'' = 3.72865$$
$$Z_n'' = 5353''.6$$
$$= 1°29'13''.6$$

若在星下所立之標誌距測儀處 630.0 英尺,則求其垂直勾線如下:

$$\log 630.00 = 2.79934$$
$$\log \tan Z_n = 8.41432$$
$$\log \text{勾線} = 1.21366$$
$$\text{勾線} = 16.355 \text{呎}$$

§145. 近最大偏角時之測視　若於近極星最大偏角時數分內作測視,並記其測視時刻,則測時星之地平經度可化爲在

最大偏角時之地平經度.所用之改正數由下式推算之:

$$C=112.5\times3600\,\sin 1''\,\tan Z_e\times(T-T_e)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(98)$$

式內Z_e爲最大偏角時之地平經度,T爲測時之時刻,T_e爲最大偏角時之時刻,$T-T_e$須爲恆星時之分數,改正數爲角之秒數.曆書中表V_a或本書中表六載有各相距時分之改正數,可查用也.

例題　由標誌向右至極星之地平角爲2度37分30秒.測星時鐘表讀數爲6時28分00秒.西最大偏角時之鐘表時刻爲6時04分00秒.極星在最大偏角時之地平經度爲1度37分48秒.相距之時間爲24分平時,化爲24分05秒恆星時.與此時相應之改正數爲32秒.由標誌至星最大偏角位置之地平角爲2度37分30秒−32秒＝2度36分58秒.標誌之方位爲此地平角與星最大偏角時地平經度之和,即2度36分58秒＋1度37分48秒＝4度14分46秒,故標誌方位爲北4度14分46秒西,其意即標誌居於北偏西4度14分46秒之處也.

§146.近南極星最大偏角定地平經度法　前述之法,亦可用於近南極諸星.但因近極處20度以內無明亮之星,故測視不如在北之簡易,其得數之準確亦少差.星之距極度愈增,其在最大偏角時之高弧愈大,其逐日之旋動亦愈快.高弧增大,遂致不便於遠鏡指準,並增大測儀誤差之影響.因星旋動甚快,故須先知其最大偏角相值之時刻及在該時之高弧.

最大偏角時刻可照144節之法算得之,其高弧可用下式推得:

$$\sin h=\frac{\sin l}{\sin d}=\sin l\sec p.$$

若第一測視星在東最大偏角處下10或15秒,或在西最大偏角處上10或15秒,則尚有餘時反其轉鏡作第二測視.

例題　1920年5月31日測得標誌與三角形三(α Triangulum Australe)在東最大偏角時之平均地平角爲35度10分30秒,三角形三之赤緯爲－68度53分11秒,赤經爲16時40分18.5秒,緯度爲－34度35分南經度爲58度25分西.

推算其時刻高弧如下:

$$\log\tan l = 9.83849 \qquad \log\sin l = 9.75405$$

$$\log\tan d = 0.41326 \qquad \log\sin d = 9.96982$$

$$\log\cos t_e = 9.42523 \qquad \log\sin h = 9.78423$$

$$360^\circ - t_e = 74^\circ 33'.6 \qquad h = 37^\circ 28'.7$$

$$24^h - t_e = 4^h 58^m 14^s.4$$

$$t_e = 19\ 01\ 45\ .6$$

$$r = 16\ 40\ 18\ .5$$

$$S = 11\ 42\ 04\ .1$$

與11時42分04.1秒相當之地方民用時爲19時05分32.5秒.

星之地平經度標誌之方向推算之如下:

$$\log\cos d = 9.55657$$

$$\log\cos l = 9.91556$$

$$\log\sin Z = 9.64101$$

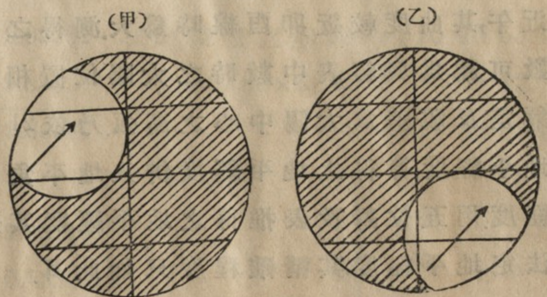
$Z = 25^\circ 56'.8$ 南之東

量得之角　$= 35\ 10.5$

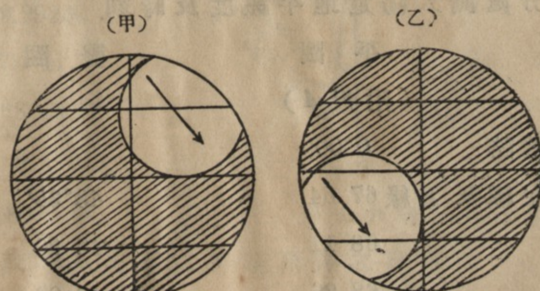
標誌方位　南61 07.3 東

§147. 太陽高弧定地平經度法　測視太陽以定一線之地平經度,須將測儀立於表誌該線之一點上而勘準水平.先使附尺指零,並用平髮線注視線之另一標點.安有包陰影玻璃於目鏡上,弛其上夾,轉其遠鏡指向太陽.於測視之前,須調準太陽於焦點.作此調準時須認明中間之平髮線,切不可誤認.若於北半

球上午作測視,須先定準髮線使其豎線正切於太陽之右緣,其平線割太陽下緣一小部分(如第七七圖甲,圖內只見太陽之一部在力低之遠鏡內可見其全部).箭頭所指乃太陽視行之方向.因太陽正在上升之時,故約數秒鐘後,太陽即正切於平髮線.用上圓板之正切螺旋使髮線追隨太陽右緣以至豎平兩髮線皆正切於太陽.於此時停止追隨太陽而記其時刻.若欲確定其時刻,須於同時測得鐘表之差數.平豎圈之指數均須讀取,角度及時刻均須錄記.如一人太忙,可由第二人讀記.同樣之測視可重復三、四次以增其精確,並須反轉測儀再重其測視.此時平髮線正切於太陽上緣,豎髮線割左緣之一小部分(如第七七圖乙).在測儀兩次位置所指測之次數須相同.指測太陽既畢,乃再轉遠鏡於標誌而校對附尺之讀數.若轉鏡只有豎弧遠鏡不能用於反位置,即須定其指數差.若測視係在下午,則其位置如第七八圖所示(須知若測儀有倒置目鏡,則太陽視行之方向已被折反.若置三稜玻璃於目鏡上,則太陽上下緣倒換,但左右緣則否).



第七七圖　北半球上午測前位置



第七八圖　北半球下午測前數秒鐘之時太陽位置

推算地平經度時,多不計太陽在此數次指測之短時間內所行途徑之曲度.若測視之時間逾常,則仍須顧及;若指測之時近午,其曲度較近卯酉線時爲大.測得之高弧中數及地平角中數可認爲與鐘表中數時之太陽位置相當.高弧中數改正其蒙氣差及視差爲太陽中心之高弧.乃依21節含 Z 諸式之一推求地平經度.算得之地平經度併入地平角中數,即爲標誌之地平經度.用五位對數表推得之地平經度,其差不過 5 至10秒,用本法定地平經度,其精確程度只如此耳.

例題　1925 年 5 月 25 日北緯42度 29.5 分西經71度 07.5 分處測太陽定地平經度及時刻.

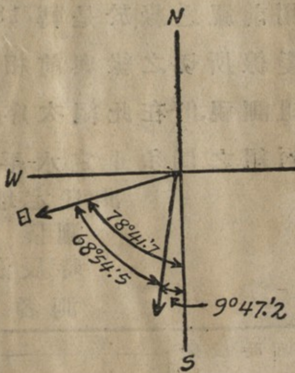
	平圈（附尺 A）		豎圈		鐘表（東方時）
標誌	0°00′				
左緣及下緣	67 54		43°35′		$2^h58^m00^s$ 午後
	68 11		43 20		2 59 21
	68 26		43 08		3 00 33
	儀在反位置				
右緣及上緣	69 25		43 25		3 01 53
	69 39		43 12		3 03 05
	69 52		43 00		3 04 10
中數	68 54.5		43 16.7		3 01 10.3
標誌	0 00	蒙氣差視差	−0.9		12
標誌至太陽之地平角	68 54.5	指數差	+1.0	民用時	15 01 10.3
			$h=$43 16.8		5
				G. C. T.	20 01 10.3

(22)式	自然數	對數
$\sin d=$	.35786	
$\log \sin l=$		9.82962
$\log \sin h=$		9.83605
$\sin l \sin h=$	.46310	9.66567
分子＝	.10524	
log 分子＝		9.02218
$\log \sec l=$		0.13231
$\log \sec h=$		0.13787
$\log \cos Z_s=$		9.29236
$Z_s=$		78 41.7
地平角＝		68 54.5
標誌地平經度		9 47.2

在 0^h 時日之赤緯＝+20 48 55.8

$+27.60\times 20.02=$ +9 12.6

$d=+20$ 58 08.4



第七九圖

若欲由此測視推求時刻,可依(16)之 2 式或(17)之 1 式或(99)式算求之.本題算得之東方標準時爲 3 時00分 42.7 秒,故知鐘表快 27.6 秒（在格林維基民用時20時之時差爲 +3 分 14.7 秒）.

若因他種原故,只測太陽之一緣可用改正數 $s \sec h$ 變測得之地平經度爲太陽中心之地平經度,s 乃太陽半徑,h 乃其中心之高弧也.

海濱測量法(Coast survey method),此係美國海陸測量局第166 號期刊所載之法.該刊說明用測量儀(Theodolite)測地平經度及地球經度之方法.

定好水平,整妥測儀,選相宜之地平經度標誌（100碼外易認之物）則依下法作地平經度之測視.

使豎圈在遠鏡之右方,指測標誌記取平圈附尺 A 及 B 之

讀數.翻其圜圈,倒置其遠鏡,再指測標誌.此時豎圈已在遠鏡之左.置有色玻璃於目鏡,乃指測太陽（豎圈仍在遠鏡左）.迨至兩髮線皆正切於太陽,記取時辰儀之時刻.若由目鏡轉向時辰儀面需可計之時間,測者應數計所歷之半秒數由時辰儀之實讀數減去之.乃更記平圈豎圈之讀數,隨之作第二次太陽之指測,仍用前視之緣.於是轉 180 度,翻其遠鏡再作二次之指測;但此次髮線所切之緣與前相反,此乃完成一組測視.通常立卽再作一組測視,但在此組次序與前組相反,並結以兩次標誌之指測.在兩組之間須重定水平.

測日定地平經度及時刻

測場	測儀	日期	1910 年 8 月 5 日
標誌	時辰儀	溫度	攝氏 20 度
	測者		

日緣	豎切	時辰儀	平圈 A	平圈 B	平圈 中數	豎圈 A	豎圈 B	豎圈 中數
			° ′ ″	′ ″	° ′ ″			
	左	標誌	124 43 40	43 50	124 43 45			
	右		304 43 40	43 40	304 43 40			
					124 43 42			
		h m s	° ′ ″	′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	° ′ ″
⊙	右	8 25 54	155 12 30	12 50	155 12 40	41 10 30	11 30	41 11 00
⊙	右	27 56	155 40 40	41 00	155 40 50	41 31 00	31 30	41 31 15
⊙	左	30 03	337 00 10	00 20	337 00 15	138 47 00	45 30	41 13 45
⊙	左	32 06	337 28 20	28 30	337 28 25	138 27 00	25 30	41 33 45
		8 28 59.8			336 20 32			41 22 26
								−57
⊙	左	8 33 45	337 51 00	51 20	337 51 10	138 10 30	09 00	41 50 15
⊙	左	35 59	338 24 30	24 50	338 24 40	137 48 30	47 00	42 12 15
⊙	右	38 20	158 10 00	10 20	158 10 10	43 10 30	11 30	43 11 00
⊙	右	40 37	158 41 50	42 10	158 42 00	43 31 30	32 30	43 32 00
		8 37 10.2			338 17 00			42 41 23
								−54
	右	標誌	304 43 40	43 50	304 43 45			
	左		124 43 20	43 40	124 43 30			
					124 43 38			

測日定地平經度及時刻

測場　Smyrna Mills, Me. U. S. A.　日期　1910年8月5日

測儀　　　　　　　　　　　　　　測者

標誌　　　　　　　　　　　　　　溫度　攝氏21度

時辰儀

日緣	豎切	時辰儀	平圈 A	平圈 B	平圈 中數	豎圈 A	豎圈 B	豎圈 中數
			° ′ ″	′ ″	° ′ ″	° ′ ″	′ ″	° ′ ″
	右	標誌	280 45 00	45 20	280 45 10			
	左		100 45 20	45 10	100 45 30			
					280 45 20			
		h m s						
⊙	左	3 12 38	96 35 50	36 20	96 36 05	143 03 00	00 00	36 58 30
⊙	左	14 38	97 01 20	01 50	97 01 35	143 23 00	20 00	36 38 30
⊙	右	16 44	278 04 10	04 30	278 04 20	36 53 30	53 00	36 53 15
⊙	右	18 46	278 29 00	29 20	278 29 10	36 33 00	32 00	36 32 30
		3 15 41.5			277 32 48			36 45 41
								−1 08
⊙	右	3 20 12	278 47 20	47 40	278 47 30	36 18 00	17 30	36 17 45
⊙	右	22 12	279 12 00	12 20	279 12 10	35 58 00	57 30	35 57 45
⊙	左	23 50	98 57 40	58 10	98 57 55	144 56 30	53 30	35 05 00
⊙	左	25 30	99 20 40	23 10	99 22 55	145 17 00	14 00	34 44 30
		3 23 01.0			279 05 08			35 31 15
								−1 11
	左	標誌	100 45 20	45 40	100 45 30			
	右		280 45 20	45 30	280 45 25			
					280 45 28			

由每組四次指測之時辰儀及圜圈讀數,取其中數入算(算法見後).若豎圈刻度係由0度至360度,則豎圈在右時,其讀數爲太陽緣之視高弧;其在左時之讀數,須由180度減去之方爲太陽另一緣之視高弧.四次指測之中數爲太陽中心之視高弧.改正蒙氣差及視差方得眞高弧.

為勘驗所測是否精確,故於兩組完成之後立即作兩組指測.其勘驗之法,以一組第一第四指測讀數之中數,與第二第三指測之中數相比較.或比較太陽之地平經度及高弧在第一第二指測間、第三第四間、第四第五間、第五第六間及第七第八間之變率.每兩組指測約需15分至20分鐘之時間,於此時間太陽行率固無多大變易也.

推　算

由(19c)之3式有

$$\cot^2\frac{Z_s}{2}=\sec s\sec(s-p)\sin(s-l)\sin(s-h).$$

由(19a)之3式

$$\tan\frac{t}{2}=\sqrt{\cos s\sin(s-h)\csc(s-l)\sec(s-p)}$$

$$=\sqrt{\frac{\cos s\cos(s-p)}{\sin(s-l)\sin(s-h)}\cdot\frac{\sin^2(s-h)}{\cos^2(s-p)}}$$

$$=\tan\frac{Z_s}{2}\sin(s-h)\sec(s-p)\cdots\cdots(99)$$

式內Z_s為太陽自南點起算之地平經度,在上午向東,在下午則向西.

下表即前表所列測量之演算格式,其推算之步驟以照下述之次序為便利.

推算地平經度及地球經度之格式

測場　Smyrna Mills, Me. U. S. A.

日期	8月5日	8月5日	8月5日	8月5日
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
h	41 21 29	42 40 29	36 44 33	35 30 04
l	46 08 21	46 08 21	46 08 21	46 08 21
p	72 51 34	72 51 39	72 56 08	72 56 12
$2s$	160 21 24	161 40 29	155 49 02	154 34 37
s	80 10 42	80 50 14	77 54 31	77 17 18
$s-p$	7 19 08	7 58 35	4 58 23	4 21 06
$s-h$	38 49 13	38 09 45	41 09 58	41 47 14
$s-l$	34 02 21	34 41 53	31 46 10	31 08 57
$\log\sec s$	0.76807	0.79795	0.67887	0.65749
$\log\sec(s-p)$	0.00355	0.00422	0.00164	0.00125
$\log\sin(s-h)$	9.79718	9.79091	9.81839	9.82371
$\log\sin(s-l)$	9.74800	9.75530	9.72140	9.71372
$\log ctn^2\frac{1}{2}Z_s$	0.31680	0.34838	0.22030	0.19617
$\log ctn\frac{1}{2}Z_s$	0.15840	0.17419	0.11015	0.09808
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
自南點之 Z	69 33 04	67 36 43	75 37 17	77 10 09
圜圈讀數	336 20 32	338 17 00	277 32 48	279 05 08
南午線讀數	45 53 36	45 53 43	201 55 31	201 54 59
標誌讀數	124 43 42	124 43 38	280 45 20	280 45 28
標誌之地平經度	78 50 06	78 49 55	78 49 49	78 50 29
中數	78 50 05			
$\log\sec(s-p)\sin(s-h)$	9.80073	9.79513	9.82003	9.82496
$\log\tan\frac{1}{2}t$	9.64233	9.62094	9.70988	9.72688
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
t 之弧數值	47 23 24	45 20 52	54 17 25	56 07 55
	h m s	h m s	h m s	h m s
t	−3 09 33.6	−3 01 23.5	3 37 09.7	3 44 31.7
E	+ 5 53.4	+ 5 53.3	+ 5 51.8	+ 5 51.8
地方時	8 56 19.8	9 04 29.8	3 43 01.5	3 50 23.5
時辰儀時	8 28 59.8	8 37 10.2	3 15 41.5	3 23 01.0
對於地方時之 Δt	+ 27 20.0	+ 27 19.6	+ 27 20.0	+ 27 22.5
對於75度午圈時之 Δt	− 5.8	− 5.8	− 5.8	− 5.8
$\Delta\lambda$	−27 25.8	−27 25.4	−27 25.8	−27 28.3
中數	−27 26.3=	− 6°51′.6	λ=68度8.4分	

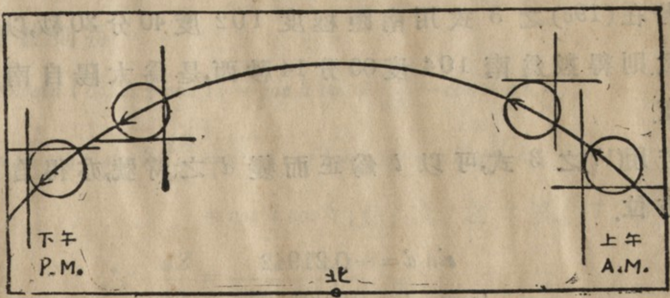
登入改正之高弧,指測太陽及標誌之平圈中數（平均讀數）,及各組測視之時辰儀時刻,於相當之處.登入由測視所得或由他處得來之緯度數值.以各組測視之時刻,與時之信號比較推得其時辰儀,對於標準時之改正數.苟非時辰儀之速率過大,兩相連組之測視,可用同一之改正數推算各組測視之格林維基時,由美國曆書或航海通書查得該時太陽之距極度及時差.以下步驟卽無庸解釋矣.測量儀之刻度大多數如鐘表針之方向,且太陽上午在南之東,下午在南之西,所以欲得南點之平圈讀數,在上午之測視,須加太陽地平經度於太陽之平圈讀數.在下午之測視,須由太陽地平經度減去太陽之平圈讀數,由標誌讀數減去南點之平圈讀數,卽得標誌之地平經度,自南點起算向西計之以至 360 度.

推算 t 之數值時其 $\sec(s-p)$ 及 $\sin(s-h)$ 之對數在求地平經度時已經算妥,卽可取而用之,書其合數於相當之處.由此合數減去 $\log \operatorname{ctn}\frac{1}{2}Z_s$ 以得 $\log \tan\frac{1}{2}t$. 其相當之 t 值,卽爲視午前或後之時刻.若在上午作測視,須以 $\operatorname{ctn}\frac{1}{2}t_1$ 代 $\tan\frac{1}{2}t$. t_1 乃自晨前夜半計來之時刻也.其時辰儀之地方平時改正數與標準時改正數之較數,卽爲標準子午線與測處之經度較數.

§148. 在南半球之測視　在南半球（緯度大於太陽赤緯）測視太陽以定地平經度,則於上午作指測,須使平豎髮線切割於左緣下緣及切割於右緣上緣;於下午作指測,須切割於右緣下緣及切割於左緣上緣（如第八〇圖所示）.

若測儀無平豎髮線只有 X 形之髮線,須使太陽影在兩相稱之位置.

推算時仍可採用北半球之方式,惟須或以緯度 l 爲負而



第八〇圖

用原式,或於用(19c)之3式時以 l 爲正而用南距極度以代北距極度.所得之地平經度乃自南點計者.

欲爲釋明南半球測視之推算,特用二法以解下之例題.在1901年4月24日,下午太陽高弧中數22度12分30秒,改正之赤緯爲12度40分30秒北,緯度爲0度41分52秒南,標誌左向至太陽之地平角中數=75度53分30秒,用(19c)之3式,推算之如下:

l	$-0°41'52''$		
h	22 12 30		
p	77 19 30		
$2s$	98 50 08	log sec	0.18673
s	49 25 04	log sin	9.88498
$s-l$	50 06 56	log sin	9.66015
$s-h$	27 12 34	log sec	0.05369
$s-p$	-27 54 26		2) 9.78555

$$\log\tan\frac{1}{2}Z = 9.89278$$

$$\frac{1}{2}Z = 37°59'53''$$

$Z=$ 北 75 59 46 西

地平角 = 75 53 30

標誌眞方位 = 北 0 06 16 西

若在(19c)之3式用南距極度102度40分30秒,以緯度l爲正數.則得數爲南104度00分14秒西,是爲太陽自南點之地平經度.

若用(17)之3式,可以l爲正而變d之符號,亦得自南點之太陽方位.

$$
\begin{aligned}
\sin d &= -0.21942\\
\log\sin l &= 8.08558\\
\log\sin h &= 9.57746\\
\text{和} &= 7.66304\\
\sin l\sin h &= 0.00460\\
\text{分子} &= 0.22402\\
\log\text{分子} &= 9.35029\\
\log\sec l &= 0.00003\\
\log\sec h &= \underline{0.03348}\\
\log\cos Z_s &= 9.38380\\
Z_s &= \text{南}\,104^\circ 00' 15''\,\text{西}\\
\text{量得之角}\quad & \phantom{=\text{南}\,1}\underline{75\ \ 53\ \ 30}\\
\text{標誌眞方位} &= \text{南}\,179\ \ 53\ \ 45\ \ \text{西}\\
& \ \text{北}\quad 0\ \ 06\ \ 15\ \ \text{西}
\end{aligned}
$$

此例仍以(17)之3原式推得自北點之方位爲簡便.若南緯度大於太陽之赤經（如地球緯爲40度南,赤緯20度南）,則例題所用之法爲適宜也.

§149. 宜於精確測定之境況　由北極天頂太陽之弧三角形,可推知太陽愈近測者,子午線愈不宜於由量得之高弧精確測定太陽之方位,而在正午其方位成爲不能測定者矣.更可知測者愈近北極其精確程度愈減,測者若正在北極其方位亦成不可測定者矣.

欲知h之誤差如何使Z生有誤差,試微分(17)之3（以h爲

獨立之變數)則得

$$0=\sin l \cos h+\cos l\left(-\cos h \sin Z\frac{dZ}{dh}-\cos Z \sin h\right),$$

或

$$\cos l \cos h \sin Z\frac{dZ}{dh}=\sin l \cos h-\cos l \cos Z \sin h$$

$$=\cos d \cos S \text{ [依(17)之2及(17)之3]}$$

$$\therefore \frac{dZ}{dh}=\frac{\cos d \cos S}{\cos l \cos h \sin Z}$$

$$=\frac{\cos S}{\sin S \cos h}$$

$$=\frac{1}{\cos h \tan S}\cdots\cdots(100)$$

若天體之赤緯大於緯度(與測地在同一半球)可有最大偏角之時.且在後時 S 角可爲90度,所以 dZ 之誤差可爲 0. 故凡天體之赤緯能使其有最大偏角之時,彼時卽最適宜於其方位之精確測定,因高弧之誤差無關於 Z 也.

若赤緯小於緯度,或測者與天體分在兩半球,則適宜之位置半視 S 角半視 h 值而定.由(16)之 3 可見 S 之值最大時同時 Z 亦最大,天體在卯酉圈時($Z=90$度或 270 度)卽此情況也.爲知 h 之影響設天體之二位置一在卯酉線北,一在卯酉線南,其兩位置之 S 角相等,則見 $\cos h$ 之值最大時 dZ 之誤差乃最小.此則須 h 值最小,所以須在卯酉線向極之一邊.欲求其確切之位置,須微分上式而使其等於 0.

欲知 l 之誤差如何生誤差於地平經度,則微分(17)之 3(以 l 爲獨立變數)得

$$0=\sin h \cos l+\cos h\left(-\cos l \sin Z\frac{dZ}{dl}-\cos Z \sin l\right),$$

或

$$\cos h \cos l \sin Z\frac{dZ}{dl}=\sin h \cos l-\cos h \cos Z \sin l$$

$$=\cos d \cos t \text{ [依(17)之1及(17)之3]};$$

$$\therefore \quad \frac{dZ}{dl}=\frac{\cos d \cos t}{\cos h \cos l \sin Z}$$

$$=\frac{\sin Z \cos t}{\sin t \cos l \sin Z}\text{[依(16)之2]}$$

$$=\frac{1}{\tan t \cos l} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (101)$$

由此可知 l 之誤差影響於 Z 最小時,是天體在 6 時圈上斯時 t 爲90度也.

併此兩項觀之,可知於天體在 6 時圈及卯酉圈中間之境界時作測視可比他處能得較好之結果.但天體在卯酉圈之另一邊時得數亦較精確,惟切免於天體近子午線時作測視,是爲至要耳.

上所論者止及於三角形之情況,此外尙有近地平之蒙氣差亦爲最要之情況.測高弧時天體在地平10度以內,其蒙氣差最爲不定.因此差因溫度及壓力而變,測者每難知其確數也.此誤差或竟大於三角形之誤差.若二者糾纏無定時,每於太陽近子午線時測之,而不因易測遂用太陽最低時之位置也.冬季在高緯度處能作測視之時間有限,故又不能於最極近卯酉圈處測之.利於此而不利於彼,故亦惟有於可能情況之下,精求高弧及緯度之確數以補其不利而已.

§150. 近卯酉線星之高弧定地平經度法　前節所述之法亦可用以測星,惟測時兩髮線平分星影,且視差及半徑差爲零,此其差耳.星之赤緯在一日內變易極少,可作爲定而不變,故可無須知測視之時刻.若作兩次測視,一次測在東之星,一次測在西之星,併兩次得數可略消高弧及緯度之誤差.

例題　1908 年 2 月 11 日軒轅14 (Regulus)(在東方)之高弧中數爲17度 36.8 分,緯度42度 21 分北,赤經10時03分 29.1 秒,赤緯 +12 度24分57秒,推算地平經度及時角.

$$l = 42°21' \qquad \log\sec = 0.13133$$

$$h = 17\ 33.8 \qquad \log\sec = 0.02073$$

$$\cos .90788 \qquad l-h = 24\ 47.2$$

$$\sin .21502 \qquad d = +12\ 25.0$$

$$\cos-\sin .69286 \qquad \log = 9.84065$$

$$\log vers\, Z_n = 9.99271$$

$$Z_n = 89°02'.8$$

所以星之方位爲北 89°02′.8 東.

求時刻可用(16)之 2 式,

$$\log\sin Z_n = 9.99994$$

$$\log\cos h = 9.97927$$

$$\log\sec d = 0.01028$$

$$\log\sin t = 9.98949$$

$$t = -77°26'.7$$

$$= 5^h09^m46^s.7\ 東$$

$$赤經\quad 10\ 03\ 29.1$$

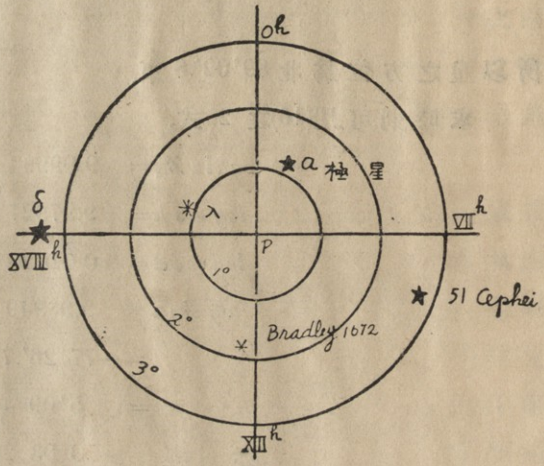
$$恆星時 = 4\ 53\ 42.4$$

§151. 測繞極星(任何時角時)定地平經度法　測量繞極星與地平經度標誌間之地平角,爲測定地平經度法之最確者;惟指測時須已知星之時角.若用第十一章之法測定恆星時刻,則星之時角由(39)式算得之,並算得該時星之地平經度.因繞極星行動甚慢,且測定之時刻之誤差影響於算得之地平經度極微小,故用如此之星方能得精確之數值.於任何時角時測星較於最大偏角時之測星,其利處在能無限的增加測視之次數,因而能得精確數值也.

此地平角或用轉鏡或測量儀測之,或用備有量微器顯微

鏡(Micrometer microscopes)能得刻度確數之測儀測之.欲求工作精細,測儀並須有靈敏之跨置水準.若無跨置水準則平行於平軸之圓板水準須極敏捷,並須調整適當.在赤極出地較高之處平軸及視物線之調整誤差大有關於測得之數值.若半測星半測水銀槽返出之星影,可能消免平軸傾斜之誤差.

測視之星須由曆書中繞極星表選用之.如第八一圖極星爲羣星中較亮者,如情況相宜當然用此星.若時刻不確並極星近子午線致算得之地平經度不確,則莫妙於選用勾陳增四(51 Cephei),因此星將近最大偏角,且時之誤差影響於算得之地平經度極小也.尋獲51 Cephei(勾陳



第八一圖

增四)時,先指測極星,然後使高弧及地平經度變動相當數量,引勾陳增四(51 Cephei)得入視場.其所移之數量,即二星之高弧較數及地平經度較數.持第八一圖使極星居於對子午線之眞位置,則可估計其相較之數值.惟須知51 Cephei無論在極星之東或西,其去極星之距離比地平經度較數幾同於極星距極度比其最大偏角時之地平經度(後者之比爲1比$\sec l$),庶不致誤.若用復測之測量儀(Repeating theodolite)或通用之轉鏡作測視,須復測標誌及星間之地平角,再翻轉測儀更測之,兩次所測之次數須相等.因星逐漸變其地平經度,故當每次用豎髮線指星

時須記其時刻,並須於每半組指測之前後各測星之高弧一次,則在中間任何時星之高弧可以間求法得之.若測儀無跨置水準,則須於每半組開始前整理圓板十字水準(Cross-level)使之得中.若有跨置水準,則可於測星時讀氣泡兩端數值以量平軸之斜度.

推算時須爲每一測視時刻算一星之地平經度數值,取其中數與地平角之中數相併.此項工作甚繁.實際先算得與測視時刻中數相當之地平經度,然後改正其得數使與星之行徑曲度相應.其改正數卽爲在時刻中數時之地平經度與地平經度中數之較數.

推算星之地平經度確數可用25式:

$$\tan Z_n = -\frac{\sin t}{\cos l \tan d - \sin l \cos t} \cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

式內地平經度乃自北點向東計之者.

以 $\cos d \tan l \cos t$ 除分子分母,則得另一式,

$$\tan Z_n = -\frac{\cot d \sec l \sin t}{1 - \cot d \tan l \cos t}. \cdots\cdots\cdots\cdots (102)$$

若以 a 替代 $\cot d \tan l \cos t$,則有

$$\tan Z_n = -\cot d \sec l \sin t \frac{1}{1-a} \cdots\cdots\cdots\cdots (103)$$

若將 $\log \frac{1}{1-a}$ 作成表可依 a 數查得之,則用此後一式推算地平經度較他式爲速.美國海濱及陸地測量特刊第14號 (Special Publication NO. 14, U. S. Coast and Geodetic Survey) 卽有此表.

下式亦甚便於用,惟精確稍遜耳.

$$Z = p \sin t \sec h \cdots\cdots\cdots\cdots (104)$$

式內 Z 及 p 或皆爲角之秒數,或皆爲角之分數.其因以弧代正弦所生之誤差極小.算得地平經度之精確全賴 h 數值之是否

精確.若轉鏡之豎弧不可靠,則仍以用(25)式爲妥.

§**152. 曲度改正數**(Curvature correction) 若該星與測視時刻中數相合之地平經度業已算得,則須用一改正數加之以得與各時角相合諸地平經度之中數.其改正數可由下式算得之:

$$tan\,Z_n\frac{1}{n}\Sigma\frac{2\,sin^2\frac{\tau}{2}}{sin\,1''}\cdots\cdots\cdots\cdots(105)$$

式內 n 爲每組之指測次數,τ 爲每次指測時刻與該組時刻中數之較數(須爲恆星時).製表時 τ 須作爲角値入算,但在表內列爲時距.其符號恆減少星與極間之角度.表十卽 $\frac{2\,sin^2\frac{\tau}{2}}{sin\,1''}$ 之數値也.

此改正數亦可用下式推算之:

$$-tan\,Z_0[0.2930]\frac{1}{n}\Sigma(T-T_0)^2\cdots\cdots\cdots\cdots(105a)$$

式內括弧內者係對數.$\Sigma(T-T_0)^2$爲恆星時距(分數)平方之和數.此改正數須由算得時刻中數時之Z_0減去.若時距爲恆星時之秒數,則括弧內對數變爲[6.73672].星近子午線曲度改正數極小,近最大偏角時爲最大.

§**153. 水平改正數**(Level correction) 平軸之傾斜度須用跨置水準量之.設 w 及 e 爲水準氣泡之東西讀數,翻轉水準後 w' 及 e' 爲其第二次之東西讀數.若刻數係由中心向兩邊,則改正數爲

$$=\frac{D}{4}\{(w+w')-(e+e')\}tan\,h\cdots\cdots\cdots\cdots(106)$$

如若刻數係向一方,則改正數爲

$$=\frac{D}{4}\{(w-w')+(e+e')\}tan\,h\cdots\cdots\cdots\cdots(107)$$

第二式內之 w' 及 e' 在水準0點居西時之讀數.兩式內 D 爲水

準每格所代之角，h 爲星之高弧.

若地平經度標誌不在地平內，亦須用同樣之改正數於測得之標誌讀數；然其數極小，恆免去之.

用此改正數時，須知若平軸之西端太高，則測星時須使測儀向西(左)多轉，故標誌若在星之西須加改正數於測量之角度.換言之，卽刻數如鐘面之讀數須增加之.若此改正數用於算得之標誌地平經度，須反其符號.

§154. 光行日差 若需用精確之地平經度，更須用一改正數以校正光行日差，卽校正星因地轉之視位移動也.測者爲地球自轉在本緯度之速度攜帶直向地平東點.所以星之移動在經過測者、東點及該星之平面內，其改正數爲

$$0''.32 \cos l \cos Z_n \sec h \cdots\cdots(108)$$

$\cos l$ 及 $\sec h$ 之積數在近極星恆近於1，$\cos Z_n$ 亦近於 1，故此改正數較 0.32 秒無大變易.因星向東移，故用於星之地平經度之改正數爲正數.

§155. 測視及推算 下述之例題，第一題釋明適於小測量轉鏡之法.測近卯酉圈星之高弧以定時刻，用(104)式推算極星之地平經度、曲度、軸斜及光行差之改正數，均免去不用.

第二例題，時刻之測定較精，復測次數甚多，其測器爲一 8 英寸復測儀，能讀至10秒.

第三第四例題，係取自美國海濱及陸地測量局特刊14號，用以釋明該測量局所用之法，乃測地之最精確法也.

例題一

1908 年 2 月 11 日在緯度42度21分處測軒轅十四之高弧(星在東).

高弧	鐘表
17°05′	$7^h12^m16^s$
17 31	14 31
17 49	16 07
18 02	17 20

軒轅十四之赤經爲10時03分29.1秒,赤緯爲+12度24分27秒.由此數推得與鐘表時刻中數(7時15分03.5秒)相合之恆星時爲4時53分42.7秒.

測得由標誌至極星之地平角

標誌在北之東

正位遠鏡	指測極星之時刻
0°00′	$7^h20^m38^s$
	23 00
201 48	23 56
67 16.0	7 22 31.3
反位遠鏡	
0°00′	7 27 09
	28 17
201 54	29 21
67 18.0	7 28 15.7

在7時20分38秒時之極星高弧 =43°03′

在7時29分21秒時之極星高弧 =43 01

極星之鐘表中數 = $7^h25^m23^s.5$

相當之恆星時 = 5 04 04 .4

極星之赤經 = 1 25 32 .3

極星之時角 = 3 38 32 .1

$t=54°38'$

$p=4251$

$\log p=3.62849$

$\log \sin t=9.91141$

$\log \sec h=0.13611$

地平經度 $=3.67601$

地平經度 $=4743$

$=1\ 19\ 0$

角之中數 $=67\ 17$

標誌北之東 $=65\ 58$

例題二

時刻測視之記錄

極星	時辰儀	$12^h09^m31^s.5$	高弧	$41°15'40''$
軫二	時辰儀	12 13 37.5	高弧	25 34 00
極星	赤經	1 25 51.1	赤緯	+88 49 24.8
軫二	赤經	12 5 30.5	赤緯	−22 07 21.0

	時辰儀	赤經	赤緯
蜀 (東)	$12^h24^m15^s.7$	$15°39'51''.6$	$+6°42'20''.7$
柳五(西)	12 18 32.0	8 42 00.5	+6 44 58.9

(緯度 $=42°21'00''$ 北　經度 $=4^h44^m18^s.0$ 西)

由此測視推定時辰儀快 $10^m22^s.1$.

地平經度測視記錄

測儀在南子午線標誌　　波斯頓　　1910年5月16日

（水準每格＝15秒）

天體	遠鏡位置	復測次數	時辰儀	平圈		水準讀數及角度
				附尺 A	B	
						西　東
極星	正		$11^h24^m35^s.0$	0°00′00″	00″	7.0　3.9
						5.8　5.1
			27 15.0			12.8　9.0
						9.0
			28 31.5			3.8
	位		30 00.0			改正數＝12.5秒
			31 20.5			極星高弧在
						11時34分20.5秒時爲
			32 27.0			41度20分30秒
	置					極星高弧在
標誌		6		39 33 30	30	11時51分04秒時爲
				（過360度）		41度18分40秒
						地平角中數爲
						66度35分35.0秒
極星	反					西　東
			11 42 45.5	39 33 30	30	5.1　5.8
						3.3　7.6
			44 09.0			8.4　13.4
			45 15.0			8.4
	位		46 29.5			5.0
						改正數＝16.5秒
			47 25.0			
			48 54.5			
標誌		6		78 27 30	20	地平角中數爲
				（過360度）		66度28分59.2秒
	置					極星高弧在
						12時09分31.5秒時爲
						41度15分40秒

地平經度之推算

測視時刻之中數 $=11^h37^m25^s.6$

時辰儀改正數 $=-\ 10\ 22.1$

恆星時 $=11\ 27\ 03.5$

極星之赤經 $=\ 1\ 25\ 51.1$

極星之時角 $=10\ 01\ 12.4$

$t=150°18'06''$

$\log \cos l=\ 9.868670$

$\log \tan d=\ 1.687490$

$\log \cos l \tan d=\ 1.556160$

$\cos l \tan d=35.9882$

$\log \sin l=\ 9.82844$

$\log \cos t=\ 9.93884$

$\log \cos t \sin l=\ 9.76728$

$\cos t \sin l=\ .5852$

分母 $=36.5734$

$\log \sin t=\ 9.694985$

$\log$ 分母 $=\ 1.563165$

$\log \tan Z=\ 8.131820$

$Z=\ 0°46'34''.2$

曲度改正數 $=\ 2\ .1$

星之地平經度 $=\ 0\ 46\ 32\ .1$

前半組之量得角 $=66\ 35\ 35\ .0$

水平改正數 $=\ -12\ .5$

改正之角度 $=66\ 35\ 22\ .5$

後半組之量得角 $=66\ 28\ 59\ .2$

水平改正數 $=\ +16\ .5$

改正之角度 $=66\ 29\ 15\ .7$

標誌,星之東 $=66\ 32\ 19\ .1$

標誌,北之東 $=65\ 45\ 47\ .0$

例題三

復測地平經度記錄

測場　Kahatchee, Alabama　日期　1898 年 6 月 6 日.星,極星

測儀　(跨置水準每格＝2.67 秒)　測者

物體	星之時辰儀測時	遠鏡位置	復測次數	水準讀數 西	水準讀數 東	圜圈讀數 °	′	A ″	B ″	中數	角度
	h m s										° ′ ″
標誌		正	0			178	03	22.5	20	21.2	
星	14 46 30		1	4.5	10.7						
				9.2	5.9						
	49 08		2								
	52 51	正	3	9.6	5.6						
				5.2	10.0						
	56 10	反	4	11.3	4.0						
				7.8	7.4						
第五組測	14 59 12		5								
	15 01 55	反	6	8.7	6.6	100	16	20	20	20	72 57 50.2
				11.9	3.4						
	14 54 17.7			68.2	53.6						
				+	14.6						
星	15 04 44	反	1	11.9	3.4						
				8.5	6.8						
	07 18		2								
	09 54	反	3	7.9	7.3						
				11.2	4.1						
第六組測	14 15	正	4	9.0	6.1						
				5.9	9.6						
	16 14		5								
	15 18 24		6	5.9	9.6						
				9.1	6.2						
標誌		正				177	27	00	00	00	72 51 46.7
	15 11 48.2			69.4	53.1						
					+16.3						

(Kahatchee, Ala. $l=33°13'40''.33$)

復測地平經度之推算

日期及測組	1898, 6月6日 5	1898, 6月6日 6
時辰儀讀數	14 54 17.7	15 11 48.2
時辰儀改正數	−31.1	−31.1
恆星時	14 53 46.6	15 11 17.1
極星之赤經 r	1 21 20.3	1 21 20.3
極星之時角 t (時)	13 32 26.3	13 49 56.8
極星之時角 t (度)	203°06′34″.5	207°29′12″.0
極星之赤緯 d	88 45 46.9	
$\log \cot d$	8.33430	8.33430
$\log \tan l$	9.81629	9.81629
$\log \cos t$	9.96367	9.94798
$\log a$ (5位)	8.11426	8.09857
$\log \cot d$	8.334305	8.334305
$\log \sec l$	0.077535	0.077535
$\log \sin t$	9.593830	9.664211
$\log \frac{1}{1-a}$	9.994387	9.994584
$\log(-\tan A)$ (6位)	8.000057	8.070635
極星自北點之地平經度 A(註)	0°34′22″.8	0°40′26″.8
	m s ″	m s ″
τ及$\frac{2\sin^2\frac{1}{2}\tau}{\sin 1''}$	7 47.7 119.3	7 04.2 98.1
	5 09.7 52.3	4 30.2 39.8
	1 26.7 4.1	1 54.2 7.1
	1 52.3 47.2	2 26.8 11.8
	4 54.3 47.2	4 25.8 38.5
	7 37.3 114.0	6 35.8 85.4
和數	343.8	280.7
中數	57.3	46.8
$\log \frac{1}{n} \Sigma \frac{2\sin^2\frac{1}{2}\tau}{\sin 1''}$	1.758	1.670
$\log$(曲度改正數)	9.758	9.741
曲度改正數	−0.6	−0.6
極星高弧 h	32°07′	
$0.25\, D \tan h$	0.419	0.419
傾斜度	+3.6	+4.1
水平改正數	−1″.5	−1″.7
星至標誌之角	72 57 50.2	72 51 46.7
改正之角	72 57 48.7	72 51 45.0
星之改正地平經度(註)	0 34 22.2	0 40 26.2
標誌北之東地平經度	73 32 10.9	73 32 11.2
	180 00 00.0	180 00 00.0
標誌南之西地平經度	253 32 10.9	253 32 11.2

註 若由北向西則須減之.

例題四

地平方向

測場 Sears, Tex.（三角測場） 緯度 $l=32°33'31''$

測者 日期 1908 年 12 月 22 日

位置	測物	時	遠鏡	量微器	退			進	中數	反正中數	方向	備考
					°	′	″	″			″	
	X	8 19	正	A	0	0	35	35				
				B			41	41				跨置水準每格
				C			36	34	37.0			=4″.194
			反	A	180	00	36	35				
				B			32	31				
				C			35	34	33.8	35.4	00.0	
	Y		正	A	53	30	43	42				
				B			41	42				
				C			34	33	39.2			
			反	A	233	30	39	37				
				B			34	32				
				C			38	38	36.3	37.8	02.4	
	Z		正	A	170	14	61	62				
				B			57	55				
				C			61	59	59.2			
			反	A	350	14	50	49				
				B			63	60				
				C			53	53	54.7	57.0	21.6	
	極星		正	A	252	01	54	53				西 東
				B			54	53				9.3 28.0
	1 48 35.5			C			51	51	52.7			27.7 9.1
	1 51 06.0											18.4 − 0.5 18.9
	1 49 50.8											
			反	A	72	01	09	09				24.9 6.3
				B			02	01				13.0 31.7
				C			10	08	06.5	29.6		11.9 −13.5 25.4
												− 7.0

地平經度之推算

日期(1908年)及位置	12月22日1	2	3	4
時辰儀讀數	1 49 50.8	2 01 33.0	2 16 31.0	2 43 28.8
時辰儀改正數	— 4 37.5	— 4 37.5	— 4 37.4	— 4 37.3
恆星時	1 45 13.3	1 56 55.5	2 11 53.6	2 38 51.5
極星之赤經 r	1 26 41.9	1 26 41.9	1 26 41.8	1 26 41.8
極星之時角 t (時)	0 18 31.4	0 30 13.6	0 45 11.8	1 12 09.7
極星之時角 t (度)	4°37′51″.0	7°33′24″.0	11°17′57″.0	18°02′25″.5
極星之赤緯 d	88 49 27.4			
$\log\cot d$	8.31224	8.31224	8.31224	8.31224
$\log\tan l$	9.80517	9.80517	9.80517	9.80517
$\log\cos t$	9.99858	9.99621	9.99150	9.97811
$\log a$ (5位)	8.11599	8.11362	8.10891	8.09552
$\log\cot d$	8.312243	8.312243	8.312243	8.312243
$\log\sec l$	0.074254	0.074254	0.074254	0.074254
$\log\sin t$	8.907064	9.118948	9.292105	9.490924
$\log\frac{1}{1-a}$	0.005710	0.005679	0.005618	0.005445
$\log(-\tan A)$ (6位)	7.299271	7.511124	7.684220	7.882866
極星自北點之地平經度(註一)	0 06 50.8	0 11 09.2	0 16 36.9	0 26 15.0
	m s	m s	m s	m s
反正測視之時刻較數	2 30	2 00	3 18	1 38
曲度改正數	0	0	0	0
	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
極星高弧 h	33 46	33 46	33 46	33 46
$\frac{D}{4}\tan h$	0.701	0.701	0.701	0.701
傾斜度 (註二)	−7.0	−7.0	−7.0	−1.8
水平改正數	−4.9	−5.0	−4.9	−1.3
極星之圜圈讀數	252 01 29.6	86 58 11.2	281 54 27.0	116 45 48.6
極星之改正圜圈讀數	252 01 24.7	86 58 06.2	281 54 22.1	116 45 47.3
標誌之圜圈讀數	170 14 57.0	5 15 58.2	200 17 42.4	35 18 45.4
標誌與極星之讀數較	278 13 32.3	278 17 52.0	278 23 20.3	278 32 58.1
極星自北點之改正地平經度(註一)	0 06 50.8	0 11 09.2	0 16 36.9	0 26 15.0
	180 00 00.0	180 00 00.0	180 00 00.0	180 00 00.0
Z 物南之西地平經度	98 06 41.5	98 06 42.8	98 06 43.4	98 06 43.1

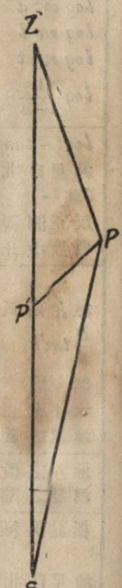
推得之中數須改正光行日差.若標誌有偏心,亦須改正之.

註一　若在北之西須減之.

註二　此數四倍平軸傾斜之水準格數.

§156. 極星中天定子午線法　下述之法見於拉浪德(Lalande)所著天文學中,愛利冠(Ellicott)於1785年曾以之測美國歐海歐(Ohio)及賓夕法尼亞(Pennsylvania)二州之交界.其定子午線之方向也.先知極星及他一星同在豎面內之時刻,乃候至極星中天,此等候之時間因作測之日期及所測之星各有不同.既候至極星中天乃向之指測並以標樁在地上誌其方向.其他一星須靠近過極星之時角圈,故其赤經須約同於極星或較其大十二時.現時合此情況之星爲閣道三及開陽.

星正在極星上下之時與極星中天之時其相距之時間可推求之如下.在第八二圖 P 爲北極,P' 爲極星,S 爲他一星(閣道三),Z 爲天頂.當 S 正在 P' 下時 $ZP'S$ 爲一豎圈,則 ZPP' 爲極星之時角,卽所求之角也.PP' 及 PS 爲二星之距極度,皆爲已知之數.$P'PS$ 角爲二星之赤經較數,可由曆書查得之.故可由三角形 $P'PS$ 推求 P' 角.由180度減去之,卽得 $ZP'P$ 角,其 PP' 爲已知數,PZ 爲測者之緯度餘數.則由三角形 $ZP'P$ 可推算 ZPP' 角,卽所求之角也.由180度或12時減去 ZPP' 卽得兩次測視相間之恆星時數.SPP' 角及 PP' 邊皆極小,故可以其弧值代其正弦,如此可使算式捷便而無大關係於得數.閣道三在極星直上之位置,亦如此推算.北斗開陽星之上下兩位置亦同此.所用之赤經緯須爲當日之數值方能得精確之時距,但由星之平均位置及境域內之平均緯度推得之時距亦足應用也.在美國1910年閣道三之時距爲6.1分,1920年爲12.3分.1910年開陽之時距爲6.7分,1920年爲11.3分.美國曆書自1910年起於卷末載有各緯度各日期之時距數值,在美國境域內通常在極星下中

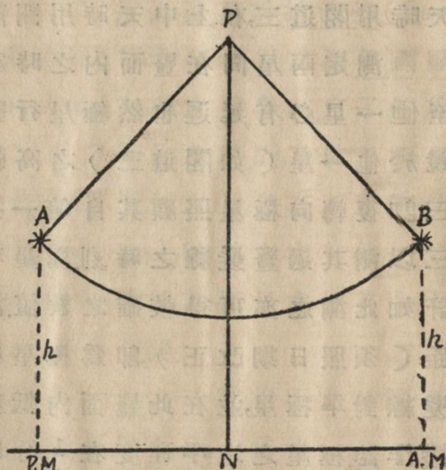


第八二圖

天時用閣道三,在上中天時用開陽.

測定兩星同在豎面內之時刻不能十分準確,因由一星轉至他一星必有延遲也.然極星行動極慢,若先指測極星後轉遠鏡於他一星(如閣道三)之高弧而候其現於視場.一見閣道三即復轉向極星照顧其自第一指測後之行動,乃再轉向閣道三以測其過豎髮線之時刻.極星在此短時間內之行動滿可不計.如此測之亦可得較確之數值.測得之鐘表讀數加表列之時距(須照日期改正),即爲極星中天之時刻.迨此時一到立使髮線對準極星,並在此豎面內低其遠鏡依豎髮線所指立一標樁作誌.極星之地平經度在1分時內之變易約爲半分之角,故指測極星之時刻,縱有數秒之誤差,其影響於得數者亦極微小.即鐘表雖對地方時有差數亦無關於得數,因所需者乃兩測相距之時間須精確也.

§157. 測一星之等高弧定地平經度法 子午線可用一星之兩等高弧定之.當星在子午線東時測其高弧,俟其到子午線西高弧與前相等時再測之.此法之利處在無庸知星之經緯,故不用檢查曆書;其不利處在兩測相間數時之久.此法最適於南半球測量,因彼處近極處無明亮之星也.選用之星以昏後距子午線約3時或4時者爲宜,其高弧須便於用轉鏡測之者,並該星於6時或5時以後仍能認清者方能入選.切不可冒然選之致第二次高弧尚未觀測而太陽光已東出矣.在北半球閣道三爲可用之星.在昏後第一觀測時星應在A處如第八三圖.使平豎髮線平分該星讀記其高弧.並繪一草圖指明所用之星,於地上誌其方向,或量其至基本標誌之地平角.迨該星行至子午線之對方將近同大之高弧時(此時應在B),將遠鏡定準前次觀測所得之高弧指向該星.迨其行入視場乃以豎髮線平分之,



第八三圖

並追隨之行於地平經度內直至其達到平髮線.乃於其時停止追隨,於地上再誌一點(距轉鏡之遠近須與第一次同),或再量其至基準標誌之地平角.此兩次方向所成之角之平分線,即經過測儀之子午線也.然量星至標誌之地平角恆比立樁誌更爲切用.若數次觀測星之高弧而用地平角之中數,則可增進得數之精確.此法可免指數差（調理不妥之差）因其在兩次測視爲數相等也.若半組觀測用正位遠鏡半組用反位遠鏡亦可免去其平軸及視物線之誤差,惟只有 180 度豎弧之轉鏡則不能爲此.每次觀測之前須重整其圓板水準,惟切不可於指測標誌及指測星之間動其水準,但弛其下夾時均可整理之.

§158. 測太陽上下午等高弧定子午線法 此法與前法同,於上午太陽在某高弧時量其至標誌之地平角,再於下午高弧與上午相等時量其至標誌之地平角;但因太陽赤緯逐時變易,故兩地平角之中數非眞爲子午線與標誌間之角,須有以改正之.其改正數等於子午線南點與太陽兩方向之中點所成之角.此角可以下式推求之:

$$改正數=\frac{\frac{1}{2}\triangle d}{\cos l \sin t}\cdots\cdots\cdots\cdots(109)$$

式內 $\triangle d$ 爲每時赤緯之變數乘以兩次測視間所歷之時數, l 爲緯度, t 爲太陽之時角,略同於所歷時距之半數.此改正數因

赤緯之變數而異,無關於赤緯數,故可由任何年曆書取用其相當日之赤緯每時變數而無害其準確.

太陽赤緯每時變數

(1925 年)

日＼月	正	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
1	+12	+42	+57	+58	+46	+21	− 9	−37	−54	−58	−49	−24
5	16	45	58	57	43	17	13	40	55	58	46	20
10	22	48	59	56	40	12	18	43	57	57	43	14
15	27	51	59	54	36	7	23	46	58	56	39	9
20	32	54	59	52	32	+ 2	27	49	58	54	35	− 3
25	36	+56	59	49	28	− 3	32	51	59	52	30	+ 3
30	+41		+58	+46	+23	− 8	−36	−53	−58	−50	−25	+ 9

測某線之地平經度時,立測儀於該線之一端,並使圜板附尺指 0 度,對準豎髮線於標誌並緊其下夾;然後安太陽玻璃,弛其上夾,將遠鏡轉向太陽.此法無須測太陽之兩緣,兩次測視皆指下緣而下午豎髮線所指之緣與上午所指者相反斯已足矣.所以上午於平髮線切下緣豎髮線切左緣時讀記時刻高弧及地平角,下午仍向標點定準測儀轉而測日;惟此次測視平髮線雖仍切下緣而豎髮線則切右緣.於太陽尙未到達午前測視之高弧前數分時,定準豎弧讀數等於該高弧.因午後太陽之高弧漸減,故使豎髮線保持其與右緣正切,直至下緣與平髮線接觸.於斯時乃重錄時刻及地平角焉.此兩次圜圈讀數之中數加以赤緯變易之改正數,卽爲標誌距地平南點之角度.其改正數之代數符號,則俟兩地平角中數在南點之東西而定.若測時太陽正向北行,則中數在南點東.若能於上午連測數次太陽之高弧及其地平角,並於下午作相應之測視,則得數將益精密矣.

例題

緯度 42 度 18 分北. 1906 年 4 月 19 日.

上午測視

標誌讀數　$0°00'00''$

上緣及左緣 高弧 24 58 時角 357 14 15 時刻 $7^h19^m30^s$

歷時之半數 $= 4^h26^m22^s$

$t = 66°35'30''$

$\log \sin t = 9.96270$

$\log \cos l = 9.86902$

9.83172

$\log 230''.9 = 2.36342$

2.53170

改正數 $= 340''.2$

下午測視

標誌讀數　$0°00'00''$

上緣及右緣 高弧 24 58 時角 162 28 00 時刻 $4^h12^m15^s$

赤緯增進數 $= +52'' \times 4^h.44$

$= +230''.9$

平均圜圈讀數 $=$ $79°51'08''$

改正數 $=$ 5 40

角 $=$ 南 79 45 28 東

地平經度 $=$ 280 14 32

§159. 太陽近午之地平經度　若知地方視時,則太陽近午之地平經度可用(24)式推求之;若經度及鐘表對於標準時之差數知之甚確,當能推求地方視時.於日中時欲得子午線之方向,他法皆難應用,則此法尙矣.

例如上午曾作一測視推定鐘表之差數,卽可用此差數推算下午測視之地方經度.或能由午時信號得知標準時,並由地圖得知其差不過 500 英尺之經度,亦可得相當精確之地方視時.此法不便於中夏,因太陽高弧過大也.若高弧不大過50度,則此法用之甚易.其測視與 134 節相同.只須於每次指測時得精密之時刻耳.因得數之確否全視太陽時角之能否推算精確,故測定時刻須愼密也.記錄之測視時刻以鐘表差數改正之,然後化爲地方視時.地方視時化爲度數,卽爲時角 t.乃由下式推得地平經度

$$\sin Z = \sin t \sec h \cos d.$$

時刻緯度之誤差能致 Z 生甚大之誤差,故二者不確不宜用此

法也.

例題　1910年2月5日在緯度42度21分西經4時44分18秒測日定地平經度.

	平圈	豎圈	鐘表
標誌	0°00′		(快30秒)
下緣及左緣	29 01	31°49′	$11^h43^m22^s$
上緣及右緣	28 39	31 16	11 44 22
中數	28 50	31 32.5	11 43 51

蒙氣差	1.6	鐘表改正數 =	−30
h =	31 30.9	東方時 =	11 43 21
			15 42
		地方平時 =	11 59 03
d =	−16 02 32.2	時差 =	14 09.1
		地方視時 =	11 44 53.9
		t =	15 06.1
		=	3 46.5
時差 =	14 09.07		

$\log\sin t$ =	8.81847
$\log\cos d$ =	9.98275
$\log\sec h$ =	0.06930
$\log\sin Z$ =	8.87052
Z =	4 15.4
平圈讀數 =	28 50
地平經度 =	南33 05.4東
=	326 54.6

§160. **太陽正午定子午線法**　若鐘表差數定之甚確(差誤不出一秒),並太陽正午之高弧不甚高能作精確之測視,則下法之定子午線亦甚有用也.測視前須推算地方視午之鐘表時刻並加以校對.若測時能以豎髮線瞄準太陽中心,則視物線

正在子午面,測者若在北半球,則並指正南;然此非盡可能也,故可由下法得地平南點之附尺讀數.定A附尺於0,瞄準標誌而緊其下夾.弛其上夾,於正午前10分定其附尺使豎髮線少在太陽西緣之前.正當各緣行過豎髮線時記取鐘表及附尺之讀數,乃定其附尺使視物線約在子午線內而重其測視,最好於二次測視之後立作第三次測視,俾作校對之用.

每次測視兩鐘表讀數之中數,卽爲太陽中心之讀數,此可於太陽影恰若平分時記取讀數以作校對.由第一第二之附尺讀數及相應之鐘表讀數推其太陽每秒時地平經度之行動.第二鐘表讀數與視午之鐘表時刻相較乃距正午前或後之時間,故由之可算得併入第二附尺讀數之改正數以得子午線之讀數.第三次測視之讀數可用之與第一次相合以校對前此之推算,卽由測視時刻推得第二附尺讀數與實得之讀數相比較南點之讀數,亦可用第一第三或第二第三測視之數推得之.

此法得數之精確視鐘表差數及經度是否精確而定.太陽高弧若過高則難測視,且地平經度之行動甚快,遂致鐘表之誤差使得數所生之差較低高弧爲大;所以此法宜於冬季不宜於夏季.冬季之情況最不適於用太陽上下午等高弧法測定子午線,故此法可爲其代替者.若測者能每日用時刻信號校對其鐘表,則恆能用此法得滿意之結果.

例題 1925年1月1日於北緯42度22分西經71度05.6分處定A附尺於0,瞄準髮線於標誌.然後定附尺向右讀42度40分,測得太陽東西緣過豎髮線之時刻爲11時36分39秒及11時39分01秒.又定附尺使讀45度04.5分,其經過時刻爲11時46分10秒及11時48分31秒.又定附尺使讀45度35分,其經過爲11時48分08秒及11時50分31秒,此乃用以作校對者.鐘表較地方

標準時慢13秒,求標誌距子午線之眞方位.

地方視時	=12 00 00
時差	=　3 40.8
地方民用時	=12 03 40.8
經度較	=　15 37.6
東方標準時	=11 48 03.2
鐘表慢數	=　13
視午鐘表時	=11 47 50.2

第一測至第二測之時距 =9 30.5=570.5,

第二測至正午之時距 =　29.7,

附尺讀數之較 =2 24.5=144.5.

併於第二讀數(45°04′.5)之改正數 x 由下之比例式得之,

$$x:144.5=29.7:570.5,$$

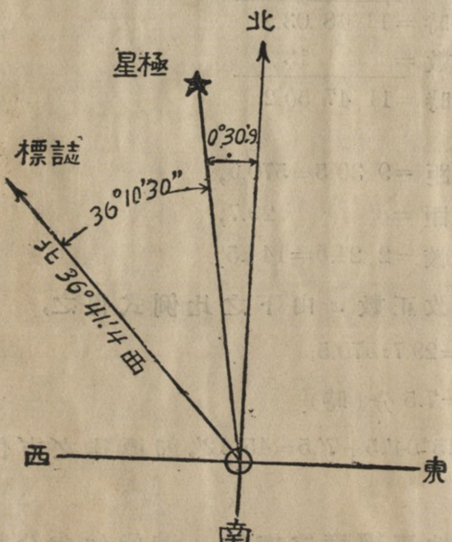
$$x=7.5\text{ 分(時)}.$$

所以子午線之附尺讀數 =45°04′.5+7′.5=45°12′,即標誌之方位爲南 45°12′ 東.

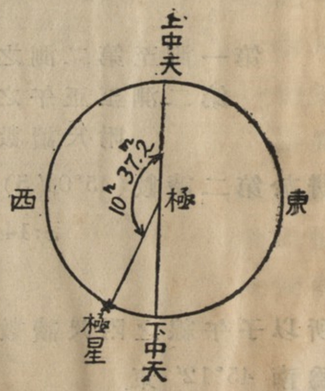
§161. 已知時刻求極星地平經度之概數　若能知半分以內之鐘表差數,則可算得分數不差之極星地平經度.測視時須量標誌與極星間之地平角及錄記指測極星時之鐘表時刻.測時星之高弧亦可量度之,然非絕對必需者也.在將暗之前不用映光即可見星及髮線,是爲測視最便之時.其測視之次序如下:(1)附尺指 0,瞄準標誌,緊下夾;(2)瞄準平豎髮線於極星讀其時刻;(3)讀平角及豎角刻數;(4)錄記一切讀數.如欲得數精確,並可重復測之.

若手中有曆書,可由表 IV 依照已知之時角及緯度查取極星之地平經度.測時時刻化爲地方恆星時,即由之算得時角.用復間求法,由曆書表 IV 可檢算地平經度.

例題　1925年5月18日由標誌順鐘針方向至極星之角爲36度10分30秒,鐘表時下午8時12分20秒,鐘表慢10秒,高弧41度21.5秒,緯度42度22分北,經度爲71度06分西,求標誌之地平經度,見第八五圖.



第八四圖



第八五圖

第一解法

鐘表讀數	8 10 20	午後
鐘表改正數	+10	
東方時	8 10 30	午後
	15 36	
地方時	8 26 06	午後
地方民用時	20 26 06	
表三	3 21.4	
表三(經度)	46.7	
	15 40 38.3	
	36 10 52.4	

地方恆星時	12 10 52.4	
極星赤經	1 33 38.6	
極星時角	10 37 13.8	
由曆書表IV查得地平經度＝	0 30.9	西
量得地平角＝	36 10.5	
標誌方位＝北	36 41.4	西

若無曆書,可藉表 M 及表 N 推算地平經度.測時鐘表時刻改正鐘差後化爲地方時,由表五查得極星上中天之地方民用時.此兩時之較數,卽爲星之時角之平太陽時數.此數須每隔1時加10秒以化爲恆星時（第八五圖）,惟須知上中天時刻小於測時時刻,其較數爲向西之時角;故於此時若時角小於12時,則星在子午線西.若上中天時刻大於測視時刻,其較數爲向東之時角（或24時一眞時角）;故此時若時角小於12時,則星在子午線東.

由表 M 及表 N 求地平經度須用下式:

$$Z'=p'\sin t\sec h \cdots\cdots(104)$$

表 M 爲1925年、1930及1935年 $p'\sin t$ 之數值.自0度起每隔4分（或1度）之時角有一 $p'\sin t$ 數值.表 N 頂行爲 $p'\sin t$ 之數,左邊行爲高弧之數,表內之數乃加於 $p'\sin t$ 以得地平經度 Z' 者也.

若自上中天來之時角距12時較距0時爲近,則用下中天時刻爲便利.

若未測星之高弧,可檢看第七四圖及第八一圖由已知之緯度估計星在測時高於極若干或低於極若干.若知星之時角,此高弧之改正數亦可由曆書表 I 查得.

玆重解前題以顯明此二表之用法.

表 M.　以分數計之極星 $p\sin t$ 數值

t	1925	1930	1935	t	t	1925	1930	1935	t
h m				h m	h m				h m
0 0	0.0	0.0	0.0	12 00	3 00	46.5	45.4	44.4	9 00
4	1.1	1.1	1.1	11 56	04	47.3	46.2	45.2	56
8	2.3	2.2	2.2	52	08	48.1	47.0	45.9	52
12	3.4	3.4	3.3	48	12	48.8	47.7	46.6	48
0 16	4.6	4.5	4.4	11 44	3 16	49.6	48.4	47.4	8 44
20	5.7	5.6	5.5	40	20	50.4	49.2	48.1	40
24	6.8	6.7	6.6	36	24	51.2	49.9	48.8	36
28	8.0	7.8	7.6	32	28	51.9	50.6	49.5	32
0 32	9.1	8.9	8.7	11 28	3 32	52.6	51.3	50.1	8 28
36	10.3	10.1	9.8	24	36	53.3	52.0	50.8	24
40	11.4	11.2	10.9	20	40	53.9	52.6	51.4	20
44	12.5	12.3	12.0	16	44	54.6	53.3	52.0	16
0 48	13.7	13.4	13.0	11 12	3 48	55.2	53.9	52.6	8 12
52	14.8	14.4	14.1	08	52	55.8	54.5	53.2	08
56	15.9	15.5	15.2	04	56	56.4	55.0	53.8	04
1 00	17.0	16.6	16.2	11 00	4 00	57.0	55.6	54.4	8 00
1 04	18.1	17.7	17.3	10 56	4 04	57.6	56.2	54.9	7 56
08	19.2	18.8	18.3	52	08	58.1	56.7	55.4	52
12	20.3	19.9	19.4	48	12	58.6	57.2	55.9	48
16	21.4	20.9	20.4	44	16	59.2	57.8	56.4	44
1 20	22.5	22.0	21.5	10 40	4 20	59.6	58.2	56.9	7 40
24	23.5	23.0	22.5	36	24	60.1	58.7	57.3	36
28	24.6	24.1	23.5	32	28	60.6	59.2	57.8	32
32	25.7	25.1	24.5	28	32	61.0	59.6	58.2	28
1 36	26.7	26.1	25.5	10 24	4 36	61.4	60.0	58.6	7 24
40	27.8	27.2	26.5	20	40	61.8	60.4	59.0	20
44	28.8	28.2	27.5	16	44	62.2	60.8	59.3	16
48	29.9	29.2	28.5	12	48	62.6	61.1	59.7	12
1 52	30.9	30.2	29.5	10 08	4 52	63.0	61.4	60.0	7 08
56	31.9	31.2	30.4	04	56	63.3	61.8	60.3	04
2 00	32.9	32.1	31.4	10 00	5 00	63.5	62.0	60.6	7 00
04	33.9	33.1	32.3	9 56	04	63.8	62.3	60.9	6 56
2 08	34.9	34.1	33.3	9 52	5 08	64.1	62.6	61.2	6 52
12	35.8	35.0	34.2	48	12	64.3	62.9	61.4	48
16	36.8	35.9	35.1	44	16	64.6	63.1	61.6	44
20	37.7	36.8	36.0	40	20	64.8	63.3	61.8	40
2 24	38.7	37.8	36.9	9 36	5 24	65.0	63.4	62.0	6 36
28	39.6	38.7	37.8	32	28	65.2	63.6	62.2	32
32	40.5	39.6	38.6	28	32	65.3	63.8	62.3	28
36	41.4	40.4	39.5	24	36	65.5	63.9	62.4	24
2 40	42.3	41.3	40.4	9 20	5 40	65.6	64.0	62.5	6 20
44	43.2	42.2	41.2	16	44	65.6	64.1	62.6	16
48	44.0	43.0	42.0	12	48	65.7	64.2	62.7	12
52	44.9	43.8	42.8	08	52	65.8	64.2	62.7	08
2 56	45.7	44.6	43.6	9 04	5 56	65.8	64.2	62.8	6 04
3 00	46.5	45.4	44.4	9 00	6 00	65.8	64.3	62.8	6 00

表 *N*. 對於高弧之改正數

	p sin t						Proportional Parts								
h	10′	20′	30′	40′	50′	60′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′	8′	9′
15°	0′.4	0′.7	1′.1	1′.4	1′.8	2′.1	0′.0	0′.1	0′.1	0′.1	0′.2	0′.2	0′.2	0′.3	0′.3
18	0.5	1.0	1.5	2.1	2.6	3.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.5
21	0.7	1.4	2.1	2.8	3.6	4.3	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.6
24	0.9	1.9	2.8	3.8	4.7	5.7	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
27	1.2	2.4	3.7	4.9	6.1	7.3	0.1	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.9	1.0	1.1
30	1.5	3.1	4.6	6.2	7.7	9.3	0.2	0.3	0.5	0.6	0.8	0.9	1.1	1.2	1.4
31	1.7	3.3	5.0	6.7	8.3	10.0	0.2	0.3	0.5	0.7	0.8	1.0	1.2	1.3	1.5
32	1.8	3.6	5.4	7.2	9.0	10.8	0.2	0.4	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.4	1.6
33	1.9	3.8	5.8	7.7	9.6	11.5	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.3	1.5	1.7
34	2.1	4.1	6.2	8.2	10.3	12.4	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.9
35	2.2	4.4	6.6	8.8	11.0	13.2	0.2	0.4	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.8	2.0
36	2.4	4.7	7.1	9.4	11.8	14.2	0.2	0.5	0.7	0.9	1.2	1.4	1.7	1.9	2.1
37	2.5	5.0	7.6	10.1	12.6	15.1	0.3	0.5	0.8	1.0	1.3	1.5	1.8	2.0	2.3
38	2.7	5.4	8.1	10.8	13.5	16.1	0.3	0.5	0.8	1.1	1.3	1.6	1.9	2.1	2.4
39	2.9	5.7	8.6	11.5	14.3	17.2	0.3	0.6	0.9	1.1	1.4	1.7	2.0	2.3	2.6
40	3.1	6.1	9.2	12.2	15.3	18.3	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7
40–30	3.2	6.3	9.5	12.6	15.8	18.9	0.3	0.6	1.0	1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	2.8
41	3.3	6.5	9.8	13.0	16.3	19.5	0.3	0.7	1.0	1.3	1.6	2.0	2.3	2.6	2.9
41–30	3.4	6.7	10.1	13.4	16.8	20.1	0.3	0.7	1.0	1.4	1.7	2.0	2.4	2.7	3.0
42	3.5	6.9	10.4	13.8	17.3	20.7	0.3	0.7	1.0	1.4	1.7	2.1	2.4	2.8	3.1
42–30	3.6	7.1	10.7	14.2	17.8	21.3	0.4	0.7	1.1	1.4	1.8	2.2	2.5	2.9	3.2
43	3.7	7.3	11.0	14.7	18.4	22.0	0.4	0.7	1.1	1.5	1.8	2.2	2.6	2.9	3.3
43–30	3.8	7.6	11.4	15.1	18.9	22.7	0.4	0.8	1.1	1.5	1.9	2.3	2.7	3.0	3.4
44	3.9	7.8	11.7	15.6	19.5	23.4	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.3	2.7	3.1	3.5
44–30	4.0	8.0	12.1	16.1	20.1	24.1	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6
45	4.1	8.3	12.4	16.6	20.7	24.9	0.4	0.8	1.2	1.7	2.1	2.5	2.9	3.3	3.7
45–30	4.3	8.5	12.8	17.1	21.3	25.6	0.4	0.8	1.3	1.7	2.1	2.6	3.0	3.4	3.8
46	4.4	8.8	13.2	17.6	22.0	26.4	0.4	0.9	1.3	1.8	2.2	2.6	3.1	3.5	3.9
46–30	4.5	9.0	13.6	18.1	22.6	27.2	0.5	0.9	1.4	1.8	2.3	2.7	3.2	3.6	4.1
47	4.7	9.3	14.0	18.7	23.3	28.0	0.5	0.9	1.4	1.9	2.3	2.8	3.3	3.7	4.2
47–30	4.8	9.6	14.4	19.2	24.0	28.8	0.5	1.0	1.4	1.9	2.4	2.9	3.4	3.8	4.3
48	4.9	9.9	14.8	19.8	24.7	29.7	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.4
48–30	5.1	10.2	15.3	20.4	25.5	30.5	0.5	1.0	1.5	2.0	2.6	3.1	3.6	4.1	4.6
49	5.2	10.5	15.7	21.0	26.2	31.5	0.5	1.0	1.6	2.1	2.6	3.1	3.7	4.1	4.7
49–30	5.4	10.8	16.2	21.6	27.0	32.4	0.5	1.0	1.6	2.2	2.7	3.2	3.8	4.3	4.9
50	5.6	11.1	16.7	22.2	27.8	33.3	0.6	1.1	1.7	2.2	2.8	3.3	3.9	4.4	5.0
50–30	5.7	11.4	17.2	22.9	28.6	34.3	0.6	1.1	1.7	2.3	2.9	3.4	4.0	4.6	5.2
51	5.9	11.8	17.7	23.6	29.5	35.3	0.6	1.2	1.8	2.4	2.9	3.5	4.1	4.7	5.3
51–30	6.1	12.1	18.2	24.3	30.3	36.4	0.6	1.2	1.8	2.4	3.0	3.6	4.3	4.9	5.5
52	6.2	12.5	18.7	25.0	31.2	37.5	0.6	1.2	1.9	2.5	3.1	3.7	4.4	5.0	5.6
52–30	6.4	12.8	19.3	25.7	32.1	38.6	0.6	1.3	1.9	2.6	3.2	3.9	4.5	5.1	5.8
53	6.6	13.2	19.8	26.5	33.1	39.7	0.7	1.3	2.0	2.6	3.3	4.0	4.6	5.3	6.0
53–30	6.8	13.6	20.4	27.2	34.1	40.9	0.7	1.4	2.0	2.7	3.4	4.1	4.8	5.4	6.1
54	7.0	14.0	21.0	28.1	35.1	42.1	0.7	1.4	2.1	2.8	3.5	4.2	4.9	5.6	6.3
54–30	7.2	14.4	21.7	28.9	36.1	43.3	0.7	1.4	2.2	2.9	3.6	4.3	5.0	5.8	6.5
55	7.4	14.9	22.3	29.7	37.2	44.6	0.7	1.5	2.2	3.0	3.7	4.5	5.2	5.9	6.7

第二解法

測視時刻	$8^h10^m20^s$	午後
鐘表改正數	+10	
東方時	8 10 30	午後
	15 36	
地方時	8 26 06	午後
地方民用時	20 26.1	
上中天	9 50.7	
	10 35.4	
$10^s \times 10^h.6$	1.8	
時角	10 37.2	

表五 5 月 15 上中天時刻	10 20.1
3 日之改正數	11.8
5 月 18	9 50.3
1925 年之改正數	+0.2
經度之改正數	+0.2
極星上中天時刻	9 50.7

表 M 之 $p'\sin t$ =	0°23′.2
表 N 改正數 =	7.7
地平經度 =	0 30.9 西
量得地平角 =	36 10.5
標誌方位 =	北 36 41.4 西

本節所述之法並未於測時加以限制,故多於有朦朧影時作之.斯時大地上物體尙能看清,遠鏡視場亦無須映照.爲急獲所測之星起見,將遠鏡向極遠之物體瞄準並置準焦點,乃高揚遠鏡約等於星之高弧.若星之磁針方位可得估計,則轉動遠鏡一俟磁針指其方位,卽得星之地平方向.如是則星易得矣.若光度太暗不易於尋獲,則可向左右慢動其遠鏡,蓋行動之遠鏡恆較靜止之遠鏡易於得見所尋之星也.

§162. 由帝與勾陳一之地平角定地平經度法　前述諸法皆須確定測視時刻,乃最難之一事.此法免去此層困難,僅由極星與他一星(如帝星)間之地平角推得極星之地平經度.若測得兩星間之地平角,並已知緯度數則兩星之地平經度,卽可推算矣.

欲測時先指向標誌附尺讀 0 度,次乃指向極星讀其附尺,

最後指向帝星讀其附尺.兩附尺讀數之較數爲兩星地平經度之較數(不計測視間極星地平經度之變易因其變甚微也).由表查得相當之極星地平經度.併此地平經度於極星之附尺讀數,即爲標誌之地平經度.

此法及所用諸表於1924年經C.E. Bardsley公佈於世.

測視之時距須不出1分,愈近於同時愈好也.若倒轉後半組之指測次序,則可免去因時距所生之誤差.若測帝(北極二 β Ursae Minoris)星兩次,一次在測極星前,一在後,則可用間求法得在同時測視之讀數.

§163. 子午線之輳極度(Convergence of the meridians) 在兩地測地平經度以定所量之角,若兩地之緯度較數甚大,則兩地子午線輳極度亦甚大.在赤道處各地之子午線彼此平行,無關於其經度較數.在極處子午線之輳極度同於經度較數.概括言之,子午線之輳極度恆等於經度較乘以緯度之正弦.若兩地不在同緯度內,應用其中間之緯度.表七即爲由此式推算之子午線輳極角之秒數,在同緯度內每隔1000英尺有一子午線輳極角之數值.

在兩地作地平經度之測視,如欲校對所量橫過該兩地之地平角,須推算其中間各隣接地之緯度較及子午線之距離,以得兩地子午線相距之全數.然後由表依緯度及子午線距數之英尺數查子午線之輳極度.如無與距數相當之輳極度,可由他數併湊之.例如在緯度40度內66500英尺之輳極度由10倍6000者、6000者及5000者之10分1三數湊成549.3秒.以此數加於第二次測得之地平經度,即變準第二子午線之地平經度歸準於第一子午線矣.

例題 假如在測場1(緯度40度)1點至2點間直線之地

平經度爲82度15分20秒.測量續向西南以至測場21.在此處測得21至20點直線之地平經度爲269度10分00秒.由此測量算得21點在1點之南3100英尺,西15690英尺.由表查得15690英尺之子午線輳極度爲2分09.7秒.所以21點至20點之方向若歸準於1點須加此改正數於所測之地平經度,即爲269度12分09.7秒.在1處測得之地平經度,與21處改正之地平經度(−180度)之較數爲6度56分49.7秒,是爲全偏度或曰地平經度之變數.若測量無誤差,則量得之角必呈如此之差數.

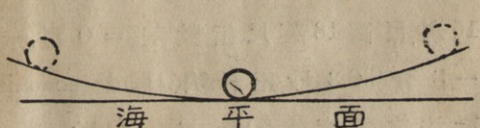
第十二章

海上天文

§164. 海上測視　測定海上在某時航船之位置,及天體之方位所據之理與在陸地定位置及測量線之地平經度咸同,惟其法差耳.因在陸地所用之儀器需不動之架,皆非在海上所能用也.六分儀無須定架,故用於海上作測視甚爲適宜.惟六分儀只能量兩可見點間之角,故須由海平面上量一切高弧而改正其相當之低角.

海上定緯度法

§165. 正午太陽高弧定緯度法　量正午太陽下緣之最大高弧以定緯度,其法同於110節所述者.測視須於地方視午稍前時開始,接連速測其高弧以至其最大高弧.在海平面上測高弧須引太陽影之下緣與水平線接觸,繞遠鏡之軸左右轉動使六分儀微動,如此則太陽影畫一弧線.若其下緣在某點落在水平下則所量之高弧過大,須移動活半徑使其影在弧之最低處正切於水平(第八六圖).



第八六圖

例題　太陽在天頂北測得其下緣高弧69度21分30秒.指數差=−110秒.目高=18英尺.改正之太陽赤緯=+9度00分26秒(北).經緯度之概數=15度00分西,11度30分南.低角差、蒙氣差、視差、半徑差可分別改正,然實際多由鮑狄琪航海學(Bowditch, American Practical Navigation)表46檢取總數以改正之.緯度乃用(1)式推算之.若太陽在天頂北則須以南誌其天頂距,太陽

方位相反所誌亦相反.天頂距與赤緯皆是北或皆是南則相加,若一南一北則相減.緯度之爲南爲北,則視數大者爲南爲北而定.

測得高弧	69°21′30″	表46	+11′28″
改正數	+10 18	指數差	+ 1 10
眞高弧	69 31 48		+10 18
天頂距	20 28 12 南		
赤緯	9 00 26 北		
緯度	11 27 46 南		

§166. 測過子午線之太陽高弧定緯度法 若有困難情形不能確測正午太陽之高弧,可測其近午之高弧,惟須知測視時之時刻.若距午時不過25分,可由鮑狄琪(Bowditch)表26及27查得改正數.若時間較長,須用(24a)式推算高弧.用表26時,頁端爲赤緯,邊爲緯度,中間所列 a 數爲去子午線1分時高弧之變數.用表27時,在頁邊查 a 數,頁端查午前或午後時距之分數(t),所列之數爲所求之改正數 at^2.

例題 1. 1925年1月1日測得太陽下緣高弧爲26度10分30秒.太陽在天頂南,時辰儀時刻爲15時30分10秒,時辰儀快15秒.目高18英尺,指數差 =0 秒,赤緯爲南23度00.8分,時差爲−3分39.3秒.死計法(Dead rechoning)之緯度爲40度40分北,死計法之經度爲50度02分30秒.

時辰儀	$15^h30^m10^s$
改正數	−15
	15 29 55
時差	−3 39.3
格林維基視時	15 26 15.7
經度	3 20 10
地方視時	12 06 05.7

表46	+10′19″
指數差	00
改正數	+10 19

$$\left.\begin{array}{l}\text{表26}\\ \text{緯度}\ 41^\circ\\ \text{赤緯}-23^\circ\end{array}\right\}a=1'.5$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{表27}\\ a=1'.5\\ t=6^m.1\end{array}\right\}at^2=54''$$

測高弧	=26 10 30
改正數	= +10 19
眞高弧	=26 20 49
	= 54
	=26 21 43
天頂距	=63 38 17 北
赤緯	=23 00 48 南
緯度	=40 37 29 北

例題 2.　1910 年正月20日,測得太陽下緣高弧 =20 度05分(南),指數差 =0 秒,格林維基視時1 時35分28秒,死計緯度 =49度20分北,死計經度 =16 度19分西,目高16英尺,改正之赤緯20度14分27秒南,求緯度.

用(24a)推算得緯度爲49度11分北.

海上定經度法

§167. 格林維基時及太陽高弧定經度法　測太陽高弧推算地方時以較時辰儀所示之格林維基時亦可得航船之經度,惟須知時辰儀對格林維基民用時之誤差及其贏縮率,其誤差可由無線電時之信號校勘之.推算三角形求太陽時角時須有船所在之緯度及太陽之赤緯,並所測之高弧.緯度可由前一次測得之數,依其間船行之距離變爲現時之數,此卽死計法之緯度也.因此數之不確,故最要須於太陽近卯酉圈時測視之,所用之方式須爲(19a)之1之變式.

此法亦可用於恆星及行星,則經度卽由恆星時推算之矣.化格林維基民用時爲格林維基恆星時,並推算星在格林維基之時角.由 ZPS 三角形推算所得之時角,爲星在船之所在之時角.此兩時角之差,卽所求之經度也.

例題　1925 年 8 月 8 日下午測太陽下緣高弧 =32 度06分30秒,時辰儀20時37分40秒,其誤差 −1 分30秒,指數差 +1分00秒,目高12英尺,死計緯度44度47分北.太陽赤緯在 $G.C.T.$ 20時 =+16 度 07.9 分,每時變數 −0.7 秒.在20時時之時差 −5分 33.1 秒,每時變數 +0.3秒(用36式).

時辰儀	$20^h37^m40^s$	赤緯20	$+16°07'.9$
改正數	$-1\ 30$	-0.7×0.6	$-.4$
格林維基民用時	$20\ 36\ 10$	赤緯	$16\ 07.5$

時差	$-5\ 32.9$		
格林維基視時	20 30 37.1	時差 20	$-5^m33^s.1$
		$+0.3\times0.6$	$+\ .2$
緯度 $44°47'00''$	*log sec* 0.14888	時差	$-5\ 32\ .9$
高弧 32 18 30			
距極度 73 52 30	*log csc* 0.01743	測高弧	$32°06'30''$
2)150 58		指數差	+1 00
半和數 75 29	*log cos* 9.39909	表 46	+11 00
半和數－高弧 43 10 30	*log sin* 9.83520	眞高弧	32 18 30
	log hav.t 9.40060	(鮑狄琪表 45)	
t	$4^h00^m48^s.7$		
L. A. T.	16 00 48 .7		
G. A. T.	20 30 37 .1		
經度	= 4 29 48 .4		
	$=67°27'.1$ 西		

海上定地平經度法

§168. 太陽在某定時之地平經度 爲確定磁針之誤差及其他之事,恆須知太陽在測時之地平經.若 t、l、d 爲已知數,可由含 Z 之式推算 Z 值;然實際可無須推算而可由表查得之.美國水陸測量局公刊第71號載有每緯度1度及每赤緯1度每時角10分之太陽地平經度, Burdwood 表及 Davis 表用亦同此.若查天體赤緯大過23度時之地平經度,可用水陸測量局公刊第120號.

例題 爲說明公刊第71號之用法,茲試求北緯40分01秒,赤緯22度47分南,時角或地方視時9時25分20秒(上午)時之太陽地平經度.於緯度42度北,赤緯22度南,時角9時20分行下查得地平經度北141度40分東.其與緯度43度相應之地平經度爲141度50分,即大10分;其與緯度42度赤緯23度時角9時20

分相應之地平經度爲142度11分,卽大31分;其與緯度42度赤經22度時角9時30分相應之地平經度爲143度47分,卽大2度07分.故地平經度之第一數,須增加各變數之比例部分方得所求之數.

$$141°40'+\frac{1}{60}\times10+\frac{47}{60}\times31'+\frac{5.3}{10}\times127'=143°12',$$

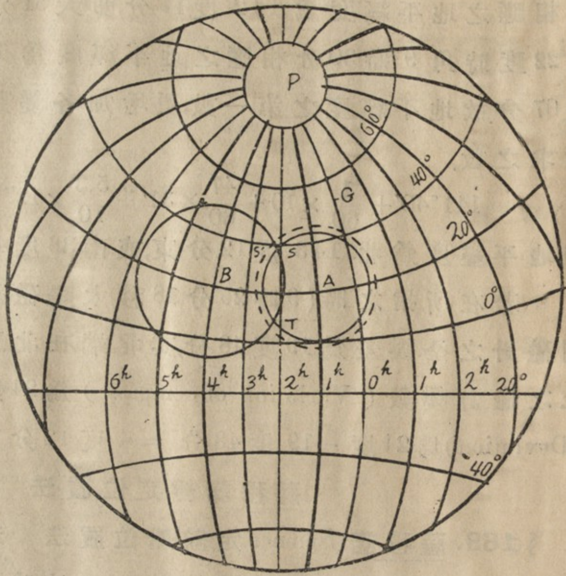
卽地平經度爲北143度12分東,或南36度48分東.

若在所指之時(9時25分18秒)太陽磁針方位爲南17度東,則磁針之全誤差爲19度48分,其北端在北點之西.若圖(Chart)上之磁針變數(Variation of compass)爲24度西,則磁針之偏度(Deviation)爲24度−19度48分＝4度12分東.

薩穆諾線定位置法

§ **169. 薩穆諾(Sumner)定航船位置法**　若知某時太陽之赤緯及格林維基視時,此二經緯數卽爲地球面上在日心直下一點之經緯度,此點名曰日下點(Sub-solar point).若測者正在日下點,則太陽正在其天頂;若離開該點一度,無論在何方向,太陽之天頂距必爲1度;若離開2度,則天頂距必爲2度.所以若測者量得太陽之高弧,則測者必居於以日下點爲心,以太陽天頂距(度數)爲半徑之圓周上.繪此圓於球上,須先用經緯度定日下點,然後用圓規使所張之弧等於天頂距,以日下點爲心畫一圓圈.測者必居於圓周某處,因地球上所有各處其太陽之高弧等於所量者皆在此圓周上也.此圓圈名曰位置圈,其任何部分名曰位置線,或曰薩穆諾線.

設於格林維基視時1時測得太陽天頂距爲20度,其赤緯爲20度北,日下點乃在八七圖之A點,測者必在以A爲心以20度爲半徑之圓周上.若候至格林維基視時4時重測得太陽天頂距爲30度,則日下點在B點,其經緯爲4時及20度02分北(假

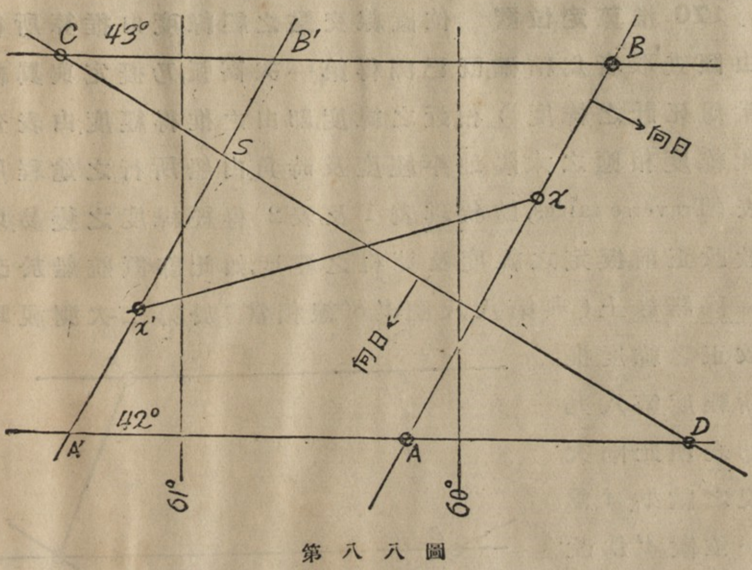


第八七圖

定之數),測者此時必在以B爲心以30度爲半徑之圓圈上.若在兩測之間船之位置未變,則船必或在S或T處,因其相去甚遠,故實際並不難指出何點爲船之位置.由太陽之方位(Bearing)並能知該點在圈之何部分.若船自第一測後已變其位置,則須計及其所行之距離.設假定船背日直去已行60英里或1度,是以若作第一測視時船在第二位置,A點仍爲同點,惟半徑爲21度,船之位置乃在點線之圈上.所以在第二測視時船之眞位置在交點S'處.若船非背日直去或向日直來,則推算因測者天頂之變易位置圈半徑所蒙之增減亦非難事.

上述乃薩穆諾法之原理,實際其圈之半徑不能如第八七圖之短,所以用小圈者便於說明也.因位置圈之半徑甚長故在航海圖(Chart)上者僅爲其一小部分.實際所用之部分其小足使不計其曲度,故位置線在航海圖上可視爲直線.欲定薩穆諾線於航海圖上可假擬兩個緯度,而實用之緯度在其中間.由此兩擬定之緯度,已知之赤緯,測得之高弧,及時辰儀之讀數,可推得兩個經度(167節)以應兩個擬定之緯度.此爲薩穆諾線上兩點之經緯,故依此可定薩穆諾線於航海圖.數時後另作一測視,

重定一新位置.因爲須計及位置圈半徑因船在兩測間之行程所蒙之變易,故須移第一線於船行之方向,所移之距離同於船之程,並仍與原線平行.如第八八圖 AB 線爲由上午 9 時測日及所擬緯度42度及43度而得之位置線.第二測在下午 2 時,船於其間已向南75度西行67分(1海里等於6080.20英尺,假定其在地球各部均等於大圈 1 分之弧).畫此行程於航海圖,即如



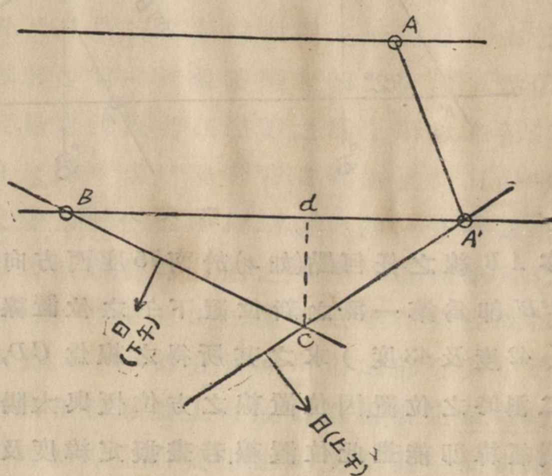
第八八圖

移 AB 線之任何點(如 x)於南75度西方向及於距離67分之處,$A'B'$ 即爲第一測之新位置.下午之位置線亦依所擬之兩緯度(42度及43度)求之,其所得之線爲 CD,交點 S 即爲船在第二測時之位置.因位置線之方位恆與太陽方位成直角,故由一對經緯即能畫此位置線.若畫擬定緯度及算得經度之點於圖上,經此點引一線與太陽方向(如地平經度表所示)成直角,所得即薩穆諾線,船必在該線上也.兩點作線法所給之點實在位置圈之弦上,一點作線法所給之點在位置圈之切線上.通常

所用乃一點法也.

此法之最大利處,即在縱使僅能作一次測視,亦能因以知船之位置係在某一直線上,此其價值已非小矣.例如已知第一位置線正經過危險之地,航船者乃知其方位而不知距離,即能由此一次測視避去該危險之地.若該地為所欲到之點,則即知船應向何方轉舵.

§170. **推算定位置**　位置線交點之經緯度由推算所得者,較由圖查取者為精確.既已測得第一次高弧,乃擬定與眞緯度（常為死計之緯度）相近之緯度,即由之推得經度.由表查得與此緯度相應之太陽地平經度及時角.由船所行之途程用橫過表（Traverse tables, 鮑狄琪表 1 及表 2）得經緯度之變易.以此較數改正前擬定之緯度及算得之經度,如此即置航船於改正之薩穆諸線上（與第八八圖 $A'B'$ 線相當）.於第二次測視時用此改正之緯度推算新經度.第八九圖即表明此兩次測視之結果.A 為第一位置,A' 為改正船途程後 A 之位置,B 為由第二次測視所得之位置,惟推算時所用之緯度係 A' 者.所以 $A'B$ 為因錯用緯度所生之經度不合數（Discrepancy）,並為以 C 為頂點之三角形之底線,C 點即船之眞位置也.兩底角 A' 及 B 為兩測時太



第八九圖

陽之地平經度.設由 C 點引一垂線至 $A'B$ 以成兩正三角形,則

$$Bd = Cd \cot Z_2,$$

$$A'd = Cd \cot Z_1,$$

或

$$\Delta p_2 = \Delta l \cot Z_2,$$

$$\Delta p_1 = \Delta l \cot Z_1.$$

式內 Δl 為緯度之誤差, Δp 為午線距之較數.若欲使 Bd 及 $A'd$ 表明經度較數($\Delta\lambda$)須引入 $\sec l$,乃有

$$\left.\begin{aligned}\Delta\lambda_2 &= \Delta l \sec l \cot Z_2\\ \Delta\lambda_1 &= \Delta l \sec l \cot Z_1\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(110)$$

Δl 之係數名曰經度因數 (Longitude factor), 可由鮑狄琪表47查得之.用微分法亦可得此方式.

推求緯度改正數 Δl, 因 $A'B$ 距離 $= \Delta\lambda_1 + \Delta\lambda_2$ 為已知數, $\sec l \cot Z$ 因數可由算得之或由表查取之,則 Δl 可由下式算得之:

$$\Delta l = \frac{A'B}{\sec l \cot Z_1 + \sec l \cot Z_2} \cdots\cdots\cdots\cdots(111)$$

既得 Δl,則改正數 $\Delta\lambda_1$、$\Delta\lambda_2$ 可由(110)式算得之矣.(110)式之所以引入 $\sec l$ 者,因午線距較 (Difference in departure) 等於經度較乘以 $\sin l$ 也.

若兩次測視一在上午一在下午,(111)式之分母為兩組因數之和,若同在子午線之一邊,則為兩組因數之較.欲得數佳善兩地平經度較數須不小於30度.若角甚小,則算得之位置較畫得之位置為確.若兩物體能於同時測視且其方位較不小於30度,其位置可立得之,因其無船之行程可計也.如此測視對日月或兩光亮之星或兩行星作之均可,所得經度之準確完全依靠時辰儀之精確,則正與167節相同.

例題　依薩穆諾法定船之所在.

1910 年 1 月 4 日於格林維基民用時 13 時 12 分 33 秒時測得太陽高弧爲 15 度 53 分 30 秒,指數差 ＝0 秒,目高 36 英尺,死計之緯度爲 42 度 00 分北.

於格林維基民用時 18 時 05 分 31 秒測得太陽高弧爲 17 度 33 分 30 秒,指數差 ＝0 秒,目高 36 英尺,船在兩測間之行程爲北 89 度西,45 英里.

第一測視

$G.C.T.$	$13^h12^m33^s$	測高弧	$15°53'30''$	赤緯	$-22°47'04''$
時差	$-4\ 51$	表 46	$+7\ 11$	距極度	$112\ 47\ 04$
$G.A.T.$	$13\ 07\ 42$	眞高弧	$16\ 00\ 41$	時差	$-4^m51^s.2$

高弧	$16°00'.7$		
緯度	$42\ 00$	*sec*	0.12893
距極度	$112\ 47.1$	*csc*	0.03528
	$2\overline{)170\ 47.8}$		
半和	$85\ 23.9$	*cos*	8.90433
半和減高弧	$69\ 23.2$	*sin*	9.97127
		log hav.t	9.03981
		t	$2^h34^m40^s$

太陽地平經度南 $36°48'$ 東	地方視時 ＝ $9\ 25\ 20$
地平經度因數 1.80	$G.A.T.$ ＝ $13\ 07\ 42$
	經度 $3\ 42\ 22$
	＝ $55°35'30''$ 西

緯度 $42°00'$ 北	經度 $55°35'.5$ 西
行程 0.8 北	行程 1 00.7 西
改正緯度 42 00.8 北	改正經度 56 36.2 西

第二測視

$G.C.T.$	$18^h05^m31^s$	測高弧	$17°33'30''$	赤緯	$-22°45'10''$
時差	$-4\ 56.8$	表 46	$+7\ 31$	距極度	$112\ 45\ 10$
$G.A.T.$	$18\ 00\ 35.2$	眞高弧	$17\ 41\ 01$	時差	$-4^m56^s.8$

高弧 17°41′.0

緯度 42 00.8 sec 0.12902

距極度 112 45.8 csc 0.03522

2) 172 27.6

半和 86 13.8 cos 8.81790

半和減高弧 68 32.8 sin 9.96882

log hav. t 8.95096

太陽地平經度 南33°30′西 t $2^h19^m07^s$

地平經度因數 2.03 地方視時 14 19 07

G. A. T. 18 00 35

經度 3 41 28

55°22′西

改正經度 56°36′.2 第一經度改正數 19′.4×1.80=34′.9

第二經度 55 22 第二經度改正數 19′.4×2.03=39′.3

較數 1 14.2=74′.2

第一經度 56°36′.2 第二經度 55°22′

緯度改正數 $\frac{74'.2}{1.80+2.03}=19'.4$ 改正數 34 .9 改正數 39.3

56 01 .3 56 01.3

∴緯度=42°20′.2北, ∴經度=56°01′.3西.

§**171.** 喜雷亞法(Method of Marcq St. Hiliare) 若不如前述之法推算三角形以求在極處之角,則可擬一對近於眞位置之經緯度數而推算所測物體之高弧.如所擬者不在薩穆諸線上,則算得之高弧必不同於測得者.此兩高弧若以分數計之,其較數爲所擬之位置距薩穆諸線之英海里數.若測得之高弧大,則所擬之點須向太陽移動,其移動之數等於兩高弧較.經過此已移之點與太陽方向垂直之直線,卽爲眞位置線也現時皆用此法推算;惟若太陽正在午線,則依 165 節所述之法推算緯度;若逼近於卯酉線,則可照 167 節之法推算之.

推算高弧之方式爲

hav. 天頂距 $=$ *hav.*（緯度～赤緯）$+$ *cos* 緯度 *cos* 赤緯 *hav.* 時角.

式內（緯度～赤緯）若二者符號相同爲緯度與赤緯之較數，若相反則爲其和數.高弧爲90度減去天頂距.爲解明此法，茲推算170節之第一測，假定緯度$=$42度00分北，經度$=$56度30分西，則時角 t 求得之如下：

格林維基民用時	$13^h12^m33^s$		
經度	3 46 00		
地方民用時	9 26 33		
時差	−4 51.2		
$t=$ 地方視時	9 21 41.8	*log hav.*	9.05922
緯度	42 00	*log cos*	9.87107
赤緯	−22 47.1	*log cos*	9.96471
		log	8.89500
		數	.07852
緯度～赤緯	64°47′.1	*hav.*	.28699
天頂距	47 23.7	*hav.*	.36551
算得高弧	15 36.3		
測得高弧	16 00.7		
高弧差	24.4 向日		
太陽地平經度南	36 48 東.		

由緯度42度00分北，經度56度30分西之點，於南36度48分東之方向，引一直線.於此線上向太陽量定24.4英海里（每緯度1分$=$1英海里）.由末一點於南53度12分西之方向(90度－56度30分)引一直線，卽所求之位置線.

§**172. 高弧及地平經度表及位置圖**　爲便於繪圖定位置起見，美國水路測量局刊布兩組表以爲推算三角形之用，並有

製成航海之圖,特備畫位置線之用.

其*H. O.* 201 表列有每整度之緯度及赤緯度及每整10分之時角時太陽(或其他赤緯小於24度之天體)之高弧及地平經度.因所擬推算之點,除須不能去眞位置太遠外,並無其他的限制,故可免去對緯度及時角之間求,而只用鄰近之整度緯度及與10分整倍數之時角相應之經度.對赤緯之分數作間求可卽由表取得高弧及地平經度.此由表取得之高弧(卽算得之 *h*)與測得之高弧之較數,卽爲由所擬點向太陽量置之距離(須測高弧大).例如用此表推算 170 節之例題,以緯度42度,時角 2 時40分,及赤緯 −23 度,爲入手之初步.對赤緯較13分作間求,得高弧15度 24.7 分,地平經度北142.1東.與時角 2 時40分(地方視時 9 時20分)相應之經度爲 3 時47分42秒,或56度 55.5 分西.若畫定此點(42度北,56度 55.5 分西)並向太陽(北142.1東)量置 36.0 分,則其所得之位置同在 170 節所得之薩穆諾線上.所擬定之位置有變易,地平經度亦卽小有變易,薩穆諾線之各部分不能全與方向相合,因其爲圓圈之正切線也.

其*H. O.* 203 表列有在每整度緯度、高弧及赤緯時之時角及地平經度.在此表赤緯擴至27度.用此表時假擬一整度之高弧與測得者相差不遠.只須對赤緯分數作間求亦與上表相同.此項間求可利用與時角及地平經度同列之每分變率(Rate of change per minute),故亦不難作也.用此表推算前題可用緯度42度北,高弧16度,赤緯 −22 度 47.1 分南.所得之時角爲 2 時34分 50.6 秒(或地方視時 9 時25分 09.4 秒),地平經度爲143.1度.與此時角相應之經度爲55度38分西.畫定此點(42度北,55度38分西),並向太陽量置0.7分(測高16度 00.7 分,與表列高

弧16度之較數），則得同一薩穆諾線上之另一點.

其備畫薩穆諾線之航海圖(Chart)註明經緯度之各整度(No. 3000, Sheet 7, 由35度北至40度北; Sheet 8,由40度北至45度北.餘類推）.經度每度寬 4 英寸,緯度則比例爲大.並在子午線及平行線上註有分之比例尺.其在緯度比例尺上之分數並爲量置高弧較之英海里數之比例尺.圖上並有一羅盤圈,備量置地平經度之用.此外則圓規、平行尺、鉛筆乃所需之儀器也.

其 *H. O.* 204 之排列同於 203,但其緯度線由60度北至60度南,赤緯由27度至63度,此乃用於測視航海星者.

航船之位置雖常用薩穆諾線法畫求之,然固皆可用算法推求之也.若於情況之下畫線法難得精確,則推算法尚矣.

第十三章

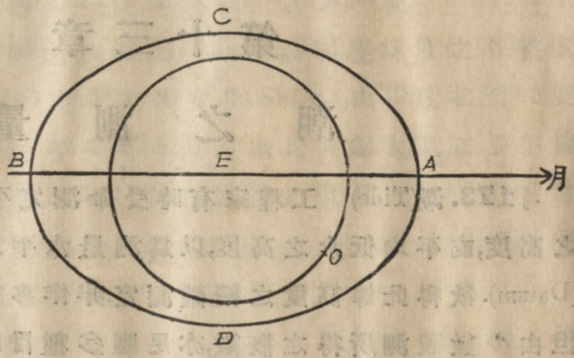
潮之測量

§**173.** **潮**(Tide)　工程家有時受命測定平均海水線(Sea level)之高度,或平均低水之高度,以為測量水平或測量水深之底線(Datum).欲得此等高度之精確測定,非作多數之詳細觀測不可;但由少數觀測所得之概數,亦足應多種目的之用矣.惟欲得觀測結果佳良,必須明瞭潮之普通原理.

因月與日對地球之攝力作用而生之海洋面之定期起伏曰潮.潮之一字,亦有時用指水之地平行動(如潮流),但在本章其意義僅指水之垂直行動.水面上昇時曰漲潮(Flood tide),下降時曰落潮(Ebb tide).每日恆有兩次潮之漲落.潮昇至最大高度時曰滿潮,亦曰長水(High water);降至最小高度時曰干潮,亦曰落水(Low water).二者之差曰潮高差(Range).潮在朝時曰潮,潮在夕時曰汐.接連兩次滿潮之期平均為24時51分,與月球兩次經過子午線之平均時間適合.

§**174.** **潮之起因**　潮之主要成因為月對地球各部攝力之不同.因攝力與距離之平方成反比例,故地球表面之近月部分所受之攝力較中部為大,而中部所受者又比遠月部分為大.設地月均靜止不動,則處月球下之水面昇高,如第九〇圖 A 處所示者焉.因 B 所受之力為最小,地去而水留,故亦上昇也.此二處攝高水面之力且有壓下 C、D 二處水面之趨勢.若僅令地球轉動,則在地面任一點 O 之人每日身經二高潮二低潮,高低二潮相距之時間為 $6\frac{1}{4}$ 時矣.以上所述乃指地月靜止時生潮之現象.但因地球轉動之速度甚大,水之深度較淺,且潮與陸地衝突,

實際之潮甚為複雜.假若地面全為水覆蓋,且靜止不動,則高潮與低潮水面之差約為二英尺.惟潮遇大陸時所生之衝擊往往迫潮波作狹流,或作淺流,故地有峽口潮入必驟漲而高.實在之潮高差有至五十英尺左右者.北美芬地灣(Funday)之潮,及中國海甯之潮,即其例也.



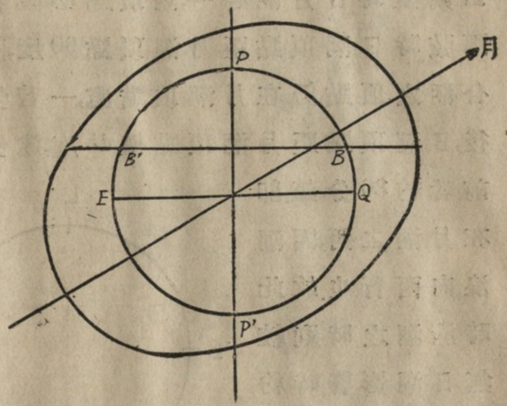
第九〇圖

日之攝力一如月,亦作同樣之潮於地球之水面,惟較小耳.日之質量雖大於月,然因其距地甚遠,其生潮之力與月比僅如2與5之比.實際之潮乃二者所生之潮之合,然有時合而相加,有時離而相消.朔望時為二潮之和,兩弦為二潮之較,故朔望及兩弦潮之高卑若(5+2)與(5−2)之比.

§175. 月球位相之影響 當日及月之攝力作用在同一直線上,即月在朔或望之位置時,潮高逾常是曰大潮(Spring tides).當月在上弦或下弦之位置時,日月之潮有一部分彼此相消,以致潮高差較常為小,是曰小潮(Neap tides).

§176. 月赤緯變異之影響 凡日月之赤緯度異,潮亦因之而異,蓋潮之頂點恆欲正對發攝力之體,其體之方位變則潮亦隨之而變也.故每月每年潮必漸增而大,復漸減而小,當以黃白交點之周時推之.一周中月在赤道南北之赤緯最大為28度36分,最小為16度20分.

當月在赤道時連接高潮之高度大略相等,若月偏於赤道



第九一圖

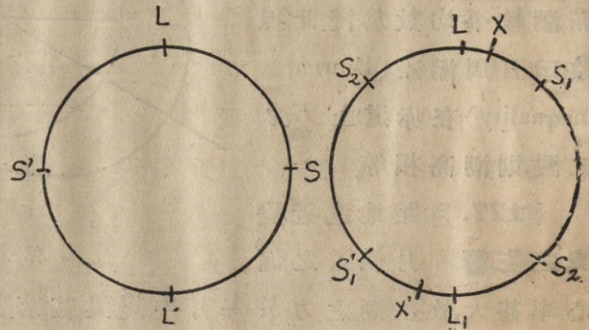
北或南時,則其高度不等.如第九一圖所示,在月下 B 處之滿潮較平均數爲深,而12時後轉至 B' 處其滿潮較平均數爲淺.此現象曰日周潮差(Diurnal inequality).在赤道上 E、Q 二點,則潮高相等.

§**177.月距地遠近變異之影響**　月軌道之偏心率甚大,故生潮之力於每月中變異甚著.月距地之變異範圍約爲百分之13,上下各約百分之6.5(日月攝水成潮之力與距地之立方有反比例).月在卑點時所生之潮比在高點時所生者約高百分之20.

§**178.初潮,尾潮及港口差**　潮繞地一周爲潮日(平均爲24時51分).設止有月而月行於赤道面,則潮日即太陰日(月兩次中天之時間),爲月恆星周時及地一日自轉相合而成.又設止有日而日行於赤道面,則潮日即平太陽日.今皆不然,乃還二浪頂點相合之公共最高點繞地一周而成一潮日.此點在二浪中間,依二浪或漸相合或漸相離而生進退.故潮日之變有大小,在朔望時其變最大也.在大潮後數日,潮日約爲24時38分,小於平均數13分.在大潮前數日,潮日爲25時6分,大於平均數者15分.潮日短則滿潮較常時早到,是謂潮之闖前,亦曰初潮(Priming);潮日長則滿潮較常時晚到,是爲潮之遲後,亦曰尾潮(Lagging of the tide).

潮之闖前遲後,當然由於日月潮浪合作而生,玆再詳言之.

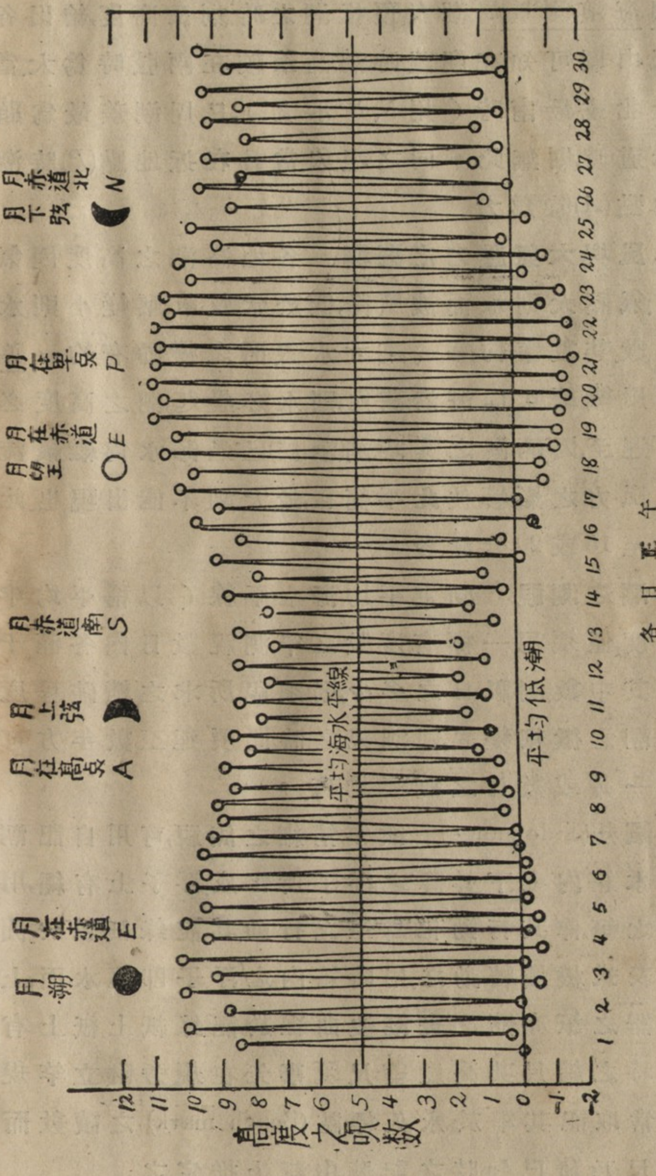
當朔望時日月潮合一,潮頂點必直在月下(如無他阻力).在兩弦時日潮頂點距月潮頂點90度,兩邊牽扯之力相等.故日月合潮之頂點仍在月潮頂點處,一若無日潮者然.但朔或望三日後,日潮頂點距月潮頂點僅45度,遂使日月合潮之頂點在月潮前者約30分鐘.即在月潮之西,因潮浪向西行也.故此時滿潮之時刻較無日潮影響時約早30分鐘.由此可知前三日潮日必已逐漸縮短,潮候闖前也.同理在朔或望前三日,日潮使日月合潮之頂點在月潮東,遂致滿潮時刻較晚而潮日延長也.



第九二圖

在朔望時各地之高潮恆於月過午線後,若干時間始追隨而至.其時間之長短隨地而異,名曰港口差(Establishment of port),亦曰海口潮時.無論何海口水之漲落必與日月過午線相應.若水不因他故而動,亦無阻力,如爲海底所滯或過長峽等事,則本海口所當得潮浪之最高點必應時而至,與潮之候必相合.設有此諸故,則必生差,諸海口之差各不同.察統地球一切海口潮汐最高之候亦一要事,蓋準此能知統地球潮候之差也.考此事當細心,勿以平潮誤爲最高之時.雖有時平潮與漲水落水合,然其故大不同,此若誤必不能考定潮之理,蓋一切俱紊也.紐約之海口差平均爲8時13分,其在一月內之變異範圍上下各約22分,此其例也.

§**179.** **潮圖**　以上所舉之變異,均示於第九三圖.圖之製成



第九三圖　1910年9月波斯頓處之預推潮圖

係由美國海濱測量局潮表預推潮之時刻及高度,繪出各點而連以直線.由圖可知在朔望時潮高差較在兩弦時為大.當月在赤道之最北或最南時(用N、S示之),日周潮差最為顯著,而當月在赤道時,則無此不同之現象.當月在近地點(P)時潮高差較在遠地點(A)時為大.

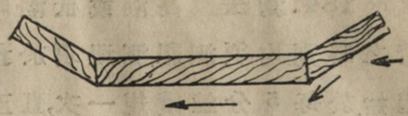
§**180. 風與大氣壓力之影響** 各地高潮之高度因氣候變遷而不同.氣壓大則水面被壓降,低於常數;氣壓變小則水面必升,高於常數.其數率約每一英寸水銀面之變動有約一英尺之昇降.若有風繼續吹向海港灣內,則水必疊起,潮之高度必增.所以滿潮必遲至,因滿潮之眞時刻(潮候)已過海水尙繼續流入,非俟落潮與風力之影響彼此平衡後,最大潮不能出現也.此遲延之時間有至15或20分鐘者.

§**181. 潮之測視** 測定平均海水平線(以稱平均半潮為宜)之高度,僅須用一標有度數之竿,測視數日內各滿干潮之高度而取其中數.測視日之多少,則須視所求之精確程度而定.若欲計及潮之微細變異,則測視之時間須延至數年方可.若求其大概,則一月或數日之測視均可.

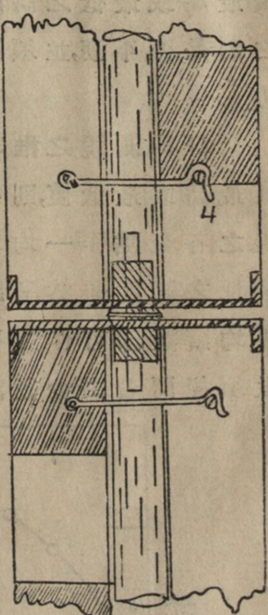
§**182. 潮規**(Tide gauge) 欲作精細之測視,可用自記潮規.此規為一在木箱內上下昇降之浮子所作成.浮子上有繩,用機械連於記錄之筆,俾其行動化為筆之行動.其記錄紙包於圓筒上,此筒由鐘表式機械轉動之.用時箱內之浮子即隨水面上昇下降,而記錄器之筆亦隨之畫潮波曲線於記錄紙上.紙上有高度之縮尺及時之縮尺.其高度縮尺須事先在規旁附立竿規(Saff gauge),時常取記其準於永久標誌(Bench mark)之讀數而定之.其時之縮尺乃藉已知時之記號,由紙上推定之.

若僅欲作少數之測視,可用最簡單之竿規.此規為一刻有

度數之固定垂直木竿.竿之高度須任何時得讀水面之高.若水面靜止則水之高度卽可由竿上直接讀出.若水面有波浪流動,則竿之構造須稍爲複雜.若流雖急而水面之起伏不速,則水衡規時所生之小潮波可用二斜木條附於規之兩側使水波轉偏以去之.第九四圖所示,卽爲此種竿規之平斷面.若水面有波浪,則高度變更甚快,所測之值自不能準確.欲免此弊,可用一直徑$\frac{3}{4}$英寸之玻璃管,置於二木條間,如第九五圖所示.木條之側面刻有量高之度數.水入管內,其水面卽爲規外之水面.爲阻止水高驟變起見,於管之下端置一木塞或橡皮塞,中插一小管,其內徑爲 1 公釐(mm.).水由此小孔上昇甚速,故所量之高度準確.且因此小管之設備,小波對於測量已無若何影響.爲普通使用便利計,此器分爲三段,每段約 3 英尺.用時可用塞子,中穿一小管,由一段大管之尾連於他段大管之端(如圖所示).若欲由遠處讀出規上所示之高度,可於管背塗一紅條.在水面上紅條之寬爲原形,但在水面下者,因折光現象,恆比原形爲寬大.故水面之分界線得易讀出,卽在遠處用遠鏡瞭望規上所示之高度亦能見也.



第九四圖



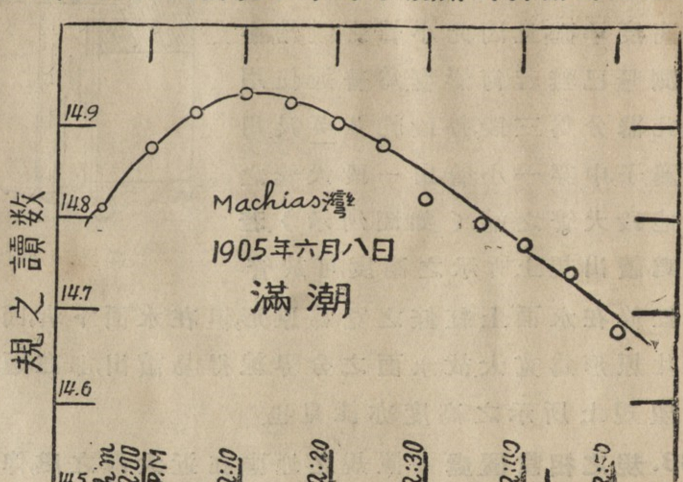
第九五圖

§183. 規之相當置處　置規之地應在近大海之處,俾得眞潮高差.且須設法使其得避免巨浪之冲擊.規之位置及水之深

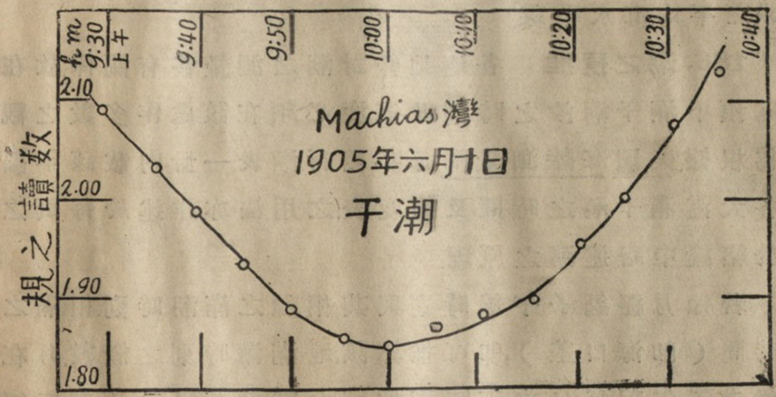
度均須無礙於規之工作.縱在最高或最低潮時,水面之高度亦能由規上讀出方可.

§**184.測法**　高潮或低潮時規上最高及最低讀數,及其到着之時刻,均須測記.測視須於預知之高潮或低潮期前30分鐘起始.於每5分鐘讀規一次,直至最高或最低之高度已到後數分鐘始止.有時水面在高潮或低潮時起伏不定,以致第一次所讀最高或最低之高度時,並非滿潮或干潮之眞時刻.欲知所測之潮是否平潮,並須同時注意風力及風之方向以及大氣之壓力.

§**185.測視之推求**　若規上所示之高度變異致不易察出其最高或最低值,則可用時刻作横標線,高度作縱標線,經縱橫線之各交點作一均和之線,如此卽刪去偶然之錯誤,而最高或最低之高度顯然呈出矣.若諸測視皆如此推求,則諸滿干潮之平均讀數卽可作爲平均半潮之讀數,但滿潮與干潮讀數之次數須相同.若由少數測視求平均半潮,則所併諸對之滿干潮,須

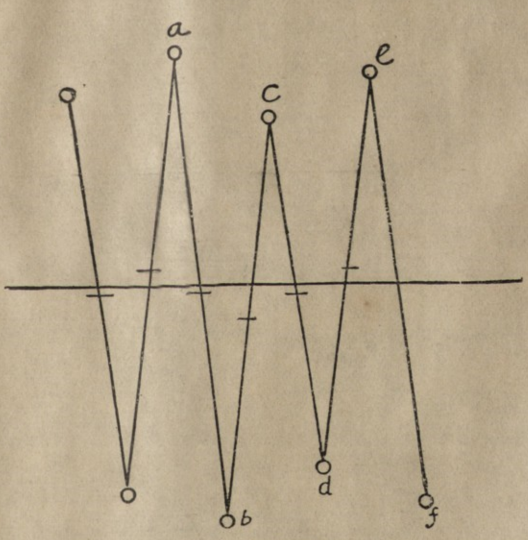


第九六圖



第九七圖

不含日周潮差所生之誤差方可.如第九八圖所示 a 與 b, c 與 d, 或 e 與 f 之平均值,均近於平均半潮之值.若用 b 與 e 或 d 與 e 所得之平均值,則非過大卽過小矣.由美國海陸測量局刊印之潮表,考其預定之高度及時刻,可選相當之潮.考察其預定之高度,可推出平均海水平線與平均半潮之眞關係(此平均半潮乃由與實測潮相合之預定高度所算出者).二者之差,卽可用以改正測視所得潮之平均高度,以求平均海水平線.例如在測地近處之港,預知 a、b、c、d、e 與 f 六潮之高度,其平均值較平均海水平線低0.2英尺.則遷測視所得六潮之平均值,須加此改正數0.2英尺,方爲



第九八圖

所求之平均海水平線.

§**186. 潮之預推** 各地地勢對潮之測量甚有關係.故在任一處預卜滿干潮汐之時刻及高度,必須在該處作多數之觀察以爲根據.美國海陸測量局每年發行潮表一冊,內載該年國內外各大港滿干潮之時間及高度.表之用法亦詳述於每頁之底,且於緒論中略述潮之原理.

若知月經過子午線時刻與其相隨之滿潮時刻.相隔之平均時間(卽海口差),卽可推算該地滿潮時刻之概數.月在格林維基子午線每日中天時刻,均可由曆書查得之,並有每經度1時之變數.此每時之變數,乘以西經之時數,加入表列之中天時刻,卽得地方之中天時刻.再加海口差,卽爲滿潮時刻之概數.此得數値朔望時尙近準確,若値他時則約有數分鐘之變異.

第十四章

地球

§**187. 地球概論** 欲知經緯、星之大小遠近、方位、軌道及相屬之理,必先於地面測之.不明地之理,則所測得之理俱誤矣.

地爲球體,乃行星之一也.第憑目所見,則地甚大,行星俱只一點.地無光,行星俱有光;地不覺動,行星刻刻移動,悉皆相反.是以人非大智,聞此說未有不駭異者.然强分地與行星爲二類,則推步諸曜俱扞格不通矣.故天學入門首當明此理.

假如空中有諸物,欲悉定其方位,必先知我身之或動或靜.若我身實動而誤爲靜,則所定方位俱不合矣.我身居地面,動靜因乎地.故欲定諸曜方位,必先考地之爲動爲靜,此實天學中最要事也.

地係行星,故地亦動.地動而所載之物如山岳、河海、風雲之類,莫不隨之俱動,故人不能覺.譬如舟不遇風浪,車在坦道,以平速行,所載什物與之俱行,人坐其中,如居安宅,初不覺動.其理一也.

以地爲不動者,由於未明地之狀,蓋常人之心必以地爲無限之平面.面之上爲虛空,面之下爲無窮深,皆土也.果如此,日東出西沒將洞穿堅實之地底而過乎,抑地中有穴自西通東爲日出入之路乎.而日出入之方位日日不同,且月與諸星亦每日出入.將地有無數穴如蜂窠乎,必不然矣.故地不能無限廣且厚,其體必有盡界而浮於空中,四周無他物相連.若然則地不難於動而反難於靜.蓋無他物粘連之令不動,則有力加之卽動矣.故地動無疑.欲明地之形狀,必於大平原或大海面無林木峯巒礙目

之處測之.凡陸登高塔,海居艙頂升桅末,所見地面水面必有一定界限,四周成大平圓.界線外不能見,非蒙氣遮隔也.登高山頂,則界限之周更大,亦成平圓.此事無論何地皆然.凡體無論何方,視之其見界恆成平圓,則必爲球體.

地面必有平圓界限者,此非爲平面而爲球面之證.蓋界外不見非目力不能及,乃目之視線直行不能如弧線之彎,故不見也.是以地形大略如球.海陸皆在球面.雖山谷有高深,不過如橘皮之微不平耳.

他如(1)任何處之海平面總較眞平面低若干度角,(2)船向海上去漸遠則所見之部分漸小,(3)人自赤道向極處走,極之升高比於去赤道之距離,(4)月食時在月上所見之地影爲非球體所不能作,(5)航海能周行而至原處,凡此皆能證明地爲球體也.

設人不附地立於空中,盡見上下四周天空諸曜,一若爲一大球,諸曜皆在球殼,而己在球心也.人居地面則不能見地平下諸曜.升最高處,有地面界深度,加蒙氣差,所見亦不過二度,且不能了了,蒙氣昏濁故也.故若人不遠行,星不自移,地球不自轉,則地平下半諸曜永不能見矣.人在地面略移其處,則所見天空界亦必略移.譬人背大樹而立,樹後諸物俱不能見;環樹而轉,則盡見四周之物.故人每日向南行,則每夜必見南方新出地平之星.地平界漸移而南,反若天星漸移而北也.

地球自轉,人居地面亦隨之而轉;然不覺者,因地平上諸物與之俱轉.一切山河、林木.房屋俱不變狀,大塊全動極安穩故也.而天空諸曜不與地連,反若刻刻移動,與人繞地球行無異焉.譬人或繞樹轉,或倚樹樹轉而人隨之轉,理無異.所異者,一則能見樹全體,一則僅見樹之一面也.

地自轉故地平界之東半向下行,而西半向上行.然其行人

不能覺,故反疑諸曜漸移.見地平界吐星而曰星出地平焉,見地平界掩星而曰星入地平焉.

欲知地球自轉之說於理合否,當先考天體西旋與地球自轉,目所見盡同與否.

(一)設居赤道北夜觀天,則見諸星皆行平圓線,圓之大小各不同,在地平界上之度多少亦不同.正當地平圈午點之星纔出卽入,其度最少.自午點迤東,地平所出諸星其度漸增,平圓漸大,自出至入歷時亦漸久.出地點在午點東若干度,則入地點在午點西亦若干度.而出卯點者必入酉點,自出至入恰得六時,在地平界上之度恰得半周,其平圓爲最大.自卯點迤北地平所出諸星其時遞增於六時,其度遞增於半周,而平圓漸小.至子點之星,則漸降切地平而過,又漸升不復入地.子點上面諸星則常在地平界之上,平圓俱全見而漸小,至於一點卽北極也.北極無星而有相近之星,名極星.極星之平圓最小,非細測幾疑不動焉.諸星每日皆於本平圓行一匝,而其相距之方位不變.聯一切星爲諸星座.諸座向地平界之體勢刻刻不同.最甚者,北方諸星座常見不隱者其向地平界體勢有時相反.然各星座距極之體勢永不變.故無論何時,無論離地平若干度,測各座之形狀亦永不變.然則聯周天爲一大座必如一星圖.畫於球殼,地爲球心.球之軸貫北極,斜交地平.

(二)冬時澈夜觀天,則昏所見沒於西方之星,旦必見其復出東方.昏所見初出東方之星,旦必見其已沒西方.故昏所見半球諸星,旦已全沒,而旦所見半球諸星,乃昏所不見者;然則一夜中已盡見全球之星.故上所云聯周天星爲一大星座者,此大星座布滿全球也.是則地平上之半天球恆有星,晝不見者爲日光所奪耳.若用最精遠鏡當正午能見最小星.而坐深井或煤洞中,雖

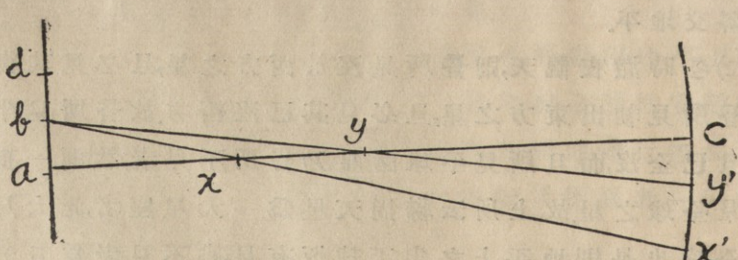
無遠鏡亦見金木二星.若知其經緯度,不須遠鏡,亦不必坐深井但竭目力察之,亦能見也.又日食既,大星俱見,此尤明證焉.

（三）全球之星雖時遞隱遞見,然地平上近北極一段常見不隱,地平下近南極一段常隱不見.其常隱段界上之星,每漸升切地平界而過,復漸降.猶之常見段界上之星每漸降切地平界而過,復漸升也.蓋球面每點必有正相對之點.地平界既中分球面,則有出地之北極點,卽有入地之南極點.繞北極既有常見界中諸點,則繞南極卽有常隱界中諸點,一一相對也.

欲觀常隱界中之星,必向南行.向南行則前所見北方諸星或切地界而過,或並不切地平者,今俱見其入地矣.其初入地卽出,漸南則入地漸久.然繞北極如故,北極漸低故也.北極低若干度,則南極於地平下升若干度.故愈南則見常隱界中之星愈多.直至赤道,則二極俱在地平界,而全見天球諸星.此卽前繞樹而轉之理也.

準此則謂諸星不動,而地球每日自轉一周,於理亦合也.

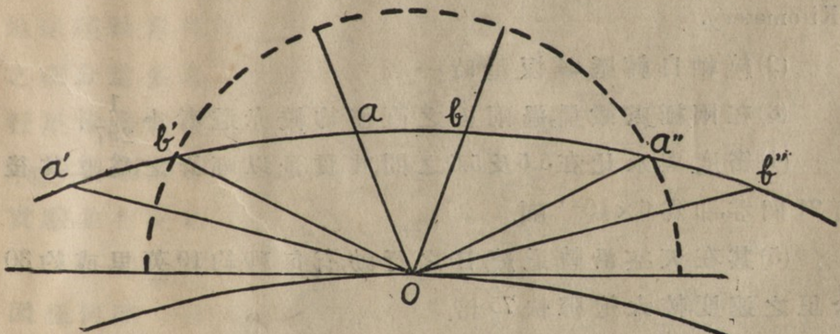
假如人定立一處,四望峯巒林屋,遠近不一.略移數武,則諸物之近者方位各大變.如向北行,則初見在正東西者,俱漸退後,一若物之向南行也.初見一線上之物若相合者,今見其相離.初見其相離者,今適在一線而見其相合.而遠物則但覺微變,如初



第九九圖

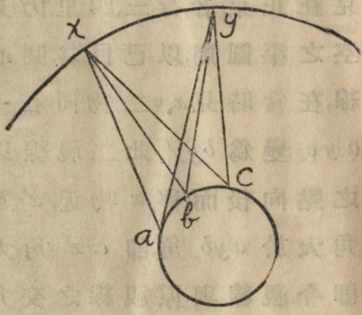
見在正東者,行三、四里仍見在正東也.此何故?蓋由人心有一虛空之平圓周,以己目爲圓心.人行則此平圓隨之而行.設行於 ad 線,在 a 時見 x、y 二物同在一半徑線 ac 內.行至 b, 則 axc 變爲 bxx', ayc 變爲 byy'. 此二視線以 x、y 爲心而旋.而二線遇虛空圓周之點向後而移. x 物近, x' 點之移速; y 物遠, y' 點之移遲.故 axb 角大於 ayb 角,卽 cxx' 角大於 cyy' 角.凡視線漸移所生視差角,卽今視線與原視線之交角也.如人於 a、b 二點望 x 物,其視差角爲 dbx、dax 二角之較.夫 dbx 爲 bax 三角形 b 角之外角,依三角例必等於 a、x 二角之和,故 dbx、dax 二角之較等於 axb 角也.準此理,則視差角之大小由於物距人目之遠近.若物甚遠,則視差角甚小而不覺,人視之若不變方位也.

星之距地必甚遠,否則在天頂時其視徑及星座所占之度必大於在地平時.以圖明之,如 $a'b'$、ab、$a''b''$ 三弧俱等,人在 O 望之,則 aob 角必大於 $a'ob'$ 角.而星則無論在 ab,在 $a'b'$, 用最精之器測之,不見有差角.任於地面何處測之皆然.故星距地必甚遠,以視地半徑蓋甚微矣.



第一〇〇圖

於高平之地以數百步爲徑作大平圓,任取其周 a、b、c 三點,用象限儀測地面界上 x、y 二物成 xay、xby、xcy 三角.目中雖不



第一〇一圖

覺有視差,然察儀器實有微差.物之距目縱十萬倍於平圓徑,用最精儀器測之亦能得其差.而於地球赤道上用最精器測星,略無微差,故星距地球必遠於十萬倍地徑也.

假若有人居恆星上,用我所用之儀器以望我地球,必不能見.又當恆星處設有體大若地球,我用器望之,亦不能見.故若自我目至恆星作一平面,又於地心作一平面與之平行,此二面雖永不相遇,然自地望至恆星處,則二面若合為一,不能分也.命地心之平面為眞地平,我目之平面為視地平,至極遠若合為一處為天空地平界.則或居地心依眞地平界望星,或居地面依視地平界望星,俱見在天空地平界上,無纖毫異也.

概言之,地之情狀如下:

(1)地為一大球體,直徑約為7926.68英里,或 12756.776 公里(Kilometer).

(2)繞軸自轉歷24恆星時一周.

(3)在兩極處微扁,過兩極之直徑約較赤道者小$\frac{1}{297}$.

(4)密度與水比在5.5及5.6之間,其質量以噸計之,為 6 其後有21個零,即為6×10^{21}噸.

(5)其在天空沿軌道繞日之行動,有每秒約19英里或約30公里之速度,較大炮彈快75倍.

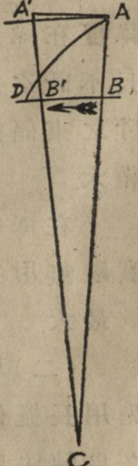
§188. 地球之大小　量子午線弧得其一度之里數,為定地球大小之惟一善法此法含有兩種工作,一量里數乃陸地之測量,二定兩測場間之度分秒數,乃天文之測量.

由天文測視得自地心至兩測場（以地爲球形）所引之兩半徑間所夾之角,此角亦卽該兩地天頂在天空之弧距離也.二測地同在一子午線內,故只須依前述之法測兩地緯度而取其較數,卽得所求之角.例如兩地距離量爲 120 英里,兩地緯較測爲 1 度 44.2 分,則 1 度爲 69.27 英里.360 倍之,卽得地周約爲 25000 英里.以 π 除之,得直徑爲 7900 英里.

亞力山德里亞之愛拉透愼斯於耶紀前 250 年,似已明瞭此事.其兩測地爲上埃及亞力山德里亞及仙尼(Syne),在仙尼處於夏季最長日之正午伊見井底無陰影,卽日正在其天頂也.同時在亞力山德里亞由表影之長得該地天頂至日之距離爲圓圈之 $\frac{1}{50}$,卽 7 度 12 分,此乃兩地之緯度較也.伊言該兩地之距離爲 5000 Stadia, 是地球圓周爲 256000 Stadia 矣.惟 Stadium 爲如何之尺度無從得知,故無法知其測視是否準確也.

畢卡爾(Picard)於 1671 年在法國北地曾測量子午線弧,牛頓因之證明其重力之理.

§189. 地球自轉　考白尼創太陽系學說,假定地球繞軸自轉.然彼時僅認地球自轉較天轉可能之成分爲多耳.自發明遠鏡後,天文家用以見日月行星皆爲轉動球體,乃推定一類同律(Law of analogy),謂地亦當爲轉動球體.今則能作證明地轉之實驗,並有能使得見其自轉者.



第一〇二圖

（一）牛頓謂物自極高塔頂處落下,必向東偏.因任何處（極處除外）之塔頂每日所畫之圈大於其底所畫者,乃顯見之事,故其行必較快.物體自頂上落下,必於降下時仍保持其較快之東行.若該物未被大氣摩擦力或風之流動折偏,必不落至起

點直下之處,而落於該處偏東之點.如第一〇二圖物自塔頂A落下至地之D處（BD與AA'約相等）,而同時塔底僅由B行至B'處.此類實驗甚難,因偏數小,並難免空氣流動之影響.即球亦難得精圓者,故降下時不能純向一邊.

德人賴卻(Reich)於1831年在礦井作此實驗,其降下之高爲570英尺.由106次之試驗取其中數,得東偏數爲1.12英寸.若以理推之,應爲1.08英寸.該實驗並給有南偏數0.17英寸,於理頗難解釋.或者爲測視之錯誤.有時球竟落至中數2或3英寸以外或以內者.

沃木斯(Worms)曾給一方式,俾得推算此偏東之數,

$$x=\frac{4\pi t\left(H-\frac{1}{2}\Delta\right)\cos l}{3T}.$$

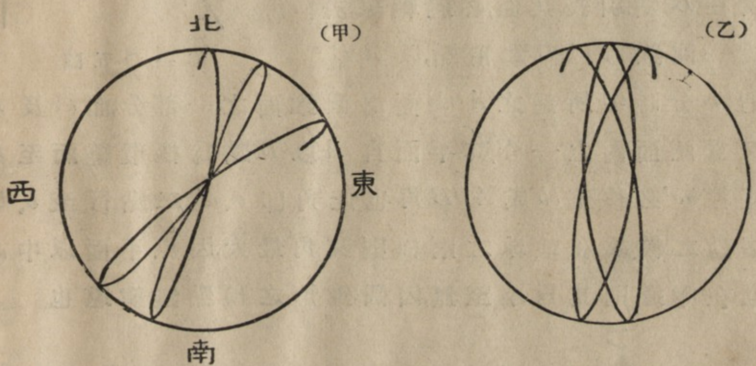
式內x爲東偏數,t爲降下所占之秒數,T爲恆星日之秒數,H爲降下之高,Δ爲H高與無摩擦力物於t時應降之高之較數（所以$\Delta=\frac{1}{2}gt^2-H$）,l爲測地之緯度.在緯度45度處,降落576英尺,不計空氣阻力,此式給1.47英寸之東偏數.空氣阻力能使此數稍大.

在極處緯度之餘弦爲零,此實驗無用矣.在赤道處所得之偏數最大.

（二）1851年佛寇(Foucault)首先用長擺作實驗,使人得見地球之自轉.法以長200英尺以上之細鐵絲掛直徑約1尺之重鐵球

第一〇三圖

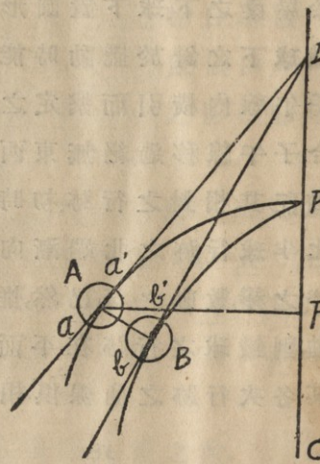
於屋梁之下.球下置圓形平面,上堆細砂令成脊形.此平面須使鐵球下之針於擺動時能在砂面畫出行跡.鐵線下端連棉線,在子午線內橫引而繫定之.俟其完全靜止,將火燒斷棉線,則鐵球合子午線移過,絕無東西之動.細察其動,在其下平面之上作多點記其相對之行跡.初時專向南北,數分時後則行跡已變.若在北半球行跡之北端漸向東,南端漸向西,在南半球則反是.其行跡之變,數動之後已然,惟微而難見耳.依動力學之理,平面若不動,則鐵球之行跡在平面必成直線.今乃漸變而行曲線,如甲圖,其各次行跡之曲線俱相交於中心,知平面必有動也.設鐵球初



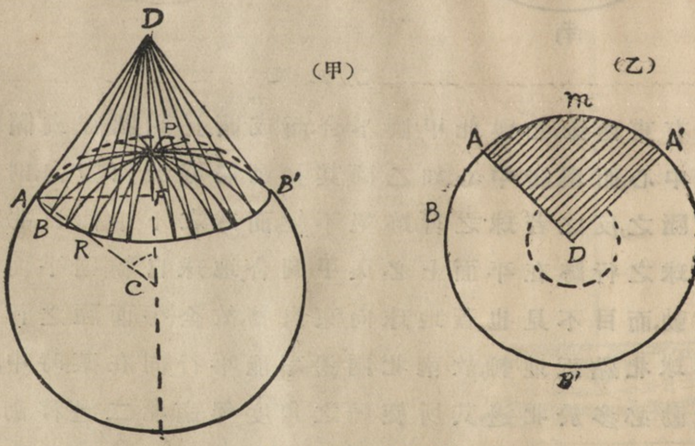
第一〇四圖

動時微有東西動,必與此甲圖不合,而成諸長橢圓線或橢螺線不交於中心,而環繞中心如乙圖.其初動偶偏於何方向,則行跡之方向隨之,反之若球之行跡絕不變,而球之下平面自北而西逆行,則球之行跡在平面上必與甲圖合.地球自轉則平面實有如此之動,而目不見也.蓋地球向東自轉,故全平面隨之行過.惟在北半球北點近地軸,故南北兩邊不能平行.同在某時中,南邊向東之動必多於北邊,其所旋轉之角度與南北二邊移動之較相配也.平面若適在球之極,則二邊之較最大,蓋平面僅在本處

旋轉而不移動也.平面若適在赤道,則二邊成平行無較數,蓋平面僅移動而絕不旋轉也.故甲圖之理在緯度大之處更易見,惟在赤道則此實驗乃竟無用.以第一〇五圖之 P 為北極,C 為地心,CPD 為引長之地軸,A 及 B 為平面在歷 1 分時所在之二處.此時中子午線 AP 已繞 P 點移過 15 分之角而至 BP. 其 A、B 與地面既為切面,則或在 A 點或在 B 點引長其面,必遇軸線於 D.假設一圓錐形以 D 為頂點,以 AB 為底,則 1 分時中所過之 ADB 面為圓錐面之一部分,而 A 及 B 平面又為此面內之一分.其平面自 A 以 D 點為樞環繞而至 B,則其經線 aa' 必移至 bb' 成 ADB 角也.此角即 a、a' 二點行至 b、b' 二點移動之較.故在地球之兩極則其角最大,因原平面以中心旋轉也.在赤道則其角小至無,因圓錐形之頂點無窮遠也.



第一〇五圖



第一〇六圖

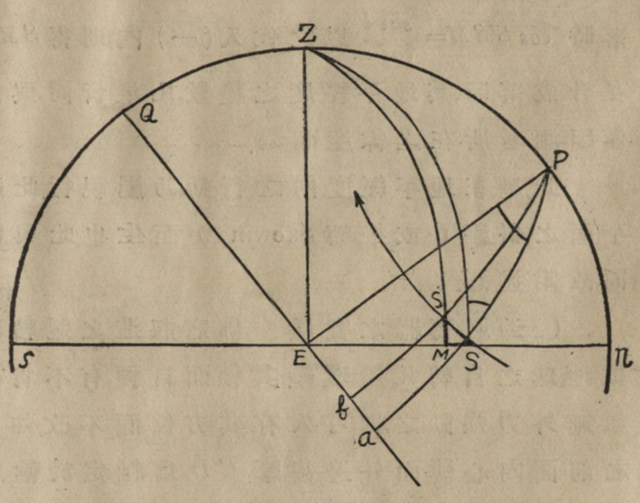
過測地畫一緯度圈,必過 A、B 二點.設球下之平面自 A 點起隨地旋轉,於24時後必回至原點,因地已自轉一周也.欲知此平面於一日內斜移所行之角,須將切線所作之圓錐形展開,則得圓圈之一部分如第一〇六圖之 ABA'.D 乃所行之角也,其大小以 ABA' 弧量之.ABA' 弧乃緯圈之圓周,故等於 $2\pi\times AF$, AF 乃自 A 點引至地軸之垂線緯圈之半徑也.因 FAC 角等於緯度 l,所以 $AF=R\cos l$ 及 $AFA'=2\pi R\cos l$.又 ADF 角亦等於 l,故 $AD=R\cot l$, AD 乃圓錐展開形之半徑,故其整圓周 $AB'A'm=2\pi R\cot l$.所以

$$\frac{D\text{角}}{360^\circ}=\frac{ABA}{AB'A'm}=\frac{2\pi R\cos l}{2\pi R\cot l}=\sin l,$$

$$D\text{角}=360^\circ\sin l.$$

即擺球平面於日內斜移所行之角,等於360度乘以緯度之正弦,於1分內所移行之角等於15分 $\times\sin l$.

此實驗須極精細,線須極長,球須極重而且極光滑,懸處須無阻力,能自由擺動而不受任何之擾動.則此擺之動能歷久不衰.在極處於24時內在平面上轉行一周,即平面於24時內轉行一周也.在他緯度處此平面移轉一周須 $24\sin l$ 時.



第一〇七圖

如第一〇七圖 SS' 爲星在東升時逐日周圈之一小部分若 SS' 弧爲一分時內所轉行之路,則在赤道上與此相應之弧 ab 必爲15分.故若以大圈之分數計此 SS' 弧,應爲15分 $\times\cos d$, d 爲星之赤緯 aS.

星由 S 行 S' 處,同時其地平經度之變數爲 SM 弧.若以其皆爲甚小之數,而認 $SS'M$ 三角形爲平面三角形,則

$$SM=SS'\times\cos S'SM=15'\cos d\times\cos S'SM \quad\text{(一)}$$

在 ZPS 弧三角形有

$$\sin PZ=\cos ZS\cos PS-\sin ZS\sin PS\cos ZSP,$$

即

$$\sin l=\cos k\sin d-\sin k\cos d\cos ZSP,$$

$$\cos ZSP=\frac{\sin l-\cos k\sin d}{\sin k\cos d}.$$

因

$$S'SM\text{角}=ZSP\text{角},$$

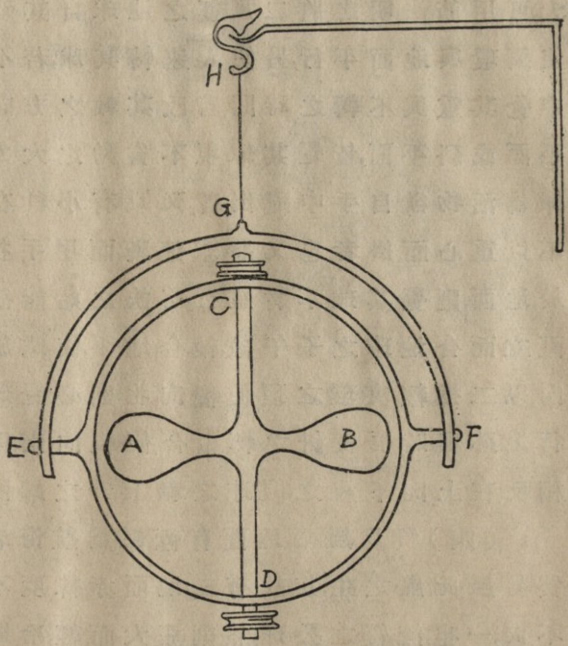
所以

$$\cos S'SM=\frac{\sin l-\cos k\sin d}{\sin k\cos d} \quad\text{(二)}$$

星在地平時 $k=90$ 度, $\sin k=1$, $\cos k=0$, 所以星在升時或在落時 $\cos S'SM=\frac{\sin l}{\cos d}$.以之代入(一)內,則得 $SM=15'\sin l$.可見星在升或落時,其地平經度之變數,凡星皆同,與星之赤緯無關,而僅因測者所在之緯度而異.

此星在地平經度內之行動乃屬視行.此視行乃因測者地平面之斜移(或扭轉 Skewing)而生也.此與佛寇擺之實驗相同,故附述焉.

(三)迴轉器之實驗 佛寇粄造之迴轉器(Gyroscope)亦可徵地球之自轉.凡體環繞其軸而自轉,有不肯改其自轉面之性.如無外力强動之,則可久存其方位而不改.如圖 AB 爲銅圓輪之剖面,內心薄而外邊甚厚. CD 爲軸,定於輪之中心而正交,兩端在銅環之小孔內,能旋轉.銅環外又有二樞與軸孔之方向正



第一〇八圖

交,此二樞在半環架EGF兩端之二孔內.半環架中樞點G繫以不能絞之絲線.上繫活鈎,鈎於鋼架端之瑪瑙小杯內.造此器之工宜極精.輪須各部相稱,各部必面阻力極小,俾輪能於任何方向自由轉動,且能定於任何位置.設使其圓輪速旋轉而任其自轉,輪重而旋轉極速,則可久轉不停而方向久不改.故可徵地球之自轉也.蓋其樞與掛點絕無面阻力,不能改其旋轉之平面.故轉軸CD之方向可久不改而久平行.假如在某時CD軸指某恆星.若以地爲不自轉而恆星繞地行動,則少頃之後,其星必已在軸所指之點之前,而軸與地之方向則絕不改.若以地爲自轉而恆星不動,則星必久對軸所指之點,而軸與地面之方向則少頃之後而已覺其改.圓輪之旋轉若能一日夜不停,則軸能指定恆星,在地平之上下行成一周.以此徵地球之自轉更無疑義矣.

若能使其圓輪之軸不離與地平有定度之平面,如正合地面,或合經線之面,則依動力學之理得圓輪旋轉與地球自轉之並力.兹姑不論.惟此器速轉之時,其轉軸有不肯改方向之性甚

大,可用簡法明之.將二尺徑之地球自其架取出,雙手執其銅環使銅環與地面平行,另使人速轉其球,若不改其軸之方向,則手中覺其重與不轉之時同.若改其軸之方向,無論依地平面或立平面或斜平面,皆覺其球現不肯動之大力,與球不轉時大異.似球爲活物欲自手中躍出者,又似有小牲在球內現力者,又似球不以重心而掛者也.又將球速轉,而用手扶其銅環使直立而輥於地面,則覺其球不肯直行,必扶之始能循直線而行也.若將環直立而合地球之子午線,軸合地平,使球旋轉合視天繞行之方向,以二指輕夾環之頂使輥向北,則必覺球漸向東而環在地面行之跡與時辰表針之轉相合.使輥向南,則其跡與時辰針之轉相反.在上向下視之,似球之軸上升之端隨地球自轉而動者.

(四)貿易風 地面有恆風爲航海者所必需,西人名之曰貿易風.此風之生,其故有二:地面赤緯度不同,受太陽之熱氣亦不同,一也;流質之公理,熱則漲大而輕,冷則縮小而重,二也.準此二故,合地球東西自轉,卽能明此風之理.蓋二至圈中間之地,太陽恆正照,故地面恆熱於他處.傳入氣中,氣得熱則漲大,輕而上升.二至圈外南北之冷氣重,輒來補之.已升之氣,高出氣面,卽分流向二極.漸遠赤道,漸冷漸降,以補前氣向赤道之空.如此上下循環,流轉不息.

自二至圈向赤道,其空氣之壓力遞減.在赤道上氣壓表之水銀恆低於溫帶五分英寸之一,乃實據也.

地球旋繞其軸之自轉,當赤道之地面最速,漸遠漸遲各緯度地面之速率比,若各緯度圈比.當無風時,非氣停也,乃隨地而轉似氣不動耳.近極之氣行至赤道,其向東本速遲於近赤道之地面,必一若風逆行自東而西.故地球若不自轉,則赤道北恆北風,其南恆南風.今因自轉,故北恆東北風,南恆東南風也.二至圈

外之氣,若忽移至赤道,兩地之速率不同,必激成颶風.然恆徐徐行,沿路為地面所攝,速率漸增.若略停不行,則速率驟增,必與所停之地面同速.蓋包地之氣甚薄,其質量較地球質量約僅一億分之一.故地面攝之東行甚易,其原動力若非恆有新生,則易消盡也.近赤道緯度圈大小之差甚微,故風西行之方向漸消,至赤道而消盡.而南北二風相遇,若無他故,其方向亦必互相消盡.故赤道上應無風.左右有二大帶,在北者恆東北風,在南者恆東南風,驗之悉合.

或問曰此二大帶之風恆與地面逆行,則必磨地面而令地轉漸遲,以至於停,今地轉不變何也?曰赤道上面之氣流向二極,其向東速於各緯度地面;故降至地面在北為西南風,在南為西北風,則必磨地面令地轉漸速,與前恰相消,故地轉不變.溫帶中多西風西南風,大西洋之北恆有西風,皆其證也.

大緯度帶內緯較不甚大之兩緯圈已大不同.設有故而使北半球數方度內之空氣自北極移向赤道而行,人在近赤道之帶內必初覺有風正自北極來,繼必漸改至自東來,此因初來之風自相近處所來,其轉速與人所在處相同,故略無向西行,後來之風自漸北之緯度所來,其轉速小於人所在之處,故漸後於人所在處地面之東行,而人漸覺為東風也.因此初有北風不能久存,必漸改而東,其方向由子而丑而寅也.風若自赤道向極,則方向之漸變相反,初為南風,漸變向西.其方向由午而未而申也.南半球之空氣與此同理而各相反.故在二至圈內之帶,其風之方向漸變恆有一定,而同於太陽繞行之方向.以測候學之據推之亦確合,故可無疑也.

(五)颶風旋圈　最大之颶風吹掃地面海面有絕大之力,幾與地震相埒,亦為此之大據.蓋颶風之發也,緣北半球之某處

或陸或海受日熱獨多於周圍.故空氣甚熱而成柱上升,氣壓表卽降,周圍之空氣速卽衝來以補其虛.其自東自西所來者同得地面自轉之動,各至中心卽相遇而直上升.其自北來者略總得自東向西之動,其自南來者略總得自西向東之動;故南北兩風相遇,必成圈形,繞立軸旋轉而上升.其旋轉之方向,自北而西而南而東,此因地球自轉之故也.若地球靜而不自轉,則周圍之氣衝來之力相平,而同直至中心,相遇上升必不能成圈形也.其圈形上升而旋轉之方向,在北半球者與時辰表針之行相反,在南半球者與時辰表針之行相同.其圈形所現之風力與所有成其圈形之風力有比遠赤道之處日熱小,而所成空氣柱上升之力不能大.近赤道之處日熱雖大,而地面轉動之較不多,所成空氣柱旋轉之力不能大,難成圈形.故圈形旋轉之力最大者必在遠近之中處.考大西洋中及美國、西印度島之西邊、印度洋、中國南海颶風羊角風之故,其廣大而暴猛在兩半球恆相同,赤道無此風,與上理悉合.故此爲地球自轉之大據也.

§190. **地球形狀** 有三種方法能定地之形狀:(一)在地面上量兩測點經緯線之距離,此不僅給地之形狀,並給地之大小;(二)在各點測重力(Force of gravity)之變異,此僅能定其形狀,而不能定大小;(三)由天文現象,如歲差、章動及日之不規則行動等,亦只能定其形狀.

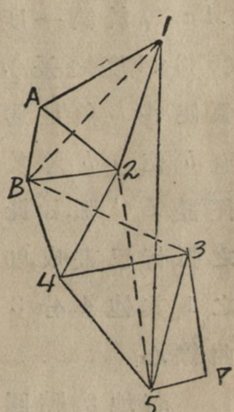
(一)量子午線在各緯度處之弧及各緯度圈之經度弧.

(1)若地爲球形,則量任何緯度處子午線之弧卽已足用.若假設地爲扁圓球形,其子午線爲橢圓形,則只少須量兩個如此之弧,一須近於赤道,一須近於極點.

由天文測量得子午線弧兩端之緯度較,由陸地測量得兩端距離之長數(尺里均可).後者佔用時間及人工最多,其通

用之法爲三角形測地法.

選相距不甚遠彼此相望之兩測地 A 及 B,作爲底線,兩處之地須使極平,用金版鑲於太平石內而精測其底長.旣得確數,乃各作點於金板上.次測其底交午線之角度.次測二端之經緯乃再選第三測場 1,須能在 A、B 二處望見者.用測器量得 $A1B$ 三角形之各角.再選第四測場,須由 1、A 二處望見者(若能由 B 處望見更妙),量 $A12$ 三角形之各角.如此選地測量,可使兩定點間之地面爲三角網所遮蓋,並使兩定點亦爲三角形之二點.既知底線之距離及諸角,即可推算 15 線之長及其方向. 1、5 二點即兩定點也.



第一〇九圖

若只爲量子午線弧兩端之距離,底線長 6 或 7 英里即可.如此則三角形之邊可長至 25 或 30 英里.大概用以聯兩端之三角形數愈少,其邊乃愈長,而所得亦愈準確.若用此法測地以作地圖,則底線可長 60 英里,三角形之邊可長至 300 英里,而測得之數其誤差不能大過 3 英尺.

概括言之,緯度愈高,弧愈長.下表所列即在各不同緯度處,子午線一度弧之長數.

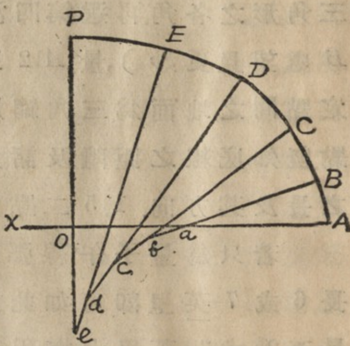
在赤道處 1 度 =68.704 英里,
在緯度 20 度處 1 度 =68.786 英里,
在緯度 40 度處 1 度 =68.993 英里,
在緯度 60 度處 1 度 =69.230 英里,
在緯度 80 度處 1 度 =69.386 英里,
在緯度 90 度處 1 度 =69.407 英里.

由此可知地面在極處微扁,赤道與極處每緯度之長數較

約爲10分之7英里,卽約爲3500英尺.

由各緯度處1度之長數,可推得在各該處子午線之曲線半徑(Radius of curature).例如由44度30分至45度30分1度之長乘以57.29(1度之半徑角Radian數)卽得在該點與子午線曲度相合之半徑,名之曰接吻圈(Osculatory circle)之半徑.既有各該緯度處1度之長數,卽可畫出地之子午線.

如第一一〇圖畫 AX 線,量置 Aa 等於第一度緯度之曲線半徑(57.3×1度之長).以 a 爲心畫 AB 弧使 AaB 角正爲1度.再引長 Ba 至 b 使 Bb 等於第二度之曲度半徑,畫 BC 弧,如此進行以至全90度之弧皆已畫成,卽得子午線之4分之1.其他4分3當然與此相同.此 a、b、c 等點名曰各度處之曲線心.



第一一〇圖

若地爲橢圓形,則赤道之直徑 AO 等於 $\sqrt[3]{qp^2}$, 兩極之直徑 PO 等於 $\sqrt[3]{q^2p}$; q 乃赤道處之曲線半徑(在圖爲 Aa), p 乃極處之曲線半徑(在圖爲 Pe).橢圓之扁度(Ellipticity 或 Oblateness of ellipse)等於兩極與赤道之直徑較數,除以赤道直徑,以式表之爲

$$d=\frac{A-B}{A}.$$

照克拉科地球之橢圓體,其扁度爲 $\frac{1}{295}$, 白塞爾橢圓球者爲 $\frac{1}{299}$, 李斯丁(Listing)者爲 $\frac{1}{288}$. 白氏數雖多採用,然近時亦有傾向李氏者.

最要者橢圓扁度不可與橢圓之偏心率(Eccentricity)相混,後者以式表之為

$$e=\frac{\sqrt{A^2-B^2}}{A}.$$

e 乃偏心率,在地球子午圈 e 為$\frac{1}{12.1}$.

(2)經度弧亦可用以定地球之形狀大小.在圓球上沿某緯度圓之1度弧等於赤道之1度乘以該緯度之餘弦.若在扁球體(扁球面全在圓球內,其赤道同大),則各處之經度弧當然較在圓球上者為短,而尤以在緯度45度處者為最短.

實際兩測地間之弧,無論在何方向,若已知兩地之經緯度,均可用以定地之形狀及大小.故各國所作之廣大測量已給吾人極準確之地形及其大小.現時所知由地面之點(如華盛頓星臺)至他半球之任一點(如好望角星臺)之距離,其所不確者不出一英里之四分之一,亦云密矣.

(二)測重力之變異而定地球形狀　考地球自轉所當生之形與測得之數相符,故定地為扁球無可疑議.設云地為正球,不動,各處之質俱相同,統地面之海等深,如此則輕重相抵定,水不流矣.若移二極多質於赤道,令極與赤道之徑差26英里,令赤道上成山與洲,然水必流向二極.此理易明,蓋定質隨所置而定,而流質則一若在高山必流向下也.如此二極必成大海,而赤道為高地以環之.乃今赤道與二極皆有海,而海面距地心赤道多於二極13英里,未嘗背赤道向極流,此必有力攝之.若正球不動,不當有此力,故地球必動.此與地形扁圜及地自轉之說俱合.其理詳下:

(1)凡重物旋行每欲離心,名曰離心力.試以繩一端繫石,手執一端旋舞空中,其理自見.又試懸桶水於繩,旋轉其桶,水面必

中凹.蓋水之諸點皆欲離軸向外行,故積於桶之四邊而漸高,至離心力與抵力相等而止.若轉漸緩,則四邊之水漸降,中心之水漸升,而凹漸小,其水面恆如玻璃之無波,至轉定而平.故設地爲正球,靜而不動,四周有海,其深俱等.忽令自轉,由緩而速,至24時行一周.水之諸點生離心力,皆欲離軸,勢必四面散飛.試於雨中轉其繖,繖上之水四面散飛,此其證也.然有重力阻之,水恆欲離軸而又不能.故常離兩極向赤道成凸勢,與趨桶邊之理同焉.水恆趨赤道令兩極生夾力,而當赤道有地心攝力.二力相等,故水之凸勢不變.如此二極必有大地而無水.故地形若爲扁球而不自轉,則水必向二極,赤道必有大地.若爲正球而轉,則水必向赤道,二極必有大地.

海水衝激堤岸,漸被消蝕,成泥沙石子,沉海底.察地家考今所有大洲皆如此.蓋陸地被海水蝕盡成泥,復積成大洲,非一次矣.地面陸地無一定之處,今所有高地久必壞.故地之形狀依等重之理屢變.設地球不動,則赤道所有大洲必漸壞,其質移至二極成正球.設地球復動,則極上之高地必漸壞,其質移至赤道成扁球,與今之形同.

(2)已知地球大小及自轉時分,則離心力亦可知.在赤道處離心力與向心力（即重力）正相反,同在一直線上.依力學理,離心力之方式爲

$$c=\frac{V^2}{R}.$$

V爲赤道處地面之速度,R爲地球半徑.因V等於地球圓周除以恆星日之秒數,故有

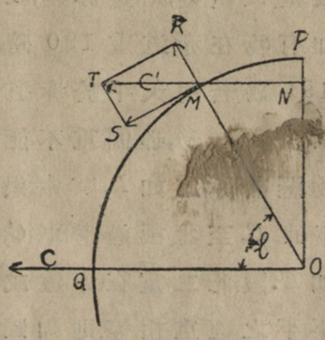
$$V=\frac{2\pi R}{t},$$

即

$$c=\frac{4\pi^2 R}{t^2}.$$

R為地半徑等於 20926000 英尺，t 等於86164平時秒數，所以得 c 等於0.111英尺. g 為$32\frac{1}{6}$英尺，故 c 為 g 之$\frac{1}{289}$，即離心力為重力之$\frac{1}{289}$. 是赤道上無論何物，其離心力為向心力 289 分之1. 赤道上之海水必依此而輕，故所居之面高於極上. 極上無離心力，海水必依此而重，故所居之面低於赤道上. 幾何家曾準此理推之，謂地體若各處等重，或有 1 分水，或全體皆水，自轉24時一周，當成此形. 算數所得與測驗所得約略相近. 故若能明知地中之質，則算與測當無絲毫差也. 設地球自轉之速度增17倍，則 c 必增 17^2 倍，即 289 倍，而與向心力相等. 在此假設情形之下，在赤道上之物必毫無重量. 若速度再加，該物即飛昇矣.

地形扁圓乃地球自轉之明證. 昔人言地球自轉，但用以解每日恆星繞地耳，未嘗及此理. 然已知自轉，即可為扁球之證. 自轉與球扁理相關如此. 初牛頓用自轉之理推地之形，謂當為扁球，時尚未測量也. 今既測量，而知牛頓之說果不謬.



第一一一圖

(3) 離心力必減地面諸物之重力. 當赤道上所減最大，漸遠赤道漸小，至二極而無. 其在各緯度處之數可由第一一一圖推之. 在緯度 l 之 M 處離心力 c' 為 MT，與赤道平行. 惟減物體重量者並非 c' 之全力，乃其垂直於地面之部分，即 MR. 此 MR 等於 $c'\times\cos l$. 又 c' 與 c 比等於 MN 與 OQ 比，但 $MN=OQ\cos l$（此非的確因在扁圓體 MN 小於 $OQ\cos l$ 也，然在地球差數甚小可不論），故

$$c'=\frac{c\times OQ\cos l}{OQ}=c\times\cos l.$$

由此得　　$MR=c\times\cos^2 l=\frac{c}{289}\cos^2 l.$

其與地面平行與重力垂直之部分爲 NS，卽

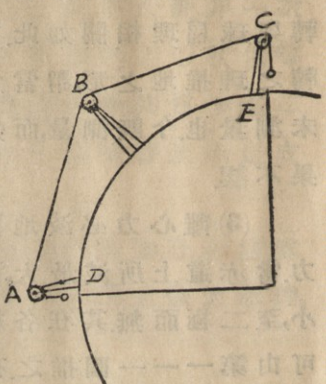
$$NS=c\times\cos l\sin l=\frac{1}{2}c\sin 2l.$$

物體在赤道上，其重力被減 $\frac{1}{289}$. 移至他緯度處，則減 $\frac{1}{289}\cos^2 l$，換言之，較在赤道加重，其數爲

$$\frac{1}{289}-\frac{1}{289}\cos^2 l=\frac{1}{289}\sin^2 l.$$

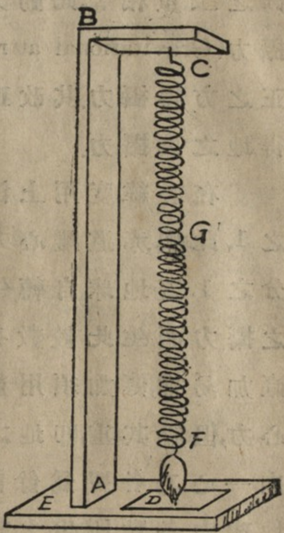
由此可見愈近極，則物加重愈大.至極則加重 $\frac{1}{289}$，卽物在極處比在赤道重 $\frac{1}{289}$. 然實際之測驗，物至二極比赤道重 $\frac{1}{190}$，從赤道行至極加重之比若各緯度正弦平方之比. $\frac{1}{190}$ 與算得之 $\frac{1}{289}$ 不相合，此必有故，將於下論之.

各緯度測物之輕重不能用天平及秤，蓋二器皆用此重測彼重.彼重變，此重亦變，故不能用也.假如有物在赤道重 190 磅，移至極必重 191 磅.若用天平於赤道平之.移至極加法碼一磅，必偏重不能平矣.設有重物懸於赤道如 D，其索過滑車 A，又過滑車 B，至北極過滑車 C，亦懸以重物如 E.設此二重在赤道或在北極用天平平之，輕重相等.則如圖懸之必不能相定.E 重必向下行，若於 D 重加 190 分之 1，則定矣.



第一一二圖

故各緯度測物之輕重，必用別器.一用簧，簧力不隨地面而變也.如圖 ABC 爲銅曲尺，與底板 ED 連爲一體.板內鑲以光面白瑪瑙如 D.置板用酒準令極平.G 爲螺線簧，懸於尺之鉤 C.F 爲環體重物，底下須極光.先於緯度最大之地懸簧及重物，令 F、



第一一三圖

D相距僅一絲.復以微重物遞加於F,令F、D相切而止.乃去微重及F重.又輕輕去簧,裝於匣內.於路須謹愼防護,勿令生鏽,亦勿動搖.至緯度漸小之地,再懸簧,懸重,並前所加諸微重,必不能復切瑪瑙.再遞加微重令復切瑪瑙而止.則後加微重爲F重及前加微重,並半簧重三重和在兩地重力之較.設螺線簧之力連本體能懸一萬分伸縮一寸不壞,則加一分重能加長一萬分寸之一,其數易測.故不論何處測其重力,其差不能過一萬分寸之一,此靜力學之理也.

一用鐘擺.凡同一鐘擺用大小二力擺動之,則同時分中擺動之次數不同.置於緯度大小二地擺動之亦然,因重力g有大小也.據物理學擺之方式爲

$$t=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

t爲擺一往復所需之時間,l爲擺之長.若在T時內,擺有N數之往復擺動,則

$$t=\frac{T}{N},$$

卽

$$T=2\pi N\sqrt{\frac{l}{g}},$$

及

$$g=\frac{4\pi^2N^2l}{T^2}.$$

由此可知二重力比若二擺動次數平方之比.設用一擺置赤道上,一太陽平日擺動86400次.移置倫敦,擺動86535次,則赤道與倫敦二處重力之比若86400自乘數與86535自乘數之比,約之若1與1.00315之比.故倫敦有體質1000000磅與赤道上體質1000315

磅之二重相等,此動力學之理也.由擺測定之重力不卽爲地之攝力(Gravitational attraction),但其中並含有離心力之影響,須改正之方得攝力.其改正數爲$\frac{g}{289}\cos^2 l$,加此數於測得之重力方得地之眞攝力.

在各緯度用上法細測,知赤道與二極重力較數爲190分之1,此與赤道離心力數289分之1不合.二數之較爲重力550分之1.蓋地球自轉生離心力,離心力令地成扁球,扁球變地面之攝力而生此較數也.攝力雖一而分爲二,一直加,一傳遞而加.直加易推,傳加須用幾何精理解之.今略言其理,凡物若不論離心力,但論其重,卽地之攝力.牛頓論攝力云宇宙內諸質點非攝向一心,乃各點爲餘諸點所攝.故地攝地面之物非用一力,而用地球中各點所生之諸力也.若地爲正球,則物不論在地面何處,所得攝力皆等.因正球在各方向內皆成相稱故也.今地爲扁球,顯然其各部皆無此相稱情事,地面上諸點所得攝力當亦不同故設有二等體,一在赤道,一在極,則二體與扁球相關之理大不同.球攝此二體,其力亦不同.測而推其數與說合,此乃數學中理之最深者.牛頓、格來老(Clairaut)諸家俱詳推之.從赤道至北極,若無離心力,當加重550分之1.依其數再加離心力,則爲190分之1.

由各處擺之測數製成各處重力之表,加各該處之離心力以改正其重力,則得地球之攝力.此攝力在愈近地心之處愈大.然此力與距離之關係並不簡易.因攝力不僅隨地心至各處之距離而異,並隨地之形狀及其內部之成分,以及各不同密度地層之排列而異.格來老於1742年假擬地層皆繞一心,同密度之地層排列如洋蒜(Onion)之皮然,推得一方式解釋此種關係.其方式名曰格來老式,其式如下:

令w爲在赤道與極間所失之量,c爲在行星赤道處之離心力,二者皆以赤道重力之分數計之.令d爲行星之扁度.據格來老證明,

$$d+w=2\frac{1}{2}\times c,$$

故

$$d=2\frac{1}{2}c-w.$$

在地球

$$c=\frac{1}{289},\ w=\frac{1}{190},$$

所以

$$d=2\frac{1}{2}\times\frac{1}{289}-\frac{1}{190}$$

$$=\frac{1}{292.8}.$$

但擺測之得數爲$\frac{1}{282}$以至$\frac{1}{299}$.

(三)由歲差與章動推之,須假擬地球內部質量之分佈,故其得數亦非準確.哈克內斯(Harkness)因之定其數爲$\frac{1}{297}$.

由月之攝動(Lunar perturbation)推算地之扁度,現無善法.據哈克內斯推得在$\frac{1}{295}$與$\frac{1}{311}$之間.

據上推諸數地球扁度約在$\frac{1}{290}$與$\frac{1}{300}$之間,哈克內斯謂爲$\frac{1}{300\pm3.0}$.

§191. 地球質量及密度　物體之質量(Mass)乃其所含之物質之數量.任意擬定一物體用爲標準,卽以其所含物質數量爲質量之單位.法國以巴黎保存之白金磈所含物質數量爲質量之單位.英美以磅爲質量之單位,其物質之數量以倫敦及華盛頓保存之型爲準.

兩質量之稱爲相等者,必其需費相同之能力(Energy),方得具相同之速度,反之亦然.或其具同大之能力,於棄其行動而至靜止時,作同量之工作(Work,工作亦曰功).

故使物體居於某種力之動作之下,而於其移動等距離時比較其所現之能力,或於某時之末比較其所達之速度,即能比較其所含之質量.

牛頓用各種物質之擺作實驗,結果斷定在某處地球對任何物體之攝力與該體之質量相比.所量之攝力爲一種扯力或應力（Pull 或 Stress,由外加者曰扯力,由內生彼此相應者曰應力）,名之曰物體之重量.故在通用文字,物體之質量比於其重量（切不可謂等於其重）,惟須在地面上同處秤量物體方能作比.100 磅之質量在地面約秤 100 磅,然在北極即較在任何地面稍重,若在赤道較在任何處則稍輕矣.若高置於4000 英里之處,則同此質量只稱25磅矣.在日面上則將稱2800 磅矣.

牛頓之重力定律(Law of gravitation)謂質之微點攝他微點所用之力（若二體不能動則爲應力）與其質之積成正比,與其距離之平方成反比.以方式表之,則爲

$$F=G\frac{M_1\times M_2}{d^2}.$$

M_1 及 M_2 爲二質量,d 爲其間之距離,G 爲常數,其數隨所用之單位制度而異.在$C.G.S.$單位制度（公分長－公分重－秒時）.據1893 年博義斯(Boys)所定,G 爲 666×10^{-10} 達因(Dyne),即各重 1 公分(Gram)之二球,其中心距 1 公分(Centimeter)長,彼此以 666×10^{-10}達因之力相攝（1 達因等於在巴黎 1 公分重量之 $\frac{1}{980.94}$,約爲1.02公絲）.

質之微點因距離 d 處之 M 質攝引而生之加速度(Acceleration) f,以方式表之爲

$$f=G'\frac{M}{d^2},$$

若 M_1 及 M_2（能自由移動）彼此相攝,其相與之加速度爲此

在彼引起與彼在此引起之加速度之和,故其方式爲

$$f=G'\frac{M_1+M_2}{d^2}.$$

在 C.G.S. 單位, G 與 G' 之數相同, f 以每秒之每秒之公分長數計之 (Cm. per second per second).

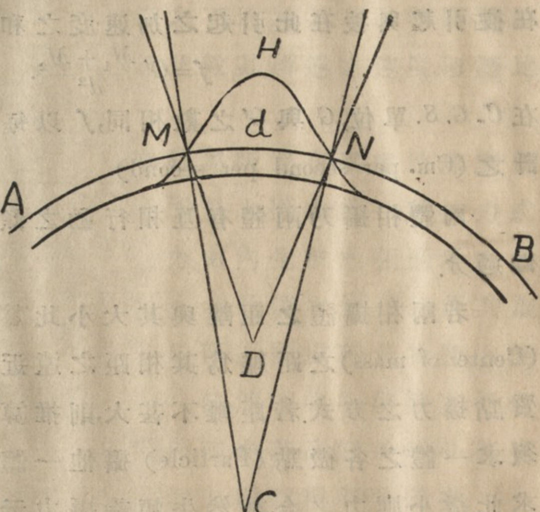
兩體相攝乃兩體有互相行動之傾向耳,切不可將攝字看得過分.

若兩相攝體之距離與其大小比爲甚大,則可以其兩質心 (Center of mass) 之距離爲其相距之遠近.其攝力之方式一若兩質點攝力之方式.若距離不甚大,則推算攝力乃爲至煩難之事.須求一體之各微點 (Particle) 攝他一體各微點之力,用複積分求此微小應力之合數.然牛頓論攝力云,若圓球物體其物質或通體一致,或如繞心之輪層,則其攝他物體或被他物體所攝,恰如其全物質皆集於其本心.地球雖非正球,然扁度極微,可不計其微差,作球體論.

欲求地球之質量 (或公斤或磅或噸),須設法比較地球攝地面物體之力,及已知質量之物體,在已知之距離攝該地面物體之力.其困難處卽在引起攝力之物體若非極大,不便於操縱,則其攝力必極微,非精細之法不足以察而量之.玆分述定地球質量及密度之法如下:

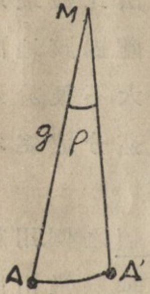
(一)高山法　擇形狀合宜之大山一座,依牛頓之例,用線懸重物於大山之旁,則必受山之攝動而不能合原垂線.惟山雖甚大,與原垂線所差者甚微.且用懸線或水準於山旁皆不能合原垂線.必用精妙測天之器,在山相對之兩邊,各測定天星,得其垂線之交角,再與用三角法測此二處當有之角,比較而得受山旁攝力之偏度也.如圖 H 爲山, AB 爲赤經圈, M 及 N 爲交於高山之二點, d 爲高山之攝力心 (須算求之), C 爲地球之中心,

MCN 角爲二處緯度之較.可用三角法測地面而得 MN 之實相距.再由地球之徑與扁度而變之爲緯較之秒數,此卽若該處無山兩測器垂線應作之角也.用測天器於 M、N 兩處測天頂之恆星,因測儀之酒準必受旁攝力,向山而偏.故所得之兩垂線必皆與地球之半徑線不合,而成 MDN 角大於 MCN 角.兩角相減卽得山之南北兩邊攝力偏度之和.次乃測量此山而作



第一一四圖

小様.又鑽取山內各處之質(此卽本法之弱點),而求得其質量,並定其質心.如在 M 處懸重物 A,設地球攝 A 之重力爲 g. A 因山之攝力乃偏向 A',合於 MD 線.令山之攝力爲 f,則地球重力 g 與偏力 f 之比,依力之合成定律(Law of composition of forces),爲 1 與 $\tan p$ 之比,p 乃向山所偏之角也.以方式表之爲



第一一五圖

$$\frac{g}{f}=\cot p.$$

依重力定律地球在地面之攝力爲

$$g=G\frac{E}{R^2}.$$

E 爲地球之質量,乃所求者也. R 爲地之半徑.高山之攝力爲

$$f=G\frac{m}{D^2}.$$

m為山之質量,D乃山之攝力心至測處之距離.兩式合一則得

$$\frac{E}{m}=\frac{g}{f}\frac{R^2}{D^2},$$

或

$$\frac{E}{m}=\frac{R^2}{D^2}\cot p.$$

由此式及測得數並已知數即可推得地之質量.此法推算雖覺繁重,而得數恆確.測法尤繁難之至,必有精妙之器及能精測之多人.1774年馬斯奇林(Maskelyne)測蘇格蘭之失哈連山(Schehalein)得垂線偏度之和16.6秒.其山雖僅高1000餘英尺,而形勢甚便.所得可信.黑頓、白來非二人先後各依此推算之.得地球之密度中數與地面水(一立方英尺重約32.2磅)之密度比若4.713與1比.哲末士於1832年在蘇格蘭之壹丁布(Edinburgh)測一山,得北邊偏度為2.21秒,南邊偏度為2秒.依此推算之,得地球密度中數為5.316.

(二)鐘擺法　以鐘擺測山峯之攝力與地球之攝力而比較之,亦可得地球密度之中數.因重力之減小與距地心之平方有比.而依鐘擺每次往復行動之歷時,可知鐘擺所受之重力g.設將已知在地面處每動歷時之鐘擺置於空中距海面若干高之處,其每動之歷時可詳推而得.若將此擺置於與前等高之山峯之巔,則有山質之攝力與地心力相合,其每動之歷時較前次之在空中必少也.由此而得在山巔之重力g'.如山之高為h,山之攝力心至山巔之距離為D,則有

$$g:g'=\frac{E}{R^2}:\left[\frac{E}{(R+h)^2}+\frac{m}{D^2}\right].$$

由此可推算地球質量E也.賈利尼(Carlini)於1821年在亞卑斯山之一峯名色尼斯(Cenis)者,依此法測量而推算之,得地球密度

中數爲 4.95.又法將鐘擺置於深礦之內,亦可測得地球之密度.按牛頓之例凡勻質之空球殼之任一點皆無偏向一邊之力,因其四面之攝力皆相同也.又例一點受同質大小二球之攝力,與二球之徑有比.準此二例則物若降至地球面之下,入於深礦之內若干尺,其所受地球攝力必等於全攝力內減去此若干深地球殼所有攝力.故在地面

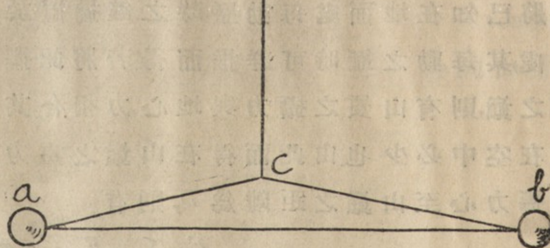
$$g=G\frac{E}{R^2},$$

在礦底

$$g'=G\frac{E-\text{殼}}{(R-D)^2},$$

D 乃礦之深.是以全地球之內外質若密度相同者,則在礦內之攝力必小於全重力矣.若全地球內質之密度若大於外殼之密度者,則在礦內之攝力或較全地攝力不但不減小而反有加大者.地球外殼之密度既易推測而得,則依此可得地球密度之中數矣.英國天文官愛里(Airy)於1854 年在哈同(Harton)礦內深1200英尺處,用電氣線連上下二鐘擺,以比較動數,絕不參差.由測數推得地球之密度中數爲6.565.

（三）絞力擺法　以上諸法所得之數參差頗多,而末一次與前各次參差更多,皆難取信.有密其爾(Michell)者於1798 年擬思一法,用鉛球之攝力相比而得可信之密度數.後賈分第依此法試之.

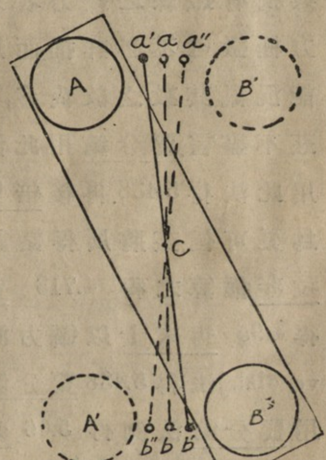


第一一六圖

如圖用 5 或 6 英尺長之木桿,兩端各連小球 a、b(約 2 英寸直徑).用細絲一條橫繫木桿之兩端.又用細鐵絲繫於橫鐵之中點 c,而上掛於 d 鈎則木桿不受折力.若有外力使木桿平轉,則直鐵絲受絞力,而其質生相等之簧力.去其外力,則簧力使木桿退回,而仍平轉至原處,再以惰性轉過至不勝絲質之簧力而再退回.如此往復轉動成合地平面之弧線,而每往復成弧線所歷之時相同.已知二球與木桿之重及其大小,則依每次往復成弧線所歷之時可按力學之方式:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{K}}.$$

定鐵絲加於球之絞力率,卽鐵絲完全轉動一周當有之應力.式內 I 爲惰矩(Moment of inertia),可由球及木桿之形狀大小及重量推得之.故測得 T 卽可算得 K, K 卽絞力率(Torsional coeffecient)也.



第一一七圖

加外力(應爲偶力 Couple)之法,以大鉛球近於 a b 二球,約 1 英尺直徑,1 在左,1 在右,則 a、b 二球同受攝力而移動.卽使鐵絲受絞力,移至絞力與攝力相定而再移過,則攝力不勝絞力,球必自回.後則自行擺動,必多次而始停.木桿之末有針,指其平轉之弧度.另用時辰表表其每動所歷之時.則由每往復擺動之歷時推得絞力率.以每次平轉之弧度與鐵絲之絞力比較,卽得其攝力.設 p 爲弧度,f 爲力,則

$$f=Kp.$$

依此可得攝力.設 B 爲大球之質量,D 爲球心至被攝偏之球心

之距離,則大球攝小球之力(Deflecting force)為

$$f=G\frac{B}{D^2}.$$

設 w 為小球之重,卽為地球對該球之攝力,則

$$w=G\frac{E}{R^2}.$$

合之則得

$$E=B\frac{w}{f}\left(\frac{R}{D}\right)^2.$$

由此卽可推算地球之質量矣.加外力時人若近球,則須另加人之攝力而不準.故弧度宜用遠鏡窺之.且其桿與球為空氣所阻,弧度必漸短.又二大鉛球以地平方向現攝力,而攝力與相距之平方有反比,合於絞力而成併力.因此併力,故其時,其速,其弧度與獨有鐵絲之絞力者大不同.若欲詳考各事,推算甚繁.幸其攝力極微,可不必詳推.而用簡便之略數,得數亦無大差矣.惟此外能混亂其數之故尚多,不可不防,皆因寒暑不同而空氣流動也.茲不盡言.賈分第用此法得地球之密度中數為 5.48.嗣後賴却用此法得 5.438.再後倍里(Baily)用此法精心詳考,得 5.66.此二數為更可信.茲將所得諸數臚列之.馬斯奇林測於失哈連之地,白拉非推算之得 4.713.賈利尼以鐘擺測於色尼斯山,如略改定,得 4.95.哲末士以攝力測於壹丁布山得 5.316.賴郤用賈分第(Cavendish)法得 5.438.賈分第測得 5.48.倍里重推之得 5.448.倍里再用賈分第法測得 5.66.愛里用鐘擺測於哈同碟礦得 6.565.此諸數之中數為 5.441.若取最大最小二數之中數則為 5.639.故 55 可為略近數而易記憶.

§192. 地球內部之體性　地殼之密度中數既不過水之 3 倍,而全球之密度中數又約為 5.5.可見在地心之密度必甚大於在地面者,或約為水之 8 倍或 10 倍,約與重金屬之密度相等.苟

地曾爲流質,則當其凝固時重者沉於內部乃自然之事實也.

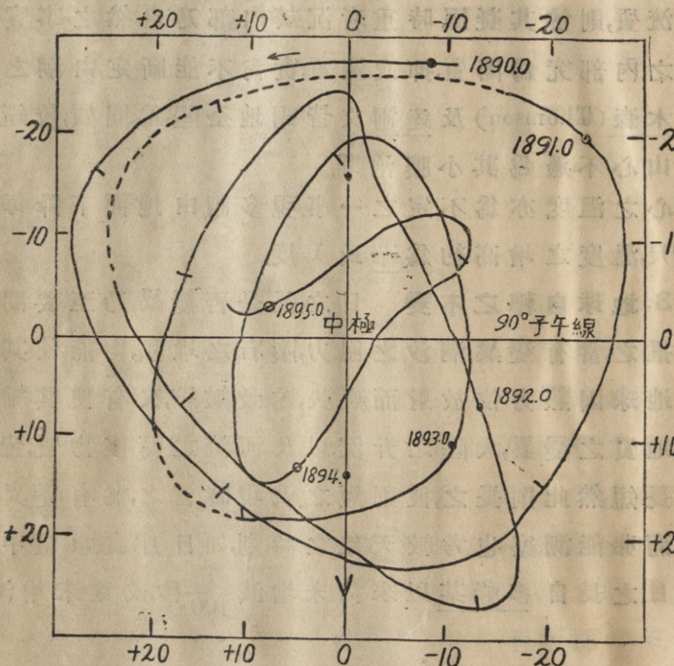
地之內部究爲固質,抑或流質,實尙不能斷定.由潮之現象推之,陶木森(Thomson)及達爾文皆謂地全體爲固質,較鋼尤爲堅强,火山心不過爲其小膿泡耳.

地心之溫度亦爲不定之一事.現多謂由地面下降每深50或60英尺,溫度之增高約爲華氏1度.

§**193. 地球自轉之不變**　日之長是否變異,乃至要問題之一.以理推之,當有變異.潮汐之阻力,隕石之堆積,均能使其加長.而同時地球因熱力依放射而喪失,遂致皺縮,又有使其縮短之勢.至於地質之變異,大陸之升沉,以及河流之轉移物質,皆有關於日之長短.然此則長之,彼則短之.就現時言之,縱有變異,其數亦極小而弗能測察也.考較天象之時刻,如日月食、水星中天等等,似乎日之長自多祿某以來尙未增減$\frac{1}{100}$秒,或竟未增減$\frac{1}{1000}$秒.

§**194. 地極之行動及緯度之變異**　緯度將永爲定數乎,乃歷來之疑問也.若地軸在球內移動,其極亦必動,各處之緯度當隨之而變.故緯度不能爲定數.以理推之,地球物質之排列受升沉轉移或剝蝕之影響而生變動,定必多少擾及其軸.故此問題乃在是否能精細測考其變異.近年來此時期已至,已能證明其變異雖微,然爲確不可疑之周期變動(Periodical variation).1888及1889年庫斯諾(Kustner)首先在柏林測得可信之證明.復經英美法俄諸國之考測,益證其不誤.乃斷定極之行動爲兩種行動合成.一轉行於狹橢圓,約30英尺長,1年1周.1轉行於26英尺直徑之圓圈,約428日一周.兩種行動皆與表針方向相反.其合併之行動乃至不規則,且逐年之變極大.

第一一八圖係1890至1895年極之眞實行動,乃阿爾卜賴



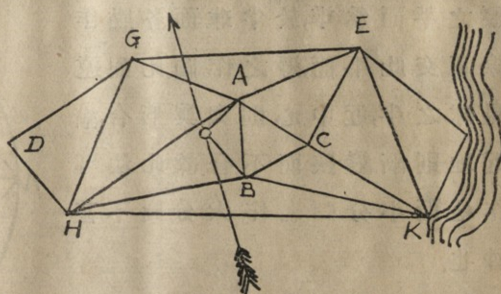
第一一八圖　地極自1890至1895年之行跡

喜特(Albrecht)由各觀測所推得者.此圖之尺度(Scale)為1秒弧之$\frac{1}{100}$約等於1英尺.底線之零點指由中極(Mean pole)至英國格林維基之方向,左線之零點約指美國支加哥(Chicago)之方向.每3個月作1極之位置記號.其斷線部分指明在該時無實際測數.惟此雖根據在十數地觀測之數,然所畫某時極之所在不免有4或5英尺之誤差.

極之移動,並使陸地測線之地平經度,生有變異;此已在卜爾寇瓦(Pulkowa)實際測出矣.極之年周行動多謂其由於四季氣候不同之故,如冰雪之堆積及融解是也.其428日之周期行動尙無相當之解釋.極之行動雖如上述,然因他故而生之不規則擾動,偶然變易此有規則之周期行動,似亦為不免之事焉.

§195. 地圖　欲作地圖當詳考陸海之界限,大洲羣島之位置,山脈河流之方向,城郭部落之形勢,而尤當知各處之經緯度.知緯度則知各處之距極度與赤道,知經度則知各處所居之子午線.

定球上每處之位置,其緯度乃本處子午線上距赤道之度分,亦卽極出地之度分.然地爲扁球,故緯度不過用以測量,與地之形像不合.作地圖無論全體或一段,當知緯度之較同,里數未必同也.

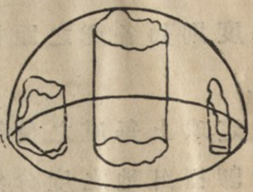


第一一九圖

用三角法測地面之形狀,須先細定各地之經緯,然後再測中間之地.測時有二點須知.(一)當擇地,令三角略相等.如第一一九圖 HBK 形從 B、H 二點測定 K 點大不便,因 K 角太銳,故測 H 角之度若小差,則 BK 線上之 K 點必大差.所以三角若大不等,不適於用也.能免此病則測與量無大異.故愈遠第一三角形,可愈用大邊爲底.如 EK、EG、GH 三邊是也.後測所得地面漸大於初測所得地面,則分一國之地爲諸三角形亦不甚繁.大約其邊自100英里至300英里俱可.諸大邊已測定,可更分爲諸小形而細測之.若欲作圖極細,可分至最小形,令一人可測,則作圖最密矣.(二)諸三角形非平面皆弧三角也.小形之邊15至20英里,則不甚覺.若大形不能作平算也.凡測地面所得三角之和必大於180度.若平三角則其和止180度,不當有餘度也.二和之較謂之弧勝角(Spherical excess).若三角形邊長過5英里,此角卽顯.欲定與弧三角形相當之平三角形,可由弧三角形之角減去弧勝角之

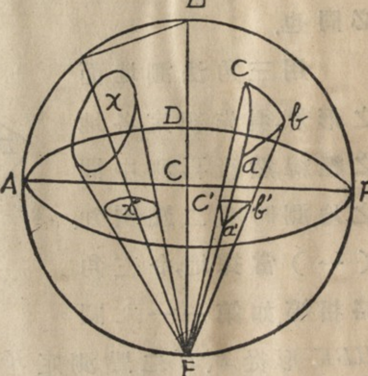
3分之1,卽得平弧三角形相當之角.弧三角之有弧勝角,乃地形爲球之證.地面高卑不一,各處以海面爲準.

作地圖乃於平面畫球面,悉依視法.有處當大,有處當小,與地面之眞大小比例俱不合.作圖有五法,茲分述之.



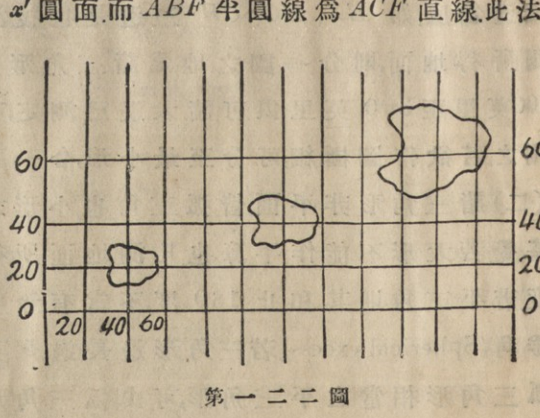
第一二〇圖

(一)簡平儀法　如圖以球腰之平面爲準,於半球面各點作線正交此平面,還之作圖.此如遠見球之半,近中心則與眞形合,漸近地則漸變狹而不合.故此法可作地面小分圖.若作大分圖不甚妙也.



第一二一圖

(二)渾蓋通憲法　如第一二一圖亦以球腰之平面ADF爲準.ABF半球面之物,各點俱作線至對半球之中點E.取過平面諸點還之作圖.如abc三角形爲$a'b'c'$三角形.x圓面爲x'圓面.而ABF半圓線爲ACF直線.此法如人目在E點窺半球之凹面.球面之形在平面俱略相似,無大差.勝於簡平儀法.



第一二二圖

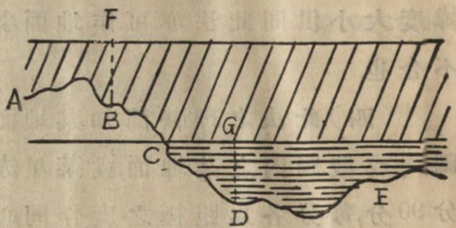
(三)墨加禱法　乃以意造之.以赤道爲直線.諸經線正交赤道,皆爲直線.經

緯度大小俱同.此法亦可作地面小分圖.而大分不合,愈近極愈不合也.

（四）此法之理甚簡.知某地面或某星之經緯度則易畫於圖內.或觀圖內之某地面,或某星亦易知其經緯度.法以半徑平分90分,每分各爲距極之度.作同心諸圈過其各分,是爲緯度圈.自心作各半徑爲經度圈,此法作地圖則不同處而等面積者在圖內之比例略合,且較諸別法更近於眞形,雖作多於半球之圖,其差亦不過大也.哲密司設新法可作三分球之二之圖,亦能如此.

（五）此法圖面各相等之面積與球面各相等之面積相配.法依任何比例取30分角之正絃,與1度之正絃,1度30分之正絃,以至於45度之正絃,爲半徑.同以一點爲心作圓線,可爲1度2度3度以至於90度之各緯度圈.

於球面畫大洲及海,可平分全地球爲2,諸大洲在半球,諸洋面在半球,英京倫敦約居諸大洲半球之中.如是分球爲天學中之要事.蓋準此知地兩半球之質輕重不等也.土本重於水,則大洲半球當重於洋面半球.今仍相定,與常例若不合.然此必別有理,須深思之.欲詳知地球土面,當細測陸地各處高於海面若干,海底各處低於海面若干.海底之深淺,於海船沉錘測之.陸地之高卑,用三角法測之,或用氣壓表測之,視水銀升降即知氣之厚薄.此與沉錘之理同.蓋一用實繩測海底距海面若干,一用虛繩測地面距氣面若干也.假使地球四周非氣包之,而有油包之.如$ABCDE$爲積土,ABC一段出水面成洲島,CDE一段在水下爲海底,CG爲水面,F爲油面.設欲測海底任一點D之深淺,法於G沉錘至D,量其繩即知距海面若干也.設欲測陸地B點之高卑,則用繩繫一物上浮油面如F,復於C點上浮一物,二繩之較



第一二三圖

卽 B 距海面也.今地外所包者爲氣,無從測其面,亦不能浮物.然凡兩地距海面等,則氣之輕重亦等,是無面而有面之理.設任取地面一點 B,欲知其高卑,視氣壓表水銀高若干,則知 B 之上面有若干氣壓之.依力學之理,卽知 B 距海面若干高也.

上法二地相去不甚遠,則可用之;若太遠,則不合.蓋地面有常風令氣層不平,與地之高卑相似.故有地水銀高於常度,而南北海水銀低於常度 1 寸.蓋各處氣俱輕,故此處獨重也.在急流小河之底有凸出之石,水面必成常浪,故知流質之面常有高低之狀,非奇事也.

既測定各地高卑,依其等高分爲數層,各作水平線聯之.以海灘爲最下一層,最高山頂爲上一層.設海盡包陸地,逐層上升,極高山頂亦在水中.壑底及山頂脈線均與諸層水平線相交成直角,最短之垂線爲壑及山之最峻峭者,最長之垂線爲壑及山之坡度最緩和者.壑底乃大陸內水道之所由成,山脈乃水之瀉下區域之所由分.

近察地家言各大洲若平其山谷改爲大平原,則亞西亞高於海面1137 英尺,歐羅巴高於海面 671 英尺,北亞美利加748 英尺,南亞美利加1151 英尺.

註　簡平儀法、渾蓋通憲法乃舊日作圖之法.合於 orthographic method 及 stereographic method,故借其名.墨加螓法乃 mercator 之譯名也.

第十五章

日（太陽）

§196. 日之周年行動 日之周年行動爲人覺察最早.中國、印度、埃及均在四千年以上對之有相當之認識.日自入春以後,每日正午在天空中逐漸昇高,以至夏至日,乃向南低下.而至秋分日,其正午時之高度與春分日同.再向南行以至冬至日,乃轉而北行,復回至原高度之春分點處.如此而成一年.日之行並非僅屬南北之行,並於諸星中兼有東行.春季日落時升於東方之星與夏或冬者不同,因歲差之關係,古人所見之星不同於今所見者.由此知日並東行於諸星之間也.惟其二行非獨立者,乃其在黃道之行之分體耳.

若僅就吾人所見之視行論,以地爲靜,謂日繞地行,足以解釋一切,與日靜地繞日行之說得同樣結果.蓋自日視地見其在天空所佔之點,正在自地視日見其在天空所佔之點之對面.日與地行於同一路徑,而前後相距六個月,其轉動之向同,而其直線行之方向相反,正如齒輪相對二齒之行動也.

然實際乃地行動,非日行動也.其證明此說者有三現象焉.然非精細觀測,弗克濟事.一爲光行差,二爲恆星光譜(Star-spectra)內線之有規則的周年退進移動,三爲恆星之周年視差.此三種現象,若非地有行動,實無法以解釋之也.

逐日依子午線測日之赤緯,及其與恆星之赤經較數,即得日心逐日之位置,而畫於天球上.如此而得日在星中之行徑,並得其與赤道相割之處,及其相成之角.此道爲一大圈,謂之曰黃道,交赤道之二點相距 180 度,與赤道成約23度27分之角.此道

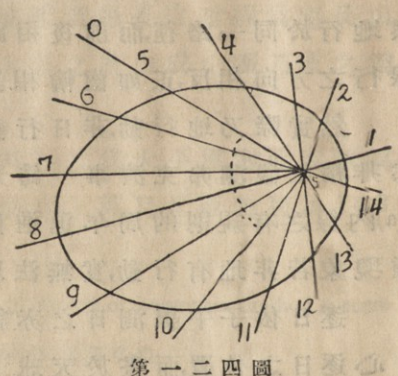
乃地球軌道面在天球所割之大圈也.

黃道與赤道之交角名曰黃道斜角.在二分點中間之點名曰至點,日到彼處赤緯之行動略停也.過二至點與赤道平行之二圈曰回歸線(Tropics),因日至此轉而回行也.黃道斜角等於日之最大赤緯,卽日距赤道之最大距離也,故亦曰黃赤大距.

§ 197. **地球軌道** 黃道非地球軌道,切不可混.黃道乃地球軌道面在天球上所作之痕跡也.由此大圈並不能得地球軌道形狀及大小,僅能知軌道全部皆在此過日之平面內耳.

然測得全年日之赤經緯度,變爲黃經緯(黃緯恆爲0,不過小有擾動耳),而與測得之日視徑相幷,得定地球軌道之形狀及地球在軌道內行動之定律.然非知日去地之距離不能知其大小.

第一章已曾論及求地球軌道形狀之法,茲再補充數語.如第一二四圖 S 爲日.自 S 引 SO 線直向春分點,是爲黃經之起點.再自 S 點引諸線使與 SO 所成之角,等於年內各測日地球之黃經度(等於測得日之黃經度+180度).如 $OS10$ 卽爲第十次測日地球之黃經度,餘同此.如此測得輻輳諸線爲各該日自日見地之方向.然後在各輻輳線上,量置與各該日測得日之視直徑成反比之距離(任意選用一數如10000秒,以各次測得日視直徑之弧秒數除之,卽爲各次量置之距離).此距離卽與日地間眞距離成正比.以曲線聯其端,卽得軌道之形.

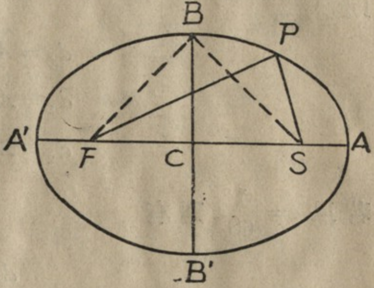


第一二四圖

既推得軌道爲橢圓形,其周上任一點至其二焦點之距離

和爲一常數,等於該橢圓之長徑(Major axis),如第一二五圖 $SP+PF=AA'$ 是也. AC 曰半長徑,以 A 記之. BC 曰半短徑,以 B 記之橢圓之偏心率以 e 記之,等於 $\frac{SC}{AC}$. 因 $BS=A, SC=\sqrt{A^2-B^2}$,所以

$$e=\frac{\sqrt{A^2-B^2}}{A}.$$



第一二五圖

日在二焦點之一.地距日最遠最近之點名曰遠日點,近日點;亦曰最高點,最卑點,簡稱高點、卑點.聯此二點之直線,卽橢圓之長徑.此線引至無窮長名之曰長軸線(Line of aspides),橢圓長徑乃其有限之一段耳.

日之直徑變數極小(約爲 $\frac{3}{100}$),非遠鏡不能考察,是以古人不覺.然依巴谷於耶紀前 150 年,曾發現地不在日行圓道之中心.在刻白爾前,均謂日之軌道爲圓圈,日以等速度運行其上.因圓圈乃純曲線,等速度之行動乃純行動也.然日之視行顯非一致不變者.因其由春分經夏季而至秋分共行 186 日,而經冬季回至原處僅行 179 日也.依巴谷卽以地不在日行道之中心解釋此二數之差.

如知日之最大最小視徑,卽可算得軌道之偏心率 e. 因 $e=SC\div AC$,則 $SC=AC\times e$,卽等於 Ae. 所以近日點距離 AS 等於 $A(1-e)$,遠日點距離 $A'S$ 等於 $A(1+e)$. 設 p 及 q 爲測得之最大最小視直徑,因視徑反比於其距離,故得

$$p:q=\frac{1}{A(1-e)}:\frac{1}{A(1+e)},$$

卽

$$\frac{p}{q}=\frac{1+e}{1-e},$$

及

$$e=\frac{p-q}{p+q}.$$

p 及 q 之實值爲32分 36.4 秒及31 分 31.8 秒,故 $e=0.01678$, 約爲 $\frac{1}{60}$.偏心率亦曰兩心差,亦曰橢圓率.

設命 d_1 爲最近日地距,d_2 爲最遠日地距,d_0 爲日地距中數,則

$$d_0=AC=A,$$

$$d_1=AS=A(1-e),$$

$$d_2=A'S=A(1+e).$$

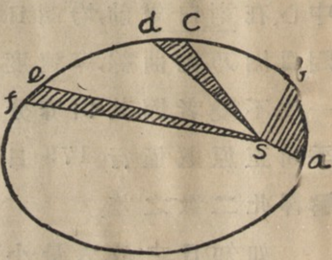
若以 $e=\frac{1}{60}$,則有

$$d_1=\frac{59}{60}A,$$

及

$$d_2=\frac{61}{60}A.$$

§198. 地球之行動定律 比較逐日測得之日視直徑及黃經較數可推定地球之行動定律.由逐日之行動及其視直徑得知其逐日行動正比於視徑之平方.



第一二六圖

由此而得前述之刻白爾定律,即帶徑所畫之面積比於其所行之時.帶徑者,在任何時聯地日之直線也.

如第一二六圖 cSd 爲地球於單位時內所畫之面積,如認其爲三角形,則其面積等於 $\frac{1}{2}Sc\times Sd\sin cSd$. 命此角爲 p (此角極小),並令該時間爲極小,其 cS 及 dS 尙未有若何之變易,可命其皆等於在弧之中點之帶徑 R.則

$$\text{扇形之面積}=\frac{1}{2}R^2p.$$

設日之視徑爲 D,因 R 反比於 D,故

$$R=\frac{k}{D}.$$

k 爲一常數,隨日直徑長數而定.依測得之結果 $p=k_1D^2$, k_1 爲另一常數.以 R^2 及 p 之值代入面積方式內,則有

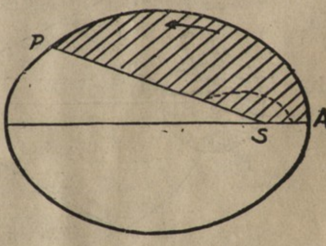
$$扇形面積=\frac{1}{2}\cdot\frac{k^2}{D^2}\times k_1D^2=\frac{1}{2}k^2k_1.$$

是爲一常數.故帶徑於單位時間所行之面積恆相等.帶徑短則所行之速度必快,帶徑長則所行之速度必慢,以使其面積恆相等,乃必然之勢也.

§199. 刻白爾算題,卑點角及角心差　設地道爲平圜,太陽居中心,地球以平速繞之,則從春分點無論何時欲推地球之方位,或黃經度,俱甚易.但依下式推算,即得

$$r:360度=T:365\frac{1}{4}日.$$

r 爲已過之黃經度,T 爲已過之日數.知其已過之日數,則可算得已過之經度,是爲地球之平黃經.然地道實非平圜,其繞日亦非用平速.依刻白爾定律知其帶徑所行之面與所行之時間成正比,亦即帶徑於等時間內所行之面積恆等.牛頓謂地球繞日乃力使之也.其力恆向日,故行等面積乃必然之勢也.此不專限之於地道,凡行於橢圓之行星皆如此.依此理若知行星在軌道上繞行一周之時數及其在最卑點之時,可得推知其在任何時軌道上之位置.如第一二七圖 A 爲最卑點,ASP 角名曰行星之最卑點角,簡稱卑點角(Anomaly).此角之扇形面積 ASP 必爲全橢圓之 $\frac{t}{T}$ 分.t 者乃自上次過最卑點以來之日數,T 者乃行星繞行全軌道之周期.例如設地球在12月31日（約在此日）過最卑點,其在5月1日之位置必其扇形 ASP 爲全軌道之 $\frac{121}{365.25}$ 分,因12月31日至5月1日爲121日也.此題之解算甚煩,名曰刻白爾算題.卑點角舊



第一二七圖

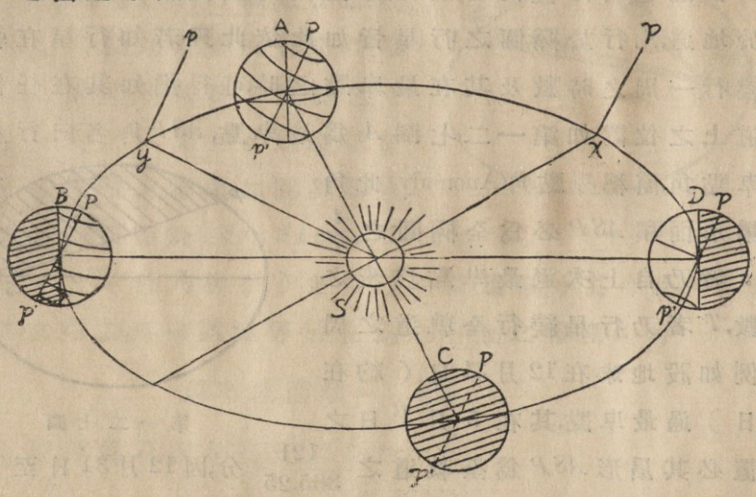
稱曰引角.

ASP 角為眞卑點角,乃行星帶徑在任何時與長軸線所成之角也.此角自卑點起隨行星繞行之方向計之.此外尙有所謂平卑點角者.乃行星以平速繞行,於同時期行一周並於同時過最卑點,其帶徑在任何時與長軸線所成之角也.此兩卑點角之較名曰角心差(Equation of centre).此差在最卑最高點為 0,在其中間為最大.就日言之,其最大値為 ±2 度,乃眞太陽輪流的在平太陽前後之度數也.角心差亦曰均數.

由最卑點起,此差逐漸大,至最大時又復漸小,至最高點時為 0.於此時間眞卑點角大於平卑點角,其差為正,過最高點,差數又漸大,至最大時又復漸小,至最卑點時為 0.於此時間眞卑點角小於平卑點角,其差為負.

§ **200. 四季**　地球繞日行動而成四季,前已論之.茲僅討論其關連之事如下.

地面之冷熱　如圖 S 為日, A、B、C、D 為地球在軌道上



第一二八圖

之四處,相距各90度. A 爲春分點, B 爲夏至點, C 爲秋分點, D 爲冬至點.其自轉皆以 pp' 方向爲軸.日照地球不過半面,圖中白者乃受日光之半面,黑者乃背日光之半面也.地球在 A 點,日正照赤道.故 p、p' 二極恰在受光半面之界上,而統地面晝夜之時平分,故名春分.地球在 C 點爲秋分,亦然.地球在 B 點爲夏至.北寒帶 pB 恆在日照半面內,爲恆晝.相對南寒帶恆在背日半面內,爲恆夜.北寒帶中,愈近北極恆晝愈久.南寒帶中愈近南極,恆夜亦愈久.而赤道北至寒帶界雖無恆晝,然俱晝長於夜.赤道南至寒帶界雖無恆夜,然俱夜長於晝.地球在 D 點爲冬至,與在 B 點一一相反.

凡太陽在地平上,地面受熱氣.太陽在地平下,地面散熱氣.各處皆然.晝長夜短則太陽在地平上之時多於在地平下,熱氣必大於平率.反之,則小於平率.地球自春分至夏至,北半球之晝漸長,夜漸短.南半球之晝漸短,夜漸長.並日在赤道北逐日北行,日光射北半球之斜角（日光線與各地垂線所成之角,即日高弧之餘角,等於 $90°-h$ ）小於南半球者.同面積所受之熱與日光斜角之餘弦相比,即與日高弧之正弦相比〔設 q 爲地面吸收之熱量, Q 爲日射至地面之熱量, h 爲日高弧, q 必等於 $Q\cos(90°-h)$ 亦即等於 $Q\sin h$ 〕.又日光線,若斜角大而幾與地平成平行,須橫過較厚之大氣,熱已爲其所吸收.迨至地面,熱量已較前少矣.故自春分至夏至,北半球之熱氣日盈,南半球之熱氣日朒.地球自夏至至秋分,晝夜漸近相等.日雖仍在赤道北,而漸南行.故自夏至後,北半球熱氣之盈率,南半球熱氣之朒率,俱漸小.至秋分而各得平率.地球自秋分至冬至復至 A,則與上一一相反.故各處一年所受之熱氣恆與所散相等也.

夏至日地面所受之熱雖最多,然非最熱之日.氣候自此日

起，日熱一日，直至夜間所散之熱等於日間所收之熱.斯時熱不再增，乃爲最熱之時.若土在熱時與在冷時所散之熱量等，則須至秋分日方爲最熱之時，然此非事實也.土在熱時散熱較在冷時爲快，其所散之量與其溫度之高於周圍之度數成比例（牛頓冷却律 Law of cooling）.所以最熱之時，在吾人之緯度，乃在七月末左右，同理最冷時乃在二月一日左右，約在春分日與二至日之間也.

地道上任取一點 x，作地軸 px，又至日心作 xS 線，則 pxS 角爲日距北極之度.地球在冬至點，此角最大，爲90度加23度27分，即113度27分.在夏至點，此角最小，爲90度減23度27分，即66度33分.至此二點見太陽在最南最北，故謂之至.

前以地道爲正圓，茲將地道之橢圓，及長徑與二至徑交角，所有改變詳細考之.地道之橢圓率約爲60分日地距中數之1，故日地距最大與最小之較略爲30分中距之1.所以同若干時中，對日之半地球最近之時所受光熱必多於最遠之時$\frac{1}{15}$也.蓋熱氣如光，散於日之四周.愈遠日則所散之面愈廣，而熱力愈薄.力之厚薄與面積有反比例，即與距日線之平方有反比例.以算式明之，

$$\left(\frac{61}{59}\right)^2 \doteqdot \left(\frac{62}{60}\right)^2,$$

$$\left(\frac{62}{60}\right)^2 = \left(\frac{31}{30}\right)^2$$

$$= \frac{961}{900} \doteqdot \frac{96}{90},$$

$$\doteqdot \frac{16}{15}.$$

今時太陽最近地球之時，太陽在黃經281度47分.爲太陽之最卑點，亦即地球之最卑點.約在北半球冬至後11日，亦約在南半

球夏至後11日也.今時太陽最遠地球之時太陽約在黃經101度47分,爲太陽之最高點,亦卽地球之最高點.約在北半球夏至後11日,亦約在南半球冬至後11日也.茲設爲最卑最高二點合於二至,以便易明,故當南半球夏至之時,地球近太陽,而全地球每日受熱氣最多,而南半球又受大半.此時南極與寒帶恆向日,而北極與寒帶恆背日故也.反之,當北半球夏至之時,地球遠日,而全地球每日受熱氣較少,而南半球仍受其大半.故地球若以平速行於其道,而四時皆相等,則南半球每年受熱必較多於北半球,其天氣必更暖.

按前論地球不以平速行於其道.而其速率之變比,若日距地之平方反比,卽受熱率之正比.因地球行道各點,在一剎那中所受熱氣之多少,正如一剎那中所行經度之多少.無論在行道之何點,所行之經度與所受之熱氣有比.設任意過日作直線分其道爲二分,則線二邊之角度必合爲180度而相等.其所受之熱氣亦必相等.所以自1分點行至又1分點,全地球所受熱氣皆相等.因受太陽熱氣之力雖不等,而受熱氣之時亦不等.兩不等恰相消,而成相等.以時長適補其力少也.北半球之春夏多於南半球約七日半之比,如春秋二分徑分地道橢圓面積所得二分相較之比.

人與諸植物所覺天氣之適宜,常以夏令之最熱時與冬令之最冷時而論,然冬夏所受熱氣之總數則相等也.設地道橢率甚大於當今之數,而最卑點與當今之數等,則兩半球之四時必大不同.北半球之秋冬必更短,而受一年總熱氣之半,故必溫.春夏時必更長,而亦受一年總熱氣之半,故必涼.而四時各恆如長春.南半球之春夏時必更短,而受一年總熱氣之半,則必酷暑.秋冬時必更長,而亦受一年熱氣之半,則必嚴寒.惟今時南北半球

冬夏寒暑有別,多因土與水散熱不同之故,而非此說之故也.

凡太陽近天頂過,其光正射地面,同緯度之地晴天正午時必較熱,而南半球更熱於北半球,其熱率約加$\frac{1}{15}$.故曠野無水處,上無庇蔭,人必大苦.凡游行探地者,暑月在澳大利較在阿非利加之北煩渴尤甚,甚苦之.昔西人陀拂於各地各時比驗寒暑針之度.言凡球面相對二地,測各時氣之平率,知統地面仲夏之平率較仲冬之平率更大.此與仲冬日地距最近之理不合.陀氏云其故由於北半球陸地多於南半球,仲夏太陽正照北半球故也.蓋太陽之熱氣遇土則回入氣中,而散於普地面.遇水則深入爲水所收,回入氣中者少;故仲冬太陽雖正照南半球,而赤道之南海面無大熱也.

前以地道長徑與二至線相合乃是略數,實則尙有11日之差,然此數亦非恆如此.依歲差之理,二分二至兩線每年在黃道行過 50.1 秒.以地道長徑爲不動,則二分二至兩線必 25868 年行成一周.二分二至兩線必逐合最卑點,惟長徑比較其所指之恆星,亦有移動,每年約 11.8 秒.較歲差動更慢而與歲差動相逆.故若無歲差,則長徑亦必 109830 年行成一周.今合二動之和,故每年爲 61.9 秒,而 58.16 年行過一度.所以最卑點與春分點必在 20938年相合一次.按此推之,約16380餘年前（1933 年上溯）最卑點必合於春分點, 11150 餘年前在黃經90度處,5910餘年前在黃經 180 度處, 680 餘年前在 270 度處.今則在 281 度47分處.自今以後約4550 年復與春分點合.約9780 年復在黃經90度處.至此時前說諸事悉相反.南半球之酷暑嚴寒移至北半球矣.察地家考究地球荒古之來歷,知南北兩半球天氣寒暑之相反,必已有數千次矣.但卽以地殼內所見諸事,徵古今天氣之大異,則前言之故恐稍有相因,而實不足全釋之也.

§**201. 軌道內之變異**　地球軌道之形狀或位置亦非全不變者,不過其變數甚微耳.茲除長軸線東行已論及外,略述其他之變異.

（一）**黃道斜角之變異**　黃道之位置在恆星中,亦有甚慢之變動,故使星之緯度及黃赤交角生有變異.黃道斜角在今時已較2000年前少24分,以後仍每年約減$\frac{1}{2}$秒.如此之減小約賡續15000年,減其角度至於$22\frac{1}{4}$度而止,然後乃起始增加.侯失勒謂其不能比中數多過或少過1度20分.

（二）**偏心率之變異**　今時地球軌道偏心率爲0.0168,亦逐漸減小.來未里亞(Leverrier)謂其將賡續24000年,減至爲0.003而止.彼時軌道幾爲平圓.然後乃漸增,賡續約40000年以至其爲0.02而止.

此項變異及長軸線之變異,名之曰長期差,或曰漸變(Secular change).乃因他行星對地球之攝動而生者也.若無其攝力之影響,則地球將永在其軌道內,與日之關係或將永不變異.惟歷幾百萬年受隕石之堆積,及最近恆星之攝力,亦或能使其生有可覺之微變耳.

除此長期差外,地球本身在其軌道內賡續的微有變動.因與月之關係,地球每月在其黃道面有上下數百英里之擺動.因受他行星轉行之動作,又有前後數千英里之擺動.總之,如此之變動,均能使日之視位生有相當之變動.

§**202. 春分點之歲差**　古時測歲實有二法,一用日表,一依據晨昏時（日升月沒時）星之升沒或星之中天,測定日之位置.依巴谷（耶紀前120年,漢武帝）覺前法所得者比後者短20分23秒,乃推定春分點在黃道上西行,一若每次前迎回歸之

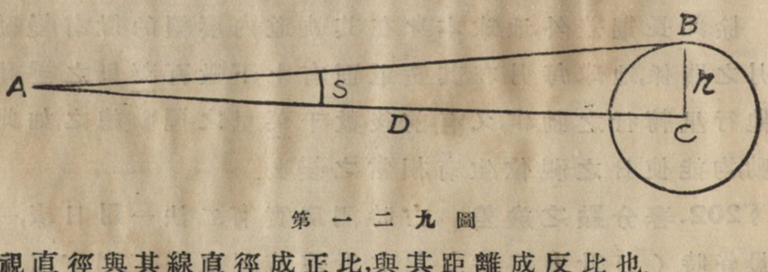
太陽也者.故依巴谷名之曰春分點之前行.

比較古時與今時星之黃緯度,知其變極微,故知黃道實未曾動.然星之黃經則每年約增 50.2 秒,較過去之2000 年已增30度矣.因黃經乃自春分點量起,黃道既未變動,則此變動必在天球赤道上,是以知星之赤經赤緯亦均有常數之變動也.此變動前已屢論之矣,茲不再贅述.

§203. 日去地之距離及其大小 日亦一恆星也,熱而自發光之碩大天體也.與他星比或尙爲中等之大小,若與其行星比,則其大無倫矣.其攝力限制其行星永就軌道繞行,而不越乎規律.其光線供給能力以維持各行星面上之各種生活,而使之適於居住.

凡一球體其半徑 BC 爲 r,若由相距 AC 遠(D)之 A 點看之,則其視半徑（弧半徑）爲 BAC 角 (S).因 B 角爲直角,所以 $\sin S=\frac{r}{D}$. 在天文學天體之直徑與距離比較,均爲小數.若 S 以半徑角計之,可書爲 $S=\frac{r}{D}$.因 1 半徑角 ＝57.3 度 ＝3437.7 分 ＝206264.8 秒,所以

$$S^\circ=57.3\frac{r}{D},\quad S'=3437.7\frac{r}{D},\quad S''=206264.8\frac{r}{D}.$$



第一二九圖

是視直徑與其線直徑成正比,與其距離成反比也.

日之距離可由其地平視差測定之.日之地平視差者,乃自日所見地球半徑之視弧也.此視差之中數約爲8.8秒.美國曆書

採用牛考卜於1867年所推者,是為8.85秒.英國曆書亦用此數.法國曆書用來未里亞之數8.86秒,此數推算較早.據近來觀測,證其數以8.8秒為近確.自1900年起美、法、英曆書皆用此數矣.

若以日之地平視差為8.8秒,則日地距中數為(以r為地半徑)

$$r \div \sin 8''.8 = 23439 \times r.$$

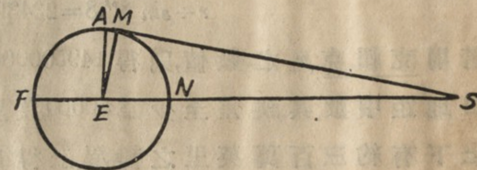
若用克賴克r之數值,則得149500000公里或92897000英里為日地距中數.其誤差至少為50000英里.因軌道偏心之關係,中數上下有約三百萬英里之變異.既得日地距,則日之大小可算矣.

日去地之遠頗難比擬.若日行1000英里之火車(約每時42英里),須$254\frac{1}{3}$年方能完其行程.若聲音在行星空間傳遞之速度與在地球大氣內相同,則須14年自此方達到彼方.即在日上有一爆發聲音,吾人須於14年後方得聽着.每秒速率1700英尺之大炮彈如全無阻礙須9年達到對方,光則須499秒,其遠為何如也.

§204. 日之地平視差測定　日之地平視差測定,乃天文家之基本工作.蓋天文家常不用長重之單位表示天體,而用其天文單位.夫不用長重單位固能討論所研究之天體,然仍須定天文單位與常用之長重單位之關係,以確示天體之眞大小.因僅由比例之數實難得其大小、重量及距離之眞意義也.推定天文單位之眞數值,實為極難之事.因地之大小及日地距之大小相差懸殊.地之小使吾人所用為根據之底線(Base line)太小.與吾人坐高樓臨窗瞭望廣大之界域,欲定數十里外物體之遠近,其可能性為窗所限,正相若也.直接測定既為不可能之事,故天文家皆間接求之.

阿里斯塔谷(Aristarchus)曾測得日距離為月距離19倍(實

爲 390 倍),依巴谷由此數及其月之知識謂日之地平視差爲 3 分,越過實數約 20 倍.多祿茱謂其可信,歷 12 世紀而無人辯論直至刻白爾由第谷之火星觀測謂其數不能過 1 分.在 1670 年及 1680 年間卡西尼(Cassini)觀測火星定其數爲 9.5 秒. 1716 年海利(Halley)解明金星過日可用以測得日之地平視差,未及遇金星過日之時,卽已去世.今天文學猛進,測法甚多,茲略述之.



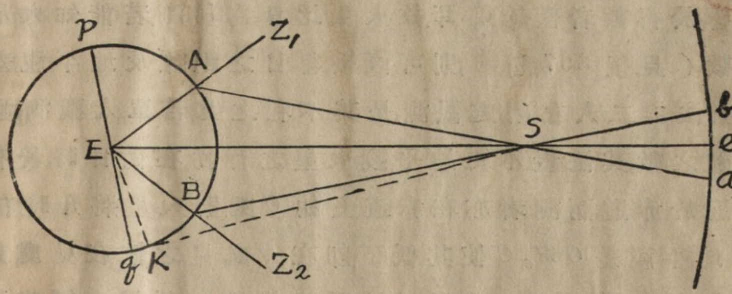
第一三〇圖

(一)阿里斯塔谷法

如第一三〇圖 S 爲太陽,E 爲地球,M 爲月正在半月之時.M 處之角必等於 90 度,AEM 角必等於 MSE 角,由此可求得 NM 弧(由新月至半月之弧)較 MF 弧(由半月至滿月之弧)短若干.此較數之半卽爲 AM 弧之數,是爲 AEM 角,卽等於 S 處之角.阿里斯塔谷推定月之第一四分一約較第二四分一短 12 時.所以 AM 弧爲月 6 時所行之路,約爲 4 度.由此伊得 SE(日地距)爲 EM(月地距)之 19 倍.得數雖大不合理,然其法固然甚有巧思也.此法之所以不確者,因月面之不平,實無法測得半月之精確時刻也.

(二)幾何法

(1)直接法　如第一三一圖 ABK 爲地面,E 爲地心,S 爲日,A、B 爲同時二測處.A 處見日之方向爲 ASa,如在天空 a 點.B 處見日之方向爲 BSb,如在天空 b 點.此二方向之交角爲天空 ab 弧度,卽 ASB 角之度.ASE 爲 A 點測日之視差,BSE 爲 B 點測日之視差,故 ASB 爲二視差之和.設二人測天,一在南半球,一在北半球(相距須極遠),而在同一子午圈.於太陽過子午圈時同測其距天頂度,去蒙氣差及豎線角方得日之眞天頂距



第一三一圖

Z_1ES角及Z_2ES角.此二角之和爲Z_1EZ_2角,亦等於Z_1AS角及Z_2BS角之和減去二視差之和,故

$$Z_1AS\text{角}+Z_2BS\text{角}-Z_1EZ_2\text{角}=ASB\text{角}.$$

Z_1EZ_2爲測地緯度（屬地心緯度）之較角,可由地圖查得之如此則四角形$AEBS$已知其三角（因其A、B二處之角各爲其天頂距之補角）,故ASB角可知矣.BE及AE皆爲地之半徑,依三角形算法,輾轉推得ES,是爲日地距.日之地平視差者由日至地面之切線與日地線所作之角也,亦卽日之天頂距爲90度時地半徑對日心所張之角度也.如以p誌之,則由EKS直角三角形有

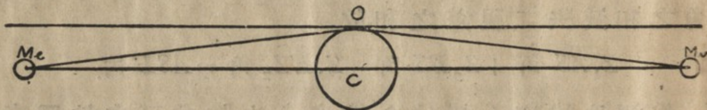
$$\sin p=\frac{EK}{ES}=\frac{r}{D},$$

p可得矣.若二測處子午圈不同亦可,但必以太陽至二子午圈中間若干時中距天頂之差改正之.求其差,或用日躔表,或前後數日連測太陽之高度,俱可推得之.然二處經線愈近,則歷時愈小,改正數亦小,較便也.就理論之,此法推得之數,不能差過$\frac{1}{2}$秒.然實際因日緣之不易指視,及其熱力擾動測儀之調整,致此法毫無準確之價值.

(2)測火星衝日推日之地平視差法　此法與上法同.火星在日之對方時（衝日）其距地僅爲日地距之$\frac{1}{3}$,故觀測之誤差

所影響於得數者僅約$\frac{1}{3}$耳.故火星比日爲易測.若能知火星距地之數（見後397節）,則可直接得日之距離及地平視差.

上法須二人在兩處觀測,是其不利之處.若單人觀測,並能得較確之數,其法豈不更妙乎.設火星之行動在衝日時,若有停止,並近於赤道,而測者亦在赤道上如O處,則火星將升時在M_e處,其地平視差OM_eC使其低下.卽在O處見之較在C處見之爲愈在東方,C乃地心也.所以地平視差增加行星赤經.過12時後,正伊落時,視差使其愈向西下,而使其赤經減少,與前增加者



第一三二圖

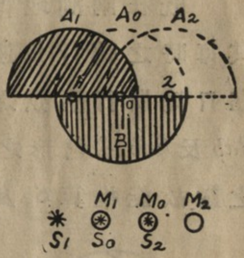
相同.所以若正在其升時測量其去稍東處之S星之距離（如第一三三圖M_eS）,再於其落時仍測量去該星之距離,則其較數爲地平視差之2倍.地球之自轉一若將測者移至8000英里外之對方測處也者.

第一三三圖

此法並不限定在火星正升落時測之,所量星之距離亦不限定該星正在火星之東或西.量其去鄰近諸星S_1、S_2、S_3、S_4等之距離,較只量其去一星之距離以定其位置,尤爲精確.其火星在測時須無赤緯度,並須略停片時,以及測者須在赤道,皆非必要之條件.測時實際之情況雖與理想之情況不合,並不影響於所用之理,僅使其推算加繁

耳.吉爾(Gill)於 1877 年用此法測定之地平視差數爲 8.783 秒 ±0.015 秒,雖略小,然頗逼眞.

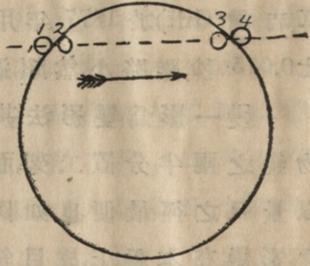
變一影爲雙影法甚多.一法平分物鏡卽能變其影爲二.以物鏡之兩半分置二架,而參差移動之,此名量日鏡(Heliometer),用以量日之徑最便也.如圖 A、B 爲物鏡之兩半.準光學理二半鏡之影俱在本軸上,故目鏡窺焦點處有二相似之影並列.轉螺旋能令相近相遠也.量日鏡乃量火星 M 與他一星 S 間之距離之最精儀器也.量時使遠鏡之光心線對準方向.然後移動其半物鏡,直至他一星之二影之一與火星影相合.上半鏡在 A_1 或 A_2 時均能相合.或使 B 半鏡所作他一星之 S_0 影與 A 半鏡所作火星之 M_1 影相合,或使 S_2 與 M_0 相合.量得由 1 至 2 之距離乃 M 與 S 間距離之 2 倍.



第一三四圖

(3) 測金星過日法　金星行至日地之間時,其去地之距離僅約 26000000 英里,故其地平視差約 4 倍日之地平視差在此時測者若變換地方,則星在日輪上之視移動爲其自己因此移動而生之視差與日視差之較,此較約 3 倍日視差 (因金星距日爲 0.723 天文單位.在過日時距地爲 0.277 天文單位.設 p 爲日視差.v 爲金星視差.因視差與距地遠近成反比,所以 $v=p\times\frac{1000}{277}$, 並 $v-p=p\times\frac{1000-277}{277}=p\times\frac{723}{277}$). 所以測金星過日,在設法量金星在日輪上因測者移動之遠近而生之弧線移動也.

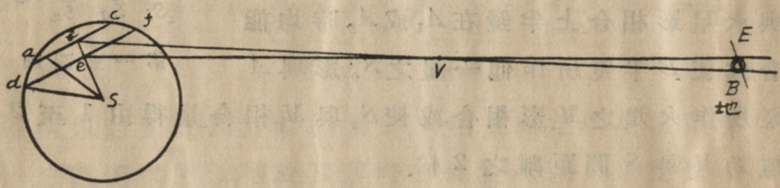
(a) 海利法　在地面上選兩測場,其緯度必須相距甚遠.在此兩處測過日所歷之時間,卽自起始至終了之時間而兩測地必須均能見之方可.所最要者鐘表在測時之數時內,須記時極



第一三五圖

準(無須知其與格林維基時之差數或其與地方時確實差數),因測時僅須記取金星內外切日之四次時刻也,如第一三五圖在 1、2、3、4 點之兩外切及兩內切.海利最注重其兩內切.

既在兩測地得過日之歷時,且知其每時之轉行角速度,則可推算金星在日輪所行兩弦之長短(以弧之秒數表之).如第一三六圖 Sab 及 Sde 三角形之 Sa、Sd 爲日之半徑(以秒數記之),爲已知之數.故能推算 Sb 及 Se 之長(秒數),其較數 be 卽因兩測地距離



第一三六圖

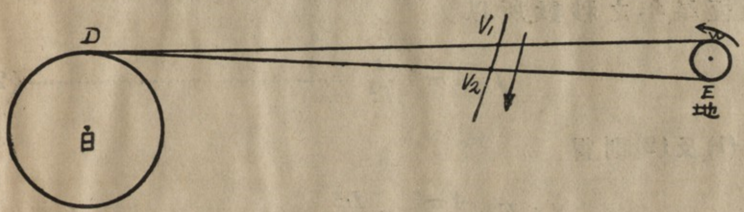
所生之弧線移動也.既得 be 可由下式求得日之視差(以秒數記之).

$$p''=(be)''\times\frac{277}{723}\times\frac{r}{B}.$$

B 爲所用之底線,並非兩測地 E 及 B 相距之直線,因該線並不垂於地星間之視物線,亦不垂於金星之軌道面.然其數值甚易求得也(參看推算日食法).r 爲地球之半徑.

地球自轉亦使 E、B 兩地在測時內移動,然此能改正之.若兩測地選擇適宜,使兩歷時之較數大,則得數愈能準確.最好使過日之行徑近日輪之邊緣,因其歷時可在 3 或 4 時以內.若在中心行過,須歷 8 時之久.並若近中心,弦長之微差,可使算得之距離生大差.若近邊緣,則反是矣.

(b) 德利爾(Delisle)法　海利法以兩極爲最好之測處,乃極不適於人居之地,並亦極難至之地.且須極佳之天氣,俾能見過日之始末,故實際有許多困難之處.德利爾法須兩測地皆近赤道,且聯二地之直線略與金星之行動成平行.須知二地之經度俾得隨時推定格林維基時.然不須測過日之始末,只測其一,即亦足矣,此乃其利處也.惟金星面有大氣可以折屈光線,使金星切日緣處不能精密確定,同爲海、德二法之不利處.如第一三七圖測者在W處,測得內切時之格林維基時,斯時也金星正在V_1處.測者在E處測得內切時,金星當正在V_2處.在D處之角當爲



第一三七圖

地球直徑所張者,即在D處所見地球之弧直徑也.故爲日之地平視差之2倍.此角即由金星由V_1至V_2所歷之時定之.因金星須584日(見後第385節)繞行一周,即由DW線復至DW線須歷584日.若V_1至V_2之歷時爲12分,則D處之角約爲18秒矣.1874及1882年測金星過日之內切,得日之地平視差爲8.72秒至8.88秒,其中數爲8.794秒.自雙影量微器之量日器發明以來,可用以測得金星在日輪面上任何時之視位置,並不限於過日始末之內切時矣.

(三)重力法　以地球施於金火二星之攝動定日之地平視差,實爲最善之法.其原理如下:若日地之距離爲已知,則可由地球於一秒時內向日下落之距離(由其軌道曲率量之)與地面重力之比,推算日地質量之比(見後第207節).故若由另

一法得日地質量之比,則可推得日地之距離矣.

設 S 及 E 爲日地之質量,D 爲日地間之平均距離,r 爲地之半徑,則日攝地之力以加速度表之爲

$$f=G\frac{S+E}{D^2}\quad\cdots\cdots\cdots(1)$$

由力學得 $$f=\frac{V^2}{D},$$

V 爲地球軌道行之速度.若以地道爲平圜,則

$$V=\frac{2\pi D}{T},$$

T 乃恆星年之秒數.所以

$$f=4\pi^2\frac{D}{T^2}\quad\cdots\cdots\cdots(2)$$

合併(1)及(2)則得

$$S+E=\frac{4\pi^2}{G}\times\frac{D^2}{T^2}.$$

又地面上之重力 $g=G\frac{E}{r^2}$,即 $E=\frac{g}{G}r^2$. 以此除前式,則得

$$\frac{S+E}{E}=\frac{4\pi^2}{gT^2}\times\frac{D^3}{r^2}.$$

由此得 $$D^3=\frac{S+E}{E}\times\frac{gT^2r^2}{4\pi^2}.$$

若以 $\frac{S}{E}=M$,則 $$D^3=\frac{M+1}{4\pi^2}\times gT^2r^2.$$

由此方式,若知日地質量之比 M,即可推算日地距離 D.本法即由地球加於金火二星之攝動定日地質量之比者也.

地球加於其鄰近行星（金火二星）之攝動力,隨其質量與日質量之比而定.故若能確定行星所受之攝動,即可定日地之質量比.時代愈前進,則地球加於鄰近行星軌道交點 node及

長軸線之旋轉之影響乃愈積愈爲顯著,而日地質量比之由此推定亦愈漸眞確.卽今時此法已高於他法,此乃其利處也.此所以來未里亞稱贊此法將越過所有以前諸法,並其精確與時俱進也.除非尙有未知之天體阻礙鄰近行星之行動,或將證明動律不如現今之簡單,則其論語甚爲的確.

(四)物理法　物理家研究光學假擬一說謂光行於行星空間之速度同於行於眞空者,其果如此否,現尙不能證明.米克爾孫(Michelson)、牛考卜(Newcomb)依佛寇法確定光之速度爲 299860 公里,卽爲 186330 英里.由光之速度卽可推得日之地平視差,其法有二.

(1)光差定日距離法　光差(Equation of light)者,乃由日至地所歷之時也.其數可由觀測木星月食定之.以此數(499秒±2秒)乘光速度卽得日地距離,法甚直接;惟今時測定光差法尙未完善,是又不可不知也.

(2)光行差法　光行差常數 c 現定爲20.47秒,其推算之方式爲

$$\tan c=\frac{v}{V}.$$

v 爲地球公轉之速度,V 爲光之速度.設地球軌道爲平圜,則

$$v=\frac{2\pi D}{T}.$$

所以

$$\tan c=\frac{2\pi D}{VT},$$

卽

$$D=\frac{1}{2\pi}VT\tan c.$$

用20.47秒 $=c$, 186330 英里 $=V$, 乃算得日地距 $D=92876000$ 英里.用3963.296英里爲地之半徑,以 p 爲日地平視差,則

$$\sin p=\frac{r}{D}=\frac{3963\cdot296}{92876000},$$

$$p=8.803\text{秒}.$$

今時以由此法推得之數爲最精確.

在上述諸法,幾何法直接推得視差,是全憑觀測之精密,並無假擬之學說,其所必需之改正爲蒙氣差等.重力法是認重力律爲確定之事實,而物理法則假定光在空間之速度與行於地球大氣內相同,由其得數之相似,則知此項假定雖非絕對的確實,亦無甚大差也.

§**205. 直徑** 日之平均視直徑爲32分04秒 ±2 秒.因在日處一秒之弧等於450.38(92897000÷206264.8)英里,故日之直徑等於 866500 英里,約$19\frac{1}{2}$倍地球之直徑.此數或有數百英里之變異,因日面非實體也.

如以 2 英尺直徑之球表日,則地球爲直徑$\frac{22}{100}$英寸之球,僅如一豆耳.其相去之遠將爲 220 英尺,而其最近恆星在對方時將爲8000 英尺之遠.

設日爲中空,而置地球於其心,則日面遠在 433000 英里處.因月去地之遠僅約 239000 英里,故月約在地與日內面相距之半程,而少過之.

§**206. 面積及體積** 因球之面積與半徑之平方成比,所以日之面積與地面積之比爲 $(109.5)^2$ 與 1 之比,卽12000倍地球之面積.

體積與半徑立方成比,所以日之體積 $(109.5)^3$ 倍,卽 1300000 倍地球體積.

§**207. 日之質量** 日之質量約 332000 倍地球之質量.推算此數之法甚多.茲述以地球攝其面上物體之力（由擺之實驗定之）比較日攝地球使其保持軌道轉行之力,而求質量之法.

此二力皆各向其本體中心.設 f 爲日攝地之力（亦如量重力然,由其引起每秒之加速度量定之）,g 爲重力（每秒32英尺2英寸）,r 爲地球半徑,R 爲日地距離,E 及 S 爲地日之質量.則依重力定律有如下之比例:

$$f:g=\frac{S}{R^2}:\frac{E}{r^2};$$

或
$$S=E\frac{f}{g}\times\frac{R^2}{r^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$\frac{R}{r}$ 約爲 23440, 其平方爲 549433600. $g=386$ 英寸. f 可由力學之方式

$$f=\frac{V^2}{R}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

求之.若軌道爲平圓,則

$$V=\frac{2\pi R}{T}.$$

由此得 V 爲每秒 18.495 英里.以此數代入(1)內,則得 f 爲 0.2333 英寸,故得

$$\frac{}{g}=0.0006044 \text{略} =\frac{1}{1654}.$$

所以得

$$S=E\times\frac{1}{1654}\times 549433600=332000E.$$

據物理學方式 $S=\frac{1}{2}gt$, S 爲地面上物體因地球攝力於 t 秒時內下降之距離,所以 g 之半數爲其 1 秒時內下降之距離.同此理 f 半數亦爲地球於 1 秒時內向日下降之距離.此數（0.116英寸）比 $\frac{1}{9}$ 英寸稍大,卽地球軌道於 1 秒時內離開直線方向微偏之數.所以地球在軌道上行 18.495 英里,僅偏 $\frac{1}{9}$ 英寸也.

如代 $\frac{2\pi R}{T}=V$ 於(2)內,則得

$$f=\frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

再代入(1)內,則得

$$S=E\left[\frac{4\pi^2}{T^2}\times\frac{r}{g}\times\left(\frac{R}{r}\right)^3\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

因 $$\frac{R}{r}=\frac{1}{\sin p},$$

p 爲日之地平視差,故有

$$S=E\left[\frac{4\pi^2}{T^2}\times\frac{r}{g}\times\frac{1}{\sin^3 p}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

由此式可知 p 若有百分一之不確,S 卽有百分三之不確.

§203. 日之密度 日之密度與地球密度之比可求之如下:設 d_1 爲地之密度,d_2 爲日之密度,V_1 爲地之體積,V_2 爲日之體積,則有

$$\frac{V_2 d_2}{V_1 d_1}=\frac{S}{E},$$

卽 $$\frac{d_2}{d_1}=\frac{V_1 S}{V_2 E}.$$

故知日地密度之比,等於其各自質量除各自體積之比.代入日地體積及質量之比數,乃得

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{332000}{130000}=0.255,$$

僅稍多於 $\frac{1}{4}$. 此數乘以地球之比重 (5.58),得 1.41,是爲日密度與水密度之比數,卽日之比重也.

推定日之密度亦可不用日視差.設 l 爲日半徑,D 爲日之密度,d 爲地球平均密度,代入上節之(3)內,則有

$$\frac{4}{3}\pi l^3 D=\frac{4}{3}\pi r^3 d\left[\frac{4\pi^2}{T^2}\frac{r}{g}\left(\frac{R}{r}\right)^3\right].$$

由此得 $$D=d\left[\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\frac{r}{g}\left(\frac{R}{l}\right)^3\right].$$

以 $\frac{l}{R}=\sin\theta$,θ 乃日之弧半徑也,故

$$D=d\left[\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\frac{r}{g}\left(\frac{1}{sin^3\theta}\right)\right].$$

§209. 表面重力　質量除以半徑平方,即爲表面重力,故得

$$\frac{332000}{\left(109\frac{1}{2}\right)^2}=27.6.$$

物體在地球表面稱重1磅,在日之表面則將稱27.6磅.在地球面於1秒時內下落16英尺,在日面則下落444英尺矣.

§210. 日面現象之研究　以遠鏡窺日,因其熱與光均極强烈,實難直接仰視.設法於物鏡後1英尺處置一白紙屏,受其映影,最爲簡便之方法.在3寸直徑以下之小遠鏡,於目及目鏡之間置一暗玻璃亦可;然此暗玻璃不久即熱而自裂.在大遠鏡則有特別計畫之目鏡,專爲窺日之用,名曰太陽目鏡,或曰窺日器(Solar eye-pieces 或 Helioscope).此外尙有攝取日影之器具,乃一特種物鏡附有曝光最快之玻璃片,此器名曰日圖鏡(Photo-heliographs).其曝光時間爲$\frac{1}{500}$以至$\frac{1}{10}$秒;其攝取之影多爲2英寸以至10英寸之直徑.

天文家分太陽之體爲若干同心圓之層,層包圍球核如空氣之包圍大地然.太陽之光華須透此外包之各氣層.太陽之內核如何,吾人莫由知之,故須於其外之各層加以研究.茲略述研究之主題於下:

(一)光輪(Photosphere)亦曰光雲,亦曰光氣,乃日之光亮表面,直接見之於遠鏡中者也.或爲凝結物質(如地面上之水球、冰結晶等)組成之光亮雲層.其內部爲日質之氣體,因表面受冷,遂至凝成球,結成晶.其質或者爲碳(Carbon)、硼(Boron)、矽(Silicon)等元素之微粒(Granules).白紋(火舌 Faculae)及黑斑(Spots)皆光輪內之現象也.

(二)煙輪(Reversing layer)亦曰氣層,乃光輪上層不甚厚之氣

圈,其氣質多爲地上所有者.可用分光器(Spectroscope)研究之.

(三)色輪(Chromosphere)亦曰光氣,乃光輪上層穿過煙輪而與煙輪不能分清之氣圈,其氣質之最顯著者厥爲氫(Hydrogen).日珥(Prominences)即由此輪突出,有高至幾十萬英里者.此美麗之景象可於日全食時見之,亦可藉分光器之助於任何時得略見一斑.

(四)日暈(Corona)乃再上之一層,物質甚稀少,僅能於日全食時見之.

(五)日光之量法及日面各部之亮度.

(六)日散射之熱,日之溫度及其熱之來源.

§211.光輪及黑斑

(一)用最精遠鏡,隔黑色玻璃窺太陽,見其面時見大黑斑.斑之中深黑,其邊略淡.黑斑之有規則者中央曰本影(Umbra),周圍曰半影(Penumbra).本影內有微點一羣,形圓而色深黑,是曰斑核.

第一三八圖

此斑累日累時測之,則見或變大或變小,或變形狀.久而舊斑消滅,他處復見新斑.其滅時,中之深黑者先滅,四周之淡者遲滅.時

或一斑分爲二、三斑,此卽太陽面爲流質之證.又其變動甚速,此爲氣之證.所見最小斑之本影,其徑爲 1 秒.地球測日面 1 秒之角爲 450.38 英里,而大斑有徑 50000 餘英里者,其半影有長至 150000 英里者.自初見至消滅,久者約 1 月有半;故斑之邊每日約縮近千里.又無斑之處光非純一.其中有無數之細點,若人身之毫孔.細測之,其點時時變動.極似水中沙泥欲澄時向底之狀.因意日面必有發光之質雜於透光之質中而然也.而近大斑或諸斑羣聚之地,時見一線或曲或歧,其光較日面之常光愈明.相近處時有斑發出,或意此線乃光氣浪之頂.相近處必大動盪,故發斑也.此事多在近日邊處,其狀如第一三九圖.斑核亦曰導斯穴(Dawes' holes).

第一三九圖

太陽面之無數小粒似毫孔者,奈斯密(Nasmyth)於 1862 年考察而釋之.奈斯密氏之說謂自造大回光遠鏡,常時窺測太陽之面.知此諸毫孔皆係同式光物相交,而毫孔乃其相交間所成之角形也.其光物之形如楊柳之葉.在無黑斑之處充滿太陽之面,位置無定.第一四〇圖卽奈氏說中之圖也.其甲圖爲太陽無

（甲）

（乙）

第一四〇圖

斑處之式.乙圖爲黑斑之中與邊及無斑處之式.英國之帝拉路(De La Rue)、司多尼(Stoney),羅馬之塞岐(Secchi),俱考此事.與奈氏所考大同小異.司多尼比此物如米粒之狀.或謂如條草之狀.按此物大似諸定質浮於透光之氣中.而此氣最薄,因流質受大熱與上面所壓之重漸變而成也.此物有光,可爲定質之徵,蓋流質若透光而無色,則熱雖極大皆不能發光也.

1859 年賈令敦(Carrington)、郝者孫二人各在家中,忽見無法形大斑之相近處,發二光雲,較諸無斑之處甚亮,約歷 5 分時而忽滅.見時行過大斑之面34000餘英里,並見指南針有大搖動.古今所記磁氣諸大搖動中,此爲最奇.

(二)日面黑斑位置及形狀時時變動.久測之,知太陽亦自轉與地球同.其軸約略正交黃道面,其轉亦自西而東,其黑斑轉繞一周復至原處平均所歷之時爲27.25 日.所以謂平均者,因各斑之周期皆不相同也.此非太陽自轉一周所歷之時,乃會合周期也.因地球於黑斑旋轉一周時,已向前進,日須每次向前再轉方能使其黑斑復與地合也.此與月地之會合相同.故日轉周期亦可用其方式推算之(見後 228 節).由

$$\frac{1}{T}-\frac{1}{E}=\frac{1}{S}$$

代入$E=27.75$, $S=365.25$,得$T=25.35$.賈令敦得 25.38,司樸勒(Sporer)得 25.23 日,以體大故轉遲也.以輕重之理論之,則太陽大體繞地球小體,恐無是理.譬如有二球以鐵條相連,令旋於空中,則二球必俱繞重心,而重心不動.若二球輕重大小不等,則重心必近大球,或在大球體中.故小球必繞大球而大球不甚易其處.準力學之理,凡二體在空中相環繞,雖無鐵條相連,亦共繞公重心.公重心距二體心遠近之比,若二體質輕重之比.準此,推得太陽與地球二體質之比若 332000 與 1 之比,則其公重心距太陽心

當得 280 英里,爲 3100 分日徑之 1.故太陽與地球俱繞重心而太陽一若不動,地球一若繞太陽焉.然而一年中測恆星無視差,故知恆星距太陽俱極遠.最近之恆星視地球繞太陽之道若一點耳.

地球乃整個旋轉,地面各點於同時自轉一周.月及行星亦然;然此非所論於太陽.賈令敦著書論詳測太陽黑斑最多最少之時,謂黑斑轉一周之時間依所在太陽面之緯度而異.在近太陽赤道之處所行一周之時,必短於在遠赤道處所行一周之時也.黑斑在太陽緯度 l 處一日所行度之方式爲

$$865'-165'\times\sin^{\frac{7}{4}}l=x.$$

所以太陽赤道處之斑於 24.202 日,南北 15 緯度處之斑於 25.44 日,南北 30 度處之斑於 26.24 日,皆行一全恆星周.45 度以外絕少黑斑,無法知轉動之周期.費易(Faye)所用之方式爲

$$x=862'-186'\sin^2 l,$$

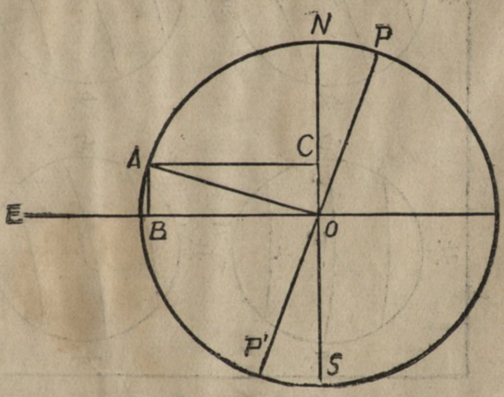
得數亦與賈氏相合.

太陽赤道左右各 25 度之內,黑斑最多,30 度以外黑斑甚少,常成行列.故可知太陽面外常有氣質旋轉,與地球之貿易風相似.或云太陽面外之氣質是扁球形,故赤道處厚於兩極處.厚者多阻日體之發熱而致赤道與兩極之熱不同,即使其氣質生動與地球之貿易風同理.果如此,則在赤道處亦當靜而不動.蓋地球外若包黑雲,而人在外觀之,則但見黑雲轉動而不見地球之體,亦可想見地球亦必旋轉.測黑氣外層在赤道及近極旋轉之速,可求得地球自轉一周之時.第見赤道與兩極間雲之動,而即以爲地球之動,則必差於太速.因其間雲之上層常略向西而動也.自兩極起向赤道其轉漸速,至距赤道南北二帶而最速,過此再向赤道轉又漸慢,與賈令敦之例不合,必設別理解之而可解

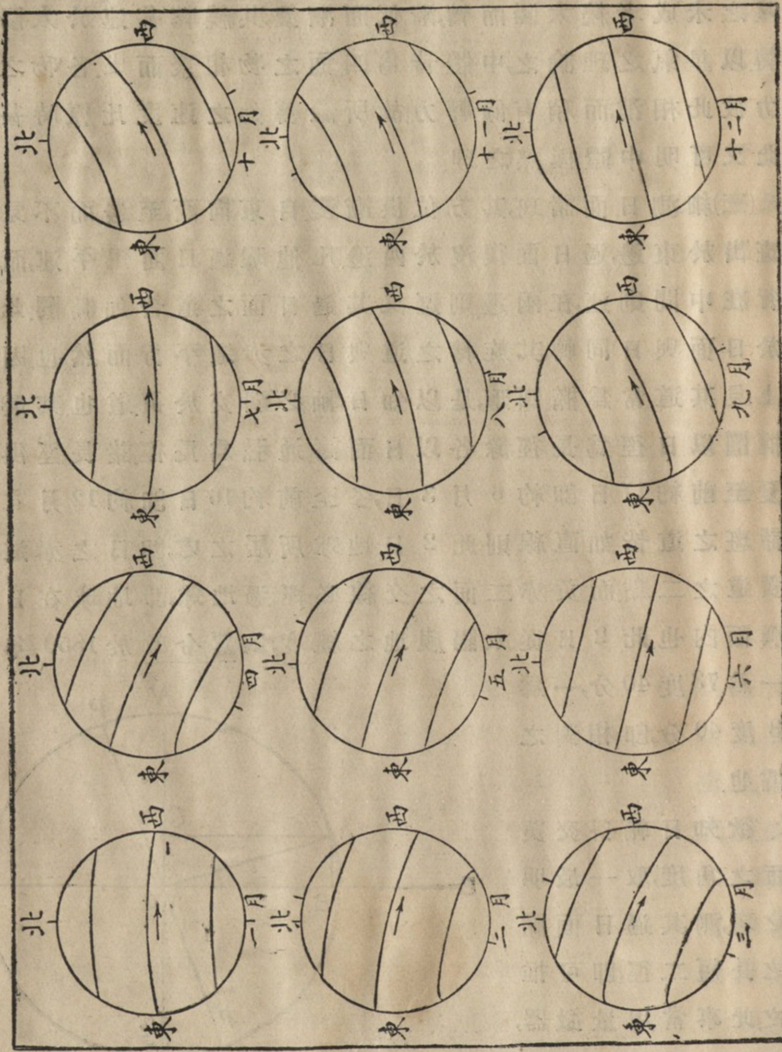
者僅有一理,即太陽以外之力加於雲上而使之動也.外力者,即行星之未成者繞太陽而轉,漸低而漸濃,其繞轉甚速於太陽之自轉.以星氣之理論之,中體皆爲四面之物相聚而成.各物之原轉力彼此相消,而稍有餘轉力.故所餘轉動之速度比原時甚慢.依此又可明中體極熱之理.

(三)細測日面諸斑,其方位俱漸變.自東向西,至邊而不見.另有斑出於東邊,過日面復沒於西邊.凡他曜過日面俱平速,而斑之行在中間則速,在兩邊則遲.又其過日面之道皆如橢圜.此必附於日面與日同轉,其旋轉之道與日之赤道平行而然也.因在地上見其道常爲橢圓形,是以知日軸必斜交於黃道也.其最大之橢圜以日徑爲長徑,餘各以日面諸通弦爲長徑.諸長徑俱平行.夏至前約17日即約6月3日,冬至前約16日即約12月5日,見諸斑之道皆如直線.則此2日地球所居之處,即日之赤道斜交黃道之二點.而黃赤二面之交線必經過地球,即地球在日之自轉面內也.此2日從太陽視地之經度,依賈令敦於1850年測得一爲73度40分,一爲253度40分,即相對之兩點也.

欲知日軸斜交黃道面之角度,取一最明晰之斑,測其過日面橢圜之長短二徑,即可推得之.此事當用量微器,自初出至沒,刻刻細測之.又測時地在黃道距太陽赤道交黃道點之遠度,亦當推之.假如驚蟄後4日地球在太陽黃赤交線之垂線上,其屬日心經度



第一四一圖



第一四二圖 日面斑點經過之線路圖

163度40分,太陽之軸在過地球正交黃道之面內.設地球定於此,則最易測.如第一四一圖 O 爲日心,POP' 爲日軸,EO 爲地球之視線.NAS 面引廣之必過地球.A 爲太陽赤道上之一斑.地球望之如在 C 點,在日心北,其距爲 OC,卽視橢圜之小半徑也.既測得 OC,則以日之視半徑與 OC 比若1與 AON 角之餘弦比.AON 角卽日軸與黃道面之交角也(此時見黑斑在北半行成圈,其在南半者爲太陽體所隔,而太陽之南極亦在所見之面內,此乃自冬至前約16日至夏至前17日之間所正見太陽赤道之南邊也.自夏至前17日至冬至前16日,則所見相反).若餘時則推算甚繁,今不載.案太陽赤道與黃道交角依賈令敦爲7度15分.太陽自轉一周爲25日9時7.2分.太陽赤道與地球赤道面之交角爲26度25分.太陽軸所指天空一點之赤經爲18時44分,赤緯爲63度35分,約在極星及織女一之中間.

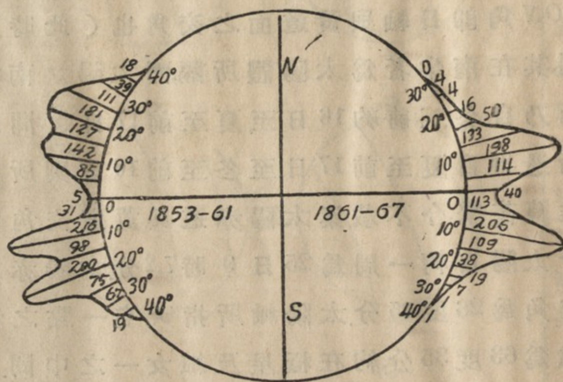
如第一四二圖12月6日地球在二交點之直線內,適當太陽赤道之平面,故黑斑所經之道現直線形.6月5日地球在其軌道之相對點內,又當太陽赤道平面,故黑斑所經之道再現直線形.3月4日地球距太陽赤道升交點90度,且在太陽赤道下成7度15分之角,故黑斑所經之道如橢圓,其曲形則適向北方.9月6日地球距軌道相對點90度,故黑斑所經之道仍現橢圓形,其曲處乃移向南方.蓋一年之中1月至3月曲形逐漸增加,而皆北向.6月至9月曲形雖仍逐漸增加,乃轉而向南.9月至12月曲形則逐漸減小,然仍向南方也.

日軸之方位角者,乃太陽視面上之北半軸與穿過地心之南北線所成之角也.偏東爲正角,偏西爲負角.

1月5日,7月6日,日軸方位角皆爲零度,日軸合於時圈.7月6日以後正角每日加增,至26度25分而止,是爲其最大值,

斯時乃10月10日也.10月10日至1月5日,正角每日減小,而達零度.1月5日以後負角每日增益,至26度25分而止,斯時乃4月5日也.自此以往,負角每日又逐漸減小,至7月6日而仍達於零度.

(四)太陽赤道左右各25度之內斑最多,30度之外甚少.近二極則無.近赤道一帶少於南北二帶.又北半球大而多,南半球小而少.赤道北自11度至15度最大最多亦最久.又斑多時恆列爲一帶與赤道平行.故知日體上必



第一四三圖

有一故,最易生此斑,其故今尙未知.又因日自轉令斑成列,可見光氣爲流質,其動有若地面之貿易風也.

(五)斑自生至滅歷時不久,最小者僅見一次過日面.其次或旋轉一、二周,或數周者,然皆甚少.在1779年有一大斑閱6月而滅.1840年有衆斑羣聚歷八周而滅.凡測斑必記其距赤道方位及其形狀,又有出沒之時可推.故沒而復出,誠能識之也.或言有數次所見斑在日面之處略同.或本卽一斑,滅而復發也;然無法證其是否.

(六)許華勃(Schwabe)自1826年至1850年記太陽面上斑之多少而比較之,得知斑之多少及其時之變均有定例.其最少至最少周時恆略同,而最多至最多周時亦同.按所記之事推之,知自第一次最少至第二次最少約歷十年.嗣瑞士人胡而弗(Wolf)

以自1610年初用遠鏡窺測之時以來,所記一切窺測太陽之事,會集商議,知最多至最多之周時11.11年,而100年之中有最多之時9次,與許氏之說合.1778年、1788年、1800年、1837年、1848年、1893年、1905年,皆最多之時也.1798年、1810年、1867年、1879年,皆最少之時也.又未造遠鏡之前,史中屢記日面有黑斑,如807年,840年、1096年是也.又536年,日光大減,至14日而復明(梁書數載老人星見).626年8月至627年6月日光減至半(唐書數載太白晝見).1547年日光甚小,晝見恆星,約皆因黑斑之多或大也.此可為胡而弗所定周時之徵.

(七)侯失勒維廉謂日面之多斑,因日體外氣層亂動而成.又發光與熱因各雜料質彼此有愛力化合極緊而成.故據此諸說,而謂當日面之斑甚多之年,地球之熱度大而五穀豐;日面之斑甚少之年,地球之熱度小,而五穀歉.但稽之史中不足為全據.嗣後古爾德以歐洲33處,美洲29處,11年(1875至1885年)內所測之天氣,會集而取其中數,與侯失勒之說相反.而謂斑多之年,地球之熱度小;斑少之年,地球之熱度大,其差約0.11度.胡而弗又考史自1000年至1800年間,確知多斑之年略旱而多穀;少斑之年陰溼而有暴風,與侯氏說合.又日面多斑之年,指南針必搖,且斑之多少與搖之多少亦相合.其針之搖,遍地球同時.故知此二者必有相因,格致中之要事也.現在天學與吸鐵學皆未能解其理焉.

(八)問黑斑究係何物,其說不一.或謂太陽是實體,黑斑乃上面之光輪開裂而顯露者也.此說似可信.問開裂之故,其說亦不一.勞蘭(Rowland)謂黑斑乃太陽中突起之地,如地面之山.其頂高出光氣面,故見深黑;其下斜入光氣底,光氣不厚,故見淡黑.準此說則四邊淡黑,自內至外,必由深漸淺,以至於無.今深淺不分,且

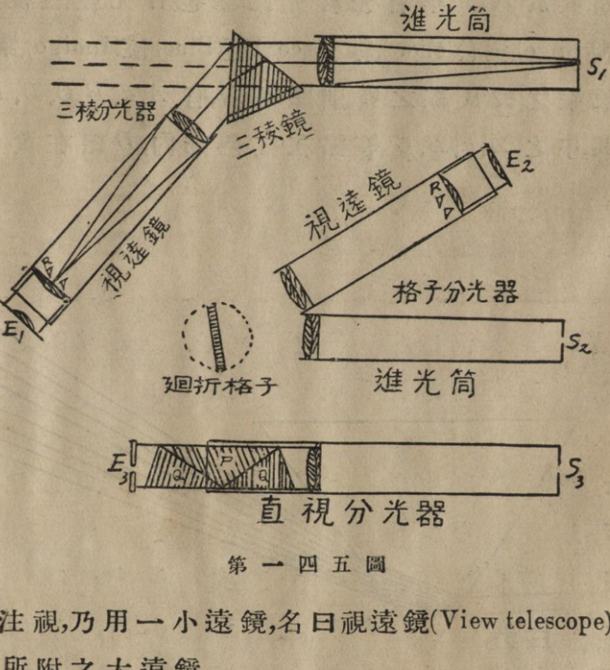
外有定界,於理不合.侯失勒維廉謂太陽實體外四周有氣包之.氣之外有光氣一層,浮於上,距實體甚遠.光氣下有雲一層,受此光返照地球.二層俱裂開,則見黑斑.中之深黑者太陽實體也.四邊淡黑者雲也.光氣之裂口必大於雲之裂口者,因氣旋動成風,愈遠實體愈大,或別有他故不得而知也.如圖 A 爲實體,B 爲雲,C 爲光氣.費易又謂黑斑同於地面之颶風.日面近赤道處轉動快,緯度高處轉動慢,因此使鄰近之光氣流動成渦,如流水之迴旋.此雖能解釋黑斑之分佈所在,然據此則南半球之黑斑應成右手轉之旋渦行動,北半球者應成左手轉之旋渦行動,而實際則不盡如此.近有一新說,1893 年,奧樸澂(Oppolzer)曾提議之.此說根據氣象家研究熱力對於地球大氣豎流之影響而產出.其說謂如此豎流循環不斷的從日之兩極部分上升,緩向赤道漂動,而落於黑斑帶內.於其落時受有熱力而至於乾.乃於光氣(內含金屬氣質)上作成洞形.依此理則黑斑之溫度應高於其周圍.此理與日斑之光譜(Spectrum)相合,然兩極之循環豎流及黑斑是冷是熱,仍爲未定之事.故黑斑者,乃一未解決之問題也.

第一四四圖

§212. 分光器　1860 年天文學中新增一得力之儀器,名曰分光器,亦曰光譜鏡,自此器入用以來,向所未解之難題如天體之性質及成分等,多藉之得有相當之解決.遠鏡能使極遠之物入我目中,俾得考定其位置,量定日月行星之形狀,及其表面之標誌,並發現向所不能見之幾百萬恆星及星雲.分光器能使吾人得考究天體之光,因而得其化學成分及物理的情狀並量其

光向我而來,或背我而去之速度.所以分光器之價值不亞於遠鏡,實非虛誇之語也.

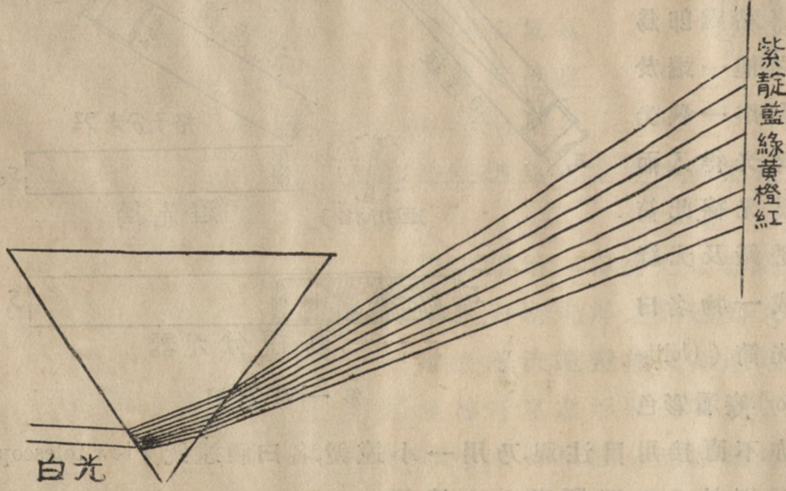
分光器之主要部分爲一三稜鏡,或爲一列三稜鏡,或爲一片玻璃,或一片金屬鏡(Speculum metal)（或平面或凹面）,每寸長刻5000至20000等距線紋,此片名曰迴折格子(Grating).三稜鏡及迴折格子皆所以司放散之事,即將波長不同之光線放散於各方也.故名之曰放散鏡(Dispersion piece).若以此鏡看遠處之光點（如星）,則見其非復爲點,已成爲有光之長條紋矣.一端爲紅色,一端爲紫色.若與稜鏡邊或迴折格子線紋成平行之光線,則不僅成爲有色之條紋(Streak),且成一帶光線譜矣.測者即可由此光線帶對於天體多增許多知識.此帶稱曰光譜,或曰彩色帶,或名曰分光景.



第一四五圖

爲便利計,於圓筒之一端置一光差物鏡,此鏡之焦點處即爲筒之他一端,於其上作一狹光縫,俾光得入而成爲光線.此筒及透鏡及光縫合成一物名曰進光筒(Collimator).察看彩色帶亦不直接用目注視,乃用一小遠鏡,名曰視遠鏡(View telescope),以示別於分光器所附之大遠鏡.

分光器之構造,即由進光筒、放散鏡、視遠鏡三部分組成.然有一種直視分光器(Direct view spectroscope),則無視遠鏡.設於光縫 S 外,映以單純光體.所謂單純者,其體之質純一其光波單而不雜也.如光體為黃色,則光縫之影將生於 Y 處.如同時更置一不同波長之紅色光體,則光縫生第二影於 R 處.測者即見有兩亮線(Bright lines)之彩色帶.此亮線非他,即光縫之影也.若以蠟燭光代之,則將見無數之光縫影銜接成帶,謂之連續光譜(Continuous spectrum).若以兩金屬球之電花代之,則將見間斷光譜(Discontinuous spectrum),為不同色之亮線組成,而其背影為暗色.日光之彩色帶則不然,其大體為連續光譜,間有無數暗黑線(Dark lines),各色光線互為分離.此暗線名曰夫洛音侯佛(Fraunhofer)線,因其於1814年首先考究此線也.日光經三稜鏡折成紅(Red),橙(Orange)、黃(Yellow)、綠(Green)、藍(Blue)、靛(Indigo)、紫(Violet)七色.日彩色帶之夫氏線之特別顯著者,有 A、a、B、C、D、E、b、F、G、H 等名,其中之 A、a、B、C 等線在紅色部內,D 線在黃色部內,E、b 在綠



第一四六圖

色部內，F 在藍色部內，G 在靛（深藍）色部內，H 在紫色部內.此線乃用以表示各單光種類也.例如言 D 線卽指與日之光譜內 D 線相當之光.此種暗線據夫氏所發見者已在 600 以上，近則謂有 4000 以上，各暗線在彩色帶中各佔一定之位置.

若使進光筒直注一遠處之光體，則光縫之各部收受光體各部之光，故彩色帶之各光條卽爲全光體之彩色帶，不能分別何光條係光體何部光之彩色帶也.如此使用之分光器謂之爲積聚分光器(Integrating spectroscope).若於光體及光縫之間置一透鏡（遠鏡之物鏡），則於光縫面內映有光體之實影.所以如光縫上部之光全爲光體一部放出者，則中部之光必爲另一部者，其底部之光必又爲第三部者，是光縫上部作成之彩色帶屬於光體某點之光，斯光之影卽落在光縫該部者也.其他各點之光及影亦均同此.如此是將光體各部之彩色帶分別映成，故分光器之如此使用謂之分析分光器(Analyzing spectroscope).

其附分光器於大遠鏡俾應分光色及觀測之併合功用者，洛克亞(Lockyer)謂之遠鏡分光器(Telespectroscope).測日用之分光器以格子分光器爲佳，因稍簡而連結堅實也.

§**213. 光譜分析之原理**　凡欲研究一物質可先將其物灼熱使發光.天空之星體，類皆自能發光，故分光器在天文學上之效用極廣.夫所謂分析光色者，卽依各色波浪之長短而分裂之之謂.凡所謂光皆以太中極小之波浪，波浪長短異，則現不同之色.質言之，高熱白色之光乃綜合各色而成者.各色相合乃呈白色，此相合之各色謂之原色.

分光器中所得日光之彩色謂之太陽之光譜.光譜中各色自分光作用言之，均爲原色.各種深淺之顏色，在此彩色帶中均有一定之位置.易言之，一種顏色卽有一種之波長，於經過玻璃

稜柱時,有一定折射之角向.故無論何色在此彩色帶中有其定位,而卽可以其色波長之數量標別之.

凡一物質經熾熱而發之光,均可以分光器分析之,以辨別其各元素.蓋每一元素(在相同之壓力下與同類之情形內)有一種特殊之彩色帶,每一金類質有其特殊之顏色,故藉彩色帶可以辨別各元素.每一元素受高熱而至發光,則自呈一種特殊之彩色帶.而此種特殊之彩色帶卽為吾人識別其質之憑藉,若人之有面然.至於其光之為人所造,抑或來自極遠之星體,在分光鏡上殊無絲毫之區別.其光一入鏡中,吾人卽可從其彩色以判別其元素也.

凡高熱氣體之質,其彩色帶皆為若干條紋之彩色亮線,皆有定位,疎密有序.每一氣質必有若干條特殊配列之顏色亮線.惟一種高熱氣質之光線,若先令經過一層同樣物質之冷氣,則其本有之顏色亮線俱變為無色之暗線.蓋熱氣之光為同質之冷氣所吸收故也.此種試驗之結果,得一重要之公律,凡同質之氣體,冷氣能吸收熱氣所發之光也.

1858 年克希侯夫(Kirchhoff)研究不同情狀物體之彩色帶得有如下之斷語.

(一)凡密度較大之光體,其份子運動互相抵觸,不能自由擺動而發光.其在分光器所呈為連續彩色帶,固體液體或在高壓力下之氣體皆是也.

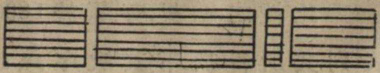
(二)凡在低壓力下之氣體,所呈者為間斷彩色帶,其色帶為數百條亮線組成.此亮線有特性,卽同一物質在同一情狀下其彩色帶恆同,縱情狀有變,而彩色帶亦或竟不變.

(三)白光通過氣體,卽有一部分為其吸收.所吸收者與氣體自身所發之光色相同.故白光通過氣體後之彩色帶,呈有氣體

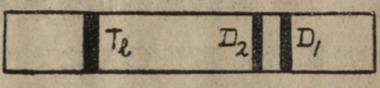
之變彩色帶(Reversed spectrum),或曰吸收彩色帶,即現有暗線而不復爲具有特性之亮線矣.

太陽之彩色帶中有數百條之暗黑線.最初未明冷氣吸收光色之理時,殊未知如何解釋之.今則已明瞭.蓋太陽之光起自光輪,光輪與吾人之間復有一層氣體,即所謂煙輪,熱度較低.光輪內一種元素之光經過煙輪,即爲其中同質之冷氣阻止.此種阻止作用使彩色帶中一質應有之顏色亮線盡變爲無色暗線.此理既明,則暗線之重要殊不減於亮線.而太陽之元素成分亦因以明顯.今知凡地球上所有之元素,太陽上均有之,甚且有一種元素先發見於太陽上,而後再發見於地球上者.太陽光過煙輪遇阻之後,至地面上復遇大氣之阻止而生暗線,謂之屬地線(Telluric lines).然其數極少,日沒時最著,正午最弱,且與空氣之溼度大有關係,故易於識別.

如於分光器之進光筒小孔前,置一酒精燈,於燈蕊內加少許硝酸鈉及硝酸鉈(Salt of thallium).人在遠鏡前考其光之彩色帶,見有鈉之黃色亮線二,鉈之綠色亮線一.如以石灰光置於燈後,則見亮線帶立變爲連續彩色帶,上現黑線三,適佔原亮線之位置.若以屏立於燈焰與石灰光之間,則三黑線立即復爲亮線.



第一四七圖



第一四八圖

吾人所見爲黑線者,係比較背地之光爲暗,非絕對無光也按諸實際,黑線光度反較原亮線大少許.祇因背地之光增加過甚,故覺背地明而黑線暗也,此實驗足以解釋太陽彩色帶.其明亮連續不斷之背地乃由於光輪之雲氣,其作用同於實驗所用

之石灰光.黑線乃由吾人與光輪間存在之氣質之吸收作用而生,有許多為地氣影出者,然大部為近日面之氣質所吸收之結果.

§214. 日之化學成分　依據上節所述之理,可得考察地球上已知之物質是否存在日體內.用高放散力之分光器得日之彩色帶,見其有數千暗線.用適宜之裝置,可在暗線中認淸何線係由日之光輪中含有地球上某質之氣體而生.欲作此類考驗,須於一邊為日之彩色帶,一邊為所驗物質之彩色帶,方易比較.故於光縫之半部置一比較三稜鏡,使日光反射而入.其光縫之他半部直接收受火焰、電花之光,如用電花以驗鐵質,則陰陽二極皆須為鐵質製成者.裝置旣妥,乃在遠鏡窺之,見彩色帶有上下二部.如比較三稜鏡置在光縫之下部,則下部彩色帶屬於日,上部則屬於鐵質電花.苟鐵之亮線部位與多數日之暗線一致,卽知日中有鐵質無疑.此為目測法.亦有將彩色帶攝成像片以資比較者.

比較之結果,勞蘭於1890年得有36種元素確存在日中.茲表列其所得於下.其次序以暗線之濃度為準則,左行自上而下繼接中行再接右行.其各元素右邊之數字係以暗線之多寡為序.鐵質之暗線過2000,為最多者,故列為1,餘依次而殺.其右角有星記者,指其在色輪之彩色帶中時為亮線,或恆為亮線.此外尙有氦元素(Helium,亦曰氙)僅在色輪之彩色帶中呈亮線.表中除碳質外,皆為金屬元素(就化學論氫亦為金屬質),地球上之主要元素如氧(Oxygen)、氮(Nitrogen)、氯(Chlorine)、溴(Bromine)、碘(Iodine)、硫(Sulphur)、磷(Phosphorus)、砷(Arsenic)、硼(Boron)等皆未發見.吾人不得卽謂日無此種元素,或者此種元素在日之情狀之下所呈之彩色帶與在試驗室所呈者不同,是以難於辨識.如氮

鈣	* Calcium	11.	錸	* Strontium	23.	銅	Copper	30.
鐵	* Iron	1.	釩	* Vanadium	8.	鋅	* Zinc	29.
氫	* Hydrogen	22.	鋇	* Barium	24.	鎘	* Cadmium	26.
鈉	* Sodium	20.	碳	* Carbon	7.	鈰	* Cerium	10.
鎳	* Nickel	2.	鍊	Scandium	12.	鋊	Glucinum	33.
鎂	* Magnesium	19.	鈍	* Yttrium	15.	鈒	Germanium	32.
鈷	* Cobalt	6.	鋯	Zirconium	9.	鐽	Rhodium	27.
矽	Silicon	21.	鉬	Molybdenum	17.	銀	Silver	31.
鋁	Aluminium	25.	鋃	Lanthanum	14.	錫	Tin	34.
鈦	* Titanium	3.	鈮	Niobium	16.	鉛	Lead	35.
鉻	* Chromium	5.	鈀	Palladium	18.	鉺	Erbium	28.
錳	* Manganese	4.	鈁	Neodymium	13.	鉀	Potassium	36.

在不同情形之下,呈多樣截然不同之彩色帶是也.

洛克亞謂未見之物質並非元素,或已爲日之高熱分解之而祇剩其分體存在矣.吾人所謂元素實皆有分解之可能,許多元素在日星中被分解,並有可爲試驗室之電火分解者.

§215. 煙輪　就克希侯夫原理考之,光輪上層之氣圈吸收其同質之光,使日彩色帶變呈暗線.若其本身之光離光輪而獨立,當仍爲亮線之彩色帶;惟此頗難見諸實際.僅在日全食時,因月球之視體大於日之視體,故日爲月球所掩盡,然氣圈仍在外,適爲實驗之機會.測者預將分光器對準氣圈,靜觀其變.及時果見暗線一變而成亮線,光彩煥發,漸復消失,自始至終,約近二秒鐘.由是觀之暗線之成由於光輪之氣圈吸收同質之光也.此氣圈名曰煙輪.月球在二秒間移動之途徑,在太陽面當爲 500 英里,故知煙輪厚約 500 英里.

然全暗線不定盡變爲亮線,因此不定乃引起不同之解釋.洛克亞對於煙輪之有無頗生疑竇.伊謂日體外之大氣頗爲浩廣,其上層大氣內之鐵質成分複雜,在日食初起時卽顯有不甚亮之彩線而歷時較長.其由近日面之鐵質所顯之線,則亮而歷

時短.故日全食時所見之多數亮線,乃由此近日面之鐵質也.

§**216.杜費原理**　杜伯勒(Doppler)於1843年關於彩色帶之變色,費覺(Fizeau)於1848年關於彩色帶線之移動,先後宣佈其原理曰:凡發出整齊震動之物體,如光體或音源等,與吾人之距離增遠時,吾人每秒所受之波數減少,而其波長則相應而增大.距離迫近時,則反是.所以當光質(如氫質之光)向吾人衝來,或吾人向其迫近時,其彩色帶線之波長減短,而由其正常之定位向藍色一端移動,其所移之數隨衝來或迫近之速度而異.

設V爲光之速度(每秒186330英里),r爲測者背光體而走之速度,S爲光體背測者而去之速度,設令W爲彩色帶內某定線之正常波長,W'爲受光體及測者行動影響時之視波長(Apparent wave length),則

$$W'=W\frac{V+S}{V-r}.$$

r及S與V比皆爲極小之數,所以

$$W'-W=W\frac{r+S}{V-r}\text{略}=W\frac{r+S}{V},$$

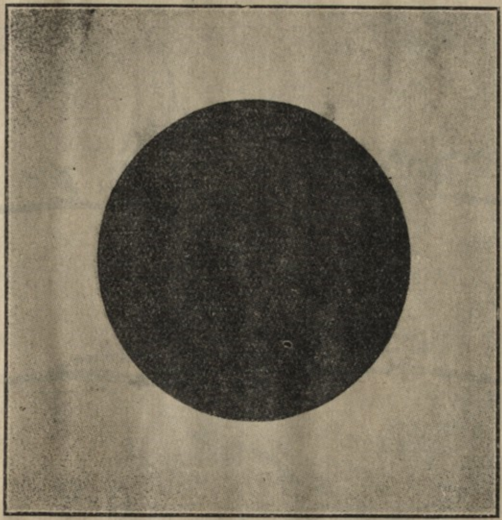
或

$$\frac{W'-W}{W}=\frac{v}{V}.$$

v即爲光體與測者間距離增加率(距離減少則v當爲負數),用今時之分光器,每秒少於1英里之行動,可依此法考察之.

§**217.色輪及日珥**　光輪之外爲煙輪,煙輪之外爲色輪.煙輪實色輪之密度大溫度高之部分耳.所以稱色輪者,因於日全食時見其爲深紅之玫瑰色也.其色由於其主要成分之氫.色輪厚自5000以至10000英里,其形狀如深紅火焰,此非由於燃燒,蓋氫與他質混合時皆如此也.色輪之彩色帶爲亮線,除日珥所有者外,尚有其他之線,氫線、氦線及鈣之H及K線皆爲最顯著者.

1842年7月朔日食,見食既之地(如維也納)俱見月體



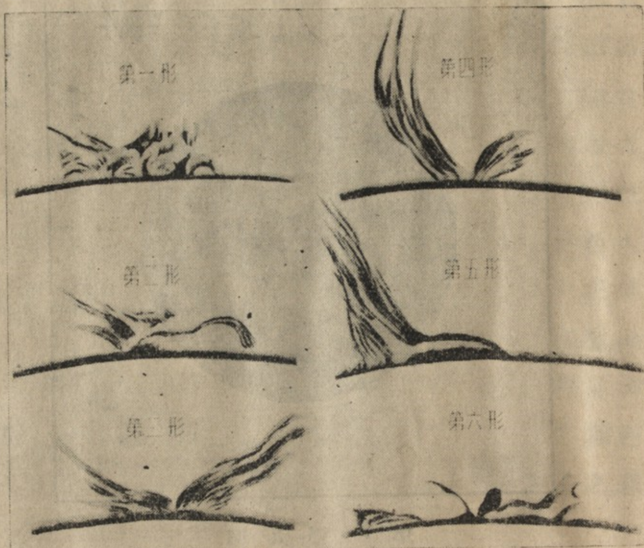
第一四九圖

外發出三峰,其色若玫瑰,如第一四九圖,或云如火焰,或云如山,斯卽所謂日珥也.

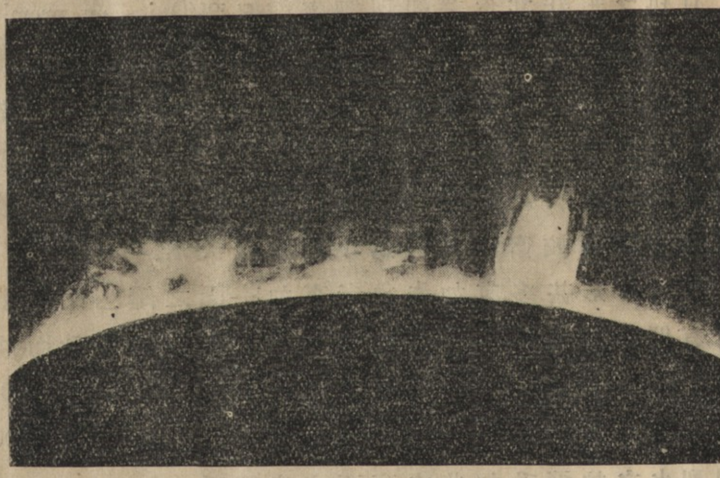
日珥之形狀甚爲美觀,所謂甯靜日珥(Quiescent prominences)者,如巨大之雲,高約 60000 英里,廣亦相稱,光度微弱而甚瀰漫,其形狀經數日不變.所謂爆發日珥(Eruptive prominence)者,高約 200000 英里,有至 400000 英里者,光輝較彊,且頗活動.在黑斑附近者尤著.其形狀倏忽變化,有時可見其動象,其速度每秒至少 250 英里.體積較甯靜日珥爲小,間有較大者.

日珥奇形甚多,有如牛角者,有如花園之籬笆或高挺之楡樹者,有似茂林其枝相交如網者,有如火燄或煙上升而被風吹斜者.1917 年日食,見一日珥於 7 時內,自日面上高 130000 英里處,直升至 500000 英里以上,則其每時上升之速度約60000英里.夫以烈火之柱飛升如此之高,不亦奇觀乎.

日珥彩色帶有亮線甚多,而以氫線爲最著,且在 D_1 及 D_2 線



第一五〇圖

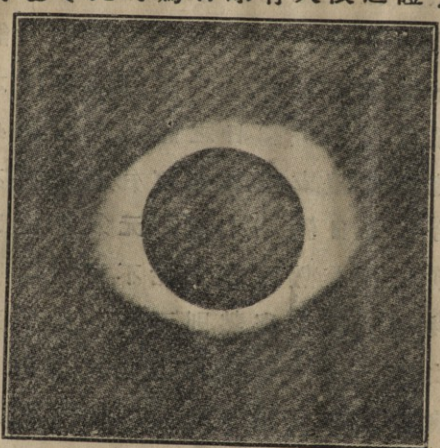


第一五一圖

之旁見有D_3之黃線,又有鈣之H線及K線.此外尙有數線不甚明顯,惟當太陽熱力最盛之時,更見輝線數百,爲鐵,鈦,鎂,鈉等元素所發.

初時D_3線之相當元素,無人識別,乃姑名之日氙,意謂太陽中特有之氣體也.逮至1895年來穆則(Ramsay)於青鑛石(Uraninite)中發現一種新元素,其彩色帶呈同樣之亮線.爾後在隕鐵及他種鑛物內復發現此種元素.因知氙不僅存於太陽中,卽地上亦有之,是爲分光器所奏之大功.

§**218. 日暈**　用窺日鏡望太陽面,見其中間之光最盛,四邊之光略微.或映其影於白紙上驗之亦然.此必太陽光體之外另有最淸之氣包之,四邊之光所過氣厚,故然也.日全食旣時,太陽周圍白光四射,內圈尤明,與日珥之紅色相輝映,倍覺美麗.其光帶與日同心,非與月同心,則知非出於月,故謂其現象曰日暈,此日外有氣之證也.凡空氣漸高漸輕,下層若成浪,則上層必舉起更高,故比諸流質所生之浪甚大,此因空氣不全受向心力,而永動性能使之更高也(此可爲日球有大浪之證).



第一五二圖

日暈彩色帶中有顯著之綠色亮線一,其位置與克氏圖中1474號亮線相合,因疑此線為鐵質所生.但日暈位在以氫為主質之色輪之上,鐵重於氫,安得駕而上之.迨至1896年日食時攝取日暈之彩色帶,悉心研究,乃知綠色亮線在1474號亮線(W=5317)附近,並不相合.其波長約近於5304.且於紫色部及紫外部中發現他種亮線,概為前所未見.故日暈中必有比氫尤輕之新元素存在,今暫名之曰氬(Coronium).

日暈在太陽兩極附近不甚展開,在赤道及黑斑帶內其光條有長至5或6度者,是長約9000000英里矣.由其彩色帶光之波長,可知其內側為紅,外為黃,最外為紫色.

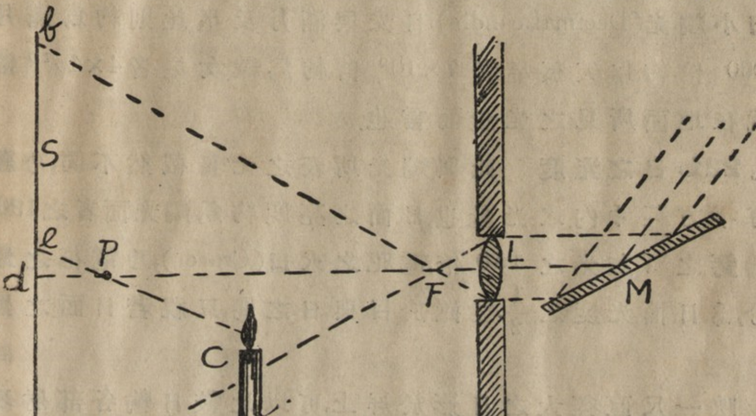
§219. 日之光熱 太陽面熱最大,何以知之.凡熱與光離所發處漸遠,則其力漸小.其力漸小之比例,若距線平方之反比例假如有大小相等二面,一在地面,一在日面.其受熱大小之比,若太陽半球面與半天球面之比,即一與四十六萬之比.今地面些子熱,以陽燧聚之,尙能銷諸金,令化為氣.則日面之熱當如何耶.凡化學中之熱愈猛則愈易透玻璃,而太陽之熱已遠行至地球透玻璃尙甚易,則日面之熱當何如也.最大火燄在日光中即不見,燒物至通赤,移置日光中,但見黑色,則日面之熱當如何耶.觀通赤燒物變黑色,則黑斑為日之體,可信日體必最熱,恐亦猛火也.然此不敢遽定,日體或冷,亦未可知.蓋光熱在外,日體在內,中間有雲隔之,令光照日體不太猛,而元氣漸近,日體漸緊,令外之熱氣不得入,則云日非熱體亦未始不可也.

地面諸物無日之光與熱,則不能生動.氣非熱則永靜而不成風.雷電亦由熱氣所感動.吸鐵力,北曉,皆由日氣所發也.植物資水土,動物食植物亦互相食,然無太陽之熱則俱不生.草木成煤以資火化,海水化為氣散入空際,凝為雨露,以潤地脈,湧而為

泉,匯而爲澤,流而爲江河,皆日之力也.因熱之力,化學中諸元素之變化生焉.或合而分,或分而合,以成諸新物.而地質或爲風雨所消耗,或因寒暑而變化.瀕海濱河之地,浪激波衝,日受侵削.沙泥石屑,隨流遷移,運入大海,日積月累,海底壓力增大,相對之地壓力減小.地中之火受壓不均,則從力小處湧出而爲火山,推其源,皆日氣所爲也.日之功用大矣哉.

日果爲火耶.其火何以能久存不滅,化學中諸理皆不能推其故.可見天下習見者,其理最深難明也.或言其熱因磨而生,或電氣永永常發,而非氣與實質所能生也.

§**220. 日之光量**　如第一五三圖鏡 M 反射日光,使其經過半英寸直徑之透鏡而入暗室中.當其過焦點後在 S 屏上作一



第一五三圖

光輪,其大小隨屏之遠近而異.設屏所立之處光輪適爲10英尺直徑(240倍透鏡之直徑),則此光輪之光與室外之日光比爲1與240^2(=57600)之比(不計在反射鏡及透鏡所失之光).於

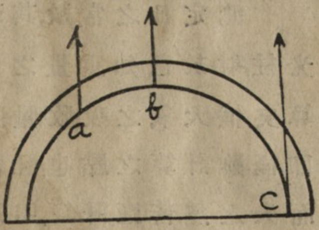
屏之近處置一鉛筆P,另燃標準蠟燭一支,前後移動,俟燭光所投鉛筆之影與日光(自透鏡來)所投鉛筆之影同其暗度,在此時燭去屏之距離當爲一公尺(Meter).所以日在天頂時所映於屏面之光度與距一公尺遠標準燭之光度比約爲60000倍.若再計算大氣之吸收,則當爲70000倍.再以150000百萬(日距地大概之公尺數)之平方乘70000,則得其數爲1575×10^{24},是即工程家所稱之太陽燭光也.

標準蠟燭乃重$\frac{1}{6}$磅之鯨油蠟於1時內燃去120粟(Grains)(5760粟=1磅),即燃去蠟之$\frac{1}{8}$者也.1890年巴黎會議所提議之標準比此少$\frac{1}{100}$,乃融燒一平方公分之白金所發之光之$\frac{1}{20}$,稱曰小燭光(Decimal candle).日光與滿月及星比則約爲滿月者600000倍,約爲天狼星者7×10^{9}倍,約爲織女星者4×10^{10}倍,此皆就在地面所見之光量而言也.

§221. 日之光度 此與燭光所表之光量截然不同,乃發光面每平方英寸內之光量也.日面之亮度約爲燭光面者之190000倍,爲鈣之石灰光之150倍,電花之火口(Crater),乃電花之最亮部分,爲日面光度之$\frac{1}{2}$.然置於目與日之間,只視若日面之黑點耳.

映一尺直徑大之日影於屏上,可以比較日輪各部射來之光線.見其光度並不一致,中部最强,四周稍弱.據皮克靈(Pickering)實驗,邊緣之光度約爲中心者之$\frac{1}{3}$.並色亦不同,自邊緣來之光爲黃紅色(Brownish red).蓋因彩色帶之紅黃二種光線在邊緣所失之亮度較其藍紫之二種爲少也.蒍哥爾(Vogel)謂後者所受之影響約二倍於前者,故日之攝影所示邊緣之暗較由遠鏡所見爲尤甚.

日邊緣之所以較暗者,因周圍氣圈之底部吸收日光線之不平均也.看第一五四圖其理自明.中心 b 處之光線穿過之氣層較薄,所被吸收者當然較少.a 處則較厚較多,c 處則更厚更多矣.如其他情狀不變,則氣圈愈薄,在邊緣與在中心吸收百分數之比愈大,邊緣之暗亦愈顯.



第一五四圖

頗有擬由所見邊緣與中心光亮之不同,推定日光被吸收之百分數者,然皆須先立不可靠之假說,故難得可靠之數也.或者日外大氣吸收之光量在日分之50與80之間,卽去其氣圈日光之亮可加至2倍以至5倍也.蘭格利(Langley)曾早言過,剝去太陽之氣圈,則太陽之黃白色將變爲滿藍色,因藍紫光線之被吸收較在彩色帶之低端者爲多也.

§222. 日之熱量　地球吸收日之熱量,乃謂當日在天頂時,單位面積之地面,於單位時間內,所吸收日熱之數量也.工程家所用熱之單位爲卡洛里(Calorie),卽使重一公斤之水,升高攝氏1度,所需之熱量也.由觀測所得,每平方公尺之地面,垂直於日光之下,每分鐘得吸收21卡洛里,然此乃假定日之熱量未被地上大氣所截取也.實際日在天頂時,地上大氣能吸收其熱量之$\frac{30}{100}$,日在地平時則更甚.此每平方公尺每分鐘21卡洛里之熱量,通稱曰日之常數(Solar constant).

工程家之卡洛里爲量過大,不便於用.有以公分重之水代公斤者,如此之卡洛里爲工程家卡洛里之$\frac{1}{1000}$.故有許多著者謂日之常數爲每平方公分之地面,於每分鐘內,吸收之小卡洛里數,其數卽變爲2.1矣.若全體皆變爲 $C.G.S.$ 單位,則以秒代分,日之常數卽約爲每方公分每秒鐘$\frac{1}{30}$小卡洛里矣.

測定日之常數,其理甚簡,而其法甚難.引已知截面大小之光柱,射於已知重量之水,於定長之時,量其所昇之溫度,卽得推算矣.惟大氣之吸收量隨氣之透光情形,及日之高度而時變,此卽極難計算之點也.且當實驗時,水由他處得來之熱,及因放射而失之熱,皆應計算.用以測定日之常數之儀器,有溥耶(Pouillet)之Pyrheliometer,外歐里(Violle)之Actinometer,及蘭格利之Bolometer,皆量吸收熱量之器也.

茲不計熱之損失,試以日熱能於定時內融解若干厚之冰表明日之熱量,因日之常數爲每平方公尺每分鐘21卡洛里,故一時內落於一平方公尺之熱量能使1260公斤(或立方公寸)之水昇高攝氏1度.因冰之融解熱量爲79.25,故日之常數熱量能融解 $1260\div79.25=15.9$ 公斤之冰.冰之比重爲0.92,故此量之冰爲 $15.9\div0.92=17.3$ 立方公寸.若以之鋪於1平方公尺面積之上,當爲17.3公釐或0.68英寸厚之冰.總言之,卽每分鐘21卡洛里之熱量能於1時內融解厚17.3公釐之1平方公尺大之冰塊.地球吸收之全熱量乃其直徑斷面所截取者,亦卽其大圈之面積所截取者.在此圓平面上,如此之熱量每年能融解之冰塊,其厚當爲 $\frac{17.3}{1000}\times24\times365\frac{1}{4}=151.5$ 公尺,或497英尺.準此則每年在赤道上能融解之狹帶冰塊當爲 $\frac{151.5}{\pi}=48.2$ 公尺或158英尺厚,因此赤道狹帶面所截收之熱卽圓平面上橫跨直徑之同寬面積所當截收者也(卽 $\pi DWH=DW\times151.5$).又地球全表面之面積爲直徑圓平面之4倍,設日之熱平均分布於全地面,則其每年能融解之冰當爲 $\frac{151.5}{4}=37.9$ 公尺,或124.2英尺厚.惟日之常數21卡洛里並非確實之數,或者須減去百分之十,若在地面上或竟不足18卡洛里.日熱雖被大氣吸收而致減少,然大氣吸

收者能昇高氣之溫度,間接仍傳於地面,惟其傳來之分數不能量度耳.

(註　D為地球直徑,W為冰帶之寬,H為冰帶之厚.)

由熱之機械等力(Mechanical equivalent of heat)得知一馬力等於每分鐘$10\frac{7}{10}$卡洛里.所以若不計大氣之吸收,則日在天頂時,每平方公尺地面將繼續吸收約不足2馬力之譜.因大氣吸收此數乃降為$1\frac{1}{4}$馬力.適當之機械器,如愛里克生(Ericsson)及穆考(Mouchot)之太陽機(Solar engine)僅約能用其$\frac{1}{8}$(即$1\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}$馬力).愛里克生11英尺×16英尺之反射器(Reflector)所聚之熱能使3馬力之機器得轉動而工作適宜.以全地面論,每平方英尺1年內所收積熱之能力約為100英里噸,即地面每平方英尺1年所收積之熱力,若用之於完善之熱力機,能起100噸之重物至1英里之高.

以上係地面所受之熱量,若論日在其表面放射之熱量,則必較此更大也.以日地距與日半徑比之平方,即93000000英里與433250英里比之平方,乘日之常數得46000×21.以文字表之,即日面每平方公尺每分鐘所放射之熱量約46000倍地面每平方公尺所受者,亦即日面每平方公尺於1分鐘內放射約1000000卡洛里.以馬力言之,約為每平方公尺繼續施作90000馬力之功.設若日球全體凍45英尺深,此放射之熱量能於1分鐘內盡融解之.設有一冰柱,截面為$2\frac{1}{2}$英里之平方,長等於日地距,若能設法將日面放射之熱量聚於一點,將於1秒鐘內盡融解之,並於7或8秒鐘內盡化之為蒸汽,欲以燃燒保持如彼之熱量,須每時燃燒包圍日之全面19以至24英尺厚之上等無煙煤層.以單位面積計之,約每平方英尺每時燃燒1噸多之煤,至

少10倍最大化鐵爐之消費.以此消費之速率,苟日體爲煤組成,將不能延5000年.

以上所計係假定日熱之放射各方咸同,在理恐無使其不如此者.所以日放射之熱僅有極小部分着於天體,其餘皆虛廢矣.就今所知地球僅受全部之$\frac{1}{2200000000}$,其他行星流星彗星所受者其總不過10倍或20倍地球所受者.是太陽系所受之熱不過$\frac{1}{100000000}$（一萬萬分之一）,其他有着於極遠之星者,然多部虛擲於星之空間.

亨利(Henry)於1845年經實驗證明自日緣來之熱,如光然,少於由日心所來者.蘭格利謂其約爲日心之半數,蓋亦因日周大氣之吸收也.

§223. 日之溫度及有效溫度(Effective temperature) 吾人雖能設法計算日之熱量,然不能量其溫度,僅由其多量之紫光線及其光線之穿透力,推定其溫度爲極高耳.日之溫度最爲苦人,因其各部之溫度不一也.爲免去此困難,乃假定一有效溫度以代其實際之溫度.有效溫度者,一片燈煙(Lampblack)放射如日之熱量所必有之溫度也（物理家以燈煙之放射力爲單位）.物體之放射熱量固與其溫度並增,然現今尙無完善之定律歸納溫度與熱量之關係.牛頓之放射律（亦曰冷却律,卽一物體因放射及對流所失於其周圍物體之熱量與兩物體之溫度較成比例）,當然不合日之情況,愛里克生及塞岐由之推算,得數在百萬之上.司台番(Stefan)律爲$E=kt^4$, t乃絕對溫度,k爲常數,隨放射體之物質而異.威爾遜及格雷(Gray)於1894年得有效溫度爲攝氏8000度（華氏14440度）,頗與此律相合.雖非確數,然總在華氏10000度至20000度之間,較爲可信.

§224. 日熱是否源源不絕　日放射如許大量之熱,若其熱因燃燒而生,縱全日爲固體煤質於氧氣中燃燒,已早燃盡矣.若日爲熱體,已早冷却矣.然則日何以能保持其熱量,其說不一,玆分述之:

(一)隕石說　行動之物質被攔止,其質之能力(Mass energy)變爲分子能力(Molecular energy),其多數則爲熱.根據此理,則有下式推算其所發之熱量:

$$Q=\frac{MV^2}{8339}.$$

Q 爲所生之卡洛里數,M 爲動體之質量以公斤計之,V 爲每秒若干公尺之速度,其分母爲熱之機械等力乘以 $2g$(即 $425\times2\times9.81$).

由遠處飛來之隕石落於日內,其速度約爲每秒 380 英里,即約 610 公里.重一公斤之物體以此速度飛觸日面,能生 $\frac{(610000)^2}{8339}=45000000$ 卡洛里之熱.若此體爲煤質,如此所生之熱較燃燒所生之熱大 6000 倍.夫隕石既常落於地面,亦必常落於日面,故謂日熱源於隕石.

然可謂日熱之一部分由於隕石,不得謂爲全由於此.若有極多量之隕石近於太陽,則將影響金水二星之行動.觀測既不見有變動,其隕石量當然不甚大也.並且若日之熱果由於隕石,則地面亦有隕石,當然亦由此受有若干熱量.然實際如此收受之熱量極小,故可想象日熱之源於隕石者亦必極小,或尚不及其百分之一耳.

(二)海木侯爾斯之太陽收縮說　海木侯爾斯(Helmholtz)謂日源源不絕之熱力由於其體積逐漸縮小,所以縮小者,因其氣質之部分漸變爲液體及固體也.凡物體勝過阻力逐漸落下某距離而停止,其生出之熱量同於自由降落而立被停止之所生

者.所以若日果縮小,當如此生熱,其量必甚大,因日面之攝力約27倍地面重力,而其收縮之質量又最大也.當其縮小時,日面各質點向內移動之數等於日半徑所短之數.在日面以下之質點向內移動之數小,其所受之重力亦小.然全體之質點除正在日心者外,皆於生熱有份.惟欲推算與收縮相當之熱量,即縮小若干生若干熱量,須知日之密度由面至中心增加之規律.但海木侯爾斯曾證明於最劣情狀之下,日之直徑於一年內縮小60公尺或200英尺即產生太陽全年所失之熱.若果如此,其縮小之緩慢幾難於測視.約須10000年始能使日之直徑減去一秒之弧.如縮小較此為快,則日雖逐年損失其熱量,亦必升高其平均溫度.欲知此理是否合於事實,舍長期觀測無別法焉.

雷音(Lane)於1870年謂氣質之圓體因放射而失其熱及應自身之重力而收縮,必溫度高昇而成更熱,以至其不復為純氣體(Perfect gas)而止.所謂不復為純氣者,指其或始化為液體,或其密度已至足使純氣定律不再適用之程度.氣質收縮所生之動勢能力(Kinetic energy)比引起收縮之喪失熱量為大,即除償足所失外尙有餘力而使溫度昇高也.若在固質或液質則不如此矣.其在自身重力之下,因喪失熱量而收縮,而此收縮所生之熱量永不足補償其所失者,故其溫度降而體冷也.現今日之純氣質與液質之比例分數似若正足維持其溫度之不變.其液質之部分即作成光輪浮雲之水珠也.準此則日之溫度將就衰矣.

若日之收縮為日熱之惟一來源,則日熱必有盡時,回溯亦必有肇始之時.惟現今所知者實不足推算日將來壽命之確數.牛考卜謂日若保持其現今之放射,將於5000000年內其直徑縮成現今一半之大.一至如此之大時,其密度必8倍於現今者,即其不能大部分復為氣質矣,其溫度必起始低降也.由牛氏之推

定,日似若再不能繼續供足用之熱,維持地上之生活一如現今之世,以至 10000000 年（一千萬年）之久.

依此假定,上推日之過去年齡則較推定將來之壽命爲確.只須知其現今之放射量及其質量,卽足以推算日經凝結之逐漸變化保持其現今熱之强度已歷若干年歲,此不過幾何學之推算耳.縱日之原始直徑大過海王星軌道數倍,縮至現大之直徑,其歷年散熱之總量約爲今一年內所散者之 18000000倍.所以日以現今之速度放散其熱,若其熱之來源純由體積之收縮,其已歷之年不能多過18000000年（一千八百萬年）也.

雖然日熱不能謂盡由直徑收縮而生.日面氣體中含有多量之氦.溯其來源或由鐳質(Radium)遞變而成.化學家考得鐳有極强之放散作用,漸次變化放出氦質,而本體則變爲鉛.祇以日中溫度過高,故鐳之變彩色帶或亦因而改變,與實驗室中所見者不同,難於驗出.據驗,鐳一公分發散之全熱量爲炭一公分燃燒所生者之 250000 倍（二十五萬倍）.若果日中之放射性元素如此分裂,豈不亦爲其熱量之來源耶.

§225. 日之情狀

(一)日本體或日核之性質吾人尙不得知,就其平均之低密度及其高溫度論之,或者爲氣體.並且此核內之氣質,因其熱度之極强及受日之鉅大重力而凝結,絕不同於吾人實驗室中氣質之情形.達爾敦律(Law of Dalton)謂無論若干不同之氣體同囿於一處,皆有向全空間充散之勢,一若他種氣體未存在者然.博以爾律(Law of Boyle)謂定量氣體之容積反比於其所受之壓力,卽爲 $PV=P'V'$.給呂沙克律(Law of Gay Lussac)謂恆量壓力下之氣體,容積隨溫度一致的同增,卽 $V_0=V_0(1+at)$.此三律卽所以規定氣質之特性者也.若氣體中雜有液體如蒸汽然,則此三律

皆被破壞矣.據此,若日核內爲純氣質,其中心之質必較水爲密而粘,或者如膠如油精然.

(二)光輪或爲熾熱之白雲氣遇冷處凝結而成者也.其中之小質點,或爲液質,或竟爲固質,浮遊於氣中.雖質點之溫度與其氣同,其放散力則大於氣.日爲光熱之源,光輪之作用一若威斯巴和(Welsbach)燈之網罩(Mantle)然.

(三)光輪白雲浮於大氣中,此氣中仍有多量未凝結之蒸汽,此蒸汽卽白雲之所由組成者.此種現象與吾人大氣中雲外空氣飽含水氣相同.日外隱含蒸汽之大氣(或非甚厚)組成煙輪(變光層),由其選擇之吸收作用乃生日彩色帶之暗線,並由其一般之吸收作用生出日緣之暗淡.惟洛克亞則不認有此層而謂日大氣中均有吸收之作用.

(四)色輪及日珥爲恆氣質(Permanent gas)所組成,大部分爲氫及氦.此氣質於近光輪處含有變光層之蒸汽,然常昇至極高之處,爲蒸汽所不及.此現象一若色輪爲噴出之灼熱氫氣所組成,穿過光輪白雲間而上昇,如火燄之行於煤火然.

(五)日暈亦靠近光輪之上,其彩色帶有特別之綠線.此綠線在光輪面處,其煙輪內,及在其本身之色輪內,均爲最亮線.但日暈所至之高,雖日珥有不能至者.其所含者非全爲氣質,除含有氫及氬(或鐳)外,尙含有隕石或他種物質之塵埃.因非於全日食時不能向之作觀察,故其現象多無法解釋也.

第 224 節註一　經實驗證明重一公斤之物,在近地面處,受地心攝力下降 425 公尺,能生足使一公斤水昇高攝氏一度之熱量,斯卽工程家之卡洛里也.故一卡洛里之熱等於 425 公斤公尺之功,後數卽熱之機械等力.

註二　日由 c 直徑縮至現徑$(=1)$,設其質之純勻仍得保持不變,其因收縮所作之功爲 $W=\frac{3}{5}\left(\frac{c-1}{c}\right)G\frac{M^2}{R}$. M 及 R 爲日之現質量及現半徑,G 乃單位質量在

單位距離處之攝力,可由 $g=G\frac{m}{r^2}$ 求之,m 及 r 爲地之質量及半徑.如以公斤爲質量單位,秒爲時單位,公尺爲距離單位,則其因此工作生之熱量爲 $Q=\frac{W}{425g}=\frac{2W}{8339}$.設 s 爲物質之比熱,T 爲物質因發熱而昇高之溫度(攝氏).則 $Q=sMT$.故得

$$T=\frac{3}{5s}\left(\frac{c-1}{c}\right)\frac{r}{R}r\frac{M}{m}\cdot\frac{2g}{8339},$$

$g=9.81$, $\frac{M}{m}=332000$, $\frac{r}{R}r=\frac{1}{109.4}\times 6371000$.設日自無窮大直徑縮起,則 $\frac{c-1}{c}=1$.以水代日質,則 $s=1$.代入式內得 $T=27268000$ 度.即日自無窮大縮至現大所生之熱足使與日質同量之水昇高二千七百萬餘度.據阿保特(Abbott)驗得日每年放散之熱足使與日質同量之水昇高 1.44 度.前數爲此數一千八百萬倍,故謂日已一千八百萬歲.

第十六章

月（太陰）

§**226. 月之視動** 月行於諸恆星之間,與天球每日向西之行相反,亦如日而甚速於日,故一夜之中歷視數時卽能覺之.其行有遲有速,並南北擺動,而不留不逆,約$27\frac{1}{4}$日由恆星起而復回至該恆星,亦卽繞地一周也.月與地共繞其公重心而旋轉,惟月甚小於地球,其公重心在聯月地兩心之直線上地面下 1100 英里處.

日須一年東行一周,月之東行既較日速,故時常追及日而過之.當追及時謂之新月.由新月至下一次新月之時間,卽吾人之所謂月也.

月之繞行,由恆星復回該恆星所需之時間平均爲27日7時43分11.55秒 ± 0.03 秒,或27.32166日,是爲恆星周期.因其軌道之偏心率及攝動(Pertubation),此數至大有 3 時之變異.其在諸恆星間每日之行動爲 360÷27.32166, 幾爲13度11分.

其由新月復至新月,或由滿月復至滿月,所需之時間平均爲29日12時44分 2.86 秒 ± 0.03 秒,或29.53059日,是爲朔望周期,卽普通之月也.此數因月之軌道偏心率及地軌道之偏心率,至大約有13時之變異.

朔望周期長於恆星周期,因在恆星月中日已前行,故須追及而與之復會也.

月去日之弧距謂之偏角.在新月時爲0,是謂之日月會合(Conjunction),亦謂之朔月.在滿月時爲 180 度,是謂之日月對衝(Opposition),亦謂之望月.在半月時爲90度,謂之弦月.

§227. 月周期之推定　長時期用子午儀直接觀測月之赤經緯卽可得月之恆星周期.

若月之行動無固定之加速度,則比較古時月食及今時之月食卽可定其朔望周期.據史載耶紀前763年6月15日早9時及10時間曾見有月食,以此比較1887年8月之月食,其間歷有30000月.卽使古時之觀測有差,雖差至10時,亦不過使月之長約差1秒耳.惟今時月之長稍較在2000年前者爲短.

§228. 恆星周期與朔望周期之關係　設M爲月之恆星周期,則其每日所行之周圈分數(Fraction of a revolution)爲$\frac{1}{M}$.同理地球每日所行之周圈分數爲$\frac{1}{E}$,E乃1年之長也.此2數之較卽月每日較日多行之周圈分數也.在1朔望月內(S爲朔望月之長),月較日止多行1周圈,所以每日多行$\frac{1}{S}$周圈分數.由是則有下之方式:

$$\frac{1}{M}-\frac{1}{E}=\frac{1}{S}.$$

代入數字,則

$$\frac{1}{M}-\frac{1}{365.25635}=\frac{1}{29.53095},$$

由此卽可得M之數值.

另有1法,卽日於1年行1全周,於此時內月之恆星周數必比朔望周數正多1全周.1年之朔望周數爲

$$\frac{365.25}{S}=12.369+,$$

所以1年內必有13.369恆星周,而其長必爲

$$\frac{365.25}{13.369}=27.32166\text{ 日}.$$

§229. 月在恆星中之行道　用子午儀觀測1月內每日月

之赤經緯度,則得每日月之位置,以線聯所得諸點,卽畫出月在天空之行徑.此行徑爲 1 大圓圈,名曰白道.割黃道於 2 點名曰交點.白道面與黃道面相交之線,名曰交點線(Line of nodes). 2 交點相距 180 度.月自南趨北之點曰正交點,亦曰昇交點(Ascending node),自北趨南之點曰中交點,亦曰降交點(Descending node).黃白 2 道之交角在 4 度57分至 5 度20分之間,其平均數爲 5 度08分,是爲白道斜度.

所謂月之行道爲 1 大圓圈者,乃大略言之也.其實月行 1 周終,不正復至原處.因其交點刻刻退行於黃道,並月尙有攝動也.

§230. 月之子午線高弧 因白道斜交黃道成 5 度 8 分角,其與赤道之斜角必由28度36分（23度28分 ＋5 度 8 分）變至18度20分.在前數斜角時,月之昇交點正在春分點.在 $9\frac{1}{2}$ 年後該點已行至秋分點,彼時其斜角卽爲後之數.在前者情形之下,月之赤緯在朔望月內由 −28 度36分變至 +28 度36分.其總變數爲57度12分.在後者情形之下,其赤緯僅變36度40分.月子午線高弧所變之界限正與此赤緯之變界相同.

§231. 月兩次中天之時間 平均計之月每日比日多行12度 11.4 分,所以月行至子午線（中天）之時刻逐日遲51分（太陽時）.

求月相連兩中天之時間可用下之比例式:

$$(360^\circ-12^\circ11'.4) : 360^\circ=24^h : x,$$

由此得 $x=24$ 時50.6 分.

因月之赤經行動常有甚大之變異,遂致此時間亦變於24時38分至25時06分之間.

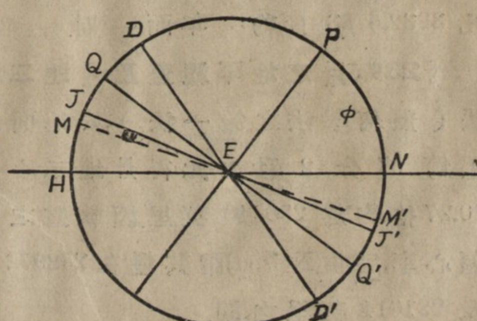
§232. 逐日月昇月落之遲緩 逐日月昇月落之平均遲緩,

當同於其逐日遲過子午線之時刻(51分),但實際月昇之遲緩變異較大.因既受月赤經變異之影響,復受月在赤經行動不平速之影響也.當月在極北時(其赤緯爲28度36分,是爲最大之數),在吾人所居緯度之處,月之昇時較其在極南時爲早,雖赤經相同時亦然.

在北緯40度處逐日月昇之遲緩最小爲23分,最大則爲1時17分,再北其變異更大.

月昇之遲緩,在滿月時之變異最爲吾人所注意.當其遲緩最小時,月於日落後立卽昇出,如此接連數夕.當其遲緩最大時,月似若直投入地平下.當滿月正在秋分之時,月本身正近白羊宮初度.

如第一五五圖 HN 爲地平,E 爲東點,EQ 爲赤道.此爲測者在天球外自東邊所看天球之圖.由此卽可見黃道近白羊宮之部分與地平所作之角,小於赤道在地平所作者.



第一五五圖

當秋分點(卽天秤宮初度)在地平 E 點時,黃道佔 ED 位置,與地平所作之角大於 EQ 所作者 $23\frac{1}{2}$ 度(卽 QED 角).但若春分點在 E 點時,黃道則佔 JJ' 位置.若白道昇交點正於此時在近白羊宮初度,則白道將佔 MM' 位置.

據此,當月在白羊宮時,夜夜附近東地平而行,其昇時之變異極小.如此至於將近滿月時,乃有所謂收穫月(Harvest)之現象.收穫月者,近秋分日之滿月也,日入至月出之時較諸他月更近

而便於收穫也.其次之滿月即獵者月(Hunter's moon).

瑙威瑞典於此情境時,月之軌道可實與地平相合,所以接連多夕月之昇時純無變異.

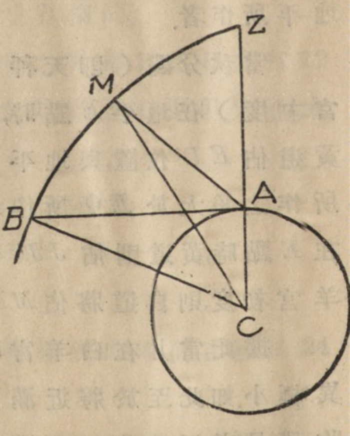
§233. 月之軌道 月如日然,由其在天空之行道不能得知其軌道之眞大小;然可由其測得之地心視直徑推算之.其視直徑隨處不同,而在33分30秒至29分21秒之間.其軌道亦爲橢圓,惟其偏心率3倍於地球軌道者.其平均數爲$\frac{1}{18}$.因月有攝動故時時不同,而總在$\frac{1}{14}$至$\frac{1}{22}$之間.

月軌道長徑之二端曰近地點（Perigee 亦曰卑點）及遠地點（Apogee,亦曰高點）.

其長軸線因攝動亦刻刻變方向,與地軌道同而更速.東行凡3232.5753日,約9年而一周.

§234. 月之地平視差及月地二心距 如測太陽地平視差法（幾何學法之第一法）,於地面二處測得月之平均地平視差爲57分2秒.由此得月地二心距之中數爲地赤道半徑之60.27倍,約爲238840英里.因軌道之偏心率,尼生(Neison)謂其變在252972及221614英里之間.

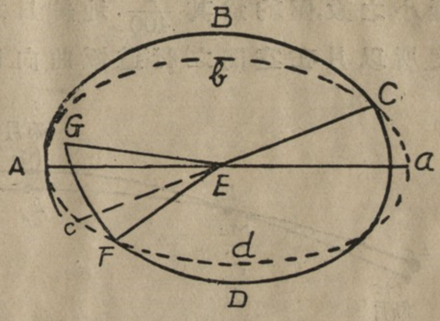
§235. 月之實徑及視徑 知地面測處與月心之距,即可推月之實徑.而月地二心距已知,則但知測處月距天頂度,即知測處與月心之距,如第一五六圖ACM三角形,M爲月,A爲測處,C爲地心.已知MC邊爲月地二心距,又知AC邊爲地半徑,



第一五六圖

又知CAM角爲距天頂角ZAM之補角;故測處與月心之距AM亦可知,而月之實徑不難推矣.如法推得月之實徑爲2163英里.設地徑爲1.0000,則月徑約爲0.2729.又地體積爲1.0000,則月體積爲0.0204,約爲$\frac{1}{49}$.地面積爲1.0000,則月面積爲0.0747.凡地面月之視徑必大於地心月之視徑.月在天頂時,2視徑之較最大.地心月之視徑亦時大時小,中數爲31分7秒,其大小恆爲0.545乘地平視差之數.其變在33分30秒及29分21秒之間.

§236. 月道交點之退行　地繞日之橢圓道方位及大小,其變甚微,必細測乃知之.月繞地之橢圓道,月行一周中,其變略測卽覺.一周終不至原處.蓋其道之面刻刻變方位.連月測之,知其交點刻刻退行於黃道.如圖E爲地,$abcd$爲月道面,$ABCDFG$爲月行一恆星周所過之軌跡.設月道不變,則月從正交A點起行,過中交必在相對之點a,而一周終復至A點.今其行不過a點,乃成ABC曲線,而交黃道於C點,距A點不滿180度.其行黃道南成CDF曲線,亦不過C所對之c點,而交黃道於F點,距C點亦不滿180度.故二次過正交中間所行不滿360度,其較爲AEF角度,卽正交退行於黃道之數,必再行曲線之FG一段而成一恆星周.然月不復至A點,而在A點之北G點也.



第一五七圖

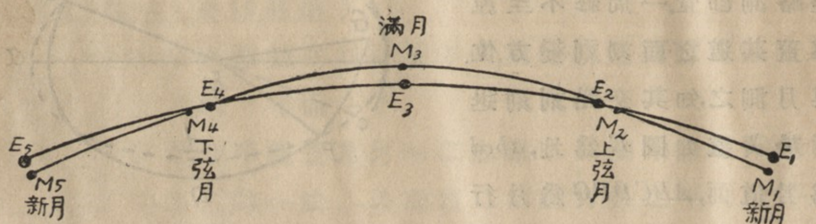
黃白交點退行於黃道每日約3分10.64秒,積67093.39日約18.6年而一周,是謂正交行.當半周時,月道之方向必與初相反.故月行每周必變其道,而成螺線行.而黃道左右各5度8分二

緯圈內之一帶天空,於交點退行一周之中,月必盡行經過.星遇之而被掩也.

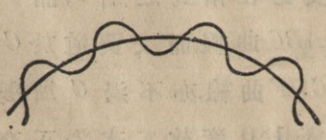
§**237.月之速度** 既知月軌道之大小,及月之周期,則繞地轉行之速度可推算矣.其數爲每時2288英里,約每秒3350英尺.

§**238.月軌道對日之形象** 月繞地行於橢圓軌道,並隨地同繞日轉行.此共同之繞行並不影響其相與之行動.但跳出三天體外之人見之,月繞地之行動,僅爲月之行動之一小部分耳.

月之距地239000英里,與日地距93000000英里比較,實爲極小之數,僅約爲其$\frac{1}{400}$.地繞日之速度亦約30倍月繞地之速度.所以月在空間之行道恆曲向日,如第一五八圖所示然,絕不



第一五八圖



第一五九圖

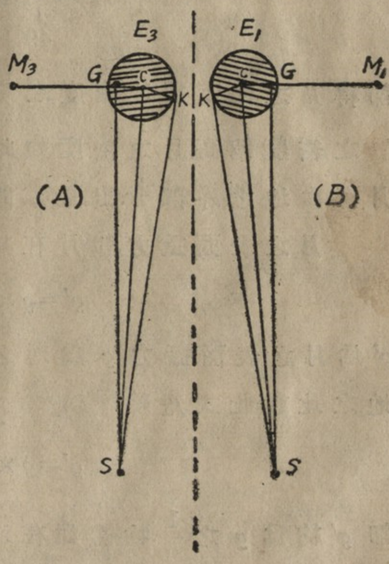
第一六〇圖

如第一五九圖及第一六〇圖所示之有向日曲時亦有背日曲時也.若以100英寸半徑之圓,表示地之軌道,則月在此圓道上一裏一外行僅$\frac{1}{4}$英寸,裏外行動共25次而旋繞一周

§**239.月之質量** 月之質量約爲地之$\frac{1}{80}$.雖月爲最近之天體,然秤月較秤最遠行星之海王星爲尤難.現今略可解決此題

之法有四,茲簡言之:

(一)地與月共繞其公重心,而又同行黃道以繞日.此如大小二球聯於桿,以索繫於重心而旋舞空中,而又共繞其重心.是行於繞日之橢圜軌道者非地非月,乃地月之公重心也.地與月每月繞此公重心行一周.因地有此每月之繞行,所以使日在天空生東西輪流之移動.即地上視日又有小差,每月一周.凡推日度當加減此差,此差乃可量者也.在新月及滿月之時,此移動爲 0,公重心在日地聯線上.但月在弦時(即距日90度如半月時),日在天空視若向月移動.此由第一六一圖一見便明.如圖之(B),月在上弦時,日由中位向東約移6.4秒.如圖之(A),月在下弦時,日向西有同量之移動(即 MGS 角爲90度時 MCS 角小於90者6.4秒,即 CSG 角之數值也).因日之地平視差(即由日所見之地半徑)爲8.8秒,所以月地公重心至地心之距離爲地半徑之$\frac{64}{88}$,約爲2880英里(去地面約爲1100英里),此約爲月地距之$\frac{1}{82.5}$.由此斷定地質量爲月質量之81.5倍.



第一六一圖

(二)根據地面重力(由擺之實驗推定)推算如月遠之一質點應有之周期.以月之實在周期與此算得者比較,亦可推得月地質量之比.

(三)比較由月引生之潮,及由日引生之潮,可得月日質量之比.再藉日地質量之比,轉得月地質量之比.

(四)月日質量之比亦可由地球章動推算之.

衛星與本行星大小之比,以地球之月爲最大.所以在遠星見之,地與月極似雙行星然.

§240. 月之密度及表面重力 因物體之密度等於質量除以體積,所以月之密度與地比爲

$$\frac{\frac{1}{81}}{\frac{1}{49}} \text{或} \frac{0.0124}{0.0204}.$$

卽得月之密度爲地密度之 0.61,或約爲水之 $3\frac{4}{10}$,約較地面石殼之密度稍高.月之密度如此之小,並不足驚奇,且由此更可信月係由地之外部分出,是不能不比地之內部輕也.

月之表面重力,卽月在其表面攝物體之力,可由下式得之:

$$g'=g\times\frac{m}{r^2},$$

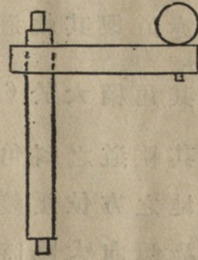
g' 爲月之表面攝力,g 爲地之攝力,m 及 r 爲月之質及半徑與地之比數,此式乃給

$$g'=g\times\frac{0.0124}{0.0747}.$$

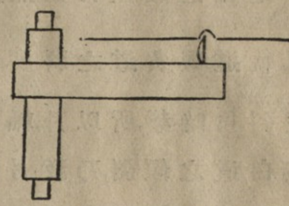
卽 g' 約爲 g 之 $\frac{1}{6}$.物體如在地面重 6 磅,在月面以彈簧秤之僅重一磅.人在月面所跳之高 6 倍在地面所跳者,擲物之遠亦爲 6 倍.所以月之火山噴物之高遠過地球火山所噴者也.

§241. 月之自轉 月繞軸自轉一周,與繞地球一恆星周之時等.所以月向地之面略不變.昔天文家葛立老自製遠鏡窺月面記其狀況,與今所見者同,是月對我之面永未變也.自今以後數千年間,恐仍不能變.月若不自轉,則一恆星周中,地球上當可順次窺見其全部.今則不然,足徵其自轉,每恆星月一周也.月面上任一點經兩星期之白晝,必繼以兩星期之黑夜.

月之自轉似頗難解.今以第一六二圖說明之.圖中圓球位於橫臂之一端,橫臂繞豎柱旋轉.如此之球均謂爲隨橫臂繞豎柱旋轉,而不繞本身之軸自轉,然



第一六二圖



第一六三圖

實際則亦自轉.設以羅盤針代圓球如第一六三圖,當橫臂轉動時,其樞在針下轉動.但針並不轉動,恆保持其有標誌之一端指北.若於前圖球之一面作一標誌,當橫臂轉動時,則見有標誌之面繼續指向羅針之各點.所以球實繞軸自轉,一若在固定之栓上旋轉者然.此球因其聯於橫臂,有兩種不同之行動.一爲移動(Translation),卽如羅針之行動然,帶其重心繞豎柱運行一周.一爲自繞本身之軸（由重心引出與豎柱平行之線）之轉動.

凡物體在自轉時,由其重心向任何點引一直線,其直線必在天空畫一圓圈.其中必能引出一線,所畫之圈爲無窮小,此線卽該物體之軸也.此外並有一組點,由重心引向諸點之直線畫成之圈爲最大之圈,且距軸過之點皆90度.此諸點卽組成該物體之赤道,此乃轉動之意義也.

月之自轉與軌道運行爲同一周期,不能認爲偶然之事.或者由於地攝月面隆起部分,一如地上潮汐之理,使其太陰日與恆星月相合也.

§ 242. 月之天平動

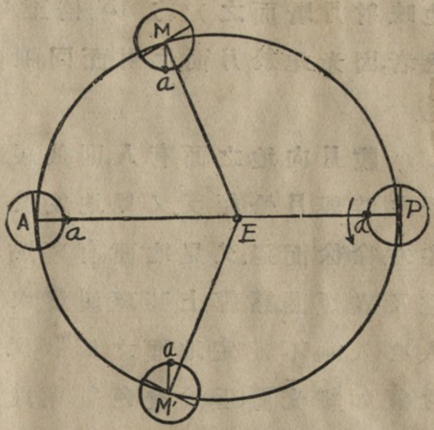
(一)緯天平動　月旋轉之軸不與其軌道垂直,而與黃道成$88\frac{1}{2}$度之角.月之赤道當月在交點時,恆以其邊向地.因地之攝力,月之赤道得以保其傾斜之位置.遂致其軸搖動成一尖錐形,

如地軸之歲差行動然.月赤道與其軌道之斜角等於 $1\frac{1}{2}$ 度加月軌道與黃道之斜度,故其角稍大於 $6\frac{1}{2}$ 度.但月軌道與黃道之斜角時變,所以月軸與其軌道之斜角亦因之時變.因此月軸與白道之傾斜,乃致月向地之方位屢變,亦若地軸對黃道之傾斜所生者然.正當地之北極傾向太陽時,月之北極亦向地球傾斜 $6\frac{1}{2}$ 度.而在月軌道上與此相對之地位月之南極向地球斜 $6\frac{1}{2}$ 度.如此月之二極遞次側向地球謂之緯天平動(Libration in latitude).

月軸因此所生之尖錐搖動,使其白道交點退行於黃道,約19年一周.此天平動之周期爲月自交點起復繞回交點成一周所需之時間,名曰交點周轉(Nodical revolution),其數爲27.21日,較月之恆星周短2時38分.

(二)經天平動　月之軌道有偏心,所以月近卑點時行速,而近高點時行緩.在卑點高點半途時月若以平角速度行,應落在實行之後者約6度多,亦卽實行之月在平行之月前約6度多.月自轉用平速(其變甚小),而行於白道有遲急,所以月面之一點在卑點時正向地,於行至卑點高點半途時(以時論),該點所行之遠不足使其指向地球.此可於第一六四圖見之.因月由卑點起行 $\frac{1}{4}$ 恆星月而至 M 處,以路論實爲多半路.但 a 點僅轉 $\frac{1}{4}$ 路,不足與月地二心聯線 ME 合也.所以吾人得多見西側一部分.依此理在軌道之對面,在高卑點半途時,可多見東側,與西側多見者同大.此東西兩側更番爲吾人所多見,謂之經天平動(Libration in longitude).在高卑點時,此動爲0.其在任何時之動

量同於角心差,卽任何時月之平卑點角與眞卑點角之較也.其最大值約爲 7 度 45 分.



第一六四圖

經天平動之周期爲月自卑點起復繞回卑點成一周所需之時間,名曰卑點周轉(Anomalistic revolution),其數爲 27.555 日,較月之恆星周期長 5 時 36 分,較交點周轉長 8 時 14 分.

卑點周轉之所以長者,因長軸線繼續東行,每 9 年一周也.

(三)日周天平動(Diurnal libration)　此非月之天平動,乃人之動也.然以月對地之方位言,實如月之動也.因月之行動係就地心論之.人在地面,所以當月昇時俯視其西側者約12度(卽月之地平視差),當落時俯視其東側者亦如之.

總計三項天平動,月向地之半面無一定之中點,而半球外二、三度以帶遞次能見之.故吾人所見不止半面,其永不能見之部分約爲月面之$\frac{41}{100}$,永能見部分亦約爲$\frac{41}{100}$,其餘$\frac{18}{100}$爲輪流隱現之部分.

§**243. 地球光映月球**　近新月時,見全月輪爲灰紅色.此部分非日光所能映照,故乃地球映射之光也.此時月見地幾爲滿圓,因在月上見地所現之位相(Phase)一如月所現者,惟盈虛之象彼此相左,地之位相恆適爲月位相之補弧.

因地徑四倍月徑,若地面反光力不變,地映照之光必約13倍於月光.若再計雲雪等影響,全地面必較月更亮.故近新月時,

地映射月暗面之光約 15 倍至 20 倍滿月之光.其所以為灰紅色者,因光達於月面反射而回,須兩次通過氣層,故如夕陽之色也.

設月向地之面有人,則彼視地如地視月,其徑二度.其朔弦望之時與月恰相反.又見地定於天空略不動,諸星在地之前後左右徐徐而過.又見地面有斑點變化不定,而因貿易風則見赤道及晝短圈諸帶上其斑屢變.又見大洲與海歷代改變,則月中人必久測不能定地面之形狀.又月食時,月中為日食,則見地面之氣如細光圜,近地邊色紅,稍遠為淡藍,中包黑地面,其周有雲必見不平狀.

§244. 月球之物理的特性　月球為星體中最近吾人者.放大力在 250 至 500 內之天文儀器能移月球於 1000 英里至 500 英里處而觀之.因月上徑大一英里之物體張約 0.86 秒之角,所以用大力天文儀於大氣適宜情形時,能見小於 1 英里直徑之物體,縱短於 $\frac{1}{4}$ 英里之長線或小溪亦可見之.若遠鏡力再加大,如立克之 36 英寸遠鏡有 2500 之放大力,能移月至 100 英里處.近有能移月至 50 英里以內者.若倫敦之一城,在此球上當大如一黑圜.又如徐伯林 (Zeppelin) 式飛船當大如一針,其動隱約可尋.然吾人於月球絕不見有此等景象.但皮克令謂曾見火山噴裂之徵象.又謂似有種種之區,想為下等植物,土質似鬆黏可以吸水.又謂有極薄一層之空氣,時且見微雪.彼又指出種種微細變動之象,使人折服.

(一)然有多數事實足徵月球之無空氣,自遠鏡內之月影即可見之.月影之陰影處純是黑色.假使月球上有空氣,則近邊處之日光微折散而使影之邊緣模糊.月上亦不見有雲風等大氣之景象.又若有氣,則日食時因蒙氣差日緣之光必被折由,月邊

外當有一圈光線如金星過日時然,今未嘗見焉.小星近月未至掩時先不見者,乃為天空中月光所奪,雖在暗邊亦然,不足為證.日食既時雖十一等小星切月邊尙見也.又若月面有氣,月掩星之時間必因蒙氣差而縮短,使觀測之時間少於由月徑及行速推算之時間.有些觀測家確得有約 2 秒時之差.若以此全由於大氣作用,則由此而得月面大氣之密度,僅為吾人大氣之$\frac{1}{2000}$也.然許多著者謂月之大氣不能使氣壓表過$\frac{1}{25}$英寸水銀柱,卽不過地面氣壓之$\frac{1}{750}$$(30\div750=1\div25)$耳.

空氣之缺乏當有種種奇異之結果.聲浪藉空氣以傳,無空氣斯無聲,縱以流星直撞其面將不聞聲息.又流星之來因無空氣之摩擦,故不能如地球上流星經過空氣時之生光.將無飄浮之塵埃.無臭味、無暮光、無靑天、無星光之閃爍,天色將永遠暗黑,星光不絕,無分晝夜.太陽之暈光吾人所偶見而不一見者也,卽在日食時亦僅有 2 時許得見之,今在月上可時時見之.太陽之赤珥亦然.審如是,斷不能有生物,又何有草木繁殖之景乎.

(二)月面無氣蔽護,故受日光處其熱最猛,更甚於地面赤道之午正.而暗處必極冷,更甚於地面之二極.月自轉一周約27日有零,就中14日為連續之長夜,乃繼之以14日之長晝.故月面各地每半月酷暑,半月嚴寒.若有溼氣,則向日半面必散而移於背日半面.而半月炎荒,半月積霜.惟當光暗之界,疑有水流也.其或一面水蒸化汽,一面汽凝為水,因各得氣之平,不至盛暑盛寒.然如此則汽乍生乍滅,亦甚微不能測也.

據韓孫(Hansen)云月常一面向地.恐因月體之形非正球,而一面略凸.其凸者與地月二球之聯線相合,而月球之重心與月形之中心不合.果如此,則背地之面未必不能有生物也.試將木

條一端連重物,一端連輕物,當中繫線,執線而旋舞之,則重物必遠人手,輕物必近人手.月之繞地爲地攝力所牽而行於其道,如手牽線相同.設月體之質兩面輕重不同,使月形之中心不合於重心,則繞行時重面必背地球.若月面有氣或水或別流質而不足滿全面,則其散流非以形之中心爲心,而必以重心爲心,故必流向重心之面最低之處.而在此處或成湖海,其大小依流質之多少.其定質之輕者在重心之對面成大州.其重心形心二點之相距卽陸地高於海面之數也.設月之重心形心相距約30英里.則其陸地高於海面亦必30英里.所以在地球見之月面,俱必高於背面之海面,而爲有山之陸矣.

水必成平面,氣亦相同.月面上之氣必蓋於月面之水上而成大氣.故向地之面雖有氣亦必極薄.況月面之氣少於地面,更當如此.所以月向地之面雖無水迹,而背地之面未必無生物也.地球亦略有如此之狀.地之半球面略盡爲陸地,餘半球面略盡爲海.可知太平洋正中之下必有重質甚多故其略對面有印度之高地及崑崙也.此山頂氣之疏密率僅3分海面氣疏密率之一,動物不能生焉.

(三)月之光以性論之,實日光也.其彩色帶與直由日來之彩色帶相同,可爲證也.其亮度與日比,則頗難實驗推測.包格(Bouguer)謂爲日之$\frac{1}{300000}$,吳辣斯敦(Wollaston)則謂爲$\frac{1}{800000}$.然多人所認可者爲楚爾諾(Zöllner)之$\frac{1}{618000}$,楚爾諾謂月面之平均反射力(Albedo)爲0.174,卽月面反射之光約稍多於射入光之$\frac{1}{6}$,故月之光反射力約同於淡色之磨石.

(四)月向日之面甚熱,然當月滿時地面不能覺.用回光鏡映聚其熱,亦不能變寒暑針之度.是月中之熱較日中之熱力甚薄,

疑入地氣上層已消盡,故不能至下層.當月滿時,雲每不多,意其熱能消之也.

羅斯(Rosse)謂滿月所傳於地面之熱量為日所傳者之$\frac{1}{80000}$,胡慶(Hutchins)於1888年量定為$\frac{1}{185000}$.

(五)月於14日連續之長夜,其所受之日熱當於此長夜內一齊散失,還其空中固有之寒度.長夜之後繼以長日,日夜之間,更無所謂曙光.次之14日內,烈日照臨,無間介物質之吸收或折散之作用以殺其光熱.然月球面之熱度,則不必因此而暴長.其溫度或竟尙不及冰點.蓋無空氣,熱之放射無阻滯,失散極速.譬如地面上最冷之地卽為高山之巔,距日固最近,然其受空氣之蔽護亦最少也.至於月球面日中之確實溫度,今尙不能決,或尙低於冰點,或猶高於沸點,均未可知也.

§**245. 月面**　以遠鏡窺月面,見有山有谷,其對日方向山俱生影.影有長短之變,比例悉合.又光暗之界線參差不齊,近此線山影甚長.蓋此線上之地見日出或日入故也.入光面漸深,則其地見日漸高,故影漸短.望時光面正向地,故不見有影.用量微器測其影可推諸山之高.昔有二德人曰比爾(Beer)曰梅特勒(Maedler)以此法測得月中1095山之高,著於冊.最高者約22800英尺〔其近南極之來卜尼疵(Leibnitz)山及豆費爾(Dorfel)山,只能於天平動適宜情形之下得見之,約高25000英尺至30000英尺〕,較南美洲安的斯(Andes)之最高山成波拉索(Chimborazo)更多1400英尺.此山近光界時,其頂先見小光點,亦如地面最高山先得日光也.地上之山多經風霜雨溼,故逐漸剝削,而月山則無剝削,故較永久.

月中多山,而南半尤多,徧月面幾盡山也.山形皆中窪若碗,

口俱正圓.其直徑普通爲50英里,大者至150英里以上.其數約有十萬上下,在月邊者視之若橢圓.而山之大者內有小峯矗起,其狀酷肖地面火山.其不同者,山中之火壑甚深,更在月面之下.大率壑之深較山之高恆二、三倍.用最精之遠鏡窺最明晰之火山,能分溫石之層次,且見石汁四面下流,如第一六五圖.用最精

第一六五圖

反光鏡能見月中火山四周凸邊多有裂縫向裏.又月中不見有海,而有大平原,其壤皆類沙土.又有連山散列,其狀爲無火山.

月面多火山之壑,大而深,較地面之火山甚偉壯.初似奇異,然依已知月面之事推之,無不合理.蓋火山噴火之力不依球之大小.而攝力全依球之大小.按月體爲地球$\frac{1}{6}$,故月面攝力爲6分地球面攝力之一.又月地二球之火山內噴出石質之力與速率相同,故月面之石質散開必遠.是以不能再落於壑中,而必散

於壑外.又月面無氣,故噴出之物不若地面有空氣之阻力,故更遠也.

人常疑月面之形必有改變,然自古至今,遠鏡愈精,屢觀月向日向地諸勢,未見其形有改變之證.惟昔時陸爾鑾月圖內之某壑,梅特勒名為立內(Linne)者,徑約五英里餘而甚深,1866年10月雅典星臺官賜密特(Schmidt)見此壑現成平面,無形迹.1月後最便之時,數次測望,影俱不見,而相近之數小壑乃易見.其不見之故,或謂自下噴出之鎔流質滿壑內而溢出流散,塞其粗毛而成平滑之斜坡,故無影也.

昔卡西尼作月面圖最著名,而羅色佛(Rutherfurd)作之更精,直至近時始有勝之者.此外有陸爾鑾、比爾、梅特勒諸人所作.女士維德用梅特勒圖,參以己測,精心造半月球像.又與奈斯密各造月中火山像甚大.

奈斯密窺測月面極粗毛而似出火之處,作其像,照其相而刻之.韋思敦思得妙理,能使照得月體之圖,觀之不似平面,而似球面,山俱凸出如實體.因月之天平動,故月面之一處有時在中心之一邊,有時在中心之又一邊.此同於月定而人目移動與天平動相等之角,而一次在右,一次在左,觀之也.照相而見為真形,即按此理.故擇月之天平動至二邊之時各作一月圖,以二圖同在鏡內觀之能相合而成月體之真形矣.此如月球在極大人之二目間而見之也.帝拉路以所造大力反光鏡所得之圖,可為格致內最妙之物,能顯月體之真形,無以加焉.自1888年作月圖法更行猛進.近時皮克令所作之月圖尤為完備.

月面上之圜形陷口在英文為Crater.其平原在英文為Mare,因昔日皆以為大海也.

現多以日為死世界.正以其如此,所以起人與趣.蓋與吾人

以一極好之例,可以預卜地球或其他冷凝球體未來之究竟.吾人不知月球上究有生物與否;惟卽使有之,當亦不能十分發達.充其量當亦不過數種下等之植物,散見於一、二多氣之處,日間開放,長夜冰結而已.

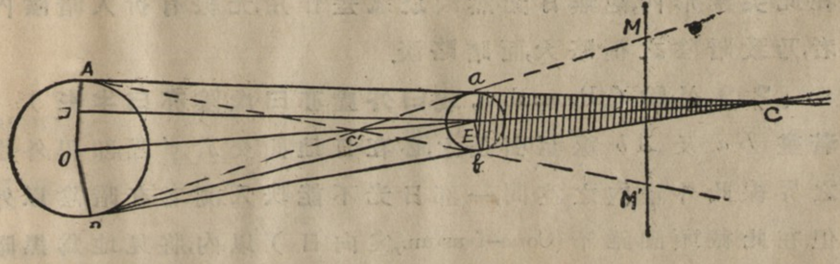
第十七章

日月食及月掩星

§**246. 日月食**(Solar eclipse, lunar eclipse)　食者天體被掩而暗也.月行入地之陰影而有月食.月行至日與測者之間,月之陰影遮蔽測者,而有日食.

§**247. 暗陰**（Umbra, **或曰闇虛亦曰本影**）　若行星間有塵屑,則可見其後必有黑影突出,與之俱行.此暗陰非面形,實體形也.乃日光被行星所阻,不能至之空間也.若以日及他行星爲正圓體,其陰暗必爲尖錐形(Cone).其軸必在日心及行星（有影者）心之聯線上.其尖點必背日,因日恆爲二體之最大者也.

§**248. 地暗陰之大**　暗陰之長頗易於推算.如第一六六圖,OED 及 ECa 爲兩相似三角形,所以 $OD:Ea::OE:EC$. $EC=l$ 爲暗



第一六六圖

陰之長,OD 爲日地半徑較 $=R-r$, $Ea=r$. OE 爲日地距離 $=\Delta$. 乃得

$$l=\Delta\left(\frac{r}{R-r}\right).$$

括弧內之數爲常數,因日地半徑皆已推定也.以數代入得 $\frac{1}{108.5}$.

是以

$$l=\frac{1}{108.5}\Delta.$$

若用日地距之中數(93000000),則 l 爲 857200 英里.此數在中數上下各有14000英里之變異,隨地距日之變而變也.

其尖錐形之半角 ECb 或 ECB 可求之如下法.因 OEB 爲 BEC 三角形之外角,所以

$$OEB=EBC+BCE,$$

即

$$BCE=OEB-EBC.$$

OEB 乃在地上所見日之視半徑,EBC 爲日上所見地之半徑,即日之地平視差也.以 S 爲日之視半徑,p 爲日之地平視差,則

$$C\text{處之半角}=S-p.$$

$$\text{此半角之正弦}=\frac{r}{l}=\sin(S-p),$$

所以

$$l=\frac{r}{\sin(S-p)}.$$

在此尖錐形內,絕無日光;然因蒙氣差作用,光線有折入暗陰內者,乃致暗陰之徑略大,而暗略淡.

§249. 外陰(Penumbra,或曰外虛亦曰虛陰亦曰半影) 若畫 Ba 及 Ab 線而引長之,必在日地間交於 c' 點,即得外陰之界線.此外陰內之空間,一部日光不能映入.測者在暗陰以外,但在此截頭圓錐形(Cone-frustum,尖向日)以內,將見地爲黑暗之體,掩於日輪之上.此外陰之半角 $EC'A$ 依同樣之推求得爲 $S+p$.

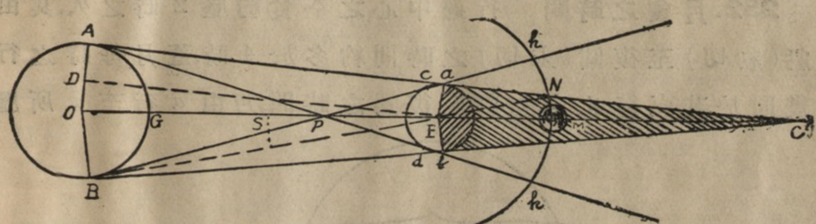
就形論之,暗陰虛陰之界線固甚確定,然以光言之,並不判然.設豎立一屏於 M 處,甚難判別暗陰虛陰之界線.近暗陰邊之虛陰,其黑暗幾同於暗陰.虛陰之外界線,其光尤逐漸模糊,非驟然即起虛陰也.

§250. **月食**　地球暗陰恆背日直向其對點.月食必於望時,因地在日月之間月正近黃道也.然非每望有食,蓋黃白二道斜成約 $5\frac{1}{4}$ 度之角,故望時月去交點甚遠不食也.所以食時甚少,一年中鮮有二次以上者.有時僅過暗陰之或南或北,而不與之接觸.

月食有二種,一為全食,一為偏食.全食卽月全體走入暗陰界內,偏食卽月行入暗陰心之或南或北,僅有一部被掩也.

有時月僅入虛陰,是謂虛食.其光之損漸而少,故見者不異尋常也.

§251. **地球暗陰在月過處之大小**　如第一六七圖 EC 為



第一六七圖

857000 英里,月地距中數約為 239000 英里,則 CM 必為 618000 英里.MN 為月過處暗陰之半徑,必為地半徑之 $\frac{618}{857}$,卽 $MN=$ 2854 英里.故該處暗陰之直徑為5700 英里,約為月徑之 $2\frac{2}{3}$ 倍;然此數之變異甚大,有時竟大過 3 倍,有時竟不及 2 倍.

此數亦可用下法推求.在 ECN 三角形,MEN 為在地球所見該處暗陰之角半徑(卽弧半徑),但

$$ENa=MEN+ECN,$$

所以

$$MEN=ENa-ECN.$$

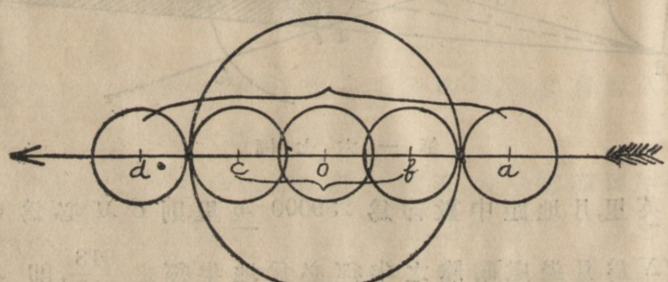
ENa 乃在月所見之地半徑,即月之地平視差也,以 P 代之,ECN 乃 C 處之半角等於 $S-p$. 則得

$$MEN=P+p-S.$$

MEN 角名曰暗陰半徑. P 之中數 57 分 2 秒, p 爲 8.8 秒, S 爲 16 分 2 秒,故得 MEN 中數爲 41 分 9 秒. 月視半徑中數爲 15 分 40 秒,故亦得 $2\frac{2}{3}$ 爲月與暗陰半徑之比.

推算月食以用暗陰半徑之角數値爲便,然皆多加其數之 $\frac{1}{60}$,以計地上大氣之影響.故所用者乃 $\frac{61}{60}(P+p-S)$. 有些算家用 $\frac{51}{50}$,亦有用 $\frac{76}{75}$ 者.本來暗陰之邊不甚判然,不知何者確也.

§252. 月食之時間 行過中心之全食約歷 2 時之久,其由初虧(初切)至復圓(末切)之時間約多於 4 時,蓋月每時之行動幾同於其直徑也.由初虧至復圓之時間,乃由 a 行至 d 所歷

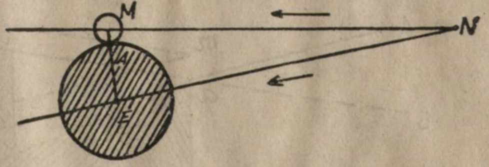


第一六八圖

之時也(如第一六八圖).全食之時間,乃由 b 行至 c 所歷之時也.其非中心食之時間,則隨月徑過暗陰之部分而異.

§253. 月食限 月食限乃日月相合成食,日去交點之最大距離也.此距離隨白道斜角而變,隨食時暗陰半徑而變,所以定有最大最小兩食限.若望時日去交點之距離大於最大食限,則無月食;若小於最小食限,則必食.其最大食限爲 12 度 15 分;最小

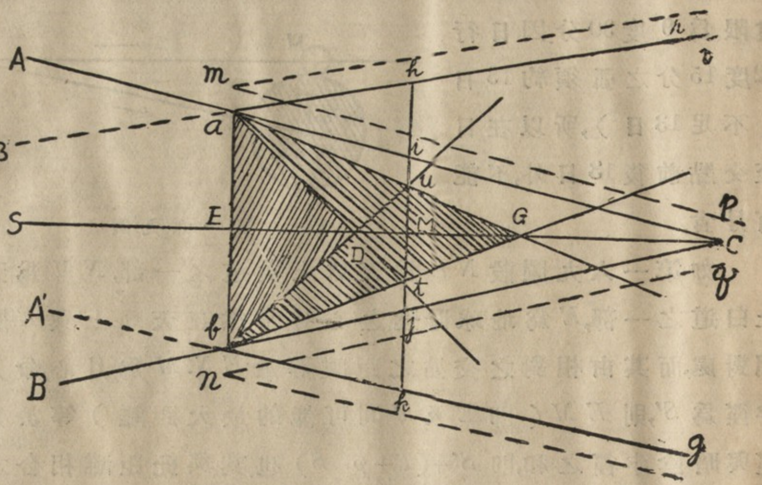
食限爲9度30分.因日行12度15分之弧須約13日(不足13日),所以在日至交點前後13日外,不能有月食.



第一六九圖

如第一六九圖設NE爲天球上黃道之一部,NM爲天球上白道之一部,E爲地球暗陰之心.日當然在天球上與E點正相對處,而其由相對之交點之距離等於EN.M爲月心.命月之半徑爲S',則EM(即E及M間可能的最大距離)等於月半徑與暗陰半徑之和,即$S'+(P+p-S)$也.其與此距離相合之食限EN,可由弧三角形MNE推算之.惟只知ME及N角($5\frac{1}{4}$度),尙少一已知數,乃命M角爲直角.此雖非確爲直角,然僅爲推算食限,則如此擬定無關緊要,故EN可得矣.EN幾恆爲EM之11倍,因白道斜角約爲$\frac{1}{11}$半徑角也.

§**254. 月全食之現象**　月球在入地球暗陰約半小時前,其東邊緣已入虛陰之中.起始覺暗,望之如隔煙,色甚昏黃.迨至月球與暗陰相遇,人目望之,地影之黑界線頗清楚,因與月之亮光相較也.但以小遠鏡窺之,反形模糊如灰色焉.更以大遠鏡窺之,竟難分辨.所以欲測定暗陰邊界侵至月面何處之確時刻,而無半分鐘之差,洵非易事也.入漸深,光漸損.其食界始易察.在闇虛中,月體往往仍可見之.亦非全黑,似有微光.自月周至心,色不同.近周四、五分,色藍微帶綠,內一層作玫瑰色.又內一層紅銅色,或作熱鐵退紅色.入闇虛最深,則最內一層之色徧於月面.此乃日光透過地面空氣屈折生蒙氣差所致也.如第一七〇圖ACB爲闇虛尖錐fa及bg爲外虛界.皆以過日地二心之CES線爲軸.hMk爲闇虛及外虛之截面.EM爲白道半徑,ES爲日地二心



第一七〇圖

距.若地面無氣,則月在 hi 或 jk 之間,日光爲地球所侵,色必黯淡在 ij 之間,則全爲地球所隱,必全黑無微光.今地全徑 ab 之外有 am 及 bn 之氣,理如凸鏡.故日光透過此氣必生蒙氣差.平常地平蒙氣差爲34分,此則因光正擦地面而過,故內折2倍之大爲1度8分.而從日上邊 A 所出之光,其外界必爲 mp, 其內界必爲 at.從日下邊 B 所出之光,其外界必爲 mr, 其內界必爲 aG.二內界交 EC 軸於 G、D 二點.bn 氣之光仿此.EG 大於白道半徑,ED 小於白道半徑,因蒙氣差大於月之地平視差也.其 a 點所折之光必散蓋 Gat.其在 m 點所折之光,亦散蓋 rmp.其中間各點亦必似之.故月在影時僅成諸外虛,而終不成實闇距地面約4.5英里內氣甚厚.月入闇虛在 ui 或 tj 之間,其光從薄氣來,故見藍綠色.在 ut 之間,其光從厚氣來,故見紅紫色也.然每月食所見微光不同,蓋地之四周或有雲或晴明異也.月在影界內所受折進之光與地球所隔之光比,略如地球外空氣中圜剖面與地球中圜剖面比,故甚小也.又在月面若見地球外空氣內有雲,則

折進之光更減小.若有多雲,則折進之光至月者極少.若地球周圍半有暗雲而半晴,則對晴之處必有紅光進月面闇虛,而有變散之光.若地球周圍全晴,則月面闇虛必甚淸.微光最多時,能令物生影.測以遠鏡,亦能辨月面之各地也.1884年月食時,月面黑暗過甚,目不能見者良久,乃偶然之事.1888年1月28日月食,月面之光不甚暗.皮克令推得其中心全食時之照像力(Photographic power)約爲未食時之$\frac{1}{1400000}$.

§255. 月食之應用

(一)史家編年有用月食日定日之次序者.

(二)有用月食推定經度者.

(三)考察月食之彩色帶可藉以推定地球大氣之組成情況,因此時之光所經過之氣最厚也.

(四)考其不同食分所射之熱,可以推斷月面之吸熱力及溫度.

(五)月食時爲觀測月行過小恆星之惟一機會.在地面各處如此觀測月掩星,可藉以推定月之大小、視差及推定其在測時所佔軌道之準確位置.

§256. 月食之推算及作圖　月食之位相乃地面各處於同時共見之現象(只要月在地平上).故推算各現象所當之格林維基時刻而公佈之,即已足矣.各測者欲知其本地之時刻,只須改正其經度時數耳,東經則加,西經則減.

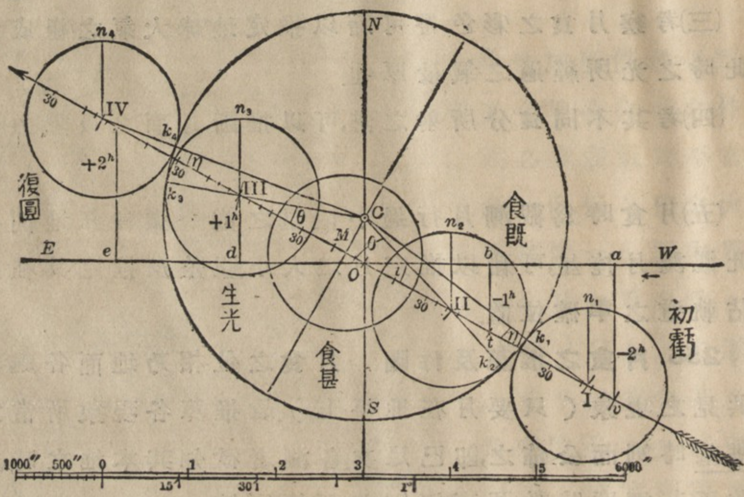
茲以1895年9月3日月食爲例,作其掩食之圖,並推算其時刻.由該年曆書查得所用諸數列下:

日月赤經相對時之格林維基平時爲9月3日17時47分46.6秒.

日之赤緯	$+7°17'2''.5$	月之赤緯	$-7°25'54''.8$
日每時赤緯之行動	$-55''.3$	月每時赤緯之行動	$+13'44''.6$
日每時赤經之行動	$9^s.04$	月每時赤經之行動	$105^s.82$
日之半徑	$15'52''.1$	月之半徑	$14'41''.8$
日之地平視差	$8''.5$	月之地平視差	$53'58''.4$

(一)作圖　圖之尺度以每英寸代1000秒爲最便利,此可使其圖畫於 8 英寸 ×10 英寸之紙內.其大小已足精確,秒之分數可棄去不用.

(1)繪與暗陰相關之月道　作 EW、NS 兩垂線交於 O 點,如第一七一圖,以爲相對時月心之位置.



第一七一圖

(a)在 EW 平線上量置日月赤經行動之較數,此較數須爲弧之秒數,乘以月之赤緯餘弦化爲大圈之秒數.在此例則爲

$$(105.82-9.04)\times15\times\cos7°25'.9=96.78\times15\times\cos7°25'.9=1439''.5.$$

以此數量置 Ob 及 Od,以其 2 倍數量置 Oa 及 Oe.

(b)在 b 及 d 點量置赤緯行動較數,此須知日南行時,暗陰

中心必北行也在此例赤緯行動較為

$$13'34''.6-55''.3=824''.6-55''.3=769''.3.$$

此無須化算,因赤緯乃在時圈量計也.在 b 及 d 處,量置豎線等於769.3秒.在 a 及 e 處,等於其2倍.因月向北行,所以 O 點西之豎線向下,O 點東者向上.

(c) 所得四豎線之端點必在過 O 點之直線上,且為日月相對時前後各1時及2時月心之位置.於此線上作 $\frac{1}{2}$ 時、1刻及5分之標誌.

(2) 誌暗陰中心　於 O 點之或南或北量置 OC 等於日月赤緯較數.在此例為

$$7°25'54''.8-7°17'2''.5=8'52''.3=532''.3.$$

在此例向 O 點北量置.因與日心相對之暗陰心有比月較小之南赤緯也.

(3) 作暗陰　其半徑為 $(P+p-S)\frac{61}{60}$.在此例為

$$\frac{61}{60}(53'58''.4+8''.5-15'52''.1)=\frac{61}{60}(2294''.8)=2333''.$$

以 C 為心,此數為半徑,作一圈是為暗陰.

(4) 在相關月道上誌月與暗陰相切時之心.

(a) 以暗陰半徑加月半徑(在此例為 $2333''+882''=3215''$)為半徑,以 C 為心,在相關月道上作兩弧割於 I 及 IV 點,是為初切及終切(外切)月心之位置,亦即初虧及復圓時之月心.

(b) 以暗陰半徑減月半徑($2333''-882''=1451''$)為半徑,C 為心,得 II 及 III 兩點,是為內切月心之位置.在 II 及 III 之中間誌 M 點,是為食之中點.以 I、II、M、III、IV 五點為心,作圈,則圖完成矣.然此非所必需也.

(5) 以相關月道為時之尺度,讀取相切之時刻　日月相對

時刻（在此例爲17時47.8分）減去讀數是爲二內切之時刻，加讀數是爲二外切之時刻.在此例其得數如下:

I	II	中點	III	IV
h m	h m	h m	h m	h m
−1 47.5	−0 41.5	+0 9.5	+1 0.0	+2 7.0
17 47.8	17 47.8	17 47.8	17 47.8	17 47.8
16 00.3	17 06.3	17 57.3	18 47.8	19 54.8
(15 59.9)	(17 06.4)	(17 57.0)	(18 47.5)	(19 53.9)

括弧內之數乃推算之格林維基平時載於曆書者也.

(二)推算

(1)預備用數

(a)月之赤經行動	$105^s.82$	
日之赤經行動	9.04	
較數	96.78	
加半	48.39	
乘10	$1451''.7$	$log.$ 3.16188
$cos\ 7°25'.9$		$log.$ 9.99633
$Ob=1439''.5$		$log.$ 3.15821

(b) $bt=13'44''.6-55''.3=12'49''.3=769''.3.$

(c) $OC=7°25'54''.8-7°17'2''.5=8'52''.3=532''.3.$

(d)暗陰半徑 $=P+p-S.$

P	$53'58''.4$
p	$8\ .5$
	$54'06''.9$
S	$15\ 52\ .1$
	$38\ 14\ .8$
加$\frac{1}{60}$	$38\ .2$

$r=38\ 53\ .0=2333''.0$

(e)月半徑 $=S=14'41''.8=881''.8.$

(f) $\rho = CI = r + S = 3214''.8$.

$\rho' = CII = r - S = 1451''.2$.

(g) 日月相對時刻＝17時47分46.6秒＝17時47.78分.

(2) 推算相關月道（Obt 三角形）求 bOt（角 i）及每時之軌道行動 Ot.

(a) $\tan i = \dfrac{bt}{Ob}$	$769''.3$	log 2.88610
	1439.5	log 3.15821
$i = 28°07'.3$		log tan 9.72789
(b) $Ot = \dfrac{Ob}{\cos i}$		log 3.15821
		log 9.94544
每時行動（僅用對數）		log 3.21277

(3) 推算 CM 及 OM（OCM 三角形）.

(a) $CM = OC \cos i$	$532''.3$	log 2.72616
	$\cos i$	log 9.94544
	$CM = 469''.6$	log 2.67160
(b) $OM = OC \sin i$	$532''.3$	log 2.72616
	$\sin i$	log 9.67335
log OM（弧之秒數）		log 2.39951
以每時行動除之化爲時		log 3.21277
OM（時之時數）$= 0^h.1537$		log 9.18674
$= 0^h 09^m.22$		

日月相對時刻＝17　47.78

17　57.00 ＝ 食之正中時刻

(4) 推算 MI（$= MIV$）及 η 角及二外切之時刻（MCI 三角形）.

(a) $\sin \eta = \dfrac{CM}{CI} = \dfrac{469''.6}{3214''.8}$		2.67160
		3.50715
$\eta = 8°23'.8$	$\sin \eta$	9.16445

$MI=CI\cos\eta$		3.50715
	$\cos\eta$	9.99533
(b) $\log MI$(弧之秒數)		3.50248
以每時行動除之		3.21277
MI(時之時數)$=1^h.9485=1^h56^m.91$		0.28971

正中時刻	$=17^h57^m.00$	$17^h57^m.00$
	$-1\ 56\ .91$	$+1\ 56\ .91$
	I. $16\ 00\ .09$	IV. $19\ 53\ .91$

(5)推算 MII ($=MIII$) 及 θ 角及二內切之時刻($MCII$ 三角形).

(a) $\sin\theta=\dfrac{CM}{CII}=\dfrac{469''.6}{1451''.2}$		2.67160
		3.16173
$\theta=18°52'.5$	$\sin\theta$	9.50987
(b) $MII=CII\cos\theta$	$\cos\theta$	9.97600
		3.16173
MII(弧之秒數)		3.13773
以每時行動除之		3.21277
MII(時數)$=0^h.841=50^m.46$		9.92496

正中時刻	$17^h57^m.00$	$17^h57^m.00$
	$-\ \ 50\ .46$	$+\ \ 50\ .46$
	II $17\ 06\ .54$	III $18\ 47\ .46$

(6)以 η 角及 θ 角定月緣北點與切點間之月緣弧.

在第一切 n_1k_1 弧 $=(90°-i)-\eta=53°29'$.

在第二切 n_2k_2 弧 $=(90°+i)+\theta=137°$.

在第三切 n_3k_3 弧 $=(90°-i)+\theta=80°45'$.

在第四切 n_4k_4 弧 $=(90°+i)-\eta=109°44'$.

第一及第三弧由北向東計,而第二及第四弧由北向西計.

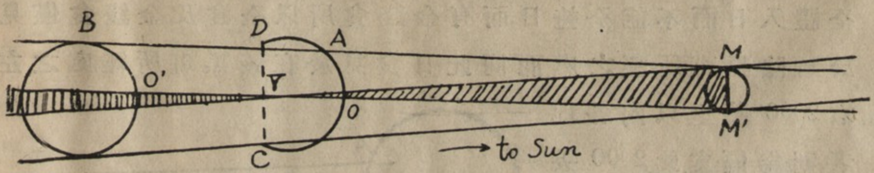
在此推算,假定月在此食時內之行動均勻不變,並不合於實情.若精確觀測其現象,則不能用此假定.然測時分數之小數

亦甚難準確,故如此推算已足用也.

§**257. 月暗陰大小及月暗陰之在地面者** 用前地暗陰法,僅以月半徑代替地球半徑,卽得月暗陰之長爲其去日距離之 $\frac{1}{399.55}$.在新月時,其平均數爲232150英里,左右各變4000英里.所以其變在236050至228300英里之間.月暗陰之半角等於在地球所見日半徑之角度卽約16分.

因月暗陰長之中數小於月地距之中數(238800英里),所以月暗陰平均不能達至地球.但因月軌道有偏度月地二心距有時近在221600英里以內,卽距地面約在217650英里以內.而月暗陰最長時有至236050英里者.所以其暗陰尖端有時過地面18400英里,而地面此時割暗陰處之截面爲167英里,此爲可能之最大數(如圖中O點處).

除月在天頂外,月暗陰之在地面者恆爲蛋圓形,因暗陰斜掃地面也.此蛋圓形之長必大過暗陰之實截面.

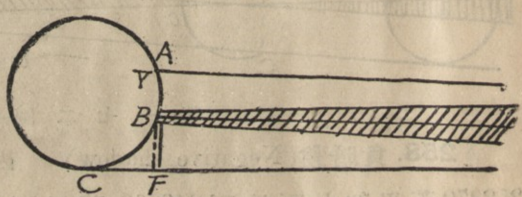


第一七二圖

§**258. 負暗陰**(Negative shadow) 因月地二心距有時大至252970英里,卽月距地面249000英里.而月暗陰有時短至228300英里,所以地球有時如在第一七二圖中O'處之情形.暗陰尖端V不及地面者尙有20700英里.其延長之陰與地面相割處之截面有直徑爲196英里,若該暗陰落於地之邊緣,則其直徑可大至230英里.此延長圓錐體爲地面所截之陰影黑斑,有時名曰負暗陰.

§259. 全食及金錢食（環食） 測者在暗陰內居於V點與月之間，見日全食。但測者在V外延長陰錐體內，暗陰尖端正指測者，則將見月全體入日而不能全掩日，周圍有未食之圓圈，是爲金錢食，亦曰環食。全食與環食統稱曰中心食(Central eclipses)。環食常遇而全食不常遇，其次數之比約爲3與2之比。

§260. 虛陰及偏食 (Partial eclipses) 虛陰在CD處（第一七二圖）之直徑約爲月直徑之2倍，因DMV角爲在M所見日之角直徑而約等於在地球所見之月直徑（約爲31分）也。故可以此處虛陰直徑之中數爲4400英里。但地球常在V點外，其截面直徑有時大至4800英里。測者在虛陰內，只能見日之偏食。若近暗陰錐體，則日之大部被月掩。若近虛陰外界，則月僅掩日之邊緣。換言之，尖端侵地則地面有黑斑，繞斑有淡影。在黑斑中全食。在淡影中見食幾分。淡影外不見食。尖僅及地，則尖所過處見食既卽生光。尖不及地，則統地面不見食既。尖所指處見月全體入日而不能全掩日，而有金錢食。所以全食及金錢食僅見於暗陰黑斑所經之處。而同此日食見於在該黑斑所經處之左右2000英里以內各地者，則爲偏食。此2000英里係指錐軸垂線上之距離。例如第一七三圖所示，虛陰之落處，沿地面之BC雖在3000英里以上，而BF僅2000英里也。



第一七三圖

§261. 暗陰之速度及日食時間 月在軌道上運動每時約行2100英里。若地球無行動，則暗陰卽以此速度行過測者。但地球亦向東自轉，與暗陰之行向同，而其赤道處之地面每時約行1040英里。所以測者在赤道上，當月在天頂時，暗陰將以每時約

1060 (2100－1040) 英里之速度行過該地面,此為其最慢之速度.

在高緯度處,地球自轉之速度小,暗陰相與之速度較大.若暗陰斜落地面,而其斜角甚大,如日出或日入時所遇之日食,則暗陰順地面前進之速度極高,可至每時4000或5000英里.第一七四圖影線,乃1878年7月日食時月暗陰之行跡.

第一七四圖

近赤道處所見之全日食,當暗陰黑斑具最大直徑(167英里)時,其見全食所歷之時間可為7分58秒之久.而在40度緯度處,其全食之歷時則不足$6\frac{1}{4}$分.月半徑能超過日半徑之數最大僅為1分19秒.在赤道處所見之環食可歷12分24秒之時.其日圜之寬最大為1分37秒.

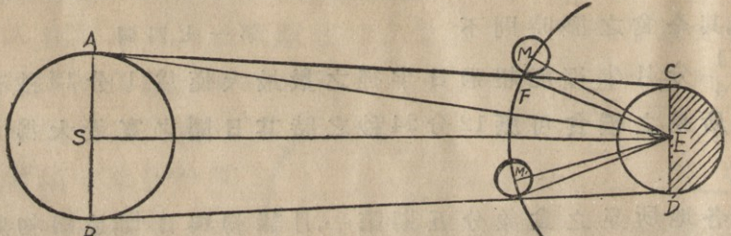
各地所見之食象分五期:第一,月緣初與日切,是曰初虧;第二,月緣在日面內與日切,在全食曰食既,在環食曰環食初時;第三曰食甚,或食中,乃測地去陰錐軸最近之時,在見偏食之地只有食甚之象而無二、三兩切;第四,月緣在日面內再與日切,是為第三切,在全食曰生光,在環食曰環食終時.第五,月緣末次與日切,是為第四切,曰復圓.

日全食之概況(Circumstances of total eclipse)就全地面言分為五期:一曰初虧,乃月之虛陰錐初與地面相切,即地面最先見

食之時也.此時須以格林維基民用時計之,其切點所在地以其經緯示之.二曰中心初食（亦曰中心食甚初起）,乃月陰影軸初與地面相切之時也.其時其地計之示之同上法.三曰地方視午中心食（地方視午中心食甚）,乃地軸與月陰影軸在同一平面內之時也.其時及月陰影軸與地面相遇之點計之示之同上.四曰中心終食（中心食甚終了）,乃月陰影軸末次與地面相切之時也.其時其地計之示之同上.五曰復圓乃月虛陰末次與地面相切之時也.其時其地計之示之同上.一、二、四、五四項乃日全食之四切,自一切至四切歷時約四時餘.

若係日偏食,則月陰影軸不與地面相切,故删去中間三項而代以最大偏食(食甚),此乃地面所見食分最大之時也.其時其地計之示之同上.此象恆於日在地平時遇之.

§262. 日食限　月與 $ACBD$ 錐體（第一七五圖）接觸乃爲日食必需之條件,在此時爲地心所見日月心之角距離嘗爲



第一七五圖

圖內之 MES 角,此角爲 MEF、AES 及 FEA 三角所合成.MEF 等於月之半徑 S',AES 爲日之半徑 S,FEA 爲 CFE 及 FAE 二角之較,而 CFE 爲月之地平視差,FAE 或 CAE 爲日之地平視差.所以 MES 角等於 $S+S'+P-p$.此角之值在 1 度 34 分 13 秒至 1 度 24 分 19 秒之間,隨日月至地之距離而變.茲將推定地月暗陰大小、食限及食之歷時,所用諸數列表於下:

	最大	最小	中數
日之視半徑	16′18″	15′46″	16′02″
月之視半徑	16 46	14 42	15 34
日之地平視差	8.95	8.65	8.80
月之地平視差	61 28	53 55	57 02
月之軌道斜角	5°19	4°57	5° 8 43

日半徑433200英里,地半徑中數3956,月半徑1081.5.

其與MES角相應之日去交點之距離,可照月食限法,推得18度31分及15度21分,是爲日食之最大及最小食限.

月體全在$ACBD$錐體內(如在M'處)爲中心日食之必要條件.若月在M'處,則$M'ES$角將爲$S-S'+P-p$.其相應之最大及最小之中心日食限爲11度50分及9度55分.

§263. 日食之現象　在平時日光照臨於叢枝簇葉之上,映像地面成小圓形.至日已被食,其映像類於彎月矣.迨夫全食之十分鐘前,日色漸黯,僅有邊緣所來之光,呈淡黃色,恍如化學中之石灰光.斯時也,走獸昏亂,飛鳥歸林,溫度低,露始凝.有些測地,見西方地平面上有月影一團,若狂風驟雨飄忽而至,速度之大至可驚駭.月影既至,日暈日珥乃現,光明之行星亦現,恆星在三等以上者隱約可數.

全食之前總有小部份之日光映於吾人眼簾,光度雖弱,猶難正視.刹那間突變黑暗,人目爲之昏迷,未幾視覺轉銳敏,乃知其黑暗之程度亦不甚劇.凡全食之時間短,若月徑大於日徑不及一分之弧,其時間尚不足二分鐘,日暈及色輪之光尚爲滿月之光之三、四倍,並此時暗陰亦有日光能由周圍折入.故欲觀表面時刻尚覺易易.若爲時較長,而在五、六分鐘之間,則須秉燭矣.

§264. 日食之應用

(一)測全食時四切之時刻,及各位相尖端聯線之方向,以定該時日月相與之位置,而得藉以改正日躔月離之行動表.

(二)日與水星軌道間若有行星,於全食時可能測見之.1828年瓦特申(Watson)謂曾見一星.

(三)量定各不同食分時及全食時光之强度.

(四)觀察日珥日暈.

(五)觀察日外各部之彩色帶.

(六)攝取不同食分之影及日暈之影.

(七)於全食時,攝取恆星之影,以證愛因斯坦之相對論.愛氏學說謂恆星之光近大物體(如日)時,過該體之勢力周圍,必折成曲徑.故彼時所見星之位置,必不同於星實在之位置.測法須先推得日全食時所佔天空之位置.於未食時攝取該部恆星之影.俟日全食時再攝其影,則見該恆星等照耀於暗月輪面之周圍.比較兩次所攝之影,則見其位置前後不同.就理論之,恆星在日全食時應當視若背日外移.而實際恆星所移無論方向及遠近皆不一致,不强取其中數,皆不與預定者相合.然贊助相對論者,皆謂此爲愛氏學說一大證明.雖恆星移動不與預定合,不能即作爲愛氏說之反證;然亦不能即謂此恆星之移動,即爲愛氏學說之確證也.

§265. 日食之推算　日食之推算,因月之地平視差,致使相切之時刻及其食之現象各地不同,所以不能如月食之可單就一地作統一之推算也.並且月在天空其向日心之視行道亦非大圓之一部,即速度亦非一致不變者.

但曆書預推之諸用數各地均可採用,依其地之所在,即可求其各該地之日食情概.白塞爾用數按格林維基平時每隔10分推算一次,列表刊佈,即專應此事之用也.其幾何學之意義及

推算時所用方式如下:

今設一平面通過地心而與月暗陰錐軸相垂成直角,此平面謂之基面,或曰 xy 面.以基面與地球赤道面之交線爲 x 軸,在月上視之此軸正向東指.以地心爲座標之原點,其面上指向北之線與 x 軸相垂者爲 y 軸.其 z 軸與陰錐軸平行,而正指月心.x、y、z 三者皆以地球赤道半徑爲量計之單位.而 x、y 二者卽錐軸穿基面之點之座標値.d 爲錐軸指天球處(命爲 Z 點)之赤緯,卽由月心窺日心在天球上之赤緯也.赤緯分南北,故其正弦有正負,餘弦則皆爲正.u 爲 Z 點在格林維基午線之時角,u、d 卽所以定暗陰之方向者也.l_1 爲基面上虛陰錐之半徑,l_2 爲暗陰錐之半徑.以上諸數合作一表.

f_1 及 f_2 爲虛陰錐及暗陰錐之半頂角.用其正切立數,其變甚緩,故合 x'、y'、u' 三數別作一表.x'、y'、u' 者乃 x、y、u 每歷平時 1 時增減之變數也.皆以對數作表,爲便於間求取數也.

設 a_m、d_m、r 及 A、D、R 爲月及日之赤經、赤緯及去地心之距離,p 及 P 爲月及日之地平視差,則 Z 點之赤經緯 a 及 d 爲

$$a=A-\frac{b}{1-b}\cos d_m \sec D(a_m-A),$$

$$d=D-\frac{b}{1-b}(d_m-D).$$

式內 $$b=\frac{\sin P}{\sin p}.$$

由是則 u = 在所指時頃之格林維基恆星時 $-a$.

x(指向東爲正)$=r\cos d_m \sin(a_m-A)$,

y(指向北爲正)$=r[\sin d_m \cos d-\cos d_m \sin d \cos(a_m-A)]$,

z(指向月爲正)$=r[\sin d_m \sin d+\cos d_m \cos d \cos(a_m-A)]$,

$$r=\frac{1}{\sin p},$$

$$\tan f_1 = \frac{0.00466407}{R(1-b)} = \frac{[7.668765]}{R(1-b)},$$

$$\tan f_2 = \frac{0.00464083}{R(1-b)} = \frac{[7.666596]}{R(1-b)},$$

$$l_1 = z\ \tan f_1 + 0.272277,$$

$$l_2 = z\ \tan f_2 - 0.272277.$$

用上式推求每整時之數,再求每分時之變數,則表成矣.

由白塞爾用數推算日食,乃根據於二事實,卽各測地在初虧及復圓時去陰影軸之距離等於虛陰在該測點之半徑.在全食初終(食旣及生光)或環時初終時去陰影軸之距離等於暗陰在該測點之半徑.故推算之目的乃在求此距離及半徑也.其推算之次序及所用之方式如下:

(一)先擬一與所求食象時刻相近之時.以各測地日月赤經相合時之地方平時爲食甚之擬時,由此卽可擬其他食象之近似時,而化爲格林維基平時.旣有擬時,乃推算測地之 x、y、z 三座標之數值.設測地爲 C 點,以 x_C、y_C、z_C 爲其數值以別其餘.x'_C、y'_C、z'_C 爲其每歷平時一分之變數.

i 爲測地之地理經度.格林維基東爲正,西爲負.

l 爲測地之地理緯度.

l' 爲測地之地球屬地心緯度.

ρ 爲測地之地心半徑.

則
$$x_C = \rho \cos l' \sin(u+i),$$
$$y_C = \rho \sin l' \cos d - \rho \cos l' \sin d \cos(u+i),$$
$$z_C = \rho \sin l' \sin d + \rho \cos l' \cos d \cos(u+i).$$

其每分鐘之變數爲

$$x'_C = [7.63983 + 0.00012(10 - \Delta a)]\ \rho \cos l' \cos(u+i),$$

$$y'_C = [7.63983 + 0.00012(10 - \Delta a)]\ x_C \sin d,$$

z'_c 不用.

Δa 乃日之每時行動也, $\rho \cos l'$ 及 $\rho \sin l'$ 乃測地準地球赤道爲基線之屬地心座標數値也.依據1911 年巴黎會議採用之地球型及其推算之公式,則有

$$\rho \cos l' = F \cos l,$$

及

$$\rho \sin l' = \frac{\sin l}{G}.$$

F 及 G 之對數由下表依測地緯度求之:

表 O.　推算測地屬地心座標數値之用數表

緯度 l	$\log F$		$\log G$	
0°	0.00000		0.00293	
		1		1
5	0.00001		0.00292	
		3		3
10	0.00004		0.00289	
		6		6
15	0.00010		0.00283	
		7		7
20	0.00017		0.00276	
		9		9
25	0.00026		0.00267	
		11		11
30	0.00037		0.00256	
		11		11
35	0.00048		0.00245	
		12		13
40	0.00060		0.00232	
		13		12
45	0.00073		0.00220	
		13		13
50	0.00086		0.00207	
		12		12
55	0.00098		0.00195	
		12		12
60	0.00110		0.00183	
		10		10
65	0.00120		0.00173	
		9		9
70	0.00129		0.00164	
		8		8
75	0.00137		0.00156	
		5		5
80	0.00142		0.00151	
		3		3
85	0.00145		0.00148	
		1		2
90	0.00146		0.00146	

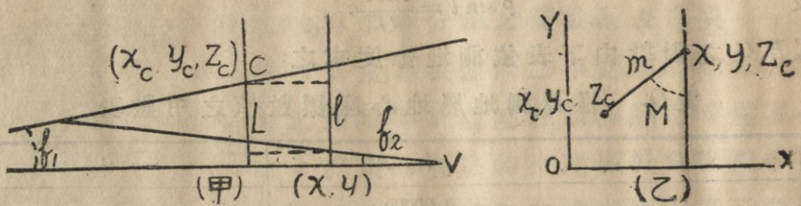
(二)依擬時由用數表取陰錐軸之 x 及 y, 並其每分之變數(卽接連兩數較之 $\frac{1}{10}$ 也).以 x' 及 y' 爲變數之代號,由表取其對數.

(三)由(一)及(二)推求測地與陰錐軸相關之方位及行動.設自

測地作一平面與基面平行（謂之平行面），z_C 即兩平面之垂直距離也.如以 m 爲在擬時測地在平行面上去陰錐軸之距離，M 爲在擬時由測地所見陰錐之方位角，則由下式推求 m 及 M:

$$m \sin M = x - x_C,$$

$$m \cos M = y - y_C.$$



第一七六圖

如以 n 及 N 爲 m 及 M 之行動，即測地所見陰影心之行動也.則有

$$n \sin N = x' - x'_C,$$

$$n \cos N = y' - y'_C.$$

求在擬時之頃虛陰或暗陰之半徑 L（在虛陰爲 L_1 在暗陰爲 L_2），即陰影在相距 z_C 遠平行面上之半徑也.其方式爲

$$L_1 = l_1 - z_C \tan f_1,$$

$$L_2 = l_2 - z_C \tan f_2.$$

l_1、l_2、f_1、f_2 由白塞爾表取之，z_C 由算得之.

如所擬之時正爲該測地初虧或復圓之時刻，則 $m = L_1$；若正爲全食或環食之初終之時刻，則 $m = L_2$.

假定行動一致不變，即可推求測地行至與陰軸相距之遠等於半徑 L 時所需之時間.用此改正擬時，即得所擬食象之眞實時刻.

若所擬之時不合於食象之眞實時刻，則用下式求其差數

以改正之,由此求得之差數為時之分數:

$$c=-\frac{m\cos(M-N)}{n}+\frac{L\cos w}{n}.$$

其 w 角由下式求之:

$$\sin w=\frac{m\sin(M-N)}{L}.$$

w 角有二數值.於初虧時,環食初時,或全食生光時,所用 w 角之數值須其餘弦為負數者.於復圓時,環食終時,或全食食既時,所用之 w 角數值須其餘弦為正數者.

若差數 c 大過 2 或 3 分,則須以改正之時作擬時,再行推算,以求其與眞實時刻之差,不出 2 或 3 秒為止.

食甚(或食中)時刻乃 m 數值為最小之時,不必為初虧及復圓之中間時刻也.若為此食象擬時,則其改正之差數可由下式求之:

$$c=-\frac{m\cos(M-N)}{n}.$$

(四)食分 H 乃在日月二心聯線上,日徑被掩之部分也.其最大數由下式求之,食分以日徑為計算之單位,

$$H=\frac{L_1-\Delta}{2L_1-0.5459}.$$

式內 $\Delta=\pm m\sin(M-N)$ 而恆用正數.

環食時,月視徑與日視徑之比(即日徑被月掩之分數)由下式求之:

$$F=\frac{0.5459}{2L_1-0.5459}.$$

於食甚時(或食中),在環之最寬部分,日徑未被掩之部分等於 $(1-H)$.在環之最狹部分,日徑未被掩之部分等於 $(H-F)$.

全食時月日視徑之比大於 1,由下式求之:

$$F=\frac{0.5459}{2L_1-0.5459}.$$

於食甚（或食中）時由日緣至月緣之最小距離等於$(H-1)$,最大距離等於$(F-H)$.

(五)切點方位角有自日緣北點向東起算者.如以此角爲P,則

$$P=N+w.$$

有自日緣頂點向東計算者.如以此角爲V,則

$$V=P-Q.$$

式內Q由$\tan Q=\frac{y_c}{x_c}$求之.

Q之正弦數值之代數符號（卽爲正或爲負）須與y_c之符號相同

日食圖乃於地圖上圈示地面見食之部分也.其地點及時刻皆用前之方式推就而佈之圖上也.由此圖卽可尋取各地初虧及復圓之大概時刻及食分.其虛線乃示格林維基平時每隔1時虛陰錐之外界線所在之處.故該線所過之處,卽於所記之初虧或復圓時刻見初虧或復圓.欲知某地於何時見初虧及復圓,卽可按其地之經緯度作點於圖上,視其近於何線而比較其時刻.

例如由1932年8月31日日食圖尋取緯度+43度39分及經度−70度15分地所見初虧及復圓時刻,則該地點近於19時初虧線,比其遠近,得爲19時20分.其復圓時刻,因該點在21時及22時復圓線之間,而近於22時,比其遠近,得21時40分.此乃格林維基平時時刻也.若欲知地方時刻,則須改正其經度如下:

	初虧	復圓
格林維基平時	8月31日19時20分	31日21時40分
經度（西經）	4　41	4　41
地方平時	8月31日14時39分	31日16時59分

圖內曲線外之地爲虛陰外界所不到,故皆不見食.其兩端橢圓曲線乃示日出沒時初虧食甚復圓所經之東西界.連兩端之橫貫曲線,乃示初虧復圓所經之南北界也.

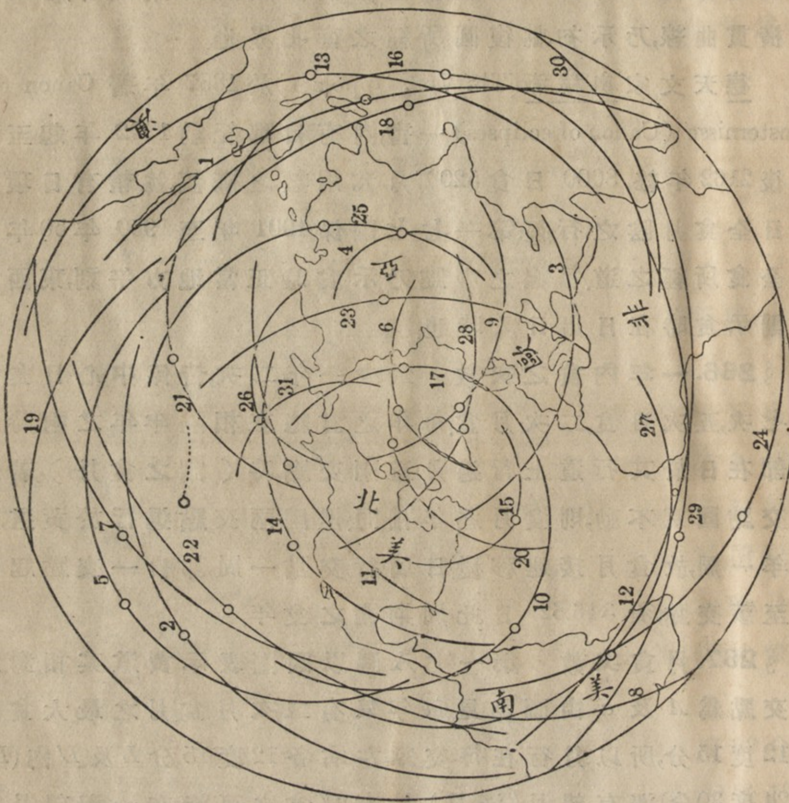
德天文家奧樸澈(Th. Von. Oppolzer)於1887年著 Canon der Finsternisse (Canon of eclipses) 一書,內有自耶紀前1202年起至耶紀後2162年終,8000日食5200月食用數之概值,並繪有日環時及日全食月陰之行徑.第一七七圖係1901年至1950年50年中日全食所經之道.每線之中點乃示食時正當地方午刻,東西兩端則示食時在日出日入時也.

§**266. 一年內食之次數**　最少一年二次,皆係中心日食.最多七次,五次日食,二次月食.每年之食總在相隔半年之兩時遇之,卽在日於其行道上行過月道兩交點時(謂之食月).若此兩交點固定不動,則食月逐年相同.但因兩交點退行於黃道,約19年一周,故食月接連移變.日周行交點一周,卽自一交點起復回至該交點,須346.62日,此周期謂之食年.

§**267. 月食次數**　第一七八圖以圓圈表示黃道,其相對之二交點爲 A 及 a.由圖易見每年只有二次月食.月之最大食限爲12度15分,所以月行在每交點左右各12度15分 L 及 L' 內(LL' 爲24度30分)遇有望月(滿月),始有月食之可能.在一朔望月內日沿黃道行29度6分.而交點於同時內退行1度31分.則日及交點相關之行爲30度37分,卽滿月點在黃道圈上相隔30度37分.所以當日每次行過交點時,於月食限內,只能遇有一次滿月也.

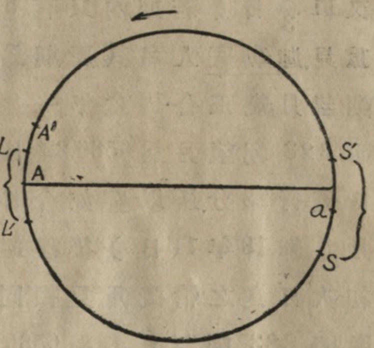
因月食之最小限爲9度30分,所以當日在交點時,其與此時相近之滿月極易不在此最小時限內,而致年內無月食也.

然在一年內亦有三次月食之可能.如第一次月食約在正



第一七一圖

號	年	月	日
1	1901	5	18
2	1904	9	9
3	1905	8	30
4	1907	1	14
5	1908	1	3
6	1909	7	17
7	1911	6	28
8	1912	10	10
9	1914	6	21
10	1916	2	3
11	1916	6	8
12	1919	5	29
13	1922	11	22
14	1923	9	10
15	1925	1	24
16	1926	1	14
17	1927	6	29
18	1929	5	9
19	1930	1	21
20	1932	8	31
21	1934	2	14
22	1934	6	8
23	1936	6	19
24	1940	4	1
25	1941	9	21
26	1943	2	4
27	1944	1	25
28	1945	7	9
29	1947	5	20
30	1948	11	1
31	1950	9	12



第一七八圖

月一日,日約在此時行過交點,其第二次月食可約在 6 月 25 日,在其相對之交點 a 處.其交點 A 於一年內退行至 A',遂致日約於 12 月 13 日再行追及,而成第三月食.1852 年末及 1898 年末均有第三月食.

§268. 日食次數　在日食,則有不能免者二次.2 倍最小日食限(15 度 21 分)爲 30 度 42 分,大過日在 1 月內之行程.所以至少有一次新月落在交點限內,有時竟有二次,因 SS' 恆大於接連兩次滿月相隔之距離也.若在兩食月內之兩新月落於極近於交點之處,則其前後 14 日之兩滿月或竟全落在月食限外.在此情境時,該年只有兩食,且全爲中心日食,1904 年是其例也.

若年內正當日極近交點之時有兩滿月,則因日食最大限爲 18 度 31 分,每一次月食能有或常有兩次日偏食,一在月食之 14 日前,一在月食之 14 日後.是該年每食月內有三次食,共有六次食,二次月食及四次日食也.若日約在正月 15 日行過交點,則在年末尙能有第五次日食.是一年內有七次食者,而 1823 年卽其例也.1935 年亦如此.惟每年食數以四次或五次爲常.

§269. 日月食數之比　以地球整個計之,日食數爲多.與月食比,約爲 4 與 3 之比.然若以某一地點計之,則不如此矣.日食只能見於地面之有限部分,而月食可見於大半球,縱不能見其食之全體,亦能或見其初虧,或見其復圓.所以就地點論之,月日食數之比,尙大於前比之反數,卽大於 3 比 4 也.

§270. 食之再見及再食周期　古時卽已明瞭日食以 18 年

又$11\frac{1}{3}$日（若期內只有5次閏年則爲$10\frac{1}{3}$日）之周期輪流重見.迦勒底人名其周期爲沙羅,即重復之意也.此周期爲223朔望月,幾正合19食年.一食年爲346.6201日,19倍之爲6585.78日.而223朔望月爲6585.32日.其較僅爲$\frac{46}{100}$日,約爲11時.於此時日僅行28分.所以譬如今日朔日見日食正在交點,於223朔望月（即18年11日）後復遇朔日,而日僅在其交點西28分,遂致初次日食之情概重見相同也.惟見於原地之西約隔8時之經度,因223朔望月多過6585日一日之100分32也,即多過7時42分也.是以每18年又11日中間,有若干日月食,食之時,食分之深淺､次第,略相同也.例如1878年之四次食,2月2日爲日環食,2月17日爲月偏食,7月29日爲日全食,8月12日爲月偏食.於1896年其相當之食見於2月13日,2月18日,8月9日,8月23日.日食之情概略相同而相隔18年11日.

§**271. 食之重見次數**　通常所謂周而重見者,乃指某定食而言也.如1846年4月,1864年5月,1882年5月,1900年5月,1918年6月,1936年6月,1954年7月,1972年7月,及2008年8月之日全食,皆係同一日食重見也.月食之如此重見者48次或49次.始則爲甚淺之偏食,食時日約在交點東12度.18年後重見時,則稍深.13或14次重見後,日將至交點而爲全月食矣.自是以後,即以全食重見22次或23次.後此再爲偏食,每次重見時,食分遞減,以至於無.如此某一月食歷223朔望月重見一次,歷$865\frac{1}{2}$年其食分變幻一周.

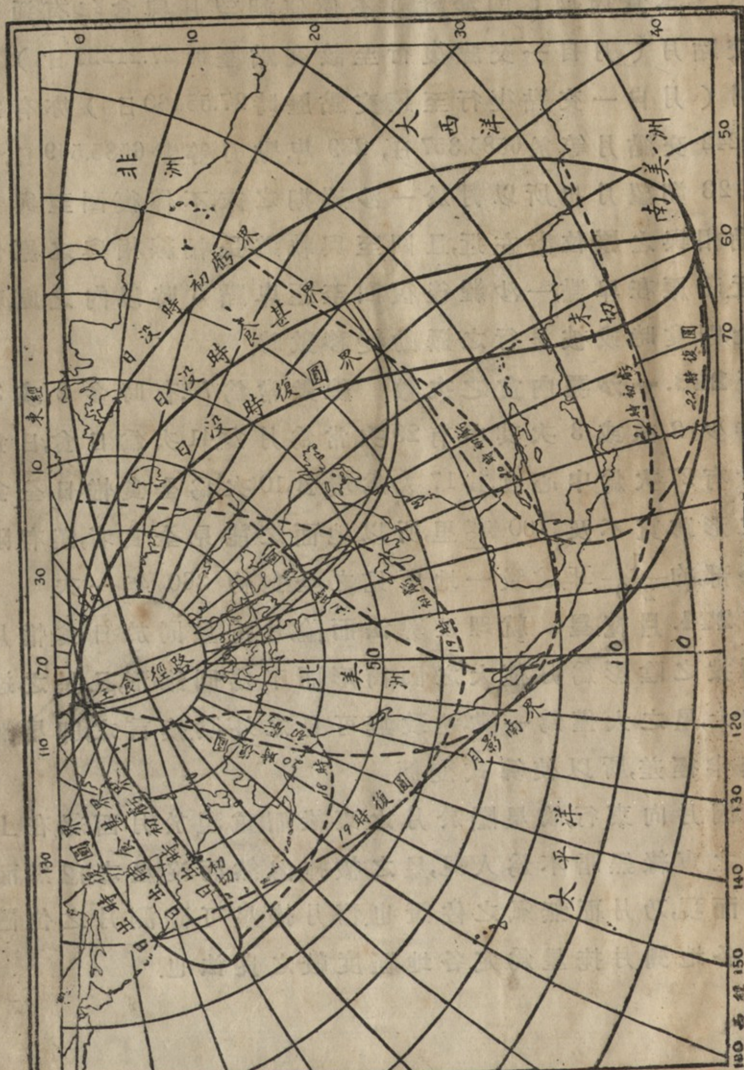
日食亦如此,惟因日食限大於月食限,同一日食須68次至75次重見變幻一周,歷時1260餘年.在此次數中,有25次僅爲偏食,日極近食限,以至陰軸不能及地.在期之中間,有45次係中心食,其18次爲全食,27次爲環食.

§272.再食周期與交點月及卑點月有通約性(Commensurability) 再食周期(卽沙羅)不僅使朔望月與食年有通約性,與交點月(月自一交點復行至該交點歷時27.21222日)及卑點月(月自一交點復行至該交點歷時27.55460日)亦有通約性.242交點月等於6585.357日,239卑點月等於6585.549日,皆等於223朔望月也.所以月於一沙羅期之末,不僅復回至與日及交點相與之原位置左近,且回至與軌道長軸線相與之原位置左近.若原在卑點,一沙羅後復回至距卑點5時以內之處,若不如此,則食時或被月行之攝動變移數時.

§273.一沙羅內食之次數　總數常爲70,有時多2或3次,有時少2次或3次.其中有29次常爲月食,41次爲日食,日食之次數有27次爲中心食,其17次爲環食,10次爲全食.惟日全食暗陰之形跡寬不及100英里,所以地面之能見全食者,僅有限之一小部,約$\frac{1}{200}$耳.遂致一地所見之全食約360年一次.

§274.月掩星　就理及算法而論,月掩星同於日食.惟月因星所投之陰影爲月徑大之圓筒形而不爲圓錐形,且星之遠爲無窮大,星之大僅爲一點,遂致無可見之外陰.換言之,卽星無視差,無半徑差,所以使算式變簡.

因月向東行,故星隱於月之東緣而重現於月西緣.在上半月,月之東緣黑暗不爲人見,星之被掩忽然而沒.星之忽然而沒,忽然而現,乃月面無氣之佐證也.藉月掩星可確測月之位置,所以在各地測月掩星爲定各地經度較之良法也.



1932年八月三十一日全食日食圖

（圖中初虧復圓時刻乃八月三十一日格林維基地方平時）